



پایان نامه کارشناسی ارشد
دانشکده معدن و ژئوفیزیک

مدلسازی معکوس پارامتری و هموار دو بعدی داده های
پلاریزاسیون القایی و مقاومت ویژه

اساتید راهنما :
دکتر علی مراد زاده
دکتر ابوالقاسم کامکار روحانی

استاد مشاور:
مهندس علیرضا عرب امیری

گرد آورنده :
مهدی چاکری

تابستان ۱۳۸۴

چکیده

پایان نامه حاضر پژوهشی درباره مدل سازی عددی وارون روی داده های مقاومت ویژه و قطبش القایی می باشد. داده ها در منطقه ای با تپه های متعدد در نزدیکی شهرستان انار در استان کرمان، با دستگاه ABEM SAS1000 و به صورت دوبعدی برداشت گردید. همچنین مقاطع صیقلی و نازک از نمونه سنگهای برداشتی از منطقه تهیه و مطالعات اولیه بر روی آنها انجام گردید. لزوم انجام مدل سازی عددی و انواع آن، همچنین ویژگیهای مدل سازی عددی تکرار شونده که در این تحقیق مورد نظر است، بررسی و ارائه گشته است. انجام همزمان شیوه های مختلف مدل سازی اخیر بر روی یک سری از داده ها به ندرت صورت گرفته و به همین دلیل عملکرد این شیوه ها در موقعیت های گوناگون برای بسیاری از کاربران مبهم و ناشناخته است. مدل سازی عددی وارون به دو شیوه پارامتری و هموار و با استفاده از نرم افزارهای RES2DINV (ver.3.54) و RES2DIP2DI (ver.4.08) با قفل سخت افزاری موجود در آزمایشگاه ژئوفیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود انجام پذیرفته است.

این پژوهش می کوشد با بررسی و مقایسه دو شیوه مذکور و زیرمجموعه های متعدد آنها در جهت درک بهتر از مزایا و معایب هر یک و کمک به انتخاب درست، در شرایط مختلف گام بردارد. بنابراین با تکیه بر پایه نظری رهیافتهای موجود و بحثهای پیرامونی آنها، همچنین ارائه نتایج مدل سازی وارون داده های صحرائی تفاوت عملکرد این روشها در مقابل شرایط مختلف مدل و پارامترهای آن بررسی و ارائه گشت. به طور خلاصه انتخاب یک روش، قیود و تنظیم ثوابت حاضر در روابط آنها، بستگی تام به نوع و شکل عوارض زمین، اهداف اصلی اکتشاف و اطلاعات جانبی ما از منطقه دارد و هیچ روش منحصر بفردی را نمی توان برای تمامی حالات ممکن به تنهایی به عنوان برترین و کاملترین روش معرفی نمود. اگرچه اولویت بندی روشها در شرایط مختلف منطقی است، اما تکیه محض بر نتایج یک روش خاص بدون استفاده از دیگر روشها و تغییر ثوابت داخلی آن روش، عوارضی

گمراه کننده در پی خواهد داشت که نمونه هایی از آنها، در تفسیر داده های مورد مطالعه پایان نامه حاضر مشاهده می شود.

برای اثبات توانمندی ها و ضعف هر یک از روش های مدل سازی داده های سه پروفیل مقاومت ویژه و قطبش القایی مربوط به یک ناحیه اکتشافی که در ناحیه انار استان کرمان با آرایش دوقطبی دوقطبی برداشت گردید مورد استفاده قرار می گیرد. پس از تهیه شبه مقاطع داده های خام و تصحیحات اولیه، مدل سازی وارون هموار و پارامتری تحت شرایط و قیود مختلف روی آنها صورت گرفت و با توجه به نتایج کلیه مدل سازی ها و محدودیت های آنها در مجموع دو آنومالی امیدبخش مشخص گردیدند. در اولویت نخست آنومالی با وسعت تقریبی ۷۰ متر و عمق ۳۰ متر که از گوشه راست پروفیل اول آغاز می گردد. در اولویت دوم آنومالی با وسعت تقریبی ۶۰ متر در گوشه چپ پروفیل سوم و عمق ۵۰ متری برای بررسیهای تکمیلی ژئوفیزیکی و حفاری تعیین گردیدند.

فهرست مطالب

فصل اول: کلیات

۲	۱-۱ مقدمه
۴	۲-۱ مقاومت ویژه
۱۶	۳-۱ قطبش القایی
۱۷	۱-۳-۱ قطبش غشائی
۱۸	۲-۳-۱ قطبش الکترودی
۲۱	۴-۱ هدف و ضرورت تحقیق
۲۲	۵-۱ ساختار پایان نامه

فصل دوم: مدل سازی عددی

۲۴	۱-۲ تعریف مسئله
۲۵	۲-۲ مدل سازی عددی پیشرو
۲۵	۱-۲-۲ تفاضل محدود
۳۱	۲-۲-۲ عنصر محدود
۳۴	۳-۲-۲ معادلات انتگرالی
۳۵	۳-۲ مدل سازی عددی وارون
۴۰	۱-۳-۲ شبه تابع عدم انطباق
۴۰	۲-۳-۲ معیار عدم انطباق
۴۲	۳-۳-۲ حساسیت و تفکیک پذیری
۴۳	۴-۳-۲ مدل سازی وارون پارامتری
۵۰	۵-۳-۲ تجزیه مقدار تکین
۵۳	۶-۳-۲ مدل سازی وارون هموار
۶۰	۷-۳-۲ شیوه های تسریع محاسبات رایانه ای
۶۱	۸-۳-۲ میزان اطمینان مدل
۶۴	۹-۳-۲ تصحیحات توپوگرافی
۶۶	۴-۲ مدل سازی داده های قطبش القایی
۷۰	۵-۲ نرم افزار RESIXIP2DI (ver.4.08)
۷۲	۶-۲ نرم افزار RES2DINV (ver.3.54)

فصل سوم: برداشت و تفسیر

۱-۳	موقعیت جغرافیایی	۷۶
۲-۳	زمین شناسی عمومی و کانی زایی منطقه	۷۶
۳-۳	مدل سازی و تفسیر	۸۶
۴-۳	پیشنهاد حفاری	۱۰۷
فصل چهارم: نتیجه گیری و پیشنهادات		
۱-۴	بحث و نتیجه گیری	۱۱۱
۲-۴	پیشنهادات	۱۱۲
	مراجع	۱۱۴

فصل اول

کلیات

ژئوفیزیک به معنای عام در بر گیرنده کاربرد فیزیک در بررسی و شناخت زمین و محیط اطراف آن است. از آنجا که این تعریف، هواشناسی، فیزیک یونسفر و دیگر شاخه‌های علوم جوی را در بر می‌گیرد، اغلب از مطالعه داخل زمین از سطح تا هسته داخلی به عنوان ژئوفیزیک زمین جامد یاد می‌شود. ژئوفیزیک مانند بسیاری علوم به دو بخش محض که شامل بررسی فیزیکی تمام یا گستره وسیعی از کره زمین می‌شود و کاربردی که با اکتشافات محلی پوسته با اهداف اقتصادی و زیست محیطی سر و کار دارد، تقسیم می‌گردد. ژئوفیزیک کاربردی در گستره‌ای وسیع فعالیت نموده و با متخصصان گوناگونی همکاری دارد. از تعیین ضخامت پوسته در اکتشافات نفت، بررسی ساختارهای کم‌عمق برای مکان‌یابی سدها و سازه‌های متوسط و عظیم، آب زیر زمینی، بررسی حفره‌ها، کابل‌ها و لوله‌ها، معادن و منابع اقتصادی زیرزمینی تا بررسی‌های باستان‌شناسی و زیست‌محیطی، ژئوفیزیک حضوری پررنگ و گاه محوری را ایفا می‌نماید. در این میان ردیابی و مطالعه کانسارها یکی از قدیمی‌ترین و آشناترین خدمات این علم است. ژئوفیزیک برای انجام طیف وسیع ماموریت‌هایش مجهز به روش‌های گوناگون بر پایه ویژگی‌های فیزیکی زمین است. روش‌های گرانی، مغناطیس، لرزه‌ای، الکتریک و الکترومغناطیس و دیگر روش‌های جانبی از آن جمله‌اند که هر یک در حوزه‌های خاص به صورت منفرد یا با ترکیب با روش‌های دیگر کاربرد دارند.

اما از میان شاخه‌های گوناگون، دستگاه‌های پرزرق و برق، نرم‌افزارهای تجاری شیک که همگی مدعی ارائه تصاویری بدیع، عجیب و گاه مفصل از زیرزمین و اهداف مورد علاقه ما هستند کدام یک برای انجام وظیفه مورد نظر، مناسب، باصرفه و قابل اعتماد بوده و نتایج، کجا واقعی و کجا خیال‌بافی است. اینجاست که متخصصین ژئوفیزیک کار خود را آغاز می‌نمایند. با توجه به اینکه اغلب آنان، به عنوان بخشی از یک تیم بزرگتر اکتشافی و تحقیقاتی عمل می‌کنند مراحل زیر از وظایف آنها

به شمار می‌رود. گام نخست شناخت درست هدف و ویژگی ژئوفیزیکی شاخص آن است. سپس بر پایه میزان حساسیت هر روش نسبت به این ویژگی و همچنین توانایی‌ها و محدودیت‌ها، مزایا و معایب آنها و مکان، توپوگرافی و عوارض غالب منطقه یک یا ترکیبی از روش‌ها انتخاب می‌گردد. در گام بعد با استفاده از مطالعات اولیه بزرگ مقیاس، اطلاعات گمانه‌ها و زمین ساخت منطقه محل تمرکز آنومالی‌های احتمالی تعریف می‌گردد. در گام سوم نوع برداشت بر اساس شکل و اندازه احتمالی هدف، راستای غالب عوارض و منابع نويز تعیین می‌گردد. شایان ذکر است که سه گونه برداشت اصلی وجود دارد. پروفیل‌زنی که در آن برداشت‌ها با حرکت، در طول خطی مستقیم بدون تغییر آرایش صورت گرفته و داده‌های یک بعدی از عمق خاصی از زمین را بدست می‌دهد. سونداژزنی که اطلاعاتی یک بعدی در راستای خطی عمود بر سطح زمین را بدست می‌دهد. نگاشت (mapping) که با پروفیل‌های موازی و متقاطع یک تصویر دو بعدی از عمقی خاص را بدست می‌دهد. علاوه بر این ترکیبی از این روش‌ها برای ارائه تصاویر دو بعدی و سه بعدی از هدف قابل انجام است. در مرحله حاضر دو نکته مهم دیگر نیز وجود دارد تعیین فاصله الکتروودی و توجه به منابع نويز. به طور مثال اهدافی با پهنای کمتر از فاصله الکتروودی احتمالاً در نتایج حضور نخواهند داشت. گام بعد برآورد آماد و پشتیبانی لازم و انجام عملیات صحرایی است. تلاش در جهت حذف اثر منابع نويز طبیعی از قبیل توفان‌های الکترومغناطیسی یا مصنوعی مانند لوله‌ها و تاسیسات شهری و برون شهری در هنگام برداشت، نتایج بهتری از استفاده از فیلترها بر روی داده‌های حاصل خواهد داشت. دو نوع نويز وجود دارد. نويز همدوس (coherent) که از نظام و فرمول خاصی پیروی می‌کند، مانند اثر خطوط برق روی برداشت‌های الکترومغناطیسی و دیگری ناهمدوس (incoherent) که طبیعتی تصادفی و غیر نظام‌مند دارد و اغلب با جمع بستن پروفیل‌های مختلف اثر آن کاهش می‌یابد، مانند اثر عبور اتومبیل‌ها در نزدیکی جاده‌ها [۱۶].

تفسیر داده‌های حاصل و ترجمه مدل‌های ژئوفیزیکی به مدل‌های قابل فهم برای دیگر اعضای تیم، گام مهم و اجتناب‌ناپذیر پایانی می‌باشد. این مدل‌ها باید از نگاه زمین‌شناسی منطقی و معنی‌دار

بوده و با یافته‌های دیگر بخش‌های تیم تحقیقاتی تطابق لازم را داشته باشند. مشکلات و نتایج عجیب و غریب از آنجایی آغاز می‌شود که هر یک از مراحل فوق ناقص انجام گیرد و یا حذف گردد.

در میان روش‌های مذکور روش‌های الکتریکی و الکترومغناطیس گستره‌ای وسیع از انواع تکنیک‌های متنوع را شامل می‌شوند که در نهایت اغلب به دنبال تعیین مقاومت الکتریکی سنگ‌ها می‌باشند. روش‌های الکتریکی با تکیه بر شارش جریان پایای یک سویه یا سینوسی و روش‌های الکترومغناطیسی به کمک القای الکترومغناطیس یا انتشار امواج الکترومغناطیس از زیرزمین و مطالعه چگونگی رفتار آنها در این راه قدم بر می‌دارند. روش‌های پتانسیل خودزا، جریان یک سویه (مقاومت ویژه) و قطبش القایی از زیرشاخه‌های الکتریک محسوب می‌شوند. کانسارهای مس (به ویژه نوع پرفیری آن) به دلیل ویژگی‌های ذاتی و عوارض زمین ساختی همراه آنها اغلب اهداف آشکاری برای شاخه‌های مقاومت ویژه و قطبش القایی به شمار می‌روند. از این رو در این پژوهش از این دو تکنیک استفاده گشته است.

۲-۱ مقاومت ویژه

هر ماده‌ای در مقابل عبور جریان الکتریکی از خود مقاومتی نشان می‌دهد که از یک سو تابع طبیعت ذاتی آن و از سوی دیگر تابع شکل و اندازه آن می‌باشد. برای تفکیک این دو ویژگی این مقدار را برای جسمی به شکل و اندازه دلخواه «مقاومت» R و برای جسمی با ابعاد و شکل معین و استاندارد، «مقاومت ویژه» ρ می‌نامند که با واحد اهم متر بیان می‌گردد. برای یک مکعب مستطیل به سطح مقطع A و طول L داریم:

$$R = \frac{V}{I} \quad (1-1)$$

$$\rho = \frac{R A}{L} \quad (2-1)$$

آرچی بر پایه شواهد تجربی رابطه‌ای بین مقاومت ویژه موثر سنگ ρ ، با ویژگی‌هایی مانند

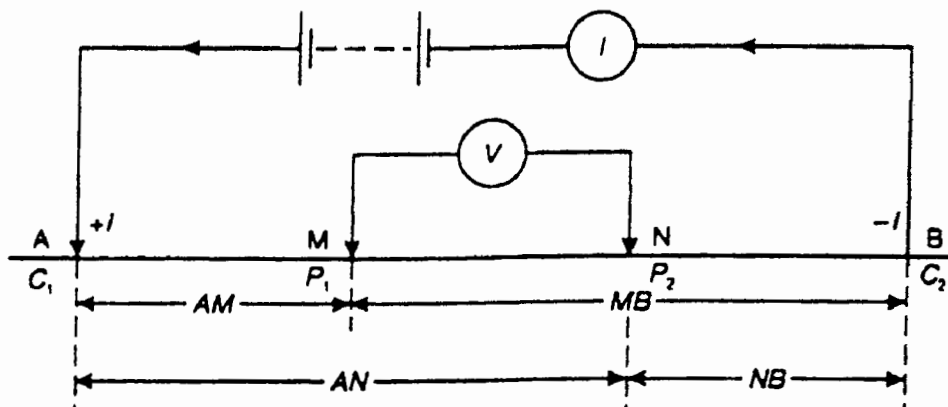
تخلخل ϕ ، نسبت حجم روزنه‌های پر از سیال به کل فضای خالی S (درجه اشباع) و مقاومت ویژه

سیال ρ_w ، بدست آورد. (a، m و n ثابت هستند)

$$\rho = a\phi^{-m} s^{-n} \rho_w \quad (3-1)$$

اگر به جداول مقاومت ویژه سنگ‌ها که در کتب مختلف درسی آمده نگاه کنیم شاهد گستره وسیعی از اعداد با هم‌پوشانی فراوان خواهیم بود [۶۰]. بدون شک هیچ ویژگی فیزیکی دیگری از سنگ‌ها چنین بازه وسیعی را به نمایش نمی‌گذارد. اما متأسفانه به دلیل عدم وجود تناظر یک به یک میان ماده‌ای خاص و مقاومتی معین تنها با تکیه بر نتایج مقاومت ویژه مواد نمی‌توان ماده مزبور را به طور یکتا تعیین کرد. از سوی دیگر برداشت صحرایی با تزریق جریان و اندازه‌گیری پتانسیل با آرایشی خاص روی سطح زمین انجام می‌گیرد و ما با یک نمونه آزمایشگاهی خالص با ابعاد معین سر و کار نداریم. از این رو مقاومت ویژه‌ای که در عملیات صحرایی برداشت می‌گردد به فاکتورهایی فراتر از رابطه تجربی آرچی برای یک یا چند سنگ متکی است و به نام «مقاومت ویژه ظاهری» معروف است. رسیدن از این داده‌های خام صحرایی، به مدل معنی‌دار زمین‌شناسی، بدون وجود تابعی یک به یک میان این دو حوزه، آوردگاهی نفس‌گیر پیش روی ژئوفیزیک قرار می‌دهد که در فصل آینده به چگونگی رویارویی با مشکل مذکور خواهیم پرداخت. [۵۳]

در ادامه مروری مجمل بر چگونگی برداشت صحرایی داریم. در ساده‌ترین حالت ممکن یک نیم فضای همگن را به عنوان مدل زمین در نظر می‌گیرند که دو الکتروود در نقاط C1 و C2 جریان را به زمین تزریق و دو الکتروود دیگر ولتاژ را بین نقاط P1 و P2 اندازه‌گیری می‌نمایند. (شکل (۱-۱))



شکل (۱-۱) نمایش عمومی یک آرایش الکتروودی [۵۳]

می‌دانیم با تکیه بر قانون اهم و چگالی جریان در نیم فضای همگن، ولتاژ در فاصله r از منبع جریان برابر است با (ϕ نماد پتانسیل است):

$$\phi_r = - \int \rho \cdot J dr = \frac{\rho I}{2\pi r} \quad (4-1)$$

بنابراین برای آرایش عمومی بالا پس از محاسبه اختلاف پتانسیل برداشتی ϕ_{p1p2} و مرتب سازی بر حسب مقاومت ویژه داریم:

$$\rho = \frac{2\pi\phi_{p1p2}}{I} \left[\left(\frac{1}{C_1P_1} - \frac{1}{P_1C_2} \right) - \left(\frac{1}{C_1P_2} - \frac{1}{P_2C_2} \right) \right]^{-1} \quad (5-1)$$

این رابطه دارای دو قسمت مقاومت (با واحد اهم) و ضربی به نام «عامل هندسی» K (با واحد متر) است.

$$K = 2\pi \left[\left(\frac{1}{C_1P_1} - \frac{1}{P_1C_2} \right) - \left(\frac{1}{C_1P_2} - \frac{1}{P_2C_2} \right) \right]^{-1} \quad (6-1)$$

در برداشت صحرایی واقعی ما با نیم فضای همگن روبرو نخواهیم شد. از این رو عددی که بدست می‌آوریم بدلی از مقاومت ویژه واقعی مجموعه سنگ‌های زیرزمین است که «مقاومت ویژه ظاهری» نام دارد. چگالی جریان در زیرزمین یکنواخت نبوده و نیمی از جریان تنها تا حدود عمق $\frac{AB}{2}$ توزیع می‌گردد. علاوه بر این اثرات جانبی دیگر مثل به تله افتادن جریان در مسیرهای با مقاومت ویژه پایین و یا واگرایی شدید جریان در لایه‌های با مقاومت ویژه بالا لزوم دقت کافی را برای توضیح و تفسیر نتایج حاصل و میزان واقعی بودن آنها نشان می‌دهد. [۵۳]

عامل هندسی تنها تابعی از هندسه آرایش الکترودهاست. سه دسته آرایش معمول به نام‌های وِنر، شلومبرژه و دو قطبی دو قطبی را بررسی می‌کنیم^۱ (شکل (۱-۲)).

آرایش وِنر قدرت تفکیک خوبی در تشخیص ساختارهای افقی دارد ولی متقابلاً در مورد ساختارهای عمودی ضعیف عمل می‌کند. این آرایش دارای قوی‌ترین سیگنال و در عین حال بیشترین

۱- آرایش‌های متنوع دیگری که بعضی حالت‌های خاص از این آرایش‌های معمول هستند، وجود دارند که خواننده علاقمند می‌تواند به مراجع مراجعه کند.

$$\begin{array}{ccccccc} C1 & & P1 & & P2 & & C2 \\ \bullet \leftarrow a \rightarrow \bullet & \leftarrow a \rightarrow \bullet & \leftarrow a \rightarrow \bullet & & & & \\ k = 2 \pi a \end{array}$$

ونر

$$\begin{array}{ccccccc} C1 & & P1 & & P2 & & C2 \\ \bullet \leftarrow na \rightarrow \bullet & \leftarrow a \rightarrow \bullet & \leftarrow na \rightarrow \bullet & & & & \\ k = \pi n(n+1) a \end{array}$$

شلوم برگر

$$\begin{array}{ccccccc} C2 & & C1 & & P1 & & P2 \\ \bullet \leftarrow a \rightarrow \bullet & \leftarrow na \rightarrow \bullet & \leftarrow a \rightarrow \bullet & & & & \\ k = \pi n(n+1)(n+2) a \end{array}$$

دو قطبی دوقطبی

$$\begin{array}{ccc} C1 & & P1 \\ \bullet \leftarrow a \rightarrow \bullet & & \\ k = 2 \pi a \end{array}$$

قطبی قطبی

شکل (۲-۱) آرایشهای رایج الکترودی و مقادیر عامل هندسی متناظر [۳۲]

نویز به خاطر فاصله زیاد الکترودهای پتانسیل است. کاربرد گستره آن در آبهای زیرزمینی و تحقیقات زیست محیطی است.

آرایش شلومبرژه که به نوعی حالتی خاص از وئر است و در آن اغلب $\frac{P_1 P_2}{C_1 C_2} \leq 1$ می باشد،

علاوه بر تفکیک خوب مرزهای افقی، مرزهای عمودی را نیز بهتر از وئر نشان می دهد. هر دوی این آرایش ها در بررسیهای سونداژ سابقه ای طولانی دارند. آرایش دو قطبی دوقطبی حساسیت بالایی به مرزهای عمودی دارد اما به دلیل ضعف در تشخیص مرزهای افقی به ندرت در سونداژ موفق عمل می کند [۳۲]. آرایش های متنوع دیگری، که بعضی از آنها حالات خاص این سه آرایش هستند، وجود دارد که بررسی آنها و موارد کاربردشان خارج از موضوع این تحقیق است.

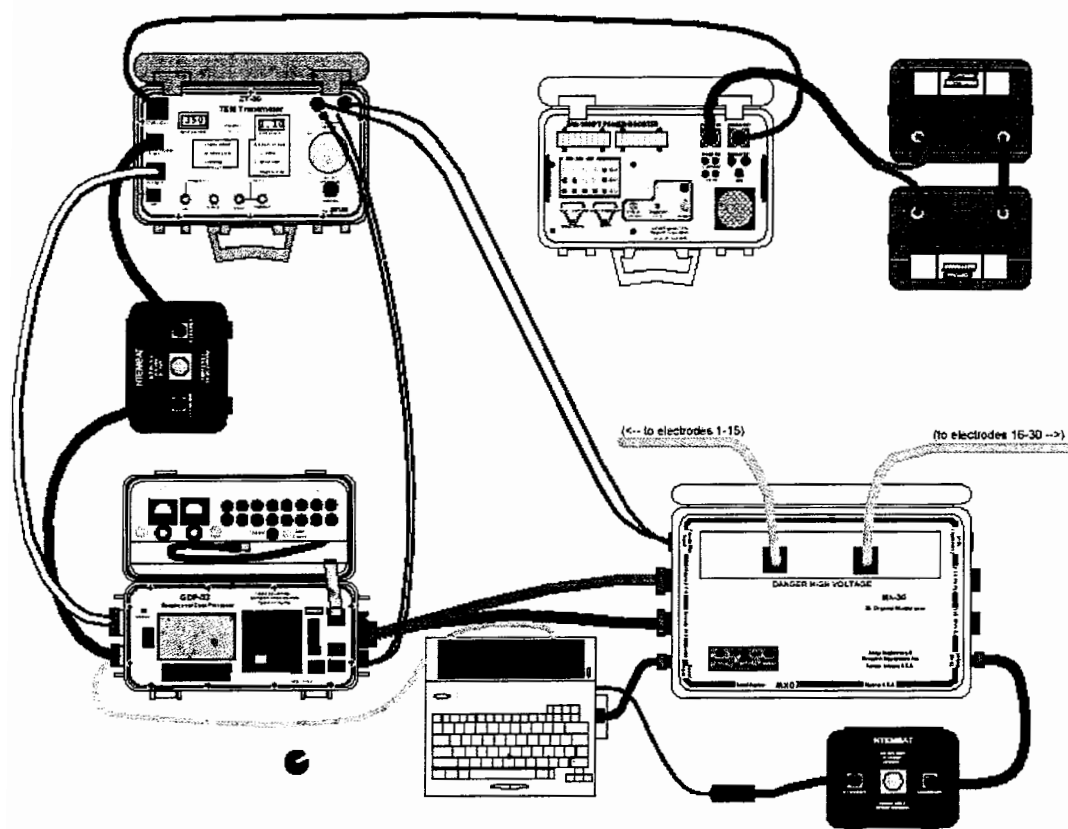
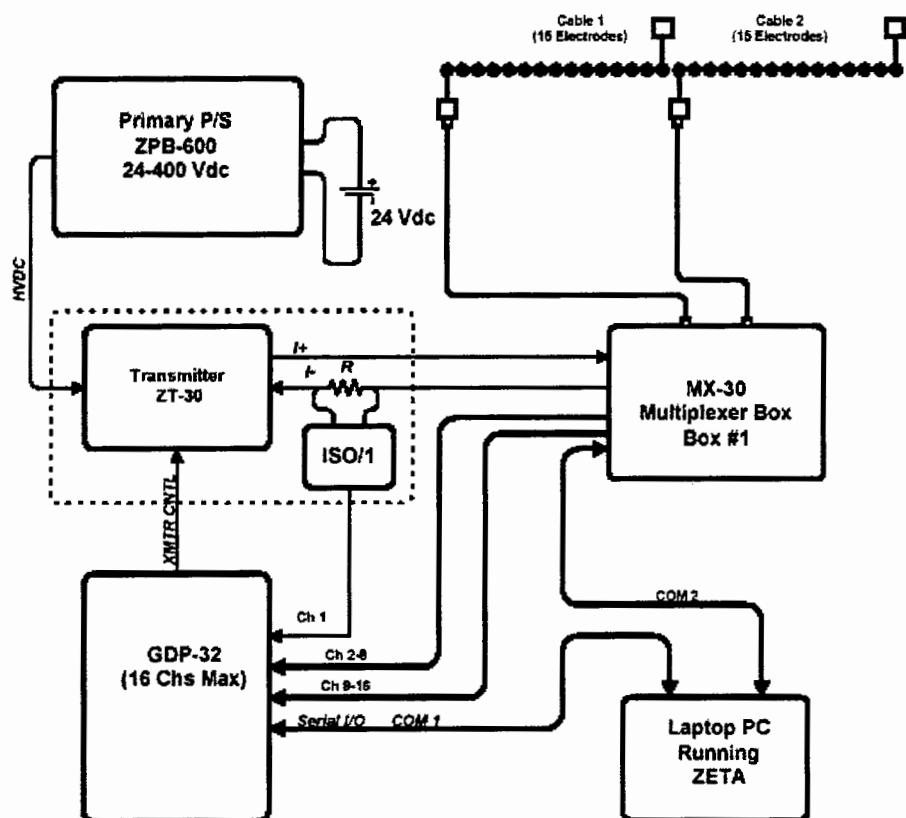
در سونداژ زنی الکتریکی روش های گوناگونی برای تفسیر داده های یک بعدی وجود دارد. از آن جمله فرض زمین لایه ای و سپس محاسبات ریاضی برای رسیدن به پاسخ نظری حالات مختلف زمین و تطبیق منحنی های صحرایی با منحنی های حاصله نظری را می توان نام برد که از قدیمی ترین این روش هاست (روش منحنی های راهنما). در پروفیل زنی نیز با فرض حالات مختلف مرزهای عمودی مانند دایک ها و محاسبات مربوطه با مقایسه نتایج صحرایی با پیش بینی های مدل فرضی حدود و مشخصات تقریبی مرزهای عمودی بدست می آیند.

اشاره به این نکته ضروری است که یک واحد ژئوالکتریک (عوارض حاصل از تفسیر ژئوالکتریک) همیشه قابل انطباق بر واحد زمین‌شناسی نیست. ژئوالکتریک به دو پارامتر مقاومت ویژه و ضخامت وابسته است. بنابراین تا زمانی که نسبت ضخامت به مقاومت ویژه برای لایه ثابت باشد تغییر محسوسی در منحنی‌های صحرایی رخ نخواهد داد. این مشکل به نام مسئله «هم ارزی لایه‌ها» معروف است. مسئله معروف دیگر «اختفاء لایه‌ها» است که در آن گاه لایه‌ای در میان دو لایه دیگر با خصوصیات نزدیک به هم مستهلک شده و اثری از آن در منحنی صحرایی دیده نمی‌شود. این مسئله زمانی خطرناک است که لایه مذکور که از نظر ژئوالکتریک تفاوت چندانی با دیگر لایه‌ها ندارد از نظر زمین‌شناسی کاملاً متمایز و حائز اهمیت باشد. [۵۳ و ۶۰]

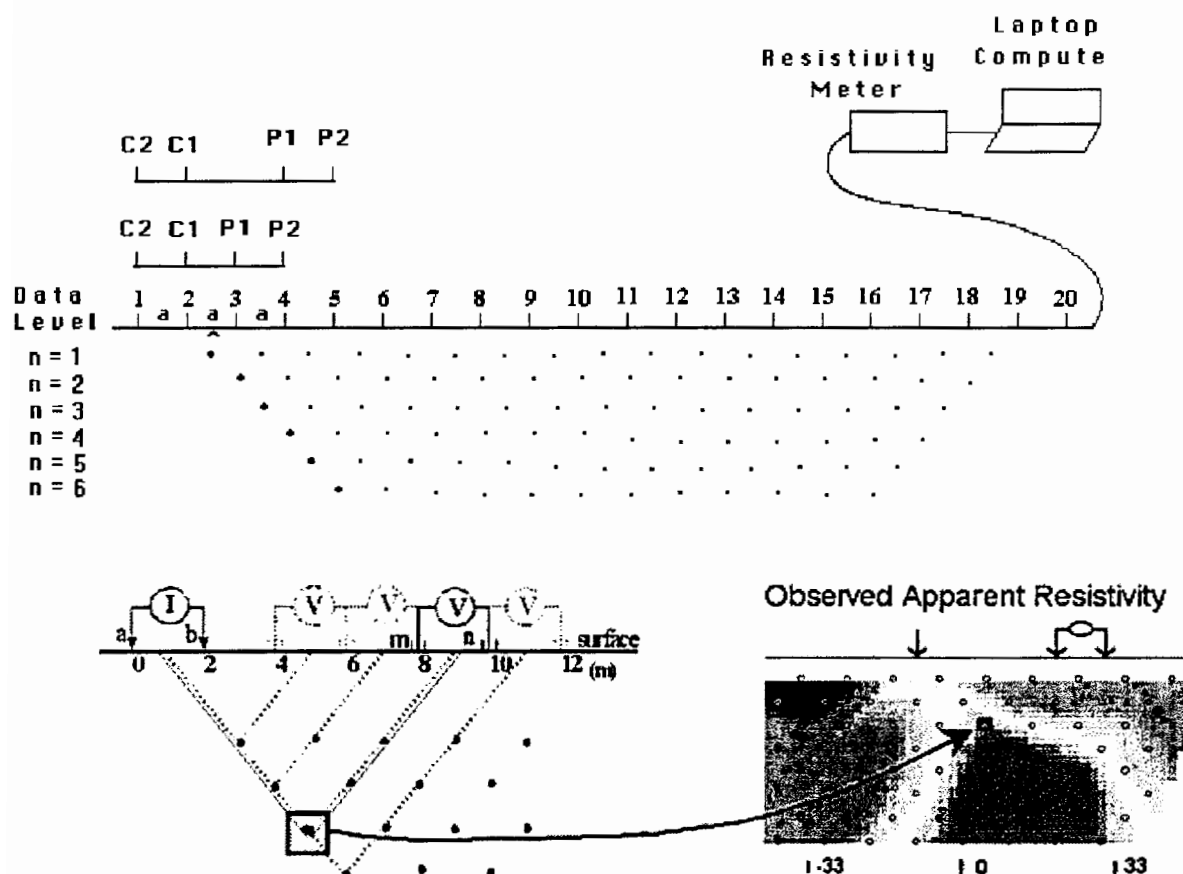
برداشت‌های صحرایی امروزه با کمک کابل‌های طویل، ظریف و سبک چندشاخه و دستگاه‌های پیچیده اندازه‌گیری و رایانه‌های کیفی که اجازه برداشت با الگوهای پیچیده و تفسیر همزمان را در صحرا می‌دهند، در مقیاسی وسیع و چگالی نقاط بالا انجام می‌گیرد. برداشت‌های دو بعدی و سه بعدی با تراکم بالا و تصحیح احتمالی طراحی غلط برداشت قبل از اتمام آن از دیگر فواید سخت‌افزارهای پیچیده جدید است. (شکل (۱-۳))

مطالعات گسترده و نرم‌افزارهای متنوعی نیز برای برداشت‌های حجیم به ثبت رسیده‌اند. با توجه به آنکه برداشت سه بعدی تعداد نقاط و در نتیجه هزینه‌ای چندین برابر برداشت‌های دو بعدی را می‌طلبد و در عین حال بسیاری از عوارض زمین‌شناسی دارای کشیدگی ابعاد به نحوی هستند که عملاً برای امواج الکترومغناطیس اهداف دو بعدی محسوب می‌گردند، امروزه برداشت دو بعدی محبوبیت بیشتری را کسب نموده است. [۳۲]

مطابق شکل (۱-۴) ابتدا تمامی اندازه‌گیری‌ها برای $n=1$ آرایش دو قطبی انجام می‌گیرد سپس $n=2$ فرض شده و جاروب ردیف دوم در راستای پروفیل انجام می‌گیرد به همین ترتیب با افزایش n ردیف‌های بعدی برداشت می‌گردد. در برداشت‌های قبل اندازه دو قطبی یعنی C_1C_2 و P_1P_2 ثابت می‌ماند. عموماً n را حداکثر برابر ۶ تا ۸ می‌گیرند چرا که مقادیر بیش از این پتانسیل برداشتی را

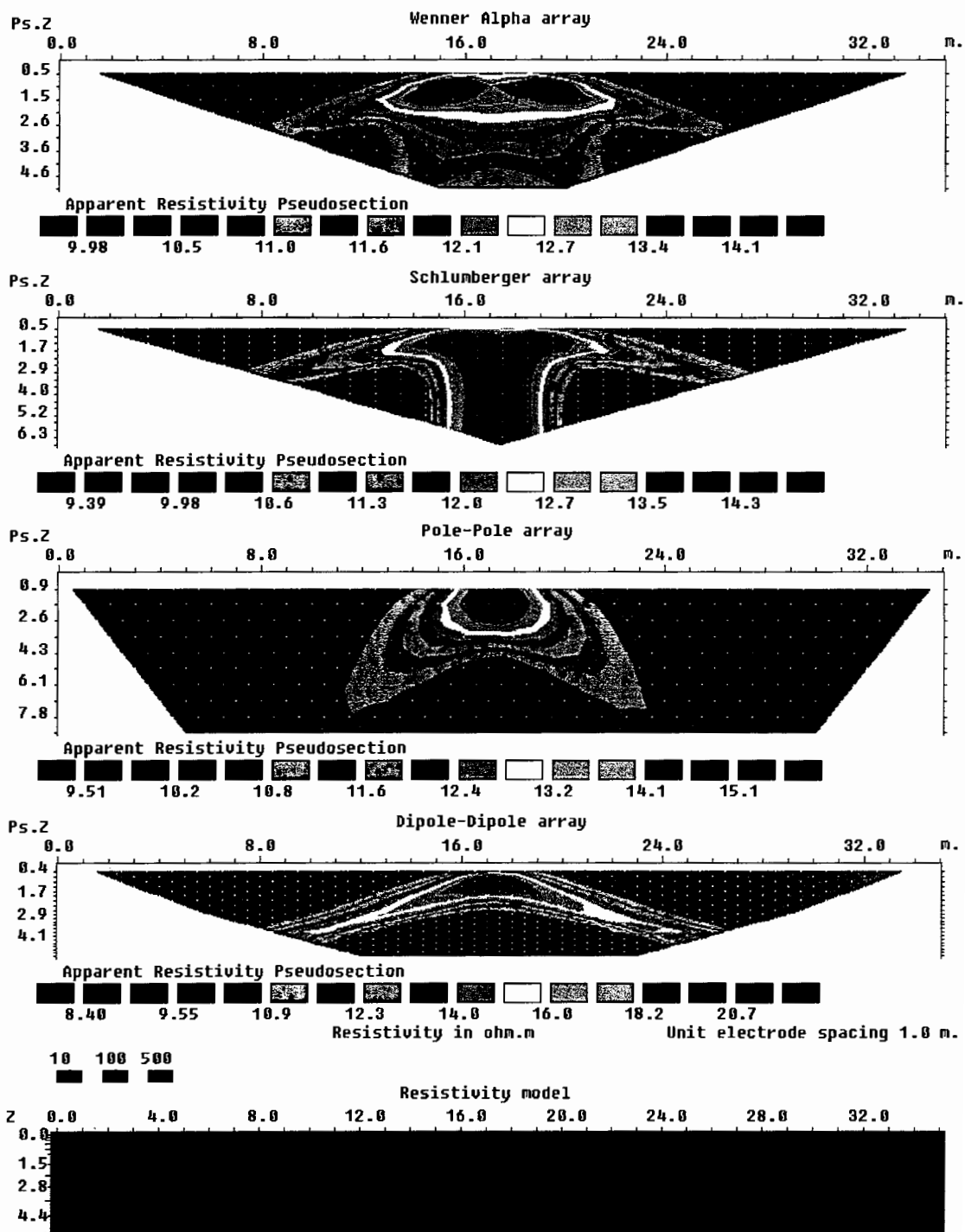


(۳-۱) سیستم مجتمع برداشت و پردازش داده های ژئوفیزیکی [۷۱]



شکل (۴-۱) برداشت دوبعدی با آرایش دوقطبی دوقطبی و شبه مقطع حاصل [۳۲ و ۷۲]

در حد نویز زمینه کاهش می‌دهد. پس از عملیات صحرایی شبه مقطع که تصویری بسیار خام و تقریبی از زیرزمین ارائه می‌دهد رسم می‌گردد. برای آرایش دوقطبی دوقطبی هر کدام از مقادیر برداشتی به نقطه‌ای با X برابر با نقطه میانی آرایه متناظر آنها و عمق Z برابر با محل تلاقی دو خط با زاویه 45° با هر یک از جفت‌های دو قطبی، نسبت داده می‌شوند. شایان ذکر است که نقطه مذکور فقط یک نقطه انتسابی برای راحتی رسم شبه مقاطع اولیه است و عمق واقعی بعد از تفسیر و وارون‌سازی تعیین می‌گردد. این نکته با کمال تأسف بسیار مورد غفلت واقع شده و بسیاری هنوز می‌پندارند که جریان الکتریکی با زاویه‌ای 45° درجه با زمین حرکت می‌کند. برای دیگر آرایش‌ها نیز مقادیر مختلفی برای عمق اکتشافات پیشنهاد گشته است. شبه مقاطع نمونه حاصل از یک مدل مصنوعی مکعب مستطیل در شکل (۵-۱) آمده است. پاسخ آرایش‌ها به یک مدل بسیار متفاوت است.



