

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک

گروه مهندسی اکتشاف معدن

رساله دکتری

بهبود وارون سازی هم زمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی با استفاده از قیود ساختاری

نگارنده: مجتبی توکلی

استاد راهنما

دکتر علی نجاتی کلاته

اساتید مشاور

دکتر محمد رضائی

دکتر مائوریتریو فدی

مهر ۱۴۰۰

20. 2000

تاریخ ۱۲-۱۰-۱۴

ویرایش:



مدیریت تحصیلات تکمیلی

باسمہ تعالیٰ

فرم شماره ۱۱: صورت جلسه نهایی دفاع از رساله دکتری (Ph.D)

بدینوسیله گواهی می شود آقای مجتبی توکلی دانشجوی دکتری رشته اکتشاف معدن به شماره دانشجویی ۹۵۰۰۴۱۵ ورودی مهر ماه سال ۱۳۹۵ در تاریخ ۱۴۰۰/۰۷/۲۴ از رساله نظری / عملی ☒ خود با عنوان : بهبود آرون سازی همزمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی با استفاده از قیود ساختاری دفاع و با اخذ نمره ۱۹.۲۵ به درجه کارشناس نائل گردید.

جدول تعیین درجه نمره رساله برای ورودیهای ۹۵ و مابعد

الف) درجه عالی: نمره ۱۹-۲۰ ☒
 ج) درجه خوب: نمره ۱۷/۹۹-۱۶ ☐
 ب) درجه خیلی خوب: نمره ۱۸/۹۹-۱۸ ☐
 د) مردود: کمتر از ۱۶ ☐

ردیف	هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	اعضاء
۱	استاد راهنمای اول	دکتر علی نجاتی کلاته	دانشیار	
۲	استاد راهنمای دوم	-	-	
۳	استاد مشاور اول	دکتر محمد رضائی	استادیار	
۴	استاد مدعو خارجی	دکتر علی مرادزاده	استاد	
۵	استاد مدعو داخلی	دکتر کامکار روحانی	دانشیار	
۶	استاد مدعو داخلی	دکتر حمید آقاجانی	دانشیار	
۷	نماینده تحصیلات تکمیلی دانشکده	دکتر اصغر عزیزی	دانشیار	

مدیر محترم تحصیلات تکمیلی دانشگاه:

ضمن تأیید مراتب فوق مقرر فرمائید اقدامات لازم در خصوص انجام مراحل دانش آموختگی آقای مجتبی توکلی به عمل آید.

نام و نام خانوادگی: علی محمدی

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:



تقدیم به

ریحانه عزیزتر از جانم

در توصیف خداکاری او همین بس که با تولد تارا مسیر دشوار
مقطع دکتری آغاز و با تولد تینا این مسیر به پایان رسید.

شکروقدردانی

از اساتید بزرگوام دکتري علي نجاتي، دکتري محمد رضائي و دکتري مائوريٲزيو فدي نهايت سپاس را دارم
که در طی اين پروژه من را به خوبي ياري کردند.

از هيئت محترم داوران، دکتري علي مرادزاده، دکتري ابوالقاسم کامکار روحاني و دکتري حميد آقاجاني که
زحمات داوري اين رساله را بر عهده گرفته و با نظرات ارزشمندشان باعث ارتقاي اين رساله شدند،
کمال امتنان را دارم.

تعمدنامه

اینجانب **مجتبی توکلی** دانشجوی دوره دکتری رشته **اکتشاف معدن** دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **بهبود وارون سازی همزمان داده های گرانی و مغناطیس سنجی با استفاده از قیود ساختاری** تحت راهنمایی **آقای دکتر نجاتی** متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده [یا بافتهای آنها] استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .



تاریخ ۱۴۰۰/۰۷/۰۱

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود . استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

وارون سازی همزمان داده های ژئوفیزیکی مختلف قادر است که ابهام ذاتی در وارون سازی جداگانه داده ها را تا حد زیادی کاهش دهد. در نبود یک رابطه مستقیم بین پارامترهای فیزیکی مختلف، روش معمول و پرکاربرد جهت انجام وارون سازی همزمان داده های ژئوفیزیکی استفاده از تابع گرادیان متقاطع به صورت یک قید ساختاری می باشد. چالش اصلی در این نوع وارون سازی ترکیب سیستم های وارون سازی ژئوفیزیکی مختلف با قید گرادیان متقاطع در یک سیستم وارون سازی واحد می باشد. زیرا این سیستم ها ممکن است در نمایش مدل، مدل سازی مستقیم، الگوریتم وارون سازی و مقدار عددی پارامترهای فیزیکی کاملاً متفاوت باشند. البته اضافه کردن جمله (جمله های) غیرخطی گرادیان متقاطع به سختی کار خواهد افزود. برای مثال به خاطر برهمکنش پیچیده بین جملات عدم برازش داده ها، جملات منظم ساز و گرادیان متقاطع یک برازش نامتناسب از داده ها مورد انتظار است. لذا ارائه الگوریتم یا استراتژی ای به منظور اجتناب از این چالش بسیار حائز اهمیت است. به منظور اجتناب از مشکلات ناشی از جفت کردن تابع هدف روش های گرانی و مغناطیس و جمله غیر خطی گرادیان متقاطع در یک تابع هدف واحد، الگوریتمی ارائه می شود که در هر تکرار آن ابتدا وارون سازی جداگانه^۱ هر کدام از روش های گرانی و مغناطیس انجام شده و نتایج آن ها در انتهای همان تکرار با کمینه کردن جمله گرادیان متقاطع تعدیل می شود. کارآیی الگوریتم و کدهای ارائه شده در چندین سناریوی مختلف بر روی مدل های مصنوعی و با ترکیب های متنوعی از روش های وارون سازی جداگانه، آزموده شد. در مرحله بعد وارون سازی روی داده های منطقه آجی چای اعمال شد. در منطقه مورد مطالعه، چگالی پایین تر کانی نمکی پتاس نسبت به سنگ های اطراف آن، انگیزه ای برای استفاده از روش گرانی سنجی می باشد. علاوه بر این، پذیرفتاری مغناطیسی پایین این کانی نمکی و اثر دیامغناطیس آن، گزینه ای مناسب به جهت مزایای مغناطیس سنجی می باشد. مدل های مغناطش و چگالی به دست آمده از

^۱ separate inversion

وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی در منطقه آجی‌چای انطباق ساختاری قابل توجه‌ای با اطلاعات زمین‌شناسی و حفاری موجود دارند. علاوه بر این، برخلاف مدل‌های به دست آمده از وارون‌سازی جداگانه داده‌ها، مدل‌های حاصل از لحاظ هندسی و ساختاری انطباق بسیار بهتری دارند.

کلمات کلیدی: وارون‌سازی هم‌زمان، گرادیان متقاطع، گرانی‌سنجی، مغناطیس

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

1. Tavakoli, M., Nejati Kalateh, A., Rezaie, M., Gross, L., Fedi, M., 2021. **Sequential Joint inversion of gravity and magnetic data via the cross-gradient constraint**. Geophysical Prospecting, 2021, 69, 1542–1559.
2. Tavakoli, M., Nejati Kalateh, A., Rezaie, M., 2020. **Two-dimensional cross-gradient joint inversion of gravity and magnetic data by a sequential strategy**. EAGE 82nd Annual Conference, Amsterdam, 2020.
3. Tavakoli, M., Nejati Kalateh, A., Rezaie, M., 2018. **2D Joint inversion of gravity and magnetic data of a potash ore with the cross-gradient constraint**. EAGE 2nd Conference on Geophysics for Mineral Exploration and Mining, Porto, 2018.

فهرست مطالب

ل	فهرست جداول
م	فهرست اشکال
۱	فصل ۱: کلیات
۱-۱	مقدمه
۲-۱	تفسیر کمی داده های ژئوفیزیکی
۱-۲-۱	مدل سازی پیشرو
۲-۲-۱	مدل سازی وارون
۳-۱	محدودیت های وارون سازی جداگانه داده های ژئوفیزیکی
۴-۱	روش های مختلف تلفیق داده های ژئوفیزیکی
۱-۴-۱	تفسیر داده های ژئوفیزیکی با تلفیق نتایج
۲-۴-۱	وارون سازی مشارکتی
۳-۴-۱	وارون سازی هم زمان
۵-۱	رویکردهای مختلف در وارون سازی هم زمان
۶-۱	سابقه موضوع
۱-۶-۱	گرادیان متقاطع در وارون سازی هم زمان داده های گرانی و مغناطیس سنجی
۷-۱	ضرورت انجام تحقیقی
۸-۱	هدف مطالعه
۲۱	فصل ۲ روش های میدان پتانسیل - جایگاه، مبانی مدل سازی
۲-۲	جایگاه روش های میدان پتانسیل

۲۲	 ۱-۱-۲ جایگاه گرانی سنجی
۲۳	 ۲-۱-۲ جایگاه مغناطیس سنجی
۲۳	 ۲-۲ چگالی و خودپذیری مغناطیسی سنگ ها و کانی ها
۲۴	 ۱-۲-۲ چگالی
۲۵	 ۲-۲-۲ خودپذیری مغناطیسی
۲۷	 ۳-۲ پارامترسازی
۲۹	 ۴-۲ حل مسأله پیشرو در گرانی سنجی و مغناطیس سنجی

فصل ۳: وارون سازی هم زمان با استفاده از قید گرادیان متقاطع ۳۳

۳۴	 ۳-۱ قید گرادیان متقاطع
۳۸	 ۲-۳ اجرای وارون سازی هم زمان
۳۸	 ۱-۲-۳ پیکره اصلی الگوریتم
۴۳	 ۲-۲-۳ وارون سازی جداگانه داده های میدان پتانسیل
۴۸	 ۳-۲-۳ تعیین وزن ها

فصل ۴: وارون سازی داده های مصنوعی و واقعی ۵۱

۵۲	 ۱-۴ مقدمه
۵۳	 ۲-۴ وارون سازی هم زمان داده های مصنوعی [سناریوی اول]
۶۱	 ۳-۴ وارون سازی هم زمان داده های مصنوعی [سناریوی دوم]
۶۵	 ۴-۴ تابع هدف جفت شده
۷۱	 ۵-۴ مطالعه موردی
۷۲	 ۱-۵-۴ کاربرد ژئوفیزیک در اکتشاف منابع نمکی تبخیری
۷۳	 ۲-۵-۴ زمین شناسی منابع پتاس در ایران و منطقه مورد مطالعه
۷۸	 ۳-۵-۴ وارون سازی هم زمان داده های واقعی

فصل ۵: نتایج و پیشنهادات

۸۵

۸۶ ۱-۵ نتایج

۸۸ ۲-۵ پیشنهادات

فهرست جداول

جدول ۱-۵. روش حل مسائل وارون در هر سناریوی مختلف ۵۳

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱. الگوریتم مدل سازی پیشرو [بلیکلی، ۱۹۹۶]..... ۳
- شکل ۱-۲. روابط شماتیک مدل سازی های پیشرو و وارون برحسب داده ها و مدل [با اندکی تغییر از اسکیلز و اشنایدر، ۲۰۰۰]..... ۴
- شکل ۱-۳. فرآیند تفسیر داده های ژئوفیزیکی (در اینجا لرزه و گرانی سنجی) با تلفیق نتایج (گالاردو، ۲۰۰۳)..... ۸
- شکل ۱-۴. فرآیند وارون سازی مشارکتی (با اندکی تغییر برگرفته از گالاردو، ۲۰۰۳)..... ۹
- شکل ۱-۵. فرآیند وارون سازی هم زمان داده های ژئوفیزیکی (در اینجا لرزه و گرانی سنجی) بر پایه خواص پتروفیزیکی موجود (گالاردو، ۲۰۰۳)..... ۱۲
- شکل ۱-۶. فرآیند وارونسازی هم زمان داده های ژئوفیزیکی بر پایه شباهت ساختاری. پارامترسازی ساختار مدل توسط ویژگی های **A**، **B** و **C** انجام می شود به طوری که ارتباط لازم جهت وارون سازی هم زمان داده ها فراهم شود (گالاردو ۲۰۰۳)..... ۱۳
- شکل ۱-۲. مقایسه چگالی در سنگ های مختلف (رینولدز ۱۹۹۷)..... ۲۵
- شکل ۲-۲. مقایسه خودپذیری مغناطیسی در سنگ های مختلف (تلفورد، ۱۹۹۴)..... ۲۷
- شکل ۲-۳. تصویر شماتیک منشور قائم دو بعدی با چگالی ثابت ρ و نقطه اندازه گیری (**P**) [پالرو و همکاران ۲۰۱۵]..... ۳۰
- شکل ۲-۴. پارامترسازی دو بعدی فضای مدل با استفاده از منشورهای قائم راست گوشه (ورفی نژاد و همکاران ۲۰۲۰)..... ۳۱
- شکل ۱-۳. مقدار تابع گرادیان متقاطع در مرزهای مختلف (ژولیده سر و همکاران ۲۰۱۸)..... ۳۵
- شکل ۲-۳. مولفه های گسسته تابع گرادیان متقاطع [گالاردو و مجو ۲۰۰۳]..... ۳۶
- شکل ۳-۳. الگوریتم وارون سازی هم زمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی..... ۴۲
- شکل ۱-۴. نتایج وارون سازی روی مدل مصنوعی اول. ستون سمت چپ مدل های چگالی و ستون سمت راست مدل های مغناطش را نشان میدهند. **a** و **b** مدل های مصنوعی هستند. **c** و **d** نتیجه وارون سازی جداگانه هستند. **e** و **f** نتیجه وارون سازی هم زمان هستند..... ۵۵
- شکل ۲-۴. معیارهای شباهت ساختاری برای مدل مصنوعی اول. ردیف اول بزرگی مقادیر گرادیان متقاطع در تمام مقطع مدل را نشان میدهد: تصویر **a** مربوط به مدل های به دست آمده از وارون سازی های جداگانه، تصویر **b** مربوط به مدل های به دست آمده از وارون سازی هم زمان. ردیف دوم نمودارهای پراکندگی مقادیر چگالی در برابر مغناطش را نشان میدهد: تصویر **c** مربوط به مدل های به دست آمده از وارون سازی های جداگانه، تصویر **d** مربوط به مدل های به دست آمده از وارون سازی هم زمان، رنگ ها مرتبط با واحدهای سنگی معرفی شده در شکل ۱-۵ هستند. مقادیر چگالی-مغناطش

مشخص شده با حروف **A**، **B** و **C** معادل با واحدهای سنگی مشخص شده در تصاویر **a** و **b** از شکل ۱-۵ می باشند. ۵۷

۳-۴. نمایش روند وارون سازی در مدل مصنوعی اول. ردیف اول عبارت است از RMS عدم برازش داده ها، تصویر **a** مربوط به داده های گرانی سنجی، تصویر **b** مربوط به داده های مغناطیس سنجی. ردیف دوم عبارت است از همگرایی مدل محاسبه شده در هر تکرار، تصویر **c** مدل چگالی، تصویر **d** مدل مغناطش. ۶۰

شکل ۴-۴. نتایج وارون سازی روی مدل مصنوعی دوم. ستون سمت چپ مدل های چگالی و ستون سمت راست مدل های مغناطش را نشان میدهند. **a** و **b** مدل های مصنوعی هستند. **c** و **d** نتیجه وارون سازی جداگانه هستند. **e** و **f** نتیجه وارون سازی هم زمان هستند. ۶۲

شکل ۴-۵. معیارهای شباهت ساختاری برای مدل مصنوعی دوم. ردیف اول بزرگی مقادیر گرادیان متقاطع در تمام مقطع مدل را نشان میدهد: تصویر **a** مربوط به مدل های به دست آمده از وارون سازی های جداگانه، تصویر **b** مربوط به مدل های به دست آمده از وارون سازی هم زمان. ردیف دوم نمودارهای پراکندگی مقادیر چگالی در برابر مغناطش را نشان میدهد: تصویر **c** مربوط به مدل های به دست آمده از وارون سازی های جداگانه، تصویر **d** مربوط به مدل های به دست آمده از وارون سازی هم زمان، رنگها مرتبط با واحدهای سنگی معرفی شده در شکل ۴-۵ هستند. مقادیر چگالی-مغناطش مشخص شده با حروف **A** و **B** معادل با واحدهای سنگی مشخص شده در تصاویر **a** و **b** از شکل ۴-۵ میباشند. ۶۴

۴-۶. نمایش روند وارون سازی در مدل مصنوعی دوم. ردیف اول عبارت است از RMS عدم برازش داده ها، تصویر **a** مربوط به داده های گرانی سنجی، تصویر **b** مربوط به داده های مغناطیس سنجی. ردیف دوم عبارت است از همگرایی مدل محاسبه شده در هر تکرار، تصویر **c** مدل چگالی، تصویر **d** مدل مغناطش. ۶۵

شکل ۴-۷. نتایج وارون سازی با استفاده از الگوریتم جفت شده. ستون سمت چپ مدل های چگالی و ستون سمت راست مدل های مغناطش را نشان میدهند. **a** و **b** مدل های مصنوعی هستند. **c** و **d** نتیجه وارون سازی جداگانه هستند. **e** و **f** نتیجه وارون سازی هم زمان هستند. ۷۰

شکل ۴-۸. نمایش توزیع منابع نمکی در نقشه زمین شناسی ساختاری ایران. موقعیت نهشته نمکی آجی چای در شمال غربی ایران نمایش داده شده است [عابدی ۲۰۱۸]. ۷۴

شکل ۴-۹. موقعیت جغرافیایی منطقه آجی چای. ۷۵

شکل ۴-۱۰. نقشه زمین شناسی محدوده آجی چای. نقاط سبز رنگ و قرمز رنگ، به ترتیب محل برداشت های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی را نشان می دهند. پروفیل زرد رنگ **AB** پروفیل داده های مطالعه شده را نمایش میدهد [عابدی ۲۰۱۸]. ۷۷

شکل ۴-۱۱. نقشه توپوگرافی محدوده آجی چای [عابدی ۲۰۱۸]. ۷۸

شکل ۴-۱۲. **a** نقشه باقیمانده داده های گرانی سنجی، **b** نقشه باقیمانده داده های مغناطیس سنجی، داده های روی پروفیل **AB** جهت انجام وارون سازی هم زمان استفاده می شوند. ۸۰

شکل ۴-۱۳. نتایج وارون سازی هم زمان داده های واقعی. **a** و **b** داده های مشاهداتی را در کنار داده های به دست آمده از مدل وارون سازی شده نشان می دهند. **c** و **d** مدل های به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده ها را نشان میدهند. **e** و **f** مدل های به دست آمده از وارون سازی همزمان داده ها را نشان می دهند. **g** و **h** مدل های به دست از وارون سازی همزمان را با یک حد آستانه کمتر از ۰.۰۱۷- گرم بر سانتیمتر مکعب و ۰.۰۰۷- آمپر بر متر، به ترتیب برای مدل چگالی و مدل مغناطش نشان می دهند. ۸۱

فصل ۱: کلیات

۱-۱ مقدمه

امروزه کاربرد روش‌های مختلف ژئوفیزیکی جهت شناسایی ساختارهای پیچیده زمین‌شناسی از اهمیت بالایی برخوردار است. مطالعات ژئوفیزیکی از سریع‌ترین و در بیشتر موارد کم‌هزینه‌ترین روش‌ها در مسیر کشف اهداف زیرسطحی می‌باشند. هدف نهایی در ژئوفیزیک بازسازی تصاویر زیرزمینی با قدرت تفکیک بالا از داده‌های اندازه‌گیری شده به منظور داشتن بهترین تفسیر ممکن در مورد بی‌هنجاری‌های زیر سطح است.

در روشهایی مثل لرزه‌نگاری و رادار نفوذی به زمین از طریق پردازش داده‌ها می‌توان اطلاعات بسیار ارزشمندی درباره زیر سطح به دست آورد. همچنین برای تفسیر داده‌های گرانی و مغناطیس، روش‌های تصویرسازی^۱ به وفور برای تخمین مشخصات بی‌هنجاری (عمق بی‌هنجاری، گستردگی افقی و عمودی آن) مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما بیان کمی وضعیت درون زمین، هدف اصلی مطالعات ژئوفیزیکی است [اسکیلز و اشنایدر، ۲۰۰۰]. در بخش عمده‌ای از این مطالعات، ساختارهای زمین‌شناسی به وسیله یک یا چند مدل ریاضی تقریب زده می‌شوند و پارامترهای مدل بر اساس داده‌های برداشت شده تعیین می‌گردند [ژادانو، ۲۰۰۲].

۱-۲ تفسیر کمی داده‌های ژئوفیزیکی

برای به دست آوردن توزیع مکانی پارامترهای ژئوفیزیکی در زیرسطح از تفسیر کمی استفاده می‌شود که به دو صورت انجام می‌پذیرد: مدل سازی پیشرو و مدل سازی وارون.

^۱ Imaging

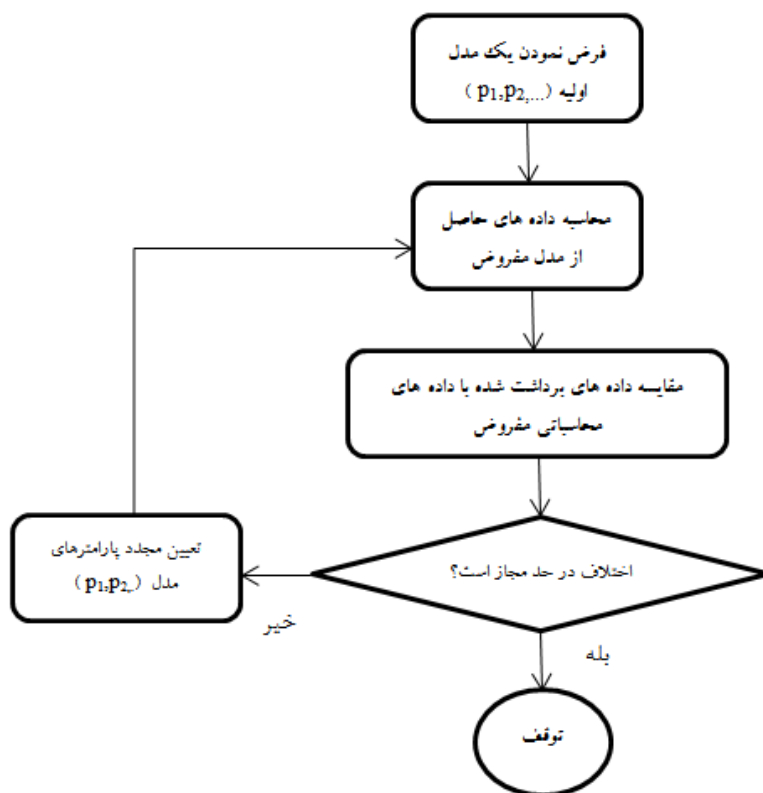
۱-۲-۱ مدل سازی پیشرو

یکی از مرسوم‌ترین روش‌های تحلیل داده‌های ژئوفیزیکی عبارت است از ساختن مدل‌های مختلف زمین‌شناسی و مقایسه داده‌های فرضی ژئوفیزیکی حاصل از این مدل‌ها با داده‌های مشاهده‌ای (برداشت شده). مدل‌سازی عددی داده‌های ژئوفیزیکی به ازای پارامترهای مدل در نظر گرفته شده را مدل‌سازی پیشرو می‌نامند [جولائی، ۱۳۹۹ و منکه، ۲۰۱۲]. مدل‌سازی پیشرو نقش مهمی در تفسیر داده‌های ژئوفیزیکی به‌ویژه برداشت‌های گرانی و مغناطیس دارد. مدل‌سازی پیشرو به‌گونه‌ای پایه و اساس مدل‌سازی‌های وارون هم به شمار می‌رود [یأ و یأ، ۲۰۰۷]. مدل‌سازی پیشرو امکان پیش‌بینی داده‌های حاصل از برداشت‌های ژئوفیزیکی برای یک سری ساختارهای زمین‌شناسی خاص را فراهم می‌آورد [منکه، ۲۰۱۲]. در واقع مدل‌سازی پیشرو مدل‌هایی کمی بر اساس ساختارهای مفروض زمین‌شناسی از قبیل مدل‌های یک بعدی، زمین لایه‌ای دو بعدی یا سه بعدی کروی یا سیلندر در یک محیط همگن^۱ و همسانگرد^۲ و.. ارائه می‌نماید [کومار، ۲۰۰۷].

در این روش یک مدل اولیه برای توده‌ی منشأ بر اساس اطلاعات زمین‌شناسی یا ژئوفیزیکی در نظر گرفته می‌شود. پاسخ احتمالی مدل در نظر گرفته شده محاسبه و اختلاف آن با داده‌های بدست آمده از اندازه‌گیری‌ها تعیین می‌گردد. به بیان دیگر، میزان برازش داده‌های تولیدی از مدل به داده‌های واقعی برداشت شده محاسبه می‌شود و در صورتی که این میزان برازش در حد مطلوب نباشد؛ این فرآیند مجدداً با تنظیم دوباره پارامترهای مدل و تولید داده‌های متناظر آن‌ها تا آنجا تکرار می‌شود؛ تا میزان برازش به حد مطلوب برسد [بوشتی و همکاران، ۱۹۹۷]. الگوریتم مراحل کلی این نوع مدل‌سازی در شکل ۱-۱ ارائه شده است.

^۱ Homogeneous

^۲ Isotropic



شکل ۱-۱. الگوریتم مدل سازی پیشرو [بلیکلی، ۱۹۹۶].

حل پذیری مسائل پیشرو با پیشرفت سریع ابزارهای محاسباتی و بکارگیری روش های عددی اجزا محدود^۱ و تفاضل محدود^۲ پیشرفت چشم گیری یافت. به عبارت دیگر مدل های پیچیده تری با تعداد پارامترهای بیشتر نیز حل شده اند.

۲-۲-۱ مدل سازی وارون

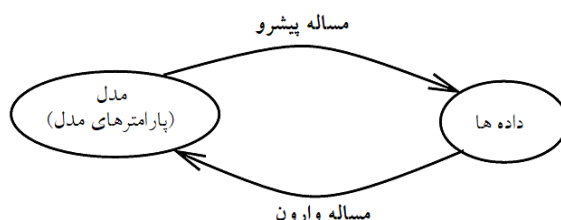
به دست آوردن تصویر زیر سطح از داده های اندازه گیری شده به طور مستقیم، مدل سازی وارون یا وارون سازی نامیده می شود که رایج ترین روش تفسیر کمی داده های ژئوفیزیکی می باشد.

^۱ Finite element

^۲ Finite difference

مدل‌سازی وارون عموماً در بسیاری از متون علمی در نقطه مقابل مدل‌سازی پیشرو بکار می‌رود.

شکل ۲-۱ وضعیت این دو روش را نسبت به هم نشان می‌دهد.



شکل ۲-۱ روابط شماتیک مدل‌سازی‌های پیشرو و وارون برحسب داده‌ها و مدل [با اندکی تغییر از اسکیلز و اشنایدر، ۲۰۰۰].

شکل ۲-۱ روابط دو روش مدل‌سازی وارون و پیشرو را برای درک آسان به صورت کاملاً ساده به تصویر کشیده است؛ که با واقعیت تفاوت‌هایی دارد و پذیرش آن منوط به برخی شفاف‌سازی‌هاست. مهم‌ترین نکته‌ای که در مورد روابط و تفاوت‌های دو روش مدل‌سازی وارون و پیشرو باید ذکر نمود، این است که در واقع کارکرد اصلی مدل‌سازی وارون، تولید اطلاعات در مورد پارامترهای عددی مجهول منتسب به مدل است؛ نه تعیین خود مدل. با این حال مدل‌سازی وارون می‌تواند ابزاری برای تشخیص صحت مدل در نظر گرفته شده و یا تفکیک مدل‌های مختلف ممکن؛ تولید نماید [بوشتی و همکاران، ۱۹۹۷].

نکته دیگری که در مورد روابط مدل‌سازی‌های وارون و پیشرو باید در نظر داشت؛ عدم کفایت داده‌ها نسبت به پارامترهای مدل است. چرا که ممکن است به ازای برخی پارامترها داده‌ای که از آن‌ها تأثیر پذیرفته، موجود نباشد و یا برخی متغیرهای بی‌تأثیر در داده‌ها وجود داشته باشد. بنابراین مجموعه این عوامل می‌تواند سبب پیدایش درجه آزادی‌های بعضاً بالا در مسائل وارون گردند [اسکیلز و اشنایدر ۲۰۰۰ و اشنایدر، ۱۹۹۸].

پر واضح است در چنین مواردی مسأله می‌تواند متناسب با درجات آزادی، پاسخ‌هایی داشته باشد، که همگی داده‌های برداشت شده را ارضا نموده و درعین حال متفاوت از یکدیگر باشند. به بیان ساده‌تر تعیین پاسخ یکتا برای مسأله سخت و پیچیده خواهد شد.

۳-۱ محدودیت های وارون سازی جداگانه داده های ژئوفیزیکی

نتایج وارون سازی یک سری داده ژئوفیزیکی معمولاً به صورت یک مدل ژئوفیزیکی است که توزیع یک خاصیت فیزیکی خاص را نشان می دهد. با این وجود، به منظور تبدیل این مدل ژئوفیزیکی به یک مدل زمین شناسی معنی دار که قابلیت استنتاج علمی و عملی داشته باشد، نیاز به یک مرحله تفسیری دیگر می باشد [گالاردو، ۲۰۰۳]. مساله کلیدی در اینجا تولید مدل های ژئوفیزیکی دقیق می باشد.

همه روش های وارون ژئوفیزیکی، به ویژه روش های میدان پتانسیل، کم و بیش با مساله عدم یکتایی روبرو هستند. از طرفی داده های برداشت شده در یک روش ژئوفیزیکی گاه با فواصل برداشت زیاد، تحت تاثیر نوفه و در سطح برداشت می شوند. در چنین شرایطی، مدل های مختلفی توانایی تولید داده های مشاهده ای را دارند [تارانتولا، ۲۰۰۴]. روش های منظم ساز منجر به پایدار ساختن فرآیند وارون سازی شده و مدلهایی با مشخصات معین تولید می کنند اما قادر به حل کامل این مشکل نیستند.

به منظور بهبود یک مدل ژئوفیزیکی خاص نیاز به افزایش داده ها و قیدهای تکمیلی می باشد. با این وجود، این افزایش داده ها و قیدهای تکمیلی صحت زمین شناسی مدل ژئوفیزیکی را تضمین نمی کند. برای مثال صرف نظر از دقت یک مدل ژئوفیزیکی، این مدل قادر به تفکیک دو لایه زمین شناسی متفاوت با خاصیت فیزیکی مشابه نخواهد بود. یک گام موثر در راستای ایجاد نتایج بهتر، به کار بردن هم زمان چند روش مختلف ژئوفیزیکی که به خواص فیزیکی مختلفی حساسیت دارند، می باشد.

۴-۱ روش های مختلف تلفیق داده های ژئوفیزیکی

تلفیق روش های مختلف ژئوفیزیکی می تواند بسیاری از مشکلات وارون سازی منفرد داده های ژئوفیزیکی مانند عدم یکتایی و ... را کاهش دهد [لینز و همکاران، ۱۹۹۸ و للیوره و همکاران، ۲۰۱۲]. دو دلیل اصلی این موضوع این است که اولاً روش های مختلف ژئوفیزیکی دارای کرنل های متفاوت بوده و در

نتیجه فضای تهی^۱ مربوط به یک سری از داده‌ها می‌تواند با یک سری دیگر از داده‌ها برطرف شود. ثانیاً از آن جایی که در روش‌های مختلف ژئوفیزیکی منابع نوفه و اثر آنها روی داده‌ها متفاوت است، استفاده از چند روش در مقایسه با اضافه کردن داده‌های بیشتر از یک نوع منجر به بهبود بهتر داده‌ها می‌شود. هدف اصلی از تلفیق داده‌های مختلف ژئوفیزیکی ارائه اطلاعات تکمیلی از یک مجموعه داده با سایر مجموعه داده‌ها برای ایجاد یک تصویر واضح‌تر زیرسطحی می‌باشد [گالاردو و مجو، ۲۰۱۱؛ بورتولوزو و همکاران، ۲۰۱۴؛ بنینگتون و همکاران، ۲۰۱۵].

