

بسم الله الرحمن الرحيم



دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک
گروه نفت و ژئوفیزیک
پایان نامه کارشناسی ارشد

کاربرد تبدیل فشرده سازی همزمان پیرامون بیشینه‌ی محلی در پردازش و تفسیر داده‌های لرزه‌ای بازتابی

نگارنده

ارشد مهدوی

اساتید راهنما

دکتر امین روشندل کاهو

دکتر محمد رداد

اساتید مشاور

دکتر مهرداد سلیمانی منفرد

دکتر علی نجاتی کلاته

دیماه ۱۳۹۹

شماره ۴۲۳۴، ۲۸۹۹
تاریخ: ۱۱/۱۱/۹۹

باسمه تعالی



فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای ارشد مهدوی با شماره دانشجویی ۹۷۱۵۸۴۴ رشته ژئوفیزیک گرایش لرزه شناسی تحت عنوان کاربرد تبدیل فشرده سازی همزمان پیرامون یبشینه محلی در پردازش و تفسیر داده های لرزه ای بازتابی که در تاریخ ۱۳۹۹/۱۰/۱۰ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

☒ الف) درجه عالی: نمره ۱۹-۲۰	☐ ب) درجه خیلی خوب: نمره ۱۸-۱۸/۹۹
☐ ج) درجه خوب: نمره ۱۶-۱۷/۹۹	☐ د) درجه متوسط: نمره ۱۴-۱۵/۹۹
☐ ه) کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول و نیاز به دفاع مجدد دارد	
نوع تحقیق: ☒ نظری ☐ عملی	

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	دکتر امین روشندل کاهو	دانشیار	
۲- استاد راهنمای دوم	دکتر محمد رداد	استادیار	
۳- استاد مشاور	دکتر مهرداد سلیمانی منفرد	دانشیار	
۴- استاد مشاور	دکتر علی نجاتی کلاته	دانشیار	
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر یوسف شیری	استادیار	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر ابوالقاسم کامکار روحانی	دانشیار	
۶- استاد ممتحن دوم	دکتر علیرضا احمدی فرد	دانشیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: دکتر محمد عطائی

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:



تقديم به

پدر و مادر

عزیزانم

سپاس‌گذاری

اکنون که به یاری خداوند موفق به دفاع از پایان‌نامه خویش شده‌ام،
بر خود لازم می‌دانم تا از زحمات بی‌منت استاد بزرگ و ارجمند
دکتر امین روشندل که راهنمایی این جانب را بر عهده داشتند،
تقدیر و تشکر نمایم. همچنین از اساتید محترم همچون دکتر
محمد رداد و دکتر مهرداد سلیمانی و تمامی دوستانی که در تمام
این مدت با الطاف خود طی این مسیر را بر من هموار کردند
متشکر هستم.

تعهد نامه

اینجانب ارشد مهدوی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته ژئوفیزیک گرایش لرزه‌شناسی دانشکده مهندسی نفت، معدن و ژئوفیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه کاربرد تبدیل فشرده‌سازی همزمان پیرامون بیشینه‌ی محلی در پردازش و تفسیر داده‌های لرزه‌ای بازتابی تحت راهنمایی دکتر امین روشندل کاهو و دکتر محمد رداد متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

از آنجائیکه رفتار زمین بصورت یک فیلتر پایین گذر است، فرکانس سیگنال‌های لرزه‌ای به هنگام انتشار درون زمین با زمان تغییر می‌کنند، بنابراین سیگنال‌های لرزه‌ای از نوع سیگنال‌های ناپایا هستند. روش‌های تحلیلی زمان-فرکانس ابزاری موثر و قدرتمند برای تجزیه و تحلیل سیگنال‌های متغیر با زمان هستند.

در این پایان‌نامه هدف معرفی تبدیل فشرده‌شده‌ی همزمان پیرامون بیشینه‌ی محلی به عنوان یک تبدیل زمان-فرکانس با قدرت تفکیک بالا و همچنین توانایی استخراج کردن حالت‌های پایه سیگنال می‌باشد. این تبدیل از خانواده‌ی تبدیل‌های بازچینی‌شده است و رهیافتی می‌باشد که بر روی تبدیل فوریه زمان کوتاه انجام شده است. به منظور نمایش قدرت تفکیک زمان-فرکانس حاصل از روش پیشنهادی، این تبدیل در دو مثال مصنوعی ایجاد شده در محیط Matlab با روش‌های STFT، RM و SST مقایسه شده است که در هر دو مثال مصنوعی نمایش زمان-فرکانس روش پیشنهادی مناسب‌تر از روش‌های دیگر می‌باشد. همچنین برای نشان دادن میزان فشرده‌سازی مناسب این روش از پارامتر بی‌نظمی رنی بدین منظور استفاده شده است که در این مقایسه نیز مقدار پارامتر رنی روش پیشنهادی کمتر از روش‌های دیگر بدست آمده است که این موضوع نشان دهنده‌ی فشرده‌سازی زیاد این روش می‌باشد. همچنین در این پایان‌نامه برای شناسایی مخزن گازی توسط آنومالی سایه‌ی فرکانس پایین از تبدیل‌های همچون تبدیل فوریه زمان کوتاه، تبدیل بازچینی-شده، تبدیل فشرده‌شده‌ی همزمان و روش پیشنهادی بر روی یک مقطع لرزه‌ای مربوطه به یکی از میادین گازی ایران صورت گرفته شده است. با مقایسه نتایج این روش‌ها با همدیگر به وضوح مشاهده خواهد شد که خروجی حاصل از روش پیشنهادی قدرت تفکیک بالاتری نسبت به روش‌های دیگر دارد.

کلمات کلیدی: تبدیل‌های زمان-فرکانس، روش‌های بازچینی‌شده، سایه فرکانس پایین، سیگنال‌های لرزه‌ای. تبدیل LMSST.

مقالات استخراج شده از پایان نامه:

Mahdavi, A., Kahoo, A. R., Radad, M., & Monfared, M. S. (2020). Application of the local maximum synchrosqueezing transform for seismic data. *Digital Signal Processing*, 102934.

❖ کاربرد بیشینه‌ی محلی تبدیل فشرده‌شده‌ی همزمان در تحلیل طیفی داده‌های لرزه‌ای، اولین همایش ملی پردازش سیگنال و تصویر در ژئوفیزیک.

فهرست مطالب

فصل اول	۱
کلیات	۱
۱-۱ مقدمه	۲
۲-۱ بیان مسئله	۳
۳-۱ ضرورت انجام تحقیق	۳
۴-۱ اهداف پژوهش	۴
۵-۱ ساختار پایان نامه	۵
فصل دوم	۷
معرفی تبدیل های زمان- فرکانس با قدرت تفکیک بالا	۷
۱-۲ مقدمه	۸
۲-۲ قدرت تفکیک زمان- فرکانس	۱۰
۳-۲ سیگنال تحلیلی	۱۸
۴-۲ نمایش زمان-فرکانس از STFT تا LMSST	۲۰
۱-۴-۲ تبدیل فوریه زمان کوتاه	۲۲
۲-۴-۲ تبدیل بازچینی RM	۳۰
۳-۴-۲ تبدیل SST	۳۳
۴-۴-۲ تبدیل LMSST	۳۷

۴۰	۵-۲ تاثیر طول پنجره بر روی فشردگی.....
۴۴	۶-۲ پیاده‌سازی بر روی مثال‌های مصنوعی
۴۴	۱-۶-۲ مورد اول
۴۵	۲-۶-۲ مورد دوم.....
۴۹	فصل سوم
۴۹	کاربردها
۵۰	۱-۳ آنومالی سایه فرکانس پایین
۵۹	فصل چهارم
۶۰	۱-۴ نتیجه‌گیری
۶۰	۲-۴ پیشنهادات
۶۲	مراجع

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲: پنجره‌ی زمان-فرکانس تبدیل فوریه زمان کوتاه ۱۵
- شکل ۲-۲: جعبه‌ی هاینبرگ برای تک اتم زمان-فرکانس ۱۷
- شکل ۳-۲: الف) طیف چگالی انرژی برای سیگنال حقیقی و ب) طیف چگالی انرژی برای سیگنال مختلط ... ۱۹
- شکل ۴-۲: شکل توابع پنجره الف) بلکمن ب) گوسی ج) همینگ د) هنینگ ۲۳
- شکل ۵-۲: گسترش انرژی w که با پهنای باند $\Delta\omega$ و بیشینه لبه‌ای کناری در فرکانس $\omega = \pm\omega_0$ اندازه‌گیری می‌شود ۲۷
- شکل ۶-۲: موجک مورلت با فرکانس 40 Hz ۲۸
- شکل ۷-۲: الف) نمایش STFT موجک مورلت و برش در ب) زمان صفر و ج) فرکانس 40 Hz ۲۹
- شکل ۸-۲: بازچینی ضرایب در راستای زمان و فرکانس توسط RM ۳۱
- شکل ۹-۲: الف) نمایش RM موجک مورلت و برش در ب) زمان صفر و ج) فرکانس 40 Hz ۳۲
- شکل ۱۰-۲: بازچینی ضرایب در راستای فرکانس توسط SST ۳۵
- شکل ۱۱-۲: الف) نمایش SST موجک مورلت و برش در ب) زمان صفر و ج) فرکانس 40 Hz ۳۶
- شکل ۱۲-۲: شکل ۱۲-۲: مقایسه بین بازچینی ضرایب در راستای فرکانس برای روش SST و در هر دو راستای زمان و فرکانس برای روش RM ۳۶
- شکل ۱۳-۲: اعمال روش LMSST را بر روی STFT ۳۹
- شکل ۱۴-۲: الف) فرآیند بازچینی را که راستای فرکانس و تک سمپل فشرده‌شده در ب) راستای فرکانس و ج) راستای زمان ۳۹
- شکل ۱۵-۲: الف) سیگنال سینوسی تک فرکانس ب) سیگنال چیرپ خطی ج) سیگنال اسپایک د) سیگنال مورلت ۴۰

شکل ۲-۱۶: نتایج پارامتر رنی حاصل از تبدیل‌های زمان-فرکانس STFT، SST، RM و LMSST ۴۳

شکل ۲-۱۷: الف) سیگنال مصنوعی و نمایش زمان-فرکانس آن با استفاده از ب) تبدیل فوریه زمان کوتاه. ج) تبدیل بازچینی‌شده. د) تبدیل فشرده‌سازی همزمان. ه) تبدیل بیشینه محلی تبدیل فشرده‌شده همزمان. ۴۵

شکل ۲-۱۸: الف) سیگنال حاصل از هم‌امیخت سری بازتاب زمانی و موجک ریکر و طیف دامنه‌ی آن که در قسمت پایین نمایش داده شده است. ب) سیگنال چیرپ و طیف دامنه‌ی آن. ج) سیگنال مصنوعی حاصل جمع شکل‌های الف و ب. ۴۶

شکل ۲-۱۹: نمایش زمان-فرکانس سیگنال مصنوعی حاصل از الف) STFT. ب) RM. ج) SST. د) LMSST. ۴۷

شکل ۳-۱: مقطع لرزه‌های واقعی از یک میدان گازی در ایران ۵۳

شکل ۳-۲: تبدیل فوریه مقطع مورد نظر و طیف دامنه آن. ۵۳

شکل ۳-۳: برش فرکانسی ۳ بعدی در ۱۵ هرتز حاصل از الف) STFT ب) RM ج) SST و د) LMSST. ۵۴

شکل ۳-۴: برش فرکانسی ۳ بعدی در ۳۵ هرتز حاصل از الف) STFT ب) RM ج) SST و د) LMSST .. ۵۵

شکل ۳-۵: شکل ۳-۵: نمایش زمان فرکانس حاصل از الف) STFT در ۱۵ هرتز ب) STFT در ۳۵ هرتز د) RM در ۱۵ هرتز ه) RM در ۳۵ هرتز ز) SST در ۱۵ هرتز ح) SST در ۳۵ هرتز و ی) LMSST در ۱۵ هرتز ک) LMSST در ۳۵ هرتز. شکل ۳-۶: ج- و- ط- ل، نشان‌دهنده‌ی تفاضل دو فرکانس ۱۵ و ۳۰ هرتز به ترتیب برای تبدیل‌های STFT، RM، SST و LMSST می‌باشند. ۵۷

شکل ۳-۶: آشکارسازی مخزن گازی با استفاده از آستانه‌گذاری برای تبدیل‌های الف) STFT ب) RM ج) SST د) LMSST. ۵۸

فهرست جدول‌ها

جدول ۱-۲: اسامی و پارامترهای توابع پنجره ۲۸

علائم اختصاری

Time-Frequency (FT)	زمان - فرکانس
Fourier Transform (FT)	تبدیل فوریه
Time Frequency Distribution (TFD)	توزیع زمان - فرکانس
Time Frequency Transform (TFT)	تبدیل زمان - فرکانس
Instantaneous Frequency (IF)	فرکانس لحظه‌ای
Instantaneous Time Frequency Analysis (ITFA)	آنالیز زمان - فرکانس ایده‌آل
Short Time Fourier Transform (STFT)	تبدیل فوریه زمان کوتاه
Reassignment Method (RM)	تبدیل بازچینی شده
Synchrosqueezing Transform (SST)	تبدیل فشرده شده‌ی همزمان
Synchroextracting Transform (SET)	تبدیل استخراج همزمان
Synchroextracting operator (SEO)	عملگر استخراج همزمان
Local Maximum Synchrosqueezing Transform (LMSST)	بیشینه‌ی محلی تبدیل فشرده‌ی همزمان

فصل اول

کلیات

بیشتر سیگنال‌هایی که در اطراف ما وجود دارند، سیگنال‌هایی با تابعیت زمانی هستند. اطلاعات کافی و سودمندی که یک سیگنال می‌تواند در اختیار قرار دهد را نمی‌توان از نمایش سیگنال‌ها در حوزه‌ی زمان بدست آورد. در پردازش سیگنال‌ها اطلاعات همراه آن‌ها بسیار مهم می‌باشند که در اکثر موارد اطلاعات مفید و سودمند یک سیگنال در محتوای طیفی یا فرکانسی آن پنهان شده است که به اصطلاح طیف فوریه سیگنال نامیده می‌شود. یعنی طیف یک سیگنال نشان‌دهنده‌ی فرکانس‌های موجود در آن سیگنال می‌باشد [۱].

در تعریف تبدیل فوریه، رابطه‌ی انتگرالی از منفی بی‌نهایت تا مثبت بی‌نهایت از سیگنال را می‌گیرد و با این عمل مقدار متوسط یک فرکانس را در کل سیگنال بدون آنکه زمان آن را تعیین کند می‌دهد. به عبارت دیگر، اطلاعات زمان فرکانس از بین می‌رود. از دیدگاه پردازش سیگنال این ویژگی بسیار نامطلوب می‌باشد، اگرچه بدون شک روش تحلیل فوریه^۱ یکی از متداول‌ترین روش‌های تحلیل است، اما این تبدیل در شناسایی محتویات فرکانسی که بصورت محلی با زمان در حال تغییر است، ناکارآمد می‌باشد. در نتیجه، نمایش زمانی و فرکانسی به تنهایی بیانگر تمام خصوصیات سیگنال نمی‌باشند. برای برطرف کردن این مشکل نیاز به نوعی تحلیل محلی وجود دارد تا تحلیل-های حوزه‌ی زمان و حوزه‌ی فرکانس را ترکیب کرده که قدرت تحلیل زمان-فرکانس را طوری دهد که از طریق آن قادر به استخراج اطلاعات فرکانس محلی سیگنال باشد. داشتن چنین قابلیت‌هایی بسیار مهم است، زیرا در عمل، عمدتاً فقط قسمتی از طیف سیگنال مورد علاقه می‌باشد و تمایل به دانستن این موضوع هست که کدام قسمت از بازه‌ی زمانی سیگنال موجب تولید چنین اطلاعات و یا ویژگی‌های فرکانسی شده است. در پردازش به این نوع نمایش یعنی، نمایش همزمان زمان و فرکانس، تحلیل زمان-فرکانس^۲ می‌گویند [۲]. امروزه تحلیل زمان-فرکانس جایگاه ویژه‌ای در تحلیل و بررسی سیگنال‌ها و بخصوص سیگنال‌های ناپایا یافته است. با گذشت زمان، انواع

¹Fourier analysis

²Time-frequency analysis

مختلفی از تبدیل‌های زمان-فرکانس معرفی شده است که بطور گسترده در حوزه‌های مختلف علوم نظیر پزشکی، مهندسی برق، مهندسی مکانیک، علوم زمین و غیره مورد استفاده قرار گرفته است [۳].

۲-۱ بیان مسئله

از آنجائیکه رفتار زمین بصورت یک فیلتر پایین‌گذر است، فرکانس سیگنال‌های لرزه‌ای به هنگام انتشار درون زمین با زمان تغییر می‌کنند، بنابراین سیگنال‌های لرزه‌ای از نوع سیگنال‌های ناپایا هستند که محتوای فرکانسی آن‌ها با زمان در حال تغییر است [۴]. همانطور که گفته شد، تجزیه و تحلیل جداگانه سیگنال‌هایی که طیف آن‌ها با زمان در حال تغییر است، در حوزه‌ی زمان یا در حوزه فرکانس، دشوار است. خوشبختانه، روش‌های تحلیلی زمان-فرکانس ابزاری موثر و قدرتمند برای تجزیه و تحلیل سیگنال‌های متغیر با زمان هستند که در دهه‌های اخیر توجهات زیادی را در پردازش داده‌های لرزه‌ای به خود جلب کرده‌اند. روش‌های تبدیل زمان-فرکانس (TFT) که یک سیگنال در فضای یک بعدی (زمان) را به فضای دو بعدی زمان-فرکانس تصویر می‌کنند، می‌توانند نشان دهند که چگونه محتوای طیفی سیگنال با زمان تغییر می‌کند [۵].

۳-۱ ضرورت انجام پژوهش

لزوم نمایش زمان-فرکانس که دارای قدرت تفکیک مناسب در هر دو راستای زمان و فرکانس بصورت همزمان می‌باشد، این است که بتوان نمایش دقیق جزئیات توزیع انرژی را داشت و اطلاعاتی نظیر دامنه و فرکانس لحظه‌ای را با دقت بالاتری تخمین زد که در تحلیل سیگنال‌های لرزه‌ای دارای اهمیت بسیاری است [۴]. این اطلاعات ارزشمند نظیر دامنه لحظه‌ای و فرکانس لحظه‌ای که از نمایش زمان-فرکانس یک سیگنال به دست می‌آیند، می‌توانند هم در پردازش داده‌های لرزه‌ای و هم در تفسیر آن‌ها در زمینه‌های مختلفی همچون تعیین ضخامت لایه، توصیف مشخصات مخزن، اکتشاف مستقیم منابع هیدروکربن، تصویرسازی کانال‌ها و گسل‌ها و بسیاری از موارد دیگر، مورد استفاده قرار گیرند [۶].

انواع مختلفی از تبدیل‌های زمان-فرکانس معرفی شده‌اند که عبارت هستند از: تبدیل فوریه زمان کوتاه^۱[۷]، تبدیل S^۲[۸]، تبدیل موجک^۳[۹] و توزیع ویگنر-ویل^۴[۱۰-۱۱]. هرکدام از این تبدیل‌های مرسوم دارای ضعف‌های مربوط به خود هستند. تبدیل‌های خطی مانند تبدیل فوریه زمان کوتاه، مبتنی بر همبستگی میان یک اتم زمان-فرکانس با سیگنال می‌باشد که به دلیل محدودیت ناشی از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ نمی‌توانند به طور همزمان قدرت تفکیک بالای زمانی و فرکانسی ایجاد نمایند [۱۲]. یعنی قدرت تفکیک زمان-فرکانس یک سیگنال وابسته و قدرت تفکیک فرکانسی بالا، نیازمند یک پنجره‌ی زمانی بلند می‌باشد. اما حالت ایده‌آل داشتن قدرت تفکیک بالای همزمان در هر دو راستای زمان-فرکانس می‌باشد که از لحاظ تئوری طبق اصل عدم قطعیت هایزنبرگ این امکان در تبدیل‌های مرسوم غیرممکن می‌باشد [۱۳].

روش‌های مبتنی بر انرژی، مانند روش ویگنر-ویل، اغلب قدرت تفکیک زمان-فرکانس بهتری نسبت به تبدیل‌های مبتنی بر همبستگی دارند، اما مشکلاتی نظیر جملات متقاطع کارآیی این تبدیل‌ها را به شدت کم کرده است [۱۴].

۴-۱ اهداف پژوهش

یک نمایش زمان-فرکانس ایده‌آل، تنها اطلاعات در مورد فرکانس رخ‌دهنده در یک لحظه‌ی خاص را فراهم می‌کند، بدون آنکه اطلاعات زمان‌های دیگر در آن تأثیری داشته باشند. بنابراین هدف از تبدیل‌های زمان-فرکانس این است که تا حد امکان این تبدیل‌ها به نمایش‌های ایده‌آل نزدیک شوند؛ یعنی اینکه بتوان یک تابع چگالی احتمالی طیفی متغیر با زمان، با تفکیک‌پذیری بالا بدست آورد تا بر تداخل‌های احتمالی (تداخل‌های فرکانسی) موجود غلبه کند [۱۵].

¹Short time Fourier transform

²S transform

³Wavelet transform

⁴Wigner-Ville Distribution

بنابراین هدف از بررسی تبدیل‌های زمان-فرکانس رسیدن به نمایش ایده‌آل می‌باشد. یعنی بتوان به نمایش زمان-فرکانس با دقت بالا دست پیدا کرد که در اینصورت می‌توان رخ داده‌های زمین‌شناسی زیرسطح را با دقت خیلی بالا و نزدیک به واقعیت آشکارسازی کرد.

در این پایان‌نامه، تبدیل بیشینه‌ی محلی فشرده‌شده‌ی همزمان^۱ به عنوان یک نمایش زمان-فرکانس با تفکیک پذیری بالا برای تحلیل طیفی سیگنال‌های لرزه‌ای مورد استفاده قرار گرفته است و نتایج آن با روش‌های زمان-فرکانس همچون، تبدیل STFT، تبدیل فشرده‌شده‌ی همزمان^۲ (SST) و تبدیل بازچینی شده^۳ (RM) مقایسه گردیده است.

۵-۱ ساختار پایان‌نامه

در فصل اول بیان مسئله، ضرورت انجام تحقیق و همچنین اهداف پژوهش بیان شد. در فصل دوم به روش‌های بدست آوردن تمرکز انرژی بالا و همچنین به بررسی ایده‌ی اساسی برای افزایش قدرت تفکیک نمایش-های زمان-فرکانس مرسوم پرداخته خواهد شد و همچنین دسته‌ای از تبدیل‌ها تحت عنوان تبدیل‌های بازچینی-شده و فشرده‌شده معرفی می‌شوند. سپس با بهره‌گیری از این تبدیل‌ها ایده‌ی اصلی مورد استفاده در این پایان‌نامه مطرح می‌شود. در فصل سوم نیز از این ابزار جهت کمک به بهبود تفسیر داده‌های لرزه‌ای بهره گرفته می‌شود. در فصل چهارم نیز به نتیجه‌گیری کلی در پایان‌نامه پرداخته خواهد شد.