شکل (۵-۱) شبه مقاطع آرایش های مختلف برای مدل مصنوعی یک بلوک مستطیلی
(مدلسازی پیشرو با نرم افزار RES2DMOD)

مقاطع شکل (۵-۱) توسط نرم افزار RES2DMOD تهیه گردیده اند. انتخاب یک آرایش برای برداشت خاص به نوع، شکل و عمق عارضه زمین‌شناسی هدف همچنین میزان حساسیت، پوشش افقی، قدرت سیگنال آرایش و میزان نویز زمینه موجود در منطقه بستگی دارد. عمق اکتشاف و حساسیت آرایش را می‌توان بر حسب مشتق Frechet بیان کرد. برای آرایش قطبی قطبی در نیم فضای همگن با کمک معادله پواسون می‌توان میزان تغییر پتانسیل برداشتی را بر حسب تغییر مقاومت ویژه حجم کوچک $d\tau$ حساب کرد.

$$\delta\phi = \frac{\delta\rho}{\rho^2} \int_V \nabla\phi \cdot \nabla\phi' d\tau \quad (7-1)$$

ϕ پتانسیل برداشتی در الکتروود پتانسیل به فاصله a از الکتروود جریان است و ϕ' پتانسیل برداشتی در صورتی که الکتروود جریان در جای الکتروود پتانسیل قرار گیرد می‌باشد. با جایگزینی مقادیر ϕ و ϕ' در معادله فوق داریم:

$$\frac{\delta\phi}{\delta\rho} = \int_V \frac{1}{4\pi^2} \frac{x(x-a) + y^2 + z^2}{[x^2 + y^2 + z^2]^{1/2} [(x-a)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}} dx dy dz \quad (8-1)$$

تابع زیر انتگرال به تابع حساسیت Frechet موسوم است. برای سونداز یک بعدی، این تابع حل ساده‌ای به شکل زیر دارد:

$$F_{1D}(z) = \frac{2}{\pi} \frac{z}{(a^2 + 4z^2)^{3/2}} \quad (9-1)$$

برای آرایش‌های دیگر کافی است اثر سه الکتروود دیگر را به تابع حساسیت اضافه کنیم. اغلب «عمق اکتشاف میانه» را نقطه‌ای می‌گیرند که مساحت زیر منحنی تابع فوق را به دو قسمت تقسیم می‌کند. برای وضعیت دو بعدی با فرض گسترش بی‌نهایت عوارض در جهت y خواهیم داشت.

$$F_{2D}(x, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(x-a) + y^2 + z^2}{[x^2 + y^2 + z^2]^{1/2} [(x-a)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}} dy \quad (10-1)$$

حل تحلیلی رابطه بالا به کمک $K(k)$ و $E(k)$ که انتگرال‌های بیضوی کامل نوع اول و دوم

می باشند^۱، بدین شرح است.

$$F_{2D}(x_1, z) = \frac{2}{\alpha \beta^2} \left[\frac{\alpha^2 E(k) - \beta^2 K(k)}{(\alpha^2 - \beta^2)} - \frac{\gamma [(\alpha^2 + \beta^2) E(k) - 2\beta^2 K(k)]}{(\alpha^2 - \beta^2)^2} \right] \quad (11-1)$$

$$k = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^{1/2}}{\alpha}$$

$$\alpha^2 = x^2 + z^2, \beta^2 = (x-a)^2 + z^2, \gamma = xa \quad \text{اگر } x > \frac{a}{2} \text{ آنگاه}$$

$$\beta^2 = x^2 + z^2, \alpha^2 = (x-a)^2 + z^2, \gamma = a(a-x) \quad \text{اگر } x < \frac{a}{2} \text{ آنگاه}$$

$$F_{2D}(x, z) = \pi \left[\frac{1}{2\alpha^3} - \frac{3a^3}{16\alpha^5} \right], \alpha^2 = a^2/4 + z^2 \quad \text{اگر } x = \frac{a}{2} \text{ آنگاه}$$

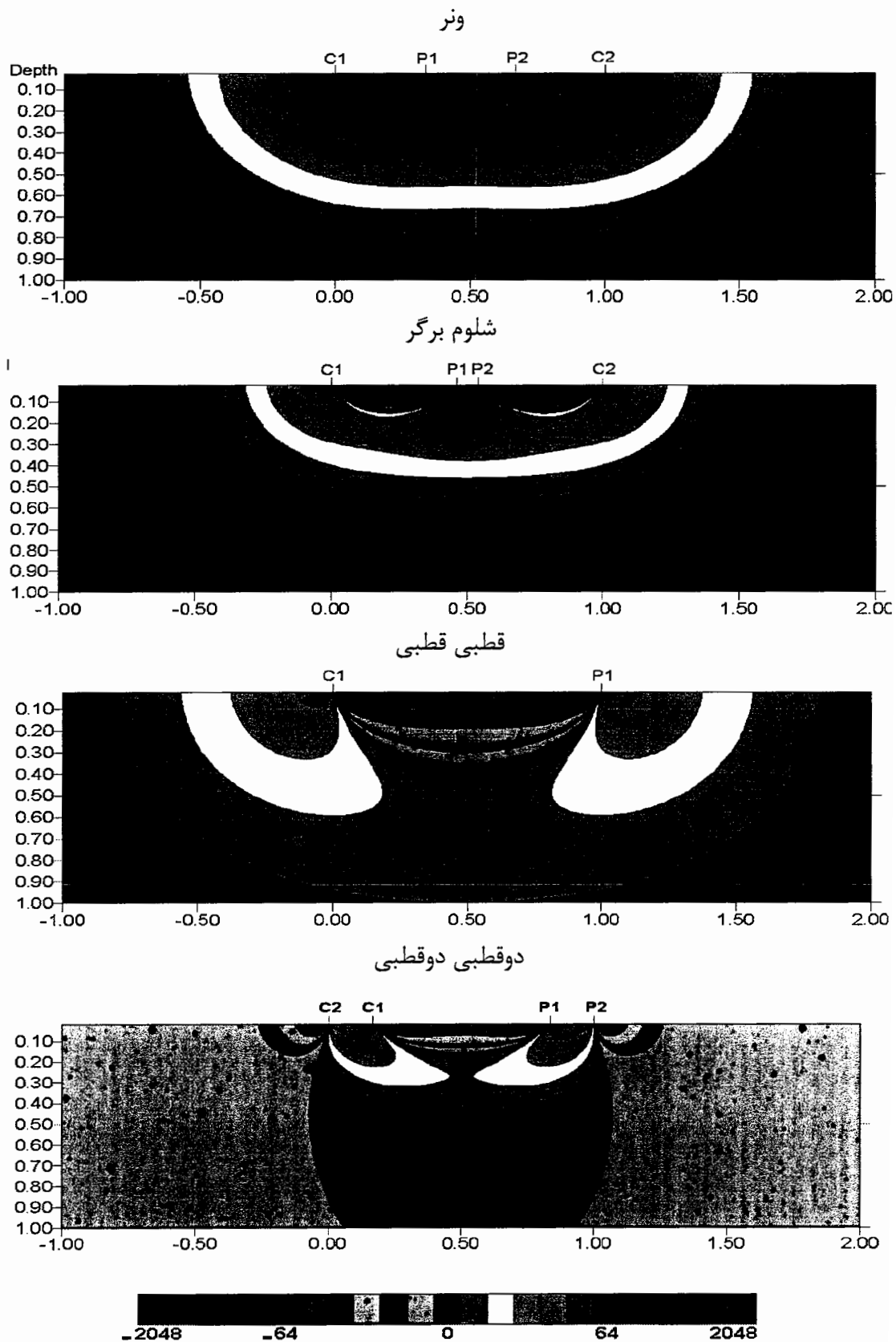
شکل (۶-۱) مقاطع ترسیمی این تابع را برای آرایش‌های مختلف نشان می‌دهد.^۲ بر پایه این

مقاطع می‌توان مناطقی را که تغییرات مقاومت ویژه در آنها بیشترین تأثیر را بر برداشت‌های صحرایی دارد مشاهده کرد. مناطق حساسیت منفی بدین معناست که وجود اجسام با مقاومت ویژه بالاتر از زمینه در این مناطق باعث کاهش مقدار مقاومت ویژه ظاهری برداشتی توسط آرایش می‌شود که این پدیده به نام وارونگی آنومالی معروف است. عمق اکتشاف میانی بوسیله یک علامت مثبت نشان داده شده است. [۳۷]

برتری آرایش ونر در تشخیص مرزهای افقی به خوبی دیده می‌شود. همینطور آرایش شلومبرژه علاوه بر دقت متوسط در مرزهای افقی هر چقدر فاصله P_1P_2 کمتر شود حساسیت بهتری را به مرزهای عمودی نشان می‌دهد. این ویژگی کاربرد این آرایش را برای دایک‌های کم عمق توجیه می‌کند. قدرت سیگنال این آرایش متناسب با معکوس مربع نسبت فاصله P_1P_2 به طول آرایش یعنی C_1C_2 است. اگر چه قدرت سیگنال این آرایش کمتر از ونر و بیشتر از دو قطبی دوقطبی است اما در

^۱ - برای تعریف مفصل انتگرالهای مذکور به کتب معتبر روابط پیشرفته ریاضیات مراجعه گردد.

^۲ - می‌توان از روش‌های عددی عنصر محدود و تفاضل محدود نیز در ارزیابی شبه مقاطع استفاده کرد. حل عددی تفاضل محدود انحرافی در حدود ۵٪ از حل تحلیلی بالا نشان می‌دهد که در محدوده خطای ذاتی روش تفاضل محدود می‌باشد.



شکل (۶-۱) مقاطع حساسیت آرایش های ونر ، شلومبرژه، قطبی قطبی و دوقطبی دوقطبی [۳۲]

عوض پوشش افقی آن بیشتر از ونر ولی کمتر از دو قطبی دو قطبی است. آرایش دو قطبی دوقطبی که به دلیل جفت‌شدگی EM پایین کاربرد گسترده‌ای در برداشت‌های مقاومت ویژه و قطبش القایی دو بعدی دارد، دارای بیشترین حساسیت در منطقه زیر دو قطبی‌های جریان و پتانسیل است. با افزایش n ، یعنی نسبت فاصله دو قطبی‌ها از یکدیگر به طول دو قطبی‌ها (یا همان فاصله الکترودی a) تمرکز حساسیت در نواحی فوق‌الذکر افزایش یافته و الگوی کانتورها تقریباً عمودی می‌گردد. به همین دلیل این آرایش به شدت به تغییرات افقی یا به عبارتی مرزهای عمودی حساس بوده ولی در مورد مرزهای افقی ضعیف عمل می‌کند. برای دایک، گسل و حفره عملکردی قوی و برای سیل و رسوبات لایه‌ای عملکردی ضعیف را به نمایش می‌گذارد. عمق اکتشاف میانی علاوه بر فاصله الکترودی a به عامل n نیز بستگی دارد و عموماً عمقی کمتر از آرایش ونر را می‌کاود. برای n بالا تخمین عمق ساختارها با خطای زیاد همراه می‌باشد. برای تعداد ایستگاه‌های برابر پوشش افقی گسترده‌تری نسبت به ونر بدست می‌دهد و این نکته برای برداشت‌های سریع مناطق وسیع قابل توجه است. یکی از عیوب اصلی این آرایش قدرت سیگنال پایین آن به ویژه برای n بالاست. ولتاژ متناسب با معکوس مکعب n می‌باشد. یک راه‌حل افزایش طول دو قطبی a به جای افزایش n برای رفتن به اعماق بیشتر است. به دلایل فوق استفاده از دستگاه‌های دقیق اندازه‌گیری با مدارهای حذف نویز و دقت فراوان در برداشت‌های صحرایی به ویژه اتصال کامل الکترودها با زمین از شرایط جانبی مهم کار با این آرایش است. اما با رعایت عوامل مذکور، قدرت این آرایش در ارائه تصویری دقیق از موقعیت عمودی توده‌های هدف غیر قابل انکار است.

نکته مهم دیگر آن است که آرایش دو قطبی دو قطبی عملاً کمترین اطلاعات را از نواحی اطراف نقطه ترسیمی در شبه مقطع بدست می‌دهد و مقاومت ویژه ظاهری انتسابی به این نقطه در شبه مقطع در واقع بیانگر نواحی زیر دو قطبی‌ها و دیگر نواحی با حساسیت بالاست. از این رو شبه مقاطعی که توسط این آرایش (با فرض نقطه تقاطع خطوط با زاویه ۴۵ درجه) رسم می‌شوند شباهت چندانی با توزیع واقعی مقاومت ویژه زیرزمین ندارند. این موضوع را به وضوح در مقایسه شبه مقاطع با

مدل‌های وارون‌سازی شده در فصول آینده خواهیم دید. نکته پایانی ترتیب درست این آرایش است که به صورت $C_2 - C_1 - P_1 - P_2$ می‌باشد که در غیر این صورت مقادیر مقاومت ویژه ظاهری منفی بدست می‌دهد.

در آرایش قطبی قطبی یکی از الکترودهای جریان و پتانسیل در فاصله‌ای بیش از ۲۰ برابر فاصله الکترودی a قرار داده می‌شود. در نتیجه اغلب نویز حاصل از جریان‌های تلوریک به شدت مشکل ساز می‌گردد. از این رو عملاً برای مواردی که فاصله الکترودی بسیار کوچک است (در حد چند متر) استفاده می‌شود (به طور مثال در بررسی‌های باستان‌شناسی). این آرایش وسیع‌ترین پوشش افقی، عمیق‌ترین عمق اکتشاف و در عین حال بدترین تفکیک‌پذیری را داراست.

مسائل جانبی دیگری نیز در مورد روش مقاومت ویژه وجود دارد. همانطور که اشاره شد اشتباه رایج اعتماد به شبه مقاطع به عنوان تصاویر خام اولیه است ولی آنها تصویری از واقعیت زمین نیستند. مثال آن را در آرایش دو قطبی دو قطبی دیدیم که قرارداد تقاطع تحت زاویه ۴۵ درجه برای تعیین عمق بسیار بیشتر از عمق واقعی اکتشاف است. نکته بعد مشکلات و دقت‌های لازم برای اجرای این روش در عملیات صحرایی است. تماس ناقص الکترودها با زمین، پدیده‌های ناخواسته جانبی از جمله قطبیدگی الکترودها، مشکل در نفوذ جریان به علت روباره‌های بسیار مقاوم، و مشکلات ناشی از بارندگی، طوفان، شرایط بد جوی و خطاهای دستگاهی و انسانی از این جمله‌اند. همچنین باید به محدودیت ذاتی انتشار جریان الکتریکی در عمق‌های زیاد و کاهش نمایی تفکیک‌پذیری با عمق دقت شود. دقت این روش نیز مانند بقیه روش‌ها (و گاه بیش از آنها) به دقت برداشت صحرایی و دقت فرض‌ها و قیودی که در تفسیر به آنها تکیه می‌کنیم بستگی دارد.

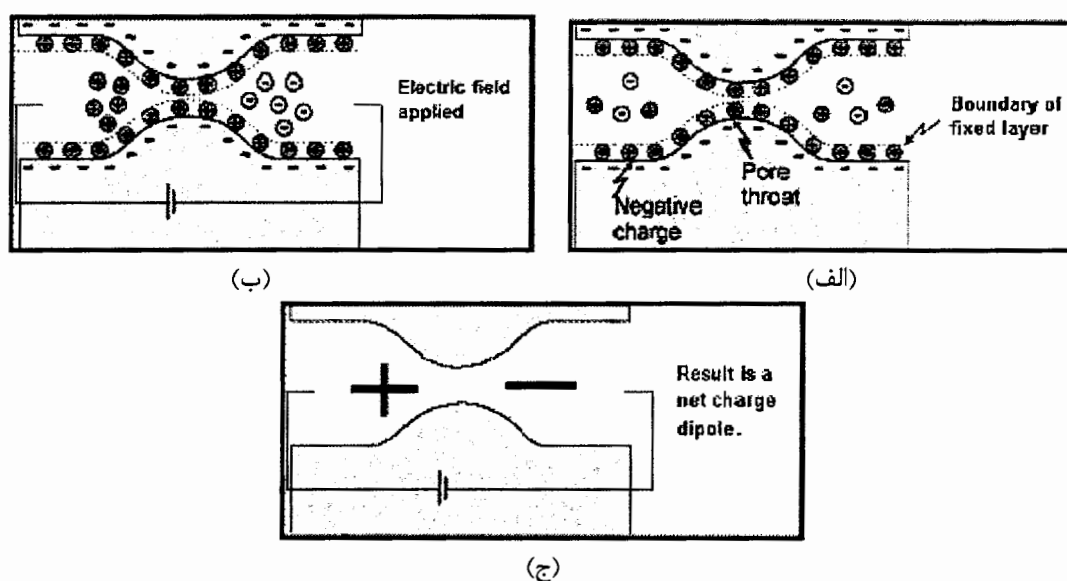
۳-۱ قطبش القایی

توجه به خاصیت قطبش القایی زمین از سال‌های ۱۹۵۰ با برادران شلومبرژه آغاز شد. آنها مشاهده کردند که پس از قطع جریان در روش‌های مقاومت ویژه ولتاژ برداشتی ناگهان به صفر

نمی‌رسد بلکه در طول زمانی محدود، به صفر نزدیک می‌گردد. این پدیده بر اثر ذخیره‌سازی انرژی در زمان وصل جریان، به شکل‌های مختلف مکانیکی، الکتریکی و به ویژه شیمیایی رخ می‌دهد. قطبش القایی تابعی از ویژگی‌های خازنی سنگ در فرکانس پایین است که از فرایندهای پخش قطبش در مرزهای بین دانه‌های کانی و سیالات موجود در خلل و فرج سنگ‌ها حاصل می‌گردد. قطبش سطحی به شدت به نوع سنگ و شیمی سیال، حساسیت دارد [۵۶]. اغلب دو مکانیسم زیر را عامل مشاهده قطبش در مقیاس وسیع می‌دانند.

۱-۳-۱ قطبش غشایی

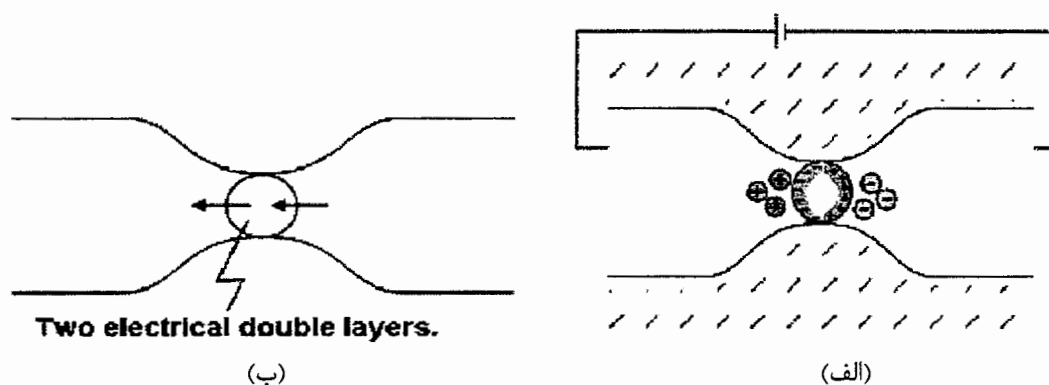
الکترولیت‌های سیال درون خلل و فرج سنگ‌ها مجبور هستند که از گلوگاه‌هایی که اطراف آن را موادی مانند رس گرفته‌اند بگذرند (شکل ۷-۱). هنگام اعمال میدان الکتریکی خارجی بارها در دو سوی این گلوگاه به دام می‌افتند. نتیجه یک بار خالص است که به پتانسیل برداشتی در سطح زمین در هنگام وصل جریان افزوده می‌شود و پس از قطع نیز پتانسیل کاهشی با زمان را سبب می‌گردد.



شکل (۷-۱) مکانیسم قطبش غشایی [۷۲]

۲-۳-۱ قطبش الکتروودی

زمانی که گلوگاه‌های مذکور توسط ذرات فلزی بسته شوند (شکل ۸-۱)، با اعمال میدان خارجی بارها در دو سوی این ذرات متمرکز می‌شوند و لایه‌های الکتریکی حاصل، ولتاژی اضافی بر ولتاژ برداشتی می‌افزایند. [۶۰]



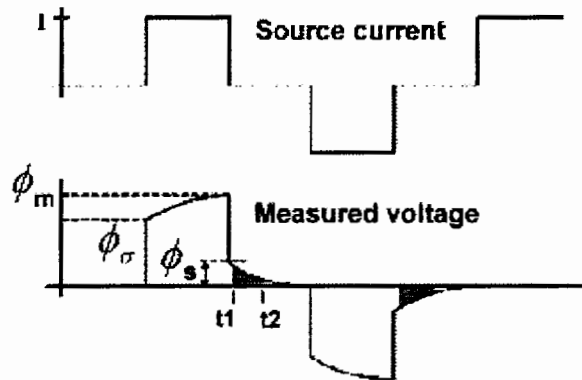
شکل (۸-۱) مکانیسم قطبش الکتروودی [۷۲]

در حالیکه قطبش غشایی پدیده حاضر در تمامی سنگ‌هاست قطبش الکتروودی فقط در موادی که ذرات فلزی دارند رخ می‌دهد. با اعمال ولتاژ مربعی بر زمین قطبش‌پذیر، شاهد تاخیر ولتاژ برداشتی در هر دو زمان وصل و قطع جریان برای رسیدن به حالت پایدار هستیم. شکل حاصل اگر چه شبیه منحنی بارگذاری و تخلیه مدار خازن است ولی نمایی نبوده و بیشتر لگاریتمی می‌باشد. از دیدگاه نظری کمیت « بار پذیری » (chargability) به صورت نسبت ولتاژ برداشتی، بی‌درنگ پس از قطع جریان به ولتاژ زمان وصل محاسبه می‌گردد. اما به دلایل فنی دستگاه‌های تجاری از سطح زیر منحنی در بازه معینی پس از قطع جریان انتگرال می‌گیرند. بنابراین بارپذیری به شکل زیر تعریف می‌شود. شکل (۹-۱)

$$M = \frac{1}{\phi_m} \int_{t_1}^{t_2} \phi_s(t) dt \quad (۱۲-۱)$$

واحد آن $\frac{mVSec}{V}$ یا میلی ثانیه (mSec) است و از دیدگاه نظری حداکثر مقداری برابر

۱۰۰۰ دارد. نوع دیگر این کمیت بارپذیری نرمال شده است که از تقسیم بارپذیری بر مقاومت ویژه



شکل (۹-۱) پتانسیل برداشتی و چگونگی محاسبه بارپذیری [۷۲]

بدست می‌آید. این نسبت در مورد کانی‌های غیر فلزی به شدت وابسته به خصوصیات سنگ‌شناسی و شیمی سطح آنها می‌باشد. [۵۶]

علاوه بر کمیت‌های فوق که اصطلاحاً در حوزه زمان اندازه‌گیری می‌شوند از ویژگی‌های دیگر در حوزه فرکانس نیز می‌توان سود برد. با توجه به آنکه در فرکانس‌های بالاتر به علت زمان کمتر موجود برای پاسخ، زمین ولتاژ کوچکتری را تولید می‌کند در نتیجه مقاومت ویژه ظاهری در دو فرکانس، متفاوت خواهد بود و می‌توان اثر فرکانس را به شکل زیر تعریف کرد.

$$PFE = 100 \left(\frac{\rho_{2a} - \rho_{1a}}{\rho_{1a}} \right) \quad (13-1)$$

که در آن ρ_{1a} و ρ_{2a} به ترتیب مقاوت ویژه ظاهری در فرکانس پایین و بالا می‌باشند. همین‌طور اختلاف فاز موجود بین موج تزریقی با برداشتی کمیتی مهم در حوزه فرکانس است. می‌توان با جایگزینی مدل گُل-گُل (Cole & Cole) و پارامترهایی مثل وابستگی زمانی C ، ثابت زمانی τ ، مقاومت مسیرهای باز R_0 ، مسیرهای بسته R_1 و بارپذیری نظری m به رابطه زیر رسید.

$$Z(\omega) = R_0 \left[1 - m \left(1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^c} \right) \right] \quad (14-1)$$

$$m = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_0}}$$

بر اساس پارامترهای فوق، اطلاعات نسبی گسترده‌ای از اندازه دانه‌بندی، حجم، نوع، میزان

پخش‌شدگی و عیار کانی‌سازی قابل استنتاج است [۵۱]. این روش که به قطبش القایی طیفی (spectral IP) نیز موسوم است کاربرد گسترده‌ای در تمایز کانی‌های رسانا برای اکتشافات معدنی دارد و در سالهای اخیر نیز در تشخیص آلودگی‌های محیط‌زیست نقش به سزایی ایفا نموده است [۵۱ و ۶۱ و ۶۸].

در انتخاب آرایش‌های متفاوت باید به عملکرد آنها دقت شود. اگر چه آرایش گرادیان در تصویر شیب ساختار و تفکیک‌پذیری افقی عملکردی قابل قبول دارد و آرایش قطبی دو قطبی نیز پاسخی نسبتاً مستقل از تغییرات ضخامت روباره به دست می‌دهد ولی آرایش دو قطبی دوقطبی به دلیل بزرگی پاسخ سیگنال، تشخیص عمق صحیح و به ویژه تأثیر کمتر از جفت‌شدگی EM، در بسیاری موارد ارجح می‌باشد [۸]. توجه به شکل موج فرستنده و نسبت احتمالی رسانایی لایه‌های زمین قدرت برآورد نویز حاضر در برداشت‌ها را تا حدودی به ما می‌دهد [۱۵]. همچنین اختلاف فاز در صورتی که الگوی تغییرات آن مستقل از فرکانس و عمق باشد می‌تواند راهنمای خوبی در این مسیر باشد [۲۲]. در اکتشافات قدیمی سولفیدهای فلزی که از مولدهای قوی با جریانی در حدود ۱۰ آمپر استفاده می‌شد برداشت‌های IP اغلب زیر ۱۰۰ msec بود. اما امروزه بیشتر برداشت‌ها با دستگاه‌های باتری‌دار با جریان‌های کمتر از یک آمپر انجام می‌گیرد که به علت ضعف سیگنال، گاه مقادیر بارپذیری تا حدود ۱۰۰۰ msec هم دیده می‌شوند. چنین مقادیری بیش از آنکه نشانه خاصیت قطبش زمین باشند به دلیل غلبه نویز بر سیگنال‌های ضعیف رخ می‌دهند. بنابراین شبه مقاطع با تغییرات شدید مقادیر بارپذیری و الگوی غیر منطقی، نشانه حضور نویز بالا در داده‌هاست. به عبارت دیگر تغییرات مقادیر باید هموار و منطقی باشد و با آنومالی‌های شدید به خصوص در عمق باید با احتیاط برخورد شود. روباره‌های رسانا برای اکتشافات IP به دلیل جلوگیری از نفوذ جریان مشکلات بیشتری نسبت به روش مقاومت ویژه ایجاد می‌کنند. مشابه روش مقاومت ویژه، « بارپذیری ظاهری » قابل تعریف می‌باشد. پدیده مهم دیگر که گاه مشاهده می‌شود بارپذیری ظاهری منفی است. غالباً انتظار می‌رود که ولتاژ زمان قطع هم علامت با ولتاژ خارجی باشد ولی اگر شارش جریان خالص کل در این

RESIXIP2DI، راه را برای انجام تفسیری واقع بینانه و قدرتمند از داده‌های ژئوالکتریک بگشاید.

۵-۱ ساختار پایان‌نامه

پس از ارائه کلیاتی از روش‌های ژئوالکتریک و برداشت صحرایی در فصل اول، فصل دوم به ارائه نظریه‌های مدل‌سازی عددی پیشرو و وارون و همچنین معرفی نرم‌افزارهای تجاری مربوطه، اختصاص یافته است. اطلاعات برداشت صحرایی شامل موقعیت جغرافیایی و خصوصیات زمین‌شناسی و کانی‌سازی منطقه همچنین تفسیر و ارائه مقاطع مدل‌سازی وارون داده‌های صحرایی در فصل سوم ارائه گشته است. فصل چهارم به بحث و بررسی نتایج نهایی و پیشنهادات می‌پردازد.

فصل دوم

مدل سازی عددی

۱-۲ تعریف مسئله

همانگونه که اشاره شد ژئوفیزیک به معنای شناخت زمین از طریق ویژگی‌های فیزیکی آن است. طریقه بدست آوردن این ویژگی‌ها و تعبیر و تفسیر آنها برای رسیدن به اهداف نهایی دو بخش اصلی این علم را تشکیل می‌دهد. در بخش اول وجود ابهام و عدم قطعیت ذاتی پدیده‌های فیزیکی و خطای اندازه‌گیری و در بخش دوم عدم وجود تناظر یک به یک میان ویژگی‌های فیزیکی زمین و اهداف مورد علاقه ما در تحقیقات، مشکل‌ساز هستند.

در حیطه ژئوفیزیک کاربردی بخش نخست شامل عملیات صحرایی و تفسیر اطلاعات حاصل برای رسیدن به مدلی ساده شده از زیرزمین که مقادیر ویژگی فیزیکی خاص مورد نظر مجری را در نقطه یا مجموعه نقاط نشان می‌دهد و بخش دوم شامل بررسی رابطه بین مدل حاصله با عوارض زمین شناسی و دیگر اهداف اکتشافی و استخراجی است. در بخش نخست مبنای روش‌های ژئوفیزیکی، مطالعه رفتار و چگونگی انتشار میادین فیزیکی طبیعی یا مصنوعی (شامل امواج گرانی، مغناطیس، الکترومغناطیس، لرزه و ...) از درون زمین است. آنچه که برای ما قابل اندازه‌گیری است مقادیر میادین مذکور تنها در نقاط متناهی زیر سطح زمین، روی آن و گاهی بالاتر از آن است. این مقادیر از عوامل تقریباً بی‌نهایتی متأثر می‌باشند اما بیشترین سهم از ویژگی‌های فیزیکی سنگ‌های زیرزمین منطقه و چگونگی ساختمان و چینش انواع مختلف آنها کنار هم ناشی می‌گردد. پس ما یک سری مقادیر اندازه‌گیری شده در نقاط معلوم داریم که آنها را داده (data) می‌نامیم. از سوی دیگر در پی یافتن مقادیر ویژگی‌های فیزیکی مجموعه نقاط زیرزمینی هستیم که معتقدیم بر داده‌های مذکور تأثیر دارند و آنها را پارامتر می‌نامیم. [۳۱ و ۷۰]

۲-۲ مدل سازی عددی پیشرو

ابتدا باید رابطه بین پارامتر و داده‌ها را بدانیم بدین معنا که اگر مدلی با پارامترها، شکل و آرایش معلوم داشته باشیم، باتوجه به چگونگی عملیات صحرایی و آرایش نقاط اندازه‌گیری (و نقاط اعمال میدان مصنوعی)، مقادیر مشاهداتی قابل محاسبه باشند. این طرح مسئله مدل سازی پیشرو (forward modeling) بوده و عملگری را که داده‌های مشاهداتی فرضی (پاسخ مدل) را از مدل استخراج می‌کند عملگر پیشرو می‌نامند. این عملگر و رابطه متناظر آن تقریباً در تمامی موقعیت‌های واقعی غیرخطی هستند.

$$d = F(m) \quad (۱-۲)$$

d بردار مشاهدات فرضی (پاسخ مدل)، m بردار پارامتر مدل و F عملگر غیرخطی است که اطلاعات منبع و نوع آرایش را در خود دارد.^۱

بررسی ما بر میدان الکترومغناطیسی متمرکز است. مطالعه بر هم کنش میدان الکترومغناطیسی با مدلی معین طی دهه‌های متوالی به یاری معادلات ماکسول، پیوستگی، شرایط مرزی و دیگر معادلات جانبی مبحث الکترومغناطیس انجام گرفته است. در اینجا از تکرار مباحث فوق پرهیز می‌نماییم. در مدل‌سازی پیشرو امروزه روش‌های عددی جایگاه اصلی را دارند که ما به بعضی از آنها اشاره خواهیم کرد [۶۹].

۲-۲-۱ تفاضل محدود

تفاضل محدود روشی ساده و مؤثر برای حل عددی مسائل مقدار مرزی الکترومغناطیسی است و به دلیل سادگی ذاتی و زمان کمتر محاسبات اغلب در نرم‌افزارهای تجاری استفاده میشود.

^۱ - رسیدن به پاسخ مدل از طرق مختلف انجام می‌گیرد. مثلاً ساختن مدل‌های فیزیکی در مقیاس کوچک و اندازه‌گیری بر روی آنها یا دیگر روش‌های آنالوگ. اما امروزه به دلیل حضور رایانه‌های قدرتمند که توان محاسبات عددی سنگین و حل روش‌های پیشرفته را دارند، تقریب و حل عددی مدل‌ها کاملاً امکان‌پذیر گشته است. (به طور موازی جمع‌آوری اطلاعات صحرایی فراوان در مقیاس وسیع دو بعدی و سه بعدی نیز که مورد نیاز روش‌های عددی مذکور هستند ممکن گردیده است.)

در این دسته از روش‌ها (به همراه عنصر محدود) سعی در تقسیم یک میدان پیوسته الکترومغناطیسی به تکه‌های کوچک است به گونه‌ای که بتوان رفتار این تکه‌های منقطع را جداگانه مورد بررسی قرار داده و رفتار کل را از برآیند آنها تعیین کرد. بنابراین باید علمگرهای دیفرانسیلی پیوسته در معادلات ماکسول و شرایط مرزی با عملگرهای تفاضل محدود که روی مقادیر منقطع میدان عمل می‌کنند، جایگزین گردند.

راه‌های متفاوتی برای تحلیل تکه به تکه معادلات ماکسول وجود دارد اما رایج‌ترین روش تقسیم محدوده مدل به مستطیل‌های کوچک است سپس پارامترهای میدان داخل هر واحد (به دلیل کوچکی آن) ثابت فرض می‌شود. رهیافت معمول که در اینجا به بررسی آن می‌پردازیم توزیع پتانسیل سه بعدی حول یک منبع نقطه‌ای، بر روی یک نیم فضای دوبعدی، با احجامی است به شکل دلخواه که در یک راستا گستردگی بی‌نهایت دارند. ما از رهیافت جانبی ماتریسی برای تخمین معادله پواسون روی شبکه‌ای مستطیلی و نامنظم استفاده خواهیم کرد. روش مذکور بسیار سریعتر از روش‌های مطرح دیگر در مدل‌سازی پیشرو از جمله عنصر محدود (که به آن اشاره خواهیم کرد) به پیش می‌رود. با تکیه بر قانون اهم، معادله پیوستگی، پایستاری میدان ثابت الکتریکی و حساب بردارها دو معادله زیر بدست می‌آیند [۳۶].

$$-\nabla \cdot [\sigma(x, z) \nabla \phi(x, y, z)] = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta(x_s) \delta(y_s) \delta(z_{ss}) \quad (2-2)$$

$$\nabla^2 [\sigma(x, z) \phi(x, y, z)] + \sigma(x, z) \nabla^2 \phi(x, y, z) - \phi(x, y, z) \nabla^2 \sigma(x, z) \quad (2-3)$$

$$= -2 \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta(x_s) \delta(y_s) \delta(z_s)$$

ϕ پتانسیل سه بعدی، σ رسانایی دوبعدی و δ نشانگر منبع نقطه‌ای هستند. با تبدیل فوریه، پتانسیل سه بعدی را به پتانسیل دوبعدی $\tilde{\phi}(x, k_y, z)$ تبدیل می‌نماییم (k_y عدد موج فضای فوریه است).

$$-\nabla \cdot [\sigma(x, z) \nabla \tilde{\phi}(x, k_y, z)] + k_y^2 \sigma(x, z) \tilde{\phi}(x, k_y, z) = \tilde{Q} \delta(z_s) \delta(z_s) \quad (2-4)$$

$$\nabla^2[\sigma(x,z)\tilde{\phi}(x,k_y,z)] + \sigma(x,z)\nabla^2\tilde{\phi}(x,k_y,z) - \tilde{\phi}(x,k_y,z)\nabla^2\sigma(x,z) \quad (5-2)$$

$$-2k^2 y \sigma(x,z)\tilde{\phi}(x,k_y,z) = -2\tilde{\phi}\delta(x_s)\delta(z_s)$$

$\tilde{Q}$ چگالی جریان مانا (steady current) است که با جریان تزریقی I منبع نقطه‌ای و

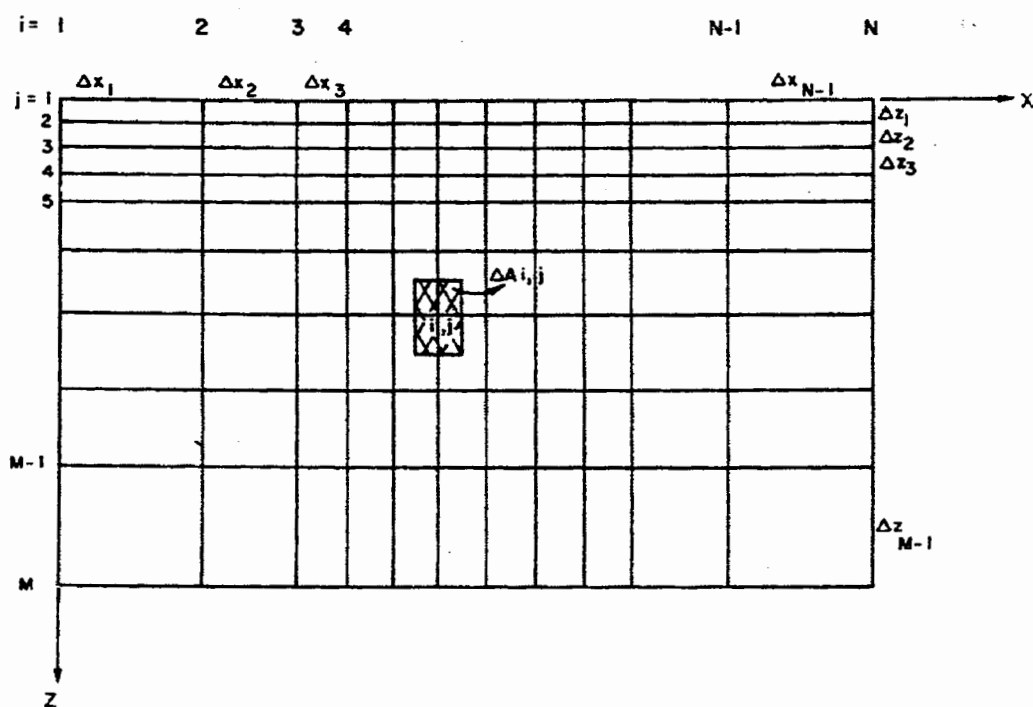
ناحیه ΔA حول نقطه تزریق رابطه‌ای به شکل زیر دارد.

$$\tilde{Q} = \frac{I}{2\Delta A} \quad (6-2)$$

اکنون باید حل عددی معادلات (۴-۲) و (۵-۲) را با این شرط که پتانسیل ϕ و مولفه عمودی چگالی جریان باید حول مرزهای توزیع σ ، پیوسته باشند بدست آورد. بنابراین با شبکه‌بندی مناسب فضای فوریه و استخراج معادلات تفاضل محدود، حل پتانسیل در دسترس خواهد بود. معادلات (۴-۲) و (۵-۲) در واقع معادلات عملگری بیضوی غیرقابل تجزیه هستند. تلاش ما حل آنها با تکیه بر شرایط مرزی مناسب در شبکه‌ای متناهی به جای فضای نامتناهی است.

برای این کار شبکه‌ای مستطیلی و نامنظم به شکل (۱-۲) را در نظر بگیرید که دارای N واحد

در راستای X, M واحد در راستای Z است.



شکل (۱-۲) نمونه شبکه بندی روش تفاضل محدود [۱۴]

با انتخاب N, M که به اندازه کافی بزرگ بوده و اضلاع انتهایی شبکه به حد کفایت از منبع و توزیع هدف دور باشند و بزرگتر کردن سطح واحدهای انتهایی (مطابق شکل) همچنین شرایط مرزی مناسب می‌توان فضای بی‌نهایت را شبیه‌سازی نمود. مقدار ویژگیهای هر گره نماینده سطح ΔA خواهد بود. اگر منبع روی سطح زمین باشد داریم.

$$\Delta A = \frac{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot \Delta z_j}{4} \quad (7-2)$$

شرط مرزی در سطح زمین، صفر بودن مولفه عمودی چگالی جریان است.

$$\sigma_{i,j} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \eta} = 0 \quad (8-2)$$

η برداریکه عمود بر مرز است. در مرزهای پایینی و جانبی به جای صفر قرار دادن پتانسیل (شرط Dirichlet) یا صفر قرار دادن مولفه عمودی چگالی جریان (شرط نیومن Neumann) که به نوسانات کمتر یا بیشتر از واقعیت پتانسیل منجر می‌شوند [۹] از شرط ترکیبی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\partial \tilde{\phi}(x, k_y, z)}{\partial \eta} + \alpha \tilde{\phi}(x, k_y, z) = 0 \quad (9-2)$$

α حاصل ضربی از تابع بسل مرتبه صفر و عدد موج فضایی است. این شرط نه تنها نیاز به واحدهای بسیار بزرگ را در نزدیکی مرزها کاهش می‌دهد بلکه اثر منابع مجازی را که به خاطر پدیده انعکاس در مرز ایجاد می‌شوند، حذف می‌نماید. در مجموع تجربه نشان داده است که این شرط مرزی، پتانسیلی منطبق بر نتایج حل تحلیلی بدست می‌دهد.

برای استخراج معادلات تفاضل محدود، از شبکه‌بندی نقطه‌ای روی معادله (۵-۲) استفاده می‌کنیم. عملگر لاپلاسین را می‌توان با معادله تخمینی زیر که روی توزیع دلخواه $P_{i,j}$ در شبکه عمل می‌کند، جایگزین کرد.

$$\begin{aligned} \nabla^2 P_{i,j} = & \frac{2}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} \left[\frac{P_{i-1,j} - P_{i,j}}{\Delta x_{i-1}} + \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta x_i} \right] \\ & + \frac{2}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} \left[\frac{P_{i,j-1} - P_{i,j}}{\Delta z_{j-1}} + \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta z_j} \right] \end{aligned} \quad (10-2)$$

بنابراین معادله (۵-۲) به شکل زیر در می آید:

$$C_L^{ij}\tilde{\phi}_{i-1,j} + C_R^{ij}\tilde{\phi}_{i+1,j} + C_T^{ij}\tilde{\phi}_{i,j-1} + C_B^{ij}\tilde{\phi}_{i,j+1} + C_P^{ij}\tilde{\phi}_{ij} = 2\tilde{Q}\delta(x_s)\delta(z_s) \quad (۱۱-۲)$$

که مقادیر معلوم C^{ij} مضارب جفت شدگی هستند که تابع هندسه شبکه و مقدار رسانایی σ_{ij} می باشند. معادله اخیر برای هر توزیع دلخواه، معتبر بوده و در نتیجه شروط مرزی پیوستگی پتانسیل و مولفه عمودی چگالی جریان در تمامی مرزهای عناصر مستطیلی برقرار می گردند.

برای حل عددی معادله (۴-۲) شبکه بندی سطح مناسب تر می باشد. با توجه به توزیع گسسته σ در هر گره می توان به گونه دیگر توزیع مذکور را برای نواحی محدود به چهارگره نیز بدست آورد. با رجوع به شکل (۱-۲) می توان هر گره (i,j) را نماینده سطح بسته $\Delta A_{i,j}$ دانست که به ترتیب برای سطوح داخل شبکه و مجاور سطح زمین داریم:

$$\Delta A = \frac{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})(\Delta z_j + \Delta z_{j-1})}{4} \quad (۱۲-۲)$$

$$\Delta A = \frac{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot \Delta z_j}{4} \quad z \rightarrow 0 \quad (۱۳-۲)$$

با انتگرال گیری معادله (۴-۲) روی نواحی متناظر ΔA و سپس به کمک رابطه (۶-۲) و قضیه گرین خواهیم داشت:

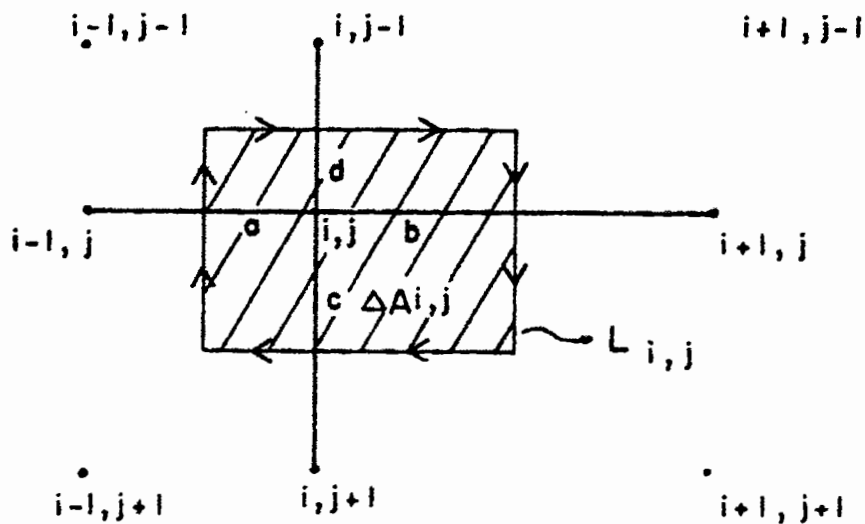
$$\int_{\Delta A_{i,j}} \nabla \cdot (\sigma \nabla \tilde{\phi}) da = \oint_{L_{ij}} \sigma \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \eta} dl \quad (۱۴-۲)$$

η برداریکه عمود بیرونی و L_{ij} مرز دربرگیرنده ناحیه ΔA می باشند (شکل (۲-۲)). با

تقریب زدن $\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \eta}$ روی کانتور و جایگزینی در معادله اخیر خواهیم داشت.

$$C_L^{ij}\tilde{\phi}_{i-1,j} + C_R^{ij}\tilde{\phi}_{i+1,j} + C_T^{ij}\tilde{\phi}_{i,j-1} + C_B^{ij}\tilde{\phi}_{i,j+1} + C_P^{ij}\tilde{\phi}_{ij} = \frac{I}{2}\delta(x_s)\delta(x_z) \quad (۱۵-۲)$$

C^{ij} ها مضارب جفت شدگی هستند و متفاوت از ضرائب معادله (۱۱-۲) می باشند. می بینیم که حل $\tilde{\phi}$ در هر گره تنها وابسته به مقدار آن در چهارگره مجاور است. معادلات (۱۱-۲) و (۱۵-۲) را می توان توسط یکی از روشهای گروه فرا رهایی (Overrelaxation) حل کرد.



