

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ



دانشکدهٔ فنی و فن‌گرایی

دانشکدهٔ مهندسی برق و رباتیک

رشتهٔ مهندسی الکترونیک قدرت و ماشین‌های الکتریکی

رسالهٔ دکتری

مدلسازی ارتعاشات و نویز صوتی و طراحی بهینه موتور مغناطیس دائم شار

محوری

نگارنده: محمدرضا بقایی‌پور

استاد راهنما

دکتر احمد دارابی

استاد مشاور

دکتر علی دستفان

۱۳۹۶ دی



فرم شماره ۱۲: صورت جلسه نهایی دفاع از رساله دکتری (Ph.D)

(ویژه دانشجویان ورودی های ۹۴ و ما قبل)

ندیمه‌گواهی می شود آقای اخانم محمد رضا بقایی پور دانشجوی دکتری رشته برق - قدرت به شماره دانشجویی

۹۰۲۴۷۸۵ ورودی بهمن ماه سال ۱۳۹۰ در تاریخ ۱۳۹۶/۰۹/۳۰ از رساله نظری / عملی خود با عنوان:مدلسازی ارتعاشات و نویز صوتی و طراحی بهینه موتور مغناطیس دائم شار مغوری

دفاع و ناخد نمره ۷۵-۱۶ به درجه: عالی نائل گردید.

الف) درجه عالی: نمره ۱۹-۲۰ ب) درجه بسیار خوب: نمره ۱۸/۹۹ - ۱۷ ج) درجه خوب: نمره ۱۶/۹۹ - ۱۵ د) غیر قابل قبول و نیاز به دفاع مجدد دارد ه) رساله نیاز به اصلاحات دارد

ردیف	هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	عرتبه علمی	امضاء
	دکتر احمد رارابی	استاد اساتید راهنمای	(س)اد	
	دکتر علی رسنال	مشاور امساعیون	دانشیز	
	دکتر محمد اردبیلی	استاد مدعو داخلی / خارجی	استاد	
	دکتر محسن اصلی	استاد مدعو داخلی اکابر خبر	استاد ریار	
	دکتر محمد فیض	استاد مدعو داخلی اخراجی	دانشیار	
	دکتر همیش شیواں	سرپرست (نماینده) تحصیلات تکمیلی دانشکده	استادیار	

مدیر محترم تحصیلات تکمیلی دانشگاه:

سمو ناید مرائب فوق مقرر فرمائید اقدامات لازم در خصوص انجام مراحل دانش آموختگی آقای اخانم محمد رضا بقایی پور
عمل آبد.

نام و نام خانوادگی نیفیس دانستکده:

تاریخ و امضاء و مهر دانستکده:



تهدیمه

پدر و مادر عزیزم که همواره چون کوه پشتیبانم بوده‌اند،
همسر فداکار و مهربانم که با صبوری دشواری‌های تحصیل را برایم آسان ساخت،
و نازنین دخترم آرنوش که علی‌رغم سن کوچکش بزرگوارانه در این مسیر صبوری نمود.

و ها سکر از

استاد گرانقدرم جناب آقای دکتر احمد دارابی که با راهنمایی‌های ارزشمندشان مرا در مسیر کسب دانش یاری نمودند.

تعهد نامه

اینجانب محمدرضا بقایی پور دانشجوی دوره دکتری رشته مهندسی برق - قدرت دانشکده مهندسی برق و رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده رساله مدلسازی ارتعاشات و نویز صوتی و طراحی بهینه موتور مغناطیس دائم شار محوری تحت راهنمائی دکتر احمد دارابی متعهد می‌شوم.

- تحقيقات در این رساله توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطلوب مندرج در رساله تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از رساله رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا باقتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در رساله بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

یکی از اصلی‌ترین مباحث مرتبط با ماشین‌های الکتریکی، نویز صوتی تولیدی به‌وسیله آنها است. این موضوع در صنایع خاصی همچون صنایع دریایی و زیردریایی‌ها اهمیت دوچندانی پیدا می‌کند تا حدی که یکی از ملاک‌های اصلی طراحی موتورهای پیشران کشتی‌ها و زیردریایی‌ها میزان نویز صوتی آنها می‌باشد. از این منظر، موتورهای مغناطیس دائم شار محوری بدون شیار با آهنرباهای دائم سطحی به‌طور بالقوه مناسب‌بند، چرا که با طراحی مناسب آنها می‌توان به موتورهایی با چگالی توان و بازده بالا و نویز صوتی پایین دست یافت. البته نیل به این هدف به مدل تحلیلی دقیق و جامعی نیاز دارد که قادر به محاسبه محتوای هارمونیک مشخصه‌های اصلی عملکرد ماشین و از جمله نیروهای ارتعاشی وارد بر اجزاء آن بوده و با زمان اجرای نسبتاً کوتاه، جهت استفاده در الگوریتم‌های طراحی مناسب باشد. بر این اساس، در پژوهش حاضر الگوریتم کاملی جهت طراحی و مدلسازی تحلیلی موتور آهنربای دائم شار محوری بدون شیار ارائه گردیده که تمامی مشخصه‌های اصلی عملکرد ماشین را با ملاحظه محتوای کامل هارمونیکی آنها محاسبه می‌نماید. همچنین، تمامی نیروهای مغناطیسی وارد بر اجزاء مختلف ماشین به طور کامل به روش تحلیلی محاسبه شده و آن دسته از این نیروها که باعث ارتعاش اجزاء ماشین می‌شوند، مشخص گردیده‌اند. در نهایت، نتایج تحلیلی حاصل برای محتوای فرکانسی نیروهای ارتعاشی وارد بر ماشین با نتایج نرمافزار اجزاء محدود و نتایج آزمایشگاهی انجام شده بر روی نمونه واقعی موتور در آزمایشگاه آکوستیک و نویز صوتی دانشگاه صنعتی شاهroud مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. محاسبات تحلیلی صورت گرفته در این رساله راه را برای پیش‌بینی و کنترل محتوای فرکانسی نویز صوتی موتورهای آهنربای دائم شار محوری و طراحی موتورهای با کمینه نویز صوتی هموار می‌نماید.

کلمات کلیدی: موتور مغناطیس دائم شار محوری بدون شیار، نویز صوتی، ارتعاش، نیروهای مغناطیسی، مدلسازی تحلیلی، تنسور تنش

مقالات مستخرج از رساله

- ۱- A. Darabi, M. Baghayipour, and R. Mirzahosseini, (2017) "An extended analytical algorithm for optimal designing of a TORUS-type non-slotted axial-flux permanent magnet motor" *J. Control. Autom. Electr. Syst.*, **28**, **6**, pp. 748–761.
 - ۲- M. Baghayipour, A. Darabi, and A. Dastfan, (2016) "An analytical model of harmonic content no-load air-gap field and Back EMF in an axial flux PM machine regarding the iron saturation and winding distribution" *COMPEL - Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng.* (published online).
 - ۳- M. Baghayipour, A. Darabi, and A. Dastfan, (2017) "Detailed analytical method for predicting the steady-state time variations and entire harmonic contents of principal performance characteristics in a non-slotted axial flux PM motor, considering a precise iron loss model" *IET Electr. Power Appl.* (published online).
- ۴- محمد رضا بقایی پور، احمد دارابی و علی دستفان، (۱۳۹۶) "ارائه یک مدل مبتنی بر آزمایش جهت استخراج فرکانس‌های طبیعی موثر بر نویز صوتی در موتور سنکرون"، مجله مدلسازی در مهندسی دانشگاه سمنان، (پذیرفته شده).
- ۵- M. Baghayipour, A. Darabi, A. Dastfan, (2017) "An experimental model for extraction of the natural frequencies influencing on the acoustic noise of synchronous motors", *8th Power Electron., Drive Syst. & Tech. Conf. (PEDSTC 2017)*, pp. 125-130, Mashhad, Iran.
 - ۶- محمد رضا بقایی پور، احمد دارابی، علی دستفان، (۱۳۹۶) "مدلسازی تحلیلی توزیع میدان مغناطیسی در هسته‌های آهنی استاتور و روتور یک ماشین شار محوری مغناطیس دائم"، پنجمین کنفرانس الکترومغناطیس مهندسی ایران (iceem کام)، ص ۱۰-۱، تهران، ایران.
 - ۷- M. Baghayipour, A. Darabi, A. Dastfan, "Identification and analytical modeling of all magnetic force distributions in a non-slotted axial flux permanent-magnet machine, finding a generally correct stress tensor", *submitted to IEEE Trans. Magn.* (Under Review).

فهرست مطالب

۱.....	فصل اول: مقدمه
۲	۱-۱- پیشینه پژوهش
۳	۱-۱-۱- استانداردهای مختلف مرتبط با نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی
۳	۱-۱-۲- شناخت و طبقه‌بندی منابع نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی
۱۵	۱-۱-۳- بررسی روش‌های اندازه‌گیری ارتعاشات و نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی و مقایسه آنها
۱۵	۱-۱-۴- شبیه‌سازی رفتار ارتعاشی ماشین‌های الکتریکی و نویز صوتی آنها
۱۸	۱-۱-۵- ارائه روش‌هایی برای کاهش نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی
۲۱	۲- جمع‌بندی فصل و معرفی اهداف پژوهش حاضر
۲۳	فصل دوم: تعاریف و پارامترهای اساسی صوت و ارتعاش
۲۴	۲-۱- مقدمه فصل
۲۴	۲-۲- پارامترهای اصلی سنجش صوت و ارتعاش
۲۵	۲-۲-۱- سرعت ارتعاش
۲۵	۲-۲-۲- فشار صوت
۲۶.....	۲-۲-۳- توان صوت
۲۷	۲-۲-۴- شدت صوت
۳۰	۲-۲-۵- تراز فشار صوت

۳۱	۶-۲-۲- تراز توان صوت
۳۱	۷-۲-۲- تراز شدت صوت.....
۳۲	۲-۳- روش اندازهگیری پارامترهای صوتی.....
۳۲	۱-۳-۲- اندازهگیری فشار صوت.....
۳۷	۲-۳-۲- اندازهگیری شدت صوت.....
۴۱	۳-۲-۲- اندازهگیری توان صوت
۴۴	۲-۴- نتیجهگیری فصل
فصل سوم: مدلسازی تحلیلی توزیع میدان مغناطیسی و مشخصههای الکتریکی موتور شار محوری آهنربای دائم بدون شیار	
۴۵	۱-۳- مقدمه فصل.....
۴۶	۱-۱-۳- معرفی پارامترها
۴۸	۱-۲-۳- مدل دو بعدی مورد استفاده و مشخصات لایه سیمپیچی
۴۸	۱-۳-۱- مشخصههای تلفات آهن ماده هسته استاتور
۴۹	۳-۲-۲- مدل مغناطیسی ماشین.....
۴۹	۱-۲-۳- توزیع دو بعدی میدان مغناطیسی در فاصله هوایی مؤثر ماشین
۵۵	۲-۲-۳- میدان مغناطیسی ناشی از پیشانیهای کلاف (کله‌سیم)
۵۶	۳-۲-۳- مدلسازی مغناطیسی هستههای آهنی ماشین
۶۴	۳-۳-۳- مدل الکتریکی ماشین.....
۶۴	۱-۳-۳- مدار معادل سه‌فاز موتور

۷۳	۳-۳-۲- دستگاه معادلات دیفرانسیل عملکرد موتور.....
۷۴	۴-۳- نتیجه‌گیری فصل
فصل چهارم: مدلسازی نیروهای ارتعاشی، نحوه ارتعاش و نویز صوتی موتور شار محوری	
۷۵.....	آهنربای دائم بدون شیار.....
۷۶.....	۴-۱- مقدمه فصل
۷۷	۴-۲- شناسایی و محاسبه تحلیلی نیروهای ارتعاشی
۷۷	۴-۲-۱- تنسور تنش.....
۴-۲-۲- مروری بر تنسورهای تنش پیشنهاد شده تا کنون جهت محاسبه نیروهای	
۸۰	مغناطیسی
۸۵	۴-۲-۳- یافتن تنسور تنش صحیح
۴-۲-۴- تشخیص و محاسبه توزیع (حجمی و سطحی) انواع نیروهای ارتعاشی وارد بر اجزاء	
۹۳	مختلف ماشین شار محوری بدون شیار مورد مطالعه
۱۰۲.....	۴-۳- محاسبه نحوه ارتعاش اجزاء مختلف ماشین.....
۱۰۸.....	۴-۴- نتیجه‌گیری فصل
۱۰۹	فصل پنجم: طراحی بهینه موتور آهنربای دائم بدون شیار
۱۱۰	۵-۱- مقدمه فصل
۱۱۱.....	۵-۲- روند طراحی
۱۱۱.....	۵-۲-۱- پارامترهای اصلی طراحی
۱۱۱.....	۵-۲-۲- محدودیتهای اصلی طراحی.....

۱۱۳	۲-۳-۵- پارامترهای انتخابی ثابت
۱۲۰	۴-۲-۵- مقادیر اولیه پارامترهای تصحیح‌پذیر
۱۲۲	۵-۲-۵- پارامترهای انتخابی بهینه‌پذیر
۱۲۸	۶-۲-۵- پارامترهای محاسباتی
۱۴۶	۷-۲-۵- نحوه ملاحظه تابع هدف و قیود طراحی
۱۴۷	۳-۵- نتیجه‌گیری فصل
۱۵۰	فصل ششم: نتایج
۱۵۱	۱-۶- مقدمه فصل
۱۵۱	۶-۲- نتایج حاصل از مدل مغناطیسی
۱۵۳	۳-۶- نتایج حاصل از مدل الکترومکانیکی
۱۶۱	۴-۶- نتایج حاصل برای نیروهای ارتعاشی وارد بر اجزاء مختلف ماشین
۱۶۷	۵-۶- نتایج حاصل برای تراز فشار صوت منتشر شده از ماشین
۱۶۹	۶-۶- استخراج نقشه رنگی طیف فرکانسی فشار صوت بر حسب سرعت موتور
۱۷۲	فصل هفتم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۱۷۳	۱-۷- نتیجه‌گیری
۱۷۳	۷-۲- پیشنهادات
۱۷۴	مراجع

فهرست اشکال

شکل ۱-۱: طبقه‌بندی انواع منابع نویز در ماشین‌های الکتریکی ۴
شکل ۱-۲: نحوه ایجاد نیروهای شعاعی در یک موتور سنکرون آهنربای دائم شار شعاعی [۲۲] ۷
شکل ۱-۳: نحوه ارتعاش پوسه استاتور ماشین الکتریکی به‌ازای نیروهای شعاعی با مقادیر مختلف ضریب شکل [۲۵] ۱۰
شکل ۱-۴: نحوه عبور دندانه‌های روتور از مقابله شیارهای استاتور و شکل موج هدایت مغناطیسی حاصل در طول فاصله هوایی [۲۶] ۱۲
شکل ۱-۵: شکل موج نیروی محرکه مغناطیسی فاصله هوایی حاصل از یک سیم‌پیچی مابین دو شیار متوالی [۲۶] ۱۲
شکل ۱-۶: پدیده نامیزانی (لنگی) استاتیک روتور [۲۷] ۱۴
شکل ۱-۷: پدیده نامیزانی (لنگی) دینامیک روتور [۲۷] ۱۴
شکل ۲-۱: نحوه تعریف بردار شدت صوت در یک نقطه ۲۷
شکل ۲-۲: نمونه‌ای از یک شرایط صوتی به شدت راکتیو در مجاورت یک دیپل (دو میکروفون به هم چسبیده) [۵۹] ۳۰
شکل ۲-۳: فرآیند تقویت و پردازش سیگنال خروجی میکروفون جهت اندازه‌گیری شدت صوت ۳۳
شکل ۲-۴: محدوده شنوایی گوش انسان (ناحیه سفیدرنگ) و منحنی‌های همبندی صوت به ازای تغییرات فرکانس و تراز شدت صوت [۲] ۳۴
شکل ۲-۵: منحنی‌های همبندی صوت به همراه سطح بلندی برخی صدای نمونه [۵۵] ۳۵
شکل ۲-۶: منحنی‌های تغییرات مقادیر گین چهار نوع وزن‌دهی A، B، C و D در فرکانس‌های مختلف [۲] ۳۷
شکل ۲-۷: روش اندازه‌گیری شدت صوت با استفاده از دو میکروفون (پروب p-p) ۳۸

شکل ۸-۲: نمایی از پروب p-u اندازه‌گیری شدت صوت ساخت شرکت Microflown [۵۹].....	۴۱
شکل ۹-۲: نحوه اندازه‌گیری تراز توان صوتی یک منبع صوت از روی مقادیر تراز فشار صوت اطراف آن بر اساس استانداردهای ISO 3744 و ISO 3745ISO 3744 و ISO 3745	۴۳
شکل ۱۰-۲: چارچوب مکعب شکل جهت اندازه‌گیری توان صوتی یک منبع صوت بر مبنای شدت صوت آن [۵۹]	۴۴
شکل ۱-۳: منحنی‌های H-B برای آلیاژهای فولاد سازنده هسته‌های استاتور و روتور	۴۶
شکل ۲-۳: جزئیات مدل مقطع دو بعدی ماشین مورد استفاده در روش تحلیلی پیشنهادی	۴۸
شکل ۳-۳: مدل دو بعدی توزیع میدان مغناطیسی پیشانی‌های کلاف‌ها (کله‌سیم‌ها)	۵۶
شکل ۴-۳: توزیع نوعی نفوذپذیری نسبی در هسته‌های روتور و استاتور به همراه خطوط همارز آنها، برای ناحیه‌ای معادل با یک گام قطب	۵۸
شکل ۵-۳: نقشه تغییرات چگالی شار مغناطیسی در هسته استاتور ماشین مورد مطالعه به همراه خطوط شار منتجه آن، برای ناحیه‌ای معادل با نصف گام قطب	۶۰
شکل ۶-۳: نقشه تغییرات چگالی شار مغناطیسی در هسته روتور ماشین مورد مطالعه به همراه خطوط شار منتجه آن، برای ناحیه‌ای معادل با نصف گام قطب	۶۰
شکل ۷-۳: مؤلفه‌های بردارهای چگالی شار و شدت میدان مغناطیسی در هسته‌های استاتور و روتور	۶۱
شکل ۸-۳: مدار معادل مغناطیسی متناظر با یک گام قطب ماشین با فرض حذف فاصله هوایی و لایه سیم پیچی	۶۲
شکل ۹-۳: مشخصه‌های نوعی H-B برای مسیرهای شار آهنربای دائم در ماشین، با و بدون در نظر گرفتن اثر فاصله هوایی، به همراه منحنی اشباع آهن هسته	۶۳
شکل ۱۰-۳: مدار معادل سه‌فاز موتور AFPM مورد مطالعه متصل به منبع سه‌فاز	۶۴
شکل ۱-۴: تفسیر شماتیک یک تنسور تنش در حالت کلی	۷۸

شکل ۲-۴: چگونگی تطابق نتایج تنسور تنش هلمهولتز با رابطه نیروی ماکسول ($\mathbf{f}_v = \frac{1}{\nabla}(\mathbf{B}_r \cdot \mathbf{H})$ در آهنربای دائم ۹۱
شکل ۳-۴: نمای شماتیک انواع نیروهای مغناطیسی در یک ماشین آهنربای دائم با هسته آهنی ... ۹۵
شکل ۱-۵: فلوچارت فرآیند طراحی ماشین ۱۱۲
شکل ۲-۵: منحنی نحوه تغییرات چگالی شار (B_u) بر حسب شدت میدان آهنربای دائم ۱۱۸
شکل ۳-۵: مدار معادل تونن مدار مغناطیسی آهنربای دائم بر حسب پارامترهای آن ۱۱۹
شکل ۴-۵: فلوچارت محاسبه ضخامت و تعداد طبقات لایه سیمپیچی ۱۳۳
شکل ۱-۶: توزیع اندازه چگالی شار مغناطیسی در لحظه $t=0$ در مدل دوبعدی مورد مطالعه حاصل از روش تحلیلی پیشنهادی و روش اجزاء محدود ۱۵۱
شکل ۲-۶: مؤلفه‌های اصلی توزیع چگالی شار مغناطیسی در بخش‌های مختلف ماشین در لحظه $t=0$ حاصل از مدل تحلیلی پیشنهادی در مقایسه با آنالیز اجزاء محدود ۱۵۲
شکل ۳-۶: تجهیزات تست مورد استفاده جهت اندازه‌گیری منحنی ولتاژ القایی داخلی ماشین شار محوری بدون شیار مورد مطالعه در آزمایشگاه ۱۵۳
شکل ۴-۶: منحنی ولتاژ القایی داخلی ماشین شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه حاصل از سه روش مدلسازی تحلیلی، آنالیز اجزاء محدود و اندازه‌گیری عملی روی نمونه موتور واقعی ساخته شده ۱۵۴
شکل ۵-۶: منحنی‌های ولتاژ و جریان ترمینال موتور شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه در شرایط بار کامل و حالت ماندگار ۱۵۸
شکل ۶-۶: منحنی‌های تغییرات زمانی ولتاژ نقطه نول ماشین مورد مطالعه حاصل از روش‌های مختلف ۱۵۹
شکل ۷-۶: مشخصه‌های اصلی حالت ماندگار عملکرد موتور شار محوری بدون شیار مورد مطالعه در بار کامل حاصل از مدل تحلیلی پیشنهادی در مقایسه با آنالیز اجزاء محدود ۱۶۰

شکل ۶-۶: نتایج محاسبه توزیع نیروهای سطحی بر مبنای تنسور تنش ماکسول در موتور شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه ۱۶۳
شکل ۶-۷: توزیع نیروی حجمی لورنتز وارد بر سیم‌پیچی‌های آرمیچر در موتور شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه ۱۶۳
شکل ۶-۸: نتایج محاسبه جداگانه توزیع نیروهای حجمی و سطحی در موتور آهنربای دائم شار محوری مورد مطالعه با استفاده از روابط تحلیلی فصل چهارم بر مبنای تنسور تنش هلمهولتز ۱۶۵
شکل ۶-۹: مقایسه منحنی‌های تغییرات زمانی مقادیر برآیند نیروهای حجمی لورنتز وارد بر سیم‌پیچی‌های آرمیچر (F_{PM-W}) با نیروهای حجمی وارد بر آهنرباهای دائم (F_{W-PM}) ۱۶۶
شکل ۶-۱۰: سطح کروی مفروض در اطراف موتور جهت محاسبه توزیع فشار صوت ۱۶۷
شکل ۶-۱۱: توزیع فشار صوت روی سطح کروی فرضی در اطراف موتور مورد مطالعه (حاصل از نرم-افزار JMAGDesigner12.0) ۱۶۷
شکل ۶-۱۲: طیف رنگی حاصل از اندازه‌گیری فشار صوت موتور ۱۶۹

فصل اول

مقدمه

۱-۱- پیشینه پژوهش

یکی از اصلی‌ترین مباحث مرتبط با طراحی، ساخت و به کارگیری ماشین‌های الکتریکی، نویز صوتی و الکترومغناطیسی تولیدی بهوسیله آنها و نحوه حذف آن است. عوامل چندی نظیر دسترسی به مواد جدید قابل استفاده جهت اصلاح طراحی بخش‌های مختلف ماشین‌های الکتریکی، ظهور تکنولوژی‌های جدید نظیر ماشین‌های رلوکتانسی سوئیچ‌شونده و ماشین‌های شار محوری سبب گردیده که شناسایی منابع نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی و نحوه برطرف‌سازی آن از دهه ۱۹۴۰ تاکنون مورد توجه روزافزونی قرار گیرد [۱]. بر این اساس، در این فصل ابتدا اهم اقدامات انجام شده در کتب و مقالات منتشر شده تا کنون در رابطه با نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی مورد بررسی اجمالی قرار می‌گیرند. در حالت کلی اقدامات صورت گرفته در مراجع مختلف را می‌توان در پنج دسته کلی زیر تقسیم بندی نمود.

- ۱- بررسی استانداردهای مختلف موجود پیرامون سطح مجاز نویز صوتی و ارتعاش در ماشین‌های الکتریکی
- ۲- شناخت و طبقه‌بندی منابع مختلف ایجاد نویز صوتی در انواع مختلف ماشین‌های الکتریکی
- ۳- بررسی روش‌های اندازه‌گیری ارتعاشات و نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی و مقایسه آنها
- ۴- پیش‌بینی یا شبیه‌سازی رفتار ارتعاشی انواع مختلف ماشین‌های الکتریکی و نویز صوتی منتشر شده از آنها
- ۵- بررسی روش‌های مختلف کاهش نویز صوتی در انواع مختلف ماشین‌های الکتریکی و طراحی بهینه به منظور کاهش نویز

هر یک از مراجع مرتبط با نویز صوتی ماشین‌های الکتریکی را می‌توان لاقل در یکی از گروه‌های پنج‌گانه فوق جای داد. هر چند که برخی مراجع تلفیقی از مباحث فوق را در بر دارند و می‌توانند در

دو یا چند گروه جای داده شوند. برای مثال، مرجع [۲] اصول کلی و روش‌های شناخت و اندازه‌گیری نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی را به طور کامل مورد بررسی قرار داده و روش‌های چندی را به منظور کاهش انواع مختلف نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی پیشنهاد می‌دهد. در ادامه این فصل مراجع مربوط به هر یک از گروه‌های فوق مورد بررسی دقیق‌تر قرار می‌گیرند.

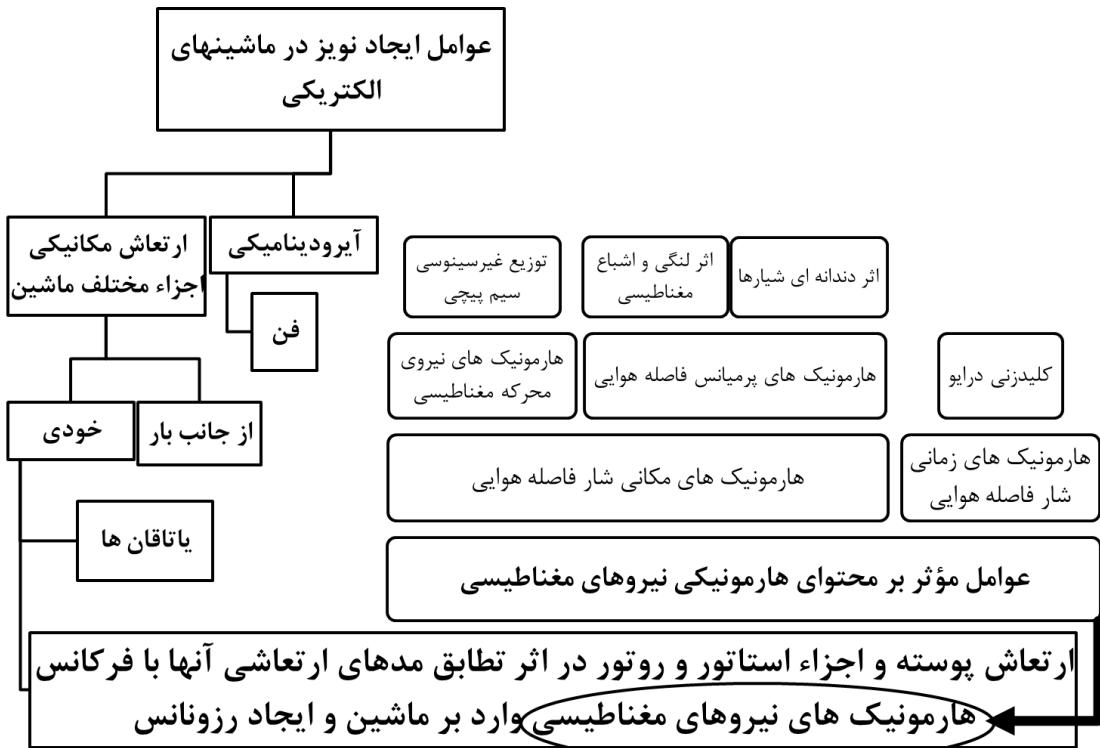
۱-۱-۱- استانداردهای مختلف مرتبه با نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی

تا کنون استانداردهای مختلفی در رابطه با پارامترها و روش‌های اندازه‌گیری نویز صوتی و سطوح مجاز این پارامترها در انواع مختلف ماشین‌های الکتریکی منتشر گردیده‌اند. به عنوان مثال، استانداردهای IEC60034-9 و NEMA [۳] و [۴] سطوح مجاز توان صوت منتشر شده از انواع مختلف ماشین‌های الکتریکی را در بر دارند [۲]. همچنین، استاندارهای ISO-Acoustics (مراجع [۵]-[۹]) روش‌های مختلف اندازه‌گیری شدت و توان صوت را به طور کامل مورد بررسی قرار می‌دهند.

۱-۱-۲- شناخت و طبقه‌بندی منابع نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی

مراجع [۱]، [۲۰] منابع مختلف ایجاد نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی را به صورت اجمالی مورد بررسی قرار داده و روابط مربوط به هر یک از این منابع را به طور خلاصه برای موتور القایی (آسنکرون) بیان نموده‌اند. مرجع [۱] در ادامه مروای اجمالی بر روش‌های اندازه‌گیری نویز صوتی منتشر شده از ماشین‌های الکتریکی و کاهش آن انجام می‌دهد. همچنین، در دو فصل اول مرجع [۲] نیز تحلیل و بررسی جامعی راجع به شناخت و طبقه‌بندی منابع نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی صورت گرفته است. بر این اساس، شمای کلی انواع منابع نویز در ماشین‌های الکتریکی در شکل ۱-۱ به نمایش گذاشته شده و در ادامه این فصل مورد بررسی قرار خواهند گرفت. هرچند که جزئیات ریاضی مرتبط با منابع تولید نویز صوتی در انواع مختلف ماشین‌های الکتریکی متفاوت است، طبقه-

بندی کلی ارائه شده در شکل ۱-۱ برای اغلب ماشین‌های الکتریکی از جمله ماشین‌های القایی^۱ (آسنکرون) و ماشین‌های سنکرون با آهنربای دائم معتبر خواهد بود.



مطابق با شکل ۱-۱ عوامل مختلفی نظیر منابع آیرودینامیکی (فن)، یاتاقان‌ها و نویز از جانب بار در ایجاد نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی دخیلند. با این وجود، مهمترین عامل ایجاد نویز در ماشین‌های الکتریکی ارتعاش پوسته و سایر اجزاء استاتور و روتور در اثر ایجاد رزونانس بهدلیل تطابق مدهای ارتعاشی این اجزاء با فرکانس هارمونیک‌های نیروهای مغناطیسی وارد بر ماشین می‌باشد. نیروهای مغناطیسی که باعث نویز و ارتعاش در ماشین‌های الکتریکی می‌شوند را می‌توان به چند دسته تقسیم کرد [۲۱].

۱ - نیروهایی که به سیم‌پیچی‌های آرمیچر وارد می‌شوند.

^۱Induction Machines (Asynchronous Machines)

^۲Permanent Magnet Synchronous Machine (PMSM)

نیروی لورنتز، نیرویی است که به سیمپیچ حامل جریان در میدان مغناطیسی وارد می‌شود. بسته به ساختار ماشین الکتریکی مورد بررسی، نیروی مزبور می‌تواند سبب ایجاد گشتاور محرک و یا حتی ایجاد ارتعاش در سیمپیچی آرمیچر گردد. ارتعاش سیمپیچی‌های آرمیچر از دست رفتن عایق سیم-پیچی‌ها و اتصال کوتاه را محتمل می‌سازد و در پاره‌ای از موارد مگنت‌های موجود در ماشین را تضعیف خواهد نمود (به خاطر جریان اتصال کوتاه شدید).

۲- نیروهایی که به حجم و سطوح خارجی آهنرباهای دائم اثر می‌کنند.

یکی از اصلی‌ترین مؤلفه‌های نیرو در ماشین‌های آهنربای دائم، نیرویی است که به آهنرباهای دائم وارد می‌شود. در اکثر ماشین‌های آهنربای دائم، آهنرباهای معمولاً بر روی روتور ماشین مستقر شده‌اند. بر این اساس، در ماشین‌های آهنربای دائم شار شعاعی (استوانه‌ای) متداول که روتور در داخل محوطه استاتور ماشین جای گرفته، نیروهای وارد بر آهنرباهای دائم روتور تأثیر چندانی در ایجاد نویز صوتی ماشین ندارند، زیرا صوت حاصل از آنها تنها به میزان اندکی به خارج از محوطه داخلی ماشین راه می‌یابد. با این وجود، در ساختارهای متعددی از ماشین‌های آهنربای دائم از جمله، ماشین آهنربای دائم نوع تخت یا شار محوری، روتورهای تخت در دو طرف ماشین مستقر شده‌اند و نیروهای مغناطیسی وارد بر آهنرباهای دائم روتور تأثیر قابل ملاحظه‌ای در ایجاد نویز صوتی در موتور خواهند داشت.

۳- نیروهایی که به سطوح خارجی و حجم هسته‌های فرومغناطیسی ماشین‌ها وارد می‌شوند.

این نیروها که مهمترین مؤلفه نیرو در تمام ماشین‌های الکتریکی هستند، به دلیل تغییرات ضریب نفوذپذیری مغناطیسی یا به‌طور معادل، تغییرات مقاومت مغناطیسی (رلوکتانس) در نقاط مختلف داخل هسته‌های فرومغناطیس به هر نقطه از حجم آنها اثر می‌کنند. صورت خاصی از این نیروها همان نیروی رلوکتانسی است که به دلیل تغییر ناگهانی نفوذپذیری مغناطیسی در لبه‌ها و سطوح خارجی هسته‌های فرومغناطیس (مخصوصاً در دندانه‌های شیار در ماشین‌های شیاردار) بر آنها وارد می‌شود.

نحوه محاسبه این نیروها برای اولین بار بهوسیله جمیز کلارک ماسکول در تنسور تنش ماسکول^۱ پیشنهاد شد. به همین دلیل، این نیروها به نام نیروهای ماسکول^۲ نام گرفته‌اند. مؤلفه اصلی و غالب این نیروها که سبب ارتعاش اجزاء مختلف ماشین‌ها می‌شود عموماً در راستای عمود بر جهت حرکت ماشین بر هسته‌های فرومغناطیسی ماشین اثر می‌کند. برای مثال، راستای تأثیر این نیروها در ماشین‌های شار شعاعی در جهت شعاعی و در ماشین‌های شار محوری در جهت محوری می‌باشد. به همین دلیل، این نیروها گاهی با عنوان نیروهای شعاعی نیز خوانده می‌شوند [۲۲]-[۲۴].

جهت درک بهتر موضوع، نحوه ایجاد نیروهای ماسکول در ماشین‌های شار شعاعی شیاردار در شکل ۱-۲ به صورت ساده نشان داده شده است. مطابق با این شکل می‌توان مشاهده نمود که تأثیر نیروهای ماسکول در ایجاد نویز صوتی و ارتعاش در ماشین‌های شیاردار برجسته‌تر است. به دلیل وجود دندانه‌های شیار در این ماشین‌ها، هدایت مغناطیسی^۳ فاصله هوایی متغیر با مکان بوده و به بیان دیگر، هدایت مغناطیسی دیده شده از قطب‌های روتور با چرخش و عبور آنها از مقابل دندانه‌های شیارهای استاتور تغییر می‌کند. این امر سبب می‌شود که علاوه بر مؤلفه نیروی عمود بر مسیر چرخش (نیروهای شعاعی یا F_{rad})، مؤلفه نیروی دیگری نیز در راستای مماس بر مسیر چرخش روتور (نیروهای مماسی یا F_{tan}) به دندانه‌های شیارهای استاتور وارد گردد. در این شرایط، هر دو مؤلفه فوق در ایجاد نویز صوتی در ماشین سهیم می‌باشند. نیروهای شعاعی سبب ارتعاش دندانه‌های استاتور در راستای شعاعی شده و نیروهای مماسی میزان ریپل گشتاور^۴ خروجی ماشین را افزایش می‌دهند (گشتاور دندانه‌ای^۵).

^۱ Maxwell Stress Tensor

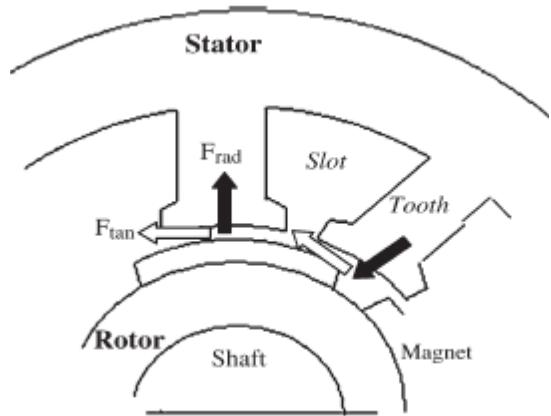
^۲ Maxwell Forces

^۳ Radial Forces

^۴ Magnetic Permeance

^۵ Torque Ripple

^۵ Cogging Torque



شکل ۲-۱: نحوه ایجاد نیروهای شعاعی در یک موتور سنکرون آهنربای دائم شار شعاعی [۲۲]

اکنون با توجه به شکل ۱-۱ عوامل اصلی مؤثر بر محتوای هارمونیکی نیروهای مغناطیسی فوق در حالت کلی بررسی می‌شوند. به منظور درک منشأ ایجاد هر کدام از این عوامل در اینجا لازم است که روابط ریاضی مربوط به نیروهای فوق مورد توجه قرار گیرند. البته استخراج دقیق این روابط در هر ماشین الکتریکی نیازمند آن است که توزیع دقیق چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی و هسته‌های فرومغناطیس ماشین مشخص باشد. از طرفی در این فصل هدف آن است که بدون توجه به یک ماشین الکتریکی خاص، منابع کلی نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی معروفی گردند. به همین دلیل، ارائه جزئیات ریاضی توزیع نیروهای فوق در این فصل میسر نمی‌باشد. این جزئیات در فصل چهارم با مد نظر قرار دادن روابط دقیق توزیع میدان مغناطیسی در اجزاء مختلف یک ماشین آهنربای دائم بدون شیار مفصل اثبات بررسی قرار خواهد گرفت. با این وجود، جهت درک منشأ ایجاد عوامل مختلف مؤثر بر محتوای هارمونیکی نیروهای مغناطیسی در اینجا روابط تقریبی کلی مربوط به توزیع نیروهای ماکسول در ماشین‌های شار شعاعی و شیاردار متداول با دو فرض ساده کننده زیر مد نظر قرار می-

گیرند:

- ۱- فاصله هوایی مؤثر در ماشین‌های شار شعاعی و شیاردار متداول خیلی کوچک (در حد میلیمتر) است.

۲- ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته‌های فرومغناطیس در این ماشین‌ها خیلی بالا (در حد بینهایت) است.

بر اساس فرض‌های فوق و تنسور تنش ماکسول، جهت محاسبه چگالی نیروهای مماسی و شعاعی وارد بر دندانه‌های استاتور در ماشین‌های شار شعاعی و شیاردار متداول می‌توان با تقریب خوبی از روابط (۱-۱) و (۲-۱) استفاده نمود [۲]:

$$f_t = \frac{B_t B_r}{\mu_0} \quad (1-1)$$

$$f_r = \frac{B_r^2 - B_t^2}{2\mu_0} \quad (2-1)$$

در روابط فوق نمادهای B_t , B_r , f_t و f_r به ترتیب نماینده مؤلفه‌های مماسی و شعاعی چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی و چگالی نیروی (فشار) وارد بر دندانه‌های استاتور بوده و μ_0 ضریب نفوذپذیری خلاً می‌باشد. با توجه به کوچک بودن فاصله هوایی مؤثر و بالا بودن ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته استاتور در ماشین‌های شار شعاعی و شیاردار متداول، می‌توان با تقریب خوبی از مؤلفه مماسی چگالی شار مغناطیسی در مقابل مؤلفه شعاعی آن صرفنظر نمود. بر این اساس چنانکه اشاره شد، مؤلفه نیروی شعاعی f_r به عنوان مؤلفه غالب نیرو شناخته شده و سهم بسیار مهمتری در ایجاد نویز صوتی و ارتعاش در ماشین دارد. همچنین با صرف نظر از مؤلفه مماسی چگالی شار مغناطیسی در مقابل مؤلفه شعاعی آن، رابطه (۲-۱) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$f_r \approx \frac{B_r^2}{2\mu_0} \quad (3-1)$$

در روابط فوق، چگالی شار و چگالی نیروی شعاعی (B_r و f_r) هر دو توابعی از زمان (t) و جابجایی زاویه‌ای (α) بوده و به صورت موج‌هایی گردآگرد فاصله هوایی ماشین در گردشند. با صرفنظر از وجود هارمونیک‌های شار فاصله هوایی و سایر عوامل ایجاد نامتعادلی (نظیر لنگی و اشباع و ...)، شکل موج

مُؤلفه شعاعی چگالی شار فاصله هواپی در ماشین‌های شار شعاعی متداول به صورت رابطه زیر بیان

می‌گردد:

$$B_r(\alpha, t) = B_{rp} \cos(\omega_0 t - p\alpha - \psi_0) \quad (4-1)$$

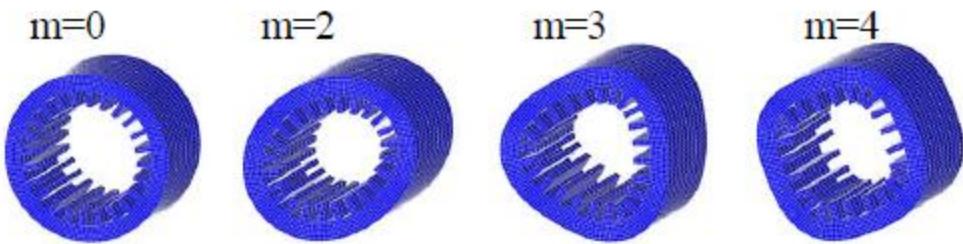
که $B_r(\alpha, t)$ نماینده موج مُؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی، B_{rp} مقدار بیشینه آن، ω_0 فاز آن، p تعداد جفت قطب‌های ماشین می‌باشد. در این حالت، اندازه چگالی نیروهای شعاعی ماکسول با استفاده از رابطه (3-1) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f_r(\alpha, t) = \frac{B_r(\alpha, t)^2}{2\mu_0} = \frac{B_{rp}^2}{2\mu_0} \cos^2(\omega_0 t - p\alpha - \psi_0) = \frac{B_{rp}^2}{4\mu_0} [1 + \cos(2\omega_0 t - 2p\alpha - 2\psi_0)] \quad (5-1)$$

مطابق با رابطه (5-1)، حتی در صورتی که شکل موج چگالی شار مغناطیسی فاصله هواپی سینوسی کامل و عاری از هارمونیک باشد، نیروی شعاعی حاصل حاوی هارمونیک‌هایی از مرتبه‌های صفر و دو خواهد بود. در این صورت، نیروی شعاعی حاصل شکل موج اصطلاحاً ایستاده‌ای را گرداند ماشین به وجود می‌آورد که همانند موج‌های ایجاد شده در تارهای یک آلت موسیقی، سبب ارتعاش پوسته ماشین و ایجاد نویز صوتی می‌گردد. شکل موج حاصل با توجه به ضریب متغیر جابجایی زاویه-

ای (α) قابل تعیین است. ضریب مزبور در روابط و مباحث مرتبط با نویز صوتی تولیدی در ماشین‌های الکتریکی نقشی اساسی داشته و معمولاً با عنوان ضریب شکل یا عدد شکل^(m) شناخته می‌شود. این ضریب تعداد بیشینه نقاط کشیدگی میان استاتور و روتور را تعیین می‌نماید. به عنوان مثال، چنانچه یک ماشین شار شعاعی دارای ۲ قطب (جفت قطب) باشد، ضریب شکل موج ایجاد شده برابر با ۲ خواهد بود ($m=2$). در این صورت، نحوه ارتعاش پوسته استاتور ماشین به‌ازای نیروهای شعاعی با مقادیر مختلف ضریب شکل در شکل ۳-۱ به نمایش گذاشته شده است [۲۵]. مطابق با این شکل واضح است که شکل موج با ضریب شکل ۲، حاوی ۲ نقطه کشیدگی میان استاتور و روتور می‌باشد.

^(m)Mode Factor or Mode Number



شکل ۱-۳: نحوه ارتعاش پوسته استاتور ماشین الکتریکی به‌ازای نیروهای شعاعی با مقادیر مختلف ضریب ضربه شکل [۲۵]

در حالت کلی شکل موج چگالی شار شعاعی در فاصله هوایی ماشین الکتریکی می‌تواند حاوی هارمونیک‌های متعددی از مرتبه h ($h=1,2,\dots$) باشد که هر یک از مؤلفه‌های هارمونیکی آن مطابق با رابطه زیر به صورت تابعی موجی شکل از زمان و جابجایی زاویه‌ای تعریف می‌گردد.

$$B_h(\alpha, t) = B_h \cos(h\omega_0 t - hp\alpha - \psi_h) \quad (6-1)$$

در رابطه (۶-۱)، $B_h(\alpha, t)$ نماینده تابع موج مؤلفه هارمونیک مرتبه h ام در بردار چگالی شار شعاعی فاصله هوایی بوده و نمادهای B_h و ψ_h به ترتیب معرف اندازه و فاز شکل موج می‌باشند. بر این اساس و با استفاده از رابطه (۵-۱)، مؤلفه شعاعی چگالی نیروی وارد بر استاتور ماشین الکتریکی (f_r) به صورت مجموعه‌ای از شکل موج‌های سینوسی با ضریب شکل‌های m مطابق رابطه زیر حاصل خواهد شد

[۲۵]

$$f_r(\alpha, t) = \sum f_m(\alpha, t) = \sum F_m \cos(\omega_m t - m\alpha - \psi_m) \quad (7-1)$$

بر این اساس، جهت محاسبه محتوای هارمونیکی نیروی ماکسول ابتدا باید محتوای هارمونیکی چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی مورد محاسبه قرار گیرد. در حالت کلی می‌توان موج مؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی در هر ماشین شار شعاعی را به صورت رابطه زیر بر حسب توابع موج هدایت مغناطیسی (σ) و نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) فاصله هوایی بیان نمود:

$$B_r(\alpha, \theta) = mmf(\alpha, \theta)\sigma(\alpha, \theta) \quad (8-1)$$

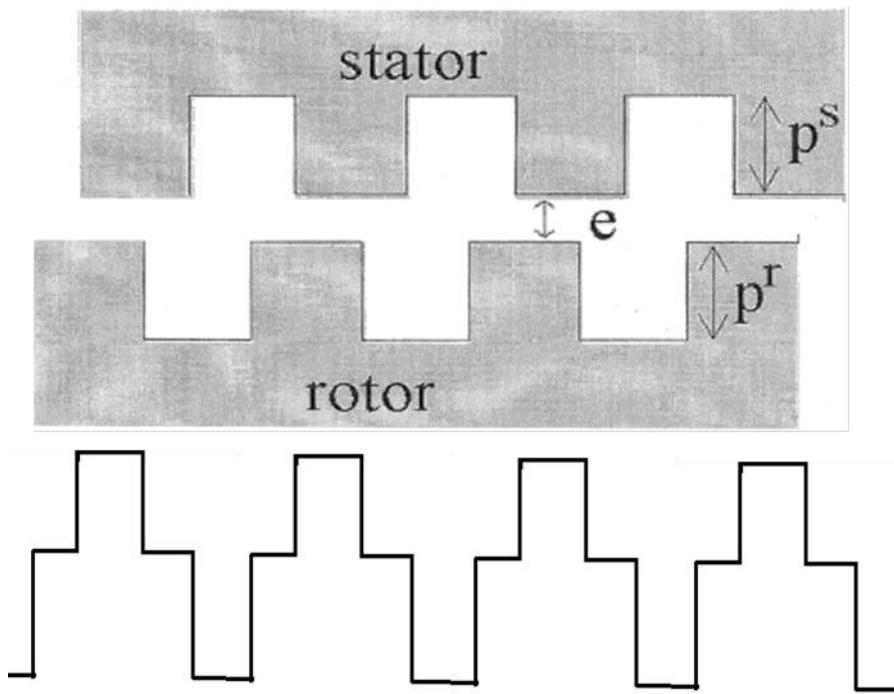
که نمادهای α و θ به ترتیب، نماینده موقعیت زاویه‌ای در طول فاصله هوایی و زاویه حرکت روتور می‌باشند. با فرض چرخش روتور با سرعت زاویه‌ای مکانیکی ω_m ، مقدار زاویه θ مطابق با رابطه زیر بر حسب زمان (t) تغییر می‌کند (θ_0 مقدار زاویه اولیه در مبدأ زمان است).

$$\theta = \omega_m t + \theta_0 \quad (9-1)$$

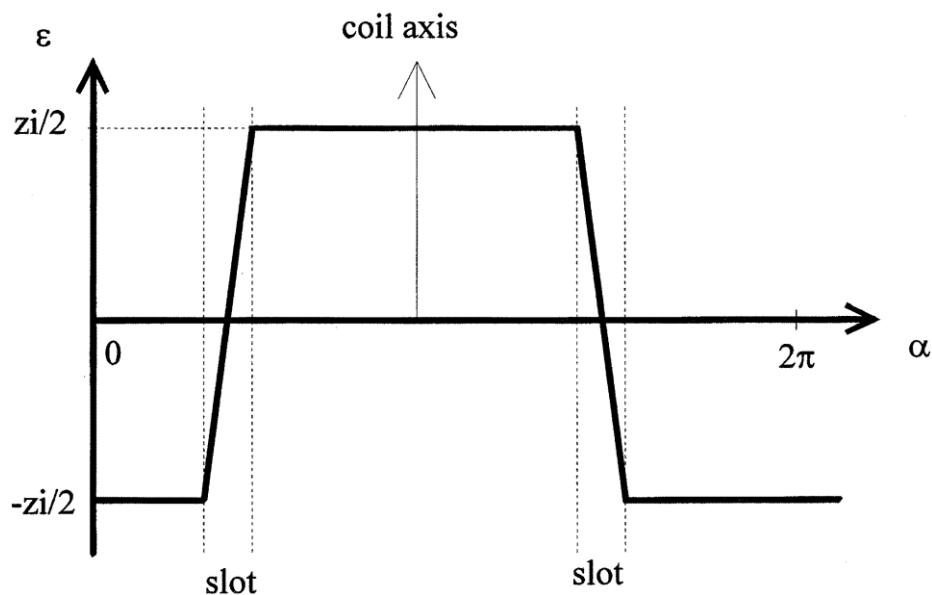
بنابراین اندازه چگالی شار مغناطیسی شعاعی در فاصله هوایی در رابطه (۸-۱)، مطابق با رابطه زیر به صورت تابعی موجی شکل از زمان (t) و زاویه مکانی (α) قابل بیان است:

$$B_r(\alpha, t) = mmf(\alpha, t)\sigma(\alpha, t) \quad (10-1)$$

مطابق با رابطه (۱۰-۱) شکل موج چگالی شار مغناطیسی شعاعی در فاصله هوایی، از دو شکل موج هدایت مغناطیسی و نیروی محرکه مغناطیسی در فاصله هوایی ساخته می‌شود. در حالت کلی، در هر نقطه از فاصله هوایی، مقادیر دو کمیت یاد شده توابعی از زمان و زاویه مکانی بوده و بهمین دلیل با عنوان شکل موج خوانده می‌شوند. به عنوان مثال شکل ۴-۱ نمونه‌ای از شکل موج تغییرات مکانی هدایت مغناطیسی فاصله هوایی را در یک ماشین سنکرون با روتور قطب برجسته نشان می‌دهد. مطابق این شکل، با حرکت زمانی دندانه‌های روتور از مقابل شیارهای استاتور، مقدار لحظه‌ای رلوکتانس (و هدایت مغناطیسی) مسیر شار در هر نقطه از فاصله هوایی دچار تغییر می‌شود. از سوی دیگر، نیروی محرکه مغناطیسی پیرامون فاصله هوایی نیز شکل موجی را می‌سازد که نقاط بیشینه و کمینه آن با مکان قطب‌ها متناظر است (شکل ۱-۵). در نهایت، هارمونیک‌های شکل موج چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی از طریق جایگذاری شکل موج‌های هدایت مغناطیسی و نیروی محرکه مغناطیسی فاصله هوایی در رابطه (۱۰-۱) قابل محاسبه خواهند بود [۲۶].



شکل ۱-۴: نحوه عبور دندانهای رotor از مقابله شیارهای استاتور و شکل موج هدایت مغناطیسی حاصل در طول فاصله هوایی [۲۶]



شکل ۱-۵: شکل موج نیروی محرکه مغناطیسی فاصله هوایی حاصل از یک سیم پیچی مابین دو شیار متواالی [۲۶]

بر اساس توضیحات فوق، تمامی عوامل مؤثر بر شکل موج‌های نیروی محرکه مغناطیسی و یا هدایت مغناطیسی فاصله هوایی بر روی محتوای هارمونیکی چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی نیز

تأثیر خواهند داشت. این عوامل در شکل ۱-۱ با عنوانین اثر دندانه‌ای (هارمونیک‌های شیار)، لنگی،^۱ و توزیع نامتقارن (غیرسینوسی) سیم‌پیچی نشان داده شده‌اند که در ادامه به اختصار مورد بررسی قرار می‌گیرند.

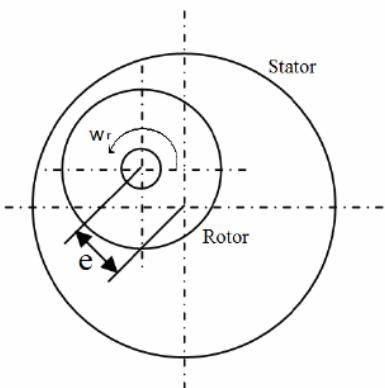
- اثر دندانه‌ای (هارمونیک‌های شیار)

با توجه به شکل ۱-۵ و رابطه (۱۰-۱) می‌توان مشاهده نمود که وجود هارمونیک در شکل موج هدایت مغناطیسی فاصله هوایی در اثر ساختار دندانه‌ای شکل شیارهای روتور و استاتور یکی از عوامل اصلی ایجاد هارمونیک در شکل موج چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی خواهد بود. این اثر اصطلاحاً اثر دندانه‌ای نامیده می‌شود.

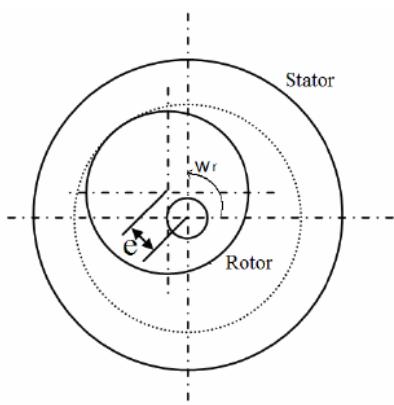
- تأثیر لنگی (خروج از مرکز) [۲۷]

لنگی روتور عامل دیگری است که سبب می‌شود که تقارن شکل موج‌های رلوکتانس و هدایت مغناطیسی گردانگرد فاصله هوایی ماشین از دست رفته و شکل موج چگالی شار فاصله هوایی غیر سینوسی (هارمونیکی) گردد. لنگی روتور در یک ماشین الکتریکی بدین معناست که مرکز هندسی روتور بر مرکز دایره استاتور منطبق نباشد. در حالت کلی دو نمونه از لنگی وجود دارد. در نمونه اول که با نام لنگی/استاتیک نامیده می‌شود، با وجود جدایی مرکز هندسی روتور از مرکز دایره استاتور، محور چرخش روتور همچنان بر مرکز هندسی آن منطبق است (شکل ۱-۶). اما در نمونه دوم که از آن با عنوان لنگی دینامیک یاد می‌شود، محور چرخش روتور از مرکز هندسی آن جدا شده و بر نقطه دیگری (همچون مرکز دایره استاتور) انطباق می‌یابد (شکل ۱-۷).

^۱ Cogging Effect
^۲ Eccentricity



شکل ۱-۶: پدیده نامیزانی (لنگی) استاتیک روتور [۲۷]



شکل ۱-۷: پدیده نامیزانی (لنگی) دینامیک روتور [۲۷]

- توزیع نامتقارن (غیرسینوسی) سیم‌پیچی -

از دیگر عوامل ایجاد هارمونیک در شکل موج چگالی شار فاصله هوایی، غیرسینوسی بودن شکل موج نیروی حرکه مغناطیسی پیرامون فاصله هوایی و وجود هارمونیک در آن است. بر این اساس، در عمل جهت حصول کمترین میزان هارمونیک، تعداد هادی‌ها در شیارهای مختلف گردآورد ماشین را حد ممکن به صورت سینوسی اتخاذ می‌نمایند تا شکل موج نیروی حرکه مغناطیسی حاصل حتی- الامکان به سینوسی ایده‌آل نزدیک باشد. با این وجود، به هر حال دستیابی به شکل موج کاملاً سینوسی برای نیروی حرکه مغناطیسی غیرممکن است. بر این اساس، هارمونیک‌های هرچند کوچک موجود در شکل موج نیروی حرکه مغناطیسی فاصله هوایی سبب ایجاد هارمونیک‌های مشابه در شکل موج چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی خواهند شد.

۳-۱-۱-۳- بررسی روش‌های اندازه‌گیری ارتعاشات و نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی و مقایسه آنها

در تعداد اندکی از مراجع نظیر [۲۸]، [۲۹] روش‌های اندازه‌گیری ارتعاشات و نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در مرجع [۲۸] برخی تکنیک‌های آزمایشگاهی بر مبنای اندازه‌گیری فرکانش‌های تشدید، ارتعاشات و پردازش سیگنال نویز صوتی (فشار صوت) ارائه شده و بر روی یک موتور القایی نمونه مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. همچنین، در مرجع [۲۹] نیز روش‌های مختلف اندازه‌گیری نویز صوتی منتشر شده از ماشین‌های الکتریکی بر مبنای اندازه‌گیری تراز توان صوت آنها در نمونه‌های عملی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. مراجع [۳۰]، [۳۱] با استفاده از آنالیز تست مودال مودهای ارتعاشی و شکل مدهای پوسته استاتور یک موتور القایی را استخراج نموده‌اند. مرجع [۳۱] در ادامه با انجام اندازه‌گیری‌های عملی، تأثیر بی‌نظمی‌های هندسی و ساختاری ماشین را بر روی رفتار ارتعاشی آن مورد مطالعه قرار داده است. در مرجع [۳۲] طیف فرکانسی تراز فشار صوتی منتشر شده دو موتور القایی مشابه با تغذیه‌های متفاوت (سینوسی و درایو با تکنولوژی SVPWM) با استفاده از روابط تحلیلی و اندازه‌گیری با صداسنچ^۴ ساخت شرکت B&K به دست آمده و با هم مقایسه شده‌اند. مرجع [۳۳] از طریق انجام اندازه‌گیری‌های عملی بر روی پنج نمونه موتور القایی مختلف، فرکانس‌های تشدید و رفتار ارتعاشی پوسته استاتور موتورهای القایی را استخراج نموده است.

۴-۱-۱-۴- شبیه‌سازی رفتار ارتعاشی ماشین‌های الکتریکی و نویز صوتی آنها

تعداد قابل توجهی از مراجع به شبیه‌سازی رفتار ارتعاشی ماشین‌های الکتریکی و یا نویز صوتی آنها پرداخته‌اند. البته اکثر این مقالات توجه خود را بر روی موتورهای القایی (آسنکرون) معطوف ساخته‌اند. برای مثال مرجع [۳۴] رفتار ارتعاشی (سرعت ارتعاش نقاط مختلف) استاتور یک موتور القایی سه فاز ۸۰۰ وات ۴ قطبی را با استفاده از روش اجزاء محدود شبیه‌سازی نموده است. مرجع [۳۴] در

^۴Sound Level Meter (SLM)

ادامه با استفاده از نتایج حاصل از شبیه‌سازی فوق، تراز توان صوتی تولیدی به وسیله موتور القایی را از طریق معرفی و بکارگیری مدل استوانه‌ای محدود^۱ مورد محاسبه قرار می‌دهد. این مقاله در انتهای آن به منظور نمایش درستی نتایج حاصل از شبیه‌سازی، از انجام اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی بهره گرفته است. در مرجع [۳۵] روشی جهت مدلسازی رفتار ارتعاشی هسته استاتور ماشین‌های الکتریکی بزرگ در فرکانس‌های پایین ارائه شده است. مرجع [۳۶] یک روش تحلیلی را جهت تعیین رفتار ارتعاشی و نویز صوتی موتورهای القایی ارائه داده و نتایج آن را با نتایج حاصل از روش عددی اجزاء محدود و اندازه‌گیری‌های واقعی مقایسه نموده است. مرجع [۳۷] میزان تأثیر منابع مختلف تولید نویز صوتی و نیز پارامترهای مختلف سیستم درایو (نظیر سرعت مرجع و فرکانس کلیدزنی) را بر تراز فشار و توان صوتی تولیدی موتورهای القایی مورد مطالعه قرار داده است. به این منظور مرجع [۳۷] از تحلیل اجزاء محدود و انجام اندازه‌گیری‌های عملی بر روی چهار نمونه موتور القایی متفاوت همراه با سیستم درایو استفاده کرده است.

تعداد نسبتاً معنودی از مقالات نیز ارتعاشات و نویز صوتی را در موتورهای سنکرون و موتورهای سنکرون مغناطیس دائم بررسی نموده‌اند. به عنوان مثال، مرجع [۳۸] برخی بررسی‌های تحلیلی و آزمایشگاهی کلی را بر روی طیف وسیعی از موتورهای سنکرون مغناطیس دائم در رابطه با مسائل ارتعاشات و نویز صوتی آنها انجام داده است. مرجع [۳۹] با استناد به روابط تحلیلی ارتعاش موتورهای سنکرون، دو حوزه اصلی را برای طیف فرکانسی نویز صوتی منتشر شده از این موتورها بیان نموده است. حوزه اول اصوات با فرکانس برابر با فرکانس تغذیه موتور هستند که به میزان بار موتور وابستگی ندارند. در مقابل، حوزه دوم اصوات با فرکانس دو برابر فرکانس تغذیه می‌باشد که وجود آنها مستقیماً به میزان بار موتور وابسته است. مراجع [۴۰], [۴۱] با استفاده از تحلیل اجزاء محدود، به شبیه‌سازی و بررسی تأثیر برخی پارامترهای الکترومغناطیسی و مکانیکی ماشین سنکرون مغناطیس دائم و برخی از پدیده‌های خاص آن نظیر لقی (نامیزانی) روتور بر روی سرعت ارتعاش و تراز فشار صوت ساطع شده از

^۱Finite Cylindrical Model

آن پرداخته‌اند. در این مراجع روابط تحلیلی چندی نیز برای آنالیز مدار و هارمونیکی ارتعاش پوسته استاتور ماشین سنکرون مغناطیس دائم استخراج گردیده است. مرجع [۴۲] برخی روابط تحلیلی را برای محاسبه نویز صوتی ایجاد شده به وسیله منابع الکترومغناطیسی، آیرودینامیکی و مکانیکی در ماشین‌های سنکرون مغناطیس دائم ارائه داده است. مرجع [۲۲] نیروهای الکترومغناطیسی شعاعی را به عنوان عامل اصلی ایجاد ارتعاشات و نویز صوتی در ماشین‌های سنکرون مغناطیس دائم معرفی نموده است. بر این اساس، مرجع فوق در ابتدا روشی را جهت محاسبه نیروهای شعاعی وارد بر دندانه‌های استاتور بر مبنای تحلیل اجزاء محدود الکترومغناطیسی دو بعدی پیشنهاد داده، و سپس با ارائه یک روش تحلیلی، فازور جابجایی ارتعاش شعاعی را در طول دندانه‌های استاتور به دست آورده است. رفتار ارتعاشی حاصل در ادامه با استفاده از تحلیل اجزاء محدود مکانیکی (ساختاری) و اندازه‌گیری‌های عملی مورد تأیید قرار گرفته است. مرجع [۲۲] در نهایت از روی فازور سرعت ارتعاش شعاعی حاصل، تراز توان صوتی تولیدی به وسیله موتور را محاسبه نموده است. به صورت مشابه، مراجع [۲۵]، [۴۳] نیز در ابتدا با استفاده از تحلیل اجزاء محدود الکترومغناطیسی شکل موج نیروهای شعاعی وارد بر پوسته استاتور یک موتور سنکرون مغناطیس دائم را به دست آورده، و سپس با ارائه روابط تحلیلی فازور جابجایی ارتعاش و تراز فشار صوتی حاصل را مورد محاسبه قرار داده‌اند. مرجع [۴۳] در ادامه جهت بررسی درستی نتایج حاصل از تحلیل اجزاء محدود مکانیکی (ساختاری) بهره گرفته است. مرجع [۴۴] بررسی جامعی درباره تأثیر برخی پدیده‌ها نظیر مغناطیسی زدائی جزئی و نامیزانی (لقی) استاتیکی روتور بر شکل موج نیروهای الکترومغناطیسی شعاعی، ریپل گشتاور، رفتار ارتعاشی و نویز صوتی موتورهای سنکرون مغناطیس دائم انجام داده است. در این مقاله شبیه‌سازی‌های الکترومغناطیسی با بهره‌گیری از دو روش بازسازی میدان^۱ (FRM) و اجزاء محدود^۲ (FEM) انجام شده و رفتار ارتعاشی و نویز صوتی موتور نیز با استفاده از روش اجزاء محدود حاصل گردیده است.

^۱ Field Reconstruction Method

^۲ Finite Elements Method

مرجع [۲۳] تأثیر انتخاب ترکیب‌های مختلف تعداد قطب‌ها و شیارها را در میزان ارتعاش و نویز صوتی موتورهای سنکرون مغناطیس دائم بررسی نموده است. به این منظور در این مرجع دو موتور مغناطیس دائم با مقادیر نامی و کارکرد مشابه ولی با تعداد قطب‌ها و شیارهای متفاوت مد نظر قرار گرفته و نیروهای شعاعی وارد بر استاتور با استفاده از تحلیل اجزاء محدود و تنسور تنش ماسکول حاصل گردیده‌اند. همچنین در مرجع فوق، نیروهای مقطعی وارد بر دندانه‌های استاتور نیز با استفاده از روشی به نام جریان مغناطیسی معادل^۱ محاسبه شده است. مرجع [۲۳] در نهایت به منظور محاسبه تأثیر نیروهای شعاعی بر رفتار ارتعاشی موتورها از تحلیل اجزاء محدود و اندازه‌گیری‌های عملی استفاده نموده است.

