بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده مهندسی برق و رباتیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی کنترل

طراحی کنترل‌کننده تطبیقی مقاوم برای ربات متحرک چرخ‌دار

نگارنده:

امیررضا حق‌شناس مجاوری

استاد راهنما:

دکتر محمد مهدی فاتح

بهمن ۱۳۹۷

تقدیم به

پدر، مادر و برادر عزیزم

که همواره در تمام مراحل زندگی با باورشان به من، انگیزه‌ی ادامه راه بخشیدند.

تقدیر و تشکر:

در اینجا بر خود لازم می‌دانم از تلاش ها، زحمات بی دریغ و راهنمایی های ارزنده استاد گرانقدر و دلسوزم، جناب آقای پروفسور محمد مهدی فاتح، صمیمانه تقدیر و تشکر نمایم.

همچنین از جناب آقای دکتر سید محمد احمدی که راهنمایی های ایشان کمک بزرگی در پیشبرد این پایان نامه داشتند، کمال تشکر را دارم.

تعهدنامه

اینجانب **امیررضا حق‌شناس مجاوری** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق کنترل دانشکده مهندسی برق و رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **طراحی کنترل‌کننده تطبیقی مقاوم برای ربات متحرک چرخ‌دار** تحت راهنمائی **پروفسور محمدمهدی‌فاتح** متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده‌است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده‌است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده‌است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده‌است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده‌است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده‌است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده‌است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

این پایان‌نامه، با مدل‌سازی ربات متحرک تفاضلی با در نظر گرفتن دینامیک محرکه‌های آن، و همچنین با به کارگیری از سری تیلور به عنوان تقریب‌گر عمومی، به طراحی دو کنترل کننده تطبیقی غیرمستقیم می‌پردازد. طرح اول، دارای ساختاری تک حلقه بوده و با جبران عدم قطعیت پارامتری، و عدم قطعیت غیرپارامتری، همچنین با غلبه بر اغتشاش خارجی، پایداری کراندار حداکثری یکنواخت را تضمین می‌کند. در حالی که طرح دوم با ساختاری دو حلقه، با معرفی یک سیگنال کنترلی مجازی در حلقه خارجی و پیشنهاد سیگنال کنترلی حقیقی در حلقه داخلی، علاوه بر غلبه بر اغتشاش خارجی و جبران عدم قطعیت پارامتری، و عدم قطعیت غیرپارامتری، پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته را به اثبات می‌رساند. به منظور ارزیابی روش‌های کنترلی پیشنهادی، چندین شبیه‌سازی در کنار شبیه‌سازی سه بعدی ربات متحرک چرخ‌دار با مسیر و شرایط اولیه مختلف انجام گرفته است.

واژگان کلیدی: ربات متحرک چرخ‌دار؛ کنترل مقاوم؛ پایداری کراندار حداکثری یکنواخت؛ پایداری مجانبی؛ کنترل تطبیقی؛ سری تیلور.

لیست مقالات استخرج شده از پایان‌نامه:

A. Haqshenas M., M. M. Fateh, S. M. Ahmadi, “Adaptive control of electrically-driven nonholonomic wheeled mobile robots: Taylor series-based approach with guaranteed asymptotic stability” International Journal of Adaptive Control and Signal Processing (Under review).

A. Haqshenas M., M. M. Fateh, S. M. Ahmadi, “Indirect adaptive Taylor series control of differential drive wheeled mobile robots” ^{27th}Iranian Conference on Electrical Engineering (Under review).

فهرست

فهرست شکل‌ها

فهرست جدول‌ها

فصل اول

مقدمه و مروری بر کارهای پیشین

۱-۱- مقدمه

در این سال‌ها توجه زیادی به کاربرد ربات‌های متحرک در موضوعات مختلف همانند: ربات خدماتی، تخریب و ساخت و ساز، جستجوی دور دست‌ها، نظامی، امنیتی، سرگرمی و غیره، شده است [۱]. به عنوان یک مزیت، ربات‌های متحرک، توانایی کار در شرایطی که برای انسان خطرناک و مضر است از قبیل: تحقیق در مورد یک حادثه هسته‌ای، کاوش آتش‌فشان‌ها، یا حتی سیارات دور دست را دارا هستند [۲-۶]. متاسفانه دشواری‌های فراوانی (از مسائل مربوط به طراحی پلتفرم تا طراحی یک کنترل کننده مناسب) بر سر راه استفاده از این ربات‌ها قرار گرفته است. لذا یافتن مدل و کنترل ربات متحرک به یکی از موضوعات جذاب برای محققان بدل گشته است.

۱-۲- مرور بر مطالعات و ارتباط آن‌ها با موضوع تحقیق

تحقیقات بسیاری در زمینه مدل‌سازی ریاضی ربات‌های متحرک انجام شده است. روش نیوتن-اویلر به منظور دست‌یابی به مدل ریاضی ربات متحرک [۷] و بازوی رباتیک متحرک [۸] به کار گرفته شد. همچنین یک مدل بهبود یافته بر پایه روش لاگرانژ در [۹ و ۱۰] توسعه یافت. با استفاده از روش کین [۱۱]، مدل دینامیکی یک بازوی متحرک بدست آمد [۱۲]. با بهره‌گیری از یک روش کلی‌تر به نام گیبس و آپل[۱] [۱۳]، مدل ریاضی ربات متحرک چرخ‌دار فرموله گشت [۱۴]. هر راه‌برد مزیت خودش را دارد و کاملا انتخابی است که از کدام روش بهره جست. جالب توجه است که کنترل این ربات‌ها جذابیت زیادی برای محققین داشته است. همچنین لازم به ذکر که در سراسر متن این پایان‌نامه منظور از ربات متحرک، ربات متحرک تفاضلی است، این اقدام فقط به منظور روانی متن انجام گرفته است.

به منظور تعریف ربات متحرک در صفحه (X, Y)، نیاز به سه درجه آزادی است، درحالی که سیستم رباتیک تنها با دو ورودی کنترلی تحت قیود غیر هولونومیک، هدایت می‌شود [۱۵]. لذا، ربات متحرک

[۱] Gibbs and Appel

چرخ‌دار غیر هولونومیک نیاز به پارامترهای بیش‌تری برای تعریف موقعیت در صفحه، نسبت به درجه آزادی آن دارد که این موضوع کنترل آن‌ها را نسبت به بازوهای رباتیک بسیار سخت‌تر می‌نماید [۱۶]. تحقیقات بسیاری بر اساس کنترل گشتاور ربات‌های متحرک تفاضلی به انجام رسیده است. یک کنترل کننده تطبیقی مقاوم مستقل از مدل با استفاده از شبکه‌های عصبی به منظور تحمل عدم قطعیت در [۱۷] طراحی شد. قانون کنترل طراحی شده در [۱۷] پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته را تضمین می‌کند. در [۱۸] یک کنترل کننده تطبیقی بر مبنای مدل به منظور اثبات پایداری کراندار حداکثری یکنواخت[۱] (UUB) طراحی شد. با به کارگیری سیستم دوربین بدون نیاز به کالیبراسیون، یک روش کنترل تطبیقی با ردیابی مجانبی در [۱۹] پیشنهاد شده است. با تامین همگرایی نمایی سیگنال خطا به یک کره با شعاع کوچک در مبدا، یک روش کنترل تطبیقی پسگام [۲۰] که با تقریب‌گر شبکه عصبی مجهز شده بود ارائه گشت. یک کنترل مد لغزشی [۲۱] و کنترل بر اساس روش لیاپانوف [۲۲] به منظور دست‌یابی به همگرایی مجانبی سیستم حلقه بسته ارائه شد. با ضمانت پایداری UUB و استفاده از رویتگرهای با بهره بزرگ، یک کنترل کننده تطبیقی بر اساس ردیابی پسخور خروجی برای کنترل ربات متحرک طراحی شد [۲۳]. با اعمال اغتشاش خارجی دینامیک، یک کنترل کننده تطبیقی بر پایه شبکه ویولت گوسی[۲] [۲۴] و یک کنترل کننده تطبیقی لغزشی [۲۵] به منظور کنترل ردیابی ربات متحرک چرخ‌دار و دست‌یابی به پایداری به ترتیب مجانبی و UUB به کار گرفته شد. در نظر گرفتن دینامیک محرکه‌ها، به منظور دست‌یابی به قانون کنترلی کارامدتر در دو دهه گذشته به دلیل نقش انکار ناپذیر محرکه‌ها در تولید حرکت، مورد توجه بسیاری از پژوهش‌گران قرار گرفته است. یک کنترل تطبیقی ردیابی [۲۶]، یک کنترل کننده تطبیقی با خطی‌سازی پسخور ورودی-خروجی [۲۷]، راهبرد کنترل ولتاژ [۲۸]، کنترل کننده تطبیقی تجهیز شده به پسگام و روش‌های فازی [۲۹]، کنترل کننده بهینه

[۱] Uniformly Ultimately Bounded Stability

[۲] Gaussian Wavelet Network

بر پایه شبکه عصبی [۳۰] و یک کنترل کننده تطبیقی عصبی با خطی‌سازی پسخور خروجی [۳۱] به منظور کنترل ردیابی ربات متحرک چرخ‌دار با محرکه‌های الکتریکی، طراحی شدند.

گرچه تقریب‌گرهای عمومی همانند سیستم‌های فازی و شبکه‌های عصبی ویژگی مستقل از مدل را به روش‌های کنترلی می‌افزایند، اما در عوض، محاسبات بیش‌تر و پیچیده‌تری را طلب خواهند کرد. در سال‌های اخیر، سیستم‌های سری تیلور به عنوان تقریب‌گرهای عمومی با ساختار ساده‌تر مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۳۲]. سری تیلور در [۳۳ و۳۴] در ساختار تطبیقی غیر مستقیم و در [۳۵] بصورت تطبیقی مستقیم به کار گرفته شده است تا یک بازوی رباتیک الکتریکی را کنترل کنند.

۱-۳- اهداف پایان‌نامه

در این پژوهش دو ساختار کنترل تطبیقی با بهرگیری از سری تیلور به منظور کنترل ربات متحرک چرخ‌دار با محرکه‌های الکتریکی معرفی شده است. ساختار اول، یک کنترل تطبیقی غیرمستقیم است که با تحمل عدم قطعیت‌های پارامتری و غیرپارامتری در کنار اغتشاش خارجی متغیر با زمان برای ولتاژ و گشتاور محرکه، **پایداری در نهایت یکنواخت محدود** را تضمین خواهد کرد. ساختار دوم، یک کنترل کننده دو حلقه‌ای است که در حلقه خارجی آن یک سیگنال جریان مطلوب مجازی به منظور همگرایی مجانبی خطای ردیابی در فضای کار تولید می‌شود. در سوی دیگر، حلقه داخلی، سیگنال کنترلی حقیقی، به منظور کاهش خطای جریان تولید می‌کند. در هر دو حلقه، تقریب‌گر عمومی تطبیقی تیلور به کار گرفته می‌شود. این ساختار آزاد از مدل عمل کرده، و توانایی تحمل عدم قطعیت‌های پارامتری و غیرپارامتری در کنار اغتشاش خارجی متغیر با زمان برای ولتاژ و گشتاور محرکه را نیز دارد. در همین حال **پایداری مجانبی** کل سیستم را نیز تامین می‌کند. همچنین در این پژوهش با به کارگیری از یک کتابخانه به نسبت جدید در نرم‌افزار محاسباتی متلب[1] به شبیه‌سازی سه‌بعدی پلتفرم پیشنهادی پرداخته

[1] MATLAB

خواهد شد و ساختار کنترلی پیشنهاد شده را بر روی آن به منظور ردیابی چند مسیر مطلوب به کار گرفته می‌شود. مزیت روش سه‌بعدی این است، در مدل‌سازی با این روش نیازی نیست که ریاضیات پیچیده‌ی روش‌های نیوتن-اویلر، لاگرانژ و یا گیبس-آپل به کار گرفته شود.

۱-۴- مروری بر ساختار پایان‌نامه

فصل‌های دیگر این پایان‌نامه به صورت زیر تنظیم شده‌اند:

فصل دوم به مدل‌سازی دینامیکی ربات متحرک چرخ‌دار تفاضلی با دو موتور جریان مستقیم با قطب ثابت پرداخته است. در فصل سوم به طراحی قوانین کنترل و تحلیل پایداری آن‌ها پرداخته می‌شود. و در انتها در فصل چهارم به نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادها اختصاص یافته است.

فصل دوم

مدل‌سازی

۲-۱ مقدمه

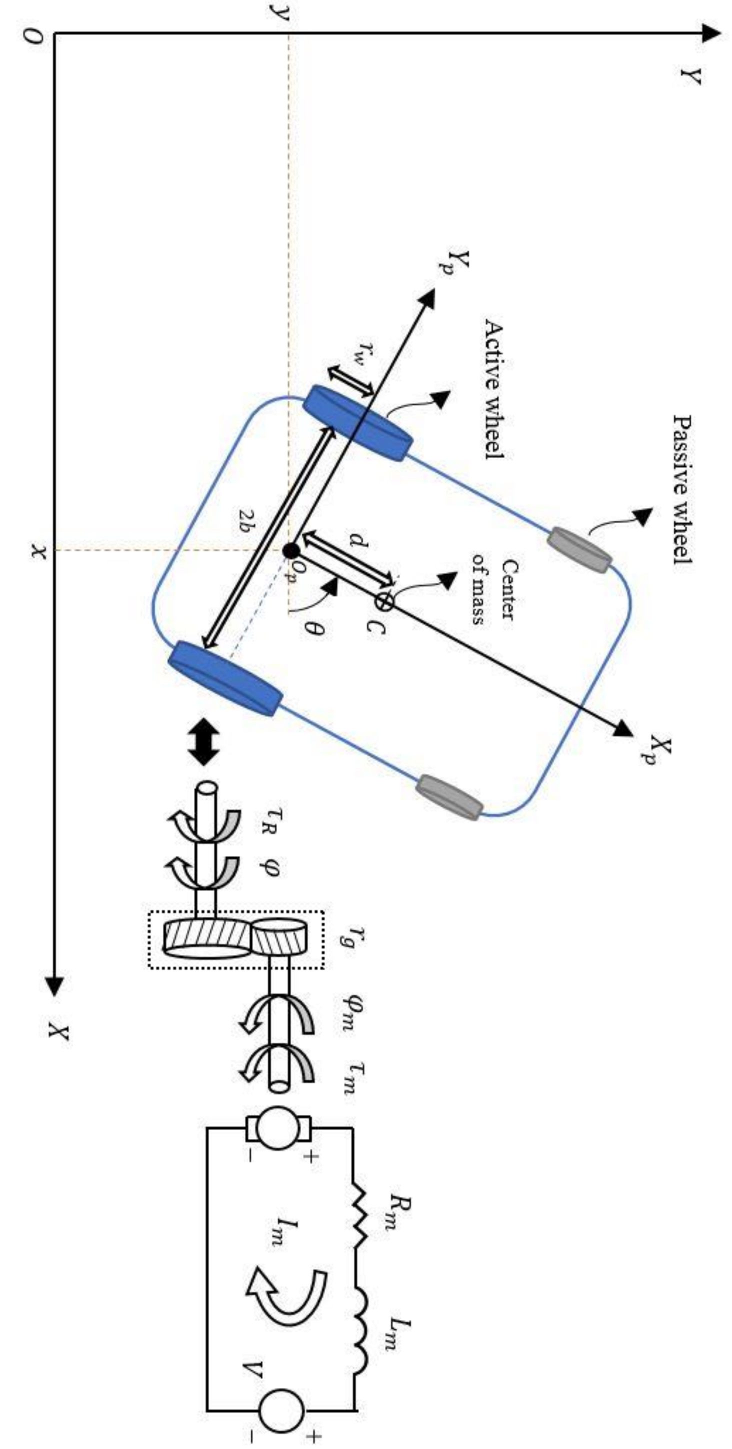
مدل‌سازی در کنترل یک سیستم مکانیکی نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کند. مدل ریاضی یک توصیف هم‌ارز از سیستم مکانیکی است که ارتباط بین ورودی‌های سیستم و خروجی‌های آن را به صورت یک تابع ریاضی به نمایش در می‌آورد. هدف این بخش دست یابی به چنین مدلی است. دو روش مرسوم برای بدست آوردن مدل ریاضی عبارتند از: روش اول، استفاده از روش آزمون و خطا، که این روش براساس علم شناسایی‌سیستم[1] کار می‌کند، یعنی زوج داده‌های ورودی و خروجی از یک مدل آزمایشگاهی را مورد بررسی قرار می‌دهند تا به یک مدل ریاضی دست یابند. روش دوم، بر اساس قوانین فیزیکی حاکم بر سیستم، که در این روش باید تمامی قیدها و معادلات سیستم را در نظر گرفت. در این پژوهش از سینماتیک مستقیم[2] ربات متحرک و روابط لاگرانژ برای بدست آوردن مدل ریاضی بهره خواهیم برد.

۲-۲ مدل‌سازی ریاضی سینماتیک و دینامیک ربات متحرک چرخ‌دار

یک ربات متحرک چرخ‌دار با محرکه‌های الکتریکی با استفاده از سینماتیک، دینامیک سیستم رباتیک و دینامیک موتورهای الکتریکی آن مدل می‌شود. یک ربات متحرک چرخ‌دار شامل دو چرخ فعال (مفصل) همانند شکل (۲-۱) را در نظر بگیرید. هر مفصل به وسیله یک موتور جریان مستقیم با قطب ثابت به حرکت در می‌آید. سیستم مختصات مرجع و سیستم مختصات ربات به ترتیب با XOY و $X_pO_pY_p$ تعریف می‌شوند. مختصات ربات در فضای مفصلی به کمک بردار $\boldsymbol{q} = [x \;\; y \;\; \theta]^{\mathrm{T}}$ توصیف می‌شود. که در آن θ زاویه‌ای است در خلاف جهت عقربه‌ی ساعت و جهت قرارگیری ربات متحرک نسبت به محور Xها را نشان می‌دهد، x و y نیز مختصات نقطه O_p را در صفحه توصیف می‌کنند. همچنین در شکل

[1] System Identification
[2] Forward Kinematic

(۲-۱)، C نقطه مرکز جرم، $2b$ فاصله محوری بین دو چرخ فعال ربات، O_p مرکز فاصله محوری ربات، d فاصله O_p تا مرکز جرم ربات و r_w شعاع چرخ ربات است.



شکل (۲-۱) شماتیک رباتیک ربات متحرک چرخدار با محرکه الکتریکی

دینامیک ربات متحرک را می‌توان در فضای مفصلی به صورت زیر مدل کرد [۱۸و۳۶]

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + A^T(q)\lambda + F(\dot{q}) + G(q) + \tau_d = B(q)\tau_R \qquad (۲-۱)$$

که در آن $M(q) \in \mathbb{R}^{3\times3}$ ماتریس اینرسی، $C(q,\dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^{3\times1}$ بردار شتاب کوریلیس و نیروی گریز از مرکز، $A^T(q) \in \mathbb{R}^{3\times1}$ بردار قید غیرهلونومیک، λ اسکالر قید نیرو، $F(\dot{q}) \in \mathbb{R}^{3\times1}$، $G(q) \in \mathbb{R}^{3\times1}$ و $\tau_d \in \mathbb{R}^{3\times1}$ به ترتیب بردار اصطکاک، نیرو ناشی از جاذبه و اغتشاش خارجی گشتاور هستند. $\tau_R \in \mathbb{R}^{2\times1}$ بردار گشتاور ربات است که با استفاده از ماتریس $B(q) \in \mathbb{R}^{3\times2}$ به معادلات مفصلی ربات ارتباط می‌یابد.

