

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک  
رساله برای دریافت مدرک دکتری فرآوری مواد معدنی

# **تحلیل عددی جریان دوفازی صعود و اندرکنش حباب‌ها در ستون فلوتاسیون**

**نگارنده:**

**نرجس خراسانی‌زاده**

**استاد راهنما:**

**دکتر محمد کارآموزیان**

**استاد مشاور:**

**دکتر حسین نوری بیدگلی**

اسفند ۱۴۰۰

## تقدیم اثر

ضمن تشکر از خانواده عزیزم که همواره پشتیبان من بودند،

با بوسه بر دستان مادر عزیز و پدر بزرگوارم،  
که دعای خیرشان همواره بدرقه راهم بوده است،  
و زحمتم برایشان بی حد و شمار؛  
و با آرزوی عزت و سلامتی و طول عمر برای ایشان...

در کمال افتخار و امتنان،

این اثر را اگر قابل باشد، تقدیم می‌کنم به

هم‌سفر زندگی‌ام، همسر عزیزم

به‌پاس همیاری و همدلی همیشگی‌اش،  
به‌ویژه در تمام فراز و نشیب دوران تحصیل...

و میوه‌ی دلم، دختر نازنینم، کوثر...

که با برق چشمانش

هر لحظه، شوق زندگی را در دلم زنده می‌کند...

و تقدیم به روح بزرگ استاد عزیزم،

آقای دکتر فرزندگان

که شجاعت قدم گذاشتن در مسیر علمی امروزم را  
مدیون ایشان هستم... روحشان شاد!

## تشکر و قدردانی

سپاس بی‌کران پروردگار یکتا را که مرا هستی بخشید، به طریق علم و دانش هدایت فرمود و به هم‌نشینی رهروان علم و دانش مفتخر نمود و خوشه‌چینی از علم و معرفت را روزی‌ام ساخت.

هرچند بندگی فقط شایسته ذات بی‌همتای خالق هستی‌آفرین است؛ اما به مصداق «من لم یشکر المخلوق، لم یشکر الخالق»، تشکر قلبی و زبانی خود را از استاد عالی‌قدر جناب آقای دکتر محمد کارآموزیان که زحمت راهنمایی این پایان‌نامه را عهده‌دار شدند و در تمامی مراحل انجام رساله با سعه‌صدر و گشاده‌رویی در کنارم بودند و از راهنمایی‌های مدبرانه ایشان استفاده نمودم ابراز می‌دارم. انجام این رساله بدون نظرهای راهگشا، پیگیری‌های دلسوزانه و تشویق‌های امیدبخش ایشان میسر نبود. لطف و مهربانی بی‌شائبه، اخلاق نیکو و بزرگ‌منشی ایشان، به‌عنوان یک الگو، همیشه در خاطر من خواهد ماند. بدین‌وسیله از بزرگواری و حمایت بی‌دریغ ایشان تشکر کرده و برای ایشان طول عمر توأم با سربلندی را آرزو می‌نمدم.

از جناب آقای دکتر حسین نوری بیدگلی که به‌عنوان استاد مشاور قبول زحمت فرمودند و از راهنمایی‌های اخلاقی و علمی ایشان بهره برده‌ام و مطمئناً بدون حمایت‌ها، راهنمایی‌ها و روحیه‌بخشی ایشان، انجام بخش مهمی از این رساله میسر نمی‌شد، سپاسگزارم. توفیقات روزافزون ایشان را توأم با صحت و سعادت خواستارم. از جناب آقای دکتر محسن کریمی که در دانشگاه صنعتی چالمرز صاحب کرسی تحقیق هستند بابت راهنمایی‌های ارزنده‌شان سپاسگزارم.

از جناب آقای دکتر سعید امیر، عضو هیئت علمی گروه مهندسی مکانیک دانشگاه کاشان و مدیریت محترم مرکز محاسبات سریع رایانه‌ای دانشگاه کاشان که سیستم سخت‌افزاری لازم برای اجرای شبیه‌سازی‌ها را در اختیار قرار دادند، کمال تشکر را دارم.

از اساتید گران‌قدر جناب آقای دکتر سید ضیاءالدین شفائی، جناب آقای دکتر اصغر عزیزی و جناب آقای دکتر محمد جهانی که زحمت داوری رساله این‌جانب را قبول فرمودند، قدردانی نموده و برای ایشان آرزوی طول عمر و سربلندی دارم.

هم‌چنین از جناب آقای دکتر رامین رفیعی که به‌عنوان نماینده محترم تحصیلات تکمیلی قبول زحمت فرمودند سپاسگزارم.

در پایان از همه اساتید بزرگووارم که در طول دوران تحصیل در محضرشان کسب علم کرده‌ام متواضعانه عرض تقدیر و تشکر دارم. هم‌چنین ضمن گرامیداشت یاد و خاطره استاد عزیزم جناب آقای دکتر اکبر فرزندگان، برای ایشان از خدای بزرگ درخواست غفران و رحمت واسعه الهی دارم؛ که شاگردی ایشان همواره از بزرگ‌ترین افتخاراتم بوده و مسیر علمی امروزم را مدیون راهنمایی‌های دلسوزانه و پدرا نه ایشان هستم.

## چکیده

مؤلفه‌های هیدرودینامیکی در فلوتاسیون ستونی نقش مهمی در عملکرد و کارایی فرآیند دارند. دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) به‌عنوان یک روش عددی می‌تواند در تحلیل و پیش‌بینی مؤلفه‌های جریان راهگشا باشد. در کار حاضر صعود حباب در ستون فلوتاسیون با روش شبیه‌سازی CFD و به‌صورت دوفازی بررسی شده است. شبیه‌سازی‌ها در نرم‌افزار فلوئنت و با به‌کارگیری مدل دوفازی حجم سیال (VOF) انجام شدند. میدان محاسباتی، ستونی با مقطع مربع به ضلع ۱۰ و ارتفاع ۱۰۰ سانتی‌متر بود که هوا به‌وسیله یک حباب‌ساز داخلی از قسمت پایین ستون به‌صورت تک حباب وارد می‌شد و به‌منظور کاهش حجم محاسبات و ساده‌سازی مسئله ستون ابتدا پر از آب در نظر گرفته شد. هم‌چنین، یک سری آزمایش تجربی انجام شد که طی آن از تصویربرداری برای ثبت مؤلفه‌های هیدرودینامیکی از جمله دبی هوای ورودی، اندازه‌گیری قطر حباب، سرعت صعود حباب و ماندگی گاز استفاده شد. مقایسه‌ی الگوی سرعت صعود حباب و مقادیر اعداد بی‌بعد در آزمایش‌های تجربی با مطالعات پیشین مؤید صحت نتایج تجربی بود. برای اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی، پروفیل سرعت صعود حباب مبنا قرار گرفت و نتایج شبیه‌سازی نشان داد که CFD به‌خوبی می‌تواند الگوی کلی پروفیل سرعت صعود حباب و مقدار آن را در ستون فلوتاسیون با اختلاف کمتر از ۵ درصد نسبت به مقادیر تجربی پیش‌بینی کند. هم‌چنین نحوه حرکت و شکل حباب حین صعود در ستون موردتوجه قرار گرفت و نتایج نشان داد که مدل به کار گرفته‌شده در شبیه‌سازی، به‌خوبی می‌تواند هیدرودینامیک صعود حباب در ستون را پیش‌بینی کند. هم‌چنین مقایسه پروفیل سرعت برای حباب‌ها با اندازه‌های مختلف نشان داد که حباب بزرگ‌تر، سریع‌تر از حباب‌های کوچک به حداکثر سرعت می‌رسد و این در حالی است که مقدار بیشینه سرعت با افزایش قطر حباب کاهش می‌یابد. شبیه‌سازی‌ها برای صعود حباب با سه اندازه قطر ۱/۹۲، ۲/۵۶ و ۳/۲۳ میلی‌متر انجام شد و مقایسه مسیر صعود حباب نشان داد که در محدوده اندازه حباب ذکرشده با افزایش اندازه حباب، انحراف از مسیر عمودی مستقیم و هم‌چنین حرکات زیگزاگی آن متأثر از گردابه‌های ایجادشده در پشت حباب افزایش می‌یابد. درنهایت برهم‌کنش دو حباب حین صعود در ستون مورد مطالعه قرار گرفت؛ با توجه به نتایج، زمانی که دو حباب در کنار هم بالا می‌روند، سرعت افقی آن‌ها با قانون هارمونیک ساده تغییر می‌کند و دو حباب در یک فرآیند به‌طور مکرر به سمت یکدیگر جذب‌شده و از هم دور می‌شوند. هم‌چنین بررسی میدان جریان نشان داد که برهم‌کنش بین حباب‌ها عمدتاً تحت تأثیر تغییرات میدان جریان ناشی از واکنش‌های متقابل گردابه‌ها و اثرات ادغام دنباله‌ها است. گسترش مطالعات انجام‌شده و به‌کارگیری نتایج آن‌ها در تنظیم مؤلفه‌های هیدرودینامیکی حباب، مثل دبی هوای ورودی و نرخ حباب ورودی در فرایند فلوتاسیون می‌تواند در بهبود فرآیند و افزایش بهره‌وری آن مؤثر باشد.

**کلمات کلیدی:** ستون فلوتاسیون، سرعت صعود حباب، برهم‌کنش حباب‌ها، شبیه‌سازی چند فازی، شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی.

## لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

- بررسی پروفیل سرعت صعود حباب در سلول فلوتاسیون ستونی با شبیه سازی دینامیک سیالات محاسباتی،

نرجس خراسانی زاده، محمد کارآموزیان و حسین نوری

نشریه علمی- پژوهشی روش های تحلیلی عددی در مهندسی معدن

دوره ۱۱، شماره ۲۷، تابستان ۱۴۰۰، صفحه ۴۳-۵۴

DOI:10.29252/ANM.2021.15140.1465

- An Investigation of the effect of initial bubble diameter on the bubble trajectory in the flotation column cell using CFD simulation,  
Narjes Khorasanizadeh, Mohammad Karamoozian, Hossein Nouri-Bidgoli,  
RGN zbornik” journal, no. 58 (2/2022)  
DOI: 10.17794/rgn.2022.2.5
- An experimental and CFD investigation on the effect of initial bubble diameter on its rise velocity profile in a laboratory-scale flotation column cell,  
Narjes Khorasanizadeh, Mohammad Karamoozian, Hossein Nouri-Bidgoli,  
Journal of Mining and Environment  
DOI: 10.22044/jme.2021.11213.2101

## فهرست مطالب

|                                              |    |
|----------------------------------------------|----|
| فهرست مطالب.....                             | ز  |
| فهرست شکل‌ها.....                            | ی  |
| فهرست جدول‌ها.....                           | ل  |
| فصل اول: کلیات.....                          | ۱  |
| ۱-۱- مقدمه.....                              | ۲  |
| ۲-۱- ستون فلوتاسیون.....                     | ۲  |
| ۱-۲-۱- طرح کلی و نحوه کار.....               | ۲  |
| ۲-۲-۱- رفتار حباب.....                       | ۶  |
| ۱-۲-۲-۱- اندازه حباب.....                    | ۶  |
| ۲-۲-۲-۱- شکل حباب.....                       | ۷  |
| ۳-۲-۲-۱- مسیر حرکت حباب.....                 | ۸  |
| ۴-۲-۲-۱- سرعت صعود حباب.....                 | ۸  |
| ۳-۲-۱- رژیم جریان در اطراف حباب.....         | ۸  |
| ۴-۲-۱- نیروهای وارد بر حباب.....             | ۹  |
| ۱-۴-۲-۱- نیروی کشش سطحی.....                 | ۱۰ |
| ۲-۴-۲-۱- نیروی شناوری.....                   | ۱۱ |
| ۳-۴-۲-۱- نیروی مقاوم.....                    | ۱۱ |
| ۴-۴-۲-۱- نسبت بین نیروها.....                | ۱۱ |
| ۵-۲-۱- برهم‌کنش حباب‌ها.....                 | ۱۲ |
| ۳-۱- دینامیک سیالات محاسباتی.....            | ۱۲ |
| ۱-۳-۱- اجزای یک برنامه‌ی CFD.....            | ۱۴ |
| ۲-۳-۱- حل یک مسئله شبیه‌سازی به روش CFD..... | ۱۵ |
| ۳-۳-۱- معادلات حاکم بر جریان سیال.....       | ۱۶ |
| ۴-۳-۱- مدل‌سازی جریان دوفازی.....            | ۱۶ |
| ۵-۳-۱- مدل‌سازی آشفتگی.....                  | ۱۸ |
| ۶-۳-۱- ابزارهای حل مساله به روش CFD.....     | ۱۹ |
| ۴-۱- ضرورت انجام تحقیق.....                  | ۲۱ |
| ۵-۱- اهداف تحقیق.....                        | ۲۳ |
| ۶-۱- ساختار رساله.....                       | ۲۳ |

|                                                          |    |
|----------------------------------------------------------|----|
| فصل دوم: مروری بر تحقیقات گذشته .....                    | ۲۵ |
| ۱-۲- مقدمه .....                                         | ۲۶ |
| ۲-۲- شبیه‌سازی ستون فلوتاسیون با روش CFD .....           | ۲۶ |
| ۳-۲- مطالعات انجام‌شده در زمینه‌ی برهم‌کنش حباب‌ها ..... | ۳۱ |
| ۴-۲- جمع‌بندی .....                                      | ۳۳ |
| فصل سوم: روش تحقیق .....                                 | ۳۵ |
| ۱-۳- مقدمه .....                                         | ۳۶ |
| ۲-۳- آزمایش تجربی با ستون فلوتاسیون .....                | ۳۶ |
| ۱-۲-۳- مشخصات سلول فلوتاسیون ستونی .....                 | ۳۶ |
| ۲-۲-۳- شرایط انجام آزمایش .....                          | ۳۸ |
| ۳-۲-۳- تصویربرداری .....                                 | ۳۸ |
| ۳-۳- شبیه‌سازی CFD .....                                 | ۴۰ |
| ۱-۳-۳- معادلات حاکم .....                                | ۴۰ |
| ۱-۱-۳-۳- معادله پیوستگی و مومنتوم .....                  | ۴۰ |
| ۲-۱-۳-۳- معادله کسر حجمی .....                           | ۴۰ |
| ۳-۱-۳-۳- مدل برهم‌کنش حباب‌ها .....                      | ۴۱ |
| ۲-۳-۳- هندسه .....                                       | ۴۲ |
| ۳-۳-۳- شبکه‌بندی .....                                   | ۴۳ |
| ۴-۳-۳- شرایط شبیه‌سازی .....                             | ۴۴ |
| ۴-۳- جمع‌بندی .....                                      | ۴۶ |
| فصل چهارم: نتایج و بحث .....                             | ۴۷ |
| ۱-۴- مقدمه .....                                         | ۴۸ |
| ۲-۴- نتایج آزمایش تجربی .....                            | ۴۸ |
| ۱-۲-۴- اندازه‌گیری قطر حباب .....                        | ۴۹ |
| ۲-۲-۴- تعیین محدوده جریان حبابی .....                    | ۴۹ |
| ۳-۲-۴- سرعت صعود حباب .....                              | ۵۰ |
| ۴-۲-۴- اعداد بی‌بعد جریان .....                          | ۵۵ |
| ۳-۴- نتایج شبیه‌سازی .....                               | ۵۷ |
| ۱-۳-۴- شرط همگرایی .....                                 | ۵۷ |
| ۲-۳-۴- استقلال حل از شبکه .....                          | ۵۸ |
| ۳-۳-۴- اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی .....                  | ۵۹ |

|    |                                                          |
|----|----------------------------------------------------------|
| ۶۰ | ..... ۴-۳-۴- نحوه حرکت حباب                              |
| ۶۱ | ..... ۵-۳-۴- شکل حباب حین صعود                           |
| ۶۲ | ..... ۶-۳-۴- مسیر حرکت حباب                              |
| ۶۴ | ..... ۷-۳-۴- اثر قطر اولیه حباب بر پروفیل سرعت صعود حباب |
| ۶۵ | ..... ۸-۳-۴- برهم کنش حباب‌ها                            |
| ۶۸ | ..... ۴-۴- جمع بندی                                      |
| ۶۹ | ..... فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادها                   |
| ۷۰ | ..... ۱-۵- نتایج                                         |
| ۷۱ | ..... ۲-۵- نوآوری                                        |
| ۷۱ | ..... ۳-۵- پیشنهادها                                     |
| ۷۳ | ..... پیوست‌ها                                           |
| ۷۴ | ..... فهرست منابع                                        |

## فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱: شماتیک سلول فلوتاسیون ستونی [7]..... ۳
- شکل ۲-۱: ماندگی گاز به صورت تابعی از سرعت ظاهری گاز [4] . ..... ۶
- شکل ۳-۱: قطر کوچک و بزرگ حباب..... ۷
- شکل ۴-۱: تغییرات شکل حباب حین صعود در آب در دیاگرام گریس [9]..... ۸
- شکل ۵-۱: رژیم‌های جریان در اطراف حباب [9]..... ۹
- شکل ۶-۱: نیروهای وارد بر حباب حین صعود در ستون..... ۱۰
- شکل ۷-۱: الگوهای جریان در سیالات دوفازی [31]..... ۱۷
- شکل ۸-۱: انواع شبکه‌های موجود در گمبیت [35] ..... ۲۰
- شکل ۹-۱: مجموعه‌ای از فرآیندهای فرآوری مواد معدنی..... ۲۲
- شکل ۱۰-۱: زمینه‌های مطالعاتی در حیطه‌ی فلوتاسیون ستونی..... ۲۳
- شکل ۱-۳: شماتیک تجهیزات آزمایش..... ۳۷
- شکل ۲-۳: مراحل تصویربرداری و هدف از انجام آن..... ۳۹
- شکل ۳-۳: مؤلفه‌های محاسباتی مربوط به حباب..... ۴۲
- شکل ۴-۳: شماتیک هندسه ستون..... ۴۳
- شکل ۵-۳: نمایی از شبکه‌بندی در قسمت میانی ستون و اطراف حباب..... ۴۴
- شکل ۱-۴: منحنی تغییرات ماندگی نسبت به افزایش سرعت ظاهری گاز در آزمایش تجربی..... ۵۰
- شکل ۲-۴: جابجایی حباب حین صعود در ستون در دو عکس متوالی در آزمایش تجربی..... ۵۰
- شکل ۳-۴: منحنی تغییرات سرعت متوسط صعود حباب در آزمایش‌های تجربی..... ۵۵
- شکل ۴-۴: تغییرات سرعت حدی حباب هوا در سیستم دوفازی آب-هوا..... ۵۶
- شکل ۵-۴: تغییرات باقی‌مانده‌ها در حل معادلات، حین شبیه‌سازی..... ۵۷
- شکل ۶-۴: کانتورهای سرعت لحظه‌ای حباب در ستون در زمان‌های مختلف..... ۵۸
- شکل ۷-۴: منحنی سرعت میانگین صعود حباب در مش‌های مختلف..... ۵۹
- شکل ۸-۴: منحنی سرعت متوسط صعود حباب در شبیه‌سازی و آزمایش‌های تجربی..... ۶۰
- شکل ۹-۴: (a) مختصات حباب در حین صعود در شبیه‌سازی CFD، (b) تصویر پیوسته از حرکت حباب در آب ثبت شده حین آزمایش تجربی ( $d=3.23 \text{ mm}$ )..... ۶۱
- شکل ۱۰-۴: شکل حباب حین صعود در ستون..... ۶۲
- شکل ۱۱-۴: خط سیر صعودی حباب در ستون..... ۶۳
- شکل ۱۲-۴: خطوط جریان و گردابه‌های ناشی از حرکت حباب در قسمت بالای ستون..... ۶۴
- شکل ۱۳-۴: پروفیل سرعت میانگین صعود حباب طبق نتایج شبیه‌سازی برای قطرهای مختلف..... ۶۵
- شکل ۱۴-۴: تغییرات مؤلفه افقی سرعت نسبت به زمان حین صعود دو حباب در شبیه‌سازی CFD... ۶۶

- شکل ۴-۱۵: مسیر حرکت دو حباب در قسمت پایین ستون، در شبیه‌سازی CFD ..... ۶۶
- شکل ۴-۱۶: توزیع سرعت و تغییرات خطوط جریان حین صعود دو حباب در شبیه‌سازی CFD ..... ۶۷

## فهرست جدول‌ها

|                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| جدول ۱-۲: مطالعات انجام‌شده در زمینه‌ی شبیه‌سازی دینامیک سیالاتی ستون فلوتاسیون.....                         | ۲۹ |
| جدول ۱-۳: مشخصات سیالات استفاده‌شده در شبیه‌سازی [108].....                                                  | ۴۵ |
| جدول ۱-۴: نتایج آزمایش‌های تجربی.....                                                                        | ۴۸ |
| جدول ۲-۴: نتایج اندازه‌گیری قطر حباب در آزمایش تجربی.....                                                    | ۴۹ |
| جدول ۳-۴: مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی مکان، جابجایی و سرعت متوسط حباب در دو عکس متوالی در آزمایش‌های تجربی..... | ۵۱ |
| جدول ۴-۴: مقدار اعداد بی‌بعد بر اساس مقادیر تجربی.....                                                       | ۵۵ |
| جدول ۵-۴: ابعاد انتخابی شبکه برای بررسی استقلال حل از شبکه.....                                              | ۵۸ |
| جدول ۶-۴: مقدار سرعت متوسط صعود حباب در شبیه‌سازی و آزمایش‌های تجربی.....                                    | ۶۰ |

## فصل اول: کلیات

## ۱-۱- مقدمه

بخش اول پروژه حاضر، آزمایش تجربی با ستون فلوتاسیون و بخش دوم آن شبیه‌سازی عددی به روش دینامیک سیالات محاسباتی<sup>۱</sup> است. در این فصل ابتدا عملکرد ستون فلوتاسیون و مؤلفه‌های مؤثر بر صعود حباب مرور شده و پس از آن به معرفی دینامیک سیالات محاسباتی به عنوان یک روش پیش‌بینی جریان سیال پرداخته شده و توضیحاتی در مورد ساختار برنامه‌های CFD، نحوه‌ی تعریف یک میدان محاسباتی و حل آن ارائه می‌شود.

## ۱-۲- ستون فلوتاسیون

صنعت فرآوری مواد معدنی تاکنون شاهد پیشرفت‌های چشمگیری بوده است که بدون تردید سلول فلوتاسیون ستونی یکی از بارزترین آن‌هاست. ستون‌ها یک راه‌حل یا حداقل یک پیشرفت برای رویارویی با مشکلات سلول‌های فلوتاسیون معمولی بودند. اگرچه سلول فلوتاسیون ستونی در اوایل دهه پنجاه میلادی برای اولین بار مطرح شد، اما به دلیل مشکلات فنی و عملیات خاص تا اواخر دهه هشتاد در صنایع معدنی جایگاه شایسته‌ای پیدا نکرد. در اوایل سال ۱۹۶۰ بوتین<sup>۲</sup> و ترمبلی<sup>۳</sup> ستون‌های فلوتاسیون را به عنوان یک حرکت نو در زمینه فلوتاسیون رسماً ثبت کردند [۱ و ۲]. امروزه از آن برای فرآوری اکثر مواد معدنی از جمله زغال سنگ، مس، سرب، مولیبدن، روی و حتی مرکب‌زدائی از کاغذهای باطله به طور وسیع استفاده می‌شود. به ندرت می‌توان کارخانه تازه تأسیس فرآوری مواد معدنی پیدا کرد که در مدار فلوتاسیون خود از سلول ستونی استفاده نکند. هم‌چنین انواع مختلف سلول ستونی در بازار عرضه شده است که هر کدام از آن‌ها می‌تواند جایگزین سلول‌های مکانیکی معمولی شود؛ چراکه هم کارایی کارخانه فلوتاسیون را بالا می‌برد و هم از میزان سرمایه‌گذاری (که برای سلول مکانیکی لازم است) تا حد بسیاری می‌کاهد. در ضمن قابلیت کنترل و اتوماسیون بهتری را هم ایجاد می‌کند [۳ و ۴].

به منظور درک اهمیت فلوتاسیون ستونی، در ابتدا فهم رفتار عمومی ستون‌های فلوتاسیون ضروری است. به همین منظور در ادامه طرح کلی و نحوه کار ستون فلوتاسیون به طور مختصر توصیف و مؤلفه‌های عملیاتی و اصطلاحات فلوتاسیون ستونی که در این پژوهش به کار می‌روند، معرفی می‌شود.

## ۱-۲-۱- طرح کلی و نحوه کار

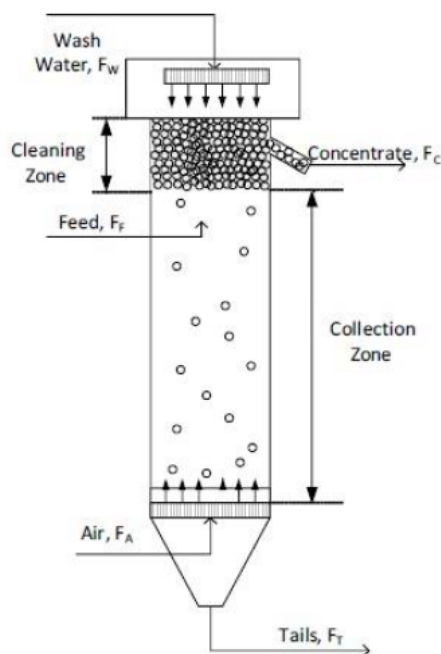
ارتفاع ستون‌های صنعتی معمولاً ۹ تا ۱۵ متر و قطر آن‌ها ۰/۵ تا ۳ متر است (بزرگ‌ترین قطر ستون با تیغه ۳ متر و بدون تیغه ۲/۵ متر است). مقطع ستون ممکن است مربع (مانند طرح ارائه شده توسط شرکت فلوتاسیون ستونی کانادا) و یا دایره‌ای باشد. اگرچه برحسب نیازهای کاربردی گوناگون، طراحی اساسی ستون

<sup>۱</sup> Computational Fluid Dynamics (CFD)

<sup>۲</sup> Boutine

<sup>۳</sup> Trembly

ممکن است تغییر کند [۵ و ۶]. شمای کلی یک سلول فلوتاسیون ستونی در شکل (۱-۱) نشان داده شده است.



شکل ۱-۱: شماتیک سلول فلوتاسیون ستونی [۷].

بیشتر ستون‌های فلوتاسیون با یک سری ویژگی‌ها توصیف می‌شوند که عبارتند از:

- محل ورود خوراک (که معمولاً در فاصله یک‌سوم بالای ستون قرار دارد)
- سیستم تولیدکننده حباب (که در پائین ستون قرار دارد)
- استفاده از آب شستشو
- عدم استفاده از مکانیسم همزن

نحوه تولید حباب مورد دیگری است که ستون‌های فلوتاسیون را از ماشین‌های معمول متمایز می‌کند. حباب یا به‌طور مستقیم با حباب‌سازهای داخلی یا به‌وسیله حباب‌سازهای خارجی (تولید حباب با در تماس قرار دادن گاز و مایع یا پالپ در خارج از ستون) یا هر دو تولید می‌شوند. حباب‌سازهای داخلی به دو گروه کلی تقسیم می‌شوند: حباب‌سازهای متخلخل مثل شیشه کلوخه‌شده و حباب‌سازهای تک و چندافشانه‌ای مثل شیلنگ‌های پنوماتیک و صفحات سوراخ‌شده. ستون‌های فلوتاسیون نسبت به سلول‌های فلوتاسیون معمولی برتری‌هایی دارند که عبارتند از:

- بهبود و اصلاح عملیات متالورژیکی (عیار بالاتر)
- هزینه سرمایه‌ای و عملیاتی کمتر

<sup>4</sup> Sparger

- پایداری عملیاتی بالاتر
  - هزینه تعمیر و نگهداری کمتر
  - قابلیت کنترل اتوماتیک بهتر
- ستون‌های فلوتاسیون دارای دو ناحیه مجزا در طول محور عمودی ستون هستند و با یک سطح مشترک که در اثر قرارگیری حباب‌ها در بالای ستون ایجاد شده، از هم جدا می‌شوند. ناحیه‌ای که از پائین ستون تا این فصل مشترک ادامه دارد و جایی است که بیشتر ذرات در این ناحیه جمع می‌شوند، ناحیه جمع‌آوری<sup>۵</sup> نامیده می‌شود. در بالای این فصل مشترک، پایداری کف با آب شستشو که به سمت پائین جریان دارد، حفظ می‌شود. از آنجایی که ذرات باطله نیز همراه آب شستشو به ناحیه جمع‌آوری برمی‌گردند، این ناحیه اصطلاحاً ناحیه شستشو<sup>۶</sup> نامیده می‌شود.
- یک ستون فلوتاسیون دارای سه جریان ورودی (خوراک پالپ حاوی مواد معدنی موردنظر، هوا و آب شستشو) و دو جریان خروجی (کنسانتره و باطله) است. در شرایط عملیاتی عادی، حجم ستون با توجه به حجم هوای موجود در هر بخش (کسر حجمی)، به دو قسمت مجزا تقسیم می‌شود: ناحیه جمع‌آوری یا پالپ (کمتر از ۲۰٪ هوا) و ناحیه شستشو یا کف (بیشتر از ۷۰٪ هوا).
- برای انجام فلوتاسیون به‌منظور ایجاد جدایش، چندین واکنشگر موردنیاز است: کلکتورها<sup>۷</sup>، کف‌سازها<sup>۸</sup> و تنظیم‌کننده‌ها<sup>۹</sup>. این مواد شیمیایی در مرحله آماده‌سازی پالپ و یا به‌طور مستقیم به سلول فلوتاسیون اضافه می‌شوند و اثر مهمی بر عملکرد متالورژیکی فرآیند دارند.
- در ادامه به برخی از متغیرهایی که عملیات ستون فلوتاسیون را توصیف می‌کنند، اشاره می‌شود.
- **نرخ یا سرعت ظاهری:** برای هر مؤلفه طبق رابطه (۱-۱) تعریف می‌شود:

$$j_i = \frac{Q_i}{A_c} \quad (1-1)$$

که در آن  $i$  اشاره به آب شستشو، هوا، خوراک و غیره دارد،  $Q_i$  دبی حجمی مؤلفه مورد نظر و  $A_c$  سطح مقطع ستون است.

- **ماندگی گاز<sup>۱۰</sup>:** وقتی گاز وارد ستون می‌شود، مایع (پالپ) را جابه‌جا می‌کند. کسر حجمی مایع (پالپ) جابجا شده، ماندگی گاز ( $\varepsilon_g$ ) نامیده می‌شود و با استفاده از رابطه (۲-۱) محاسبه شده و برحسب درصد بیان می‌شود.

$$\varepsilon_g = \frac{v_b}{v_c} \times 100 \quad (2-1)$$

که در آن  $v_b$  حجم کل حباب‌ها در بخشی از ستون و  $v_c$  حجم همان بخش از ستون است.

<sup>۵</sup> Collection zone

<sup>۶</sup> Washing zone

<sup>۷</sup> Collector

<sup>۸</sup> Frother

<sup>۹</sup> pH regulators

<sup>۱۰</sup> Gas holdup

درواقع ماندگی گاز به عنوان کسر حجمی گاز داخل ناحیه جمع‌آوری توصیف می‌شود. اغلب هوا به عنوان واکنشگر فلو تاسیون مورد توجه قرار می‌گیرد و محققین پراکندگی گاز داخل ستون را با ماندگی گاز بیان می‌کنند. مکمل ماندگی گاز،  $(1 - \varepsilon_g)$  ماندگی مایع (پالپ) است.

ماندگی گاز در ناحیه جمع‌آوری، عامل مهمی است که می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر زمان ماند و جمع‌آوری ذرات داشته باشد. از این رو ماندگی گاز نشانه خوبی برای برآورد شرایط هیدرودینامیکی ناحیه جمع‌آوری است و میزان آن به نرخ هوادهی، ابعاد حباب، نرخ جریان پالپ، درصد وزنی جامد پالپ و الگوی اختلاط در ناحیه جمع‌آوری بستگی دارد.