جهت دستیابی به این هدف یک راه حل مستقیم و یکتا وجود ندارد و در سال‌های اخیر روش‌ها و الگوریتم‌های مختلفی ارائه شده است [دلاورسانا، ۲۰۰۱؛ گالاردو، ۲۰۰۴؛ گالاردو و همکاران، ۲۰۰۷؛ جینگ و همکاران، ۲۰۱۱؛ دیاستفانو و همکاران، ۲۰۱۱؛ للیوره و همکاران، ۲۰۱۲؛ اوم و همکاران، ۲۰۱۴؛ تکامتاگانگ و همکاران، ۲۰۱۵]. این تکنیک‌ها را می‌توان به صورت کلی به سه دسته زیر تقسیم‌بندی نمود:

۱. تفسیر داده‌های ژئوفیزیکی با تلفیق نتایج^۲

۲. وارون‌سازی مشارکتی^۳

۳. وارون‌سازی هم‌زمان^۴

در ادامه به شرح مختصری بر هر یک از این روش‌ها پرداخته خواهد شد.

۱ Null space

۲ Model integration

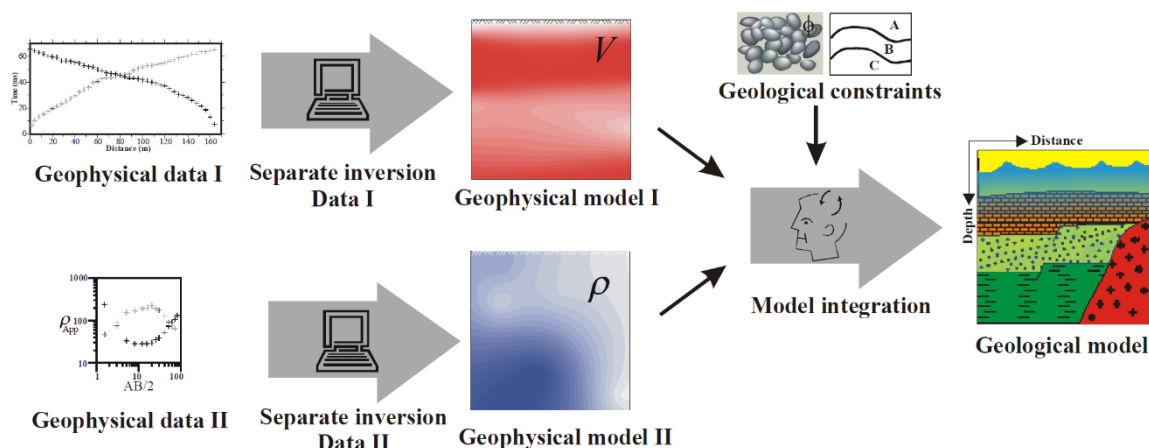
۳ Cooperative inversion

۴ Simultaneous joint inversion

۱-۴-۱ تفسیر داده های ژئوفیزیکی با تلفیق نتایج

این روش در اصل یک راهکار تفسیری بر مبنای نتایج حاصل از وارون سازی مجزای هر یک از مجموعه داده ها می باشد. با در نظر گرفتن توانایی هر یک از مجموعه داده ها به یک خاصیت فیزیکی خاص می توان نتایج حاصله را بهبود بخشید [وان اورمیرن، ۱۹۸۱]. در این روش مدل های وارون شده با یکدیگر مقایسه و در ادامه با هم ترکیب شده تا در انتها یک مدل مفهومی ژئوفیزیکی ایجاد شود این روش بیشتر در نواحی ای بکار می رود که به دلیل وجود زمین شناسی پیچیده، اطلاعات بدست آمده از یکی از روش ها مانند لرزه نگاری ضعیف بوده و می توان به کمک مجموعه داده های دیگر مانند روش های الکترومغناطیسی، تفسیر بهتری ارائه نمود.

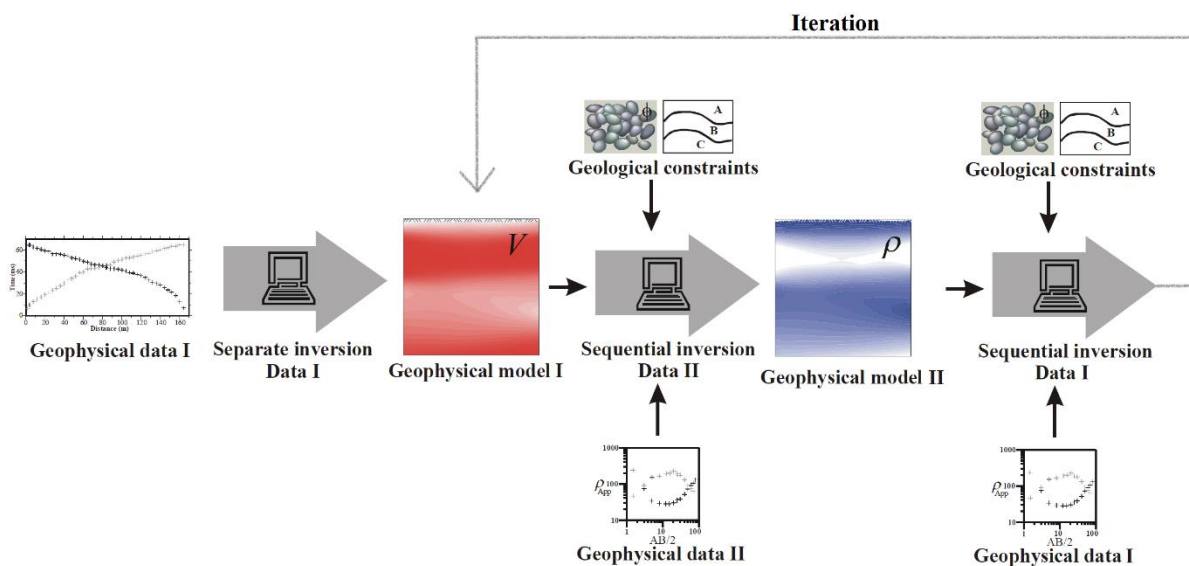
وابستگی بیشتر این روش به نظر مفسر، الزام در دست بودن اطلاعات زمین شناسی، نبود یک چارچوب مشخص کمی برای کیفیت نتایج می تواند نقاط ضعف این روش به شمار آید. علاوه بر این باید در نظر داشت که ناهماهنگی های موجود در بخش هایی از دو مدل می تواند قابل اطمینان بودن مدل نهایی زمین شناسی را کاهش دهد [گالاردو، ۲۰۰۴ و تکامتاگانگ و همکاران، ۲۰۱۵]. بنابراین استفاده از روش های وارون سازی مشارکتی [مانند منیچتی و گیلن، ۱۹۸۳؛ ورنانت و همکاران، ۲۰۰۲؛ ساندرز و همکاران ۲۰۰۵؛ وانگ و همکاران، ۲۰۱۱] یا روش های وارون سازی همزمان [مانند وزوف و یوپ ۱۹۷۵؛ گالاردو و مجو، ۲۰۰۷؛ کاندانسیار و تزکان، ۲۰۰۸؛ مورکمپ و همکاران، ۲۰۱۱؛ بنینگتون و همکاران، ۲۰۱۵، دمیچری و همکاران، ۲۰۱۸؛ گراس، ۲۰۱۹؛ آلپور اکانو و همکاران، ۲۰۲۰] بیشتر مورد توجه است.



شکل ۱-۳. فرآیند تفسیر داده های ژئوفیزیکی (در اینجا لرزه و گرانی سنجی) با تلفیق نتایج (گالاردو، ۲۰۰۳)

۱-۴-۲ وارون سازی مشارکتی

این روش وارون سازی در آغاز توسط لینز و همکاران [۱۹۸۸] اینگونه تعریف گردید "وارون سازی مشارکتی یک فرآیند وارون سازی است که در انتها مدل بوجود آمده در توافق با تمامی مجموعه داده های ژئوفیزیکی مجزا باشد". در این تعریف، هیچ محدودیتی بر روی نحوه ارتباط و تلفیق مجموعه داده ها و نحوه تخمین مدل وجود ندارد. در این روش، مدل حاصل از وارون سازی جداگانه یکی از روش ها به عنوان مدل اولیه برای روش دیگر به کار گرفته می شود، در ادامه این فرآیند تکرار می شود (شکل ۱-۴).



شکل ۱-۴. فرآیند وارون سازی مشارکتی (با اندکی تغییر برگرفته از گالاردو، ۲۰۰۳)

برای توضیح بیشتر در ادامه شرح مختصری از نمونه‌هایی از این نوع وارون سازی ارائه خواهد شد. هو و همکاران در سال ۲۰۰۹ با استفاده از نتایج حاصل از وارون سازی یک مجموعه داده قیودی را برای وارون سازی مجموعه داده دیگر ایجاد نمودند. نقش این دو مجموعه داده در ادامه با یکدیگر جایگزین می‌گردد و مجموعه داده دوم پس از بهبود در نتایج وارون سازی به عنوان قید برای وارون سازی مجموعه داده اول بکار می‌رود. نمونه‌ای دیگر توسط دل‌اورسانا در سال ۲۰۰۱ ارائه شده است که در این روش وارون سازی ترکیبی داده‌های لرزه‌ای، الکترومغناطیسی و گرانی بر پایه مدل سازی پیشرو و وارون بازگشتی^۱ انجام می‌شود. در این روش مدل وارون شده از یک مجموعه داده (مثلاً لرزه) به عنوان مدل مرجع برای وارون سازی دیگر مجموعه داده‌ها (داده‌های الکترومغناطیس و گرانی) مورد استفاده قرار می‌گیرد. این کار با استفاده از تبدیل داده‌های یک مدل به مدل دیگر با استفاده از روابط تجربی فیزیک سنگ عملی می‌شود. در انتها نتایج به مدل اول برگردانده و روند فوق مجدداً تکرار خواهد شد. این کار تا بوجود آمدن یک مدل قابل قبول ادامه خواهد یافت. روشی مشابه با مورد اخیر توسط اوم و همکاران در سال ۲۰۱۴ معرفی گردید که در آن یک سازوکار برای ارتباط بین داده‌های الکترومغناطیسی و

^۱ Recursive forward and inverse modeling

لرزه‌ای ارائه شده است. در این مطالعه با استفاده از یک تبدیل لاپلاس از معادله موج داده‌های لرزه‌ای، یک معادله انتشار ایجاد می‌شود. با این کار جنس معادلات دیفرانسیل روش‌های الکترومغناطیس با لرزه یکی می‌گردد و مشکل عدم انطباق قدرت تفکیک این دو روش تا حدودی بهبود می‌یابد.

۱-۴-۳ وارون سازی هم زمان

روش دیگر که در مطالعات مکرراً نام برده می‌شود، روش وارون سازی همزمان داده‌های ژئوفیزیکی می‌باشد. این نوع وارون سازی گستره وسیعی از روش‌های ژئوفیزیکی شامل لرزه، الکترومغناطیس، گرانی و مغناطیس را می‌تواند پوشش می‌دهد. روش وارون سازی همزمان داده‌ها همواره بر این اصل استوار است که یک ارتباط بین مجموعه داده‌های مختلف ژئوفیزیکی وجود دارد [اوزوف و جامپ، ۱۹۷۵؛ لینز و همکاران، ۱۹۸۸؛ گالاردو و همکاران، ۲۰۰۳؛ دیاستفانو و همکاران، ۲۰۱۱]. این رابطه می‌تواند شباهت ساختاری^۱ و هندسی آنومالی‌های مشاهده‌ای در دو روش متفاوت و یا یک رابطه فیزیک سنگ بین پارامترهای اندازه‌گیری شده باشد [مورکمپ و همکاران، ۲۰۱۱]. از این رو چهارچوبی جهت یافتن یک سازوکار مناسب به منظور نحوه به اشتراک گذاشتن اطلاعات بدون از بین بردن قدرت تفکیک هر یک از روشها بسیار ضروری است. به زبان ساده‌تر، روش وارون سازی همزمان داده‌های ژئوفیزیکی، نوعی روش وارون سازی است که مجموعه داده‌های مختلف به صورت همزمان وارون سازی می‌گردند تا مدلی حساس به یک خاصیت فیزیکی سنگ [اروسی و وسناور، ۱۹۹۷ و لی و الدنبرگ، ۲۰۰۰] و یا مدلی حساس به چند خاصیت فیزیکی از سنگ را به وجود آورد [گالاردو و مجو، ۲۰۰۳ و ۲۰۰۷ و دیاستفانو و همکاران، ۲۰۱۱]. در طی این روش، مجموعه داده‌های مختلف ژئوفیزیکی باید با توجه به دقت و قدرت تفکیک هر مجموعه داده بر یکدیگر تاثیر گذارند تا در انتها مدل قابل قبولی از خواص فیزیکی زیرسطحی ایجاد گردد [گالاردو، ۲۰۰۴].

^۱ Structural

۱-۵ رویکردهای مختلف در وارون سازی هم زمان

همان طور که در فصل قبل ذکر شد، در روش وارون سازی هم زمان، مجموعه داده های مختلف به صورت هم زمان وارون سازی می گردند تا مدلی حساس به یک پارامتر فیزیکی سنگ و یا مدلی حساس به چند پارامتر فیزیکی از سنگ را به وجود آورد.

در حالت اول وارون سازی هم زمان چند سری داده مختلف که همگی به یک پارامتر فیزیکی مشترک حساس می باشند انجام خواهد شد. برای مثال وارون سازی هم زمان داده های مگنتوتلوریک و داده های الکترومغناطیس با چشمه کنترل شده^۱ [ابوبکر و همکاران، ۲۰۰۹]. هردوی داده های زمان سیر موج برشی^۲ و داده های پراکندگی موج سطحی^۳ به سرعت موج برشی حساس هستند و وارون سازی هم زمان این دو سری داده نیز انجام شده است [ژانگ و همکاران، ۲۰۱۴؛ فانگ و همکاران، ۲۰۱۶].

در حالت دوم که داده ها به پارامترهای فیزیکی متفاوتی حساسیت دارند، جهت انجام وارون سازی هم زمان بایستی ارتباطی منطقی بین این پارامترهای فیزیکی متفاوت ارائه شود. به این منظور دو رویکرد کلی وجود دارد.

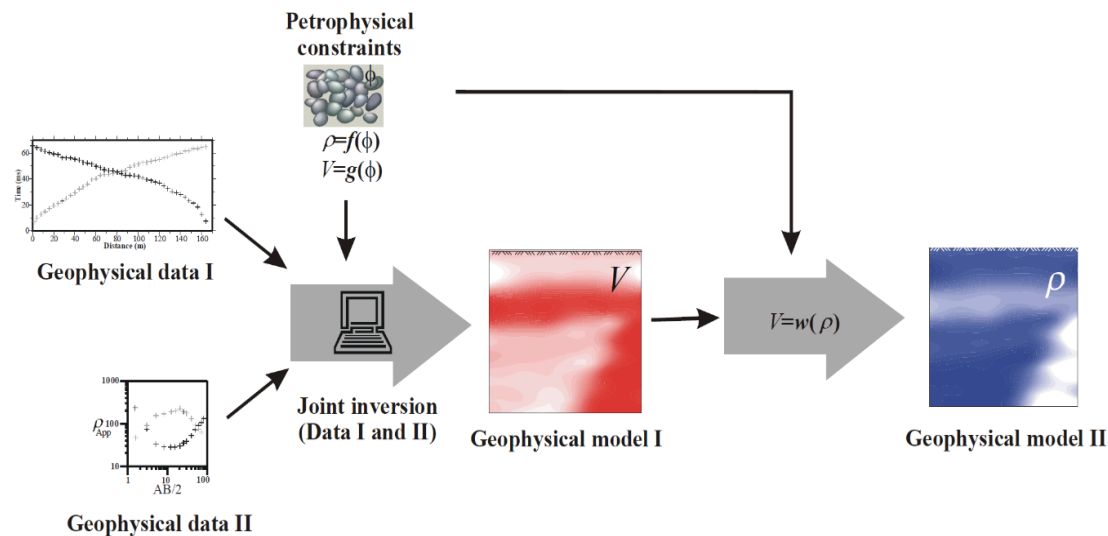
رویکرد (۱): رابطه مستقیم بین پارامترهای فیزیکی، که در آن مدل بر حسب یکی از پارامترهای فیزیکی بیان شده و پارامترهای دیگر از طریق یک رابطه تحلیلی یا تجربی محاسبه می شوند [ژوپ و وزوف، ۱۹۷۵؛ بوش، ۱۹۹۹؛ هینکه و همکاران، ۲۰۰۶؛ جگن و همکاران، ۲۰۰۹؛ ماکیرا و آمن، ۲۰۰۹]. برای مثال ماکیرا و آمن [۲۰۰۹] با استفاده از یک رابطه تجربی بین سرعت موج لرزه ای و چگالی، وارون سازی هم زمان داده های لرزه و گرانی را برای تعیین مدلی سه بعدی از چگالی و سرعت حوضه

۱ Controlled source electromagnetic data

۲ Shear wave arrival times data

۳ Surface wave dispersion data

رسوبی تاریخچه^۱ در چین ارائه کردند. شکل ۱-۵ روند وارون سازی هم زمان داده های ژئوفیزیکی وقتی یک رابطه مستقیم بین پارامترهای فیزیکی وجود داشته باشد را نشان می دهد.



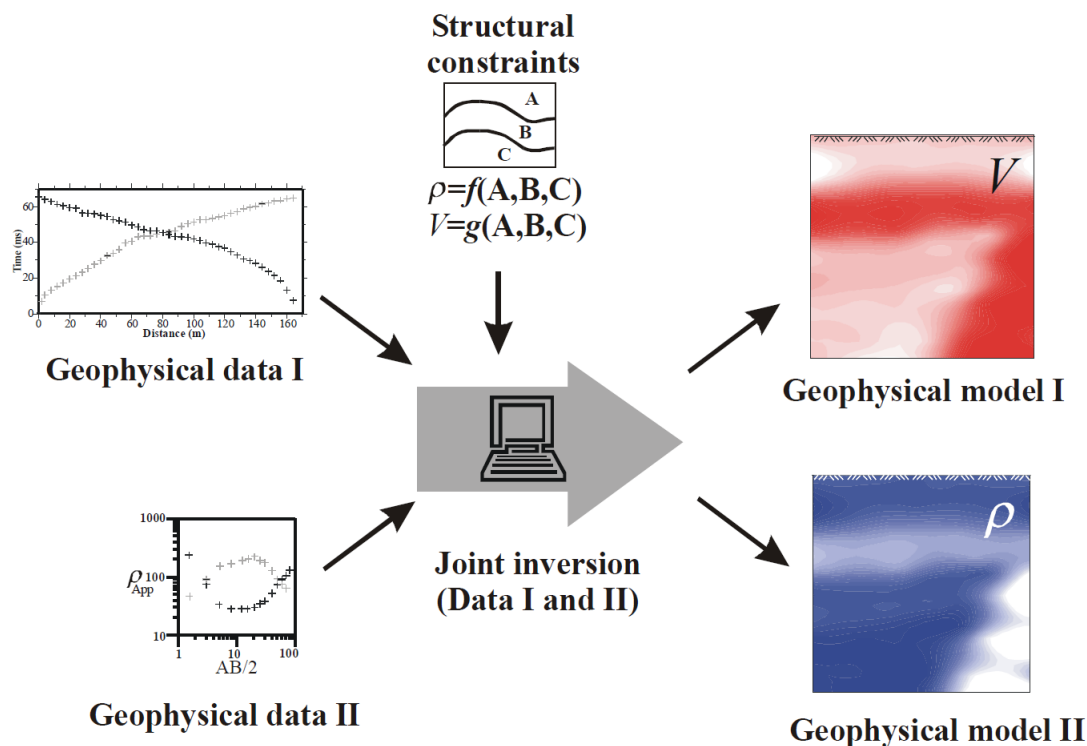
شکل ۱-۵. فرآیند وارون سازی هم زمان داده های ژئوفیزیکی (در اینجا لرزه و گرانی سنجی) بر پایه خواص پتروفیزیکی موجود (گالاردو، ۲۰۰۳)

رابطه مستقیم بین پارامترهای فیزیکی موجب جفت شدگی قوی بین پارامترها شده و اثری قوی روی نتایج وارون سازی دارد. البته در شرایطی که این رابطه صادق نباشد، نتایجی غیر واقعی در مدل ظاهر خواهد شد. در واقع مهمترین ایراد وارون سازی هم زمان بر پایه خواص پتروفیزیکی نادیده گرفتن عدم قطعیت خود رابطه پتروفیزیکی است [گالاردو و مجو، ۲۰۰۴]. بنابراین در نواحی ای که امکان تعریف یک رابطه مستقیم بین پارامترهای فیزیکی وجود نداشته یا قطعیت نداشته باشد، رابطه ای ساختاری می تواند یک انتخاب مناسب جهت جفت شدگی بین پارامترهای فیزیکی متفاوت باشد [مورکمپ و همکاران، ۲۰۱۱].

رویکرد (۲): رابطه ای ساختاری بین پارامترهای فیزیکی، که به صورت یک قید موجب شباهت ساختاری بین مدل های مختلف می شود [هابر و اولدنبرگ، ۱۹۹۷؛ گالاردو و مجو، ۲۰۰۳؛ گانتز و

^۱ Tarim sedimentary basin

همکاران، ۲۰۰۶ و ۲۰۱۰؛ بنینگتون و همکاران، ۲۰۱۵؛ رانزکا و همکاران، ۲۰۱۷؛ دمیچری و همکاران، ۲۰۱۸؛ گراس، ۲۰۱۹]. شباهت ساختاری با استفاده از توزیع خواص فیزیکی زیرسطحی تعریف می‌شود به نحوی که برای همه مدل‌های ژئوفیزیکی یکسان باشد. شکل ۱-۶ فرآیند وارون‌سازی هم‌زمان بر مبنای شباهت ساختاری را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۶. فرآیند وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های ژئوفیزیکی بر پایه شباهت ساختاری. پارامترسازی ساختار مدل توسط ویژگی‌های A ، B و C انجام می‌شود به طوری که ارتباط لازم جهت وارون‌سازی هم‌زمان داده‌ها فراهم شود (گالاردو ۲۰۰۳)

پارامترسازی مرسوم در این نوع از وارون‌سازی هم‌زمان، ساخت مدل‌های ژئوفیزیکی با تعدادی المان (مثلاً بلوک‌های راست‌گوشه یا سلول‌های مربعی) با مرزهای کاملاً واضح و انطباق کامل مرزهاست.

محبوب‌ترین رابطه ساختاری که تا به امروز معرفی شده، تابع گرادیان متقاطع^۱ است که اولین بار توسط گالاردو و مجو [۲۰۰۳] ارائه شد. کاربرد و سابقه این تابع در وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های متنوع ژئوفیزیکی در بخش بعد به طور مفصل توضیح داده خواهد شد.

۶-۱ سابقه موضوع

در وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های ژئوفیزیکی زمانی که یک رابطه فیزیک سنگ قابل توجه بین پارامترهای مدل وجود ندارد، وارون‌سازی هم‌زمان با رویکرد ساختاری به وسیله اضافه کردن یک جمله گرادیان متقاطع به تابع هدف انجام می‌شود. ایده اصلی گرادیان متقاطع این است که تغییرات فضایی در پارامترهای فیزیکی همبسته بوده به طوری که سطوح کنتموری مربوط به توزیع هر کدام از این پارامترها موازی یکدیگر باشند. این موضوع زمانی میسر خواهد شد که بردار گرادیان (تغییرات) هر کدام از پارامترهای فیزیکی در یک راستا باشند. تابع گرادیان متقاطع عبارت از ضرب خارجی گرادیان‌های پارامترهای فیزیکی است که اولین بار توسط گالاردو و مجو [۲۰۰۳] جهت وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های مقاومت ویژه و لرزه معرفی شد. بعد از آن به صورت گسترده در وارون‌سازی هم‌زمان دیگر روش‌های ژئوفیزیکی و در مقیاس‌های فضایی متنوع استفاده شد. لیند و همکاران [۲۰۰۶] با استفاده از گرادیان متقاطع اقدام به وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های ERT و GPR کردند. هو و همکاران [۲۰۰۹] از تابع گرادیان متقاطع جهت همبستگی بین رسانندگی الکتریکی و کندی به منظور وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های الکترومغناطیسی و بازتاب لرزه‌ای استفاده کردند. تابع گرادیان متقاطع همچنین در وارون‌سازی هم‌زمان و با گذشت زمان^۲ داده‌های GPR و ERT [دوش و همکاران، ۲۰۱۰] و داده‌های لرزه و ERT [کارولیس و همکاران، ۲۰۱۲] نیز استفاده شده است. مورکمپ و همکاران [۲۰۱۱] یک الگوریتم جامع جهت وارون‌سازی هم‌زمان چندین سری داده شامل مگنتوتلوریک، گرانی و داده‌های شکست لرزه‌ای با

۱ Cross-gradient function

۲ Time lapse joint inversion

قید گرادیان متقاطع ارائه کردند. بنینگتون و همکاران [۲۰۱۵] از قید گرادیان متقاطع برای وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های مگنتوتلوریک و لرزه‌شناسی استفاده کردند. وانگ و همکاران [۲۰۱۷] وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های مغناطیس و مگنتوتلوریک با چشمه مصنوعی در گستره شنوایی را انجام دادند. دمیچری و همکاران [۲۰۱۸]، به منظور وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های مگنتوتلوریک و داده‌های زلزله^۱، با اضافه کردن یک پارامتر منظم‌ساز به فرمول‌بندی ارائه شده توسط گالاردو و مجو [۲۰۰۳] سعی بر کنترل سهم جمله گرادیان متقاطع در جواب نهایی مسأله وارون‌سازی کردند.

تا به امروز الگوریتم‌های وارون‌سازی هم‌زمان با استفاده از قید گرادیان متقاطع، به طور موفقیت‌آمیزی به گستره وسیعی از داده‌های ژئوفیزیکی مختلف اعمال شده‌اند. از آنجا که وجود هر دو داده‌های گرانی-سنجی و مغناطیس‌سنجی روی یک ناحیه مرسوم است، وارون‌سازی هم‌زمان این داده‌ها اغلب مورد توجه واقع می‌شود.

۱-۶-۱ گرادیان متقاطع در وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های گرانی و مغناطیس‌سنجی

از آنجا که این مطالعه سعی بر ارائه‌ی الگوریتمی جهت وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس با قید ساختاری دارد، در ادامه مروری مفصل بر کارهای انجام شده در این حوزه و نقایص احتمالی آن‌ها خواهد شد.

اولین مطالعه در زمینه وارون‌سازی سه‌بعدی و هم‌زمان داده‌های گرانی و مغناطیس با قید گرادیان متقاطع توسط فرگوسو و گالاردو [۲۰۰۹] انجام شد. از آنجا که در این مطالعه از هیچ قید دیگری به جز قید گرادیان متقاطع استفاده نشده است، هرچند پارامترهای مدل به دست آمده شباهت ساختاری

^۱ Earthquake data

قابل توجه‌ای نسبت به وارون‌سازی‌های جداگانه دارند، اما مقادیر عددی این پارامترها تنها تخمین ضعیفی از مقدار واقعی آن‌ها [ده درصد مقدار واقعی] به دست آمدند.

گالاردو و تیباد [۲۰۱۲] بدون ارائه الگوریتمی جدید، در یک مطالعه موردی سعی کردند که با نتیجه به دست آمده از وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های گرانی و مغناطیس با قید ساختاری، به تشریح ناهم-گونی‌های زمین‌شناسی پیچیده منطقه لنورا^۱ در استرالایای غربی بپردازند. در ناحیه مطالعه شده، بخاطر پیچیدگی‌های زمین‌شناسی، داده‌های ژئوفیزیکی با کیفیت کم و حفاری‌های محدود، امکان شناسایی ساختارهای عمیق امکان‌پذیر نبود.

یک مطالعه موردی دیگر عبارت است از کار سانچز و گالاردو [۲۰۱۵]. آن‌ها نشان دادند که چطور وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های گرانی و مغناطیس در یک منطقه منجر به همبستگی بیشتر نتایج با واقعیت زمین‌شناسی منطقه می‌شود.

ژو و همکاران [۲۰۱۵] از الگوریتم ارائه شده توسط فرگوسو و گالاردو [۲۰۰۹] جهت وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های گرانی‌سنجی و داده‌های شدت چشمه مغناطیسی نرمالایز شده^۲ استفاده کردند.

ژولیده‌سر و همکاران [۲۰۱۸] با استفاده از معادلات تنک^۳ و روش LSQR یک راه حل بهبود یافته برای این نوع وارون‌سازی ارائه کردند. در روش ارائه شده توسط آن‌ها، به منظور وارون‌سازی یک ماتریس کرنل بزرگ-مقیاس، به جای استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین^۴ از روش LSQR استفاده شده است که منجر به افزایش سرعت و هزینه محاسبات کمتر می‌شود. همچنین آن‌ها به منظور بهبود مدل‌های

^۱ Heterogeneity of the Leonora district
^۲ Normalized magnetic source strength data
^۳ Sparse equations
^۴ Singular value decomposition (SVD)

به دست آمده، ترکیبی از ماتریس وزن دهنده عمقی و قید فشردگی^۱ را در الگوریتم ارائه شده وارد کردند.

همان طور که در ادامه توضیح داده خواهد شد، قید گرادیان متقاطع را می توان تحت دو نوع فرمول-بندی متفاوت وارد مسأله کرد. در فرمول بندی اول با نام وارون سازی با شباهت ساختاری سخت^۲ تابع گرادیان متقاطع به صورت یک قید غیر خطی به فرآیند وارون سازی اعمال می شود. در فرمول بندی دوم با نام وارون سازی با شباهت ساختاری غیر سخت^۳ تابع گرادیان متقاطع به صورت یک جمله جریمه^۴ به تابع هدف وارد می شود. در هر سه مطالعه ذکر شده [فرگوسو و گالاردو، ۲۰۰۹؛ ژو و همکاران، ۲۰۱۵؛ ژولیده سر و همکاران، ۲۰۱۸] از فرمول بندی اول استفاده شده است. این در حالی است که از لحاظ فرآیند وارون سازی فرمول بندی دوم محبوب تر و پایدارتر می باشد [گالاردو و مجو، ۲۰۱۱؛ گراس، ۲۰۱۹]. به ویژه در مسائل بزرگ مقیاس فرمول بندی دوم به صورت پایدارتری قابل اعمال خواهد بود [گراس، ۲۰۱۹]. ما در این مطالعه به منظور بهبود نتایج از فرمول بندی دوم استفاده خواهیم کرد.

گراس [۲۰۱۹] وارون سازی هم زمان داده های گرانی و مغناطیس را با قید گرادیان متقاطع وزن داده شده انجام داد. او با وزن دهی محلی به تابع گرادیان متقاطع که منجر به توابع هبستگی مختلف (علاوه بر تابع گرادیان متقاطع) شد، سعی در برقراری تعادل بین جمله گرادیان متقاطع و جمله منظم ساز و در نتیجه بهبود نتایج کرد.

^۱ Compact constraint
^۱ Inversion for exact structural resemblance
^۲ Inversion with inexact structural resemblance
^۳ Penalty term

اخیراً ژانگ و وانگ [۲۰۲۰] یک الگوریتم با سرعت بالا جهت وارون سازی همزمان داده های گرانی-سنجی و مغناطیس سنجی با قید ساختاری ارائه کردند، که یک تابع هدف شامل جملات عدم برازش داده ها، پایدارساز تغییر کلی^۱ و قید گرادیان متقاطع است.

موارد ذکر شده در این بخش، تا به امروز مطالعات اصلی انجام شده در زمینه "وارون سازی همزمان داده های گرانی و مغناطیس با استفاده از قید گرادیان متقاطع" می باشند. چالش اصلی در الگوریتم های ارائه شده در این مطالعات جفت کردن تابع هدف داده های گرانی، تابع هدف داده های مغناطیس و جمله غیر خطی گرادیان متقاطع است. ما در این مطالعه از الگوریتمی متفاوت به طوری که نیاز به جفت کردن جملات تابع هدف نباشد، استفاده خواهیم کرد.

