

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک
رساله دکتری فرآوری مواد معدنی

مدلسازی کارآیی فلو تاسیون ستونی با تلفیق توزیع اندازه حباب و دانه بندی ماده

معدنی

نگارنده: رسول پنجی پور

استاد راهنما:

دکتر محمد کارآموزیان

استاد مشاور:

دکتر بوریس آلبیجانیکی

اسفند ۱۳۹۹

تقدیم به

روح پاک دانشجوی شهید جهانبخش حسنوند و تمام شهدای عرصه علم و دانش که عالمانه به من آموختند تا چگونه در عرصه دانش و زندگی، ایستادگی را تجربه نمایم.

و پدر و مادر عزیزم، دریای بی کران فداکاری و عشق که وجودم برایشان همه رنج بود و وجودشان برایم همه مهر.

تقدیر و تشکر

ضمن سپاس و ستایش به درگاه ایزد منان که به من توانایی داد که با استعانت از او بتوانم این پژوهش را انجام دهم، بر خود لازم می‌بینم از دلگرمی و تشویق اساتید، خانواده و دوستانی که در مراحل انجام و نگارش این پژوهش مرا یاری نموده‌اند، قدردانی نمایم:

جناب آقای دکتر محمد کارآموزیان، استاد راهنما، که در طول انجام این پژوهش با راهنمایی‌های عالمانه و به جایشان، سکandar شایسته‌ای برای هدایت این پژوهش بوده‌اند.

از جناب آقای دکتر بوریس آلبیجانیک، استاد مشاور، که راهنمایی‌های ایشان موجب رفع برخی مشکلات و انجام هر چه بهتر این تحقیق شد، بی‌نهایت سپاسگزارم.

همچنین از دوستان و خانواده ارجمندم که مرا در انجام این پژوهش یاری نمودند و تشویق‌های آنها باعث دلگرمی بنده بوده، قدردانی و تشکر می‌نمایم.

تعهد نامه

اینجانب رسول پنجی‌پور دانشجوی دوره دکتری فرآوری مواد معدنی دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه مدلسازی کارآیی فلوتاسیون ستونی با تلفیق توزیع اندازه حباب و دانه‌بندی ماده معدنی تحت راهنمایی دکتر محمد کارآموزیان متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

اندازه‌گیری توزیع اندازه حباب (BSD) در فلوتاسیون بسیار مهم است. اگرچه محققان زیادی BSD را در سیستم‌های دو فاز (آب-هوا) بررسی کرده‌اند، اما تحقیقات در سیستم‌های سه فاز (آب-هوا-ذرات) بسیار محدود است. بنابراین در این پژوهش اندازه‌گیری و مدل‌سازی توزیع اندازه حباب با تغییر متغیرهای مستقل (درصد جامد (۵ تا ۱۵ درصد)، سرعت ظاهری گاز (۱۰ تا ۳۰ میلی‌متر بر ثانیه)، غلظت کف‌ساز (۱۰ تا ۳۰ گرم بر تن) و اندازه ذره (۵۳ تا ۱۵۰ میکرون)) و رابطه آن با کارایی فلوتاسیون در دو مرحله فلوتاسیون و با دو ماده معدنی مختلف (کوارتز و مس سولفیدی) بررسی شد. در فلوتاسیون مرحله اول (کوارتز)، توزیع اندازه حباب آزمایشگاهی به خوبی با مدل توزیع لاگ-نرمال (با پارامترهای μ و σ) برازش شد (R^2 بیشتر از ۰/۹۸). نتایج نشان داد که درصد جامد و غلظت کف‌ساز، مهم‌ترین پارامترهای مؤثر بر قطر میانگین ستر حباب (d_{32})، پارامترهای مدل BSD و بازیابی فلوتاسیون می‌باشند. به طوری که درصد جامد ۱۵ درصد و نرخ کف‌ساز ۳۰ گرم بر تن باعث کاهش اندازه حباب‌ها و در نهایت افزایش بازیابی فلوتاسیون (تا ۸۰ درصد) شد. نتایج نشان داد که استفاده از مدل توزیع اندازه حباب برای بررسی کامل کارایی فلوتاسیون، ضروری است. پارامترهای هیدرودینامیکی در فلوتاسیون ستونی می‌توانند بر شرایط فلوتاسیون تأثیرگذار باشند. از این رو، رابطه بین BSD، ماندگی گاز (E_g)، شار سطح جریان حباب (S_b) و مساحت ظاهری حباب‌ها (I_b) و سینتیک فلوتاسیون (k) مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که E_g به طور قابل توجهی تحت تأثیر درصد جامد و همچنین E_g نسبتی مستقیم از I_b است. اندازه حباب‌ها در درصد جامدهای بالا کاهش یافت، در نتیجه باعث برهمکنش بیشتر بین حباب‌ها و ذرات و افزایش k (تا ۰/۴۸ ۱/min) شد. به طور کلی، نتایج نشان داد که مطالعه توزیع اندازه حباب و ماندگی گاز برای بررسی بهتر سینتیک فلوتاسیون در شرایط مختلف ضروری می‌باشد. بررسی اتصال حباب-ذره در فلوتاسیون برای درک بهتر فرآیند فلوتاسیون ضروری است. مشخصات حباب‌ها به ندرت در حضور سطح سازها (کلکتور و کف‌ساز) مورد بررسی قرار گرفته‌اند. از مدل‌های بنیادی فلوتاسیون برای تعیین کارایی برخورد (E_c) و اتصال (E_a) حباب-ذره و زمان القایی (t_i) حباب-ذره استفاده شد. نتایج نشان داد که اگر سطح حباب‌ها به صورت متحرک در نظر گرفته شود، کاهش اندازه ذرات باعث کاهش E_a می‌شود، زیرا ذرات ریز جریان مایع اطراف حباب‌ها را بهتر از ذرات درشت دنبال می‌کنند و در نتیجه ذرات ریز ممکن است برخوردی با حباب‌ها نداشته باشند. افزایش سرعت حباب سبب افزایش ماندگی گاز و سپس افزایش کارایی اتصال حباب-ذره شده است. همچنین افزایش زمان القایی باعث کاهش ثابت سینتیک فلوتاسیون می‌شود. در فلوتاسیون مرحله دوم (مس سولفیدی)، تمام آزمایش‌ها فلوتاسیون مرحله اول با حفظ کلیه شرایط و تنها با تغییر ماده معدنی (به جای کوارتز از مس سولفیدی استفاده شد)، انجام شد. نتایج ماندگی گاز، بازیابی فلوتاسیون و ثابت سینتیک فلوتاسیون مراحل اول و دوم با هم مقایسه شد. نتایج نشان داد که همبستگی خوبی بین نتایج فلوتاسیون کوارتز و مس سولفیدی وجود دارد و در نتیجه توزیع اندازه حباب و سایر شرایط هیدرودینامیکی فلوتاسیون کوارتز را می‌توان برای مس سولفیدی به کار برد.

کلمات کلیدی: فلوتاسیون ستونی، توزیع اندازه حباب، شار سطح جریان حباب، مساحت ظاهری حباب

فهرست مطالب

۱	۱- کلیات.....
۲	۱-۱ مقدمه.....
۳	۲-۱ اصول فلوتاسیون.....
۳	۳-۱ معرفهای فلوتاسیون.....
۳	۳-۳-۱ کلکتورها.....
۴	۲-۳-۱ تنظیم کنندهها.....
۵	۳-۳-۱ کف سازها.....
۵	۴-۱ برهمکنش حباب-ذره.....
۶	۵-۱ دستگاههای فلوتاسیون.....
۶	۱-۵-۱ سلولهای مکانیکی.....
۷	۲-۵-۱ ستونهای فلوتاسیون.....
۸	۳-۵-۱ سیستمهای تولید حباب.....
۹	۶-۱ مدلسازی فلوتاسیون.....
۹	۱-۶-۱ مدلسازی ثابت سینتیک.....
۱۱	۲-۶-۱ اندازهگیری توزیع زمان ماند.....
۱۲	۷-۱ مشخصات پراکندگی گاز.....
۱۲	۱-۷-۱ ماندگی گاز (g_c).....
۱۳	۲-۷-۱ سرعت ظاهری گاز (J_g).....
۱۳	۳-۷-۱ شار سطح جریان حباب (S_b).....
۱۳	۴-۷-۱ توزیع اندازه حباب (BSD).....
۱۴	۸-۱ ضرورت انجام تحقیق.....
۱۴	۹-۱ اهداف.....
۱۵	۱۰-۱ ساختار رساله.....
۱۷	۲- بررسی سابقه‌ی علمی موضوع.....
۱۸	۱-۲ مقدمه.....
۱۸	۲-۲ توزیع اندازه حباب و کارایی فلوتاسیون.....
۱۹	۳-۲ توزیع اندازه حباب، اندازه ذره و پارامترهای هیدرودینامیکی.....
۲۵	۴-۲ مشخصات حبابها و برهمکنش حباب-ذره در سیستمهای فلوتاسیون سه فازي.....
۲۶	۵-۲ سیستم های اندازهگیری توزیع اندازه حباب.....
۳۰	۶-۲ سینتیک فلوتاسیون.....

۷-۲	جمع‌بندی	۳۳
۳-۳	روش تحقیق	۳۵
۱-۳	مقدمه	۳۶
۲-۳	آزمایشهای فلوتاسیون	۳۶
۳-۳	مواد معدنی و مواد شیمیایی مورد استفاده	۳۷
۴-۳	طراحی آزمایشها و آنالیز نمونهها	۳۹
۵-۳	اندازه‌گیری توزیع زمان ماند	۴۰
۶-۳	مدل سینتیکی ناحیه جمع‌آوری	۴۱
۷-۳	ماندگی گاز	۴۳
۸-۳	اندازه‌گیری توزیع اندازه حباب	۴۳
۹-۳	مدلسازی توزیع اندازه حباب	۴۶
۱۰-۳	اندازه‌گیری سرعت حبابها	۴۸
۴-۴	نتایج و بحث	۴۹
۱-۴	فلوتاسیون مرحله اول (فلوتاسیون با کوارتز)	۵۰
۱-۱-۴	بررسی نتایج توزیع اندازه حباب (BSD) و بازیابی فلوتاسیون	۵۰
۲-۱-۴	رابطه بین بازیابی کلی فلوتاسیون (R_G)، پارامترهای مدل BSD (μ و σ) و d_{32}	۵۳
۳-۱-۴	تأثیر غلظت کفساز و درصد جامد بر توزیع اندازه حباب (BSD) و کارایی فلوتاسیون (R_G)	۵۵
۴-۱-۴	مدلسازی مساحت ظاهری حبابها (I_b) با استفاده از مدل BSD	۵۶
۵-۱-۴	تأثیر توزیع اندازه حباب بر پارامترهای هیدرودینامیکی و سینتیک فلوتاسیون	۵۸
۶-۱-۴	رابطه بین I_{b2} ، gE ، k و I_{b2}	۶۲
۷-۱-۴	رابطه بین بازیابی کلی فلوتاسیون (R_G)، S_b و d_{32}	۶۳
۸-۱-۴	تأثیر درصد جامد، سرعت ظاهری گاز و اندازه ذره بر BSD، k و ماندگی گاز	۶۴
۹-۱-۴	تأثیر مشخصات حبابها بر برهمکنش حباب-ذره در سیستم فلوتاسیون واقعی	۶۵
۱۰-۱-۴	تأثیر برهمکنش حباب-ذره و سرعت حباب بر زمان القا و سینتیک فلوتاسیون	۷۱
۲-۴	فلوتاسیون مرحله دوم (با استفاده از مس سولفیدی)	۷۵
۱-۲-۴	بررسی عیار مس در کنسانتره، بازیابی و ثابت سینتیک فلوتاسیون مس سولفیدی	۷۶
۵-۵	نتیجه‌گیری و پیشنهادها	۷۹
۱-۵	نتیجه‌گیری	۸۰
۲-۵	پیشنهادها	۸۱
۳-۵	نواوریها	۸۱
۴-۵	مقالهها	۸۲
	منابع	۸۳

پیوستها	۹۳
پیوست ۱- نتایج آنالیزهای واریانس و روش مقایسه توکی	۹۴
پیوست ۲- کدهای استفاده شده برای آنالیز تصاویر حبابها با نرم افزار متلب	۱۰۱
پیوست ۳- مجموع داده‌ها	۱۰۲

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱: شماتیک سلول فلوتاسیون مکانیکی (Fuerstenau, M.C.; Jameson, G.; Yoon, 2007) ۷
- شکل ۱-۲: شماتیک سلول فلوتاسیون ستونی (Zheng, 2001) ۸
- شکل ۱-۳: توزیعهای مختلف اندازه حباب که مقدار میانگین اندازه حباب (d_{32}) مساوی دارند (Maldonado et al., 2008) ۱۴
- شکل ۱-۳: شماتیک ستون فلوتاسیون استفاده شده ۳۷
- شکل ۲-۳: توزیع زمان ماند دادههای آزمایشگاهی و مدل ولر ۴۱
- شکل ۳-۳: سیستم اندازه‌گیری توزیع اندازه حباب ۴۴
- شکل ۴-۳: اندازه‌گیری توزیع اندازه حباب (a) تصاویر ثبت شده توسط دوربین، (b) شناسایی حبابها با نرم افزار متلب (تصاویر در ارتفاع ۵ متری نسبت به پایین ستون ثبت شده است) ۴۴
- شکل ۵-۳: نمودار توزیع اندازه حباب (شرایط آزمایشگاهی: درصد جامد ۱۰ درصد، سرعت ظاهری گاز ۲۰ میلی متر بر ثانیه، غلظت کف ساز ۲۰ گرم بر تن و اندازه ذره ۱۰۵-۷۵ میکرون) ۴۵
- شکل ۶-۳: تابع توزیع تجمعی (CDF) اندازه حباب به دست آمده با دادههای آزمایشگاهی و مدل لاگ-نرمال برای شرایط آزمایشگاهی: درصد جامد ۱۰ درصد، سرعت ظاهری گاز ۲۰ میلی متر بر ثانیه، غلظت کف ساز ۲۰ گرم بر تن و اندازه ذره ۱۰۵-۷۵ میکرون ۴۷
- شکل ۷-۳: مقایسه d_{32} آزمایشگاهی و d_{32} محاسبه شده ۴۷
- شکل ۸-۳: تعیین سرعت حباب برای شرایط آزمایشگاهی ۵ (جدول ۳-۵) ۴۸
- شکل ۱-۴: رابطه بین پارامترهای مدل BSD و غلظت کف ساز ۵۳
- شکل ۲-۴: رابطه بین پارامترهای مدل BSD و d_{32} ۵۳
- شکل ۳-۴: رابطه بین بازیابی کلی فلوتاسیون با σ ، d_{32} و μ در غلظتهای مختلف کف ساز ۵۴
- شکل ۴-۴: رابطه بین بازیابی کلی فلوتاسیون با σ ، d_{32} و μ در درصد جامدهای مختلف پالپ ۵۵
- شکل ۵-۴: توابع توزیع تجمعی اندازه حباب (CDF) در درصد جامد و غلظتهای مختلف کف ساز ۵۶
- شکل ۶-۴: رابطه بین $Ib1$ و $Ib2$ ۶۱
- شکل ۷-۴: رابطه بین Eg ، $Ib1$ و $Ib2$ ۶۲
- شکل ۸-۴: رابطه بین ثابت نرخ فلوتاسیون و ماندگی گاز در شرایط مختلف؛ اعداد نزدیک به نقاط نشان دهنده سرعت ظاهری گاز (میلی متر بر ثانیه) میباشد ۶۳
- شکل ۹-۴: رابطه بین ثابت نرخ فلوتاسیون و مساحت ظاهری حباب در شرایط مختلف؛ اعداد نزدیک به نقاط نشان دهنده سرعت ظاهری گاز (میلی متر بر ثانیه) میباشد ۶۳
- شکل ۱۰-۴: رابطه بین بازیابی فلوتاسیون و شار سطح جریان حباب در شرایط مختلف؛ اعداد نزدیک به نقاط نشان دهنده اندازه d_{32} (میلی متر) میباشد ۶۴
- شکل ۱۱-۴: رابطه بین توزیع اندازه حباب، ثابت نرخ فلوتاسیون و ماندگی گاز در شرایط مختلف ۶۵
- شکل ۱۲-۴: شماتیکی از برهمکنش حباب-ذره (Danoucaras et al., 2013) ۶۶

- شکل ۴-۱۳: رابطه بین سرعت حباب (U) و ماندگی گاز (Eg). ۷۲
- شکل ۴-۱۴: تأثیر سرعت حباب (U) و ماندگی گاز (Eg) بر کارایی برخورد حباب-ذره (Ec). ۷۳
- شکل ۴-۱۵: تأثیر سرعت حباب (U) و ماندگی گاز (Eg) بر کارایی اتصال حباب-ذره (Ea). ۷۳
- شکل ۴-۱۶: رابطه بین کارایی اتصال (Ea) و زمان القا (ti). ۷۴
- شکل ۴-۱۷: تأثیر زمان القا (ti)، کارایی اتصال (Ea) و کارایی برخورد (Ec) حباب-ذره بر ثابت نرخ فلوتاسیون (k). ۷۵
- شکل ۴-۱۸: رابطه بین عیار مس در کنسانتره، بازیابی و ثابت سینیتیک فلوتاسیون مس سولفیدی. ۷۷
- شکل ۴-۱۹: مقایسه نتایج فلوتاسیون کوارتز و مس سولفیدی. ۷۸

فهرست جدول‌ها

جدول ۳-۱: شرایط ثابت فلوتاسیون ستونی استفاده شده در این تحقیق.....	۳۷
جدول ۳-۲: نتایج آنالیز نیمه کمی XRD نمونه سیلیس.....	۳۸
جدول ۳-۳: نتایج آنالیز نیمه کمی XRD نمونه مس سولفیدی.....	۳۸
جدول ۳-۴: مواد شیمیایی و شرایط مورد استفاده برای فلوتاسیون کوارتز و مس سولفیدی.....	۳۸
جدول ۳-۵: خلاصه طراحی آزمایشها برای فلوتاسیون کوارتز و مس سولفیدی.....	۴۰
جدول ۳-۶: مدل‌های مختلف استفاده شده برای مدلسازی BSD.....	۴۶
جدول ۴-۱: پارامترهای BSD و بازیابی فلوتاسیون کوارتز.....	۵۰
جدول ۴-۲: خلاصه نتایج آنالیز واریانس برای R , d_{32} , μ و σ	۵۱
جدول ۴-۳: خلاصه نتایج روش مقایسه توکی برای R , d_{32} , μ و σ	۵۱
جدول ۴-۴: نتایج آزمایشگاهی پارامترهای هیدرودینامیکی.....	۵۹
جدول ۴-۵: خلاصه نتایج آنالیز واریانس برای k , E_g , Ib_2 و S_b	۵۹
جدول ۴-۶: خلاصه نتایج روش مقایسه توکی برای k , E_g , Ib_2 و S_b	۶۰
جدول ۴-۷: مدل‌های محاسبه E_c , E_a , θ_m و t_i (Nguyen, Anh V. Schulz, 2004).....	۶۷
جدول ۴-۸: پارامترهای استفاده شده برای محاسبات E_c , E_a , θ_m و t_i (Nguyen, Anh V. Schulz, 2004).....	۶۸
جدول ۴-۹: مقادیر E_c , E_a , θ_m و U برای حباب با سطح متحرک و با سطح ثابت.....	۶۹
جدول ۴-۱۰: خلاصه نتایج آنالیز واریانس E_c , E_a و θ_m برای حباب با سطح متحرک و حباب با سطح ثابت.....	۷۱
جدول ۴-۱۱: خلاصه نتایج روش مقایسه توکی E_c , E_a و θ_m برای حباب با سطح متحرک و حباب با سطح ثابت.....	۷۱
جدول ۴-۱۲: نتایج فلوتاسیون مس سولفیدی.....	۷۶
جدول ۵-۱: لیست مقاله‌های مستخرج از رساله.....	۸۲
جدول پیوست-۱: نتایج آنالیز واریانس برای a , R , b , d_{32} , c , μ و d	۹۴
جدول پیوست-۲: نتایج روش مقایسه توکی برای a , R , b , d_{32} , c , μ و d	۹۵
جدول پیوست-۳: نتایج آنالیز واریانس برای a , k , b , E_g , c , Ib_2 و d	۹۶
جدول پیوست-۴: نتایج روش مقایسه توکی برای a , k , b , E_g , c , Ib_2 و d	۹۷
جدول پیوست-۵: آنالیزهای آماری برای a , E_c حباب با سطح متحرک و b حباب با سطح ثابت.....	۹۸
جدول پیوست-۶: آنالیزهای آماری برای θ_m , a حباب با سطح متحرک و b حباب با سطح ثابت.....	۹۹
جدول پیوست-۷: آنالیزهای آماری برای E_a , a حباب با سطح متحرک و b حباب با سطح ثابت.....	۱۰۰
جدول پیوست-۸: نتایج آزمایشگاهی به دست آمده در این پژوهش (Panjipour et al., 2021a, 2021b).....	۱۰۲
جدول پیوست-۹: نتایج آزمایشگاهی وزیری زاده (۲۰۱۵) (Vazirizadeh, 2015).....	۱۰۳
جدول پیوست-۱۰: نتایج آزمایشگاهی مسینایی و همکاران (۲۰۰۹) (Massinaei et al., 2009).....	۱۰۴
جدول پیوست-۱۱: نتایج آزمایشگاهی گوراین و همکاران (۱۹۹۷) (Gorain et al., 1997).....	۱۰۴

۱- کلیات

۱-۱ مقدمه

فلوتاسیون یکی از روش‌های فرآوری مواد معدنی است که کانی‌ها را بر اساس خاصیت آبرانی^۱ آنها جدا می‌کند. به عبارتی دیگر، فلوتاسیون یک روش فیزیکی-شیمیایی برای جداسازی ذرات آبران^۲ از ذرات آبگریز^۳ در یک محلول آبی با استفاده از حباب‌های هوا است. در این روش، ذرات آبران به حباب‌های هوای در حال صعود می‌چسبند و به بخش کنسانتره سلول فلوتاسیون منتقل می‌شوند. از طرفی، ذرات آبدوست به حباب‌های هوا نمی‌چسبند و در نهایت در کف ستون فلوتاسیون ته‌نشین و به عنوان باطله از ستون جدا می‌شوند (J. Leja, 1982). سلول فلوتاسیون ستونی در اوایل دهه پنجاه میلادی برای اولین بار مطرح شد ولی به دلیل مشکلات عملیاتی در صنعت مورد استفاده قرار نگرفت. در چند دهه اخیر از سلول فلوتاسیون ستونی برای فرآوری اکثر مواد معدنی و حتی مرکب زدایی از کاغذهای باطله به طور گسترده استفاده شده است. حجم حباب درون سلول فلوتاسیون با استفاده از شرایط هیدرودینامیکی تعیین می‌شود که بر روی کارایی فلوتاسیون تأثیرگذار است (Finch and Dobby, 1990).

در مورد فلوتاسیون ستونی، فرآیند شامل تزریق حباب‌های هوا به درون یک ظرف ستونی (معمولاً ۱۲ تا ۱۴ متر ارتفاع) می‌باشد که پالپ ماده معدنی در محدوده ۲ متر بالای ستون وارد ستون می‌شود. هوا از طریق حباب‌ساز (معمولاً اسپارجر^۴) از پایین ستون به داخل آن تزریق می‌شود. قبل از وارد شدن هوا به ستون فلوتاسیون، پالپ با مواد شیمیایی به نام کلکتور^۵ که باعث آبرانی انتخابی کانی‌ها می‌شود، واکنش می‌دهد (ذرات تحریک به اتصال به حباب‌ها می‌شوند). ذراتی که سطحشان آبران می‌شود، در نهایت با حباب‌های هوا بالا می‌آیند. این توده‌های حباب-ذره به بالای ستون حرکت می‌کنند و یک فاز کف غنی از کانی‌های انتخابی را تشکیل می‌دهند. کف شناور شده در بالای ستون (معمولاً محصولات با ارزش) کنسانتره نامیده می‌شود. ذرات کانی آبدوست که به حباب‌های هوا نمی‌چسبند، ته‌نشین می‌شوند و از قسمت پایین ستون خارج شده و باطله را تشکیل می‌دهند (Finch and Dobby, 1990; J. Leja, 1982).

واکنش بین حباب‌های در حال صعود با ذرات در مرکز فرآیند فلوتاسیون می‌باشد. از این رو، یکی از راه‌های بهبود بخشیدن کارایی فرآیند فلوتاسیون، قطعاً سازگار کردن توزیع اندازه حباب^۶ (BSD) با اندازه ذرات است. به هر حال به کارگیری این استراتژی نیازمند اندازه‌گیری و کنترل دقیق توزیع اندازه حباب می‌باشد (Banisi et al., 1995a).

به طور کلی سه هدف اصلی اجرای یک فلوتاسیون ستونی شامل: (۱) تثبیت کارایی مدار (۲) دستیابی به نقطه هدف عیار و بازیابی مورد نظر و (۳) به حداکثر رساندن کارایی اقتصادی مدار، است (Banisi et al., 1995b).

¹ Hydrophobicity
² Hydrophobe

³ Hydrophile
⁴ Sparger

⁵ Collector
⁶ Bubble size distribution

۱-۲ اصول فلوتاسیون

فلوتاسیون با استفاده از کف، یک روش جداسازی کانی بر اساس اختلاف مشخصات آب گریزی انواع مختلف کانی در یک محیط آبی است که ذرات آبران به حباب‌ها می‌چسبند. حباب‌ها در پایین ظرف جداسازی تزریق می‌شوند. در نتیجه، وزن مخصوص آنها پایین آمده و توده‌های حباب-ذره تا سطح ظرف بالا می‌روند. ذرات آبدوست که به طور کامل مرطوب می‌شوند، درون ظرف باقی مانده و از پایین ظرف خارج می‌شوند. امکان استفاده از مواد شیمیایی به منظور انتخابی کردن خواص سطحی کانی‌ها وجود دارد. بنابراین کانی‌ها برای جداسازی به آبرانی نیاز دارند. برخی از موارد جداسازی، جداسازی کانی سولفیدی از گانگ سیلیکاته، جداسازی زغال از خاکستر و حذف سیلیکات از کانه آهن می‌باشد. فلوتاسیون همچنین در زمینه‌های دیگر مانند بازیافت کاغذها که در این فرآیند، جوهر (کربن) از پالپ کاغذ جدا می‌شود، کاربرد دارد. همچنین در جداسازی نفت از ماسه‌های قیری استفاده می‌شود به طوری که نفت (کربن) از ماسه (گانگ سیلیکاته) جدا می‌شود. فلوتاسیون به خصوص برای فرآوری کانه‌های با ذرات ریز که قابلیت جداسازی با دیگر روش‌های فیزیکی مانند روش ثقلی یا مغناطیسی را ندارند، مناسب است.

۱-۳ معرف‌های فلوتاسیون^۱

کانی‌ها به ندرت به صورت طبیعی برای فلوتاسیون مناسب هستند، زیرا کانی‌ها معمولاً به طور طبیعی آبدوست می‌باشند. در این بین استثناهایی (کانی‌های با آبرانی طبیعی) از جمله، مشتقات زغال و کربن (مانند: نفت، الماس، گرافیت)، سولفور، مولیبدنیت و تالک را می‌توان ذکر کرد. با توجه به این، معرف‌های شیمیایی برای آبران کردن کانی آبدوست مورد نظر (با ارزش) و همچنین برای حفظ مشخصات کف، به کار می‌روند (Finch and Dobby, 1990).

۱-۳-۱ کلکتورها^۲

کلکتورها اتصال انتخابی ذرات را بر روی سطح حباب کنترل می‌کنند. آنها به صورت یک لایه بر روی سطح ذره تشکیل می‌شوند که اساساً باعث تشکیل یک پوشش نازک هیدروکربنی غیر قطبی آبران می‌شود و سطح کانی را آبران می‌کند. انتخاب صحیح کلکتور برای جداسازی با کارایی بالا در فلوتاسیون مهم است. به طور کلی کلکتورها بر اساس بار یونی طبقه‌بندی شده‌اند. آنها می‌توانند، آنیونی^۳، کاتیونی^۴ و یا غیریونی^۵ باشند. کلکتورهای آنیونی و کاتیونی شامل یک بخش قطبی هستند که به طور انتخابی به سطح کانی می‌چسبند و یک بخش غیر قطبی (آلی) دارند که در سمت بیرونی ذره و به درون محلول قرار دارد و باعث آبرانی ذره می‌شود. کلکتورهای غیریونی مانند، روغن‌های هیدروکربنی و گریس، به سطح متصل می‌شوند و یک پوشش

¹ Reagents

² Collector

³ Anionic

⁴ Cationic

⁵ Non-ionic

فیزیکی آبران را به وجود می‌آورند. کلکتورها هم می‌توانند یک پوشش شیمیایی بر روی سطح کانی به وجود آورند و هم می‌توانند از طریق نیروهای فیزیکی به سطح متصل شوند (J. Leja, 1982; Phan et al., 2003). در رابطه با پوشش شیمیایی، یون‌ها یا مولکول‌های محلول، تحت یک واکنش شیمیایی با سطح قرار می‌گیرند و یک پیوند قوی به وجود می‌آورند. این فرآیند به شدت سطح طبیعی را دچار تغییر می‌کند. این نوع از کلکتورها قدرت انتخابی بالایی دارند. در بین آنها گزینش‌ها^۱ بیشترین مصرف را برای فلوتاسیون کانی‌های سولفیدی دارند (J. Leja, 1982).

در مورد پوشش فیزیکی یون‌ها یا مولکول‌ها، به طور برگشت‌پذیری با سطح، پیوند برقرار می‌کنند. اتصال به خاطر جذب الکترواستاتیکی یا پیوندهای واندروالس می‌باشد. این کلکتورها اگر شرایط تغییر کند (مانند تغییرات pH یا ترکیب محلول) می‌توانند جذب سطح شوند. کلکتورهای با پوشش فیزیکی، قدرت انتخابی پایین‌تری نسبت به کلکتورهای شیمیایی دارند. به طور که آنها ممکن است جذب هر سطحی که دارای بار الکتریکی یا درجه‌ای از آبرانی است، شوند. نمونه‌های معمول این نوع کلکتورها، نمک اسیدهای چرب^۲ مانند سدیم اولئات^۳، نمک سدیم^۴ و اسید اولئیک^۵ می‌باشند (Phan et al., 2003; Plackowski et al., 2012).

۱-۳-۲ تنظیم‌کننده‌ها^۶

تنظیم‌کننده‌ها معرف‌های شیمیایی برای تغییر اتصال کلکتور به سطح کانی هستند. که به دو گروه تقسیم می‌شوند: (۱) فعال‌کننده‌ها، که باعث افزایش جذب کلکتور بر روی سطح ماده معدنی می‌شوند، (۲) بازداشت‌کننده‌ها، که مانع جذب کلکتور بر روی سطح کانی می‌شوند و (۳) تنظیم‌کننده‌های pH (Finch and Dobby, 1990; J. Leja, 1982).

شاید تنظیم‌کننده‌های pH ساده‌ترین تنظیم‌کننده‌ها باشند زیرا خصوصیات سطح بیشتر کانی‌ها با تنظیم pH کنترل می‌شود. برای مثال کانی‌های با بار منفی تحت شرایط قلیایی و کانی‌های با بار سطح مثبت تحت شرایط اسیدی می‌باشند. از آنجایی که تغییر هر کانی از بار منفی به مثبت در pH خاصی اتفاق می‌افتد، از این رو کنترل درجه جذب کلکتورها به سطوح، به راحتی امکان‌پذیر است. اسیدها برای کاهش pH و مواد قلیایی مانند آهک (CaO) یا Ca(OH)_2 برای افزایش pH استفاده می‌شوند. پیریت را می‌توان از کالکوپیریت با استفاده از تنظیم pH، جدا کرد (Vazirizadeh et al., 2014).

با حضور فعال‌کننده‌ها احتمال اتصال انتخابی افزایش می‌یابد. یعنی فعال‌کننده‌ها وظیفه جمع‌آوری را تسهیل می‌بخشند. یک مثال کلاسیک از یک فعال‌کننده، استفاده از سولفات مس به عنوان فعال‌کننده فلوتاسیون اسفالریت (ZnS) با کلکتور گزینش‌ها^۱ می‌باشد. یون‌های مس جایگزین یون‌های روی در سطح کانی می‌شوند و

¹ Xanthate

² Fatty acid salts

³ Sodium oleate

⁴ Sodium salt

⁵ Oleic acid

⁶ Modifiers

گزنتات کارآیی بیشتری را بر روی سطح مس دارد که باعث آبرانی اسفالریت می‌شود (Finch and Dobby, 1990).

بازداشت کننده‌ها باعث جلوگیری از اتصال کلکتورها به سطوح کانی‌ها می‌شوند و در نتیجه اثری عکس فعال کننده‌ها را نشان می‌دهند. به عنوان مثال، از یون‌های سیانید به عنوان یک بازداشت کننده خاص برای پیریت (FeS_2) در طی فلوتاسیون کانی‌های سولفیدی، استفاده می‌شود (J. Leja, 1982).

۱-۳-۳ کف سازها^۱

کف سازها موادی هستند که در فصل مشترک آب-هوا تأثیرگذار هستند. نقش عمده آنها کنترل ابعادی حباب‌های هوای موجود در محیطی متشکل از سه فاز، کمک به جمع آوری ذرات جامد در فصل مشترک ذره-آب و تشکیل یک فاز کف در بخش بالایی سلول فلوتاسیون می‌باشد (Plackowski et al., 2012).

حباب‌هایی که در سلول‌های فلوتاسیون به روش‌های مختلف تولید می‌شوند، در غیاب کف‌سازها دارای ابعادی با دامنه تغییرات نسبتاً زیاد هستند. در شرایط هیدرولیکی معمولی ماشین‌های فلوتاسیون می‌توان ابعاد آنها را بین ۰/۵ تا ۳ میلی متر در نظر گرفت. علاوه بر این، حباب‌ها تمایل زیادی به چسبیدن به یکدیگر دارند که خود باعث افزایش ابعاد آنها و در نتیجه کاهش تعداد آنها در واحد حجم پالپ می‌شود. در حضور یک کف‌ساز، حباب‌های هوا کوچکتر بوده و دارای ابعادی بین ۰/۱ تا ۱ میلی متر یا به طور متوسط ۰/۵ میلی متر هستند. این حباب‌ها در لایه ایجاد شده و در سطح سلول می‌توانند به تدریج به یکدیگر بپیوندند و تشکیل حباب‌های خیلی بزرگ را بدهند. حباب‌های ایجاد شده در غیاب کف‌سازها، دارای شکل تقریباً آئروپدینامیکی هستند، حال آنکه حباب‌هایی که در حضور کف سازها ایجاد می‌شوند دارای شکلی نزدیک به کره هستند و لذا در حجم مساوی دارای سرعت صعود کمتری هستند. معمول‌ترین کف سازهای مورد استفاده در صنایع شامل: MIBC (متیل ایزوبوتیل کربینول)، روغن کاج^۲، اسیدهای کرزلیک^۳، TEB (تری اتوکسی بوتان) و .. می باشند (Vazirizadeh, 2015).

۱-۴ برهمکنش حباب-ذره

اساس مکانیزم جداسازی در فلوتاسیون، آبرانی است به طوری که قابلیت اتصال یک ذره به حباب هوا بعد از برخورد می‌باشد. اما این مکانیزم جداسازی کامل نیست زیرا برخی از ذرات ناخواسته (با درجه آزادی پایین) ممکن است به حباب‌ها متصل شوند یا در فضای بین حباب‌ها قرار بگیرند و وارد بخش کف شوند. در مقابل، برخی از ذرات آبران ممکن است از حباب‌های هوا در حین انتقال توده‌های حباب-ذره به بخش کف و یا به علت به هم چسبیدگی حباب‌ها، جدا شوند و به بخش پالپ برگردند. همچنین برخی از ذرات آبران به دلیل

¹ Frothers

² Pine oil

³ Cresylic acids

اندازه (خیلی کوچک یا خیلی بزرگ) و یا تعداد حباب‌های موجود (مقدار سطح حباب)، به حباب‌ها متصل نمی‌شوند (Phan et al., 2003; Plackowski et al., 2012).

در یک دستگاه فلوئاسیون، یک ذره کانی توسط یکی از دو مکانیزم اصلی به دست می‌آید: (۱) اتصال حباب-ذره به علت آبرانی سطح ذرات و یا (۲) دنباله‌روی ذرات درون فضای بین حباب‌ها و لایه مرزی که به آبرانی ذرات بستگی ندارد (Banisi et al., 1995a, 1995b).

جمع‌آوری ذرات به علت برخورد حباب-ذره اتفاق می‌افتد و ذرات آبران به سطح حباب‌های هوا متصل می‌شوند. کارایی هر دو مرحله (برخورد و اتصال)، بازده نهایی فلوئاسیون را نتیجه می‌دهد. با این حال، یک فرآیند کوچک به نام جدا شدن وجود دارد که باید در نظر گرفته شود. جدا شدن زمانی اتفاق می‌افتد که حباب-ذره به وسیله آشفتگی یا به هم آمیختگی مختل شود. در نتیجه کارایی جمع‌آوری، E_k ، به صورت زیر محاسبه می‌شود (Zhou et al., 2019a):

$$E_k = E_c E_a (1 - P_d) \quad (1-1)$$

به طوری که E_c کارایی برخورد، E_a کارایی اتصال و P_d احتمال جدا شدن می‌باشد.

۱-۵ دستگاه‌های فلوئاسیون

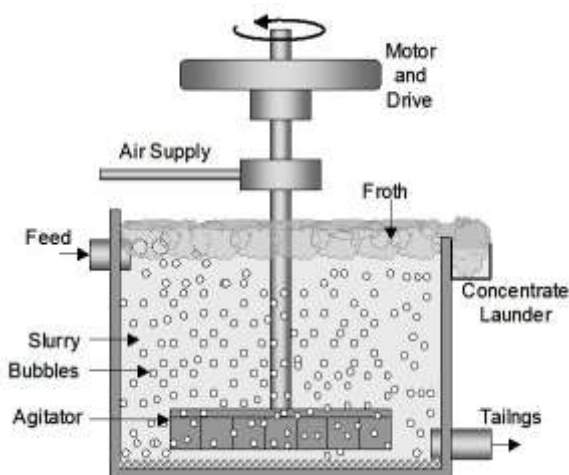
فرآیند فلوئاسیون در یک سلول فلوئاسیون با دو مکانیزم اصلی انجام می‌شود: حفظ پالپ در حالت تعلیق و تزریق حباب‌های هوا. دو دستگاه اصلی برای عملیات فلوئاسیون صنعتی که به خوبی مورد قبول واقع شده‌اند شامل، ستون‌های فلوئاسیون (و دیگر دستگاه‌های مشابه) و سلول‌های مکانیکی هستند. سلول‌های مکانیکی معمولاً به صورت مجموعه‌هایی از سلول‌های متصل به هم برای داشتن یک زمان ماند مناسب و بازیابی حداکثری، به کار برده می‌شوند. در نتیجه هر کدام از این مجموعه‌ها دارای اهداف ویژه‌ای برای عیار کنسانتره و بازیابی هستند که هر مدار فلوئاسیون قادر به دستیابی به متالورژی مطلوب (محصول) می‌باشد (Finch and Dobby, 1990).

۱-۵-۱ سلول‌های مکانیکی

یک دستگاه فلوئاسیون مکانیکی معمولاً یک مخزن استوانه‌ای یا مستطیلی همزن‌دار می‌باشد. کار همزن مخلوط کردن پالپ برای معلق نگه داشتن ذرات است و هوا نیز به صورت حباب‌های ریز تزریق می‌شود که شرایطی برای برخوردهای حباب-ذره به وجود می‌آید. لازم به ذکر است که سلول‌های مکانیکی هم به صورت

خود هواده (بدون کنترل نرخ هوادهی) و هم با کنترل هوای فشرده کار می‌کنند. توده‌های شکل گرفته حباب-ذره از سلول بالا می‌آیند و درون یک محفظه شستشو وارد می‌شوند. اسپری آب در بالای دستگاه باعث می‌شود که ذرات ناخواسته بالا آمده دوباره به پایین برگردند. ذراتی که به حباب‌های هوا متصل نشده‌اند از پایین سلول تخلیه می‌شوند (Vera et al., 1999).

یک سلول مکانیکی برای فلوتاسیون مؤثر نیاز به ایجاد سه ناحیه هیدرودینامیکی دارد. منطقه نزدیک به همزن شامل، منطقه آشفته مورد نیاز برای تعلیق ذرات، پراکندگی گاز و برخورد حباب-ذره می‌باشد. بالاتر از ناحیه آشفته، یک ناحیه خلأ وجود دارد که توده‌های حباب-ذره در یک ناحیه با آشفته‌گی کمتر حرکت می‌کنند. این منطقه همچنین کمک می‌کند تا مقدار کانی‌های باطله که ممکن است وارد شده باشند به صورت مکانیکی، کاهش یابند. ناحیه سوم در بالای ناحیه خلأ وجود دارد که بخش کف می‌باشد. به طوری که یک مرحله پاکسازی حباب‌ها به هم آمیختگی و دیگر پدیده‌ها، وجود دارد (Fuerstenau, M.C.; Jameson, G.; Yoon, 2007). شکل ۱-۱ شماتیک سلول مکانیکی را نشان می‌دهد.



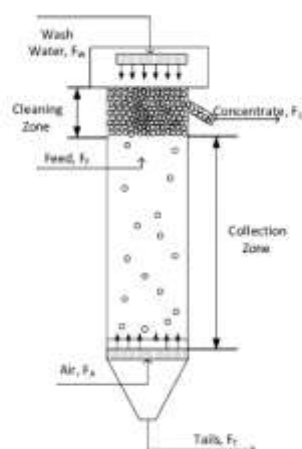
شکل ۱-۱: شماتیک سلول فلوتاسیون مکانیکی (Fuerstenau, M.C.; Jameson, G.; Yoon, 2007).

۱-۵-۲ ستون‌های فلوتاسیون^۱

یک ستون فلوتاسیون به طور معمول یک استوانه بلند عمودی است که قطعات متحرک (همزن) ندارد. با پالپ ماده معدنی خوراک دهی می‌شود (یک سوم بالای ستون)، حباب‌های هوا (همیشه با کنترل هوای فشرده تولید می‌شوند) در پایین ستون تزریق می‌شوند. این حباب‌های هوا بالا می‌آیند و با جریان پالپ روبه پایین مواجه می‌شوند، به این صورت ذرات آبران موجود در پالپ قادر به اتصال به حباب‌های هوا می‌شوند. توده‌های حباب-ذره شکل گرفته با توجه به اثر شناوری حباب‌ها، به سمت بالا منتقل می‌شوند. ناحیه‌ای که این فرآیند

¹ Column flotation

در آن انجام می‌شود، ناحیه جمع‌آوری نامیده می‌شود که مربوط ۷۵ تا ۹۰ درصد کل ارتفاع ستون می‌باشد. ذرات آبدوست و برخی از ذرات آبران جمع‌آوری نشده، به سمت پایین حرکت می‌کنند و در نهایت از خروجی باطله در پایین ستون تخلیه می‌شوند. توده‌های حباب-ذره در قسمت بالای ستون قبل از سر ریز شدن به عنوان کنسانتره جمع‌آوری می‌شوند. این ناحیه که از سطح مشترک پالپ-کف تا قسمت بالای ستون است، ناحیه کف یا شستشو نامیده می‌شود. ضخامت آن معمولاً بین ۱۰ تا ۲۵ درصد کل ارتفاع ستون می‌باشد. اگرچه در کاربردهای خاص، ارتفاع آن می‌تواند تا ۴۰ سانتی‌متر هم کم شود (Zheng, 2001). شکل ۱-۲ شماتیک یک سلول فلوتاسیون را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۲: شماتیک سلول فلوتاسیون ستونی (Zheng, 2001).

