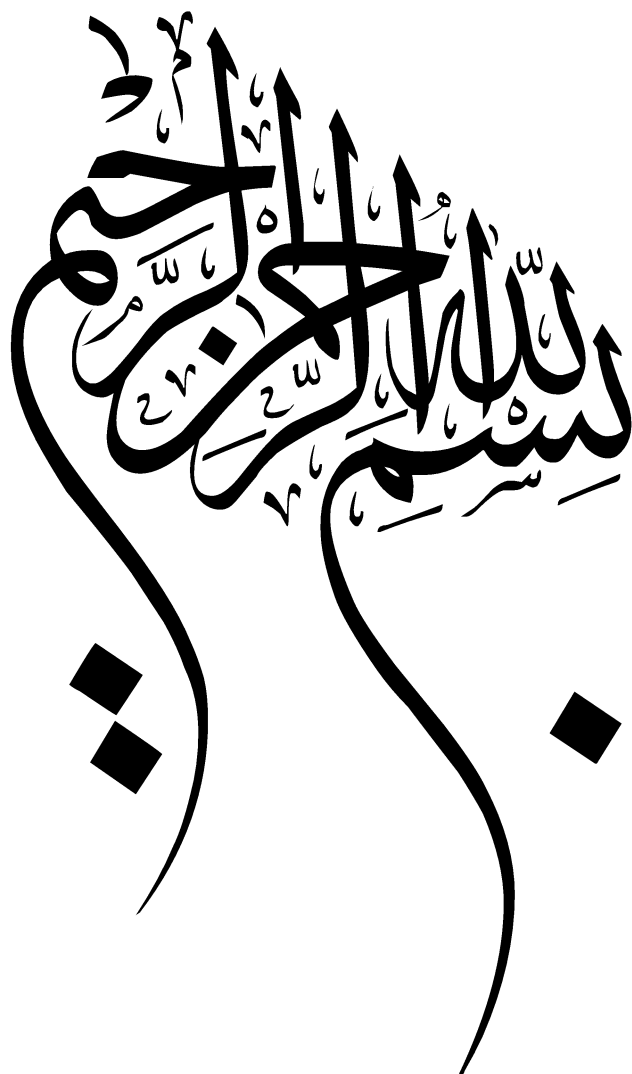






دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک
گروه مهندسی اکتشاف معدن

رساله دکتری

ارائه الگوریتمی بهبود یافته برای مدل سازی وارون داده های میدان پتانسیل

نگارنده: محمد رضایی

استاد راهنما:

پروفسور علی مرادزاده

اساتید مشاور:

دکتر علی نجاتی کلاته

دکتر حمید آقاجانی

شهریور ۱۳۹۵

شماره: ۲-۴۴۹۹۱۷۱۳
تاریخ: ۹۵-۶-۲۰
ویرایش:

باسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره ۱۲: صورت جلسه نهایی دفاع از رساله دکتری (Ph.D)
(ویژه دانشجویان ورودی های ۹۴ و ما قبل)

بدینوسیله گواهی می شود آقای محمد رضایی دانشجوی دکتری رشته مهندسی معدن - اکتشاف به شماره دانشجویی ۹۱۲۵۰۱۵ ورودی مهر ماه سال ۱۳۹۱ در تاریخ ۱۳۹۵/۶/۱۸ از رساله نظری / عملی خود با عنوان: ارائه الگوریتمی بهبود یافته برای مدل سازی وارون داده های میدان پتانسیل دفاع و با اخذ نمره ۱۹.۵ به درجه عالی نائل گردید.

☐ الف) درجه عالی: نمره ۱۹-۲۰	☒ ب) درجه بسیار خوب: نمره ۱۸/۹۹ - ۱۷
☐ ج) درجه خوب: نمره ۱۶/۹۹ - ۱۵	☐ د) غیر قابل قبول و نیاز به دفاع مجدد دارد
☐ ه) رساله نیاز به اصلاحات دارد	

ردیف	هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱	دکتر علی مرادزاده	استاد راهنما	استاد	
۲	دکتر علی نجاتی کلاته	مشاور	استادیار	
۳	دکتر حمید آقاجانی	مشاور	استادیار	
۴	دکتر عبدالحمید انصاری	استاد مدعو خارجی	دانشیار	
۵	دکتر محسن اوپسی موخر	استاد مدعو خارجی	استادیار	
۶	دکتر ابوالقاسم کامکار روحانی	استاد مدعو داخلی	دانشیار	
۷	دکتر امین روشندل کاهو	سرپرست (نماینده) تحصیلات تکمیلی دانشکده	استادیار	

مدیر محترم تحصیلات تکمیلی دانشگاه:

ضمن تأیید مراتب فوق مقرر فرمائید اقدامات لازم در خصوص انجام مراحل دانش آموختگی آقای محمد رضایی بعمل آید.

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده:

دکتر علیرضا عرب امیری

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:



تقديم محضر مبارك

حضرت امام رضا عليه السلام

تقدیر و تشکر

سپاس خدای را که سخنوران، در ستودن او بمانند و شمارندگان، شمردن نعمت های او ندانند و کوشندگان، حق او را گزاردن نتوانند. و سلام و مورد بر محمد و خاندان پاک او، طاهران معصوم، هم آنان که وجودمان وامدار وجودشان است؛ و نفرین پیوسته بر دشمنان ایشان تا روز رستاخیز. خدای را بسی شاکرم که از روی کرم پدر و مادری فداکار نصیبم ساخته تا در سایه درخت پر بار وجودشان بیاسایم و از ریشه آنها شاخ و برگ گیرم و از سایه وجودشان در راه کسب علم ودانش تلاش نمایم. والدینی که بودنشان تاج افتخاری است بر سرم و نامشان دلیلی است بر بودنم چرا که این دو وجود پس از پروردگار مایه هستی ام بوده اند دستم را گرفتند و راه رفتن را در این وادی زندگی پر از فراز و نشیب آموختند. با تشکر از همسر عزیزم که سایه مهربانیش سایه سار زندگیم می باشد، او که اسوه صبر و تحمل بوده و مشکلات مسیر را برایم تسهیل، و محیطی سرشار از سلامت و امنیت و آرامش و آسایش برای من فراهم نمود.

از استاد گرامیم جناب آقای پروفیسور علی مرادزاده بسیار سپاسگذارم چرا که بدون راهنمایی های ایشان تامین این رساله بسیار مشکل می نمود.

از جناب آقای دکتر علی نجاتی و جناب آقای دکتر حمید آقاجانی به دلیل یاری ها و راهنمایی های بی چشمداشت ایشان که بسیاری از سختی ها را برایم آسانتر نمودند، سپاسگذارم.

تعهد نامه

اینجانب **محمد رضایی** دانشجوی دوره دکتری رشته مهندسی معدن گرایش اکتشاف از دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده رساله دکتری تحت عنوان: **ارائه الگوریتمی بهبود یافته برای مدل سازی وارون داده های میدان پتانسیل تحت راهنمایی آقای دکتر علی مرادزاده متعهد می شوم:**

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده اند، در مقالات مستخرج از این پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) مربوط به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

روش‌های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی که در ژئوفیزیک معمولاً روش‌های میدان پتانسیل نامیده می‌شوند از مهمترین روش‌های ژئوفیزیکی در اکتشاف مواد معدنی می‌باشند. مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل از مهمترین روش‌های تفسیر این داده‌ها است. اکثر روش‌های وارون‌سازی داده‌های ژئوفیزیکی نیاز به حجم زیاد حافظه رایانه و زمان زیاد محاسبه دارند. بنابراین افزایش سرعت و کاهش حافظه رایانه‌ای مورد نیاز در الگوریتم‌های وارون‌سازی داده‌های ژئوفیزیکی به‌ویژه داده‌های میدان پتانسیل از موضوعات مهم تحقیقاتی است. در این تحقیق، هدف این است که با ارائه الگوریتم‌های جدید سرعت مدل‌سازی وارون هموار، مدل‌سازی وارون متمرکز و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی بهبود یابد. به منظور دستیابی به اهداف فوق کدهای لازم برای حل مسئله مستقیم و الگوریتم دو قطری سازی لنکروس برای مدل‌سازی وارون هموار در محیط برنامه نویسی متلب تهیه شد. سپس برای کاهش حجم حافظه رایانه‌ای لازم و افزایش سرعت مدل‌سازی وارون الگوریتم دو قطری سازی لنکروس، روش دو قطری سازی لنکروس پیش شرط گذاری شده با استفاده از بردارهای پایه تبدیل کسینوسی گسسته ارائه شد. نشان داده شد که روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) روشی مناسب و سریع در انتخاب پارامتر منظم‌سازی است. بر اساس نتایج فوق الگوریتم بهبود یافته برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل ارائه گردید. همچنین برای بهبود سرعت انجام مدل‌سازی وارون متمرکز و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی داده‌های میدان پتانسیل از روش دو قطری سازی لنکروس استفاده شده و الگوریتم‌های بهبود یافته توسعه داده شد. در نهایت الگوریتم‌های بهبود یافته بر روی داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی دوبعدی و سه‌بعدی و چند دسته داده‌های صحرایی اعمال گردید و نتایج با سایر داده‌های اکتشافی مقایسه گردید و کارایی الگوریتم‌های بهبود یافته تأیید گردید. نتایج نشان داد که با استفاده از روش دو قطری سازی لنکروس پیش شرط گذاری شده در مدل‌سازی وارون هموار، حجم حافظه رایانه لازم به یک ششم کاهش می‌یابد و زمان انجام مدل‌سازی ۶۰ درصد کاهش می‌یابد. همچنین الگوریتم‌های بهبود یافته برای مدل‌سازی وارون متمرکز حد اقل ۲۰ درصد و در روش فضای داده با قید پراکندگی حد اقل ۱۰ درصد سریع‌تر از الگوریتم‌های رایج می‌باشند.

کلمات کلیدی: روش‌های میدان پتانسیل، مدل‌سازی وارون، پارامتر منظم‌سازی، دو قطری‌سازی لنکروس، الگوریتم‌های وارون‌سازی بهبود یافته.

لیست مقالات مستخرج از رساله:

Rezaie, M., Moradzadeh, A., and Nejati Kalate, A. (2016). "3D gravity data-space inversion with sparseness and bound constraints", *J. Min. Environ.*, published online.

Rezaie, M., Moradzadeh, A., and Nejati Kalate, A. (2016). "Fast 3D Inversion of Gravity Data Using Solution Space Priorconditioned Lanczos Bidiagonalization", *J. appl. Geophys.*, (Acceped).

Rezaie, M., Moradzadeh, A., Nejati Kalate, A., and aghajani, H., (2016). "Fast 3D focusing inversion of gravity data using reweighted regularized Lanczos bidiagonalization method", *Pure. appl. Geophys.*, (Accepted).

رضایی م. مرادزاده ع. آقاجانی ح. و نجاتی کلاته ع، (۱۳۹۵)، "تصویرسازی کانسار آهن اجت آباد با استفاده از داده های مغناطیس سنجی"، **مجله ژئوفیزیک ایران**، جلد ۱۰، شماره ۱، ص ۶۱.

رضایی م. مرادزاده ع. نجاتی کلاته ع. و آقاجانی ح، (۱۳۹۴)، "برآورد خودکار پارامتر منظم سازی به روش تخمینگر ناریب ریسک احتمالی در وارون سازی سه بعدی مقید داده های مغناطیسی"، **نشریه پژوهش های ژئوفیزیک کاربردی**، (تحت چاپ).

رضایی، م.، مرادزاده، ع.، نجاتی، ع. و آقاجانی، ح.، (۱۳۹۳)، انتخاب خودکار پارامتر منظم سازی به روش اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته در وارون سازی سه بعدی داده های گرانی: سی و سومین گردهمایی ملی علوم زمین، سازمان زمین شناسی ایران، ۳ و ۴ اسفند ۱۳۹۳.

رضایی، م.، مرادزاده، ع. و نجاتی، ع.، (۱۳۹۴)، انتخاب خودکار پارامتر منظم سازی به روش برآورد کننده ریسک احتمالی ناریب در وارون سازی سه بعدی مقید داده های مغناطیسی: هفتمین همایش انجمن زمین شناسی اقتصادی ایران، دانشگاه دامغان، ۱۸ و ۱۹ شهریور ۱۳۹۴.

فهرست مطالب

فصل اول: کلیات و مفاهیم	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۲-۱- روش‌های میدان پتانسیل	۴
۱-۲-۱- روش گرانی سنجی	۴
۲-۲-۱- روش مغناطیس سنجی	۶
۳-۱- مدل‌سازی داده‌های میدان پتانسیل	۷
۱-۳-۱- مدل‌سازی مستقیم	۸
۲-۳-۱- مدل‌سازی وارون	۹
۴-۱- سابقه تحقیق	۱۲
۵-۱- تعریف مسئله و ضرورت انجام تحقیق	۱۶
۶-۱- سوالات اصلی و اهداف تحقیق	۲۱
۷-۱- روش تحقیق	۲۲
۸-۱- ساختار رساله	۲۳
فصل دوم: مبانی حل مسائل مستقیم و وارون و ارائه الگوریتم‌های جدید وارون‌سازی تکراری	۲۵
۱-۲- مقدمه	۲۶
۲-۲- فرمول بندی مسایل ژئوفیزیکی	۲۶
۳-۲- حل مسئله مستقیم در گرانی سنجی	۲۹
۱-۳-۲- حل مسئله مستقیم برای مدل‌های دو بعدی در گرانی سنجی	۳۰
۲-۳-۲- حل مسئله مستقیم برای مدل‌های سه بعدی در گرانی سنجی	۳۳
۴-۲- حل مسئله مستقیم در مغناطیس سنجی	۳۴
۱-۴-۲- حل مسئله مستقیم برای مدل‌های دو بعدی در مغناطیس سنجی	۳۵

۳۶.....	۲-۴-۲- حل مسئله مستقیم برای مدل‌های سه بعدی در مغناطیس سنجی
۳۹.....	۲-۵- اصول حل مسائل وارون
۴۱.....	۲-۵-۱- منظم‌سازی تیخونوف
۴۵.....	۲-۶- انواع روش‌های حل مسایل وارون
۴۷.....	۲-۶-۱- روش گرادیان مزدوج
۴۸.....	۲-۶-۲- روش دوقطری سازی لنگزوس
۵۱.....	۲-۶-۳- بهبود سرعت روش دو قطری سازی لنگزوس با استفاده از پیش شرط گذاری
۵۳.....	۲-۷- انتخاب پارامتر منظم‌سازی
۵۴.....	۲-۷-۱- روش اصل اختلاف
۵۵.....	۲-۷-۲- روش منحنی L
۵۷.....	۲-۷-۳- روش اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته
۵۹.....	۲-۷-۴- روش تخمینگر نااریب ریسک احتمالی
۶۰.....	۲-۷-۵- روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده
۶۳.....	فصل سوم: بهبود روش‌های مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل
۶۴.....	۳-۱- مقدمه
۶۶.....	۳-۲- مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل
۶۹.....	۳-۳- وارون‌سازی متمرکز داده‌های میدان پتانسیل
۷۱.....	۳-۳-۱- حل مسئله وارون‌سازی متمرکز داده‌های میدان پتانسیل با استفاده از روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده
۷۴.....	۳-۴- وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل در فضای داده با قید پراکندگی
	فصل چهارم: ارزیابی قابلیت‌ها و مقایسه روش‌های بهبود یافته وارون‌سازی با استفاده از داده‌های مدل-
۸۱.....	های مصنوعی

۸۲.....	۴-۱- مقدمه
۸۳.....	۴-۲- مدل سازی وارون هموار داده های میدان پتانسیل حاصل از مدل های مصنوعی
۸۳.....	۴-۲-۱- مدل سازی وارون هموار دو بعدی داده های گرانی
۸۹.....	۴-۲-۲- مدل سازی وارون هموار سه بعدی داده های گرانی
۹۳.....	۴-۲-۳- مدل سازی وارون هموار دو بعدی داده های مغناطیس
۹۷.....	۴-۲-۴- مدل سازی وارون هموار سه بعدی داده های مغناطیس
۱۰۲.....	۴-۲-۵- ارائه الگوریتم بهبود یافته برای مدل سازی وارون هموار داده های میدان پتانسیل
۱۰۷.....	۴-۳- مدل سازی وارون متمرکز داده های میدان پتانسیل حاصل از مدل های مصنوعی
۱۰۷.....	۴-۳-۱- مدل سازی وارون متمرکز دو بعدی داده های گرانی
۱۰۹.....	۴-۳-۲- مدل سازی وارون متمرکز سه بعدی داده های گرانی
۱۱۰.....	۴-۳-۳- مدل سازی وارون متمرکز دو بعدی داده های مغناطیس
۱۱۲.....	۴-۳-۴- مدل سازی وارون متمرکز سه بعدی داده های مغناطیس
۱۱۳.....	۴-۴- مدل سازی وارون داده های میدان پتانسیل در فضای داده با قید پراکندگی
۱۱۳.....	۴-۴-۱- مدل سازی وارون دو بعدی داده های گرانی در فضای داده با قید پراکندگی
۱۱۵.....	۴-۴-۲- مدل سازی وارون سه بعدی داده های گرانی در فضای داده با قید پراکندگی
۱۱۶.....	۴-۴-۳- مدل سازی وارون دو بعدی داده های مغناطیس در فضای داده با قید پراکندگی
۱۱۶.....	۴-۴-۴- مدل سازی وارون سه بعدی داده های مغناطیس در فضای داده با قید پراکندگی
۱۱۸.....	۴-۵- جمع بندی
۱۲۱.....	فصل پنجم: به کار گیری و ارزیابی الگوریتم های بهبود یافته جهت وارون سازی داده های صحرایی
۱۲۲.....	۵-۱- مقدمه
۱۲۲.....	۵-۲- مدل سازی وارون داده های گرانی معدن سولفید توده ای موبرون
۱۲۷.....	۵-۳- مدل سازی وارون داده های گرانی معدن سولفید توده ای سن نیکلاس

۴-۵- مدل سازی وارون داده های مغناطیس کانسار آهن ا... آباد یزد	۱۳۳
۵-۵- مدل سازی وارون داده های مغناطیس کانسار آهن اجت آباد	۱۳۷
۵-۶- جمع بندی	۱۴۳
فصل ششم: نتایج و پیشنهادات	۱۴۵
۶-۱- جمع بندی و نتایج	۱۴۶
۶-۲- پیشنهادات	۱۴۸
منابع	۱۵۱

فهرست شکل‌ها

- شکل (۱-۲): توزیع چگالی در سه بعد با شکل دلخواه و نقطه مشاهده P با مختصات (x, y, z) ، $\hat{r}$ بردار واحد المان حجمی dv به سمت P است. ۲۹
- شکل (۲-۲): تقریب یک جسم دو بعدی توسط یک چند ضلعی. ۳۱
- شکل (۳-۲): گسسته سازی زیر سطح زمین به منظور حل مسئله مستقیم دو بعدی. ۳۳
- شکل (۴-۲): گسسته سازی زیر سطح زمین به منظور حل مسئله مستقیم سه بعدی. ۳۳
- شکل (۵-۲): نمایی از روبان افقی گسترده شده به موازات محور y ۳۵
- شکل (۶-۲): مقایسه داده‌های حاصل از یک مدل مصنوعی با استفاده از کدهای تهیه شده در سمت چپ و داده‌های حاصل از نرم افزار در سمت راست نشان داده شده است. ۳۸
- شکل (۷-۲): منحنی L با حد عدم برازش مشخص ۴۲
- شکل (۸-۲): منحنی L با حد نرم مدل مشخص ۴۳
- شکل (۹-۲): نمونه‌ای از منحنی L ۵۶
- شکل (۱-۳): فلوچارت مدل سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل. ۷۰
- شکل (۲-۳): فلوچارت الگوریتم بهبود یافته مدل سازی وارون متمرکز داده‌های میدان پتانسیل. ۷۵
- شکل (۳-۳): فلوچارت الگوریتم بهبود یافته مدل سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل در فضای داده با قید پراکندگی. ۷۹
- شکل (۱-۴): مدل مصنوعی دوبعدی تک بلوک و داده‌های گرانی حاصل از آن. ۸۴
- شکل (۲-۴): مدل مصنوعی تک بلوک (الف). نتیجه حاصل از مدل سازی وارون با استفاده از روش گرادیان مزدوج (ب). نتیجه حاصل از وارون سازی با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس (ج). نتیجه حاصل از مدل سازی وارون با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده (د). ۸۵

شکل (۳-۴): مدل مصنوعی دارای تک بلوک به همراه داده (الف). نتیجه حاصل از مدل سازی وارون هموار با استفاده از روش های انتخاب پارامتر منظم سازی اصل اختلاف (Dp) (ب)، منحنی L (LC) (ج)، اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV) (د)، تخمینگر ناریب ریسک احتمالی (UPRE) (ه) و نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) (و)..... ۸۸

شکل (۴-۴): نمایی سه بعدی از مدل مصنوعی دارای دو بلوک (الف). داده های گرانی آغشته به پنج درصد نوفه حاصل از مدل مصنوعی. ۹۰

شکل (۵-۴): تصویر برش قائم از مدل به دست آمده در فاصله ۵۰۰ متری از مبدا به سمت شمال و تصویر برش افقی از مدل در عمق ۱۲۵ متری از سطح زمین برای مدل های به دست آمده به کمک روش های گرادیان مزدوج (الف و ب)، روش دو قطری سازی لنگزوس (ج و د) و روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده (ه و و). ۹۱

شکل (۶-۴): تصویر برش قائم از مدل مصنوعی (الف) و تصاویر برش قائم از مدل به دست آمده در فاصله ۵۰۰ متری از مبدا به سمت شمال با استفاده از روش های اصل اختلاف (ب)، منحنی L (ج)، اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته (ه) و نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (و). ۹۳

شکل (۷-۴): مدل های مصنوعی دو بعدی دارای یک بلوک و داده های مغناطیس همراه با نوفه ناشی از این مدل ها. ۹۴

شکل (۸-۴): مدل مصنوعی تک بلوک مغناطیسی (الف). نتیجه حاصل از مدل سازی وارون با استفاده از روش گرادیان مزدوج (ب). نتیجه حاصل از وارون سازی با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس (ج). نتیجه حاصل از مدل سازی وارون با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده (د). ۹۵

شکل (۹-۴): مدل مصنوعی دارای تک بلوک به همراه داده (الف). نتیجه حاصل از مدل سازی وارون با استفاده از روش های انتخاب پارامتر منظم سازی اصل اختلاف (Dp) (ب)، منحنی L (LC) (ج)، اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV) (د)، تخمینگر ناریب ریسک احتمالی (UPRE) (ه) و نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) (و). ۹۷

شکل (۱۰-۴): نمایی سه بعدی از مدل مصنوعی دارای دو بلوک (الف). داده های مغناطیس آغشته به نوفه حاصل از مدل مصنوعی. ۹۸

شکل (۴-۱۱): تصویر برش قائم از مدل به دست آمده در فاصله ۵۰۰ متری از مبدا به سمت شمال و تصویر برش افقی از مدل در عمق ۱۲۵ متری از سطح زمین برای مدل‌های به دست آمده به کمک روش‌های گرادیان مزدوج (الف و ب)، روش دو قطری سازی لنگزوس (ج و د) و روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده (ه و و). ۱۰۰

شکل (۴-۱۲): تصویر برش قائم از مدل مصنوعی (الف) و تصاویر برش قائم از مدل به دست آمده در فاصله ۵۰۰ متری از مبدا به سمت شمال با استفاده از روش‌های اصل اختلاف (ب)، منحنی L (ج)، اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته (د)، تخمینگر نااریب ریسک احتمالی (ه) و نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (و). ۱۰۱

شکل (۴-۱۳): فلوجارت الگوریتم بهبود یافته برای مدل سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل. ۱۰۳

شکل (۴-۱۴): مدل دو بعدی حاصل از وارون سازی هموار داده‌های گرانی حاصل از مدل مصنوعی با استفاده از الگوریتم بهبود یافته. ۱۰۴

شکل (۴-۱۵): نتایج مدل سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های گرانی شکل (۴-۴) به کمک الگوریتم بهبود یافته تصویر برش قائم از مدل به دست آمده در فاصله ۵۰۰ متری از مبدا به سمت شمال (الف) و تصویر برش افقی از مدل در عمق ۱۲۵ متری از سطح زمین (ب). ۱۰۵

شکل (۴-۱۶): مدل حاصل از وارون سازی هموار داده‌های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی با استفاده از الگوریتم بهبود یافته. ۱۰۶

شکل (۴-۱۷): نتایج مدل سازی هموار سه بعدی با استفاده از الگوریتم بهبود یافته تصویر برش قائم از مدل به دست آمده در فاصله ۵۰۰ متری از مبدا به سمت شمال (الف) و تصویر برش افقی از مدل در عمق ۱۲۵ متری از سطح زمین (ب). ۱۰۷

شکل (۴-۱۸): مدل دو بعدی گرانی حاصل از مدل سازی وارون متمرکز با استفاده از روش منظم سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (الف) و روش منظم سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (ب). ۱۰۸

شکل (۴-۱۹): نتایج حاصل از مدل سازی وارون متمرکز داده‌های گرانی حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی با استفاده از روش منظم سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) (الف و ب) و روش منظم سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (RRLB) (ج و د). ۱۱۰

شکل (۴-۲۰): مدل دو بعدی مغناطیسی حاصل از مدل سازی وارون متمرکز با استفاده از روش منظم- سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (الف) و روش منظم سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنکروس (ب). ۱۱۱

شکل (۴-۲۱): نتایج حاصل از مدل سازی وارون متمرکز داده های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی با استفاده از روش منظم سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) (الف و ب) و روش منظم سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنکروس (RRLB) (ج و د). ۱۱۲

شکل (۴-۲۲): تصویر مدل دو بعدی گرانی حاصل از مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش گرادیان مزدوج (الف) و روش دو قطری سازی لنکروس (ب). ۱۱۴

شکل (۴-۲۳): نتایج حاصل از مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی داده های گرانی حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی با استفاده از روش گرادیان مزدوج (الف و ب) و روش دو قطری سازی لنکروس (ج و د). ۱۱۵

شکل (۴-۲۴): مدل دو بعدی مغناطیسی حاصل از مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش گرادیان مزدوج (الف) و روش دو قطری سازی لنکروس (ب). ۱۱۷

شکل (۴-۲۵): نتایج حاصل از مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی داده های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی (شکل ۴-۱۰) با استفاده از روش گرادیان مزدوج (الف و ب) و روش دو قطری سازی لنکروس (ج و د). ۱۱۸

شکل (۵-۱): نقشه بی-هنجاری گرانی معدن موبرون (الف). مدل حاصل از مدل سازی وارون داده های پروفیل $A-A'$ با استفاده از روش مدل سازی وارون هموار (ب)، روش مدل سازی وارون متمرکز (ج) و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (د). ۱۲۴

شکل (۵-۲): مقاطع افقی حاصل از وارون سازی هموار سه بعدی در عمق ۴۵ متری (الف)، مدل سازی وارون متمرکز (ب) و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (ج) در معدن موبرون کانادا. مرز واقعی ماده معدنی در این عمق با خط سیاه رنگ بر روی شکل ها نشان داده شده است. ۱۲۵

شکل (۵-۳): مقاطع قائم $A-A'$ و $B-B'$ حاصل از مدل سازی سه بعدی داده های گرانی معدن موبرون. ردیف اول مقاطع حاصل از مدل سازی وارون هموار را نشان می دهد (الف و ب). ردیف دوم مقاطع حاصل از مدل سازی وارون متمرکز را نشان می دهد (ج و د) و ردیف آخر مقاطع حاصل از مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی را نشان می دهد (ه و و). ۱۲۶

شکل (۵-۴): نمایی از مقطع قائم شمالی - جنوبی کانسار سن نیکلاس در امتداد شرقی ۱۷۰۰-متری
۱۲۸.....

شکل (۵-۵): نقشه بی‌هنجاری گرانی کانسار سن نیکلاس به همراه موقعیت داده‌ها (الف). مدل دو بعدی حاصل از مدل‌سازی وارون داده‌های پروفیل $A-A'$ با استفاده از روش مدل‌سازی وارون هموار (ب)، روش مدل‌سازی وارون متمرکز (ج) و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (د). محدوده توده سولفیدی با توجه به اطلاعات حفاری با خط مشکی بر روی مقاطع نشان داده شده است. ۱۲۹.....

شکل (۵-۶): مقاطع افقی حاصل از مدل‌سازی وارون هموار سه بعدی در عمق ۳۰۰ متری (الف)، مدل‌سازی وارون متمرکز (ب) و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (ج) در کانسار سن نیکلاس مکزیک. ۱۳۰.....

شکل (۵-۷): مقاطع قائم $A-A'$ و $B-B'$ حاصل از مدل‌سازی سه بعدی داده‌های گرانی کانسار سن نیکلاس. ردیف اول مقاطع حاصل از مدل‌سازی وارون هموار را نشان می‌دهد (الف وب). ردیف دوم مقاطع حاصل از مدل‌سازی وارون متمرکز را نشان می‌دهد (ج و د) و ردیف آخر مقاطع حاصل از مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی را نشان می‌دهد (ه و و). محدوده توده سولفیدی با خط مشکی در مقاطع نشان داده شده است. خط چین نشان دهنده گسل احتمالی است. ۱۳۱.....

شکل (۵-۸): نقشه بی‌هنجاری مغناطیس کانسار آهن ا... آباد یزد به همراه موقعیت گمانه‌ها (الف). مدل حاصل از مدل‌سازی وارون دو بعدی داده‌های پروفیل $A-A'$ با استفاده از روش مدل‌سازی وارون هموار (ب)، روش مدل‌سازی وارون متمرکز (ج) و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (د). محدوده‌ای که هر گمانه ماده معدنی را قطع نموده است با خط مشکی بر روی مقاطع نشان داده شده است. ۱۳۴.....

شکل (۵-۹): مقاطع افقی در عمق ۴۰ متری حاصل از روش‌های مدل‌سازی وارون هموار (الف)، مدل-سازی وارون متمرکز (ب) و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (ج) برای کانسار ا... آباد یزد. ۱۳۵.....

شکل (۵-۱۰): مقاطع قائم $A-A'$ و $B-B'$ حاصل از مدل‌سازی سه بعدی داده‌های مغناطیس کانسار آهن ا... آباد یزد. ردیف اول مقاطع حاصل از مدل‌سازی وارون هموار را نشان می‌دهد (الف وب). ردیف دوم مقاطع حاصل از مدل‌سازی وارون متمرکز را نشان می‌دهد (ج و د) و ردیف آخر مقاطع حاصل از مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی را نشان می‌دهد (ه و و). محدوده ماده معدنی در هر گمانه با خط مشکی نمایش داده شده است. ۱۳۶.....

شکل (۵-۱۱): نقشه زمین‌شناسی ساده شده از منطقه اجت آباد. ۱۳۹

شکل (۵-۱۲): نقشه بی‌هنجاری مغناطیس کانسار آهن اجت آباد (الف). مدل حاصل از مدل‌سازی وارون دو بعدی داده‌های پروفیل A-A' با استفاده از روش مدل‌سازی وارون هموار (ب)، روش مدل‌سازی وارون متمرکز (ج) و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (د). ۱۴۰

شکل (۵-۱۳): مقاطع افقی در عمق ۲۰ متری از سطح زمین حاصل از روش‌های مدل‌سازی وارون هموار (الف)، مدل‌سازی وارون متمرکز (ب) و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (ج). ۱۴۱

شکل (۵-۱۴): مقاطع قائم A-A' و B-B' حاصل از مدل‌سازی سه بعدی داده‌های مغناطیس کانسار آهن ا... آباد. ردیف اول مقاطع حاصل از مدل‌سازی وارون هموار را نشان می‌دهد (الف و ب). ردیف دوم مقاطع حاصل از مدل‌سازی وارون متمرکز را نشان می‌دهد (ج و د) و ردیف آخر مقاطع حاصل از مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی را نشان می‌دهد (ه و و). ۱۴۲

فهرست جداول

جدول (۱-۲): الگوریتم روش گرادیان مزدوج.....	۴۸
جدول (۲-۲): الگوریتم دو قطری سازی لنگروس.....	۴۹
جدول (۳-۲): الگوریتم حل مسئله وارون با استفاده از روش دو قطری سازی لنگروس.....	۵۱
جدول (۱-۴): مقایسه زمان لازم و حجم حافظه مورد نیاز روش‌های مختلف برای وارون‌سازی هموار دو بعدی داده‌های گرانی حاصل از مدل مصنوعی تک بلوک.....	۸۵
جدول (۲-۴): میانگین زمان لازم و خطای نسبی مدل برای مدل‌سازی وارون داده‌های مدل مصنوعی تک بلوک برای ۲۵ بردار داده.....	۸۷
جدول (۳-۴): مقایسه زمان لازم و حجم حافظه مورد نیاز روش‌های مختلف برای وارون‌سازی هموار سه بعدی داده‌های گرانی حاصل از مدل مصنوعی.....	۹۲
جدول (۴-۴): میانگین زمان لازم و خطای نسبی مدل برای مدل‌سازی وارون داده‌های مدل مصنوعی سه بعدی برای ۲۵ بردار داده.....	۹۲
جدول (۵-۴): مقایسه زمان لازم و حجم حافظه مورد نیاز روش‌های مختلف برای وارون‌سازی هموار دو بعدی داده‌های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی تک بلوک.....	۹۶
جدول (۶-۴): میانگین زمان لازم و خطای نسبی مدل برای مدل‌سازی وارون داده‌های مدل مصنوعی تک بلوک برای ۲۵ بردار داده.....	۹۶
جدول (۷-۴): مقایسه زمان لازم و حجم حافظه مورد نیاز روش‌های مختلف برای وارون‌سازی هموار سه بعدی داده‌های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی.....	۱۰۰
جدول (۸-۴): میانگین زمان لازم و خطای نسبی مدل برای مدل‌سازی وارون داده‌های مدل مصنوعی سه بعدی برای ۲۵ بردار داده.....	۱۰۰
جدول (۱-۵): مدت زمان، حجم حافظه رایانه‌ای لازم و مقدار عدم برازش هر یک از روش‌های مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی معدن موبرون.....	۱۲۷

جدول (۵-۲): مدت زمان، حجم حافظه رایانه‌ای لازم و مقدار عدم برازش هر یک از روش‌های مدل‌سازی

وارون داده‌های گرانی کانسار سن نیکلاس..... ۱۳۳

جدول (۵-۳): مدت زمان، حجم حافظه رایانه‌ای لازم و مقدار عدم برازش هر یک از روش‌های مدل‌سازی

وارون داده‌های مغناطیس کانسار آهن ا... آباد..... ۱۳۷

جدول (۵-۴): مدت زمان، حجم حافظه رایانه‌ای لازم و مقدار عدم برازش هر یک از روش‌های مدل‌سازی

وارون داده‌های مغناطیس کانسار آهن اجت آباد..... ۱۴۳

فصل اول

کلیات و مفاهیم

برداشت‌های ژئوفیزیکی در اکتشاف مواد معدنی معمولاً برای شناسایی مناطق پتانسیل‌دار و برای درک بهتر لایه‌بندی و ساختارهای بزرگ‌مقیاسی که ممکن است ذخیره در آن تشکیل شده باشد، انجام می‌گیرد و یا در مقیاس کوچکتر به منظور تعیین جزئیات بیشتر از یک ذخیره شناخته شده این برداشت‌ها انجام می‌شوند [Oldenburg and Pratt, 2007].

روش‌هایی ژئوفیزیکی که در اکتشاف مواد معدنی مورد استفاده قرار می‌گیرد بسته به نوع خواص فیزیکی مورد استفاده، به روش‌های مختلف طبقه‌بندی می‌شود. هر یک از این روش‌ها براساس تباین^۱ فیزیکی یک یا چند پارامتر و ویژگی فیزیکی منطقه مورد هدف (بی‌هنجاری^۲) با سنگ‌های اطراف بنا می‌شوند. برای نمونه، روش‌های لرزه‌ای مبتنی بر خواص کشسانی^۳ سنگ‌ها، روش گرانی سنجی براساس تباین چگالی^۴ سنگ‌ها، روش مغناطیس‌سنجی براساس خاصیت مغناطیسی شدن سنگ‌ها در یک میدان مغناطیسی، روش‌های الکتریکی و الکترومغناطیسی براساس تباین مقاومت (و یا هدایت) الکتریکی ویژه سنگ‌ها و طبقات زیرسطحی و روش‌های رادیومتری بر اساس خاصیت رادیواکتیو سنگ‌ها استوار می‌باشند. انتخاب نوع روش یا روش‌های ژئوفیزیکی در عمل به عوامل مختلفی مثل شکل، نوع مواد معدنی (منابع مورد نظر)، عمق قرارگیری و ... بستگی دارد. همچنین روش ژئوفیزیکی ممکن است نشانگر آن باشد که آیا شرایط زمین‌شناسی برای تشکیل یک منبع طبیعی مساعد است یا خیر؟ [Telford et al., 1990]. در بین روش‌های مختلف ژئوفیزیکی، روش‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی^۵ که معمولاً به نام روش‌های میدان پتانسیل^۶ شناخته می‌شوند نقش مهمی در اکتشاف منابع زیرزمینی دارند [Li and Oldenburg, 1996, 1998; Williams, 2008; Hinze et al., 2013].

¹ Contrast

² Anomaly

³ Elastic

⁴ Density

⁵ Gravity and magnetic methods

⁶ Potential field methods

پس از برداشت داده‌های ژئوفیزیکی و پردازش آنها می‌توان تصاویر و نقشه‌هایی را تهیه نمود که با استفاده از آنها می‌توان به برخی از سوال‌های زمین‌شناسی درباره منطقه مورد مطالعه پاسخ داد. برای مثال در روش‌های میدان پتانسیل هنگامی که یک توده عامل بی‌هنجاری در یک سنگ میزبان ساده قرار گرفته است، با استفاده از تصاویر و نقشه‌های به‌دست آمده می‌توان موقعیت توده عامل بی‌هنجاری و برخی از شاخص‌های عمقی آن را تعیین نمود [Hinze et al., 2013].

در بیشتر موارد هدف اکتشافی که معمولاً ماده معدنی بوده و عامل بی‌هنجاری ژئوفیزیکی است در یک ساختار زمین‌شناسی پیچیده قرار گرفته است، که سایر واحدهای زمین‌شناسی پاسخ ناشی از این توده عامل بی‌هنجاری را محو^۱ می‌کند. در چنین مواردی تفسیر چشمی و مستقیم از موقعیت هدف اکتشافی مشکل و یا غیر ممکن است. با وارون سازی^۲ داده‌های ژئوفیزیکی می‌توان توزیع خواص فیزیکی نسبی مورد نظر در زیر سطح زمین را به‌دست آورد به‌گونه‌ای که مدل حاصل شده بتواند داده‌های مشاهده‌ای را با دقت مناسبی بازتولید نماید [Oldenburg and Pratt, 2007].

برنامه‌های اکتشافی مؤثر، با استفاده از فناوری‌های مناسب و با بهینه نمودن حفاری، ریسک و هزینه اکتشاف را کاهش داده و سرعت اکتشاف را بالا می‌برد. به عبارت دیگر استفاده صحیح از ابزارهای موجود در برنامه‌های اکتشافی به اکتشاف کانه بیشتر، با سرعت بیشتر و هزینه کمتر کمک می‌کند. مطالعات نشان می‌دهند که استفاده از داده‌های ژئوفیزیکی می‌تواند در برنامه‌های اکتشافی به منظور اکتشاف کانسارهای پنهان بشدت سودمند باشند. این مسئله در چند سال اخیر به دلیل افزایش توانایی در وارون سازی داده‌های ژئوفیزیکی و تولید مدل‌های سه بعدی بهتر از توزیع خواص فیزیکی زیرسطحی، واضح‌تر شده است [Phillips et al., 2001; Oldenburg et al., 1998; Farquharson, 2008; Boszczuk et al., 2011; Ribeiro et al., 2013; Abedi et al., 2013; Zhang et al., 2015; Qin et al., 2016]. این

¹ Mask

² Inversion

مدل‌ها همراه با اطلاعات موجود از سنگ‌های منطقه در تفسیر زمین‌شناسی و ساختاری منطقه مورد مطالعه به کار می‌روند. در نهایت به کمک آنها می‌توان نقاط حفاری بهینه را تعیین نمود. از آنجایی که مطالعه حاضر برای ارائه روش جدید وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل با سرعت و دقت بهتر می‌باشد، در ادامه پس از شرح مختصر روش‌های میدان پتانسیل، انواع روش‌های مدل‌سازی داده‌های میدان پتانسیل به طور مختصر توضیح داده می‌شود. سپس با توجه به پیشینه مطالعاتی، سؤالات موجود مطرح و اهداف رساله حاضر تبیین می‌گردد.

۱-۲- روش‌های میدان پتانسیل

روش‌های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی معمولاً روش‌های میدان پتانسیل نامیده می‌شوند زیرا داده‌های ژئوفیزیکی اندازه‌گیری شده در این روش‌ها تابعی از پتانسیل میدان (گرانی یا مغناطیس) نیروی مورد اندازه‌گیری هستند. روش‌های میدان پتانسیل در مقیاس‌های مختلف در علوم زمین به کار گرفته شده‌اند زیرا در مقایسه با سایر روش‌های ژئوفیزیکی برداشت داده در این روش‌ها سریع و کم هزینه بوده و پردازش و تفسیر داده‌های حاصل از این روش‌ها به نسبت ساده است. با این حال اطلاعات خوبی از زیر سطح زمین در اختیار ما قرار می‌دهد [Hinze et al., 2013].

۱-۲-۱- روش گرانی سنجی

در روش گرانی سنجی تغییرات کوچک میدان گرانشی زمین^۱ که ناشی از تغییرات جانبی چگالی سنگ‌هاست، اندازه‌گیری می‌شود. این اندازه‌گیری‌ها توسط دستگاه‌هایی به نام گرانی سنج^۲ انجام می‌شود که در واقع شتاب گرانی^۳ را اندازه‌گیری می‌کند. اخیراً دستگاه‌هایی ساخته شده است که می‌تواند گرادیان^۴ و یا اجزا بردار میدان گرانی را اندازه‌گیری نماید. اندازه‌گیری داده‌های گرانی بر روی زمین، دریا، درون چاه، هوا و فضا انجام می‌شود [Hinze et al., 2013].

¹ Earth's gravitational field

² Gravimeters

³ Acceleration of gravity

⁴ Gradient

اندازه‌گیری دقیق گرانی این امکان را فراهم می‌کند تا بتوان تفسیر مناسبی از توزیع چگالی در زیر سطح زمین به دست آورد. از روش گرانی سنجی در مطالعات زمین‌شناسی و تکتونیک و اکتشاف مواد معدنی استفاده می‌شود [Paterson and Reeves, 1985]. روش گرانی سنجی از مهم‌ترین روش‌ها در اکتشاف نفت و گاز بوده و در مطالعات پایش سطح آب زیرزمینی کاربرد دارد [Nabighian, 2005a]. همچنین روش گرانی سنجی در مطالعات مهندسی و مسائل زیست محیطی نیز کاربرد دارد [Hinze, 1990].

بی‌هنجاری گرانی، اختلاف بین مقدار گرانی واقعی زمین و مقدار گرانی نرمال برای یک زمین همگن و ایده‌آل در یک ایستگاه مشخص در سطح ژئوئید است [Li and Gotze, 2001]. مقدار گرانی به عواملی نظیر عرض جغرافیایی نقطه مشاهده‌ای که در محاسبه مقدار نرمال گرانی در فرمول منظور می‌شود، ارتفاع h ، فاصله قائم بین سطح آبهای آزاد و نقطه مشاهده‌ای، که دامنه تغییرات آن از نقطه مشاهده‌ای تا مرکز زمین می‌باشد و توزیع جرم زیر سطحی بستگی دارد. از آن جا که مقدار بی‌هنجاری گرانی حاصل از اندازه‌گیری تحت تأثیر عوامل مختلفی از جمله ارتفاع ایستگاه، عرض جغرافیایی، توپوگرافی منطقه و ... هستند، بنابراین بایستی اثرات این عوامل را با اعمال تصحیحات مختلف بر روی داده‌ها حذف نمود یا به حداقل ممکن کاهش داد [Blakely, 1996]. هدف نهایی در گرانی سنجی تفکیک مقدار اثر تغییرات چگالی محلی (زمین‌شناسی) از سایر بخش‌ها می‌باشد که ناشی از اثر اختلاف چگالی محلی طبقات در اعماق مختلف بوده و نسبت به سایر پارامترها بخش کوچکی از گرانی مشاهده‌ای است.

به منظور اکتشاف به روش گرانی سنجی، اندازه‌گیری و قرائت مقادیر عددی گرانی روی هر یک از نقاط شبکه در سطح زمین انجام می‌شود. سپس روی مقادیر مشاهده‌ای تصحیحات لازم بنا به نیاز انجام گرفته و سپس نقشه مقادیر بی‌هنجاری بوگه به صورت مقادیر کنتوری رسم می‌شود. این مقادیر گرانی نشان دهنده تغییرات زمین‌شناسی منطقه است که اختلاف چگالی ایجاد نموده و شامل بی‌هنجاری‌های

ناحیه‌ای^۱ و محلی^۲ (باقیمانده^۳) می‌باشند. چون هدف اصلی شناسایی تغییرات حاصل از بی‌هنجاری‌های باقیمانده در محدوده‌ی اندازه‌گیری گرانی است، بنابراین به نحوی بایستی مقادیر ناحیه‌ای که بیانگر تاثیرات زمینه روی منحنی‌های بی‌هنجاری است حذف و یا اثر آن حداقل شود. مقادیر غیرعادی گرانی بر روی نقشه کنتوری گرانی باقیمانده نشان دهنده وجود اجسام عامل بی‌هنجاری است [آقاجانی، ۱۳۸۸].

۱-۲-۲- روش مغناطیس سنجی

روش مغناطیس سنجی یکی از قدیمی‌ترین و پرکاربردترین روش‌های ژئوفیزیکی است که در اکتشاف و بررسی پدیده‌های زیرسطحی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در روش مغناطیس‌سنجی تغییرات میدان مغناطیسی زمین اندازه‌گیری می‌شود.

روش مغناطیس سنجی در اکتشاف مواد معدنی، اکتشاف نفت، مطالعات تکتونیکی، شناسایی مین‌ها و مواد منفجره، شناسایی تونل‌ها و خطوط لوله و مطالعات باستان شناسی به‌کار گرفته شده است [Reynolds, 1997; Nabighian, 2005b]. در روش مغناطیس سنجی معمولاً داده‌ها بر روی پروفیل‌های موازی برداشت می‌شوند. معمولاً فواصل برداشت داده‌ها بر روی این پروفیل‌ها کمتر از فواصل پروفیل‌ها از یکدیگر می‌باشد. مشابه روش گرانی سنجی داده‌های خام برداشت شده باید به‌گونه‌ای اصلاح گردند که معرف پدیده‌های زیرسطحی در منطقه برداشت داده‌ها باشند. مهم‌ترین هدف اصلاح داده‌های مغناطیس سنجی حذف تغییرات اضافه میدان مغناطیسی است که وابسته به مکان و زمان می‌باشد. مقدار میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده به عواملی نظیر ارتفاع، پدیده‌های سطحی طبیعی و مصنوعی، ویژگی‌های دستگاه اندازه‌گیری، منابع سیاره‌ای و زمین شناسی بستگی دارد. میدان مغناطیسی حاصل از هر کدام از این منابع دارای یک دامنه و دوره زمانی خاص می‌باشد. هدف نهایی در مغناطیس سنجی تفکیک مقدار اثر تغییرات میدان مغناطیس محلی (زمین شناسی) از سایر بخش‌ها می‌باشد که ناشی از

¹ Regional anomaly

² Local anomaly

³ Residual anomaly

اثر تباین خودپذیری مغناطیسی محلی طبقات در اعماق مختلف است [Hinze et al., 2013]. مهم‌ترین اصلاحات لازم بر روی داده‌های مغناطیس سنجی شامل حذف اثر میدان اصلی مغناطیسی زمین (میدان ناشی از هسته زمین) و تصحیح روزانه^۱ داده‌ها می‌باشد. برای حذف اثر میدان مغناطیسی اصلی زمین می‌توان مقدار میدان مغناطیسی زمین در هر نقطه را با استفاده از رابطه ریاضی میدان مبنای مغناطیسی بین‌المللی زمین^۲ (IGRF) محاسبه نموده و از داده‌ها کسر نمود. اگر میدان مغناطیسی در یک نقطه از سطح زمین در زمان‌های متفاوت اندازه‌گیری شود، مقادیر اندازه‌گیری شده معمولاً متفاوت خواهد بود. تغییرات میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده در یک نقطه در بازه زمانی کوتاه مدت (یکسال یا کمتر) معمولاً منبع خارجی دارد مثل جریان‌های الکتریکی موجود در یونسفر^۳. این تغییرات در بازه کوتاه مدت می‌تواند به دلیل تغییرات روزانه و یا طوفان‌های گذرا مغناطیسی ایجاد شود که با انجام اصلاح روزانه بر روی داده‌ها می‌توان اثر این تغییرات میدان مغناطیسی را از داده‌ها حذف نمود [Blakely, 1996]. معمولاً تصحیح ارتفاع بر روی داده‌های مغناطیس که بر روی زمین برداشت شده است انجام نمی‌گیرد زیرا مقدار این تصحیح ناچیز است (حداکثر 0.03 نانو تسلا بر متر). این تصحیح معمولاً روی داده‌های مغناطیس هوابرد^۴ انجام می‌شود [Telford et al., 1990].

۱-۳- مدل‌سازی داده‌های میدان پتانسیل

بعد از پایان عملیات برداشت داده‌های میدان پتانسیل و اعمال تصحیحات روی داده‌ها و جدا کردن بی‌هنجاری‌های ناحیه‌ای و محلی از یکدیگر، نوبت به تفسیر داده‌ها می‌رسد. به منظور تفسیر بایستی یک یا چندین پارامتر منبع بی‌هنجاری را برآورد کنیم. در روند تفسیر باید از تمامی اطلاعات زمین‌شناسی و ژئوفیزیکی موجود و سایر اطلاعات وابسته استفاده کرد. مدل‌سازی داده‌های میدان پتانسیل از مهم‌ترین روش‌های تفسیر این داده‌ها است [Blakely, 1996]. روش‌های مدل‌سازی داده‌های

^۱ Diurnal correction

^۲ International Geomagnetic Reference Field (IGRF)

^۳ Ionosphere

^۴ Aeromagnetic data

میدان پتانسیل به دو دسته مدل سازی مستقیم^۱ (یا مدل سازی پیشرو) و مدل سازی وارون^۲ تقسیم بندی می شود.

۱-۳-۱- مدل سازی مستقیم

برای مطالعه و تفسیر داده ها، باید رابطه میان توزیع خصوصیات فیزیکی اجزای سیستم تحت مطالعه (به عنوان مثال، سیستم زمین) و پاسخ های ژئوفیزیکی سیستم (یعنی داده های مشاهده ای) به طور کامل بررسی شود. سیستم معادلاتی که چنین روابطی را بررسی می کنند، ساختار تئوری مستقیم^۳ (پیشرو) را ترسیم می کنند [Meju, 1994]. در روش مدل سازی مستقیم یک مدل اولیه به عنوان چشمه بر مبنای ساختار زمین شناسی و مطالعات ژئوفیزیکی در صورت وجود برای بی هنجاری در نظر گرفته می شود. بی هنجاری حاصل از مدل (توسط روشهایی که در فصل بعد به آن اشاره می کنیم) محاسبه شده و با داده های مشاهده ای مقایسه می شود. حال پارامترهای مدل را بگونه ای تغییر می دهیم که بی هنجاری حاصل از داده های محاسبه ای بهترین برازش را با بی هنجاری حاصل از داده های واقعی داشته باشد [Blakely, 1996].

یک کارشناس با تجربه متوسط می تواند مدل سازی مستقیم را انجام دهد. همچنین با استفاده از مدل سازی مستقیم می توان به سرعت اطلاعات خوبی در زمینه محدوده تغییرات داده ها، مدل حاصل زیرسطحی و حساسیت پارامترهای مدل نسبت به داده ها به دست آورد. با این حال در حالتی که تعداد پارامترهای مدل زیاد باشد یا منابع تولید بی هنجاری در زیرسطح زمین زیاد و متنوع باشد، رسیدن به مدل مناسب کند و زمان بر خواهد بود. از این رو در مسائل پیچیده و بزرگ معمولاً از روش مدل سازی وارون استفاده می شود [Hinze et al., 2013].

¹ Forward modelling

² Inverse modelling

³ Forward theory

۱-۳-۲- مدل سازی وارون

استنتاج خصوصیات و پارامترهای فیزیکی سیستم مورد مطالعه از داده‌های مشاهده‌ای با استفاده از اعمال مجموعه‌ای از عملگرها را تئوری وارون^۱ می‌نامند. تئوری وارون با سازماندهی روش‌های ریاضی و آمار مانند حساب دیفرانسیل و انتگرال، جبر ماتریسی، استنتاج و برآوردهای آماری و محاسبات در فضاها برداری خاص (نظیر فضای هیلبرت) اطلاعات سودمندی درباره خصوصیات ژئوفیزیکی سیستم مورد مطالعه با استفاده از مجموعه داده‌های مشاهده‌ای به دست می‌آورد. این خصوصیات و پارامترهای فیزیکی مستقیماً با آنالیز داده‌های مشاهده‌ای و برازش مدل‌های ریاضی و بهینه سازی پارامترهای مدل در روند وارون سازی، به دست می‌آیند [Meju,1994].

در روش مدل سازی وارون، ساختار زمین (یا سایر اطلاعات و پارامترهای مورد نظر) مستقیماً با استفاده از داده‌های مشاهده‌ای به دست می‌آید. در این روش، با استفاده از مجموعه‌ای از روابط ریاضی مستقیماً از روی مقادیر داده‌های مشاهده‌ای پارامترهای مدل به گونه‌ای برآورد می‌شوند که داده‌های محاسبه شده با استفاده از پارامترهای مدل به دست آمده برازش مناسبی با داده‌های مشاهده‌ای داشته باشند. به عبارت دیگر، در این روش یک یا چند پارامتر منبع عامل بی‌هنجاری به صورت خودکار و با استفاده از داده‌های مشاهده‌ای محاسبه می‌شود [Blakely,1996]. هدف اصلی در مدل سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل پیدا کردن پارامترهای مدل است به گونه‌ای که داده‌های مشاهده‌ای را باز تولید کند.

دو نوع مسئله وجود دارد که از آنها به عنوان مسئله وارون یاد می‌شود. رایج ترین این مسائل تخمین تعداد کمی پارامتر است در حالی که تعداد داده‌ها بیش از تعداد مجهولات است. به این دسته از مسائل، مسئله تخمین پارامتر^۲ گویند. این مسائل را می‌توان با استفاده از روش حداقل مربعات^۳ حل نمود. دسته دوم از مسائلی هستند که هدف اصلی در آنها تعیین یک تابع است که معمولاً توزیع فضایی یک خاصیت

^۱ Inverse theory^۲ Parameter estimation^۳ Least square

فیزیکی است [Oldenburg and Pratt, 2007]. در اینجا منظور از مسائل وارون، مسائل دسته دوم می‌باشد.

فرایند مدل‌سازی وارون از فرایند مدل‌سازی مستقیم دشوارتر است. دلیل اول این است که داده‌های ژئوفیزیکی وابسته به توزیع فضایی خواص فیزیکی هستند و اطلاعات در مورد این خواص با ترکیب پیچیده‌ای در داده‌ها قرار گرفته‌اند. دلیل دوم این است که نباید انتظار داشت که توزیع فضایی خواص فیزیکی را بتوان با تعداد اندکی از داده‌ها و بصورت یکتا مشخص نمود. بنابراین هر جوابی که با استفاده از الگوریتم‌های مدل‌سازی وارون به دست می‌آید، یکتا نیست و انتخاب یک جواب (بهترین جواب) نیاز به اطلاعات اضافه دارد [Oldenburg and Li, 2005].

مسائل وارون را بر اساس خصوصیات ابعادی مسایل می‌توان به چهار گروه اصلی تقسیم بندی کرد [Menke, 2012]: (۱) مسائل فرو برآورد^۱: مسایل فرو برآورد وقتی اتفاق می‌افتند که تعداد مجهولات (که در اینجا همان پارامترهای مدل هستند) از تعداد داده‌ها بیشتر باشد. در مسایل عملی ژئوفیزیک سیستم‌های فروبرآورد صرفاً به دلیل کمتر بودن تعداد داده‌های مشاهده‌ای از پارامترهای مدل ناشی نمی‌شوند بلکه گاهی روش و طراحی عملیات برداشت داده‌ها موجب می‌شود مساله از نظر ذاتی فرو برآورد باشد. (۲) مسائل برآورد یکسان^۲: در اینگونه مسایل داده‌ها دقیقاً برابر تعداد پارامترهای مدل است. در این حالت تنها یک جواب برای مساله وجود دارد. (۳) مسائل فرا برآورد^۳: در این گونه مسائل تعداد داده‌ها از پارامترهای مدل بیشتر است. (۴) مسائل برآورد ترکیبی^۴: در این مسایل برخی از پارامترهای مدل فرا برآورد و برخی فرو برآورد هستند. همچنین، مسائل وارون بر مبنای رابطه میان تغییرات در پارامترهای مدل و اثرات متقابل آنها روی داده‌های مشاهده‌ای دسته بندی می‌شوند. این روابط می‌توانند به صورت خطی^۵، غیر خطی^۶ یا کاملاً غیر خطی^۷ باشند. در مسائل وارون خطی یک

¹ Under-determined

² Even-determined

³ Over-determined

⁴ Mixed-determined

⁵ Linear

⁶ Non-linear

⁷ Highly non-linear

وابستگی خطی میان داده‌ها و پارامترهای مدل وجود دارد. در مسائل وارون غیر خطی رابطه بین داده‌ها و پارامترهای مدل غیر خطی است ولی تا هنگامی که تغییرات در مدل نسبت به مدل اولیه در این مسایل کوچک باشد، انتظار داریم رابطه میان تغییرات پارامترهای مدل و اثرات ناشی از آنها روی داده‌های مشاهده شده خطی باشد. طیف بزرگی از مسائل ژئوفیزیکی در این دسته قرار می‌گیرند. روند وارون سازی در مورد این مسائل سرانجام منجر به شکل گیری یک سیستم معادلات خطی بر مبنای تغییرات پارامترهای مدل خواهد شد. اما در مسائل وارون کاملاً غیر خطی، رابطه غیر خطی میان داده‌ها و پارامترهای مدل را نمی‌توان خطی کرد. در مدل سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل زمانی که چگالی یا خودپذیری مغناطیسی به عنوان پارامترهای مدل در وارون سازی مطرح می‌باشند، مسئله وارون خطی است که در این صورت با حل یک سیستم معادلات خطی فرو برآورد مواجه هستیم.