۷-۱ ضرورت انجام تحقیقی

وارون سازی همزمان داده های ژئوفیزیکی مختلف قادر است که ابهام ذاتی در وارون سازی جداگانه داده ها را تا حد زیادی کاهش دهد. در نبود یک رابطه مستقیم بین پارامترهای فیزیکی مختلف، روش معمول و پرکاربرد جهت انجام وارون سازی همزمان داده های ژئوفیزیکی استفاده از تابع گرادیان متقاطع به صورت یک قید ساختاری می باشد. چالش اصلی در این نوع وارون سازی ترکیب سیستم های وارون سازی ژئوفیزیکی مختلف با قید گرادیان متقاطع در یک سیستم وارون سازی واحد می باشد. زیرا این سیستم ها ممکن است در نمایش مدل، مدل سازی مستقیم، الگوریتم وارون سازی و مقدار عددی پارامترهای فیزیکی کاملاً متفاوت باشند. البته اضافه کردن جمله (جمله های) غیرخطی گرادیان متقاطع به سختی کار خواهد افزود. به عنوان مثال، همان طور که در مورکمپ و همکاران [۲۰۱۱] توضیح داده شده است، یک برهمکنش پیچیده بین جملات مختلف موجود در تابع هدف ترکیب شده (جملات عدم برازش

^۴ Total variation stabilizer

داده‌ها، جملات منظم‌ساز و جملات گرادیان متقاطع) وجود دارد. لذا ارائه الگوریتم یا استراتژی‌ای به منظور اجتناب از این چالش بسیار حائز اهمیت است.

به منظور اجتناب از مشکلات ناشی از اضافه کردن (جفت کردن) تابع هدف روش‌های مختلف ژئوفیزیکی و جمله غیر خطی گرادیان متقاطع در یک تابع هدف واحد، گا^۱ و ژانگ [۲۰۱۸] الگوریتمی ارائه کردند که در هر تکرار آن ابتدا وارون‌سازی جداگانه^۱ هر کدام از روش‌های ژئوفیزیکی انجام شده و نتایج آن‌ها در انتهای همان تکرار با کمینه کردن جمله گرادیان متقاطع تعدیل می‌شود. آن‌ها این الگوریتم را جهت وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های لرزه و مقاومت ویژه به کار بردند. تا به امروز از الگوریتم گا^۱ و ژانگ [۲۰۱۸] و یا الگوریتمی مشابه جهت وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس استفاده نشده است. به منظور اجتناب از جفت کردن تابع هدف داده‌های گرانی، تابع هدف داده‌های مغناطیس و جمله غیر خطی گرادیان متقاطع، نیاز به الگوریتمی جدید است و ما در این مطالعه از الگوریتمی متفاوت به طوری که نیاز به جفت کردن جملات تابع هدف نباشد، استفاده خواهیم کرد.

۸-۱ هدف مطالعه

هدف از این مطالعه، ساخت چند برنامه رایانه‌ای در محیط نرم افزار مطلب جهت انجام وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های گرانی و مغناطیسی با استفاده از قید گرادیان متقاطع می‌باشد. برنامه رایانه‌ای و الگوریتم ارائه شده به نحوی خواهد بود که با جدا کردن فرآیند وارون‌سازی داده‌های گرانی و مغناطیس از مشکلات ناشی از ترکیب تابع هدف روش‌های مختلف اجتناب می‌کند، به طوری که بتوان به راحتی روش‌های دیگر ژئوفیزیکی را جایگزین یکی از روشهای گرانی یا مغناطیس کرد.

^۱ Separate inversion

در ابتدا، برای هر کدام از روش‌های گرانی و مغناطیس‌سنجی، روش‌های وارون‌سازی جداگانه مختلفی ارائه و آزموده شد. سپس ترکیب‌های مختلفی از این روش‌های وارون‌سازی جداگانه مختلف، که در طول متن با عنوان سناریوهای مختلف یاد می‌شود، در الگوریتم وارون‌سازی هم‌زمان ارائه شده استفاده شد. در هر سناریو، انتخاب نوع وارون‌سازی جداگانه داده‌های گرانی و مغناطیس‌سنجی، بسته به هدف مطالعه و اطلاعات موجود می‌تواند انتخاب شود.

این پایان‌نامه شامل شش فصل می‌باشد. در فصل اول، همان‌طور که ملاحظه شد، کلیاتی در مورد روش‌های مختلف تفسیر کمی و کیفی داده‌های ژئوفیزیکی و ترکیب آنها ارائه شده است. در فصل دوم روش‌های مختلف برای وارون‌سازی هم‌زمان و به طور خاص جایگاه وارون‌سازی هم‌زمان با استفاده از قید گرادیان متقاطع مطرح شده است. در فصل سوم جایگاه روش‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی و به دنبال آن مبانی مدل‌سازی در این روش‌ها، مرور شده‌اند. شرح کاملی از الگوریتم و برنامه‌های رایانه‌ای ارائه شده، در فصل چهار ارائه شده است. در فصل پنجم ابتدا کارایی الگوریتم و برنامه‌های رایانه‌ای بر روی داده‌های مصنوعی آزموده شده و به دنبال آن وارون‌سازی داده‌های واقعی مربوط به منطقه آجی‌چای انجام شده است. در فصل ششم که فصل انتهایی این پایان‌نامه می‌باشد، نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی از این تحقیق به طور خلاصه ارائه شده است.

فصل ۲ روش های میدان پتانسیل - جایگاه، مبانی مدل سازی

۱-۲ جایگاه روش های میدان پتانسیل

۱-۱-۲ جایگاه گرانی سنجی

روش گرانی سنجی در ابتدا برای مکان یابی گنبد های نمکی در آمریکا و مکزیک و بعدها برای یافتن ساختار های زمین شناسی زیر سطحی از جمله طاقدیس ها در جنوب غرب آمریکا به کار می رفته است. امروزه نیز روش گرانی سنجی در شناسایی انواع مختلفی از ساختار های زیر سطحی که سهمی در تله انداختن مواد هیدروکربوری دارند به نحو مؤثری به کار برده می شود. اختلاف زیاد چگالی بین این ساختار های زیر سطحی و تشکیلات اطراف منجر به شناسایی آنها به وسیله روش گرانی سنجی می شود. به طوری که در بعضی موارد تنها به وسیله این روش می توان محل حفاری ها را معین نمود (دوبرین و ساویت، ۱۹۸۸).

در اکتشاف نفت در یک منطقه اکتشاف نشده که هیچ نوع اطلاعات زمین شناسی از آن موجود نمی باشد، اولین سؤالی که مطرح می باشد این است که آیا حوضه رسوبی به اندازه کافی بزرگ و ضخیم است یا نه؟ اگر شرایط زمین شناسی مناسب باشد به وسیله روش گرانی سنجی با سرعت نسبتاً زیاد و هزینه کم می توان اطلاعات مفیدی را در این مورد به دست آورد. دانسیته غالب سنگ های رسوبی کمتر از پی سنگ می باشد. بنابراین به کمک روش گرانی سنجی می توان مرز بین آنها و در نتیجه ضخامت کل سنگ های رسوبی را مشخص کرد. روش گرانی سنجی را معمولاً می توان در کنار روش های لرزه ای با هزینه ای به مراتب کمتر انجام داد. ترکیب اطلاعات حاصله از کارهای لرزه ای و گرانی سنجی می تواند در تعیین وضعیت و موقعیت ساختار های زمین شناسی مورد نظر بسیار مفید واقع شود (دوبرین و ساویت، ۱۹۸۸).

۲-۱-۲ جایگاه مغناطیس سنجی

مغناطیس‌سنجی قدیمی‌ترین شاخه ژئوفیزیک و عملاً سرآغازی بر ژئوفیزیک کاربردی است. پیشرفت اکتشافات مغناطیس‌سنجی عمده‌تاً با روی کار آمدن روش‌های هوابرد در زمان جنگ جهانی دوم آغاز گردید. هم‌اکنون با پیشرفت‌های به دست آمده در زمینه‌های مختلف از جمله در ساخت دستگاه‌ها، جهت‌یابی دقیق و در انجام تصحیحات، می‌توان ساختارهای پوسته زمین را به طور کامل و در مقیاس‌های مختلف، از یک سنگ بستر با شدت مغناطیسی زیاد در مقیاس منطقه‌ای، تا همبری‌های رسوبی با شدت‌های خیلی پایین در مقیاس محلی به نقشه در آورد (ورفی نژاد، ۱۳۹۹). روشهای پردازش، نمایش و تفسیر داده‌ها نیز با پیشرفت رایانه‌های ارزان قیمت و با کاربری بالا، پیشرفت قابل ملاحظه‌ای داشته‌اند.

روش مغناطیس‌سنجی، یک ابزار اکتشافی اولیه در پیجویی کانی‌ها به شمار می‌رود. در عرصه‌های دیگر استفاده از روش مغناطیس‌سنجی از کاربردهای متداولی چون به نقشه در آوردن ساختار سنگ بستر، به طیف وسیع‌تری از کاربردها گسترش پیدا کرده است که از آن جمله می‌توان به تعیین موقعیت گنبد‌های نمکی در محیط‌های رسوبی، آشکار ساختن همبری‌های سنگ شناسی پنهان و در نهایت مدل‌سازی ساختارهای مورد نظر به وسیله وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی اشاره نمود. این کاربردهای جدید، موجب گسترش استفاده از این روش در زمینه‌هایی چون اکتشافات منابع معدنی، نفت و گاز، منابع زمین‌گرمایی، آب‌های زیرزمینی و همین طور اهداف دیگری مانند ارزیابی بلایای طبیعی، تعیین محل برخورد شهاب سنگها و مطالعات مهندسی و زیست محیطی گردیده است [نبیقیان و همکاران، ۲۰۰۵].

۲-۲ چگالی و خودپذیری مغناطیسی سنگ ها و کانی ها

روش‌های ژئوفیزیکی براساس مطالعه خصوصیات میدان‌های فیزیکی قابل انتشار در داخل زمین بنیان نهاده شده‌اند که مهمترین این میدان‌ها عبارتند از گرانی، مغناطیسی، الکترومغناطیسی و میدان‌های

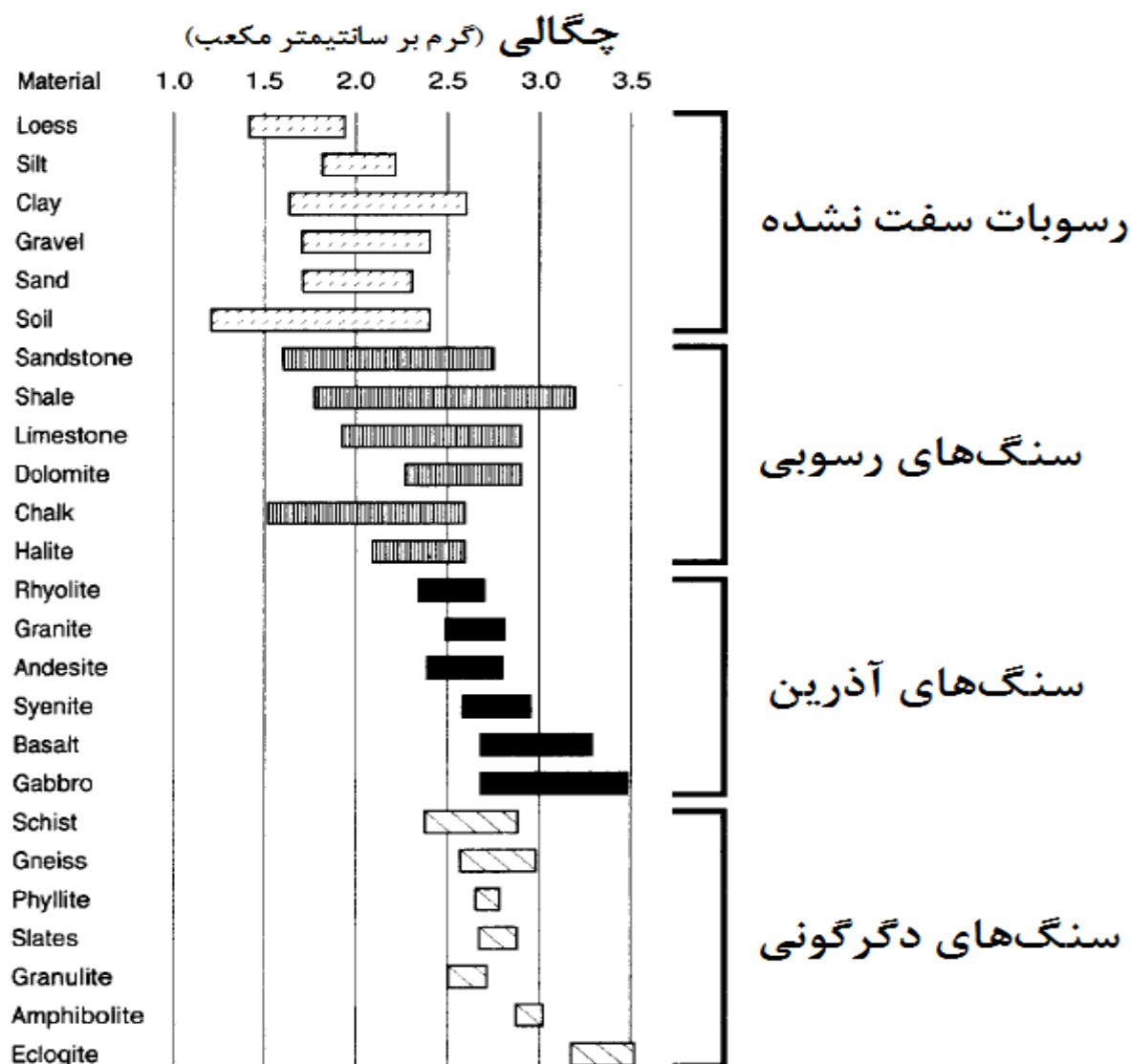
امواج لرزه‌ای. مقادیر مشاهده‌ای مربوط به هر یک از این میدان‌ها بستگی به ویژگی‌های فیزیکی سنگ-های دربرگیرنده منطقه مورد مطالعه دارد. در روش‌های گرانی‌سنجی و مغناطیسی این خصوصیات به ترتیب عبارتند از چگالی و خودپذیری مغناطیسی. بنابراین شایسته است که مروری بر مقدار و اندازه این کمیت‌ها در سنگ‌ها و کانی‌های مختلف شود.

۲-۲-۱ چگالی

سنگ‌های رسوبی به طور متوسط دارای چگالی‌های کمتر از سنگ‌های آذرین و دگرگونی هستند. در میان سنگ‌های رسوبی کمترین چگالی را کنگلومرا و ماسه‌سنگ دارند و پس از آنها به ترتیب شیل، سنگ‌آهک و دولومیت قرار دارند. دولومیت و شیل از لحاظ چگالی، یکنواخت‌ترین انواع سنگ‌ها می‌باشند. در سنگ‌های رسوبی گستره‌ی چگالی تقریباً بین ۱.۵ تا ۳.۰ گرم بر سانتیمتر مکعب است که این عموماً به دلیل تغییرات تخلخل در این نوع سنگ‌ها می‌باشد.

سنگ‌های آذرین به طور متوسط چگالت‌ر از سنگ‌های رسوبی هستند. در میان سنگ‌های آتشفشانی، گدازه چگالی به نسبت کمی دارد در حالی که سنگ‌های نفوذی چگالی بیشتری دارند. عموماً سنگ‌های آذرین بازی از انواع اسیدی چگالت‌ر هستند. تخلخل که در تعیین چگالی سنگ‌های رسوبی بسیار مؤثر است، اهمیت چندانی در سنگ‌های آذرین و دگرگونی ندارد.

در مورد سنگ‌های دگرگونی یک قانون کلی وجود دارد. به طور معمول چگالی با درجه‌ی دگرگونی رابطه مستقیم دارد و با افزایش درجه‌ی دگرگونی، چگالی نیز افزایش می‌یابد، زیرا این فرآیند باعث پر شدن فضا‌های خالی و تبلور مجدد سنگ به نوع چگالت‌ر می‌شود. نظیر سنگ‌های آذرین، معمولاً چگالی انواع سنگ‌های دگرگونی با کم شدن خاصیت اسیدی افزایش می‌یابد. در نمودار زیر مقایسه‌ای بین مقادیر چگالی در سنگ‌های مختلف آمده است [رینولدز، ۱۹۹۷].



شکل ۱-۲. مقایسه چگالی در سنگ های مختلف (رینولدز ۱۹۹۷)

۲-۲-۲ خودپذیری مغناطیسی

آن دسته از کانی‌ها که دارای خودپذیری منفی هستند دیامغناطیس^۱ و آنهایی که دارای خودپذیری مثبت هستند پارامغناطیس^۲ نامیده می‌شوند. به عبارت دیگر، در کانی‌های دیامغناطیس میدان مغناطیسی القایی^۳ باعث کاهش میدان اعمالی خارجی شده در کانی‌های پارامغناطیس این میدان باعث

^۱ Diamagnetic

^۲ Paramagnetic

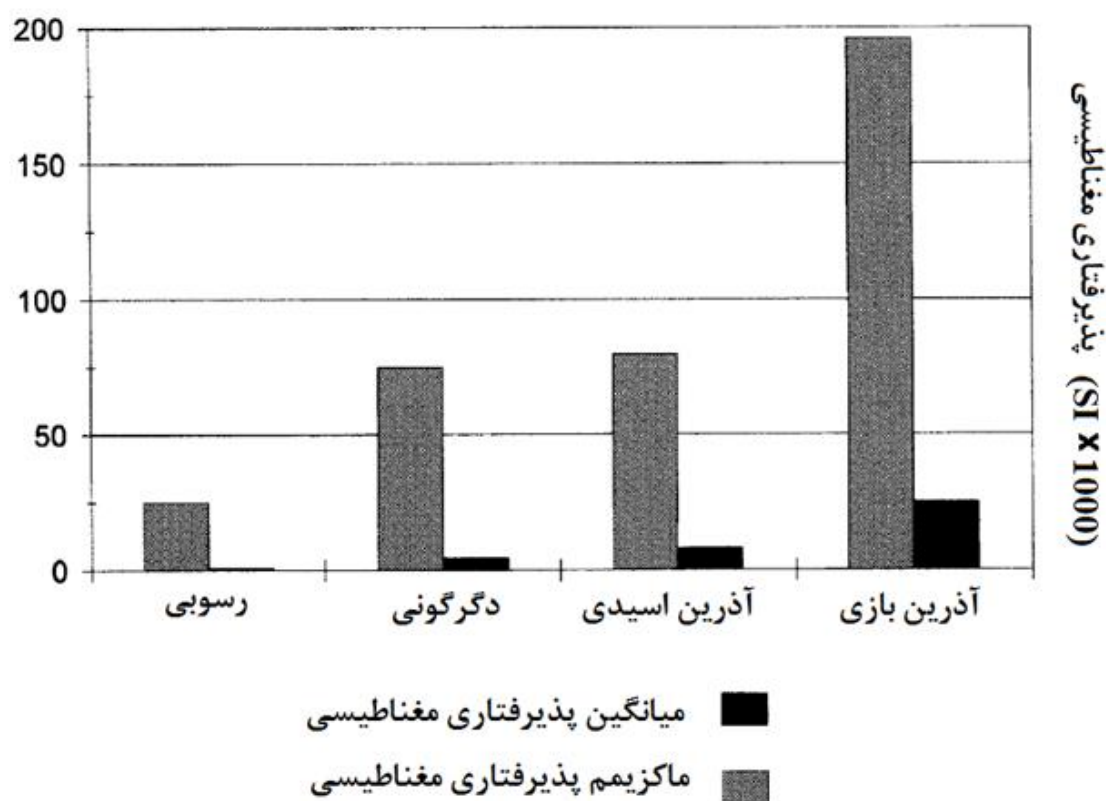
^۳ Induced magnetic

افزایش برآیند دو میدان می‌گردد. بیشتر کانی‌های موجود در طبیعت رفتاری شبیه به دیامغناطیس و پارامغناطیس‌ها دارند، این رفتارها تا حدود زیادی بستگی به وضعیت چرخش الکترون‌های درون اتم‌های مختلف دارد که باعث قرارگیری آنها در جهت و یا خلاف جهت میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده می‌گردد و این میدان می‌تواند میدان مغناطیسی زمین باشد. تعداد کمی از کانی‌های موجود در طبیعت فرومغناطیس^۱ هستند که این کانی‌ها دارای یک قطبش مغناطیسی چگال بوده و این رفتار زمانی واقع می‌شود که گروه‌های بزرگی از اتم‌ها که حوضه‌های مغناطیسی را تشکیل می‌دهند در یک جهت ذاتی قرار گرفته باشند و باعث افزایش میدان مغناطیسی خارجی گردند. مهمترین این کانی‌ها، مگنتیت^۲ بوده و معمولاً در بیشتر موارد خودپذیری مغناطیسی سنگ‌ها با محتوای مگنتیت آنها سنجیده می‌شود. خودپذیری کانی‌های فرومغناطیسی می‌تواند به بزرگی ۱۰^۵ نیز برسد، براین اساس، این کانی‌ها میدان مغناطیسی را بسیار افزایش می‌دهند و وجود آنها در طبیعت اکثراً با کانسارهای معدنی در رابطه است و به همین دلیل، بی‌هنجاری‌های مغناطیسی نشانگرهای خوبی برای ذخایر معدنی می‌باشند.

به طور کلی سنگ‌های آذرین نسبت به سنگ‌های رسوبی دارای خودپذیری مغناطیسی بالاتری بوده و چنانچه در یک منطقه رسوبات را بر روی یک بستر آذرین داشته باشیم روش مغناطیس جهت تفسیر و مدل‌سازی به خوبی جواب‌گو خواهد بود. در زیر نموداری جهت مقایسه مقادیر مختلف از خودپذیری مغناطیسی سنگ‌ها آمده است [رینولدز، ۱۹۹۷].

^۱Ferromagnetic

^۲Magnetit



شکل ۲-۲. مقایسه خودپذیری مغناطیسی در سنگ های مختلف (تلفورد، ۱۹۹۴)

۲-۲ پارامترسازی

داده‌های صحرایی میدان پتانسیل در صورت عدم وجود نوفه سیستماتیک، بیش از هر چیز از تغییرات خواص فیزیکی از قبیل چگالی و خودپذیری مغناطیسی مواد زیرسطحی تأثیر می‌پذیرد. در هر مطالعه‌ی ژئوفیزیکی دست‌کم یک مدل ریاضی از فیزیک سیستم‌های مورد مطالعه مفروض است که بتواند داده‌های مشاهده‌ای ناشی از یک ساختار زمین‌شناسی خاص را تولید کند [اسکیلز و اشنایدر، ۲۰۰۰؛ جولائی، ۱۳۹۹]. بازسازی ساختارها و منابع درون زمین بر اساس داده‌های ژئوفیزیکی اصلی‌ترین مساله حوزه مدل‌سازی است.

نخستین گام در مدل‌سازی‌های وارون وجود راه‌حل مسأله پیشرو است [بلیکلی، ۱۹۹۶]. در ادامه این فصل مدل‌های استفاده شده جهت حل مسائل پیشرو گرانی و مغناطیس بیان شده است. در بخش

پایانی این فصل روش‌های مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل با جزئیات بیشتر ارائه شده است.

پارامترسازی و بلوک‌بندی فضای مدل نقش مهمی در اغلب مطالعات ژئوفیزیکی به‌ویژه در وارون-سازی داده‌های میدان پتانسیل دارد [بارهن و همکاران، ۲۰۰۰]. تقسیم فضای مدل به فضایی با ابعاد متناهی که اغلب به صورت بردار مفروض m بعدی نمایش داده می‌شود، یکی از اساسی‌ترین و حساس-ترین مراحل در فرمولاسیون مسأله است. به‌گونه‌ای که مراحل بعدی فرآیند وارون‌سازی از قبیل منظم-سازی^۱ و بهینه‌سازی به‌شدت تحت تأثیر روش تقسیم‌بندی فضای مدل^۲ قرار خواهند داشت [بارهن و همکاران ۲۰۰۰، تولستوی و همکاران ۱۹۹۱].

در این میان مسأله تعیین مقیاس مناسب و بهینه برای بلوک‌بندی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. حساسیت این انتخاب به اندازه‌ای است که مسائلی از قبیل فروبرآورد^۳ یا فرابرآورد^۴ بودن و بدحالتی مسأله نیز در بسیاری موارد به‌وضوح تحت تأثیر مقیاس بلوک‌بندی مدل می‌باشد [اشنایدر ۱۹۹۱، مجو ۱۹۹۴، استر ۲۰۱۳].

نوع بلوک‌بندی فضای مدل تحت تأثیر روش حل پیشروئی است که برای ارتباط داده‌ها و فضای مدل در نظر گرفته شده است و بر اساس خطی یا غیرخطی بودن، دو بعدی یا سه بعدی بودن مدل‌سازی متفاوت خواهد بود. در مطالعه حاضر، که یک مطالعه دوبعدی می‌باشد، فضای مدل عبارت از گریدی است که از منشورهای قائم راست‌گوشه دوبعدی که هر کدام چگالی و خودپذیری مغناطیسی ثابت و مستقلی دارند، تشکیل شده است.

تا به امروز روش‌های گوناگونی برای مدل‌سازی پیشرو داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی ارائه شده است. در این تحقیق به منظور مدل‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی، مرسوم‌ترین و

۱ Regularization

۲ Model discretization

۳ Underdetermine

۴ Overdetermine

پرباربردترین روش‌های مدل‌سازی پیشرو دو بعدی مورد استفاده قرار گرفت. شرح اصول کلی و عملکرد روش‌های مزبور در ادامه آمده است.

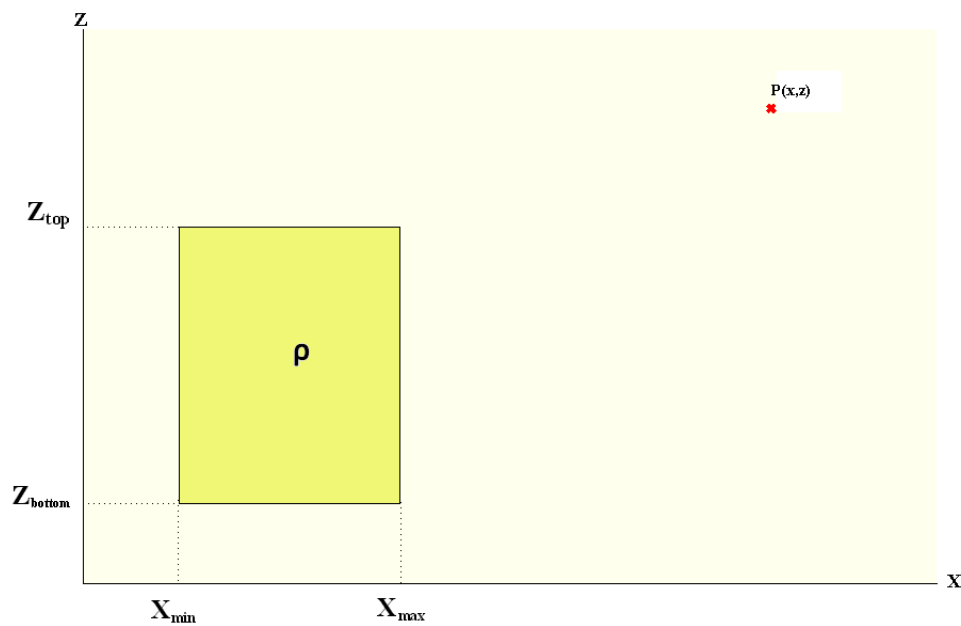
۲-۴ حل مسأله پیشرو در گرانی سنجی و مغناطیس سنجی

مدل‌سازی دو بعدی روشی بسیار مرسوم است، که از داده‌های یک یا چند پروفیل برای مدل‌سازی استفاده می‌کنند. بدین ترتیب می‌توان مقطع دو بعدی فضای مدل را به عنوان مثال با منشورهای قائم راست‌گوشه مدل نمود. بر همین اساس برای محاسبه شتاب گرانش منشورهای قائم در فضای اطراف آن‌ها، مدل‌های ریاضی متعددی ارائه شده است.

در این مطالعه شتاب گرانش ناشی از یک منشور قائم دو بعدی با چگالی ثابت (شکل ۲-۳)، که در فرآیند مدل‌سازی دو بعدی داده‌های گرانی‌سنجی استفاده می‌شود، بر اساس رابطه زیر محاسبه می‌گردد [تلفورد و همکاران، ۱۹۹۰].

$$F_{ij} = F(x, z, x_m, x_M, Z_{top}, Z_{bottom}, \rho)$$

$$= G\rho \left[A \cdot \ln \frac{A^2 + D^2}{A^2 + C^2} - B \cdot \ln \frac{B^2 + D^2}{B^2 + C^2} - 2C \left(\tan^{-1} \frac{A}{C} - \tan^{-1} \frac{B}{C} \right) + 2D \left(\tan^{-1} \frac{A}{D} - \tan^{-1} \frac{B}{D} \right) \right] \quad ۱-۲$$



شکل ۲-۳. تصویر شماتیک منشور قائم دو بعدی با چگالی ثابت ρ و نقطه اندازه گیری (P) [پالرو و همکاران ۲۰۱۵].
در رابطه ۲-۱ پارامتر F_{ij} شتاب گرانی بلوک زام در نقطه λ_m ؛ و پارامتر G نیز ثابت گرانش^۱ نامیده می‌شود و برابر با $۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱}$ نیوتن در مجذور متر بر مجذور کیلوگرم است. نحوه محاسبه پارامترهای A ، B ، C و D در رابطه ۲-۲ ارائه شده است.

$$\begin{aligned} A &= x - x_m, B = x - x_M \\ C &= Z - Z_{top}, D = Z - Z_{bottom} \end{aligned} \quad 2-2$$

با فرض گسسته‌سازی زیر سطح زمین (فضای مدل) به تعدادی منشور قائم دو بعدی راست‌گوشه با خودپذیری مغناطیسی ثابت در هر منشور (شکل ۲-۴)، پاسخ پیشرو از رابطه زیر به دست می‌آید (بلیکلی، ۱۹۹۶).

$$d_i = \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^4 (\hat{f}_x B_x^l + \hat{f}_z B_z^l)_j \quad 3-2$$

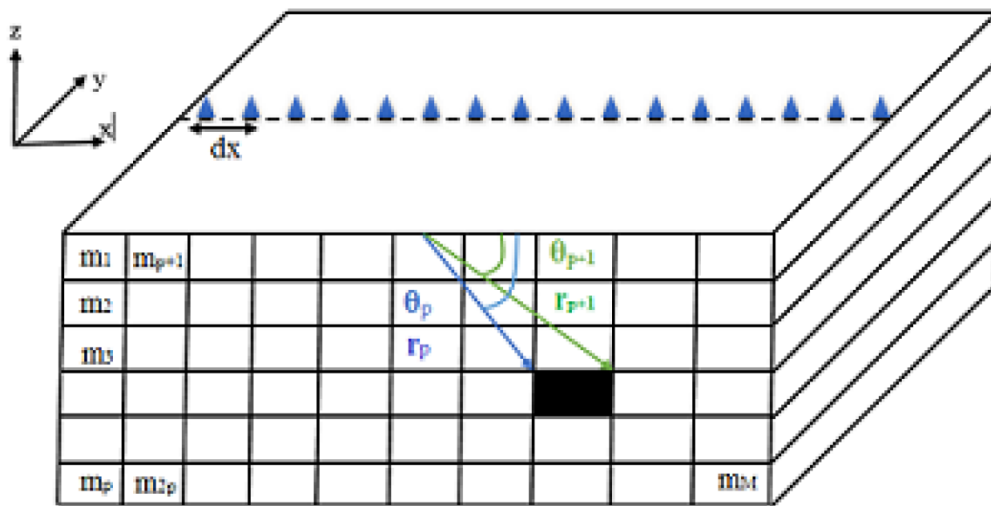
1 Gravitational constant

که در آن d_i پاسخ مغناطیسی در نقطه i ام، $\hat{f}_x$ و $\hat{f}_z$ کسینوس‌های هادی (مولفه‌های واحد) میدان ژئومغناطیسی و B_x^l و B_z^l به ترتیب مولفه‌های افقی و قائم پاسخ مغناطیسی ناشی از منشور در نقطه محاسبه می‌باشند و به صورت زیر محاسبه می‌شوند (بلیکلی ۱۹۹۶).

$$B_x = -2C_m(M \cdot \hat{n})[\hat{s}_x \log\left(\frac{r_{p+1}}{r_p}\right) - \hat{s}_z(\theta_p - \theta_{p+1})] \quad \text{۴-۲}$$

$$B_z = -2C_m(M \cdot \hat{n})[\hat{s}_z \log\left(\frac{r_{p+1}}{r_p}\right) - \hat{s}_x(\theta_p - \theta_{p+1})] \quad \text{۵-۲}$$

در شکل ۴-۲ برای دو رأس از چهار رأس منشور قائم تحت بررسی نشان داده شده‌اند، M بردار مغناطش، $\hat{n}$ بردار یکه عمود بر هر سلول است (در این شکل در جهت بردار y)، $\hat{s}_x =$ $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$ و $\hat{s}_z = \frac{z_{p+1}-z_p}{|z_{p+1}-z_p|} \cdot \frac{x_{p+1}-x_p}{|x_{p+1}-x_p|}$ در سیستم واحدهای SI می‌باشد.