۱-۵-۳ سیستم‌های تولید حباب

اندازه حباب‌ها به طور معمول توسط نوع کف‌ساز و سیستم حباب‌ساز تا حدودی کنترل می‌شود. سیستم تولید حباب ویژگی دیگری دارد که ستون‌های فلوتاسیون را از سلول‌های مکانیکی متمایز می‌کند. در رابطه با ستون‌های فلوتاسیون معمولاً برای تولید حباب از اسپارجرهای داخلی در پایین دستگاه استفاده می‌شود. دو نوع اسپارجر داخلی وجود دارد: اسپارجرهای متخلخل و اسپارجرهای با یک یا چند نازل (Finch and Dobby, 1990). به طوری که نوع اول در مقیاس آزمایشگاهی استفاده می‌شود و نوع دوم بیشتر در مقیاس صنعتی به کار می‌رود. یک نوع از ستون‌های جداسازی وجود دارد که گاز و پالپ با شدت به یک بخش خارجی (راکتور) با زمان ماند خیلی کوتاه برخورد می‌کند. سپس پالپ هوادهی شده از یک بخش خنثی عبور می‌کند (جداسازی) که در آن حباب‌ها از ذرات باطله جدا می‌شوند. هر جریان از یک خروجی متفاوت خارج می‌شود. مقدار پالپ ورودی به اسپارجر معمولاً کسر کوچکی از نرخ جریان باطله است (حدود ۱۰ درصد) (Massinaei et al., 2009).

در سلول‌های مکانیکی، هوا از طریق یک لوله در اطراف شفت همزن، وارد دستگاه می‌شود. چرخش همزن باعث ایجاد یک منطقه برشی می‌شود که هوای ورودی را پراکنده می‌کند و باعث ایجاد حباب می‌شود. حباب‌ها در قسمت‌های خارجی همزن قرار می‌گیرند و در سراسر مخلوط جامد و مایع پراکنده می‌شوند (Fuerstenau, M.C.; Jameson, G.; Yoon, 2007).

۱-۶ مدل‌سازی فلو تاسیون

تاکنون یک راه حل جامع برای توضیح کارایی یک جداسازی ارائه نشده است، اما شاخص‌های متعددی برای ارزیابی کیفیت فرآیند فلو تاسیون وجود دارد که معمول‌ترین آنها عبارتند از: نسبت غنی‌سازی^۱، نسبت پرعیارسازی^۲، درصد بازیابی^۳، منحنی عیار-بازیابی^۴ و ظرفیت حمل^۵ (Vazirizadeh, 2015).

۱-۶-۱ مدل‌سازی ثابت سینتیک

در مدل‌سازی فرآیند فلو تاسیون، دو دیدگاه کلی وجود دارد: (۱) مدل‌سازی تجربی^۶ و (۲) مدل‌سازی پدیده شناختی^۷. در مدل‌های تجربی، برای رابطه بین متغیرهای ورودی و خروجی از معادلات ریاضی مناسب استفاده می‌شود. از روش‌های آماری برای تعریف متغیرهای وابسته و مستقل و تخمین پارامترهای برازش منحنی، استفاده می‌شوند. پارامترهای به دست آمده لزوماً هر شرایط فیزیکی را توصیف نمی‌کنند و فقط برای شرایط محدود، معتبر هستند (Vazirizadeh, 2015; Zheng, 2001).

مدل‌سازی پدیده شناختی، دلایل و اثرات مربوط به شرایط فیزیکی و شیمیایی فرآیند را توصیف می‌کند. مدل‌های پدیده شناختی به سه دسته اصلی تقسیم می‌شوند: مدل‌های سینتیکی^۸، احتمالاتی^۹ و موازنه جمعیت^{۱۰}. مدل‌های احتمالاتی بر اساس برخی فرآیندهای فرعی مانند: برخورد، اتصال و جداسازی بین حباب و ذره هستند؛ همچنین می‌توانند به عنوان یک پل بین مدل‌های میکرو و ماکرو استفاده شوند. مدل‌های سینتیکی از مقایسه راکتورهای شیمیایی استفاده می‌کنند و فلو تاسیون را به عنوان یک واکنش بین حباب‌ها و ذرات در نظر می‌گیرند (Polat and Chander, 2000). یک درک خوب از شرایط اختلاط در فرآیند فلو تاسیون، نیازمند یک مدل سینتیکی قابل اطمینان است. به عنوان مثال شرایط اختلاط در یک ستون آزمایشگاهی (قطر ۵ سانتی‌متر)، نزدیک به الگوی جریان پیستونی^{۱۱} است، در حالی که ستون‌های صنعتی الگوی جریانی بین جریان پیستونی و مخلوط کننده کامل^{۱۲} را دارند (Finch and Dobby, 1990; Yianatos and Bergh, 1992).

¹ Enrichment ratio

² Ratio of concentration

³ Percent recovery

⁴ Grade-recovery curves

⁵ Carrying capacity

⁶ Empirical modeling

⁷ Phenomenological modeling

⁸ Kinetic models

⁹ Probabilistic models

¹⁰ Population balance models

¹¹ Plug flow pattern

¹² Perfect mixing pattern

برای وضعیتی که حباب‌های هوا به همراه ذرات جامد با غلظت C_p در ستون فلوتاسیون به سمت بالا حرکت می‌کنند، کارآیی جمع‌آوری برابر E_k است، با فرض حجم مکعبی آب با ابعاد جانبی L ، کارآیی جمع‌آوری ذرات با استفاده از ابعاد حباب‌ها (d_p)، بیان می‌شود. در نرخ گاز Q_g و سرعت لغزش U_{sg} (سرعت گاز نسبت به سرعت پالپ)، داریم (Finch and Dobby, 1990):

$$L^3 \frac{dC_p}{dt} = \left[\frac{\pi d_b^2}{4} \times U_{sg} C_p E_k \right] \times \left[\frac{Q_g}{\pi \times \frac{d_b^3}{6}} \times \frac{L}{U_{sg}} \right] \quad (2-1)$$

بعد از نادیده گرفتن برخی از پارامترها، معادله ۳-۱ حاصل شده است.

$$\frac{dC_p}{dt} = \frac{1.5 J_g E_k}{d_b} C_p \quad (3-1)$$

به طوری که برابر با $J_g = \frac{Q_g}{L^2}$ می‌باشد.

رابطه ۳-۱ معادل توضیح فرآیند با نرخ مرتبه اول است. به طوری که ثابت نرخ مرتبه اول به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$k_c = \frac{1.5 J_g E_k}{d_b} \quad (4-1)$$

به خوبی پذیرفته شده است که فرآیند فلوتاسیون از سینتیک مرتبه اول پیروی می‌کند و با توجه به غلظت مواد شناور شده (C) با رابطه ۵-۱ نشان داده می‌شود:

$$\frac{dC}{dt} = -K \times C \quad (5-1)$$

با توجه تعریف بازیابی و ساده سازی‌های صورت گرفته می‌توان عبارت‌های زیر را برای شرایط جریان پیستونی (رابطه ۶-۱) و شرایط جریان مخلوط کامل (رابطه ۷-۱) به دست آورد:

$$R = (1 - e^{-k_c \tau}) \quad (۶-۱)$$

$$R = \frac{k_c \tau}{1 + k_c \tau} \quad (۷-۱)$$

در روابط بالا، τ زمان ماند میانگین ذرات است. رابطه (۶-۱) برای جریان پیستونی و رابطه (۷-۱) برای جریان مخلوط کامل نشان می‌دهند که افزایش ثابت سینتیک منجر به افزایش بازیابی می‌شود.

در رابطه با جریان پیستونی (یا یک فرآیند فلوتاسیون ناپیوسته)، رابطه (۶-۱) همیشه ثابت است و ثابت سینتیک تغییر می‌کند. با این حال در شرایط فلوتاسیون واقعی اندازه ذرات و اندازه حباب‌ها به عنوان یک توزیع جمعیتی وجود دارند که منجر به بررسی مناسب توزیع ثابت سینتیک برای مدلسازی فلوتاسیون می‌شود. همچنین ممکن است که فلوتاسیون صنعتی رفتاری مرکب را نشان دهد که نه جریان پیستونی و نه جریان مخلوط کامل باشد. در این صورت باید توزیع زمان ماند از طریق آزمایش‌های ردیاب به دست آید. با توجه به این پولیت^۱ و چاندر^۲ (۲۰۰۰)، فرم کلی رابطه (۶-۱) را به صورت زیر به کار برده‌اند (Polat and Chander, 2000):

$$\frac{R}{R_{\infty}} = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (1 - e^{-kt}) \times F(k) \times E(t) \times dk \times dt \quad (۸-۱)$$

R بازیابی کانی در زمان t و R_{∞} بازیابی نهایی کانی در زمان بی‌نهایت است. $E(t)$ تابع توزیع زمان ماند و $F(k)$ تابع توزیع ثابت سینتیک برای فرآیندهای پیوسته می‌باشد. از آنجایی که هم توزیع ثابت سینتیک و هم توزیع زمان ماند در نظر گرفته شده است، رابطه (۸-۱) مناسب‌تر می‌باشد.

۱-۶-۲ اندازه‌گیری توزیع زمان ماند^۳

یکی از رایج‌ترین روش‌ها برای تعیین توزیع زمان ماند (RTD) در سیستم‌های پالپ یا مایع، تزریق مقدار معینی ردیاب (مایع یا جامد) در خوراک ورودی و اندازه‌گیری غلظت آن در جریان خروجی به عنوان تابعی از زمان، می‌باشد. زمان ماند میانگین می‌تواند بر اساس تغییرات ردیاب در گذشت زمان، محاسبه شود (Yianatos et al., 2017):

¹ Polat

² chander

³ Residence time distribution

$$\tau_{experimental} = \frac{\int t \cdot C(t) \cdot dt}{\int C(t) dt} \cong \frac{\sum_i t_i \cdot C_i}{\sum_i C_i} \quad (9-1)$$

به طوری که $\tau_{experimental}$ زمان ماند میانگین (دقیقه) و $C(t)$ غلظت ردیاب در زمان t می باشد. زمان ماند میانگین قابل پیش بینی به راحتی از رابطه (۱۰-۱) به دست می آید:

$$\tau_{expected} = \frac{V_{eff}}{Q} \quad (10-1)$$

V_{eff} حجم مؤثر سلول (ناحیه جمع آوری بدون گاز) می باشد (متر مکعب) و Q نرخ جریان خوراک است (متر مکعب بر ساعت).

۷-۱ مشخصات پراکندگی گاز

مشخصات پراکندگی گاز به عنوان یکی از ویژگی های کلیدی فرآیند فلوتاسیون اثبات شده اند. در بین آنها بیشترین اهمیت مربوط به: ماندگی گاز^۱، سرعت ظاهری گاز^۲، توزیع اندازه حباب^۳ و شار سطح جریان حباب^۴ می باشد. مورد آخر توجه زیادی را به خود جلب کرده است و نشان داده شده است که به صورت خطی با ثابت نرخ فلوتاسیون و ظرفیت حمل حباب وابستگی دارد که هر دو با کارایی فلوتاسیون مرتبط هستند (Gorain et al., 1999).

۱-۷-۱ ماندگی گاز (ε_g)

ماندگی گاز عبارت است از کسری از حجم پالپ که توسط گاز پر می شود. که برای یک بخش مشخص از ستون می توان از رابطه (۱۱-۱) ماندگی گاز را محاسبه کرد:

$$\varepsilon_g = \frac{V_b}{V_p} \quad (11-1)$$

V_b حجم کل حباب ها و V_p حجم پالپ هوادهی شده می باشد. مقدار ماندگی گاز به شدت بستگی به مقادیر نرخ گاز و اندازه حباب دارد (Gorain et al., 1999).

¹ Gas hold-up

² Superficial gas velocity

³ Bubble size distribution

⁴ Bubble surface area flux

۲-۷-۱ سرعت ظاهری گاز (J_g)

نرخ جریان حجمی گاز (سانتی متر مکعب بر ثانیه) تقسیم بر مساحت سطح مقطع ستون (سانتی متر مربع) می باشد. به طوری که:

$$J_g = \frac{Q_g}{A} \quad (۱۲-۱)$$

به طوری که Q_g نرخ جریان حجمی گاز و A مساحت سطح مقطع ستون می باشد. برای دستگاه های فلوتاسیون، توصیه شده است که مقدار J_g باید بین ۱ تا ۲ سانتی متر بر ثانیه باشد (Finch and Dobby, 1990).

۳-۷-۱ شار سطح جریان حباب (S_b)

شار سطح جریان حباب (S_b) به صورت زیر تعریف می شود:

مساحت سطح مقطع ستون / مساحت سطح حباب های تولید شده در واحد زمان $S_b =$

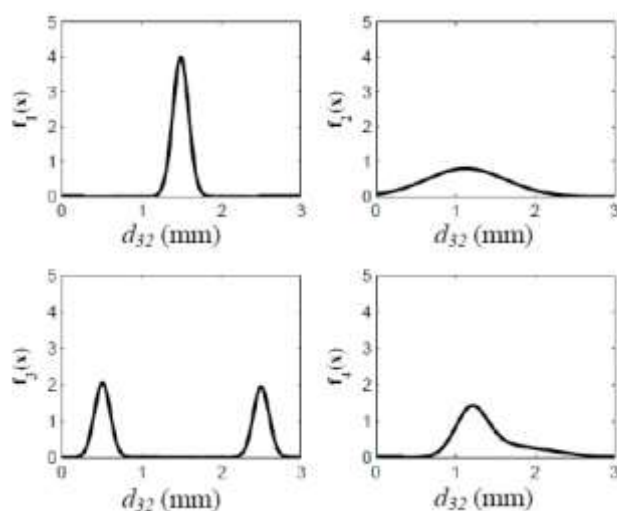
مدل های آزمایشگاهی مختلفی برای S_b ارائه شده است که در فصل بعد بیشتر مورد بررسی قرار خواهد گرفت (Finch et al., 2000; Gorain et al., 1999; Heiskanen, 2000; Nasset et al., 2006).

۴-۷-۱ توزیع اندازه حباب (BSD)

توزیع اندازه حباب اخیراً توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است. با این حال تعداد بسیار کمی از آنها به تأثیر توزیع اندازه حباب بر روی کارایی فرآیند فلوتاسیون، اشاره کرده اند. در حقیقت، حباب هایی که در سلول و یا ستون های فلوتاسیون تولید می شوند، طیف گسترده ای از اندازه را از خود نشان می دهند که توزیع اندازه حباب گفته می شود. اما در بیشتر مدل های موجود از یک مقدار میانگین اندازه حباب استفاده شده است که منجر به نادیده گرفتن برخی از ویژگی های توزیع می شود.

در شکل مالدونادو^۱ و همکاران (۲۰۰۸)، توضیح داده اند که چطور توزیع های مختلف اندازه حباب باعث ایجاد مقدار میانگین اندازه حباب مساوی شده است (Maldonado et al., 2008).

¹ Maldonado



شکل ۱-۳: توزیع‌های مختلف اندازه حباب که مقدار میانگین اندازه حباب (d_{32}) مساوی دارند (Maldonado et al., 2008).

۸-۱ ضرورت انجام تحقیق

در بین مشخصات پراکندگی گاز مؤثر بر رفتار فلوتاسیون ستونی، توزیع اندازه حباب (BSD) یکی از مهم‌ترین‌ها می‌باشد. کارآیی برخورد حباب-ذره مستقیماً به اندازه ذرات کانی و همچنین به اندازه حباب‌های هوا بستگی دارد. بنابراین بررسی برخورد حباب-ذره بسیار مهم است و توزیع اندازه حباب نقش مهمی را در کارآیی فلوتاسیون دارد. در تحقیقات مختلف به جای BSD از مقدار میانگین آن (d_{32}) استفاده شده است. به طوری که در به دست آوردن شار سطح جریان حباب (S_b) مستقیماً از d_{32} استفاده شده است. اما مقدار میانگین اندازه حباب نمی‌تواند به خوبی تأثیر آن را بر روی کارآیی سلول نشان دهد و استفاده از مقدار میانگین با خطا همراه خواهد بود. از طرفی، با استفاده از مقدار میانگین، دیگر ویژگی‌های توزیع داده‌های اندازه‌گیری شده (واریانس، چند شکلی بودن و...) نادیده گرفته می‌شود. استفاده از یک مقدار S_b برای تعیین مقادیر ثابت نرخ فلوتاسیون، به احتمال خیلی زیاد منجر به خطا خواهد شد. به طور کلی استفاده از BSD برای بررسی بهتر فرآیند فلوتاسیون ضروری است.

۹-۱ اهداف

در رابطه با فلوتاسیون ستونی کارهای تحقیقاتی مختلفی انجام شده است اما آنچه که مورد هدف این تحقیق است، نشان دادن تأثیر توزیع اندازه حباب بر روی کارآیی فرآیند می‌باشد زیرا این پارامتر به خوبی و کامل بررسی نشده است. به طوری کلی این تحقیق با هدف پاسخ دادن به مباحث زیر انجام شده است:

- تأثیر پارامترهای عملیاتی (درصد جامد، سرعت ظاهری گاز، غلظت کف ساز و اندازه ذره) بر BSD
- تأثیر BSD بر پارامترهای هیدرودینامیکی، مشخصات پراکندگی گاز و کارآیی فلوتاسیون

- مدلسازی پارامترهای هیدرودینامیکی با استفاده از BSD
- بررسی مشخصات حباب‌ها و نقش آن بر برهمکنش حباب-ذره

۱-۱۰ ساختار رساله

پژوهش حاضر به منظور بررسی فرضیه استفاده از توزیع اندازه حباب به جای یک مقدار میانگین اندازه حباب برای بررسی ستون فلوتاسیون انجام شده است. در ابتدا مطالعات اولیه و امکان سنجی این پژوهش انجام شد و با توجه به عدم وجود تحقیقات مناسب و کافی در این زمینه، تصمیم به انجام آزمایش‌ها با یک ستون فلوتاسیون نیمه صنعتی گرفته شد. به طور کلی این رساله در پنج فصل نوشته شده است که در ادامه هر کدام مختصراً توضیح داده شده است.

در فصل دوم، به بررسی تحقیقات گذشته پرداخته شده است. تحقیقات گذشته به چند دسته مختلف از جمله، تحقیقات مربوط به توزیع اندازه حباب، پارامترهای هیدرودینامیکی، سینتیک فلوتاسیون، برهمکنش حباب-ذره و ... تقسیم بندی شده‌اند. سعی شده است که تا حد امکان تمام تحقیقات مرتبط مورد بررسی قرار گیرد. در فصل سوم، روش تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است. مطالب این فصل شامل: مشخصات ستون فلوتاسیون مورد استفاده، مواد معدنی و مواد شیمیایی مورد استفاده، اندازه‌گیری و مدل‌سازی توزیع اندازه حباب، اندازه‌گیری و مدل‌سازی توزیع زمان ماند، طراحی آزمایش‌ها و ... می‌باشد.

در فصل چهارم این رساله، تمام نتایج با توضیحات کامل و مقایسه آنها با نتایج دیگران آورده شده است که شامل: تأثیر پارامترهای عملیاتی بر توزیع اندازه حباب، بررسی و مدل‌سازی پارامترهای هیدرودینامیکی با استفاده از توزیع اندازه حباب و تأثیر مشخصات حباب و نقش آن بر برهمکنش حباب-ذره می‌باشد. در نهایت فصل پنجم شامل نتیجه‌گیری، پیشنهادها، نوآوری‌ها و لیست مقالات مستخرج از این رساله می‌باشد.

۲- بررسی سابقه‌ی علمی موضوع

۲-۱ مقدمه

در این فصل تحقیقات گذشته بررسی خواهد شد. برای درک بهتر، نتایج تحقیقات دیگران در چند دسته مختلف بررسی می‌شوند. محور اصلی این پژوهش بررسی تأثیر توزیع اندازه حباب (BSD) بر روی جنبه‌های مختلف فلوتاسیون ستونی از جمله: پارامترهای هیدرودینامیکی، کارایی فلوتاسیون، رفتار حباب در فلوتاسیون سه فازی و ... می‌باشد.

۲-۲ توزیع اندازه حباب و کارایی فلوتاسیون

یک فلوتاسیون موفق هم به اندازه حباب‌ها و هم به اندازه ذرات بستگی دارد. به عنوان مثال، برای بازیابی ذرات درشت به حباب‌های با اندازه درشت (مناسب با اندازه ذرات) نیاز است تا از جداسازی حباب-ذره جلوگیری شود (Newell and Grano, 2006). همچنین برای بازیابی ذرات ریز، حباب‌های با اندازه کوچکتر به علت احتمال بالاتر برخورد حباب-ذره مناسب می‌باشند (Miettinen et al., 2010; Reis et al., 2017; Sarrot et al., 2005). در تحقیقات مختلف نشان داده شده است که برای تولید حباب‌های ریز، پالپ‌های فلوتاسیون با اندازه ذرات ریز مناسب‌تر از پالپ‌های فلوتاسیون با اندازه ذرات درشت است (O'Connor et al., 1990)، زیرا احتمالاً ذرات ریز باعث بالا رفتن ویسکوزیته پالپ می‌شوند (Gao et al., 2018). یون^۱ (۱۹۹۳) و یاناتوس^۲ (۲۰۰۷) ثابت کرده‌اند که کاهش اندازه ذرات از افزایش نرخ هوادهی برای دستیابی به بازیابی بالاتر فلوتاسیون، مؤثرتر است (Yianatos, 2007; Yoon, 1993). علاوه بر این، افزایش اندازه ذرات می‌تواند باعث بازیابی فلوتاسیون بالاتر شود (Feng and Aldrich, 1999).

آلدریج^۳ و فنگ^۴ (۲۰۰۰) نشان دادند که افزایش غلظت کف‌ساز باعث کاهش اندازه حباب‌ها در بخش کف می‌شود زیرا حضور کف‌ساز باعث کاهش تنش سطحی مایع^۵ می‌شود (Aldrich and Feng, 2000). مینگ ژی آی^۶ و همکاران (۲۰۱۹) از یک استراتژی پیش‌بینی کننده توزیع اندازه حباب^۷ برای استخراج و شناسایی مشخصات تصاویر کف فلوتاسیون استفاده کرده‌اند (Ai et al., 2019).

اندازه‌گیری‌های توزیع اندازه حباب نشان داده است که در فلوتاسیون مکانیکی و ستونی، توزیع اندازه حباب (BSD) وجود دارد. اگرچه توزیع اندازه حباب می‌تواند در آنالیز کارایی فلوتاسیون استفاده شود، اما معمولاً از اندازه میانگین ستر حباب‌ها (d_{32}) به جای BSD استفاده می‌شود (Bhondayi et al., 2016; Cilek and Karaca, 2015; Grau and Heiskanen, 2005). با این حال، استفاده از d_{32} توسط مالدونادو^۸ و همکاران (۲۰۰۸) و وزیریزاده^۹ و همکاران (۲۰۱۵) مورد انتقاد قرار گرفته است به طوری که آنها اشاره کرده‌اند که

¹ Yoon

² Yianatos

³ Aldrich

⁴ Feng

⁵ Liquid surface tension

⁶ Mingxi Ai

⁷ Shape-weighted strategy

⁸ Maldonado

⁹ Vazirizadeh

d_{32} نمی‌تواند BSD را برای شرایط مختلف نشان دهد (Maldonado et al., 2008; Vazirizadeh et al., 2015). زیرا دو آزمایش مختلف می‌توانند d_{32} یکسان ولی BSDهای مختلف داشته باشند.

BSD معمولاً با استفاده از مدل توزیع نرمال (Maldonado, 2010; Wongsuchoto et al., 2003)، مدل توزیع لاگ-نرمال (Grau and Heiskanen, 2005, 2002; Vinnett et al., 2012) و مدل گاما (Kumar et al., 2010) توصیف می‌شود. همچنین BSD هم در سلول‌های مکانیکی فلوئاسیون (Maldonado, 2010) و هم در سلول‌های ستونی فلوئاسیون (Riquelme et al., 2016, 2015) با استفاده از مدل توزیع لاگ-نرمال به خوبی مدل‌سازی شده است.

اگرچه محققین مختلفی توزیع اندازه حباب (BSD) را در سیستم‌های دو فازی (هوا و مایع) اندازه‌گیری کرده‌اند (Mesa and Brito-Parada, 2020; Vazirizadeh et al., 2016; Vinnett et al., 2012)، اما هنوز محققین زیادی BSD را در سیستم‌های سه فازی (هوا، مایع و ذرات جامد) اندازه‌گیری نکرده‌اند. به عنوان مثال، مسا^۱ و بریتو^۲ (۲۰۲۰) تأثیر طراحی همزن و شرایط مختلف را بر روی BSD بررسی کرده‌اند و نشان دادند که d_{32} نمی‌تواند نشان دهنده BSD باشد (Mesa et al., 2020). تاکنون رابطه بین BSD و کارایی فلوئاسیون ارائه نشده است و همچنین مشخص نیست که آیا d_{32} و پارامترهای مدل BSD (پارامترهایی که در مدل‌سازی BSD استفاده می‌شود) می‌توانند در شرایط مختلف آزمایشگاهی توزیع اندازه حباب را نشان دهند یا نه. علاوه بر این، روابط بین d_{32} ، شار سطح جریان حباب (S_b)، پارامترهای مدل BSD و کارایی فلوئاسیون به طور جامع و تحت شرایط آزمایشگاهی مختلف مورد بررسی قرار نگرفته است. به این دلایل یکی از اهداف اصلی این تحقیق، بررسی این موضوع تحت یک شرایط آزمایشگاهی گسترده با تغییر پارامترهای مستقل: درصد جامد، نرخ هوادهی، غلظت کف‌ساز و اندازه ذره می‌باشد. همچنین توزیع اندازه حباب به دست آمده از آنالیزهای آزمایشگاهی با مدل‌های مختلف توصیف خواهد شد و رابطه بین پارامترهای مدل (مناسب‌ترین مدل) و بازیابی فلوئاسیون ارائه خواهد شد.

۲-۳ توزیع اندازه حباب، اندازه ذره و پارامترهای هیدرودینامیکی

مدل‌سازی فلوئاسیون موضوعی است که هدف آن تحقیقاتی برای درک بهتر رفتار فرآیند و همچنین طراحی، کنترل و بهینه‌سازی فرآیند می‌باشد. به این منظور اهمیت پارامترهای هیدرودینامیکی مهم و قابل توجه است. امروزه بیشتر تحقیقات آزمایشگاهی در سیستم‌های گاز-آب (دو فاز) انجام می‌شوند. از آنجایی که نمی‌توان نتیجه گرفت که نتایج سیستم‌های دو فازی لزوماً برای پالپ‌ها قابل کاربرد است، از این رو ذرات جامدی همچون، تالک، سیلیکا و زغال در تحقیقات استفاده شده است. چنین خوراک‌های معدنی در مقایسه با کانه‌های طبیعی، ساده و ایده آل است و آنها یک دید کلی را درباره سیستم‌های سه فازی در فلوئاسیون ارائه می‌دهند (Kuan and Finch, 2010).

¹ Mesa

² Brito

همان‌طور که اشاره شد مهمترین دستگاه‌های فلوتاسیون مورد استفاده در فرآوری مواد معدنی، سلول‌های مکانیکی همزن‌دار و سلول فلوتاسیون ستونی می‌باشند. سلول‌های مکانیکی به علت داشتن شرایط اختلاط بهتر معمولاً برای دستیابی به بازیابی بالاتر ذرات با ارزش در مرحله رافر^۱ و رمق‌گیر^۲ مورد استفاده قرار می‌گیرند (Vera et al., 1999; Yianatos, 2007). اختلاط در ستون‌های فلوتاسیون توسط حباب‌های هوا انجام می‌شود. با این حال، توزیع زمان ماند در ستون‌های فلوتاسیون و سلول‌های مکانیکی فلوتاسیون بسیار شبیه به هم است (J. B. Yianatos et al., 2005). این به این معنا است که پارامترهای هیدرودینامیکی پالپ در سلول‌های مکانیکی و در ستون‌های فلوتاسیون با هم تفاوت دارد. در ستون‌های فلوتاسیون سیستم آب شستشو نیز به منظور کاهش ذرات باطله در بخش کف استفاده می‌شود (Finch and Dobby, 1990). به این دلیل فلوتاسیون ستونی در مراحل کلینر^۳ مدارهای فلوتاسیون مورد استفاده قرار می‌گیرد.

پارامترهای هیدرودینامیکی نقش مهمی را در بازدهی ستون فلوتاسیون دارند، زیرا بر توزیع زمان ماند (RTD) ذرات و حباب‌ها، توزیع اندازه حباب‌ها (BSD) و ماندگی گاز (E_g) تأثیرگذار هستند (Amini et al., 2016; Deglon et al., 2000; Heiskanen, 2000; Zhou et al., 2016). ماندگی گاز به فاکتورهای مختلفی از جمله مقدار کف‌ساز، اندازه حباب، درصد جامد، نرخ هوادهی، اندازه ذره و ... وابسته است. به عنوان مثال، با نرخ هوادهی ۰/۴ متر بر ثانیه، ماندگی گاز در محلول ۱ درصد بوتانول (کف‌ساز)، ۲/۶ برابر بیشتر از ماندگی گاز در آب خالص می‌باشد (Albijanic et al., 2007). افزایش اندازه حباب‌ها باعث کاهش ماندگی گاز و کاهش پایداری بخش کف می‌شود؛ که این در نتایج آزمایشگاهی به دست آمده توسط گلدنهیوس^۴ و مک فادزین^۵ (۲۰۱۹) و مسا و همکاران (۲۰۲۰) نشان داده شده است. آنها دریافتند که با افزایش اندازه حباب در سلول‌های مکانیکی و ستون‌های فلوتاسیون، پایداری کف کاهش می‌یابد (Geldenhuyts and McFadzean, 2019; Mesa et al., 2020).

هم ماندگی گاز و هم اندازه حباب برای تعیین سطح ظاهری حباب‌ها (I_b) استفاده می‌شوند. وزیری زاده و همکاران (۲۰۱۵) نشان دادند که I_b باید با استفاده از مدل‌های توزیع اندازه حباب مدلسازی شود و نه با استفاده از d_{32} (Vazirizadeh et al., 2014). ماسیراس^۶ و همکاران (۲۰۱۰) دریافتند که I_b در تمام طول ستون ثابت نیست زیرا در قسمت پایین ستون اندازه حباب‌ها تقریباً ثابت است اما در قسمت میانی و بالای ستون چنین نیست (Maceiras et al., 2010).

اگرچه تحقیقات در مورد تأثیر ذرات جامد بر روی سیستم‌های گاز-مایع وسیع است اما نتایج آنها قطعی نیست و گاهی اوقات متناقض هستند. در رابطه با اساس مکانیزم‌های فیزیکی، شناخت محدودی در مورد تأثیرات ماکروسکوپی مشاهده شده است. اکثر تحقیقات انجام شده بر روی کاهش ماندگی گاز با افزایش درصد جامد کنسانتره می‌باشد. به عبارت دیگر، حضور ذرات جامد باعث افزایش سرعت تجمع حباب می‌شود (Banisi et al., 1995a; Kuan and Finch, 2010; Reese et al., 1996).

¹ rougher

² Scavenger

³ Cleaner

⁴ Geldenhuyts

⁵ McFadzean

⁶ Maceiras

در رابطه با تأثیر اندازه ذرات، اکانور^۱ و همکاران (۱۹۹۰)، به صورت آزمایشگاهی نشان دادند که استفاده از ذرات کوچکتر از ۳۸ میکرون برای تولید حباب‌های ریز نسبت به استفاده از ذرات بزرگتر از ۱۶۶ میکرون، مؤثرتر است (O'Connor et al., 1990). به طور کلی این نتیجه به بررسی‌های بیشتری نیاز دارد زیرا، کنترل دیگر پارامترهای تأثیرگذار در این تحقیق به خوبی انجام نشده است.

بنیسی^۲ و همکاران (۱۹۹۵) نشان دادند که با حضور ذرات جامد، ماندگی گاز در یک سلول عملیاتی کاهش می‌یابد. این تأثیر با درصد جامد کنسانتره بین ۰ تا ۱۵ درصد، افزایش می‌یابد. حضور ذرات آبدوست (سیلیکا و کلسیت) و آبران (زغال)، تأثیر مشابهی در کاهش ماندگی گاز داشته‌اند. آنها چهار مکانیزم را برای کاهش ماندگی گاز در حضور ذرات جامد توضیح داده‌اند: (۱) بهم آمیختگی، (۲) تغییر دانسیته و ویسکوزیته پالپ، (۳) تغییر در ماندگی شعاعی گاز و مقطع جریان و (۴) تأثیرات دنباله روی حباب. به این نتیجه رسیدند که تغییر ماندگی گاز به علت اضافه کردن ذرات جامد ناشی از ترکیب دو مکانیزم آخر: تغییر ماندگی شعاعی گاز و سطح مقطع جریان و تأثیرات دنباله روی حباب، می‌باشد (Banisi et al., 1995a).

گاندی^۳ و همکاران (۱۹۹۹)، رفتار هیدرودینامیکی حباب‌ها را در یک ستون و در کنسانتره‌های با درصد جامد بالا بررسی کردند و دریافتند که توزیع محوری کنسانتره از مدل ته نشینی-پراکندگی کلاسیک پیروی می‌کند. آنها همچنین نشان دادند که تأثیر سرعت گاز در محدوده سرعت‌های بررسی شده، حداقل بوده است (Gandhi et al., 1999).

در سیستم‌های فلو تاسیون، پراکندگی گاز یک نقش بحرانی را برای جمع آوری ذرات (بازیابی) و انتقال جرم کف (انتخابی بودن)، دارد. برای ارزیابی این تأثیر در مقیاس صنعتی، شار سطح جریان حباب (S_b) معمولاً با استفاده از اندازه‌گیری نرخ ظاهری گاز کارخانه (J_g) و BSD تخمین زده می‌شود. به طوری که توزیع اندازه حباب به طور معمول با قطر میانگین ستر حباب‌ها (d_{32}) بررسی شده است. به هر حال موارد زیر توسط وزیری زاده^۴ و همکاران (۲۰۱۴) مورد انتقاد قرار گرفته است و یک ایده بهتر که شامل پارامتر سازی مناسب برای BSD می‌باشد، ارائه شده است (Vazirizadeh et al., 2016, 2014).

(۱) مقدار S_b می‌تواند از ترکیب J_g و d_{32} های مختلف به دست آید (Vinnett et al., 2012).

(۲) مقدار d_{32} می‌تواند با استفاده از BSDهای مختلف به دست آید (Maldonado et al., 2008).

لوو^۵ و همکاران (۱۹۹۹)، توضیح دادند که ماندگی گاز دیگر پارامتر مهم استفاده شده برای مشخص کردن شرایط هیدرودینامیکی حباب‌های سلول ستونی می‌باشد. ماندگی گاز یک پارامتر مهم است زیرا هم ترکیبی از تأثیر اندازه حباب و هم نرخ گاز می‌باشد. ماندگی گاز یک نشانه کلی از شرایط هیدرودینامیکی را مهیا می‌کند، زیرا به فاکتورهای مختلفی مانند نوع کف و کنسانتره، ابعاد سلول، دمای عمیاتی و فشار و مشخصات فاز جامد و کنسانتره بستگی دارد (Luo et al., 1999).

¹ O'Connor

² Banisi

³ Gandhi

⁴ Vazirizadeh

⁵ Luo

کیلک^۱ (۲۰۰۹)، نشان داد که بازیابی کلی ذرات در یک سیستم فلوتاسیون نتیجه فرآیند فلوتاسیون مستقیم و دنباله روی هیدرولیکی می‌باشد. اولین مکانیزم فقط منجر به جمع‌آوری ذرات آبران می‌شود به طوری که مکانیزم دنباله روی نه تنها برای بازیابی ذرات آبدوست استفاده می‌شود بلکه مقدار ذرات آبران منتقل شده به کف را افزایش می‌دهد (Cilek, 2009). علاوه بر این تائو^۲ و همکاران (۲۰۰۰) و ژانگ^۳ و همکاران (۲۰۰۶) رابطه مستقیم بین بازیابی کلی و بازیابی دنباله روی را ارائه داده‌اند (Tao et al., 2000; Zheng et al., 2006). یاناتوس^۴ و کونتراس^۵ (۲۰۱۰)، بیان کردند که محدوده اندازه ذرات برای دنباله روی یک پدیده پیچیده است که به شرایط عملیاتی فرآیند، طراحی سلول و مشخصات کف بستگی دارد. با وجود این، همبستگی خوبی بین دنباله روی و بازیابی آب کنسانتره مشاهده می‌شود (Yianatos and Contreras, 2010). از طرفی مارتینز^۶ و همکاران (۲۰۰۸) و ژنگ^۷ و همکاران (۲۰۰۶)، نشان دادند که دنباله روی یک فرآیند دو مرحله‌ای است:

(۱) انتقال ذرات جامد معلق از ناحیه پالپ به سطح مشترک پالپ-کف.

(۲) انتقال ذرات دنباله رو در ناحیه کف به کنسانتره. در هر دو مورد، دنباله روی ذره با مقدار آب کنسانتره افزایش می‌یابد. همچنین دنباله روی تا حدودی با نرخ گاز افزایش می‌یابد (Martínez-Carrillo and Uribe-Salas, 2008; Zheng et al., 2006).

اکمکچی^۸ و همکاران (۲۰۰۳)، بیان کردند که در حقیقت دنباله روی ذرات دلیلی برای دنباله روی آب در پالپ می‌باشد. نقش نوع و غلظت کف‌ساز می‌تواند بر روی تأثیر اندازه و سرعت حباب و در نهایت بازیابی آب، توضیح داده شود. برای مثال، مشاهده شده است که کف‌ساز SF-6008 نسبت به کف ساز DOW-200 و TEB (تری اکسی بوتان) آب بیشتری به کف منتقل می‌کند (Ekmekçi et al., 2003). آنها همچنین گزارش دادند که یک همبستگی مستقیم بین بازیابی آب و مقدار کف‌ساز استفاده شده در سلول وجود دارد.

توسط محققان مختلفی مشخص شده است که شرایط سیستم هیدرودینامیک یک نقش اساسی در دنباله روی و بازیابی مستقیم ذرات دارد (Nelson and Lelinski, 2000; Phan et al., 2003; Rodrigues et al., 2001; Yoon, 2000). این شرایط با استفاده از مقدار عمومی مشخصات پراکندگی گاز تعیین می‌شوند که شامل ماندگی گاز، اندازه حباب و S_b می‌باشند.

گوراین^۹ و همکاران (۱۹۹۵)، توضیح داده‌اند که بازیابی ذره در یک ثابت سینتیک فلوتاسیون بستگی به شار سطح جریان حباب (S_b) دارد. در تحقیق آنها همبستگی بین مشخصات پراکندگی گاز و بازیابی ذرات آبران فقط با مکانیزم فلوتاسیون مستقیم بررسی شده است که نتیجه سینتیک فلوتاسیون است (Gorain et al., 1995).

¹ Kilek

² Tao

³ Zhang

⁴ Yianatos

⁵ Contreras

⁶ Martinez

⁷ Zheng

⁸ Ekmekci

⁹ Gorain

تائو^۱ و همکاران (۲۰۰۰) و ژنگ^۲ و همکاران (۲۰۰۶)، معتقدند که در بین متغیرهای مختلفی که بر روی بازیابی آب در بخش کف تأثیرگذار هستند، نرخ آب شستشو یک نقش کلیدی دارد. تجارب آزمایشگاهی نشان می‌دهد که افزایش نرخ آب شستشو تأثیر قابل توجهی بر روی کاهش بازیابی آب تا مقدار حداقل دارد، به طوری که نقطه اشباع که از آب شستشو بیشتر است، مناسب نخواهد بود. نشان داده شده است که عمق کف فقط یک تأثیر فرعی بر روی بازیابی آب دارد (Tao et al., 2000; Zheng et al., 2006).

این نکته قابل توجه است که برای یک عمق کف ثابت، انتقال آب به کنسانتره نیز برای آنالیز پایداری بخش کف در حضور معرف هایی همچون، کلکتوره، فعال کننده ها و بازداشت کننده ها استفاده شده است (Wiese et al., 2011).

یاناتوس^۳ و همکاران (۲۰۰۹)، یک دنباله روی انتخابی ذرات ریز (اندازه کمتر از ۴۵ میکرون) در یک سلول بزرگ را مشاهده کردند. از طرف دیگر بازیابی ذرات درشت (بزرگتر از ۱۵۰ میکرون) با استفاده از دنباله روی نادیده گرفته شده است (کمتر از یک درصد) (Yianatos et al., 2009).

تجارب آزمایشگاهی گولر^۴ و آکدمیر^۵ (۲۰۱۲)، نیز تأکید می‌کند که اگر اندازه آزاد سازی کاهش یابد، دنباله روی باطله افزایش می‌یابد. همچنین به این نکته توجه شده است که اندازه ذرات آبران بر روی بازیابی آب و دنباله روی تأثیر گذار است (Güler and Akdemir, 2012).

توسط هیسکانن^۶ (۲۰۰۰)، به صورت آزمایشگاهی ثابت شده است که ثابت نرخ برای ذرات درشت در نرخ های ظاهری بالای گاز کاهش می‌یابد و ذرات ریز برای فلوتاسیون بهتر به نرخ های ظاهری گاز بالاتر نیاز دارند. در نتیجه متغیرهای هیدرودینامیکی یک نقش مهم در کارایی سلول های فلوتاسیون دارند، زیرا آنها بر نرخ واکنش و انتقال جرم (آب و ذرات) با استفاده از افزایش سطح مخصوص فاز پراکنده شده، تأثیرگذار هستند (Heiskanen, 2000).

یاناتوس (۲۰۰۷)، اندازه حباب و سرعت ظاهری گاز را در سلول ها و ستون های فلوتاسیون در مقیاس کوچک تا صنعتی، بررسی کرده است. نشان داده است که برای سرعت های معمولی گاز (۱/۲ سانتی متر بر ثانیه)، اندازه بهینه حباب در ناحیه جمع آوری برای داشتن S_b بهینه باید بین ۱ تا ۱/۵ میلی متر باشد. که S_b باید در محدوده ۵۰ تا ۱۰۰ ($\frac{1}{g}$) باشد. آنها نتیجه گرفتند که برای داشتن یک فلوتاسیون با کارایی قابل قبول، حباب ها باید در یک محدوده خاص تولید شوند (Yianatos, 2007).

نوول^۷ و گرانو^۸ (۲۰۰۶)، گزارش داده اند که افزایش سرعت ظاهری گاز منجر به افزایش خطی ثابت نرخ فلوتاسیون می شود (Newell and Grano, 2006). همچنین یوون^۹ (۱۹۹۳)، ثابت کرد که کاهش اندازه حباب از افزایش نرخ گاز برای دستیابی به بازیابی های بالاتر، تأثیر گذارتر است (Yoon, 1993).

¹Tao

² Zheng

³ Yianatos

⁴ Guler

⁵ Akdemir

⁶ Heiskanen

⁷ Newell

⁸ Grano

⁹ Yoon

مالدونادو^۱ و همکاران (۲۰۰۸)، توضیح داده‌اند که S_b به عنوان مساحت تعدادی از حباب‌های بالا آمده در واحد زمان بر واحد سطح مقطع سلول، تعریف می‌شود. اگر فرض شود که حباب به صورت یک اندازه و کروی شکل باشند، یک رابطه برای S_b می‌تواند به عنوان تابعی از سرعت ظاهری گاز (J_g) و قطر حباب (d_b) به دست آید (Maldonado et al., 2008):

$$S_b = \frac{6\varepsilon_g}{d_b} \quad (۱-۲)$$

از آنجا که حباب‌ها اندازه یکسان ندارند، به طور معمول d_b با قطر میانگین حباب‌ها، جایگزین می‌شود:

$$S_b = \frac{6J_g}{d_{32}} \quad (۲-۲)$$

d_{32} یک مقدار عددی است که از تابع دانسیته اندازه حباب یا محاسبات مستقیم از داده‌های مشاهده شده به دست می‌آید. همچنین توضیح داده‌اند که اطلاعات مهم مربوط به شکل توزیع اندازه حباب (BSD) مانند شکل چند متغیره و... در این مقایسه‌ها نادیده گرفته شده است. تعریف کلی S_b نشان می‌دهد که توزیع اندازه حباب یک نقش مهم در کارایی متالورژیکی هر فرآیند فلوتاسیون بازی می‌کند.

