





دانشکده مهندسی برق و رباتیک
پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی کنترل

طراحی و پیاده سازی حس گر نرم تعیین وضعیت برای هدایت و رهگیری

نگارنده: کاظم بهشتیان توپکانلو

استاد راهنما:

دکتر حیدر طوسی‌ان شاندیز

بهمن ۱۳۹۵

**این پایان نامه را تقدیم می کنم به تمام کسانی که
برای دفاع، عزت و سربلندی ایران عزیز در تمام
عرصه ها فعالیت می کنند.**

تقدیر و تشکر

سعی بر این شد که در این پایان نامه گامی کوچک و مفید در سامانه های تعیین وضعیت برداشته شود و راهنمای برای علاقه مندان در این زمینه باشد.

و لازم می دانم از استاد عزیز و ارجمندم جناب آقای دکتر حیدر طوسیان برای راهنمایی، صبر و اعتماد ایشان نسبت به این جانب تشکر کنم و هم چنین از جناب آقای دکتر علی اکبر زاده که داوری این پایان نامه را به عهده داشتند نیز تشکر می کنم که برای این جانب باعث افتخار می باشد. و از مهندسین سخت کوش آقایان روح الله باقری، مهدی معصومین و زنگایی که در انجام این پایان نامه مرا یاری و راهنمایی نمودن بسیار سپاس گذارم چراکه بدون راهنمایی های ایشان تأمین این پایان نامه بسیار مشکل می نمود.

تعهد نامه

اینجانب **کاظم بهشتیان توپکانلو** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **مهندسی برق کنترل** دانشکده **برق و رباتیک** دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **طراحی و پیاده سازی حس گر نرم تعیین وضعیت برای هدایت و رهگیری تحت راهنمایی دکتر حیدر طوسیان شاندیز** متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

مسئله تعیین وضعیت در شناورها دارای اهمیت حیاتی است. هدف از انجام این پایان نامه تعیین دقیق زوایای وضعیت است. با گسترش روزافزون فناوری سامانه‌های میکرو الکترومکانیکی (ممز)، روشی بر اساس این فناوری برای پیدا کردن زوایای وضعیت ارائه شده است. برای یک حس گر یکپارچه شامل ژيروسکوپ، شتاب‌سنج و مغناطیس‌سنج سه محور، حس گر نرمی طراحی شده است که برای تعیین وضعیت کاربرد دارد. ابتدا در سیستم ناوبری متصل به بدنه اطلاعات از حس گرها خوانده شده و با پردازش این اطلاعات در دستگاه مرجع (جغرافیایی) زوایای وضعیت به دست می‌آیند. این دستگاه از لحاظ وزن و اندازه نسبت به نمونه‌های قبلی بسیار سبک و کوچک است و می‌توان در کاربردهای تجاری و نظامی از آن استفاده کرد. با ترکیب خروجی این سه حس گر و با استفاده از قضیه وهبا و همچنین حل معادلات ناوبری، سه زاویه غلت، فراز و سمت به دست می‌آید. در ادامه با توجه به اینکه حس گر استفاده شده ارزان قیمت است خروجی‌های حس گر آلوده به نویز و خطای زیادی می‌باشند. با استفاده از روش واریانس آلن نویز حس گرها را تخمین زده و با استفاده از صافی کالمن نویز خروجی حس گرها تا حدود مطلوب کاهش داده شده است. در مرحله بعد با استفاده از روش‌های مناسب کالیبراسیون، خطاهای ثابت ایجاد شده شامل بایاس، ضریب مقیاس و عدم تراز حس گرها نیز تخمین زده شده و تأثیر این خطاها را نیز تا حدود مناسبی کاهش داده شده است. همچنین برای کالیبراسیون مغناطیس‌سنج که حس گری حساس به شرایط محیطی و فلزات است و باید در محل کالیبره شود روشی ارائه شده است که برای کالیبراسیون نیاز به استفاده از وضعیت‌های مشخص نداشته باشد. در آخر انحراف ایجاد شده به مرور زمان و بایاس باقی مانده در مرحله کالیبراسیون ژيروسکوپ نیز در صافی کالمن تخمین زده و با بایاس مرحله کالیبراسیون جمع گشته است. آزمایش‌های استاتیکی و دینامیکی بر روی سامانه طراحی شده انجام شد که دارای دقتی کمتر از ۰,۵ درجه است و در زوایایی رول و پیچ دارای دقتی کمتر از ۰,۲ درجه است.

کلمات کلیدی:

حس گر ممز - تعیین وضعیت - سامانه ناوبری متصل به بدنه - قضیه وهبا - صافی کالمن - واریانس آلن - کالیبراسیون - روش حداقل مربعات خطا

فهرست مطالب

فصل اول

- ۱..... مقدمه
- ۱-۱- سامانه‌های تعیین وضعیت و متصل به بدنه..... ۲
- ۲-۱- تاریخچه..... ۳
- ۳-۱- کارهای انجام شده در این پایان نامه..... ۶

فصل دوم

- ۱۱..... حسگر و سخت افزار
- ۱-۲- حسگرهای میکرو الکترومکانیکی..... ۱۲
- ۲-۲- حس گر یکپارچه ADIS16405..... ۱۲
- ۳-۲- شتاب‌سنج ممز..... ۱۳
- ۱-۳-۲- حسگر خازنی تفاضلی..... ۱۴
- ۲-۳-۲- حساسیت شتاب‌سنج..... ۱۵
- ۴-۲- ژيروسکوپ ممز..... ۱۶
- ۱-۴-۲- نحوه عملکرد..... ۱۶
- ۲-۴-۲- حساسیت ژيروسکوپ..... ۱۹
- ۵-۲- مغناطیس‌سنج ممز..... ۲۰
- ۱-۵-۲- قاعده کاری مغناطیس‌سنج..... ۲۰
- ۲-۵-۲- حساسیت مغناطیس‌سنج..... ۲۲
- ۶-۲- سخت افزار..... ۲۲
- ۱-۶-۲- بخش حس‌گری..... ۲۳
- ۲-۶-۲- بخش میکروکنترلر..... ۲۴
- ۳-۶-۲- بخش تغذیه..... ۲۵

فصل سوم

- ۲۷..... ناوبری اینرسی
- ۱-۳- مقدمه..... ۲۸
- ۲-۳- دستگاه‌های مختصات..... ۲۹

- ۳-۲-۱- دستگاه اینرسی ۲۹
- ۳-۲-۲- دستگاه مختصات زمینی ۳۰
- ۳-۲-۳- دستگاه بدنی ۳۰
- ۳-۲-۴- دستگاه جغرافیایی ۳۱
- ۳-۳- دستگاه مرجع ۳۲
- ۳-۴- ناوبری نسبت به یک دستگاه دوار ۳۲
- ۳-۵- تبدیل خروجی‌های شتاب‌سنج ۳۳
- ۳-۶- سازوکار مکانیزه دستگاه ناوبری جغرافیایی محلی ۳۴
- ۳-۷- نمایش‌های وضعیت دورانی در سامانه‌های ناوبری متصل به بدنه ۳۷
- ۳-۷-۱- ماتریس کسینوس‌های هادی ۳۹
- ۳-۷-۱-۱- استفاده از ماتریس کسینوس هادی برای تبدیل بردار ۳۹
- ۳-۷-۲- بسط ماتریس کسینوس هادی در حوزه زمان ۳۹
- ۳-۷-۲-۱- زوایای اوپلر ۴۱
- ۳-۷-۲-۱-۱- استفاده از زوایای اوپلر برای انتقال بردار ۴۱
- ۳-۷-۲-۲- بسط زوایای اوپلر در حوزه زمان ۴۳
- ۳-۷-۳- رابطه بین کسینوس‌های هادی، زوایای اوپلر ۴۳
- ۳-۸- میدان مغناطیسی زمین ۴۴

فصل چهارم

- معادلات دینامیکی سیستم و صافی کالمن ۴۷
- ۴-۱- معادلات دینامیکی سیستم ۴۸
- ۴-۲- معادلات اندازه‌گیری سیستم ۵۰
- ۴-۳- صافی کالمن استاندارد ۵۱
- ۴-۴- قضیه وهبا ۵۲
- ۴-۵- تخمین وضعیت با استفاده از قضیه وهبا و بردارهای جاذبه و میدان مغناطیسی زمین ۵۲

فصل پنجم

- خطاهای حس‌گری و کالیبراسیون ۵۵
- ۵-۱- مقدمه ۵۶

خطاهای ثابت.....	۵۷
خطاهای تصادفی.....	۵۹
خطای ناپایداری بایاس.....	۶۰
خطای گشت زنی تصادفی.....	۶۰
خطای اختلال تدریجی.....	۶۱
واریانس آلن.....	۶۱
تنظیم صافی کالمن با استفاده از روش واریانس آلن.....	۶۳
کالیبراسیون.....	۶۴
بردارهای مرجع فیزیکی.....	۶۵
دستگاه‌های مختصات در نظر گرفته شده طی مراحل کالیبراسیون.....	۶۵
چرخش‌های کالیبراسیون.....	۶۶
الگوریتم کلی کالیبراسیون.....	۷۰
کالیبراسیون مغناطیس سنج.....	۷۱
مدل سازی خطاهای مغناطیسی سنج.....	۷۲
مدل سازی اندازه گیری‌های مستقل از وضعیت.....	۷۳
الگوریتم دومرحله‌ای.....	۷۴
الگوریتم سه مرحله‌ای.....	۷۶
کالیبراسیون شتاب سنج.....	۷۹
مدل سازی خطای شتاب سنج و پیدا کردن الگوریتم کالیبراسیون.....	۸۰
کالیبراسیون ژيروسکوپ.....	۸۳
مدل سازی خطای ژيروسکوپ و پیدا کردن الگوریتم کالیبراسیون.....	۸۴
ضرایب ژيروسکوپ غیر وابسته به نیروی ویژه.....	۹۱
ضرایب ژيروسکوپ وابسته به نیروی ویژه.....	۹۲

فصل ششم

نتایج عددی.....	۹۵
نتایج کالیبراسیون.....	۹۶
نتایج کالیبراسیون شتاب سنج.....	۹۶

۹۷.....	۶-۱-۲- نتایج کالیبراسیون مغناطیس سنج.....
۹۸.....	۶-۱-۳- نتایج کالیبراسیون ژيروسکوپ.....
۹۸.....	۶-۲- تحلیل واریانس آلن و تنظیم کردن صافی کالمن.....
۹۹.....	۶-۲-۱- نتایج تحلیل واریانس آلن ژيروسکوپ.....
۱۰۰.....	۶-۲-۲- نتایج تحلیل واریانس آلن برای شتاب سنج.....
۱۰۲.....	۶-۲-۳- تحلیل واریانس آلن برای مغناطیس سنج.....
۱۰۴.....	۶-۲-۴- تنظیم کردن صافی کالمن.....
۱۰۶.....	۶-۳- بایاس ژيروسکوپ ها.....
۱۰۸.....	۶-۴- تست استاتیکی سیستم.....
۱۰۸.....	۸-۵- تست دینامیکی سیستم.....
۱۱۰.....	۶-۶- مقایسه نتایج.....

فصل هفتم

۱۱۳.....	نتیجه گیری.....
۱۱۵.....	مراجع.....

فهرست شکل‌ها

- شکل (۱-۱) زوایایی وضعیت و جهت چرخش آن‌ها ۲
- شکل (۲-۱) نمای از ساختار طراحی شده برای سیستم تعیین سمت و وضعیت ۹
- شکل (۱-۲) ساختار داخلی حس گر یکپارچه ADIS1405 ۱۳
- شکل (۲-۲) جسم معلق مستطیلی که توسط فنرها مهار شده با جابجایی آن ظرفیت خازن‌ها تغییر می‌کند ۱۴
- شکل (۳-۲) نمای کلی از روتور و استاتورهای دیفرانسیلی ۱۴
- شکل (۴-۲) تصویری از یک جرم ژيروسکوپ برای سنجش سرعت زاویه‌ی در راستای محور Z ۱۷
- شکل (۵-۲) نمایشی از یک قاب معلق دیپازنی شکل ژيروسکوپ ۱۸
- شکل (۶-۲) نمای کلی از یک ژيروسکوپ همراه با خازن‌های شانه‌ی شکل ۱۸
- شکل (۷-۲) نمای ساده‌تری از یک ژيروسکوپ با دو جرم و با دو فاز حرکتی مختلف ۱۹
- شکل (۸-۲) نمای از یک قاب معلق که بر اساس قاعده نیروی لورنتس کار می‌کند ۲۱
- شکل (۹-۲) نمای کاملی از یک مغناطیس سنج ممز همراه با حسگرها خازنی تفاضلی ۲۱
- شکل (۱۰-۲) نمایی از عملکرد سیستم ۲۳
- شکل (۱۱-۲) نمایی از حس گر ADIS16405 ۲۴
- شکل (۱۲-۲) حس گر LPC2378 ۲۴
- شکل (۱۳-۲) ارتباط حس گر با میکروکنترلر ۲۵
- شکل (۱۴-۲) سخت افزار سیستم تعیین وضعیت ۲۶
- شکل (۱-۳) نمای از دستگاه اینرسی ۲۹
- شکل (۲-۳) نمای از دستگاه زمینی ۳۰
- شکل (۳-۳) نمایی از دستگاه بدنی ۳۱
- شکل (۴-۳) نمای از دستگاه جغرافیایی ۳۲
- شکل (۵-۳) دستگاه مختصات جغرافیایی ۳۴
- شکل (۶-۳) سیستم ناوبری اینرسی متصل به بدنه - سازوکار مکانیزه دستگاه ناوبری جغرافیایی محلی ۳۵
- شکل (۷-۳) توصیف اثر شتاب کوریولیس ۳۶
- شکل (۸-۳) تعریف دوران حول محورها ۳۸
- شکل (۹-۳) نمای از تفاوت شمال حقیقی و شمال مغناطیسی ۴۴
- شکل (۱۰-۳) نمای از مؤلفه‌های میدان مغناطیسی زمین ۴۵

