





دانشکده مهندسی برق و رباتیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی کنترل

طراحی کنترل کننده مقاوم بهینه شده برای بازوی مصنوعی ربات

نگارنده:

سیدجواد طالبی

استاد راهنما:

دکتر علیرضا الفی

شهریور ۱۳۹۷

به پاس تعمیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایشار

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امید بخش وجودشان

به پاس قلب های بزرگشان که فریاد رس است

و به پاس محبت های بی دینشان که هرگز فروکش نمی کند

این مجموعه را تقدیم می کنم به

مادر و پدر عزیزم

شکر خدا که هر چه طلب کردم از خدا بر منتهای همت خود کامران شدم

و به مصداق «من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق» بسی شایسته است

از استاد فرهیخته‌ام دکتر علیرضا الفی برای زحمات گرانقدر و

راهنمایی‌های کارسازشان بی‌نهایت سپاسگذار باشم

از اساتید دانشکده مهندسی برق و رباتیک

از تمام اساتید و دوستان عزیزی که علمشان را بی‌منت می‌بخشند

و...

بهترین‌های زندگیم

مادر و پدر فداکار و خواهران دلسوزم

از صمیم قلب سپاسگزارم

تعهد نامه

اینجانب **سیدجواد طالبی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق (کنترل) دانشکده مهندسی برق و رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه طراحی کنترل کننده مقاوم بهینه شده برای بازوی مصنوعی ربات تحت راهنمایی دکتر علیرضا الفی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده:

در این پایان‌نامه، کنترل‌کننده بهینه با استفاده از روش کنترل مقاوم برای کنترل بازوی مصنوعی ربات مبتنی بر راهبرد کنترل گشتاور طراحی می‌شود. عدم قطعیت‌ها وزن شیء، اصطکاک و سایر پارامترهای دینامیک بازوی مصنوعی ربات را شامل می‌شوند. هدف طراحی کنترل‌کننده مقاومی است که قابلیت رسیدگی به عدم قطعیت‌ها را داشته باشد. بدین منظور مسئله کنترل مقاوم را در چارچوب یک مسئله کنترل بهینه با حداقل کردن خطای ردگیری و تلاش کنترلی فرمول‌بندی می‌کنیم. شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که کنترل پیشنهادی عملکرد مناسبی دارد.

کلمات کلیدی: کنترل مقاوم، عدم قطعیت، کنترل بهینه، ردیابی

فصل اول: مقدمه

- ۱-۱- مقدمه ۲
- ۱-۲- سابقه موضوع ۴

فصل دوم: کنترل مقاوم سیستم‌های خطی و غیرخطی

- ۱-۲- مقدمه ۱۰
- ۲-۲- کنترل مقاوم سیستم‌های خطی ۱۰
- ۱-۲-۲- عدم قطعیت سازگار ۱۱
- ۲-۲-۲- جابجایی قطب مقاوم ۱۳
- ۳-۲-۲- عدم قطعیت در ماتریس ورودی ۱۴
- ۳-۲- طراحی کنترل مقاوم سیستم‌های غیرخطی ۱۸
- ۱-۳-۲- عدم قطعیت سازگار ۱۹

فصل سوم: کنترل مقاوم بازوهای مصنوعی ربات

- ۱-۳- مقدمه ۲۲
- ۲-۳- دینامیک‌های ربات ۲۲
- ۳-۳- فرمول بندی مسئله ۲۸
- ۴-۳- طراحی کنترل مقاوم ۳۰

فصل چهارم: شبیه سازی

- ۱-۴- شبیه سازی ۳۴
- ۲-۴- جمع بندی ۴۳

فصل پنجم: نتیجه گیری

- ۱-۵- نتیجه گیری ۴۶
- ۲-۵- پیشنهاد ۴۶
- مراجع ۴۷

صفحه

فهرست اشکال

۲۴	شکل ۳-۱: بازوی ربات مسطح دولینکی RP
۳۴	شکل ۴-۱: بازوی مصنوعی ربات دومفصله اسکارا
۳۹	شکل ۴-۲: شبیه‌سازی برای $m_L = 5$
۳۹	شکل ۴-۳: شبیه‌سازی برای $m_L = 5$
۴۰	شکل ۴-۴: شبیه‌سازی برای $m_L = 10$
۴۰	شکل ۴-۵: شبیه‌سازی برای $m_L = 10$
۴۱	شکل ۴-۶: شبیه‌سازی برای $m_L = 15$
۴۱	شکل ۴-۷: شبیه‌سازی برای $m_L = 15$
۴۲	شکل ۴-۸: شبیه‌سازی برای $m_L = 20$
۴۲	شکل ۴-۹: شبیه‌سازی برای $m_L = 20$

فصل اول

مقدمه

ربات صنعتی بر اساس تعریف استاندارد ISO 8373 بازویی است چند منظوره با امکان برنامه‌ریزی مجدد و کنترل خودکار، که حداقل در سه محور برنامه پذیر می‌باشد. این‌گونه ربات‌ها اغلب در صنعت و تولید انبوه کاربرد دارند. به طور مثال یک ربات که اشیاء را از یک جا به جای دیگر منتقل می‌کند، از یک برنامه ساده تبعیت می‌کند که براساس آن شی را از مکان اولیه برداشته و به نقطه دوم انتقال می‌دهد.

بازوهای مکانیکی ماهر از رابط‌هایی (لینک‌هایی) تشکیل شده‌اند که با بهره‌گیری از آن‌ها به هم متصل شده تا یک زنجیره سینماتیکی را تشکیل دهند. مفاصل به دو صورت دورانی^۱ و کشویی^۲ می‌باشند. دینامیک‌های ربات غیرخطی و به هم وابسته هستند که این ناشی از عوامل غیرخطی از قبیل جاذبه، گشتاور گریز از مرکز و اصطکاک غیرخطی است [1].

یکی از مسائل مهم در صنعت رباتیک کنترل بازوهای مکانیکی است که این موضوع در حضور نامعینی‌های پارامتری نقش پررنگ‌تری به خود می‌گیرد. مسئله این است که برای بازوهای مصنوعی ربات، کنترل‌کننده مقاومی طراحی شود تا در حضور نامعینی‌ها و اغتشاش، به اهداف کنترلی مطلوب دست یابیم [2].

بازوهای مصنوعی ربات به طور وسیعی برای کمک در کارهای خطرناک، خسته‌کننده و ملالت‌آور استفاده می‌شوند. اکثر بازوهای مکانیکی موجود به روشی طراحی و ساخته می‌شوند که برای کاهش لرزش اثرگذار نهایی^۳ جهت حصول یک موقعیت با دقت خوب، سختی^۴ افزایش یابد. این سختی بالا با استفاده از فلزسنگین و یک طراحی حجیم به دست می‌آید. گرچه بازوهای مکانیکی سخت و سنگین در

^۱ Revolute

^۲ Prismatic

^۳ End-effector

^۴ Stiffness

مصرف انرژی و یا سرعت با توجه به حداکثر قابلیت حمل بار کاری، ناکارآمد نشان داده‌اند. تضاد بین سرعت بالا و دقت بالا، این مبحث رباتیک را به عنوان موضوع پژوهشی چالشی ارائه کرده است. همچنین بسیاری از بازوهای مکانیکی صنعتی با مشکل لرزش بازو حین حرکت سریع مواجه هستند.

در گذشته، استراتژی‌های کنترل مقاوم بازوی مصنوعی ربات گسترش قابل توجهی داشته است. منظور از استراتژی‌های کنترل مقاوم، استراتژی‌هایی است که طراحی می‌شود تا ربات رفتار مناسبی در برابر خطای مدل و دینامیک‌های مدل نشده داشته باشد. همچنین در رباتیک با نامعینی‌هایی مانند نامشخص بودن یا تغییر بار، اصطکاک، پس‌زنی^۱، مفصل‌های انعطاف‌پذیر یا بخش‌هایی از ربات که مدل دینامیکی ساده‌ای از آن‌ها در دسترس است، مواجه هستیم. این نامعینی‌های مدل ممکن است باعث ایجاد اختلاف قابل توجهی بین نتایج شبیه‌سازی و نتایج آزمایشگاهی شود. معمولاً صرف نظر کردن از اثر نامعینی‌های مدل باعث کاهش قابل توجهی در عملکرد و یا حتی ناپایداری سیستم می‌شود. بعلاوه، در تمام سیستم‌های کنترلی مصالحه‌ای بین عملکرد و مقاوم بودن وجود دارد. مشخصاً هرچه نامعینی در یک مدل دینامیکی کوچک‌تر باشد، عملکرد مناسب‌تر می‌شود و افزایش حاشیه مقاوم بودن سبب کاهش در عملکرد خواهد شد [3].

اساساً، استراتژی‌های مقاوم به طور صریح مقاوم بودن را در برابر نامعینی قرار می‌دهد و ربات یک مسیر مرجع را دنبال می‌کند. اغلب کنترل‌کننده‌های مقاوم تطبیق‌ناپذیر هستند و دارای قانون کنترل نامتغیر با زمان هستند [4].

معمولاً کنترل‌کننده‌های مقاوم خطی در حیطه بازوهای مکانیکی‌ای طراحی می‌شوند که دینامیک-های آن‌ها کم و بیش خطی باشند (بازوهای مکانیکی به نسبت چرخ‌دنده بالا، دستگاه جبران‌ساز جاذبه، سرو موتورهای کنترل‌شده سرعت و...) یا از طریق تکنیک خطی‌سازی فیدبک، خطی‌سازی شده باشد.

^۱ Backlash

روش پسیویتی^۱ ذات غیر فعال ربات را برای طراحی کنترل کننده استخراج می کند. کنترل کننده های مبتنی بر پسیویتی تلاشی برای لغو غیرخطی های ربات انجام نمی دهند و متعاقبا انتظار می رود که مشخصات مقاوم بهتری داشته باشند.

الگوریتم مبتنی بر لیاپانوف غیرخطی به خطی سازی استناد نمی کند. اما فقط به دنبال همگرایی مجانبی خطای ردیابی است. طراحی آن ها به گونه ای است که مشخصه های پایداری از طریق روش های آنالیز پایداری لیاپانوف، انجام می شود.

روش مود لغزشی که کنترل ساختار متغیر نیز خوانده می شود، شامل تعریف یک سطح لغزشی که از طریق یک کنترل کننده کلید زنی^۲، ارائه می شود. لازم به ذکر است که بعضی از الگوریتم های کنترلی مبتنی بر لیاپانوف که از تابع اشباع^۳ استفاده می کنند، می توانند به عنوان ملحقات مود لغزشی در نظر گرفته شوند که تابع های تقویتی^۴ با تابع های اشباع جایگزین شده است. این کنترل اشباع مشکل وز وز کردن را به ازای از دست دادن پایداری مجانبی حل می کند [3].

روش H_∞ غیرخطی، کنترل کننده هایی را توصیف می کند که طراحی می شوند تا بهره L_2 سیستم حلقه بسته را تنظیم (بدترین حالت تقویت بین ورودی و خروجی با توجه به نرم L_2) و در نتیجه پایداری سیستم حلقه بسته را تضمین کنند [4].

۲-۱- سابقه موضوع

در [3]، کنترل بازوی مصنوعی ربات را از طریق دو حلقه کنترلی، صورت گرفته است. در حلقه داخلی خطی سازی دینامیک های غیرخطی با استفاده از تکنیک خطی سازی فیدبک صورت می پذیرد و

¹ Passivity

² Switching controller

³ Saturation

⁴ Relay-like

در حلقه خارجی ردیابی مسیر مطلوب با استفاده از یک کنترل کننده PD انجام می‌گیرد، به طوری که ربات در مقابل پارامترهای نامعین عملکرد مقاوم داشته باشد. شبیه‌سازی‌ها برتری استراتژی کنترلی مقاوم‌شده بر حسب دقت ردیابی، حذف اغتشاش و نامعینی‌های پارامتری را نشان می‌دهند.