در روش‌های میدان پتانسیل که کاربرد زیادی در اکتشاف مواد معدنی دارند، پاسخ ژئوفیزیکی را می‌توان، بر اساس فیزیک میدان‌های پتانسیل و از طریق مدل‌های توزیع چگالی یا خودپذیری مغناطیسی، محاسبه نمود. در مدل سازی وارون خطی به دست آوردن پارامترهای مدل از طریق این داده‌ها، از نظر عددی مشکل بوده و جواب یکتا نیست. ممکن است بی‌نهایت مدل وجود داشته باشد که داده‌های میدان پتانسیل را به خوبی توجیه نماید. یک راه برای حل این مشکل، انتخاب مدلی است که با قیده‌های زمین شناسی موجود در منطقه همخوانی داشته باشد [Li and Oldenburg, 1996, Zhdanov, 2015]. یکی از روش‌های رایج برای رسیدن به این مدل کمینه نمودن یک تابع هدف است که این تابع، عدم برازش^۱ داده‌ها را با یک تابع پایدار کننده^۲ دیگر مثل یکی از توابع منظم سازی تیخونوف^۳ ترکیب می‌کند [Zhdanov, 2002]. روش‌های مختلفی برای وارون سازی داده‌های میدان پتانسیل وجود دارد که در قسمت بعدی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۴-۱- سابقه تحقیق

¹ Misfit

² Stabilizing functional

³ Tikhonov regularization

اولین بار بات^۱ (۱۹۵۹) تلاش کرد که با استفاده از روش آزمون و خطا در وارون‌سازی داده‌های گرانی عمق منشورهای قائم را تعیین کرده و به این وسیله ضخامت یک حوزه رسوبی را تعیین نماید. دینز^۲ (۱۹۶۰) از روشی مشابه برای تعیین عمق بالایی گنبد‌های نمکی استفاده نمود. اولدنبرگ^۳ (۱۹۷۴) روش حل مسئله مستقیم پارکر^۴ (۱۹۷۳) را در حوزه فوریه^۵ توسعه داد و بر اساس آن، الگوریتمی را برای تعیین عمق حوزه‌های رسوبی با استفاده از تئوری وارون ارائه کرد. گرین^۶ (۱۹۷۵) یک ماتریس وزنی برای وارون‌سازی داده‌های گرانی ارائه نمود که به کمک آن می‌توان مقدار برخی از پارامترهای مدل را با توجه به اطلاعات اولیه زمین‌شناسی در حین وارون‌سازی ثابت نگه داشت. او همچنین از روش بکوس-گیلبرت^۷ برای وارون‌سازی دو بعدی داده‌های گرانی استفاده کرد. در این روش با استفاده از مدل اولیه و ماتریس‌های وزنی ساخته شده با توجه به اطلاعات اولیه، نتایج مدل‌سازی وارون مقید شد. لست^۸ و کوبیک^۹ (۱۹۸۳) روشی را برای وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل ارائه نمودند که در این روش مدلی حاصل می‌شود که در آن حجم توده و یا مدل عامل بی‌هنجاری کمینه است. گولن و منیکتی^{۱۰} (۱۹۸۴) تصمیم گرفتند که در فرایند وارون‌سازی ممان اینرسی توده را با توجه به مرکز توده و یا محوری که از درون توده می‌گذرد کمینه نمایند تا مدلی با مرزهای واضح ایجاد شود. در ادامه این روش استفاده از ممان اینرسی برای حالت چند توده نیز تعمیم یافت [Barbosa and Silva, 1994]. رنه^{۱۱} (۱۹۸۶) الگوریتمی را برای مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل ارائه داد که در آن مدل در اطراف یکی از پارامترهای مدل رشد پیدا می‌کند. مدل حاصل از این روش مدلی فشرده^{۱۲}

¹ Bott

² Danes

³ Oldenburg

⁴ Parker

⁵ Fourier

⁶ Green

⁷ Backus-Gilbert

⁸ Last

⁹ Kubik

¹⁰ Guillen and Menichetti

¹¹ René

¹² Compact

بوده و مرزهای بین توده و محیط اطراف در مدل واضح و تیز^۱ است. در ادامه وارون‌سازی سه بعدی داده‌های گرانی با استفاده از روش وارون‌سازی در فضای داده^۲ [Tarantola, 1988] توسعه داده شد [Camacho et al., 2000].

لی^۳ و اولدنبرگ (۱۹۹۶) یک روش تعمیم یافته برای وارون‌سازی هموار سه بعدی داده‌های مغناطیس بر اساس منظم‌سازی تیخونوف [Tikhonov and Arsenin, 1977] ارائه کردند. در این روش یک تابع هدف که از دو قسمت تشکیل شده کمینه می‌شود. قسمت اول این تابع هدف بیانگر عدم برازش بین داده‌های مشاهده‌ای و محاسبه شده است و قسمت دوم پیچیدگی‌های ساختاری مدل را شامل می‌شود. در این تابع پارامتر منظم‌سازی^۴ سبب تعادل بین این دو قسمت می‌شود. همچنین در این روش قید کران بالا و کران پایین بر پارامترهای مدل اعمال می‌شود که باعث پایداری بیشتر پاسخ مدل‌سازی می‌شود. در ادامه این روش برای وارون‌سازی داده‌های گرانی نیز توسعه یافت [Li and Oldenburg, 1998]. پیلکینگتون^۵ (۱۹۹۷) روشی را برای وارون‌سازی هموار سه بعدی داده‌های مغناطیس بر اساس روش گرادیان مزدوج^۶ ارائه کرد. این روش قابلیت اعمال بر روی مدل‌های بزرگ را که در آنها تعداد داده‌ها و پارامترهای مدل زیاد است.

پرتنیاقواین و ژدانوف^۷ (۱۹۹۹) روش وارون‌سازی متمرکز^۸ را بر اساس روش لست و کوپیک (۱۹۸۳) ارائه نمودند. در این روش نیز مشابه روش لی و اولدنبرگ (۱۹۹۶) یک تابع هدف که از دو قسمت تشکیل شده کمینه می‌شود. قسمت اول این تابع هدف بیانگر عدم برازش بین داده‌های مشاهده‌ای و محاسبه شده است و قسمت دوم شامل یک تابع پایدار کننده^۹ است که می‌تواند قید فشردگی را بر مدل

¹ Sharp

² Data space

³ Li

⁴ Regularization parameter

⁵ Pilkington

⁶ Conjugate Gradient

⁷ Portniaguine and Zhdanov

⁸ Focusing inversion

⁹ Stabilizing functional

اعمال نماید. این تابع پایدار کننده می‌تواند تابع حداقل حمایت^۱ و یا تابع حداقل گرادیان حمایت^۲ باشد که تابع حداقل حمایت برای اولین بار توسط لست و کوبیک (۱۹۸۳) معرفی شد. تفاوت اصلی روش مدل سازی متمرکز با روش مدل سازی فشرده ارائه شده توسط لست و کوبیک، اعمال این روش با استفاده از روش منظم سازی تیخونوف است. برتری این روش بر روش وارون سازی هموار در وارون سازی داده‌های میدان پتانسیل در مقیاس معدنی، ایجاد مدل‌هایی فشرده است که در آن مرز بین توده و محیط اطراف تیز و واضح است. پرتنیاگواین و ژدانوف (۲۰۰۲) روش وارون سازی متمرکز را برای وارون سازی سه بعدی داده‌های مغناطیس توسعه دادند. بولنجر و چوتیو^۳ (۲۰۰۱) روش ترکیبی از مدل‌های ریاضی را برای وارون سازی سه بعدی داده‌های گرانی پیشنهاد دادند. در این روش هم می‌توان مدل‌های هموار به دست آورد و هم مدل‌های متمرکز. برتته-آگیره^۴ و همکاران (۲۰۰۲) از تابع منظم ساز تغییرات کلی^۵ در تابع هدف برای وارون سازی دو بعدی داده‌های گرانی استفاده نمودند. نتایج نشان داد که با این روش مرز بین توده حاصل از مدل و محیط اطراف تیز و واضح به دست می‌آید. ون زون^۶ و چودهاری^۷ (۲۰۰۴) وارون سازی ساختاری را بر اساس برنامه نویسی خطی انجام دادند. آنها نیز توانستند مدل مناسبی برای داده‌های گرانی به دست بیاورند. این روش حساسیت کمتری نسبت به نوفه دارد ولی اعمال آن از نظر محاسباتی پیچیده است. فارکوهارسون^۸ (۲۰۰۸) روشی را برای وارون سازی ساختاری داده‌های گرانی ابداع نمود که در آن نرم ۱ مدل و یا مشتقات مدل به همراه تابع عدم برازش کمینه می‌شود که حاصل فرایند وارون سازی مدلی متمرکز با مرزهای تیز و واضح است. فولاگار^۹ و همکاران (۲۰۰۸) روشی را برای پارامتر سازی ترکیبی^{۱۰} در وارون سازی داده‌های میدان پتانسیل ارائه دادند که با استفاده از آن

^۱ Minimum support

^۲ Minimum gradient support

^۳ Boulanger and Chouteau

^۴ Bertete-Aguirre

^۵ Total variation

^۶ Van zon

^۷ Chowdhury

^۸ Farquharson

^۹ Fullagar

^{۱۰} Mixed parametrization

می‌توان مرز بین واحدهای زمین‌شناسی را بعنوان یک پارامتر مدل وارد فرایند وارون‌سازی نمود و مدل‌های پیچیده‌ای را به دست آورد که با ساختارهای زمین‌شناسی انطباق دارد. پیلکینگتون (۲۰۰۹) روشی را برای وارون‌سازی سه بعدی داده‌های مغناطیس بر اساس قید پراکندگی^۱ معرفی نمود. در این روش جوابی حاصل می‌شود که مشابه جواب نرم ۱ می‌باشد. وارون‌سازی با استفاده از این روش در فضای داده انجام می‌گیرد. پیلکینگتون نشان داد که نتایج حاصل از این روش از نتایج حاصل از روش لی و اولدنبرگ (۱۹۹۶) بهتر است.

سیلوا دیاس^۲ و همکاران (۲۰۰۹) یک روش تعاملی^۳ را برای وارون‌سازی داده‌های گرانی پیشنهاد کردند که در آن بر اساس یک فرایند تطبیقی-آموزشی در هر مرتبه تکرار تعداد پارامترهای مدل افزایش می‌یابد. در این روش اطلاعات اولیه ابتدا در مدل بصورت قید وارد می‌شود. در نهایت این روش می‌تواند مدلی متمرکز و فشرده ایجاد نماید. مارتینز^۴ و همکاران (۲۰۱۰) روش وارون‌سازی هموار را برای وارون‌سازی داده‌های گرادیمتری^۵ گرانی توسعه دادند. آنها از روش لی و اولدنبرگ برای وارون‌سازی استفاده کردند. شمسی پور و همکاران (۲۰۱۰) الگوریتمی را بر اساس روش‌های زمین‌آماري کوکریجینگ^۶ و شبیه‌سازی شرطی برای وارون‌سازی داده‌های گرانی توسعه دادند. سپس آنها این روش را برای وارون‌سازی سه بعدی داده‌های مغناطیس توسعه دادند [Shamsipour et al., 2011]. یوایدا^۷ و باربوسا (۲۰۱۲) یک روش نیرومند برای وارون‌سازی داده‌های گرادیمتری گرانی ارائه دادند که مدل توسعه یافته روش رنه (۱۹۸۶) است. این روش نیز مدل‌های فشرده و متمرکز ایجاد می‌کند. فورنیه^۸ (۲۰۱۵) الگوریتمی را برای وارون‌سازی سه بعدی داده‌های مغناطیس پیشنهاد نمود از نرم ترکیبی^۹ استفاده می‌کند. در این روش برخی از محدوده‌های مدل با روش نرم ۲ مدل‌سازی شده و برخی مناطق

¹ Sparseness constrain

² Silva Dias

³ Adaptive

⁴ Martinez

⁵ Gradiometry

⁶ Cokriging

⁷ Uieda

⁸ Fournier

⁹ Mixed norm

دیگر با روش نرم ۱ مدل سازی می شود. رضایی و همکاران (۲۰۱۶) روش وارون سازی در فضای داده با قید پراکندگی را برای وارون سازی سه بعدی داده های گرانی همراه با قید کران بالا و پایین پارامترهای فیزیکی مدل توسعه دادند.

به هر حال در بین روش های مختلف وارون سازی داده های میدان پتانسیل، روش های وارون سازی هموار، وارون سازی متمرکز و روش وارون سازی با قید پراکندگی در فضای داده بیشترین کاربرد را دارند که در این رساله مورد بررسی قرار می گیرند.

۱-۵- تعریف مسئله و ضرورت انجام تحقیق

بیشتر روش های وارون سازی داده های ژئوفیزیکی نیاز به حجم زیاد حافظه رایانه و زمان زیاد محاسبه دارند، در حالی که استفاده از دستگاه های اندازه گیری جدید حجم داده های برداشت شده بر روی مناطق اکتشافی بزرگ را افزایش داده است. این وضعیت حتی با افزایش تعداد پارامترهای مدل به موازات افزایش داده ها، بدتر می شود. با وجود چنین موضوعی عجیب نیست که افزایش سرعت و کاهش حافظه رایانه ای مورد نیاز در الگوریتم های وارون سازی داده های ژئوفیزیکی بویژه داده های میدان پتانسیل از موضوعات مهم تحقیقاتی در مسئله وارون سازی داده های ژئوفیزیکی است [Davis and Li, 2011; Foks et al., 2014]. با افزایش اندازه مسئله وارون سازی، زمان محاسبه و حافظه بیشتری به ویژه برای محاسبه و ذخیره سازی ماتریس های حاصل مورد نیاز است. تلاش های انجام گرفته برای افزایش سرعت وارون سازی داده های ژئوفیزیکی را می توان در پنج محدوده دسته بندی نمود: بهبود الگوریتم مدل سازی مستقیم، بهبود ذخیره سازی ماتریس ها، بهینه سازی تعداد پارامترهای مدل، کاهش تعداد داده ها، و بهبود الگوریتم وارون سازی با استفاده از روش های برنامه نویسی موازی^۱ و استفاده از الگوریتم های جدید.

در مدل سازی مستقیم ماتریس های حساسیت بزرگ و چگال ایجاد می شود که ذخیره سازی آنها سنگین است، به منظور افزایش سرعت مدل سازی مستقیم، انجام مدل سازی مستقیم با استفاده از تبدیل

^۱ Parallel programming

فوریه سریع دو بعدی و تئوری هم آمیخت^۱ پیشنهاد شده است [Pilkington, 1997]. در ادامه استفاده از تبدیل فوریه سه بعدی سریع پیشنهاد شد [Caratori Tonini et al., 2009]. با استفاده از محاسبه پاسخ مدل در اطراف محل قرار گیری نقاط اندازه گیری، می توان سرعت محاسبه ماتریس کرنل را افزایش داده و آن را تبدیل به یک ماتریس پراکنده نمود [Cox et al., 2010]. روش دیگری برای فشردسازی ماتریس کرنل، استفاده از روش تبدیل موجک است. با استفاده از این روش، ماتریس متراکم به شکل ماتریس پراکنده ذخیره شده بنابراین حجم ذخیره سازی، کاهش می یابد. با استفاده از این روش سرعت انجام وارون سازی افزایش می یابد زیرا با تبدیل ماتریس حساسیت به یک ماتریس پراکنده زمان مورد نیاز برای ضرب ماتریس در بردار و ضرب ماتریس در ماتریس در الگوریتم وارون سازی کاهش می یابد [Li and Oldenburg, 2003; Davis and Li, 2011; Martin et al., 2013]. با استفاده از تغییر روش مش بندی می توان تعداد پارامترهای مدل را کاهش داد که در نتیجه آن تعداد درایه های موجود در ماتریس حساسیت کاهش یافته و حجم این ماتریس کاهش می یابد [Asher and Haber, 2001]. با استفاده از مش چهارشاخه ای^۲ که از داده ها و به شکل تطبیقی ساخته می شود نیز می توان تعداد پارامترهای مدل را کاهش داد [Davis and Li, 2011]. با استفاده از نمونه برداری تطبیقی می توان با حفظ اطلاعات، تعداد داده ها را کاهش داده و سرعت وارون سازی را افزایش داد زیرا با کاهش داده ها نیز حجم ماتریس حساسیت کاهش می یابد [Foks et al., 2014]. کوما^۳ و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از برنامه نویسی موازی موفق شدند که وارون سازی سه بعدی متمرکز داده های میدان پتانسیل را برای مسائل بزرگ مقیاس ممکن نمایند. در ادامه با استفاده از پردازشگرهای گرافیکی^۴ سرعت اجرای برنامه موازی ارائه شده افزایش یافت [Cuma and Zhdanov, 2014]. با استفاده از الگوریتم های جدید وارون سازی می توان سرعت وارون سازی داده های ژئوفیزیکی را افزایش داد.

¹ Convolution

² Quadtree

³ Cuma

⁴ Graphical processor

روش‌های مختلفی برای وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل وجود دارد. بیر^۱ و همکاران (۱۹۹۵) روش تجزیه مقادیر تکین^۲ را برای وارون‌سازی سه بعدی داده‌های گرانی به کار گرفتند. آنها روش وارون‌سازی تیخونوف مرتبه صفر را به کار گرفتند و داده‌ها را بدون نوفه در نظر گرفتند. نتایج نشان می‌دهد تنها زمانی که تعداد سلول‌های زیر سطحی کم بوده و مقدار نوفه موجود در داده‌ها کم است می‌توان از این روش را در وارون‌سازی به کار گرفت. روش تجزیه مقادیر تکین کوتاه^۳ شده برای وارون‌سازی دوبعدی داده‌های گرانی و مغناطیس به کار گرفته شده است. مقدار نوفه موجود در داده‌ها و تعداد سلول‌های زیر سطحی در نظر گرفته شده نقش مهمی در تفکیک پذیری مدل نهایی دارد [Abdelazeem, 2007; Abdelazeem, 2013]. برای حل مسائل بزرگ وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل که در آن تعداد داده‌ها و پارامترهای مدل زیاد است، روش گرادیان مزدوج مورد استفاده قرار گرفته است، با توجه به الگوریتم مورد استفاده در این روش زمان مورد نیاز برای انجام وارون‌سازی زیاد است ولی برای مسائل بزرگ مناسب است [Pilkinson, 1997; Li and Oldenburg, 2003; Bruun and Nielsen, 2007]. عابدی و همکاران (۲۰۱۳) الگوریتم دوقطری سازی لنکروس [Paige and Saunders, 1982] را برای وارون‌سازی سه بعدی داده‌های مغناطیس با شرط تیخونوف مرتبه صفر به کار گرفتند. آنها نشان دادند که این الگوریتم از الگوریتم گرادیان مزدوج سریع‌تر به جواب می‌رسد در حالی که مدل به دست آمده با مدل به دست آمده از روش گرادیان مزدوج کاملاً شبیه بوده و خطای مدل‌سازی برای هر دو روش نزدیک می‌باشد. آنها این روش را تنها برای منظم سازی تیخونوف مرتبه صفر توسعه دادند. مارتین^۴ و همکاران (۲۰۱۳) از این الگوریتم برای وارون‌سازی سه بعدی داده‌های گرانی با شرط تیخونوف مرتبه صفر استفاده نمودند.

الگوریتم دوقطری سازی لنکروس تاکنون برای مدل‌سازی هموار با شروط تیخونوف مراتب بالاتر از صفر و همچنین برای مدل‌سازی غیرهموار و مقید داده‌های میدان پتانسیل مثل وارون‌سازی متمرکز و

¹ Bear

² Singular value decomposition (SVD)

³ Truncated singular value decomposition (TSVD)

⁴ Martin

روش وارون سازی با قید پراکندگی در فضای داده استفاده نشده است، در حالی که روشی سریع برای وارون سازی است. بنابراین تعمیم این الگوریتم برای وارون سازی هموار، غیرهموار و مقید داده های میدان پتانسیل ضروری به نظر می رسد. همچنین تلاش های زیادی برای افزایش سرعت این الگوریتم نیز انجام نشده که بررسی این موضوع نیز لازم به نظر می رسد.

روش انتخاب پارامتر منظم سازی نیز عامل دیگری است که نقش مهمی در سرعت انجام وارون سازی و کیفیت مدل حاصل از وارون سازی داده های ژئوفیزیکی دارد [قائدرحمتی، ۱۳۹۲]. پارامتر منظم سازی باید بگونه ای انتخاب شود که نوفه موجود در داده های مشاهده ای با توجه به مدل ساخته شده قابل توجیه باشد، و از طرف دیگر ساختارهای اضافی در مدل ساخته شده وجود نداشته باشد [Fraquharson and Oldenburg, 2004]. یکی از مسائل مهم در روش های منظم سازی از جمله روش تیخونوف انتخاب مقدار مناسب پارامتر منظم سازی است [Haber and Oldenburg, 2000; Fraquharson and Oldenburg, 2004; Kaltenbacher et al., 2011]. روش های متعددی برای تخمین پارامتر منظم سازی در مسائل وارون سازی خطی داده های وجود دارد که تحت شرایط خاصی جواب خوبی دارند ولی تحت شرایطی دیگر جواب خوبی ندارند [Hansen, 2010]. الدنبرگ و لی (۲۰۰۵) از روش های منحنی L ، اصل اختلاف^۱ و اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته^۲ (GCV) برای وارون سازی هموار داده های میدان پتانسیل استفاده کردند. آنها دریافتند که با استفاده از روش GCV می توان به مقدار پارامتر منظم سازی مناسب نزدیک شد و تا حدودی سطح نوفه موجود در داده ها را تخمین زد و در نهایت با استفاده از روش اصل اختلاف به پارامتر منظم سازی مناسب رسید. از روش های GCV و اصل اختلاف در وارون سازی متمرکز داده های گرانی سنجی استفاده شده است. نتایج به دست آمده نشان می دهند که روش GCV روش مناسبی برای انتخاب پارامتر منظم سازی در وارون سازی متمرکز داده های گرانی است [Vatankhah et al., 2014]. قائد رحمتی (۱۳۹۲) نشان داد که با استفاده از روش اعتبار سنجی متقاطع

^۱ Discrepancy principle

^۲ Generalized cross validation (GCV)

تعمیم یافته وزن دار^۱ (WGCV) سرعت و دقت انجام وارون سازی داده های مگنتوتلوریک افزایش می یابد. عابدی و همکاران (۲۰۱۳) از روش WGCV در وارون سازی سه بعدی داده های مغناطیس استفاده کردند. وطن خواه و همکاران (۲۰۱۵) از روش های اصل χ^2 و تخمینگر نالریب ریسک احتمالی^۲ (UPRE) را برای اولین بار در وارون سازی متمرکز داده های گرانی استفاده کردند. آنها برای حل مسئله وارون از روش های مستقیم بر پایه روش SVD استفاده نمودند. نتایج نشان داد که این دو روش سرعت انجام وارون سازی متمرکز داده های گرانی را افزایش می دهد. رضایی و همکاران (۱۳۹۴) روش UPRE را برای اولین بار در وارون سازی هموار داده های مغناطیس با استفاده از روش تکراری دوقطری سازی لنکزوس به کار گرفتند. نتایج نشان داد که این روش گاهی اوقات از روش GCV بهتر پارامتر منظم سازی را تعیین می نماید.

هرچند در خصوص انتخاب پارامتر منظم سازی برای حل مسائل وارون سازی ژئوفیزیکی کمتر کار شده است اما در حالت عمومی برای مسائل بد وضع^۳ مطالعات مختلفی انجام شده است [Hansen and O'Leary, 1993; Haber, 1997; Haber and Oldenburg, 2000; Bauer and Lukas, 2011]. بائر و لوکاس^۴ (۲۰۱۱) در یک مطالعه کامل اغلب روش های موجود انتخاب پارامتر منظم سازی را مورد مقایسه قرار دادند. آنها نتیجه گرفتند که در عمل مقایسه این روش ها کار ساده ای نبوده و در صورتی که یک روش منظم سازی برای یک مسئله خاص جواب مناسب را ارائه دهد نمی توان بیان نمود که این روش برای تمامی مسائل مناسب است. به کار گرفتن یک روش منظم سازی خاص برای یک مسئله خاص تا حدودی به طبیعت مسئله بستگی دارد. در واقع بسیاری از روش های انتخاب پارامتر منظم سازی بایستی برای هر مسئله خاص به طور جداگانه مورد مطالعه قرار گیرند. از طرف دیگر روش های دیگری مثل روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده^۵ (NCP) ارائه شده است [Hansen et al., 2006]

^۱ Weighted generalized cross validation (WGCV)

^۲ Unbiased Predictive Risk Estimator (UPRE)

^۳ Ill-posed

^۴ Bauer and Lukas

^۵ Normalized Cumulative Periodogram (NCP)

که تا کنون در وارون سازی داده های میدان پتانسیل استفاده نشده است. بنابراین، با توجه به مطالب بیان شده بررسی روش های مختلف انتخاب پارامتر منظم سازی و بررسی کارایی روش NCP در افزایش سرعت و دقت وارون سازی داده های میدان پتانسیل ضرورت دارد.

۱-۶- سوالات اصلی و اهداف تحقیق

با توجه به مطالب بیان شده، وارون سازی داده های میدان پتانسیل با استفاده از روش های مدل سازی وارون هموار و غیر هموار انجام می شود. وارون سازی داده های میدان پتانسیل با این روش ها و با استفاده از الگوریتم های وارون سازی موجود نیاز به حجم حافظه و زمان محاسبات زیادی دارد. از طرف دیگر روش انتخاب صحیح پارامتر منظم سازی نقش مهمی در دقت و سرعت انجام وارون سازی دارد. در چند سال گذشته الگوریتم های عددی جدیدی برای وارون سازی خطی داده های میدان پتانسیل ارائه شده است که سرعت وارون سازی را افزایش داده است. از طرف دیگر، روش های دیگری علاوه بر روش های رایج برای انتخاب خودکار پارامتر منظم سازی ارائه شده است. با توجه به آنچه بیان گردید سوالات اصلی تحقیق شامل موارد زیر خواهد بود:

۱- آیا می توان با ایجاد تغییرات در الگوریتم روش دو قطری سازی لنگزوس آن را برای وارون سازی خطی هموار داده های میدان پتانسیل به کار گرفت، و با ایجاد تغییراتی سرعت و دقت وارون سازی این داده ها را افزایش داد؟

۲- آیا می توان الگوریتم دو قطری سازی لنگزوس را، در روش های وارون سازی غیر هموار داده های میدان پتانسیل مثل روش وارون سازی متمرکز و روش وارون سازی در فضای داده با قید پراکندگی بکار گرفت و سرعت وارون سازی را افزایش داد؟

۳- روش مناسب برای انتخاب خودکار پارامتر منظم سازی در بین روش های منحنی L_1 ، روش (GCV) و روش NCP و سایر روش های رایج برای وارون سازی هموار داده های میدان پتانسیل کدام است؟

به این ترتیب اهداف اصلی مطالعه حاضر ابتدا تعمیم و افزایش سرعت الگوریتم دو قطری سازی لنگزوس برای وارون سازی هموار دوبعدی و سه بعدی داده های میدان پتانسیل به همراه تعیین بهترین

روش انتخاب پارامتر منظم سازی است، به گونه‌ای که سرعت انجام و دقت وارون‌سازی افزایش یابد. هدف بعدی استفاده از روش دوقطری سازی لنکزوس در وارون‌سازی غیر هموار داده‌های میدان پتانسیل به روش‌های وارون‌سازی متمرکز و روش وارون‌سازی در فضای داده با قید پراکندگی است به گونه‌ای که سرعت انجام عملیات مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل افزایش یابد.

۷-۱- روش تحقیق

به منظور رسیدن به اهداف بیان شده در قسمت قبل ابتدا کدهای لازم برای حل مسئله مستقیم و الگوریتم دوقطری سازی لنکزوس برای مدل‌سازی وارون هموار در محیط متلب^۱ تهیه می‌گردد. سپس برای کاهش حجم حافظه رایانه‌ای لازم و افزایش سرعت مدل‌سازی وارون الگوریتم دو قطری سازی لنکزوس، روشی ارائه می‌شود که در آن با استفاده از بردارهای پایه متعامد تبدیل کسینوسی گسسته^۲ (DCT)، پیش شرط گذاری بر مسئله وارون اعمال می‌شود.

برای تعیین بهترین روش انتخاب پارامتر منظم‌سازی، روش‌های رایج انتخاب پارامتر منظم‌سازی به همراه روش NCP در مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل حاصل از داده‌های مصنوعی به کار گرفته شده و دقت و سرعت به دست آمده از مدل‌سازی با هریک از روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی مقایسه می‌شوند تا بهترین روش انتخاب پارامتر منظم‌سازی تعیین شود.

با به کارگیری بهترین روش انتخاب پارامتر منظم‌سازی و روش دو قطری سازی لنکزوس پیش شرط‌گذاری شده، الگوریتم بهبود یافته برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل ارائه می‌گردد. همچنین برای بهبود سرعت انجام مدل‌سازی وارون متمرکز و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی داده‌های میدان پتانسیل از روش دو قطری سازی لنکزوس استفاده شده و الگوریتم‌های بهبود یافته توسعه داده می‌شود. الگوریتم‌های بهبود یافته تهیه شده و الگوریتم‌های رایج بر روی داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی اعمال شده و نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون با استفاده از الگوریتم‌های

^۱ MATLAB

^۲ Discrete cosine transform (DCT)

بهبود یافته و الگوریتم‌های رایج مقایسه می‌گردد. در نهایت الگوریتم‌های بهبود یافته بر روی داده‌های صحرایی اعمال شده و نتایج با سایر داده‌های زمین شناسی مقایسه می‌شود.

۸-۱- ساختار رساله

در فصل اول این مجموعه ابتدا به طور مختصر روش‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی و کاربرد آنها معرفی شده است. سپس با معرفی مختصر روش‌های مدل‌سازی داده‌های میدان پتانسیل، پیشینه تاریخی انواع روش‌های مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل، مزایا و محدودیت‌های آن و ضرورت و اهداف انجام این رساله تشریح شده است. در فصل دوم فرمول بندی حل مسئله مستقیم و مسئله وارون در روش‌های میدان پتانسیل و همچنین روش‌های مرحله‌ای گرادیان مزدوج و دو قطری سازی لنکروس بیان می‌شود. در ادامه روش دو قطری سازی لنکروس با پیش شرط گذاری فضای حل برای حل مسئله وارون ارائه می‌شود. در این فصل همچنین انواع روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی به ویژه نمودار تناوب تجمعی نرمال شده برای اولین بار در مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل مطرح می‌شود. در فصل سوم انواع روش‌های مدل‌سازی وارون هموار، مدل‌سازی وارون متمرکز و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی داده‌های میدان پتانسیل و الگوریتم‌های آنها شرح داده می‌شود. در این فصل پیشنهاداتی برای افزایش سرعت هر یک از روش‌های بیان شده مطرح می‌شود و الگوریتم‌های بهبود یافته ارائه می‌شوند. در فصل چهارم ابتدا روش دو قطری سازی لنکروس پیش شرط گذاری شده به همراه روش‌های دو قطری سازی لنکروس و گرادیان مزدوج برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی استفاده شده و میزان استفاده حافظه رایانه و سرعت این روش‌ها مقایسه شده و روش مناسب انتخاب می‌شود. سپس روش‌های اصل اختلاف، منحنی L_1 ، اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV)، تخمینگر ناریب ریسک احتمالی (UPRE) و نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) در مدل‌سازی هموار داده‌های مصنوعی به کار گرفته شده و سرعت و دقت مدل‌سازی وارون با هریک از این روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی اندازه گیری می‌شود تا روش مناسب انتخاب پارامتر منظم‌سازی تعیین گردد. در ادامه الگوریتم بهبود یافته برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های

میدان پتانسیل ارائه می‌شود. سپس روش‌های بهبود یافته مدل‌سازی وارون متمرکز و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی به همراه روش‌های رایج بر روی داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی اعمال شده و کارایی الگوریتم‌های بهبود یافته بررسی می‌شود. در فصل پنجم نتایج به کارگیری الگوریتم‌های بهبود یافته بر روی داده‌های صحرایی ارائه می‌شود و مدل‌های به دست آمده با نتایج حفاری و سایر اطلاعات زمین‌شناسی موجود ارزیابی می‌شود و در نهایت در فصل ششم نتایج و پیشنهادات رساله بیان می‌شود.

فصل دوم

مبانی حل مسائل مستقیم و وارون و ارائه الگوریتم‌های جدید وارون‌سازی تکراری

داده‌های برداشت شده میدان پتانسیل در ابتدا به توزیع خواص فیزیکی (چگالی و خودپذیری مغناطیسی) سنگ‌های زیرسطحی بستگی دارد. هدف نهایی از برداشت‌های ژئوفیزیکی شناسایی ساختارهای زیرسطحی با کمک این داده‌ها است. این کار به دلیل پیچیده بودن ساختارهای زمین‌شناسی دشوار است. بنابراین معمولاً ساختارهای زمین‌شناسی را با استفاده از مدل‌های ساده‌تری تخمین می‌زنیم. به این منظور در فرایند وارون‌سازی پارامترهای این مدل با استفاده از این داده‌ها تخمین زده می‌شوند. [Zhdanov, 2015].

در این فصل به فرمول بندی مسائل وارون خطی و انواع روش‌های حل آنها پرداخته می‌شود. به این منظور ابتدا فرمول بندی کلی مسائل ژئوفیزیکی و گسسته سازی آنها بیان شده در ادامه حل مسئله مستقیم داده‌های میدان پتانسیل مطرح می‌شود. سپس انواع روش‌های وارون‌سازی رایج مطرح می‌شود و روش دو قطری سازی لنگزوس تعمیم یافته برای حل مسایل وارون با شرط تیخونوف مراتب بالاتر ارائه می‌شود. در ادامه تلاش می‌شود با استفاده از پیش شرط گذاری حجم حافظه رایانه لازم کاهش یافته و سرعت حل مسائل وارون خطی افزایش یابد. در نهایت انواع روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی بیان می‌شود تا در فصل چهارم این روش‌ها به کار گرفته شده و بهترین روش انتخاب پارامتر منظم‌سازی تعیین شود.

۲-۲- فرمول بندی مسائل ژئوفیزیکی

اغلب روندهای پردازش و تفسیر داده‌ها در ژئوفیزیک را می‌توان توسط عملگرهای ریاضی توصیف کرد. به طور کلی هر رابطه ژئوفیزیکی را می‌توان به شکل زیر نوشت [Aster et al., 2015]:

$$d(s) = \int g(x,s)m(x)dx \quad (۲-۱)$$

که در رابطه فوق $d(s)$ پاسخ قابل اندازه‌گیری مدل بوده و $m(x)$ تابعی است که وابسته به خواص فیزیکی زمین است این خواص فیزیکی پارامترهای مدل^۱ نام دارند. $g(x,s)$ کرنل^۲ داده‌ها نامیده می‌شوند که رابطه بین داده‌ها و پارامترهای مدل را بیان می‌کند. معادلاتی به فرم رابطه (۱-۲) را معادلات انتگرالی فردهلم^۳ مرتبه اول گویند. حل معادلاتی به این فرم مشکل است [Aster et al., 2013]. پارامترهای مدل ممکن است به صورت توابع پیوسته در مکان یا زمان باشند. رابطه انتگرالی (۱-۲) را می‌توان توسط ریاضیات گسسته و با استفاده از رایانه‌های دیجیتال برآورد کرد. بدین منظور می‌بایست از یک جمع‌بندی^۴ به جای انتگرال روی $m(x)dx$ و $g(x,s)$ و جایگزین کردن آنها به ترتیب با نماد G و m استفاده کرد. در این صورت رابطه اساسی که در اغلب مسائل وارون به شکل‌های مختلف ظاهر می‌شود، به دست خواهد آمد [Meju, 1994].

$$d_i = \sum G_{ij} m_j \quad (2-2)$$

که در رابطه (۲-۲) d_i امین داده است، m_j نیز j امین پارامتر مدل بوده و G_{ij} i امین داده را به j امین پارامتر مدل مرتبط می‌کند که ماتریس کرنل یا ماتریس حساسیت^۵ نامیده می‌شود. رابطه (۲-۲) شکل گسسته انتگرال (۱-۲) است. نمونه ذکر شده یک شکل ساده شده از مسائلی است که به طور معمول در ژئوفیزیک با آنها مواجه هستیم. به دلایل تکنیکی و محدودیتهای انکار ناپذیر روش‌های ژئوفیزیکی، میدان‌ها یا داده‌های مشاهده‌ای روی فواصل محدود زمانی یا مکانی ثبت می‌شوند. در این صورت برای توصیف یک سیستم ژئوفیزیکی اغلب توزیع پیوسته پارامترهای فیزیکی زمین را به صورت یک مجموعه متناهی از پارامترها بیان می‌کنند. این امر به دلیل سهولت در محاسبات رایانه‌ای و عدم امکان ثبت تمامی مشاهدات تجربی برای سیستم فیزیکی به صورت پیوسته است [Menke, 2012]. به عنوان مثال در وارون‌سازی‌های خطی داده‌های مغناطیس زمین، خودپذیری مغناطیسی هر بلوک که به

¹ Model parameter

² Data Kernels

³ Fredholm

⁴ Summation

⁵ Sensitivity matrix

عنوان یکی از پارامترهای مدل در نظر گرفته می‌شود، مقدار ثابت فرض می‌شود. ساختار مورد مطالعه با استفاده از یک مجموعه متناهی از این بلوک‌ها که به صورت دو بعدی یا سه بعدی در فضا توزیع شده‌اند، مدل‌سازی می‌شود. نحوه توزیع، ابعاد و چگونگی انتخاب پارامترهای مدل در یک مساله وارون پارامترسازی^۱ نامیده می‌شود. بسیاری از مهم‌ترین مسایل وارون در علوم فیزیکی (مانند ژئوفیزیک) توسط این معادلات توصیف می‌شوند [Menke, 2012].

در حالت کلی و با استفاده از حساب ماتریس‌ها، رابطه (۲-۲) را می‌توان به فرم زیر نوشت:

$$G(m) = d \quad (۳-۲)$$

که در آن $d \in R^N$ بردار داده‌ها بوده که N عضو دارد. $m \in R^M$ بردار پارامترهای مدل است و $G \in R^{N \times M}$ ماتریسی است که داده‌ها و پارامترهای مدل را به یکدیگر ربط می‌دهد و با نام ماتریس کرنل یا ماتریس حساسیت شناخته می‌شود [Li and Oldenburg, 1998].

معمولاً داده‌های مشاهده‌ای برداشت شده در ژئوفیزیک همراه با کمی نوفه^۲ هستند. یعنی هر داده اندازه‌گیری شده از دو قسمت داده مفید (سیگنال) و نوفه (e) تشکیل شده است ($d^{obs} = d + e$). با در نظر گرفتن نوفه موجود در داده‌ها و خطی بودن رابطه بین داده‌ها و پارامترهای مدل رابطه (۳-۲) را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$Gm = d^{obs} \quad (۴-۲)$$

توصیف ریاضی سیستم‌های ژئوفیزیکی نظیر آنچه در بالا بدان اشاره شد، در تئوری مستقیم مورد بررسی قرار می‌گیرد. تئوری مستقیم برای بسیاری از روش‌های ژئوفیزیکی گسترش و بسط یافته است و برای محاسبه و تخمین داده‌ها یا پاسخ‌های فیزیکی سیستم‌های ژئوفیزیکی و ساختارهای تئوری مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای محاسبه ماتریس G از روش‌های حل مستقیم مسئله ژئوفیزیکی استفاده

¹ Parameterization

² Noise

می‌شود. در ادامه روش‌های حل مسئله مستقیم دو و سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل که در این پایان نامه مورد استفاده قرار گرفته است تشریح می‌شود.

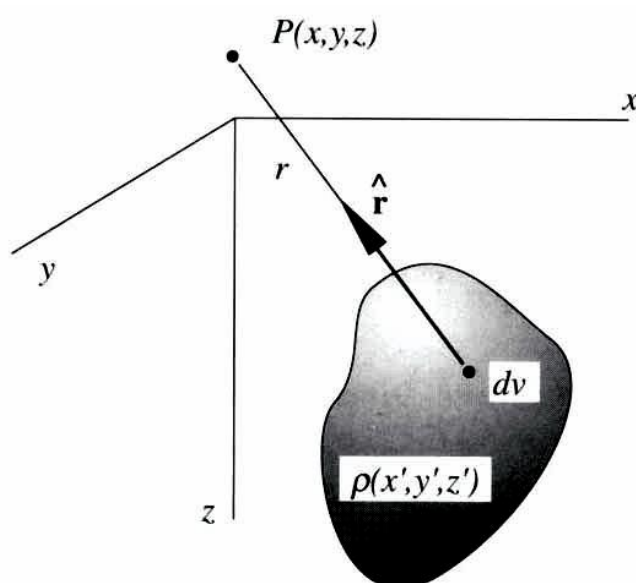
۳-۲- حل مسئله مستقیم در گرانی سنجی

با استفاده از شکل (۱-۲) پتانسیل گرانشی $(U(P))$ و میدان وابسته $(g(P))$ به آن در نقطه مربوط به توزیع چگالی (ρ) از رابطه‌های زیر به دست می‌آید [Blakely, 1996]:

$$U(P) = \gamma \int_R \frac{\rho}{r} dv \quad (۵-۲)$$

$$g(P) = \nabla U = -\gamma \int_R \frac{\rho}{r^2} dv \quad (۶-۲)$$

r فاصله المان حجمی dv از نقطه مشاهده است و γ ثابت جهانی جاذبه است.



شکل (۱-۲): توزیع چگالی در سه بعد با شکل دلخواه و نقطه مشاهده P با مختصات (x, y, z) ، بردار واحد المان حجمی dv به سمت P است [Blakely, 1996].

دستگاه مختصات استفاده شده به طور معمول سیستم مختصات راستگرد^۱ است و محور Z به سمت پائین مثبت انتخاب شده است. گرانی سنج‌ها مولفه عمودی شتاب جاذبه را اندازه‌گیری می‌کنند. در مختصات متعامد مولفه قائم میدان گرانی از رابطه زیر به دست می‌آید [Blakely, 1996]:

$$g(x, y, z) = \frac{\partial U}{\partial z} = -\gamma \iiint_{z' y' x'} \rho(x', y', z') \frac{(z - z')}{r^3} dx' dy' dz' \quad (7-2)$$

که در آن $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$ است. رابطه (7-2) را در حالت کلی می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$g(x, y, z) = \iiint_{z' y' x'} \rho(x', y', z') \Psi(x - x', y - y', z - z') dx' dy' dz' \quad (8-2)$$

که در آن

$$\Psi = -\gamma \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (9-2)$$

که Ψ بنا به مفاهیم تئوری پتانسیل تابع گرین^۲ نامیده می‌شود. در رابطه (7-2) تابع گرین به سادگی نمایش مقدار شتاب جاذبه حاصل از جرم نقطه‌ای واقع در (x', y', z') در نقطه (x, y, z) است [Blakely, 1996]. در حل مسئله مستقیم بی‌هنجاری گرانی را می‌توان با استفاده از رابطه (7-2) محاسبه نمود.

۲-۳-۱- حل مسئله مستقیم برای مدل‌های دو بعدی در گرانی سنجی

ساختارهای زمین‌شناسی زیادی وجود دارد که نسبت گسترش طولی آنها به گسترش عرضی این ساختارها زیاد است. زون‌های شکسته^۳، گسل‌ها^۴، دایک‌ها و ... از جمله این مواردند. بی‌هنجاری‌های گرانی و مغناطیس ناشی از آنها نیز اکثراً دارای گستردگی طولی زیاد است. در صورتیکه بی‌هنجاری‌های مشاهده شده به اندازه کافی گسترش طولی داشته باشند، می‌توان چشمه تولید کننده آنرا کاملاً مستقل از جهت موازی با گسترش طولی فرض کرد. به عبارت دیگر بی‌هنجاری را دو بعدی تصور می‌کنیم.

¹ Right-hand system

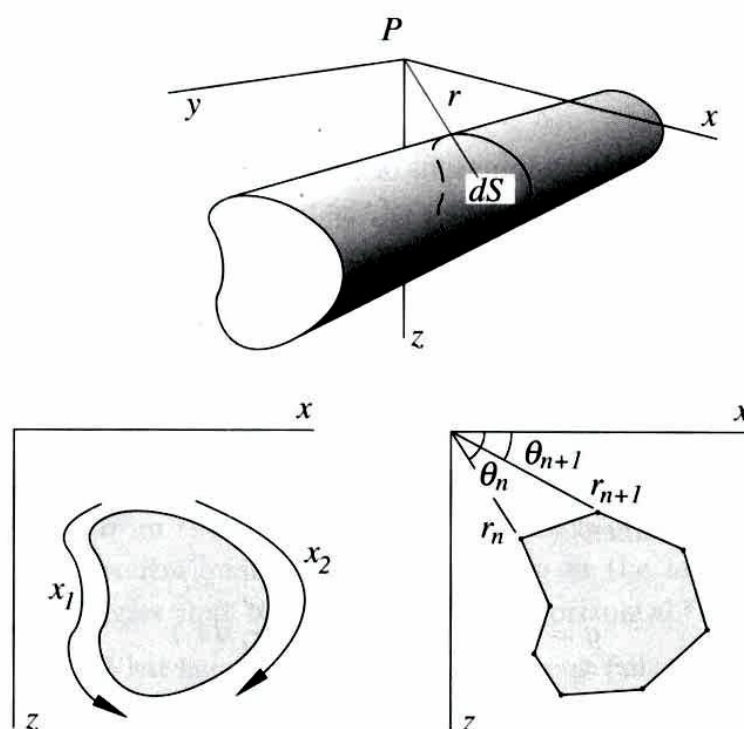
² Green function

³ Fracture zone

⁴ Faults

در بی‌هنجاری‌های دو بعدی تغییرات چشمهٔ آنومالی در یک جهت خاص بسیار ناچیز است. اگر گسترش طولی بی‌هنجاری موازی محور y ها باشد، بنابراین در حالت دو بعدی چگالی تابع y نخواهد بود و تنها به (x, z) وابسته است یعنی $\rho(x, y, z) = \rho(x, z)$.

یک تقریب بسیار مناسب از توده‌های عامل بی‌هنجاری دو بعدی جایگزین کردن آنها با یک مقطع دو بعدی به صورت چند ضلعی است (شکل ۲-۲). تالوانی^۱ و همکاران (۱۹۵۹) برای اولین بار روشی را برای محاسبهٔ عددی بی‌هنجاری ناشی از یک چند ضلعی با تباین چگالی ρ ارائه دادند. در اینجا با کمی اختلاف روشی را که تالوانی برای محاسبهٔ بی‌هنجاری دو بعدی پیشنهاد کرد را برای حل مسئله مستقیم استفاده می‌کنیم [Blakely, 1996].



شکل (۲-۲): تقریب یک جسم دو بعدی توسط یک چند ضلعی [Blakely, 1996].

بی‌هنجاری دوبعدی با توزیع حجمی چگالی به صورت $\rho(x, z)$ دارای پتانسیل گرانشی به صورت زیر

است:

¹ Talwani

$$U = 2\gamma \int_s \rho(s) \log(1/r) ds \quad (۱۰-۲)$$

که انتگرال مزبور روی سطح مقطع جسم گرفته می‌شود و r نیز فاصله المان سطحی ds تا نقطه مشاهده است ($r = \sqrt{(x-x')^2 + (z-z')^2}$). برای سادگی فرض می‌کنیم که نقطه مشاهده روی مبدا مختصات واقع است. شتاب قائم گرانشی ناشی از توزیع یاد شده با محاسبه مشتق جزئی^۱ پتانسیل نسبت به متغیر Z به صورت زیر بیان می‌شود:

$$g(P) = \frac{\partial U}{\partial z} = 2\gamma\rho \iint \frac{z'dx'dz'}{x'^2 + z'^2} \quad (۱۱-۲)$$

با انتگرال گیری نسبت به x' داریم

$$g = 2\gamma\rho \int \left[\tan^{-1} \frac{x'_2}{z'} - \tan^{-1} \frac{x'_1}{z'} \right] dz' \quad (۱۲-۲)$$

که هر x'_1, x'_2 دو تابعی از Z هستند و در شکل (۲-۲) به عنوان مرز جدا کننده سطح مقطع نشان داده شده‌اند که در دو جهت مخالف می‌باشند. با به حساب آوردن انتگرال ساعتگرد پیرامون محیط مقطع داریم:

$$g = 2\gamma\rho \int \tan^{-1} \frac{x'}{z'} dz' \quad (۱۳-۲)$$

در نهایت با جایگزین کردن سطح مقطع با یک N ضلعی خواهیم داشت:

$$g = 2\gamma\rho \sum_{n=1}^N \frac{\beta_n}{1 + \alpha_n^2} \left[\log \frac{r_{n+1}}{r_n} - \alpha_n (\theta_{n+1} - \theta_n) \right] \quad (۱۴-۲)$$

که مقادیر α_n, β_n به صورت زیر تعریف می‌شوند:

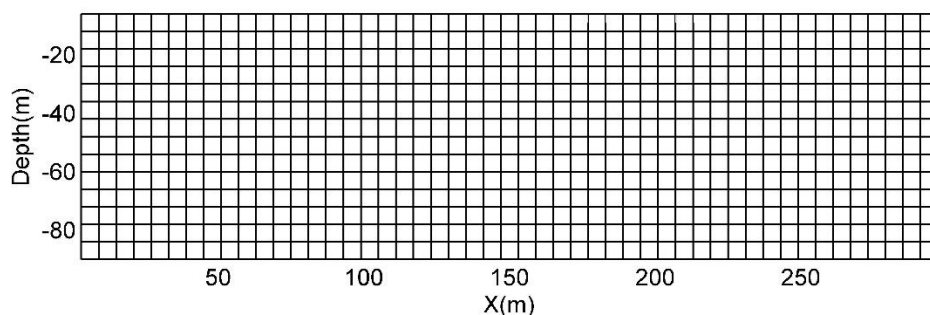
$$\alpha_n = \frac{(x_{n+1} - x_n)}{(z_{n+1} - z_n)} \quad (۱۵-۲)$$

$$\beta_n = x_n - \alpha_n z_n \quad (۱۶-۲)$$

به منظور محاسبه ماتریس حساسیت G در وارون سازی دو بعدی داده‌های گرانی ابتدا زیر سطح زمین به سلول‌های مربع یا مستطیلی با ابعاد مساوی تقسیم می‌شود (شکل ۲-۳). سپس چگالی واحد

¹ Partial derivation

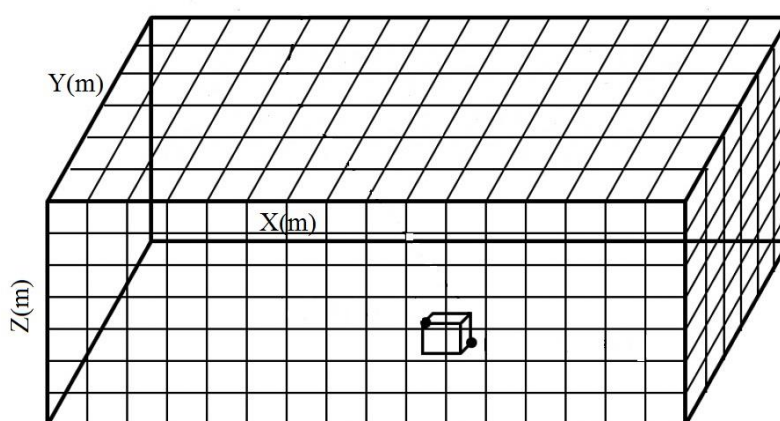
برای هر یک از این سلول‌ها در نظر گرفته می‌شود. در نهایت داده‌های گرانی حاصل از هر کدام از سلول‌ها با استفاده از رابطه (۲-۱۴) در سطح زمین محاسبه می‌شود. اعداد حاصل شده درایه‌های ماتریس حساسیت را تشکیل خواهد داد.



شکل (۲-۳): گسسته سازی زیر سطح زمین به منظور حل مسئله مستقیم دو بعدی.

۲-۳-۲- حل مسئله مستقیم برای مدل‌های سه بعدی در گرانی سنجی

به منظور محاسبه ماتریس حساسیت G در وارون‌سازی سه بعدی داده‌های گرانی ابتدا زیر سطح زمین به سلول‌های مکعب مستطیلی با ابعاد یکسان تقسیم می‌شود (شکل ۲-۳). سپس چگالی واحد برای هر یک از این سلول‌ها در نظر گرفته می‌شود و داده‌های گرانی حاصل از هر کدام از سلول‌ها با در سطح زمین محاسبه می‌شود تا اینکه درایه‌های ماتریس حساسیت محاسبه شوند.



شکل (۲-۴): گسسته سازی زیر سطح زمین به منظور حل مسئله مستقیم سه بعدی.

اثر گرانی هر سلول را می توان با حل انتگرال رابطه (۷-۲) روی حدود سلول محاسبه کرد. با استفاده از رابطه ارائه شده توسط پلوف^۱ (۱۹۷۶) می توان مقدار داده گرانی را برای هر یک از منشورهای یکنواخت مکعب مستطیل با چگالی یکنواخت ρ که مقادیر x, y, z به ترتیب به صورت $x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2, z_1 \leq z \leq z_2$ محدود شده اند، در مبدا مختصات به صورت زیر محاسبه کرد.

$$g = \gamma \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[z_k \tan^{-1} \frac{x_i y_i}{z_k R_{ijk}} - x_i \cdot \log(R_{ijk} + y_j) - y_j \cdot \log(R_{ijk} + x_i) \right] \quad (۱۷-۲)$$

که در آن

$$R_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}, \mu_{ijk} = (-1)^{i+j+k} \quad (۱۸-۲)$$

از رابطه (۱۷-۲) می توان برای محاسبه Ψ در رابطه (۸-۲) نیز استفاده کرد. بوسیله بسط رابطه (۲-۸) و محاسبه Ψ و با استفاده از (۱۷-۲) می توان مقدار شتاب گرانی را برای هر جسم دلخواه با چگالی متغیر (البته با تقریب جسم به صورت مجموعه ای از بلوک های مکعبی با چگالی یکنواخت) به دست آورد.

۲-۴- حل مسئله مستقیم در مغناطیس سنجی

بی هنجاری میدان کل مغناطیسی ناشی از یک توده مغناطیسی را می توان با استفاده از رابطه زیر محاسبه نمود [Blakely, 1996]:

$$\Delta T = -C_m \hat{F} \cdot \nabla \int_R M \cdot \nabla \frac{1}{r} dv \quad (۱۹-۲)$$

که در این رابطه M مغناطیدگی^۲ و r فاصله نقطه مشاهده ای P تا مرکز جزء dv از توده می باشد. مقدار ثابت C_m به سیستم واحد مورد استفاده بستگی دارد. $\hat{F}$ بردار یکه در جهت میدان مغناطیسی ناحیه ای است و R بیانگر مرز توده مغناطیسی است. مشابه روش گرانی سنجی می توان داده های مغناطیس ناشی از یک توده مغناطیسی زیرسطحی را با استفاده از حل مستقیم محاسبه نمود. مهم ترین

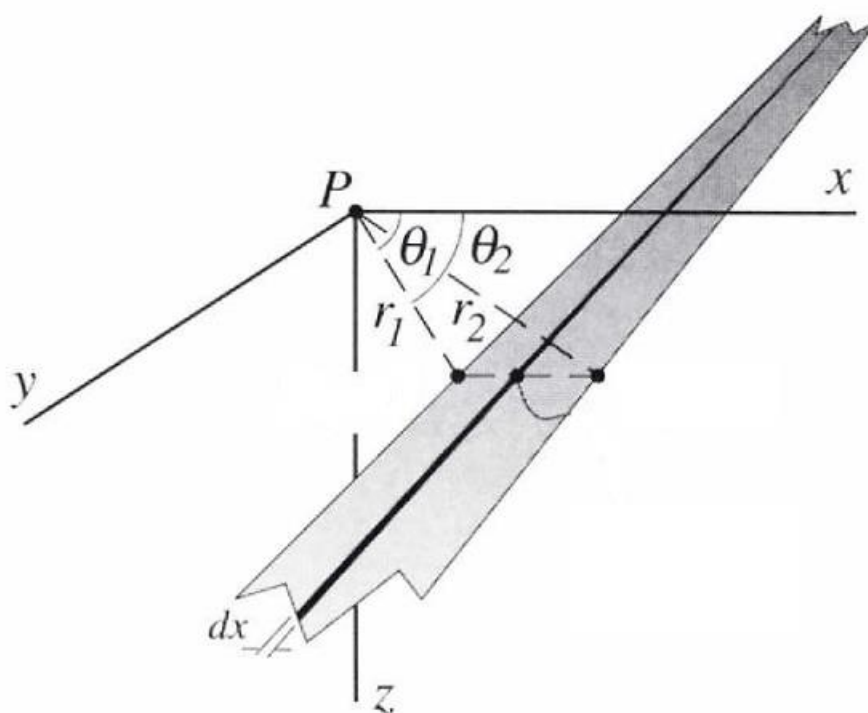
¹ Plouff

² Magnetization

مسئله در اینجا نیز حل انتگرال حجمی در رابطه (۲-۱۹) می‌باشد. در عمل توده زیر سطحی با شکل‌های ساده‌تری مثل دوقطبی‌های مغناطیسی و یا منشورهای مکعبی تخمین زده می‌شود.