برای حباب‌های غیر هم شکل یک رابطه تجربی توسط فینچ^۲ و دوبی^۳ (۱۹۹۰) برای پیش‌بینی اندازه حباب از سرعت ظاهری گاز، ارائه شده است (Finch and Dobby, 1990). مدل آنها سپس توسط نست^۴ و همکاران (۲۰۰۶)، توسعه پیدا کرد و آنها یک مدل تجربی برای تخمین d_{32} بر اساس d_0 (اندازه حباب در $J_g = 0$) و دو پارامتر وابسته به سیستم تزریق حباب، معرف‌های شیمیایی استفاده شده و در نهایت مشخصات پالپ، پیشنهاد داده‌اند. بر اساس داده‌های جمع‌آوری شده از سلول‌های فلوتاسیون صنعتی، آنها همچنین گزارش دادند که مقادیر d_{32} به درصد نسبی حباب‌های بزرگ (بزرگتر از ۱/۵ میلی‌متر) حساس می‌باشد. به جای استفاده از مقادیر مستقیم d_{32} ، از نمودار توزیع اندازه استفاده شده است (Nesset et al., 2006).

گوراین^۵ و همکاران (۱۹۹۹)، یک مدل را برای پیش‌بینی S_b در سلول‌های مکانیکی به عنوان تابعی از سرعت محیطی همزن، نرخ جریان هوا در واحد سطح مقطع سلول، نسبت ابعادی همزن و اندازه ۸۰ درصد عبوری خوراک ورودی، پیشنهاد داده‌اند. آنها گزارش دادند که اندازه ذره بر روی اندازه حباب و S_b تأثیر گذار است. بنابراین آنها اندازه ذره را به عنوان متغیر مستقل در مدلسازی S_b ، در نظر گرفتند. تأثیر دیگر متغیرهای فیزیکی و شیمیایی بر روی اندازه حباب بررسی شده است. به عنوان مثال گزارش شده است که افزایش

¹ Maldonado

² Finch

³ Dobby

⁴ Nesset

⁵ Gorain

ویسکوزیته پالپ، دانسیته پالپ و نرخ جریان گاز و یا کاهش دما، باعث تولید حباب‌های بزرگتر شده است. همچنین اندازه حباب با افزایش غلظت کف ساز کاهش می‌یابد، در حالی که غلظت کلکتور تأثیری بر اندازه حباب ندارد. این مدل برای سلول‌های با مکانیزم های خوراک دهی هوایی مناسب می‌باشد و این مدل باید برای پیش بینی مقادیر غیر مستقیم سلول‌های خود هواده استفاده شود (Gorain et al., 1999).

به طور کلی، ماندگی گاز یک نسبتی از شار سطح جریان حباب (S_b) است که رابطه مستقیمی با ثابت سینتیک فلوتاسیون دارد (Finch and Dobby, 1990; Gorain et al., 1997; Heiskanen, 2000). برای فلوتاسیون با عمق کم کف، رابطه بین S_b و ثابت سینتیک فلوتاسیون به صورت خطی است (Gorain et al., 1999). قابل ذکر است که بیشتر محققین پارمترهای هیدرودینامیکی در فلوتاسیون را با استفاده از قطر میانگین ساتر حباب (d_{32}) بررسی کرده‌اند (Gorain et al., 1999, 1997; Massinaei et al., 2009). با این حال، مسا و بریتو (۲۰۲۰) تأثیر طراحی همزن و شرایط مختلف را بر روی BSD بررسی کرده‌اند و نشان دادند که d_{32} نمی‌تواند نشان دهنده BSD باشد (Mesa et al., 2020). اگرچه وزیری‌زاده و همکاران (۲۰۱۵) پارمترهای هیدرودینامیکی را با استفاده از توزیع اندازه حباب بررسی کرده‌اند، اما هنوز مشخص نیست که چطور در یک تعداد یکسان حباب‌ها، اندازه‌های مختلف حباب بر روی پارمترهای هیدرودینامیکی و کارایی فلوتاسیون تأثیر خواهد گذاشت. بنابراین یکی از اهداف اصلی این تحقیق، بررسی جامع رابطه بین BSD، کارایی فلوتاسیون، ماندگی گاز و I_b با تغییر پارمترهای مستقل: درصد جامد، نرخ هوادهی، غلظت کف‌ساز و اندازه ذره می‌باشد.

۲-۴ مشخصات حباب‌ها و برهمکنش حباب-ذره در سیستم‌های فلوتاسیون سه فازی

مکانیزم اصلی برای یک فلوتاسیون موفق، اتصال حباب-ذره می‌باشد (Wang et al., 2013; Zhou et al., 2019a). اندازه‌گیری‌های مختلفی برای تعیین اتصال حباب-ذره مانند، کارایی اتصال حباب-ذره و یا زمان القایی حباب-ذره^۱ (زمانی که برای از بین رفتن لایه مایع اطراف حباب و شکل‌گیری خطوط تماس حباب-ذره-مایع لازم است) استفاده شده است (Verrelli and Albijanic, 2015; Zhou et al., 2019b). از زمان القایی می‌توان برای درک بهتر مکانیسم فلوتاسیون با تعیین نیروهای سطحی (دو لایه الکترواستاتیک و نیروهای آبگریزی) بین ذرات و حباب‌ها در زمانی که در مجاورت هم هستند، استفاده کرد (Albijanic et al., 2018; Wang et al., 2019; Zhou et al., 2019c).

اتصال حباب-ذره و زمان القایی معمولاً با استفاده از تکنیک گلمبوتسکی^۲ تعیین می‌شود (Albijanic et al., 2010; Subasinghe and Albijanic, 2014). تکنیک گلمبوتسکی هیدرودینامیک ذرات را در هنگام فلوتاسیون شبیه‌سازی نمی‌کند زیرا ذرات معمولاً در حال حرکت هستند. تعداد زیادی حباب و ذره در یک فلوتاسیون وجود دارد، بنابراین استفاده از دوربین‌های سرعت بالا برای بررسی اتصال حباب-ذره بسیار چالش برانگیز است. قابل ذکر است که از دوربین‌های سرعت بالا می‌توان برای تعیین زمان القایی در آزمایش‌ها

¹ Induction time

² Glembotzky technique

فلوتاسیون تک حباب استفاده کرد و نه در فلوتاسیون واقعی (Zhou et al., 2019d). بنابراین تنها راه ممکن برای تعیین کارایی اتصال حباب-ذره و زمان القایی در طول فلوتاسیون، استفاده از روش‌های بنیادی می‌باشد (Zhou et al., 2019a).

برهمکنش حباب-ذره شامل: برخورد حباب-ذره، اتصال و جداسازی حباب-ذره می‌باشد (Phan et al., 2003). برهمکنش حباب-ذره در سلول‌های فلوتاسیون میکرو^۱ با استفاده از تک حباب و تک ذره مدل‌سازی شده است (Danoucaras et al., 2013). این مدل‌ها با استفاده از معادلات جریان آب برای شرایط هیدرودینامیکی مختلف (از جمله شرایط متوسط یا شرایط استوکس^۲) ارائه شده است. برخی از این مدل‌ها شامل زمان القایی (Phan et al., 2003; Yoon, 2000; Zhou et al., 2019a) و برخی برای سطوح ثابت حباب^۳ و سطوح متحرک حباب^۴ ارائه شده است (Phan et al., 2003). یون (۲۰۰۰) به جای استفاده از زمان القایی برای اتصال حباب-ذره از نسبت انرژی جداسازی^۵ و انرژی سینتیکی^۶ استفاده کرد (Yoon, 2000).

دو دیدگاه کلی در رابطه با مدلسازی بنیادی برهمکنش حباب-ذره در سلول‌های صنعتی فلوتاسیون و سلول‌های آزمایشگاهی، مورد استفاده قرار گرفته است. دوان^۷ و همکاران (۲۰۰۳) و یون و همکاران (۲۰۱۶) از تک حباب و تک ذره برای بررسی برهمکنش حباب-ذره استفاده کرده‌اند. همچنین آنها از احتمال برخورد حباب‌ها و ذرات متعدد به منظور پیش‌بینی بازیابی فلوتاسیون در سلول‌های مکانیکی فلوتاسیون استفاده کرده‌اند (Duan et al., 2003; Yoon et al., 2016). با این حال نگویان^۸ (۱۹۹۹) با در نظر گرفتن توده‌ای از حباب‌ها و ذرات، مدل‌هایی را برای برهمکنش حباب-ذره ارائه داده است (Nguyen, 1999).

تحقیقات در رابطه با ارزیابی مدلسازی بنیادی فلوتاسیون بسیار محدودی است. برای مثال، ژو^۹ و همکاران (۲۰۱۹) آزمایش‌های را با استفاده از سلول فلوتاسیون میکرو انجام دادند و دریافتند که یک رابطه نمایی^{۱۰} بین زمان القایی و کارایی اتصال و همچنین ثابت سینتیک فلوتاسیون و زمان القایی وجود دارد (Zhou et al., 2019b). همچنین ژو و همکاران (۲۰۱۹، ۲۰۲۰) از فلوتاسیون میکرو برای بررسی تأثیر مواد شیمیایی مختلف بر روی زمان القایی بین حباب‌های هوا و ذرات پیریت و ذرات زغال استفاده کرده‌اند (Zhou et al., 2020, 2019a, 2019b).

۲-۵ سیستم‌های اندازه‌گیری توزیع اندازه حباب

با توجه به اهمیت اندازه حباب‌ها در فلوتاسیون، اندازه‌گیری اندازه حباب‌ها باید انجام شود. اندازه‌گیری اندازه حباب‌ها در فلوتاسیون مکانیکی (Grau and Heiskanen, 2005; Vinnett et al., 2012) و در سلول‌های ستونی فلوتاسیون (Riquelme et al., 2015, 2013; Vazirizadeh et al., 2016) معمولاً با استفاده از روش

¹ Microflotation

² Stokes

³ Mobile surface

⁴ Immobile surface

⁵ Energy barrier

⁶ Kinetic energy

⁷ Duan

⁸ Nguyen

⁹ Zhou

¹⁰ Exponential

عکس برداری و آنالیز تصاویر با نرم افزارهای مختلف از جمله: متلب^۱ (Eskanolou et al., 2018; Riquelme et al., 2016)، Image-J (Maldonado et al., 2008)، et al., 2013; Vazirizadeh et al., 2015) و ... انجام شده است. همچنین ریکلمه^۲ و همکاران (۲۰۱۶)، اندازه حباب‌ها را در زمان‌های مختلف با استفاده از روش آنالیز تصویر اندازه‌گیری کرده‌اند و یک مدل پیش‌بینی کننده را برای کنترل اندازه حباب‌ها ارائه داده‌اند (Riquelme et al., 2016).

در سال‌های اخیر اگرچه روش‌های مختلفی برای اندازه‌گیری توزیع اندازه حباب در مقالات ارائه شده است (Liu et al., 2013; Xu et al., 2012; Zhu et al., 2014)، اما تعداد کمی از آنها، تأثیر آن را بر روی کارایی فلوتاسیون ذکر کرده‌اند (Grau and Heiskanen, 2005; Heiskanen, 2000; Vinnett et al., 2012; Wongsuchoto et al., 2003). توزیع اندازه حباب‌ها در سلول‌های مختلف فلوتاسیون (مکانیکی و ستونی) برای بررسی بیشتر، اندازه‌گیری می‌شود. به طوری که آنها ابتدا به صورت عددی بیان می‌شوند و سپس برای بررسی‌های بیشتر به کار گرفته می‌شوند. اگرچه توزیع اندازه حباب‌ها قابل دسترس است اما تا به حال به عنوان مدل‌های ریاضی یا کاربردهای عملی استفاده نشده‌اند.

مالدونادو (۲۰۱۰)، مدل‌های ترکیبی گوسین را برای نشان دادن توزیع اندازه حباب (BSD)، پیشنهاد داده است. این استراتژی مدلسازی یک روش ساده است که میانگین و انحراف معیار ثابت را برای هر مؤلفه، فرض می‌کند. با انجام این کار، برای هر توزیع فقط باید وزن برآورد شود (Maldonado, 2010).

ریکلمه و همکاران (۲۰۱۵)، برای کنترل توزیع اندازه حباب در یک ستون فلوتاسیون آزمایشگاهی از مدل وینر^۳ برای پیش‌بینی استفاده کرده است (Riquelme et al., 2015).

اندازه‌گیری اندازه حباب در دستگاه‌های فلوتاسیون با مشکلات زیادی روبه‌رو است، از این رو محققان ابتدا در جست و جوی روشی ساده برای اندازه‌گیری اندازه حباب هستند. در این بین مدل‌های تجربی برای S_b (شار سطح جریان حباب) توسط محققان مختلف ارائه شده است:

یک مدل تجربی توسط گوراین^۴ و همکاران (۱۹۹۹)، ارائه شده است. این مدل با استفاده از آزمایش‌های صنعتی و پایلوت در سلول‌هایی با اندازه‌های مختلف به دست آمده است (Gorain et al., 1999). این مدل S_b را در سلول‌های فلوتاسیون مکانیکی به صورت زیر پیش‌بینی می‌کند:

$$S_b = 123 N_s^{0.44} (J_g)^{0.75} A_s^{0.10} P_{80}^{0.42} \quad (3-2)$$

¹ MATLAB

² Riquelme

³ Wiener

⁴ Gorain

به طوری که N_s سرعت همزن، J_g سرعت ظاهری گاز، A_s نسبت سطح همزن و P_{80} ، ۸۰ درصد عبوری خوراک می باشد.

فینچ^۱ و همکاران (۲۰۰۰)، رابطه تجربی دیگری را پیشنهاد دادند که S_b از اندازه گیری ماندگی گاز پیش بینی می شود (Finch et al., 2000). مدل آنها به صورت زیر می باشد:

$$S_b = 5.5\varepsilon_g \quad (۴-۲)$$

ε_g ماندگی گاز می باشد.

وینت^۲ و همکاران (۲۰۱۲)، توضیح دادند که داده های آزمایشگاهی برای شرایط عملیاتی معمول در سلول های مکانیکی نشان می دهد که توزیع اندازه حباب به صورت یک توزیع لاگ-نرمال است (Vinnett et al., 2012). اما گرو^۳ و همکاران (۲۰۰۰)، نشان دادند که در برخی موارد، اصلاح توزیع لاگ-نرمال منجر به توزیع بهتری می شود که برای نشان دادن توزیع اندازه حباب مناسب تر است (Grau and Heiskanen, 2005; Heiskanen, 2000).

وونگسوشوتو^۴ و همکاران (۲۰۰۳)، توضیح دادند که برای سرعت های ظاهری بالاتر مانند، ۲۰ تا ۴۰ سانتی متر بر ثانیه، که خارج از محدوده فلوتاسیون است، توزیع اندازه حباب به صورت لاگ-نرمال می باشد. نتایج آزمایشگاهی نشان می دهند که برای توزیع لاگ-نرمال اندازه حباب، S_b رابطه خوبی با ماندگی گاز و d_{32} دارد (Wongsuchoto et al., 2003).

ریکلمه^۵ و همکاران (۲۰۱۶)، توزیع اندازه حباب (BSD) را یکی از مهمترین پارامترها در فلوتاسیون ستونی ذکر کرده اند و معتقدند که کنترل آن می تواند به بهینه سازی کارایی متالورژیکی کمک کند. تست های آزمایشگاهی در یک سلول آزمایشگاهی فلوتاسیون ستونی که شامل آب و هوا بوده، انجام شده است. هدف تحقیق آنها، رساندن BSD به نقطه توزیع مطلوب می باشد. BSD در زمان های مختلف، با استفاده از روش آنالیز تصویر و یک مدل دینامیکی غیر خطی بر اساس توزیع لاگ-نرمال، محاسبه شده است. در نهایت یک مدل پیش بینی برای کنترل BSD طراحی شده است. آنها بر این باورند که رویکرد پیشنهادی منجر به کنترل مناسب نتایج فلوتاسیون می شود. بنابراین این احتمال وجود دارد که بهینه سازی بازبایی کانی ها با استفاده از یک BSD مناسب، امکان پذیر باشد (Riquelme et al., 2016).

همتی^۶ و همکاران (۲۰۱۶)، تأثیر اندازه حباب را بر روی بارگیری حباب با تولید حباب های یکنواخت با قطر میانگین ۲ میلی متر و انحراف معیار ۰/۳، مطالعه کرده اند. در مقاله آنها شیوهی جدیدی برای اندازه گیری

¹ Finch

² Vinnett

³ Grau

⁴ Wongsuchoto

⁵ Riquelme

⁶ Hemati

بارگیری حباب در ستون فلوتاسیون با قابلیت تولید حباب‌های یک اندازه، معرفی شده است. سیستم نمونه برداری حباب‌های بارگیری شده شامل یک لوله به قطر ۲۰ میلی متر و ارتفاع ۷۲۰ میلی متر ساخته شده از شیشه می‌باشد. یک محفظه جمع آوری با قطر ۵۴ میلی متر و ارتفاع ۱۵۰ میلی متر از یک جنس شفاف ساخته شده و در بالای لوله به طور مستقیم نصب شده است. اندازه‌گیری بارگیری حباب با مقایسه بازیابی به دست آمده بر اساس داده‌های بارگیری حباب و بازیابی محاسبه شده از نرخ‌های جرمی کنسانتره و خوراک، ارزیابی شده است. نتایج آزمایش‌ها نشان داده است که اندازه‌گیری بارگیری حباب با شیوه جدید با اختلاف کمتر از ۳ درصد، تأیید اعتبار می‌شود (Hemmati Chegeni et al., 2016).

در مقاله‌ای توسط بهوندای^۱ و همکاران (۲۰۱۶)، تأثیر شیمی پالپ و حضور جامد بر روی روش اندازه‌گیری اندازه حباب به وسیله اندازه‌گیری فاصله‌های درون حباب^۲ (IID)، بررسی شده است. اندازه‌گیری اندازه حباب هم در یک مینی ستون فلوتاسیون و هم در یک سلول مکانیکی، انجام شده است. اندازه‌گیری اندازه حباب در کف‌های تولید شده توسط آب شیرین، هیدروکسید کلسیم و آهک انجام شده است. همچنین از پالپ حاوی ۲ درصد جامد و یک پالپ به دست آمده از عملیات صنعتی کارخانه فلوتاسیون با ۳۵ درصد جامد، استفاده شده است. نتایج نشان داد که برآورد اندازه حباب با روش IID، می‌تواند بدون توجه به شیمی پالپ اندازه‌گیری شود و حضور ذرات جامد بر روی روش تأثیری ندارد (Bhondayi et al., 2016).

ریز^۳ و همکاران (۲۰۱۶) تشکیل حباب و رابطه آن با کارایی فلوتاسیون آپاتیت را مطالعه کرده‌اند. آنها تأکید کردند که کارایی فلوتاسیون تحت تأثیر برخورد حباب-ذره و ثبات توده آنها می‌باشد. همچنین در حال حاضر یکی از مهمترین چالش‌های صنعت معدن، فلوتاسیون ذرات ریز می‌باشد که تولید حباب‌های با اندازه متوسط (۱۰۰-۱۰۰۰ میکرون) می‌تواند راه حل مناسبی برای افزایش بازیابی این ذرات باشد. هدف تحقیق آنها مشخص کردن و کنترل کردن توزیع اندازه حباب برای بررسی رابطه آن با کارایی فلوتاسیون می‌باشد. در مطالعه آنها تحلیل جامعی از تأثیر زمان عملیات، غلظت و نرخ کلکتور و سرعت ظاهری گاز بر روی اندازه حباب، ماندگی گاز و درصد حباب‌های با اندازه متوسط انجام شده است. تأثیر متغیرهای مستقل بر روی متغیرهای پاسخ به اندازه کافی بررسی شده است. از دو روش مختلف برای اندازه‌گیری اندازه حباب (آنلاین و آفلاین) استفاده شده است. نتایج نشان داده است که اضافه کردن کلکتور هم تأثیر خوبی بر تولید حباب‌های با درصد بالایی با اندازه متوسط (۸۰ تا ۹۰ درصد) و هم مقدارهای بالای ماندگی گاز (۱۰ تا ۱۲ درصد) دارد. آزمایش‌ها سینتیک نشان داده است که رابطه مستقیمی بین توزیع اندازه حباب و مقدار آپاتیت وجود دارد (Reis and Barrozo, 2016).

در دانشگاه کیپ تاون^۴ (CTU) توسط کونور^۵ و همکاران (۱۹۹۰) و تورکر^۶ و همکاران (۱۹۹۴)، اولین تلاش برای اندازه‌گیری اندازه حباب با استفاده از یک سیستم بصری، ارائه شده است. برای کارهای آزمایشگاهی از یک لوله برای جمع آوری حباب‌های در حال صعود استفاده شده است و آنها را به یک محفظه برای مشاهده

¹ Bhondayi

² intra-bubble impact distances

³ Reis

⁴ Cap Town University

⁵ Connor

⁶ Turker

انتقال داده‌اند. این سیستم از یک روشنایی شدت بالا و یک دوربین در اطراف محفظه برای تصویر برداری تشکیل شده است (O'Connor et al., 1990; Tucker et al., 1994).

نمونه گیر اندازه حباب HUT در دانشگاه صنعتی هلسینکی^۱ نیز توسط گرو و هیسکانن (۲۰۰۵)، برای اندازه-گیری توزیع اندازه حباب در سلول‌های مکانیکی استفاده شده است. آنها قبلاً سیستم‌های HUT و CTU را برای اندازه‌گیری اندازه حباب مقایسه کرده‌اند و برخی از محدودیت‌های روش CTU را پیدا کرده‌اند: "زمانی که گاز به طور موثر پراکنده نشده باشد" در سیستم نمونه برداری حباب در روش CTU باعث شده است که حباب‌های بزرگتر از ۱ میلی متر بترکند و از این طریق منجر به توزیع اندازه حباب ریزتر نسبت به واقعیت شده است (Grau and Heiskanen, 2005).

به منظور کنترل فرآیند، مالدونادو و همکاران (۲۰۰۸)، از نرم افزار تجاری Image-J برای تجزیه و تحلیل تصاویر حباب استفاده کرده‌اند. اساس کار تشخیص شکل دایره‌ای است و این روش در شناخت حباب‌های خوشه‌ای، بزرگ یا بیضی شکل ناکارآمد است (Maldonado et al., 2008).

آنالیزور اندازه حباب مک گیل^۲ دیگر تکنیک بصری است که توسط وینت^۳ و دیگر محققین دانشگاه مک گیل ساخته شده است. اصول عملیاتی آن بر اساس انتقال نمونه حباب‌ها (با مقداری پالپ) به درون یک محفظه نمایش به طوری که آنها درون یک منبع نور مناسب پراکنده می‌شوند و با یک دوربین دیجیتال عکس برداری می‌شوند. از یک روش آنالیز خودکار برای اندازه‌گیری اندازه حباب‌ها استفاده می‌شود. سیستم نمونه برداری شامل یک لوله نمونه‌گیری است که به کف نمایش دهنده حباب چسبیده است. لازم به ذکر است که محفظه مشاهده باید به طور دوره‌ای از هوای انباشته پاکسازی شود و به طور مرتب با آب شیرین تمیز شود. بنابراین اندازه‌گیری آنلاین بسیار چالش برانگیز است (Vinnett et al., 2012).

با توجه به این، وینت و همکاران (۲۰۱۲)، یک روش نیمه اتوماتیک را با استفاده از برنامه نرم افزاری USM-IMA برای حل این مسئله پیشنهاد داده است. با این وجود، این روش برای نظارت مستمر به دلیل گام قبل از پردازش آفلاین مناسب نیست. معرفی یک رویکرد جدید با استفاده از تغییر روش CHT، در نهایت باعث شد که هر دو برنامه آنلاین (مانند کنترل فرآیند) و تشخیص تمام حباب‌ها بدون در نظر گرفتن شکل، بعد یا واکنش آنها (خوشه بندی، نفوذ، و...) قابل استفاده باشند (Vinnett et al., 2012).

۲-۶ سینتیک فلو تاسیون

توزیع اندازه ذره و متغیرهای هیدرودینامیکی مانند، نرخ گاز، شار سطح جریان حباب (S_b)، ماندگی گاز و اندازه حباب بر روی ثابت نرخ نهایی، تأثیرگذار هستند و تا حد زیادی استفاده از یک مدل توزیع ثابت نرخ، مهم می‌باشد. تأثیر اندازه ذرات و اندازه حباب‌ها در فرآیندهای میکرو مانند، برخورد و اتصال، در مطالعات

¹ Helsinki

² MacGill

³ Vinnett

مختلفی گزارش شده است (Ahmed and Jameson, 1985; Dai et al., 2000; Nguyen, 1999; Sarrot et al., 2005; Weber and Paddock, 1983)

با توجه به رابطه بین ذره و اندازه حباب، دیاز پنافیل^۱ و دووبی^۲ (۱۹۹۴)، نشان دادند که ثابت سینتیک یک فرآیند فلوتاسیون آزمایشگاهی با استفاده از حبابهای کوچک (متوسط اندازه حباب ۱/۲ میلی متر برآورد شده است) با استفاده از اندازه ذرات مختلف (سیلیس)، متغیر است. کار آنها نشان می دهد که برای یک اندازه حباب، ثابت نرخ فلوتاسیون با افزایش اندازه ذرات تا یک مقدار حداکثری افزایش می یابد و سپس کاهش می یابد.

مطالعات زیادی برای تعیین تأثیر S_b بر روی بازیابی تجمعی، انجام شده است. برای مثال گوراین^۳ و همکاران (۱۹۹۷)، یک رابطه خطی بین ثابت نرخ فلوتاسیون و S_b را به دست آوردند که با کاهش اندازه ذرات، شیب کاهش می یابد. آنها دریافتند که شیب خط به دست آمده برای اندازه ذرات مختلف متفاوت است: برای اندازه ذرات کوچکتر از ۳۸ میکرون، شیب افزایش می یابد و برعکس. این مشاهدات در سلولهای مکانیکی در مقیاس آزمایشگاهی مورد تأیید قرار گرفته است. این بررسی کارآیی سلولهای مکانیکی را با استفاده از این مدل، نشان می دهد (Gorain et al., 1997).

در تحقیقات دیگری آقای گوراین و همکاران (۱۹۹۹)، گزارش داده اند که یک رابطه خطی بین k (ثابت سینتیک) و S_b وجود دارد که یک تابع از عمق کف می باشد و فقط برای کفهای با عمق کم (۷ سانتی متر) به صورت خطی بوده است. برای کفهای با عمق متوسط (۳۰ سانتی متر) و عمیق (۴۵ سانتی متر)، رابطه به صورت غیر خطی به دست آمده است. در نهایت می توان نتیجه گیری کرد که عمق کف یک نقش مهم را در سینتیکهای نهایی دارد (Gorain et al., 1999).

توسط ورا^۴ و همکاران (۱۹۹۹)، وجود یک رابطه خطی بین ثابت نرخ فلوتاسیون و عمق کف نیز، بررسی شده است. نویسندگان به این نتیجه رسیدند که اگرچه کاهش در بازیابی بخش کف مشاهده شده است اما ثابت نرخ جمع آوری دو کانی بررسی شده (کالکوپیریت و پیریت) با نرخ هوا افزایش می یابد. این باعث جدا شدن ذرات از حبابها در بخش کف می شود. در نهایت آنها نشان دادند که غلظت جامد و غلظت کلکتور تأثیر قابل توجهی بر ثابت نرخ جمع آوری دارند که هر دو مربوط به سرعت انتقال از ناحیه جمع آوری به ناحیه کف می باشد. همچنین افزایش پایداری کف، تأثیر مستقیمی بر رفتار ناحیه کف دارد. با توجه به این نتایج می توان در کارهای تحقیقاتی از کفهای با عمق کمتر نیز استفاده کرد (Vera et al., 1999).

هیسکانن^۵ (۲۰۰۰)، مدل گوراین را مورد نقد قرار داد. مدعی شد که اندازه گیری و محاسبه سرعت ظاهری گاز، همچنین اندازه حباب در برخی موارد می تواند تحت برخی شرایط باشد. علاوه بر این، ارزیابی مدل نشانه واقعی از رفتار ذرات با اندازه های مختلف نیست. به طوری که اندازه حبابهای بزرگتر، ثابت نرخ فلوتاسیون بالاتری را نشان می دهند و در شرایط پراکندگی کم پاسخ فلوتاسیون خوبی را نشان می دهد. نتایج متناقض

¹ Diaz-Penafiel

² Dobby

³ Gorain

⁴ Vera

⁵ Heiskanen

کمتری در تجارب صنعتی پیدا شده است. از این رو هیسکانن نتیجه‌گیری کرد که مساحت سطح جریان حباب به یک ارزیابی گسترده‌تر با استفاده از انواع کانه‌های مختلف نیاز دارد و رابطه خطی بین k و S_b به بررسی بیشتری نیاز دارد (Heiskanen, 2000).

بازیابی بخش کف کاملاً توسط محققان مختلف مدلسازی شده است. در بین آنها یاناتوس^۱ و همکاران (۲۰۰۵)، از یک تابع توزیع مستطیلی شکل ثابت نرخ (k) و یک سری از تانک‌ها برای توزیع زمان ماند، استفاده کرده‌اند (J. Yianatos et al., 2005).

پولیت^۲ و چاندر^۳ (۲۰۰۰)، توضیح داده‌اند که شکل تابع توزیع تأثیر قابل توجهی بر روی میانگین ثابت نرخ ندارد و گزارش شده است که ثابت سینتیک فرآیند فلوتاسیون برای ذرات تک اندازه با بازیابی نهایی (R_m) و برای میانگین تابع توزیع، کاملاً متفاوت است (Polat and Chander, 2000).

مسینائی^۴ و همکاران (۲۰۰۹)، رابطه بین ثابت نرخ فلوتاسیون ناحیه جمع آوری و مشخصات پراکندگی گاز از جمله: اندازه حباب، سرعت ظاهری گاز، ماندگی گاز و S_b را بررسی کردند. آزمایش‌های آنها در ستون‌های صنعتی و پایلوت انجام شده است. به این نتیجه رسیده‌اند که ثابت نرخ فلوتاسیون ناحیه جمع آوری با اندازه حباب و سرعت ظاهری گاز رابطه‌ای ندارد، اما یک رابطه خطی بین ماندگی گاز و مساحت سطح حباب برای محدوده‌های مختلف، وجود دارد. همچنین تأثیر پارامترهای عملیاتی شامل سرعت ظاهری گاز، درصد جامد و نوع و غلظت کف ساز بر روی مساحت سطح حباب و سینتیک فلوتاسیون، بررسی شده است (Massinaei et al., 2009).

مدل‌های ارائه شده برای توسعه یک مدل نرخ فلوتاسیون وابسته به اندازه ذره، به کار گرفته شده‌اند. برای مثال، پیک^۵ و همکاران (۲۰۰۳)، یک منحنی ثابت نرخ فلوتاسیون با توزیع نرمال را با توجه به اندازه ذرات، ارائه داده‌اند. حداقل و حداکثر اندازه ذره ۸ و ۸۰ میکرومتر بوده است (Pyke et al., 2003).

وزیری زاده و همکاران (۲۰۱۵)، مساحت ظاهری حباب‌ها (I_b) را به عنوان یک متغیر برای مدلسازی سینتیک فلوتاسیون، معرفی کردند (Vazirizadeh, 2015). همچنین رابطه بین I_b و دیگر متغیرهای هیدرودینامیکی به منظور پیدا کردن یک رابطه با ثابت نرخ فلوتاسیون مطالعه شده است. نتایج نشان داده‌اند که I_b هم به ماندگی گاز و هم به شار سطح جریان حباب (S_b) وابسته می‌باشند (Vazirizadeh et al., 2016, 2014). همچنین آنها نشان دادند که برای کالیبراسیون پارامترهای مدل، مقادیر بخش جمع آوری و زمان بازیابی باید قابل دستیابی باشند. نمونه‌های خوراک، کنسانتره و باطله باید در کل زمان برای آنالیز، گرفته شوند. در مورد سلول فلوتاسیون و دستگاه مورد استفاده آنها، نمونه‌گیری از بخش جمع آوری امکان نداشته است. بنابراین استفاده از برخی نمونه‌ها برای تخمین بازیابی کل فلوتاسیون به منظور پی بردن به صحت بازیابی بخش جمع آوری، فقط زمانی می‌تواند معتبر باشد که بخش کف خیلی کم عمق باشد.

¹ Yianatos

² Polat

³ Chander

⁴ Massinaei

⁵ Pyke

ژیانگینگ بو^۱ و همکاران (۲۰۱۶)، مدل‌سازی سینتیک و بهینه سازی فرآیند فلوتاسیون در ستون فلوتاسیون میکرو حباب را با استفاده از روش طراحی مرکزی، بررسی کردند. در مطالعه آنها روش طراحی مرکزی با پنج سطح و چهار متغیر برای مدل‌سازی و بهینه‌سازی سینتیک فرآیند فلوتاسیون ناپیوسته در یک ستون فلوتاسیون میکرو حباب، استفاده شده است. ۳۰ آزمایش ناپیوسته فلوتاسیون در شرایط مختلف درصد جامد پالپ (X_1)، غلظت کف ساز (X_2)، نرخ جریان پالپ (X_3) و عمق کف (X_4) انجام شده است. مشاهده شده است که حداکثر زمان فلوتاسیون (t_{Max}) به دست آمده در آزمایش‌ها، تحت شرایط مختلف نوساناتی داشته است. از روش طراحی آزمایش سطح پاسخ برای نشان دادن اهمیت و توسعه رابطه بین متغیرهای فرآیند، استفاده شده است. تجزیه و تحلیل آماری نشان داده است که مدل اصلاح شده کلسال^۲، مدل سینتیکی بهینه برای مشخص کردن فرآیند فلوتاسیون می‌باشد. آنالیز نتایج واریانس نشان داد که تأثیر X_1 برای تمام جواب‌های فرآیند مهم می‌باشد. X_4 به عنوان عامل مستقل مهم برای دو متغیر پاسخ t_{Max} و بازیابی نهایی، مدل بهینه سینتیک شناخته شده است. X_3 تأثیر قابل توجهی را بر پارامتر مدل بهینه سینتیک (کسری از اجزاء فلوتاسیون با ثابت نرخ پایین) دارد. علاوه بر این، حداکثر زمان فلوتاسیون و بازیابی نهایی تحت تأثیر تعامل بین X_1 و X_4 قرار گرفته است. بر اساس نتیجه بهینه سازی مشخص شده که بازیابی نهایی با زمان فلوتاسیون مناسب به دست آمده از فرآیند فلوتاسیون با محدوده متغیرهای آزمایشگاهی، به دست آمده است (X_1 : از سطوح متوسط تا سطوح بالاتر، X_2 : سطح متوسط، X_3 : ۲۲ گرم بر تن و X_4 : ۲۵ میلی متر). در نهایت یک همبستگی مناسب بین مقادیر پیش بینی شده و مقادیر واقعی به دست آمده است ($R^2 = 0.997$) (Bu et al., 2016).

۷-۲ جمع‌بندی

در چند دهه گذشته تاکنون تحقیقات متعددی در رابطه با فلوتاسیون ستونی انجام شده است که تحقیقات مهم مرتبط با پارامترهای هیدرودینامیکی، اندازه ذره، اندازه حباب و سینتیک فلوتاسیون، بررسی شد. نقش پارامترهای هیدرودینامیکی مانند: ماندگی گاز (ϵ_g)، شار سطح جریان حباب (S_b)، مساحت ظاهری حباب‌ها (I_b) و... در کارهای تحقیقاتی مختلف بررسی شده است. رابطه بین پارامترهای هیدرودینامیکی و همچنین رابطه آنها با اندازه ذره و اندازه حباب مطالعه شده است.

در تحقیقات مختلف مشخص شده است که استفاده از یک توزیع به جای استفاده از مقدار میانگین، می‌تواند نقش اندازه حباب و اندازه ذره را به خوبی بر روی کارایی فلوتاسیون نشان دهد. توزیع اندازه حباب (BSD) یکی از پارامترهایی است که تأثیر دیگر پارامترها تا حدودی بر روی آن بررسی شده است اما نقش BSD بر روی بازیابی نهایی و کارایی فلوتاسیون ستونی در حضور ذرات، مورد مطالعه قرار نگرفته است. به طور کلی، با بررسی و آنالیز تحقیقات گذشته در رابطه با نقش BSD در فلوتاسیون مشخص شده است که:

¹ Xiangining Bu

² Kelsall

- تاکنون رابطه بین BSD و کارایی فلوتاسیون ارائه نشده است و همچنین مشخص نیست که آیا d_{32} و پارامترهای مدل BSD (پارامترهایی که در مدلسازی BSD استفاده می‌شود) می‌توانند در شرایط مختلف آزمایشگاهی توزیع اندازه حباب را نشان دهند یا نه. علاوه بر این، روابط بین d_{32} ، S_b ، پارامترهای مدل BSD و کارایی فلوتاسیون به طور جامع و تحت شرایط آزمایشگاهی مختلف مورد بررسی قرار نگرفته است. به این دلایل یکی از اهداف اصلی این پژوهش، بررسی این موضوع تحت یک شرایط آزمایشگاهی گسترده با تغییر پارامترهای مستقل: درصد جامد، نرخ هوادهی، غلظت کف‌ساز و اندازه ذره می‌باشد. همچنین توزیع اندازه حباب به دست آمده از آنالیزهای آزمایشگاهی با مدل‌های مختلف توصیف خواهد شد و رابطه بین پارامترهای مدل (مناسب‌ترین مدل) و بازیابی فلوتاسیون ارائه خواهد شد.

- اگرچه برخی محققین، پارامترهای هیدرودینامیکی را با استفاده از توزیع اندازه حباب بررسی کرده‌اند، اما هنوز مشخص نیست که چطور در تعداد یکسان حباب‌ها، حباب‌های با اندازه مختلف بر روی پارامترهای هیدرودینامیکی و کارایی فلوتاسیون تأثیر خواهد گذاشت. بنابراین یکی دیگر از اهداف اصلی این پژوهش، بررسی جامع رابطه بین BSD، کارایی فلوتاسیون، $\mathcal{E}_g$ و I_b با تغییر پارامترهای مستقل است.

- اگرچه مطالعات گذشته با استفاده از سلول فلوتاسیون میکرو برای درک بنیادی برهمکنش حباب-ذره بسیار مفید هستند، اما بسیار مهم است که بدانیم آیا می‌توان از مدل‌های بنیادی فلوتاسیون برای یک ستون فلوتاسیون نیمه صنعتی استفاده کرد یا خیر. علاوه بر این، مشخص نشده است که سطح حباب‌ها در حضور کف‌ساز به صورت ثابت است یا متحرک. همچنین در مطالعات گذشته از یک سرعت صعود ثابت برای حباب‌ها و از d_{32} استفاده شده است. به این دلایل، یکی از اهداف این پژوهش بررسی تغییر سرعت صعود حباب‌ها و بررسی سطح حباب‌ها (ثابت یا متغیر) و تأثیر آن بر کارایی فلوتاسیون می‌باشد.

۳- روش تحقیق

۱-۳ مقدمه

در فصل‌های قبل تحقیقات مرتبط با تأثیر توزیع اندازه حباب (BSD) و سایر عوامل مؤثر بر کارایی فلوتاسیون (پارمترهای هیدرودینامیکی، اندازه ذره و ...) به طور مفصل مورد بررسی قرار گرفت. همان‌طور که در تحقیقات مختلف نشان داده شده است، بررسی BSD در سیستم‌های سه فازی نیازمند روشی دقیق برای اندازه‌گیری اندازه حباب، آنالیز تصاویر و کنترل فرآیند می‌باشد. از این رو، در این فصل به معرفی ستون فلوتاسیون استفاده شده، مواد شیمیایی و مواد معدنی، طراحی آزمایش‌ها، روش اندازه‌گیری توزیع زمان ماند، روش اندازه‌گیری و مدلسازی توزیع اندازه حباب، آنالیز تصاویر و ... پرداخته خواهد شد.

۲-۳ آزمایش‌های فلوتاسیون

شماتیک ستون فلوتاسیون و سیستم استفاده شده برای انجام آزمایش‌ها در شکل ۱-۳ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۱-۳ نشان داده شده است، از یک ستون فلوتاسیون نیمه صنعتی^۱ (با طول ۶ متر و قطر ۱۱ سانتی متر) با یک سیستم پیوسته برای تمام آزمایش‌های فلوتاسیون استفاده شده است. از یک مخزن ۱۰۰ لیتری برای آماده‌سازی پالپ استفاده شد. بعد از تهیه پالپ، کلکتور و کف‌ساز برای ایجاد آبرانی ذرات به آن اضافه و در طول آماده‌سازی، pH پالپ به وسیله pH متر کنترل شد. انتقال پالپ به ستون فلوتاسیون به وسیله یک پمپ پریستالتیک با دبی ۲/۵ لیتر بر دقیقه در تمام آزمایش‌ها انجام شد. از هوای فشرده و یک اسپارجر^۲ به منظور ایجاد حباب‌های هوا در پایین ستون استفاده شده است. سطح مشترک پالپ-کف توسط یک سیستم کنترلر فازی-PID^۳ کنترل و سپس عمق کف ۳۰ سانتی‌متر برای تمام آزمایش‌ها در نظر گرفته شد. شرایط ثابت فلوتاسیون در جدول ۱-۳ نشان داده شده است. از جریان سنج‌های^۴ هوا و آب برای کنترل دبی هوای ورودی و دبی آب شستشو استفاده شده است. بعد از ثابت شدن شرایط عملیاتی ستون (مانند ارتفاع کف و دبی ورودی)، کنسانتره و باطله به مدت ۱۰ دقیقه جمع‌آوری، آگیری، خشک و وزن شد و بازیابی کلی فلوتاسیون (R_G) کوارتز با استفاده از رابطه (۱-۳) محاسبه شد:

$$R_G = \frac{m_{conc}}{m_{conc} + m_{tail}} \times 100 \quad (1-3)$$

به طوری که m_{conc} و m_{tail} به ترتیب جرم کانی با ارزش در کنسانتره و باطله می‌باشند.

¹ Pilot plant

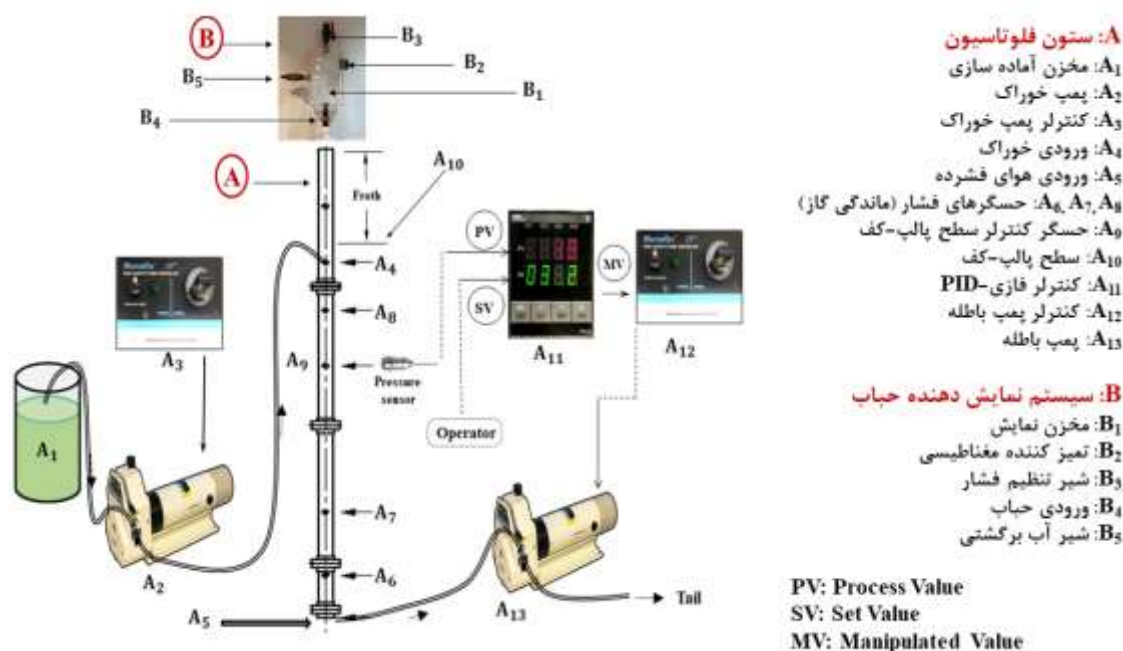
² Sparger

³ Proportional-Integral-Derivative

⁴ Rotameter

جدول ۳-۱: شرایط ثابت فلوتاسیون ستونی استفاده شده در این تحقیق.