شکل (۲-۲) سطح ΔA متناظر با یک گره شبکه تفاضل محدود [۱۴]

در این روشها توزیع اولیه مفروض روی شبکه از طریق تکرارهای متوالی و پارامترهای تسریع‌کننده، بهینه می‌گردند. چنین روش‌هایی برای تعداد زیاد گره‌ها مستلزم حداقل ۳۰ تا ۱۰۰ تکرار برای پوشش کامل شبکه هستند و آهنگ هم‌گرایی آنها نیز به شدت به نوع توزیع و ابعاد شبکه بستگی دارد. از سوی دیگر تجربه نشان داده است که درباره معادلات تفاضلی بیضوی غیرقابل تجزیه و خودالحاق مانند آنچه که ما با آن سروکار داریم، روش‌های وارون‌سازی مستقیم ماتریس قابل استفاده‌اند که بسیار سریع‌تر عمل می‌کنند. [۱۴]

در فرمول‌بندی ماتریسی، معادلات (۲-۱۱)، (۲-۱۵) و شرایط مرزی مربوطه به طور همزمان قابل حل هستند.

$$C\tilde{\phi} = S \quad (۲-۱۶)$$

C ماتریس ظرفیت (capacity matrix) است که تابع هندسه و چگونگی توزیع مشخصات فیزیکی شبکه است. $\tilde{\phi}$ ماتریس ستونی پتانسیل و S ماتریس ستونی بردار جریان و حاوی اطلاعات منابع است. تغییرات مکان منابع تاثیری روی C ندارد. در نتیجه با یک بار وارون‌سازی آن می‌توان جواب حالت‌های مختلف $\tilde{\phi}$ برای مکان‌های مختلف منابع را بدست آورد. عناصر ماتریس C با کمک

شرط مرزی ترکیبی و شرایط خاص لبه های شبکه محاسبه می گردند. ماتریس C ماتریسی با تعداد عناصر کم و متمرکز در اطراف قطر اصلی است (ماتریس نواری). ماتریس C حاصل از شبکه بندی نقطه ای، نامتقارن است درحالیکه شبکه بندی سطح نوع متقارن و مثبت آن را تولید می کند. حل معادله (۲-۱۶) با تجزیه ماتریس ظرفیت به کمک جایگزینی پیشرو و معکوس به شکل زیر خواهد بود.

$$C = R^T R \quad (2-17)$$

$$R^T q = S \quad (2-18)$$

$$q = R \tilde{\phi}$$

پس از محاسبه $\tilde{\phi}$ ، مشتقات جزئی نیز با دیفرانسیل رابطه (۲-۱۶) قابل محاسبه خواهند بود.

$$C \tilde{\phi}' = -C' \tilde{\phi} \quad (2-19)$$

با کمک رهیافت تقریب برای ماتریس های با عناصر پراکنده می توان حجم محاسبات را به طور قابل ملاحظه ای کاهش داد [۳۶]. پس از پایان مراحل فوق با کمک تبدیل وارون فوریه، مقادیر واقعی پتانسیل محاسبه و مدل قابل ارائه خواهد بود.

۲-۲-۲ عنصر محدود

یکی از قوی ترین روش های حل عددی مسائل مقدار مرزی روش عنصر محدود است. در این روش ابتدا محدوده مدل به صورت مجموعه ای از حوزه های ساده و کم اثر (عنصر محدود) در نظر گرفته می شود (شبکه) و سپس جواب به وسیله ترکیب خطی پارامترهای نامعلوم و چند جمله ای های جبری معین به کمک حساب تغییرات، تقریب زده می شود. در نوع عادی آن، شبکه کاملاً ثابت و مستقل از زمان است ولی در ویرایش جدید به نام «روش عنصر محدود متحرک» (MFEM)، محل گره ها متغیر بوده و به همراه ضرائب برای کاهش خطا به طور همزمان حل می گردد. این ویژگی از ناپیوستگی که در پاسخ های روش قبلی رخ می داد جلوگیری می نماید. رهیافت های مختلفی از این روش، بسته به نوع توابع پایه و ضرائب بسط آنها، وجود دارد که ما از رهیافت گالرکین (Galerkin)

استفاده خواهیم کرد. اگر تبدیل فوریه را همراه با حذف بعد y بر روی معادله پوا سون انجام دهیم، داریم. [۵۰]

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla \varphi \right) = -I_s \delta(x) \delta(y) \delta(z) \quad (20-2)$$

$$\hat{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \hat{\nabla} \varphi_\lambda \right) = -I_s \delta(x) \delta(z) \quad (21-2)$$

که $\hat{\nabla}$ تبدیل یافته ∇ است. برای اعمال الگوریتم عنصر محدود از روش باقیمانده‌های وزنی استفاده می‌کنیم. برای این منظور ضرب داخلی تابع وزن‌دهی و باقیمانده وزنی را برابر صفر قرار می‌دهیم. باقیمانده وزنی به صورت زیر تعریف می‌شود. (با فرض اینکه $\overline{\varphi_\lambda}$ تقریبی از φ_λ می‌باشد)

$$R = \hat{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \hat{\nabla} \overline{\varphi_\lambda} \right) + I_s \delta(x) \delta(z) \quad (22-2)$$

تابع وزن‌دهی در رهیافت گالرکین برای سادگی، برابر خود تابع φ_λ گرفته می‌شود.

$$\int_A \left\{ \varphi_\lambda \hat{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \hat{\nabla} \overline{\varphi_\lambda} \right) + \varphi_\lambda I_s \delta(x) \delta(z) \right\} dA = 0 \quad (23-2)$$

با کمینه کردن گسسته انتگرال روی شبکه ای دو بعدی و تبدیل به معادلات ماتریسی خواهیم داشت.

$$K_p \varphi_{\lambda p} = S \quad (24-2)$$

$$K_p \varphi_{\lambda p} = k_t \varphi_{\lambda t} \quad (25-2)$$

K ماتریس در بر گیرنده قوانین حاکم بر رفتار میدان، هندسه شبکه و چگونگی توزیع مقاومت ویژه و S بردار جریان که اطلاعات منابع را در بر دارد، می‌باشند. اندیسهای s, p, t به ترتیب به معنای پتانسیل کل، اولیه و ثانویه می‌باشند. در واقع میدان کل دارای یک قسمت اولیه است که مانند زمینه ای بر قسمت دوم عمل کرده و محاسبه تحلیلی آن بسیار راحت تر و سریع تر از روش عددی است. بنابراین تنها قسمت دوم که شامل پتانسیل آنومالی می‌باشد، از طریق رهیافت حاضر حل می‌شود. چون مجموع پتانسیل اولیه و ثانویه برابر پتانسیل کل است $(\varphi_t = \varphi_p + \varphi_s)$ پس داریم:

$$K_p \varphi_{\lambda p} = k_t \varphi_{\lambda p} + k_s \varphi_{\lambda s} \quad (26-2)$$

بنابراین جمله دوم طرف راست را بوسیله ماتریس آنومالی k_a ($k_a = k_t - k_p$) به صورت زیر

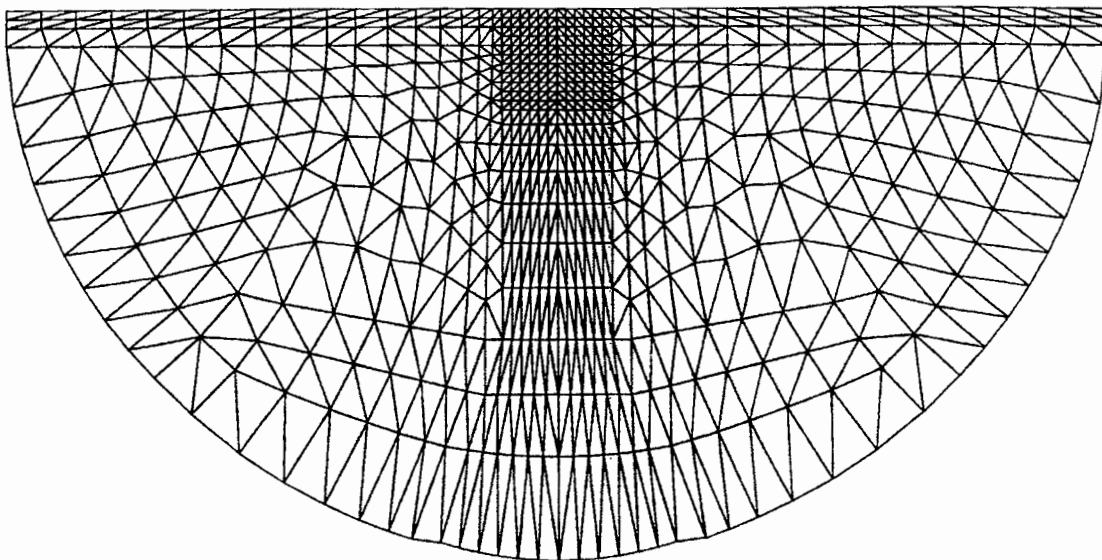
تعریف می‌کنیم:

$$K_t \varphi_{\lambda s} = -K_a \varphi_{\lambda s} \quad (27-2)$$

ماتریس آنومالی همه جا به غیر از گره‌هایی که داخل ناهمگنی قرار دارند صفر است. رفتار $\varphi_{\lambda s}$ ساده نیست و برازش آن توسط چند نقطه خاص مشکل خواهد بود. ولی مزیت محاسبه آن این است که نیازی به شبکه‌بندی دقیق نزدیک هر منبع ندارد چرا که منابع نقطه‌ای توسط منابع مجازی که داخل ناهمگنی‌ها توزیع شده‌اند جایگزین می‌گردند.

$$S_f = -K_a \varphi_{\lambda s} \quad (28-2)$$

مزیت دیگر برای ناهمگنی‌های کوچک است که خطا در $\varphi_{\lambda s}$ تأثیر چندانی بر پتانسیل کل به دلیل کوچکی و جمع شدن با $\varphi_{\lambda s}$ ندارد. برای حل دستگاه معادلات (28-2) می‌توان از «حذف گوسی» به جای تجزیه چولسکی (cholesky) استفاده کرد، زیرا روش گوسی سریع‌تر است. شکل (3-2) نمونه شبکه‌بندی برای ناهمگنی در مرکز را نشان می‌دهد (یک دایک قائم).



شکل (3-2) نمونه شبکه بندی عنصر محدود برای دایک قائم [9]

ناحیه مدل به تعداد متناهی واحد تقسیم می‌شود که در مرزهای پایینی و کناری مدل باید برای رفتار کمیت‌های میدان، فرضیاتی در نظر گرفته شود که به نام «تقریب شبکه محدود» موسوم است. همین‌طور تغییرات پیوسته پتانسیل یا میدان به اعداد ناپیوسته‌ای که بین آنها تغییرات خطی فرض می‌شوند، تبدیل می‌گردد که به «تقریب عنصر محدود» معروف است. به طور آرمانی شبکه باید آنقدر بزرگ باشد تا پتانسیل ثانویه حاصل از آنومالی‌ها در گوشه‌های آن قابل صرف‌نظر باشد ولی عملاً باید محدودیت‌های محاسباتی را نیز در نظر گرفت. برای بررسی صحت شبکه‌بندی می‌توان از اصل تقابل^۱ در فیزیک استفاده کرد. برای تقریب شبکه محدود، با مطالعه رفتار شبکه‌هایی با اندازه متفاوت واحدهای مرزی کناری، ملاحظه می‌شود که با افزایش اندازه واحدها دقت پتانسیل‌ها نیز بنابر اصل تقابل بیشتر می‌شود [۹].

برای تقریب عنصر محدود باید در نظر داشته باشیم که عناصر باید در مناطقی که میدان ثانویه تغییرات زیادی دارد، کوچکتر و دقیق‌تر باشند تا فرض تغییر خطی میدان بین دو سلول منطقی باقی بماند. همین طور در شرایط مرزی، جهت‌گیری مرزهای عناصر در مقابل جریان‌های مرزی نیز مهم است. بنابراین اندازه، شکل قرارگیری و نوع بافت شبکه عنصر محدود باید برای هدف‌های مختلف آزمایش گردیده و بهترین آنها مبنای کار قرار گیرد.

۳-۲-۲ معادلات انتگرالی

معادلات انتگرالی یک روش قدرتمند برای مدل‌سازی مستقیم است. مزیت عمده این روش در مقایسه با عنصر محدود و تفاضل محدود، سرعت و شبیه‌سازی دقیق آن به خصوص در مدل‌هایی است که شامل تعداد محدودی اشیاء جمع و جور دو و سه بعدی در زمینی لایه‌ای هستند. در مقابل، این روش در ساختارهای پیچیده با پارامترهایی با تغییرات خیلی زیاد عملاً قابل اجرا نیست. زیرا به دلیل ماتریس‌های فوق العاده فشرده و طولانی که باید محاسبه شود منابع محاسباتی بسیار زیادی را در

^۱ - بنابر اصل تقابل، پتانسیل در نقطه P حاصل از وجود منبع در نقطه Q برابر با پتانسیل در نقطه Q حاصل از منبع در نقطه P است.

رایانه به خدمت گرفته و از توان محاسباتی در زمان محدود و منطقی خارج می‌گردد. به همین دلیل اینگونه ساختارها عملاً محل تاخت و تاز روش‌های دیفرانسیلی است. [۶۹]

۳-۲ مدل سازی عددی وارون

آرمان نهایی تمامی اکتشافات ژئوفیزیک کاربردی رسیدن به تصویری دقیق از ویژگی‌های فیزیکی زیرزمین است. اما ساختار واقعی اغلب بسیار پیچیده است بنابراین سعی می‌شود مدلی ساده‌تر که توسط تعداد پارامترهای متناهی کنترل شود طرح گردد. رسیدن به این مدل، تفسیر داده‌های صحرایی نام دارد. همانطور که اشاره شد روشهای زیادی برای این منظور وجود دارد که یکی از این راهها مدل سازی وارون می باشد. از این میان وارون‌سازی^۱ الکتریکی و الکترومغناطیسی به طور گسترده‌ای در امور مهندسی و تکنیکی به کار رفته است. از آن جمله می‌توان، یافتن عیوب داخلی سازه‌های بتونی و فلزی، مطالعه ساختارهای زیرزمینی کانی‌ها، اکتشافات آب و هیدروکربورها، پاکسازی زیست محیطی، تصویر ساختار داخلی بدن و موارد پزشکی، دورسنجی و ... را نام برد. راهکار مشترک تمامی این روش‌ها این است، که میادین پایا یا گذرای الکتریکی و مغناطیسی توسط یک فرستنده تولید و از میان محیط مورد نظر گذشته و آنومالی هدف را روشن می‌نماید. پاسخ الکترومغناطیسی برگشتی واپاشیده، در گیرنده‌ها به صورت مولفه‌های میدان الکتریکی و مغناطیسی ضبط می‌گردد. بازسازی تصویر شیء هدف با مجموعه ویژگی‌های فیزیکی متناظر، اساس حل عددی مسئله وارون است. اگر چه حل چنین مسائلی در محیط‌های ناهمگن دو بعدی و سه بعدی بسیار پیچیده است ولی در دهه‌های اخیر پیشرفت‌های قابل ملاحظه‌ای در این راه صورت گرفته که گسترش رایانه‌های قدرتمند بدون شک نقش عمده‌ای در آن داشته است.

^۱ - در مباحث آماری به جای کلمه "وارون‌سازی" (inversion) کلمه "برگشت" (regression) را به کار می‌برند. همچنین مهندسان الکترونیک، گروه روش‌های مورد بحث ما را به نام "شناسایی دستگاه" (system identification) و یا "شناسایی پارامتر" (parameter identification) می‌شناسند.

در مسئله وارون به دنبال یافتن مدل m از روی داده‌های d هستیم. با فرض خطی بودن تابع F در مدل پیشرو، می‌توان عملگر خطی مترادف آن، A ، را تعریف و مسئله وارون را به شکل زیر بیان کرد.

$$m = A^{-1}d \quad (2-29)$$

سه سؤال مهم در ابتدای مدل‌سازی وارون مطرح است.

۱- آیا جواب وجود دارد؟

۲- آیا جواب یکتا است؟

۳- آیا جواب پایدار است؟

سؤال اول مربوط به فرمولاسیون ریاضی است. از دیدگاه فیزیکی باید جواب وجود داشته باشد زیرا ما ساختاری واقعی داشته‌ایم و بر روی آن اندازه‌گیری انجام گردیده ولی از دید ریاضی ممکن است مدلی با تعداد متناهی پارامتر نتواند بر داده‌های صحرایی و مدل واقعی منطبق گردد. از سوی دیگر داده‌های ژئوفیزیکی واقعی d ، عملاً توسط اختلال δd که هیچ رابطه‌ای با ساختار تابع F ندارد، مختل می‌گردد و آنچه که مشاهده می‌شود $ds = d + \delta d$ است. پیدا کردن مدلی که دقیقاً بر پاسخ‌های این داده‌های مختل، منطبق شود حتی از نظر فیزیکی هم غیرواقعی است زیرا نویزهای حاضر در داده‌ها ربطی به ویژگی‌های فیزیکی نداشته و از فرمول شناخته شده‌ای برای ما پیروی نمی‌کند. وارون‌سازی، بازگشت محض و ریاضی از داده‌ها به مدل نیست (چون مدل واقعی به دلیل واپیچش با نویز غیر خطی، عملاً وجود ندارد) بلکه انتخاب یک جواب از میان مدل‌های ساده شده نزدیک به داده‌هاست. بنابراین شبه جواب m_δ را به صورتی که اختلاف $d - Am_\delta$ از مقدار δ خطای خاصی کمتر باشد می‌توان به عنوان جواب در نظر گرفت. به عبارت دیگر جواب دقیق و کامل وجود ندارد و ما به دنبال مدلی هستیم که درون بازه‌ای به دقت δ روی مشاهدات صحرایی منطبق گردد.

در مورد سؤال دوم فرض کنید دو مدل مختلف m_1 و m_2 با منابع S_1 و S_2 یک سری جواب d_0 تولید کنند.

$$A(m_1, s_1) = d_0 \quad (۳۰-۲)$$

$$A(m_2, s_2) = d_0 \quad (۳۱-۲)$$

غیر ممکن است که بتوان این دو مدل را از هم تفکیک کرد. مثال بارز این غیر یکتایی ذاتی در میدان‌های پتانسیلی است ولی در الکترومغناطیس نیز نمود دارد. مسئله «هم ارزی» و «اختفاء» مثالی از اینگونه محدودیت‌های ذاتی است که بر یکتایی پاسخ نیز تأثیر دارد. یکی از راه‌ها بررسی شبه تابع عدم انطباق است (که بعداً معرفی می‌گردد). اگر این تابع بیش از یک نقطه کمینه داشته باشد جواب غیر یکتاست.

سوال سوم مربوط به حضور نویز است فرض کنید که دو سری داده صحرایی با اختلاف کمتر از نویز داده‌ها دو مدل با اختلاف بسیار زیاد تولید کرده‌اند در این صورت تفکیک مدل‌ها غیرممکن است. به عبارت دیگر دو مدل کاملاً متفاوت ممکن است پاسخ‌هایی بسیار مشابه، با اختلافی در حد خطای موجود در پاسخ‌ها تولید کنند. بنابراین تغییری کوچک در اندازه‌گیری‌ها به نوسانات شدید در مدل نهایی منجر شده و وارون سازی را ناپایدار می‌سازد. [۶۹]

اگر پاسخ هر سه سوال «بلی» باشد مسئله را «با طرح بهنجار» (well posed) گویند و در غیر این صورت «با طرح نابهنجار» (ill posed) روبرو هستیم. هدموند (Hadmond) معتقد بود که مسائل با طرح نابهنجار از نظر ریاضی و فیزیک بی‌معنی هستند ولی تقریباً تمامی مسائل ژئوفیزیک (و دیگر علوم طبیعی) از این گروهند! خوشبختانه امروز می‌دانیم که این نظر اشتباه بود، این مسائل بامعنا بوده و قابل حل هستند.

به طور اصولی فرایند وارون سازی از نظر رابطه پارامترهای مدل با داده‌های محاسباتی به چهار دسته قابل تقسیم است.^۱ [۱۶]

(۱) رابطه خطی است و تابع چگالی احتمال عدم قطعیت داده‌ها تابع گوسی می‌باشد

(۲) رابطه غیرخطی است ولی انحراف کمی از حالت خطی دارد و می‌توان آنها را حول یک

^۱ - به عبارت دیگر تأثیر افت و خیز پارامترهای مدل بر داده‌هایی که از مدل سازی پیشرو می‌گیریم به چه شکل است

مدل اولیه (مرجع) خطی نمود در صورتی که F عملگری غیرخطی $(g=F(\theta))$ باشد داریم.

$$F(\theta) = F(\theta^0) + Z_o(\theta - \theta^0) \quad (2-32)$$

که Z عملگر مشتق با عناصری به شکل زیر است.

$$Z_o = \left. \frac{\partial F}{\partial \theta} \right|_{\theta^0} \quad (2-33)$$

در این مورد تابع چگالی احتمال عدم قطعیت داده‌ها تقریباً گوسی است. این نوع ملایمترین حالت غیرخطی است.

(۳) رابطه شبه غیر خطی است (Quasi-nonlinear). در این مورد می‌توان روابط را حول یکی از نقاط مربوط به مدلی با بیشترین شباهت و کمترین انحراف با داده‌ها خطی کرد. معادلات اندکی متفاوت با حالت قبل قابل تعریف است و روش‌های گرادیانی برای رسیدن و تمرکز روی مدل بهینه اولیه و جهت حرکت پس از آن مورد استفاده قرار می‌گیرند. احتمال اشتباه و فروپاشی وارون‌سازی در این نوع بیشتر از قبل است.

(۴) رابطه به شدت غیرخطی است. در این مورد خطی سازی غیرممکن بوده و تابع چگالی عدم قطعیت داده‌ها هیچ شباهتی به تابع گوسی ندارد. روش‌هایی که پایه بسیاری از آنها آزمایش و خطا است برای حل این حالت وجود دارد. ساده‌ترین نوع روش گرادیان که در آن در جهت تندترین شیب به دنبال مدلی با کمترین انحراف از واقعیت می‌گردیم، بسیار به کندی همگرا می‌شود. "تندترین شیب نزول با پیش شرط" (Preconditioned steepest descent method)، "ماتریس متغیر" (Variable matrix) و "روش مزدوج" (Conjugate method) از دیگر روش‌های این دسته‌اند. تمامی روش‌های گرادیان به جای کمینه‌های کلی به سمت نقاط کمینه محلی و موضعی می‌روند که گاه اشکالاتی را سبب می‌گردد. گروه دیگری از روش‌ها تحت عنوان "جستجوی تصادفی" (Random search methods) اشکال اخیر را ندارند و جوابی منحصر بفرد در تمامی حالت‌ها و با نقطه شروع متفاوت می‌دهند. در این روش‌ها کامپیوتر با تولید اعداد شبه تصادفی (مثلاً از طریق روش مونت کارلو Monte carlo) مدل‌ها و داده مصنوعی حاصل از آنها را ساخته و با داده صحرایی مقایسه

می‌کند اگر میزان خطا بیش از حد تعیین شده باشد این کار تکرار می‌شود. شاید گاه میلیونها بار این کار باید تکرار شود و این گروه روش‌ها بسیارگران هستند. همچنین می‌توان از "الگوریتم تونل‌زنی" (Tunelling algorithm) نام برد که با نزدیک شدن هدفمند به نقاط حدی از طریق طرح‌های غیرآماري عمل می‌کند. برای نمونه بد نیست اشاره شود که روش مونت کارلو، توسط پرس (Press) بر روی ۵,۰۰۰,۰۰۰ مدل اعمال شد و تنها ۶ عدد از آنها قابل قبول تشخیص داده شدند!

گروه دیگری از روش‌ها که در مورد روابط کاملاً غیرخطی خوب عمل می‌کنند به نام "روش شبیه‌سازی گداختگی" (Simulated annealing) در مقالات اخیر ظاهر گشته‌اند. این روش بهینه‌سازی عمومی، ملهم از دستگاه ترمودینامیکی است و در آن یک دستگاه فیزیکی از طریق گداختن و سرد کردن به سمت حالت حداقل انرژی سوق داده می‌شود. گروه دیگری از روش‌های بهینه‌سازی، الگوریتم‌های ژنتیک بوده که در گستره هوش مصنوعی ابداع گردیده‌اند و از دستگاه‌های بیولوژیکی الهام گرفته شده‌اند.

برای مسائل غیرخطی می‌توان از روش کمترین مربعات مقید در تکرارهای متوالی برای تعیین و تصحیح گام به گام بردار پارامترها استفاده کرد. ما می‌توانیم بردار پارامتر θ را بوسیله یک سری تخمین کمترین مربعات خطی مقید بدست آوریم. ابتدا مدل اولیه و پارامترهای آن را در نظر گرفته و با مقایسه با داده‌های صحرایی تغییر پارامتر مناسب را تعیین می‌کنیم. با اصلاح پارامترهای مدل اولیه (قبلی) با توجه به بردار تغییر پارامتر δ مدل جدید و پاسخ آن محاسبه می‌گردد. در این مرحله (و تکرارهای بعدی) مجموع مربعات خطاها بین پاسخ مدل و مشاهدات صحرایی مورد بررسی قرار می‌گیرد و اگر از مقدار معینی (که توسط کاربر تعیین گردیده) کمتر باشد فرایند قطع شده و مدل مذکور به عنوان جواب معرفی می‌گردد. در غیر این صورت فرایند با محاسبه بردار جدید تغییر پارامتر، وارد فرایند تکرار می‌شود تا شرط مذکور تحقق یابد.

جواب حاصل در بازه معینی از خطا (که در حدود نويز احتمالی داده‌های صحرایی است) با مشاهدات تطابق دارد اما به دلیل بحث غیریکتایی در مسائل غیرخطی، ضمانتی وجود ندارد که جواب

واقعی و بهتری وجود نداشته باشد. قبل از وارد شدن به فرمول بندی روش چند مبحث را مطرح می کنیم.

۲-۳-۱ شبه تابع عدم انطباق

موفقیت یک تفسیر بر حسب میزان انطباق آن با مشاهدات ارزیابی می گردد که ترجمه آن به زبان ریاضی تعریف « شبه تابع عدم انطباق » (Misfit functional) را ارائه می کند. انحراف مورد بحث در اینجا، از تفاوت ذاتی مدل سازی پیشرو از تقریب چند جمله ای ریاضی ناشی می شود. از نظر ریاضی می توان یک سری توانی یا فوریه متناهی را دقیقاً بر مجموعه ای از نقاط معلوم منطبق کرد. در این سری ها هر جمله بر جملات دیگر عمود است یعنی سهم هر جمله در سری مستقل از دیگر جملات است. اما پاسخ مدل که بر پایه مدل سازی پیشرو ارائه می شود هرگز مجموعه ای متعامد از توابع نیست. در نتیجه نمی توان با دستکاری و تنظیم هر جمله به طور دلخواه و مستقل از دیگران پاسخ را بر داده ها منطبق کرد. از همین نقطه راه وارون سازی از دیگر روش های یک مرحله ای جدا شده و لزوم تکرار فرایند آن و بهینه سازی با تکیه بر معیاری (نرم) خاص آشکار می گردد.

۲-۳-۲ معیار عدم انطباق

اشاره شد که به علت وجود نویز به دنبال داده های محاسباتی «به اندازه کافی نزدیک» به مشاهدات هستیم ولی معیار این نزدیکی چیست؟

برای تعیین فاصله دو سری داده باید هندسه ای در فضای عملگری تعریف کنیم. ساده ترین و مهمترین فضا، متریک (Metric) است. از آنجایی که می توان انواع معیارها را به صورت فرمول کلی ارائه نمود، نامگذاری $l_0, l_1, l_2, \dots$ معمول می باشد که به بعضی از آنها اشاره می کنیم.

معیار l_1 ، «کمترین انحراف مطلق»

$$\|e\|_1 = \sum_{i=1}^N |e_i| \quad (2-34)$$

$$e_i = m_i - x_i$$

e_i اختلاف پاسخ مدل از داده‌هاست و $\| \|$ به معنای نرم‌گیری یا به عبارتی کمینه کردن عبارتی شامل e_i است. نرم l_1 با مقدار میانی سرکار دارد. کلبوت (Claerbout) و مویر (Muir) قدرت این معیار را به ویژه در مورد نواحی با مرز تیز و تغییرات ناگهانی مقاومت ویژه در دو طرف آن نشان داده‌اند [۳۴]. در نرم افزار RES2DINV امکان استفاده از این معیار نیز وجود دارد.

معیار l_2 «کمترین مربعات»

$$\|e\|_2 = \left[\sum |e_i|^2 \right]^{1/2} \quad (۳۵-۲)$$

این معیار به دنبال کمینه‌سازی مجموع مربعات خطاهاست. روش کمترین مربعات به دلیل سادگی ریاضی کار با نتایج آن، پرت‌فردترین معیارهاست. فرض اساسی این روش پیروی خطا از توزیع گوسی است و در موارد غیر از آن نتایج بسیار ضعیف و غیرقابل اعتمادی ارائه می‌دهد. حضور نقطه‌های جدا افتاده (نقاطی که کاملاً از روند اصلی داده‌ها پرت افتاده‌اند و اغلب بر اثر اشتباهات فاحش در اندازه‌گیری حاصل می‌شوند)، در داده‌ها می‌تواند به شدت توزیع گوسی را به خطر اندازد. راه حل قدیمی حذف کامل اینگونه نقاط است که باعث از دست رفتن کامل اطلاعات آنها و تمایل غیرواقعی تفسیر به اطلاعات نقاط دیگر است. راه مرسوم امروزی وزن‌دهی داده‌هاست. یکی از اهداف اصلی این راه حفظ شکل گوسی توزیع خطا است تا استفاده از کمترین مربعات قابل توجیه باشد.

معیار l_∞ نیز به شکل زیر قابل تعریف است.

$$\|e\|_\infty = \max |e_i| \quad (۳۶-۲)$$

این روش به نام چبیشف (chebyshev) معروف بوده و روش‌های مونت کارلو و گرادیانی و امثال آنها متمایل به این روش می‌باشند.

اگر ملاک قدرت یک معیار را میزان عدم حساسیت آن به تعدادی محدود از نقاط جدا افتاده بگیریم نرم L_1 قدرتمندتر از L_2 خواهد بود. اگر چه L_1 زمان محاسبات بیشتری می‌طلبد ولی در عوض دقت محاسبات بیشتر و عملکرد بهتری در مورد مرزهای تیز و تغییرات ناگهانی مقاومت ویژه،

دارد. معیار L_1 (معروف به robust یا blocky) دریافتن انطباق مناسب روی داده‌های پرحجم، تشخیص نقاط جداافتاده، اعلام نقاط با تأثیر زیاد (برای بررسی میزان صحت آنها)، بررسی همبستگی، و میزان انحراف آن از همبستگی پیش‌بینی شده، قابلیت‌های خود را نشان داده است. اما از آنجایی که ریاضیات آن کسل کننده است نرم L_2 (کمترین مربعات) محبوبیت بیشتری را در کاربردهای تجاری یافته است. نرم L_1 به دنبال کرانهای پارامتر می‌گردد و سعی دارد از مناطق مطمئن‌تر به جواب نزدیک شود. رفتار L_1 شبیه موتور سوار محتاطی است که در شب از یک طرف دو چراغ روشن که به سوی او می‌آیند رد می‌شود در حالی که L_2 اغلب تلاش می‌کند با فرض دو موتورسیکلت برای دو چراغ از میان آنها بگذرد که با یک اتومبیل روبرو خواهد شد. [۱۶]

۲-۳-۳ حساسیت و تفکیک پذیری

مدل m_0 ، داده متناظر d_0 و عملگر A_{m_0} که در نزدیکی مدل مذکور خطی است، را در نظر بگیرید.

$$A_{m_0}(\Delta m) = \Delta d \quad (2-37)$$

Δd نوسانات داده‌ها، متناظر با نوسانات مدل است. بنا به تعریف «حساسیت» یک روش ژئوفیزیکی به صورت نسبت نرم نوسانات داده‌ها به نرم نوسانات پارامترها تعریف می‌گردد.

$$S_{m_0} = \frac{\|\Delta d\|}{\|\Delta m\|} \rightarrow S_{m_0}^{\max} = \|A_{m_0}\| \quad (2-38)$$

حداکثر حساسیت برابر نرم عملگر A_{m_0} خواهد بود. بنابراین انحراف مدلی که از نسبت زیر کمتر باشد قابل ردیابی توسط روش نیست و وارون‌سازی تنها به نوساناتی در مدل که فراتر از کسر زیر باشند، حساس است.

$$\|m - m_0\| \geq \frac{\delta}{S_{m_0}^{\max}} \quad (2-39)$$

δ خطای موجود در داده‌هاست. حال فرض کنید در نزدیکی m_0 نامساوی زیر برای عدد ثابت و مثبت K برقرار است.

$$\|A_{m_0} \Delta_m\| \geq k \|\Delta_m\| \quad (40-2)$$

با توجه به اینکه عملگر واریان خطی $A_{m_0}^{-1}$ وجود دارد، حداکثر خطای محتمل در مدل برای خطای معلوم داده‌ها بدست می‌آید.

$$\Delta_{\max} = \|A_{m_0}^{-1}\| \delta \quad (41-2)$$

شرط قابل تفکیک بودن دو مدل m_1 و m_2 به صورت زیر است.

$$\|m_1 - m_2\| \geq \Delta_{\max} \quad (42-2)$$

$$R_{m_0} = \frac{1}{\|A_{m_0}^{-1}\|} \quad (43-2)$$

مقدار R_{m_0} را «تفکیک پذیری» روش ژئوفیزیکی می‌نامند. بنابراین هر چه نرم عملگر واریان کوچکتر باشد، قدرت تفکیک بیشتر بوده و مدل‌های نزدیک به هم نیز قابل تفکیک هستند. در مورد مسائل نابهنجار حداکثر خطای محتمل به بی‌نهایت و تفکیک‌پذیری به سمت صفر میل می‌کند. [۶۹]

۴-۳-۲ مدل سازی واریان پارامتری

این روش به خاطر قدرت ریاضیات آن در مواجهه با داده‌های «نادقیق» ناکافی و متناقض «فوق‌العاده محبوب و پرکاربرد است و مطالعات فراوانی بر پایه آن در چهار دهه اخیر انجام پذیرفته است [۳۱]. اگر n عدد مشاهده صحرائی را به صورت بردار y و پاسخ مدل را بردار f و θ را بردار پارامترهای مدل در نظر بگیریم.

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \quad \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_p \end{bmatrix} \quad (44-2)$$

حال θ_j^0 را تخمین اولیه‌ای از پارامتر θ_j ($j=1, \dots, P$) و f^0 را تخمین اولیه‌ای از پاسخ مدل

فرض می کنیم. اگر f تابعی خطی از پارامترها باشد، نوسان پاسخ مدل حول θ^o را می توان با بسط تیلور مرتبه اول نشان داد.

$$f = f^o + \sum_{j=1}^P \frac{\partial f}{\partial \theta_j} \bigg|_{\theta=\theta^o} (\theta_j - \theta_j^o) \quad (45-2)$$

ماتریس ژاکوبین مشتقات جزئی z از مرتبه $n \times P$ و بردار تغییر پارامتر δ که نماینده تغییرات یا افت و خیز پارامترهای θ_j است، به شکل زیر تعریف می شوند.

$$Z_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial \theta_j} \quad (46-2)$$

$$\delta_j = \theta_j - \theta_j^o \quad (j=1, \dots, P) \quad (47-2)$$

در این صورت می توان معادله (45-2) را به شکل ماتریسی زیر نوشت.

$$f = f^o + Z\delta \quad (48-2)$$

اگر e را بردار خطایی بدانیم که اختلاف بین پاسخ مدل f و داده صحرائی y را نشان می دهد داریم.

$$y - f = e \quad (49-2)$$

$$y - f^o = Z\delta + e \quad (50-2)$$

اختلاف بین داده صحرائی و پاسخ مدل اولیه را به نام بردار تمایز (Discrepancy vector) و به صورت $g = y - f^o$ می شناسیم. بنابر این شبه تابع عدم انطباق به شکل مجذور خطای تجمعی تعریف می شود.

$$S = e^T e \quad (51-2)$$

$$e = g - Z\delta$$

یکی از راحت ترین راهبردها در روش کمترین مربعات راهبرد گوس - نیوتن می باشد که در آن شبه تابع عدم انطباق نسبت به بردار تغییر پارامتر δ کمینه می شود.

$$S = e^T e = (g - Z\delta)^T (g - Z\delta) \quad (52-2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \delta} = 0 \quad (53-2)$$

باجایگزینی معادله (52-2) در (53-2) و دیفرانسیل گیری نسبت به δ به "معادلات متعامد" می‌رسیم که حل گوس - نیوتن آنها به شکل زیر است.

$$Z^T Z \delta = Z^T g \quad (54-2)$$

$$\delta = (Z^T Z)^{-1} Z^T g \quad (55-2)$$

مجموعه معادلات متعامد کاربردهای مهمی در نظریه وارون سازی و فیلترهای رقمی دارند. جالب است بدانید که نتایج فوق الذکر از مطالعات کاملاً هندسی نیز قابل استنتاج بوده و در واقع کلمه "متعامد" از این حقیقت ناشی می‌گردد که بردار خطای کمترین مربعات e عمود بر بردارهای ستونی ماتریس Z است. با جایگزینی مقدار δ از معادله (55-2) در معادله (52-2) بدست می‌آوریم.

$$\hat{S} = g^T (I_n - Z Z_L^{-1}) g \quad (56-2)$$

$\hat{S}$ نشانه مجذور خطای تجمعی در حالت کمترین مربعات بوده و Z_L^{-1} ماتریس وارون کمترین مربعات Z یا ماتریس لنکوز (Lanczos) نامیده می‌شود. I_n نیز ماتریس واحد از مرتبه $n \times n$ است. می‌بینیم که هر چقدر حاصلضرب $Z Z_L^{-1}$ به I_n نزدیک شود، $\hat{S}$ کوچکتر می‌گردد. در افواه عموم ماتریس Lanczos به عنوان "وارون تعمیم یافته" یا "طبیعی" ماتریس مستطیلی Z نیز معروف است. جواب معادله (55-2) از کمینه سازی سر راست و بی‌پیرایه مجذور خطای تجمعی S حاصل شده و این چنین پاسخ غیرمقیدی بعضی متعلقات ناخواسته را نیز به همراه دارد. اما مشکل زمانی رخ می‌دهد که وارون $Z^T Z$ وجود ندارد یعنی ماتریس مذکور تکین (Singular) می‌شود. در بعضی موارد دیگر با جوابی واگرا یا با هم‌گرایی بسیار کم روبرو می‌شویم که رسیدن به نقطه‌ای قابل اعتماد را عملاً غیرممکن می‌سازد. این وضعیت زمانی که تخمین مدل اولیه، f^o ، از نظر اطلاعاتی ضعیف است، رخ می‌دهد. به محض اینکه $Z^T Z$ به تکنیکی نزدیک می‌گردد، عناصر بردار δ بدون هیچ قید و بندی شروع به افزایش می‌نمایند. اسمیت (Smith) و شانو (Shanno) نشان داده‌اند که چگونه ماتریس $Z^T Z$ شبه تکین تلاش می‌کند تا بردار پارامتر $\theta = \theta^o + \delta$ را هر چه بیشتر از جوابی

قابل قبول دور سازد! [۵۸]

برای غلبه بر این مشکلات دسته روشهای «تنظیم» به وجود آمدند که با اعمال شرایط قیدی سعی در حل مسئله دارند^۱. بدین ترتیب که مجموع مربعات یا به عبارتی انرژی عناصر بردار تغییر پارامتر δ به کمیت متناهی دلخواهی مثل δ_o^2 مقید می‌گردد. این راهکار به نام «کمترین مربعات میرا» (Damped least square) و یا توسط اینمن (Inman) «برگشت مرزی» (ridge regression) نیز، خوانده شده است [۲۴]. اثر این قید، جلوگیری از نوسانات بی‌حد و حصر جواب و یا به عبارتی نرم و ملایم کردن تغییرات پارامترها در بردار δ است. پاسخ کمترین مربعات مقید با حل مسئله «تقویت کننده لاگرانژی» که در آن $e^T e$ با قید $\delta^T \delta = \delta_o^2$ کمینه می‌گردد، بدست می‌آید. بنابراین ما δ را طوری انتخاب می‌کنیم که «تابع هزینه» جدید $S(\delta, \beta)$ را کمینه سازد.

$$S(\delta, \beta) = e^T e + \beta(\delta^T \delta - \delta_o^2) \quad (57-2)$$

β همان عامل تقویت کننده لاگرانژی است. دیفرانسیل گیری نسبت به δ منجر به شکل جدیدی از معادلات متعامد خواهد شد.

$$(Z^T Z + \beta I)\delta = Z^T g \quad (58-2)$$

$$\delta = (Z^T Z + \beta I)^{-1} Z^T g \quad (59-2)$$

با مقایسه معادله اخیر با (۵۵-۲) می‌بینیم که قید مذکور از ایجاد تکیگی در ماتریس $Z^T Z$ با اضافه کردن مقدار ثابت β به قطر اصلی آن، جلوگیری می‌نماید. در واقع ما ویژه مقادیر ماتریس را مقید به یک مقدار حداقل پایه نموده‌ایم تا مقدار صفر حذف گردد. لاونبرگ (Levenberge)، β را «عامل میرایی» (Damping factor) می‌نامید زیرا با محدود کردن انرژی بردار تباین پارامتری δ ، به طور موثری تغییرات شدید در بردار پارامتر θ را مستهلک می‌سازد. پاسخ (۵۹-۲) ویژگی‌های جالب

^۱ - در فرمول بندی عمومی تیکونوف Tikhonov شبه تابع عدم انطباق به شکل زیر است (که در آن mapr یک مدل بر پایه اطلاعات اولیه، m بردار مدل، W_d و W_m ماتریس‌های وزن دهی داده‌ها و مدل و $\|...\|$ نشانه نرم گیر است.

(اغلب $W_m = I$) $P^\alpha(m, d) = \|W_d Z m - W_d y\|^2 + \beta \|W_m m - W_m \text{mapr}\|^2$

^۲ . اینمن اول بار با توجه به قدرت این روش در مواجهه با مسایلی که دارای ویژه مقادیر کوچک هستند و به ندرت مقادیر صفر نیز دارند آن را برای مقاومت ویژه به کار برد.

دیگری نیز دارد. از جمله آنکه دوگانه (hybrid) است یعنی ترکیبی از روش معروف به "تندترین شیب نزول" با روش "کمترین مربعات" می‌باشد. پاسخ "تندترین شیب نزول" عمود بر خط تراز تابع هزینه مفروض بوده به طوری که، ثابت $S(\theta) = e^T e =$ باشد. این شرط توسط بردار ستونی تندترین شیب نزول با تعداد P مولفه، برقرار می‌گردد.

$$\delta_g = -\nabla S(\theta) \quad (60-2)$$

که در آن تابع S به شکل زیر می‌باشد.

$$S(\theta) = e^T e = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

با توجه به مقدار S و رابطه $e_i = y_i - f_i$ می‌توان عنصر زام گرادیان فوق‌الذکر را به شکل زیر نوشت.

$$\frac{\partial s}{\partial \theta_j} = -2 \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial \theta_j} e_i \quad (61-2)$$

با جایگزینی معادله (61-2) در (60-2) داریم.

$$\delta g = 2Z^T (y - f) \quad (62-2)$$

تکرارها با یک مدل اولیه که پاسخ آن را f^o می‌گیریم آغاز می‌گردد.