- شکل (۵-۱) نمای از خطاهای حس گر ۵۷
- شکل (۵-۲) خروجی حس گر به صورت تابعی از سیگنال ورودی اعمال شده در راستای محورهای ورودی ۵۸
- شکل (۵-۳) نمای از خطاهای عدم تراز محورهای یک حس گر نسبت به یک دستگاه متعامد ۵۹
- شکل (۵-۴) نمودار ساختار اطلاعات متوالی استفاده شده در روش واریانس آلن ۶۲
- شکل (۵-۵) نمودار واریانس آلن که در آن نویزها با شیبهای مختلف ظاهر می شوند ۶۲
- شکل (۵-۶) چرخشهای لازم برای کالیبراسیون حس گرهای که X ، Y و Z محورهای حس گر می باشد ۶۹
- شکل (۵-۷) ساختار تشکیل دهنده ی یک ژيروسکوپ تک محور در نظر گرفته شده در طی کالیبراسیون ۸۷
- شکل (۶-۱) تحلیل واریانس آلن ژيروسکوپ ۹۹
- شکل (۶-۲) تحلیل واریانس آلن سه محور شتاب سنج ۱۰۱
- شکل (۶-۳) تحلیل واریانس آلن برای مغناطیس سنج ۱۰۳
- شکل (۶-۴) نمودار محور Y شتاب سنج، نمودار a بدون صافی b صافی شده ۱۰۵
- شکل (۶-۵) نمودار محور Y مغناطیس سنج نمودار a بدون صافی b صافی شده ۱۰۵
- شکل (۶-۶) بایاس ژيروسکوپ ۱۰۶
- شکل (۶-۷) بایاس سه محور ژيروسکوپ ۱۰۷
- شکل (۶-۸) تست استاتیکی ۱۰۸
- شکل (۶-۹) تست دینامیکی ۱۰۹
- شکل (۶-۱۰) خطای سه زوایه رول و پیچ و هدینگ در مرجع [۳۲] ۱۱۰
- شکل (۶-۱۱) خطای سه زوایه رول و پیچ و هدینگ در مرجع [۹] ۱۱۰

فهرست جدول‌ها

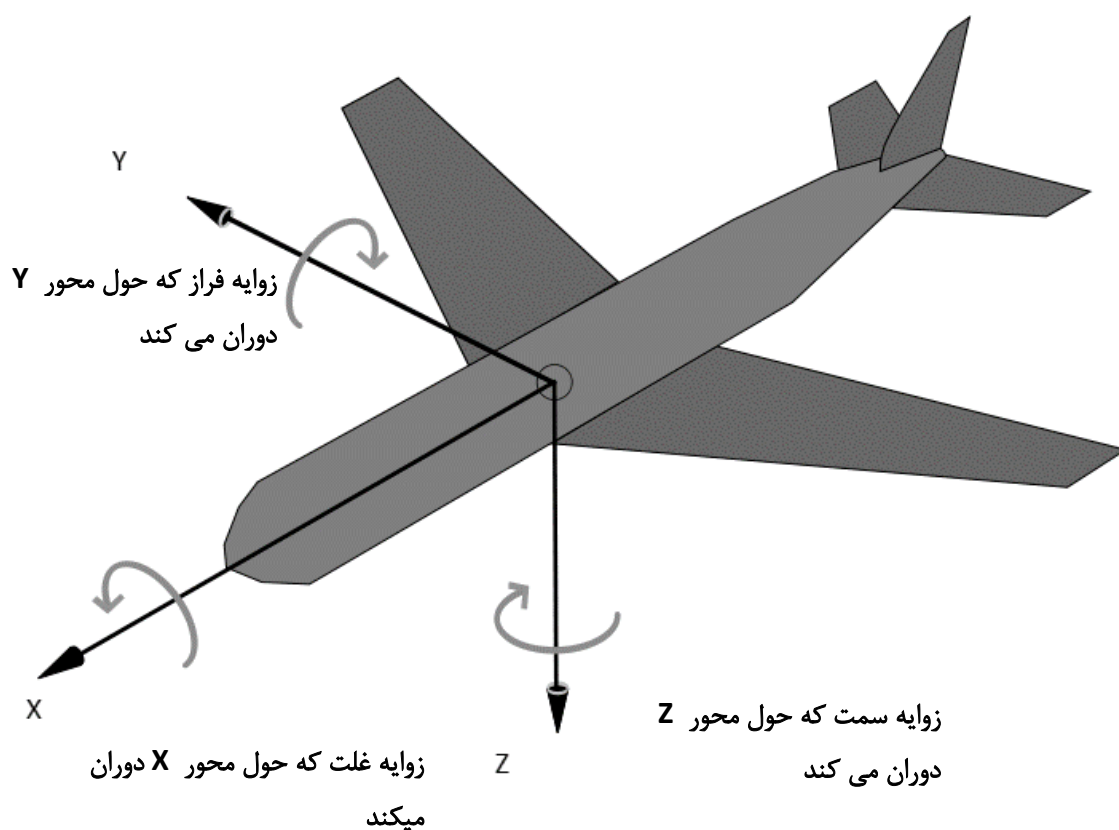
جدول (۵-۱) چرخش‌های لازم برای کالیبراسیون حس‌گرها.....	۶۹
جدول (۶-۱) کالیبراسیون شتاب‌سنج.....	۹۶
جدول (۶-۲) کالیبراسیون مغناطیس‌سنج.....	۹۷
جدول (۶-۳) کالیبراسیون ژيروسکوپ.....	۹۸
جدول (۶-۴) نویزهای اندازه‌گیری شده ژيروسکوپ در تحلیل واریانس آلن.....	۱۰۰
جدول (۶-۵) نویزهای اندازه‌گیری شده شتاب‌سنج در تحلیل واریانس آلن.....	۱۰۲
جدول (۶-۶) نویزهای اندازه‌گیری شده مغناطیس‌سنج در تحلیل واریانس آلن.....	۱۰۳
جدول (۶-۷) مقایسه سامانه طراحی شده با چند نمونه خارجی.....	۱۱۱

فصل اول

مقدمه

۱-۱- سامانه‌های تعیین وضعیت و متصل به بدنه

سامانه‌های جهت‌یابی و وضعیت^۱ به سامانه‌هایی اطلاق می‌گردد که برای مشخص کردن سمت و وضعیت یک وسیله نسبت به یک دستگاه مرجع استفاده می‌شوند. این نوع از سامانه‌ها می‌تواند در هواپیماها، کشتی‌ها، ربات‌ها و یا هر وسیله‌ی دیگری استفاده گردد. منظور از سمت و وضعیت همان سه زاویه‌ی غلت^۲ و فراز^۳ و سمت^۴ هستند. در واقع این سه زاویه میزان چرخش حول سه محور X ، Y و Z را تعیین می‌کنند. این امر از طریق خواندن اطلاعات از حس‌گرهایی که با روش‌های مختلفی بر روی وسیله نصب و پردازش می‌شوند صورت می‌گیرد.



شکل (۱-۱) زوایایی وضعیت و جهت چرخش آن‌ها

¹ Ahras(Attitude and Heading Reference System)

² roll

³ pitch

⁴ yaw

ناوبری اینرسی¹ یکی روش‌های تعیین سمت و وضعیت است که در آن موقعیت وسیله بر اساس خروجی حس‌گرهای حرکتی (شتاب‌سنج و سرعت‌سنج زاویه‌ای) به‌هنگام² می‌شود. اگرچه اصول زیربنایی عملکرد همه سامانه‌های ناوبری اینرسی یکسان است اما پیاده‌سازی آن‌ها تنوع زیادی دارد. در ابتدا متخصصین امر برای سامانه‌های اولیه ناوبری اینرسی از روش‌های صفحه پایدار استفاده می‌کردند. در این سامانه‌ها حس‌گرهای اینرسی بر روی صفحه پایداری نصب می‌شد که حرکت آن از نظر مکانیکی مستقل از حرکت دورانی وسیله پرنده بود. البته هنوز هم از سامانه‌های صفحه پایدار استفاده می‌گردد. به‌ویژه در کشتی‌ها و زیردریایی‌ها، که دسترسی به تخمین بسیار دقیق داده‌های ناوبری دارای اهمیت فراوانی است [۱].

بسیاری از مشکلات مکانیکی مربوط به سامانه‌های صفحه پایدار در سامانه‌های پیشرفته، با استفاده از حس‌گرهایی که به‌صورت صلب به بدنه وسیله پرنده متصل گشته‌اند، برطرف گردیده است. به دلیل همین تماس و اتصال به بدنه، این سامانه‌ها در اصطلاح عملی "متصل به بدنه" نامیده می‌شوند. از مزایای رویکرد فوق می‌توان به صرف هزینه کمتر، کوچکی ابعاد جسم و همچنین قابلیت اطمینان بالاتر نسبت به سامانه‌های صفحه پایدار معادل اشاره نمود. درنتیجه استفاده از سامانه‌های ناوبری کوچک، سبک وزن و دقیق در بسیاری از سامانه‌ها، به‌طور مثال در موشک‌های هدایت‌شونده کوچک، امکان‌پذیر خواهد بود. بزرگ‌ترین معضل در کاربری چنین سامانه‌هایی، افزایش قابل توجه پیچیدگی محاسبات و نیاز به استفاده از حس‌گرهایی با قابلیت اندازه‌گیری دوران‌هایی با سرعت بالا است. اما پیشرفت‌های اخیر فناوری کامپیوتر و همچنین توسعه حس‌گرهای مناسب، تحقق چنین طرح‌هایی را امکان‌پذیر ساخته است. در این پایان‌نامه سیستم مورد استفاده نیز یک سیستم متصل به بدنه است.

۱-۲- تاریخچه

انسان در گذشته‌های خیلی دور با جستجو و شناخت مسیرش از محلی به محل دیگر سفر می‌کرد. این امر به‌نوعی مستلزم استفاده از ناوبری بود. در کتب آسمانی نیز به‌صورت غیرمستقیم به ناوبری اینرسی اشاره شده است. همگام با کشف سرزمین‌های دور، نیاز به تجهیزات برای سفرهای دریایی به طرز محسوسی شدت یافت. به همین منظور؛ در سال‌های اخیر به جهت ناوبری اینرسی در زمین، آسمان،

¹ Inertial Navigation

² Update

اعماق اقیانوس‌ها و نیز فضای بین سیاره‌ها و ماورای آن، حس‌گرها و سامانه‌های اینرسی توسعه چشمگیری یافته است. حدود دو هزار سال پیش پلینزی‌ها¹ با استفاده از نشانه‌های اجرام آسمانی، توانستند از اقیانوس آرام عبور کنند. استفاده از چنین روش‌هایی تنها در هوای صاف امکان‌پذیر بوده است. مرحله بعدی پیشرفت در این مسیر کشف خواص آهن‌ربا توسط چینی‌ها در قرن سیزدهم بود. آن‌ها از اصول مغناطیسی در ساخت آهن‌ربا استفاده کرده و آن را با موفقیت برای ناوبری در سرتاسر دریای چین جنوبی به کار می‌بردند. دستگاه فوق مستقل از میدان دید نیست، اما هوای طوفانی کارکرد آن را مختل می‌کرد. پیشرفت مهم دیگر برای کمک به سفرهای طولانی اختراع سکستانت² بود. به کمک این اختراع تعیین موقعیت ثابت بر روی زمین امکان‌پذیر شد. در قرن هفدهم آیزاک نیوتن قوانین مکانیک و جاذبه را معرفی کرد. این قوانین اصول بنیادین ناوبری اینرسی محسوب می‌شوند. باوجود این حدود دو قرن دیگر گذشت تا گسترش جدی حس‌گرهای اینرسی و تحقق روش‌های ناوبری اینرسی امکان‌پذیر شد. اوایل قرن هجدهم تحولات مهمی به‌وقوع پیوست، هریسن کروномتر دقیق را اختراع کرد. با کمک کروномتر تعیین دقیق طول جغرافیایی امکان‌پذیر شد. پس‌از آن فوکو³ نیز با کشف اثر ژيروسکوپ⁴ در سال ۱۸۵۲ اعتبار ویژه‌ای پیدا کرد. وی به‌طور قطع اولین کسی بوده که این اصطلاح را به‌کاربرده است. بعدها در قرن نوزدهم دستگاه‌های ژيروسکوپ بسیار خوبی ساخته شدند و نیز اصل حرکتی ژيروسکوپ در تجهیزات سنگین، کاربردهای متنوعی پیدا کرد. در سال ۱۸۹۰ کشف مهمی در رابطه با حلقوی کردن سیلندرهای توخالی توسط جی.اچ. برایان⁵ انجام گرفت که بعدها به ژيروسکوپ‌های حالت جامد اعمال گردید [۲،۳].