شکل ۴-۲. پارامترسازی دو بعدی فضای مدل با استفاده از منشورهای قائم راست گوشه (ورفی نژاد و همکاران ۲۰۲۰). هر دو معادله ارائه شده برای مسائل پیشرو گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی، به ترتیب روابط ۱-۲ و ۳-۲، را می‌توان به صورت ماتریسی زیر نوشت:

$$d = Gm + e$$

۶-۲

که در آن G ماتریس عملگر پیشرو، m بردار پارامترهای مدل (که در مورد گرانی سنجی عبارت است از چگالی منشورهای قائم و در مورد مغناطیس سنجی عبارت است از خودپذیری مغناطیسی منشورهای قائم)، d بردار داده‌ها و e بردار نوفه یا خطا است.

فصل ۳ : وارون سازی هم زمان با استفاده از قید کرا دیان متقاطع

۱-۳ قید گرادیان متقاطع

همانگونه که قبلاً ذکر شد، هنگامی که بین پارامترهای فیزیکی روش‌های ژئوفیزیکی مختلف ارتباط مستقیمی (تحلیلی یا تجربی) برقرار نباشد، می‌توان با اعمال قید ساختاری مدل‌هایی را به دست آورد که با همدیگر انطباق هندسی خوبی داشته باشند. در ابتدا برای تفاوت ساختاری بین تصویرهای مختلف ژئوفیزیکی، رابطه زیر ارائه شد (گالاردو و مجو، ۲۰۰۴):

$$\theta(x, y, z) = \left(\frac{\nabla m_1(x, y, z) \cdot \nabla m_2(x, y, z)}{|\nabla m_1(x, y, z)| |\nabla m_2(x, y, z)|} \right) \quad ۱-۳$$

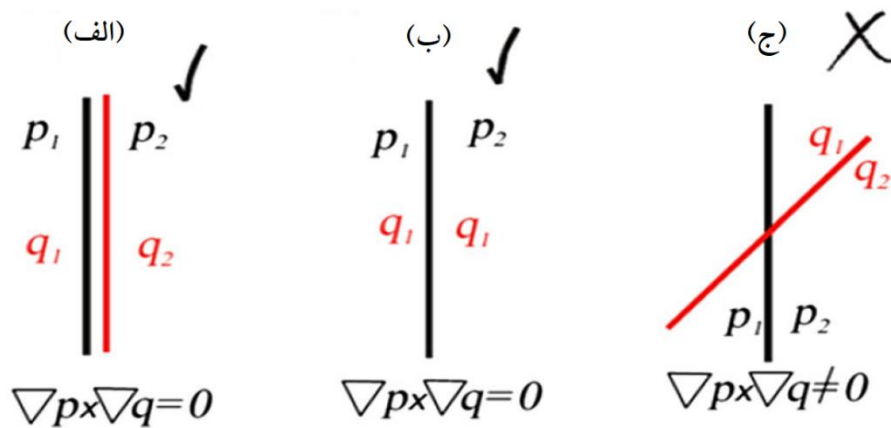
که در آن ∇m_1 و ∇m_2 به ترتیب عبارت از گرادیان پارامترهای فیزیکی m_1 و m_2 هستند. برای داشتن بیشترین شباهت ساختاری در هر نقطه (x, y, z) از فضای مدل، بایستی مقدار تابع $\theta(x, y, z)$ در آن نقطه حداکثر، یعنی یک، شود. طبق رابطه **Error! Reference source not found.** ۱-۳ در جاهایی که ∇m_1 و ∇m_2 صفر هستند، مخرج تابع صفر بوده و تکینگی خواهیم داشت.

بر همین اساس تابع گرادیان متقاطع توسط گالاردو و مجو [۲۰۰۳] ارائه شد.

$$\tau(x, y, z) = \nabla m_1(x, y, z) \times \nabla m_2(x, y, z) \quad ۲-۳$$

این تابع مشکلات ناپیوستگی و تکینگی تابع $\theta(x, y, z)$ را ندارد. تابع گرادیان متقاطع که تلاش به موازی کردن جهت تغییر پارامترهای مدل (بدون در نظر گرفتن مقدار پارامترهای مدل یا مقدار تغییر در آن‌ها) را دارد، از لحاظ ساختاری منجر به تصاویری مشابه از زیر سطح زمین خواهد شد. در هر نقطه از فضای مدل، ضرب خارجی گرادیان‌های (تغییرات) پارامترهای فیزیکی شباهت ساختاری (هندسی)

آنها را در آن نقطه تعریف می‌کند و قید گرادیان متقاطع این ضرب خارجی را کمینه می‌کند. در واقع صفر بودن این حاصلضرب برداری بیان‌کننده آن است که تغییر فضایی در دو مدل ژئوفیزیکی متفاوت، مستقل از دامنه آنها، باید در یک امتداد باشند، یعنی دو بردار تغییرات بایستی هم‌راستا باشند. این هم‌راستایی منجر به مرزهای زمین‌شناسی مشابه می‌شود. شکل ۱-۳ جزئیات هندسی از مفهوم ضرب برداری گرادیان‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۳. مقدار تابع گرادیان متقاطع در مرزهای مختلف (ژولیده سر و همکاران ۲۰۱۸)

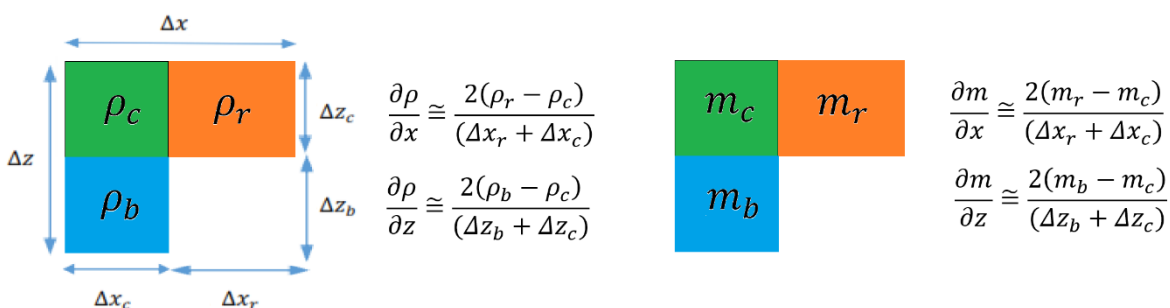
همانطور که قبلاً ذکر شد، فضای مدل در این مطالعه به منشورهای قائم راست گوشه دو بعدی، هر کدام با پارامتر فیزیکی (چگالی و خودپذیری مغناطیسی) ثابت و مستقل، تقسیم می‌شود. چنانچه p و q در شکل ۱-۳ نشان‌دهنده مقادیر این دو پارامتر فیزیکی در دو منشور مجاور باشد، خطوط سیاه و قرمز نشان‌دهنده تغییر در این پارامترهای فیزیکی است، به عبارت دیگر این خطوط مرز را نشان می‌دهند. سه حالت اتفاق می‌افتد. شکل ۱-۳ (الف): مقدار گرادیان متقاطع صفر بوده و این مرزها موازی هستند. شکل ۱-۳ (ب): از آنجا که یکی از پارامترها تغییر نمی‌کند مقدار گرادیان صفر بوده، مقدار گرادیان متقاطع نیز صفر است و لذا قید گرادیان متقاطع تاثیری رو این قسمت از فضای مدل ندارد. شکل ۱-۳ (ج): جهت تغییر در پارامترهای فیزیکی (جهت گرادیان‌ها) یکی نیست و لذا تابع گرادیان متقاطع مقدار دارد.

در مطالعه حاضر که ارائه یک روش وارون سازی همزمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی با استفاده از قید گرادیان متقاطع است، نمادهای ρ و m اشاره به پارامترهای چگالی و خودپذیری مغناطیسی می کنند. با این نمادگذاری، فرم دو بعدی معادله ۳-۲ در هر نقطه از فضای مدل به صورت زیر خواهد بود.

$$\tau = \left(\frac{\partial m}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right) - \left(\frac{\partial m}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial \rho}{\partial z}\right) \quad 3-3$$

مجموع متناسب با پارامترسازی و گسسته سازی فضای مدل، نیاز به فرم گسسته تابع گرادیان متقاطع و مشتق آن داریم. فرمت گسسته تابع گرادیان متقاطع و مشتق آن با استفاده از سه منشور نشان داده شده در شکل ۳-۲. **Error! Reference source not found.** به صورت زیر خواهد بود [گالاردو و مجو، ۲۰۰۴]:

$$\tau = \frac{4}{\Delta x \Delta z} [\rho_c(m_b - m_r) + \rho_r(m_c - m_b) + \rho_b(m_r - m_c)] \quad 4-3$$



شکل ۳-۲. مولفه های گسسته تابع گرادیان متقاطع [گالاردو و مجو ۲۰۰۳]

بعضی از ویژگی های گرادیان متقاطع که آن را برای محاسبه شباهت مدل های مختلف مناسب می -

کند، عبارتند از [گالاردو و مجو، ۲۰۰۴؛ ورفی نژاد، ۱۳۹۹]:

أ. به شکل کمی قابل بیان است: تابع گرادیان متقاطع به وسیله حاصل ضرب برداری تغییرات

پارامترهای فیزیکی مختلف محاسبه شده است و به هر نقطه از فضای مدل یک بردار (در

مدل سازی سه بعدی) و یا یک مقدار (در مدل سازی دو بعدی) نسبت داده می شود. اندازه این بردار در هر نقطه نشان دهنده تفاوت در جهت تغییرات پارامترهای فیزیکی دو مدل در آن نقطه است. هر قدر که اندازه این تابع بزرگتر باشد شباهت ساختاری کمتری بین دو مدل به دست آمده وجود خواهد داشت.

ب. دارای دستور العملی مشخص و هدفمند است: تنها در صورتی که بین دو مدل مفروض شباهت ساختاری کاملی وجود داشته باشد، مقدار این تابع صفر خواهد شد (اگر دو ویژگی در یک مکان یکسان تغییر کنند می بایست در یک جهت یکسان نیز تغییر کنند).

ج. تعمیم پذیر است: تابع گرادیان متقاطع به صورت ریاضی تعریف می شود و شامل هیچگونه فرض ژئوفیزیکی نمی باشد. به همین دلیل مستقل از پارامترهای ژئوفیزیکی مورد بررسی، دستگاه مختصات، پارامتر بندی مدل، روش های ژئوفیزیکی مورد استفاده و غیره می تواند برای محاسبه شباهت ساختاری بین هر جفت از مدل ها و حتی تصاویر غیر ژئوفیزیکی به کار برده شود.

د. ساده است: شکل ریاضی تابع ضرب برداری گرادیانها ساده است و همچنین مشکل ناپیوستگی و تکینگی تابع زاویه ای را نخواهد داشت. این تابع به عنوان یک تابع مرتبه دوم با روش حل کمترین مربعات سازگار است. در حال که تابع زاویه ای در جاهایی که گرادیان هر یک از مدلها صفر شود دارای تکینگی است.

با توجه به اهمیت علمی و عملی تابع گرادیان متقاطع در وارون سازی هم زمان داده های ژئوفیزیک، مبدعین این روش (گالاردو و مجو)، جایزه SEG Reginald Fessenden را در سال ۲۰۱۹ دریافت کردند. تا آن زمان بیش از ۸۰۰ ارجاع به ۲۲ مقاله ایشان داده شده بود، از این روش به وفور در کاربردهای صنعتی نیز استفاده می شود.

۲-۳ اجرای وارون سازی هم زمان

به منظور به دست آوردن دو مدل ژئوفیزیکی که از لحاظ ساختاری شبیه به هم بوده و هم زمان برازش خوبی در داده های متناظرشان دیده شود، وارون سازی هم زمان با قید گرادیان متقاطع انجام می شود.

۱-۲-۳ پیکره اصلی الگوریتم

جهت وارد کردن قید ساختاری گرادیان متقاطع، دو فرمول بندی متفاوت توسط گالاردو و مجو [۲۰۱۱] ارائه شد. در فرمول بندی اول با نام وارون سازی با شباهت ساختاری سخت^۱ تابع گرادیان متقاطع به صورت یک قید غیر خطی به فرآیند وارون سازی اعمال می شود. در فرمول بندی دوم با نام وارون سازی با شباهت ساختاری غیر سخت^۲ تابع گرادیان متقاطع به صورت یک جمله جریمه^۳ به تابع هدف وارد می شود. ما در این مطالعه از فرمول بندی دوم استفاده می کنیم که روشی محبوب تر و از لحاظ فرآیند وارون سازی پایدارتر [گالاردو و مجو، ۲۰۱۱؛ گراس، ۲۰۱۹] می باشد.

همانطور که در بخش ۱-۳ توضیح داده شد، بردار گرادیان متقاطع در هر نقطه (x, y, z) از فضا به صورت زیر به دست می آید.

$$\tau(\rho, m) = \nabla \rho(x, y, z) \times \nabla m(x, y, z) \quad ۵-۳$$

به طوری که ρ و m به ترتیب به مقادیر چگالی و مغناطش در نقطه (x, y, z) اشاره می کنند و ∇ عبارت از عملگر گرادیان است. در حالت دو بعدی، بردار گرادیان متقاطع تبدیل به یک کمیت نرده ای $\tau(\rho, m)$ می شود.

^۱ Inversion for exact structural resemblance
^۲ Inversion with inexact structural resemblance
^۳ penalty term

به طور معمول، مقادیر گرادیان متقاطع برای تمام فضای مدل (اندازه کمیت $\tau(\rho, m)$ برای هر کدام از منشورها)، به عنوان یک جمله جریمه به تابع هدف کلی اضافه می‌شود. تابع هدف کلی شامل سه جمله اصلی می‌باشد. تابع هدف داده‌های گرانی‌سنجی، $\phi_1(\rho)$ ، تابع هدف داده‌های مغناطیس، $\phi_2(m)$ و نرمی از جمله غیر خطی گرادیان متقاطع، $\chi(\rho, m)$.

$$\Psi(\rho, m) = \phi_1(\rho) + \phi_2(m) + \chi(\rho, m) \quad ۶-۳$$

در این رابطه زیرنویس‌های ۱ و ۲ به ترتیب اشاره به داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس دارند، و نمادهای ρ و m اشاره به بردار پارامترهای چگالی و مغناطش دارند.

توجه شود که تابع هدف کلی Ψ در رابطه ۶-۳ بدون ضرایب وزنی لازم برای برقراری تعادل بین جملات مختلف آن نمایش داده شده است. از آنجا که در این مطالعه، این جملات از یکدیگر مجزا می‌شوند، در این مرحله نیازی به این وزن‌ها نیست. توضیح مفصلی در مورد وارون‌سازی جداگانه داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی، یعنی کمینه کردن جملات $\phi_1(\rho)$ و $\phi_2(m)$ در بخش ۲-۲-۳ آورده خواهد شد. توجه شود که هر دوی این جملات شامل زیر جمله‌های عدم برازش داده‌ها و نرم پارامترهای مدل می‌شوند.

روش معمول در این نوع وارون‌سازی کمینه کردن رابطه پیچیده ۶-۳ در یک سیستم وارون‌سازی واحد می‌باشد. اما در این مطالعه با جداکردن^۱ و کمینه کردن جداگانه سه جمله موجود در این رابطه سعی بر این است که از چالش‌های موجود در ترکیب کردن این سه جمله (به خصوص جمله غیر خطی گرادیان متقاطع) اجتناب شود. در هر تکرار از فرآیند وارون‌سازی، مثلاً k امین تکرار، ابتدا هر کدام از

^۱ Decoupling

تغییرات در پارامترهای مدل^۱ $\Delta \rho_k$ و Δm_k به صورت مستقل به دست می‌آیند (وارون‌سازی‌های جداگانه که $\Delta \rho_k$ و Δm_k را به دست می‌دهند، بعداً در بخش ۳-۲-۲ بحث خواهند شد).

سپس این تغییر در پارامترهای مدل به صورت یک قید در فرآیند وارون‌سازی جمله گرادیان متقاطع در همان k امین تکرار استفاده می‌شوند. بنابراین، در تکرار k ام، سیستم وارون‌سازی جهت ترکیب کردن دو روش از طریق کمینه کردن گرادیان متقاطع به صورت زیر خواهد بود [اقتباس از گاو و ژانگ، ۲۰۱۸]:

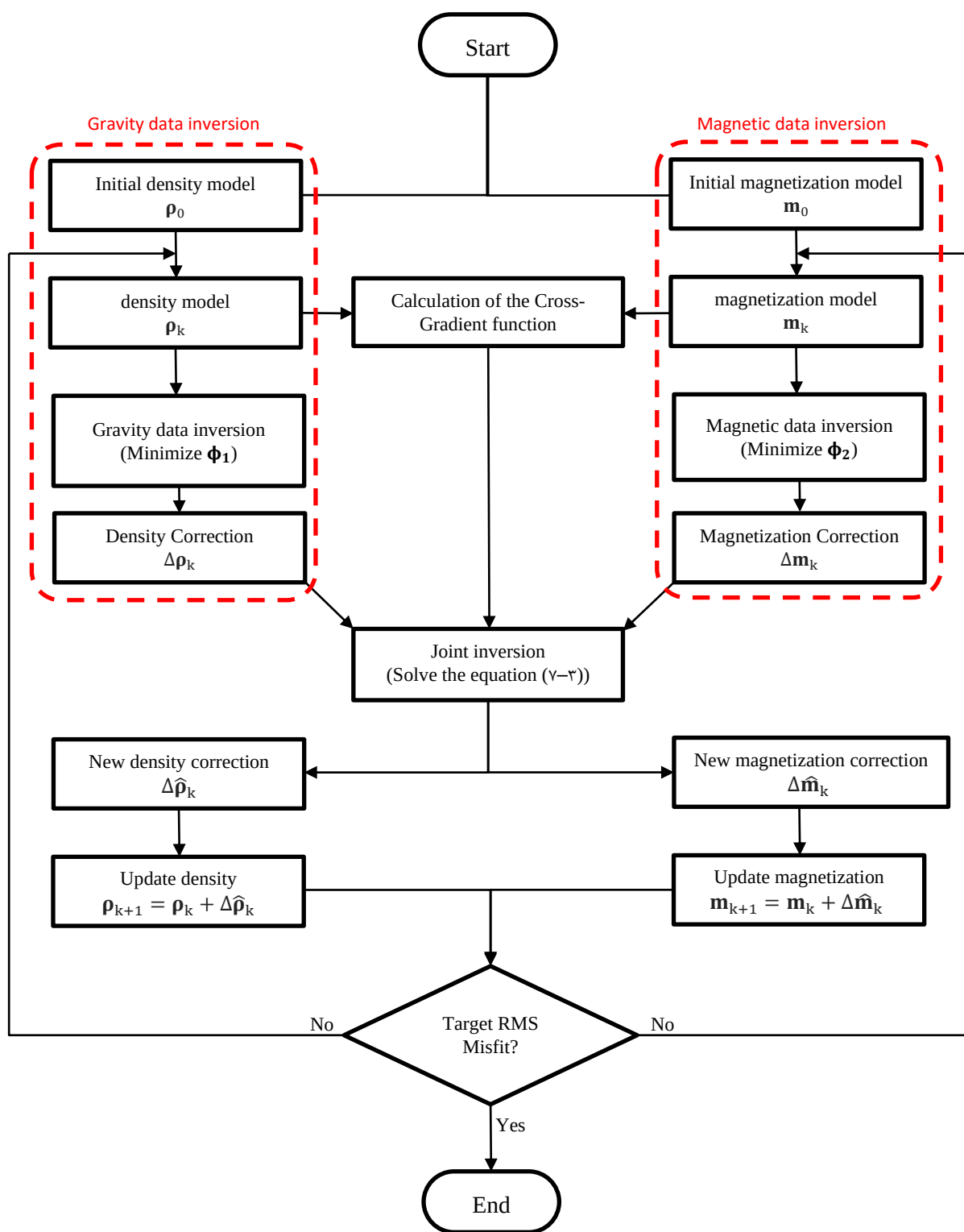
$$\begin{bmatrix} w_1 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & w_2 \mathbf{I} \\ w_t \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \boldsymbol{\rho}} & w_t \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \mathbf{m}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\boldsymbol{\rho}}_k \\ \Delta \hat{\mathbf{m}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \Delta \boldsymbol{\rho}_k \\ w_2 \Delta \mathbf{m}_k \\ -w_t \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} \quad \text{۷-۳}$$

در این رابطه، w_1 عبارت است از وزن متناظر با تغییر در پارامترهای مدلی که از وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی به دست آمده، w_2 عبارت است از وزن متناظر با تغییر در پارامترهای مدلی که از وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی به دست آمده، w_t وزن داده شده به قید گرادیان متقاطع است، $\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \mathbf{m}}$ و $\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \boldsymbol{\rho}}$ ماتریس‌های مشتقات جزئی تابع گرادیان متقاطع نسبت به پارامترهای مدل می‌باشند، و $\boldsymbol{\tau}$ بردار مقادیر گرادیان متقاطع است به طوری که همه این موارد در تکرار k ام محاسبه می‌شوند. حل رابطه ۷-۳ بردارهای تغییر در پارامترهای مدل جفت شده و تعدیل یافته، $\Delta \hat{\boldsymbol{\rho}}_k$ و $\Delta \hat{\mathbf{m}}_k$ را به دست می‌دهد.

با وارد کردن که $\Delta \rho_k$ و Δm_k در سیستم معادلات رابطه ۷-۳ امکان برقراری تعادل بین دو هدف اصلی یعنی برازش داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی از یک طرف و شباهت ساختاری مدل‌ها از طرف دیگر به دست می‌آید. در واقع، نکته کلیدی این الگوریتم این است که تغییرات در پارامترهای

^۱ Model perturbations

مدل چگالی و مغناطش که از وارون سازی جداگانه داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی به دست آمده است، $\Delta\rho_k$ و Δm_k جهت مقید کردن فرآیند کمینه سازی گرادیان متقاطع استفاده می شود. شکل ۳-۳ الگوریتم مطرح شده را نمایش می دهد.



شکل ۳-۳. الگوریتم وارون سازی هم زمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی

۲-۲-۳ وارون سازی جداگانه داده های میدان پتانسیل

بر اساس الگوریتم مطرح شده، اولین مرحله در هر تکرار، انجام وارون سازی جداگانه داده های گرانی-سنجی و مغناطیس سنجی (مستطیل های قرمز رنگ در شکل ۳-۳) جهت به دست آوردن تغییر در پارامترهای مدل متناظر می باشد.

همانطور که قبلاً ذکر شد، مقطع مورد مطالعه به یک سری از منشورهای قائم راست گوشه، هر کدام با چگالی و مغناطش مستقل که بایستی به دست بیاید، تقسیم می شود. بنابراین مسأله پیشرو برای هر دو مورد گرانی سنجی و مغناطیس سنجی فرم استاندارد خطی زیر را دارد (این روابط قبلاً به صورت رابطه ۲-۶ به دست آمدند)

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\rho \quad ۸-۳$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{T}\mathbf{m} \quad ۹-۳$$

که $\mathbf{d}$ عبارت است از بردار ستونی $N \times 1$ حاوی داده ها (گرانی سنجی یا مغناطیس سنجی)، $\mathbf{G}$ و $\mathbf{T}$ ماتریس های کرنل $N \times M$ متناظر آنها و ρ و $\mathbf{m}$ بردارهای ستونی $M \times 1$ حاوی پارامترهای مدل متناظر (به ترتیب چگالی و مغناطش).

رویکرد مرسوم فرمول بندی مسأله وارون به صورت یک مسأله بهینه سازی است، به طوری که یک تابع هدف شامل جمله عدم برازش داده ها و جمله منظم ساز، کمینه می شود [از قبیل تیخونوف و همکاران ۱۹۷۷، لی و اولدنبرگ ۱۹۹۶، للیوره و فارکواریسون ۲۰۱۳، رضائی و همکاران ۲۰۱۷]. بنابراین مساله وارون داده های گرانی سنجی به صورت رابطه ۳-۱۰ خواهد بود.

$$\phi_1(\rho) = \|(\mathbf{G}_w \rho_w - \mathbf{d}_w)\|_2^2 + \alpha \|\mathbf{L}_w \rho_w\|_2^2 \quad ۱۰-۳$$

به طوری که

$$(W_d G) \rho = (W_d G W_z^{-1})(W_z \rho) = G_w \rho_w$$

$$d_w = W_d d_{obs}$$

۱۱-۳

$$L \rho = (L W_z^{-1})(W_z \rho) = L_w \rho_w$$

$$W_d = diag(1/\sigma_1, \dots, 1/\sigma_N)$$

W_d ماتریس وزن‌دهی داده‌ها است که مولفه‌های آن عبارتند از σ_i ها یعنی انحراف معیار نوفه مربوط به i امین داده، d_{obs} بردار داده‌های مشاهده شده است، L ماتریس منظم‌ساز و α ضریب منظم‌ساز است، G ماتریس $N \times M$ کرنل داده‌ها است، ρ بردار ستونی $M \times 1$ است که مولفه j -ام آن یعنی ρ_j معادل چگالی j -امین منشور است و نماد آشنای $\|\cdot\|_2^2$ اشاره به نرم اقلیدسی استاندارد دارد.

W_z تابع وزن‌دهی عمقی است که به شکل یک تابع وارون فاصله بوده به طوری که نشان‌دهنده افت میدان‌های پتانسیل با فاصله‌گرفتن از منبع میدان می‌باشد. این تابع اولین بار توسط لی و اولدنبرگ [۱۹۹۶]، به منظور جبران واپاشی تابع کرنل در عمق، به صورت زیر معرفی شد:

$$W_z(Z) = \frac{1}{Z^{\frac{\beta}{2}}}$$

۱۲-۳

ضریب β نقشی اساسی در به دست آوردن عمق منبع آنومالی در زیر زمین بازی می‌کند، زیرا این ضریب در رابطه آورده شده معیار میزان واپاشی دامنه داده‌های میدان پتانسیل با عمق است. لی و اولدنبرگ [۱۹۹۶] پیشنهاد $\beta = 2$ برای مطالعات گرانی‌سنجی و $\beta = 3$ را برای مطالعات مغناطیس-سنجی (معادل با تغییرات میدان پتانسیل متناظر با فاصله از منبع)، را دادند. چلا و فدی [۲۰۱۲] نشان

دادند که ضریب واپاشی β بایستی معادل با ضریب ساختاری^۱ منبع آنومالی در نظر گرفته شود. در این مطالعه نیز، رویکرد چلا وفدی [۲۰۱۲] دنبال می‌شود.

با الحاق کردن دو جمله رابطه ۳-۱۰، این رابطه به فرم مساله کمترین مربعات زیر در خواهد آمد:

$$\phi_1(\rho) = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{G}_w \\ \alpha \mathbf{L}_w \end{bmatrix} \rho_w - \begin{bmatrix} \mathbf{d}_w \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right\|_2^2 \quad ۱۳-۳$$

تا زمانی که مولفه α غیرصفر باشد، ماتریس الحاقی در معادله ۳-۱۳ یک ماتریس رتبه کامل^۲ است. بنابراین، مساله کمترین مربعات جواب معادلات نرمال زیر را دارد (استر ۲۰۱۹):

$$\rho_w = (\mathbf{G}_w^T \mathbf{G}_w + \alpha \mathbf{L}_w^T \mathbf{L}_w)^{-1} \mathbf{G}_w^T \mathbf{d}_w \quad ۱۴-۳$$

با این وجود، در هر تکرار k -ام به منظور انجام جفت شدگی غیرخطی گرادیان متقاطع (رابطه ۳-۷)، ما نیاز به بردار تغییر در چگالی هر کدام از منشورها یعنی $\Delta \rho_k$ داریم. بنابراین، در تکرار نوعی k -ام به جای حل رابطه ۳-۱۴ که بردار چگالی‌های ρ_k را به دست می‌دهد، رابطه ۳-۱۵ را، که بردار تغییر در چگالی‌های $\Delta \rho_k$ را به دست می‌دهد حل می‌کنیم.

$$\Delta \rho_w = (\mathbf{G}_w^T \mathbf{G}_w + \alpha \mathbf{L}_w^T \mathbf{L}_w)^{-1} \mathbf{G}_w^T \Delta \mathbf{d}_w \quad ۱۵-۳$$

در رابطه ۳-۱۵ مولفه $\Delta \mathbf{d}_w = \mathbf{W}_d (\mathbf{d}_k - \mathbf{d}_{\text{obs}})$ اختلاف بین داده‌های مشاهده‌ای $\mathbf{d}_{\text{obs}}$ و داده‌های $\mathbf{d}_k = \mathbf{G} \rho_k$ به دست آمده از مدل چگالی ρ_k در همان تکرار است که با ماتریس $\mathbf{W}_d$ وزن داده شده است. از آنجا که ماتریس وزن دهی عمقی $\mathbf{W}_z$ یک ماتریس قطری می‌باشد، در هر تکرار نوعی k -ام

^۱ Structural index

^۲ Full rank matrix

$\Delta \rho_k$ یعنی بردار تغییر در چگالی‌ها که نتیجه وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی است، از رابطه $\Delta \rho_k = \mathbf{W}_z^{-1} \Delta \rho_w$ به دست آمده و وارد رابطه ۷-۳ جهت وارون‌سازی هم‌زمان می‌شود.

با شروع از رابطه ۹-۳ و عملیاتی مشابه، در مورد مغناطیس‌سنجی نیز تابع هدف و بردار تغییر در مغناطش منشورها را به صورت روابط زیر به دست می‌آوریم.

$$\phi_2(\mathbf{m}) = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{T}_w \\ \alpha \mathbf{L}_w \end{bmatrix} \mathbf{m}_w - \begin{bmatrix} \mathbf{d}_w \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right\|_2^2 \quad ۱۶-۳$$

$$\Delta \mathbf{m}_w = (\mathbf{T}_w^T \mathbf{T}_w + \alpha \mathbf{L}_w^T \mathbf{L}_w)^{-1} \mathbf{T}_w^T \Delta \mathbf{d}_w \quad ۱۷-۳$$

به طوری که $\mathbf{T}_w = (\mathbf{W}_d \mathbf{T} \mathbf{W}_z^{-1})$ و $\mathbf{d}_k = \mathbf{T} \mathbf{m}_k$ عبارت است از داده‌های مغناطیس‌سنجی به دست آمده از مدل مغناطش در همان تکرار یعنی $\mathbf{m}_k$. در هر تکرار نوعی k -ام $\Delta \mathbf{m}_k$ یعنی بردار تغییر در چگالی‌ها که نتیجه وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی است، از رابطه $\Delta \mathbf{m}_k = \mathbf{W}_z^{-1} \Delta \mathbf{m}_w$ به دست آمده و وارد رابطه ۷-۳ جهت وارون‌سازی هم‌زمان می‌شود.

به طور خلاصه، به منظور حل مسائل وارون جداگانه داده‌های گرانی‌سنجی و داده‌های مغناطیس‌سنجی، در هر تکرار معادلات ۱۵-۳ و ۱۷-۳ حل شده و به ترتیب $\Delta \rho_w$ و $\Delta \mathbf{m}_w$ را به دست می‌دهند. در هر تکرار نوعی k -ام، $\Delta \rho_k$ یعنی بردار تغییر در چگالی‌ها که نتیجه وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی است، از رابطه $\Delta \rho_k = \mathbf{W}_z^{-1} \Delta \rho_w$ به دست آمده و وارد رابطه ۷-۳ جهت وارون‌سازی هم‌زمان می‌شود. به طریق مشابه، در هر تکرار نوعی k -ام، $\Delta \mathbf{m}_k$ یعنی بردار تغییر در چگالی‌ها که نتیجه وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی است، از رابطه $\Delta \mathbf{m}_k = \mathbf{W}_z^{-1} \Delta \mathbf{m}_w$ به دست آمده و وارد رابطه ۷-۳ جهت وارون‌سازی هم‌زمان می‌شود.