¹Local maximum Synchrosqueezing transform

²Reassignment method

³Synchrosqueezing transform

فصل دوم

معرفی تبدیلهای زمان - فرکانس با

قدرت تفکیک بالا

در شیوه‌های نمایش متداول زمانی و فرکانسی، امکان داشتن اطلاعات زمانی و فرکانسی بطور همزمان و متمرکز امکان‌پذیر نمی‌باشد. در مورد سیگنال‌های ناپایا که محتویات فرکانسی آنها با زمان در حال تغییر است، این شیوه‌های نمایش نمی‌توانند به تنهایی اطلاعات موجود در سیگنال را توصیف نمایند. بنابراین استفاده از روشی که همزمان اطلاعات زمانی و فرکانسی را بطور همزمان و متمرکز نشان دهد، ضروری است. بنابراین راه‌حلی که ارائه می‌شود، نمایش سیگنال‌ها به عنوان یک تابع یا توزیع دو متغیره است که این فضای دو بعدی فضای زمان-فرکانس می‌باشد. در صفحه زمان-فرکانس یک سیگنال، در یک زمان ثابت می‌توان فرکانس‌های موجود در آن را مشاهده کرد و همچنین در یک فرکانس ثابت می‌توان زمان یا زمان‌هایی را که فرکانس در آن موجود است را مورد بررسی قرار داد. به این نوع نمایش سیگنال نمایش زمان-فرکانس (TFR) یا توزیع زمان-فرکانس (TFD) می‌گویند [۴]. امروزه تبدیل‌های زمان-فرکانس بطور گسترده در تجزیه و تحلیل داده‌های لرزه‌ای مورد استفاده قرار گرفته‌اند که می‌توان به نمونه‌هایی از آن اشاره کرد. سنه‌ها و همکارانش (۲۰۰۵) برای محاسبه‌ی نقشه‌ی زمان-فرکانس سیگنال‌های ناپایا با گرفتن تبدیل فوریه از معکوس CWT^۱ برای آشکارسازی سایه‌های فرکانسی ناشی از هیدروکربن‌ها و شناسایی خصوصیات چینه‌شناسی ظریف برای توصیف مخزن استفاده کردند [۲۱]. وانگ و همکاران (۲۰۱۷) یک تبدیل S اصلاح‌شده برای بهبود قدرت تفکیک زمان-فرکانس تبدیل S استاندارد و استفاده از آن در تحلیل داده‌های لرزه‌ای را ارائه کردند [۲۲]. ژانگ (۲۰۱۷) تبدیل فوریه زمان کوتاه اصلاح‌شده را برای بدست آوردن همزمان طیف دامنه، طیف فاز اولیه و فاز لحظه‌ای دقیق‌تر نسبت به روش‌های STFT استاندارد و تبدیل موجک برای کاربردهای لرزه‌ای معرفی کرد [۲۳]. لو و همکاران (۲۰۱۸) نشان دادند که تبدیل موجک به خوبی قادر به تضعیف نوفه سیگنال می‌باشد و درعین حال ویژگی سیگنال را نیز حفظ می‌کند [۲۴].

¹Continuous wavelet transform

با افزایش کاربرد تبدیل‌های زمان-فرکانس، نیاز به تبدیل‌هایی با قدرت تفکیک بالا و عدم داشتن مشکلاتی نظیر مشکلات تبدیل‌های زمان-فرکانس مرسوم، به شدت افزایش یافت. محققان انواع مختلفی از تبدیل‌های زمان-فرکانس با قدرت تفکیک بالا را معرفی کردند. از کاربردهای تبدیل‌های زمان-فرکانس با قدرت تفکیک بالا در ژئوفیزیک می‌توان به نمونه‌های زیر اشاره کرد. لیو و همکاران (۲۰۱۱)، یک روش جدید تجزیه‌ی طیفی را برای محاسبه‌ی نقشه‌ی زمان-فرکانس سیگنال‌های ناپایا توسعه دادند که در آن ضرایب فوریه متغیر با زمان می‌باشد که برای تشخیص ناهنجاری‌های فرکانس‌پایین^۱ و ترسیم کانال‌های شن به کار می‌رود [۲۵]. لو و لی (۲۰۱۳)، تبدیل فوریه‌ی زمان‌کوتاه واهمامیختی اصلاح شده را برای تجزیه‌ی طیف لرزه‌ای و برای توصیف حفره‌ی مخزن کربناتی از آن استفاده کردند [۲۶]. وانگ و همکاران (۲۰۱۴) از SST برای تحلیل زمان-فرکانس داده‌های لرزه‌ای^۲ و همچنین پردازش سیگنال‌های لرزه‌ای استفاده کردند [۲۷]. قلتاشی و همکاران (۲۰۱۵) تبدیل مبتنی بر SST را برای تضعیف نوفه‌های تصادفی و آشکارسازی سایه‌های کم‌فرکانس در داده‌های لرزه‌ای، استفاده کرد [۲۸]. انوری و همکاران (۲۰۱۷) تضعیف نوفه تصادفی لرزه‌ای با استفاده از تبدیل WSST^۳ (تبدیل موجک فشرده‌شده‌ی همزمان) و تقریب ماتریس سیگنال درجه پایین را انجام دادند [۲۹]. وو و زو (۲۰۱۸) روش فشرده-سازی همزمان بر مبنای STFT را پیشنهاد کردند که به عنوان ابزاری برای آشکارسازی آنومالی‌های طیفی می‌باشد و همچنین پیش‌بینی مخازن نفت و گاز را بهبود می‌بخشد [۳۰]. رداد (۲۰۱۹) تبدیل S بازچینی‌شده را برای تهیه نشانگرهای تک-فرکانس، دامنه لحظه‌ای، فرکانس لحظه‌ای غالب و فاکتور شیرینی از تحلیل زمان-فرکانس داده‌ی لرزه‌ای مربوط به یک میدان هیدروکربنی برای مطالعه ناهنجاری‌های سایه کم-فرکانس بکار گرفت [۳۱].

از بین تبدیل‌های با قدرت تفکیک بالا روش‌های بازچینی‌شده (RM) و فشرده‌شده‌ی همزمان (SST) از قدرت

^۱Low frequency anomalies

^۲Seismic data

^۳Wavelet synchrosqueezing transform

تفکیک بالاتری نسبت به روش‌های دیگر برخوردار هستند. این رهیافت‌های بازچینی بر پایه‌ی انتقال انرژی هر نقطه در صفحه‌ی زمان-فرکانس به یک مختصات جدید در نزدیکی مکان واقعی تمرکز انرژی استوار می‌باشند. اما این روش‌های تمرکز انرژی نیز دارای معایبی می‌باشند. بنابراین، برای غلبه ضعف‌های روش‌های فوق، روش پیشنهادی محلی تبدیل فشرده‌شده‌ی همزمان که مبتنی بر STFT است به منظور تمرکز هرچه بیشتر نمایش زمان-فرکانس پیشنهاد شده است [۲۰].

همانطور که بیان شد تبدیل‌های زمان-فرکانس ابزاری مفید برای پردازش سیگنال‌های ناپایا می‌باشند ولی برای بدست آوردن قدرت تفکیک بالا الگوریتم‌هایی بر روی تبدیل‌های مرسوم صورت گرفت. روش پیشنهادی برای پردازش داده‌های لرزه‌ای، رهیافتی است که بر روی تبدیل STFT صورت گرفته شده است. بخاطر همین در این فصل تبدیل‌های بازچینی مانند LMSST، RM و SST که بر مبنای STFT می‌باشند به منظور فهم هرچه بیشتر فرآیندهای بازچینش همراه با مثالی بیان خواهند شد و بعد به پارامتر بی‌نظمی رنی این تبدیل‌ها پرداخته خواهد شد تا به عنوان روشی مجزا تمرکز انرژی تبدیل‌های مورد نظر مقایسه شود. در نهایت هم این تبدیل‌ها بر روی دو مثال مصنوعی به منظور مشاهده تمرکز انرژی اعمال خواهد شد.

۲-۲ قدرت تفکیک زمان-فرکانس

هر سیگنال زمانی را می‌توان بعنوان تابعی از زمان بیان کرد که بصورت $s(t)$ نمایش داده می‌شود. از این نمایش چگالی انرژی توان لحظه‌ای با استفاده از $|s(t)|^2$ به دست می‌آید که بیانگر چگونگی توزیع انرژی سیگنال در حوزه‌ی زمان می‌باشد و همچنین انرژی کل یک سیگنال با استفاده از رابطه (۲-۱) محاسبه می‌گردد [۳۲]:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt \quad (2-1)$$

برای نمایش فرکانسی سیگنال، انتقال سیگنال از حوزه‌ی زمان به حوزه‌ی فرکانس، از تبدیل فوریه که فرمول آن به صورت رابطه‌ی (۲-۲) می‌باشد، استفاده می‌شود [۳۳]:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (2-2)$$

این روش بر مبنای بسط سیگنال برحسب توابع نامحدود سینوسی $(\exp(i2\pi ft))$ ، که فاقد تمرکز زمانی می‌باشند، عمل می‌کند. این روش صرفاً فرکانس‌های موجود در سیگنال، دامنه و فاز متناظر آن‌ها را نشان می‌دهد و از تقدم و تاخر زمانی آن‌ها بحث نمی‌کند [۳۴]. در حالت کلی تبدیل فوریه یک کمیت مختلط می‌باشد که می‌توان آن را بصورت قطبی نمایش داد:

$$S(f) = R(f) + iI(f) = |S(f)|e^{i\varphi(f)} \quad (2-3)$$

که در آن $R(f)$ قسمت حقیقی و $I(f)$ قسمت موهومی تبدیل فوریه می‌باشند. $|S(f)|$ و $\varphi(f)$ بترتیب نشان دهنده‌ی طیف دامنه و طیف فاز سیگنال می‌باشند که استفاده از روابط (۲-۴) و (۲-۵) بدست می‌آیند.

$$|S(f)| = \sqrt{R^2(f) + I^2(f)} \quad (2-4)$$

$$\varphi(f) = \tan^{-1} \left(\frac{I(f)}{R(f)} \right) \quad (2-5)$$

همچنین از نمایش حوزه‌ی فرکانس سیگنال می‌توان طیف انرژی را مطابق رابطه‌ی (۲-۶) بدست آورد که نشان-دهنده‌ی توزیع انرژی حول محور فرکانس می‌باشد.

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 df \quad (2-6)$$

برای بازگشت از حوزه‌ی فرکانس به حوزه‌ی زمان از عکس تبدیل فوریه مطابق رابطه‌ی (۲-۷) استفاده می‌شود [۳۵]:

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f)e^{i2\pi ft} df \quad (7-2)$$

همانگونه که مشاهده شد، روش‌های نمایش سیگنال در حوزه‌ی زمان و حوزه‌ی فرکانس بصورت همزمان غیرمتمرکز هستند.

کوهن^۱ چهار دلیل برای آنالیز طیفی یا فرکانسی سیگنال‌ها بیان کرده است که عبارت‌اند از [۳۳]:

- از طریق آنالیز فرکانسی می‌توان اطلاعاتی را در مورد منبع به وجود آورنده‌ی موج بدست آورد.
- انتشار امواج در محیط‌های مختلف به فرکانس منبع تولید کننده آن بستگی دارد.
- تجزیه طیفی^۲ یا تجزیه فرکانسی درک و فهم مناسب‌تری را از امواج فراهم می‌کند.
- تحلیل فوریه ابزاری قوی برای حل معادلات دیفرانسیل معمولی و جزئی می‌باشد.

اولین بار گابور^۳ [۷] در سال ۱۹۴۶ با معرفی تبدیل فوریه پنجره‌ای، ایده‌ی جدیدی جهت بررسی سیگنال‌ها در حوزه‌ی زمان-فرکانس مطرح نمود. روشی دیگر برای نمایش سیگنال‌ها که نسبت به دو نمایش قبلی جدیدتر می‌باشد. مفهوم این تبدیل، تقسیم سیگنال به کمک پنجره‌ای با انرژی محدود، یعنی پنجره‌ای که در یک بازه‌ی دلخواه مقدار داشته باشد و در بقیه‌ی زمان‌ها مقدار آن صفر باشد، به بازه‌های کوچک‌تر است که در این صورت بتوان یک سیگنال ناپایا را به مانند بازه‌های کوچک پایا فرض کرد. سپس از تک‌تک پنجره‌ها تبدیل فوریه گرفته و طیف حاصل به مرکز بازه‌ی زمانی متناظر نسبت داده می‌شود. در این نوع از نمایش، دیگر دو متغیر زمان و فرکانس ناسازگار نیستند و همزمان در نمایش سیگنال استفاده می‌شوند.

با توجه به رفتار سیگنال، نمایش‌های زمان-فرکانس را می‌توان به سه دسته تقسیم‌بندی کرد: ۱- نمایش‌های

¹Spectral decomposition

²Cohen

³Gabor

زمان- فرکانس خطی^۱، ۲- نمایش‌های زمان- فرکانس درجه‌ی دوم^۲، ۳- نمایش‌های زمان- فرکانس غیرخطی^۳. خطی بودن، یکی از ویژگی‌های مطلوب در سیستم‌هایی است که با سیگنال‌های چند مؤلفه‌ای کار می‌کنند. در نمایش‌های زمان- فرکانس خطی، اصل برهم نهی خطی برقرار می‌باشد؛ یعنی اگر سیگنالی ترکیب خطی از چند سیگنال باشد، نمایش زمان- فرکانس آن سیگنال نیز ترکیب خطی از نمایش زمان- فرکانس سیگنال‌ها می‌باشد که مطابق رابطه‌ی (۸-۲) بیان می‌شود [۹]:

$$s(t) = a_1 s_1(t) + a_2 s_2(t) \quad (8-2)$$

$$TFR_s(t, \omega) = a_1 TFR_{s_1}(t, \omega) + a_2 TFR_{s_2}(t, \omega)$$

همچنین در نمایش‌های زمان- فرکانس درجه‌ی دوم نیز اصل برهم نهی درجه‌ی دو بصورت رابطه‌ی (۹-۲) نوشته می‌شود:

$$s(t) = a_1 s_1(t) + a_2 s_2(t) \quad (9-2)$$

$$TFR_s(t, \omega) = |a_1|^2 TFR_{s_1}(t, \omega) + |a_2|^2 TFR_{s_2}(t, \omega) + a_1 a_2^* TFR_{s_1, s_2} + a_2 a_1^* TFR_{s_2, s_1}$$

چنانچه هیچکدام از دواصل برهم نهی خطی و درجه‌ی دوم برقرار نباشند آنگاه نمایش زمان- فرکانس حاصل را غیرخطی می‌نامند. روش نمایش زمان- فرکانس خطی که در راستای محور زمان و فرکانس متمرکز شده است به توزیع زمان- فرکانس خطی معروف می‌باشد که از همبستگی سیگنال با یک اتم زمان- فرکانس یا شکل موج که در راستای زمان- فرکانس متمرکز شده است، بدست می‌آید. اگر فرض شود خانواده‌ای از شکل موج‌ها یا اتم‌های زمان- فرکانس بصورت $\{\phi_\gamma\}$ است که در آن λ پارامتری چند اندیسی و $\|\phi_\gamma\| = 1$ باشد، آنگاه تبدیل خطی

¹Linear TFA

²Quadratic TFA

³ Nonlinear TFA

زمان-فرکانس سیگنال $s(t)$ را می‌توان بصورت رابطه‌ی (۲-۱۰) بدست آورد [۹].

$$TFR(\gamma) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \phi_{\gamma}^*(t) dt = \langle s, h_{\gamma} \rangle \quad (۲-۱۰)$$

اطلاعاتی که از ضرب داخلی $\langle s, \phi_{\gamma} \rangle$ حاصل می‌شود در صفحه‌ی زمان-فرکانس در ناحیه‌ای نشان داده می‌شود که به جعبه‌ی هایزنبرگ معروف است. چون بررسی سیگنال همزمان در حوزه‌ی زمان و فرکانس صورت می‌گیرد، بنابراین جعبه‌ی هایزنبرگ به دلیل اصل عدم قطعیت هایزنبرگ که بیان می‌دارد جفت‌های مشخصی از خواص فیزیکی، همانند زمان و فرکانس، نمی‌توانند با دقتی دلخواه معلوم گردند، یکی از پارامترهای موثر در کنترل قدرت تفکیک نمایش TF در صفحه‌ی زمان-فرکانس می‌باشد. موقعیت و ابعاد جعبه‌ی هایزنبرگ توسط گسترش زمان-فرکانس ϕ_{γ} تعیین می‌شود.

با به کار بردن خواص انتقال و مدولاسیون به اتم زمان-فرکانس مورد استفاده در رابطه‌ی (۲-۱۰) تبدیل فوریه آن بصورت (۲-۱۱) بدست می‌آید [۳۶]:

$$\phi_{\gamma_{\tau, \omega}}(t) := \phi_{\gamma}(t - \tau) e^{i\omega t} \quad (۲-۱۱)$$

$$\widehat{\phi}_{\gamma_{\tau, \omega}}(\nu) := \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{\gamma}(t - \tau) e^{-i(\nu - \omega)t} dt = \widehat{\phi}_{\gamma}(\nu - \omega) e^{-i(\nu - \omega)\tau} \quad (۲-۱۲)$$

که در آن ν فرکانس زاویه‌ای حاصل از تبدیل فوریه، t مرکز پنجره‌ی تحلیلی و τ جابجایی پنجره را نشان می‌دهند. بنابراین با استفاده از رابطه‌ی پارسوال می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \langle s, \phi_{\gamma_{\tau, \omega}} \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \phi_{\gamma}^*(t - \tau) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{2\pi} \langle S, \widehat{\phi}_{\gamma_{\tau, \omega}} \rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\nu) \widehat{\phi}_{\gamma}^*(\nu - \omega) e^{i(\nu - \omega)\tau} d\nu \end{aligned} \quad (۲-۱۳)$$

این رابطه نشان می‌دهد که پنجره کردن در حوزه‌ی زمان با $\phi_{\gamma}^*(t - \tau)$ ، به طور همزمان منجر به پنجره کردن در حوزه‌ی طیف یا فرکانس با پنجره‌ی $\widehat{\phi}_{\gamma}^*(\nu - \omega)$ می‌شود.

فرض می‌شود که $\phi_{\gamma}^*(t - \tau)$ و $\widehat{\phi}_{\gamma}^*(\nu - \omega)$ بترتیب در بازه‌ی زمانی و فرکانسی متمرکز شده باشند [۳۶]:

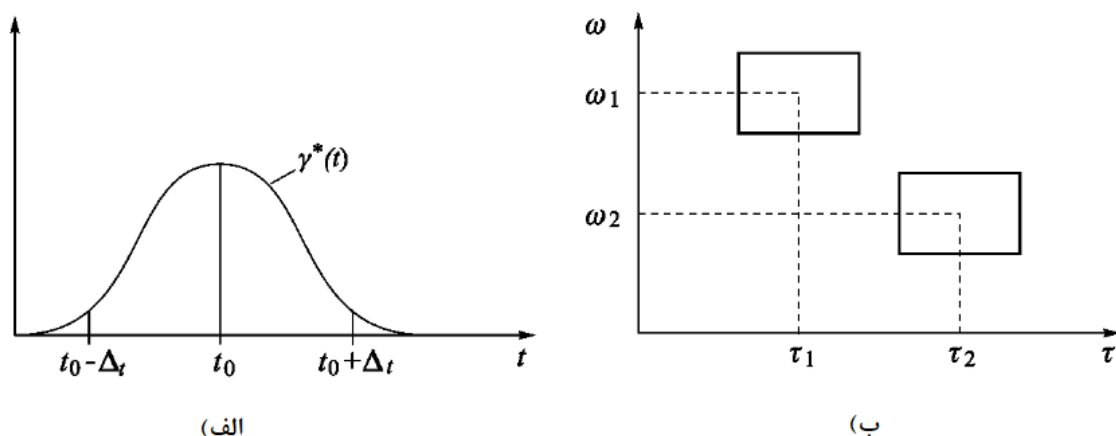
$$[\tau + t_0 - \Delta t, \tau + t_0 + \Delta t] \quad (۱۴-۲)$$

$$[\omega + \omega_0 - \Delta\omega, \omega + \omega_0 + \Delta\omega] \quad (۱۵-۲)$$

در $S(\omega)$ و طیف آن $S(t)$ پس نمایش زمان-فرکانس در صفحه‌ی زمان-فرکانس اطلاعاتی را از سیگنال پنجره‌ی زمان-فرکانس زیر می‌دهد:

$$[\tau + t_0 - \Delta t, \tau + t_0 + \Delta t] \times [\omega + \omega_0 - \Delta\omega, \omega + \omega_0 + \Delta\omega] \quad (۱۶-۲)$$

موقعیت پنجره زمان-فرکانس با پارامترهای τ و ω مشخص می‌شود. از آنجاییکه شکل پنجره‌ی زمان-فرکانس مستقل از پارامترهای τ و ω می‌باشد، بنابراین قدرت تفکیک یکنواختی در صفحه‌ی زمان-فرکانس مطابق شکل (۱-۲) بدست می‌آید.



شکل ۱-۲: پنجره‌ی زمان-فرکانس تبدیل فوریه زمان کوتاه [۳۶].

همانطور که بیان شد در روش تبدیل فوریه زمان کوتاه از پنجره‌ی حقیقی، زوج و متقارن استفاده می‌شود و بعلاوه پنجره‌ی آنالیز باید شروط $\phi_\gamma(t) \in L_2(R)$ و $t\phi_\gamma(t) \in L_2(R)$ را نیز داشته باشد تا بعنوان پنجره‌ی زمانی خوانده شود. بطور متناظر باید $\widehat{\phi}_\gamma(\omega) \in L_2(R)$ و $\omega\widehat{\phi}_\gamma(\omega) \in L_2(R)$ باشند تا $\widehat{\phi}_\gamma(\omega)$ یک پنجره‌ی فرکانسی شناخته شود. از آنجاییکه $\|\phi_\gamma\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi_\gamma(t)|^2 dt = 1$ پس می‌توان موقعیت مرکز زمانی t_0 و شعاع گسترش زمانی Δt مشابه با مقدار متوسط و انحراف استاندارد یک متغیر تصادفی مطابق روابط (۲-۱۷) و (۲-۱۸) تعریف کرد [۳۶]:

$$t_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot \frac{|\phi_\gamma(t)|^2}{\|\phi_\gamma\|^2} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot |\phi_\gamma(t)|^2 dt \quad (۲-۱۷)$$

$$\Delta t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - t_0)^2 \cdot \frac{|\phi_\gamma(t)|^2}{\|\phi_\gamma\|^2} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - t_0)^2 \cdot \phi_\gamma(t) dt \quad (۲-۱۸)$$

به طور مشابه، مرکز ω_0 و شعاع $\Delta\omega$ پنجره‌ی فرکانسی $\widehat{\phi}_\gamma(\omega)$ نیز بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\omega_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega \cdot \frac{|\widehat{\phi}_\gamma(\omega)|^2}{\|\widehat{\phi}_\gamma\|^2} d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega \cdot |\widehat{\phi}_\gamma(\omega)|^2 d\omega \quad (۲-۱۹)$$

$$\Delta\omega^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \omega_0)^2 \cdot \frac{|\widehat{\phi}_\gamma(\omega)|^2}{\|\widehat{\phi}_\gamma\|^2} d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \omega_0)^2 \cdot |\widehat{\phi}_\gamma(\omega)|^2 d\omega \quad (۲-۲۰)$$

شعاع گسترش همان نصف طول پنجره در راستای زمان و فرکانس می‌باشد.