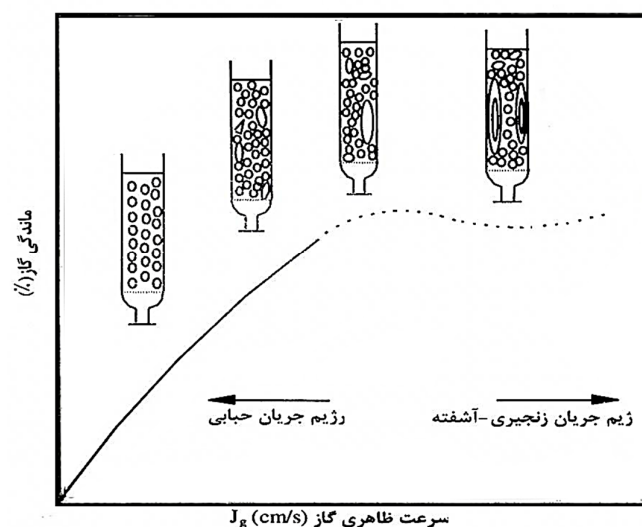
وقتی سرعت نسبی گاز پایین باشد حباب‌ها با اندازه نسبتاً یکسان وارد فاز مایع می‌شوند، در نتیجه تعیین توزیع اندازه حباب‌ها به راحتی تعیین می‌شود و حباب‌ها با یک توزیع نسبتاً یکسان در طول ستون بالا می‌روند. این جریان را رژیم جریان حبابی<sup>۱۱</sup> می‌نامند. با افزایش سرعت گاز ورودی به ستون، حباب‌ها به هم می‌پیوندند و حباب‌های بزرگ‌تر تولید می‌شود. این حباب‌ها سریع‌تر از حباب‌های کوچک‌تر از ستون بالا می‌روند. همچنین در این حالت احتمال شکستگی حباب‌ها نیز وجود دارد. این نوع جریان، رژیم جریان آشفته<sup>۱۲</sup> نامیده می‌شود.

از رابطه بین ماندگی گاز و سرعت ظاهری گاز برای تعیین رژیم جریان داخل ستون استفاده می‌شود. عملکرد مطلوب ستون در رژیم جریان حبابی است. همان‌طور که در شکل (۱-۲) مشاهده می‌شود، در قسمت خطی شکل، مشخصه توزیع همگن حباب‌ها با ابعاد و نرخ صعود تقریباً یکسان است. زمانی که  $g$  از مقدار معینی بیشتر می‌شود، ماندگی گاز ناپایدار شده و جریان به صورت حباب‌های بزرگ درمی‌آید که به سرعت بالا می‌روند و آب و حباب‌های ریز را به سمت پایین جابجا می‌کنند. در ستون‌های با قطر کمتر از ۰/۱ متر، ممکن است حباب‌های بزرگ مقطع ستون را پر کنند و رژیم جریان حلزونی<sup>۱۳</sup> شکل ایجاد شود [۴].

<sup>۱۱</sup> Bubbly flow

<sup>۱۲</sup> Churn-turbulent flow

<sup>۱۳</sup> Slug flow



شکل ۲-۱: ماندگی گاز به صورت تابعی از سرعت ظاهری گاز [۴].

### ۲-۲-۱- رفتار حباب

آگاهی از خواص حباب، از جمله سرعت، اندازه و شکل آن برای طراحی و عملکرد مناسب ستون‌های فلوتاسیون اهمیت بسیاری دارد [۸]. در این بخش مؤلفه‌های هیدرودینامیکی حباب بررسی می‌شوند.

### ۲-۲-۱-۱- اندازه حباب

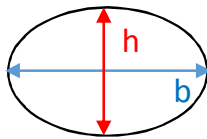
حرکت یک حباب حین صعود در ستون منجر به تغییر شکل آن می‌شود، به همین دلیل برای اندازه حباب یک قطر معادل تعریف می‌شود. در واقع قطر معادل، قطر کره‌ای است که حجمی معادل حجم حباب دارد. برای یک سیستم مختصات دوطبقه قطر معادل از رابطه (۳-۱) محاسبه می‌شود.

$$d_{eq} = (hb^2)^{1/3} \quad (3-1)$$

که در آن  $h$  و  $b$  به ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین قطر حباب هستند و در شکل (۳-۱) نشان داده شده‌اند. همچنین ضریب دید مؤلفه مهمی در مطالعه جریان حباب است و به صورت تقسیم قطر بزرگ به قطر کوچک حباب و طبق رابطه (۴-۱) تعریف می‌شود.

$$E = \frac{b}{h} \quad (4-1)$$

در صورتی که  $E$  نزدیک به ۱ ( $1 < E < 1/1$ ) باشد، می‌توان حباب را کروی فرض کرد [۹]. اندازه حباب متأثر از فشار هیدرواستاتیک وارد بر آن است و به همین دلیل هم‌زمان با صعود حباب در ستون، ارتفاع مایع بالای آن و فشار روی حباب کمتر می‌شود و اندازه حباب بزرگ‌تر می‌شود.



شکل ۱-۳: قطر کوچک و بزرگ حباب.

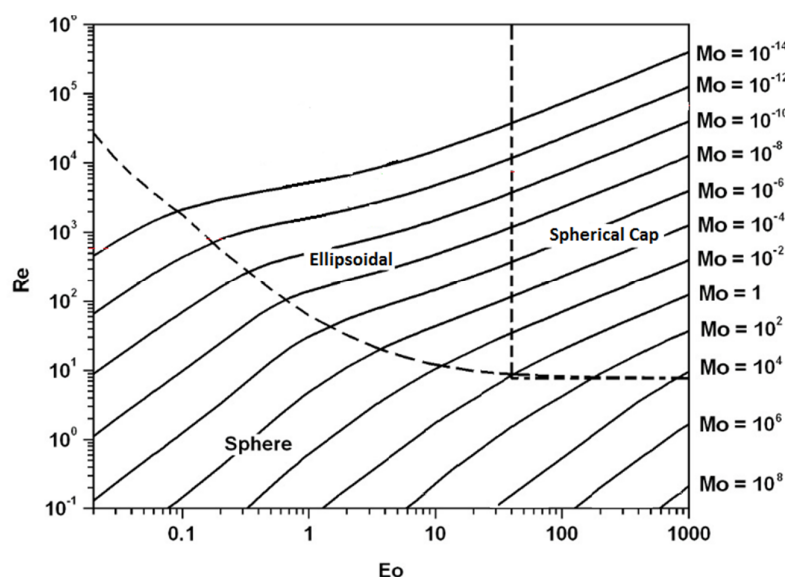
## ۱-۲-۲-۲- شکل حباب

پیش‌بینی شکل حباب تنها با در نظر گرفتن همه‌ی متغیرهای فیزیکی مؤثر بر آن ممکن است اما از آنجاکه شکل حباب به شدت تحت تأثیر چگونگی تعامل حباب با سیال اطرافش است [۱۰]، در یک دسته‌بندی کلی بر اساس نیروهای وارد بر حباب، می‌توان آن را این‌گونه توضیح داد که برای حباب‌های بسیار کوچک (کم‌تر از ۱ میلی‌متر) در آب، به علت انحنای زیاد سطح حباب، نیروی کشش سطحی بر نیروهای دینامیکی غالب است و حباب تقریباً کروی<sup>۱۴</sup> است و در مقابل تغییر شکل از خود مقاومت نشان می‌دهد. با افزایش عدد رینولدز<sup>۱۵</sup> حباب، علاوه بر نیروی کشش سطحی، فشار دینامیکی، ویسکوزیته و اینرسی نیز باید لحاظ شوند [۹]. فشار دینامیک جریان در راستای سطح حباب از جلو به سمت طرفین کاهش می‌یابد؛ درواقع با افزایش اندازه حباب و به تبع آن افزایش رینولدز، اختلاف فشار دینامیکی بین جلو و طرفین حباب افزایش یافته و حباب در مسیر حرکت خود کمی مسطح و بیضی‌گون<sup>۱۶</sup> می‌شود. با بزرگ‌تر شدن اندازه حباب، میزان نیروی کشش سطحی و ویسکوزیته کم‌تر شده و می‌توان اثر آن‌ها را ناچیز در نظر گرفت اما نیروی اینرسی یا شناوری باعث تغییر شکل حباب به نیمه کروی یا نیمه بیضوی می‌شوند با ادامه افزایش اندازه قطر حباب، شکل حباب به کلاه کروی<sup>۱۷</sup> نزدیک می‌شود. شکل (۱-۴) شکل حباب در آب را با توجه به اعداد بی‌بعد<sup>۱۸</sup> جریان نشان می‌دهد که به دیاگرام گریس<sup>۱۹</sup> معروف است.

<sup>۱۴</sup> Spherical  
<sup>۱۵</sup> Reynolds Number

<sup>۱۶</sup> Ellipsoidal  
<sup>۱۷</sup> Spherical Cap

<sup>۱۸</sup> Dimensionless Number  
<sup>۱۹</sup> Grace Diagram



شکل ۴-۱: تغییرات شکل حباب حین صعود در آب با توجه به مقادیر اعداد بی بعد در دیاگرام گریس [۹].

### ۲-۲-۳- مسیر حرکت حباب<sup>۲۰</sup>

مسیر حرکت حباب را می توان ردیابی مرکز حباب حین حرکت در ستون و یا به عبارتی مسیر صعود حباب و تغییر جهت آن (به عنوان زاویه بین محور اصلی حباب و محور عمودی) تعریف کرد که به شدت متأثر از شکل حباب است [۱۰-۱۳]. دامنه ی مسیر صعود حباب به ویژگی های آن مانند اندازه حباب، تغییر شکل، تغییرات در سرعت صعود و حضور سطح سازها بستگی دارد [۱۴-۱۶].

### ۲-۲-۴- سرعت صعود حباب<sup>۲۱</sup>

پیش بینی، ثبت و اندازه گیری سرعت صعود حباب در یک مایع به عنوان یک مؤلفه هیدرودینامیکی، از مهم ترین موارد در بررسی جریان های شامل حباب است. به طور کلی سرعت حباب در سیال متأثر از ویژگی های گاز و مایع، جریان اطراف حباب و سطح مشترک دو فاز است و هر تغییری در شکل و اندازه حباب و یا مشخصات سیال منجر به تغییر در سرعت حباب می شود؛ بنابراین سرعت حباب را می توان نشان دهنده رفتار حباب تلقی کرد [۱۷-۱۹].

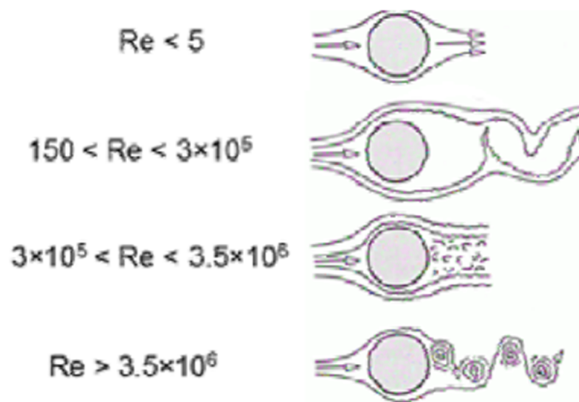
### ۲-۲-۳- رژیم جریان در اطراف حباب

با فرض کروی بودن حباب، رژیم جریان در اطراف آن بر مبنای عدد رینولدز مطابق با شکل (۱-۵) تقسیم بندی می شود [۹]:

<sup>20</sup> Bubble trajectory

<sup>21</sup> Bubble Rise Velocity

- در گستره  $Re < 5$  جریان کاملاً آرام و خزشی است. در این حالت حل معادلات جریان به روش استوکس انجام می‌شود.
- در  $150 < Re < 3 \times 10^5$  لایه مرزی تا قبل از نقطه جدایش آرام است و گردابه‌های پشت جسم آشفته می‌باشند.
- در  $3 \times 10^5 < Re < 3/5 \times 10^6$  جریان در حال گذر از آرام به آشفته است.
- در  $Re > 3/5 \times 10^6$  جریان کاملاً آشفته است.



شکل ۱-۵: رژیم‌های جریان در اطراف حباب [۹].

## ۱-۲-۴- نیروهای وارد بر حباب

حرکت ذرات که به‌طور کلی شامل جامد، مایع (قطره) یا گاز (حباب) می‌شود، در مایع توسط نیروهایی که بر آن وارد می‌شوند کنترل می‌شود. در قوانین فیزیکی مبنای حرکت در یک سیال بر اساس قانون دوم نیوتن است: «هنگامی که جرم ( $m$ ) از حالت سکون به سرعت معینی منتقل شود، یا هنگامی که جهت سرعت آن ( $U$ ) تغییر می‌کند، می‌توان تأیید کرد که نیروی لازم برای انجام این تغییر ( $F$ ) متناسب با نرخ تغییر تکانه ( $mU$ ) است.» برای سیستم‌هایی که جرم آن‌ها ثابت می‌ماند، قانون دوم نیوتن طبق رابطه (۱-۵) تعریف می‌شود.

$$\sum F = m \frac{dU}{dt} \quad (۱-۵)$$

که در آن  $\sum F$  مجموع نیروهای وارد بر حباب،  $m$  جرم حباب و  $\frac{dU}{dt}$  شتاب حباب است. درواقع عبارت  $m \frac{dU}{dt}$  برای یک حباب در حال حرکت، نیروی اینرسی<sup>۲۲</sup> نامیده می‌شود.

قانون دوم نیوتن برای تعیین نیروهای وارد بر یک عنصر بی‌نهایت کوچک که در یک سیال نیوتنی تراکم ناپذیر (چگالی ثابت) در حرکت است، اعمال شده و با «معادله ناویر-استوکس»<sup>۲۳</sup> در رابطه (۱-۶) نشان داده شده

<sup>۲۲</sup> Inertia Force

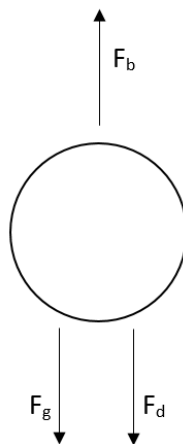
<sup>۲۳</sup> Navier-Stokes Equation

است. معادله ناویر-استوکس را می‌توان به‌عنوان یک موازنه نیروی کلی برای سیال در حال حرکت در نظر گرفت.

$$\rho g - \nabla P + \mu \nabla^2 U = \rho \frac{dU}{dt} \quad (۶-۱)$$

که در آن، تمام عبارات (نیروها) در واحد حجم عنصر سیال بیان می‌شوند و از چپ به راست نشان‌دهنده نیروهای گرانشی، فشار دینامیکی، ویسکوز و اینرسی است [۲۰].

همان‌طور که شکل (۶-۱) نشان می‌دهد، به‌طور معمول حرکت یک ذره در یک سیال ویسکوز، تحت اثر سه نیرو است: ۱- وزن (نیروی گرانش)، ۲- نیروی شناوری<sup>۲۴</sup> و ۳- نیروی مقاوم<sup>۲۵</sup>. البته به دلیل وجود نیروی بین مولکولی متفاوتی که بین مولکول‌های آب و هوا وجود دارد، نیروی کشش سطحی<sup>۲۶</sup> نیز ظاهر می‌شود. در تحلیل حرکت حباب عموماً دانسیته هوا و به تبع آن نیروی گرانش ناچیز در نظر گرفته می‌شود. در ادامه نیروهای وارد بر حباب به اختصار توضیح داده شده است.



شکل ۶-۱: نیروهای وارد بر حباب حین صعود در ستون.

## ۱-۴-۲-۱- نیروی کشش سطحی

کشش سطحی ویژگی‌ای در مایعات است که باعث می‌شود لایه بیرونی آن‌ها به‌صورت یک ورقه کشسان عمل کند. این همان ویژگی‌ای است که موجب راپیش دو سطح مایع به یکدیگر می‌شود؛ مانند دو قطره‌ی آب که همدیگر را می‌ربایند و قطره‌ی بزرگ‌تری می‌سازند. کشش سطحی کمیتی است که بعد نیرو در واحد طول یا انرژی در واحد سطح دارد. کشش سطحی را هم‌چنین می‌توان مقدار کار لازم برای ایجاد واحد سطح مشترک جدید در نظر گرفت که طبق رابطه (۷-۱) تعریف و محاسبه می‌شود.

$$F_{\sigma} = \sigma \cdot d_b \quad (۷-۱)$$

که در آن  $d_b$  قطر حباب و  $\sigma$  کشش سطحی بین دو فاز آب و هوا است [۲۱].

<sup>24</sup> Buoyancy Force

<sup>25</sup> Drag Force

<sup>26</sup> Surface tension Force

## ۱-۲-۴-۲- نیروی شناوری

مبنای نیروی شناوری، اصل ارشمیدس است که «وقتی جسمی در یک سیال غوطه‌ور می‌شود، مایع نیرویی رو به بالا بر آن وارد می‌کند و مقدار آن برابر وزن مایعی است که جسم جابجا می‌کند» [۲۲]. نیروی شناوری برای حباب در حال حرکت نیرویی است که سیال به آن به سمت بالا وارد می‌کند و با نیروی وزن مقابله می‌کند، چنانچه طبق قانون ارشمیدس برابری این دو نیرو موجب شناور ماندن جسم می‌شود [۲۳]. نیروی شناوری طبق رابطه (۸-۱) محاسبه می‌شود.

$$F_B = \frac{\pi d_b^3 \rho_l g}{6} \quad (8-1)$$

که در آن  $d_b$  قطر حباب و  $\rho_l$  چگالی مایع و  $g$  شتاب گرانش است.

## ۱-۲-۴-۳- نیروی مقاوم

نیروی مقاوم یا پسا به‌عنوان حاصل نیروهایی که در جهت مقاومت در برابر حرکت یک ذره در مایع عمل می‌کنند، تعریف می‌شود. برای حبابی که در یک مایع حرکت صعودی دارد، جهت این نیرو رو به پایین است. درواقع برای یک حباب در حال حرکت، یک نیروی مقاوم بین سطح حباب و سیال وجود دارد که ناشی از اصطکاک سیال روی سطح حباب است و طبق رابطه (۹-۱) محاسبه می‌شود [۲۰].

$$F_D = C_D * \frac{\rho_l U_b^2}{2} * A \quad (9-1)$$

که در آن  $C_D$  برابر با ضریب پسا<sup>۲۷</sup> است و به شکل هندسی سطح و ویژگی‌های سیال مانند لزجت و چگالی بستگی دارد.  $A$  نیز برابر با تصویر سطح مقطع در راستای عمود بر جریان است. هم‌چنین  $U_b$  معرف سرعت صعود حباب و  $\rho_l$  چگالی مایع است.

## ۱-۲-۴-۴- نسبت بین نیروها

در تحلیل ابعادی، عدد بدون بعد به کمیتی اطلاق می‌شود که فاقد یک واحد فیزیکی مشخص باشد و معمولاً از نسبت دو کمیت با واحدهای مشابه یا نسبت دو عبارت جبری با واحدهای یکسان به دست می‌آید [۲۰]. در ادامه تعدادی اعداد بی‌بعد جریان که نسبت بین نیروهای وارد بر حباب هستند معرفی می‌شوند:

- **عدد رینولدز:** برای پیش‌بینی الگوی جریان از آن استفاده می‌شود. در اعداد رینولدز پایین تمایل جریان به داشتن الگوی آرام و لایه‌ای است، درحالی‌که در اعداد رینولدز بالا جریان به حالت آشسته درمی‌آید. رابطه (۱۰-۱) نحوه محاسبه عدد رینولدز را نشان می‌دهد.

$$Re = \frac{\rho_l U_b d_b}{\mu_l} \quad (10-1)$$

<sup>۲۷</sup> Drag Coefficient

که در این عبارت  $\rho_l$  چگالی سیال،  $U_b$  سرعت متوسط حباب،  $d_b$  قطر حباب و  $\mu_l$  ضریب گرانروی سیال است.

- عدد مورتون<sup>۲۸</sup>: در دینامیک سیالات برای توصیف شکل یک حباب یا قطره در حال حرکت در یک سیال استفاده می‌شود. این کمیت با رابطه (۱۱-۱) تعریف می‌شود.

$$Mo = \frac{g(\rho_l - \rho_g)\mu_l^4}{\rho_l^2 \sigma^3} \quad (11-1)$$

- عدد اُتووس<sup>۲۹</sup>: به نسبت بین نیروی درونی به تنش سطحی که در سطح بین مایع و گاز یا در سطح بین دو مایع غیرقابل حل عمل می‌کنند، گفته می‌شود و طبق تعریف مقدار آن از رابطه (۱-۱۲) به دست می‌آید.

$$Eo = \frac{g(\rho_l - \rho_g)d_b^2}{\sigma} \quad (12-1)$$

### ۱-۲-۵- برهم‌کنش حباب‌ها

در جریان‌های حاوی حباب، مواجهه‌ی حباب‌ها به‌وفور مشاهده می‌شود و می‌تواند منجر به اتصال آن‌ها به یکدیگر<sup>۳۰</sup> یا شکست<sup>۳۱</sup> شود. برهم‌کنش، اندرکنش یا تعامل<sup>۳۲</sup> حباب‌ها در ستون فلوئاسیون اثر متقابلی است که آن‌ها حین فرآیند برهم دارند. این مسئله از جمله پدیده‌های مهم فیزیکی است که درک دقیق‌تر آن به مدل‌سازی بهتر جریان حبابی کمک می‌کند. هرگاه دو حباب باهم تماس پیدا کنند، لایه سیال بین آن‌ها به تدریج نازک می‌شود تا در نهایت گسیخته شده و حباب‌ها باهم ادغام شوند. تعامل دو حباب با در نظر گرفتن میدان جریانی که آن دو و موقعیتشان نسبت به هم ایجاد می‌کند، تحلیل می‌شود. درواقع برهم‌کنش حباب‌ها عمدتاً تحت تأثیر تغییرات میدان جریان ناشی از واکنش‌های متقابل گردابه‌ها<sup>۳۳</sup> و اثرات ادغام دنباله‌ها<sup>۳۴</sup> است [۲۴]. در فلوئاسیون بنا بر این است که از ادغام حباب‌ها جلوگیری شود تا حباب‌های پایدار به سمت سطح سیال حرکت کرده و در آنجا فاز کف را تشکیل بدهند.

### ۱-۳- دینامیک سیالات محاسباتی

تاکنون دانشمندان در راستای مطالعه، بررسی و شناخت رفتارهای جریان‌های سیالات، تلاش‌های بسیاری داشته‌اند. به‌طور کلی برای تحلیل رفتار سیالات می‌توان از سه روش عمده نام برد:

- روش آزمایشگاهی و تجربی
- روش تحلیلی و استفاده از معادلات حاکم بر جریان سیال
- روش محاسباتی

<sup>28</sup> Morton number

<sup>29</sup> Eötvös number

<sup>30</sup> Coalescence

<sup>31</sup> Breakup

<sup>32</sup> Interaction

<sup>33</sup> Vortex

<sup>34</sup> Wake

هرچند که روش‌های تجربی از قدیمی‌ترین روش‌ها هستند و جواب‌های نسبتاً دقیقی تولید می‌کنند، اما متأسفانه عموماً به سرمایه‌گذاری اولیه و هزینه بالای انجام آزمایش‌ها نیاز دارند. روش‌های تحلیلی نیز صرفاً در مورد جریان‌های با پیچیدگی کم و هندسه‌های ساده قابل‌اعمال هستند و در فرآیندهای معمول طراحی کاربرد چندانی ندارند.

دینامیک سیالات محاسباتی در مقایسه با روش‌های تئوری و آزمایشگاهی مزیت‌هایی به شرح زیر دارد:

- **واقعی بودن نتایج:** مدل نتایجی مشابه با نتایج واقعی ارائه می‌دهد.
- **انعطاف‌پذیری:** به محض این‌که مدلی ساخته شد، می‌توان ورودی‌ها را تغییر داد و دوباره مدل را اجرا کرد. بسیاری از کدهای دینامیک سیالات محاسباتی اجازه مدل‌سازی چندین پارامتر را به صورت هم‌زمان به کاربر می‌دهند.
- **هزینه‌ی کم:** روش‌های عددی اغلب به تجهیزات، فضا و زمان کار کمتری نیاز دارند. به عبارت دیگر، زمان کلی محاسبات نسبت به انجام آزمون‌های آزمایشگاهی پایین است که این مسئله هزینه انجام طرح را کاهش می‌دهد. به طور ساده‌تر هزینه مربوط به بازسازی، ایمنی و سلامتی مرتبط با آزمایش‌های تجربی در روش‌های عددی وجود ندارد و از نظر هزینه این روش به صرفه است.
- **تجزیه و تحلیل:** برای ثبت و اندازه‌گیری پارامترها در آزمایش‌های تجربی نیاز به دستگاه‌های اندازه‌گیری (سرعت‌سنج<sup>۳۵</sup>، فشارسنج و دستگاه عکاسی مادون قرمز) است. این دستگاه‌ها همیشه اعتبار و دقت لازم را ندارند و محدودیت‌هایی برای انجام روش‌های آزمایشگاهی ایجاد می‌کنند؛ درحالی‌که مدل دینامیک سیالات محاسباتی، شامل تمامی داده‌های لازم برای مطالعه و تحلیل رفتار پدیده موردنظر است.

البته باوجود همه‌ی این مزایا، باید در نظر داشت که نمی‌توان دینامیک سیالات محاسباتی و به‌طور کلی روش‌های عددی را جایگزین آزمایش‌های فیزیکی یا آنالیزهای تئوری کرد، چراکه نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی بدون اعتبارسنجی توسط داده‌های آزمایشگاهی بی‌معنی است [۲۵].

دینامیک سیالات محاسباتی یکی از بزرگ‌ترین زمینه‌هایی است که مکانیک قدیم را به علوم رایانه و توانمندی‌های نوین محاسباتی آن در نیمه دوم قرن بیستم و در سده جدید میلادی وصل می‌کند. اگرچه معادلات دینامیک سیالات محاسباتی و الگوریتم‌های عددی موردنیاز برای حل این معادلات، چند صدسال است که توسط دانشمندان ارائه شده است، اما تا چند دهه پیش هیچ برنامه رایانه‌ای برای مدل‌سازی رفتار سیال وجود نداشت. با افزایش توان محاسباتی رایانه‌ها، توسعه تئوری‌های دینامیک سیال و الگوریتم‌های محاسباتی، زمینه مدل‌سازی رفتار سیالات گسترش یافت و کاربرد دینامیک سیالات محاسباتی برای مدل‌سازی آتش‌سوزی درون تونل از سال ۱۹۸۳ میلادی شروع شد. البته این مدل‌سازی‌ها بیشتر جنبه تئوری داشت. از سال ۱۹۹۲ میلادی این مدل‌سازی‌ها به صورت سیستماتیک و امروزی توسعه یافت و نرم‌افزارهای تجاری و صنعتی وارد بازار شدند. در این روش با تبدیل معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر جریان سیالات

---

<sup>۳۵</sup> Speedometer

به معادلات جبری، امکان حل عددی این معادلات فراهم می‌شود. با تقسیم ناحیه موردنظر به المان‌های کوچک‌تر و اعمال شرایط مرزی برای گره‌های مرزی و با اعمال تقریب‌هایی یک دستگاه معادلات خطی به دست می‌آید و با حل آن میدان سرعت، فشار و دما در ناحیه موردنظر به دست می‌آید [۲۶ و ۲۷].

### ۱-۳-۱- اجزای یک برنامه‌ی CFD

ساختار برنامه‌های CFD به روش عددی است، به‌طوری‌که مسائل جریان سیال با استفاده از این روش قابل حل هستند. به‌منظور فراهم آمدن دسترسی آسان به این روش، بسته‌های نرم‌افزاری تجاری CFD شامل واسطه‌های کاربری برای ورود پارامترهای مسائل و تحلیل نتایج آماده‌سازی شده‌اند. به‌طورکلی یک برنامه CFD شامل سه جزء اصلی است:

- **پیش‌پردازنده:** پیش‌پردازنده عبارت است از ورودی مسئله جریان به یک برنامه CFD با استفاده از یک واسطه و سپس تبدیل این ورودی به یک شکل مناسب برای استفاده توسط حل‌کننده. وظایف کاربر در مرحله پیش‌پردازنده شامل مراحل زیر است:

- تعریف هندسه ناحیه موردنظر و میدان محاسباتی
- تولید شبکه یا تقسیم بخش‌های کوچک به نواحی کوچک‌تر، بدون هم‌پوشانی زیر محدوده‌ها (شبکه‌ی سلول‌ها یا حجم‌های کنترل)
- انتخاب مجموعه پدیده‌های فیزیکی و شیمیایی که باید مدل شوند
- تعریف خواص سیال
- تشخیص و تعریف شرایط مرزی لازم در سلول‌هایی که منطبق بر مرز میدان محاسباتی هستند.

حل یک مسئله جریان (سرعت، فشار، دما و ...) در گره‌های داخلی هر سلول صورت می‌گیرد و بیش از پنجاه درصد زمان استفاده‌شده در صنعت روی پروژه CFD، صرف تعریف هندسه میدان محاسباتی و تولید شبکه می‌شود.

میزان دقت مربوط به حل یک مسئله با روش CFD به تعداد سلول‌های موجود در شبکه وابسته است. در حالت کلی هرچه تعداد سلول‌های میدان محاسباتی بیشتر باشد، حل آن با دقت بیشتری همراه است؛ بنابراین دقت حل، قیمت و همچنین سخت‌افزار محاسباتی موردنیاز و زمان محاسبه بستگی به شرایط شبکه دارند. شبکه‌های مطلوب اغلب غیریکنواخت می‌باشند، درجایی که تغییرات از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر قابل توجه است، ریزتر و در نواحی با تغییرات نسبتاً کم درشت‌تر است.

- **حل‌کننده:** روش‌های حل عددی مورد استفاده در CFD عبارت‌اند از:

- روش المان محدود<sup>۳۶</sup>

<sup>۳۶</sup> Finite-Element

- روش حجم محدود<sup>۳۷</sup>

- روش تفاضل محدود<sup>۳۸</sup>

- روش‌های طیفی

تفاوت اصلی این روش‌ها در نحوه‌ی تقریب متغیرهای جریان و فرآیند گسسته‌سازی به کار گرفته شده است. در میان این روش‌ها، روش حجم محدود دارای کاربرد بیشتری به‌خصوص در مدل‌سازی جریان‌های تراکم‌ناپذیر است. بیشتر نرم‌افزارهای تجاری در زمینه دینامیک سیالات محاسباتی نیز بر مبنای همین روش توسعه‌یافته‌اند. الگوریتم حل عددی به این صورت است که ابتدا انتگرال‌گیری از حجم کنترل صورت می‌گیرد و سپس طی گسسته‌سازی (شامل جایگذاری تقریب‌ها در عبارات داخل معادلات انتگرالی) معادلات انتگرالی به یک سیستم معادلات جبری تبدیل می‌شود و با استفاده از یک روش تکرار، معادلات جبری حل می‌شود.

• **پس‌پردازنده:** بسیاری از کارها از جمله نمایش میدان هندسی و شبکه، ترسیمات بردار، مسیر حرکت ذره، متحرک‌سازی و ارائه خروجی به‌صورت قابل فهم برای سایر برنامه‌ها در پس‌پردازنده انجام می‌شود [۲۵].