برای یک مسأله کوچک مقیاس، امکان حل معادلات ۳-۱۵ و ۳-۱۷ با استفاده از روش‌های مستقیم^۱ از قبیل روش تجزیه به مقادیر تکین^۲ یا SVD وجود دارد. اما در مسائل بزرگ مقیاس، بایستی از روش‌های بر پایه تکرار^۳ استفاده کرد. یکی از این قدرتمندترین روش‌های بر پایه تکرار، روش دوقطری-سازی لنکسوز^۴ یا LB است که به طور گسترده در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل استفاده می‌شود [مارتین و همکاران، ۲۰۱۳؛ عابدی و همکاران، ۲۰۱۳؛ رضائی و همکاران، ۲۰۱۷]. الگوریتم LB هسته اصلی روش LSQR است، که یک روش بر پایه تکرار برای حل سیستم معادلات خطی بزرگ و مسائل کمترین مربعات است [استر، ۲۰۱۹].

همان گونه که قبلاً ذکر شد، به منظور اجتناب از مشکلات جفت‌کردن تابع هدف داده‌های گرانی، تابع هدف داده‌های مغناطیس و جمله غیر خطی گرادیان متقاطع، در مطالعه حاضر سعی بر آن است الگوریتمی ارائه شود که نیاز به جفت‌کردن جملات تابع هدف نباشد. چنین قابلیت‌های وقتی تأیید می‌شود که الگوریتم ارائه شده به نحوی باشد که به راحتی بتوان از روش‌های وارون‌سازی جداگانه مختلفی برای هردو مورد گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی استفاده کرد. برای نمایش این قابلیت مهم، دو سناریوی مختلف از وارون‌سازی داده‌های مصنوعی ارائه شد که در هر کدام از آنها، در الگوریتم ارائه شده، از وارون‌سازی‌های جداگانه متفاوتی استفاده می‌شود.

در مثال مصنوعی اول، به منظور حل مسأله وارون گرانی‌سنجی، معادله ۳-۱۵، از روش LSQR استفاده می‌شود. برای حل مسأله وارون مغناطیس‌سنجی، معادله ۳-۱۷، از روش تصویرسازی گرادیان

۱ Direct methods

۲ Singular value decomposition (SVD)

۳ Iterative methods

۴ Lanczos bidiagonalization (LB)

تعدیل شده نیوتون^۱ یا GPRN [للیوره ۲۰۰۹، وگل ۲۰۰۲] استفاده می‌شود و به این ترتیب قید مثبت بودن به مقادیر مغناطش اعمال خواهد شد.

در مثال مصنوعی دوم، از روش‌های متفاوتی برای حل مسائل وارون‌سازی جداگانه استفاده می‌شود. در این مثال، به منظور حل مسأله وارون گرانی‌سنجی، از روش بازتابنده نیوتون^۲ [کولمن و لی ۱۹۹۶] استفاده می‌شود. این روش برای کمینه‌کردن توابع درجه دو با اعمال قیدهای کران بالا و پایین به متغیرها، استفاده می‌شود. در این مثال، برای حل مسأله وارون مغناطیس‌سنجی از روش LSQR استفاده خواهد شد.

۳-۲-۳ تعیین وزن ها

روش‌های مختلفی برای به دست آوردن ضریب منظم‌ساز (مثلاً α در رابطه ۳-۱۰) مطرح شده‌اند. از قبیل روش اعتبارسنجی تقاطعی تعمیم‌یافته^۳ یا GCV [گلوب ۱۹۷۹]، روش اصل اختلاف^۴ و روش منحنی^۵ L [بلگه ۲۰۰۲] که به وفور استفاده می‌شود. روش دوره‌نمای تجمعی نرمالایزشده^۶ یا NCP [هنسن ۲۰۰۶] بزرگترین مقدار برای ضریب منظم‌ساز را که به ازای آن بردار باقی‌مانده عدم برازش داده‌ها (بردار اختلاف داده‌های مشاهده‌ای و پیش‌بینی شده)، از لحاظ آماری شبیه به نوفه سفید باشد، انتخاب می‌کند. روش NCP قبلاً به طور موفقیت آمیزی برای وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل استفاده شده است [به طور مثال رضائی ۲۰۱۷]. در مقایسه با روش‌های GCV و منحنی^۵ L که تنها از نرم بردار باقی‌مانده داده‌ها استفاده می‌کنند، روش NCP سعی می‌کند از همه اطلاعات موجود در این

۱ Gradient Projection Reduced Newton (GPRN)

۲ Reflective Newton (RN)

۳ Generalized Cross Validation (GCV)

۴ Discrepancy Principle

۵ L-curve

۶ Normalized Cumulative Periodogram (NCP)

بردار استفاده کند. زیرا در روش NCP از سیگنال موجود (نرم بردار باقی مانده داده‌ها) تبدیل فوریه گرفته می‌شود. علاوه بر این، این روش از لحاظ محاسباتی ارزان تر بوده به طوری که انتخاب مناسبی برای مسائل بزرگ مقیاس خواهد بود [هنسن، ۲۰۰۶؛ مجابی و لاورتی، ۲۰۰۸؛ رضائی، ۲۰۱۷].

روش معمول در وارون سازی داده‌های مغناطیس سنجی استفاده از پارامتر خودپذیری مغناطیسی^۱ به عنوان پارامتر مدل می‌باشد. به دلیل اختلاف عددی زیاد بین مقدار خودپذیری مغناطیسی و چگالی، انتخاب مناسب وزن‌های w_1 و w_2 در رابطه ۳-۷ بسیار مهم است. جایگزین کردن پارامتر خودپذیری مغناطیسی با پارامتر مغناطش این موضوع را تا حد زیادی مرتفع می‌سازد.

در الگوریتم ارائه شده به منظور برقراری تعادل بین برازش داده‌ها از یک طرف و شباهت ساختاری مدل‌ها از طرف دیگر، انتخاب مناسب پارامتر وزن دهنده w_t بسیار حائز اهمیت است. گائ و ژانگ [۲۰۱۸] ابتدا با استفاده از روش منحنی L بهترین پارامتر وزن دهنده w_t را 10^5 به دست آوردند. آن‌ها در چند تکرار اول (پنج تکرار) با دادن مقداری کوچک به این پارامتر سعی بر برازش بهتر داده‌ها کردند و در ادامه مقدار 10^5 را به منظور رسیدن به شباهت ساختاری بیشتر جایگزین کردند.

ریتگرس و همکاران [۲۰۱۶] پیشنهاد دادند که هم‌زمان با افزایش تکرارها وزن تابع گرادیان متقاطع افزایش داده شود (این روش را گرم کردن^۲ نامیدند). البته این گرم کردن تا زمانی ادامه دارد که افزایش وزن موجب بدتر شدن برازش نشود، که در این صورت بایستی تکرار مربوطه با کاهش دادن آن وزن (سرد کردن^۳) دوباره انجام شود. در این مطالعه ابتدا مقدار بهینه w_t را با استفاده از روش NCP به دست آورده، با شروع از یک مقدار کوچک برای w_t ، مقدار آن افزایش خواهد یافت (گرم کردن).

۱ Magnetic susceptibility

۲ Heating

۳ Cooling

فصل ۴ : وارون سازی داده های مصنوعی و واقعی

۴-۱ مقدمه

به منظور ارزیابی الگوریتم و کدهای ارائه شده و البته مقایسه نتایج وارون سازی های جداگانه و هم زمان، داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی ناشی از دو مدل مصنوعی محاسبه شدند. در مرحله بعد، به منظور نزدیک شدن به واقعیت و البته مطابق با روال معمول در چنین مطالعاتی، داده های حاصل از مدل های مصنوعی آلوده به نوفه شدند.

شایسته است یادآوری شود که امتیاز اصلی الگوریتم ارائه شده، قابلیت آن در تغییر روش حل مسائل وارون جداگانه گرانی سنجی و مغناطیس سنجی است. لذا در هر مطالعه موردی با در نظر گرفتن اطلاعات کمکی و اطلاعات قبلی موجود، می توان بهترین روش حل برای آن مسأله وارون جداگانه را انتخاب و یا طراحی کرد. برای آزمودن و نشان دادن چنین قابلیت، دو مدل مصنوعی، به طوری که در هر کدام از روش حل متفاوتی برای مسائل وارون گرانی سنجی و مغناطیس سنجی استفاده می شود، ارائه می شود.

از طرف دیگر، در وارون سازی هم زمان داده های ژئوفیزیکی (یا به طور عام در هر نوع ترکیب داده های ژئوفیزیکی) بسیار مهم است که در هر سناریوی اکتشافی خاص، ترکیب روش های مختلف و معیارهای جفت کردن بایستی حتما با در نظر گرفتن اطلاعات زمین شناسی موجود، انجام شود [للیوره و همکاران، ۲۰۱۲]. در مطالعه موردی انجام شده در این رساله، مطالعات قبلی شامل وارون سازی های جداگانه قبلی [برای مثال عابدی، ۲۰۱۸]، اطلاعات زمین شناسی و داده های حفاری، نشان می دهد که مدل چگالی (که از وارون سازی جداگانه داده های گرانی سنجی به دست می آید)، محتمل تر از مدل مغناطش (که از وارون سازی جداگانه داده های مغناطیس سنجی به دست می آید) است. بنابراین در وارون سازی داده های واقعی از سناریوی دوم (معادل با مدل مصنوعی دوم) استفاده می شود.

Error! Reference source not found. روش حل مسائل وارون جداگانه را در سناریوهای

مختلف نشان می دهد.

جدول ۴-۱. روش حل مسائل وارون در هر سناریوی مختلف

روش حل مسئله وارون گرانی سنجی	روش حل مسئله وارون مغناطیس سنجی	نتیجه وارون سازی جداگانه کدام مدل بهتر است
LSQR	GPRN	مدل مغناطش
Reflective Newton	LSQR	مدل چگالی
Reflective Newton	LSQR	مدل چگالی

۴-۲ وارون سازی هم زمان داده های مصنوعی [سناریوی اول]

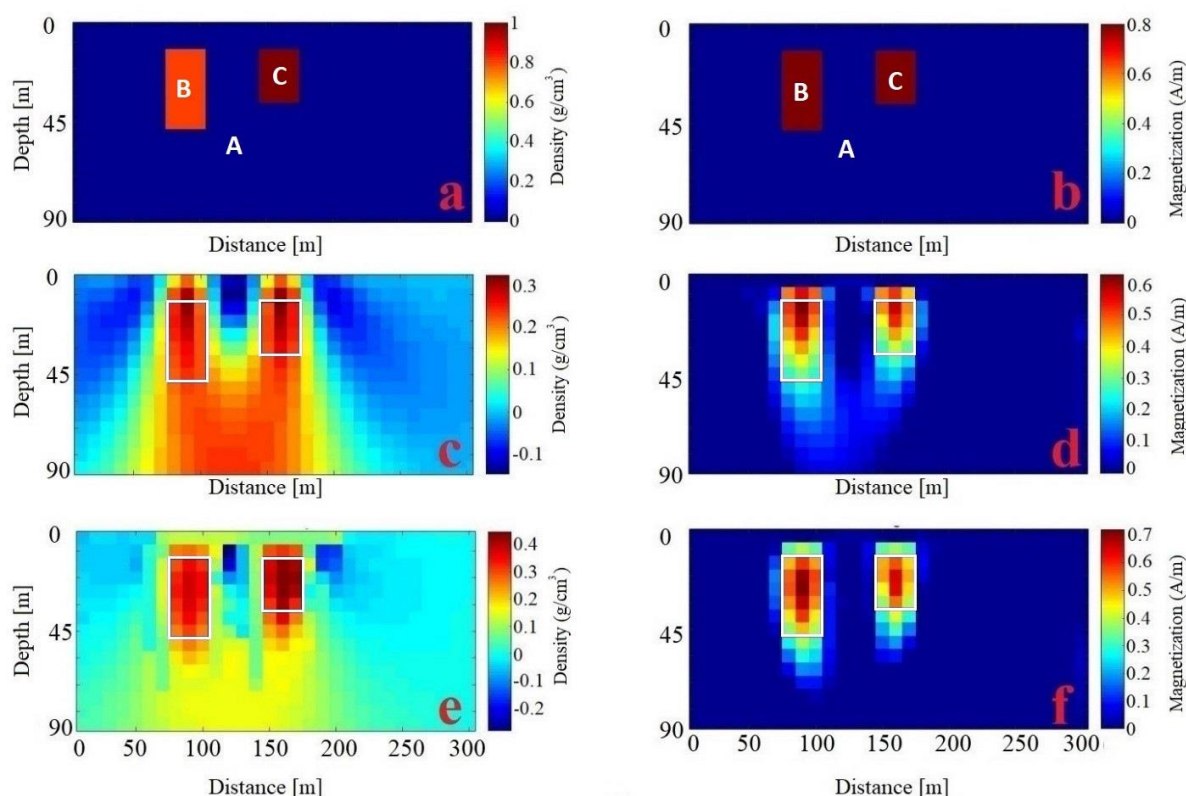
مدل مصنوعی اول شامل دو آنومالی مستطیلی شکل است، که در یک مقطع تشکیل شده از ۴۵۰ منشور (سلول) واقع در شبکه ای ۳۰ در ۱۵، قرار دارند. این آنومالی ها در یک زمینه صفر از چگالی و مغناطش قرار دارند (ردیف اول از شکل ۴-۱ تا شکل ۴-۱). آنومالی های مستطیل شکل دارای گسترش عمقی متفاوت و مقادیر متفاوت از هر کدام از پارامترهای چگالی و مغناطش هستند. مستطیل سمت چپ، که با حرف لاتین B مشخص شده است، دارای تباین چگالی ۰.۸ گرم بر سانتی متر مکعب و تباین مغناطش ۰.۸ آمپر بر متر می باشد. مستطیل سمت راست، که با حرف لاتین C مشخص شده است، دارای تباین

چگالی ۱۰ گرم بر سانتی متر مکعب و تباین مغناطش ۰.۸ آمپر بر متر می باشد. در هردو مدل، به منظور ارجاعات بعدی، زمینه صفر از چگالی و مغناطش با حرف لاتین A مشخص شده است.

داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی ناشی از این مدل های مصنوعی، بر روی یک پروفیل به طول ۳۰۰ متر و با فاصله ۰.۵ متر از یکدیگر تعبیه شدند. برای داده های مغناطیسی، از یک میدان ژئومغناطیسی ۴۹۰۰۰ نانوتسلا با زاویه میل مغناطیسی^۱ ۵۱ درجه و انحراف مغناطیسی^۲ ۱.۵ درجه، استفاده شد. سپس پنج درصد نوفه به هر کدام از داده ها اضافه شد.

در ابتدا وارون سازی جداگانه روی هر سری از داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی انجام شد (ردیف دوم از شکل ۴-۱). نتایج این وارون سازی علاوه بر اینکه مقایسه ای با نتایج وارون سازی همزمان فراهم می کند، برای تصمیم گیری بهتر در مورد مدل واقعی تر و در نتیجه روش وارون سازی جداگانه بهتر، به کار می رود. ردیف سوم از شکل ۴-۱ نتیجه وارون سازی همزمان با استفاده از الگوریتم ارائه شده در این مطالعه را نشان می دهد.

۱ Magnetic inclination
۲ Magnetic declination



شکل ۴-۱. نتایج وارون سازی روی مدل مصنوعی اول. ستون سمت چپ مدل های چگالی و ستون سمت راست مدل های مغناطش را نشان می دهند. **a** و **b** مدل های مصنوعی هستند. **c** و **d** نتیجه وارون سازی جداگانه هستند. **e** و **f** نتیجه وارون سازی هم زمان هستند.

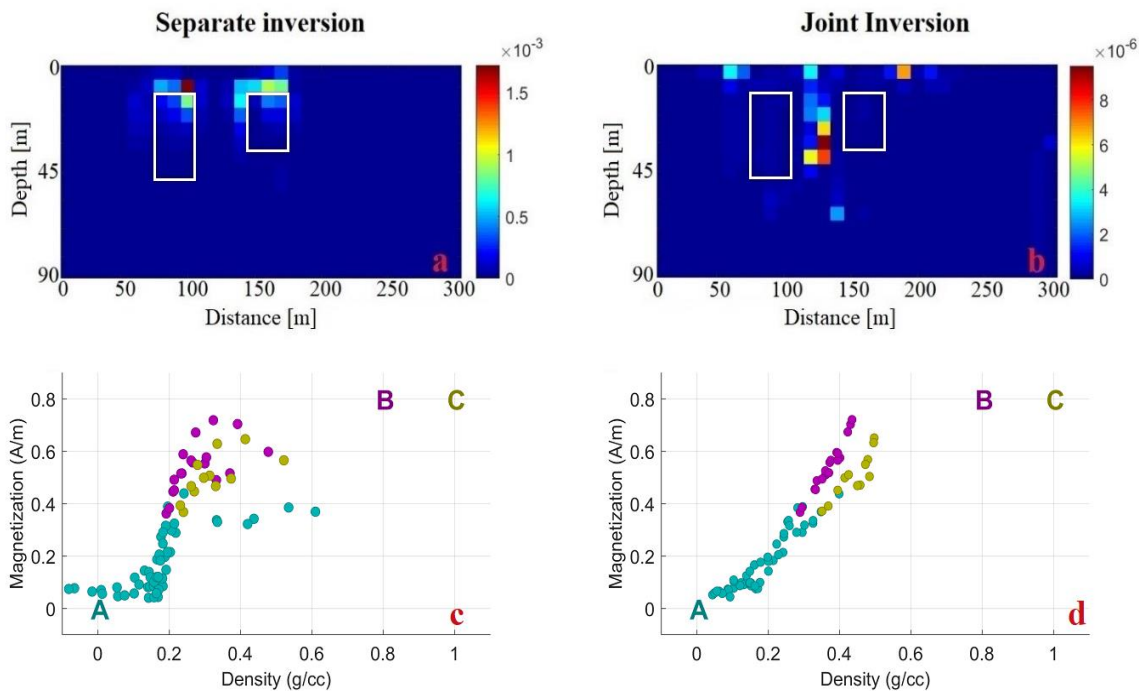
در مقطع چگالی به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده های گرانی سنجی (تصویر c در شکل ۴-۱)، دو آنومالی مستطیل شکل به داخل یکدیگر فرو رفته و به ویژه در عمق از یکدیگر قابل تفکیک نیستند. اما در مقطع چگالی به دست آمده از وارون سازی هم زمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی با قید گرادیان متقاطع (تصویر e در شکل ۴-۱) آنومالی های مستطیل شکل کاملاً از یکدیگر تفکیک شده اند.

علاوه بر این، مقطع مغناطش به دست آمده از وارون سازی هم زمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی با قید گرادیان متقاطع (تصویر f در شکل ۴-۱) نسبت به مقطع مغناطش به دست

آمده از وارون سازی جداگانه داده های مغناطیس سنجی (تصویر d در شکل ۴-۱)، بهبود پیدا کرده است. این بهبود در عمق محسوس تر می باشد.

توجه شود که تنها اطلاعات کمکی استفاده شده در این مرحله، قید مثبت بودن اعمال شده روی مقادیر مغناطش است. این قید، نه تنها منجر به یک مدل مغناطش بسیار عالی شده (تصویر f در شکل ۴-۱)، بلکه اطلاعات این مقطع از طریق قید گرادیان متقاطع به مقطع چگالی انتقال پیدا کرده و منجر به بهبود این مقطع نیز شده است (تصویر e در شکل ۴-۱). در نتیجه، با مقایسه تصاویر c و e در شکل ۴-۱، می بینیم که مقطع چگالی به دست آمده از وارون سازی همزمان نسبت به مقطع چگالی به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده های گرانی سنجی، هم از لحاظ ساختار و هم از لحاظ مقدار چگالی آنومالی، بهبود قابل توجهی کرده است.

با مقایسه مدل های به دست آمده از وارون سازی های جداگانه (تصاویر c و d در شکل ۴-۱) و مدل های به دست آمده از وارون سازی همزمان (تصاویر e و f در شکل ۴-۱)، همان طور که انتظار می رود، مهم ترین دستاورد وارون سازی همزمان با استفاده از قید ساختاری گرادیان متقاطع، شباهت ساختاری و هندسی بیشتر بین دو مدل آخر است. این شباهت ساختاری را می توان توسط اندازه (بزرگی) مقادیر تابع گرادیان متقاطع در هر کدام از منشورها (سلول ها) مقطع مدل به دست آورد. بدیهی است که کوچکتر بودن این کمیت نشانه شباهت ساختاری بیشتر می باشد. مقادیر این کمیت از مرتبه 10^{-3} برای وارون سازی های جداگانه به مرتبه 10^{-6} برای وارون سازی همزمان کاهش پیدا می کند، که نشان دهنده شباهت ساختاری بیشتر در مدل های چگالی و مغناطش به دست آمده از وارون سازی همزمان است (تصاویر a و b از شکل ۴-۲). با این وجود در قسمت هایی از مقطع مدل که مقادیر بردار گرادیان بسیار کوچک می باشد، طبیعتاً اندازه تابع گرادیان متقاطع نیز کوچک خواهد بود. این موضوع در جاهایی از تصاویر a و b شکل ۴-۲ که دور از دو بلوک مستطیلی هستند، به خوبی دیده می شود، زیرا در این نقاط مغناطش ثابت بوده و بردار گرادیان مغناطش صفر است (تصاویر d و f از شکل ۴-۱).



شکل ۴-۲. معیارهای شباهت ساختاری برای مدل مصنوعی اول. ردیف اول بزرگی مقادیر گرادیان متقاطع در تمام مقطع مدل را نشان می‌دهد: تصویر **a** مربوط به مدل‌های به دست آمده از وارون سازی های جداگانه ، تصویر **b** مربوط به مدل‌های به دست آمده از وارون سازی هم زمان. ردیف دوم نمودارهای پراکندگی مقادیر چگالی در برابر مغناطش را نشان می‌دهد: تصویر **c** مربوط به مدل‌های به دست آمده از وارون سازی های جداگانه ، تصویر **d** مربوط به مدل‌های به دست آمده از وارون سازی هم زمان، رنگ‌ها مرتبط با واحدهای سنگی معرفی شده در شکل ۴-۱ هستند. مقادیر چگالی-مغناطش مشخص شده با حروف **A**، **B** و **C** معادل با واحدهای سنگی مشخص شده در تصاویر **a** و **b** از شکل ۴-۱ می‌باشند.

تصاویر **c** و **d** از شکل ۴-۲، به ترتیب نمودارهای پراکندگی مقادیر چگالی در برابر مغناطش مربوط به مدل‌های به دست آمده از وارون‌سازی‌های جداگانه و وارون‌سازی هم‌زمان را نشان می‌دهند. مقایسه این دو نمودار نشان می‌دهد که مقادیر چگالی و مغناطش به دست آمده از وارون‌سازی هم‌زمان پراکندگی کمتری داشته و دارای یک روند مشخصی هستند. به طور خاص، چنانچه منشورهای مقطع را به دو خوشه شامل زمینه، که با حرف **A** مشخص شده است و آنومالی‌ها، که با حروف **B** و **C** مشخص شده‌اند، تقسیم کنیم، جداسازی بهتری بین این دو خوشه در وارون‌سازی هم‌زمان در مقایسه با وارون‌سازی‌های جداگانه دیده می‌شود. این جداسازی بهتر همچنین، به طور مستقیم در مدل‌های به دست آمده نیز قابل مشاهده است: مدل‌های به دست آمده از وارون‌سازی‌های هم‌زمان (تصاویر **e** و **f** از شکل ۴-۱)

متمرکزتر^۱ از مدل‌های پخش‌شده به دست آمده از وارون‌سازی‌های جداگانه داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی (تصاویر c و d از شکل ۱-۴) هستند.

در هر دو نمودارهای پراکندگی (تصاویر c و d از شکل ۲-۴)، یک روند پخش‌شدگی از مقادیر چگالی و مغناطش دیده می‌شود که نتیجه اعمال قید هموارسازی در فرآیند وارون‌سازی می‌باشد.

به منظور نمایش روند صحیح وارون‌سازی و پایداری فرآیند وارون‌سازی، در هر تکرار عدم برازش داده‌ها و همگرایی مدل^۲ محاسبه شده و رسم می‌شوند (شکل ۳-۴). ریشه مربع میانگین^۳ یا RMS به صورت زیر معرفی می‌شود [گالاردو و مجو، ۲۰۰۴].

$$RMS_1 = \sqrt{\frac{(d-Gp)^T W_d (d-Gp)}{N}} \quad 1-4$$

برای داده‌های گرانی‌سنجی و

$$RMS_2 = \sqrt{\frac{(d-Tm)^T W_d (d-Tm)}{N}} \quad 2-4$$

برای داده‌های مغناطیس‌سنجی تعریف می‌شوند. مطابق قرارداد قبلی، زیرنویس‌های 1 و 2 به ترتیب متناظر با داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی هستند و N تعداد داده‌های مشاهده‌ای می‌باشد.

همگرایی مدل در هر تکرار به صورت زیر محاسبه می‌شود [گالاردو و مجو، ۲۰۰۴].

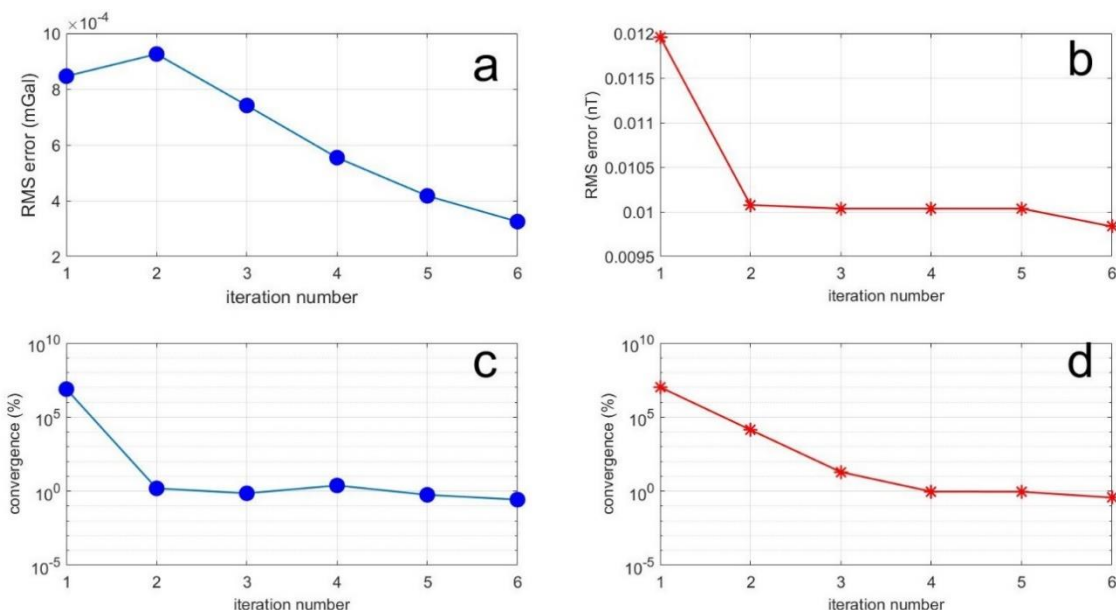
-
- ۱ more localized
 - ۲ Model convergence
 - ۳ Root Mean Square (RMS)

$$\text{conv}_1(\%) = 100 \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{(\rho_i^{k+1} - \rho_i^k)^2}{(\rho_i^k)^2 + \varepsilon}} \quad 3-4$$

برای مقطع مدل چگالی و

$$\text{conv}_2(\%) = 100 \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{(m_i^{k+1} - m_i^k)^2}{(m_i^k)^2 + \varepsilon}} \quad 4-4$$

برای مقطع مدل مغناطش، ε عبارت است از یک عدد مثبت کوچک که جهت اجتناب از شرایط تقسیم بر صفر استفاده می‌شود، M تعداد منشورها (سلول‌ها) در مقطع مدل است و k شماره تکرار است. مشابه مطالعه گالاردو و مجو [۲۰۰۴]، اختلاف نسبی بین پارامترهای مدل در دو تکرار متوالی، روابط ۳-۴ و ۴-۴، به عنوان یکی از معیارهای همگرایی در فرآیند کمینه‌سازیتابع هدف استفاده می‌شوند.



۳-۴. نمایش روند وارون سازی در مدل مصنوعی اول. ردیف اول عبارت است از RMS عدم برازش داده ها، تصویر **a** مربوط به داده های گرانی سنجی، تصویر **b** مربوط به داده های مغناطیس سنجی. ردیف دوم عبارت است از همگرایی مدل محاسبه شده در هر تکرار، تصویر **c** مدل چگالی، تصویر **d** مدل مغناطش.

به منظور اجتناب از بیش برازش^۱، هر زمان که RMS ناشی از داده های گرانی سنجی یا مغناطیس-سنجی به سطحی برابر یا کوچکتر از RMS نوفه متناظر اضافه شده آنها برسد، فرآیند وارون سازی متوقف خواهد شد. در مثال مصنوعی اول، بعد از شش تکرار مقدار RMS داده های گرانی سنجی به معیار توقف رسیده و فرآیند وارون سازی متوقف شد. در طول این تکرارها RMS داده های مغناطیس سنجی بعد از یک کاهش در تکرار اول، تقریباً ثابت می ماند و RMS داده های گرانی بعد از یک افزایش در تکرار اول، در ادامه فرآیند وارون سازی مرتب کاهش یافته است.

همانطور که در گالاردو و مجو [۲۰۰۴] توضیح داده شده، سطح همگرایی ۰.۲٪، که به معنی یک تفاوت ناچیز بین پارامترهای مدل در دو تکرار متوالی است را می توان به عنوان یک جواب پایدار در نظر گرفت. در مورد مدل مصنوعی اول، یک سطح همگرایی ۰.۱٪ برای هر دو مدل چگالی و مغناطش حاصل شد (تصاویر **c** و **d** از شکل ۳-۴) که نشان دهنده پایداری جواب می باشد.

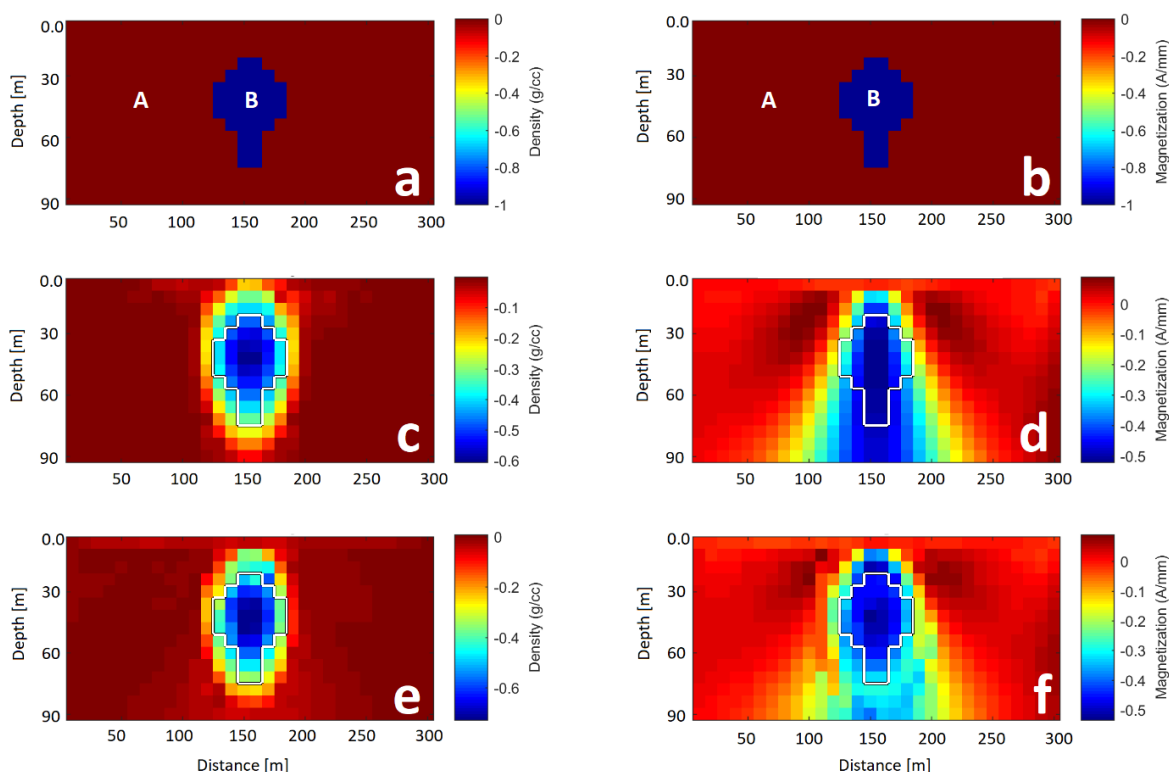
^۱ Overfitting

۳-۴ وارون سازی هم زمان داده های مصنوعی [سناریوی دوم]

مدل مصنوعی دوم شامل یک آنومالی گنبدی شکل است، که در یک مقطع تشکیل شده از ۴۵۰ منشور (سلول) واقع در شبکه ای ۳۰ در ۱۵، قرار دارند. این آنومالی با تباین چگالی ۱۰۰- گرم بر سانتی متر مکعب و تباین مغناطش ۱۰۰- آمپر بر متر در یک زمینه صفر از چگالی و مغناطش قرار دارد (ردیف اول از شکل ۴-۴). جهت ارجاعات بعدی، آنومالی با حرف لاتین B و زمینه صفر از چگالی و مغناطش با حرف لاتین A مشخص شده اند.

داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی ناشی از این مدل های مصنوعی، بر روی یک پروفیل به طول ۳۰۰ متر و با فاصله ۰.۵ متر از یکدیگر تعبیه شدند. برای داده های مغناطیسی، از یک میدان ژئومغناطیسی ۴۹۰۰۰ نانوتسلا با زاویه میل مغناطیسی ۵۱ درجه و انحراف مغناطیسی ۱.۵ درجه، استفاده شد. سپس پنج درصد نوفه به هر کدام از داده ها اضافه شد.

در ابتدا وارون سازی جداگانه روی هر سری از داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی انجام شد (ردیف دوم از شکل ۴-۴). نتایج این وارون سازی علاوه بر اینکه مقایسه ای با نتایج وارون سازی هم زمان فراهم می کند، برای تصمیم گیری بهتر در مورد مدل واقعی تر و در نتیجه روش وارون سازی جداگانه بهتر، به کار می رود. ردیف سوم از شکل ۴-۴ نتیجه وارون سازی هم زمان با استفاده از الگوریتم ارائه شده در این مطالعه را نشان می دهد.



شکل ۴-۴. نتایج وارون سازی روی مدل مصنوعی دوم. ستون سمت چپ مدل های چگالی و ستون سمت راست مدل های مغناطش را نشان می دهند. **a** و **b** مدل های مصنوعی هستند. **c** و **d** نتیجه وارون سازی جداگانه هستند. **e** و **f** نتیجه وارون سازی هم زمان هستند.

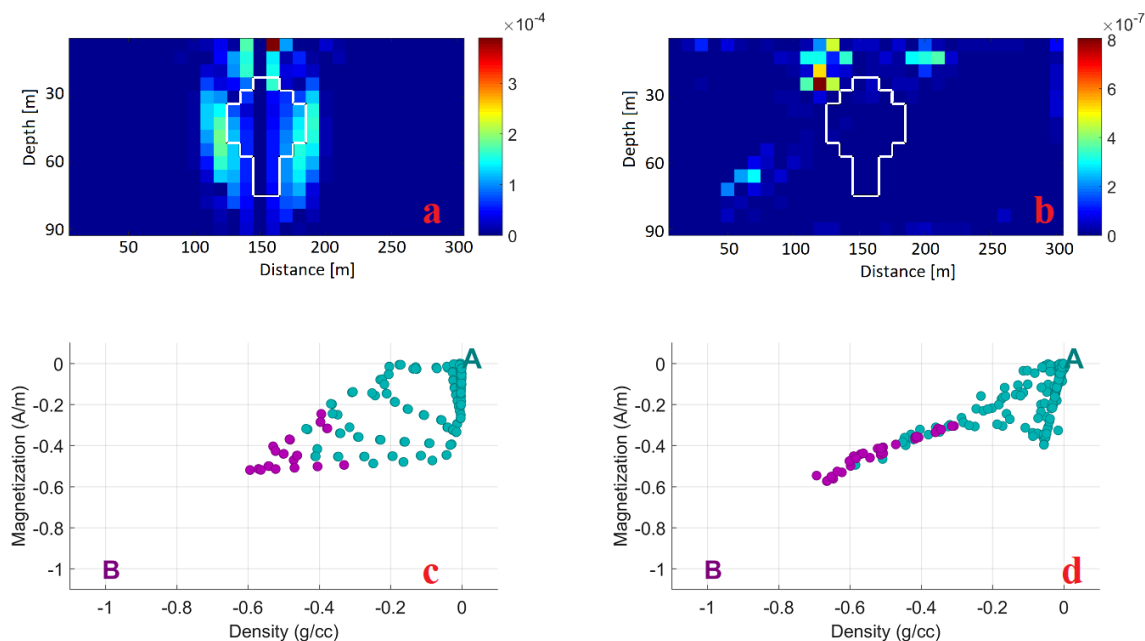
مقطع چگالی به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده های گرانی سنجی (تصویر c در شکل ۴-۴)، به خوبی به دست آمده است. این موضوع به دلیل اعمال قیدهای بالا و پایین به مقادیر چگالی در طی فرآیند وارون سازی است. علاوه بر این، بهبود خوبی در مقطع چگالی به دست آمده از وارون سازی هم زمان داده ها (تصویر e در شکل ۴-۴) نسبت به مقطع چگالی به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده های گرانی سنجی (تصویر c در شکل ۴-۴) دیده می شود. به این ترتیب که مقطع چگالی اولی، اولاً متمرکزتر در محل واقعی است و ثانیاً بازه بیشتر و واقعی تری از مدل واقعی را به دست داده است.

علاوه بر این، مقطع مغناطش به دست آمده از وارون سازی هم زمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس - سنجی با قید گرادیان متقاطع (تصویر f در شکل ۴-۴) نسبت به مقطع مغناطش به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده های مغناطیس سنجی (تصویر d در شکل ۴-۴)، بهبود قابل توجهی پیدا کرده

است. به طوری که دنباله پخش شده در عمق که در مقطع ناشی از وارون سازی داده های گرانی سنجی دیده می شود، در مقطع ناشی از وارون سازی همزمان، در مقدار و گستردگی کاهش پیدا کرده است.

توجه شود که تنها اطلاعات کمکی استفاده شده در این مرحله، قید بالا و پائین اعمال شده روی مقادیر چگالی است. این قید، نه تنها منجر به بهبود مدل چگالی شده است (تصویر e در شکل ۴-۴)، بلکه اطلاعات این مقطع از طریق قید گرادیان متقاطع به مقطع مغناطش انتقال پیدا کرده و منجر به بهبود این مقطع نیز شده است (تصویر f در شکل ۴-۴). در نتیجه، با مقایسه تصاویر d و f در شکل ۴-۴، می بینیم که مقطع مغناطش به دست آمده از وارون سازی همزمان نسبت به مقطع مغناطش به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده های مغناطیس سنجی، هم از لحاظ ساختار و هم از لحاظ مقدار چگالی آنومالی، بهبود قابل توجه ای کرده است.

با مقایسه مدل های به دست آمده از وارون سازی های جداگانه (تصاویر c و d در شکل ۴-۴) و مدل های به دست آمده از وارون سازی همزمان (تصاویر e و f در شکل ۴-۴)، همان طور که انتظار می رود، مهم ترین دستاورد وارون سازی همزمان با استفاده از قید ساختاری گرادیان متقاطع، شباهت ساختاری و هندسی بیشتر بین دو مدل آخر است. این شباهت ساختاری را می توان توسط اندازه (بزرگی) مقادیر تابع گرادیان متقاطع در هر کدام از منشورها (سلول ها) مقطع مدل به دست آورد. بدیهی است که کوچکتر بودن این کمیت نشانه شباهت ساختاری بیشتر می باشد. مقادیر این کمیت از مرتبه 10^{-4} برای وارون سازی های جداگانه به مرتبه 10^{-7} برای وارون سازی همزمان کاهش پیدا می کند، که نشان دهنده شباهت ساختاری بیشتر در مدل های چگالی و مغناطش به دست آمده از وارون سازی همزمان است (تصاویر a و b از شکل ۴-۵ تا شکل ۵-۴). با این وجود در قسمت هایی از مقطع مدل که مقادیر بردار گرادیان بسیار کوچک می باشد، طبیعتاً اندازه تابع گرادیان متقاطع نیز کوچک خواهد بود. این موضوع در جاهایی از تصاویر a و b که دور از آنومالی گنبدی شکل هستند، به خوبی دیده می شود، زیرا در این نقاط چگالی ثابت بوده و بردار گرادیان چگالی صفر است.

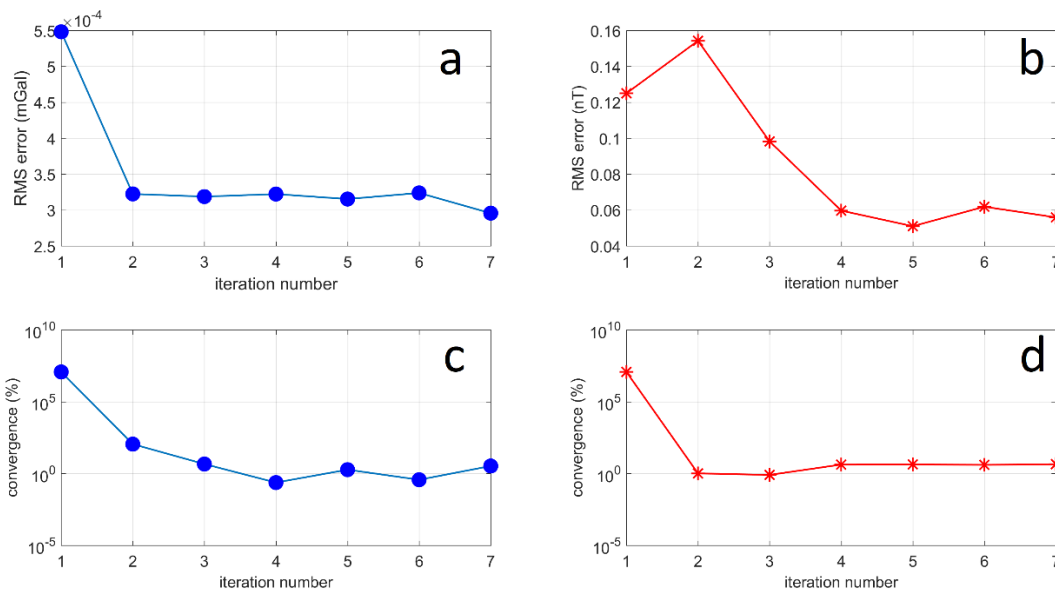


شکل ۴-۵. معیارهای شباهت ساختاری برای مدل مصنوعی دوم. ردیف اول بزرگی مقادیر گرادیان متقاطع در تمام مقطع مدل را نشان می‌دهد: تصویر **a** مربوط به مدل‌های به دست آمده از وارون سازی‌های جداگانه، تصویر **b** مربوط به مدل‌های به دست آمده از وارون سازی هم زمان. ردیف دوم نمودارهای پراکندگی مقادیر چگالی در برابر مغناطش را نشان می‌دهد: تصویر **c** مربوط به مدل‌های به دست آمده از وارون سازی‌های جداگانه، تصویر **d** مربوط به مدل‌های به دست آمده از وارون سازی هم زمان، رنگ‌ها مرتبط با واحدهای سنگی معرفی شده در شکل ۴-۴ هستند. مقادیر چگالی-مغناطش مشخص شده با حروف **A** و **B** معادل با واحدهای سنگی مشخص شده در تصاویر **a** و **b** از شکل ۴-۴ می‌باشند.

تصاویر **c** و **d** از شکل ۴-۵، به ترتیب نمودارهای پراکندگی مقادیر چگالی در برابر مغناطش مربوط به مدل‌های به دست آمده از وارون سازی‌های جداگانه و وارون سازی هم زمان را نشان می‌دهند. مقایسه این دو نمودار نشان می‌دهد که مقادیر چگالی و مغناطش به دست آمده از وارون سازی هم زمان پراکندگی کمتری داشته و دارای یک روند مشخصی هستند.

در هر دو نمودارهای پراکندگی (تصاویر **c** و **d** از شکل ۴-۵)، یک روند پخش شدگی از مقادیر چگالی و مغناطش دیده می‌شود که نتیجه اعمال قید هموارسازی در فرآیند وارون سازی می‌باشد.

در مثال مصنوعی دوم، یک سطح همگرایی ۱٪ برای هر دو مدل چگالی و مغناطش حاصل شد (تصاویر **c** و **d** از ۴-۶) که نشان‌دهنده پایداری جواب می‌باشد.



۴-۶. نمایش روند وارون سازی در مدل مصنوعی دوم. ردیف اول عبارت است از RMS عدم برازش داده ها، تصویر **a** مربوط به داده های گرانی سنجی، تصویر **b** مربوط به داده های مغناطیس سنجی. ردیف دوم عبارت است از همگرایی مدل محاسبه شده در هر تکرار، تصویر **c** مدل چگالی، تصویر **d** مدل مغناطش.

۴-۴ تابع هدف جفت شده

در این بخش که به صورت یک مطالعه مجزا انجام شده است از الگوریتم مرسوم در وارون سازی همزمان، که در آن جملات مختلفی که قرار است کمینه شوند همگی در یک تابع هدف کلی جفت شده و سپس کمینه سازی اتفاق می افتد، استفاده می شود. ابتدا روش و الگوریتم مورد نظر معرفی شده، سپس با اعمال برنامه های کامپیوتری بر روی یک مدل مصنوعی، مقایسه با الگوریتم مورد بحث در این مطالعه (الگوریتمی که در طی آن جملات تابع هدف از یکدیگر جدا می شوند) اتفاق خواهد افتاد.

در این بخش به منظور انجام وارون سازی همزمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی با استفاده از قید گرادیان متقاطع، الگوریتم ارائه شده توسط دمیچری و همکاران [۲۰۱۸] دنبال می شود، آنها یک پارامتر منظم ساز جدید را به جمله دوم از رابطه تغییر در پارامترهای مدل ارائه شده توسط گالاردو و موجو [۲۰۰۳] اضافه کردند. این پارامتر منظم ساز جدید، سعی در کنترل سهم جمله گرادیان متقاطع دارد.

از طرفی الگوریتم اصلی در این مطالعه، الگوریتمی است که در فرگوسو و گالاردو [۲۰۰۹] ارائه شد. آنها الگوریتمی را که گالاردو و مجو [۲۰۰۳] برای وارون سازی همزمان داده های مقاومت ویژه و لرزه ای ارائه شده بود، برای اولین بار جهت وارون سازی همزمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی استفاده کردند.

به طور سنتی، در وارون سازی همزمان دو سری از داده های ژئوفیزیکی، بردارهای مدل های ژئوفیزیکی با یکدیگر ترکیب شده و تبدیل به یک بردار، که هدف از وارون سازی به دست آوردن این بردار است، می شوند. به این ترتیب در وارون سازی همزمان دو سری داده ژئوفیزیکی، که با بردار پارامترهای مدل اول m_1 و بردار پارامترهای مدل دوم m_2 سروکار داریم، بردار پارامترهای فیزیکی مدل که در فرآیند وارون سازی همزمان به دنبال به دست آوردن آن هستیم به شکل $[m_1 \ m_2]^T$ خواهد بود.

به این ترتیب با الحاق کردن بردارهای پارامترهای فیزیکی m_1 و m_2 به صورت یک بردار و دنبال کردن فرآیندی مشابه برای داده های d_1 و d_2 ، وارون سازی همزمان را می توان مانند یک وارون سازی منفرد و البته با جملات بیشتر دنبال و حل کرد. لذا با نگاه به روش منظم سازی تیخونوف، تابع هدف مسأله وارون سازی همزمان با استفاده از قید گرادیان متقاطع، به شکل زیر خواهد بود [گالاردو و مجو ۲۰۰۳]:

$$\phi(m_1, m_2) = \left\| \begin{bmatrix} d_1 - A_1 m_1 \\ d_2 - A_2 m_2 \end{bmatrix} \right\|_{C_{d_0}^{-1}}^2 + \left\| \begin{bmatrix} \alpha_1 L m_1 \\ \alpha_2 L m_2 \end{bmatrix} \right\|^2 + \left\| \begin{bmatrix} m_1 - m_1^0 \\ m_2 - m_2^0 \end{bmatrix} \right\|_{C_{m_0}^{-1}}^2 \quad ۵-۴$$

نام گذاری کمیت های رابطه بالا براساس مسأله در دست بررسی، یعنی وارون سازی همزمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی با استفاده از قید گرادیان متقاطع، انجام می شود. مدل چگالی در

دست بررسی و $\mathbf{m}_2$ مدل مغناطش در دست بررسی هستند، $\mathbf{d}_1$ داده‌های گرانی‌سنجی مشاهده شده با ماتریس کوواریانس داده‌های $\mathbf{C}_{d_1}$ و $\mathbf{d}_2$ داده‌های مغناطیس‌سنجی مشاهده شده با ماتریس کوواریانس داده‌های $\mathbf{A}_1, \mathbf{C}_{d_2}$ و $\mathbf{A}_2$ عملگرهای پیشرو یا ماتریس‌های کرنل مربوطه هستند، $\mathbf{L}$ ماتریس منظم‌ساز و α_1 و α_2 ضرایب منظم‌ساز هستند، $\mathbf{m}_1^0$ و $\mathbf{m}_2^0$ مدل‌های مرجع با ماتریس‌های کوواریانس به ترتیب $\mathbf{C}_{m_2}$ و $\mathbf{C}_{m_1}$ هستند، و داریم:

$$\mathbf{C}_{d_0} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{d_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{d_2} \end{bmatrix} \quad ۶-۴$$

$$\mathbf{C}_{m_0} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{m_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{m_2} \end{bmatrix} \quad ۷-۴$$

کمینه کردن تابع هدف ۴-۵ با شرط صفر بودن تابع گرادیان متقاطع در هر نقطه از فضای مدل یعنی $\tau(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) = 0$ رابطه زیر را برای تصحیح پارامترهای مدل در هر تکرار نتیجه می‌دهد [گالاردو و مجو ۲۰۰۳، فرگوسو و گالاردو ۲۰۰۹]:

$$\Delta \mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n} - \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}_k^T (\mathbf{B}_k \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}_k^T)^{-1} [\mathbf{B}_k \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n} - \mathbf{B}_k \Delta \mathbf{m}_k + \boldsymbol{\tau}_k] \quad ۸-۴$$

به طوری که $\mathbf{B}$ عبارت است از ماتریس مشتقات جزئی تابع گرادیان متقاطع $\boldsymbol{\tau}$ نسبت به پارامترهای مدل، k شماره تکرار است و

$$\Delta \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{m}_1 \\ \Delta \mathbf{m}_2 \end{bmatrix} \quad ۹-۴$$

$$\Delta \mathbf{d} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{d}_1 \\ \Delta \mathbf{d}_2 \end{bmatrix} \quad ۱۰-۴$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^T \mathbf{C}_{d1}^{-1} \mathbf{A}_1 + \alpha_1^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L} + \mathbf{C}_{m1}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_2^T \mathbf{C}_{d2}^{-1} \mathbf{A}_2 + \alpha_2^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L} + \mathbf{C}_{m2}^{-1} \end{bmatrix} \quad ۱۱-۴$$

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^T \mathbf{C}_{d1}^{-1} \Delta \mathbf{d}_1 - \mathbf{C}_{m1}^{-1} \Delta \mathbf{m}_1 \\ \mathbf{A}_2^T \mathbf{C}_{d2}^{-1} \Delta \mathbf{d}_2 - \mathbf{C}_{m2}^{-1} \Delta \mathbf{m}_2 \end{bmatrix} \quad ۱۲-۴$$

در حالی که جمله اول در رابطه ۴-۸ متناظر با وارون سازی جداگانه می باشد (مسأله کمترین مربعات برای هر کدام از پارامترهای مدل را به صورت جداگانه حل می کند)، جمله دوم عبارت از قید برابری اعمال شده توسط کمینه سازی تابع گرادیان متقاطع، می باشد [فرگوسو و گالاردو ۲۰۰۹].

زمانی که پارامترهای مدل در دست بررسی از لحاظ ساختاری شباهت زیادی داشته یا اینکه یکی از پارامترهای تغییرات زیادی ندارد، تعداد زیادی از آرایه های قطری ماتریس $(\mathbf{B}_k \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}_k^T)$ در رابطه ۴-۸ مقادیر صفر یا نزدیک صفر خواهد داشت و موجب ناپایداری یا تکینگی مسأله تحت بررسی خواهد شد. در حقیقت، ویژه مقادیر ماتریس $(\mathbf{B}_k \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}_k^T)$ خیلی کوچک شده و در نتیجه سهم آنها در وارون سازی این ماتریس به صورت غیر عادی زیاد می شود. مشابه روش شناخته شده مارکوارت-لونبرگ، دمیچری و همکاران [۲۰۱۸] یک پارامتر منظم ساز جدید را به عناصر قطر اصلی ماتریس $(\mathbf{B}_k \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}_k^T)$ اضافه کردند. لذا رابطه ۴-۸ به صورت رابطه ۴-۱۳ در خواهد آمد.

$$\Delta \mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n} - \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}_k^T (\mathbf{B}_k \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}_k^T + \alpha_B \mathbf{I})^{-1} [\mathbf{B}_k \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n} - \mathbf{B}_k \Delta \mathbf{m}_k + \boldsymbol{\tau}_k] \quad ۱۳-۴$$

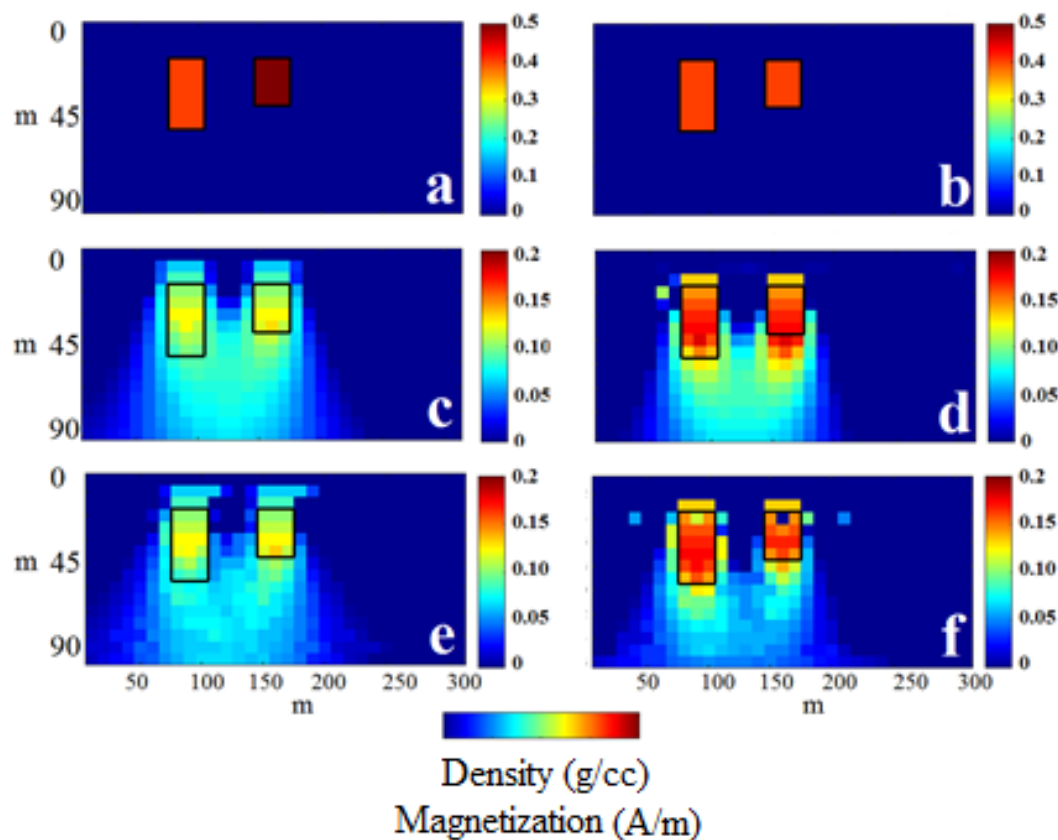
با استفاده از ضریب منظم ساز α_B الگوریتم پایدار شده و می توان سهم جمله گرادیان متقاطع را کنترل کرد [دمیچری و همکاران، ۲۰۱۸].

به منظور ارزیابی الگوریتم و برنامه‌های کامپیوتری نگاشته شده و البته مقایسه نتایج وارون‌سازی‌های جداگانه و هم‌زمان، داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی ناشی از یک مدل مصنوعی محاسبه شدند. در مرحله بعد، به منظور نزدیک‌شدن به واقعیت و البته مطابق با روال معمول در چنین مطالعاتی، داده‌های حاصل از مدل مصنوعی آلوده به نوفه شدند.

مدل مصنوعی شامل دو آنومالی مستطیلی شکل است، که در یک مقطع تشکیل شده از ۴۵۰ منشور (سلول) واقع در شبکه ای ۱۵ در ۳۰، قرار دارند. این آنومالی‌ها در یک زمینه صفر از چگالی و مغناطش قرار دارند (ردیف اول از شکل ۴-۷). آنومالی‌های مستطیل شکل دارای گسترش عمقی متفاوت و مقادیر متفاوت از هرکدام از پارامترهای چگالی و مغناطش هستند. مستطیل سمت چپ دارای تباین چگالی ۰.۴ گرم بر سانتی‌متر مکعب و تباین مغناطش ۰.۴ آمپر بر متر می‌باشد. مستطیل سمت راست دارای تباین چگالی ۰.۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب و تباین مغناطش ۰.۴ آمپر بر متر می‌باشد.

داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی ناشی از این مدل مصنوعی، بر روی یک پروفیل به طول ۳۰۰ متر و با فاصله ۰.۵ متر از یکدیگر تعبیه شدند. برای داده‌های مغناطیسی، از یک میدان ژئومغناطیسی ۴۹۰۰۰ نانوتسلا با زاویه میل مغناطیسی ۵۱ درجه و انحراف مغناطیسی ۱.۵ درجه، استفاده شد. سپس پنج درصد نوفه به هر کدام از داده‌ها اضافه شد.

در ابتدا وارون‌سازی جداگانه روی هر سری از داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی انجام شد (ردیف دوم از شکل ۴-۷). ردیف سوم از شکل ۴-۷ نتیجه وارون‌سازی هم‌زمان با استفاده از قید گرادیان متقاطع را نشان می‌دهد.



شکل ۴-۷. نتایج وارون سازی با استفاده از الگوریتم جفت شده. ستون سمت چپ مدل های چگالی و ستون سمت راست مدل های مغناطش را نشان می دهند. **a** و **b** مدل های مصنوعی هستند. **c** و **d** نتیجه وارون سازی جداگانه هستند. **e** و **f** نتیجه وارون سازی هم زمان هستند.

در مقطع چگالی به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده های گرانی سنجی (تصویر c در شکل ۴-۷)، دو آنومالی مستطیل شکل به داخل یکدیگر فرو رفته و به ویژه در عمق از یکدیگر قابل تفکیک نیستند. اما در مقطع چگالی به دست آمده از وارون سازی هم زمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی با قید گرادیان متقاطع (تصویر e در شکل ۴-۷) آنومالی های مستطیل شکل کاملاً از یکدیگر تفکیک شده اند.

علاوه بر این، مقطع مغناطش به دست آمده از وارون سازی هم زمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی با قید گرادیان متقاطع (تصویر f در شکل ۴-۷) نسبت به مقطع مغناطش به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده های مغناطیس سنجی (تصویر d در شکل ۴-۷)، بهبود پیدا کرده است. این بهبود در عمق محسوس تر می باشد.

۴-۵ مطالعه موردی

با این که در حوضه اکتشافات هیدروکربنی بیشترین کاربرد وارون‌سازی هم‌زمان در داده‌های لرزه و الکترومغناطیس دیده می‌شود [موررکمپ و همکاران، ۲۰۱۶]، وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های گرانی سنجی و مغناطیس‌سنجی بیشتر برای اهداف معدنی استفاده می‌شود. الگوریتم ارائه شده در این مطالعه نیز به منظور مدل‌سازی و تفسیر یک هدف معدنی استفاده خواهد شد.

در حالی که ایران بیشتر به خاطر منابع عظیم نفت و گاز موجود در آن شناخته می‌شود، منابع نمک تبخیری نیز به طور گسترده‌ای در کشور وجود دارند و اثر آنها را در جنبه‌های مختلفی از قبیل محیط زیست، اقتصاد کشاورزی و صنعت زمین-گردشگری می‌توان دید.

این منابع تبخیری به فرم‌های مختلفی مانند گنبد‌های نمکی، لایه‌های نمکی، دریاچه‌های بسته و شورابه‌ها دیده می‌شوند. این منابع تبخیری اغلب در واحدهای رسوبی سه افق اصلی دیده می‌شوند: (۱) سری هرمز با سن پرکامبرین که بیشتر در جنوب ایران گسترش دارند، (۲) نهشته‌های ژوراسیک بالائی و (۳) سری ترشیاری که الف: در سازندهای قرمز بالایی، قرمز پایینی و قم در حوزه ایران مرکزی و آذربایجان در شمال غرب و ب: در سازند گچساران در زون زاگرس (نبوی ۱۳۵۵، درویش زاده ۱۳۸۲، رحیم‌پور بناب و علیجانی ۲۰۰۳، رحیم‌پور بناب و کلانترزاده ۲۰۰۵، عابدی ۲۰۱۸).

یک دسته‌بندی دیگر از منابع نمکی ایران که شایسته مرور است، به صورت زیر می‌باشد: (۱) گنبد‌های نمکی، (۲) شورابه‌ها، (۳) چشمه‌های نمکی و (۴) نهشته‌های تبخیری حاوی نمک واقع در حوزه‌های بسته [حلمی ۱۳۷۹]. یکی از محصولات صنعتی اصلی این منابع نمکی، پتاس می‌باشد. سنگ‌های نمکی و محصولات پتاسیم‌دار محلول در آب^۱ پتاس نامیده شده و به صورت گسترده به عنوان مواد اولیه شیمیایی و کود کشاورزی استفاده می‌شوند [وارن ۱۹۹۹]. در میان محصولات پتاسیم‌دار

^۱ Salt rocks and water-soluble K-content products

متنوع، سیلویت (KCL) به خاطر اینکه یک کلراید قابل حل ساده با بالاترین محتوای K_2O است، مطلوبترین کانی طبیعی می‌باشد.