در آنالیز زمان-فرکانس هدف رسیدن به قدرت تفکیک بالای زمانی و فرکانسی می‌باشد. به عبارت دیگر تلاش برای بدست آوردن حداقل مقدار ممکن برای پنجره‌ی تحلیلی می‌باشد، در حالی که اصل عدم قطعیت یک کران پایین را برای مساحت پنجره بیان می‌کند. انتخاب پنجره‌ی زمانی کوتاه به قدرت تفکیک زمانی خوب و برعکس

قدرت تفکیک فرکانسی ضعیف منجر می‌شود. از طرف دیگر، پنجره‌ی زمانی بلند به قدرت تفکیک زمانی ضعیف اما قدرت تفکیک فرکانسی خوب ختم می‌شود [۳۶].

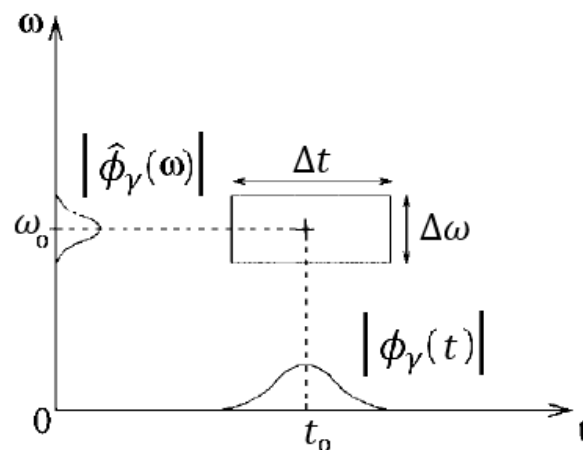
اکنون به بررسی عبارت $\Delta t \Delta \omega$ ، که نشان دهنده‌ی مساحت تحت پوشش پنجره‌ی تحلیلی در صفحه‌ی زمان-فرکانس می‌باشد، پرداخته می‌شود [۳۶]:

$$(\Delta t \Delta \omega)^2 = \frac{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |\phi_Y(t)|^2 dt \right) \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \omega \cdot |\widehat{\phi_Y}(\omega)|^2 d\omega \right)}{\|\phi_Y\|^2 \|\widehat{\phi_Y}\|^2} \quad (21-2)$$

با توجه به روابط ریاضی اصل عدم قطعیت و روابط مربوط به مرکز و طول پنجره و همچنین انجام محاسبات ریاضی، در آخر رابطه‌ی (۲۲-۲) بدست می‌آید [۹]:

$$\Delta t \Delta \omega \geq \frac{1}{2} \quad (22-2)$$

که در آن Δt و $\Delta \omega$ بترتیب ابعاد جعبه در راستای زمان و فرکانس می‌باشند. جعبه‌ی هاینبرگ بصورت شماتیک در شکل (۴-۲) نشان داده شده است.

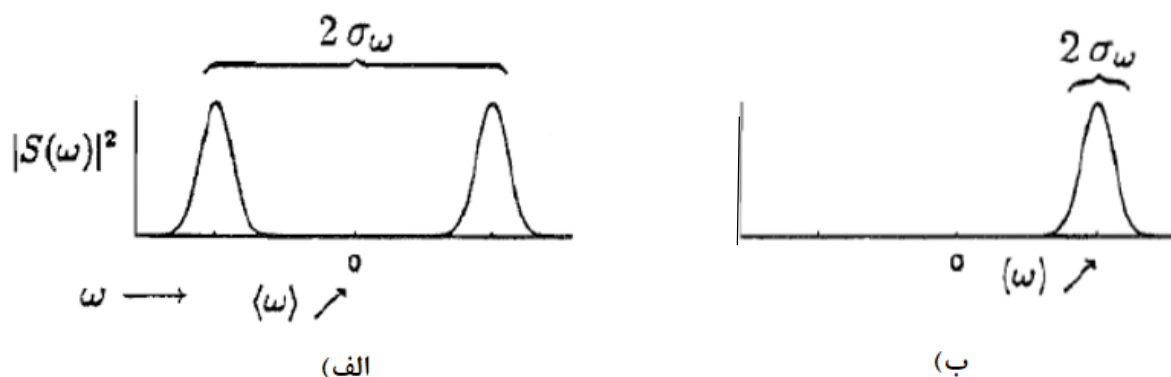


شکل ۲-۲: جعبه‌ی هاینبرگ برای تک اتم زمان-فرکانس [۹].

این محدودیت ذاتی حاصل تلفیق دو حوزه‌ی زمان و فرکانس می‌باشد. یعنی نمی‌توان هیچ تابعی را پیدا کرد که در زمان t و فرکانس ω جایگزیده باشد و فقط مستطیلی با مساحت حداقل $1/2$ با اتم زمان-فرکانس مطابقت دارد. معادله‌ی (۲-۲۲) نشان می‌دهد که تفکیک‌پذیری زمانی و فرکانسی برعکس هم عمل می‌کنند. یعنی، قدرت تفکیک فرکانسی مناسب مستلزم پنجره‌ی بلند زمانی و قدرت تفکیک زمانی مناسب نیز نیازمند پنجره‌ی کوتاه زمانی می‌باشند [۹]. همانطور که گفته شد، چون در تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه ابعاد جعبه‌ی هائزبرگ مستقل از زمان و فرکانس می‌باشد لذا طول اتم زمان-فرکانس ثابت می‌باشد و یا به عبارتی دیگر فرکانس‌های بالا (تغییرات سریع و ناگهانی در زمان) و فرکانس‌های پایین (تغییرات نرم و ملایم در زمان) با یک پنجره بررسی می‌شوند که این خاصیت بزرگترین محدودیت به منظور تجزیه‌ی طیفی در حوزه‌ی تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه می‌باشد [۳۲].

۲-۳ سیگنال تحلیلی

در ریاضیات و پردازش سیگنال، یک سیگنال تحلیلی تابعی مختلط است که هیچ مولفه‌ی فرکانس منفی ندارد. دو دلیل برای استفاده از سیگنال‌های مختلط وجود دارد. اولین دلیل برای ایجاد سیگنال مختلط این است که برای سیگنال حقیقی $S(-\omega) = S^*(\omega)$ می‌باشد و بنابراین طیف چگالی انرژی $|S(\omega)|^2$ ، نسبت به مبدا متقارن می‌باشد و بدلیل تقارن معمولاً فرکانس میانگین صفر می‌شود، ولی در سیگنال مختلط طیف چگالی انرژی برای فرکانس‌های منفی صفر می‌باشد که در اینصورت می‌توان فرکانس میانگین را مستقیماً از روی سیگنال محاسبه کرد. این موضوع در شکل ۲-۳ بصورت شماتیک نمایش داده شده است. دومین دلیل اهمیت استفاده از سیگنال‌های مختلط، ارائه تعاریف دقیق از دامنه و فاز در این نوع از سیگنال‌ها می‌باشد و همچنین می‌توان یک رابطه‌ی تحلیلی برای فاز لحظه‌ای بدست آورد [۳۳].



شکل ۳-۲: الف) طیف چگالی انرژی برای سیگنال حقیقی و ب) طیف چگالی انرژی برای سیگنال مختلط [۳۳].

اگر سیگنال $s(t)$ با طیف $S(\omega)$ فرض شود، سیگنال مختلط $z(t)$ که طیف آن تنها فرکانس‌های مثبت $S(\omega)$ را شامل می‌شود، توسط تبدیل معکوس $S(\omega)$ و انتگرال‌گیری روی مقادیر مثبت فرکانس مطابق رابطه‌ی (۲-۲۳) تعریف می‌شود [۳۳]:

$$z(t) = 2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega t} dt \quad (2-23)$$

بعد از انجام عملیات ریاضی رابطه‌ی (۲-۲۳) به شکل رابطه‌ی (۲-۲۴) درمی‌آید:

$$z(t) = s(t) + \frac{i}{\pi} \int \frac{s(t')}{t - t'} dt' \quad (2-24)$$

که در آن $z(t)$ نشان‌دهنده‌ی سیگنال تحلیلی بدست آمده از سیگنال $s(t)$ و قسمت دوم عبارت سمت راست، تبدیل هیلبرت سیگنال می‌باشد. تبدیل هیلبرت تابع $s(t)$ با رابطه‌ی (۲-۲۵) داده می‌شود:

$$H(s(t)) = \hat{s}(t) = \frac{1}{\pi} \int \frac{s(t')}{t - t'} dt' \quad (2-25)$$

برای اینکه قسمت حقیقی سیگنال مختلط همان سیگنال اصلی باشد در اینصورت برای سیگنال اصلی $|S(\omega)| = |S(-\omega)|$ می‌باشد و بنابراین انرژی سیگنال اصلی بصورت رابطه‌ی (۲-۲۶) نوشته می‌شود [۳۳]:

$$E_s = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(\omega)|^2 d\omega = 2 \int_0^{+\infty} |S(\omega)|^2 d\omega$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} |2S(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2} E_z \quad (26-2)$$

رابطه بالا بیان می‌کند که انرژی سیگنال مختلط دو برابر سیگنال اصلی است و همچنین انرژی قسمت حقیقی سیگنال با قسمت موهومی آن برابر می‌باشد.

اگر $x(t)$ سیگنال لرزه‌ای متغیر با زمان باشد در اینصورت ردلرزه‌ی مختلط به شکل رابطه‌ی (27-2) نمایش داده می‌شود [37]:

$$c(t) = x(t) + ih(t) \quad (27-2)$$

که در آن $h(t)$ تبدیل هیلبرت ردلرزه‌ی حقیقی سیگنال $x(t)$ می‌باشد. نمایش دیگر ردلرزه‌ی مختلط بصورت پوش ردلرزه $A(t)$ و فاز لحظه‌ای $\varphi(t)$ می‌باشد که با رابطه‌ی (28-2) بیان می‌گردد:

$$c(t) = A(t)e^{i\varphi(t)} \quad (28-2)$$

با این تعاریف فرکانس لحظه‌ای بصورت مشتق زمانی فاز لحظه‌ای بیان می‌گردد [37]:

$$IF(t) = \varphi'(t) = \text{Im} \left(\frac{c'(t)}{c(t)} \right) = \frac{x(t)h'(t) - x'(t)h(t)}{x^2(t) - h^2(t)} \quad (29-2)$$

۴-۲ نمایش زمان-فرکانس از STFT تا LMSST

سیگنال چند مولفه‌ای $s(t)$ به صورت رابطه‌ی (30-2) بیان می‌شود [38]:

$$s(t) = \sum_{m=1}^n A_m(t) e^{j\phi_m(t)} \quad (30-2)$$

که در آن $A_m(t)$ و $\phi(t)$ و $\phi'_m(t) = \frac{d}{dt} \phi_m(t)$ به ترتیب دامنه‌ی لحظه‌ای و فاز لحظه‌ای و فرکانس لحظه‌ای می‌باشند. دامنه‌ی لحظه‌ای و فرکانس لحظه‌ای دو خصیصه مهم لحظه‌ای از سیگنال هستند که می‌توانند به درک رفتار متغیر با زمان سیگنال‌های چند مولفه‌ای^۱ کمک بسیار زیادی بکنند. اگر فرض شود که یک مقدار به اندازه کافی کوچک ϵ وجود داشته باشد که $|A'_m(t)| \leq \epsilon$ و $|\phi''_m(t)| \leq \epsilon$ به ازای تمام مقادیر t برقرار باشد. با این فرض، سیگنال را در بازه کوچک زمانی می‌توان هارمونیک فرض نمود. در این حالت با استفاده از بسط تیلور بسط تابع دامنه لحظه‌ای و فاز لحظه‌ای در زمان t را می‌توان به صورت رابطه (31-2) نوشت.

$$A_m(\tau) = A_m(t) \quad (31-2)$$

$$\phi_m(\tau) = \phi_m(t) + \phi'_m(t)(\tau - t)$$

لذا سیگنال چند مولفه‌ای (30-2) را با جایگذاری رابطه (31-2) می‌توان به صورت رابطه (32-2) نوشت [38].

$$s(\tau) = \sum_{m=1}^n A_m(t) e^{j[\phi_m(t) + \phi'_m(t)(\tau - t)]} \quad (32-2)$$

دو خصیصه دامنه‌ی لحظه‌ای^۲ و فرکانس لحظه‌ای^۳ را نمی‌توان از سیگنال در حوزه زمان به دست آورد. تبدیل زمان - فرکانس برای به دست آوردن دو خصیصه لحظه‌ای مذکور یک ابزار کارآمد است. تبدیل زمان - فرکانس ایده‌آل برای سیگنال رابطه (30-2) به صورت رابطه (33-2) تعریف می‌شود.

¹Multi-component

¹Instantaneous amplitude

²Instantaneous frequency

$$ITFR(t, \omega) = \sum_{m=1}^n A_m(t) e^{j\phi_m(t)} \delta(\omega - \phi'_m(t)) \quad (33-2)$$

که تابع $\delta(\omega)$ تابع دلتای دیراک^۴ است. هدف نهایی توسعه تبدیل‌های زمان-فرکانس مختلف رسیدن به نمایش زمان-فرکانس ایده‌آل است.

۱-۴-۲ تبدیل فوریه زمان کوتاه

تبدیل فوریه زمان کوتاه سیگنال $s(t) \in L^2(\mathbb{R})$ تبدیلی خطی است که با استفاده از تابع پنجره حقیقی و زوج $w(t) \in L^2(\mathbb{R})$ (به ازای $t \in [-\Delta t, \Delta t]$ مقدار $w(t) \neq 0$) به صورت رابطه (۳۴-۲) تعریف می‌شود [۲۰ و ۳۹]:

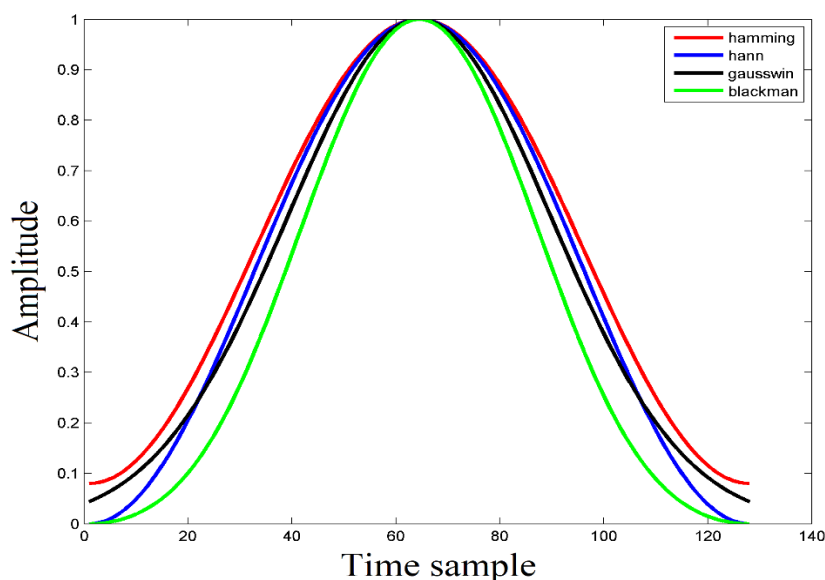
$$\begin{aligned} STFT_s^w(t, \omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) w(\tau - t) e^{-j\omega(\tau - t)} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\sum_{m=1}^n A_m(t) e^{j[\phi_m(t) + \phi'_m(t)(\tau - t)]} \right] w(\tau - t) e^{-j\omega(\tau - t)} d\tau \\ &= \sum_{m=1}^n A_m(t) e^{j\phi_m(t)} \int_{-\infty}^{+\infty} w(\tau - t) e^{j\phi'_m(t)(\tau - t) - j\omega(\tau - t)} d(\tau - t) \quad (34-2) \\ &= \sum_{m=1}^n A_m(t) e^{j\phi_m(t)} \hat{w}(\omega - \phi'_m(t)) \end{aligned}$$

که $\hat{w}(\omega)$ تبدیل فوریه پنجره است و که به ازای $\omega \in [-\Delta_\omega, \Delta_\omega]$ مقدار $\hat{w}(\omega) \neq 0$ است. با مقایسه رابطه (۳۳-۲) و رابطه (۳۴-۲) و تفاوت بازه پشتیبانی تابع $\delta(\omega)$ و $\hat{w}(\omega)$ (بازه‌ای از ω که در آن بازه مقدار تابع غیرصفر است) می‌توان دید که نمایش زمان-فرکانس حاصل از تبدیل STFT به دلیل گستردگی بازه پشتیبانی $\hat{w}(\omega)$ از حالت ایده‌آل دور است.

اگر تابع پنجره‌ی انتخاب شده گوسی باشد این رابطه بعنوان تبدیل گابور خوانده می‌شود، چون گابور تبدیل فوریه زمان کوتاه را با استفاده از پنجره‌ی گوسی معرفی کرد. ولی اگر تابع مربعی به عنوان پنجره‌ی تحلیلی انتخاب شده باشد، قسمتی از سیگنال را که در نزدیکی t قرار دارد بدون کوچکترین تغییری جدا می‌کند و سیگنال را در زمان‌های دیگر تضعیف کرده و در عین حال باعث بوجود آمدن پدیده‌ی گیسیس در طیف فرکانسی سیگنال می‌گردد که می‌توان نوشت [۳۳]:

$$s_t(\tau) \approx \begin{cases} s_t(\tau) & \text{for } \tau \text{ near } t \\ 0 & \text{for } \tau \text{ far way from } t \end{cases} \quad (۳۵-۲)$$

پدیده‌ی گیسیس به رفتار نوسانی پاسخ فرکانسی یک سیگنال تعدیل شده بستگی دارد. قدرت و ضعف پدیده‌ی گیسیس به نوع پنجره‌ی تحلیلی استفاده شده برای کوتاه کردن سیگنال وابسته است. برای کاهش این پدیده می‌توان از پنجره‌هایی که در کناره‌ها از دامنه‌ی کمتری برخوردار هستند، همانند توابع گوسی، هنینگ، بلکمن و همینگ استفاده کرد. این توابع نیز در شکل ۴-۲ در ۱۲۸ نمونه زمانی نشان داده شده اند [۳۳].



شکل ۴-۲: شکل توابع چهار پنجره‌ی همینگ، هنینگ، گوسین و بلکمن.

معکوس تبدیل فوریه زمان کوتاه به صورت رابطه (۳۶-۲) به دست می‌آید [۲۰].

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} STFT_s^w(t, \omega) d\omega &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) w(\tau - t) e^{-j\omega(\tau - t)} d\tau d\omega \\ &= 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) w(\tau - t) \delta(\tau - t) d\tau = 2\pi w(0) s(t)\end{aligned}\quad (۳۶-۲)$$

$$\Rightarrow s(t) = \frac{1}{2\pi w(0)} \int_{-\infty}^{+\infty} STFT_s^w(t, \omega) d\omega$$

اگر مولفه‌های سیگنال (۳۰-۲)، به خوبی در صفحه زمان - فرکانس قابل تفکیک باشند و هر کدام بخش متمایزی از صفحه زمان - فرکانس را اشغال کرده باشند، به راحتی می‌توان هر مولفه را بر اساس رابطه (۳۶-۲)، به صورت رابطه (۳۷-۲) با انتگرال‌گیری روی ضرایب نمایش زمان - فرکانس حول فرکانس لحظه‌ای آن مولفه به دست آورد.

$$s_m(t) = \frac{1}{2\pi w(0)} \int_{|\omega - \phi'_m(t)| \leq \Delta_\omega} STFT_s^w(t, \omega) d\omega. \quad (۳۷-۲)$$

در بعضی از مواقع ممکن است هدف بررسی ویژگی‌های زمانی یک فرکانس خاص باشد که در این حالت طیف سیگنال، $S(\omega)$ ، را توسط تابع پنجره‌ی فرکانسی، $H(\omega)$ ، پنجره کرده و بعد تبدیل زمانی یا همان تبدیل معکوس فوریه گرفته می‌شود. در این حالت تبدیل فوریه فرکانس کوتاه که توسط رابطه‌ی (۳۸-۲) داده شده معرفی می‌شود [۳۳]:

$$s_\omega(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega' t} S(\omega') H(\omega - \omega') d\omega' \quad (۳۸-۲)$$

که در آن تابع پنجره‌ی فرکانسی، $H(\omega)$ ، توسط رابطه‌ی (۳۹-۲) با تابع پنجره‌ی زمانی $w(t)$ به هم مرتبط می‌شوند:

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} w(t) dt \quad (۳۹-۲)$$

بنابراین:

$$S_t(\omega) = e^{-i\omega t} s_\omega(t) \quad (۴۰-۲)$$

تبدیل فوریه زمان کوتاه همانند تبدیل فوریه فرکانس کوتاه می‌باشد، بجز فاکتور فاز $e^{-i\omega t}$. از آنجایی که توزیع، مربع قدرمطلق می‌باشد، فاکتور $e^{-i\omega t}$ وارد آن نمی‌شود که در اینصورت هم برای تبدیل فوریه زمان کوتاه و هم برای تبدیل فوریه فرکانس کوتاه از یک تعریف مشترک برای توزیع مطابق رابطه‌ی (۴۱-۲) استفاده می‌شود.

$$P(t, \omega) = |S_t(\omega)|^2 = |s_\omega(t)|^2 \quad (۴۱-۲)$$

این نشان می‌دهد که می‌توان از طیف سنجی برای مطالعه رفتار ویژگی‌های زمان در یک فرکانس خاص استفاده کرد. اگر از تابع دلتای دیراک به جای $s(t)$ استفاده شود قدرت تفکیک زمانی STFT بدست می‌آید [۳۴]:

$$s(t) = \delta(t - t_0) \xrightarrow{FT} S(\omega) = e^{-i\omega t_0} w(t - t_0) \quad (۴۲-۲)$$

این رابطه نشان می‌دهد که قدرت تفکیک زمانی تبدیل فوریه زمان کوتاه وابسته به طول پنجره‌ی زمانی می‌باشد. همچنین می‌توان نشان داد که قدرت تفکیک فرکانسی وابسته به پهنای باند تابع پنجره می‌باشد.