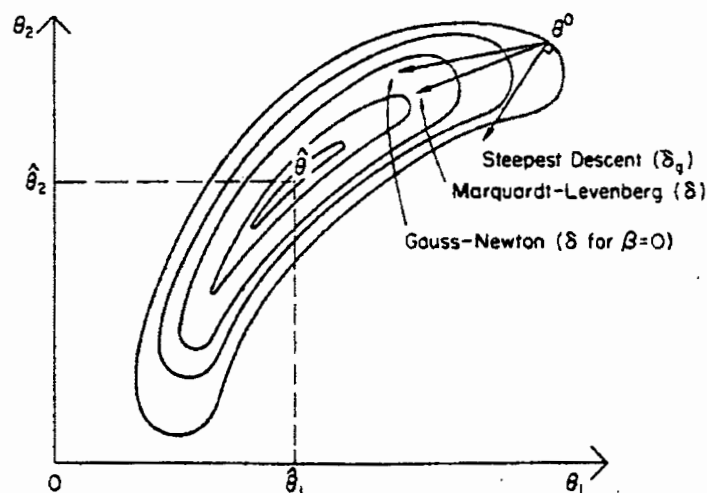
$$\delta g = 2Z^T (y - f^o) \quad (63-2)$$

$$\delta g = 2Z^T g \quad (64-2)$$

چون δg در جهت کاهش S پیش می‌رود پس همگرایی اغلب با آهنگ بسیار کند رخ می‌دهد. علاوه بر این گاه مشکلات محاسباتی زمانی که اندازه گام‌های $\delta_j = \theta_j - \theta_j^o$ خیلی کوچک شوند رخ می‌دهد. از دیدگاه کلی مشاهده می‌شود که روش تندترین شیب نزول برای $s(\theta)$ بزرگ بسیار خوب عمل می‌کند در حالی که روش کمترین مربعات در $s(\theta)$ کوچک مؤثر و بهینه است. بنابراین رهیافت حاضر که ترکیبی از آن دو را در بردارد عملکرد خوب هر یک را در بازه مربوطه به ارث خواهد برد. مارکوارت (Marquardt) ثابت کرد که بردارهای δ و δg باید زاویه‌ای کمتر از 90° با

یکدیگر بسازند چرا که این شرط لازم همگرایی آنهاست. مقایسه معادله (۶۴-۲) با (۵۹-۲) نشان می‌دهد که با بزرگ شدن β رابطه $\delta \approx \beta^{-1} Z^T g$ را داریم، یعنی δ متناسب با بردار گرادیان خودش و ضریبی از δg روش تندترین شیب نزول می‌گردد. به عبارت دیگر هر چقدر میرایی را افزایش دهیم δg به عمود بر خطوط تراز نزدیک گشته و زاویه آن با δ کمتر می‌شود. در عین حال هر چه β بزرگتر شود، عناصر بردار تغییر پارامتر δ کوچکتر می‌گردند. مارکوارت همچنین نشان داد که زاویه بین δ و δg تابع هم‌نوای نزولی از β است [۳۹].

به طور مثال برای یک مدل دو پارامتری، منحنی‌های خطوط تراز تابع مجذور خطای تجمعی $s(\theta_1, \theta_2)$ در همان صفحه θ_1, θ_2 قرار دارند (شکل (۴-۲)).



شکل (۴-۲) نمایش هندسی تفاوت عملکرد روش‌های گوس-نیوتن، مارکوارت-لونیبرگ و تندترین شیب نزول [۳۱]

فرض کنید نقطه آغازین فرایند وارون‌سازی، θ^0 باشد و تنها برای تابع S یک کمینه منحصر به فرد $\hat{\theta}$ به عنوان جواب وجود دارد. مشاهده می‌شود که جهت حرکت بردار تندترین شیب نزول، عمود بر خط تراز گذرنده از θ^0 است. روش گوس نیوتن با زاویه‌ای زیاد تا حدودی سمت اشتباهی را در پیش می‌گیرد (که اغلب علت زمان زیاد و عدم توفیق این روش است). در میانه این دو، حرکت

مارکوارت-لونبرگ مصالحه‌ای منطقی بین آن دو برقرار کرده و هدف‌گیری نسبتاً خوبی دارد. در این مورد خاص و ساده تمامی روش‌ها عاقبت به جواب می‌رسند اما آشکار است که در موارد پیچیده روش لونبرگ بسیار موثرتر و سریعتر عمل می‌کند.

با تنظیم β در معادله (۵۹-۲) می‌توان تعیین کرد که کدام یک از دو روش "کمترین مربعات" و یا "تندترین شیب نزول" بر جریان جستجوی پارامترها تسلط یابند. $\beta=0$ به معنای تسلط روش کمترین مربعات خطی و افزایش β به معنای حرکت به سوی "تندترین شیب نزول" است. در عمل ابتدا β را برابر یک مقدار مثبت بزرگ می‌گیرند تا ویژگی هم‌گرایی اولیه سریع و بارز روش تندترین شیب نزول نقش خود را به خوبی ایفا نماید. سپس متناسب با کم شدن آهنگ تغییرات پارامترها که می‌تواند نشانه نزدیک شدن به جواب نهایی باشد، در تکرارهای بعدی با ضرب β در عاملی کوچکتر از یک آن را کاهش می‌دهند تا روش کمترین مربعات خطی در نواحی نزدیک به جواب نقش اصلی را بدست گیرد. دلیل آن، دقت و ظرافت بالای روش خطی دریافتن جواب نهایی است. در صورتی که در مرحله‌ای واگرایی دیده شود β را افزایش می‌دهند تا روند هم‌گرایی ادامه یابد.

یک نکته کلیدی در بحث جاری وجود دارد و آن اینکه شرط $\partial s / \partial \delta = 0$ برای کمینه کردن تابع هزینه S کافی است؟ یابه عبارت دیگر معادله (۵۹-۲) به صرف آنکه $(Z^T Z + \beta I)$ مقدار معین مثبت است، جواب کمینه سازی تابع S است؟ خیر! همه آنچه گفته شد در صورتی درست است که خطاها، تابعی خطی از پارامترهای مدل باشند. $\partial s / \partial \delta = 0$ شرط لازم ولی ناکافی برای کمینه کردن S است. ما به اطلاعات مشتق دوم (ماتریس H) نیاز داریم.

$$H_{jk} = \frac{\partial^2 s}{\partial \theta_j \partial \theta_k} \quad (۶۵-۲)$$

می‌دانیم که H باید مثبت باشد تا نقطه حدی S که بدست آورده‌ایم نقطه کمینه آن باشد

[۳۹]. ماتریس H را می‌توان بدین شکل مرتب نمود.

$$H = 2Z^T Z + 2H' \quad (۶۶-۲)$$

$$H' = \sum_{i=1}^n ei \frac{\partial^2 ei}{\partial \theta_j \partial \theta_k} \quad (2-67)$$

از مقدار H' در معادله اخیر مشاهده می‌شود که اگر خطاها تابعی خطی از پارامتر باشند مقدار H' صفر شده و مشتق دوم برابر $2Z^T Z$ می‌گردد. در این صورت مقدار معین مثبت برای $Z^T Z$ به تنهایی متضمن کمینه‌سازی است. اما اگر تابع خطاها غیر خطی باشد آنگاه $H' \neq 0$ و لزوماً کمینه‌سازی با موفقیت و صحت عمل نخواهد کرد.

راهبردی که در مقید کردن روش کمترین مربعات به کار گرفتیم رابطه نزدیکی با مبحث طراحی فیلترهای پایدار شده وامیختگی و نر دارد. افزودن مقداری مثبت به قطر اصلی ماتریس $Z^T Z$ در واژه‌شناسی فیلترهای رقمی به نام "سفیدکاری ابتدایی" (prewhitening) شناخته شده زیرا افزودن نویز "سفید" (ثابت و بدون افت و خیز) به یک سیگنال، بر توان (power) قطر اصلی ماتریس خود همبستگی متناظر با آن و در نتیجه پایداری معادلات، می‌افزاید.

۲-۳-۵ تجزیه مقدار تکین^۱

برای حل معادله (2-54) باید حاصلضرب‌های $Z^T Z$ و $Z^T g$ بدست آیند. یک ماتریس متقارن مربعی غیرمنفی است که همیشه می‌توان به کمک عامل میرایی آن را مثبت نگاه داشت. بنابراین ظاهراً معادله (2-54) را می‌توان با استفاده از تجزیه چولسکی به طوری حل کرد که نیازی به محاسبه مستقیم وارون هیچ یک از ماتریس‌ها نباشد. اما تشکیل $Z^T Z$ و $Z^T g$ ، برای تعداد زیاد داده‌ها و پارامترها به روش فوق نتایج نادقیقی را ارائه می‌کند. راهکار مناسب حل مستقیم معادله اصلی است.

$$Z\delta = g \quad (2-68)$$

$$\delta = Z^{-1} g \quad (2-69)$$

پیدا کردن وارون سنتی برای ماتریس اغلب غیرمربعی و تکین مانند Z ، کاری غیر ممکن

^۱ - Singular Value Decomposition

است. (در بیشتر موارد $n \gg P$ است). راه حل پیدا کردن "وارون تعمیم یافته" (generalized inverse) است که در آن حاصلضرب سه ماتریس جایگزین Z می شود [۳۹].

$$Z = U \Lambda V^T \quad (۷۰-۲)$$

U ماتریس $n \times P$ است که ستون های آن شامل P عدد از کل n عدد ویژه بردارهای متعامد مشاهداتی u_i می باشند (تعدادی که رابطه ای با $(n-P)$ عدد ویژه بردارهای خنثی $Z^T Z$ ندارند). برای u_i ها رابطه زیر برقرار است.

$$Z Z^T u_i = \lambda_i^2 u_i \quad i=1,2,\dots, P, P+1,\dots, n \quad (۷۱-۲)$$

$$\lambda_{P+1} = \lambda_{P+2} = \dots = \lambda_n = 0$$

V ماتریس $P \times P$ است که ستون های آن شامل P عدد ویژه بردارهای متعامد پارامتری V_i می باشند و رابطه زیر برقرار است.

$$Z^T Z V_i = \lambda_i^2 v_i \quad (۷۲-۲)$$

سرانجام Λ ماتریس قطری $P \times P$ است که شامل حداکثر P عدد مقادیر تکین غیر صفر $\lambda_i +$ از ماتریس $Z^T Z$ می باشد. بنابراین $U^T U = V^T V = V V^T = I_P$ ، ولی همیشه رابطه $U^T U = I_n$ برقرار نیست. با قرار دادن مقدار مربوطه در معادله (۶۸-۲) و ضرب در U^T داریم.

$$\Lambda V^T \delta = U^T g \quad (۷۳-۲)$$

$$\lambda_i V_i^T \delta = u_i^T g \quad i=1,2,\dots, p \quad (۷۴-۲)$$

بنا بر این با استفاده از وارون تعمیم یافته در جواب گوس نیوتن، بدست می آید.

$$\delta = V \Lambda^{-1} U^T g = Z_L^{-1} g \quad (۷۵-۲)$$

$$Z_L^{-1} = V \Lambda^{-1} U^T \quad (۷۶-۲)$$

عبارت پاسخ SVD بالا را می توان به صورت مجموعی از ضرب وزنی بردارها بسط داد.

$$\delta = \frac{u_1^T g}{\lambda_1} V_1 + \frac{u_2^T g}{\lambda_2} V_2 + \dots + \frac{u_p^T g}{\lambda_p} V_p \quad (۷۷-۲)$$

جواب یک مجموع وزنی ویژه بردارهای پارامتر، برحسب کسرهای وزنی معین است. اگر λ_i خیلی کوچک باشد کسر شامل آن بزرگ شده، ویژه بردار متناظر آن نقش مهمی در جواب بازی خواهد کرد. اما وضعیت خطرناک زمانی است که λ_i آنقدر کوچک شود که دقت آن از نظر آماری زیر سؤال رود ولی در عین حال ویژه بردار متناظر آن (که آن هم دقت مبهمی خواهد داشت) مطابق آنچه گفتیم سهم عمده‌ای از جواب را به خود اختصاص خواهد داد. در چنین مواردی یا باید جملات مشکل‌ساز حذف شود و یا اثر آن روی جواب به طریقی کاهش یابد. اینجا عامل میرایی وارد عمل می‌شود. به راحتی با وارد کردن مقدار تجزیه شده ژاکوبین در معادله (۲-۵۹) و محاسبات ماتریسی در نهایت داریم.

$$\delta = V(\Lambda^2 + \beta I)^{-1} \Lambda U^T g \quad (2-78)$$

$$\delta = V \operatorname{diag} \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_j^2 + \beta} \right) U^T g \quad (2-79)$$

از مقایسه معادله اخیر با (۲-۷۵) می‌بینیم که در واقع روش مارکوارت را می‌توان با جایگزینی عامل $\lambda_i / (\lambda_j^2 + \beta)$ به جای $1/\lambda_j$ در ماتریس Λ^{-1} ، وارد حل SVD کرد. این عامل جدید به روشنی چگونگی حل مشکل را نشان می‌دهد. حتی اگر $\lambda_j \rightarrow 0$ میل کند به علت حضور β (عامل میرایی) ابهام تقسیم بر صفر رخ نمی‌دهد.

اصطلاحاً نقاط متناظر با ویژه مقادیر صفر را نقاط کور و مقادیر کوچک را نقاط شبه کور می‌نامند، زیرا $Z^T Z$ یا ZZ^T نمی‌توانند آنها را ببینند. به یاد داشته باشیم که عامل میرایی β از یک سو و نقاط کور از سوی دیگر سعی در انحراف روند وارون سازی در دو جهت متضاد دارند بنابراین ایجاد مصالحه بین این دو انحراف، با تعیین صحیح β ، حیاتی است و در واقع مصالحه‌ای بین پایداری و دقت نتایج است [۳۱ و ۱۶].

۲-۳-۶ مدل سازی وارون هموار

آنچه تا اینجا بیان شد را اغلب به نام مدل سازی وارون پارامتری می شناسند و در انجام آن دو شیوه را در پیش می گیرند. در یک شیوه با فرض مدل اولیه ساده ای با تعداد محدود اجسام و لایه ها و در نظر گرفتن مقاومت ویژه، ضخامت و مکان آنها به عنوان پارامتر، با تغییرات جزئی در این مدل اولیه سعی در رسیدن به کمترین خطای عدم انطباق می کنند که به نام underparameterization موسوم بوده و منجر به حذف بسیاری از اطلاعات واقعی موجود در داده ها می گردد. در صورتی که عارضه ای اضافه بر عوارض مدل اولیه در داده ها حضور داشته باشد درون عوارض مدل مستهلک می گردد. این شیوه به شدت به مدل اولیه، نوع پارامترسازی آن و دانش اولیه زمین شناسی در مورد منطقه متکی است.

شیوه دوم به نام overparameterization، مدل را به واحدهایی بسیار بیشتر از درجات آزادی داده ها تقسیم می کند. این شیوه (مانند روش برگشت مرزی) اغلب عوارض جعلی و اضافه بر اطلاعات داده ها تولید می کند. اگر چه این شیوه برای زمینی با اجسام محدود و محیط همگن داخل هر یک آنها که تغییرات مقاومت ویژه فقط دو سوی مرزهای تیز اجسام رخ می دهد عملکرد قابل قبولی دارد ولی با افزایش پارامترها و برای ناهمگنی های ملایم مرزها و تغییرات نرم و هموار که واقعیت بسیاری از زمین ها است جواب هایی با نوسانات خارج از کنترل و عوارض جعلی غالب بر عوارض اصلی بدست می دهد. آنومالی های پراکنده با مقاومت ویژه های غیر واقعی بسیار بالا یا پایین از این نوع است [۱۰].

از سوی دیگر طبیعت پخش شونده میدان های الکتریکی و مغناطیسی در زیرزمین به طور ذاتی قادر به آوردن اطلاعات دقیق از محل مرزهای ساختارها نیست و توسل به روش هایی که معتقد به دریافت اطلاعات کامل هستند منجر به عوارض و مرزهایی غیر واقعی می شود که بودن یا نبودن آنها به مقدار کمی در خطای انطباق مؤثر است. مسلم است که هیچ کس نمی خواهد توسط عوارض جعلی که نقشی اساسی نیز در انطباق مدل با داده صحرائی ندارند، گمراه شود. از این رو کانستبل

(Constable) و دیگران تلاش کردند بر پایه اصل فلسفی «تیغ اوکام Occam»^۱ به رهیافتی جدید دست یابند. پیشنهاد جدید این بود که به جای کمینه کردن شبه تابع عدم انطباق بدون هیچ قید و شرطی، مدلی انتخاب گردد که با کمترین ناهمواری ممکن مقدار شبه تابع مذکور را درون بازه قابل قبولی از خطا نگاه دارد. به عبارت دیگر پایه روش، کمینه کردن ناهمواری بوده و میزان انطباق با داده های صحرائی، به صورت قید روی آن اعمال می گردد. به این ترتیب تنها عوارض ژئوالکتریکی در مدل حضور خواهند داشت که بدون آنها مدل به شدت از داده ها فاصله می گیرد.

ابتدا شبکه مدل سازی پیشرو مثلاً عنصر محدود به گونه ای بر روی شبکه مقاومت ویژه تعریف می شود تا حداقل یک گره آن روی هر کدام از مرزهای مقاومت ویژه قرار گیرد. سپس ناهمواری بردار پارامتر مدل m با کمک ماتریس دیفرانسیل گیری ناهمواری به شکل زیر تعریف می شود.

$$R_1 = \|\partial_y m\|^2 + \|\partial_z m\|^2 \quad (۸۰-۲)$$

$$R_2 = \|\partial_y^2 m\|^2 + \|\partial_z^2 m\|^2 \quad (۸۱-۲)$$

در صورتی که در مدل سازی پیشرو از شبکه ای با لایه های بی نهایت در گوشه ها و بلوک های بی نهایت در پایین، استفاده کنیم مشتق اول R_1 بهترین انطباق را با شرایط مرزی مربوطه خواهد داشت، بنابراین تنها از آن استفاده می کنیم. با فرض شبکه ای با n عنصر که شامل p عدد به عرض h ، در جهت افقی و l عدد به طول v_i ، در جهت عمودی می باشد، ماتریس های ناهمواری به شکل زیر تعریف می شوند.

$$\partial_{z(N \times N)} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots \\ & & \ddots & & & & & \\ & & & -1 & \dots & & & 1 \\ & & & & O & & & \end{bmatrix} \quad (۸۲-۲)$$

^۱ - اوکام می گوید: «بیهوده است با بیش از چیزی کار کنیم که با کمتر از آن نیز به سرانجام می توان رسید». بر این پایه نظریات علمی باید به دور از پیچیدگی ها و فرمول بندی های غیر لازم برای توجیه پدیده مورد نظر باشند.

$\tilde{O}$ ماتریس صفر با ابعاد $p \times n$ است. ∂_z پارامترهای واحدهای مجاور عمودی را مقایسه

می‌کند.

$$\partial_{z(N \times N)} = \begin{bmatrix} \partial_{y1} & & & o \\ & \partial_{yz} & & \\ & & \ddots & \\ o & & & \partial_{y\ell} \end{bmatrix} \quad (۸۳-۲)$$

هر کدام از ∂_{yi} ها یک ماتریس ناهمواری افقی $p \times p$ به شکل زیر هستند.

$$\partial_{yi(p \times p)} = \begin{bmatrix} -v_i/h & v_i/h & \dots & 0 \\ 0 & -v_i/h & v_i/h & \dots & 0 \\ & & \ddots & & \\ & & & -v_i/h & v_i/h \end{bmatrix} \quad (۸۴-۲)$$

هر کدام از ∂_y ها پارامترهای بین واحدهای مجاور افقی را مقایسه می‌کنند. معیار کمترین

مربعات را به شکل زیر تعریف می‌کنیم.

$$X^2 = \left\| \tilde{W} d - \tilde{W} F[m] \right\|^2 \quad (۸۵-۲)$$

d بردار داده‌ها که هر یک دارای خطای تخمینی δ_i می‌باشند، $F[M]$ تابع غیرخطی پاسخ

مدل و $\tilde{W}$ ماتریس وزن‌دهی که با فرض استقلال خطاها به شکل قطری قابل تعریف می‌باشد،

هستند.

$$\tilde{W} = \text{diag} \{1/\delta_1, 1/\delta_2, \dots, 1/\delta_M\} \quad (۸۶-۲)$$

با فرض توزیع گوسی خطاها و ملاحظات آماری، مقدار معیار چشمداشتی مناسب و منطقی

محاسبه می‌گردد که با علامت χ^2 نشان می‌دهیم. مقادیر چشمداشتی بسیار کوچک، مدل‌هایی با

ناهمواری‌های اضافی نه چندان مفید تولید می‌کنند در حالی که اختلاف خطای عدم انطباق را به

مقادیر جزئی کاهش می‌دهند. حل مسئله در واقع پیدا کردن مدلی با کمترین ناهمواری ممکن است

که در عین حال مقدار X^2 را در حد χ^{*2} کوچک نگاه دارد. برای کمینه کردن مقید یک شبه تابع به کمک روش ضرب کننده لاگرانژی رابطه غیرمقید زیر بدست می آید [۱۳].

$$U[m] = \left\| \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} m \right\|^2 + \left\| \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} m \right\|^2 + \mu^{-1} \left(\left\| \tilde{W} d - \tilde{W} F(m) \right\|^2 - \chi^{*2} \right) \quad (۸۷-۲)$$

در رهیافت تنظیم که در مدل سازی پارامتری بررسی کردیم سعی می شود که مدلی با بهترین انطباق با داده ها بدست آید اما در شیوه اوکام بازه قابل قبول خطای عدم انطباق مدل با داده ها تعریف و معادله بالا برای مدلی با کمترین ناهمواری و عوارض، که درون این بازه قرار گیرد، حل می شود. چون شبه تابع U غیر خطی است ابتدا حول مدل اولیه m_1 خطی سازی می شود.

$$F[m_1 + \Delta] = F[m_1] + \tilde{J}_1 \Delta \quad (۸۸-۲)$$

$$\tilde{J} = \nabla_m F \quad (۸۹-۲)$$

$$\Delta = m_2 - m_1$$

که $\tilde{J}$ ژاکوبین مشتقات جزئی F نسبت به مدل همان مرحله است. ($\tilde{J}_1$ برای m_1 است) سپس با جایگزینی در U داریم.

$$U = \left\| \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} m_2 \right\|^2 + \left\| \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} m_2 \right\|^2 + \mu^{-1} \left(\left\| \tilde{W} \hat{d}_1 - \tilde{W} \tilde{J}_1 m_2 \right\|^2 - \chi^{*2} \right) \quad (۹۰-۲)$$

$$\hat{d}_1 = d - F[m_1] + \tilde{J}_1 m_1 \quad (۹۱-۲)$$

اکنون U حول m_2 خطی است. با مشتق گیری و حل برای مدلی که U را کمینه کند و تکرار این روند خواهیم داشت.

$$m_{i+1} = \left[\mu \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{y}}^T \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}}^T \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \right) + (\tilde{W} \tilde{J}_i)^T \tilde{W} \tilde{J}_i \right]^{-1} (\tilde{W} \tilde{J}_i)^T \tilde{W} \hat{d}_1 \quad (۹۲-۲)$$

پاسخ مستقل از مدل اولیه است از این رو اغلب از نیم فضایی همگن با مقاومت ویژه میانگین داده ها به عنوان مدل اولیه می توان استفاده کرد.

شیوه مذکور از جهت عدم نیاز و وابستگی به مدل اولیه پیچیده، و ارائه تصویری از مهمترین عوارض، بسیار جذاب است ولی در مورد مناطقی که مرزهای تیز و تغییرات شدید مقاومت ویژه واقعاً

وجود دارند عملکرد خوبی ندارد. در سال ۱۹۹۴، الیس (Ellis) و اولدنبرگ (Oldenburg) تلاش کردند با تاکید روی اطلاعات اولیه، اصلاحی روی تمام روش های تنظیم و همینطور اوکام انجام دهند [۱۸]. در واقع آنها به جای تمرکز کامل روی داده صحرایی یا ناهمواری مدل با تکیه بر روی اطلاعات و مدل اولیه بر مجموعه ای از عوامل فوق با وزن دهی مناسب تاکید کردند. رهیافت آنها شامل گام های زیر بود:

۱- برآورد مدل اولیه بر پایه اطلاعات قبلی و دانش زمین شناسی

۲- تعیین میزان انحراف احتمالی جواب نهایی از مدل اولیه برای نواحی مختلف مدل

۳- تعیین اولویت هموارسازی (افقی یا عمودی) و نوع معیار (کمترین مربعات ℓ_2 یا کمترین انحراف مطلق ℓ_1)

۴- تعیین نواحی که هموارسازی نباید در آنها صورت گیرد مثلاً مرزهای گسل که تغییرات شدید مقاومت ویژه داریم.

۵- تعیین وزن نسبی درایه های ماتریس وزن دهی بر اساس گام های پیشین.

بدین ترتیب الگوریتم آنها مجموعه سه ویژگی جواب یا قید را همزمان کمینه می کند. ابتدا با تعریف مدل اولیه m_0 با کمک دانش و اطلاعات قبلی در مورد منطقه و تعیین ماتریس وزن دهی w_s که شامل میزان عدم قطعیت هر کدام از پارامترهای مدل اولیه است وزن تغییرات مجاز برای هر یک از پارامترها را مشخص می کند. سپس کمیت ناهمواری با مشتقات مرتبه اول مربوطه و با وزن دهی مورد نظر ما (مقدار ناهمواری مجاز در جهت x و z) تعیین و توسط w_x و w_z اعمال می گردد.

$$\psi_m(m, m_0) = \alpha_s \iint w_s (m - m_0)^2 dx dz + \quad (93-2)$$

$$+ \iint \left\{ \alpha_x w_x \left(\frac{\partial(m - m_0)}{\partial x} \right)^2 + \alpha_z w_z \left(\frac{\partial(m - m_0)}{\partial z} \right)^2 \right\} dx dz$$

$\alpha_z, \alpha_x, \alpha_s$ ثوابتی هستند که اهمیت نسبی جملات را کنترل می کنند. شکل گسسته رابطه

اخیر به صورت زیر است.

$$\psi_m = (m, m_0)^T \left[\alpha_s \tilde{w}_s^T \tilde{w}_s + \alpha_x \tilde{w}_x^T \tilde{w}_x + \alpha_z \tilde{w}_z^T \tilde{w}_z \right] (m - m_0) \quad (94-2)$$

مانند روش اوکام قید نزدیکی جواب به مدل‌نهایی به شکل زیر تعریف می‌گردد.

$$\psi_d(d, d_o) = \left\| \underline{w}_d (F(m) - d) \right\|^2 = \overline{\psi_d} \quad (95-2)$$

و $\overline{\psi_d}$ همان خطای چشمداشتی است. بنابراین شبه تابع عدم انطباق که باید کمینه گردد برابر است با

$$\psi(m) = \psi_m(m, m_o) + \mu (\psi_d(d, d_o) - \overline{\psi_d}) \quad (96-2)$$

به کمک روش زیر فضا می‌توان تغییرات پارامترهای مدل (δ_m) را بر حسب ترکیب خطی بردارهای زیر فضا (V) نوشت. در نتیجه با جایگزینی $m + V\alpha$ در شبه تابع عدم انطباق و دیفرانسیل‌گیری داریم.

$$\underline{V}^T (\underline{w}_m^T \underline{w}_m + \mu \underline{J}^T \underline{J}) \underline{V} \alpha = -\mu \underline{V}^T \underline{\gamma}_d - \underline{V}^T \underline{\gamma}_m \quad (97-2)$$

$$\delta m = \underline{V} \alpha$$

$$\underline{\gamma}_m = \nabla_m \psi_m$$

$$\underline{\gamma}_d = \nabla_m \psi_d$$

ابتدا با حدس اولیه ضرب‌کننده لاگرانژی μ و حل معادله فوق به روش SVD، بردار α تعیین شده و مقدار δm محاسبه می‌گردد. با انجام مکرر مدل‌سازی پیشرو و ارزیابی انحراف مدل، مقدار μ تنظیم می‌شود. سپس این فرایند تا هنگام رسیدن به مدلی که شرایط ما را با قید باقی ماندن در بازه خطای چشمداشتی برقرار نماید، ادامه می‌یابد. الگوریتم حاضر با تغییرات زیر توسط مک اینس (MacInnes) و زانگ (Zonge) در تفسیر داده‌های مختلف به کار رفت. آنها از مدل‌سازی پیشرو عنصر محدود به جای تفاضل محدود استفاده کردند. روش تفاضل محدود به دلیل واحدهای مستطیل شکل قادر به تبعیت کامل از توپوگرافی نیست ولی در روش عنصر محدود به کمک عناصر مثلثی شکل و حتی تغییر جهت‌گیری آنها می‌توان شکل نزدیک‌تری به توپوگرافی را پیاده کرد. همچنین اجسام کروی و انحنای موجود در آنومالی‌های پیچیده بسیار بهتر از واحدهای مستطیلی، شکل می‌گیرند و نتایج دقیق‌تری حاصل می‌شود. تغییر دیگر اعمال تصحیح توپوگرافی روی شبکه

مدل به جای تصحیح مقادیر برداشت صحرایی بود که در بخش تصحیحات توپوگرافی به آن خواهیم پرداخت.

اخیرا (۲۰۰۴) دی گروت هدلین (de Groot-Hedlin) و کانستبل (Constable) تغییراتی را در روش اوکام برای عمل بهتر روی مرزهای تیز اعمال نموده‌اند [۱۲]. آنها با جریمه بیشتر روی تغییرات مرزها و کاهش قید همواری روی تغییرات مقاومت ویژه بین واحدهای مجاور، تغییراتی را در تعریف «ناهمواری» مدل انجام داده‌اند. آنها الگوریتمی متفاوت برای محاسبه مشتقات ارائه نموده‌اند که وجود اختلاف مقاومت ویژه را در مدل اولیه ضروری می‌نماید و بر خلاف روش قبلی اوکام، کم شدن بیش از حد اختلاف مقاومت ویژه‌ها می‌تواند به ناپایداری الگوریتم بیانجامد که باید با تغییرات ضرب‌کننده لاگرانژی از آن جلوگیری گردد. شیوه جدید که با مدل اولیه شامل لایه‌هایی با مقاومت ویژه معین شروع می‌کند برای گوه‌ای با مقاومت ویژه بالا درون ناحیه رسانا نتایج بهتری نسبت به شیوه قدیم داده و در کل مرزها را بسیار بهتر و با تخمین بهتر مقاومت ویژه‌ها نشان می‌دهد.

می‌دانیم که طبیعت مسائل الکتریکی غیر خطی بوده و شبه توابع عدم انطباق که به دنبال یافتن کمینه‌های آنها می‌باشیم اغلب دارای کمینه‌های فرعی و یک کمینه اصلی هستند. در روش‌های اخیر هر چه میزان وزنی که به مدل اولیه داده می‌شود بیشتر باشد بسته به اینکه مدل اولیه کجای منحنی شبه تابع مذکور واقع گردد ممکن است الگوریتم در کمینه‌های فرعی به دام افتاده و از دیدن کمینه اصلی باز ماند. در واقع در وارون‌سازی با مسائلی مانند چگونگی انتخاب مدل اولیه و میزان وزن‌دهی به پارامترهای آن، چگونگی استفاده از اطلاعات قبلی جانبی در مورد منطقه، میزان پایبندی به داده‌های صحرایی و چگونگی انطباق پارامترهای مدل بر آنها و وزن مناسب هر یک، چگونگی اعمال قیودی مثل همواری مدل که ما را نزدیک به واقعیت‌های زمین نگاه دارند، مواجه هستیم. این متخصص ژئوفیزیک است که بنا به اولویت‌ها، اهداف و اطلاعات قبلی خود باید روش‌های مناسب و وزن‌دهی مربوطه را انتخاب نماید.

۲-۳-۷ شیوه‌های تسریع محاسبات رایانه‌ای

بیشترین زمان الگوریتم‌های وارون‌سازی رایانه‌ای در محاسبات ژاکوبین مشتقات جزئی صرف می‌شود. در صورت انتخاب نیم فضای همگن به عنوان مدل اولیه به دلیل سادگی این مدل می‌توان در مرحله نخست از حل تحلیلی به جای روش‌های عددی در محاسبات مشتقات جزئی استفاده کرد. علاوه بر آن در گام‌های بعدی با روش تقریب موسوم به شبه نیوتن (Quasi-Newton) به جای روش مستقیم گوس - نیوتن از محاسبه مجدد مشتقات پرهیز می‌شود. روش کار بدین شرح است.

ابتدا نیم فضای همگنی با مقاومت ویژه برابر با میانگین مقادیر مقاومت ویژه برداشتی در نظر می‌گیریم. در این صورت در این مرحله دیگر نیازی به مدل‌سازی پیشرو نیز وجود ندارد. سپس با تکیه بر پتانسیل‌ها، تابع گرین و معادله پواسون به رابطه (۱-۱۰) خواهیم رسید. با در نظر گرفتن شبکه‌ای مستطیلی محاسبه مشتقات جزئی برای هر واحد شبکه مستلزم انتگرال‌گیری دو گانه تابع Frechet دوبعدی $(F_{2D}(x,z))$ می‌باشد که بسیار پیچیده است. در این مرحله می‌توان از روش عددی «تربیع گوسی» استفاده کرد [۳۷]. این کار باید برای تمام سلول‌ها و آرایش‌های الکترونی تکرار شود اما در عمل بنا به تقارن مسئله و با تکیه بر اصل تقابل، محاسبات نصف می‌شود. علاوه بر این برای مدل ساده زمین همگن بسیاری از مشتقات با هم برابرند. همچنین می‌توان نسبت‌های خاص فاصله الکترونی و آرایش‌های گوناگون را یک بار محاسبه و در فایلی ذخیره نمود تا در مرتبه‌های بعدی نرم‌افزار مقادیر را بازخوانی و استفاده کند. در تکرارهای بعدی به دلیل پیچیده شدن مدل امکان استفاده از روش مذکور وجود ندارد و به جای آن از شیوه شبه نیوتن می‌توان استفاده کرد. اگر ژاکوبین تکرار مرحله i ام را B_i بگیریم خواهیم داشت.

$$B_{i+1} = B_i + u_i (\Delta m_i)^T \quad (۲-۹۸)$$

$$u_i = (\Delta F(m_i) - B_i \Delta m_i) / (\Delta m_i)^T \Delta m_i \quad (۲-۹۹)$$

$$\Delta F(m_i) = F(m_{i+1}) - F(m_i) \quad (۲-۱۰۰)$$

$\Delta F(m_i)$ تغییر پاسخ مدل و Δm_i تغییرات پارامترهای مدل در تکرار i ام است.

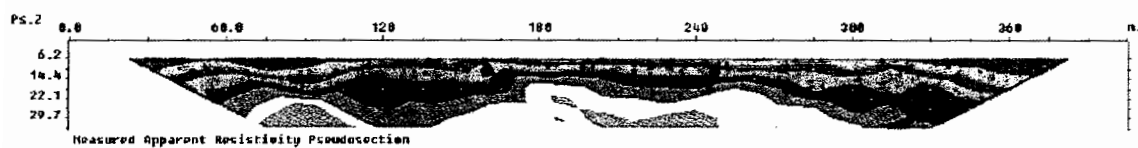
ماتریس $u_i (\Delta m_i)^T$ از مرتبه اول بوده و محاسبات، متناسب با مربع تعداد داده‌ها n^2 می‌باشد. اگر چه از این نظر این روش از راه مستقیم محاسبات که متناسب با n^3 است سریعتر است ولی آهنگ هم‌گرایی آن کندتر می‌باشد. با این وجود در اغلب موارد برای حجم بالای داده‌ها در مجموع سریعتر عمل می‌کند. در محاسبات دستگاه معادلات متعامد وارون نیز پس از محاسبه $B^T B$ در مرحله اول با تکیه بر رابطه زیر بقیه مراحل را تقریب می‌زنیم.

$$B_{i+1}^T B_{i+1} = B_i^T B_i + (B_i^T u_i)(\Delta m_i)^T + \Delta m_i (B_i^T u_i)^T + (u_i^T u_i) \Delta m_i \Delta m_i^T \quad (۱۰۱-۲)$$

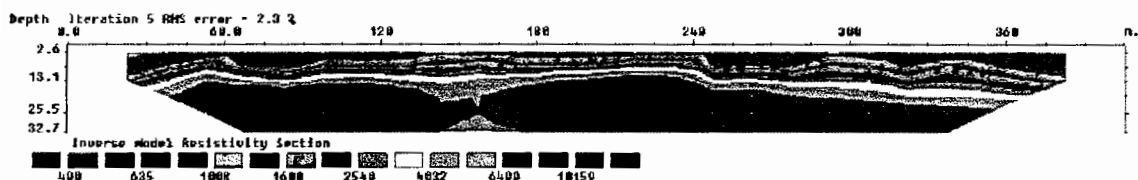
این راهکار نیز با کمک تعداد محاسبات کمتر (متناسب با n^2) خود در مقایسه با روش کامل (n^3) می‌تواند سرعت بیشتری به الگوریتم بدهد. [۳۳ و ۳۶]

۸-۳-۲ میزان اطمینان مدل:

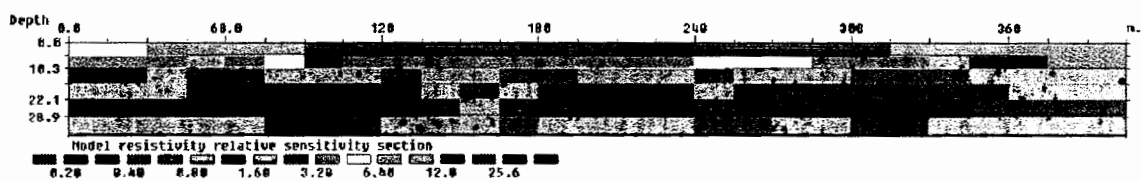
همواره دو سوال مهم در مدل‌سازی عددی وجود دارد. کدام نواحی زیرزمین بیشترین سهم را در نتایج نهایی داشته‌اند و میزان اطمینان نتایج چقدر است؟ اگر چه پاسخ به سؤال دوم کاملاً تقریبی است ولی راه‌های متفاوتی برای پاسخ منطقی به سؤال اول وجود دارد. در فصل اول مقاطع حساسیت آرایش‌های گوناگون را بررسی نمودیم. برای پاسخ به سؤال اول با تکیه به نتایج مذکور و ژاکوبین آخرین تکرار مدل‌سازی وارون می‌توان مقاطع حساسیت را رسم نمود. میزان حساسیت هر واحد مدل، نشانه‌ای از میزان اطلاعات موجود در داده‌ها برای تعیین مقاومت ویژه آن واحد است. بنابراین هر چه حساسیت واحد بیشتر باشد، مقدار مقاومت ویژه تعیین شده در مدل بیشتر قابل اعتماد خواهد بود. یک مثال عملی در شکل (۲-۵) از اکتشافات روی غار Sting در بستر آهکی آمده است. همانطور که انتظار می‌رود حساسیت بالایی در واحدهای مجاور سطح دیده می‌شود. همین‌طور مقدار بالای عدم قطعیت واحدهای جانبی به دلیل بزرگی اندازه آنهاست. این پدیده اثری انحرافی بوده و نشان از غیر قابل اعتماد بودن مقادیر آنومالی‌های گوشه‌های مدل‌سازی دارد. اما برای پاسخ سؤال دوم به دو راه اشاره می‌کنیم. راه نخست استفاده از ماتریس کوواریانس مدل است.



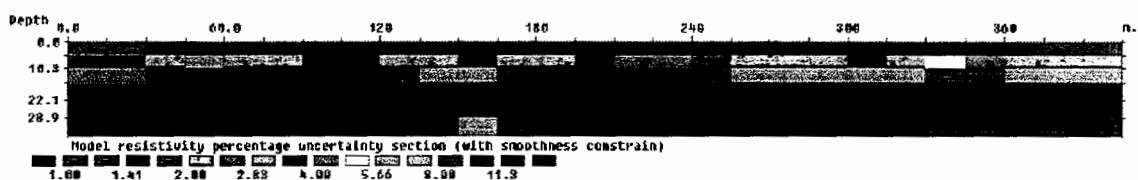
شبه مقطع مقاومت ویژه ظاهری



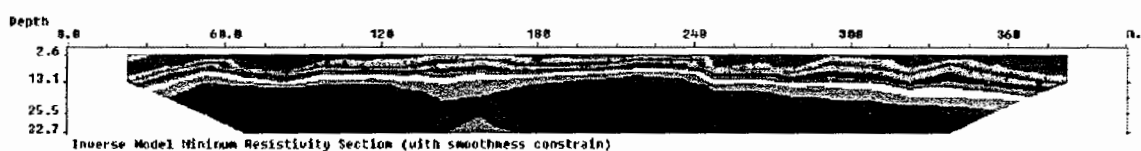
مقطع مدل وارون سازی مقاومت ویژه



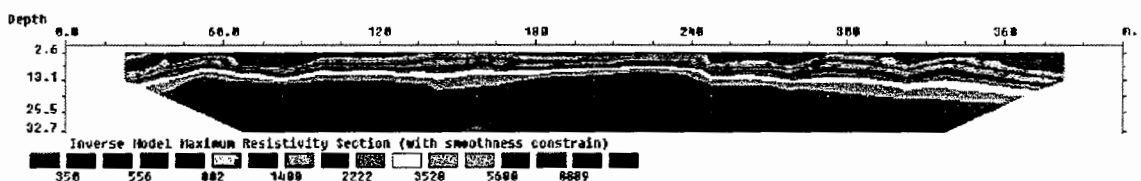
مقطع حساسیت مدل مقاومت ویژه



مقطع عدم قطعیت مدل مقاومت ویژه



مقطع مدل مقاومت ویژه با مقادیر کمینه احتمالی



مقطع مدل مقاومت ویژه با مقادیر بیشینه احتمالی

شکل (۵-۲) مقاطع مقاومت ویژه برداشتی و وارون سازی اکتشاف غار sting [۳۲]

در مقطع چهارم شکل مذکور، عدم قطعیت مدل قبلی به روش مقاله آلومباو (Alumbaugh) با قید همواری نشان داده شده است [۵]. می‌توان با اضافه و کم کردن این عدم قطعیت مقادیر بیشینه و کمینه احتمالی مقاومت ویژه هر واحد را بدست آورد که به صورت دو مدل مجزا در مقاطع پنجم و ششم شکل آمده است. عوارضی که در هر دو مدل مذکور وجود دارند قابلیت اطمینان بیشتری دارند. راه دوم استفاده از شاخص عمق اکتشاف (Depth Of Investigation index) ارائه شده توسط اولدنبرگ می‌باشد [۴۵]. ابتدا دو مدل‌سازی وارون با مقادیر متفاوت مقاومت ویژه، برای مدل اولیه انجام می‌گیرد. اغلب مقاومت ویژه مدل اولیه دوم حدود ۱۰ برابر اولی است. سپس مقدار شاخص R محاسبه می‌گردد.

$$R(x, z) = \frac{m_1(x, z) - m_2(x, z)}{m_{o1} - m_{o2}} \quad (102-2)$$

که m_{o2}, m_{o1} به ترتیب مقاومت ویژه مدل‌های اولیه در مدل‌سازی اول و دوم هستند. نزدیک شدن R یک واحد شبکه به سمت صفر، نشانه آن است که وارون‌سازی، مستقل از مدل اولیه نتایج یکسانی را برای مقاومت ویژه آن واحد بدست می‌دهد. بنابراین اطلاعات مقادیر این واحدها کاملاً در داده‌های صحرایی وجود داشته و اطمینان بالایی به آنها می‌توان داشت. برعکس مقادیر نزدیک به یک به معنای آن است که اطلاعات چندانی در داده‌ها موجود نبوده و نتایج تقریباً همان مدل‌های اولیه می‌باشد. چنین نقاطی در صورتی که مدل اولیه بر اساس اطلاعات دقیق زمین‌شناسی قبلی طراحی نشده باشد، غیر قابل اطمینان خواهند بود. در شکل (۲-۶) نمونه‌ای از مقطع شاخص DOI برای غار فوق آمده است. عموماً مقدار 0.1 را به عنوان «عمق اکتشاف مؤثر» در این مقاطع در نظر می‌گیرند. در مناطق با مقاومت ویژه پایین، کانتور $R = 0.1$ عمیق‌تر و در مناطق با مقاومت ویژه بالا این کانتور کم‌عمق‌تر می‌باشد. این رفتار منطبق بر این حقیقت است که اطلاعات داده‌ها محدود به مناطقی است که جریان از آنها می‌گذرد. هر چه چگالی شارش جریان در ناحیه‌ای بیشتر باشد، اطلاعات جریان برداشتی نیز از ناحیه مذکور بیشتر خواهد بود. بنابراین نواحی با مقاومت ویژه بسیار بالا عملاً نقاط تاریک برای برداشت‌های الکتریکی بوده و ارزیابی آنها باید با احتیاط صورت گیرد [۳۲].