۴-۵-۱ کاربرد ژئوفیزیک در اکتشاف منابع نمکی تبخیری

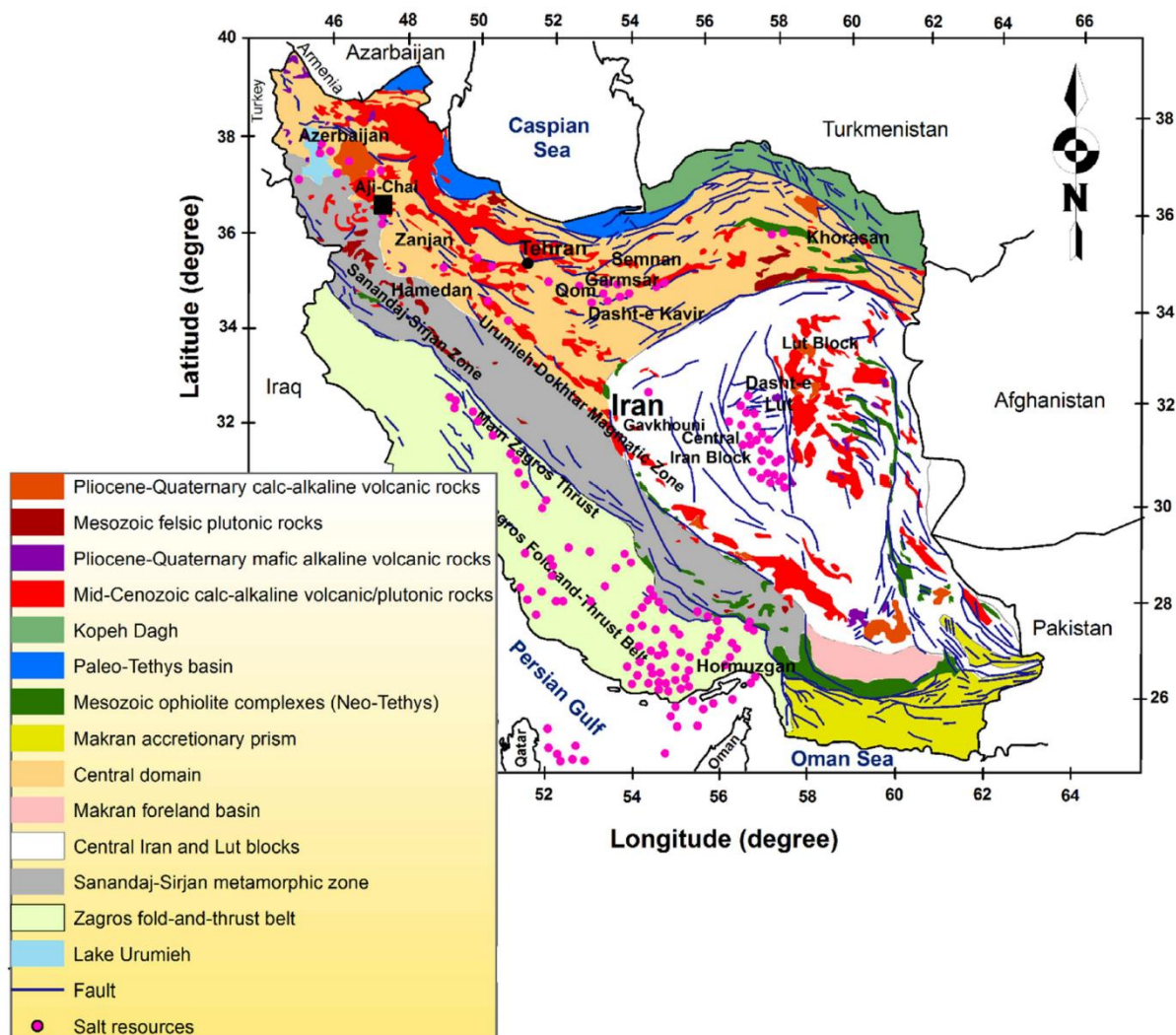
روش‌های ژئوفیزیکی ابزارهای سودمندی برای کشف منابع پنهان از تبخیری‌های نمکی هستند. برداشت‌های لرزه‌شناسی، گرانی‌سنجی و الکتریکی، مرتبط‌ترین روش‌های به کار برده شده جهت پی-جویی ساختارهای حاوی پتاس هستند. با این حال روش‌های دیگر از قبیل تابش گاما، مغناطیس‌سنجی و رادار نفوذی به زمین (GPR) نیز می‌توانند منجر به نتایج مطلوبی بشوند [عابدی ۲۰۱۸]. تباین سرعت بین نمک و سنگ‌های رسوبی اطراف آن، جهت استفاده از روش لرزه بازتابی برای آشکارسازی ساختارهای نمکی کافی است [برای مثال سیمونوا و ایاسکی ۲۰۰۵، وو ۲۰۱۶]. نهشته‌های نمکی دارای چگالی کم بوده و یک هدف مناسب برای مطالعات گرانی‌سنجی می‌باشند [برای مثال حمدی نصر و همکاران ۲۰۰۹، ارفوئی و همکاران ۲۰۱۱، سیلوا دیاس و همکاران ۲۰۱۱]. در اکتشاف دیاپیر نمکی، روش GPR می‌تواند به نتایج قابل ملاحظه‌ای ختم شود [برای مثال گوین ۲۰۱۱]. خاصیت مقاومت ویژه پایین منابع نمکی مختلف، منتج به استفاده از روش‌های مختلف الکتریکی و الکترومغناطیسی می‌شود [برای مثال هورستن و همکاران ۲۰۰۰، یارامنچی ۲۰۰۰، بارت و همکاران ۲۰۰۶، آودیوا و همکاران ۲۰۱۲]. به خاطر اثر دیامغناطیس نهشته‌های نمکی، مطالعات مغناطیس‌سنجی را نیز می‌توان در اکتشاف منابع نمکی، به عنوان یک روش تکمیلی در کنار روش گرانی‌سنجی، ترکیب کرد [برای مثال باربوسا و سیلوا ۲۰۱۱، عابدی ۲۰۱۸، پائولتی و همکاران ۲۰۲۰].

علی‌رغم وجود منابع تبخیری گسترده در سرتاسر ایران، مطالعات ژئوفیزیکی زیادی برای آشکارسازی اهداف پنهان انجام نشده است. سازمان زمین‌شناسی ایران در سال ۱۳۸۵ چندین ناحیه با پتانسیل بالا، جهت اکتشاف چنین منابعی با استفاده از روش‌های ژئوفیزیکی، را مشخص کرده است، به طوری که

هدف اصلی آن کمک به صنایع ایران جهت جایگزین کردن قسمتی از واردات کودهای کشاورزی است [عابدی ۲۰۱۸]. یکی از این نواحی، آجی‌چای است که اخیراً چند منبع پتاس (از قبیل معادن ایلجاق و قره‌آغاج) در آن کشف شده است.

۴-۵-۲ زمین‌شناسی منابع پتاس در ایران و منطقه مورد مطالعه

پتاس‌ها در ایران به دو گروه تقسیم می‌شوند: (۱) منابع پتاس سنگی که به خاطر رسوب‌گذاری در طی زمان‌های زمین‌شناسی رخ می‌دهد و (۲) پتاس‌های آب شور که در محیط‌های مختلفی تشکیل می‌شود. شکل ۴-۸ توزیع منابع نمکی را بر روی نقشه زمین‌شناسی ساختمانی ایران نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، اکثر این منابع در جنوب و جنوب غربی ایران قرار دارند.



شکل ۴-۸. نمایش توزیع منابع نمکی در نقشه زمین شناسی ساختاری ایران. موقعیت نهشته نمکی آجی چای در شمال غربی ایران نمایش داده شده است [عابدی ۲۰۱۸].

از یک منظر کلی، نواحی پتاس دار ایران متناظر با حوزه‌های زیر می‌باشند [حلمی ۱۳۷۹]:

۱. حوزه گرمسار - قم - سمنان

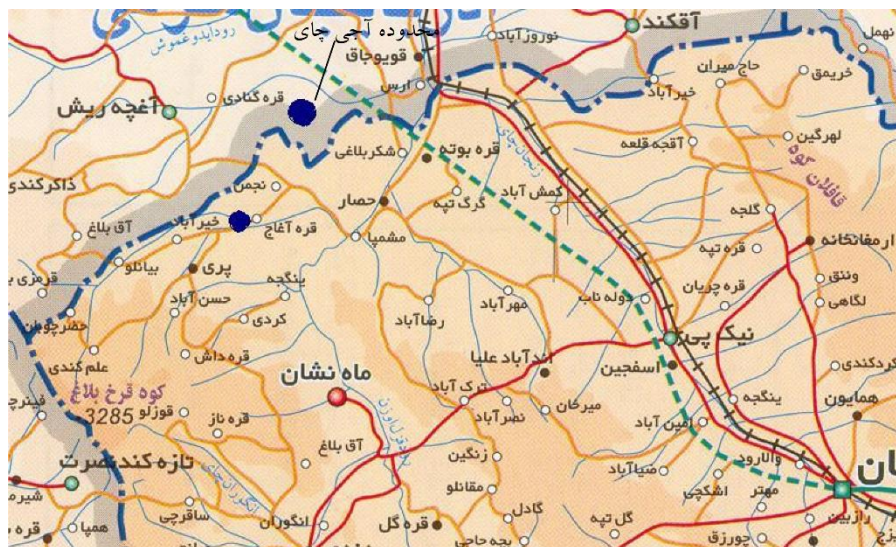
۲. حوزه کویر بزرگ (دشت کویر و دشت لوت)

۳. حوزه مرداب گاوخونی

۴. حوزه آذربایجان - زنجان - همدان

یکی از زون‌های اصلی از لحاظ منابع پتاس، در حوزه آذربایجان - زنجان - همدان در ناحیه ساختاری-تکتونیکی ایران مرکزی قرار دارد. تبخیری‌های دوره ترشیاری در ناحیه ایران مرکزی در دو افق چینه‌شناسی شامل اواخر-ائوسن-اوائیل-الیگوسن (سازند قرمز پائینی) و اواسط-تا-اواخر-مجوسن (سازند قرمز بالائی) [درویش‌زاده ۱۳۸۲] واقع شده‌اند. گنبد‌های نمکی استان آذربایجان شرقی، متعلق به بخش شمال غربی ناحیه ایران مرکزی (شکل ۴-۸)، در داخل سازند قرمز بالایی به سن مجوسن میانی تا بالایی قرار دارند (آق‌انباتی ۱۳۸۳). این گنبد‌ها معمولاً از نظر حجمی، کوچک و نزدیک به سطح زمین بوده و از نظر ذخایر پتاس قابل توجه می‌باشند.

از نظر موقعیت جغرافیایی، محدوده آجی‌چای در جنوب غرب شهرستان میانه و شمال شهرستان ماه‌نشان، در استان آذربایجان شرقی، در ناحیه ایران مرکزی و در جنوب نقشه زمین‌شناسی ۱/۱۰۰۰۰۰ میانه قرار دارد. برای دسترسی به محدوده مورد مطالعه با ادامه مسیر در اتوبان زنجان-تبریز بعد از سه راه سرچم به مسافت ۲۵ کیلومتر و پس از گذر از روستای دادلی به محدوده مورد نظر که در قسمت جنوب روستای حلاج قرار دارد، می‌رسیم (شکل ۴-۹).

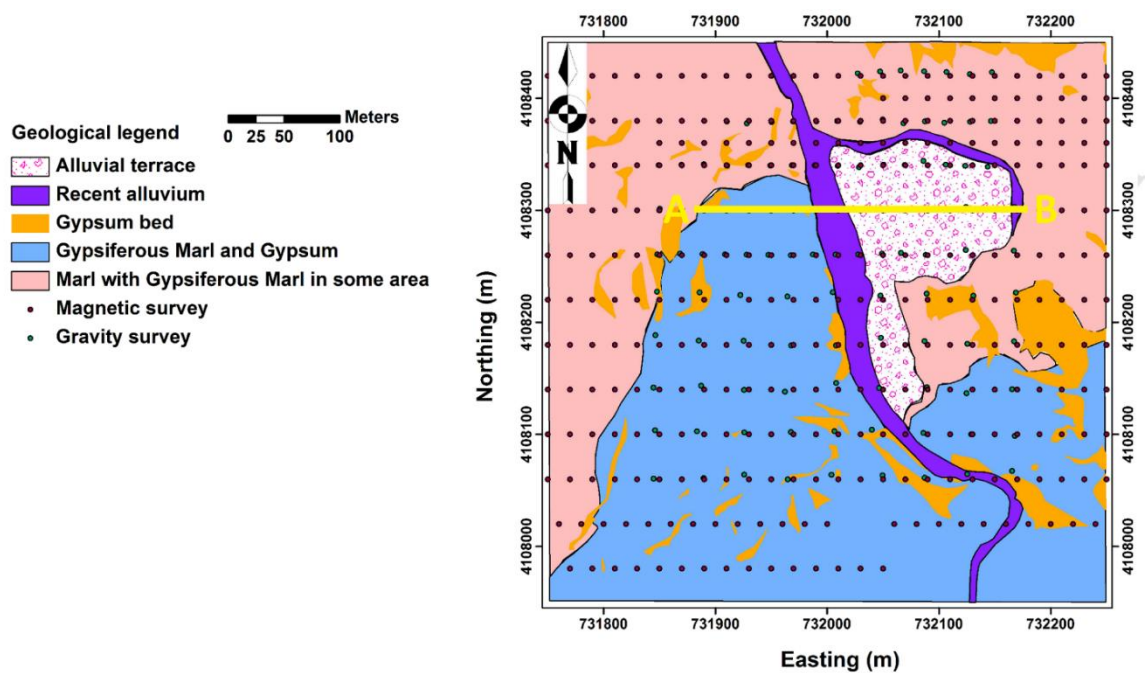


شکل ۴-۹. موقعیت جغرافیایی منطقه آجی‌چای

محدوده آجی چای شامل رسوبات مارنی، ماسه‌سنگی و کنگلومرانی به همراه رسوبات تبخیری است که به علت داشتن رخساره‌های سست در معرض فرسایش زیادی قرار گرفته و مورفولوژی پست با دره‌های کم‌عمق و ملایم را ساخته است. وسعت محدوده آجی چای حدود نیم کیلومتر مربع بوده و واحدهای زمین‌شناسی اصلی آن به شرح زیر می‌باشند (رضوی و جعفری ۱۳۸۹):

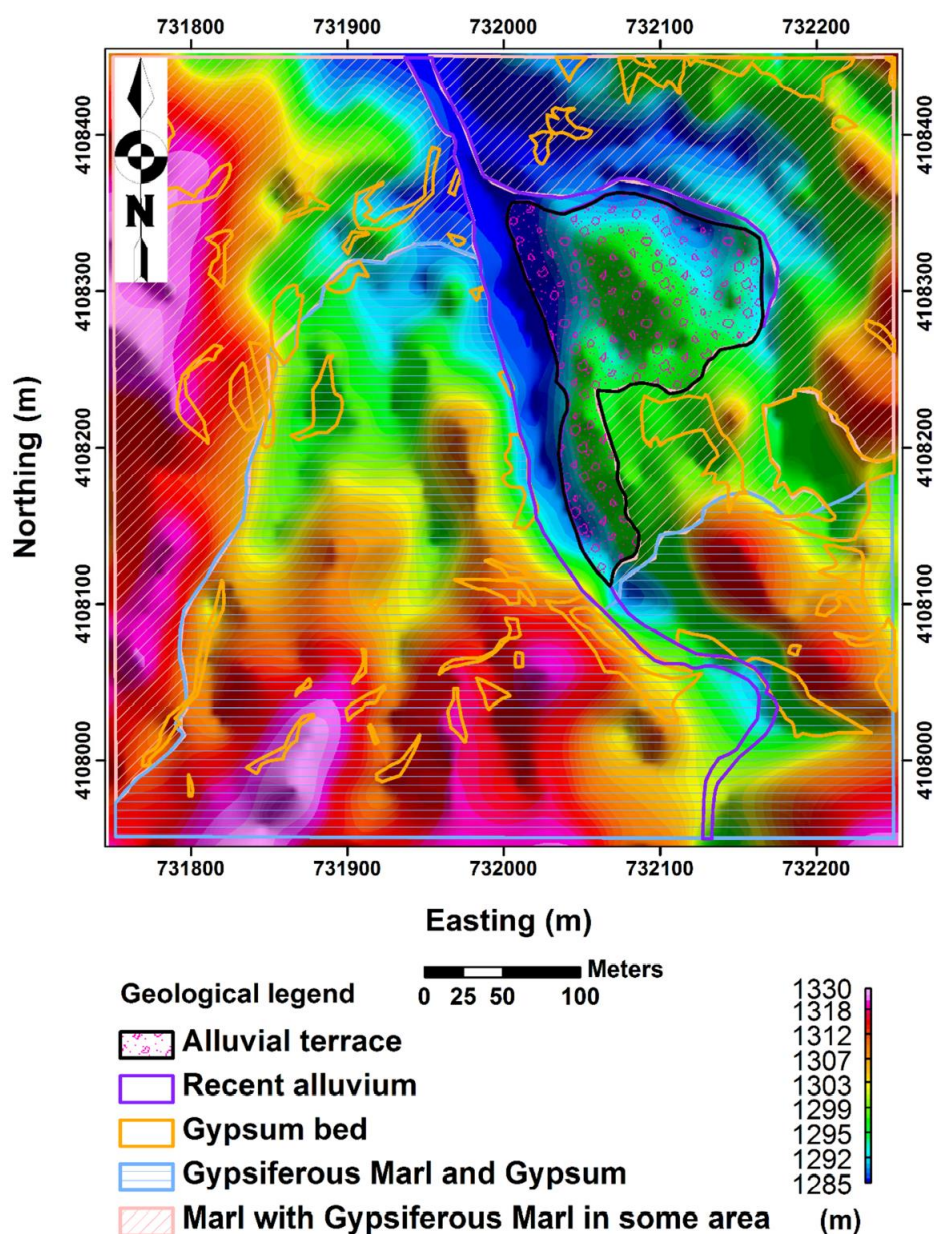
- واحد ژئوپس Mg: این واحد شامل رسوبات گچ است. ژئوپس‌ها اغلب به صورت متناوب با مارن‌ها می‌باشند و تنها در مناطق کمی، به دلیل فشارهای جانبی و روباره، دارای رخنمون می‌باشد. ژئوپس‌ها به شدت تکتونیزه هستند.
- واحد مارنی Mm: این واحد شامل مارن خاکستری و قرمز همراه با لایه‌هایی از ماسه‌سنگ و ژئوپس می‌باشد. افزون بر گچ آثاری از نفوذ نمک در این مارن‌ها دیده می‌شود. برونزدهای این واحد به خاطر مارنی بودن دارای مورفولوژی هموار و تپه‌ماهوری است. این واحد بیشترین مساحت محدوده را پوشش می‌دهد.
- واحد کنگلومرای QT: این واحد کنگلومراتیک، مصادف با پادگانه‌های آبرفتی، با قطعات کاملاً گردشده با ابعاد مختلف از چند سانتی‌متر تا چند دسیمتر می‌باشد. جنس قطعات بیشتر ژئوپس و قطعات ماسه‌ای است.
- واحد مارن ژئوپس‌دار Mmg: این واحد شامل تناوب مارن‌های رنگارنگ به رنگ قرمز خاکستری تا کرم روشن می‌باشد که مابین آنها لایه‌های ژئوپس نیز دیده می‌شود. این واحد در جنوب محدوده گسترش دارد.

در شکل ۴-۱۰ یک نقشه زمین‌شناسی ساده شده از محدوده آجی چای دیده می‌شود.



شکل ۴-۱۰. نقشه زمین شناسی محدوده آجی چای. نقاط سبزرنگ و قرمز رنگ، به ترتیب محل برداشت های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی را نشان می دهند. پروفیل زرد رنگ **AB** پروفیل داده های مطالعه شده را نمایش می دهد [عابدی ۲۰۱۸].

شکل ۴-۱۱ نقشه توپوگرافی محدوده آجی چای را نشان می دهد.



شکل ۴-۱۱. نقشه توپوگرافی محدوده آجی چای [عابدی ۲۰۱۸].

۴-۵-۳ واریون سازی هم زمان داده های واقعی

همان طور که قبلاً ذکر شد، چگالی پایین و اثر دیامگناطیس منابع نمکی، آن‌ها را به ترتیب تبدیل به هدفی مناسب برای مطالعات گرانی سنجی و مغناطیس سنجی می‌کند. در محدوده مورد مطالعه آجی-چای، چگالی پایین و اثر دیامگناطیسی پتاس نسبت به زمینه رسوبی اطراف آن منجر به تولید آنومالی-

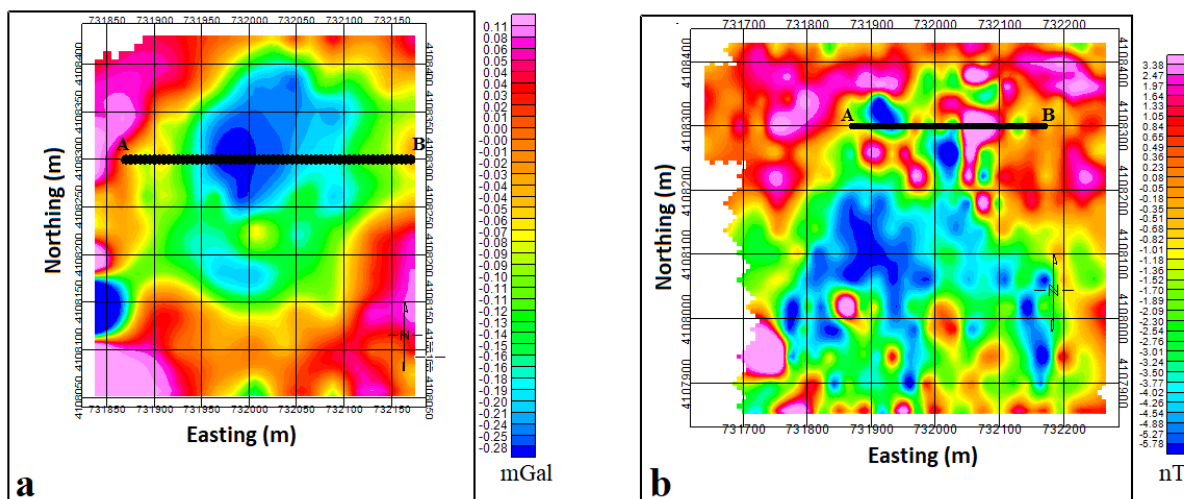
های میدان-پتانسیل منفی قابل توجه می‌کند. بنابراین یک مطالعه میدان پتانسیل در منطقه را ضروری می‌نمود.

نقاط برداشت داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی به ترتیب با دایره‌های سبزرنگ و قرمز رنگ بر روی نقشه زمین‌شناسی منطقه (شکل ۴-۱۰) نشان داده شده‌اند. بر اساس گزارش ژئوفیزیک موجود [رضوی و جعفری ۱۳۸۹] از یک گرانی‌سنج نوع CG3 مربوط به شرکت سینترکس با حساسیت ۵ میکروگال، برای مشاهدات میکرو گرانی‌سنجی و از یک مغناطیس‌سنج پروتون با حساسیت ۰.۱ نانوتسلا برای برداشت داده‌های مغناطیس کل استفاده شده است. شدت میدان مغناطش زمین ۴۷۸۶۰ نانوتسلا با زاویه میل ۵۵.۵ درجه و زاویه انحراف ۴.۲ درجه بوده است.

داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی مربوط به ناحیه آجی‌چای، قبلاً توسط عابدی [۲۰۱۸] به منظور مدل کردن یک نهشته پتاس در زیر زمین، به صورت جداگانه وارون‌سازی شده‌اند. به منظور بهبود نتایج و به دست آوردن مدل‌های چگالی و مغناطش سازگار، انجام وارون‌سازی هم‌زمان این داده‌ها ضروری می‌نماید. از طرفی، رابطه مشخصی میان چگالی و مغناطش در این ناحیه وجود ندارد و لذا وارون‌سازی هم‌زمان با قید گرادیان متقاطع، یک انتخاب مناسب خواهد بود. همچنین چندین حفاری روی این هدف پتاس انجام شده به طوری که عمق بالا و پایین آن مشخص شده است [رضوی و جعفری ۱۳۸۹]. این حفاری‌ها جهت ارزیابی نتایج وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های گرانی و مغناطیس استفاده خواهد شد.

بعد از انجام تصحیحات لازم روی هر دو سری داده‌ها، به منظور حذف اثرات ناحیه‌ای، به ترتیب روندهای مرتبه-اول و مرتبه-سوم از داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی حذف شد. داده‌های باقی‌مانده (بدون اثرات ناحیه‌ای) در تصاویر a و b از شکل ۴-۱۲ نشان داده شده‌اند. با یک چنین حذف اثرات ناحیه‌ای، انتظار می‌رود که منشأ آنومالی‌های باقی‌مانده صرفاً از ۲۰۰ متر پایین سطح زمین باشد.

داده‌های گرانی‌سنجی در تصویر a از شکل ۴-۱۲ نشان می‌دهند که نهشته پتاس مورد هدف با مقادیر پایین گرانی‌سنجی همراه است.



شکل ۴-۱۲. نقشه باقیمانده داده‌های گرانی‌سنجی، **b** نقشه باقیمانده داده‌های مغناطیس‌سنجی، داده‌های روی پروفیل **AB** جهت انجام وارون‌سازی هم‌زمان استفاده می‌شوند.

داده‌های لازم جهت ورود به فرآیند وارون‌سازی هم‌زمان، از روی پروفیل **AB** و به فاصله ۵ متر نمونه‌برداری شدند.

همان گونه که قبلاً بیان شد، یک نهشته نمکی به دلیل چگالی پایین، هدفی مناسب برای مطالعات گرانی‌سنجی است. به طور معمول، تباین چگالی ایجاد شده به دلیل چگالی پایین نمک بسیار بیشتر از تباین مغناطش ایجاد شده به دلیل اثر دیامغناطیس نهشته‌های نمکی است. علاوه بر این، مدل چگالی به دست آمده از وارون‌سازی جداگانه داده‌های گرانی‌سنجی مطابقت قابل توجه‌ای با اطلاعات حفاری موجود [رضوی و جعفری ۲۰۰۸] و مطالعات قبلی داده‌های گرانی‌سنجی [عابدی ۲۰۱۸] دارد. بنابراین، مدل چگالی محتمل‌تر از مدل مغناطش است. فلذا در فرآیند وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های منطقه آجی‌چای، وزن w_1 مربوط به مدل چگالی بزرگتر از وزن w_2 مربوط به مدل مغناطش لحاظ شد (معادله ۳-۷).

بیشتر منابع تبخیری در شمال غربی ایران به عنوان منابع نمکی هالو کینتیک دسته‌بندی می‌شوند. بنابراین فشارهای جانبی موجب حرکت رو به بالای منبع پتاس مورد هدف شده و می‌توان آن را به صورت یک استوانه عمودی تصور کرد [عابدی ۲۰۱۸]. لذا شاخص ساختاری ۱ برای گرانی‌سنجی و ۲ برای مغناطیس‌سنجی در نظر گرفته می‌شود. ما از این مقادیر برای ضریب β مربوط به تابع وزندهی عمقی استفاده کردیم (رابطه ۳-۱۲).

Error! Reference source not found. شکل ۴-۱۳ نتایج وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی منطقه آجی‌چای را نشان می‌دهد. انطباق خوبی بین داده‌های مشاهده شده و داده‌های پیش‌بینی شده مشاهده می‌شود. در مدل‌های به دست آمده از وارون‌سازی‌ها (تصاویر c تا h در شکل ۴-۱۳)، نواحی با چگالی و مغناطش پایین، رنگ‌های سرد در این تصاویر، منطبق با نهشته پتاس در دست بررسی می‌باشند.

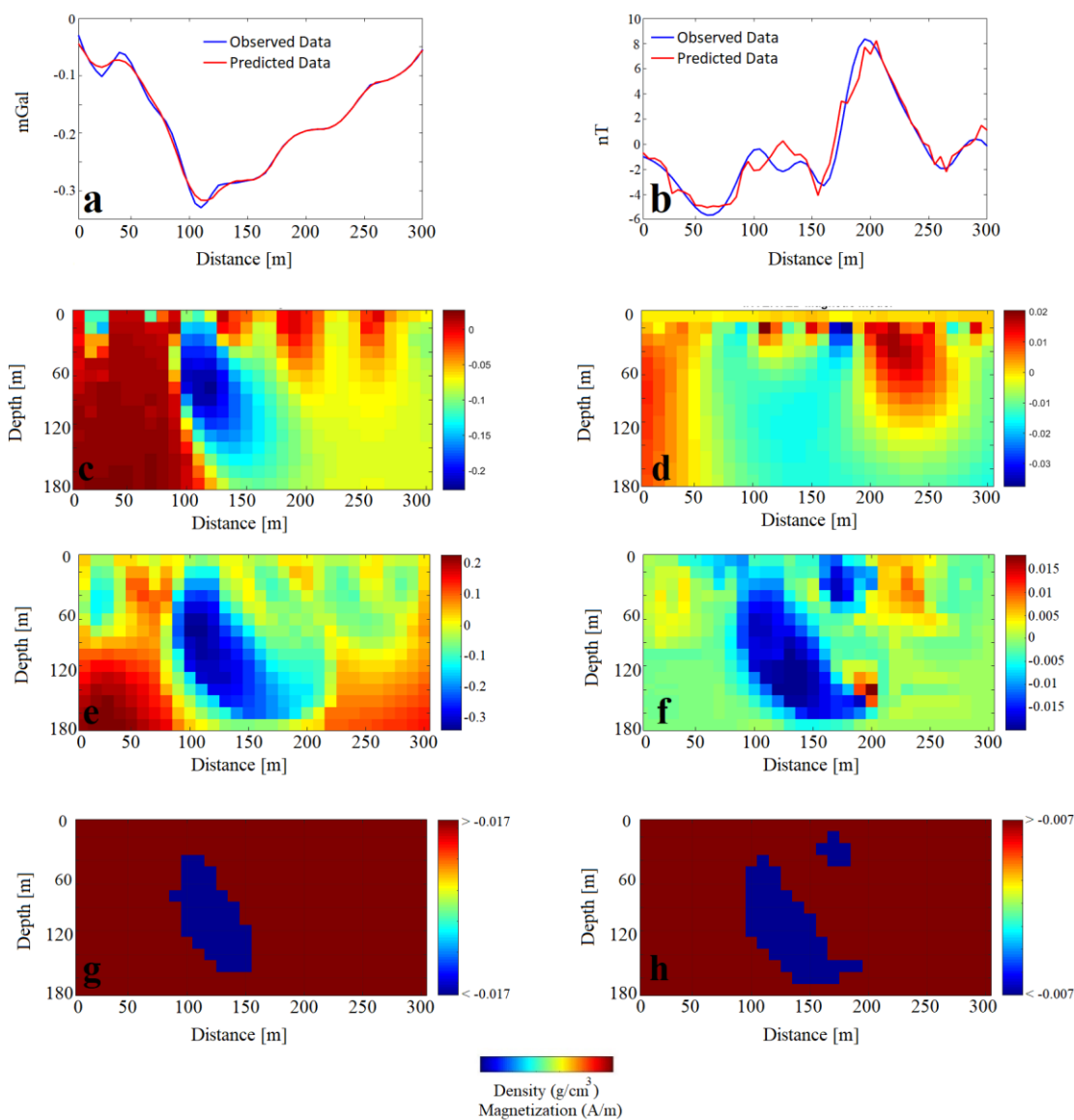
مدل‌های به دست آمده از وارون‌سازی هم‌زمان، همانطور که در تصاویر g و h از شکل ۴-۱۳ نمایش داده شده‌اند، گسترش عمقی ۴۰ تا ۱۵۰ متر را برای منبع پتاس مورد هدف نشان می‌دهند. این نتایج با مطالعات قبلی، و نتایج حفاری که حداقل عمق ۳۸ متر و حداکثر عمق ۱۵۰ متر را برای منبع پتاس مورد بحث نشان می‌دهند، کاملاً سازگار است [رضوی و جعفری ۱۳۸۹، صمیمی ۱۳۸۹، رجب‌لو ۱۳۹۰، عابدی ۲۰۱۸].

علاوه بر این، عابدی [۲۰۱۸] با ترکیب سیگنال تحلیلی^۱ و روش اویلر^۲ عمق بالای ۳۸ متر را برای منبع پتاس به دست آورد. همچنین عابدی [۲۰۱۸] با انجام وارون‌سازی جداگانه داده‌های گرانی‌سنجی، گسترش قائم ۳۸ تا ۱۵۰ متر را برای هدف پتاس مورد مطالعه به دست آورد. بنابراین، نتایج وارون‌سازی

۱ Analytical signal

۲ Euler method

همزمان داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی بر اساس روش پیشنهاد شده، در تطابق خوبی با نتایج قبلی و داده‌های حفاری قرار دارد.



شکل ۴-۱۳. نتایج وارون سازی هم زمان داده های واقعی. **a** و **b** داده های مشاهده ای را در کنار داده های به دست آمده از مدل وارون سازی شده نشان می دهند. **c** و **d** مدل های به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده ها را نشان می دهند. **e** و **f** مدل های به دست آمده از وارون سازی همزمان داده ها را نشان می دهند. **g** و **h** مدل های به دست از وارون سازی همزمان را با یک حد آستانه کمتر از ۰.۰۱۷- گرم بر سانتیمتر مکعب و ۰.۰۰۷- آمپر بر متر، به ترتیب برای مدل چگالی و مدل مغناطش نشان می دهند.

همچنین، در مقایسه با مدل‌های چگالی و مغناطشی که از وارون‌سازی جداگانه داده‌های گرانی-سنجی و مغناطیس‌سنجی به دست آمدند [تصاویر c و d شکل ۴-۱۳ و مطالعه عابدی ۲۰۱۸] و از لحاظ ساختاری متفاوت هستند، مدل‌های چگالی و مغناطش به دست آمده از وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی در این مطالعه [تصاویر g و h شکل ۴-۱۳]، از لحاظ هندسی و ساختاری تطابق خیلی خوبی دارند.

فصل ۵ : نتایج و مشاهدات

۵-۱ نتایج

وجود هر دو سری داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی در کنار هم، از طرفی عدم وجود یک رابطه مستقیم بین هر دو پارامترهای مدل یعنی چگالی و خودپذیری مغناطیسی، مطالعه وارون‌سازی هم‌زمان داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیسی با قید گرادیان متقاطع را می‌طلبد.

الگوریتم ارائه شده فرآیندی را طی می‌کند که در طی آن وارون‌سازی‌های جداگانه که در هر تکرار تغییر در پارامترهای مدل را به دست می‌دهند، با استفاده از جمله گرادیان متقاطع مقید می‌کند. با اعمال الگوریتم ارائه شده برای هر دوی داده‌های مصنوعی و واقعی، دیدیم که الگوریتم به خوبی قادر است که تعادلی منطقی بین عدم برازش داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی از یک طرف و شباهت ساختاری مدل‌های مغناطش و چگالی ایجاد کند.