۲-۴-۱- حل مسئله مستقیم برای مدل‌های دو بعدی در مغناطیس‌سنجی

در اینجا از مفهوم بار مغناطیسی سطحی در الگوریتم مدل‌سازی دو بعدی استفاده می‌شود. اگر جسمی به صورت یکنواخت مغناطیده^۱ شده باشد. مغناطیدگی آن را می‌توان با بار^۲ مغناطیسی بر روی سطح آن جسم جایگزین کرد [Blakely, 1996]. اگر مقطع توده زیرسطحی با یک N ضلعی تخمین زده شود، آنگاه برای حل مستقیم مسئله کافی است جاذبه مغناطیسی N نوار^۳ مسطح با بار مغناطیسی را محاسبه نماییم که این نوارها در جهت مثبت و منفی محور y تا بی‌نهایت امتداد دارند (شکل ۲-۵) [Talwani and Heirtzler, 1964].



شکل (۲-۵): نمایی از نوار افقی گسترده شده به موازات محور y [Blakely, 1996].

^۱ Magnetized

^۲ Charge

^۳ Ribbon

برای حل مسئله مستقیم دو بعدی در مغناطیس سنجی، ابتدا زیر سطح زمین به سلول‌های مستطیلی با ابعاد مساوی تقسیم می‌شود (شکل ۲-۳). این گونه در نظر گرفته می‌شود که هر کدام از این سلول‌ها به موازات محور y تا بی‌نهایت گسترده شده‌اند. در نتیجه هر سلول یک چهار ضلعی را تشکیل می‌دهد. بنابراین با استفاده از روش نوار می‌توان تاثیر هر سلول را در سطح زمین با استفاده از روابط زیر محاسبه نمود [Blakely, 1996]:

$$\Delta T = \sum_{l=1}^4 (\hat{F}_x B_x^l + \hat{F}_z B_z^l) \quad (2-20)$$

که در آن ΔT داده اندازه‌گیری شده در نقطه مشاهده‌ای است. $\hat{F}_x$ و $\hat{F}_z$ بردارهای یکه میدان مغناطیس زمین هستند و B_x^l و B_z^l به ترتیب مولفه‌های افقی و قائم میدان مغناطیسی حاصل از نوارها هستند که به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$B_x = -2C_m M.n \log \frac{r_2}{r_1} \quad (2-21)$$

$$B_z = -2C_m M.n (\theta_1 - \theta_2) \quad (2-22)$$

که در آنها r_1, r_2, θ_1 و θ_2 مشابه شکل (۲-۵) می‌باشد. M مقدار مغناطیدگی است و n بردار یکه‌ای است که همواره بر نوارها عمود است و در سیستم SI $C_m = 4\pi \times 10^{-7}$ است. به کمک روابط فوق می‌توان ماتریس حساسیت را مشابه روش گرانی سنجی محاسبه نمود.

۲-۴-۲- حل مسئله مستقیم برای مدل‌های سه بعدی در مغناطیس سنجی

در مدل‌سازی سه بعدی داده‌های مغناطیس ابتدا زیر سطح زمین به سلول‌های مکعب مستطیلی با ابعاد یکسان تقسیم می‌شود (شکل ۲-۴). اثر مغناطیس هر سلول را می‌توان با استفاده از روش باتاچاریا^۱ (۱۹۶۴) با حل انتگرال رابطه (۲-۱۹) روی حدود سلول محاسبه کرد. اگر اضلاع هر سلول مکعب مستطیل به موازات محورهای x, y و z قرار گرفته باشد و مقدار مغناطیدگی هر بلوک به صورت $\vec{M} = M(\hat{i}\hat{M}_x + \hat{j}\hat{M}_y + \hat{k}\hat{M}_z)$ بیان گردد. و همچنین ابعاد بلوک $x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2$ و

¹ Bhattacharyya

باشد و $z_1 \leq z \leq \infty$ بی‌هنجاری ناشی از این سلول در میدان مغناطیسی زمین به موازات

ایجاد شود، آنگاه میدان مغناطیسی کل ناشی از این سلول در مبداء مختصات با $\hat{F} = (\hat{F}_x, \hat{F}_y, \hat{F}_z)$

استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است [Blakely, 1996]:

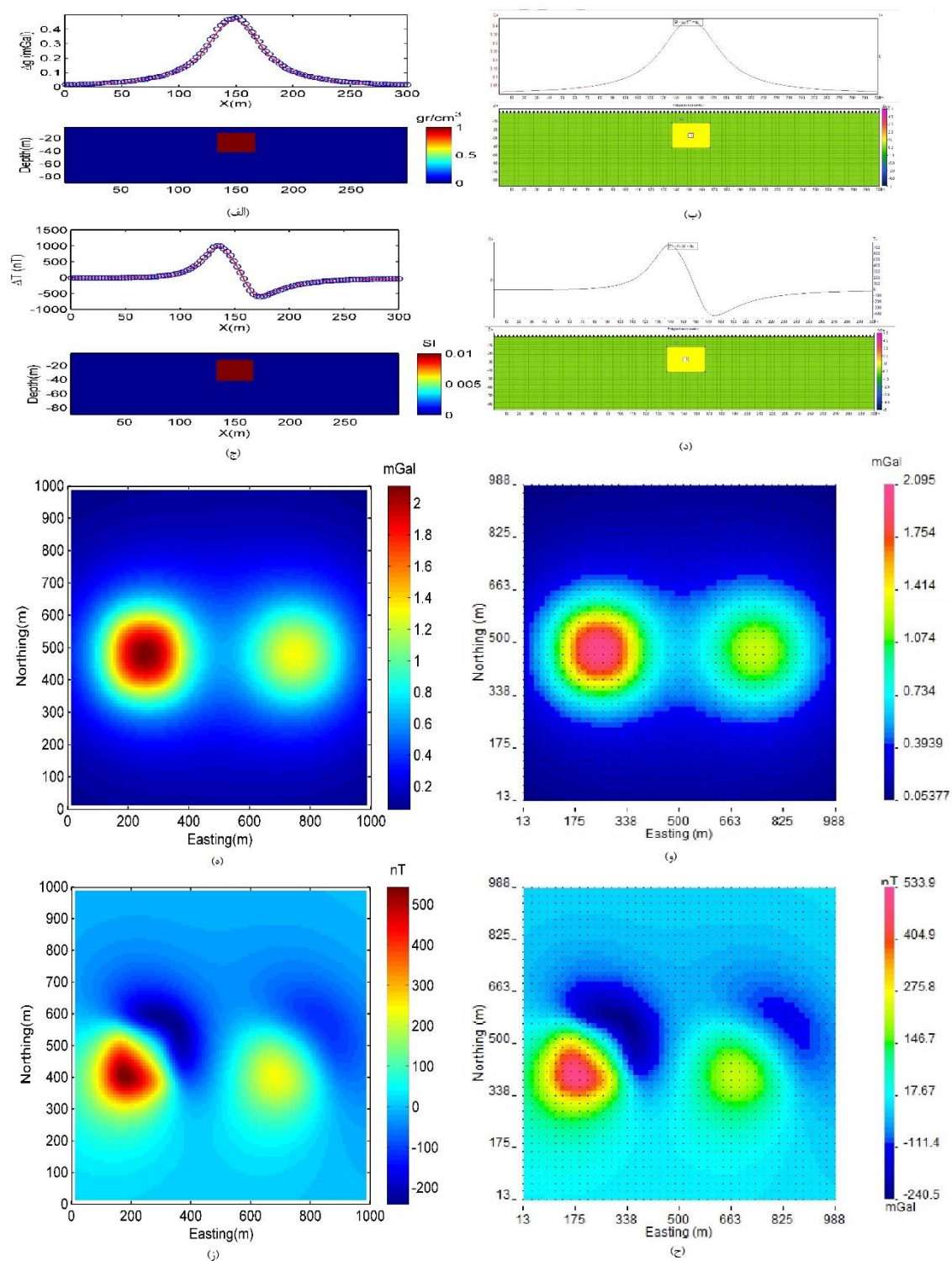
$$\begin{aligned} \Delta T = C_m M \left[\frac{\alpha_{23}}{2} \log\left(\frac{r-x'}{r+x'}\right) + \frac{\alpha_{13}}{2} \log\left(\frac{r-y'}{r+y'}\right) - \alpha_{12} \log(r+z_1) \right. \\ \left. - \hat{M}_x \hat{F}_x \tan^{-1}\left(\frac{x'y'}{x'^2 + rz_1 + z_1^2}\right) - \hat{M}_y \hat{F}_y \tan^{-1}\left(\frac{x'y'}{r^2 + rz_1 + x'^2}\right) \right. \\ \left. + \hat{M}_z \hat{F}_z \tan^{-1}\left(\frac{x'y'}{rz_1}\right) \right] \Big|_{x'=x_1}^{x'=x_2} \Big|_{y'=y_1}^{y'=y_2} \end{aligned} \quad (2-23)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= \hat{M}_x \hat{F}_y + \hat{M}_y \hat{F}_x, \\ \alpha_{13} &= \hat{M}_x \hat{F}_z + \hat{M}_z \hat{F}_x, \\ \alpha_{23} &= \hat{M}_y \hat{F}_z + \hat{M}_z \hat{F}_y, \\ r^2 &= x'^2 + y'^2 + z_1^2, \end{aligned} \quad (2-24)$$

برای محاسبه داده مغناطیسی ناشی از هر سلول یک بار z_1 را عمق بالایی سلول در نظر گرفته و با رابطه (2-23) مقدار میدان مغناطیسی ناشی از این منشور را محاسبه می‌کنیم. دوباره z_1 را عمق زیرین سلول در نظر گرفته و مقدار میدان مغناطیسی منشور دوم را نیز با استفاده از رابطه (2-23) محاسبه می‌کنیم. سپس مقادیر میدان مغناطیسی حاصله را از یکدیگر کسر می‌کنیم. مقدار باقیمانده برابر با داده مغناطیسی سلول زیرسطحی است. در نهایت برای محاسبه ماتریس حساسیت مشابه روش گرانی سنجی عمل می‌شود.

در این رساله تمامی کدهای لازم برای حل مسئله مستقیم دو وسه بعدی داده‌های میدان پتانسیل در محیط متلب تهیه گردید. به منظور بررسی صحت نتایج حاصل از کدهای تهیه شده، داده‌های محاسبه شده از مدل‌های مصنوعی با داده‌های حاصل از نرم افزارهای Grav 3d، Mag 3d و Zond مقایسه شد و صحت کدهای تهیه شده تایید گردید (شکل 2-6).



شکل (۲-۶): مقایسه داده‌های حاصل از یک مدل مصنوعی با استفاده از کدهای تهیه شده در سمت چپ و داده‌های حاصل از نرم افزار در سمت راست نشان داده شده است.

۲-۵- اصول حل مسائل وارون

همان طور که بیان شد هدف اصلی در وارون‌سازی محاسبه بردار پارامترهای مدل (m) با استفاده از بردار داده‌های مشاهده‌ای (d^{obs}) با توجه به رابطه (۲-۴) است. از جمله مهم‌ترین مسائل در وارون‌سازی داده‌ها، بحث وجود جواب^۱، یکتایی جواب^۲ و ناپایداری در روند حل^۳ مسئله است [Aster et al., 2013].

۱- وجود جواب: ممکن است مدلی وجود نداشته باشد که دقیقاً بر داده‌ها منطبق گردد. این مشکل می‌تواند به این دلیل پیش آید که مدل ریاضی که فیزیک سیستم را توضیح می‌دهد تقریبی بوده، و یا داده‌ها دارای نوفه باشند.

۲- یکتایی جواب: اگر جواب دقیق (m_{true}) وجود داشته باشد، ممکن است که یکتا نباشد. یعنی جواب‌های دیگری در کنار m_{true} وجود داشته باشد که جواب آنها نیز در رابطه $Gm = d_{true}$ صدق کند. این مشکل معمولاً به دلیل وجود عدم یکتایی ذاتی در مسائل میدان پتانسیل بوجود می‌آید [Hinze et al., 2013]. عدم یکتایی ویژگی مسائل وارون سازی خطی گسسته‌ای است که نقص رتبه^۴ دارند. چون در این حالت ماتریس G یک فضای صفر^۵ غیربدیهی^۶ دارد. در مسائل وارون خطی مدل‌های m_0 که در فضای صفر ماتریس G قرار می‌گیرند نیز جواب رابطه $Gm_0 = 0$ هستند. بنا بر اصل برهم نهی هر ترکیب خطی از این مدل‌های فضای صفر می‌توانند به یک مدل معین اضافه شده و در معادله (۲-۴) صدق نمایند.

$$G(m + m_0) = d^{obs} \quad (2-25)$$

بنابراین تعداد بی‌نهایت مدل وجود دارد که از نظر ریاضی قابل قبول است. نکته مهم در این گونه مسائل این است که مدل تخمین زده شده ممکن است نسبت به مدل واقعی بشدت هموار شده و یا

¹ Solution existence

² Solution uniqueness

³ Instability of the solution process

⁴ Rank-deficient

⁵ Null space

⁶ Nontrivial

اریب^۱ باشد. شناسایی چنین روندهایی در تفسیر مدل‌ها به منظور امکان وجود آمدن آنها در واقعیت، بسیار مهم است.

۳- ناپایداری روند حل: فرایند حل مسئله وارون اغلب اوقات می‌تواند بشدت ناپایدار باشد. بطوریکه تغییرات کوچکی در مقدار داده‌ها می‌تواند منجر به تغییرات شدیدی در مدل تخمین زده شده شود. اگر مسئله وارون سازی یکی از شرایط وجود جواب، یکتایی جواب و یا پایداری جواب را نداشته باشد این مسئله وارون، یک مسئله بد حالت^۲ نامیده می‌شود [Hansen, 2010]. اگر مسئله وارون از نوع گسسته باشد به آن مسئله بد وضع^۳ گویند و اگر مسئله وارون از نوع پیوسته باشد به آن مسئله بد حالت گویند.

ساده‌ترین راه برای حل معادلات بشکل رابطه (۲-۴)، استفاده از روش حداقل مربعات است. یک راه مناسب برای حل این مسئله، یافتن پارامترهای مدل به گونه‌ای است که عدم برازش بین داده‌های واقعی و داده‌های محاسبه‌ای را حداقل نماید. این مقدار عدم برازش را می‌توان باقیمانده^۴ نامید $r = d - Gm$ (۱). یکی از روش‌هایی که برای اندازه‌گیری عدم برازش بکار می‌روند نرم-۲ باقیمانده‌ها یعنی

حداقل مربعات^۵ مسئله وارون (۲-۴) می‌باشد [Aster et al., 2013; Menke, 2012]:

$$\min \|Gm - d^{obs}\|_2 \quad (2-26)$$

مسائل بدحالت را نمی‌توان با استفاده از رابطه (۲-۲۶)، حل نمود. چون به دلیل ماهیت مسائل بدحالت، خطاهای کوچک در داده‌ها می‌تواند باعث بوجود آمدن خطاهای بزرگ در پارامترهای مدل شود [Hansen, 2010]. می‌توان فرایند مدل‌سازی وارون را با اعمال قیدهای اضافی که جواب را روند دار

¹ Bias

² Ill-conditioned

³ Ill-posed

⁴ Residual

⁵ Least squares solution

می‌کند، پایدار کرد. این فرایند به‌عنوان منظم‌سازی^۱ نامیده می‌شود. منظم‌سازی نقش مهمی در یافتن جواب مناسب در حل مسائل وارون داشته و انواع مختلفی دارد که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

۲-۵-۱- منظم‌سازی تیخونوف

منظم‌سازی تیخونوف کاربردی‌ترین روش در حل مسائل گسسته بد حالت است. برای یک مسئله بد حالت با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی، ممکن است تعداد زیادی جواب وجود داشته باشد. اگر فرض شود که داده‌ها دارای نوفه باشند و داده‌های حاصل از جواب به دلیل این نوفه موجود در داده‌ها دقیقاً بر داده‌های مشاهده‌ای برازش پیدا نکنند، بدیهی است جواب‌های حداقل مربعات زیادی وجود دارند که بر داده‌ها برازش پیدا می‌کنند به طوری که $\|Gm - d^{obs}\|_2$ به اندازه کافی کوچک شود [Aster et al., 2013].

در حالت ساده و با استفاده از روش منظم‌سازی تیخونوف جواب‌هایی در نظر گرفته می‌شود که در آنها مقدار عدم برازش از مقدار مشخصی کمتر است یعنی $\|Gm - d^{obs}\|_2 \leq \delta$ ، و در نهایت جوابی را انتخاب می‌کنیم که در آن اندازه بردار پارامترهای مدل (m) نیز کمینه^۲ باشد:

$$\|Gm - d^{obs}\|_2 \leq \delta \quad (2-27)$$

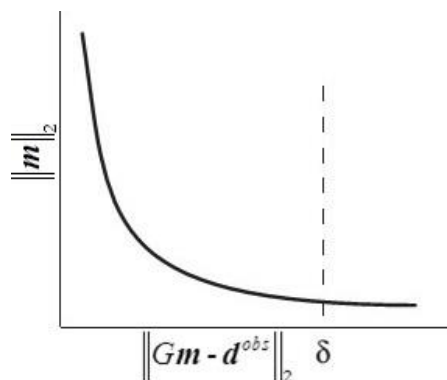
$$\min \|m\|_2$$

یکی از دلیل انتخاب بردار جواب (m) با نرم ۲ کمینه این است که عبارات غیرصفری که در جواب منظم شده ظاهر می‌شوند مقدار عبارت $\|m\|_2$ را افزایش می‌دهند. هرچند که حضور این عبارات ظاهر شده در جواب برای برازش داده‌ها ضروری است. در عوض، کمینه کردن $\|m\|_2$ باعث می‌شود عبارات‌های غیرلازم از جواب منظم شده حذف شوند.

^۱ Regularization

^۲ Minimum

توجه داشته باشید که با افزایش مقدار δ تعداد مدل‌های ممکن به عنوان جواب افزایش می‌یابد، و مقدار کمینه $\|m\|_2$ کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر مدلی به دست می‌آید که داده‌های محاسبه‌ای حاصل از آن برازش ضعیف‌تری بر داده‌های مشاهده‌ای دارد ولی مقدار کمینه نرم ۲ این مدل کوچکتر است. می‌توان منحنی مقادیر کمینه $\|m\|_2$ را در برابر δ رسم کرد (شکل ۷-۲). در این شکل منحنی به دست آمده، منحنی L^1 نامیده می‌شود.



شکل (۷-۲): منحنی L با حد عدم برازش مشخص [Aster et al., 2013].

همچنین می‌توان منحنی L را برای حالت زیر نیز رسم کرد (شکل ۸-۲):

$$\|m\|_2 \leq \varepsilon \quad (28-2)$$

$$\min \|Gm - d^{obs}\|_2$$

با کاهش مقدار ε تعداد مدل‌های ممکن به عنوان جواب کاهش یافته و کمترین مقدار $\|Gm - d^{obs}\|_2$

افزایش می‌یابد. با تغییر مقدار ε در منحنی L می‌توان مقدار بهینه $\|m\|_2$ و $\|Gm - d^{obs}\|_2$ را به دست

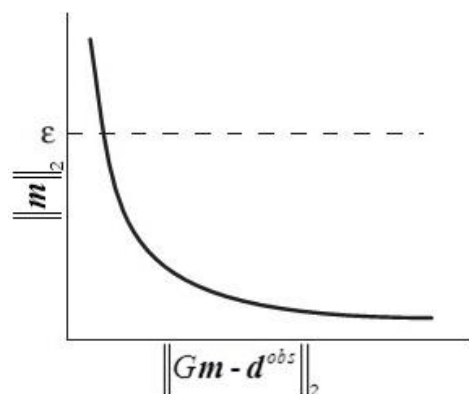
آورد. در حالت سوم مسئله به صورت حداقل مربعات تعدیل شده^۲ زیرد نظر گرفته می‌شود.

$$\min \|Gm - d^{obs}\|_2^2 + \beta \|m\|_2^2 \quad (29-2)$$

¹ L-Curve

² Damped least squares

رابطه فوق با به کارگیری روش ضرایب لاگرانژ در رابطه (۲-۲۷) به وجود می‌آید، که در آن β پارامتر منظم‌سازی^۱ نامیده می‌شود.



شکل (۲-۸): منحنی L با حد نرم مدل مشخص [Aster et al., 2013].

می‌توان نشان داد که اگر سه پارامتر δ, ϵ و β در روابط (۲-۲۷)، (۲-۲۸) و (۲-۲۹) مناسب انتخاب گردند جواب حل مسئله وارون در سه حالت یکسان خواهد بود [Hansen, 1998]. پارامتر منظم‌سازی وزن نسبی بین تابع عدم برازش $\|Gm - d^{obs}\|_2^2$ و تابع ثبات ساز $\|m\|_2^2$ را کنترل می‌کند. اگر پارامتر منظم‌سازی صفر انتخاب گردد تابعی که کمینه می‌گردد فقط شامل تابع عدم برازش خواهد بود. در نتیجه مدل حاصل بدون توجه به مقدار ساختارهای کاذب ایجاد شده، به بهترین شکل بر داده‌ها برازش پیدا می‌کند. اما اگر پارامتر منظم‌سازی مقدار بزرگی انتخاب شود، آنگاه تابع ثبات ساز تا حد ممکن کوچک شده ولی مقدار عدم برازش بزرگ خواهد بود. در فصل بعد، پارامتر منظم‌سازی بیشتر مورد بررسی قرار خواهد گرفت. برای حل مسئله وارون داده‌های میدان پتانسیل معمولاً از روش حداقل مربعات تعدیل شده استفاده می‌شود که در آن با کمینه کردن تابع هدف^۲ (رابطه ۲-۲۹) که در واقع از دو قسمت تابع عدم برازش و تابع ثبات ساز تشکیل شده جواب وارون مسئله به دست می‌آید [Oldenburg and Li, 2005].

^۱ Regularization parameter

^۲ Objective function

جواب مسئله حداقل مربعات تعدیل شده را می توان مشابه روش حداقل مربعات معمولی و به شکل زیر به دست آورد [Aster et al., 2013]:

$$\min \left\| \begin{bmatrix} G \\ \sqrt{\beta} I \end{bmatrix} \mathbf{m} - \begin{bmatrix} \mathbf{d}^{obs} \\ 0 \end{bmatrix} \right\|_2^2 \quad (30-2)$$

$$(G^T G + \beta I) \mathbf{m} = G^T \mathbf{d}^{obs} \quad (31-2)$$

که در آن $I \in R^{M \times M}$ ماتریس همانی بوده و G^T ترانپوز^۱ ماتریس G است. رابطه (۳۱-۲) معادله مقید شده به نرم مدل برای جواب منظم سازی تیخونوف مرتبه صفر^۲ معادله $G\mathbf{m} = \mathbf{d}^{obs}$ است که به نام معادله نرمال^۳ نیز شناخته می شود [Menke, 2012]. با حل این معادله می توان بردار پارامترهای مدل ($\mathbf{m}$) را به دست آورد. تا کنون هر جا از منظم سازی تیخونوف صحبت شد، منظور کمینه نمودن تابع هدف با تابع ثبات ساز $\|\mathbf{m}\|_2^2$ بود. در بسیاری از موارد ترجیح داده می شود جوابی حاصل شود که سایر توابع $\mathbf{m}$ مثل مشتق اول و مشتق دوم آن کمینه شود و به عنوان تابع ثبات ساز استفاده شود. اگر مسئله با نظم و ساده گسسته شود و مدل یک بعدی باشد، می توان مشتق اول مدل را با استفاده از ضرب ماتریس عملگر مشتق اول در بردار پارامترهای مدل ($L\mathbf{m}$) تخمین زد که در آن:

$$L = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & \\ & & \dots & & \\ & & & -1 & 1 \\ & & & & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (32-2)$$

در واقع عبارت $L\mathbf{m}$ تخمین تفاوت محدود متناسب با مشتق اول بردار پارامترهای مدل ($\mathbf{m}$) است. ماتریس هایی را که برای مشتق گیری از بردار پارامترهای مدل و به منظور منظم سازی استفاده می شوند، ماتریس ناهموار ساز^۴ نامند. ماتریس ناهموار ساز (۳۲-۲) را ماتریس تخت شدگی^۵ نیز نامند. با کمینه

¹ Transpose

² Zeroth-order Tikhonov regularization

³ Normal equation

⁴ Roughening matrix

⁵ Flatness matrix

کردن تابع هدف به همراه تابع ثبات ساز $\|Lm\|_2^2$ ، جواب‌های هموار^۱ به دست می‌آید. جواب حداقل مربعات تعدیل شده مسئله وارون با منظم‌سازی تیخونوف مرتبه اول به شکل زیر به دست می‌آید [Aster et al., 2013]:

$$\min \|Gm - d^{obs}\|_2^2 + \beta \|Lm\|_2^2 \quad (2-33)$$

$$(G^T G + \beta L^T L)m = G^T d^{obs} \quad (2-34)$$

در منظم‌سازی تیخونوف مرتبه دوم L به شکل زیر است:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & & \\ & 1 & -2 & 1 & & \\ & & \dots & & & \\ & & & 1 & -2 & 1 \\ & & & & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

که در این صورت ماتریس ناهموارساز را ماتریس همواری^۲ نامند و در واقع عملگر مشتق دوم بردار پارامترهای مدل است. در مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل مدل‌ها معمولاً دو و یا سه بعدی هستند در نتیجه ماتریس‌های ناهموار ساز یک بعدی مناسب نمی‌باشند.

۲-۶- انواع روش‌های حل مسائل وارون

همان گونه که توضیح داده شد به منظور به دست آوردن بردار پارامترهای مدل (m) یا همان جواب مسئله وارون باید سیستم معادلات (۲-۳۱) یا (۲-۳۴) را حل نمود که این سیستم معادلات یک سیستم معادلات خطی است.

روش‌های متعددی برای حل سیستم معادلات خطی مثل روش تجزیه مقادیر تکین، روش تجزیه مقادیر تکین کوتاه شده و روش روش تجزیه مقادیر تکین تعمیم یافته^۳ پیشنهاد شده‌اند [Hansen, 2010]. به این روش‌ها، روش‌های مستقیم در حل مسئله وارون گویند چون با استفاده از این روش‌ها

^۱ Smooth

^۲ Smoothness matrix

^۳ Generalized singular value decomposition

وارون ماتریس حساسیت مستقیماً محاسبه می‌شود. این روش‌ها اصول ساده‌ای دارند ولی به دلیل انجام اعمال ریاضی بین ماتریس‌ها و بردارها و ذخیره سازی آنها نیاز به حافظه رایانه‌ای بالایی دارند و اعمال آنها زمان بر است. با استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین کوتاه شده تنها می‌توان وارون سازی با شرط تیخونوف مرتبه صفر (شرط کمینه نرم) را انجام داد. در بین این روش‌ها مدل‌سازی هموار با شرط تیخونوف مرتبه اول به بالا فقط از طریق روش تجزیه مقادیر تکین تعمیم یافته قابل انجام است. بنابراین اگر تعداد داده‌ها و تعداد پارامترهای مدل زیاد باشد استفاده از این روش‌ها برای وارون سازی داده‌ها مناسب نیست. هنگامی که ماتریس حساسیت خیلی بزرگ باشد یعنی از هزاران ردیف و ستون تشکیل شده باشد، در این حالت حل مسئله به کمک روش‌های تجزیه مقادیر تکین عملاً ممکن نیست. چون ذخیره نمودن همه اعضا یک ماتریس بزرگ در رایانه، نیاز به حافظه زیادی دارد. بنابراین در این موارد از روش‌های تکراری^۱ استفاده می‌شود [Aster et al., 2013].

در روش‌های تکراری معمولاً یک حدس اولیه از جواب به عنوان مدل اولیه انتخاب شده سپس در هر مرحله تکرار این حدس اولیه اصلاح می‌شود تا این که نتیجه به جواب همگرا شود. مهم‌ترین مزیت این روش‌ها این است که در طی فرایند انجام محاسبات حداکثر با ضرب ماتریس در بردار مواجه هستیم که نیاز به حجم حافظه و پردازش زیاد در رایانه ندارد. بنابراین روش‌های دارای مرحله تکرار قابلیت کاربرد در مسائل بزرگ مقیاس را دارد. مهم‌ترین نقطه ضعف این روش‌ها این است که برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی باید به ازای هر پارامتر منظم‌سازی یک بار مسئله، با روش‌های دارای مرحله تکرار، حل شود. این مسئله خود می‌تواند زمان لازم برای حل مسئله وارون را افزایش دهد [Hansen, 2010]. بنابراین استفاده از روش‌های سریع‌تر در انتخاب پارامتر منظم‌سازی می‌توان تا حدودی این افزایش زمان را جبران نمود.

¹ Iterative

در ادامه ابتدا روش‌های با تکرار محاسبات گرادیان مزدوج^۱ و دوقطری سازی لنکزوس^۲ شرح داده می‌شود سپس روشی جدید با استفاده از پیش شرط گذاری برای افزایش سرعت و کاهش حافظه رایانه‌ای در روش دوقطری سازی لنکزوس ارائه می‌شود.

۲-۶-۱- روش گرادیان مزدوج

روش گرادیان مزدوج یکی از مهم‌ترین روش‌های دارای مرحله تکرار است که به کمک آن می‌توان سیستم معادلات خطی را حل کرد [Hestenes and Stiefel, 1952]. در روش تجزیه مقادیر تکین کوتاه شده جواب با استفاده از k مقدار تکین اولیه به دست می‌آید. این جواب در زیرفضای حاصل از k بردار تکین اولیه قرار می‌گیرد. ایده اصلی روش گرادیان مزدوج یافتن دسته‌ای از بردارهای پایه^۳ با همان ویژگی‌هایی است که k بردار تکین اولیه دارند. همان گونه که قبلاً نشان داده شد مسئله حداقل مربعات سیستم معادلات خطی به فرم $Gm = d$ را می‌توان با کمینه کردن نرم ۲ عدم برازش () $\min \|Gm - d\|_2^2$ حل نمود. می‌توان نشان داد که جواب $m^{(k)}$ بعد از k مرحله تکرار از الگوریتم گرادیان مزدوج به صورت زیر به دست می‌آید به گونه‌ای که [Hansen, 2010]:

$$m^{(k)} = \min_{m \in \kappa_k} \|Gm - d\|_2^2 \quad (۳۶-۲)$$

که κ_k زیرفضای کريلوف^۴ مرتبط با ماتریس حساسیت (G) و بردار داده‌ها (d) است که از توانهای $G^T G$ در $G^T d$ تشکیل شده است. برتری این روش این است که نیازی به حفظ تمام بردارهای پایه نیست. فقط نیاز است تا در مراحل مختلف ضرب ماتریس- بردار با G و G^T (و چند عمل دیگر روی بردارها) انجام شود. الگوریتم گرادیان مزدوج برای حل مسئله حداقل مربعات فوق را می‌توان به شکل زیر نوشت [Hestenes and Stiefel, 1952]:

¹ Conjugate gradient

² Lanczos bidiagonalization

³ Basis vectors

⁴ Krylov subspace

جدول (۲-۱): الگوریتم روش گرادیان مزدوج [Hestenes and Stiefel, 1952].

Input:	$\mathbf{d} \in R^N$, $G \in R^{N \times M}$, $\mathbf{m}^{(0)} = \text{starting vector (often zero vector)}$
Output:	$\mathbf{m}$
	$\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{d} - G\mathbf{m}^{(0)}$
	$\mathbf{b}^{(0)} = G^T \mathbf{r}^{(0)}$
	for $k = 1, 2, \dots$
	$\bar{\alpha}_k = \ G^T \mathbf{r}^{(k-1)}\ _2^2 / \ G\mathbf{b}^{(k-1)}\ _2^2$
	$\mathbf{m}^{(k)} = \mathbf{m}^{(k-1)} + \bar{\alpha}_k \mathbf{b}^{(k-1)}$
	If $\ G\mathbf{m}^{(k)} - \mathbf{d}\ _2^2 \leq N$, $\mathbf{m} = \mathbf{m}^{(k)}$, end
	$\mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{r}^{(k-1)} - \bar{\alpha}_k G\mathbf{b}^{(k-1)}$
	$\bar{\beta}_k = \ G^T \mathbf{r}^{(k)}\ _2^2 / \ G^T \mathbf{r}^{(k-1)}\ _2^2$
	$\mathbf{b}^{(k)} = G^T \mathbf{r}^{(k)} + \bar{\beta}_k \mathbf{b}^{(k-1)}$
	end

به منظور حل مسئله حداقل مربعات تعدیل شده در رابطه (۲-۳۴) با استفاده از الگوریتم گرادیان

مزدوج می‌توان مسئله حداقل مربعات را به شکل $\min \left\| \begin{bmatrix} G \\ \sqrt{\beta}L \end{bmatrix} \mathbf{m} - \begin{bmatrix} \mathbf{d}^{obs} \\ 0 \end{bmatrix} \right\|_2^2$ نوشت. حال کافی است

که جواب با استفاده از روش گرادیان مزدوج به دست آورد.

۲-۶-۲- روش دوقطری سازی لنگزوس

الگوریتم تکراری دیگری نیز وجود دارد که بردارهای پایه متعامد برای زیرفضای کرلیف κ_k را ایجاد

می‌کند که با نام روش دوقطری سازی لنگزوس نیز شناخته می‌شود [Paige and Saunders, 1982].

این روش از روش گرادیان مزدوج سریع تر است چون از ضرب ماتریس‌های بزرگ در این روش جلوگیری

می‌شود. در این روش سیستم معادلات اصلی با یک سیستم معادلات با ابعاد کمتر جایگزین می‌شود در

نتیجه سرعت حل مسئله با دقت بالا افزایش می‌یابد [Abedi et al., 2013]. اگر سیستم معادلات به صورت رابطه (۳۱-۲) باشد می‌توان بردار پارامترهای مدل را با استفاده از رابطه زیر به دست آورد:

$$\mathbf{m} = (G^T G + \beta I)^{-1} G^T \mathbf{d}^{obs} \quad (۳۷-۲)$$

به منظور حل مسئله وارون با روش دو قطری سازی لنگزوس ابتدا l مرحله دو قطری سازی لنگزوس

مطابق الگوریتم جدول (۲-۲) بر روی ماتریس حساسیت اعمال می‌شود [Calvetti et al., 2000].

جدول (۲-۲): الگوریتم دو قطری سازی لنگزوس [Calvetti et al., 2000].

Input:	$\mathbf{d}^{obs} \in R^N$, $G \in R^{N \times M}$, $0 < l < \min\{M, N\}$;
Output:	$\{\mathbf{u}_j\}_{j=1}^{l+1}$, $\{\mathbf{v}_j\}_{j=1}^l$, $\{\rho_j\}_{j=1}^l$, $\{\sigma_j\}_{j=1}^{l+1}$;
	$\sigma_1 = \ \mathbf{d}\ _2$; $\mathbf{u}_1 = \mathbf{d} / \sigma_1$; $\tilde{\mathbf{v}}_1 = G^T \mathbf{u}_1$; $\rho_1 = \ \tilde{\mathbf{v}}_1\ _2$; $\mathbf{v}_1 = \tilde{\mathbf{v}}_1 / \rho_1$;
	for $j = 2, 3, \dots, l$
	$\tilde{\mathbf{u}}_j = G \mathbf{v}_{j-1} - \rho_{j-1} \mathbf{u}_{j-1}$; $\sigma_j = \ \tilde{\mathbf{u}}_j\ _2$; $\mathbf{u}_j = \tilde{\mathbf{u}}_j / \sigma_j$;
	$\tilde{\mathbf{v}}_j = G^T \mathbf{u}_j - \sigma_j \mathbf{v}_{j-1}$; $\rho_j = \ \tilde{\mathbf{v}}_j\ _2$; $\mathbf{v}_j = \tilde{\mathbf{v}}_j / \rho_j$;
	End j ;
	$\tilde{\mathbf{u}}_{l+1} = G \mathbf{v}_l - \rho_l \mathbf{u}_l$; $\sigma_{l+1} = \ \tilde{\mathbf{u}}_{l+1}\ _2$; $\mathbf{u}_{l+1} = \tilde{\mathbf{u}}_{l+1} / \sigma_{l+1}$;

در این الگوریتم اگر l به اندازه کافی کوچک انتخاب شود، آنگاه تمامی مقادیر ρ_j و σ_j مثبت خواهد

بود و ماتریس‌های $U_l = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_l] \in R^{N \times l}$ و $V_l = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_l] \in R^{M \times l}$

ایجاد می‌شود. همچنین ماتریس دوقطری $C_l \in R^{l \times l}$ با ابعاد کمتر به شکل زیر تشکیل می‌شود:

$$C_l = \begin{bmatrix} \rho_1 & & & & \\ \sigma_2 & \rho_2 & & & \\ & \sigma_3 & \rho_3 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \sigma_l & \rho_l \end{bmatrix} \quad (۳۸-۲)$$

ماتریس C_l یک ماتریس پراکنده است و ذخیره سازی آن در رایانه نیاز به حجم زیاد حافظه ندارد.

برای حل مسائل فرو برآورد که در آنها $N \ll M$ جواب مسئله وارون در رابطه (۳۷-۲) را می‌توان با

استفاده از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$\mathbf{m} = \mathbf{G}^T \mathbf{U}_l \tilde{\mathbf{b}} \quad (۳۹-۲)$$

که در آن

$$\tilde{\mathbf{b}} = (\mathbf{C}_l \mathbf{C}_l^T + \beta \mathbf{I}_l)^{-1} (\sigma_1 \mathbf{e}_1) \quad (۴۰-۲)$$

که در آن $\mathbf{e}_l = [0, 0, \dots, 0, 1] \in R^l$. بردار $\tilde{\mathbf{b}}$ را می‌توان با استفاده از حل مسئله حداقل مربعات زیر به دست آورد [Calvetti et al., 2000]:

$$\min_{\tilde{\mathbf{b}} \in R^l} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{C}_l^T \\ \beta^{1/2} \mathbf{I}_l \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{b}} - \beta^{-1/2} \sigma_1 \mathbf{e}_{l+1} \right\|_2^2 \quad (۴۱-۲)$$

حل مسئله وارون در رابطه (۳۷-۲) با استفاده از ماتریس $\mathbf{C}_l$ به جای ماتریس $\mathbf{G}$ سریع‌تر انجام می‌شود چون ماتریس $\mathbf{C}_l$ ماتریس دو قطری و پراکنده است و ابعاد آن نسبت به ماتریس حساسیت $\mathbf{G}$ کمتر است در نتیجه رایانه حافظه کمتری را برای ذخیره سازی این ماتریس اختصاص می‌دهد [Abedi et al., 2013]. برای حل مسئله وارون به روش دو قطری سازی لنگزوس باید مسئله حداقل مربعات در رابطه (۳-۶) را حل نمود. برای حل این مسئله حداقل مربعات می‌توان از روش فاکتور سازی QR^۱ استفاده کرد [Eldèn, 1977]. به هر حال نیازی نیست که معادله (۴۱-۲) به صراحت تشکیل شود بلکه با استفاده از یک روش مؤثر فاکتور سازی QR دارای مرحله تکرار می‌توان مسئله وارون را با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس حل نمود [Paige and Saunders, 1982]. مسئله حداقل مربعات سیستم معادلات خطی به فرم $\mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{d}$ را می‌توان با کمینه کردن نرم ۲ عدم برازش $(\min \|\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d}\|_2^2)$ حل نمود. می‌توان نشان داد که جواب $\mathbf{m}$ بعد از k مرحله تکرار از الگوریتم وارون سازی به روش دو قطری سازی لنگزوس به دست می‌آید (جدول ۳-۲) [Paige and Saunders, 1982].

با استفاده از رابطه (۴۱-۲) می‌توان مسئله وارون با شرط تیخونوف مرتبه صفر را حل نمود. بنابراین برای حل مسئله وارون با شرط تیخونوف مراتب بالاتر می‌توان مشابه روش گرادیان مزدوج به منظور حل مسئله حداقل مربعات تعدیل شده در رابطه (۳۴-۲) با استفاده از الگوریتم وارون سازی به روش دو

^۱ QR factorization

قطری سازی لنکزوس مسئله حداقل مربعات را به شکل $\min \left\| \begin{bmatrix} G \\ \sqrt{\beta}L \end{bmatrix} \mathbf{m} - \begin{bmatrix} \mathbf{d}^{obs} \\ 0 \end{bmatrix} \right\|_2$ نوشت و جواب

مسئله وارون را به دست آورد. در این رساله از این روش برای حل مسئله وارون هموار استفاده می‌شود.

جدول (۲-۳): الگوریتم حل مسئله وارون با استفاده از روش دو قطری سازی لنکزوس [Paige and Saunders, 1982].

Input: $\mathbf{d} \in R^N$, $G \in R^{N \times M}$, $\mathbf{m}_0 = \text{starting vector (often zero vector)}$
 Output: $\mathbf{m}$

$\sigma_0 = \|\mathbf{d}\|$, $\mathbf{u}_0 = \mathbf{d}/\sigma_0$, $\rho_0 = \|G^T \mathbf{u}_0\|$, $\mathbf{v}_0 = (G^T \mathbf{u}_0)/\rho_0$, $\mathbf{w}_0 = \mathbf{m}_0$, $c_0 = I$, $s_0 = 0$,
 $\bar{\varphi}_0 = \sigma_0$

for $k = 1, 2, \dots$

$\mathbf{u}_k = G\mathbf{v}_{k-1} - \rho_{k-1}\mathbf{u}_{k-1}$

$\sigma_k = \|\mathbf{u}_k\|$, $\mathbf{u}_k = \mathbf{u}_k/\sigma_k$

$\theta_k = -s_{k-1}\rho_{k-1}$, $\bar{\rho}_k = c_{k-1}\rho_{k-1}$, $v_k = \sqrt{\bar{\rho}_k^2 + \sigma_k^2}$, $c_k = \bar{\rho}_k/v_k$, $s_k = -\sigma_k/v_k$,
 $\varphi_k = c_k\bar{\varphi}_{k-1}$, $\bar{\varphi}_k = s_k\bar{\varphi}_{k-1}$

$\mathbf{w}_k = (\mathbf{v}_{k-1} - \theta_k\mathbf{w}_{k-1})/v_k$

$\mathbf{m}_k = \mathbf{m}_{k-1} + \varphi_k\mathbf{w}_k$

If $\|G\mathbf{m}^{(k)} - \mathbf{d}\|_2^2 \leq N$, $\mathbf{m} = \mathbf{m}^{(k)}$, end

$\mathbf{v}_k = G^T \mathbf{u}_k - \sigma_k\mathbf{v}_{k-1}$

$\rho_k = \|\mathbf{v}_k\|$, $\mathbf{v}_k = \mathbf{v}_k/\rho_k$

end

۲-۶-۳- بهبود سرعت روش دو قطری سازی لنکزوس با استفاده از پیش شرط گذاری^۱

در این رساله برای افزایش سرعت مدل سازی وارون با روش دو قطری سازی لنکزوس و کاهش حجم حافظه رایانه لازم تلاش می‌شود از یک روش پیش شرط گذاری استفاده شود. روش‌های گرادیان مزدوج

¹ Preconditioning

و دو قطری سازی لنگزوس بر اساس بردارهای پایه متعامد برای زیرفضای کريلف عمل می کنند. گاهی اوقات بردارهای پایه مناسبی برای حل مسئله وارون توسط زیر فضای کريلف ایجاد نمی شود که دلیل اصلی آن ایجاد زیر فضای کريلف با استفاده از داده های دارای نوفه است. در نتیجه در زیر فضای کريلف دو دسته بردار پایه ایجاد می شود که یک دسته از این بردارهای پایه برای به دست آوردن جواب لازم است و دسته دیگر بردارهای نا خواسته به دلیل وجود نوفه در داده ها است [Hansen, 2010].

بنابراین نمی توان مطمئن بود که بردارهای پایه اصلی برای رسیدن به جواب قبل از بردارهای پایه ناخواسته ایجاد شود یعنی میزان نوفه در ایجاد جواب تاثیر می گذارد. برای حل این مشکل هنس (۲۰۱۰) پیشنهاد نمود که حل مسئله کريلوف با یک مسئله تصویر شده^۱ با ابعاد کوچکتر ترکیب شود و یک زیر فضای جدید ایجاد شود (w_k). در این صورت مسئله منظم سازی تیخونوف رابطه (۲-۲۹) را می توان به شکل زیر نوشت [Hansen, 2010]:

$$y = \min \|GW_K y - d^{obs}\|_2^2 + \beta \|y\|_2^2, \quad m = W_K y \quad (۲-۴۲)$$

که در آن $W_K \in R^{M \times K}$ ماتریسی است که ستون های آن بردارهایی متعامد هستند. جواب مسئله وارون در این حالت برابر با حل مسئله در رابطه (۲-۲۹) خواهد بود. در نهایت برای حل مسئله حداقل مربعات در رابطه (۲-۳۴) می توان نوشت

$$y = \min \left\| \begin{bmatrix} GW_K \\ \sqrt{\beta} L W_K \end{bmatrix} y - \begin{bmatrix} d^{obs} \\ 0 \end{bmatrix} \right\|_2^2, \quad m = W_K y \quad (۲-۴۳)$$

در این صورت اگر $K \ll M$ باشد، ماتریس حساسیت جدید ($\tilde{G}W_K$) تعداد ستون های کمتری نسبت به ماتریس حساسیت اولیه خواهد داشت در نتیجه انتظار می رود که حافظه کمتری برای ذخیره سازی این ماتریس حساسیت جدید مورد نیاز باشد و همچنین با کاهش تعداد ستون های ماتریس حساسیت اصلی سرعت انجام وارون سازی با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس نیز افزایش یابد.

¹ Projected

به منظور پایداری در حل مسئله وارون باید بردارهای $w_1, \dots, w_K$ که ستون‌های ماتریس $W_K \in R^{M \times K}$ را تشکیل می‌دهند، بردارهایی متعامد باشند [Jacobsen et al., 2003]. در اینجا از بردارهای پایه متعامد تبدیل کسینوسی گسسته^۱ به عنوان بردارهای متعامد برای تشکیل ماتریس W_K استفاده می‌شود که در آن

$$w_1 = \sqrt{\frac{1}{N}}(1, 1, \dots, 1)^T \quad (44-2)$$

و برای $i = 2, 3, \dots, K$

$$w_i = \sqrt{\frac{2}{N}}(\cos(\frac{i\pi}{2N}), \cos(\frac{3i\pi}{2N}), \dots, \cos(\frac{(2N-1)i\pi}{2N}))^T \quad (45-2)$$

که در آن N تعداد داده‌ها است. بنابراین برای حل مسئله وارون با استفاده از روش ارائه شده ابتدا ماتریس W_K با استفاده از روابط (۴۴-۲) و (۴۵-۲) تشکیل می‌شود. سپس این ماتریس در ماتریس حساسیت ضرب شده و سیستم معادلات جدید که ابعاد کوچکتری دارد تشکیل می‌شود. در مرحله بعد جواب این سیستم معادلات با استفاده از روش دو قطری سازی لنکزوس حل می‌شود (رابطه ۴۳-۲). برای به دست آوردن جواب نهایی مسئله وارون، ماتریس W_K در جواب حاصل از مرحله قبل ضرب می‌شود.

۷-۲- انتخاب پارامتر منظم‌سازی

پارامتر منظم‌سازی $0 < \beta < \infty$ است که پارامتر متعادل ساز^۲ نیز نامیده می‌شود. در رابطه (۳۳-۲) این پارامتر وزن نسبی بین تابع عدم برازش و تابع ثبات ساز را کنترل می‌کند. اگر β به صفر میل کند، تابعی که حداقل می‌شود فقط شامل عدم برازش ($\|Gm - d^{obs}\|_2^2$) خواهد بود. در نتیجه مدل به دست آمده بدون توجه به مقدار ساختارهای (مصنوعی) ایجاد شده در مدل، به گونه‌ای ساخته می‌شود که داده‌های حاصل از مدل کاملاً بر داده‌های مشاهده‌ای برازش پیدا کند. اگر مقدار β بزرگ انتخاب شود،

^۱ Discrete cosine transform (DCT)

^۲ Tradeoff parameter

آنگاه در فرایند حل مسئله وارون مقدار تابع ثبات ساز ($\|Lm\|_2^2$) تا حد ممکن (اغلب برابر صفر) کوچک می‌شود ولی مقدار تابع عدم برازش بزرگ خواهد بود. کمینه کردن هر دو مقدار تابع عدم برازش و تابع تابع ثبات ساز برای حل مسئله وارون لازم است و در واقع نقش پارامتر منظم‌سازی متعادل کردن اهمیت نسبی بین دو تابع عدم برازش و تابع ثبات ساز است [Oldenburg and Li, 2005].

پارامتر منظم‌سازی باید به گونه‌ای انتخاب شود که اختلاف بین داده‌های مشاهده‌ای و داده‌های حاصل از مدل ساخته شده با توجه نوفه موجود در داده‌های مشاهده‌ای، قابل توجیه باشد و از طرف دیگر ساختارهای اضافی در مدل ساخته شده وجود نداشته باشد [Frauheron and Oldenburg, 2004]. بنابراین می‌توان گفت که هدف اصلی از تعیین پارامتر منظم‌سازی تعیین مقدار عدم برازش مناسب در وارون‌سازی داده‌ها است. بنابراین می‌توان گفت که تخمین پارامتر منظم‌سازی معادل تخمین نوفه موجود در داده‌ها است [Oldenburg and Li, 2005]. یکی از مسائل مهم در روش‌های منظم‌سازی از جمله روش تیخونوف انتخاب مقدار مناسب پارامتر منظم‌سازی است [Haber and Oldenburg, 2000; Frauheron and Oldenburg, 2004; Kaltenbacher et al., 2011; Vatankhah et al., 2015]. روش‌های متعددی برای تعیین پارامتر منظم‌سازی در مسائل وارون‌سازی خطی داده‌های وجود دارد که هر کدام از این روش‌ها تحت شرایط خاصی پارامتر منظم‌سازی را به خوبی تعیین می‌کنند ولی تحت شرایطی دیگر نمی‌توانند پارامتر منظم‌سازی را به خوبی تعیین کنند. در ادامه برخی از روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی بیان می‌شود.

۲-۷-۱- روش اصل اختلاف^۱

بنابر اصل اختلاف مقدار β طوری انتخاب می‌شود که مقدار عدم برازش با اختلاف^۲ داده‌ها که برابر با $\nu_{dp} \|e\|_2$ است، برابر شود [Engl et al., 1996]:

$$\|Gm_{\beta} - d^{obs}\|_2 = \nu_{dp} \|e\|_2 \quad (۲-۴۶)$$

^۱ Discrepancy principle (Dp)

^۲ Discrepancy

که ν_{dp} یک مقدار ثابت است که ضریب ایمنی^۱ نامیده می‌شود و $\|e\|_2 = N^{1/2}\sigma$ که N تعداد داده‌ها است و σ انحراف معیار توزیع نوفه موجود در داده‌ها است. در این روش فرض بر این است که نوفه موجود در داده‌ها دارای توزیع تصادفی بوده و مقدار انحراف معیار آن مشخص است که در این صورت مقادیر عدم برازش دارای توزیع χ^2 است. این روش زمانی به کار گرفته می‌شود که مقدار نوفه موجود در داده‌ها مشخص بوده و مقدار انحراف معیار نوفه معلوم باشد [Farquharson and Oldenburg, 2004]. مهم‌ترین برتری محاسباتی این روش سادگی این روش بوده و مهم‌ترین عیب این روش مشخص نبودن انحراف معیار نوفه موجود در داده‌ها است [Oldenburg and Li, 2005].

۲-۷-۲- روش منحنی L^۲

استفاده از منحنی L برای حل مسائل وارون سازی خطی ابتدا توسط لاوسن و هنسون^۳ (۱۹۷۴) معرفی شد و توسط هنس (۱۹۹۸) توسعه پیدا کرد. شکل (۲-۹) یک نمونه از منحنی L را نشان می‌دهد. در محدوده I از منحنی L که در آن مقدار β عددی بزرگ است، مقدار عدم برازش می‌تواند بدون نیاز به اضافه نمودن ساختارهای زیاد به مدل، بشدت کاهش یابد. در این محدوده مدل با استفاده از بردارهای پایه‌ای ساخته می‌شود که طول موج بلند دارند. بنابراین ساختارهای ایجاد شده به احتمال زیاد مرتبط با ساختارهای فیزیکی هستند. در محدوده II با وجود کاهش کم مقدار عدم برازش، مقدار زیادی ساختار به مدل اضافه می‌شود. در این محدوده برازش در واقع در محدوده تغییرات فرکانس بالای داده‌ها یا بعبارت دیگر نوفه موجود در داده‌ها انجام می‌شود. ساختارهای اضافه شده به مدل در این محدوده، فیزیکی نیستند. منحنی L این دو محدوده و گوشه تیز بین این دو محدوده را بر روی منحنی لگاریتمی- لگاریتمی نشان می‌دهد [Oldenburg and Li, 2005]. در روش منحنی L مقدار β به گونه-ای انتخاب می‌شود که مقدار تابع عدم برازش و تابع ثبات ساز بردار پارامترهای مدل به دست آمده با

^۱ Safety factor

^۲ L curve (LC)

^۳ Lawson and Hanson

استفاده از β در گوشه منحنی L قرار گیرد. برای تعیین گوشه منحنی L می‌توان مقدار انحنا^۱ در منحنی را مشخص نمود، در جایی که این مقدار بیشترین است را بعنوان گوشه منحنی تعیین نمود. مقدار انحنا در منحنی L را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد [Hansen, 2010]:

$$\hat{c}_\beta = 2 \frac{\phi_s \phi_d}{\phi_s'} \times \frac{\beta \phi_s' \phi_d + 2\sqrt{\beta} \phi_s \phi_d + \beta^2 \phi_s \phi_s'}{(\beta \phi_s^2 + \phi_d^2)^{3/2}} \quad (۴۷-۲)$$

که در آن برای حل مسئله وارون رابطه (۳۴-۲) $\phi_s = \|Lm\|_2^2$ و $\phi_d = \|Gm - d^{obs}\|_2^2$

$$\phi_s' = \frac{4}{\sqrt{\beta}} m^T z_\beta \quad (۴۸-۲)$$

بردار z_β را از رابطه زیر به دست می‌آید

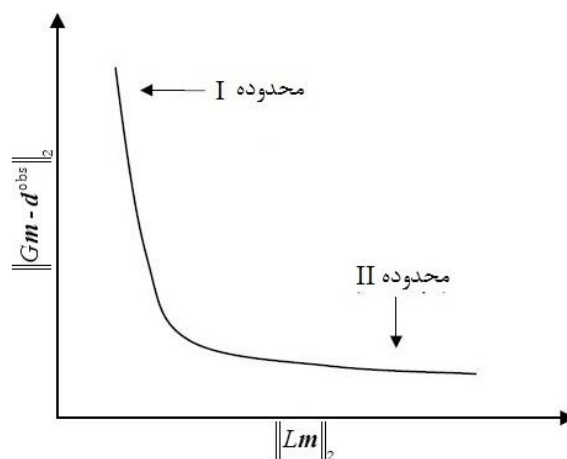
$$z_\beta = (G^T G + \beta L^T L)^{-1} G^T (Gm - d^{obs}) \quad (۴۹-۲)$$

البته بردار z_β را می‌توان از طریق حل مسئله حداقل مربعات زیر با استفاده از یکی روش مرحله‌ای

به دست آورد

$$\min \left\| \begin{bmatrix} G \\ \sqrt{\beta} L \end{bmatrix} z_\beta - \begin{bmatrix} Gm - d^{obs} \\ 0 \end{bmatrix} \right\|_2 \quad (۵۰-۲)$$

بنابراین مقدار پارامتر منظم‌سازی مناسب β مقداری است که به ازای آن مقدار $\hat{c}_\beta$ بیشینه باشد.



شکل (۹-۲): نمونه‌ای از منحنی L

¹ Curvature

در استفاده از روش منحنی L به دو نکته باید توجه نمود. اول اینکه، هرچند روش منحنی L روش خوبی برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی است ولی ضمانتی برای اینکه همیشه پارامتر منظم‌سازی مناسب به دست آید، وجود ندارد. برای مثال زمانی که مقدار تابع عدم برازش و تابع ثبات ساز برای دو پارامتر متوالی نزدیک به هم باشند. دوم اینکه در روش منحنی L اگر مقدار نوفه صفر باشد، نشان داده شده است که مقدار پارامتر منظم‌سازی از مقدار پارامتر بهینه ۱ مقداری انحراف دارد، در نتیجه جواب به دست آمده با جواب واقعی متفاوت است [Hansen, 2010].

۲-۷-۳- روش اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته^۱

یکی از روش‌های رایج در انتخاب پارامتر منظم‌سازی روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV) است [Wahba, 1990; Golub et al., 1979; Golub and Von Matt, 1997]. در این روش فرض بر این است که جواب مناسب برای یک مسئله وارون‌سازی، جوابی است که بی‌جهت به هیچ داده‌ای حساس نیست. یعنی با استفاده از مدل حاصل از حل مسئله وارون می‌توان یک داده را تخمین زد حتی اگر آن داده برای محاسبه مدل به کار گرفته نشده باشد. به همین دلیل از نام اعتبار سنجی برای این روش استفاده می‌شود. در این روش مقدار بهینه پارامتر منظم‌سازی (β)، مقداری است که بتوان تمام داده‌ها را با استفاده از مدل حاصل از حل مسئله وارون با مقدار بهینه پارامتر منظم‌سازی به بهترین شکل تخمین زد.