ارائه کنترل مقاوم بازوی مصنوعی ربات با طراحی تخمین‌گر نامعینی از طریق سری تیلور مرتبه اول یکی از روش‌های کنترلی انجام شده است که سادگی، محاسبه کمتر و بهره‌وری بالاتر از مزایای آن است. این روش با تحلیل پایداری تایید شده و بهره‌وری آن در مقایسه با روش مود لغزشی و شبیه‌سازی بر روی ربات اسکارا نشان داده شده است [5,6].

در گذشته تحقیقاتی در باب طراحی کنترل‌کننده گسسته دیجیتال فازی تطبیقی برای بازوی مصنوعی ربات انجام شده است. این روش مبتنی بر ولتاژ و بر پایه قانون فازی ممدانی طراحی شده است [7].

با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی PSO^۱ در مدل سیستم و اصلاح مکرر مدل، روش جدید کنترل بازوهای مصنوعی ربات برای کنترل سیستم از طریق مود لغزشی بهینه ارائه شده است [8,9]. پارامترهای سطح لغزش از طریق حداقل رساندن شاخص‌های مربعی عملکرد با استفاده از الگوریتم PSO بدست می‌آید. این الگوریتم بهتر است بر روی مدل سیستم به جای سیستم واقعی پیاده شود و در صورت ایجاد اختلاف بین سیستم واقعی و مدل، مدل اصلاح می‌شود.

در [10]، روش کنترل بهینه جدیدی برای کنترل مقاوم بازوی مصنوعی ربات ارائه شده است. این روش بر روی روبات دوماحوره از نوع اسکارا پیاده‌سازی می‌شود و شبیه‌سازی‌ها عملکرد مناسب سیستم را نشان می‌دهد.

^۱ Particle Swarm Optimization

در [11,12]، به منظور طراحی کنترل کننده مقاوم برای حرکت بازوهای مصنوعی ربات از کنترل تاخیر زمانی (TDC)^۱ و تخمین تاخیر زمانی (TDE)^۲ برای جبران سازی دینامیک های پیچیده ربات بدون بکارگیری مدل دینامیک های ربات و پارامترهای آن استفاده شده است.

در [13]، یک روش کنترل مقاوم برای کنترل ربات در فضای کار با استفاده از مود لغزشی و براساس کنترل خطی سازی پس خورد و روش پسگام، توسعه داده شده است. خطی سازی فیدبک محدوده نامعینی- های پیاده سازی شده در کنترل مود لغزشی را کاهش می دهد که باعث ایجاد یک سیستم کنترلی مقاوم با خطای کمتر می شود. روش پسگام یک سطح لغزشی خطی تعریف می کند. نتایج نشان می دهد کنترل کننده طراحی شده در حضور نامعینی ها به خوبی عمل کرده و خطای ردیابی به صفر همگرا می شود.

در [14]، دو استراتژی کنترل مقاوم H_∞ و سنتر- μ بر روی بازوی مصنوعی ربات دوماحوره، پیاده سازی و مقایسه شده است. بر اساس نتایج، پایداری سازی بازوی مکانیکی را تضمین کرده، اما سنتر- μ زمان نشست کوچک تر و حذف اغتشاش ضعیف تری نسبت به H_∞ دارد. با این حال به طور کلی، کنترل کننده سنتر- μ عملکرد مقاوم برتری نسبت به کنترل کننده H_∞ دارد.

در [15]، یک استراتژی کنترلی برای بازوهای مصنوعی ربات با دو درجه آزادی مبتنی بر روش مود لغزشی ارائه شده است. پارامترهای سطح لغزشی با حداقل سازی شاخص های عملکرد مربعی، از طریق الگوریتم PSO به دست آمده و تغییرات کنترل مود لغزشی مرزی (BSMC)^۳ و کنترل مود لغزشی مرزی با سطح لغزش PID (PIDBSMC)^۴ برای شاخص عملکرد بهینه شده، توسعه داده شده است.

^۱ Time Delay Control

^۲ Time Delay Estimation

^۳ Boundary Sliding Mode Control

^۴ PID Boundary Sliding Mode

در [16]، کنترل‌کننده‌ای برای تنظیم فرآیند غیرخطی مانند بازوهای مکانیکی ارائه شده است. این کنترل‌کننده مبتنی بر ترکیب تکنیک خطی‌سازی پس‌خورد مقاوم و روش لیاپانوف است. کنترل‌کننده پیشنهادی و کنترل‌کننده مود لغزشی برای تنظیم حالت‌ها در بازو مصنوعی ربات مقایسه می‌شوند و نتایج نشان می‌دهند که کنترل‌کننده پیشنهادی دقت بهتری در ردیابی مرجع ثابت دارد و هم‌چنین در مقابل نامعینی‌های ورودی و پارامتری مقاوم است.

در [17]، یک روش کنترلی از ترکیب کنترل پیش‌بین مدل با یک کنترل‌کننده مود لغزشی انتگرالی ارائه می‌شود. حلقه داخلی کنترلی مود لغزشی انتگرالی نقش جبران‌سازی نامعینی‌های مرتبط با دینامیک‌های مدل و حلقه خارجی متکی بر کنترل پیش‌بین مدل، وظیفه تکامل بهینه سیستم کنترل-شده را به‌عهده دارد. عملکرد مناسب کنترل پیشنهادی در شبیه‌سازی تحت مدل واقعی از یک بازوی مکانیکی صنعتی ارزیابی و تایید شده است.

فصل دوم

کنترل مقاوم سیستم‌های خطی و غیرخطی

با توجه به اینکه سیستم ربات مورد استفاده دارای عدم قطعیت سازگار^۱ است، از پرداختن به بخش عدم قطعیت ناسازگار^۲ خودداری کرده و در ادامه توضیحات تنها به به عدم قطعیت سازگار (عدم قطعیت در ماتریس سیستم A و ماتریس ورودی B) معطوف می‌شود.

هم‌چنین با توجه به شباهت‌های روش کنترلی پیشنهادی برای سیستم‌های خطی و غیرخطی و استفاده از هردو این روش‌ها، این فصل شامل کنترل مقاوم برای سیستم‌های خطی و غیرخطی می‌شود. در حل مسئله کنترل مقاوم برای سیستم‌های خطی و غیرخطی، از روش کنترل بهینه استفاده می‌شود که به دو دلیل سیستم خطی را انتخاب می‌کنیم:

(۱) این روش به لحاظ مفهومی در تبدیل مسئله کنترل مقاوم به مسئله کنترل بهینه در سیستم‌های خطی ساده‌تر است.

(۲) مسئله کنترل بهینه منتج برای سیستم‌های خطی مسئله تنظیم‌کننده درجه دوم خطی (LQR)^۳ است که پاسخ آن به سادگی بدست می‌آید.

۲-۲- کنترل مقاوم سیستم‌های خطی [18]

با توجه به وجود عدم قطعیت در سیستم، حالت‌های مختلفی وجود دارد که شامل وجود عدم قطعیت در ماتریس‌های A و B و سازگار بودن یا نبودن عدم قطعیت در ماتریس A می‌شود. حالتی که عدم قطعیت در ماتریس B وجود ندارد و شرط سازگاری برقرار است، نه تنها پایدارسازی مقاوم بلکه جابجایی قطب مقاوم^۴ به هر مکان در نیم صفحه سمت چپ نیز با حل مسئله کنترل بهینه متناظر که به مسئله LQR تبدیل می‌شود، قابل دستیابی است. اگر شرط سازگاری را ساده کرده و عدم قطعیت دلخواه را در

^۱ Matched Uncertainty

^۲ Unmatched Uncertainty

^۳ Linear Quadratic Regulator

^۴ Robust Pole Assignment

ماتریس A فرض کنیم، عدم قطعیت به دو بخش سازگار و ناسازگار تفکیک می‌شود. کنترل الحاقی برای عدم قطعیت ناسازگار معرفی می‌شود که در روند پیاده‌سازی کنترل حذف می‌گردد. به دلیل وجود عدم قطعیت ناسازگار، برای تضمین پایداری مقاوم بایستی شرط قابل محاسبه، روی کران بالایی کنترل الحاقی (و در نتیجه روی عدم قطعیت ناسازگار) برقرار باشد. این شرط فقط کافی است و به سه پارامتر طراحی که توسط طراح انتخاب می‌شود بستگی دارد. در ادامه، نتایج را برای عدم قطعیت در ماتریس ورودی B تعمیم می‌دهیم. در این حالت به انتخاب کران پایین عدم قطعیت در B نیاز داریم و کنترل-کننده مقاوم براساس این کران طراحی می‌شود.

۲-۲-۱- عدم قطعیت سازگار [18]

سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان به فرم کلی

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1-2)$$

را در نظر بگیرید که در آن $x \in R^n$ و $u \in R^m$ به ترتیب متغیرهای حالت و ورودی‌های کنترل می‌باشند و ماتریس‌های A و B عدم قطعیت پارامتری دارند.

اگر عدم قطعیت تنها در ماتریس A باشد یعنی $\dot{x} = A(p)x + Bu$ که در آن $p \in \tilde{P}$ بردار پارامتر نامعین است. شرط سازگاری برقرار است اگر عدم قطعیت در فضای برد B باشد. به بیان دیگر عدم-قطعیت ماتریس A را می‌توان به صورت $A(p) - A(p_0) = B\Phi(p)$ برای بعضی $\Phi(p)$ محدود نوشت که در آن $p_0 \in \tilde{P}$ مقدار نامی P است. در این حالت مسئله کنترل مقاوم به مسئله کنترل بهینه تبدیل شده که در مورد سیستم‌های خطی مستقل از زمان ^{1}LTI این مسئله همان تنظیم کننده درجه دوم خطی می‌باشد. اگر سیستم پایدارپذیر باشد، جواب مسئله LQR وجود دارد، یعنی مقدار نامی $p_0 \in \tilde{P}$ وجود دارد به قسمی که $(A(p_0), B)$ پایداری‌پذیر باشد.

¹ Linear Time Invariant

با توجه به قانون کنترل پسخورد $u = Kx$ و شرط سازگاری، سیستم حلقه بسته به صورت

$$\dot{x} = A(p_0)x + Bu + B\Phi(p)x = A(p_0)x + BKx + B\Phi(p)x \quad (2-2)$$

بدست می آید که بایستی برای هر $p \in \tilde{P}$ پایدار مجانبی باشد. جهت تسهیل در حل، مسئله کنترل

مقاوم به مسئله کنترل بهینه تبدیل می شود که یک مسئله LQR است.

به منظور حل مسئله LQR، برای سیستم نامی قانون کنترل پسخورد را چنان می یابیم که تابع

هزینه

$$\int_0^{\infty} (x^T F x + x^T x + u^T u) dt \quad (3-2)$$

حداقل گردد که در آن F کران بالای عدم قطعیت $\Phi(p)^T \Phi(p)$ است، یعنی

$$\Phi(p)^T \Phi(p) \leq F \quad (4-2)$$

محدود بودن $\Phi(p)$ وجود کران بالا را تضمین می کند.

برای حل مسئله LQR ابتدا باید مسئله ریکاتی حل شود. در این جا، $R = R^{-1} = I$

$$A(p_0)^T S + SA(p_0) + F + I - SBB^T S = 0 \quad (5-2)$$

لذا جواب مسئله LQR به صورت $u = -B^T Sx$ می باشد.

جایابی قطب مقاوم [18] - ۲-۲-۲

برای عدد حقیقی مثبت دلخواه γ ، قانون کنترل پسخور $u = Kx$ را چنان می‌یابیم که به ازای هر $p \in \tilde{P}$ تمام قطب‌های سیستم حلقه‌بسته

$$\dot{x} = A(p_0)x + Bu + B\Phi(p)x = A(p_0)x + BKx + B\Phi(p)x \quad (۶-۲)$$

در سمت چپ γ -قرار گیرند. برای این کار مسئله LQR زیر را حل می‌کنیم.

برای حل مسئله LQR قانون کنترل پسخور $u = Kx$ را برای سیستم کمکی

$$\dot{x} = A(p_0)x + \gamma x + Bu \quad (۷-۲)$$

چنان می‌یابیم که تابع هزینه با رابطه (۳-۲) حداقل گردد که در آن F حد بالای عدم قطعیت $\Phi(p)^T \Phi(p)$ می‌باشد.

در ادامه اثبات می‌کنیم که تبدیل مسئله کنترل مقاوم به یک مسئله LQR چگونه صورت می‌پذیرد.