مراجع [۴۵]، [۴۶] بررسی و شبیه‌سازی ارتعاشات و نویز صوتی را برای موتورهای سنکرون شار محوری مغناطیس دائم (AFPM) با روتور دیسکی آنجام داده‌اند. مرجع [۴۶] به شبیه‌سازی ارتعاشات و نویز صوتی سه نمونه موتور شار محوری مغناطیس دائم با توان‌های نامی ۵، ۲۲ و ۲۲۰ کیلووات، با بهره‌گیری از روش اجزاء محدود پرداخته است. این مرجع در ادامه با استفاده از سیستم سنجش صوت و ارتعاش PULSE (ساخت شرکت B&K دانمارک) نیز تراز فشار صوتی ایجاد شده به وسیله موتورهای فوق را اندازه‌گیری نموده و نتایج حاصل از دو روش (اندازه‌گیری و اجزاء محدود) را با هم مقایسه کرده است. در نهایت مرجع [۴۵] نیز اقدامات مشابهی را برای یک موتور شار محوری مغناطیس دائم با توان نامی 8.5 kW ، تعداد ۱۱ جفت قطب و ۲۴ شیار انجام داده است.

۱-۱-۵- ارائه روش‌هایی برای کاهش نویز صوتی در ماشین‌های الکتریکی

آخرین گروه از مراجع مورد بررسی در این گزارش، آن دسته از مراجع هستند که روش‌هایی را در جهت کاهش نویز صوتی ماشین‌های الکتریکی پیشنهاد داده و یا به طراحی بهینه ماشین‌های

^۱ Equivalent Magnetization Current

^۴ Disc-Type Axial-Flux Permanent Magnet Synchronous Motor

الکتریکی با هدف کاهش نویز صوتی آنها پرداخته‌اند. از این میان، جمع کثیری از این مراجع به موتورهای القایی توجه نموده‌اند. به عنوان مثال، مرجع [۴۷] در ابتدا منابع تولید ارتعاش و نویز صوتی، نیروهای الکترومغناطیسی شعاعی و رفتار ارتعاشی استاتور ماشین‌های الکتریکی را به طور كامل مورد بررسی قرار داده و سپس روش‌هایی را مبنی بر کاهش نویز صوتی در موتورهای القایی قفس-سنجبای پیشنهاد می‌دهد. مرجع [۲۶] در ابتدا با معرفی مدل شیار مجازی^۱ رابطه‌ای برای شکل موج هدایت مغناطیسی فاصله هوایی استخراج نموده و با ضرب این رابطه در شکل موج نیروی حرکه مغناطیسی فاصله هوایی، هارمونیک‌های چگالی شار مغناطیسی را مورد محاسبه قرار داده است. این مرجع در ادامه روشی را در جهت کاهش نویز صوتی موتور القایی پیشنهاد می‌دهد. در این روش، یک جریان هارمونیکی کنترل شده کوچک به سیم‌پیچی استاتور تزریق می‌شود تا باعث ایجاد یک شکل موج نیروی حرکه مغناطیسی مکمل شود که هارمونیک‌های شکل موج اصلی را خنثی می‌نماید. مرجع [۴۸] در ابتدا یک مدل تحلیلی جهت محاسبه نیروهای شعاعی، ارتعاش و نویز صوتی موتورهای القایی تغذیه شده از درایو (با تکنولوژی PWM) ارائه داده و با استفاده از تحلیل اجزاء محدود درستی آن را مورد بررسی قرار داده است. این مرجع در ادامه مدل تحلیلی فوق را درون یک الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی تصادفی به کار گرفته و به این طریق به طراحی موتور القایی با مینیمم سطح نویز صوتی پرداخته است.

تا کنون گروه نسبتاً محدودی از مراجع روش‌هایی را در جهت کاهش نویز صوتی منتشر شده از موتورهای سنکرون مغناطیس دائم ارائه داده‌اند. با این وجود اکثر مراجع موجود در این گروه توجه خود را به سیستم تغذیه و درایو موتورهای مغناطیس دائم معطوف ساخته‌اند. به عنوان مثال، مرجع [۲۴] با معرفی روش بازسازی میدان^۲ و به کارگیری آن در سیستم درایو موتورهای سنکرون مغناطیس دائم، سطح ارتعاشات و نویز صوتی موتور را کاهش داده است. همچنین مرجع [۴۹] روشی

^۱ Fictitious Slot Model

^۲ Field Reconstruction Method (FRM)

را در جهت کاهش نویز و ارتعاشات موتور سنکرون مغناطیس دائم (با آهنرباهاي دائم سطحی) از طریق اصلاح الگوریتم کنترلی بدون سنسور آین ماشین‌ها پیشنهاد نموده است.

گروه بسیار اندکی از مراجع منتشر شده تا کنون، روش‌هایی را مبنی بر اصلاح الگوریتم طراحی ماشین‌ها سنکرون مغناطیس دائم در راستای کاهش سطح ارتعاشات و نویز صوتی آنها ارائه داده‌اند.

به عنوان مثال مرجع [۵۰] دو روش افزایش ضخامت ورقه‌های روتور و اضافه کردن میله‌های اتصال کوتاه (میراکننده یا دمپر) به روتور را به منظور کاهش میزان ارتعاشات و نویز صوتی در موتورهای سنکرون مغناطیس دائم پیشنهاد نموده و مزایا و معایب این دو روش را با هم مقایسه کرده است.

مرجع [۵۱] نحوه تأثیر برخی پارامترهای طراحی مکانیکی در موتور سنکرون مغناطیس دائم بدون جاروبک را بر مقدار توان صوتی آن مورد مطالعه قرار داده است. ایده اصلی این مقاله، انتخاب (یا اصلاح) پارامترهای ساختاری ماشین به گونه‌ای است که فرکانس‌های طبیعی ارتعاش آن به ناحیه‌ای دور از فرکانس‌های موجود در نیروهای شعاعی وارد بر پوسته استاتور انتقال یابد. در این راستا، مرجع [۵۱] سه پارامتر ساختاری عرض دندانه‌های استاتور، طول استاتور، چارچوب مکعبی شکل استاتور و اریب نمودن استاتور را مد نظر قرار داده است. مرجع [۵۲] تأثیر برخی پارامترهای طراحی ماشین را بر میزان گشتاور دندانه‌ای^۱ در موتور شار محوری مغناطیس دائم (AFPM) با آهنربای دائم سطحی

نوع Torus مورد بررسی قرار داده است. در این مرجع در ابتدا با استفاده از روابط طراحی و تحلیل اجزاء محدود، دو موتور AFPM ۵ کیلووات با سرعت نامی rpm ۱۰۰۰ ولی تعداد قطب‌های متفاوت طراحی شده است. به منظور کاهش میزان گشتاور دندانه‌ای در این موتورها، مرجع [۵۲] از سیم‌پیچی گام کسری در استاتور بهره گرفته است. در ادامه این مقاله، برخی روابط تحلیلی برای محاسبه مقدار گشتاور دندانه‌ای ماشین AFPM بر حسب ابعاد و پارامترهای طراحی آن استخراج شده و با استفاده از

^۱ Surface Mounted Permanent Magnet Synchronous Machines (SM-PMSM)

^۲ Sensorless Control Algorithm

^۳ Damper

^۴ Cogging Torque

تحلیل اجزاء محدود مورد تأیید قرار گرفته است. در انتهای، مرجع [۵۲] با بهره‌گیری از روابط تحلیلی حاصل، تأثیر پارامترهایی نظیر تعداد قطب‌ها، نسبت قوس قطب به گام قطب استاتور و نسبت قوس قطب آهنربای دائم به گام قطب روتور را بر میران گشتاور دندانه‌ای بررسی نموده است.

۲-۱- جمع‌بندی فصل و معرفی اهداف پژوهش حاضر

با دقت در مراجع مورد بحث در بخش‌های ۱-۴ و ۱-۵-۱، به‌طور کلی می‌توان ایرادهای زیر را بر مقالات منتشر شده پیش از این در زمینه مدلسازی ارتعاشات و نویز صوتی موتورهای آهنربای دائم و کاهش نویز صوتی آنها وارد دانست:

۱- اکثر مقالات فوق از نرم‌افزارهای اجزاء محدود بهره برده اند که نیازمند مراحل طولانی رسم، مش بندی و حل عددی بوده و به همین دلیل نمی‌تواند در کاربردهای سریع و یا داخل الگوریتم طراحی ماشین‌ها مورد استفاده قرار گیرد.

۲- اکثر این مقالات به ماشین‌های آهنربای دائم شار شعاعی توجه نموده‌اند و تنها تعداد اندکی توجه خود را به ماشین‌های آهنربای دائم شار محوری معطوف ساخته‌اند.

۳- هیچ‌کدام از مدل‌های تحلیلی پیشنهاد شده در این مقالات کامل نیستند. برای مثال، اکثر این مقالات تنها شار مغناطیسی ناشی از آهنرباهای دائم در حالت بی‌باری ماشین را در نظر گرفته‌اند و مابقی نیز شار عکس‌العمل آرمیچر را با ملاحظه جریان‌های الکتریکی کاملاً سینوسی و از پیش تعیین شده مدل نموده‌اند. این در حالی است که جهت مدلسازی دقیق رفتار ارتعاشی ماشین‌ها لازم است که شکل موج‌های جریان و ولتاژ القایی داخلی (و سایر مشخصه‌های) ماشین و محتوای هارمونیکی آنها در حالت بارداری ماشین به طور کامل و دقیق محاسبه شوند. همچنین، تمامی این مقالات از اثرات مهمی نظیر اشباع مغناطیسی و تلفات آهن و تأثیر آنها بر سایر مشخصه‌های ماشین صرف نظر نموده‌اند.

۴- مدلسازی تحلیلی نیروهای ارتعاشی در مقالات فوق تنها برای نیروهای وارد بر هسته استاتور صورت گرفته است. این در حالی است که در موتورهای آهنربای دائم شار محوری، نیروهای ارتعاشی وارد بر اجزاء مختلف روتورها نیز به اندازه استاتور اهمیت دارد.

بر اساس جمع‌بندی فوق، هدف اصلی پژوهش حاضر به صورت مدلسازی تحلیلی نیروهای ارتعاشی در یک نمونه موتور آهنربای دائم شار محوری بدون شیار معرفی می‌گردد. جهت نیل به هدف فوق، ابتدا در فصل دوم مفاهیم و پارامترهای اساسی صوت و ارتعاش اجمالاً معرفی گردیده و سپس در فصل‌های سوم و چهارم، محتوای هارمونیکی کامل مشخصه‌های عملکردی اصلی ماشین مورد مطالعه و انواع نیروهای ارتعاشی وارد بر اجزاء مختلف آن با ملاحظه پدیده‌های مغناطیسی مختلف مؤثر بر عملکرد ماشین (نظیر اشباع و تلفات آهن) به طور کامل و دقیق به روش تحلیلی مورد محاسبه قرار خواهد گرفت.

فصل دوم

تعاریف و پارامترهای اساسی صوت و ارتعاش

۱-۲- مقدمه فصل

پیش از پرداختن به اهداف اصلی پژوهش حاضر، ابتدا لازم است که تعریف کیفی و کمی دقیقی از صوت و ارتعاش رائه گردد. به همین دلیل، در این فصل پارامترهای اصلی سنجش صوت و ارتعاش به- طور کلی معرفی گردیده و روش‌های اندازه‌گیری و روابط حاکم بر آنها نیز مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۲-۲- پارامترهای اصلی سنجش صوت و ارتعاش

ارتعاش در حالت کلی به صورت حرکت رفت و برگشتی ذرات یک جسم الاستیک حول نقطه تعادل آنها و در پاسخ به تحریک خارجی تعریف می‌گردد. به منظور ایجاد ارتعاش، جسم باید حائز دو ویژگی باشد: جرم و رفتار الاستیک. در این صورت، دامنه ارتعاش با مقدار ماکزیمم جابجاگایی ذرات از نقطه تعادلشان برابر است. صوت در حقیقت ارتعاشاتی است که از طریق یک محیط (سیال) واسطه با فرکانس‌هایی در محدوده ۲۰ هرتز منتقل می‌شود و گوش انسان می‌تواند آنها را تشخیص دهد. صوت ناخواسته را نویز صوتی گویند. انتقال ارتعاشات و صوت درون مواد به وسیله امواجی صورت می‌پذیرد که توابعی از مکان و زمان هستند. بر این اساس، امواج ارتعاش و صوت شامل امواج جابجاگایی، سرعت و شتاب ارتعاشی می‌باشند. در یک مکان ثابت درون جسم مرتعش، هر کدام از امواج فوق به صورت یک سیگنال تابع زمان دیده می‌شوند. با استفاده از آنالیز فوریه، می‌توان هر نوع سیگنال ارتعاشی را به صورت مجموعه از سیگنال‌های سینوسی بیان نمود. بر این اساس، آنالیز صوت و ارتعاش می‌تواند به بهترین شکل با استفاده از تحلیل فازوری صورت گیرد. این تحلیل به تعریف گروهی از پارامترهای صوتی و ارتعاشی منجر می‌شود که می‌توانند جهت کمی‌سازی صوت و ارتعاش مورد استفاده قرار گیرند [۲]. این پارامترها در ادامه به تفکیک معرفی خواهند گردید.

۱-۲-۲- سرعت ارتعاش^۱

سرعت ارتعاش (u) بردار سرعت لحظه‌ای حرکت ارتعاشی مولکول‌های هوا (یا هر سیال دیگر حامل صوت) در اثر برخورد صوت بر حسب متر بر ثانیه (m/s) می‌باشد که از نظر اندازه با سرعت لحظه‌ای ارتعاش سطح منبع مولد صوت برابر بوده و جهت آن در جهت انتشار صوت می‌باشد. با توجه به ماهیت موجی شکل صوت و ارتعاش، اندازه سرعت لحظه‌ای ارتعاش در هر مکان به صورت مجموعه‌ای از اعداد مختلط (فازورها) در فرکانس‌های مختلف قابل بیان است که هر یک نماینده یک سیگنال سینوسی با فرکانس، دامنه و فاز مشخص می‌باشند. بر این اساس، مقدار مؤثر سرعت ارتعاش (u_{rms}) در هر فرکانس به صورت جذر متوسط زمانی مربعات مقادیر سرعت لحظه‌ای ارتعاش تعریف می‌گردد

[۵۳],[۵۴].

به منظور درک بیشتر مفاهیم پارامترهای صوتی می‌توان آنها را با مفاهیم آشنای الکتریکی نظری و لتاژ، جریان، امپدانس و ... همانند نمود. بر این اساس، سرعت ارتعاش در آکوستیک با چگالی جریان الکتریکی در الکتریسیته معادل می‌باشد.

۲-۲-۲- فشار صوت^۲

فشار صوت (p) در یک نقطه، عبارتست از مقدار نیرویی که از جانب صوت بر واحد سطح در آن نقطه وارد می‌گردد. واحد اندازه‌گیری این کمیت پاسکال (Pa) است. هر منبع صوتی با مقدار توان صوتی مشخص، مقادیر فشار صوتی مختلفی را در نقاط مختلف محیط اطراف خود به وجود می‌آورد که به مشخصات محیط نظری مادهٔ محيط انتشار صوت و فاصلهٔ هر نقطه از منبع وابسته است. میزان درک گوش انسان از صوت در یک مکان، مستقیماً با مقدار فشار صوتی در نقطهٔ مزبور ارتباط دارد. گوش

^۱Vibration Velocity

^۲Sound Pressure

انسان قادر به شنیدن اصوات در محدوده فرکانسی ۲۰ کیلوهرتز تا ۲۰ هرتز

می‌باشد [۲، [۵۳، [۵۴]. μPa تا 200 Pa

فشار صوتی یک کمیت اسکالر (غیر برداری) است؛ بدین معنا که مقدار فشار صوتی اندازه‌گیری شده در یک مکان به نحوه جهت‌گیری جزء سطح در آن مکان وابسته نیست. از اینرو، اندازه‌گیری فشار صوتی در هر مکان توسط یک پروب فشارسنج صوتی (میکروفون) و بدون توجه به نحوه جهت-گیری آن صورت می‌گیرد. مشابه با سرعت ارتعاش، فشار صوتی لحظه‌ای در هر مکان را نیز می‌توان به صورت مجموعه‌ای از سیگنال‌های سینوسی فشار صوت با فرکانس‌های مختلف بیان نمود که هر یک را به وسیله یک عدد مختلط (فازور) نمایش می‌دهند. بر این اساس، مقدار مؤثر فشار صوتی (p_{rms}) در هر فرکانس به صورت جذر متوسط زمانی مربعات مقادیر فشار لحظه‌ای صوت تعریف می‌گردد.

در الکتریسیته، می‌توان ولتاژ الکتریکی را به عنوان کمیت متناظر با فشار صوتی در نظر گرفت. در این صورت، امپدانس صوتی (Z) به صورت رابطه (۱-۲) تعریف می‌گردد [۲، [۵۵].

$$Z = \frac{\bar{p}}{\bar{u}} \quad (1-2)$$

و یا:

$$\bar{p} = Z\bar{u} \quad (2-2)$$

در روابط (۱-۲) و (۲-۲) نمادهای \bar{p} و \bar{u} نماینده فازورهای فشار و سرعت ارتعاش در یک مکان و در یک فرکانس مشخص، و Z امپدانس صوتی دیده شده در آن مکان می‌باشد.

۲-۲-۳- توان صوت^۱

توان صوت (W) یک کمیت اسکالر بوده و به صورت مقدار انرژی صوتی منتشر شده از یک منبع صوتی در واحد زمان، بر حسب وات (W) تعریف و اندازه‌گیری می‌گردد. قابل توجه است که توان صوتی

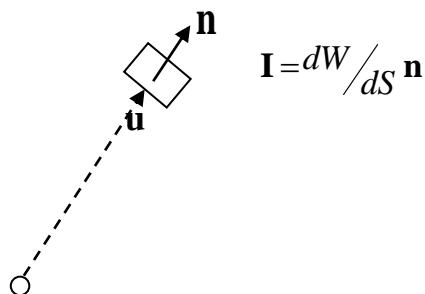
^۱Sound Power

منتشر شده از یک منبع صوت، تنها به همان منبع وابسته بوده و به مشخصات محیط انتشار صوت ربطی ندارد. بنابراین، بهترین معیار جهت بیان قابلیت تولید نویز صوتی بهوسیله یک منبع، مقدار توان صوتی تولیدی آن خواهد بود [۲، [۵۶].

۳-۲-۴- شدت صوت^۱

بردار شدت صوت لحظه‌ای (I) در یک مکان بهصورت ضرب فشار صوتی لحظه‌ای آن مکان در بردار سرعت لحظه‌ای ارتعاش تعریف شده و مطابق با رابطه زیر اندازه آن می‌تواند بر حسب توان صوتی دریافت شده توسط جزء سطحی با بردار نرمال هم‌جهت با جهت انتشار صوت در مکان مذبور بیان گردد (شکل ۱-۲) [۵۳].

$$\mathbf{I} = p\mathbf{u} = \frac{dF}{dS} \frac{dx}{dt} \mathbf{n} = \frac{dE}{dS dt} \mathbf{n} = \frac{dW}{dS} \mathbf{n} \quad (3-2)$$



شکل ۱-۲: نحوه تعریف بردار شدت صوت در یک نقطه

در رابطه (۳-۲)، نمادهای p ، E ، W و dS ، به ترتیب نماینده فشار، توان و انرژی منبع صوت و جزء سطح در نقطه مورد نظر بوده و \mathbf{n} و \mathbf{I} بردارهای نرمال سطح، سرعت لحظه‌ای ارتعاش و شدت صوت لحظه‌ای در نقطه مذبور را نشان می‌دهند. بر این اساس، واحد اندازه‌گیری شدت صوت W/m^2 می‌باشد که در الکتریسیته با چگالی توان الکتریکی معادل است.

^۱Sound Intensity

با استفاده از رابطه (۳-۲) می‌توان با مقدار کل توان صوتی منتشر شده از یک منبع صوت را از طریق انتگرال‌گیری از مقدار شدت صوت روی یک سطح دربرگیرنده منبع به صورت رابطه زیر محاسبه نمود.

$$W = \sum_S g_{ls} = \sum_S p_{ugnd}s \quad (4-2)$$

مشابه با فشار لحظه‌ای صوت، بردار شدت صوت لحظه‌ای در هر مکان نیز ماهیتی نوسانی دارد و از این رو می‌توان آن را به صورت مجموعه‌ای از سیگنال‌های سینوسی با فرکانس‌های متفاوت بیان نمود. بر این اساس، مقدار متوسط شدت صوت (و یا اصطلاحاً شدت صوت حقیقی یا اکتیو) مطابق با رابطه زیر به صورت متوسط زمانی مقادیر لحظه‌ای شدت صوت روی یک دوره تناوب تعریف می‌گردد

[۵۷]، [۲]

$$I_{Re} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t)u(t)dt \quad (5-2)$$

در رابطه (۵-۲) I_{Re} نماینده شدت صوت حقیقی یا اکتیو بوده و $p(t)$ و $u(t)$ به ترتیب سیگنال‌های فشار لحظه‌ای صوت، سرعت لحظه‌ای ارتعاش و دوره تناوب این سیگنال‌ها را نشان می‌دهند. بر این اساس، شدت صوت اکتیو همواره یک مقدار مستقل از زمان می‌باشد. در صورتی که سیگنال‌های فشار لحظه‌ای صوت و سرعت ارتعاش سینوسی باشند، می‌توان با استفاده از نمایش فازوری، شدت صوت اکتیو را به صورت رابطه زیر بیان نمود [۲]، [۵۷]، [۵۸].

$$I_{Re} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \bar{p} \bar{u}^* \right\} = \frac{1}{2} |\bar{p}| |\bar{u}| \cos \varphi = p_{ms} u_{ms} \cos \varphi \quad (6-2)$$

در رابطه (۶-۲) نمادهای $|\bar{p}|$ ، $|\bar{u}|$ به ترتیب معرف اندازه‌های فازورهای فشار صوت و سرعت ارتعاش بوده و φ اختلاف فاز میان آنها می‌باشد. همچنین نماد (*) مزدوج عدد مختلط را نشان می‌دهد. به صورت مشابه شدت صوت موهومنی (یا راکتیو) به صورت زیر تعریف می‌شود [۵۹]:

$$I_{\text{Im}} = \frac{1}{2} \text{Im}\left\{\bar{p}\bar{u}^*\right\} = \frac{1}{2} |\bar{p}| |\bar{u}| \sin \varphi = p_{ms} u_{ms} \sin \varphi \quad (7-2)$$

با ترکیب روابط (6-۲) و (7-۲)، شدت صوت ظاهری (مختلط) به صورت زیر تعریف می‌گردد [۶۰]:

$$\bar{I} = I_{\text{Re}} + jI_{\text{Im}} = \frac{1}{2} \bar{p}\bar{u}^* = \frac{1}{2} |\bar{p}| |\bar{u}| e^{j\varphi} = p_{ms} u_{ms} e^{j\varphi} \quad (8-2)$$

که در آن، \bar{I} شدت صوت مختلط بوده و j یکه موهومی است. با استفاده از روابط (2-۲) و (8-۲)

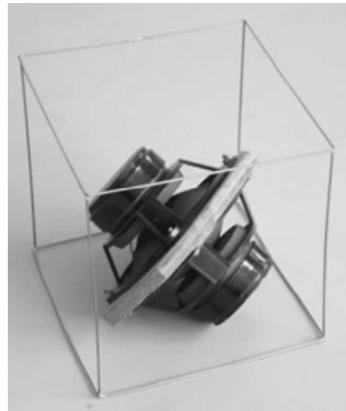
می‌توان شدت صوت مختلط را با امپدانس صوتی به صورت زیر مرتبط ساخت:

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \bar{p}\bar{u}^* = \frac{1}{2} Z |\bar{u}|^2 = \frac{1}{2} \frac{|\bar{p}|^2}{Z} = Z u_{ms}^2 = \frac{p_{ms}^2}{Z} \quad (9-2)$$

شدت صوت اکتیو چگالی توان صوتی خالص منتشر شده را نشان می‌دهد، در حالی که شدت صوت راکتیو نماینده مؤلفه‌ای از انرژی صوتی است که منتشر نمی‌شود و تنها سبب ایجاد حرکت رفت و برگشتی در ذرات هوا می‌گردد (مشابه حرکت رفت و برگشتی سیال تراکم ناپذیر). هنگامی که فازور سرعت ارتعاش با فازور فشار صوت اختلاف فازی در حدود ۹۰ درجه داشته باشد، توان صوتی اندازه-گیری شده عمدتاً از نوع راکتیو است. این شرایط معمولاً در نزدیکی منابع صوت^۱ به وجود می‌آید [۵۷، ۵۹]. نمونه‌ای از یک شرایط صوتی به شدت راکتیو در نزدیکی یک دیپل (دو میکروفون به هم چسبیده) مطابق شکل ۲-۲ به وجود می‌آید [۵۹]. بر این اساس، توان صوتی خالص منتشر شده باید با استفاده از شدت صوت اکتیو مطابق رابطه زیر مورد محاسبه قرار گیرد:

$$W = \iint_S \text{Re} dS = \iint_S p u \cos \varphi dS \quad (10-2)$$

^۱Sound Nearfields



شکل ۲-۲: نمونه‌ای از یک شرایط صوتی به شدت راکتیو در مجاورت یک دیپل (دو میکروفون به هم چسبیده) [۵۹]

۲-۲-۵- تراز فشار صوت^۱

از آنجا که هر سه شاخص فوق، محدوده تغییرات اندازه نسبتاً وسیعی دارند، معمولاً به جای استفاده از تعاریف فوق، از لگاریتم آنها استفاده می‌شود. به عنوان مثال، به دلیل محدوده وسیع تغییرات مقادیر فشار صوت (در محدوده شناوایی گوش انسان از 20 Pa تا 200 Pa)، به جای فشار صوت از تراز فشار صوتی استفاده می‌شود. بنابر تعریف، تراز فشار صوتی در یک نقطه، مطابق با رابطه زیر با 10 برابر $p_0=20$ لگاریتم (مبنای 10) نسبت مجذور فشار صوت در نقطه مورد نظر به مجذور فشار صوتی مبنا (μPa در هوای 20 Pa) برابر بوده و با یکای دسی‌بل بیان می‌گردد [۲، [۵۳]، [۵۶]]:

$$L_p = 10 \log_{10} \left(\frac{p}{p_0} \right)^2 = 20 \log_{10} \left(\frac{p}{p_0} \right) \quad (11-2)$$

در رابطه (۱۱-۲)، نمادهای L_p و p_0 ، به ترتیب معرف تراز فشار صوتی در نقطه مورد نظر و فشار صوتی مبنا بوده و p مقدار مؤثر (جذر متوسط زمانی مربعات) فشار صوتی را در نقطه مزبور نشان می‌دهد. در حالت کلی، برای نویز به دلیل وجود ترکیبی از اصوات با فرکانس‌های مختلف، مقدار کل تراز فشار صوتی با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$L_p = 10 \log_{10} \sum_{i=1}^n 10^{0.1 L_{pi}} \quad (12-2)$$

^۱Sound Pressure Level (SPL)

در رابطه (۱۲-۲)، L_{pi} نماد تراز فشار صوتی حاصل از موج صوتی i ام، و n تعداد تمامی فرکانس‌های صوتی موجود در نویز صوتی می‌باشد.

۲-۲-۶- تراز توان صوت^۱

همانند تراز فشار صوتی، تراز توان صوتی یک منبع صوت مطابق با رابطه زیر به صورت ۱۰ برابر لگاریتم (مبنای ۱۰) نسبت توان صوتی تولیدی منبع به توان صوتی مبنا ($W_0=10^{-12}W$ در هوا)، بر حسب دسی بل تعریف می‌گردد [۲، [۵۳، [۵۶].

$$L_W = 10 \log_{10} \frac{W}{W_0} \quad (13-2)$$

در رابطه (۱۳-۲)، نمادهای L_W ، W ، و W_0 ، به ترتیب نماینده تراز توان صوتی منبع، توان صوتی آن، و توان صوتی مبنا می‌باشند.

۲-۲-۷- تراز شدت صوت^۲

تراز شدت صوتی در یک نقطه مطابق با رابطه زیر به صورت ۱۰ برابر لگاریتم (مبنای ۱۰) نسبت اندازه بردار شدت صوت در نقطه مذبور بر مقدار شدت صوت مبنا ($I_0=10^{-12}W/m^2$ در هوا)، بر حسب دسی بل تعریف می‌گردد:

$$L_I = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} \quad (14-2)$$

در رابطه (۱۴-۲) نمادهای L_I و I_0 ، به ترتیب نماینده تراز شدت صوت و شدت صوت در نقطه مورد نظر، و شدت صوت مبنا می‌باشند [۲، [۵۳، [۵۶].

^۱Sound Power Level (PWL)

^۲Sound Intensity Level (SIL)

۲-۳- روش اندازه‌گیری پارامترهای صوتی

۱-۳- اندازه‌گیری فشار صوت

میکروفون ساده‌ترین ترنسدیوسر صوتی است که فشار صوت را به سیگنال الکتریکی (ولتاژ یا جریان) تبدیل می‌نماید. بر این اساس، میکروفون را در حقیقت می‌توان به عنوان ترنسدیوسر فشار صوت تلقی نمود [۲]. توجه به این نکته ضروری است که به منظور اندازه‌گیری تراز فشار صوت (SPL)، سیگنال خروجی میکروفون باید طی فرآیند خاصی مطابق شکل ۳-۲ تغییر یابد [۲]. در این فرآیند، سیگنال خروجی میکروفون ابتدا به وسیله یک مدار پیش‌تقویت‌کننده تقویت می‌گردد. سیگنال حاصل سپس در یک بخش پردازش کننده^۲ یا آنالایزر^۳ به طور مناسب وزن‌دهی شده^۴ و پس از تقویت نهایی (در تقویت‌کننده^۵، مقدار مؤثر آن محاسبه می‌شود^۶). در نهایت مقدار مؤثر تراز فشار صوتی اندازه‌گیری شده به فرمت دیجیتال تبدیل شده و درون کامپیوتر یا یک نمایشگر دیجیتال^۷ نمایش داده می‌شود. بخش‌های مختلف این فرآیند می‌توانند با استفاده از ماجول‌های مجزا پیاده‌سازی گردند و یا اینکه همگی درون یک دستگاه مت مرکز به نام صداسنج^۸ (یا سنجه تراز فشار صوت) تمرکز یابند.

^۱ Preamplifier

^۲ Processing Unit

^۳ Analyzer

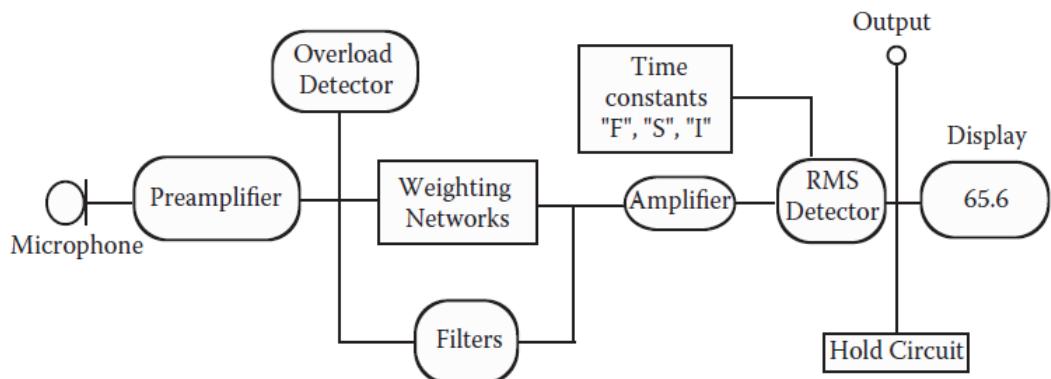
^۴ Weighting Network

^۵ Amplifier

^۶ RMS Detector

^۷ Digital Display

^۸ Sound Level Meter (SLM)



شکل ۳-۲: فرآیند تقویت و پردازش سیگنال خروجی میکروفون جهت اندازه‌گیری شدت صوت [۲]

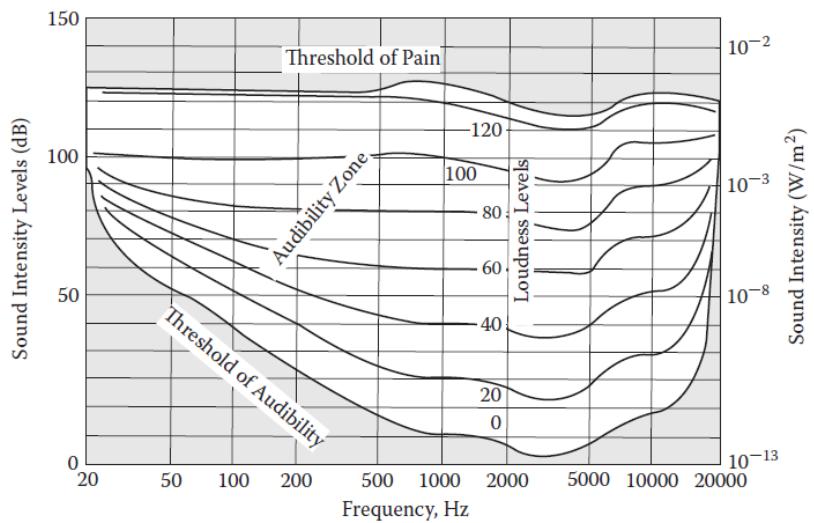
هدف از وزن‌دهی مقادیر فشار صوت در فرکانس‌های مختلف این است که تراز فشار صوتی خوانده شده به وسیله صداسنج تا حد ممکن با میزان بلندی صدای دریافت شده توسط گوش انسان مطابقت نماید [۲، ۵۵]. اگرچه گوش انسان می‌تواند اصوات در محدوده فرکانسی ۲۰ هرتز تا ۲۰ کیلوهرتز و با تراز فشار صوتی کافی را بشنود، اما حساسیت گوش در فرکانس‌های مختلف در این محدوده متفاوت است. به عنوان مثال به منظور تولید صدایی با حداقل بلندی قابل تشخیص برای گوش در فرکانس ۵۰ هرتز، فشار صوتی مورد نیاز به میزان ۱ میلیون برابر از فرکانس ۳ کیلوهرتز بیشتر است [۵۵]. با این حال گوش انسان میزان بلندی یکسانی را برای این دو صوت تشخیص می‌دهد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که تراز فشار (یا تراز شدت صوت) به تنها یک معیار مناسبی جهت بیان میزان بلندی صدای شنیده شده به وسیله گوش انسان نیست، بلکه فرکانس صدا نیز بر میزان بلندی آن تأثیر می‌گذارد. بر این اساس معیار دیگری به نام سطح بلندی صدا^۱ تعریف گردیده و با واحد فون^۲ سنجیده می‌شود [۲، ۵۵]. بنابر تعریف، سطح بلندی هر صدایی بر حسب فون برابر است با تراز شدت صوت (بر حسب دسیبل) صدایی با فرکانس ۱۰۰۰ هرتز که میزان بلندی یکسانی با صوت مورد نظر داشته باشد. محدوده شناوی گوش انسان و منحنی‌های هم‌بلندی صوت^۳ به ازای تغییرات فرکانس و تراز شدت صوت در شکل ۴-۲ نمایش داده شده است [۲]. همچنین شکل ۵-۲ سطح بلندی برخی صدایی

^۱ Sound Loudness

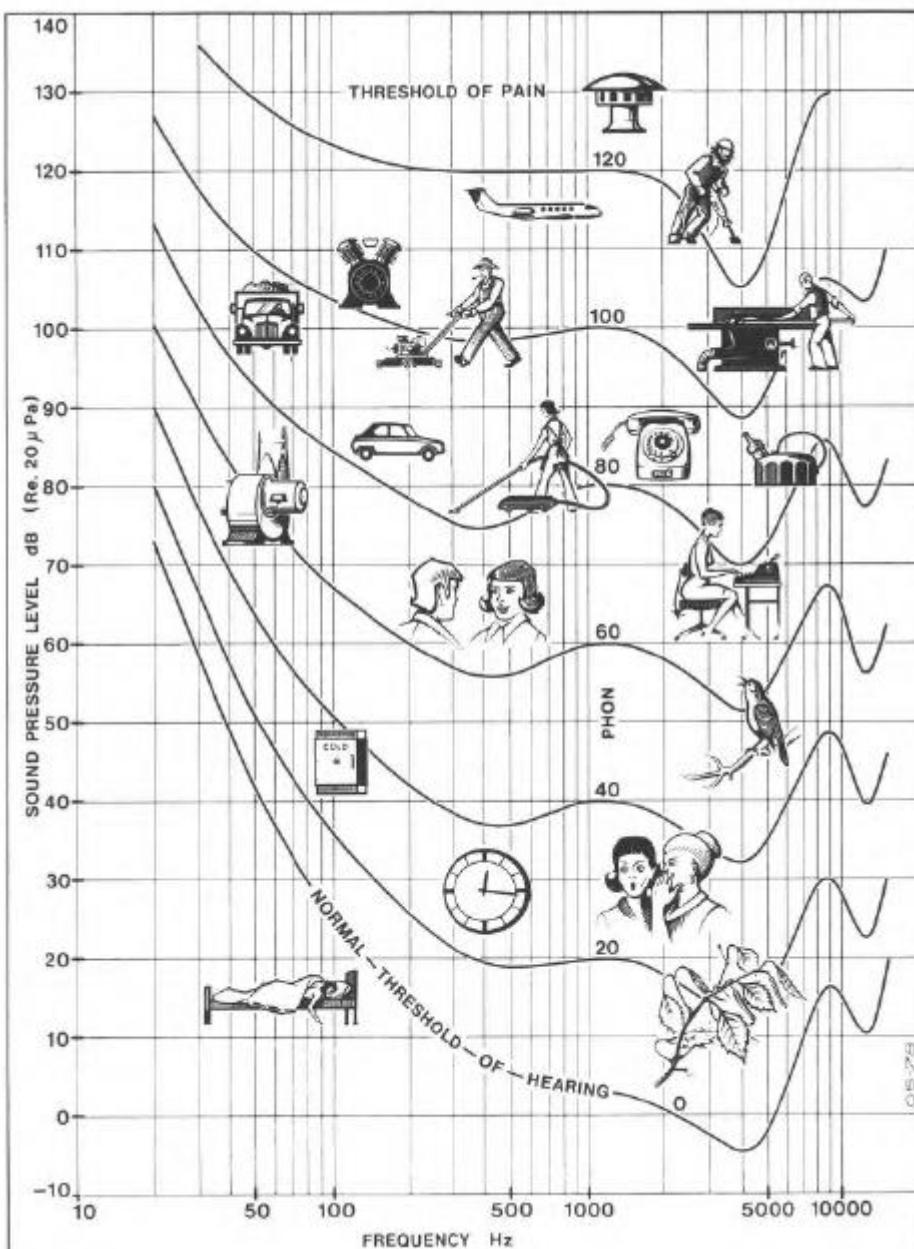
^۲ Phone

^۳ Iso-Loudness Contours

نمونه را روی منحنی‌های هم‌بلندی صوت نمایش می‌دهد [۵۵]. با توجه به این شکل‌ها می‌توان مشاهده نمود که گوش انسان می‌تواند اصوات در محدوده صفر فون (آستانه شنیدن) تا ۱۲۰ فون (آستانه درد) را در بازه فرکانسی ۲۰ هرتز تا ۲۰ کیلوهرتز تشخیص دهد. همچنین حساسیت گوش انسان در محدوده فرکانسی ۵۰۰ هرتز تا ۵۰۰۰ هرتز بیشتر است [۲].



شکل ۴-۲: محدوده شنوایی گوش انسان (ناحیه سفیدرنگ) و منحنی‌های هم‌بلندی صوت به ازای تغییرات فرکانس و تراز شدت صوت [۲]



شکل ۲-۵: منحنی‌های هم‌بلندی صوت به همراه سطح بلندی برخی صدای نمونه [۵۵]

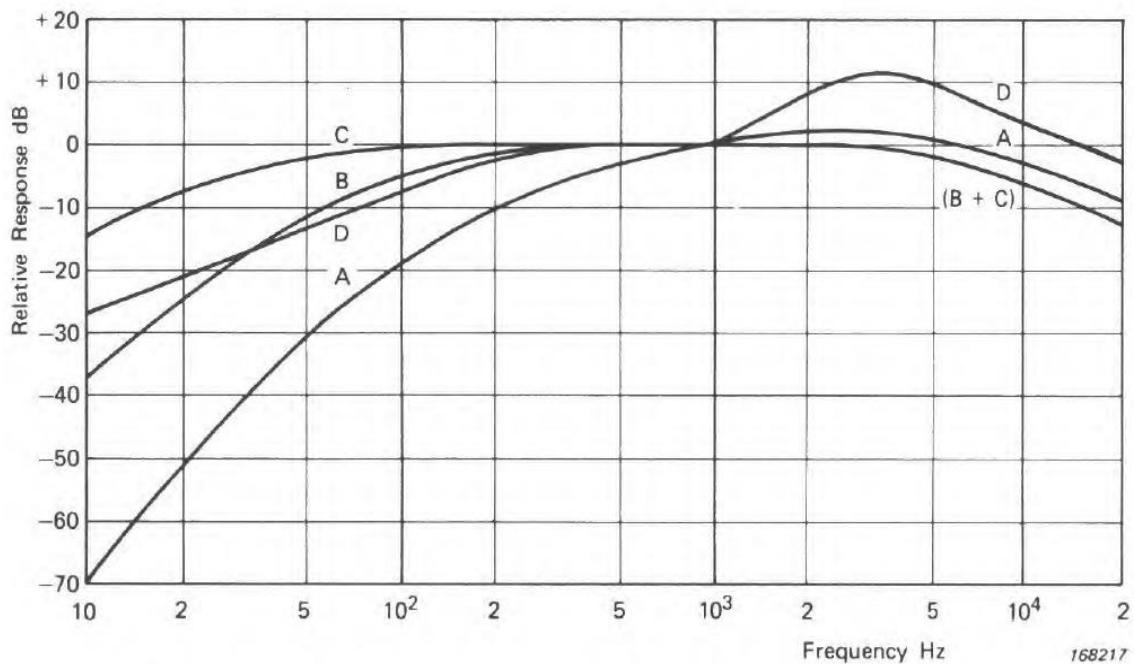
چهار نوع وزن‌دهی وجود دارد که با حروف A تا D مشخص می‌شوند. برای مثال، به منظور نمایش استفاده از وزن‌دهی نوع A، واحد آن را به صورت dBA نشان می‌دهند. در وزن‌دهی نوع A از منحنی بلندی معادل ۴۰ فون استفاده می‌شود و کاربرد آن فقط برای فشارهای صوتی زیر ۵۵ dB می‌باشد [۲]. مطابق با منحنی بلندی ۴۰ فون در شکل ۲-۵، در وزن‌دهی نوع A مقدار وزن سیگنال در بازه فرکانسی ۱۰۰۰ هرتز تا ۵۰۰۰ هرتز افزایش می‌یابد. در وزن‌دهی نوع B از منحنی بلندی

معادل ۷۰ فون استفاده می‌شود و کاربرد آن برای فشارهای صوتی مابین dB ۵۵ و dB ۸۵ می‌باشد.

مقیاس C برای فشارهای صوتی با دامنه بالای dB ۸۵ به کار می‌رود و بجز در فرکانس‌های خیلی بالا و خیلی پایین پاسخ تقریباً ثابتی دارد. وزن‌دهی نوع D در اندازه‌گیری اصوات با فشار صوتی بسیار بالا (نظیر صدای پرتاپ موشک) مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲]. مقادیر گین هر چهار نوع وزن‌دهی فوق به ازای تغییرات فرکانس در جدول ۱-۲ و منحنی‌های شکل ۶-۲ نمایش داده شده‌اند [۲]. پس از تعیین مقدار گین وزن‌دهی، تراز فشار صوتی وزن‌دهی شده به صورت مجموع تراز فشار صوتی در حالت بدون وزن‌دهی با مقدار گین مزبور حاصل می‌گردد.

[۲]: مقادیر گین چهار نوع وزن‌دهی A، B، C و D در فرکانس‌های مختلف

Nominal frequency Hz	Relative free-field frequency response, dB			
	A-weighting	B-weighting	C-weighting	D-weighting
16	-56.7	-28.5	-8.5	-22.6
31.5	-39.4	-17.1	-3.0	-16.7
63	-26.2	- 9.3	-0.8	-10.9
125	-16.1	- 4.2	-0.2	- 5.5
250	- 8.6	- 1.3	-0.0	- 1.6
500	- 3.2	- 0.3	-0.0	- 0.3
1000	0	0	0	0
2000	+ 1.2	- 0.1	-0.2	+ 7.9
4000	+ 1.0	- 0.7	-0.8	+11.1
8000	- 1.1	- 2.9	-3.0	+ 5.5
16000	- 6.6	- 8.4	-8.5	- 0.7



شکل ۶-۲: منحنی‌های تغییرات مقادیر گین چهار نوع وزن دهی A، B، C و D در فرکانس‌های مختلف [۲]

۲-۳-۲- اندازه‌گیری شدت صوت

اندازه‌گیری شدت صوت به وسیله ابزار خاصی به نام پروب شدت صوت انجام می‌گیرد. در حال حاضر دو نوع پروب متفاوت سنجش شدت صوت به وسیله کمپانی‌های فعال در زمینه آکوستیک در دنیا تولید می‌گردد. این دو نوع عبارتند از: پروب p-p و پروب p-ll. در ادامه اصول عملکرد هر یک از این دو پروب مورد بررسی قرار می‌گیرد.

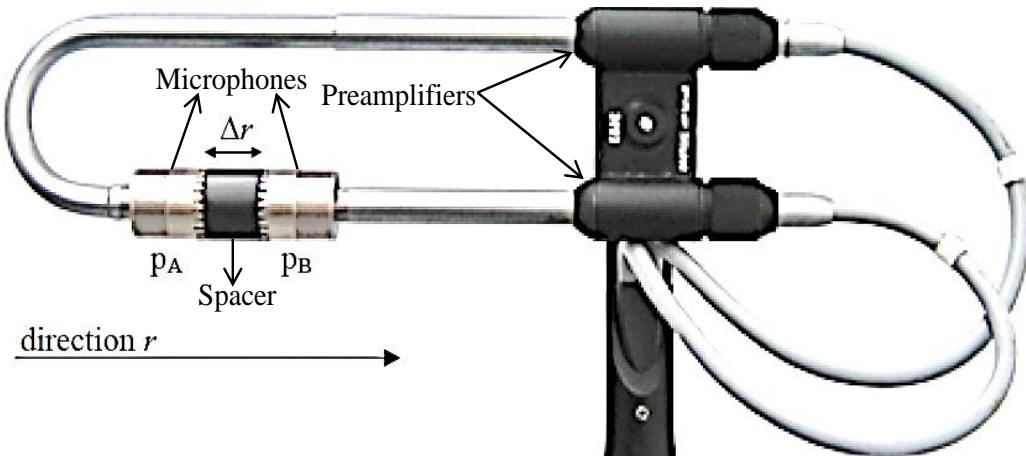
۲-۳-۲-۱- پروب p-p (فشار-فشار)

ابزار مرسوم و متداول اندازه‌گیری شدت صوت پروب p-p نام دارد. این وسیله مطابق شکل ۷-۲ از دو میکروفون (ترانسدیوسر فشار صوت) ساخته شده که به وسیله یک قطعه پلاستیکی^۴ از یکدیگر جدا

⁴ Spacer

شده‌اند. مطابق شکل ۷-۲ سیگنال‌های خروجی دو میکروفون ابتدا به وسیله دو پیش‌تقویت‌کننده^۱

تقویت شده و سپس از طریق کابل‌هایی به سیستم پردازش (آنالایزر یا کامپیوتر) منتقل می‌شوند.



شکل ۷-۲: روش اندازه‌گیری شدت صوت با استفاده از دو میکروفون (پروب p-p)

به منظور درک روش اندازه‌گیری شدت صوت با استفاده از پروب p-p، ابتدا باید به معادله نویر-

استوکس^۲ حاکم بر نحوه ارتعاش ذرات سیال توجه نمود که با فرض تراکم‌ناپذیری سیال و با چشم-

پوشی از وزن نیروی سیال به صورت روابط زیر بیان می‌گردد.

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial r} \approx - \frac{p_B - p_A}{\Delta r} \quad (15-2)$$

$$u = - \frac{1}{\rho \Delta r} \int (p_B - p_A) dt \quad (16-2)$$

در روابط (۱۵-۲) و (۱۶-۲) ρ نماینده چگالی سیال و r فاصله نقطه اندازه‌گیری نسبت به منبع انتشار

صوت است. با استفاده از این روابط، مقدار سرعت ارتعاش (u) به صورت ضریبی از اختلاف فشار صوتی

(p) بین دو نقطه A و B با فاصله کوچک Δr به دست می‌آید. با اعمال تبدیل فوریه به دو طرف رابطه

(۱۶-۲) داریم [۶۱، ۶۲]:

^۱ Preamplifier

^۲ Navier-Stokes

$$\bar{u}(f) = -\frac{1}{j\omega\rho\Delta r}(\bar{p}_B(f) - \bar{p}_A(f)) = \frac{j}{2\pi f \rho\Delta r}(\bar{p}_B(f) - \bar{p}_A(f)) \quad (17-2)$$

همچنین:

$$\bar{p}(f) = \frac{1}{2}(\bar{p}_A(f) + \bar{p}_B(f)) \quad (18-2)$$

در روابط (17-2) و (18-2) $\bar{u}(f)$ فازور سرعت ارتعاش در فرکانس f (فرکانس زاویه‌ای ω) بوده و نمادهای $\bar{p}_A(f)$ و $\bar{p}_B(f)$ به ترتیب نماینده فازورهای فشار صوت در نقاط A و B و فازور فشار متوسط صوتی در ناحیه بین این دو نقطه می‌باشد. با استفاده از رابطه (6-2) می‌توان مقدار شدت صوت حقیقی (اکتیو) را به صورت رابطه زیر بر حسب فازورهای سرعت ارتعاش و فشار صوت به دست آورد [۶۱]:

$$\begin{aligned} I_{Re}(f) &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\bar{p}\bar{u}^*\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left\{\frac{\bar{p}_A + \bar{p}_B}{2} \left[\frac{j}{2\pi f \rho\Delta r} (\bar{p}_B - \bar{p}_A) \right]^*\right\} \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left\{\frac{j}{4\pi f \rho\Delta r} (\bar{p}_A \bar{p}_B^* - \bar{p}_B \bar{p}_A^*)\right\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left\{\frac{j}{4\pi f \rho\Delta r} \left[2j \operatorname{Im}\{\bar{p}_A \bar{p}_B^*\} \right]\right\} \end{aligned} \quad (19-2)$$

با ساده‌سازی رابطه (19-2)، مقدار شدت صوت اکتیو در فرکانس f در نهایت به صورت رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} I_{Re}(f) &= -\frac{\operatorname{Im}\{\bar{p}_A \bar{p}_B^*\}}{4\pi f \rho\Delta r} = \frac{|\bar{p}_A| |\bar{p}_B| \sin(\varphi_B - \varphi_A)}{4\pi f \rho\Delta r} \\ &= \frac{p_{msA} p_{msB} \sin(\varphi_B - \varphi_A)}{2\pi f \rho\Delta r} \approx \frac{p_{msA} p_{msB}}{2\pi f \rho\Delta r} (\varphi_B - \varphi_A) \end{aligned} \quad (20-2)$$

در رابطه (20-2) $I_{Re}(f)$ معرف شدت صوت اکتیو در فرکانس f بوده و φ_A و φ_B به ترتیب زوایای فاز فازورهای فشار صوت در نقاط A و B می‌باشند. با توجه به رابطه (20-2) سرعت ارتعاش را می‌توان از طریق اندازه‌گیری فشار صوتی در دو نقطه A و B به وسیله دو میکروفون با فاصله Δr مطابق شکل ۷-۲ به دست آورد [۲، ۵۳]. در این شکل، بردار r جهت انتشار صوت را نمایش می‌دهد. از آنجاییکه شدت صوت کمیتی برداری است، پربوی شکل ۷-۲ همواره مؤلفه‌ای از بردار شدت صوت را که با محور

پروب هم راست است، اندازه‌گیری می‌کند. بنابراین، چنانچه جهت‌گیری محور پروب با بردار r هم راست باشد، بیشترین مقدار اختلاف فشار صوتی میان نقاط A و B به وجود آمده و میزان صحیح شدت صوت به وسیله پروب اندازه‌گیری خواهد شد (dB $_0$). بر عکس، در حالتی که محور پروب بر راستای انتشار صوت (بردار r) عمود باشد، مقدار اندازه‌گیری شده توسط پروب برابر با صفر است (dB $_{\infty}$). در حالت کلی که محور پروب با راستای انتشار صوت زاویه θ می‌سازد، جهت حصول مقدار واقعی شدت صوت می‌بایست مقدار اندازه‌گیری شده به وسیله پروب را بر $\cos\theta$ تقسیم نمود.

۲-۳-۲-۲- پروب p-u (فشار صوت- سرعت ارتعاش)

پروب p-u به تازگی توسط شرکت هلندی Microflown پیشنهاد گردیده و مطابق شکل ۸-۲ از یک ترانسdiyosر سرعت ارتعاش (استوانه سمت راست) و یک ترانسdiyosر فشار صوت (میکروفون سمت چپ) ساخته شده است. اساس عملکرد این پروب بر ارتباطه (۶-۲) استوار بوده و اندازه‌گیری شدت صوت را مستقیماً از طریق اندازه‌گیری فازورهای فشار صوت و سرعت ارتعاش و محاسبه اختلاف فاز میان آنها انجام می‌دهد [۵۷], [۶۲], [۶۳]. در اینجا ذکر این نکته ضروری است که هر یک از دو نوع پروب p-p و p-u مزايا و معایب خاص خود را در اندازه‌گیری شدت صوت دارند که در مراجع مختلف به آنها اشاره شده است و هیچکدام به صورت مطلق بر دیگری برتری ندارد [۵۹], [۶۲].



شکل ۲-۸: نمایی از پروب p-u اندازه‌گیری شدت صوت ساخت شرکت [۵۹] Microflown

۳-۳-۲-۴- اندازه‌گیری توان صوت

تا کنون وسیله‌ای جهت اندازه‌گیری مستقیم توان صوتی منتشر شده از یک منبع صوت ساخته نشده است و بنابراین توان صوتی یک منبع صوت باید با استفاده از روش‌های خاصی مورد محاسبه قرار گیرد. بر اساس استانداردهای منتشر شده توسط مؤسسه ISO، سه روش استاندارد جهت اندازه‌گیری تراز توان صوتی یک منبع صوت وجود دارد [۲], [۳], [۱۹], [۶۴]. این روش‌ها عبارتند از:

- ۱- استاندارد ISO 3747: روش غیر مستقیم تعیین تراز توان صوتی منابع صوت بر مبنای تراز فشار صوت از طریق مقایسه با تراز فشار صوتی یک منبع صوت مرجع [۱۰], [۱۱].
- ۲- استانداردهای ISO 3746 تا ISO 3741: روش‌های مستقیم تعیین تراز توان صوتی منابع صوت بر مبنای تراز فشار صوت در محیط‌های مختلف انعکاس [۱۲]-[۱۸].
- ۳- استانداردهای ISO 9614 ISO 9614-1 و ISO 9614-2: روش‌های مستقیم تعیین تراز توان صوتی منابع صوت بر مبنای تراز شدت صوت [۸]-[۵].

از میان سه روش فوق، روش اول به دلیل نیاز به یک منبع صوت مرجع با تراز فشار صوتی مشخص، پرهزینه و ناکارامد بوده و به ندرت مورد استفاده قرار می‌گیرد. در حال حاضر روش‌های دوم و سوم (و مخصوصاً روش سوم) به عنوان روش‌های استاندارد و متداول اندازه‌گیری تراز توان صوتی منابع صوت به کار می‌روند. این روش‌ها در ادامه به تفکیک مورد بررسی قرار می‌گیرند.

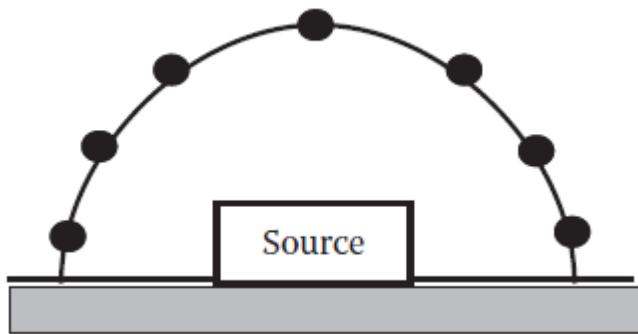
۱-۳-۲-۲- تعیین تراز توان صوتی منابع صوت بر مبنای تراز فشار صوت آنها

بر اساس این روش، تراز توان صوتی یک منبع صوت با استفاده از مقادیر تراز فشار صوت روی یک سطح بسته در اطراف آن مورد محاسبه قرار می‌گیرد [۲]. استانداردهای ISO 3741 تا ISO 3746 بر اساس این روابط مختلفی را جهت انجام این محاسبه در محیط‌های مختلف انعکاسی ارائه داده‌اند. بر اساس این استانداردها، در صورتی که محیط اندازه‌گیری توان صوت نویز و انعکاس بالایی داشته باشد، محاسبه تراز توان صوتی منبع از روی تراز فشار صوت اطراف آن بسیار پیچیده و عملاً غیرممکن می‌شود [۲]. در این میان، استانداردهای ISO 3744، ISO 3745 و ISO 3746 روش‌های نسبتاً ساده‌تری را جهت محاسبه تراز توان صوت از روی تراز فشار آن ارائه داده‌اند [۱۴]-[۱۲]. بر اساس این استانداردها، چنانچه اندازه‌گیری توان صوت در فضای آزاد^۱ و یا در اتاقک بدون انعکاس (ناپژواک) صوت آنجام گیرد، تراز شدت صوت در هر نقطه با تراز فشار صوت برابر است. در نتیجه تراز توان صوت در این محیط‌ها به سادگی از طریق اندازه‌گیری تراز فشار صوت در چند نقطه روی سطحی که منبع صوت را احاطه کرده به دست می‌آید. البته باید توجه داشت که از آنجاییکه معمولاً در اکثر محیط‌ها حداقل یک سطح منعکس کننده (مانند زمین) وجود دارد، ایجاد شرایط فضای آزاد (بدون انعکاس) در بسیاری موارد عملاً غیر ممکن است. بر این اساس، استانداردهای ISO 3744، ISO 3745 و ISO 3746 شرایط جایگزینی را نیز جهت انجام اندازه‌گیری تراز توان صوتی منابع صوت پیشنهاد می‌دهند که در آن اندازه‌گیری می‌تواند در فضای آزاد یا اتاقک بدون انعکاس روی یک سطح کاملاً منعکس

^۱ Freefield

^۲ Anechoic Room

کننده صوت^۱ مطابق شکل ۹-۲ انجام شود [۲]. بر این اساس، در چنین شرایطی تراز توان صوتی منبع صوت از طریق اندازه‌گیری مقادیر تراز فشار صوت روی سطح نیم‌کره بالایی در بر گیرنده منبع محاسبه می‌گردد.

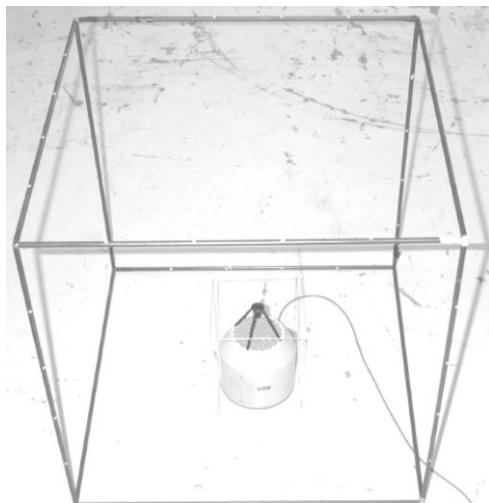


شکل ۹-۲: نحوه اندازه‌گیری تراز توان صوتی یک منبع صوت از روی مقادیر تراز فشار صوت اطراف آن بر اساس استانداردهای ISO 3744 و ISO 3745

۳-۳-۲-۲- تعیین تراز توان صوتی منابع صوت بر مبنای تراز شدت صوت آنها

از آنجاییکه ایجاد شرایط فضای آزاد یا اتاقک بدون انعکاس برای اندازه‌گیری توان صوت در بسیاری از موارد مشکل یا هزینه‌بر است، استانداردهای ISO 9614-1، ISO 9614-2 و ISO 9614-3 روش‌های دیگری را جهت محاسبه تراز توان صوت منابع صوت در محیط زندگی عادی (اتاق‌های پرانعکاس) ارائه داده‌اند. در این روش‌ها منبع صوت روی یک سطح کاملاً منعکس کننده قرار داده شده و یک چارچوب مکعب مستطیلی مطابق شکل ۱۰-۲ روی آن قرار داده می‌شود. سپس با استفاده از پروب‌های اندازه‌گیری شدت صوت، مقادیر تراز شدت صوت روی سطوح جانبی چارچوب مورد نظر اندازه‌گیری شده و با متوسط‌گیری از این مقادیر، تراز توان صوتی منبع صوت به دست می‌آید.

^۱ Semi-anechoic Room



شکل ۱۰-۲: چارچوب مکعب شکل جهت اندازه‌گیری توان صوتی یک منبع صوت بر مبنای شدت صوت آن [۵۹]
اندازه‌گیری مقادیر تراز شدت صوت روی سطوح جانبی چارچوب مکعبی می‌تواند به دو روش متفاوت انجام شود. در روش اول (اندازه‌گیری در نقاط گسسته)، تراز شدت صوت در چند نقطه متمایز روی هر سطح اندازه‌گیری می‌شود، اما در روش دوم (جاروب و رنگ‌آمیزی) پربوپ شدت صوت به صورت رفت و برگشتی روی سطوح جانبی چارچوب مکعبی حرکت داده شده و مقادیر تراز شدت صوت را در نقاط مختلف اندازه‌گیری می‌نماید. پس از اتمام فرآیند اندازه‌گیری، تراز توان صوتی منبع از طریق متوسط‌گیری از مقادیر تراز شدت صوت اندازه‌گیری شده حاصل خواهد گردید [۲]، [۶۴].

۲-۴- نتیجه‌گیری فصل

در این فصل، و پارامترهای اساسی صوت و ارتعاش معرفی گردید و روش‌های اندازه‌گیری آنها نیز مفصلًا مورد بررسی قرار گرفت. این بررسی راهگشای فهم مطالعات فصل‌های آتی می‌باشد.

^۱Measurement in Discrete Points

^۲ Scan and Paint Method

فصل سوم

مدلسازی تحلیلی توزیع میدان مغناطیسی و

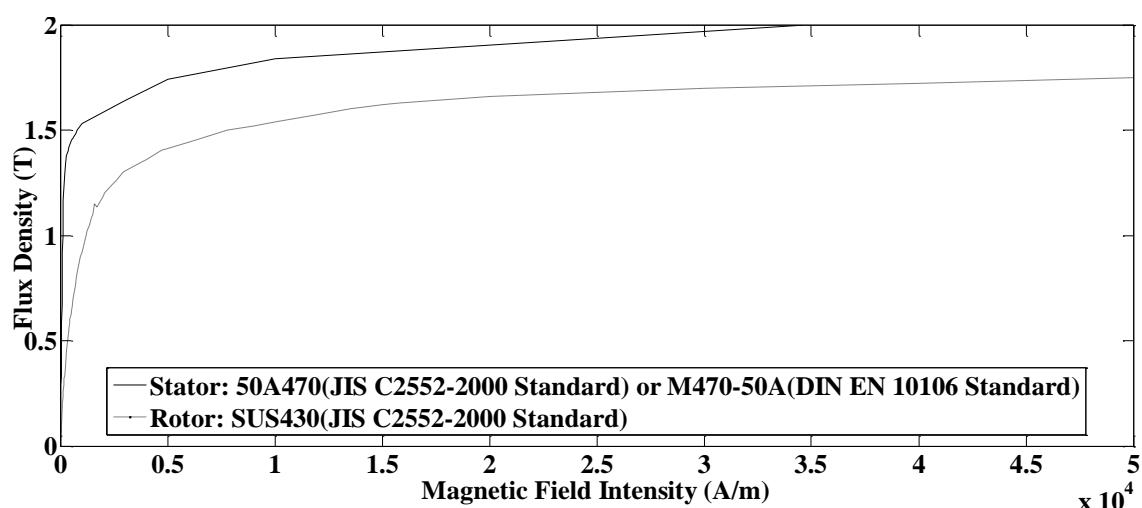
مشخصه‌های الکتریکی موتور شار محوری

آهنربای دائم بدون شیار

۳-۱- مقدمه فصل

۳-۱-۱- معرفی پارامترها

در این فصل، یک الگوریتم جامع جهت مدلسازی تحلیلی توزیع میدان مغناطیسی و نیروهای ارتعاشی در موتور شار محوری بدون شیار ارائه می‌گردد. بدین منظور، در ابتدا نمادهای مربوط به مشخصات ساختاری و الکترومغناطیسی نامی ماشین مطابق جدول ۱-۳ تعریف می‌شوند. این مشخصه‌ها به عنوان داده‌های ورودی فرآیند مدلسازی تلقی می‌گردند. مابقی داده‌ها شامل پارامترهای فرعی محاسبه‌پذیر هستند که همراه با روابط مربوطه در جدول ۲-۳ لیست شده‌اند. همچنین، مشخصه‌های اشباع مغناطیسی آلیاژهای فولاد سازنده هسته‌های استاتور و رotor مطابق شکل ۱-۳ می‌باشند.