در این روش برای انجام محاسبات ابتدا یک مقدار برای β فرض می‌شود. سپس N امین داده دلخواه از داده‌ها حذف می‌شود و بردار داده‌ها بشکل $\mathbf{d}_n^{obs}$ باز نویسی می‌شود. وارون‌سازی بردار داده‌های جدید با کمینه کردن تابع هدف در رابطه (۲-۳۴) انجام می‌شود. اگر بردار $\mathbf{m}_n^\beta$ جواب مسئله وارون باشد، مقدار داده حذف شده ($\mathbf{d}_n^{pred}$)، با استفاده از مدل ایجاد شده تخمین زده می‌شود. اختلاف بین

¹ Generalized cross validation (GCV)

داده تخمین زده شده و داده اندازه گیری شده در تابع اعتبارسنجی ($CV(\beta)$) انباشته می شود. اگر فرایند ذکر شده برای تمام مقادیر $n = 1, \dots, N$ انجام شود، می توان نوشت:

$$CV(\beta) = \sum_{n=1}^N (d_n^{pred} - d_n^{obs})^2 \quad (51-2)$$

با تکرار فرایند بالا برای مقادیر β دیگر، منحنی اعتبارسنجی به عنوان تابعی از β محاسبه می شود. با استفاده از نقطه کمینه تابع اعتبارسنجی می توان مقدار β بهینه را تعیین نمود. این تابع را می توان طوری بیان نمود که برای حذف هر داده به یک حل صریح مسئله وارون نیاز نباشد، که به آن تابع اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV) گفته می شود [Golub et al., 1979]. اخیراً این تابع به صورت زیر توسعه یافته است [Wahba, 1990; Golub and Von Matt, 1997]:

$$GCV(\beta) = \frac{\|Gm - d^{obs}\|^2}{\{N - trace(C_\beta)\}^2} \quad (52-2)$$

که می توان مقدار C_β را با استفاده از رابطه زیر به دست آورد:

$$C_\beta = G(G^T G + \beta L^T L)^{-1} G^T \quad (53-2)$$

در صورت زیاد بودن تعداد پارامترهای مدل، محاسبه جمع قطر اصلی ماتریس C_β (رد ماتریس C_β) در رابطه (52-2) به صورت مستقیم دشوار است، بنابراین می توان از روش تخمین گر تصادفی رد^۱ هاجینسون^۲ برای محاسبه رد ماتریس C_β استفاده کرد [Hutchinson, 1990]. در این روش، تخمین نااریب^۳ رد ماتریس C_β از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$trace(C(\beta)) = u^T C_\beta u \quad (54-2)$$

که در آن $u \in R^{N \times 1}$ یک بردار تصادفی است که از اعداد ۱ و -۱ تشکیل شده است و احتمال وقوع هر یک از این اعداد برابر با ۰/۵ است. بنابراین در صورتی که تعداد پارامترهای مدل زیاد باشد، تابع اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV) به صورت زیر قابل محاسبه است:

¹ Stochastic trace estimator

² Hutchinson

³ Unbiased

$$GCV(\beta) = \frac{\|G\mathbf{m} - \mathbf{d}^{obs}\|^2}{\{N - (\mathbf{u}^T C_\beta \mathbf{u})\}^2} \quad (55-2)$$

داده‌های حاصل از مدل به دست آمده با پارامتر منظم‌سازی انتخاب شده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV) گاهی اوقات بر داده‌های مشاهده‌ای بیش برآزش دارد. همچنین در برخی از مواقع تابع اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV) مقدار کمینه مطلق ندارد، در نتیجه دو یا چند مقدار به عنوان پارامتر منظم‌سازی بهینه تعیین می‌شود. به هر حال در بیشتر اوقات این روش خوب عمل می‌کند. این روش یک روش آماری است و اگر تعداد داده‌ها بیشتر شود بهتر عمل می‌کند و در کل بهتر است تعداد داده‌ها ۳۰ عدد یا بیشتر باشد [Oldenburg and Li, 2005].

۲-۷-۴- روش تخمین‌گر ناریب ریسک احتمالی^۱

ایده اساسی در این روش این است که جواب مناسب برای یک مسئله وارون، جوابی است که تخمین - گر آماری، میانگین مربع نرم خطای احتمالی زیر را که به رابطه ریسک احتمالی^۲ معروف است، کمینه نماید [Vogel, 2002]:

$$\frac{1}{N} \|\mathbf{p}_\beta\|_2^2 = \frac{1}{N} \|G\mathbf{m} - G\mathbf{m}_{true}\|_2^2 \quad (56-2)$$

که در آن p_β خطای احتمالی و $\mathbf{m}$ بردار پارامترهای مدل است که با استفاده از پارامتر منظم‌سازی β و حل رابطه (۲-۳۴) حاصل می‌شود و $\mathbf{m}_{true}$ بردار پارامترهای مدل واقعی است. بنابراین برای یافتن پارامتر منظم‌سازی بهینه با استفاده از اصل فوق تابع تخمین‌گر ناریب ریسک احتمالی طوری بیان می‌شود که نیازی به بردار پارامترهای مدل واقعی ($\mathbf{m}_{true}$) نباشد، که این تابع به صورت زیر تعریف می‌شود [Vogel, 2002]:

$$U(\beta) = \frac{1}{N} \|G\mathbf{m} - \mathbf{d}^{obs}\|_2^2 + \frac{2\sigma^2}{N} \text{trace} H_\beta - \sigma^2 \quad (57-2)$$

^۱ Unbiased Predictive Risk Estimator (UPRE)

^۲ Predictive Risk

که در آن σ انحراف معیار تخمینی نوفه موجود در داده‌ها است و N تعداد داده‌ها است. همچنین

پارامتر H_β به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_\beta = G(G^T G + \beta L^T L)^{-1} G^T \quad (58-2)$$

برای محاسبه بردار پارامترهای مدل (m) و H_β در رابطه (58-2) می‌توان از یکی از روش‌های مرحله‌ای استفاده کرد. تا کنون از این روش در صورتی که تعداد پارامترهای مدل زیاد باشد استفاده نشده است. در صورت زیاد بودن تعداد پارامترهای مدل، محاسبه جمع قطر اصلی ماتریس H_β (رد ماتریس H_β) در رابطه (57-2) به صورت مستقیم دشوار است، بنابراین پیشنهاد می‌شود برای محاسبه رد ماتریس H_β مشابه روش (GCV) از روش تخمین گر تصادفی رد هاچینسون [Hutchinson, 1990] استفاده شود. بنابراین در صورتی که تعداد پارامترهای مدل زیاد باشد، تابع تخمین گر نارایب ریسک احتمالی (UPRE) به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$U(\beta) = \frac{1}{N} \|Gm - d^{obs}\|_2^2 + \frac{2\sigma^2}{N} u^T H_\beta u - \sigma^2 \quad (59-2)$$

بنابراین در عمل برای انتخاب پارامتر منظم سازی به روش (UPRE) ابتدا چند عدد مختلف به عنوان پارامتر منظم سازی انتخاب می‌شود. سپس تابع $U(\beta)$ برای تک تک این اعداد با استفاده از رابطه (59-2) محاسبه می‌شود. در نهایت آن عددی به عنوان پارامتر منظم سازی بهینه انتخاب می‌شود که تابع $U(\beta)$ را کمینه نماید [رضایی و همکاران، ۱۳۹۴]. در این روش نیز مشابه روش اصل اختلاف باید مقدار نوفه موجود در داده‌ها مشخص بوده و مقدار انحراف معیار نوفه معلوم باشد.

۲-۷-۵- روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده^۱

یکی از روش‌های جدید تعیین پارامتر منظم سازی روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) است. در این روش طیف توان بردار باقیمانده بردار پارامترهای مدل محاسبه شده و سپس پارامتر منظم سازی که با استفاده از آن نمودار طیف توان بردار باقیمانده بردار پارامترهای مدل از سیگنال به

¹ Normalized Cumulative Periodogram (NCP).

نوفه تغییر موقعیت می‌دهد تعیین می‌شود و به عنوان پارامتر منظم‌سازی مناسب انتخاب می‌شود. نمودار تناوب بردار باقیمانده ($\mathbf{r}_\beta = \mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d}^{obs}$) به شکل بردار $\mathbf{p}$ تعریف می‌شود [Hansen et al., 2006]:

$$\mathbf{p} = |DFT(\mathbf{r}_\beta)|^2 \quad (60-2)$$

که در آن DFT بیان عملگر تبدیل فوریه گسسته است. بردار $\mathbf{p} \in R^{q \times 1}$ که $q = \lfloor N/2 \rfloor$ مقادیر بردار نمودار تناوب تجمعی نرمال شده ($\mathbf{c}^\beta$) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$c_i^\beta = \frac{p_2 + \dots + p_{i+1}}{p_2 + \dots + p_{q+1}}, \quad i = 1, \dots, q, \quad (61-2)$$

بنابراین در عمل برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی به روش (NCP) ابتدا چند عدد مختلف به عنوان پارامتر منظم‌سازی انتخاب می‌شود. سپس بردار پارامترهای مدل ($\mathbf{m}$) برای تک تک این اعداد با استفاده از حل رابطه (2-34) محاسبه می‌شود. سپس بردار نمودار تناوب تجمعی نرمال شده ($\mathbf{c}^\beta$) برای تمام مقادیر انتخاب شده به عنوان پارامتر منظم‌سازی به دست می‌آید. پارامتر منظم‌سازی مناسب عددی است که به ازای آن مقدار d^β کمینه شود. مقدار d^β از رابطه زیر قابل محاسبه است [Hansen, 2010]:

$$d^\beta = \|\mathbf{c}^\beta - \mathbf{v}\| \quad (62-2)$$

که در آن $\mathbf{v} = [1/q, 2/q, \dots, 1]^T \in R^{q \times 1}$. در این روش نیازی به دانستن مقدار نوفه موجود در داده‌ها نمی‌باشد. از طرف دیگر تنها یک بار مسئله وارون به ازای هر پارامتر منظم‌سازی حل می‌شود و در آن نیازی به محاسبه رد ماتریس نیست، در نتیجه به نظر می‌رسد که انتخاب پارامتر منظم‌سازی با استفاده از این روش سریع‌تر انجام شود. از این روش تا کنون برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی در مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل استفاده نشده است. بنابراین در این مطالعه در نظر است کارایی این روش در مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل بررسی شود.

در فصل بعد انواع روش‌های رایج در مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل جهت ارائه روش‌های بهبود یافته بیان می‌شود.

فصل سوم

بهبود روش‌های مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل

روش‌های میدان پتانسیل از جمله روش‌های کاربرد و کم هزینه در اکتشاف مواد معدنی می‌باشند. در این روش‌ها پاسخ ژئوفیزیکی (داده‌های ژئوفیزیکی) را می‌توان بر اساس فیزیک میدان‌های پتانسیل و مدل توزیع چگالی و خودپذیری مغناطیسی سنگ‌ها به‌دست آورد. مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل و به‌دست آوردن پارامترهای مدل از طریق داده‌ها، از نظر عددی مشکل بوده و جواب یکتا نیست [Li and Oldenburg, 1996; Zhdanov, 2002]. ممکن است بینهایت مدل وجود داشته باشد که داده‌های میدان پتانسیل را بخوبی توجیه نماید. یک راه برای حل این مشکل، انتخاب مدلی است که با قیدهای زمین‌شناسی موجود در منطقه همخوانی داشته باشد. راه‌های مختلفی برای انتخاب مدل مناسب پیشنهاد شده است. که برخی از آنها شامل: وارون‌سازی هموار و مدل کوچک^۱ [Li and Oldenburg, 1996, 1998]؛ وارون‌سازی متمرکز^۲ [Portniaguine and Zhdanov, 1999, 2002] و وارون‌سازی در فضای داده با قید پراکندگی^۳ [Pilkington, 2009] است.

روش‌های وارون‌سازی هموار بیشترین کاربرد را داشته و در سال‌های اخیر روش‌های وارون‌سازی متمرکز و وارون‌سازی در فضای داده با قید پراکندگی در وارون‌سازی داده‌های ژئوفیزیکی مربوط به کانسارها بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. لی و الدنبرگ (۱۹۹۶، ۱۹۹۸) الگوریتمی را برای وارون‌سازی هموار سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل توسعه دادند. بعضی از قیدها و اطلاعات زمین‌شناسی را می‌توان از طریق این الگوریتم وارد فرایند مدل‌سازی نمود [Williams, 2008; Lelievre, 2009]. مطالعات نشان داده است که قیدها و اطلاعات اولیه زمین‌شناسی می‌تواند در حل مسایل وارون میدان پتانسیل بسیار مفید باشد [Boulanger and Chouteau, 2001; Williams, 2006]. این اطلاعات نه تنها در انتخاب مدل یکتا به ما کمک می‌کنند بلکه باعث افزایش کیفیت مدل توزیع چگالی و خودپذیری مغناطیسی سنگ‌ها که از حل مسئله وارون به‌دست آمده، می‌شوند. هرچند که با کمک وارون‌سازی

¹ Smooth and small model inversion

² Focusing inversion

³ Data-space inversion with sparseness constraints

هموار داده‌های میدان پتانسیل می‌توان محل قرارگیری منبع بی‌هنجاری را با دقت مناسبی تعیین نمود ولی در مدل به‌دست آمده مقادیر پارامترهای فیزیکی مدل کمتر از مقادیر واقعی می‌باشد که بخاطر تاثیر قید همواری است [Zhang et al., 2015]. از دیگر معایب روش وارون‌سازی همواری می‌توان به این نکته اشاره کرد که در مدل حاصل از این روش وارون‌سازی مرز بین واحدهای سنگی واضح (تیز)^۱ نمی‌باشد [Farquharson, 2008]. روش وارون‌سازی هموار بویژه در مدل‌سازی داده‌های مرتبط با کانسارهای معدنی نمی‌تواند مرز بین ماده معدنی و سنگ در برگیرنده را به‌صورت واضح تعیین نماید. نشان داده شده است که با استفاده از روش وارون‌سازی متمرکز می‌توان مدلهایی با مرزهای واضح‌تر و تیزتر به‌دست آورد که در آن‌ها مقادیر پارامترهای فیزیکی مدل حاصل شده به مقادیر واقعی نزدیک‌تر است [Portniaguine and Zhdanov, 1999; Portniaguine and Zhdanov, 2002; Qin et al., 2016]. در این روش تغییرات پارامترهای مدل غیر هموار در نظر گرفته می‌شود و سعی می‌شود حجم توده عامل بی‌هنجاری در مدل حاصل شده حداقل شود. این روش بر اساس روش وارون‌سازی فشرده^۲ [Last and Kubik, 1983] توسعه یافته است. در روش وارون‌سازی متمرکز اندازه تغییرات پارامترهای فیزیکی مدل در دو سوی فصل مشترک واحدهای سنگی در نظر گرفته نمی‌شود [Farquharson, 2008]. با استفاده از روش وارون‌سازی غیر هموار با استفاده از قید پراکندگی (نرم L_1) نیز می‌توان مدلهایی با مرزهای واضح و تیز به‌دست آورد. در این روش اندازه تغییرات پارامترهای فیزیکی مدل در دو سوی فصل مشترک واحدهای سنگی و ناپیوستگی‌ها در نظر گرفته می‌شود که تفاوت اصلی این روش با روش وارون‌سازی متمرکز است [Aguirre et al., 2002; Kirkendall et al., 2007; Farquharson, 2008; Pilkington, 2009; Linde et al., 2014]. در ادامه این سه روش در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل مورد بررسی قرار می‌گیرند و برای بهبود این الگوریتم‌ها پیشنهاداتی ارائه می‌شود. برای ارائه الگوریتم بهبود یافته مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل به بررسی

^۱ Sharp^۲ Compact inversion

بیشتری نیاز است بنابراین این الگوریتم بهبود یافته پس از بررسی‌های بیشتر در فصل بعد ارائه می‌شود. ولی الگوریتم‌های بهبود یافته برای مدل‌سازی وارون به روش‌های مدل‌سازی متمرکز و مدل‌سازی در فضای داده با قید پراکندگی در این فصل ارائه خواهد شد. در ضمن برای اولین بار در نظر است که از روش تبدیل لگاریتمی برای اعمال قید کران در مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی استفاده شود.

۳-۲- مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل

برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل می‌توان سیستم معادلات را به فرم $Gm = d^{obs}$ نوشت که G ماتریس حساسیت است. $m \in R^M$ بردار پارامترهای مدل بوده و $d^{obs} \in R^N$ بردار داده‌های مشاهده‌ای است. همانطور که در فصل قبل گفته شد برای حل مسئله وارون باید تابع هدف کمینه شود. برای مدل‌سازی هموار داده‌های میدان پتانسیل این تابع هدف به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود [Li and Oldenburg, 1996]:

$$\phi(m) = \phi(d) + \beta\phi(s) \quad (۳-۱)$$

که در آن $\phi(m)$ تابع هدف بوده، $\phi(s)$ تابع پایدارکننده است و $\phi(d)$ تابع عدم برازش است:

$$\phi(d) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{(Gm)_i - d_i^{obs}}{\sigma_i} \right)^2 = \|W_d (Gm - d^{obs})\|_2^2 \quad (۳-۲)$$

که در این رابطه، σ_i مقدار انحراف معیار i امین داده است که بیانگر مقدار نوفه موجود در داده i ام است. همچنین W_d یک ماتریس قطری است که i امین درایه آن روی قطر اصلی $1/\sigma_i$ است. همانطور که قبلاً بیان شد در روش‌های میدان پتانسیل محاسبه ماتریس حساسیت به کمک روش‌های حل مسئله مستقیم انجام می‌شود. روابط ریاضی ارائه شده در روش‌های میدان پتانسیل برای حل مسئله مستقیم نوفه موجود در داده‌ها را در نظر نمی‌گیرد. به کمک ماتریس W_d مقدار نوفه را می‌توان در حل مسئله وارون در نظر گرفت. از طرف دیگر مقدار نوفه موجود در داده‌ها دقیقاً مشخص نیست. معمولاً این گونه

فرض می‌شود که نوفه موجود در داده‌ها دارای توزیع گوسی^۱ با انحراف معیار مشخص است [Oldenburg and Li, 2005]. بنابراین $\phi(d)$ متغیری با توزیع χ^2 است که درجه آزادی آن برابر با N است به طوری که $E[\chi^2] = N$ و انحراف معیار آن برابر با $\sqrt{2N}$ است [Parker, 1994]. مقدار عدم برازش مناسب بین داده‌های حاصل از مدل و داده‌های مشاهده‌ای زمانی حاصل می‌شود که مقدار عدم برازش تقریباً برابر با تعداد داده‌ها شود یعنی [Li and Oldenburg, 1996, 1998]:

$$\phi(d) \approx N \quad (3-3)$$

در این حالت با توجه به نوفه موجود در داده‌ها میزان برازش بین داده‌های محاسبه شده از مدل و داده‌های مشاهده‌ای به خوبی به‌دست آمده است. در نهایت تابع عدم برازش را می‌توان به شکل زیر نمایش داد:

$$\phi(d) = \|\tilde{G}m - \tilde{d}^{obs}\|_2^2 \quad (3-4)$$

که در آن $\tilde{G} = W_d G$ و $\tilde{d}^{obs} = W_d d^{obs}$ است. در رابطه (3-۱) β پارامتر منظم‌سازی است که می‌توان مقدار آن را با استفاده از یکی از روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی که در فصل قبل شرح داده شد، به‌دست آورد. $\phi(s)$ تابع پایدارکننده است که برای مدل‌سازی وارون هموار دو بعدی داده‌های میدان پتانسیل به صورت زیر تعریف می‌شود [Li and Oldenburg, 1996]:

$$\phi(s) = (W_z m)^T (L_x^T L_x + L_z^T L_z) (W_z m) \quad (3-5)$$

که در آن L_x و L_z ماتریس‌های عملگر مشتق در جهت محورهای X و Z هستند و W_z ماتریس وزنی عمقی است. در مطالعه حاضر از شرط تیخونوف مرتبه اول یعنی ماتریس‌های عملگر مشتق اول در فرایند مدل‌سازی وارون استفاده می‌شود. در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل، مقادیر درایه‌های مربوط به سطح زمین به سمت عمق در ماتریس حساسیت کاهش می‌یابد که این امر باعث تمرکز قرار گیری پارامترهای فیزیکی مدل حاصل از وارون‌سازی در سطح زمین می‌شود. برای جبران این مشکل

^۱ Gaussian

که به خاطر هندسه مسئله در روش‌های میدان پتانسیل ایجاد می‌شود، ماتریس وزنی عمقی را باید وارد روند حل مسئله وارون کرد. این ماتریس وزنی به شکل زیر قابل تعریف است [Li and Oldenburg, 1996, 1998]:

$$W_z = \text{diag}((z + z_0)^{-\frac{\xi}{2}}) \quad (6-3)$$

که برای وارون‌سازی داده‌های گرانی $\xi = 2$ و در وارون‌سازی داده‌های مغناطیس $\xi = 3$ است. در رابطه فوق z عمق مرکز هر سلول زیر سطحی است و z_0 ارتفاع برداشت داده از سطح زمین است. ماتریس وزنی عمقی یک ماتریس قطری است که در تابع پایدارکننده وارد می‌شود. به صورت مشابه تابع پایدارکننده برای وارون‌سازی سه بعدی را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود:

$$\phi(s) = (W_z \mathbf{m})^T (L_x^T L_x + L_y^T L_y + L_z^T L_z) (W_z \mathbf{m}) \quad (7-3)$$

در نهایت تابع پایدارکننده را برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل به صورت زیر نوشت:

$$\phi(s) = \|L_m W_z \mathbf{m}\|_2^2 = \|W_m \mathbf{m}\|_2^2 \quad (8-3)$$

در رابطه (۸-۳) $L_m = L_x + L_z$ یا $L_m = L_x + L_y + L_z$ و $W_m = L_m W_z$ است. بردار پارامترهای مدل ($\mathbf{m}$) حاصل از وارون‌سازی هموار داده‌های میدان پتانسیل را می‌توان از طریق حل معادله زیر که مشابه رابطه (۳۴-۲) است به دست آورد:

$$(\tilde{G}^T \tilde{G} + \beta W_m^T W_m) \mathbf{m} = \tilde{G}^T \tilde{\mathbf{d}}^{obs} \quad (9-3)$$

به عبارت دیگر برای به دست آوردن بردار پارامترهای مدل باید مسئله حداقل مربعات زیر حل شود:

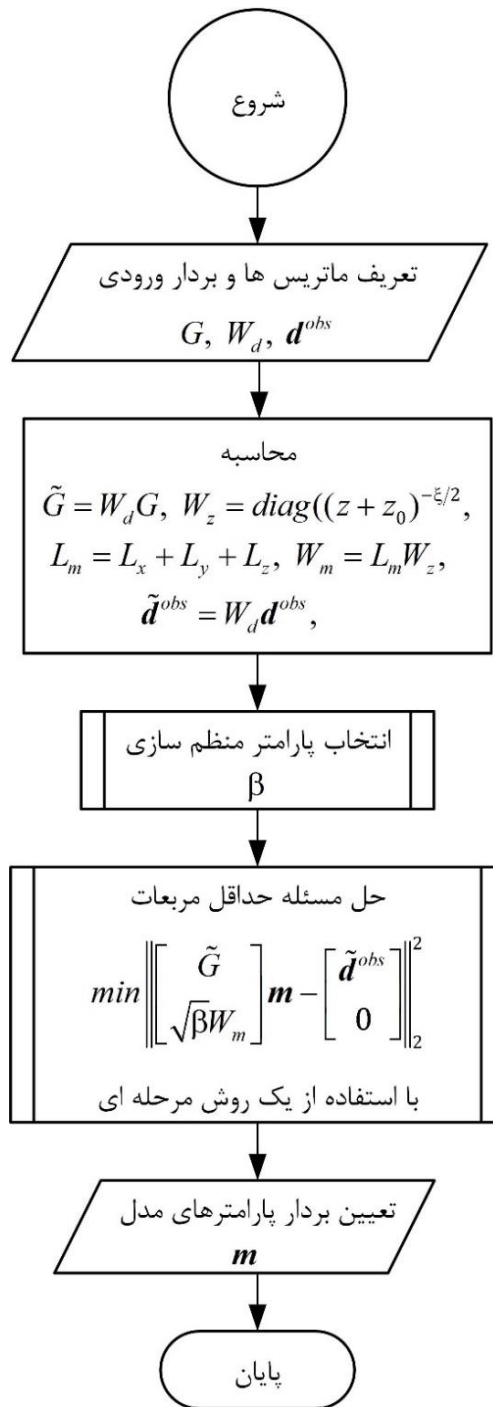
$$\min \left\| \begin{bmatrix} \tilde{G} \\ \sqrt{\beta} W_m \end{bmatrix} \mathbf{m} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{d}}^{obs} \\ 0 \end{bmatrix} \right\|_2^2 \quad (10-3)$$

مسئله حداقل مربعات بیان شده در رابطه (۱۰-۳) را می‌توان با یکی از روش‌های تکراری بیان شده در فصل دوم حل نمود. برای حل مسئله وارون باید ابتدا پارامتر منظم‌سازی مناسب انتخاب کرد که برای این کار روش‌های مختلفی وجود دارد که برخی از روش‌ها در فصل دوم بیان شدند. در مسائل

بزرگ مقیاس که تعداد داده‌ها و پارامترهای مدل زیاد است حل مسئله حداقل مربعات (۳-۱۰) به زمان و حجم حافظه رایانه نسبتاً زیادی نیاز است. در این رساله پیشنهاد می‌شود که با استفاده از روش حل مرحله‌ای مناسب مثل روش دو قطری سازی لنگزوس و روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده و همچنین روش انتخاب پارامتر منظم‌سازی مناسب سرعت انجام مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل را افزایش داد به گونه‌ای که به حجم حافظه رایانه‌ای کمتری نیاز باشد که چگونگی انجام این مسئله در فصل بعد مورد بررسی قرار خواهد گرفت. فرایند مدل‌سازی وارون هموار شرح داده شده برای داده‌های میدان پتانسیل در شکل (۳-۱) نمایش داده شده است.

۳-۳- وارون‌سازی متمرکز داده‌های میدان پتانسیل

با استفاده از توابع پایدارکننده قدیمی مثل نرم مدل و یا حداکثر همواری که قبلاً شرح داده شد پارامترهای مدل به صورت هموار تخمین زده می‌شود که در این مدل تغییرات تیز و تند ناگهانی پارامترهای مدل مشاهده نمی‌شود. در برخی از مطالعات ژئوفیزیکی مثل اکتشاف مواد معدنی تهیه مدل‌هایی که مرزهای ساختارهای زمین شناسی را به صورت تیز و واضح نشان دهد ارجحیت دارد. در این گونه از مسائل استفاده از توابع پایدارکننده متمرکز می‌تواند مفید باشد. این توابع ابزار ریاضی را برای وارون‌سازی مقید داده‌های ژئوفیزیکی ارائه می‌کنند که به کمک آنها می‌توان مدل‌هایی فشرده و با مرزهای تیز و واضح به دست آورد. به این منظور دو نوع تابع پایدارکننده پیشنهاد شده است: (۱) تابع پایدارکننده کمینه حمایت و (۲) تابع پایدارکننده کمینه گرادیان حمایت. در این رساله از تابع پایدارکننده کمینه حمایت برای وارون‌سازی متمرکز داده‌های میدان پتانسیل استفاده می‌شود که تابعی رایج برای مدل‌سازی وارون متمرکز داده‌های میدان پتانسیل است. وارون‌سازی متمرکز اولین بار توسط لست و کوبیک (۱۹۸۳) معرفی شد. آنها تابع پایدارکننده کمینه حمایت را ارائه کردند. سپس این روش توسعه داده شد و تابع پایدارکننده کمینه گرادیان حمایت نیز معرفی گردید [Portniaguine and Zhdanov, 1999].



شکل (۳-۱): فلوچارت مدل سازی وارون هموار داده های میدان پتانسیل.

از زمان ارائه، این روش تا کنون در مطالعات گوناگونی مورد استفاده قرار گرفته است [Zhdanov and Tolstaya, 2004; Zhdanov et al., 2006; Zhdanov, 2009; Zhang et al., 2012; Vatankhah et al., 2015; Hou et al., 2015; Qin et al., 2016]. تابع پایدارکننده کمینه حمایت به صورت زیر قابل تعریف است [Zhdanov, 2002]:

$$\phi(s) = \int_V \frac{m^2}{m^2 + \tau^2} dv \quad (۱۱-۳)$$

که در آن τ پارامتر تمرکز^۱ نامیده می‌شود که معمولاً از نظر مقدار عدد کوچکی انتخاب می‌شود و V اشاره به حجم دارد. این تابع پایدارکننده را می‌توان به مشابه تابع پایدارکننده در روش وارون‌سازی هموار به صورت ضرب یک تابع در پارامترهای مدل به صورت زیر نوشت [Portniaguine and Zhdanov, 1999; Zhdanov, 2002]:

$$\phi(s) = \int_V (w_{ms} m)^2 dv \quad (۱۲-۳)$$

که در آن w_{ms} تابعی از پارامترهای مدل (m) است که برای روش کمینه حمایت داریم:

$$w_{ms} = \frac{1}{(m^2 + \tau^2)^{1/2}} \quad (۱۳-۳)$$

با وارد کردن ماتریس وزنی عمقی، تابع پایدارکننده در وارون‌سازی متمرکز را می‌توان مشابه رابطه (۸-۳) به فرم ماتریسی نوشت:

$$\phi(s) = \|W_{ms} W_z \mathbf{m}\|_2^2 = \|W_{msm} \mathbf{m}\|_2^2 \quad (۱۴-۳)$$

که در آن برای روش کمینه حمایت

$$W_{ms} = \text{diag} \left[\frac{1}{(m^2 + \tau^2)^{1/2}} \right] \quad (۱۵-۳)$$

که در اینجا W_{ms} تابعی از پارامترهای مدل است.

۳-۳-۱- حل مسئله وارون‌سازی متمرکز داده‌های میدان پتانسیل با استفاده از روش منظم-

سازی دوباره وزن دار شده^۲

برای حل مسئله وارون‌سازی متمرکز می‌توان از روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده استفاده کرد [Portniaguine and Zhdanov, 1999, 2002]. در این روش ابتدا مسئله وارون، به یک مسئله استاندارد تیخونوف تبدیل می‌شود سپس با یکی از روش‌های تکراری این مسئله حل می‌شود. برای این منظور

^۱ Focusing parameter

^۲ Re- weighted regularized

یک ماتریس وزنی برای اعمال قید کمینه حمایت و عمق به صورت زیر تعریف می‌شود [Portniaguine and Zhdanov, 2002]:

$$\hat{W}_{msm} = \text{diag}[(\mathbf{m}^2 + \tau^2)^{1/2}] \mathbf{W}_z^{-1} \quad (۱۶-۳)$$

حال برای تابع عدم برازش و پایدارکننده می‌توان نوشت:

$$\phi(d) = \|\tilde{G}\hat{W}_{msm}\hat{W}_{msm}^{-1}\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{d}}^{obs}\|_2^2 \quad (۱۷-۳)$$

$$\phi(s) = \|\hat{W}_{msm}^{-1}\mathbf{m}\|_2^2 \quad (۱۸-۳)$$

با تعریف $\tilde{G}\hat{W}_{msm} = \tilde{G}_w$ و $\mathbf{m} = \hat{W}_{msm}\mathbf{m}_w$ تابع هدف را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\phi(m) = \|\tilde{G}_w\mathbf{m}_w - \tilde{\mathbf{d}}^{obs}\|_2^2 + \beta\|\mathbf{m}_w\|_2^2 \quad (۱۹-۳)$$

مشابه روش مدل‌سازی وارون وزن‌دار با کمینه نمودن تابع هدف با یکی از روش‌های مرحله‌ای می‌توان بردار پارامترهای مدل وزن‌دار $\mathbf{m}_w$ و بردار پارامترهای مدل $\mathbf{m}$ را به‌دست آورد. مهمترین تفاوت حل مسئله وارون متمرکز با حل مسئله وارون هموار در این است که در روش مدل‌سازی وارون متمرکز ماتریس حساسیت ($\tilde{G}_w$) در هر مرحله تکرار با توجه به تغییر بردار پارامترهای مدل ($\mathbf{m}_w$) تغییر می‌کند [Portniaguine and Zhdanov, 1999, 2002].

در عمل برای حل مسئله مدل‌سازی وارون متمرکز داده‌های میدان پتانسیل از یک روش مرحله‌ای استفاده می‌شود که در آن ماتریس $\hat{W}_{msm}$ در هر مرحله تکرار تغییر می‌کند. سپس بردار پارامترهای مدل در هر مرحله تکرار به‌دست می‌آید و قید کران به شکل زیر بر روی آن اعمال می‌شود:

$$\begin{aligned} \mathbf{m} &= \mathbf{m}_{min} & \text{if } \mathbf{m} < \mathbf{m}_{min} \\ \mathbf{m} &= \mathbf{m}_{max} & \text{if } \mathbf{m} > \mathbf{m}_{max} \end{aligned} \quad (۲۰-۳)$$

$\mathbf{m}_{max}$ کران بالای پارامترهای مدل بوده و $\mathbf{m}_{min}$ کران پایین پارامترهای مدل است. اعمال قید کران بر روی پارامترهای مدل می‌تواند نتایج حاصل از وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل را بهبود بخشد و ساختارهای زیر سطحی را بهتر بازسازی کند [Li and Oldenburg, 1996, 1998, 2003].

پرتنیگواين و ژدانوف (۱۹۹۹) روش منظم‌سازی دوباره وزن دار گراديان مزدوج^۱ را برای وارون‌سازی متمرکز داده‌های میدان پتانسیل ارائه نمودند. در این روش مرحله‌ای با استفاده از بردار پارامترهای مدل به‌دست آمده از مرحله قبل و با استفاده از رابطه (۳-۱۶) ماتریس وزنی متغیر ($\hat{W}_{msm}$) تشکیل می‌شود. سپس ماتریس حساسیت با توجه به رابطه (۳-۱۷) دوباره وزن دار شده و مسئله حداقل مربعات در رابطه (۳-۱۹) تشکیل می‌شود. در نهایت این مسئله حداقل مربعات با استفاده از روش گراديان مزدوج حل می‌شود و بردار پارامترهای مدل در این مرحله محاسبه می‌شود. این فرایند تا زمانی که مقدار تابع عدم برازش برابر با تعداد داده‌ها شود ($\phi(d) = N$) ادامه می‌یابد. در این روش در هر مرحله تکرار یک مسئله منظم‌سازی تیخونوف حل می‌شود. برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی در هر مرحله تکرار، ابتدا در مرحله تکرار اول مسئله بدون منظم‌سازی حل می‌شود ($\beta_0 = 0$) سپس بردار پارامترهای مدل به‌دست آمده (m_1) برای مشخص کردن مقدار اولیه پارامتر منظم‌سازی به کار می‌رود [Zhdanov, 2002]:

$$\beta_1 = \frac{\|\tilde{G}m_1 - \tilde{d}^{obs}\|_2^2}{\|m_1\|_2^2} \quad (3-21)$$

در بعضی از مواقع ممکن است که مقدار تابع پایدارکننده از یک مرحله به مرحله بعد افزایش یابد. بنابراین ژدانوف (۲۰۰۲) پیشنهاد نمود که مقدار پارامتر منظم‌سازی با افزایش مقدار تابع پایدارکننده به فرم زیر کاهش یابد:

$$\beta_k = \beta_1 q^{k-1}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad 0 < q < 1 \quad (3-22)$$

که در آن β_k مقدار پارامتر منظم‌سازی در مرحله تکرار k ام است و q عددی بین ۰/۵ و ۰/۹ است ($q \in (0.5, 0.9)$) و مقدار آن به شکل تجربی انتخاب می‌شود.

^۱ Re-weighted regularized conjugate gradient (RRCG)

در این رساله مد نظر است برای اولین بار روش منظم‌سازی دوباره وزن دار دو قطری سازی لنکوزس^۱ برای حل مسئله وارون متمرکز داده‌های میدان پتانسیل ارائه شود. به نظر می‌رسد با استفاده از این روش بتوان سرعت انجام وارون‌سازی متمرکز داده‌های میدان پتانسیل را افزایش داد. بدین منظور در فرایند حل مسئله وارون متمرکز به روش منظم‌سازی دوباره وزن دار از روش دو قطری سازی لنکوزس استفاده می‌شود. هرچند که روش دو قطری سازی لنکوزس پیش شرط گذاری شده از روش دو قطری سازی لنکوزس سریع‌تر است چون در الگوریتم منظم‌سازی دوباره وزن دار شده ماتریس حساسیت در هر مرحله تکرار تغییر می‌کند در هر مرحله تکرار باید پیش شرط گذاری مجدداً انجام شود که این کار خود باعث افزایش حجم محاسبات می‌شود. بنابراین در حالتی که ماتریس حساسیت در هر مرحله تکرار تغییر کند استفاده از روش دو قطری سازی لنکوزس پیش شرط گذاری شده پیشنهاد نمی‌شود. تاثیر استفاده از روش دو قطری سازی لنکوزس بر روی سرعت انجام وارون سازی متمرکز داده‌های میدان پتانسیل در فصل بعد مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در حالت کلی الگوریتم بهبود یافته برای وارون سازی متمرکز داده‌های میدان پتانسیل به روش منظم‌سازی دوباره وزن دار در شکل (۳-۲) نمایش داده شده است.

۳-۴- وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل در فضای داده با قید پراکندگی

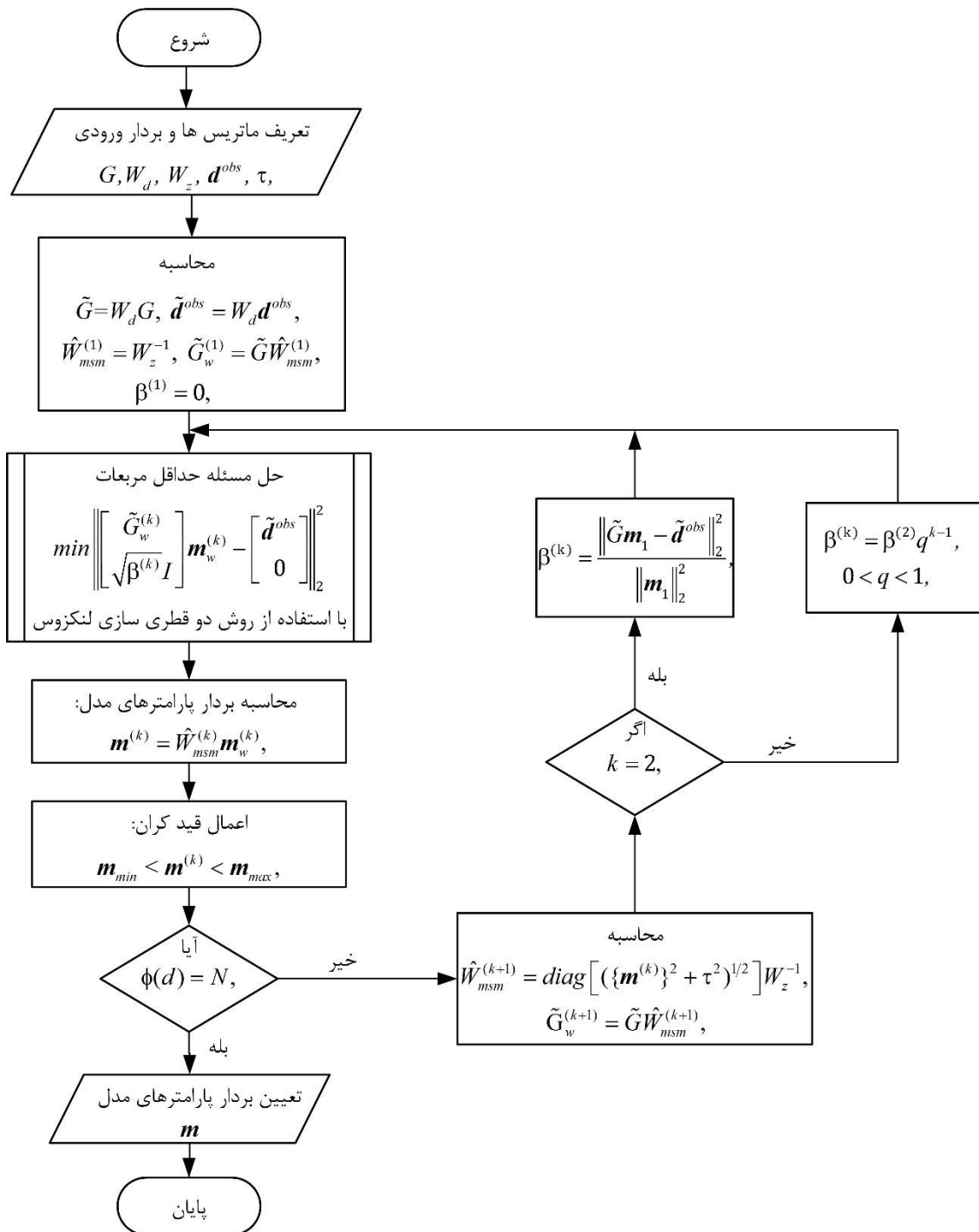
وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل در فضای داده با قید پراکندگی یکی از روش‌های وارون‌سازی است که می‌تواند مدل‌هایی فشرده ایجاد کند که در آنها مرز بین ساختارهای زمین شناسی به صورت واضح و تیز است [Pilkington, 2009]. در این روش وارون‌سازی تابع هدف نسبت به رابطه (۳-۱) کمی متفاوت است. علاوه بر آن پارامتر منظم‌سازی برابر یک است ($\beta = 1$) و تابع پایدارکننده‌ای که قید پراکندگی را بر روی بردار پارامترهای مدل اعمال می‌کند نرم کوشی^۲ است:

$$\phi(s) = \sum_{i=1}^M \ln\left(1 + \frac{m_i^2}{\eta^2}\right) \quad (۳-۲۳)$$

^۱ Re-weighted regularized Lanczos bidiagonalization (RRLB)

^۲ Cauchy

که در آن η مقدار پراکندگی بردار پارامترهای مدل را تعیین می‌کند. مقدار $\phi(s)$ کوچک خواهد شد اگر مقدار پارامترهای مدل کمتر از مقدار η باشد. در این صورت بردار پارامترهای مدل (m) اعضای غیر صفر کمتری خواهد داشت.



شکل (۳-۲): فلوچارت الگوریتم بهبود یافته مدل‌سازی وارون متمرکز داده‌های میدان پتانسیل.

با این حال اگر مقدار η خیلی بزرگ باشد جوابی مشابه وارون سازی هموار به دست می آید. اما اگر مقدار η خیلی کوچک انتخاب گردد تعداد مقادیر غیر صفر موجود در بردار پارامترهای مدل کاهش یافته ولی مقدار این مقادیر غیر صفر اگر قید کران پارامترهای مدل اعمال نشود به صورت غیر طبیعی بزرگ خواهد شد. بنابراین مقدار η باید به گونه ای انتخاب شود که مدل حاصل شده از وارون سازی از نظر زمین شناسی قابل قبول باشد. تابع هدف حاصله را می توان با استفاده از روش دارای مرحله تکرار و در فضای داده حل نمود [Tarantola, 1987]:

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \Delta \mathbf{m}_k \quad (24-3)$$

$$\Delta \mathbf{m}_k = \mu \mathbf{Q}_k \mathbf{S}_k^T \tilde{\mathbf{G}}^T \left(\tilde{\mathbf{G}} \mathbf{S}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{S}_k^T \tilde{\mathbf{G}}^T + \mathbf{I} \right)^{-1} \times \left(\tilde{\mathbf{d}}^{\text{obs}} - \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{m}_k + \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{S}_k \mathbf{m}_k \right) \quad (25-3)$$

که در روابط بالا $\mathbf{m}_k$ بردار پارامترهای مدل در مرحله تکرار k ام است. μ عدد ثابت طول گام است که در اولین مرحله تکرار برابر با یک انتخاب می شود. سپس در مراحل تکرار بعدی بر ۳ تقسیم می شود. این فرایند تکراری ادامه می یابد تا اینکه برازش لازم بین داده های مشاهده ای و محاسبه شده از مدل حاصل شود. $\mathbf{Q}_k$ یک ماتریس قطری $M \times M$ است که اعضای قطر اصلی آن به صورت $q_{ii} = z_i^{\text{eq}} (1 + \frac{m_i^2}{\eta^2})$ محاسبه می شوند. در اینجا z_i عمق پارامتر مدل i ام است. در وارون سازی داده های گرانی $\varpi = 2$ بوده و در وارون سازی داده های مغناطیس $\varpi = 3$ است [Pilkington, 2008]. در واقع ماتریس $\mathbf{Q}_k$ ، ماتریسی است که قید پراکندگی و تابع وزنی عمقی را اعمال می کند. در رابطه (25-3) $\tilde{\mathbf{G}} \mathbf{S}_k$ نقش ماتریس ژاکوبین^۱ را دارد که در آن $\mathbf{S}_k$ ماتریس قطری است که به کمک آن قید کران بر روی پارامترهای فیزیکی مدل اعمال می شود. $\mathbf{I} \in R^{N \times N}$ ماتریس همانی^۲ است. در حالت فشرده معادله (25-3) را به فرم زیر نوشت:

$$\Delta \mathbf{m}_k = \mu \mathbf{Q}_k \mathbf{S}_k^T \tilde{\mathbf{G}}^T \mathbf{b}_k \quad (26-3)$$

که در آن

¹ Jacobian matrix

² Identity matrix

$$\mathbf{b}_k = (\tilde{G}S_k Q_k S_k^T \tilde{G}^T + I)^{-1} \times (\tilde{\mathbf{d}}^{obs} - \tilde{G}\mathbf{m}_k + \tilde{G}S_k \mathbf{m}_k) \quad (27-3)$$

در هر مرحله تکرار بردار $\mathbf{b}_k$ را می‌توان با استفاده از حل سیستم معادلات $N \times N$ زیر به دست آورد:

$$A\mathbf{b}_k = \mathbf{t}_k \quad (28-3)$$

که در این رابطه $A = (\tilde{G}S_k Q_k S_k^T \tilde{G}^T + I)$ و $\mathbf{t}_k = (\tilde{\mathbf{d}}^{obs} - \tilde{G}\mathbf{m}_k + \tilde{G}S_k \mathbf{m}_k)$ می‌باشند. بنابراین در

هر مرحله تکرار فرایند مدل‌سازی وارون باید بردار $\mathbf{b}_k$ را محاسبه نمود تا بتوان جواب مسئله وارون را به دست آورد.

اعمال قید کران می‌تواند نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل را بهبود بخشد [Li and Oldenburg, 1996, 1998; Oldenburg and Li, 2005]. در این رساله برای اعمال قید کران در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل در فضای داده با قید پراکندگی، از روش تبدیل لگاریتمی استفاده می‌شود [Kim and Kim, 2008]. در این روش ابتدا بردار پارامترهای فیزیکی مدل به یک بردار عمومی-تر تبدیل می‌شود $x = x(m)$. سپس فرایند وارون‌سازی با استفاده از بردار جدید x ادامه می‌یابد. در نهایت مدل نهایی m محدود به باند کران خواهد بود. برای انجام تبدیل لگاریتمی می‌توان از تابع تبدیل زیر استفاده کرد [Commer, 2011]:

$$m_i(x) = \frac{a_i + c_i \exp(x_i)}{1 + \exp(x_i)} \quad -\infty < x_i < \infty \quad (29-3)$$

که در آن به ترتیب a_i و c_i کران پایین و بالای پارامتر مدل m_i هستند $m_i \in (a_i, c_i)$. با در نظر گرفتن تمامی پارامترهای مدل می‌توان این مقادیر را به صورت بردار $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ در نظر گرفت. با مشتق گیری از رابطه (29-3) نسبت به x داریم:

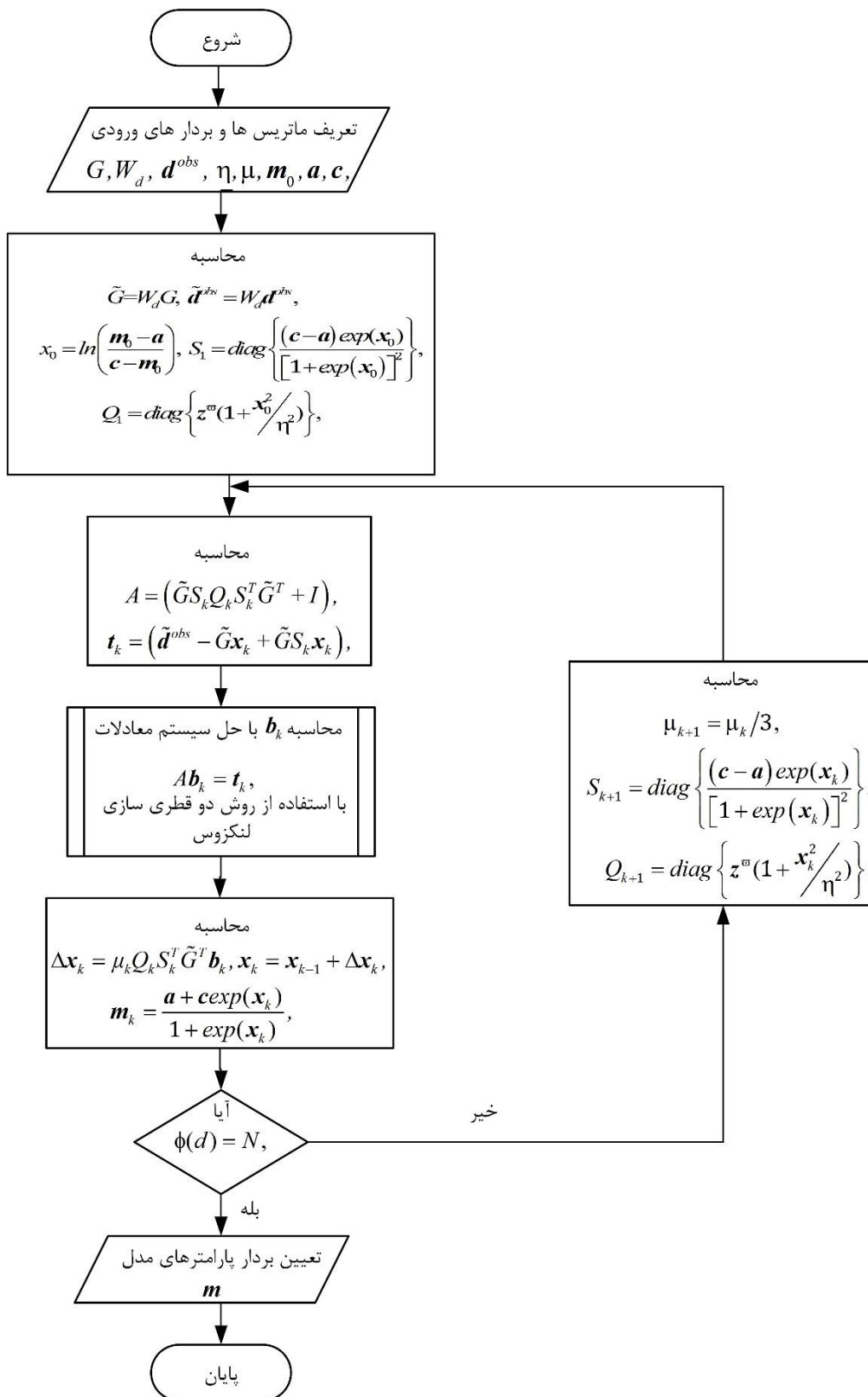
$$\frac{\partial m_i}{\partial x_i} = \frac{(c_i - a_i) \exp(x_i)}{[1 + \exp(x_i)]^2} \quad (30-3)$$

مقدار مشتق فوق همواره مثبت و کران دار است [Kim and Kim, 2008]. به منظور اعمال قید

کران در رابطه (29-3)، ماتریس قطری S_k به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$S_k = \text{diag} \left\{ \frac{(c - a) \exp(x_k)}{[1 + \exp(x_k)]^2} \right\} \quad (3-31)$$

در نهایت در هر مرحله تکرار Δx_k و x_{k+1} با استفاده از روابط (3-24) و (3-25) محاسبه می‌شوند. سپس بردار پارامتر مدل مقید شده با قید کران (m_k) با استفاده از رابطه (3-28) به‌دست می‌آید. عدم نیاز به انتخاب پارامتر منظم‌سازی از مهمترین مزایای حل مسئله وارون به روش فضای داده با قید پراکندگی است. از طرف دیگر ماتریس A در رابطه (3-28) یک ماتریس $N \times N$ است یعنی ابعاد این ماتریس برابر با تعداد داده‌ها است. چون در مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل تعداد داده‌ها معمولاً کمتر از تعداد پارامترهای مدل است حل مسئله وارون در فضای داده‌ها نسبت به فضای پارامترهای مدل سریعتر انجام می‌شود. برای به‌دست آوردن حل مسئله وارون در فضای داده با قید پراکندگی باید سیستم معادلات خطی در رابطه (3-28) حل گردد. پیلکینگتون (2008) استفاده از روش گرادیان مزدوج را برای حل رابطه (3-28) پیشنهاد نمود. در این رساله به منظور افزایش سرعت حل مسئله وارون در نظر است از روش دو قطری سازی لنگزوس برای حل رابطه (3-28) مطابق الگوریتم نمایش داده شده در شکل (3-3) استفاده شود. در اینجا نیز چون ماتریس A در رابطه (3-28) در هر مرحله تکرار تغییر می‌کند استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده پیشنهاد نمی‌شود. روش‌های پیشنهادی و الگوریتم‌های بهبود یافته در فصل بعد بر روی داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی اعمال می‌شود و نتایج بررسی خواهد شد.



شکل (۳-۳): فلوچارت الگوریتم بهبود یافته مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل در فضای داده با قید

پراکندگی.

فصل چهارم

ارزیابی قابلیت‌ها و مقایسه روش‌های بهبود یافته وارون‌سازی با استفاده از داده-

های مدل‌های مصنوعی

همان گونه که در فصل‌های قبل توضیح داده شد هدف اصلی در این رساله ارائه الگوریتمی بهبود یافته برای مدل‌سازی وارون دو و سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل می‌باشد به گونه‌ای که سرعت انجام وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل افزایش یابد. بدین منظور سه روش رایج مدل‌سازی وارون هموار، متمرکز و فضای داده با قید پراکندگی برای مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل بررسی و تلاش شد با استفاده از روش دو قطری سازی لنکزوس در هر یک از این سه روش، سرعت انجام مدل‌سازی وارون افزایش یابد. همچنین برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل روش دو قطری سازی لنکزوس پیش شرط گذاری مطرح و مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به نقش روش مناسب انتخاب پارامتر منظم‌سازی در وارون‌سازی هموار داده‌های میدان پتانسیل، در فصل دوم چند روش رایج برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی بیان گردید و پیشنهاد شد که از آنها در وارون‌سازی هموار داده‌های میدان پتانسیل استفاده شده و مقایسه‌ای بین این روش‌ها انجام شود و بهترین روش انتخاب شود. بنابراین در این فصل الگوریتم‌ها و روش‌های پیشنهاد شده بر روی مدل‌های مصنوعی اعمال می‌شود و نتایج مورد بررسی قرار می‌گیرد.

با توجه به موارد فوق ابتدا برای افزایش سرعت مدل‌سازی وارون هموار دو و سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل حاصل از مدل مصنوعی، از روش‌های دو قطری سازی لنکزوس تعمیم یافته برای شرط تیخونوف مراتب بالاتر و روش بهبود یافته پیش شرط گذاری فضای حل دو قطری سازی لنکزوس که در فصل دوم مطرح شد در الگوریتم مدل‌سازی هموار استفاده شده و نتایج بررسی می‌شود سپس روش‌های پیشنهاد شده در فصل دوم برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی مورد مطالعه قرار می‌گیرند و بهترین روش از نظر دقت و سرعت تعیین می‌شود. سپس الگوریتم بهبود یافته برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل ارائه می‌شود. در ادامه برای وارون‌سازی متمرکز داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی از روش بهبود یافته منظم‌سازی دوباره وزن دار دو قطری سازی لنکزوس (شکل ۳-۲) استفاده شده و نتایج به دست آمده با نتایج حاصل از روش منظم‌سازی دوباره وزن دار گرادیان مزدوج

مقایسه می‌شود. در نهایت از روش دو قطری سازی لنکزوس در الگوریتم بهبود یافته وارون‌سازی داده-های میدان پتانسیل به روش فضای داده با قید پراکندگی (شکل ۳-۳) استفاده می‌شود و میزان تاثیر این روش در سرعت انجام وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل حاصل از مدل‌های مصنوعی بررسی می‌شود.

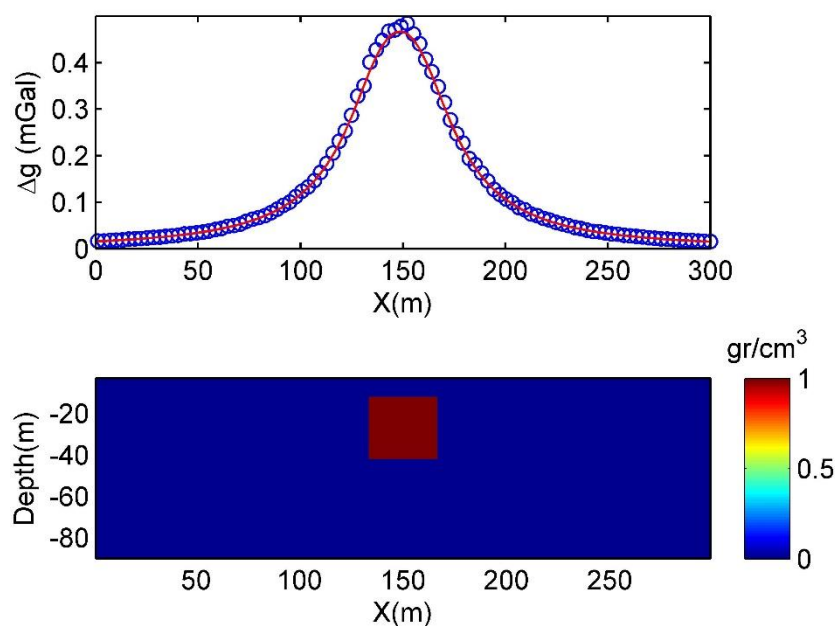
لازم به ذکر است که تمام کدهای لازم برای اعمال الگوریتم‌های فوق توسط نگارنده در محیط متلب تهیه گردیده است که این الگوریتم‌ها در فصل‌های دوم و سوم شرح داده شده است.

۴-۲- مدل سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل حاصل از مدل‌های مصنوعی

برای انجام مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل از روش نمایش داده شده در شکل (۳-۱) استفاده می‌شود. کدها و الگوریتم‌های تهیه شده بر روی مدل‌های مصنوعی مختلف اعمال شده و نتایج مورد بررسی قرار گرفته است (به مقالات مستخرج از رساله مراجعه شود) ولی برای رعایت اختصار و هماهنگی تنها یک مثال مصنوعی برای هر روش در این مطالعه ذکر شده است.