سرعت ربات در فضای مفصلی و سرعت زاویه‌ای دو چرخ فعال آن با سینماتیک مستقیم به یکدیگر مرتبط می‌شوند و می‌توان نوشت:

$$\dot{q} = J(q)\dot{\varphi} \qquad (۲-۲)$$

که در آن $\varphi = [\varphi_r \quad \varphi_l]^T \in \mathbb{R}^{2\times1}$ بردار موقعیت زاویه‌ای چرخ‌ها است، و $J(q) \in \mathbb{R}^{3\times2}$ ماتریس ژاکوبین است که به صورت

$$J(q) = \frac{r_w}{2}\begin{bmatrix} cos\,\theta & cos\,\theta \\ sin\,\theta & sin\,\theta \\ \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \end{bmatrix} \qquad (۲-۳)$$

تعریف می‌شود. از طرفی بردار سرعت چرخ‌ها با استفاده از ضریب کاهش چرخ‌دنده، $r_g \in \mathbb{R}^{2\times2}$ با بردار سرعت روتور نسبت مستقیمی دارد:

$$\dot{\varphi} = r_g\dot{\varphi}_m \qquad (۲-۴)$$

همچنین گشتاور تولیدی موتور را می‌توان به صورت زیر مدل‌سازی کرد:

$$J_m\ddot{\varphi}_m + B_m\dot{\varphi}_m + r_g\tau_R = \tau_m \qquad (۲-۵)$$

در عبارت فوق $\tau_m \in \mathbb{R}^{2\times1}$ بردار گشتاور تولیدی موتور، و ضرایب موتور عبارتند از $J_m \in \mathbb{R}^{2\times2}$ اینرسی موتور، و $B_m \in \mathbb{R}^{2\times2}$ ضریب میرایی است. با جایگذاری (۲-۲) و (۲-۴) در (۲-۵) خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{J}_m \boldsymbol{r}_g^{-1} \boldsymbol{J}^\dagger(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{J}_m \boldsymbol{r}_g^{-1} \dot{\boldsymbol{J}}^\dagger(\boldsymbol{q}) \\ +\boldsymbol{B}_m \boldsymbol{r}_g^{-1} \boldsymbol{J}^\dagger(\boldsymbol{q}) \end{pmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{r}_g \boldsymbol{\tau}_R = \boldsymbol{\tau}_m \tag{۲-۶}$$

در این رابطه $\boldsymbol{J}^\dagger(\boldsymbol{q})$ و $\dot{\boldsymbol{J}}^\dagger(\boldsymbol{q})$ به ترتیب معکوس مجازی ماتریس ژاکوبین و مشتق آن می‌باشند [۲۸].

گشتاور موتور از طریق رابطه (۲-۷) با جریان آن مرتبط می‌شود:

$$\boldsymbol{\tau}_m = \boldsymbol{K}_m \boldsymbol{I}_m \tag{۲-۷}$$

در این رابطه $\boldsymbol{I}_m \in \mathbb{R}^{2\times1}$ بردار جریان موتور و $\boldsymbol{K}_m \in \mathbb{R}^{2\times2}$ ماتریس قطری ثابت گشتاور هستند.

با جایگذاری (۲-۱) و (۲-۷) در (۲-۶) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} &\left(\boldsymbol{K}_m^{-1} \boldsymbol{J}_m \boldsymbol{r}_g^{-1} \boldsymbol{J}^\dagger(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{K}_m^{-1} \boldsymbol{r}_g \boldsymbol{B}^\dagger(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\right) \ddot{\boldsymbol{q}} \\ &\quad + \boldsymbol{K}_m^{-1} \left(\boldsymbol{J}_m \boldsymbol{r}_g^{-1} \dot{\boldsymbol{J}}^\dagger(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{B}_m \boldsymbol{r}_g^{-1} \boldsymbol{J}^\dagger(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{r}_g \boldsymbol{B}^\dagger(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\right) \dot{\boldsymbol{q}} \\ &\quad + \boldsymbol{K}_m^{-1} \boldsymbol{r}_g \boldsymbol{B}^\dagger(\boldsymbol{q}) (\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q})\lambda + \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{\tau}_d) = \boldsymbol{I}_m \end{aligned} \tag{۲-۸}$$

در (۲-۸) نیز، $\boldsymbol{B}^\dagger(\boldsymbol{q})$ معکوس مجازی ماتریس $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q})$ است. می‌توان معادله فوق را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\overline{\boldsymbol{M}} \ddot{\boldsymbol{q}} + \overline{\boldsymbol{C}} \dot{\boldsymbol{q}} + \overline{\boldsymbol{H}} = \boldsymbol{I}_m \tag{۲-۹}$$

که در آن

$$\begin{aligned} \overline{\boldsymbol{M}} &= \boldsymbol{K}_m^{-1} \boldsymbol{J}_m \boldsymbol{r}_g^{-1} \boldsymbol{J}^\dagger(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{K}_m^{-1} \boldsymbol{r}_g \boldsymbol{B}^\dagger(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \\ \overline{\boldsymbol{C}} &= \boldsymbol{K}_m^{-1} \left(\boldsymbol{J}_m \boldsymbol{r}_g^{-1} \dot{\boldsymbol{J}}^\dagger(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{B}_m \boldsymbol{r}_g^{-1} \boldsymbol{J}^\dagger(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{r}_g \boldsymbol{B}^\dagger(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\right) \\ \overline{\boldsymbol{H}} &= \boldsymbol{K}_m^{-1} \boldsymbol{r}_g \boldsymbol{B}^\dagger(\boldsymbol{q}) (\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q})\lambda + \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{\tau}_d) \end{aligned} \tag{۲-۱۰}$$

همچنین می‌توان معادله زیر را برای مدل‌سازی ریاضی مدار الکتریکی موتور پیشنهاد داد:

$$\boldsymbol{L}_m \dot{\boldsymbol{I}}_m + \boldsymbol{R}_m \boldsymbol{I}_m + \boldsymbol{K}_b \dot{\boldsymbol{\varphi}}_m + \boldsymbol{\vartheta} = \boldsymbol{V} \tag{۲-۱۱}$$

در رابطه فوق $\boldsymbol{V} \in \mathbb{R}^{2\times1}$ بردار ولتاژ موتورها، $\boldsymbol{\vartheta} \in \mathbb{R}^{2\times1}$ اغتشاش خارجی اعمالی به ولتاژ موتور، $\boldsymbol{L}_m \in \mathbb{R}^{2\times2}$، $\boldsymbol{R}_m \in \mathbb{R}^{2\times2}$، و $\boldsymbol{K}_b \in \mathbb{R}^{2\times2}$ ماتریس‌هایی قطری که به ترتیب نشان دهنده‌ی اندوکتانس، مقاومت داخلی، و ضریب ضد محرکه هستند.

با استفاده از (۲-۲) و (۲-۴) به راحتی می‌توان (۲-۱۱) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\boldsymbol{L}_m\dot{\boldsymbol{I}}_m + \boldsymbol{R}_m\boldsymbol{I}_m + \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{\vartheta} = \boldsymbol{V} \tag{۱۲-۲}$$

حال با به کارگیری روابط (۲-۹) و (۲-۱۲) معادلات فضای حالت سیستم را می‌توان به صورت زیر پیشنهاد داد:

$$\dot{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{T}) + \boldsymbol{\mathfrak{B}}\boldsymbol{V} \tag{۱۳-۲}$$

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{T}_1\\ \boldsymbol{T}_2\\ \boldsymbol{T}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{q}\\ \dot{\boldsymbol{q}}\\ \boldsymbol{I}_m\end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8\times1} \ , \ \boldsymbol{\mathfrak{B}} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{0}_{6\times2}\\ \boldsymbol{I}_{2\times2}\end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8\times2} \ , \ \boldsymbol{f} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{f}_1\\ \boldsymbol{f}_2\\ \boldsymbol{f}_3\end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8\times1} \tag{۱۴-۲}$$

$$\boldsymbol{f}_1 = \boldsymbol{T}_2 \tag{۱۵-۲}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{f}_2 = \Big(\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}_g\boldsymbol{B}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\Big)^{\dagger}\Big(&\boldsymbol{T_3}\\ &- \Big(\boldsymbol{K}_m^{-1}\Big(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}_g^{-1}\dot{\boldsymbol{J}}^{\dagger}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\\ &+ \boldsymbol{r}_g\boldsymbol{B}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\Big)\boldsymbol{T_2}\\ &+ \boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}_g\boldsymbol{B}^{\dagger}(\boldsymbol{q})(\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q})\lambda + \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{\tau}_d)\Big)\Big)\end{aligned} \tag{۱۶-۲}$$

$$\boldsymbol{f}_3 = -\boldsymbol{L}_m^{-1}\big(\boldsymbol{R}_m\boldsymbol{T}_3 + \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{T}_2 + \boldsymbol{\vartheta}\big) \tag{۱۷-۲}$$

ماتریس زیر را در نظر بگیرید:

$$\boldsymbol{S}(\theta) = \begin{bmatrix}\cos\theta & 0\\ \sin\theta & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times2} \tag{۱۸-۲}$$

با استفاده از (۲-۱۸)، به راحتی می‌توان معادلات ربات در فضای مفصلی را به معادلات آن در فضای کار مرتبط ساخت تا مدل دینامیکی ربات ساده‌تر شود:

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{S}(\theta)\dot{\boldsymbol{h}} \tag{۲-۱۹}$$

که $\dot{\boldsymbol{h}} = \begin{bmatrix} v_l \\ \omega \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times1}$ بردار سرعت ربات در فضای کار، متشکل از سرعت خطی، v_l، و سرعت زاویه‌ای، ω، است. با جایگذاری (۲-۱۹) در (۲-۹) می‌توان نوشت:

$$\boldsymbol{D}\ddot{\boldsymbol{h}} + \boldsymbol{N}\dot{\boldsymbol{h}} + \boldsymbol{H} = \boldsymbol{I}_m \tag{۲-۲۰}$$

$$\boldsymbol{D} = \left(\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta) + \boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}_g\boldsymbol{B}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta)\right) \tag{۲-۲۱}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{N} = &\left(\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}_g\boldsymbol{B}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\right)\dot{\boldsymbol{S}}(\theta) \\ &+ \boldsymbol{K}_m^{-1}\left(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}_g^{-1}\dot{\boldsymbol{J}}^{\dagger}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\right. \\ &\left.+ \boldsymbol{r}_g\boldsymbol{B}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\right)\boldsymbol{S}(\theta)\end{aligned} \tag{۲-۲۲}$$

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}_g\boldsymbol{B}^{\dagger}(\boldsymbol{q})(\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q})\lambda + \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{\tau}_d) \tag{۲-۲۳}$$

به طور مشابه با جایگذاری (۲-۱۹) در (۲-۱۲) خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{L}_m\dot{\boldsymbol{I}}_m + \boldsymbol{R}_m\boldsymbol{I}_m + \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta)\dot{\boldsymbol{h}} + \boldsymbol{\vartheta} = \boldsymbol{V} \tag{۲-۲۴}$$

با روابط بدست آمده در (۲-۲۰) تا (۲-۲۴) می‌توان معادلات حالت ربات در فضای کار را به صورت ادامه بازنوشت:

$$\dot{\boldsymbol{Z}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{Z}) + \boldsymbol{b}\boldsymbol{V} \tag{۲-۲۵}$$

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_1 \\ \boldsymbol{Z}_2 \\ \boldsymbol{Z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{h} \\ \dot{\boldsymbol{h}} \\ \boldsymbol{I}_m \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6\times1} \ , \ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{4\times2} \\ \boldsymbol{I}_{2\times2} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6\times2} \ , \ \boldsymbol{f} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_1 \\ \boldsymbol{f}_2 \\ \boldsymbol{f}_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6\times1} \tag{۲-۲۶}$$

$$\boldsymbol{f}_1 = \boldsymbol{Z}_2 \tag{۲-۲۷}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{f}_2 = &\Big(\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta)\\ &+\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}_g\boldsymbol{B}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta)\Big)^{\dagger}\Big(-\Big(\Big(\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\\ &+\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}_g\boldsymbol{B}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\Big)\dot{\boldsymbol{S}}(\theta)\\ &+\boldsymbol{K}_m^{-1}\Big(\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{r}_g^{-1}\dot{\boldsymbol{J}}^{\dagger}(\boldsymbol{q})+\boldsymbol{B}_m\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\\ &+\boldsymbol{r}_g\boldsymbol{B}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\Big)\boldsymbol{S}(\theta)\Big)\ \boldsymbol{Z}_2\\ &-\boldsymbol{K}_m^{-1}\boldsymbol{r}_g\boldsymbol{B}^{\dagger}(\boldsymbol{q})(\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q})\lambda+\boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{q}})+\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})+\boldsymbol{\tau}_d)+\boldsymbol{Z}_3\Big)\end{aligned} \tag{۲-۲۸}$$

$$\boldsymbol{f}_3 = -\boldsymbol{L}_m^{-1}\big(\boldsymbol{R}_m\boldsymbol{Z}_3+\boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta)\boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{\vartheta}\big) \tag{۲-۲۹}$$

با فرض کامل غلتشی بودن حرکت چرخ‌ها

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} m_c & 0 & -m_c d sin(\theta) \\ 0 & m_c & m_c d sin(\theta) \\ -m_c d sin(\theta) & m_c d sin(\theta) & I \end{bmatrix} \tag{۲-۳۰}$$

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_c d\dot{\theta} cos(\theta) \\ 0 & 0 & m_c d\dot{\theta} cos(\theta) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{۲-۳۱}$$

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{0} \tag{۲-۳۲}$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}) = [-sin(\theta) \quad cos(\theta) \quad 0] \tag{۲-۳۳}$$

$$\lambda = -m_c\big(\dot{x}cos(\theta)+\dot{y}sin(\theta)\big)\dot{\theta} \tag{۲-۳۴}$$

$$\boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{q}}) = 5\dot{\boldsymbol{q}} + 0.5sgn(\dot{\boldsymbol{q}}) \tag{۲-۳۵}$$

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q}) = \frac{1}{r_w}\begin{bmatrix} cos(\theta) & cos(\theta) \\ sin(\theta) & sin(\theta) \\ -b & b \end{bmatrix} \tag{۲-۳۶}$$

همانطور که مشاهده می‌شود، معادلات ربات غیرخطی همراه با اثر تجزویج شدید است.

در فصل بعد برای شبیه‌سازی از پارامترهای جدول(۲-۱) برای ربات و پارامترهای (۲-۲) برای محرکه‌ها (موتورها) استفاده شده است.

جدول (۲-۱) مشخصات ربات [۲۸]

$b\ (m)$	$d\ (m)$	$I\ (Kg.m^2)$	$m_c\ (Kg)$	$r_w\ (m)$
0.265	0.1	8	32	0.125

جدول (۲-۲) مشخصات محرکه‌ها

$V_{max}(V)$	40
$R_m\ (\Omega)$	1.6
$L_m\ (H)$	0.001
$K_b\ (V.s/rad)$	0.26
$K_m\ (N.m/A)$	0.26
$J_m(Nm.s^2/rad)$	0.0002
$B_m(Nm.s/rad)$	0.001
r_g	0.05

فصل سوم

پیشنهاد قانون کنترل

۳-۱- مقدمه

هدف از کنترل ربات متحرک، دنبال کردن مسیر مطلوب می‌باشد. طراحی کنترل کننده برای نیل به این هدف چالش‌های بسیاری را پیش روی محققان قرار داده است. روش‌های سنتی بر مبنای مدل هستند، اما دست یابی به مدل دقیق سیستم کار بسیار دشواری است. برای حل این چالش، محققان روش‌های مستقل از مدل را پیشنهاد داده‌اند. اما در بیش‌تر این تلاش‌ها از دینامیک محرکه‌ها به منظور سادگی صرف‌نظر شده است. در این پژوهش با در نظر گرفتن دینامیک محرکه، روش‌های کنترلی مستقل از مدل پیشنهاد می‌شود که برای این منظور از تقریب‌گرهای عمومی بهره گرفته شده است.

همانطور که پیش‌تر در مقدمه اشاره شد، تقریب‌گر عمومی همانند سیستم‌های فازی و شبکه‌های عصبی دارای پارامترهای بسیاری هستند و محاسبات پیچیده‌ای را به روش کنترلی تحمیل می‌کنند. به تازگی اثبات شده است که سری تیلور نیز یک تقریب‌گر عمومی است. سری تیلور ساختاری به مراتب ساده‌تر نسبت به سایر تقریب‌گرهای عمومی دارد.

۳-۲- طراحی کنترل‌کننده تطبیقی مقاوم

۳-۲-۱- کنترل‌کننده تطبیقی تیلور

۳-۲-۱-۱- طراحی قانون کنترل

در این بخش، یک کنترل کننده تطبیقی غیر مستقیم تجهیز شده به تقریبگر سری تیلور برای جبران عدم قطعیت‌های پارامتری و غیر پارامتری معرفی می‌شود که به **پایداری کراندار حداکثری یکنواخت**[1] سیستم حلقه بسته منجر می‌شود.

به منظور طراحی کنترل کننده تطبیقی اجازه دهید که خطای ردیابی در فضای کار، $\boldsymbol{e} \in \mathbb{R}^{2\times1}$، را درنظر بگیریم:

[1] Uniformly Ultimately Bounded Stability

$$\boldsymbol{e} \triangleq \boldsymbol{h}_d - \boldsymbol{h} \tag{۳-۱}$$

که در این رابطه، $\boldsymbol{h}_d$ بیان‌گر موقعیت مطلوب در فضای کار است. حال با جایگذاری (۲-۲۴) در (۲-۲۰) خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{R}_m\boldsymbol{D}\ddot{\boldsymbol{h}} + \left(\boldsymbol{R}_m\boldsymbol{N} + \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta)\right)\dot{\boldsymbol{h}} + \boldsymbol{R}_m\boldsymbol{H} + \ \boldsymbol{L}_m\dot{\boldsymbol{I}}_m + \boldsymbol{\vartheta} = \boldsymbol{V} \tag{۳-۲}$$

با بازنویسی رابطه فوق

$$\ddot{\boldsymbol{h}} + \ \boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{V} \tag{۳-۳}$$

که در آن $\Psi \in \mathbb{R}^{2\times1}$ نمایانگر مجموع عدم قطعیت‌ها است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{\Psi} = (\boldsymbol{R}_m\boldsymbol{D} - \mathrm{I})\ddot{\boldsymbol{h}} + \left(\boldsymbol{R}_m\boldsymbol{N} + \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta)\right)\dot{\boldsymbol{h}} + \boldsymbol{R}_m\boldsymbol{H} + \ \boldsymbol{L}_m\dot{\boldsymbol{I}}_m + \boldsymbol{\vartheta} \tag{۳-۴}$$

که $\mathrm{I} \in \mathbb{R}^{2\times2}$، ماتریس همانی است. اجازه دهید سیگنال کنترلی $\boldsymbol{V} \in \mathbb{R}^{2\times1}$ را به صورت زیر پیشنهاد دهیم:

$$\boldsymbol{V} = \ddot{\boldsymbol{h}}_d + \boldsymbol{k}_d(\dot{\boldsymbol{h}}_d - \dot{\boldsymbol{h}}) + \boldsymbol{k}_p(\boldsymbol{h}_d - \boldsymbol{h}) + \widehat{\boldsymbol{\Psi}} \tag{۳-۵}$$

که $\widehat{\Psi} \in \mathbb{R}^{2\times1}$ تقریب Ψ با استفاده از تقریب‌گر تطبیقی تیلور است و $\boldsymbol{k_d} \in \mathbb{R}^{2\times2}$ و $\boldsymbol{k_p} \in \mathbb{R}^{2\times2}$ ماتریس‌هایی قطری با مقادیر ثابت مثبت هستند. با اعمال (۳-۵) به (۳-۳)، معادله سیستم حلقه بسته به صورت زیر خواهد بود:

$$\ddot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{k_d}\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{k_p}\boldsymbol{e} = \boldsymbol{\Psi} - \widehat{\boldsymbol{\Psi}} \tag{۳-۶}$$

با استفاده از سری تیلور (رجوع شود به پیوست۱)، ساختار تقریب‌گر به صورت (۳-۷) تا (۳-۹) خواهد بود:

$$\widehat{\boldsymbol{\Psi}} = \widehat{\boldsymbol{\Gamma}}^T\boldsymbol{\zeta} \tag{۳-۷}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\Gamma}}^T = [\hat{\phi}_1 \quad \hat{\phi}_2 \quad \hat{\phi}_3] \tag{۳-۸}$$

$$\boldsymbol{\zeta} = [1 \quad e \quad \dot{e}]^T \tag{۹-۳}$$

اجازه دهید تا مجموع عدم قطعیت‌ها را به صورت زیر مدل کنیم [۳۲]:

$$\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\zeta} + \varepsilon \tag{۱۰-۳}$$

که $\boldsymbol{\Gamma}$ بردار ثابت پارامترها و ε خطای تقریب خواهد بود. با جایگذاری (۳-۷) و (۳-۱۰) در (۳-۶)، معادله حلقه بسته به صورات (۳-۱۱) در خواهد آمد.

$$\ddot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{k_d}\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{k_p}\boldsymbol{e} = \left(\boldsymbol{\Gamma} - \hat{\boldsymbol{\Gamma}}\right)\boldsymbol{\zeta} + \varepsilon \tag{۱۱-۳}$$

از آنجایی که می‌توان مجموع عدم قطعیت‌ها، $\boldsymbol{\Psi}$ را با $\widehat{\boldsymbol{\Psi}}$، با استفاده از سیستم تطبیقی تیلور تقریب زد، لذا با معرفی ثابت مثبت، σ، می‌توان نوشت:

$$\left|\boldsymbol{\Psi} - \widehat{\boldsymbol{\Psi}}\right| < \sigma \tag{۱۲-۳}$$

با توجه به [۳۲] می‌توان (۳-۱۲) را به صورت زیر تغییر داد:

$$|\varepsilon| < \sigma \tag{۱۳-۳}$$

که σ حد بالای خطای تقریب است. با استفاده از (۳-۱۱) مدل فضای حالت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{\boldsymbol{\Xi}} = \boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\Xi} + \boldsymbol{\mathcal{B}}\mathbf{U} \tag{۱۴-۳}$$

$$\boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_p & -k_d \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Xi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e} \\ \dot{\boldsymbol{e}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{U} = \left(\boldsymbol{\Gamma} - \hat{\boldsymbol{\Gamma}}\right)\boldsymbol{\zeta} + \varepsilon \tag{۱۵-۳}$$

برای بررسی پایداری سیستم حلقه بسته نیاز به درنظر داشتن فرض‌های زیر است [۳۷]:

فرض(۳-۱). مسیر مطلوب $\boldsymbol{h}_d$، باید نرم باشد و مشتقات آن تا مرتبه مورد نیاز قابل محاسبه و در دسترس باشند.