شکل ۱-۳: منحنی‌های B-H برای آلیاژهای فولاد سازنده هسته‌های استاتور و رotor

جدول ۱-۳: مشخصات الکترومغناطیسی و ساختاری ماشین شار محوری آهنربای دائم

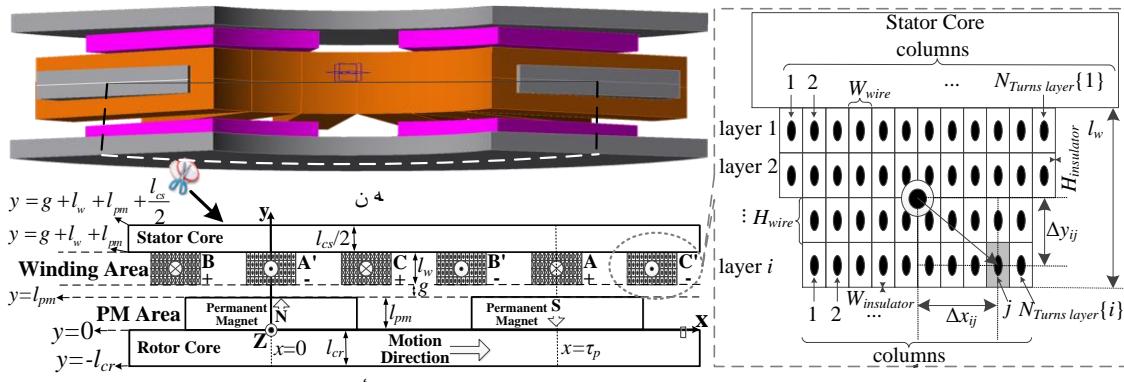
ساختار الکترومغناطیسی ماشین		
نام پارامتر	نام SI واحد	مشخص
نوان نامی	Watt P_{out_n}	
فرکانس نامی	Hz f_n	
تعداد جفت قطب	- p	
تعداد فازها	- m	
تعداد مسیرهای موازی جریان در هر فاز آرمیچر	- a_p	
تعداد دور سری در هر فاز آرمیچر	Turns N_t	
مقادیر نامی دامنه ولتاژ فاز در ترمینال ماشین	V V_{TpK}	
ابعاد ساختاری ماشین		
نام پارامتر	نام SI واحد	مشخص
عرض مقطع مستطیلی هادی سیم پیچی	m W_{wire}	
ارتفاع مقطع مستطیلی هادی سیم پیچی	m H_{wire}	
ضخامت مؤثر عایق سیم در جهت افقی	m $W_{insulator}$	
ضخامت مؤثر عایق سیم در جهت عمودی	m $H_{insulator}$	
قطر خارجی ماشین	m D_o	
قطر داخلی ماشین	m D_i	
نسبت قوس قطب آهنربای دائم به گام قطب	- α	
طول محوری آهنربای دائم	m l_{pm}	
طول محوری هسته روتور	m l_{cr}	
طول محوری کل روتور	m l_r	
طول محوری هسته استاتور	m l_{cs}	
طول محوری کل استاتور	m l_s	
طول فاصله هوایی	m g	
طول محوری کل ماشین	m l_e	
مشخصات آهنرباهای دائم		
نام پارامتر	نام SI واحد	مشخص
چگالی شار پس ماند آهنربای دائم	T B_r	
شدت میدان مغناطیسی زدای آهنربای دائم	kA/m H_{cb}	

جدول ۲-۳: فهرست پارامترهای اولیه محاسبه پذیر ماشین

نام پارامتر	نماد	رابطه واحد
سرعت نامی	rpm $60 f_n/p$	n_s
تعداد دورهای سری بر فاز بر قطب	Turns $a_p N_t / (2p)$	q
قطر متوسط ماشین	mm $(D_o + D_i) / 2$	D_g
گام قطب در قطر متوسط ماشین	mm $\pi D_g / (2p)$	τ_p
عرض آهنربای دائم در قطر متوسط	mm $\alpha \tau_p$	W_{1pmg}
فاصله مابین دو آهنربای دائم همسایه	mm $(1-\alpha) \tau_p$	W_{2pmg}
طول شعاعی آهنربای دائم	mm $(D_o - D_i) / 2$	l_i
ضریب نفوذ پذیری نسبی آهنربای دائم	- $-B_r / (\mu_0 H_{cb})$	μ_{rPM}

۳-۱-۲- مدل دو بعدی مورد استفاده و مشخصات لایه سیم پیچی

روش تحلیلی پیشنهادی بر مبنای استخراج توزیع چگالی شار مغناطیسی در یک مقطع دو بعدی از شعاع متوسط یک نیمه از ماشین متناظر با گام یک جفت قطب مطابق شکل ۳-۲ج بنا نهاده شده است. مطابق با شکل ۳-۲ب، ماشین های AFPM بدون شیار به طور کلی فاصله هوایی نسبتاً بزرگی دارند که سبب می شود که نقش الگوی توزیع سیم پیچی آرمیچر از اهمیت بسزایی برخوردار گردد. به همین دلیل، نمای کلی مقطع سیم پیچی به همراه پارامترهای مشخصه آن در شکل ۳-۲ج نمایش داده شده است. مطابق شکل ۳-۲ج، سیم پیچی استاتور عموماً از دو یا چند لایه سیم پیچی تشکیل شده که با مقادیر ضخامت سیم پیچی ($L_{w\ layer}$) و تعداد دور سیم در هر لایه ($N_{Turns\ layer}$) توصیف می شوند.



شکل ۳-۲: جزئیات مدل دو بعدی ماشین مورد استفاده در روش تحلیلی پیشنهادی (الف) نمای سه بعدی یک جفت قطب از ماشین AFPM (دو طرفه ب) نمای دو بعدی مدل دو بعدی ماشین (ج) نمای بزرگ شده مقطع سیم پیچی هر فاز و تعاریف مربوط به لایه سیم پیچی

۳-۱-۳- مشخصه های تلفات آهن ماده هسته استاتور

به منظور محاسبه و ملاحظه تلفات آهنی ماشین مورد مطالعه نیز در اینجا معرفی می گردد. البته، تلفات هسته رotor در ماشین سنکرون با تقریب خوبی قابل صرف نظر کردن است؛ زیرا چگالی شار فاصله هوایی در شرایط ماندگار به صورت سنکرون با روتور دوران نموده و بنابراین، هر نقطه از هسته روتور همواره چگالی شار ثابتی را مشاهده می کند. بر این اساس، تلفات آهن در اینجا تنها برای هسته

استاتور (با شار متناوب) منظور می‌گردد. چگالی تلفات آهنی لحظه‌ای $p_{Fe}(B_{cs},f)$ در هر نقطه فولاد هسته استاتور مطابق رابطه زیر به صورت تابعی از دامنه چگالی شار لحظه‌ای B_{cs} و فرکانس الکتریکی f قابل بیان می‌باشد:

$$p_{Fe}(B_{cs},f) = \rho_{steel} \left(7.164 \times 10^{-6} \xi^2 f^2 B_{cs}^2 + 0.0377 f^{0.996} B_{cs}^{1.743} \right) \quad (1-3)$$

که در آن، ρ_{steel} چگالی جرمی فولاد هسته استاتور بوده بر حسب kg/m^3 بوده و ξ نماینده ضخامت سیم‌پیچی بر حسب mm است. مقادیر این دو پارامتر در اینجا به ترتیب برابر با $7700 \text{ kg}/\text{m}^3$ و 1 mm می‌باشد. دو عبارت سمت راست رابطه (1-3) به ترتیب به تلفات جریان ادی و هیسترزیس مربوط هستند که ضرایب آنها از قبل توسط آزمایش برای فولاد مورد استفاده تعیین گردیده است.

۳-۲-۲- مدل مغناطیسی ماشین

۳-۲-۱- توزیع دو بعدی میدان مغناطیسی در فاصله هوایی مؤثر ماشین

با اتخاذ نمادهای \mathbf{j} و \mathbf{k} به ترتیب به عنوان بردارهای یکه در جهت‌های x ، y و z ، بردار چگالی شار مغناطیسی برآیند (روتور و استاتور) در فاصله هوایی مؤثر ماشین به صورت $\mathbf{B}_g(x,y,t) = \mathbf{B}_{gx}(x,y,t)\mathbf{i} + \mathbf{B}_{gy}(x,y,t)\mathbf{j}$ بیان می‌شود که از دو مؤلفه چگالی شار آهنرباهای دائم رotor و چگالی شار عکس العمل آرمیچر (سهم بازوهای سیم‌پیچی‌های استاتور) $\mathbf{B}_w(x,y,t) = \mathbf{B}_{wx}(x,y,t)\mathbf{i} + \mathbf{B}_{wy}(x,y,t)\mathbf{j}$ تشکیل شده است:

$$\mathbf{B}_g(x,y,t) = \mathbf{B}_{pm}(x,y,t) + \mathbf{B}_w(x,y,t) \quad (2-3)$$

۳-۲-۱-۱- چگالی شار ناشی از آهنرباهای دائم

ابتدا بردار چگالی شار مغناطیسی آهنرباهای دائم بر حسب $\mathbf{B}_{pm}(x,y,t) = \mathbf{B}_{pmx}(x,y,t)\mathbf{i} + \mathbf{B}_{pmy}(x,y,t)\mathbf{j}$ بیان می‌شود. از آنجا که مقدار بردار شدت میدان مغناطیسی $\mathbf{H}_{pm}(x,y,t) = \mathbf{H}_{pmx}(x,y,t)\mathbf{i} + \mathbf{H}_{pmy}(x,y,t)\mathbf{j}$ بیان می‌شود. ضریب نفوذپذیری نسبی آهنربای دائم μ_{rPM} برای اکثر آهنرباهای دائم از جنس آلیاژ نئودیمیوم-آهن-

بور (NdFeB) تقریباً برابر یک است، با اتخاذ $\mu_{rPM} = 1$ و معرفی بردار مغناطیس شوندگی به صورت رابطه (۳-۳)، رابطه $B-H$ در فاصله هواپی مؤثر ماشین مطابق رابطه $\mathbf{M}_{pm} = \mathbf{M}_{pm}(x,y,t)\mathbf{j}$ (۴-۳) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{pm}(x,y,t) &= \begin{cases} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4B_r}{n\pi\mu_0} \sin\left(\frac{\alpha n\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{\tau_p} - np\theta_m(t)\right), & 0 < y \leq l_{pm} \\ 0 & l_{pm} < y < l_{pm} + g + l_w \\ \pm B_r / \mu_0 & \text{in PM materials} \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (3-3) \\ \mathbf{B}_{pm} &= \mu_0 \mathbf{H}_{pm} + \mu_0 \mathbf{M}_{pm} \quad (4-3) \end{aligned}$$

در این روابط، فرض شده که روتور با سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای $\omega_m(t)$ بچرخد که در این صورت زاویه مکانیکی لحظه‌ای حرکت روتور برابر $\theta_m(t) = \int_0^t \omega_m(t') dt' + \theta_0$ خواهد بود. همچنین، θ_0 نماینده موقعیت زاویه‌ای اولیه مرکز قطب N روتور نسبت به مبدأ مختصات می‌باشد. بر مبنای فرض‌های فوق، توزیع چگالی شار مغناطیسی حاصل از آهنرباهای دائم در مدل دو بعدی شکل ۲-۳ می‌تواند با حل معادلات لاپلاس - پواسون نوشته شده بر حسب بردار پتانسیل مغناطیسی [۶۵، ۶۶] و یا پتانسیل اسکالر مغناطیسی [۶۷] حاصل شود. استفاده از پتانسیل اسکالر مغناطیسی $U_M(x,y)$ به گونه‌ای که $\mathbf{H}_{pm} = -\nabla U_M$ به این دلیل صحیح است که در صورتی که تنها اثر آهنرباهای دائم ملاحظه شود، چگالی جریان آرمیچر برابر صفر بوده و داریم $\nabla \times \mathbf{H}_{pm} = 0$. استفاده همزمان از رابطه ماسکول $\nabla \bullet \mathbf{B}_{pm} = 0$ و رابطه (۴-۳) نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned} \nabla \bullet \mathbf{B}_{pm} = 0 &\Rightarrow -\nabla \bullet \left(\frac{\mathbf{B}_{pm}}{\mu_0} \right) = 0 \Rightarrow -\nabla \bullet \mathbf{H}_{pm} - \nabla \bullet \mathbf{M}_{pm} = 0 \\ \Rightarrow \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_M}{\partial y^2} &= \nabla \bullet \mathbf{M}_{pm} = \frac{\partial M_{pm,y}}{\partial y} = 0 \quad (5-3) \end{aligned}$$

با فرض آنکه ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته‌های آهنی ماشین بینهایت باشد، شرایط مرزی مسئله فوق با ارجاع به شکل ۲-۳ ب به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_M(x, g + l_w + l_{pm}, t) &= \mathbf{U}_M(x, 0, t) = \frac{\partial \mathbf{U}_M}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial \mathbf{U}_M}{\partial x} \Big|_{x=\tau_p} = 0 \\ \lim_{y \rightarrow l_{pm}^-} \frac{\partial \mathbf{U}_M}{\partial x} &= \lim_{y \rightarrow l_{pm}^+} \frac{\partial \mathbf{U}_M}{\partial x} \end{aligned} \quad (6-3)$$

مرجع [۶۷] با استفاده از این روش، توزیع چگالی شار مغناطیسی را در ناحیه فاصله هوایی مؤثر (شماره‌های ۱ و ۲) با دقت بیشتری نسبت به سایر مقالات محاسبه نموده است. نتیجه با اندکی اصلاح

بیشتر به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} B_{pmx}(x, y, t) &= \begin{cases} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{2B_r \sin(\frac{\alpha n \pi}{2}) (1 - e^{-2n\pi(g+l_w)/\tau_p}) / (1 - e^{-2n\pi(g+l_w+l_{pm})/\tau_p}) \times \right. \\ \left. (e^{n\pi(y-l_{pm})/\tau_p} - e^{-n\pi(y+l_{pm})/\tau_p}) \sin\left(\frac{n\pi x}{\tau_p} - np\theta_m(t)\right) \right), & 0 < y \leq l_{pm} \\ \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{2B_r \sin(\frac{\alpha n \pi}{2}) (1 - e^{-2n\pi l_{pm}/\tau_p}) / (1 - e^{-2n\pi(g+l_w+l_{pm})/\tau_p}) \times \right. \\ \left. (e^{n\pi(l_{pm}-y)/\tau_p} - e^{-n\pi(2g+2l_w+l_{pm}-y)/\tau_p}) \sin\left(\frac{n\pi x}{\tau_p} - np\theta_m(t)\right) \right), & l_{pm} < y < l_{pm} + g + l_w \end{cases} \\ B_{pmy}(x, y, t) &= \begin{cases} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{2B_r \sin(\frac{\alpha n \pi}{2}) \cos(n\pi x/\tau_p - np\theta_m(t)) \times \right. \\ \left. [2 - \frac{(1 - e^{-2n\pi(g+l_w)/\tau_p})(e^{n\pi(y-l_{pm})/\tau_p} + e^{-n\pi(y+l_{pm})/\tau_p})}{1 - e^{-2n\pi(g+l_w+l_{pm})/\tau_p}}] \right), & 0 < y \leq l_{pm} \\ \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{2B_r \sin(\frac{\alpha n \pi}{2}) (1 - e^{-2n\pi l_{pm}/\tau_p}) / (1 - e^{-2n\pi(g+l_w+l_{pm})/\tau_p}) \times \right. \\ \left. (e^{n\pi(l_{pm}-y)/\tau_p} + e^{-n\pi(2g+2l_w+l_{pm}-y)/\tau_p}) \cos\left(\frac{n\pi x}{\tau_p} - np\theta_m(t)\right) \right), & l_{pm} < y < l_{pm} + g + l_w \end{cases} \end{aligned} \quad (7-3)$$

۲-۱-۳-۳- میدان مغناطیسی ناشی از عکس‌عمل آرمیچر (بازوهای کلاف)

فرض کنید که هر یک از دو اندیس معادل ph_1 یا ph_0 در حالت کلی نماینده سیم‌پیچی یک فاز (a) یا (c) باشند. در شرایط بار کامل، هر گروه سیم‌پیچی در فاز ph_0 (زیر هر جفت قطب) جریان برابر ناحیه هادی جریان مربوط به هر گروه سیم‌پیچی در فاز ph_0 در شکل ۲-۳-۲ چگالی جریان یکنواخت را حمل می‌کنند که a_p معرف تعداد مسیرهای موازی جریان در هر فاز است. بنابراین، دو

ناحیه هادی جریان مربوط به هر گروه سیم‌پیچی در فاز ph_0 در شکل ۲-۳-۲ چگالی جریان یکنواخت را حمل می‌کنند که عبارتست از: $\pm J_{ph0}(t)$

$$J_{ph0}(t) = i_{ph0}(t) / (a_p W_{wire} H_{wire}) , \quad ph0 = a, b, c \quad (9-3)$$

با اتخاذ $\alpha_s = q(W_{wire} + 2W_{insulator}) / (N_{layer} \tau_p)$ به عنوان نسبت عرض ناحیه مربوط به هر گروه سیم-پیچی با q دور بر قطب بر فاز، تابع برداری چگالی جریان $\mathbf{J}_{ph0} = J_{ph0z}(x, y, t) \mathbf{k}$ به صورت زیر تعریف می-شود:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{ph0z}(x, y, t) &= \begin{cases} 0 & , \quad 0 < y < l_{pm} + g \\ \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(4J_{ph0}(t) / (n\pi) \right) \sin(\alpha_s n \pi / 2) \cos(n\pi x / \tau_p - n\theta_{ph0}) & , \quad l_{pm} + g \leq y < l_{pm} + g + l_w \end{cases} \\ &= \begin{cases} \pm J_{ph0}(t) \text{ in condunting areas of phase } ph0 \\ 0 \text{ elsewhere} \end{cases} \end{aligned} \quad (10-3)$$

که در آن، θ_{ph0} به صورت زاویه اختلاف فاز الکتریکی مرکز فاز $ph0$ (محل خروج جریان فاز از صفحه $x-y$ در شکل ۳-۲ ب) نسبت به مبدأ مختصات تعریف می-شود. با توجه به شکل ۳-۲ ب، مقادیر θ_{ph0} (یا θ_{ph1} برای فازهای a , b و c به ترتیب برابر 0 , $\pi/3$ و $2\pi/3$ -می باشد.

بر اساس اصل جمع آثار، سهم \mathbf{J}_{ph0} در توزیع چگالی شار فاصله هوایی می-تواند از طریق حل معادله $\nabla \times \mathbf{H}_{ph0w} = \mathbf{J}_{ph0}$ استخراج شود. معرف بردار شدت میدان مغناطیسی تولیدشده به-وسیله چگالی جریان \mathbf{J}_{ph0} (مربوط به فاز $ph0$) با صرفنظر از اثر آهنرباهای دائم و جریان فازهای دیگر می-باشد. به منظور حل معادله فوق در اینجا بردار مغناطیسی کنندگی معادل جدید $\mathbf{M}_{ph0w} = \nabla \times \mathbf{M}_{ph0w}$ می-باشد. \mathbf{M}_{ph0w} به گونه‌ای تعریف می-شود که $\mathbf{J}_{ph0} = \nabla \times \mathbf{M}_{ph0w}$ باشد:

$$\mathbf{M}_{ph0wy}(x, y, t) = \partial \mathbf{M}_{ph0wy}(x, y, t) / \partial x$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{ph0wy}(x, y, t) &= \int \mathbf{J}_{ph0z}(x, y, t) dx + C(y, t) \\ &= \begin{cases} 0 & , \quad 0 < y < l_{pm} + g \\ \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4J_{ph0}(t)\tau_p}{(n\pi)^2} \sin(\frac{\alpha_s n \pi}{2}) \sin(\frac{n\pi x}{\tau_p} - n\theta_{ph0}) , l_{pm} + g \leq y < l_{pm} + g + l_w & \end{cases} \end{aligned} \quad (11-3)$$

ثابت انتگرال $C(y,t) = \theta_{ph0}\tau_p/\pi$ باشد، زیرا در $x=0$ باید داشته باشیم

که یعنی $J_{ph0z}(\theta_{ph0}\tau_p/\pi, y, t) = 0$ بیشینه مقدار خود را دارد. بر این اساس، معادله ماکسول

$$\nabla^{\frac{1}{2}} \times \mathbf{H}_{ph0w} = \mathbf{J}_{ph0}$$

$$\nabla^{\frac{1}{2}} \times \mathbf{H}_{ph0w} = \nabla^{\frac{1}{2}} \times \mathbf{M}_{ph0w} \Rightarrow \nabla^{\frac{1}{2}} \times (\mathbf{H}_{ph0w} - \mathbf{M}_{ph0w}) = 0 \quad (12-3)$$

با تعریف بردار جدید $\mathbf{H}_{ph0w}^0 = \mathbf{H}_{ph0w} - \mathbf{M}_{ph0w}$ داریم

$$\mathbf{H}_{ph0w}^0 = -\nabla^{\frac{1}{2}} \mathbf{U}_{ph0w} \quad (13-3)$$

یک تابع پتانسیل اسکالر مغناطیسی $\mathbf{U}_{ph0w}(x, y, t)$ را به گونه‌ای در نظر گرفت که

چگالی شار مغناطیسی $\mathbf{B}_{ph0w} = \mathbf{B}_{ph0wx}(x, y, t)\mathbf{i} + \mathbf{B}_{ph0wy}(x, y, t)\mathbf{j}$ جریان \mathbf{J}_{ph0} به

وجود آمده، به صورت زیر فرمول بندی می‌شود:

$$\mathbf{B}_{ph0w} = \mu_0 \mathbf{H}_{ph0w} = \mu_0 \mathbf{H}_{ph0w}^0 + \mu_0 \mathbf{M}_{ph0w} \quad (14-3)$$

$$\nabla^{\frac{1}{2}} \bullet \mathbf{B}_{ph0w} = 0 \quad (15-3)$$

$$-\nabla^{\frac{1}{2}} \bullet \mathbf{H}_{ph0w}^0 - \nabla^{\frac{1}{2}} \bullet \mathbf{M}_{ph0w} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 \mathbf{U}_{ph0w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{U}_{ph0w}}{\partial y^2} = \nabla^{\frac{1}{2}} \bullet \mathbf{M}_{ph0w} = \frac{\partial \mathbf{M}_{ph0wy}}{\partial y} = 0 \quad (14-3)$$

که یک معادله دیفرانسیل مشتقات جزئی با شرایط مرزی زیر است:

$$\mathbf{U}_{ph0w}(x, g + l_w + l_{pm}, t) = \mathbf{U}_{ph0w}(x, 0, t) = \left. \frac{\partial \mathbf{U}_{ph0w}}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \mathbf{U}_{ph0w}}{\partial x} \right|_{x=\tau_p} = 0 \quad (15-3)$$

$$\lim_{y \rightarrow l_{pm} + g^-} \frac{\partial \mathbf{U}_{ph0w}}{\partial x} = \lim_{y \rightarrow l_{pm} + g^+} \frac{\partial \mathbf{U}_{ph0w}}{\partial x}$$

مسئله بیان شده به وسیله روابط (14-3) و (15-3) یک معادله لاپلاس به فرم مشابه با مسئله‌ای

است که پیش از این در روابط (5-3) و (6-3) برای سهم آهنرباهای دائم در چگالی شار فاصله هوایی

بیان گردید. بر این اساس، سیم پیچی‌های آرمیچر را می‌توان معادل با یک سری آهنرباهای مجازی

اضافی معادل نمود که توزیع مغناطیس شوندگی آنها مطابق با رابطه جدید (11-3) می‌باشد. بنابراین،

حل معادله روابط (14-3) و (15-3) برای یافتن \mathbf{B}_{ph0wy} می‌تواند از طریق اعمال تغییرات زیر در رابطه

(8-3) صورت پذیرد:

$$\text{جايگذاري عبارت جديد} - \frac{2\mu_0 J_{ph0}(t)\tau_p}{(n\pi)^2} \sin(\frac{\alpha_s n\pi}{2}) \sin(\frac{n\pi x}{\tau_p} - n\theta_{ph0})$$

$$\frac{2B_r}{n\pi} \sin(\frac{\alpha n\pi}{2}) \cos(\frac{n\pi x}{\tau_p} - np\theta_m(t))$$

استفاده از عبارت جديد $l_{pm} + g + l_w - y$ در كل رابطه

جايگذاري l_w بهجاي l_{pm} و برعکس

بر اين اساس، حل معادله برای B_{ph0wx} نيز می‌تواند با استفاده از رابطه $\nabla \bullet \mathbf{B}_{ph0w} = 0$ بهصورت زير

حاصل گردد:

$$\begin{aligned} \nabla \bullet \mathbf{B}_{ph0w} = 0 &\Rightarrow \partial B_{ph0wx} / \partial x = -\partial B_{ph0wy} / \partial y \\ \Rightarrow B_{ph0wx}(x, y, t) &= \int (-\partial B_{ph0wy} / \partial y) dx + C_w(y, t) \end{aligned} \quad (16-3)$$

كه ثابت انتگرال $C_w(y, t)$ بر اساس شرایط مرزی داده شده برابر صفر است. بدین طريق، حل نهايی

عبارتست از: \mathbf{B}_{ph0w}

$$B_{ph0wx}(x, y, t) = \begin{cases} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{2\mu_0 J_{ph0}(t)\tau_p}{(n\pi)^2} \sin(\frac{\alpha_s n\pi}{2}) \cos(\frac{n\pi x}{\tau_p} - n\theta_{ph0}) \times \right. \\ \left. (e^{\frac{n\pi(y-g-l_{pm})}{\tau_p}} - e^{\frac{-n\pi(y+g+l_{pm})}{\tau_p}}) \frac{1-e^{-2n\pi l_w / \tau_p}}{1-e^{-2n\pi(g+l_w+l_{pm}) / \tau_p}} \right), & 0 < y < l_{pm} + g \\ \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{2\mu_0 J_{ph0}(t)\tau_p}{(n\pi)^2} \sin(\frac{\alpha_s n\pi}{2}) \cos(\frac{n\pi x}{\tau_p} - n\theta_{ph0}) \times \right. \\ \left. (e^{\frac{n\pi(g+l_{pm}-y)}{\tau_p}} - e^{\frac{-n\pi(g+2l_w+l_{pm}-y)}{\tau_p}}) \frac{1-e^{-2n\pi(g+l_{pm}) / \tau_p}}{1-e^{-2n\pi(g+l_w+l_{pm}) / \tau_p}} \right), & l_{pm} + g \leq y < l_{pm} + g + l_w \end{cases} \quad (17-3)$$

$$B_{ph0wy}(x, y, t) = \begin{cases} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{2\mu_0 J_{ph0}(t)\tau_p}{(n\pi)^2} \sin(\frac{\alpha_s n\pi}{2}) \sin(\frac{n\pi x}{\tau_p} - n\theta_{ph0}) \times \right. \\ \left. \frac{(1-e^{-2n\pi l_w / \tau_p})(e^{n\pi(y-g-l_{pm}) / \tau_p} + e^{-n\pi(y+g+l_{pm}) / \tau_p})}{1-e^{-2n\pi(g+l_w+l_{pm}) / \tau_p}} \right), & 0 < y < l_{pm} + g \\ \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{2\mu_0 J_{ph0}(t)\tau_p}{(n\pi)^2} \sin(\frac{\alpha_s n\pi}{2}) \sin(\frac{n\pi x}{\tau_p} - n\theta_{ph0}) \times \right. \\ \left. [2 - \frac{(1-e^{-2n\pi(g+l_{pm}) / \tau_p})(e^{-n\pi(g+l_{pm}-y) / \tau_p} + e^{-n\pi(g+2l_w+l_{pm}-y) / \tau_p})}{1-e^{-2n\pi(g+l_w+l_{pm}) / \tau_p}}] \right), & l_{pm} + g \leq y < l_{pm} + g + l_w \end{cases} \quad (18-3)$$

در نهایت، توزیع نهایی چگالی شار عکس العمل آرمیچر در فاصله هوایی ناشی از برآیند اثر سه‌فاز

عبارتست از:

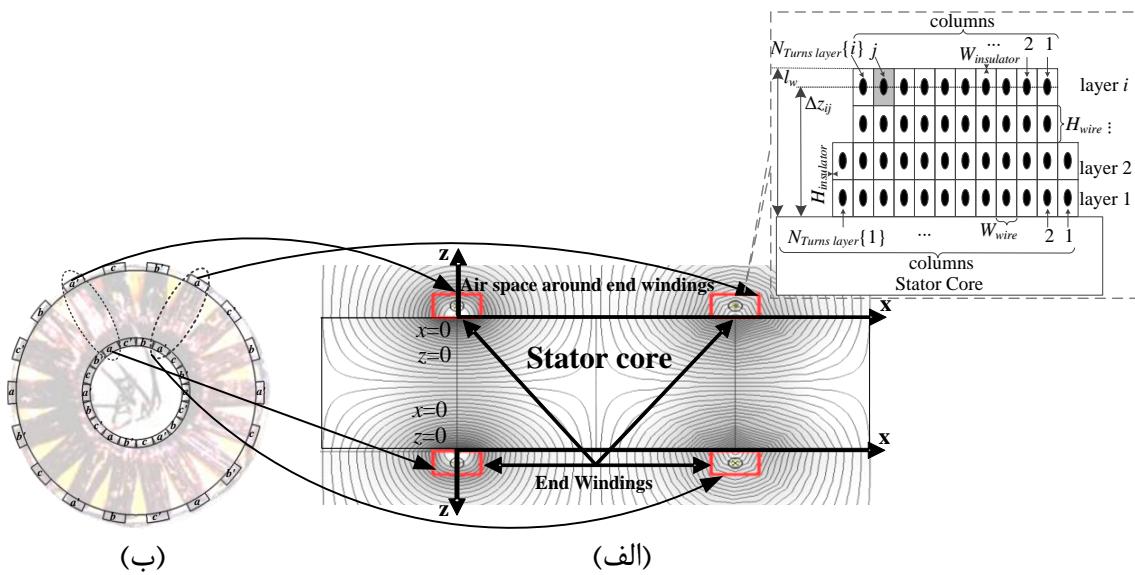
$$\begin{aligned} \mathbf{B}_w(x, y, t) &= \mathbf{i} B_{wx}(x, y, t) + \mathbf{j} B_{wy}(x, y, t) \\ &= \mathbf{i} \sum_{ph0=a,b,c} B_{ph0wx}(x, y, t) + \mathbf{j} \sum_{ph0=a,b,c} B_{ph0wy}(x, y, t) \end{aligned} \quad (19-3)$$

۳-۲-۲- میدان مغناطیسی ناشی از پیشانی‌های کلاف (کله‌سیم)

با عبور جریان از سیم‌پیچی‌های آرمیچر، پیشانی‌های کلاف‌ها (اصطلاحا کله‌سیم‌ها) نیز در اطراف خود تولید شار مغناطیسی می‌کنند که اصطلاحا با عنوان شار پراکندگی کله‌سیم‌ها شناخته می‌شود. این شار پراکندگی مطابق مدل دو بعدی شکل ۳-۳ مسیر خود را در فضای اطراف کله‌سیم و هسته استاتور می‌بندد و داخل فاصله هوایی مؤثر ماشین (راستای y) وارد نمی‌شود. بنابراین، شار پراکندگی کله‌سیم‌ها مستقیما نقشی در تولید گشتاور الکترومغناطیسی در ماشین ندارد. با این وجود، شار پراکندگی کله‌سیم‌ها سبب القای ولتاژ اضافی در حلقه‌های سیم‌پیچی می‌شود و بدین طریق اندوکتانس پراکندگی معادلی را در مدار معادل الکتریکی ماشین ایجاد می‌نماید. همچنین، در ساختار ماشین AFPM مورد مطالعه، شار کله‌سیم‌ها از هسته استاتور نیز عبور نموده و به میزان اندکی بر روی تلفات آهنی، مغناطیس‌شوندگی آهن و ... تأثیرگذار است. به همین دلیل، در اینجا توزیع چگالی شار پراکندگی کله‌سیم‌ها \mathbf{B}_{ph0EW} در فضای پیرامون آنها (درون هوا) مطابق شکل ۳-۳ ب مورد بررسی قرار می‌گیرد. مطابق این شکل، \mathbf{B}_{ph0EW} را می‌توان با استفاده از روابط (۱۷-۳) و (۱۸-۳) محاسبه نمود، با این تفاوت که در اینجا طول فاصله هوایی مسیر شار بینهایت است. از سوی دیگر، جهت محاسبه اندوکتانس پراکندگی کله‌سیم‌ها در ادامه این فصل، در اینجا تنها مؤلفه z چگالی شار پراکندگی کله‌سیم‌ها یعنی $B_{ph0EW z}(x, z, t)$ مورد نیاز می‌باشد. بر این اساس، $B_{ph0EW z}(x, z, t)$ می‌تواند به سادگی با جایگذاری $g + l_{pm} \rightarrow \infty$ در رابطه (۱۸-۳) به صورت زیر حاصل گردد:

$$\mathbf{B}_{\substack{ph0 \text{EW} \\ ph0=a,b,c}}(x,z,t) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{2\mu_0 J_{ph0}(t)\tau_p}{(n^2\pi^2)\sin(n\pi x/\tau_p - n\theta_{ph0})} \times \right. \\ \left. \sin(\alpha_s n\pi/2)(2 - e^{n\pi(z-l_w)/\tau_p} - e^{-n\pi(z+l_w)/\tau_p}) \right) \quad (\mathfrak{C} \cdot \mathfrak{C})$$

در اینجا متغیر z بیانگر فاصله جانبی در هر طرف از هسته استاتور در راستای محور Z بوده و ضخامت جانبی لایه سیم پیچی در راستای محور Z نیز با ضخامت آن در راستای محور y (یعنی w) برابر در نظر گرفته شده است.



شکل ۳-۳: مدل دو بعدی توزیع میدان مغناطیسی پیشانی‌های کلاف‌ها (کله‌سیم‌ها)

۳-۲-۳- مدلسازی مغناطیسی هسته‌های آهنی ماشین

۳-۲-۳-۱- توزیع دو بعدی میدان مغناطیسی در هسته های آهنی ماشین

با اتخاذ \mathbf{j} به عنوان پردارهای $\mathbf{B}_{cr} = B_{c rx}(x,y,t)\mathbf{i} + B_{c ry}(x,y,t)\mathbf{j}$ و $\mathbf{B}_{cs} = B_{c sx}(x,y,t)\mathbf{i} + B_{c sy}(x,y,t)\mathbf{j}$

- **$\mathbf{H}_{\text{cr}} = H_{\text{crx}}(x,y,t)\mathbf{i} + H_{\text{cry}}(x,y,t)\mathbf{j}$** و **$\mathbf{H}_{\text{cs}} = H_{\text{csx}}(x,y,t)\mathbf{i} + H_{\text{csy}}(x,y,t)\mathbf{j}$** چگالی شار مغناطیسی، و عنوان بردارهای شدت میدان مغناطیسی برآیند به ترتیب در هسته‌های استاتور و روتور، و استفاده از قوانین ماکسول در قسمت‌های آهنی داریم:

$$\nabla \bullet \mathbf{B}_{\text{cs}} = \nabla \bullet \mathbf{B}_{\text{cr}} = 0 \Rightarrow \partial \mathbf{B}_{\text{csy}} / \partial y = -\partial \mathbf{B}_{\text{csx}} / \partial x, \partial \mathbf{B}_{\text{crys}} / \partial y = -\partial \mathbf{B}_{\text{crx}} / \partial x \quad (21-3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_{cs} = \nabla \times \mathbf{H}_{cr} = 0 \Rightarrow \partial H_{cs_y} / \partial x = \partial H_{cs_x} / \partial y, \partial H_{cr_y} / \partial x = \partial H_{cr_x} / \partial y \quad (22-3)$$

شرایط مرزی برای مسأله فوق به صورت زیرند:

$$\begin{aligned} B_{cs_y}(x, g + l_w + l_{pm}, t) &= B_{gy}(x, g + l_w + l_{pm}, t) \\ B_{cs_y}(x, g + l_w + l_{pm} + l_{cs}/2, t) &= 0 \\ B_{cr_y}(x, 0, t) &= B_{gy}(x, 0, t), \quad B_{cr_y}(x, -l_{cr}, t) = 0 \end{aligned} \quad (23-3)$$

همچنین، روابط B-H در قسمتهای آهنی عبارتند از:

$$\mathbf{B}_{cs} = \mu_{cs}(x, t) \mathbf{H}_{cs}, \quad \mathbf{B}_{cr} = \mu_{cr}(x, t) \mathbf{H}_{cr} \quad (24-3)$$

که در آنها $\mu_{cs}(x)$ و $\mu_{cr}(x)$ به ترتیب معرف توزیع فضایی نفوذپذیری آهن در هسته‌های استاتور و روتور بوده که به صورت توابع تک متغیره از x در نظر گرفته می‌شوند. به عبارت دیگر در اینجا جهت ساده‌سازی فرآیند حل مسأله (21-3) تا (24-3)، توزیع فضایی نفوذپذیری آهن مستقل از y فرض می‌گردد. این تقریب تا حد زیادی قابل قبول است، زیرا مطابق شکل ۴-۳ تغییرات نوعی نفوذپذیری نسبی در هسته‌های استاتور و روتور تقریباً از الگوهای طولی تبعیت می‌کند. حل مسأله (21-3) تا

(24-3) به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$B_{cs_x}(x, y, t) = \left(\int_0^x B_{gy}(x, g + l_w + l_{pm}, t) dx \right) e^{(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}} / C_s \quad (25-3)$$

$$B_{cs_y}(x, y, t) = B_{gy}(x, g + l_w + l_{pm}, t) [1 - (e^{(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}} - 1) / \sqrt{C_s}] \quad (26-3)$$

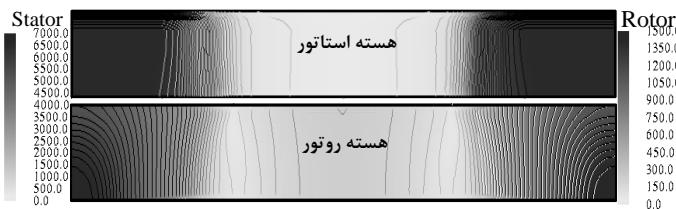
$$B_{cr_x}(x, y, t) = - \left(\int_0^x B_{gy}(x, 0, t) dx \right) e^{-y/\sqrt{C_r}} / C_r \quad (27-3)$$

$$B_{cr_y}(x, y, t) = B_{gy}(x, 0, t) [1 - (e^{-y/\sqrt{C_r}} - 1) / \sqrt{C_r}] \quad (28-3)$$

که در آن ضرایب C_s و C_r به ترتیب ریشه‌های معادلات غیرخطی (29-3) و (30-3) هستند:

$$e^{l_{cs}/(2\sqrt{C_s})} - 1 - \sqrt{C_s} = 0 \quad (29-3)$$

$$e^{l_{cr}/\sqrt{C_r}} - 1 - \sqrt{C_r} = 0 \quad (30-3)$$



شکل ۴-۳: توزیع نوعی نفوذپذیری نسبی در هسته‌های روتور و استاتور بهمراه خطوط هم‌ارز آنها، برای ناحیه‌ای معادل با یک گام قطب

با داشتن معادلات چگالی شار مغناطیسی در هسته‌های آهنی استاتور و روتور مطابق روابط توزیع شار فاصله هوایی مؤثر ماشین بر مبنای افت نیروی محرکه مغناطیسی ناشی از اشباع آهن ارائه می‌گردد.

۳-۲-۳-۲- محاسبه خطوط شار و توزیع شدت میدان مغناطیسی درون هسته‌های آهنی و افت نیروی محرکه مغناطیسی ناشی از اشباع آهن

از آنجا که در ساختار موتور شار محوری مورد مطالعه، هدایت مغناطیسی مسیر شار آهنرباها با حرکت روتور تغییر نمی‌کند، آهنرباها دائم همواره افت نیروی محرکه ثابتی در قسمت‌های آهنی مشاهده می‌کنند که می‌تواند بر اساس توزیع فضایی چگالی شار آهنرباها دائم در زمان $t = 0$ محاسبه شود. بر این اساس، معادلات دیفرانسیل حاکم بر خطوط شار در هر نقطه (x_{cs}, y_{cs}) درون هسته استاتور یا (x_{cr}, y_{cr}) درون هسته روتور در زمان $t = 0$ در حالت کلی به ترتیب به صورت روابط (۳۱-۳) یا (۳۲-۳) فرمول بندی می‌شوند:

$$dy_{cs}/dx_{cs} = B_{csy}(x_{cs}, y_{cs}, 0)/B_{csx}(x_{cs}, y_{cs}, 0) \quad (31-3)$$

$$dy_{cr}/dx_{cr} = B_{cry}(x_{cr}, y_{cr}, 0)/B_{crx}(x_{cr}, y_{cr}, 0) \quad (32-3)$$

هر خط شار در قسمت‌های آهنی با شروع از نقطه اختیاری x_0 روی مرز مشترک با ناحیه فاصله هواپی مؤثر و دنبال نمودن نقاط روی خط با پله‌های ثابت به طول dl_{cs} و dl_{cr} بر مبنای روابط (31-3)

یا (32-3) به ترتیب در هسته‌های استاتور و روتور به دست می‌آید. به این منظور، هر نقطه بعدی (x_{cs}^*, y_{cs}^*) از یک خط شار فرضی در هسته استاتور بر اساس رابطه (33-3) از نقطه قبلی (x_{cs}, y_{cs}) حاصل می‌شود. به طور مشابه، رابطه (34-3) نقطه بعدی (x_{cr}^*, y_{cr}^*) روی یک خط فرضی شار در هسته روتور را به نقطه قبلی (x_{cr}, y_{cr}) مرتبط می‌سازد.

$$x_{cs}^* = x_{cs} + \frac{dl_{cs} B_{csx}(x_{cs}, y_{cs}, 0)}{\sqrt{B_{csx}^2(x_{cs}, y_{cs}, 0) + B_{csy}^2(x_{cs}, y_{cs}, 0)}} \quad (33-3)$$

$$y_{cs}^* = y_{cs} + \frac{dl_{cs} B_{csy}(x_{cs}, y_{cs}, 0)}{\sqrt{B_{csx}^2(x_{cs}, y_{cs}, 0) + B_{csy}^2(x_{cs}, y_{cs}, 0)}} \quad (34-3)$$

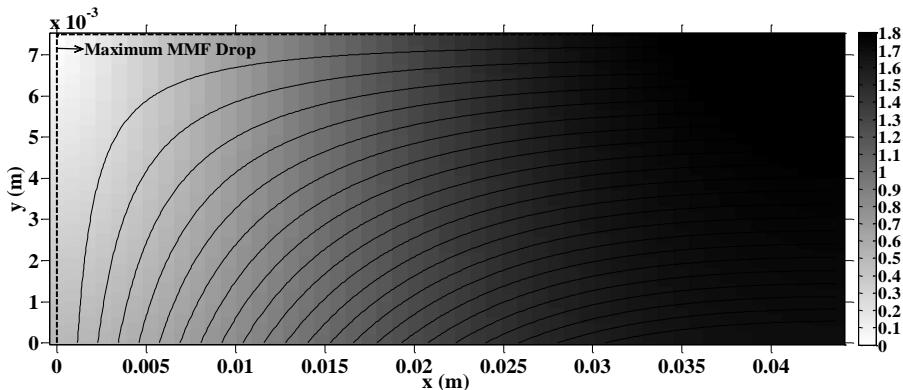
$$x_{cr}^* = x_{cr} + \frac{dl_{cr} B_{crx}(x_{cr}, y_{cr}, 0)}{\sqrt{B_{crx}^2(x_{cr}, y_{cr}, 0) + B_{cry}^2(x_{cr}, y_{cr}, 0)}} \quad (34-3)$$

$$y_{cr}^* = y_{cr} + \frac{dl_{cr} B_{cry}(x_{cr}, y_{cr}, 0)}{\sqrt{B_{crx}^2(x_{cr}, y_{cr}, 0) + B_{cry}^2(x_{cr}, y_{cr}, 0)}} \quad (34-3)$$

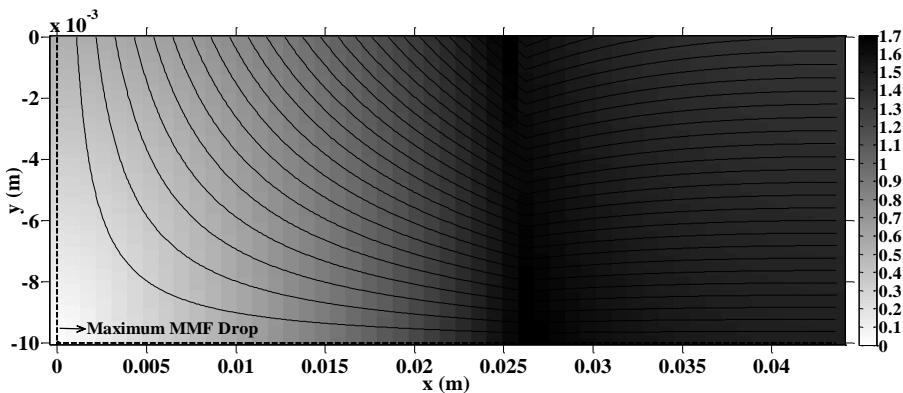
خطوط شار منتجه و نقشه تغییرات شار در هسته‌های استاتور و روتور ماشین شار محوری

آهنربای دائم مورد مطالعه در لحظه $t=0$ به ترتیب در شکل ۵-۳ و شکل ۶-۳ به ازای ناحیه‌ای معادل با

نصف گام قطب ترسیم شده‌اند.



شکل ۳-۵: نقشه تغییرات چگالی شار مغناطیسی در هسته استاتور ماشین مورد مطالعه به همراه خطوط شار منتجه آن، برای ناحیه‌ای معادل با نصف گام قطب



شکل ۳-۶: نقشه تغییرات چگالی شار مغناطیسی در هسته روتور ماشین مورد مطالعه به همراه خطوط شار منتجه آن، برای ناحیه‌ای معادل با نصف گام قطب

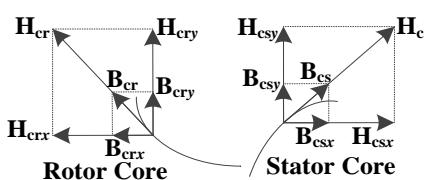
با توجه به شکل‌های فوق می‌توان مشاهده نمود که مقدار بیشینه افت نیروی محرکه مغناطیسی در هسته‌های استاتور و روتور به ترتیب در امتداد خطوط نقطه‌چین با شکل‌های Γ و L که از نقطه اولیه $x_0=0$ شروع می‌شوند، رخ می‌دهد؛ زیرا این خطوط طولانی‌ترین خطوط شار هستند. از سوی دیگر مقدار بیشینه ولتاژ القایی داخلی در هر فاز زمانی حاصل می‌شود که مرکز آهنربا (یعنی نقطه $x_0=0$) از مرکز سیم‌پیچی فاز گذر کند. بنابراین، مقادیر افت نیروی محرکه مغناطیسی در امتداد خطوط شار شروع شونده از نقطه $x_0=0$ در حقیقت بیشترین تأثیر را بر ولتاژ القایی داخلی ماشین می‌گذارند. اکنون به منظور محاسبه مقدار کل افت نیروی محرکه در امتداد مسیر خطوط شار مورد نظر در هسته‌های استاتور و روتور، در ابتدا بردارهای شدت میدان مغناطیسی H_{es} و H_{cr} در امتداد

این خطوط از بردارهای چگالی شار مغناطیسی \mathbf{B}_{cr} و \mathbf{B}_{cs} به دست می‌آیند. با توجه به شکل ۷-۳ و رابطه (۲۴-۳) می‌توان مشاهده نمود که بردارهای \mathbf{H}_{cr} و \mathbf{H}_{cs} در هر نقطه درون قسمت‌های آهنی بر خطوط شار مماس بوده و به ترتیب با بردارهای \mathbf{B}_{cr} و \mathbf{B}_{cs} هم‌جهت هستند. بنابراین، مقادیر اندازه شدت میدان مغناطیسی یعنی H_{cr} و H_{cs} می‌توانند با استفاده از منحنی‌های $B-H$ داده شده در شکل ۱-۳ (مربوط به آلیاژهای فولاد به کار رفته در هسته‌های استاتور و روتور) از روی اندازه‌های چگالی تقارن محوری موجود در نقشه‌های توزیع شار داده شده در شکل ۵-۳ و شکل ۶-۳، مقادیر افت نیروی محرکه مغناطیسی MMF_{cr} و MMF_{cs} در امتداد خطوط شار مورد نظر (با شروع از نقطه ابتدایی $x_0=0$) در هسته‌های استاتور و روتور برای یک گام کامل قطب به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$MMF_{cs}(x_0) = \int_{y_{cs}(x_{cs})} 2\mathbf{H}_{cs} \bullet d\mathbf{l}_{cs} = \\ = \int_{x_0}^{\tau_p/2} 2\mathbf{H}_{cs}(x_{cs}, y_{cs}(x_{cs}), 0) \sqrt{1 + \frac{B_{csy}^2(x_{cs}, y_{cs}(x_{cs}), 0)}{B_{csx}^2(x_{cs}, y_{cs}(x_{cs}), 0)}} dx_{cs} \quad (35-3)$$

$$MMF_{cr}(x_0) = \int_{y_{cr}(x_{cr})} 2\mathbf{H}_{cr} \bullet d\mathbf{l}_{cr} = \int_{x_0}^{\tau_p/2} 2\mathbf{H}_{cr}(x_{cr}, y_{cr}(x_{cr}), 0) dl_{cr} \\ = \int_{x_0}^{\tau_p/2} 2\mathbf{H}_{cr}(x_{cr}, y_{cr}(x_{cr}), 0) \sqrt{1 + \frac{B_{cry}^2(x_{cr}, y_{cr}(x_{cr}), 0)}{B_{crx}^2(x_{cr}, y_{cr}(x_{cr}), 0)}} dx_{cr} \quad (36-3)$$

که در آنها $y_{cs}(x_{cs})$ و $y_{cr}(x_{cr})$ به ترتیب معرف مکان‌های هندسی دو خط شار در نظر گرفته شده در هسته‌های استاتور و روتور می‌باشند. مقادیر انتگرال‌های روابط (۳۵-۳) و (۳۶-۳) با استفاده از روش ردیابی عددی مشابه به آنچه در مورد روابط (۳۳-۳) و (۳۴-۳) بیان شده، محاسبه می‌شوند.

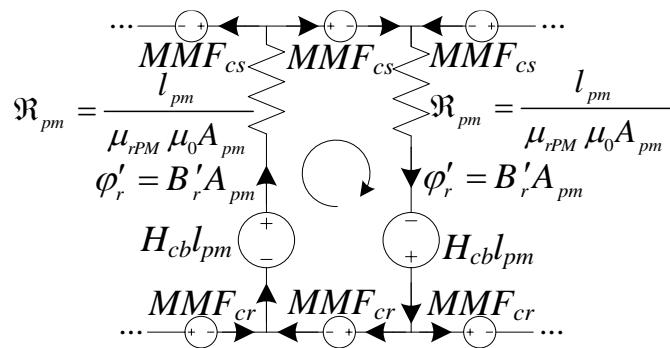


شکل ۷-۳: مؤلفه‌های بردارهای چگالی شار و شدت میدان مغناطیسی در هسته‌های استاتور و روتور

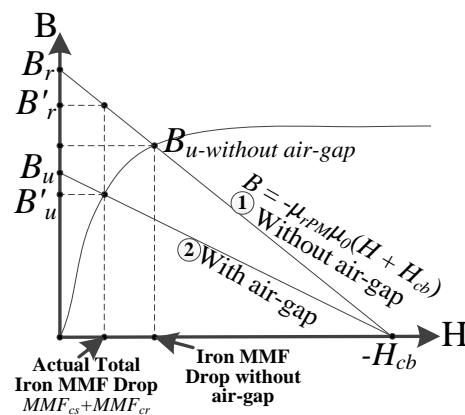
۳-۲-۳-۳- اصلاح مقدار چگالی شار پس‌ماند آهنربای دائم بر مبنای مقدار کل افت نیروی

محرکه مغناطیسی حاصل در هسته‌های استاتور و روتور

پس از محاسبه مقادیر MMF_{cr} و MMF_{cs} از روش فوق، مقدار چگالی شار پس‌ماند آهنربای دائم یعنی B_r بر اساس مدار معادل مغناطیسی متناظر با یک گام قطب مورد نمایش در شکل ۸-۳ اصلاح می‌گردد.



شکل ۸-۳: مدار معادل مغناطیسی متناظر با یک گام قطب ماشین با فرض حذف فاصله هوایی و لایه سیم‌پیچی که در آن φ'_r و B'_r به ترتیب نماینده مقادیر اصلاح شده شار و چگالی شار مغناطیسی پس‌ماند آهنربای دائم بوده و A_{pm} و R_{pm} به ترتیب معرف رلوکتانس داخلی هر آهنربا و سطح مقطع آن می‌باشند. در مدار معادل مغناطیسی مورد نمایش در شکل ۸-۳ اثرات فاصله هوایی و لایه سیم‌پیچی حذف شده است. دلیل این موضوع با توجه به شکل ۹-۳ توضیح داده می‌شود.



شکل ۹-۳: مشخصه‌های نوعی B-H برای مسیرهای شار آهنربای دائم در ماشین، با و بدون در نظر گرفتن اثر فاصله هوایی، به همراه منحنی اشباع آهن هسته

در شکل ۹-۳ دو مشخصه B-H مجزا برای مسیر شار آهنربای دائم مشاهده می‌شوند. اولین مشخصه خط شماره ۱ است و به حالتی تعلق دارد که در آن اثرات فاصله هوایی و لایه سیم‌پیچی حذف شوند. چنانچه در این حالت، نفوذبزیری قسمت‌های آهنی بینهایت در نظر گرفته شود و یا به عبارت دیگر مقدار افت نیروی محرکه مغناطیسی داخل آهن برابر صفر باشد، یک شرایط اتصال کوتاه مغناطیسی رخ داده و مقدار بیشینه چگالی شار روی سطح آهنربای دائم یعنی همان چگالی شار پس-ماند آهنربای دائم (B_r) قابل حصول خواهد بود. در مقابل، خط شماره ۲ مربوط به حالتی است که اثرات فاصله هوایی و لایه سیم‌پیچی در نظر گرفته شوند. با توجه به شکل ۹-۳ با صرف نظر از افت نیروی محرکه مغناطیسی آهن، در این حالت توزیع چگالی شار مغناطیسی B_u در ناحیه فاصله هوایی مؤثر به دست می‌آید که بر اساس روابط (۷-۳) و (۸-۳) از B_r قابل محاسبه خواهد بود. حال در صورتی که اثر مقدار کل افت نیروی محرکه مغناطیسی آهن یعنی $MMF_{cs} + MMF_{cr}$ در نظر گرفته شود، توزیع B_u در شکل ۹-۳ به توزیع جدید B'_u کاهش می‌یابد. در اینجا با توجه به شکل ۹-۳، این ایده پیشنهاد می‌شود که توزیع B'_u می‌تواند مجدداً با استفاده از روابط (۷-۳) و (۸-۳) محاسبه شود. مشروط بر آنکه مقدار قبلی چگالی پس‌ماند B_r در این روابط با مقدار اصلاح شده B'_r جایگزین گردد. چگالی شار پس‌ماند اصلاح شده B'_r بر مبنای مقدار کل افت نیروی محرکه مغناطیسی در هسته‌های آهنی استاتور و روتور یعنی $MMF_{cs} + MMF_{cr}$ محاسبه می‌شود. قابل توجه است که مقدار مغناطیسی شار پس‌ماند اصلاح شده B'_r با استفاده از روابط (۳۵-۳) و (۳۶-۳) برای شرایط واقعی با ملاحظه اثرات فاصله هوایی و لایه سیم‌پیچی محاسبه شده است. بر این اساس، مقدار B'_r می‌تواند با استفاده از مدار معادل مغناطیسی شکل ۸-۳ محاسبه شود که در آن اثرات فاصله هوایی و لایه سیم‌پیچی به صورت مجزا مدل نشده‌اند، اما در تعیین مقادیر MMF_{cs} و MMF_{cr} لحاظ گردیده‌اند. داریم:

$$2H_{cb}l_{pm} - \frac{2l_{pm}B'_r}{\mu_{rPM}\mu_0} - MMF_{cs} - MMF_{cr} = 0 \quad (37-3)$$

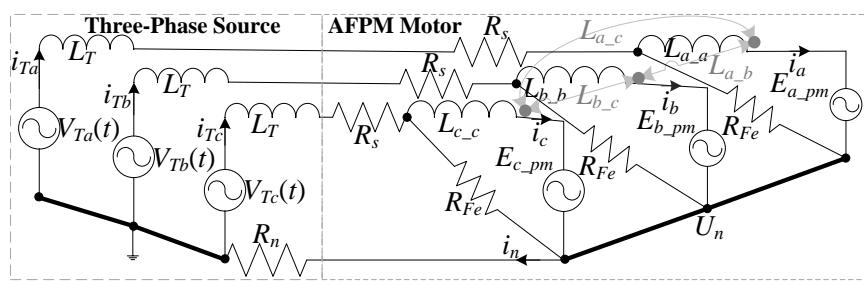
از آنجا که $B_r = \mu_{rPM}\mu_0 H_{cb}$ داریم:

$$B'_r = B_r \left[1 - (MMF_{cs} + MMF_{cr}) / (2H_{cb} l_{pm}) \right] \quad (38-3)$$

۳-۳-۳ مدل الکتریکی ماشین

۳-۳-۱ مدار معادل سه‌فاز موتور

اکنون مدل الکتریکی ماشین با توجه به مدار معادل سه‌فاز مورد نمایش در شکل ۱۰-۳ ارائه می‌گردد.



شکل ۱۰-۳: مدار معادل سه‌فاز موتور AFPM مورد مطالعه متصل به منبع سه‌فاز

مدار معادل شکل ۱۰-۳ به دو بخش اصلی تقسیم شده است. قسمت سمت چپ مدار معادل تونن منبع تغذیه را نشان می‌دهد که L_T اندوکتانس معادل تونن منبع می‌باشد. منبع ولتاژ به صورت سینوسی ایده‌آل سه‌فاز و متعادل در نظر گرفته شده که ولتاژهای سه‌فاز ($V_{Ta}(t)$, $V_{Tb}(t)$ و $V_{Tc}(t)$) (یا در حالت کلی ($V_{TpH1}(t)$ برای فاز ۱)، فرکانس نامی f_n (۷۰ هرتز)، زاویه اولیه δ_0 و زاویه فاز θ_{ph1} به صورت رابطه زیر تولید می‌کند:

$$V_{TpH1}(t) = V_{pk} \cos(2\pi f_n t - \delta_0 - \theta_{ph1}), \quad ph1 = a, b, c \quad (39-3)$$

قسمت سمت راست شکل ۱۰-۳ مدار معادل سه‌فاز موتور AFPM مورد مطالعه را با تمام جزئیات آن در بر دارد. روابط مورد نیاز جهت محاسبه اجزاء مختلف این مدار معادل بر مبنای مدل مغناطیسی ارائه شده در بخش قبل، در ادامه این بخش استخراج می‌شوند.

۱-۳-۳-۱-۱- محاسبه شار پیوندی، ولتاژ القایی داخلی و اندوکتانس‌های سیم‌پیچی آرمیچر

در اینجا شار پیوندی سیم‌پیچ‌های آرمیچر با ملاحظه نحوه توزیع هادی‌ها در مقطع سیم‌پیچی مطابق با شکل ۲-۳ ج مورد محاسبه قرار می‌گیرد. این توزیع با بردارهای ضخامت لایه‌های سیم‌پیچی L_w و تعداد دور لایه‌های سیم‌پیچی N_{Turns_layer} مشخص می‌شود. همچنین فرض می‌شود که Δx_{ij} و Δy_{ij} به ترتیب معرف مقادیر جابجایی افقی و عمودی هادی مستقر در ستون j از لایه i ام سیم‌پیچی نسبت به مرکز سیم‌پیچی هر فاز در شکل ۲-۳ ج باشد. همچنین، Δz_{ij} مقدار جابجایی جانبی هادی مذکور نسبت به سطح هسته استاتور در شکل ۳-۳ را نشان می‌دهد. داریم:

$$\Delta x_{ij} = 0.5(2j - N_{Turns_layer}\{i\} - 1)(W_{wire} + 2W_{insulator}) \quad (40-3)$$

$$\Delta y_{ij} = 0.5(H_{wire} - l_w) + (i - 1)(H_{wire} + 2H_{insulator}) + H_{insulator} \quad (41-3)$$

$$\Delta z_{ij} = 0.5H_{wire} + (i - 1)(H_{wire} + 2H_{insulator}) + H_{insulator} \quad (42-3)$$

بنابر تعریف، شار پیوندی $\lambda_{ph1}(t)$ به هر یک از مسیرهای موازی جریان در فاز $ph1$ مربوط می‌شود

و دو بخش دارد:

$$\lambda_{ph1}(t) = \lambda_{ph1_pm}(t) + \sum_{ph0=a,b,c} \lambda_{ph1_ph0}(t) \quad , \quad ph1=a,b,c \quad (43-3)$$

اولین بخش، سهم آهنرباهای دائم $\lambda_{ph1_pm}(t)$ به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \lambda_{ph1_pm}(t) &= \frac{2p}{a_p} \sum_{i=1}^{N_{layer}} \sum_{j=1}^{N_{Turns_layer}\{i\}} \int_{\frac{\tau_p \theta_{ph1}}{\pi} + \Delta x_{ij}}^{\frac{\tau_p \theta_{ph1}}{\pi} + \Delta x_{ij} + \tau_p} l_i B_{pm,y}(x, l_{pm} + g + 0.5l_w - \Delta y_{ij}, t) dx \\ &= \frac{2p}{a_p} \sum_{i=1}^{N_{layer}} \sum_{j=1}^{N_{Turns_layer}\{i\}} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{4\tau_p l_i B_r}{(n\pi)^2} \sin\left(\frac{\alpha n \pi}{2}\right) e^{\frac{n\pi(-g-0.5l_w+\Delta y_{ij})}{\tau_p}} + e^{\frac{-n\pi(g+1.5l_w+\Delta y_{ij})}{\tau_p}} \times \right. \\ &\quad \left. (1 - e^{-2n\pi l_{pm}/\tau_p}) \sin(n[p\theta_m(t) - \theta_{ph1} - \pi\Delta x_{ij}/\tau_p]) \right) \end{aligned} \quad (44-3)$$

‡ Back EMF

که در آن، ضریب $\lambda_{ph1-ph0}$ نشانگر تعداد سیمپیچهای سری در هر مسیر موازی جریان می‌باشد. با

جایگذاری روابط جدول ۳-۲ برای τ_p و l_i ، ولتاژ القابی داخلی در فاز $ph1$ یعنی $E_{ph1-ph0}(t)$ به صورت

زیر به دست می‌آید:

$$E_{ph1-ph0}(t) = d\lambda_{ph1-ph0}(t)/dt = (D_o^2 - D_i^2)p\omega_m(t)/(\pi a_p) \times \\ \sum_{i=1}^{N_{layer}} \sum_{j=1}^{N_{Tums layer}} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{(B_r/n) \sin(\alpha n \pi/2) \frac{e^{n\pi(-g-0.5l_w+\Delta y_{ij})/\tau_p} + e^{-n\pi(g+1.5l_w+\Delta y_{ij})/\tau_p}}{1-e^{-2n\pi(g+l_w+l_{pm})/\tau_p}}}{(1-e^{-2n\pi l_{pm}/\tau_p}) \cos(n[p\theta_m(t) - \theta_{ph1} - \pi\Delta x_{ij}/\tau_p])} \right) \quad (45-3)$$

بخش دوم از شار پیوندی $\lambda_{ph1-ph0}(t)$ سهم برآیند سیمپیچهای سه‌فاز استاتور (یعنی شار عکس-العمل آرمیچر) را شامل می‌شود. این مؤلفه در اینجا با عبارت $\sum \lambda_{ph1-ph0}(t)$ نمایش داده می‌شود که $\lambda_{ph1-ph0}$ نماینده سهم شار پیوندی هر مسیر موازی در فاز $ph1$ است که به وسیله مجموع اثرات سه فاز $c = a, b, c$ مربوط به تمام جفت قطب‌های ماشین ایجاد شده است. پارامتر $\lambda_{ph1-ph0}(t)$ شامل دو بخش است: سهم بازوهای اصلی کلافها $\lambda_{ph1-ph0,m}(t)$ و سهم کله‌سیم‌ها $\lambda_{ph1-ph0,l}(t)$ قابل توجه است که چگالی شار بازوهای کلاف \mathbf{B}_{ph0EW} و \mathbf{B}_{ph0W} در روابط (۱۷-۳) تا (۲۰-۳) با این فرض محاسبه شدند که شرایط تقارن (همسانی) میان تمامی جفت قطب‌های ماشین برقرار باشد. بنابراین، روابط مذکور اثر برآیند همه گروههای سیمپیچی در فاز $ph0$ بر روی فاز $ph1$ را مدل می‌کنند. بر اساس این روابط، شارهای پیوندی $\lambda_{ph1-ph0,l}(t)$ و $\lambda_{ph1-ph0,m}(t)$ به صورت زیر حاصل می‌گردند:

$$\lambda_{ph1-ph0}(t) = \lambda_{ph1-ph0,m}(t) + \lambda_{ph1-ph0,l}(t) \\ = \frac{2p}{a_p} \sum_{i=1}^{N_{layer}} \sum_{j=1}^{N_{Tums layer}} \int_{\frac{\tau_p \theta_{PH}}{\pi} + \Delta x_{ij}}^{\frac{\tau_p \theta_{PH}}{\pi} + \Delta x_{ij} + \tau_p} \left(l_i \mathbf{B}_{ph0W} (x, l_{pm} + g + 0.5l_w - \Delta y_{ij}, t) + l_{cs} \mathbf{B}_{ph0EW} (x, \Delta z_{ij}, t) \right) dx \quad (46-3) \\ = \frac{2p}{a_p} \sum_{i=1}^{N_{layer}} \sum_{j=1}^{N_{Tums layer}} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} \frac{4\mu_0 \tau_p^2 J_{ph0}(t)}{(n\pi)^3} \sin\left(\frac{\alpha_s n \pi}{2}\right) \cos(n[\theta_{ph0} - \theta_{ph1} - \frac{\pi\Delta x_{ij}}{\tau_p}]) \times \\ l_i [2 - \frac{(1 - e^{-2n\pi(g+l_{pm})/\tau_p})(e^{n\pi(\Delta y_{ij}-0.5l_w)/\tau_p} + e^{-n\pi(\Delta y_{ij}+1.5l_w)/\tau_p})}{1 - e^{-2n\pi(g+l_w+l_{pm})/\tau_p}}] \\ + l_{cs} (2 - e^{n\pi(\Delta z_{ij}-l_w)/\tau_p} - e^{-n\pi(\Delta z_{ij}+l_w)/\tau_p}) \end{array} \right\}$$

فرض کنید که $ph1=ph0$ به ازای L_{ph1_ph0} معرف اندوکتانس خودی فاز ۱ و به ازای $ph1 \neq ph0$ معرف اندوکتانس متقابل معادل بین فازهای ۱ و $ph0$ باشد. بر این اساس، عبارت $a_p L_{ph1_ph0}$ به یک مسیر موازی در فاز ۱ مربوط می‌شود که شار پیوندی آن (یعنی $\lambda_{ph1_ph0}(t)$) از اثر برآیند جریان‌های در تمامی مسیرهای موازی جریان در فاز $ph0$ ناشی شده است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \lambda_{ph1_ph0}(t) &= \left(a_p L_{ph1_ph0} \right) \left(i_{ph0}(t) / a_p \right) = L_{ph1_ph0} i_{ph0}(t) \\ \Rightarrow L_{ph1_ph0} &= \lambda_{ph1_ph0}(t) / i_{ph0}(t) \end{aligned} \quad (47-3)$$

اندوکتانس از دو مؤلفه ساخته شده است: سهم بازوهای کلاف

و سهم کله‌سیم‌ها $L_{ph1_ph0,l}$ با استفاده از روابط (۴۶-۳) و (۴۷-۳) داریم:

$$L_{ph1_ph0,m} = \frac{2p}{a_p^2} \sum_{i=1}^{N_{layer}} \sum_{j=1}^{N_{Turns_layer}\{i\}} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{\frac{4\mu_0 l_i \tau_p^2 \sin(\alpha_s n \pi / 2) \cos(n[\theta_{ph0} - \theta_{ph1} - \pi \Delta x_{ij} / \tau_p])}{(n\pi)^3 W_{wire} H_{wire}} \times}{[2 - \frac{(1 - e^{-\frac{-2n\pi(g+l_{pm})}{\tau_p}})(e^{\frac{n\pi(\Delta y_{ij} - 0.5l_w)}{\tau_p}} + e^{\frac{-n\pi(\Delta y_{ij} + 1.5l_w)}{\tau_p}})}{1 - e^{-2n\pi(g+l_w + l_{pm})/\tau_p}}]} \right) \quad (48-3)$$

$$L_{ph1_ph0,l} = \frac{2p}{a_p^2} \sum_{i=1}^{N_{layer}} \sum_{j=1}^{N_{Turns_layer}\{i\}} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{\frac{4\mu_0 l_{cs} \tau_p \sin(\alpha_s n \pi / 2) \cos(n[\theta_{ph0} - \theta_{ph1} - \pi \Delta x_{ij} / \tau_p])}{(n\pi)^3 W_{wire} H_{wire}} \times}{(2 - e^{n\pi(\Delta z_{ij} - l_w)/\tau_p} - e^{-n\pi(\Delta z_{ij} + l_w)/\tau_p})} \right) \quad (49-3)$$

۳-۱-۲-۳-۱-۲- محاسبه مقاومت آرمیچر

مقاومت بر فاز سیم‌پیچی آرمیچر R_s به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_s = 2K_{skin} \rho_{cu} N_t \sum_{i=1}^{N_{layer}} (l_i + l_{cs} + 2L_{w_layer}\{i\}) / (a_p N_{layer} W_{wire} H_{wire}) \quad (50-3)$$

که در آن، $T_{opt} = 70^\circ\text{C}$ معرف مقاومت مخصوص مس در دمای کاری

می‌باشد. همچنین، ضریب اثر پوستی است که مقدار آن در اینجا با تقریب خوبی برابر با 1.002 در نظر گرفته می‌شود.