۴-۲-۱- مدل سازی وارون هموار دو بعدی داده‌های گرانی

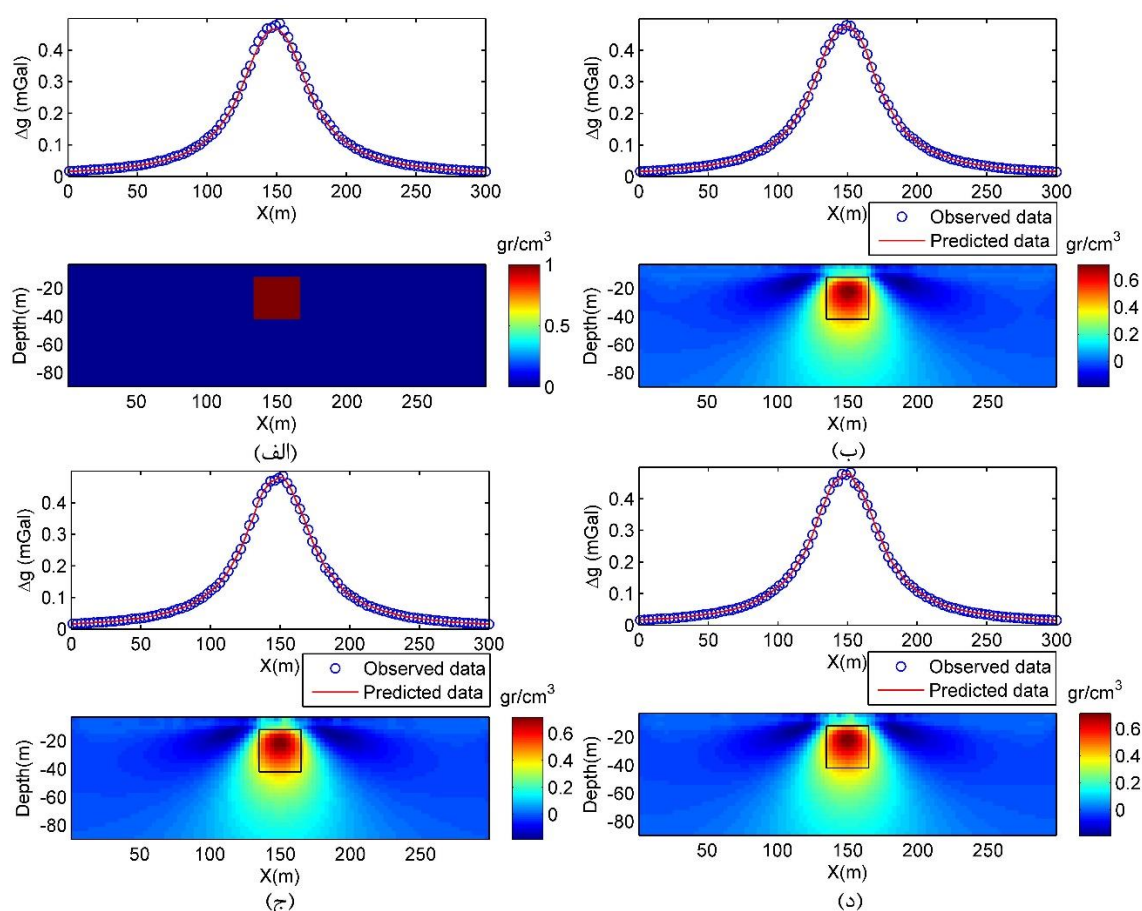
برای بررسی روش‌های پیشنهادی در مدل‌سازی وارون هموار دو بعدی داده‌های گرانی از یک مدل مصنوعی استفاده می‌شود که از یک بلوک تشکیل شده است که در آن اختلاف چگالی بین بلوک و محیط اطراف 1 gr/cm^3 می‌باشد. عمق بالایی بلوک حدود ۱۲ متر از سطح زمین فاصله دارد و ابعاد بلوک 30×30 متر است. فاصله نمونه برداری داده‌های گرانی حاصل از مدل مصنوعی ۳ متر می‌باشد و تعداد داده‌ها ۱۰۰ عدد است (شکل ۴-۱). مقدار ۵ درصد نوفه با توزیع نرمال به داده‌ها اضافه شده است. این مقدار نوفه معمولاً برای داده‌های میدان پتانسیل مناسب است [Williams, 2008].



شکل (۱-۴): مدل مصنوعی دوبعدی تک بلوک و داده‌های گرانی حاصل از آن.

به منظور مدل‌سازی وارون هموار ابتدا زیر سطح زمین به سلول‌هایی با ابعاد 3×3 متر تقسیم بندی می‌شود که تعداد کل سلول‌ها برابر با $30 \times 100 = 3000$ است. لازم به ذکر است که برای انجام مدل‌سازی وارون کدهای لازم در محیط نرم افزار متلب ویرایش ۲۰۱۴ تهیه شده و در رایانه‌ای با حافظه داخلی (Gb) ۱۶ و پردازنده Core i7 با سرعت پردازش (GHz) ۲/۶ اجرا می‌شوند.

مدل‌سازی وارون هموار داده‌های مصنوعی با استفاده از الگوریتم نمایش داده شده در شکل (۱-۳) با استفاده از روش‌های تکراری گرادیان مزدوج (جدول ۱-۲)، دو قطری سازی لنگزوس (جدول ۲-۳) و دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده (رابطه ۲-۴۳) که در فصل دوم شرح داده شدند، انجام شدند. برای انجام وارون‌سازی از روش اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV) به منظور انتخاب پارامتر منظم‌سازی استفاده شد. نتایج در شکل (۲-۴) نمایش داده شده است. با توجه به شکل (۲-۴) با استفاده از هر سه روش مدل توده زیر سطحی به خوبی به دست آمده است. تغییر تدریجی و هموار پارامترهای مدل در این شکل قابل مشاهده است. در مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از روش گرادیان مزدوج عمق توده ناهنجار کمی بیشتر تخمین زده شده است ولی در کل نتایج مشابه یکدیگر می‌باشد.



شکل (۴-۲): مدل مصنوعی تک بلوک (الف). نتیجه حاصل از مدل‌سازی وارون با استفاده از روش گرادیان مزدوج (ب). نتیجه حاصل از وارون‌سازی با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس (ج). نتیجه حاصل از مدل‌سازی وارون با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده (د).

با این حال زمان لازم و حجم حافظه مورد نیاز برای انجام مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از هر یک از روش‌های مرحله‌ای گرادیان مزدوج، دو قطری سازی لنگزوس و دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده، متفاوت است (جدول ۴-۱).

جدول (۴-۱): مقایسه زمان لازم و حجم حافظه مورد نیاز روش‌های مختلف برای وارون‌سازی هموار دو بعدی داده‌های گرانی حاصل از مدل مصنوعی تک بلوک.

روش وارون‌سازی	حجم حافظه مورد نیاز (Kb)	زمان (s)	مقدار عدم برازش
CG	۲۲۹۰	۱۲/۴	۱۰۰
LB	۲۲۹۰	۱۰/۰۴	۹۹
PLB	۳۹۰/۶	۴	۱۰۰

نتایج نشان می‌دهد که مدل‌سازی وارون هموار داده‌های حاصل از مدل مصنوعی با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس سریع‌تر از حالتی است که مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از روش گرادیان مزدوج انجام شود ولی حجم حافظه مورد نیاز برای هر دو روش تقریباً برابر است.

با توجه به جدول (۴-۱) روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده از دو روش گرادیان مزدوج و دو قطری سازی لنگزوس سریع‌تر است و به حجم حافظه کمتری نیاز دارد. با استفاده از روش آزمون و خطا بزرگترین مقدار K در رابطه (۲-۴۳) برابر با $\left\lceil \frac{1}{6}M \right\rceil$ در نظر گرفته شد. با کاهش مقدار K ساختارهای اضافی در مدل ایجاد می‌شود و خطای مدل‌سازی افزایش می‌یابد که مهم‌ترین دلیل آن این است که با کاهش بیش از اندازه K بردارهای پایه اصلی زیر فضای کرلیف حذف می‌شوند [Hansen, 2010]. علت اصلی سریع‌تر بودن روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده کمتر بودن تعداد ستون‌های ماتریس حساسیت جدید ($\tilde{G}W_K$) در رابطه (۲-۴۳) است. بنابراین به نظر می‌رسد که روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده، روشی مناسب برای حل مسئله وارون هموار دو بعدی داده‌های گرانی باشد.

مسئله مهم و تاثیرگذار دیگر در سرعت مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل، مسئله انتخاب پارامتر منظم‌سازی است [Oldenburg and Li, 2005; Vatankhah et al., 2015]. روش‌های مختلفی برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی ارائه شده است در اینجا روش‌های اصل اختلاف (Dp)، منحنی L (LC)، اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV)، تخمینگر نااریب ریسک احتمالی (UPRE) و روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) به منظور انتخاب پارامتر منظم‌سازی به کار گرفته می‌شود. در بین روش‌های فوق روش (NCP) تاکنون در وارون سازی داده‌های میدان پتانسیل مورد استفاده قرار نگرفته است. به منظور بررسی روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی ابتدا به داده‌های حاصل از مدل مصنوعی ۲۵ نوع نوفه متفاوت تصادفی با انحراف معیار ۵ درصد اضافه شد سپس مسئله وارون برای هر دسته از داده‌ها با استفاده از روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی فوق الذکر حل گردید. برای مقایسه بهتر

روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی خطای نسبی^۱ مدل در هر بار مسئله وارون اندازه‌گیری شد. برای اندازه‌گیری خطای نسبی مدل از رابطه زیر استفاده می‌شود [Hansen, 1997]:

$$\delta_e = \frac{\|m^{exact} - m\|_2}{\|m^{exact}\|_2} \quad (1-4)$$

که در آن δ_e مقدار خطای نسبی مدل است. m و m^{exact} به ترتیب بردار پارامترهای مدل واقعی و بردار پارامترهای مدل حاصل از مدل‌سازی وارون داده‌ها می‌باشند. نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون هموار داده‌های حاصل از مدل مصنوعی دارای تک بلوک با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس برای یک دسته از داده‌های دارای نوفه در شکل (۳-۴) نشان داده شده است.

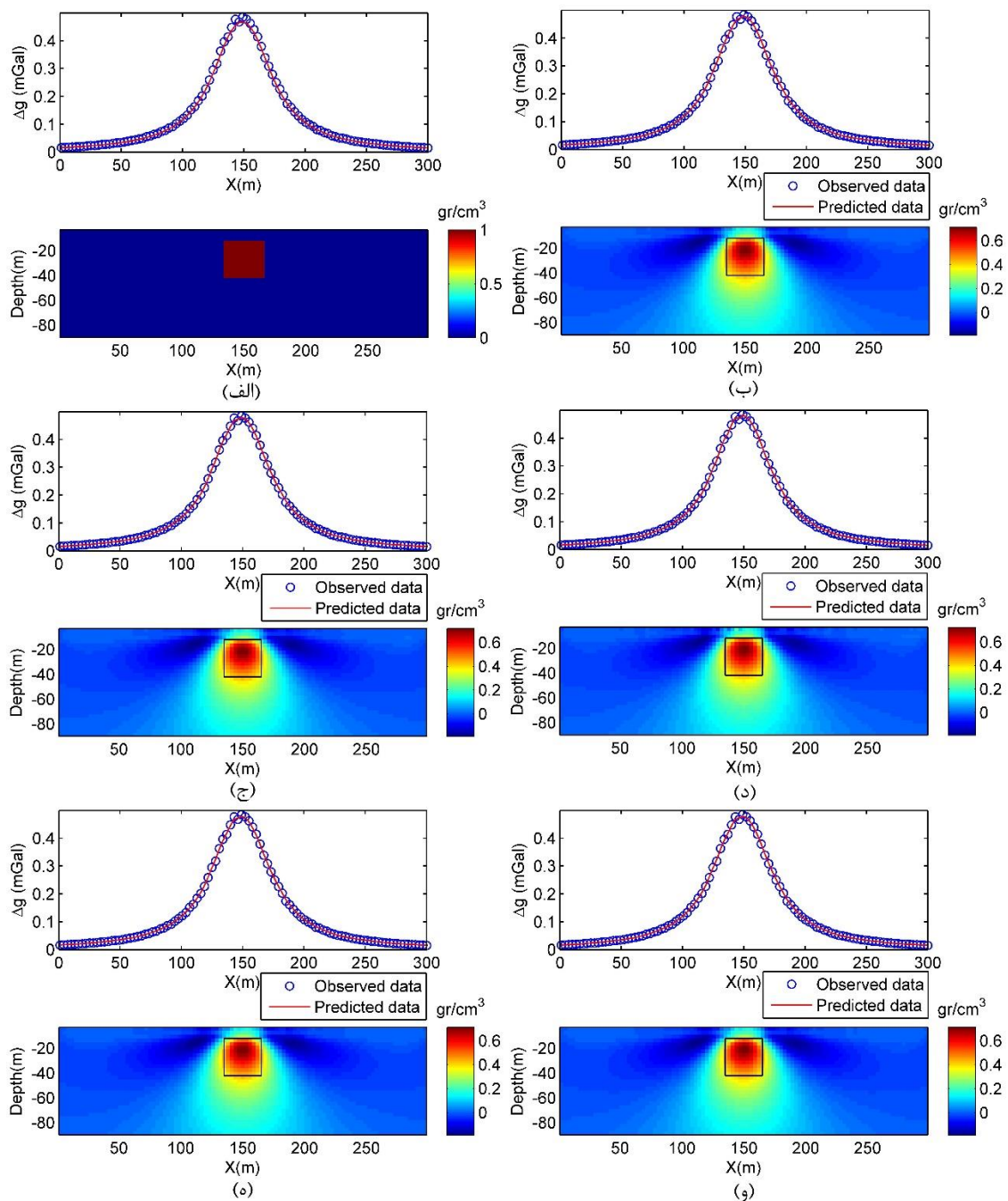
نتایج حاصل با توجه به شکل (۳-۴) برای روش‌های مختلف انتخاب پارامتر منظم‌سازی تقریباً مشابه است. میانگین عملکرد روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی برای ۲۵ بردار داده دارای نوفه حاصل از مدل مصنوعی تک بلوک در جدول (۲-۴) نمایش داده شده است.

جدول (۲-۴): میانگین زمان لازم و خطای نسبی مدل برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های مدل مصنوعی تک بلوک برای ۲۵ بردار داده با روش‌های مختلف انتخاب پارامتر منظم‌سازی.

روش انتخاب پارامتر منظم‌سازی	میانگین خطای نسبی (δ_e)	میانگین زمان (s)
Dp	۰/۷۵	۶
LC	۰/۷۶	۱۴/۱۵
GCV	۰/۷۵	۱۰/۱۵
UPRE	۰/۷۷	۱۰
NCP	۰/۷۵	۴/۵

نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که روش‌های (Dp) و (NCP) به زمان کمتری برای انجام مدل‌سازی وارون نیاز داشته و سریع‌تر می‌باشند و بیشترین زمان مورد نیاز مربوط به روش (LC) می‌باشد. با توجه به مقادیر میانگین خطای نسبی مدل روش‌های (Dp)، (GCV) و (NCP) کمترین مقدار خطای نسبی مدل را دارند.

^۱ . Relative error



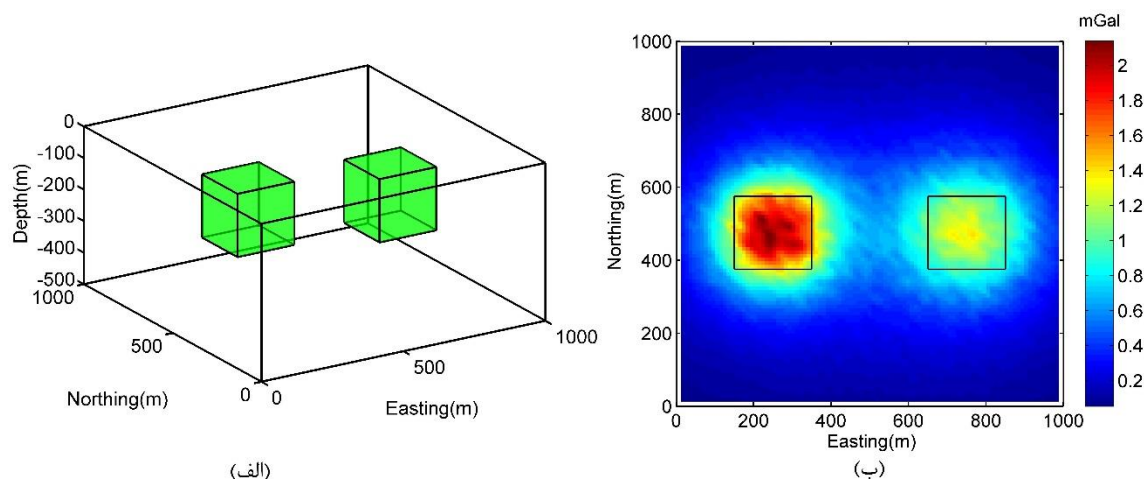
شکل (۳-۴): مدل مصنوعی دارای تک بلوک به همراه داده (الف). نتیجه حاصل از مدل سازی وارون هموار با استفاده از روش های انتخاب پارامتر منظم سازی اصل اختلاف (Dp) (ب)، منحنی L (LC) (ج)، اعتبار سنجی مقاطع تعمیم یافته (GCV) (د)، تخمینگر ناریب ریسک احتمالی (UPRE) (ه) و نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) (و).

در میان روش های استفاده شده، در روش (Dp) و روش (UPRE) مقدار انحراف معیار نوفه باید مشخص باشد ولی در سایر روش ها نیازی به مشخص بودن مقدار انحراف معیار نوفه نمی باشد. با توجه به مقدار زمان مورد نیاز و خطای نسبی مدل، روش (LC) چندان برای انتخاب پارامتر منظم سازی

مناسب نیست. روش (Dp) روشی به نسبت سریع است و خطای نسبی مدل حاصل از این روش نسبت به روش‌های (LC) و (UPRE) کمتر است ولی برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی مناسب با استفاده از روش (Dp) باید مقدار انحراف معیار نوفه موجود در داده‌ها به خوبی مشخص باشد. زمان مورد نیاز در روش (GCV) برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی کمتر از روش (LC) بوده ولی از سایر روش‌ها بیشتر است ولی خطای نسبی مدل در این روش مشابه روش‌های (Dp) و (NCP) است. بنابراین با توجه به نتایج حاصل از مدل مصنوعی به نظر می‌رسد که روش (NCP) نسبت به سایر روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی از نظر سرعت و دقت انجام مدل‌سازی وارون ارجحیت دارد.

۴-۲-۲- مدل‌سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های گرانی

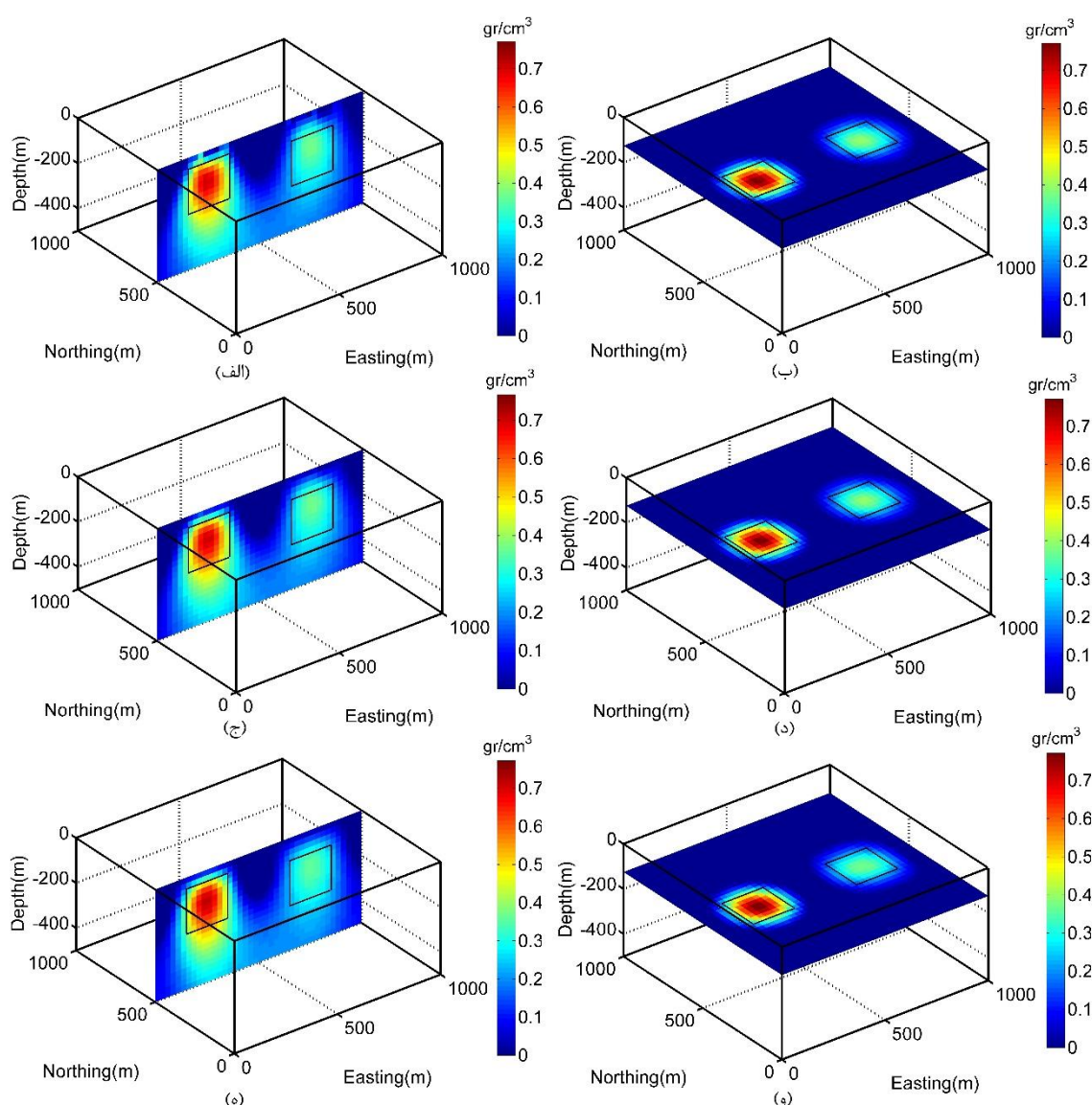
برای بررسی روش‌های پیشنهادی در مدل‌سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های گرانی از یک مدل مصنوعی شامل دو بلوک استفاده می‌شود که در آن ابعاد هر یک از بلوک‌ها $200 \times 200 \times 200$ متر است و اختلاف چگالی بین هر دو بلوک و محیط اطراف 1 gr/cm^3 می‌باشد. مقدار چگالی زمینه صفر در نظر گرفته شده است (شکل ۴-۴ الف). دو بلوک در دو عمق متفاوتی نسبت به یکدیگر قرار گرفته‌اند به گونه‌ای که عمق بالایی بلوک‌ها به ترتیب از سمت چپ به راست ۵۰ متر و ۱۰۰ متر زیر سطح زمین است. با استفاده از روش مدل‌سازی مستقیم که در فصل دوم شرح داده شد داده‌های حاصل از این مدل بر روی سطح زمین با فواصل 25×25 متر محاسبه می‌شود و ۵ درصد نوفه با توزیع تصادفی به داده‌ها اضافه می‌گردد که تعداد داده‌ها $40 \times 40 = 1600$ عدد است. شکل (۴-۴ ب) نقشه داده‌های آغشته به نوفه حاصل از مدل مصنوعی به همراه موقعیت بلوک‌ها را نشان می‌دهد. شدت بی‌هنجاری گرانی ناشی از بلوک سمت راست کمتر است چون در عمق بیشتری قرار گرفته است.



شکل (۴-۴): نمایی سه بعدی از مدل مصنوعی دارای دو بلوک (الف). داده‌های گرانی آغشته به پنج درصد نوفه تصادفی حاصل از مدل مصنوعی.

مشابه مدل‌های مصنوعی دو بعدی، مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از روش‌های مرحله‌ای گرادیان مزدوج، دو قطری سازی لنگزوس و دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده انجام می‌شود. بدین منظور در ابتدا زیر سطح زمین به سلول‌هایی با ابعاد $25 \times 25 \times 25$ متر تقسیم بندی می‌شود. بنابراین در این مدل مصنوعی تعداد پارامترهای مدل برابر با $36000 = 20 \times 40 \times 40$ است. نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون هموار بر روی مدل‌های مصنوعی با استفاده از روش‌های مرحله‌ای گرادیان مزدوج، دو قطری سازی لنگزوس و دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده در شکل (۴-۵) نشان داده شده است.

با توجه به این شکل هر سه روش موقعیت بلوک‌ها را به خوبی نمایش می‌دهد هر چند که عمق زیرین بلوک‌ها کمی بیشتر تخمین زده شده است که علت اصلی این پدیده عدم اعمال قید کران بر پارامترهای فیزیکی مدل است [Li and Oldenburg, 1996]. ولی به هر حال با توجه به موقعیت واقعی هر بلوک که در شکل (۴-۵) با خط‌های سیاه رنگ نمایش داده شده است، جواب‌ها قابل قبول است. در مدل‌های به دست آمده تغییرات پارامترهای فیزیکی مدل در مرز بلوک‌ها هموار است و از طرف دیگر جواب‌های به دست آمده با استفاده از روش‌های مختلف مشابه یکدیگر است.



شکل (۴-۵): تصویر برش قائم از مدل به دست آمده در فاصله ۵۰۰ متری از مبدا به سمت شمال و تصویر برش افقی از مدل در عمق ۱۲۵ متری از سطح زمین برای مدل‌های به دست آمده به کمک روش‌های گرادیان مزدوج (الف و ب)، روش دو قطری سازی لنگزوس (ج و د) و روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده (ه و و).

مشابه مثال مصنوعی برای مدل‌سازی وارون دو بعدی داده‌های گرانی زمان لازم و حجم حافظه رایانه مورد نیاز برای انجام مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از هر یک از روش‌های مرحله‌ای گرادیان مزدوج، دو قطری سازی لنگزوس و دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده، متفاوت است (جدول ۴-۳). همان گونه که قابل مشاهده است با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده میزان حجم رایانه لازم برای انجام مدل‌سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های گرانی به شدت

کاهش می‌یابد. از طرف دیگر با استفاده از روش دو قطری سازی لنکزوس پیش شرط گذاری شده در فرایند مدل سازی وارون هموار می‌توان سرعت انجام مدل سازی وارون را افزایش داد.

جدول (۳-۴): مقایسه زمان لازم و حجم حافظه مورد نیاز روش‌های مختلف برای وارون سازی هموار سه بعدی داده‌های گرانی حاصل از مدل مصنوعی.

روش وارون سازی	حجم حافظه مورد نیاز (Mb)	زمان (s)	مقدار عدم برازش
CG	۳۹۰/۶۳	۱۸۴	۱۶۰۱
LB	۳۹۰/۶۳	۱۴۷	۱۵۹۷
PLB	۶۵/۱۱	۳۵/۷۹	۱۶۰۰

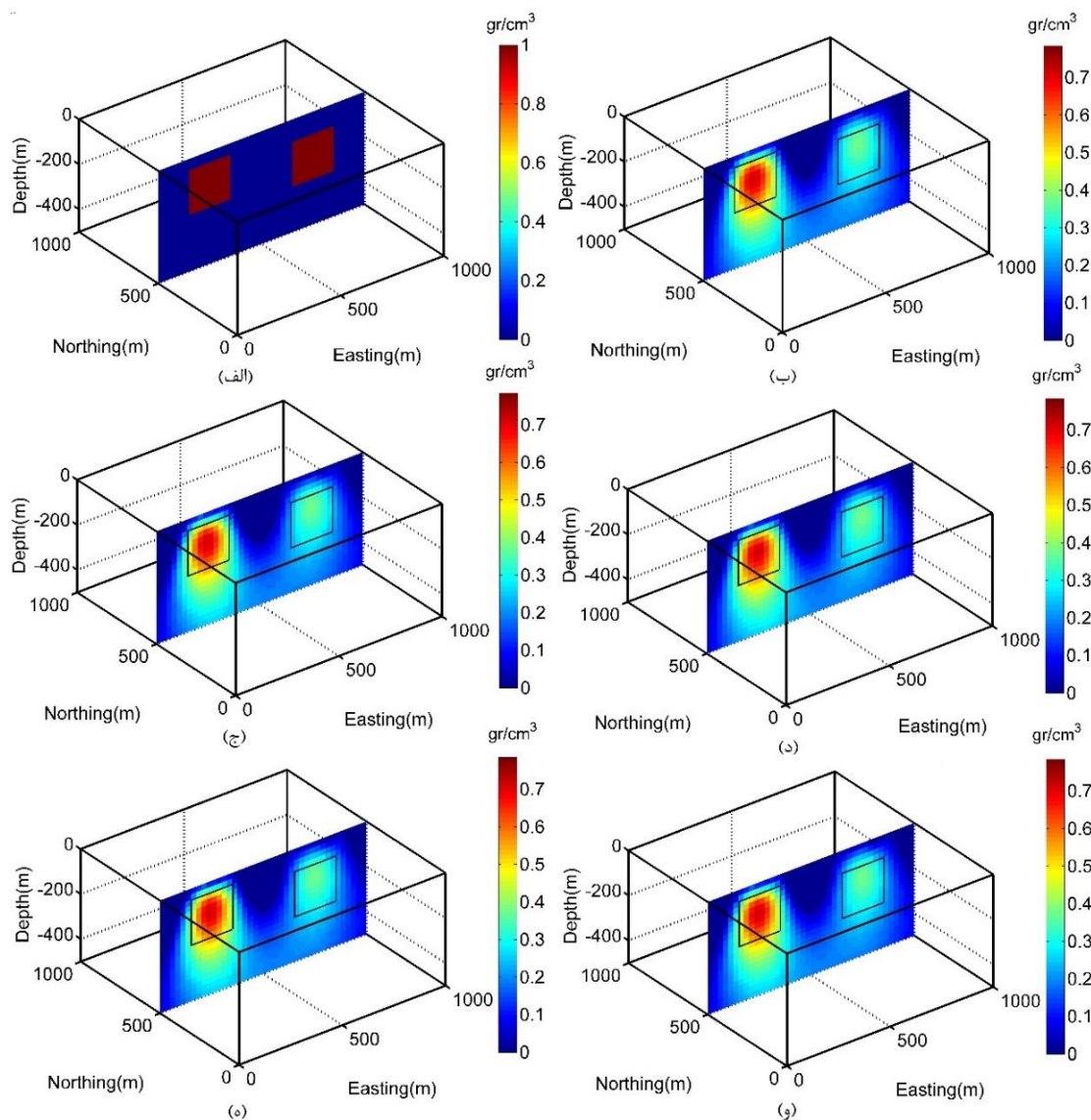
به منظور بررسی روش‌های انتخاب پارامتر منظم سازی ابتدا به داده‌های حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی ۲۵ دسته نوفه تصادفی با انحراف معیار ۵ درصد اضافه می‌شود سپس مسئله وارون هموار برای هر دسته از داده‌ها با استفاده از روش‌های انتخاب پارامتر منظم سازی شرح داده شده در فصل دوم حل می‌گردد. برای مقایسه بهتر روش‌های انتخاب پارامتر منظم سازی خطای نسبی مدل در هر بار مسئله وارون اندازه گیری می‌شود. میانگین عملکرد روش‌های انتخاب پارامتر منظم سازی برای ۲۵ بردار داده دارای نوفه حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی در جدول (۴-۴) نمایش داده شده است.

جدول (۴-۴): میانگین زمان لازم و خطای نسبی مدل برای مدل سازی وارون هموار داده‌های مدل مصنوعی سه بعدی برای ۲۵ بردار داده در روش‌های مختلف انتخاب پارامتر منظم سازی.

روش انتخاب پارامتر منظم سازی	میانگین خطای نسبی (δ_e)	میانگین زمان (s)
Dp	۰/۸۳۸	۶۶
LC	۰/۸۳۴	۱۴۱
GCV	۰/۸۳۷	۱۵۷
UPRE	۰/۸۳۵	۱۴۸
NCP	۰/۸۳۵	۶۷

نتایج نشان می‌دهد که با استفاده از روش اصل اختلاف (Dp) و روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) جواب مدل سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های گرانی سریع تر محاسبه شده در حالی که خطای نسبی روش (NCP) کمتر است. علت اصلی کمتر بودن زمان حل مسئله وارون با استفاده از این دو روش این است که در این دو روش انتخاب پارامتر منظم سازی تنها یک بار مسئله وارون حل

می‌شود در حالی که در سایر روش‌ها دو بار باید مسئله وارون حل شود. شکل (۴-۶) نتایج حل مسئله وارون هموار با روش‌های مختلف انتخاب پارامتر منظم‌سازی را نشان می‌دهد.

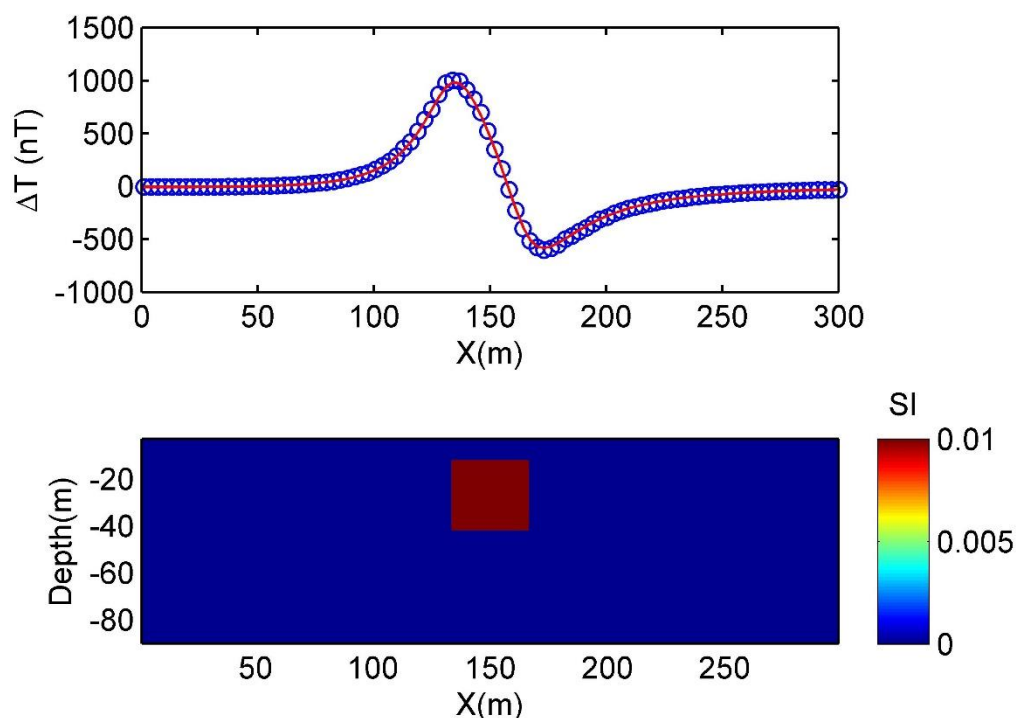


شکل (۴-۶): تصویر برش قائم از مدل مصنوعی (الف) و تصاویر برش قائم از مدل به دست آمده در فاصله ۵۰۰ متری از مبدا به سمت شمال با استفاده از روش‌های اصل اختلاف (ب)، منحنی L_1 (ج)، اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته (د)، تخمینگر ناریب ریسک احتمالی (ه) و نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (و).

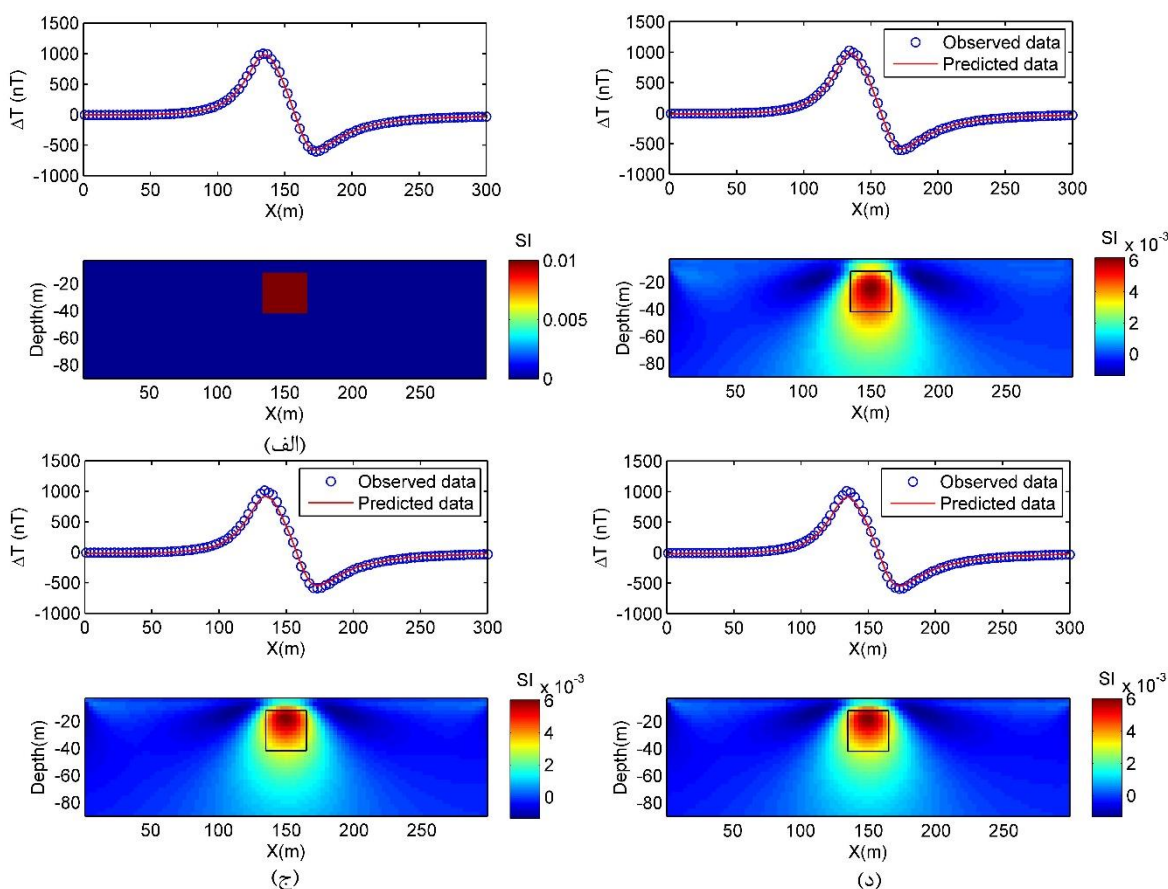
۴-۲-۳- مدل‌سازی وارون هموار دو بعدی داده‌های مغناطیس

مدل مصنوعی مشابه مدل‌سازی وارون هموار داده‌های گرانی در نظر گرفته می‌شود و داده‌های مغناطیس حاصل از این مدل‌ها با استفاده از حل مسئله مستقیم با استفاده از کدهای روش نوار که در

فصل دوم شرح داده شد به دست می‌آید. این مدل مصنوعی از یک بلوک تشکیل شده است که در آن اختلاف خودپذیری مغناطیسی بین بلوک و محیط اطراف (SI) ۰/۰۱ می‌باشد. عمق بالایی بلوک حدود ۱۲ متر از سطح زمین فاصله دارد و ابعاد بلوک ۳۰ × ۳۰ متر است. فاصله نمونه برداری داده‌های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی ۳ متر می‌باشد و تعداد داده‌ها ۱۰۰ عدد است. درنهایت ۵ درصد نوفه تصادفی به داده‌ها اضافه شد (شکل ۴-۷).



شکل (۴-۷): مدل‌های مصنوعی دو بعدی دارای یک بلوک و داده‌های مغناطیس همراه با نوفه ناشی از این مدل‌ها. در این مدل‌های مصنوعی برای تولید داده مقدار زاویه میل میدان مغناطیسی برابر با 60° ، مقدار زاویه انحراف میدان مغناطیسی برابر با 0° درجه و مقدار میدان مغناطیسی کل (nT) ۴۸۰۰۰ در نظر گرفته شده است. ابتدا مدل‌سازی وارون هموار داده‌های مصنوعی با استفاده از الگوریتم نمایش داده شده در شکل (۳-۱) با استفاده از روش‌های مرحله‌ای گرادیان مزدوج، دو قطری سازی لنکزوس و دو قطری سازی لنکزوس پیش شرط گذاری شده انجام می‌شوند. برای انجام وارون‌سازی از روش اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV) به منظور انتخاب پارامتر منظم‌سازی استفاده می‌شود. نتایج در شکل (۴-۸) نمایش داده شده است.



شکل (۴-۸): مدل مصنوعی تک بلوک مغناطیسی (الف). نتیجه حاصل از مدل‌سازی وارون با استفاده از روش گرادیان مزدوج (ب). نتیجه حاصل از وارون‌سازی با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس (ج). نتیجه حاصل از مدل‌سازی وارون با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده (د).

نتایج به دست آمده با استفاده از تمام روش‌های مرحله‌ای تقریباً مشابه است. زمان لازم و حجم حافظه رایانه مورد نیاز برای انجام مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از هر یک از روش‌های مرحله‌ای گرادیان مزدوج، دو قطری سازی لنگزوس و دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده در جدول (۴-۵) نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده (PLB) حل مسئله وارون دو بعدی داده‌های مغناطیس سریع‌تر محاسبه می‌شود و به حجم رایانه کمتری نیز نیاز است.

جدول (۴-۵): مقایسه زمان لازم و حجم حافظه مورد نیاز روش‌های مختلف برای وارون‌سازی هموار دو بعدی داده‌های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی تک بلوک.

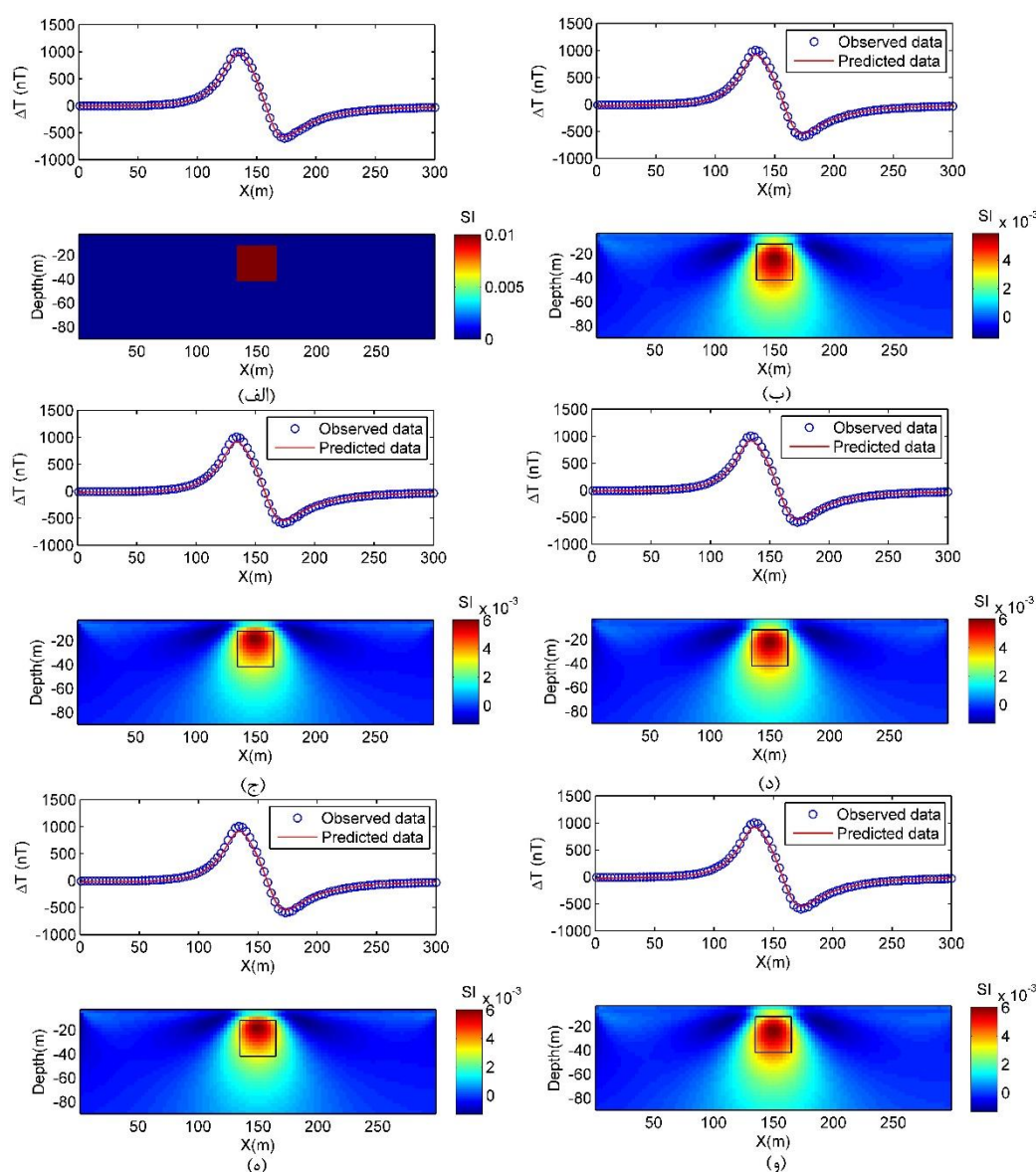
روش وارون‌سازی	حجم حافظه مورد نیاز (Kb)	زمان (S)	مقدار عدم برازش
CG	۲۲۹۰	۱۵/۳۸	۱۰۱
LB	۲۲۹۰	۱۰/۸۸	۱۰۰
PLB	۳۹۰/۶	۳	۱۰۰

در ادامه روش‌های اصل اختلاف (Dp)، منحنی L (LC)، اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV)، تخمین‌گر ناریب ریسک احتمالی (UPRE) و روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) به منظور انتخاب پارامتر منظم‌سازی به کار گرفته می‌شود. بدین منظور ابتدا به داده‌های حاصل از مدل مصنوعی ۲۵ بار نوفه تصادفی با انحراف معیار ۵ درصد اضافه می‌شود سپس مسئله وارون هموار برای هر دسته از داده‌ها با استفاده از روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی شرح داده شده حل می‌شود. عملکرد روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی برای ۲۵ بردار داده دارای نوفه حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی در جدول (۴-۶) نمایش داده شده است.

جدول (۴-۶): میانگین زمان لازم و خطای نسبی مدل برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های مدل مصنوعی تک بلوک برای ۲۵ بردار داده با روش‌های مختلف انتخاب پارامتر منظم‌سازی.

روش انتخاب پارامتر منظم‌سازی	میانگین خطای نسبی (δ_e)	میانگین زمان (S)
Dp	۰/۷۳	۶
LC	۰/۷۳	۱۰
GCV	۰/۷۱	۱۳/۳
UPRE	۰/۷۱	۸
NCP	۰/۷۱	۴/۴

نتایج نشان می‌دهد که روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) از سایر روش‌ها سریع‌تر بوده و خطای نسبی کمی دارد بنابراین به نظر می‌رسد این روش برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی در مدل‌سازی وارون هموار دو بعدی داده‌های مغناطیس مناسب است. نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون هموار داده‌های حاصل از مدل مصنوعی دارای تک بلوک با استفاده از روش‌های مختلف انتخاب پارامتر منظم‌سازی برای یک دسته از داده‌های دارای نوفه در شکل (۴-۹) نشان داده شده است.

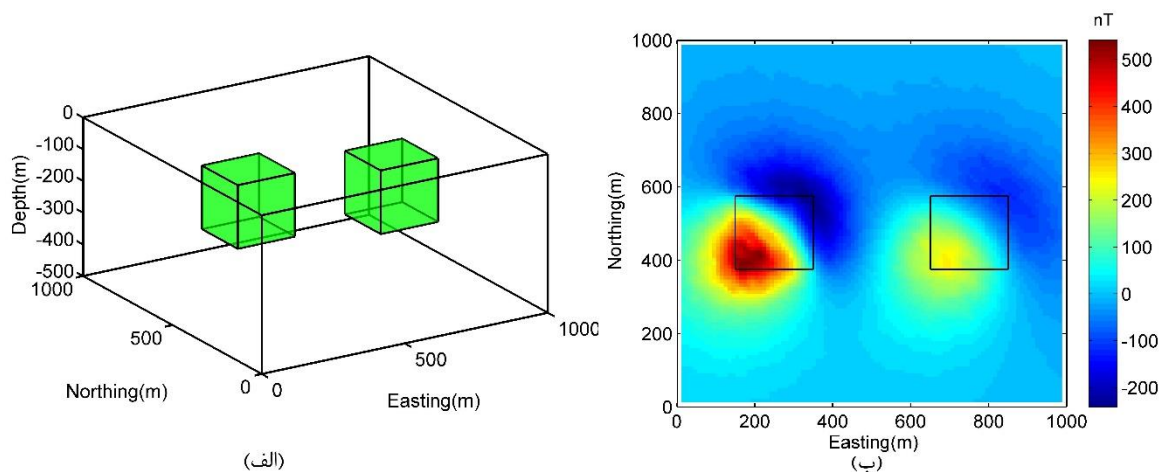


شکل (۴-۹): مدل مصنوعی دارای تک بلوک به همراه داده (الف). نتیجه حاصل از مدل‌سازی وارون با استفاده از روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی اصل اختلاف (Dp) (ب)، منحنی L (LC) (ج)، اعتبار سنجی مقاطع تعمیم یافته (GCV) (د)، تخمینگر ناریب ریسک احتمالی (UPRE) (ه) و نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) (و).

۴-۲-۴- مدل‌سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های مغناطیسی

برای بررسی روش‌های پیشنهادی در مدل‌سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های مغناطیسی از یک مدل مصنوعی شامل دو بلوک مشابه مدل مصنوعی در وارون‌سازی هموار داده‌های گرانی استفاده می‌شود که در آن ابعاد هر یک از بلوک‌ها $200 \times 200 \times 200$ متر است و اختلاف خودپذیری مغناطیسی بین بلوک‌ها و محیط اطراف (SI) 0.06 می‌باشد. مقدار خودپذیری مغناطیسی زمینه صفر در نظر گرفته

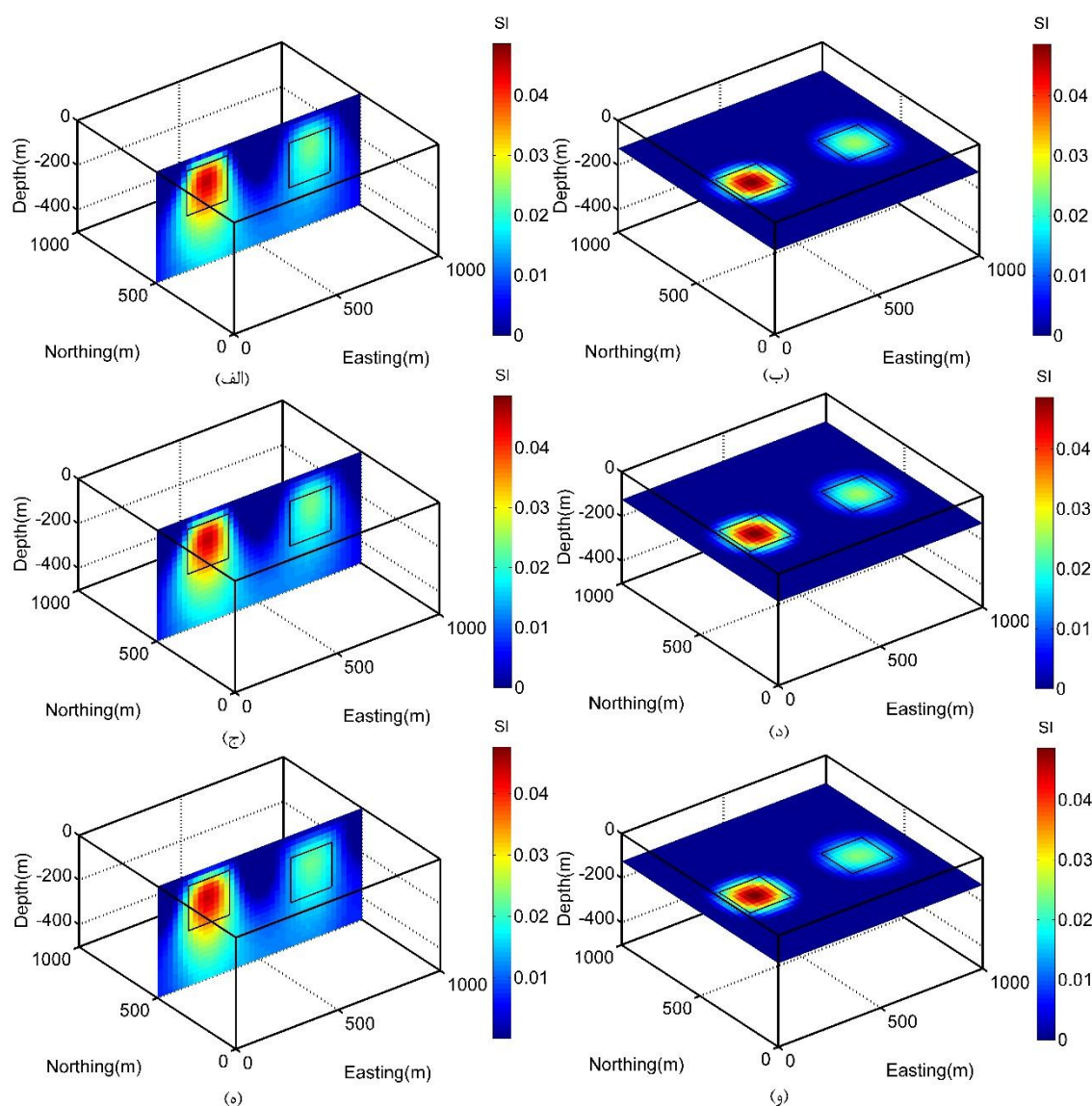
شده است (شکل ۴-۱۰ الف). دو بلوک در دو عمق متفاوتی نسبت به یکدیگر قرار گرفته‌اند به گونه‌ای که عمق بالایی بلوک‌ها به ترتیب از سمت چپ به راست ۵۰ متر و ۱۰۰ متر زیر سطح زمین است. با استفاده از روش مدل‌سازی مستقیم که در فصل دوم شرح داده شد داده‌های حاصل از این مدل بر روی سطح زمین با فواصل 25×25 متر محاسبه می‌شود و ۵ درصد نوفه با توزیع تصادفی به داده‌ها اضافه می‌گردد که تعداد داده‌ها $1600 = 40 \times 40$ عدد است. شکل (۴-۱۰ ب) نقشه داده‌های آغشته به نوفه حاصل از مدل مصنوعی را نشان می‌دهد. مقدار زاویه میل و انحراف میدان مغناطیسی 45° درجه و مقدار میدان مغناطیسی کل، (nT) ۴۸۰۰۰ در نظر گرفته شده است.



شکل (۴-۱۰): نمایش سه بعدی از مدل مصنوعی دارای دو بلوک (الف). داده‌های مغناطیسی آغشته به نوفه حاصل از مدل مصنوعی.

مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از روش‌های مرحله‌ای گرادیان مزدوج، دو قطری سازی لنکروس و دو قطری سازی لنکروس پیش شرط گذاری شده انجام می‌شود. بدین منظور زیر سطح زمین به سلول‌هایی با ابعاد $25 \times 25 \times 25$ متر تقسیم بندی می‌شود. بنابراین در این مدل مصنوعی تعداد پارامترهای مدل برابر با $36000 = 40 \times 40 \times 20$ است. نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون هموار بر روی مدل‌های مصنوعی با استفاده از روش‌های مرحله‌ای گرادیان مزدوج، دو قطری سازی لنکروس و دو قطری سازی لنکروس پیش شرط گذاری شده در شکل (۴-۱۱) نشان داده شده است.

نتایج نشان می‌دهند که هر سه روش موقعیت بلوک‌ها را به خوبی نمایش می‌دهند و با توجه به موقعیت واقعی هر بلوک که در شکل (۴-۱۱) با خط‌های سیاه رنگ نمایش داده شده است، جواب‌ها قابل قبول بوده و جواب‌های به دست آمده با استفاده از روش‌های مختلف مشابه یکدیگر است.



شکل (۴-۱۱): تصویر برش قائم از مدل به دست آمده در فاصله ۵۰۰ متری از مبدا به سمت شمال و تصویر برش افقی از مدل در عمق ۱۲۵ متری از سطح زمین برای مدل‌های به دست آمده به کمک روش‌های گرادیان مزدوج (الف و ب)، روش دو قطری سازی لنگزوس (ج و د) و روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده (ه و و).

زمان لازم و حجم حافظه رایانه مورد نیاز برای انجام مدل سازی وارون هموار با استفاده از هر یک از روش های مرحله ای گرادیان مزدوج، دو قطری سازی لنگزوس و دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده، در جدول (۷-۴) نمایش داده شده است.

جدول (۷-۴): مقایسه زمان لازم و حجم حافظه مورد نیاز روش های مختلف برای وارون سازی هموار سه بعدی داده های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی.