جهان در اوایل قرن بیستم شاهد طراحی قطب‌نما برای تشکیل یک مرجع جهت‌یابی بود. برادران اسپری⁶ همچنین پیش‌گامان استفاده از اثر ژيروسکوپ برای هدایت و کنترل پرواز در آغاز قرن بیستم بوده و موفق شدند تجهیزات ناوبری و خلبان خودکار⁷ هواپیما و ژيروسکوپ موشک‌های زیردریایی (اژدر) را نیز تولید کنند. دستگاه‌های نشان‌دهنده سرعت دوران، افق ظاهری و ژيروسکوپ‌های جهت‌یابی هواپیما در سال ۱۹۳۰ ساخته شدند. در همین دوره حس‌گرهای لغزش جانبی تکامل پیدا کرده و با استفاده از شتاب سنج‌های حلقه باز اولیه، دستگاه شمال‌یابی برای کاربردهای زمینی طراحی شد. دقت این دستگاه ۲۲ ثانیه قوسی بود. در اوایل قرن بیستم با توسعه دستگاه‌های صفحه پایدار برای سامانه‌های کنترل

¹ Polynesia

² Sextant

³ Foko

⁴ Gyroscope

⁵ G.H.Branyan

⁶ Spray

⁷ Autopilot

آتش توپ کشتی‌ها و استفاده از این ایده در سامانه‌های ناوبری اینرسی تحول بزرگی ایجاد شد. پیشنهاد استفاده از شتاب سنج‌ها و ژيروسکوپ برای تشکیل یک سیستم ناوبری اینرسی کامل توسط بایکو^۱ مطرح شد.

در جنگ جهانی دوم اصول هدایت اینرسی با ساخت راکت‌های V2 توسط دانشمندان آلمانی تحقق یافت. این کار گام بزرگی در استفاده از سامانه‌های پسخورد^۲ دار برای دستیابی به هدایت دقیق محسوب می‌گشت. مفهوم ناوبری متصل به بدنه نیز برای اولین بار در سال ۱۹۴۹ منتشر شد [۲،۳].

در سال ۱۹۵۰ حس‌گرهای دقیق‌تری ساخته شدند. این حس‌گرها درواقع پیامد استفاده از ژيروسکوپ‌های دقیق‌تری بودند. خطای این حس‌گرها از مقادیری در حدود ۱۵ درجه در ساعت به تقریباً ۰٫۰۱ درجه در ساعت کاهش پیدا کرد. بخش عمده پیشرفت‌های فنی مربوط به تحقق ژيروسکوپ انتگرال‌گیر سرعت شناور، مرهون پرفسور چارلز استارک دارپر^۳ و همکاران وی در دانشگاه MIT است [۴]. در همین دوره اصل پسخورد نیرو به جرم آزمایشی اعمال گردید و شتاب‌سنج دقیق ساخته شد.

جهان در نیمه نخست دهه ۱۹۵۰ شاهد ساخت یک سیستم ناوبری اینرسی صفحه پایدار بود و به دنبال آن ایالات متحده آمریکا اولین هواپیمای مجهز به ناوبری اینرسی کامل را به پرواز درآورد. در سال ۱۹۶۰ سامانه‌های ناوبری اینرسی، تجهیزات متعارف هواپیماهای نظامی، کشتی‌ها و زیردریایی‌ها محسوب می‌شدند. همه این‌ها معلول استفاده از فناوری موسوم به صفحه پایدار بوده است. این دوره شاهد توسعه زیادی بوده است که در این میان می‌توان به افزایش دقت حس‌گرها، کوچک‌سازی آن‌ها و آغاز توسعه ژيروسکوپ‌های لیزری حلقوی اشاره کرد. از پروژه‌های مهم این دوره که در آن‌ها از فناوری سامانه‌های اینرسی استفاده می‌شد، می‌توان به برنامه موشک‌های بالستیکی و کشف فضا اشاره کرد.

این روند پیشرفت در دو دهه اخیر نیز تداوم پیدا کرد که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به استفاده از میکرو کامپیوتر و توسعه ژيروسکوپ‌هایی با گستره دینامیکی بالا اشاره نمود. این امر شرایطی را برای تحقق اصل اتصال به بدنه مهیا کرد و به کاهش قابل توجه اندازه و پیچیدگی سیستم ناوبری اینرسی در بسیاری از موارد منجر شد. این دوره شاهد پیشرفت‌های مهمی در زمینه توسعه حس‌گرهای جامد نظیر ژيروسکوپ‌های فیبر نوری و شتاب سنج‌های سیلیسیومی بوده است [۳].

^۱ Baiko

^۲ Feedback

^۳ Charls Starkdoper

ویژگی تکامل سامانه‌های ناوبری اینرسی در سال‌های اخیر، حرکت تدریجی از صفحه پایدار به فناوری متصل به بدنه است. نقطه عطف این تکامل نیز در فرآیند مداوم توسعه، متأثر از تکامل ژيروسکوپ‌های انتگرال‌گیر سرعت مینیاتوری، ژيروسکوپ‌هایی با تنظیم دینامیکی و اخیراً حس‌گرهای سرعت لیزری و حلقوی، فیبر نوری و ژيروسکوپ‌های ارتعاشی بوده است [۴].

برخی از انواع حس‌گرهای اینرسی، در دهه اخیر توسعه قابل‌توجهی پیدا کرده‌اند. دستگاه‌های میکرو الکترومکانیکی (ممز)^۱ نیز رشد چشمگیری داشته و عملکرد قابل قبولی دارند. به‌طوری‌که استفاده از آن‌ها در کاربردهایی که نیاز به کوچک‌سازی و سبک‌سازی دارد امری واجب است [۵،۶].

با تمام این پیشرفت‌های که به‌خصوص در نیمه دوم قرن بیستم در زمینه حس‌گری اتفاق افتاد روش‌های مختلفی برای تعیین سمت و وضعیت ایجاد شد که به سه دسته کلی اینرسی، غیر اینرسی و تلفیقی تقسیم می‌شوند. روش‌های اینرسی از حس‌گرهای اینرسی شتاب‌سنج و ژيروسکوپ برای تعیین سمت و وضعیت استفاده می‌کنند. روش‌های غیر اینرسی خواص فیزیکی دیگری را مبنای کار خود قرار می‌دهند؛ مانند مغناطیس‌سنج‌ها که بر اساس میدان مغناطیسی زمین کار می‌کنند. روش‌های تلفیقی نیز، ترکیبی از این دو روش است [۷،۸].

در این پایان‌نامه ما از یک روش تلفیقی استفاده می‌کنیم. البته شایان ذکر است که اکثر معادلات و تحلیل‌های صورت گرفته در شاخه ناوبری اینرسی قرار می‌گیرند.

۱-۳- کارهای انجام شده در این پایان‌نامه

تاکنون کارهای مختلفی در حوزه پیدا کردن وضعیت و استخراج معادلات خطای مناسب صورت گرفته است. اما با این وجود، معادلات خطای استفاده‌شده به دلیل نوع کاربردها، تفاوت سخت افزارها، استفاده از تقریب‌ها و ... باهم متفاوت می‌باشند [۴]. در این پایان‌نامه برای تعیین وضعیت از یک حس‌گر یکپارچه ADIS16405 استفاده می‌شود که شامل سه حس‌گر ژيروسکوپ^۱، شتاب‌سنج^۲ و مغناطیس‌سنج^۳ سه محور است. ابتدا اطلاعات خروجی حس‌گر از طریق ارتباط سریال SPI^۴ خوانده‌شده و سپس با انتقال

^۱ Micro Electro Mechanical System (MEMS)

^۲ Gyroscope

^۳ Accelerometers

^۴ Magnetometers

^۵ Serial Peripheral Interface

این اطلاعات به یک میکروکنترلر LPC2378، انجام معادلات ناوبری و کالیبراسیون، اطلاعات خروجی را از طریق ارتباط سریال Uart ارسال می‌کنیم. معمولاً برای تعیین وضعیت از ژيروسکوپ‌ها استفاده می‌شود. با توجه به اینکه ژيروسکوپ سرعت زاویه‌ای را اندازه‌گیری می‌کند، با انتگرال‌گیری از خروجی آن می‌توان زوایای چرخش را به دست آورد و با استفاده از سه حس‌گر ژيروسکوپ سه زاویه‌ی وضعیت را مشخص کرد؛ اما حس‌گر مورد استفاده یک حس‌گر ارزان‌قیمت است و انتگرال گرفتن از خروجی آن باعث جمع شدن خطاها در خروجی و افزایش خطا می‌شود که این خود یکی از مشکلات سامانه‌های ناوبری اینرسی است. برای حل این مشکل از حس‌گری یکپارچه استفاده کردیم که برخلاف نمونه‌های قبلی شامل حس‌گر مغناطیس‌سنج نیز می‌گردد و در بلندمدت می‌تواند شبیه قطب‌نما جلوی انحراف ژيروسکوپ‌ها را بگیرد. چون میدان مغناطیسی زمین بسیار کوچک است، اندازه‌گیری آن نیز همیشه سخت است. یک حس‌گر مغناطیس‌سنج می‌تواند شدت میدان مغناطیسی را در راستای محور ورودی اندازه‌گیری کند. برای اندازه‌گیری کامل میدان مغناطیسی زمین از سه مغناطیس‌سنج عمود برهم استفاده می‌شود. این حس‌گرها به میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی بسیار حساس هستند و معمولاً در جاهایی نصب می‌گردند که وسایل آهنی در اطراف آن نباشد. برای استفاده مغناطیس‌سنج باید مدل میدان مغناطیسی زمین معلوم باشد. مؤسسات مختلفی بر روی مدل‌سازی میدان مغناطیسی زمین کار می‌کنند. از جمله آن‌ها می‌توان به استاندارد WGS-84¹ اشاره نمود که مدل خود را در نرم‌افزار MATLAB نیز ارائه نموده است. به دلیل اینکه در حین چرخش وسیله پرنده تصویر میدان مغناطیسی زمین در خروجی مغناطیس‌سنج عوض می‌شود، در نتیجه حاوی اطلاعات مفیدی درباره وضعیت است. از طرفی با توجه به مشخص بودن مقدار نامی نیروی گرانشی زمین می‌توان با استفاده از حس‌گر شتاب‌سنج سه محور، در حین چرخش، تغییرات نیرو به هر سه محور را اندازه‌گیری کرد. در ادامه با استفاده از مقدار معلوم نامی میدان مغناطیس و نیروی گرانشی زمین و مقادیر اندازه‌گیری شده توسط حس‌گرهای مغناطیس‌سنج و شتاب‌سنج در دستگاه متصل به بدنه، و با استفاده از قضیه وهبا ماتریس انتقال بین دستگاه بدنه و دستگاه جغرافیایی را به دست می‌آوریم و بر اساس آن زوایای وضعیت را مشخص می‌کنیم. خوبی این کار عدم نیاز به انتگرال گرفتن از خروجی‌های ژيروسکوپ است. در این روش فقط از خروجی ژيروسکوپ برای اندازه‌گیری سرعت دوران استفاده می‌کنیم تا بتوانیم معادلات سیستم را در هر لحظه به هنگام کنیم. چون از داده‌های آلوده به خطا و نویز برای تشکیل ماتریس انتقال استفاده می‌کنیم، نرمالیزه بودن ماتریس انتقال دستگاه بدنه به جغرافیایی از بین می‌رود و باید در طی هر مرحله از اجرا برنامه، این ماتریس را نرمالیزه کرد. اما با توجه به اینکه ظاهر شدن نویز در خروجی

¹ World geodetic system 1984

حس گر ها یک امر اجتناب ناپذیر است، همین مسئله باعث از بین رفتن دقت زوایای وضعیت می شود. برای حل این مشکل با استفاده از یک صافی کالمن استاندارد، میزان نویز را از سیستم تا مقدار قابل توجهی کاهش می دهیم. برای اینکه صافی کالمن بتواند نویز را به صورت دقیق شناسایی و حذف کند، باید از مقدار اجزا نویز حس گر ها اطلاعات کافی داشته باشیم. بر همین اساس ما از روش واریانس آلن¹ برای پیدا کردن مقدار اجزا نویز حس گر ها استفاده می کنیم. علاوه بر نویز، حس گر ها دچار خطای ساخت و مشکلات استفاده طولانی مدت هستند. مهم ترین خطاها برای این گونه حس گر ها، خطاهای ضریب مقیاس²، بایاس³ و عدم تراز بودن⁴ محورها است. ما با استفاده از الگوریتم های مناسب سعی می کنیم این خطاها را اندازه گیری و آن ها را اصلاح کنیم. مهم ترین امر برای حذف این خطاها انتخاب بردار مرجع برای کالیبراسیون⁵ است. برای کالیبره کردن شتاب سنج و مغناطیس سنج می توان از مقدار نیروی گرانش زمین و شدت میدان مغناطیسی محل استفاده کرد ولی برای کالیبره کردن ژيروسکوپ ها و ایجاد یک بردار مرجع برای کالیبراسیون باید از یک میز دوار استفاده نمود. برای کالیبره کردن مغناطیس سنج نیز باید دقت کرد که این حس گر به شدت به هر جسم فلزی و محیط های آلوده به میدان مغناطیسی حساس است. از همین رو کالیبره کردن مغناطیس سنج ها در محل نصب انجام می شود. البته لازم به ذکر است که این کار باعث سختی کالیبره کردن این حس گر می شود. ما با استفاده از یک الگوریتم سه مرحله ای توانستیم این مشکل را رفع نماییم و علاوه بر این در روش های قدیمی برای کالیبراسیون از روش های استفاده می شد که نیازمند به مشخص بودن وضعیت بود ولی در این روش بدون استفاده از وضعیت ها، کالیبراسیون انجام می شود.