فرض(۳-۲). اغتشاش خارجی، $\boldsymbol{\vartheta}$، و $\boldsymbol{\tau}_d$ باید محدود باشند.

حال با پیشنهاد تابع مثبت معین V، از پایداری یکنواخت در نهایت محدود اطمینان حاصل کرده و مکانیزم تطبیق را بدست می‌آوریم:

$$V = 0.5\Xi^T \boldsymbol{P} \Xi + {}^{1}\!/_{2\alpha}\left(\boldsymbol{\Gamma} - \hat{\boldsymbol{\Gamma}}\right)^T\left(\boldsymbol{\Gamma} - \hat{\boldsymbol{\Gamma}}\right) \tag{۱۶-۳}$$

که $\boldsymbol{P}$ یک ماتریس مثبت معین متقارن و α یک اسکالر مثبت است. با مشتق گرفتن از تابع V داریم:

$$\dot{V} = 0.5\dot{\Xi}^T \boldsymbol{P} \Xi + 0.5\Xi^T \boldsymbol{P} \dot{\Xi} - {}^{1}\!/_{\alpha}\left(\boldsymbol{\Gamma} - \hat{\boldsymbol{\Gamma}}\right)\dot{\hat{\boldsymbol{\Gamma}}} \tag{۱۷-۳}$$

با درنظر گرفتن معادله لیاپانوف به صورت ادامه:

$$\boldsymbol{\Lambda}^T \boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{\Lambda} = -\boldsymbol{Q} \tag{۱۸-۳}$$

در این رابطه $\boldsymbol{Q}$ یک ماتریس مثبت معین منحصر به فرد است. با به کار گرفتن (۳-۱۴)، (۳-۱۵) و (۳-۱۸)، می‌توان (۳-۱۷) را ساده کرد و نوشت:

$$\dot{V} = -0.5\Xi^T \boldsymbol{Q} \Xi + \left(\boldsymbol{\Gamma} - \hat{\boldsymbol{\Gamma}}\right)\left(\Xi^T \boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{B}}\boldsymbol{\zeta} - {}^{1}\!/_{\alpha}\hat{\boldsymbol{\Gamma}}\right) + \Xi^T \boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{B}}\varepsilon \tag{۱۹-۳}$$

در نتیجه اگر قانون تطبیق به صورت زیر انتخاب شود:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\Gamma}}} = \alpha \Xi^T \boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{B}}\boldsymbol{\zeta} \tag{۲۰-۳}$$

با جایگذاری قانون تطبیق در (۳-۱۹) می‌توان نوشت:

$$\dot{V} = -0.5\Xi^T \boldsymbol{Q} \Xi + \Xi^T \boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{B}}\varepsilon \tag{۲۱-۳}$$

خطای تطبیق کاهش خواهد یافت اگر:

$$\Xi^T \boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{B}}\varepsilon < 0.5\Xi^T \boldsymbol{Q} \Xi \tag{۲۲-۳}$$

با به کار گیری قضیه نامساوی کوشی-شوارتز و (۳-۱۳) می‌توان نوشت:

$$\Xi^T \boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{B}}\varepsilon \le \|\Xi\|\|\boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{B}}\||\varepsilon| < \|\Xi\|\|\boldsymbol{P}\boldsymbol{\mathcal{B}}\|\,\sigma \tag{۲۳-۳}$$

با درنظر گرفتن $\lambda_{min}(\boldsymbol{Q})\|\Xi\|^2 \le \Xi^T \boldsymbol{Q} \Xi \le \lambda_{max}(\boldsymbol{Q})\|\Xi\|^2$ شرط (۳-۲۴) لازم است برقرار باشد:

$$R < \|\Xi\|$$
$$\mathcal{R} = \frac{2\|\boldsymbol{P\mathcal{B}}\|\ \sigma}{\lambda_{min}(\boldsymbol{Q})} \qquad (۳-۲۴)$$

که در این روابط $\lambda_{min}(\boldsymbol{Q})$ و $\lambda_{max}(\boldsymbol{Q})$ به ترتیب، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس $\boldsymbol{Q}$ هستند. بنابراین $\dot{V} < 0$ خواهد بود تا زمانی که $R < \|\Xi\|$ است. این اتفاق منجر به همگرایی خطای ردیابی و مشتق آن به کره‌ای به شعاع R خواهد شد. لذا به راحتی می‌توان قانون تطبیق را بصورت زیر نوشت:

$$\hat{\Gamma}(t) = \hat{\Gamma}_0(t) + \int_0^t \alpha \Xi^T \boldsymbol{P\mathcal{B}\zeta} dt \qquad (۳-۲۵)$$

۳-۲-۱-۲- تحلیل پایداری

از رابطه (۳-۲۴) می‌توان دریافت که، بردار خطای ردیابی، $\boldsymbol{\Xi}$، دارای پایداری یکنواخت در نهایت محدود است. طبق فرض(۳-۱)، $\boldsymbol{h}$ و مشتق آن، $\dot{\boldsymbol{h}}$، محدود هستند. از آنجایی که $\boldsymbol{S}(\theta)$ در (۲-۱۹) ماتریسی محدود از توابع سینوسی است، $\boldsymbol{q}$ و $\dot{\boldsymbol{q}}$ محدود خواهند بود. به طور مشابه می‌توان گفت که، $J(\boldsymbol{q})$، $J^{\dagger}(\boldsymbol{q})$، $\dot{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})$ محدود هستند. از (۲-۲) و (۲-۴) محدود بودن $\dot{\boldsymbol{\varphi}}$ و $\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{\boldsymbol{m}}$ نتیجه می‌شود. با درنظر داشتن محدود بودن $\boldsymbol{\zeta}$ در (۳-۹) و محدود بودن قانون تطبیق در (۳-۲۵)، $\hat{\boldsymbol{\Psi}}$ در (۳-۷) محدود خواهد بود. این منجر به محدود بودن $\boldsymbol{V}$ در (۳-۵) می‌شود. با توجه به معادله ولتاژ موتور (۲-۲۴)، که یک سیستم پایدار خطی است، $\boldsymbol{I_m}$ نیز محدود است. از (۳-۱۵)، محدود بودن $\dot{\boldsymbol{\Xi}}$ اثبات می‌شود. در نهایت، $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{Z})$، $\boldsymbol{b}$، $\boldsymbol{V}$ همگی در (۲-۲۵) محدود هستند، که منجر به پایداری $\dot{\boldsymbol{Z}}$ می‌شود.

۳-۲-۱-۳- شبیه‌سازی

به منظور ارزیابی قانون کنترل پیشنهاد شده در (۳-۵)، آن را به مدل ریاضی ارائه شده در (۲-۲۵) اعمال کرده و عمل کرد ردیابی آن را مورد بررسی قرار خواهیم داد. با فرض کامل غلتشی بودن حرکت

چرخ‌ها و انتخاب پارامترهای جدول (۲-۱) برای پلتفرم و پارامترهای جدول (۲-۲) برای محرکه‌ها، پارامترهای قانون کنترل پیشنهادی به صورت جدول (۳-۱) انتخاب شده‌اند. مسیر مطلوب انتخابی به شکل پاپیون به مرکز (0,0) بوده و در (۳-۲۶) تعریف شده است.

جدول (۳-۱) ضرایب انتخابی برای کنترل کننده پیشنهادی

k_p	k_d	α	$\boldsymbol{P\mathcal{B}}$
20	20	250	$[1 \quad 0.95]^T$

$$\boldsymbol{h}_d = [\sin(2\omega t) \qquad \sin(\omega t)]^T \tag{۳-۲۶}$$

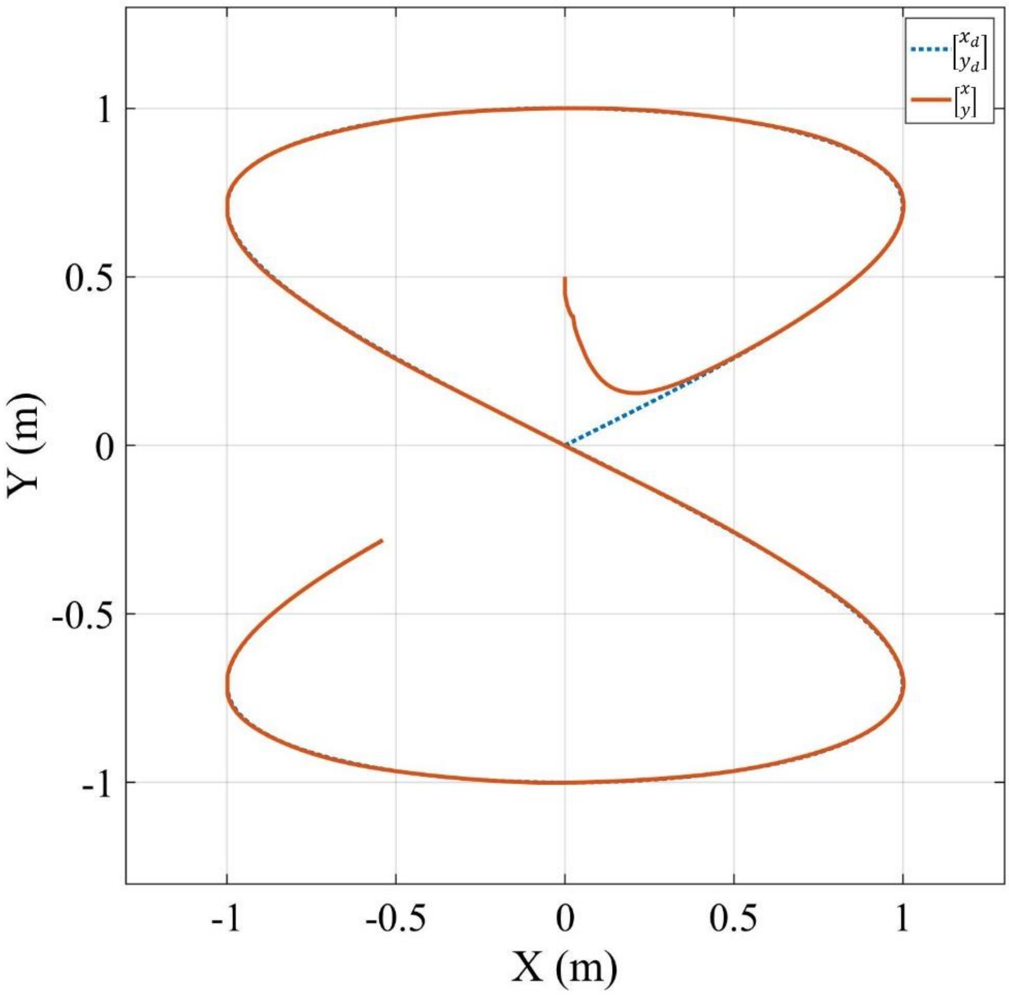
که در آن $0 \le t \le 120\ s$ و $\omega = 0.05\ rad/s$ می‌باشد. شرایط اولیه برای موقعیت و سرعت اولیه به ترتیب $\boldsymbol{h}_0 = [0 \quad 0.5]^T$ و $\dot{\boldsymbol{h}}_0 = [0 \quad 0]^T$ انتخاب شده است. همچنین اغتشاش خارجی به فرم (۳-۲۷) انتخاب شده تا مقاوم بودن روش پیشنهادی را به اثبات برساند.

$$\begin{cases} \tau_d = \delta_1 + \eta_1 sin(t) \\ \boldsymbol{\vartheta} = \delta_2 + \eta_2 sin(t) \end{cases} \tag{۳-۲۷}$$

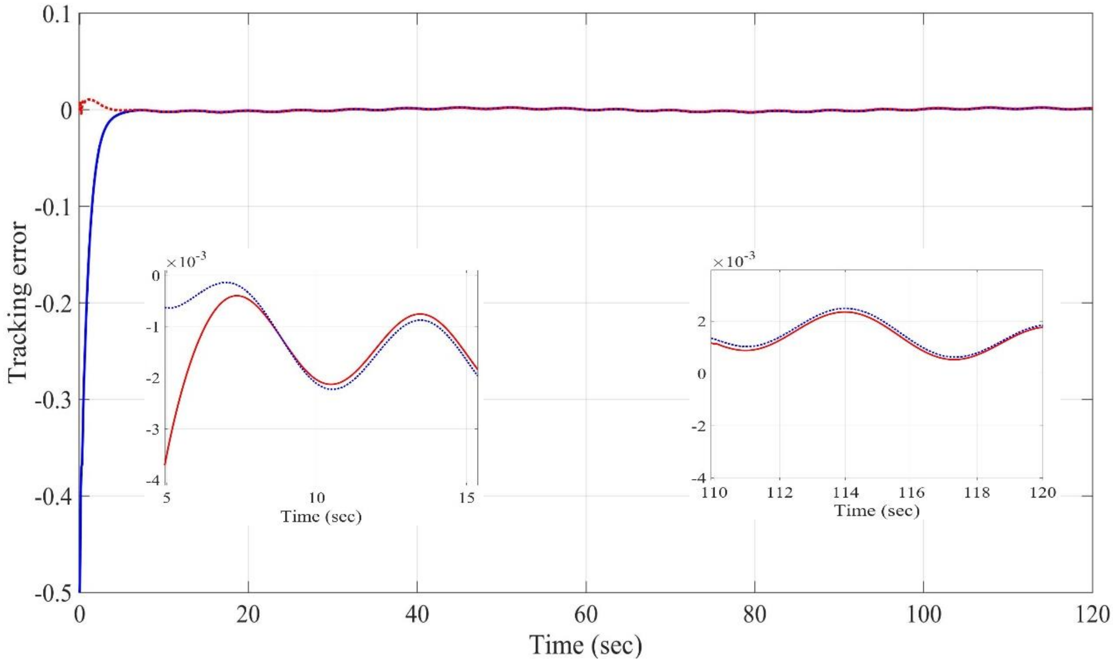
که (δ_1, η_1) و (δ_2, η_2) به ترتیب، تقریبا 25% مقدار حداکثر دامنه گشتاور موتور و ولتاژ موتور انتخاب شده‌اند.

در شکل (۳-۱) مسیر مطلوب و مسیر پیموده شده در صفحه (x, y) ترسیم شده است. در شکل (۳-۲) خطای ردیابی به نمایش درآمده، به راحتی می‌توان فهمید که قانون کنترل پیشنهادی از عهده وظایف محوله برآمده است. همچنین، در شکل (۳-۳) خطای ردیابی سرعت رسم شده است. با نگاه دقیق‌تر به شکل (۳-۲) و شکل (۳-۳) می‌توان دریافت در ابتدای زمان به نسبت بزرگ‌تر از بقیه زمان هستند، که این به دلیل خطای اولیه از پیش تعریف شده توسط نگارنده است. تلاش کنترلی برای هر موتور در شکل (۳-۴) دیده می‌شود، که گویای رفتاری نرم و قابل قبول برای سیگنال‌های کنترلی است.

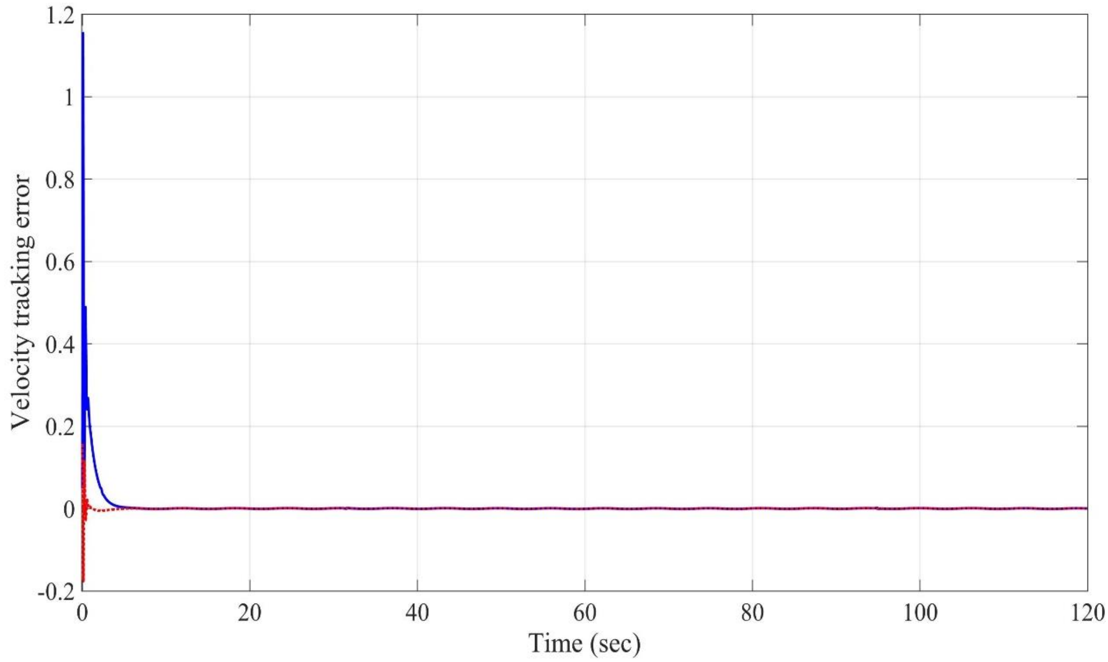
همچنین توجه داشته باشید که اعوجاج دیده شده در آن‌ها به دلیل وجود اغتشاش خارجی متغیر با زمان (۳-۲۷) است. رفتار پارامترهای سری تیلور در شکل (۳-۵) ترسیم شده‌اند، همانطور که انتظار می‌رفت [۳۳]، پارامترهای دوم و سوم تقریب‌گر به مقادیری ثابت که به ترتیب، متناسب با مقادیر $\boldsymbol{e}$ و $\dot{\boldsymbol{e}}$ همگرا شده‌اند، درحالی که پارامتر اول تقریب‌گر متغیر است تا باقی پارامترهای سری تیلور را جبران کند.