### ۱-۳-۲- حل یک مسئله شبیه‌سازی به روش CFD

قبل از هر اقدامی برای حل مسئله، باید آن را به‌دقت تعریف کرد. در تعریف مسئله باید دقیقاً مشخص شود که محقق دنبال چه چیزی است؛ افت فشار، نرخ تبادل جرم، توزیع سرعت و ... بنابراین لازم است قبل از تنظیم و اجرای یک شبیه‌سازی CFD به این سؤالات پاسخ داده شود:

- آیا مسئله دوبعدی است یا سه‌بعدی؟
- آیا جریان آرام است یا آشفته و مدل آشفتگی مناسب برای جریان کدام است؟
- چه مدل‌های فیزیکی باید در نظر گرفته شود؟
- چه فرض‌هایی برای ساده‌سازی باید در نظر گرفته شود؟
- چه دقتی موردنظر است؟
- با چه سرعتی باید نتایج حاصل شود؟

هم‌چنین فهم مناسب الگوریتم حل عددی نیز یک مسئله مهم است. درواقع سه ایده ریاضی در مشخص کردن کارایی یا عدم کارایی الگوریتم‌ها مفید است: همگرایی<sup>۳۹</sup>، سازگاری<sup>۴۰</sup> و پایداری<sup>۴۱</sup>. همگرایی خاصیتی از روش حل عددی برای به دست آوردن جوابی است که به حل دقیق نزدیک است؛ به‌طوری‌که اندازه حجم کنترل به صفر میل می‌کند. طرح‌های عددی سازگار نیز دستگاهی از معادلات جبری را ایجاد می‌کنند که

<sup>۳۷</sup> Finite-Volume

<sup>۳۹</sup> Convergence

<sup>۴۱</sup> Stability

<sup>۳۸</sup> Finite-Difference

<sup>۴۰</sup> Consistency

می‌توان نشان داد با معادله حاکم اصلی زمانی که اندازه حجم کنترل به صفر میل می‌کند، معادل است. هم چنین پایداری در روش‌های عددی با میرایی خطاها همراه است [۲۸].

### ۳-۳-۱- معادلات حاکم بر جریان سیال

معادلات کلی حاکم بر جریان سیالات شامل معادلات زیر است:

- معادله پیوستگی: این معادله قانون بقای جرم را با رابطه (۱۳-۱) بیان می‌کند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) = 0 \quad (13-1)$$

که در آن  $\rho$  چگالی،  $u$  بردار سرعت و  $t$  زمان است.

- معادله مومنتوم: این معادله قانون دوم نیوتن را به صورتی که در رابطه (۱۴-۱) نشان داده شده است، بیان می‌کند؛

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \vec{V} d\Omega + \int_{\Gamma} \vec{V} (\rho \vec{V} \cdot \hat{n}) d\Gamma = \int_{\Gamma} -P \hat{n} d\Gamma + \int_{\Gamma} \bar{\tau} \cdot \hat{n} d\Gamma + \int_{\Omega} \rho \vec{F}_b d\Omega \quad (14-1)$$

که در آن  $\bar{\tau}$  تانسور تنش بوده و برای سیال نیوتنی برابر است با  $\bar{\tau} = \mu (\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T)$  یا با نمایش

اندیسی  $\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  نشان داده می‌شود و  $\vec{F}_b$  نیروی حجمی به ازای واحد جرم است [۲۹].

### ۳-۳-۲- مدل سازی جریان دوفازی

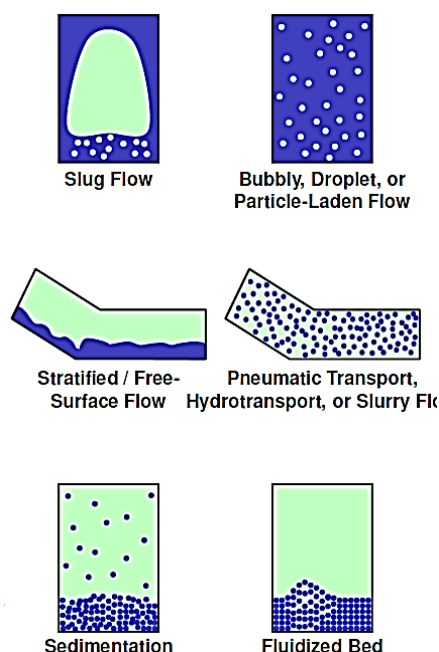
تعداد بسیاری از جریان‌ها، مخلوطی از فازهای فیزیکی مواد شامل گاز، مایع و جامد هستند. در حالت کلی با طبقه‌بندی انواع حالات توزیع فصل مشترک بین دو فاز گاز و مایع که اصطلاحاً رژیم‌ها یا الگوهای جریان نامیده می‌شوند، می‌توان به توضیح و تفسیر این نوع جریان‌ها پرداخت. الگوهای مختلف جریان در شکل (۱-۶) ارائه شده است. باید توجه داشت که این الگوهای جریان معمولاً به وسیله موقعیت و شکل هندسی میدان محاسباتی و جهت جریان و خواص فیزیکی و شدت جریان هریک از فازها تحت تأثیر قرار می‌گیرند. الگوهای جریان در خطوط لوله قائم عبارتند از:

- **جریان حبابی<sup>۴۲</sup>**: در این نوع رژیم جریان فاز مایع به صورت پیوسته و فاز گاز به صورت پراکنده (حباب‌های ریز) درون مایع به طرف بالا حرکت می‌کند. سرعت فازها در این نوع جریان به دلیل اختلاف جرم ویژه فازها متفاوت است.
- **جریان حلزونی<sup>۴۳</sup>**: در جریان حبابی با افزایش سرعت فاز گاز تعداد حباب‌ها افزایش یافته و از برخورد و به هم پیوستن آن‌ها با یکدیگر چند گنبد چتری شکل گازی به وجود می‌آید که در قسمت‌هایی از لوله تمام سطح مقطع لوله را اشغال می‌کنند.

<sup>۴۲</sup> Bubbly flow

<sup>۴۳</sup> Slug flow

- **جریان متلاطم**<sup>۴۴</sup>: در جریان لخته‌ای با افزایش سرعت جریان توده‌های گاز شکسته شده و جریان ناپایدار و انتقالی بین دو جریان لخته‌ای و حلقوی شکل می‌گیرد. در خطوط لوله جریان با قطر بزرگ، حرکت نوسانی مایع به سمت بالا و پایین رخ می‌دهد؛ درحالی‌که در لوله‌های باریک این حرکت نوسانی به وقوع نمی‌پیوندد و حرکت انتقالی بین دو نوع جریان لخته‌ای و حلقوی بسیار گذرا است.
- **جریان حلقوی**<sup>۴۵</sup>: در این الگو جریان فاز گاز به صورت پیوسته و فاز مایع به صورت ذرات ریز به همراه آن در حرکت است. به طوری که فاز گاز، فاز مایع را به صورت قطرات ریز انتقال می‌دهد. در این حالت فاز گاز تغییرات فشار سیال را کنترل می‌کند [۳۰].



شکل ۱-۷: الگوهای جریان در سیالات دوفازی [۳۱].

دو دیدگاه در مدل‌سازی جریان چند فازی وجود دارد:

- **دیدگاه اولر-لاگرانژ**<sup>۴۶</sup>: مدل فاز گسسته لاگرانژ در فلونت<sup>۴۷</sup> از رویکرد اولر-اولر پیروی می‌کند. فاز سیال به عنوان فاز پیوسته با حل معادلات ناویر-استوکس در نظر گرفته می‌شود؛ درحالی‌که فاز پراکنده با دنباله‌یابی تعداد فراوانی از ذرات، حباب‌ها یا قطرات در میدان جریان محاسبه شده، حل می‌شود. فرض اساسی در این دیدگاه این است که فاز پراکنده حجم کمی را اشغال می‌کند. مدل فاز گسسته<sup>۴۸</sup> از جمله مدل‌های چند فازی فلونت است که با این دیدگاه به مدل‌سازی جریان می‌پردازد.

<sup>۴۴</sup> Churn flow

<sup>۴۵</sup> Annular flow

<sup>۴۶</sup> Euler-Lagrange

<sup>۴۷</sup> Fluent

<sup>۴۸</sup> Discrete phase model

- **دیدگاه اولر-اولر<sup>۴۹</sup>:** در این دیدگاه فازهای مختلف به صورت ریاضی به عنوان محیط‌های پیوسته با قابلیت نفوذ در یکدیگر در نظر گرفته می‌شوند. چون حجم هر کدام از فازها توسط فاز دیگر قابل اشغال نیست، مفهوم کسر حجمی فاز و وارد معادلات می‌شود. فرض می‌شود که این کسرهای حجمی توابع ثابتی از زمان و مکان هستند و مجموع آن‌ها برابر با واحد است. در فلونت سه مدل مختلف چند فاز با این دیدگاه در دسترس است: مدل حجم سیال<sup>۵۰</sup> (VOF)، مدل مخلوط<sup>۵۱</sup> و مدل اولرین<sup>۵۲</sup>.
  - **مدل VOF:** این مدل می‌تواند دو یا تعداد بیشتری از سیالات قابل امتزاج را با حل یک مجموعه معادلات مومنتوم و ردیابی کسر حجمی هر یک از سیالات، در میدان محاسباتی مدل کند.
  - **مدل مخلوط:** یک مدل چند فاز ساده شده است که می‌تواند برای مدل‌سازی جریان‌های چند فاز که فازها با سرعت‌های مختلفی حرکت می‌کنند، مورد استفاده قرار گیرد. معمولاً از این مدل به صورت ترکیبی با دیدگاه لاگرانژ استفاده می‌شود.
  - **مدل اولرین:** این مدل پیچیده‌ترین مدل چند فاز در فلونت است؛ که در آن معادلات مومنتوم و پیوستگی برای هر فاز حل می‌شود.
- در مواردی که توزیع فاز پراکنده محدود بوده و ردیابی مرز فازها اهمیت داشته باشد از مدل حجم سیال استفاده می‌شود و در صورتی که توزیع گسترده‌ای از فاز پراکنده داشته باشیم، مثلاً اندازه ذرات یا حباب‌ها تغییر کند، مدل مخلوط ترجیح داده می‌شود؛ اما اگر فاز پراکنده در بخشی از دامنه غلیظ باشد مدل اولرین در اولویت قرار می‌گیرد. در حالت کلی مدل اولرین به دلیل حل معادلات بیشتر نسبت به مدل مخلوط، از دقت بالاتری برخوردار است [۳۲ و ۳۳].

### ۱-۳-۵- مدل‌سازی آشفتگی

در مکانیک سیالات، آشفتگی<sup>۵۳</sup> نوعی پارامتر برای بیان میزان بی‌نظمی جریان یک سیال است. یکی از تفاوت‌های جریان‌آشفته با آرام در نوع حرکت ذرات است؛ که هرچه آشفتگی بیشتر باشد حرکت ذرات بی‌نظم‌تر خواهد بود. این تفاوت اولین بار توسط رینولدز و از طریق پرتاب جوهر با سرعت‌های متفاوت در یک محفظه آب انجام شد. نتیجه حاکی از آن بود که هرچه سرعت جوهر بیشتر باشد حرکت جوهر در آب، شکل بی‌نظم‌تری به خود می‌گیرد.

همان‌طور که گفته شد، یکی از کاربردهای مهم عدد رینولدز تعیین آرام یا آشفته بودن جریان است. اگر عدد رینولدز از مقدار خاصی کم‌تر باشد، جریان آرام و اگر بیش‌تر باشد آشفته است. این مقدار خاص، عدد رینولدز بحرانی<sup>۵۴</sup> نام دارد. عدد رینولدز بحرانی برای جریان‌های مختلف به صورت تجربی اندازه‌گیری می‌شود. برای مثال، عدد رینولدز بحرانی برای جریان داخل یک لوله ۲۳۰۰ است [۳۴].

<sup>۴۹</sup> Euler-Euler

<sup>۵۰</sup> Volume Of Fluid (VOF)

<sup>۵۱</sup> Mixture

<sup>۵۲</sup> Eulerian

<sup>۵۳</sup> Turbulence

<sup>۵۴</sup> Critical

هدف از مدل‌سازی جریان آشفته، دستیابی به یک مدل یا تئوری قابل‌پیگیری است که بتوان از آن برای محاسبه و تخمین کمیت‌های مهم جریان از نقطه‌نظر عملی و کاربردی استفاده کرد. به‌صورت خاص هدف اصلی از مدل‌سازی جریان‌های آشفته، محاسبه و یا تخمین تنش‌های رینولدز است.

تاریخچه تحقیقات در مورد جریان آشفته نشان می‌دهد که دستیابی به یک مدل تئوری یا تحلیلی ساده دور از انتظار است، در عوض استفاده از روش‌های حل عددی توسط رایانه بسیار امیدوارکننده است. برخی از علل دشواری ارائه مدل‌های جامع و کامل جریان آشفته عبارتند از:

- سه‌بعدی، گذرا و اتفاقی بودن جریان آشفته
  - وجود طول‌ها و زمان‌های مشخصه‌ی فراوان و بسیار متفاوت
  - رفتار غیرخطی ترم‌های مختلف در معادلات حاکم
- مدل‌های آشفتگی موجود در فلوئنت عبارت‌اند از:

- مدل اسپالارت آلماراس
- مدل  $k-\epsilon$
- مدل  $k-\omega$
- مدل  $v^2-f$
- مدل تنش رینولدز<sup>۵۵</sup> (RSM)
- مدل شبیه‌سازی‌های گردابه‌های منفصل<sup>۵۶</sup> (DES)
- مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ<sup>۵۷</sup> (LES)

مدل آشفتگی که بتواند برای تمام حالت‌ها و مسائل مختلف به کار برود، وجود ندارد. انتخاب مدل آشفتگی مناسب به ملاحظاتمانند فیزیک جریان، تجربیات حاصله از شبیه‌سازی برای موارد مشابه، میزان دقت محاسباتی، هزینه محاسباتی و قدرت منابع محاسباتی وابسته است [۲۷].

### ۱-۳-۶- ابزارهای حل مسئله به روش CFD

نرم‌افزارهای مختلفی وجود دارند که با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی طی مراحل مختلف مسئله جریان را حل می‌کنند. در ادامه نرم‌افزارهای گمبیت<sup>۵۸</sup> و فلوئنت که در این پژوهش به کار گرفته شده‌اند، معرفی می‌شود.

- **نرم‌افزار گمبیت:** تولید شبکه از علومی است که هم‌زمان با دینامیک سیالات محاسباتی رشد کرده و درواقع پیشرفت علم CFD مدیون پیشرفت این شاخه از علوم بوده است. گمبیت نرم‌افزاری است که می‌تواند علاوه بر تولید شبکه، هندسه موردنیاز مسئله CFD را نیز رسم نماید. در ضمن این نرم‌افزار برای

<sup>۵۵</sup> Reynolds Stress Models

<sup>۵۶</sup> Discrete Eddy Simulation

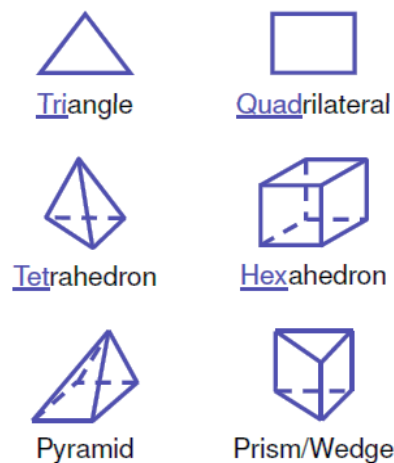
<sup>۵۷</sup> Large Eddy Simulation

<sup>۵۸</sup> Gambit

فلوئنت نوشته شده است و بیشترین تطابق را با آن دارد. به طور کلی برای استفاده از این نرم افزار باید مراحل را طی کرد که در ادامه توضیح داده می شود:

۱- تولید شکل و هندسه: هئدسه موردنیاز مسئله را می توان در نرم افزار گمبیت تولید کرد. هم چنین می توان با کمک سایر نرم افزارهای CAD/CAM مثل Solid Work، Auto CAD و ... هئدسه را رسم و سپس آن را به نرم افزار گمبیت وارد کرد.

۲- ایجاد شبکه بر روی هئدسه: با استفاده از این قابلیت نرم افزار، می توان شبکه بندی مناسب (با سلول های سه ضلعی<sup>۵۹</sup> و چهارضلعی<sup>۶۰</sup> در حالت دوبعدی و سلول های چهاروجهی<sup>۶۱</sup>، شش وجهی<sup>۶۲</sup>، هرمی<sup>۶۳</sup> یا گوه ای<sup>۶۴</sup> در حالت سه بعدی) برای هئدسه ایجاد کرد. انواع شبکه های موجود در گمبیت در شکل (۸-۱) اراده شده است.



شکل ۸-۱: انواع شبکه های موجود در گمبیت [۳۵]

۳- تعیین شرایط مرزی<sup>۶۵</sup> و نواحی مختلف: یکی از اقدامات اساسی برای حل مسئله در دینامیک سیالات محاسباتی، تعیین شرایط مرزی است و در نرم افزار گمبیت نیز انواع بسیاری از شرایط مرزی (مثل خروجی فشار، ورودی سرعت، دیواره، محور تقارن و ...) تعریف شده است. البته فقط می توان نوع آن ها را در این نرم افزار تعیین کرد و تعریف خصوصیات و پارامترهای مربوط به این شرایط مرزی باید در نرم افزار فلوئنت مشخص شود [۳۵].

• **نرم افزار فلوئنت:** یکی از نرم افزارهای صنعتی مشهور است که دارای قابلیت های فراوانی از جمله مدل سازی جریان های دو و سه بعدی است. پس از آنکه هئدسه جریان توسط یک نرم افزار کمکی مانند گمبیت رسم شد و شبکه بندی هم انجام شد، نرم افزار فلوئنت از خروجی نرم افزار گمبیت استفاده کرده و

<sup>۵۹</sup> Triangle

<sup>۶۰</sup> Quadrilateral

<sup>۶۱</sup> Tetrahedron

<sup>۶۲</sup> Hexahedron

<sup>۶۳</sup> Pyramid

<sup>۶۴</sup> Wedge

<sup>۶۵</sup> Boundary Conditions

بر پایه روش حجم محدود، که یک روش بسیار قوی و مناسب در روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی است، به حل مسئله جریان می‌پردازد. قابلیت‌های فراوانی نظیر مدل‌سازی جریان‌های دائم<sup>۶۶</sup> و گذرا<sup>۶۷</sup>، جریان لزج و غیر لزج، احتراق، جریان آشفته، حرکت ذرات جامد و قطرات مایع در یک فاز پیوسته و ده‌ها قابلیت دیگر، فلوئنت را به یک نرم‌افزار بسیار قوی و مشهور تبدیل نموده است.

فلوئنت برای آنالیز و حل مسائل طراحی خاص، روش‌های شبیه‌سازی رایانه‌ای متفاوتی را به کار می‌برد که در آن برای راحتی کار، تعریف مسئله، محاسبه و دیدن نتایج، منوهای مختلفی در نظر گرفته شده است. در صورت نیاز فلوئنت می‌تواند مدل موردنظر را از دیگر نرم‌افزارهای تولید مدل که با آن‌ها سازگاری دارد، وارد کند. این نرم‌افزار امکان تغییر شبکه به صورت کامل و تحلیل جریان با شبکه‌های بی‌سازمان برای هندسه‌های پیچیده را فراهم می‌سازد. نوع شبکه‌های قابل تولید و دریافت توسط این گروه نرم‌افزاری شامل شبکه‌هایی با المان‌های مثلثی و چهارضلعی (برای هندسه‌های دوبعدی) و چهاروجهی، شش‌وجهی، هرمی یا گوه‌ای (برای هندسه‌های سه‌بعدی) است.

هم‌چنین فلوئنت به کاربر اجازه بهبود شبکه (مثل ریز کردن یا درشت کردن شبکه در مرز و مکان‌های لازم در هندسه) را می‌دهد. این بهینه‌سازی برای حل شبکه، قابلیت‌های در اختیار کاربر قرار می‌دهد که نتایج را در نواحی که دارای گرادیان‌های بزرگ (مثل لایه مرزی و...) هستند، دقیق‌تر سازد. این قابلیت‌ها مدت‌زمانی را که برای تولید یک شبکه خوب موردنیاز است، در مقایسه با حل در شبکه‌های با سازمان به صورت قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد. این نرم‌افزار با زبان برنامه‌نویسی C نوشته شده است و از تمامی توان و قابلیت انعطاف این زبان بهره می‌برد؛ که با استفاده از حافظه دینامیک، ساختار مناسب داده‌ها و اطلاعات و کنترل انعطاف‌پذیر، محاسبات را ممکن می‌سازد [۳۶].

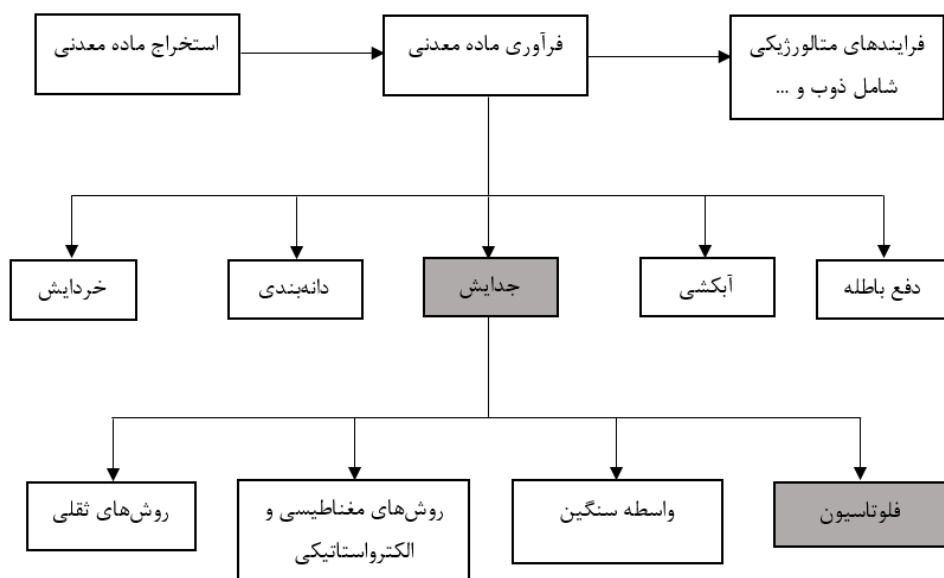
## ۴-۱- ضرورت انجام تحقیق

در عصر حاضر استفاده‌ی حداکثری از منابع و معادن طبیعی، خصوصاً در مواردی که با کاهش عیار مواد معدنی روبرو هستیم، اهمیت ویژه‌ای دارد و همین مسئله باعث شده ارتقای معدنکاری در اقتصاد موردتوجه قرار گیرد. آنچه به تحقق این مهم کمک می‌کند افزایش کارایی عملیات فرآوری و بهینه‌سازی سیستم‌ها است. فلوتاسیون به عنوان یک روش جداسازی نقش مهمی در این رابطه دارد. شکل (۱-۹) جایگاه فلوتاسیون را در عملیات فرآوری نشان می‌دهد.

صنعت فلوتاسیون شامل سلول‌های مکانیکی و سلول ستونی، از جمله صنایعی است که در آن تلفیقی از عوامل و پدیده‌های مختلف منجر به جداسازی می‌شوند. شکل (۱-۱۰) به اختصار مجموعه‌ای از زمینه‌های مطالعاتی مرتبط با فلوتاسیون ستونی را نشان می‌دهد.

<sup>۶۶</sup> Steady

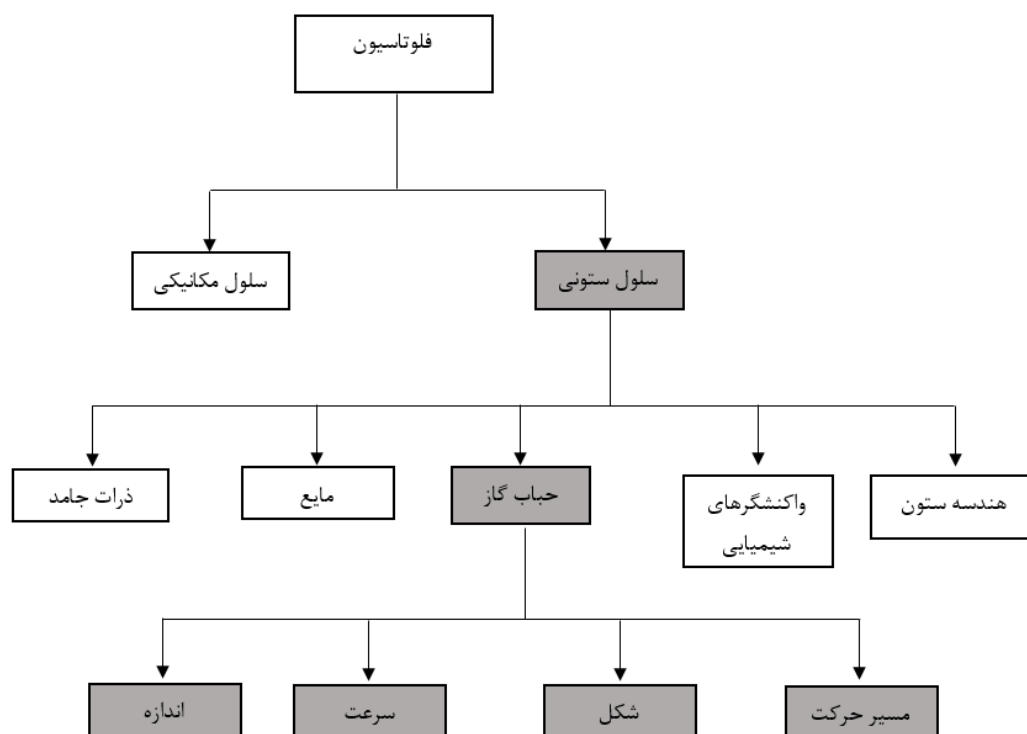
<sup>۶۷</sup> Transient



شکل ۹-۱: مجموعه‌ای از فرایندهای فرآوری مواد معدنی.

با توجه به تعدد پدیده‌ها و عوامل مؤثر در فرآیند فلوتاسیون ستونی، مطالعه در این زمینه دید چندجانبه و گسترده‌ای را می‌طلبد. با توجه به اهمیت جریان سیال و مؤلفه‌های هیدرودینامیکی مرتبط با آن در فرآیند فلوتاسیون ستونی، دینامیک سیالات محاسباتی می‌تواند برای شبیه‌سازی میدان جریان به کار گرفته شود و با شناخت دقیق وضعیت سیال به بهبود عملکرد آن کمک می‌کند.

بنابراین این پژوهش با توجه به اهمیت انکارناپذیر ارتقاء کارایی بخش فلوتاسیون به‌عنوان کارآمدترین واحد کانه‌آرایی و با هدف هم‌افزایی علوم مرتبط با فلوتاسیون، با عنوان «تحلیل عددی جریان دوفازی صعود و برهم‌کنش حباب‌ها در ستون فلوتاسیون» تعریف و پیگیری شده است و امید است که گامی باشد در راستای محکم کردن اتصال زنجیره‌های علم؛ به‌طوری‌که جزیره‌های دانش یک مجموعه واحد را تشکیل دهند و با هم‌افزایی همدیگر چرخه علمی کشور را کامل کنند.



شکل ۱-۱۰: زمینه‌های مطالعاتی در حیطه‌ی فلوتاسیون ستونی.

## ۱-۵- اهداف تحقیق

هدف از انجام این تحقیق، شناخت بهتر فیزیک پدیده‌های مرتبط با سیال و قوانین حاکم بر هیدرودینامیک ستون فلوتاسیون است؛ به‌طوری‌که با استفاده از شبیه‌سازی CFD بتوان میدان جریان را پیش‌بینی کرد. با توجه به اهمیت حباب و نقش آن در فرآیند شناورسازی ذرات آبران در ستون فلوتاسیون، این پژوهش با هدف تحلیل عددی فرآیند صعود، هیدرودینامیک و برهم‌کنش حباب‌ها در ستون فلوتاسیون با روش دینامیک سیالات محاسباتی دوفازی تعریف و پیگیری شده است.

## ۱-۶- ساختار رساله

به‌منظور انجام پژوهش حاضر، ابتدا مطالعات اولیه و امکان‌سنجی انجام شد و به‌منظور درک بهتر فیزیک حاکم بر مسئله و همچنین فراهم آوردن داده تجربی برای اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی، یک سلول فلوتاسیون ستونی آزمایشگاهی ساخته و یک سری آزمایش‌های تجربی طراحی و انجام شد. در ادامه صعود تک حباب و همچنین برهم‌کنش حباب‌ها در ستون فلوتاسیون با روش شبیه‌سازی CFD انجام شده و مؤلفه‌های هیدرودینامیکی صعود حباب بررسی شد. به‌طور کلی این رساله در پنج فصل نوشته شده است که در ادامه هر کدام به‌اختصار توضیح داده شده است.

در فصل دوم، به بررسی تحقیقات گذشته پرداخته شده است؛ ابتدا مطالعات انجام شده با رویکرد شبیه سازی CFD در زمینه فلوتاسیون ستونی مرور شده و پس از آن پیشینه تحقیقات انجام شده در مورد برهم کنش حباب ها بررسی شده است.

در فصل سوم روش تحقیق در دو بخش آزمایش تجربی با ستون فلوتاسیون و شبیه سازی CFD به تفصیل شرح داده شده است. مطالب این فصل شامل مشخصات ستون و شرایط و تجهیزات آزمایش های تجربی و همچنین شرایط و مدل های اعمال شده در شبیه سازی است.

در فصل چهارم، ابتدا نتایج آزمایش های تجربی ارائه شده و بعد از اعتبارسنجی و اطمینان از صحت نتایج شبیه سازی عددی، نحوه حرکت، شکل و سرعت حباب ها در نتایج شبیه سازی بررسی شده است. پس از آن اثر قطر حباب بر پروفیل سرعت صعود و مسیر حرکت حباب مطالعه شده و در نهایت میدان جریان و تعامل دو حباب که به صورت افقی و کنار هم در ستون شروع به حرکت می کنند، بررسی شده است. فصل پنجم نیز شامل نتیجه گیری، نوآوری و پیشنهادهای این رساله است.

## فصل دوم: مروری بر تحقیقات گذشته

## ۲-۱- مقدمه

محور اصلی این پژوهش به کارگیری روش CFD برای شناخت بهتر فرآیند فلوتاسیون است، بنابراین در این فصل ابتدا به مرور پیشینه و تاریخچه مطالعات انجام شده در زمینه فلوتاسیون ستونی با رویکرد شبیه سازی دینامیک سیالات محاسباتی پرداخته شده است و پس از آن مطالعات انجام شده بر روی برهم کنش حباب مرور شده و در نهایت جمع بندی ارائه شده است.

## ۲-۲- شبیه سازی ستون فلوتاسیون با روش CFD

شناخت مکانیسم و نحوه انجام فرآیندهای فیزیکی در ارتقاء عملکرد یک سیستم مؤثر است؛ علم سیالات و به طور خاص «دینامیک سیالات محاسباتی» از جمله ابزارهایی است که در این راستا می تواند به کار گرفته شود. تاکنون نمونه هایی از شبیه سازی CFD بر روی تجهیزات فرآوری با رویکردها و اهداف مختلف انجام شده است [۳۷]. در جدول (۲-۱) عناوین و خلاصه ای از جزئیات مطالعات و بررسی های انجام شده روی ناحیه ی جمع آوری ستون فلوتاسیون به روش شبیه سازی دینامیک سیالات محاسباتی آمده است.

اولین شبیه سازی CFD ستون فلوتاسیون توسط دنگ و همکاران [۳۸] با عنوان بررسی چرخش سیال ناشی از جریان گاز و هم چنین اختلاط در ستون فلوتاسیون انجام شد. مطالعه ی آن ها با در نظر گرفتن یک سیستم تک حباب، جریان دوفازی و هندسه متقارن محوری انجام و جریان های با ساختار چرخشی عامل اختلاط در ستون فلوتاسیون گزارش شد. به منظور دستیابی به شرایط بهینه ی اختلاط و مطالعه ی بهتر جریان های چرخشی در ستون فلوتاسیون، ژیا و همکاران [۳۹] اثر تیغه گذاری در کناره های ستون بر برگشت جریان در ستون فلوتاسیون را در سیستم تک حباب و هندسه دوبعدی بررسی کردند. نتایج نشان داد که به کارگیری تیغه های افقی و ایجاد افت فشار در راستای محور، اختلاط محوری را کاهش می دهد اما همچنان اثر گردابه ها باقی می ماند.