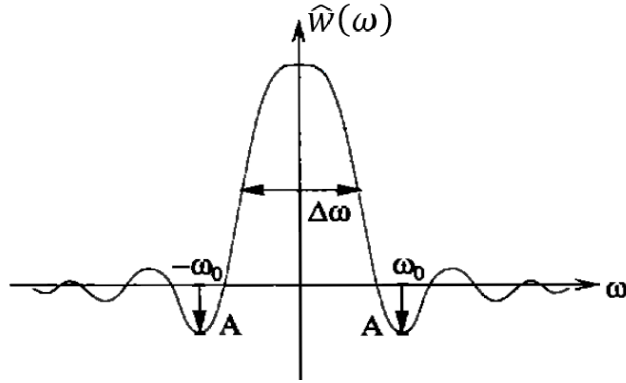
$$s(t) = e^{i\omega_0 t} \Rightarrow S(\omega) = e^{-i\omega_0 t} H(\omega - \omega_0) \quad (۴۳-۲)$$

بنابر موضوع گفته شده برای تبدیل فوریه زمان کوتاه، تعادلی بین قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی وجود دارد. یعنی برای بدست آوردن قدرت تفکیک خوب زمانی، پنجره‌ی زمانی کوتاه و برای بدست آوردن قدرت تفکیک فرکانسی مناسب پنجره‌ی زمانی بلند نیاز می‌باشد. اما حالت ایده‌آل، داشتن همزمان قدرت تفکیک خوب زمانی و فرکانسی می‌باشد که این موضوع به دلیل اصل عدم قطعیت غیرممکن می‌باشد [۳۴].

از عوامل دیگر در کنترل قدرت تفکیک در نمایش زمان-فرکانس، تابع $w(t)$ موجود در فرمول (۳۴-۲) می باشد. قدرت تفکیک در تبدیل فوریه زمان کوتاه در جهت محورهای زمان و فرکانس وابسته به گسترش تابع پنجره در جهت محورها می باشد. یعنی با استفاده از مقیاس^۱ کردن تابع پنجره می توان قدرت تفکیک در حوزه ی زمان-فرکانس را تغییر داد. چنانچه تابع پنجره با پارامتر S مقیاس شود، $w_s(t) = S^{-\frac{1}{2}}w(t/S)$ ، در اینصورت ابعاد جعبه ی هایزنبرگ بصورت $S\Delta t$ و $\Delta\omega/S$ تغییر می کند. همانطور که مشاهده می کنید مساحت جعبه ی هایزنبرگ طبق رابطه ی (۲۲-۲) تغییر نمی کند، اما در راستای محور زمان به اندازه ی S اتساع پیدا می کند و در راستای محور فرکانس نیز به اندازه ی $1/S$ فشرده می شود. لذا انتخاب مقدار مناسب و بهینه برای پارامتر مقیاس یک مساله سبک و سنگین کردن میان قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی می باشد. در محاسبات عددی مربوط به تبدیل فوریه زمان کوتاه $w(t)$ باید در زمان محدود باشد که این امر باعث می شود تا تابع $\hat{w}(t)$ در حوزه ی فرکانس به صورت متقارن حول فرکانس صفر به صورت نوسانی تا دامنه صفر متداوم باشد. این موضوع در شکل (۵-۲) نشان داده شده است. در انتخاب تابع $w(t)$ سه پارامتر موثر در کنترل قدرت تفکیک در راستای فرکانسی موثر می باشند که عبارت هستند از [۹]:

۱- پهنای باند مجذور مربعات $(\Delta\omega)$ که توسط رابطه ی (۴۴-۲) تعریف می شود. کوچک بودن این پهنای باند باعث افزایش قدرت تفکیک فرکانسی می شود.

$$\frac{\hat{w}(\Delta\omega/2)}{\hat{w}(0)} = \frac{1}{2} \quad (۴۴-۲)$$



شکل ۲-۵: گسترش انرژی $\hat{W}$ که با پهنای باند $\Delta\omega$ و بیشینه لب‌های کناری در فرکانس $\omega = \pm\omega_0$ اندازه‌گیری می‌شود [۹].

۲- بیشینه دامنه (A) مربوط به اولین لب‌های کناری که در فرکانس $\omega = \pm\omega_0$ قرار گرفته است.

مقدار این پارامتر بصورت دسی‌بل با رابطه‌ی (۲-۴۵) تعریف می‌شود. این دامنه سبب ایجاد دامنه‌های

محدود $[-\omega_0, \omega_0]$ حول مرکز $w(t)$ می‌شود.

$$A = 10 \log_{10} \left(\frac{|\hat{W}(\omega_0)|^2}{|\hat{W}(0)|^2} \right) \quad (۲-۴۵)$$

۳- توان‌نمایی p که باعث افت جانبی طیف دامنه تابع $\hat{W}(\omega)$ در فرکانس‌های بالا می‌گردد که با رابطه‌ی

(۲-۴۶) تعریف می‌شود. مقدار مناسب p از تداخل انرژی فرکانس‌های مختلف جلوگیری می‌کند.

$$|\hat{W}(\omega)| = O(\omega^{-p-1}) \quad (۲-۴۶)$$

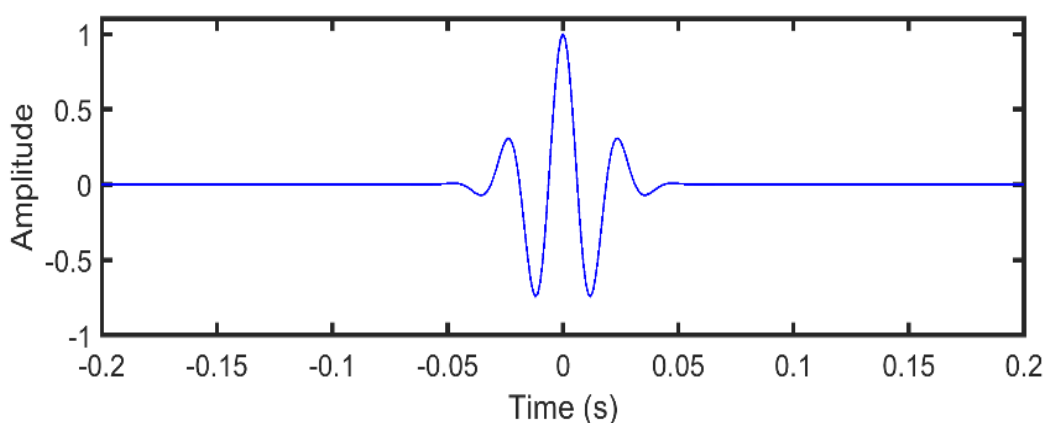
که در آن تابع $f(t) = O(g(t))$ به این معنی است که می‌توان مقداری برای k پیدا کرد که $f(t) \leq kg(t)$

باشد. در جدول ۲-۱ مشخصات تعدادی از توابع $\hat{W}(\omega)$ آورده شده است.

جدول ۱-۲: اسامی و پارامترهای توابع پنجره [۳۳].

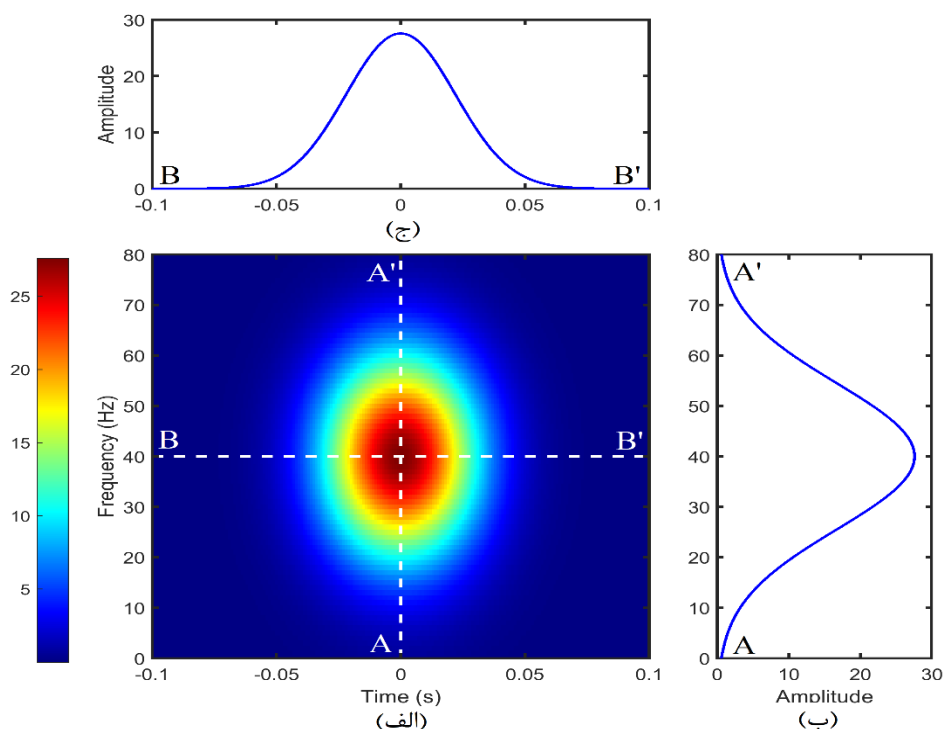
Name	$h(t)$	$\Delta\omega$	A	p
Rectangle	1	0.89	-13db	0
Hamming	$0.54 + 0.46\cos(2\pi t)$	1.36	-43db	0
Gaussian	$\exp(-18t^2)$	1.55	-55db	0
Hanning	$\cos^2(2\pi t)$	1.44	-32db	2
Blackman	$0.42 + 0.5 \cos(2\pi t) + 0.08 \cos(4\pi t)$	1.68	-58db	2

در ادامه، یک موجک مورلت^۱ تک مولفه‌ای با فرکانس ۴۰ Hz مطابق شکل ۲-۶ با رابطه $\exp(-2000t^2) \cos(2\pi 40t)$ در نظر گرفته شده است. موجک ایجاد شده دارای ۱۰۰۱ نمونه زمانی می‌باشد. نمایش زمان-فرکانس حاصل از تبدیل فوریه زمان کوتاه برای موجک مورلت با فرکانس ۴۰ Hz با استفاده از پنجره‌ای به طول ۱۲۱ نمونه زمانی به صورت شکل ۲-۷ (الف) می‌باشد. در شکل ۲-۷ (ب) و (ج) به ترتیب برش نمایش زمان-فرکانس در زمان صفر و در فرکانس ۴۰ هرتز نشان داده شده است.



شکل ۲-۶: موجک مورلت با فرکانس ۴۰ Hz.

همانطور که مشاهده می‌شود، به دلیل گستردگی بازه پشتیبانی پنجره چه در راستای زمان و چه در راستای فرکانس، تمرکز دامنه‌ی نمایش زمان - فرکانس حول فرکانس لحظه‌ای سیگنال در راستای فرکانس و حول تاخیر گروهی سیگنال در راستای زمان دارای پخش‌شدگی است. به عبارت دیگر، قدرت تفکیک در راستای زمان و فرکانس کاهش می‌یابد. قدرت تفکیک نمایش زمان - فرکانس در تبدیل STFT در راستای زمان و فرکانس توسط اصل عدم قطعیت هایزنبرگ کنترل می‌شود. طبق اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، قدرت تفکیک بالای زمانی نیازمند پنجره‌ی زمانی کوتاه و قدرت تفکیک فرکانسی بالا، نیازمند یک پنجره‌ی زمانی بلند می‌باشد که این محدودیت باعث عدم تمرکز انرژی در صفحه‌ی زمان - فرکانس می‌گردد. اما حالت ایده‌آل داشتن قدرت تفکیک بالای همزمان در هر دو حوزه‌ی زمان و فرکانس می‌باشد [۴۱].



شکل ۲-۷: نمایش STFT موجک مورلت و برش در (ب) زمان صفر و (ج) فرکانس ۴۰ Hz.

۲-۴-۲ تبدیل بازچینی RM

با توجه به رابطه (۲-۳۴)، بر خلاف دامنه لحظه‌ای، فاز لحظه‌ای نمایش زمان - فرکانس با فاز لحظه‌ای سیگنال اصلی یکسان است و می‌تواند جهت بهبود قدرت تفکیک نمایش دامنه زمان - فرکانس مورد استفاده قرار بگیرد. یکی از روش‌های مورد استفاده برای افزایش قدرت تفکیک نمایش زمان - فرکانس، بازگرداندن دامنه‌های پخش‌شده در اثر پنجره به موقعیت فرکانس لحظه‌ای و تاخیر گروهی است که به آن‌ها روش‌های بازچینی (RM) می‌گویند [۳۴]. این روش‌ها یک فرایند پس‌پردازشی، جهت بهبود خوانایی نمایش دامنه زمان - فرکانس به کار می‌گیرند. بازچینی دامنه‌های پخش‌شده در راستای فرکانس مطابق رابطه (۲-۴۷) با استفاده از مشتق زمانی از فاز لحظه‌ای و در راستای زمان مطابق رابطه (۲-۴۸) با استفاده از مشتق فرکانسی از فاز لحظه‌ای به دست می‌آید [۴۲].

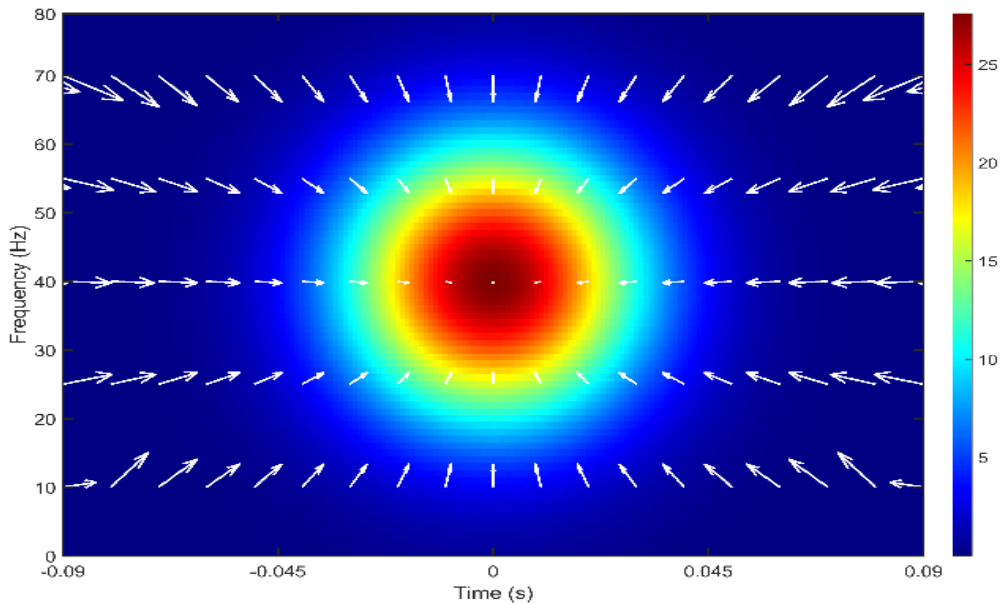
$$\hat{\omega}(t, \omega) = \frac{\partial}{\partial t} \theta(t, \omega) = \frac{\partial}{\partial t} \Im \{ \ln(STFT_s^w(t, \omega)) \} = \Im \left\{ \frac{\frac{\partial}{\partial t} STFT_s^w(t, \omega)}{STFT_s^w(t, \omega)} \right\} \quad (۲-۴۷)$$

$$\begin{aligned} &= \Im \left\{ \frac{\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) w(\tau - t) e^{-j\omega(\tau - t)} d\tau \right\}}{STFT_s^w(t, \omega)} \right\} \\ &= \Im \left\{ \frac{j\omega \left(\int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) w(\tau - t) e^{-j\omega(\tau - t)} d\tau \right) + \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) \frac{\partial}{\partial t} \{ w(\tau - t) \} e^{-j\omega(\tau - t)} d\tau}{STFT_s^w(t, \omega)} \right\} \\ &= \Im \left\{ \frac{j\omega STFT_s^w(t, \omega) - STFT_s^{dw}(t, \omega)}{STFT_s^w(t, \omega)} \right\} = \omega - \Im \left\{ \frac{STFT_s^{dw}(t, \omega)}{STFT_s^w(t, \omega)} \right\} \end{aligned}$$

$$\hat{t}(t, \omega) = \frac{\partial}{\partial \omega} \theta(t, \omega) = \frac{\partial}{\partial \omega} \Im \{ \ln(STFT_s^w(t, \omega)) \} = \quad (۲-۴۸)$$

$$\begin{aligned} \Im \left\{ \frac{\frac{\partial}{\partial \omega} STFT_s^w(t, \omega)}{STFT_s^w(t, \omega)} \right\} &= \Im \left\{ \frac{\frac{\partial}{\partial \omega} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) w(\tau - t) e^{-j\omega(\tau - t)} d\tau \right\}}{STFT_s^w(t, \omega)} \right\} = \\ &= \Im \left\{ \frac{j t \left(\int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) w(\tau - t) e^{-j\omega(\tau - t)} d\tau \right) - j \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) w(\tau - t) \tau e^{-j\omega(\tau - t)} d\tau}{STFT_s^w(t, \omega)} \right\} \\ &= \Im \left\{ \frac{j t STFT_s^w(t, \omega) - j STFT_s^{tw}(t, \omega)}{STFT_s^w(t, \omega)} \right\} = t + \Re \left\{ \frac{STFT_s^{tw}(t, \omega)}{STFT_s^w(t, \omega)} \right\} \end{aligned}$$

که $\hat{t}(t, \omega)$ و $\hat{\omega}(t, \omega)$ به ترتیب عملگرهای بازچینی در راستای فرکانس و زمان هستند. $STFT_s^{dw}(t, \omega)$ و $STFT_s^{tw}(t, \omega)$ به ترتیب تبدیل فوریه زمان کوتاه با استفاده از پنجره‌های $\frac{\partial}{\partial t} w(t)$ و $t \times w(t)$ می‌باشد [۲۰]. شکل ۲-۸ میزان جابجایی نسبی تعدادی از نمونه‌های نمایش دامنه زمان - فرکانس تبدیل فوریه زمان کوتاه در بازچینی را در هر دو راستای زمانی و فرکانسی با استفاده از پیکان‌های سفید برای مثال شکل ۲-۶ نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود نمونه‌هایی که در هر دو راستای زمانی و فرکانسی دورتر از فرکانس ۴۰ هرتز و زمان صفر ثانیه هستند، نسبت به نمونه‌های نزدیک‌تر جابجایی بیشتری دارند.



شکل ۲-۸: بازچینی ضرایب در راستای زمان و فرکانس توسط RM.

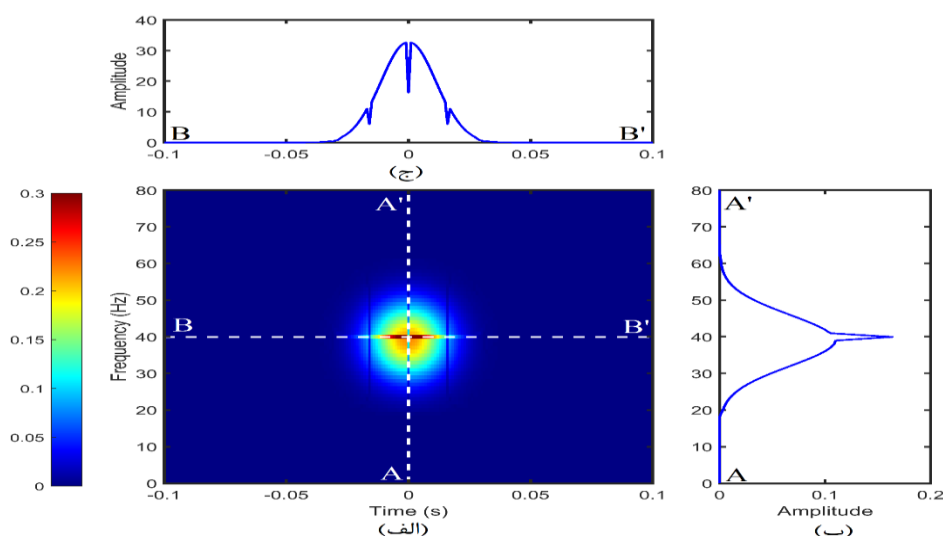
با توجه به روابط (۴۷-۲) و (۴۸-۲)، رابطه (۴۹-۲) برای روش بازچینی تعریف می‌شود که اطلاعات

$|STFT_s^w(t, \omega)|$ را از مختصات (t, ω) به مختصات $(\hat{t}(t, \omega), \hat{\omega}(t, \omega))$ منتقل می‌کند.

$$RM(\eta, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |STFT_s^w(t, \omega)| \delta(\eta - \hat{t}(t, \omega)) \delta(\nu - \hat{\omega}(t, \omega)) dt d\omega \quad (۴۹-۲)$$

در این روش، بازچینی در دو راستای زمان و فرکانس صورت می‌گیرد و لذا قدرت تفکیک هم در راستای زمانی و هم در راستای فرکانسی افزایش می‌یابد. اما از آنجایی که دامنه تبدیل فوریه زمان کوتاه، مطابق معادله (۴۹-۲) برای محاسبه استفاده شده است، اطلاعات فازی در بازچینی در نظر گرفته نشده است به همین دلیل روش RM بازگشت‌پذیر نمی‌باشد و نمی‌توان از تبدیل بازچینی RM، سیگنال در حوزه زمان را بازیابی کرد [۲۰].

نتیجه حاصل از روش بازچینی به صورت شکل ۹-۲ بدست می‌آید. همانطور که در شکل ۹-۲(الف) مشاهده می‌شود، بازچینی به خوبی در هر دو راستای زمانی و فرکانسی صورت گرفته است که یک نمایش زمان-فرکانس با قدرت تفکیک بالا را در اختیار می‌گذارد. شکل ۹-۲(ب) میزان فشرده‌سازی فرکانسی را در زمان صفر منطبق بر AA' در مقایسه با شکل ۷-۲(ب) نشان می‌دهد. شکل ۹-۲(ج) نیز میزان فشرده‌سازی زمانی را در فرکانس ۴۰ هرتز بر BB' در مقایسه با شکل ۷-۲(ج) نشان می‌دهد.



شکل ۹-۲: الف) نمایش RM موجک مورلت و برش در ب) زمان صفر و ج) فرکانس ۴۰ Hz.

۳-۴-۲ تبدیل SST

از آنجایی که الگوریتم بازچینی RM قابلیت بازسازی^۱ سیگنال را نداشت، تبدیل SST که بر مبنای فاز بود توسط دابیشز و مائس [۱۹] معرفی شد. الگوریتم این دو روش تا حدودی شبیه به هم است که با این حال دو تفاوت عمده دارند: ۱- در تبدیل SST فرآیند بازچینی فقط در راستای فرکانس صورت می‌پذیرد $((t, \omega) \rightarrow (t, \hat{\omega}(t, \omega)))$ ؛ اما در RM بازچینی در هر دو راستای زمان و فرکانس انجام می‌شود $((t, \omega) \rightarrow (\hat{t}(t, \omega), \hat{\omega}(t, \omega)))$. ۲- بازیابی سیگنال در تبدیل RM امکان‌پذیر نمی‌باشد؛ ولی SST این قابلیت را دارا می‌باشد [۴۳]. در تبدیل SST با صرف نظر کردن از پخش‌شدگی^۲ دامنه حول تاخیر گروهی^۳ در راستای زمان، بازچینی در راستای فرکانس جهت انتقال ضرایب نمایش زمان-فرکانس حول فرکانس لحظه‌ای مطابق رابطه (۵۰-۲) انجام می‌شود.

$$SST(t, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} STFT_s^w(t, \omega) \delta(\nu - \omega_0(t, \omega)) d\omega \quad (50-2)$$

که $\omega_0(t, \omega)$ فرکانس لحظه‌ای است و معادل $\hat{\omega}(t, \omega)$ می‌باشد که به صورت رابطه (۵۱-۲) به دست می‌آید [۲۰].