یکی از مراحل اصلی قبل از شروع فرآیند وارون‌سازی، تعیین مقدار ضرایب منظم‌ساز است که در این مطالعه از روش NCP استفاده شد. علاوه بر این، با انتخاب مناسب ضرایب وزن‌دهی استفاده شده در فرآیند مقید کردن با جمله گرادیان متقاطع، می‌توان سهم یا اثر هر کدام از دو مدل مغناطش یا چگالی را در مدل‌های نهایی تغییر داد.

در مدل مصنوعی اول، مقایسه بین وارون‌سازی‌های جداگانه داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس-سنجی، نشان داد که مدل مغناطش به دست آمده از وارون‌سازی جداگانه داده‌های مغناطیس‌سنجی نسبت به مدل چگالی به دست آمده از وارون‌سازی جداگانه داده‌های گرانی‌سنجی، به واقعیت نزدیکتر است. بنابراین در این سناریو، با دادن وزن بیشتر به مدل مغناطش و با کمک قید گرادیان متقاطع، شاهد بهبود قابل توجه‌ای در مدل چگالی نهایی بودیم. این در حالی است که مدل مغناطش، به دست آمده از وارون‌سازی هم‌زمان، نیز بهبود پیدا کرد.

در مدل مصنوعی دوم، شرایط برعکس بود به طوری که مدل چگالی به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده های گرانی سنجی نسبت به مدل مغناطش به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده های مغناطیس سنجی، به واقعیت نزدیکتر است. بنابراین در این سناریو، با دادن وزن بیشتر به مدل چگالی و با کمک قید گرادیان متقاطع، شاهد بهبود قابل توجهی در مدل مغناطش نهائی بودیم. این در حالی است که مدل چگالی، به دست آمده از وارون سازی همزمان، نیز بهبود پیدا کرد.

در مورد داده های منطقه آجی چای، مطالعات قبلی شامل مطالعات تفسیری، وارون سازی های جداگانه داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی و اطلاعات حفاری نشان می داد که مدل چگالی محتمل تر از مدل مغناطش بوده و به وارون سازی گرانی سنجی بیشتر می توان اعتماد کرد. لذا وارون سازی همزمان با دادن وزن بیشتر به مدل چگالی انجام شد و البته منجر به بهبود قابل توجه در ساختار مدل نهائی شد. که مانند مثال های مصنوعی، این بهبود قطعاً نتیجه استفاده از قید ساختاری گرادیان متقاطع است.

شباهت ساختاری بین دو مدل چگالی و مغناطش در مطالعه انجام شده روی مدل های مصنوعی و البته در مطالعه انجام شده روی نهشته پتاس مورد هدف، نشان دهنده کارایی و اثرگذاری قید ساختاری گرادیان متقاطع اعمال شده در طی فرآیند وارون سازی همزمان می باشد. به خصوص در منطقه آجی-چای، این قید ساختاری منجر به بهبود مدل مغناطش نسبت به مدل مغناطش به دست آمده از وارون-سازی جداگانه داده های مغناطیس سنجی شد. در حالی که مدل مغناطش به دست آمده از وارون سازی جداگانه داده های مغناطیس سنجی، قادر به ارائه مدلی نزدیک به مدل نهشته پتاس واقعی ندارد و به خصوص گسترش عمقی مدل پتاس واقعی را به دست نمی دهد، مدل مغناطش به دست آمده از وارون-سازی همزمان داده های گرانی سنجی و مغناطیس سنجی کاملاً با مدل چگالی سازگار بوده و قادر است که شکل و گسترش عمقی مورد انتظار از داده های حفاری و مطالعات قبلی را، به خوبی ارائه کند.

دیدیم که برای مدل مصنوعی اول، هیچ نوع اطلاعات اضافی برای مدل گرانی سنجی استفاده نشد و برای مدل مصنوعی دوم، هیچ نوع اطلاعات اضافی برای مدل مغناطیس سنجی استفاده نشد. این موضوع

نشان می‌دهد که روش ارائه شده حتی برای مناطقی که اطلاعات کمی از مقادیر چگالی و مغناطش موجود هست، نیز قابل استفاده می‌باشد.

در الگوریتم ارائه شده به راحتی می‌توان از روش‌های وارون‌سازی جداگانه مختلفی برای هردو مورد گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی استفاده کرد. برای نمایش این قابلیت مهم، دو مدل‌سازی متفاوت از داده‌های مصنوعی ارائه شد که در هر سناریو، الگوریتم ارائه شده از وارون‌سازی‌های جداگانه متفاوتی استفاده می‌کند.

۲-۵ پیشنهادات

همان طور که قبلاً توضیح داده شد در طول فرآیند وارون‌سازی هم‌زمان، به مدلی که برتری خود را قبلاً (در وارون‌سازی‌های جداگانه یا در مطالعات قبلی و اطلاعات تکمیلی) نشان داده است، وزن بیشتری نسبت داده می‌شود. به عنوان یک کار جانبی در این مطالعه، سعی شد که با دادن وزن‌های متفاوت فرآیند وارون‌سازی هم‌زمان پایش شده و نتیجه‌ها بررسی شدند. مشاهده شد که این وزن‌دهی‌های متفاوت نتیجه قابل توجه‌ای در فرآیند وارون‌سازی داشته و بعضاً حتی موجب به هم زدن نتایج (واگرا شدن فرآیند وارون‌سازی، به دست داده مدل‌های غیر واقعی و ...) شد. مطالعه روی وزن‌دهی‌های مختلف و ارائه روشی برای به دست آوردن این وزن‌ها به صورت خودکار، می‌تواند یک موضوع قابل توجه در مطالعات آینده باشد.

مطالعه انجام شده و برنامه‌های کامپیوتری نوشته شده در این مطالعه به صورت دو بعدی انجام شدند. پیشنهاد می‌شود در اولین قدم برای بهبود این مطالعه اقدام جهت سه بعدی کردن این برنامه‌ها شود.

نشان دادیم که در الگوریتم ارائه شده به راحتی می‌توان از روش‌های وارون‌سازی جداگانه مختلفی برای هردو مورد گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی استفاده کرد. از آنجا در این الگوریتم، فرآیند وارون-

سازهای جداگانه کاملاً مستقل و مجزا انجام می‌شوند (مستطیل‌های قرمز رنگ در شکل ۳-۳)، به نظر می‌رسد این قابلیت را می‌توان به راحتی به روش‌های دیگر ژئوفیزیکی نیز تعمیم داد و از این الگوریتم برای وارون‌سازی داده‌های دیگر ژئوفیزیکی نیز استفاده کرد. پیشنهاد می‌شود که در مطالعات آینده این موضوع با ترکیب‌های مختلفی از روش‌های ژئوفیزیکی آزموده شود. استفاده از سه روش ژئوفیزیکی جهت ترکیب آنها با ساختار این الگوریتم، نیز می‌تواند یکی از موضوعات پژوهشی در آینده باشد.

مراجعه

آقانباتی، ع.، ۱۳۸۳، زمین شناسی ایران. سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور.

درویش زاده ع.، ۱۳۸۲. زمین شناسی ایران. انتشارات امیرکبیر، ۹۰۲ ص.

حلمی ف.، ۱۳۷۹. شرحی بر نمک طعام - پتاس و پراکندگی آن ها در ایران. سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور.

جویمیلانی ا.، ۱۳۹۹. پایان نامه دکتری: " شناسایی هندسه سنگ بستر با استفاده از داده های میدان پتانسیل و روش های مدل سازی الگوریتم کلونی مورچگان و رقابت استعماری- مطالعه موردی حوضه رسوبی مغان "، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

رجبلو ر.، آلوندی ا.، توشمالانی ر.، ۱۳۹۰. تفسیر مستقیم آنومالی های گرانی باقیمانده در گنبد نمکی آجی چای به منظور کشف پتاس. چهارمین همایش ملی زمین شناسی اقتصادی.

رضوی ا. و جعفری ف.، ۱۳۸۹. گزارش اکتشاف پتاس با استفاده از روش های گرانی و مغناطیس در منطقه آجی چای (آذربایجان شرقی) و قره آغاج (زنجان). سازمان زمین شناسی ایران.

صمیمی س.، ۱۳۸۹. تخمین عمق و شکل آنومالی گرانی با استفاده از روش احمد سالم، مطالعه موردی. اولین کنفرانس ملی زمین شناسی ایران.

نبوی م.ح.، ۱۳۵۵. دیباچه ای بر زمین شناسی ایران. سازمان زمین شناسی ایران، ۱۰۹ ص.

ورفی نژاد ر.، ۱۳۹۹. پایان نامه دکتری: " وارونسازی توأمان داده های مقاومت ویژه و مغناطیس سنجی با استفاده از قید ضرب برداری گرادیان ها " موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران.

- Abedi, M., 2018. An integrated approach to evaluate the Aji-Chai potash resources in Iran using potential field data. *Journal of African Earth Sciences* 139, 379-391.
- Abedi, M., Gholami, A., Norouzi, G.-H., Fathianpour, N., 2013. Fast inversion of magnetic data using Lanczos bidiagonalization method. *J. Appl. Geophys.* 90, 126–137.
- Abubakar A, Li M, Liu J, et al, 2009. Simultaneous joint inversion of MT and CSEM data using a multiplicative cost function[M]//SEG Technical Program Expanded Abstracts 2009. Society of Exploration Geophysicists, 719-723.
- Arfaoui, M., Inoubli, M.H., Tlig, S., Alouani, R., 2011. Gravity analysis of salt structures. An example from the El Kef-Ouargha region (northern Tunisia). *Geophysical Prospecting* 59, 576-591.
- Aster, R.C., Borchers, B., Thurber C.H., 2019. Parameter estimation and inverse problems. Elsevier, ISBN 978-0-12-385048-5.
- Avdeeva, A., Avdeev, D., Jegen, M., 2012. Detecting a salt dome overhang with magnetotellurics: 3D inversion methodology and synthetic model studies. *Geophysics* 77, E251-E263.
- Barbosa, V.C.F., Silva, J.B.C., 2011. Reconstruction of geologic bodies in depth associated with a sedimentary basin using gravity and magnetic data. *Geophysical Prospecting* 59, 1021-1034.
- Barrett, B., Heinson, G., Hatch, M., Telfer, A., 2006. River sediment salt-load detection using a water-borne transient electromagnetic system. *Journal of Applied Geophysics* 58, 29-44.

Barhen, J., Berryman, J.G., Borcea, L., Dennis, J., de Groot-Hedlin, C., Gilbert, F., and More, J., (2000), “Optimization and geophysical inverse problems”, Lawrence Berkeley National Lab.(LBNL), Berkeley, CA (United States).

Bennington N L, Zhang H, Thurber C H, et al, 2015. Joint inversion of seismic and magnetotelluric data in the Parkfield region of California using the normalized cross-gradient constraint. *Pure and Applied Geophysics*, 172(5): 1033-1052.

Bertete-Aguirre, H., Cherkaev, E. & Oristaglio, M., 2002. Non-smooth gravity problem with total variation penalization functional, *Geophys. J. Int.*, 149, 499-507.

Blakely, R.J., (1996), “Potential theory in gravity and magnetic applications” Cambridge University Press.

Bortolozo C A, Couto M A, Porsani J L, et al, 2014. Geoelectrical characterization using joint inversion of VES/TEM data: A case study in Paraná Sedimentary Basin, São Paulo State, Brazil. *Journal of Applied Geophysics*, 111: 33-46.

Bosch M, 1999. Lithologic tomography: From plural geophysical data to lithology estimation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 104: 749-766.

Boschetti, F., Dentith, M., and List, R., (1997), “Inversion of potential field data by genetic algorithms” *Geophysical Prospecting*, 45, 3, pp: 461-478.

Candansayar, M.E., Tezkan, B., 2008. Two-dimensional joint inversion of radiomagnetotelluric and direct current resistivity data. *Geophys. Prospect.* 56 (5), 737–749.

- Cella, F., Fedi, M., 2012. Inversion of potential field data using the structural index as weighting function rate decay. *Geophysical Prospecting* 60, 313-336.
- Coleman, T.F., and Li, Y., 1996. A reflective Newton method for minimizing a quadratic function subject to bounds on some of the variables. *Computer Science, Mathematics SIAM J. Optimization.* 6, 1040-1058.
- De Stefano, M., F. Golfré Andreasi, S. Re, M. Virgilio, and F. F. Snyder, 2011 ,Multiple-domain, simultaneous joint inversion of geophysical data with application to subsalt imaging: *Geophysics*,76, no. 3, R69–R80.
- Dell'Aversana, P., 2001, Integration of seismic, MT and gravity data in a thrust belt interpretation: *First Break*, 19.
- Demirci, I., Dikmen, U., Candansayar, M.E., 2018. Two-dimensional joint inversion of Magnetotelluric and local earthquake data: Discussion on the contribution to the solution of deep subsurface structures. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 275, 56–68.
- Doetsch, J., Linde, N. & Binley, A., 2010. Structural joint inversion of timelapse crosshole ERT and GPR traveltime data, *Geophys. Res. Lett.*, 37.
- Fang H, Zhang H, Yao H, et al, 2016. A new algorithm for three-dimensional joint inversion of body wave and surface wave data and its application to the Southern California plate boundary region. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 121(5): 3557-3569.
- Fregoso, E., Gallardo, L. A., and García-Abdeslem, J., 2015. Structural joint inversion coupled with Euler deconvolution of isolated gravity and magnetic anomalies. *Geophysics*, 80(2), G67–G79.

- Fregoso, E., and Gallardo, L. A., 2009. Cross-gradients joint 3D inversion with applications to gravity and magnetic data. *Geophysics*, 74(4), L31-L42.
- Gallardo, L. A., 2004, Joint two-dimensional inversion of geoelectromagnetic and seismic refraction data with cross-gradients constraint: Ph.D. thesis, Lancaster University.
- Gallardo, L.A. & Meju, M.A., 2003. Characterization of heterogeneous near-surface materials by joint 2D inversion of DC resistivity and seismic data, *Geophys. Res. Lett.*, 30(13).
- Gallardo, L. A., and M. A. Meju, 2007, Joint two-dimensional cross-gradient imaging of magnetotelluric and seismic travel time data for structural and lithological classification: *Geophysical Journal International*, 169, 1261–1272.
- Gallardo, L.A. & Meju, M.A., 2011. Structure-coupled multiphysics imaging in geophysical sciences, *Rev. Geophys.*, 49(1), doi:10.1029/2010RG000330.
- Gallardo-Delgado, L. A., M. A. Perez-Flores, and E. G.-T., 2003, A versatile algorithm for joint 3-D inversion of gravity and magnetic data: *Geophysics*, 68, 949-959.
- Gallardo-Delgado, L. A., and Thebaud, N., 2012. New insights into Archean granite-greenstone architecture through joint gravity and magnetic inversion *Geology* 2012; doi: 10.1130/G32817.1
- Gao, J., Zhang, H., 2018. An efficient sequential strategy for realizing cross-gradient joint inversion: method and its application to two dimensional

- cross borehole seismic travel time and DC resistivity tomography. *Geophysical Journal International* 213 (2), 1044-1055.
- Golub, G., M. Heath, and G. Wahba, 1979. "Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter," *Technometrics*, Vol. 21, 215–223.
- Gross, L., 2019. Weighted cross-gradient function for joint inversion with the application to regional 3-D gravity and magnetic anomalies. *Geophys. J. Int.* (2019) 217, 2035–2046.
- Günther T, R. Dlugosch, R. Holland, and U. Yaramanci, 2010, Aquifer Characterization using coupled inversion of DC/IP and MRS data on a hydrogeophysical test-site, in: *SAGEEP, Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems 2010*, 302–307.
- Günther T, Rucker C, 2006. A New Joint Inversion Approach Applied to the Combined Tomography of DC Resistivity and Seismic Refraction Data. *Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems 2006*: pp. 1196-1202, doi.org/10.4133/1.2923578
- Haber E, Oldenburg D, 1997. Joint inversion: a structural approach. *Inverse problems*, 13(1): 63-77.
- Hamdi-Nasr, I, Inoubli, M.H., Salem, A.B., Tlig, S., Mansouri, A., 2009. Gravity contributions to the understanding of salt tectonics from the Jebel Cheid area (dome zone, Northern Tunisia). *Geophysical Prospecting* 57, 719-728.

- Hansen, P. C., M. E. Kilmer, and R. H. Kjeldsen, 2006. Exploiting residual information in the parameter choice for discrete ill-posed problems. *BIT Numerical Mathematics*, Vol. 46, 41–59.
- Heincke, B., Jegen, M. & Hobbs, R., 2006. Joint inversion of mt, gravity and seismic data applied to sub-basalt imaging, *SEG Tech. Prog. Expand. Abstracts*, 25(1), 784–789.
- Hoversten, G.M., Constable, S.C., Morrison, H.F., 2000. Marine magnetotellurics for base-of-salt mapping: Gulf of Mexico field test at the Gemini structure. *Geophysics* 65, 1476-1488
- Hu, W., A. Abubakar, and T. M. Habashy, 2009, Joint electromagnetic and seismic inversion using structural constraints: *Geophysics*, 74, no. 6, R99–R109.
- Jegen, M.D., Hobbs, R.W., Tarits, P. & Chave, A., 2009. Joint inversion of marine magnetotelluric and gravity data incorporating seismic constraints. Preliminary results of sub-basalt imaging off the Faroe Shelf, *Earth planet. Sci. Lett.*, 282, 47–55.
- Jing, C., J. J. Carazzone, C. DiCaprio, G. Leahy, A. A. Mullur, R. L. Saltzer, J. Schmedes, and V. P. Singh, 2011, A hybrid joint-inversion scheme: 81st Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 2689–2693.
- Joulidehsar, F., Moradzadeh, A. & Doulati Ardejani, F., 2018. An improved 3D joint inversion method of potential field data using cross-gradient constraint and LSQR method, *Pure appl. Geophys.*, 175, 4389–4409.
- Jupp D L B, Vozoff K, 1975. Stable iterative methods for the inversion of geophysical data. *Geophysical Journal International*, 42(3): 957-976.

- Karaoulis, M., Revil, A., Zhang, J. & Werkema, D.D., 2012. Time-lapse joint inversion of crosswell dc resistivity and seismic data: A numerical investigation, *Geophysics*, 77(4), D141–D157.
- Kovin, O., 2011. Mapping of evaporite deformation in a potash mine using ground penetration radar-Upper Kama deposit, Russia. *Journal of Applied Geophysics* 74, 131-141.
- Kumar.R, K., (2007), “Potential theory in applied geophysics”. Springer Science and Business Media.
- Lelièvre, P. G., C. G. Farquharson, and C. A. Hurich, 2012, Joint inversion of seismic travel times and gravity data on unstructured grids with application to mineral exploration: *Geophysics*,77.
- Lelièvre, P.G., Oldenburg, D.W. and Williams, N.C., 2009, integrating geological and geophysical data through advanced constrained inversions, *Exploration Geophysics*, 40, 334-341.
- Lelièvre, P.G., and Farquharson, C.G., 2013. Gradient and smoothness regularization operators for geophysical inversion on unstructured meshes. *Geophys. J. Int.*, 195, 330–341.
- Li, Y., and Oldenburg, D. W., 1996. 3-D inversion of magnetic data. *Geophysics*, 77(1), 394-408.
- Li, Y. & Oldenburg, D. W., 1998. 3-D inversion of gravity data, *Geophysics*, 63, 109-119.
- Li, Y., and D. W. Oldenburg, 2000, Joint inversion of surface and three-component borehole magnetic data: *Geophysics*,65, 540–552.

- Li, Y., and D. W. Oldenburg, 2003. Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and a logarithmic barrier method: *Geophysical Journal International*, 152, 251-265.
- Linde, N., Binley, A., Tryggvason, A., Pedersen, L.B.&Revil, A., 2006. Improved hydrogeophysical characterization using joint inversion of crosshole electrical resistance and ground-penetrating radar traveltime data, *Water Resour. Res.*, 42(12), W12404, doi:10.1029/2006WR005131.
- Linde, N. & Doetsch, J., 2016. Joint inversion in hydrogeophysics and near-surface geophysics, in *Integrated Imaging of the Earth: Theory and Applications*, eds, Moorkamp, M., Lelièvre, P. G., Linde, N. & Khan, A., pp. 117–135, John Wiley and Sons, Inc.
- Lines, L. R., S. K. Alton, and S. Treitel, 1988, Cooperative inversion of geophysical data: *Geophysics*, 53.
- Menichetti, V. and Guillen, A. 1983. Simultaneous Interactive Magnetic and Gravity Inversion. *Geophysical Prospecting* 31, 929-944.
- Menke, W., (2012), “Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory Academic” MATLAB edn. New York: Academic.
- Maceira M, Ammon C J, 2009. Joint inversion of surface wave velocity and gravity observations and its application to central Asian basins shear velocity structure. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 114(B2), doi: 10.1029/2007JB005157.
- Martin, R., Monteiller, V., Komatitsch, D., Jessell, M., Bonvalot, S., Lindsay, M., 2013. Gravity inversion using wavelet-based compression on parallel hybrid CPU/GPU systems: application to Southwest Ghana. *Geophys. J. Int.* 1594–1619.

- Meju, M. A., (1994), “Geophysical data analysis: Understanding inverse problem theory and practice” Society of Exploration Geophysicists.
- Mojabi, P., and LoVetri, J., 2008. Adapting the normalized cumulative periodogram parameter-choice method to the Tikhonov regularization of 2D/TM Electromagnetic inverse scattering using Born iterative method. *Progress in Electromagnetics Research M*, Vol. 1, 111–138.
- Moorkamp, M., Heincke, B., Jegen, M., Roberts, A.W., and Hobbs R.W., 2011. A framework for 3D joint inversion of MT, gravity and seismic refraction data. *Geophysical Journal International*, 184(1), 477-493.
- Moorkamp, M., Heincke, B., Jegen, M., and Roberts, A.W., 2016. Joint Inversion in Hydrocarbon Exploration, in *Integrated Imaging of the Earth: Theory and Applications*, eds, Moorkamp, M., Lelièvre, P. G., Linde, N. & Khan, A., pp. 117–135, John Wiley and Sons, Inc.
- Morozov, V. A., 1984. *Methods for Solving Incorrectly Posed Problems*, Springer-Verlag, New York.
- Nabighian, M.N., Grauch, V.J.S., Hansen, R.O., LaFehr, T.R., Li, Y., Peirce, J W., Ruder, M. E., 2005. The historical development of the magnetic method in exploration. *Geophysics*, 70, 33-61.
- Oliver-Ocañoab, F.M., Gallardoab, L.A., Romo-Jonesab, J.M., Pérez-Floresab, M.A., 2020. Structure of the Cerro Prieto Pull-apart basin from joint inversion of gravity, magnetic and magnetotelluric data. *Journal of Applied Geophysics*, 170
- Pallero, J. L. G., Fernández-Martínez, J. L., Bonvalot, S., and Fudym, O., (2015), “Gravity inversion and uncertainty assessment of basement relief

via Particle Swarm Optimization”. *Journal of Applied Geophysics*, 116, pp: 180-191.

Paoletti, V., Milano, M., Baniamerian, J., & Fedi, M. (2020). Magnetic field imaging of salt structures at Nordkapp Basin, Barents Sea. *Geophysical Research Letters*, 47(18), 1–12. <http://doi.org/10.1029/2020GL089026>

Rahimpour-Bonab, H., Alijani, N., 2003. Petrography, diagenesis and depositional model for potash deposits of north central Iran, and use of bromine geochemistry as a prospecting tool. *Carbonates and Evaporates* 18, 19-28.

Rahimpour-Bonab, H., Kalantarzadeh, Z., 2005. Origin of secondary potash deposits; a case from Miocene evaporates of NW central Iran. *Journal of Asian Earth Sciences* 25, 157-166.

Razvi, S.A., Jafari, F., 2008. Potash exploration via magnetometry and gravity methods in AjiChai (East Azerbaijan) and Ghareh-Aghaj (Zanjan Province). A Report in Geological Survey of Iran, 75 p (FARSI).

Rezaie, M., Moradzadeh, A., Nejati Kalateh, A., 2016. Fast 3D inversion of gravity data using solution space priorconditioned lanczos bidiagonalization. *Journal of Applied Geophysics*.

Rezaie, M., 2017. An improved algorithm for inversion of potential field data. Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

Rezaie, M., Moradzadeh, A., Kalateh, A.N., 2017. Fast 3D inversion of gravity data using solution space priorconditioned lanczos bidiagonalization. *J. Appl. Geophys.* 136, 42e50.

- Rittgers, J.B., Revil, A., Mooney, M.A., Karaoulis, M., Wodajo, L. & Hickey, C.J., 2016. Time-lapse joint inversion of geophysical data with automatic joint constraints and dynamic attributes, *Geophys. J. Int.*, 207(3), 1401–1419.
- Ronczka, M., K. Hellman, T. Gunther, . Wisén, and T. Dahlin (2017), Electric resistivity and seismic refraction tomography: a challenging joint underwater survey at Äspö Hard Rock Laboratory, *Solid Earth*, 8, 671–682.
- Rossi, G., and A. Vesnaver, 1997, 3-D imaging by adaptive joint inversion of reflected and refracted arrivals: 67th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 1873–1876.
- Sanchez, A., and Gallardo-Delgado, L. A., 2015. 2D cross-gradient joint inversion of magnetic and gravity data across the Capricorn Orogen in Western Australia. ASEG-PESA, 2015, Australia.
- Saunders, J.H., Herwanger, J.V., Pain, C.C., Worthington, M.H., Oliveira, C.R.E., 2005. Constrained resistivity inversion using seismic data. *Geophys. J. Int.* 160 (3), 785–796
- Scales, J.A., and Snieder, R., (2000), “The anatomy of inverse problems” *Geophysics*, 65, 6, pp:1708-1710.
- Silva Dias, F.J.S., Barbosa, V.C.F., Silva, J.B.C., 2011. Adaptive learning 3D gravity inversion for salt-body imaging. *Geophysics* 76, I49-I57.
- Simeonova, A.P., and Iasky, R.P., 2005, Seismic mapping, salt deformation, and hydrocarbon potential of the central western Officer Basin, Western Australia: Western Australia Geological Survey Report 98, 49 p.

- Snieder, R., (1991), “An extension of Backus-Gilbert theory to nonlinear inverse problems” *Inverse Problems*, 7, 3, pp: 409-433.
- Snieder, R., (1998), “The role of nonlinearity in inverse problems” *Inverse Problems* 14, 3, 387-404.
- Tarantola, A., 2004. *Inverse Problem Theory*, 1st edn., SIAM, Philadelphia, PA.
- Takam Takougang, E. M., Harris, B., Kepic, A. and Le, C. V. A., 2015, Cooperative joint inversion of 3D seismic and Magnetotelluric data with application in mineral province, *Geophysics*, 80.
- Telford, W. M., Geldart, L.P., and Sheriff, R. E., (1990), “Applied geophysics”, Vol. 1, Cambridge university press.
- Tikhonov, A.N., Arsenin, V.I., John, F., 1977. *Solutions of ill-Posed Problems*. Winston, Washington, DC, p. 258.
- Tolstoy, A., Diachok, O., and Frazer, L. N., (1991), “Acoustic tomography via matched field processing”, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 89, 3, pp: 1119-1127.
- Um, E., M. Commer, and G. Newman, 2014, A strategy for coupled 3D imaging of large-scale seismic and electromagnetic data sets: Application to subsalt imaging: *Geophysics*, 79, no. 3.
- Van Overmeeren, R. A., 1981, A combination of electrical resistivity, seismic refraction, and gravity measurements for groundwater exploration in Sudan: *Geophysics*, 46, 1304–1313.
- Varfinezhad, R., Oskooi, B., Fedi, M, 2020. Joint Inversion of DC Resistivity and Magnetic Data, Constrained by Cross Gradients, Compactness and

Depth Weighting. Pure and Applied Geophysics. Doi:10.1007/s00024-020-02457-5

Vernant, P., Masson, F., Bayer, R., Paul, A., 2002. Sequential inversion of local earthquake traveltimes and gravity anomaly the example of the western Alps. *Geophysical Journal International* 150 (1), 79–90.

Vogel, C.R., 2002. *Computational Methods for Inverse Problems* vol. 23. Siam.

Vozoff, K., and D. L. B. Jupp, 1975, Joint inversion of geophysical data: *Journal of Geophysical Research*, 42, 977–991.

Wang, X., Fang, J., Hsu, H., 2011. Three-dimensional crustal density distribution beneath North China by sequential inversion of local earthquake traveltimes and gravity anomaly. *Earthquake Sci.* 24 (2), 135–141.

Warren, J., 1999. *Evaporites, their evolution and economics*. Blackwell Science, 490 Oxford. 438 p

Wu, X., 2016. Methods to compute salt likelihoods and extract salt boundaries from 3D seismic images. *Geophysics* 81, IM119-IM126.

Yao, L., and Yao, C., (2007), “Forward modeling of gravity, gravity gradients, and magnetic anomalies due to complex bodies” *Journal of China University of Geosciences* 18,3, pp:280-286.

Yaramanci, U., 2000. Geoelectric exploration and monitoring in rock salt for the safety assessment of underground waste disposal sites. *Journal of Applied Geophysics* 44, 181-196.

- Zhdanov, M. S., (2002), “Geophysical inverse theory and regularization problems”. Vol. 36. Elsevier.
- Zhang, Y., and Wang, Y., 2020. Three-dimensional gravity-magnetic cross-gradient joint inversion based on structural coupling and a fast gradient method. *Journal of Computational Mathematics*, 37(6), 758–777.
- Zhang H, Maceira M, Roux P, et al, 2014. Joint inversion of body-wave arrival times and surface-wave dispersion for three-dimensional seismic structure around SAFOD. *Pure and Applied Geophysics*, 171(11): 3013-3022, doi: 10.1007/s00024-014-0806-y.
- Zhou, J., Meng, X., Guo, L. & Zhang, S., 2015. Three-dimensional crossgradient joint inversion of gravity and normalized magnetic source strength data in the presence of remanent magnetization, *J. appl. Geophys.*, 119, 51–60.

Abstract

Different geophysical methods use different model parameterizations and inversion algorithms. Thus, combining these different inversion systems and yet adding the nonlinear cross-gradient constraint in a joint inversion framework might be a big challenge, for instance, as explained further by Moorkamp et al. in 2011, there is a complex interaction between the data misfit terms, regularization and cross-gradient terms and an imperfect fit to the data is expected. In this study, we use a sequential algorithm for a two-dimensional joint inversion of gravity and magnetic data, which tries to avoid these issues by decoupling the gravity inversion, the magnetic inversion and the cross-gradient minimization processes.

The efficiency of the algorithm and developed code is demonstrated by the joint inversion of noisy synthetic data. The results show a significant improvement in the respective models obtained by introducing the cross-gradient joint inversion over the models obtained by separate inversions for synthetic data and then for field data targeting potash ore source in the AjiChai salt deposit in north-western Iran.

In this application case, the lower density of salt minerals such as potash, compared to its surrounding sedimentary sequences, motivates a gravity study. Furthermore, the relative lower susceptibility of these salt minerals, alongside their diamagnetic effect, makes them a suitable target for magnetic surveys. Separate gravity and magnetic studies had been performed over the deposit; however, a constitutive relationship between density and magnetization within the area of interest supporting a joint inversion had not been established.

In this study, we apply the sequential cross-gradient approach to perform the first full joint inversion for the AjiChai salt deposit. The magnetic inversion here is performed to recover the magnetization amplitudes rather than the magnetization vector. In fact, we assume there is no remanent magnetization and, therefore, that the magnetization vector is constant and parallel to the geomagnetic field direction. The constructed density and magnetization models are of high concordance with available geological information and previous studies including drilling results. In addition, unlike previous separate inversion models, the models are structurally and geometrically similar.

Keywords: Joint inversion, Cross gradient, Gravity, Magnetic, Inverse problems.



Shahrood University of
Technology

Faculty of Mining, Petroleum and Geophysics
Ph.D. Thesis in Mining Exploration [Geophysics]

Improvement of cross-gradient joint inversion of gravity and magnetic data

By: Mojtaba Tavakoli

Supervisor:

Dr. Ali Nejati Kalateh

Advisors:

Dr. Mohammad Rezaei

Prof. Maurizio Fedi

September, 2021