چاکرابرتی و همکاران [۴۰] با در نظر گرفتن آشفتگی ستون فلوتاسیون، تأثیر سرعت ظاهری گاز، اندازه ستون، شکل حباب ساز و زاویه ی قرارگیری آن را بر مؤلفه های هیدرودینامیکی ستون بررسی کردند. نتایج نشان داد که با افزایش نرخ هوای ورودی به ستون، ماندگی گاز افزایش می یابد. پس از آن ندیم و همکاران [۴۱] با رویکرد لاگرانژ به شبیه سازی CFD ستون فلوتاسیون پرداخته و تأثیر اندازه حباب را بر احتمال برخورد ذره و حباب در ستون فلوتاسیون بررسی کردند. اولین شبیه سازی نرخ سینتیک فلوتاسیون توسط گه و شوارتز [۴۲] انجام شد، آن ها به مدل سازی شرایط هیدرودینامیکی فلوتاسیون زغال سنگ در سلول جمسون و بررسی نرخ جدایش ذره و حباب پرداختند و دریافتند که نرخ جدایش ذره و حباب مستقیماً متأثر از نرخ آشفتگی در ستون فلوتاسیون است. رحمان و همکاران [۴۳] اثر تیغه گذاری مشبک بر ماندگی گاز و برگشت جریان را در ستون فلوتاسیون با در نظر گرفتن هندسه متقارن محوری مطالعه و بررسی کردند. سهباز و همکاران [۴۴] با اعمال یک مدل دوفازی و با در نظر گرفتن آشفتگی به بررسی نواحی آشفته در سلول جمسون و بررسی تأثیر آن بر شناوری ذرات بزرگ پرداختند.

یان و همکاران [۴۵] از یک مدل آشفتگی برای شبیه‌سازی جریان تک فازی در ستون فلوتاسیون میکرو حباب استفاده کردند. الگوهای جریان در بخش‌های مختلف مانند واحد جداسازی و واحد سیکلون برای تقویت طراحی هر واحد مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت و توزیع سرعت و گردابه‌ها برای تجزیه و تحلیل مکانیسم جداسازی استفاده شد. نتایج نشان داد که سرعت شعاعی و مماسی در فلوتاسیون ستونی با توجه به مقطع سیکلونی ستون، کاهش یافته و سرعت محوری به‌طور همگن‌تری توزیع شده است، بنابراین پیشنهاد شد که در قسمت جداسازی سیکلونی مخروط باید طوری طراحی شود که اختلاط در ستون را کاهش دهد و در عین حال اثر جداسازی واحد سیکلون را تقویت کند.

گانگ و همکاران [۴۶] با به‌کارگیری مدل‌های آشفتگی مختلف، بدون در نظر گرفتن حباب، با در نظر گرفتن فاز آب به‌تنهایی و با به‌کارگیری مدل VOF صرفاً برای مدل‌سازی سطح آزاد بالای ستون به مطالعه‌ی توزیع سرعت و خطوط جریان در فلوتاسیون ستونی پرداختند. وانگ و همکاران [۴۷] نیز با مقایسه سه مدل آشفتگی اثر زاویه مخروط بر جریان فاز مایع در ستون فلوتاسیون میکرو حباب بررسی کردند و زاویه ۴۸ درجه را به‌عنوان زاویه بهینه در قرارگیری مخروط انتهایی در ستون فلوتاسیون میکرو حباب اعلام کردند.

به‌منظور مدل‌سازی اتصال و جدا شدن حباب‌ها از هم سرهان و همکاران [۴۸] با به‌کارگیری مدل موازنه جمعیت<sup>۶۸</sup> در شبیه‌سازی CFD به بررسی تأثیر ذرات جامد بر نرخ جدا شدن و به هم آمیختگی حباب‌ها در مقادیر مختلف سرعت ظاهری گاز در ستون فلوتاسیون پرداختند و دریافتند که حضور ذرات جامد ماندگی گاز و متوسط قطر حباب را کاهش می‌دهد. هم‌چنین کای و همکارانش [۴۹ و ۵۰] با شبیه‌سازی دوفازی CFD، بررسی جدایش آب و روغن در ستون فلوتاسیون و مطالعه‌ی مشخصات دینامیکی جدایش آب و روغن در ستون فلوتاسیون را انجام دادند.

سرهان و همکاران [۵۱ و ۵۲] به بررسی اثر دانسیته‌ی حباب و ذره بر دینامیک جریان و بررسی اثر نوع، چگالی و خاصیت ترشوندگی ذرات بر ماندگی گاز و هیدرودینامیک حباب پرداختند و دریافتند که اضافه کردن ذرات آبران به ترکیب آب و هوا، به هم چسبیدگی حباب‌ها و کاهش ماندگی گاز را به دنبال دارد و این در حالی است که اضافه کردن ذرات آبدوست کاهش به هم چسبیدگی حباب‌ها و افزایش ماندگی گاز را به دنبال دارد. هم‌چنین سرهان و همکاران [۵۳] در مطالعه‌ای دیگر با استفاده از تلفیق CFD و PBM و با استفاده از مدل چندفازی اولر-اولر و مدل آشفتگی  $k-\epsilon$  برای فاز مایع به بررسی نرخ به هم چسبیدگی و گسست حباب‌ها در ستون فلوتاسیون پرداختند.

وادلاکوندا و همکاران [۵۴] با استفاده از شبیه‌سازی CFD و انجام یک سری آزمایش‌های تجربی، شرایط هیدرودینامیکی در ستون فلوتاسیون را با استفاده از مدل‌سازی تلفیقی فشار بررسی کرده و پروفیل ماندگی گاز را برای طیف وسیعی از شرایط فلوتاسیون تجزیه و تحلیل کردند.

ژانگ و همکاران [۵۵] با استفاده از یک شبیه‌سازی تک فازی CFD، تأثیر هدایت جریان به میانه‌ی ستون فلوتاسیون با تیغه‌گذاری را بر بهبود بازیابی فلوتاسیون بررسی کردند. نتایج ایشان نشان داد که هدایت جریان با استفاده از تیغه‌گذاری در کنار ستون، هیدرودینامیک جریان را به نحوی تغییر می‌دهد که جریان بالای

<sup>68</sup> Population Balance modelling (PBM)

ستون را تثبیت می‌کند. ونگ و همکارانش [۵۶ و ۵۷] از شبیه‌سازی CFD برای بررسی اثر گردابه‌ها بر مؤلفه‌های آشفستگی در ستون فلوتاسیون میکروحباب استفاده کردند و پیشنهادهایی برای تغییر ساختار دستگاه در راستای افزایش بازیابی ارائه کردند.

به‌منظور بررسی اثر تیغه قائم بر اختلاط محوری، فرزائگان و همکاران [۵۸] به شبیه‌سازی جریان در ستون فلوتاسیون با هندسه سه‌بعدی پرداختند، نتایج نشان داد که قرار دادن یک تیغه قائم در میانه ستون و به‌کارگیری دو ستون موازی تا حدود ۲۰٪ اختلاط محوری را کاهش می‌دهد.

یانگ و همکاران [۵۹] تأثیر فشار بالا بر شکستن حباب و ماندگی گاز را در ستون فلوتاسیون با شبیه‌سازی CFD و فعال‌سازی مدل PBM بررسی کردند. به‌منظور مطالعه اثر  $J_g$  و نوع ذرات، چگالی، قابلیت ترشوندگی و غلظت بر  $S_b$  و غلظت حباب در ستون فلوتاسیون، سرهان و همکاران [۶۰] با اعمال مدل آشفستگی و با رویکرد اولرین شبیه‌سازی سه‌فازی CFD ستون فلوتاسیون را انجام دادند.

هم‌چنین میدان جریان، پراکندگی گاز و غلظت مواد جامد در یک سلول فلوتاسیون Outotec (Outokumpu) با استفاده از مدل‌سازی تجربی و چند فازی CFD مورد مطالعه قرار گرفته‌است. میدان سرعت فاز مایع، پراکندگی گاز و غلظت مواد جامد در تحقیقات شوارتز و همکاران [۶۱] اندازه‌گیری و مطالعه شد. شوفو و همکاران [۶۲] اثر تقابل حباب و ذره را با استفاده از شبیه‌سازی CFD برای چهار نوع ذره (کوارتز، کالکوپیریت، سولفید مس و گالن) بررسی کردند. نصیری‌مقدم و همکاران نیز [۶۳] یک مدل سینتیکی برای تخمین ثابت نرخ فلوتاسیون ستون با استفاده از مدل چند فازی اولرین-اولیری و مدل آشفته  $k-\epsilon$  Realizable ارائه کردند.

طریق الاسلام و نگوین [۶۴] نیز با استفاده از مدل دوفازی و رویکرد اولرین اثر آشفستگی‌های کوچک بر تلفیق و گسست حباب‌ها برای اعداد رینولدز مطالعه و بررسی کردند. مین و همکاران [۶۵] نیز با تلفیق شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی و مدل موازنه جمعیت هیدرودینامیک صعود و تقابل حباب‌ها را با در نظر گرفتن اثر متقابل ذرات در میدان جریان آشفته مطالعه کردند.

یانگ و همکاران [۶۶] مطالعاتی را به‌منظور شناخت بیشتر مکانیسم‌های حاکم بر مدل موازنه جمعیت در شبیه‌سازی CFD در مخزن تانک فلوتاسیون<sup>۶۹</sup> انجام دادند. یان و همکاران [۶۷] سطح مقطع و مقطع محوری میدان جریان دوفازی گاز-مایع را در یک ستون فلوتاسیون سیکلونی در مقیاس آزمایشگاهی با روش سرعت‌سنجی تصویر ذرات<sup>۷۰</sup> اندازه‌گیری کردند.

<sup>69</sup> Dissolved Air Flotation (DAF)

<sup>70</sup> particle image velocimetr (PIV)

جدول ۱-۲: جزئیات مطالعات انجام شده در زمینه‌ی شبیه‌سازی دینامیک سیالاتی ستون فلوتاسیون  
(ادامه در صفحات بعدی).

| سال انتشار | نویسنده                | هندسه      |               | مدل دوفازی     | نوع جریان<br>از نظر آشفتگی                        |
|------------|------------------------|------------|---------------|----------------|---------------------------------------------------|
|            |                        | قطر<br>(m) | ارتفاع<br>(m) |                |                                                   |
| ۱۹۹۶       | Deng et al [38]        | ۰/۲        | ۲/۰           | Eul-Eul        | Lam                                               |
| ۲۰۰۶       | Xia et al [39]         | ۰/۲        | ۱/۰           | Eul-Lag        | Lam                                               |
| ۲۰۰۹       | Chakraborty et al [40] | ۰/۲۵       | ۲/۰           | Eul-Eul        | Standard k-ε model                                |
| ۲۰۰۹       | Nadeem et al [41]      | -          | -             | Eul-Lag        | Standard k- ε model                               |
| ۲۰۰۹       | Koh and Schwarz [42]   | ۴/۹        | ۱۰/۷          | Eul-Eul        | Standard k- ε model                               |
| ۲۰۱۱       | Rehman et al [43]      | ۰/۱۸۸      | ۲/۳           | Eul-Eul        | Standard k- ε model                               |
| ۲۰۱۲       | Sahbaz et al [44]      | ۰/۲        | ۲             | Eul-Eul        | Standard k-ε model                                |
| ۲۰۱۲       | Yan et al [45]         | ۱          | ۴             | Liquid phase   | Standard k-ε,<br>RNG k-ε,<br>realizable k-ε model |
| ۲۰۱۵       | Gong et al [46]        | ۰/۱۲       | ۰/۸۵۸         | Eulerian-VOF   | Standard k-ε,<br>RSM-S and RSM-L model            |
| ۲۰۱۵       | Wang et al [47]        | ۰/۱۹       | ۱/۴           | Liquid phase   | Standard k-ε,<br>RSM-S and RSM-L model            |
| ۲۰۱۶       | Sarhan et al [48]      | ۰/۱        | ۱/۶۸          | Eul-Eul        | Standard k- ε model                               |
| ۲۰۱۶       | Cai et al [49]         | ۰/۴        | ۱/۶۷۵         | Eul-Eul<br>PBM | RNG k-ε model                                     |

|                |                                |                                 |                          |                |                                |
|----------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------------------|----------------|--------------------------------|
| ۲۰۱۷           | Cai et al [50]                 | ۰/۱<br>۰/۶                      | ۱/۲<br>۱/۱               | Eul-Eul<br>PBM | Not mentioned                  |
| ۲۰۱۷a          | Sarhan et al [51]              | ۰/۳۶                            | ۴                        | Eul-Eul<br>PBM | Standard k-ε<br>model          |
| ۲۰۱۷b          | Sarhan et al [52]              | ۰/۱                             | ۱/۶۶                     | Eul-Eul<br>PBM | Standard k-ε<br>model          |
| ۲۰۱۷           | Sarhan et al [53]              | ۰/۱                             | ۱/۶۶                     | Eul-Eul<br>PBM | Standard k-ε<br>model          |
| ۲۰۱۷           | Vadlakonda et al [54]          | ۰/۱                             | ۲/۵                      | Eul-Eul        | Standard k-ε<br>model          |
| ۲۰۱۷           | Zhang et al [55]               | ۴                               | ۸                        | Liquid phase   | Standard k-ε<br>model          |
| ۲۰۱۷a<br>۲۰۱۷b | Wang et al [56, 57]            | ۰/۰۱                            | ۰/۱۲                     | Liquid phase   | RNG k-ε model                  |
| ۲۰۱۷           | Farzanegan et al [58]          | ۰/۱                             | ۳/۲                      | Eul-Eul        | Realizable k- ε<br>model       |
| ۲۰۱۷           | Yang et al [59]                | ۰/۱۵<br>۰/۰۵۴<br>۰/۰۵<br>۰/۱۰۱۶ | ۴/۳<br>۱/۰<br>۰/۸<br>۰/۷ | Eul-Eul        | Realizable k- ε<br>model       |
| ۲۰۱۸           | Sarhan et al [60]              | ۰/۱                             | ۱/۳                      | Eul-Eul        | k- ε model                     |
| ۲۰۱۹           | Schowarz et al [61]            | ۱/۰۷                            | ۰/۸۵<br>۰/۹۵             | Eul-Eul        | k- ε model                     |
| ۲۰۱۹           | Shuofu et al [62]              | ۰/۰۴                            | ۰/۰۳                     | Eul-Eul        | RSM model                      |
| ۲۰۲۰           | Nasirimoghaddam et al [63]     | ۰/۱                             | ۰/۹۰                     | Eul-Eul        | Realizable k- ε<br>model       |
| ۲۰۲۰           | TariquIslam and Nguyen<br>[64] | ۰/۰۱                            | ۰/۰۶                     | Eul-Eul        | RNG<br>k-ε turbulence<br>model |

|      |                 |         |      |                |                                   |
|------|-----------------|---------|------|----------------|-----------------------------------|
| ۲۰۲۰ | Min et al [65]  | -       | -    | Eul-Eul<br>PBM | k- $\epsilon$ model               |
| ۲۰۲۱ | Yang et al [66] | ۰/۷×۱/۷ | ۱/۲۴ | Eul-Eul        | Realizable k- $\epsilon$<br>model |
| ۲۰۲۱ | Yan et al [67]  | ۰/۱۹    | ۱/۲  | Eul-Eul        | RSM model                         |

در اغلب پژوهش‌های انجام‌شده تلاش شده تا کلیت عملیات فلوتاسیون بررسی شود. حال آنکه با توجه به نقش ویژه‌ی حباب‌ها در شناورسازی ذرات و حمل آن‌ها به فاز کف و به‌منظور درک بهتر تأثیر مؤلفه‌های هیدرودینامیکی حباب لازم است بررسی‌های بیشتری بر روی آن‌ها انجام شود. از طرفی برای دستیابی به نتیجه‌ی مناسب در شبیه‌سازی، اولاً فهم کامل فیزیک حاکم بر پدیده و ثانیاً انتخاب مدل فیزیکی مناسب (مدل چند فاز، مدل آشفتگی و...) برای اعمال در ابزار شبیه‌سازی (به‌عنوان مثال نرم‌افزار فلوئنت) لازم است.

## ۲-۳- مطالعات انجام‌شده در زمینه‌ی برهم‌کنش حباب‌ها

پدیده جریان دوفازی گاز-مایع به طور گسترده در صنایع شیمیایی، نفت، انرژی هسته‌ای و انرژی‌های جدید مانند انرژی خورشیدی بسیاری از زمینه‌های دیگر وجود دارد [۶۸-۷۱]. درک مکانیسم برهم‌کنش حباب‌ها و میدان جریان اطراف آن در تحلیل جریان دوفازی اهمیت ویژه‌ای دارد و به همین دلیل دینامیک حباب به‌عنوان موضوعی مهم موردتوجه محققین قرار گرفته است [۷۲-۷۶].

ویتکه و چائو [۷۷] فروپاشی یک حباب کروی را هنگامی که در حرکت گذرا بود مورد مطالعه قرار دادند. چوی و همکاران [۷۸] ویژگی‌های رفتار تک حباب و توزیع میدان جریان در جریان دوفازی گاز-مایع را مورد مطالعه قرار دادند. زو و همکاران [۷۹] تشکیل حباب، حرکت و تغییرات اندازه، شکل و سرعت حباب را بررسی کردند.

از آنجایی که فرآیندهای صنعتی با تعداد فراوانی حباب با شکل‌ها، اندازه‌ها و سرعت‌های مختلف انجام می‌شوند و قطعاً بخش عمده‌ای از عملکرد تجهیزات در فرآیندهای موردنظر، متأثر از اثرات متقابل حباب‌هاست؛ این موضوع در مهندسی فرآیند موردتوجه قرار می‌گیرد. به‌علاوه، حرکت توده حباب‌ها به دلیل پیچیدگی هیدرودینامیک آن‌ها با تک حباب متفاوت است؛ بنابراین، تحقیق در مورد ویژگی‌های حرکت حباب و تعامل آن‌ها برای بسیاری از زمینه‌های مهندسی از ارزش و اهمیت علمی بالایی برخوردار است [۸۰ و ۸۱].

آلادجم و همکاران [۸۲] با توجه به مطالعه تجربی که در زمینه‌ی تعامل بین دو حباب در یک لوله عمودی انجام دادند، معتقد بودند که ویژگی‌های حرکتی دو حباب عمدتاً توسط حبابی که جلوتر حرکت می‌کند تعیین می‌شود. لیائو و همکاران [۸۳] نیروهای وارد بر دو حباب با موقعیت‌های متفاوت را به‌صورت نظری تحلیل کرده و مدل جدیدی را برای ادغام و جدا شدن حباب‌ها پیشنهاد دادند. زوزانا و همکاران [۸۴] تحقیقات تجربی بر روی فرآیند برخورد دو حباب انجام دادند و یک مدل نظری از سرعت و مسیر حرکت یک

حباب کوچک در هنگام نزدیک شدن به یک حباب بزرگ ارائه کردند. کوردرو و همکاران [۸۵] برهم‌کنش دو حباب را حین صعود در سیالات غیرالاستیک مطالعه کردند. هالز و لژاندر [۸۶] برهم‌کنش دو حباب را برای اعداد رینولدز متوسط مطالعه کردند و یک مدل ساده بر اساس پارامترهای فیزیکی برای نیروی مقاوم و لیفت هر حباب به دست آوردند.

هم‌چنین اخیراً فناوری عکاسی با سرعت بالا به‌منظور بررسی هیدرودینامیک حباب به کار گرفته شده است [۸۷ و ۸۸]. مولر و همکاران [۸۹] بر اساس مشاهدات تجربی مؤلفه‌های مؤثر بر تولید تک حباب در آب دریافتند که اندازه حباب با افزایش سرعت گاز افزایش می‌یابد. مونیکا و همکاران [۹۰] یک سیستم عکس‌برداری سه‌بعدی برای ثبت مسیر حرکت حباب طراحی کردند. ژو و همکاران [۹۱] یک سیستم دید استریو دوچشمی مجازی را بر اساس تصویربرداری دوگانه ایجاد کرده و ویژگی‌های رفتاری حباب‌ها را در جریان دوفازی گاز-مایع مورد مطالعه قرار دادند. پلدن و همکاران [۹۲] یک سیستم تصویربرداری متشکل از ۹ دوربین پرسرعت را برای ثبت جریان‌های حبابی آشفته به کار گرفتند. استوارت [۹۳] با استفاده از یک دوربین فیلم‌برداری، تحقیقات تجربی را بر روی صعود و تعامل آزادانه‌ی حباب‌های بیضی‌شکل انجام داد. بروکر [۹۴] با استفاده از سرعت‌سنجی دیجیتال و فناوری تصویربرداری با سرعت بالا برای مطالعه جریان دنباله یک حباب منفرد و دو حباب که آزادانه حین صعود در آب در تعامل هستند، استفاده کرد و دریافت که زمانی که دو حباب هم‌زمان در آب رها شوند، دینامیک دنباله به‌شدت برهم‌کنش حباب را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

همان‌طور که در برخی تحقیقات تجربی نشان داده‌شده است، اگرچه پدیده حرکت حباب می‌تواند به‌صورت کیفی توضیح داده شود، اما پیچیدگی جریان‌های چندفازی مطالعه کمی آن را دشوار کرده است. با پیشرفت روش‌های عددی و افزایش قدرت محاسباتی در چند دهه اخیر، دینامیک سیالات محاسباتی به‌وسیله‌ای بسیار کارآمد برای مطالعه رفتار حباب تبدیل شده است [۹۵-۹۸].

یونگ‌لی و همکاران [۹۹-۱۰۲] با استفاده از روش حجم سیال تغییر شکل یک حباب را که تحت فشار بالا می‌آید شبیه‌سازی کردند. علاوه بر این، هوآ و همکاران [۱۰۳] یک الگوریتم برای شبیه‌سازی عددی جریان دوفازی تراکم‌ناپذیر سه‌بعدی ارائه کردند که برای شبیه‌سازی سه‌بعدی حباب‌های در حال صعود در سیالات ویسکوز استفاده قابل استفاده است و برهم‌کنش دو حباب را پیش‌بینی می‌کند. چن و همکاران [۱۰۴] صعود یک حباب در آب ساکن و برهم‌کنش آن با فصل مشترک گاز-مایع را با روش VOF شبیه‌سازی کردند. در شرایط عملیاتی واقعی، حباب‌ها اغلب به شکل توده‌ای وجود دارند و برهم‌کنش حباب‌ها تأثیر منحصر به فردی بر رفتار حباب دارد؛ بنابراین، تحقیق در مورد قوانین تعامل بین حباب‌ها و تأثیرات متقابل کاملاً مهم است.

تقریباً تمام مطالعات قبلی در مورد حباب‌های دوتایی بر روی ادغام حباب متمرکز شده‌اند، تحقیقات کمتری در مورد پدیده صعود حباب‌ها در کنار هم انجام‌شده است، در این پژوهش، از شبیه‌سازی عددی برای تجزیه و تحلیل مسیر حباب‌ها و وابستگی‌های زمانی مکان نسبی حباب‌ها و سرعت جریان در اطراف آن‌ها برای توضیح رفتار مشاهده‌شده در حباب‌ها استفاده شده است.

## ۲-۴- جمع‌بندی

در فلوتاسیون ستونی، اندازه روزنه حباب‌ساز، دبی جریان گاز و میزان کف‌ساز به‌گونه‌ای طراحی می‌شود که حباب با اندازه بهینه وارد ستون شود، به‌طوری‌که هم توانایی حمل ذرات ماده معدنی را داشته باشد و هم پایداری خود را تا رسیدن به فاز کف از دست ندهد. هم‌چنین فرکانس تولید حباب (نرخ ورود حباب به ستون) به‌گونه‌ای تعریف می‌شود که بالاترین احتمال برخورد بین ذرات آبران و حباب هوا وجود داشته باشد.

در این میان بعد از ورود حباب به ستون، احتمال شکستن و یا ادغام حباب‌ها در اثر تعامل با سایر حباب‌ها محتمل است؛ بنابراین با بررسی برهم‌کنش حباب‌ها می‌توان فرآیند تولید حباب را به‌گونه‌ای طراحی و تنظیم کرد که کم‌ترین احتمال ادغام و شکست حباب‌ها وجود داشته باشد و حباب‌ها با همان اندازه تعریف‌شده، فرآیند از پیش تعیین‌شده شناورسازی ذرات آبران را انجام دهند و کارایی فرآیند در حد مقبول حفظ شود.

به همین دلیل این پژوهش با توجه به اهمیت انکارناپذیر ارتقاء کارایی بخش فلوتاسیون به‌عنوان کارآمدترین واحد کانه‌آرایی و با هدف هم‌افزایی علوم مرتبط با فلوتاسیون در دو بخش تجربی و شبیه‌سازی تعریف و انجام‌شده است. به‌منظور ساده‌سازی مسئله در گام اول به شبیه‌سازی تک حباب پرداخته‌شده تا بعد از اعتبارسنجی نتیجه و اطمینان از صحت مدل‌های فیزیکی اعمال‌شده و روش حلی که به کار گرفته شده است، بتوان با اطمینان خاطر بیشتری شبیه‌سازی‌ها را به آزمایش‌های تجربی و شرایط فلوتاسیون نزدیک کرد.

لازم به ذکر است با توجه به محدودیت امکانات سخت‌افزاری موجود، این پژوهش به صورت دوفازی و باهدف انجام مطالعات اولیه روی هیدرودینامیک حباب تعریف و انجام شده است و قطعاً نیاز است که پژوهش‌های تکمیلی با فرضیات کم‌تر و با شرایطی نزدیک‌تر به شرایط عملیاتی واقعی ستون فلوتاسیون انجام شود تا بتوان از نتایج آن در راستای بهبود فرایند فلوتاسیون بهره گرفت.



## فصل سوم: روش تحقیق

### ۳-۱- مقدمه

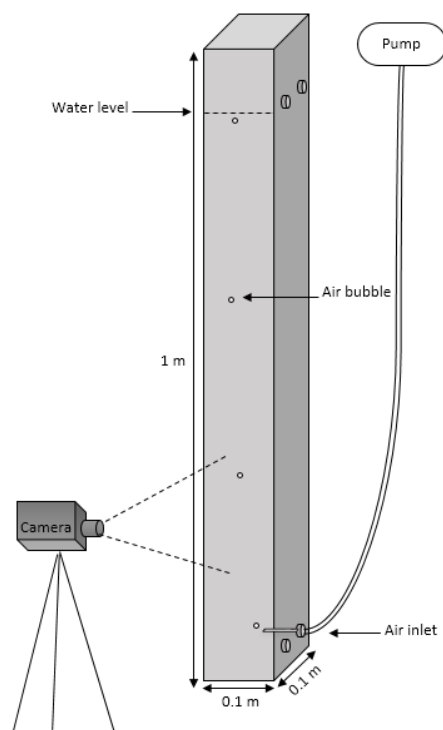
این پژوهش در دو قسمت اصلی تعریف و پیگیری شده است. بخش اول ساخت ستون فلوتاسیون و انجام آزمایش‌های تجربی و بخش دوم شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی که در ادامه هر یک جداگانه توضیح داده می‌شود.

### ۳-۲- آزمایش تجربی با ستون فلوتاسیون

در کار حاضر یک ستون فلوتاسیون آزمایشگاهی ساخته شده و در آزمایش‌ها مورد استفاده قرار گرفته است که در ادامه مشخصات آن به تفصیل آمده است.

#### ۳-۲-۱- مشخصات سلول فلوتاسیون ستونی

- ابعاد ستون: حجم سلول فلوتاسیون اساساً توسط زمان ماند لازم و نرخ حجمی خوراک تعیین می‌شود. روشن است که نسبت‌های ارتفاع به قطر ستون (شکل هندسی ستون) می‌تواند حجم مشابهی را نتیجه دهد. به دلیل کاهش در اختلاط محوری، نسبت‌های بالاتر  $H_c/d_c$  باعث بهبود جدایش در ناحیه جمع‌آوری می‌شود و دلیل اصلی برای قرار دادن تیغه در ستون‌هایی با قطر بزرگ نیز به حساب می‌آید [۴] اما افزایش این نسبت به بیش از ۱۰:۱ تأثیر کمتری دارد [۵۸]. از طرفی افزایش ارتفاع ستون، افزایش حجم دامنه حل و هزینه‌های محاسباتی (طولانی شدن زمان حل) را در بخش شبیه‌سازی به دنبال دارد؛ بنابراین در تحقیق حاضر ستون فلوتاسیون با طول ۱ متر و مقطع مربع به ضلع ۱۰ سانتی متر با نسبت طول به قطری معادل ۷/۱۴ ساخته شد. شماتیک ستون فلوتاسیون آزمایشگاهی که در این پژوهش ساخته و مورد استفاده واقع شده است، در شکل (۳-۱) نشان داده شده است؛ مربعی بودن مقطع ستون سهولت ثبت مشاهدات تجربی را به دنبال دارد. تعداد چهار منفذ در ستون تعبیه شده است: دو منفذ در قسمت پایین و در ارتفاع ۴ سانتی متری و دو منفذ در قسمت بالای ستون و در ارتفاع ۹۴ سانتی متری قرار دارد.



شکل ۱-۳: شماتیک تجهیزات آزمایش.

از منافذ بالای ستون می‌توان برای تعبیه‌ی حسگرهای فشار برای محاسبه ماندگی گاز و چگالی در ناحیه جمع‌آوری و شستشو و کنترل ارتفاع کف در ستون و یا حسگر دما استفاده کرد. لازم به ذکر است که امکان اضافه کردن منفذ برای محل تغذیه خوراک، محل خروجی باطله و محل خروجی محصول وجود دارد.

– **جنس ستون:** جنس ستون از پلکسی گلاس<sup>۱</sup> شفاف به ضخامت ۵ میلی‌متر انتخاب شده است؛ پلکسی گلاس یا طلق فشرده علاوه بر اینکه مستحکم و سبک است، شفافیت آن امکان مشاهده عملکرد سیستم را فراهم می‌کند.

– **حباب‌ساز:** این سیستم مجهز به حباب‌ساز داخلی شامل یک شیلنگ پنوماتیک به قطر داخلی ۲ و قطر خارجی ۴ میلی‌متر است که در منفذ پایینی ستون، در ارتفاع ۴ سانتی‌متری قرار دارد. در کار حاضر حباب‌ها به صورت تکی وارد سیستم می‌شوند و درواقع فاصله‌ی زمانی بین ورود دو حباب متوالی به ستون به گونه‌ای تنظیم شده که سرعت حباب‌ها متأثر از فراوانی آن‌ها نباشد و از آنجاکه دبی هوای ورودی به ستون در این شرایط بسیار کوچک است، امکان استفاده از ابزارهای معمول اندازه‌گیری دبی هوا<sup>۲</sup> برقرار نیست؛ بنابراین برای تنظیم دبی هوای ورودی به ستون، بعد از پمپ از یک شیر سوزنی<sup>۳</sup> استفاده شده است.

<sup>۱</sup> Plexy Glass

<sup>۲</sup> Flowmeter

<sup>۳</sup> Needle Valve

- مشخصات پمپ: به منظور هوادهی از پمپ هوای اتوماتیک مدل (ACD-500) دارای یک خروجی با توان ۵ وات و فشار ۱۲ Mpa و با قابلیت تزریق ۳ لیتر هوا در دقیقه استفاده شده است.

### ۳-۲-۲- شرایط انجام آزمایش

کلیه آزمایش‌ها در فشار اتمسفر و دمای هوای  $30 \pm 0.5$  درجه سانتی‌گراد انجام شده‌اند. هدف از انجام آزمایش‌ها بررسی شرایط هیدرودینامیکی در ستون فلوتاسیون در حضور دو فاز گاز و مایع است؛ بنابراین در هر آزمایش ابتدا ستون تا ارتفاع ۹۰ سانتی‌متری پر از آب شده (با در نظر گرفتن نوسانات احتمالی جریان) و سپس شیر هوا باز شده و هوا وارد ستون می‌شود. پس از اطمینان از پایداری هیدرودینامیکی، تصویربرداری و ثبت نتایج انجام گرفت.

### ۳-۲-۳- تصویربرداری

پس از اطمینان از پایداری جریان در داخل ستون، تصویربرداری از ستون و ثبت نتایج انجام شده که در ادامه در مورد نحوه انجام آن و تجهیزات استفاده‌شده توضیحاتی آمده است.