پارامترهای ثابت	طول ستون	قطر ستون	دبی پالپ خوراک	عمق کف	مدت زمان کف گیری
مقدار	۶ متر	۱۱ سانتی متر	۲/۵ لیتر بر دقیقه	۳۰ سانتی متر	۱۰ دقیقه



شکل ۳-۱: شماتیک ستون فلوتاسیون استفاده شده.

۳-۳ مواد معدنی و مواد شیمیایی مورد استفاده

مشاهده حباب‌ها در پالپ فلوتاسیون و در حضور ذرات بسیار مشکل و در درصد جامدهای بیشتر از ۵ درصد، تقریباً غیر ممکن است. با توجه به این که هدف این پژوهش، بررسی توزیع اندازه حباب در درصد جامدهای ۵، ۱۰ و ۱۵ درصد می‌باشد، از این رو آزمایش‌ها فلوتاسیون در دو مرحله با دو ماده معدنی مختلف انجام شد. در مرحله اول از ذرات کوارتز با خلوص بالای ۹۵ درصد استفاده شد (جدول ۳-۲). ذرات کوارتز به دلیل شفاف بودن، وقتی با آب مخلوط شوند پالپ نسبتاً شفاف به وجود خواهد آمد که امکان مشاهده و تصویری‌برداری از حباب‌ها در حین فلوتاسیون وجود دارد. بنابراین از ذرات کوارتز برای آنالیز و مدلسازی توزیع اندازه حباب و تأثیر آن بر کارایی فلوتاسیون استفاده شد. در مرحله دوم، ماده معدنی مس سولفیدی (جدول ۳-۳) به عنوان یک ماده معدنی واقعی برای ارزیابی نتایج مرحله اول مورد استفاده قرار گرفت. ذکر این نکته قابل توجه است که تمام شرایط فلوتاسیون از جمله متغیرهای مستقل؛ درصد جامد پالپ (۵، ۱۰ و ۱۵ درصد)، سرعت ظاهری گاز (۱۰، ۲۰ و ۳۰ میلی متر بر ثانیه)، غلظت کف ساز (۱۰، ۲۰ و ۳۰ گرم بر تن) و اندازه ذرات (۷۵-

۵۳، ۷۵-۱۰۵+ و ۱۵۰-۱۰۵+ میکرون؛ نرخ ورودی خوراک (۲/۵ لیتر بر دقیقه)؛ زمان آماده‌سازی پالپ خوراک، زمان فلوتاسیون، عمق کف و ... برای آزمایش‌های مرحله اول و مرحله دوم به شکل یکسان در نظر گرفته شده است. همچنین برای آزمایش‌های فلوتاسیون مرحله اول (با ماده معدنی کوارتز)، از آب شستشو استفاده نشده زیرا از کوارتز با خلوص بالا استفاده شده است. مواد شیمیایی استفاده شده برای هر مرحله (مختص کوارتز و مس سولفیدی) در جدول ۳-۴ نشان داده شده است. علاوه بر این، برای تمام آزمایش‌های فلوتاسیون کوارتز از pH برابر با ۸/۵ و برای تمام آزمایش‌های فلوتاسیون مس سولفیدی از pH خنثی با خطای ۵ درصد استفاده شد.

جدول ۳-۲: نتایج آنالیز نیمه کمی XRD نمونه سیلیس.

ترکیب	Fe ₂ O ₃	TiO ₂	CaO	Al ₂ O ₃	MgO	Na ₂ O	K ₂ O	P ₂ O ₅	Cr ₂ O ₃	SiO ₂	LOI
درصد	۱/۱۷	۰/۱۳	۰/۶	۱/۰۳	۰/۱۲	۰/۰۶	۰/۵۳	۰/۱۷	۰/۶۸	۹۵/۵۰	۰/۰۱

جدول ۳-۳: نتایج آنالیز نیمه کمی XRD نمونه مس سولفیدی.

ترکیب	Cu ₂ S	CuFeS ₂	CuS	FeS ₂	FeOOH	ZnS	Fe ₂ O ₃	Fe ₃ O ₄	SiO ₂	LOI
درصد	۱/۲۷	۰/۷۱	۰/۱۷	۱۰/۵۰	۰/۲۱	۰/۱۱	۸/۰۶	۶/۱۲	۳۹/۴۴	۳۳/۴۱

جدول ۳-۴: مواد شیمیایی و شرایط مورد استفاده برای فلوتاسیون کوارتز و مس سولفیدی.

ماده معدنی	کلکتور	کف‌ساز	تنظیم کننده pH	نرخ آب شستشو (میلی متر بر ثانیه)
کوارتز	دودسیل آمین ^۱	پلی پروپیلن گلیکول ^۲ (PPG425)	HCl و NaOH	۰
مس سولفیدی	پتاسیم آمیل گزنات ^۳ (PAX)	MIBC ^۴	HCl و NaOH	۱۰

^۱ Dodecylamine

^۲ Polypropylene glycol

^۳ Potassium amyl xenthate

^۴ Methyl isobutyl carbinol

۴-۳ طراحی آزمایش‌ها و آنالیز نمونه‌ها

از روش طراحی آزمایش سطح پاسخ^۱ (Anderson-Cook et al., 2009) با چهار متغیر مستقل برای طراحی، بررسی و تأثیر توزیع اندازه حباب در ستون فلوتاسیون استفاده شده است. به منظور آنالیز تکرارپذیری آزمایش‌ها، سه آزمایش برای تکرار در نظر گرفته شد. متغیرهای مستقل استفاده شده شامل: درصد جامد (۵، ۱۰ و ۱۵ درصد)، سرعت ظاهری گاز (۱۰، ۲۰ و ۳۰ میلی متر بر ثانیه)، غلظت کف‌ساز (۱۰، ۲۰ و ۳۰ گرم بر تن) و اندازه ذره (۷۵-۵۳+، ۱۰۵-۷۵+ و ۱۵۰-۱۰۵+ میکرون) می‌باشد.

همان‌طور که در بخش قبلی توضیح داده شد، آزمایش‌های فلوتاسیون با دو ماده معدنی مختلف انجام شد (کلیه شرایط آزمایش برای دو ماده معدنی یکسان در نظر گرفته شده است). در مرحله اول از ذرات کوارتز با خلوص بالا (جدول ۳-۲) استفاده شد. از این رو در آزمایش‌های مرحله اول برای محاسبه بازیابی نهایی، به طور مستقیم از وزن کنسانتره و باطله (با فرض عیار ۱۰۰ درصد) استفاده شده است. در آزمایش‌های مرحله دوم از ذرات مس سولفیدی به عنوان یک ماده معدنی واقعی (جدول ۳-۳) استفاده شد. برای محاسبه بازیابی در مرحله دوم از آنالیز جذب اتمی^۲ برای محاسبه مقدار مس در کنسانتره و باطله بعد از هر آزمایش استفاده شده است. خلاصه طراحی آزمایش‌ها برای مرحله اول و دوم در جدول ۳-۵ نشان داده شده است. پارامترهای مستقل شامل: درصد جامد، سرعت ظاهری گاز، غلظت کف‌ساز و اندازه ذره می‌باشند.

¹ Response surface design

² Atomic Absorption

جدول ۳-۵: خلاصه طراحی آزمایش‌ها برای فلوتاسیون کوارتز و مس سولفیدی.

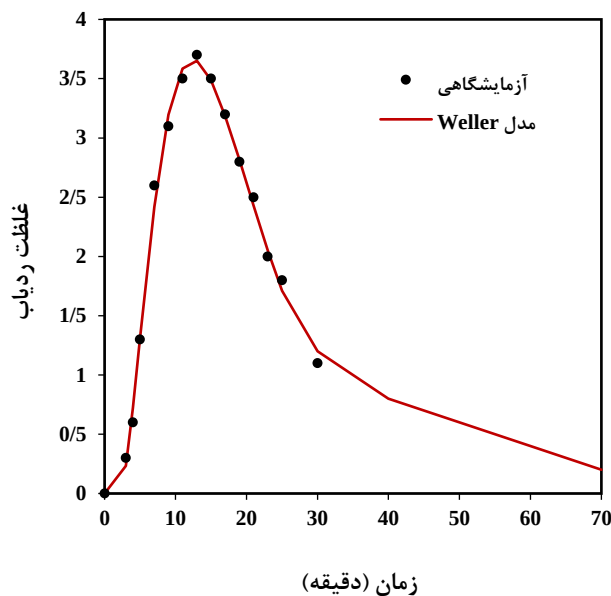
شماره آزمایش	درصد جامد (%)	سرعت ظاهری گاز (میلی متر بر ثانیه)	غلظت کف ساز (گرم بر تن)	اندازه ذرات (میکرون)
۱	۱۰	۲۰	۲۰	۷۵-۱۰۵+
۲	۱۰	۲۰	۳۰	۷۵+ ۱۰۵-
۳	۱۰	۲۰	۱۰	۷۵+ ۱۰۵-
۴	۱۵	۱۰	۱۰	۱۰۵+ ۱۵۰-
۵	۱۵	۲۰	۲۰	۷۵+ ۱۰۵-
۶	۱۰	۲۰	۲۰	۷۵+ ۵۳-
۷	۱۰	۱۰	۲۰	۷۵+ ۱۰۵-
۸	۵	۱۰	۳۰	۷۵+ ۵۳-
۹	۱۵	۱۰	۳۰	۱۰۵+ ۱۵۰-
۱۰	۱۰	۲۰	۲۰	۷۵+ ۱۰۵-
۱۱	۵	۲۰	۲۰	۷۵+ ۱۰۵-
۱۲	۱۰	۳۰	۲۰	۷۵+ ۱۰۵-
۱۳	۵	۱۰	۱۰	۷۵+ ۵۳-
۱۴	۱۵	۳۰	۳۰	۷۵+ ۵۳-
۱۵	۵	۳۰	۳۰	۱۰۵+ ۱۵۰-
۱۶	۱۰	۲۰	۲۰	۷۵+ ۱۰۵-
۱۷	۱۰	۲۰	۲۰	۱۰۵+ ۱۵۰-
۱۸	۵	۳۰	۱۰	۱۰۵+ ۱۵۰-
۱۹	۱۵	۳۰	۱۰	۷۵+ ۵۳-

۳-۵ اندازه‌گیری توزیع زمان ماند

برای محاسبه سینیتیک فلوتاسیون، محاسبه توزیع زمان (RTD) ماند ذرات ضروری می‌باشد (Banisi et al., 1995b; Yianatos et al., 2017; Yianatos and Bergh, 1992). برای این منظور در این پژوهش، توزیع زمان ماند با روش پاسخ ردیاب^۱ با اندازه‌گیری pH پالپ در خروجی باطله ستون محاسبه شد (Yianatos et al., 2017). از ۵۰ میلی‌لیتر NaOH ۳ مولار به عنوان ماده ردیاب استفاده شد. ردیاب در ورودی خوراک ستون اضافه و اندازه‌گیری pH به مدت ۳۰ دقیقه با فواصل زمانی ۲ دقیقه در خروجی باطله ستون انجام شد. توزیع زمان ماند با استفاده از مدل ولر^۲ (رابطه ۳-۲) که سیستم را به سه زیر سیستم (یک راکتور مخلوط کننده کامل بزرگ و دو راکتور مخلوط کننده کامل کوچک) تقسیم می‌کند، توصیف شد (Hassanzadeh, 2017; Yianatos et al., 2013). همان‌طور که در شکل ۳-۲ نشان داده شده است، مدل ولر به خوبی نتایج آزمایشگاهی توزیع زمان ماند را پیش بینی کرده است ($R^2=0.99$).

¹ Tracer response method

² Weller model



شکل ۳-۲: توزیع زمان ماند داده‌های آزمایشگاهی و مدل ولبر.

$$E(t) = \frac{\left(-\frac{t-\tau_{pf}}{\tau_S} - \alpha\right) \cdot \exp\left(\frac{-t-\tau_{pf}}{\tau_S}\right) + \alpha \cdot \exp\left(\frac{-t-\tau_{pf}}{\tau_L}\right)}{\tau_L - \tau_S} \quad (3-2)$$

$$\alpha = \frac{\tau_L}{\tau_L - \tau_S} \quad (3-3)$$

به طوری که $E(t)$ تابع توزیع زمان ماند، t زمان، τ_{pf} زمان تأخیر (معادل زمان ماند یک راکتور با جریان پیستونی است)، τ_L و τ_S به ترتیب زمان ماند مخلوط کننده کامل کوچک و بزرگ می‌باشند. پارامترهای مدل $(\tau_L, \tau_S, \tau_{pf})$ با استفاده از آنالیز رگرسیون به دست آمده‌اند. مجموع پارامترهای مدل، زمان ماند کلی سیستم را نشان می‌دهد. قابل ذکر است که τ_{pf} در تمام محاسبات کمتر از یک بوده است. نتایج آزمایشگاهی نشان داد که زمان ماند برای تمام شرایط آزمایشگاهی استفاده شده در این پژوهش برابر با $1 \pm 17/5$ دقیقه می‌باشد. دلیل اینکه زمان ماند تقریباً ثابت بوده است احتمالاً به دلیل تغییر اندک درصد جامد (۵، ۱۰ و ۱۵ درصد) می‌باشد.

۳-۶ مدل سینتیکی ناحیه جمع‌آوری^۱

ثابت نرخ فلوتاسیون با استفاده از رابطه (۳-۴) محاسبه شد (Polat and Chander, 2000):

¹ Collection zone kinetic model

$$R_C = R_\infty \int_0^\infty \int_0^\infty (1 - e^{-kt}) F(k) E(t) dk dt \quad (4-3)$$

به طوری که R_∞ بازیابی در زمان بی نهایت، R_C بازیابی ناحیه جمع آوری و k ثابت نرخ فلوتاسیون است. $F(k)$ تابع توزیع ثابت نرخ فلوتاسیون و $E(t)$ تابع توزیع زمان ماند برای فرآیندهای پیوسته (رابطه (۳-۲)) می باشد. بازیابی ناحیه جمع آوری با استفاده از رابطه (۳-۵) محاسبه شد:

$$R_G = \frac{R_C R_F}{(1 - R_C + R_C R_F)} \quad (5-3)$$

به طوری که R_G بازیابی کلی و R_F بازیابی ناحیه کف را نشان می دهد. R_F می تواند با استفاده از رابطه پیشنهاد شده توسط یاناتوس و همکاران (۱۹۹۸)، محاسبه شود (Yianatos et al., 1998):

$$R_F = 95. e^{(-0.0144 \cdot \frac{H_F(1+3J_W)}{J_g^3})} \quad (6-3)$$

H_F عمق کف، J_W نرخ آب شستشو، و J_g سرعت ظاهری گاز می باشد.

یاناتوس و همکاران (۲۰۰۵)، از مدل توزیع مستطیلی شکل^۱ برای محاسبه $F(k)$ استفاده کرده اند، زیرا این مدل فقط شامل پارامتر k_M (حداکثر ثابت سینیتیک) است (J. Yianatos et al., 2005):

$$F(k) = \frac{1}{k_M} \quad \text{for } 0 < k < k_M \quad (7-3)$$

با ترکیب روابط (۳-۴) تا (۳-۷)، k_M می تواند با استفاده از رابطه (۳-۸) تخمین زده شود:

$$\frac{R_C}{R_\infty} = 1 - \frac{1}{k_M(\tau_L - \tau_S)} \left(\frac{1}{k_M \tau_S + 1} - 1 + \alpha \ln \left(\frac{k_M \tau_L + 1}{k_M \tau_S + 1} \right) \right) \quad (8-3)$$

¹ Rectangular distribution model

۷-۳ ماندگی گاز

ماندگی گاز (درصد حجمی گاز درون پالپ فلوتاسیون) با استفاده از سیستم اندازه‌گیری اتوماتیک اختلاف فشار بین نقاط A_6 و A_8 (شکل ۳-۱)، بر مبنای رابطه (۳-۹) محاسبه شده است (Finch and Dobby, 1990):

$$\varepsilon_{g,6,8} = 1 - \frac{\Delta P_{6,8}}{\rho \cdot g \cdot \Delta H_{6,8}} \quad (۳-۹)$$

به طوری که $\varepsilon_{g,6,8}$ ، $\Delta P_{6,8}$ و $\Delta H_{6,8}$ به ترتیب ماندگی گاز، اختلاف فشار و فاصله بین نقاط A_6 و A_8 ، ρ دانسیته پالپ و g شتاب گرانش (۹/۸۱ متر بر مجذور ثانیه) است. قابل ذکر است که سنسورهای فشار (WIKA، آلمان) دارای دقت اندازه‌گیری ۰/۰۵ درصد هستند.

۸-۳ اندازه‌گیری توزیع اندازه حباب

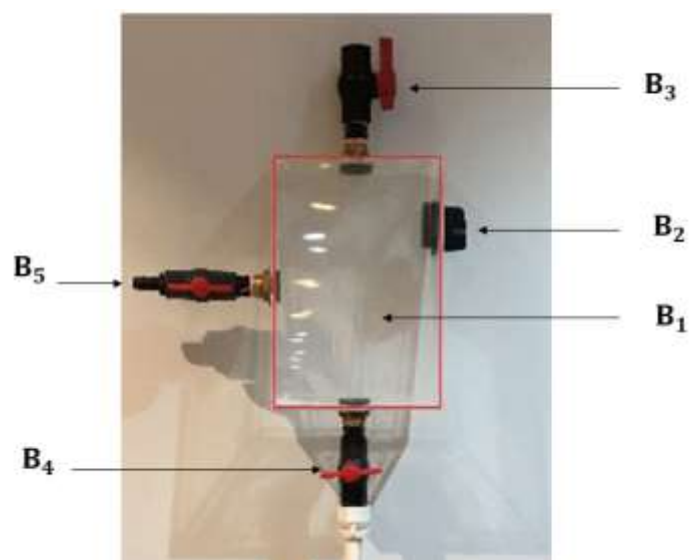
در قسمت B شکل ۳-۱ یک تصویر کلی از روش استفاده شده برای اندازه‌گیری توزیع اندازه حباب نشان داده شد. در این قسمت به شرح کامل این سیستم پرداخته خواهد شد.

در شکل ۳-۳ سیستم استفاده شده برای مشاهده و اندازه‌گیری توزیع اندازه حباب نشان داده شده است. مبنای این روش اولین بار توسط وینت و همکاران (۲۰۱۲ و ۲۰۱۶) ارائه شد (Vinnett et al., 2016, 2012). در این روش، نمونه‌گیری از حباب‌ها در حدود ۱۰ سانتی‌متر پایین‌تر از سطح مشترک پالپ-کف با استفاده از یک لوله (طول ۱/۲ متر و قطر ۱ سانتی‌متر) که ستون فلوتاسیون را به مخزن مشاهده متصل می‌کند، انجام می‌شود. به عبارتی دیگر، از لوله به منظور جمع‌آوری حباب‌های در حال ورود به ناحیه کف استفاده می‌شود. لوله به یک مخزن مشاهده از جنس پلکسی گلس^۱ به ابعاد ۳۰×۲۰×۱۰ سانتی‌متر و با ضخامت بدنه ۱ سانتی‌متر متصل شد (شکل ۳-۳). قبل از شروع آزمایش‌ها، مخزن مشاهده و لوله نمونه‌گیری با محلولی مشابه آنچه در طول آزمایشها استفاده شد، پر شد (با غلظت کف‌ساز یکسان). در حین آزمایش‌ها فلوتاسیون، زمانی که شیر ورودی B_4 باز و شیرهای B_3 و B_5 بسته شد (شکل ۳-۳)، حباب‌های هوا وارد مخزن مشاهده شدند. قابل ذکر است که اگر شیر B_3 حتی به مقدار اندک باز باشد، هیچ حبابی وارد مخزن مشاهده نخواهد شد زیرا در این صورت اختلاف فشار درون ستون فلوتاسیون و درون مخزن مشاهده، برای انتقال حباب‌ها مناسب نیست. تصویربرداری از حباب‌ها به مدت ۱۰ دقیقه از شروع فرآیند فلوتاسیون، با استفاده از یک دوربین دیجیتالی (SX710, Japan) با سرعت تصویربرداری ۶۰ فریم بر ثانیه، انجام شد. در نهایت آنالیز تصاویر حباب‌ها به منظور محاسبه توزیع اندازه حباب با کدنویسی نرم افزار متلب^۲ انجام شده است (شکل ۳-۴ و شکل ۳-۵).

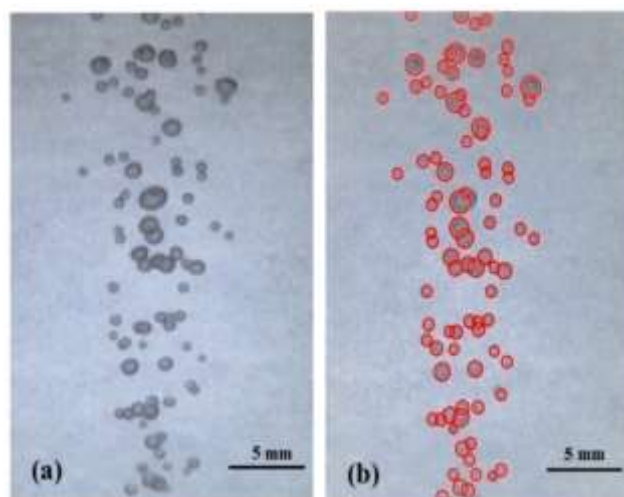
^۱ Plexiglas

^۲ MATLAB

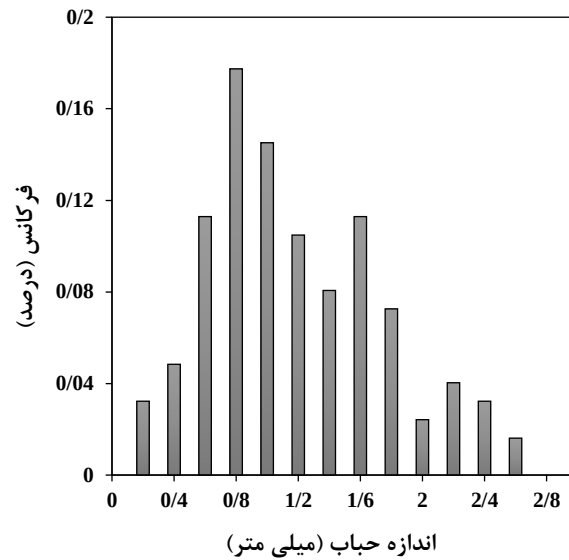
قابل ذکر است که شکل ۳-۴ در حضور ذرات کوارتز ثبت شده است اما ذرات قابل مشاهده نیستند زیرا حدود ۲۰ برابر کوچکتر از اندازه حباب‌ها هستند.



شکل ۳-۳: سیستم اندازه‌گیری توزیع اندازه حباب.



شکل ۳-۴: اندازه‌گیری توزیع اندازه حباب (a) تصاویر ثبت شده توسط دوربین، (b) شناسایی حباب‌ها با نرم افزار متلب (تصاویر در ارتفاع ۵ متری نسبت به پایین ستون ثبت شده است).



شکل ۳-۵: نمودار توزیع اندازه حباب (شرایط آزمایشگاهی: درصد جامد ۱۰ درصد، سرعت ظاهری گاز ۲۰ میلی متر بر ثانیه، غلظت کف‌ساز ۲۰ گرم بر تن و اندازه ذره ۷۵-۱۰۵ میکرون).

قطر میانگین ساتر حباب (d_{32}) برا اساس داده‌های آزمایشگاهی توزیع اندازه حباب محاسبه شد (Riquelme et al., 2015).

$$d_{32_experimental} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^3}{\sum_{i=1}^n d_i^2} \quad (۱۰-۳)$$

به طوری که d_i اندازه حباب و n تعداد حباب‌ها است.

معمولاً کارآیی خصوصیات پراکندگی گاز با استفاده از شار سطح جریان حباب (S_b) بررسی شده است (Gorain et al., 1997).

$$S_b = \frac{6J_g}{d_{32}} \quad (۱۱-۳)$$

S_b شار سطح جریان حباب و J_g سرعت ظاهری گاز می‌باشد. قابل ذکر است که مقادیر پایین S_b نشان دهنده حضور حباب‌های بزرگ و مقدار پایین J_g و در نتیجه پراکندگی پایین فاز گاز می‌باشد.

۹-۳ مدلسازی توزیع اندازه حباب

در جدول ۶-۳ مدل‌های مختلف برای d_{32} (اندازه میانگین قطر ستر حباب)، CDF^۱ (تابع تجمعی دانسیته) و PDF^۲ (تابع احتمالاتی دانسیته) نشان داده شده است. تمامی مدل‌ها شامل اندازه حباب (d) و پارامترهای مدل توزیع اندازه حباب (μ ، σ و θ) هستند. انحراف معیار استاندارد سه نقطه مرکزی برای μ ، σ و d_{32} به ترتیب برابر با ۳/۷ درصد، ۱۰ درصد و ۲/۴ درصد بوده است. قابل ذکر است که تلاش شد که از مدل‌های بیشتری (نیمه نرمال^۳، غیر خطی وینر^۴، دو جمله‌ای^۵، نمایی^۶، لجستیک^۷) برای مدلسازی توزیع اندازه حباب استفاده شود که نتایج مناسبی حاصل نشد.

جدول ۶-۳: مدل‌های مختلف استفاده شده برای مدلسازی BSD.

d_{32}	معادله توزیع		منابع	مدل توزیع
	CDF	PDF		
$\frac{\sum_{i=1}^n PDF_i(\mu_i(\mu_i^2 + 3\sigma_i^2))}{\sum_{i=1}^n PDF_i(\mu_i^2 + \sigma_i^2)}$	$\frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{d - \mu}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right]$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{d - \mu}{\sigma} \right)^2}$	(Maldonado, 2010; Wongsuchoto et al., 2003)	نرمال
$e^{\mu + 2.5\sigma^2}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[\frac{\ln(d) - \mu}{\sigma\sqrt{2}} \right]$	$\frac{1}{d\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{[\ln(d) - \mu]^2}{2\sigma^2} \right)$	(Grau and Heiskanen, 2005, 2002; Vinnett et al., 2012)	لاگ-نرمال
$(k - 1) \times \theta$	$\frac{1}{\Gamma(k)} \gamma \left(k, \frac{d}{\theta} \right)$	$\frac{1}{\Gamma(k)\theta^k} d^{k-1} e^{-\frac{d}{\theta}}$	(Kumar et al., 2010)	گاما

نتایج مدلسازی توزیع اندازه حباب نشان داد که مدل توزیع لاگ-نرمال، توزیع اندازه حباب را بهتر از دیگر مدل‌ها توصیف می‌کند. به عنوان مثال، شکل ۶-۳ نتایج CDF را برای یکی از شرایط آزمایشگاهی نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۶-۳ دیده می‌شود، رابطه خوبی بین داده‌های آزمایشگاهی و نتایج محاسبه شده وجود دارد (R^2 بیشتر از ۰/۹۸ برای CDF). پارامتر σ بیانگر میزان گستردگی توزیع اندازه حباب است، در حالی که، پارامتر μ وابسته به مقدار میانه اندازه حباب‌ها ($\exp(\mu)$) می‌باشد.

¹ Cumulative density function

² Probability density function

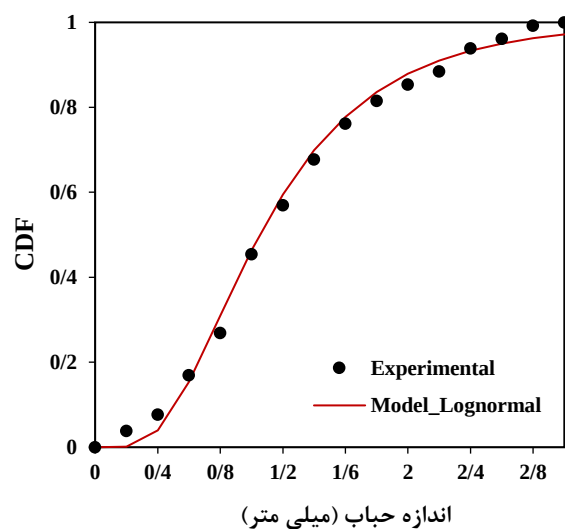
³ Half-Normal

⁴ Non-linear Wiener

⁵ binomial

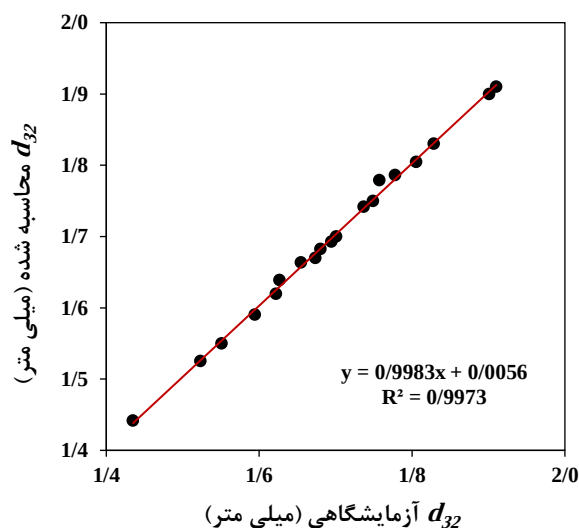
⁶ Exponential

⁷ Logistic



شکل ۳-۶: تابع توزیع تجمعی (CDF) اندازه حباب به دست آمده با داده‌های آزمایشگاهی و مدل لاگ-نرمال برای شرایط آزمایشگاهی: درصد جامد ۱۰ درصد، سرعت ظاهری گاز ۲۰ میلی متر بر ثانیه، غلظت کف‌ساز ۲۰ گرم بر تن و اندازه ذره ۱۰۵-۷۵+ میکرون.

پارامترهای مدل (μ و σ) با استفاده از آنالیز رگرسیون CDF مدل لاگ-نرمال به دست آمده‌اند. مقایسه بین d_{32} محاسبه شده با استفاده از مدل لاگ-نرمال و d_{32} به دست آمده با داده‌های آزمایشگاهی نشان داد که، رابطه خیلی خوبی بین داده‌های آزمایشگاهی و مدلسازی برای تمام آزمایش‌های انجام شده وجود دارد (شکل ۳-۷). ذکر این نکته بسیار مهم است که توزیع اندازه حباب گسترده‌تر به معنی مقادیر بیشتر σ است.



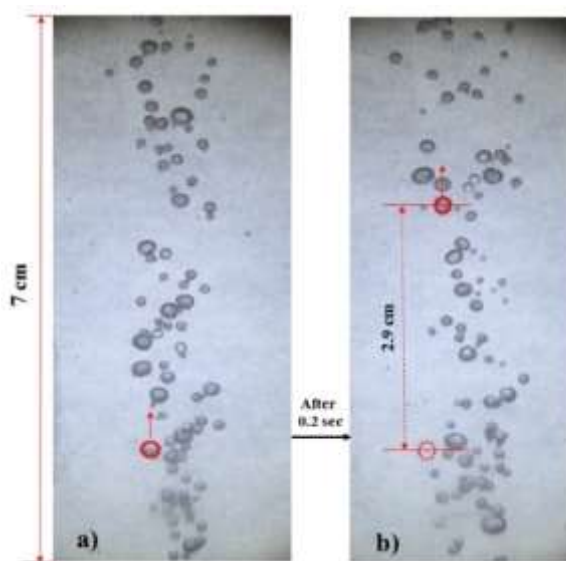
شکل ۳-۷: مقایسه d_{32} آزمایشگاهی و d_{32} محاسبه شده.

۳-۱۰ اندازه‌گیری سرعت حباب‌ها

اندازه‌گیری سرعت حباب‌ها^۱ (U) با استفاده از روش دنبال کردن حباب^۲ در دو تصویر متوالی، محاسبه شده است. همان‌طور که در شکل ۳-۸ نشان داده شده است، فاصله زمانی دو تصویر ثبت شده با استفاده از دوربین، حدود ۰/۲ ثانیه بوده است. از این رو، با دنبال کردن یک حباب در دو تصویر متوالی می‌توان U را با استفاده از رابطه (۳-۱۲) محاسبه کرد:

$$U = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{(\Delta h)_i}{(\Delta t)_i} \right] \quad (3-12)$$

به طوری که Δh و Δt فاصله عمودی و زمان جابه‌جایی حباب‌ها می‌باشد.



شکل ۳-۸: تعیین سرعت حباب برای شرایط آزمایشگاهی ۵ (جدول ۳-۵).

¹ Bubble rise velocity

² Bubble tracking method

۴- نتایج و بحث

۱-۴ فلوتاسیون مرحله اول (فلوتاسیون با کوارتز)

۱-۴-۱ بررسی نتایج توزیع اندازه حباب (BSD) و بازیابی فلوتاسیون

در جدول ۱-۴ متغیرهای مستقل (درصد جامد، سرعت ظاهری گاز، غلظت کف ساز و اندازه ذره) و متغیرهای وابسته (پارامترهای مدل BSD (μ و σ), d_{32} و بازیابی فلوتاسیون کلی (R_G)) نشان داده شده است. قابل ذکر است که کفگیری در مدت زمان ۱۰ دقیقه انجام شد و بازیابی کلی نشان داده شده در جدول ۱-۴ بازیابی در مدت ۱۰ دقیقه می‌باشد.

جدول ۱-۴: پارامترهای BSD و بازیابی فلوتاسیون کوارتز.

شماره آزمایش	درصد جامد (%)	سرعت ظاهری گاز (میلی متر بر ثانیه)	غلظت کف ساز (گرم بر تن)	اندازه ذرات (میکرون)	d_{32} (mm)	μ	σ	R_G (%)
۱	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۶۸	۰/۱۰	۰/۴۱	۷۴/۲
۲	۱۰	۲۰	۳۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۵۵	۰/۰۶	۰/۳۹	۶۸/۳
۳	۱۰	۲۰	۱۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۷۱	۰/۱۰	۰/۴۲	۸۲/۱
۴	۱۵	۱۰	۱۰	+۱۰۵-۱۵۰	۱/۹۲	۰/۱۲	۰/۴۶	۷۱/۲
۵	۱۵	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۸۳	۰/۱۴	۰/۴۳	۷۷/۵
۶	۱۰	۲۰	۲۰	+۵۳-۷۵	۱/۶۵	۰/۱۲	۰/۳۹	۷۴/۳
۷	۱۰	۱۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۷۷	۰/۱۳	۰/۴۲	۷۲
۸	۵	۱۰	۳۰	+۵۳-۷۵	۱/۶۰	۰/۰۷	۰/۴۰	۶۱/۲
۹	۱۵	۱۰	۳۰	+۱۰۵-۱۵۰	۱/۷۷	۰/۱۵	۰/۴۱	۶۸/۳
۱۰	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۶۳	۰/۱۱	۰/۳۹	۷۲
۱۱	۵	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۵۰	۰/۰۸	۰/۳۶	۶۲/۴
۱۲	۱۰	۳۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۶۷	۰/۱۵	۰/۳۸	۷۲
۱۳	۵	۱۰	۱۰	+۵۳-۷۵	۱/۷۵	۰/۱۰	۰/۴۳	۷۲/۵
۱۴	۱۵	۳۰	۳۰	+۵۳-۷۵	۱/۶۱	۰/۱۰	۰/۳۹	۶۵/۵
۱۵	۵	۳۰	۳۰	+۱۰۵-۱۵۰	۱/۴۴	۰/۰۸	۰/۳۴	۵۷/۵
۱۶	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۷۵	۰/۱۲	۰/۴۲	۷۴/۳
۱۷	۱۰	۲۰	۲۰	+۱۰۵-۱۵۰	۱/۷۰	۰/۱۳	۰/۴۰	۶۵/۱
۱۸	۵	۳۰	۱۰	+۱۰۵-۱۵۰	۱/۸۱	۰/۱۳	۰/۴۳	۷۶/۷
۱۹	۱۵	۳۰	۱۰	+۵۳-۷۵	۱/۹۱	۰/۱۴	۰/۴۵	۷۹/۸

برای بررسی تأثیرگذاری متغیرهای مستقل بر روی متغیرهای وابسته از روش آنالیز واریانس^۱ (ANOVA) استفاده شده است. همچنین از روش مقایسه توکی^۲ برای نشان دادن رابطه بین متغیرهای مستقل و وابسته استفاده شد. جدول‌های ۲-۴ و ۳-۴ به ترتیب خلاصه نتایج آنالیز واریانس و روش مقایسه توکی را برای R_G

^۱ Analysis of variance

^۲ Tukey comparison pairwise

d_{32} , σ و μ نشان می‌دهند. قابل ذکر است که نتایج کامل آنالیز واریانس و مقایسه توکی در پیوست آورده شده است.

جدول ۴-۲: خلاصه نتایج آنالیز واریانس برای R_G , d_{32} , μ و σ .

متغیر	P-Value			
	σ	μ	d_{32}	R_G
درصد جامد	۰/۰۲۵	۰/۰۱۱	۰/۰۰۴	۰/۰۵۰
سرعت ظاهری گاز	۰/۰۹۹	۰/۰۴۵	۰/۱۳۰	۰/۸۳۳
غلظت کف ساز	۰/۰۰۲	۰/۰۰۶	۰/۰۰۱	۰/۰۰۲
اندازه ذره	۰/۹۳۵	۰/۱۸۴	۰/۷۹۶	۰/۲۷۶

جدول ۴-۳: خلاصه نتایج روش مقایسه توکی برای R_G , d_{32} , μ و σ .

متغیر	مقدار میانگین			
	σ	μ	d_{32} (mm)	R_G (%)
درصد جامد، ٪ ۱۵	۰/۴۲	۰/۱۲	۱/۸۰	۷۳/۳
درصد جامد، ٪ ۱۰	۰/۴۰	۰/۱۱	۱/۶۲	۷۱/۱
درصد جامد، ٪ ۵	۰/۳۹	۰/۰۹	۱/۵۸	۶۵/۴
سرعت ظاهری گاز، ۳۰ میلی متر بر ثانیه	۰/۳۹	۰/۱۲	۱/۶۸	۷۰/۵
سرعت ظاهری گاز، ۲۰ میلی متر بر ثانیه	۰/۴۰	۰/۰۹	۱/۵۷	۶۹/۸
سرعت ظاهری گاز، ۱۰ میلی متر بر ثانیه	۰/۴۲	۰/۱۱	۱/۷۷	۶۹/۵
غلظت کف ساز، ۳۰ گرم بر تن	۰/۳۸	۰/۰۸	۱/۵۲	۶۴/۴
غلظت کف ساز، ۲۰ گرم بر تن	۰/۴۰	۰/۱۳	۱/۷۳	۶۸/۸
غلظت کف ساز، ۱۰ گرم بر تن	۰/۴۳	۰/۱۱	۱/۷۶	۷۶/۷
اندازه ذره، ۱۵۰-۱۰۵ میکرون	۰/۴۰	۰/۱۲	۱/۶۶	۶۴/۱
اندازه ذره، ۱۰۵-۷۵ میکرون	۰/۴۰	۰/۱۰	۱/۷۳	۷۲/۵
اندازه ذره، ۷۵-۵۳ میکرون	۰/۴۱	۰/۱۰	۱/۶۱	۷۳/۳

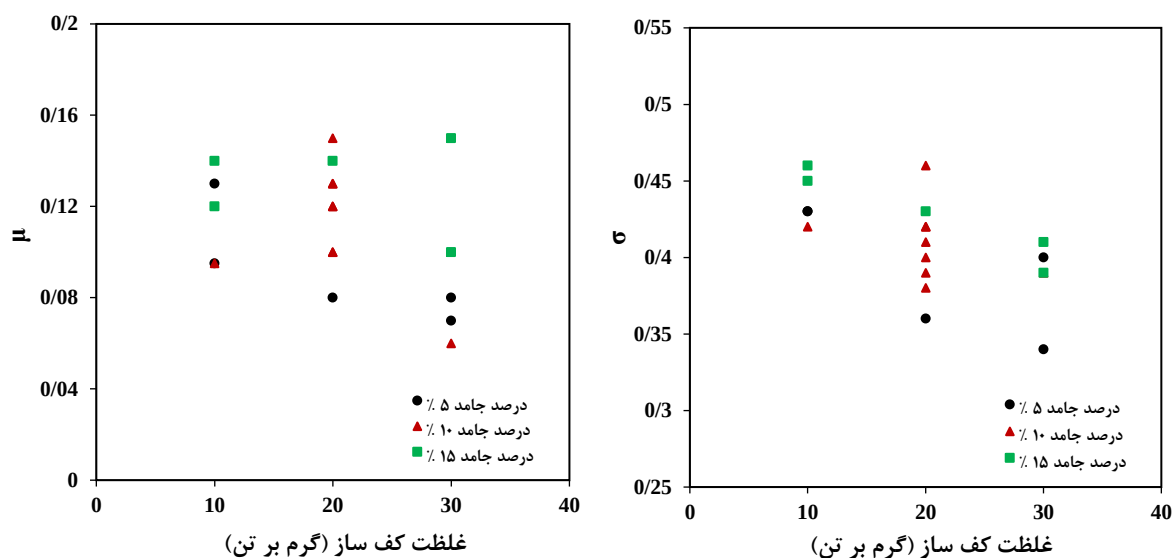
نتایج آنالیز واریانس برای بازیابی کلی فلوتاسیون (R_G) نشان داد که رابطه معناداری بین R_G با درصد جامد و غلظت کف ساز وجود دارد (مقدار P-Value کمتر از ۰/۰۵ به معنای رابطه معنادار می‌باشد). با این حال، در مورد اندازه ذره و سرعت ظاهری گاز رابطه معناداری وجود ندارد (جدول ۴-۲). همچنین نتایج روش مقایسه توکی برای R_G نشان داد (جدول ۴-۳) که افزایش درصد جامد باعث افزایش R_G می‌شود؛ احتمالاً افزایش درصد جامد باعث افزایش برهمکنش حباب-ذره و در نتیجه افزایش بازیابی می‌شود (Gao et al., 2018). افزایش غلظت کف ساز منجر به d_{32} کوچکتر و بازیابی پایین تر شده است، زیرا احتمالاً با کاهش اندازه حبابها کارایی اتصال حباب-ذره کاهش می‌یابد (Fan et al., 2010). بازیابی با افزایش اندازه ذرات کاهش یافته است. زیرا احتمال جداسازی بین ذرات بزرگتر و حبابها بیشتر است.

نتایج آنالیز واریانس برای قطر میانگین ستر حباب (d_{32}) نشان می‌دهد که غلظت کف‌ساز و درصد جامد پارامترهای تأثیرگذار بر d_{32} هستند (جدول ۴-۲). با بررسی نتایج روش مقایسه توکی مشخص شد که افزایش درصد جامد باعث افزایش d_{32} می‌شود که این با نتایج به دست آمده توسط وزیری‌زاده و همکاران (۲۰۱۶) موافق است (Vazirizadeh et al., 2016). دلیل این می‌تواند افزایش ویسکوزیته پالپ با افزایش درصد جامد باشد (Gao et al., 2018)، که منجر به بهم‌آمیختگی^۱ حباب‌های بزرگ و کوچک، شده است (Kuan and Finch, 2010). افزایش غلظت کف‌ساز باعث کاهش d_{32} شد؛ این به این دلیل است که قسمت‌های قطبی مولکول‌های کف‌ساز در سطح مشترک حباب-مایع جذب می‌شوند، که مانع از بهم‌آمیختگی حباب‌های هوا و در نتیجه کاهش d_{32} می‌شود (Ostadrahimi et al., 2019).