نظر نمی‌گیرد [۲۰]. به دلیل فرض‌های ساده‌ای مثل حالت زمین همگن و خطی بودن کامل تغییرات امروزه مشخص گشته که بسته به نوع توپوگرافی و توزیع مقاومت ویژه زیرزمینی خطای قابل توجهی در این شیوه وجود دارد. به ویژه اگر ناهمگنی‌های شدید مقاومت ویژه در نزدیک سطح زمین داشته باشیم نتایج به هیچ وجه رضایت‌بخش نیستند [۳۵ و ۶۱]. راه حل بهتر اعمال تغییرات لازم بر روی شبکه‌بندی مدل‌های وارون است. بدین ترتیب که گره‌های شبکه روش‌های «عنصر محدود» یا «تفاضل محدود» طوری در راستای عمودی جابجا می‌شوند تا سطح مدل آنها به شکل توپوگرافی منطقه درآید. علاوه بر اینکه این شیوه عملکرد بهتری دارد با توجه به اینکه زمان محاسبات مدل تنها وابسته به تعداد گره‌ها بوده و مستقل از شکل شبکه است تأثیری در زمان و هزینه محاسبات نیز ندارد. سه راهکار برای انجام این شیوه وجود دارد. در نوع اول به نام واپیچش یکنواخت تمامی گره‌ها در راستای عمودی به یک اندازه جابجا می‌گردند [۵۵]. این روش برای توپوگرافی کم و ملایم مؤثر است. اما در نوع دوم واپیچش میرا صورت می‌گیرد بدین معنا که با افزایش عمق میزان جابجایی گره‌ها به صورت نمایی کاهش می‌یابد. در نتیجه در عمق‌های زیاد عملاً جابجایی گره‌ها را نخواهیم داشت. از آنجایی که مشاهدات نشان می‌دهد که اثر توپوگرافی با عمق کاهش می‌یابد، این روش واقع بینانه‌تر به نظر می‌رسد [۲۳]. معادله جابجایی‌ها را می‌توان به شکل زیر نوشت.

$$\Delta Z_j = T_i \exp(-k Z_j / (T_m + H_m - T_i)) \quad (۱۰۳-۲)$$

Z_j عمق گره در شبکه اولیه، ΔZ_j تصحیح عمق مذکور، T_i ارتفاع نقطه سطحی متناظر، T_m اختلاف ارتفاع کمینه و بیشینه توپوگرافی، H_m ارتفاع بیشینه و K ثابتی است که میزان میرایی را کنترل می‌کند. این شیوه در توپوگرافی شدید متاسفانه لایه‌های ضخیم زیر تپه‌ها و بسیار نازک زیر دره‌ها در قسمت‌های پایینی شبکه تولید می‌کند که گاه ویژگی‌های اضافی غیر واقعی را برای این واحدها سبب می‌گردد. از این رو تنظیم ثابت K و کنترل میرایی بسیار مهم است. در نوع سوم، از تبدیل وارون Schwartz-christoffel استفاده می‌شود. Spiegel و همکارانش اول بار در سال ۱۹۸۰ از این شیوه برای تبدیل مدلی با توپوگرافی به مدلی مسطح استفاده کردند [۵۹]. سپس Loke در سال

۲۰۰۰ برای معکوس این روند از آن استفاده کرد [۳۵]. به دلیل آنکه این روش انحنای توپوگرافی در سطح را نیز به حساب می‌آورد نتایج دقیق‌تری نسبت به دو روش قبل ارائه می‌نماید.

در شکل (۷-۲) انواع تصحیح شبکه و در شکل (۸-۲) اختلاف نتایج وارون‌سازی با شیوه‌های متفاوت مذکور بر روی داده‌های اکتشافی تپه Rathcroghan را مشاهده می‌نمایید.

۴-۲ مدل‌سازی داده‌های قطبش القایی

همچون مقاومت ویژه، شبه مقاطع قطبش القایی نیز تصویر درستی از ساختارها ارائه نمی‌دهند و مدل‌سازی عددی راهی برای آشکار کردن ساختارهای پنهان آنها می‌باشد. در شکل (۸-۱) ϕ_σ پتانسیل برداشتی بدون حضور ساختارهای بارپذیر و ϕ_M پتانسیل کل با احتساب پتانسیل حاصل از قطبش القایی، ϕ_s است. بنا به مدل سیگل (Siegel) در صورتی که تابع مدل‌سازی پیشرو مقاومت ویژه، (پاسخ مدل)، را با F_{DC} نشان دهیم پتانسیل کل را می‌توان با جایگزینی $\sigma(1-M)$ به جای پارامترهای مدل (رسانایی) در همان رابطه نوشت^۱. M ، بارپذیری نظری است [۴۷].

$$\phi_\delta = F_{DC}(\delta) \quad (۱۰۴-۲)$$

$$\phi_M = F_{DC}(\sigma(1-M)) \quad (۱۰۵-۲)$$

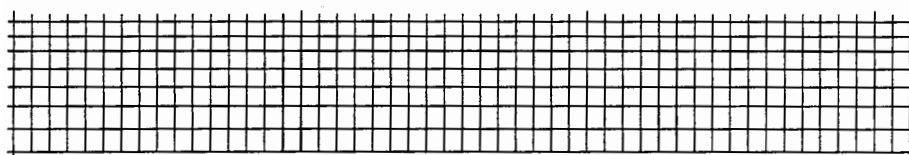
بارپذیری ظاهری (داده برداشتی) با کمک روابط بالا قابل مدل‌سازی به شکل زیر است.

$$M_a = \frac{\phi_s}{\phi_M} = \frac{\phi_M - \phi_\sigma}{\phi_M} \quad (۱۰۶-۲)$$

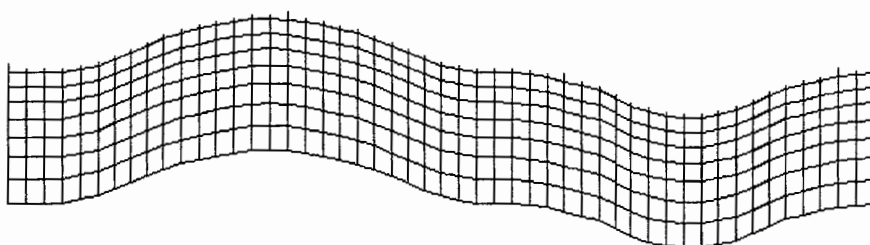
$$M_a = \frac{F_{DC}(\sigma(1-M)) - F_{DC}(\sigma)}{F_{DC}(\sigma(1-M))} \quad (۱۰۷-۲)$$

مدل‌سازی وارون قطبش القایی به سه طریق قابل انجام است. در هر سه رهیافت باید ابتدا با وارون‌سازی داده‌های مقاومت ویژه، رسانایی مدل تعیین گردد (به دلیل آنکه ما از رسانایی واقعی زمین آگاهی نداریم باید از مدل مقاومت ویژه به عنوان مبنای وارون‌سازی IP استفاده شود).

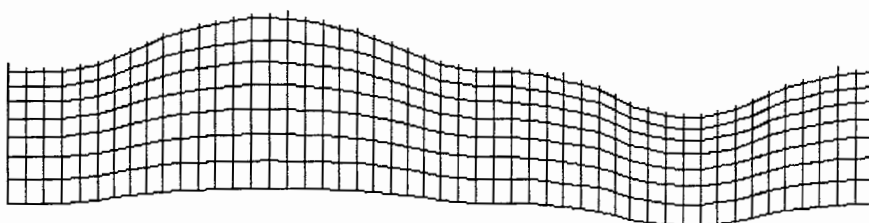
^۱ - برای جلوگیری از اشتباه، به جای نماد m برای پارامتر مدل از σ ، استفاده نموده ایم.



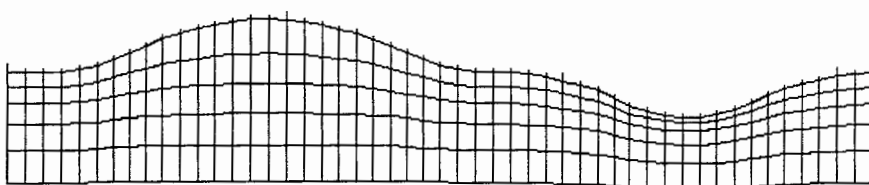
شبکه بدون تصحیح توپو گرافی



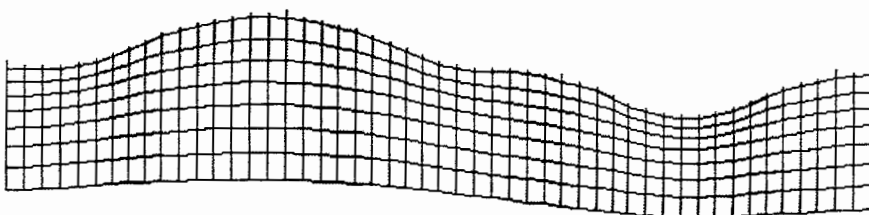
شبکه با تصحیح نوع واپیچش یکنواخت



شبکه با تصحیح نوع واپیچش میرای متوسط

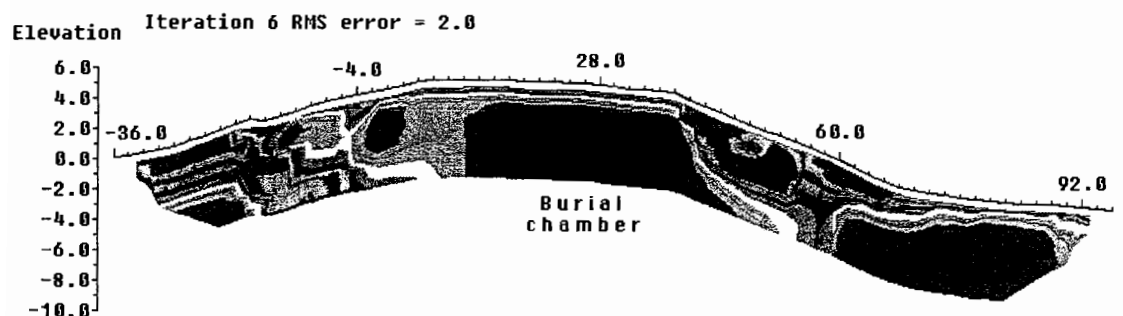


شبکه با تصحیح نوع واپیچش میرای شدید

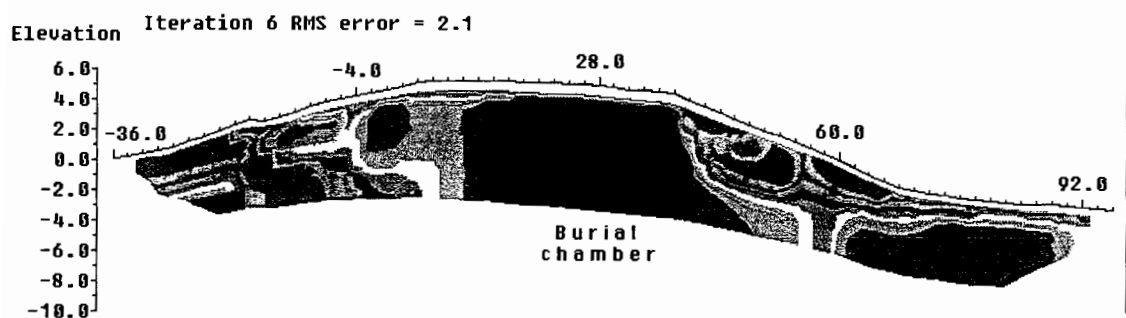


شبکه با تصحیح نوع تبدیل وارون Schwartz-christoffel

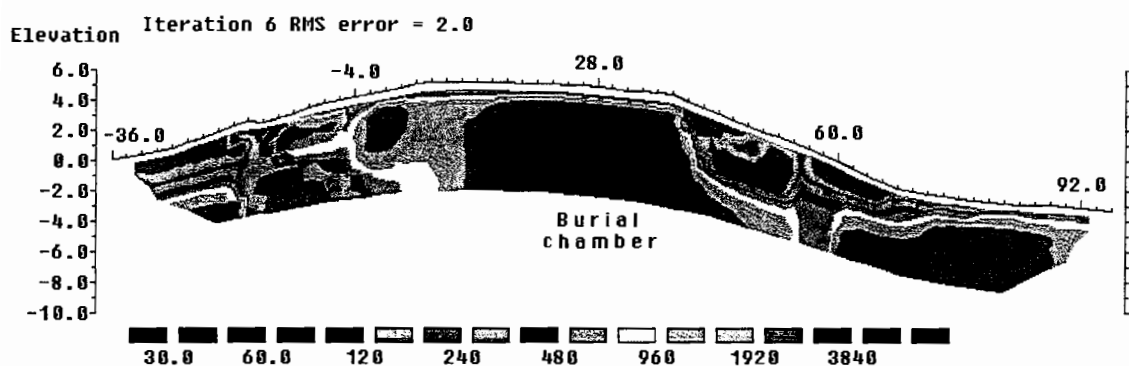
شکل (۷-۲) انواع تصحیحات توپوگرافی شبکه [۳۲]



مدل سازی با تصحیح واپیچش یکنواخت



مدل سازی با تصحیح واپیچش میرا



مدل سازی با تصحیح تبدیل وارون Schwartz-christoffel

شکل (۸-۲) مدل سازی با انواع تصحیحات شبکه بر روی داده های اکتشافی تپه Rathcroghan [۳۲]

در رهیافت اول با شرط کوچک بودن مقادیر باریپذیری ($M \ll 1$) معادلات اخیر حول مدل مقاومت ویژه خطی می‌شوند.

$$\phi_M = \phi(\sigma(1-M)) = \phi(\sigma) - \sum_j \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_j} M_j \sigma_j + H.O.T. \quad (108-2)$$

با حذف جملات مرتبه بالاتر (H.O.T.) و کمک از رابطه (۲-۱۰۶) و بعضی تقاریب دیگر داریم.

$$M_{ai} = \sum_j J_{ij} M_j \quad (109-2)$$

$$J_{ij} = - \frac{\partial \ln \phi^i(\sigma)}{\partial \ln \sigma_j} \quad (110-2)$$

بقیه مراحل با تعریف شبه تابع عدم انطباق خطی و حل آن، شبیه قبل، قابل انجام است. خطا در این رهیافت به دلیل صرفنظر از جملات مرتبه بالاتر قابل ملاحظه است. در رهیافت دوم با تکیه بر عملگر وارون‌ساز مقاومت ویژه F_{DC}^{-1} و روابط (۲-۱۰۴) و (۲-۱۰۵) خواهیم داشت.

$$M_a = \frac{F_{DC}^{-1}(\phi_\sigma) - F_{DC}^{-1}(\phi_M)}{F_{DC}^{-1}(\phi_\sigma)} \quad (111-2)$$

در نتیجه با دو وارون‌سازی مقاومت ویژه قادر به ارزیابی مقدار باریپذیری هستیم. در صورت هماهنگی شرایط مدل‌سازی‌های وارون، نتایج قابل قبول خواهند بود.

در رهیافت سوم هیچ قیدی بر اندازه باریپذیری و دیگر شرایط نداریم و از رابطه غیر خطی (۲-۱۰۷) استفاده می‌کنیم. مانند بخش مقاومت ویژه به دنبال کمینه کردن شبه تابع ψ_m با قید $\overline{\psi_d} = \psi_d$ هستیم.

$$\psi_m(M, M_o) = \left\| \tilde{W}_M (M - M_o) \right\|^2 \quad (112-2)$$

$$\psi_d(d, d_o) = \left\| \tilde{W}_d (d - d_o) \right\|^2 = \overline{\psi_d} \quad (113-2)$$

برای تمایز از رابطه خطی (۲-۱۰۹)، به جای M_a از نماد d استفاده کرده‌ایم. با کمک رسانایی حاصل از وارون‌سازی مقاومت ویژه، ژاکوبین در نهایت به شکل زیر خواهد بود.

$$J_{ij} = \frac{\partial d_i}{\partial M_i} = -\sigma_j \frac{\phi_\sigma^i}{(\phi_M^i)^2} G_{ij} \quad (2-114)$$

$$G_{ij} = \frac{\partial \phi_M^i}{\partial \sigma_j} \quad (2-115)$$

بقیه مراحل مشابه وارون سازی مقاومت ویژه قابل انجام است. نکته مهم این است که در تمامی روش‌های مذکور از مقدار نظری بارپذیری استفاده شده بنابراین مقادیر برداشتی دستگاه‌ها که اغلب انتگرالی از پتانسیل ثانویه هستند باید تبدیل به مقدار نظری شوند. یکی از معیارهای رایج برای این منظور Newmont M (331) می‌باشد [۶۵].

$$M = 1870 \frac{\int_{0.15}^{1.1} \phi_s dt}{\phi_\sigma} \quad (2-116)$$

۵-۲ نرم‌افزار RESIXIP2DI (ver.4.08)

این نرم‌افزار به دلیل قدرت آن به ویژه در مدل‌سازی پیشرو و امکان تعریف مدل اولیه دوبعدی چند ضلعی مورد استفاده قرار گرفت. این نرم‌افزار، گرافیکی، واکنش‌گر در مقابل کاربر و تحت Dos بوده و آرایش‌های ونر، شلومبرژه، گرادیان، قطبی، قطبی دو قطبی و دو قطبی دو قطبی را می‌شناسد. مدل سازی پیشرو با روش عنصر محدود انجام می‌گیرد. شبکه بندی شامل واحدهای مثلثی چهارگانه درون هر مستطیل می‌باشد. از این رو نرم افزار نه تنها در پیگیری انحنای توپوگرافی بهتر از نرم‌افزار RES2DINV که در بخش بعد توصیف می‌شود، عمل می‌کند بلکه مدل نهائی و آنومالی‌های آن را با قدرت تفکیک بیشتر و انحنای دقیقتر به تصویر می‌کشد. تفاوت این دقت عمل، در مقاطعی که در فصل تفسیر ارائه می‌گردد، مشهود می‌باشد. همچنین نرم‌افزار قادر به انجام دو شیوه کلی مدل سازی وارون می‌باشد. [۲۶]

در شیوه اول بدون امکان تعریف مدل اولیه با تقسیم مدل به شبکه‌ای با تعداد زیاد واحدهای مثلثی و انجام مدل‌سازی وارون به دو طریق برگشت مرزی یا هموار (occam) به انتخاب کاربر، وارون‌سازی انجام می‌گیرد. در این شیوه همچنین می‌توان از روش‌های تسریع محاسبه ژاکوبین مرحله

اول و روش شبه نیوتن در تکرارهای بعدی استفاده کرد. همچنین در محاسبه عامل میرایی (تکثیرکننده لاگرانژی) می‌توان از جستجوی کامل و یا روش‌های سریعتر تقریبی دیگر استفاده کرد. در مورد قید همواری امکان وزن‌دهی بیشتر به مرزهای افقی یا عمودی ساختارها (بنا به اطلاعات قبلی) وجود دارد. نرم‌افزار قادر به انجام تصحیحات توپوگرافی بر روی شبکه مدل‌سازی نیز هست که به نام مدل زانگ ارائه گشته است [۳۸]. این مدل‌سازی بر پایه الگوریتمی مشابه روش اصلاح شده هموار اولدنبرگ و لی (Li) که در بخش‌های قبلی ارائه گشت عمل می‌کند. تنها تفاوت به غیر از مدل سازی پیشرو عنصر محدود، اعمال توپوگرافی بر روی شبکه است که در بخش تصحیحات توپوگرافی به آن اشاره شد. الگوریتم کامل مدل زانگ از نرم‌افزار TS2DIP^۱ اقتباس گشته است.

انجام تمامی این روش‌ها بر روی یک شبه مقطع می‌تواند درک بهتری از عوارض اصلی مدل، که واقعاً ناشی از داده‌ها بوده و ساخته‌های جعلی فرض‌ها و قیود نظری ما نیستند، ارائه دهد. از این رو آنومالی‌هایی که در مدل‌های مختلف روش‌های مختلف حضور دارند به احتمال زیاد واقعی و مستقل از نویز می‌باشند. در شیوه دوم مدل‌سازی وارون، نرم‌افزار از تعداد محدودی چند ضلعی‌های دو بعدی و لایه‌ها برای ساختن مدل و محاسبات پیشرو استفاده می‌کند. این مدل باید توسط کاربر تعریف گشته و نزدیک به واقعیت زمین باشد^۲. به دلیل تعداد واحدهای کم مدل در این شیوه دقت بالایی در تعریف مدل اولیه باید صورت گیرد و عملاً بسیاری از اطلاعات داده‌ها که در مدل اولیه منظور نشده باشند تأثیری بر مدل‌سازی نخواهند داشت. در عوض در صورتی که خواهان ارائه مدلی با آنومالی‌های برجسته و مرزهای کاملاً مشخص باشیم، شیوه‌ای مطلوب می‌باشد. اغلب با راهنمایی مدل حاصل از شیوه قبلی کار تعریف مدل چند ضلعی انجام می‌گیرد. سپس با آزاد گذاشتن بعضی از پارامترهای مدل و ثابت کردن بعضی دیگر، به نرم‌افزار اجازه می‌دهیم که به دنبال پارامتری با کمترین خطای ممکن، در نزدیکی پارامترهای آزاد قبلی، جستجو نماید. پس از یافتن پارامتر جدید محاسبات پیشرو

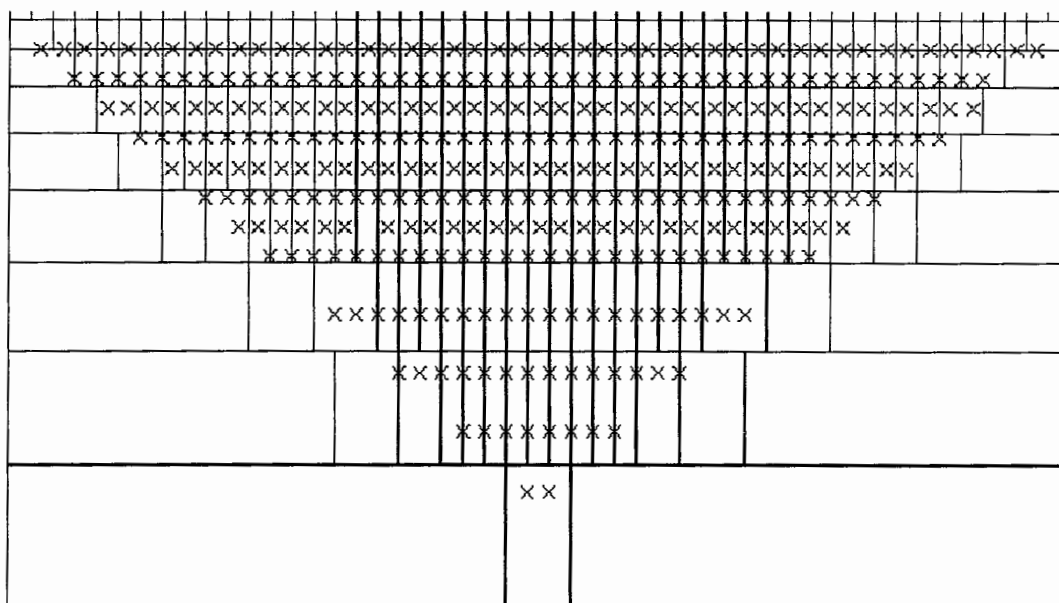
^۱ - نرم‌افزار TS2DIP از مجموعه نرم‌افزاری پردازشگر داده‌های ژئوفیزیک سازمان تحقیقات و مهندسی Zonge می‌باشد.

^۲ - این نوع همان شیوه underparameterization است که در بخش‌های قبل به آن اشاره شد.

دوباره انجام و نرم‌افزار در محدوده خاص اطراف مقدار جدید جستجو را ادامه می‌دهد. بدین ترتیب الگوریتم با پرش‌های کوچک روی مقادیر جدید در فضای پاسخ و جستجوی مدلی با خطای کمتر حول آن، ادامه می‌یابد. کار با پارامترها در این شیوه ظریف و زمان‌بر است. آزاد گزاردن تعداد زیادی پارامتر به معنای سردرگمی نرم‌افزار در انتخاب راه‌های بسیار میان مدل‌ها برای رسیدن به مدل بهینه است، که باید از آن پرهیز شود. از این نظر کاربر نقشی اساسی در هدایت نرم‌افزار با تقدم و تاخر آزادسازی پارامترها دارد و به همین دلیل بدون داشتن درک تقریبی قبلی از جواب نهایی و اطلاعات جانبی دیگر این شیوه جز گمراه کردن کاربر سود چندانی نخواهد داشت.

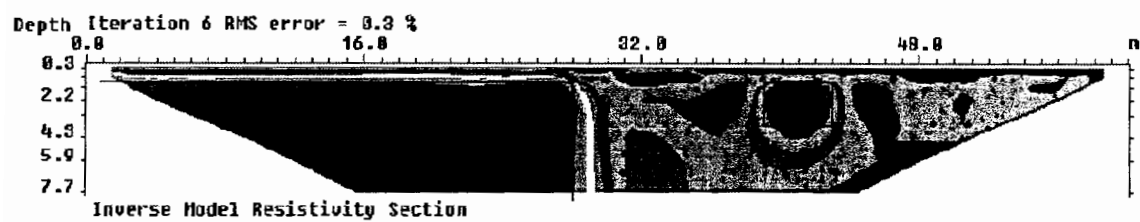
۲-۶ نرم‌افزار RES2DINV (ver.3.54)

این نرم‌افزار، گرافیکی، واکنش‌گر در مقابل کاربر و تحت windows می‌باشد. آرایش‌های و (γ, β, α) ، شلومبرژه، قطبی قطبی، دو قطبی و دو قطبی خطی و استوایی را می‌شناسد (امکان تعریف آرایش‌های غیر مرسوم دیگر هم وجود دارد). نرم‌افزار از مدلی با واحدهای مستطیلی به شکل (۲-۹) استفاده می‌نماید که تعداد و چینش واحدها مطابق توزیع داده‌های صحرایی است [۲۱]. مدل‌سازی پیشرو با روش «عنصر محدود» یا «تفاضل محدود» برای تعداد بسیار بالای الکترودها (۱۶۰۰۰) و داده‌های صحرایی (۲۱۰۰۰) قابل انجام است. برداشت‌های چاه‌پیمایی و دریایی نیز قابل تفسیر می‌باشند. به دلیل استفاده از واحدهای مستطیلی، آنومالی‌ها ضعیف‌تر از نرم‌افزار قبل به تصویر کشیده می‌شوند. این نرم‌افزار تنها بر اساس الگوریتم هموار اوکام عمل می‌نماید. روش‌های تسریع محاسبات نظیر محاسبه تقریبی ژاکوبین مرحله اول و شبه نیوتن در مراحل بعدی قابل انتخاب است. انتخاب عامل میرایی و بعضی راهکارهای جانبی دیگر که به سرعت بیشتر می‌انجامد نیز پیش‌بینی شده است. نرم‌افزار مقاطع گوناگونی را تهیه و نمایش می‌دهد. علاوه به مدل نهایی، مقاطع حساسیت و عدم قطعیت واحدها قابل محاسبه هستند. امکان انتخاب معیار کمترین انحراف مطلق ℓ_1 به جای معیار مرسوم کمترین مربعات ℓ_2 وجود دارد.

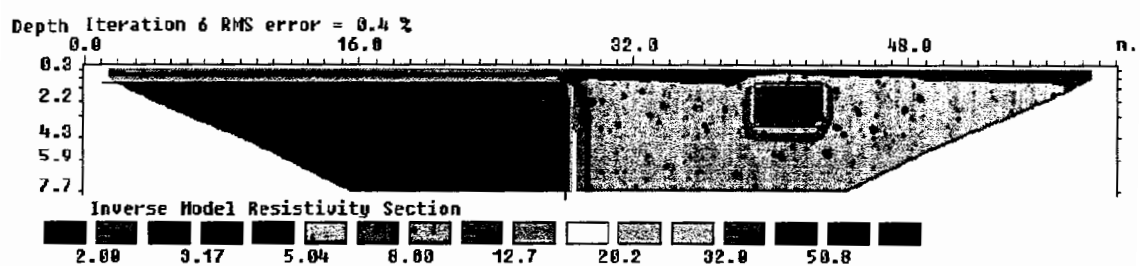


شکل (۲-۹) شبکه بندی نرم افزار RES2DINV (علامت x نشانه نقطه برداشت است)

همانطور که اشاره شد این معیار مدل بسیار بهتری برای زمین‌هایی که با مرزهای تیز و تغییرات ناگهانی مقاومت ویژه سروکار داریم ارائه می‌نماید. نمونه‌ای از مدلی مصنوعی شامل گسل و بلوک مستطیل شکل با دو نوع معیار در شکل (۲-۱۰) آمده است. از دیگر ویژگی‌های این نرم‌افزار امکان تغییر عرض واحدها به نصف فاصله الکتروودی است، که بنا بر تجربیات، نتایج بهتری با نوسانات جعلی کمتر مدل بدست می‌دهد. امکان استفاده از تمامی روش‌های تصحیحات توپوگرافی روی شبکه که در بخش‌های قبل به آن اشاره شد، وجود دارد. همچنین با افزایش عامل میرایی برای نواحی خاص در مدل می‌توان میزان تغییرات مقاومت ویژه را با توجه به اطلاعات دقیق قبلی از آن نقاط، تقریباً ثابت نگاه داشت. در مجموع این نرم‌افزار اگر چه از انتخاب‌های گسترده‌تری نسبت به RESIXIP2DI برخوردار است اما تکیه بیش از حد بر قید همواری در الگوریتم پیشنهادی آن [۳۶] همچنین استفاده از شبکه مستطیلی باعث گردیده تا مدل‌های نهایی اغلب بسیار کلی بوده وقادر به تفکیک آنومالیهای نزدیک به هم و ارائه مرزهای آشکار آنها حتی با معیار ℓ_1 نباشد. تفاوت نتایج را در فصل تفسیر مشاهده خواهیم کرد.



مدل سازی وارون با معیار L_2



مدل سازی وارون با معیار L_1

شکل (۲-۱۰) تفاوت عملکرد دو معیار "کمترین مربعات" و "کمترین انحراف مطلق" روی مدل مصنوعی

گسل ویلک [۳۲]

فصل سوم

برداشت و تفسیر

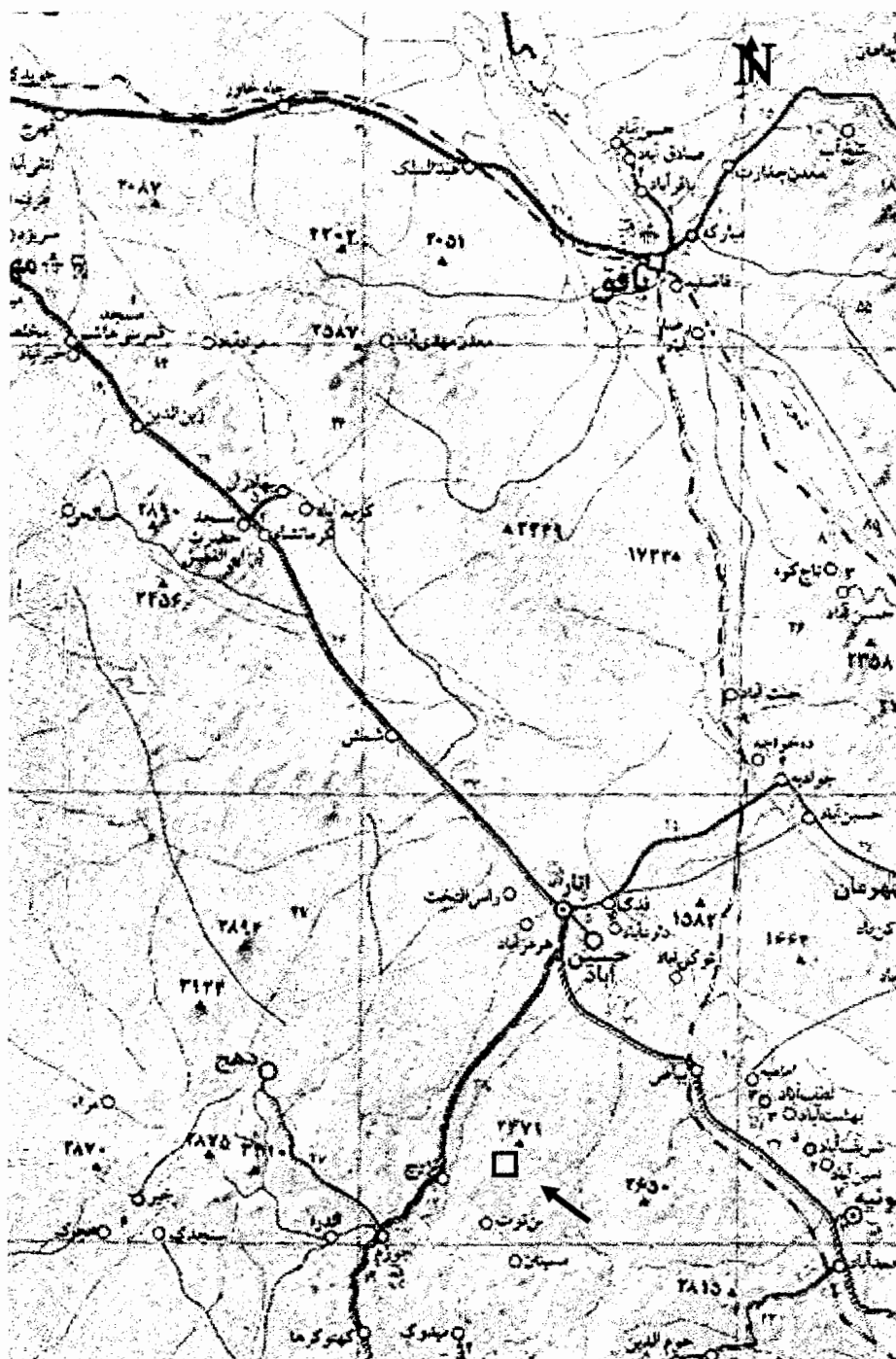
۱-۳ موقعیت جغرافیایی

داده های مطرح در این پایان نامه از ناحیه معدنی در منطقه کوهستانی جنوب شهرستان انار، در منطقه ای صعب العبور در ناحیه مشخص شده در نقشه به طول جغرافیایی $46^{\circ}13'55''$ شرقی و عرض $30^{\circ}35'1''$ شمالی در نزدیکی منطقه تزرچ، برداشت گردیده است. دسترسی به منطقه از طریق راه آسفalte انار به شهر بابک تا نزدیکی تزرچ و سپس عبور از تپه ها و دشت ها برای رسیدن به منطقه امکان پذیر است. عملیات صحرایی مذکور با مشارکت نگارنده این پایان نامه و در چهارچوب طرح تحقیقاتی انجام پذیرفته است. نقشه راهها را در شکل (۱-۳) مشاهده می نمایید.

۲-۳ زمین شناسی عمومی و کانی زایی منطقه

چهار گوشه انار، در بخش جنوب غربی ایران مرکزی قرار دارد و بخشهایی از زون ارومیه - دختر، سنندج - سیرجان، زاگرس و ایران مرکزی را در بر می گیرد. این ناحیه شامل سنگ های رسوبی، آذرین و دگرگونی از پالئوزوئیک تا عهد حاضر با روند عمومی شمال غربی - جنوب شرقی می باشد. کهن ترین نهشته ها که متعلق به پالئوزوئیک است، سنگ های پی (Basement) را تشکیل داده و اغلب دگرگون شده اند. این سنگ ها که در بخشهایی از زون سنندج- سیرجان و ایران مرکزی برونزد دارد، توسط گسله مروست - هرات با راستای NNW-SSE از فرورفتگی کویر صاحب آباد - مروست جدا شده است. این گسله، در کوارترنر نیز کاری بوده و دیواره شرقی آن نسبت به دیواره غربی پائین تر افتاده است. پرمین دگرگون شده و غیر دگرگونی نیز جوانترین واحدهای پالئوزوئیک را در این ناحیه تشکیل داده است. [۱]

دوفاز دگرگونی یکی در تریاس و دیگری در ژوراسیک بالائی بر سنگ های این ناحیه اعمال شده است. در گوشه جنوب غربی ناحیه، بخشی از زون زاگرس با نهشته های رسوبی آتشفشانی کرتاسه



شکل (۳-۱) نقشه راههای اصلی منتهی به منطقه اکتشافی

بالا تا عهد حاضر دیده می‌شود. در این ناحیه، سنگ‌های بازیک و اولترابازیک و فلیش‌های کرتاسه بالا در پی قرار دارد و فاز لارامین باعث چین‌خوردگی و تا حدودی دگرگونی سنگ‌ها شده و گسله‌هایی چند در سنگ‌ها بوجود آورده است؛ بر روی این سنگ‌های فلیش‌های پالئوسن با قاعده کنگلومراتیک

قرار گرفته و گویای پیشروی دریا در این زمان است. بر روی آنها نیز سنگ‌های آهکی نومولیتیک ائوسن و سپس نئوژن قرار گرفته است. زون‌های مختلف، توسط گسله‌هایی با راستای شمال‌غربی جنوب‌شرقی و برخی گراینده به شرقی-غربی از یکدیگر تفکیک شده‌اند.

زون آمیزه رنگین با سن کرتاسه بالا بصورت نوار باریکی با پهنای حدود ۳-۱۷ کیلومتر و درازای ۱۲۵ کیلومتر در روند همگانی امتداد یافته و عموماً شامل بازالت، اسپیلیت، توف سبز، ماسه سنگ توفی، سنگ‌های اولترابازیک، سنگ آهک و رادیولاریت است، که در ناحیه‌ای تکتونیکی نمایان شده‌اند. در جوار این زون، گسله‌های چندی با راستای شمال غربی-جنوب شرقی وجود دارد که رویهم بخشی از گسله اصلی نائین - بافت را تشکیل داده‌اند. میان این زون و گسله مروست - هرات فرورفتگی گسترده‌ای بصورت فروزمین (Graben) دیده می‌شود، که شامل کویر مروست - صاحب آباد است که خود بخشی از فرورفتگی بزرگ گاوخونی - سیرجان است و نهشته‌های کوارترن را در بر دارد. در کنار زون آمیزه رنگین سنگ‌های رسوبی - آتشفشانی ائوسن قرار گرفته و گویای آن است که ناحیه تکتونیکی یاد شده در ائوسن نیز تا اندازه‌ای کاری بوده است.

زون ارومیه - دختر بخش‌های مرتفع خاوری، مرکز و شمال ناحیه را در بر می‌گیرد. در این زون سنگ‌های آهکی آربیتولین‌دار، کهن‌ترین واحد را تشکیل داده و فلیش‌های کرتاسه بالا که چین‌خوردگی‌های فشرده‌ای نشان می‌دهند. در مرکز تاقدیس بخش‌های شرقی ناحیه قرار گرفته است. در ائوسن بر اثر بازشدگی و شکاف (Rifting) قاره‌ای حجم زیادی از گدازه و سنگ‌های آذر آواری ائوسن با ترکیب اغلب بازیک و آکالن از مسیر شکستگ‌های ژرف کهن خارج شده و همزمان با آنها نهشته‌های رسوبی ائوسن نیز تشکیل شده است.

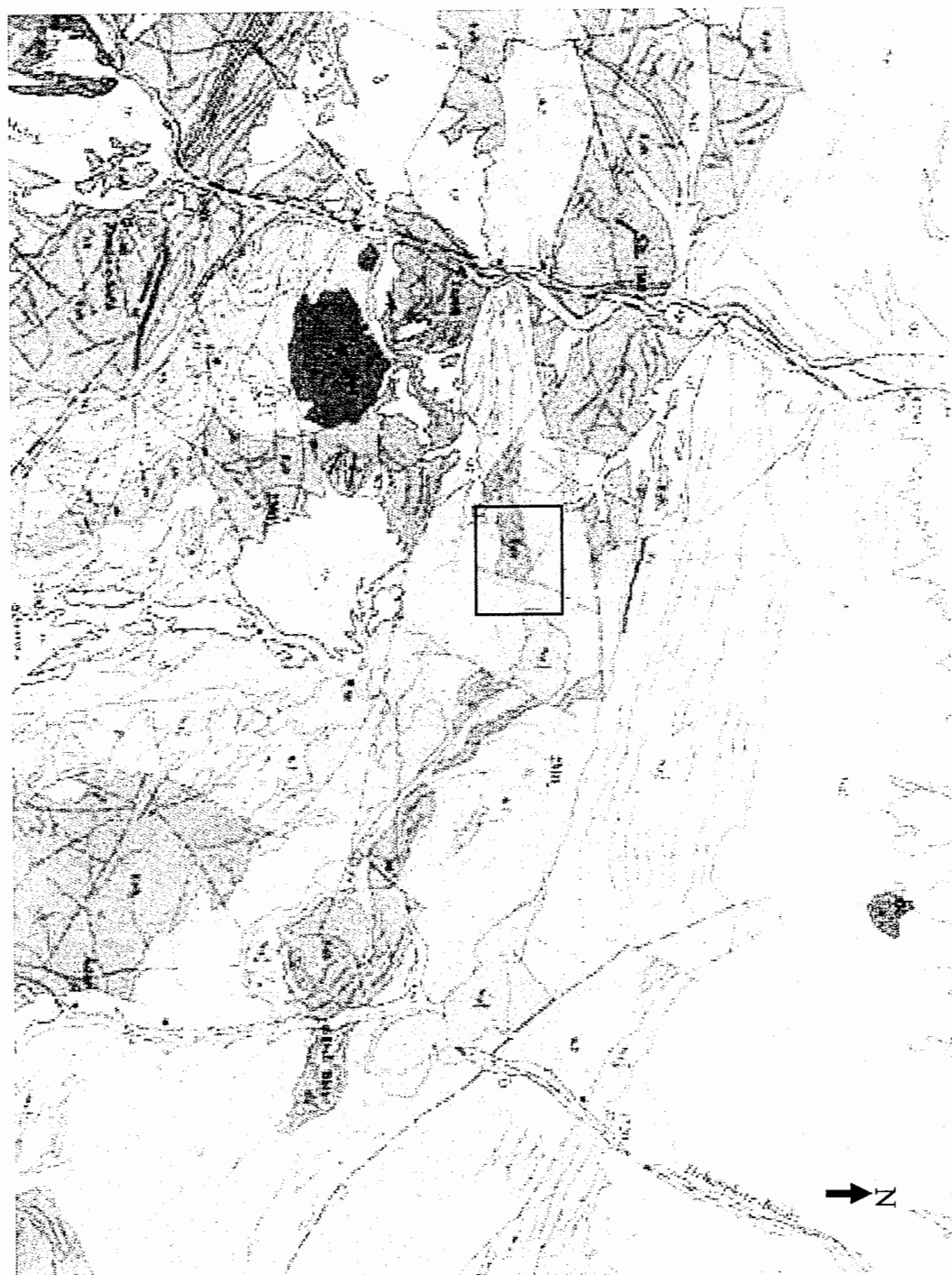
پس از ائوسن (الیگوسن؟) بر اثر نیروی فشاری (Compression) پوسته قاره‌ای ذوب شده و سنگ‌های نفوذی با ترکیب همگانی گرانودیوریتی و کوارتز مونزونیتی ایجاد شده، که سنگ‌های ائوسن را قطع کرده است. در نئوژن دوباره فعالیت آتشفشانی گسترده‌ای با ترکیب میانه تا اسیدی روی داده، گدازه و سنگ‌های آذر آواری وابسته، سنگ‌های کهن‌تر را پوشانده است. نمونه‌ای از آنها فعالیت

آتشفشانی کوه مزاحم واقع در شمال شرقی شهر بابک است. در بخش دهانه این آتشفشان کالدرای ریزشی با قطر حدود ۸ کیلومتر تشکیل گردیده است.