قضیه [18]:

با فرض کنترل‌پذیری $(A(p_0), B)$ ، مسئله جایابی قطب مقاوم حل‌پذیر است و علاوه بر این جواب مسئله LQR همان جواب مسئله جایابی قطب مقاوم است.

اثبات [18]:

چون $(A(p_0), B)$ و در نتیجه $(A(p_0) + \gamma I, B)$ کنترل‌پذیر است و $F \geq 0$ ، جواب مسئله LQR وجود دارد و جواب آن $u = Kx$ مشخصه زیر را داراست:

سیستم $\dot{x} = A(p_0)x + \gamma x + BKx + B\Phi(p)x$ برای هر $p \in \tilde{P}$ پایدار مجانبی می‌باشد. یعنی:

$$(\forall p \in \tilde{P})(\forall s, \operatorname{Re}(s) \geq 0) |sI - A(p_0) - \gamma I - BK - B\Phi(p)| \neq 0 \quad (۸-۲)$$

$$\Rightarrow (\forall p \in \tilde{P})(\forall s, \operatorname{Re}(s) \geq 0) |(s - \gamma)I - A(p_0) - BK - B\Phi(p)| \neq 0 \quad (9-2)$$

با انتخاب $s' = s - \gamma$

$$\operatorname{Re}(s) = \operatorname{Re}(s' + \gamma) = \operatorname{Re}(s') + \gamma \geq 0 \Leftrightarrow \operatorname{Re}(s') \geq -\gamma \quad (10-2)$$

در نتیجه

$$(\forall p \in \tilde{P})(\forall s, \operatorname{Re}(s') \geq 0) |s'I - A(p_0) - \gamma I - BK - B\Phi(p)| \neq 0 \quad (11-2)$$

که بیان می کند $u = Kx$ جواب مسئله جابجایی قطب مقاوم است.

۲-۲-۳- عدم قطعیت در ماتریس ورودی [18]

در این بخش عدم قطعیت را در ماتریس ورودی فرض می کنیم و ۳ حالت مختلف قابل بررسی

است:

حالت ۱: عدم قطعیت از طریق ماتریس ورودی به سیستم وارد شده و عدم قطعیت در $A(p)$ در

شرط سازگاری صدق می کند. در این حالت سیستم به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$\dot{x} = A(p)x + BD(p)u \quad (12-2)$$

حالت ۲: عدم قطعیت از طریق ماتریس ورودی به سیستم وارد شده و عدم قطعیت در $A(p)$ در

شرط سازگاری صدق نمی کند. در این حالت نیز سیستم به صورت رابطه (۱۲-۲) در نظر گرفته می شود.

حالت ۳: در این حالت عدم قطعیت ورودی از طریق ماتریس B وارد سیستم نمی شود. در دو حالت

قبل فرض کردیم که عدم قطعیت ورودی $D(p)$ از طریق ماتریس B وارد سیستم می شود. در این حالت

سیستم به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$\dot{x} = Ax + Bu + D(p)u \quad (13-2)$$

همان طور که در ۱-۲ توضیح داده شد، توضیحات تکمیلی در باب عدم قطعیت ناسازگار در ماتریس $A(p)$ ارائه نمی شود. بنابراین حالت ۲ بررسی نشده و همچنین حالت ۳ از این جهت که در پروژه عدم قطعیت در ماتریس ورودی از طریق B وارد سیستم شده، بررسی نمی شود.

حالت ۱:

همان طور که گفته شد در این حالت سیستم به صورت رابطه (۱۲-۲) در نظر گرفته می شود که در آن ماتریس $D(p)$ با ابعاد $m \times m$ نشان دهنده عدم قطعیت در ماتریس ورودی است. ابتدا فرض می کنیم:

مقدار نامی $p_0 \in \tilde{P}$ وجود دارد به قسمی که سیستم $(A(p_0), B)$ پایدارپذیر باشد.

برای هر $p \in \tilde{P}$ ، ماتریس ثابت D وجود دارد به قسمی که

$$0 < D \leq D(p) \quad (14-2)$$

برای هر $p \in \tilde{P}$ ، ماتریس $\Phi(p)$ با ابعاد $m \times n$ وجود دارد به قسمی که

$$A(p) - A(p_0) = BD\Phi(p) \quad (15-2)$$

که در آن $\Phi(p)$ محدود است.

با این فرضیات دینامیک سیستم به صورت زیر بازنویسی می شوند

$$\dot{x} = A(p_0)x + BD(u + E(p)u) + BD\Phi(p)x \quad (16-2)$$

که در آن $E(p) = D^{-1}D(p) - I \geq 0$.

برای حل، مسئله کنترل مقاوم به مسئله LQR تبدیل می شود و پایداری سیستم در حضور عدم قطعیت توسط مسئله LQR بدست می آید.

با جایگذاری قانون کنترل پسخورد $u = Kx$ در رابطه (۱۶-۲) داریم

$$\dot{x} = A(p_0)x + BD(Kx + E(p)Kx) + BD\Phi(p)x \quad (۱۷-۲)$$

در ادامه مسئله فوق به یک مسئله LQR تبدیل می شود.

برای سیستم کمکی

$$\dot{x} = A(p_0)x + BDu \quad (۱۸-۲)$$

قانون کنترل پسخورد را چنان می یابیم که تابعی هزینه (۳-۲) حداقل گردد که در آن F کران

بالای عدم قطعیت $\Phi(p)^T \Phi(p)$ است. یعنی برای هر $p \in \tilde{P}$

$$\Phi(p)^T \Phi(p) \leq F \quad (۱۹-۲)$$

برای حل مسئله LQR ابتدا معادله جبری ریکاتی

$$A(p_0)^T S + SA(p_0) + F + I - SBDD^T B^T S = 0 \quad (۲۰-۲)$$

را برحسب S حل می کنیم ($R = R^{-1} = I$). لذا جواب مسئله LQR برابر است با $u = -D^T B^T Sx$

در ادامه نشان می دهیم که جواب مسئله کنترل مقاوم با حل مسئله LQR بدست می آید.

اثبات [18]:

از آنجا که $(A(p_0), B)$ پایدارپذیر و $F \geq 0$ ، جواب مسئله LQR وجود دارد. فرض می کنیم جواب

به صورت $u = Kx$ باشد. اثبات می کنیم که جواب مسئله کنترل مقاوم نیز می باشد؛ یعنی

$$\dot{x} = A(p_0)x + BD(Kx + E(p)Kx) + BD\Phi(p)x \quad (۲۱-۲)$$

برای هر $p \in \tilde{P}$ پایدار مجانبی است.

تعریف می کنیم

$$V(x_0) = \min_{u \in R^m} \int_0^{\infty} (x^T F x + x^T x + u^T u) dt \quad (22-2)$$

که حداقل هزینه کنترل بهینه سیستم کمکی از حالت اولیه X_0 است.

نشان می‌دهیم که $V(x)$ یک تابع لیاپانوف برای سیستم (۲۱-۲) است. طبق تعریف، $V(x)$ باید

در معادله همیلتن-جاکوبی-بلمن صدق کند که به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\min_{u \in R^m} (x^T F x + x^T x + u^T u + V_x^T (A(p_0)x + B D u)) \quad (23-2)$$

چون $u = Kx$ کنترل بهینه است، باید در روابط (۲۴-۲) و (۲۵-۲) صدق کند:

$$x^T F x + x^T x + x^T K^T K x + V_x^T (A(p_0)x + B D u) = 0 \quad (24-2)$$

$$2x^T K^T + V_x^T B D = 0 \quad (25-2)$$

با استفاده از دو رابطه اخیر نشان می‌دهیم که $V(x)$ یک تابع لیاپانوف برای سیستم (۲۱-۲)

می‌باشد. بدیهی است

$$\begin{aligned} V(x) &> 0 & x &\neq 0 \\ V(x) &= 0 & x &= 0 \end{aligned} \quad (26-2)$$

برای نشان دادن $\dot{V}(x) < 0$ به ازای تمام $x \neq 0$ ، ابتدا از رابطه (۲۱-۲) استفاده می‌کنیم.

$$\dot{V}(x) = V_x^T \dot{x}$$

$$\begin{aligned} &= V_x^T (A(p_0)x + B D (Kx + E(p)Kx) + B D \Phi(p)x) \\ &= V_x^T (A(p_0)x + B D Kx) + V_x^T (B D E(p)Kx) + B D \Phi(p)x \end{aligned} \quad (27-2)$$

با استفاده از رابطه (۲۷-۲) داریم

$$V_x^T (A(p_0)x + B D Kx) = -(x^T F x + x^T x + x^T K^T K x) \quad (28-2)$$

با استفاده از رابطه (۲۵-۲) داریم

$$V_x^T (BDE(p)Kx) + BD\Phi(p)x = -2x^T K^T E(p)Kx - 2x^T K^T \Phi(p)x \quad (29-2)$$

بنابراین از رابطه (27-2) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= -x^T Fx - x^T x - x^T K^T Kx - 2x^T K^T E(p)Kx - 2x^T K^T \Phi(p)x \\ &= -x^T Fx - x^T x - x^T K^T Kx - 2x^T K^T \Phi(p)x - x^T \Phi(p)^T \Phi(p)x + x^T \Phi(p)^T \Phi(p)x - 2x^T K^T E(p)Kx \\ &= -x^T Fx + x^T \Phi(p)^T \Phi(p)x - x^T x - x^T K^T Kx - 2x^T K^T \Phi(p)x - x^T \Phi(p)^T \Phi(p)x - 2x^T K^T E(p)Kx \\ &= -x^T (F + \Phi(p)^T \Phi(p))x - x^T x - x^T (K + \Phi(p))^T (K + \Phi(p))x - 2x^T K^T E(p)Kx - x^T x \end{aligned} \quad (30-2)$$

به بیان دیگر

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &< 0 & x \neq 0 \\ \dot{V}(x) &= 0 & x = 0 \end{aligned} \quad (31-2)$$

بنابراین از قضیه پایداری لیاپانوف، سیستم (21-2) برای هر $p \in \tilde{P}$ پایدار است. به عبارت دیگر، $u = Kx$ جواب مسئله کنترل مقاوم است.

۲-۳- طراحی کنترل مقاوم سیستم‌های غیرخطی [19]

طراحی کنترل مقاوم برای سیستم‌های غیرخطی پیچیده می‌باشد. در واقع بسیاری از روش‌های کنترل مقاوم فقط برای سیستم‌های خطی کاربرد دارند. اما برای روش کنترل مقاوم پیشنهادی اینچنین نیست. به لحاظ مفهومی، این روش به‌طور یکسان به سیستم‌های خطی و غیرخطی اعمال می‌شود. برای سیستم‌های خطی، مسئله کنترل بهینه به مسئله LQR تبدیل می‌شود که حل آن همیشه وجود داشته و به سادگی با حل معادله جبری ریکاتی بدست می‌آید.

نظریه سیستم‌های غیرخطی را به نحوی مشابه با نظریه سیستم‌های خطی توسعه می‌دهیم که در آن عدم قطعیت سازگار مطالعه می‌شود و نشان داده می‌شود تا زمانی که جواب مسئله کنترل بهینه متناظر وجود دارد، این جواب همان جواب مسئله کنترل مقاوم است. سپس عدم قطعیت ناسازگار مطالعه می‌شود. عدم قطعیت به دو بخش‌های سازگار و ناسازگار تجزیه شده و کنترل الحاقی برای

عدم قطعیت ناسازگار معرفی می گردد. برای اطمینان از این که جواب مسئله کنترل بهینه متناظر، جواب مسئله کنترل مقاوم است، یک شرط کافی قابل محاسبه نیز حاصل می شود.

۲-۳-۱- عدم قطعیت سازگار [19]

سیستم غیرخطی را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u + B(x)f(x) \quad (2-32)$$

که در آن $B(x)f(x)$ عدم قطعیت در دینامیک های سیستم را مدل می کند. از آنجا که عدم قطعیت در فضای برد $B(x)$ است، شرط سازگاری برقرار است. فرضیات زیر را در نظر می گیریم:

(۱) $A(0) = 0$ و $f(0) = 0$ به طوری که $x = 0$ نقطه تعادل است (اگر مسئله کنترل مقاوم حل پذیر

باشد، $x = 0$ تنها نقطه تعادل خواهد بود).