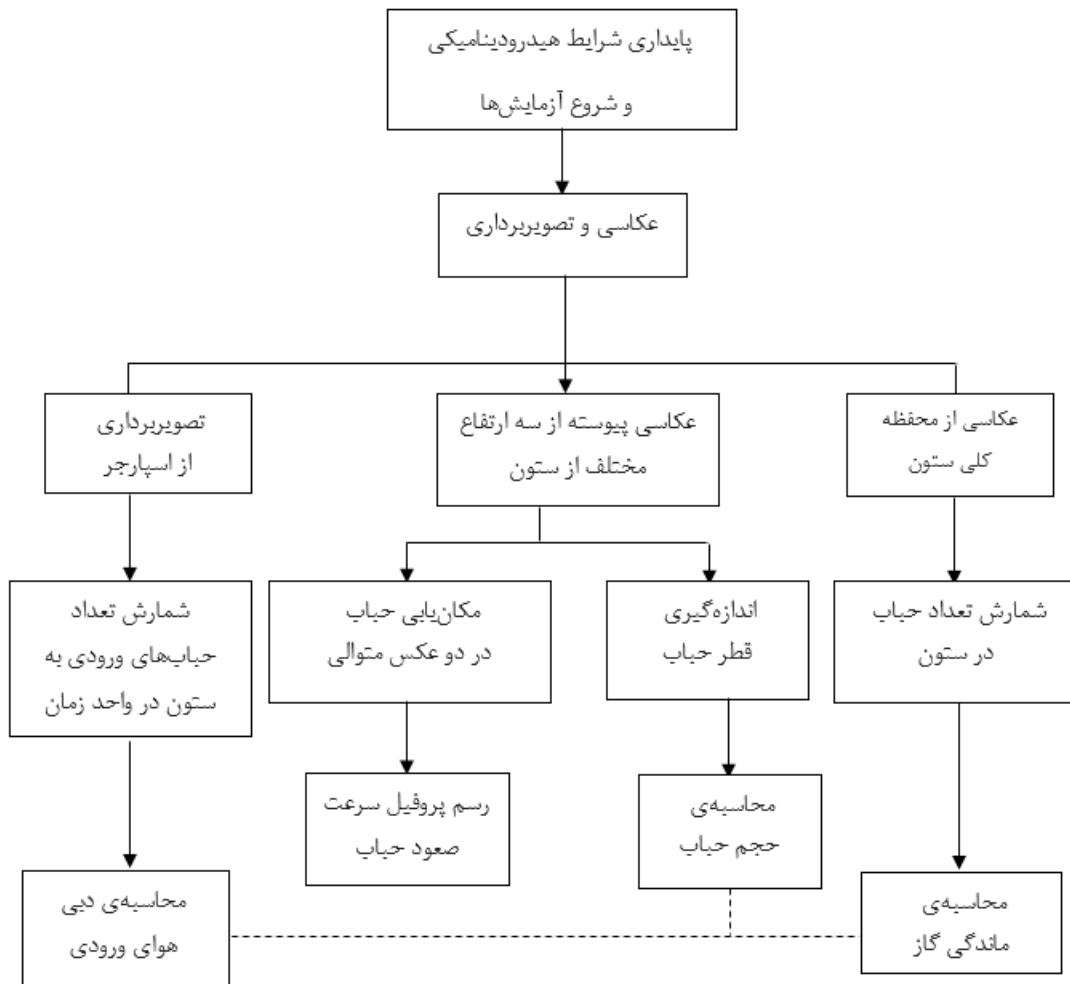
- مشخصات دوربین: کلیه تصویربرداری‌ها با استفاده از دوربین Canon مدل EOS 500d انجام شده است. سرعت فیلم‌برداری ۳۰ فریم بر ثانیه<sup>۴</sup> و سرعت عکاسی متوالی<sup>۵</sup>  $3/4$  فریم در ثانیه است.
- اهداف تصویربرداری و نحوه انجام آن:

- اندازه‌گیری قطر حباب: در بسیاری از آزمایش‌ها و مشاهدات تجربی اطلاعات به‌صورت عکس است، درحالی‌که اندازه‌های اشیا موجود در تصویر نیز بسیار حائز اهمیت است. Digimizer یک پکیج نرم‌افزاری انعطاف‌پذیر است که برای تجزیه و تحلیل تصاویر بسیار مفید است و این امکان را فراهم می‌کند تا به‌صورت دستی اندازه‌گیری دقیق اجزای تصاویر انجام شود.
- برای محاسبه‌ی قطر حباب، تصویر حباب در لحظه خروج از حباب‌ساز ثبت‌شده و پس‌از آن در نرم‌افزار نام‌برده بعد از تعریف یک واحد اندازه‌گیری از روی خط‌کش تعبیه‌شده روی جداره ستون، قطر بیشینه و کمینه حباب اندازه‌گیری شده است و با استفاده از آن‌ها یک قطر معادل حجم محاسبه شده است.
- مکان‌یابی حباب در دو عکس متوالی و اندازه‌گیری سرعت صعود حباب: برای اندازه‌گیری سرعت صعود حباب از تنظیمات حالت عکاسی متوالی دوربین استفاده شده است؛ به این ترتیب که دوربین روی سه‌پایه ثابت‌شده و بعد از فرمان اپراتور از مقطعی از ستون چندین عکس پی‌درپی ثبت می‌کند. با اندازه‌گیری میزان جابجایی یک حباب در دو عکس متوالی و در نظر گرفتن فاصله‌ی زمانی دو عکس ( $\frac{1}{3.4} = 0.294$  s)، سرعت حباب محاسبه می‌شود. به این منظور عکس‌برداری‌ها در چهار مقطع از ارتفاع ۰ تا ۲۰ سانتی‌متری، ۲۰ تا ۴۵ سانتی‌متری، ۴۵ تا ۷۰ سانتی‌متری و ۷۰ تا ۹۰ سانتی‌متری انجام شده است.

<sup>۴</sup> FPS (Frame Per Second)

<sup>۵</sup> Continuous Shooting Mode

- شمارش تعداد حباب‌های موجود در ستون و محاسبه‌ی کسر حجمی هوا: برای محاسبه‌ی ماندگی گاز به این ترتیب عمل شده که از یک نمای کلی ستون در حالت پایدار عکس‌برداری شده و تعداد حباب‌هایی که هم‌زمان داخل ستون هستند شمارش شده است. با ضرب تعداد حباب‌هایی که هم‌زمان در ستون هستند در حجم یک حباب، حجم هوای موجود در ستون به دست می‌آید و با تقسیم آن بر حجم آب موجود در ستون ماندگی گاز محاسبه می‌شود.
- شمارش تعداد حباب ورودی به ستون در واحد زمان: برای اندازه‌گیری دبی هوای ورودی به ستون، در شرایط پایدار از محل ورود هوا به ستون تصویربرداری شده و بعد از آن تعداد حباب ورودی به ستون در واحد زمان شمارش شده و با در نظر گرفتن حجم حباب‌ها، دبی جریان هوای ورودی به ستون محاسبه می‌شود. شکل (۲-۳) به صورت خلاصه مراحل تصویربرداری و هدف از انجام آن را نشان می‌دهد.



شکل ۲-۳: مراحل تصویربرداری و هدف از انجام آن.

### ۳-۳- شبیه سازی CFD

در این قسمت جزئیات و شرایط شبیه سازی ها و مراحل انجام آن شامل رسم هندسه و شبکه بندی، شروط همگرایی، مدل دوفازی و روش های گسسته سازی به کار گرفته شده ارائه می شود.

#### ۳-۳-۱- معادلات حاکم

در کار حاضر از مدل حجم سیال برای شبیه سازی حباب استفاده شده است که در آن مجموعاً سه معادله حل می شود، به این ترتیب که کسر حجمی هر فاز، هم زمان با معادلات پیوستگی و مومنتوم حل می شود و سطح مشترک دو فاز را ارائه می دهد.

#### ۳-۳-۱-۱- معادله پیوستگی و مومنتوم

در روابط (۳-۱) و (۳-۲) معادلات پیوستگی و مومنتوم برای جریان گذرا و سیال تراکم ناپذیر ارائه شده است:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (۳-۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (2D) + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (۳-۲)$$

$\vec{v}$  بردار سرعت،  $p$  مقدار فشار،  $g$  شتاب جاذبه زمین و  $D$  تانسور فشار است که از رابطه (۳-۳) می شود.

$$D_{i,j} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \quad (۳-۳)$$

در رابطه (۳-۲)،  $F$  معرف نیروی سطحی و مقاوم در حجم واحد است که با اعمال مدل پیشنهاد شده توسط برکبیل و همکاران [۱۰۵] در نرم افزار انسیس محاسبه و لحاظ می شود.

#### ۳-۳-۱-۲- معادله کسر حجمی

در یک سیستم دوفازی شامل آب و هوا معادله کسر حجمی طبق رابطه (۳-۴) و (۳-۵) تعریف می شود:

$$\frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \frac{\partial (u_{g,x} \alpha_g)}{\partial x} + \frac{\partial (u_{g,y} \alpha_g)}{\partial y} = 0 \quad (۳-۴)$$

$$\alpha_g + \alpha_l = 1 \quad (۳-۵)$$

هم چنین مقدار دانسیته  $\rho$  و ویسکوزیته  $\mu$  در هر سلول از روابط (۳-۶) و (۳-۷) محاسبه می شود [۳۳]:

$$\rho = \alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l \quad (۳-۶)$$

$$= \alpha_g \mu_g + \alpha_l \mu_l \quad (۳-۷)$$

### ۳-۱-۳-۳- مدل برهم کنش حباب‌ها

کوک یک مدل تئوری را برای حرکت دو حباب پیشنهاد کرد [۱۰۶ و ۱۰۷]؛ و رایز آن مدل را برای مطالعه برهم کنش بین حباب‌ها و سطح دیوار ساده کرد [۱۰۸]. علاوه بر این، سانادا معتقد بود که مدل ساده شده هنوز برای مطالعه حرکت حباب دو حباب قابل استفاده است [۱۰۹]؛ بنابراین در کار حاضر از مدل ساده شده برای تحلیل حرکت حباب‌ها در کنار هم استفاده شده که در رابطه (۳-۸) و (۳-۹) نشان داده شده است.

$$\rho V_B \frac{dM_y y}{dt} = F_y \quad (۳-۸)$$

$$\rho V_B \frac{dM_x x}{dt} = \frac{1}{2} \rho V_B \left[ y^2 \frac{dM_y}{dx} + \frac{2dM_x}{dt} \right] + F_x \quad (۳-۹)$$

که در آن‌ها  $x$  فاصله بین مرکز دو حباب و محور دو حباب را نشان می‌دهد.  $y$  ارتفاع مرکز جرم حباب است.  $V_B$  حجم حباب است.  $M_x$  و  $M_y$  ضرایب جرم هستند و  $F_x$  و  $F_y$  مؤلفه‌های نیروی خارجی هستند. در مدل کوک، مؤلفه‌های نیروی خارجی، شناوری و ویسکوزیته هستند.  $D_x$  و  $D_y$  نیز مؤلفه‌های نیروی مقاوم هستند. در روابط (۳-۱۰) تا (۳-۱۵) روابط محاسبه این مؤلفه‌ها ارائه شده است:

$$M_y = 1 + \frac{3}{16} \left( \frac{r_{eq}}{x} \right)^3 \quad (۳-۱۰)$$

$$M_x = 1 + \frac{3}{8} \left( \frac{r_{eq}}{x} \right)^3 \quad (۳-۱۱)$$

$$F_y = 2\rho gV - D_y \quad (۳-۱۲)$$

$$F_x = -D_x \quad (۳-۱۳)$$

$$D_y = 24\pi\mu r_{eq} y \left[ 1 + \frac{1}{8} \left( \frac{r_{eq}}{x} \right)^3 \right] \quad (۳-۱۴)$$

$$D_x = 24\pi\mu r_{eq} x \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{r_{eq}}{x} \right)^3 \right] \quad (۳-۱۵)$$

که  $r_{eq}$  شعاع معادل حباب کروی است.

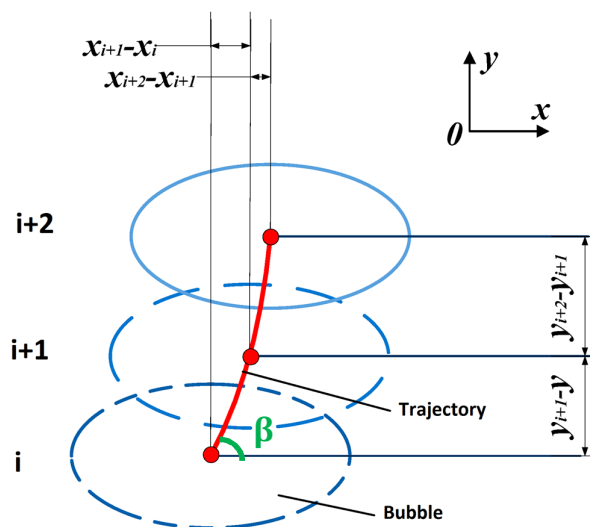
بر اساس مدل کوک، حباب‌ها همیشه کروی هستند؛ اما به هر حال حباب‌ها حین صعود تغییر شکل می‌دهند و نیروی لیفت ایجاد شده، ناشی از تغییر شکل حباب، بر حرکت حباب‌ها اثر می‌گذارد؛ بنابراین در شبیه‌سازی برهم کنش حباب‌ها نیروی لیفت باید به مدل اضافه شود. در مدل رایز مؤلفه نیروی خارجی با روابط (۳-۱۶) و (۳-۱۷) بیان می‌شود که در آن  $2L \cos\beta$  نیروی لیفت ناشی از تغییر شکل حباب است [۱۱۰].

$$F_y = 2\rho gV - D_y + 2L \cos\beta \quad (۳-۱۶)$$

$$F_x = -D_x - 2L \cos\beta \quad (۳-۱۷)$$

$$L \approx \frac{\pi \rho U_T^2 r_{eq}}{13} \quad (18-3)$$

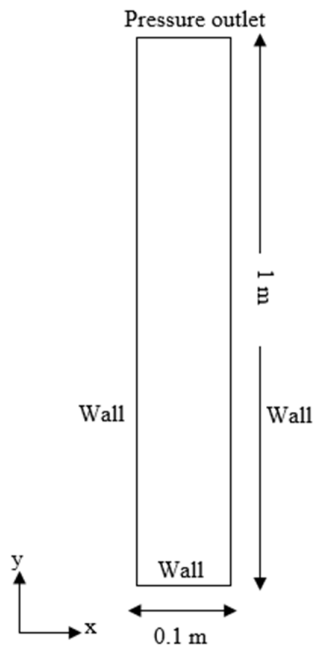
که  $\beta$  زاویه افقی مسیر حرکت حباب است.  
 شکل (۳-۳) پارامترهای محاسباتی مربوط به حباب در معادلات ذکر شده نشان داده شده است.



شکل ۳-۳: پارامترهای محاسباتی مربوط به حباب.

### ۳-۳-۲- هندسه

طبق مشاهدات تجربی در کار حاضر حرکت تک حباب و مسیر صعود آن در میانه‌ی ستون واقع شده و فاصله‌ی حباب از دیواره‌ها بیش از ۱۰ برابر قطر حباب است و عملاً حرکت حباب متأثر از دیواره نیست؛ پس جریان به صورت خطی فرض شده و شبیه‌سازی‌ها دوبعدی انجام می‌شود [۱۸]. شماتیک هندسه رسم شده در نرم‌افزار گمبیت و شرایط مرزی در شکل (۳-۴) نشان داده شده است.

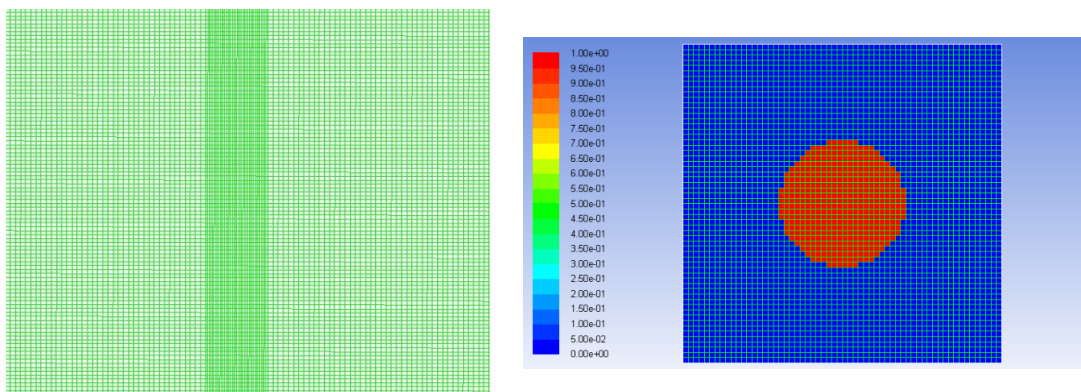


شکل ۳-۴: شماتیک هندسه ستون.

### ۳-۳-۳- شبکه‌بندی

پس از تولید هندسه در نرم‌افزار گمبیت، عملیات شبکه‌بندی انجام می‌شود. مش موردنظر مربعی<sup>۶</sup> است. برای مش‌بندی عرض ستون به سه قسمت تقسیم‌شده، یک قسمت میانه ستون که حباب در آن واردشده و شروع به حرکت نوسانی رو به بالا می‌کند  $(2 \times (d_{bubble} + 0.5d_{bubble}))$  [۱۱۱]، و دو قسمت در کناره‌ها. در مسیر حرکت حباب- قسمت میانی ستون (که برای بزرگ‌ترین قطر حباب حدود ۱۰ میلی‌متر است)- شبکه ریزتر است. معیار شبکه‌بندی به این صورت بوده است که در راستای قطر حباب، ۲۰ تا ۳۰ سلول واقع شوند. شکل (۳-۵) نمایی از شبکه‌بندی در قسمت میانی ستون و اطراف حباب را نشان می‌دهد.

<sup>۶</sup> Quad



شکل ۳-۵: نمایی از شبکه‌بندی در قسمت میانی ستون و اطراف حباب.

### ۳-۴-۳- شرایط شبیه‌سازی

قبل از انجام شبیه‌سازی باید با توجه به مسئله و شرایط آن، کلیه شرایط شبیه‌سازی از قبیل وابستگی به زمان، آرام یا آشفته بودن، مدل‌های فیزیکی مناسب و ... تعیین شوند. در این پژوهش ساخت هندسه و شبکه‌بندی میدان محاسباتی در نرم‌افزار گمبیت ۲.۴.۶ و شبیه‌سازی‌ها در نرم‌افزار انسیس فلوئنت ۱۵.۰ در یک سیستم رایانه‌ای با یک پردازنده Xeon شامل ۴۲ هسته که به صورت موازی به کار گرفته شده‌اند، انجام شده است. در ادامه مهم‌ترین شرایط در نظر گرفته شده تشریح می‌شود:

- **جریان گذرا:** با توجه به اینکه هدف بررسی حرکت حباب حین صعود است، بنابراین کلیه شبیه‌سازی‌ها به صورت گذرا انجام می‌شود.
- **گام زمانی<sup>۷</sup>:** در حل مسئله به صورت گذرا لازم است که زمان فرآیند به قسمت‌های کوچکی تقسیم شود. یک راه مناسب برای تعیین مقدار گام زمانی، مشاهده تعداد تکرارهایی است که در هر گام زمانی برای رسیدن به همگرایی انجام می‌شود. تعداد تکرارهای مناسب در هر گام زمانی ۱۰ الی ۳۰ تکرار است. اگر به تکرار تعداد بیشتری گام زمانی نیاز باشد، گام زمانی خیلی بزرگ است و اگر در کمتر از ۱۰ تکرار به همگرایی برسیم، ممکن است بتوان گام زمانی بزرگ‌تری تعریف کرد. به طور کلی مسائل غیردائم شروع حالت گذرای خیلی سریعی دارند که به سرعت از بین می‌رود؛ بنابراین می‌توان ابتدا شبیه‌سازی را با گام زمانی کوچک آغاز کرده و بعد از آن از گام زمانی بزرگ‌تر استفاده کرد [۳۶].
- در این پژوهش از روش مقداردهی متغیر به گام زمانی استفاده شده است. به این ترتیب که محاسبات با گام زمانی  $10^{-8}$  ثانیه آغاز شده و بر مبنای مقدار تعیین شده برای عدد کورانت ( $0/5$ ) می‌تواند تا  $10^{-4}$  ثانیه افزایش یابد. ذکر دو نکته ضروری است: اولاً مقادیر فوق صرفاً برحسب تجربه به کار گرفته شده و ثانیاً دارای حداکثر دقتی است که با توجه به سخت‌افزارهای موجود و در دسترس، می‌تواند به کار گرفته شود.

<sup>۷</sup>Time step

- **جریان آرام:** از آنجاکه حرکت تک حباب بررسی می‌شود و جریان آرام است، مدل آشفتگی اعمال نمی‌شود [۱۰۷].

- **جریان دوفازی:** کلیه شبیه‌سازی‌ها با در نظر گرفتن دو فاز آب و هوا به‌عنوان فاز اولیه و ثانویه انجام می‌شوند که در جدول (۱-۳) مشخصات آب و هوا به‌عنوان سیالات شبیه‌سازی در دمای  $30 \pm 0.5$  (دمایی که آزمایش‌های تجربی در آن در انجام‌شده است) آمده است. همچنین مقدار کشش سطحی آب و هوا  $0.0712$  (N/m) در نظر گرفته شده است.

جدول ۱-۳: مشخصات سیالات استفاده‌شده در شبیه‌سازی [۱۱۳].

|     | $\mu$ (kg/m.s)         | $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) |
|-----|------------------------|-----------------------------|
| آب  | $0.799 \times 10^{-3}$ | ۹۹۶                         |
| هوا | $1.872 \times 10^{-5}$ | ۱/۱۶۴                       |

- **انتخاب مدل دوفازی و جزئیات آن:** از آنجایی که هدف از این پژوهش ردیابی حباب‌های هواست و به دنبال تعیین فصل مشترک بین دو فاز و کسر حجمی هر یک از فازها هستیم، مدل VOF انتخاب می‌شود. در محل حباب‌ساز یک ناحیه دقیقاً به شکل و اندازه‌ی حباب خروجی از حباب‌ساز در نظر گرفته‌شده و کسر حجمی هوا در آن برابر یک فرض می‌شود.

- **فرضیات:** همچنین برای کاهش هزینه‌های محاسباتی یکسری ملاحظات در نظر گرفته شدند از جمله اینکه در کلیه موارد، شبیه‌سازی در شرایطی انجام‌شده است که شیر ورودی خوراک و خروجی باطله بسته بوده و هوا وارد یک ستون پر از آب می‌شود. با توجه به اینکه نسبت کم‌ترین قطر به بیشترین قطر در همه اندازه حباب‌ها کمتر نزدیک ۱ است، بنابراین حباب‌ها هنگام ورود به ستون کروی فرضی می‌شوند [۹].

- **شتاب گرانش:** در کلیه شبیه‌سازی‌ها شتاب گرانش به‌اندازه‌ی  $9/81$  متر بر مجذور ثانیه در جهت  $-y$  در نظر گرفته شده است.

- **شرط همگرایی:** به‌منظور اطمینان از همگرایی حل، مقادیر نرمال شده باقیمانده‌ها، برای معادله پیوستگی کمتر از  $10^{-3}$  و کمتر از  $10^{-6}$  برای معادله کسر حجمی در نظر گرفته شده است.

- **طرح گسسته‌سازی<sup>۸</sup>:** برای حل معادلات مومنتوم از طرح First-order upwind استفاده شد، همچنین گسسته‌سازی معادله کسر حجمی با استفاده از طرح QUICK انجام شد. از الگوریتم PISO برای تلفیق میدان‌های سرعت و فشار استفاده شده است.

<sup>8</sup> Discretization Scheme

### ۳-۴- جمع‌بندی

در این فصل روش انجام تحقیق به تفصیل ارائه شد. ابتدا در بخش آزمایش تجربی به مشخصات ستون فلوتاسیون آزمایشگاهی ساخته شده و شرایط انجام آزمایش‌ها اشاره شد و پس از آن روش استفاده شده برای ثبت و اندازه‌گیری مؤلفه‌های هیدرودینامیکی حباب با روش تصویربرداری توضیح داده شد. در بخش دوم نیز جزئیات مراحل شبیه‌سازی شامل هندسه، شبکه‌بندی، تعریف معادلات حاکم، شرایط و فرضیات توضیح داده شد. در فصل بعدی نتایج آزمایش تجربی و شبیه‌سازی عددی ارائه می‌شود.

## فصل چهارم: نتایج و بحث

## ۴-۱- مقدمه

در فصل قبل به شرایط و نحوه انجام آزمایش‌های تجربی و شرایط و جزئیات شبیه‌سازی عددی پرداخته شد. در این فصل، نتایج آزمایش تجربی و شبیه‌سازی ارائه می‌شوند.

## ۴-۲- نتایج آزمایش تجربی

پس از انجام آزمایش‌ها، متغیرهای هیدرودینامیکی ستون طبق الگوریتمی که در شکل (۳-۲) ارائه شده است، اندازه‌گیری و محاسبه شده‌اند و نتایج در جدول (۴-۱) ارائه شده است.

جدول ۴-۱: نتایج آزمایش‌های تجربی.

| شماره<br>آزمایش | قطر حباب<br>(mm) | حجم حباب<br>(m <sup>3</sup> ) | تعداد حباب<br>ورودی در<br>ثانیه | دبی هوا<br>(m <sup>3</sup> /s) | تعداد حباب<br>در ستون | حجم کل<br>هوای ستون<br>(m <sup>3</sup> ) | ماندگی گاز<br>(%)     | سرعت<br>ظاهری گاز<br>(m/s) |
|-----------------|------------------|-------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|-----------------------|------------------------------------------|-----------------------|----------------------------|
| ۱               | ۲/۶۰             | $9/20 \times 10^{-9}$         | ۰/۱۱                            | $1/0 \times 10^{-9}$           | ۱                     | $9/20 \times 10^{-9}$                    | $1/02 \times 10^{-6}$ | $1/03 \times 10^{-7}$      |
| ۲               | ۲/۸۷             | $1/24 \times 10^{-8}$         | ۰/۲۰                            | $2/5 \times 10^{-9}$           | ۱                     | $1/24 \times 10^{-8}$                    | $1/38 \times 10^{-6}$ | $2/48 \times 10^{-7}$      |
| ۳               | ۳/۲۳             | $1/76 \times 10^{-8}$         | ۰/۲۴                            | $4/2 \times 10^{-9}$           | ۱                     | $1/76 \times 10^{-8}$                    | $1/96 \times 10^{-6}$ | $4/23 \times 10^{-7}$      |
| ۴               | ۳/۲۷             | $2/00 \times 10^{-8}$         | ۰/۲۶                            | $5/2 \times 10^{-9}$           | ۱                     | $2/00 \times 10^{-8}$                    | $2/23 \times 10^{-6}$ | $5/21 \times 10^{-7}$      |
| ۵               | ۳/۴۷             | $2/19 \times 10^{-8}$         | ۰/۵۴                            | $1/2 \times 10^{-8}$           | ۲                     | $4/38 \times 10^{-8}$                    | $4/86 \times 10^{-6}$ | $1/17 \times 10^{-6}$      |
| ۶               | ۳/۵۰             | $2/24 \times 10^{-8}$         | ۱/۳۲                            | $3/0 \times 10^{-8}$           | ۶                     | $1/35 \times 10^{-7}$                    | $1/50 \times 10^{-5}$ | $2/96 \times 10^{-6}$      |
| ۷               | ۳/۶۰             | $2/44 \times 10^{-8}$         | ۱/۴۷                            | $3/6 \times 10^{-8}$           | ۶                     | $1/47 \times 10^{-7}$                    | $1/63 \times 10^{-5}$ | $3/59 \times 10^{-6}$      |
| ۸               | ۳/۷۴             | $2/74 \times 10^{-8}$         | ۱/۵۵                            | $4/2 \times 10^{-8}$           | ۱۲                    | $3/29 \times 10^{-7}$                    | $3/65 \times 10^{-5}$ | $4/25 \times 10^{-6}$      |
| ۹               | ۴/۱۸             | $3/82 \times 10^{-8}$         | ۱۷/۸۶                           | $6/8 \times 10^{-7}$           | ۴۶                    | $1/76 \times 10^{-6}$                    | $1/95 \times 10^{-4}$ | $6/83 \times 10^{-5}$      |

#### ۴-۲-۱- اندازه‌گیری قطر حباب

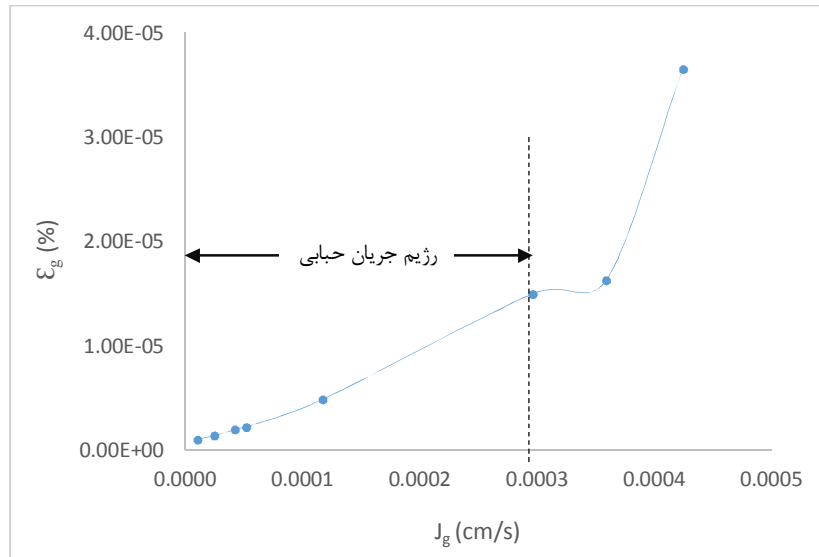
جدول (۴-۲) نتیجه محاسبات اندازه‌ی حباب ورودی به ستون را در آزمایش تجربی نشان می‌دهد. همان‌طور که بررسی ابعادی حباب‌ها نشان می‌دهد. با توجه به اینکه بیشترین مقدار ضریب دید برای همه اندازه حباب‌ها ۱/۱ است، می‌توان حباب‌ها را کروی فرض کرد [۹].

جدول ۴-۲: نتایج اندازه‌گیری قطر حباب در آزمایش تجربی.

| شماره آزمایش | قطر حباب (mm) |               | قطر معادل حباب (mm) | ضریب دید |
|--------------|---------------|---------------|---------------------|----------|
|              | کوچک‌ترین قطر | بزرگ‌ترین قطر |                     |          |
| ۱            | ۲/۴۳          | ۲/۶۸          | ۲/۶۰                | ۱/۱۰     |
| ۲            | ۲/۸۲          | ۲/۸۹          | ۲/۸۷                | ۱/۰۲     |
| ۳            | ۳/۰۴          | ۳/۳۴          | ۳/۲۳                | ۱/۱۰     |
| ۵            | ۳/۲۱          | ۳/۴۶          | ۳/۳۷                | ۱/۰۸     |
| ۴            | ۳/۳۴          | ۳/۵۳          | ۳/۴۷                | ۱/۰۶     |
| ۶            | ۳/۲۲          | ۳/۶۵          | ۳/۵۰                | ۱/۱۳     |
| ۷            | ۳/۴۳          | ۳/۶۹          | ۳/۶۰                | ۱/۰۸     |
| ۸            | ۳/۶۰          | ۳/۸۱          | ۳/۷۴                | ۱/۰۶     |
| ۹            | ۴/۰۲          | ۴/۲۵          | ۴/۱۷                | ۱/۰۶     |

#### ۴-۲-۲- تعیین محدوده جریان حبابی

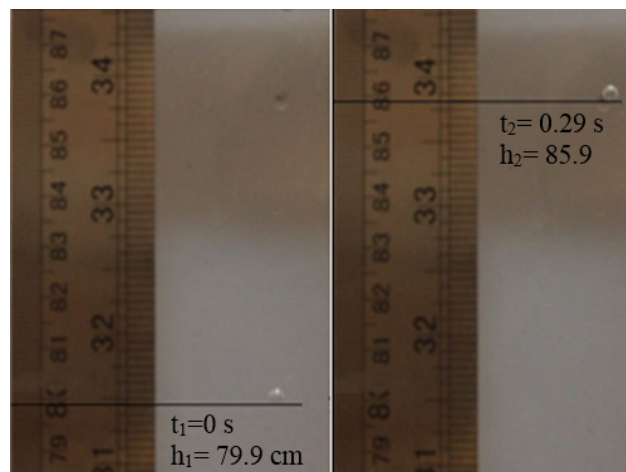
شکل (۴-۱) به‌منظور تعیین رژیم جریان رسم شده و تغییرات ماندگی گاز نسبت به تغییرات سرعت ظاهری گاز را نشان می‌دهد که قسمت خطی شکل نمایانگر محدوده جریان حبابی است. زمانی که مقدار سرعت ظاهری گاز ( $J_g$ )، از ۴-۲/۹e متر بر ثانیه (آزمایش شماره شش) بیشتر می‌شود، ماندگی گاز ناپایدار شده، از الگوی تغییرات خطی نسبت به سرعت ظاهری گاز پیروی نمی‌کند و جریان آشفته می‌شود. از آنجاکه عملکرد مطلوب ستون فلو تاسیون در رژیم جریان حبابی است، در این پژوهش فقط شش آزمایش اول مبنای مطالعاتی قرار می‌گیرد.