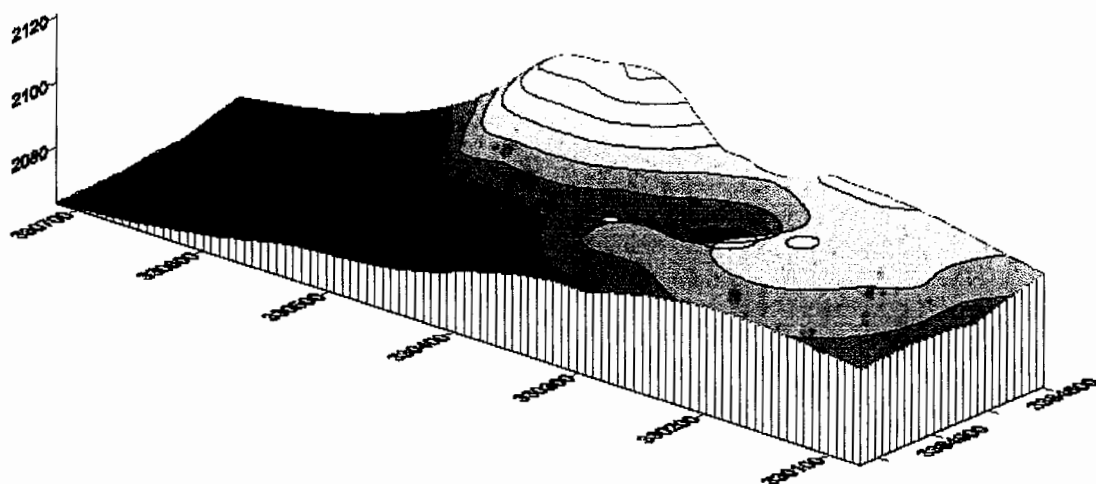
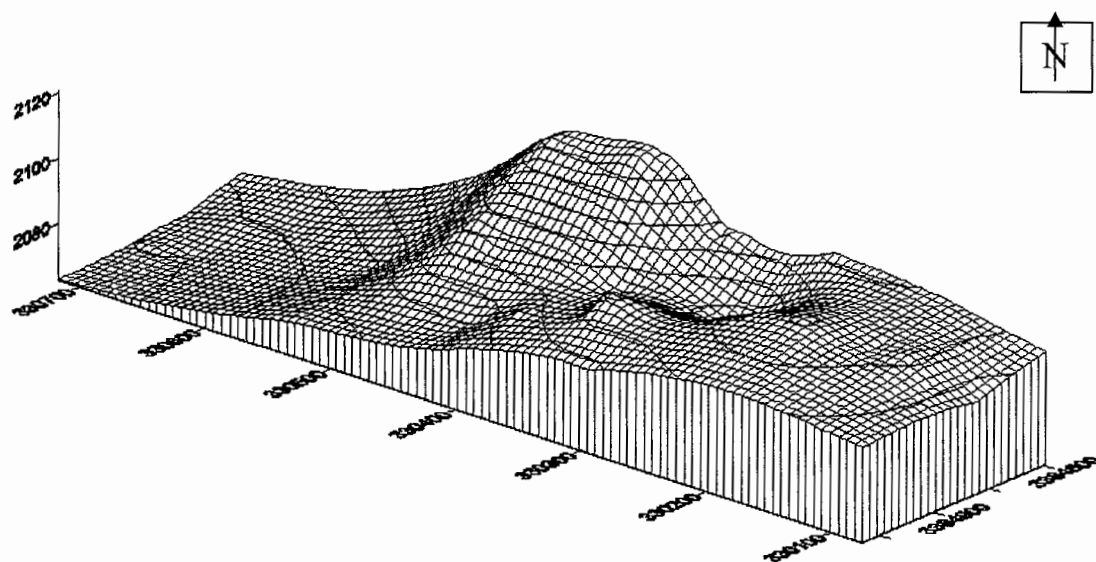
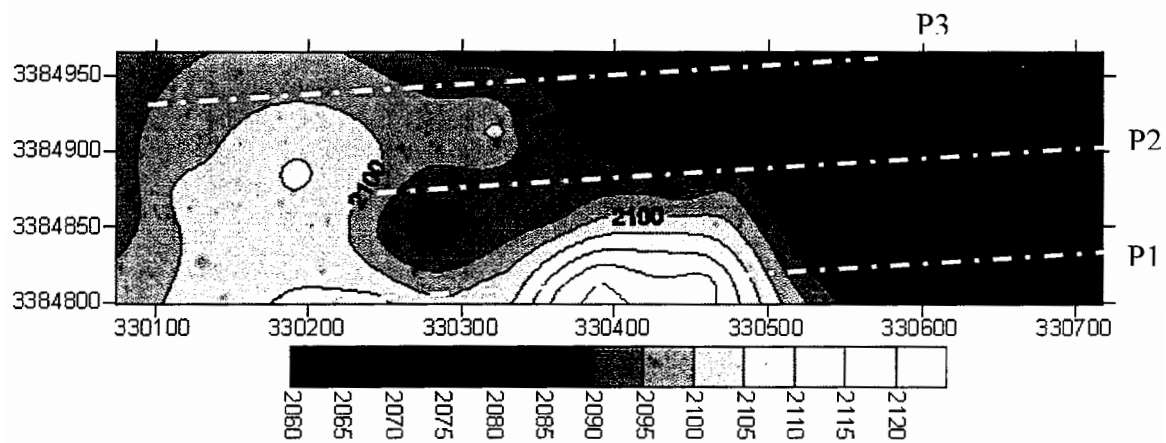
در پلیوکواترتر توده‌ای نیمه ژرف با ترکیب میکروگرانودیوریت پرفیری و داسیتی سنگ‌های کهن‌تر (از جمله سنگ‌های آتشفشانی نئوژن) را قطع کرده و برجستگی‌های روشن رنگی را در بخش‌های کوهستانی ایجاد کرده است. نفوذ این گونه سنگ‌های نیمه ژرف و دگرسانیهای (آلتراسیونها) وابسته، کانسارهای مس پرفیری و رگه‌ای و بطور فرعی سرب و روی را در این ناحیه ایجاد کرده است [۱،۲].

در شکل (۳-۲) نقشه زمین‌شناسی منطقه اکتشافی را مشاهده می‌نمایید. شکل (۳-۳) نقشه کانتوری توپوگرافی و مدل سیمی آن را به طور دقیق‌تری به نمایش می‌گذارد. با توجه به رخنمونهای موجود در منطقه که در راستای تقریبی AZ 350 مشاهده شدند، همچنین راستای گسل‌های اصلی منطقه که بر روی نقشه زمین‌شناسی مشاهده می‌گردد و توپوگرافی منطقه، راستای پروفیل‌های برداشت دو بعدی، AZ 80 در نظر گرفته شد. به دلیل جفت شدگی پایین EM و گسترش مناسب افقی شبه مقطع، همچنین بنا به محدودیت زمانی و عوامل جانبی دیگر، آرایش دوقطبی دوقطبی با فاصله الکترودی (طول دوقطبی) ۴۰ متر و ۸ ردیف ($N=8$) برای پوشش بیشتر افقی برای انجام برداشت به کار گرفته شد. پروفیلها به درازای ۴۸۰ متر و به فاصله ۵۰ متر از یکدیگر طراحی شدند. اندازه گیریها با دستگاه ABEM SAS 1000 و الکترودهای غیر قابل پلاریزه انجام گرفت.

همانگونه که اشاره شد منطقه دارای تغییرات شدید و پیچیده زمین‌شناسی بوده و به هیچ وجه انتظار مواجهه با زمین لایه ای یا دشت‌های وسیع بدون آنومالی‌های مختلف نفوذی و دگرسانی، را نباید داشت. اگر چه به دلیل بکر بودن منطقه نویزهای حاصل از فعالیت‌های انسانی در برداشت‌ها وجود ندارد ولی وجود رس به ویژه نوع آبدار آن در شکستگیهای احتمالی، پدیده کانالیزه شدن جریان و نویزهای مربوطه را باعث می‌گردد.



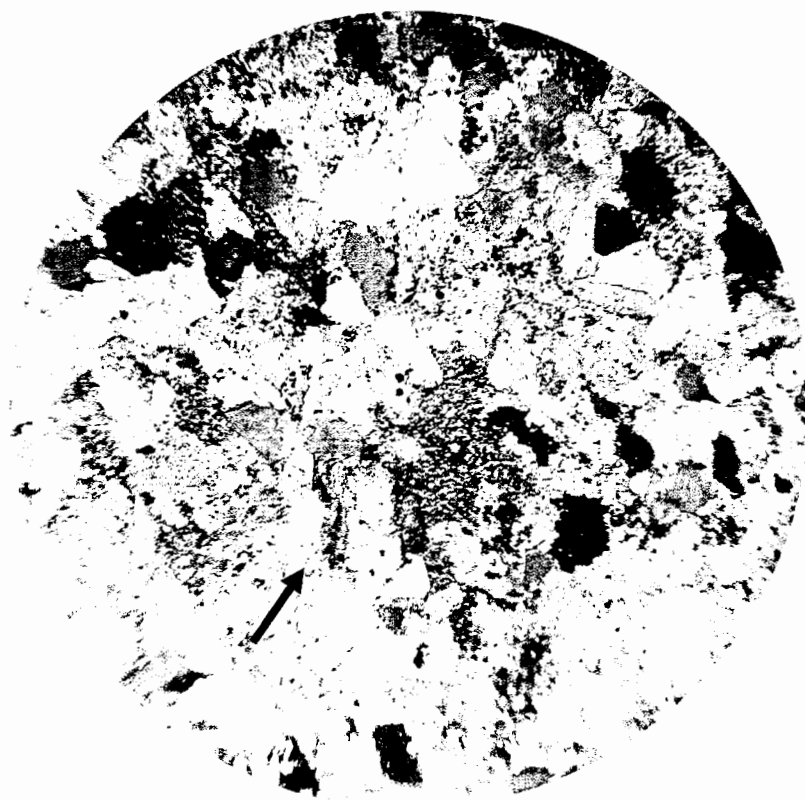
شکل (۲-۳) نقشه زمین شناسی منطقه اناز. محدوده اکتشافی مشخص گشته است.



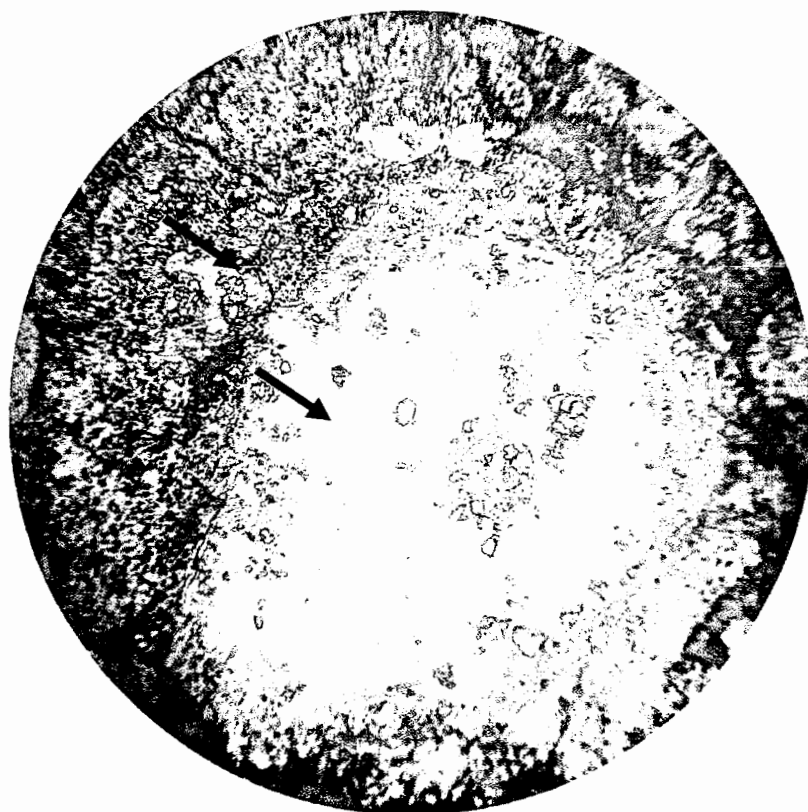
شکل (۳-۳) نقشه کانتوری محدوده اکتشاف همراه با محل پروفیل ها (بالا)، مدل سه بعدی محدوده اکتشاف (وسط)، برهم نهی نقشه کانتوری بر روی مدل سه بعدی (پایین)

همچنین به دلیل مشاهده آثار شدادی در منطقه احتمال وجود بعضی تونل ها و حفاریهای پر شده قدیمی وجود دارد که اگر چه نمود واضحی در داده ها ندارند ولی می توانند اثر عوارض طبیعی را تحت تاثیر قرار دهند. از سوی دیگر برداشت ها بر روی توپوگرافی شدید روی چند تپه مجاور هم انجام گرفته است . برای همین تصحیحات توپوگرافی اجتناب ناپذیر می باشند.

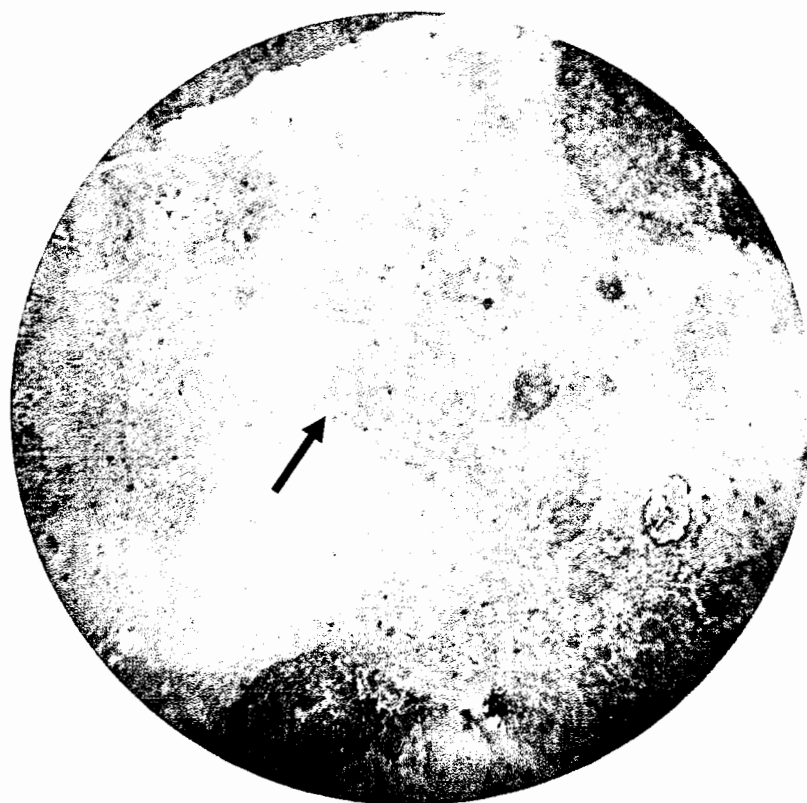
یک نمونه سنگ از لایه های رخنمون دار واقع در ایستگاه هشتم پروفیل سوم و نمونه ای دیگر از ایستگاه سوم پروفیل مذکور، برداشت و مقاطع نازک و صیقلی تهیه گردید (شکلهای (۳-۴) تا (۳-۶)). مقطع نازک نوع سنگ را و لکانو کلاستیک با کوارتز فراوان (حدود ۴۰٪) معرفی می کند . همچنین کانی مالاکیت به مقدار تقریبی ۵٪ به روشنی در شکل (۳-۶) قابل مشاهده است . کالکوسیت و پیریت حدودا ۳٪ سنگ مورد آزمایش را تشکیل می دهند. دیگر مواد حاضر شامل کلسیت به مقدار زیاد کولیت و گوتیت ، کالکوپیریت ، آزوریت ، پیرولولوزیت ، لیمونیت ، هریک به مقدار جزئی می باشند .



شکل (۳-۴) بالا: مقطع نازک ماسه آهکی در نور پلاریزه، کلسیت ۷۰٪ و کوارتز ۳۰٪ به همراه بیوتیت تخریبی، پایین: مقطع نازک ماسه آهکی مذکور، دانه سبز رنگ گلوکونیت قابل مشاهده است.



شکل (۵-۳) بالا: مقطع نازک تراکیتی پرفیری همراه با بافت جریان‌ی (نقاط قرمز رنگ اکسید آهن)، پایین: مقطع صیقلی که حضور کولین به رنگ آبی، و کالکوسیت در آن دیده می‌شود



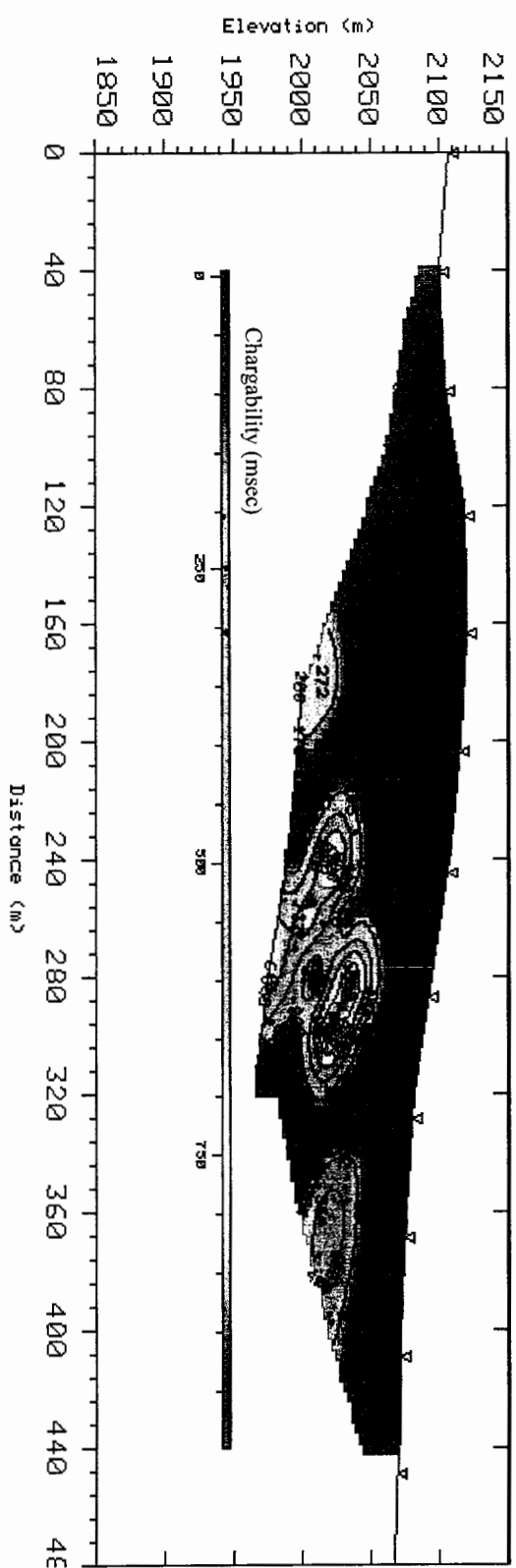
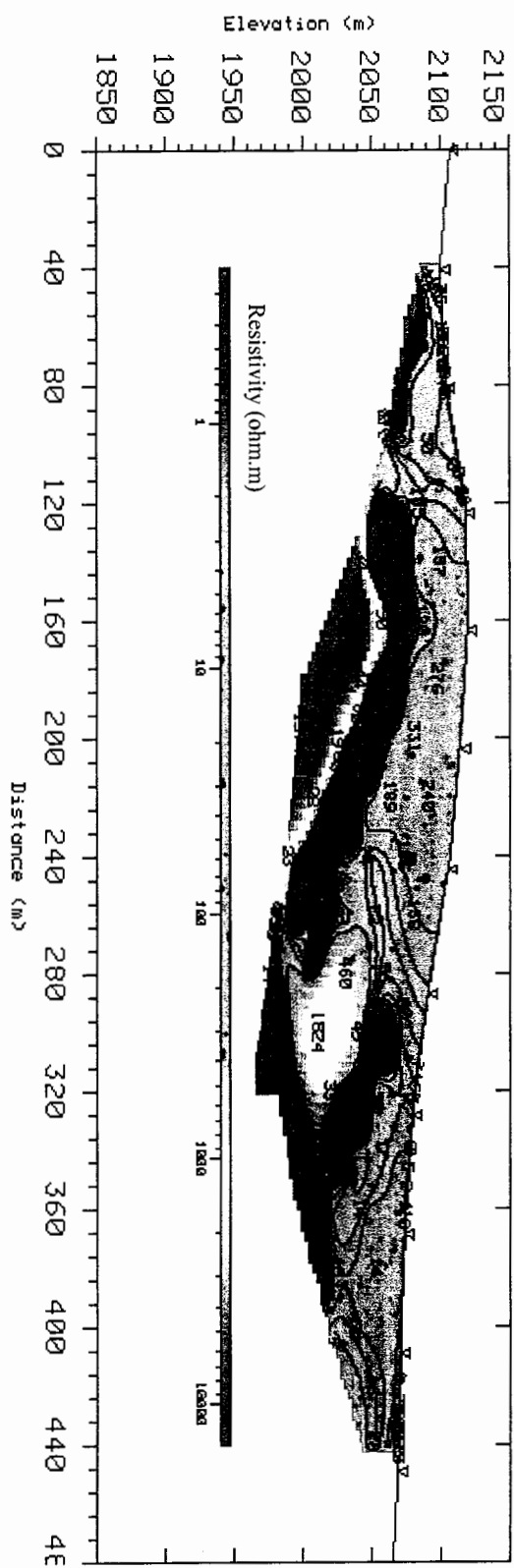
شکل (۶-۳) مقاطع صیقلی بالا: کانی سبزرنگ مالاکیت با مقدار حدود ۵٪، پایین: اکسیدهای آهن نارنجی رنگ و کوارتز به صورت تکه های سفید رنگ

۳-۳ مدل سازی و تفسیر

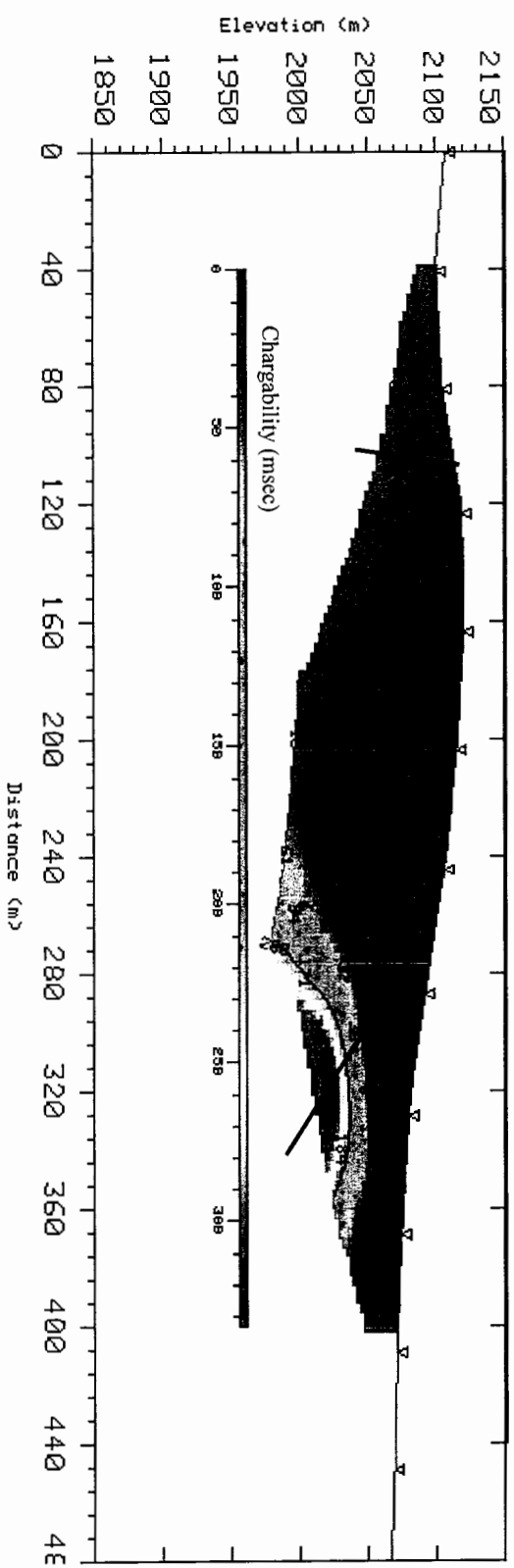
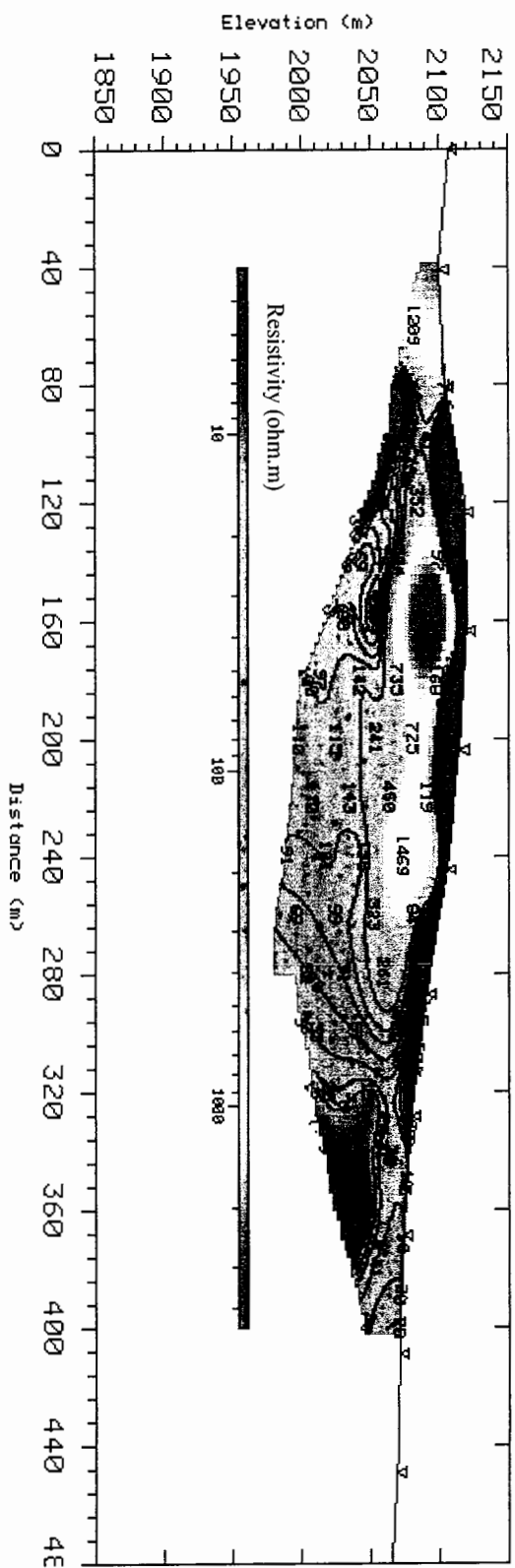
تفسیر داده ها به کمک نرم افزار RESIXIP2DI برای وارون سازی پارامتری و نرم افزار RES2DINV برای وارون سازی هموار انجام گرفت . همانگونه که قبلاً اشاره شد به دلیل اتکای زیاد نرم افزار RES2DINV بر اعمال قید همواری بر الگوریتم وارون سازی ، این نرم افزار عموماً نتایجی کلی تر و با مرزهایی نرم و هموار که گاه آنومالی های نزدیک به هم را از هم تفکیک نمی کنند ، بدست می دهد . شبه مقاطع داده های خام مقاومت ویژه و IP پروفیل اول در شکل (۷-۳) ارائه گشته اند.

نتایج وارون سازی با نرم افزار RESIXIP2DI به شیوه اول (بخش ۲-۵) را، شکل (۳-۸) به تصویر کشیده است . یک توده با مقاومت ویژه بسیار بالا ۴۵۷۹ اهم متر در فاصله ۱۳۰ تا ۱۹۰ متری ابتدای پروفیل در عمق ۱۰ متری دیده می شود.

وجود این توده با این مشخصات نیاز به دقت بیشتری را می طلبد ، اما همانگونه که در پروفیل های بعدی خواهیم دید این توده با همین مشخصات و ابعاد و در راستای تقریبی شمالی جنوبی در مقاطع دوم و سوم تکرار شده است که ما آن را توده سخت اصلی می نامیم . تکرار این توده در یک راستا نشان از هم بستگی مناسب نتایج سه مقطع بر خلاف نویز نسبتاً بالای موجود در داده ها را دارد. از سوی دیگر به علت اینکه نویز ، طبیعی تصادفی دارد، بنابراین امکان ندارد که عارضه ای که به یک شکل در سه پروفیل با فاصله ۵۰ متر از یکدیگر و زمانهای برداشت متفاوت، ظاهر گشته، حاصل از نویز باشد. این توده سخت با توجه به نمونه سنگ های برداشتی نشانه سیلیسی شدگی بالا و وجود مقدار زیاد کوارتز می باشد. توده ای با مقاومت ویژه کمتر یا اندازه کوچکتر (تشخیص این که کدام درست است به دلیل ابهام هم ارزی که در فصل های پیشین به آن اشاره شد مشکل است) درست راست توده قبل دیده می شود که احتمالاً بافتی شبیه توده سخت اصلی دارد. دو توده مذکور درون محیطی با مقاومت ویژه حدود ۱۷۰ اهم متر قرار دارند.



شکل (۷-۳) شبه مقاطع داده های خام مقاومت ویژه و IP پروفیل اول



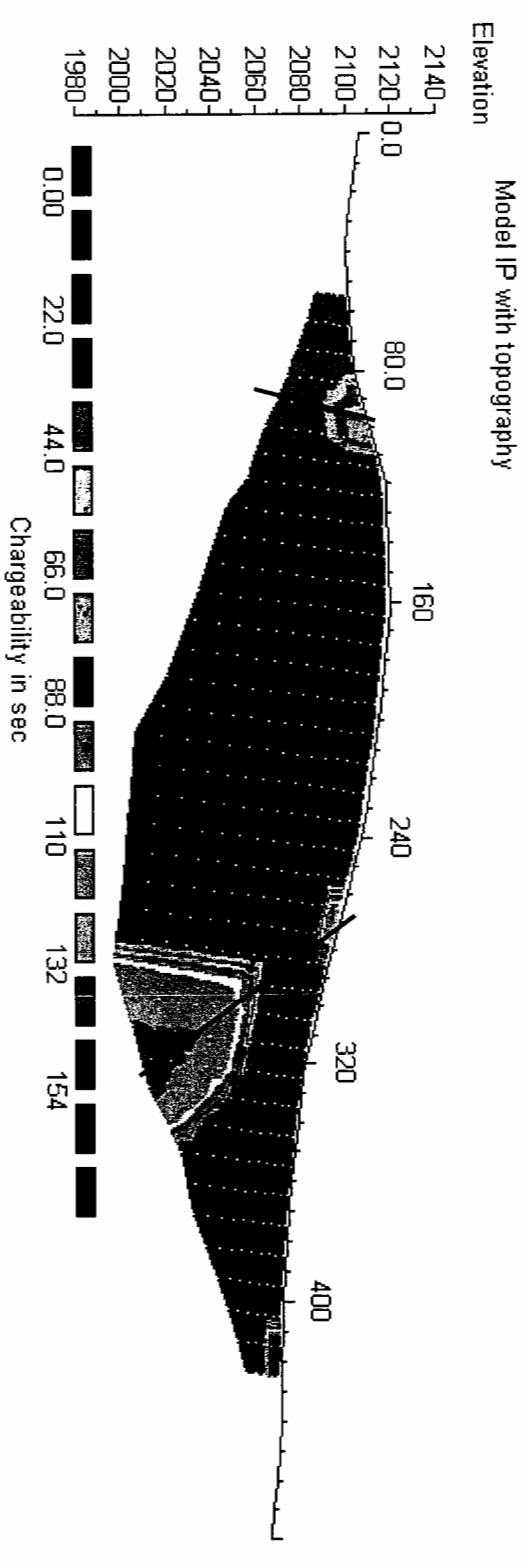
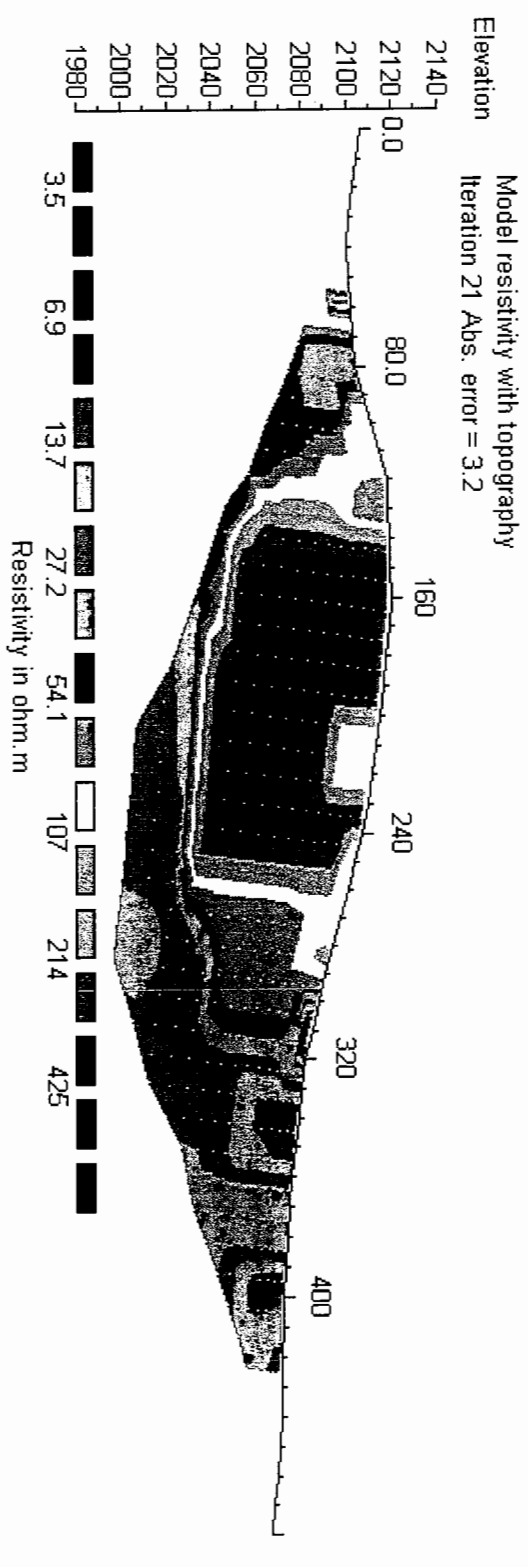
شکل (۸-۳) مقاطع مدل سازی وارون مقاومت ویژه و بارپذیری حاصل از نرم افزار RESIXIP2DI برای پروفیل اول

غیر از ناحیه محدودی سراسر سطح تپه با موادی با مقاومت ویژه بسیار پایین حدود ۷ اهم متر پوشیده شده که با توجه به مشاهدات زمان برداشت رس آبدار نقش مهمی در این مقاومت ویژه کم دارد. (با توجه به انجام اندازه گیریها در اواخر آبان و بارندگی مناسب در منطقه همچنین وجود توده های سخت زیرین تشکیل لایه های آبدار سطحی و محلی دور از انتظار نیست). در مقطع IP شکل (۳-۸)، به طور مشخص توده ای با بارپذیری بالا در حدود ۳۳۳ میلی ثانیه در گوشه راست از ۲۸۰ تا ۳۵۰ متری مبدا و ارتفاع ۲۰۴۵ از سطح دریا گرفته شده است که احتمالاً ریشه ای بوده و گسترش بیشتری روبه پایین دارد. اگر چه این توده در مرزهای کناری شبکه قرار دارد و با توجه به مباحث نظری قبلی باید با احتیاط بررسی گردد، ولی استمرار حضور این توده در راستایی مشخص در پروفیل های بعدی که خواهیم دید، نشانه صحت وجود آن می باشد.

اثر بارپذیری متوسطی با مقادیر ۳۵، ۲۰، و ۱۸ میلی ثانیه تا سطح امتداد می یابد. با توجه به اثر مشابه برای ناحیه مقاومت ویژه پایین در مقطع مقاومت ویژه، احتمال وجود یک شکستگی یا درزه مورب در این ناحیه که منشأ کانی سازی مس می باشد وجود دارد. و این خود می تواند دلیل غنای عمودی توده هدف باشد. شکستگی احتمالی دیگر و اثر IP حدود ۴۵ میلی ثانیه نیز در سمت چپ مقطع دیده می شود.

شکل (۳-۹) مدل سازی وارون هموار نرم افزار RES2DINV را برای پروفیل اول نشان می دهد. همانطور که اشاره شد، دقت کمتر این نرم افزار را می توان در مرز بندیهای این مقطع با مقایسه با نتایج قبلی نشان داد. توده های سخت اصلی و فرعی قبل این بار به صورت یک توده با مقاومت ویژه تقریبی ۳۰۰ اهم متر از ۱۳۵ تا ۲۵۵ متری مبدا دیده می شود.

ناحیه مقاومت ویژه پایین سطحی تقریباً در توده سخت مستهلک گشته است. دو توده با IP بالا در اینجا نیز، با تغییراتی گرفته شده اند. توده اصلی سمت راست از ۲۸۰ تا ۳۵۰ متری دیده می شود و عمق تنه اصلی آن از ارتفاع ۲۰۵۰ از سطح دریا آغاز می گردد. اثر باریک شکستگی احتمالی قبل را این نرم افزار به صورت ناحیه ای عریض تا سطح امتداد می دهد.