۳-۱-۳-۳-۱-۳- مقاومت تلفات آهن

مقدار تلفات آهن در ماشین مستقیماً به توزیع میدان مغناطیسی در قسمت‌های آهنی ناشی از برآیند اثر آهنرباهای دائم و عکس‌العمل آرمیچر بستگی دارد. از سوی دیگر، اثر عکس‌العمل آرمیچر به‌وسیله جریان آرمیچر ایجاد می‌شود که خود از تلفات آهن تأثیر می‌پذیرد. به‌دلیل وجود این تأثیر متقابل، محاسبه دقیق مقدار کل تلفات آهن ماشین منوط به مدل نمودن تلفات آهن درون مدار معادل ماشین می‌باشد. بر این اساس، مقاومت معادل تلفات آهن ماشین به‌صورت یک مقاومت موازی ($R_{Fe}(t)$) مابین اندوکتانس کل آرمیچر (مجموع اندوکتانس بازوهای کلاف و کله‌سیم‌ها) و مقاومت آرمیچر در هر فاز مدل می‌گردد. این نحوه مدل‌سازی بر اساس ساختار مغناطیسی ماشین AFPM مورد مطالعه در این پایان‌نامه پیشنهاد می‌شود که در آن، بازوهای کلاف و کله‌سیم‌ها هر دو در مجاورت با هسته استاتور قرار داشته و در شار مغناطیسی عبوری از هسته استاتور و تلفات آهنی منتجه نقش دارند.

به‌منظور محاسبه مقاومت ($R_{Fe}(t)$ ، ابتدا رابطه مقدار کل تلفات آهن هسته استاتور ماشین (P_{Fe}) به‌صورت انتگرال چگالی تلفات آهن $\{B_{cs}(x,y,t), f(t)\}$ (معرفی شده در رابطه (۱-۳)) روی کل حجم هسته استاتور استخراج می‌گردد:

$$P_{Fe} = 8pl_i \int_{l_{pm}+g+l_w}^{l_{pm}+g+l_w+\frac{l_{cs}}{2}} \int_{\frac{p\tau_p\theta_m(t)}{\pi}}^{\frac{p\tau_p\theta_m(t)+\tau_p}{2}} p_{Fe} \{B_{cs}(x,y,t), f(t)\} dx dy \\ = 8pl_i \int_{l_{pm}+g+l_w}^{l_{pm}+g+l_w+\frac{l_{cs}}{2}} \int_{\frac{p\tau_p\theta_m(t)}{\pi}}^{\frac{p\tau_p\theta_m(t)+\tau_p}{2}} 7700 \left(7.164 \times 10^{-6} f^2(t) B_{cs}^2(x,y,t) + 0.0377 f^{0.996}(t) B_{cs}^{1.743}(x,y,t) \right) dx dy \quad (۱-۳)$$

که در آن $f(t)$ فرکانس الکتریکی لحظه‌ای ماشین بوده و $B_{cs}(x,y,t) = \sqrt{B_{csx}^2(x,y,t) + B_{csy}^2(x,y,t)}$ نماینده مقدار کل چگالی شار هسته استاتور ناشی از اثر برآیند آهنرباهای دائم و عکس‌العمل آرمیچر است. در مرحله بعد باید P_{Fe} را به‌جای متغیر B_{cs} ، بر حسب متغیر الکتریکی $E_{pk}(t)$ محاسبه نمود که $E_{pk}(t)$ دامنه ولتاژ القایی کل در هر فاز آرمیچر (تحت تأثیر برآیند آهنرباهای دائم و عکس‌العمل آرمیچر)، یعنی ولتاژ دو سر R_{Fe} در

شکل ۱۰-۳ می‌باشد. در این راستا فرض می‌شود که $E_{ph1}(t)$ را بتوان با تقریب خوبی به صورت یک سیگنال کاملاً سینوسی در هر لحظه t البته با دامنه متغیر با زمان $E_{pk}(t)$ در نظر گرفت:

$$E_{ph1}(t) \approx E_{pk}(t) \cos(p\theta_m(t) - \theta_{ph1}) \quad (52-3)$$

که با توجه به ولتاژ ترمینال کاملاً سینوسی مفروض در رابطه (۳۹-۳) با تقریب خوبی قابل قبول می‌باشد. این فرض به طور تلویحی معادل با این فرض است که مؤلفه y چگالی شار برآیند فاصله هوایی x در راستای محور $y=l_{pm}+g+l_w$ روی سطح هسته استاتور $B_{gy}(x, l_{pm}+g+l_w, t)$ سینوسی توزیع شود:

$$B_{gy}(x, l_{pm} + g + l_w, t) \approx B_{pk}(t) \cos\left(\frac{\pi x}{\tau_p} - p\theta_m(t)\right) \quad (53-3)$$

که $B_{pk}(t)$ معرف مقدار دامنه متغیر با زمان موج است. دلیل اصلی فرض فوق آن است که در اثر عکس‌العمل آرمیچر، توزیع چگالی شار برآیند فاصله هوایی در راستای محور x مشابه با شکل موج ولتاژ ترمینال خواهد بود. رابطه بین $E_{pk}(t)$ و $B_{pk}(t)$ می‌تواند به طریق مشابه با رابطه (۴۵-۳) (ولتاژ القایی داخلی) به صورت زیر محاسبه شود:

$$B_{pk}(t) = \frac{4E_{pk}(t)}{(D_o^2 - D_i^2)\omega_m(t)N_t} = \frac{2pE_{pk}(t)}{(D_o^2 - D_i^2)\pi f(t)N_t} \quad (54-3)$$

اکنون، بردار چگالی شار مغناطیسی $\mathbf{B}_{cs} = B_{csx}(x, y, t)\hat{i} + B_{csy}(x, y, t)\hat{j}$ در هسته استاتور بر حسب فرمول‌بندی می‌شود. با استفاده از روابط (۲۵-۳)، (۲۶-۳)، (۵۳-۳) و (۵۴-۳) داریم:

$$B_{csx}(x, y, t) = \frac{4E_{pk}(t)\tau_p e^{(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}}}{\pi(D_o^2 - D_i^2)\omega_m(t)N_t C_s} \sin\left(\frac{\pi x}{\tau_p} - p\theta_m(t)\right) \quad (55-3)$$

$$B_{csy}(x, y, t) = \frac{4E_{pk}(t)(e^{l_{cs}/(2\sqrt{C_s})} - e^{(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}})}{(D_o^2 - D_i^2)\omega_m(t)N_t \sqrt{C_s}} \cos\left(\frac{\pi x}{\tau_p} - p\theta_m(t)\right) \quad (56-3)$$

بر این اساس، توزیع دامنه چگالی شار B_{cs} درون هسته استاتور به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$B_{cs}(x, y, t) = \sqrt{B_{csx}^2(x, y, t) + B_{csy}^2(x, y, t)} = \frac{\sqrt{2} p E_{pk}(t)}{\pi^2 C_s (D_o^2 - D_i^2) f(t) N_t} \times$$

$$\sqrt{\tau_p^2 e^{2(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}} + \pi^2 C_s (e^{l_{cs}/(2\sqrt{C_s})} - e^{(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}})^2 +} \\ \left(\pi^2 C_s (e^{l_{cs}/(2\sqrt{C_s})} - e^{(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}})^2 - \tau_p^2 e^{2(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}} \right) \cos\left(\frac{2\pi x}{\tau_p} - 2p\theta_m(t)\right) \quad (57-3)$$

با جایگذاری B_{cs} از رابطه (51-3) داخل رابطه (57-3)، مقدار کل تلفات آهنی هسته استاتور P_{Fe} به-

صورت تابعی از $E_{pk}(t)$ و $\omega_m(t)$ (یا معادلا $f(t) = p\omega_m(t)/(2\pi)$ به گونه‌ای که محاسبه می‌شود:

$$P_{Fe}(E_{pk}(t), \omega_m(t)) = K_{eddy} \frac{E_{pk}^2}{4} \frac{1}{3} + K_{hyst} \frac{E_{pk}^{1.743}}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{2} \frac{a_{m4}^{0.746}}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{3} \quad (58-3)$$

$$P_{eddy}(t) \qquad \qquad \qquad P_{hyst}(t)$$

که دو عبارت $P_{hyst}(t)$ و $P_{eddy}(t)$ در سمت راست معادله به ترتیب سهم تلفات مربوط به جریان‌های

ادی و هیسترزیس را نشان می‌دهند و ضرایب K_{hyst} و K_{eddy} با استفاده از انتگرال‌های عددی زیر

محاسبه می‌شوند:

$$K_{eddy} = \frac{0.009 p^3 l_i}{[C_s N_t (D_o^2 - D_i^2)]^2} \times$$

$$\int_0^{\frac{l_{cs}}{2}} \int_{\frac{p\tau_p\theta_m(t)}{\pi} + \frac{\tau_p}{2}}^{\frac{p\tau_p\theta_m(t)}{\pi} + \frac{\tau_p}{2}} \left[\tau_p^2 e^{2(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}} + \pi^2 C_s (e^{l_{cs}/(2\sqrt{C_s})} - e^{(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}})^2 + \right. \\ \left. [\pi^2 C_s (e^{l_{cs}/(2\sqrt{C_s})} - e^{(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}})^2 - \tau_p^2 e^{2(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}}] \times \cos\left(\frac{2\pi x}{\tau_p} - 2p\theta_m(t)\right) \right] dxdy \quad (59-3)$$

$$K_{hyst} \approx \frac{309.9 p^{1.996} l_i}{[C_s N_t (D_o^2 - D_i^2)]^{1.74267}} \times$$

$$\int_0^{\frac{l_{cs}}{2}} \int_{\frac{p\tau_p\theta_m(t)}{\pi} + \frac{\tau_p}{2}}^{\frac{p\tau_p\theta_m(t)}{\pi} + \frac{\tau_p}{2}} \left[\tau_p^2 e^{2(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}} + \pi^2 C_s (e^{l_{cs}/(2\sqrt{C_s})} - e^{(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}})^2 + \right. \\ \left. [\pi^2 C_s (e^{l_{cs}/(2\sqrt{C_s})} - e^{(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}})^2 - \tau_p^2 e^{2(y-g-l_w-l_{pm})/\sqrt{C_s}}] \times \cos\left(\frac{2\pi x}{\tau_p} - 2p\theta_m(t)\right) \right]^{0.871} dxdy \quad (60-3)$$

مطابق رابطه (۳-۵۸)، مقاومت تلفات آهن ($R_{Fe}(t)$) می‌تواند به صورت مقاومت معادل مقاومت‌های موازی $Reddy||R_{hyst}(t)$ در نظر گرفته شود که $Reddy$ و $R_{hyst}(t)$ مقاومت‌های بر فاز معادل با تلفات جریان‌های ادی و هیسترزیس می‌باشند:

$$R_{Fe}(t) = R_{eddy} \cdot R_{hyst}(t) / \left[R_{eddy} + R_{hyst}(t) \right] \quad (81-3)$$

مرحله آخر مدلسازی تلفات آهن، استخراج مقاومت‌های $R_{hyst}(t)$ و R_{Reddy} از رابطه‌های (۳-۵۸) تا (۳-۶۰) می‌باشد. در اینجا باید به این نکته توجه نمود که به دلیل افت ولتاژ اندک روی مقاومت آرمیچر، $E_{ph1}(t)$ و $B_{gy}(x, l_{pm}+g+l_w, t)$ احتمالاً اندکی با سیگنال‌های سینوسی خالص مفروض در روابط (۳-۵۲) تا (۳-۵۳) متفاوت خواهند بود. این خطای کوچک در اینجا تا حد ممکن از طریق روش‌های پیشنهادی جهت محاسبه مقاومت‌های $R_{hyst}(t)$ و R_{Reddy} به شرح زیر جبران می‌شود.

۱-۳-۱-۳-۳-۳- مقاومت تلفات جریان ادی

در عمل، معادله مشخصه چگالی تلفات آهن طبق رابطه (۱-۳) از طریق انجام آزمایشی محاسبه شده که در آن با استفاده از یک منبع ولتاژ سینوسی ایده‌آل با فرکانس مشخص، شار مغناطیسی سینوسی با همان فرکانس را درون آلیاژ فولادی مورد نظر ایجاد کرده است. در نتیجه، در تمامی روابط نوشته شده تا کنون می‌توان جایگذاری $E_{pk}(t) = \sqrt{2}E_{rms}(t)$ را اعمال نمود. از سوی دیگر، کل تلفات جریان‌های ادی ذاتا از مجموع مقادیر تلفات V^2/R کوچک مربوط به حلقه‌های جریان‌های گردابی در هسته استاتور نشأت می‌گیرد و بنابراین، به مقدار مؤثر لحظه‌ای $E_{ph1}(t)$ یعنی $E_{rms}(t)$ وابسته است. بر این اساس، ترجیحاً مقدار کل تلفات جریان ادی $P_{eddy}(t)$ به صورت زیر بر حسب $E_{rms}(t)$ بیان می‌شود:

$$P_{edd} (t) = 2K_{edd} E_{ms}^2 (t) \quad (62-3)$$

که $E_{rms}(t)$ با استفاده از رابطه زیر از سیگنال‌های سه‌فاز $E_{ph1}(t)$ استخراج می‌گردد:

$$E_{rms}(t) = \sqrt{\sum_{phl=a,b,c} E_{phl}^2(t)/3} \quad (63-3)$$

توجه شود که رابطه فوق در شرایطی که $E_{ph1}(t)$ لزوما سینوسی ایده‌آل نباشد نیز اعتبار دارد. بنابراین

داریم:

$$P_{edd} (t) = \frac{2}{3} K_{edd} \sum_{ph1=a,b,c} E_{ph1}^2(t) \quad (64-3)$$

بر این اساس، مقاومت معادل R_{edd} را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$R_{edd} = 3/(2K_{edd}) \quad (65-3)$$

۳-۱-۳-۲- مقاومت تلفات هیسترزیس

برخلاف تلفات جریان ادی، تلفات هیسترزیس ذاتا به مقدار دامنه و فرکانس پایه $E_{ph1}(t)$ وابسته است.

بنابراین، ترجیح بر آن است که تلفات هیسترزیس $P_{hyst}(t)$ مطابق رابطه (۵۸-۳) بر حسب $(E_{pk}(t))$ و

$\omega_m(t)$ بیان گردد. بر این اساس، مقاومت معادل $R_{hyst}(t)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R_{hyst}(t) = \omega_m^{0.74637}(t) \sum_{ph1=a,b,c} E_{ph1}^2(t) / (K_{hyst} E_{pk}^{1.74267}(t)) \quad (66-3)$$

که در اینجا به منظور جبران خطای کوچک ناشی از سینوسی کامل نبودن $(E_{ph1}(t))$ عبارت $\sum E_{ph1}^2(t)$

و $(E_{pk}(t))$ بر حسب هم نوشته نمی‌شوند (چرا که در صورت سینوسی کامل بودن $(E_{ph1}(t))$ می‌توان رابطه

$$\text{را به کار برد). به همین دلیل، } R_{hyst}(t) \text{ از این پس به صورت تابعی از} \sum_{ph1=a,b,c} E_{ph1}^2(t) = 1.5 E_{pk}^2(t) \text{ می‌شود.}$$

سیگنال‌های سه‌فارز $(E_{ph1}(t))$ و نیز $(\omega_m(t))$ در نظر گرفته می‌شود که تمامی این سیگنال‌ها از

یکدیگر مستقلند. بر اساس رابطه (۶۱-۳) رویکرد مشابهی برای مقاومت معادل کل تلفات آهن $(R_{Fe}(t))$

نیز اتخاذ می‌گردد که جهت تأکید آن از این پس نشان‌گذاری جدید

استفاده خواهد شد. به جای $R_{Fe}(t)$ استفاده $R_{Fe}(E_a(t), E_b(t), E_c(t), E_{pk}(t), \omega_m(t))$

۳-۳-۲- دستگاه معادلات دیفرانسیل عملکرد موتور

به منظور استخراج پاسخهای دینامیکی و حالت ماندگار عملکرد موتور، دستگاه معادلات دیفرانسیل آن

به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$V_{Tph1}(t) - R_s i_{Tph1}(t) - L_T di_{Tph1}(t)/dt - E_{ph1}(t) - U_n(t), \quad ph1=a,b,c \quad (67-3)$$

$$i_{Tph1}(t) = i_{ph1}(t) + E_{ph1}(t)/R_{Fe} (E_a(t), E_b(t), E_c(t), E_{pk}(t), \omega_m(t)) , \quad ph1=a,b,c \quad (68-3)$$

$$E_{pk}(t) = \max_{t'} |E_a(t')| , \quad t - T(t) < t' \leq t , \quad T(t) = 2\pi/(p\omega_m(t)) \quad (69-3)$$

$$E_{ph1}(t) = \sum_{ph0=a,b,c} L_{ph1-ph0} di_{ph0}/dt + E_{ph1-pm} (\omega_m(t), \theta_m(t)) , \quad ph1=a,b,c \quad (70-3)$$

$$\sum_{ph1=a,b,c} E_{ph1-pm} (\omega_m(t), \theta_m(t)) i_{ph1}(t) - b_{Friction} \omega_m^2(t) - J_{Inertia} \cdot \omega_m(t) \cdot d\omega_m/dt = 0 \quad (71-3)$$

$$d\theta_m(t)/dt - \omega_m(t) = 0 \quad (72-3)$$

$U_n(t) = R_n \sum_{\substack{1 \ 4 \ 4 \ 4 \ 4 \\ \text{With Neutral Wire}}} i_{Tph1}(t)$	or	$\sum_{\substack{1 \ 4 \ 4 \ 4 \ 4 \\ \text{Without Neutral Wire}}} i_{Tph1}(t) = 0$
$2^{h1} 4^{a,b,c} 4 \ 43$	$1^{h1} 4^{a,b,c} 2 \ 4 \ 4 \ 3$	

که رابطه (67-3) بر مبنای قانون ولتاژ کیرشوف در حلقه‌های سه‌فاز مدار معادل شکل ۱۰-۳ نوشته

شده و R_n و $U_n(t)$ به ترتیب نماینده مقادیر مقاومت و پتانسیل الکتریکی سیم نول نسبت به نقطه

خنثی منبع سه‌فاز می‌باشند. همچنین نمادهای $i_{ph1}(t)$ و $i_{Tph1}(t)$ (۶۸-۳) به ترتیب جریان‌های

سه‌فاز ترمینال ماشین و جریان‌های مجازی داخلی آرمیچر را نشان می‌دهند. این دو مجموعه جریان

بر اساس رابطه (68-۳) به یکدیگر مرتبط می‌شوند. با استفاده از رابطه (69-۳)، $E_{pk}(t)$ در هر لحظه

زمانی t به صورت بیشینه مقدار قدر مطلق $E_a(t')$ روی تمام لحظات زمانی t' در بازه یک دوره تناوب

قبل از t (یعنی $t-T(t) < t' \leq t$) محاسبه می‌شود. دوره تناوب لحظه‌ای $T(t)$ نیز بر حسب $\omega_m(t)$ به-

صورت $T(t)=2\pi/(p\omega_m(t))$ تعریف می‌گردد. قابل توجه است که هر تابع متناوب مطمئناً در بازه زمانی

یک دوره تناوب کامل به بیشینه مقدار قدر مطلق خود می‌رسد. معادلات مربوط به سیگنال‌های سه‌فاز

در رابطه (70-۳) بر حسب ولتاژهای القایی داخلی و مشتقهای زمانی جریان‌های سه‌فاز داده

شده است. نشان‌گذاری جدید $E_{ph1_pm}(\omega_m(t), \theta_m(t))$ جهت تأکید بر وابستگی ولتاژهای القایی داخلی به متغیرهای حالت $\theta_m(t)$ و $\omega_m(t)$ به کار برد شده است. معادله دینامیک حرکت به صورت رابطه (۷۱-۳) بیان شده که در آن $b_{Friction}$ و $J_{Inertia}$ به ترتیب معرف ضریب اصطکاک و ممان اینرسی روتور هستند. علاوه بر این، $\theta_m(t)$ و $\omega_m(t)$ بر اساس رابطه (۷۲-۳) به یکدیگر مربوط می‌شوند. وابستگی زمانی متغیرهای $R_{Fe}(t)$ و $\omega_m(t)$ حتی در شرایط عملکرد حالت ماندگار ماشین در حقیقت از ریپل-های گشتاوری نشأت می‌گیرد که در اثر هارمونیک‌های موجود در ولتاژ القایی داخلی و جریان آرمیچر به وجود آمده‌اند. در اینجا رابطه (۷۳-۳) دو حالت عملکردی متفاوت یعنی شرایط وجود یا حذف سیم نول را برای موتور سنکرون AFPM معرفی می‌نماید. با وجود سیم نول، متغیرهای حالت عبارتند از سیم نول، پتانسیل $U_n(t)$ نیز به عنوان یک متغیر حالت مستقل مطرح می‌شود که البته عبارت مشتق زمانی آن در معادلات وجود ندارد (یعنی مجموعاً تعداد ۹ متغیر حالت). در هر یک از این دو حالت، معادلات فوق یک دستگاه معادلات مخلوط دیفرانسیل-جبری^۱ را تشکیل می‌دهند که می‌تواند با استفاده از تابع حل ode15i در نرم‌افزار MATLAB حل شود.

۴-۳- نتیجه‌گیری فصل

در این فصل، مدل تحلیلی جامعی جهت محاسبه مشخصه‌های عملکردی اصلی موتور مغناطیس دائم شار محوری مورد مطالعه ارائه گردید. روابط تحلیلی حاصل در این فصل می‌توانند به همراه روابط تحلیلی استخراج شده در فصل بعد (فصل چهارم) در الگوریتم طراحی ماشین شار محوری آهنربای دائم مورد استفاده قرار گیرند. این هدف در فصل پنجم محقق خواهد شد.

^۱ Differential Algebraic Equations (DAE)

فصل چهارم

مدلسازی نیروهای ارتعاشی، نحوه ارتعاش و نویز

صوتی موتور شار محوری آهنربای دائم بدون

شیار

۴-۱ مقدمه فصل

اولین قدم جهت مدلسازی ارتعاشات در یک ماشین الکتریکی، محاسبه نیروهای ارتعاشی وارد بر اجزاء مختلف آن می‌باشد. انواع مختلف این نیروها در حالت کلی در فصل دوم معرفی شدند. مطابق توضیحات فصل دوم، این نیروها در حالت کلی سه دسته نیروهای وارد بر سیم‌پیچی (نیروی لورنتز)، نیروهای وارد بر آهنرباهای دائم و نیروهای وارد بر هسته‌های فرومغناطیس ماشین‌ها (نیروهای ماکسول) را شامل می‌شوند. همچنین چنانکه در فصل دوم گفته شد، مؤلفه‌هایی از این نیروها که بر راستای حرکت روتور مماسند (در اینجا مؤلفه x) در تولید گشتاور الکترومغناطیسی ماشین شرکت نموده و مؤلفه‌های عمود بر راستای حرکت (در اینجا مؤلفه y ، سبب ارتعاش اجزاء ماشین می‌شوند. از منظر دیگر، نیروهای مغناطیسی را در حالت کلی می‌توان به دو دسته نیروهای سطحی و حجمی تقسیم‌بندی نمود. نیروهای سطحی^۱ تنها به سطوح خارجی جسم مورد نظر وارد می‌آیند، در حالی که نیروهای حجمی^۲ به تک‌تک ذرات داخل حجم جسم اثر می‌کنند. در فصل دوم، روابط بسیار ساده شده‌ای برای توزیع چگالی سطحی نیروهای ماکسول در ماشین‌های شیاردار متداول (با فاصله هوایی بسیار کوچک و ضریب نفوذپذیری مغناطیسی بینهایت در هسته‌های آهنی) ارائه گردید. البته چنانکه مشاهده شد، طول فاصله هوایی مؤثر در ماشین شار محوری آهنربای دائم بدون شیار مورد مطالعه در این فصل نسبتاً بزرگ بوده و ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته‌های ماشین نیز محدود است. به همین دلیل، در اینجا نمی‌توان از روابط تقریبی فصل دوم جهت محاسبه دقیق توزیع نیروهای مغناطیسی در ماشین مورد مطالعه استفاده نمود. در زمان نگارش این پایان‌نامه و سالیان قبل از آن، ارائه یک رابطه کلی که توزیع تمامی نیروهای حجمی و سطحی وارد بر یک جسم را در حالت کلی و در همه شرایط ممکن محاسبه نماید، همواره به عنوان یک چالش مطرح بوده است. مراجع مختلف نظیر [۶۸]-[۹۵] هر یک روابط متفاوتی را در این زمینه ارائه کرده‌اند که البته در بسیاری از موارد

^۱ Superficial Forces

^۲ Volumetric Forces

روابط و روش‌های ارائه شده به‌وسیله این مراجع با یکدیگر متفاوت می‌باشد. از عمدۀ روش‌های قدیمی ارائه شده در این خصوص، استفاده از منابع معادل بار یا جریان با توزیع سطحی یا حجمی است که در [۷۰، [۸۰] معرفی شده‌اند. علی‌رغم آنکه این روش‌ها همگی مقدار کل نیرو را به‌درستی محاسبه می‌کنند، انواع کاملاً متفاوتی از توزیع نیروها ارائه می‌نمایند. به همین دلیل، این روش‌ها نمی‌توانند در محاسبه نحوه ارتعاش بخش‌های مختلف یک ماشین الکتریکی مفید واقع گردند. در این میان، مؤثرترین تلاش‌ها جهت ارائه یک رابطه کلی برای محاسبه تمامی انواع توزیع نیروهای سطحی و حجمی در مواد مختلف به‌وسیله مراجع [۶۸، [۷۴، [۷۵، [۷۸، [۹۲ صورت گرفته است.

هر یک از این مراجع با تغییر و اصلاح تنسور تنّش ماسکول به روش‌های مختلف، انواع متفاوتی از تنسورها را ارائه داده و ادعا نموده‌اند که تنسور حاصل قادر به محاسبه نیروهای مغناطیسی در کلی-ترین حالت می‌باشد. این در حالی است که هیچکدام از مقالات فوق نتایج عددی محکمی جهت اثبات کارایی تنسور تنّش پیشنهادی در حالت کلی ارائه نداده‌اند. به همین دلیل، در این فصل از مطالعه حاضر، ابتدا اصلی‌ترین تنسورهای تنّش پیشنهاد شده تا کنون جهت محاسبه نیروهای مغناطیسی مورد بررسی قرار گرفته و با انجام تحلیل‌های ریاضی مفصلی تنسور تنّش معتبر در حالت کلی مشخص می‌شود. در ادامه با استفاده از تنسور تنّش مشخص شده، توزیع انواع نیروهای مغناطیسی در ماشین شار محوری مورد مطالعه محاسبه خواهد شد.

۴-۲- شناسایی و محاسبه تحلیلی نیروهای ارتعاشی

۱-۲-۴- تنسور تنّش^۱

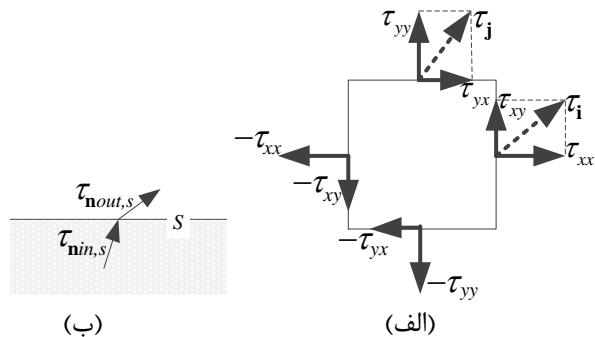
در اینجا برای شروع، فرض می‌شود که $[T]$ یک تنسور تنّش در حالت کلی به فرم زیر باشد:

$$[T] = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

^۱ Stress Tensor

در این صورت، تنسور فوق به صورت یک مجموعه از تنش (یا فشار)‌های وارد بر لبه‌های هر دیفرانسیل حجم داخل ماده مطابق شکل ۴-۱الف تعریف می‌شود. این تعریف می‌تواند به صورت یک رابطه تحلیلی شامل ضرب داخلی (نقطه‌ای) تنسور تنش $[T]$ در بردار نرمال (\mathbf{n}) هر لبه از دیفرانسیل حجم مورد نظر بیان گردد. بر این اساس، بردار تنش $\tau_{\mathbf{n}}$ روی هر لبه به صورت رابطه (۲-۴) به دست می‌آید:

$$\tau_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} \end{bmatrix} \bullet \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} \end{bmatrix}^T \mathbf{n} \Rightarrow \begin{cases} \tau_i = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \\ \tau_j = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (۲-۴)$$



شکل ۴-۱: تفسیر شماتیک یک تنسور تنش در حالت کلی، الف: مجموعه تنش‌های وارد بر لبه‌های هر المان حجم از ماده، ب: ناپیوستگی تنسور تنش روی مرز ماده (با محیط خارج)

که در آن i و j بردارهای یکه محورهای x و y بوده و نمادهای \bullet و T به ترتیب نماینده عملگرهای ضرب داخلی (نقطه‌ای) و ترانهاده می‌باشند. قابل توجه است که برای هر دو تنسور $[T_1]$ و $[T_2]$ داریم:

$[T_1] \bullet [T_2] = [T_1]^T [T_2]$. بنابراین مطابق شکل ۴-۱الف، نیروی کل وارد بر المان حجم مفروض در ماده با جمع برداری تمام بردارهای تنش τ (یعنی τ_i , τ_j و ...) روی لبه‌های المان حجم مفروض برابر می‌باشد. البته با توجه به ناپیوستگی احتمالی تنسور تنش $[T]$ روی مرزهای خارجی ماده (مطابق شکل ۴-۱ب)، نیروی کل وارد بر ماده را می‌توان به دو بخش نیروهای سطحی (وارد بر مرزهای خارجی) و نیروهای حجمی (وارد بر تمام حجم‌های جزئی داخل جسم) تفکیک نمود. در نتیجه، با استفاده از یک تنسور تنش درست در حالت کلی می‌توان توزیع‌های حجمی و سطحی نیروهای مغناطیسی وارد بر

ماده را دقیقاً مورد محاسبه قرار داد. با توجه به شکل ۴-۱ب، چگالی نیروی سطحی \mathbf{f}_s (بر حسب

: N/m^2) وارد بر سطح مرزی ماده با بردار نرمال \mathbf{n} به صورت زیر به دست می‌آید [۷۵، [۷۸]:

$$\mathbf{f}_s = \tau_{nout,s} - \tau_{nin,s} = ([T]_{out,s} - [T]_{in,s}) \bullet \mathbf{n} = ([T]_{out,s} - [T]_{in,s})^T \mathbf{n} \quad (۳-۴)$$

که در آن $\tau_{nout,s}$ و $\tau_{nin,s}$ نماینده بردارهای تنش روی مرز S به ترتیب داخل و خارج ماده (مطابق شکل

۴-۱ب) می‌باشند. به همین ترتیب، تنسورهای تنش روی مرز داخل و خارج

ماده هستند. از سوی دیگر، مطابق شکل ۴-۱ب چگالی نیروی حجمی \mathbf{f}_v (بر حسب N/m^3) داخل ماده

نیز به صورت دیورژانس تنسور $[T]$ محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{f}_v = (\nabla \bullet [T])^T = (\nabla^T [T])^T = \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} \end{bmatrix} \right)^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (۴-۴)$$

در اینجا باید به این نکته توجه کرد که در پژوهش‌های ارائه شده تا کنون دو قرارداد متفاوت برای

عملگر دیورژانس بر روی تنسورها مورد استفاده قرار گرفته‌اند. قرارداد نخست (همانند رابطه فوق)

همان قرارداد موردن استفاده در رساله ماسکول [۹۲] می‌باشد. قرارداد دوم قراردادی است که در برخی

مقالات نظری [۷۵، [۷۸] و ... به کار رفته است. به منظور آنکه روابط تحلیلی این فصل مستقیماً با

روابط حاصل از تنسور تنش ماسکول قابل مقایسه باشند، در این فصل و ادامه این پایان‌نامه، همه جا

از قرارداد نخست استفاده خواهد شد. اکنون فرض کنید V و S به ترتیب نماینده حجم و سطح

در برگیرنده جسم مورد مطالعه باشند. بر اساس نظریه گاووس داریم [۷۸]:

$$\left. \begin{aligned} \iint_V \mathbf{f}_v dv &= \iint_V (\nabla \bullet [T])^T dv = \iint_S [T]_{in,s} \bullet \mathbf{n} ds \\ \iint_S \mathbf{f}_s ds &= \iint_S ([T]_{out,s} - [T]_{in,s}) \bullet \mathbf{n} ds \end{aligned} \right\} \Rightarrow \iint_V \mathbf{f}_v dv + \iint_S \mathbf{f}_s ds = \iint_S [T]_{out,s} \bullet \mathbf{n} ds = \iint_S \tau_{nout,s} ds \quad (۵-۴)$$

رابطه (۵-۴) بیانگر این نکته است که نیروی کل وارد بر جسم را می‌توان با انتگرال‌گیری از تنسور

تنش تعریف شده در محیط بیرون جسم و بر روی مرز در برگیرنده آن محاسبه نمود. اکنون این

پرسش مطرح می‌شود که تنسور تنش معتبر در حالت کلی کدام است. این پرسشی بسیار چالش-

برانگیز است که پیش از این، محققین زیادی به تلاش برای یافتن پاسخ آن به روش‌های متقاوت (و

متناقض) پرداخته‌اند. بنابراین، در ابتدا لازم است که تنسورهای تنش پیشنهاد شده تا کنون مورد بررسی قرار گرفته و مشخص شود که کدامیک در حالت کلی معتبر است.

۴-۲-۲-۴- مروری بر تنسورهای تنش پیشنهاد شده تا کنون جهت محاسبه نیروهای مغناطیسی

ماکسول در رساله خود [۹۲] نخستین بار نسخه اصلی تنسور تنش خود جهت محاسبه نیروهای مغناطیسی را به صورت زیر ارائه داد:

$$[T_M] = \mathbf{B} \otimes \mathbf{H} - \frac{1}{2} (\mu_0 H^2) \mathbf{I} \quad (6-4)$$

که در آن نماد \otimes نماینده ضرب تنسوری (دو دویی) بوده و \mathbf{I} تنسور همانی است. با اتخاذ بردارهای چگالی شار و شدت میدان مغناطیسی به ترتیب به صورت $\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j}$ و بر اساس $\mathbf{H} = H_x \mathbf{i} + H_y \mathbf{j}$ تعريف ضرب تنسوری \otimes ، $[T_M]$ را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$[T_M] = \begin{bmatrix} B_x H_x - \frac{1}{2} (\mu_0 H^2) & B_x H_y \\ B_y H_x & B_y H_y - \frac{1}{2} (\mu_0 H^2) \end{bmatrix} \quad (7-4)$$

بر اساس تنسور تنش ماکسول، درون "ها" که $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ است، دو تنش زیر به هر المان حجم ماده وارد می‌آید: یک تنش کششی به اندازه $(\mu_0 H^2)^{1/2}$ در راستای خطوط میدان، و یک تنش فشاری با اندازه برابر در تمامی جهات عمود بر آن [۷۶، [۸۲، [۹۲]. این نتیجه با اتخاذ جهت محور x در راستای خطوط میدان به سادگی از رابطه (7-4) حاصل می‌گردد [۹۲].

در مراجع متعددی نظیر [۸۲] به این نکته اشاره شده که نسخه اصلی تنسور تنش ماکسول برای سایر مواد به جز هوا (با انواع دیگری از روابط $B-H$) صادق نیست. به منظور بررسی این موضوع، رابطه $B-H$ در مواد خطی به صورت کلی مطابق زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + \mathbf{B}_r \quad (\text{A-4})$$

که چگالی شار مغناطیسی \mathbf{B} ، شدت میدان مغناطیسی \mathbf{H} ، ضریب نفوذپذیری مغناطیسی μ و چگالی شار پس‌ماند \mathbf{B}_r در حالت کلی توابعی از مکان دو بعدی (x و y) و زمان t فرض می‌شوند. رابطه (۸-۴) کلی ترین حالت ممکن را برای مواد مورد استفاده در بخش‌های مختلف ماشین‌های الکتریکی متصور می‌شود. برای مثال، درون آهن هسته‌های استاتور و روتور $\mathbf{B}_r = \mathbf{0}$ است. این موضوع سبب می‌شود که بردارهای \mathbf{B} و \mathbf{H} در هسته‌های آهنی با هم هم‌جهت (ایزوتروپیک) باشند. از سوی دیگر، درون آهنرباهای دائم $\mathbf{B}_r \neq \mathbf{0}$ و $B_r = \mu_{rPM} \mu_0 H$ می‌باشد. به همین دلیل، درون آهنرباهای دائم بردارهای \mathbf{B} و \mathbf{H} لزوماً هم‌جهت نبوده و این مواد از لحاظ مغناطیسی غیرهم‌جهت (غیرایزوتروپیک) هستند. نسخه اصلی تنسور تنش ماکسول تنها درون هوا ($\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$) اعتبار دارد. با این وجود، مطابق رابطه (۵-۴) اگر ماده‌ای کاملاً توسط هوا احاطه شده باشد، البته می‌توان نیروی کل وارد بر جسم را با انتگرال‌گیری از نسخه اصلی تنسور تنش ماکسول روی سطحی درون هوا که به‌طور کامل جسم را احاطه کند، محاسبه نمود. به‌منظور نمایش ریاضی این حقیقت، در اینجا در حالت کلی فرض می‌شود که میدان و ضریب نفوذپذیری مغناطیسی روی مرز خارج ماده باشند (به‌طوری که $\mathbf{B}_{out,s} = \mu_{out,s} \mathbf{H}_{out,s}$). علاوه بر این، \mathbf{n} و \mathbf{T} به‌ترتیب بردارهای به‌طریق مشابه، $\mathbf{B}_{in,s} = \mu_{in,s} \mathbf{H}_{in,s} + \mathbf{B}_r$ و $\mathbf{H}_{in,s} = \mathbf{H}_{in,sn} + \mathbf{H}_{in,stT}$. $\mathbf{B}_{in,s} = \mathbf{B}_{in,sn} \mathbf{n} + \mathbf{B}_{in,stT}$ معرف مؤلفه‌های نرمال و مماس بر سطح مرزی ماده بوده که چنانچه به صورت اندیس به کار روند (یعنی مثلاً $\mathbf{n} = \mathbf{n}_{stT}$). در نهایت، چگالی شار پس‌ماند \mathbf{B}_r به صورت $\mathbf{B}_r = B_{rn} \mathbf{n} + B_{rt} \mathbf{T}$ معرف مؤلفه‌های نرمال و مماسی بردارها را نشان می‌دهند (برای مثال، $\mathbf{B}_{in,sn} = \mathbf{B}_{in,stT}$ به‌ترتیب

1 Isotropic

2 Non-isotropic

مماسی \mathbf{B}_r می‌باشند. بر این اساس، بردار تنش $\tau_{nout,s}$ از روی نسخه اصلی تنسور تنش ماکسول روی مرز خارجی ماده درون هوا (که $\mu_{out,s} = \mu_0$) مطابق روش ارائه شده در رابطه (۲-۴) محاسبه می‌شود. البته باید توجه نمود که این روش مقدار کل نیروی مغناطیسی وارد بر جسم را به فرم سطحی نتیجه می‌دهد (و نه توزیع نیروی سطحی واقعی وارد بر ماده):

$$\begin{aligned}
\tau_{nout,s} &= [T_M]_{out,s} \bullet \mathbf{n} = \left[\mathbf{B}_{out,s} \otimes \mathbf{H}_{out,s} - \frac{1}{2} (\mu_0 H_{out,s}^2) \mathbf{I} \right]^T \mathbf{n} \\
&= (\mathbf{B}_{out,s} \bullet \mathbf{n}) \mathbf{H}_{out,s} - \frac{1}{2} (\mu_0 H_{out,s}^2) \mathbf{n} \\
&= \mu_0 (\mathbf{H}_{out,s} \bullet \mathbf{n}) \mathbf{H}_{out,s} - \frac{1}{2} (\mu_0 H_{out,s}^2) \mathbf{n} = (\mathbf{B}_{out,s} \bullet \mathbf{n}) \frac{\mathbf{B}_{out,s}}{\mu_0} - \frac{\mathbf{B}_{out,s}^2}{2\mu_0} \mathbf{n} \\
&= \frac{B_{out,s}^2 - B_{out,s,T}^2}{2\mu_0} \mathbf{n} + \frac{B_{out,s} B_{out,s,T}}{\mu_0} \mathbf{T}
\end{aligned} \tag{۹-۴}$$

در مدت کوتاهی پس از فوت ماکسول، هلمنهولتز بر اساس پیشنهادی که توسط کورتوگ انجام شد، با محاسبه مقدار تغییر انرژی مغناطیسی در حین حرکت یا تغییر شکل مواد، رابطه‌ای را جهت محاسبه نیروهای مغناطیسی ارائه داد [۸۲]. چنانچه نیروی هلمنهولتز بر اساس تنش‌های هم راستا و عمود بر خطوط میدان در یک ماده خطی و غیرایزوتروپیک بازنویسی شود، حاصل عبارتست از: یک تنش کششی به اندازه $B\mathbf{H}^{(1/2)}$ در راستای خطوط میدان، و یک تنش فشاری با اندازه برابر در تمامی جهات عمود بر آن [۸۲]. بر این اساس می‌توان تنفسور تنش زیر را برای نیروی هلمنهولتز ارائه داد:

$$[T_H] = \mathbf{B} \otimes \mathbf{H} - \frac{1}{2} (\mathbf{B} \bullet \mathbf{H}) \mathbf{I} = \begin{bmatrix} B_x H_x - \frac{1}{2} (\mathbf{B} \bullet \mathbf{H}) & B_x H_y \\ B_y H_x & B_y H_y - \frac{1}{2} (\mathbf{B} \bullet \mathbf{H}) \end{bmatrix} \tag{۱۰-۴}$$

از سوی دیگر، در [۷۵], [۷۶] دو تنفسور تنش متفاوت به ترتیب با نام‌های تنفسورهای کوانرژی و انرژی جهت محاسبه نیروهای مغناطیسی پیشنهاد شده است. بر اساس این مراجع، تنفسور کوانرژی عبارتست از:

$$[T_G] = \mathbf{B} \otimes \mathbf{H} - \mathbf{G}(\mathbf{H}) \mathbf{I} \tag{۱۱-۴}$$

و تنسور انرژی عبارتست از:

$$[T_F] = \mathbf{H} \otimes \mathbf{B} - G(\mathbf{H})\mathbf{I} = \mathbf{H} \otimes \mathbf{B} + [F(\mathbf{H}) - \mathbf{H} \bullet \mathbf{B}]\mathbf{I} \quad (12-4)$$

در مراجع [۶۸], [۷۸] نیز تنسور متفاوتی به صورت زیر تعریف شده است:

$$[T_A] = \frac{1}{2}(\mathbf{H} \otimes \mathbf{B} + \mathbf{B} \otimes \mathbf{H}) - G(\mathbf{H})\mathbf{I} \quad (13-4)$$

در روابط فوق $G(\mathbf{H})$ تابع چگالی کوانرژی در ماده مورد نظر بوده و در حالت کلی به صورت $G(\mathbf{H}) = \mathbf{H} \bullet \mathbf{B} - F(\mathbf{B})$ تعریف می‌شود. همچنین، $F(\mathbf{B})$ تابع چگالی انرژی در ماده می‌باشد. چنانچه رفتار $B-H$ ماده خطی باشد، می‌توان رابطه (۸-۴) را برای آن در نظر گرفت که در آن μ از \mathbf{H} و \mathbf{B} مستقل است (که البته این به معنای مستقل از مکان بودن μ نیست). بر این اساس، مرجع [۷۴] توابع چگالی کوانرژی و انرژی ($G(\mathbf{H})$ و $F(\mathbf{B})$) در یک ماده با رابطه $B-H$ خطی را به ترتیب به صورت روابط [۱۴-۴] و [۱۵-۴] محاسبه نموده است. نویسندهان [۷۴] با استفاده از رابطه (۱۴-۴) در مرجع [۷۵] توزیع نیروهای حجمی را در مواد مختلف محاسبه نموده‌اند.

$$G(\mathbf{H}) = \int_{-\frac{\mathbf{B}_r}{\mu}}^{\mathbf{H}} (\mu \mathbf{H} + \mathbf{B}_r) d\mathbf{H} = \frac{\mu \mathbf{H}^2}{2} + \frac{\mathbf{B}_r^2}{2\mu} + \mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu} \quad (14-4)$$

$$F(\mathbf{B}) = \int_0^{\mathbf{B}} \frac{\mathbf{B} - \mathbf{B}_r}{\mu} d\mathbf{B} = \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu} - \frac{\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{B}}{\mu} \quad (15-4)$$

با دقت در روابط (۱۰-۴) تا (۱۳-۴) مشاهده می‌شود که چنانچه $\mathbf{B}_r=0$ باشد (یعنی در مواد ایزوتropیک) تنسورهای $[T_H]$, $[T_F]$ و $[T_A]$ همگی با هم برابرند. با این وجود، در مواد غیر ایزوتropیک (و مخصوصاً آهنربای دائم) تنسورهای فوق کاملاً با یکدیگر متفاوتند. از این گذشته، حتی در مواد ایزوتropیک غیر از هوا (که $\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}$ و $\mu \neq \mu_0$) نیز تنسورهای فوق همگی با نسخه اصلی تنسور تنش ماکسول $[T_M]$ متفاوت می‌باشند. البته با توجه به این که درون هوا تنسورهای فوق همگی با نسخه اصلی تنسور تنش ماکسول $[T_M]$ برابرند، تمامی این تنسورها یک مقدار یکسان (و صحیح) برای کل نیروی مغناطیسی وارد بر هر جسمی که کاملاً درون هوا محصور شده باشد، ارائه می‌کنند. از این

دیدگاه، تفاوت میان این تنسورها می‌توان در روش آنها برای تجزیه نیروی مغناطیسی کل به نیروهای سطحی و حجمی دانست. بنابراین، اکنون باید به دنبال یافتن پاسخ این پرسش بود که کدام تنسور به-طور صحیح نیروی مغناطیسی کل را به نیروهای سطحی و حجمی تجزیه می‌کند. در اینجا همچنین باید به این نکته اشاره نمود که آزمایش یا روش تست ساده‌ای برای تجزیه نیروی مغناطیسی کل وارد بر یک جسم به نیروهای حجمی و سطحی وجود ندارد. با این وجود، برخی روابط مجزا نیز به صورت تجربی به وسیله پژوهشگران پیشین ارائه شده که می‌تواند به یافتن پاسخ پرسش فوق کمک کند. برای مثال، لورنتز چگالی نیروی حجمی داخل یک هادی با چگالی جریان J تحت تأثیر چگالی شار مغناطیسی برآیند B را به صورت $f_v = J \times B$ پیش‌بینی می‌کند. از سوی دیگر، چگالی نیروی حجمی داخل مواد ایزوتropیک با ضریب نفوذ پذیری غیریکنواخت μ توسط هلmholtz به صورت $f_v = -\frac{1}{2} H^2 \nabla \mu$ بیان شده است. در نهایت، روابط ماکسول و کلوین چگالی نیروی حجمی داخل یک آهنربا با چگالی شار پس‌ماند B_r را به ترتیب به صورت $f_v = (\nabla \cdot H_r) / (\nabla \cdot B_r)$ پیش‌بینی می‌کند. این روابط از یک سری مطالعات تئوری حاصل شده که صحت آنها از طریق آزمایش مورد تأیید قرار گرفته است. البته باید توجه داشت که آزمایش‌های انجام شده در آن زمان تنها قادر به اندازه‌گیری مقدار کل نیروی مغناطیسی وارد بر جسم بوده‌اند و نه توزیع دقیق حجمی یا سطحی نیرو. این بدان معناست که اگرچه روابط فوق یقیناً مقدار کل نیروی مغناطیسی وارد بر جسم را به درستی محاسبه می‌کنند، نمی‌توان به صحت توزیع نیروهای سطحی و حجمی محاسبه شده به وسیله آنها اطمینان نمود. بنابراین، مقدار کل نیروی مغناطیسی محاسبه شده به وسیله یک تنسور تنش صحیح باید با مقدار کل نیروی محاسبه شده به وسیله روابط پیشین نیرو کاملاً مطابقت کند، اگرچه ممکن است که تنسور مورد نظر نحوه تفکیک متفاوتی از نیروهای حجمی و سطحی ارائه دهد. بر مبنای این ایده، در ادامه این فصل تنصورهای اصلی معرفی شده در پژوهش‌های پیشین جهت محاسبه نیروهای مغناطیسی مورد بررسی قرار گرفته و معتبرترین آنها مشخص خواهد گردید.

۴-۲-۳- یافتن تنسور تنش صحیح

در مرجع [۸۲] ادعا شده که اعتبار تنسور تنش هلمهولتز در حالت کلی (در آن زمان) مورد پذیرش قرار گرفته بود. بنابراین، در اینجا با شروع از تنسور تنش هلمهولتز در رابطه (۱۰-۴)، صحت آن در مقایسه با روابط پیشین محاسبه نیرو بررسی می‌شود. به همین منوال، سایر تنسورهای تنش تعریف شده در فوق نیز مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

۴-۲-۳-۱- محاسبه توزیع چگالی نیروی حجمی با استفاده از تنسور تنش هلمهولتز

بهمنظور محاسبه توزیع چگالی حجمی نیروی وارد بر یک جسم در حالت کلی غیرایزوتروپیک اما خطی از روی تنسور تنش هلمهولتز $[T_H]$ در رابطه (۱۰-۴)، باید دیورژانس آن را محاسبه نمود. جهت درک روش اعمال عملگر دیورژانس بر یک تنسور، تنسور $\mathbf{B} \otimes \mathbf{H}$ در رابطه (۱۰-۴) را در نظر بگیرید. دیورژانس این تنسور به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \overset{\text{r}}{\nabla} \bullet [\mathbf{B} \otimes \mathbf{H}] &= \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} B_x H_x & B_x H_y \\ B_y H_x & B_y H_y \end{bmatrix} \right)^T \\ &= \frac{\partial}{\partial x} [(B_x H_x) \mathbf{i} + (B_x H_y) \mathbf{j}] + \frac{\partial}{\partial y} [(B_y H_x) \mathbf{i} + (B_y H_y) \mathbf{j}] \\ &= \left(B_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + B_y \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \mathbf{i} + \left(B_x \frac{\partial H_y}{\partial x} + B_y \frac{\partial H_y}{\partial y} \right) \mathbf{j} \\ &\quad + H_x \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \right) \mathbf{i} + H_y \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \right) \mathbf{j} \\ &= \left(B_x \frac{\partial}{\partial x} + B_y \frac{\partial}{\partial y} \right) (H_x \mathbf{i} + H_y \mathbf{j}) + \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \right) (H_x \mathbf{i} + H_y \mathbf{j}) \end{aligned} \quad (16-4)$$

عملگر جدید $\left(B_x \frac{\partial}{\partial x} + B_y \frac{\partial}{\partial y} \right)$ می‌تواند بر روی کمیت‌های نرده‌ای و نیز بردارها اعمال شود و

نتیجه نرده یا برداری هم بعد با قبل خواهد بود. این عملگر با نماد $(\overset{\text{r}}{\nabla} \bullet \mathbf{B})$ نشان داده می‌شود. عبارت

هم که همان $\overset{\text{r}}{\nabla} \bullet \mathbf{B}$ است. بنابراین داریم:

$$\overset{\text{r}}{\nabla} \bullet [\mathbf{B} \otimes \mathbf{H}] = (\mathbf{B} \bullet \overset{\text{r}}{\nabla}) \mathbf{H} + (\overset{\text{r}}{\nabla} \bullet \mathbf{B}) \mathbf{H} \quad (17-4)$$

در نتیجه، چگالی نیروی حجمی \mathbf{f}_v (بر حسب N/m^3) از دیورژانس $[T_H]$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_v &= \left(\nabla \bullet [T_H] \right)^T = \left(\nabla^T \left[\mathbf{B} \otimes \mathbf{H} - \frac{1}{2} (\mathbf{B} \bullet \mathbf{H}) \mathbf{I} \right] \right)^T = (\mathbf{B} \bullet \nabla) \mathbf{H} + \frac{r}{2} (\nabla \bullet \mathbf{B}) \mathbf{H} - \nabla \left(\frac{\mathbf{B} \bullet \mathbf{H}}{2} \right) \\ &= (\mathbf{B} \bullet \nabla) \mathbf{H} - \nabla \left(\frac{\mathbf{B} \bullet \mathbf{H}}{2} \right)\end{aligned}\quad (18-4)$$

ضمنا بر اساس معادلات ماکسول داریم: $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ و $\nabla \bullet \mathbf{B} = 0$ که \mathbf{J} بردار چگالی جریان داخل جسم

است. عبارت $(\mathbf{B} \bullet \nabla) \mathbf{H}$ را نیز می‌توان با استفاده از اتحادهای برداری موجود و معادلات ماکسول به-

صورت زیر بسط داد:

$$\begin{aligned}(\mathbf{B} \bullet \nabla) \mathbf{H} &= -\frac{1}{2} \nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{H}) + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{B} \bullet \mathbf{H}) - \frac{1}{2} \mathbf{H} (\nabla \bullet \mathbf{B}) + \frac{1}{2} \mathbf{B} (\nabla \bullet \mathbf{H}) - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\nabla \times \mathbf{B}) - \frac{1}{2} \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{H}) \\ &= -\frac{1}{2} \nabla \times (\mathbf{B}_r \times \mathbf{H}) + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}) + \frac{1}{2} \nabla (\mu \mathbf{H}^2) + \frac{1}{2} \mathbf{B} (\nabla \bullet \mathbf{H}) - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\nabla \times \mathbf{B}) - \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{J}\end{aligned}\quad (19-4)$$

با استفاده از رابطه (۸-۴) داریم:

$$\begin{aligned}-\frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\nabla \times \mathbf{B}) &= -\frac{1}{2} \mathbf{H} \times \left(\nabla \times (\mu \mathbf{H} + \mathbf{B}_r) \right) = -\frac{1}{2} \mathbf{H} \times \left(\nabla \times (\mu \mathbf{H}) \right) - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\nabla \times \mathbf{B}_r) \\ &= -\frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\mu \nabla \times \mathbf{H} + \mathbf{H} \times \nabla \mu) - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\nabla \times \mathbf{B}_r) \\ &= -\frac{1}{2} \mu \mathbf{H} \times \mathbf{J} - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\mathbf{H} \times \nabla \mu) - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\nabla \times \mathbf{B}_r) \\ &= -\frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{J} + \frac{1}{2} \mathbf{B}_r \times \mathbf{J} - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\mathbf{H} \times \nabla \mu) - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\nabla \times \mathbf{B}_r)\end{aligned}\quad (20-4)$$

علاوه، با توجه به روابط (۸-۴)، (۱۸-۴) و (۱۹-۴) داریم:

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_v &= \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \frac{1}{2} \mathbf{J} \times \mathbf{B}_r - \frac{1}{2} \nabla \times (\mathbf{B}_r \times \mathbf{H}) + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}) + \frac{1}{2} \nabla (\mu \mathbf{H}^2) \\ &\quad + \frac{1}{2} \mathbf{B} (\nabla \bullet \mathbf{H}) - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\mathbf{H} \times \nabla \mu) - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\nabla \times \mathbf{B}_r) - \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H} + \mu \mathbf{H}^2) \\ &= \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \frac{1}{2} \mathbf{J} \times \mathbf{B}_r - \frac{1}{2} \left(\nabla \times (\mathbf{B}_r \times \mathbf{H}) + \nabla (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}) \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}) + \frac{1}{2} \mathbf{B}_r (\nabla \bullet \mathbf{H}) + \frac{1}{2} \mu \mathbf{H} (\nabla \bullet \mathbf{H}) - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\mathbf{H} \times \nabla \mu) - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\nabla \times \mathbf{B}_r)\end{aligned}\quad (21-4)$$

که عبارت $-\frac{1}{2} \left(\nabla \times (\mathbf{B}_r \times \mathbf{H}) + \nabla (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}) \right)$ به صورت زیر بسط داده می‌شود:

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2} \left(\nabla^r \times (\mathbf{B}_r \times \mathbf{H}) + \nabla^r (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}) \right) = \\
& -(\mathbf{H} \bullet \nabla^r) \mathbf{B}_r - \frac{1}{2} \left(\mathbf{B}_r \times (\nabla^r \times \mathbf{H}) + \mathbf{B}_r (\nabla^r \bullet \mathbf{H}) + \mathbf{H} \times (\nabla^r \times \mathbf{B}_r) - \mathbf{H} (\nabla^r \bullet \mathbf{B}_r) \right) \\
& = -(\mathbf{H} \bullet \nabla^r) \mathbf{B}_r - \frac{1}{2} \left(\mathbf{B}_r \times \mathbf{J} + \mathbf{B}_r (\nabla^r \bullet \mathbf{H}) + \mathbf{H} \times (\nabla^r \times \mathbf{B}_r) - \mathbf{H} (\nabla^r \bullet \mathbf{B}_r) \right)
\end{aligned} \tag{۲۲-۴}$$

با توجه به $\nabla^r \bullet \mathbf{B} = 0$ داریم:

$$\nabla^r \bullet (\mu \mathbf{H} + \mathbf{B}_r) = \mu \nabla^r \bullet \mathbf{H} + \mathbf{H} \bullet \nabla^r \mu + \nabla^r \bullet \mathbf{B}_r = 0 \Rightarrow \nabla^r \bullet \mathbf{H} = -\frac{1}{\mu} (\mathbf{H} \bullet \nabla^r \mu + \nabla^r \bullet \mathbf{B}_r) \tag{۲۳-۴}$$

با جایگذاری رابطه (۲۲-۴) در (۲۱-۴) و استفاده از (۲۳-۴) داریم:

$$\mathbf{f}_v = \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \frac{1}{2} \nabla^r (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}) - \frac{1}{2} \mathbf{H} (\mathbf{H} \bullet \nabla^r \mu) - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\mathbf{H} \times \nabla^r \mu) - (\mathbf{H} \bullet \nabla^r) \mathbf{B}_r - \mathbf{H} \times (\nabla^r \times \mathbf{B}_r) \tag{۲۴-۴}$$

می‌توان اثبات نمود که:

$$-\frac{1}{2} \mathbf{H} (\mathbf{H} \bullet \nabla^r \mu) - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\mathbf{H} \times \nabla^r \mu) = -\frac{1}{2} \mathbf{H}^2 \nabla^r \mu \tag{۲۵-۴}$$

که همان نیروی هلمهولتز است. با جایگذاری در رابطه (۲۴-۴)، رابطه نهایی چگالی نیروی حجمی در حالت کلی در مواد غیرایزوتروپیک و ایزوتروپیک با رابطه $B-H$ خطی به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\mathbf{f}_v = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \frac{1}{2} \mathbf{H}^2 \nabla^r \mu + \frac{1}{2} \nabla^r (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}) - (\mathbf{H} \bullet \nabla^r) \mathbf{B}_r - \mathbf{H} \times (\nabla^r \times \mathbf{B}_r) \tag{۲۶-۴}$$

که نیروی لورنتز (وارد بر سیم حامل جریان)، نیروی هلمهولتز (وارد بر هسته‌های آهنی) و نصف نیروی ماکسول (وارد بر آهنرباهای دائم) را شامل می‌شود. علاوه بر اینها، رابطه (۲۶-۴) یک عبارت اضافی $(\mathbf{H} \bullet \nabla^r) \mathbf{B}_r - \mathbf{H} \times (\nabla^r \times \mathbf{B}_r)$ را نیز در بر دارد که از عدم یکنواختی توزیع مکانی \mathbf{B}_r داخل جسم نشأت می‌گیرد. نیروهای لورنتز، هلمهولتز و ماکسول به صورت مجزا پیش از این در بسیاری از مراجع نظیر [۹۶], [۷۹] مطرح شده‌اند. اگرچه هر یک از این نیروها به تنهاً در حوزه تعریف خود معتبرند، تاکنون رابطه جامعی که قادر به محاسبه صحیح تمامی این نیروها در حالت کلی باشد وجود نداشته است. از سوی دیگر، در پاره‌ای از موارد عبارات متفاوتی و متناقضی برای یک مؤلفه نیرو وجود دارند که باعث سردرگمی می‌شوند. برای مثال، در مرجع [۹۶] دو مدل متفاوت شامل نیروی ماکسول

و نیروی کلوین $\frac{1}{\nabla}(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})$ برای چگالی نیروی وارد بر آهنربای دائم مطرح شده است.

قابل توجه است که در صورتی که توزیع مکانی \mathbf{B}_r یکنواخت بوده و چگالی جریان آزاد \mathbf{J} داخل ماده

برابر صفر باشد، دو عبارت $\frac{1}{\nabla}(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})$ و $\frac{1}{\nabla}(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})$ با هم برابر خواهند بود. در حالت کلی، با

استفاده از اتحاد برداری زیر:

$$\frac{1}{\nabla}(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}) - (\mathbf{H} \bullet \frac{1}{\nabla})\mathbf{B}_r - \mathbf{H} \times (\frac{1}{\nabla} \times \mathbf{B}_r) = (\mathbf{B}_r \bullet \frac{1}{\nabla})\mathbf{H} + \mathbf{B}_r \times (\frac{1}{\nabla} \times \mathbf{H}) = (\mathbf{B}_r \bullet \frac{1}{\nabla})\mathbf{H} - \mathbf{J} \times \mathbf{B}_r \quad (27-4)$$

می‌توان رابطه (26-4) را به صورت زیر به جای نیروی ماسکول بر حسب نیروی کلوین بازنویسی نمود:

$$\mathbf{f}_v = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \frac{1}{2} \mathbf{J} \times \mathbf{B}_r - \frac{1}{2} \mathbf{H}^2 \nabla \mu + \frac{1}{2} (\mathbf{B}_r \bullet \nabla) \mathbf{H} - \frac{1}{2} (\mathbf{H} \bullet \nabla) \mathbf{B}_r - \frac{1}{2} \mathbf{H} \times (\nabla \times \mathbf{B}_r) \quad (28-4)$$

نتیجه آن که هر دو رابطه (26-4) و (28-4) همواره برای تمامی مواد با رابطه $B-H$ -خطی اعم از

ایزوتروپیک یا غیرایزوتروپیک معتبر می‌باشند.