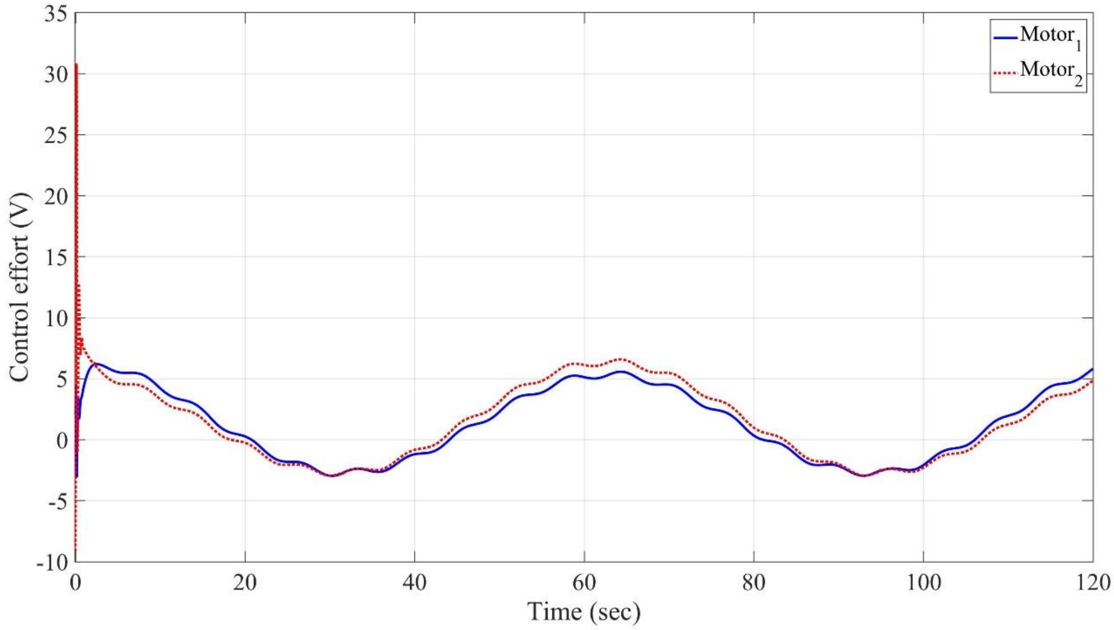
شکل (۳-۱) عملکرد ردیابی کنترل کننده



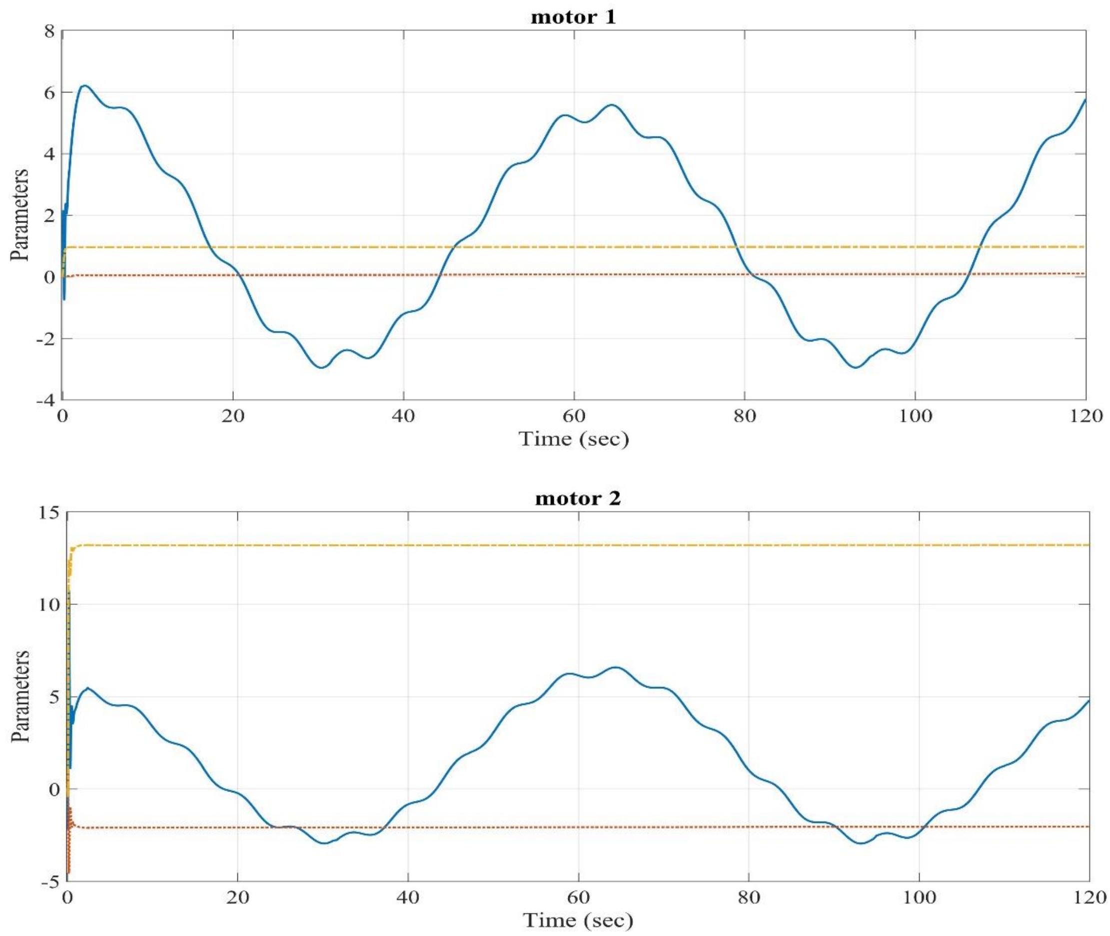
شکل (۳-۲) خطای ردیابی؛ خط نشان دهنده‌ی خطای خطی برحسب (m) و نقطه‌چین نشان دهنده‌ی خطای زاویه‌ای برحسب (Rad) است.



شکل (۳-۳) خطای ردیابی سرعت؛ نقطه‌چین نشان دهنده‌ی خطای سرعت خطی برحسب ($m/_{sec}$)و خط نشان دهنده‌ی خطای سرعت زاویه‌ای برحسب ($Rad/_{sec}$) است.



شکل (۳-۴) سیگنال کنترلی برای محرکه‌ها



شکل (۳-۵) تطبیق پارامترهای سری تیلور

۳-۲-۲- کنترل‌کننده تطبیقی مقاوم تیلور

۳-۲-۲-۱- طراحی قانون کنترل

به منظور جبران عدم قطعیت پارامتری و عدم قطعیت غیر پارامتری، در این بخش به تحقیق در ارتباط با توسعه یک روش کنترلی مقاوم برای ربات متحرک چرخ‌دار با استفاده از تقریب‌گرهای سری تیلور می‌پردازیم. قبل از هرچیز لازم است که سیگنال خطای ردیابی را همانند (۳-۱) در نظر بگیریم.

روش کنترل پیشنهادی، نه تنها همگرایی مجانبی $\boldsymbol{h}$ به $\boldsymbol{h}_d$ را تضمین می‌کند، بلکه محدود بودن تمامی سیگنال‌های کنترلی را نیز ضمانت می‌کند. طرح کنترلی پیشنهادی متشکل از دو حلقه است [۳۷]. در حلقه خارجی، یک سیگنال جریان مجازی، $\boldsymbol{I}_d \in \mathbb{R}^{2\times1}$، پیشنهاد می‌شود، وظیفه این سیگنال تضمین همگرایی مجانبی خطای ردیابی فضای کار به صفر است و در حلقه داخلی که سیگنال کنترلی حقیقی را مهیا می‌کند خطای جریان، $\boldsymbol{\eta}$، را حداقل می‌کند. $\boldsymbol{\eta}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{\eta} \triangleq \boldsymbol{I}_d - \boldsymbol{I}_m \qquad (۲۸-۳)$$

اجازه دهید (۲-۲۳) را با اضافه کردن $\boldsymbol{I}_d$ به در طرف معادله و با ساده‌سازی بازنویسی کنیم:

$$\boldsymbol{D}\ddot{\boldsymbol{h}} + \boldsymbol{N}\dot{\boldsymbol{h}} + \boldsymbol{H} + \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{I}_d \qquad (۲۹-۳)$$

به عبارت دیگر

$$\ddot{\boldsymbol{h}} + \boldsymbol{\phi}_1 = \boldsymbol{I}_d \qquad (۳۰-۳)$$

که $\boldsymbol{\phi}_1 \in \mathbb{R}^{2\times1}$ یک تابع عدم قطعیت غیرخطی است به صورت:

$$\boldsymbol{\phi}_1 = (\boldsymbol{D} - \mathbf{I})\ddot{\boldsymbol{h}} + \boldsymbol{N}\dot{\boldsymbol{h}} + \boldsymbol{H} + \boldsymbol{\eta} \qquad (۳۱-۳)$$

در این رابطه $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{2\times2}$ ماتریس یکه است. این پژوهش سیگنال کنترل مجازی را به فرم (۳-۳۲) پیشنهاد می‌دهد:

$$\boldsymbol{I}_d = \ddot{\boldsymbol{h}}_d + \boldsymbol{k}_d(\dot{\boldsymbol{h}}_d - \dot{\boldsymbol{h}}) + \boldsymbol{k}_p(\boldsymbol{h}_d - \boldsymbol{h}) + \widehat{\boldsymbol{\phi}}_1 + \mathbf{T}_{r_1} \qquad (۳-۳۲)$$

که $\widehat{\boldsymbol{\phi}}_1 \in \mathbb{R}^{2\times1}$ تقریب $\boldsymbol{\phi}_1$ با استفاده از تقریب‌گر سری تیلور است. $\boldsymbol{k}_d = diag(k_{d1}, k_{d2}) \in \mathbb{R}^{2\times2}$ و $\boldsymbol{k}_p = diag(k_{p1}, k_{p2}) \in \mathbb{R}^{2\times2}$ ماتریس‌های قطری با درایه‌های مثبت هستند، و $\mathbf{T}_{r_1} \in \mathbb{R}^{2\times1}$ ترم مقاوم‌ساز است. با اعمال سیگنال کنترل مجازی (۳-۳۲) به سیستم (۳-۳۰)، سیستم حلقه بسته در حلقه خارجی بدست می‌آید:

$$\ddot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{k}_d\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{k}_p\boldsymbol{e} = \boldsymbol{\phi}_1 - \widehat{\boldsymbol{\phi}}_1 - \mathbf{T}_{r_1} \qquad (۳-۳۳)$$

حال به دنبال طراحی کنترل کننده حلقه خارجی با در نظر گرفتن (۲-۲۴) به صورت:

$$\dot{\boldsymbol{I}}_m = \boldsymbol{L}_m^{-1}\left(\boldsymbol{V} - \boldsymbol{R}_m\boldsymbol{I}_m - \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta)\dot{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{\vartheta}\right) \qquad (۳-۳۴)$$

به طور مشابه، می‌توان (۳-۳۴) را برای جریان مطلوب مجازی به صورت زیر درنظر گرفت:

$$\dot{\boldsymbol{I}}_d = \boldsymbol{L}_m^{-1}\left(\boldsymbol{V}_d - \boldsymbol{R}_m\boldsymbol{I}_d - \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta)\dot{\boldsymbol{h}}_d\right) \qquad (۳-۳۵)$$

که در آن $\boldsymbol{V}_d \in \mathbb{R}^{2\times1}$ سیگنال ولتاژ مطلوب است. با تفاضل (۳-۳۴) از (۳-۳۵)، خواهیم داشت:

$$\dot{\boldsymbol{I}}_d - \dot{\boldsymbol{I}}_m = \boldsymbol{L}_m^{-1}\left(\boldsymbol{V}_d - \boldsymbol{V} - \boldsymbol{R}_m(\boldsymbol{I}_d - \boldsymbol{I}_m) - \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta)\left(\dot{\boldsymbol{h}}_d - \dot{\boldsymbol{h}}\right) + \boldsymbol{\vartheta}\right) \qquad (۳-۳۶)$$

با در نظر گرفتن (۳-۱) و (۳-۲۸)، می‌توان (۳-۳۶) را بصورت ادامه ساده‌سازی کرد:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{L}_m^{-1}\left(\boldsymbol{V}_d - \boldsymbol{V} - \boldsymbol{R}_m\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta)\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{\vartheta}\right) \qquad (۳-۳۷)$$

می‌توان (۲-۳۷) را همانند زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\phi}_2 - \boldsymbol{V} \qquad (۳-۳۸)$$

که $\boldsymbol{\phi}_2 \in \mathbb{R}^{2\times1}$ یک تابع عدم قطعیت غیرخطی است و فرم زیر است:

$$\boldsymbol{\phi}_2 = (\mathbf{I} - \boldsymbol{L}_m)\dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{V}_d - \boldsymbol{R}_m\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{K}_b\boldsymbol{r}_g^{-1}\boldsymbol{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\theta)\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{\vartheta} \qquad (۳-۳۹)$$

با در نظر گرفتن (۳-۳۸)، سیگنال کنترل حقیقی، $\boldsymbol{V}$، را به صورت (۳-۴۰) پیشنهاد می‌دهیم:

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{k}_I\boldsymbol{\eta} + \widehat{\boldsymbol{\phi}}_2 + \mathbf{T}_{r_2} \qquad (۳-۴۰)$$

که $\widehat{\boldsymbol{\phi}}_2 \in \mathbb{R}^{2\times1}$ تقریب $\boldsymbol{\phi}_2$ با استفاده از تقریب‌گر سری تیلور است. $\boldsymbol{k}_I = diag(k_{1I}, k_{2I}) \in \mathbb{R}^{2\times2}$ ماتریس قطری با درایه‌های مثبت است، و $\mathbf{T}_{r_2} \in \mathbb{R}^{2\times1}$ ترم مقاوم‌ساز است. در شکل (۳-۶) بلوک دیاگرام روش کنترلی پیشنهادی به نمایش درآمده است. به سادگی می‌توان با جایگذاری (۳-۴۰) در (۳-۳۸) به سیستم حلقه بسته دست یافت:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{k}_I\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\phi}_2 - \widehat{\boldsymbol{\phi}}_2 - \mathbf{T}_{r_2} \qquad (۳-۴۱)$$

با استفاده از خاصیت تقریب‌گر عمومی سری تیلورساختار زیر برای $\widehat{\boldsymbol{\phi}}_1$ و $\widehat{\boldsymbol{\phi}}_2$ به ترتیب در معادلات (۳-۳۲) و (۳-۴۰) پیشنهاد می‌شود.

$$\hat{\phi}_{1i} = \sum_{k_1=0}^{m_1} \frac{\hat{\phi}_{1i}^{(k_1)}(e_{i0})}{k_1!}(e_i - e_{i0})^{k_1} \qquad (۳-۴۲)$$

$$\hat{\phi}_{2i} = \sum_{k_2=0}^{m_2} \frac{\hat{\phi}_{2i}^{(k_2)}(\eta_{i0})}{k_2!}(\eta_i - \eta_{i0})^{k_2} \qquad (۳-۴۳)$$

که $\hat{\phi}_{1i}$ و $\hat{\phi}_{2i}$ به ترتیب، جمله m_1 -ام و m_2 -ام از چند جمله‌ای سری تیلور در نقطه e_{i0} و η_{i0} هستند. می‌توان (۳-۴۲) و (۳-۴۳) را همانند زیر بازنویسی کرد:

$$\hat{\phi}_{1i} = \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{1i}^T \boldsymbol{Y}_{1i} \qquad (۳-۴۴)$$

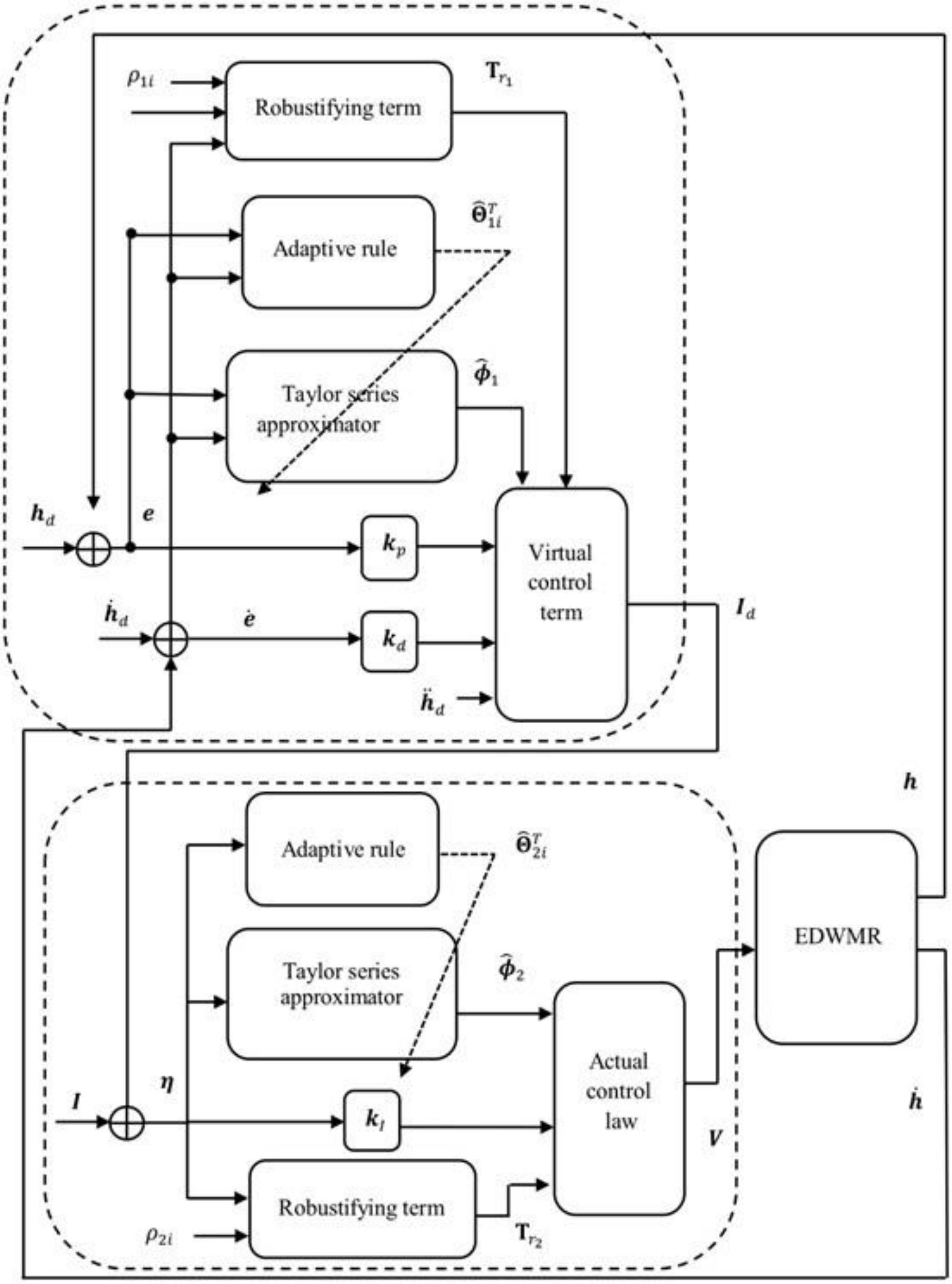
$$\hat{\phi}_{2i} = \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{2i}^T \boldsymbol{Y}_{2i} \qquad (۳-۴۵)$$