(۲) عدم قطعیت $f(x)$ محدود است: یعنی تابع غیرمنفی $f_{\max}(x)$ وجود دارد به قسمی که

$$\|f(x)\| \leq f_{\max}(x) \quad (2-33)$$

هدف حل مسئله کنترل مقاوم زیر برای پایدارسازی سیستم با عدم قطعیت می باشد.

قانون کنترل پس خورد $u = u_0(x)$ را چنان می یابیم که سیستم حلقه بسته

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u_0(x) + B(x)f(x) \quad (2-34)$$

برای هر عدم قطعیت $f(x)$ که در (۲-۳۳) صدق می کند، پایدار مجانبی فراگیر^۱ باشد. مسئله کنترل

مقاوم فوق را به طور غیرمستقیم با تبدیل آن به مسئله کنترل بهینه حل می کنیم.

برای سیستم نامی

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u \quad (2-35)$$

¹ Globally Asymptotically Stable

قانون کنترل پس‌خورد $u = u_0(x)$ را چنان بیابید که تابعی هزینه

$$\int_0^{\infty} (f_{\max}(x)^2 + x^T x + u^T u) dt \quad (۳۶-۲)$$

حداقل گردد. رابطه بین مسئله کنترل مقاوم و مسئله کنترل بهینه در قضیه زیر بیان می‌شود.

قضیه [19]

در صورت وجود، جواب مسئله کنترل بهینه همان جواب مسئله کنترل مقاوم نیز می‌باشد.

فصل سوم

طراحی کنترل مقاوم برای بازوی مصنوعی ربات

در این فصل، روش کنترل بهینه را برای کنترل مقاوم بازوهای مصنوعی ربات بکار می‌بریم. حل مسئله کنترل بازوی مکانیکی بدین صورت است که فرض می‌کنیم از بازوی مصنوعی ربات برای جابجا کردن شیء نامشخصی استفاده می‌شود. در کنترل بازوی مکانیکی، عدم قطعیت‌های زیر مدنظر است:

(۱) وزن شیء نامشخص است، زیرا شیء از پیش معلوم نیست.

(۲) ممکن است عدم قطعیت در اصطکاک و دیگر پارامترهای دینامیک بازوی مصنوعی وجود داشته باشد، زیرا مدل کردن و اندازه‌گیری دقیق آن‌ها مشکل است.

هدف طراحی کنترل‌کننده مقاومی است که قابلیت رسیدگی به این عدم قطعیت‌ها را داشته باشد. برای بازوی مصنوعی ربات، باوجود عدم قطعیت در ماتریس ورودی شرط سازگاری برقرار است. با استفاده از روش کنترل بهینه قانون کنترل مقاوم کلی را بدست آورده و آن را به ربات دو مفصلی اسکارا^۱ اعمال خواهیم کرد.

۳-۲- دینامیک ربات [20]

استفاده از معادله لاگرانژ^۲ یک روش عمومی برای بدست آوردن دینامیک‌های ربات است که از طریق انرژی‌های جنبشی و پتانسیل یک سیستم ذخیره‌کننده^۳، بردارهای تعمیم‌یافته را به نیروهای تعمیم‌یافته مرتبط می‌سازد. برای نمایش معادله لاگرانژ ابتدا یادآور می‌شویم که انرژی جنبشی جرم m که با سرعت خطی v حرکت می‌کند برابر است با

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (۳-۱)$$

^۱ SCARA

^۲ Lagrange

^۳ Conservative

به‌طور مشابه، انرژی جنبشی شیء با ممان اینرسی J که با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد عبارتست از

$$K = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (2-3)$$

انرژی پتانسیل جرم m در ارتفاع h در یک میدان گرانشی $P = mgh$ است. لذا معادله لاگرانژ بدین صورت نوشته می‌شود

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau \quad (3-3)$$

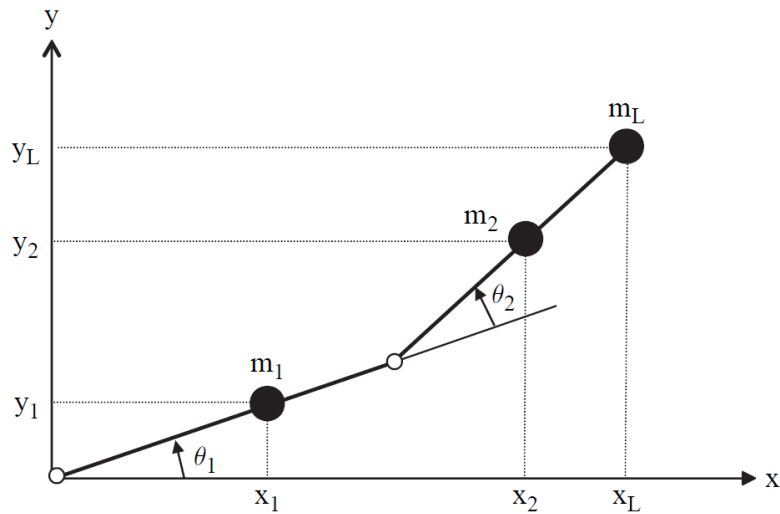
که در آن q بردار n بعدی از مختصات تعمیم‌یافته q_i ، τ بردار n بعدی از نیروهای تعمیم‌یافته τ_i و $L = K - P$ تفاوت بین انرژی‌های جنبشی و پتانسیل، لاگرانژین است.

بازوی ربات دولینکی چرخشی/ منشوری^۱ صفحه‌ای نشان داده شده در شکل ۳-۱ را در نظر بگیرید. برای سادگی، فرض می‌کنیم جرم‌های لینک در مرکز جرم متمرکز باشند. پارامترهای مرتبط با لینک‌های اول و دوم عبارتند از:

l_1 طول لینک ۱، r_1 فاصله مفصل ۱ تا مرکز جرم، m_1 جرم لینک ۱.

l_2 طول لینک ۲، r_2 فاصله مفصل ۲ تا مرکز جرم، m_2 جرم لینک ۲.

^۱ Revolution/Prismatic



شکل ۳-۱: بازوی ربات مسطح دولینکی RP

همچنین فرض کنید ربات باری را با جرم m_L جابجا می‌کند. برای توصیف دینامیک‌های ربات، مختصات و نیروهای تعمیم‌یافته زیر را تعریف می‌کنیم:

θ_1 زاویه لینک ۱ نسبت به خط افقی، θ_2 زاویه لینک ۲ نسبت به خط افقی، τ_1 گشتاور اعمالی به مفصل ۱، τ_2 گشتاور اعمالی به مفصل ۲.

از شکل ۳-۱ به آسانی مشاهده می‌شود که مختصات x - y جرم‌های m_1 ، m_2 و m_L به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} x_1 &= r_1 \cos \theta_1 \\ x_2 &= l_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ x_L &= l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (۴-۳)$$

$$\begin{aligned} y_1 &= r_1 \sin \theta_1 \\ y_2 &= l_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ y_L &= l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (۵-۳)$$

مشتقات روابط (۴-۳) و (۵-۳) عبارتند از

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -r_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \\ \dot{x}_2 &= -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - r_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \dot{x}_L &= -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (۶-۳)$$

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= r_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \\
\dot{y}_2 &= l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + r_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
\dot{y}_L &= l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2)
\end{aligned}
\tag{۷-۳}$$

بنابراین انرژی‌های جنبشی و پتانسیل لینک ۱ عبارتست از

$$\begin{aligned}
K_1 &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \dot{\theta}_1^2 \\
P_1 &= m_1 g h_1 = m_1 g y_1 = m_1 g r_1 \sin \theta_1
\end{aligned}
\tag{۸-۳}$$

انرژی‌های جنبشی و پتانسیل لینک ۲ برابر است با

$$\begin{aligned}
K_2 &= \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) \\
&= \frac{1}{2} m_2 ((l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + r_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2))^2 \\
&\quad + (l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + r_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2))^2) \\
&= \frac{1}{2} m_2 (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + r_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2 l_1 \dot{\theta}_1 r_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2) \\
P_2 &= m_2 g h_2 = m_2 g y_2 = m_2 g (l_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin(\theta_1 + \theta_2))
\end{aligned}
\tag{۹-۳}$$

و انرژی‌های جنبشی و پتانسیل بار عبارتند از

$$\begin{aligned}
K_L &= \frac{1}{2} m_L v_L^2 = \frac{1}{2} m_L (\dot{x}_L^2 + \dot{y}_L^2) \\
&= \frac{1}{2} m_L ((l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2))^2 \\
&\quad + (l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2))^2) \\
&= \frac{1}{2} m_L (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2 l_1 \dot{\theta}_1 l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2) \\
P_L &= m_L g h_L = m_L g y_L = m_L g (l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2))
\end{aligned}
\tag{۱۰-۳}$$

بنابراین لاگرانژین کل بازو برابر است با

$$\begin{aligned}
L &= K_1 + K_2 + K_L - P_1 - P_2 - P_L \\
&= \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + r_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2l_1 \dot{\theta}_1 r_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2) \\
&\quad + \frac{1}{2} m_L (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2l_1 \dot{\theta}_1 l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2) - m_1 g r_1 \sin \theta_1 \\
&\quad - m_2 g (l_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)) - m_L g (l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2))
\end{aligned} \tag{۱۱-۳}$$

برای بدست آوردن معادله لاگرانژ، ابتدا محاسبات زیر را انجام می‌دهیم

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} &= m_1 r_1^2 \dot{\theta}_1 + m_2 (l_1^2 \dot{\theta}_1 + r_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + l_1 r_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2) \\
&\quad + m_L (l_1^2 \dot{\theta}_1 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + l_1 l_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2)
\end{aligned} \tag{۱۲-۳}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} &= m_1 r_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 (l_1^2 \ddot{\theta}_1 + r_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + l_1 r_2 (2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cos \theta_2 - l_1 r_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_2) \\
&\quad + m_L (l_1^2 \ddot{\theta}_1 + l_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + l_1 l_2 (2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cos \theta_2 - l_1 l_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_2)
\end{aligned} \tag{۱۳-۳}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \theta_1} &= m_1 g r_1 \cos \theta_1 - m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) \\
&\quad - m_L g (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2))
\end{aligned} \tag{۱۴-۳}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = m_2 (r_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + l_1 r_2 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2) + m_L (l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2) \tag{۱۵-۳}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} &= m_2 (r_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + l_1 r_2 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 - l_1 r_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2) \\
&\quad + m_L (l_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 - l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2)
\end{aligned} \tag{۱۶-۳}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \theta_2} &= -m_2 l_1 \dot{\theta}_1 r_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_2 - m_L l_1 \dot{\theta}_1 l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_2 \\
&\quad - m_2 g r_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - m_L g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)
\end{aligned} \tag{۱۷-۳}$$

اکنون معادله لاگرانژ (۳-۳) بدست می‌آید.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = \tau_1 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} & m_1 r_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 (l_1^2 \ddot{\theta}_1 + r_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + l_1 r_2 (2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cos \theta_2 - l_1 r_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_2) \\ & + m_L (l_1^2 \ddot{\theta}_1 + l_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + l_1 l_2 (2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cos \theta_2 - l_1 l_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_2) \\ & - m_1 g r_1 \cos \theta_1 + m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) \\ & + m_L g (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) = \tau_1 \end{aligned} \quad (۱۸-۳)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = \tau_2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} & m_2 (r_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + l_1 r_2 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 - l_1 r_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2) \\ & + m_L (l_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 - l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2) \\ & + m_2 l_1 \dot{\theta}_1 r_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_2 + m_1 l_1 \dot{\theta}_1 l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_2 \\ & + m_2 g r_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + m_L g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) = \tau_2 \end{aligned} \quad (۱۹-۳)$$

یا به صورت ماتریسی

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_1 r_1^2 + m_2 l_1^2 + m_2 r_2^2 + 2m_2 l_1 r_2 \cos \theta_2 + m_L l_1^2 + m_L l_2^2 + 2m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 \\ m_2 r_2^2 + m_2 l_1 r_2 \cos \theta_2 + m_L l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 \\ m_2 r_2^2 + m_2 l_1 r_2 \cos \theta_2 + m_L r_2^2 + m_L l_1 l_2 \cos \theta_2 \\ m_2 r_2^2 + m_L l_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} -m_2 l_1 r_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 - m_L l_1 l_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ m_2 l_1 \dot{\theta}_1^2 r_2 \sin \theta_2 + m_L l_1 \dot{\theta}_1^2 l_2 \sin \theta_2 \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} m_1 g r_1 \cos \theta_1 + m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) + m_L g (l_1 \cos \theta_1 \\ + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) m_2 g r_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + m_L g r_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۲۰-۳)$$

۳-۳- فرمول بندی مسئله [21]

همان طور که نشان داده شد، با استفاده از معادله لاگرانژ، دینامیک های بازوی مصنوعی ربات به صورت زیر بدست می آید:

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + U(\dot{q}) + W(q) = \tau \quad (۲۱-۳)$$

که q بردار مرجع تعمیم یافته، τ بردار نیروی تعمیم یافته، $M(q)$ ماتریس اینرسی، $V(q, \dot{q})$ بردار کریولیس/جانب مرکز، $W(q)$ بردار گرانش و $U(\dot{q})$ بردار اصطکاک است.