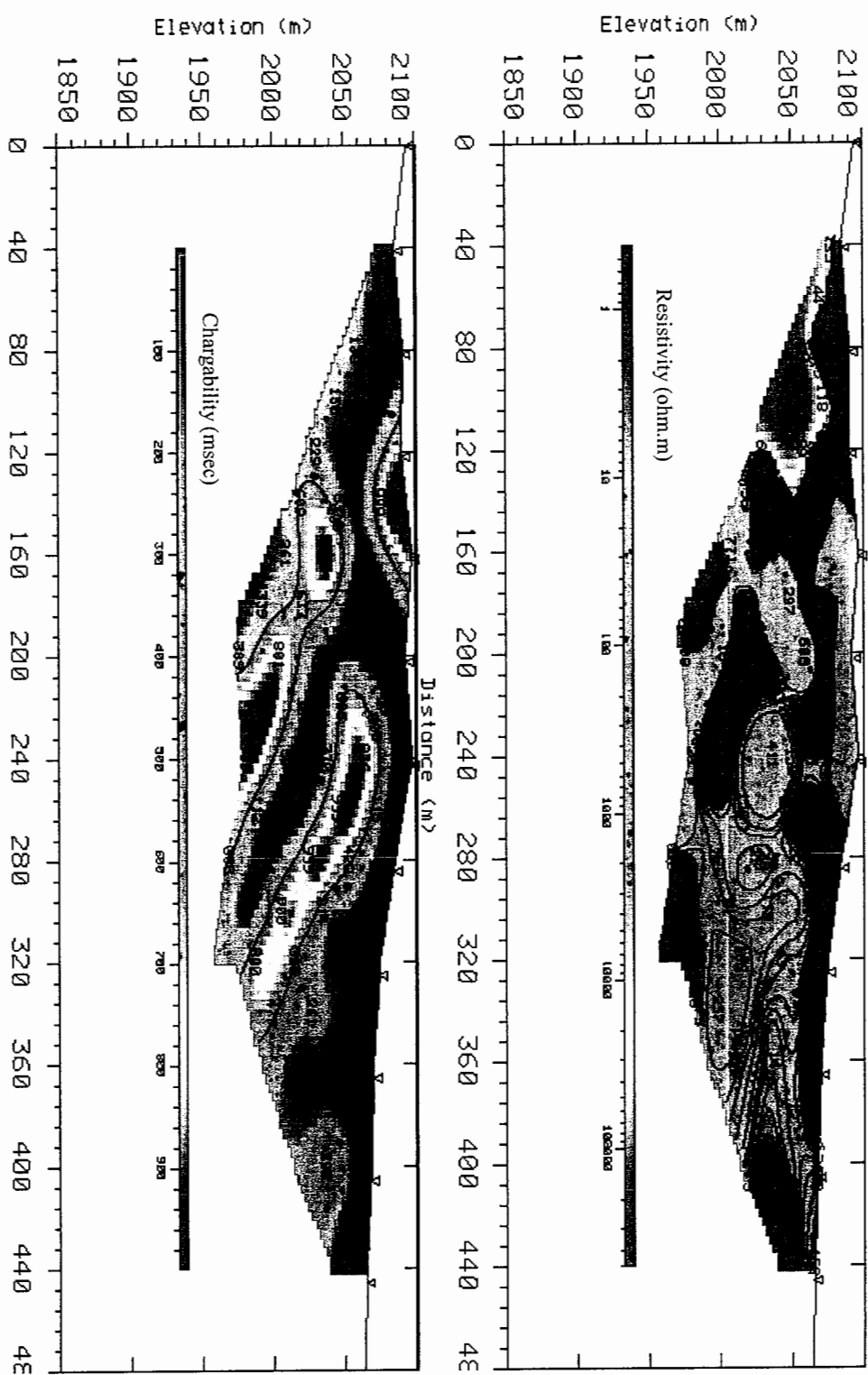


شکل (۳-۹) مقاطع مدل سازی وارون مقاومت ویژه و بارپذیری حاصل از نرم افزار RES2DINV برای پروفیل اول

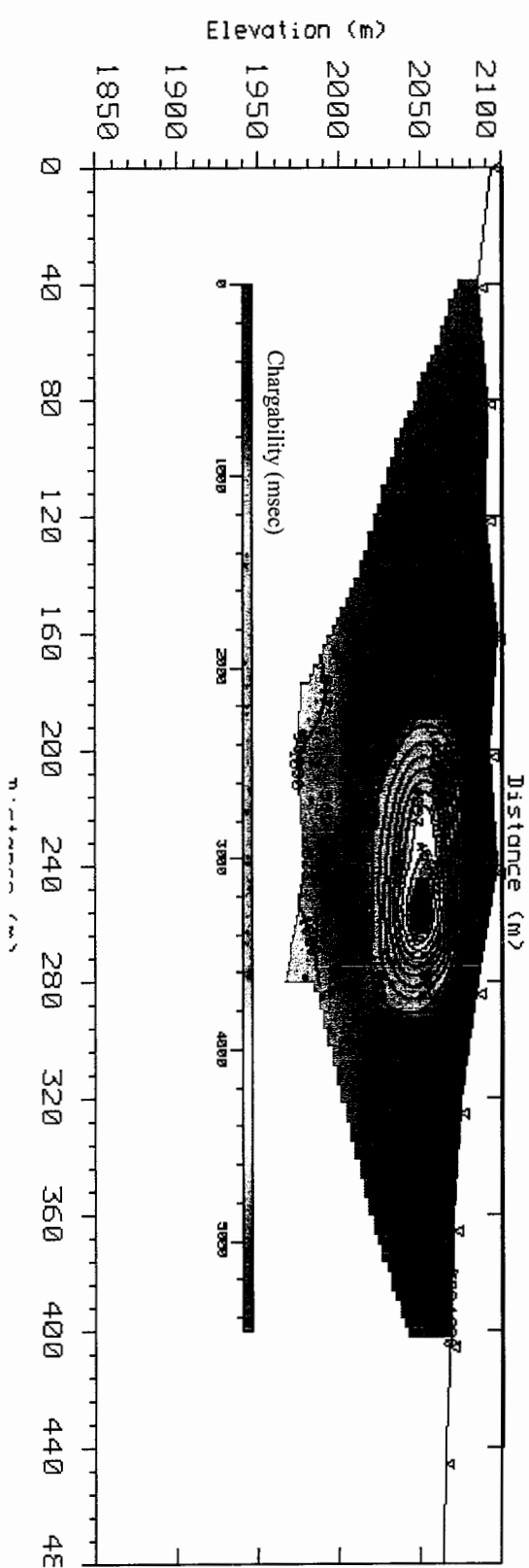
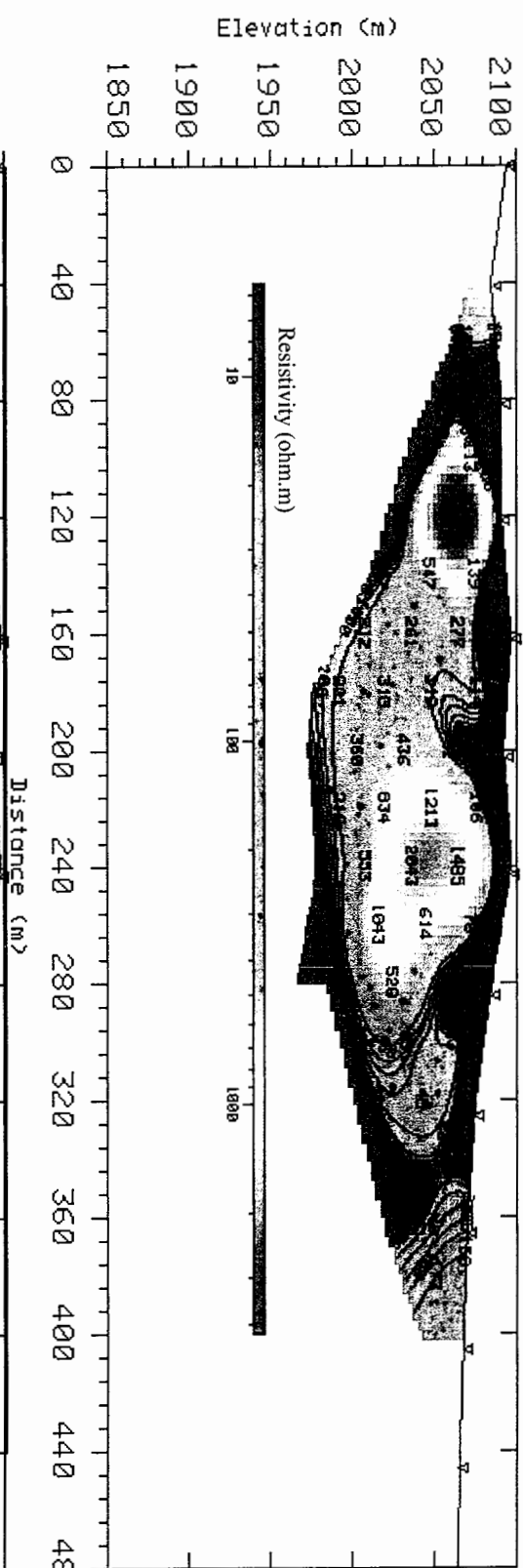
همین رفتار در مورد اثر کوچک سمت چپ مقطع نیز دیده می شود. با توجه به مقاطع این نرم افزار ، کشیدگی حاصل از شکستگی احتمالی را به نمایش می گذارد اما راستای این شکستگی واضح نیست .

پروفیل دوم در فاصله ۵۰ متری شمال پروفیل اول واقع گشته و شبه مقطع داده های خام در شکل (۳-۱۰) و مدل سازی وارون داده های آن با نرم افزار RESIXIP2DI به شیوه اول در شکل (۳-۱۱) آمده است. همانگونه که در شکل مشاهده می شود، توده سخت اصلی با همان مقاومت ویژه و ابعاد ولی جابجا شدگی ۴۰ متری روبه غرب دیده می شود. این توده اندکی به سطح نزدیکتر شده است . توده سخت فرعی با مقاومت ویژه بیشینه ۲۰۴۳ اهم متر و پهنای بیشتر ولی حدوداً در همان محل قبلی حضور دارد . شکستگیهای احتمالی دو سوی این توده های سخت در سمت راست و چپ مقطع که قبلاً به آنها اشاره شد این بار با وضوح بیشتری حضور دارند. نرم افزار RESIXIP2DI در تمامی انواع مدل سازی ها بر حضور توده ای با بارپذیری بسیار بالا msec ۵۰۰۰ در فاصله ۲۲۰ تا ۲۷۰ متری مبدا پروفیل و ارتفاع ۲۰۶۰ متر اصرار می ورزد . چنین سیگنال شدیدی را باید به طور نسبی و با توجه به مقادیر این توده در مقاطع اول و سوم تفسیر نمود. توده مذکور روی یک راستای شمال غربی - جنوب شرقی قرار داشته و تا حدودی ریشه ای می باشد اگر چه متاسفانه در مقطع اول به دلیل واقع شدن در گوشه، قسمت پایین توده گرفته نشده است . به نظر می رسد که کانی سازی غنی مس دقیقاً از روند مقاومت ویژه های پایین تبعیت نمی کند.

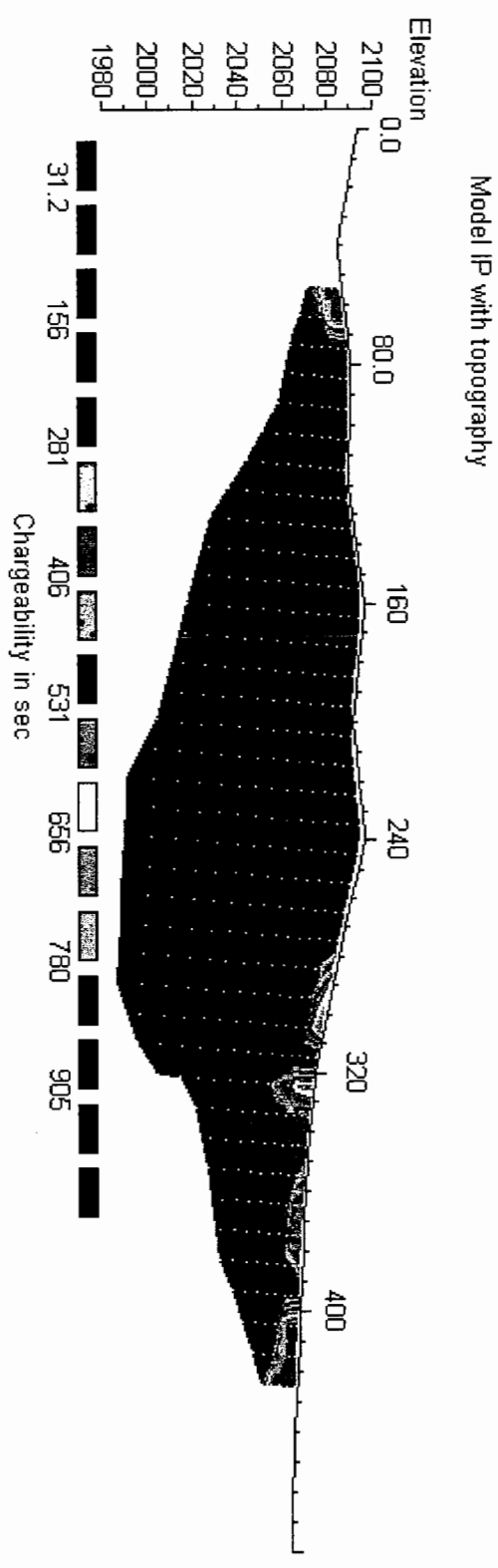
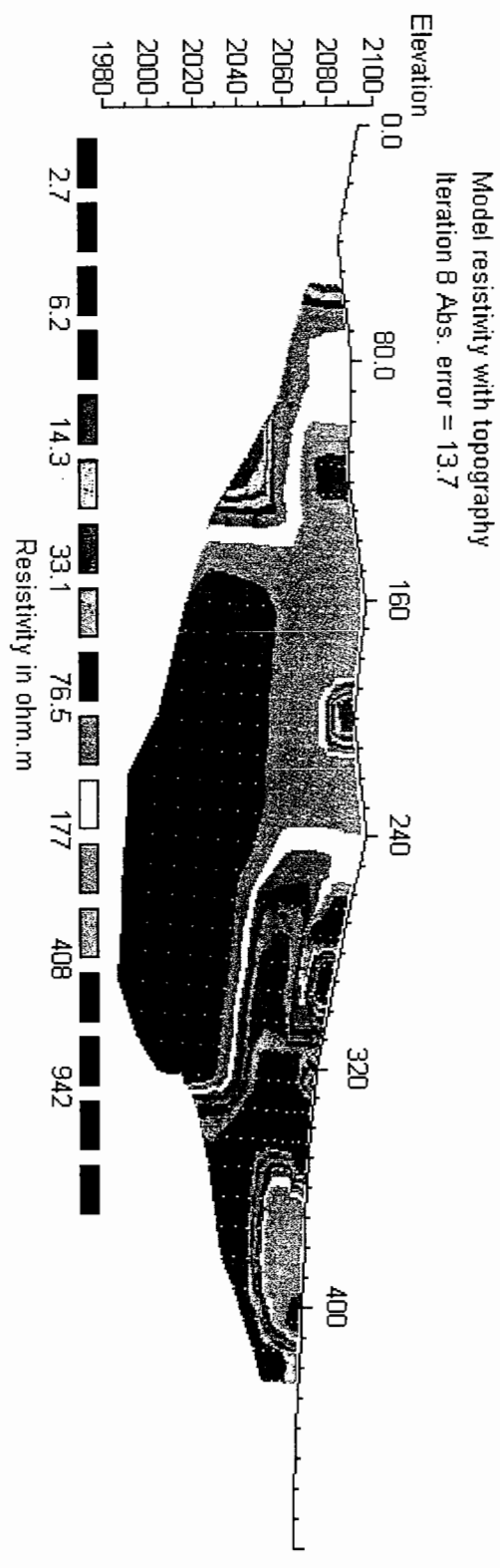
این در حالی است که در وارون سازی RES2DINV که در شکل (۳-۱۲) آمده است، متاسفانه مقطع IP نتایج روشنی به دست نمی دهد و یک گستره وسیع مقطع، مقادیر متوسطی از بارپذیری را نشان می دهد که تقریباً همه جا در حدود ۳۲ میلی ثانیه است. توده ای با مقاومت ویژه میانگین حدود ۴۵۰ اهم متر نیز بخش اعظم مقطع مقاومت ویژه را پوشانیده است . با این حال دو شکستگی مورد بحث در دو سوی این توده به صورت پلکانی به نمایش در آمده است.



شکل (۳-۱) شبه مقاطع داده های خام مقاومت ویژه و IP پروفیل دوم



شکل (۱-۳) مقاطع مدل سازی وارون مقاومت ویژه و بارپذیری حاصل از نرم افزار RESIXIP2DI برای پروفیل دوم



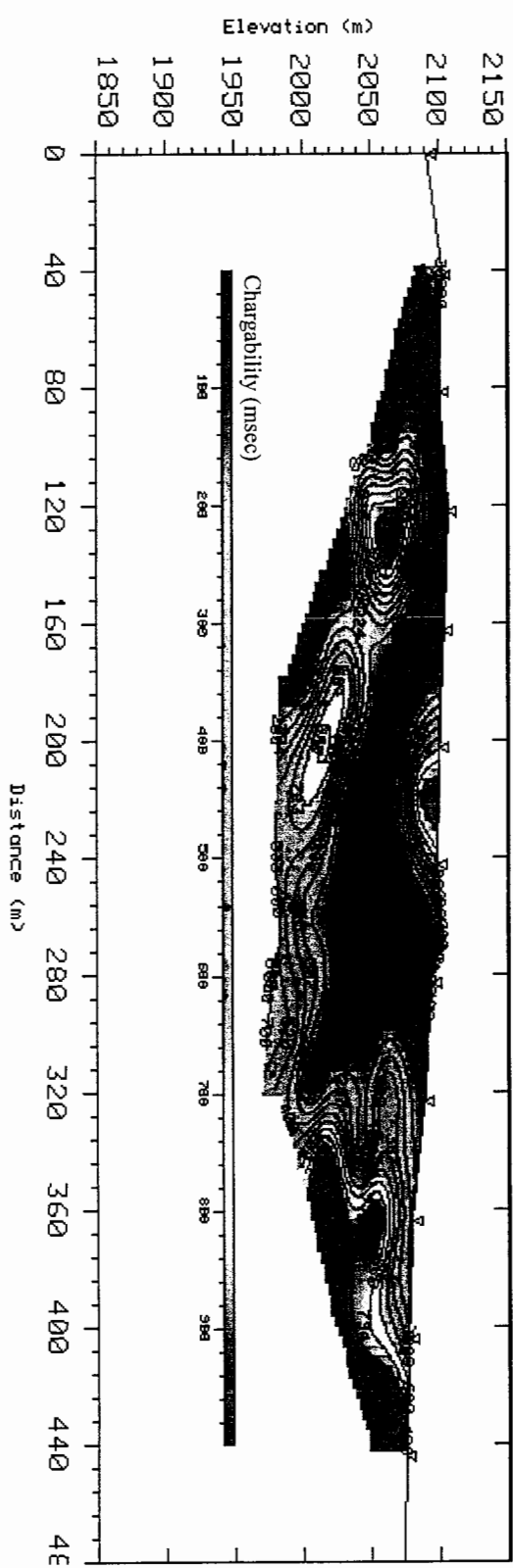
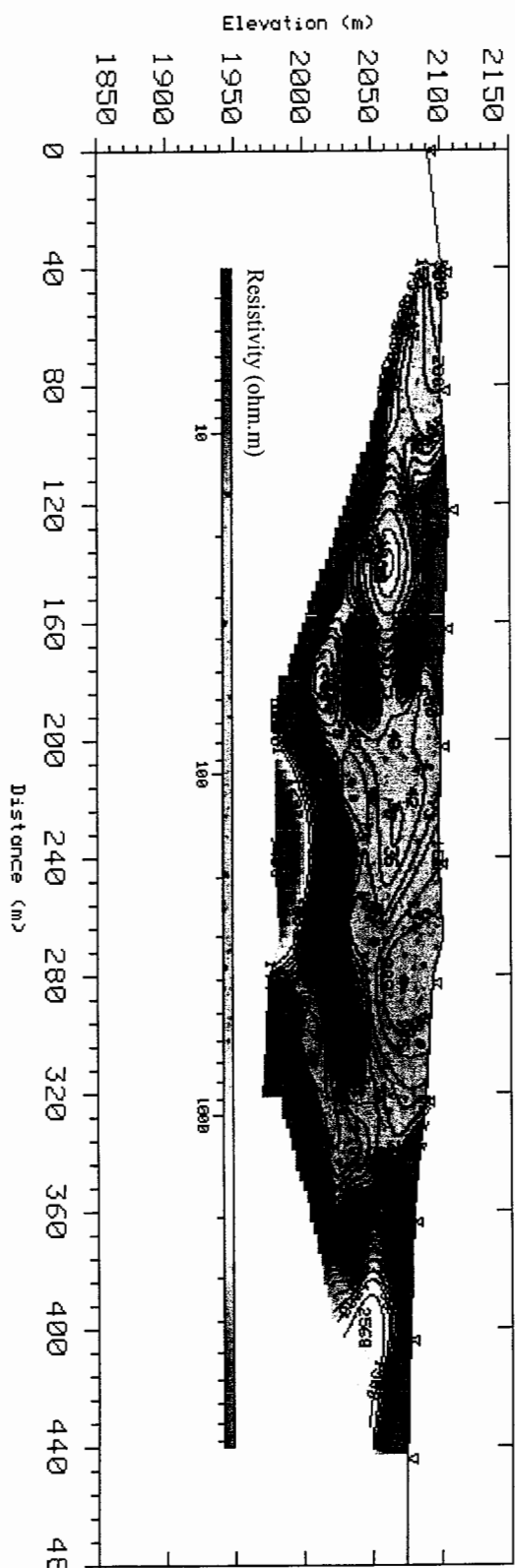
شکل (۱۲-۳) مقاطع مدل سازی وارون مقاومت ویژه و بارپذیری حاصل از نرم افزار RES2DINV برای پروفیل دوم

در مقطع IP این نرم افزار دارای خطای بالا (۵۰٪) می باشد و این نشان می دهد که نرم افزار موفق نشده تا مدلی با همواری مورد قبول بیابد که بر داده های صحرایی منطبق گردد. اینجا ضعف الگوریتم های هموار در مواجهه با نویز بالا و الگوهای پیچیده مدل دیده می شود.^۱

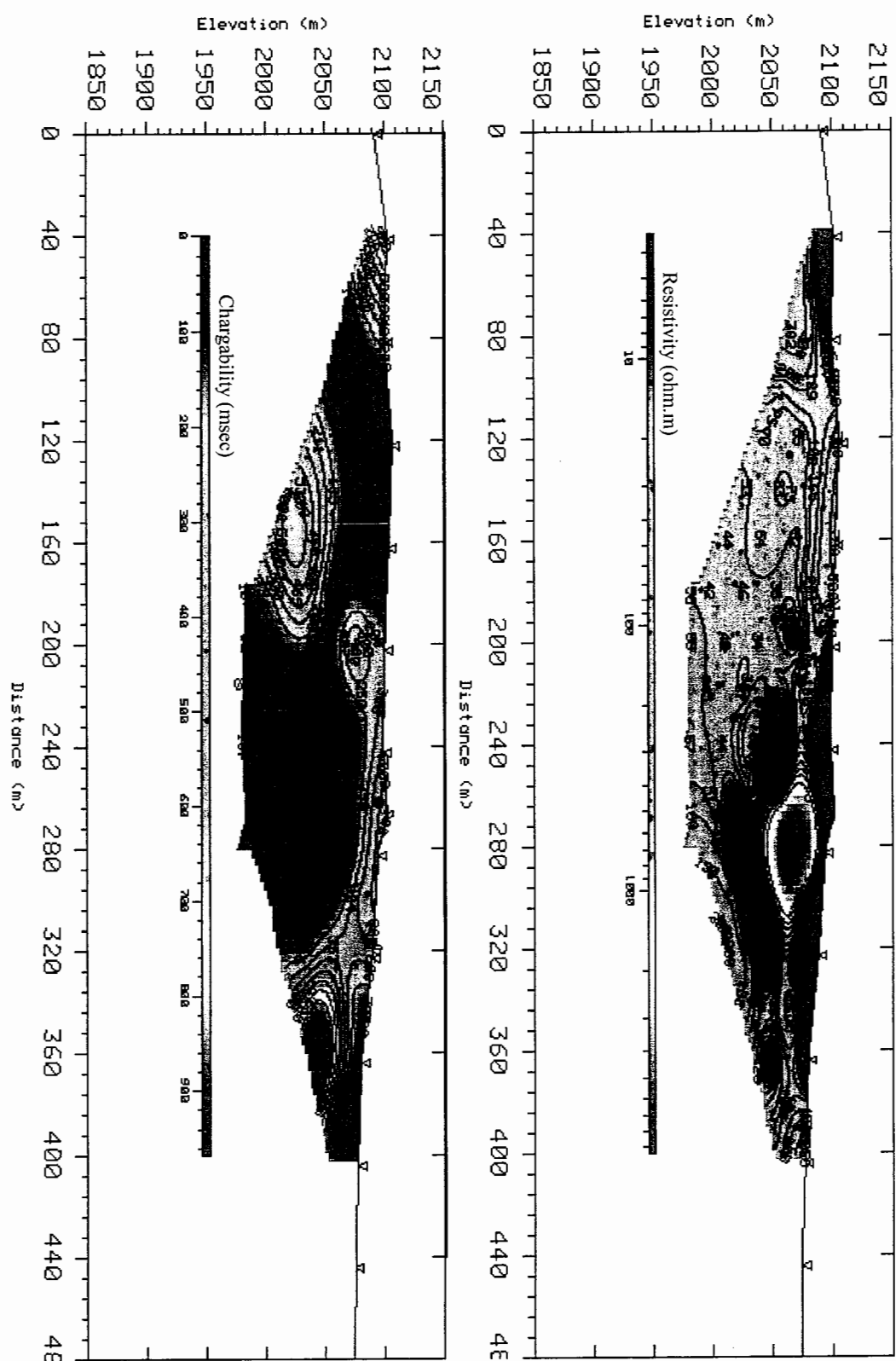
پروفیل سوم به دلیل وجود ارتفاعات و توپوگرافی شدید تقریباً به اندازه ۴ ایستگاه (۱۷۰ متر) به سمت غرب جابجا گشته است. این پروفیل به موازات دو پروفیل دیگر و به فاصله ۵۰ متر برداشت گردید. شبه مقاطع داده های خام در شکل (۳-۱۳) و نتایج وارون سازی با نرم افزار RESIXIP2DI به شیوه اول در شکل (۳-۱۴) آمده اند. در صورتی که مقطع اخیر را به اندازه مورد اشاره به چپ جابجا کنیم توده سخت اصلی در شکل مذکور دقیقاً در راستای مکان قبلی خود در مقطع دوم قرار می گیرد. توده سخت فرعی بیرون از گستره افقی مقطع سوم قرار گرفته و به تصویر کشیده نشده است. در مقطع IP می بینیم که RESIXIP2DI حضور توده با IP بالا را در همان راستای مقاطع اول و دوم و با مقدار ۹۶۰ میلی ثانیه تأیید می کند. به علاوه این توده در ادامه روند قبلی به سطح زمین نزدیک گشته است. در فاصله ۲۸۰ متری مبدا این پروفیل، رخنمونهایی از صخره ای بسیار سخت در سطح زمین دیده شد و در نصب الکترودها نیز مشکلاتی را ایجاد نمود که با حضور توده سخت اصلی در مقطع کاملاً همخوانی دارد. همانگونه که اشاره شد در مقاطع اول و دوم ردی از IP بالا در گوشه چپ پایین دیده می شود که در مقطع سوم خوشبختانه حضور توده ای با مقدار ۵۳۳ میلی ثانیه را شاهد هستیم. با این حال چون این توده در گوشه شبکه مدل سازی واقع گشته و اطلاعات تکمیلی نیز از مقاطع دیگر نداریم نمی توان اطمینان چندانی به حضور و مقادیر آن داشت.

شکل (۳-۱۵) بیانگر نتایج وارون سازی هموار با نرم افزار RES2DINV است. جالب است که به دلیل عدم حضور توده سخت فرعی همچنین محصور شدن، میان محیطی با مقاومت ویژه بسیار پایین، برای اولین بار این نرم افزار موفق گشته ابعاد نسبتاً درست توده سخت اصلی را به تصویر درآورد.

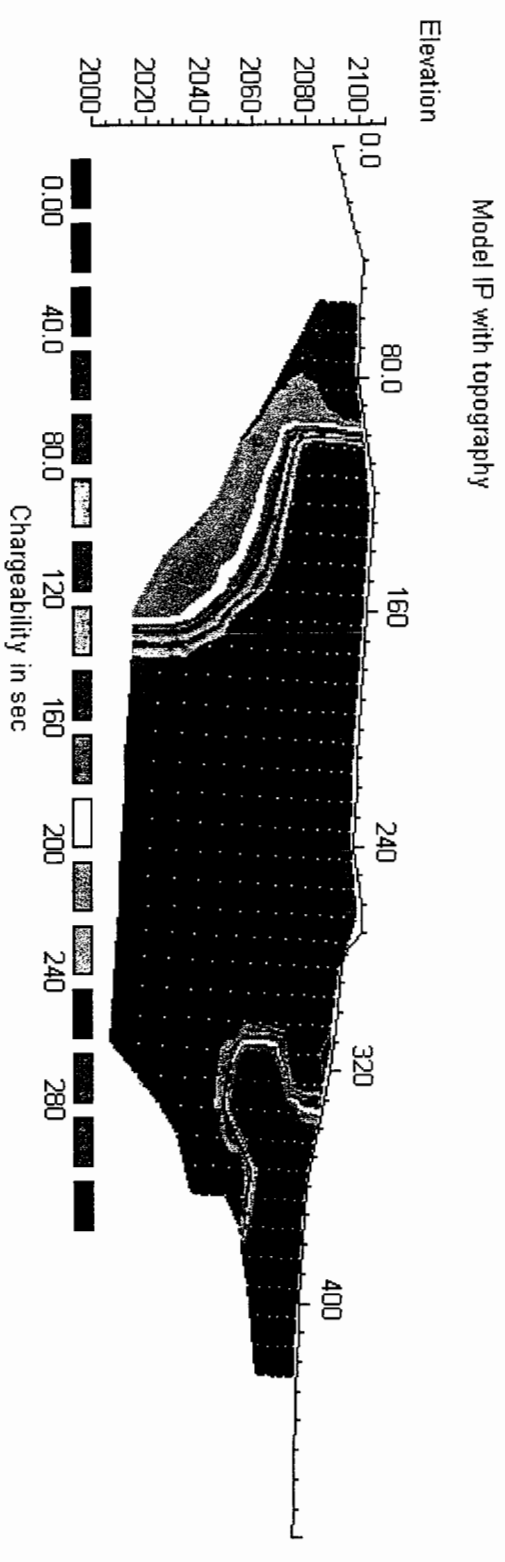
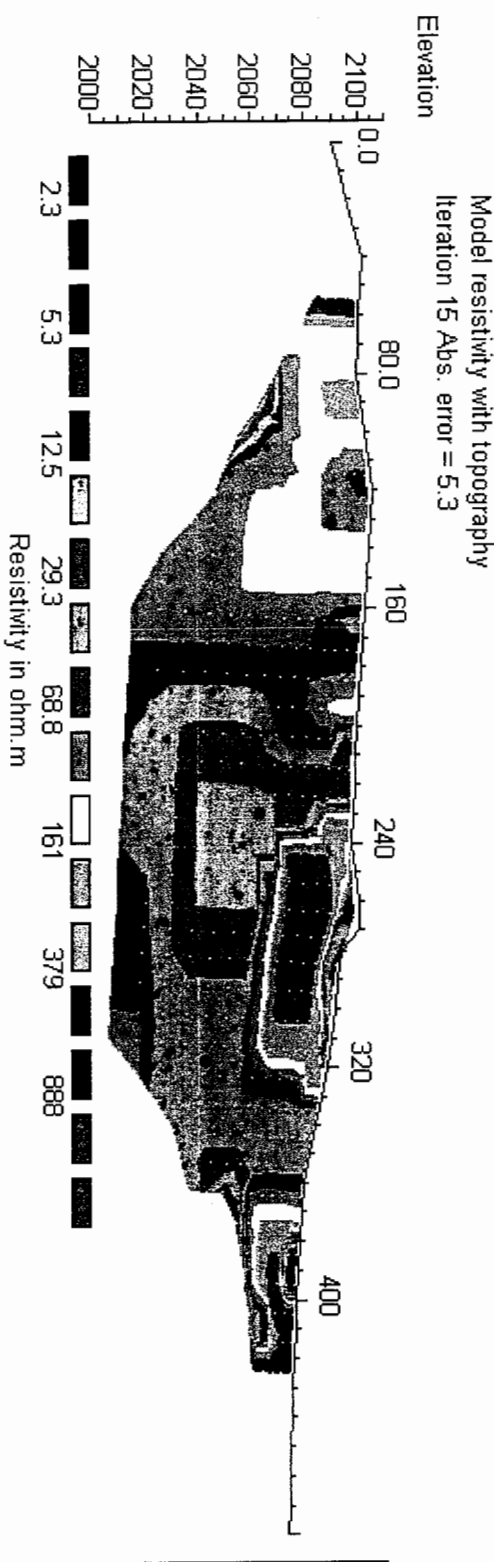
^۱ - اگر به مقطع IP نرم افزار RESIXIP2DI دقت کنیم می بینیم که تنها یک توده مرکزی نداریم بلکه مقادیر بسیار متفاوت و متناقض بارپذیری کنار یکدیگر در الگوی پیچیده ای قرار دارند، ولی این نرم افزار موفق شده تا توده مرکزی را از این میان تشخیص دهد.



شکل (۱۳-۲) شبه مقاطع داده های خام مقاومت ویژه و IP پروفیل سوم



شکل (۳-۱۴) مقاطع مدل سازی وارون مقاومت ویژه و بارپذیری حاصل از نرم افزار RESIXIP2DI برای پروفیل سوم

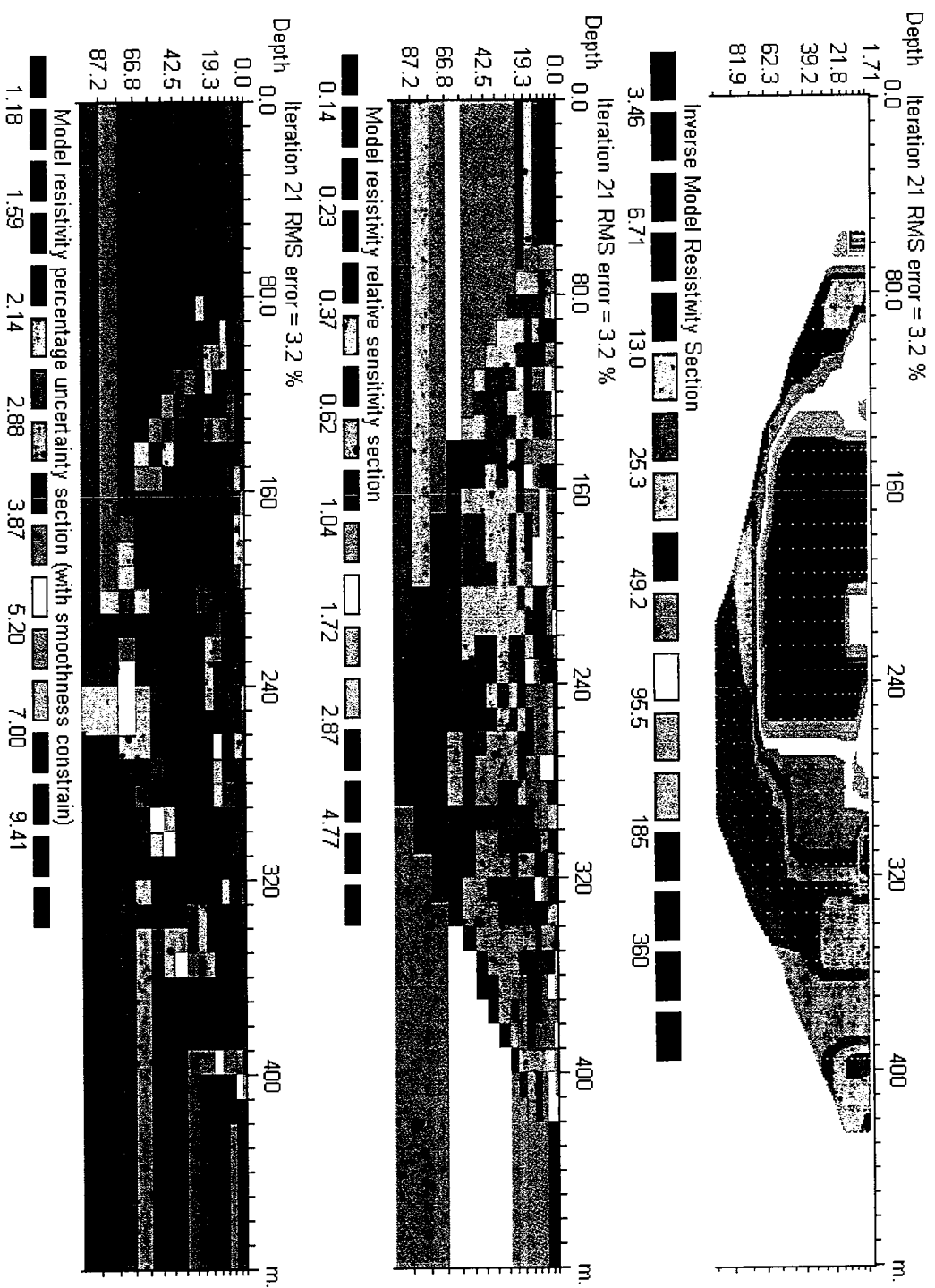


شکل (۳-۱۵) مقاطع مدل سازی وارون مقاومت ویژه و پاریندیری حاصل از نرم افزار RES2DINV برای پروفیل سوم

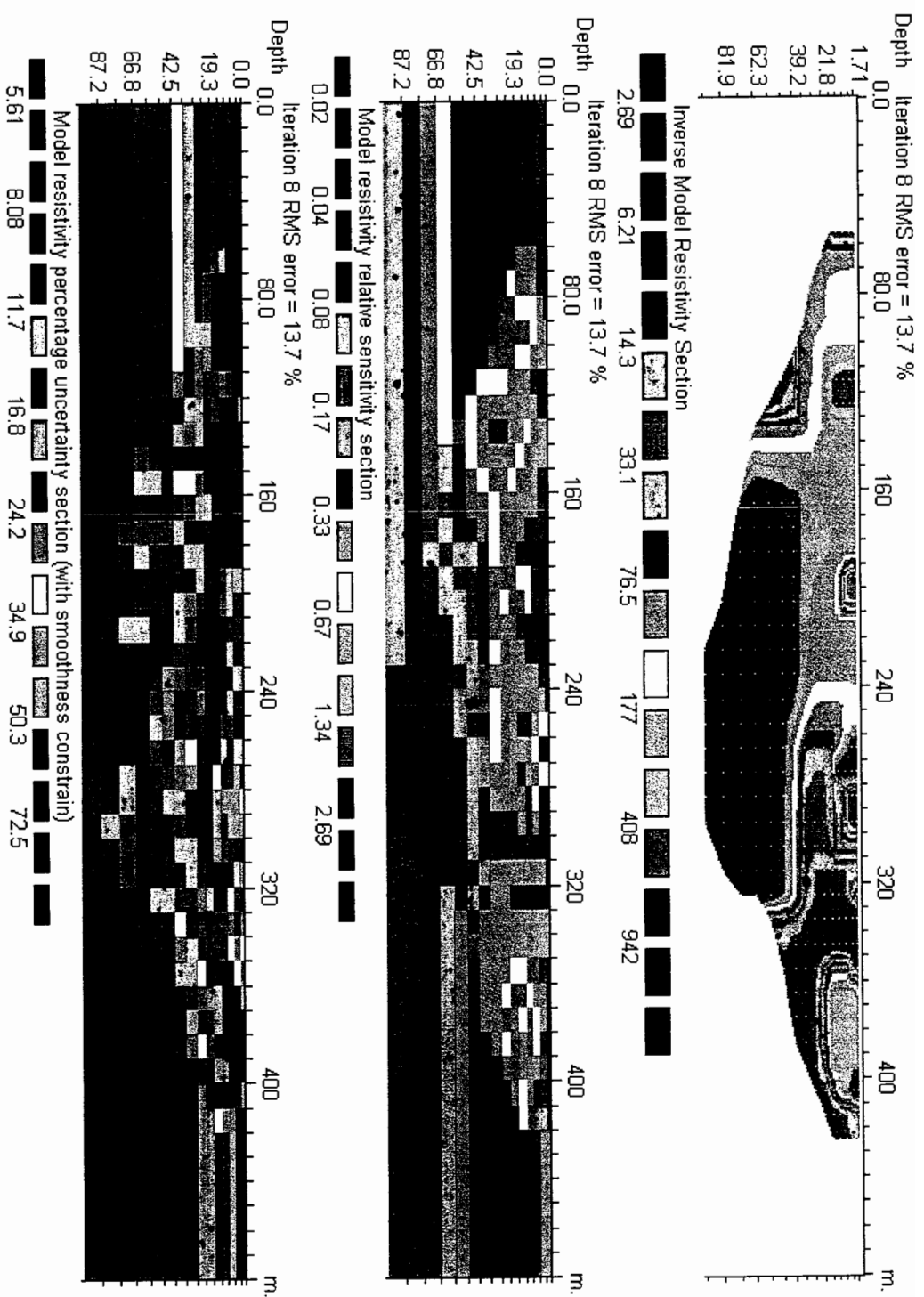
در مقاطع RES2DINV نیز دو توده با مقادیر IP بالا مورد اشاره، البته مانند همیشه با گسترش جعلی بیشتر، به تصویر کشیده شده اند.

شکل های (۱۶-۳) تا (۱۸-۳) مقاطع حساسیت و عدم قطعیت مدل را نشان می دهد. همان گونه که در فصل پیش اشاره شد مقدار حساسیت نسبی یک سلول میزان اعتماد پذیری نسبی پارامترها را نشان می دهد. در این راستا روند کلی کاهش حساسیت سلولها با افزایش عمق روندی عمومی و منطقی است که در هر سه مقطع حساسیت نسبی دیده می شود. در مورد مقاطع عدم قطعیت نکته جالب آن است که در مرزها و نواحی که تغییرات شدید مقاومت ویژه را شاهد هستیم سلولهایی با عدم قطعیت بالا مشاهده می گردند. این پدیده چگونگی درک الگوریتم وارون سازی هموار را از میزان اطمینان به جواب نشان می دهد. در واقع هر چه تغییرات نواحی زمین تیزتر و سریعتر باشد، امکان به خطا رفتن وارون سازی هموار برای تعیین مقاومت ویژه دو سوی مرزها و مکان واقعی مرزها افزایش می یابد.

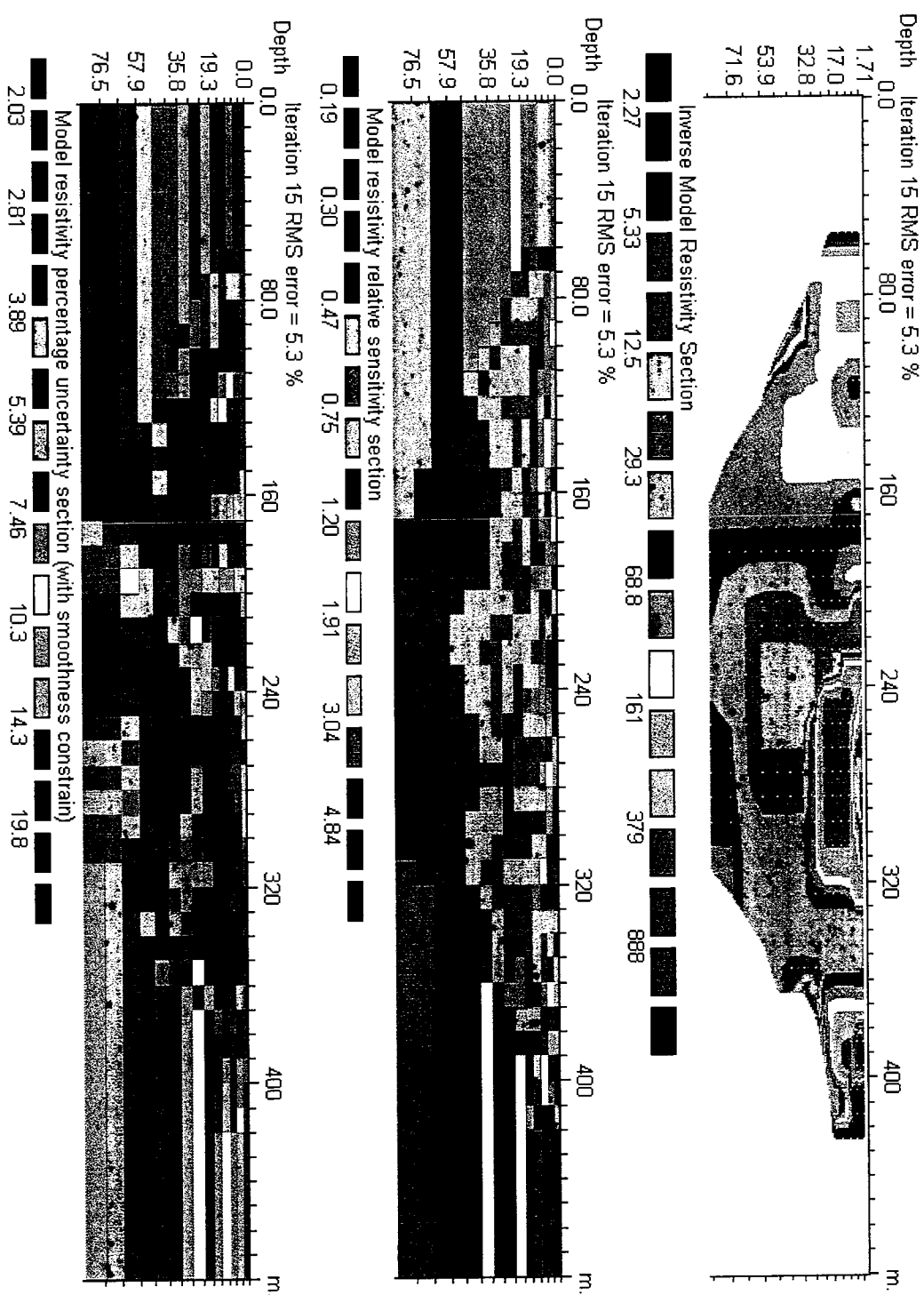
شکل (۱۹-۳) مدل چند ضلعی تهیه شده با نرم افزار RESIXIP2DI را برای پروفیل اول نشان می دهد. تنها اجسامی که مرزهای معینی در مدل سازی های قبل داشته اند مشخص شده اند. روباره شماره ۴ احتمالاً با حضور رس آبدار به مقاومت ویژه ۳۶ اهم متر و IP ۵ میلی ثانیه و ضخامت متغیر از ایستگاه سوم تا حدود ایستگاه دهم دیده می شود. توده سخت اصلی (شماره ۳) با مقاومت ویژه ۶۸۳ اهم متر و توده فرعی (شماره ۴) با مقاومت ویژه ۴۵۶ اهم متر و بدون IP کاملاً متمایز هستند. این توده ها احتمالاً تمرکز بالای سیلیس شدگی ثانویه را نشان می دهند که با حضور درصد بالای کوارتز در نمونه سنگ ها کاملاً منطبق می باشد. توده شماره ۵ با مقاومت ویژه میانگین ۷ اهم متر و IP ۳۶۵ میلی ثانیه باید به عنوان توده هدف مورد توجه قرار گیرد. همچنین حضور توده با IP ۵۰ میلی ثانیه در گوشه چپ را شاهد هستیم.