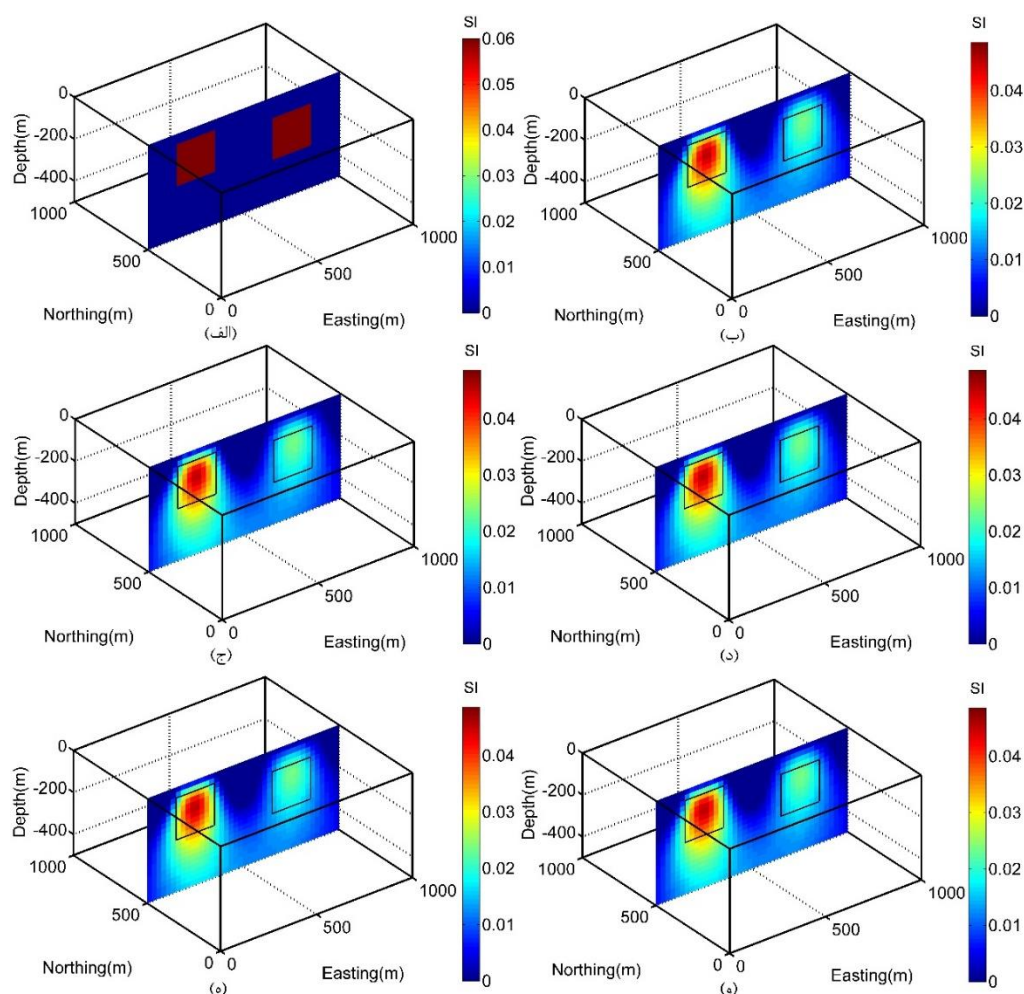
روش وارون سازی	حجم حافظه مورد نیاز (Mb)	زمان (S)	مقدار عدم برازش
CG	۳۹۰/۶۳	۱۱۰	۱۵۹۸
LB	۳۹۰/۶۳	۹۱	۱۶۰۳
PLB	۶۵/۱۱	۴۰	۱۶۰۰

همان گونه که قابل مشاهده است با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده میزان حجم رایانه لازم برای انجام مدل سازی وارون هموار سه بعدی داده های مغناطیس کاهش می یابد. از طرف دیگر با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده در فرایند مدل سازی وارون هموار می توان سرعت انجام مدل سازی وارون را افزایش داد.

به منظور بررسی روش های انتخاب پارامتر منظم سازی ابتدا به داده های حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی ۲۵ دسته نوفه تصادفی با انحراف معیار ۵ درصد اضافه می شود سپس مسئله وارون هموار برای هر دسته از داده ها با استفاده از روش های انتخاب پارامتر منظم سازی و روش دو قطری سازی لنگزوس حل می گردد (شکل ۴-۱۲). میانگین عملکرد روش های انتخاب پارامتر منظم سازی سه بعدی در جدول (۸-۴) نشان داده شده است.

جدول (۸-۴): میانگین زمان لازم و خطای نسبی مدل برای مدل سازی وارون هموار داده های مدل مصنوعی سه بعدی برای ۲۵ بردار داده با استفاده از روش های مختلف انتخاب پارامتر منظم سازی.

روش انتخاب پارامتر منظم سازی	میانگین خطای نسبی (δ_e)	میانگین زمان (S)
Dp	۰/۸۴۴	۶۰
LC	۰/۸۴۴	۱۱۲
GCV	۰/۸۴۳	۹۲
UPRE	۰/۸۴۳	۹۵
NCP	۰/۸۴۳	۵۷



شکل (۴-۱۲): تصویر برش قائم از مدل مصنوعی مغناطیسی (الف) و تصاویر برش قائم از مدل به دست آمده در فاصله ۵۰۰ متری از مبدا به سمت شمال با استفاده از روش‌های اصل اختلاف (ب)، منحنی L (ج)، اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته (د)، تخمینگر نارایب ریسک احتمالی (ه) و نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (و).

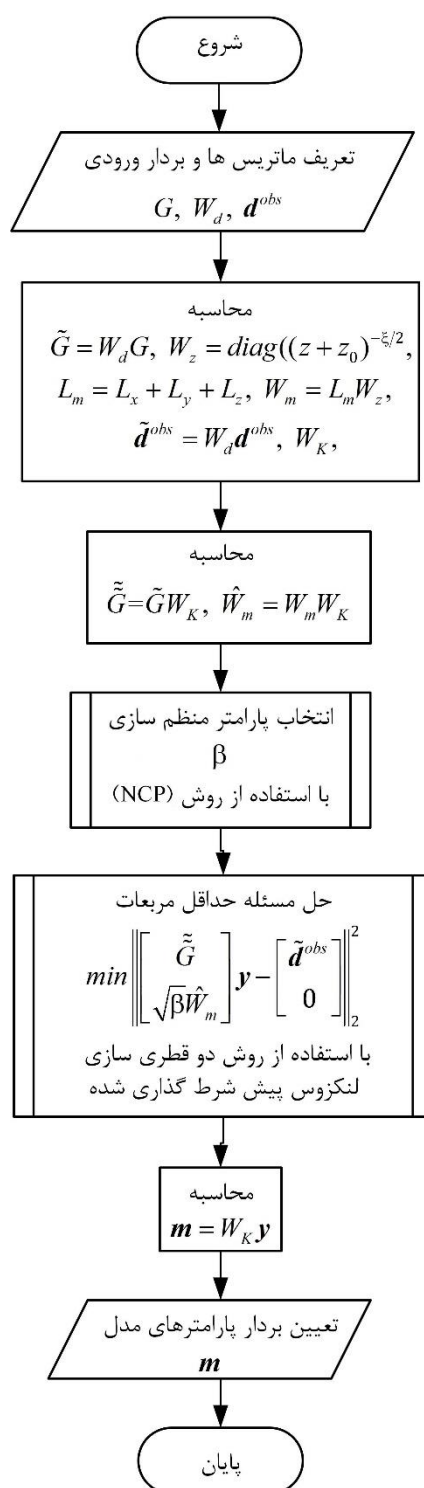
در مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس داده‌های مغناطیس نیز روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی از روش‌های دیگر سریع‌تر است در حالی که جواب به دست آمده با این روش مشابه جواب به دست آمده با استفاده از سایر روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی است (شکل ۴-۱۲). بنابراین به نظر می‌رسد که روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) روشی مناسب برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی برای مدل‌سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های مغناطیس است.

۴-۲-۵- ارائه الگوریتم بهبود یافته برای مدل سازی وارون هموار داده های میدان پتانسیل

با توجه به نتایج به دست آمده می توان دید که با استفاده از روش مرحله ای دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده (PLB) می توان سرعت انجام مدل سازی وارون هموار داده های میدان پتانسیل را افزایش داد و همچنین حجم حافظه رایانه لازم برای انجام مدل سازی وارون را کاهش داد. از طرف دیگر نتایج نشان دادند که روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) از سایر روش های انتخاب پارامتر منظم سازی سریع تر است در حالی که جواب به دست آمده با استفاده از این روش مشابه جواب به دست آمده از سایر روش های انتخاب پارامتر منظم سازی است. بنابراین پیشنهاد می شود که به منظور بهبود الگوریتم مدل سازی وارون هموار داده های میدان پتانسیل (شکل ۳-۱) از روش حل مرحله ای دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده (PLB) استفاده شود و برای انتخاب پارامتر منظم سازی از روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) استفاده گردد. فلوچارت الگوریتم پیشنهادی در شکل (۴-۱۳) نشان داده شده است.

به منظور ارزیابی الگوریتم ارائه شده برای وارون سازی هموار داده های میدان پتانسیل، این الگوریتم بر روی داده های حاصل از مدل های مصنوعی نمایش داده شده در شکل های (۴-۱)، (۴-۴)، (۴-۷) و (۴-۱۰) اعمال می شود و نتایج حاصل با نتایج حاصل از الگوریتم مدل سازی هموار وارون داده های میدان پتانسیل ارائه شده قبلی [Abedi et al., 2013] مقایسه می شود.

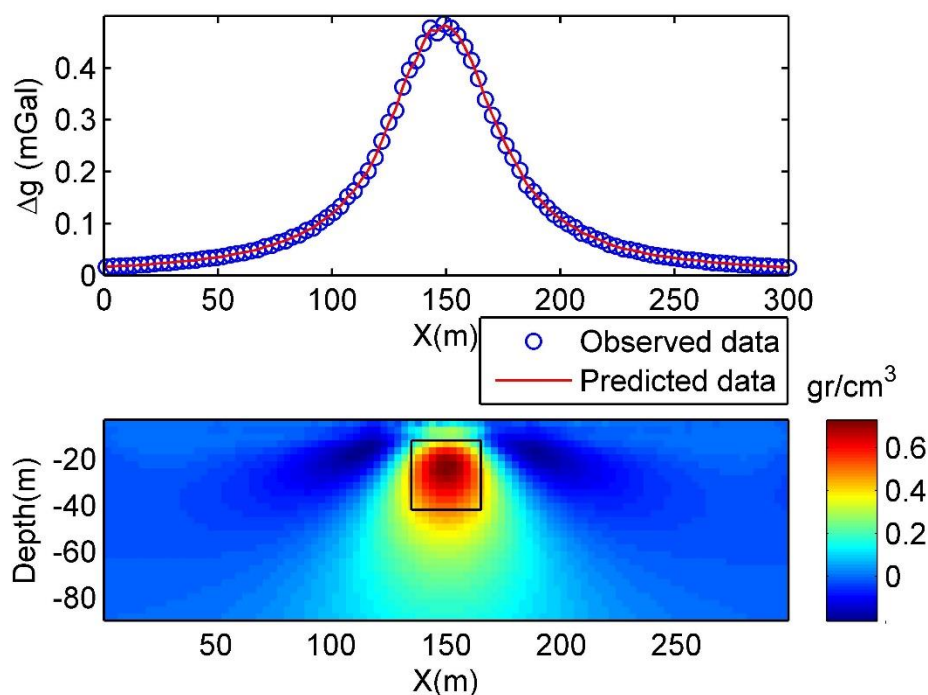
آنها در الگوریتم خود از روش تکراری دو قطری سازی لنگزوس برای حل مسئله وارون و از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV) برای انتخاب پارامتر منظم سازی استفاده نمودند. آنها نشان دادند که این الگوریتم از الگوریتم رایج مدل سازی وارون هموار داده های میدان پتانسیل که از روش گرادیان مزدوج استفاده می کند سریع تر است. در حالی که جواب های به دست آمده از این الگوریتم مشابه جواب های روش رایج بود.



شکل (۴-۱۳): فلوچارت الگوریتم بهبود یافته برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل.

نتیجه حاصل از مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی حاصل از مدل مصنوعی دو بعدی نمایش داده شده

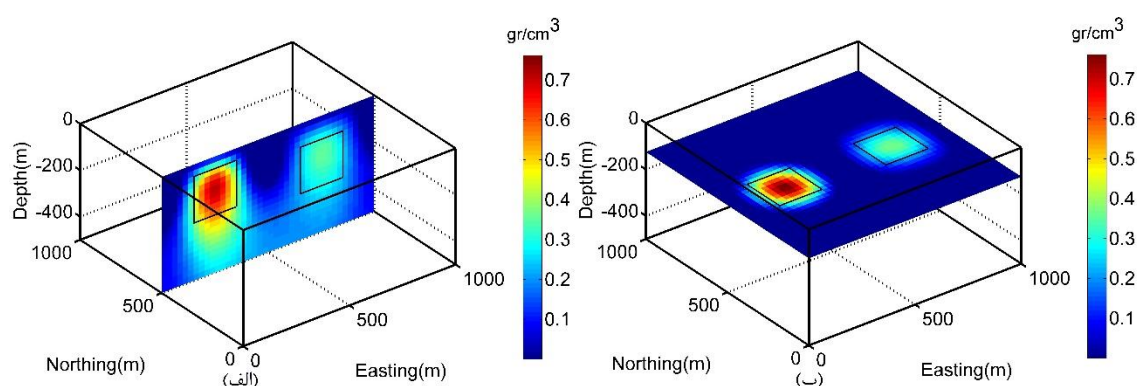
در شکل (۴-۱) با استفاده از الگوریتم بهبود یافته در شکل (۴-۱۴) نمایش داده شده است.



شکل (۴-۱۴): مدل دو بعدی حاصل از وارون سازی هموار داده های گرانی حاصل از مدل مصنوعی با استفاده از الگوریتم بهبود یافته.

زمان لازم برای محاسبه پارامترهای مدل در الگوریتم بهبود یافته ۲ ثانیه است و میزان عدم برازش به دست آمده برابر با ۱۰۰ است. نتیجه حاصل از وارون سازی این داده ها با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس به همراه روش اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته در شکل (۴-۲ ج) نمایش داده شده است. زمان لازم برای رسیدن به جواب در این روش ۱۰/۰۴ ثانیه است و مقدار عدم برازش برابر با ۹۹ است. از طرف دیگر حجم حافظه رایانه ای برای حل مسئله وارون هموار با استفاده از الگوریتم بهبود یافته ۳۹۰/۶ (Kb) است در حالی که این مقدار برای روش رایج ۲۲۹۰ (Kb) است. با توجه نتایج می توان دید که با وجود شباهت بین نتایج حاصل از الگوریتم بهبود یافته و الگوریتم رایج، الگوریتم بهبود یافته تقریباً ۵ برابر سریع تر به جواب می رسد و حجم حافظه رایانه ای کمتری نیاز دارد.

داده های گرانی حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی نمایش داده شده در شکل (۴-۴) با استفاده از الگوریتم بهبود یافته وارون شد. نتایج در شکل (۴-۱۵) نمایش داده شده است.



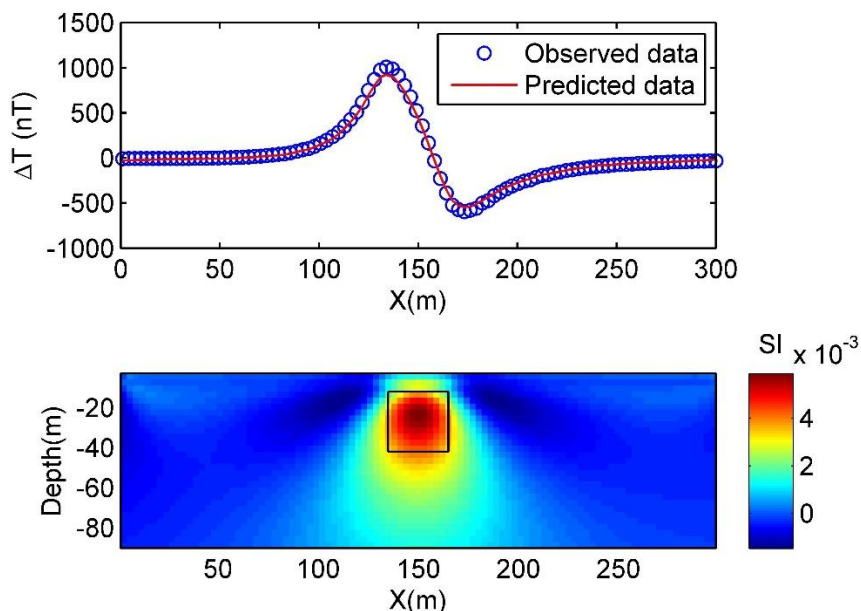
شکل (۴-۱۵): نتایج مدل‌سازی وارون هموار سه بعدی داده‌های گرانی شکل (۴-۴) به کمک الگوریتم بهبود یافته تصویر برش قائم از مدل به دست آمده در فاصله ۵۰۰ متری از مبدا به سمت شمال (الف) و تصویر برش افقی از مدل در عمق ۱۲۵ متری از سطح زمین (ب).

زمان لازم برای به دست آوردن جواب با استفاده از الگوریتم بهبود یافته حدود $20/43$ ثانیه است و مقدار حافظه لازم برابر با $65/11$ (Mb) است. مقدار عدم برازش به دست آمده ۱۵۹۹ می‌باشد که با توجه به تعداد داده‌ها مناسب است. مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از داده‌های این مدل مصنوعی و به کارگیری الگوریتم رایج انجام شد. شکل (۴-۵ ج و د) نتایج مدل‌سازی وارون هموار با الگوریتم رایج را نشان می‌دهد. زمان لازم برای انجام مدل‌سازی وارون با این روش ۱۴۷ ثانیه بود و مقدار حافظه لازم برابر با $390/63$ (Mb) بود. مقدار عدم برازش به دست آمده با این روش ۱۵۹۷ است که کمی کمتر از تعداد داده‌ها است.

به منظور بررسی الگوریتم بهبود یافته در وارون‌سازی دو بعدی داده‌های مغناطیسی، داده‌های حاصل از مدل مصنوعی شکل (۴-۷) با استفاده از الگوریتم بهبود یافته مدل‌سازی وارون هموار وارون گردید. مدل حاصل شده در شکل (۴-۱۶) نمایش داده شده است.

زمان لازم برای محاسبه پارامترهای مدل در الگوریتم بهبود یافته $2/5$ ثانیه است و میزان عدم برازش به دست آمده برابر با ۹۹ است. نتیجه حاصل از وارون‌سازی این داده‌ها با استفاده از روش دو قطری سازی لنگروس به همراه روش اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته در شکل (۴-۸ ج) نمایش داده شده است. زمان لازم برای رسیدن به جواب در این روش $10/88$ ثانیه است و مقدار عدم برازش برابر با ۱۰۰

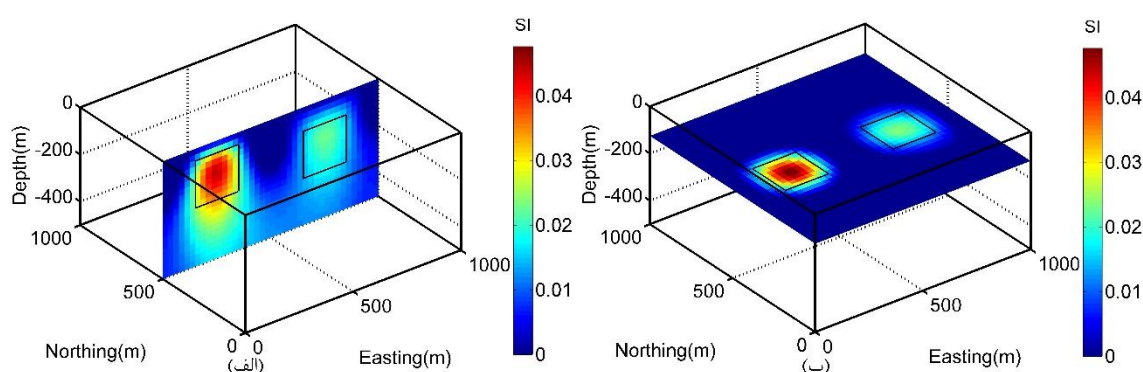
است. از طرف دیگر حجم حافظه رایانه‌ای برای حل مسئله وارون هموار با استفاده از الگوریتم بهبود یافته (Kb) ۳۹۰/۶ است در حالی که این مقدار برای روش رایج (Kb) ۲۲۹۰ است.



شکل (۴-۱۶): مدل حاصل از وارون‌سازی هموار داده‌های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی با استفاده از الگوریتم بهبود یافته.

در نهایت داده‌های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی نمایش داده شده در شکل (۴-۱۰) با استفاده از الگوریتم بهبود یافته وارون شد. زمان لازم برای به دست آوردن جواب با استفاده از الگوریتم بهبود یافته حدود ۱۱/۵۳ ثانیه است و مقدار حافظه لازم برابر با (Mb) ۶۵/۱۱ است. مقدار عدم برازش به دست آمده ۱۶۰۰ می‌باشد که با توجه به تعداد داده‌ها مناسب است. نتایج حاصل وارون‌سازی هموار داده‌های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی در شکل (۴-۱۷) نمایش داده شده است. در مدل به دست آمده موقعیت بلوک‌ها در زیر سطح زمین به خوبی تعیین شده است.

مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از داده‌های این مدل مصنوعی و به کار گیری الگوریتم رایج انجام شد. شکل (۴-۱۱ ج و د) نتایج مدل‌سازی وارون هموار با الگوریتم رایج را نشان می‌دهد. زمان لازم برای انجام مدل‌سازی وارون با این روش ۹۱ ثانیه بود و مقدار حافظه لازم برابر با (Mb) ۳۹۰/۶۳ بود. مقدار عدم برازش به دست آمده با این روش ۱۵۹۸ است که کمی کمتر از تعداد داده‌ها است. پس مدل به دست آمده قابل قبول است.



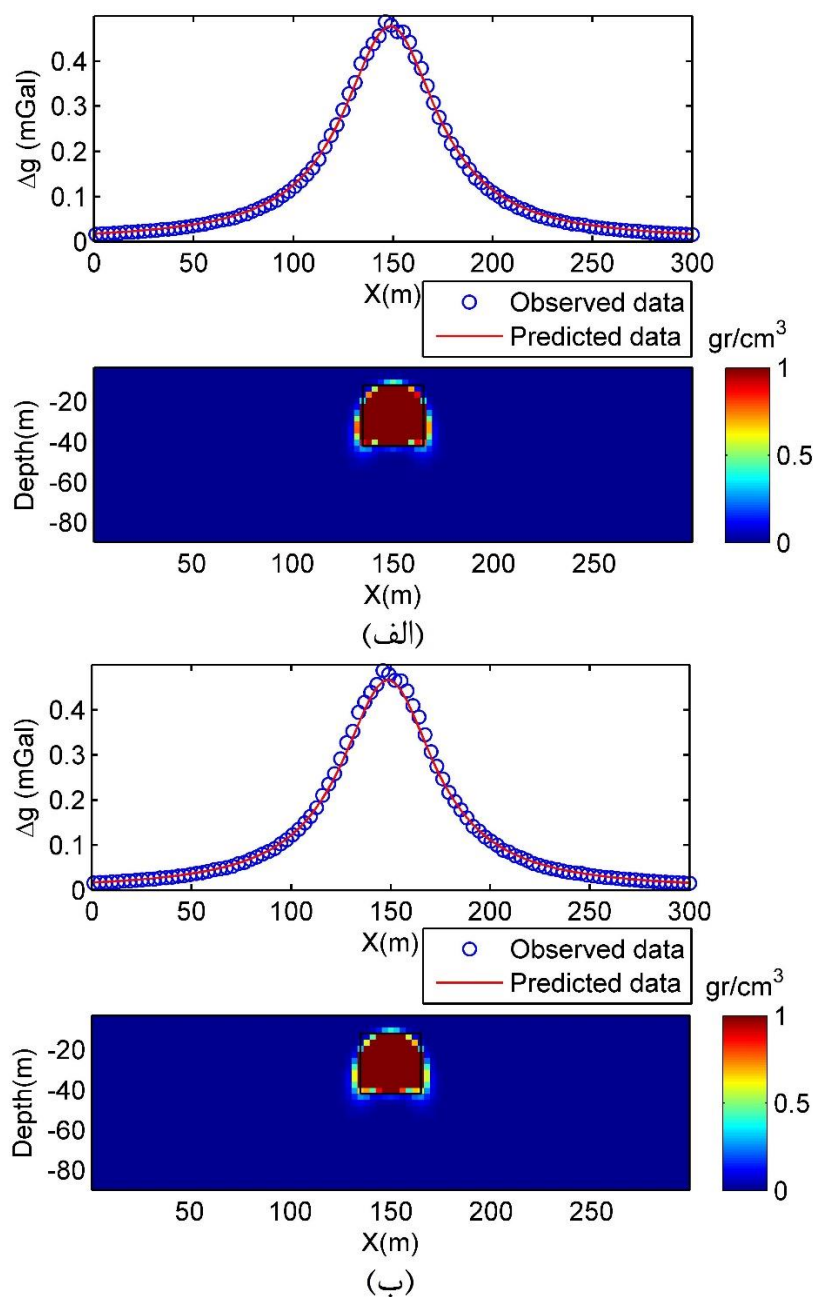
شکل (۴-۱۷): نتایج مدل‌سازی هموار سه بعدی با استفاده از الگوریتم بهبود یافته تصویر برش قائم از مدل به دست آمده در فاصله ۵۰۰ متری از مبدا به سمت شمال (الف) و تصویر برش افقی از مدل در عمق ۱۲۵ متری از سطح زمین (ب).

۴-۳- مدل‌سازی وارون متمرکز داده‌های میدان پتانسیل حاصل از مدل‌های مصنوعی

در این قسمت روش بهبود یافته منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنکروس (RRLB) که در فصل سوم ارائه شد (شکل ۳-۲) برای مدل‌سازی وارون متمرکز داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی به کار رفته و نتایج با نتایج روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) مقایسه می‌شود. در روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنکروس (RRLB) از روش دو قطری سازی لنکروس در الگوریتم مدل‌سازی وارون متمرکز (شکل ۳-۲) استفاده می‌شود.

۴-۳-۱- مدل‌سازی وارون متمرکز دو بعدی داده‌های گرانی

برای بررسی روش بهبود یافته RRLB در مدل‌سازی وارون متمرکز دو بعدی داده‌های گرانی از داده‌های مدل مصنوعی استفاده می‌شود که در شکل (۴-۱) نمایش داده شده است. کدهای لازم در محیط متلب آماده شده و پس از انجام مدل‌سازی وارون، نتایج مدل‌سازی وارون متمرکز به دست آمده با استفاده از روش‌های منظم‌سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) و منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنکروس (RRLB) در شکل (۴-۱۸) نمایش داده شده است.



شکل (۴-۱۸): مدل دو بعدی گرانی حاصل از مدل سازی وارون متمرکز با استفاده از روش منظم سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (الف) و روش منظم سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (ب).

مقدار پارامتر تمرکز (τ) با استفاده از روش آزمون و خطا برابر با 0.002 در نظر گرفته شده است. مدت زمان لازم برای مدل سازی وارون متمرکز با استفاده از روش منظم سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) ۱۵ ثانیه بوده و مقدار عدم برازش ۸۰ بود. در صورتی که زمان لازم برای مدل سازی متمرکز با استفاده از روش منظم سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس

(RRLB) $10/34$ بود و مقدار عدم برازش 93 بود. نتایج هر دو روش قابل قبول بوده و مشابه هم هستند ولی روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (RRLB) مطابق انتظار سریع‌تر است.

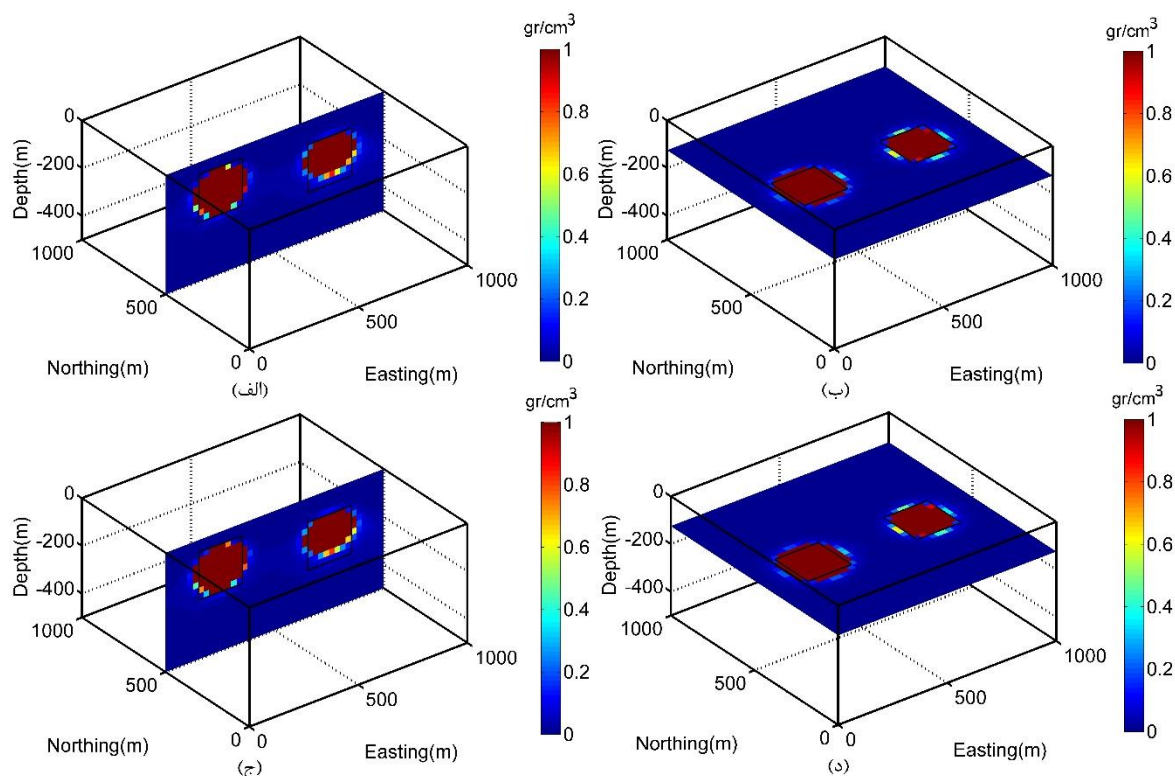
۴-۳-۲- مدل‌سازی وارون متمرکز سه بعدی داده‌های گرانی

در ادامه پس از تهیه کدهای لازم در محیط متلب توسط نگارنده، مدل‌سازی وارون متمرکز با استفاده از الگوریتم‌های روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) و روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (RRLB) بر روی داده‌های حاصل مدل مصنوعی سه بعدی (شکل ۴-۴) اعمال گردید که نتایج در شکل (۴-۱۹) نشان داده شده است.

نتایج نشان داد که مدل‌های به دست آمده از هر دو روش تقریباً مشابه یکدیگر می‌باشد در حالی که زمان لازم برای انجام مدل‌سازی وارون متمرکز با استفاده از روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (RRLB) 227 ثانیه است و زمان لازم برای انجام مدل‌سازی وارون متمرکز با استفاده از روش سنتی منظم‌سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) 260 ثانیه است. مقدار عدم برازش در هر دو روش 1550 محاسبه گردید.

با توجه به نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون متمرکز داده‌های مصنوعی گرانی به نظر می‌رسد که روش پیشنهادی منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (RRLB) از روش سنتی منظم‌سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) سریع‌تر به جواب می‌رسد در حالی که نتایج حاصل از دو روش تقریباً مشابه است.

به طور کلی مشخص است که نتایج بلوکی بوده و مرز توده‌های زیر سطحی با استفاده از روش مدل‌سازی وارون متمرکز بسیار واضح‌تر از مرز به دست آمده از روش مدل‌سازی وارون هموار می‌باشد. در مدل‌سازی وارون متمرکز عمق زیرین بلوکی که عمق بیشتری دارد کمتر تخمین زده شده است ولی به هر حال جواب به دست آمده قابل قبول است.

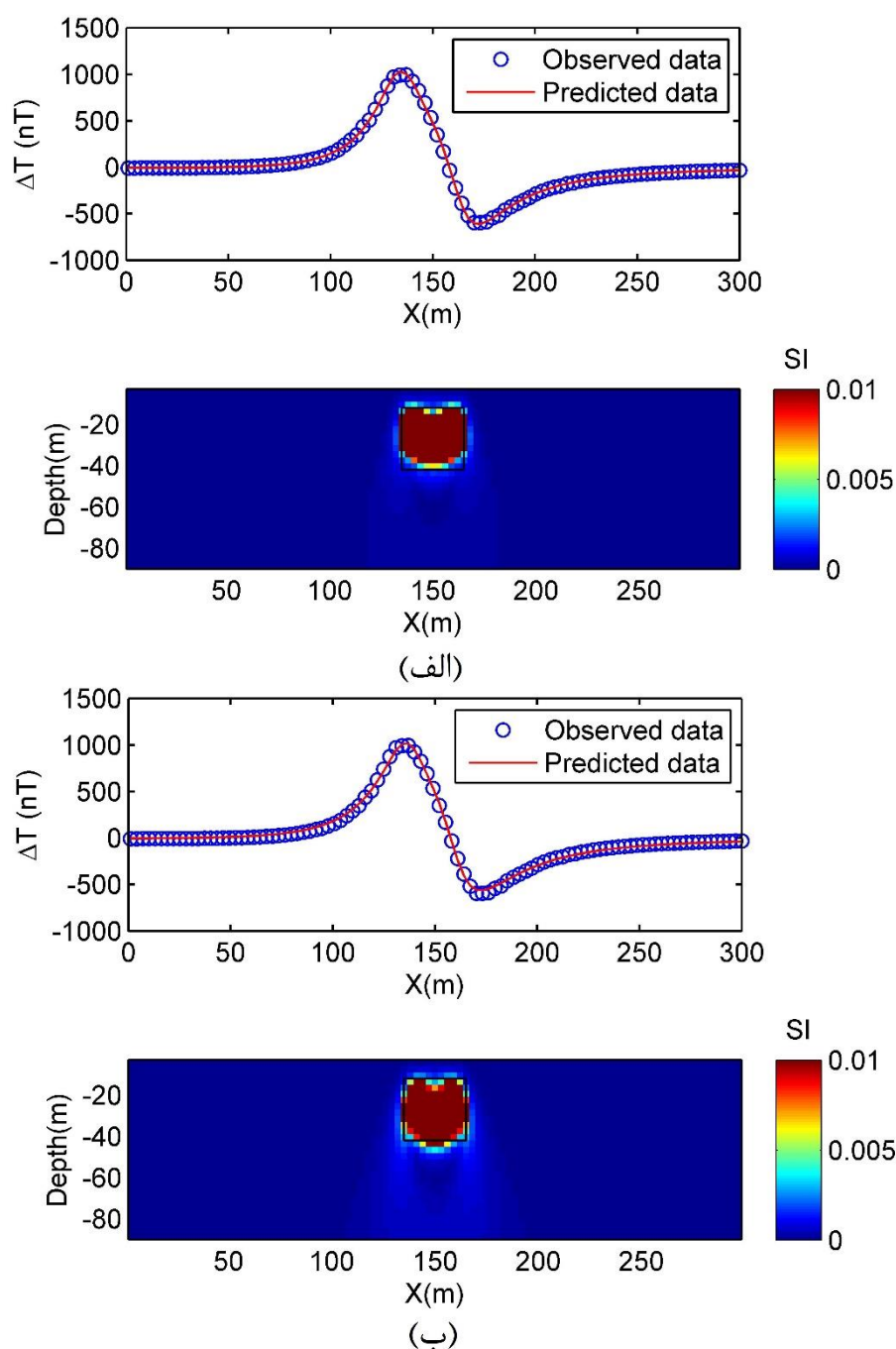


شکل (۴-۱۹): نتایج حاصل از مدل سازی وارون متمرکز داده های گرانی حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی با استفاده از روش منظم سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) (الف و ب) و روش منظم سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (RRLB) (ج و د).

۴-۳-۳- مدل سازی وارون متمرکز دو بعدی داده های مغناطیس

مدل سازی وارون متمرکز با استفاده از الگوریتم های روش منظم سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) و روش منظم سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (RRLB) بر روی داده های حاصل مدل مصنوعی دو بعدی مغناطیس (شکل ۴-۷) اعمال گردید که نتایج در شکل (۴-۲۰) نشان داده شده است.

نتایج نشان داد که مدل های به دست آمده از هر دو روش تقریباً مشابه یکدیگر می باشد در حالی که زمان لازم برای انجام مدل سازی وارون متمرکز با استفاده از روش منظم سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (RRLB) ۲۰/۱۴ ثانیه است و زمان لازم برای انجام مدل سازی وارون متمرکز با استفاده از روش سنتی منظم سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) ۲۵/۲ ثانیه است. مقدار عدم برازش در روش (RRLB) برابر با ۸۵ و در روش (RRCG) برابر با ۹۰ بود.



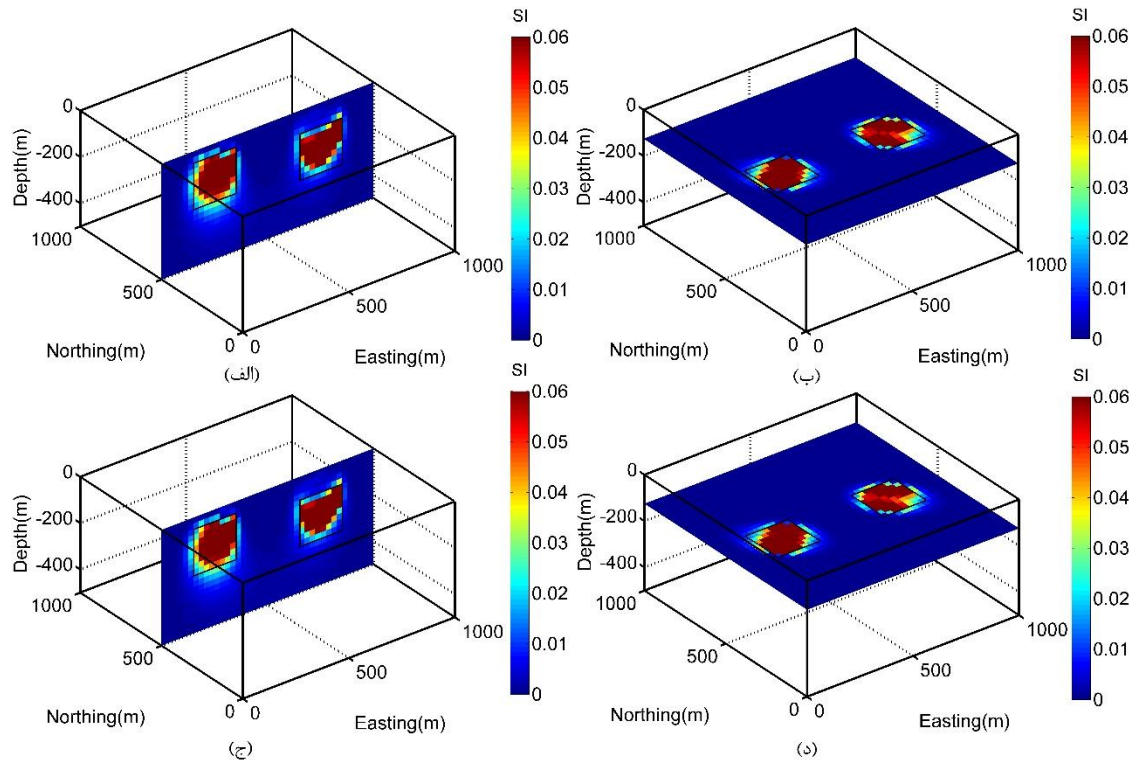
شکل (۴-۲۰): مدل دو بعدی مغناطیسی حاصل از مدل‌سازی وارون متمرکز با استفاده از روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (الف) و روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (ب).

۴-۳-۴- مدل‌سازی وارون متمرکز سه بعدی داده‌های مغناطیس

در نهایت مدل‌سازی وارون متمرکز با استفاده از الگوریتم رایج منظم‌سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) و روش پیشنهادی منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس

(RRLB) بر روی داده‌های حاصل مدل مصنوعی سه بعدی مغناطیس (شکل ۱۰-۴) اعمال گردید که

نتایج در شکل (۴-۲۱) نشان داده شده است.



شکل (۴-۲۱): نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون متمرکز داده‌های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی با استفاده از روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) (الف و ب) و روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (RRLB) (ج و د).

مدل‌های به دست آمده از هر دو روش تقریباً مشابه یکدیگر می‌باشد در حالی که زمان لازم برای

انجام مدل‌سازی وارون متمرکز با استفاده از روش منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی

لنگزوس (RRLB) ۲۵۰ ثانیه است و زمان لازم برای انجام مدل‌سازی وارون متمرکز با استفاده از روش

سنتی منظم‌سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) ۳۰۰ ثانیه است. مقدار عدم برازش در

روش (RRLB) برابر با ۱۵۷۰ و در روش (RRCG) برابر با ۱۵۹۱ بود.

نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون متمرکز داده‌های مصنوعی مغناطیس نشان می‌دهد که روش پیشنهادی منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس (RRLB) از روش سنتی منظم-سازی دوباره وزن دار شده گرادیان مزدوج (RRCG) سریع‌تر به جواب می‌رسد در حالی که نتایج حاصل از دو روش تقریباً مشابه است.

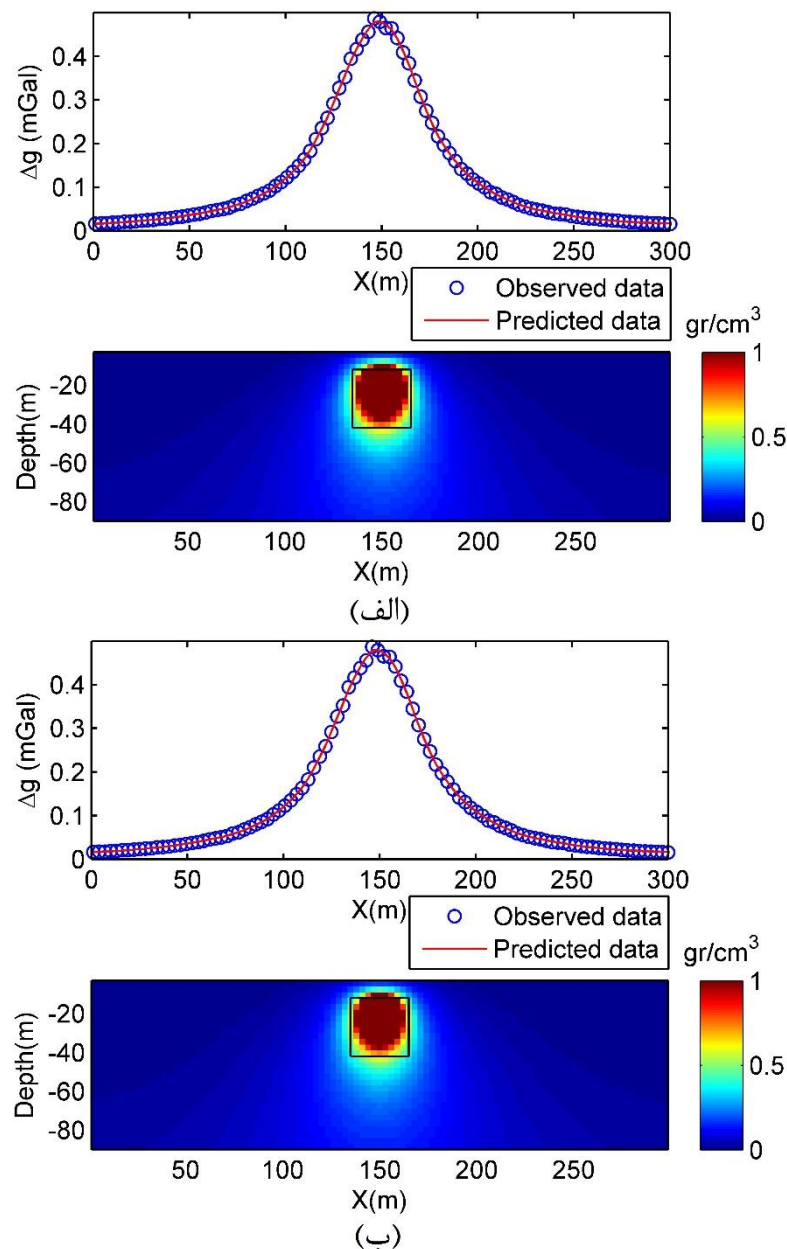
۴-۴- مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل در فضای داده با قید پراکندگی

همان گونه که در فصل سوم پیشنهاد گردید از روش دو قطری سازی لنگزوس برای حل معادله (۲۸-۳) و در نتیجه بهبود مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی استفاده می‌شود (شکل ۳-۳) و نتایج حاصل با نتایج روش مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با روش گرادیان مزدوج مقایسه می‌شود. هرچند که روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده از روش دو قطری سازی لنگزوس سریع‌تر است چون در الگوریتم مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی ماتریس A در رابطه (۲۸-۳) در هر مرحله تکرار تغییر می‌کند در هر مرحله تکرار باید پیش شرط گذاری مجدداً انجام شود که این کار خود باعث افزایش حجم محاسبات می‌شود. بنابراین مشابه روش مدل‌سازی وارون متمرکز استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده در الگوریتم مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی پیشنهاد نمی‌شود.

۴-۴-۱- مدل‌سازی وارون دو بعدی داده‌های گرانی در فضای داده با قید پراکندگی

برای بررسی روش پیشنهادی در مدل‌سازی وارون دو بعدی داده‌های گرانی در فضای داده با قید پراکندگی از داده‌های مدل مصنوعی استفاده می‌شود که در شکل (۱-۴) نمایش داده شده است. نتایج مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی به دست آمده با استفاده از روش‌های گرادیان مزدوج و دو قطری سازی لنگزوس در شکل (۲۲-۴) نمایش داده شده است. مقدار پارامتر (η) با استفاده از روش آزمون و خطا برابر با 0.002 در نظر گرفته شده است. جواب‌های به دست آمده با استفاده از هر دو روش تقریباً مشابه است و با توجه به مدل مصنوعی قابل قبول می‌باشد.

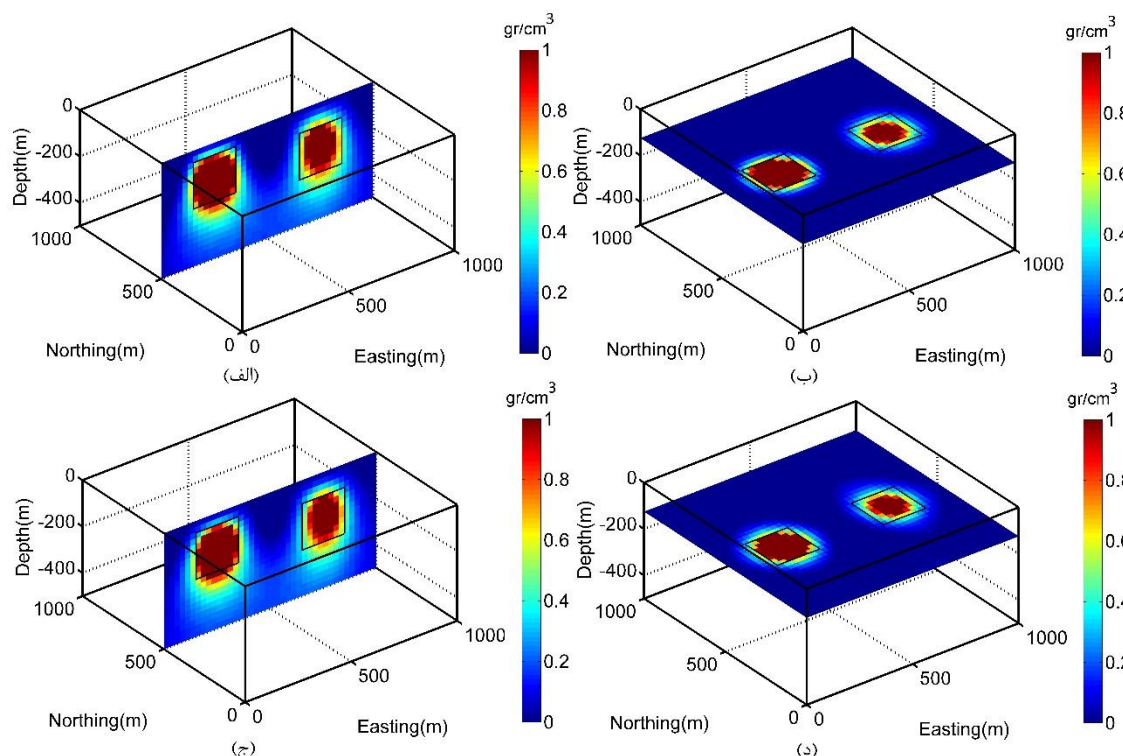
زمان لازم برای انجام مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس ۲۶ ثانیه است و زمان لازم برای انجام مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش سنتی گرادیان مزدوج ۳۴ ثانیه است. مقدار عدم برازش در حالت اول برابر با ۱۰۰ و در حالت دوم برابر با ۹۶ بود.



شکل (۴-۲۲): مدل دو بعدی گرانی حاصل از مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش گرادیان مزدوج (الف) و روش دو قطری سازی لنگزوس (ب).

۴-۴-۲- مدل‌سازی وارون سه بعدی داده‌های گرانی در فضای داده با قید پراکندگی

در ادامه مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش‌های گرادیان مزدوج و دو قطری سازی لنگزوس بر روی داده‌های حاصل مدل مصنوعی سه بعدی (شکل ۴-۴) اعمال گردید که نتایج در شکل (۴-۲۳) نشان داده شده است.



شکل (۴-۲۳): نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی داده‌های گرانی حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی با استفاده از روش گرادیان مزدوج (الف و ب) و روش دو قطری سازی لنگزوس (ج و د).

نتایج نشان داد که مدل‌های به دست آمده از هر دو روش تقریباً مشابه یکدیگر می‌باشد در حالی که زمان لازم برای انجام مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس ۱۲۷ ثانیه است و زمان لازم برای انجام مدل‌سازی وارون متمرکز با استفاده از روش سنتی گرادیان مزدوج ۱۴۹ ثانیه است. مقدار عدم برازش در روش اول ۱۵۵۷ و در روش دوم ۱۷۰۰ محاسبه گردید. با توجه به نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون متمرکز داده‌های مصنوعی گرانی به نظر می‌رسد که روش پیشنهادی از روش سنتی سریع‌تر به جواب می‌رسد در حالی که نتایج حاصل از دو روش تقریباً مشابه است.

۴-۴-۳- مدل سازی وارون دو بعدی داده‌های مغناطیس در فضای داده با قید پراکندگی

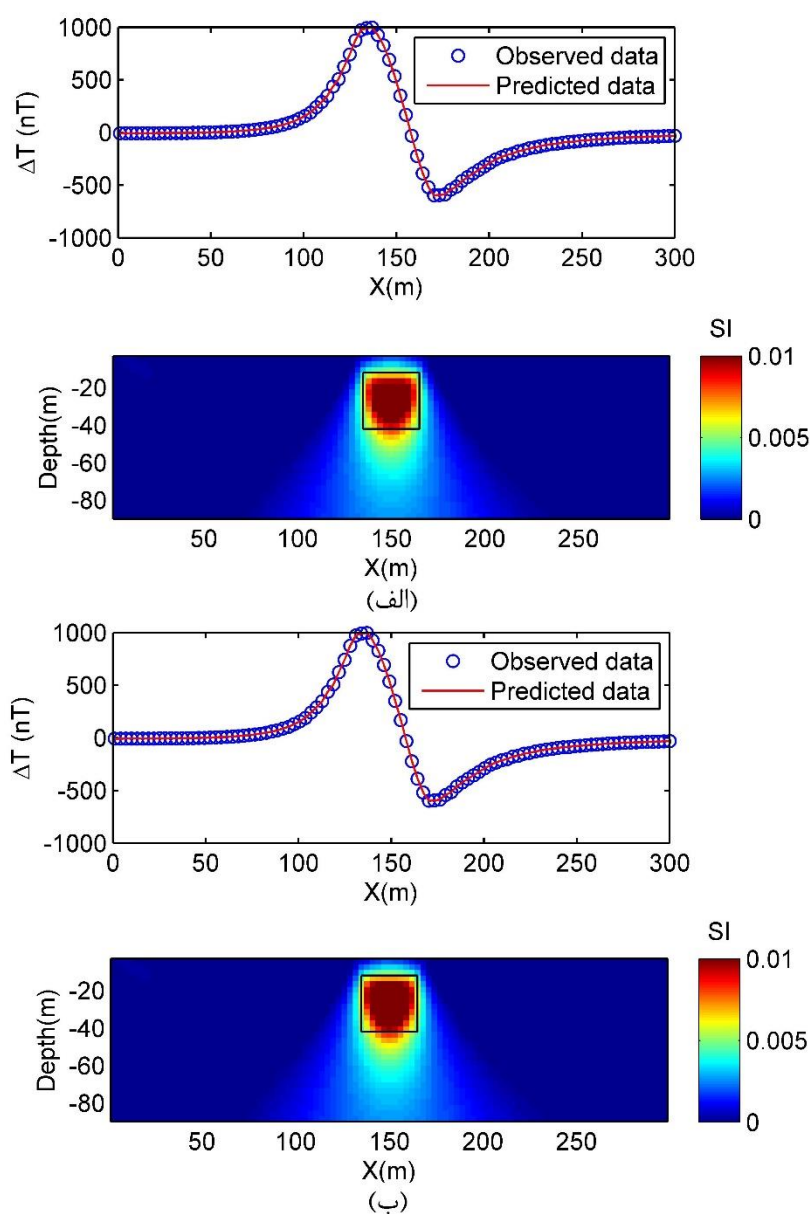
مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از الگوریتم‌های گرادیان مزدوج و دو قطری سازی لنگزوس بر روی داده‌های حاصل مدل مصنوعی دو بعدی مغناطیس (شکل ۴-۷) اعمال گردید که نتایج در شکل (۴-۲۴) نشان داده شده است.

نتایج نشان داد که مدل‌های به دست آمده از هر دو روش تقریباً مشابه یکدیگر می‌باشد در حالی که زمان لازم برای انجام مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس ۳۲ ثانیه است و زمان لازم برای انجام مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش سنتی گرادیان مزدوج ۳۸ ثانیه است. مقدار عدم برازش در روش اول برابر با ۸۸ و در روش دوم برابر با ۹۱ بود.

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که انجام مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی داده‌های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی دو بعدی با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس سریع‌تر از مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی این داده‌ها با استفاده از روش گرادیان مزدوج می‌باشد.

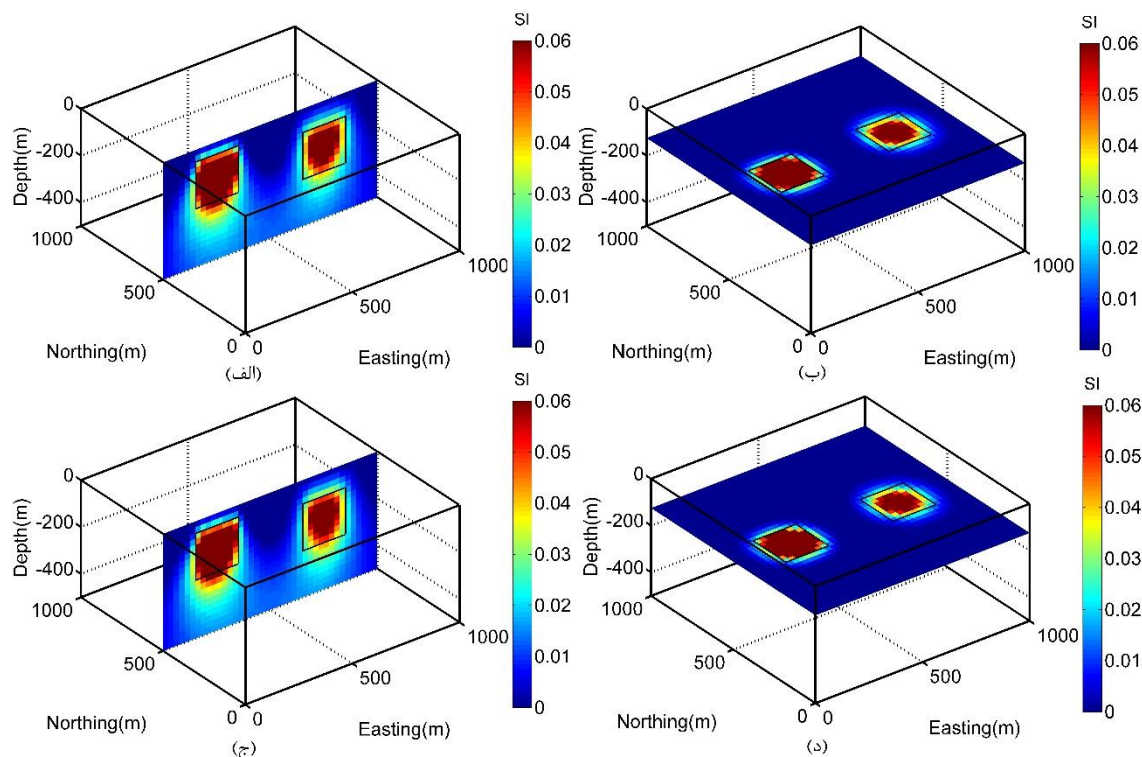
۴-۴-۴- مدل سازی وارون سه بعدی داده‌های مغناطیس در فضای داده با قید پراکندگی

سرانجام مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش‌های گرادیان مزدوج و دو قطری سازی لنگزوس بر روی داده‌های حاصل مدل مصنوعی سه بعدی (شکل ۴-۱۰) اعمال گردید. نتایج نشان داد که زمان لازم برای انجام مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس ۱۰۷ ثانیه است و زمان لازم برای انجام مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش گرادیان مزدوج ۱۲۰ ثانیه است. مقدار عدم برازش در هر دو روش ۱۴۲۰ محاسبه گردید. با توجه به نتایج حاصل از مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی داده‌های مصنوعی مغناطیس به نظر می‌رسد که روش پیشنهادی دو قطری سازی لنگزوس از روش سنتی گرادیان مزدوج سریع‌تر به جواب می‌رسد در حالی که نتایج حاصل از دو روش تقریباً مشابه است.



شکل (۴-۲۴): مدل دو بعدی مغناطیسی حاصل از مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش گرادیان مزدوج (الف) و روش دو قطری سازی لنگزوس (ب).

نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی بر روی داده‌های حاصل مدل مصنوعی سه بعدی در شکل (۴-۲۵) نشان داده شده است.



شکل (۴-۲۵): نتایج حاصل از مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی داده های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی سه بعدی (شکل ۴-۱۰) با استفاده از روش گرادیان مزدوج (الف و ب) و روش دو قطری سازی لنگزوس (ج و د).

۴-۵- جمع بندی

در این فصل ابتدا مدل سازی وارون هموار بر روی داده های حاصل از مدل های مصنوعی با استفاده از روش های مرحله ای گرادیان مزدوج، دو قطری سازی لنگزوس و دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده اعمال گردید. نتایج نشان داد که روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده از روش دو قطری سازی لنگزوس زمان کمتری برای انجام مدل سازی وارون هموار نیاز دارد در حالی که دقت هر دو روش تقریباً برابر است و مدل های به دست آمده از هر دو روش مشابه هستند. همچنین هر دو روش دو قطری سازی لنگزوس و دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده از روش گرادیان مزدوج سریع تر هستند. از طرف دیگر نتایج نشان داد که روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده به حجم حافظه کمتری برای انجام مدل سازی وارون دارد چون با انجام پیش شرط گذاری از تعداد ستون های ماتریس حساسیت کاسته شده و ماتریس حساسیت کوچکتری ایجاد می شود. اما در

صورتی که ماتریس حساسیت متغیر باشد و در هر مرحله تکرار تغییر نماید استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده مناسب نیست چون در هر مرحله با تغییر ماتریس حساسیت باید پیش شرط گذاری مجدداً انجام شود.