شکل ۴-۱: منحنی تغییرات ماندگی نسبت به افزایش سرعت ظاهری گاز در آزمایش تجربی.

#### ۴-۲-۳- سرعت صعود حباب

شکل (۴-۲) جابجایی حباب را در دو عکس متوالی حین صعود در ستون نشان می‌دهد که مبنای محاسبه سرعت میانگین صعود حباب در ستون قرار گرفته است. هم‌چنین در جدول (۴-۳) اندازه جابجایی حباب در دو عکس متوالی و سرعت‌های محاسبه‌شده، آمده است.



شکل ۴-۲: جابجایی حباب حین صعود در ستون در دو عکس متوالی در آزمایش تجربی ( $d=3.23 \text{ mm}$ ).

جدول ۳-۴: مقادیر اندازه‌گیری‌شده‌ی مکان، جابجایی و سرعت متوسط حباب در دو عکس متوالی در آزمایش‌های تجربی (ادامه در صفحات بعد).

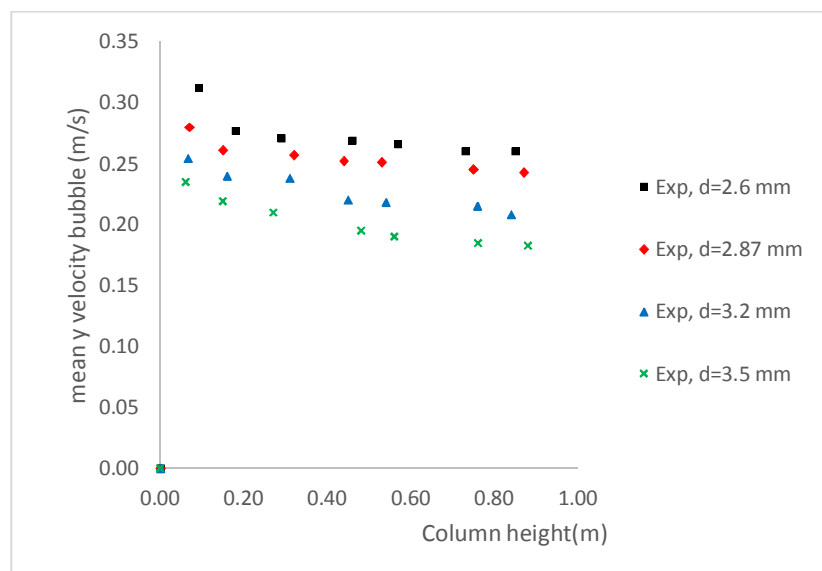
| شماره<br>آزمایش | قطر حباب<br>(mm) | y<br>(cm) | $\Delta y$<br>(cm) | سرعت میانگین حباب<br>(cm/s) |
|-----------------|------------------|-----------|--------------------|-----------------------------|
| ۱               | ۲/۶۰             | ۶/۵۰      | ۵/۹۰               | ۲۰/۰۷                       |
|                 |                  | ۱۲/۴۰     |                    |                             |
|                 |                  | ۱۸/۶۰     | ۶/۲۰               | ۲۱/۰۹                       |
|                 |                  | ۲۱/۷۰     | ۵/۶۰               | ۱۹/۰۵                       |
|                 |                  | ۲۷/۳۰     | ۵/۶۰               | ۱۹/۰۵                       |
|                 |                  | ۳۲/۹۰     |                    |                             |
|                 |                  | ۳۶/۱۰     | ۵/۶۰               | ۱۹/۰۵                       |
|                 |                  | ۴۱/۷۰     | ۵/۵۰               | ۱۸/۷۱                       |
|                 |                  | ۴۷/۲۰     |                    |                             |
|                 |                  | ۶۱/۵۰     | ۵/۵۰               | ۱۸/۷۱                       |
|                 |                  | ۶۷/۰۰     | ۵/۳۰               | ۱۸/۰۳                       |
|                 |                  | ۶۸/۸۰     |                    |                             |
|                 |                  | ۷۴/۱۰     | ۵/۶۰               | ۱۹/۰۵                       |
|                 |                  | ۷۹/۷۰     |                    |                             |
|                 |                  | ۷۷/۴۵     | ۶/۲۵               | ۲۱/۲۶                       |
|                 |                  | ۸۳/۷۰     |                    |                             |
| ۲               | ۲/۸۷             | ۱۳/۶۵     | ۵/۶۵               | ۱۹/۲۲                       |
|                 |                  | ۱۹/۳۰     |                    |                             |
|                 |                  | ۵۸/۱۰     | ۸/۶۰               | ۲۹/۲۵                       |
|                 |                  | ۶۶/۷۰     |                    |                             |

| شماره<br>آزمایش | قطر حباب<br>(mm) | y<br>(cm) | $\Delta y$<br>(cm) | سرعت میانگین حباب<br>(cm/s) |
|-----------------|------------------|-----------|--------------------|-----------------------------|
|                 |                  | ۷۲/۸۵     | ۹/۰۵               | ۳۰/۷۸                       |
|                 |                  | ۸۱/۹۰     |                    |                             |
| ۳               | ۳/۲۳             | ۱۰/۸۰     | ۵/۹۰               | ۲۰/۰۷                       |
|                 |                  | ۱۶/۷۰     |                    |                             |
|                 |                  | ۵۳/۸۰     | ۵/۴۰               | ۱۸/۳۷                       |
|                 |                  | ۵۹/۲۰     |                    |                             |
|                 |                  | ۷۲/۱۵     | ۴/۸۵               | ۱۶/۵۰                       |
|                 |                  | ۷۷/۰۰     |                    |                             |
|                 |                  | ۸۲/۰۰     | ۵/۰۰               | ۱۷/۰۱                       |
|                 |                  | ۷۵/۸۵     |                    |                             |
|                 |                  | ۸۴/۳۵     | ۸/۵۰               | ۲۸/۹۱                       |
|                 |                  |           |                    |                             |
| ۴               | ۳/۳۷             | ۸/۳۰      | ۷/۴۰               | ۲۵/۱۷                       |
|                 |                  | ۱۵/۷۰     |                    |                             |
|                 |                  | ۵۶/۰۰     | ۵/۴۰               | ۱۸/۳۷                       |
|                 |                  | ۶۱/۴۰     |                    |                             |
|                 |                  | ۷۳/۹۵     | ۵/۱۵               | ۱۷/۵۲                       |
|                 |                  | ۷۹/۱۰     |                    |                             |
| ۵               | ۳/۴۷             | ۴/۷۵      | ۶/۹۰               | ۲۳/۴۷                       |
|                 |                  | ۱۱/۶۵     |                    |                             |
|                 |                  | ۶۲/۴۰     | ۵/۵۰               | ۱۸/۷۱                       |
|                 |                  | ۶۷/۹۰     |                    |                             |

| شماره<br>آزمایش | قطر حباب<br>(mm) | $y$<br>(cm) | $\Delta y$<br>(cm) | سرعت میانگین حباب<br>(cm/s) |
|-----------------|------------------|-------------|--------------------|-----------------------------|
| ۶               | ۳/۵۰             | ۷۲/۸۰       | ۵/۳۵               | ۱۸/۲۰                       |
|                 |                  | ۷۸/۱۵       |                    |                             |
|                 |                  | ۵/۵۰        | ۶/۵۰               | ۲۲/۱۱                       |
|                 |                  | ۱۲/۰۰       |                    |                             |
|                 |                  | ۵۸/۹۵       | ۵/۶۱               | ۱۹/۰۸                       |
|                 |                  | ۶۴/۵۶       |                    |                             |
|                 |                  | ۷۰/۰۵       | ۵/۴۹               | ۱۸/۶۷                       |
|                 |                  | ۷۴/۷۵       |                    |                             |
|                 |                  | ۸۰/۴۰       | ۱۰/۶۵              | ۳۶/۲۲                       |
|                 |                  | ۸۵/۴۰       |                    |                             |
| ۷               | ۳/۶۰             | ۶/۷۰        | ۵/۹۰               | ۲۰/۰۷                       |
|                 |                  | ۱۲/۶۰       |                    |                             |
|                 |                  | ۶۴/۴۰       | ۸/۰۰               | ۲۷/۲۱                       |
|                 |                  | ۷۲/۴۰       |                    |                             |
|                 |                  | ۷۹/۹۰       | ۶/۰۰               | ۲۰/۴۱                       |
|                 |                  | ۸۵/۹۰       |                    |                             |
| ۸               | ۳/۷۴             | ۱۰/۰۰       | ۶/۷۵               | ۲۲/۹۶                       |
|                 |                  | ۱۶/۷۵       |                    |                             |
|                 |                  | ۲۸/۰۰       | ۶/۵۰               | ۲۲/۱۱                       |
|                 |                  | ۳۴/۵۰       |                    |                             |
|                 |                  | ۵۵/۴۵       | ۶/۰۵               | ۲۰/۵۸                       |

| شماره<br>آزمایش | قطر حباب<br>(mm) | $y$<br>(cm) | $\Delta y$<br>(cm) | سرعت میانگین حباب<br>(cm/s) |
|-----------------|------------------|-------------|--------------------|-----------------------------|
|                 |                  | ۶۱/۵۰       | ۴/۹۵               | ۱۶/۸۴                       |
|                 |                  | ۶۶/۴۵       |                    |                             |
|                 |                  | ۶۲/۴۰       | ۶/۰۵               | ۲۰/۵۸                       |
|                 |                  | ۶۸/۴۵       |                    |                             |
|                 |                  | ۷۴/۴۵       | ۶/۰۰               | ۲۰/۴۱                       |
|                 |                  | ۶۷/۵۰       |                    |                             |
|                 |                  | ۷۳/۰۵       | ۵/۵۵               | ۱۸/۸۸                       |
|                 |                  | ۶۷/۸۰       |                    |                             |
|                 |                  | ۷۳/۸۰       | ۶/۰۰               | ۲۰/۴۱                       |
|                 |                  | ۷۹/۶۵       |                    |                             |
|                 |                  | ۷۲/۸۰       | ۵/۸۵               | ۱۹/۹۰                       |
|                 |                  | ۷۸/۱۰       |                    |                             |
|                 |                  | ۸۳/۳۵       | ۵/۲۵               | ۱۷/۸۶                       |
|                 |                  | ۸/۷۵        |                    |                             |
|                 |                  | ۱۱/۹۵       | ۳/۲۰               | ۱۰/۸۸                       |
|                 |                  | ۶۲/۵۵       |                    |                             |
| ۹               | ۴/۱۸             | ۶۹/۰۵       | ۶/۵۰               | ۲۲/۱۱                       |
|                 |                  | ۷۷/۴۵       |                    |                             |
|                 |                  | ۸۳/۷۰       | ۶/۲۵               | ۲۱/۲۶                       |
|                 |                  | ۷۸/۰۰       |                    |                             |
|                 |                  | ۸۴/۱۰       | ۶/۱۰               | ۲۰/۷۵                       |
|                 |                  |             |                    |                             |

شکل (۳-۴) تغییرات سرعت حباب را نسبت به ارتفاع ستون برای حباب‌ها با اندازه‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که منحنی‌ها نشان می‌دهد، پروفیل سرعت صعود حباب دو بخش اصلی دارد، بخش اول که سرعت حباب رو به افزایش است تا به مقدار حداکثر خود ( $v_{max}$ ) برسد و بخش دوم که با یک شتاب کاهنده از سرعتش کم می‌شود تا به سرعت حدی<sup>۹</sup> برسد. درواقع مؤلفه‌ی عمودی سرعت حباب در ابتدای حرکت صفر است اما تحت تأثیر نیروی شناوری که درواقع عامل اصلی حرکت حباب به حساب می‌آید، پس از زمان بسیار کوتاهی (در فاصله‌ای نزدیک به محل ورودی) با شتاب به حداکثر سرعت خود می‌رسد. پس از آن شاهد کاهش پیوسته‌ی سرعت هستیم. هم‌چنین همان‌طور که ملاحظه می‌شود هم‌زمان با افزایش قطر حباب، مقدار سرعت بیشینه کاهش می‌یابد [۱۱۴]. درواقع با افزایش اندازه حباب، نیروی مقاوم سریع‌تر افزایش می‌یابد؛ به این معنی که حباب بزرگ‌تر سریع‌تر از حباب‌های کوچک به حداکثر سرعت می‌رسد و این در حالی است که مقدار بیشینه سرعت با افزایش قطر حباب کاهش می‌یابد.



شکل ۳-۴: منحنی تغییرات سرعت متوسط صعود حباب در آزمایش‌های تجربی.

## ۴-۲-۴- اعداد بی بعد جریان

جدول (۴-۴) مقدار عدد رینولدز، مورتون و اتووس را در آزمایش‌های انجام شده نشان می‌دهد.

جدول ۴-۴: مقدار اعداد بی بعد بر اساس مقادیر تجربی.

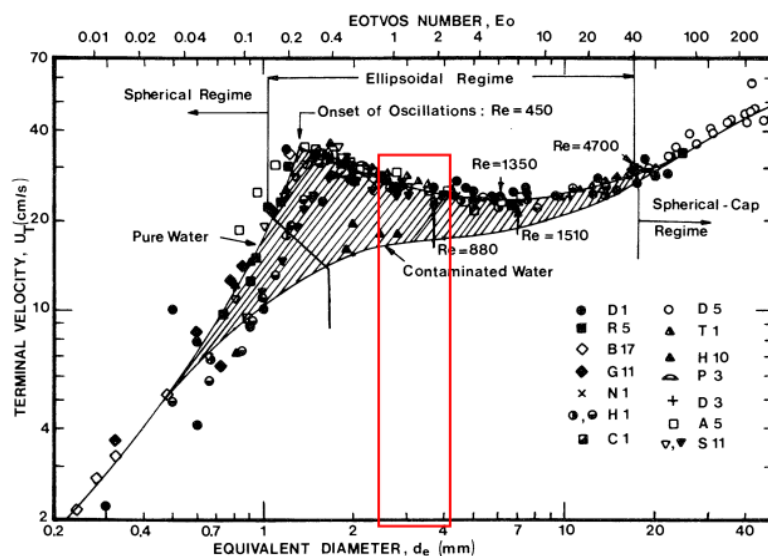
| شماره<br>آزمایش | قطر حباب<br>(mm) | Re | Eo | Mo |
|-----------------|------------------|----|----|----|
|-----------------|------------------|----|----|----|

<sup>9</sup> Terminal Velocity

|   |      |        |      |
|---|------|--------|------|
| ۱ | ۲/۶۰ | ۶۱۵/۸۰ | ۰/۹۳ |
| ۲ | ۲/۸۷ | ۶۷۹/۷۵ | ۱/۱۳ |
| ۳ | ۳/۲۳ | ۷۶۵/۰۱ | ۱/۴۳ |
| ۴ | ۳/۲۷ | ۷۹۸/۱۷ | ۱/۵۶ |
| ۵ | ۳/۴۷ | ۸۲۱/۸۶ | ۱/۶۵ |
| ۶ | ۳/۵۰ | ۸۲۸/۹۶ | ۱/۶۸ |
| ۷ | ۳/۶۰ | ۸۵۲/۶۵ | ۱/۷۸ |
| ۸ | ۳/۷۴ | ۸۸۵/۸۰ | ۱/۹۲ |
| ۹ | ۴/۱۸ | ۹۹۰/۰۲ | ۲/۴۰ |

$$1/112 \times 10^{-11}$$

شکل (۴-۴) تغییرات سرعت حدی حباب هوا و محدوده‌ی نسبی عدد اتووس و رینولدز را در سیستم دوفازی آب-هوا در دمای ۳۰ درجه سانتی‌گراد نشان می‌دهد [۹]. مرور مقادیر اعداد رینولدز و اتووس برای حباب با قطر معادل ۲/۵ تا ۴ میلی‌متر در آن صحت مقادیر اندازه‌گیری و ثبت‌شده در کار حاضر را تأیید می‌کند.



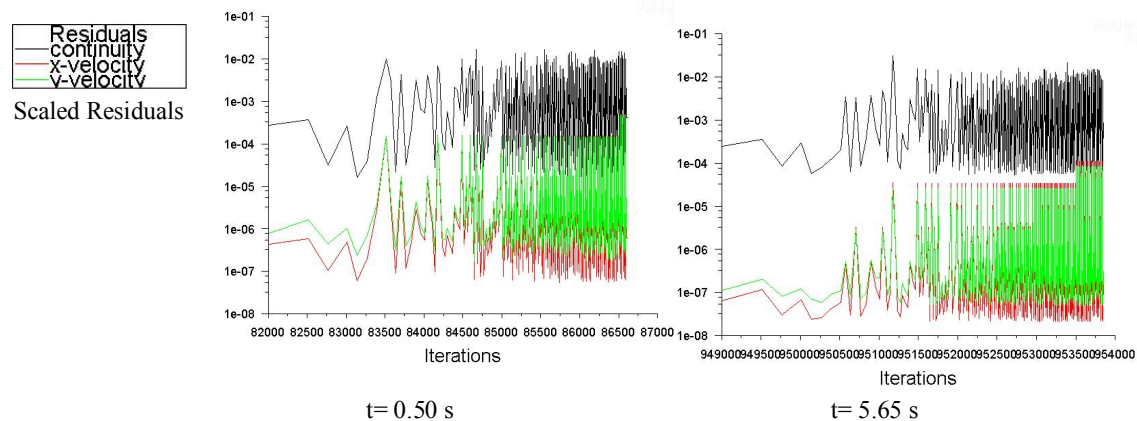
شکل ۴-۴: مقادیر اعداد اتووس و رینولدز حباب هوا در سیستم دوفازی آب-هوا در دمای ۳۰ درجه سانتی‌گراد [۹].

### ۳-۴- نتایج شبیه‌سازی

آخرین مرحله از هر عملیات CFD، پردازش نتایج و تحلیل و بررسی آن‌هاست که در این قسمت ارائه شده است. برای اطمینان از اعتبار محاسبات CFD، باید شروط همگرایی، استقلال حل از شبکه و انطباق نتایج شبیه‌سازی‌ها با نتایج آزمایشگاهی بررسی شود؛ به همین منظور شبیه‌سازی صعود حباب با قطر ۳/۲۳ میلی‌متر در ستون پر شده از آب انجام و بررسی شده است. در ادامه، ابتدا شرط همگرایی و معیار پایان حل در شبیه‌سازی و سپس جزئیات بررسی شبکه که به‌منظور تعیین شبکه بهینه انجام شده، آورده شده است و پس از مقایسه مقدار تجربی و عددی سرعت صعود حباب به‌عنوان یک معیار کمی، نحوه حرکت و شکل حباب به‌صورت کیفی در آزمایش تجربی و شبیه‌سازی CFD مقایسه و بررسی شده‌اند.

### ۴-۳-۱- شرط همگرایی

شکل (۴-۵) تغییرات مقدار باقی‌مانده را در حل معادلات مختلف در ابتدای حل و پایان شبیه‌سازی نشان می‌دهد و با توجه به منحنی‌ها مشخص می‌شود که همگرایی از ابتدا تا انتهای حل برقرار بوده است.

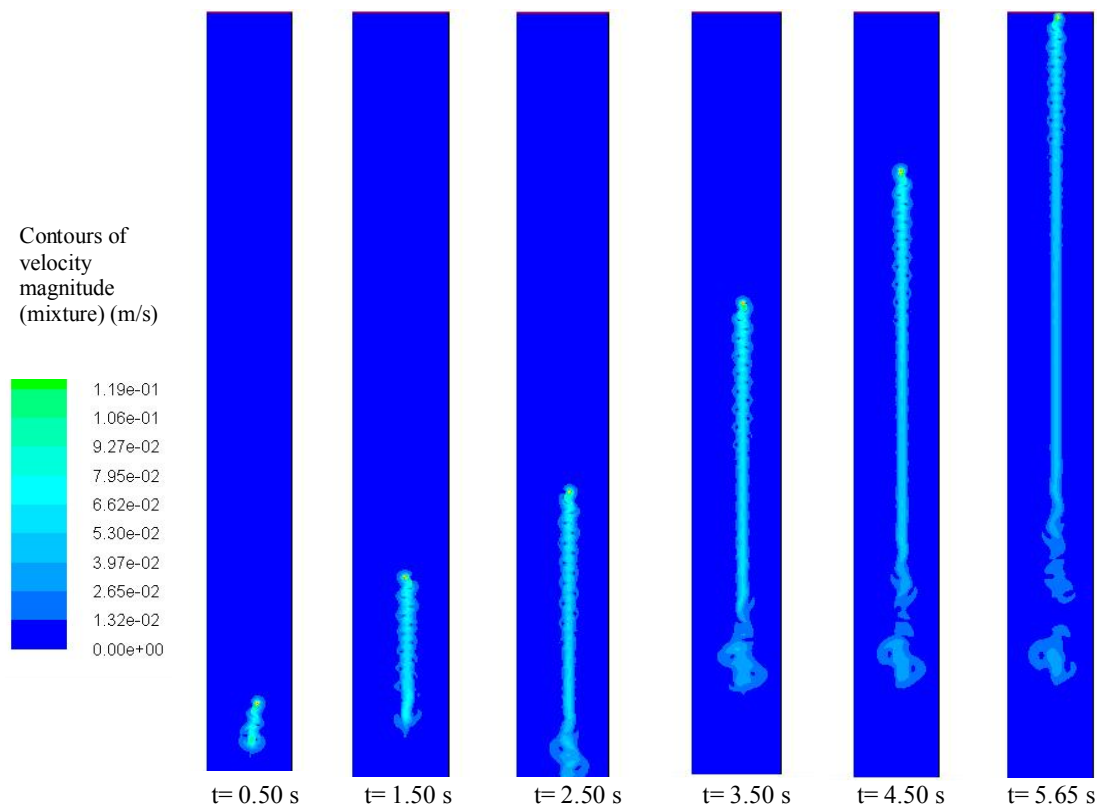


شکل ۴-۵: تغییرات باقی‌مانده‌ها در حل معادلات در شبیه‌سازی عددی (a) شروع حل، (b) پایان حل.

هم‌چنین رسیدن حباب به انتها و خروج کامل آن از ستون، به‌عنوان یک معیار کیفی برای پایداری حل و اطمینان از اتمام شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است. شکل (۴-۶) موقعیت حباب را در ستون در زمان‌های مختلف شبیه‌سازی نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود به‌منظور بررسی صعود یک حباب ۳/۲۳ میلی‌متری از لحظه ورود به ستون و شروع حرکت تا لحظه خروج از ستون، ۵/۶۵ ثانیه از جریان شبیه‌سازی شده است. شبیه‌سازی ۵/۶۵ ثانیه از جریان در ستون فلو‌تاسیون با شرایط و با امکانات سخت‌افزاری ذکر شده، حدود ۲۳ روز به طول انجامیده است.

#### ۴-۳-۲- استقلال حل از شبکه

برای اطمینان از استقلال نتایج از شبکه به کار گرفته شده، لازم است ابعاد بهینه‌ای برای شبکه‌بندی تعریف شود؛ به این معنی که با افزایش ابعاد شبکه، شاهد حداقل تغییرات در نتایج حل باشیم. در اینجا اثر تغییرات ابعاد شبکه بر سرعت صعود حباب بررسی می‌شود؛ به این ترتیب که تعداد شبکه در راستای قطر حباب و به تبع آن سایر بخش‌های دامنه محاسباتی افزایش می‌یابد تا جایی که مقادیر حاصل از شبیه‌سازی کمترین تفاوت را با نتایج تجربی داشته باشند. جدول (۴-۵) ابعاد مختلف شبکه که به این منظور به کار گرفته شده‌اند را نشان می‌دهد.

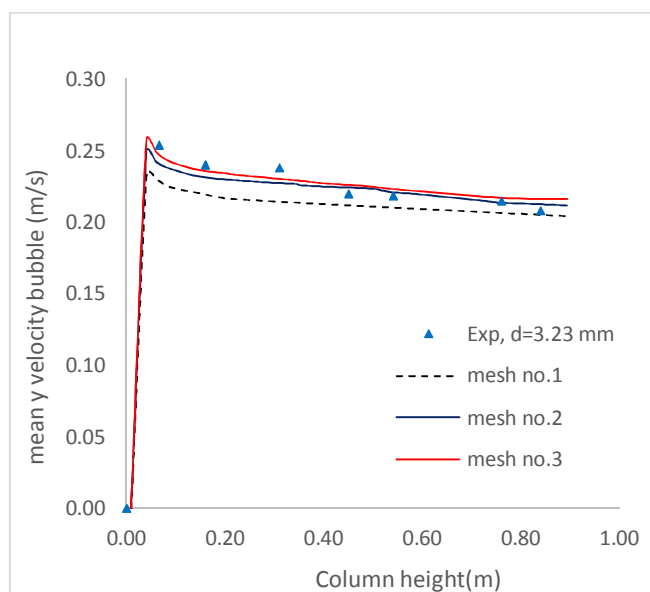


شکل ۴-۶: کانتورهای سرعت لحظه‌ای حباب در ستون در زمان‌های مختلف حین شبیه‌سازی ( $d=3.23 \text{ mm}$ ).

همان‌طور که در شکل (۴-۷) ملاحظه می‌شود، مش شماره ۲ و ۳ نسبت به مش شماره ۱ الگوی سرعت را شبیه‌تر به نتایج تجربی پیش‌بینی می‌کنند. همچنین مقادیر عددی نشان می‌دهد که با کوچک‌تر کردن شبکه و استفاده از مش شماره ۳ در شبیه‌سازی‌ها، مقادیر سرعت به میزان کمی تغییر می‌کند؛ بنابراین به‌منظور کاهش هزینه محاسباتی، با تقریب کمتر از ۰.۲٪، مش شماره ۲ انتخاب و در شبیه‌سازی‌ها استفاده شده است.

جدول ۴-۵: ابعاد انتخابی شبکه برای بررسی استقلال حل از شبکه.

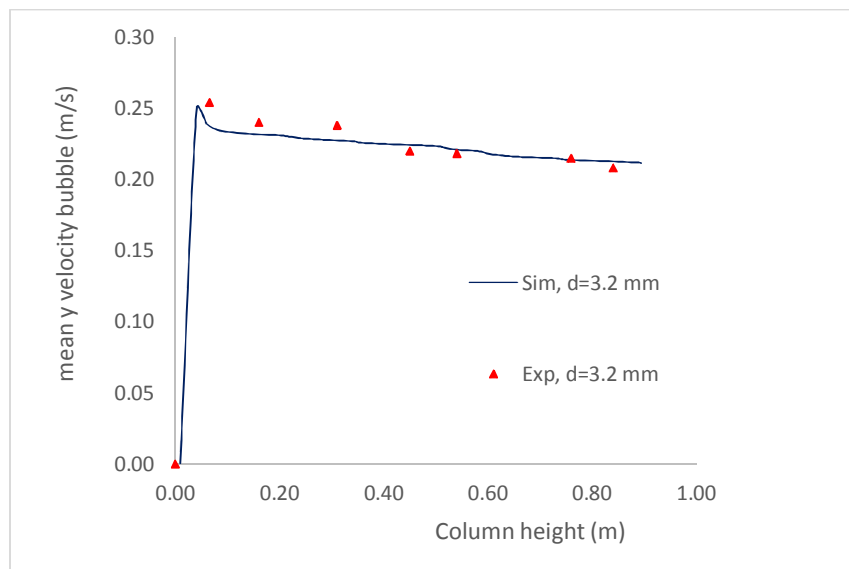
| تعداد کل شبکه<br>در ستون | تعداد شبکه<br>در ارتفاع ستون | تعداد شبکه در<br>کناره‌های ستون | تعداد شبکه در<br>قسمت میانی ستون | تعداد شبکه در<br>راستای قطر حباب | شماره<br>مش |
|--------------------------|------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-------------|
| ۴۹۳,۷۵۰                  | ۶۲۵۰                         | ۱۰۰                             | ۶۳                               | ۲۰                               | ۱           |
| ۷۶۲,۵۰۰                  | ۷۵۰۰                         | ۲۰۰                             | ۷۵                               | ۲۴                               | ۲           |
| ۱,۰۷۰,۶۲۵                | ۸۷۵۰                         | ۳۰۰                             | ۸۸                               | ۲۸                               | ۳           |



شکل ۴-۷: منحنی سرعت میانگین صعود حباب در مش‌های مختلف.

#### ۴-۳-۳- اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی

گام بعدی مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی با داده‌های تجربی و درواقع اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی است. به همین منظور برای حباب یک مرکز جرم تعریف شده و با توجه به جابجایی آن در واحد زمان مقدار سرعت محاسبه شده است. شکل (۴-۸) پروفیل سرعت متوسط صعود حباب را برای حباب با قطر اولیه ۳/۲۳ میلی متر طبق نتایج تجربی و عددی نشان می‌دهد.



شکل ۴-۸: منحنی سرعت متوسط صعود حباب در شبیه‌سازی و آزمایش‌های تجربی ( $d=3.23 \text{ mm}$ ).

هم‌چنین مقادیر سرعت ثبت‌شده در کار تجربی و مقادیر پیش‌بینی‌شده در شبیه‌سازی و اختلاف این دو در جدول (۴-۶) آمده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود شبیه‌سازی با اختلاف کمتر از ۵ درصد نسبت به آزمایش تجربی، مقدار سرعت صعود حباب را پیش‌بینی می‌کند.