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} STFT_s^w(t, \omega) &= \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \sum_{m=1}^n A_m(t) e^{j\phi_m(t)} \hat{w}(\omega - \phi'_m(t)) \right\} \\ &= j\phi'_m(t) \left[\sum_{m=1}^n A_m(t) e^{j\phi_m(t)} \hat{w}(\omega - \phi'_m(t)) \right] \\ &= j\phi'_m(t) STFT_s^w(t, \omega) \end{aligned} \quad (51-2)$$

¹Reconstruct

²Smeared

به ازای هر (t, ω) که $STFT_s^w(t, \omega) \neq 0$ باشد، می‌توان فرکانس لحظه‌ای را به صورت رابطه (۵۲-۲) تخمین زد:

$$\begin{aligned}\phi'_m(t) = \omega_0(t, \omega) &= \frac{\frac{\partial}{\partial t} STFT_s^w(t, \omega)}{j STFT_s^w(t, \omega)} \\ &= \frac{j\omega STFT_s^w(t, \omega) - STFT_s^{dw}(t, \omega)}{j STFT_s^w(t, \omega)} \quad (52-2) \\ &= \omega + \Im \left\{ \frac{STFT_s^{dw}(t, \omega)}{STFT_s^w(t, \omega)} \right\}\end{aligned}$$

در عمل بخش حقیقی^۱ $\omega_0(t, \omega)$ در محاسبات استفاده می‌شود. بنابراین فرکانس لحظه‌ای به صورت رابطه (۲-۲) بازنویسی می‌شود.

$$\omega_0(t, \omega) = \omega - \Im \left\{ \frac{STFT_s^{dw}(t, \omega)}{STFT_s^w(t, \omega)} \right\} \quad (53-2)$$

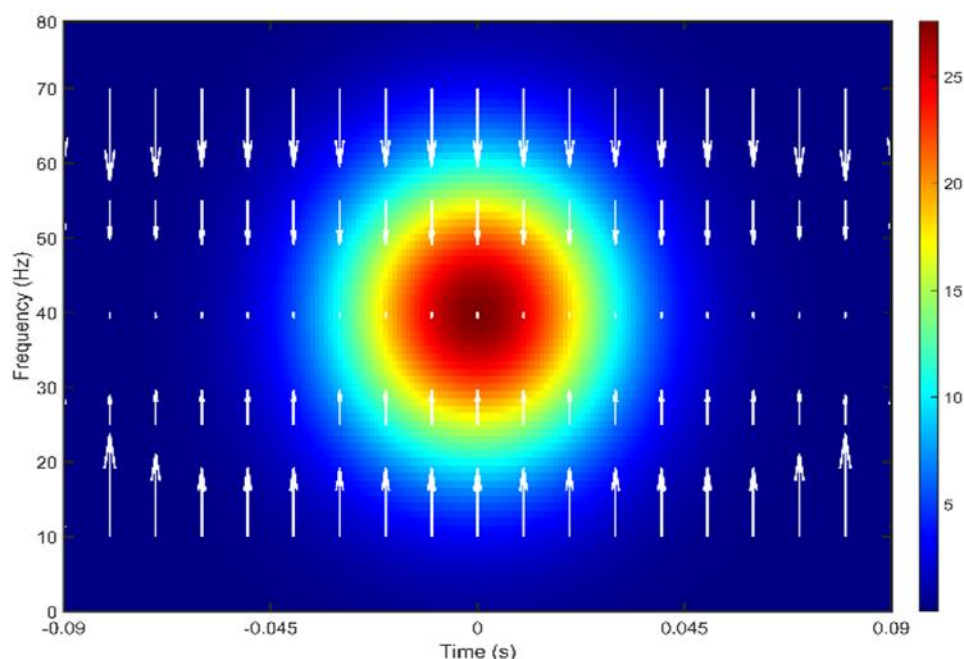
مشابه رابطه (۲-۳۷)، مولفه‌های سیگنال (۲-۳۰) را می‌توان به صورت رابطه (۲-۵۴) به دست آورد.

$$s_m(t) = \frac{1}{2\pi w(0)} \int_{|\omega - \phi'_m(t)| \leq ds} SST(t, \omega) d\omega \quad (54-2)$$

که ds پهنای باند بازسازی تبدیل SST است [۲۰].

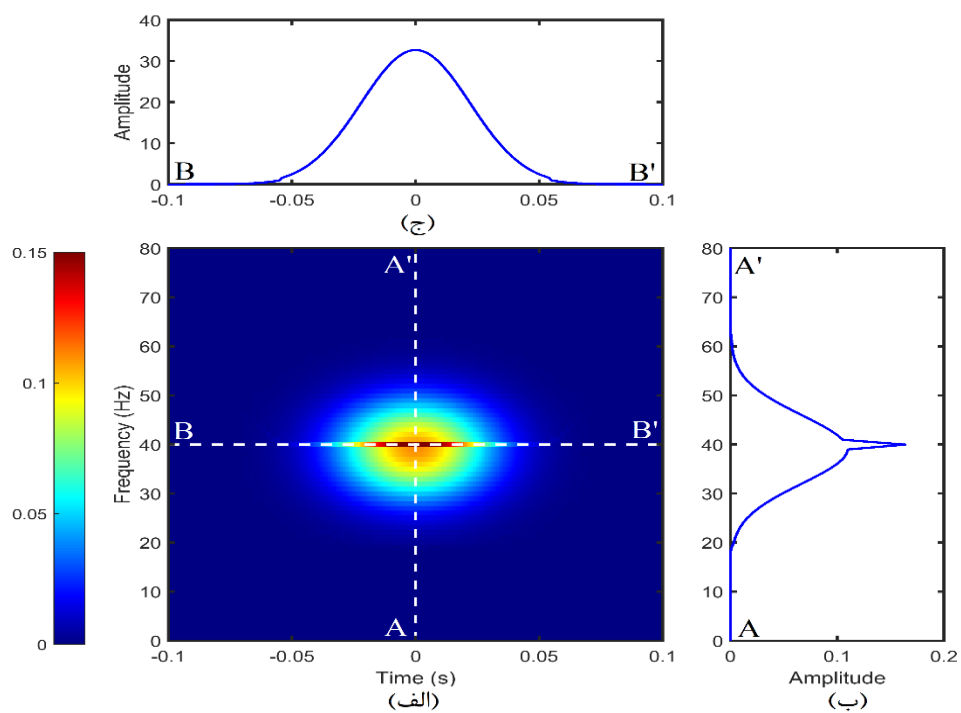
شکل ۲-۱۰ میزان جابجایی نسبی تعدادی از نمونه‌های نمایش زمان-فرکانس تبدیل فوریه زمان کوتاه در بازچینی را در مسیر فرکانسی با استفاده از پیکان‌های سفید برای مثال شکل ۲-۶ نشان می‌دهد.

¹Real part

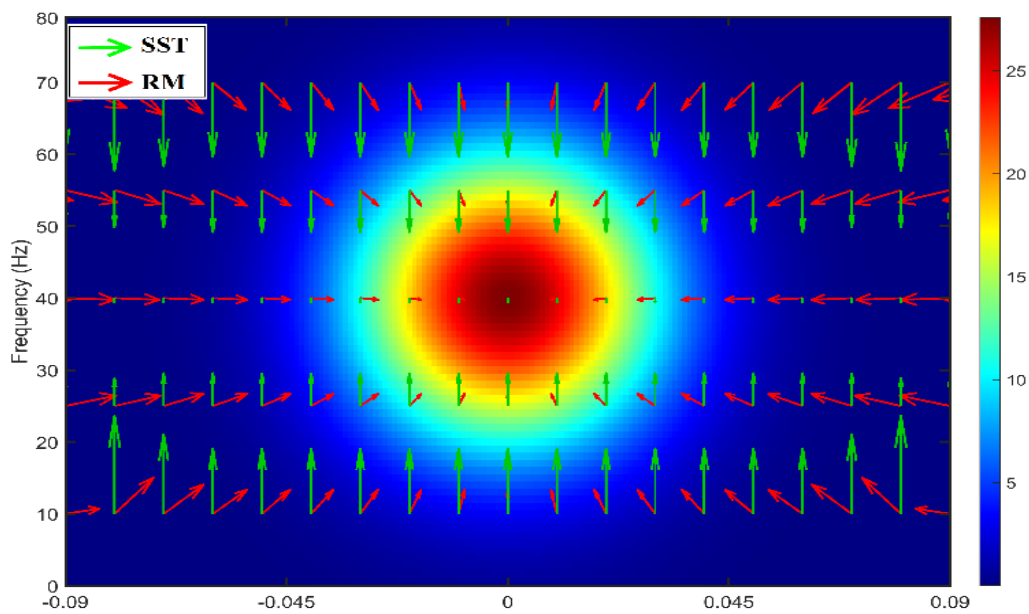


شکل ۲-۱۰: بازچینی ضرایب در راستای فرکانس توسط SST.

همانطور که مشاهده می‌شود نمونه‌هایی که در راستای فرکانسی دورتر از فرکانس ۴۰ هرتز هستند، نسبت به نمونه‌های نزدیک‌تر جابجایی بیشتری در راستای فرکانس دارند. نتیجه حاصل از تبدیل SST بر روی موجک مورلت در شکل ۲-۱۱ (الف) نشان داده شده است. شکل ۲-۱۱ (ب) میزان فشرده‌سازی فرکانسی را در برش زمانی صفر منطبق بر AA' نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشخص است بازچینی SST در راستای فرکانس برای این زمان نیز همانند بازچینش توسط RM صورت گرفته است. شکل ۲-۱۱ (ج) برش در فرکانس ۴۰ هرتز منطبق بر خط AA' را نشان می‌دهد و همانطور که مشخص است هیچ بازچینی‌ای در مقایسه با نمایش زمان-فرکانس تبدیل STFT در راستای زمان انجام نشده است.



شکل ۲-۱: الف) نمایش SST موجک مورلت و برش در ب) زمان صفر و ج) فرکانس ۴۰ Hz.



شکل ۲-۲: مقایسه بین بازچینی ضرایب در راستای فرکانس برای روش SST و در هر دو راستای زمان و فرکانس برای روش

.RM

در شکل ۲-۱۲ تفاوت جابجایی نسبی ضرایب نمایش زمان - فرکانس تبدیل فوریه زمان کوتاه در دو روش RM و SST نمایش داده شده است. همانطور که مشخص است، روش SST (بردارهای سبز) فقط در راستای فرکانس و روش RM (بردارهای قرمز) در هر دو راستای زمانی و فرکانسی بازچینی را انجام داده‌اند.

۲-۴-۴ تبدیل LMSST

همانطور که بیان شد روش‌های RM و SST به عنوان دو روش پس‌پردازشی جهت بهبود خوانایی نمایش زمان - فرکانس تبدیل STFT اعمال گردید. واضح است که قدرت تفکیک تبدیل RM به دلیل بازچینی در دو راستای زمانی و فرکانسی از قدرت تفکیک تبدیل SST با بازچینی در راستای فرکانس بیشتر است. با این وجود، شرط برگشت‌پذیری، محدودیت بازچینی فقط در راستای فرکانس را اعمال می‌کند. در حالت ایده‌آل، تمامی ضرایب پخش‌شده در صفحه زمان - فرکانس باید روی فرکانس لحظه‌ای در راستای فرکانس بازچینی شوند تا بتوان نمایش زمان - فرکانس ایده‌آل با قابلیت برگشت‌پذیری را به دست آورد. یو و همکاران [۲۰] روش جدیدی به نام پیشینه‌ی محلی تبدیل فشرده‌شده‌ی همزمان (LMSST) را معرفی کردند. با توجه به اینکه، $|STFT_s^w(t, \omega)|$ به صورت انرژی‌های پخش‌شده حول فرکانس لحظه‌ای است و با فرض اینکه دو مولفه دلخواه سیگنال به اندازه‌ی کافی از یکدیگر جدایش فرکانسی داشته باشند یا برای $t \in \mathbb{R}$ و $m \in \{1, \dots, n-1\}$ عبارت $\phi'_{m+1}(t) - \phi'_m(t) > 4\Delta\omega$ برقرار باشد، می‌توان عملگر بازچینی فرکانسی به صورت رابطه (۲-۵۵) تعریف نمود [۲۰]:

$$\omega_l(t, \omega) = \quad (55-2)$$

$$\begin{cases} \underset{\omega}{argmax}(|STFT_s^w(t, \omega)|, \omega \in [\omega - \Delta\omega, \omega + \Delta\omega]) & \text{if } |STFT_s^w(t, \omega)| \neq 0 \\ 0 & \text{if } |STFT_s^w(t, \omega)| = 0 \end{cases}$$

در عملگر بازچینی رابطه (۵۵-۲)، ضرایب غیر صفر صفحه زمان - فرکانس به موقعیت فرکانسی که در آن $|STFT_s^w(t, \omega)|$ در بازه $\omega \in [\omega - \Delta\omega, \omega + \Delta\omega]$ بیشینه مقدار را دارد، منتقل می‌کند. از آنجاییکه $\hat{w}(\omega) \leq \hat{w}(0)$ است، رابطه (۵۵-۲) را می‌توان به صورت رابطه (۵۶-۲) بازنویسی نمود:

$$\omega_l(t, \omega) = \begin{cases} \phi'_m(t) & \text{if } \omega \in [\phi'_m(t) - \Delta\omega, \phi'_m(t) + \Delta\omega] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (56-2)$$

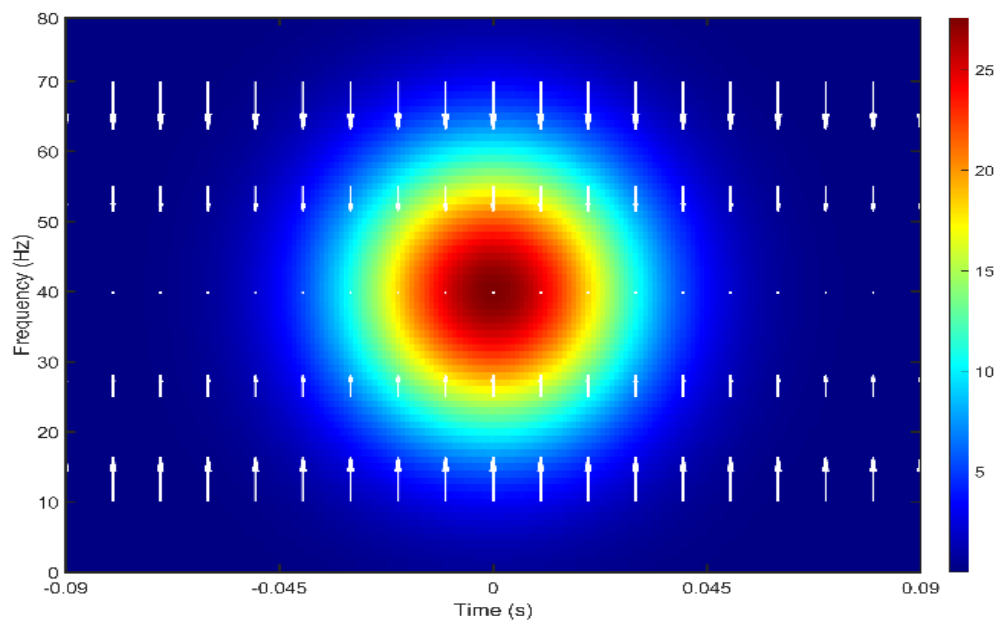
بنابراین نمایش زمان-فرکانس بیشینه‌ی محلی تبدیل فشرده‌شده‌ی همزمان به صورت رابطه (۵۷-۲) محاسبه می‌گردد [۲۰]:

$$LMSST(t, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} STFT_s^w(t, \omega) \delta(\nu - \omega_l(t, \omega)) d\omega \quad (57-2)$$

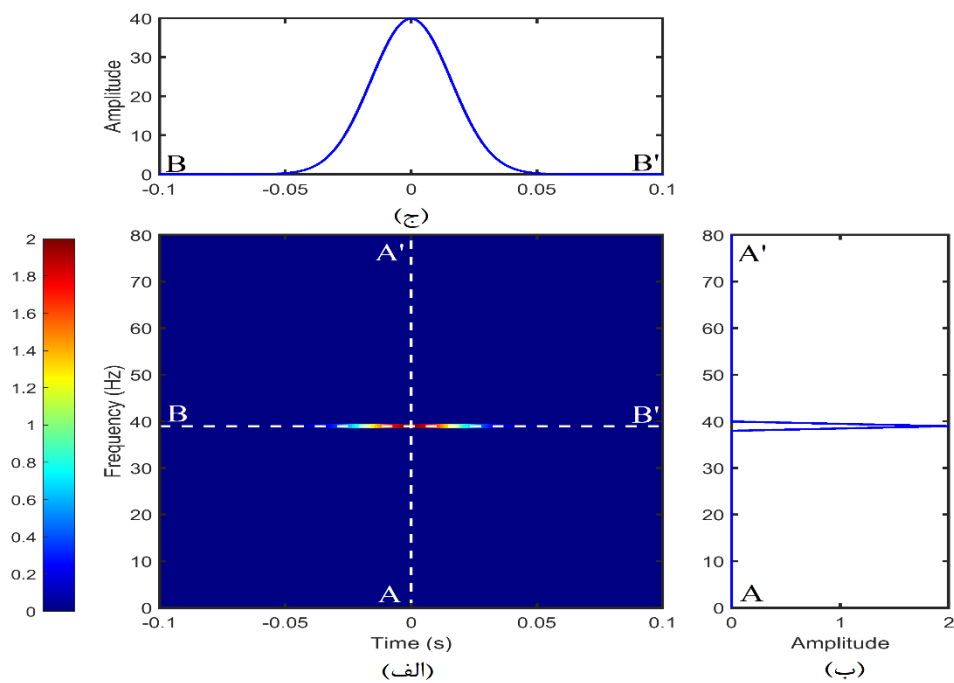
مشابه رابطه (۳۷-۲)، مولفه‌های سیگنال (۳۰-۲) را می‌توان به صورت رابطه (۵۸-۲) بازیابی کرد.

$$s_m(t) = \frac{1}{2\pi w(0)} LMSST(t, \phi'_m(t)) \quad (58-2)$$

شکل ۲-۱۳ میزان جابجایی نسبی تعدادی از نمونه‌های نمایش زمان - فرکانس تبدیل فوریه زمان کوتاه در بازچینی را در راستای فرکانسی با استفاده از پیکان‌های سفید برای مثال شکل ۲-۶ نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، نمونه‌هایی که در راستای فرکانسی دورتر از فرکانس ۴۰ هرتز هستند، نسبت به نمونه‌های نزدیک‌تر جابجایی بیشتری در راستای فرکانس دارند. نتیجه تبدیل LMSST بر روی موجک مورلت در شکل ۲-۱۴(الف) نشان داده شده است. شکل ۲-۱۴(ب) میزان فشرده‌سازی فرکانسی را در برش زمان صفر منطبق بر AA' نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشخص است، فشرده‌سازی LMSST در راستای فرکانس به مراتب از فشرده‌سازی در راستای فرکانس SST و RM بیشتر است. شکل ۳-۱۴(ج) برش در فرکانس ۴۰ هرتز منطبق بر خط BB' را نشان می‌دهد و همانطور که مشخص است هیچ بازچینی‌ای در مقایسه با نمایش زمان - فرکانس تبدیل STFT در راستای زمان انجام نشده است.



شکل ۲-۱۳ اعمال روش LMSST را بر روی STFT.



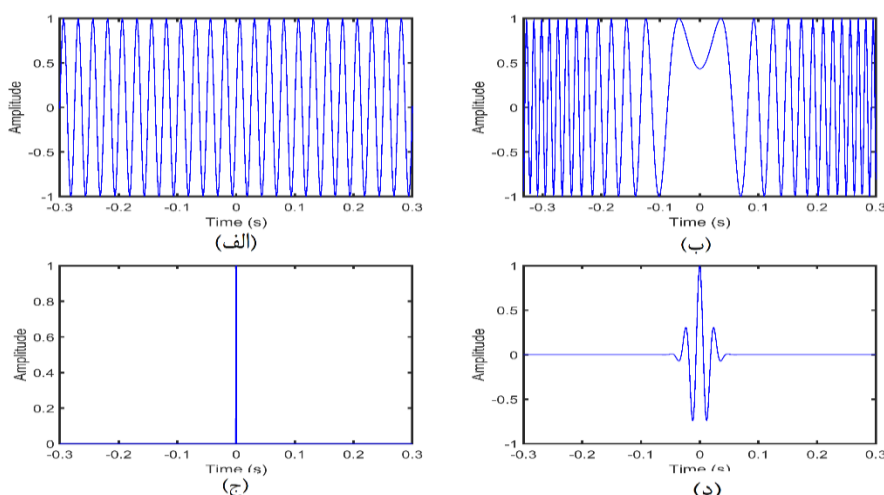
شکل ۲-۱۴: الف) فرآیند بازچینی را که راستای فرکانس و تک سمپل فشرده شده در ب) راستای فرکانس و ج) راستای زمان.

۵-۲ تاثیر طول پنجره بر روی فشرده‌سازی

طول پنجره تنها عامل تاثیرگذار بر روی میزان فشرده‌سازی تبدیل‌های معرفی شده در این بخش می‌باشد. در ادامه، تاثیر طول پنجره‌های مختلف به صورت کمی بر روی میزان فشرده‌سازی در چهار سیگنال مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای مقایسه کمی نتایج از پارامتر بی‌نظمی رنی از درجه α مطابق رابطه (۵۹-۲) استفاده می‌شود.

$$R = \frac{1}{1 - \alpha} \log_2 \left(\frac{\iint TFR(t, \omega)^\alpha dt d\omega}{\iint TFR(t, \omega) dt d\omega} \right) \quad (۵۹-۲)$$

هرچه این پارامتر کوچکتر باشد، نشان‌دهنده‌ی این است که ماتریس نمایش زمان - فرکانس مورد نظر تنک‌تر یا فشرده‌تر است. چهار سیگنال سینوسی تک فرکانس، چیرپ خطی، اسپایک و موجک مورلت با فرکانس ۴۰ هرتز برای بررسی اثر طول پنجره در نظر گرفته شدند که در شکل ۱۵-۲ داده شده‌اند. طول پنجره از $N/40$ تا $N/2$ (N طول سیگنال است) تغییر داده شد و برای هر پنجره‌ی مورد استفاده پس از بدست آوردن نمایش زمان - فرکانس مورد نظر، پارامتر بی‌نظمی رنی برای هر چهار روش و چهار سیگنال محاسبه شد که نتایج آن در شکل ۱۶-۲ مشاهده می‌شود.