شکل (۳-۱۶) مقطع مدل سازی وارون مقاومت ویژه حاصل از نرم افزار RES2DINV برای پروفیل اول، همراه با مقطع حساسیت نسبی در وسط و مقطع عدم قطعیت مدل در پایین

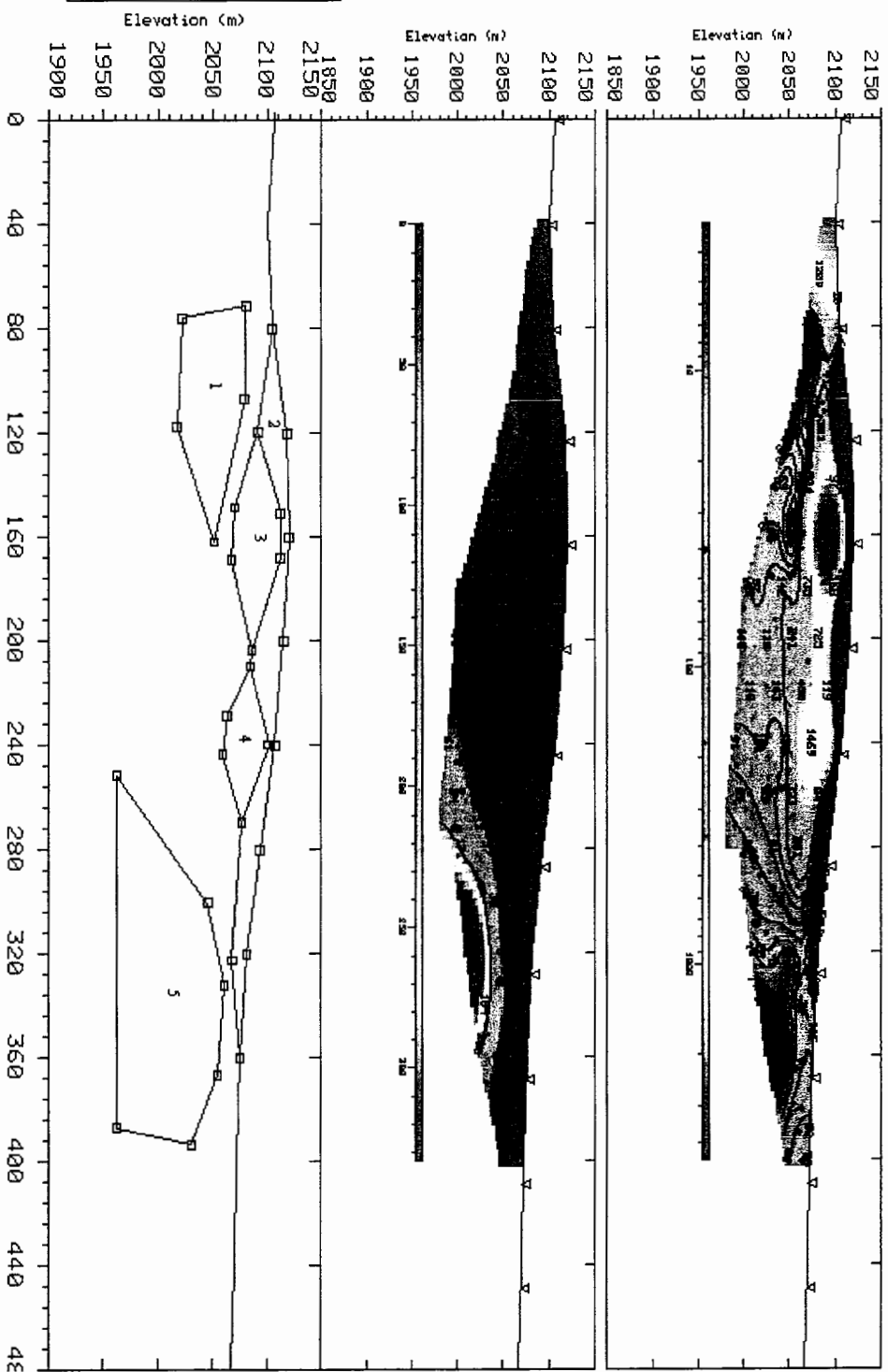


شکل (۱۷-۳) مقطع مدل سازی وارون مقاومت ویژه حاصل از نرم افزار RES2DINV برای پروفیل دوم، همراه با مقطع حساسیت نسبی در وسط و مقطع عدم قطعیت مدل در پایین



شکل (۱۸-۳) مقطع مدل سازی وارون مقاومت ویژه حاصل از نرم افزار RES2DINV برای پروژیل سوم، همراه با مقطع حساسیت نسبی در وسط و مقطع عدم قطعیت مدل در پایین

BODY	RES.	IP
1	21.6	50
2	36.6	5.14
3	683	0.001
4	456	0.009
5	7.2	365
Back	174	0.009



شکل (۳-۱۹) مدل سازی وارون چند ضلعی با نرم افزار RESIXIP2DI به همراه مدل حاصل از شیوه اول برای پروفیل اول

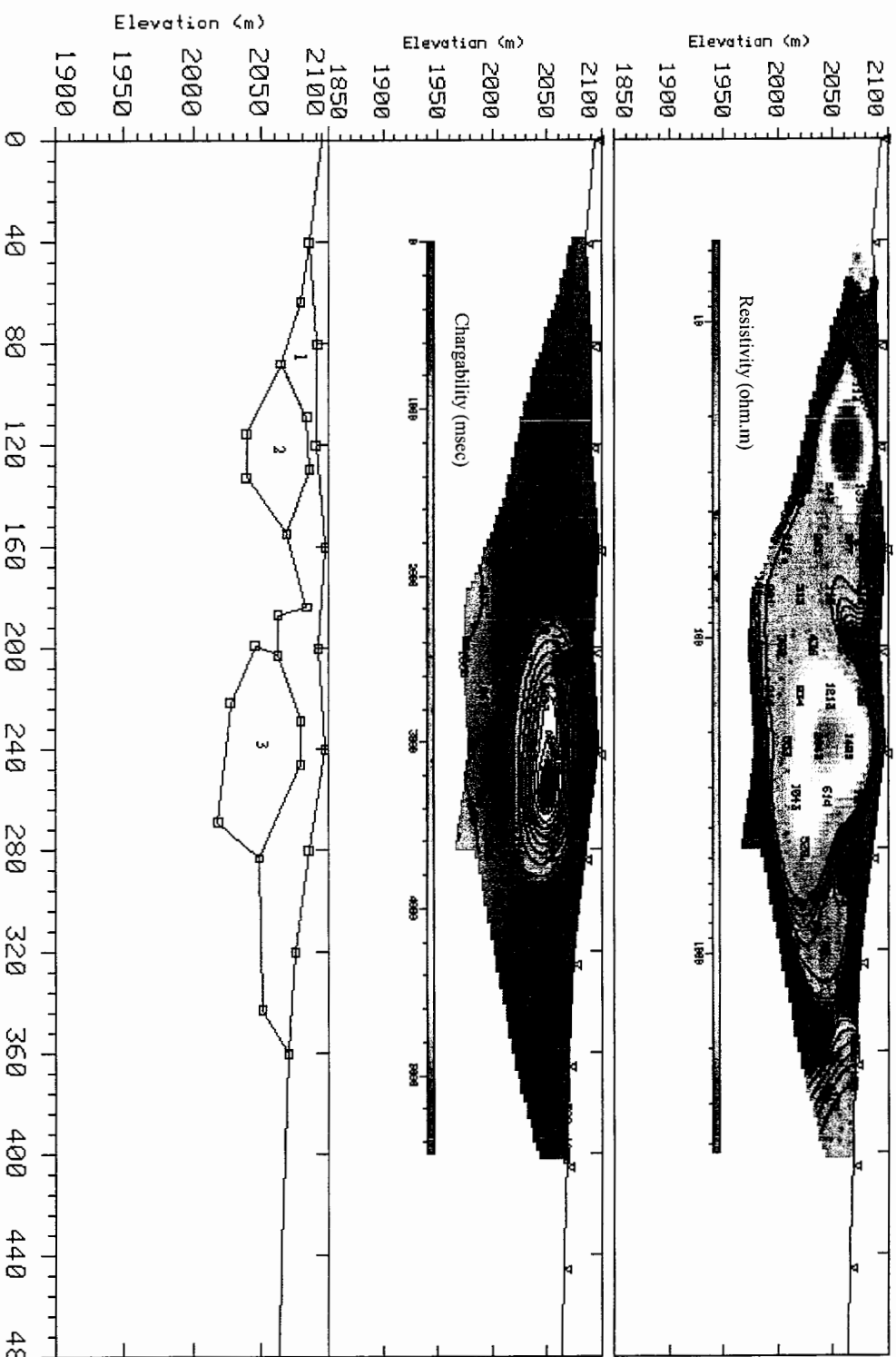
در پروفیل دوم شکل (۳-۲۰) روباره با تغییرات اندکی در مقادیر مقاومت ویژه و IP آن حضور دارد. مقاومت ویژه توده اصلی با شماره ۲، این بار ۹۸۱ اهم متر و توده فرعی با شماره ۳ برابر با ۱۸۳ اهم متر دیده می شود. توده فرعی با مقاومت ویژه ای بسیار کمتر و بر روی کانی سازی با IP بالا ۵۶۸ میلی ثانیه قرار گرفته است .

در پروفیل سوم، شکل (۳-۲۱) گسترش روباره کم مقاومت ویژه، کاهش یافته ولی IP مقدار ۸۷ میلی ثانیه را نشان می دهد. این پدیده ممکن است نشانه حضور کانی های مس به صورت افشان و در عیار پایین باشد که در نمونه سنگ برداشتی از ایستگاه ۸ نیز مشخص می باشد . امتداد توده هدف (شماره ۵) اینجا نیز در گوشه راست با مقاومت ویژه ۶۰ اهم متر و IP ۱۶۰۴ میلی ثانیه دیده می شود. این مقدار بالای IP متاثر از نوع شرایط مرزی شبکه بندی در گوشه هاست که پارامترهای آنومالی هایی که در این قسمت ها قرار می گیرند به دلیل بزرگی سلول ها و دقت کمتر مدل سازی پیشرو با اغراق نشان می دهند. همین پدیده در مورد آنومالی سطحی در منتهی الیه گوشه چپ (شماره ۱) با مقاومت ویژه ۸۹۵ اهم متر و IP ۲۴۱۰ میلی ثانیه دیده می شود که چنین مقداری منطقی نبوده و قابل اعتنا نمی باشد. آنومالی شماره یک پروفیل اول اینجا نیز در گوشه چپ و پایین (شماره ۲) با مقاومت ویژه ۳۷ اهم متر و IP ۴۲۳ میلی ثانیه دیده می شود.

تمامی اجسامی که به آنها اشاره شد در روند ثابت در مقاطع مختلف حضور داشتند از این رو ماهیتی غیر تصادفی دارند و به دلیل آنکه بعضی نويز های ساخته بشر که در طول زمان همدوس هستند در منطقه حضور ندارد بنابر این این آنومالی ها ساخته نويز نیستند.

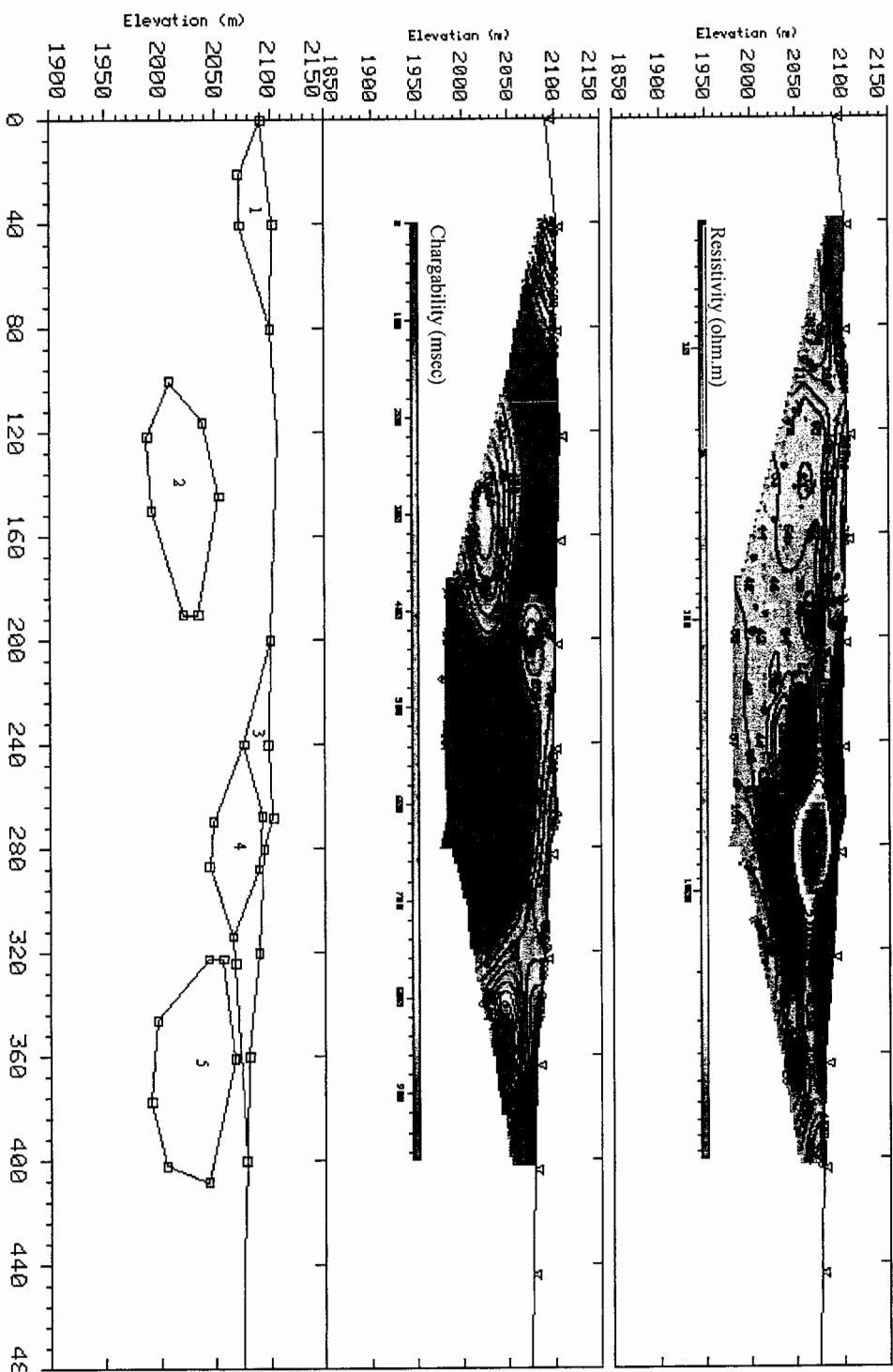
آنومالی IP اصلی مرکزی در مقطع دوم (شماره ۳) در مکانی زیر تپه با توپوگرافی شدید قرار دارد. امتداد آن در مقطع سوم به صورتی سطحی و در گوشه راست حضور دارد که با توجه به مقطع RES2DINV احتمالاً قسمت های انتهایی این توده است . اما در مقطع اول توده مذکور در منطقه ای با شیب ملایم واقع گشته و هماهنگی قابل قبولی در مورد ابعاد و مکان توده بین نتایج دو نرم افزار وجود دارد.

BOD	RE	IP
Y	S.	
1	17	2
2	981	0.01
3	183	568
Back	125	0.1



شکل (۳-۲) مدل سازی وارون چند ضلعی با نرم افزار RESIXIP2DI به همراه مدل حاصل از شیوه اول برای پروفیل دوم

BODY	RES.	IP
1	895	2410
2	37.2	423
3	23	87
4	1640	0.01
5	60.2	1604
Back	75	0.1



شکل (۳-۲۱) مدل سازی وارون چند ضلعی با نرم افزار RESIXIP2DI به همراه مدل حاصل از شیوه اول برای پروفیل سوم

به عبارت دیگر آنومالی شماره ۵ پروفیل اول هم در نتایج مدل سازی با نرم افزار RESIXIP2DI و هم نرم افزار RES2DINV حضور دارد و این مسئله که دو الگوریتم با قیود و شرایط متفاوت هدف یکسانی را به نمایش بگذارند می تواند نشان از واقعی بودن آنومالی مذکور باشد. علاوه بر این آنومالی مذکور در مقطع عدم قطعیت در ناحیه ای با مقادیر کم قرار داشته که نشانه دقت قابل قبول پارامترهای آن می باشد.

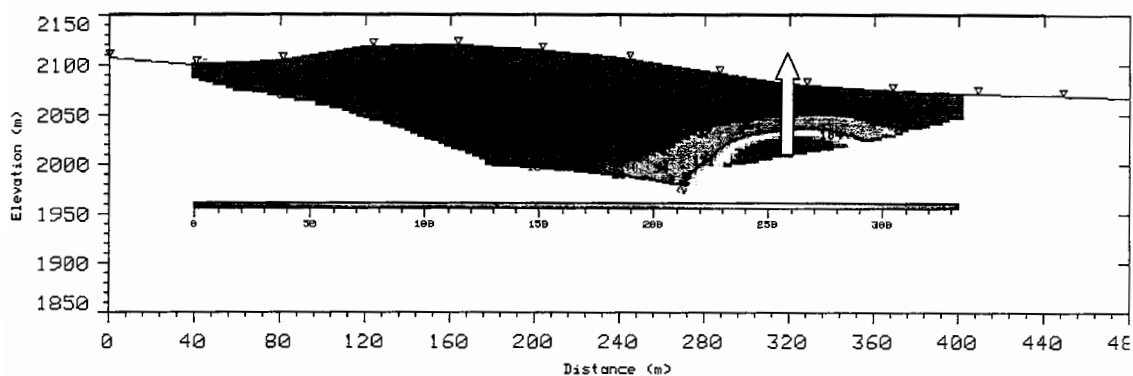
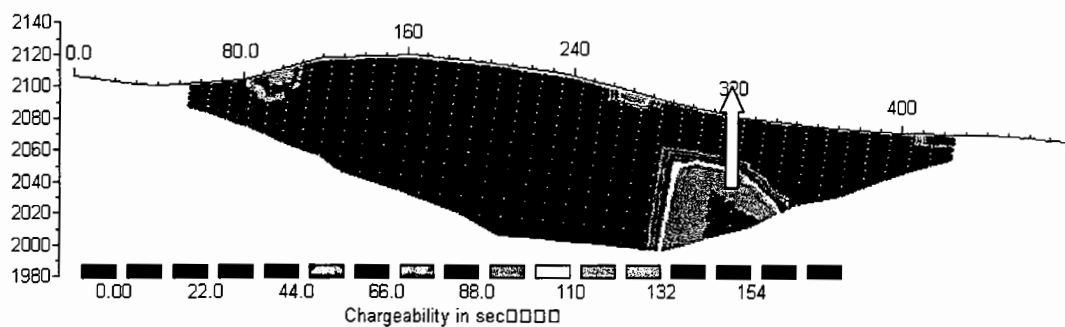
۳-۴ پیشنهاد حفاری

قبل از ارایه نقاط امیدبخش تذکر این نکته ضروری می باشد که معمولاً قبل از اجرای عملیات حفاری از تلفیق داده های ژئوفیزیکی و ژئوشیمی با ابزار GIS در مقیاسهای ناحیه ای و محلی استفاده می گردد. بنابراین برای ارزیابی مدل ژئوفیزیکی با استفاده از مدل های معمول ژئوشیمیایی و زمین شناسی اقتصادی، پیشنهاد می شود در همان مقیاس اولیه در امتداد هر پروفیل طی فواصل ۵۰ متر یک نمونه ژئوشیمیایی برداشت کرده و برای ۴ عنصر اصلی مس، مولیبدن، سرب و روی تجزیه و پردازش گردد. پردازش این داده ها با استفاده از مدل های ژئوشیمیایی معمول نه تنها مرکز آنومالیها را تا عمق بیش از ۱۰۰ متر مشخص خواهد کرد بلکه آنومالیها را برترتب اولویت اقتصادی و میزان ذخیره تقریبی رده بندی می نماید. تلفیق نتایج مدل ژئوفیزیکی و ژئوشیمیایی به همراه مدل دگرسانی ها می تواند با هزینه بسیار کمتر اجرا شود همچنین تلفیق هر سه مدل با نتایج دورسنجی توسط ابزار RS می تواند بهینه ترین مختصات سه بعدی را برای اجرای عملیات حفاری مشخص نماید.

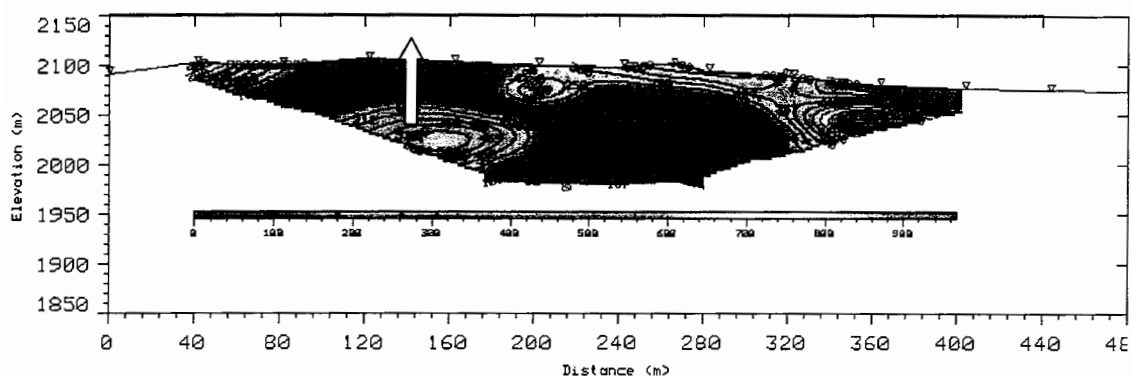
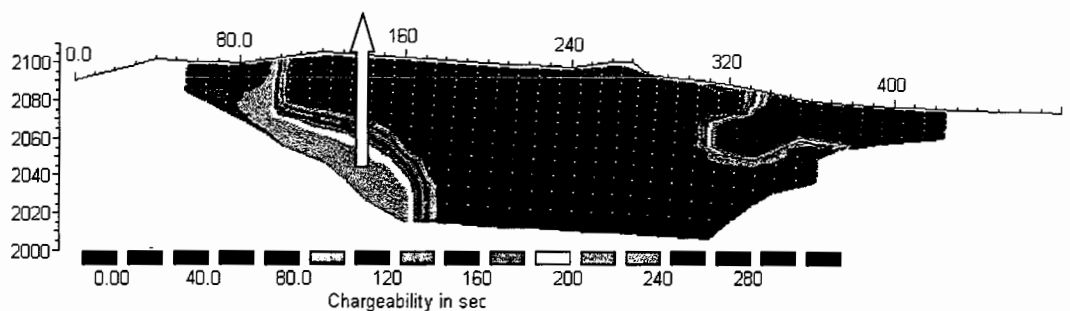
با در نظر گرفتن نتایج مدل سازی های عددی صورت گرفته و با تاکید بیشتر بر مقاطع بارپذیری حاصل از مدل سازی ها و با توجه به شکل (۳-۲۲) که مقاطع بارپذیری مدل سازی هموار و پارامتری را برای پروفیل های اول و سوم نشان می دهد پیشنهاد می گردد در ۳۲۰ متری مبدا

پروفیل اول گمانه ای به عمق ۳۰ متر (شکل ۳-۲۲ الف) برای نمونه گیری از توده مورد نظر انجام گیرد. همچنین آنومالی شماره ۲ پروفیل سوم نیز که در نتایج هر دو نرم افزار، البته با اختلاف آشکار در شکل و محل آن، حضور دارد، می تواند به عنوان اولویت دوم مطرح گردد^۱. با حفاری در ۱۴۴ متری پروفیل سوم به عمق ۵۳ متر (شکل ۳-۲۲ ب) می توان با نمونه گیری، مشخصات آنومالی مذکور (شماره ۲) را مورد بررسی قرار داد تا معین گردد که ترکیبات و عیاری مشابه توده اول را دارد، یا خیر.

^۱ - شایان ذکر است که تفاوت عمده میان دو نرم افزار احتمالاً از یکپارچه شدن مرزهای دو آنومالی مستقل که در نتایج نرم افزار RESIXIP2DI کاملاً از یکدیگر متمایز گشته اند، در نتایج نرم افزار RES2DINV حاصل گردیده است.



الف- مقاطع بارپذیری (میلی ثانیه) حاصل از مدل سازی هموار(بالا) و پارامتری (پایین) پروفیل اول



ب- مقاطع بارپذیری (میلی ثانیه) حاصل از مدل سازی هموار(بالا) و پارامتری (پایین) پروفیل سوم

شکل (۳-۲۲) - محل حفاری های پیشنهادی روی پروفیل اول و سوم

فصل چهارم

نتیجه گیری و پیشنهادات

۴-۱ بحث و نتیجه گیری

از مجموع بحث های نظری و نتایج مدل سازی می توان به نکات زیر اشاره کرد .

۱- آرایش های گوناگون ، حضور نویز و آنومالیهای کاذب ، خطای کاربر و دستگاه درمجموع شبه مقاطعی ارائه می دهد که به هیچ وجه تصویری خطی از واقعیت زمین نیستند. تمامی این عوامل پیچشی غیر خطی در شبه مقطع ایجاد می کنند که تفسیر مستقیم و بدون محاسبات ریاضی را غیرممکن می نماید. از این رو گریزی از اعمال الگوریتم های مختلف برای حذف اثرات ناخواسته روی داده ها نیست.

۲- علاوه بر واپیچش ریاضی و فیلتر کردن شبه مقاطع که کاری پر زحمت و تقریبی است روش غیرمستقیم دیگری نیز وجود دارد. در این روش برای برگشت به واقعیت به جای محاسبات پیچیده عوامل غیر خطی، از الگوریتم های تکرار شونده برای بازسازی تصویر واقعی استفاده می گردد. بدین صورت که مدلی فرضی در نظر گرفته می شود و نتایج فرضی برداشت ژئوفیزیکی بر روی آن با نتایج صحرائی مقایسه می گردد. با توجه به اختلاف نتایج اخیر، تغییرات لازم برای نزدیک کردن مدل فرضی به واقعیت زمین محاسبه گشته و با مدل جدید این فرایند تکرار می گردد. این شیوه موسوم به مدل سازی عددی وارون بوده، دقت و سرعت بالایی را ارائه می دهد.

۳- مدل سازی وارون پارامتری (ناهموار) برای یافتن مرزهایی تیز تلاش می کند از این رو مقادیر مقاومت ویژه و قطبش القایی که داخل این مرزها اعلام می نماید، گاه دچار نوسانات و اشتباهات زیاد است. دلیل آن عدم تبعیت زمین در اغلب موارد از مرزهای تیز بوده و تغییرات دوپارامتر فوق عملاً تدریجی می باشند . در عوض مدل سازی وارون با قید هموار، علی رغم ارائه مقاومت ویژه و قطبش القایی منطقی تر، مرزهایی مبهم را ارائه کرده و برای بعضی مقاصد حفاری یا تونل زنی و یا محاسبات ذخیره زیر زمینی به تنهایی موثر نیست . از این رو بدون شک تلفیقی از دقت مرز بندی مدل سازی پارامتری و دقت مقادیر پارامتر فیزیکی مدل سازی هموار باید مورد توجه قرار گیرد. دقت

در مقاطع عدم قطعیت مدل به وضوح عدم اطمینان به مکان مرزها را برای مرزهایی با تغییرات شدید پارامتر در دو سوی آنها نشان می دهد.

۴- در مناطق کوهستانی و پر شیب اعمال تصحیح توپوگرافی روی داده ها برای بدست آوردن تصویر واقعی از زیر زمین اجتناب ناپذیر است. مطالعه حاضر نشان می دهد که تصحیح توپوگرافی با اعمال بر شکل شبکه نتایجی قابل اعتماد تری ارائه می نماید.

۵- نتایج مدل سازی های هموار و پارامتری روی داده های منطقه انار حضور توده ای نسبتاً بزرگ با مقادیر مقاومت ویژه حدود ۷ اهم-متر و بارپذیری بیش از ۳۵۰ میلی ثانیه را در سمت راست پروفیل اول و توده ای با مقاومت ویژه حدود ۳۵ اهم-متر و بارپذیری بیش از ۴۰۰ میلی ثانیه را در سمت چپ پروفیل سوم نشان می دهد.

۴-۲ پیشنهادات

- ۱- پیشنهاد می شود از روش های تکمیلی دیگر به ویژه قطبش القایی طیفی برای بررسی دقیق تر بافت و عیار توده های هدف برای کارهای آتی در منطقه استفاده شود.
- ۲- با توجه به پیچیدگی های زمین شناسی منطقه مورد مطالعه، برداشت و مدل سازی سه بعدی داده های قطبش القایی می تواند تصویر بهتری از توده های پیچیده ارائه دهد.
- ۳- بهترین روش انجام مدل سازی هموار بر روی داده ها است تا مقادیر پارامترهای مدل و مکان تقریبی مرزها شناسایی گردد. سپس با تکیه بر نتایج قبل و مقاطع حساسیت نسبی و عدم قطعیت، چند مدل مختلف اولیه با مرزهایی که بیشترین احتمال واقعیت را دارند تعیین گشته و وارون سازی پارامتری بر روی آنها به طور مستقل صورت گیرد. نتایج نهایی که بیشترین همبستگی را با پارامترهای الگوریتم هموار داشته باشند و مرزهای منطقی را نشان دهند بیشترین اطمینان را کسب خواهند نمود.

۴- در طول برداشت با توده های سطحی و محلی سخت برخورد شد که کار گذاشتن الکتروود در آنها بسیار مشکل بود و یا شیب های تند محلی که در هر دو مورد با جابجایی اندک جانبی الکتروود امکان تسریع کار و حذف یک توپوگرافی شدید و اندازه گیری در کف دره وجود داشت . از این رو مطالعات تکمیلی بر روی میزان خطای حاصل از جابجاییهای کوچک جانبی یک الکتروود در طول پروفیل و چگونگی تصحیح آنها می تواند علاوه بر تسریع برداشت ، اثر توده های سطحی را که زیر الکتروودها قرا ر گرفته و پارامترهای خود را به نتایج تحمیل می کنند ، حذف نماید.

۵- بمنظور ارزیابی مدل ژئوفیزیکی ارائه شده و اجرا شده در ناحیه انار ، پیشنهاد می گردد ۱۵۰ نمونه از سه پروفیل مورد برداشت داده های ژئوفیزیکی در فواصل ۵۰ متری ، نمونه های ژئوشیمیائی برداشت گردد.

۶- پیشنهاد می گردد برای تلفیق نتایج مدل ژئوشیمیائی و مدل ژئوفیزیکی از ابزارهای GIS و RS استفاده شده و در صورت نتایج مثبت ، مختصات سه بعدی بهینه حفاری اکتشافی محاسبه گردد.

۷- پس از بررسیهای اخیر حفاری های پیشنهادی با تصحیحات احتمالی در بخش قبل به ترتیب اولویت روی پروفیل های اول و سوم صورت گیرد.

مراجع

۱. امینی بهروز، ۱۳۷۲، شرح نقشه زمین شناسی چهارگوش انار، سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور
۲. خوئی ناصر، قربانی منصور، تاجبخش پیمان، ۱۳۷۸، کانسارهای مس در ایران، سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور.
۳. فلاحی مقیمی محمد، ۱۳۷۵، فرهنگ علوم مهندسی، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران.
4. ABEM Instrument AB, ABEM Terrameter SAS 4000 / SAS 1000 Manual
5. Alumbaugh, D.L. and Newman, G.A., 2000. Image appraisal for 2-D and 3-D electromagnetic inversion. *Geophysics*, 65, 1455-1467.
6. Chunduru, R. K., Sen, M. K. and Stoffa, P. L., 1996, 2-D resistivity inversion using spline parameterization and simulated annealing: *Geophysics, Soc. of Expl. Geophys.*, 61, 151-161.
7. Claerbout, J.F. and Muir, F., 1973. Robust modeling with erratic data. *Geophysics*, 38, 826-844.
8. Coggon, J. H., 1973, A comparison of IP electrode arrays: *Geophysics, Soc. of Expl. Geophys.*, 38, 737-761.
9. Coggon, J. H., 1971, Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method: *GEOPHYSICS, Soc. of Expl. Geophys.*, 36, 132-155.
10. Constable, S.C., Parker, R.L. and Constable, C.G., 1987. Occam's inversion : A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52, 289-300.
11. Dahlin T. and Bing Zh., 2003, A Numerical comparison of 2D Resistivity Imaging with ten electrodes arrays. revised version for Geophysical Prospecting , Internet
12. de Groot-Hedlin, C. and Constable, S., 2004, Inversion of magnetotelluric data for 2D structure with sharp resistivity contrasts: *Geophysics, Soc.of Expl. Geophys.*, 69,78-86.
13. de Groot-Hedlin c. and Constable s., 1990. Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics*, 55, 1613-1624.

14. Dey, A. and Morrison, H. F., 1979, Resistivity modelling for arbitrarily shaped two-dimensional structures: *Geophys. Prosp.*, Eur. Assn. Geosci. Eng., 27, 106-136.
15. Dey, A. and Morrison, H. F., 1973, Electromagnetic coupling in frequency and time-domain induced-polarization surveys over a multilayered earth: *GEOPHYSICS*, Soc. of Expl. Geophys., 38, 380-405.
16. Dimri V., 1992, Deconvolution and inverse theory , Application to Geophysical Problems, Elsevier.
17. Dobrin M.B. and Savit, C.H., 1988. Introduction to Geophysical Prospecting, 4th edition, McGraw-Hill Book Co.
18. Ellis, R.G. and Oldenburg, D.W., 1994a, Applied geophysical inversion: *Geophysical Journal International*, 116, 5-11.
19. Fletcher, R., Practical Methods of Optimization, Volume I: Unconstrained Optimization, John Wiley and Sons, New York, 1980.
20. Fox, R. C., Hohmann, G. W., Killpack, T. J. and Rijo, L., 1980, Topographic effects in resistivity and induced-polarization surveys: *GEOPHYSICS*, Soc. of Expl. Geophys., 45, 75-93.
21. Geotomo Software, 2004, RES2DINV ver.3.54 Manual.
22. Hallof, P. G., 1974, The IP phase measurement and inductive coupling: *GEOPHYSICS*, Soc. of Expl. Geophys., 39, 650-665.
23. Holcombe, H. T. and Jiracek, G. R., 1984, Three-dimensional terrain corrections in resistivity surveys: *GEOPHYSICS*, Soc. of Expl. Geophys., 49, 439-452.
24. Inman, J.R., 1975. Resistivity inversion with ridge regression. *Geophysics*, 40, 798-817.
25. Inman, J. R., Jr., Ryu, J. and Ward, S. H., 1973, Resistivity inversion : *GEOPHYSICS*, Soc. of Expl. Geophys., 38, 1088-1108.
26. Interpex Limited, 1999, RESIXIP2DI ver.4.08 Manual.
27. Jupp D.L.B. and Vozoff K., 1977, Resolving anisotropy in layered media by joint inversion. *Geophysical Prospecting* 45, 460 -470.
28. Jupp D.L.B. and Vozoff K., 1975, Stable iterative methods for the inversion of geophysical data, *Geophysical J. Roy. Astro. Soc.* Vol 42, 957
29. Lanczos, C., 1961. Linear Differential Operators, Van Nostrand, New York.
30. Lawson, C. L. & Hanson, B. J. (1974), Solving Least Squares Problems, Prentice-Hall.

31. Lines L.R. and Treitel S. 1984. Tutorial : A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems. *Geophysical Prospecting*, 32, 159-186.
32. Loke, M.H , 2002, Tutorial : 2-D and 3-D electrical imaging surveys. Internet.
33. Loke, M.H. and Dahlin, T., 2002, A comparison of the Gauss-Newton and quasi-Newton methods in resistivity imaging inversion, *Journal of Applied Geophysics*, 49(3), 149-162.
34. Loke, M.H., 2001, 2D Inversion of Spectral Induced Polarization data, EEGS-ES, 7th Meeting, Sept. 2001.
35. Loke, M.H., 2000. Topographic modelling in resistivity imaging inversion. 62nd EAGE Conference & Technical Exhibition Extended Abstracts, D-2.
36. Loke M.H. and Barker R.D.,1996. Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections using a quasi-Newton method. *Geophysical Prospecting*, 44, 131-152.
37. Loke, M.H. and Barker, R.D., 1995. Least-squares deconvolution of apparent resistivity pseudosections. *Geophysics*, 60, 1682-1690.
38. MacInnes S. and Zonge K., 1996. Two-dimensional Inversion of Resistivity and IP Data with Topography. 102 Annual Northwest Mining Association Convention, Session Geophysics/Geochemistry 1, Spokane, Washington, December 3-6.
39. Marquardt D W. 1970. Generalized inverses, ridge regression, biased linear estimation, and nonlinear estimation. *Technometrics* 12:591-612,
40. Menke, W., 1989. *Geophysical data analysis : Discrete inverse theory*. Academic Press Inc.
41. Moller I., *Methods and Application of Inversion*, Lecture Notes in Earth Sciences, vol. 92, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 142-154.
42. Mooney H. M., 1984, *Handbook of Engineering Geophysics*, Volume 2: Electrical Resistivity: Bison Instruments, Inc
43. Nabighian, M. N. and Elliot, C. L., 1976, Negative IP effects from layered media : *GEOPHYSICS*, Soc. of Expl. Geophys., 41, 1236-1255.
44. Olayinka, A. I. and Yaramanci, U., 2000. Assessment of the reliability of 2D inversion of apparent resistivity data. *Geophysical Prospecting*, 48, 293 -316.
45. Oldenburg, D. W. and Li, Y., 1999, Estimating depth of investigation in dc resistivity and IP surveys: *GEOPHYSICS*, Soc. of Expl. Geophys., 64, 403-416.

46. Oldenburg, D. W., Li, Y. and Ellis, R. G., 1997, Inversion of geophysical data over a copper gold porphyry deposit: A case history for mount Milligan: GEOPHYSICS, Soc. of Expl. Geophys., 62, 1419-1431.
47. Oldenburg, D. W. and Li, Y., 1994, Inversion of induced polarization data: GEOPHYSICS, Soc. of Expl. Geophys., 59, 1327-1341.
48. Parasnis, D. S., 1997, Principles of Applied Geophysics , 5th edition, Chapman and Hall.
49. Patra, H.P. and Nath, S.K. 1999, Schlumberger Geoelectric Sounding in Ground Water, M/s A.A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands.
50. Pelton, W. H., Rijo, L. and Swift, C. M., Jr., 1978, Inversion of two-dimensional resistivity and induced-polarization data: Geophysics, Soc.of Expl. Geophys.,43, 788-803.
51. Pelton, W. H., Ward, S. H., Hallof, P. G., Sill, W. R. and Nelson, P. H., 1978, Mineral discrimination and removal of inductive coupling with multifrequency induced-polarization : GEOPHYSICS, Soc. of Expl. Geophys., 43, 588-609.
52. Raiche, Art. 1994, Modeling and inversion progress, problems and challenges : Surveys in Geophysics 159-207
53. Reynolds J.M.,1997, An Introduction to Applied and Environmental Geophysics, John Wiley & Sons Ltd.
54. Routh, P.S., and Oldenburg, D.W., 2001, Electromagnetic coupling in frequency-domain induced polarization data: A method for removal, Geophysical Journal International, Vol. 145, pg59-76.
55. Sasaki, Y., 1994, 3-D resistivity inversion using the finite-element method: GEOPHYSICS, Soc. of Expl. Geophys., 59, 1839-1848.
56. Slater, L. D. and Lesmes, D., 2002, IP interpretation in environmental investigations: GEOPHYSICS, Soc. of Expl. Geophys., 67, 77-88.
57. Smith, N.C. and Vozoff, K., 1984, Two-Dimensional DC resistivity inversion for Dipole-Dipole data: IEEE Transactions on Geoscience and remote sensing, GE-22, NO.1, 21-28
58. Smith F.B. and D.F. Shanno, 1971, An improved Marquardt procedure for nonlinear regressions, Technometrics, 13, 63-74
59. Spiegel, R. J., Sturdivant, V. R. and Owen, T. E., 1980, Modeling resistivity anomalies from localized voids under irregular terrain: GEOPHYSICS, Soc. of Expl. Geophys., 45, 1164-1183.
60. Telford W.M. and Sheriff RE.,1991, Applied Geophysics, 2nd Edition, Cambridge University Press

61. Tong, L. and Yang, C., 1990, Incorporation of topography into two-dimensional resistivity inversion. *Geophysics*, 55, 354-361.
62. Tripp, A. C., Hohmann, G. W. and Swift, C. M., Jr., 1984, Two-dimensional resistivity inversion: *GEOPHYSICS, Soc. of Expl. Geophys.*, 49, 1708-1717.
63. Tsourlos P.I., Szymanski J.E and Tsokas G.N. ,1998, A smoothness constrained algorithm for the fast 2-D inversion of DC resistivity and induced polarization data, *Journal of the Balkan Geophysical Society*, Vol. 1, No 1, February 1998, 3-13.
64. Vanhala, H. and Peltoniemi, M., 1992, Spectral IP studies of Finnish ore prospects: *GEOPHYSICS, Soc. of Expl. Geophys.*, 57, 1545-1555.
65. van Voorhis, G. D., Nelson, P. H. and Drake, T. L., 1973, Complex resistivity spectra of porphyry copper mineralization : *GEOPHYSICS, Soc. of Expl. Geophys.*, 38, 49-60.
66. Vozoff, K.. and Jupp, D. L. B., 1975, Joint inversion of geophysical. data: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, 42, 977-991.
67. Ward, S. H., Smith, B. D., Glenn, W. E., Rijo, L. and Inman, J. R., Jr., 1976, Statistical evaluation of electrical sounding methods - Part II: Applied electromagnetic depth sounding: *GEOPHYSICS, Soc. of Expl. Geophys.*, 41, 1222-1235.
68. Zhao, S. and Yedlin, M. J., 1996, Some refinements on the finite-difference method for 3-D DC resistivity modeling: *GEOPHYSICS, Soc. of Expl. Geophys.*, 61, 1301-1307.
69. Zhdanov M.S., 2002, *Geophysical inverse theory and regularization problems*, Elsevier
70. Zhdanov M.S. Keller G.V.,1994, *The Geoelectrical methods in Geophysical exploration*, Elsevier.
71. Zonge Engineering & Research Organization, Inc.,2001, Zonge Electrical Tomography Acquisition System, www.zonge.com
72. www.ubc.edu