برای سادگی داریم

$$V(q, \dot{q}) + U(\dot{q}) + W(q) = N(q, \dot{q}) \quad (۲۲-۳)$$

به دلیل وجود مواردی از جمله نامشخص بودن باری که برداشته می شود و اصطکاک های مدل نشده، عدم قطعیت هایی در $M(q)$ و $V(q, \dot{q})$ وجود دارند. فرض می کنیم کران های زیر روی عدم قطعیت ها وجود دارند.

(۱) ماتریس های مثبت معین $M_0(q)$ و $M_{\min}(q)$ وجود دارند به طوری که

$$M_0(q) \geq M(q) \geq M_{\min}(q) \quad (۲۳-۳)$$

(۲) بردار $N_0(q, \dot{q})$ و تابع غیرمنفی $n_{\max}(q, \dot{q})$ وجود دارد به طوری که

$$\|N(q, \dot{q}) - N_0(q, \dot{q})\| \leq n_{\max}(q, \dot{q}) \quad (۲۴-۳)$$

مسئله کنترل مقاوم طراحی قانون کنترلی برای کنترل بازوی مصنوعی ربات از یک مکان اولیه به $(q, \dot{q}) = (0, 0)$ است.

برای بدست آوردن معادله حالت در مسئله کنترل مقاوم، متغیرهای حالت را به صورت زیر تعریف

می کنیم:

$$\begin{aligned} x_1 &= q \\ x_2 &= \dot{q} \end{aligned} \quad (25-3)$$

با تعریف متغیر کنترل به صورت

$$u = M_0(q)^{-1}(\tau - N_0(q, \dot{q})) \quad (26-3)$$

دینامیک‌های بازوی مصنوعی ربات عبارتند از

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{q} = x_2 \\ \dot{x}_2 &= \ddot{q} = M(q)^{-1}(\tau - N(q, \dot{q})) = M(q)^{-1}(\tau - N_0(q, \dot{q})) + M(q)^{-1}(N_0(q, \dot{q}) - N(q, \dot{q})) \\ &= M(q)^{-1}M_0(q)M_0(q)^{-1}(\tau - N_0(q, \dot{q})) + M(q)^{-1}(N_0(q, \dot{q}) - N(q, \dot{q})) \\ &= M(x_1)^{-1}M_0(x_1)u + M(x_1)^{-1}(N_0(x_1, x_2) - N(x_1, x_2)) \end{aligned} \quad (27-3)$$

با تعریف

$$\begin{aligned} b(x) &= M(x_1)^{-1}M_0(x_1) - I \\ f(x) &= M(x_1)^{-1}(N_0(x_1, x_2) - N(x_1, x_2)) \end{aligned} \quad (28-3)$$

معادله حالت عبارتست از

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= (u + b(x)u) + f(x) \end{aligned} \quad (29-3)$$

که به صورت ماتریسی

$$\dot{x} = Ax + B(u + b(x)u) + Bf(x) \quad (30-3)$$

مطالعه می شود که در آن

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (31-3)$$

۴-۳ طراحی کنترل مقاوم [22]

هدف یافتن قانون کنترل پسخور $u = u_0(x)$ است به گونه‌ای که سیستم حلقه بسته (۳-۳۰) برای تمام عدم قطعیت‌های $f(x)$ و $b(x)$ پایدار مجانبی فراگیر باشد.

با جایگذاری قانون کنترلی در رابطه (۳-۳۰) داریم

$$\dot{x} = Ax + B(u_0(x) + b(x)u_0(x)) + Bf(x) \quad (۳-۳۲)$$

می‌دانیم که عدم قطعیت‌های $f(x)$ و $b(x)$ در روابط (۳-۸) و (۳-۹) صدق می‌کنند، پس

$$b(x) = M(x_1)^{-1}M_0(x_1) - I \geq 0 \quad (۳-۳۳)$$

$$\begin{aligned} \|f(x)\| &= \|M(x_1)^{-1}(N_0(x_1, x_2) - N(x_1, x_2))\| \leq \|M(x_1)^{-1}\| \|N_0(x_1, x_2) - N(x_1, x_2)\| \\ &\leq \|M_{\min}(x_1)^{-1}\| n_{\max}(x_1, x_2) = f_{\max}(x) \end{aligned} \quad (۳-۳۴)$$

با استفاده از مطالب فصل گذشته، مسئله کنترل مقاوم را به مسئله کنترل بهینه تبدیل می‌کنیم.

برای سیستم

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (۳-۳۵)$$

قانون کنترل پسخور $u = u_0(x)$ چنان می‌یابیم که تابع هزینه زیر حداقل گردد.

$$\int_0^{\infty} (f_{\max}(x)^2 + x^T x + u^T u) dt \quad (۳-۳۶)$$

توجه کنید که شرط سازگاری برای بازوی مصنوعی ربات برقرار است. طبق نتایج فصل گذشته،

جواب مسئله کنترل بهینه در صورت وجود، جواب مسئله کنترل مقاوم نیز خواهد بود. اگرچه برای $f(x)$

داده شده در رابطه (۳-۲۸) $\|f(x)\|^2$ به صورت مربعی محدود نباشد، با این حال در بسیاری از حالات

می‌توان بزرگترین فاصله فیزیکی ممکن از x را یافته و کران مربعی (درجه دو) را برای $\|f(x)\|^2$ تعیین

کرد. فرض می‌کنیم چنین کرانی برای ماتریس مثبت معین مانند F به صورت زیر باشد:

$$f(x)^T f(x) \leq x^T F x \quad (37-3)$$

در این صورت مسئله در دست مطالعه به مسئله LQR زیر تبدیل می شود.

برای سیستم با رابطه (31-3)، قانون کنترل پسخورد $u = u_0(x)$ چنان می یابیم که تابع هزینه با رابطه (3-2) حداقل گردد.

برای حل این مسئله، معادله ریکاتی زیر را بر حسب S حل می کنیم که در آن $R = R^{-1} = I$

$$A^T S + S A + F + I - S B B^T S = 0 \quad (38-3)$$

جواب مسئله کنترل بهینه برابر است با

$$u = -B^T S x \quad (39-3)$$

به دلیل ساختار خاص A و B ، حل معادله جبری ریکاتی ساده است. برای مشاهده این موضوع

در نظر می گیریم:

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 \\ F_2^T & F_3 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad S = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2^T & S_3 \end{bmatrix} \quad (40-3)$$

با جایگذاری A, B, F و S در معادله جبری ریکاتی داریم

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2^T & S_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2^T & S_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 & F_2 \\ F_2^T & F_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2^T & S_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2^T & S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (41-3)$$

که نشان می دهد

$$\begin{aligned} F_1 + I - S_2 S_2^T &= 0 \\ S_1 + F_2 - S_2 S_3 &= 0 \\ S_2 + S_2^T + F_3 + I - S_3^T &= 0 \end{aligned} \quad (42-3)$$

لذا

$$\begin{aligned}
S_1 &= (F_1 + I)^{\frac{1}{2}} (2(F_1 + I)^{\frac{1}{2}} + F_3 + I)^{\frac{1}{2}} - F_2 \\
S_2 &= (F_1 + I)^{\frac{1}{2}} \\
S_3 &= (2(F_1 + I)^{\frac{1}{2}} + F_3 + I)^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}
\tag{۴۳-۳}$$

کنترل بهینه برابراست با

$$\begin{aligned}
\mathbf{u} &= -\mathbf{B}^T \mathbf{S} \mathbf{x} \\
&= -(F_1 + I)^{\frac{1}{2}} \mathbf{x}_1 - (2(F_1 + I)^{\frac{1}{2}} + F_3 + I)^{\frac{1}{2}} \mathbf{x}_2
\end{aligned}
\tag{۴۴-۳}$$

فصل چهارم

شبیه‌سازی

۱-۴- شبیه سازی

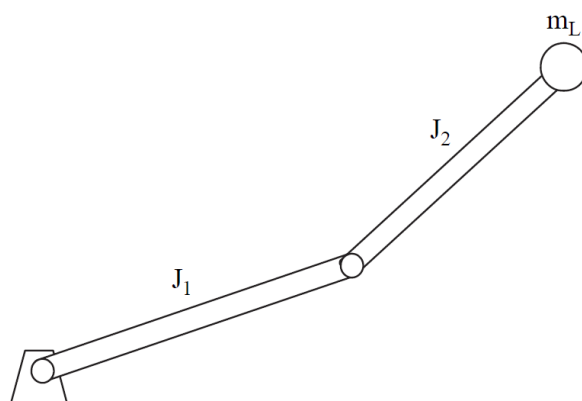
در این فصل کنترل پیشنهادی را بر روی ربات دومفصله اسکارا پیاده سازی می کنیم. دینامیک های ربات شبیه به آنچه در فصل سوم اشاره کردیم، می باشد. همچنین فرض می کنیم که در مفاصل اصطکاک وجود دارد. ساختار بازوی مصنوعی ربات در شکل ۱-۴ نشان داده شده است. از نمادهای مشابه با فصل سوم نیز برای پارامترها و متغیرهای بازوی مصنوعی ربات استفاده می کنیم.

در شبیه سازی، مقادیر زیر در نظر گرفته می شوند

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 13.86 \text{ oz} & m_2 &= 3.33 \text{ oz} \\
 J_1 &= 62.39 \text{ oz in}^2 & J_2 &= 110.7 \text{ oz in}^2 \\
 l_1 &= 8 \text{ in} & l_2 &= 6 \text{ in} \\
 r_1 &= 4.12 \text{ in} & r_2 &= 3.22 \text{ in} \\
 b_1 &= 20 \text{ oz in s} & b_2 &= 50 \text{ oz in s} \\
 m_L &\in [5, 20] \text{ oz}
 \end{aligned}
 \tag{۱-۴}$$

سیستم را با هدف جابجایی بازوی مصنوعی ربات از هر مکان اولیه به موقعیت روبه بالا^۱ یعنی

$\theta_1 = 90^\circ$ و $\theta_2 = 0^\circ$ ، شبیه سازی می کنیم.