شکل ۱۵-۲: (الف) سیگنال سینوسی تک فرکانس (ب) سیگنال چیرپ خطی (ج) سیگنال اسپایک (د) سیگنال مورلت.

با بررسی شکل ۲-۱۶ می‌توان موارد ذیل را به عنوان نتیجه بررسی تاثیر طول پنجره بر روی فشرده‌سازی تبدیل‌های مورد نظر بیان نمود:

۱- تبدیل LMSST در اغلب طول پنجره‌ها و در هر چهار سیگنال استفاده شده، تنک‌تر از سایر تبدیل‌های دیگر است (دارای مقادیر آنتروپی رنی^۱ کوچک‌تر) و نیز تبدیل STFT همیشه نسبت به روش‌های دیگر در هر چهار سیگنال دارای پراکندگی بیشتری می‌باشد. همچنین تبدیل LMSST در مقابل تغییرات طول پنجره پایدار بوده و تغییرات طول پنجره تاثیر چشمگیری بر روی میزان تنکی آن ندارد.

۲- در سیگنال‌های هارمونیک^۲، به دلیل پایا بودن، قدرت تفکیک فرکانسی حائز اهمیت است. یعنی، قدرت تفکیک فرکانسی تعیین‌کننده‌ی تمرکز انرژی می‌باشد. بنابراین، با افزایش طول پنجره همواره قدرت تفکیک در تبدیل STFT افزایش می‌یابد و پارامتر بی‌نظمی رنی کاهش می‌یابد. بر اساس تئوری سه تبدیل دیگر یعنی RM، SST و LMSST نمایش زمان - فرکانس سیگنال‌های هارمونیک بسیار نزدیک به نمایش زمان - فرکانس ایده‌آل است و طول پنجره تاثیر چندانی بر روی فشرده‌سازی ندارد.

۳- در سیگنال‌های چیرپ^۱ که از سیگنال‌های ناپایا هستند، هم قدرت تفکیک زمانی و هم قدرت تفکیک فرکانسی حائز اهمیت است. در تبدیل STFT طبق اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، فقط یک طول پنجره وجود دارد که می‌تواند قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی مناسبی را تولید کند و لذا نمودار مربوطه دارای یک کمینه کلی^۲ می‌باشد. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، از آنجاییکه تبدیل SST فشرده‌سازی را فقط در راستای فرکانس انجام می‌دهد؛ بنابراین، در طول پنجره‌های کوچک که قدرت تفکیک زمانی

¹Renyi entropy

²Harmonic signals

¹Chirp

²Global minimum

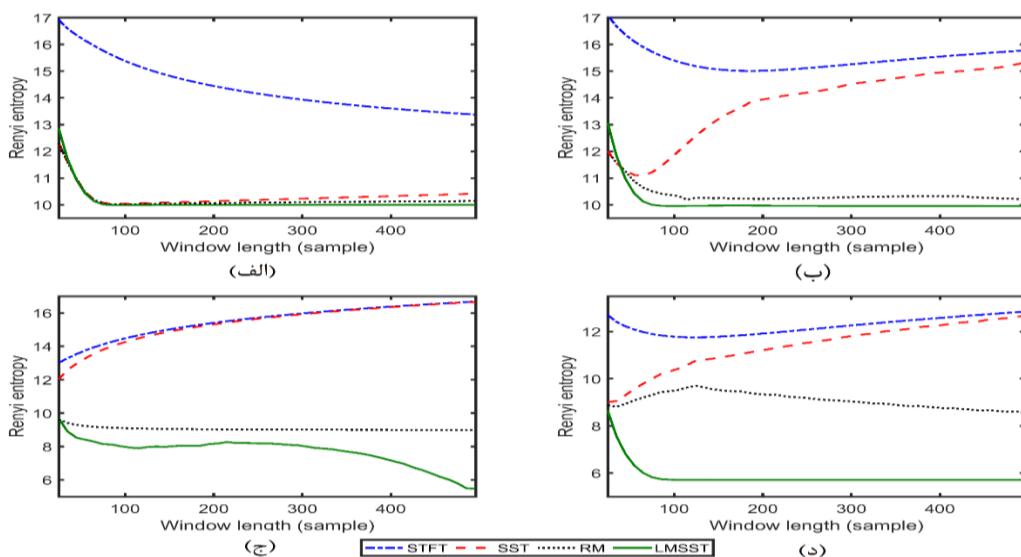
۴- بالا است، پارامتر رنی در پنجره‌های کوچک کمتر از پنجره‌های بزرگ می‌باشد. در تبدیل RM چون این تبدیل فشرده‌سازی را در هر دو راستای زمان و فرکانس انجام می‌دهد، پارامتر رنی در پنجره‌های کوچک که قدرت تفکیک زمانی بالا است ولی قدرت تفکیک فرکانسی پایین می‌باشد دارای مقدار زیادی است ولی با افزایش طول پنجره که قدرت تفکیک فرکانسی بهبود می‌یابد و قدرت تفکیک زمانی هم توسط بازچینی افزایش می‌یابد، به حد مطلوب می‌رسد و پارامتر رنی کاهش می‌یابد. در تبدیل LMSST هم همانطور که بیان شد در پنجره‌های کوچک به دلیل قدرت تفکیک فرکانسی ضعیف پارامتر رنی نیز کاهش یافته است ولی در یک طول پنجره‌ای به بعد قدرت تفکیک فرکانس هم افزایش یافته است و همانطور که مشاهده می‌شود مقدار پارامتر رنی آن ثابت باقی مانده است.

۵- در سیگنال‌های اسپایکی^۱ برخلاف سیگنال‌های تک‌فرکانس قدرت تفکیک فرکانسی دارای اهمیت نمی‌باشد؛ بلکه قدرت تفکیک زمانی است که حائز اهمیت می‌باشد. یعنی قدرت تفکیک زمانی تعیین کننده‌ی تمرکز انرژی می‌باشد که این تمرکز در پنجره‌های کوچک اتفاق می‌افتد که این موضوع در تبدیل‌های STFT و SST مشاهده می‌شود؛ یعنی در پنجره‌های کوچک پارامتر رنی کمتری تولید شده است. همچنین در SST بدلیل اینکه جابجایی در راستای فرکانس صورت می‌گیرد؛ قدرت تفکیک از دست رفته‌ی زمانی قابل بازیابی نمی‌باشد، بنابراین در طول پنجره‌های بلند پارامتر رنی آن افزایش می‌یابد. در تبدیل RM به دلیل اینکه این تبدیل فشرده‌سازی را هم در راستای زمان و هم در راستای فرکانس انجام می‌دهد، باعث تنک‌تر شدن نمایش زمان فرکانس می‌شود. یعنی می‌توان گفت که قدرت تفکیک آن به طول پنجره وابسته نمی‌باشد، بخاطر همین نمودار رنی آن بصورت یک خط راست درآمده است. در تبدیل LMSST هم با توجه به الگوریتم آن می‌توان گفت که جابجایی‌ها به سمت پیشینه‌های محلی می‌باشند

¹Spike

و چون در نمایش زمان – فرکانس اسپایک فقط یک بیشینه کلی وجود دارد؛ به همین دلیل افزایش طول پنجره می‌تواند، باعث تنگی بیشتر شود.

۶- پارامتر رنی در سیگنال مورلت مانند سیگنال چیرپ می‌باشد؛ یعنی هم قدرت تفکیک فرکانسی و هم قدرت تفکیک زمانی دارای اهمیت می‌باشند. همانطور که مشاهده شد، در تبدیل STFT و SST در طول پنجره‌های کوچک که قدرت تفکیک زمانی بالا است، پارامتر رنی در پنجره‌های کوچک کمتر از پنجره‌های بزرگ می‌باشد. در تبدیل RM فشرده‌سازی در هر دو راستای زمان و فرکانس انجام می‌شود، پس تغییر طول پنجره به خصوص در پنجره‌های بزرگ تاثیر چشمگیری ندارد. همانطور که مشاهده می‌شود، تغییرات رنی آن نسبتاً ثابت است و یک پیک افزایشی در آن مشاهده می‌شود که به وجود آمدن این پیک بستگی به نوع سیگنال دارد و ممکن است در سیگنال‌های مختلف با فرکانس‌های متفاوت مکان این پیک نیز تغییر کند. در تبدیل LMSST نیز می‌توان گفت رفتار آن تقریباً در تمام سیگنال‌ها یکسان است یعنی با تغییر طول پنجره به خصوص در پنجره‌های بزرگ تاثیر چندانی بر روی قدرت تفکیک نمایش زمان – فرکانس ندارد.

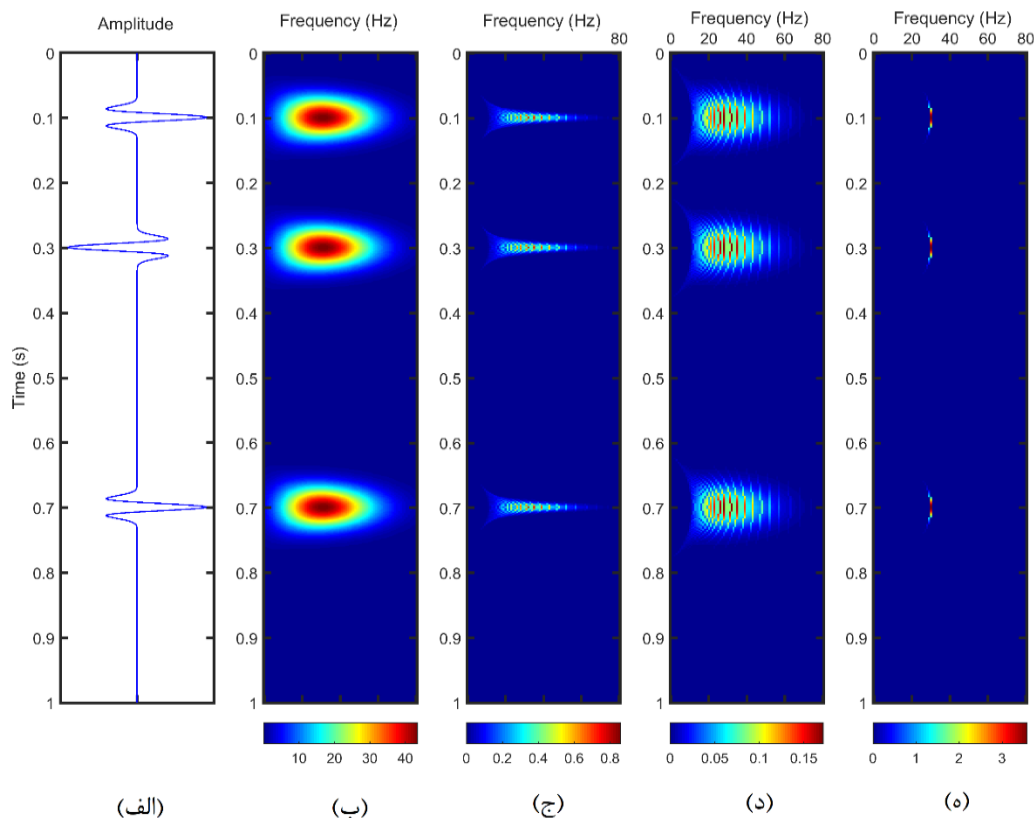


شکل ۲-۱۶: نتایج پارامتر رنی حاصل از تبدیل‌های زمان-فرکانس STFT، SST، RM و LMSST.

۲-۶ پیاده‌سازی بر روی مثال‌های مصنوعی

۲-۶-۱ مورد اول

برای نمایش کارایی تبدیل LMSST، این تبدیل بر روی یک سیگنال مصنوعی که در شکل ۲-۱۷(الف) نشان داده شده است، مورد بررسی قرار گرفت. سیگنال مصنوعی مورد نظر که در محیط Matlab ایجاد شده است، حاصل هم‌امیخت یک سری بازتاب مصنوعی ۵۰۱ نمونه‌ای که با موجک ریکر با فرکانس غالب ۳۰ هرتز و گام نمونه‌برداری ۰,۰۰۱ میلی‌ثانیه می‌باشد. برای محاسبه‌ی تبدیل‌های زمان-فرکانس از پنجره‌ی گوسی به طول ۲۵ نمونه استفاده شده است. نمایش زمان-فرکانس با استفاده از تبدیل‌های STFT، RM، SST و LMSST برای سیگنال مصنوعی مورد نظر نیز محاسبه گردید که در شکل ۲-۱۷ نشان داده شده است. نمایش زمان-فرکانس در شکل ۲-۱۷(ب)، نتیجه‌ی تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه است. همانطور که مشاهده می‌شود پخش‌شدگی انرژی حول فرکانس لحظه‌ای وجود دارد. شکل ۲-۱۷(ج) و ۲-۱۷(د)، به ترتیب نمایش زمان-فرکانس حاصل از RM و SST را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود این تبدیل‌ها تمرکز انرژی بالایی نسبت به تبدیل STFT دارند. شکل ۲-۱۷(ه) میزان تمرکز انرژی حاصل از تبدیل LMSST که نسبت به روش‌های دیگر از تمرکز بالایی برخوردار است را نشان می‌دهد.



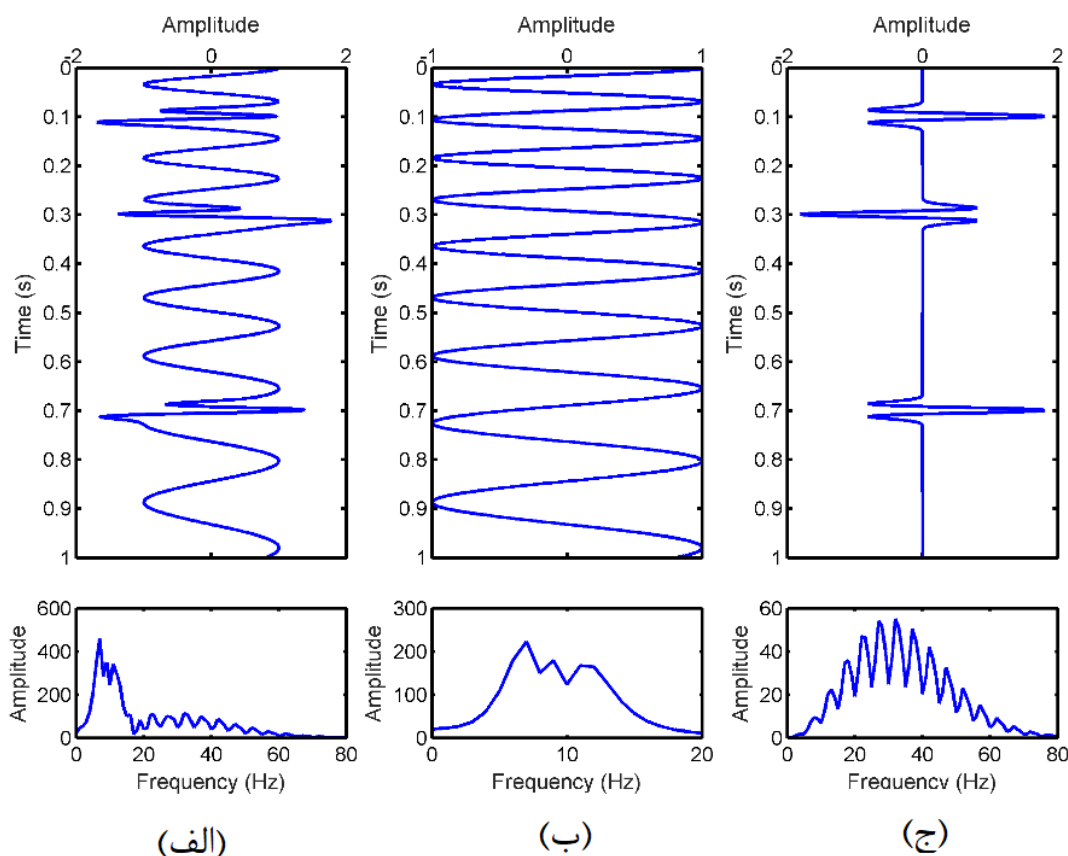
شکل ۲-۱۷: الف) سیگنال مصنوعی و نمایش زمان-فرکانس آن با استفاده از (ب) تبدیل فوریه زمان کوتاه. ج) تبدیل بازچینی - شده. د) تبدیل فشرده‌سازی همزمان. ه) تبدیل بیشینه محلی تبدیل فشرده‌شده‌ی همزمان.

۲-۶-۲ مورد دوم

سیگنال مصنوعی مورد نظر، حاصل جمع یک سری بازتاب مصنوعی ۱۰۰۱ نمونه‌ای که با موجک ریکر با فرکانس غالب ۳۰ هرتز و گام نمونه‌برداری ۰,۰۰۱ میلی‌ثانیه هم‌امیخت شده است و یک سیگنال چیرپ با فرکانس ۱۵ تا ۵ بصورت نزولی و خطی است که در شکل ۲-۱۸ نشان داده شده است.

نمایش زمان-فرکانس با استفاده از تبدیل‌های STFT، RM، SST و LMSST برای سیگنال مصنوعی موردنظر محاسبه گردید که در شکل ۲-۱۹ نشان داده شده است. برای محاسبه‌ی تبدیل‌های زمان-فرکانس از پنجره‌ی گوسی به طول ۱۵۱ نمونه استفاده شده است. نمایش زمان-فرکانس در شکل ۲-۱۹ (الف)، نتیجه‌ی تبدیل فوریه‌ی

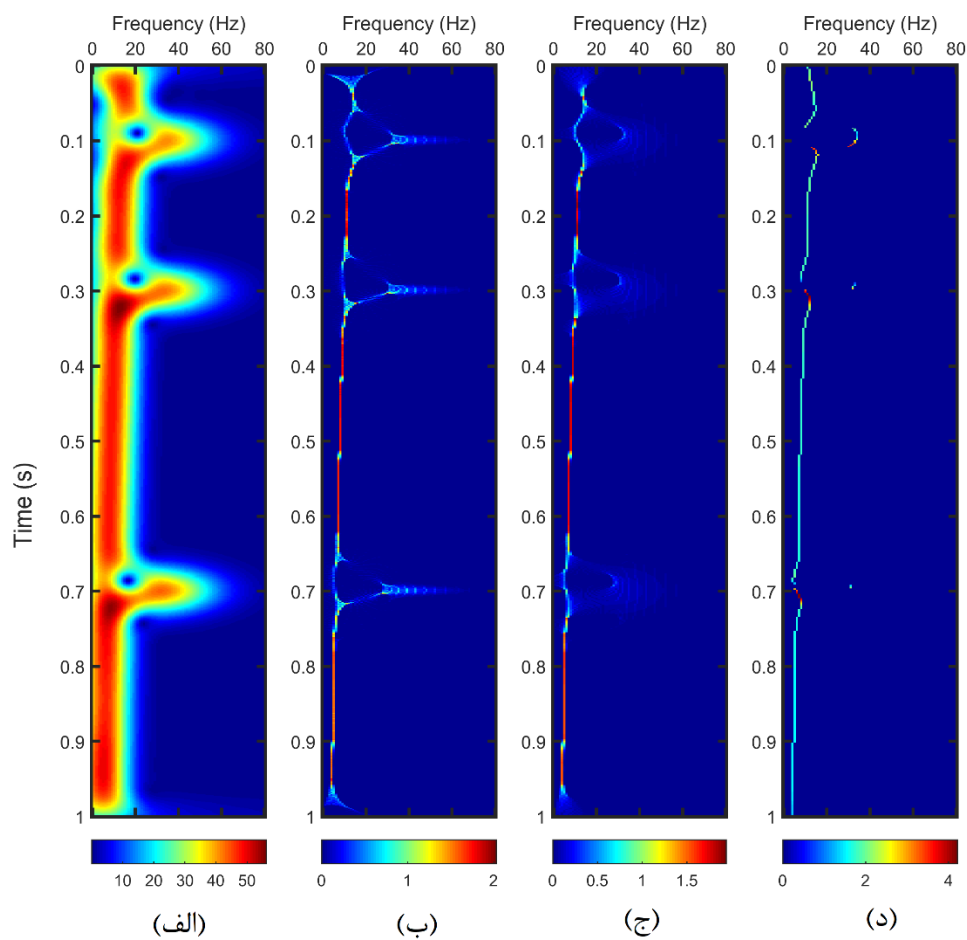
زمان کوتاه است که قدرت تفکیک زمان-فرکانس ضعیفی دارد. همانطور که مشاهده می‌شود، ضرایب نمایش زمان-فرکانس در اطراف مسیر فرکانس لحظه‌ای پراکنده شده است.



شکل ۲-۱۸: الف) سیگنال حاصل از هم‌میخت سری بازتاب زمانی و موجک ریکر و طیف دامنه‌ی آن که در قسمت پایین نمایش داده شده است. ب) سیگنال چیرپ و طیف دامنه‌ی آن. ج) سیگنال مصنوعی حاصل جمع شکل‌های الف و ب.

نمایش زمان-فرکانس تولید شده توسط RM و SST، به ترتیب در شکل ۲-۱۹ (ب) و ۲-۱۹ (ج)، نشان داده شده است که نمایش زمان-فرکانس متمرکزتری حول فرکانس لحظه‌ای نسبت به تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه نشان می‌دهند. همانطور که مشاهده می‌شود تبدیل RM نسبت به SST از تمرکز بیشتری برخوردار است ولی با این حال این فرآیند برگشت‌پذیر نمی‌باشد. شکل ۲-۱۹ (د)، نمایش حاصل از روش LMSST را برای سیگنال مصنوعی نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود نتیجه LMSST نسبت به نتایج RM و SST، از تمرکز

بیشتری حول فرکانس لحظه‌ای برخورداری است و این روش متمرکزترین نتیجه را در بین تمام روش‌های نمایش زمان-فرکانس مورد استفاده در این پایان‌نامه را می‌دهد.



شکل ۲-۱۹: نمایش زمان-فرکانس سیگنال مصنوعی حاصل از الف) STFT، ب) RM، ج) SST، د) LMSST.

فصل سوم

کاربردها

در این قسمت به بررسی کاربردی از تبدیل بیشینه محلی تبدیل فشرده شده‌ی همزمان در مطالعات لرزه‌ای پرداخته می‌شود. از این ابزار برای تجزیه طیفی داده‌های لرزه‌ای به منظور تعیین آنومالی سایه فرکانس پایین استفاده شده است.