سپس روش‌های اصل اختلاف، منحنی L ، اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته، تخمینگر ناریب ریسک احتمالی و روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده به منظور انتخاب پارامتر منظم‌سازی در فرایند حل مسئله وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل به کار گرفته شد. نتایج نشان داد که روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده روشی سریع در انتخاب پارامتر منظم‌سازی بوده که در آن برخلاف روش‌های اصل اختلاف و تخمینگر ناریب ریسک احتمالی نیازی به داشتن تخمین اولیه از نوفه موجود در داده‌ها نمی‌باشد. بنابراین الگوریتم بهبود یافته برای مدل‌سازی هموار داده‌های میدان پتانسیل ارائه گردید که در آن از روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی استفاده شده و از روش مرحله‌ای دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده در این الگوریتم برای حل سیستم معادلات ایجاد شده استفاده می‌شود. به کارگیری این الگوریتم بهبود یافته برای حل مسئله وارون هموار داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی کارایی الگوریتم بهبود یافته را اثبات نمود.

در ادامه با به کارگیری روش دو قطری سازی لنگزوس، الگوریتم‌های مدل‌سازی وارون متمرکز و مدل‌سازی در فضای داده با قید پراکندگی بهبود یافت. نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل با استفاده از الگوریتم‌های فوق کارایی این الگوریتم‌های بهبود یافته را تایید نمود. همچنین نتایج نشان داد که روش مدل‌سازی وارون متمرکز و روش مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی مرز بین توده‌های زیر سطحی را بهتر و تیزتر نشان می‌دهند در حالی که به زمان بیشتری برای انجام مدل‌سازی نیاز دارند. با مقایسه نتایج به دست آمده از روش‌های مدل‌سازی وارون متمرکز و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی می‌توان گفت که مدل‌سازی وارون متمرکز مرز بین

توده‌های زیرسطحی را با وضوح بهتری نشان می‌دهد. در فصل بعد از الگوریتم‌های بهبود یافته ارائه شده در مدل‌سازی وارون داده‌های صحرایی^۱ استفاده می‌شود.

^۱ Field data

فصل پنجم

وارون سازی داده های صحرایی جهت ارزیابی الگوریتم های بهبود یافته

توانایی الگوریتم‌های بهبود یافته ارائه شده در فصل قبلی با استفاده از داده‌های حاصل از مدل‌های مصنوعی اثبات گردید. در این فصل قابلیت‌های این الگوریتم‌ها برای مدل‌سازی وارون داده‌های صحرایی بیشتر مورد بررسی قرار می‌گیرند و نتایج حاصل با اطلاعات زمین‌شناسی موجود مقایسه شده و اعتبارسنجی انجام می‌شود. بدین منظور از داده‌های گرانی معادن موبرون^۱ کشور کانادا و سن نیکلاس^۲ کشور مکزیک استفاده می‌شود. همچنین از داده‌های مغناطیس کانسارهای اجت آباد سمنان و ... آباد یزد نیز استفاده می‌شود.

۵-۲- مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی معدن سولفید توده‌ای^۳ موبرون

توده سولفیدی موبرون در نزدیکی شهر نوراندا^۴ در ایالت کبک^۵ کانادا واقع شده است. سنگ میزبان این توده معدنی سنگ‌های آتشفشانی پرکامبرین میانی است. کانی‌سازی درون هاله سولفیدی متشکل از کانی پیریت به صورت توده‌ای و پراکنده به همراه مواد معدنی سولفیدی فلزات پایه با مقادیری کمی طلا و نقره می‌باشد. در این ناحیه اندازه‌گیری مقدار گرانی روی نقاط ایستگاهی به فاصله ۳۰ متری بر روی پروفیل‌هایی به فواصل ۶۰ متری انجام شده است. با اخذ داده‌ها، نقشه بی‌هنجاری گرانی محدوده با فاصله شبکه‌بندی 20×20 متر تنظیم و این داده‌ها برای مدل‌سازی وارون مورد استفاده قرار گرفت. دامنه تغییرات مقدار گرانی در نقشه ارائه شده در شکل (۵-۱-الف) از ۰/۲ تا ۱/۷ میلی گال می‌باشد. مطابق این شکل، گسترش بی‌هنجاری گرانی بر روی نقشه نشانگر ساختار ۲/۵ بعدی آن است، بنابراین در تفسیر می‌توان آن را به صورت دو یا سه بعدی بررسی نمود [Roy et al, 1999].

نتایج حاصل از مغزه‌های حفاری نشان می‌دهد که ماده معدنی با چگالی متوسط حدود ۴/۶ گرم بر سانتیمتر مکعب درون سنگ‌های آتشفشانی با چگالی ۲/۷ گرم بر سانتیمتر مکعب قرار گرفته است. نتایج

¹ Mobrun

² San Nicolas

³ Massive sulphide

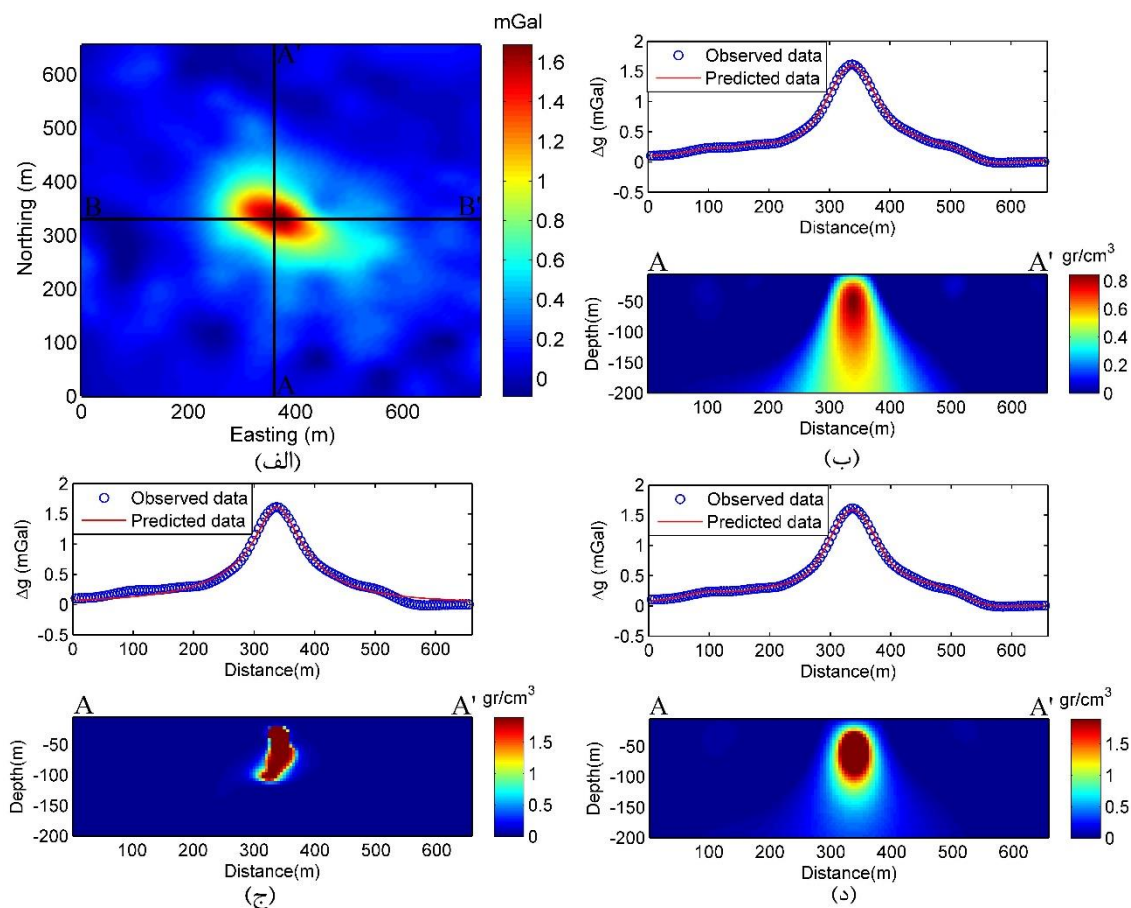
⁴ Noranda

⁵ Quebec

بررسی های ژئوفیزیکی قبلی و داده های حفاری همدیگر را به خوبی تأیید می کند و بر این اساس شیب، عمق، گسترش ماده معدنی و ضخامت روباره تخمین زده شده است. ضخامت متوسط ماده معدنی تقریباً دو برابر عمق روباره می باشد که عمق روباره حدود ۲۰ متر است. به طور کلی می توان گفت که گسترش طولی توده معدنی در حدود ۳۰۰ متر، عرض آن ۳۰ متر و بیشترین گسترش عمقی آن کمتر از ۱۵۰ متر می باشد [Grant and West, 1965]. این توده معدنی به وسیله پژوهشگران زیادی مورد بررسی قرار گرفته است [Seigel, 1957; Grant and West, 1965; Roy et al, 1999; Abdelrahman and Abo- [Ezz, 2008; Aghajani et al., 2009; Ialogano et al., 2014].

برای مدل سازی وارون دو بعدی ابتدا داده های حاصل از پروفیل A-A' با فواصل ۵ متری از نقشه بی هنجاری گرانی تهیه شد سپس زیر سطح زمین با سلول هایی به ابعاد ۵ متر تقسیم بندی گردید. تعداد پارامترهای مدل $5280 = 40 \times 132$ عدد است. نتایج حاصل از مدل سازی وارون دوبعدی داده های گرانی معدن موبرون بر روی پروفیل A-A' با استفاده از روش های مختلف در شکل (۵-ب تا د) نشان داده شده است. عمق بالایی توده کانی سازی در تمام روش ها ۱۵ تا ۲۰ متر به دست آمده است که با توجه به عمق واقعی جواب مناسبی است. در تمام مدل ها کشیدگی ماده معدنی در عمق بیش از گسترش عرضی ماده معدنی است. ضخامت ماده معدنی در مدل حاصل از روش مدل سازی متمرکز دو بعدی حدود ۴۰ متر است ولی در مدل های حاصل از روش های مدل سازی وارون هموار و فضای داده با قید پراکندگی ضخامت ماده معدنی بیشتر محاسبه شده است. عمق زیرین ماده معدنی در این پروفیل برای تمام روش ها کمتر از ۱۵۰ متر به دست آمده است. نتایج به دست آمده از مدل ها انطباق مناسبی با داده های حاصل از حفاری دارد.

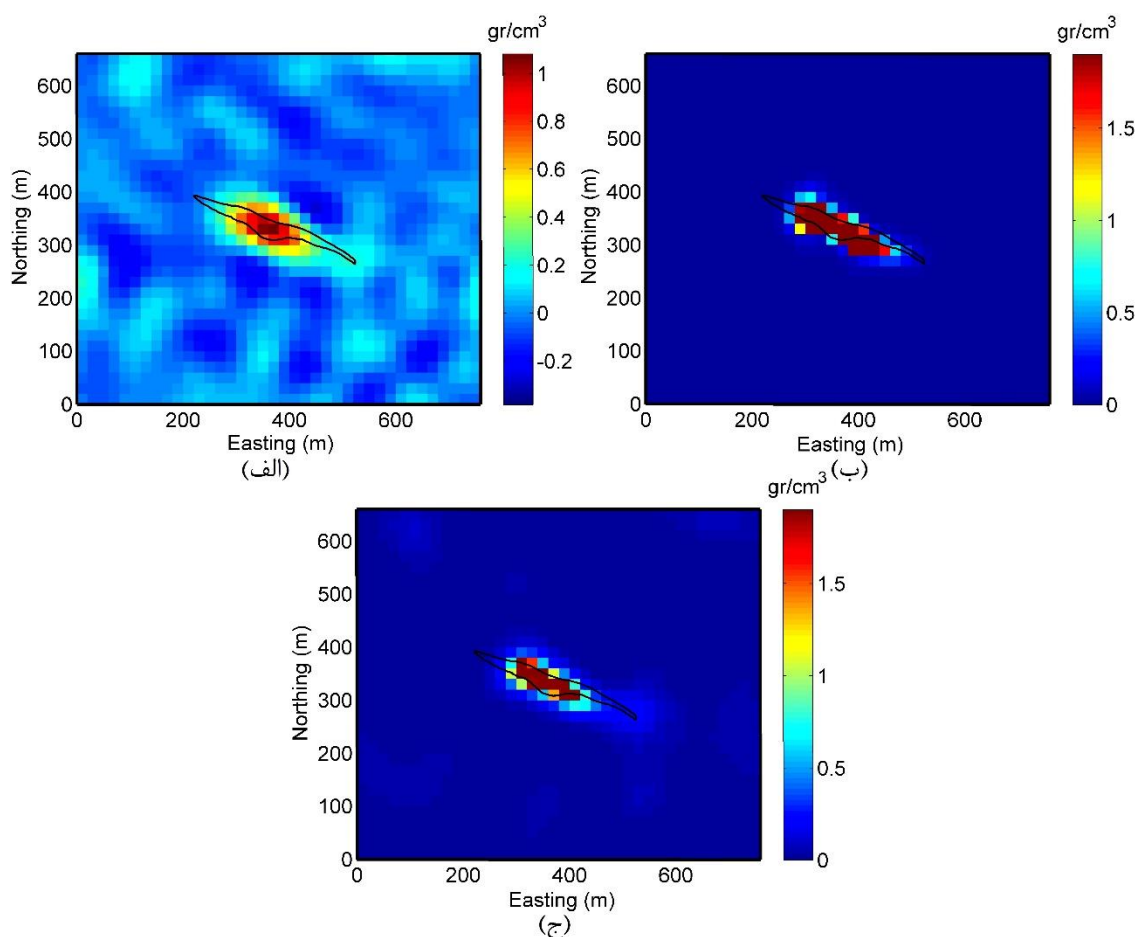
به منظور مدل سازی وارون سه بعدی داده های گرانی معدن موبرون ابتدا زیر سطح زمین به سلول هایی با ابعاد $20 \times 20 \times 20$ متر تقسیم می شود. تعداد سلول ها و یا همان پارامترهای مدل زیر سطحی برابر با $16302 = 13 \times 33 \times 38$ است. همان گونه که قبلاً نیز بیان شد فواصل بین داده ها در شبکه داده ها 20×20 متر است که تعداد داده ها ۱۲۵۴ عدد است.



شکل (۵-۱): نقشه بی‌هنجاری گرانی معدن موبرون (الف). مدل دو بعدی حاصل از مدل‌سازی وارون داده‌های پروفیل $A-A'$ با استفاده از روش مدل‌سازی وارون هموار (ب)، روش مدل‌سازی وارون متمرکز (ج) و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (د).

مدل‌سازی وارون سه بعدی با استفاده از الگوریتم‌های بهبود یافته مدل‌سازی وارون هموار، مدل‌سازی وارون متمرکز و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی بر روی داده‌های گرانی انجام شد. مقاطع افقی در مدل‌های به دست آمده در عمق ۴۵ متری در زیر سطح زمین در شکل (۵-۲) نشان داده شده است. مرز واقعی ماده معدنی که با استفاده از حفاری‌های انجام شده برای عمق ۴۵ متری به دست آمده نیز بر روی مقاطع حاصل از مدل‌های مختلف رسم شده است. مدل‌های حاصل از هر سه روش مدل‌سازی وارون انطباق خوبی با مرز واقعی ماده معدنی در عمق ۴۵ متری دارد. مطابق انتظار مرز ماده معدنی در مدل به دست آمده از روش مدل‌سازی هموار تیز و واضح نیست و تغییرات مقدار پارامترهای مدل از مرکز مدل به بیرون تدریجی است ولی در مدل‌های به دست آمده از روش‌های

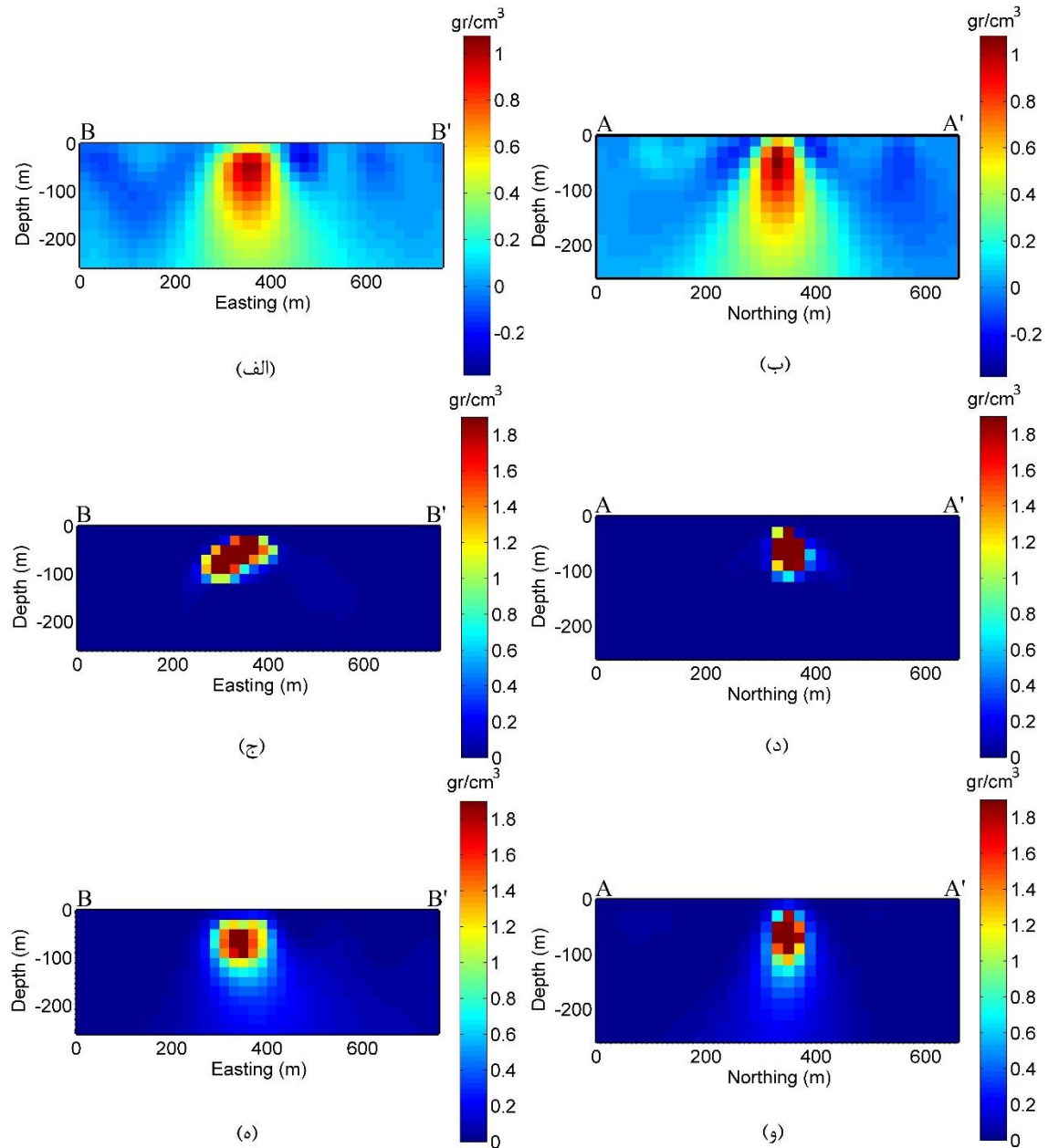
مدل سازی وارون متمرکز و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی مرز بین مدل و سنگ در بر گیرنده واضح و تیز است.



شکل (۵-۲): مقاطع افقی حاصل از وارون سازی هموار سه بعدی در عمق ۴۵ متری (الف)، مدل سازی وارون متمرکز (ب) و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (ج) در معدن موبرون کانادا. مرز واقعی ماده معدنی در این عمق با خط سیاه رنگ بر روی شکل ها نشان داده شده است.

نتایج نشان می دهد که گسترش افقی ماده معدنی با استفاده از روش مدل سازی وارون متمرکز بهتر مشخص شده است. برای بررسی گسترش قائم ماده معدنی مقاطع قائم حاصل از مدل های سه بعدی در راستای پروفیل های A-A' و B-B' در شکل (۵-۳) نمایش داده شده است. با توجه به این شکل گسترش عرضی ماده معدنی در راستای پروفیل A-A' کمتر از گسترش عرضی ماده معدنی در راستای پروفیل B-B' است. گسترش عمقی ماده معدنی در مقاطع به دست آمده از عمق ۲۰ تا ۱۲۰ متری است. نتایج حاصل از مدل سازی وارون سه بعدی انطباق خوبی با نتایج حاصل از مدل سازی وارون دو بعدی دارد.

نتایج به دست آمده از مدل سازی وارون سه بعدی در اینجا شباهت زیادی با نتایج به دست آمده از وارون سازی نامتغیر^۱ این داده ها توسط ایلوگانو^۲ و همکاران (۲۰۱۴) دارد.



شکل (۵-۳): مقاطع قائم $A-A'$ و $B-B'$ حاصل از مدل سازی سه بعدی داده های گرانی معدن موبرون. ردیف اول مقاطع حاصل از مدل سازی وارون هموار را نشان می دهد (الف و ب). ردیف دوم مقاطع حاصل از مدل سازی وارون متمرکز را نشان می دهد (ج و د) و ردیف آخر مقاطع حاصل از مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی را نشان می دهد (ه و و).

¹ Invariant inversion

² Ilogano

مدت زمان، حجم حافظه رایانه ای لازم و مقدار عدم برازش هر یک از روش های مدل سازی وارون

داده های گرانی معدن موبرون در جدول (۵-۱) نمایش داده شده است.

جدول (۵-۱): مدت زمان، حجم حافظه رایانه ای لازم و مقدار عدم برازش هر یک از روش های مدل سازی وارون داده های گرانی معدن موبرون.

مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی	مدل سازی وارون متمرکز	مدل سازی وارون هموار		
۵/۳۶	۵/۳۶	۰/۸۹	حجم حافظه (Mb)	دو بعدی
۸/۳۶	۵/۷۷	۲	زمان (S)	
۱۳۱	۱۳۱	۱۳۲	عدم برازش	
۱۵۵/۹۷	۱۵۵/۹۷	۲۵/۹۹	حجم حافظه (Mb)	سه بعدی
۳۳/۸۴	۵۶/۵۴	۵/۴	زمان (S)	
۱۲۵۱	۱۲۵۰	۱۲۵۳	عدم برازش	

نتایج نشان می دهد که روش بهبود یافته برای مدل سازی وارون هموار کمترین مقدار حجم حافظه

رایانه ای را نیاز دارد و از سایر روش ها سریع تر است.

۵-۳- مدل سازی وارون داده های گرانی کانسار سولفید توده ای سن نیکلاس

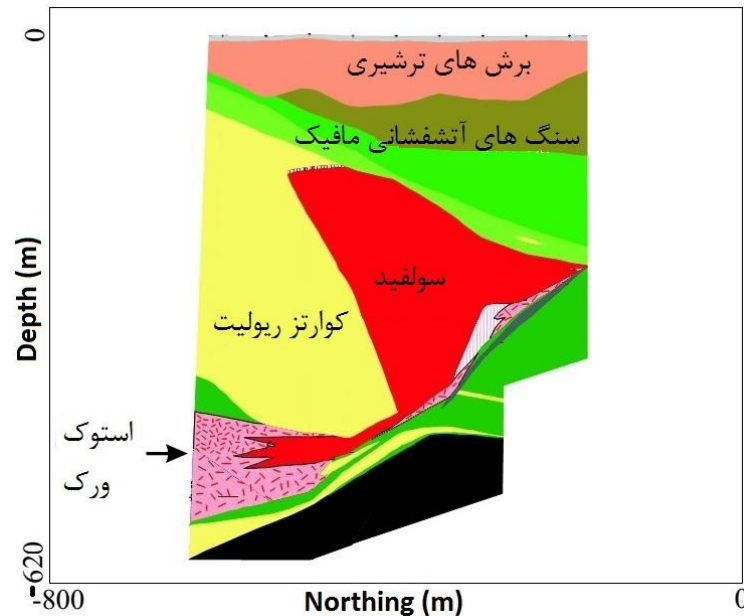
کانسار سولفید توده ای سن نیکلاس که دارای عیار اقتصادی مس و روی به همراه طلا و نقره است در درون سنگ میزبان ولکانیکی قرار گرفته است. این کانسار در استان زاکاتکاس^۱ مکزیک قرار دارد. ذخیره این کانسار ۷۲ میلیون تن تخمین زده شده که عیار مس در آن ۱/۴ درصد و عیار روی ۲/۲۷ درصد می باشد. این کانسار در درون سنگ های آذرین بازیک و فلسیک با عمر ژوراسیک بالایی تا کرتاسه پایینی و در سازند چیلیتوس^۲ قرار گرفته است. این ذخیره در امتداد گسلی که شیب آن به سمت جنوب غرب است قرار گرفته که این گسل احتمالاً به عنوان تغذیه کننده^۳ کانسار عمل نموده است. کانی سازی در عمق و در امتداد گسل به صورت قسمت نواری شکلی ادامه دارد. این ذخیره با مجموعه ضخیمی از سنگ های ریولیتی پوشیده شده است. در نهایت کل مجموعه با برش های ترشیری با ضخامت ۵۰ تا

^۱ Zacatecas

^۲ Chilitos

^۳ Feeder

۱۵۰ متر پوشیده شده است. بیشترین اختلاف چگالی بین سنگ‌ها در این منطقه ۱/۲ گرم بر سانتیمتر مکعب است [Phillips, 2001]. شکل (۴-۵) نمایی از مقطع قائم این کانسار را نشان می‌دهد.



شکل (۴-۵): نمایی از مقطع قائم شمالی - جنوبی کانسار سن نیکلاس در امتداد شرقی ۱۷۰۰-متری [Phillips, 2001].

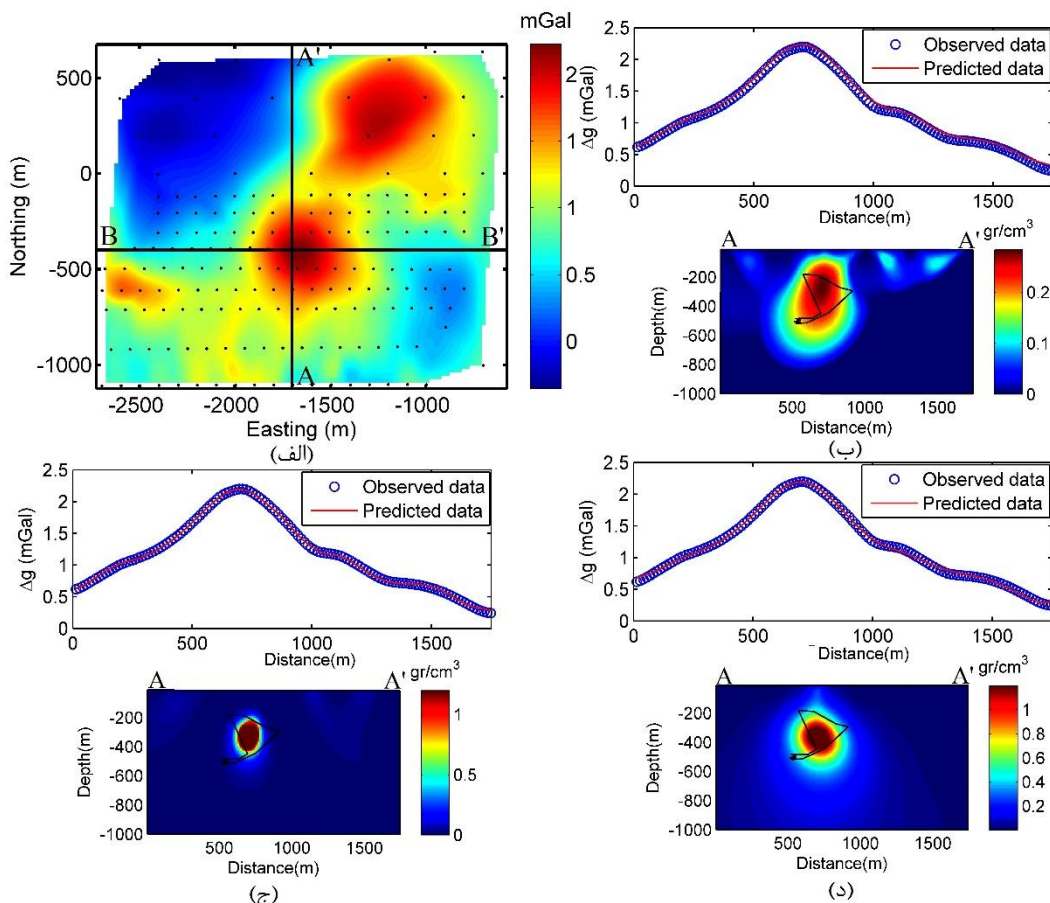
داده‌های گرانی در محدوده این کانسار در سال ۱۹۹۸ توسط یک شرکت مکزیک (Quantec Geofisica de Mexico and Geociencias Consultores) تهیه شده است و نقشه بی‌هنجاری باقیمانده گرانی از محدوده تهیه شده است (شکل ۵-۵-الف) [Phillips, 2001]. این داده‌ها از سایت دانشگاه بریتیش کلمبیا^۱ (UBC) دریافت گردید.

فواصل برداشت داده‌ها بر روی کانسار تقریباً 50×50 متر است که تعداد کل داده‌ها ۱۹۰ عدد است. به منظور مدل‌سازی وارون دو بعدی، داده‌ها ابتدا با روش حداقل انحنای^۲ شبکه بندی شده و سپس داده‌ها در راستای پروفیل (A-A') استخراج شدند. فاصله نمونه برداری برابر با ۱۰ متر بود. برای مدل‌سازی زیر سطح زمین با سلول‌هایی به ابعاد 10×10 متر شبکه بندی گردید که تعداد پارامترهای مدل $17500 = 100 \times 175$ بود. در ادامه مدل‌سازی وارون دو بعدی با استفاده از روش‌های مدل‌سازی وارون

¹ University of British Columbia (UBC).

² Minimum Curvature

هموار، مدل سازی وارون متمرکز و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی بر روی داده ها انجام گرفت که نتایج در شکل (۵-۵) ب تا د) نشان داده شده است.

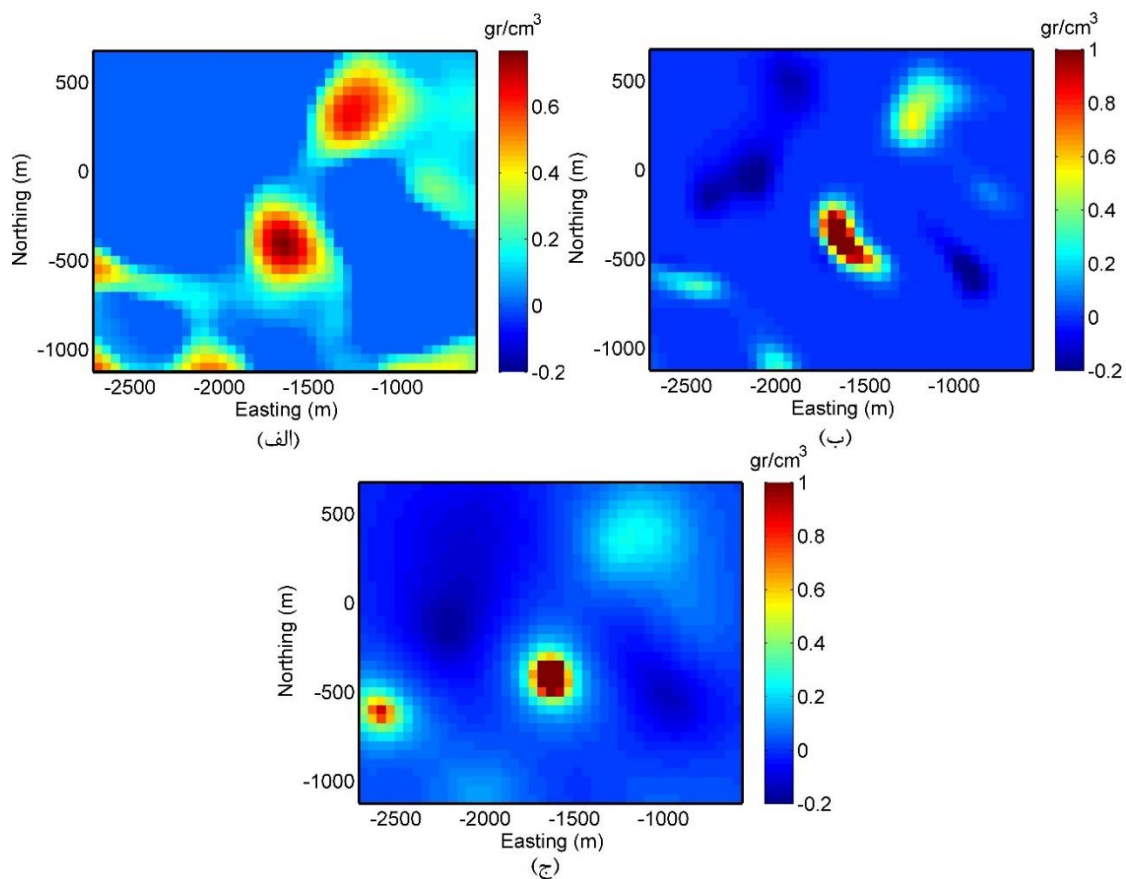


شکل (۵-۵): نقشه بی‌هنجاری گرانی کانسار سن نیکلاس به همراه موقعیت داده ها (الف). مدل دو بعدی حاصل از مدل سازی وارون داده های پروفیل $A-A'$ با استفاده از روش مدل سازی وارون هموار (ب)، روش مدل سازی وارون متمرکز (ج) و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (د). محدوده توده سولفیدی با توجه به اطلاعات حفاری با خط مشکی بر روی مقاطع نشان داده شده است.

نتایج نشان می‌دهد که با توجه به موقعیت کانسار که از طریق داده های حفاری به دست آمده، نتایج قابل قبول می‌باشد. تغییرات پارامترهای مدل در روش مدل سازی وارون هموار تدریجی بوده و مرز ماده معدنی و سنگ میزبان به خوبی مشخص نیست در حالی که در روش های دیگر مرز ماده معدنی سولفیدی بهتر تعیین شده است.

به منظور مدل سازی وارون سه بعدی داده های گرانی کانسار سن نیکلاس، ابتدا زیر سطح زمین به سلول هایی با ابعاد $50 \times 50 \times 50$ متر تقسیم شد و در نتیجه تعداد سلول ها و یا همان پارامتر های

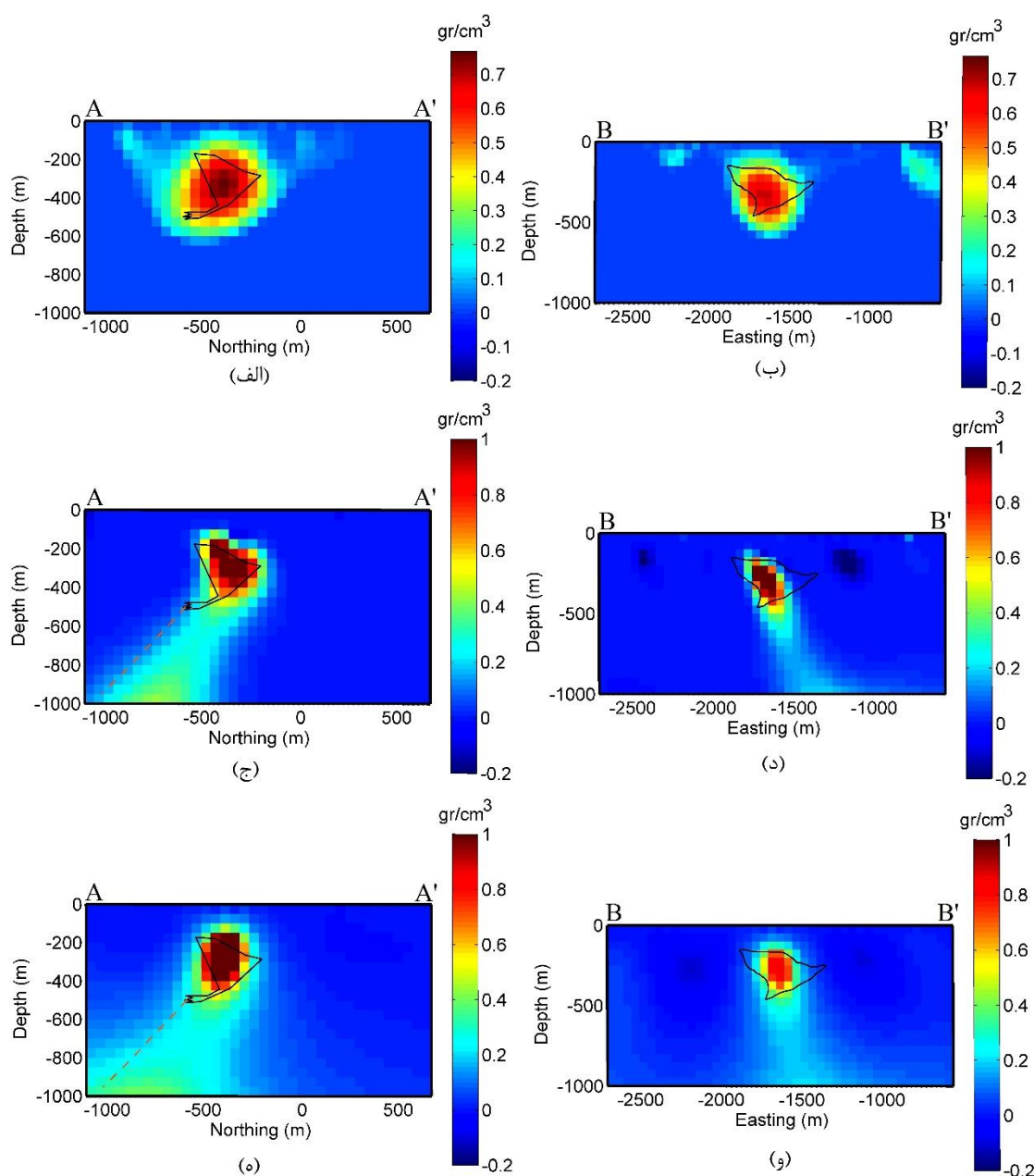
مدل زیر سطحی برابر با $30960 = 20 \times 36 \times 43$ است. مدل سازی وارون سه بعدی با استفاده از الگوریتم های بهبود یافته مدل سازی وارون هموار، مدل سازی وارون متمرکز و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی بر روی داده های گرانی کانسار سن نیکلاس انجام شد. مقاطع افقی در مدل های به دست آمده در عمق ۳۰۰ متری در زیر سطح زمین در شکل (۵-۶) نشان داده شده است. توده مرکزی با اختلاف چگالی زیاد در این مقاطع مربوط به توده سولفیدی بوده و توده های بی هنجار نمایش داده شده با اختلاف چگالی کم در شمال شرق و جنوب غرب منطقه مربوط به توده های نفوذی بازیک در این منطقه است [Phillips, 2001].



شکل (۵-۶): مقاطع افقی حاصل از مدل سازی وارون هموار سه بعدی در عمق ۳۰۰ متری (الف)، مدل سازی وارون متمرکز (ب) و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (ج) در کانسار سن نیکلاس مکزیک.

برای بررسی گسترش قائم ماده معدنی مقاطع قائم حاصل از مدل های سه بعدی در راستای پروفیل -

های A-A' و B-B' به همراه مرز واقعی توده معدنی در شکل (۵-۷) نمایش داده شده است.



شکل (۵-۷): مقاطع قائم $A-A'$ و $B-B'$ حاصل از مدل سازی سه بعدی داده های گرانی کانسار سن نیکلاس. ردیف اول مقاطع حاصل از مدل سازی وارون هموار را نشان می دهد (الف و ب). ردیف دوم مقاطع حاصل از مدل سازی وارون متمرکز را نشان می دهد (ج و د) و ردیف آخر مقاطع حاصل از مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی را نشان می دهد (ه و و). محدوده توده سولفیدی با خط مشکی در مقاطع نشان داده شده است. خط چین نشان دهنده گسل احتمالی است.

نتایج حاصل از مدل سازی وارون سه بعدی در مقطع $A-A'$ انطباق خوبی با نتایج حاصل از مدل سازی

وارون دو بعدی دارد هر چند که مرزهای ماده معدنی در مقاطع حاصل از مدل سه بعدی بهتر تعیین

شده است. همچنین نتایج حاصل از مدل سازی وارون انطباق خوبی با نتایج حفاری دارد و عمق بالایی و زیرین ماده معدنی به خوبی تعیین شده است. خط چین نمایش داده شده در شکل های (۵-۷-ج) و (۵-۷-ه) احتمالاً نشان دهنده گسلی است که به عنوان تغذیه کننده عمل نموده است. این گسل در مدل حاصل از مدل سازی وارون هموار دیده نمی شود (شکل ۵-۷-الف). از طرف دیگر با توجه به نتایج می توان گفت که جواب حاصل از روش های مدل سازی وارون متمرکز و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی مرزهای کانسار را به خوبی مشخص نموده اند. کمترین مقدار چگالی سنگ ها در این منطقه مربوط به برش های ترشیری است که مقدار آن برابر با $\frac{2}{3}$ گرم بر سانتیمتر مکعب است و بیشترین مقدار چگالی در این منطقه مربوط به توده سولفیدی است که مقدار آن برابر با $\frac{3}{5}$ گرم بر سانتیمتر مکعب است یعنی بیشترین اختلاف چگالی در سنگ های این منطقه برابر با $\frac{1}{2}$ گرم بر سانتیمتر مکعب می باشد [Phillips, 2001]. بنابراین در روش های وارون سازی متمرکز و فضای داده با قید پراکندگی کران پایین پارامترهای فیزیکی مدل $0.2 -$ گرم بر سانتیمتر مکعب و کران بالا ۱ گرم بر سانتیمتر مکعب در نظر گرفته شد.

برای مقایسه بهتر روش های مدل سازی وارون از نظر زمان و حجم حافظه رایانه ای مورد نیاز، مدت زمان، حجم حافظه رایانه ای لازم و مقدار عدم برازش هر یک از روش های مدل سازی وارون داده های گرانی کانسار سن نیکلاس در جدول (۵-۲) نمایش داده شده است. نتایج نشان می دهد که روش بهبود یافته برای مدل سازی وارون هموار کمترین مقدار حجم حافظه رایانه ای را نیاز دارد و از سایر روش ها سریع تر است. مدت زمان لازم برای وارون سازی متمرکز دو بعدی از مدت زمان لازم برای مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی کمتر بوده ولی در مدل سازی وارون سه بعدی این مسئله بالعکس است. احتمالاً این حالت به خاطر کم بودن تعداد پارامترهای مدل در مسئله وارون دو بعدی ایجاد می شود.

جدول (۵-۲): مدت زمان، حجم حافظه رایانه ای لازم و مقدار عدم برازش هر یک از روش های مدل سازی وارون داده-های گرانی کانسار سن نیکلاس.

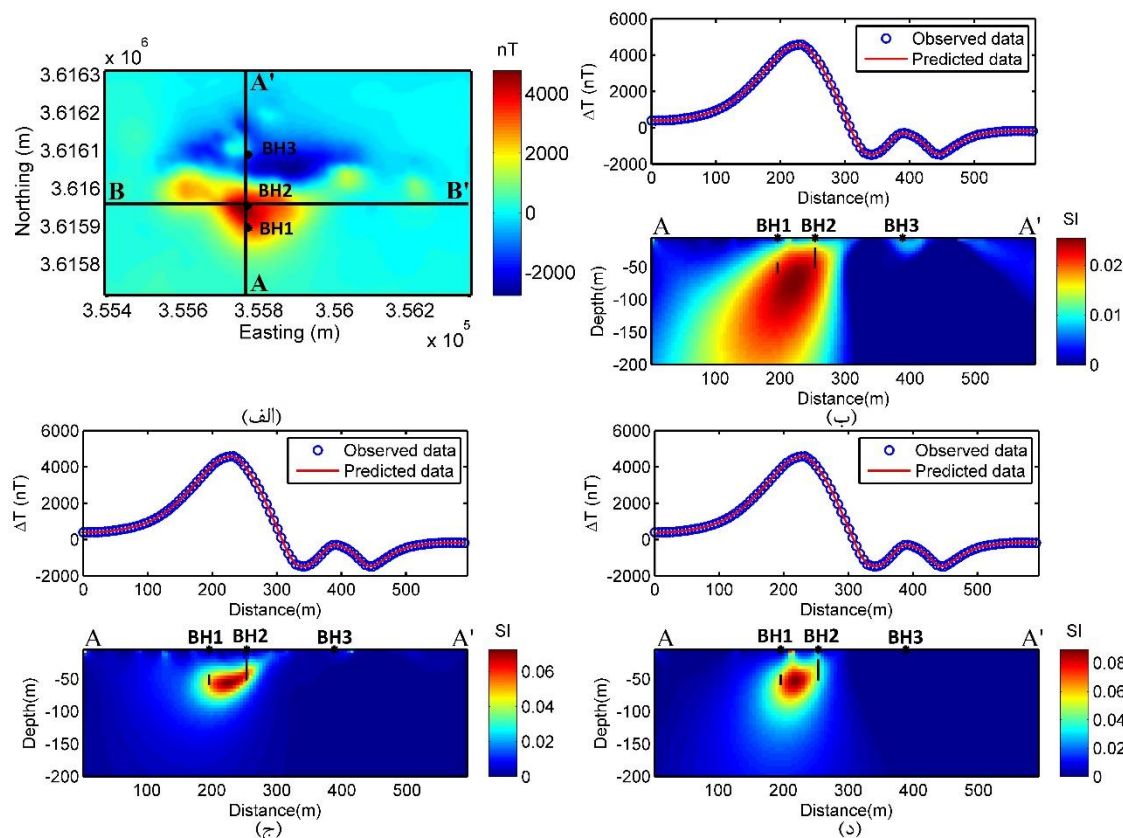
مدل سازی وارون هموار	مدل سازی وارون متمرکز	مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی		
حجم حافظه (Mb)	۰/۵۷	۳/۴۲	۳/۴۲	دو بعدی
زمان (S)	۲/۱	۱۱/۱۵	۱۱/۷۸	
عدم برازش	۱۷۱	۱۷۳	۱۷۲	
حجم حافظه (Mb)	۷/۴۸	۴۴/۸۸	۴۴/۸۸	سه بعدی
زمان (S)	۳/۰۹	۲۵/۷۹	۱۵/۶۶	
عدم برازش	۱۹۰	۱۹۰	۱۸۸	

۵-۴- مدل سازی وارون داده های مغناطیس کانسار آهن ا... آباد یزد

کانسار سنگ آهن الله آباد یزد در ورقه ۱:۱۰۰۰۰۰ ساغند و در ۲۰ کیلومتری روستای الله آباد و در حاشیه کوه گل‌منده قرار دارد. راه دسترسی به این کانسار از طریق جاده آسفالت‌ه ساغند- رباط پشت بادام می‌باشد که پس از طی مسافتی در حدود ۱۰ کیلومتر به سمت شمال شرقی منحرف شده و از طریق جاده خاکی درجه ۳ به طول تقریبی ۱۵ کیلومتر به محل کانسار می‌رسد. این کانسار در شرق گسل پشت بادام و در سنگ‌های دگرگونه کمپلکس بنه شور و به سن پرکامبرین جای گرفته است. مطالعات زمین شناسی نشان داده است که تیپ کانسار از نوع اسکارن منیزیم دار بوده و در اثر نفوذ توده های آذرین در مجاورت سنگ‌های آهکی تشکیل شده است. کانی اصلی تشکیل دهنده کانسار مگنتیت است. در حاشیه رخنمون های آهن دار و در داخل سنگ‌های گنیسی، سنگ‌های سبز تا سبز تیره متمایل به سیاه رخنمون دارد که با توجه به وجود کانی های درشت گرونا، اپیدوت، پیروکسن و آمفیبول بیانگر پدیده اسکارن در این کانسار می‌باشد پدیده مزبور سبب کانی سازی آهن در سطح منطقه شده است. لایه های آهکی که در اثر این پدیده در آنها سنگ آهن تشکیل گردیده به صورت رخنمون های کوچک دیده می‌شود و احتمالاً در عمق کانسار نیز گسترش قابل توجهی دارند [امامی، ۱۳۹۲].

داده های مغناطیس منطقه بر روی ۲۶ پروفیل اصلی که فاصله آن‌ها از یکدیگر ۳۰ متر است برداشت شده است. فاصله برداشت داده ها بر روی هر پروفیل ۱۰ متر است [امامی، ۱۳۹۲]. پس از حذف اثر

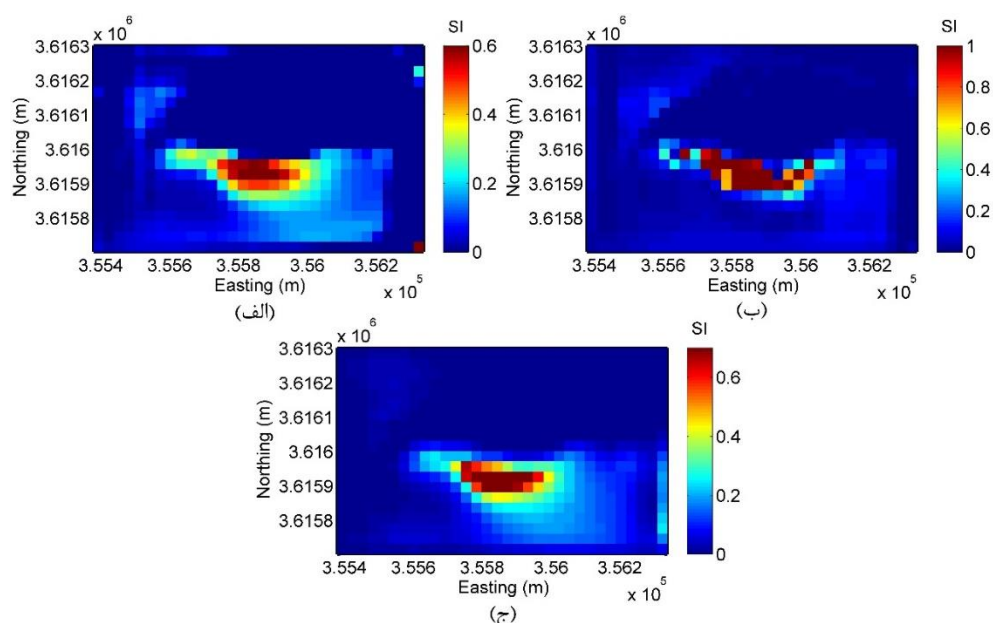
ناشی از میدان مغناطیس زمین، نقشه شدت میدان کل مغناطیسی منطقه تهیه گردید (شکل ۵-۸-الف). به منظور مدل سازی وارون دو بعدی داده های پروفیل (A-A') تهیه شد که تعداد آنها ۱۰۸ عدد بود سپس زیر سطح زمین به سلول هایی به ابعاد 5×5 متر تقسیم شد. تعداد سلول های زیر سطحی برابر با $4760 = 119 \times 40$ عدد شد. مقدار زاویه میل مغناطیسی منطقه 50° ، مقدار زاویه انحراف آن برابر با $3/5^\circ$ و مقدار میدان مغناطیسی کل زمین در این منطقه ۴۶۹۰۰ نانو تسلا می باشد. در نهایت مدل سازی وارون با استفاده از روش های مدل سازی وارون هموار، مدل سازی وارون متمرکز و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی بر روی داده ها انجام گرفت که نتایج در شکل (۵-۸-ب تا د) نشان داده شده است.



شکل (۵-۸): نقشه بی هنجاری مغناطیس کانسار آهن ... آباد یزد به همراه موقعیت گمانه ها (الف). مدل حاصل از مدل سازی وارون دو بعدی داده های پروفیل A'-A با استفاده از روش مدل سازی وارون هموار (ب)، روش مدل سازی وارون متمرکز (ج) و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (د). محدوده ای که هر گمانه ماده معدنی را قطع نموده است با خط مشکی بر روی مقاطع نشان داده شده است.

به دلیل مشخص نبودن مقدار خودپذیری سنگ ها در این منطقه قید کران بالا اعمال نشده است. نتایج نشان می دهد که در مقطع A-A' شیب ماده معدنی به سمت جنوب می باشد. همچنین نتایج نشان می دهد که در محل گمانه (BH3) ماده معدنی وجود ندارد که نتایج حاصل از حفاری نیز این نکته را تأیید می کند. با استفاده از مدل سازی وارون هموار دو بعدی عمق ماده معدنی بیشتر تعیین شده است ولی با استفاده از روش های مدل سازی وارون متمرکز و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی عمق بالایی و زیرین ماده معدنی بهتر تعیین شده است. نتایج حاصل از مدل سازی وارون انطباق خوبی با نتایج حاصل از حفاری دارد.

به منظور مدل سازی وارون سه بعدی داده های مغناطیس کانسار آهن ... آباد، ابتدا زیر سطح زمین به سلول هایی با ابعاد $10 \times 30 \times 30$ متر تقسیم می شود. تعداد سلول ها و یا همان پارامتر های مدل زیر سطحی برابر با $12800 = 20 \times 20 \times 32$ است و تعداد داده ها ۶۹۳ عدد است. مدل سازی وارون سه بعدی با استفاده از الگوریتم های بهبود یافته مدل سازی وارون هموار، مدل سازی وارون متمرکز و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی بر روی داده ها انجام شد. مقاطع افقی حاصل از مدل سازی سه بعدی مربوط به عمق ۴۰ متری در زیر سطح زمین در شکل (۵-۹) نشان داده شده است.

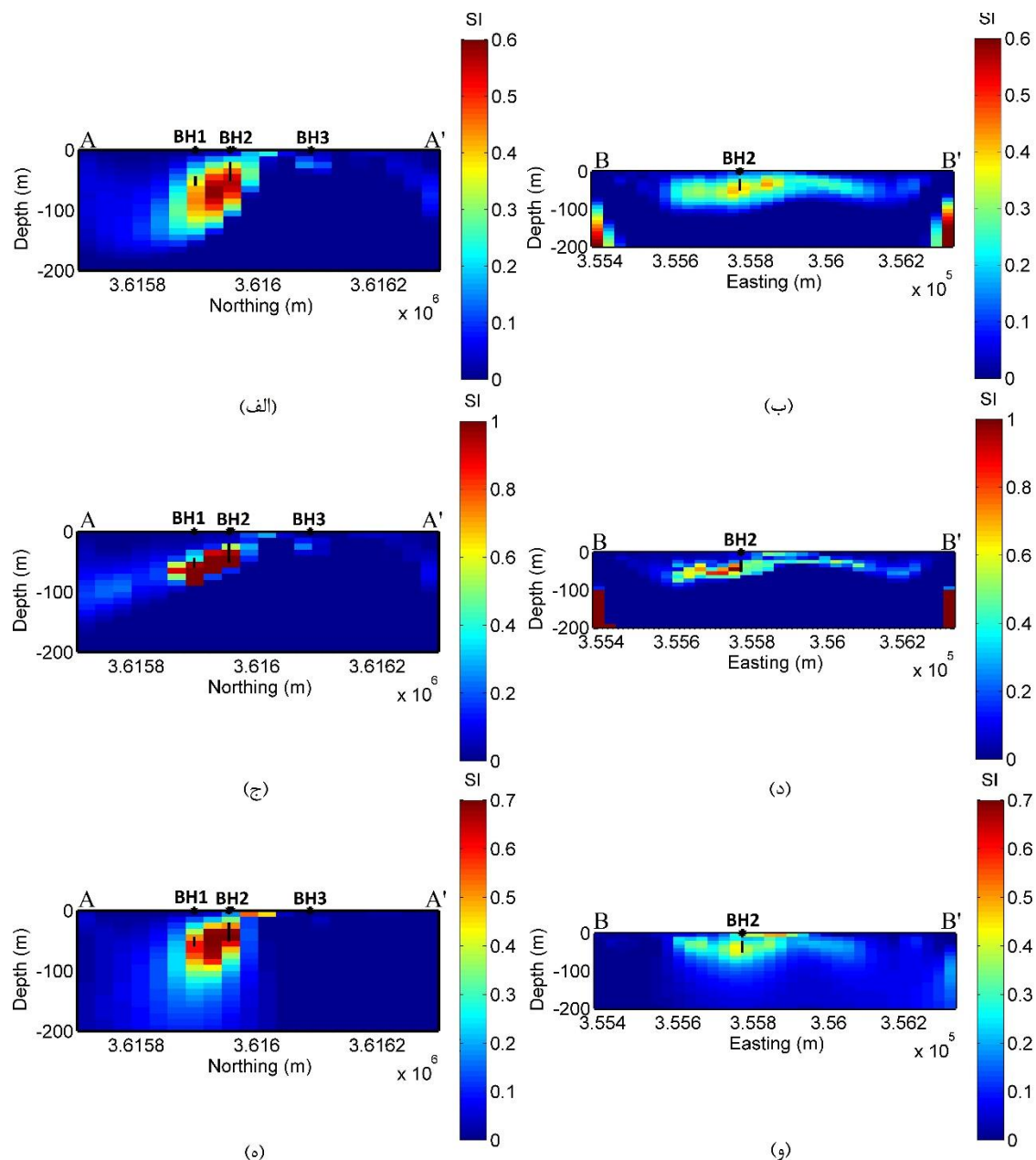


شکل (۵-۹): مقاطع افقی در عمق ۴۰ متری حاصل از روش های مدل سازی وارون هموار (الف)، مدل سازی وارون متمرکز (ب) و مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (ج) برای کانسار آهن ... آباد یزد.

برای بررسی گسترش قائم ماده معدنی مقاطع قائم حاصل از مدل‌های سه بعدی در راستای پروفیل -

های A-A' و B-B' به همراه محدوده ماده معدنی در گمانه‌های موجود در شکل (۵-۱۰) نمایش داده

شده است. محدوده ماده معدنی در هر گمانه با خط مشکی نمایش داده شده است.