که $\boldsymbol{\Theta}_{1i}^T \in \mathbb{R}^{1\times(m_1+1)}$ و $\widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{2i}^T \in \mathbb{R}^{1\times(m_2+1)}$ بردار پارامترهای سری تیلور برای $\hat{\phi}_{1i}$ و $\hat{\phi}_{2i}$ بوده، و $\boldsymbol{Y}_{1i} \in \mathbb{R}^{(m_1+1)\times1}$ و $\boldsymbol{Y}_{2i} \in \mathbb{R}^{(m_2+1)\times1}$ بردار رگرسور هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\boldsymbol{Y}_{1i} = [1, (e_i - e_{i0})^1, \dots, (e_i - e_{i0})^{m_1}]^T \qquad (۳-۴۶)$$

$$\boldsymbol{Y}_{2i} = [1, (\eta_i - \eta_{i0})^1, \dots, (\eta_i - \eta_{i0})^{m_2}]^T \qquad (۳-۴۷)$$

اجازه دهید که توابع غیرخطی عدم قطعیت‌ها ϕ_{1i} و ϕ_{2i} به صورت ادامه مدل کنیم:



شکل (۳-۶) بلوک دیاگرام کنترل کننده پیشنهادی

$$\phi_{1i} \ = \boldsymbol{\Theta}_{i1}^T \boldsymbol{Y}_{i1} + \varepsilon_{i1} \tag{۳-۴۸}$$

$$\phi_{2i} = \boldsymbol{\Theta}_{i2}^T \boldsymbol{Y}_{i2} + \varepsilon_{i2} \tag{۳-۴۹}$$

که ε_{1i} و ε_{2i} خطای تقریب هستند. حد بالای خطای تقریب، ρ_{1i}، و ρ_{2i}، را می‌توان به صورت زیر درنظر گرفت:

$$|\varepsilon_{1i}| < \rho_{1i} = \text{constant} \tag{۳-۵۰}$$

$$|\varepsilon_{2i}| < \rho_{2i} = \text{constant} \tag{۳-۵۱}$$

با توجه به سیستم حلقه بسته برای حلقه داخلی (۳-۴۱) و حلقه خارجی (۳-۳۳)، فضای حالت (۳-۵۲) به دست می‌آید:

$$\dot{\boldsymbol{E}}_i = \boldsymbol{A}_i \boldsymbol{E}_i + \boldsymbol{B}_{1i} U_{1i} + \boldsymbol{B}_{2i} U_{2i} \tag{۳-۵۲}$$

که

$$\boldsymbol{E}_i = \begin{bmatrix} e_i \\ \dot{e}_i \\ \eta_i \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times1},\ \ \boldsymbol{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -k_{ip} & -k_{id} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{iI} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times3}, \quad \boldsymbol{B}_{1i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{B}_{2i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{۳-۵۳}$$

$$U_{i1} = \left(\boldsymbol{\Theta}_{1i}^T - \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{1i}^T\right)\boldsymbol{Y}_{1i} + \varepsilon_{1i} - \mathrm{T}_{r_{1i}} \tag{۳-۵۴}$$

$$U_{i2} = \left(\boldsymbol{\Theta}_{2i}^T - \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{2i}^T\right)\boldsymbol{Y}_{2i} + \varepsilon_{2i} - \mathrm{T}_{r_{2i}} \tag{۳-۵۵}$$

حال با در نظر داشتن **فرض(۳-۱)** و **فرض(۳-۲)** بررسی پایداری سیستم حلقه بسته خواهیم پرداخت.

در این پژوهش کاندیدای لیاپانوف زیر انتخاب شده است:

$$V(e_i, \dot{e}_i, \eta_i) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{E}_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{\alpha}_i \boldsymbol{\Xi}^T \boldsymbol{\Xi} \tag{۳-۵۶}$$

در رابطه قبل $\boldsymbol{\alpha}_i$ یک ماتریس قطری با درایه‌های اسکالر مثبت است، $\boldsymbol{\alpha}_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha_{1i}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha_{2i}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$، $\boldsymbol{P}_i \in$ $\mathbb{R}^{3\times 3}$ یک ماتریس منحصر به فرد متقارن مثبت معین است و $\boldsymbol{\Xi}$ بردار پارامترها است که به فرم زیر تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{\Xi} = [\boldsymbol{\Theta}_{1i}^T - \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{1i}^T \quad , \quad \boldsymbol{\Theta}_{2i}^T - \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{2i}^T]^T \tag{۵۷-۳}$$

با مشتق‌گیری از (۳-۵۶) نسبت به زمان خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\,(\boldsymbol{A}_i^T\boldsymbol{P}_i + \boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_i)\boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\,\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_{1i}U_{1i} + \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\,\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_{2i}U_{2i} \\ - \sum_{i=1}^{2}\frac{1}{\alpha_{1i}}\left(\boldsymbol{\Theta}_{1i}^T - \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{1i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\Theta}}}_{1i} - \sum_{i=1}^{2}\frac{1}{\alpha_{2i}}\left(\boldsymbol{\Theta}_{2i}^T - \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{2i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\Theta}}}_{2i} \end{aligned} \tag{۵۸-۳}$$

با اعمال معادله لیاپانوف زیر

$$\boldsymbol{A}_i^T\boldsymbol{P}_i + \boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_i = -\boldsymbol{Q}_i \tag{۵۹-۳}$$

که $\boldsymbol{Q}_i$ یک ماتریس دلخواه متقارن معین مثبت است، می‌توان (۳-۵۹) را به صورت زیر نمایش داد:

$$\begin{aligned} \dot{V} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\,\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\,\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_{1i}U_{1i} + \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\,\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_{2i}U_{2i} \\ - \sum_{i=1}^{2}\frac{1}{\alpha_{1i}}\left(\boldsymbol{\Theta}_{1i}^T - \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{1i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\Theta}}}_{1i} - \sum_{i=1}^{2}\frac{1}{\alpha_{2i}}\left(\boldsymbol{\Theta}_{2i}^T - \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{2i}^T\right)\dot{\widehat{\boldsymbol{\Theta}}}_{2i} \end{aligned} \tag{۶۰-۳}$$

با جایگذاری (۳-۵۴) و (۳-۵۵) در (۳-۶۰) خواهیم داشت:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{1i} \big(\boldsymbol{\Theta}_{1i}^T - \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{1i}^T\big) \boldsymbol{Y}_{1i} + \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{2i} \big(\boldsymbol{\Theta}_{2i}^T - \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{2i}^T\big) \boldsymbol{Y}_{2i} + \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{1i} \varepsilon_{1i} + \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{2i} \varepsilon_{2i} - \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{1i} \mathrm{T}_{r_{1i}} - \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{2i} \mathrm{T}_{r_{2i}} - \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{\alpha_{1i}} \big(\boldsymbol{\Theta}_{1i}^T - \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{1i}^T\big)\, \dot{\widehat{\boldsymbol{\Theta}}}_{1i} - \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{\alpha_{2i}} \big(\boldsymbol{\Theta}_{2i}^T - \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{2i}^T\big)\, \dot{\widehat{\boldsymbol{\Theta}}}_{2i} \tag{۶۱-۳}$$

با انتخاب قانون تطبیق

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\Theta}}}_{1i} = \alpha_{1i} \boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{1i} \boldsymbol{Y}_{1i} \tag{۶۲-۳}$$

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\Theta}}}_{2i} = \alpha_{2i} \boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{2i} \boldsymbol{Y}_{2i} \tag{۶۳-۳}$$

می‌توان معادله (۳-۶۱) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{1i} \varepsilon_{1i} + \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{2i} \varepsilon_{2i} - \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{1i} \mathrm{T}_{r_{1i}} - \sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{2i} \mathrm{T}_{r_{2i}} \tag{۶۴-۳}$$

با در نظر گرفتن حد بالای خطا در (۳-۵۰) و (۳-۵۱)، و انتخاب ترم مقاوم‌ساز به صورت

$$\mathrm{T}_{r_{1i}} = \frac{\left|\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{1i}\right|}{\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{1i}} \rho_{1i} = \rho_{1i}\, sgn(\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{1i}) \tag{۶۵-۳}$$

$$\mathrm{T}_{r_{2i}} = \frac{\left|\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{2i}\right|}{\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{2i}} \rho_{2i} = \rho_{2i}\, sgn(\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{2i}) \tag{۶۶-۳}$$

می‌توان (۳-۶۴) را بازنویسی کرد و داشت:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i + \sum_{i=1}^{2}\left|\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{1i}\right|\rho_{1i} + \sum_{i=1}^{2}\left|\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{2i}\right|\rho_{2i} - \sum_{i=1}^{2}\rho_{1i}\boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{1i} sgn(\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{1i}) - \sum_{i=1}^{2}\rho_{2i}\boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{2i} sgn(\boldsymbol{E}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{B}_{2i}) \tag{۳-۶۷}$$

با ساده‌سازی می‌توان (۳-۶۷) را به فرم (۳-۶۸) نمایش نمایش داد

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i \tag{۳-۶۸}$$

$$\ddot{V} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \dot{\boldsymbol{E}}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{E}_i - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i \dot{\boldsymbol{E}}_i \tag{۳-۶۹}$$

با در نظر گرفتن (۳-۵۲)

$$\ddot{V} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}(\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{E}_i + \boldsymbol{B}_{1i}U_{1i} + \boldsymbol{B}_{2i}U_{2i})^T\, \boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{E}_i - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\boldsymbol{E}_i^T\, \boldsymbol{Q}_i(\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{E}_i + \boldsymbol{B}_{1i}U_{1i} + \boldsymbol{B}_{2i}U_{2i}) \tag{۳-۷۰}$$

لذا $\ddot{V}$ محدود است.

۳-۲-۲-۲- تحلیل پایداری

با اعمال لم باربالات [۳۹]، همگرایی خطای ردیابی، e_i، و مشتق آن، $\dot{e}_i$، از (۳-۶۸) برآورده می‌شود. با توجه به فرض(۳-۱) h_i و $\dot{h}_i$ محدود هستند. با توجه به (۳-۴۶) و (۳-۴۷)، $\boldsymbol{Y}_{1i}$ و $\boldsymbol{Y}_{2i}$ محدود هستند. از (۳-۶۵) و (۳-۶۶) محدود بودن $\mathrm{T}_{r_{1i}}$ و $\mathrm{T}_{r_{2i}}$ اثبات می‌شود. علاوه بر این، با توجه به قوانین تطبیق (۳-۶۲) و (۳-۶۳)، $\widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{1i}$ و $\widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{2i}$ محدود هستند. همچنین (۳-۴۴) و (۳-۴۵) ضمانت بر پایداری $\hat{\phi}_{1i}$ و $\hat{\phi}_{2i}$ هستند. از آنجایی که e_i و $\dot{e}_i$ مجانبی به صفر میل می‌کنند، $\hat{\phi}_{1i}$، $\mathrm{T}_{r_{1i}}$ محدود هستند، k_{pi} و k_{di} ثابت، و $\ddot{h}_{di}$ با توجه به فرض(۳-۱) محدود، می‌توان نتیجه گرفت که سیگنال کنترل مجازی، I_{di}، نیز

با توجه به (۳-۳۲) محدود است. به طور مشابه می‌توان نتیجه گرفت که سیگنال کنترل حقیقی، V_i، نیز محدود است. از آنجایی که $\boldsymbol{S}(\theta)$ یک ماتریس محدود که متشکل از توابع سینوسی است، $\dot{\boldsymbol{q}}$ بر اساس (۲-۱۹) محدود است. به طور مشابه می‌توان نشان داد که $J(\boldsymbol{q})$، $J^{\dagger}(\boldsymbol{q})$، $\dot{J}^{\dagger}(\boldsymbol{q})$ محدود هستند. لذا $\dot{\boldsymbol{\varphi}}$ در (۲-۲) محدود است. از آنجایی که $\boldsymbol{r}_g$ ماتریسی شامل درایه‌های ثابت است، $\dot{\boldsymbol{\varphi}}_m$ با توجه به (۲-۴) محدود خواهد بود. با توجه به فرض(۳-۲) و (۲-۲۴) می‌توان نتیجه گرفت که $\boldsymbol{I}_m$ محدود است. در نهایت، $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{Z})$، $\boldsymbol{b}$، $\boldsymbol{V}$ همگی در (۲-۲۵) محدود هستند، که منجر به پایداری $\dot{\boldsymbol{Z}}$ می‌شود.

۳-۲-۲-۳- شبیه‌سازی

قانون کنترل به دست آمده در (۳-۳۲) و (۳-۴۰)، درکنار تقریب‌گر سری تیلور (۳-۴۶) و (۳-۴۷) و ترم مقاوم‌ساز (۳-۶۵) و (۳-۶۶) را روی یک ربات متحرک تفاضلی با محرکه‌های الکتریکی (۲-۲۵) به منظور ارزیابی عمل‌کرد روش کنترلی به کار می‌گیریم. با فرض بدون لغزش بودن حرکت برای چرخ‌ها، و درنظر گرفتن اغتشاش خارجی به صورت (۳-۲۷)، و پارامترهای جدول (۲-۱) برای پلتفرم و پارامترهای جدول (۲-۲) برای محرکه‌ها، ضرایب کنترلی به صورت جدول (۳-۲) انتخاب می‌شود.

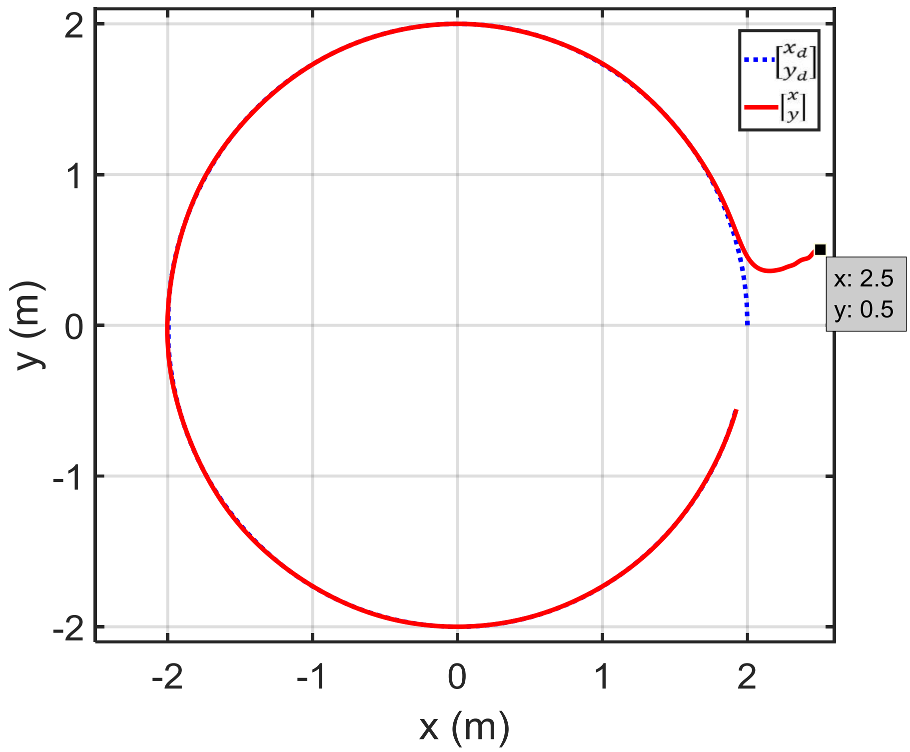
جدول (۳-۲) پارامترهای کنترل کننده

k_{ip}	k_{id}	k_{iI}	m_i	α_{1i}	α_{2i}	ρ_{1i}	ρ_{2i}	P_i
120	70	0.5	2	500	10^{-5}	0.1	0.05	$\begin{bmatrix} 363.6905 & 2.0833 & 0 \\ 2.0833 & 1.8155 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

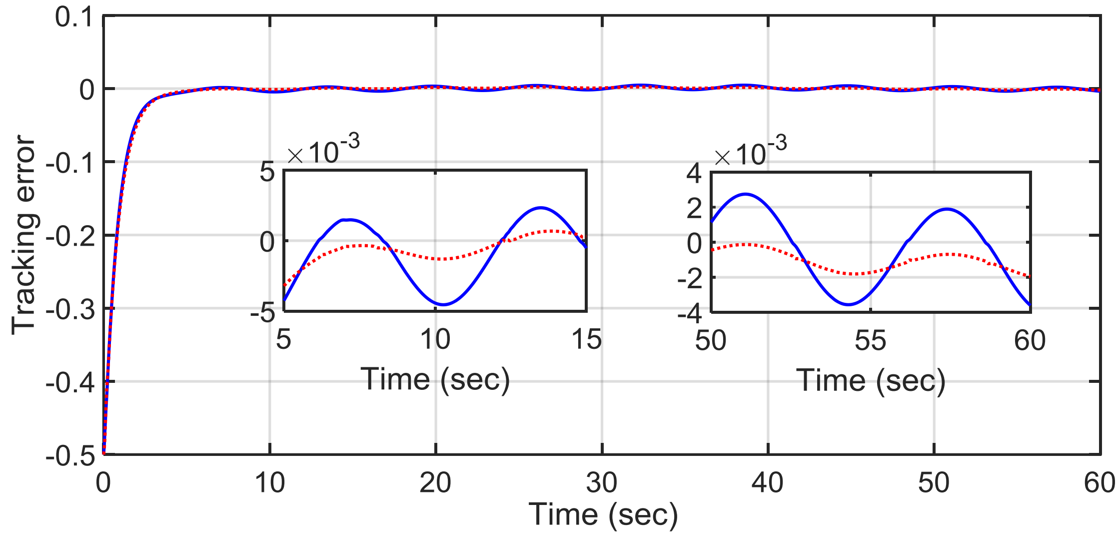
شبیه‌سازی ۱. در این شبیه‌سازی یک مسیر دایره‌ای شکل به شعاع $r_c = 2\ m$ مرکز $(0,0)$ به عنوان مسیر مطلوب انتخاب شده است. که معادله آن به فرم زیر است.

$$\boldsymbol{h}_d = [r_c cos(\omega_1 t) \qquad r_c sin(\omega_1 t)]^T \tag{۳-۷۱}$$

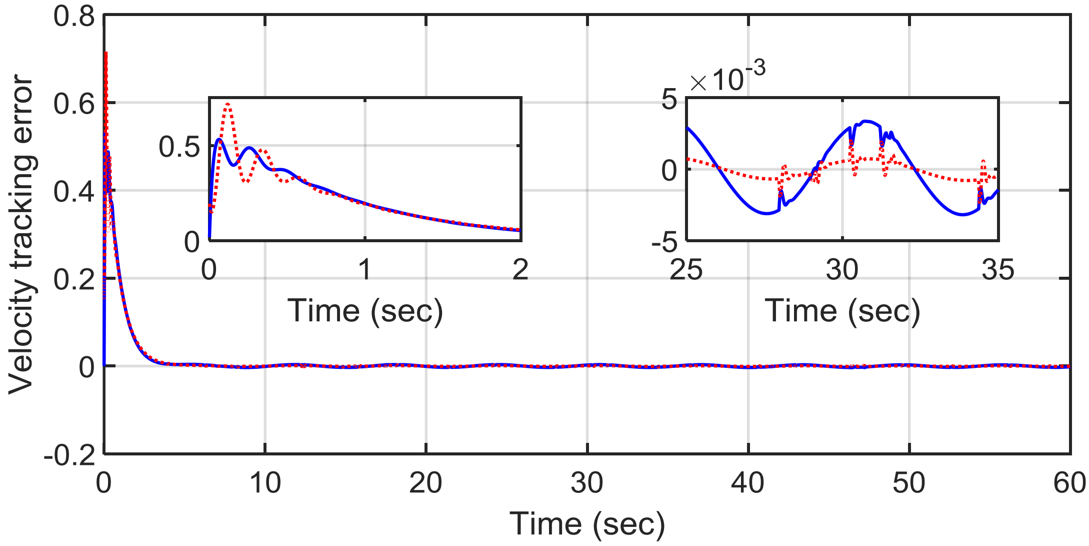
که $0 \le t \le 60$ و $\omega = 0.1\ \frac{rad}{s}$. شرایط اولیه برای موقعیت و سرعت ربات به ترتیب $\boldsymbol{h}(t_0 = 0) = [2.5 \quad 0.5]^T$ و $\dot{\boldsymbol{h}}(t_0 = 0) = [0 \quad 0]^T$ تنظیم شده‌اند. مسیر مطلوب و مسیر پیموده شده توسط ربات در شکل (۳-۷) ترسیم شده‌اند. همچنین خطای ردیابی، شامل خطای ردیابی خطی و خطای ردیابی زاویه‌ای در شکل (۳-۸) به نمایش درآمده‌اند. همانطور که از شکل می‌توان فهمید کنترل کننده پیشنهادی برخلاف وجود عدم قطعیت پارامتری و غیر پارامتری از عهده وظیفه محوله برآمده است. خطای ردیابی سرعت در شکل (۳-۹) نشان داده شده است. با دقت در شکل (۳-۸) و (۳-۹) می‌توان دریافت که در شروع خطای ردیابی مقدار بسیار بزرگتری نسبت به سایر زمان‌ها دارد که این به دلیل خطای اولیه انتخابی توسط ما است. تلاش کنترلی برای هر موتور بدون اشکال و قابل قبول بوده و در شکل (۳-۱۰) به نمایش درآمده است. لازم به ذکر است که اعوجاج دیده شده در این نمودار به دلیل وجود اغتشاش خرجی متعیر با زمان است (۳-۲۷). رفتار پارامترهای تطبیقی سری تیلور را نیز می‌توان در شکل (۳-۱۱) دید. طبق انتظار [۳۳]، پارامتر دوم و سوم به مقدار متناظرشان یعنی e_i و $\dot{e}_i$ همگرا شده و پارامتر اول متغیر است تا اثر سایر جملات سری تیلور را جبران کند.