۳-۱ آنومالی سایه فرکانس پایین

تجزیه طیفی به عنوان یک ابزار قدرتمند در پردازش و تفسیر داده‌های لرزه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. نشانگرهای^۱ متفاوتی که از روش تجزیه طیفی استخراج می‌شوند، در تفسیر مقاطع لرزه‌ای^۲ کاربرد وسیعی دارند. روش‌های تحلیل طیفی لحظه‌ای، یک ردلرزه‌ای^۳ یک بعدی را به صفحه‌ی دوبعدی زمان-فرکانس منتقل می‌کنند. بنابراین یک ردلرزه یک مجموعه داده‌ی دوبعدی تولید می‌کند که یک محور فرکانس به آن افزوده می‌شود. همچنین یک مقطع لرزه‌ای دوبعدی یک حجم سه بعدی ایجاد می‌کند که محور سوم آن فرکانس می‌باشد. هر مقطع تک‌فرکانس از این حجم داده سه بعدی، مقطع لرزه‌ای تک‌فرکانس نامیده می‌شود. یک راه برای آشکارسازی نواحی ناهنجاری‌های فرکانس پایین، استفاده از مقاطع تک‌فرکانس حاصل از تبدیل‌های زمان فرکانس می‌باشد. مقایسه‌ی مقاطع لرزه‌ای تک‌فرکانس^۴ متفاوت، می‌تواند برای آشکارسازی سایه‌های فرکانس پایین که توسط مخازن هیدروکربن ایجاد شده‌اند بکار رود.

بدین ترتیب که ابتدا از تمام ردلرزه‌ها تبدیل زمان-فرکانس گرفته می‌شود که نتیجه آن یک آرایه‌ی سه بعدی خواهد بود که دارای سه محور زمان، مکان و فرکانس می‌باشد. سپس دو برش تک‌فرکانس از آرایه‌ی مذکور در فرکانس پایین و فرکانس بالا در نظر گرفته می‌شود. با مقایسه این دو مقطع تک‌فرکانس می‌توان نواحی با دامنه

¹Attribute

²Seismic section

³Trace

⁴Single frequency seismic section

بالا در فرکانس پایین که در موقعیت مشابه در فرکانس بالا، دامنه‌ی قابل توجهی ندارند را مشخص نمود که این موضوع نشان‌دهنده‌ی سایه فرکانس پایین می‌باشد. از آنجایی که در اکتشافات تعیین محل دقیق مخزن بسیار حائز اهمیت است، لذا قدرت تفکیک تبدیل زمان-فرکانس مورد استفاده برای آشکارسازی مخزن تاثیر بسزایی برای تعیین آنومالی دارد [۴۴].

تانر و همکاران [۴۵] آنومالی‌های فرکانس پایین را برای بازتاب‌های زیر مخازن گازی در مقاطع لرزه‌ای نشان دادند، در حالیکه دلیلی برای توجیح این پدیده نداشتند. فرایند ایجاد ناهنجاری فرکانس بسیار پیچیده است، بطوری که هنوز دلیل قطعی برای تولید این ناهنجاری بیان نشده است. با این حال، در برخی موارد در حضور گاز در یک مخزن، در محدوده مخزن و زیر آن به علت تضعیف قابل ملاحظه‌ای که گاز بر روی انرژی لرزه‌ای ایجاد می‌کند، ناهنجاری‌های فرکانس پایین در این نواحی ایجاد می‌شوند [۴۶].

کستگنا^۱ و همکاران معتقدند که، تضعیف امواج لرزه‌ای که از داخل مخازن نفتی و گازی عبور می‌کنند، تابعی از خصوصیات سنگ مخزن هستند. این تضعیف بصورت کاهش انرژی فرکانس‌های بالا مشاهده می‌شود و این آنومالی-های تضعیف می‌توانند شاخص مهم هیدروکربن باشند. هنگامی که امواج لرزه‌ای^۲ از مخزن هیدروکربنی عبور می‌کنند، در اثر میرایی ناشی از سیالات مخزنی دچار افت انرژی می‌شوند. این اثر با عنوان سایه فرکانس پایین شناخته می‌شود [۴۷]. تضعیف فرکانس‌های بالا نسبت به فرکانس‌های پایین در مخازن نفت و گاز بیشتر است. با این حال باز هم توضیح شرح سایه‌های مشاهده شده در مخازن گاز با ضخامت کم مشکل است، زیرا مسیر انتشار موج در این مخازن به اندازه‌ای نیست تا بتوان انتقال طیف انرژی را از فرکانس‌های بالا به فرکانس‌های پایین توضیح داد. در مخازن هیدروکربوری، خلل و فرج^۳ موجود در داخل لایه‌ها حاوی سیالات هیدروکربنی می‌باشند؛

¹ Castagna

² Seismic waves

موج در این مخازن به اندازه‌ای نیست تا بتوان انتقال طیف انرژی را از فرکانس های بالا به فرکانس های پایین توضیح داد. در مخازن هیدروکربوری، خلل و فرج^۱ موجود در داخل لایه‌ها حاوی سیالات هیدروکربنی می‌باشند؛ بنابراین هنگامی که امواج لرزه‌ای در آن‌ها انتشار پیدا می‌کند، انرژی بصورت غیرکشسان^۲ میرا می‌شود یعنی تاثیر میرایی بر روی فرکانس‌های بالا بیشتر از فرکانس‌های پایین می‌باشد. یکی از نتایج این کاهش انرژی بدست آوردن اطلاعات بیشتری از ساختار و لایه‌بندی داخل زمین در محتوای فرکانسی پایین امواج می‌باشد [۴۸].

به عنوان کاربرد لرزه‌ای و نیز نمایش کارایی تبدیل LMSST در مورد یک مثال واقعی، آشکارسازی سایه فرکانس پایین بر روی یک مقطع لرزه‌ای مربوط به یکی از میداین گازی ایران در نظر گرفته شده است تا میزان توانایی این تبدیل مورد بررسی قرار بگیرد.

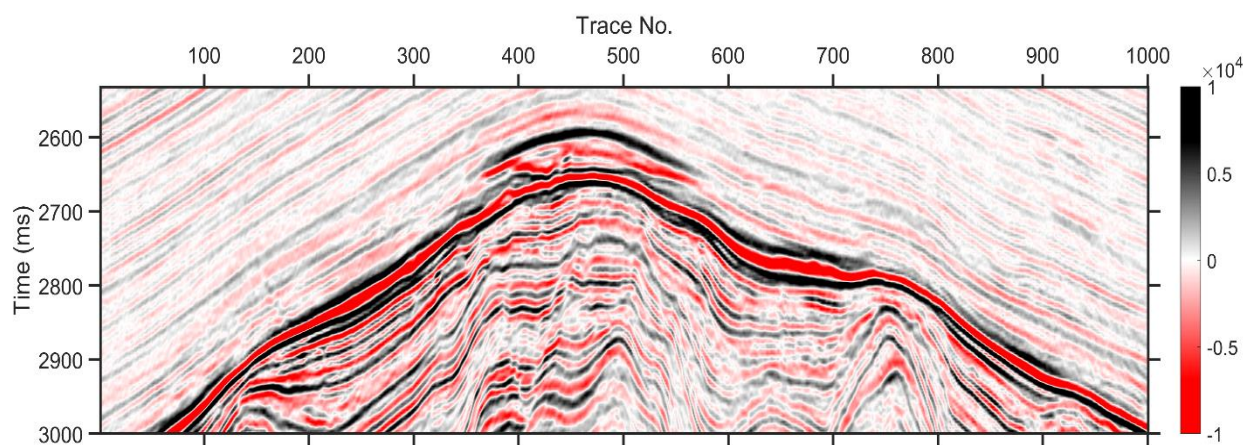
شکل ۱-۳ مقطع لرزه‌ای دو بعدی مورد نظر را نشان می‌دهد که گزارش‌ها و حفاری‌های انجام گرفته در منطقه وجود گاز را در این مقطع اثبات نموده‌اند. شکل ۲-۳، تبدیل فوریه گرفته شده از مقطع را به همراه طیف فرکانسی آن نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود فرکانس غالب برای این مقطع نزدیک به ۳۰ هرتز می‌باشد. بنابراین برای بررسی سایه‌های فرکانس پایین از یک فرکانس پایین‌تر نسبت به فرکانس غالب یعنی فرکانس ۱۵ هرتز و یک فرکانس بالاتر از آن یعنی فرکانس ۳۵ هرتز استفاده شده است.

با توجه به اینکه قدرت تفکیک زمانی حائز اهمیت می‌باشد و همچنین می‌تواند به ما در تعیین موقعیت دقیق آنومالی‌های سایه‌ی فرکانسی کمک کند، بخاطر همین لازم است که پنجره آنالیز زمان- فرکانس تا حد ممکن کوچک انتخاب شود. اما طبق اصل عدم قطعیت هایزنبرگ پنجره‌ی کوچک باعث از دست رفتن قدرت تفکیک فرکانسی می‌شود؛ یعنی اگر مقاطع تک فرکانس فرکانس‌هایی که به عنوان فرکانس پایین و بالا در نظر گرفته

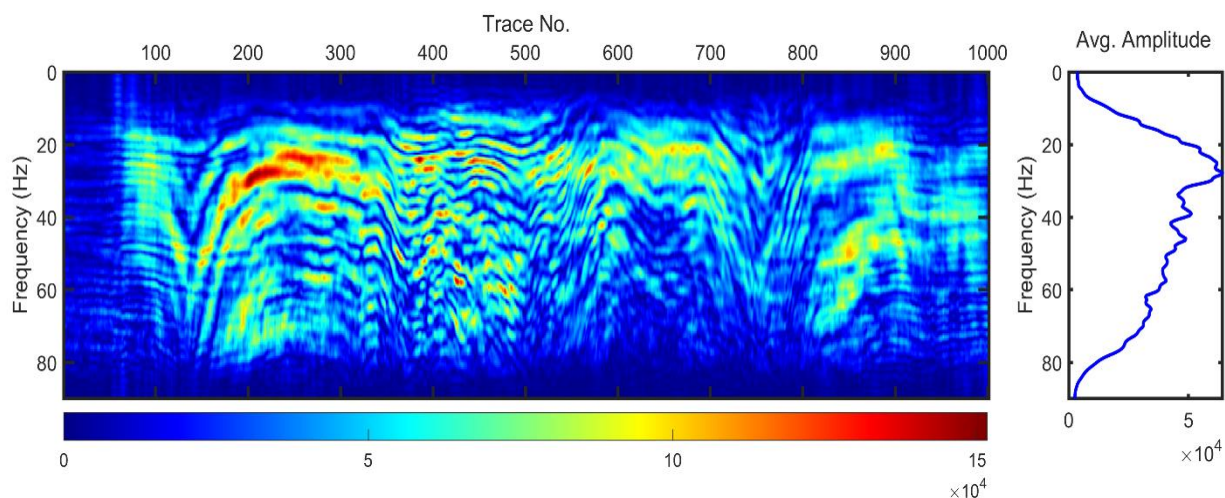
³Porosity

⁴ Non-elastic

می‌شوند را با هم مقایسه کرد، اطلاعات این دو فرکانس تداخل خواهد داشت پس این دو فرکانس قابل تفکیک از هم نخواهند بود و بخاطر همین شناسایی سایه فرکانس پایین بخوبی انجام نمی‌شود. اما در نتایج نشان داده خواهد شد که روش پیشنهادی با توجه به الگوریتم بازچینی انرژی در موقعیت‌های دقیق فرکانسی قادر خواهد بود که بر این نقیصه غلبه کند. بنابراین، برای بدست آوردن قدرت تفکیک زمانی خوب از یک پنجره‌ی کوچک به طول زمانی ۱۱ استفاده شده است. این مقطع حاوی ۱۰۰۱ ردلرزه با گام نمونه‌برداری ۴ میلی‌ثانیه می‌باشد.

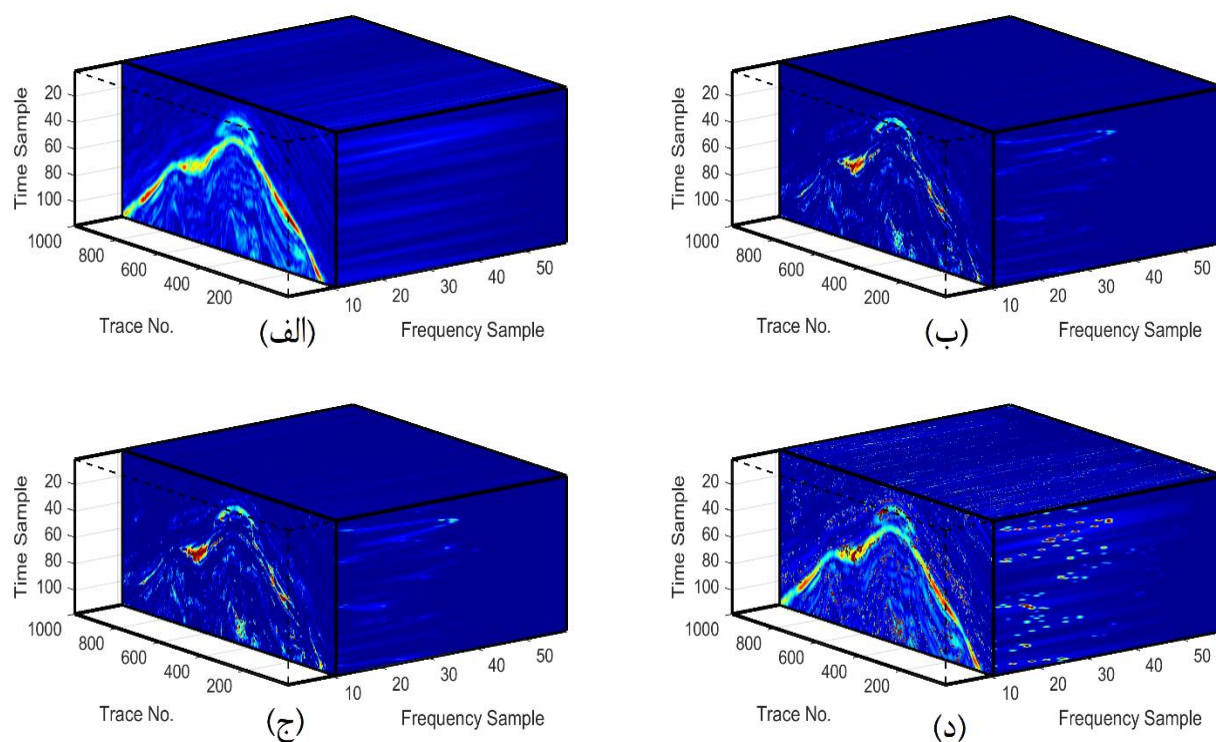


شکل ۳-۱: مقطع لرزه‌ای واقعی از یک میدان گازی در ایران.

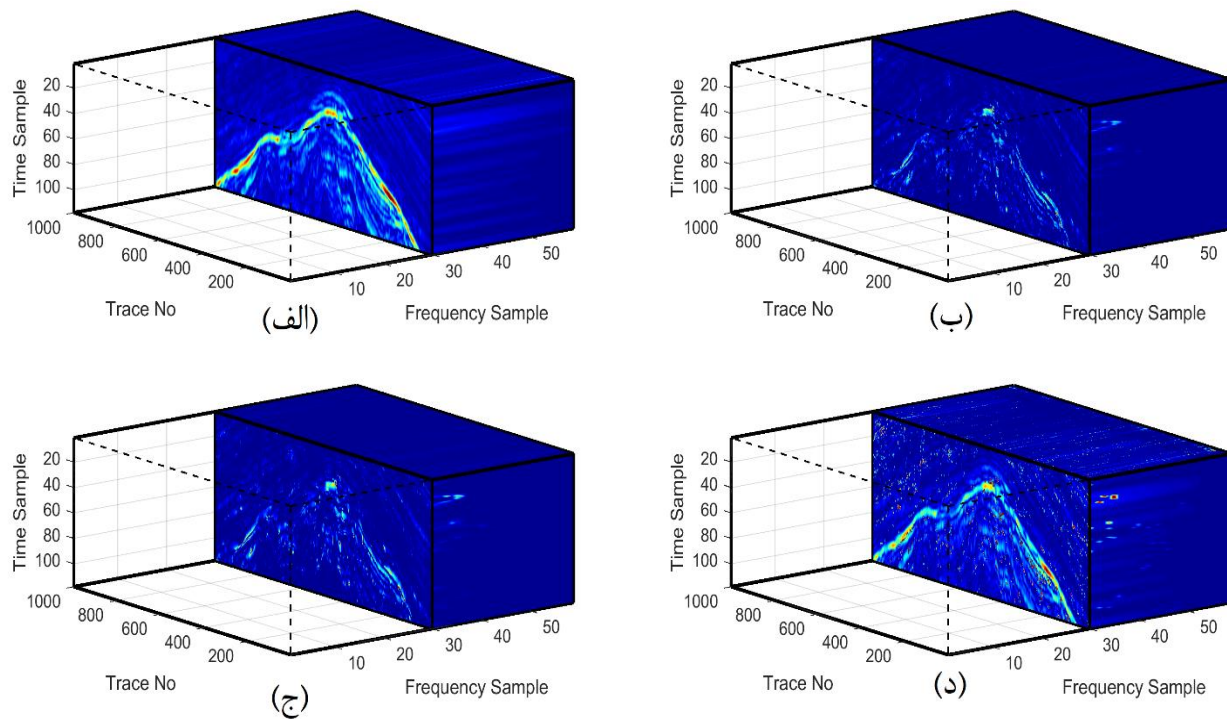


شکل ۳-۲: تبدیل فوریه مقطع مورد نظر و طیف دامنه آن.

برای بررسی سایه فرکانس پایین برش‌های فرکانسی ۱۵Hz و ۳۵Hz به ترتیب به عنوان فرکانس پایین و فرکانس بالا در نظر گرفته شده‌اند که با مقایسه‌ی این برش‌های فرکانسی می‌توان سایه‌های کم‌فرکانس لرزه‌ای را شناسایی کرد. مکعب‌های ۳ بعدی زمان-فرکانس نمایش داده شده در شکل ۳-۳ و شکل ۳-۴ به ترتیب برش‌های فرکانسی ۱۵Hz و ۳۵Hz حاصل از تبدیل‌های STFT, RM, SST و LMSST می‌باشند.



شکل ۳-۳: برش فرکانسی ۳ بعدی در ۱۵ هرتز حاصل از (الف) STFT (ب) RM (ج) SST و (د) LMSST.



شکل ۳-۴: برش فرکانسی ۳ بعدی در ۳۵ هرتز حاصل از الف) STFT ب) RM ج) SST و د) LMSST.

شکل ۳-۵ نمایش زمان-فرکانس ۲ بعدی حاصل از تبدیل‌های STFT, RM, SST و LMSST به ترتیب از بالا به پایین برای فرکانس ۱۵ هرتز (سمت چپ) و فرکانس ۳۵ هرتز (سمت راست) می‌باشد.

شکل ۳-۵ (الف و ب) که به ترتیب نشان‌دهنده مقاطع ۱۵ و ۳۵ هرتز هستند، نمایش زمان-فرکانس حاصل از تبدیل STFT می‌باشند که به دلیل استفاده از پنجره کوچک و اصل عدم قطعیت هایزنبرگ نمی‌تواند تفکیک فرکانسی خیلی خوبی را به دلیل تداخل فرکانسی نتیجه دهد. مشکل کار با مقاطع لرزه‌ای تک‌فرکانس حاصل از تبدیل STFT این موضوع می‌باشد که به دلیل عدم قدرت تفکیک بهینه در این نوع تحلیل طیفی، سایه‌های فرکانس پایین، در این مقطع، در نواحی دیگری از یال‌های مقطع غیر از مخزن نیز پدیدار می‌شوند.

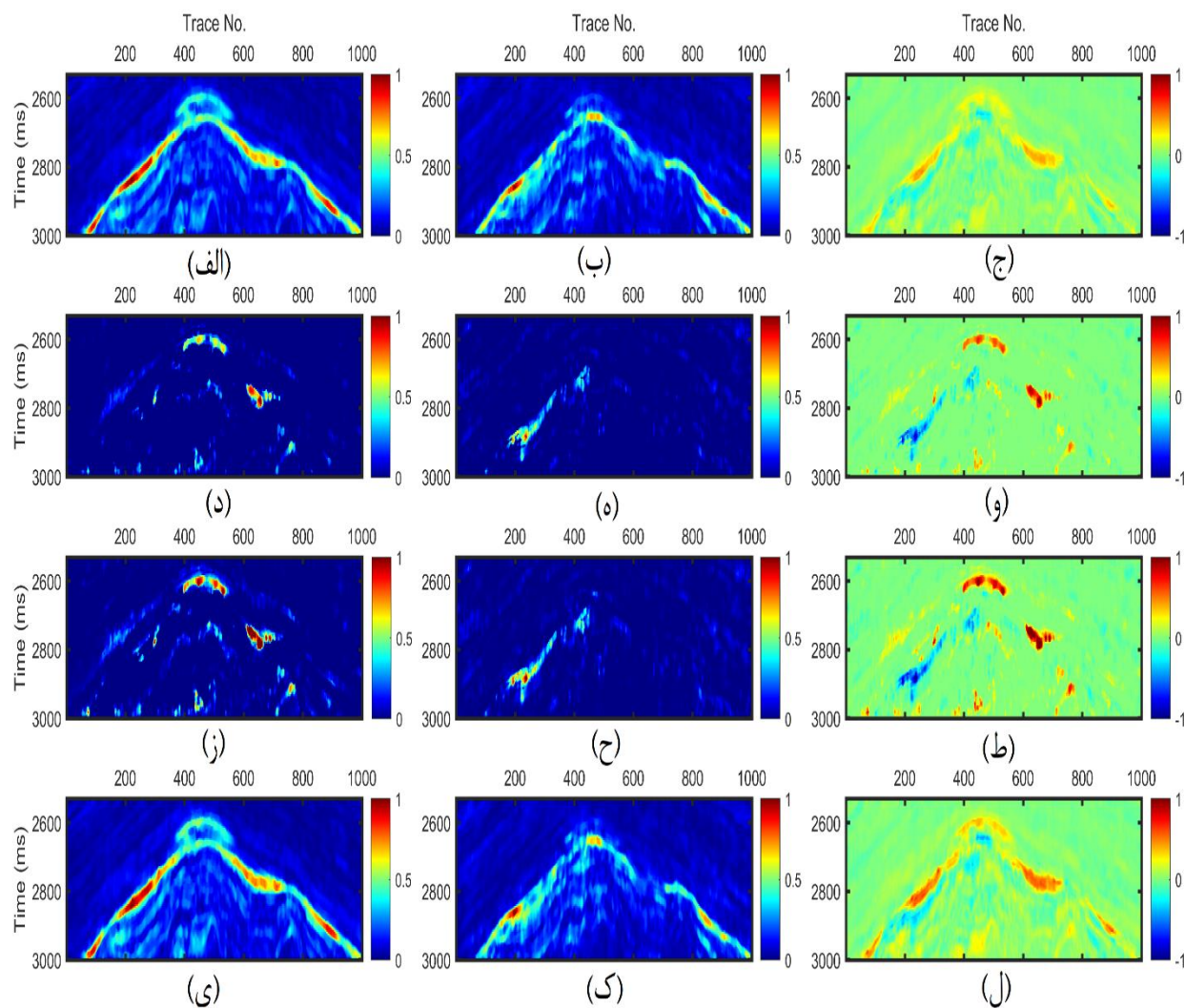
شکل ۳-۵ (ی) مقطع لرزه‌ای تک‌فرکانس حاصل از تحلیل طیفی لحظه‌ای به روش LMSST در فرکانس ۱۵ هرتز را نشان می‌دهد که وجود سایه‌های فرکانس پایین در این شکل به وضوح مشخص است. همانطور که در شکل ۳-۳

۵(ک) مشاهده می‌شود در مقطع لرزه‌ای تک‌فرکانس حاصل از LMSST در فرکانس ۳۰ هرتز سایه فرکانس پایین به کلی ناپدید شده است.