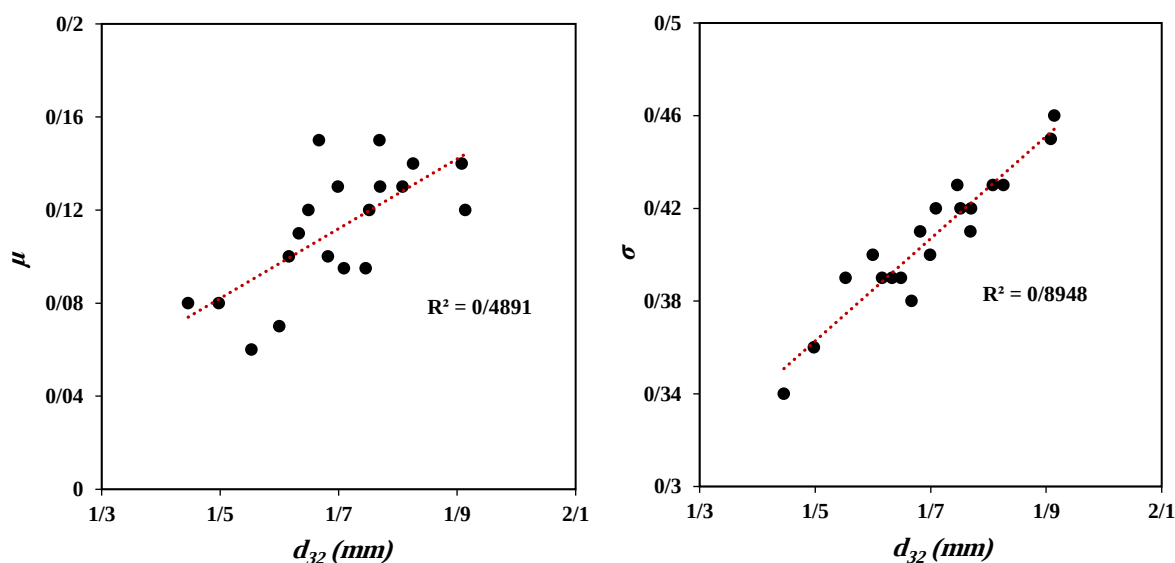
نتایج آنالیز واریانس و روش مقایسه توکی برای پارامترهای مدل BSD (μ و σ) نشان داد که درصد جامد و غلظت کف‌ساز مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار بر μ و σ هستند (جدول‌های ۴-۲ و ۴-۳). شکل ۴-۱ (الف) نشان می‌دهد که با افزایش غلظت کف‌ساز، σ کاهش می‌یابد. این بدین معنا است که در غلظت‌های پایین کف‌ساز، شکل نمودار BSD گسترده‌تر (دامنه اندازه وسیع‌تر) از زمانی است که از غلظت‌های بالای کف‌ساز استفاده می‌شود. افزایش درصد جامد باعث افزایش ملایم d_{32} (جدول ۴-۳) و BSD گسترده‌تر (σ بیشتر) شده است. دلیل این روند می‌تواند افزایش ویسکوزیته پالپ با افزایش درصد جامد باشد (Gao et al., 2018)، که منجر به بهم‌آمیختگی حباب‌ها و در نتیجه BSD گسترده‌تر شده است.

همچنین نتایج به دست آمده در درصد جامدها و غلظت‌های مختلف کف‌ساز برای μ مشابه نتایج به دست آمده برای σ می‌باشد (جدول ۴-۳ و شکل ۴-۱ (ب)). به عبارت دیگر، با افزایش غلظت کف‌ساز، مقدار میانه اندازه حباب‌ها کاهش یافته است. نتایج به دست آمده در این پژوهش برای پارامترهای مدل BSD (μ و σ) با نتایج به دست آمده توسط ریکلمه و همکاران (۲۰۱۳) موافق می‌باشد (Riquelme et al., 2013). قابل ذکر است که رابطه بهتری بین d_{32} و σ نسبت به رابطه بین d_{32} و μ وجود دارد، که نشان دهنده اهمیت σ در بررسی BSD می‌باشد (شکل ۴-۲).

¹ Coalescence



شکل ۴-۱: رابطه بین پارامترهای مدل BSD و غلظت کف ساز.



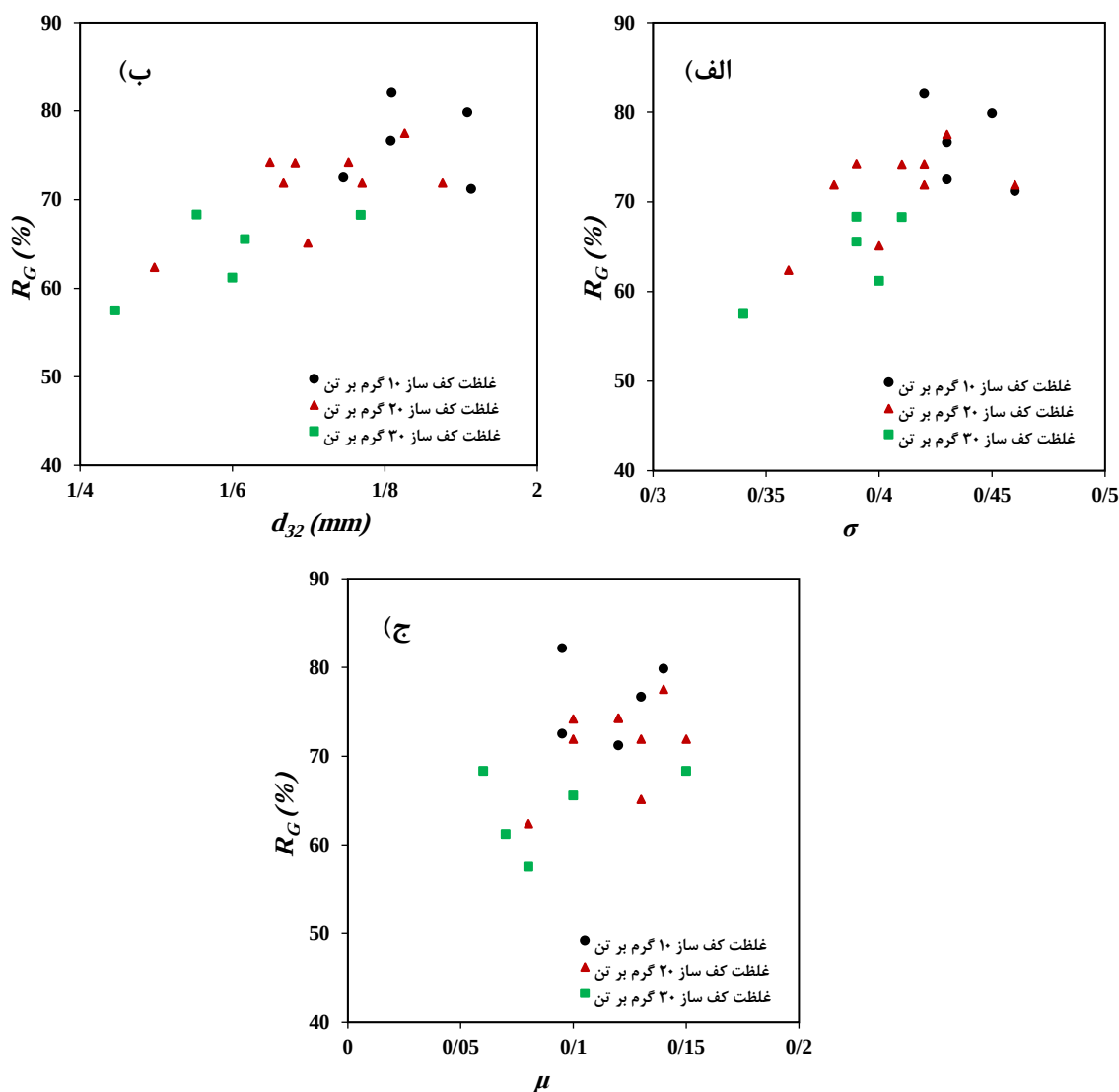
شکل ۴-۲: رابطه بین پارامترهای مدل BSD و d_{32} .

۴-۱-۲ رابطه بین بازیابی کلی فلوتاسیون (R_G), پارامترهای مدل BSD (μ و σ) و d_{32}

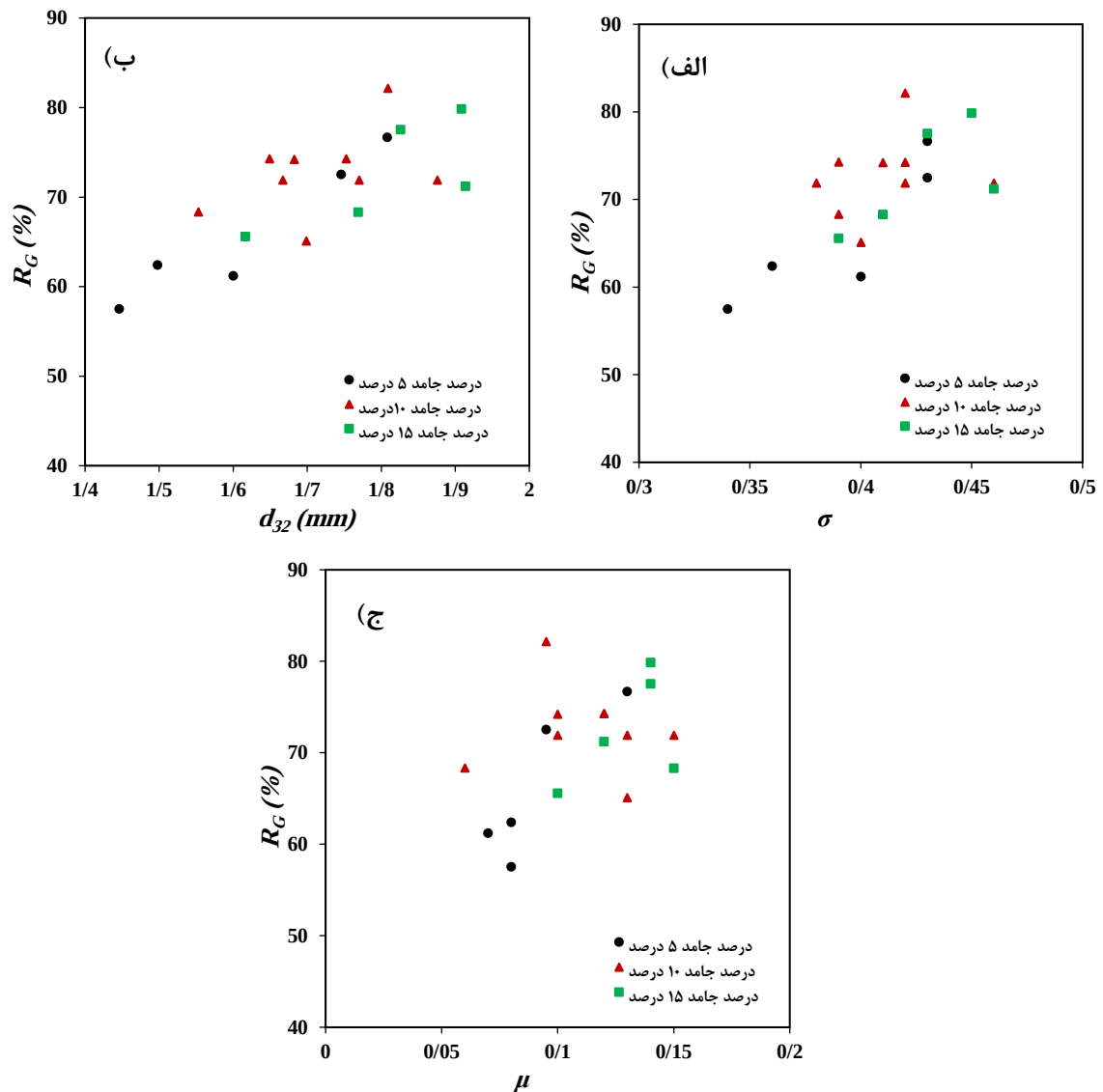
شکل‌های ۴-۳ و ۴-۴ تأثیر σ ، μ و d_{32} را بر روی بازیابی فلوتاسیون در غلظت کف‌ساز و درصد جامدهای مختلف نشان می‌دهد. قابل ذکر است که علت بررسی غلظت کف‌ساز و درصد جامد، معنادار بودن تأثیرگذاری آنها بر روی σ ، μ و d_{32} می‌باشد؛ همان‌طور که در قسمت قبل توضیح داده شد.

شکل‌های ۳-۴ و ۴-۴ نشان می‌دهند که در درصد جامد و یا غلظت کف‌ساز یکسان، افزایش d_{32} باعث افزایش R_G شده است، زیرا احتمال جداسازی ذرات از حباب‌های ریز بیشتر است. یک روند مشابه در رابطه با σ و R_G و همچنین μ و R_G مشاهده شده است. این روند به خصوص در مورد رابطه بین σ و R_G صدق می‌کند زیرا رابطه بهتری بین d_{32} و σ نسبت به رابطه بین d_{32} و μ وجود دارد (شکل ۲-۴).

افزایش غلظت کف‌ساز باعث کاهش اندازه d_{32} و سپس R_G شد؛ این می‌تواند به دلیل جذب قسمت‌های قطبی مولکول‌های کف‌ساز در سطح مشترک حباب-مایع باشد، که مانع از بهم‌آمیختگی حباب‌های هوا و در نتیجه کاهش d_{32} می‌شود (Ostadrahimi et al., 2019). همچنین افزایش درصد جامد باعث مقادیر بالاتر d_{32} شده است؛ این می‌تواند به دلیل افزایش ویسکوزیته پالپ با افزایش درصد جامد و در نتیجه بهم‌آمیختگی حباب‌های هوا باشد (Gao et al., 2018).



شکل ۳-۴: رابطه بین بازیابی کلی فلو تاسیون با σ ، d_{32} و μ در غلظت‌های مختلف کف‌ساز.



شکل ۴-۴: رابطه بین بازیابی کلی فلوتاسیون با σ ، d_{32} و μ در درصد جامدهای مختلف پالپ.

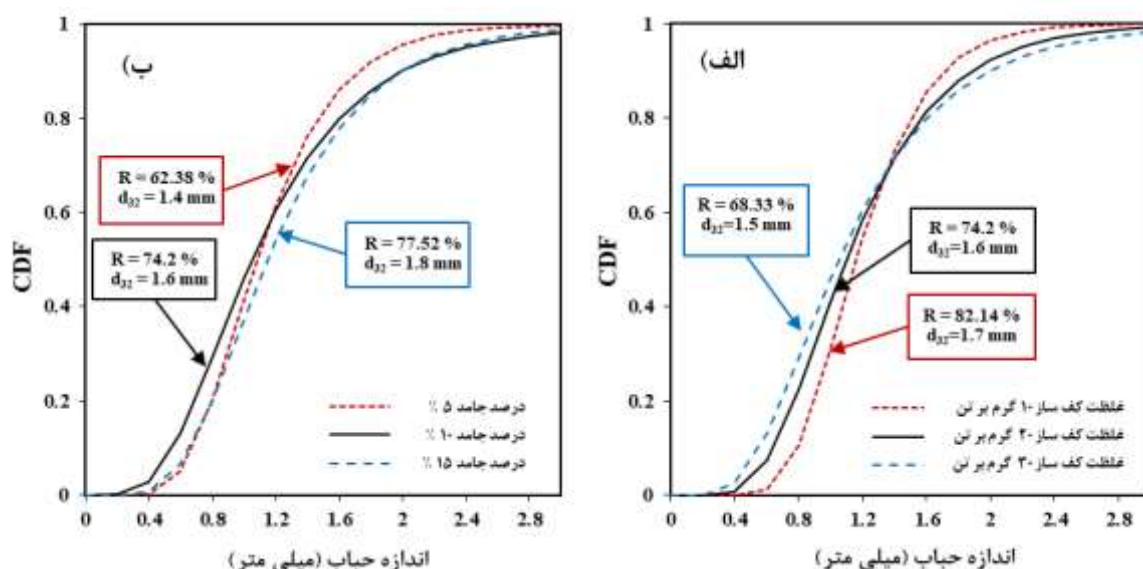
۴-۱-۳ تأثیر غلظت کف‌ساز و درصد جامد بر توزیع اندازه حباب (BSD) و کارایی فلوتاسیون (R_G)

با توجه به آنالیز نتایج مشخص شد که مهم‌ترین متغیرهای تأثیرگذار بر d_{32} و پارامترهای BSD (μ و σ)، درصد جامد پالپ و غلظت کف‌ساز هستند، از این رو، در این قسمت تأثیر غلظت کف‌ساز و درصد جامد بر روی شکل نمودار BSD مورد بررسی قرار گرفته است (شکل ۴-۵). همان‌طور که در شکل ۴-۵ (الف) نشان داده شده است، افزایش غلظت کف‌ساز باعث افزایش تعداد حباب‌های کوچکتر از $1/3$ میلی‌متر و کاهش تعداد حباب‌های بزرگتر از $1/3$ میلی‌متر شده است؛ دلیل آن می‌تواند ناشی از به هم آمیختگی حباب‌های بزرگ و

کوچک باشد (Kuan and Finch, 2010). همچنین بالاترین مقدار R_G در زمانی به دست آمده است که تعداد حباب‌های ریز (کوچکتر از $1/3$ میلی‌متر) کمترین مقدار را داشته است.

شکل ۴-۵ (ب) نشان می‌دهد که افزایش درصد جامد باعث افزایش اندک اندازه تمام حباب‌ها و در نتیجه افزایش d_{32} و R_G شده است. این نتایج با نتایج ارائه شده توسط وزیری‌زاده و همکاران (۲۰۱۶) موافق می‌باشد (Vazirizadeh et al., 2016). همان طور که اشاره شد، این می‌تواند ناشی از افزایش ویسکوزیته پالپ با افزایش درصد جامد و در نتیجه بهم‌آمیختگی حباب‌ها باشد (Gao et al., 2018).

شکل ۴-۵ نشان می‌دهد که زمانی که تعداد حباب‌های ریز در ستون بیشتر باشد، d_{32} کاهش می‌یابد. به عبارتی دیگر، d_{32} می‌تواند بیانگر توزیع اندازه حباب‌ها در شرایط آزمایشگاهی استفاده شده در این پژوهش باشد. با این حال توزیع اندازه حباب هنوز برای یک درک جامع از کارایی فلو تاسیون می‌تواند مفید باشد.



شکل ۴-۵: توابع توزیع تجمعی اندازه حباب (CDF) در درصد جامد و غلظت‌های مختلف کف‌ساز.

۴-۱-۴ مدل‌سازی مساحت ظاهری حباب‌ها (I_b) با استفاده از مدل BSD

بوردل و همکاران (۲۰۰۶) مدل ۱-۴ را برای پیش‌بینی مساحت ظاهری حباب‌ها (I_{b1}) با استفاده از d_{32} و $\mathcal{E}_g$ ارائه داده‌اند (Bordel et al., 2006):

$$I_{b1} = \frac{6\mathcal{E}_g}{d_{32}} \quad (1-4)$$

مدل ۱-۴ به جای BSD شامل d_{32} می‌باشد. بنابراین، مساحت ظاهری حباب‌ها به عنوان یکی از مهم‌ترین پارامترهای هیدرودینامیکی را می‌توان با استفاده از BSD مدل‌سازی کرد، به طوری که مسا و بریتو (۲۰۲۰) نشان داده‌اند که d_{32} نمی‌تواند بیانگر توزیع اندازه حباب باشد (Mesa and Brito-Parada, 2020). به عنوان مثال وزیری زاده و همکاران (۲۰۱۵) یک مدل را پیشنهاد داده‌اند که شامل BSD می‌باشد (Vazirizadeh, 2015). مساحت ظاهری حباب‌ها (I_{b2}) و ماندگی گاز ($\mathcal{E}_g$) وابسته به تعداد حباب‌ها در واحد حجم ستون فلوتاسیون (n)، BSD و اندازه حباب‌ها ($f(d)$) می‌باشند:

$$I_{b2} = n \int_{d_{b \min}}^{d_{b \max}} 4\pi \left(\frac{d_b}{2}\right)^2 f(d_b) dd_b \quad (۲-۴)$$

$$\mathcal{E}_g = n \int_{d_{b \min}}^{d_{b \max}} \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d_b}{2}\right)^3 f(d_b) dd_b \quad (۳-۴)$$

همان‌طور که در فصل سوم توضیح داده شد، مدل لاگ-نرمال می‌تواند توزیع اندازه حباب‌ها را برای شرایط آزمایشگاهی استفاده شده در این پژوهش، به خوبی توصیف کند. از این رو با جایگزین کردن مدل توزیع اندازه حباب لاگ-نرمال (جدول ۳-۵) در روابط (۲-۴) و (۳-۴) خواهیم داشت:

$$I_{b2} = n\pi \int_{d_{b \min}}^{d_{b \max}} d_b \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{[\ln(d_b)-\mu]^2}{2\sigma^2}} \right) dd_b \quad (۴-۴)$$

$$\mathcal{E}_g = n\frac{\pi}{6} \int_{d_{b \min}}^{d_{b \max}} d_b^2 \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{[\ln(d_b)-\mu]^2}{2\sigma^2}} \right) dd_b \quad (۵-۴)$$

با ترکیب روابط (۴-۴ و ۵-۴)، رابطه بین مساحت ظاهری حباب (I_{b2}) و ماندگی گاز ($\mathcal{E}_g$) به دست آمده است:

$$\frac{\mathcal{E}_g}{I_{b2}} = \frac{n\frac{\pi}{6} \int_{d_{b \min}}^{d_{b \max}} d_b^2 \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{[\ln(d_b)-\mu]^2}{2\sigma^2}} \right) dd_b}{n\pi \int_{d_{b \min}}^{d_{b \max}} d_b \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{[\ln(d_b)-\mu]^2}{2\sigma^2}} \right) dd_b} \quad (۶-۴)$$

با حل معادله (۴-۶) خواهیم داشت:

$$\frac{\varepsilon_g}{I_{b2}} = \left[\frac{1 \left(-e^{3\mu + \frac{9\sigma^2}{2}} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{\mu + 3\sigma^2 - \ln(d_b)}{\sqrt{2}\sigma} \right)}{6 \left(e^{2(\mu + \sigma^2)} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{\mu + 2\sigma^2 - \ln(d_b)}{\sqrt{2}\sigma} \right)} \right]_{d_{b \min}}^{d_{b \max}} \quad (۴-۷)$$

با فرض معادله (۴-۸)، مساحت ظاهری حباب‌ها (I_{b2}) می‌تواند به عنوان تابعی از ε_g و پارامترهای مدل (σ) و (μ) به دست آید:

$$\frac{\operatorname{erf} \left(\frac{\mu + 3\sigma^2 - \ln(d_b)}{\sqrt{2}\sigma} \right)}{\operatorname{erf} \left(\frac{\mu + 2\sigma^2 - \ln(d_b)}{\sqrt{2}\sigma} \right)} \approx 1 \quad (۴-۸)$$

$$I_{b2} = \frac{6\varepsilon_g}{e^{\mu + \frac{9\sigma^2}{2} - 2\sigma}} \quad (۴-۹)$$

۴-۱-۵ تأثیر توزیع اندازه حباب بر پارامترهای هیدرودینامیکی و سینتیک فلوتاسیون

در جدول ۴-۴ پارامترهای هیدرودینامیکی ستون فلوتاسیون (ماندگی گاز (ε_g)، مساحت ظاهری حباب‌ها؛ I_{b1} (محاسبه شده با رابطه (۴-۱)) و I_{b2} (محاسبه شده با رابطه (۴-۹)))، شار سطح جریان حباب (S_b) و ثابت سینتیک فلوتاسیون (k) نشان داده شده است. قابل ذکر است که S_b به عنوان یکی از مهم‌ترین مشخصه‌های پراکندگی گاز مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول ۴-۴: نتایج آزمایشگاهی پارامترهای هیدرودینامیکی.

شماره آزمایش	درصد جامد (%)	سرعت ظاهری گاز (میلی متر بر ثانیه)	غلظت کف ساز (گرم بر تن)	اندازه ذرات (میکرون)	$\mathcal{E}_g$ (%)	S_b (1/s)	I_{b1} (1/m)	I_{b2} (1/m)	k (1/min)
۱	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۸/۲۶	۷۱/۳۲	۲۹/۴۹	۴۷/۷۸	۰/۴۶
۲	۱۰	۲۰	۳۰	+۷۵-۱۰۵	۸/۰۲	۷۷/۲۶	۳۱/۰۲	۴۹/۸۶	۰/۴۰
۳	۱۰	۲۰	۱۰	+۷۵-۱۰۵	۷/۴۳	۷۰/۲۱	۲۶/۲۰	۴۲/۴۵	۰/۵۲
۴	۱۵	۱۰	۱۰	+۱۰۵-۱۵۰	۹/۷۳	۳۱/۳۵	۳۰/۵۶	۵۰/۱۳	۰/۴۹
۵	۱۵	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۹/۵۲	۶۵/۷۰	۳۱/۲۳	۵۱/۰۶	۰/۴۷
۶	۱۰	۲۰	۲۰	+۵۳-۷۵	۷/۲۲	۷۲/۷۶	۲۶/۱۷	۴۲/۲۷	۰/۴۴
۷	۱۰	۱۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۴/۵۶	۳۳/۸۹	۱۵/۳۸	۲۵/۱۶	۰/۴۳
۸	۵	۱۰	۳۰	+۵۳-۷۵	۲/۷۹	۳۷/۵۰	۱۰/۴۹	۱۶/۹۰	۰/۳۷
۹	۱۵	۱۰	۳۰	+۱۰۵-۱۵۰	۸/۳۱	۳۳/۹۲	۲۸/۳۷	۴۵/۷۳	۰/۵۱
۱۰	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۷/۳۲	۶۷/۹۷	۲۶/۹۹	۴۳/۲۸	۰/۴۴
۱۱	۵	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۵/۵۸	۸۰/۱۱	۲۱/۹۷	۳۵/۴۳	۰/۳۶
۱۲	۱۰	۳۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۷/۹۳	۱۰۷/۹۸	۲۸/۴۳	۴۵/۷۲	۰/۴۸
۱۳	۵	۱۰	۱۰	+۵۳-۷۵	۲/۵۵	۳۴/۳۶	۸/۷۴	۱۴/۳۰	۰/۳۸
۱۴	۱۵	۳۰	۳۰	+۵۳-۷۵	۹/۶۱	۱۱۱/۳۵	۳۵/۵۴	۵۷/۴۰	۰/۵۵
۱۵	۵	۳۰	۳۰	+۱۰۵-۱۵۰	۵/۲۳	۱۲۴/۴	۲۱/۸۶	۳۳/۹۸	۰/۳۹
۱۶	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۸/۱۲	۶۸/۴۷	۲۸/۰۵	۴۵/۲۵	۰/۴۴
۱۷	۱۰	۲۰	۲۰	+۱۰۵-۱۵۰	۵/۸۱	۷۰/۶۳	۲۰/۵۷	۳۳/۱۵	۰/۴۰
۱۸	۵	۳۰	۱۰	+۱۰۵-۱۵۰	۴/۸۲	۹۹/۵۵	۱۶/۰۱	۲۶/۱۱	۰/۳۸
۱۹	۱۵	۳۰	۱۰	+۵۳-۷۵	۹/۰۰	۹۴/۳۲	۲۸/۴۰	۴۶/۴۲	۰/۶۰

برای درک بهتر تأثیر متغیرهای وابسته بر پارامترهای هیدرودینامیکی، مشخصه پراکندگی گاز و سینیتیک فلوتاسیون، آنالیز واریانس و آنالیز مقدار میانگین با روش مقایسه توکی انجام شد. خلاصه نتایج آنالیزها در جداول ۴-۵ و ۴-۶ نشان داده شده است. نتایج کامل آنالیزهای واریانس و روش مقایسه توکی در پیوست نشان داده شده است.

جدول ۴-۵: خلاصه نتایج آنالیز واریانس برای k ، $\mathcal{E}_g$ ، I_{b2} و S_b .

متغیر	P-Value			
	S_b	I_{b2}	$\mathcal{E}_g$	k
درصد جامد	۰/۰۰۲	۰	۰	۰/۱۳۹
سرعت ظاهری گاز	۰/۵۰۴	۰/۰۰۵	۰/۰۰۶	۰
غلظت کف ساز	۰/۴۰۵	۰/۱۹۱	۰/۹۲۱	۰/۰۵۹
اندازه ذره	۰/۰۵۰	۰/۰۷۴	۰/۰۵۳	۰/۷۷۳

جدول ۴-۶: خلاصه نتایج روش مقایسه توکی برای S_b و I_{b2} ، $\mathcal{E}_g$ ، k

مقدار میانگین				متغیر
S_b (1/s)	I_{b2} (1/m)	$\mathcal{E}_g$ (%)	k (1/min)	
۶۷/۰۶	۵۰/۳۰	۹/۲۸	۰/۵۱	درصد جامد، ۱۵٪
۷۶/۳۲	۳۴/۱۰	۵/۷۵	۰/۴۴	درصد جامد، ۱۰٪
۷۶/۰۱	۲۷/۰۳	۴/۴۲	۰/۳۷	درصد جامد، ۵٪
۱۰۷/۶۰	۴۲/۵۶	۷/۴۲	۰/۴۷	سرعت ظاهری گاز، ۳۰ میلی متر بر ثانیه
۷۷/۶۴	۳۹/۳۰	۶/۶۲	۰/۴۱	سرعت ظاهری گاز، ۲۰ میلی متر بر ثانیه
۳۴/۱۵	۲۹/۵۶	۵/۴۱	۰/۴۳	سرعت ظاهری گاز، ۱۰ میلی متر بر ثانیه
۸۰/۵۴	۳۹/۸۲	۶/۴۷	۰/۴۳	غلظت کف ساز، ۳۰ گرم بر تن
۶۹/۲۶	۳۶/۶۶	۶/۶۰	۰/۴۳	غلظت کف ساز، ۲۰ گرم بر تن
۶۹/۶۰	۳۴/۹۳	۶/۳۸	۰/۴۶	غلظت کف ساز، ۱۰ گرم بر تن
۷۳/۳۲	۳۰/۰۱	۵/۳۲	۰/۴۱	اندازه ذره، ۱۵۰-۱۰۵ میکرون
۷۰/۶۱	۴۲/۲۹	۷/۴۱	۰/۴۶	اندازه ذره، ۱۰۵-۷۵ میکرون
۷۵/۴۵	۳۹/۱۲	۶/۷۳	۰/۴۵	اندازه ذره، ۷۵-۵۳ میکرون

نتایج جدول ۴-۵ نشان می‌دهد که درصد جامد و اندازه ذره مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار بر ثابت نرخ فلوتاسیون (k) هستند (با توجه به P-Value). علاوه بر این، نتایج ارائه شده در جدول ۴-۶ نشان می‌دهد که با افزایش درصد جامد، k افزایش می‌یابد زیرا در درصد جامدهای بالاتر، برهمکنش حباب-ذره بیشتر است (Vera et al., 1999). اندازه ذره متوسط (۱۰۵-۷۵+) باعث بالاترین نرخ فلوتاسیون (k) شده است که این با نتایج به دست آمده با استفاده از کانه سرب-روی-نقره موافق می‌باشد (Diaz-Penafiel and Dobby, 1994; Jameson, 2012; Ofori et al., 2014).

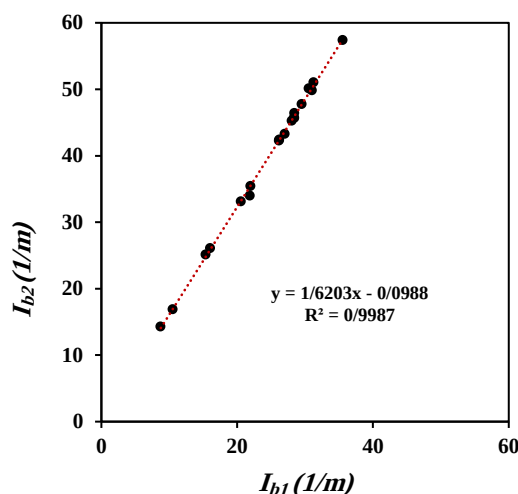
نتایج آنالیزها برای ماندگی گاز ($\mathcal{E}_g$) نشان می‌دهد که درصد جامد، سرعت ظاهری گاز و احتمالاً اندازه ذره، پارامترهای مؤثر بر $\mathcal{E}_g$ هستند. درصد جامد بالاتر منجر به $\mathcal{E}_g$ بالاتر شده است. افزایش درصد جامد باعث افزایش بارگیری حباب‌ها، پایداری حباب‌ها و در نتیجه افزایش $\mathcal{E}_g$ می‌شود (Finch and Dobby, 1990; Kuan and Finch, 2010; Uribe-Salas et al., 2003). افزایش سرعت ظاهری گاز باعث افزایش $\mathcal{E}_g$ شده است، زیرا باعث درصد حجمی بالای حباب‌ها در ستون می‌شود که این در نتایج به دست آمده توسط دیگر محققین نشان داده شده است (Bhunia et al., 2017; Zhou et al., 2019a). به نظر می‌رسد که رابطه پیچیده‌تری بین اندازه ذره و $\mathcal{E}_g$ وجود دارد. برای مثال، در بزرگترین اندازه ذره (۱۵۰-۱۰۵+ میکرون)، کمترین مقدار $\mathcal{E}_g$ به دست آمده است، زیرا احتمالاً ذرات بزرگ باعث جداسازی حباب-ذره و ناپایداری حباب‌ها می‌شوند. بیشترین مقدار $\mathcal{E}_g$ در اندازه ذرات متوسط (۱۰۵-۷۵+ میکرون) به دست آمده است که با نتایج به دست آمده توسط وزیری زاده و همکاران (۲۰۱۵) موافق می‌باشد (Vazirizadeh et al., 2015).

نتایج آنالیز واریانس برای I_{b2} (بررسی شده با مدل BSD) نشان می‌دهد که درصد جامد و سرعت ظاهری گاز مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار بر I_{b2} هستند. افزایش سرعت ظاهری گاز منجر به افزایش I_{b2} شده است؛

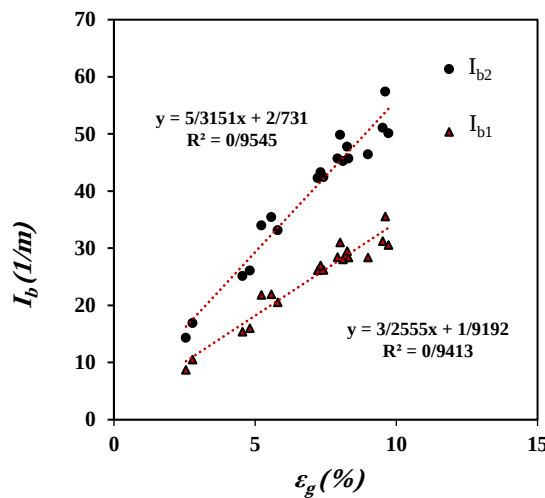
احتمالاً به دلیل افزایش درصد حباب‌ها می‌باشد (Vinnett et al., 2016). روند مشابه‌ای برای درصد جامد و I_{b2} مشاهده شده است. افزایش درصد جامد باعث I_{b2} شده است، زیرا درصد جامد بالاتر منجر به افزایش بارگیری و پایداری حباب‌ها و در نتیجه I_{b2} می‌شود (Kuan and Finch, 2010).

شکل ۴-۶ رابطه بین I_{b1} و I_{b2} را نشان می‌دهد. همان‌طور که نشان داده شده است، همبستگی خوبی بین I_{b1} و I_{b2} دیده می‌شود اما شیب نمودار برابر با یک نیست که نشان می‌دهد $I_{b2} = 1.62 I_{b1}$.

همچنین شکل ۴-۷ نشان می‌دهد که رابطه خوبی بین I_{b1} و $\mathcal{E}_g$ و I_{b2} و $\mathcal{E}_g$ وجود دارد. در نتیجه می‌توان گفت که پیش‌بینی مساحت ظاهری حباب‌ها بدون استفاده از BSD امکان‌پذیر است. افزایش $\mathcal{E}_g$ منجر به افزایش درصد حباب‌ها و در نتیجه I_b شده است.



شکل ۴-۶: رابطه بین I_{b1} و I_{b2} .



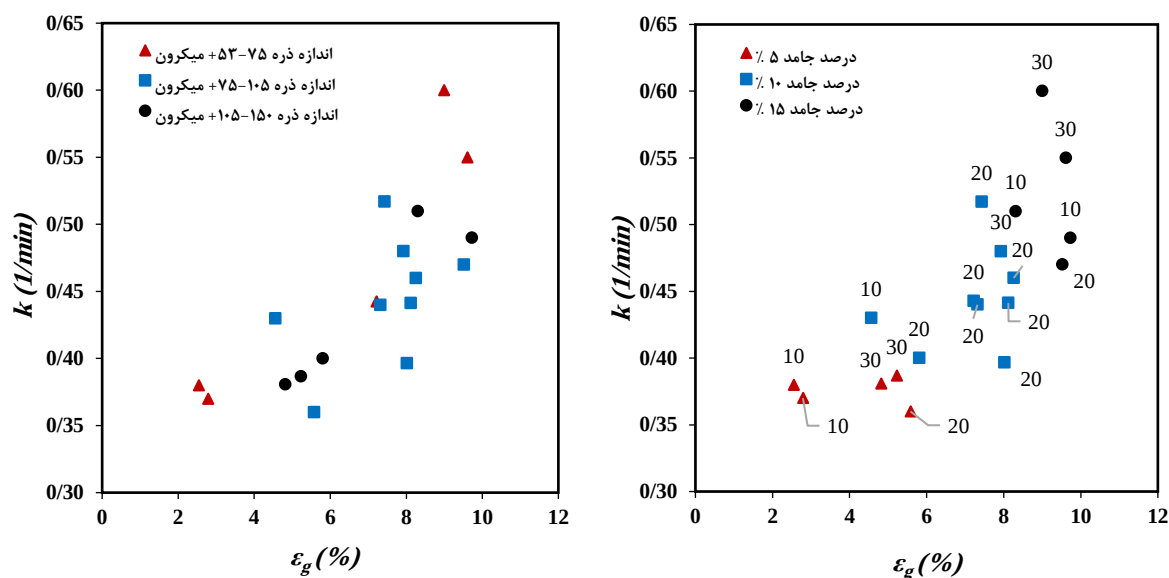
شکل ۴-۷: رابطه بین I_{b1} و I_{b2} ، $\mathcal{E}_g$

مساحت ظاهری حباب (S_b) به منظور تعیین کارایی پراکندگی گاز در فلو تاسیون مورد بررسی قرار می‌گیرد. در جدول‌های ۴-۵ و ۴-۶ نشان داده شده است که سرعت ظاهری گاز و غلظت کف‌ساز پارامترهای مؤثر بر S_b هستند. افزایش سرعت ظاهری گاز و غلظت کف‌ساز باعث افزایش S_b شده است. زیرا S_b تابعی از سرعت ظاهری گاز و d_{32} است (رابطه ۳-۱)؛ از طرفی d_{32} منحصرأ وابسته به غلظت کف‌ساز است (جدول ۴-۲).

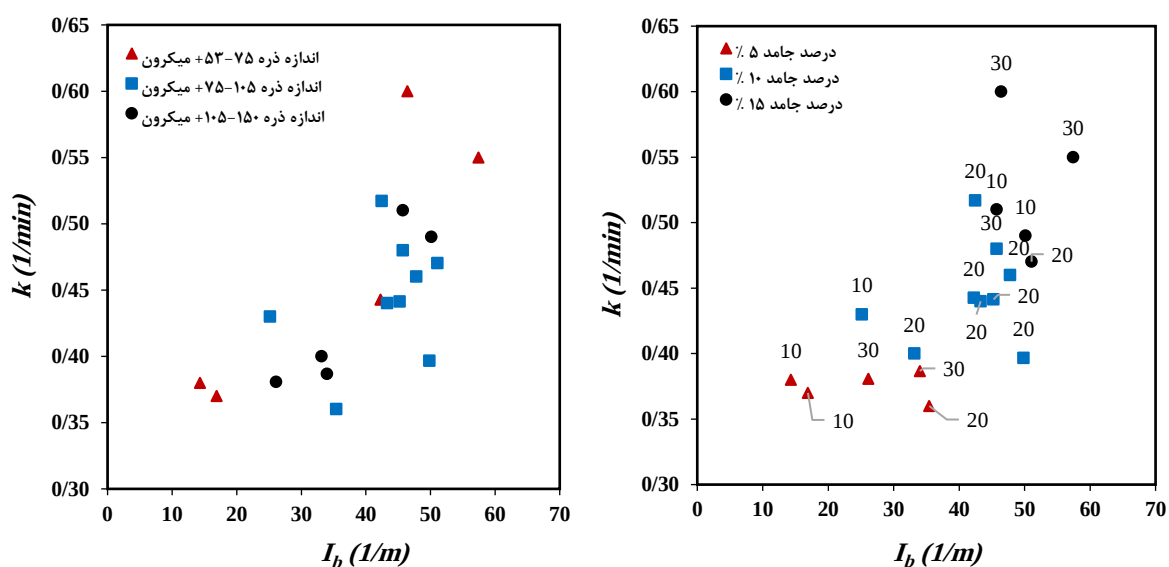
۴-۱-۶ رابطه بین I_{b2} ، $\mathcal{E}_g$ ، k

شکل ۴-۸ رابطه بین k و $\mathcal{E}_g$ را نشان می‌دهد. همان‌طور که نشان داده شده است، با افزایش ماندگی گاز، ثابت نرخ فلو تاسیون افزایش یافته است، زیرا افزایش ماندگی گاز باعث افزایش تعداد حباب‌ها و سپس افزایش کارایی برخورد حباب-ذره می‌شود (Massinaei et al., 2009). بالاترین مقدار k در بالاترین مقدار درصد جامد (افزایش ماندگی گاز)، به دست آمده است. در یک ماندگی گاز ثابت، بالاترین k برای ذرات با اندازه متوسط (۷۵-۱۰۵ میکرون) و کمترین k برای ذرات با اندازه ریز (۷۵-۵۳ میکرون) به دست آمده است که این با نتایج به دست آمده توسط دیگر محققین موافق می‌باشد (Jameson, 2012; Karimi et al., 2014). در یک درصد جامد ثابت، افزایش سرعت ظاهری گاز باعث افزایش k شده است.

شکل ۴-۹ نشان می‌دهد که با افزایش I_b ، ثابت نرخ فلو تاسیون افزایش یافته است، زیرا I_b نسبتی مستقیم با $\mathcal{E}_g$ دارد. رابطه بین k ، I_b ، درصد جامد، اندازه ذره و سرعت ظاهری گاز مشابه رابطه بین k ، $\mathcal{E}_g$ ، درصد جامد، اندازه ذره و سرعت ظاهری گاز می‌باشد.



شکل ۴-۸: رابطه بین ثابت نرخ فلوتاسیون و ماندگی گاز در شرایط مختلف؛ اعداد نزدیک به نقاط نشان دهنده سرعت ظاهری گاز (میلی متر بر ثانیه) می‌باشند.

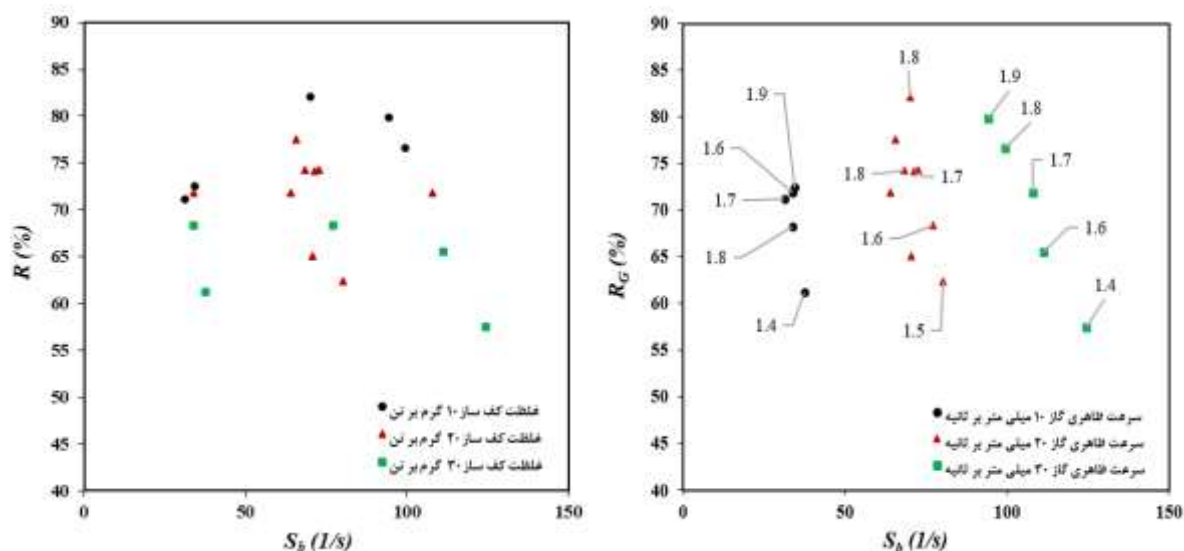


شکل ۴-۹: رابطه بین ثابت نرخ فلوتاسیون و مساحت ظاهری حباب در شرایط مختلف؛ اعداد نزدیک به نقاط نشان دهنده سرعت ظاهری گاز (میلی متر بر ثانیه) می‌باشند.