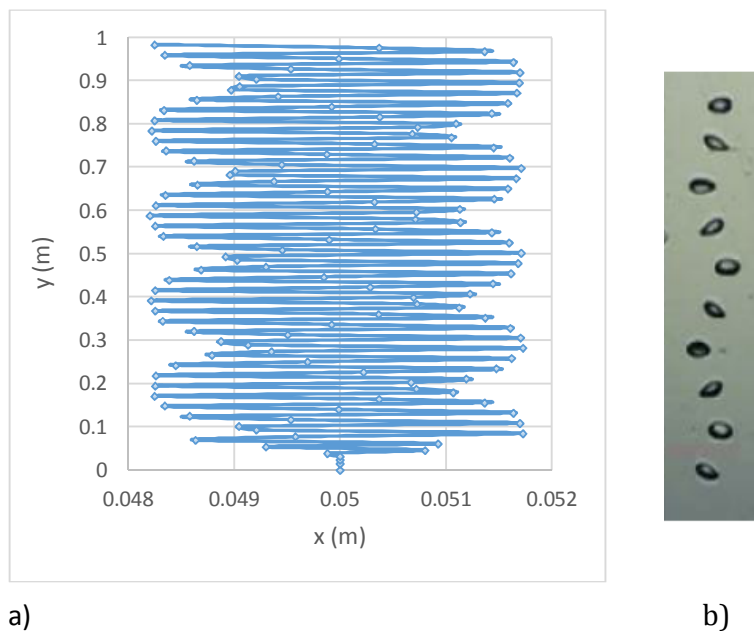
جدول ۴-۶: مقدار سرعت متوسط صعود حباب در شبیه‌سازی و آزمایش‌های تجربی.

| قطر حباب<br>(mm) | ارتفاع<br>(m) | سرعت متوسط (m/s) |       | اختلاف<br>(%) |
|------------------|---------------|------------------|-------|---------------|
|                  |               | Exp.             | Sim.  |               |
| ۳/۲۳             | ۰/۰۶۶         | ۰/۲۵۴            | ۰/۲۵۰ | ۱/۶۰          |
|                  | ۰/۱۶          | ۰/۲۴۰            | ۰/۲۳۱ | ۳/۹۰          |
|                  | ۰/۳۱          | ۰/۲۳۸            | ۰/۲۲۷ | ۴/۸۵          |
|                  | ۰/۴۵          | ۰/۲۲۰            | ۰/۲۲۱ | ۰/۴۵          |
|                  | ۰/۵۴          | ۰/۲۱۸            | ۰/۲۲۰ | ۰/۹۱          |
|                  | ۰/۷۶          | ۰/۲۱۵            | ۰/۲۱۴ | ۰/۴۷          |
|                  | ۰/۸۴          | ۰/۲۰۸            | ۰/۲۱۰ | ۰/۹۵          |

### ۴-۳-۴- نحوه حرکت حباب

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، بهتر است نتایج شبیه‌سازی از نظر کیفی هم بررسی شوند. از جمله معیارهای صحت انجام شبیه‌سازی و انتخاب درست مدل‌های فیزیکی در شبیه‌سازی حرکت حباب، بررسی

نحوه حرکت و صعود آن است. شکل a-(۹-۴) مختصات صعود حباب را در شبیه‌سازی عددی نشان می‌دهد که با حرکت زیگزاگی حباب که در آزمایش‌های تجربی مشاهده شده است، شکل b-(۹-۴) انطباق دارد.



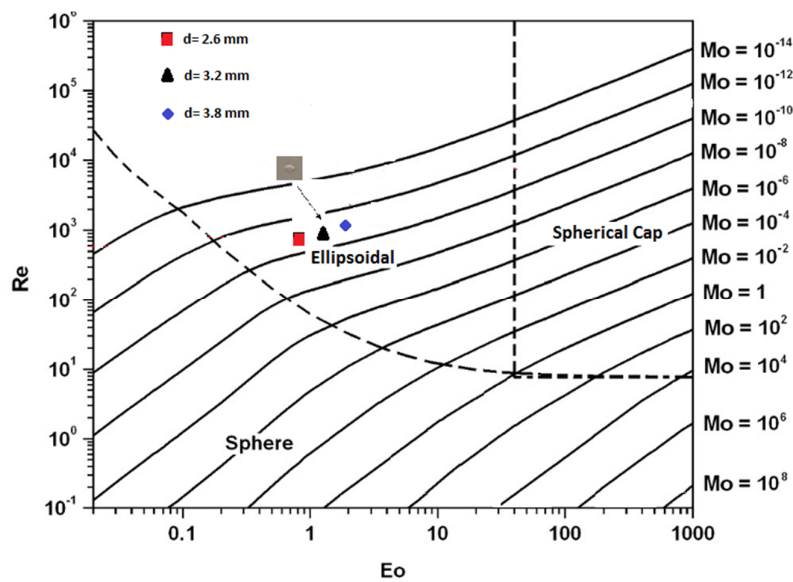
شکل ۹-۴: a) مختصات حباب در حین صعود در شبیه‌سازی CFD،  
b) تصویر پیوسته از حرکت حباب در آب ثبت‌شده حین آزمایش تجربی ( $d=3.23 \text{ mm}$ ).

### ۴-۳-۵- شکل حباب حین صعود

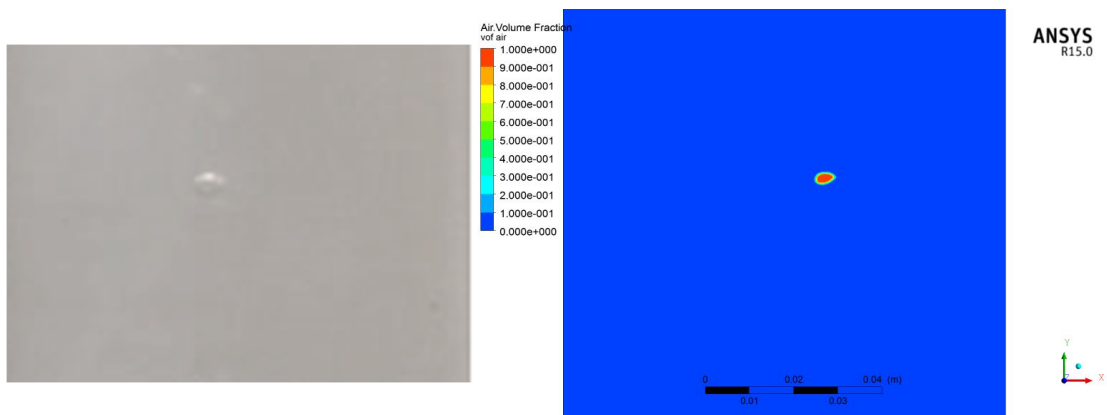
همان‌طور که شکل (۴-۱۰) نشان می‌دهد، تصویر واقعی حباب در آزمایش تجربی و شکل حباب در نتایج CFD با شکل حباب در دیاگرام گریس مقایسه شده است. در محدوده اندازه حباب کار حاضر، حباب حین صعود در ستون بیضوی<sup>۱۰</sup> است. در واقع حباب‌های کوچک حین صعود شکل کروی<sup>۱۱</sup> خود را حفظ می‌کنند اما با افزایش قطر حباب، رینولدز افزایش یافته و نیروی کشش سطحی کاهش می‌یابد و در نهایت با افزایش سایر نیروها (ویسکوزیته، اینرسی و دینامیک فشاری)، شکل حباب از کروی به بیضوی تغییر می‌کند [۹].

<sup>10</sup> Ellipsoid

<sup>11</sup> Spheroid



a)



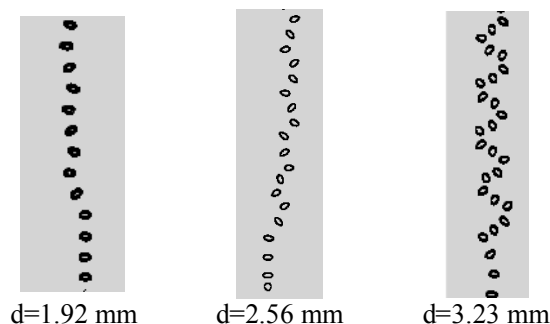
b)

c)

شکل ۴-۱۰: شکل حباب حین صعود در ستون: (a) با توجه به مقادیر اعداد بی بعد در دیاگرام گریس [۹]، (b) تصویر واقعی حباب در آزمایش تجربی و (c) تصویر لحظه‌ای از شبیه‌سازی CFD، برای حباب ۳/۲۳ میلی‌متری در ارتفاع ۵۰ سانتی‌متری از ستون.

### ۴-۳-۶- مسیر حرکت حباب

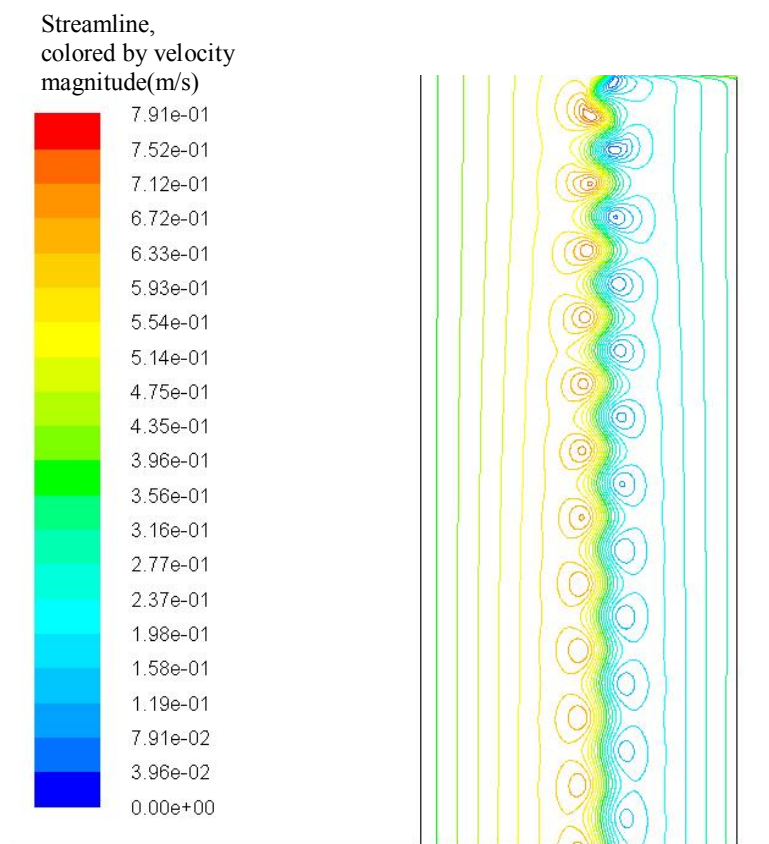
به منظور بررسی مسیر صعود حباب در ستون، شبیه‌سازی‌ها برای صعود حباب با دو قطر دیگر با کاهش ۲۰ و ۴۰ درصدی نسبت به حباب با قطر ۳/۲۳ میلی‌متر (۱/۹۲ و ۲/۵۶ میلی‌متر) انجام شده است. شکل (۴-۱۱) سیر صعودی حباب‌ها را نشان می‌دهد و در آن فاصله زمانی بین دو حباب در هر شکل ۰/۲ ثانیه است. مقایسه مسیر حباب در قطرهای مختلف نشان می‌دهد که با افزایش قطر حباب بین ۱/۹۲ میلی‌متر تا ۳/۲۳ میلی‌متر، حرکت از مستقیم به زیگزاگ تغییر کرده است. در واقع با افزایش اندازه حباب، انحراف از مسیر عمودی مستقیم و همچنین حرکات زیگزاگی آن افزایش می‌یابد.



شکل ۴-۱۱: خط سیر صعودی حباب در ستون.

درواقع حباب تا زمانی که کروی باشد، در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند اما هم‌زمان با تغییر شکل آن از حالت کروی به بیضی، چرخش و حرکت زیگزاگی یا مارپیچی آغاز می‌شود و پس از آن مسیر صعود حباب و نوسانات آن به صورت دوره‌ای تکرار می‌شود.

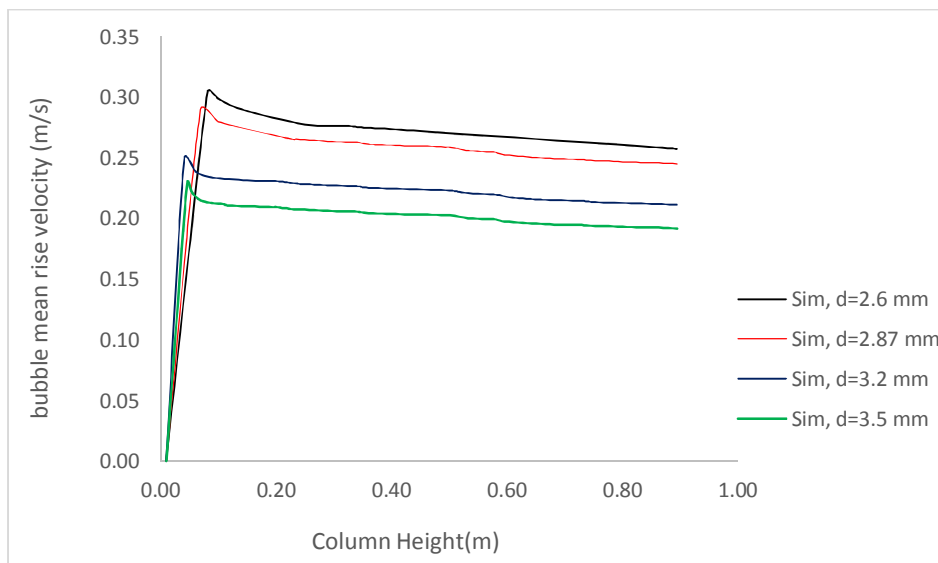
چنانچه قبل‌تر گفته شد، شکل حباب از پایین به بالای ستون تغییر می‌کند. برای یک حباب به قطر ۳/۲۳ میلی‌متر، در هنگام ورود حباب به ستون و شروع حرکت تا زمانی که حباب شکل کروی خود را حفظ کند، در جهت مستقیم به سمت بالا حرکت می‌کند، اما در عین حال شتاب می‌گیرد و با افزایش سرعت، شکل حباب از کره به بیضی تغییر می‌کند و در نتیجه افزایش سطح پیشانی و صاف شدن شکل حباب، سرعت بالا آمدن آن نیز کاهش می‌یابد و در نتیجه دوباره شکل حباب به کروی نزدیک می‌شود. این تغییرات متناوب در شکل و سرعت حباب است که باعث می‌شود حباب به صورت زیگزاگی و مارپیچی بالا برود. شکل (۴-۱۲) خطوط جریان و گردابه‌های ناشی از حرکت حباب را در قسمت بالای ستون نشان می‌دهد. درواقع، هنگامی که حباب در آب بالا می‌آید، نیروی جانبی و گشتاوری را در طول مسیر خود تجربه می‌کند و دو گردابه عقب‌گرد ضد چرخش در پشت حباب ظاهر می‌شود و همین مسئله علت اصلی تغییر شکل و انتقال مسیر (انحراف) از مستقیم به زیگزاگ است.



شکل ۴-۱۲: خطوط جریان و گردابه‌های ناشی از حرکت حباب در قسمت بالایی ستون شبیه‌سازی CFD، ( $d=3.2 \text{ mm}$ ).

#### ۴-۳-۷- اثر قطر اولیه حباب بر پروفیل سرعت صعود حباب

به‌منظور بررسی اثر قطر اولیه بر سرعت صعود حباب، پروفیل سرعت میانگین صعود در محدوده ابعاد حباب در کار حاضر در شکل (۴-۱۳) نشان داده شده است. همان‌طور که پروفیل سرعت در شکل (۴-۱۳) نشان می‌دهد برای حباب با اندازه قطری در محدوده  $2/6$  تا  $3/5$  میلی‌متر، هر چه حباب بزرگ‌تر باشد، سریع‌تر به حداکثر سرعت خود می‌رسد و این در حالی است که مقدار بیشینه سرعت با افزایش قطر حباب کاهش می‌یابد. توجه این مطلب این است که با افزایش اندازه حباب، نیروی مقاوم سریع‌تر افزایش پیدا می‌کند و در نتیجه حباب شتاب بیشتری گرفته و زودتر به حداکثر خود می‌رسد.



شکل ۴-۱۳: پروفیل سرعت میانگین صعود حباب طبق نتایج شبیه‌سازی برای قطرهای مختلف.

#### ۴-۳-۸- برهم‌کنش حباب‌ها

در این بخش شکل و رفتار دو حباب که در یک راستای افقی به ستون وارد شده‌اند به صورت عددی با روش VOF مورد مطالعه قرار گرفته است. هنگامی که دو حباب باهم حرکت می‌کنند، برهم‌کنش تنها زمانی ایجاد می‌شود که حباب در محدوده اثر حباب دیگری قرار گیرد و باعث تغییر ساختار میدان جریان اطراف شود. بعد از آن، شکل و مسیر حرکت حباب تغییر می‌کند و حتی ممکن است برخورد<sup>۱۲</sup> و یا یکی شدن<sup>۱۳</sup> حباب‌ها را به دنبال داشته باشد. در کار حاضر حرکت دو حباب با فاصله افقی در آب ساکن مورد مطالعه گرفته و فرآیند برخورد و یکی شدن در نظر گرفته نشده است.

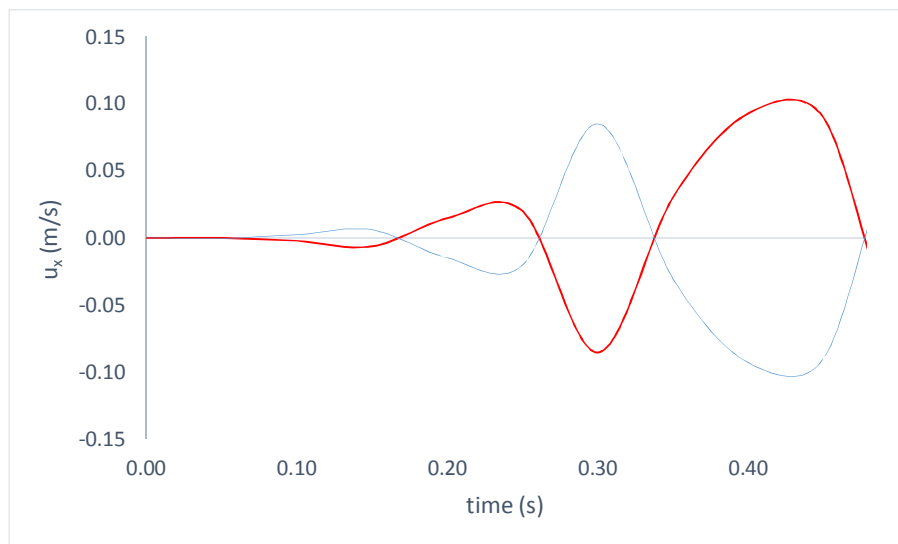
به همین منظور صعود دو حباب کروی با قطر  $\frac{3}{23}$  میلی‌متر به صورت افقی در کنار هم از محل حباب ساز و با فاصله افقی اولیه ۵ میلی‌متر (با در نظر گرفتن حداقل فاصله  $(d_{bubble} + 0.5d_{bubble})$  بین دو حباب [۱۱۱]) به صورت عددی شبیه‌سازی شدند و مسیر حرکت و تغییرات سرعت دو حباب حین صعود بررسی شده است.

شکل (۴-۱۴) تغییرات مؤلفه افقی سرعت را نسبت به زمان در ابتدای حرکت حباب نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، سرعت عرضی حباب‌ها تقریباً نشان‌دهنده یک نوسان هارمونیک<sup>۱۴</sup> ساده است: حباب‌ها همیشه در جهت مخالف هم حرکت می‌کنند. هنگامی که فاصله بین حباب‌ها کمتر می‌شود، شروع به دور شدن از یکدیگر می‌کنند، یعنی این دو حباب جهت حرکت و سرعت خود را تغییر داده و پس از رسیدن به دورترین فاصله نسبت به هم مجدداً به هم نزدیک می‌شوند.

<sup>12</sup> Collision

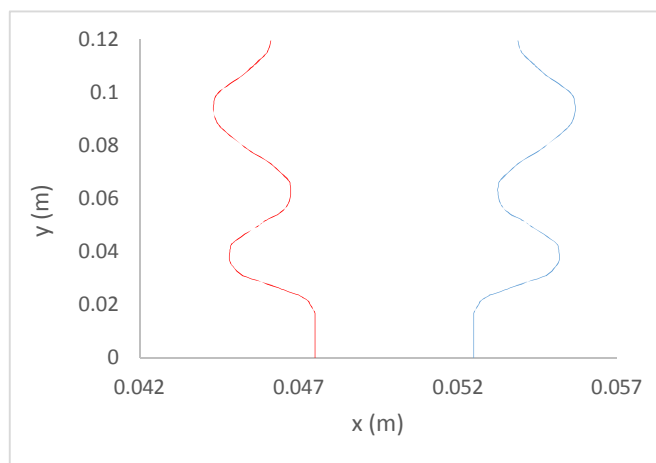
<sup>13</sup> Aggregation

<sup>14</sup> Simple Harmonic



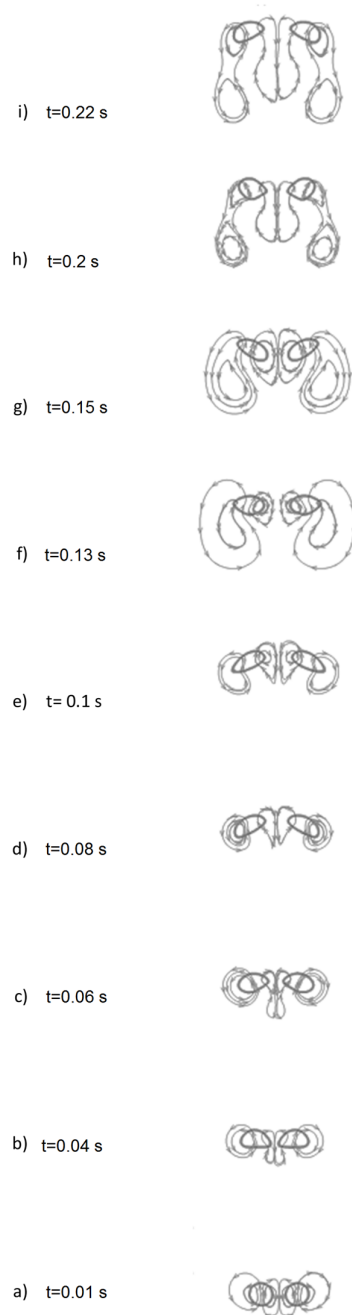
شکل ۴-۱۴: تغییرات مؤلفه افقی سرعت نسبت به زمان حین صعود دو حباب در شبیه‌سازی CFD.

شکل (۴-۱۵) مسیر حرکت دو حباب را در ۱۲ سانتی‌متر ابتدای ستون نشان می‌دهد و همان‌طور که ملاحظه می‌شود از جایی به بعد مسیر حرکت حباب‌ها خطی نیست و نوسان به چپ و راست هم‌زمان وجود دارد. چرخه‌ای از نزدیک شدن، دور شدن و نزدیک شدن مجدد حین صعود دو حباب اتفاق می‌افتد.



شکل ۴-۱۵: مسیر حرکت دو حباب در قسمت پایین ستون، در شبیه‌سازی CFD.

در شکل (۴-۱۶) توزیع سرعت و خطوط جریان را حول دو حباب حین صعود در ستون بلافاصله پس از شروع به حرکت در ستون نشان می‌دهد. با توجه به خطوط جریان، دو حباب، حین صعود میدان جریان متقارنی ایجاد کرده‌اند که با یک جت در پایین هر حباب و یک میدان جریان دایره‌ای شکل در دو طرف هر حباب مشخص شده است. هم‌چنین ملاحظه می‌شود که میدان جریان دو طرف هر حباب در جهت مخالف می‌چرخند؛ یعنی میدان جریان سمت چپ هر حباب خلاف جهت عقربه‌های ساعت و میدان جریان سمت راست هر حباب در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد.



شکل ۴-۱۶: توزیع سرعت و تغییرات خطوط جریان حین صعود دو حباب در شبیه‌سازی CFD.

حباب‌ها در شروع حرکت برهم‌کنش ضعیفی دارند. با تغییر شکل تدریجی و صاف شدن پیشانی حباب‌ها، فاصله آن دو کمتر شده و برهم‌کنش هم بیشتر می‌شود. درواقع لایه‌ی نازکی از مایع بین دو حباب تشکیل شده که جریان داخل آن هم‌زمان متأثر از دو حباب است. همان‌طور که کانتورهای سرعت نشان می‌دهد میدان

جریان در لایه نازک مایع بین دو حباب را می‌توان به‌عنوان برهم‌کنش دو میدان جریانی ایجادشده توسط دو حباب در نظر گرفت. درواقع طبق شکل (۴-۱۶-b) هنگام صعود دو حباب، یک ناحیه کم‌فشار بین‌شان ایجاد شده و به همین دلیل یکدیگر را جذب می‌کنند. اما از آنجاکه جهت سرعت افقی که توسط هر یک از حباب‌ها در ناحیه میانی تولیدشده، مخالف یکدیگر است، نقطه عمل جت تولیدشده توسط میدان جریان در پایین دو حباب به سمت ناحیه میانی حرکت می‌کند.

بخشی از حباب‌ها که در کنار لایه میانی قرار دارند تحت‌فشار جت ایجادشده در ناحیه میانی قرار گرفته و نسبتاً سریع بالا می‌روند و درنهایت همان‌طور که شکل (۴-۱۶-d) نشان می‌دهد دو حباب به دلیل نیروهای نامتعادل در دو طرف می‌چرخند و نسبت به هم به شکل "V" معکوس توزیع می‌شوند. اثر ضربه‌ای جت بر روی حباب‌ها بیشتر از ناحیه کم‌فشار میانی است؛ به همین دلیل حباب‌ها به‌تدریج از یکدیگر دور شده و تأثیر آن‌ها بر یکدیگر کم‌تر می‌شود.

پس‌از آن سرعت افقی، اثر میدان جریان ایجادشده توسط دو حباب در ناحیه میانی را جبران می‌کند و همان‌طور که در شکل (۴-۱۶-e) نشان داده شده است، نقطه عمل جت بر روی حباب‌ها به سمت مرکز حباب‌ها حرکت می‌کند.

در همان زمان، قسمتی از دو حباب که به سمت جداره ستون قرار دارد، به سمت عقب حرکت کرده، در موقعیت سطح آب عمیق‌تر قرار می‌گیرد و چون فشار بیشتری دارد هوا به سمت ناحیه کم‌فشار یعنی موقعیت سطح آب کم‌عمق و داخل حباب‌ها حرکت می‌کند. همان‌طور که در شکل (۴-۱۶-f) نشان داده شده است، شکل و موقعیت دو حباب پس از مدتی در حالت تقریباً افقی قرار می‌گیرد.

پس‌از آن هوا در حباب‌ها به سمت ناحیه میانی حرکت کرده و فاصله بین دو حباب کم‌تر می‌شود؛ درنتیجه سرعت افت سیال در ناحیه میانی بزرگ‌تر شده و در آنجا یک ناحیه کم‌فشار تشکیل می‌شود. بنابراین، دو حباب یکدیگر را جذب می‌کنند. همان‌طور که شکل (۴-۱۶-g) نشان می‌دهد حباب‌ها هنگام نزدیک شدن به یکدیگر به شکل "V" نسبت به یکدیگر قرار می‌گیرند.

از آنجاکه حباب‌ها فاصله اندکی دارند، اثر برهم‌کنش میدان جریان که توسط دو حباب در ناحیه میانی ایجاد می‌شود، آشکار و قابل‌بررسی است. نقطه عمل جت در پایین حباب روی حباب‌ها مجدداً به ناحیه میانی منتقل شده و با توجه به اثر رانش جریان آب، سرعت حباب‌ها در ناحیه میانی به‌تدریج افزایش یافته و شکل و موقعیت حباب دوباره در حالت افقی قرار می‌گیرد.

## ۴-۴- جمع‌بندی

در این فصل نتایج تجربی و شبیه‌سازی عددی برای صعود حباب در ستون فلوتاسیون ارائه شدند. بعد از اطمینان از صحت نتایج و اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی، ویژگی‌های هیدرودینامیکی و رئولوژی حباب شامل شکل، پروفیل سرعت و مسیر حرکت آن بررسی شده و در انتها میدان جریان ناشی برهم‌کنش حباب‌ها حین صعود مطالعه شد. در فصل آخر نتیجه‌گیری از پژوهش حاضر و پیشنهادها برای انجام مطالعات آینده ارائه می‌شود.

## فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادها

## ۵-۱- نتایج

حرکت تک حباب در ستون فلوتاسیون در دو بخش تجربی و عددی و در رژیم جریان حبابی بررسی شد. ابتدا آزمایش تجربی انجام شد و مؤلفه‌های هیدرودینامیک حباب از جمله سرعت افزایش حباب با استفاده از روش تصویربرداری و پردازش تصویر اندازه‌گیری شد. پس از آن، حرکت یک حباب در ستون فلوتاسیون به صورت دوفازی و با استفاده از مدل VOF شبیه‌سازی شد. به منظور اطمینان از بهینه بودن شبکه هم از لحاظ هزینه و زمان محاسباتی و هم از لحاظ عدم وابستگی حل به اندازه مش، شبیه‌سازی برای سه نوع مش انجام شد. نتایج به دست آمده برای مقادیر سرعت صعود حباب در هر سه نوع شبکه مقایسه شد و در نهایت با تقریبی کمتر از ۲ درصد، مش شماره ۲ با ۷۵۲۵۰۰ شبکه انتخاب و در شبیه‌سازی‌ها استفاده شد. سپس با توجه به نتایج عددی، پروفیل سرعت صعود حباب به عنوان معیار اعتبارسنجی نتایج عددی، رسم و با مقادیر تجربی مقایسه شد. نتایج نشان داد که شبیه‌سازی انجام شده با اختلاف کمتر از ۵ درصد نسبت به آزمایش تجربی، مقدار سرعت صعود حباب را پیش‌بینی می‌کند.

علاوه بر این، با مقایسه شکل و نحوه حرکت حباب به عنوان یک معیار کیفی در کار تجربی و عددی و با مطالعات قبلی انجام شده صحت نتایج به دست آمده محرز شد. با بررسی شکل حباب حین صعود در ستون مشخص شد که در محدوده اندازه حباب در کار حاضر، با افزایش قطر حباب، عدد رینولدز افزایش یافته و نیروی کشش سطحی کم می‌شود؛ سایر نیروها (ویسکوزیته، اینرسی و دینامیک فشاری) افزایش یافته و شکل حباب از کروی به بیضی تغییر می‌کند؛ بنابراین روش به کار گرفته شده در شبیه‌سازی عددی می‌تواند تغییر شکل، سرعت صعود و مسیر حرکت حباب را به دقت بازتولید کند. همچنین اثر قطر حباب بر پروفیل سرعت صعود بررسی شده و نتایج به دست آمده نشان داد که در محدوده اندازه حباب با قطر  $2/6$  تا  $3/5$  میلی‌متر، حباب بزرگ‌تر سریع‌تر از حباب کوچک به حداکثر سرعت خود می‌رسد، در حالی که مقدار حداکثر سرعت با افزایش اندازه حباب، کاهش می‌یابد.

به منظور بررسی مسیر صعود حباب در ستون، شبیه‌سازی‌ها برای ۳ اندازه حباب با قطر  $1/92$ ،  $2/56$ ،  $3/23$  میلی‌متر انجام شدند. مقایسه مسیر حرکت حباب نشان می‌دهد که با افزایش اندازه حباب، انحراف از مسیر عمودی مستقیم و همچنین حرکات زیگزاگی آن افزایش می‌یابد. با توجه به خطوط جریان، هنگامی که حباب در آب بالا می‌آید، نیروی جانبی و گشتاوری را در طول مسیر خود تجربه می‌کند و دو گردابه عقب‌گرد ضد چرخش در پشت حباب ظاهر می‌شود و همین مسئله علت اصلی تغییر شکل و انتقال مسیر (انحراف) از مستقیم به زیگزاگ است.

در نهایت برهم‌کنش دو حباب حین صعود در ستون با روش شبیه‌سازی عددی مورد مطالعه قرار گرفت؛ با توجه به نتایج، زمانی که دو حباب در کنار هم بالا می‌روند، سرعت افقی آن‌ها با قانون هارمونیک ساده تغییر می‌کند و دو حباب در یک فرآیند به طور مکرر به سمت یکدیگر جذب شده و از هم دور می‌شوند. همچنین حباب‌ها به طور متناوب در آب می‌چرخند. همچنین بررسی میدان جریان نشان داد که برهم‌کنش بین حباب‌ها تحت تأثیر تغییرات میدان جریان ناشی از واکنش‌های متقابل گردابه‌ها و اثرات ادغام دنباله‌ها است. در واقع

وقتی که دو حباب در کنار هم بالا می‌روند، هر حباب حین صعود یک حرکت نوسانی هم دارد که باعث ایجاد گردابه در اطراف آن می‌شود.

گسترش مطالعات انجام‌شده و به‌کارگیری نتایج آن‌ها در تنظیم پارامترهای هیدرودینامیکی حباب، مثل دبی هوای ورودی و نرخ حباب ورودی در فرآیند فلوتاسیون می‌تواند در بهبود فرآیند و افزایش بهره‌وری آن مؤثر باشد.