۲-۳-۴-۴- محاسبه توزیع چگالی نیروی سطحی با استفاده از تنسور تنش هلمهولتز

جهت استخراج توزیع چگالی نیروی سطحی \mathbf{f}_s وارد بر سطوح خارجی جسم با استفاده از $[T_H]$ ، بردار

پرش این تنسور روی مرز مطابق رابطه (3-4) محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{f}_s = (\mathbf{B}_{out,s} \bullet \mathbf{n}) \mathbf{H}_{out,s} - (\mathbf{B}_{in,s} \bullet \mathbf{n}) \mathbf{H}_{in,s} + \frac{1}{2} (\mathbf{B}_{in,s} \bullet \mathbf{H}_{in,s} - \mathbf{B}_{out,s} \bullet \mathbf{H}_{out,s}) \mathbf{n} \quad (29-4)$$

با توجه به شرایط مرزی می‌دانیم که $H_{out,st}=H_{in,st}=H_{st}$ و $B_{out,sn}=B_{in,sn}=B_{sn}$ بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} B_{out,sn} &= B_{in,sn} \Rightarrow (\mu_{out,s} H_{out,sn}) \mathbf{n} = (\mu_{in,s} H_{in,sn} + B_{rn}) \mathbf{n} \\ H_{out,st} &= H_{in,st} \Rightarrow (\mu_{out,s} H_{out,st}) \mathbf{T} = (\mu_{out,s} H_{in,st}) \mathbf{T} \\ \Rightarrow \mu_{out,s} (\mathbf{H}_{out,s} - \mathbf{H}_{in,s}) &= \mu_{out,s} (H_{out,sn} - H_{in,sn}) \mathbf{n} = [(\mu_{in,s} - \mu_{out,s}) H_{in,sn} + B_{rn}] \mathbf{n} \\ \Rightarrow \mathbf{H}_{out,s} - \mathbf{H}_{in,s} &= (H_{out,sn} - H_{in,sn}) \mathbf{n} = \left[\left(\frac{1}{\mu_{out,s}} - \frac{1}{\mu_{in,s}} \right) B_{sn} + \frac{B_{rn}}{\mu_{in,s}} \right] \mathbf{n} \end{aligned} \right\} \quad (30-4)$$

و از سوی دیگر:

$$\left. \begin{array}{l} H_{out,sT} = H_{in,sT} \\ B_{out,sT} = \mu_{out,s} H_{out,sT} \\ B_{in,sT} = \mu_{in,s} H_{in,sT} + B_{rT} \end{array} \right\} \Rightarrow B_{in,sT} - B_{out,sT} = (\mu_{in,s} - \mu_{out,s}) H_{sT} + B_{rT} \quad (31-4)$$

بنابراین رابطه (۲۹-۴) در نهایت به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_s &= B_{sn}(\mathbf{H}_{out,s} - \mathbf{H}_{in,s}) + \frac{1}{2}[B_{sn}(H_{in,sn} - H_{out,sn}) + H_{sT}(B_{in,sT} - B_{out,sT})]\mathbf{n} \\ &= \frac{B_{sn}}{2}\left[\left(\frac{1}{\mu_{out,s}} - \frac{1}{\mu_{in,s}}\right)B_{sn} + \frac{B_{rn}}{\mu_{in,s}}\right]\mathbf{n} + \frac{H_{sT}}{2}\left[(\mu_{in,s} - \mu_{out,s})H_{sT} + B_{rT}\right]\mathbf{n} \\ &= \frac{1}{2}\left[\left(\mu_{in,s} - \mu_{out,s}\right)H_{sT}^2 - \left(\frac{1}{\mu_{in,s}} - \frac{1}{\mu_{out,s}}\right)B_{sn}^2 + \frac{B_{sn}B_{rn}}{\mu_{in,s}} + H_{sT}B_{rT}\right]\mathbf{n} \end{aligned} \quad (32-4)$$

۳-۳-۲-۴- بررسی صحت روابط نیروهای سطحی و حجمی حاصل از تنسور تنش هلمهولتز

با ملاحظه توأم توزیع نیروهای حجمی و سطحی روابط (۲۶-۴) و (۳۲-۴)، تمام مؤلفه‌های نیروی

مغناطیسی در حالت کلی به شرح ذیل بیان می‌شوند:

- چگالی نیروی حجمی لورنتز $\mathbf{B} \times \mathbf{J}$ وارد بر جسم ناشی از چگالی جریان \mathbf{J} که نیروی سطحی

ممتمی ندارد؛

- چگالی نیروی حجمی هلمهولتز $-\frac{1}{2}H^2 \nabla^r \mu$ و چگالی نیروی سطحی متمم آن

$$;(1/2)\left[(\mu_{in,s} - \mu_{out,s})H_{sT}^2 - (1/\mu_{in,s} - 1/\mu_{out,s})B_{sn}^2\right]\mathbf{n}$$

- نصف نیروی حجمی ماسکول $(1/2)\nabla^r(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})$ و متمم سطحی آن

$$;(1/2)(B_{sn}B_{rn}/\mu_{in,s} + H_{sT}B_{rT})\mathbf{n}$$

- و نیروی حجمی اضافی $-(\mathbf{H} \bullet \nabla^r)\mathbf{B}_r - \mathbf{H} \times (\nabla^r \times \mathbf{B}_r)$ که از عدم یکنواختی توزیع مکانی \mathbf{B}_r درون

جسم نشأت می‌گیرد.

از سوی دیگر، به راحتی می‌توان ثابت کرد که نیروهای حجمی و سطحی روابط (۲۶-۴) و (۳۲-۴)

در مجموع با تنش برآیند $\tau_{out,s}$ روی سطح خارجی جسم معادلند:

$$\begin{aligned}\tau_{\mathbf{n}out,s} &= B_{sn} \mathbf{H}_{out,s} + \frac{1}{2} [B_{sn}(-H_{out,sn}) + H_{st}(-B_{out,st})] \mathbf{n} \\ &= \frac{1}{2} B_{sn} H_{out,sn} \mathbf{n} + B_{sn} H_{st} \mathbf{T} - \frac{1}{2} H_{st} B_{out,st} \mathbf{n} = \frac{B_{out,sn}^2 - B_{out,st}^2}{2\mu_{out,s}} \mathbf{n} + \frac{B_{out,sn} B_{out,st}}{\mu_{out,s}} \mathbf{T}\end{aligned}\quad (33-4)$$

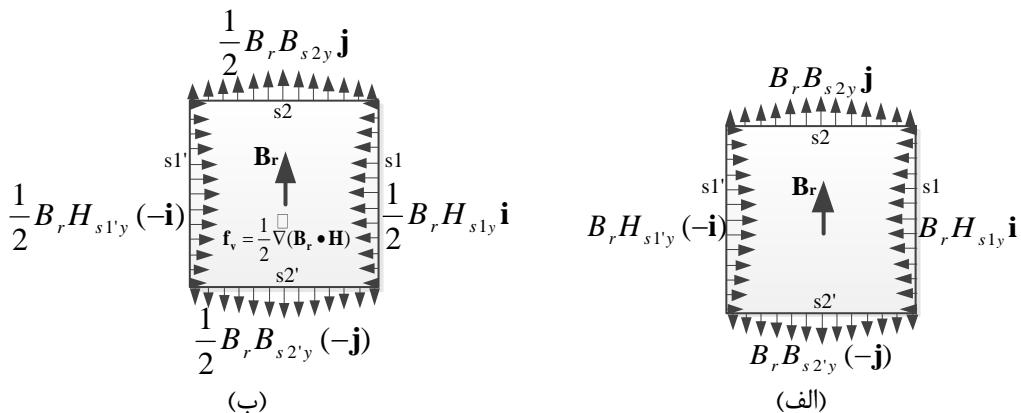
که به ازای $\mu_{out,s} = \mu_0$ دقیقاً با نتیجه حاصل از نسخه اصلی تنسور تنش ماقسول برابر می‌کند.

اکنون به بررسی این موضوع می‌پردازیم که توزیع نیروهای حجمی و سطحی حاصل از تنسور تنش هلمهولتز چگونه با روابط نیروی ماقسول و کلوین برای آهنربای دائم مطابقت می‌کنند. بدین منظور، یک آهنربای دائم (احاطه شده در هوای) با چگالی شار پس‌ماند \mathbf{B}_r و نفوذپذیری مغناطیسی $\mu = \mu_0$ و عاری از جریان الکتریکی ($\mathbf{J} = 0$) در نظر بگیرید. بر اساس تنسور تنش هلمهولتز، تمام نیروهای مغناطیسی وارد براین جسم شامل نیروهای حجمی و سطحی $(\nabla(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})/2)$ و $(B_{sn} B_{rn}/\mu_0 + H_{st} B_{rt}) \mathbf{n}$ مغناطیسی وارد براین آهنربا با دقیقاً با مقدار کل نیروی $\nabla(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})/2$ می‌باشند. به سادگی می‌توان نشان داد که مقدار کل نیروی مغناطیسی وارد براین آهنربا با مقدار کل حاصل از رابطه نیروی حجمی ماقسول $\mathbf{B}_r = B_r \mathbf{j}$ در نتیجه، چگالی نیروی حجمی ماقسول مولفه داشته باشد، یعنی $B_r = B_r \mathbf{j}$. در نتیجه، چگالی نیروی حجمی ماقسول را می‌توان مطابق شکل ۲-۴ با توزیع نیروهای سطحی زیر روی لبه‌های آهنربای دائم معادل دانست.

$$\mathbf{f}_{s,eq} = \begin{cases} \mathbf{f}_{s1-1',eq} = [\int_x B_r (\partial H_y / \partial x) dx] \mathbf{i} = B_r H_{s1y} \mathbf{i} + B_r H_{s1'y} (-\mathbf{i}) \\ \mathbf{f}_{s2-2',eq} = [\int_y B_r (\partial H_y / \partial y) dy] \mathbf{j} = B_r H_{s2y} \mathbf{j} + B_r H_{s2'y} (-\mathbf{j}) \end{cases} \quad (34-4)$$

نیروی سطحی $\mathbf{f}_{s2-2',eq}$ روی مرزهای $s2$ و $s2'$ شکل ۲-۴ به صورت رابطه (۳۵-۴) بازنویسی می‌شود.

$$\mathbf{f}_{s2-2',eq} = B_r (H_{s2y} + \frac{B_r}{\mu_0}) \mathbf{j} + B_r (H_{s2'y} + \frac{B_r}{\mu_0}) (-\mathbf{j}) = B_r B_{s2y} \mathbf{j} + B_r B_{s2'y} (-\mathbf{j}) \quad (35-4)$$



شکل ۲-۴: چگونگی تطابق نتایج تنسور تنش هلمهولتز با رابطه نیروی ماکسول $(\mathbf{H}) = \frac{1}{\nabla}(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})$ در آهنربای دائم،
الف) چگونه $(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})^{\frac{1}{\nabla}}$ را می‌توان تماماً با نیروهای سطحی روی لبه‌های آهنربای دائم جایگزین نمود. ب) چگونه
تنسور تنش هلمهولتز نیروی کل حاصل از $(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})^{\frac{1}{\nabla}}$ را به توزیع‌های حجمی و سطحی تقسیم می‌کند.

بنابراین، با توجه به نحوه جایگزین نمودن کل نیروی حجمی حاصل از رابطه ماکسول $(\mathbf{H}) = \frac{1}{\nabla}(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})$ با معادل سطحی آن در شکل ۲-۴الف، می‌توان چگونگی مطابقت تنسور تنش هلمهولتز با رابطه ماکسول $[T_H]$ کل نیروی مغناطیسی $\frac{1}{\nabla}(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})$ را مطابق شکل ۲-۴ب درک نمود. با توجه به شکل ۲-۴ب، $\mathbf{f}_v = (1/2)\frac{1}{\nabla}(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})$ کل نیروی مغناطیسی حاصل از توزیع حجمی با رابطه $(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})^{\frac{1}{\nabla}}$ را معادلاً به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند که عبارتند از: یک توزیع نیروی حجمی با رابطه $\mathbf{f}_s = (1/2)(B_{sn}B_{rn}/\mu_0 + H_{st}B_{rt})\mathbf{n}$ و یک توزیع نیروی سطحی با رابطه مجموع نیروی مغناطیسی کل روی آهنربای دائم را نتیجه می‌دهند.

۴-۳-۴- اثبات نادرستی سایر تنسورهای تنش پیشنهاد شده تا کنون

اکنون نوبت به بررسی درستی سایر تنسورهای تنش پیشنهاد شده تا کنون (که در بخش ۳-۴ مرور شدند) می‌رسد. همانگونه که پیشتر اشاره شد، علیرغم آنکه این تنسورها همگی مقدار برابر و درستی را برای کل نیروی مغناطیسی وارد بر یک جسم محصور در هوا نتیجه می‌دهند، توزیع نیروهای حجمی و سطحی وارد بر جسم را به روش‌های متفاوتی محاسبه می‌کنند.

در اینجا ابتدا به بررسی نسخه اصلی تنسور تنش ماکسول $[T_M]$ می‌پردازیم. با تکرار فرآیند محاسبه‌ای مشابه با بخش ۴-۱-۱ (روابط (۲۶-۴) تا (۱۸-۴)) برای $[T_M]$ چگالی نیروی حجمی

داخل آهنربای دائم مفروض البته برابر با $\mathbf{f}_v = \frac{1}{\nabla}(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})$ به دست می‌آید. با این وجود، با تکرار رویه-ای مشابه بخش ۴-۱-۲ (روابط (۳۲-۴) تا (۲۹-۴)) برای $[T_M]$ در این مثال، به سادگی می‌توان دریافت که $[T_M]$ یک چگالی نیروی سطحی اضافی برابر $\mathbf{f}_s = [B_{rn}^2 / (2\mu_0)]\mathbf{n}$ را نیز به لبه‌های آهنربای دائم وارد می‌کند، که ماکسول آن را نادیده گرفته است. اگر چه مقدار کل این نیروی سطحی اضافی وارد بر آهنربای دائم برابر صفر است، این نیرو به صورت نادرست یک کشش سطحی یکنواخت را روی سطوح خارجی آهنربای دائم (که در آنها \mathbf{n} با \mathbf{B}_r موازی است، یعنی s^2 و s^2 در شکل (۲-۴)) پیش‌بینی می‌کند. این را می‌توان به عنوان یکی از جنبه‌های نادرستی نسخه اصلی تنسور تنش ماکسول قلمداد نمود.

دیگر جنبه اساسی نادرستی نسخه اصلی تنسور تنش ماکسول از این واقعیت نشأت می‌گیرد که ماکسول مابین مغناطیس‌شوندگی القا شده (نظیر آنچه که در مواد فرومغناطیس ایجاد می‌شود) و مغناطیس‌شوندگی دائمی (در آهنرباهای دائم) تفاوتی قائل نشده است. به طور خاص در یک ماده فرومغناطیس عاری از جریان الکتریکی با $\mathbf{B}_r = 0$ و $\mathbf{J} = 0$ $[T_M]$ چگالی نیروی حجمی را به صورت $\mathbf{f}_v = -(1/2)H^2 \frac{1}{\nabla} \mu + (1/2) \frac{1}{\nabla}[(\mu - \mu_0)H^2]$ پیش‌بینی می‌کند که آشکارا با رابطه پذیرفته شده نیروی هلمهولتز در مواد فرومغناطیس یعنی $\mu = -(1/2)H^2 \frac{1}{\nabla} \mu$ در تنافض است [۸۲].

اکنون به بررسی درستی سایر تنسورهای تنش معرفی شده در بخش ۳-۱-۴ یعنی $[T_G]$ و $[T_A]$ در آهنربای دائم مفروض می‌پردازیم. با تکرار رویه‌ای مشابه با روابط (۱۸-۴) تا (۲۶-۴) برای $[T_F]$ ، چگالی نیروی حجمی داخل آهنربای دائم مفروض به صورت $\mathbf{f}_v = -\frac{1}{\nabla}(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})$ به دست می‌آید. از آنجا که جهت این نیرو واضحاً در خلاف جهت پیش‌بینی شده به وسیله $(\frac{1}{\nabla}(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}))$ است، می‌توان با قطعیت به نادرستی آن پی برد. با انجام بررسی مشابهی برای $[T_G]$ ، چگالی نیروی حجمی داخل آهنربای دائم برابر صفر حاصل می‌گردد. از طرفی با تکرار فرآیند محاسبه‌ای نظیر روابط (۲۹-۴) تا (۳۲-۴) برای $[T_G]$ ، چگالی نیروی سطحی وارد بر آهنربای دائم بر اساس $[T_G]$ برابر

$$\mathbf{f}_s = [B_{sn}B_{rn}/\mu_0 + H_{st}B_{rt} + B_{rt}^2/(2\mu_0)]\mathbf{n}$$

کل نیروی مغناطیسی وارد بر آهنربای دائم را به درستی محاسبه می‌کند، به استباه یک توزیع نیروی سطحی یکنواخت اضافی برابر $\mathbf{n}[B_{rt}^2/(2\mu_0)]$ وارد بر لبه‌های آهنربای دائم را نیز پیش‌بینی می‌نماید. سرانجام با تکرار تحلیل مشابهی برای $[T_A]$ ، چگالی نیروی حجمی داخل آهنربای دائم مفروض به صورت $\mathbf{f}_v = -(1/2)\nabla(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})$ حاصل می‌شود. از آنجا که جهت این نیرو نیز در خلاف جهت $\nabla(\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H})$ می‌باشد، $[T_A]$ نیز قادر اعتبار خواهد بود.

از بحث فوق می‌توان نتیجه گرفت که تنسور تنش هلمهولتز $[T_H]$ تنها تنسور تنش معتبر در میان تمامی تنسورهای تنش معرفی شده تا کنون جهت محاسبه دقیق توزیع نیروهای مغناطیسی در حالت کلی برای یک ماده غیرایزوتروپیک (یا ایزوتروپیک) است. بنابراین، تنسور تنش هلمهولتز $[T_H]$ در ادامه این پایان‌نامه جهت محاسبه تمام نیروهای مغناطیسی وارد بر اجزاء مختلف ماشین آهنربای دائم بدون شیار تحت مطالعه مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

۴-۲-۴- تشخیص و محاسبه توزیع (حجمی و سطحی) انواع نیروهای ارتعاشی وارد بر اجزاء مختلف ماشین شار محوری بدون شیار مورد مطالعه

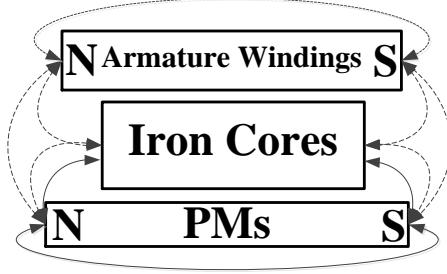
موتور شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه اجزاء مختلفی دارد که هر کدام تحت تأثیر انواع متفاوتی از نیروهای مغناطیسی قرار می‌گیرند. با این وجود، تنها برخی از نیروهای مغناطیسی وارد بر این اجزاء می‌توانند سبب ارتعاش یا حرکت اجزاء مورد نظر شوند. این نیروها در این بخش تحت نام نیروهای ارتعاشی نامیده شده و مورد شناسایی و محاسبه قرار می‌گیرند. در این راستا ابتدا لازم است که نیروهای مغناطیسی بر مبنای قانون سوم نیوتون به صورت جفت‌های عمل و عکس‌عمل بیان شوند. این بیان نتیجه مستقیم اعمال قانون پایستگی تکانه کل در هر سیستم مکانیکی می‌باشد. بر اساس این قانون، مرکز جرم یک سیستم مکانیکی تنها در پاسخ به نیروهای خارجی وارد بر کل سیستم

حرکت می‌کند. البته نیروهای داخلی سیستم یعنی $F_{internal}$ می‌توانند اجزاء داخلی سیستم را حرکت دهند، اما مرکز جرم کل سیستم را حرکت نمی‌دهند. این نتیجه به صورت رابطه زیر قابل بیان است:

$$\sum F_{internal} = 0 \quad (36-4)$$

که در آن، Σ نماینده کل نیروی وارد بر جسم است. حال اگر تمام اجزاء سیستم مکانیکی صلب بوده و در مجموع نیز یک جسم صلب را تشکیل دهند، در پاسخ به نیروهای داخلی سیستم حرکت یا ارتعاش نخواهند نمود. با این وجود، چنانچه سیستم مکانیکی شامل اجزاء قابل حرکت یا انعطاف‌پذیر (الاستیک) باشد، این اجزاء می‌توانند در پاسخ به نیروهای داخلی سیستم نسبت به هم حرکت یا ارتعاش داشته باشند، به‌گونه‌ای که مرکز جرم کل سیستم تغییر نکند. به‌طور خاص، اگر نیروهای داخلی یک سیستم مکانیکی ماهیت متغیر با زمان داشته باشند، می‌توانند سبب ارتعاش اجزاء انعطاف‌پذیر داخل سیستم گردند (شبیه آنچه در یک ترانسفورماتور قدرت اتفاق می‌افتد).

جهت درک بهتر موضوع، در اینجا ابتدا نمای شماتیک انواع نیروهای مغناطیسی در یک ماشین آهنربای دائم با هسته‌های آهنی در حالت کلی مطابق شکل ۳-۴ در نظر گرفته می‌شود. با توجه به شکل ۳-۴ می‌توان ملاحظه نمود که هسته‌های آهنی و فاصله هوایی هر دو تنها در نقش واسطه‌هایی برای انتقال میدان و نیروهای مغناطیسی عمل می‌کنند (و نه منابع ایجاد آنها). با این وجود، روش انتقال نیروهای مغناطیسی به‌وسیله این دو واسطه متفاوت است. بر اساس روابط (۲۶-۴) و (۳۲-۴)، هیچ‌گونه حجمی یا سطحی به فواصل هوایی ($\mu=40$) وارد نمی‌آید. در مقابل، از آنجا که نفوذپذیری مغناطیسی آهن با هوا متفاوت است، همواره هسته‌های آهنی در معرض نیروهای سطحی هستند. علاوه بر این، در شرایطی که توزیع نفوذپذیری مغناطیسی داخل آهن غیریکنواخت باشد، نیروهای مغناطیسی حجمی نیز به هسته‌های آهنی وارد می‌شود. بنابراین، هسته‌های آهنی (بر خلاف فواصل هوایی) به صورت نهادهای مستقلی در معادله پایستگی تکانه (۳۶-۴) شرکت می‌کنند.



شکل ۳-۴: نمای شماتیک انواع نیروهای مغناطیسی در یک ماشین آهنربای دائم با هسته آهنی

اکنون انواع توزیع نیروهای حجمی و سطحی در هر یک از اجزاء مختلف ماشین شار محوری بدون شیار مورد مطالعه با استفاده از روابط با جزئیات کامل مورد بررسی قرار خواهند گرفت. مطابق شکل ۲-۳ و شکل ۳-۴ در ماشین مورد مطالعه در این پایان‌نامه، دو مجموعه مستقل از نیروهای مغناطیسی قابل تشخیص هستند. مجموعه اول شامل نیروهایی است که از میدان مغناطیسی آهنرباهای دائم نشأت می‌گیرند. با توجه به شکل ۳-۴، مجموعه آهنرباهای دائم و هسته‌های آهنی را می‌توان به صورت یک سیستم مکانیکی مجزا فرض نمود که مجموع تمام نیروهای داخلی آن برابر صفر است (این بدان دلیل است که هسته‌های آهنی در نقش واسطه‌هایی برای انتقال نیرو عمل می‌کنند و نه منابع مستقل آن). بنابراین داریم:

$$\sum F_{PM-PM} + \sum F_{CS-PM} + \sum F_{CR-PM} = 0 \quad (37-4)$$

که در آن، F_{PM-PM} نماینده نیروهای وارد بر آهنرباهای دائم ناشی از میدان مغناطیسی خود آنها است (که از طریق فواصل هوایی یا هسته‌های آهنی منتقل می‌شوند). همچنین، F_{CS-PM} و F_{CR-PM} به ترتیب نیروهای وارد بر هسته‌های استاتور و روتور ناشی از میدان مغناطیسی آهنرباهای دائم می‌باشند. با توجه به شکل ۲-۳ می‌توان F_{PM-PM} را به بخش تقسیم کرد: بخشی که از فاصله هوایی انتقال می‌یابد ($F_{PM-PMag}$)، بخشی که از هسته روتور انتقال می‌یابد ($F_{PM-PMcr}$) و قسمتی که از هسته استاتور منتقل می‌شود ($F_{PM-PMcs}$). نیروهای $F_{PM-PMcr}$ ، $F_{PM-PMag}$ و $F_{PM-PMcs}$ نیروهای داخلی روتور بوده و $F_{PM-PMag}$ نماینده نیروهای متقابل مابین آهنرباهای دائم و هسته روتور می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\sum F_{PM-PMcr} + \sum F_{CR-PM} = 0 \quad \text{و} \quad \sum F_{PM-PMag} = 0$$

دائم و به طور یکنواخت یکدیگر را جذب می‌کنند. این اجزاء (یعنی آهنرباهای دائم و هسته روتور) اجسام صلب بوده و محکم به هم متصل شده‌اند به گونه‌ای که در مجموع نیز یک جسم صلب را تشکیل می‌دهند. بنابراین، نیروهای مابین آنها به وسیله عکس‌العمل سطحشان خنثی شده و در پاسخ به نیروهای داخلی ثابت روتور حرکت یا ارتعاشی نخواهند داشت. حال، رابطه (۳۷-۴) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \sum \mathbf{F}_{\text{PM-PMag}} + \sum \mathbf{F}_{\text{PM-PMcr}} + \sum \mathbf{F}_{\text{PM-PMcs}} + \sum \mathbf{F}_{\text{CS-PM}} + \sum \mathbf{F}_{\text{CR-PM}} &= 0 \\ \Rightarrow \sum \mathbf{F}_{\text{PM-PMcs}} &= -\sum \mathbf{F}_{\text{CS-PM}} \end{aligned} \quad (38-4)$$

که بر نیروهای جذبی متقابل مابین هسته استاتور و آهنرباهای دائم دلالت دارد. از آنجاییکه موتور شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه ساختار بدون شیار دارد، مقاومت مغناطیسی فاصله هوایی با \mathbf{F}_{PM} چرخش روتور تغییر نمی‌کند و در نتیجه، میدان مغناطیسی آهنرباهای دائم و موج نیروی جذبی- $\mathbf{F}_{\text{PM-PMcs}}$ حاصل از آن هم سرعت با روتور و آهنرباهای دائم می‌چرخد. بنابراین $\mathbf{F}_{\text{PM-PMcs}}$ را می‌توان به عنوان یک نیروی ثابت در زمان وارد بر آهنرباهای دائم در نظر گرفت که تمایل به جذب روتور به سمت استاتور دارد. با توجه به این که روتور به وسیله پوسته و یاتاقان‌ها مهار شده، این نیروی جذبی ثابت به طور کامل خنثی شده و سبب ارتعاش یا حرکت روتور نخواهد شد. البته این نتیجه تنها در ماشین‌های بدون شیار اعتبار دارد، چرا که در ماشین‌های شیاردار $\mathbf{F}_{\text{PM-PMcs}}$ به عنوان یکی از منابع اصلی ارتعاش روتور تلقی می‌شود. گذشته از این، بر خلاف $\mathbf{F}_{\text{PM-PMcs}}$ ، عکس‌العمل آن بر هسته استاتور یعنی $\mathbf{F}_{\text{CS-PM}}$ نسبت به هسته استاتور ثابت (در هر دو ساختار شیاردار و بدون شیار) در حرکت است و بنابراین، یقیناً سبب ارتعاش هسته استاتور خواهد شد.

دومین مجموعه مستقل نیروهای مغناطیسی شامل نیروهایی است که از میدان مغناطیسی سیم-پیچی‌های آرمیچر نشأت می‌گیرند و مجموع تمام آنها برابر صفر است:

$$\sum \mathbf{F}_{\text{w-w}} + \sum \mathbf{F}_{\text{cs-w}} + \sum \mathbf{F}_{\text{cr-w}} = 0 \quad (39-4)$$

که \mathbf{F}_{W-W} معرف نیروهای وارد بر سیم‌پیچی‌های آرمیچر ناشی از میدان مغناطیسی خود آنهاست (که از طریق فواصل هوایی یا هسته‌های آهنی منتقل می‌شود). علاوه بر این، \mathbf{F}_{CR-W} و \mathbf{F}_{CS-W} به ترتیب نماینده نیروهای وارد بر هسته‌های استاتور و روتور هستند که تنها از میدان مغناطیسی آرمیچر نتیجه شده‌اند. در اینجا نیز می‌توان \mathbf{F}_{W-W} را به سه بخش تقسیم کرد که عبارتند از: بخشی که از طریق فواصل هوایی منتقل می‌شود (\mathbf{F}_{W-Wag})، بخشی که از طریق هسته استاتور منتقل می‌شود (\mathbf{F}_{W-Wcs}) و بخشی که از طریق هسته روتور منتقل می‌شود (\mathbf{F}_{W-Wer}). نیروهای \mathbf{F}_{W-Wag} و \mathbf{F}_{W-Wcs} نماینده نیروهای متقابلی است که مستقیماً میان سیم‌پیچی‌های آرمیچر اثر می‌کنند. جفت نیروی \mathbf{F}_{CS-W} و \mathbf{F}_{W-Wcs} نیز به نیروهای متقابل مابین سیم‌پیچی‌های آرمیچر و هسته استاتور اشاره دارند، بنابراین داریم: $\sum \mathbf{F}_{W-Wcs} + \sum \mathbf{F}_{CS-W} = 0$ و $\sum \mathbf{F}_{W-Wag} = 0$. این امواج نیرو نسبت به اجراء استاتور در حرکتند، زیرا آنها از میدان مغناطیسی دوار معادل جریان‌های سه‌فاز آرمیچر ناشی شده‌اند. این امواج نیروی دوار می‌توانند به‌طور بالقوه سبب ارتعاش اجزاء استاتور گردند. البته، رفتار ارتعاشی اجزاء استاتور در پاسخ به این نیروهای داخلی دوار مستقیماً به میزان صلبیت (سفتی) آنها بستگی دارد. بر خلاف اجزاء روتور، اجزاء استاتور و اتصال میان آنها ممکن است کاملاً صلب نباشند. هسته استاتور ساختار ورقه‌ای دارد و سیم‌پیچی‌ها به‌طور جداگانه به دور آن پیچیده شده‌اند، بنابراین، سیم‌پیچی‌ها معمولاً به‌طریقی (مثلثاً با استفاده از لامپ یا رزین) تاحدی محکم می‌شوند. به هر حال، چنانچه آنها کاملاً صلب نباشند، می‌توانند در پاسخ به نیروهای داخلی اشاره شده دچار ارتعاش شوند. موج نیروی دیگری که به عنوان یک نیروی خارجی برای استاتور تلقی می‌شود، \mathbf{F}_{W-Wer} است. جهت بررسی این نیرو، در اینجا رابطه (۳۹-۴) به صورت رابطه زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \sum \mathbf{F}_{W-Wag} + \sum \mathbf{F}_{W-Wcs} + \sum \mathbf{F}_{W-Wer} + \sum \mathbf{F}_{CS-W} + \sum \mathbf{F}_{CR-W} &= 0 \\ \Rightarrow \sum \mathbf{F}_{W-Wer} &= -\sum \mathbf{F}_{CR-W} \end{aligned} \quad (40-4)$$

بنابراین، نیروهای متقابل F_{CR-W} و F_{W-W} بر تأثیر متقابل مابین سیمپیچی‌های استاتور و هسته روتور دلالت دارند. با چرخش روتور، F_{W-W} نسبت به سیمپیچی‌های استاتور حرکت می‌کند و سبب ارتعاش آنها می‌شود. البته، برای F_{CR-W} بحث متفاوت و پیچیده‌تری مورد نیاز است. چنانچه جریان‌های آرمیچر، سه‌فاز متعادل و سینوسی ایده‌آل عاری از هارمونیک باشند، میدان مغناطیسی معادلی را ایجاد می‌کنند که هم‌سرعت با روتور می‌چرخد. بدین‌سان ھر نقطه از روتور میدان مغناطیسی ثابتی (در زمان) ناشی از عکس‌العمل آرمیچر مشاهده می‌کند که سبب اعمال نیروی ثابت در زمان F_{CR-W} بر هسته روتور می‌شود. مؤلفه غالب این نیرو (در ماشین شار محوری)، مؤلفه محوری آن است که اگر جریان‌های آرمیچر سینوسی ایده‌آل باشند، سبب ارتعاش هسته روتور نخواهد شد. البته از آنجا که معمولاً جریان‌های آرمیچر هارمونیک دارند، F_{CR-W} به صورت یک نیروی خارجی متغیر با زمان بر هسته روتور وارد می‌شود که سبب ارتعاش آن خواهد شد.

در آخر کل ماشین الکتریکی به عنوان یک سیستم مکانیکی مستقل مورد بررسی قرار می‌گیرد. مجموعه نیروهای مغناطیسی داخلی در این سیستم علاوه بر نیروهای ذکر شده تا کنون، دو نیروی اضافی متقابل بین آهنرباهای دائم و سیم‌پیچی‌های آرمیچر را نیز شامل می‌شود که عبارتند از: نیروی وارد بر آهنرباهای دائم ناشی از میدان مغناطیسی سیم‌پیچی‌های آرمیچر (F_{PM-W}) و نیروی وارد بر سیم‌پیچی‌های آرمیچر ناشی از میدان مغناطیسی آهنرباهای دائم (F_{W-PM}). هر یک از این دو مجموعه نیرو، به‌تهاجی به صورت مجموعه‌ای از نیروهای خارجی برای هر کدام از سیستم‌های مکانیکی فوق‌الذکر (یعنی آهنرباهای دائم و سیم‌پیچ‌های آرمیچر) تلقی می‌شوند. با این وجود، این نیروها در کل ماشین الکتریکی به عنوان نیروهای داخلی مطرحند. بنابراین، می‌توان معادله پایستگی تکانه در کل ماشین الکتریکی را به صورت زیر نوشت:

$$\sum F_{PM-PM} + \sum F_{W-W} + \sum F_{CS-PM} + \sum F_{CS-W} + \sum F_{CR-PM} + \sum F_{CR-W} + \sum F_{PM-W} + \sum F_{W-PM} = 0 \quad (41-4)$$

از سوی دیگر، با جمع دو رابطه (۳۷-۴) و (۳۹-۴) داریم:

$$\sum \mathbf{F}_{\text{PM-PM}} + \sum \mathbf{F}_{\text{W-W}} + \sum (\mathbf{F}_{\text{CS-PM}} + \mathbf{F}_{\text{CR-PM}} + \mathbf{F}_{\text{CS-W}} + \mathbf{F}_{\text{CR-W}}) = 0 \quad (42-4)$$

مقایسه روابط (41-۴) و (42-۴) نتیجه می‌دهد:

$$\sum \mathbf{F}_{\text{PM-W}} = -\sum \mathbf{F}_{\text{W-PM}} \quad (43-4)$$

که بر جفت نیروی متقابل میان آهنرباهای دائم و سیمپیچه‌های آرمیچر اشاره دارد. رفتار ارتعاشی روتور در پاسخ به نیروی $\mathbf{F}_{\text{CR-W}}$ مانند $\mathbf{F}_{\text{PM-W}}$ می‌باشد. به بیان دیگر، چنانچه جریان‌های آرمیچر سه‌فاز متعادل و سینوسی ایده‌آل باشند، $\mathbf{F}_{\text{PM-W}}$ نیروی ثابتی را بر آهنرباهای دائم نتیجه می‌دهد که سبب گردش هموار روتور خواهد شد. با این وجود، با توجه به این که جریان‌های آرمیچر اغلب سینوسی ایده‌آل نیستند، مؤلفه‌های مماسی و محوری $\mathbf{F}_{\text{PM-W}}$ به عنوان منابع اصلی ریپل گشتاور و ارتعاش روتور تلقی می‌شوند. تأثیر ارتعاشی $\mathbf{F}_{\text{W-PM}}$ روی استاتور نیز مشابه $\mathbf{F}_{\text{W-Wcr}}$ است. به عبارت دیگر، هر دوی این نیروها سبب ارتعاش سیمپیچی‌های آرمیچر می‌شوند چون نسبت به آنها حرکت می‌کنند.

از بحث فوق نتیجه می‌گیریم که جفت نیروهای عمل و عکس‌العمل در هر ماشین آهنربای دائم با هسته‌های آهنی عبارتند از: $\{\mathbf{F}_{\text{W-Wag}}, \{\mathbf{F}_{\text{PM-PMcs}}, \mathbf{F}_{\text{CS-PM}}\}, \{\mathbf{F}_{\text{PM-PMcr}}, \mathbf{F}_{\text{CR-PM}}\}, \{\mathbf{F}_{\text{PM-PMag}}\}$. همچنین، نیروهای ارتعاشی در ماشین $\{\mathbf{F}_{\text{PM-W}}, \mathbf{F}_{\text{W-PM}}\}, \{\mathbf{F}_{\text{W-Wcs}}, \mathbf{F}_{\text{CS-W}}\}, \{\mathbf{F}_{\text{W-Wcr}}, \mathbf{F}_{\text{CR-W}}\}$ مورد مطالعه در این پایان‌نامه عبارتند از: $\mathbf{F}_{\text{CR-W}}$ روی آهنرباهای دائم، $\mathbf{F}_{\text{PM-W}}$ روی هسته روتور، $\mathbf{F}_{\text{W-PM}}$ روی سیمپیچه‌های استاتور، و $\mathbf{F}_{\text{CS-W}}$ و $\mathbf{F}_{\text{CS-PM}}$ روی هسته استاتور.

اکنون به استخراج روابط توزیع‌های حجمی و سطحی نیروهای فوق با استفاده از نتایج تنسور تنش هلmhولتز (یعنی روابط (26-۴) و (32-۴)) در مدل دو بعدی شکل ۲-۳ می‌پردازیم. در این راستا، ابتدا آهنرباهای دائم از جنس نئودیمیوم-آهن-بور (NdFeB) را با چگالی شار پس‌ماند یکنواخت $\mathbf{Br} = B_m \mathbf{n} + B_{rr} \mathbf{T}$ و بدون جریان الکتریکی در نظر می‌گیریم. همچنین، برای این آهنرباهای دائم می‌توان نفوذپذیری مغناطیسی را با تقریب خوبی به صورت یکنواخت یعنی $\mu_0 = \mu$ فرض نمود. بنابراین، به دلیل عدم عبور جریان از آهنرباهای دائم و عدم تغییر ضریب نفوذپذیری مغناطیسی درون آهنربا و در

لبه‌های آن، جملات اول و دوم رابطه (۲۶-۴) در تمامی نقاط داخل آهنربا و نیز در لبه‌های آن برابر صفرند. از آنجا که \mathbf{B}_r داخل آهنربا ثابت و مستقل از مکان است، عبارت چهارم رابطه (۲۶-۴) نیز در داخل آهنربا برابر صفر بوده و تنها عبارت سوم مخالف صفر می‌باشد. در نتیجه مطابق روابط (۲۶-۴) و (۳۲-۴)، توزیع نیروهای سطحی و حجمی در آهنرباهای دائم به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\mathbf{F}_{PM,v} = \left(1/2\right) \nabla^{\frac{1}{2}} (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}_g), \quad \mathbf{F}_{PM,s} = \left[B_{gsn} B_{rn} / (2\mu_0) + H_{gst} B_{rt} / 2 \right] \mathbf{n} \quad (44-4)$$

که جهت مطابقت با قراردادهای بخش‌های پیشین، بردارهای شدت میدان و چگالی شار مغناطیسی برآیند فاصله هوایی در ماشین مورد مطالعه به ترتیب با نمادهای \mathbf{H}_g و B_g نشان داده می‌شوند. همچنین، H_{gst} و B_{gsn} به ترتیب نماینده مؤلفه نرمال چگالی شار برآیند و مؤلفه مماسی شدت میدان مغناطیسی برآیند فاصله هوایی روی سطح S می‌باشند. هر یک از مؤلفه‌های برآیند فوق را می‌توان به دو بخش سهم میدان آهنرباهای دائم و سهم میدان سیم‌پیچی آرمیچر تقسیم نمود. با نمایش این سهم‌ها با پسوندهای PM و W و بازنوبسی $\mathbf{F}_{PM,v}$ و $\mathbf{F}_{PM,s}$ بر حسب آنها داریم:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{PM,v} &= \left(1/2\right) \nabla^{\frac{1}{2}} (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}_{g,PM}) + \left(1/2\right) \nabla^{\frac{1}{2}} (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}_{g,W}) \\ \mathbf{F}_{PM,s} &= \left[B_{g,PMsn} B_{rn} / (2\mu_0) + H_{g,PMst} B_{rt} / 2 \right] \mathbf{n} + \left[B_{g,wsn} B_{rn} / (2\mu_0) + H_{g,wst} B_{rt} / 2 \right] \mathbf{n} \end{aligned} \quad (45-4)$$

و در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{PM-PM} &= \begin{cases} \left(1/2\right) \nabla^{\frac{1}{2}} (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}_{g,PM}) & : \text{Volumetric Distribution} \\ \left[B_{g,PMsn} B_{rn} / (2\mu_0) + H_{g,PMst} B_{rt} / 2 \right] \mathbf{n} & : \text{Superficial Distribution} \end{cases} \\ \mathbf{F}_{PM-W} &= \begin{cases} \left(1/2\right) \nabla^{\frac{1}{2}} (\mathbf{B}_r \bullet \mathbf{H}_{g,W}) & : \text{Volumetric Distribution} \\ \left[B_{g,wsn} B_{rn} / (2\mu_0) + H_{g,wst} B_{rt} / 2 \right] \mathbf{n} & : \text{Superficial Distribution} \end{cases} \end{aligned} \quad (46-4)$$

اکنون به بررسی سیم‌پیچی‌های آرمیچر با بردار چگالی جریان یکنواخت \mathbf{J}_{ph0} در هر فاز $ph0$ نفوذپذیری مغناطیسی برابر با هوا ($\mu=\mu_0$) و بدون چگالی شار پس‌ماند ($\mathbf{B}_r=0$) می‌پردازیم. بر اساس روابط (۲۶-۴) و (۳۲-۴) در این موارد نیروهای سطحی وجود نداشته و تنها نیروی وارد بر سیم‌پیچی-های آرمیچر، نیروی حجمی لورنتز یعنی $\mathbf{F}_{W,v}=\mathbf{J}_{ph0} \times \mathbf{B}$ است که می‌تواند بر حسب سهم‌های جداگانه

آهنرباهای دائم و جریان‌های آرمیچر به صورت $\mathbf{F}_{W,v} = \mathbf{J}_{ph0} \times \mathbf{B}_{g,PM} + \mathbf{J}_{ph0} \times \mathbf{B}_{g,W}$ بازنویسی شود. در

نتیجه داریم:

$$\mathbf{F}_{W-PM} = \mathbf{J}_{ph0} \times \mathbf{B}_{g,PM} \quad , \quad \mathbf{F}_{W-W} = \mathbf{J}_{ph0} \times \mathbf{B}_{g,W} \quad : \text{ Volumetric Distributions } \quad (47-4)$$

قابل توجه است که نیروهای فوق تنها در صورت عبور جریان به سیم‌پیچی‌های آرمیچر وارد می‌شوند.

همچنین مطابق روابط (۲۶-۴) و (۳۲-۴) به فواصل هوایی نیرویی وارد نمی‌شود. بنابراین آخرین مورد

باقیمانده، فرمول‌بندی نیروهای وارد بر هسته‌های آهنی است. داریم:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{Iron,v} &= -(1/2) \mathbf{H}_{Iron}^2 \nabla \mu_{Iron} \\ \mathbf{F}_{Iron,s} &= (1/2) \left[(\mu_{Iron_s} - \mu_0) H_{Iron,sT}^2 - (1/\mu_{Iron_s} - 1/\mu_0) B_{Iron_sn}^2 \right] \mathbf{n} \end{aligned} \quad (48-4)$$

که در آن، پسوند $Iron$ در حالت کلی نماینده هر دو پسوند CS و CR می‌باشد. بنابراین مثلاً نمادهای

μ_{Iron} و μ_{Iron_s} توزیع نفوذپذیری مغناطیسی را به ترتیب در داخل هسته‌های آهنی و روی سطح آنها

نشان می‌دهند. مجدداً نمادهای \mathbf{H}_{Iron} , \mathbf{B}_{Iron} و مؤلفه‌های آنها یعنی $H_{Iron,ST}$ و $B_{Iron,sn}$ نماینده اثر

برآیند آهنرباهای دائم و جریان‌های آرمیچر در هسته‌های آهنی هستند. در نتیجه با جایگذاری می-

توان $\mathbf{H}_{Iron} = \mathbf{H}_{Iron,PM} + \mathbf{H}_{Iron,W}$ نوشت:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{Iron,v} &= -(1/2) [\mathbf{H}_{Iron} \bullet (\mathbf{H}_{Iron,PM} + \mathbf{H}_{Iron,W})] \nabla \mu_{Iron} \\ &= -(1/2) (\mathbf{H}_{Iron} \bullet \mathbf{H}_{Iron,PM}) \nabla \mu_{Iron} - (1/2) (\mathbf{H}_{Iron} \bullet \mathbf{H}_{Iron,W}) \nabla \mu_{Iron} \\ \mathbf{F}_{Iron,s} &= (1/2) \left[\begin{array}{l} (\mu_{Iron_s} - \mu_0) H_{Iron,sT} (H_{Iron,PM,ST} + H_{Iron,W,ST}) \\ -(1/\mu_{Iron_s} - 1/\mu_0) B_{Iron,sn} (B_{Iron,PM,sn} + B_{Iron,W,sn}) \end{array} \right] \mathbf{n} \end{aligned} \quad (49-4)$$

و نهایتاً داریم:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{Iron-PM} &= \begin{cases} -(1/2) (\mathbf{H}_{Iron} \bullet \mathbf{H}_{Iron,PM}) \nabla \mu_{Iron} & : \text{Volumetric Distribution} \\ \left[(\mu_{Iron_s} - \mu_0) H_{Iron,sT} H_{Iron,PM,ST} - (1/\mu_{Iron_s} - 1/\mu_0) B_{Iron,sn} B_{Iron,PM,sn} \right] \mathbf{n} & : \text{Superficial Distribution} \end{cases} \quad (50-4) \\ \mathbf{F}_{Iron-W} &= \begin{cases} -(1/2) (\mathbf{H}_{Iron} \bullet \mathbf{H}_{Iron,W}) \nabla \mu_{Iron} & : \text{Volumetric Distribution} \\ \left[(\mu_{Iron_s} - \mu_0) H_{Iron,sT} H_{Iron,W,ST} - (1/\mu_{Iron_s} - 1/\mu_0) B_{Iron,sn} B_{Iron,W,sn} \right] \mathbf{n} & : \text{Superficial Distribution} \end{cases} \end{aligned}$$

که در آن، با توجه به ماهیت غیرخطی (درجه ۲) نیروهای مغناطیسی در هسته‌های آهنی، سه‌همهای

جداگانه مربوط به آهنرباهای دائم و سیم‌پیچی‌های آرمیچر (در حالت حضور هر دوی آنها) به ترتیب بر

حسب H_{Iron} و $H_{Iron,W}$ و $H_{Iron,PM}$ نوشته شده‌اند و همچنان نماینده میدان مغناطیسی برآیند هر دو بخش (یعنی آهن‌باهای دائم و سیم‌پیچی‌های آرمیچر) می‌باشد. در توضیح چرایی این نوع نوشتار باید توجه داشت که سهم جداگانه هر بخش در نیروهای مغناطیسی وارد بر هسته‌های آهنی از اثر متقابل میدان مغناطیسی ایجاد شده به‌وسیله آن بخش با مغناطیس‌شوندگی آهن نتیجه می‌شود. با این وجود، مغناطیس‌شوندگی آهن خود از برآیند اثر هر دو بخش به‌وجود می‌آید.

در اینجا مطابق رابطه (۴-۴۸) می‌توان ملاحظه نمود که به‌طور خاص چنانچه ماده سازنده هسته‌های آهنی فرومغناطیس بسیار قوی با ضریب نفوذپذیری مغناطیسی بینهایت باشد، بردار شدت میدان مغناطیسی داخل هسته‌ها H_{Iron} برابر صفر بوده و بردارهای چگالی شار و شدت میدان مغناطیسی فاصله هوایی در مرز هسته‌های آهنی با فاصله هوایی بر مرز عمودند. بر این اساس، در این حالت ایده-آل رابطه (۴-۴۸) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$F_{Iron,v} = 0, \quad F_{Iron,s} = \left(\frac{B_{Iron,s}^2}{2\mu_0} \right) n \quad (51-4)$$

بنابراین به راحتی می‌توان مشاهده نمود که در حالت ایده‌آل (که نفوذپذیری مغناطیسی هسته‌های آهنی بینهایت است)، چگالی سطحی نیروی وارد بر سطح خارجی هسته‌های آهنی دقیقاً از همان رابطه (۱-۳) فصل دوم محاسبه می‌شود. با این وجود جهت حصول بیشترین دقت در حالت کلی باید از رابطه (۴-۴۸) استفاده نمود.

۴-۴- محاسبه نحوه ارتعاش اجزاء مختلف ماشین

این بخش به ارائه روابط ریاضی حاکم بر نحوه ارتعاش اجزاء مختلف ماشین الکترونیکی مورد مطالعه در پاسخ به اعمال نیروهای ارتعاشی محاسبه شده در بخش پیشین می‌پردازد. ارتعاش/جسم الاستیک در حقیقت، نوسان مجموعه اجزاء کوچک (جرمی- فنری) آنهاست. به‌بیان دیگر، هر جسم الاستیک را می‌توان با مجموعه‌ای از اجزاء کوچک مدل نمود که هر جزء با یک سیستم مکانیکی جرم- فنر- دمپر

معادل است. سیستم مزبور در حقیقت از دو عنصر ذخیره‌ساز انرژی (جرم و فنر) ساخته شده که هر یک انرژی را به‌شکل خاصی در خود ذخیره می‌کنند و مبادله انرژی میان این دو عنصر سبب ایجاد نوسان می‌شود. بنابراین، ارتعاش اجسام الاستیک را می‌توان از طریق مدل‌سازی نوسان اجزاء کوچک جرمی-فنری آنها شبیه‌سازی نمود. در علم مکانیک، به این روش مدل‌سازی ارتعاش اجسام الاستیک، روش اجزاء محدود اگفته می‌شود. در این روش، جسم مورد مطالعه به صورت مجموعه‌ای از عناصر کوچک مدل گردیده که هر عنصر در حکم یک سیستم جرم-فنر-دمپر می‌باشد، و با مطالعه نحوه نوسان این مجموعه از عناصر، رفتار ارتعاشی جسم مورد مطالعه مشخص خواهد شد. هر عنصر از یک جرم نقطه‌ای کوچک تشکیل گردیده که به صورت یک گره در نظر گرفته می‌شود. گره‌ها آنقدر کوچکند که خود فاقد رفتار ارتعاشی و کشسانی بوده و تنها رفتار نوسانی خواهند داشت. هر دو گره مجاور از طریق یک فنر کوچک به یکدیگر متصلند که رفتار ارتعاشی آنها را مدل می‌نماید [۲۵].

جهت انجام شبیه‌سازی ارتعاش مدل حاصل، در دست داشتن پارامترهای ثابت اجزاء کوچک جرم و فنری آن مورد نیاز است. پارامترهای ثابت یک سیستم جرم-فنر-دمپر ساده عبارتند از: مقدار جرم، ثابت فنر و ضریب اصطکاک (میرایی) دمپر. برای چنین سیستمی، معادله اساسی نوسان (قانون دوم نیوتون) به صورت رابطه زیر بیان می‌شود [۲۰، ۳۰].

$$f = mx\ddot{x} + bx\dot{x} + kx \quad (52-4)$$

در رابطه (۵۲-۴) m نمایدۀ جرم جسم، b ضریب میرایی و k ثابت فنر (کشسانی) سیستم بوده و f و x به ترتیب، مقادیر لحظه‌ای نیرو و جابجایی حاصل را به صورت توابعی از زمان نشان می‌دهند. همچنین، نمادهای \ddot{x} و \dot{x} به ترتیب، مقادیر مشتق اول و دوم سیگنال جابجایی (یعنی، سرعت و شتاب لحظه‌ای) را نمایش می‌دهند. جهت استخراج معادله اساسی ارتعاش اجسام الاستیک از رابطه (۵۲-۴) با استفاده از مدل اجزاء محدود برداری ستونی مت Shank از n عنصر (به تعداد گره‌ها) به عنوان بردار

جابجایی در نظر گرفته می‌شود. این بردار توابع زمانی جابجایی تک‌تک گره‌های سیستم را در بر دارد.

در این صورت، پارامترهای m و b به جای اعدادی ثابت، ماتریس‌های ثابتی با ابعاد $n \times n$ و

\mathbf{K}) خواهند بود که به ترتیب با عنوانین ماتریس‌های جرم، میرایی و سفتی شناخته می‌شوند.

همچنین مقادیر سیگنال‌های نیروی ورودی به هر یک از گره‌ها نیز درون بردار \mathbf{F} قرار داده می‌شوند و

معادله دیفرانسیل ماتریسی ارتعاش گره‌های جسم الاستیک به صورت روابط (۵۳-۴) و (۵۴-۴) حاصل

می‌گردد. با حل این معادله دیفرانسیل ماتریسی، بردارهای جابجایی ارتعاش (\mathbf{x}) و سرعت ارتعاش

در گره‌های مختلف حاصل خواهند شد. سیگنال سرعت ارتعاش حاصل از این محاسبه در هر گره،

اندازه همان بردار سرعت ارتعاش مورد استفاده در روابط و محاسبات صوتی فصل اول (u) می‌باشد و

به عنوان ورودی محاسبات صوتی تلقی خواهد گردید.

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12}L & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22}L & m_{2n} \\ M & MO & M \\ m_{n1} & m_{n2}L & m_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12}L & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22}L & b_{2n} \\ M & MO & M \\ b_{n1} & b_{n2}L & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12}L & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22}L & k_{2n} \\ M & MO & M \\ k_{n1} & k_{n2}L & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (53-4)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} \quad (54-4)$$

با توجه به روابط (۵۳-۴) و (۵۴-۴)، تحلیل پاسخ ارتعاشی جسم به ورودی می‌تواند با توجه به جنس

ورودی اعمالی و اطلاعات مطلوب در پاسخ، به صورت‌های مختلفی ساده گشته و انجام پذیرد. از

جمله، در حالتی که سیگنال‌های موجود در بردار نیروی ورودی \mathbf{F} همگی از نوع دائمی پریو دیک

(تکرار شونده با پریو خاصی) باشند و بررسی رفتار گذراي پاسخ در هنگام اعمال ورودی نیز مورد نظر

نباشد، جهت دستیابی به پاسخ دائمی پریو دیک ارتعاش جسم به جای حل مستقیم زمانی معادله

دیفرانسیل رابطه (۵۴-۴) می‌توان از روش فازوری هارمونیکی به شرح ذیل بهره جست [۴۰، [۴۱]

-Mass Matrix^۱

-Damping Matrix^۲

-Stiffness Matrix^۳

۱- درجات آزادی^۱ ممکن در ارتعاش تمامی گرههای سیستم تعیین گردد. به ازای تمامی درجات

آزادی ارتعاش ممکن در هر گره، مراحل زیر انجام پذیرد:

۲- عناصر بردار نیروی ورودی \mathbf{F} در گرههای مختلف، همگی به مؤلفه‌های متناظر با هر یک از درجات

آزادی ارتعاش ممکن در هر گره تجزیه شوند. سپس، تمامی سیگنال‌های دائمی پریودیک موجود

در هر مؤلفه از بردار نیروی ورودی \mathbf{F} با استفاده از سری فوریه به اجزای هارمونیکی سینوسی آن

در فرکانس‌های مختلف تجزیه گردد.

۳- هارمونیک نیروی ورودی در هر فرکانس به صورت برداری از اعداد مختلط (فازور) با اندازه‌های

یکسان و فازهای قابل تغییر در گرههای مختلف در نظر گرفته شود. با فرض شکل موج هارمونیک

از مرتبه m نیروی اعمالی به صورت رابطه (۵۵-۴)، سیگنال‌های زمانی نیروی اعمالی به گرهها از

سوی شکل موج مزبور را به صورت بردار $\mathbf{F}_m(t)$ مورد نمایش در رابطه (۵۶-۴) نشان داد که در آن،

پارامترهای β_1 تا β_n به ترتیب برابر با $ma_n + \psi_m$ تا $ma_1 + \psi_m$ بوده و مقادیر اختلاف فاز گرههای ۱

تا n را نشان می‌دهند.

$$f_m(\alpha, t) = F_m \cos(\omega_m t + m\alpha + \psi_m) \quad (55-4)$$

$$\mathbf{F}_m(t) = \begin{bmatrix} f_m(\alpha_1, t) \\ f_m(\alpha_2, t) \\ \vdots \\ f_m(\alpha_n, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_m \cos(\omega_m t + m\alpha_1 + \psi_m) \\ F_m \cos(\omega_m t + m\alpha_2 + \psi_m) \\ \vdots \\ F_m \cos(\omega_m t + m\alpha_n + \psi_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_m \cos(\omega_m t + \beta_1) \\ F_m \cos(\omega_m t + \beta_2) \\ \vdots \\ F_m \cos(\omega_m t + \beta_n) \end{bmatrix} \quad (56-4)$$

با توجه به یکسان بودن مقادیر فرکانس (ω_m) و بیشینه (F_m) مؤلفه هارمونیک m نیروی اعمالی

برای تمامی گرهها، مشخصه‌های اصلی (اندازه و فاز) بردار نیرو را می‌توان به صورت برداری از اعداد

مختلط (فازور) با اندازه‌های یکسان و فازهای متغیر، مطابق با رابطه زیر نمایش داد.

^۱Degrees of Freedom

$$\hat{\mathbf{F}}_m = F_m \begin{bmatrix} e^{j\beta_1} \\ e^{j\beta_2} \\ M \\ e^{j\beta_n} \end{bmatrix} = F_m \mathbf{e}^{j\beta} = F_m \begin{bmatrix} \angle \beta_1 \\ \angle \beta_2 \\ M \\ \angle \beta_n \end{bmatrix} = F_m |\beta| \quad (57-4)$$

در رابطه (57-4) نمادهای $\hat{\mathbf{F}}_m$ و β به ترتیب، نماینده بردارهای محتوی فازورهای نیروهای اعمالی به گرهای مختلف، و فاز آنها می‌باشند. سرانجام، با تغییر حوزه محاسبات به حوزه اعداد مختلط، صورت مختلط رابطه (56-4) به صورت زیر بیان می‌گردد که در آن نماد $\mathbf{F}_m^0(t)$ معرف بردار محتوی توابع زمانی مختلط نیروی ورودی اعمالی به گرهای مختلف می‌باشد.

$$\mathbf{F}_m^0(t) = \begin{bmatrix} F_m e^{j(\omega_m t + \beta_1)} \\ F_m e^{j(\omega_m t + \beta_2)} \\ M \\ F_m e^{j(\omega_m t + \beta_n)} \end{bmatrix} = F_m \begin{bmatrix} e^{j\beta_1} \\ e^{j\beta_2} \\ M \\ e^{j\beta_n} \end{bmatrix} e^{j\omega_m t} = F_m \mathbf{e}^{j\beta} e^{j\omega_m t} = \hat{\mathbf{F}}_m e^{j\omega_m t} \quad (58-4)$$

۴- پاسخ ارتعاشی حاصل از اعمال شکل موج نیروی رابطه (55-4) به جسم الاستیک از دو بخش تعیین می‌گردد. بخش اول اصطلاحاً پاسخ ورودی صفر (گذرا) نامیده شده و از فرکانس‌های طبیعی (مدی‌های ارتعاشی) ساختار مکانیکی جسم نشأت می‌گیرد. به دلیل وجود میرایی‌های موجود، این پاسخ پس از مدت کوتاهی میرا شده و از بین می‌رود. بخش دوم پاسخ اصطلاحاً پاسخ حالت صفر (دائمی سینوسی) نامیده شده و فرکانسی برابر با فرکانس نیروی ورودی اعمالی خواهد داشت. این پاسخ، همگام با تداوم نیروی اعمالی ورودی در بلندمدت رفتار پایدار جسم را تعیین می‌نماید. بر این اساس، در آنالیز حاضر از حضور پاسخ گذرا اولیه صرف‌نظر شده و تنها پاسخ حالت پایدار دائمی سینوسی مورد توجه قرار می‌گیرد (با توجه به کوتاه بودن مدت حضور پاسخ گذرا اولیه، نویز صوتی دائمی حاصل از ارتعاش اجسام نیز با توجه به پاسخ دائمی پریودیک حالت پایدار آنها قابل محاسبه و بررسی خواهد بود). بنابراین بردار توابع زمانی مختلط جابجاپی ارتعاش حاصل در گرهای مختلف $(\mathbf{F}_m^0(t))$ ، به صورت رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\hat{\mathbf{x}}_m(t) = \begin{bmatrix} X_m e^{j(\omega_m t + \chi_1)} \\ X_m e^{j(\omega_m t + \chi_2)} \\ \vdots \\ X_m e^{j(\omega_m t + \chi_n)} \end{bmatrix} = X_m \begin{bmatrix} e^{j\chi_1} \\ e^{j\chi_2} \\ \vdots \\ e^{j\chi_n} \end{bmatrix} e^{j\omega_m t} = X_m e^{j\chi} e^{j\omega_m t} = \hat{\mathbf{X}}_m e^{j\omega_m t} \quad (59-4)$$

در رابطه (59-4) نمادهای X_m و χ تا n به ترتیب نماینده بیشینه جابجایی ارتعاش حاصل در تمامی گرهها و فاز ارتعاش گرههای ۱ تا n می‌باشند. همچنین، نمادهای χ و $\hat{\mathbf{X}}_m$ نیز به ترتیب بردارهای محتوی فازهای ارتعاش فازورهای جابجایی ارتعاش در تمامی گرهها را نشان می‌دهند.

۵- با جایگذاری بردارهای حاصل از روابط (58-۴) و (59-۴) در رابطه (54-۴) معادله دیفرانسیل ارتعاش جسم به صورت رابطه زمانی مختلط زیر ساده می‌گردد.

$$\hat{\mathbf{F}}_m e^{j\omega_m t} = (-\omega_m^2 \mathbf{M} + j\omega_m \mathbf{B} + \mathbf{K}) \hat{\mathbf{X}}_m e^{j\omega_m t} \quad (60-4)$$

با توجه به یکسان بودن فرکانس نیروی اعمالی و جابجایی ارتعاش حاصل، با حذف تابعیت زمانی مختلط $e^{j\omega_m t}$ از دو سمت رابطه (60-4) داریم:

$$\hat{\mathbf{F}}_m = (-\omega_m^2 \mathbf{M} + j\omega_m \mathbf{B} + \mathbf{K}) \hat{\mathbf{X}}_m \quad (61-4)$$

به بیان دیگر، به دلیل تکرار متناوب پاسخ ارتعاش سینوسی با فرکانس مشخص (همسان با ورودی) در زمان، در این تحلیل نیازی به ورودی متغیر زمان نموده و به راحتی با استفاده از آنالیز جبری مختلط (فازوری)، می‌توان اندازه و فاز پاسخ ارتعاشی در گرههای مختلف را محاسبه نمود. با متناظر نمودن بردار فازورهای نیرو به بردار فازورهای ولتاژ و بردار فازورهای جابجایی ارتعاش به بردار فازورهای جریان، ماتریس حاصل از رابطه زیر به عنوان ماتریس امپدانس ارتعاشی مختلط سیستم در هارمونیک m (Z_m) معرفی می‌گردد.

$$Z_m = -\omega_m^2 \mathbf{M} + j\omega_m \mathbf{B} + \mathbf{K} \quad (62-4)$$

در نهایت بردار فازورهای جابجایی ارتعاش هارمونیک m در گرههای مختلف از طریق معکوس ساختن ماتریس امپدانس ارتعاشی حاصل و ضرب آن در بردار فازورهای نیرو به دست خواهد آمد:

$$\hat{\mathbf{X}}_m = \left(-\omega_m^2 \mathbf{M} + j\omega_m \mathbf{B} + \mathbf{K} \right)^{-1} \hat{\mathbf{F}}_m = \mathbf{Z}_m^{-1} \hat{\mathbf{F}}_m \quad (63-4)$$

۶- با تکرار مراحل ۳ تا ۵ برای تمامی هارمونیک‌ها و جمع توابع زمانی ارتعاش هارمونیکی حاصل برای هر گره پاسخ حالت دائمی پریودیک ارتعاش جسم در درجه آزادی مورد بررسی بهازی شکل موج ورودی اعمالی در آن بُعد محاسبه خواهد شد. تابع زمانی مؤلفه سرعت ارتعاش (در درجه آزادی مورد بررسی) در هر گره با مشتق زمانی تابع جابجایی ارتعاش بدست آمده برابر است.

با تکرار مراحل فوق برای تمامی درجات آزادی ممکن در هر گره، و جمع برداری مؤلفه‌های جابجایی ارتعاش حاصل، بردارهای نهایی جابجایی ارتعاش در تمامی گره‌ها به‌دست خواهند آمد. همچنین، جمع برداری توابع مؤلفه‌های سرعت ارتعاش منتجه در تمامی درجات آزادی ممکن گره‌ها نیز توابع نهایی سرعت ارتعاش در گره‌ها را به‌دست می‌دهند. با استفاده از مجموعه توابع زمانی برآیند جابجایی و سرعت ارتعاش حاصل در تمامی گره‌ها، شکل موج‌های فضا-زمانی برآیند جابجایی و سرعت ارتعاش نقاط مختلف جسم حاصل می‌گردد. شکل موج‌های مزبور جهت انجام محاسبات صوتی قابل استفاده خواهند بود.

۴-۴- نتیجه‌گیری فصل

در این فصل، با انجام بررسی‌های تئوری مفصلی مشخص شد که تنسور تنش هلمهولتز تنها روش صحیح جهت محاسبه نیروهای مغناطیسی در حالت کلی است. بر این اساس، روابط تحلیلی جامعی جهت محاسبه نیروهای مغناطیسی وارد بر اجزاء مختلف ماشین مغناطیس دائم شار محوری مورد مطالعه ارائه شدند. همچنین با انجام بررسی‌های تکمیلی، گروهی از این نیروها که سبب ارتعاش اجزاء مختلف ماشین می‌شوند نیز تعیین گردیدند. روابط تحلیلی حاصل در این فصل می‌توانند به همراه روابط تحلیلی استخراج شده در فصل سوم در الگوریتم طراحی ماشین شار محوری آهنربای دائم مورد استفاده قرار گیرند. این هدف در فصل بعد محقق خواهد شد.

فصل پنجم

طراحی بهینه موتور آهنربای دائم بدون شیار

۱-۵- مقدمه فصل

در این بخش روند طراحی ساختار و ابعاد اساسی ماشین شار محوری مغناطیس دائم با جزئیات لازم ارائه می‌شود. الگوریتم طراحی کلی ماشین در مرحله اول شامل تعیین پارامترهای اصلی یا خواسته‌های طراحی و محدودیت‌های کلی ماشین مورد نظر می‌باشد. همچنین در هر مسأله طراحی ماشین مجموعه‌ای از متغیرهای ابعادی و الکترومغناطیسی با مقادیر نامعلوم وجود دارند که تحت عنوان پارامترهای طراحی ماشین شناخته می‌شوند. از آنجاییکه در مسائل طراحی ماشین همواره تعداد مجهولات از معادلات بیشتر است، برخی از پارامترهای طراحی باید به عنوان پارامترهای انتخابی تعیین شوند و مقادیر سایر پارامترها از روی آنها محاسبه گردند. بر این اساس، در مرحله دوم باید مقادیری به پارامترهای انتخابی به صورت مستقل از سایر پارامترها اختصاص یابد. اتخاذ صحیح و بهینه مقادیر پارامترهای انتخابی همواره به عنوان یکی از موارد بسیار پراهمیت در مسائل طراحی ماشین تلقی می‌شود. مقادیر پارامترهای انتخابی باید به نحوی اتخاذ شوند که پارامترهای اصلی و محدودیت‌های طراحی ماشین را برآورده نموده و مقدار بهینه تابع هدف طراحی ماشین را نتیجه دهند. بر این اساس، مسئله طراحی ماشین به صورت یک مسئله بهینه‌سازی با تابع هدف و قیود (محدودیت‌های) مشخص مطرح می‌گردد که متغیرهای تصمیم‌گیری آن، پارامترهای انتخابی ماشین می‌باشند. در این راستا پارامترهای انتخابی ماشین به سه گروه تقسیم شده‌اند. گروه اول آن دسته از پارامترهای انتخابی هستند که مستقیماً بدون استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی و تنها بر مبنای تجربه و دانش فنی مقداردهی می‌شوند و مقدار آنها تا انتهای الگوریتم طراحی ثابت خواهد ماند. این گروه از پارامترها تحت عنوان پارامترهای انتخابی ثابت شناخته می‌شوند. دسته دوم شامل گروهی از متغیرهای طراحی هستند که مقادیر واقعی آنها اختیاری نبوده و در ابتدای فرآیند طراحی مجهول است، اما بر اساس شرایط مسئله در طول فرآیند طراحی قابل محاسبه می‌باشد. این گروه پارامترهای تصحیح‌پذیر نام دارند (نظیر ضریب نشت، ضریب قدرت و ...). مقادیر اولیه این پارامترها در ابتدای الگوریتم طراحی به

صورت معقول و منطقی فرض می‌گردد و در طول فرآیند طراحی مورد تصحیح قرار می‌گیرد. مقادیر سایر پارامترهای انتخابی که با عنوان پارامترهای انتخابی بهینه‌پذیر شناخته می‌شوند، با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی گروهی ذرات (PSO) تعیین خواهد شد. در مرحله بعد مقادیر پارامترهای محاسباتی بر اساس روابط ریاضی موجود به طور کامل مورد محاسبه قرار می‌گیرند. پس از محاسبه تمامی متغیرهای الکترومغناطیسی ماشین در این مرحله ممکن است که مقادیر اولیه فرض شده برای پارامترهای تصحیح‌پذیر نیاز به تصحیح داشته باشد. در این صورت مقادیر این پارامترها تصحیح گردیده و محاسبات طراحی مجدداً با استفاده از مقادیر جدید تصحیح شده تکرار می‌گردند. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که درصد تغییرات مقادیر متغیرهای تصحیح‌پذیر در دو تکرار متوالی از عدد ثابتی کوچکتر شده و به اصطلاح الگوریتم طراحی همگرا گردد.