۴-۱-۷ رابطه بین بازیابی کلی فلوتاسیون (R_G) و S_b و d_{32}

شکل ۴-۱۰ تأثیر S_b را بر R_G در سرعت‌های ظاهری گاز و غلظت‌های مختلف کف‌ساز نشان می‌دهد. افزایش سرعت ظاهری گاز باعث افزایش S_b شده است زیرا S_b مستقیماً تابعی از سرعت ظاهری گاز است. در یک سرعت ظاهری گاز ثابت، افزایش S_b منجر به کاهش d_{32} و در نتیجه کاهش R_G شده است. این تأثیر در سرعت

ظاهری گاز بالاتر، مشخص تر است. با این حال در یک غلظت کف ساز ثابت، تأثیر S_b بر R_G واضح نیست و به تحقیقات بیشتری در این زمینه نیاز است. در یک S_b ثابت، کاهش غلظت کف ساز باعث افزایش d_{32} و در نهایت افزایش R_G شده است.



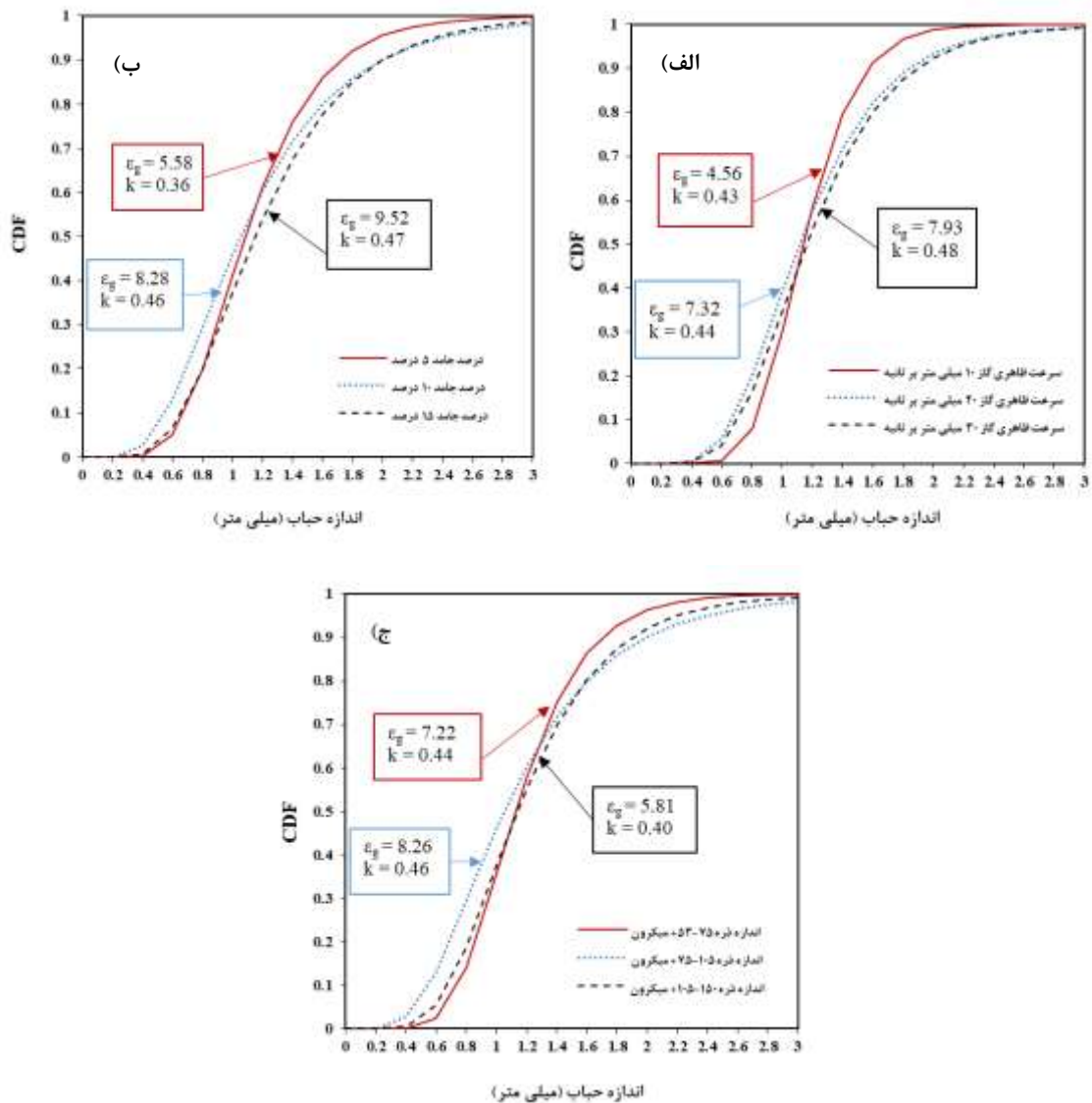
شکل ۴-۱۰: رابطه بین بازیابی فلو تاسیون و شار سطح جریان حباب در شرایط مختلف؛ اعداد نزدیک به نقاط نشان دهنده اندازه d_{32} (میلی متر) می باشد.

۴-۱-۸ تأثیر درصد جامد، سرعت ظاهری گاز و اندازه ذره بر BSD، k و ماندگی گاز

در شکل ۴-۱۱ تأثیر سرعت ظاهری گاز، درصد جامد و اندازه ذره بر تابع توزیع تجمعی BSD، ثابت نرخ فلو تاسیون (k) و ماندگی گاز ($\mathcal{E}_g$) نشان داده شده است. همان طور که در شکل ۴-۱۱ (الف) نشان داده شده است، افزایش سرعت ظاهری گاز باعث کاهش تعداد حباب های بزرگ شده است (بزرگتر از ۱/۳ میلی متر).

در شکل ۴-۱۱ (ب) مشخص است که با افزایش درصد جامد، اندازه تمام حباب ها کاهش یافته است، در نتیجه در درصد جامد ۱۵ درصد، بالاترین مقدار $\mathcal{E}_g$ و k به دست آمده است. زیرا حضور حباب های ریز باعث افزایش ماندگی گاز و سپس کارایی بالاتر برخورد حباب-ذره و در نتیجه افزایش k می شود (Cheng et al., 2016; Vazirizadeh et al., 2016).

شکل ۴-۱۱ (ج) نشان داده است که بالاترین مقدار $\mathcal{E}_g$ و k در حضور ذرات با اندازه متوسط (۷۵-۱۰۵) به دست آمده است؛ زیرا احتمالاً حضور تعداد حباب های با اندازه مناسب برای این اندازه از ذرات بیشتر می باشد. همچنین، کمترین مقدار $\mathcal{E}_g$ و k در حضور ذرات با اندازه بزرگ (۱۵۰-۱۰۵) به دست آمده است؛ زیرا احتمال جداسازی حباب-ذره برای ذرات با اندازه بزرگ بیشتر است.



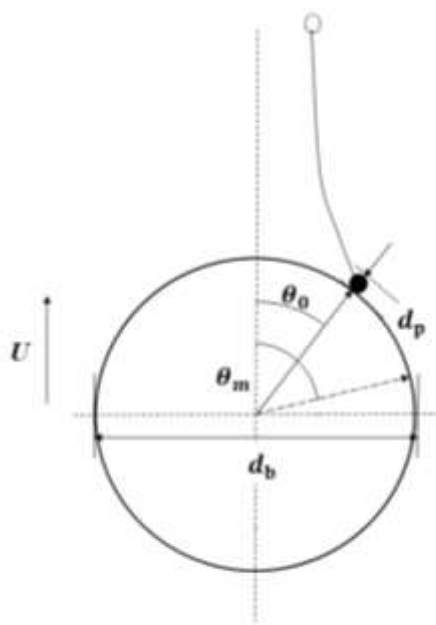
شکل ۴-۱۱: رابطه بین توزیع اندازه حباب، ثابت نرخ فلوتاسیون و ماندگی گاز در شرایط مختلف.

۴-۱-۹ تأثیر مشخصات حباب‌ها بر برهمکنش حباب-ذره در سیستم فلوتاسیون واقعی

خیلی از مدل‌های میکروسینتیکی^۱ برای برهمکنش بین تک حباب و تک ذره بررسی شده‌اند (Danoucaras et al., 2013). این در حالی است که در فلوتاسیون صنعتی، تعداد زیادی حباب و ذره وجود دارد که بر حرکات حباب‌ها و ذرات و در نتیجه سینتیک فلوتاسیون تأثیر می‌گذارند. به این دلیل، مدل‌های میکروسینتیکی باید برای بررسی فلوتاسیون با حضور تعداد زیادی حباب و ذره مورد ارزیابی قرار گیرند؛ می‌توان از ماندگی گاز و درصد جامد به ترتیب به عنوان مقیاسی برای حضور حباب‌ها و ذرات استفاده کرد (Nguyen and Schulz,

¹ Microkinetics model

(2004). شکل ۴-۱۲ پارامترهای هندسی توده حباب-ذره را نشان می‌دهد؛ θ_0 زاویه اولیه تماس، θ_m حداکثر زاویه تماس، U سرعت حباب، d_p و d_b به ترتیب قطر حباب و قطر ذره می‌باشند.



شکل ۴-۱۲: شماتیکی از برهمکنش حباب-ذره (Danoucaras et al., 2013).

در جدول های ۴-۷ و ۴-۸ مدل های استفاده شده برای محاسبه کارایی برخورد^۱ (E_c)، کارایی اتصال^۲ (E_a)، زمان القایی^۳ (t_i) و حداکثر زاویه تماس^۴ (θ_m) حباب-ذره نشان داده شده است. همان طور که در جدول های ۴-۷ و ۴-۸ نشان داده شده است، مدل ها برای حباب های با سطح متحرک^۵ و حباب های با سطح ثابت^۶ مورد بررسی قرار گرفته اند (Danoucaras et al., 2013; Nguyen, Schulz, 2004).

متغیرهای استفاده شده برای مدل های ارائه شده در جدول های ۴-۷ و ۴-۸ شامل: چگالی پالپ (ρ_l)، چگالی ذره (ρ_p)، ویسکوزیته پالپ (μ_p) و ماندگی گاز (E_g) می‌باشند. سایر پارامترها از جمله عدد رینولدز^۷ (Re)، عدد استوکس^۸ (St_k)، سرعت نهایی ذره^۹ (V_s)، سرعت نسبی ذره^{۱۰} (v_s)، سرعت استوکس^{۱۱} (V_{stokes}) و عدد ارشمیدس^{۱۲} (Ar)، با معادلات (۴-۱۰) تا (۴-۱۵) محاسبه شده‌اند:

¹ Collision efficiency

² Attachment efficiency

³ Induction time

⁴ Maximum attaching angle

⁵ Mobile surface

⁶ Immobile surface

⁷ Reynolds number

⁸ Stokes number

⁹ Particle terminal velocity

¹⁰ Scaled particle velocity

¹¹ Stokes velocity

¹² Archimedes number

$$Re = Ud_b\rho_l/\mu_p \quad (۱۰-۴)$$

$$S_k = \rho_p d_p^2 Re / 9 d_b^2 \rho_l \quad (۱۱-۴)$$

$$V_s = V_{Stokes} / [1 + Ar(1 + 0.079Ar^{0.749})^{-0.755} / 96] \quad (۱۲-۴)$$

$$v_s = V_s / U \quad (۱۳-۴)$$

$$V_{Stokes} = d_p^2 (\rho_p - \rho_l) g / 18 \mu_p \quad (۱۴-۴)$$

$$Ar = d_p^3 \rho_l g (\rho_p - \rho_l) / \mu_p^2 \quad (۱۵-۴)$$

جدول ۴-۷: مدل‌های محاسبه E_c , E_a , θ_m و t_i (Nguyen, Anh V. Schulz, 2004).

حباب با سطح متحرک	حباب با سطح ثابت	
$\left[\frac{d_p}{d_b} - \left(\frac{d_p}{d_b} \right)^2 \right] \frac{(X+C) \sin^2 \theta_m - C_1 X^2 (\cos^3 \theta_m - 3 \cos \theta_m + 2) / 3}{1 + v_s}$	$\left(\frac{d_p}{d_b} \right)^2 \frac{X+C+Y \cos \theta_m}{1+v_s} \sin^2 \theta_m$	E_c
$\frac{(X+C) \sin^2 \theta_0 - C_1 X^2 (\cos^3 \theta_0 - 3 \cos \theta_0 + 2) / 3}{(X+C) \sin^2 \theta_m - C_1 X^2 (\cos^3 \theta_m - 3 \cos \theta_m + 2) / 3}$	$\frac{X+C+Y \cos \theta_0}{X+C+Y \cos \theta_m} \left(\frac{\sin \theta_0}{\sin \theta_m} \right)^2$	E_a
$\arccos \left[\frac{\sqrt{(X+C)^2 + C_1^2 X^4} - (X+C)}{C_1 X^2} \right]$	$\arccos \left[\frac{\sqrt{(X+C)^2 + 3Y^2} - (X+C)}{3Y} \right]$	θ_m
$\frac{2(d_p + d_b)}{U(1-B^2)A} \ln \left\{ \frac{\tan(\frac{\theta_m}{2})}{\tan(\frac{\theta_0}{2})} \left[\frac{\csc(\theta_m) + B \cot(\theta_m)}{\csc(\theta_0) + B \cot(\theta_0)} \right]^B \right\}$	$\frac{2(d_p + d_b)}{U(1-B^2)A} \ln \left\{ \frac{\tan(\frac{\theta_m}{2})}{\tan(\frac{\theta_0}{2})} \left[\frac{\csc(\theta_m) + B \cot(\theta_m)}{\csc(\theta_0) + B \cot(\theta_0)} \right]^B \right\}$	t_i

جدول ۴-۸: پارامترهای استفاده شده برای محاسبات E_c , E_a , θ_m و t_i (Nguyen, Anh V. Schulz, 2004).

پارامتر	حباب با سطح متحرک	حباب با سطح ثابت
X	$\frac{3}{2} + \frac{9Re/32}{1 + 0.309Re^{0.694}} + (5.274 - 0.588Re^{0.230})\varepsilon_g^{0.711}$	$\frac{3}{2} + \frac{9Re/32}{1 + 0.309Re^{0.694}} + (37.515 + 0.006Re^{1.367})\varepsilon_g$
Y	$\frac{0.0537Re}{1 + 0.0318Re^{1.309}} - \frac{0.0513Re^{1.015}\varepsilon_g^{0.0559}}{(1 + 0.0371Re^{1.308})}$	$\frac{0.0537Re}{1 + 0.0318Re^{1.309}} + (0.466Re - 0.443Re^{0.96})\varepsilon_g$
M	$-1 - 0.267Re^{0.781} - (30.431 + 0.951Re^{0.777})\varepsilon_g^{1.426}$	$-1 - 0.267Re^{0.781} - (71.312 + 2.156Re^{0.954})\varepsilon_g^{1.367} - (370.374 + 44Re^{-212.032})\varepsilon_g^{1.912}$
N	$\frac{-0.00591Re}{1 + 1.105Re^{0.334}} - (1.974Re^{0.569}\varepsilon_g^{0.252})$	$\frac{-0.00591Re}{1 + 1.105Re^{0.334}} + (7.650Re^{0.993}\varepsilon_g^{0.434} - 8.755Re^{0.982}\varepsilon_g^{0.618})$
C	$\frac{v_s}{\frac{d_p}{d_b} - \left(\frac{d_p}{d_b}\right)^2}$	$\frac{v_s}{\left(\frac{d_p}{d_b}\right)^2}$
C_1	$\frac{S_k}{2} \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_p}\right) \frac{1}{\frac{d_p}{d_b} - \left(\frac{d_p}{d_b}\right)^2}$	$\frac{S_k}{2} \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_p}\right) \frac{1}{\left(\frac{d_p}{d_b}\right)^2}$
A	$\frac{3}{2} + \frac{9Re/32}{1 + 0.309Re^{0.694}} + (5.274 - 0.588Re^{0.230})\varepsilon_g^{0.711}$	$\frac{3}{2} + \frac{9Re/32}{1 + 0.309Re^{0.694}} + (37.515 + 0.006Re^{1.367})\varepsilon_g$

در جدول ۴-۹ متغیرهای مستقل (درصد جامد، سرعت ظاهری گاز، غلظت کف‌ساز و اندازه ذره)، و متغیرهای وابسته محاسبه شده با روابط جدول ۴-۷ (E_c , E_a , θ_m و U) نشان داده شده است.

جدول ۴-۹: مقادیر E_a , E_c , θ_m و U برای حباب با سطح متحرک و با سطح ثابت.

شماره آزمایش	درصد جامد (%)	سرعت ظاهری گاز (میلی متر بر ثانیه)	غلظت کف ساز (گرم بر تن)	اندازه ذرات (میکرون)	U (m/s)	حباب با سطح متحرک				حباب با سطح ثابت			
						t_i (ms)	E_a	θ_m (°)	E_c	t_i (ms)	E_a	θ_m (°)	E_c
۱	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۰/۱۳۶	۰/۰۹۷	۶۹/۳۱	۰/۶۲۷	۴/۹۳	۰/۰۴۶	۷۷/۲۷	۰/۴۷۷	۵/۷۸
۲	۱۰	۲۰	۳۰	+۷۵-۱۰۵	۰/۱۳۲	۰/۱۰۵	۶۹/۸۲	۰/۶۲۴	۴/۲۷	۰/۰۵۱	۷۷/۰۴	۰/۴۷۳	۵/۲۲
۳	۱۰	۲۰	۱۰	+۷۵-۱۰۵	۰/۱۴۴	۰/۱۱۳	۶۸/۵۶	۰/۶۳۲	۴/۷۱	۰/۰۴۴	۷۷/۷۳	۰/۴۸۷	۵/۶۲
۴	۱۵	۱۰	۱۰	+۱۰۵-۱۵۰	۰/۱۰۵	۰/۱۱۸	۶۷/۸۷	۰/۶۳۷	۵/۶۴	۰/۰۷۴	۷۶/۱۳	۰/۴۴۵	۲/۷۶
۵	۱۵	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۰/۱۴۵	۰/۱۰۸	۶۸/۲۷	۰/۶۳۴	۵/۶۵	۰/۰۴۴	۷۷/۶۲	۰/۴۸۱	۵/۶۲
۶	۱۰	۲۰	۲۰	+۵۳-۷۵	۰/۱۴۳	۰/۰۹۵	۷۴/۱۲	۰/۵۸۷	۷/۱۷	۰/۰۲۴	۷۷/۶۲	۰/۴۸۵	۱۰/۴۳
۷	۱۰	۱۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۰/۰۹۴	۰/۰۹۵	۷۶/۰۷	۰/۵۶۵	۸/۲۲	۰/۰۳۴	۷۶/۴۱	۰/۴۶۴	۱۵/۱۹
۸	۵	۱۰	۳۰	+۵۳-۷۵	۰/۰۸۸	۰/۰۸۵	۸۰/۸۳	۰/۴۹۴	۱۰/۵۵	۰/۰۱۹	۷۷/۲۲	۰/۴۹۵	۲۲/۴۹
۹	۱۵	۱۰	۳۰	+۱۰۵-۱۵۰	۰/۱۰۴	۰/۱۲۵	۶۸/۲۷	۰/۶۳۴	۴/۷۲	۰/۰۸۹	۷۶/۳۰	۰/۴۵۹	۲/۵۵
۱۰	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۰/۱۳۶	۰/۰۹۹	۶۹/۵۴	۰/۶۲۶	۴/۵۶	۰/۰۴۶	۷۷/۴۵	۰/۴۸۲	۵/۶۹
۱۱	۵	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۰/۱۴۲	۰/۰۹۲	۶۸/۹۶	۰/۵۹۰	۳/۴۱	۰/۰۴۹	۷۷/۷۳	۰/۴۹۲	۴/۹۵
۱۲	۱۰	۳۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۰/۱۵۱	۰/۰۹۳	۶۷/۵۳	۰/۶۳۸	۴/۲۱	۰/۰۶۷	۷۷/۸۵	۰/۴۸۸	۴/۸۰
۱۳	۵	۱۰	۱۰	+۵۳-۷۵	۰/۰۸۳	۰/۰۶۹	۸۱/۴۰	۰/۴۸۴	۱۳/۵۲	۰/۰۱۷	۷۷/۱۰	۰/۴۸۱	۲۰/۳۸
۱۴	۱۵	۳۰	۳۰	+۵۳-۷۵	۰/۲۰۲	۰/۱۱۵	۶۸/۲۷	۰/۶۵۴	۴/۷۲	۰/۰۵۰	۷۸/۷۶	۰/۵۰۸	۴/۵۳
۱۵	۵	۳۰	۳۰	+۱۰۵-۱۵۰	۰/۱۲۹	۰/۰۹۸	۶۴/۳۲	۰/۶۰۴	۲/۰۹	۰/۰۶۱	۷۷/۴۵	۰/۴۷۸	۲/۸۵
۱۶	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۰/۱۳۸	۰/۰۹۳	۶۹/۱۳	۰/۶۲۸	۵/۳۰	۰/۰۴۳	۷۷/۴۵	۰/۴۷۹	۶/۱۶
۱۷	۱۰	۲۰	۲۰	+۱۰۵-۱۵۰	۰/۱۲۳	۰/۱۰۵	۶۵/۵۸	۰/۵۸۰	۳/۲۹	۰/۰۷۹	۷۷/۵۶	۰/۴۷۶	۱/۹۷
۱۸	۵	۳۰	۱۰	+۱۰۵-۱۵۰	۰/۱۴۵	۰/۱۰۰	۶۲/۴۸	۰/۶۰۱	۲/۹۲	۰/۰۶۳	۷۸/۴۲	۰/۴۷۵	۲/۸۵
۱۹	۱۵	۳۰	۱۰	+۵۳-۷۵	۰/۱۹۳	۰/۱۲۵	۶۹/۳۶	۰/۶۲۷	۷/۲۴	۰/۰۳۶	۷۸/۸۸	۰/۵۰۹	۶/۹۰

برای بررسی تأثیر متغیرهای وابسته بر متغیرهای مستقل، از آنالیز واریانس و روش مقایسه توکی استفاده شده است. خلاصه نتایج در جدول‌های ۴-۱۰ و ۴-۱۱ نشان داده شده است. قابل ذکر است که آنالیزها به منظور بررسی اینکه آیا سطح حباب متحرک است یا ثابت، انجام شده است و در ادامه تأثیر آن بر دیگر پارامترهای به دست آمده مانند، سرعت حباب (U)، زمان القا (t_i) و سینتیک فلوتاسیون (k) مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

نتایج نشان داده شده در جدول‌های ۴-۱۰ و ۴-۱۱ نشان می‌دهد که اگر سطح حباب ثابت باشد، پارامترهای مؤثر بر E_c ، درصد جامد، اندازه ذره و سرعت ظاهری گاز هستند. همچنین اگر سطح حباب متحرک باشد، پارامترهای مؤثر بر E_c ، درصد جامد و اندازه ذره هستند. افزایش درصد جامد باعث افزایش E_c زیرا باعث افزایش تعداد ذرات و در نتیجه برخوردهای حباب-ذره، شده است. کاهش اندازه ذره منجر به کاهش E_c شده است. زیرا احتمالاً ذرات ریز، جریان مایع اطراف حباب^۱ را بهتر دنبال می‌کنند و سپس سبب می‌شود که برخورد حباب-ذره شکل نگیرد. قابل ذکر است که تأثیر غلظت کف‌ساز بر E_c ، معنادار نیست زیرا اندازه حباب‌ها

¹ Liquid streamlines

با افزایش غلظت کف‌ساز تغییر قابل توجهی نکرده است (بین $1/4$ و $1/9$ میلی‌متر). در رابطه با حباب با سطح متحرک، افزایش سرعت ظاهری گاز تأثیری بر E_c نگذاشته است اما در رابطه با حباب با سطح ثابت خلاف این نشان داده شده است. دلیل این مشخص نیست ولی ممکن است به دلیل تأثیر سرعت ظاهری گاز بر حرکت حباب‌های با سطح ثابت باشد و در نتیجه سرعت ظاهری گاز بالاتر باعث E_c بالاتر شده است. بر اساس نتایج آنالیز E_c نمی‌توان گفت که آیا سطح حباب متحرک است یا ثابت.

نتایج آنالیز واریانس برای θ_m نشان داده است که اگر سطح حباب ثابت باشد، هیچ متغیری بر θ_m تأثیرگذار نیست و مقدار آن تقریباً ثابت است (حدود 77° درجه). با این حال اگر سطح حباب متحرک باشد، اندازه ذره، درصد جامد و سرعت ظاهری گاز بر θ_m تأثیرگذار هستند. کاهش اندازه ذره باعث افزایش θ_m شده است، زیرا ذرات ریزتر، جریان مایع اطراف حباب را بهتر از ذرات درشت دنبال می‌کنند و در نتیجه زاویه تماس حباب-ذره بیشتر خواهد بود. کاهش سرعت ظاهری گاز منجر به کاهش سرعت مایع اطراف حباب و سپس θ_m بالاتر می‌شود؛ دلیل این می‌تواند این باشد که در سرعت‌های ظاهری گاز پایین‌تر، ذرات کمتر جریان مایع اطراف حباب را دنبال می‌کنند. مشخص نیست که چرا با افزایش درصد جامد، θ_m کاهش یافته است. به طور کلی، می‌توان گفت که اگر سطح حباب متحرک باشد، اندازه ذره یکی از پارامترهای مؤثر بر θ_m است، ولی اگر سطح حباب ثابت باشد اندازه ذره مؤثر بر θ_m نیست. بنابراین این نشان می‌دهد که سطح حباب‌ها در طول فلوتاسیون به صورت متحرک است و نه ثابت.

همچنین نتایج آنالیزهای واریانس و روش مقایسه توکی برای E_a در $\theta_0=30^\circ$ در جدول‌های ۴-۱۰ و ۴-۱۱ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که اگر سطح حباب‌ها به صورت متحرک باشد، درصد جامد، سرعت ظاهری گاز و اندازه ذره پارامترهای مؤثر بر E_a می‌باشند. درصد جامد بالاتر منجر به E_a بالاتر شده است، زیرا با افزایش درصد جامد، تعداد ذرات در پالپ افزایش می‌یابد. افزایش سرعت ظاهری گاز باعث افزایش E_a شده است، زیرا با افزایش سرعت ظاهری گاز، تعداد حباب‌های هوا افزایش می‌یابد. E_a با افزایش اندازه ذرات افزایش یافته است؛ دلیل این می‌تواند این باشد که ذرات ریز جریان مایع اطراف حباب را بهتر از ذرات درشت دنبال می‌کنند و در نتیجه احتمال اتصال ذرات ریز و حباب‌های هوا کاهش یافته است. اگر سطح حباب‌ها به صورت ثابت باشد، تنها متغیر مؤثر بر E_a ، سرعت ظاهری گاز است. بنابراین با توجه به اینکه تنها در صورتی که سطح حباب‌ها متحرک باشد اندازه ذره و درصد جامد متغیرهای مؤثر بر E_a هستند، می‌توان نتیجه گرفت که سطح حباب‌ها در فلوتاسیون به صورت متحرک است و نه ثابت.

جدول ۴-۱۰: خلاصه نتایج آنالیز واریانس E_a ، E_c و θ_m برای حباب با سطح متحرک و حباب با سطح ثابت.

P-Value						متغییر
حباب با سطح ثابت			حباب با سطح متحرک			
E_a	θ_m	E_c	E_a	θ_m	E_c	
۰/۵۲۱	۰/۷۰۴	۰/۰۱۱	۰	۰/۰۰۳	۰/۰۴۰	درصد جامد
۰/۰۰۷	۰/۰۰۱	۰/۰۱۲	۰	۰	۰/۰۷۸	سرعت ظاهری گاز
۰/۷۷۰	۰/۳۳۷	۰/۰۹۵	۰/۵۵۳	۰/۷۰۹	۰/۲۴۹	غلظت کف ساز
۰/۶۴۶	۰/۷۴۱	۰	۰/۰۰۴	۰	۰/۰۰۶	اندازه ذره

جدول ۴-۱۱: خلاصه نتایج روش مقایسه توکی E_a ، E_c و θ_m برای حباب با سطح متحرک و حباب با سطح ثابت.

مقدار میانگین						متغیر
حباب با سطح ثابت			حباب با سطح متحرک			
E_a	$\theta_m(^{\circ})$	E_c	E_a	$\theta_m(^{\circ})$	E_c	
۰/۴۸۵	۷۷/۵۴	۰/۰۵۶	۰/۶۳۶	۶۸/۳۹	۰/۱۱۴	درصد جامد، ٪ ۱۵
۰/۴۷۹	۷۷/۳۵	۰/۰۵۴	۰/۶۰۴	۷۱/۱۴	۰/۰۹۹	درصد جامد، ٪ ۱۰
۰/۴۸۰	۷۷/۶۳	۰/۰۴۳	۰/۵۷۳	۷۱/۲۴	۰/۰۹۲	درصد جامد، ٪ ۵
۰/۴۹۱	۷۸/۱۹	۰/۰۵۷	۰/۶۲۷	۶۶/۵۸	۰/۱۰۱	سرعت ظاهری گاز، ۳۰ میلی متر بر ثانیه
۰/۴۸۵	۷۷/۷۳	۰/۰۵۱	۰/۶۲۴	۶۹/۱۰	۰/۱۰۶	سرعت ظاهری گاز، ۲۰ میلی متر بر ثانیه
۰/۴۶۸	۷۶/۵۹	۰/۰۴۴	۰/۵۶۲	۷۵/۰۹	۰/۰۹۷	سرعت ظاهری گاز، ۱۰ میلی متر بر ثانیه
۰/۴۸۳	۷۷/۳۵	۰/۰۵۵	۰/۶۰۸	۷۰/۳۹	۰/۱۰۶	غلظت کف ساز، ۳۰ گرم بر تن
۰/۴۸۰	۷۷/۵۰	۰/۰۴۹	۰/۶۰۴	۷۰/۳۵	۰/۱۰۰	غلظت کف ساز، ۲۰ گرم بر تن
۰/۴۸۰	۷۷/۶۶	۰/۰۴۸	۰/۶۰۲	۷۰/۰۲	۰/۰۹۹	غلظت کف ساز، ۱۰ گرم بر تن
۰/۴۷۷	۷۷/۵۲	۰/۰۴۸	۰/۶۳۲	۶۶/۱۵	۰/۱۰۸	اندازه ذره، ۱۵۰-۱۰۵ میکرون
۰/۴۸۰	۷۷/۳۷	۰/۰۴۷	۰/۶۱۱	۶۹/۹۱	۰/۰۹۹	اندازه ذره، ۱۰۵-۷۵ میکرون
۰/۴۸۶	۷۷/۶۲	۰/۰۲۵	۰/۵۷۰	۷۴/۷۱	۰/۰۹۸	اندازه ذره، ۷۵-۵۳ میکرون

۴-۱-۱۰ تأثیر برهمکنش حباب-ذره و سرعت حباب بر زمان القا و سینتیک فلوتاسیون

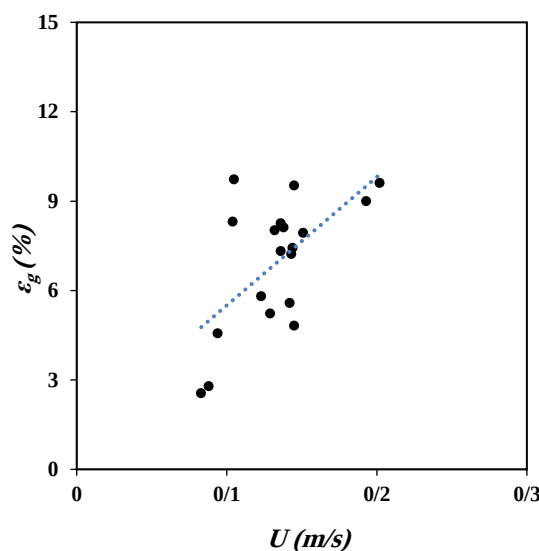
نتایج بخش قبلی نشان داد که سطح حباب‌ها در فلوتاسیون به صورت متحرک است. از این رو، در این بخش آنالیزهای بیشتری برای E_a و E_c (به دست آمده برای حالتی که سطح حباب متحرک است) انجام خواهد شد. قابل ذکر است که ژو و همکاران (۲۰۱۹) برهمکنش بین حباب‌های هوا و ذرات را با استفاده از روش گلمبتسکی^۱ و روابط ناویر-استوکس^۲ بررسی کردند و نشان دادند که سطح حباب‌ها به صورت متحرک است که با نتایج به دست آمده در این پژوهش موافق می‌باشد (Zhou et al., 2019c).

برای درک بهتر E_a و E_c ، آنالیز رابطه بین سرعت حباب (U) و ماندگی گاز ($\mathcal{E}_g$) می‌تواند مفید باشد. از این رو در شکل ۴-۱۳ نشان داده شده است، که افزایش U باعث افزایش تعداد حباب‌ها و در نتیجه $\mathcal{E}_g$ بالاتر شده است؛ نتایج مشابه در دیگر تحقیقات گزارش شده است (Albjanic et al., 2007). به طور کلی افزایش سرعت

¹ Glembofsky technique

² Navier-Stokes equations

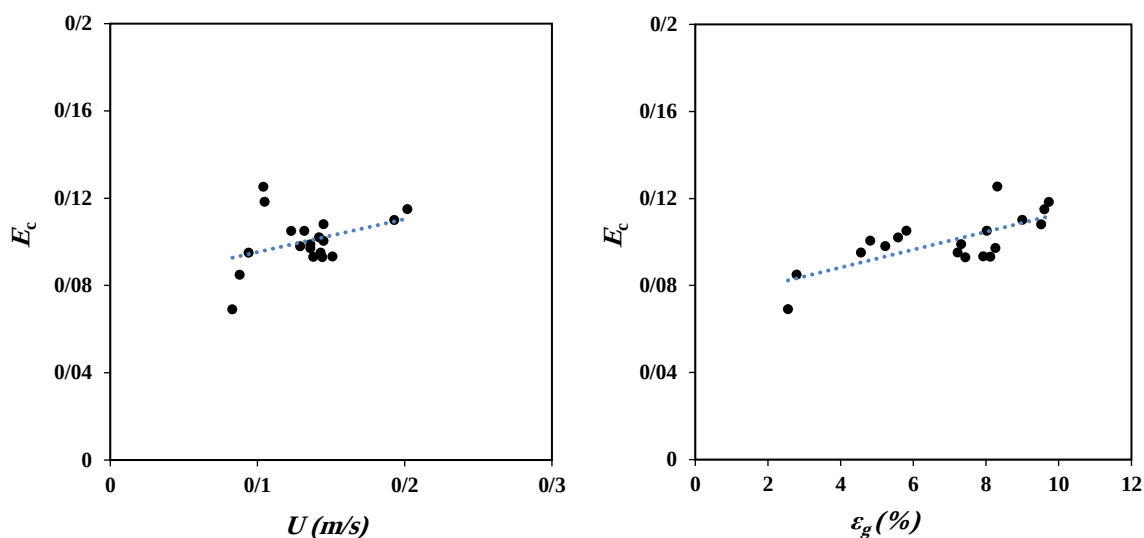
حباب نشان دهنده افزایش سرعت ظاهری گاز است که در نهایت منجر به افزایش ماندگی گاز در ستون فلو تاسیون می شود.



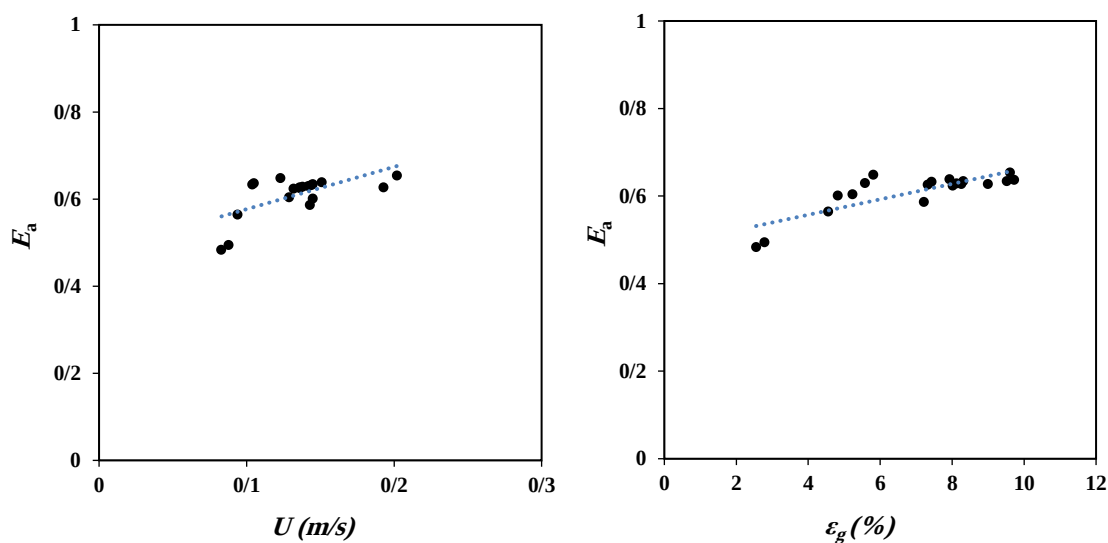
شکل ۴-۱۳: رابطه بین سرعت حباب (U) و ماندگی گاز ($\mathcal{E}_g$).

در شکل ۴-۱۴ رابطه بین E_c با U و $\mathcal{E}_g$ نشان داده شده است. افزایش $\mathcal{E}_g$ باعث افزایش E_c شده است (به علت افزایش تعداد حباب‌ها). زیرا افزایش ماندگی گاز به معنای بیشتر بودن تعداد حباب‌ها در ستون فلو تاسیون است که در نهایت باعث افزایش احتمال برخورد بین حباب و ذره می شود. روند مشابهی بین U و E_c مشاهده شده، زیرا افزایش U منجر به افزایش $\mathcal{E}_g$ (شکل ۴-۱۳) و در نهایت افزایش E_c می شود.

شکل ۴-۱۵ نشان می دهد که تأثیر U و $\mathcal{E}_g$ بر E_a مشابه تأثیر U و $\mathcal{E}_g$ بر E_c است. با این حال می توان گفت که U تأثیر بیشتری بر E_a نسبت به E_c دارد. نشان داده شد که افزایش U می تواند ناشی از افزایش سرعت ظاهری گاز و افزایش ماندگی گاز شود که در نهایت باعث بالا رفتن احتمال اتصال حباب-ذره خواهد شد.

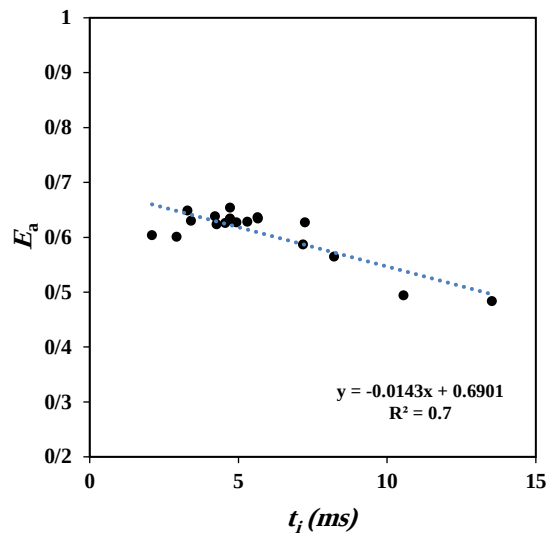


شکل ۴-۱۴: تأثیر سرعت حباب (U) و ماندگی گاز (ε_g) بر کارایی برخورد حباب-ذره (E_c).



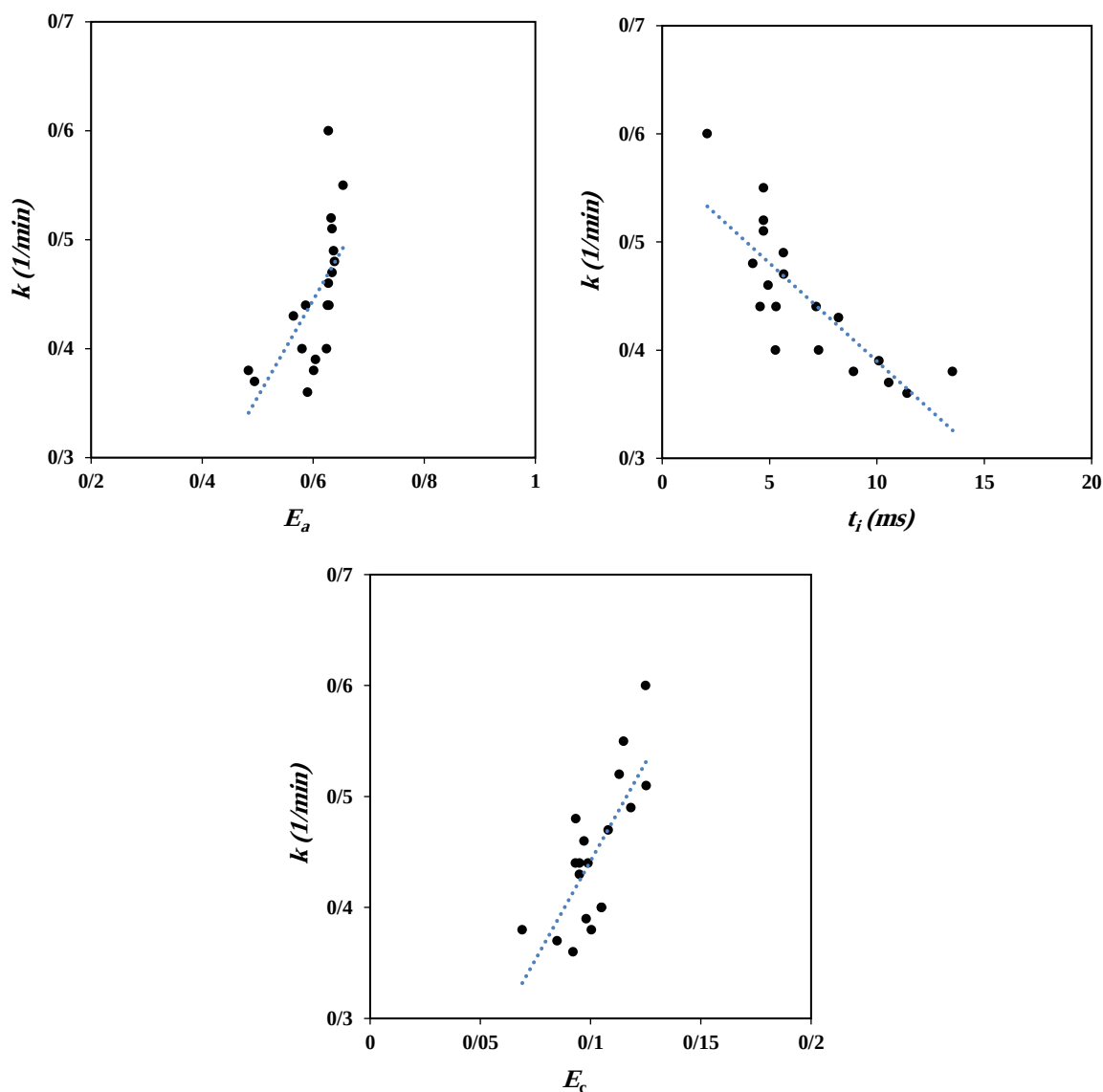
شکل ۴-۱۵: تأثیر سرعت حباب (U) و ماندگی گاز (ε_g) بر کارایی اتصال حباب-ذره (E_a).

شکل ۴-۱۶ رابطه بین E_a و زمان القایی (t_i) را نشان می‌دهد. با این حال ژو و همکاران (۲۰۱۹) نشان دادند که رابطه بین E_a و t_i در فلو تاسیون میکرو به صورت نمایی است (Zhou et al., 2019a). دلیل مشاهدات متفاوت در این پژوهش می‌تواند تفاوت در تعداد حباب‌ها، تعداد ذرات و شرایط هیدرودینامیکی متفاوت بین فلو تاسیون میکرو و ستون فلو تاسیون باشد.



شکل ۴-۱۶: رابطه بین کارآیی اتصال (E_a) و زمان القا (t_i).