برای کالیبراسیون شتاب سنج نیز باید به این نکته توجه کرد که این عمل به صورت ایستا انجام شود. و در مرحله آخر چون ژيروسکوپ ها دچار انحراف می شوند با استفاده از تقریب مارکوف برای بایاس ژيروسکوپ ها آن را مدل می کنیم و با اضافه کردن معادلات آن به صافی کالمن، می توانیم بایاس باقی مانده در مرحله کالیبراسیون و یا انحراف ایجاد شد در آن را تخمین بزنیم و با بایاس اندازه گیری شده در کالیبراسیون جمع کنیم. و در نهایت الگوریتم کلی طراحی شده را در شکل (۲-۱) مشاهده می کنید.

و در نهایت سیستم که طراحی شده است از لحاظ وزن بسیار مناسب است و وزن آن کمتر از ۲۰۰ گرم است که در کاربردهایی که نیاز شدیدی به سبک سازی دارند مناسب است، مانند استفاده در پهپادها و

¹ Allan variance

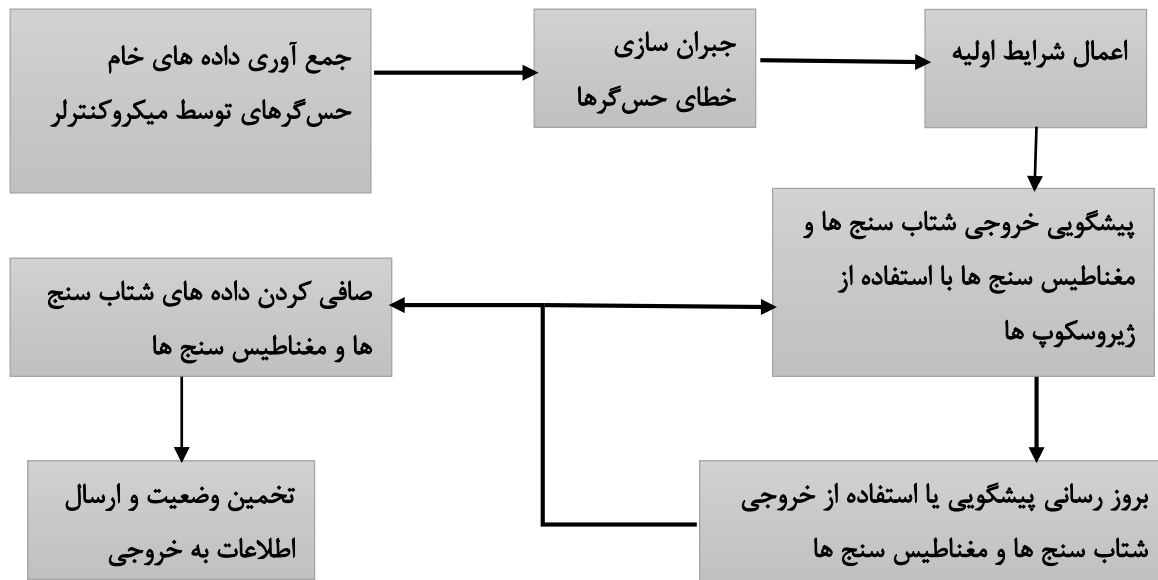
² Scale factor

³ Bias

⁴ Misalignment

⁵ Calibration

پرنده‌های بدون سرنشین که وزن این پرندها در مصرف سوخت بسیار حیاتی می‌باشد. و از لحاظ اندازه نیز بسیار کوچک است چون نسبت به نمونه‌های قبلی که از ۹ تا ۱۰۰ گرم جدا استفاده می‌شد در این سیستم ما از یک گرم یکپارچه استفاده کردیم که به کوچک‌سازی سیستم کمک کرد که ابعاد نهایی سیستم $10 \times 10 \times 6 \text{ cm}$ شد.



شکل (۲-۱) نمای از ساختار طراحی شده برای سیستم تعیین سمت و وضعیت

فصل دوم

حس گر و سخت افزار

۲-۱- حس گرهای میکرو الکترومکانیکی

مواجهه با کاربردهای جدیدی که مستلزم استفاده از حس گرهای ارزان قیمت به منظور اندازه گیری شتاب و حرکت زاویه ای است عامل مهمی برای توسعه حس گرهای میکرو الکترومکانیکی محسوب می شود. دستگاه های میکرو الکترومکانیکی یکی از جالب ترین انواع توسعه حس گرها در چند دهه اخیر محسوب می شود. بسیاری از موانع پذیرش سامانه های اینرسی توسط این دستگاه ها از پیش رو برداشته شده است به ویژه در مواردی که هزینه، ابعاد و میزان مصرف انرژی تعیین کننده باشد.

استفاده از سیلیکون به عنوان ماده اصلی ساخت قطعات حس گرها، تحولی اساسی ایجاد کرد و بسیاری از موانع اشاره شده در مورد حس گرهای اینرسی را برطرف نمود. فناوری اینرسی حس گرهای میکرو الکترومکانیکی، مبتنی بر استفاده مستقیم از حکاکی شیمیایی و روش های پردازش دسته ای مورد استفاده در صنعت مدار مجتمع الکترونیکی است. روش های دقیق توسعه یافته در این صنعت برای ماشین کاری سیلیکون به نحوی اصلاح شده که ساخت سازه های مکانیکی بسیار کوچک با استفاده از سیلیکون یا کوارتز امکان پذیر شود. پیشرفت های ویژه ای از طریق حکاکی دیواره مسطح حاصل شده است [۱۰، ۱۱]. خواص حس گرهای حالت جامد حاصل مانند :

- ابعاد کوچک
- وزن کم
- سازه مستحکم
- مصرف کم انرژی
- زمان کوتاه راه اندازی
- قابلیت اطمینان بالا
- سازگار با کار در محیط های نامساعد

۲-۲- حس گر یکپارچه ADIS16405

حس گر ADIS16405 یک حس گر مجتمع است که بر اساس فناوری ممز ساخته شده است که رنج دمای کارایی آن از ۸۵+ تا ۴۰- است. این حس گر مجتمع شامل یک ژيروسکوپ سه محور و شتاب سنج سه محور و مغناطیس سنج سه محور است.

خروجی این حس گر به صورت دیجیتال است که از طریق پروتکل ارتباطی SPI اطلاعات حس گر را به صورت سریال ارسال می کند.

حس گر برای راه اندازی و استفاده آسان از آن طراحی و تولید شده است. قاب پلاستیکی، مدارات داخلی و قطعات حساس الکترونیکی را محافظت می کند. کانکتورها ارتباط آسان با حس گر را بدون نیاز به لحیم کاری فراهم می نماید.

پارامترهای کالیبراسیون هر حس گر از حساسیت، بایاس و تطبیق محورها و خطی بودن ارتقاء یافته اند. که ADIS16405 یک نمونه از سیستم ارزان قیمت مجتمع مؤثر برای تعیین وضعیت است که قابلیت تجاری شدن را نیز دارد، بخصوص زمانی که آن ها با نمونه های مجتمع قبلی مقایسه می شوند. و همچنین این حس گر مجتمع از لحاظ امکانات جانبی و سرعت ارسال داده ها و کنترل تنظیمات نسبت به نمونه های قبلی از همین خانواده ADIS1635x و ADIS1636x ارتقاء یافته است [۱۰].

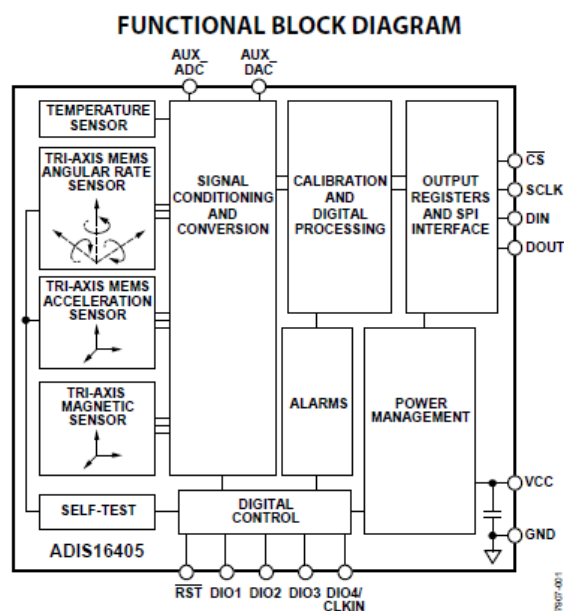


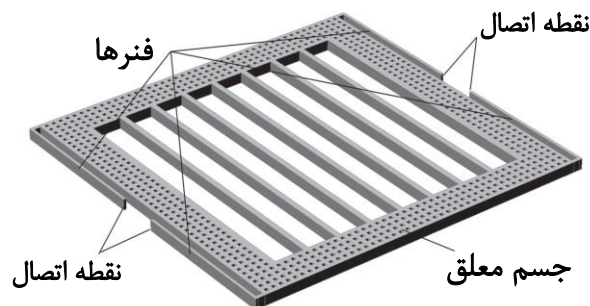
Figure 1.

شکل (۱-۲) - ساختار داخلی حس گر یکپارچه ADIS1405 [۱۰]

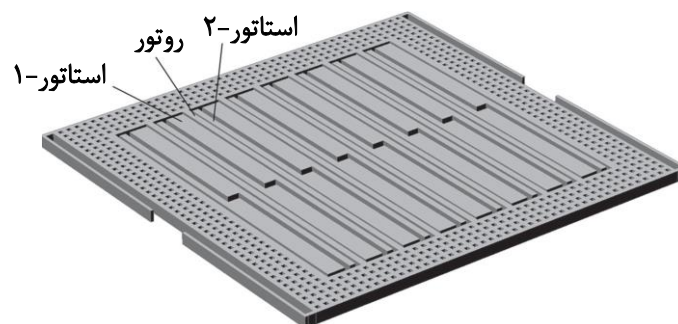
۲-۳- شتاب سنج ممز

شتاب سنج های ممز برای اندازه گیری حرکت خطی در راستای سه محور x ، y و z طراحی شده اند. هر کدام از این حس گر ها شامل یک جرم ارتعاشی است و محدود به حرکت خطی فقط در راستای یک محور است که با بسته شدن به یک فنر مهار می شوند. مجموعه ای از سلول های دیفرانسیلی موازی، یا

همان صفحات خازنی برای اندازه‌گیری جابجایی استفاده می‌شود و هر سلول خازنی شامل یک بخش متحرک (روتور) و دو الکتروود ثابت (استاتور) است.



شکل (۲-۲) جسم معلق مستطیلی که توسط فنرها مهار شده که با جابجایی آن ظرفیت خازن‌ها تغییر می‌کند [۱۱]



شکل (۳-۲) نمای کلی از روتور و استاتورهای دیفرانسیلی که در کنار هم یک صفحه شامل خازن‌های موازی را تشکیل می‌دهند [۱۱]

۲-۳-۱- حسگر خازنی تفاضلی

این خازن‌های مسطح تفاضلی به گونه‌ای کنار هم قرار می‌گیرند که بالاترین حساسیت را داشته باشند و شامل ردیف‌هایی از الکتروودهای متحرک (روتور) است که به جسم معلق متصل شده و با دو تیغه الکتروودی ثابت (استاتور) که توسط دو نقطه اتصال به هم وصل شده‌اند. دو خازن C_1 و C_2 که در شکل (۳-۲) نشان داده شد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{(x_0 + x)} \quad , \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 A}{(x_0 - x)} \quad (3-2)$$

که در آن ε_0 ثابت گذردهی خلأ است و A مساحت صفحات، x_0 فاصله بین روتور و یک استاتور در حالت ثابت و بی حرکت و x نیز جابجایی می باشد.

سپس با اندازه گیری میزان جابجایی مقدار شتاب اندازه گیری می شود. اغلب به منظور کوچک سازی این حس گرها، این خازن ها را به عنوان چندین سلول خازنی در قسمت مرکزی حس گر تعبیه می کنند. با یک جابجایی جسم نوسانی در جهت مثبت x باعث کاهش C_1 و افزایش C_2 می شود. با فرض اینکه $x \gg x_0$ اختلاف ظرفیت خازن ها دیفرانسیلی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\Delta C = C_2 - C_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{(x_0 - x)} - \frac{\varepsilon_0 A}{(x_0 + x)} = 2 \frac{\varepsilon_0 A}{x_0^2} x = 2 \frac{C_0}{x_0} x \quad (4-2)$$

C_0 ظرفیت اولیه خازنی بین یک استاتور و روتور است زمانی که شتاب سنج در حالت ایستا است. رابطه بین تغییر ظرفیت خازنی و جابه جایی را می توان یک رابطه خطی برای جابه جایی های کوچک در نظر گرفت. که در ادامه می توان با یک مدار باز خوانی اطلاعات این تغییرات ظرفیت خازنی را به ولتاژ تبدیل کرد.