۲-۵-۱- روند طراحی

فلوچارت کلی فرآیند طراحی ماشین در شکل ۱-۵ نمایش داده شده است. بر اساس این شکل و توضیحات بخش ۱-۵، تمامی پارامترها و متغیرهای طراحی ماشین به صورت زیر معرفی می‌شوند.

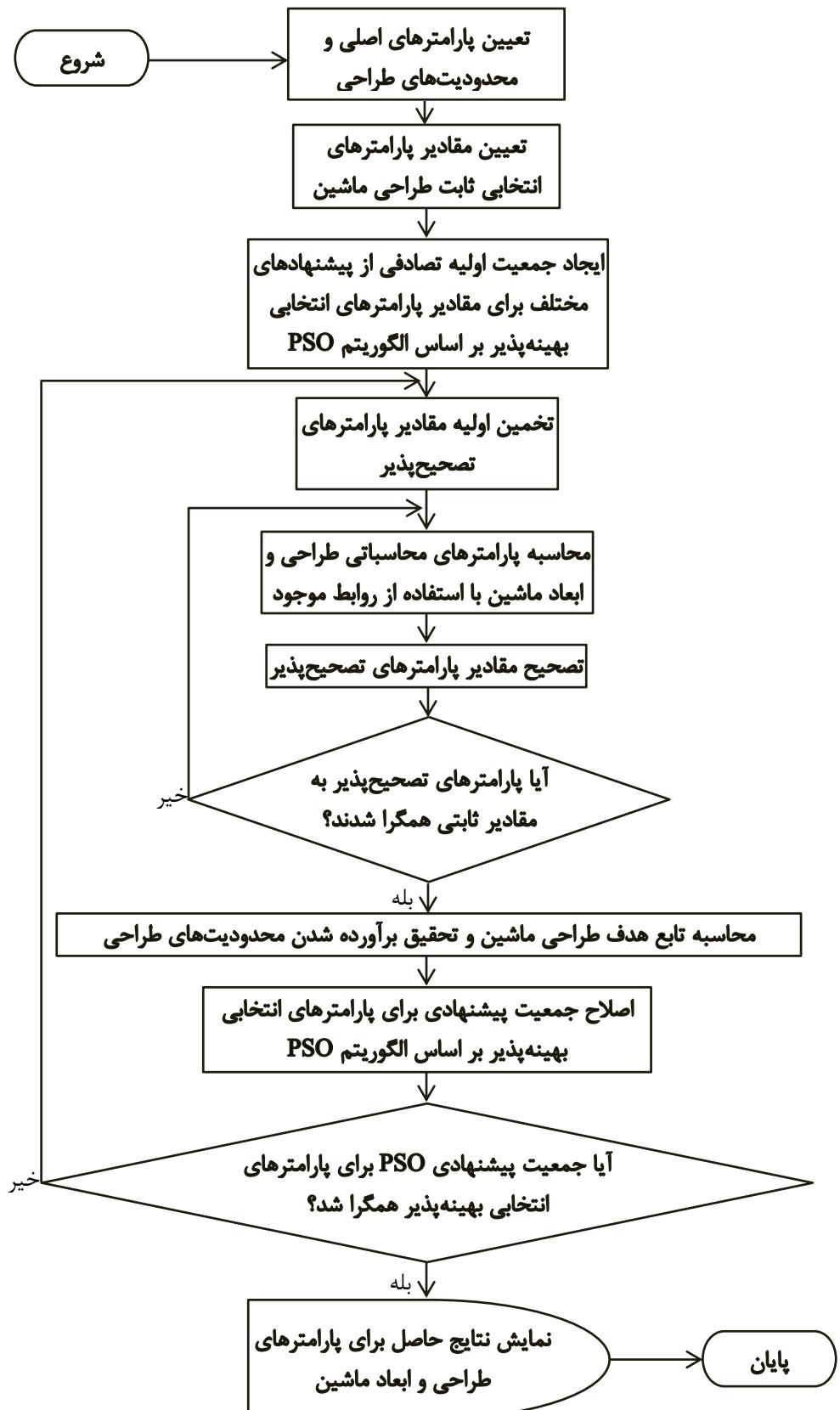
۱-۵-۲-۱- پارامترهای اصلی طراحی

پارامترهای اصلی طراحی ماشین عبارتند از سرعت چرخش نامی موتور n_s (۱۴۰۰ دور در دقیقه) و توان خروجی (mekanikی) کل P_{out} (۳۷۰۰ وات)

۱-۵-۲-۲- محدودیت‌های اصلی طراحی

محدودیت‌های اصلی طراحی ماشین عبارتند از:

- محدودیت ماکزیمم ولتاژ مؤثر ترمینال ماشین در هر فاز $V_{ph_rms, Max} = ۹۵,۵$ V
- محدودیت مینیمم ولتاژ مؤثر ترمینال ماشین در هر فاز $V_{ph_rms, Min} = ۱۰$ V
- محدودیت ماکزیمم قطر خارجی ماشین $D_{o max} = ۲۶۰$ mm



شکل ۱-۵: فلوچارت فرآیند طراحی ماشین

- محدودیت ماکزیمم طول محوری ماشین $L_{e\max}$: ۱۰۰ mm
- محدودیت در مینیمم راندمان ماشین η_{min} : ۹۴٪
- دما و رطوبت محیط کار ماشین: دمای $C^{\circ} ۵۵$ و رطوبت ۹۹٪
- محدودیت در طراحی سیستم خنک کننده خنکسازی با هوا بدون فن

۳-۲-۵- پارامترهای انتخابی ثابت

- تعداد فازها m : ۳

از آنجاییکه موتور مورد طراحی این پروژه از یک بانک باتری و با واسطه یک منبع تغذیه اینورتری تغذیه خواهد شد تعداد فازها میتواند اختیاری باشد. از طرف دیگر در مقایسه با موتورهای سه فاز متداول خوب طراحی شده تفاوت و مزیت عمدہای برای موتورهای با تعداد فازهای بیشتر متصور نیست. بر این اساس و همچنین به دلایل قابل ذکر بسیار از جمله تطابق و بهره‌گیری از تکنیک‌ها و استانداردهای موجود طراحی، ساخت، بهره برداری و حفاظت موتورهای صنعتی سه فاز مرسوم، تمامی موتورهای مورد طراحی در این پروژه نیز به صورت سه فاز فرض می‌شود.

- نوع اتصال سیم‌پیچی‌های استاتور: Y

نوع اتصال سیم‌پیچی‌های استاتور اساساً تأثیر قابل توجهی بر ابعاد کلی طراحی ماشین، حجم و تلفات آن ندارد. در حالت اتصال ستاره ولتاژ کمتری به هر یک از سیم‌پیچی‌های استاتور اعمال می‌شود، اما جریان عبوری از سیم‌پیچی‌ها بیشتر است. کاهش ولتاژ اعمال شده به هر سیم‌پیچی سبب کاهش ولتاژ القایی داخلی و کاهش تعداد دور سیم‌پیچی شده و ضخامت لایه سیم‌پیچی را کاهش خواهد داد. از طرفی با افزایش جریان هر سیم‌پیچی در حالت اتصال ستاره، قطر هادی سیم و ضخامت لایه سیم‌پیچی افزایش می‌یابد. بنابراین در مجموع می‌توان نتیجه گرفت که نحوه اتصال سیم‌پیچی‌های استاتور تأثیر چندانی بر ضخامت لایه سیم‌پیچی و سایر ابعاد ماشین ندارد. بر این اساس در

تمامی موتورهای این پروژه با توجه به سهولت مسائل ساخت و سربندی سیم‌پیچی‌ها در حالت اتصال ستاره از این نوع اتصال استفاده می‌شود.

- تعداد لایه‌ها N_l

در این پروژه، بنابر ملاحظات اقتصادی و مشکلات ساخت موتور چندلایه، ماشین به صورت یک لایه طراحی می‌شود.

- تعداد مسیرهای موازی جریان a_p : ۱

تعداد مسیرهای موازی جریان اساساً تأثیر قابل توجهی در ابعاد کلی طراحی ماشین، حجم و تلفات آن ندارد. با افزایش تعداد مسیرهای موازی، کل جریان موتور میان تعداد انشعابات بیشتری تقسیم شده و سهم جریان هر انشعب کاهش می‌یابد. بدین ترتیب با افزایش تعداد مسیرهای موازی، سطح مقطع هادی‌های هر انشعب کاهش یافته ولی سطح مقطع اشغال شده توسط همه انشعاب‌ها به جز اندک افزایش احتمالی فضای عایقی و یا تهی بین هادی‌ها بخصوص اگر هادی‌ها دارای سطح مقطع مستطیلی باشند تغییرات چندانی نمی‌کند. در نتیجه، افزایش تعداد مسیرهای موازی ضخامت لایه‌های سیم‌پیچی و سایر ابعاد ماشین را بطور فاحش تغییر نمی‌دهد. در واقع، تعداد مسیرهای موازی جریان تنها با توجه به قطر و یا ابعاد مورد نیاز هادی‌های هر انشعب، امکان و یا عدم امکان تهیه (یا سفارش) هادی مورد نظر از بازار و نیز سهولت با مشکلات سیم‌پیچی و فرمدهی هادی‌ها با ابعاد متفاوت تعیین می‌گردد. بنابراین با توجه به سطح پایین توان الکتریکی و جریان نامی سیم‌پیچی-ها در این پروژه، تعداد یک مسیر جریان در نظر گرفته شده است.

- مقاومت ویژه هادی (مس) ρ_{cu} : $2,0052 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$

از آنجا که مقاومت ویژه فلزات با تغییر دمای آنها تغییر می‌یابد، مقدار مقاومت ویژه مس باید با توجه به دمای عملکرد نامی سیم‌پیچی‌ها تعیین گردد. در این پروژه، با توجه به دمای محیط ($55^{\circ}C$) دمای سیم‌پیچی‌ها در حدود $70^{\circ}C$ فرض شده و مقدار مقاومت ویژه مس در دمای $70^{\circ}C$ با استفاده

از رابطه (۱-۵) محاسبه شده است. در رابطه (۴-۱) نمادهای ρ_{cu} و ρ_{cu0} به ترتیب نماینده مقادیر مقاومت ویژه مس در دمای کاری ($\theta = 70^\circ\text{C}$) و دمای محیط ($\theta_0 = 20^\circ\text{C}$) بوده و α_{cu} ضریب دمایی ویژه مس و برابر با 0.0039 می‌باشد.

$$\begin{aligned}\rho_{cu} &= \rho_{cu0} (1 + \alpha_{cu} \Delta \theta) = \rho_{cu0} (1 + \alpha_{cu} (\theta - \theta_0)) \\ &= 1.678 \times 10^{-8} (1 + 0.0039 \times (70 - 20)) = 2.0052 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}\end{aligned}\quad (1-5)$$

- ضریب سیم‌پیچی K_w ۱

در ماشین‌های شیاردار، ضرایب سیم‌پیچی به دلیل توزیع سیم‌پیچی در شیارها و میزان کوتاهی گام سیم‌پیچی تعریف می‌شود. ضرایب سیم‌پیچی برای هارمونیک‌های مختلف میزان کاهش هارمونیک اول و دیگر هارمونیک‌های mmf استاتور و ولتاژ القا شده توسط PMها در سیم‌پیچی‌ها استاتور را نشان می‌دهد. در ماشین TORUS بدون شیار به دلیل عدم وجود شیار، همه فضای بین رotor و استاتور بطور تقریباً یکنواخت سیم‌پیچی می‌شود در نتیجه فاصله هوایی موثر بین رotor و هسته استاتور نسبتاً بزرگ است. به همین دلیل استفاده از سیم‌پیچی با گام کوتاه به جای سیم‌پیچی گام کامل میزان محتویات هارمونیکی ولتاژ و جریان و بنابراین عملکرد کلی ماشین را بطور فاحش بهبود نمی‌دهد ضمن اینکه باعث کاهش هارمونیک اول ولتاژ القایی می‌شود. بنابراین گام کلاف ماشین TORUS مورد طراحی این پژوهه را می‌توان گام کامل و مقدار ضریب سیم‌پیچی هارمونیک اول آن را با یک دقت قابل قبول برابر با یک در نظر گرفت.

- ضریب پر شوندگی مس K_{cu} ۱

هنگام سیم‌پیچی هادی‌های با مقطع گرد و رشته‌ای، به دلیل شکل دایروی مقطع هادی، عایق و ... مقداری فضای بلااستفاده بوجود می‌آید. به عبارت دیگر، در سیم‌پیچی این‌گونه هادی‌ها، هادی‌ها بطور کامل فضای سیم‌پیچی را پر نمی‌کنند بلکه محیط اطراف هادی گرد بصورت فضای تهی باقی می‌ماند. ضریب پر شوندگی مس معرف میزان استفاده از فضای سیم‌پیچی توسط هادی‌ها می‌باشد. از آنجاییکه در هادی‌های با مقطع تخت (مربعی)، هادی‌ها تقریباً بطور کامل فضا را پر می‌کنند، ضریب پر

شوندگی مس در هادی‌های با مقطع تخت به مراتب بیشتر از هادی‌های گرد است بطوریکه می‌توان مقدار آن را تقریباً برابر با یک فرض نمود. در این پروژه از هادی‌های با مقطع تخت استفاده شده و بنابراین، ضریب پر شوندگی مس برابر با یک فرض گردیده است. توجه شود که ضخامت نوار عایق نازک پیچیده شده دور هر هادی بطور مجزا بطور بدینانه به اندازه $15/0$ میلیمتر برای امکان سیم‌پیچی بدون دردسر در الگوریتم طراحی منظور شده است.

- طول فاصله هوایی $g: 1,5 \text{ mm}$

فاصله هوایی یکی از مهمترین پارامترهای طراحی می‌باشد که روی عملکرد ماشین‌های الکتریکی بیشترین تاثیر را دارد. الگوهای متنوعی برای تعیین فاصله هوایی ماشین‌های استوانه‌ای معمول مدون شده و در متون مختلف آورده شده است. به عنوان مثال برای یک ماشین القایی و یا سنکرون معمول هم اندازه با ماشین مورد طراحی این گزارش، فاصله هوایی کمتر از 1 mm توصیه بسیاری از کتاب‌های طراحی می‌باشد. توجه شود میزان فاصله هوایی به شدت متأثر و وابسته به ابعاد ماشین، نوع یاتاقان‌ها و دقت‌ها و تلورانس‌های ساخت می‌باشد. از طرف دیگر برای ماشین‌های تخت و یا شار محوری به دلیل اینکه این ماشین‌ها خارج از تقسیم‌بندی ماشین‌های معمول دسته‌بندی می‌شوند الگوی فراگیری برای تعیین فاصله هوایی ماشین‌های شار محوری بطور خاص در کتاب‌های طراحی ارائه نشده است. نکته دیگر در خور توجه ویژه اینکه در ماشین‌های مغناطیس دائم شار محوری از آنجاییکه قطر ماشین‌ها بسیار بزرگ‌تر از ماشین‌های استوانه‌ای معمول می‌باشد به اجبار طول فاصله هوایی آنها برای جلوگیری از برخورد روتور و استاتور به یکدیگر به دلایل لرزش و ارتعاشات موجود باید بزرگ‌تر از معمول در نظر گرفته شود. توجه شود که مغناطیس‌های دائم قرار گرفته بر روی سطح یوغ یا آهن هسته روتور نیز خود مزید بر علت است تا فاصله هوایی بزرگ‌تری برای این نوع از ماشین‌ها لحاظ شود ضمن اینکه طول محوری آهنرباهای دائم قرار گرفته در روتور در این نوع ماشین‌ها به دلیل شبک کم منحنی H-B در ربع دوم خود به عنوان بخشی از فاصله هوایی موثر در مقابل عکس‌العمل

آرمیچر عمل می‌نمایند. بعلاوه در ماشین‌های بدون شیار فضای سیم‌پیچی و عایق‌های آن نیز بخشی از فاصله هوایی موثر می‌باشد. بنابراین در ماشین‌های مغناطیس دائم شار محوری به صورت عام و در ماشین‌های مغناطیس دائم شار محوری بدون شیار به طور خاص ذاتاً فاصله هوایی موثر بسیار بزرگ‌تر از ماشین‌های استوانه‌ای معمول می‌باشد. بطور خلاصه با توجه به همه آنچه بیان شد به غیر از فاصله هوایی مورد نیاز بین استاتور و روتور فضای بسیار بزرگ سیم‌پیچی و فضای قابل توجه مغناطیس‌های دائم نیز در ماشین بدون شیار موضوع طراحی این گزارش به صورت هوا عمل می‌نمایند. در حقیقت فاصله هوایی فیزیکی لازم بین روتور و استاتور ماشین مورد طراحی هر چند در مقایسه با فاصله هوایی ماشین‌های استوانه‌ای بزرگ خواهد بود ولی همین فاصله هوایی نسبتاً بزرگ بخش بسیار کوچکی از فاصله هوایی موثر ماشین بدون شیار مورد طراحی پروژه فعلی می‌باشد. به همین دلیل اتخاذ فاصله هوایی ماشین AFPM نوع TORUS تنها باید با توجه به ملاحظات مکانیکی در کمترین حد ممکن صورت گیرد. بر این اساس در ماشین مورد طراحی در این پروژه، مقدار 1.5 mm به عنوان حداقل مقدار فاصله هوایی که به ازای آن هیچ مسئله مکانیکی به وجود نخواهد آمد منظور گردیده است.

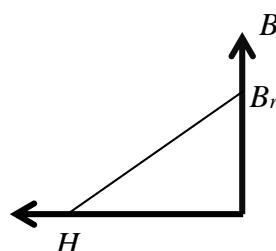
$$- \quad \text{چگالی شار پس‌ماند آهنربای دائم: } B_r = 1.3 \text{ T}$$

این پارامتر مقدار چگالی شار تولید شده بوسیله آهنربای دائم را در شرایطی نشان می‌دهد که مسیر شار آهنربا با استفاده از یک ماده فرومغناطیس ایده‌آل با رلوکتانس صفر (ضریب نفوذپذیری یا پرمابیلیته بینهایت) بطور کامل بسته شود. در شرایط کاری واقعی آهنربای دائم که مقدار رلوکتانس مسیر شار آن صفر نیست، مقدار چگالی شار روی سطح آهنربا یعنی B_u مطمئناً از B_r کمتر خواهد بود (همواره $B_u < B_r$). برای موتورهای مورد طراحی این پروژه، آهنربای دائم نئودیمیوم-آهن-بور (NdFeB) جهت بکارگیری به عنوان قطب‌های روتور انتخاب شده است که چگالی شار پس‌ماند این آهنربا در شرایط دمای عملکرد 70°C برابر با 1.3 تسلا می‌باشد.

^۱ Residual Flux Density

- شدت میدان مغناطیسی زدای یا خنثی کننده آهنربای دائم H_c : A/m ۹۵۵۰۰۰ -

این پارامتر مقدار شدت میدان روی سطح آهنربای دائم را در شرایطی نشان می‌دهد که رلوکتانس مسیر شار بینهایت باشد. برای مثال، در شرایطی که آهنربای دائم داخل هوا یا خلاء با مسیر شار طولانی قرار می‌گیرد، مقدار شدت میدان تولیدی آن تقریباً با H_c برابر است. در این حالت، افت نیروی محرکه مغناطیسی در مسیر شار تقریباً با نیروی محرکه مغناطیسی تولیدی به وسیله آهنربای دائم (یعنی H_{clpm} ، که l_{pm} معرف طول محوری مغناطیس دائم است) برابر بوده و چگالی شار منتجه تقریباً برابر با صفر است. به بیان دیگر، در این شرایط می‌توان این گونه تصور نمود که تمامی نیروی محرکه مغناطیسی تولیدی به وسیله آهنربای دائم به وسیله رلوکتانس بسیار زیاد مسیر خنثی می‌شود. شرایط مشابه هنگامی بوجود می‌آید که مسیر شار آهنربای دائم به وسیله یک آهنربای دائم دیگر با طول و H_c برابر و در جهت مخالف بسته شود. در این حالت نیز تمامی نیروی محرکه آهنربای اصلی به وسیله آهنربای دوم خنثی شده و چگالی شار به صفر می‌رسد. از این‌رو به H_c اصطلاحاً شدت میدان مغناطیسی زدای آهنربای دائم یا نیروی خنثی کننده گفته می‌شود. بدین معنا که با اعمال شدت میدانی برابر با H_c و در خلاف جهت میدان آهنربای دائم اصلی، چگالی شار به صفر می‌رسد. منحنی نحوه تغییرات چگالی شار نوعی روی سطح آهنربا (B_u) بر حسب شدت میدان آهنربای دائم در شکل ۲-۵ رسم شده است. در این پژوهه، با توجه به نوع آهنربای دائم انتخاب شده (نئودیمیوم-آهن-بور)، مقدار H_c برای این نوع آهنربای دائم در شرایط کاری با دمای $70^\circ C$ برابر با A/m ۹۵۵۰۰۰ می‌باشد.



شکل ۲-۵: منحنی نحوه تغییرات چگالی شار (B_u) بر حسب شدت میدان آهنربای دائم

- ضریب نفوذپذیری مغناطیسی نسبی آهنربای دائم μ_{rpm} ۱۰۲۱

در منحنی شکل ۲-۵، ضریب نفوذپذیری مغناطیسی آهنربای دائم (μ_{pm}) همان شب منحنی می‌باشد. بر این اساس، ضریب نفوذپذیری مغناطیسی آهنربای دائم (μ_{pm}) و ضریب نفوذپذیری مغناطیسی نسبی آن (μ_{rpm}) به ترتیب به صورت روابط زیر تعریف می‌گردند.

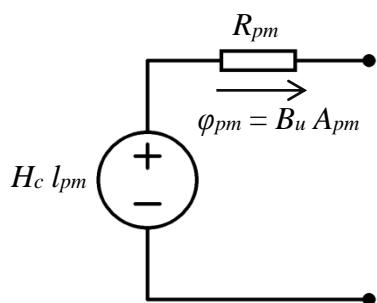
$$\mu_{pm} = \frac{B_r}{H_c} = \mu_{rpm} \mu_0 \quad (2-5)$$

$$\mu_{rpm} = \frac{\mu_{pm}}{\mu_0} = \frac{B_r}{\mu_0 H_c} \quad (3-5)$$

بر اساس روابط فوق، می‌توان آهنربای دائم را بصورت مدار معادل تونن مغناطیسی شکل ۳-۴ معادل نمود که در آن، پارامتر R_{pm} معرف رلوکتانس داخلی آهنربای دائم بوده و مقدار آن توسط رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$R_{pm} = \frac{H_c l_{pm}}{B_r A_{pm}} = \frac{l_{pm}}{\mu_{pm} A_{pm}} = \frac{l_{pm}}{\mu_0 \mu_{rpm} A_{pm}} \quad (4-5)$$

در این شکل واضح است که مقدار چگالی شار آهنربا (B_u) در شرایط اتصال کوتاه مغناطیسی با چگالی شار باقیمانده آهنربا (B_r) برابر می‌باشد. در شرایطی که طول آهنربای دائم (l_{pm}) نیز به سمت بینهایت میل کند چگالی شار آهنربا (B_u) به سمت B_r میل خواهد نمود. از سوی دیگر، مقدار نیروی محركه تولیدی آهنربا در شرایط وجود رلوکتانس بینهایت در مسیر شار برابر با H_{clpm} خواهد بود.



شکل ۳-۵: مدار معادل تونن مدار مغناطیسی آهنربای دائم بر حسب پارامترهای آن

$$R_{pm} = \frac{H_c l_{pm}}{B_r A_{pm}} = \frac{l_{pm}}{\mu_{pm} A_{pm}} = \frac{l_{pm}}{\mu_0 \mu_{r_{pm}} A_{pm}} \quad (5-5)$$

- ماکزیمم مقدار چگالی شار در هسته روتور B_{cr} T ۱,۶ -

مقدار این پارامتر باید با توجه به منحنی $B-H$ ماده هسته روتور و چگالی شار اشباع آن تعیین شود. مقدار شاری که از هسته‌های استاتور و روتور عبور می‌کند تابعی از متوسط چگالی شار فاصله هوایی (B_{avg}) است که خود به چگالی شار سطح آهنربای دائم (B_u) و عکس‌العمل آرمیچر وابسته می‌باشد. مقدار B_{cr} روی طول محوری روتور و استاتور و نهایتاً روی حجم و وزن ماشین مستقیماً تأثیر گذار است بطوریکه اختیار مقادیر کوچک برای آن، طول محوری را افزایش می‌دهد و بالعکس در نظر گرفتن مقادیر بزرگتر برای آن منجر به ماشینی با طول محوری کوچکتر می‌شود. بنابراین با انتخاب مناسب B_{cr} باید ضمن استفاده بهینه از مواد مغناطیسی از مسائل عملکردی نامطلوب نیز اجتناب شود. ماده مورد استفاده برای هسته روتور معمولاً از نوع فولادهای یکپارچه تحت عنوان انگلیسی mild steel با چگالی شار اشباع در حدود T ۱,۸ می‌باشد. به هر حال با توجه به اینکه تلفات آهن در روتور وجود ندارد یا اینکه بسیار ناچیز می‌باشد انتخاب نقطه کار روتور در نزدیکی‌های اشباع نیز مشکل خاصی ایجاد نمی‌کند. به این دلیل در این پروژه مقدار T ۱,۶ برای چگالی شار ماکزیمم هسته روتور اتخاذ شده است.

۴-۲-۵- مقادیر اولیه پارامترهای تصحیح‌پذیر

سه پارامتر تصحیح‌پذیر موجود در فرآیند طراحی ماشین شار محوری مغناطیس دائم عبارتند از: ضریب قدرت، بازده و ضریب نشت شار. مطابق با فلوچارت شکل ۱-۵ در ابتدای الگوریتم طراحی مقادیر اولیه‌ای برای این پارامترها فرض می‌شود. سپس در طول طراحی مقادیر این پارامترها تصحیح شده و به مقادیر واقعی همگرا می‌گردد. مقادیر اولیه اتخاذ شده برای این پارامترها به شرح زیرند:

- ضریب قدرت $\cos \varphi \leq 1 : \cos \varphi \leq 0,9$

با توجه به این که مقدار ضریب قدرت نامی ماشین به ندرت از $0,9$ کمتر می‌شود، مقدار اولیه این پارامتر عددی تصادفی در بازه $0,9$ تا 1 اختیار می‌شود. در ادامه فرآیند طراحی پس از محاسبه مقدار جریان سیم‌پیچی استاتور، مقدار ضریب قدرت تصحیح خواهد شد تا این که به عدد ثابتی در بازه فوق همگرا گردد.

$$- \quad \text{راندمان } \eta : 1 \leq \eta \leq 0,94$$

راندمان ماشین الکتریکی در حالت موتوری به صورت نسبت توان مکانیکی خروجی ماشین به توان الکتریکی ورودی آن تعریف می‌گردد. در ابتدای فرآیند طراحی ماشین لازم است که یک مقدار تقریبی اولیه برای راندمان فرض شده و پارامترهای مختلف الکتریکی (نظیر توان الکتریکی و جریان کل ماشین و جریان هر هادی) و نیز ابعاد مختلف ماشین (نظیر قطر هادی‌ها، ضخامت لایه سیم‌پیچی، طول مغناطیس دائم و ...) بر اساس آن مورد محاسبه قرار گیرند. در این پژوهش، مقدار اولیه راندمان عددی تصادفی در بازه $0,94$ تا 1 اختیار شده و فرآیند طراحی بر اساس آن انجام می‌گیرد. در طول فرآیند طراحی، پس از محاسبه مقادیر تلفات مسی و آهنی ماشین، مقدار راندمان تصحیح خواهد شد تا این که به عدد ثابتی در بازه $0,94$ تا 1 همگرا گردد.

$$- \quad \text{ضریب نشت شار } (K_d) : K_d \leq 1,75$$

به دلیل وجود نشت شار از میان قطب‌های ناهمنام مجاور در روتور و نیز بین قطب‌ها و آهن پشتی روتور، مقدار کل شار عبوری از سطح معادل با یک گام قطب از استاتور (φ_p) با مقدار کل شار گذرنده از سطح مغناطیس دائم در مجاورت هسته پشتی روتور (φ_{pm}) دقیقاً برابر نبوده یعنی φ_p اندکی از φ_{pm} کمتر است. به عبارت دیگر بخش کوچکی از شار جاری شده از سطح اتصال آهنربای دائم به روتور (φ_{pm}) مسیر خود را از طریق سطوح جانبی مغناطیس دائم با مغناطیس‌های دائم مجاور یا با آهن پشتی روتور می‌بندد. ضریب نشت شار در حقیقت نسبت φ_p به φ_{pm} را نشان می‌دهد و همواره در محدوده بین صفر و یک (معمولاً نزدیک به یک) می‌باشد (رابطه (۶-۵)).

$$K_d = \frac{\varphi_p}{\varphi_{pm}} \quad (6-5)$$

ضریب نشت شار نیز یکی دیگر از پارامترهای تصحیح‌پذیر موجود در الگوریتم طراحی ماشین‌های AFPM می‌باشد. تجربه نشان داده که مقدار نوعی این پارامتر در بازه ۰,۹ تا ۰,۷۵ متغیر است. بر این اساس در ابتدای الگوریتم طراحی، عددی تصادفی در بازه ۰,۷۵ تا ۱ به عنوان مقدار اولیه ضریب نشت شار اختیار می‌شود. این مقدار در طول فرآیند طراحی بعداز محاسبه ابعاد مختلف ماشین (نظیر طول محوری آهنربای دائم و طول محوری هسته روتور) بطور دقیق محاسبه و تصحیح می‌شود. پس از محاسبه ابعاد مختلف ماشین مقدار ضریب نشت شار تصحیح شده محاسبه گردیده و به ازای آن، محاسبات ابعاد ماشین مجدداً تکرار می‌شوند. این فرآیند تا زمانی ادامه می‌یابد که ضریب نشت شار به یک عدد ثابت در بازه فوق همگرا گردد.

۶-۵-۲-۵- پارامترهای انتخابی بهینه‌پذیر

- فرکانس تغذیه استاتور (f) بر حسب هرتز Hz و ۷۰ Hz، ۴۶,۶۶ Hz و ۹۳,۳۳ Hz

بر خلاف مسائل طراحی ماشین‌های سه فاز ac متداول که در آنها فرکانس تغذیه توسط منبع تغذیه سه فاز در دسترس مشخص می‌شود برای موتور مورد طراحی این پروژه که توسط یک مدار اینورتری تغذیه می‌شود فرکانس تغذیه یک پارامتر اختیاری خواهد بود. در انتخاب فرکانس باید به چند نکته توجه کرد مثلاً اختصاص مقادیر بزرگ برای فرکانس سبب افزایش تلفات هسته و تلفات سوئیچینگ می‌شود. با افزایش فرکانس تعداد قطب‌های روتور افزایش و فاصله بین قطب‌ها کاهش می‌یابد. کاهش فاصله بین قطب‌های مجاور، نشت شار میان قطب‌ها را افزایش می‌دهد. از طرف دیگر، افزایش فرکانس سبب کاهش تلفات اهمی سیم‌پیچی، کاهش طول محوری و حجم ماشین و افزایش چگالی توان آن می‌گردد. بنابراین فرکانس ماشین باید به صورت بهینه انتخاب شود و به همین دلیل در اینجا به عنوان یک پارامتر انتخابی بهینه‌پذیر مطرح می‌گردد. بر این اساس و با توجه به بررسی-

های انجام گرفته در این پروژه، سه انتخاب متفاوت برای فرکانس تغذیه استاتور مدنظر قرار می‌گیرد که به ترتیب عبارتند از Hz ۴۶,۶ (۴ قطب)، Hz ۷۰ (۶ قطب) و Hz ۹۳,۳ (۸ قطب).

- ولتاژ نامی مؤثر فازی ترمینال ماشین (V_{ph_rms}) بحسب ولت $95.5 \leq V_{ph_rms} \leq 10$

از آنجاییکه در این پروژه مقدار مشخصی برای ولتاژ ترمینال موتور تعیین نشده، جهت دستیابی به ماکریم راندمان ماشین می‌توان مقدار بهینه ولتاژ نامی مؤثر فازی (V_{ph_rms}) را به ترمینال ماشین اعمال نمود. با کاهش ولتاژ اعمالی به سیمپیچی‌های استاتور، جریان عبوری از سیمپیچی‌ها افزایش یافته و قطر هادی سیم افزایش می‌یابد. از طرفی کاهش ولتاژ اعمال شده به هر سیمپیچی سبب کاهش ولتاژ القایی داخلی و کاهش تعداد دور سیمپیچی می‌شود. ضخامت لایه سیمپیچی با قطر هادی سیم رابطه مستقیم و با تعداد دور سیمپیچی رابطه معکوس دارد. بنابراین به منظور دستیابی به مقدار مینیمم ضخامت لایه سیمپیچی و ماکریم راندمان ماشین، باید ولتاژ ترمینال ماشین به صورت بهینه انتخاب گردد. در این پروژه با توجه به مقادیر مینیمم و ماکریم تعیین شده برای ولتاژ نامی مؤثر فازی ترمینال ماشین (V_{ph_rms})، مقدار $V_{ph_rms,Max} = 95.5$ V و $V_{ph_rms,Min} = 10$ V به عنوان یک متغیر تصمیم‌گیری در بازه $V_{ph_rms,Max}$ تا $V_{ph_rms,Min}$ در مسئله بهینه‌سازی طراحی ماشین منظور می‌گردد. بر این اساس الگوریتم بهینه‌سازی PSO مقدار بهینه ولتاژ را در بازه فوق انتخاب خواهد نمود.

- مقدار ولتاژ القایی در هر فاز (E_{pu}) بحسب پریونیت $1.1 \leq E_{pu} \leq 0.9$

به منظور دستیابی به ماکریم راندمان و مینیمم تلفات اهمی در ماشین، مقدار ولتاژ القایی داخلی آن باید به گونه‌ای تعیین شود که کمترین میزان مبادله توان راکتیو بین ماشین و تغذیه آن صورت گرفته و جریان عبوری از سیمپیچی‌های استاتور حداقل گردد. بر این اساس در صورتی که مقدار مقاومت اهمی سیمپیچی‌های استاتور در مقابل راکتانس سنکرون ناچیز باشد، مقدار بهینه ولتاژ القایی داخلی ماشین برابر ۱ پریونیت (یعنی برابر با ولتاژ نامی ترمینال) خواهد بود. البته باید توجه

نمود که در ماشین‌های AFPM بدون شیار به دلیل وجود فاصله هوایی نسبتاً بزرگ، معمولاً مقدار راکتانس سنکرون در مقایسه با مقاومت اهمی سیم‌پیچی‌های استاتور چندان زیاد نبوده و در بسیاری از موارد مقدار مقاومت اهمی سیم‌پیچی‌های استاتور قابل توجه است. به همین دلیل در این ماشین‌ها مقدار بهینه ولتاژ القایی داخلی ماشین اندکی از ۱ پریونیت کمتر می‌باشد. بر این اساس در این پروژه محدوده مجاز ۰,۹ تا ۱,۱ پریونیت برای ولتاژ داخلی ماشین تعیین شده و مقدار بهینه ولتاژ داخلی هر ماشین درون بازه فوق با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی PSO به دست خواهد آمد. لازم به ذکر است که ولتاژ داخلی ماشین در حالت کلی می‌تواند حاوی هارمونیک‌های فرعی باشد و به همین دلیل معمولاً مقدار دامنه ولتاژ داخلی (به جای مقدار موثر آن) مورد توجه قرار می‌گیرد.

$$- \quad \text{چگالی جریان هادی‌های استاتور } (J_s) \text{ بر حسب } A/m^2 \leq J_s \leq 7 \times 10^6$$

با کاهش مقدار چگالی جریان، قطر هادی‌ها افزایش و مقدار تلفات اهمی ماشین کاهش می‌یابد. با افزایش قطر هادی‌ها حجم مس مورد نیاز برای سیم‌پیچی افزایش یافته و ضخامت لایه سیم‌پیچی، طول محوری مغناطیس‌های دائم، طول محوری کل ماشین، حجم و هزینه ساخت ماشین افزایش می‌یابد. بنابراین، مقدار چگالی جریان در هادی‌های موتور با توجه به مقدار توان نامی موتور، شرایط کاری نامی آن (به لحاظ دما و رطوبت) و سیستم خنک‌ساز آن در حد امکان زیاد در نظر گرفته می‌شود. این حد را تلفات اهمی و دمای مجاز سیم‌پیچی‌ها و راندمان ماشین مشخص می‌نماید. بر اساس این ملاحظات در این پروژه محدوده تغییرات مجاز A/m^2 تا 2×10^6 برای چگالی جریان هادی‌ها اتخاذ شده و الگوریتم بهینه‌سازی PSO مقدار بهینه چگالی جریان را درون این بازه تعیین خواهد نمود.

$$- \quad \text{دامنه چگالی شار فاصله هوایی } (B_g) \text{ بر حسب تسلی: } 0.9 \leq B_g \leq 0.3$$

این پارامتر مقدار ماکزیمم چگالی شار فاصله هوایی را در ناحیه مرکزی فاصله هوایی معادل با یک گام قطب نشان می‌دهد. مقدار این پارامتر به ساختار و جنس مواد مغناطیسی بکار رفته در ماشین

بخصوص به جنس و ابعاد آهنربای دائم مورد استفاده در سطح روتور وابسته است. با فرض آنکه ولتاژ القایی داخلی سیم‌پیچی‌های استاتور ثابت باشد، تغییر مقدار B_g مستقیماً بر روی تعداد دور سیم-پیچی‌ها، ضخامت محوری لایه سیم‌پیچی، طول محوری آهنربای دائم و سایر ابعاد ماشین تأثیر می‌گذارد. بنابراین با در نظر گرفتن برخی ملاحظات طراحی، دامنه چگالی شار فاصله هوایی به گونه‌ای به صورت بهینه تعیین می‌شود که مصالحه‌ای بین ابعاد و مشخصه‌های عملکردی مرتبط به آن صورت گیرد. بطور کلی در ماشین‌های نوع TORUS بدون شیار در مقایسه با دیگر ساختارها به دلیل فاصله هوایی نسبتاً بزرگ مقدار چگالی شار فاصله هوایی نسبتاً کم می‌باشد. با توجه به این موضوع در این پروژه محدوده مجاز $0.6 \leq \alpha \leq 0.7$ در این بازه با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی PSO به دست می‌آید.

$$- \text{ نسبت قوس قطب معناطیس دائم به گام قطب } \alpha: 0.6 \leq \alpha \leq 0.7$$

این پارامتر معرف این است که چه نسبتی از گام قطب به وسیله معناطیس دائم اشغال شده است. مقدار این پارامتر روی شکل موج ولتاژ القایی و هارمونیک‌های آن، و نیز طول معناطیس دائم تأثیر بسزایی دارد. با کاهش مقدار α_i (تا اندازه‌ای) شکل موج ولتاژ القایی به سینوسی نزدیک می‌شود و کاهش بیش از حد مقدار α_i شکل موج چگالی شار را مجدداً از حالت سینوسی دور می‌نماید. تأثیر مقدار α_i در شکل موج چگالی شار در ناحیه‌ای که سیم‌پیچی‌های استاتور در آن قرار دارند بسیار محسوس‌تر می‌باشد. از آنجاییکه تغییرات زمانی ولتاژ القایی یا داخلی سیم‌پیچی‌ها نیز از شکل موج و الگوی تغییرات مکانی چگالی شار تبعیت می‌کند، مقدار α_i باید بصورت بهینه (بین صفر و یک) انتخاب شود تا شکل موج ولتاژ تا حد امکان به یک تابع سینوسی نزدیک‌تر شود. بنا بر تجربه مشخص شده که با اتخاذ مقدار α_i در بازه $0.6 \leq \alpha_i \leq 0.7$ شکل موج ولتاژ القایی سیم‌پیچی‌ها استاتور به بیشترین میزان به تابع سینوسی نزدیک خواهد شد. بر این اساس در این پروژه محدوده مجاز $0.6 \leq \alpha_i \leq 0.7$ برای

مقدار α_i تعیین شده و مقدار بهینه آن درون بازه فوق با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی PSO حاصل خواهد شد.

- ماکریم مقدار چگالی شار در هسته استاتور (B_{cs}) بر حسب تスلا: $1 \leq B_{cs} \leq 1.6$

مشابه با پارامتر B_{cr} ، مقدار پارامتر B_{cs} نیز باید با توجه به منحنی مغناطیس‌شوندگی ماده هسته استاتور تعیین شود، با این تفاوت که به دلیل وجود تغییرات زمانی در مقادیر چگالی شار در هسته استاتور دیگر نمی‌توان مقدار B_{cs} را تا حوالی اشباع بالا برد. اختیار مقادیر بزرگ برای B_{cs} منجر به طراحی ماشینی با تلفات مسی کوچک و تلفات آهنی بزرگ می‌شود ضمن اینکه مقادیر بسیار بزرگ چگالی شار باعث اشباع آهن و به تبع آن باعث اعوجاج در شکل موج‌های شار، ولتاژ و جریان نیز خواهد شد. بر این اساس و با توجه به اینکه چگالی شار اشباع ورق‌های فروسلیس مورد استفاده برای استاتور در حدود ۱,۸ تسلا می‌باشد، در این پژوهه به منظور پرهیز از اشباع آهن و تلفات آهن بزرگ مقدار ۱,۶ تسلا به عنوان محدوده بالای مفروض برای ماکریم چگالی شار هسته انتخاب شده است. از طرفی با توجه به این که کاهش بیش از حد مقدار B_{cs} تلفات اهمی (مسی) ماشین را شدیداً افزایش می‌دهد، محدوده پایین مقدار B_{cs} برابر با ۱ ت斯لا اتخاذ می‌گردد. بر این اساس مقدار بهینه نهایی پارامتر B_{cs} با اجرای الگوریتم بهینه‌سازی PSO در بازه ۱ تا ۱,۶ تسلا حاصل خواهد شد.

- بارگذاری الکتریکی ویژه (A) بر حسب A/m : $10000 \leq A \leq 40000$

بارگذاری الکتریکی ویژه (A) به صورت چگالی آمپرهادی در واحد طول محیطی در شعاع متوسط فاصله هوایی ماشین شار محوری یک لایه تعریف می‌شود. مقدار این پارامتر به نوعی معرف میزان گرمای ایجاد شده در ماشین می‌باشد به طوری که با افزایش این مقدار، سیستم خنک‌ساز قوی‌تری نیز مورد نیاز خواهد بود. هر چه توان و جریان نامی یک ماشین الکتریکی افزایش یابد، مقدار بارگذاری الکتریکی ویژه آن افزایش خواهد یافت. همچنین در یک ماشین الکتریکی یک لایه با توان نامی، جریان و تعداد دور سیم‌پیچی مشخص، انتخاب مقدار بزرگتر برای A به معنی طراحی ماشین با قطر

خارجی کوچکتر می‌باشد. با کاهش قطر خارجی ماشین، ضخامت یا طول محوری سیم‌پیچی و بنابراین رلوکتانس مسیر شار در آن افزایش یافته و طول محوری مغناطیس‌های دائم مورد نیاز جهت تولید شار لازم افزایش می‌یابد. مقادیر چگالی توان و تلفات اهمی سیم‌پیچی با قطر خارجی استاتور و ضخامت محوری سیم‌پیچی رابطه عکس دارند. بنابراین در مجموع می‌توان نتیجه گرفت که در یک ماشین الکتریکی با توان نامی، جریان و تعداد دور سیم‌پیچی مشخص، مقدار بهینه‌ای برای بارگذاری الکتریکی (A) وجود دارد که به ازای آن مینیمم مقدار تلفات اهمی سیم‌پیچی (و یا چگالی توان) حاصل می‌گردد. به منظور یافتن این مقدار بهینه، محدوده مجاز انتخاب مقادیر A باید به الگوریتم PSO داده شود. در این پروژه با توجه به توان نامی نسبتاً کوچک ماشین، مقادیر مینیمم و ماکزیمم مجاز بارگذاری الکتریکی به ترتیب برابر A/m ۱۰۰۰۰ و A/m ۴۰۰۰۰ اتخاذ گردیده و مقدار بهینه A توسط الگوریتم PSO درون این بازه مورد محاسبه قرار خواهد گرفت.

$$- \text{ نسبت قطر داخلی به قطر خارجی } \lambda : 0.65 \leq \lambda \leq 1.5 .$$

پارامتر λ عبارت است از نسبت قطر داخلی (D_i) به قطر خارجی (D_o) (عددی بین صفر و یک) و با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\lambda = \frac{D_i}{D_o} \quad (7-5)$$

این پارامتر یکی از پارامترهای مهم و تأثیرگذار بر عملکرد کلی ماشین می‌باشد. با افزایش مقدار λ سطح رخ قطب و شار قطب کاهش می‌یابد و درنتیجه، برای رسیدن به ولتاژ القایی داخلی یکسان تعداد دور سیم‌پیچی باید افزایش یابد. بدیهی است افزایش تعداد دور سیم‌پیچی ضخامت لایه سیم‌پیچی و طول محوری ماشین را افزایش خواهد داد. از طرف دیگر، افزایش مقدار λ سبب افزایش قطر داخلی ماشین شده و بنابراین تعداد هادی بیشتری در محیط داخلی ماشین جای خواهد گرفت. این موضوع باعث کاهش تعداد لایه‌ها، ضخامت کل لایه‌های سیم‌پیچی، فاصله هوایی موثر و طول محوری

ماشین می‌گردد. به این ترتیب همواره از دیدگاه شار قطب، ولتاژ القایی و ضخامت لایه سیم‌پیچی و طول محوری ماشین مقدار بهینه‌ای برای λ وجود دارد.

می‌توان ثابت نمود که حداقل ضخامت لایه سیم‌پیچی همواره به ازای مقدار λ برابر با $0,577$ حاصل می‌گردد. از آنجاییکه طول آهنربای دائم مورد نیاز و طول محوری ماشین نیز با ضخامت لایه سیم‌پیچی رابطه مستقیم دارند، مقادیر مینیمم این پارامترها نیز به ازای λ برابر با $0,577$ بدست می‌آید. بنابراین به ازای λ برابر با $0,577$ ماکریمم چگالی توان در ماشین حاصل خواهد شد. با این وجود، مقدار مینیمم تلفات اهمی سیم‌پیچی به ازای مقدار متفاوتی از λ به دست می‌آید که معمولاً در بازه $0,5$ تا $0,6$ قرار دارد. بر این اساس در این پروژه بازه $0,5$ تا $0,6$ به عنوان محدوده مجاز انتخاب λ در مسأله بهینه‌سازی تعیین گردیده و مقدار بهینه λ درون این بازه با استفاده از الگوریتم PSO محاسبه خواهد شد.

۶-۵-۲- پارامترهای محاسباتی

مطابق با توضیحات بخش‌های قبل، در پروژه حاضر مقادیر دقیق پارامترهای انتخابی بهینه‌پذیر و تصحیح‌پذیر در ابتدا مشخص نبوده و با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مورد نمایش در فلوچارت شکل ۱-۵ تعیین می‌شوند. به همین دلیل در ابتدای پروژه و قبل از اجرای الگوریتم بهینه‌سازی نمی‌توان مقادیر نهایی پارامترهای محاسباتی را نیز محاسبه نمود. بر این اساس، در این بخش تنها روابط مورد استفاده جهت محاسبه مقادیر پارامترهای محاسباتی بیان گردیده و مقادیر نهایی حاصل برای این پارامترها پس از اجرای الگوریتم بهینه‌سازی در جداولی در انتهای فصل ارائه خواهند شد.

- تعداد جفت قطب‌های رotor p : ۲ جفت قطب، ۳ جفت قطب و ۴ جفت قطب

با توجه به سرعت نامی ماشین (70 rpm) و مقادیر تعیین شده برای فرکانس نامی تغذیه استاتور در سه موتور طراحی شده (به ترتیب برابر 70 Hz , $46,66 \text{ Hz}$ و $93,33 \text{ Hz}$)، تعداد جفت قطب‌های رotor از رابطه زیر به ترتیب برابر ۲ جفت قطب، ۳ جفت قطب و ۴ جفت قطب بدست می‌آید:

$$p = \frac{60f}{n_s} \quad (8-5)$$

- تخمین اولیه مقدار مؤثر جریان هر فاز سیم‌پیچی استاتور I_{rms}

با در نظر گرفتن اتصال ستاره برای ماشین سه فاز، (مقدار مؤثر) جریان هر فاز با جریان خط برابر

بوده و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$I_{ms} = \frac{P_{out}}{mV_{ph-ms} \cos \varphi \eta} \quad (9-5)$$

لازم به ذکر است که با توجه به مشخص نبودن مقادیر صحیح راندمان و ضریب قدرت ماشین در ابتدای الگوریتم طراحی، در ابتدا مقدار اولیه I_{rms} بر اساس رابطه (9-5) با توجه به مقادیر اولیه تخمین زده شده برای راندمان و ضریب قدرت محاسبه می‌شود. در ادامه فرآیند طراحی پس از محاسبه مقادیر راکتانس سنکرون و مقاومت اهمی سیم‌پیچی‌های استاتور ماشین، مقادیر جریان، ضریب قدرت و راندمان ماشین بر اساس روابط دیگری تصحیح می‌گردند. سپس مجدداً مقدار جریان با استفاده از رابطه (9-5) و مقادیر تصحیح شده راندمان و ضریب قدرت ماشین مورد محاسبه قرار می‌گیرد. این فرآیند مطابق با شکل ۱-۵ چندین مرتبه به صورت پیاپی تکرار می‌شود تا به مقادیر ثابت و مشخصی برای جریان، ضریب قدرت و راندمان ماشین همگرا گردد.

- مقدار مؤثر جریان در هر مسیر موازی یا جریان هر هادی I_{con}

مقدار مؤثر جریان در هر مسیر جریان از تقسیم مقدار مؤثر جریان فاز به تعداد مسیرهای موازی توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود. قابل توجه است که در این پژوهه تعداد مسیرهای موازی جریان (۳) برابر با یک می‌باشد.

$$I_{con} = \frac{I_{ms}}{a_p} \quad (10-5)$$

- هر ضلع سطح مقطع مربعی شکل هادی D_{str}

با توجه به این که هادی مورد استفاده در این پروژه از نوع هادی‌های با سطح مقطع مربعی (تخت) است، مقدار هر ضلع این سطح مقطع هادی با توجه به مقدار موثر جریان هر هادی (I_{con}) و مقدار چگالی جریان اتخاذ شده برای آن (J_s) توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که این رابطه تنها برای هادی‌های با مقطع مربعی صادق بوده و برای هادی‌های گرد باید یک ضریب $\frac{4}{\pi}$ به داخل رادیکال فرمول زیر اضافه گردد.

$$D_{str} = \sqrt{\frac{I_{con}}{J_s}} = \sqrt{\frac{I_{ms}}{a_p J_s}} \quad (11-5)$$

در اینجا ذکر این نکته ضروری است که هادی با سطح مقطع مربعی مورد نظر در این پروژه می‌تواند تک رشته و یا چند رشته بدون عایق بین باشد. در طی فرآیند ساخت، با توجه به سهولت ساخت کوبیل‌ها در مورد تک رشته‌ای یا چند رشته‌ای بودن تصمیم‌سازی خواهد شد.

- تعداد دور سیم‌پیچی سری در هر فاز استاتور N_t

تعداد دور سیم‌پیچی سری (N_t) در حقیقت اصلی‌ترین و تأثیرگذارترین پارامتر در ولتاژ داخلی ماشین می‌باشد. مقدار پارامتر N_t با توجه به مقادیر اتخاذ شده برای بارگذاری الکتریکی ویژه، شار بر قطب روتور، فرکانس و ولتاژ القایی مطلوب در هر فاز استاتور از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$N_t = \frac{2\sqrt{2}pE_{pu}V_{ph_ms}}{\pi K_w B_g f D_o^2(1-\lambda^2)} = \sqrt[3]{\frac{30\sqrt{2}\pi E_{pu}V_{ph_ms}A^2(1+\lambda)}{K_w n_s B_g (ma_p I_{con})^2(1-\lambda)}} \quad (12-5)$$

- تعداد دور سیم‌پیچی بر قطب بر فاز q

پارامتر q نماینده تعداد دور سیم‌پیچی فرضی زیر هر قطب متعلق به هر فاز استاتور بوده و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$q = \frac{N_t}{2p} \quad (13-5)$$

واضح است که تعداد هادی‌های زیر هر قطب متعلق به هر فاز استاتور دو برابر مقدار فوق (یعنی ۲۷) می‌باشد. به هر حال چون ساختار ماشین سنکرون شار محوری نوع TORUS نسبت به صفحه مرکز استاتور متقارن بوده و در هر سمت استاتور یک روتور وجود دارد، می‌توان تمامی تحلیل‌های الکترومغناطیسی را برای یک سمت استاتور (یعنی نصف ماشین) انجام داد. در این صورت، تعداد هادی‌های زیر هر قطب استاتور متعلق به هر فاز استاتور در یک سمت ماشین نیز با q برابر خواهد بود. در اینجا ذکر این نکته ضروری است که مقادیری که از روابط (۱۲-۵) و (۱۳-۵) برای پارامترهای N_t و q محاسبه می‌شوند حتماً باید اعداد صحیحی باشند. به همین دلیل درون برنامه الگوریتم طراحی، عدد حاصل برای پارامتر q در ابتدا به بالا گرد شده و سپس مقدار N_t مجدداً از روی مقدار گرد شده پارامتر q و با استفاده از رابطه (۱۳-۵) به صورت یک عدد صحیح مورد محاسبه قرار می‌گیرد.

- قطر متوسط ماشین D_g

مقدار قطر متوسط ماشین از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$D_g = \frac{mN_t a_p I_{con}}{\pi A} \quad (14-5)$$

- قطر خارجی ماشین D_o

با توجه به مقادیر قطر متوسط ماشین (D_g) و λ قطر خارجی آن (D_o) به صورت رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$D_o = \frac{2D_g}{1 + \lambda} \quad (15-5)$$

- قطر داخلی ماشین D_i

با توجه به مقادیر قطر خارجی (D_o) و λ مقدار قطر داخلی ماشین (D_i) با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌گردد:

$$D_i = \lambda D_o \quad (16-5)$$

- عرض گام قطب در قطر متوسط τ_p

پارامتر τ_p نشان دهنده عرض معادل با یک گام قطب در قطر متوسط (D_g) می‌باشد که به سادگی با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید. این پارامتر در تحلیل اجزاء محدود دو بعدی ماشین نیز می‌تواند به عنوان عرض یک قطب مورد استفاده قرار گیرد:

$$\tau_p = \frac{\pi}{2p} D_g \quad (17-5)$$

- پهنه‌ای آهنربای دائم در قطر متوسط W_{1pmg}

پارامتر W_{1pmg} پهنه‌ای متوسط آهنربای دائم را در قطر متوسط ماشین (D_g) نشان می‌دهد که از رابطه زیر محاسبه می‌شود. این پارامتر به عنوان عرض مغناطیس‌های دائم در تحلیل اجزاء محدود دو بعدی ماشین مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$W_{1pmg} = \frac{\pi}{2p} \alpha D_g \quad (18-5)$$

- فاصله متوسط بین آهنرباهای دائم W_{2pmg}

پارامتر W_{2pmg} فاصله متوسط بین آهنربای دائم را نشان می‌دهد که از رابطه زیر قابل محاسبه است. این پارامتر نیز در تحلیل اجزاء محدود دو بعدی ماشین مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$W_{2pmg} = \frac{\pi}{2p} (1 - \alpha) D_g \quad (19-5)$$

رابطه زیر سه پارامتر τ_p , W_{1pmg} و W_{2pmg} را به یکدیگر مرتبط می‌کند:

$$W_{1pmg} + W_{2pmg} = \tau_p \quad (20-5)$$

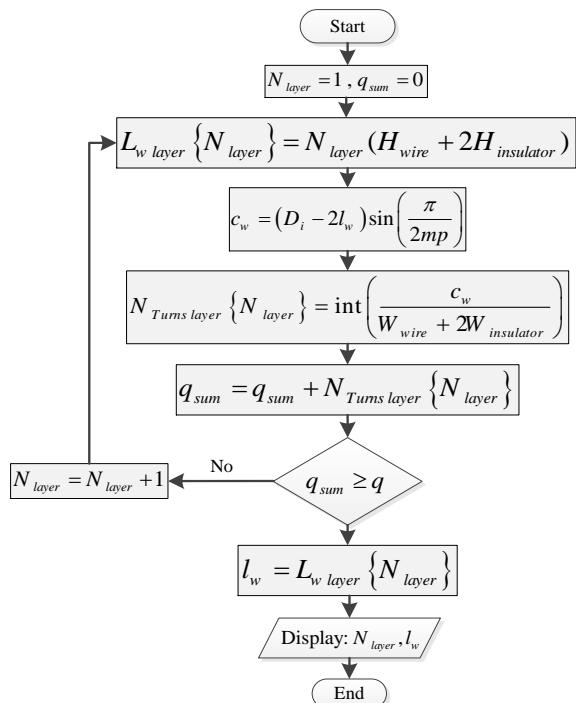
- طول مؤثر هسته رotor و استاتور در جهت شعاعی (طول شعاعی آهنربا) l_i

این پارامتر مطابق با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$l_i = \frac{D_o - D_i}{2} = \frac{D_o (1-\lambda)}{2} \quad (21-5)$$

- تعداد طبقات لایه سیمپیچی N_{layer} و ضخامت آن l_w

پارامتر N_{layer} در حقیقت نحوه آرایش هادی‌های سیمپیچ را نشان می‌دهد. به این معنی که وقتی پارامتر N_{layer} برابر با یک باشد، فضای لازم برای قرار دادن همه هادی‌های سیمپیچی در یک لایه وجود دارد و نیازی به قرار دادن هادی‌ها روی همدیگر نیست. به همین ترتیب در شرایطی که N_{layer} برابر ۲ یا بیشتر است تمام هادی‌ها در یک لایه نمی‌گنجند و لازم است هادی‌ها در دو یا چند لایه روی هم پیچیده شوند. جهت محاسبه تعداد طبقات سیمپیچی باید به تعداد دور سیمپیچی در هر فاز (N_t)، اصلاح سطح مقطع سیم مورد استفاده (D_{wire}) و قطر داخلی ماشین (D_i) توجه نمود. زیرا عاملی که سبب افزایش تعداد طبقات سیمپیچی می‌شود محدودیت محیط داخلی ماشین است. هر ضلع سیم شامل ضلع هادی سیم (D_{str}) به انضمام ضخامت عایق‌های دو طرف سیم (۲۰۰۰۰۰۰۰۰) می‌باشد. همچنین ضخامت عایق پیچیده شده روی هسته استاتور نیز باید به مقدار فوق اضافه شود که تقریباً می‌توان آن را با ضخامت عایق سیم ($D_{insulator}$) برابر دانست.



شکل ۴-۵: فلوچارت محاسبه ضخامت و تعداد طبقات لایه سیمپیچی

به منظور محاسبه ضخامت کلی سیم‌پیچی نیز باید تعداد طبقات سیم‌پیچی (N_{layer}) را در ضلع سیم مورد استفاده (D_{wire}) ضرب نمود. بر این اساس، تعداد طبقات سیم‌پیچی (N_{layer}) و ضخامت کلی آن (l_w) با استفاده از فلوچارت شکل ۴-۵ محاسبه می‌شود.

- ضخامت محوری آهنربای دائم l_{pm}

مقدار دقیق ضخامت محوری آهنربای دائم l_{pm} در اینجا از طریق ارائه دو معیار مجزا و ترکیب آنها محاسبه می‌شود. در ابتدا یک تخمین اولیه l_{pm0} برای مقدار این پارامتر با توجه به این نکته محاسبه می‌شود که مقدار نیروی محرکه مغناطیسی تولیدی به وسیله آهنربای دائم باید با مقدار افت نیروی محرکه مغناطیسی مسیر شار برابر باشد. با اتخاذ نماد B_{avg} به عنوان مقدار متوسط چگالی شار فاصله هوایی و با توجه به اینکه طول محوری کل فاصله هوایی و لایه سیم‌پیچی برابر با $g + l_w$ می‌باشد، مقدار

افت نیروی محرکه مغناطیسی روی آن برابر با $\frac{B_{avg}}{\mu_0} (g + l_w)$ خواهد بود. از سوی دیگر، با فرض آنکه

چگالی شار سطح بالای آهنربای دائم (چسبیده به سطح روتور) برابر با B_u باشد، با توجه به منحنی شکل ۲-۵ و مدار معادل شکل ۳-۵ مقدار نیروی محرکه تولیدی به وسیله آهنربای دائم برابر با

$H_c l_{pm} (1 - \frac{B_u}{B_r})$ می‌باشد. چنانچه از افت نیروی محرکه مغناطیسی در هسته روتور و استاتور بدليل

پرمابیلیته بزرگ هسته چشم پوشی شود (یا فقط با یک ضریب تقریبی K_l لاحظ شود) با برابر قرار دادن دو عبارت اخیر، طول مورد نیاز آهنربای دائم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$l_{pm0} = \frac{2K_l B_{avg} (g + l_w)}{\mu_0 H_c (1 + \alpha) (1 - \frac{B_u}{B_r})} = \frac{2K_l \mu_{rPM} B_{avg} (g + l_w)}{(1 + \alpha) (B_r - B_u)} \quad (۲۲-۵)$$

ضریب K_l در رابطه (۲۲-۵) عددی بزرگتر از یک بوده و نشان دهنده میزان افزایش طول آهنربای دائم به دلیل افت نیروی محرکه مغناطیسی در مسیر هسته‌های استاتور و روتور می‌باشد. به بیان دیگر، با استفاده از ضریب K_l در رابطه فوق، طول آهنربای دائم و نیروی محرکه تولیدی آن اندکی

افزایش داده شده است تا افت نیروی محرکه در مسیرهای آهنی نیز جبران و یا به این طریق لحاظ شده باشد. قابل توجه است که رابطه (۲۲-۵) تنها یک حدس اولیه را برای طول محوری آهنربای دائم ارائه می‌دهد. به همین دلیل، در اینجا فرض تقریبی $K_l \approx 1.05$ در رابطه (۲۲-۵) لحاظ می‌گردد.

جهت درک نحوه محاسبه پارامترهای B_{avg} و B_u ، باید به نحوه توزیع چگالی شار نوعی در فاصله هوایی بین مغناطیس دائم و وجه استاتور (مقابل به قطب) توجه نمود. مقدار چگالی شار در نزدیک سطح رotor در طول مسیر محیطی در زیر قطب مغناطیس دائم تقریباً ثابت و با مقدار ماقزیم B_{u1} (مقدار چگالی شار روی سطح پایینی مغناطیس دائم) برابر می‌باشد. در این ناحیه، با فاصله گرفتن از مرکز قطب، مقدار چگالی شار یکباره شدیداً کاهش می‌یابد. با افزایش فاصله از سطح رotor، شکل موج چگالی شار در وسط سیمپیچی به شکل موج سینوسی نزدیکتر می‌شود. مقدار متوسط این شکل موج را در بازه مکانی یک گام قطب با B_{avg} نشان می‌دهیم. در نهایت با نزدیک شدن به سطح قطب استاتور، منحنی تغییرات چگالی شار مجدداً به حالت غیر سینوسی درآمده و مقادیر ماقزیم و متوسط آن تقریباً یکسان و برابر با B_{avg} می‌باشد. بر این اساس، در ابتدا با فرض آنکه توزیع چگالی شار فاصله هوایی ماشین تقریباً سینوسی باشد، فرض تقریبی $(2/\pi)B_g \approx B_{avg}$ نیز برای مقدار متوسط چگالی شار فاصله هوایی مذکور قرار می‌گیرد.