## ۵-۲- نوآوری

نوآوری این پژوهش را به‌طور خلاصه می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد: شناخت پدیده‌های فیزیکی مرتبط با هر فرآیند و تحلیل آن‌ها، اولین گام برای شبیه‌سازی آن فرآیند است. به همین منظور، با توجه به اهمیت مؤلفه‌های صعود حباب در ستون فلوتاسیون، در کار حاضر یک مدل CFD منطبق بر فیزیک مسئله ساخته‌شده و روش حل به کار گرفته‌شده به گونه‌ای انتخاب شده است که نتایج شبیه‌سازی با یک تقریب ۵ درصدی نسبت به آزمایش تجربی الگوی جریان ناشی از صعود حباب در ستون فلوتاسیون را پیش‌بینی می‌کند و می‌تواند تغییر شکل، سرعت صعود و مسیر حرکت حباب را به‌دقت بازتولید کند.

هم‌چنین میدان جریان ناشی از تعامل دو حباب و اثر آن در برهم‌کنش حباب‌ها در عملیات فلوتاسیون ستونی مطالعه شده است که می‌تواند در انتخاب نرخ هوادهی و تنظیمات حباب‌ساز مؤثر باشد. لازم به ذکر است که مطالعات قبلی انجام‌شده در زمینه‌ی شبیه‌سازی CFD حباب در ستون، محدوده کوچکی از ستون مورد مطالعه قرار می‌گرفته است. حال آنکه در کار حاضر کل طول ستون در شبیه‌سازی مورد توجه قرار گرفته است و همین مورد امکان دستیابی به پروفیل سرعت صعود و تحلیل هیدرودینامیک جریان حین صعود حباب را فراهم آورده است. هم‌چنین علی‌رغم اینکه در شرایط واقعی عملیات فلوتاسیون چه در مقیاس آزمایشگاهی و چه صنعتی، با توده‌ای از حباب‌ها روبه‌رو هستیم، اما مطالعه و شبیه‌سازی صعود تک حباب با مدل VOF این امکان را فراهم آورد تا میدان جریان اطراف یک حباب به‌طور خاص تحلیل شود. هم‌چنین در کار حاضر مدل ساده‌شده‌ی رایز همراه با مدل‌سازی نیروی لیفت در شبیه‌سازی CFD برای شبیه‌سازی برهم‌کنش دو حباب حین صعود در سیال به کار گرفته شده است که با توسعه شبیه‌سازی‌ها و نتایج به‌دست‌آمده در بررسی میدان جریان ناشی از صعود هم‌زمان دو حباب و برهم‌کنش آن دو می‌توان نرخ ورود حباب ورودی به ستون و هم‌چنین فواصل منافذ حباب‌ساز را به گونه‌ای تنظیم کرد که پایداری حباب‌ها در ناحیه جمع‌آوری حفظ‌شده و کارایی فرآیند کاهش نیابد.

## ۵-۳- پیشنهادها

در استفاده از روش CFD برای هرچه بهتر شدن نتایج باید حتی‌الامکان شرایط واقعی را در نظر گرفت و از فرض‌های ساده‌کننده پرهیز کرد؛ که این مهم مستلزم دسترسی به امکانات سخت‌افزاری است. در همین راستا چند پیشنهاد ارائه می‌شود:

- انجام آزمایش‌های تجربی با استفاده از دوربین متحرک و ردیابی لحظه‌ای حباب، ثبت سرعت و شکل لحظه‌ای حباب حین صعود در ستون و مقایسه آن با نتایج شبیه‌سازی در راستای ارتقای مدل‌های فیزیکی به کار گرفته‌شده.
- شبیه‌سازی فرآیند تولید و رشد حباب و لحظه خروج آن از حباب‌ساز با استفاده از مدل Level Set و بررسی تأثیر اندازه منفذ و زاویه قرارگیری حباب‌ساز بر اندازه و شکل حباب.
- در نظر گرفتن جریان ورودی از بالا به پایین خوراک (شامل ماده معدنی در شبیه‌سازی سه فاز و بدون آن در شبیه‌سازی دوفازی) و خروجی پمپ از پایین ستون و اثر آن بر میدان جریان.
- انجام شبیه‌سازی‌ها به صورت سه فاز و با در نظر گرفتن ذره جامد و مطالعه برهم‌کنش اثر ذرات بر تعامل حباب‌ها.
- انجام شبیه‌سازی‌ها به صورت چهارفازی (با در نظر گرفتن سطح‌سازها به عنوان یک جزء فازی مجزا از آب) و مطالعه اثر واکنش‌های شیمیایی بر تعامل حباب‌ها.
- انجام شبیه‌سازی‌ها به صورت سه بعدی و مطالعه مسیر حرکت، چرخش و شکل حباب در بعد سوم.
- در نظر گرفتن تعداد بیشتر حباب در محل حباب‌ساز، استفاده از ترکیب مدل VOF و PBM برای مطالعه تعامل حباب‌ها و نزدیک شدن به شرایط واقعی فلوتاسیون.

## پیوست

مشخصات دوربین استفاده شده در پروژه

|                        |                                                                                                                                                          |
|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Type                   | Digital single-lens reflex camera                                                                                                                        |
| Lens                   | Canon EF lens mount, Canon EF-S lens mount                                                                                                               |
| Sensor                 | CMOS APS-C 22.3 x 14.9 mm (1.6x conversion factor)                                                                                                       |
| Maximum resolution     | 15.1 effective megapixels, 4,752 x 3,168                                                                                                                 |
| ASA/ISO range          | ISO 100 to 3200 (expandable to 12800)                                                                                                                    |
| Storage                | Secure Digital Card, Secure Digital High Capacity                                                                                                        |
| Focus modes            | AI Focus, One-Shot, AI Servo, Live View                                                                                                                  |
| Focus areas            | 9 AF points                                                                                                                                              |
| Exposure modes         | Full Auto, Portrait, Landscape, Close-up, Sports, Night Portrait, No Flash, Program AE, Shutter-priority, Aperture-priority, Manual, Auto Depth-of-field |
| Exposure metering      | Full-aperture TTL, 35-zone SPC                                                                                                                           |
| Metering modes         | Spot, Evaluative, Partial (approx. 9% at center of viewfinder), Center-weighted average                                                                  |
| Flash                  | E-TTL II automatic built-in pop-up                                                                                                                       |
| Flash bracketing       | Yes                                                                                                                                                      |
| Shutter                | focal-plane                                                                                                                                              |
| Shutter speed range    | 1/4000 to 30 sec and Bulb, 1/200 s X-sync                                                                                                                |
| Continuous shooting    | 3.4 frame/s for 170 JPEGs or 9 raw files                                                                                                                 |
| Viewfinder             | Eye-level pentamirror SLR, 95% coverage, 0.87x magnification                                                                                             |
| Custom WB              | Auto, Daylight, Shade, Cloudy, Tungsten Light, White Fluorescent Light, Flash, Manual, user-set                                                          |
| WB bracketing          | +/- 3 stops in 1-stop increments;                                                                                                                        |
| Rear LCD monitor       | 3 in color TFT LCD, 920,000 dots                                                                                                                         |
| Battery                | LP-E5 Lithium-Ion rechargeable battery (7.4 V, 1080 mAh)                                                                                                 |
| Optional battery packs | BG-E5 grip                                                                                                                                               |
| Dimensions             | 129 x 98 x 62 mm                                                                                                                                         |
| Weight                 | 480 g (body only, no battery)                                                                                                                            |
| Made in                | Japan, Taiwan                                                                                                                                            |

## فهرست منابع

- [1] Wheeler, D.A. Big Flotation Mill Tested. *Engineering and Mining Journal*, 167 (1966), 98-100.
- [2] Boutin, P. and Wheeler, D.A. Column Flotation. *Mining World*, 20, 3 (1967), 47-50.
- [3] Cooper, H.R. Feedback Process Model of Mineral Flotation, Part 1: Development of a model for Froth Flotation. *Trans. Soc. Min. Eng. AIME*, 235 (1966), 439-446.
- [4] Finch, J.A. and Dobby, G.S. *Column Flotation*. Pergamon Press, Oxford, 1990.
- [5] Rubio, J. Modified Column Flotation of Mineral Particles. *International Journal of Mineral Processing*, 48 (1996), 183-196.
- [6] Jameson, G. A New Concept in Flotation Column Design. In *Column Flotation'88* (Arizona, USA 1988), SME Annual Meeting, 281-286.
- [7] Zheng, J. *Une nouvelle approche pour la détermination de la constante cinétique dans les colonnes de flotation*, M. Sc thesis. Ottawa, 2001.
- [8] Yang, G. Q., Luo, X., Lau, R., and Fan, L-S. Heat-transfer characteristics in slurry bubble columns at elevated pressures and temperatures. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 39 (2000), 2568-2577.
- [9] Clift, R., Grace, J.R., and Weber, M.E. *Bubbles, drops and particles*. Academic Press, 1978.
- [10] Fan, L.S. and Tsuchiya, K. *Bubble wake dynamics in liquids and liquid-solid suspensions*. Elsevier, 1990.
- [11] De vries, A.W.G. *Path and wake of a rising bubble*, Ph.D. Thesis. Holland, 2001.
- [12] Miyahara, T., Tsuchiya, K., and Fan, L.S. Wake properties of a single gas bubble in a three-dimensional liquid-solid fluidized bed. *International Journal of Multiphase Flow*, 14, 6 (1988), 749-763.
- [13] Tsuge, H. and Hibino, S.I. The onset conditions of oscillatory motion of single gas bubbles rising in various liquids. *Journal Of Chemical Engineering Of Japan*, 10 (1977), 66-68.
- [14] Zhang, Y., Sam, A., and Finch, J.A. Temperature effect on single bubble velocity profile in water and surfactant solution. *Colloids and Surfaces A Physicochemical and Engineering Aspects*, 223, 1 (2003), 45-54.
- [15] Acuña, C. and Finch, J. Tracking velocity of multiple bubbles in a swarm. *International Journal of Mineral Processing*, 94, 3-4 (2010), 148-157.

- [16] Eskanolou, Amir, Khalesi, Mohammad Reza, Mirmogaddam, Morteza, and Hemmati Chegeni, Mohsen & Vaziri Hassas, Behzad. Investigation of trajectory and rise velocity of loaded and bare single bubbles in flotation process using video processing technique. *Separation Science and Technology*, 54 (2019), 1795-1802.
- [17] Peebles, F.N. and Garber, H.J. Studies on the motion of gas bubbles in liquids. *Chemical Engineering Progress*, 49 (1953), 88-97.
- [18] Garner, F.H. and Hammerton, D. Circulation inside gas bubbles. *Chemical Engineering Science*, 3, 1 (1954), 1-11.
- [19] Levich, V.G. *Physicochemical Hydrodynamics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1962.
- [20] Binder, R. C. *Fluid mechanics*. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1973.
- [21] Eskinazi, S. *Principles of fluid mechanics*. Allyn and Bacon, Boston, 1968.
- [22] Sears, F.W., Zemansky, M.W., and H.D., Young. *University physics*. Addison-Wesley Publishing Company, 1977.
- [23] Victor Lyle Streeter, E., Wylie, Benjamin, and Keith, W. *Fluid mechanics*. McGraw Hill, New York, 1998.
- [24] Sherman, C.P.C, Guan, H.Y, and Jiuyan, T. A Review of Population Balance Modelling for Isothermal Bubbly Flows. *Journal of Computational Multiphase Flows*, 1, 2 (2009), 161-199.
- [25] علیرضا، شجاعی فرد، محمدحسن؛ نورپورهشترودی، مقدمه/ای بر دینامیک سیالات محاسباتی. انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۷۹.
- [26] Minin, Oleg and Minin, Igor. *Computational Fluid Dynamics: Technologies and Applications*. InTech, 2011.
- [27] Matsson, John E. *An Introduction to ANSYS Fluent*. SDC Publications, 2021.
- [28] Anderson, D., Tannehill, J., and Pletcher, R. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1984.
- [29] Patankar, S. V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. Hemisphere publishing Corporation, New York, 1980.
- [30] Crowe, C., Sommerfield, M., and Tsuji, Y. *Multiphase flow with droplets and particles*. CRC Press, 1998.
- [31] Currie, I. G. *Fundamental Mechanics of Fluids*. McGraw-Hill, 1974.
- [32] Bakker, A. *Applied Computational Fluid Dynamics*. FLUENT INC, 2002.
- [33] Brennen, Christopher E. *Fundamentals of Multiphase Flows*. Cambridge University Press, 2005.

- [34] Fox, Robert W., McDonald, Alan T., and Mitchell, John W. *Introduction to Fluid Mechanics*. John Wiley & Sons, 2020.
- [35] GAMBIT 2.2 Tutorial Guide, 2004. <https://wp.kntu.ac.ir/mojra/CFD-gambit22tutorial.pdf>.
- [36] Ansys Fluent Tutorial, 2015. <http://users.abo.fi/rzevenho/ansys%20fluent%2018%20tutorial%20guide.pdf>.
- [37] Wang, Guichao, Ge, Linhan, Mitra, Subhasish, M. Evans, Geoffrey, Joshi, J.B., and Chen, Songying. A review of CFD modelling studies on the flotation process. *Minerals Engineering*, 127 (2018), 153–177.
- [38] Deng, H, Mehta, R, and Warren, G. Numerical modeling of flows in flotation columns. *International Journal of Mineral Processing*, 48, 1 (1996), 61-72.
- [39] Xia, Y, Peng, F, and Wolfe, E. CFD simulation of alleviation of fluid back mixing by baffles in bubble column. *Minerals Engineering*, 19, 9 (2006), 925-37.
- [40] Chakraborty, D., Guha, M., and Banerjee, P. CFD simulation on influence of superficial gas velocity, column size, sparger arrangement, and taper angle on hydrodynamics of the column flotation cell. *Chemical Engineering Communications*, 9, 196 (2009), 1102-16.
- [41] Nadeem, M, Ahmed, J, Chughtai, IR, and Ullah, A. CFD-based estimation of collision probabilities between fine particles and bubbles having intermediate Reynolds number. *Nucleus*, 46, 3 (2009), 153-159.
- [42] Koh, P and Schwarz, M. CFD models of microcel and Jameson flotation cells. In *Seventh international conference on CFD in the minerals and process industries*, CSIRO (Melbourne, Australia 2009).
- [43] Rehman, A, Nadeem, M, Zaman, M, and Nadeem, B. Effect of various baffle designs on air holdup and mixing in a flotation column using CFD. In *8th International Bhurban Conference on Applied Sciences & Technology* (Islamabad, Pakistan 2011).
- [44] Sahbaz, O., Ercetin, U., and Oteyaka, B. Determination of turbulence and upper size limit in Jameson flotation cell by the use of computational fluid dynamic. *Modelling Physicochem*, 48 (2012), 533–544.
- [45] Yan, X., Liu, J., Cao, Y., and Wang, L. A single-phase turbulent flow numerical simulation of a cyclonic-static micro bubble flotation column. *International Journal of Mineral Processing*, 22 (2012), 95-100.
- [46] Gong, M., Li, C., and Li, Z. Numerical analysis of flow in a highly efficient flotation column. *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*, 10 (2015), 84–95.
- [47] Wang, A., Yan, X., Wang, L., Cao, Y., and Liu, J. Effect of cone angles on single-phase flow of a laboratory cyclonic-static micro-bubble flotation

column: PIV measurement and CFD simulations. *Separation and Purification Technology*, 149 (2015), 308–314.

- [48] Sarhan, A., Naser, J., and Brooks, G. CFD simulation on influence of suspended solid particles on bubbles' coalescence rate in flotation cell. *International Journal of Mineral Processing*, 146 (2016), 54-64.
- [49] Cai, X., Chen, J., Liu, M., Ji, Y., Ding, G., and Zhang, L. CFD simulation of oil–water separation characteristics in a compact flotation unit by population balance modeling. *Journal of Dispersion Science and Technology*, 38 (2016), 1435–1447.
- [50] Cai, X., Chen, J., Liu, M., Ji, Y., and An, S. Numerical studies on dynamic characteristics of oil-water separation in loop flotation column using a population balance model. *Separation and Purification Technology*, 176 (2017), 134–144.
- [51] Sarhan, A.R, Naser, J, and Brooks, G. Bubbly flow with particle attachment and detachment – a multi-phase CFD study. *Separation Science and Technology*, 53 (2017a), 181–197.
- [52] Sarhan, A.R, Naser, J, and Brooks, G. CFD analysis of solid particles properties effect in three-phase flotation column. *Separation and Purification Technology*, 185 (2017b), 1–9.
- [53] Sarhan, A.R, Naser, J, and Brooks, G. CFD Modeling of Three-phase Flotation Column Incorporating a population balance model. *Procedia Engineering*, 184, 313 – 317 (2017).
- [54] Vadlakonda, Balraju and Mangadoddy, Narasimha. Hydrodynamic study of two phase flow of Column Flotation using Electrical Resistance Tomography and Pressure Probe techniques. *Separation and Purification Technology*, 184 (2017), 168-187.
- [55] Zhang, M., Li, T., and Wang, G. A CFD study of the flow characteristics in a packed flotation column: implications for flotation recovery improvement. *Int. J. Miner. Process*, 159 (2017), 60–68.
- [56] Wang, G., Evans, G.M., and Jameson, G.J. Bubble-particle detachment in a turbulent vortex II—computational methods. *Minerals Engineering*, 102 (2017a), 58–67.
- [57] Wang, L., Wang, Y., Yan, X., Wang, A., and Cao, Y. A numerical study on efficient recovery of fine-grained minerals with vortex generators in pipe flow unit of acyclonic-static micro bubble flotation column. *Chemical Engineering Science*, 158 (2017b), 304–313.
- [58] Farzanegan, A., Khorasanizadeh, N., Sheikhzadeh, Gh.A., and Khorasanizadeh, H. Laboratory and CFD investigations of the two-phase flow behavior in flotation columns equipped with vertical baffle. *International Journal of Mineral Processing*, 17 (2017), 71-83.

- [59] Yang, G, Guo, K, and Wang, T. Numerical simulation of the bubble column at elevated pressure with a CFD-PBM coupled model. *Chemical Engineering Science* (2017).
- [60] Sarhan, A.R., Naser, J., and Brooks, G. CFD model simulation of bubble surface area flux in flotation column reactor in presence of minerals. *International Journal of Mining Science and Technology*, 28 (2018), 999–1007.
- [61] Schwarz, M.P., Koh, P.T.L., Wu, J., Nguyen, B., and Zhu, Y. Modelling and measurement of multi-phase hydrodynamics in the Outotec flotation cell. *Minerals Engineering*, 144 (2019), 106033.
- [62] Shuofu Li, M., Schwarz, Philip, Feng, Yuqing, Witt, Peter, and Sun, Chunbao. A CFD study of particle–bubble collision efficiency in froth flotation. *Minerals Engineering*, 141 (2019).
- [63] Nasirimoghaddam, S. M., Mohebbi, A, Karimi, M, and Yarahmadi, M. R. Assessment of pH-responsive nanoparticles performance on laboratory column flotation cell applying a real ore feed. *International Journal of Mining Science and Technology*, 30, 2 (2020), 197-205.
- [64] TariqulIslam, Md. and Nguyen, Anh V. Effect of microturbulence on bubble-particle collision during the bubble rise in a flotation cell. *Minerals Engineering*, 155 (2020).
- [65] An, Min, Guan, Xiaoping, and Yang, Ning. Modeling the effects of solid particles in CFD-PBM simulation of slurry bubble columns. *Chemical Engineering Science*, 223 (2020).
- [66] Yang, Min, Fernandes del Pozo, David, Torfs, Elena, Rehman, Usman, Dawei, Yu, and Nopens, Ingmar. Numerical simulation on the effects of bubble size and internal structure on flow behavior in a DAF tank: A comparative study of CFD and CFD-PBM approach. *Chemical Engineering Journal Advances*, 7 (2021).
- [67] Yan, Xiaokang, Yao, Yanping, Meng, Shiqi, Zhao, Shouying, Wang, Lijun, Zhang, Haijun, and Cao, Yijun. Comprehensive particle image velocimetry measurement and numerical model validations on the gas–liquid flow field in a lab-scale cyclonic flotation column. *Chemical Engineering Research and Design*, 174 (2021), 1-10.
- [68] Xie, Y.B., Liu, D.P., Yang, L., and Yang, M. Experimental study on the growth characteristics of natural gas hydrate formation on suspended gas bubbles in distilled water and tap water. *Chemical Industry and Engineering Progress*, 36 (2017), 129–135.
- [69] Yang, H., Zhu, C.Y., Ma, Y.G., and Gao, X.Q. Continuous formation and coalescence of bubbles through double-nozzle in non-Newtonian fluid. *Chem. Eng*, 44 (2016), 37-41.

- [70] Painmanakul, P., Loubiere, K., Hebrard, G., and Buffière, P. Study of different membrane spargers used in waste water treatment: Characterisation and performance. *Chemical Engineering and Processing*, 43 (2004), 1347–1359.
- [71] Gnyloskurenko, S.V., Byakova, A.V., Raychenko, O.I., and Nakamura, T. Influence of wetting conditions on bubble formation at orifice in an inviscid liquid. *Physicochem. Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 218 (2003), 73–87.
- [72] Chen, D.Q., Pan, L.M., and Ren, S. Prediction of bubble detachment diameter in flow boiling based on force analysis. *Nuclear Engineering and Design*, 243 (2012), 263–271.
- [73] Peter, M.W., Antoinet, V.S., and Josette, P.M.S. The influence of gas density and liquid properties on bubble breakup. *Chemical Engineering Science*, 48 (2012), 1213–1226.
- [74] Pan, L.M., Tan, Z.W., Chen, D.Q., and Xue, L.C. Numerical investigation of vapor bubble condensation characteristics of subcooled flow boiling in vertical rectangular channel. *Nuclear Engineering and Design*, 248 (2012), 126–136.
- [75] Zhang, L., Yang, C., and Mao, Z.S. Numerical simulation of a bubble rising in shear-thinning fluids. *J. Non-Newton Fluid Mech*, 165 (2010), 555–567.
- [76] David, F.F. and Brian, S.H. Validation of a CFD model of Taylor flow hydrodynamics and heat transfer. *Chemical Engineering Science*, 69 (2012), 541–552.
- [77] Wittke, D.D. and Chao, T.B. Collapse of vapor bubbles with translatory motion. *Journal of Heat Transfer*, 89 (1967), 17–24.
- [78] Choi, H.M., Terauchi, T., Monji, H., and Matsui, G. Visualization of bubble-fluid interaction by a moving object flow image analyzer system. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 972 (2002), 235–241.
- [79] Zhu, X., Xie, J., Liao, Q., and J., Int. Dynamic bubbling behaviors on a micro-orifice submerged in stagnant liquid. *Heat Mass Transf.*, 68 (2014), 324–331.
- [80] Ngoh, J. and Lim, E.W.C. Effects of particle size and bubbling behavior on heat transfer in gas fluidized beds. *Applied Thermal Engineering*, 105 (2016), 225–242.
- [81] Cano-Pleite, E., Hernández-Jiménez, F., de Vega, M., and Acosta-Iborra, A. Experimental study on the motion of isolated bubbles in a vertically vibrated fluidized bed. *Chemical Engineering Journal*, 255 (2014), 114–125.
- [82] Aladjem, T.C., Shemer, L., and Barnea, D. On the interaction between two consecutive elongated bubbles in a vertical pipe. *International Journal of Multiphase Flow*, 26 (2000), 1905–1923.
- [83] Liao, Y.X., Roland, R., and Dirk, L. Baseline closure model for dispersed bubbly flow: Bubble coalescence and breakup. *Chemical Engineering Science*, 122 (2015), 336–349.

- [84] Zuzana, B., Thodoris, K., and Margaritis, K. Bubble–particle collision interaction in flotation systems. *Colloids Surf. A Physicochem. Eng. Asp.*, 473 (2015), 95-103.
- [85] Vélez-Cordero, J.R., Sámano, D., Yue, P., Feng, J.J., and Zenit, R. Hydrodynamic interaction between a pair of bubbles ascending in shear-thinning inelastic fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 166 (2011), 118-132.
- [86] Hallez, Y. and Legendre, D. Interaction between two spherical bubbles rising in a viscous liquid. *Journal of Fluid Mechanics*, 673 (2011), 406-431.
- [87] Costigan, G. and Whalley, P.B. Measurements of the speed of sound in air-water flows. *Chemical Engineering Journal*, 131-135 (1997), 66.
- [88] Thoroddsen, S.T., Etoh, T.G., and Takehara, K. High-speed imaging of drops and bubbles. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 40 (2008), 257-285.
- [89] Muller, R.L. and Prince, R.G.H. Regimes of bubbling and jetting from submerged orifices. *Chemical Engineering Science*, 27 (1972), 1583-1592.
- [90] Monica, M., Cushman, J.H., and Cenedese, A. Application of photogrammetric 3D-PTV Technique to track particles in porous media. *Transport in Porous Media*, 79 (2009), 43–65.
- [91] Xue, T., Xu, L.S., and Zhang, S.Z. Bubble behavior characteristics based on virtual binocular stereo vision. *Optoelectronics Letters*, 14 (2018), 95–103.
- [92] Belden, J., Ravela, S., Truscott, T.T., and Techet, A.H. Three-dimensional bubble field resolution using synthetic aperture imaging: Application to a plunging jet. *Experiments in Fluids*, 53 (2012), 839-869.
- [93] Stewart, C.W. Bubble interaction in low-viscosity liquids. *International Journal of Multiphase Flow*, 21 (1995), 1037–1046.
- [94] Brucker, C. Structure and dynamics of the wake of bubbles and its relevance for bubble interaction. *Physics of Fluids*, 11 (1995), 1781-1796.
- [95] Zhang, Z.Y., Jin, L.A., He, S.Y., and Yuan, Z.J. Study on coupling models for bubble floatation accompanied with heat and mass transfer. *J. Chem. Eng. Chin. Univ.*, 32 (2018), 358-367.
- [96] Yoo, D.H., Tsuge, H., Terasaka, K., and Mizutani, K. Behavior of bubble formation in suspended solution for an elevated pressure system. *Chem. Eng. Sci.*, 52 (1997), 3701-3707.
- [97] Ding, Y.D., Liao, Q., Zhu, X., Wang, H., and Liu, Z.H. Characteristics of bubble growth and water invasion at the permeable sidewall in rectangular liquid flow channel. *Journal of Mechanical Engineering*, 49 (2013), 119-124.
- [98] Du, Y.H., Xiong, K.W., Zhang, Y., Nie, X.T., Zhou, M., and Li, C.B. Analysis of numerical simulation on horizontal arrangement equal bubbles rising. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 33 (2016), 889-894.

- [99] Li, Y., Zhang, J.P., and Fan, L.S. Discrete-phase simulation of single bubble rise behavior at elevated pressures in a bubble column. *Chemical Engineering Science*, 55 (2000), 4597–4609.
- [100] Li, Y., Zhang, J.P., and Fan, L.S. Numerical studies of bubble dynamics in gas-liquid-solid fluidization at high pressures. *power technology*, 116 (2001), 246–260.
- [101] Yang, G.Q., Du, B., and Fan, L.S. Bubble formation and dynamics in gas-liquid-solid fluidization—A review. *Chem. Eng. Sci.*, 62 (2007), 2-27.
- [102] Zhang, J.P., Li, Y., and Fan, L.S. Numerical studies of bubble and particle dynamics in a three-phase fluidized bed at elevated pressures. *Powder Technol.*, 112 (2000), 46-56.
- [103] Hua, J.S., Lin, P., and Jan, F.S. Numerical simulation of gas bubbles rising in viscous liquids at high Reynolds. *Contemporary Mathematics*, 446 (2008), 1–18.
- [104] Chen, L. and Li, Y. A numerical method for two-phase flows with an interface. *Environmental Modelling and Software*, 13 (1998), 247-255.
- [105] Brackbill, J.U., Kothe, D.B., and Zemach, C. A continuum method for modeling surface tension. *Journal of Computational Physics*, 100 (1992), 335-354.
- [106] Kok, J.B.W. Dynamics of gas bubbles moving through liquid: Part I: Theory. *European Journal of Mechanics*, B12 (1993), 515–540.
- [107] Kok, J.B.W. Dynamics of gas bubbles moving through liquid: Part II: Experiments. *European Journal of Mechanics*, B12 (1993), 541-560.
- [108] Vries, A.W.G., Biesheuvel, A., and Wijngaarden, L. Notes on the path and wake of a gas bubble rising in pure water. *International Journal of Multiphase Flow*, 28 (2008), 1823-1835.
- [109] Sanada, T., Sato, A., Shiota, M., and Watanabe, M. Motion and coalescence of a pair of bubbles rising side by side. *Chemical Engineering Science*, 64 (2009), 2659–2671.
- [110] Ying, Huang, Puzhen, Gao, and Chaoqun, Wang. Experimental Investigation of Bubble–Bubble Interactions during the Process of Free Ascension. *energies*, 12 (2019), 1977-1997.
- [111] Cano-Lozano, J.C., Bolaños-Jiménez, R., Gutiérrez-Montes, C., and Martínez-Bazán, C. The use of Volume of Fluid technique to analyze multiphase flows: specific case of bubble rising in still liquids. *Applied Mathematical Modelling*, 39, 12 (2015), 3290-3305.
- [112] Van der Pijl, S. P. *Computation of Bubbly Flows with a Mass-Conserving Level-Set Method*, Ph.D thesis. 2005.

- [113] Vargaftik, N.B. *Handbook of Physical Properties of Liquids and Gases*. Springer, 1975.
- [114] Sam, A., Gomez, C.O., and Finch, J. A. Axial velocity profiles of single bubbles in water/frother solutions. *International Journal of Mineral Processing*, 47 (1996), 177-196.

## Abstract

Hydrodynamic components in column flotation play an important role in process performance. Computational Fluid Dynamics (CFD) as a numerical method can help analyze and predict flow components. In the present work, the bubble rise in the flotation column has been investigated by the two-phase CFD simulation method. The two-phase simulations have been done using the Volume Of Fluid (VOF) model in ANSYS® Fluent® software. The computational domain was a square cross-section column with a width of 0.1 m and a height of 1 m which air was interred as a single bubble from the lower part of the column by an internal sparger. A series of experimental tests have been also performed and image processing has been used to measure and record the hydrodynamic components such as inlet airflow, bubble diameter, bubble rise velocity, and gas holdup. The numerical results have been validated using the values obtained for the bubble rise velocity. The comparison of the pattern of bubble rise profile and the values of dimensionless numbers in experimental tests with the other's investigation confirms the validity of the experimental results. Also, a comparison of the simulation and the experimental results have been confirmed that CFD can predict the bubble rise velocity profile and its value in the flotation column less than 5% relative to the experimental values. The bubble shape and its trajectory while rising in the column were also considered and the results showed that the model which used in the simulation can well predict the hydrodynamics of the bubble rise in the column. Comparison of rising velocity profiles for bubbles of different sizes also showed that the larger bubbles reach maximum velocity faster than small bubbles, while the maximum velocity decreases with increasing bubble diameter. Simulations were performed for the bubble with three diameters of 1.92, 2.56, and 3.23 mm to investigate the effect of bubble diameter on the bubble rise trajectory. The investigations have been shown that as the bubble diameter increases, the velocity decreases and the bubble rises in a more zigzag direction as a result of two counter-rotating trailing vortices behind the rising bubble. Finally, the shape and rising behavior of the horizontally arranged twin bubbles has been studied. According to the results, when two bubbles rise side by side, their horizontal velocity changes in the simple harmonic law; there is a cyclical process of two bubbles repeatedly attracted to and bounced against each other, rather than at a constant distance between each other. It is considered that the interaction between the bubbles is mainly influenced by the changes of the flow field due to vortex counteraction and wake merging effects. Expansion of studies in this work and applying their results in setting the hydrodynamic parameters of the bubble, such as inlet airflow and inlet bubble rate in the flotation process can improve the process and increase its efficiency.

**Keywords:** flotation column, bubble rise velocity, bubble interaction, CFD simulation, Multiphase simulation.



Faculty of Mining, Petroleum & Geophysics Engineering

**A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for  
the Degree of Ph.D. in Mineral Processing Engineering**

## **Two-phase numerical analysis of bubble rise and interaction in the flotation column**

**By:**  
**Narjes Khorasanizadeh**

**Supervisor:**  
**Dr. Mohammad Karamoozian**

**Advisor:**  
**Dr. Hossein Nouri Bidgoli**

**February 2022**