شکل ۱-۴: بازوی مصنوعی ربات دومفصله اسکارا

^۱ Upward

برای راحتی تعریف می‌کنیم

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 90 - \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (۲-۴)$$

معادله دینامیکی بازوی مصنوعی ربات برابر است با

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (۳-۴)$$

درایه‌های معادله فوق به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند

$$\begin{aligned} M_{11} &= J_1 + J_2 + m_1 r_1^2 + m_2 l_1^2 + m_2 r_2^2 + 2m_2 l_1 r_2 \cos q_2 + m_L l_1^2 + m_L l_2^2 + 2m_L l_1 l_2 \cos q_2 \\ M_{12} &= J_2 + m_2 r_2^2 + m_2 l_1 r_2 \cos q_2 + m_L l_2^2 + m_L l_1 l_2 \cos q_2 \\ M_{21} &= J_2 + m_2 r_2^2 + m_2 l_1 r_2 \cos q_2 + m_L l_2^2 + m_L l_1 l_2 \cos q_2 \\ M_{22} &= J_2 + m_2 r_2^2 + m_L l_2^2 \end{aligned} \quad (۳-۴)$$

$$\begin{aligned} V_1 &= (m_2 l_1 r_2 + m_L l_1 l_2)(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2)\dot{q}_2 \sin q_2 \\ V_2 &= (m_2 l_1 r_2 + m_L l_1 l_2)\dot{q}_1^2 \sin q_2 \end{aligned} \quad (۴-۴)$$

$$\begin{aligned} U_1 &= -b_1 \dot{q}_1 \\ U_2 &= -b_2 \dot{q}_2 \end{aligned} \quad (۵-۴)$$

$$\begin{aligned} W_1 &= (m_1 g r_1 + m_2 g l_1 + m_L g l_1) \sin q_1 + (m_2 g r_2 + m_L g l_2) \sin(q_1 + q_2) \\ W_2 &= (m_2 g r_2 + m_L g l_2) \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (۶-۴)$$

با جایگذاری مقادیر پارامترهای (۱-۴) در روابط اخیر داریم

$$\begin{aligned} M_{11} &= 562 + 171.6 \cos q_2 + 100m_L + 96m_L \cos q_2 \\ M_{12} &= 51.2 + 85.8 \cos q_2 + 36m_L + 48m_L \cos q_2 \\ M_{21} &= 51.2 + 85.8 \cos q_2 + 36m_L + 48m_L \cos q_2 \\ M_{22} &= 51.2 + 36m_L \end{aligned} \quad (۷-۴)$$

$$\begin{aligned} V_1 &= (85.8 + 48m_L)(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2)\dot{q}_2 \sin q_2 \\ V_2 &= (85.8 + 48m_L)\dot{q}_1^2 \sin q_2 \end{aligned} \quad (۸-۴)$$

$$\begin{aligned} U_1 &= -20\dot{q}_1 \\ U_2 &= 50\dot{q}_2 \end{aligned} \quad (۹-۴)$$

$$\begin{aligned} W_1 &= (820.68 + 78.4m_L) \sin q_1 + (105.1 + 58.8m_L) \sin(q_1 + q_2) \\ W_2 &= (105.1 + 58.8m_L) \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (۱۰-۴)$$

باتوجه به روابط (۳-۳) و (۳-۴)، کران ماتریس‌ها عبارتند از

$$\begin{aligned} M_0(q) &= \begin{bmatrix} 2562 + 2091.6 \cos q_2 & 771.2 + 1045.8 \cos q_2 \\ 771.2 + 1045.8 \cos q_2 & 771.2 \end{bmatrix} \\ &\geq M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \\ &\geq M_{\min}(q) = \begin{bmatrix} 562 + 171.6 \cos q_2 & 51.2 + 85.8 \cos q_2 \\ 51.2 + 85.8 \cos q_2 & 51.2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۱۱-۴)$$

بنابراین

$$\begin{aligned} \|M_{\min}(q)\| &= \begin{bmatrix} 562 + 171.6 \cos q_2 & 51.2 + 85.8 \cos q_2 \\ 51.2 + 85.8 \cos q_2 & 51.2 \end{bmatrix} \\ &\geq \left\| \begin{bmatrix} 562 & 51.2 \\ 51.2 & 51.2 \end{bmatrix} \right\| = 567.1 \end{aligned} \quad (۱۲-۴)$$

مقدار $N_0(q, \dot{q})$ و $N(q, \dot{q})$ در $m_L = 0$ می‌گیریم.

$$N_0(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} (85.8 + 48m_L)(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2)\dot{q}_2 \sin q_2 - 20\dot{q}_1 + 820.68 \sin q_1 \\ +105.1 \sin(q_1 + q_2) \\ 85.8\dot{q}_1^2 \sin q_2 + 50\dot{q}_2 + 105.1 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (۱۳-۴)$$

در نتیجه

$$\begin{aligned} N(q, \dot{q}) - N_0(q, \dot{q}) &= \begin{bmatrix} 48m_L(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2)\dot{q}_2 \sin q_2 + 78.4m_L \sin q_1 + 58.8m_L \sin(q_1 + q_2) \\ 48m_L\dot{q}_1^2 \sin q_2 + 58.8m_L \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۱۴-۴)$$

فرض می‌کنیم سرعت چرخش با $\|\dot{q}_1\| \leq 10$ و $\|\dot{q}_2\| \leq 10$ محدود شود. پس

$$\begin{aligned}
& \|N(q, \dot{q}) - N_0(q, \dot{q})\| \\
&= \left\| \begin{bmatrix} 48m_L(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2)\dot{q}_2 \sin q_2 + 78.4m_L \sin q_1 + 58.8m_L \sin(q_1 + q_2) \\ 48m_L\dot{q}_1^2 \sin q_2 + 58.8m_L \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \right\| \\
&\leq \left\| m_L \begin{bmatrix} 480(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2) + 78.4q_1 + 58.8(q_1 + q_2) \\ 480\dot{q}_1 + 58.8(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \right\| \\
&\leq \left\| 20 \begin{bmatrix} 136.9 & 58.8 & 960 & -480 \\ 58.8 & 58.8 & 480 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \right\| = n_{\max}(q, \dot{q})
\end{aligned}$$

(۱۵-۴)

از آنجا که $\|M_{\min}(q)\| \geq 567.1$ و $\|f(q, \dot{q})\|^2 \leq \|M_{\min}(q)\|^{-2} n_{\max}(q, \dot{q})^2 \leq x^T F x$ به صورت زیر بدست می‌آید

$$\begin{aligned}
F &= \left(\frac{20}{567.1} \right)^2 \begin{bmatrix} 136.9 & 58.8 & 960 & -480 \\ 58.8 & 58.8 & 480 & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 136.9 & 58.8 & 960 & -480 \\ 58.8 & 58.8 & 480 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 27.6 & 14.3 & 198.6 & -81.7 \\ 14.3 & 8.6 & 105.3 & -35.1 \\ 198.6 & 105.3 & 1432.9 & -573.2 \\ -81.7 & -35.1 & -573.2 & 286.6 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

(۱۶-۴)

باتوجه به رابطه‌های (۳۹-۳) و (۴۴-۳) قانون کنترل برابر است با

$$\begin{aligned}
u &= -(F_1 + I)^{\frac{1}{2}} q - (2(F_1 + I)^{\frac{1}{2}} + F_3 + I)^{\frac{1}{2}} \dot{q} \\
&= - \begin{bmatrix} 4.9863 & 1.9331 \\ 1.9331 & 2.4212 \end{bmatrix} q - \begin{bmatrix} 36.1281 & -11.7310 \\ -11.7310 & 12.4011 \end{bmatrix} \dot{q}
\end{aligned}$$

(۱۷-۴)

بنابراین

$$\begin{aligned}
\tau &= M_0(q)u + N_0(q, \dot{q}) \\
&= \begin{bmatrix} 2562 + 2091.6 \cos q_2 & 771.2 + 1045.8 \cos q_2 \\ 771.2 + 1045.8 \cos q_2 & 771.2 \end{bmatrix} u \\
&\quad + \begin{bmatrix} 85.8(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2)\dot{q}_2 \sin q_2 - 20\dot{q}_1 + 820.68 \sin q_1 + 105.1 \sin(q_1 + q_2) \\ 85.8\dot{q}_1^2 \sin q_2 + 50\dot{q}_2^2 + 105.1 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

(۱۸-۴)

برای سیستم زیر با قانون کنترل (۱۷-۴) شبیه‌سازی را انجام می‌دهیم.

$$\ddot{q} = M(q)^{-1}(\tau - N(q, \dot{q})) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}^{-1} (\tau - N(q, \dot{q})) \quad (۱۹-۴)$$

برای آزمایش مقاوم بودن کنترل‌کننده حاصل، پاسخ‌های واقعی سیستم را برای مقادیر مختلف m_L

شبیه‌سازی می‌کنیم. شکل‌های ۲-۴ تا ۹-۲ نتایج شبیه‌سازی‌ها را نشان می‌دهند.

لازم به ذکر است در شبیه‌سازی‌ها، شرایط اولیه به صورت زیر فرض می‌شوند.

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{\pi}{2} = 90^\circ \\ q_2 &= \frac{\pi}{2} = 90^\circ \\ \dot{q}_1 &= 0 \\ \dot{q}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (۲۰-۴)$$

در شکل‌های ۲-۴ و ۳-۴ به ترتیب مکان و سرعت زاویه‌ای برای $m_L = 50z$ ، در شکل‌های ۴-۴ و

۵-۴ به ترتیب مکان و سرعت زاویه‌ای برای $m_L = 100z$ ، در شکل‌های ۶-۴ و ۷-۴ به ترتیب مکان و

سرعت زاویه‌ای برای $m_L = 150z$ و در شکل‌های ۸-۴ و ۹-۴ به ترتیب مکان و سرعت زاویه‌ای برای

$m_L = 200z$ نشان داده شده‌اند.

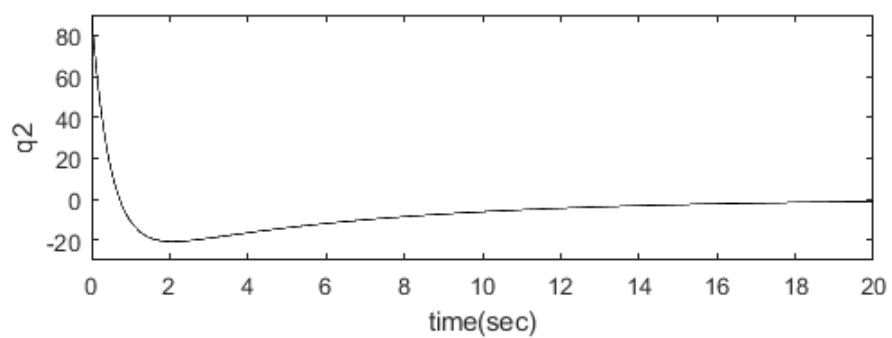
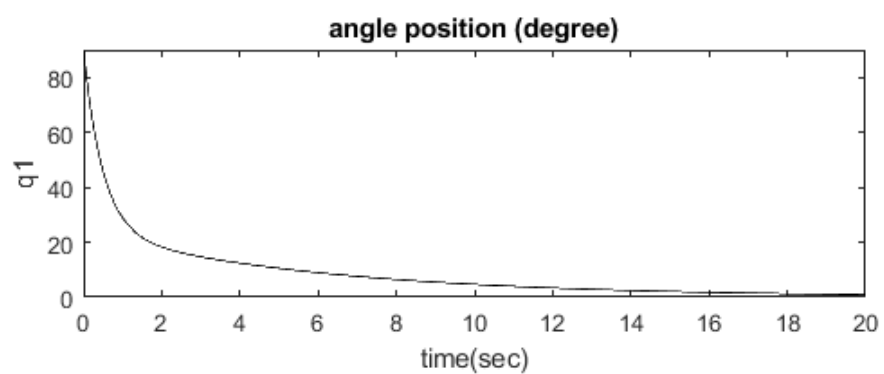
زمان‌های (استقرار) پاسخ و دامنه‌های ورودی‌های کنترل به وزن نسبی حالت‌ها و ورودی‌های کنترل