جهت محاسبه مقدار پارامتر B_u نیز در ابتدا باید مقدار چگالی شار روی سطح پایینی مغناطیس دائم (B_{u1}) را محاسبه نمود. از آنجاییکه نسبت سطح رخ قطب مغناطیس دائم به سطح معادل با یک گام قطب استاتور با α_i تعریف می‌شود، مقدار B_{u1} را می‌توان با استفاده از رابطه زیر بر حسب B_{avg} و α_i محاسبه نمود.

$$\varphi_{pm1} = \varphi_p \Rightarrow B_{u1} A_{pm} = B_{avg} A_p \Rightarrow B_{u1} = \frac{A_p}{A_{pm}} B_{avg} \Rightarrow B_{u1} = \frac{B_{avg}}{\alpha_i} \quad (23-5)$$

در رابطه (۲۳-۵) نمادهای A_{pm} و φ_{pm1} به ترتیب نماینده مساحت رخ قطب مغناطیس دائم و مقدار کل شار روی آن بوده و نمادهای A_p و φ_p به ترتیب معرف سطح معادل با یک گام قطب از استاتور و

مقدار کل شار عبوری از آن سطح می‌باشند. به دلیل وجود نشت شار بین قطب‌های مغناطیس دائم مجاور و همچنین نشت بین قطب‌ها و آهن پشتی روتور، مقدار کل شار عبوری از سطح بالای مغناطیس دائم، چسبیده به سطح روتور (φ_{pm}) از مقدار کل شار روی رخ قطب مغناطیس دائم (φ_{pm1}) بیشتر است. با توجه به برابر بودن سطح عبور شار در این دو ناحیه می‌توان نتیجه گرفت که مقدار چگالی شار عبوری از سطح بالای مغناطیس دائم (B_u) از مقدار چگالی شار روی رخ قطب مغناطیس دائم (B_{u1}) بیشتر می‌باشد. همچنین در اینجا باید به این نکته توجه داشت که قسمت اعظم نشت شار بین قطب‌های مجاور روتور و نیز بین قطب‌ها و آهن پشتی روتور رخ می‌دهد و بنابراین φ_{pm1} با φ_p تقریباً برابر است. بر این اساس و با توجه به تعریف ضریب نشت شار مطابق رابطه (۶-۵)، می‌توان نسبت B_u به B_{u1} را مطابق رابطه (۲۴-۵) به عنوان مقدار ضریب نشت شار در نظر گرفت. در نتیجه مقدار پارامتر B_u با استفاده از رابطه (۲۴-۵) و با داشتن مقادیر K_d و α محاسبه شده و در رابطه (۲۲-۵) جایگذاری می‌گردد:

$$K_d = \frac{\varphi_p}{\varphi_{pm}} \approx \frac{\varphi_{pm1}}{\varphi_{pm}} = \frac{A_{pm} B_{u1}}{A_{pm} B_u} = \frac{B_{u1}}{B_u} = \frac{B_{avg}}{\alpha B_u} \Rightarrow B_u = \frac{B_{u1}}{K_d} = \frac{B_{avg}}{K_d \alpha} \quad (24-5)$$

پس از محاسبه مقدار حدس اولیه I_{pm0} با استفاده از رابطه (۲۲-۵)، مقدار دقیق ضخامت محوری آهنربای دائم I_{pm} به صورت ریشه معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{2B'_r \sin(\frac{\alpha n \pi}{2})}{n \pi} \frac{1 - e^{-2n\pi l_{pm}/\tau_p}}{1 - e^{-2n\pi(g + l_w + l_{pm})/\tau_p}} \right) - B_g = 0 \quad (25-5)$$

رابطه (۲۵-۵) از برابر گرفتن مقدار دامنه توزیع چگالی شار مغناطیسی حاصل از آهنرباهای دائم در وسط لایه سیم‌پیچی با مقدار مفروض B_g حاصل شده است. توزیع چگالی شار مغناطیسی حاصل از آهنرباهای دائم در فاصله هوایی مؤثر ماشین پیش از این در فصل سوم در مختصات دو بعدی (کارتزین) ارائه گردید. همچنین، در فصل سوم برای اولین بار روشی جهت ملاحظه اثر اشباع آهن و افت نیروی محرکه مغناطیسی حاصل از آن ارائه شد. جهت افزایش دقت الگوریتم طراحی در اینجا،

پارامتر B'_r در رابطه (۲۵-۵) با اقتباس از روش ارائه شده در فصل سوم به صورت زیر از روی چگالی

شار پس‌ماند آهنربای دائم B_r محاسبه می‌شود:

$$B'_r = B_r \left[1 - \tau_p (H_{cs} + H_{cr}) / (4H_c l_{pm}) \right] \quad (26-5)$$

که در آن، پارامترهای H_{cs} و H_{cr} به ترتیب نماینده مقادیر متوسط شدت میدان مغناطیسی در وسط هسته‌های استاتور و روتور می‌باشند. این مقادیر از روی منحنی‌های اشباع (B-H) فولادهای سازنده B_{cr} و B_{cs} هسته‌های استاتور و روتور (ارائه شده در شکل ۱-۳) به‌ازای مقادیر متناظر چگالی شار و استخراج می‌گردند. بر این اساس، عبارات $\tau_p H_{cr}$ و $\tau_p H_{cs}$ به ترتیب معرف مقادیر متوسط افت نیروی محرکه مغناطیسی در هسته‌های استاتور و روتور می‌باشند.

- مقدار متوسط چگالی شار فاصله هوایی در وسط سیم‌پیچی B_{avg}

اکنون مقدار دقیق B_{avg} جهت استفاده در محاسبات بعدی بر اساس روابط توزیع چگالی شار مغناطیسی مطرح در فصل سوم محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} B_{avg} &= \frac{2}{\tau_p} \int_0^{\frac{\tau_p}{2}} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{\frac{4B'_r}{n\pi} \sin(\frac{\alpha n \pi}{2}) \cos(\frac{n\pi x}{\tau_p}) \times}{(1 - e^{-2n\pi l_{pm}/\tau_p}) e^{-n\pi(g+l_w)/\tau_p}} \right) dx \\ &= \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{\frac{8B'_r}{(n\pi)^2} \sin(\frac{\alpha n \pi}{2}) \sin(\frac{n\pi}{2}) \times}{(1 - e^{-2n\pi l_{pm}/\tau_p}) e^{-n\pi(g+l_w)/\tau_p}} \right) \end{aligned} \quad (27-5)$$

که در آن، به منظور ملاحظه اثر افت نیروی محرکه مغناطیسی ناشی از اشباع هسته‌های آهنی، پارامتر B'_r بر اساس رابطه (۲۶-۵) جایگزین می‌گردد.

- تصحیح مقدار ضریب نشت شار K_{d2}

اکنون مقدار ضریب نشت شار مغناطیسی به عنوان یکی از پارامترهای کلیدی طراحی ماشین اصلاح می‌گردد. برای این منظور هر یک از دو روش پیشنهادی زیر را می‌توان در این مرحله مورد

استفاده قرار داد. در روش اول، مقادیر مقاومت‌های مغناطیسی (رلوکتانس‌های) موجود در مسیر شار

عبوری از سطح وسط آهنربای دائم به شرح ذیل مورد محاسبه قرار می‌گیرند:

- رلوکتانس متوسط مسیر شار در فاصله مؤثر هوایی (\mathfrak{R}_g) :

مقدار این رلوکتانس از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\mathfrak{R}_g = \frac{2(g + l_w)}{\mu_0 l_i (1 + \alpha) \tau_p} \quad (28-5)$$

- رلوکتانس شار نشستی بین قطب‌های مجاور (\mathfrak{R}_l) :

در هر یک از دو طرف هر قطب مغناطیس دائم، یک مسیر شار نشستی به سمت قطب مجاور وجود

دارد. بر این اساس، رلوکتانس شار نشستی بین قطب‌های مجاور (\mathfrak{R}_l) از موازی کردن دو رلوکتانس شار

نشستی دو طرف قطب آهنربای دائم (\mathfrak{R}_{l1}) مطابق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\mathfrak{R}_l = \frac{\mathfrak{R}_{l1}}{2} = \frac{\frac{W_{2pmg}}{2}}{\mu_0 l_i \left(\frac{l_{pm}}{2} \right)} = \frac{W_{2pmg}}{\mu_0 l_i l_{pm}} \quad (29-5)$$

- رلوکتانس شار نشستی بین هر قطب مغناطیس دائم و آهن پشتی روتور (\mathfrak{R}_{bi}) :

در هر یک از دو طرف هر قطب مغناطیس دائم، یک مسیر شار نشستی به سمت آهن پشتی روتور

نیز وجود دارد. بر این اساس، رلوکتانس شار نشستی بین هر قطب مغناطیس دائم و آهن پشتی روتور (\mathfrak{R}_{bi1}) از موازی کردن دو رلوکتانس شار نشستی در دو طرف قطب آهنربای دائم (\mathfrak{R}_{bi1}) مطابق رابطه

زیر حاصل می‌گردد.

$$\mathfrak{R}_{bi} = \frac{\mathfrak{R}_{bi1}}{2} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{l_{pm}}{2} + \frac{W_{2pmg}}{2} \right)}{\mu_0 l_i \left(\frac{l_{pm}}{2} + \frac{W_{2pmg}}{2} \right) / 2} = \frac{1}{\mu_0 l_i} \quad (30-5)$$

- رلوکتانس معادل تمامی شارهای نشستی (\mathfrak{R}_{eql}) :

رلوکتانس معادل تمامی شارهای نشتی (\mathfrak{R}_{eql}) از موازی کردن رلوکتانس شار نشتی بین قطب‌های مجاور (\mathfrak{R}_l) و رلوکتانس شار نشتی بین هر قطب و آهن پشتی روتور (\mathfrak{R}_{bi}) به صورت رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\mathfrak{R}_{eql} = \frac{\mathfrak{R}_l \mathfrak{R}_{bi}}{\mathfrak{R}_l + \mathfrak{R}_{bi}} \quad (31-5)$$

پس از محاسبه مقادیر رلوکتانس‌های مختلف موجود در مسیر شار، مقدار تصحیح شده ضریب نشت شار با استفاده از قاعده تقسیم جریان (در اینجا تقسیم شار مغناطیسی) میان دو رلوکتانس موازی \mathfrak{R}_g و \mathfrak{R}_{eql} مطابق رابطه زیر حاصل خواهد گردید.

$$K_{d2} = \frac{\mathfrak{R}_{eql}}{\mathfrak{R}_{eql} + \mathfrak{R}_g} \quad (32-5)$$

با استفاده از روابط (۳۲-۵) تا (۳۲-۵) جهت محاسبه و اصلاح مقدار ضریب نشت شار، زمان محاسبه اندکی مورد نیاز بوده و دقت قابل قبولی نیز حاصل می‌گردد. با این وجود، در روش دوم جهت حصول مقدار بیشینه دقت در محاسبه ضریب نشت شار می‌توان با محاسبه مقادیر دقیق B_u و B_{avg} از روابط (۳۷-۵) و (۳۳-۵)، مقدار دقیق ضریب نشت شار را از رابطه (۲۴-۵) محاسبه نمود:

$$B_u = \frac{2}{W_{1pmg}} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{[4B'_r \tau_p / (n\pi)^2] \sin^2(\alpha n \pi / 2) \times}{\left(1 - \frac{(1 - e^{-2n\pi(g+l_w)/\tau_p}) e^{-n\pi l_{pm}/\tau_p}}{1 - e^{-2n\pi(g+l_w+l_{pm})/\tau_p}} \right)} \right) \quad (33-5)$$

$$K_{d2} = \frac{\tau_p}{2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{\sin(\frac{n\pi}{2}) \sin(\frac{\alpha n \pi}{2}) (1 - e^{-\frac{-2n\pi l_{pm}}{\tau_p}})}{\frac{1}{n^2} e^{\frac{n\pi(-g-0.5l_w)}{\tau_p}} + e^{\frac{-n\pi(g+1.5l_w)}{\tau_p}}} \right) \left/ \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{(1/n^2) \sin^2(\alpha n \pi / 2) \times}{\left(1 - \frac{(1 - e^{\frac{-2n\pi(g+l_w)}{\tau_p}}) e^{\frac{-n\pi l_{pm}}{\tau_p}}}{1 - e^{-2n\pi(g+l_w+l_{pm})/\tau_p}} \right)} \right) \right) \quad (34-5)$$

- طول محوری هسته استاتور l_{cs}

به منظور محاسبه طول محوری هسته استاتور باید توجه داشت که مقدار چگالی شار روی سطح استاتور در همسایگی فاصله هوایی (مقابل روتور) در سراسر عرض گام قطب تقریباً با B_{avg} (چگالی شار

متوسط فاصله هوایی) برابر بوده و در مسیر محیطی هنگام عبور از سطح مقطع هسته استاتور دقیقاً مقابله مرز حائل دو قطب مجاور در فاصله هوایی به B_{cs} افزایش می‌یابد. توجه شود که شارهای فاصله‌های هوایی از دو طرف استاتور وارد هسته استاتور می‌شوند و هسته استاتور را در مسیر محیطی در دو جهت مخالف هم طی می‌نمایند. بر این اساس، با برابر قرار دادن مقدار کل شار بر قطب یک طرف استاتور در فاصله هوایی با شار عبور کننده از هسته استاتور در جهت محیطی در سطح مقطعی از استاتور که در آن بیشترین شار محیطی جاری است، طول محوری استاتور بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$l_{cs} = \frac{\pi B_{avg} D_o (1 + \lambda)}{4 p B_{cs}} \quad (35-5)$$

- طول محوری کل مجموعه استاتور و سیمپیچی l_s

با در دست داشتن طول محوری هسته استاتور (l_{cs}) و ضخامت لایه سیمپیچی (l_w)، طول محوری کل مجموعه هسته آهنی و سیمپیچی استاتور از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$l_s = l_{cs} + 2l_w \quad (36-5)$$

به دلیل وجود ضخامت لایه‌های سیمپیچی در دو طرف استاتور، در رابطه (36-5) یک ضریب ۲ در l_w ضرب شده است.

- طول محوری هسته روتور l_{cr}

مشابه با طول محوری هسته استاتور، طول محوری هسته روتور (l_{cr}) نیز با توجه به این واقعیت محاسبه می‌شود که مقدار چگالی شار روی سطح بالایی آهنربای دائم (چسبیده به سطح روتور) برابر با B_{u0} بوده و نصف شار بر قطب در مسیر عبور از هسته روتور در یک جهت منجر به ماکزیمم شدن چگالی شار در مرز بین دو قطب در یوغ روتور می‌شود. این مقدار حداقل چگالی شار یوغ روتور را با B_{cr} نمایش می‌دهیم. بر این اساس، با برابر قرار دادن مقدار شار مغناطیسی عبور کننده از مرز مشترک

دو قطب در آهن پشتی روتور با نصف شار سطح بالایی آهنربای دائم (چسبیده به سطح روتور)، مقدار طول محوری روتور از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$l_{cr} = \frac{\pi B_u \alpha D_o (1 + \lambda)}{8pB_{cr}} = \frac{\pi B_{avg} D_o (1 + \lambda)}{8pK_{d2} B_{cr}} \quad (37-5)$$

تفاوت موجود در عدد ثابت مخرج رابطه (35-5) و رابطه (37-5) به این دلیل می‌باشد که شارهای فاصله‌های هوایی از دو طرف وارد هسته استاتور می‌شوند، حال آنکه شار هسته روتور فقط ناشی از شار بر قطب یکی از فاصله‌های هوایی است.

- طول محوری کل مجموعه هسته آهنی روتور و آهنرباهای دائم l_r

طول محوری کل روتور شامل طول محوری هسته آهنی روتور (l_{cr}) و طول محوری آهنربای دائم (l_{pm}) از رابطه ساده زیر بدست می‌آید:

$$l_r = l_{cr} + l_{pm} \quad (38-5)$$

- طول محوری موثر کل ماشین بدون بدن یا پوسته l_e

طول محوری کل ماشین (l_e) با در نظر گرفتن طول محوری هسته استاتور، طول محوری هسته روتورهای دو سمت استاتور و فواصل هوایی توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$l_e = l_s + 2l_r + 2g \quad (39-5)$$

- طول متوسط یک دور سیم‌پیچی l_{lav}

با توجه به این که هر دور سیم‌پیچی در راستای شعاعی شامل فاصله l_i و در راستای محوری شامل فاصله l_s می‌باشد، طول متوسط هر دور سیم‌پیچی (l_{lav}) با یک دقیقت قابل قبول می‌تواند از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$l_{lav} = 2(l_i + l_s) \quad (40-5)$$

- طول کل سیم‌پیچی مورد نیاز $L_{winding}$

طول کل سیم‌پیچی مورد نیاز از حاصلضرب چهار پارامتر طول متوسط یک دور سیم‌پیچی (l_{1av}), تعداد دور سیم‌پیچ سری در هر فاز (N_s), تعداد مسیرهای موازی (a_p) و تعداد فازها (m) مطابق با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$L_{winding} = m a_p N_s l_{1av} \quad (41-5)$$

- مقاومت اهمی سیم‌پیچی در هر فاز استاتور R_s

با داشتن طول متوسط هر دور سیم‌پیچی استاتور (l_{1av}) و با فرض استفاده از هادی‌های با سطح مقطع مربعی s_{str} با هر ضلع D_{str} , مقدار مقاومت اهمی سیم‌پیچی در هر فاز استاتور (R_{ph}) با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$R_s = \frac{1.02 \rho_{cu} l_{1av} N_s}{a_p D_{str}^2} \quad (42-5)$$

- راکتانس سنکرون ماشین سه فاز X_s

جهت محاسبه مقدار راکتانس سنکرون ماشین (X_s) می‌توان از رابطه زیر استفاده نمود:

$$X_s = (2\pi f) L_s = (2\pi f) \frac{\mu_0 l_i \tau_p N_s^2}{3p(g + l_w + l_{pm})} \quad (43-5)$$

البته مقدار دقیق راکتانس سنکرون ماشین می‌تواند با استفاده از روابط (۴۸-۳) و (۴۹-۳) در فصل

سوم نیز به صورت زیر محاسبه شود:

$$X_s = (2\pi f) L_s = (2\pi f) (L_{a_a} - L_{a_b}) \quad (44-5)$$

که مقادیر اندوکتانس‌های خودی و متقابل L_{a_b} و L_{a_a} با استفاده از روابط (۴۸-۳) و (۴۹-۳) از فصل سوم مورد محاسبه قرار می‌گیرند.

- مقدار مؤثر ولتاژ القایی داخلی ماشین E_{rms}

از آنجا که شکل موج چگالی شار مغناطیسی ناشی از آهنرباهای دائم در فاصله هوایی لزوماً سینوسی ایده‌آل نیست، مقدار دقیق E_{rms} نیز باید بر اساس توزیع چگالی شار مغناطیسی به صورت زیر محاسبه گردد:

$$E_{rms} = K_w N_t \frac{f}{p} D_o^2 (1 - \lambda^2) B_r' \sqrt{\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{\frac{1}{2n^2} \sin^2(\frac{\alpha_i n \pi}{2}) (1 - e^{-2n\pi l_{pm}/\tau_p})^2}{e^{\frac{n\pi(-g-0.5l_w)}{\tau_p}} + e^{\frac{-n\pi(g+1.5l_w)}{\tau_p}})^2} \right)} \quad (45-5)$$

- زاویه قدرت ماشین (δ)

اکنون زاویه قدرت آن (δ) بر حسب رادیان می‌تواند با استفاده از رابطه زیر مورد محاسبه قرار

گیرد.

$$\delta = \cos^{-1} \left(\frac{P_{out} \sqrt{R_s^2 + X_s^2}}{m V_{ph_rms} E_{rms}} + \frac{R_s E_{rms}}{V_{ph_rms} \sqrt{R_s^2 + X_s^2}} \right) - \tan^{-1} \left(X_s / R_s \right) \quad (46-5)$$

لازم به ذکر است که با توجه به عملکرد موتوری ماشین‌های در دست طراحی، مقدار زاویه قدرت حاصل از رابطه (46-5) حتماً باید عددی کوچکتر از صفر (منفی) باشد و در غیر این صورت مقدار حاصل غیر قابل قبول است.

- فازور جریان هر فاز سیم‌پیچی استاتور \bar{I}

در این مرحله، فازور واقعی جریان هر فاز سیم‌پیچی استاتور مطابق با رابطه زیر مورد محاسبه قرار می‌گیرد.

$$\bar{I} = \frac{V_{ph_rms} - E_{rms} (\cos \delta + j \sin \delta)}{R_{ph} + j X_s} \quad (47-5)$$

- تصحیح مقدار مؤثر جریان هر فاز سیم‌پیچی استاتور I_{rms2}

پس از محاسبه فازور واقعی جریان هر فاز سیم‌پیچی استاتور، مقدار مؤثر آن مجدداً با استفاده از رابطه زیر محاسبه و تصحیح می‌گردد.

$$I_{ms2} = |\bar{I}| = \sqrt{\frac{(V_{ph_ms} - E_{ms} \cos \delta)^2 + (E_{ms} \sin \delta)^2}{R_s^2 + X_s^2}} \quad (48-5)$$

که نماد قدر مطلق ($|I|$) در رابطه (۴۱-۴) اندازه عدد مختلط را نشان می‌دهد.

- تصحیح مقدار ضریب قدرت ماشین $\cos \varphi_2$

پس از محاسبه فازور واقعی جریان هر فاز سیم‌پیچی استاتور، مقدار ضریب قدرت تصحیح شده ماشین ($\cos \varphi_2$) نیز می‌تواند مطابق رابطه زیر مورد محاسبه قرار گیرد.

$$\cos \varphi_2 = \cos \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{X_s}{R_s} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{-E_{ms} \sin \delta}{V_{ph_ms} - E_{ms} \cos \delta} \right) \right\} \quad (49-5)$$

- تلفات مسی سیم‌پیچی استاتور P_{cu_loss}

با در دست داشتن مقادیر مقاومت اهمی و جریان مؤثر سیم‌پیچی در هر فاز استاتور، تلفات مسی سیم‌پیچی به سادگی با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{cu_loss} = m R_{ph} I_{ms2}^2 \quad (50-5)$$

- تلفات آهنی هسته استاتور ماشین P_{iron_loss}

مطابق با توضیحات فصل سوم، تلفات آهنی هسته استاتور ماشین را در اینجا می‌توان با تقریب خوبی از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$P_{iron_loss} = 1925(7.164 \times 10^{-6} \xi^2 f^2 B_{cs}^2 + 0.0377 f^{0.996} B_{cs}^{1.7427}) \pi D_o^2 (1 - \lambda^2) l_{cs} \quad (51-5)$$

که در آن ξ معرف ضخامت ورقه‌های هسته استاتور بر حسب میلیمتر می‌باشد.

- تصحیح مقدار راندمان ماشین η_2

پس از محاسبه مقادیر تلفات مسی و آهنی استاتور، می‌توان راندمان تصحیح شده ماشین (۷۲) را با استفاده از رابطه زیر محاسبه نمود.

$$\eta_2 = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{out}/\eta - P_{cu_loss} - P_{iron_loss}}{P_{out}/\eta} = 1 - \eta \frac{P_{cu_loss} + P_{iron_loss}}{P_{out}} \quad (52-5)$$

که در آن، P_{in} توان الکتریکی ورودی ماشین و P_{iron_loss} و P_{cu_loss} به ترتیب تلفات مسی و تلفات آهن می‌باشند. با توجه به این که مقدار تخمین اولیه راندمان (η) همواره از بازه ۰،۹۴ تا ۱ انتخاب می‌گردد، مقدار راندمان تصحیح شده حاصل از رابطه (۵۲-۵) نیز همواره درون بازه فوق قرار خواهد گرفت.

- نیروهای ارتعاشی

با در دست داشتن مشخصات ابعادی و توزیع چگالی شار مغناطیسی آهنرباهای دائم در این مرحله، می‌توان توزیع نیروی ارتعاشی وارد بر هسته استاتور ناشی از شار آهنرباهای دائم (FCS-PM) را بر اساس رابطه (۵۰-۴) برای هر طرح ماشین پیشنهادی در الگوریتم PSO محاسبه نمود. قابل توجه است که این مؤلفه نیرو به عنوان مهمترین منبع ارتعاش هسته استاتور موتور شار محوری آهنربای دائم در هر شرایط عملکردی از بی‌باری تا بار کامل مطرح می‌باشد. در شرایط بارداری موتور البته مؤلفه‌های نیروهای ارتعاشی ناشی از جریان آرمیچر نیز تا حدی اهمیت می‌یابند. محاسبه این مؤلفه‌ها نیازمند محاسبه جریان‌های سه‌فاز آرمیچر است که آن نیز به حل دستگاه معادلات دیفرانسیل عملکرد ماشین یعنی روابط (۶۷-۳) تا (۷۳-۳) نیاز دارد. با توجه به این که حل دستگاه معادلات مزبور تا حدی زمان‌گیر است (البته خیلی کمتر از حل به روش اجزاء محدود)، محاسبه مؤلفه‌های نیروهای ارتعاشی ناشی از جریان آرمیچر در فرآیند طراحی ماشین چندان ضروری به نظر نمی‌رسد (اگرچه در صورت لزوم می‌توان با استفاده از توابع حل دستگاه معادلات دیفرانسیل در نرم‌افزار MATLAB نظیر ode15i به محاسبه جریان‌های آرمیچر پرداخت).

تا اینجا فرآیند محاسبه مقادیر تمامی پارامترهای محاسباتی و تصحیح مقادیر پارامترهای تصحیح‌پذیر مورد بررسی قرار گرفت. مطابق با فلوچارت شکل ۱-۵، مقادیر تصحیح شده حاصل برای

پارامترهای تصحیح‌پذیر (یعنی راندمان، ضریب قدرت و ضریب نشت شار) در روند اجرای الگوریتم به جای مقادیر اولیه اتخاذ شده برای این پارامترها جایگزین می‌شوند و این فرآیند به صورت پیاپی تکرار می‌گردد تا زمانی که مقادیر پارامترهای تصحیح‌پذیر به اعداد ثابتی همگرا شوند. سپس مقدار تابع هدف طراحی به ازای گروه پیشنهادهای ارائه شده برای مقادیر پارامترهای انتخابی بهینه‌پذیر محاسبه می‌گردد که در ادامه مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۷-۵-۲- نحوه ملاحظه تابع هدف و قیود طراحی

در حالت کلی می‌توان توابع هدف مختلفی را برای طراحی بهینه ماشین مد نظر قرار داد. سه تابع هدف متدالول در مسئله طراحی ماشین شامل حداقل نمودن چگالی توان، حجم آهنرباهای دائم و تلفات الکتریکی ماشین می‌باشند. علاوه بر اهداف فوق، در این پژوهه حداقل نمودن مقدار مؤثر چگالی حجمی نیروهای ارتعاشی وارد بر آهنرباهای دائم و چگالی سطحی نیروهای ارتعاشی وارد بر هسته‌های آهنه استاتور و روتور نیز به عنوان تابع هدف مسئله طراحی ماشین منظور گردیده است.

قیود مسئله بهینه‌سازی طراحی ماشین شامل دو دسته اصلی محدودیتهای مورد نظر در طراحی ماشین به شرح زیر می‌باشند:

۱- کران‌های بالا و پایین مجاز برای متغیرهای تصمیم‌گیری (پارامترهای انتخابی بهینه‌پذیر):

این قیود در روند الگوریتم PSO مستقیماً و به صورت اتوماتیک مورد ملاحظه قرار می‌گیرند.

۲- کران‌های بالا و پایین مجاز برای سایر پارامترهای طراحی، نظیر قطر خارجی (D_o) و طول

محوری ماشین (l_e)

ملحظه این قیود باید به نحوی در تابع هدف طراحی ماشین انجام شود. برای این منظور در اینجا پیش از محاسبه تابع هدف اصلی طراحی (یعنی تلفات الکتریکی ماشین)، در ابتدا مقادیر قطر خارجی (D_o) و طول محوری (l_e) حاصل با مقادیر ماکزیمم مجاز آنها (به ترتیب ۲۲ و ۸ سانتی‌متر) مقایسه

می‌شوند. سپس در صورتی که مقدار هر یک از این دو پارامتر ار ماکزیمم مجاز آن فراتر رود، مقدار بسیار بزرگی (10^{10}) به گروه پیشنهادهای ارائه شده توسط الگوریتم PSO نسبت داده خواهد شد. بر این اساس، مقدار تابع هدف اصلی طراحی تنها برای پیشنهادهای محاسبه می‌شود که به ازای آنها مقادیر قطر خارجی و طول محوری ماشین در محدوده مجازشان قرار گیرند.

۳-۵- نتیجه‌گیری فصل

در این فصل، تمامی مراحل الگوریتم طراحی ماشین (مطابق فلوچارت شکل ۱-۵) به طور کامل بررسی گردید. این مراحل در روند اجرای الگوریتم بهینه‌سازی PSO به ازای پیشنهادهای مختلف ارائه شده برای مقادیر پارامترهای انتخابی بهینه‌پذیر به صورت مکرر انجام می‌گیرند و در هر مرحله، مقدار تابع هدف طراحی برای هر گروه از پیشنهادهای ارائه شده به دست می‌آید. این فرآیند تا زمانی تکرار می‌شود که اعضای جمعیت ارائه شده توسط الگوریتم بهینه‌سازی PSO برای مقادیر پارامترهای انتخابی بهینه‌پذیر به پیشنهادهای ثابتی همگرا گردند. با حل الگوریتم PSO، مقادیر ضخامت و تعداد دور لایه‌های مختلف سیم‌پیچی استاتور (بر اساس فلوچارت شکل ۴-۵) در جدول ۱-۵ لیست گردیده‌اند. همچنان، مشخصات نهایی ماشین طراحی شده در جدول ۲-۵ ارائه شده‌اند.

جدول ۱-۵: مقادیر ضخامت سیم‌پیچی و تعداد دور در هر لایه سیم‌پیچی

Layer #	1	2	3	4	5	6	$N_{layer}=7$
$L_w \text{ layer (mm)}$	1.45	2.75	4.05	5.35	6.65	7.95	9.25
$N_{Turns \text{ layer}}$	4	4	3	3	3	3	3

جدول ۲-۵: مشخصات نهایی ماشین شار محوری بدون شیار طراحی شده

ساختار الکترومغناطیسی ماشین			
نام پارامتر	نشان	SI	مقدار واحد
نوان نامی			Watt ۳۷۰۰ P_{out_n}
فرکانس نامی			Hz ۷۰ f_n
سرعت نامی			rpm ۱۴۰۰ n_s
تعداد جفت قطب			- ۳ p
تعداد فازها			- ۳ m
تعداد مسیرهای موازی جریان در هر فاز آرمیچر			- ۱ a_p
تعداد دور سری در هر فاز آرمیچر			Turns ۱۳۸ N_t
مقدار نامی دامنه ولتاژ فاز در ترمینال ماشین			V ۹۱ V_{Tpk}
ابعاد ساختاری ماشین			
نام پارامتر	نشان	SI	مقدار واحد
عرض مقطع مستطیلی هادی سیم پیچی			mm ۴.۵ W_{wire}
ارتفاع مقطع مستطیلی هادی سیم پیچی			mm ۱ H_{wire}
ضخامت مؤثر عایق سیم در جهت افقی			mm ۰.۰۵ $W_{insulator}$
ضخامت مؤثر عایق سیم در جهت عمودی			mm ۰.۱۵ $H_{insulator}$
قطر خارجی ماشین			mm ۲۲۰.۰ D_o
قطر داخلی ماشین			mm ۱۱۳.۶ D_i
سبت قوس قطب آهنربای دائم به گام قطب			- ۰.۶ α
طول محوری آهنربای دائم			mm ۹.۲ l_{pm}
طول محوری هسته روتور			mm ۱۰ l_{cr}
طول محوری کل روتور			mm ۱۹.۲ l_r
طول محوری هسته استاتور			mm ۱۵.۲ l_{cs}
طول محوری کل استاتور			mm ۳۳.۷ l_s
طول فاصله هوایی			mm ۳.۵ g
طول محوری کل ماشین			mm ۷۹.۱ l_e
مشخصات مواد هسته‌های استاتور و روتور			
نام پارامتر	نشان	SI	مقدار
گرید ورق فولاد استاتور (JIS C2552-۲۰۰۰)			- ۵۰۰۴۷۰
چگالی جرمی ورق فولاد استاتور			kg/m ³ ۷۷۰۰
گرید فولاد روتور (JIS C2552-۲۰۰۰)			- SUS430
چگالی جرمی فولاد روتور			kg/m ³ ۷۶۵۰
مشخصات آهنرباهای دائم با گرید NdFeB-N45H			
نام پارامتر	نشان	SI	مقدار واحد
چگالی شار پس‌ماند آهنربای دائم			T ۱.۳ B_r
شدت میدان مغناطیس زدای آهنربای دائم			kA/m - ۹۵۵ H_{cb}

فصل ششم

نتائج

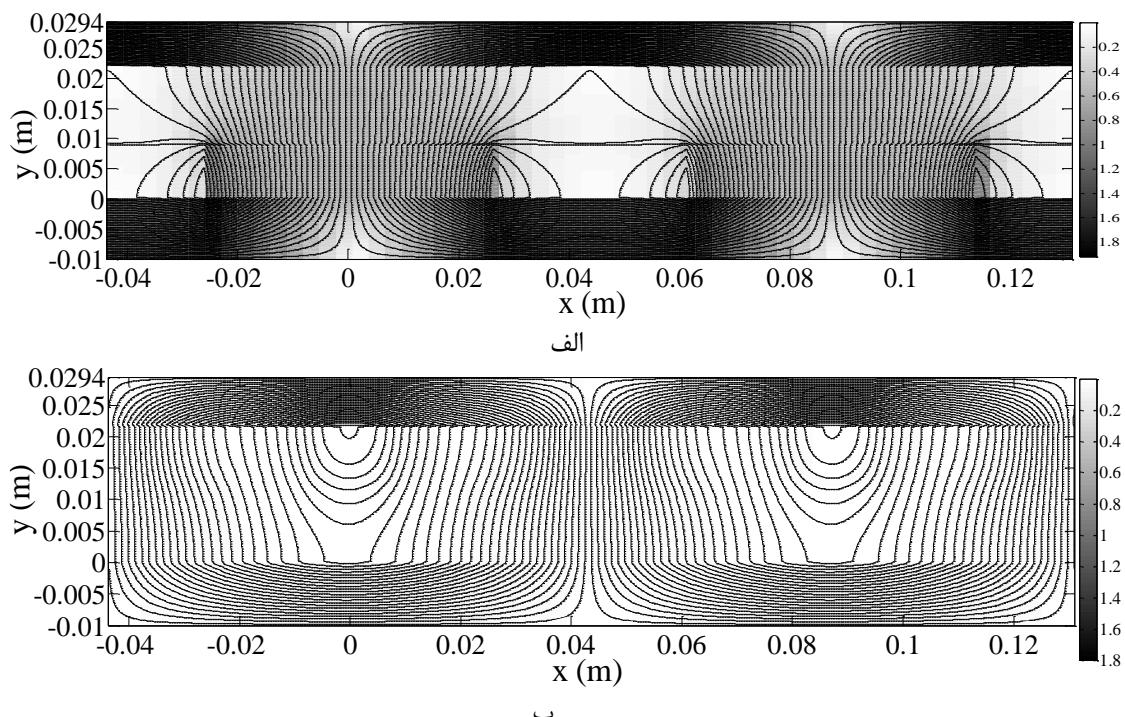
۱-۶- مقدمه فصل

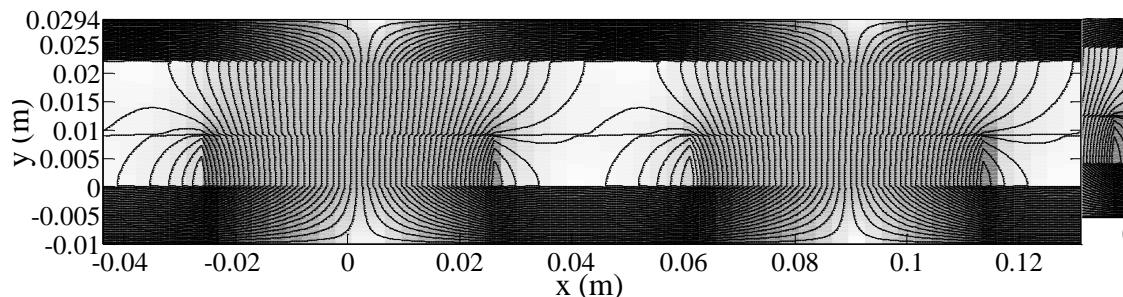
جهت بررسی اعتبار مدل تحلیلی و الگوریتم طراحی ارائه شده در فصول سوم، چهارم و پنجم، مدل تحلیلی پیشنهادی از طریق برنامه‌نویسی در نرم‌افزار MATLAB بر روی نمونه موتور شار محوری آهنربای دائم طراحی شده در فصل پنجم پیاده‌سازی گردیده و صحت نتایج آن در این فصل از طریق مقایسه با نتایج آنالیز اجزاء محدود (دو بعدی) و آزمایش‌های عملی بر روی نمونه واقعی موتور ساخته شده مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۶- نتایج حاصل از مدل مغناطیسی

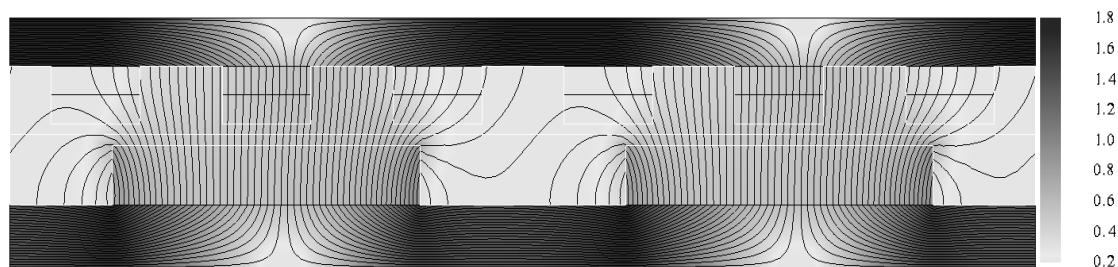
در راستای نیل به هدف فوق، ابتدا توزیع میدان مغناطیسی یک جفت قطب ماشین حاصل از مدل تحلیلی با نتیجه آنالیز اجزاء محدود دو بعدی مطابق شکل ۱-۶ مقایسه می‌گردد. در مدل تحلیلی، خطوط شار از طریق استخراج خطوط هم‌تراز بردار پتانسیل مغناطیسی \mathbf{A} رسم شده‌اند به‌نحوی که

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad \text{داریم}$$





ج



د

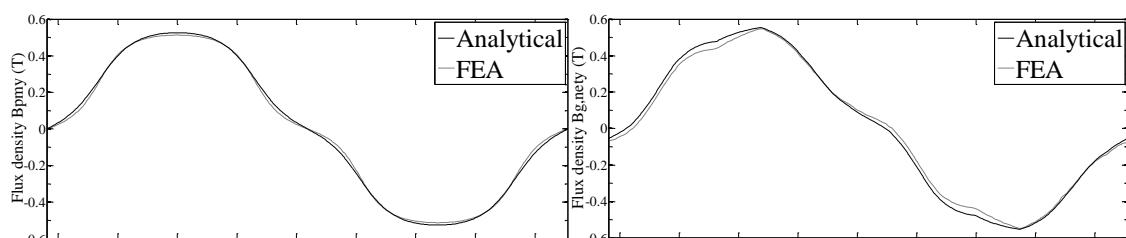
شکل ۶-۱: توزیع اندازه چگالی شار مغناطیسی در لحظه $t=0$ در مدل دوبعدی مورد مطالعه حاصل از روش تحلیلی پیشنهادی و روش اجزاء محدود: (الف) توزیع چگالی شار آهنرباهای دائم حاصل از مدل تحلیلی (ب) توزیع چگالی شار عکس العمل آرمیچر در شرایط بار کامل حاصل از مدل تحلیلی (ج) چگالی شار برآیند در شرایط بار کامل حاصل از مدل تحلیلی (د) چگالی شار برآیند در شرایط بار کامل حاصل از آنالیز اجزاء محدود دو بعدی

علاوه بر این، منحنی های توزیع مکانی چگالی شار مغناطیسی در سطح هسته استاتور، یعنی

$B_{crx}(x, -)$ و $B_{csx}(x, l_{pm}+g+l_w+l_{cs}/4, 0)$ و در وسط هسته های آهنی (عکس العمل آرمیچر)، یعنی $B_{g, nety}(x, l_{pm}+g+l_w, 0)$

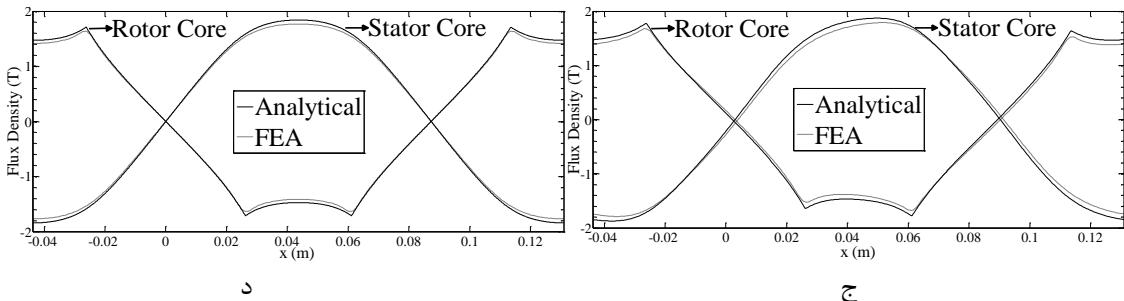
در شکل ۵ برای هر دو شرایط بی باری و بار کامل رسم شده تا صحت مؤلفه های اصلی توزیع $l_{cr}/2, 0$

چگالی شار مغناطیسی حاصل را بهتر نمایش دهد.



ب

الف

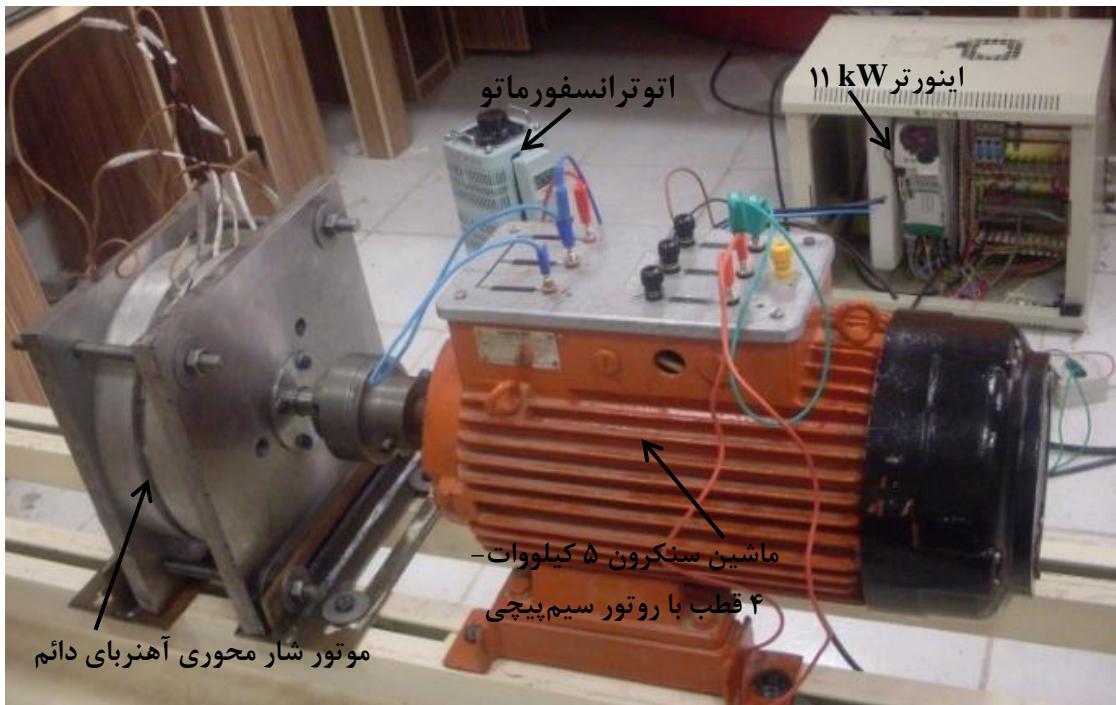


شکل ۳-۶: مؤلفه‌های اصلی توزیع چگالی شار مغناطیسی در بخش‌های مختلف ماشین در لحظه $t=0$ حاصل از مدل تحلیلی پیشنهادی در مقایسه با آنالیز اجزاء محدود (الف) چگالی شار بی‌باری در سطح استاتور ($B_{pm,y}(x, l_{pm} + g + l_w, 0)$) (ب) چگالی شار بار کامل در سطح استاتور ($B_{g,nety}(x, l_{pm} + g + l_w, 0)$) (ج) چگالی شار بی‌باری در وسط هسته‌های آهنی، (د) چگالی شار بار کامل در وسط هسته‌های آهنی

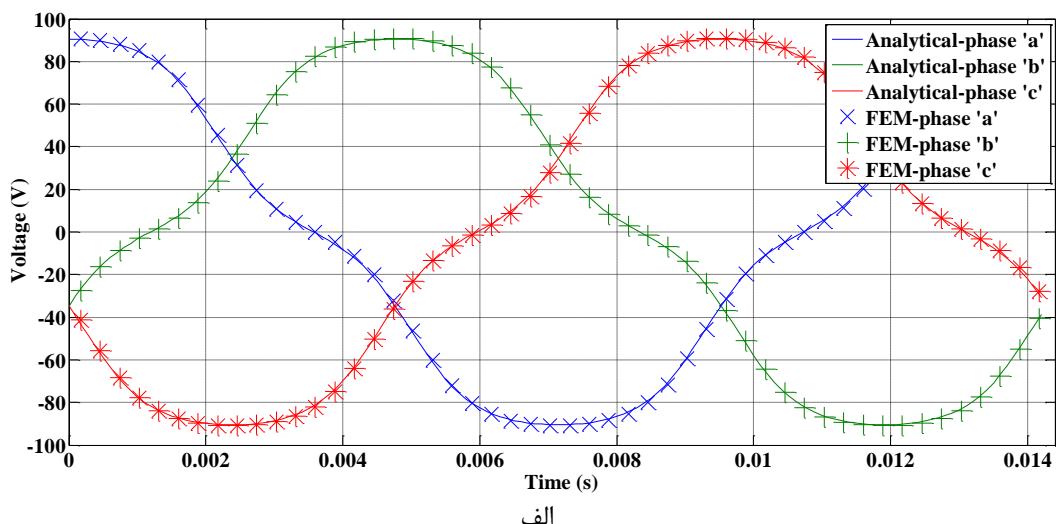
۳-۶-۳ نتایج حاصل از مدل الکتریکی

به منظور بررسی اعتبار بخش الکتریکی مدل تحلیلی پیشنهادی در اینجا ابتدا منحنی تغییرات ولتاژ القایی بر حسب زمان مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور در هر دو مدل تحلیلی و اجزاء محدود و نیز در آزمایش عملی، ماشین مورد مطالعه به صورت ژنراتور بی‌بار با سرعت نامی ۱۴۰۰ دور در دقیقه راهاندازی می‌گردد. جهت اندازه‌گیری عملی ولتاژ القایی داخلی نمونه ماشین واقعی، تجهیزات تست مورد نمایش در شکل ۳-۶ در آزمایشگاه مورد استفاده قرار گرفته‌اند. مطابق شکل ۳-۶ در این آزمایش، محرک اصلی یک موتور سنکرون ۵ کیلووات-۴ قطب با روتور سیم‌پیچی شده است که محور آن با محور ماشین اصلی کوپل گردیده و از طریق یک اینورتر (دراایو سرعت متغیر) ۱۱ کیلووات با فرکانس $Hz\ 46,7$ تغذیه می‌شود تا سرعت محور مشترک را در ۱۴۰۰ دور بر دقیقه ثابت نماید. منحنی‌های ولتاژ القایی داخلی ماشین حاصل از سه روش تحلیلی، اجزاء محدود و اندازه‌گیری عملی در شکل ۴-۶ نشان داده شده‌اند.

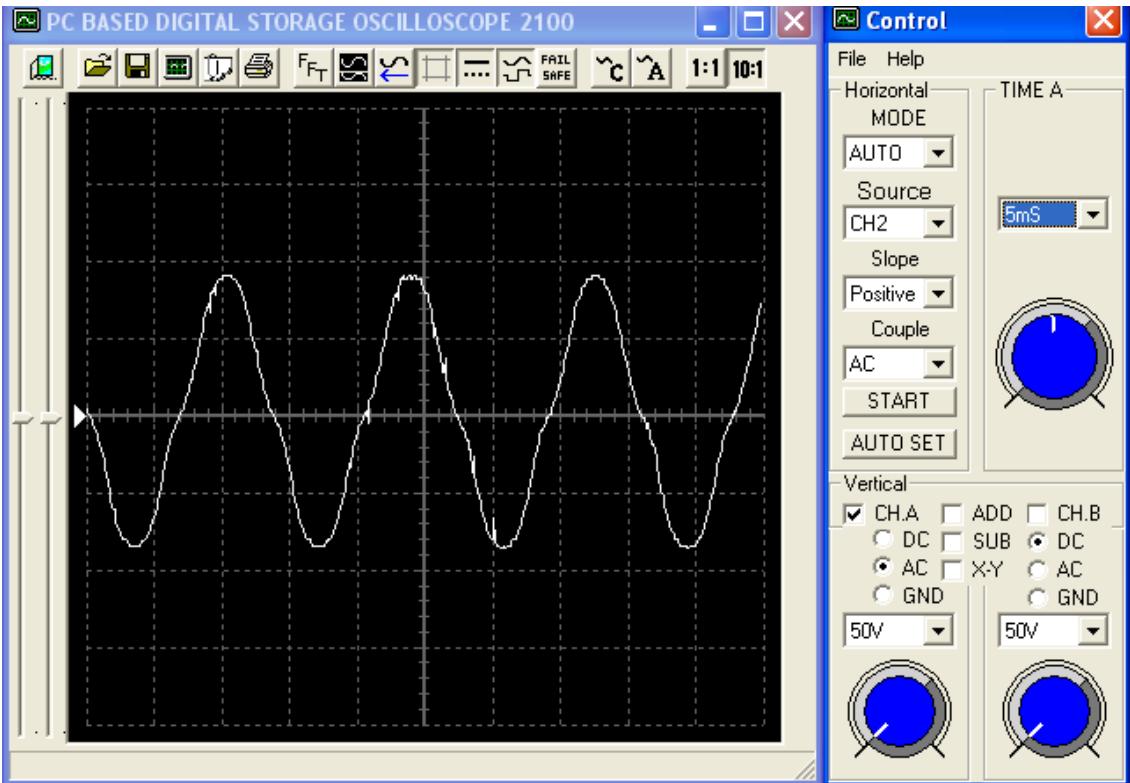
^۱ Variable Frequency Drive (VFD)



شکل ۳-۶: تجهیزات تست مورد استفاده جهت اندازه‌گیری منحنی ولتاژ القایی داخلی ماشین شار محوری بدون شیار
مورد مطالعه در آزمایشگاه



الف



ب

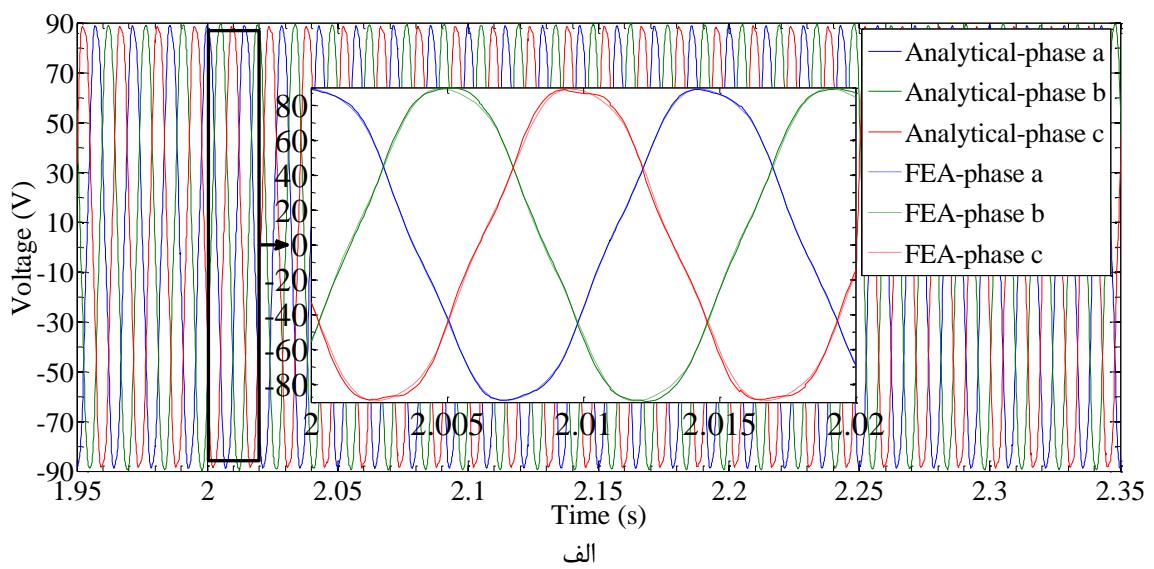
شکل ۴-۶: منحنی ولتاژ القایی داخلی ماشین شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه حاصل از سه روش مدلسازی تحلیلی، آنالیز اجزاء محدود و اندازه‌گیری عملی روی نمونه موتور واقعی ساخته شده (الف) منحنی‌های سه‌فاز حاصل از مدل تحلیلی پیشنهادی در مقایسه با روش اجزاء محدود (ب) منحنی مربوط به فاز a ماشین حاصل از اندازه‌گیری عملی

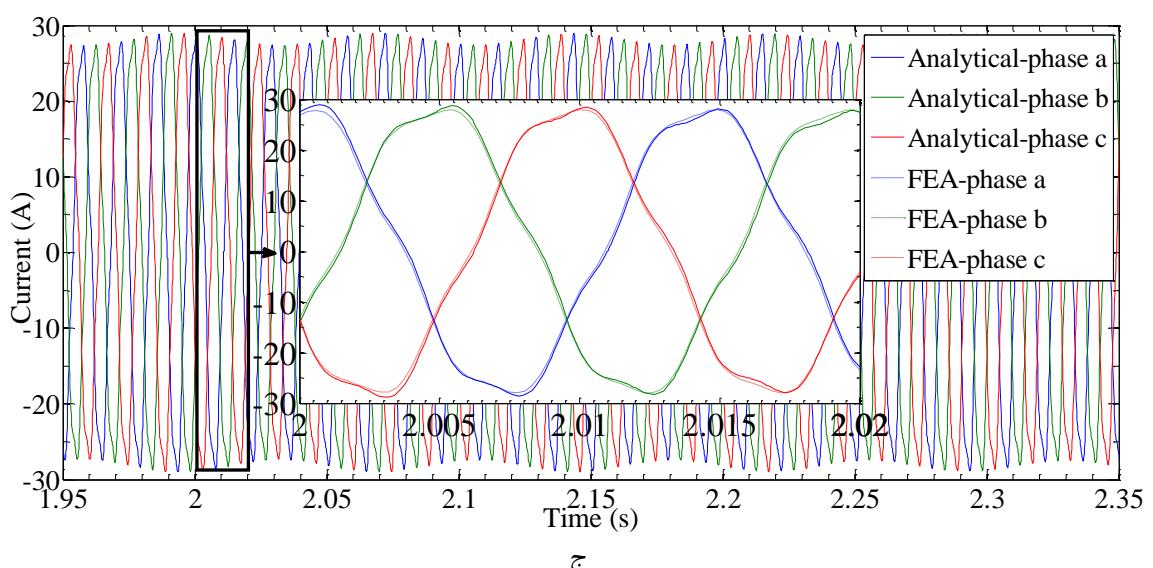
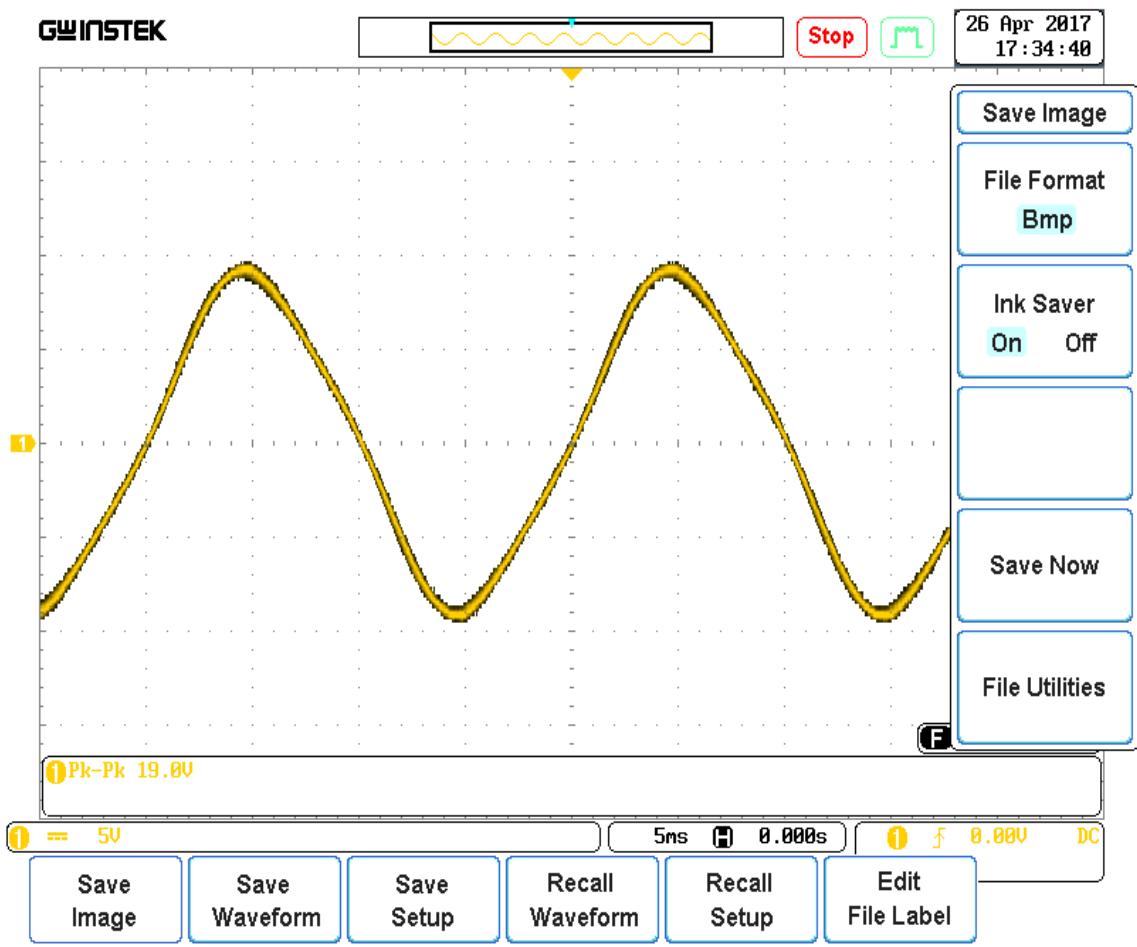
اکنون عملکرد موتوری موتور شار محوری آهنربای دائم طراحی شده در شرایط ماندگار مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور، ابتدا پارامترهای مشخصه مدل الکتریکی و دینامیکی موتور مورد مطالعه مطابق جدول ۱-۶ ارائه می‌شوند. علی‌الخصوص، در این جدول مقادیر اندوکتانس‌های خودی و مقابله ماشین حاصل از مدل تحلیلی با مقادیر متناظر حاصل از روش اجزاء محدود دو بعدی (مدل شکل ۲-۳ برای بازوهای کلاف و مدل شکل ۳-۳ برای پیشانی‌های کلاف) مقایسه گردیده‌اند. در ادامه به منظور استخراج مشخصه‌های عملکرد حالت ماندگار موتور طراحی شده، شرایط اولیه مندرج در جدول ۱-۶ در برنامه کامپیوتری نوشته شده (در نرم‌افزار MATLAB) و نیز شبیه‌سازی اجزاء محدود (در نرم‌افزار JMAGDesigner) اعمال می‌شوند. با اعمال این شرایط اولیه در شبیه‌سازی موتور با فرکانس تغذیه سنکرون شده و از حالت ماندگار شروع به کار می‌کند.

جدول ۱-۶: پارامترهای مشخصه مدل الکتریکی و دینامیکی موتور شار محوری بدون شیار مورد مطالعه

اندوکتانس‌های آرمیچر حاصل از مدل تحلیلی در مقایسه با روش اجزاء محدود			
نام پارامتر	رشان SI	روش محاسبه	مقدار واحد
mH	۰.۴۱۶۹ ۰.۴۱۷۹	تحلیلی اجزاء محدود	$L_{ph0_ph0,m}$ ندوکتانس خودی هر فاز (بازوهای کلاف)
mH	۰.۰۷۷۰ ۰.۰۶۴۳	تحلیلی اجزاء محدود	$L_{ph0_ph0,l}$ ندوکتانس خودی هر فاز (پیشانی کلاف)
mH	۰.۴۹۳۹ ۰.۴۸۲۲	تحلیلی اجزاء محدود	L_{ph0_ph0} مقدار کل اندوکتانس خودی هر فاز
mH	-۰.۱۴۲۴ -۰.۱۴۳۳	تحلیلی اجزاء محدود	$L_{ph1_ph0,m}$ ندوکتانس متقابل بین دو فاز (بازوهای کلاف)
mH	-۰.۰۲۰۶ -۰.۰۲۰۵	تحلیلی اجزاء محدود	$L_{ph1_ph0,l}$ ندوکتانس متقابل بین دو فاز (پیشانی کلاف)
mH	-۰.۱۶۳۱ -۰.۱۶۳۸	تحلیلی اجزاء محدود	L_{ph1_ph0} مقدار کل اندوکتانس متقابل بین هر دو فاز
سایر پارامترهای مشخصه مدل الکتریکی ماشین			
نام پارامتر	رشان SI	مقدار واحد	
mH	۰.۸۰۶۵	L_T	ندوکتانس تونن در هر فاز منبع تغذیه
mΩ	۹۸.۹۹۹۴	R_s	مقاومت هر فاز سیم‌پیچی آرمیچر
Ω	∞	R_n	مقاومت سیم نول
kg.m²	۰.۰۵۰۵	$J_{Inertia}$	ممان اینرسی روتور
kg	۶.۵۸۹۳	-	جرم روتور
N.m.s	۰.۱۷۲۱	$b_{Friction}$	ضریب اصطکاک (حرکت چرخشی)
N.s/m	۲۴.۷۵۴۳	-	ضریب اصطکاک (حرکت خطی)
$\times 10^{-5}$	۲.۵۴۴	K_{eddy}	مقدار حاصل برای ضریب تلفات جریان ادی
-	۰.۲۲۳۰	K_{hyst}	مقدار حاصل برای ضریب تلفات هیسترزیس
شرایط اولیه مدل دینامیکی			
نام پارامتر	مقدار	واحد	
ا	$i_{Ta}(.)$	۰.۲۷.۵۹۶	مقدار اولیه جریان ترمینال در فاز
ب	$i_{Tb}(.)$	-۱۴.۴۰۱	مقدار اولیه جریان ترمینال در فاز
c	$i_{Tc}(.)$	-۱۳.۱۹۴	مقدار اولیه جریان ترمینال در فاز
a	$i_a(.)$	۰.۲۷.۴۹۰	مقدار اولیه جریان آرمیچر در فاز
a	$i_b(.)$	-۱۴.۳۴۴	مقدار اولیه جریان آرمیچر در فاز
a	$i_c(.)$	-۱۳.۱۶۴	مقدار اولیه جریان آرمیچر در فاز
روتور	$\omega_m(.)$	۱۴۷.۰۰۹	مقدار اولیه سرعت زاویه‌ای روتور
روتور	θ_0	۰.۲۰۲۴۴۵	مقدار اولیه موقعیت زاویه‌ای روتور
ماشین	δ_0	.	مقدار اولیه فاز ولتاژ ترمینال ماشین

پروسه راهاندازی موتور سنکرون آهنربای دائم ساخته شده در آزمایشگاه با استفاده از یک درایو سرعت متغیر صورت می‌پذیرد که به آرامی فرکانس ورودی موتور را از صفر تا فرکانس نامی (۷۰ هرتز) افزایش می‌دهد. بار مکانیکی موتور نیز از طریق موتور سنکرون ۵ کیلووات مورد نمایش در شکل ۳-۶ به محور موتور اعمال می‌گردد. در نهایت، نتایج حاصل از روش تحلیلی، اجزاء محدود و اندازه‌گیری عملی برای منحنی‌های ولتاژ و جریان سه‌فاز ترمینال ماشین در شکل ۵-۶ رسم شده‌اند. مطابق با شکل ۵-۶ می‌توان مشاهده نمود که شکل موج‌ها و مقادیر دامنه منحنی‌های حاصل از هر سه روش از تطابق خوبی با یکدیگر برخوردارند.





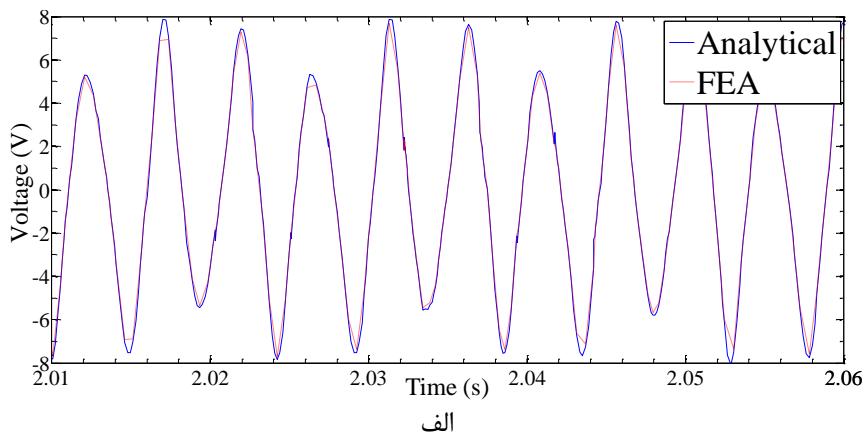


(d)

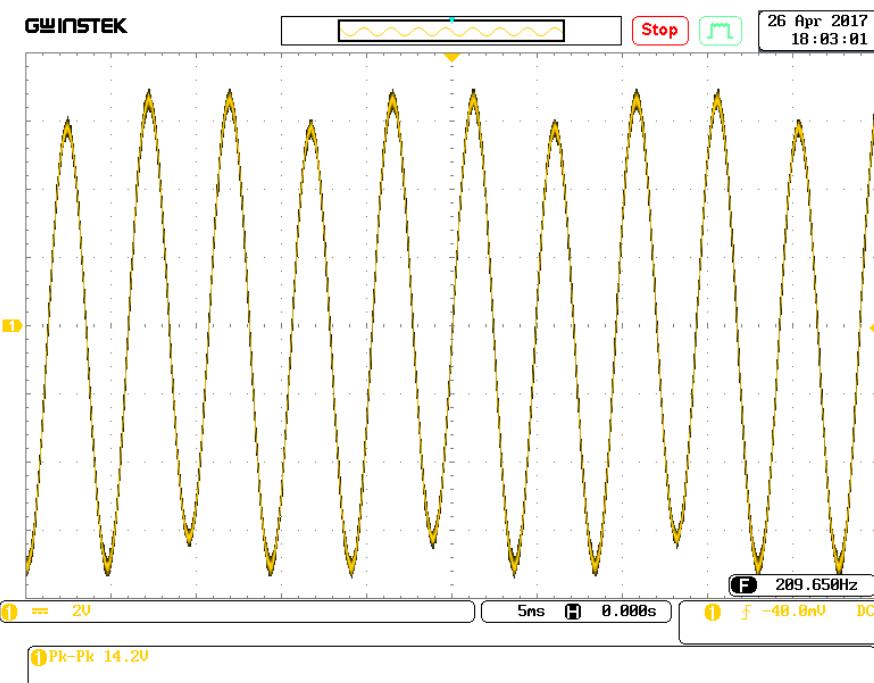
شکل ۵-۶: منحنی‌های ولتاژ و جریان ترمینال موتور شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه در شرایط بار کامل و حالت ماندگار (الف) منحنی‌های ولتاژ سه‌فاز ترمینال ماشین حاصل از روش تحلیلی پیشنهادی و آنالیز اجزاء محدود (ب) منحنی ولتاژ فاز a موتور نمونه ساخته شده حاصل از اندازه‌گیری عملی با اسلوسکوپ با پروب $10 \times$ ، (ج) منحنی‌های جریان سه‌فاز ترمینال ماشین حاصل از روش تحلیلی و آنالیز اجزاء محدود (د) منحنی جریان فاز a موتور نمونه ساخته شده حاصل از ترانسیدیوسر جریان- ولتاژ اثر هال با ضریب تضعیف $1/20 = 0.05$ و اسلوسکوپ با پروب $1 \times$

مطابق جدول ۱-۶ در اینجا $R_{n=0} = \infty$ است، یعنی مدار معادل شکل ۱۰-۳ بدون سیم نول در نظر

گرفته شده است. این امر مقدار جریان آرمیچر را کاهش داده و نیز سبب می‌شود که ولتاژ نقطه نول غیر صفر گردد که منحنی تغییرات زمانی آن در اینجا با استفاده از روش تحلیلی پیشنهادی، روش اجزاء محدود و نیز آزمایش عملی روی نمونه موتور واقعی مطابق شکل ۶-۶ به دست آمده است. در نهایت، منحنی‌های تغییرات زمانی سرعت روتور، گشتاور الکترومغناطیسی ماشین، توان الکتریکی ورودی و تلفات مسی ماشین با استفاده از مدل تحلیلی پیشنهادی در مقایسه با روش اجزاء محدود در شکل ۷-۶ رسم شده‌اند. تمامی این منحنی‌ها به خوبی کارایی عملکرد موتور طراحی شده و نیز مدل تحلیلی پیشنهادی را در پیش‌بینی عمکرد موتور مورد مطالعه نشان می‌دهند.