۲-۳-۲ حساسیت شتاب سنج

برای شتاب سنج می توان حساسیت را به صورت تغییرات ظرفیت خازنی به شتاب خارجی تعریف کرد

$$\frac{\Delta C}{\Delta N_g} = 2 \frac{C_0}{x_0} \frac{9.8}{(2\pi f_0)^2} \quad (5-2)$$

برای طراحی این حس گر باید به گونه ای عمل کرد که ابعاد و فرکانس تشدید و ظرفیت خازنی همه باید از حداکثر خطای خطی از محدوده مقیاس کامل (FSR = full scale range) تجاوز نکند. و می توان شتاب خارجی را به صورت زیر تعریف کرد [۱۱، ۱۲]:

$$N_g = \frac{a_{ext}}{9.8} \text{ m/s}^2 \quad (6-2)$$

۲-۴- ژيروسکوپ ممز

یک ژيروسکوپ دستگاهی برای اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای است. مانند دیگر ژيروسکوپ‌ها، ژيروسکوپ ممز نیز بر اساس قاعده کوریولیس کار می‌کند.

فرض کنید یک جسم با سرعت مشخص v و سرعت زاویه‌ای Ω در راستای یک محور متعامد به بردار سرعت بچرخد شتاب کوریولیس برابر است با:

$$a_{cor} = 2\Omega \times v \quad (۲-۱۳)$$

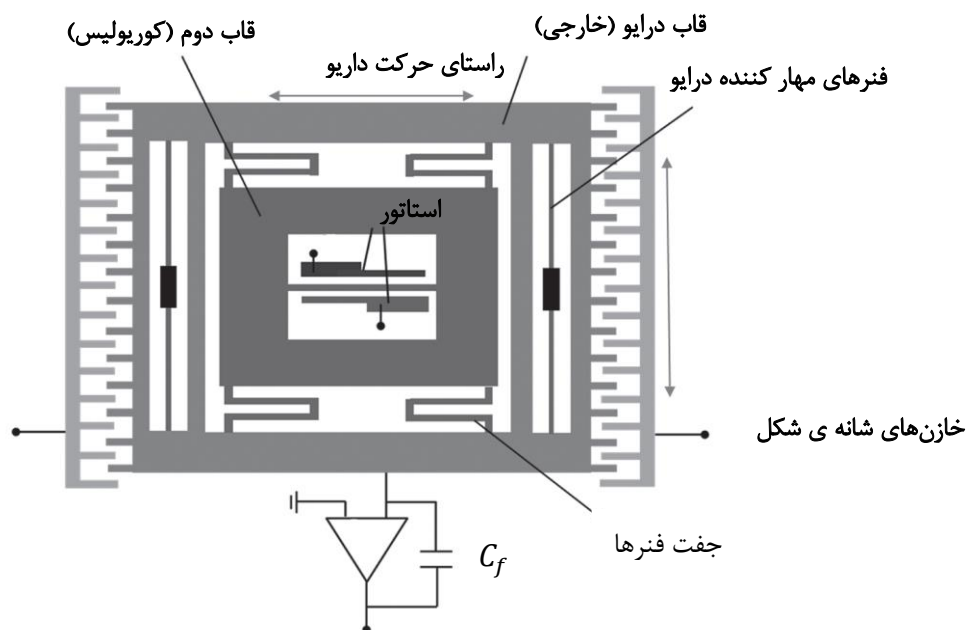
نیروی کوریولیس به‌صورت عمود به صفحه‌ای که شامل دو بردار سرعت و چرخش است اعمال می‌شود و برابر است با:

$$F_{cor} = 2m\Omega v \quad (۲-۱۴)$$

بنابراین این مهم است که نیروی کوریولیس ظاهر شده تنها در حضور یک بردار سرعت باشد. این نشان می‌دهد که یک ژيروسکوپ ممز نیاز دارد تا مجهز شود به یک بخش محرک تا یک سرعت مشخص را به جسم معلق اعمال کند. این اولین تفاوت در طراحی، نسبت به طراحی یک شتاب‌سنج است.

۲-۴-۱- نحوه عملکرد

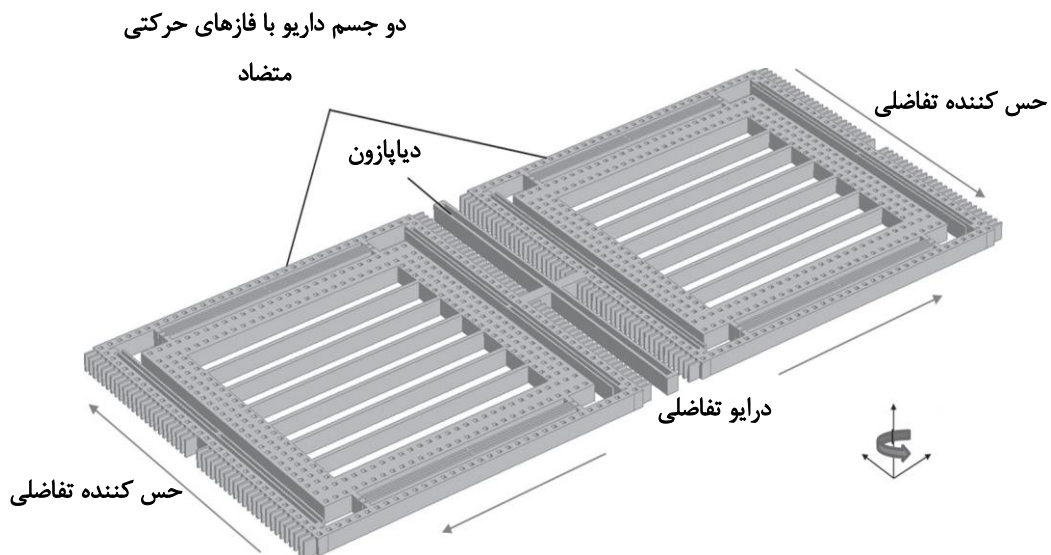
یک ژيروسکوپ ممز که سرعت زاویه‌ای را در راستای محور z اندازه‌گیری می‌کند در شکل (۲-۵) نشان داده شده است. این دستگاه متشکل است از یک قاب خارجی (قاب درایو) که دارای حرکت آزاد در راستای محور x است، و در راستای محور y به‌شدت محکم شده است و یک قاب داخلی (کوریولیس) است. علاوه بر این اجزای ثابت بدنه از دو ردیف خازن شانه‌ای شکل تشکیل شده که برای اعمال سرعت مورد استفاده قرار می‌گیرند. یک مجموعه‌ی مناسب از جفت فنرها طراحی شده‌اند تا بدنه معلق دوم (بدنه کوریولیس) بتوانند در داخل بدنه درایو به‌صورت آزادانه در راستای محور x و y حرکت کنند.



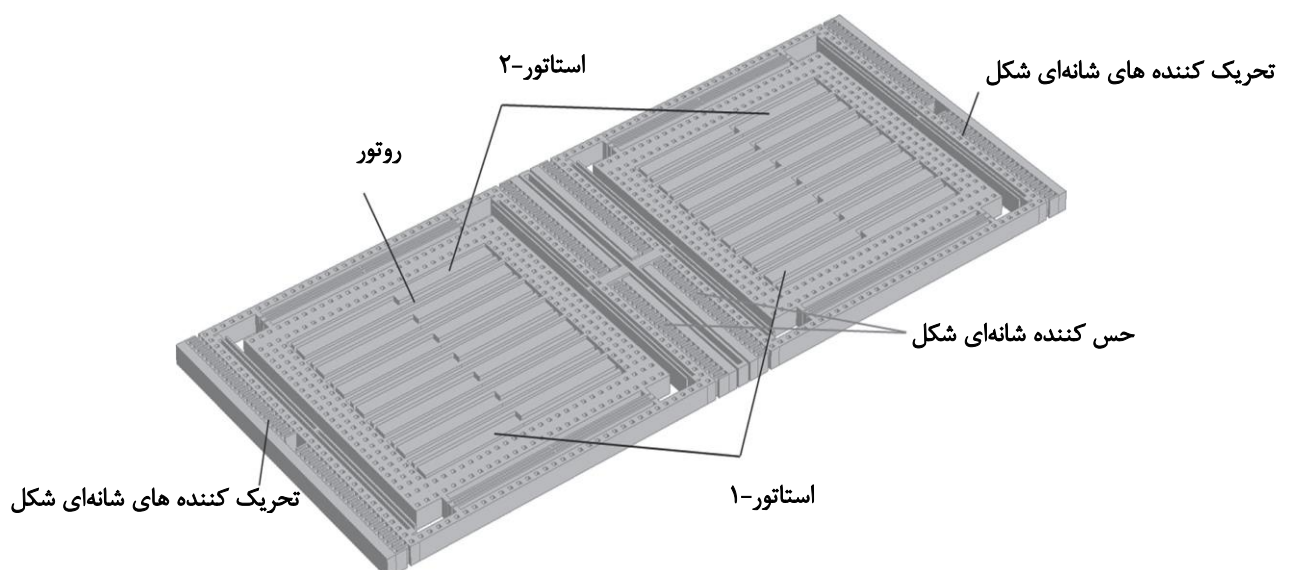
شکل (۲-۴) تصویری از یک جرم ژيروسکوپی برای سنجش سرعت زاویه‌ای در راستای محور z [۱۱]

اگر یک چرخش حول محور z انجام شود درحالی‌که دو جسم در حال نوسان با سرعت v مهارشده‌اند، یک نیروی کوریولیس هر دو جسم را در راستای محور y هل می‌دهد و قاب درایو نیز توسط فنرهای مهارشده تا تحت تأثیر این نیرو حرکت نکند.

اما در عوض حرکت قاب دوم (کوریولیس) باعث تغییر در ظرفیت خازن‌های دیفرانسیلی می‌شود، همانند شتاب سنج‌ها که قبلاً اشاره شد، قاب درایو که در حالت نوسان با فرکانس f_D نگه‌داشته می‌شود این اجازه را می‌دهد تا از تقویت سرعت با ضریب کیفیت Q_D در راستای درایو بهره‌برداری شود. برای اینکه Q_D بزرگ ایجاد شود از تحریک الکترواستاتیکی در خازن‌های شانه‌ای شکل در دو طرف قاب درایو استفاده می‌کنند.



شکل (۵-۲) نمایشی از یک قاب معلق دیپازنی شکل ژيروسکوپ [۱۱]

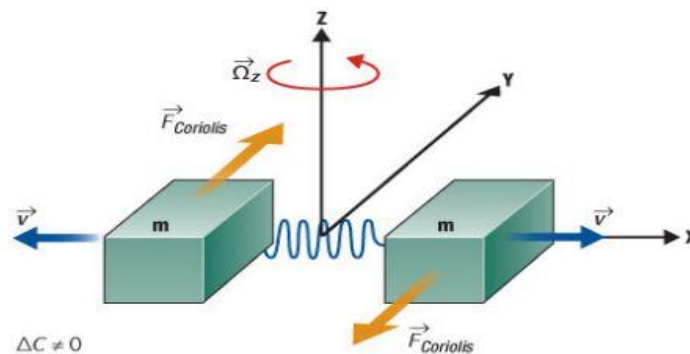


شکل (۶-۲) نمای کلی از یک ژيروسکوپ همراه با خازن‌های شانه‌ای شکل برای ایجاد نوسان در راستای محور X و

خازن‌های تفاضلی برای حس کردن نیروی کوریولیس [۱۱]

شتاب خارجی ایجاد شده در راستای محور y می‌تواند ایجاد مزاحمت در اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای Ω کند، بطوریکه اثرش در حرکت جسم کوریولیس مشخص می‌شود. برای از بین بردن این تداخلات ناخواسته و تأثیرات آنها، ژيروسکوپ را به صورت دو جسم معلق و پیکربندی دیپازنی شکل طراحی می‌کنند که در شکل (۵-۲) دیده می‌شود. این پیاده‌سازی دارای دو قاب درایو است و توسط یک فنر مرکزی به هم متصل شده‌اند. در نتیجه در حضور نیروی کوریولیس قاب کوریولیس در جهت مخالف

حرکت می‌کند که این شتاب می‌توان با اتخاذ کردن یک حالت دیفرانسیلی از بین برود به همین خاطر از دو جسم معلق به‌جای یک جسم معلق استفاده می‌کنند تا تأثیرات شتاب خارجی در این دو جسم اثرات یکدیگر را خنثی کنند که برای درک بهتر این قضیه ساختار ساده‌تری از آن را در شکل (۷-۲) می‌توانید مشاهده کنید



شکل (۷-۲) نمای ساده‌تری از یک ژيروسکوپ با دو جرم و با دو فاز حرکتی مختلف برای حذف اثر شتاب خارجی

۲-۴-۲ حساسیت ژيروسکوپ

برای ژيروسکوپ می‌توان حساسیت را به‌صورت تغییر ظرفیت خازنی به تغییرات سرعت زاویه تعریف کرد که برابر است با:

$$\frac{\Delta C_D}{\Delta \Omega} = \frac{2C_{0,S}}{y_0} F_C(t) \frac{Q_S}{k_S} \quad (۱۵-۲)$$