موجود در تابع هزینه بستگی دارند. توجه کنید می‌توان وزن نسبی γ را در تابعی هزینه

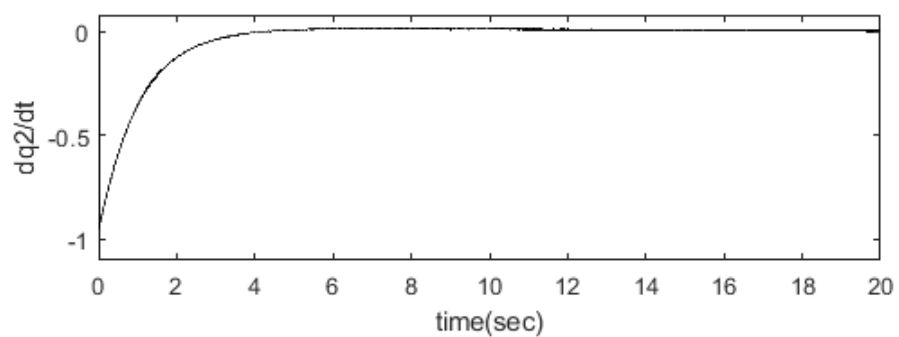
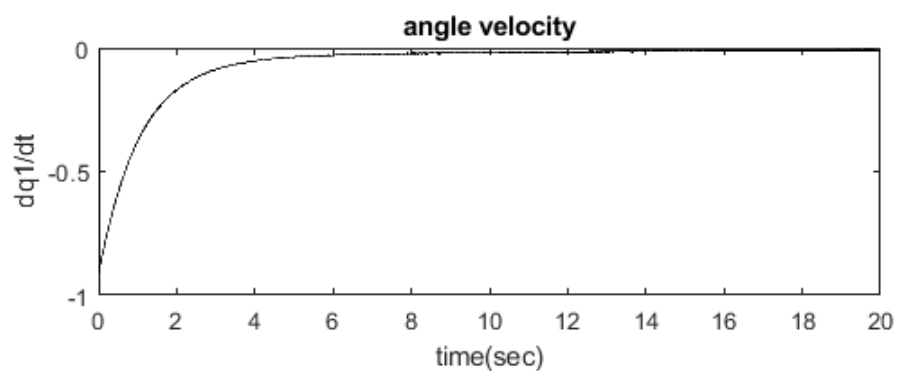
$$\int_0^\infty (x^T F x + x^T x + \gamma u^T u) dt \quad (۲۳-۴)$$

بدون تغییر در مقاوم بودن کنترل حاصل معرفی کرد. با استفاده از مقادیر کوچک γ ، زمان‌های

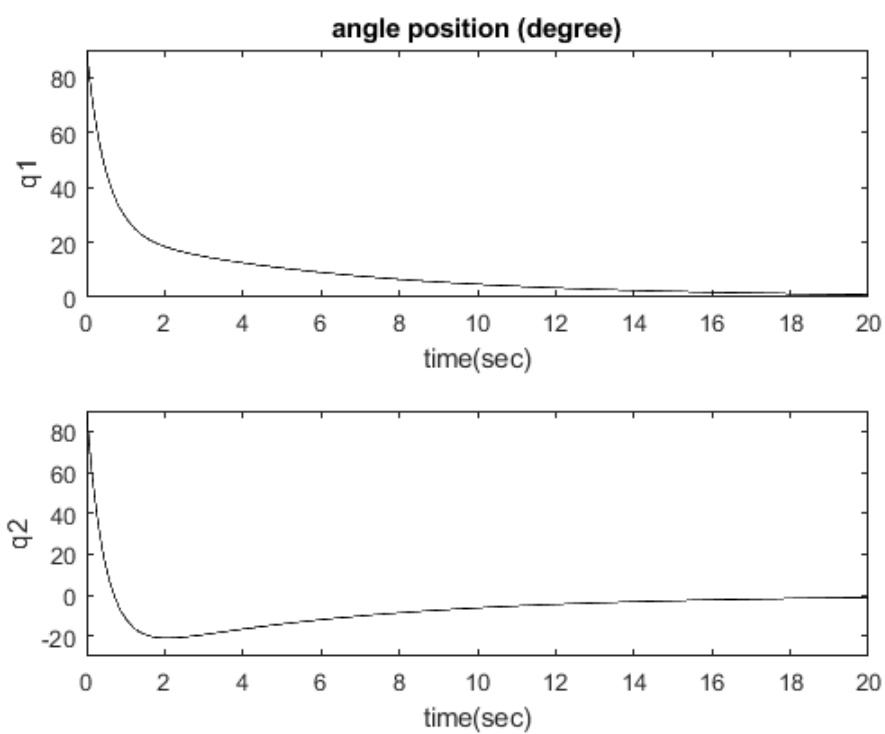
پاسخ سریعی بدست می‌آید (با این هزینه که ورودی‌های کنترل و فراجش‌های بزرگ داشته باشیم).



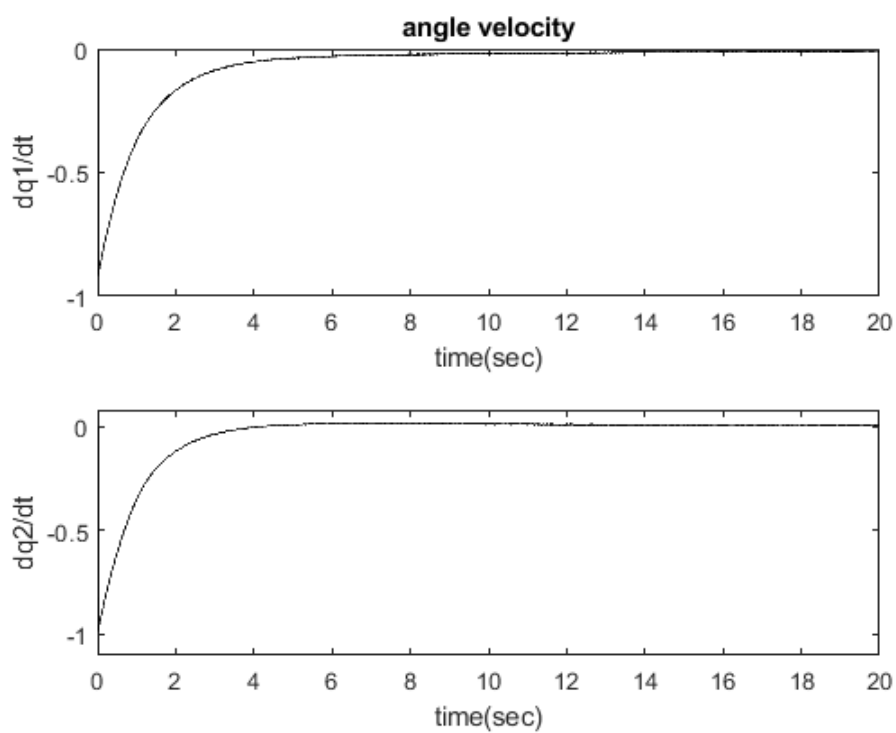
شکل ۴-۲: شبیه‌سازی برای $m_L = 5$



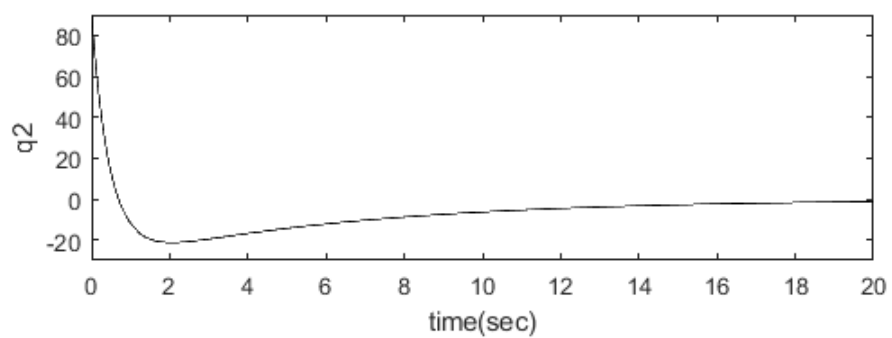
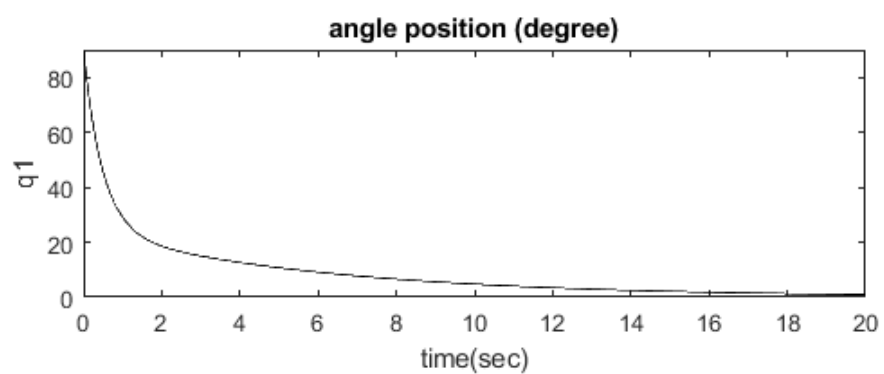
شکل ۴-۳: شبیه‌سازی برای $m_L = 5$



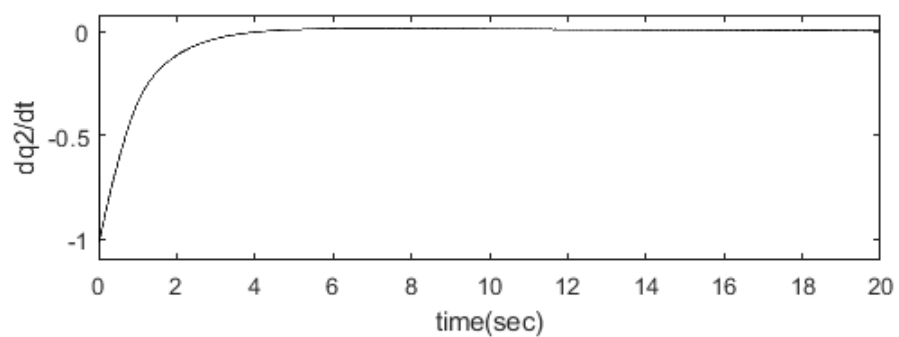
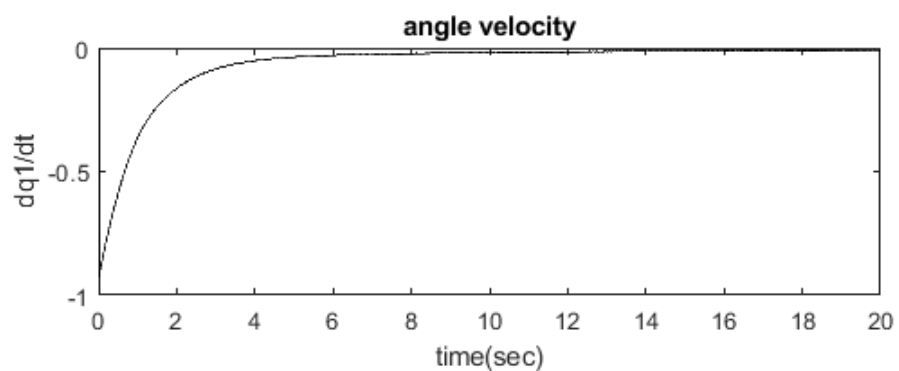
شکل ۴-۴: شبیه‌سازی برای $m_L = 10$