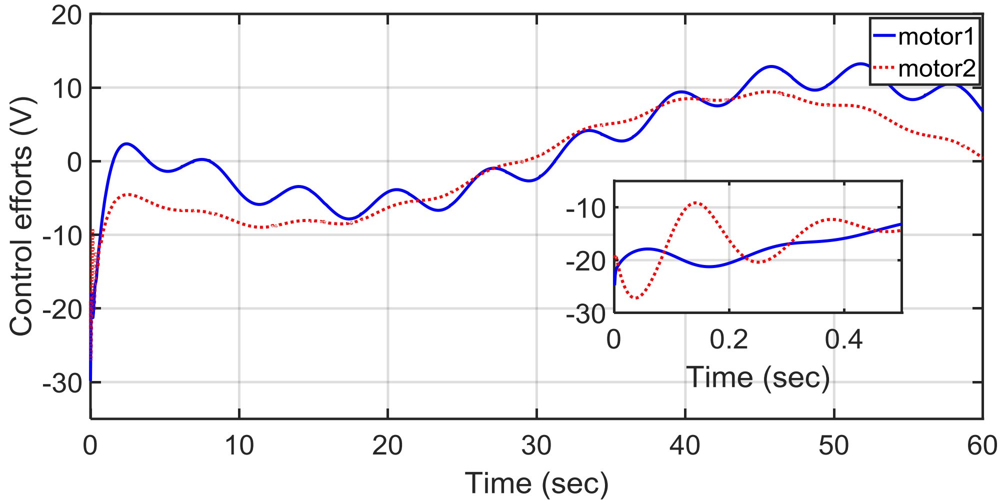
شکل (۳-۷) عمل‌کرد ردیابی کنترل کننده پیشنهادی



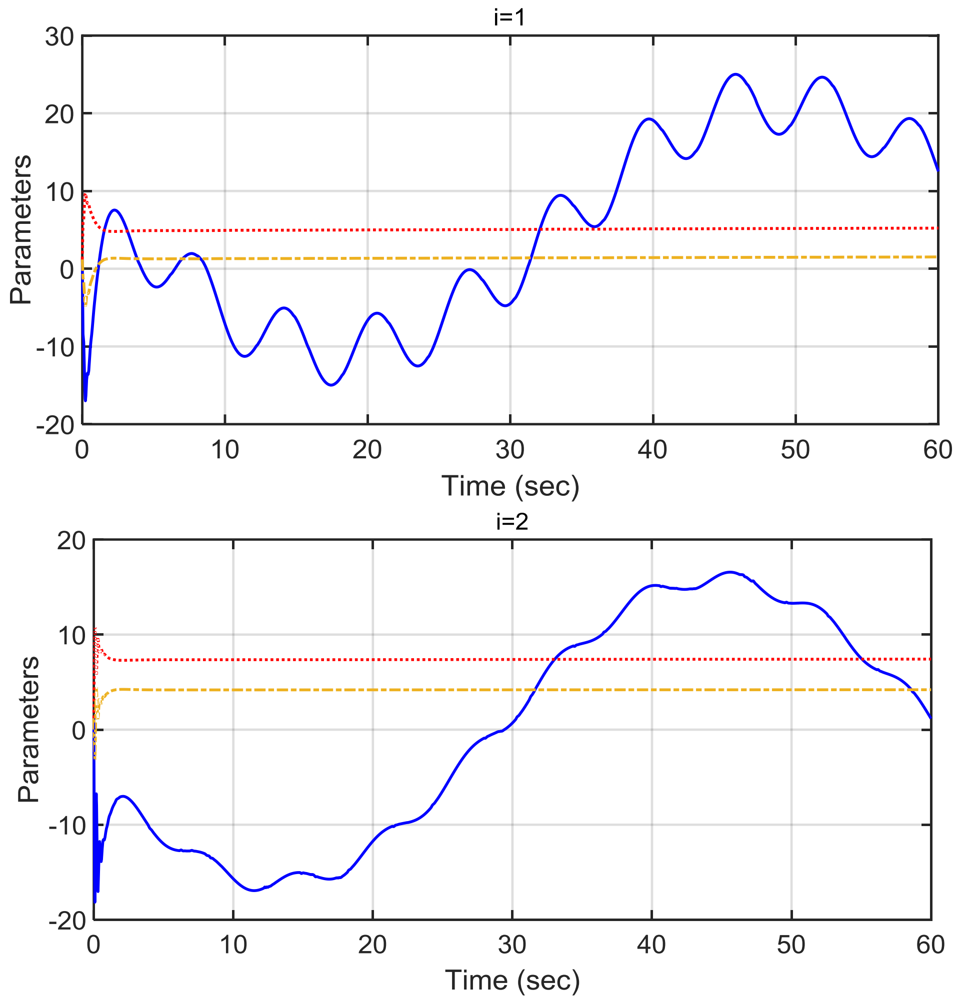
شکل (۳-۸) خطای ردیابی موقعیت در فضای کار. خط، نمایانگر خطای خطی بر حسب $(\boldsymbol{m})$ و نقطه‌چین، نمایانگر خطای زاویه‌ای بر حسب $(\boldsymbol{Rad})$ است.



شکل (۳-۹) خطای ردیابی سرعت در فضای کار. خط، نمایانگر خطای سرعت خطی بر حسب ($m/_{sec}$) و نقطه‌چین، نمایانگر خطای سرعت زاویه‌ای بر حسب ($Rad/_{sec}$) است.



شکل (۳-۱۰) سیگنال کنترل حقیقی (معادله (۳-۴۰))



شکل (۳-۱۱) پارامترهای سری تیلور، پارامتر اول، دوم و سوم به ترتیب با خط، نقطه‌چین و نقطه‌خط به نمایش درآمده‌اند.

شبیه‌سازی ۲. برای اجرای شبیه‌سازی دوم، Lemniscate of Gerono به مبدا $(0,0)$ به عنوان مسیر مطلوب انتخاب می‌شود و با معادله زیر به نمایش درمی‌آید:

$$\boldsymbol{h}_d = [\sin(2\omega_2 t) \qquad \sin(\omega_2 t)]^T \tag{۷۲-۳}$$

که $0 \le t \le 120$ و $\omega_2 = 0.05\ \frac{rad}{s}$. شرایط اولیه موقعیت و سرعت به ترتیب $\boldsymbol{h}(t_0 = 0) = [-0.1 \quad -0.5]^T$ و $\dot{\boldsymbol{h}}(t_0 = 0) = [0 \quad 0]^T$ انتخاب می‌شود. به طور مشابه، عمل‌کرد ردیابی کنترل‌کننده، خطای ردیابی موقعیت، خطای ردیابی سرعت، عمل‌کرد تلاش کنترلی، و تطبیق

پارامترهای سری تیلور به ترتیب در شکل‌های (۳-۱۲)، (۳-۱۳)، (۳-۱۴)، (۳-۱۵) و (۳-۱۶) رسم شده‌اند. نتایج بدست آمده عمل‌کرد و مقاوم بودن قانون کنترل پیشنهادی را تایید می‌کنند.

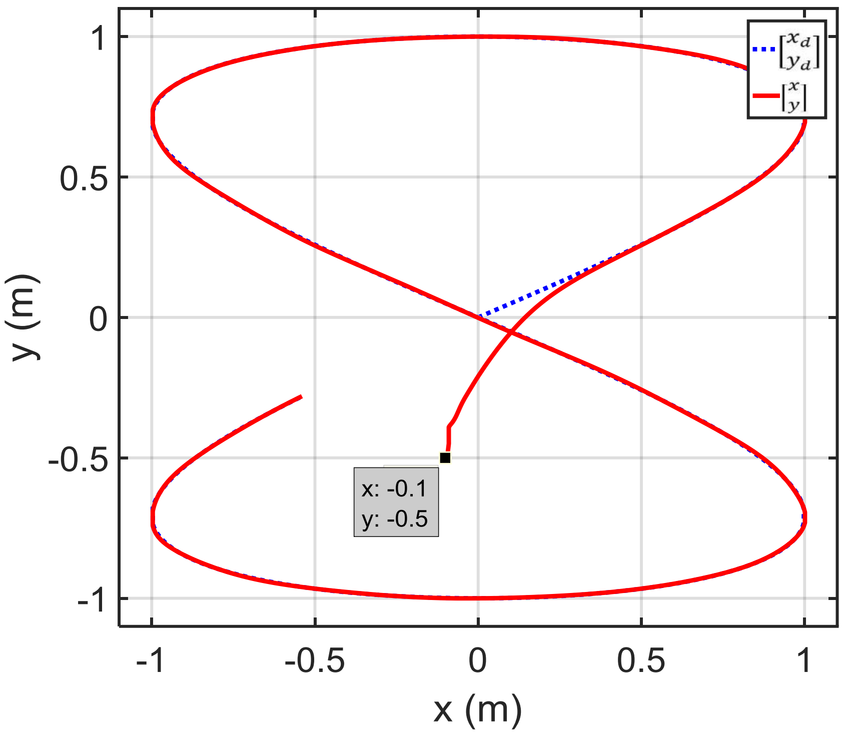
شبیه‌سازی ۳. به منظور نشان دادن کارایی کنترل کننده ردیابی در شرایط اولیه مختلف، ما مجموعه زوج نقاط زیر را برای مسیر دایره‌ای (۳-۶۹) به عنوان شرایط اولیه انتخاب کردیم

$$\boldsymbol{h}(t_0 = 0) = \{[2.2 \quad 1]^T, [2.1 \quad -0.5]^T, [1.5 \quad -0.5]^T, [1.5 \quad 0.5]^T, [1.75 \quad 0.75]^T\} \tag{۳-۷۳}$$

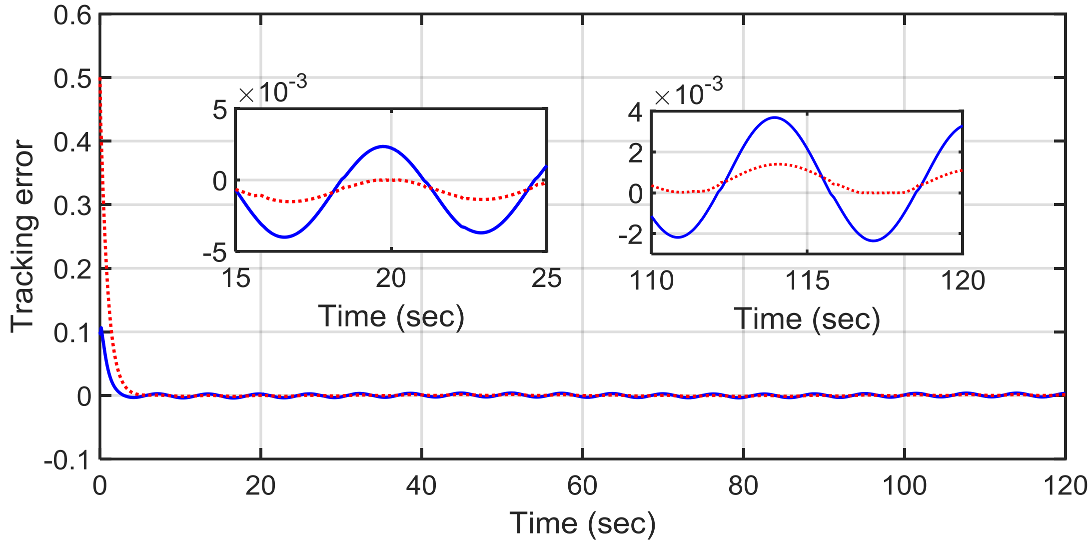
همچنین مجموعه زوج نقاط زیر برای – انتخاب شده‌اند

$$\boldsymbol{h}(t_0 = 0) = \{[-0.3 \quad 0]^T, [-0.1 \quad 0.5]^T, [0.5 \quad 0.5]^T, [0.6 \quad 0]^T, [0.5 \quad -0.2]^T\} \tag{۳-۷۴}$$

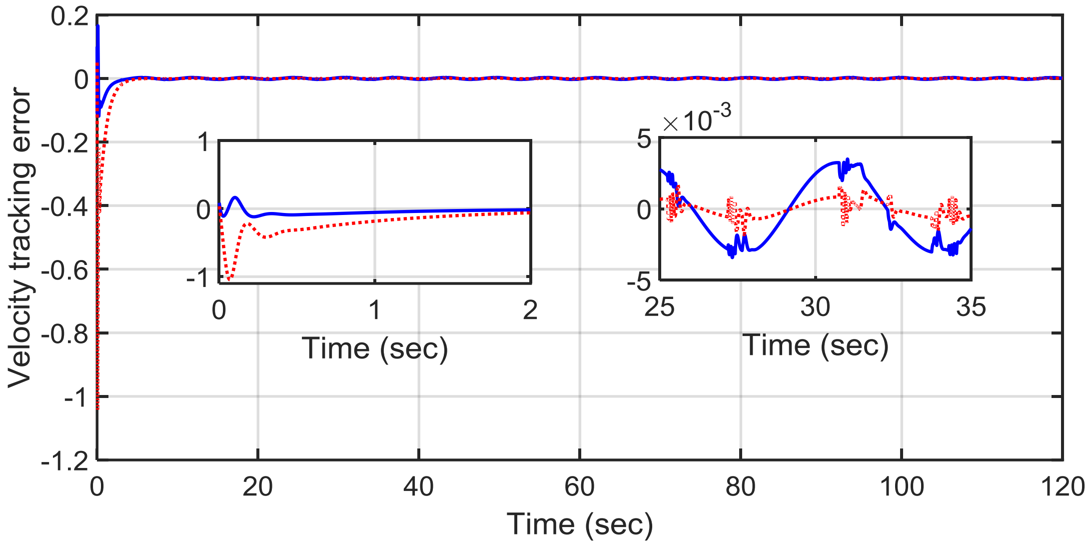
شکل (۳-۱۷) گواهی بر عمل‌کرد خوب قانون کنترل خواهد بود.



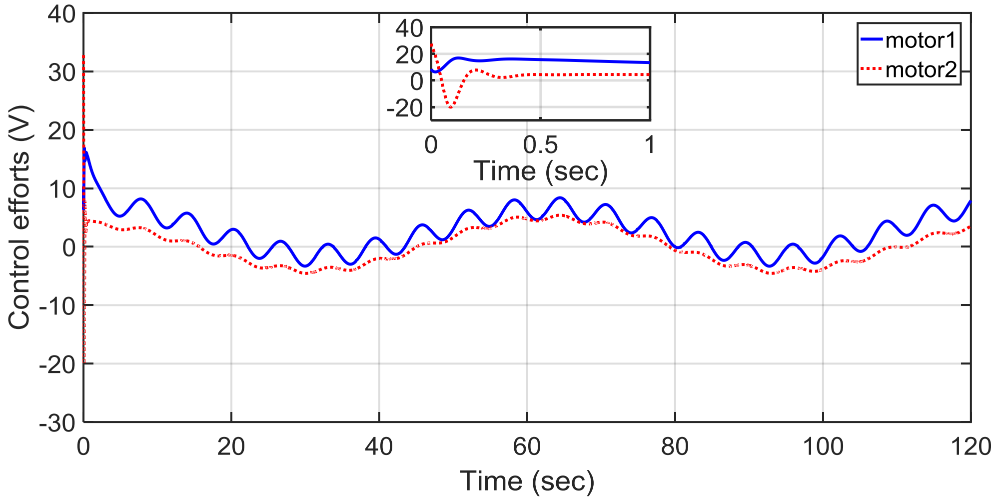
شکل (۳-۱۲) عمل‌کرد ردیابی کنترل کننده پیشنهادی



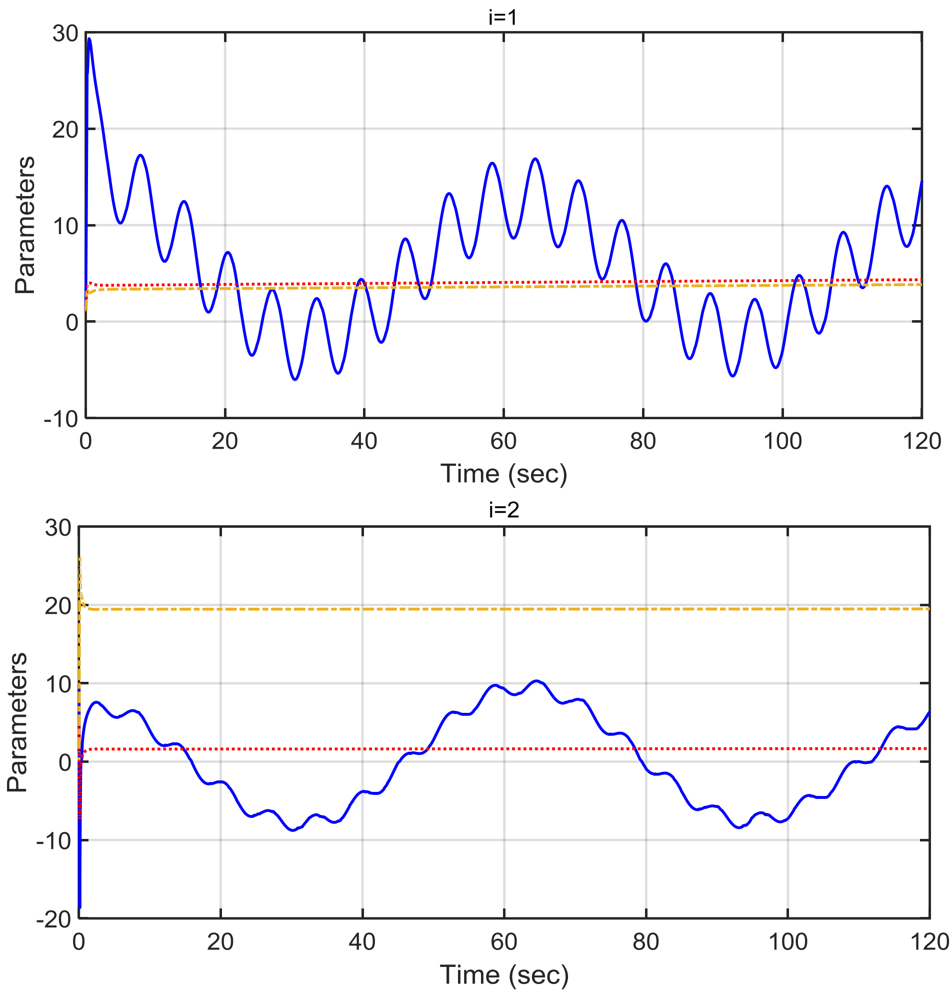
شکل (۳-۱۳) خطای ردیابی موقعیت در فضای کار. خط، نمایانگر خطای خطی بر حسب $(\boldsymbol{m})$ و نقطه‌چین، نمایانگر خطای زاویه‌ای بر حسب $(\boldsymbol{Rad})$ است.