شکل ۴-۱۷ نشان می‌دهد که ثابت سینتیک فلوتاسیون (k) با افزایش زمان القایی (t_i)، کاهش یافته است. این بدین معنا است که ذرات با t_i پایین‌تر سریع‌تر شناور می‌شوند؛ نتایج مشابه توسط ژو و همکاران (۲۰۱۹) نشان داده شده است (Zhou et al., 2019a). تغییرات قابل توجهی برای t_i در شرایط مختلف مشاهده شده است (بین ۲ و ۱۳ میلی ثانیه)، در حالی که k تغییرات نسبتاً اندکی داشته است (۰/۳۷ و ۰/۶۰ ۱/min). این در حالی است که ژو و همکاران (۲۰۱۹) نشان داده‌اند که یک تغییر اندک در t_i می‌تواند باعث تغییرات زیاد k شود. علت اختلاف بین نتایج این پژوهش و نتایج ژو و همکاران (۲۰۱۹) احتمالاً استفاده از سیستم فلوتاسیون نیمه صنعتی به جای فلوتاسیون میکرو می‌باشد. همچنین در شکل ۴-۱۷ نشان داده شده است که افزایش E_c و E_a باعث افزایش k می‌شود. که نشان دهنده بهبود کارآیی فلوتاسیون با افزایش کارآیی برهمکنش حباب-ذره می‌باشد. با این حال، تحقیقات بیشتری برای بررسی این نتایج در ثابت‌های سینتیک بالاتر نیاز است.



شکل ۴-۱۷: تأثیر زمان القا (t_i)، کارایی اتصال (E_a) و کارایی برخورد (E_c) حباب-ذره بر ثابت نرخ فلوئاسیون (k).

۴-۲ فلوئاسیون مرحله دوم (با استفاده از مس سولفیدی)

همان‌طور که در قسمت قبلی توضیح داده شد، آزمایش‌های فلوئاسیون در دو مرحله با دو ماده معدنی مختلف انجام شده است. در مرحله اول که نتایج آن در قسمت ۴-۱ به طور مفصل توضیح داده شده است، از سیلیس با خلوص بالا استفاده شد (جدول ۳-۱). در مرحله اول، مدلسازی توزیع اندازه حباب (BSD)، تأثیر پارامترهای هیدرودینامیکی و مشخصات پراکندگی گاز بر کارایی فلوئاسیون و همچنین تأثیر سرعت حباب بر برهمکنش حباب-ذره مورد بررسی قرار گرفت. از آنجایی که سیلیس با خلوص بالا یک ماده معدنی ایده‌آل به نظر می‌رسد، از این رو، در مرحله دوم تمام آزمایش‌های فلوئاسیون، با ماده معدنی مس سولفیدی (جدول ۳-۳)، با حفظ کلیه شرایط مرحله اول، انجام شد. نتایج فلوئاسیون با مس سولفیدی در جدول ۴-۱۲ نشان داده شده است.

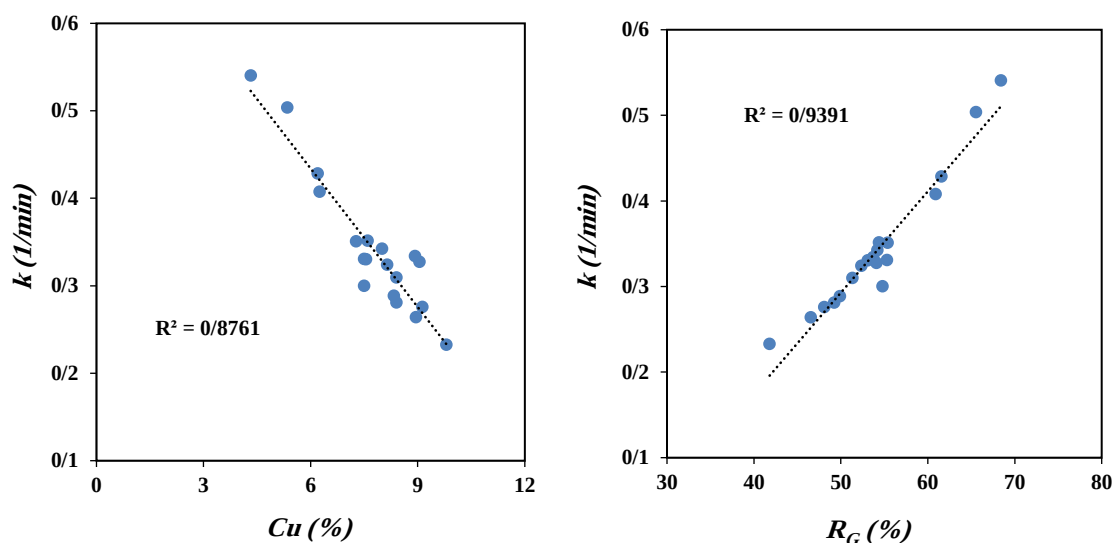
هدف از انجام آزمایش‌های مرحله دوم ارزیابی نتایج مرحله اول با یک ماده معدنی واقعی است. بنابراین در ادامه ماندگی گاز ($\mathcal{E}_g$)، بازیابی کلی فلوتاسیون (R_G) و سینیتیک فلوتاسیون (k) برای آزمایش‌های مرحله اول و دوم با هم مقایسه خواهد شد. همچنین عیار مس در کنسانتره (Cu) و رابطه آن با R_G و k نشان داده خواهد شد.

جدول ۴-۱۲: نتایج فلوتاسیون مس سولفیدی.

شماره آزمایش	درصد جامد (%)	سرعت ظاهری گاز (میلی متر بر ثانیه)	غلظت کف ساز (گرم بر تن)	اندازه ذرات (میکرون)	$\mathcal{E}_g$ (%)	Cu (%)	R_G (%)	k (1/min)
۱	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۹/۱	۸/۱۴	۵۲/۳۹	۰/۳۲
۲	۱۰	۲۰	۳۰	+۷۵-۱۰۵	۸/۹	۸/۳۳	۴۹/۹۱	۰/۲۹
۳	۱۰	۲۰	۱۰	+۷۵-۱۰۵	۷/۱۲	۶/۲۵	۶۰/۹۳	۰/۴۱
۴	۱۵	۱۰	۱۰	+۱۰۵-۱۵۰	۹/۲	۹/۰۵	۵۴/۰۹	۰/۳۶
۵	۱۵	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۹	۶/۲	۶۰/۰۵	۰/۴۰
۶	۱۰	۲۰	۲۰	+۵۳-۷۵	۷/۹	۷/۵	۵۴/۸۰	۰/۳۵
۷	۱۰	۱۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۶/۴	۸/۴	۴۹/۲۷	۰/۲۸
۸	۵	۱۰	۳۰	+۵۳-۷۵	۴/۹	۹/۸	۴۱/۸۱	۰/۲۳
۹	۱۵	۱۰	۳۰	+۱۰۵-۱۵۰	۷/۸۵	۷/۵	۵۵/۳۲	۰/۳۷
۱۰	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۷/۹	۸	۵۴/۲۳	۰/۳۴
۱۱	۵	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۵/۸۶	۸/۴	۴۵/۵۱	۰/۲۹
۱۲	۱۰	۳۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۹/۵۵	۷/۶	۵۴/۴۲	۰/۳۵
۱۳	۵	۱۰	۱۰	+۵۳-۷۵	۳/۹۵	۸/۹۵	۴۹/۵۷	۰/۲۶
۱۴	۱۵	۳۰	۳۰	+۵۳-۷۵	۱۰/۴	۵/۳۵	۵۷/۳۵	۰/۴۸
۱۵	۵	۳۰	۳۰	+۱۰۵-۱۵۰	۶/۸	۷/۲۷	۵۲/۳۹	۰/۳۲
۱۶	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۸/۷۸	۸/۹۲	۵۳/۷۵	۰/۳۳
۱۷	۱۰	۲۰	۲۰	+۱۰۵-۱۵۰	۶/۶۳	۹/۱۳	۴۸/۱۲	۰/۲۸
۱۸	۵	۳۰	۱۰	+۱۰۵-۱۵۰	۶/۱۴	۷/۵۵	۵۱/۱۱	۰/۳۳
۱۹	۱۵	۳۰	۱۰	+۵۳-۷۵	۸/۵	۴/۳۲	۶۸/۴۴	۰/۵۴

۴-۲-۱ بررسی عیار مس در کنسانتره، بازیابی و ثابت سینیتیک فلوتاسیون مس سولفیدی

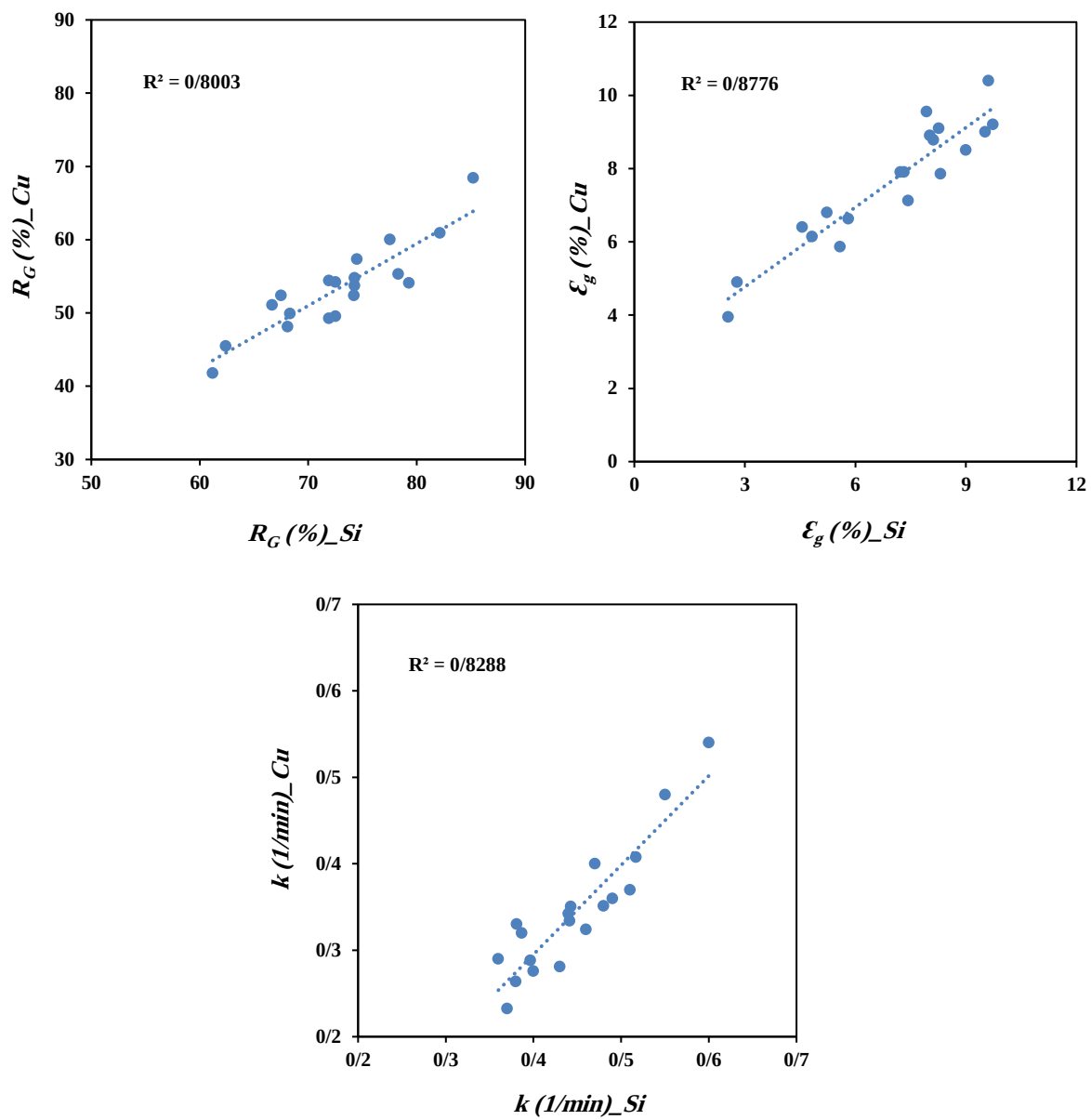
در شکل ۴-۱۸ نشان داده شده است که بازیابی و ثابت سینیتیک رابطه مستقیمی با هم دارند ($R^2=0.94$). افزایش بازیابی باعث افزایش ثابت سینیتیک شده است؛ این رابطه به خوبی توسط فینچ و دابی (۱۹۹۰) توضیح داده شده است (Finch and Dobby, 1990). از طرفی افزایش k باعث کاهش عیار مس در کنسانتره شده است. زیرا به وضوح ثابت شده است که در فلوتاسیون افزایش عیار سبب کاهش بازیابی و در نتیجه کاهش ثابت سینیتیک می‌شود (Meso et al., 2016).



شکل ۴-۱۸: رابطه بین عیار مس در کنسانتره، بازیابی و ثابت سینیتیک فلوتاسیون مس سولفیدی.

۴-۲-۲ مقایسه نتایج فلوتاسیون کوارتز و مس سولفیدی

در شکل ۴-۱۹ نتایج فلوتاسیون مس سولفیدی با نتایج به دست آمده با کوارتز مقایسه شده است. مقایسه نتایج ماندگی گاز نشان می‌دهد که نحوه تغییر ماندگی گاز با تغییر شرایط فلوتاسیون برای هر دو مرحله از فلوتاسیون، همبستگی نسبتاً خوبی ($R^2=0.87$) با هم دارند. همچنین مقایسه نتایج بازیابی کلی و ثابت نرخ فلوتاسیون نشان دهنده همبستگی مناسب بین نتایج مرحله اول و دوم می‌باشد. در تمام مقایسه‌ها، R^2 بالاتر از ۰/۸۰ به دست آمده است که می‌تواند گواه بر این باشد که تمام مدل‌سازی‌های توزیع اندازه حباب (BSD)، شار سطح جریان حباب (S_b)، مساحت ظاهری حباب‌ها (I_b)، سرعت حباب (U) و نتایج برهمکنش حباب-ذره را می‌توان برای ماده معدنی به غیر از کوارتز در نظر گرفت. قابل ذکر است که تحقیقات بیشتر برای ارزیابی بیشتر نتایج، با شرایط آزمایشگاهی متفاوت و مواد معدنی مختلف لازم می‌باشد.



شکل ۴-۱۹: مقایسه نتایج فلوتاسیون کوارتز و مس سولفیدی.

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۵-۱ نتیجه‌گیری

توزیع اندازه حباب (BSD) در شرایط مختلف فلوتاسیون و با دو ماده معدنی کوارتز و مس سولفیدی با تغییر درصد جامد، سرعت ظاهری گاز، غلظت کف‌ساز و اندازه ذره انجام شد. در فلوتاسیون مرحله اول (کوارتز)، با استفاده از مدل لاگ-نرمال، توزیع اندازه حباب با پارامترهای μ و σ مدلسازی شد. نتایج نشان داد که رابطه قوی‌تری بین d_{32} و σ نسبت به رابطه بین d_{32} و μ وجود دارد که نشان دهنده اهمیت σ در BSD می‌باشد. مهم‌ترین پارامترهای مؤثر بر BSD غلظت کف‌ساز و درصد جامد هستند. افزایش غلظت کف‌ساز باعث کاهش تنش سطحی مایع و در نتیجه کاهش d_{32} می‌شود. تأثیر متفاوتی برای درصد جامد مشاهده شد، زیرا ویسکوزیته پالپ با افزایش درصد جامد افزایش می‌یابد و در نتیجه باعث افزایش d_{32} می‌شود. در یک سرعت ظاهری گاز ثابت، افزایش شار سطح جریان حباب (S_b) باعث کاهش d_{32} و کاهش بازیابی فلوتاسیون شد. همچنین با بررسی تابع توزیع تجمعی اندازه حباب (CDF) مشخص شد که افزایش غلظت کف‌ساز سبب کاهش بهم-آمیختگی حباب‌ها و در نتیجه کاهش تعداد حباب‌های بزرگتر از $1/3$ میلی‌متر می‌شود. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که d_{32} در برخی شرایط می‌تواند نشان دهنده توزیع اندازه حباب باشد.

رابطه بین ماندگی گاز (E_g)، مساحت ظاهری حباب‌ها (I_b)، توزیع اندازه حباب (BSD) و سینتیک فلوتاسیون (k) بررسی شد. نتایج نشان داد که درصد جامد و اندازه ذره مهم‌ترین متغیرهای تأثیرگذار بر E_g ، I_b و k هستند. افزایش درصد جامد باعث تعداد بیشتر حباب‌های ریز و در نتیجه افزایش E_g و I_b شده؛ I_b نسبتی مستقیم از E_g است. I_b به طور موفقیت‌آمیزی با استفاده از d_{32} و تابع BSD مدلسازی شد.

همچنین بررسی سطح حباب‌ها (سطح متحرک یا سطح ثابت) در حضور کف‌ساز بررسی شد. با توجه به اینکه در پالپ‌های فلوتاسیون نمی‌توان برهمکنش حباب-ذره را با استفاده از دوربین‌های سرعت بالا اندازه‌گیری کرد، از این رو از مدل‌های بنیادی برای بررسی برهمکنش حباب-ذره استفاده شده است. نتایج نشان داد که سطح حباب‌های هوا در فلوتاسیون واقعی به صورت متحرک است نه ثابت؛ زیرا اندازه ذرات فقط در زمانی که سطح حباب‌ها به صورت متحرک در نظر گرفته شد، بر کارایی اتصال حباب-ذره (E_a) تأثیرگذار بود. افزایش زمان القایی (t_i) باعث کاهش E_a شد و همچنین t_i به شدت تحت تأثیر تغییر شرایط آزمایشگاهی است در حالی که در مورد E_a این چنین نیست. در مورد آزمایش‌های که توسط ژو و همکاران (۲۰۱۹) انجام شده است، مشخص شده که تغییرات t_i در شرایط مختلف ناچیز است در حالی که تغییرات E_a قابل توجه است (Zhou et al., 2019a). اختلاف نتایج این پژوهش با نتایج ژو و همکاران (۲۰۱۹) می‌تواند به این دلیل باشد که در این پژوهش از سیستم فلوتاسیون واقعی به جای فلوتاسیون میکرو استفاده شد.

آزمایش‌های فلوتاسیون مرحله دوم با استفاده از کانی مس سولفیدی انجام شد. با مقایسه نتایج ماندگی گاز، بازیابی فلوتاسیون و ثابت سینتیک فلوتاسیون مراحل اول و دوم مشخص شد که همبستگی خوبی (R^2 حدود ۰/۸۵) بین نتایج فلوتاسیون کوارتز و مس سولفیدی وجود دارد و در نتیجه توزیع اندازه حباب و سایر شرایط هیدرودینامیکی فلوتاسیون کوارتز را می‌توان برای مس سولفیدی به کار برد. با این حال تحقیقات بیشتری در این زمینه نیاز می‌باشد.

۵-۲ پیشنهادها

مشاهدات این پژوهش نشان داده است که رابطه بین قطر میانگین ساتر حباب (d_{32})، پارامترهای مدل توزیع اندازه حباب (μ, σ)، شار سطح جریان حباب (S_b) و کارایی فلوتاسیون ممکن است برای دیگر شرایط فلوتاسیون صادق باشد. از این رو، تحقیقات بیشتری در این زمینه لازم است.

نتایج نشان داده است که با تغییر گسترده شرایط فلوتاسیون، d_{32} تغییرات نسبتاً ناچیزی (بین ۱/۴ و ۱/۹ میلی‌متر) داشته است. بنابراین پیشنهاد می‌شود که تحقیقاتی برای بررسی اندازه حباب‌ها با تغییر نوع اسپارجر انجام شود.

نتایج این پژوهش اهمیت توزیع اندازه حباب و پارامترهای هیدرودینامیکی را برای درک بهتر کارایی فلوتاسیون، نشان می‌دهد. با این حال تحقیقات بیشتری با سلول‌ها و ستون‌های فلوتاسیون صنعتی با شرایط هیدرودینامیکی مختلف با تغییر نوع اسپارجر، ارتفاع و قطر ستون نیاز می‌باشد.

پیشنهاد می‌شود که از زمان القایی (t_i) به جای کارایی اتصال حباب-ذره (E_a) برای طراحی و بهینه‌سازی ستون‌های فلوتاسیون استفاده شود زیرا t_i نسبت به E_a به تغییر شرایط فلوتاسیون حساس‌تر می‌باشد. بنابراین تحقیقات بیشتر با استفاده از ذرات کانی‌های مختلف به جای ذرات با خلوص بالا و تحت شرایط مختلف فلوتاسیون لازم می‌باشد.

۵-۳ نوآوری‌ها

نوآوری‌های این پژوهش را می‌توان به چند دسته تقسیم‌بندی کرد:

- استفاده از مدل توزیع لاگ-نرمال با دقت بالا ($R^2=0.98$) برای توصیف توزیع اندازه حباب‌ها در فلوتاسیون نیمه صنعتی با حداکثر درصد جامد ۱۵ درصد و ارزیابی نتایج با یک ماده معدنی واقعی؛ قابل ذکر است که تاکنون هیچ تحقیقی در این زمینه با این مقیاس و با درصد جامد ۱۵ درصد انجام نشده است و تقریباً در تمام موارد از درصد جامدهای حدود ۵ درصد استفاده شده است.
- بررسی کامل رابطه بین پارامترهای مدل لاگ-نرمال (μ و σ) و پارامترهای عملیاتی فلوتاسیون به طوری که در تحقیقات دیگر به ندرت بررسی شده است.
- بررسی کامل رابطه بین شار سطح جریان حباب (S_b)، d_{32} و بازیابی فلوتاسیون که در تحقیقات دیگر به صورت جزئی بررسی شده است.
- مساحت ظاهری حباب‌ها (I_b) به طور موفقیت‌آمیزی با استفاده از d_{32} و تابع توزیع اندازه حباب (BSD) مدل‌سازی شده است و از آن برای بررسی رابطه بین ماندگی گاز ($\mathcal{E}_g$)، I_b و سینتیک فلوتاسیون (k) استفاده شد. بررسی کاملی در این زمینه در تحقیقات پیشین مشاهده نشده است.

- با توجه به اینکه در پالپ‌های فلوتاسیون نمی‌توان برهمکنش حباب-ذره را با استفاده از دوربین‌های سرعت بالا اندازه‌گیری کرد، از این رو از مدل‌های بنیادی برای بررسی برهمکنش حباب-ذره استفاده شد و همچنین سطح حباب‌ها (سطح متحرک یا سطح ثابت) بررسی شده است. پیش از این از این روش فقط در فلوتاسیون میکرو استفاده شده است.

۴-۵ مقاله‌ها

لیست مقاله‌های استخراج شده از این رساله در جدول ۵-۱ آورده شده است.

جدول ۵-۱: لیست مقاله‌های مستخرج از رساله.

ردیف	عنوان مقاله	نام مجله	مشخصات مجله	آخرین وضعیت
۱	Bubble size distributions in gas-liquid-solid systems and their influence on flotation separation in a bubble column	Chemical Engineering Research and Design	Q1 IF: 3.35	چاپ شده
۲	Investigation of gas holdup, interfacial area of bubbles and bubble size distributions in a pilot plant flotation column	Minerals Engineering	Q1 IF: 3.79	چاپ شده
۳	Air bubble properties in gas-liquid-solid systems during flotation in a pilot plant bubble column	Chemical Engineering Research and Design	Q1 IF: 3.35	تحت داوری
۴	The relationships between flotation microkinetics and macrokinetics variables in a bubble column with a wash water system: experiments and modelling	Experimental Thermal and Fluid Science	Q1 IF: 3.44	تحت داوری
۵	Investigation of water recovery during flotation in a bubble column with a wash water system	-	-	در حال آماده-سازی

- Ahmed, N., Jameson, G.J., 1985. The effect of bubble size on the rate of flotation of fine particles. *Int. J. Miner. Process.* 14, 195–215. [https://doi.org/10.1016/0301-7516\(85\)90003-1](https://doi.org/10.1016/0301-7516(85)90003-1)
- Ai, M., Xie, Y., Xie, S., Gui, W., 2019. Shape-weighted bubble size distribution based reagent predictive control for the antimony flotation process. *Chemom. Intell. Lab. Syst.* 192, 103821. <https://doi.org/10.1016/j.chemolab.2019.103821>
- Albijanic, B., Hampton, M.A., Ozdemir, O., Bradshaw, D., 2010. An integrated study of bubble–particle attachment mechanisms, in: *International Mineral Processing Congress*. pp. 1703–1709.
- Albijanic, B., Harvan, V., Petrovic, D.L., Duric, M., Tekic, M., 2007. Hydrodynamics and Mass Transfer in a Draft Tube Airlift Reactor with Dilute Alcohol Solutions. *AIChE J.* 53, 2897–2904. <https://doi.org/10.1002/aic>
- Albijanic, B., Zhou, Y., Tadesse, B., Dyer, L., Xu, G., Yang, X., 2018. Influence of bubble approach velocity on liquid film drainage between a bubble and a spherical particle. *Powder Technol.* 338, 140–144. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2018.07.010>
- Aldrich, C., Feng, D., 2000. Effect of frothers on bubble size distributions in flotation pulp phases and surface froths. *Miner. Eng.* 13, 1049–1057. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(00\)00089-3](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(00)00089-3)
- Amini, E., Bradshaw, D.J., Xie, W., 2016. Influence of flotation cell hydrodynamics on the flotation kinetics and scale up, Part 1: Hydrodynamic parameter measurements and ore property determination. *Miner. Eng.* 99, 40–51. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2016.09.024>
- Anderson-Cook, C.M., Borror, C.M., Montgomery, D.C., 2009. Response surface design evaluation and comparison. *J. Stat. Plan. Inference* 139, 629–641. <https://doi.org/10.1016/j.jspi.2008.04.004>
- Banisi, S., Finch, J.A., Laplante, A.R., Weber, M.E., 1995a. Effect of solid particles on gas holdup in flotation columns. I. Measurement. *Chem. Eng. Sci.* 50, 2329–2334. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(95\)00075-G](https://doi.org/10.1016/0009-2509(95)00075-G)
- Banisi, S., Finch, J.A., Laplante, A.R., Weber, M.E., 1995b. Effect of solid particles on gas holdup in flotation columns. II. Investigation of mechanisms of gas holdup reduction. *Chem. Eng. Sci.* 50, 2335–2342.
- Bhondayi, C., Moys, M.H., Danha, G., 2016. Effect of pulp chemistry and solids on a froth bubble size measurement method. *Powder Technol.* 297, 202–210. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.04.027>
- Bhunja, K., Kundu, G., Mukherjee, D., 2017. Gas holdup characteristics in a flotation column with different solids. *Sep. Sci. Technol.* 52, 1298–1309.

<https://doi.org/10.1080/01496395.2017.1287196>

- Bordel, S., Mato, R., Villaverde, S., 2006. Modeling of the evolution with length of bubble size distributions in bubble columns. *Chem. Eng. Sci.* 61, 3663–3673. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2005.12.035>
- Bu, X., Xie, G., Peng, Y., Chen, Y., 2016. Kinetic modeling and optimization of flotation process in a cyclonic microbubble flotation column using composite central design methodology. *Int. J. Miner. Process.* 157, 175–183. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2016.11.006>
- Cheng, G., Shi, C.L., Liu, J.T., Yan, X.K., 2016. Bubble-Distribution Measurement in a Flotation Column. *Int. J. Coal Prep. Util.* 36, 241–250. <https://doi.org/10.1080/19392699.2015.1111878>
- Cilek, E.C., 2009. The effect of hydrodynamic conditions on true flotation and entrainment in flotation of a complex sulphide ore. *Int. J. Miner. Process.* 90, 35–44. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2008.10.002>
- Cilek, E.C., Karaca, S., 2015. Effect of nanoparticles on froth stability and bubble size distribution in flotation. *Int. J. Miner. Process.* 138, 6–14. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2015.03.004>
- Dai, Z., Fornasiero, D., Ralston, J., 2000. Particle-bubble collision models - a review. *Adv. Colloid Interface Sci.* 85, 231–256. [https://doi.org/10.1016/S0001-8686\(99\)00030-5](https://doi.org/10.1016/S0001-8686(99)00030-5)
- Danoucaras, A.N., Vianna, S.M., Nguyen, A. V., 2013. A modeling approach using back-calculated induction times to predict recoveries in flotation. *Int. J. Miner. Process.* 124, 102–108. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2013.04.013>
- Deglon, D.A., Egya-Mensah, D., Franzidis, J.P., 2000. Review of hydrodynamics and gas dispersion in flotation cells on South African platinum concentrators. *Miner. Eng.* 13, 235–244. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(00\)00003-0](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(00)00003-0)
- Diaz-Penafiel, P., Dobby, G.S., 1994. Kinetic studies in flotation columns: Bubble size effect. *Miner. Eng.* 7, 465–478. [https://doi.org/10.1016/0892-6875\(94\)90159-7](https://doi.org/10.1016/0892-6875(94)90159-7)
- Duan, J., Fornasiero, D., Ralston, J., 2003. Calculation of the flotation rate constant of chalcopyrite particles in an ore. *Int. J. Miner. Process.* 72, 227–237. [https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(03\)00101-7](https://doi.org/10.1016/S0301-7516(03)00101-7)
- Ekmekçi, Z., Bradshaw, D.J., Allison, S.A., Harris, P.J., 2003. Effects of frother type and froth height on the flotation behaviour of chromite in UG2 ore. *Miner. Eng.* 16, 941–949. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2003.08.001>
- Eskanolou, A., Khalesi, M., Abdollahy, M., Hemmati Chegeni, M., 2018. Interactional effects of bubble size, particle size, and collector dosage on bubble loading in column flotation. *J. Min. Environ.* 9, 107–116. <https://doi.org/10.22044/jme.2017.5815.1393>
- Fan, M., Tao, D., Honaker, R., Luo, Z., 2010. Nanobubble generation and its applications in froth flotation (part II): fundamental study and theoretical analysis. *Min. Sci. Technol.* 20, 159–177. [https://doi.org/10.1016/S1674-5264\(09\)60179-4](https://doi.org/10.1016/S1674-5264(09)60179-4)

- Feng, D., Aldrich, C., 1999. Effect of particle size on flotation performance of complex sulphide ores. *Miner. Eng.* 12, 721–731. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(99\)00059-X](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(99)00059-X)
- Finch, J.A., Dobby, G., 1990. Column flotation. Pergamon Press, New York.
- Finch, J.A., Xiao, J., Hardie, C., Gomez, C.O., 2000. Gas dispersion properties: bubble surface area flux and gas holdup. *Miner. Eng.* 13, 365–372. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(00\)00019-4](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(00)00019-4)
- Fuerstenau, M.C.; Jameson, G.; Yoon, R., 2007. Froth Flotation: A Century of Innovation. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration.
- Gandhi, B., Prakash, A., Bergougnou, M.A., 1999. Hydrodynamic behavior of slurry bubble column at high solids concentrations. *Powder Technol.* 103, 80–94. [https://doi.org/10.1016/S0032-5910\(98\)00182-X](https://doi.org/10.1016/S0032-5910(98)00182-X)
- Gao, Y., Zhang, G., Wang, M., Liu, D., 2018. The critical role of pulp density on flotation separation of nickel-copper sulfide from fine serpentine. *Minerals* 8. <https://doi.org/10.3390/min8080317>
- Geldenhuys, S., McFadzean, B., 2019. The effect of pulp bubble size on the dynamic froth stability measurement. *Miner. Eng.* 131, 164–169. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2018.11.013>
- Gorain, B.K., Franzidis, J.P., Manlapig, E. V., 1999. The empirical prediction of bubble surface area flux in mechanical flotation cells from cell design and operating data. *Miner. Eng.* 12, 309–322.
- Gorain, B.K., Franzidis, J.P., Manlapig, E. V., 1995. Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in an industrial scale flotation cell - Part 1: Effect on bubble size distribution. *Miner. Eng.* 8, 615–635. [https://doi.org/10.1016/0892-6875\(95\)00025-L](https://doi.org/10.1016/0892-6875(95)00025-L)
- Gorain, B.K., Franzidis, J.P., Manlapig, E. V., Kruttschnitt, J., 1997. Effect of Bubble Surface Area Flux on Flotation Performance 10, 367–379.
- Grau, R.A., Heiskanen, K., 2005. Bubble size distribution in laboratory scale flotation cells. *Miner. Eng.* 18, 1164–1172. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2005.06.011>
- Grau, R.A., Heiskanen, K., 2002. Visual technique for measuring bubble size in flotation machines. *Miner. Eng.* 15, 507–513. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(02\)00074-2](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(02)00074-2)
- Güler, T., Akdemir, Ü., 2012. Statistical evaluation of flotation and entrainment behavior of an artificial ore. *Trans. Nonferrous Met. Soc. China (English Ed.)* 22, 199–205. [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(11\)61161-8](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(11)61161-8)
- Hassanzadeh, A., 2017. Measurement and modeling of residence time distribution of overflow ball mill in continuous closed circuit. *Geosystem Eng.* 20, 251–260. <https://doi.org/10.1080/12269328.2016.1275824>
- Heiskanen, K., 2000. On the relationships between flotation rate and bubble surface area flux. *Miner. Eng.* 13, 141–149.

- Hemmati Chegeni, M., Abdollahy, M., Khalesi, M.R., 2016. Bubble loading measurement in a continuous flotation column. *Miner. Eng.* 85, 49–54. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2015.08.010>
- J. Leja, 1982. *Surface Chemistry of Froth Flotation*, Plenum Press. New York.
- Jameson, G.J., 2012. The effect of surface liberation and particle size on flotation rate constants. *Miner. Eng.* 36–38, 132–137. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2012.03.011>
- Karimi, M., Akdogan, G., Bradshaw, S.M., 2014. A CFD-kinetic model for the flotation rate constant, Part II: Model validation. *Miner. Eng.* 69, 205–213. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2014.05.014>
- Kuan, S.H., Finch, J.A., 2010. Impact of talc on pulp and froth properties in F150 and 1-pentanol frother systems. *Miner. Eng.* 23, 1003–1009. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2010.04.010>
- Kumar, L.S., Lee, Y.H., Ong, J.T., 2010. Truncated gamma drop size distribution models for rain attenuation in Singapore. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 58, 1325–1335. <https://doi.org/10.1109/TAP.2010.2042027>
- Liu, J., Gui, W., Tang, Z., Yang, C., Zhu, J., Li, J., 2013. Recognition of the operational statuses of reagent addition using dynamic bubble size distribution in copper flotation process. *Miner. Eng.* 45, 128–141. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.02.003>
- Luo, X., Lee, D.J., Lau, R., Yang, G., Fan, L.S., 1999. Maximum stable bubble size and gas holdup in high-pressure slurry bubble columns. *AIChE J.* 45, 665–680. <https://doi.org/10.1002/aic.690450402>
- Maceiras, R., Álvarez, E., Cancela, M.A., 2010. Experimental interfacial area measurements in a bubble column. *Chem. Eng. J.* 163, 331–336. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2010.08.011>
- Maldonado, M., 2010. *Advances in Estimation and Control for Flotation Columns*. PhD Thesis. University of Laval.
- Maldonado, M., Desbiens, A., del Villar, R., 2008. An update on the estimation of the froth depth using conductivity measurements. *Miner. Eng.* 21, 856–860. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2008.02.018>
- Martínez-Carrillo, D., Uribe-Salas, A., 2008. An experimental study of the recovery of hydrophilic silica fines in column flotation. *Miner. Eng.* 21, 1102–1108. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2008.02.008>
- Massinaei, M., Kolahdoozan, M., Noaparast, M., Oliazadeh, M., Yianatos, J., Shamsadini, R., Yarahmadi, M., 2009. Hydrodynamic and kinetic characterization of industrial columns in rougher circuit. *Miner. Eng.* 22, 357–365. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2008.10.003>
- Mesa, D., Brito-Parada, P.R., 2020. Bubble size distribution in aerated stirred tanks: Quantifying the effect of impeller-stator design. *Chem. Eng. Res. Des.* 160, 356–369. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2020.05.029>

- Mesa, D., Morrison, A.J., Brito-Parada, P.R., 2020. The effect of impeller-stator design on bubble size: Implications for froth stability and flotation performance. *Miner. Eng.* 157, 106533. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2020.106533>
- Meso, M.F., Adeleke, A.A., Mendonidis, P., Adeoye, M.O., 2016. An evaluation of sodium ethyl xanthate for the froth flotation upgrading of a carbonatitic copper ore. *J. Phys. Sci.* 27, 13–21. <https://doi.org/10.21315/jps2016.27.2.2>
- Miettinen, T., Ralston, J., Fornasiero, D., 2010. The limits of fine particle flotation. *Miner. Eng.* 23, 420–437. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2009.12.006>
- Nelson, M.G., Lelinski, D., 2000. Hydrodynamic design of self-aerating flotation machines. *Miner. Eng.* 13, 991–998. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(00\)00085-6](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(00)00085-6)
- Nesset, J.E., Hernandez-Aguilar, J.R., Acuna, C., Gomez, C.O., Finch, J.A., 2006. Some gas dispersion characteristics of mechanical flotation machines. *Australas. Inst. Min. Metall. Publ. Ser.* 19, 243–249. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2005.09.045>
- Newell, R., Grano, S., 2006. Hydrodynamics and scale up in Rushton turbine flotation cells: Part 2. Flotation scale-up for laboratory and pilot cells. *Int. J. Miner. Process.* 81, 65–78. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2006.07.002>
- Nguyen, Anh V. Schulz, H., 2004. *Colloidal Science of Flotation*.
- Nguyen, A. V., 1999. Particle-bubble encounter probability with mobile bubble surfaces. *Int. J. Miner. Process.* 55, 73–86. [https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(98\)00025-8](https://doi.org/10.1016/S0301-7516(98)00025-8)
- O'Connor, C.T., Randall, E.W., Goodall, C.M., 1990. Measurement of the effects of physical and chemical variables on bubble size. *Int. J. Miner. Process.* 28, 139–149. [https://doi.org/10.1016/0301-7516\(90\)90032-T](https://doi.org/10.1016/0301-7516(90)90032-T)
- Ofori, P., O'Brien, G., Hapugoda, P., Firth, B., 2014. Distributed flotation kinetics models - A new implementation approach for coal flotation. *Miner. Eng.* 66, 77–83. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2014.07.013>
- Ostadrahimi, M., Gharibi, K., Dehghani, A., Farrokhpour, S., 2019. Estimating bubble loading in industrial flotation cells. *Minerals* 9, 1–11. <https://doi.org/10.3390/min9040222>
- Panjipour, R., Karamoozian, M., Albijanic, B., 2021a. Bubble size distributions in gas–liquid–solid systems and their influence on flotation separation in a bubble column. *Chem. Eng. Res. Des.* 167, 96–106. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2021.01.001>
- Panjipour, R., Karamoozian, M., Albijanic, B., 2021b. Investigations of gas holdup, interfacial area of bubbles and bubble size distributions in a pilot plant flotation column. *Miner. Eng.* 164, 106819. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2021.106819>
- Phan, C.M., Nguyen, A. V., Miller, J.D., Evans, G.M., Jameson, G.J., 2003. Investigations of bubble-particle interactions. *Int. J. Miner. Process.* 72, 239–254. [https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(03\)00102-9](https://doi.org/10.1016/S0301-7516(03)00102-9)
- Plackowski, C., Nguyen, A. V., Bruckard, W.J., 2012. A critical review of surface properties and selective flotation of enargite in sulphide systems. *Miner. Eng.* 30, 1–11.