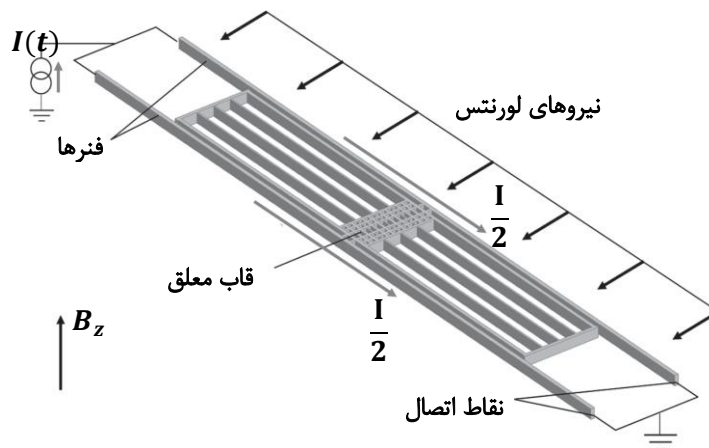
$C_{0,S}$ و y_0 به ترتیب ظرفیت خازنی و فاصله اولیه بین روتور و استاتور، Q_S ضریب کیفیت حس‌گر و k_S ضریب ثابت جفت فنرهای نشان داده‌شده در شکل (۵-۲) است که از معادله (۱۵-۲) می‌توان نتیجه گرفت که حساسیت ژيروسکوپ‌های ممز رابطه مستقیمی با ضریب کیفیت حس‌گر دارد

۲-۵- مغناطیس سنج ممز

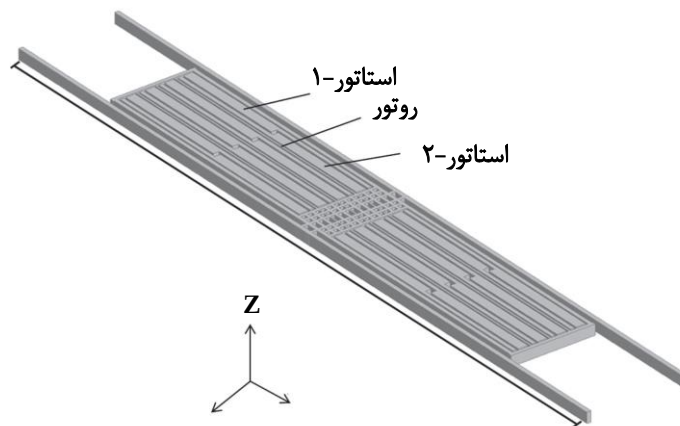
روش‌های مختلفی برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی وجود دارند که بسته به شدت میدان‌ها مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند. این میدان‌ها حتی می‌توانند در حد چند تسلا بزرگ باشند و یا برای اندازه‌گیری میدان‌های بسیار کوچک مانند اندازه‌گیری فعالیت داخلی بدن، که در حد 1 n.T می‌باشند استفاده شوند. بنابراین با توجه به استفاده‌های زیادی که می‌توان از این حس‌گرها انجام داد، تمایل بسیاری برای کوچک‌سازی این حس‌گر برای اندازه‌گیری میدان‌ها مغناطیسی کوچک وجود دارد. برای استفاده‌ای که از این حس‌گر در این پایان‌نامه می‌شود لازم است که بدانید شدت میدان مغناطیسی زمین در حدود $20 - 70 \mu T$ است. برای تضمین دقتی مطلوب در هر سه محور، داشتن حس‌گرهای با حد تفکیک $0.5 \mu T$ لازم است که علاوه بر این، برای پرهیز از ایجاد مقاومت مغناطیسی، باید این حس‌گر از اشیاء فلزی هنگامی که در حال کار کردن است دور نگه‌داشته شود.

۲-۵-۱- قاعده کاری مغناطیس سنج

در میان روش‌های مختلفی که برای پیاده‌سازی یک مغناطیس‌سنج وجود دارد، یکی از بهترین روش‌ها اصل نیروی لورنتس با بازخوانی خازنی است دلیل آن هم عدم استفاده از ماده مغناطیسی در آن است. که یک جفت فنر طولی به طول L در آن به بدنه یک قاب معلق چسبیده شده است که با یک استاتور مناسب، تشکیل یک مجموعه از خازن‌های دیفرانسیلی C_1 و C_2 را می‌دهند. در شکل (۲-۸) و شکل (۲-۹) یک مغناطیس‌سنج ممز نشان داده شده است که در راستای محور z نصب شده است.



شکل (۸-۲) نمای از یک قاب معلق که بر اساس قاعده نیروی لورنتس کار می‌کند و با حضور جریان $I(t)$ و میدان مغناطیسی B_z [11]



شکل (۹-۲) نمای کاملی از یک مغناطیس‌سنج ممز همراه با حس‌گرها خازنی تفاضلی [11]

فرض کنید دو فنر را به جریان $I(t)$ آن‌هم در حضور یکی از مؤلفه‌های میدان مغناطیسی B_z متصل می‌شود که این میدان در امتداد عمود به صفحه است که باعث بوجود آمدن نیروی با اندازه زیر می‌شود:

$$|F_L(t)| = B_z I(t) L \quad (۱۶-۲)$$

که این نیرو به صفحه‌ای شامل دو بردار B_z و $I(t)$ عمود است. برای اینکه درک بهتری از این نیرو داشت، فرض کنید که طول فنر $L = 1mm$ (تقریباً حداکثر ابعاد قابل دسترس در یک بسته‌بندی صنعتی معمولی ممز) و جریان $I(t) = 1mA$ و $B_z = 0.5\mu T$ (حداقل میدان اندازه‌گیری توسط این حس‌گر) است که نیروی با شدت $0.5pN$ به هر جفت فنر اعمال می‌شود.

۲-۵-۲ حساسیت مغناطیس سنج

در ادامه جابه‌جایی حاصل‌شده توسط این نیرو را با ضریب کیفیت Q تقویت می‌شود اگر جریان برابر با $I(t) = I_0 \sin(2\pi f_0 t)$ باشد که f_0 فرکانس تشدید دستگاه است. جابه‌جایی تقویت‌شده توسط ضریب کیفیت Q برابر است با:

$$x(t) = \frac{|F_L|}{2k} \cdot Q = \frac{B_z I(t) \cdot L}{2k} \cdot Q \quad (۱۷-۲)$$

حساسیت دستگاه را بر اساس جابه‌جایی به دست آمده به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۱، ۱۲]:

$$\frac{\Delta C}{\Delta B} = \frac{d}{dB_z} \left[2C_0 \frac{x(t)}{x_0} \right] = \frac{C_0}{x_0} \frac{I(t) \cdot L}{k} \quad (۱۸-۲)$$

۲-۶-۲ سخت افزار

سیستم تعیین وضعیت وسیله‌ای برای اندازه‌گیری زوایای غلت، فراز و سمت می‌باشد ساختار کلی سامانه در شکل (۲-۱۰) نشان داده شده است. در این سیستم از یک پردازشگر^۱ و تعدادی از دستگاه‌های جانبی و اجرایی برای برد^۲ مدار الکترونیکی اصلی استفاده می‌شود. این سیستم به سه بخش جداگانه زیر تقسیم می‌شود:

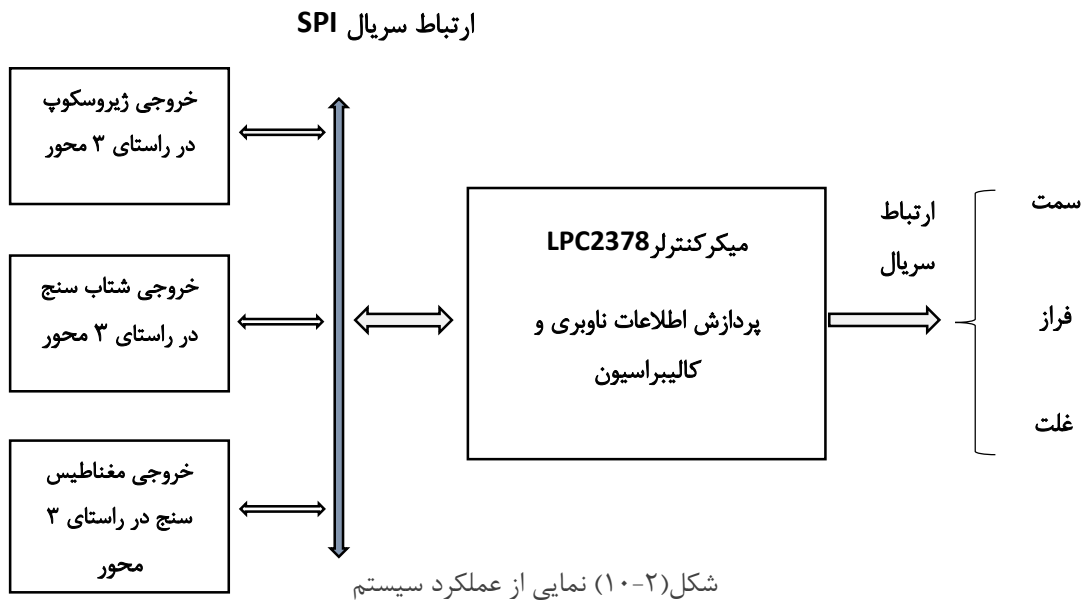
الف- بخش حس‌گری

^۱ CPU

^۲ Borad

ب- بخش میکروکنترلر

پ- بخش تغذیه



۲-۶-۱- بخش حس گری

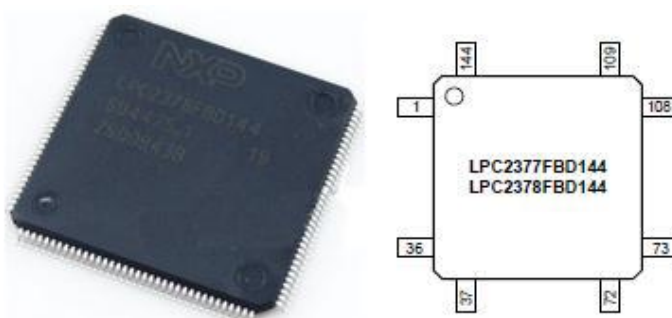
این بخش دارای یک حس گر ADIS16405 با ۹ خروجی مربوط به ژيروسکوپ، شتابسنج و مغناطیسسنج در راستای سه محور x, y, z است. لازم به ذکر است، خروجی حس گر دیجیتال است و اطلاعات از طریق ارتباط سریال SPI ارسال می شود. در شکل (۱۱-۲) این حس گر نشان داده شده است [۱۰].



شکل (۲-۱۱) نمایی از حس گر ADIS16405

۲-۶-۲- بخش میکروکنترلر

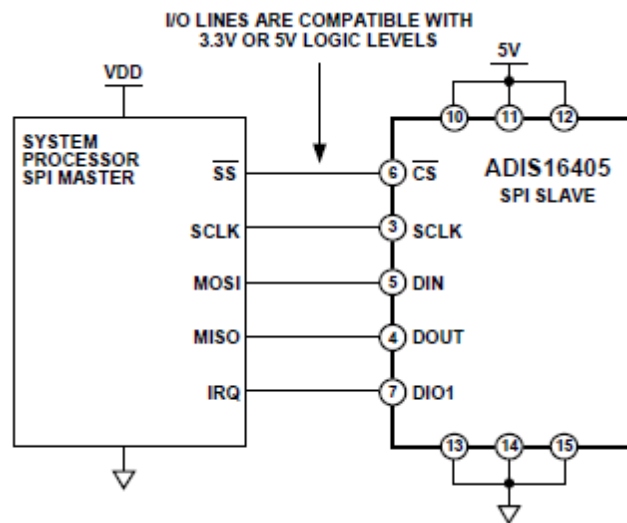
جهت انجام محاسبات و پردازش‌های لازم از یک میکروکنترلر G-LPC2378 استفاده شده است. این میکروکنترلر بر اساس یک پردازشگر 32-bit ARM7TDMI-S است که سرعت آن تا ۷۲ مگاهرتز افزایش می‌یابد. این میکروکنترلر همچنین دارای ۵۱۲ کیلوبایت حافظه فلش و ۳۲ کیلوبایت SRAM برای عملکرد گسترده در دسترسی به پردازشگر است. در شکل (۲-۱۲) میکروکنترلر LPC2378 نشان داده شده است [۱۴].



شکل (۲-۱۲) حس گر LPC2378

ارتباط بخش حس گر با بخش میکروکنترلر که در شکل (۲-۱۲) نشان داده شده است به صورت SPI است. ارتباط SPI یک پروتکل ارتباطی سریال سنکرون با سرعت بالا است که دارای قابلیت‌هایی از قبیل ارسال داده هم‌زمان، ارتباط به صورت MASTER /SLAVE، بیت‌های قابل برنامه‌ریزی برای تنظیم

سرعت و کارهایی مثل آن است. زمانی که داده‌ای از MASTER به SLAVE ارسال می‌شود، می‌توان در همان حال در جهت مخالف داده‌ای از SLAVE به MASTER انتقال یابد.