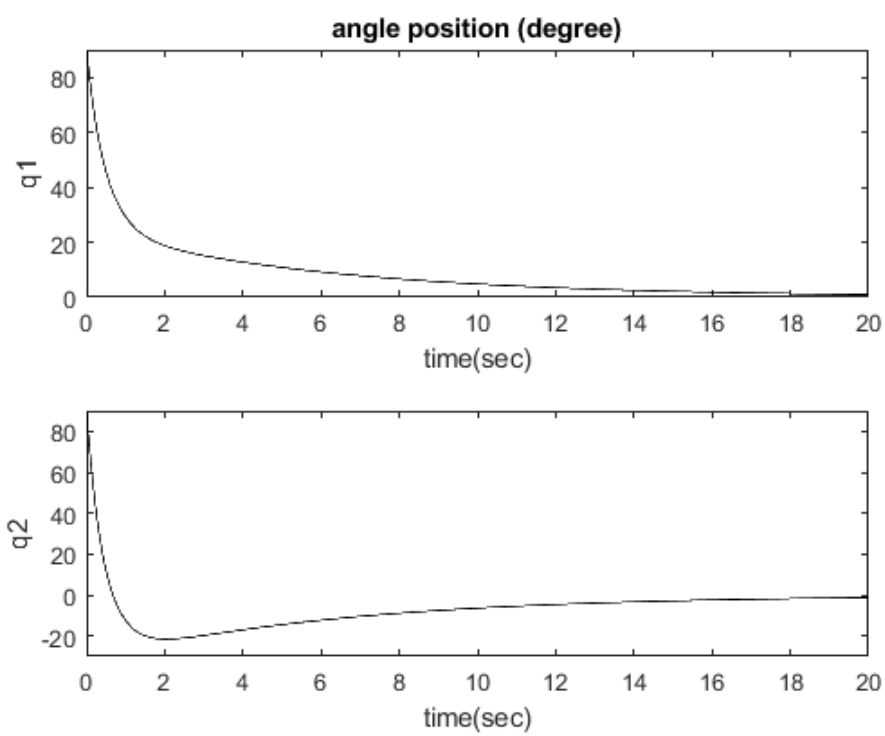
شکل ۴-۵: شبیه‌سازی برای $m_L = 10$



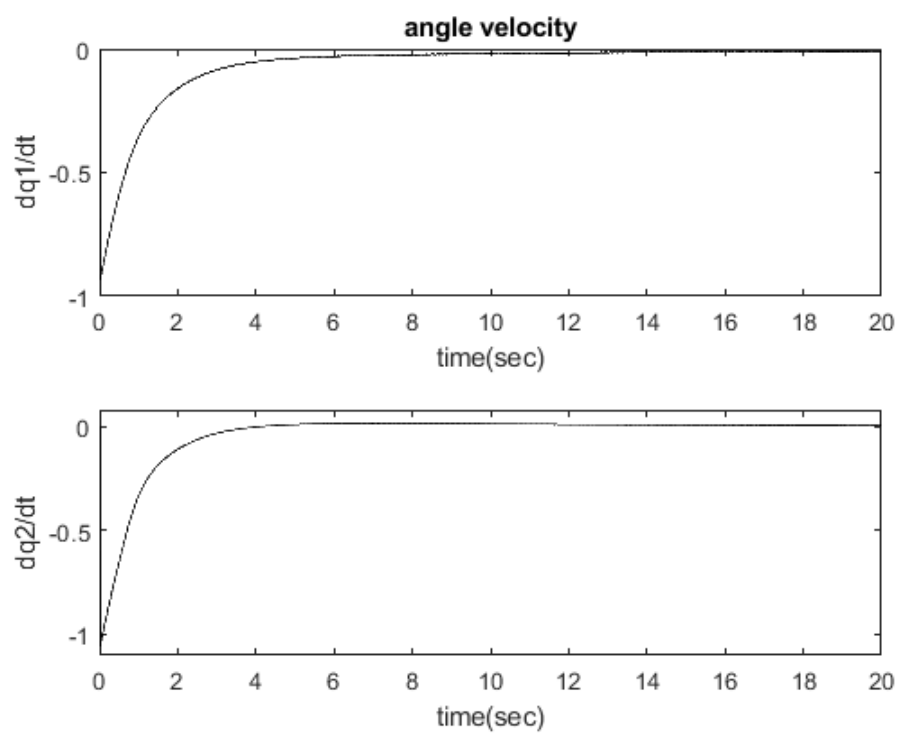
شکل ۴-۶: شبیه‌سازی برای $m_L = 15$



شکل ۴-۷: شبیه‌سازی برای $m_L = 15$



شکل ۴-۸: شبیه‌سازی برای $m_L = 20$



شکل ۴-۹: شبیه‌سازی برای $m_L = 20$

در این فصل طراحی کنترل مقاوم برای سیستم‌های خطی و غیرخطی توضیح داده شد. حالتی که شرط سازگاری برقرار باشد بررسی گردید. برای عدم قطعیت سازگار، تا زمانی که سیستم پایداری پذیر باشد، کنترل مقاوم وجود دارد. شرط پایداری پذیری، شرط لازم است، زیرا در غیر این صورت کنترل وجود ندارد. اگر شرط را از پایداری پذیری به کنترل پذیری ارتقاء دهیم، آنگاه نه تنها می‌توانیم سیستم را پایدار کنیم بلکه می‌توانیم قطب‌ها را به سمت چپ هر عدد حقیقی که پایداری را افزایش می‌دهد، جابجایی کنیم. در هر دو حالت پاسخ با حل مسئله LQR بدست می‌آید. در مورد عدم برقراری شرط سازگاری، به دلیل عدم استفاده در پروژه، توضیحات اولیه داده شد. هنگامی که شرط کافی برقرار باشد، جواب مسئله کنترل بهینه، جواب مسئله کنترل مقاوم نیز می‌باشد. مسئله کنترل مقاوم در چارچوب مطالب فصل دوم فرمول بندی شد. مسئله کنترل مقاوم حاصل در شرط سازگاری صدق کرد، اگرچه در ماتریس ورودی عدم قطعیت وجود داشت. برای آزمایش عملکرد روش پیشنهادی، ربات دومفصلی اسکارا در نظر گرفته شد که در بسیاری از روش‌های دیگر هم استفاده شده است. قانون کنترل روی ربات دومفصلی اسکارا شبیه سازی شد. باتوجه به شکل‌ها مشاهده می‌شود که این کنترل برای مقادیر مختلف m_L بسیار مقاوم است و همچنین لازم به ذکر است که فرض $\|\dot{q}_1\| \leq 10$ و $\|\dot{q}_2\| \leq 10$ دقیقاً برقرار هستند.

فصل پنجم

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۵-۱- نتیجه گیری

با توجه به اینکه بازوی مصنوعی ربات دارای دینامیک‌های غیرخطی است و بسیاری از روش‌های کنترل مقاوم فقط برای سیستم‌های خطی کاربرد دارند، که محدودکننده است. اما برای روش کنترل مقاوم پیشنهادی این چنین نیست. با وجود روش کنترل بهینه خطی و غیرخطی برای حل مسئله کنترل مقاوم، در این پایان نامه از روش کنترل بهینه خطی برای حل مسئله کنترل مقاوم بازوی مصنوعی ربات استفاده گردید. بدین صورت که ابتدا معادلات دینامیکی برای بازوی مصنوعی ربات به فرم معادلات حالت بیان شد، سپس کنترل مقاوم با در نظر گرفتن عدم قطعیت به صورت نامشخص بودن وزن شئ و همچنین وجود عدم قطعیت در اصطکاک و دیگر پارامترهای دینامیک‌های بازوی مصنوعی ربات طراحی گردید. در ادامه حل تحلیلی مسئله کنترل بهینه خطی با بدست آوردن قانون کنترل مقاوم انجام شد و با استفاده از مقادیر کوچک وزن نسبی γ در تابعی هزینه (۴-۲۳) پاسخ سریع تری بدست آمد به طوری که نتایج نشان می‌دهد که قانون کنترلی بدست آمده برای مقادیر مختلف m_L بسیار مقاوم است و همچنین لازم به ذکر است که مقدار γ به گونه‌ای انتخاب شد که فرض $\|\dot{q}_1\| \leq 10$ و $\|\dot{q}_2\| \leq 10$ دقیقاً برقرار هستند.

۵-۲- پیشنهاد

برای ادامه کار می‌توان موارد زیر را پیشنهاد داد:

- ۱- استفاده از سایر الگوریتم‌های تکاملی برای حل مسئله بهینه‌سازی
- ۲- در نظر گرفتن مسئله به صورت یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه

- [1] C. Abdallah, D. Dawson, P. Dorato and M. Jamshidi, "Survey of robust control for rigid robots", IEEE Control Systems, vol. 11, no. 2, pp. 24-30, 1991.
- [2] "Generalized robust position and force controller design method for robot manipulator", Control Engineering Practice, vol. 2, no. 5, p. 912, 1994.
- [3] H. Sage, M. De Mathelin and E. Ostertag, "Robust control of robot manipulators: A survey", International Journal of Control, vol. 72, no. 16, pp. 1498-1522, 1999.
- [4] P. Yadav, "Robust Control of Two Link Rigid Manipulator", International Journal of Information and Electronics Engineering, vol. 5, no. 3, 2015.
- [5] M. M. Fateh, S. M. Ahmadi, Robust control of robotic manipulators using an adaptive neural network estimator of uncertainty, Journal of Solid and Fluid Mechanics, vol 4,no.02, pp.1-12, 2014.
- [6] S. Hashem Zadeh, S. Khorashadizadeh, M. Fateh and M. Hadadzarif, " sliding mode control of a robot manipulator under uncertainty using PSO", Nonlinear Dynamics, vol. 84, no. 4, pp. 2227-2239, 2016.
- [7] M. M. Fateh, H. Asrari, S. Khorashadizadeh, Adaptive fuzzy sliding mode control of a robotic manipulator in task-space using voltage control strategy, Journal of Solid and Fluid Mechanics,vol 5, no.03, pp.17-26, 2015 .
- [8] I. Landau, J. Langer, D. Rey and J. Barnier, "Robust control of a 360° flexible arm using the combined pole placement/sensitivity function shaping method", IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 4, no. 4, pp. 369-383, 1996.
- [9] K. Kherraz, M. Hamerlain and N. Achour, "Robust neuro-fuzzy sliding mode controller for a flexible robot manipulator", International Journal of Robotics and Automation, vol. 30, no. 1, 2015.
- [10] Feng Lin and R. Brandt, "An optimal control approach to robust control of robot manipulators", IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 14, no. 1, pp. 69-77, 1998.
- [11] M. Jin, S. Kang, P. Chang and J. Lee, "Robust Control of Robot Manipulators Using Inclusive and Enhanced Time Delay Control", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 22, no. 5, pp. 2141-2152, 2017.
- [12] D. Han, P. Chang and M. Jin, "Robust Trajectory Control of Robot Manipulators Using Time Delay Control with Adaptive Compensator", IFAC Proceedings Volumes, vol. 41, no. 2, pp. 2276-2281, 2008.
- [13] M.R. Soltanpour and M.M. Fateh, "Sliding Mode Robust Control of Robot Manipulator in the Task Space by Support of Feedback Linearization and BackStepping Control", World Applied Sciences Journal, vol. 6, no. 1,pp. 70-76, 2009.
- [14] P. Yadav, "Robust Control of Two Link Rigid Manipulator", International Journal of Information and Electronics Engineering, vol. 5, no. 3, 2015.
- [15] M. Vijay and D. Jena, "PSO based neuro fuzzy sliding mode control for a robot manipulator", Journal of Electrical Systems and Information Technology, vol. 4, no. 1, pp. 243-256, 2017.
- [16] J. Rubio, "Robust feedback linearization for nonlinear processes control", ISA Transactions, vol. 74, pp. 155-164, 2018.

- [17] G. Incremona, A. Ferrara and L. Magni, "MPC for Robot Manipulators With Integral Sliding Modes Generation", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 22, no. 3, pp. 1299-1307, 2018.
- [18] F. Lin, "An optimal control approach to robust control design", International Journal of Control, vol. 73, no. 3, pp. 177-186, 2000.
- [19] F. LIN, R. BRANDT and J. SUN, "Robust control of nonlinear systems: compensating for uncertainty", International Journal of Control, vol. 56, no. 6, pp. 1453-1459, 1992.
- [20] Feng Lin and R. Brandt, "An optimal control approach to robust control of robot manipulators", IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 14, no. 1, pp. 69-77, 1998.
- [21] J. Kolhe, M. Shaheed, T. Chandar and S. Talole, "Robust control of robot manipulators based on uncertainty and disturbance estimation", International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 23, no. 1, pp. 104-122, 2011.
- [22] A. Tayebi, "Adaptive iterative learning control for robot manipulators", Automatica, vol. 40, no. 7, pp. 1195-1203, 2004.

Abstract

In this thesis, an optimized controller using the robust control method for robot manipulator control based on torque controlling approach is designed. The uncertainties include the object's weight, friction and other dynamic parameters of the robot. The purpose is to design a robust controller to deal with these uncertainties. To this reason, the robust control problem is formulated as an optimal control problem framework by minimizing the tracking error and control effort. Simulations demonstrate the good performance of the proposed controller.

Keywords:

Robust control, Uncertainty, Optimal control, Tracking



Faculty of Electrical Engineering and Robotic
M.Sc. Thesis in Control Engineering

Optimized robust controller design for robot manipulator

by:

Seyed Javad Talebi

Supervisor:

Dr.Alireza.Alfi

August 2018