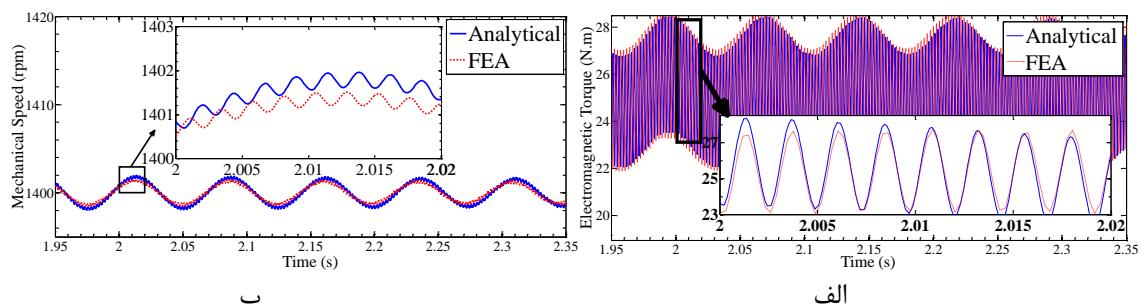


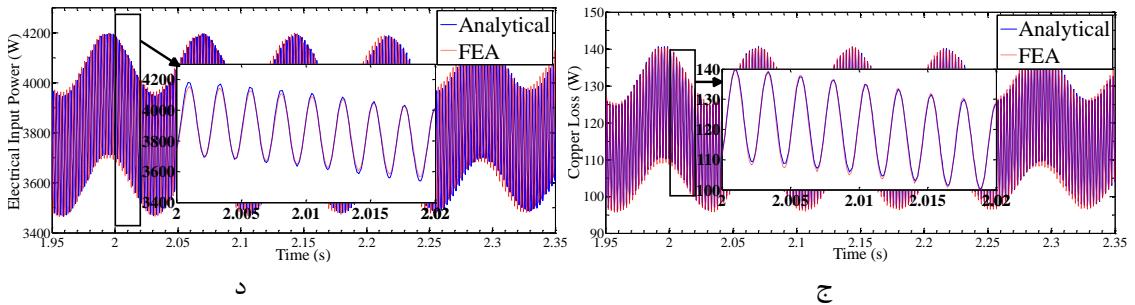
الف



ب

شکل ۶-۶: منحنی‌های تغییرات زمانی ولتاژ نقطه نول ماشین مورد مطالعه حاصل از روش‌های مختلف (الف) روش تحلیلی در مقایسه با روش اجزاء محدود (ب) اندازه‌گیری عملی روی نمونه موتور ساخته شده با استفاده از اسیلوسکوپ با پریوب $\times 1$





د

ج

شکل ۷-۶: مشخصه‌های اصلی حالت ماندگار عملکرد موتور شار محوری بدون شیار مورد مطالعه در بار کامل حاصل از مدل تحلیلی پیشنهادی در مقایسه با آنالیز اجزاء محدود (الف) سرعت روتور (ب) گشتاور الکترومغناطیسی (ج) توان الکتریکی ورودی (د) تلفات مسی

مدت زمان حل روش‌های تحلیلی و اجزاء محدود روی یک لپ تاپ با مدل Core i3 2.3 GHz با

۴ GB RAM عبارتست از:

✓ ۳۶۶,۸۸ s برای روش تحلیلی با ماکریزم پله زمانی ۰,۰۰۰۲۰ s

✓ حدود ۵ ساعت برای آنالیز اجزاء محدود دو بعدی در نرمافزار JMAGDesigner با تعداد

۱۳۵۲۱ المان مش و پله زمانی ثابت ۰,۰۰۰۲۹ s

تفاوت چشم‌گیر موجود مابین مدت زمان حل دو روش بیش از پیش ارزش و کارایی روش تحلیلی پیشنهادی را در کاربردهای مختلف به اثبات می‌رساند.

۴-۶- نتایج حاصل برای نیروهای ارتعاشی وارد بر اجزاء مختلف ماشین

در نهایت، اعتبار روابط تحلیلی ارائه شده در فصل چهارم جهت محاسبه نیروهای ارتعاشی در ماشین طراحی شده در شرایط عملکرد حالت ماندگار و بار نامی مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور، مدل تحلیلی در نرمافزار MATLAB پیاده‌سازی گردیده و نتایج آن با نتایج نرمافزار اجزاء محدود JMAGDesigner12 مقایسه می‌شود. نرمافزار JMAGDesigner12 در حالت کلی قادر به محاسبه نیروهای مغناطیسی در سه شکل زیر می‌باشد:

- نیروی گرمای^۱ که نیروی مغناطیسی وارد بر هر گره از مش ایجاد شده توسط روش اجزاء

محدود را بر اساس اصل کار مجازی (VPP) و بر حسب N محاسبه می‌کند.

- نیروی سطحی^۲ که توزیع فشار مغناطیسی وارد بر سطوح خارجی اجسام را با استفاده از

تنسور تنش ماکسول و بر حسب N/m^2 محاسبه می‌کند.

- نیروی لورنتز^۳ که توزیع چگالی نیروهای حجمی داخل هادی‌های حامل جریان الکتریکی را بر

اساس رابطه نیروی لورنتز $\mathbf{f}_v = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$ و بر حسب N/m^3 محاسبه می‌نماید.

البته در اینجا باید به این نکته اشاره کرد که قابلیت محاسبه نیروهای گرهای تنها به نرم‌افزارهای اجزاء

محدود اختصاص دارد که در آنها گرهات مش قابل تعریف هستند. از طرفی، نیروهای حجمی (به غیر

از نیروی لورنتز) در حالت کلی در نرم‌افزار JMAGDesigner12 قابل تعریف و محاسبه نیستند.

بنابراین، در اینجا تنها می‌توان نتایج مدل تحلیلی را با توزیع نیروهای سطحی و لورنتز حاصل از نرم-

افزار JMAGDesigner12 مورد مقایسه قرار داد. البته محاسبه نیروهای سطحی در

JMAGDesigner12 بر اساس تنسور تنش ماکسول انجام می‌شود. در مواردی که جسم در هوا

محصور شده باشد، توزیع نیروی سطحی مورد محاسبه در JMAGDesigner12 با مجموع توزیع

نیروهای حجمی و سطحی تعریف شده در این پایان‌نامه معادل است که در JMAGDesigner12 به-

صورت نیروی سطحی معادل (کل) در نظر گرفته می‌شود. نتایج محاسبه چنین نیروهای سطحی (با

تعریف مبتنی بر تنسور تنش ماکسول) با استفاده از روش تحلیلی در مقایسه با نرم‌افزار

JMAGDesigner12 در ماشین شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه در نمایش داده شده‌اند. البته

این محاسبه تنها در شرایطی معتبر است که جسم در هوا احاطه شده باشد (مانند شرایطی که در

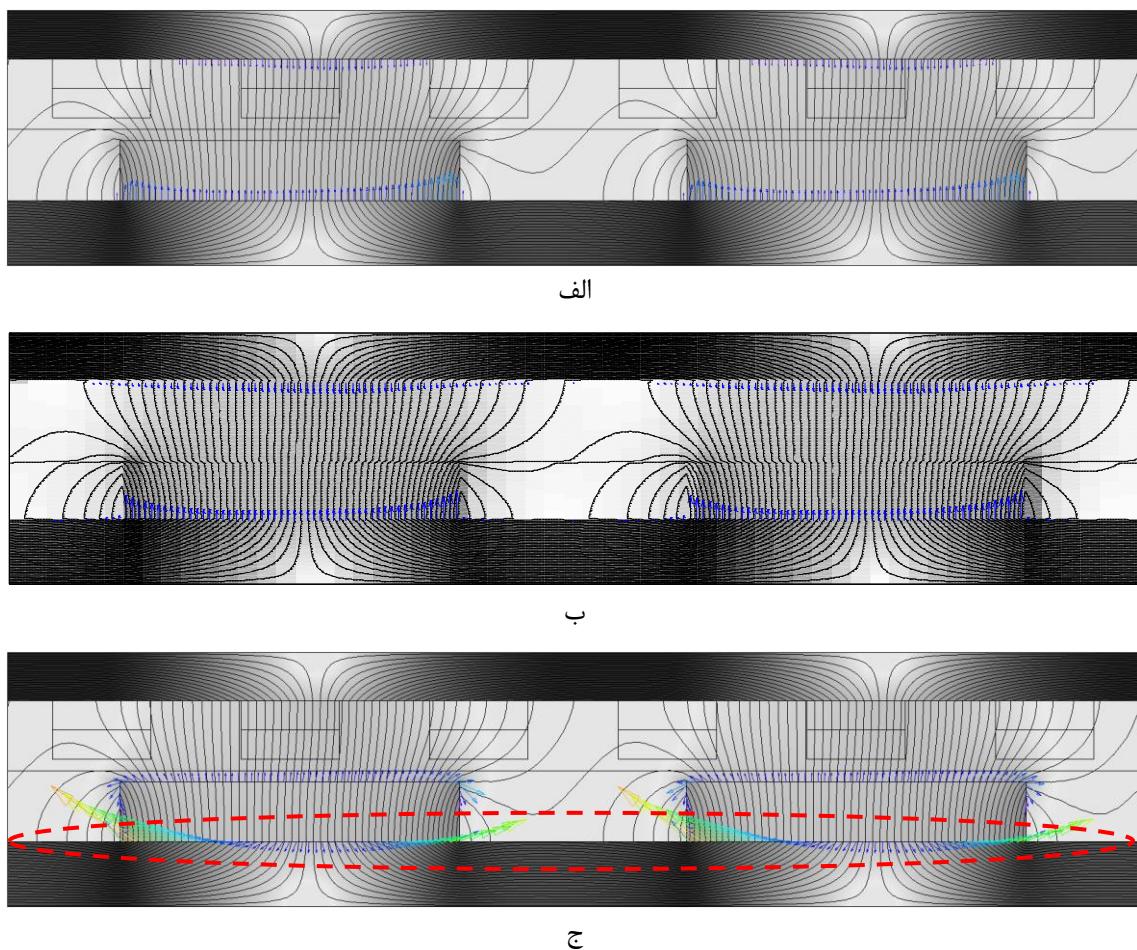
شکل ۶-۸-۶ ب و شکل ۶-۸-۷ برای هسته استاتور داریم). با این وجود، نرم‌افزار JMAGDesigner12 در

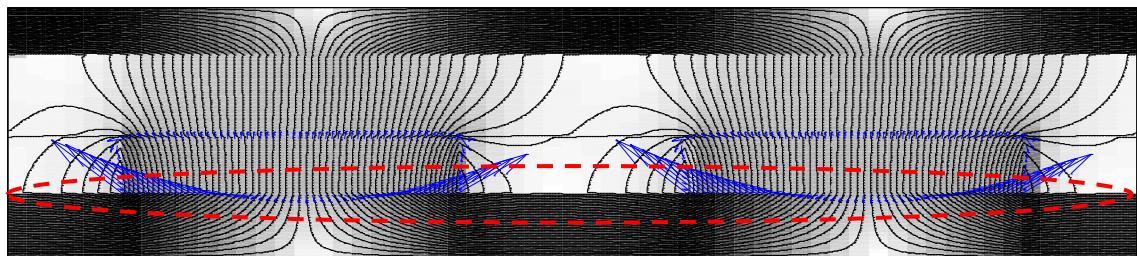
^۱ Nodal Force

^۲ Surface Force

^۳ Lorentz Force

تمام موارد محاسبه نیروهای سطحی را بر اساس تنسور تنش ماسکول انجام می‌دهد. لازم به یادآوری است که استفاده از تنسور تنش ماسکول جهت محاسبه نیروهای مغناطیسی در شرایطی که جسم با جسم دیگری به جز هوا در تماس است، یقیناً نادرست می‌باشد. از جمله این شرایط می‌توان به شرایط آهنرباهای دائم در ماشین مورد مطالعه در این پایان‌نامه اشاره نمود. بر این اساس، نرم‌افزار JMAGDesigner12 نیروهای تماسی مابین آهنرباهای دائم و هسته روتور متصل به آنها را به‌غلط (مطابق شکل ۶-ج) محاسبه می‌کند. در اینجا جهت درک بهتر نادرستی نتیجه حاصل از نرم‌افزار JMAGDesigner12، این نتیجه با استفاده از تنسور تنش ماسکول در مدل تحلیلی مورد استفاده نیز مطابق شکل ۶-د بازتولید شده است. علی‌رغم این که این دو نتیجه کاملاً با یکدیگر مطابقت دارند، هر دو کاملاً نادرستند (در این شکل‌ها نیروهای تماسی اشتباه مابین آهنرباهای دائم و هسته روتور به وسیله خط‌چین مشخص شده‌اند).

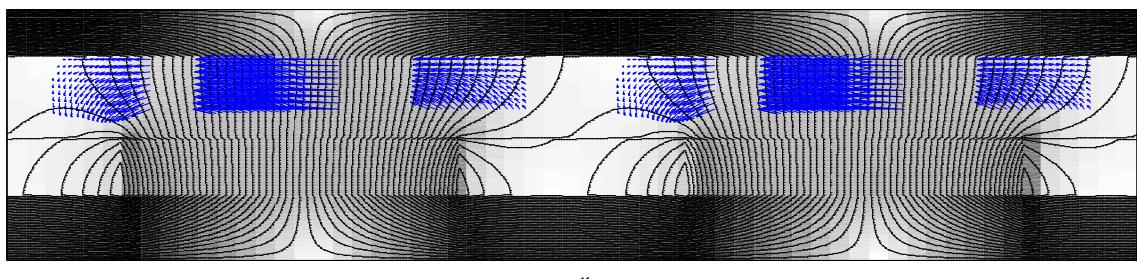




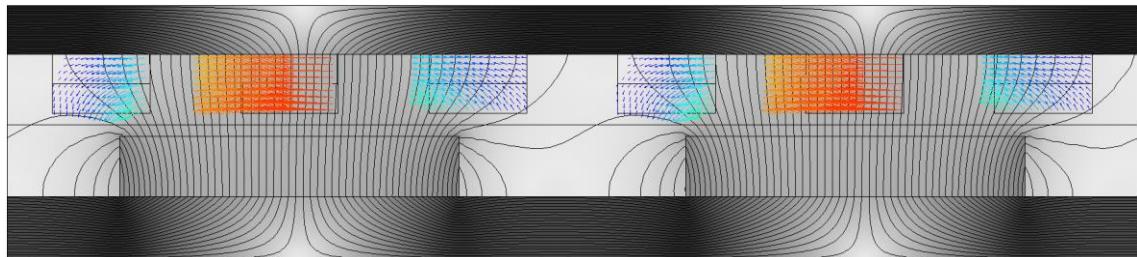
۵

شکل ۸-۶: نتایج محاسبه توزیع نیروهای سطحی بر مبنای تنسور تنش ماکسول در موتور شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه، الف) نیروی وارد بر هسته‌های آهنی حاصل از نرمافزار اجزاء محدود، ب) نیروی وارد بر هسته‌های آهنی مورد محاسبه توسط مدل تحلیلی، ج) نیروی وارد بر آهنرباهای دائم حاصل از نرمافزار اجزاء محدود، د) نیروی وارد بر آهنرباهای دائم مورد محاسبه توسط مدل تحلیلی (نیروهای تماسی وارد بر آهنرباهای دائم که بهوسیله خطچین مشخص شده‌اند، واضح نادرستند).

از سوی دیگر، نتایج مدل‌های تحلیلی و اجزاء محدود برای توزیع حجمی نیروی لورنتز وارد بر سیم‌پیچی‌های آرمیچر و آهنرباهای دائم در شکل ۹-۶ نمایش داده شده‌اند. این نتایج، به‌وضوح دقیق‌تر از نتایج مدل تحلیلی ارائه شده را نمایش می‌دهند.



الف

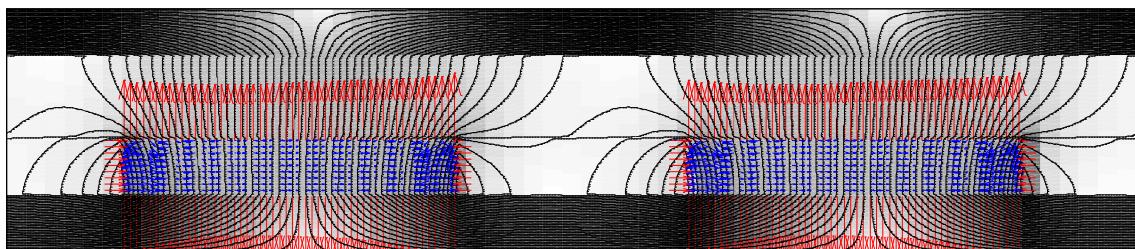


ب

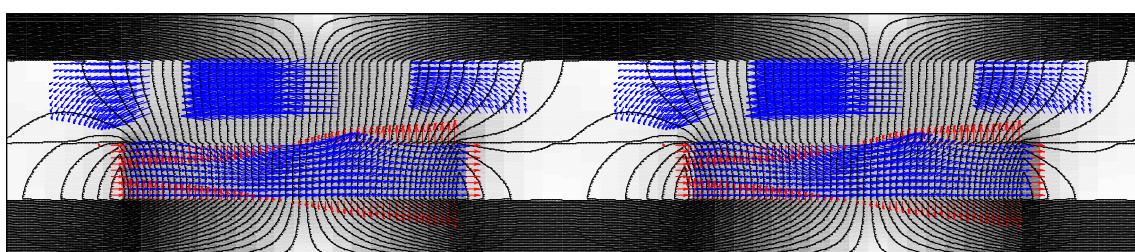
شکل ۹-۶: توزیع نیروی حجمی لورنتز وارد بر سیم‌پیچی‌های آرمیچر در موتور شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه حاصل از مدل تحلیلی (ب) حاصل از نرمافزار اجزاء محدود

اکنون نتایج اصلی (و دقیق) توزیع نیروهای حجمی و سطحی حاصل از روابط تحلیلی فصل چهارم بر مبنای تنسور تنش هلمهولتز مورد بررسی قرار می‌گیرند. در این راستا، شکل ۱۰-۶ الف توزیع

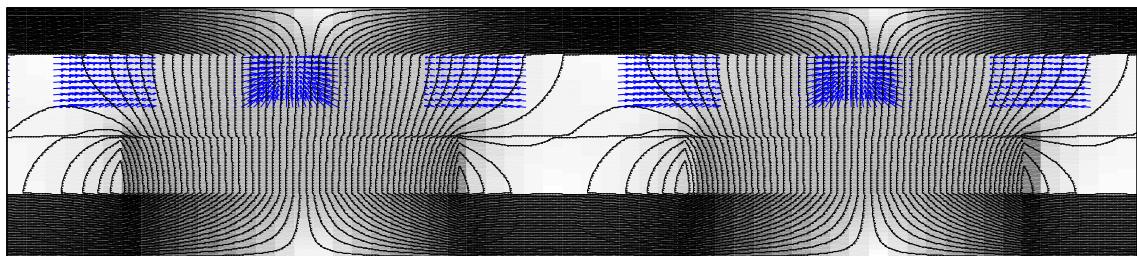
نیروهای حجمی و سطحی وارد بر آهنرباهای دائم را تحت تأثیر میدان برآیند آهنربای دائم و سیم-پیچی‌های آرمیچر (یعنی $F_{PM,s}$ و $F_{PM,v}$) نشان می‌دهد. همانگونه که پیشتر در فصل چهارم اشاره شد، تنها بخشی از این نیروها که از میدان مغناطیسی جریان‌های آرمیچر نشأت می‌گیرد (یعنی F_{PM-w} ، سبب حرکت یا ارتعاش روتور می‌شود. این نیروها و عکس‌العمل آنها روی سیم‌پیچی‌های آرمیچر (یعنی $F_{W-PM} = J_{ph0} \times B_{PM}$) در شکل ۱۰-۶ ب نشان داده شده‌اند. مطابق شکل ۱۰-۶ ب ملاحظه می‌شود که این نیروها در مجموع تمایل دارند که آهنرباهای دائم را به سمت راست و سیم‌پیچی‌های آرمیچر را به سمت چپ هل دهند. از سوی دیگر، بخشی از نیروی لورنتز وارد بر سیم‌پیچی‌های آرمیچر که از میدان مغناطیسی خود آنها نتیجه شده (یعنی F_{w-w}) نیز در شکل ۱۰-۶ ج نمایش داده است. شکل ۱۰-۶ ج بیانگر این واقعیت است که این دسته از نیروها سبب جذب برخی از سیم‌پیچی‌های آرمیچر به سمت هم می‌شوند که در صورتی که این سیم‌پیچی‌ها به خوبی محکم نشده باشند، می‌توانند آنها را به ارتعاش وادارند. در نهایت، شکل ۱۰-۶ د توزیع‌های حجمی و سطحی نیروهای مغناطیسی وارد بر هسته‌های آهنی (یعنی $F_{Iron,s}$ و $F_{Iron,v}$) را به‌طور جداگانه نشان می‌دهد. مطابق شکل ۱۰-۶ د واضح است که این نیروها تمایل دارند که هسته استاتور را فشرده کنند.



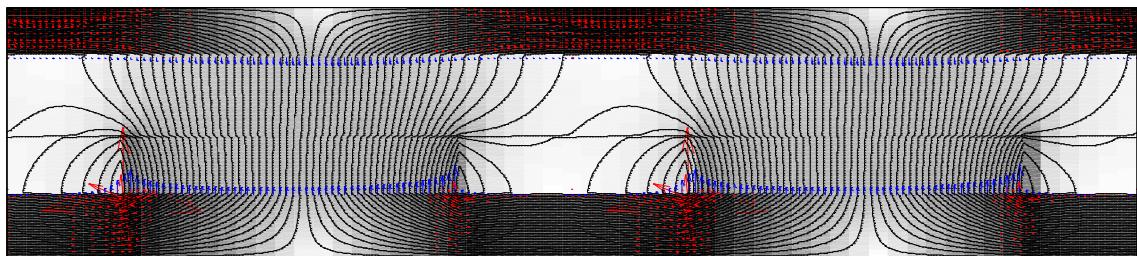
الف



ب



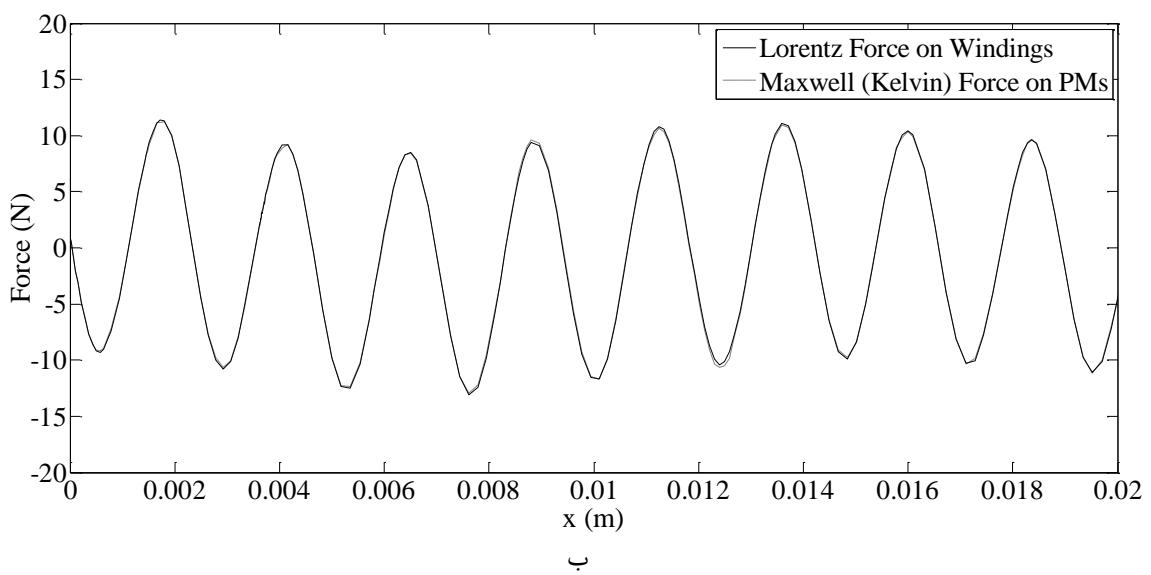
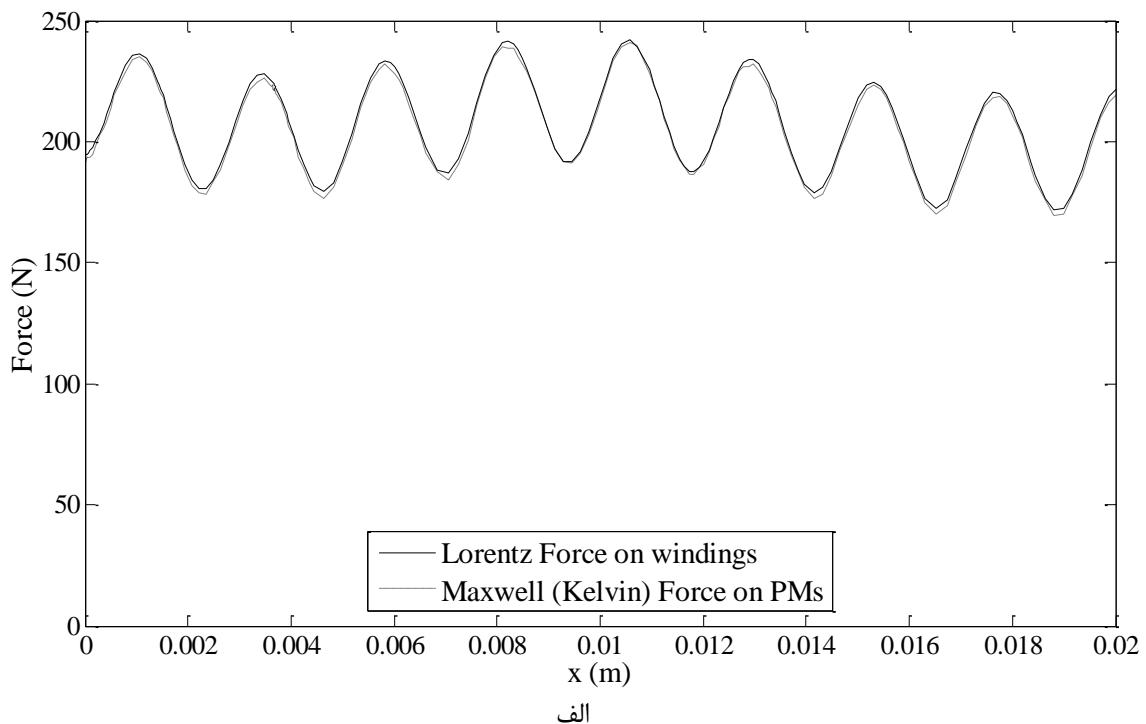
ج



د

شکل ۱۱-۶: نتایج محاسبه جدأگانه توزیع نیروهای حجمی و سطحی در موتور آهنربای دائم شار محوری مورد مطالعه با استفاده از روابط تحلیلی فصل چهارم بر مبنای تنسور تنש هلمهولتز (الف) F_{PM-W} و $F_{PM,s}$ (ب) و $F_{PM,v}$ (ج) و $F_{Iron,s}$ و $F_{Iron,v}$ (د)

به عنوان آخرین اعتبارسنجی از روابط تحلیلی ارائه شده برای توزیع نیروهای حجمی و سطحی وارد بر بخش‌های مختلف ماشین در اینجا به این نکته توجه می‌گردد که طبق قانون سوم نیوتون، باید بردار برآیند نیروهای حجمی لورنتز وارد بر سیم‌پیچی‌های آرمیچر ناشی از میدان مغناطیسی آهنرباهای دائم (F_{W-PM}) دقیقاً در جهت عکس و با اندازه برابر با بردار برآیند نیروهای وارد بر آهنرباهای دائم ناشی از میدان مغناطیسی سیم‌پیچی‌های آرمیچر (F_{PM-W}) باشد. به منظور بررسی این موضوع، منحنی‌های تغییرات مؤلفه‌های x و y بردارهای برآیند نیروهای F_{W-PM} و F_{PM-W} بر حسب زمان با استفاده از مدل تحلیلی پیشنهادی محاسبه شده و در شکل ۱۱-۶ رسم گردیده‌اند. مطابق با شکل ۱۱-۶ بهوضوح می‌توان تحقق قانون سوم نیوتون را میان جفت نیروی F_{PM-W} و F_{W-PM} مشاهده نمود که گواهی بر اعتبار روابط تحلیلی ارائه شده در فصل چهارم می‌باشد.

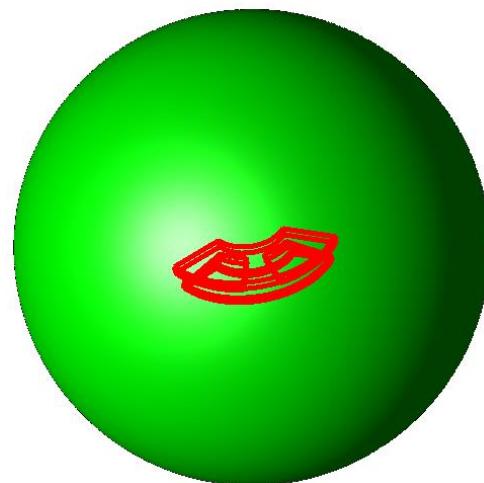


شکل ۱۱-۶: مقایسه منحنی‌های تغییرات زمانی مقادیر برآیند نیروهای حجمی لورنتز وارد بر سیم‌پیچی‌های آرمیچر ($\mathbf{F}_{\text{PM-W}}$) با نیروهای حجمی وارد بر آهنرباهای دائم (Daim) ($\mathbf{F}_{\text{W-PM}}$) (الف) مؤلفه x (ب) مؤلفه y

۵-۶- نتایج حاصل برای تراز فشار صوت منتشر شده از ماشین

در این بخش، مدل مکانیکی موتور مورد مطالعه در نرم‌افزار JMAGDesigner12.0 شبیه‌سازی شده و توزیع فشار صوت منتشر شده از موتور در پاسخ به نیروهای ارتعاشی مورد محاسبه در بخش

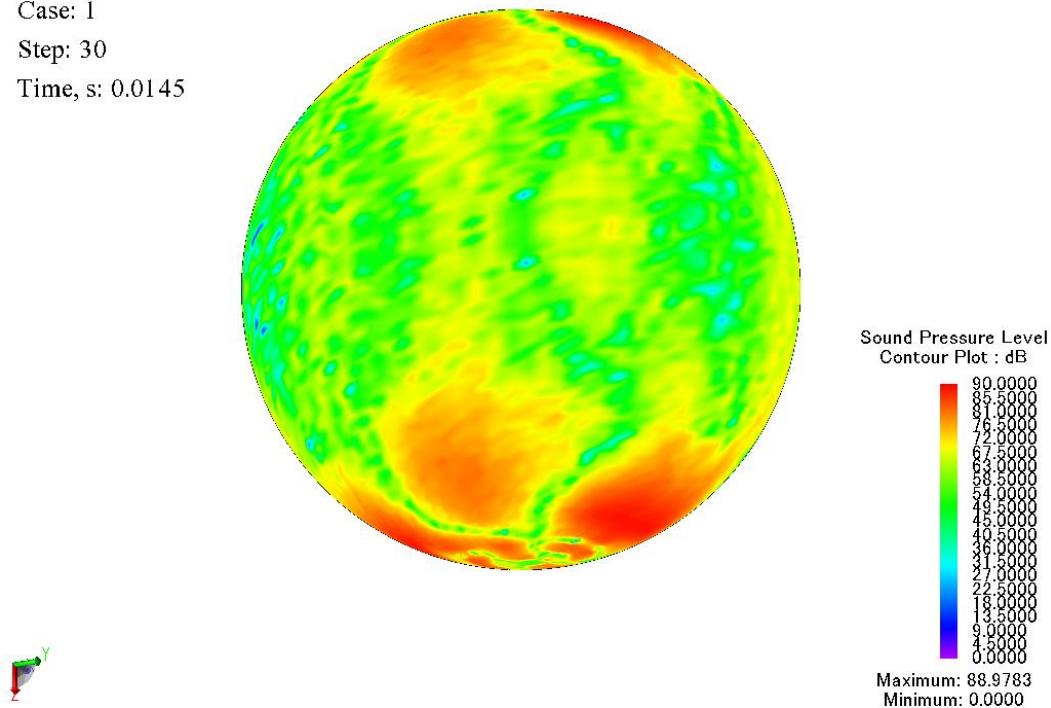
قبل ارائه می‌گردد. بدین منظور، ابتدا یک سطح کروی فرضی جهت محاسبه توزیع فشار صوت مطابق شکل ۱۲-۶ در اطراف موتور تعریف می‌شود.



شکل ۱۲-۶: سطح کروی مفروض در اطراف موتور جهت محاسبه توزیع فشار صوت

در نهایت، با اعمال نیروهای ارتعاشی مورد محاسبه در بخش قبل به مدل مکانیکی موتور، توزیع فشار صوت روی سطح کروی مفروض در اطراف موتور به صورت شکل ۱۳-۶ حاصل می‌گردد.

Case: 1
Step: 30
Time, s: 0.0145



شکل ۱۳-۶: توزیع فشار صوت روی سطح کروی فرضی در اطراف موتور مورد مطالعه (حاصل از نرم‌افزار (JMAGDesigner12.0)

۶-۶- استخراج نقشه رنگی طیف فرکانسی فشار صوت بر حسب سرعت موتور

در مرحله آخر، نقشه رنگی طیف فرکانسی فشار صوت موتور ساخته شده بر حسب سرعت آن از طریق انجام آزمایش در آزمایشگاه استخراج می‌گردد. بدین منظور، فرکانس تغذیه و در نتیجه سرعت مکانیکی موتور ساخته شده از صفر تا حدود ۱۶۰ درصد سرعت نامی افزایش داده شده و طیف فرکانسی فشار صوت موتور در هر سرعت مورد اندازه‌گیری قرار می‌گیرد. در این راستا، در اینجا ابتدا سیستم اندازه‌گیری و همچنین تجهیزات مورد نیاز برای انجام آزمایش معرفی می‌شوند. سپس نحوه انجام آزمایش معرفی شده و نتایج حاصل از اندازه‌گیری نویز صوتی منتشر شده از موتور شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه ارائه می‌گردد. لیست تجهیزات سیستم اندازه‌گیری عبارتند از:

(۱) موتور شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه

(۲) درایو کنترل سرعت (VFD) با فرکانس سوئیچینگ ۳ kHz

(۳) میکروفون اندازه‌گیری فشار صوت، محصول شرکت SINUS Messtechnik GmbH

(۴) مژول رابط بین میکروفون و کامپیوتر ApolloTM محصول شرکت SINUS Messtechnik

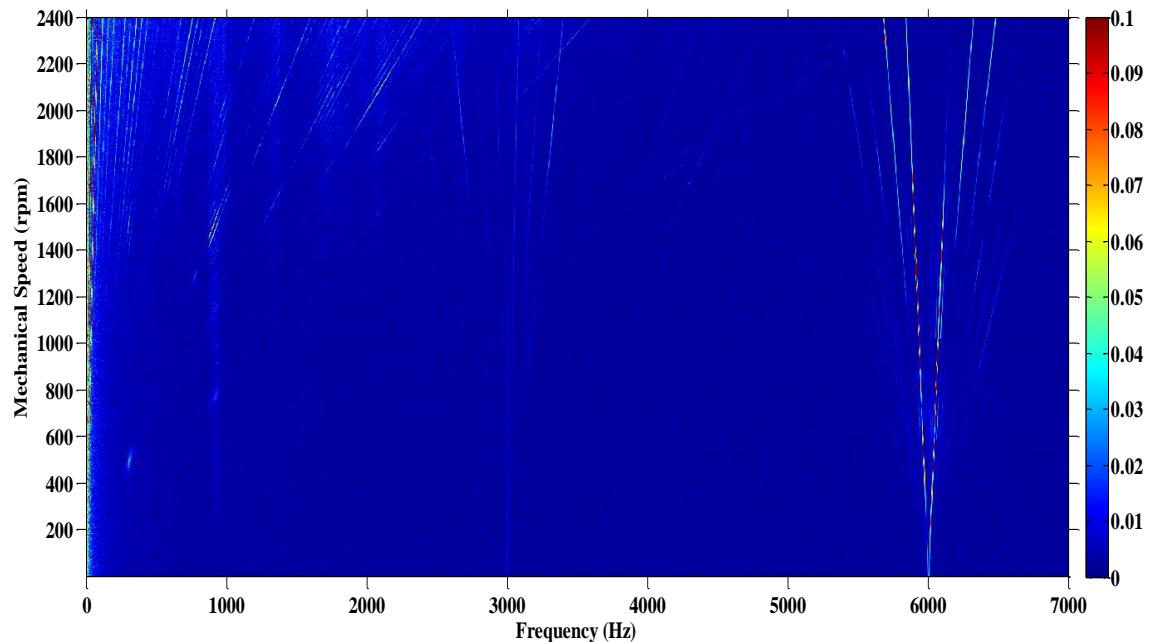
GmbH

(۵) کامپیوتر و نرمافزار پردازشگر داده‌های اندازه‌گیری شده توسط میکروفون (SAMURAI) و نرم-

افزار MATLAB جهت پسپردازش داده‌ها

جهت انجام آزمایش، موتور شار محوری آهنربای دائم مورد مطالعه توسط درایو سرعت متغیر (VFD) به صورت بی‌بار راهاندازی شده و سرعت آن به تدریج افزایش داده می‌شود. طیف فرکانسی فشار صوت منتشر شده از موتور سنکرون در سرعت‌های مختلف یکسان نبوده و با تغییر سرعت سنکرون موتور، نقاط پیک موجود در طیف فرکانسی فشار صوت نیز جابجا می‌شوند. فرکانس خروجی VFD و سرعت مکانیکی موتور به قدری آرام افزایش می‌یابند که در هر لحظه از زمان می‌توان از اثرات گذرای

تغییر سرعت موتور صرف نظر نمود. با قرار دادن میکروفون اندازه‌گیری در فاصله ۲۰ cm از موتور در طول زمان شتابگیری آن، فشار صوت منتشر شده از موتور در سرعت‌های مختلف مورد اندازه‌گیری قرار می‌گیرد. با استخراج طیف فرکانسی فشار صوتی در سرعت‌های مختلف، طیف رنگی مقدار مؤثر فشار صوت منتشر شده از موتور در طول زمان آزمایش به صورت شکل ۱۴-۶ خواهد بود. در این شکل، محور عمودی نشان‌دهنده سرعت مکانیکی روتور، محور افقی نشان‌دهنده فرکانس طیف فشار صوت و رنگ صفحه نیز نمایشگر دامنه فشار صوت می‌باشد. با توجه به نرخ نمونه‌برداری بالای سیستم اندازه‌گیری فشار صوت (۱۰۲ kHz)، این سیستم قادر به اندازه‌گیری فشار صوت در رنج وسیعی از صفر تا ۵۱ kHz می‌باشد، اما برای وضوح بیشتر در تصویر تنها بازه فرکانسی صفر تا ۷ kHz نشان داده شده است.



شکل ۱۴-۶: طیف رنگی حاصل از اندازه‌گیری فشار صوت موتور

مطابق شکل ۱۴-۶ مشاهده می‌شود که با افزایش سرعت مکانیکی موتور نقاط پیک موجود در طیف فرکانسی فشار صوت نیز جایجا شده و مکان هندسی آنها بصورت خطوط مورب در طیف رنگی دیده می‌شود. این خطوط از نیروهای ارتعاشی مورد محاسبه در بخش قبل حاصل شده‌اند. علاوه بر این تعدادی خطوط مورب با طول از مبدأ برابر با فرکانس سوئیچینگ درایو (۳ kHz) و ضرایب

صحیحی از آن نیز در طیف رنگی فشار صوت مشاهده می‌شود. این دسته از خطوط که به شکل پراش نور گذرنده از یک روزنه هستند، به نویز حاصل از VFD مربوط می‌باشند. فرکانس‌های نویز صوتی متناظر با این خطوط در بازه محدودی در اطراف فرکانس سوئیچینگ درایو و ضرایب صحیح آن پراکنده شده‌اند. با کاهش فرکانس سوئیچینگ درایو، فرکانس نویز حاصل از آن با فرکانس نویز حاصل از سایر منابع نویز تلاقی نموده و سبب افزایش میزان نویز صوتی خواهد شد. از سوی دیگر، با کاهش فرکانس سوئیچینگ درایو، تعداد بیشتری از ضرایب فرکانس سوئیچینگ در بازه صفر تا ۲۰ kHz (محدوده شنوایی گوش انسان) قرار گرفته، و در نتیجه، میزان نویز صوتی حاصل افزایش می‌یابد. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش فرکانس سوئیچینگ درایو، نویز صوتی منتشر شده از موتور کاهش خواهد یافت، بطوریکه با انتخاب فرکانس سوئیچینگ بیشتر از ۲۰ kHz می‌توان نویز صوتی حاصل از درایو را به صفر رساند.

فصل هفتم

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۷-۱- نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه الگوریتم کاملی جهت طراحی و مدلسازی تحلیلی موتور آهنربای دائم شار محوری بدون شیار ارائه گردید. در مدل تحلیلی ارائه شده، تمامی مشخصه‌های اصلی عملکرد ماشین با ملاحظه محتوای کامل هارمونیکی آنها مورد محاسبه قرار گرفتند. همچنین، تمامی نیروهای مغناطیسی وارد بر اجزاء مختلف ماشین نیز به طور کامل محاسبه شدند و آن دسته از این نیروها که باعث ارتعاش اجزاء ماشین می‌شوند، مشخص گردیدند. در نهایت، نحوه ارتعاش و نویز صوتی منتشر شده از موتور از طریق استفاده از نرم‌افزار اجزاء محدود (JMagDesigner14) شبیه‌سازی گردید.

۷-۲- پیشنهادات

اگرچه در این پایان‌نامه اقدامات مؤثری در راستای پیش‌بینی، کنترل و تنظیم نویز صوتی نوع خاصی از ماشین‌های الکتریکی انجام شد، با در نظر گرفتن پیچیدگی‌های ذاتی مسأله مورد بحث، پر واضح است که هنوز بسیاری مطالعات تکمیلی در این زمینه قابل انجام است. هدف غایی و بلندپروازانه این مطالعات می‌تواند کنترل کامل محتوای فرکانسی صوت منتشر شده از ماشین‌های الکتریکی در زمان طراحی، ساخت و عملکرد آنها باشد. به عنوان مثال، شاید روزی بتوان نوع خاصی از ماشین الکتریکی را طراحی نمود که در هنگام کار به جای سر و صدای آزار دهنده، موسیقی بنوازد!

اولین پیشنهاد در راستای نیل به هدف فوق، مدلسازی تحلیلی کامل رفتار ارتعاشی ماشین‌ها (پیش از ساخت آنها) می‌باشد. البته این مهم نیازمند پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی و مدهای ارتعاشی ساختار مکانیکی جسم است که دانش شگرفی در رشته مهندسی مکانیک (جامدات) را می-طلبد. علاوه بر این، مدلسازی تحلیلی نحوه انتشار صوت در فضای اطراف ماشین‌های الکتریکی نیز می‌تواند به عنوان قدم مؤثر دیگری در راستای نیل به اهداف فوق‌الذکر قلمداد گردد. پیاده‌سازی این مهم نیز در گرو اشراف کامل به فیزیک صوت و علم آکوستیک می‌باشد.

مراجع

- [1] Vijayraghavan, P. and Krishnan, R., (1999), "Noise in electric machines: a review", **IEEE Trans. Ind. Appl.**, **35**, **5**, pp. **1007–1013**.
- [2] Gieras, J. F., Wang, C., and Lai, J. C., (2006), "**Noise of polyphase electric motors**", London and New York: Taylor and Francis Group, LLC.
- [3] (2003), ""Rotating electrical machines – Part 9: Noise limits", *International Standard CEI/IEC 60034-9*. .
- [4] (1998), "General standards applying to all machines, Part 9: Rotating Electrical Machines—Sound power limits and measurement procedures", *NEMA*. .
- [5] (2002), "Determination of sound power levels of noise sources using sound intensity - Part 3: Precision method for measurement by scanning", *International Standard ISO 9614-3 Acoustics*. .
- [6] (1996), "Determination of sound power levels of noise sources using sound intensity, Part 2: Measurement by scanning", *International Standard ISO 9614-2 Acoustics*. .
- [7] (1993), "Determination of sound power levels of noise sources using sound intensity, Part 1: Measurement at discrete points", *International Standard ISO 9614-1 Acoustics*. .
- [8] (1993), "Determination of the sound power levels of noise sources using sound intensity measurements", *International Standard ISO 9614 Acoustics*. .
- [9] (2010), "Determination of sound power levels and sound energy levels of noise sources using sound pressure - Engineering/survey methods for use in situ in a reverberant environment", *International Standard ISO 3747 Acoustics*. .
- [10] (2000), "Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure: Comparison method in situ", *International Standard ISO 3747 Acoustics*. .
- [11] (1987), "Determination of sound power levels of noise sources: Survey method using a reference sound source", *International Standard ISO 3747 Acoustics*. .
- [12] (1995), "Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure - Survey method using an enveloping measurement surface over a reflecting plane", *International Standard ISO 3746 Acoustics*. .
- [13] (2003), "Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure — Precision methods for anechoic and hemi-anechoic rooms", *International Standard ISO 3745 Acoustics*. .
- [14] (1994), "Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure - Engineering method in an essentially free field over a reflecting plane", *International Standard ISO 3744 Acoustics*. .
- [15] (2009), "Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure - Engineering methods for small, movable sources in reverberant fields - Part 2: Methods for special reverberation test rooms", *International Standard ISO*

- [16] (2010), "Determination of sound power levels and sound energy levels of noise sources using sound pressure - Engineering methods for small movable sources in reverberant fields - Part 1: Comparison method for a hard-walled test room", *International Standard ISO 3743-1 Acoustics. .*
- [17] (1988), "Determination of sound power levels of noise sources: Precision methods for discrete-frequency and narrow-band sources in reverberation rooms", *International Standard ISO 3742 Acoustics. .*
- [18] (2010), "Determination of sound power levels and sound energy levels of noise sources using sound pressure - Precision methods for reverberation test rooms", *International Standard ISO 3741 Acoustics. .*
- [19] (2000), "Determination of sound power levels of noise sources: Guidelines for the use of basic standards", *International Standard ISO 3740 Acoustics. .*
- [20] Ellison, A. J. and Moore, C. J., (1968), "Acoustic noise and vibration of rotating electric machines", **Proc. Inst. Electr. Eng.**, **115**, **11**, pp. **1633–1640**.
- [21] Lakshmikanth, S., Natraj, K. R., and Rekha, K. R., (2012), "Noise and vibration reduction in permanent magnet synchronous motors – a review", **Int. J. Electr. Comput. Eng.**, **2**, **3**, pp. **405–416**.
- [22] Islam, R. and Husain, I., (2010), "Analytical model for predicting noise and vibration in permanent-magnet synchronous motors", **IEEE Trans. Ind. Appl.**, **46**, **6**, pp. **2346–2354**.
- [23] Sun, T., Kim, J., Lee, G., Hong, J., and Choi, M., (2011), "Effect of pole and slot combination on noise and vibration in permanent magnet synchronous motor", **IEEE Trans. Magn.**, **47**, **5**, pp. **1038–1041**.
- [24] Sutthiphornsombat, B., Khoobroo, A., and Fahimi, B., (2010), "Mitigation of acoustic noise and vibration in permanent magnet synchronous machines drive using field reconstruction method", IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), pp. **1–5**.
- [25] Bujacz, S. and Nieznanski, J., (2011), "Estimation of acoustic noise of P.M. motor by multi-physical model", IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), pp. **597–600**.
- [26] Cassoret, B., Corton, R., Roger, D., and Brudny, J., (2003), "Magnetic noise reduction of induction machines", **IEEE Trans. Power Electron.**, **18**, **2**, pp. **570–579**.
- [27] Rezig, A., Mekideche, M. R., and Djordji, A., (2011), "Impact of eccentricity and demagnetization faults on magnetic noise generation in brushless permanent magnet DC motors", **J. Electr. Eng. Technol.**, **6**, **3**, pp. **356–363**.
- [28] Verma, S. P. and Balan, A., (1993), "Measurement techniques for vibration and acoustic noise of electrical machines", Sixth International Conference on Electrical Machines and Drives, pp. **546–551**.
- [29] Ellison, A. J. and Moore, C. J., (1969), "Methods of measurement of acoustic noise radiated by an electric machine", **Proc. Inst. Electr. Eng.**, **116**, **8**, pp. **1419–1431**.

- [30] Verma, S. P. and Balan, A., (1998), "Experimental investigations on the stators of electrical machines in relation to vibration and noise problems", **IEE Proc. Electr. Power Appl.**, **145**, **5**, pp. **455–461**.
- [31] Chang, S. C. and Yacamini, R., (1996), "Experimental study of the vibrational behaviour of machine stators", **IEE Proc. Electr. Power Appl.**, **143**, **3**, pp. **242–250**.
- [32] Lo, W. C., Chan, C. C., Zhu, Z. Q., Xu, L., Howe, D., and Chau, K. T., (2000), "Acoustic noise radiated by PWM-controlled induction machine drives", **IEEE Trans. Ind. Electron.**, **47**, **4**, pp. **880–889**.
- [33] Girgis, R. S. and Verma, S. P., (1979), "Resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines as affected by teeth, windings, frame and laminations", **IEEE Trans. Power Appar. Syst.**, **PAS-98**, **4**, pp. **1446–1455**.
- [34] Zhu, Z. Q. and Howe, D., (1994), "Improved methods for prediction of electromagnetic noise radiated by electrical machines", **IEE Proc. Electr. Power Appl.**, **141**, **2**, pp. **109–120**.
- [35] Garvey, S. D., Penny, J. E., Friswell, M. I., and Glew, C. N., (1997), "Modelling the vibrational behaviour of stator cores of electrical machines with a view to successfully predicting machine noise", IEE Colloquium on Modeling the Performance of Electrical Machines, p. **3/1-3/13**.
- [36] Weilharter, B., Bíró, O., Lang, H., Ofner, G., and Rainer, S., (2010), "Validation of a comprehensive analytic approach to determine the noise behaviour of induction machines", 19th International Conference on Electrical Machines, ICEM 2010, pp. **0–5**.
- [37] Tischmacher, H., Tsoumas, I. P., Eichinger, B., and Werner, U., (2011), "Case studies of acoustic noise emission from inverter-fed asynchronous machines", **IEEE Trans. Ind. Appl.**, **47**, **5**, pp. **2013–2022**.
- [38] Taegen, F., Kolbe, J., and Verma, S. P., (2001), "Vibrations and noise produced by special purpose permanent-magnet synchronous motors in variable frequency operation", 4th IEEE International Conference on Power Electronics and Drive Systems, pp. **583–588**.
- [39] Graham, Q., Beckwith, S., and Milliken, F. H., (1931), "Magnetic noise in synchronous machines", **Trans. Am. Inst. Electr. Eng.**, **50**, **3**, pp. **1056–1062**.
- [40] Yu, S., Pan, P., Wang, H., Chen, L., and Tang, R., (2005), "Investigation on noise and vibration origin in permanent magnet electrical machine for elevator", Proceedings of the Eighth International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), **1**, pp. **330–333**.
- [41] Yu, S. and Tang, R., (2006), "Electromagnetic and mechanical characterizations of noise and vibration in permanent magnet synchronous machines", **IEEE Trans. Magn.**, **42**, **4**, pp. **1335–1338**.
- [42] Yu, S., Zhao, Q., and Tang, R., (2001), "Researches on noise and vibration characteristics of large-capacity permanent magnet synchronous machine", Proceedings of the Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), pp. **846–849**.
- [43] Islam, M. S., Islam, R., and Sebastian, T., (2014), "Noise and vibration

- characteristics of permanent-magnet synchronous motors using electromagnetic and structural analyses", **IEEE Trans. Ind. Appl.**, **50**, **5**, pp. 3214–3222.
- [44] Torregrossa, D., Khoobroo, A., and Fahimi, B., (2012), "Prediction of acoustic noise and torque pulsation in PM synchronous machines with static eccentricity and partial demagnetization using field reconstruction method", **IEEE Trans. Ind. Electron.**, **59**, **2**, pp. 934–944.
 - [45] Wang, W., Li, Q., Song, Z., Yu, S., Chen, J., and Tang, R., (2008), "Three-dimensional field calculation and analysis of electromagnetic vibration and noise for disk permanent magnet synchronous machines", International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), pp. 631–634.
 - [46] Li, Q. and Wang, Y., (2010), "The analysis of finite element for the noise of axial flux surface mounted permanent magnet synchronous machine's system", International Conference on E-Product, E-Service and E-Entertainment (ICEEE), pp. 10–13.
 - [47] Verma, S. P., (1996), "Noise and vibrations of electrical machines and drives; their production and means of reduction", Proceedings of International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems for Industrial Growth, **2**, **Ii**, pp. 1031–1037.
 - [48] Besnerais, J. L. E., (2008), **PhD. thesis**, “**Reduction of magnetic noise in PWM-supplied induction machines - low-noise design rules and multi-objective optimisation,**” Laboratoire d’Electricité et d’Électrotechnique de Lille.
 - [49] Mohammed, O. A., Khan, A. A., El-Tallawy, A. M., Nejadpak, A., and Roberts, M. J., (2012), "A wavelet filtering scheme for noise and vibration reduction in high-frequency signal injection-based sensorless control of PMSM at low speed", **IEEE Trans. Energy Convers.**, **27**, **2**, pp. 250–260.
 - [50] Brudny, J. F. and Lecointe, J. P., (2011), "Rotor design for reducing the switching magnetic noise of AC electrical machine variable-speed drives", **IEEE Trans. Ind. Electron.**, **58**, **11**, pp. 5112–5120.
 - [51] Torregrossa, D., Peyraud, F., Cirrincione, M., Espanet, C., Cassat, A., and Miraoui, A., (2010), "A new passive methodology for reducing the noise in electrical machines: Impact of some parameters on the modal analysis", **IEEE Trans. Ind. Appl.**, **46**, **5**, pp. 1899–1907.
 - [52] Fei, W. and Luk, P. C. K., (2008), "Cogging torque reduction techniques for axial-flux surface-mounted permanent-magnet segmented-armature-torus machines", IEEE International Symposium on Industrial Electronics, pp. 485–490.
 - [53] Martínez Muñoz, D., (2004), **PhD. thesis**, “**Design, modelling and control of electrical machines with applications to iron-powder machines and acoustic noise,**” Lund University.
 - [54] Kasper, K., (2011), **PhD. thesis**, “**Analysis and control of the acoustic behavior of switched reluctance drives,**” RWTH Aachen University.
 - [55] Ginn, K. B., (1978), "Architectural acoustics", 2nd ed. Brüel & Kjaer.
 - [56] Söderback, M., (2009), **PhD. thesis**, “**Determination of sound power levels**

using sound intensity," Vaasan Ammattikorkeakoulu University of Applied Sciences.

- [57] de Bree, H. E., (1997), "**The microflown**", Arnhem, The Netherlands: Microflown Technologies.
- [58] Tijs, E. H. G., Nejade, A., and de Bree, H. E., (2009), "Verification of p-u intensity calculation", Noise and Vibration: Emerging Methods (NOVEM 2009), **April**, pp. **1–12**.
- [59] Jacobsen, F. and de Bree, H. E., (2005), "A comparison of two different sound intensity measurement principles", **J. Acoust. Soc. Am.**, **118**, **3**, pp. **1510–1517**.
- [60] Jacobsen, F. and Jaud, V., (2006), "A note on the calibration of pressure-velocity sound intensity probes", **J. Acoust. Soc. Am.**, **120**, **2**, pp. **830–837**.
- [61] Janzen, P. C., (1995), **PhD. thesis**, "**Calibration and validation of an interfacial acoustic intensity probe,**" The Pennsylvania State University.
- [62] Comesana, D. F., Wind, J., Gross, A., and Holland, K., (2011), "Performance of p-p and p-u intensity probes using scan & paint", 18th International Congress on Sound & Vibration (ICSV18), pp. **10–14**.
- [63] Microflown Technologies, (2012), "PU-regular". Microflown Technologies, Arnhem, The Netherlands, pp. **1–16**.
- [64] Heed, C., (2008), **PhD. thesis**, "**Sound power measurements,**" KTH SCIENCE AND ART, Stockholm, Sweden.
- [65] Parviaainen, A., (2005), **PhD. thesis**, "**Design of axial-flux permanent-magnet low-speed machines and performance comparison between radial-flux and axial-flux machines,**" Lappeenranta University of Technology.
- [66] Chung, M. J. and Gweon, D. G., (2002), "Modeling of the armature slotting effect in the magnetic field distribution of a linear permanent magnet motor", **Electr. Eng.**, **84**, **2**, pp. **101–108**.
- [67] Zhu, Z. Q., (1991), **PhD. thesis**, "**The electromagnetic performance of brushless permanent magnet DC motors - with particular reference to noise and vibration,**" University of Sheffield.
- [68] Bossavit, A., (2014), "On forces in magnetized matter", **IEEE Trans. Magn.**, **50**, **2**, pp. **0–3**.
- [69] Bossavit, A., (2011), "Virtual power principle and Maxwell's tensor: which comes first?", **COMPEL - Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng.**, **30**, **6**, pp. **1804–1814**.
- [70] Carpenter, C. J., (1960), "Surface-integral methods of calculating forces on magnetized iron parts", **Proc. IEE Part C Monogr.**, **107**, **11**, pp. **19–28**.
- [71] Krishnamurthy, M. and Fahimi, B., (2009), "Qualitative analysis of force distribution in a 3-phase Permanent Magnet Synchronous Machine", IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC), pp. **1105–1112**.
- [72] Morinescu, M. and Marinescu, N., (1988), "Numerical Computation of Torques in Permanent Magnet Motors By Maxwell Stresses and Energy Method.", **IEEE**

Trans. Magn., **24**, **1**, pp. **463–466**.

- [73] Grabner, C. and Schmidt, E., (2003), "Novel comparisons of nonlinear magnetic surface and volume forces inside 6/4 and 24/16 switched reluctance motor drives", IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC 2003), **1**, pp. **229–234**.
- [74] Sanchez Grandia, R., Vives Fos, R., and Aucejo Galindo, V., (2006), "Magnetostatic Maxwell's tensors in magnetic media applying virtual works method from either energy or co-energy", **Eur. Phys. J. Appl. Phys.**, **35**, pp. **61–68**.
- [75] Sánchez Grandía, R., Aucejo Galindo, V., Usieto Galve, A., and Vives Fos, R., (2008), "General formulation for magnetic forces in linear materials and permanent magnets", **IEEE Trans. Magn.**, **44**, **9**, pp. **2134–2140**.
- [76] Casperson, L. W., (2002), "Forces on permeable conductors in magnetic fields", **Am. J. Phys.**, **70**, **2**, pp. **163–168**.
- [77] Vandevenelde, L., Gyselinck, J., De Wulf, M. a C., and Melkebeek, J. a a, (2004), "Finite-element computation of the deformation of ferromagnetic material taking into account magnetic forces and magnetostriction", **IEEE Trans. Magn.**, **40**, **2 II**, pp. **565–568**.
- [78] Bermudez, A., Rodriguez, A. L., and Villar, I., (2016), "Extended Formulas to Compute Resultant and Contact Electromagnetic Force and Torque from Maxwell Stress Tensors", **IEEE Trans. Magn.**, **9464**, **c**, pp. **1–10**.
- [79] Jeong, G. Y., Choi, H. S., Kim, H. J., Kim, H. G., and Lee, S. H., (2011), "Evaluation of magnetic force distribution and torque due to smooth interaction body force density in permanent-magnet materials", **IEEE Trans. Magn.**, **47**, **10**, pp. **2819–2822**.
- [80] Bastos, J. P. a. and Sadowski, N., (2003), "**Electromagnetic modeling by finite element methods**", New York, NY: Marcel Dekker, Inc.
- [81] Yong, J. and Krishnamurthy, M., (2011), "Electromagnetic assessment of force distribution for common control strategies in permanent magnet synchronous motors", Electric Machines & Drives Conference (IEMDC), pp. **254–259**.
- [82] Carter, G. W., (1965), "Distribution of mechanical forces in magnetised material", **Proc. Inst. Electr. Eng.**, **112**, **9**, pp. **1771–1777**.
- [83] De Medeiros, L. H., Reyne, G., Meunier, G., and Yonnet, J. P., (1998), "Distribution of electromagnetic force in permanent magnets", **IEEE Trans. Magn.**, **34**, **5 PART 1**, pp. **3008–3011**.
- [84] Vandevenelde, L. and Melkebeek, J. A. A., (2002), "Computation of deformation of ferromagnetic material", **IEE Proc. - Sci. Meas. Technol.**, **149**, **5**, pp. **222–226**.
- [85] De Medeiros, L. H., Reyne, G., and Meunier, G., (1998), "Comparison of global force calculations on permanent magnets", **IEEE Trans. Magn.**, **34**, **5 PART 1**, pp. **3556–3559**.
- [86] Ren, Z., (1994), "Comparison of different force calculation methods in 3D finite element modelling", **IEEE Trans. Magn.**, **30**, **5**, pp. **3471–3474**.
- [87] Bossavit, A., (2016), "Bulk forces and interface forces in assemblies of

magnetized pieces of matter", **IEEE Trans. Magn.**, **52**, **3**, pp. **0–3**.

- [88] Lukaszewicz, P., (2015), "Analysis of local force distribution in a permanent magnet motor using different computational algorithms", Selected Problems of Electrical Engineering and Electronics (WZEE), pp. **1–4**.
- [89] Zou, J., Lan, H., Xu, Y., and Zhao, B., (2017), "Analysis of global and local force harmonics and their effects on vibration in permanent magnet synchronous machines", **IEEE Trans. Energy Convers.**, **X**, **X**, pp. **1–10**.
- [90] Medeiros, L. H. De, Reyne, G., and Meunier, G., (1999), "About the distribution of forces in permanent magnets", **IEEE Trans. Magn.**, **35**, **3**, pp. **1215–1218**.
- [91] de Medeiros, L. H., Reyne, G., and Meunier, G., (2000), "A unique distribution of forces in permanent magnets using scalar and vector potential formulations", **IEEE Trans. Magn.**, **36**, **5**, pp. **3345–3348**.
- [92] Maxwell, J. C., (1892), "**A treatise on electricity and magnetism VOL. II (Article 639)**", 3rd ed. London: Clarendon Press.
- [93] Vandervelde, L. and Melkebeek, J. a a, (2001), "A survey of magnetic force distributions based on different magnetization models and on the virtual work principle", **IEEE Trans. Magn.**, **37**, **5 I**, pp. **3405–3409**.
- [94] Devillers, E., Hecquet, M., and Besnerais, J. Le, (2017), "A new hybrid method for the fast computation of airgap flux and magnetic forces in IPMSM", Twelfth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER), pp. **1–8**.
- [95] Coulomb, J. L., (1983), "A methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic forces, torques and stiffness", **IEEE Trans. Magn.**, **19**, **6**, pp. **2514–2519**.
- [96] Lee, S.-H. *et al.*, (2005), "Evaluation of the mechanical deformation in incompressible linear and nonlinear magnetic materials using various electromagnetic force density methods", **J. Appl. Phys.**, **97**, **10**, pp. **1–3**.

Abstract

One of the main issues related to electrical machines is their radiated acoustic noise. This issue is of special importance in some industries such as seafarers and submarines, such that one of the main criteria for the design of propulsion motors of ships and submarines is their noise level. From this viewpoint, the non-slotted axial-flux permanent magnet motors with surface-mounted magnets are potentially appropriate, which if well designed, can demonstrate the capabilities of high power density and efficiency together with low noise level. This goal, however, requires a comprehensive analytical model capable of calculating the harmonic contents of the principal performance characteristics of the machine, including the vibrational forces on its components, with a relatively short runtime, such that it can be easily used in machine design algorithms. Accordingly, in the present study a complete algorithm for design and analytical modelling of the non-slotted axial-flux permanent magnet motor is presented. This algorithm is able to calculate all the main performance characteristics of the machine, considering their complete harmonic contents. Moreover, all magnetic forces acting on various components of the machine are analytically calculated, and those forces that cause the vibration of the machine components are determined. Finally, the analytical results for harmonic contents of vibrational forces are compared with those resulted from the finite element analysis and the real tests on the fabricated prototype machine in the acoustic noise laboratory of Shahrood University of Technology. The analytical calculations of this treatise pave the way for prediction and control of the frequency content of acoustic noise radiated from axial flux permanent magnet motors and the design of low-noise motors.

Keywords: Non-slotted axial-flux permanent magnet motor, acoustic noise, vibration, vibrational forces, analytical modelling, stress tensors



Shahrood University of Technology

Faculty of Electrical Engineering and Robotic

PhD Dissertation in Power Electronic and Machine Engineering

**Vibrations and Acoustic Noise Modelling and Optimal
Design of an Axial Flux Permanent Magnet Motor**

By: Mohammadreza Baghayipour

Supervisor:

Dr. Ahmad Darabi

Advisor:

Dr. Ali Dastfan

January 2018