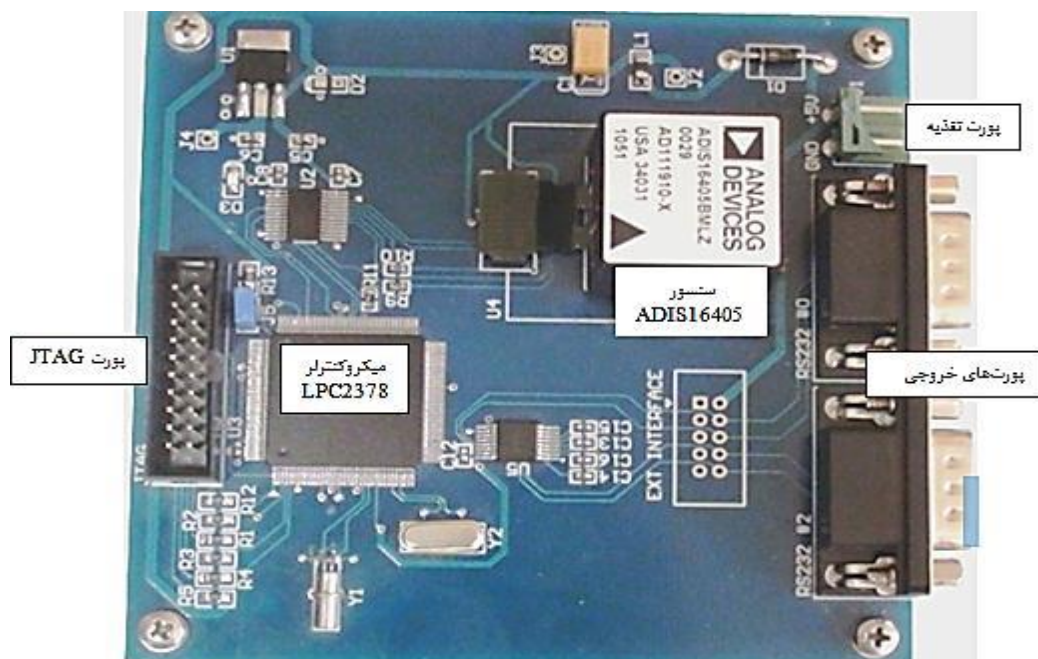
شکل (۲-۱۳) ارتباط حس‌گر با میکروکنترلر [۱۰]

۲-۶-۳ بخش تغذیه

برای تغذیه سیستم نیاز به ولتاژ مستقیم ۵ ولت و حداقل جریان ۳۰۰ میلی‌آمپر است که با توجه به پایین بودن توان مصرفی (حدود ۱٫۵ وات قابل تأمین از پورت USB استاندارد است در شکل (۲-۱۴) ساخت سیستم تعیین وضعیت نشان داده شده است



(الف)



(ب)

شکل (۲-۱۴) سخت افزار سیستم تعیین وضعیت (الف) نمای روبه روی سامانه (ب) نمای بالای از سامانه

فصل سوم

ناوبری اینرسی

۳-۱- مقدمه

ناوبری، علم تعیین موقعیت و وضعیت یک جسم است. ناوبری اوایل برای مسیریابی در دریا به کار گرفته می‌شد و اساساً به معنی مسیریابی در دریا است. اما با شروع مسافرت‌های هوایی و فضایی این کلمه به مفهوم مسیریابی در هوا خشکی و دریا نیز به‌کاررفته است. با پیشرفت علوم و فناوری، امروزه برای ناوبری از سامانه‌های پیشرفته‌ای استفاده می‌شود که قادر به مشخص کردن طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع، سرعت و وضعیت دورانی جسم با دقت بسیار زیاد هستند. در گذشته از روش‌های زیادی برای مسیریابی و تعیین موقعیت استفاده می‌شد. هرکدام از این روش‌ها ضمن داشتن مزایا، معایب خاص خود را نیز داشته‌اند. ناوبری اینرسی یکی روش‌های مذکور است که در آن موقعیت وسیله بر اساس خروجی حس-گرهای حرکتی (شتاب‌سنج و سرعت‌سنج زاویه‌ای) به‌هنگام¹ می‌شود. مهم‌ترین مشکل این سیستم تجمیع خطا باگذشت زمان است. از مزایای ناوبری اینرسی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- بعد از تنظیم شرایط اولیه، دیگر نیازی به اطلاعات خارجی ندارد.
- متأثر از شرایط آب و هوایی نیست.
- قابل‌شناسایی و پارازیت فرستادن¹ نیست.

سامانه‌های ناوبری اینرسی به دو دسته متصل به بدنه و صفحه پایدار تقسیم می‌شوند. در سامانه‌های صفحه پایدار، پارامترهای حرکت (شتاب و سرعت زاویه‌ای) در دستگاهی محاسبه می‌شود که نسبت به فضای اینرسی ثابت است. در سامانه‌های متصل به بدنه، پارامترهای حرکت در دستگاه بدنی بیان می‌شوند. در این فصل به مباحث مربوط به سیستم ناوبری متصل به بدنه پرداخته می‌شود. هدف سیستم ناوبری اینرسی متصل به بدنه تعیین موقعیت و وضعیت جسم با استفاده از حس‌گرهای اینرسی است [۲، ۱۵].

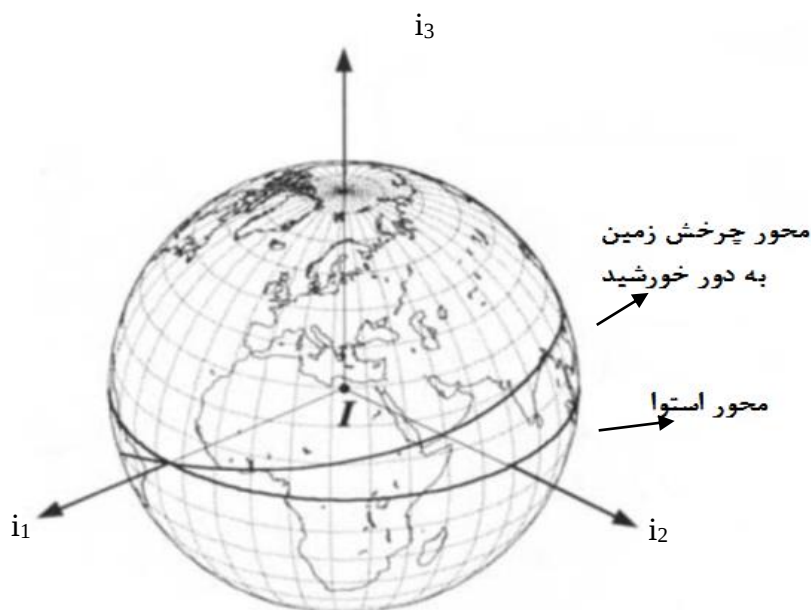
¹ jamming

۳-۲- دستگاه‌های مختصات

در این بخش چهارچوب‌ها و دستگاه‌های مختصات مرسوم، شامل دستگاه مختصات اینرسی، زمین، جغرافیایی و بدنی معرفی می‌شوند. برای یک چارچوب، بردارهای اصلی به‌عنوان بردارهایی تعریف می‌شوند که استفاده از آن‌ها باعث سهولت محاسبات مرتبط با آن چارچوب می‌شود. همچنین دستگاه مختصات اصلی، دستگاه مختصاتی است که بردارهای یکه آن با بردارهای اصلی چارچوب متناظر منطبق باشد [۲، ۱۶].

۳-۲-۱- دستگاه اینرسی

این دستگاه نسبت به ستارگان دوردست چرخش ندارد و مرکز آن نسبت به ستارگان دوردست شتاب نمی‌گیرد و مرکز آن بر مرکز زمین منطبق است. محور i_3 آن در امتداد محور قطبی زمین و محورهای i_1 و i_2 آن در صفحه استوا قرار دارند و به جهت ثابتی اشاره می‌کند. بردار i_1 به نقطه تعدیل بهاری اشاره می‌کند. این دستگاه با زمین نمی‌چرخد. بردارهای ارجح این چارچوب با i_1 ، i_2 و i_3 نشان داده می‌شود. در شکل (۳-۱) در پایین نمایی از این دستگاه به نمایش درآمده است.



شکل (۳-۱) نمای از دستگاه اینرسی

مؤسسات مختلفی بر روی استانداردسازی دستگاه اینرسی کار می‌کنند که یکی از آنها معروف به Julian Epoch یا J2000 می‌باشد. صفحه استوا و محور دوران زمین باگذشت زمان به‌کندی تغییر می‌کنند. لذا هر ۵۰ سال این دستگاه بروز می‌شود که آخرین آنها در سال ۲۰۰۰ انجام شد.

۳-۲-۲- دستگاه مختصات زمینی

مبدأ دستگاه مختصات اصلی این چارچوب منطبق بر مرکز زمین است و بردارهای اصلی این چارچوب با e_1 ، e_2 و e_3 نشان داده می‌شود. اگر زمین را به نقطه تلاقی نصف‌النهار گرینویچ و دایره استوا وصل کنیم، بردار e_1 مشخص می‌شود. بردار e_3 در جهت دوران زمین است و بردار e_2 یک دستگاه راست‌گرد متعامد را کامل می‌کند. در شکل (۲-۳) نمایی از این دستگاه قابل مشاهده است.

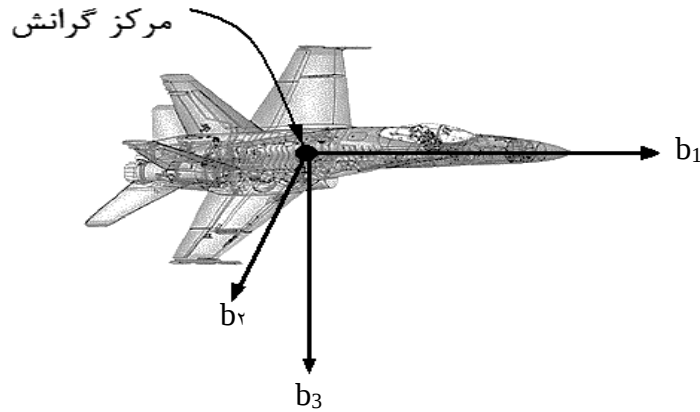


شکل (۲-۳) نمای از دستگاه زمینی

۳-۲-۳- دستگاه بدنی

از این چهارچوب برای بررسی موقعیت و وضعیت جسم مورد مطالعه استفاده می‌شود. بردارهای اصلی این چهارچوب با b_1 ، b_2 و b_3 نشان داده می‌شوند. بردار b_1 این چارچوب در راستای محور طولی جسم صلب (موشک و هواپیما) به سمت دماغه است، بردار b_2 در راستای بال راست و به سمت خارج تعریف

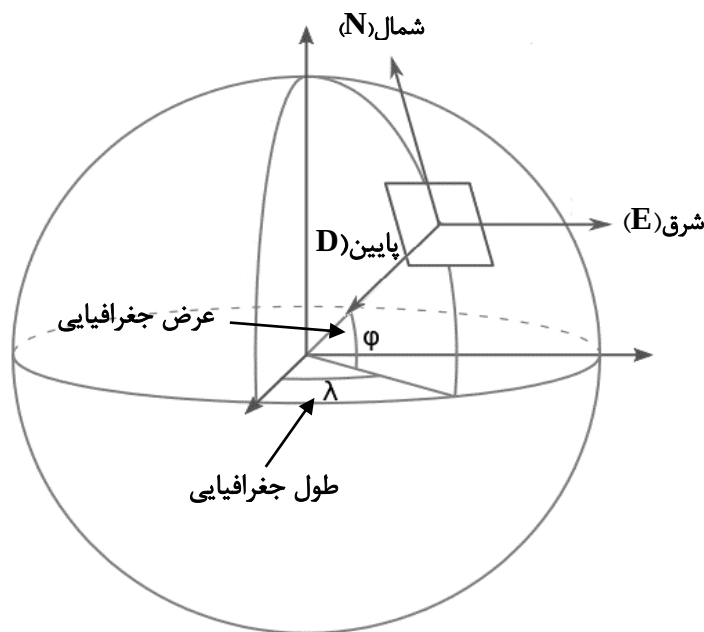
گشته و بردار b_3 دستگاه راست گرد متعامد را تکمیل می کند. معمولاً نقطه ثابتی از بدنه به عنوان مرکز دستگاه مختصات بدنی در نظر گرفته می شود. در شکل (۳-۳) نمایی از این دستگاه قابل مشاهده است.



شکل (۳-۳) نمایی از دستگاه بدنی

۳-۲-۴ - دستگاه جغرافیایی

از این دستگاه برای ناوبری در سطح زمین یا اطراف آن استفاده می شود. در واقع برای بیان موقعیت سرعت روی یک سطح کروی، کار کردن با طول و عرض جغرافیایی ساده تر است. در یک موقعیت مشخص (طول و عرض جغرافیایی معین) بر روی سطح زمین، دستگاه مختصات جغرافیایی بدین صورت است که یک محور این دستگاه عمود بر سطح زمین و به سمت پایین است و یک محور دیگر آن به سمت شمال واقعی و محور سوم نیز به سمت شرق و مرکز در محل جسم (معمولاً مرکز ثقل جسم) قرار دارد و محورهای موجود در صفحه افقی (تراز محلی) هستند. در شکل (۳-۴) این دستگاه و کارکرد آن به تصویر درآمده است.