شکل (۵-۱۰): مقاطع قائم A-A' و B-B' حاصل از مدل‌سازی سه بعدی داده‌های مغناطیس کانسار آهن ا... آباد. ردیف اول مقاطع حاصل از مدل‌سازی وارون هموار را نشان می‌دهد (الف و ب). ردیف دوم مقاطع حاصل از مدل‌سازی وارون متمرکز را نشان می‌دهد (ج و د) و ردیف آخر مقاطع حاصل از مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی را نشان می‌دهد (ه و و). محدوده ماده معدنی در هر گمانه با خط مشکی نمایش داده شده است.

نتایج به دست آمده در مقطع A-A' تقریباً مشابه نتایج حاصل از مدل سازی وارون دو بعدی داده های مقطع A-A' است ولی عمق زیرین به دست آمده از مدل سازی وارون داده های سه بعدی بیشتر است. علت اصلی این پدیده این است که عمق زیرین حاصل از مدل سازی وارون داده ها لزوماً مرز زیرین توده ها از نظر زمین شناسی نیست، بلکه عمقی است که داده ها برای اعماق بیشتر از آن نسبت به ماده مغناطیسی حساس نیستند [Ribeiro et al., 2013]. همچنین نتایج حاصل از مدل سازی وارون نشان می دهد که گسترش ماده معدنی بیشتر در جهت شرقی- غربی است و ماده معدنی در جهت شمال- جنوب گسترش کمتری دارد.

به منظور مقایسه روش های مدل سازی وارون از نظر زمان و حجم حافظه رایانه ای مورد نیاز، مدت زمان، حجم حافظه رایانه ای لازم و مقدار عدم برازش هر یک از روش های مدل سازی وارون داده های مغناطیس کانسار آهن ا... آباد یزد در جدول (۵-۳) نمایش داده شده است.

جدول (۵-۳): مدت زمان، حجم حافظه رایانه ای لازم و مقدار عدم برازش هر یک از روش های مدل سازی وارون داده های مغناطیس کانسار آهن ا... آباد.

مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی	مدل سازی وارون متمرکز	مدل سازی وارون هموار		
۳/۸۱	۳/۸۱	۰/۶۳	حجم حافظه (Mb)	دو بعدی
۳/۵۶	۴/۰۴	۱	زمان (S)	
۱۰۷	۱۰۴	۱۰۵	عدم برازش	
۶۷/۶۸	۶۷/۶۸	۱۱/۲۸	حجم حافظه (Mb)	سه بعدی
۳۲/۲۷	۴۱/۰۶	۴	زمان (S)	
۶۹۰	۶۹۳	۶۹۱	عدم برازش	

نتایج نشان می دهد که روش بهبود یافته برای مدل سازی وارون هموار کمترین مقدار حجم حافظه رایانه ای را نیاز دارد و از سایر روش ها سریع تر است.

۵-۵- مدل سازی وارون داده های مغناطیس کانسار آهن اجات آباد

در منطقه جام که در شمال شرق شهر سمنان و جنوب جاده ترانزیتی تهران-مشهد واقع شده تعدادی اندیس، کانسار و معدن آهن وجود دارد. برخی از معادن این منطقه مثل معدن همیرد به علت

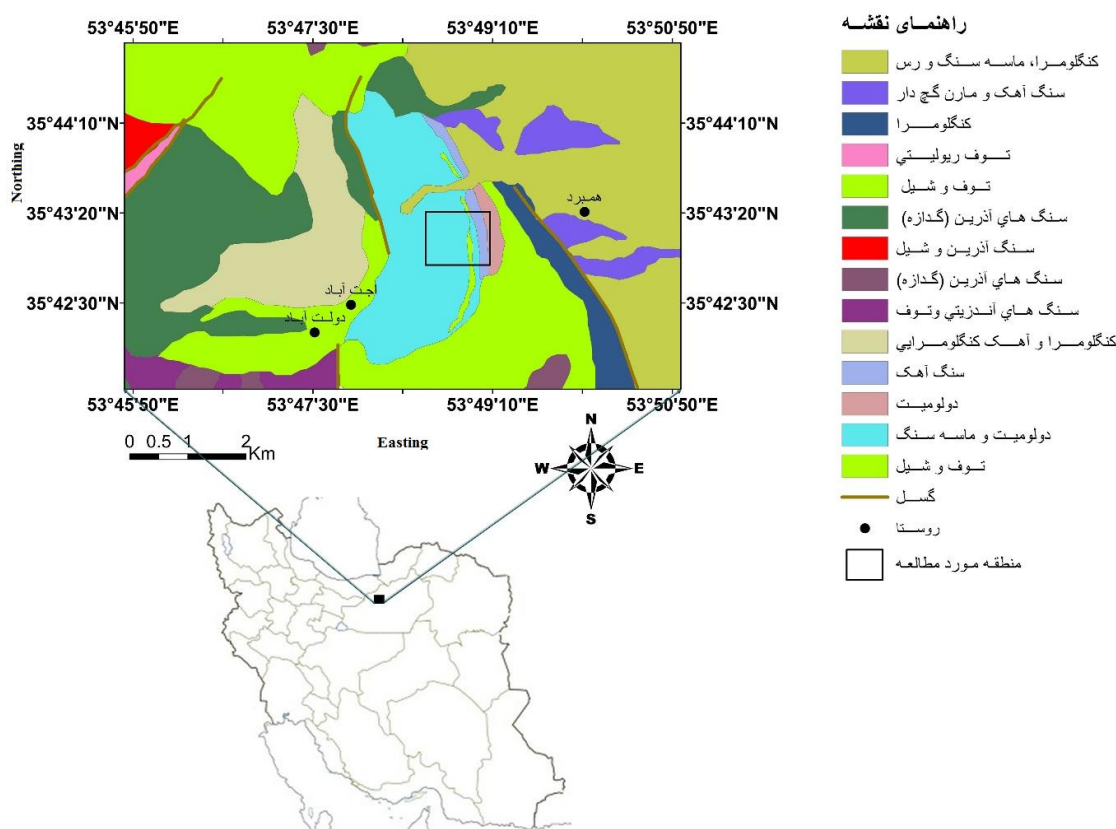
ترکیب هماتی برای مصارف مورد نیاز کارخانه های سیمان استفاده می شود. از جمله کانسارهای منطقه، کانسار اجت آباد است که جهت اکتشاف و شناسایی بیشتر آن، مطالعات مغناطیس سنجی در این محدوده انجام شد [مرادزاده و همکاران، ۱۳۸۵].

بررسی ها و مشاهدات صحرایی نشان می دهد که در این منطقه و به ویژه بر روی این کانسار سابقه معدنکاری قدیمی با بیش از ۵۰ سال وجود دارد. این آثار به صورت محدود در دو محل همراه با مقداری دیپوی معدنی از کانسنگ آهن استخراج شده و اقدامات اولیه برای ریل کشی جهت دسترسی به محل و سکوی بارگیری دیده می شود. برای اولین بار در سال ۱۹۹۳ بلیچ و براگین^۱ کانسارهای آهن منطقه سمنان را با ژنز کانسارهای گرمابی معرفی نمودند، ولی مطالعات زمین شناسی بعدی نشان می دهد که این کانسارها مرتبط با فعالیت ماگمایی در محدوده زمانی الیگومیوسن است [قربانی، ۱۳۸۱].

کانسار آهن اجت آباد در ۶۳ کیلومتری شمال شرق شهر سمنان، جنوب شرق روستای اجت آباد و بین عرض جغرافیایی $53^{\circ}48'23''$ تا $53^{\circ}48'46''$ شمالی و طول جغرافیایی $35^{\circ}42'44''$ تا $35^{\circ}43'1''$ شرقی و در بخش جنوبی جاده سمنان-دامغان واقع شده است. محدوده مورد مطالعه داخل نقشه زمین شناسی ۱/۱۰۰۰۰۰ جام بوده و محدوده ای به وسعت ۳۶ هکتار را شامل می شود (شکل ۵-۱۱).

از منظر سنگ شناسی محدوده کانی سازی شده درون ماسه سنگ ها و سنگ های آهکی دونین تشکیل شده و در اطراف آن سنگ های سازند کرج شامل توف و آندزیت و سایر سنگ های آتشفشانی و رسوبی-های وابسته به ائوسن رخنمون دارند. علاوه بر آن در بخش های غربی و جنوبی محدوده مورد بررسی، واحدهای سنگی گنگلومرا و سنگ آهک کنگلومرایی سازند فجن به سن ائوسن زیرین دیده می شوند. با توجه به مطالعات صحرایی و پتروگرافی سنگ ها می توان گفت که عمده کانی سازی آهن در این منطقه از جنس هماتیت و مگنتیت بوده که احتمالاً در اثر فعالیت های گرمابی ناشی از نفوذ سنگ های آندزیت-داسیت به داخل رسوبات آهکی و کنگلومرایی و همچنین سیلیس های ائوسن شکل گرفته باشد [مرادزاده و همکاران، ۱۳۸۵].

^۱ . Belich and bragin

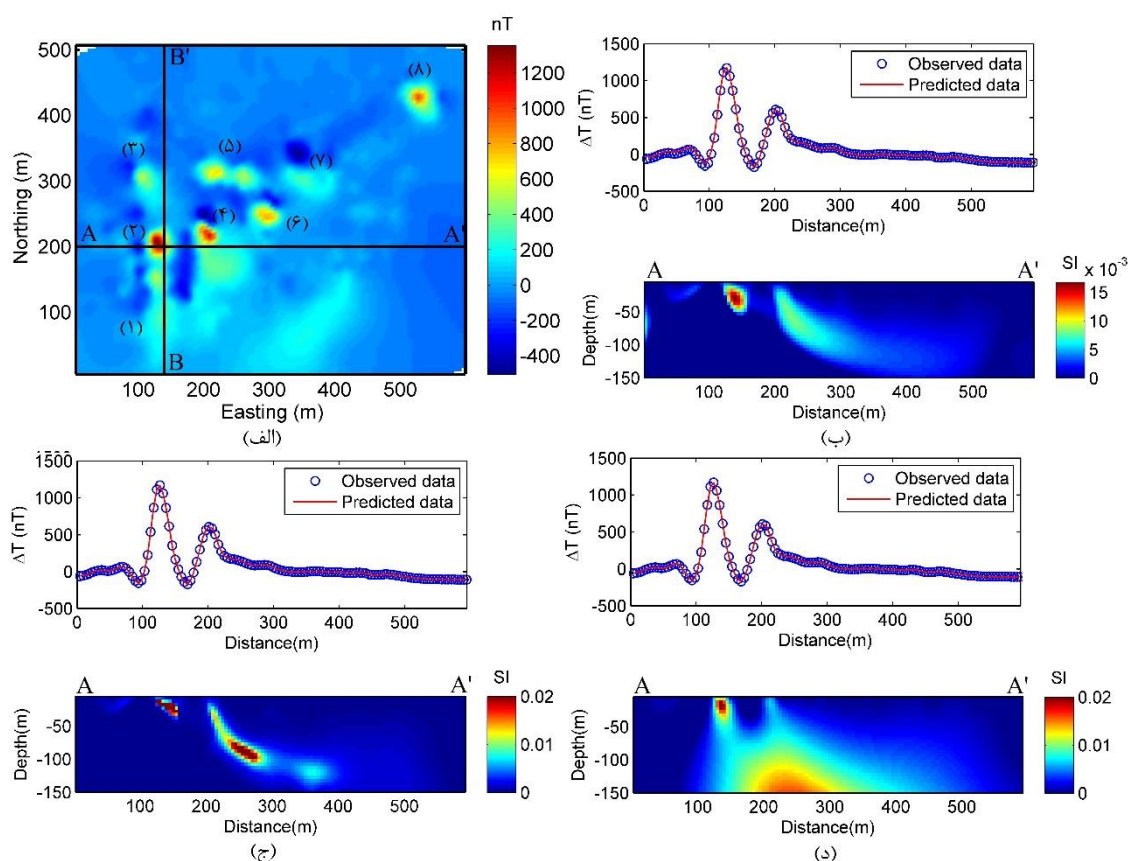


شکل (۵-۱۱): نقشه زمین شناسی ساده شده از منطقه اجت آباد.

پدیده جالب توجه کانی سازی در این منطقه وجود گرهک های جدا یا متصل به هم کانسنگ آهن در زون خرد شده هماتیت می باشد که در قسمت جنوبی منطقه مورد مطالعه دیده می شود. بررسی ها نشان می دهد شکل این گرهک ها کروی تا نیمه کروی در حد ماسه تا گرانول و از جنس هماتیت بوده که به وسیله سیمان اسپاریتی به هم متصل شده و گرهک های بزرگ تر را به وجود آورده اند [عابدی و همکاران، ۱۳۸۷].

داده های مورد استفاده در این تحقیق بر روی ۲۳ پروفیل شرقی- غربی و سه پروفیل شمالی- جنوبی بر روی ۱۲۰۰ نقطه ایستگاهی در یک شبکه با ابعاد تقریبی ۲۰×۱۵ متر در شرایط آرام مغناطیسی با استفاده از مگنومتر پروتون برداشت شدند [امرادزاده و همکاران، ۱۳۸۵]. پس از تصحیح تغییرات روزانه روی داده های مورد نظر اثر میدان مغناطیسی زمین (IGRF) از داده ها با لحاظ مقدار زاویه انحراف $3/6^\circ$ و میل مغناطیسی 53° محدوده حذف گردید (شکل ۵-۱۲-الف).

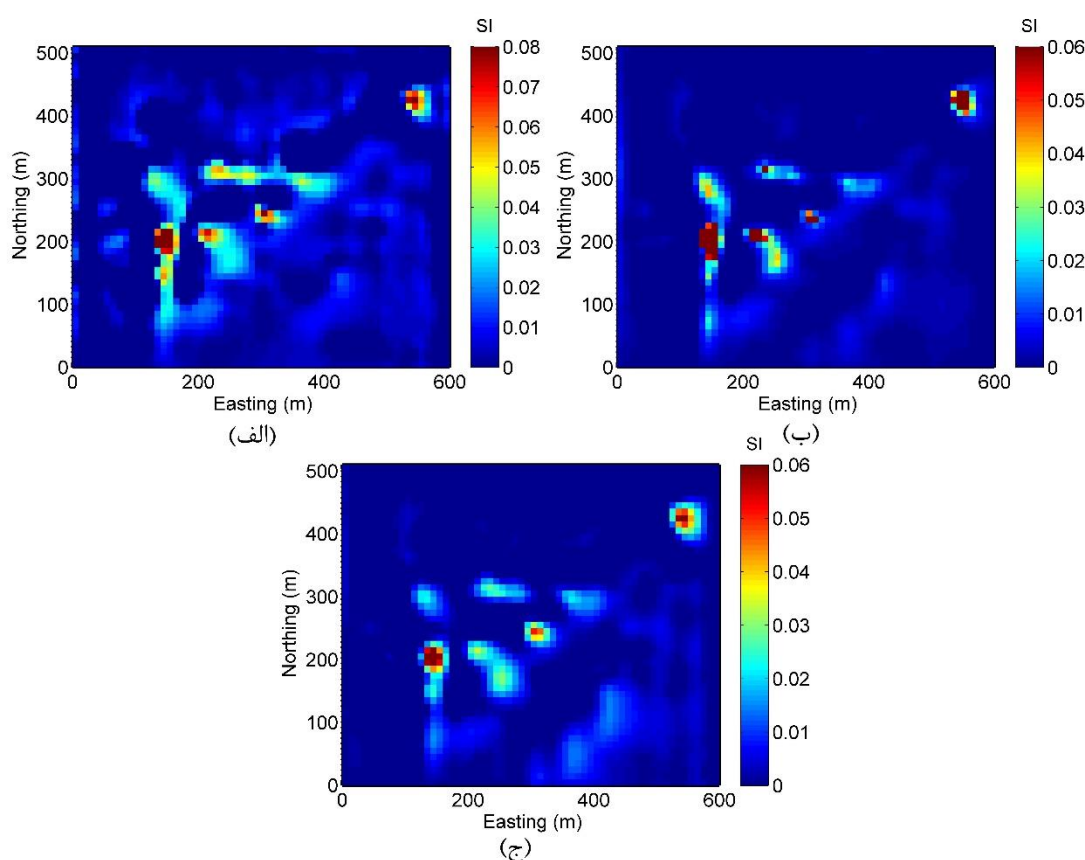
در این منطقه هشت بی‌هنجاری مثبت مغناطیسی دیده می‌شود [رضایی و همکاران، ۱۳۹۵] که برای سهولت گفتار با عدد شماره گذاری شده است (شکل ۵-۱۲-الف). به منظور مدل‌سازی وارون دو بعدی داده‌های پروفیل (A-A') تهیه شد که تعداد آنها ۱۲۷ عدد بود سپس زیر سطح زمین به سلول‌هایی به ابعاد 5×5 متر تقسیم شد. تعداد سلول‌های زیر سطحی برابر با $30 \times 119 = 3570$ عدد شد.



شکل (۵-۱۲): نقشه بی‌هنجاری باقیمانده مغناطیس کانسار آهن اجت آباد (الف). مدل حاصل از مدل‌سازی وارون دو بعدی داده‌های پروفیل A'-A با استفاده از روش مدل‌سازی وارون هموار (ب)، روش مدل‌سازی وارون متمرکز (ج) و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (د).

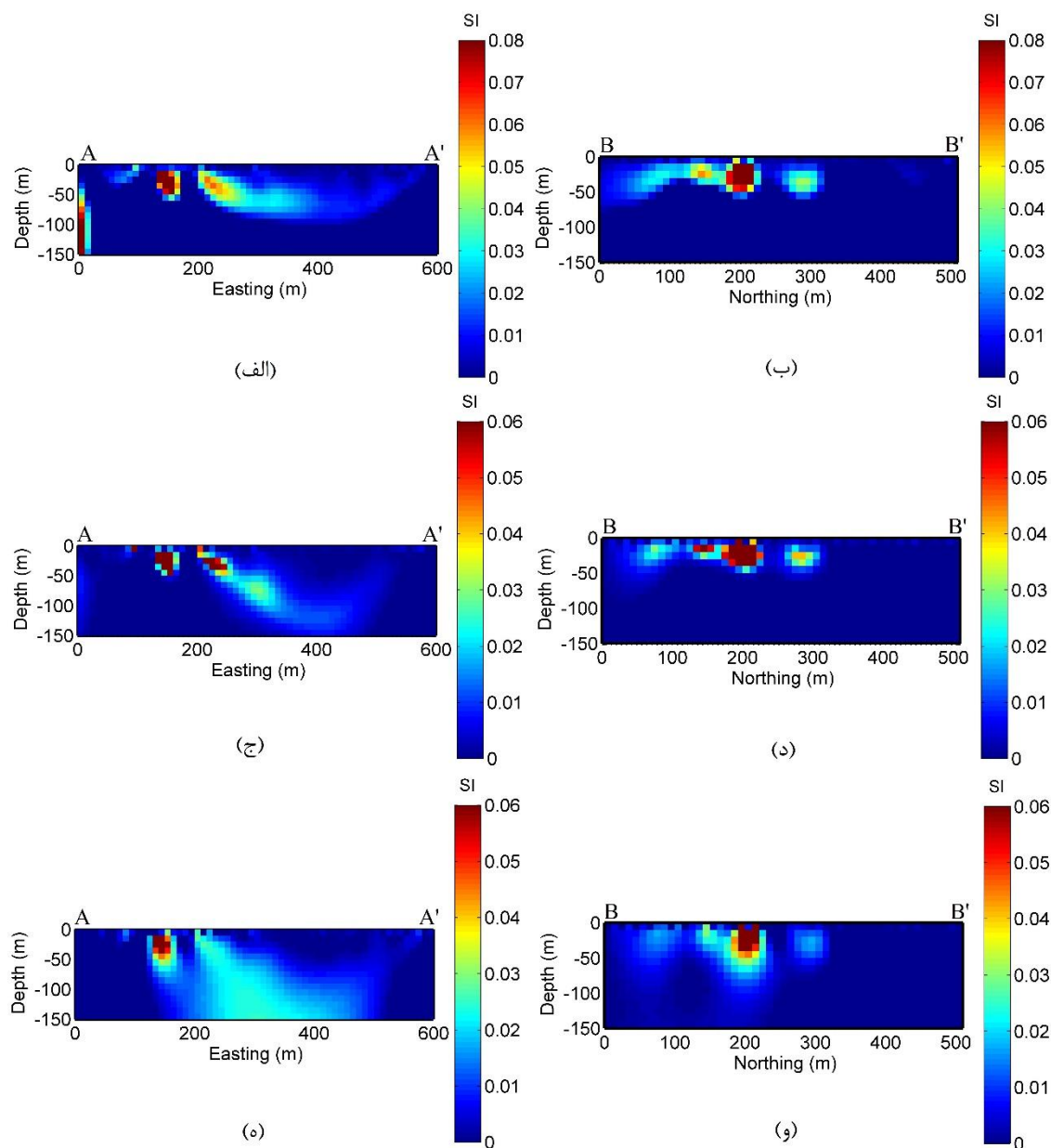
با توجه به نتایج به دست آمده توده‌های عامل بی‌هنجاری‌های (۲) و (۴) به ترتیب از چپ به راست در مقاطع دیده می‌شود که توده عامل بی‌هنجاری مغناطیسی (۴) عمق بیشتری دارد که با نتایج به دست آمده از اعمال روش گرادیان کل نرمال شده بر روی این داده‌ها [آقاجانی، ۱۳۸۸] انطباق دارد. با توجه به نتایج مدل‌سازی وارون، عمق بالایی توده عامل بی‌هنجاری (۲)، ۵ متر و عمق بالایی توده عامل بی‌هنجاری (۴)، ۱۰ متر است. به منظور مدل‌سازی وارون سه بعدی داده‌های مغناطیس کانسار آهن

اجت‌آباد، ابتدا زیر سطح زمین به سلول‌هایی با ابعاد $10 \times 10 \times 10$ متر تقسیم می‌شود. تعداد سلول‌ها و یا همان پارامترهای مدل زیر سطحی برابر با $15 \times 51 \times 60 = 45900$ است و تعداد داده‌ها ۱۴۰۰ عدد است. مدل‌سازی وارون سه بعدی با استفاده از الگوریتم‌های بهبود یافته مدل‌سازی وارون هموار، مدل‌سازی وارون متمرکز و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی بر روی داده‌ها انجام شد. مقاطع افقی حاصل از مدل‌سازی وارون سه بعدی مربوط به عمق ۲۰ متری زیر سطح زمین در شکل (۵-۱۳) نشان داده شده است.



شکل (۵-۱۳): مقاطع افقی در عمق ۲۰ متری از سطح زمین حاصل از روش‌های مدل‌سازی وارون هموار (الف)، مدل‌سازی وارون متمرکز (ب) و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی (ج).

موقعیت هر هشت توده عامل بی‌هنجاری مغناطیسی در مقاطع افقی در شکل (۵-۱۳) قابل مشاهده است. برای بررسی گسترش قائم ماده معدنی مقاطع قائم حاصل از مدل‌های سه بعدی در راستای پروفیل‌های A-A' و B-B' در شکل (۵-۱۴) نمایش داده شده است. نتایج به دست آمده در مقطع A-A' تقریباً مشابه نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون دو بعدی داده‌های مقطع A-A' (شکل ۵-۱۲) است.



شکل (۵-۱۴): مقاطع قائم A-A' و B-B' حاصل از مدل سازی سه بعدی داده های مغناطیس کانسار آهن ... آباد. ردیف اول مقاطع حاصل از مدل سازی وارون هموار را نشان می دهد (الف و ب). ردیف دوم مقاطع حاصل از مدل سازی وارون متمرکز را نشان می دهد (ج و د) و ردیف آخر مقاطع حاصل از مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی را نشان می دهد (ه و و).

عمق بالایی به دست آمده برای توده های عامل بی هنجاری ۵ تا ۱۰ متر است و تشکیل کانسار در نزدیکی سطح زمین می باشد، این موضوع به شکل آثار معدنکاری قدیمی در نزدیکی بی هنجاری (۵) (به صورت تونلی کوچک) و بی هنجاری (۱) (ترانشه ای بزرگ) قابل مشاهده می باشد. همچنین نتایج نشان داد که گسترش عمقی ماده معدنی در این منطقه کمتر از ۱۰۰ متر است. اعمال روش

گرا دیان کل نرمال شده دو بعدی و سه بعدی نیز بر روی داده های مغناطیس این منطقه نشان داده است که گسترش عمقی کانی سازی کمتر از ۱۰۰ متر است [آقاجانی، ۱۳۸۸].

به منظور مقایسه روش های مدل سازی وارون از نظر زمان و حجم حافظه رایانه ای مورد نیاز، مدت زمان، حجم حافظه رایانه ای لازم و مقدار عدم برازش هر یک از روش های مدل سازی وارون داده های مغناطیس کانسار آهن اجت آباد در جدول (۴-۵) نمایش داده شده است.

جدول (۴-۵): مدت زمان، حجم حافظه رایانه ای لازم و مقدار عدم برازش هر یک از روش های مدل سازی وارون داده های مغناطیس کانسار آهن اجت آباد.

مدل سازی وارون هموار	مدل سازی وارون متمرکز	مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی		
حجم حافظه (Mb)	۰/۵۷	۳/۴۶	۳/۴۶	دو بعدی
زمان (S)	۰/۷۸	۳/۳۹	۲/۵۶	
عدم برازش	۱۲۲	۱۲۵	۱۲۰	
حجم حافظه (Mb)	۷۸/۹۸	۴۷۳/۹۲	۴۷۳/۹۲	سه بعدی
زمان (S)	۱۶	۱۰۰/۳۶	۸۲	
عدم برازش	۱۳۹۰	۱۳۹۳	۱۴۰۰	

نتایج نشان می دهد که روش بهبود یافته برای مدل سازی وارون هموار کمترین مقدار حجم حافظه رایانه ای را نیاز دارد و از سایر روش ها سریع تر است.

۵-۶- جمع بندی

در این فصل الگوریتم های بهبود یافته مدل سازی وارون داده های میدان پتانسیل که در این رساله ارائه شده بر روی داده های صحرایی گرانی کانسارهای موبرون کانادا، سن نیکلاس مکزیک و همچنین داده های مغناطیس کانسارهای آهن ... آباد یزد و اجت آباد اعمال گردید. نشان داده شد الگوریتم های بهبود یافته کارایی خوبی برای وارون سازی داده های میدان پتانسیل دارند. با توجه به نتایج به دست آمده الگوریتم بهبود یافته مدل سازی وارون هموار کمترین میزان حافظه رایانه ای را نیاز دارد و از سایر روش های مدل سازی وارون سریع تر است. ولی روش مدل سازی وارون متمرکز و روش مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی محدوده توده های زیر سطحی را بهتر نشان می دهند. روش مدل سازی

وارون متمرکز مرز ساختارهای زیر سطحی را با وضوح بهتری از روش مدل سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی مشخص می کند.

فصل ششم

نتایج و پیشنهادات

۶-۱- جمع‌بندی و نتایج

وارون سازی داده‌های میدان پتانسیل با استفاده از الگوریتم‌های وارون سازی موجود نیاز به حجم حافظه و زمان محاسبات زیادی دارد. از طرف دیگر روش انتخاب صحیح پارامتر منظم سازی نقش مهمی در دقت و سرعت انجام وارون‌سازی دارد. با توجه به این مسائل الگوریتم‌هایی بهبود یافته برای مدل‌سازی وارون خطی داده‌های میدان پتانسیل در این رساله ارائه شد که زمان و حجم حافظه لازم در مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل را کاهش می‌دهد. به طور کلی اهم اهداف عملیاتی شده رساله حاضر به صورت زیر بیان می‌شود:

- تهیه الگوریتم‌ها و برنامه‌های محاسباتی لازم برای حل مسائل مستقیم و وارون دو و سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل.
- تعمیم روش دو قطری سازی لنگزوس برای مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل با شرط تیخونوف مرتبه اول.
- بهبود سرعت و کاهش حافظه رایانه لازم روش دو قطری سازی لنگزوس برای مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل.
- تعیین روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده (NCP) به عنوان بهترین روش انتخاب پارامتر منظم‌سازی در مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل و مقایسه نتایج به دست آمده با نتایج حاصل از سایر روش‌های انتخاب پارامتر منظم‌سازی.
- ارائه الگوریتم‌های بهبود یافته برای مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل به روش‌های مدل‌سازی وارون هموار، مدل‌سازی وارون متمرکز و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی.
- تهیه برنامه‌های رایانه‌ای لازم بر اساس روش‌های بیان شده در محیط برنامه نویسی متلب.
- ارزیابی و اعتبارسنجی عملکرد الگوریتم‌های بهبود یافته وارون‌سازی دو و سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل با استفاده از مجموعه متنوعی از داده‌های مصنوعی و میدانی و مقایسه نتایج حاصل با دیگر داده‌های موجود اکتشافی.

- براساس موارد مذکور اهم نتایج به دست آمده از این تحقیق را می‌توان به صورت زیر عنوان نمود:
- مدل‌سازی وارون هموار داده‌های میدان پتانسیل با شرط تیخونوف مرتبه اول، با استفاده از روش دو قطری سازی لنگزوس سریعتر از مدل‌سازی وارون هموار با استفاده از روش رایج گرادیان مزدوج است.
 - روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده از روش دو قطری سازی لنگزوس معمولی حداقل ۶۰ درصد سریعتر است و حجم حافظه رایانه مورد نیاز به یک ششم کاهش می‌دهد.
 - روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده برای حالتی که ماتریس حساسیت در هر مرحله تکرار، تغییر کند مناسب نیست چون در هر مرحله تکرار پیش شرط گذاری باید دوباره انجام شود.
 - در بین روش‌های مختلف انتخاب پارامتر منظم‌سازی روش‌های اصل اختلاف و نمودار تناوب تجمعی نرمال شده نسبت به سایر روش‌ها سریعتر عمل می‌کنند ولی در روش اصل اختلاف نیاز است که مقدار نوفه موجود در داده‌ها معلوم باشد در حالی که در روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده نیازی به مشخص بودن نوفه موجود در داده‌ها نیست.
 - در الگوریتم بهبود یافته مدل‌سازی وارون هموار دو و سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل از روش دو قطری سازی لنگزوس پیش شرط گذاری شده به دلیل سرعت بیشتر و نیاز به حافظه کمتر به عنوان روش مرحله‌ای حل مسئله وارون استفاده شد. برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی نیز از روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده استفاده شد. نتایج اعمال الگوریتم بر روی داده‌های مدل مصنوعی و میدانی بیانگر کارایی الگوریتم بهبود یافته است.
 - برای مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل به روش مدل‌سازی متمرکز الگوریتم بهبود یافته منظم‌سازی دوباره وزن دار شده دو قطری سازی لنگزوس ارائه شد. نتایج اعمال این الگوریتم بر روی داده‌های مصنوعی نشان داد که روش ارائه شده از روش رایج منظم‌سازی دوباره وزن دار شده

گرایان مزدوج حداقل ۲۰ درصد سریعتر است در حالی که نتایج حاصل از هر دو روش تقریباً یکسان است.

- به منظور بهبود سرعت انجام مدل‌سازی الگوریتم مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی با استفاده از روش دو قطری سازی لنکزوس بهبود یافت و همچنین جهت اعمال قید کران پارامترهای مدل در این روش مدل‌سازی وارون از روش تبدیل لگاریتمی استفاده شد. نتایج حاصل از اعمال این الگوریتم بر داده‌های مصنوعی و میدانی نشان داد که الگوریتم بهبود یافته به خوبی عمل می‌کند.

- مجموعه‌ای از داده‌های مربوط به کانسارهای مختلف با استفاده از سه الگوریتم بهبود یافته مدل‌سازی شد. مقایسه سایر داده‌های اکتشافی با مدل‌های به دست آمده نشان داد که الگوریتم‌های بهبود یافته مدل‌های مناسبی را ارائه نموده است.

- نتایج مدل‌سازی وارون داده‌های میدانی نشان داد که نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون متمرکز و مدل‌سازی وارون در فضای داده با قید پراکندگی مرز ساختارهای زیر سطحی را با وضوح بهتری آشکار می‌نمایند هرچند که در نتایج حاصل از وارون‌سازی متمرکز مرز ساختارهای زیر سطحی تیز تر است.
- در بین روش‌های مدل‌سازی وارون هموار، متمرکز و روش فضای داده با قید پراکندگی با الگوریتم‌های پیشنهادی، روش مدل‌سازی وارون هموار حداقل ۶۰ درصد سریعتر است.

۶-۲- پیشنهادات

- در این تحقیق از روش‌های پراکنده‌سازی ماتریس برای کاهش حجم حافظه رایانه مورد نیاز استفاده نشده است. بنابراین پیشنهاد می‌شود از روش‌های پراکنده سازی ماتریس حساسیت مثل روش تبدیل موجک در کنار الگوریتم‌های پیشنهادی استفاده شود.
- در این تحقیق از بردارهای پایه متعامد تبدیل کسینوسی برای پیش شرط گذاری روش دو قطری سازی لنکزوس استفاده شد. پیشنهاد می‌شود از بردارهای پایه متعامد تبدیل موجک نیز برای پیش شرط گذاری استفاده شود و نتایج با هم مقایسه گردد.

- پیشنهاد می‌شود از روش دو قطری سازی لنکزوس و روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده در مدل سازی وارون غیر خطی داده‌های میدان پتانسیل نیز استفاده شود.
- پیشنهاد می‌شود کارایی روش نمودار تناوب تجمعی نرمال شده برای انتخاب پارامتر منظم-سازی در مدل سازی وارون داده‌های سایر روش‌های ژئوفیزیکی سنجیده شود.

منابع

امامی ع، (۱۳۹۲)، پایان نامه کارشناسی ارشد، "تفسیر داده های گرانی و مغناطیس آنومالی ۲۳ سنگ آهن ساغند با استفاده از روش های پردازش تصویری"، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

آقاجانی ح، (۱۳۸۸)، رساله دکتری، "بررسی قابلیت روش گرادیان کل نرمال داده های گرانی در تعیین پتانسیل هیدروکربوری تله های نفتی"، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

رضایی م. مرادزاده ع. آقاجانی ح. و نجاتی کلاته ع، (۱۳۹۵)، "تصویرسازی کانسار آهن اجت آباد با استفاده از داده های مغناطیس سنجی"، **مجله ژئوفیزیک ایران**، جلد ۱۰، شماره ۱، ص ۶۱.

رضایی م. مرادزاده ع. نجاتی کلاته ع. و آقاجانی ح، (۱۳۹۴)، "برآورد خودکار پارامتر منظم سازی به روش تخمینگر نااریب ریسک احتمالی در وارون سازی سه بعدی مقید داده های مغناطیسی"، **نشریه پژوهش های ژئوفیزیک کاربردی**، (تحت چاپ).

عابدی آ. فردوست ف. خزاعی م. و سعیدی، س، (۱۳۸۷)، "بررسی فازهای کانی سازی آهن در معدن آهن اجت آباد، شمال شرق سمنان"، شانزدهمین همایش انجمن بلورشناسی و کانی شناسی ایران، دانشگاه گیلان، رشت.

قائد رحمتی ر، (۱۳۹۲)، رساله دکتری، "تخمین بهینه پارامتر منظم سازی برای بهبود معکوس سازی دو و سه بُعدی داده های مگنتوتلوریک"، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

قربانی م، (۱۳۸۱)، "دیاچه ای بر زمین شناسی اقتصادی ایران"، سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور، پایگاه ملی داده های علوم زمین کشور، گزارش ۲.

مرادزاده ع. دولتی ارده جانی ف. و طیبی ب، (۱۳۸۵)، "تفسیر کیفی داده های مغناطیسی کانسار آهن اجت آباد سمنان"، بیست و پنجمین همایش علوم زمین، سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور، ص ۱۰۷، تهران ایران.

Abdelazeem M., Sweilam N. H., Gobashy M., Nagy A. M. A., (2007), "Two dimensional gravity inverse problem using adaptive pruning L-curve technique", *Bull. Fac. Sci., Cairo Univ.*, 75, (A), pp.93.

Abdelazeem, M. M. (2013), "Solving ill-posed magnetic inverse problem using a Parameterized Trust-Region Sub-problem", *Contrib. Geophys. Geod.*, 43, 2, pp.99.

Abdelrahman, E.M. and Abo-Ezz, E.R., (2008), "A Least-Squares Standard Deviation Method to Interpret Gravity Data due to Finite Vertical Cylinders and Sheets", *Pure Appl. Geophys.*, 165, pp.947.

- Abedi, M., Gholami, A., Norouzi, G.-H., and Fathianpour, N., (2013), "Fast inversion of magnetic data using Lanczos bidiagonalization method", *J. Appl. Geophys*, 90, pp.126.
- Aghajani, H. Moradzadeh, A. and Zeng, H., (2009), "Normalized Full Gradient of Gravity Anomaly Method and Its Application to the Mobrun Sulfide Body, Canada", *World Appl Sci J*, 6, 3, pp.392.
- Ascher, U. M., and Haber, E., (2001), "Grid refinement and scaling for distributed parameter estimation problems", *Inverse Prob.*, 17, 3, pp.571.
- Aster, R. C., Borchers, B., and Thurber, C. H., (2013), "**Parameter estimation and inverse problems**", second edition, Academic Press, US, pp.360.
- Barbosa, V. C. F., and Silva, J. B. C., (1994), "Generalized compact gravity inversion", *Geophysics*, 59, 1, pp.57.
- Bauer, F., and Lukas, M. A., (2011), "Comparing parameter choice methods for regularization of ill-posed problems", *Math. Comp. Sim.*, 81, 9, pp.1795.
- Bear, G. W., Al-Shukri, H. J., & Rudman, A. J. (1995), "Linear inversion of gravity data for 3-D density distributions". *Geophysics*, 60, 5, pp.1354.
- Belich, A.I., and Bragin, Y.D., (1993), "Ore deposits of Iran" (in Russian).
- Bertete-Aguirre, H., Cherkaev, E., and Oristaglio, M., (2002), "Non-smooth gravity problem with total variation penalization functional", *Geophys. J. Int.*, 149, pp.499.
- Bhattacharyya, B.K., (1964), "Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization", *Geophysics*, 29, pp.517.
- Blakely, R. J., (1995), "**Potential theory in gravity and magnetic applications**", Vol 1, Cambridge University Press, UK, pp.441.
- Boszczuk, P., Cheng, L. Z., Hammouche, H., Roy, P., Lacroix, S., and Cheilletz, A., (2011), "A 3D gravity data interpretation of the Matagami mining camp, Abitibi Subprovince, Superior Province, Québec, Canada: Application to VMS deposit exploration", *J. Appl. Geophys*, 75, 1, pp.77.
- Bott, M. H. P., (1959), "The use of electronic digital computers for the evaluation of gravimetric terrain corrections", *Geophys. Prospect.*, 7, 1, pp.45.

- Boulanger, O., and Chouteau, M., (2001), “Constraints in 3D gravity inversion”, *Geophys. Prospect.*, 49, 2, pp.265.
- Bruun, C. E., and Nielsen, T. B. (2007), PhD thesis, “Algorithms and Software for Large-Scale Geophysical Reconstructions”, Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark.
- Calvetti, D., Morigi, S., Reichel, L., and Sgallari, F., (2000), “Tikhonov regularization and the L-curve for large discrete ill-posed problems”, *J. Comput. Appl. Math.*, 123, pp.423.
- Camacho, A. G., Montesinos, F. G., and Vieira, R., (2000), “Gravity inversion by means of growing bodies”, *Geophysics*, 65, 1, pp.95.
- Caratori Tontini, F., Cocchi, L., and Carmisciano, C., (2009), “Rapid 3-D forward model of potential fields with application to the Palinuro Seamount magnetic anomaly (southern Tyrrhenian Sea, Italy)”, *J. Geophys. Res.*, pp.114(B2).
- Commer, M., (2011), “Three-dimensional gravity modelling and focusing inversion using rectangular meshes”, *Geophys. Prospect.*, 59, 5, pp.966.
- Cox, L. H., Wilson, G. A., and Zhdanov, M. S., (2010), “3D inversion of airborne electromagnetic data using a moving footprint”, *Explor. Geophys*, 41, 4, pp.250.
- Čuma, M., and Zhdanov, M. S. (2014), “Massively parallel regularized 3D inversion of potential fields on CPUs and GPUs”. *Comput. Geosci.*, 62, pp.80.
- Čuma, M., Wilson, G.A., and Zhdanov, M.S., (2012), “Large-scale 3D inversion of potential field data”, *Geophys. Prospect.*, 60, pp.1186.
- Danes, Z. F., (1960), “On a successive approximation method for interpreting gravity anomalies”, *Geophysics*, 25, 6, pp.1215.
- Davis, K., and Li, Y., (2011), “Fast solution of geophysical inversion using adaptive mesh, space-filling curves and wavelet compression”, *Geophys. J. Int.*, 185, 1, pp.157.
- Eldén, L. (1977), “Algorithms for the regularization of ill-conditioned least squares problems”, *BIT Numer. Math.*, 17, 2, pp.134.
- Engl, H. W., Hanke, M., and Neubauer, A., (1996), “**Regularization of inverse problems**”, Vol 375, Kluwer, Dordrecht, the Netherlands, pp.333.

- Farquharson, C. G., (2008), “Constructing piecewise-constant models in multidimensional minimum-structure inversions”, *Geophysics*, 73, 1, pp.K1.
- Farquharson, C. G., and Oldenburg, D. W., (2004), “A comparison of automatic techniques for estimating the regularization parameter in non-linear inverse problems”, *Geophys. J. Int.*, 156, 3, pp.411.
- Foks, N. L., Krahenbuhl, R., and Li, Y., (2014), “Adaptive sampling of potential-field data : A direct approach to compressive inversion”, *Geophysics*, 79, 1, pp.IM1.
- Fournier, D., (2015), MSc thesis, “A Cooperative Magnetic Inversion Method With L_p norm Regularization”, Geophysics department, University of British Columbia.
- Fullagar, P. K., G. A. Pears, and B. McMonnies, (2008), “Constrained inversion of geologic surfaces — Pushing the boundaries”, *TLE*, 27, pp.98.
- Golub, G. H., and Von Matt, U., (1997), “Generalized cross-validation for large-scale problems”. *J. Comp. Graph. Stat.*, 6, 1, pp.1.
- Golub, G. H., Heath, M., and Wahba, G., (1979), “Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter”, *Technometrics*, 21, 2, pp.215.
- Grant, F.S., and West, G.F., (1965), “**Interpretation Theory in Applied Geophysics**”, McGraw-Hill Book Company, US, pp.583.
- Green, W. R., (1975), “Inversion of gravity profiles by use of a Backus-Gilbert approach”, *Geophysics*, 40, 5, pp.763.
- Guillen A., and Menichetti, V., (1984), “Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional”, *Geophysics*, 49, 8, pp.1354.
- Haber, E., (1997), PhD thesis, “Numerical strategies for the solution of inverse problems”, University of British Colombia, Vancouver, Canada.
- Haber, E., and Oldenburg, D., (2000), “A GCV based method for nonlinear ill-posed problems”, *Comput. Geosci.*, 4, 1, pp.41.
- Hanna, W. F., (1990), Some historical notes on early magnetic surveying in the U. S. Geological Survey, pp63–73, In: “**Geologic applications of modern aeromagnetic surveys**”, Hanna, W. F., U. S. Geological Survey, US.
- Hansen, P. C., (1998), “**Rank-deficient and discrete ill-posed problems: numerical aspects of linear inversion**”, Vol 4, Siam, US, pp.247.

- Hansen, P. C., (2010), “**Discrete inverse problems: insight and algorithms**”, Vol 7, SIAM, US, pp.213.
- Hansen, P. C., and O’Leary, D. P., (1993), “The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems”. *SISC*, 14, 6, pp.1487.
- Hansen, P. C., Kilmer, M. E., and Kjeldsen, R. H., (2006), “Exploiting residual information in the parameter choice for discrete ill-posed problems”, *BIT Numer. Math*, 46, 1, pp.41.
- Hestenes, M. R., and E. Stiefel, (1952), “Methods of conjugate gradients for solving linear systems”, *J. Re. Nat. Stand.*, 49, 6, pp.409.
- Hinze, W. J. (1990). “The role of gravity and magnetic methods in engineering and environmental studies”, *Geotec. Environ. Geophys.*, 1, pp.75.
- Hinze, W. J., Von Frese, R. R., and Saad, A. H., (2013), “**Gravity and magnetic exploration: Principles, practices, and applications**”, Vol 1, Cambridge University Press, UK, pp.492.
- Hou, Z. L., Wei, X. H., Huang, D. N., and Sun, X., (2015), “Full tensor gravity gradiometry data inversion: Performance analysis of parallel computing algorithms”, *Appl. Geophys.*, 12, 3, pp.292.
- Hutchinson, M.F., (1990), “A stochastic estimator of the trace of the influence matrix for Laplacian smoothing splines”, *Commun. Stat. Simul. Comput.*, 19, pp.443.
- Ialongo, S., Fedi, M., and Florio, G., (2014), “Invariant models in the inversion of gravity and magnetic fields and their derivatives”, *J. Appl. Geophys.*, 110, pp.51.
- Jacobsen, M., Hansen, P. C., and Saunders, M. A., (2003), “Subspace preconditioned LSQR for discrete ill-posed problems”, *BIT Numer. Math.*, 43, 5, pp.975.
- Kaltenbacher, B., Kirchner, A., and Vexler, B., (2011), “Adaptive discretization for the choice of the Tikhonov regularization parameter in nonlinear inverse problems”, *Inverse prob.*, 27, 12, pp.125008.
- Kim, H. J., and Kim, Y. H., (2008), “Lower and upper bounding constraints of model parameters in inversion of geophysical data”, *SEG Annual Meeting*. Society of Exploration Geophysicists, P692, Las Vegas, US.

- Kirkendall, B., Y. Li, and D. Oldenburg, (2007), “Imaging cargo containers using gravity gradiometry”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 45, pp.1786.
- Last, B. J., and Kubik, K., (1983), “Compact gravity inversion”, *Geophysics*, 48, 6, pp.713.
- Lawson, C. L., and Hanson, R. J., (1974), “**Solving least squares problems**”, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, US, pp.330.
- Lelièvre, P. G., (2009), PhD. thesis, “Integrating Geologic and Geophysical Data through Advanced Constrained Inversions”, Geophysics department, University of British Columbia, Canada.
- Li, X., and Götze, H. J., (2001), “Ellipsoid, geoid, gravity, geodesy, and geophysics”, *Geophysics*, 66, 6, pp.1660.
- Li, Y., and Oldenburg, D. W., (1996), “3-D inversion of magnetic data”, *Geophysics*, 61, 2, pp.394.
- Li, Y., and Oldenburg, D. W., (1998), “3-D inversion of gravity data”, *Geophysics*, 63, 1, pp.109.
- Li, Y., and Oldenburg, D. W., (2003), “Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and a logarithmic barrier method”, *Geophys. J. Int.*, 152, 2, pp.251.
- Linde, N., Baron, L., Ricci, T., Finizola, A., Revil, A., Muccini, F., Cocchi, L., and Carmisciano, C., (2014), “3-D density structure and geological evolution of Stromboli volcano (Aeolian Islands, Italy) inferred from land-based and sea-surface gravity data”, *J. Volcanol. Geoth. Res.*, 273, pp.58.
- Martin, R., Monteiller, V., Komatitsch, D., Jessell, M., Bonvalot, S., and Lindsay, M., (2013), “Gravity inversion using wavelet-based compression on parallel hybrid CPU / GPU systems: application to southwest Ghana”, *Geophys. J. Int.*, 195, pp.1594.
- Martinez, C., Y. Li, R. Krahenbuhl, and M. Braga, (2010), “3D inversion of airborne gravity gradiometry for iron ore exploration in Brazil”, 80th Annual International Meeting, SEG, P1753, Denver, US.

- Meju, M. A. (1994), “**Geophysical data analysis: Understanding inverse problem theory and practice**“, Vol 6, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, US, pp.296.
- Menke, W., (2012), “**Geophysical data analysis: Discrete inverse theory, MATLAB edition**“, Vol 45, Academic press, US, pp.280.
- Nabighian ^a, M. N., M. E. Ander, V. J. S. Grauch, R. O. Hansen, T. R. LaFehr, Y. Li, J. W. Peirce, J. D. Phillips, and M. E. Ruder, (2005), “The historical development of the gravity method in exploration”, *Geophysics*, 70, 6, pp.63ND.
- Nabighian ^b, M. N., V. J. S. Grauch, R. O. Hansen, T. R. LaFehr, Y. Li, J. W. Peirce, J. D. Phillips, and M. E. Ruder, (2005), “The historical development of the magnetic method in exploration”, *Geophysics*, 70, 6, pp.33ND.
- Oldenburg, D. W., (1974), “The inversion and interpretation of gravity anomalies”, *Geophysics* 39, 4, pp.526.
- Oldenburg, D. W., and Li, Y. (2005). Inversion for applied geophysics: A tutorial, pp89-150, In: “**Near-surface geophysics**“, Butler, D. K., SEG, Investigations in Geophysics, US.
- Oldenburg, D. W., and Pratt, D. A. (2007), “Geophysical inversion for mineral exploration: A decade of progress in theory and practice”, Fifth Decennial International Conference on Mineral Exploration, P61, Toronto, Canada.
- Oldenburg, D. W., Li, Y., Farquharson, C. G., Kowalczyk, P., Aravanis, T., King, A. Zhang and Watts, A., (1998), “Applications of geophysical inversions in mineral exploration”. *TLE*, 17, 4, pp.461.
- Paige, C. C., and Saunders, M. A., (1982), “LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares”, *ACM Trans. Math. Soft. (TOMS)*, 8, 1, pp.43.
- Parker, R. L., (1973), “The rapid calculation of potential anomalies”, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 31, 4, pp.447.
- Parker, R. L., (1994), “**Geophysical inverse theory**“, Princeton university press, US, pp.391.
- Paterson, N. R., and Reeves, C.V., (1985), “Applications of gravity and magnetic surveys: the state-of-the-art in 1985”. *Geophysics*, 50, pp.2558.

- Phillips, N. D., (2001), M. Sc. Thesis, “Geophysical inversion in an integrated exploration program– examples from the San Nicolas deposit”, Geophysics department, University of British Columbia, Canada.
- Phillips, N., Oldenburg, D., Chen, J., Li, Y., and Routh, P. (2001), “Cost effectiveness of geophysical inversions in mineral exploration: Applications at San Nicolas”, *TLE*, 20, 12, pp.1351.
- Pilkington, M., (1997), “3-D magnetic imaging using conjugate gradients”, *Geophysics*, 62, 4, pp.1132.
- Pilkington, M., (2009), “3D magnetic data-space inversion with sparseness constraints”, *Geophysics*, 74, 1, pp.L7.
- Plouff, D., (1976), “Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections”, *Geophysics*, 41, pp.727.
- Portniaguine, O., and Zhdanov, M. S., (1999), “Focusing geophysical inversion images”, *Geophysics*, 64, pp.874.
- Portniaguine, O., and Zhdanov, M. S., (2002), “3-D magnetic inversion with data compression and image focusing”, *Geophysics*, 67, 5, pp.1532.
- Qin, P., Huang, D., Yuan, Y., Geng, M., and Liu, J., (2016), “Integrated gravity and gravity gradient 3D inversion using the non-linear conjugate gradient”, *J. Appl. Geophys.*, 126, pp.52.
- Reford, M. S., and Sumner, J. S., (1964), “Aeromagnetism” *Geophysics*, 29, pp.482.
- René, R. M., (1986), “Gravity inversion using open, reject, and “shape-of anomaly” fill criteria”, *Geophysics*, 51, 4, pp.988.
- Reynolds, J. M., (1997). “**An introduction to applied and environmental geophysics**”, Vol 1, first edition, John Wiley & Sons, UK. Pp.750.
- Rezaie, M., Moradzadeh, A., and Nejati Kalate, A. (2016). “3D gravity data-space inversion with sparseness and bound constraints”, *J. Min. Environ.*, published online.
- Ribeiro, V.B., Louro, V.H.A., and Mantovani, M.S.M., (2013), “3D Inversion of magnetic data of grouped anomalies- Study applied to São José intrusions in Mato Grosso, Brazil”, *J. Appl. Geophys.*, 93, pp.67.

- Roy, L. Agarwal, B.N.P. and Shaw, R.K., (1999), "Estimation of shape factor and depth from gravity anomalies due to some simple sources", *Geophys. Prospect.*, 47, pp.41.
- Shamsipour, P., Chouteau, M., and Marcotte, D., (2011), "3D stochastic inversion of magnetic data", *J. Appl. Geophys.*, 73, pp.336.
- Shamsipour, P., Marcotte, D., Chouteau, M., and Keating, P., (2010), "3D stochastic inversion of gravity data using cokriging and cosimulation", *Geophysics*, 75, pp.11.
- Silva Dias, F. J., Barbosa, V. C., and Silva, J. B., (2009), "3D gravity inversion through an adaptive-learning procedure", *Geophysics*, 74, 3, pp.19.
- Spiegel, M.R., (1974), "**Theory and problems of Fourier analysis with application to boundary value problems**", McGraw-Hill Book Company, US, pp.190.
- Talwani, M., and Heirtzler, J. R., (1964), "**Computation of Magnetic Anomalies Caused by Two-Dimensional Structures of Arbitrary Shape**", Stanford University Publications of the Geological Sciences, Stanford University, Stanford, CA, pp.464.
- Talwani, M., Worzel, J. L., and Landisman, M., (1959), "Rapid gravity computations for two-dimensional bodies with application to the Mendocino submarine fracture zone", *J. Geophys. Res.*, 64, pp.49.
- Tarantola, A., (1988), "**The inverse problem theory: methods for data fitting and model parameter estimation**", Elsevier, Amsterdam, pp.613.
- Telford, W.M., Geldart, L.P. and Sheriff, R.C., (1990), "**Applied geophysics**", Vol 1, Second edition, Cambridge University Press, UK, pp. 726.
- Tikhonov, A. N., Arsenin, V. I., and John, F., (1977), "**Solutions of ill-posed problems**", Vh Winston, Washington, DC, pp.258.
- Uieda, L., and Barbosa, V. C. F., (2012), "Robust 3D gravity gradient inversion by planting anomalous densities", *Geophysics*, 77, 4, pp.G55.
- Van Zon, T., and K. Roy-Chowdhury, (2006), "Structural inversion of gravity data using linear programming", *Geophysics*, 71, 3, pp.J41.

- Vatankhah, S., Ardestani, V. E., and Renaut, R. A., (2015), "Application of the χ^2 principle and unbiased predictive risk estimator for determining the regularization parameter in 3-D focusing gravity inversion", *Geophys. J. Int.*, 200, 1, pp.265.
- Vatankhah, S., Renaut, R. A., and Ardestani, V. E., (2014), "Regularization parameter estimation for underdetermined problems by the χ^2 principle with application to 2D focusing gravity inversion", *Inverse Prob.*, 30, 8, pp.85002.
- Vogel, C. R., (2002), "**Computational methods for inverse problems**", Vol 23, Siam, US, pp.182.
- Wahba, G., (1990), "**Spline models for observational data**", Vol 59, Siam, US, pp.167.
- Williams, N., (2006), "Applying ubc-gif potential field inversions in greenfields or brownfields exploration", Australian Earth Sciences Convention (AESC), P1, Melbourne, Australia.
- Williams, N.C., (2008), PhD thesis, "Geologically constrained UBC-GIF gravity and magnetic inversions with examples from the Agnew-Wiluna greenstone belt, Western Australia", Geophysics department, University of British Columbia.
- Zhang, L., Koyama, T., Utada, H., Yu, P., and Wang, J., (2012), "A regularized three-dimensional magnetotelluric inversion with a minimum gradient support constraint", *Geophys. J. Int.*, 189, pp.296.
- Zhang, Y., Yan, J., Li, F., Chen, C., Mei, B., Jin, S., and Dohm, J. H., (2015), "A new bound constraints method for 3-D potential field data inversion using Lagrangian multipliers". *Geophys. J. Int.*, 201, 1, pp.267.
- Zhdanov, M. S., (2002), "**Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems**", Vol 36, Elsevier, Amsterdam, pp.610.
- Zhdanov, M. S., (2009), "New advances in regularized inversion of gravity and electromagnetic data", *Geophys. Prospect.*, 57, 4, pp.463.
- Zhdanov, M. S., (2015), "**Inverse theory and applications in geophysics**", Vol 36, Second edition, Amsterdam, Elsevier, pp.704.
- Zhdanov, M., and Tolstaya, E., (2004), "Minimum support nonlinear parametrization in the solution of a 3D magnetotelluric inverse problem", *Inverse prob.*, 20, 3, pp.937.

Abstract

Gravity and magnetic methods which are called potential field methods in geophysics, are important geophysical methods in mineral exploration. Inversion of potential field data is the most important method in interpretation of the data. Most of inversion methods in geophysics need large amount of computer memory and calculation time. Reducing required time and memory in inversion of geophysical data especially potential field data is an important topic for research. The aim of this study is to provide new algorithms for smooth inversion, focusing inversion and inversion in data space with sparseness constrain to improve speed of inversion. In order to achieve the above objectives, forward solution and Lanczos Bidiagonalization codes prepared in MATLAB for smooth inversion. Then, the preconditioned Lanczos Bidiagonalization (LB) method with discrete cosine transform basis vector were presented to increase speed and decrease the required memory of LB algorithm. It was also showed that Normalized Cumulative Periodogram (NCP) method is a suitable and fast method for choosing regularization parameter. In addition the LB method is used to improve speed of the focusing inversion and inversion in data space with sparseness constrain of potential field data and finally the improved inversion algorithms were developed. The improved algorithms were tested on data obtained from 2D and 3D synthetic models and some sets of field data. The results were then compared with other exploration data and the performance of the improved algorithms were confirmed. The results showed that in smooth inversion the required memory is decreased to one sixth and the required inversion time is decreased 60 percent with using preconditioned Lanczos Bidiagonalization. The improved algorithms of focusing inversion and inversion in data space with sparseness constrain are also at least 20 percent and 10 percent faster than common algorithms.

Key words: potential field methods, Inversion, Regularization parameter, Lanczos Bidiagonalization, Improved inversion algorithms.



Shahrood University of Technology

Faculty of Mining, Petroleum and Geophysics

PhD Dissertation in Mining engineering (Major: Exploration)

An improved algorithm for inversion of potential field data

By: Mohammad Rezaie

Supervisor:

Dr. Ali Moradzadeh

Advisors:

Dr. Ali Nejati Kalateh

Dr. Hamid Aghajani

September 2016