<https://doi.org/10.1016/j.mineng.2012.01.014>

- Polat, M., Chander, S., 2000. First-order flotation kinetics models and methods for estimation of the true distribution of flotation rate constants. *Int. J. Miner. Process.* 58, 145–166. [https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(99\)00069-1](https://doi.org/10.1016/S0301-7516(99)00069-1)
- Pyke, B., Fornasiero, D., Ralston, J., 2003. Bubble particle heterocoagulation under turbulent conditions. *J. Colloid Interface Sci.* 265, 141–151. [https://doi.org/10.1016/S0021-9797\(03\)00345-X](https://doi.org/10.1016/S0021-9797(03)00345-X)
- Reese, J., Jiang, P., Fan, L.S., 1996. Bubble characteristics in three-phase systems used for pulp and paper processing. *Chem. Eng. Sci.* 51, 2501–2510. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(96\)00108-X](https://doi.org/10.1016/0009-2509(96)00108-X)
- Reis, A.S., Barrozo, M.A.S., 2016. A study on bubble formation and its relation with the performance of apatite flotation. *Sep. Purif. Technol.* 161, 112–120. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2016.01.038>
- Reis, A.S., Filho, A.M.R., Carvalho, G.R.L., Barrozo, M.A.S., 2017. Effect of surfactant on bubble size and air holdup on column flotation. *Mater. Sci. Forum* 899 MSF, 71–76. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.899.71>
- Riquelme, A., Desbiens, A., Bouchard, J., Del Villar, R., 2013. Parameterization of bubble size distribution in flotation columns, in: 15th IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing. IFAC, San diego, California, USA, pp. 128–133. <https://doi.org/10.3182/20130825-4-US-2038.00073>
- Riquelme, A., Desbiens, A., Del Villar, R., Maldonado, M., 2016. Predictive control of the bubble size distribution in a two-phase pilot flotation column. *Miner. Eng.* 89, 71–76. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2016.01.014>
- Riquelme, A., Desbiens, A., Del Villar, R., Maldonado, M., 2015. Identification of a non-linear dynamic model of the bubble size distribution in a pilot flotation column. *Int. J. Miner. Process.* 145, 7–16. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2015.11.003>
- Rodrigues, W.J., Filho, L.S.L., Masini, E.A., 2001. Hydrodynamic dimensionless parameters and their influence on flotation performance of coarse particles. *Miner. Eng.* 14, 1047–1054. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(01\)00110-8](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(01)00110-8)
- Sarrot, V., Guiraud, P., Legendre, D., 2005. Determination of the collision frequency between bubbles and particles in flotation. *Chem. Eng. Sci.* 60, 6107–6117. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2005.02.018>
- Subasinghe, G.K.N., Albijanic, B., 2014. Influence of the propagation of three phase contact line on flotation recovery. *Miner. Eng.* 57, 43–49. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.12.008>
- Tao, D., Luttrell, G.H., Yoon, R.H., 2000. A parametric study of froth stability and its effect on column flotation of fine particles. *Int. J. Miner. Process.* 59, 25–43. [https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(99\)00033-2](https://doi.org/10.1016/S0301-7516(99)00033-2)
- Tucker, J.P., Deglon, D.A., Franzidis, J.P., Harris, M.C., O'Connor, C.T., 1994. An evaluation

- of a direct method of bubble size distribution measurement in a laboratory batch flotation cell. *Miner. Eng.* 7, 667–680. [https://doi.org/10.1016/0892-6875\(94\)90098-1](https://doi.org/10.1016/0892-6875(94)90098-1)
- Uribe-Salas, A., de Lira-Gómez, P., Pérez-Garibay, R., Nava-Alonso, F., Magallanes-Hernández, L., Lara-Valenzuela, C., 2003. Overloading of gas bubbles in column flotation of coarse particles and effect upon recovery. *Int. J. Miner. Process.* 71, 167–178. [https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(03\)00036-X](https://doi.org/10.1016/S0301-7516(03)00036-X)
- Vazirizadeh, A., 2015. The relationship between hydrodynamic variables and particle size distribution in flotation.
- Vazirizadeh, A., Bouchard, J., Chen, Y., 2016. Effect of particles on bubble size distribution and gas hold-up in column flotation. *Int. J. Miner. Process.* 157, 163–173. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2016.10.005>
- Vazirizadeh, A., Bouchard, J., Del Villar, R., 2014. On the relationship between hydrodynamic characteristics and the kinetics of column flotation. Part I: Modeling the gas dispersion. *Miner. Eng.* 74, 207–215. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2014.09.026>
- Vazirizadeh, A., Bouchard, J., Del Villar, R., Ghasemzadeh Barvarz, M., Duchesne, C., 2015. On the relationship between hydrodynamic characteristics and the kinetics of flotation. Part II: Model validation. *Miner. Eng.* 74, 198–206. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2014.11.012>
- Vera, M.A., Franzidis, J.P., Manlapig, E. V., 1999. Simultaneous determination of collection zone rate constant and froth zone recovery in a mechanical flotation environment. *Miner. Eng.* 12, 1163–1176. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(99\)00103-X](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(99)00103-X)
- Verrelli, D.I., Albijanic, B., 2015. A comparison of methods for measuring the induction time for bubble-particle attachment. *Miner. Eng.* 80, 8–13. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2015.06.011>
- Vinnett, L., Contreras, F., Yianatos, J., 2012. Gas dispersion pattern in mechanical flotation cells. *Miner. Eng.* 26, 80–85. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2011.11.003>
- Vinnett, L., Ledezma, T., Alvarez-Silva, M., Waters, K., 2016. Gas holdup estimation in flotation machines using image techniques and superficial gas velocity. *Miner. Eng.* 96–97, 26–32. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2016.07.005>
- Wang, B., Peng, Y., Vink, S., 2013. Diagnosis of the surface chemistry effects on fine coal flotation using saline water. *Energy and Fuels* 27, 4869–4874. <https://doi.org/10.1021/ef400909r>
- Wang, S., Albijanic, B., Tao, X., Fan, H., 2019. Thin liquid film drainage mechanism between air bubbles and low-rank coal particles in the presence of surfactant. *Fuel Process. Technol.* 186, 18–24. <https://doi.org/10.1016/j.fuproc.2018.12.016>
- Weber, M.E., Paddock, D., 1983. Interceptional and gravitational collision efficiencies for single collectors at intermediate Reynolds numbers. *J. Colloid Interface Sci.* 94, 328–335. [https://doi.org/10.1016/0021-9797\(83\)90270-9](https://doi.org/10.1016/0021-9797(83)90270-9)
- Wiese, J., Harris, P., Bradshaw, D., 2011. The direct and indirect effects of the reagent suite

- on froth stability in laboratory scale batch flotation tests. XXV Int. Miner. Process. Congr. 2010, IMPC 2010 4, 2551–2560. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2011.04.011>
- Wongsuchoto, P., Charinpanitkul, T., Pavasant, P., 2003. Bubble size distribution and gas-liquid mass transfer in airlift contactors. *Chem. Eng. J.* 92, 81–90. [https://doi.org/10.1016/S1385-8947\(02\)00122-5](https://doi.org/10.1016/S1385-8947(02)00122-5)
- Xu, C., Gui, W., Yang, C., Zhu, H., Lin, Y., Shi, C., 2012. Flotation process fault detection using output PDF of bubble size distribution. *Miner. Eng.* 26, 5–12. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2011.09.012>
- Yianatos, J., Bergh, L., Vinnett, L., Díaz, F., 2013. Modeling of residence time distribution in regrinding Vertimill. *Miner. Eng.* 53, 174–180. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.08.006>
- Yianatos, J., Bucarey, R., Larenas, J., Henríquez, F., Torres, L., 2005. Collection zone kinetic model for industrial flotation columns. *Miner. Eng.* 18, 1373–1377. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2005.01.014>
- Yianatos, J., Contreras, F., 2010. Particle entrainment model for industrial flotation cells. *Powder Technol.* 197, 260–267. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2009.10.001>
- Yianatos, J., Contreras, F., Díaz, F., Villanueva, A., 2009. Direct measurement of entrainment in large flotation cells. *Powder Technol.* 189, 42–47. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2008.05.013>
- Yianatos, J., Vinnett, L., Panire, I., Alvarez-Silva, M., Díaz, F., 2017. Residence time distribution measurements and modelling in industrial flotation columns. *Miner. Eng.* 110, 139–144. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2017.04.018>
- Yianatos, J.B., 2007. Fluid flow and kinetic modelling in flotation related processes columns and mechanically agitated cells-A review. *Chem. Eng. Res. Des.* 85, 1591–1603. <https://doi.org/10.1205/cherd07068>
- Yianatos, J.B., Bergh, L.G., 1992. RTD studies in an industrial flotation column: use of the radioactive tracer technique. *Int. J. Miner. Process.* 36, 81–91. [https://doi.org/10.1016/0301-7516\(92\)90065-5](https://doi.org/10.1016/0301-7516(92)90065-5)
- Yianatos, J.B., Bergh, L.G., Cortés, G.A., 1998. Froth zone modelling of an industrial flotation column. *Miner. Eng.* 11, 423–435. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(98\)00021-1](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(98)00021-1)
- Yianatos, J.B., Bergh, L.G., Díaz, F., Rodríguez, J., 2005. Mixing characteristics of industrial flotation equipment. *Chem. Eng. Sci.* 60, 2273–2282. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2004.10.039>
- Yoon, R.H., 2000. The role of hydrodynamic and surface forces in bubble-particle interaction. *Int. J. Miner. Process.* 58, 129–143. [https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(99\)00071-X](https://doi.org/10.1016/S0301-7516(99)00071-X)
- Yoon, R.H., 1993. Microbubble flotation. *Miner. Eng.* 6, 619–630. [https://doi.org/10.1016/0892-6875\(93\)90116-5](https://doi.org/10.1016/0892-6875(93)90116-5)
- Yoon, R.H., Soni, G., Huang, K., Park, S., Pan, L., 2016. Development of a turbulent flotation

- model from first principles and its validation. *Int. J. Miner. Process.* 156, 43–51. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2016.05.009>
- Zheng, J., 2001. Une nouvelle approche pour la détermination de la constante cinétique dans les colonnes de flottation.
- Zheng, X., Johnson, N.W., Franzidis, J.P., 2006. Modelling of entrainment in industrial flotation cells: Water recovery and degree of entrainment. *Miner. Eng.* 19, 1191–1203. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2005.11.005>
- Zhou, X., Jordens, A., Cappuccitti, F., Finch, J.A., Waters, K.E., 2016. Gas dispersion properties of collector/frother blends. *Miner. Eng.* 96–97, 20–25. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2016.05.017>
- Zhou, Y., Albijanic, B., Tadesse, B., Wang, Y., Yang, J., 2019a. Investigation of bubble–particle attachment interaction during flotation. *Miner. Eng.* 133, 91–94. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2018.12.023>
- Zhou, Y., Albijanic, B., Tadesse, B., Wang, Y., Yang, J., Zhu, X., 2020. Surface properties of aged coal and their effects on bubble–particle attachment during flotation. *Adv. Powder Technol.* 31, 1490–1499. <https://doi.org/10.1016/j.apr.2020.01.029>
- Zhou, Y., Albijanic, B., Tadesse, B., Wang, Y., Yang, J., Zhu, X., 2019b. Flotation behavior of pyrite in sub-bituminous and meta-bituminous coals with starch depressant in a microflotation cell. *Fuel Process. Technol.* 187, 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.fuproc.2019.01.004>
- Zhou, Y., Albijanic, B., Tadesse, B., Wang, Y., Yang, J., Zhu, X., 2019c. The Stefan-Reynolds Model and the Modified Stefan-Reynolds Model for Studying Bubble-Particle Attachment Interactions in the Context of Flotation. *Langmuir* 35, 4278–4286. <https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.9b00397>
- Zhou, Y., Albijanic, B., Tadesse, B., Wang, Y., Yang, J., Zhu, X., Rezvani, A., 2019d. Predicting sliding times of a particle over a bubble surface under various chemical conditions. *Miner. Eng.* 137, 177–180. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2019.04.018>
- Zhu, J., Gui, W., Yang, C., Xu, H., Wang, X., 2014. Probability density function of bubble size based reagent dosage predictive control for copper roughing flotation. *Control Eng. Pract.* 29, 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2014.02.021>

پیوست‌ها

پیوست ۱- نتایج آنالیزهای واریانس و روش مقایسه توکی

جدول پیوست-۱: نتایج آنالیز واریانس برای (a) R , (b) d_{32} , (c) μ و (d) σ .

a)

Variables and the interactions between them	DF	Adj SS	Adj MS	F-value	p-value
Solid percentage (%)	2	122.31	61.15	4.10	0.050
Air velocity (mm/s)	2	5.54	2.77	0.19	0.833
Surfactant dosage (g/t)	2	394.54	197.27	13.22	0.002
Particle size (μm)	2	43.83	21.91	1.47	0.276
Solid percentage (%) * Air velocity (mm/s)	4	236.92	59.23	3.97	0.088
Surfactant dosage * Particle size (μm)	4	395.36	98.84	6.62	0.036
Solid percentage (%) * Surfactant dosage (g/t)	4	482.36	120.59	8.08	0.016
Air velocity (mm/s) * Particle size (μm)	4	11.22	2.80	0.18	0.902
Solid percentage (%) * Particle size (μm)	4	268.67	67.16	4.50	0.064
Air velocity (mm/s) * Surfactant dosage (g/t)	4	401.23	100.30	6.72	0.032

b)

Variables and the interactions between them	DF	Adj SS	Adj MS	F-value	p-value
Solid percentage (%)	2	0.08	0.04	10.10	0.004
Air velocity (mm/s)	2	0.02	0.01	2.72	0.130
Surfactant dosage (g/t)	2	0.12	0.06	15.35	0.001
Particle size (μm)	2	0.00	0.00	0.25	0.796
Solid percentage (%) * Air velocity (mm/s)	4	0.13	0.01	8.32	0.013
Surfactant dosage * Particle size	4	0.08	0.02	5.14	0.047
Solid percentage (%) * Surfactant dosage (g/t)	4	0.19	0.04	12.42	0.003
Air velocity (mm/s) * Particle size (μm)	4	0.00	0.00	0.25	0.738
Solid percentage (%) * Particle size (μm)	4	0.09	0.02	5.78	0.041
Air velocity (mm/s) * Surfactant dosage (g/t)	4	0.14	0.03	8.90	0.011

c)

Variables and the interactions between them	DF	Adj SS	Adj MS	F-value	p-value
Solid percentage (%)	2	0.0038	0.0019	7.30	0.011
Air velocity (mm/s)	2	0.0019	0.0009	3.63	0.045
Surfactant dosage (g/t)	2	0.0047	0.0023	9.00	0.006
Particle size (μm)	2	0.0010	0.0005	2.02	0.184
Solid percentage (%) * Air velocity (mm/s)	4	0.0037	0.0009	3.55	0.047
Surfactant dosage * Particle size	4	0.0028	0.0007	2.69	0.123
Solid percentage (%) * Surfactant dosage (g/t)	4	0.0056	0.0014	5.38	0.026
Air velocity (mm/s) * Particle size (μm)	4	0.0022	0.0005	2.11	0.174
Solid percentage (%) * Particle size (μm)	4	0.0039	0.0009	3.75	0.041
Air velocity (mm/s) * Surfactant dosage (g/t)	4	0.0071	0.0017	6.82	0.012

d)

Variables and the interactions between them	DF	Adj SS	Adj MS	F-value	p-value
Solid percentage (%)	2	0.0032	0.0016	5.46	0.025
Air velocity (mm/s)	2	0.0017	0.0008	2.75	0.099
Surfactant dosage (g/t)	2	0.0069	0.0034	11.72	0.002
Particle size (μm)	2	0.0000	0.0000	0.07	0.935
Solid percentage (%) * Air velocity (mm/s)	4	0.0029	0.0007	2.51	0.109
Surfactant dosage * Particle size	4	0.0045	0.0011	3.87	0.058
Solid percentage (%) * Surfactant dosage (g/t)	4	0.0089	0.0022	7.67	0.017
Air velocity (mm/s) * Particle size (μm)	4	0.0002	0.0000	0.17	0.683
Solid percentage (%) * Particle size (μm)	4	0.0041	0.0010	3.53	0.066
Air velocity (mm/s) * Surfactant dosage (g/t)	4	0.0062	0.0015	5.34	0.026

جدول پیوست-۲: نتایج روش مقایسه توکی برای (a) R , (b) d_{32} , (c) μ و (d) σ

a)		b)	
Variables	Mean R	Variables	Mean d_{32}
Solid percentage, 15%	73.3	Solid percentage, 15%	1.80
Solid percentage, 10%	71.1	Solid percentage, 10%	1.61
Solid percentage, 5%	65.4	Solid percentage, 5%	1.59
Air velocity, 30 mm/s	70.5	Air velocity, 10 mm/s	1.76
Air velocity, 20 mm/s	69.8	Air velocity, 30 mm/s	1.68
Air velocity, 10 mm/s	69.5	Air velocity, 20 mm/s	1.57
Surfactant dosage, 10 g/t	76.7	Surfactant dosage, 10 g/t	1.76
Surfactant dosage, 20 g/t	68.8	Surfactant dosage, 20 g/t	1.73
Surfactant dosage, 30 g/t	64.4	Surfactant dosage, 30 g/t	1.52
Particle size, +53-75 μm	73.3	Particle size, +75-105 μm	1.73
Particle size, +75-105 μm	72.5	Particle size, +105-150 μm	1.66
Particle size, +105-150 μm	64.1	Particle size, +53-75 μm	1.61

c)		d)	
Variables	Mean μ	Variables	Mean σ
Solid percentage, 15%	0.12	Solid percentage, 15%	0.42
Solid percentage, 10%	0.11	Solid percentage, 10%	0.40
Solid percentage, 5%	0.09	Solid percentage, 5%	0.39
Air velocity, 30 mm/s	0.12	Air velocity, 10 mm/s	0.42
Air velocity, 10 mm/s	0.11	Air velocity, 20 mm/s	0.40
Air velocity, 20 mm/s	0.09	Air velocity, 30 mm/s	0.39
Surfactant dosage, 20 g/t	0.13	Surfactant dosage, 10 g/t	0.43
Surfactant dosage, 10 g/t	0.11	Surfactant dosage, 20 g/t	0.40
Surfactant dosage, 30 g/t	0.08	Surfactant dosage, 30 g/t	0.38
Particle size, +105-150 μm	0.12	Particle size, +53-75 μm	0.41
Particle size, +53-75 μm	0.10	Particle size, +75-105 μm	0.40
Particle size, +75-105 μm	0.10	Particle size, +105-150 μm	0.40

جدول پیوست-۳: نتایج آنالیز واریانس برای برای (a) k ، (b) $\mathcal{E}_g$ ، (c) I_{b2} و (d) S_b

a)

Variables and the interactions between them	DF	Adj SS	Adj MS	F-value	p-value
Solid percentage (%)	2	0.0456	0.0228	20.69	0.002
Air velocity(mm/s)	2	0.0016	0.0008	0.77	0.504
Frother dosage (g/t)	2	0.0023	0.0011	1.06	0.405
Particle size (μm)	2	0.0017	0.0008	0.77	0.050
Solid percentage (%) * Air velocity(mm/s)	4	0.0072	0.0018	1.63	0.281
Frother dosage * Particle size (μm)	4	0.0166	0.0037	1.55	0.355
Solid percentage (%) * Frother dosage (g/t)	4	0.0062	0.0015	0.56	0.463
Air velocity(mm/s) * Particle size (μm)	4	0.0178	0.0046	1.88	0.311
Solid percentage (%) * Particle size (μm)	4	0.0091	0.0025	0.89	0.328
Air velocity(mm/s) * Frother dosage (g/t)	4	0.0145	0.0039	1.54	0.381

b)

Variables and the interactions between them	DF	Adj SS	Adj MS	F-value	p-value
Solid percentage (%)	2	54.1536	27.0768	82.17	0.000
Air velocity(mm/s)	2	9.0691	4.5345	13.76	0.006
Frother dosage (g/t)	2	0.0552	0.0276	0.08	0.921
Particle size (μm)	2	3.2959	1.6480	5.00	0.053
Solid percentage (%) * Air velocity(mm/s)	4	5.7473	1.4368	4.36	0.024
Frother dosage * Particle size (μm)	4	0.0963	0.0240	0.07	0.464
Solid percentage (%) * Frother dosage (g/t)	4	0.1096	0.0027	0.08	0.208
Air velocity(mm/s) * Particle size (μm)	4	2.2012	0.5503	1.67	0.075
Solid percentage (%) * Particle size (μm)	4	7.395	1.8487	5.61	0.041
Air velocity(mm/s) * Frother dosage (g/t)	4	2.0058	0.5014	1.52	0.088

c)

Variables and the interactions between them	DF	Adj SS	Adj MS	F-value	p-value
Solid percentage (%)	2	1237.34	618.670	45.17	0.000
Air velocity(mm/s)	2	389.39	194.695	14.22	0.005
Frother dosage (g/t)	2	60.42	30.208	2.21	0.191
Particle size (μm)	2	113.17	56.585	4.13	0.074
Solid percentage (%) * Air velocity(mm/s)	4	206.51	51.628	3.77	0.073
Frother dosage * Particle size (μm)	4	72.032	18.008	1.31	0.360
Solid percentage (%) * Frother dosage (g/t)	4	98.321	24.580	1.79	0.256
Air velocity(mm/s) * Particle size (μm)	4	275.621	68.905	5.03	0.015
Solid percentage (%) * Particle size (μm)	4	361.521	90.380	6.60	0.009
Air velocity(mm/s) * Frother dosage (g/t)	4	178.362	44.590	3.25	0.096

d)

Variables and the interactions between them	DF	Adj SS	Adj MS	F-value	p-value
Solid percentage (%)	2	201.1	100.56	2.79	0.139
Air velocity (mm/s)	2	12180.1	6090.06	168.74	0.000
Surfactant dosage (g/t)	2	339.6	169.82	4.71	0.059
Particle size (μm)	2	19.4	9.68	0.27	0.773
Solid percentage*Air velocity	4	79.3	19.83	0.55	0.707
Error	6	216.5	36.09		
Lack-of-Fit	4	189.1	47.27	3.44	0.238
Pure Error	2	27.5	13.73		
Total	18	14210.2			

جدول پیوست-۴: نتایج روش مقایسه توکی برای (a) k , (b) $\mathcal{E}_g$, (c) I_{b2} و (d) S_b

a)		b)	
Variables	Mean k (1/min)	Variables	Mean $\mathcal{E}_g$ (%)
Solid percentage, 15 %	0.51	Solid percentage, 15 %	9.281
Solid percentage, 10 %	0.44	Solid percentage, 10 %	5.756
Solid percentage, 5 %	0.37	Solid percentage, 5 %	4.425
Air velocity, 30 mm/s	0.47	Air velocity, 30 mm/s	7.420
Air velocity, 10 mm/s	0.43	Air velocity, 20 mm/s	6.626
Air velocity, 20 mm/s	0.41	Air velocity, 10 mm/s	5.416
Frother dosage, 10 g/t	0.46	Frother dosage, 20 g/t	6.604
Frother dosage, 20 g/t	0.43	Frother dosage, 30 g/t	6.472
Frother dosage, 30 g/t	0.43	Frother dosage, 10 g/t	6.386
Particle size, +75-105 μ m	0.46	Particle size, +75-105 μ m	7.411
Particle size, +53-75 μ m	0.45	Particle size, +53-75 μ m	6.731
Particle size, +105-150 μ m	0.41	Particle size, +105-150 μ m	5.321
c)		d)	
Variables	Mean I_b (1/m)	Variables	Mean S_b (1/s)
Solid percentage, 15%	50.303	Solid percentage, 10%	76.32
Solid percentage, 10%	34.102	Solid percentage, 5%	76.01
Solid percentage, 5%	27.031	Solid percentage, 15%	67.06
Air velocity, 30 mm/s	42.562	Air velocity, 30 mm/s	107.60
Air velocity, 20 mm/s	39.307	Air velocity, 20 mm/s	77.64
Air velocity, 10 mm/s	29.567	Air velocity, 10 mm/s	34.15
Frother dosage, 30 g/t	39.829	Surfactant dosage, 30 g/t	80.54
Frother dosage, 20 g/t	36.668	Surfactant dosage, 10 g/t	69.60
Frother dosage, 10 g/t	34.939	Surfactant dosage, 20 g/t	69.26
Particle size, +75-105 μ m	42.296	Particle size, +53-75 μ m	75.45
Particle size, +53-75 μ m	39.127	Particle size, +105-150 μ m	73.32
Particle size, +105-150 μ m	30.013	Particle size, +75-105 μ m	70.61

جدول پیوست-۵: آنالیزهای آماری برای E_c ، (a) حباب با سطح متحرک و (b) حباب با سطح ثابت.

a)

ANOVA results

Variables	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	p-Value
Solid percentage (%)	2	0.000310	0.000155	5.75	0.040
Air velocity (mm/s)	2	0.000217	0.000109	4.03	0.078
Surfactant dosage (g/t)	2	0.000095	0.000048	1.77	0.249
Particle Size (μm)	2	0.000712	0.000356	13.23	0.006
Solid percentage (%) * Air velocity (mm/s)	4	0.000093	0.000023	0.87	0.534
Error	6	0.000161	0.000027		
Lack-of-Fit	4	0.000144	0.000036	4.17	0.203
Pure Error	2	0.000017	0.000009		
Total	18	0.003557			

Tukey results

Variables	Mean E_c
Solid percentage, 15%	0.114
Solid percentage, 10%	0.099
Solid percentage, 5%	0.092
Air velocity, 20 mm/s	0.106
Air velocity, 30 mm/s	0.101
Air velocity, 10 mm/s	0.097
Surfactant dosage, 30 g/t	0.106
Surfactant dosage, 20 g/t	0.100
Surfactant dosage, 10 g/t	0.099
Particle size, 0.1275 mm	0.108
Particle size, 0.090 mm	0.099
Particle size, 0.064 mm	0.098

b)

ANOVA results

Variables	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Solid percentage (%)	2	0.000401	0.000200	10.67	0.011
Air velocity (mm/s)	2	0.000376	0.000188	10.01	0.012
Surfactant dosage (g/t)	2	0.000134	0.000067	3.58	0.095
Particle Size (μm)	2	0.001593	0.000796	42.42	0.000
Solid percentage (%) * Air velocity (mm/s)	4	0.000778	0.000195	10.36	0.007
Error	6	0.000113	0.000019		
Lack-of-Fit	4	0.000107	0.000027	10.11	0.092
Pure Error	2	0.000005	0.000003		
Total	18	0.006888			

Tukey results

Variables	Mean E_c
Solid percentage, 15%	0.056
Solid percentage, 10%	0.054
Solid percentage, 5%	0.043
Air velocity, 30 mm/s	0.057
Air velocity, 20 mm/s	0.051
Air velocity, 10 mm/s	0.044
Surfactant dosage, 30 g/t	0.055
Surfactant dosage, 20 g/t	0.049
Surfactant dosage, 10 g/t	0.048
Particle size, 0.1275 mm	0.081
Particle size, 0.090 mm	0.047
Particle size, 0.064 mm	0.025

جدول پیوست-۶: آنالیزهای آماری برای θ_m ، (a) حباب با سطح متحرک و (b) حباب با سطح ثابت.

a)

ANOVA results

Variables	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Solid percentage (%)	2	0.005803	0.002901	18.78	0.003
Air velocity (mm/s)	2	0.050348	0.025174	162.98	0.000
Surfactant dosage (g/t)	2	0.000112	0.000056	0.36	0.709
Particle Size (μm)	2	0.011240	0.005620	36.39	0.000
Solid percentage (%) * Air velocity (mm/s)	4	0.001314	0.000329	2.13	0.195
Error	6	0.000927	0.000154		
Lack-of-Fit	4	0.000902	0.000225	18.03	0.053
Pure Error	2	0.000025	0.000013		
Total	18	0.132086			

Tukey results

Variables	Mean θ_m
Solid percentage, 5%	71.24
Solid percentage, 10%	71.14
Solid percentage, 15%	68.39
Air velocity, 10 mm/s	75.09
Air velocity, 20 mm/s	69.10
Air velocity, 30 mm/s	66.58
Surfactant dosage, 30 g/t	70.39
Surfactant dosage, 20 g/t	70.35
Surfactant dosage, 10 g/t	70.02
Particle size, 0.064 mm	74.71
Particle size, 0.090 mm	69.91
Particle size, 0.1275 mm	66.15

b)

ANOVA results

Variables	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Solid percentage (%)	2	0.000020	0.000010	0.37	0.704
Air velocity (mm/s)	2	0.001790	0.000895	32.82	0.001
Surfactant dosage (g/t)	2	0.000071	0.000036	1.31	0.337
Particle Size (μm)	2	0.000017	0.000009	0.32	0.741
Solid percentage (%) * Air velocity (mm/s)	4	0.000091	0.000023	0.83	0.551
Error	6	0.000164	0.000027		
Lack-of-Fit	4	0.000158	0.000039	14.03	0.068
Pure Error	2	0.000006	0.000003		
Total	18	0.002930			

Tukey results

Variables	Mean θ_m
Solid percentage, 5%	77.63
Solid percentage, 15%	77.54
Solid percentage, 10%	77.35
Air velocity, 30 mm/s	78.19
Air velocity, 20 mm/s	77.73
Air velocity, 10 mm/s	76.59
Surfactant dosage, 10 g/t	77.66
Surfactant dosage, 20 g/t	77.50
Surfactant dosage, 30 g/t	77.35
Particle size, 0.064 mm	77.62
Particle size, 0.1275 mm	77.52
Particle size, 0.090 mm	77.37

جدول پیوست-۷: آنالیزهای آماری برای E_a ، (a) حباب با سطح متحرک و (b) حباب با سطح ثابت.

a)

ANOVA results

Variables	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	p-Value
Solid percentage (%)	2	0.008897	0.004449	70.03	0.000
Air velocity (mm/s)	2	0.010044	0.005022	79.05	0.000
Surfactant dosage (g/t)	2	0.000089	0.000045	0.70	0.533
Particle Size (μm)	2	0.002025	0.001012	15.94	0.004
Solid percentage (%)*Air velocity (mm/s)	4	0.003203	0.000801	12.61	0.004
Error	6	0.000381	0.000064		
Lack-of-Fit	4	0.000377	0.000094	50.16	0.020
Pure Error	2	0.000004	0.000002		
Total	18	0.040414			

Tukey results

Variables	Mean E_a
Solid percentage, 15%	0.636
Solid percentage, 10%	0.604
Solid percentage, 5%	0.573
Air velocity, 30 mm/s	0.627
Air velocity, 20 mm/s	0.624
Air velocity, 10 mm/s	0.562
Surfactant dosage, 30 g/t	0.608
Surfactant dosage, 20 g/t	0.604
Surfactant dosage, 10 g/t	0.602
Particle size, 0.1275 mm	0.632
Particle size, 0.090 mm	0.611
Particle size, 0.064 mm	0.570

b)

ANOVA results

Variables	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Solid percentage (%)	2	0.000071	0.000035	0.73	0.521
Air velocity (mm/s)	2	0.001237	0.000618	12.75	0.007
Surfactant dosage (g/t)	2	0.000026	0.000013	0.27	0.770
Particle Size (μm)	2	0.000046	0.000023	0.47	0.646
Solid percentage (%)*Air velocity (mm/s)	4	0.000286	0.000072	1.48	0.319
Error	6	0.000291	0.000049		
Lack-of-Fit	4	0.000279	0.000070	11.22	0.083
Pure Error	2	0.000012	0.000006		
Total	18	0.004172			

Tukey results

Variables	Mean E_a
Solid percentage, 15%	0.485
Solid percentage, 5%	0.480
Solid percentage, 10%	0.479
Air velocity, 30 mm/s	0.491
Air velocity, 20 mm/s	0.485
Air velocity, 10 mm/s	0.468
Surfactant dosage, 30 g/t	0.483
Surfactant dosage, 20 g/t	0.480
Surfactant dosage, 10 g/t	0.480
Particle size, 0.064 mm	0.486
Particle size, 0.090 mm	0.480
Particle size, 0.1275 mm	0.477

پیوست ۲- کدهای استفاده شده برای آنالیز تصاویر حباب‌ها با نرم افزار متلب

```
%%  
    clc;  
    clear;  
    close;  
  
%% Load Image  
    a= imread(Address');  
    b=imshow(a);  
  
%% Determine Radius Range  
    d = imdistline;  
    delete(d);  
  
%% Find Circles  
    f = rgb2gray(a);  
    imshow(f);  
    [centers,radii] = imfindcircles(a,[20 60],'ObjectPolarity','dark', 'Sensitivity',0.95);  
    R = radii * 0.059 %#ok  
  
%% Draw the Circles  
    imshow(a);  
    h = viscircles(centers,radii);
```

پیوست ۳- مجموع داده‌ها

جدول پیوست-۸: نتایج آزمایشگاهی به دست آمده در این پژوهش (Panjipour et al., 2021a, 2021b).

شماره آزمایش	درصد جامد (%)	سرعت ظاهری گاز (میلی متر بر ثانیه)	غلظت کف ساز (گرم بر تن)	اندازه ذرات (میکرون)	d_{32} (mm)	ε_g (%)	S_b (1/s)	I_b (1/m)	k (1/min)
۱	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۶۸	۸/۲۶	۷۱/۳۲	۲۹/۴۹	۰/۴۶
۲	۱۰	۲۰	۳۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۵۵	۸/۰۲	۷۷/۲۶	۳۱/۰۲	۰/۴۰
۳	۱۰	۲۰	۱۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۷۱	۷/۴۳	۷۰/۲۱	۲۶/۲۰	۰/۵۲
۴	۱۵	۱۰	۱۰	+۱۰۵-۱۵۰	۱/۹۲	۹/۷۳	۳۱/۳۵	۳۰/۵۶	۰/۴۹
۵	۱۵	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۸۳	۹/۵۲	۶۵/۷۰	۳۱/۲۳	۰/۴۷
۶	۱۰	۲۰	۲۰	+۵۳-۷۵	۱/۶۵	۷/۲۲	۷۲/۷۶	۲۶/۱۷	۰/۴۴
۷	۱۰	۱۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۷۷	۴/۵۶	۳۳/۸۹	۱۵/۳۸	۰/۴۳
۸	۵	۱۰	۳۰	+۵۳-۷۵	۱/۶۰	۲/۷۹	۳۷/۵۰	۱۰/۴۹	۰/۳۷
۹	۱۵	۱۰	۳۰	+۱۰۵-۱۵۰	۱/۷۷	۸/۳۱	۳۳/۹۲	۲۸/۳۷	۰/۵۱
۱۰	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۶۳	۷/۳۲	۶۷/۹۷	۲۶/۹۹	۰/۴۴
۱۱	۵	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۵۰	۵/۵۸	۸۰/۱۱	۲۱/۹۷	۰/۳۶
۱۲	۱۰	۳۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۶۷	۷/۹۳	۱۰۷/۹۸	۲۸/۴۳	۰/۴۸
۱۳	۵	۱۰	۱۰	+۵۳-۷۵	۱/۷۵	۲/۵۵	۳۴/۳۶	۸/۷۴	۰/۳۸
۱۴	۱۵	۳۰	۳۰	+۵۳-۷۵	۱/۶۱	۹/۶۱	۱۱۱/۳۵	۳۵/۵۴	۰/۵۵
۱۵	۵	۳۰	۳۰	+۱۰۵-۱۵۰	۱/۴۴	۵/۲۳	۱۲۴/۴	۲۱/۸۶	۰/۳۹
۱۶	۱۰	۲۰	۲۰	+۷۵-۱۰۵	۱/۷۵	۸/۱۲	۶۸/۴۷	۲۸/۰۵	۰/۴۴
۱۷	۱۰	۲۰	۲۰	+۱۰۵-۱۵۰	۱/۷۰	۵/۸۱	۷۰/۶۳	۲۰/۵۷	۰/۴۰
۱۸	۵	۳۰	۱۰	+۱۰۵-۱۵۰	۱/۸۱	۴/۸۲	۹۹/۵۵	۱۶/۰۱	۰/۳۸
۱۹	۱۵	۳۰	۱۰	+۵۳-۷۵	۱/۹۱	۹/۰۰	۹۴/۳۲	۲۸/۴۰	۰/۶۰

جدول پیوست-۹: نتایج آزمایشگاهی وزیری زاده (۲۰۱۵) (Vazirizadeh, 2015).

شماره آزمایش	اندازه ذرات (میکرون)	غلظت کف ساز (ppm)	نرخ آب برشی (cm/s)	d_{32} (mm)	$\mathcal{E}_g$ (%)	S_b (1/s)	I_b (1/m)	k (1/min)
۱	+۵۳-۷۵	۵	۰/۲	۲/۰۷	۴/۰۲	۲۸/۹۱	۱۱/۶۱	۰/۰۷
۲	+۵۳-۷۵	۵	۰/۴	۱/۹۲	۵/۱۷	۳۱/۳۰	۱۶/۱۸	۰/۱۲
۳	+۵۳-۷۵	۵	۰/۸	۱/۷۸	۵/۵۵	۳۳/۷۵	۱۸/۷۵	۰/۱۰
۴	+۵۳-۷۵	۱۵	۰/۲	۱/۴۰	۵/۷۲	۴۲/۱۶	۲۴/۱۲	۰/۱۸
۵	+۵۳-۷۵	۱۵	۰/۴	۱/۳۰	۷/۵۴	۴۵/۷۸	۳۴/۵۴	۰/۱۶
۶	+۵۳-۷۵	۱۵	۰/۸	۱/۲۸	۸/۶۹	۴۶/۸۷	۴۰/۷۶	۰/۱۲
۷	+۵۳-۷۵	۲۵	۰/۲	۱/۳۶	۷/۱	۴۴/۲۳	۳۱/۳۹	۰/۲۲
۸	+۵۳-۷۵	۲۵	۰/۴	۱/۲۱	۹/۸	۴۹/۷۱	۴۸/۹۸	۰/۱۶
۹	+۵۳-۷۵	۲۵	۰/۸	۱/۱۷	۱۲/۴۸	۵۱/۲۷	۶۳/۹۸	۰/۱۰
۱۰	+۷۵-۱۰۶	۵	۰/۲	۲/۱۷	۳/۱۳	۲۷/۶۸	۸/۶۷	۰/۱۷
۱۱	+۷۵-۱۰۶	۵	۰/۴	۱/۹۲	۴/۲۵	۳۱/۲۸	۱۳/۲۸	۰/۱۷
۱۲	+۷۵-۱۰۶	۵	۰/۸	۱/۸۰	۵/۲۵	۳۲/۷۵	۱۷/۲۱	۰/۱۷
۱۳	+۷۵-۱۰۶	۱۵	۰/۲	۱/۴۷	۵/۸۵	۴۰/۷۱	۲۳/۸۳	۰/۲۳
۱۴	+۷۵-۱۰۶	۱۵	۰/۴	۱/۳۲	۸/۳۵	۴۵/۴۷	۳۷/۹۹	۰/۲۷
۱۵	+۷۵-۱۰۶	۱۵	۰/۸	۱/۳۰	۹/۹۳	۴۶/۱۰	۴۵/۷۷	۰/۲۶
۱۶	+۷۵-۱۰۶	۲۵	۰/۲	۱/۳۵	۶/۸۵	۴۴/۳۲	۳۰/۳۶	۰/۳۰
۱۷	+۷۵-۱۰۶	۲۵	۰/۴	۱/۲۶	۹/۶۸	۴۷/۶۶	۴۶/۱۳	۰/۲۱
۱۸	+۷۵-۱۰۶	۲۵	۰/۸	۱/۳۰	۱۰/۸۵	۴۶/۰۶	۵۰/۰۰	۰/۲۷
۱۹	+۱۰۶-۱۵۰	۵	۰/۲	۲/۱۱	۲/۵۴	۲۸/۳۸	۷/۲۲	۰/۲۴
۲۰	+۱۰۶-۱۵۰	۵	۰/۴	۱/۹۱	۳/۵۹	۳۱/۴۴	۱۱/۳۰	۰/۲۳
۲۱	+۱۰۶-۱۵۰	۵	۰/۸	۱/۸۰	۵/۸۷	۳۳/۳۸	۱۹/۶۱	۰/۲۴
۲۲	+۱۰۶-۱۵۰	۱۵	۰/۲	۱/۳۸	۴/۳۰	۴۳/۵۶	۱۸/۷۵	۰/۲۴
۲۳	+۱۰۶-۱۵۰	۱۵	۰/۴	۱/۳۳	۶/۵۴	۴۵/۲۵	۲۹/۵۹	۰/۲۶
۲۴	+۱۰۶-۱۵۰	۱۵	۰/۸	۱/۳۴	۸/۴۷	۴۴/۸۲	۳۷/۹۶	۰/۲۶
۲۵	+۱۰۶-۱۵۰	۲۵	۰/۲	۱/۳۵	۴/۵۸	۴۴/۵۷	۲۰/۴۱	۰/۲۲
۲۶	+۱۰۶-۱۵۰	۲۵	۰/۴	۱/۲۴	۷/۹۳	۴۸/۲۵	۳۸/۲۵	۰/۲۸
۲۷	+۱۰۶-۱۵۰	۲۵	۰/۸	۱/۱۸	۱۰/۴۶	۵۰/۹۳	۵۳/۲۷	۰/۲۹
۲۸	ترکیبی	۵	۰/۲	۲/۱۰	۲/۲۱	۲۸/۶۰	۶/۳۱	۰/۲۰
۲۹	ترکیبی	۵	۰/۴	۱/۹۲	۳/۱۴	۳۱/۱۷	۹/۷۹	۰/۱۸
۳۰	ترکیبی	۵	۰/۸	۱/۸۳	۴/۵۳	۳۲/۷۸	۱۴/۸۶	۰/۲۰
۳۱	ترکیبی	۱۵	۰/۲	۱/۳۹	۴/۶۹	۴۳/۱۷	۲۰/۲۶	۰/۲۲
۳۲	ترکیبی	۱۵	۰/۴	۱/۳۱	۷/۲۵	۴۵/۹۲	۳۳/۳۱	۰/۲۴
۳۳	ترکیبی	۱۵	۰/۸	۱/۲۷	۴/۰۲	۲۸/۹۱	۱۱/۶۱	۰/۰۷
۳۴	ترکیبی	۲۵	۰/۲	۱/۴۵	۵/۱۴	۳۱/۳۰	۱۶/۱۸	۰/۱۲
۳۵	ترکیبی	۲۵	۰/۴	۱/۳۳	۵/۵۵	۳۳/۷۵	۱۸/۷۵	۰/۱۰
۳۶	ترکیبی	۲۵	۰/۸	۱/۳۱	۵/۷۲	۴۲/۱۶	۲۴/۱۲	۰/۱۸

جدول پیوست-۱۰: نتایج آزمایشگاهی مسینایی و همکاران (۲۰۰۹) (Massinaei et al., 2009).

نوع داده	سرعت ظاهری گاز (cm/s)	d_{32} (mm)	$\mathcal{E}_g$ (%)	S_b (1/s)	I_b (1/m)	k (1/min)
صنعتی	۱/۱	۱/۴۱	۸/۳۵	۴۶/۸۱	۳۵/۵۳	۰/۱۵
	۱/۱	۱/۴۸	۷/۹۹	۴۴/۵۹	۳۲/۳۹	۰/۱۱
	۱/۱	۱/۶	۷/۳۲	۴۱/۲۵	۲۷/۴۵	۰/۱۰
	۱/۶	۱/۶۷	۱۰/۰۸	۵۷/۴۸	۳۶/۲۱	۰/۲۶
	۱/۶	۱/۶۵	۱۰/۲۳	۵۸/۱۸	۳۷/۲۰	۰/۱۹
	۲	۱/۹۵	۱۱/۴۲	۶۱/۵۴	۳۵/۱۴	۰/۲۰
نیمه صنعتی	۱/۱	۰/۷۹	۱۶/۳۴	۸۳/۵۴	۱۲/۴۱	۰/۱۳
	۱/۱	۰/۸۵	۱۴/۴۹	۷۷/۶۵	۱۰/۲۳	۰/۱۵
	۱/۱	۰/۹	۱۳/۵۹	۷۳/۳۳	۹/۰۶	۰/۱۵
	۱/۶	۰/۷۸	۲۶/۳۲	۱۲۳/۰۸	۲۰/۲۴	۰/۱۷
	۱/۶	۰/۷۹	۲۶/۶	۱۲۱/۵۲	۱۹/۴۴	۰/۱۷
	۲	۰/۹۴	۲۸/۱	۱۲۷/۶۶	۱۷/۹۴	۰/۱۹

جدول پیوست-۱۱: نتایج آزمایشگاهی گوراین و همکاران (۱۹۹۷) (Gorain et al., 1997).

سرعت ظاهری گاز (cm/s)	d_{32} (mm)	$\mathcal{E}_g$ (%)	S_b (1/s)	I_b (1/m)	k (1/min)
۰/۶۸	۱/۰۲	۳/۶۴	۴۰	۲۱/۴۱	۰/۱۰
۱/۹۴	۱/۳۰	۶/۱۳	۸۹/۵۳	۲۸/۲۹	۰/۲۳
۲/۷۷	۱/۴۷	۱۱/۰۶	۱۱۳/۰۶	۴۵/۱۴	۰/۲۶
۲/۳۴	۱/۴۸	۱۳/۴۶	۹۴/۸۶	۵۴/۵۷	۰/۲۱
۰/۶۵	۰/۹۰	۵/۱۷	۴۳/۳۳	۳۴/۴۷	۰/۱۰
۱/۴۲	۰/۹۵	۸/۷۴	۸۹/۶۸	۵۵/۲۰	۰/۲۰
۲/۹۹	۰/۲۱	۱۱/۷۷	۱۴۸/۲۶	۵۸/۳۶	۰/۴۳
۳/۰۷	۱/۲۹	۱۶/۸۶	۱۴۲/۷۹	۷۸/۴۲	۰/۴۳
۰/۶۴	۰/۸۱	۶/۷۷	۴۷/۴۱	۵۰/۱۵	۰/۱۲
۱/۳۸	۰/۹۲	۸/۴۸	۹۰	۵۵/۳۰	۰/۲۲
۲/۵۲	۱/۱۲	۱۳/۶۴	۱۳۵	۷۳/۰۷	۰/۴۰
۳/۰۳	۱/۲۲	۱۷/۳۴	۱۴۹	۸۵/۲۸	۰/۵۰
۰/۸	۰/۷۹	۶/۴۶	۶۰/۷۶	۴۹/۰۶	۰/۱۴
۰/۹۸	۰/۷۹	۹/۳۸	۷۴/۴۳	۷۱/۲۴	۰/۱۸
۱/۶۸	۰/۹۸	۱۵/۰۶	۱۰۲/۸۶	۹۲/۲۰	۰/۳۳
۳/۰۶	۱/۱۱	۲۰/۰۵	۱۶۵/۴۰	۱۰۸/۳۸	۰/۵۴

Abstract

Measurements of bubble size distributions are very important in flotation. Although numerous authors determined bubble size distributions (BSD-s) in gas-liquid systems, BSD-s have been rarely determined in gas-liquid-solid systems. Therefore, one the purposes of this work is focused on measurements of bubble size distributions by changing surfactant dosage, solid percentage, air velocity and particle size as well as establishing the relationships between bubble size distribution properties and flotation performances. Furthermore, Hydrodynamic variables in flotation columns can also affect flotation conditions, thus the relationships between bubble size distributions, gas holdups, interfacial area of bubbles and flotation kinetics, will be discussed. On the other hand, the knowledge about bubble–particle attachments during flotation is essential for understanding flotation. It was found that the experimental bubble size distributions are successfully fitted by using the log-normal distribution model in which the two model parameters (μ and σ) are used. The results showed that the most important factors affecting the Sauter mean diameter (d_{32}), the model parameters and the flotation recoveries are the surfactant dosage and the solid percentage. The results show that d_{32} and the model parameters represent the true BSD-s. However, a thorough understanding of bubble size distributions is needed to better understand flotation performances. Although The results demonstrated that the gas holdups were particularly affected by the pulp density. The increase in the pulp density resulted in higher bubble loadings, making air bubbles more stable and thus increasing gas holdups. The results showed that the gas holdups were directly proportional to the interfacial areas of bubbles. The bubble sizes were reduced predominantly in the case of the highest pulp densities. Thus, there were significant collisions between bubbles and particles, leading to high flotation rate constants. These results showed that the knowledge about bubble size distributions and gas holdups are required to explain the flotation kinetics at different flotation conditions. The results indicated that air bubbles are mobile rather than immobile. The reason is that in the case of mobile bubbles, the decrease in particle size resulted in a lower bubble–particle attachment efficiency probably because a small particle follows liquid streamlines and thus the small particle may not collide with the bubble. The higher the induction time, the lower the flotation rate constant. This study demonstrated the importance of using mobile air bubbles in fundamental flotation models.

Key Words: Column Flotation, Bubble size distribution, Bubble surface area flux, Interfacial area of bubbles



Faculty of mining, Petroleum & Geophysics Engineering

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Ph.D. in Mineral
Processing Engineering**

Modeling of column flotation efficiency using bubble size distribution and particle size

By

Rasoul Panjipour

Supervisor

Dr. Mohammad Karamoozian

Advisor

Dr. Boris Albijanic

February 2021