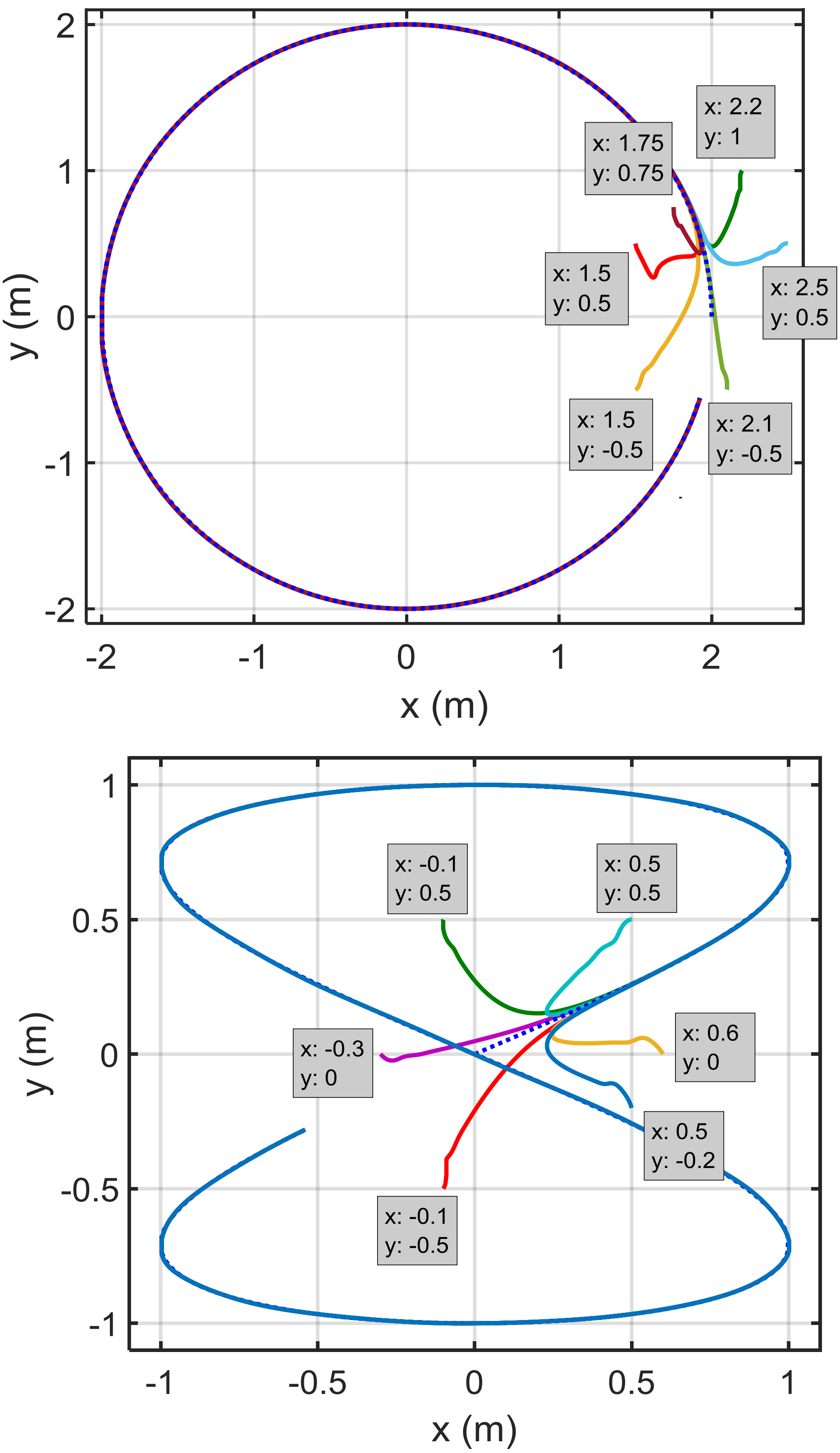
شکل (۳-۱۴) خطای ردیابی سرعت در فضای کار. خط، نمایانگر خطای سرعت خطی بر حسب $(\boldsymbol{m}/\boldsymbol{sec})$ و نقطه‌چین، نمایانگر خطای سرعت زاویه‌ای بر حسب $(\boldsymbol{Rad}/\boldsymbol{sec})$ است.



شکل (۳-۱۵) سیگنال کنترل حقیقی (معادله (۳-۴۰))



شکل (۳-۱۶) پارامترهای سری تیلور، پارامتر اول، دوم و سوم به ترتیب با خط، نقطه‌چین و نقطه‌خط به نمایش درآمده‌اند.



شکل (۳-۱۷) عمل‌کرد ردیابی کنترل کننده پیشنهادی برای شرایط اولیه متفاوت

فصل چهارم

نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات

۴-۱- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، پس از مدل‌سازی ربات متحرک تفاضلی، به ارائه دو طرح کنترل تطبیقی پرداخته شد تا کنترل ردیابی این سیستم‌های متحرک به دست آید.

در طرح اول، یک مکانیزم کنترل تطبیقی غیرمستقیم به وسیله‌ی تقریب‌گر سری تیلور معرفی شد. کنترل کننده پیشنهادی از ساختار و محاسباتی ساده برخوردار است. همچنین، قانون کنترل در برابر عدم قطعیت پارامتری و غیرپارامتری مقاوم است. پایداری یکنواخت محدود سیستم حلقه بسته نیز ضمانت گشت و کارآمد بودن روش کنترلی با شبیه‌سازی به اثبات رسید.

در طرح دوم، یک مکانیزم کنترل دو حلقه برای ردیابی مسیر ربات متحرک با وجود عدم قطعیت پارامتری و غیر پارامتری طراحی کرده است. یک سیستم تطبیقی تیلور، وظیفه تقریب توابع غیرخطی عدم قطعیت را برای هر حلقه به دوش می‌کشد. با طراحی یک سیگنال جریان مجازی و عبارت مقاوم‌ساز، همگرایی مجانبی خطای ردیابی در فضای کار به صفر، در حلقه خارجی حاصل می‌شود. حلقه داخلی ردیابی سیگنال مجازی توسط سیگنال جریان حقیقی را ضمانت می‌کند. به عنوان یک مزیت بزرگ روش پیشنهادی آزاد از مدل پلتفرم است. کارایی کنترل کننده با شبیه‌سازی دو مسیر مطلوب متفاوت با شرایط اولیه متفاوت تصدیق گشته است.

در انتها با استفاده از کتابخانه سیم-اسکیپ ماتی‌بادی[1] به شبیه‌سازی سه‌بعدی پلتفرم پیشنهادی پرداخته شده است. که این روش پژوهشگر را از معادلات ریاضی پیچیده مربوط به محاسبه مدل‌سازی ریاضی آزاد می‌سازد و تنها با ترسیم پلتفرم پیشنهادی با یکی از روش‌های معرفی شده در **پیوست ۲.** می‌تواند به مدل سیستم مکانیکی (در اینجا ربات متحرک) دست یابد.

[1] Simscape Multibody

۴-۲- پیشنهادها

کنترل ردیابی ربات‌های متحرک، یکی از مسائل بسیار جذاب در علم کنترل و دنیای امروز است که همچنان موضوعات حل نشده‌ی گسترده‌ای دارد و پژوهش‌های بسیاری را می‌توان در این زمینه تعریف نمود. در ادامه به پیشنهاد چند مورد به منظور ادامه تحقیقات بسنده شده است:

- می‌توان با اضافه کردن لغزش چرخ‌ها و سیستم تعلیق به بدنه به معادلات جامع‌تری دست یافت.
- می‌توان به پلتفرم پیشنهادی گاری افزود.
- می‌توان روش‌های پیشنهادی را برای ربات‌ها متحرک چرخ‌دار همه‌جهته و یا بازوی رباتیک متحرک تعمیم داد.
- همچنین می‌توان روش پیشنهادی را برای سایر انواع ربات‌های متحرک تعمیم داد.

پیوست

پیوست ۱. سری تیلور

تعریف. [۳۲] با استفاده از تئوری تیلور، هر تابع دلخواه $f(x)$ را می‌توان با چند جمله‌ای $P_N(x), N \in \mathbb{N}$ در فرم زیر، نوشت؛

$$\begin{aligned} P_N(x) &= \sum_{j=0}^{N} \frac{f^{(j)}(x_0)}{j!}(x-x_0)^j \\ &= f(x_0) + \frac{f^{(1)}(x_0)}{1!}(x-x_0) + \frac{f^{(2)}(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \cdots \\ &+ \frac{f^{(N)}(x_0)}{N!}(x-x_0)^N \end{aligned} \tag{۱}$$

که $j = 0, \dots, N$ و f در بیش‌تر مواقع در نقطه x_0 مشتق‌پذیر باشد.

قضیه. [۳۲] برای هر تابع پیوسته حقیقی $g(x)$ در مجموعه فشرده $U \in \mathbb{R}^n$ و هر $\varepsilon > 0$ دلخواه، سیستم سری تیلوری در فرم (۱) وجود دارد که

$$sup_{x\in U}\left|\sum_{j=0}^{N} \frac{f^{(j)}(x_0)}{j!}(x-x_0)^j - g(x)\right| < \varepsilon \tag{۲}$$

پیوست ۲. مدل‌سازی سه‌بعدی ربات متحرک چرخ‌دار

۱- مقدمه

در ابتدا شرکت مس‌ورکس[1] یک کتابخانه به نام سیم‌مکانیک[2] به محیط سیمولینک[3] در نرم‌افزار متلب افزود. این محیط برای شبیه‌سازی سیستم‌های مکانیکی همراه با محیط فیزیکی کاربرد داشت. مس‌ورکس در سال ۲۰۱۵ میلادی با ایجاد یکسری تغییرات، نام این کتابخانه را به سیم‌اسکیپ[4] تغییر داد. در این پژوهش نیز، از این محیط برای مدل‌سازی سه‌بعدی استفاده شده است. مزیت عمده این روش نسبت به مدل‌سازی عادی این است که برای مدل کردن سیستم مکانیکی دیگر نیازی به معادلات پیچیده نیست، و تنها با به کارگیری یکی از سه متدی که در ادامه به آن‌ها خواهیم پرداخت، مدل سه‌بعدی سیستم مکانیکی (در اینجا ربات متحرک چرخ‌دار) را ترسیم نمود.

۲- انواع روش‌های ترسیم سه بعدی

طراحی ربات می‌تواند در یکی از برنامه‌های ترسیم رایانه‌ای[5] (کد) همانند: سالید-ورکس[6] و اتودسک-اینونتر[7] یا محیط سیم‌اسکیپ مالتی‌بادی[8] در نرم‌افزار متلب انجام شود. در حقیقت با توجه به این که، چه برنامه‌ای ما انتخاب کنیم سه سناریو متفاوت پیش خواهد آمد. در این پژوهش از سالید-ورکس به عنوان مثالی از نرم‌افزار کد استفاده شده است.

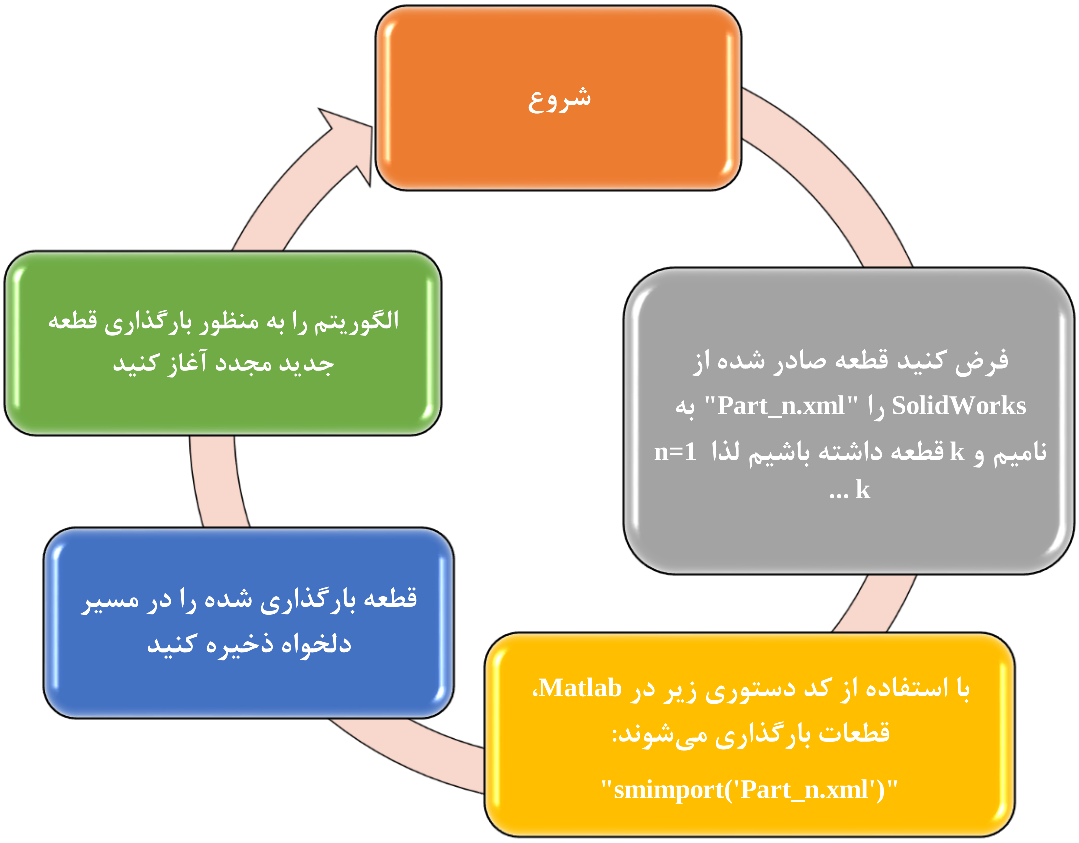
۱. در روش اول می‌توان از سالید-ورکس برای طراحی قطعات ربات و قیدهای حاکم بر آن‌ها استفاده کرد، و سپس تمامی پلتفرم را یکجا در متلب بارگذاری نمود.

---

[1] MathWorks
[2] Simmechanic
[3] Simulink
[4] Simscape
[5] Computer Aided Design Programs (CAD)
[6] SolidWorks
[7] Autodesk-Inventor
[8] Simscape Multibody

۲. در روش دوم می‌توان از سالید-ورکس برای طراحی قطعات ربات استفاده کرد، و سپس در متلب با استفاده از کتابخانه سیم‌اسکیپ مالتی‌بادی نسبت به قید گذاری و تعریف نحو اتصال قطعات با یکدیگر پرداخت تا ربات کامل تعریف شود.
۳. در روش سوم می‌توان از کتابخانه سیم‌اسکیپ مالتی‌بادی به منظور طراحی قطعات، قید گذاری و تعریف نحو اتصال قطعات با یکدیگر استفاده کرد.

با انتخاب سناریو ۱ یا ۲، نیاز به فعال‌سازی پلاگین **سیم‌اسکیپ مالتی‌بادی لینک**[1] در برنامه سالید-ورکس است، تا به توان طرح‌های ترسیم شده را در متلب بارگذاری کرد. شکل (۵-۱) مراحل بارگذاری قطعات طراحی شده در سالید-ورکس به متلب را نشان می‌دهد.



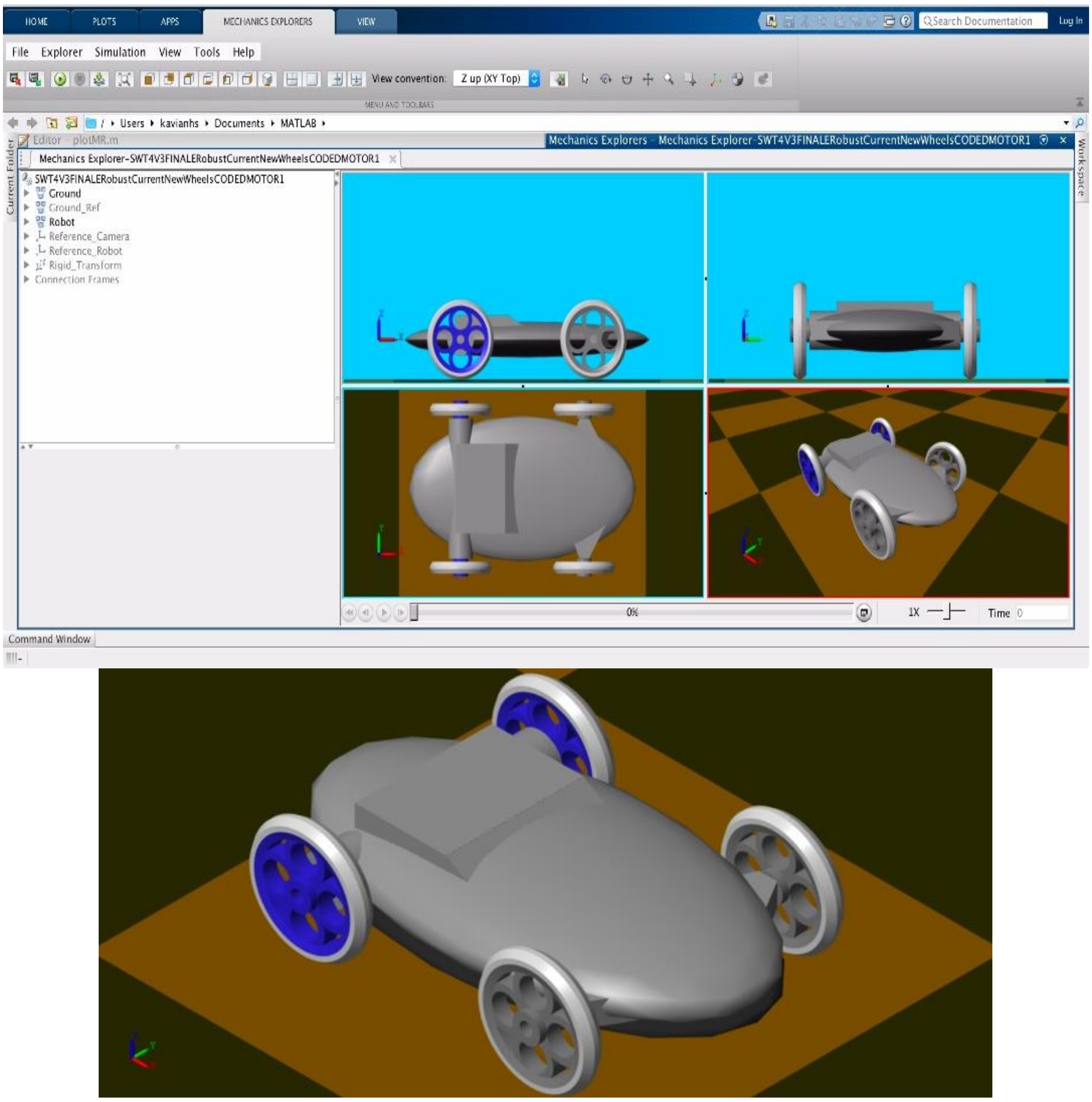
شکل (۱) الگوریتم بارگذاری قطعات در MATLAB