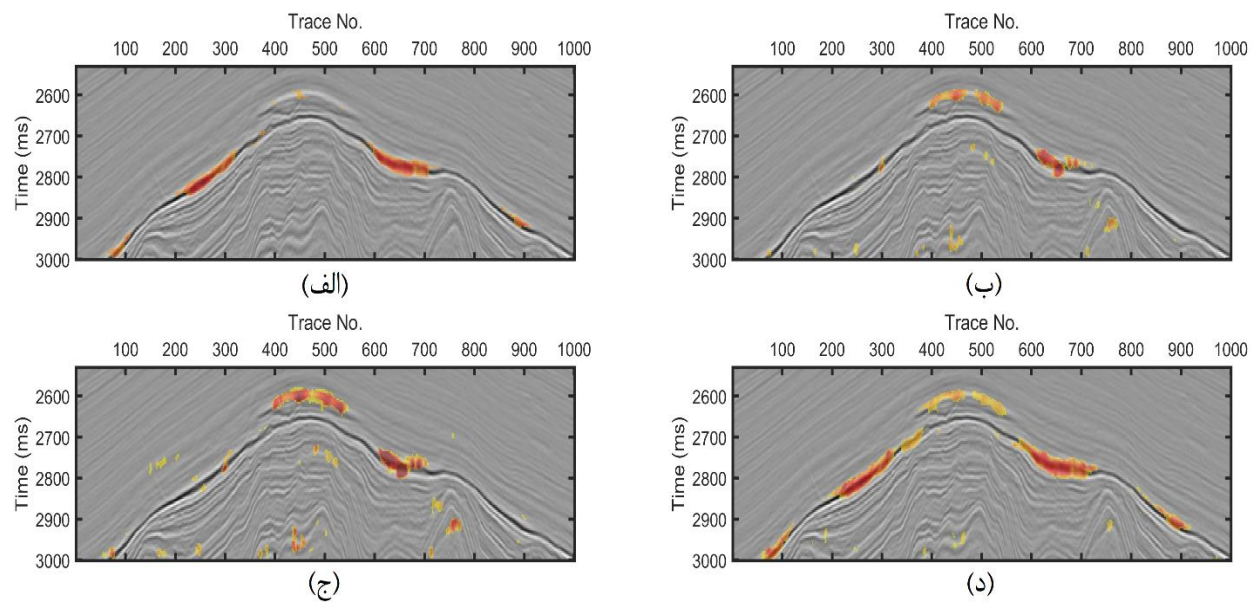
دو روش RM و SST که به ترتیب در شکل ۳-۵(د) در ۱۵ هرتز و ۳۵ هرتز و شکل ۳-۵(ز) در ۱۵ هرتز و ۳۵ هرتز نشان داده شده‌اند نیز توانسته‌اند از سه سایه‌ی فرکانسی موجود در مقطع دو مورد از آن‌ها را به خوبی تشخیص دهند (قمست بالا و سمت راست) ولی در دیگری نتوانسته‌اند سایه‌ی فرکانسی را به خوبی و با وضوح بالا تشخیص دهند.

همانطور که مشاهده شد در روش پیشنهادی LMSST که با پنجره‌ی کوچک یعنی قدرت تفکیک زمانی بالا، قدرت تفکیک بالای فرکانسی هم بدست می‌آید و هم اینکه می‌تواند موقعیت سایه کم‌فرکانس را دقیق‌تر مشخص کند و در مقابل مقاطع تک فرکانسی را هم که برای شناسایی سایه‌های فرکانس پایین بدست می‌آیند از دقت مناسبی نسبت به روش‌های دیگر برای آشکارسازی آنومالی‌های فرکانس پایین برخوردار است و به ایده‌آل نزدیک‌تر می‌باشد. شکل نشان داده شده در ستون سوم یعنی شکل‌های، ج- و- ط- ل، برای تمام تبدیل‌ها نشان‌دهنده‌ی تفاضل بین دو فرکانس ۱۵ و ۳۵ هرتز می‌باشد که با استفاده از این تفاضل پدیده‌ی سایه‌ی فرکانس پایین به خوبی و با وضوح بالا برای هر چهار روش بدست آمده است. در مقطع لرزه‌ای تفاضل هرجایی که دامنه‌های بالا دیده می‌شوند آن مناطق سایه‌های فرکانس پایین می‌باشند. همانطور که در شکل دیده می‌شود مقطع تفاضل مربوطه به تبدیل LMSST یعنی شکل ۳-۵(ل) مخزن گازی را در هر سه منطقه به خوبی و با دامنه بالا نشان داده است که نشان‌دهنده‌ی وجود مخزن گازی می‌باشند. برای هر چهار مقطع تفاضل یک حد آستانه‌ای قرار داده شده است تا فقط مقادیر بالا این حد آستانه نگه داشته شود و بعد از آن، مقادیر باقی‌مانده بر روی مقطع لرزه‌ی نمایش داده شدند که در اینصورت می‌توان در مقطع لرزه‌ای موقعیت سایه‌های فرکانس پایین را با وضوح خیلی بالا آشکارسازی کرد که این موضوع در شکل ۳-۶ نشان داده شده است.

این سایه‌های فرکانس پایین که با استفاده از روش LMSST بدست آمده‌اند با استفاده از مقالات چاپ شده در این زمینه و گزارش‌هایی که موجود است ولی توسط شرکت قابل انتشار نیست نشان می‌دهند که این سایه‌های فرکانس پایین منطبق بر مناطق گازی است که با استفاده از حفاری‌ها بدست آمده است.



شکل ۳-۵: نمایش زمان فرکانس حاصل از الف) STFT در ۱۵ هرتز ب) STFT در ۳۵ هرتز د) RM در ۱۵ هرتز ه) RM در ۳۵ هرتز ز) SST در ۱۵ هرتز ح) SST در ۳۵ هرتز و ی) LMSST در ۱۵ هرتز ک) LMSST در ۳۵ هرتز. شکل‌های ج-و-ط-ل، نشان‌دهنده‌ی تفاضل دو فرکانس ۱۵ و ۳۰ هرتز به ترتیب برای تبدیل‌های STFT، RM، SST و LMSST می‌باشند.



شکل ۳-۶: آشکارسازی مخزن گازی با استفاده از آستانه‌گذاری برای تبدیل‌های الف) STFT ب) RM ج) SST د) LMSST.

فصل چهارم

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۴-۱ نتیجه‌گیری

هدف از این پایان‌نامه معرفی تبدیل فشرده‌شده‌ی همزمان پیرامون بیشینه‌ی محلی، به عنوان خانواده‌ای از تبدیل‌های زمان-فرکانس بازچینی‌شده جهت بهبود تفسیر داده‌های لرزه‌ای بود. در این رساله ابتدا به معرفی تبدیل‌های زمان-فرکانس بهبود یافته که نمایش زمان-فرکانس بهتری نسبت به تبدیل‌های مرسوم داشتند، پرداخته شد و سپس تبدیل LMSST معرفی گردید و نتایج آن در مثال‌های مصنوعی با تبدیل‌های زمان-فرکانس با قدرت تفکیک بالا از جمله تبدیل‌های STFT، RM، SST مقایسه گردید و همانطور که مشاهده شد در این تبدیل نمایش زمان-فرکانس نسبت به تبدیل‌های دیگر زمان-فرکانس افزایش قابل ملاحظه‌ای یافت. همچنین برای بررسی تنکی تبدیل LMSST از پارامتر رنی استفاده شد و این تبدیل با روش‌های دیگر مقایسه گردید. در این مقایسه تبدیل LMSST در اغلب طول پنجره‌ها و در هر چهار سیگنال استفاده شده، تنک‌تر از سایر تبدیل‌های دیگر شد (دارای مقادیر آنتروپی رنی کوچک‌تر) همچنین این تبدیل در مقابل تغییرات طول پنجره پایدار بود و تغییرات طول پنجره تاثیر چشمگیری بر روی میزان تنکی آن نداشت. تبدیل STFT نیز همیشه نسبت به روش‌های دیگر در هر چهار سیگنال پراکندگی بیشتری را از خود نشان داد.

همچنین از این ابزار در حوزه‌ی تفسیری برای شناسایی مخزن گازی با استفاده از آنومالی سایه فرکانس پایین استفاده شد. نتایج حاصل از این روش با نتایج گرفته شده از روش‌های STFT، RM، SST مقایسه شد و همانطور که مشاهده شد خروجی حاصل از تبدیل LMSST با دقت و قدرت تفکیک بالاتری نسبت به روش‌های دیگر محل مخزن را به خوبی مشخص کرده بود.

۴-۲ پیشنهادات

❖ تبدیل LMSST بر پایه‌ی تبدیل فوریه زمان کوتاه می‌باشد و با توجه به اینکه در تبدیل STFT ایراد

طول پنجره موجود است به همین دلیل بهتر است از تبدیل S استفاده شود تا طول متغیر باشد.

❖ نشانگرهای دیگری همچون دامنه‌ی لحظه‌ای و فاکتور شیرینی را می‌توان از نتایج این تبدیل برای مقاصد تفسیری استخراج کرد.

مراجع

[۱] قلتاشی، س. (۱۳۹۴). کاربرد روش تبدیل موجک فشرده‌شده جهت تجزیه طیفی با قدرت تفکیک بالا برای تفسیر داده‌های لرزه‌ای، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده معدن، نفت و ژئوفیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود.

[۲] Goswami, J. C., & Chan, A. K. (2011). Fundamentals of wavelets: theory, algorithms, and applications (Vol. 233). John Wiley & Sons.

[۳] رداد، م. (۱۳۹۴). بهبود تفکیک زمان-فرکانس تبدیل S بر مبنای منظم‌سازی تنک و کاربرد آن در واهمامیخت لرزه‌ای، رساله‌ی دکتری، دانشگاه تهران.

[۴] Nikoo, A., Kahoo, A. R., Hassanpour, H., & Saadatnia, H. (2016). Using a time-frequency distribution to identify buried channels in reflection seismic data. Digital Signal Processing, 54, 54-63. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2016.03.008>.

[۵] Boashash, B., Azemi, G., & O'Toole, J. M. (2013). Time-frequency processing of nonstationary signals: Advanced TFD design to aid diagnosis with highlights from medical applications. IEEE signal processing magazine, 30(6), 108-119.

[۶] Li, Y., & Zheng, X. (2008). Spectral decomposition using Wigner-Ville distribution with applications to carbonate reservoir characterization. The Leading Edge, 27(8), 1050-1057. <https://doi.org/10.1190/1.2967559>.

[۷] Gabor, D. (1946). Theory of communication. Part 1: the analysis of information, Journal of the Institution of Electrical Engineers-part III: Radio

and communication Engineering, vol. 93, pp. 429-441. **DOI:** [10.1049/ji-3-2.1946.0074](https://doi.org/10.1049/ji-3-2.1946.0074)

- [^٨] Stockwell, R. G., Mansinha, L., & Lowe, R. P. (1996). Localization of the complex spectrum: the S- transform. IEEE transactions on signal processing, 44(4), 998-1001. <https://doi.org/10.1109/78.492555>.
- [^٩] Mallat, S. (1999). A wavelet tour of signal processing: Academic press, Elsevier.
- [^{١٠}] Wigner, E. (1932). On the quantum correlation for thermodynamic equilibrium, Physical Review, vol. 40, p. 749. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.40.749>.
- [^{١١}] Ville, J. D. (1948). theorie et application de la notion de singel analytique, cables et transmission, vol. 2, pp. 61-74.
- [^{١٢}] Brown, R. A., Lauzon, M. L., & Frayne, R. (2009). A general description of linear time-frequency transforms and formulation of a fast, invertible transform that samples the continuous S-transform spectrum nonredundantly. IEEE Transactions on Signal Processing, 58(1), 281-290. **DOI:** [10.1109/TSP.2009.2028972](https://doi.org/10.1109/TSP.2009.2028972)
- [^{١٣}] Nisar, S., Khan, O. U., & Tariq, M. (2016). An efficient adaptive window size selection method for improving spectrogram visualization. Computational intelligence and neuroscience. <https://doi.org/10.1155/2016/6172453>
- [^{١٤}] O'Toole, J. M., Mesbah, M., & Boashash, B. (2008). A new discrete analytic signal for reducing aliasing in the discrete Wigner-Ville distribution. IEEE Transactions on Signal Processing, 56(11), 5427-5434. **DOI:** [10.1109/TSP.2008.929325](https://doi.org/10.1109/TSP.2008.929325).
- [^{١٥}] Wu, H. T. (2013). Instantaneous frequency and wave shape functions (I). Applied and Computational Harmonic Analysis, 35(2), 181-199.

- [16] Lu, W. K., Zhang, Q. (2009). Deconvolutive Short-Time Fourier Transform Spectrogram, IEEE Signal processing letters, vol. 16, no. 7, pp. 576-579. DOI: [10.1109/LSP.2009.2020887](https://doi.org/10.1109/LSP.2009.2020887)
- [17] Pinnegar, C. R., Mansinha, L. (2003). The S-transform with windows of arbitrary and varying shape, Geophysics, vol. 68, no. 1, pp. 381-385. <https://doi.org/10.1190/1.1543223>
- [18] Kodera, K., De Villedary, C. and Gendrin, R. (1976). A new method for the numerical analysis of non-stationary signals, Physics of the Earth and Planetary Interiors, vol. 12, pp.142-150. DOI:[10.1016/0031-9201\(76\)90044-3](https://doi.org/10.1016/0031-9201(76)90044-3)
- [19] Daubechies, I., and Maes, S. (1996). A nonlinear squeezing of the continuous wavelet transform based on auditory nerve models: in Wavelets in Medicine and Biology, Eds. A. Aldroubi and M. Unser, CRC Press, 527–546. DOI:[10.1201/9780203734032-20](https://doi.org/10.1201/9780203734032-20)
- [20] Yu, G., Wang, Z. Zhao., P. and Li, Z. (2019). Local Maximum Synchrosqueezing Transform: An energy-concentrated time- frequency analysis tool, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 117, pp. 537-552. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.08.006>
- [21] Sinha, S., Routh, P. S., Anno, P. D., & Castagna, J. P. (2005). Spectral decomposition of seismic data with continuous-wavelet transform. Geophysics, 70(6), P19-P25.. <https://doi.org/10.1190/1.2127113>
- [22] Wang, Q., & Gao, J. (2017). A modified S-transform and its application for seismic time-frequency analysis. In SEG Technical Program Expanded Abstracts. (pp. 3371-3375). Society of Exploration Geophysicists. <https://doi.org/10.1190/segam2017-17746539.1>
- [23] Zhang, G. (2018). Time-phase amplitude spectra based on a modified short-time Fourier transform. Geophysical prospecting, 66(1), 34-46. <https://doi.org/10.1111/1365-2478.12528>
- [24] Lu, Y., Huang, Y., Xue, W., & Zhang, G. (2019). Seismic data processing method based on wavelet transform for denoising. Cluster Computing, 22(3), 6609-6620. DOI:[10.1007/s10586-018-2355-0](https://doi.org/10.1007/s10586-018-2355-0)

- [۲۵] Liu, G., Fomel, S., & Chen, X. (2011). Time-frequency analysis of seismic data using local attributes. *Geophysics*, 76(6), P23-P34. <https://doi.org/10.1190/geo2010-0185.1>
- [۲۶] Lu, W., & Li, F. (2013). Seismic spectral decomposition using deconvolutive short-time Fourier transform spectrogram. *Geophysics*, 78(2), V43-V51.
- [۲۷] Wang, P., Gao, J., & Wang, Z. (2014). Time-frequency analysis of seismic data using synchrosqueezing transform. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 11(12), 2042-2044. **DOI:** [10.1109/LGRS.2014.2317578](https://doi.org/10.1109/LGRS.2014.2317578)
- [۲۸] Gholtashi, S., Nazari Siahars, M. A., RoshandelKahoo, A., Marvi, H., & Ahmadifard, A. (2015). Synchrosqueezing- based Transform and its Application in Seismic Data Analysis. *Iranian Journal of Oil & Gas Science and Technology*, 4(4), 1-14. [10.22050/IJOGST.2016.12474](https://doi.org/10.22050/IJOGST.2016.12474)
- [۲۹] Anvari, R., Siahars, M. A. N., Gholtashi, S., Kahoo, A. R., & Mohammadi, M. (2017). Seismic random noise attenuation using synchrosqueezed wavelet transform and low-rank signal matrix pproximation. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 55(11), 6574-6581. **DOI:** [10.1109/TGRS.2017.2730228](https://doi.org/10.1109/TGRS.2017.2730228)
- [۳۰] Wu, G., & Zhou, Y. (2018). Seismic data analysis using synchrosqueezing short time Fourier transform. *Journal of Geophysics and Engineering*, 15(4), 16631672. <https://doi.org/10.1088/1742-2140/aabf1d>
- [۳۱] رداد، م. (۱۳۹۷). تحلیل زمان- فرکانس داده‌های لرزه‌ای با روش تبدیل S بازچینی شده برای آشکارسازی سایه‌های کم‌فرکانس. نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی (JRAG). دوره ۵، شماره ۲، ۱۹۳-۲۸۳.
- [۳۲] Boashash, B. (2015). Time-frequency signal analysis and processing: a comprehensive reference. Academic Press.
- [۳۳] Cohen, L. (1995). Time-frequency analysis (Vol. 778). Prentice hall.
- [۳۴] Auger, F., Flandrin, P., Gonçalves, P., & Lemoine, O. (1996). Time-frequency toolbox. CNRS France-Rice University, 46.

- [٣٥] Brigham E., (1988), The Fast Fourier Transform And Its Applications: Prentice-Hall.
- [٣٦] Fomel S., (2007), Local Seismic Attributes: Geophysics, Vol. 72, No. 3,P. A29–A33.
- [٣٧] Taner, M.T., Koehler, F., and Sheriff, R.E., (1979), Complex seismic trace analysis: Geophysics,44, 1041-1063.
- [٣٨] Yu, G., Yu, M., & Xu, C. (2017). Synchroextracting transform. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 64(10), 8042-8054. DOI: [10.1109/TIE.2017.2696503](https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2696503)
- [٣٩] Meignen, S., Oberlin, T., Depalle, P., Flandrin, P., & McLaughlin, S. (2016). Adaptive multimode signal reconstruction from time–frequency representations. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 374(2065), 20150205.
- [٤٠] Mertins, A. (1999). Signal analysis: wavelets, filter banks, time-frequency transforms and applications. John Wiley & Sons, Inc..
- [٤١] Khan, N. A., Jafri, M. N., & Qazi, S. A. (2011). Improved resolution short time Fourier transform. In 2011 7th International Conference on Emerging Technologies (pp. 1-3). IEEE. DOI: [10.1109/ICET.2011.6048476](https://doi.org/10.1109/ICET.2011.6048476)
- [٤٢] Fourer, D., Auger, F., & Hu, J. (2015). Reassigning and synchrosqueezing the Stockwell transform: Complementary proofs.
- [٤٣] Tary, J. B., Herrera, R. H., & van der Baan, M. (2018). Analysis of time-varying signals using continuous wavelet and synchrosqueezed transforms. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 376(2126), 20170254. DOI: [10.1098/rsta.2017.0254](https://doi.org/10.1098/rsta.2017.0254)
- [٤٤] Chen, Y., Liu, T., Chen, X., Li, J., & Wang, E. (2014). Time-frequency analysis of seismic data using synchrosqueezing wavelet transform. In SEG Technical Program Expanded Abstracts 2014 (pp. 1589-1593). Society of Exploration Geophysicists.

- [٤٥] Taner, M. T., & Sheriff, R. E. (1977). Application of amplitude, frequency, and other attributes to stratigraphic and hydrocarbon determination: Section 2. Application of seismic reflection configuration to stratigraphic interpretation.

- [٤٦] Li, S., & Rao, Y. (2020). Seismic low-frequency amplitude analysis for identifying gas reservoirs within thinly layered media. *Journal of Geophysics and Engineering*, 17(1), 175-188. <https://doi.org/10.1093/jge/gxz099>

- [٤٧] Castagna, J. P., Sun, S., & Siegfried, R. W. (2003). Instantaneous spectral analysis: Detection of low-frequency shadows associated with hydrocarbons. *The leading edge*, 22(2), 120-127.

- [٤٨] Bian, L., He, Z., & Huang, D. (2009, April). Hydrocarbon reservoir identification technology and its application based on low frequency shadow. In *Beijing International Geophysical Conference and Exposition 2009: Beijing 2009 International Geophysical Conference and Exposition*, Beijing, China, 24–27 April 2009 (pp. 181-181). Society of Exploration Geophysicists.

Abstract

Because the earth behaves like a low-pass filter, the frequency of seismic signals changes with time as they propagate through the earth, so seismic signals are unstable signals. Time-frequency analysis methods are an effective and powerful tool for analyzing time-varying signals.

The aim of this thesis is to introduce the local maximum Synchrosqueezing transform as a time-frequency transform with high resolution as well as the ability to extract the basic signal states. This transform is from the family of reassignment methods and is an approach based on the short-time Fourier transform. In order to show the time-frequency resolution of the proposed method, this transform has been compared in two artificial examples created in MATLAB environment with STFT, RM and SST methods. In both artificial examples, the time-frequency representation of the proposed method is suitable more than other methods. Also, to show the appropriate squeezing rate of this method, the renyi entropy parameter has been used for this purpose. In this comparison, the value of the renyi entropy parameter of the proposed method is less than other methods, which indicates the compactness a lot of this method. Also in this thesis to identify the gas reservoir by low frequency shadow anomaly of transform such as short time Fourier transform, reassignment method, Synchrosqueezing transform and proposed method on a seismic section The relevant has been done to one of Iran's gas fields. By comparing the results of these methods with each other, it will be clearly seen that the output of the proposed method has a higher resolution than other methods.

Keyword: time-frequency transform, reassignment method, Low frequency shadow, Seismic signals, LMSST transform.



University of Shahrood

School of Mining, Petroleum and Geophysics Engineering

M.S. Thesis

Application of local maximum synchrosqueezing transform in seismic data processing and interpretation

By: Arshad Mahdavi

Supervisors:

Dr. Amin Roshandel Kahoo

Dr. Mohammad Radad

Advisor

Dr. Mehrdad Soleimani Monfared

Dr. Ali Nejati kalate

January 2021