[1] Simscape Multibody Link

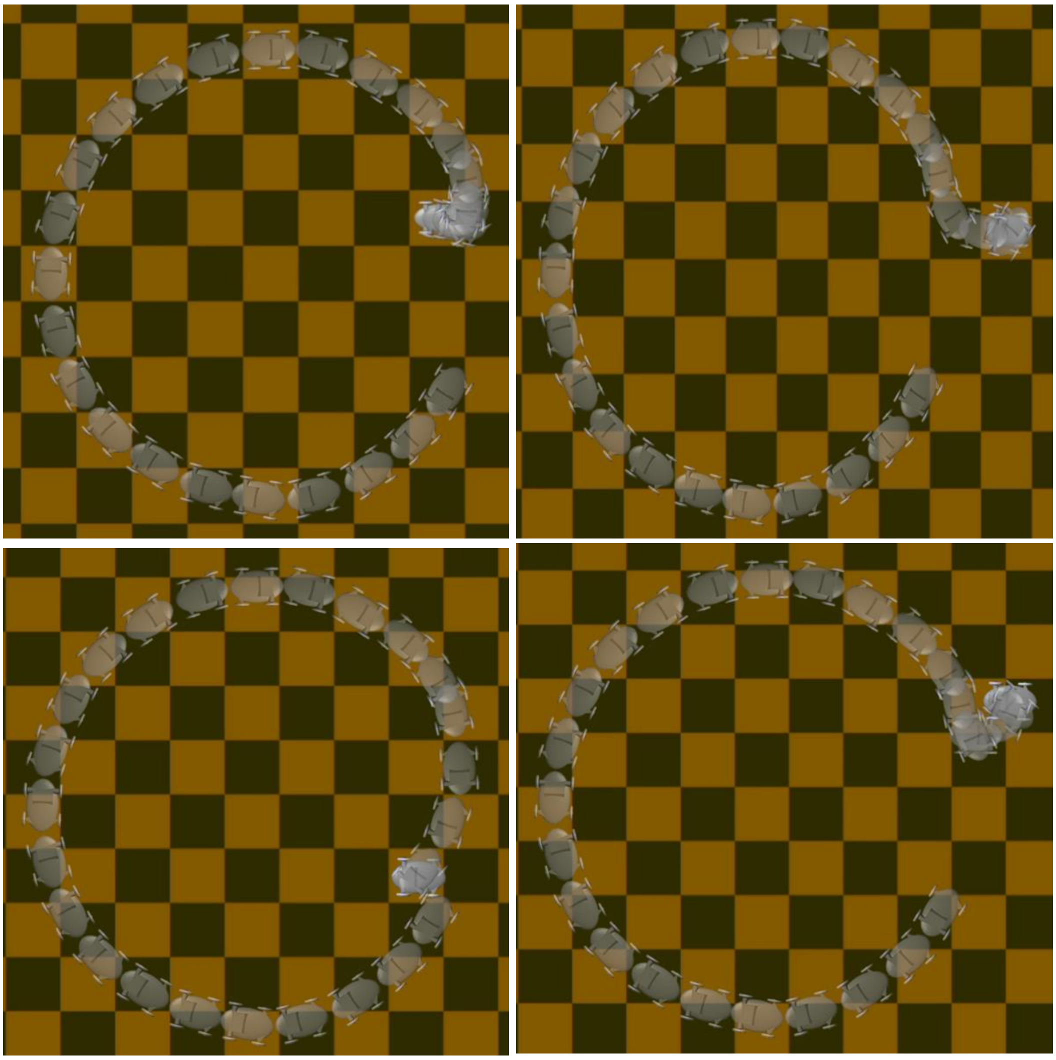
در این پژوهش از روش سوم برای مدل‌سازی ربات به کار گرفته شده است. همچنین برخی از بلوک‌هایی که مورد استفاده قرار گرفته‌اند در ادامه مشاهده می‌کنید:

Solid	نشان دهنده هندسه، اینرسی و جرم، از طریق یک جزء گرافیکی برای یک جسم جامد است، که به فریم متصل می‌شود.
Rigid transform	نشان دهنده‌ی این است که دو فریم چطور به یکدیگر متصل شده‌اند.
Revolute Joint	ارائه دهنده‌ی یک درجه آزادی از نوع دورانی است.
PS-Simulink Converter	مبدل سیگنال فیزیکی به سیگنال بدون واحد سیمولینک است.
Simulink-PS Converter	مبدل سیگنال بدون واحد سیمولینک به سیگنال فیزیکی است.
Planar Joint	این بلوک سه درجه آزادی بین دو فریم ایجاد می‌کند (x, y, θ).
Reference Frame	این بلوک تعریف کننده یک مرجع در شبکه‌ای از فریم‌ها است.
World	این بلوک تعریف کننده مبدا یا همان زمین است.
Mechanism Configuration	ارائه کننده‌ی پارامترهای فیزیک محیط به کل شبیه‌سازی است (از قبیل بردار گرانش).
Solver Configuration	تنظمیات حل‌کننده‌ها را به شبیه‌سازی اضافه می‌کند.

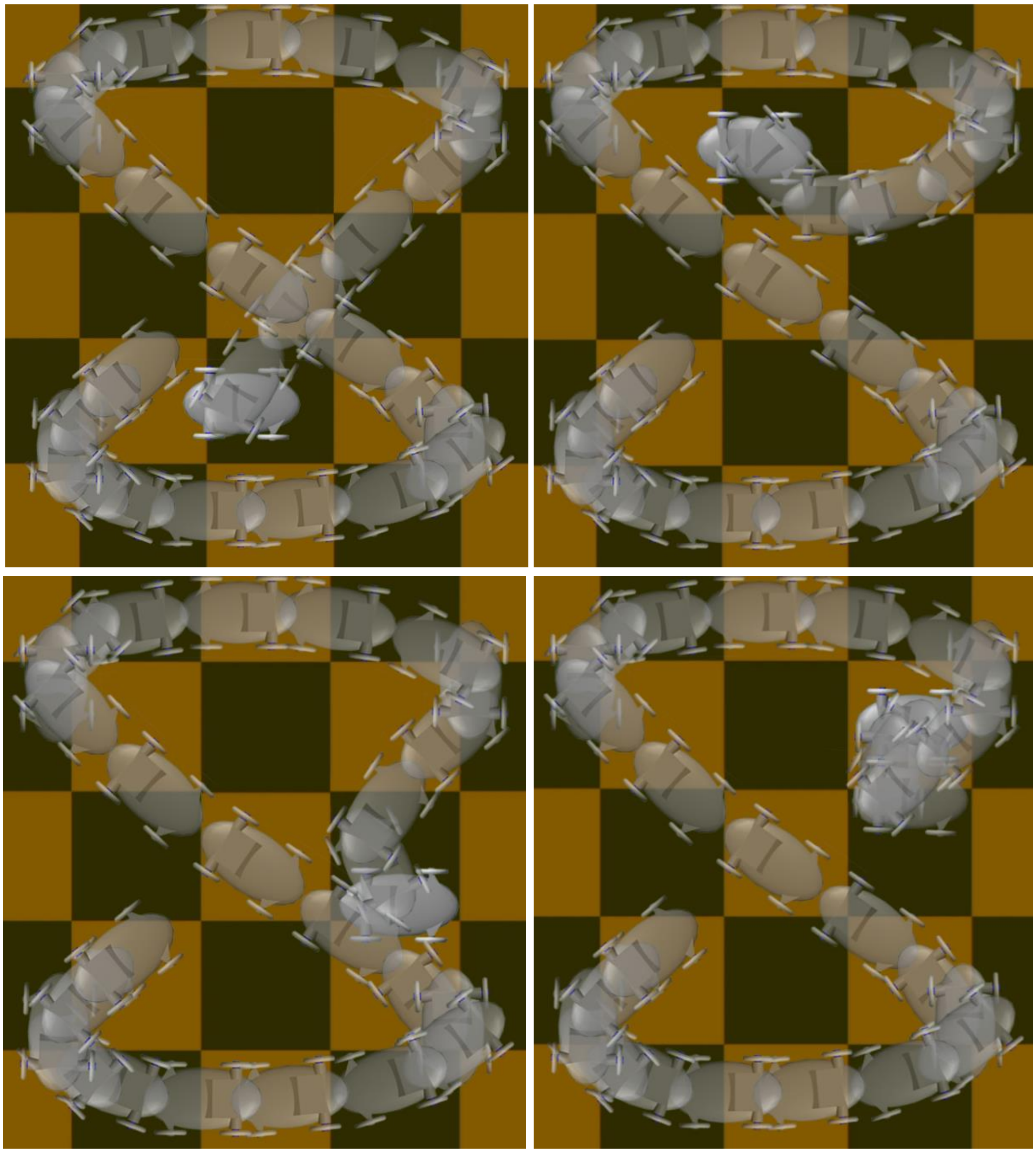
در شکل (۲) پلتفرم یک ربات متحرک چرخ‌دار را می‌بینید که در محیط سیم‌اسکیپ مالتی‌بادی طراحی شده است. با به کار گیری قانون کنترل (۳-۳۲) و (۳-۴۰)،)، درکنار تقریب‌گر سری تیلور (۳-۴۶) و (۳-۴۷) و ترم مقاوم‌ساز (۳-۶۵) و (۳-۶۶)، با اغتشاش خارجی به صورت (۳-۲۷)، و پارامترهای جدول (۲-۱) برای پلتفرم و پارامترهای جدول (۲-۲) برای محرکه‌ها، و پارامترهای کنترل کننده به صورت جدول (۳-۲) نتایج شکل (۳) و شکل (۴) به ترتیب برای دو مسیر مطلوب دایره‌ای (۳-۶۹) و Lemniscate of Gerono (۳-۷۰) حاصل شده است.



شکل (۲) ربات متحرک چرخ‌دار که در محیط SIMSCAPE MULTIBODY طراحی شده است.



شکل (۳) عمل‌کرد ردیابی ربات با قانون کنترل (۳-۳۲) و (۳-۴۰) در محیط SIMSCAPE MULTIBODY برای مسیر دایره‌ای



شکل (۴) عمل‌کرد ردیابی ربات با قانون کنترل (۳-۳۲) و (۳-۴۰) در محیط SIMSCAPE MULTIBODY برای مسیر LEMNISCATE OF GERONO

مراجع

[1] Lima, P., & Ribeiro, M. I. (2002). Mobile robotics. *Course Handouts, Instituto Superior Técnico/Instituto de Sistemas e Robótica*.

[2] Siegwart, R., Nourbakhsh, I. R., Scaramuzza, D., & Arkin, R. C. (2011). *Introduction to autonomous mobile robots*. MIT press, USA.

[3] Murphy, R. R., Kravitz, J., Stover, S. L., & Shoureshi, R. (2009). Mobile robots in mine rescue and recovery. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, *16*(2).

[4] Carlson, T., & Demiris, Y. (2012). Collaborative control for a robotic wheelchair: evaluation of performance, attention, and workload. *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, *42*(3), 876-888.

[5] Gelhaus, F. E., & Roman, H. T. (1990). Robot applications in nuclear power plants. *Progress in nuclear energy*, *23*(1), 1-33.

[6] Caltabiano, D., & Muscato, G. (2005). A robotic system for volcano exploration. In *Cutting Edge Robotics*. Advanced Robotic Systems Scientific Book, 499–519.

[7] DeSantis, R. M. (1995). Modeling and path-tracking control of a mobile wheeled robot with a differential drive. *Robotica, 13*(4), 401-410.

[8] Chen, M. W., & Zalzala, A. M. S. (1997). Dynamic modelling and genetic-based trajectory generation for non-holonomic mobile manipulators. *Control Engineering Practice*, *5*(1), 39-48.

[9] Fierro, R., & Lewis, F. L. (1998). Control of a nonholonomic mobile robot using neural networks. *IEEE Transactions on neural networks*, *9*(4), 589-600.

[10] Craig, J. J. (2005). *Introduction to robotics: mechanics and control* (Vol. 3, pp. 48-70). Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson/Prentice Hall.

[11] Kane, T. R., & Levinson, D. A. (1985). *Dynamics, theory and applications*. McGraw Hill.

[12] Tanner, H. G., & Kyriakopoulos, K. J. (2002). Kane's approach to modeling mobile manipulators. *Advanced Robotics*, *16*(1), 57-85.

[13] Desloge, E. A. (1988). The Gibbs–Appell equations of motion. *American Journal of Physics*, *56*(9), 841-846.

[14] Mirzaeinejad, H., & Shafei, A. M. (2018). Modeling and trajectory tracking control of a two-wheeled mobile robot: Gibbs–Appell and prediction-based approaches. *Robotica*, *36*(10), 1551-1570.

[15] Guldner, J., & Utkin, V. I. (1994, December). Stabilization of non-holonomic mobile robots using Lyapunov functions for navigation and sliding mode control. In *Decision and Control, 1994., Proceedings of the 33rd IEEE Conference on* (Vol. 3, pp. 2967-2972). IEEE.

[16] Zhao, Y., & BeMent, S. L. (1992, May). Kinematics, dynamics and control of wheeled mobile robots. In *Robotics and Automation, 1992. Proceedings., 1992 IEEE International Conference on* (pp. 91-96). IEEE.

[17] Fierro, R., & Lewis, F. L. (1997). Control of a nonholomic mobile robot: Backstepping kinematics into dynamics. *Journal of Robotic Systems*, *14*(3), 149-163.

[18] Fukao, T., Nakagawa, H., & Adachi, N. (2000). Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot. *IEEE transactions on Robotics and Automation*, *16*(5), 609-615.

[19] Dixon, W. E., Dawson, D. M., Zergeroglu, E., & Behal, A. (2001). Adaptive tracking control of a wheeled mobile robot via an uncalibrated camera system. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, *31*(3), 341-352.

[20] Dong, W., & Kuhnert, K. D. (2005). Robust adaptive control of nonholonomic mobile robot with parameter and nonparameter uncertainties. *IEEE Transactions on Robotics*, *21*(2), 261-266.

[21] Lee, J. H., Lin, C., Lim, H., & Lee, J. M. (2009). Sliding mode control for trajectory tracking of mobile robot in the RFID sensor space. *International Journal of Control, Automation and Systems*, *7*(3), 429-435.

[22] Blažič, S. (2011). A novel trajectory-tracking control law for wheeled mobile robots. *Robotics and Autonomous Systems*, *59*(11), 1001-1007.

[23] Huang, J., Wen, C., Wang, W., & Jiang, Z. P. (2014). Adaptive output feedback tracking control of a nonholonomic mobile robot. *Automatica*, *50*(3), 821-831.

[24] Tinh, N., Hoang, T., Pham, M., & Dao, N. (2018). A Gaussian wavelet network-based robust adaptive tracking controller for a wheeled mobile robot with unknown wheel slips. *International Journal of Control*, doi: 10.1080/00207179.2018.1458156.

[25] Zhai, J. Y., & Song, Z. B. (2018). Adaptive sliding mode trajectory tracking control for wheeled mobile robots. *International Journal of* Control, doi: 10.1080/00207179.2018.1436194.

[26] Park, B. S., Yoo, S. J., Park, J. B., & Choi, Y. H. (2010). A simple adaptive control approach for trajectory tracking of electrically driven nonholonomic mobile robots. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, *18*(5), 1199-1206.

[27] Shojaei, K., Shahri, A. M., Tarakameh, A., & Tabibian, B. (2011). Adaptive trajectory tracking control of a differential drive wheeled mobile robot. *Robotica*, *29*(3), 391-402.

[28] Fateh, M. M., & Arab, A. (2015). Robust control of a wheeled mobile robot by voltage control strategy. *Nonlinear Dynamics*, *79*(1), 335-348.

[29] Hou, Z. G., Zou, A. M., Cheng, L., & Tan, M. (2009). Adaptive control of an electrically driven nonholonomic mobile robot via backstepping and fuzzy approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, *17*(4), 803-815.

[30] Alanis, A. Y., Lopez-Franco, M., Arana-Daniel, N., & Lopez-Franco, C. (2012). Discrete-time neural control for electrically driven nonholonomic mobile robots. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, *26*(7), 630-644.

[31] Shojaei, K. (2015). Neural adaptive robust output feedback control of wheeled mobile robots with saturating actuators. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, *29*(7), 855-876.

[32] Ahmadi, S. M., & Fateh, M. M. (2018) On the Taylor series asymptotic tracking control of robots. *Robotica*, doi: 10.1017/S0263574718001078.

[33] Ahmadi, S. M., & Fateh, M. M. (2016). Robust control of electrically driven robots using adaptive uncertainty estimation. *Computers & Electrical Engineering*, *56*, 674-687.

[34] Ahmadi, S. M., & Fateh, M. M. (2018). Task-space control of robots using an adaptive Taylor series uncertainty estimator. *International Journal of Control*, doi: 10.1080/00207179.2018.1429673.

[35] Ahmadi, S. M., & Fateh, M. M. (2018). Task-space asymptotic tracking control of robots using a direct adaptive Taylor series controller. *Journal of Vibration and Control*, doi: 10.1177/1077546318758800.

[36] Klancar, G., Zdesar, A., Blazic, S., & Skrjanc, I. (2017). Wheeled mobile robotics: from fundamentals towards autonomous systems. Butterworth-Heinemann.

[37] Kwan, C., Lewis, F. L., & Dawson, D. M. (1998). Robust neural-network control of rigid-link electrically driven robots. IEEE Transactions on Neural Networks, 9(4), 581-588.

[38] Spong, M. W., Hutchinson, S., & Vidyasagar, M. (2006). Robot modeling and control (Vol. 3, pp. 187-227). New York: Wiley.

[39] Alanis, A. Y., Lopez-Franco, M., Arana-Daniel, N., & Lopez-Franco, C. (2012). Discrete-time neural control for electrically driven nonholonomic mobile robots. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 26(7), 630-644.

Abstract

This thesis, with modeling a differential drive wheeled mobile robot by considering its actuators dynamics, utilizing Taylor series as a universal approximator, designs two different indirect adaptive schemes. The first scheme benefits from a single-loop structure and by compensating parametric uncertainties, and nonparametric uncertainties, also dominating dynamic external disturbances, it guarantees the Ultimately Uniformly Bounded (UUB) stability. While the second scheme consist of a two-loop structure, introduces a fictional control signal in its outer-loop and provides the real control signal in its inner-loop, in addition to prevail dynamic external disturbances and atone parametric uncertainties, and nonparametric uncertainties, it proves the asymptotic stability of the closed-loop system. To validate the control designs, numerous 3D simulations of a wheeled mobile robot with different desired trajectories and multiple initial conditions have been carried out.

Keywords: Wheeled mobile robot; Robust Control; UUB Stability; Asymptotic stability; Adaptive Control; Taylor series.

Shahrood University of Technology
Faculty of Electrical Engineering and Robotics

M.Sc. Thesis in Control Engineering

Design of a Robust Adaptive Controller for a Wheeled Mobile Robot

By:

AmirReza Haqshenas Mojaveri

Supervisor:

Dr. Mohammad Mehdi Fateh

Jan 2019