شکل (۳-۴) نمای از دستگاه جغرافیایی

۳-۳- دستگاه مرجع

اطلاعات اندازه‌گیری شده توسط حس‌گرها، در دستگاه بدنی صورت می‌گیرد. سپس برای تحلیل و استفاده از این اطلاعات به یکی از دستگاه‌های بالا منتقل می‌شوند. در این پایان‌نامه با توجه به نوع نیاز و کاربردی که از سیستم می‌خواهیم، مناسب‌ترین دستگاه، همان دستگاه جغرافیایی است که به‌عنوان دستگاه مرجع انتخاب می‌کنیم.

۳-۴- ناوبری نسبت به یک دستگاه دوار

در اغلب موارد عملی؛ از جمله وقتی که ناوبری در مجاورت زمین انجام می‌شود، تعیین تخمین‌های سرعت و موقعیت وسیله پرنده نسبت به یک دستگاه مختصات دوار موردنیاز است. در چنین مواردی نیروهای ظاهری دیگری نیز وارد عمل می‌شوند که تابعی از حرکت دستگاه مرجع هستند. این امر منجر به تشکیل معادلات ناوبری دیگری می‌شود که انتگرال آن سرعت زمینی وسیله پرنده، v_i را تعیین می‌کند. روش دیگر، محاسبه v_e با استفاده از قضیه کوریولیس و سرعت اینرسی، v_i می‌باشد:

$$v_e = \left. \frac{dr}{dt} \right|_e = v_i - \omega_{ie} \times r \quad (۱-۳)$$

به طوری که $\omega_{ie} = [0 \ 0 \ \Omega]^T$ سرعت دوران دستگاه مختصات زمین نسبت به دستگاه مختصات i بوده و " $\times$ " نماد ضرب برداری است [۲، ۱۶].

۳-۵- تبدیل خروجی های شتاب سنج

شتاب سنج ها معمولاً نیروی ویژه را در دستگاه ثابت بدنی اندازه گیری می کنند. این نیرو با f^b نشان داده می شود. برای استفاده از این شتاب ها در سیستم ناوبری بایستی مؤلفه های کمیت فوق به دستگاه مرجع مورد نظر تبدیل گردد.

در این سیستم فقط از اطلاعات اولیه اندازه گیری شده در دستگاه بدنه و سپس انتقال آن به دستگاه جغرافیایی استفاده می شود. این کار با پیش ضرب کردن کمیت برداری f^b در ماتریس کسینوس های هادی C_b^n انجام می شود:

$$f^i = C_b^n f^b \quad (۲-۳)$$

C_b^n یک ماتریس 3×3 است که وضعیت دورانی دستگاه بدنی را نسبت به دستگاه جغرافیایی تعیین می کند. ماتریس کسینوس های هادی C_b^n را می توان بر مبنای سرعت های زاویه ای اندازه گیری شده توسط ژيروسکوپ و به کمک معادلات زیر تعیین کرد:

$$\dot{C}_b^i = C_b^i \Omega_{ib}^b \quad (۳-۳)$$

که در آن Ω_{ib}^b یک ماتریس مورب متقارن به صورت زیر است:

$$\Omega_{ib}^b = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (۴-۳)$$

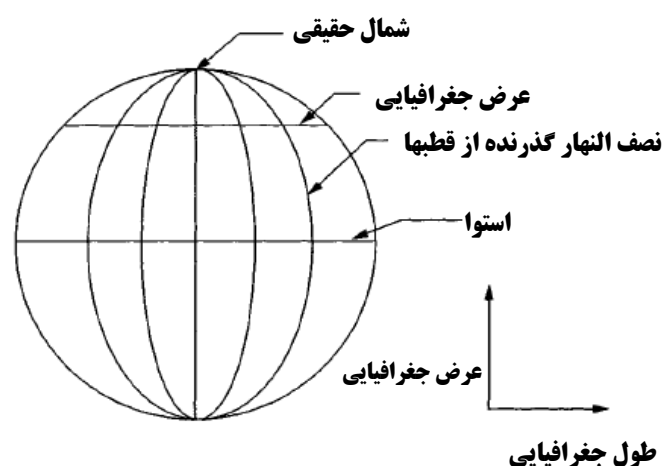
این ماتریس از عناصر بردار $\omega_{ib}^b = [p \ q \ r]^T$ تشکیل شده است که سرعت دوران بدنه نسبت به دستگاه i را نشان می دهد و توسط ژيروسکوپ ها اندازه گیری می شود.

وضعیت بدنه نسبت به دستگاه مرجع مورد نظر، که برای تبدیل اندازه نیروی ویژه به دستگاه مرجع مورد نیاز است، را می توان به چند روش مختلف تعیین کرد.

برای مفاهیم مورد بحث سیستم ناوبری در این بخش و بخش بعد، روش کسینوس های هادی انتخاب شده است. کسینوس های هادی و چند روش دیگر نمایش وضعیت دورانی، در ادامه به تفصیل بیان می گردند.

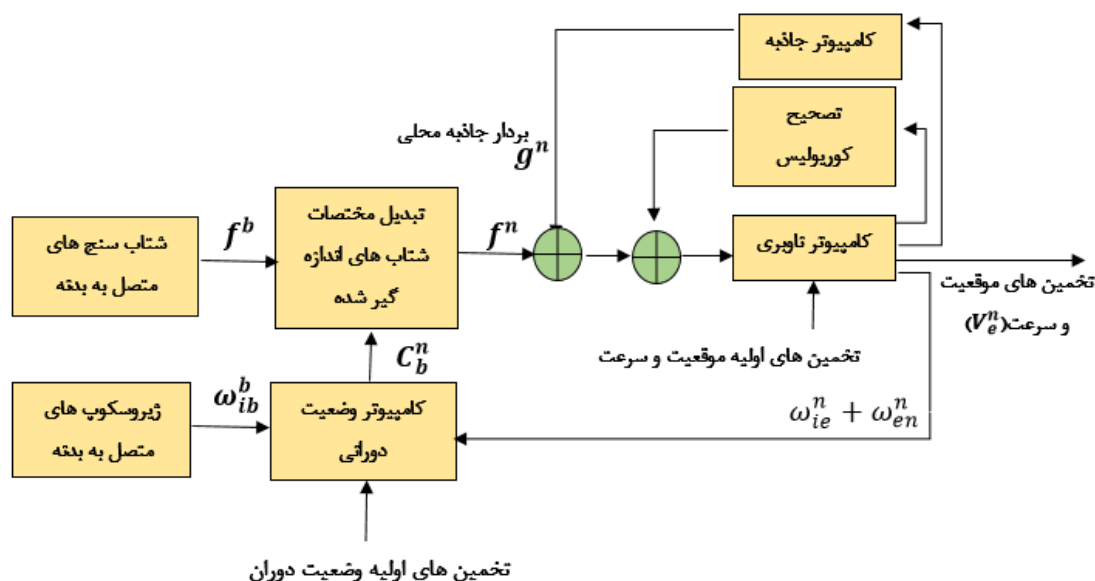
۳-۶- سازوکار مکانیزه دستگاه ناوبری جغرافیایی محلی

برای ناوبری در مسافت های طولانی در اطراف زمین، معمولاً به داده های ناوبری در دستگاه جغرافیایی محلی یا ناوبری، که قبلاً شرح داده شد، نیاز خواهد بود. موقعیت زمینی را می توان برحسب عرض جغرافیایی (درجه شمال یا جنوب) و طول جغرافیایی (درجه شرق یا غرب) نشان داد. شکل (۳-۵) این دستگاه مختصات را بر روی کره زمین نشان می دهد. خطوط ثابت عرض و طول جغرافیایی را مدار و نصف النهار نامند. داده های ناوبری برحسب مؤلفه های سرعت شمال و شرق، عرض و طول جغرافیایی و ارتفاع نسبت به سطح زمین نشان داده می شوند. هرچند چنین داده هایی را می توان با استفاده از تخمین های موقعیت تعیین شده با محاسبه سازوکار^۱ دستگاه اینرسی یا زمین که قبلاً گفته شد محاسبه کرد، اما این کار مستلزم تبدیل بیشتر کمیت های برداری V_e^i یا V_e^e است. از این گذشته مشکلاتی نیز در نمایش دقیق میدان جاذبه زمین در یک کامپیوتر پیش می آید. به دلایل فوق اغلب برای ناوبری در پیرامون زمین از سازوکار دستگاه ناوبری، که در اینجا به شرح آن پرداخته خواهد شد، استفاده می شود.



شکل (۳-۵) دستگاه مختصات جغرافیایی

¹ mechanism



شکل (۳-۶) سیستم ناوبری اینرسی متصل به بدنه- سازوکار مکانیزه دستگاه ناوبری جغرافیایی محلی [۲]

در این سازوکار، سرعت زمینی در مختصات ناوبری نمایش داده می شود که عبارت از V_e^n خواهد بود. نرخ تغییرات V_e^n نسبت به دستگاه ناوبری را می توان برحسب نرخ تغییرات آن نسبت به دستگاه اینرسی و به صورت زیر نشان داد:

$$\left. \frac{dv_e}{dt} \right|_n = \left. \frac{dv_e}{dt} \right|_i - (\omega_{ie} \times \omega_{en}) \times v_e \quad (۵-۳)$$

و نرخ تغییرات سرعت در دستگاه اینرسی برابر است با:

$$\left. \frac{dv_e}{dt} \right|_i = f - \omega_{ie} \times v_e - g_l \quad (۶-۳)$$

که در آن g_l شتاب گرانش محلی است. با جایگذاری رابطه (۶-۳) در (۵-۳) داریم:

$$\left. \frac{dv_e}{dt} \right|_n = f - [2\omega_{ie} \times \omega_{en}] \times v_e + g_l \quad (۷-۳)$$

رابطه فوق در دستگاه ناوبری به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{v}_e^n = C_b^n f^b - [2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n] \times v_e^n + g_e^n \quad (۸-۳)$$

به طوری که C_b^n ماتریس کسینوس هادی بوده و بردار نیروی ویژه را به دستگاه ناوبری تبدیل می کند. این ماتریس مطابق رابطه زیر محاسبه می شود:

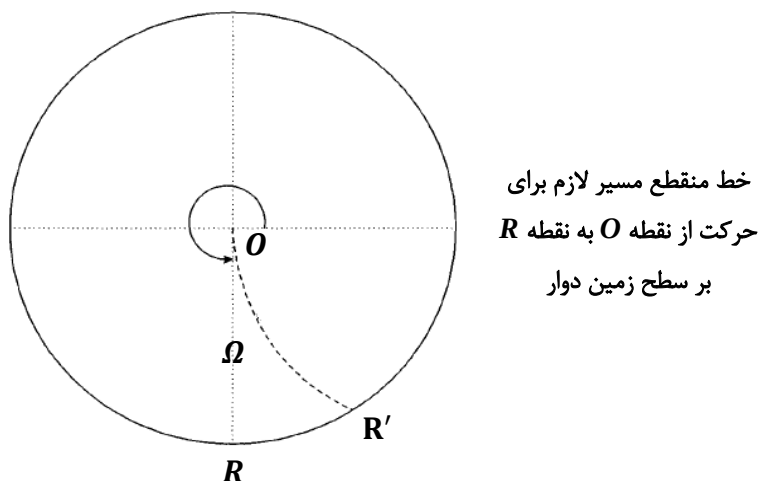
$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b \quad (۹-۳)$$

Ω_{nb}^b شکل مورب متقارن ω_{nb}^b یعنی سرعت بدنه نسبت به دستگاه ناوبری است.

این کار با تعیین تفاضل سرعت های اندازه گیری شده بدنه ω_{ib}^b و تخمین مؤلفه های سرعت دستگاه ناوبری ω_{in} انجام می شود. جمله بعدی از حاصل جمع سرعت زمین نسبت به دستگاه اینرسی و سرعت دوران دستگاه ناوبری نسبت به زمین به دست می آید، یعنی $\omega_{in} = \omega_{ie} + \omega_{en}$. بنابراین:

$$\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - C_n^b [\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n] \quad (۱۰-۳)$$

نمودار بلوکی نمایش دهنده سازوکار مکانیزه دستگاه ناوبری جغرافیایی در شکل (۳-۶) نشان داده شده است.



شکل (۳-۷) توصیف اثر شتاب کوریولیس [۲]

تعبیر فیزیکی جملات مختلف معادله ناوبری، رابطه (۳-۸)، اهمیت زیادی دارد. با توجه به معادله فوق می توان مشاهده کرد که نرخ تغییر سرعت نسبت به سطح زمین شامل جملات زیر است:

الف) نیروی ویژه وارد بر وسیله پرنده که توسط سه شتاب‌سنج واقع بر آن اندازه‌گیری می‌شود؛

ب) تصحیح شتاب ناشی از سرعت وسیله پرنده نسبت به زمین دوار، که معمولاً شتاب کوریولیس خوانده می‌شود. این پدیده به صورت دوبعدی در شکل (۷-۳) تصویر شده است. در توضیح لازم است بدانیم وقتی نقطه R از محور دوران فاصله می‌گیرد در اثر دوران زمین منحنی در فضا ایجاد می‌کند؛

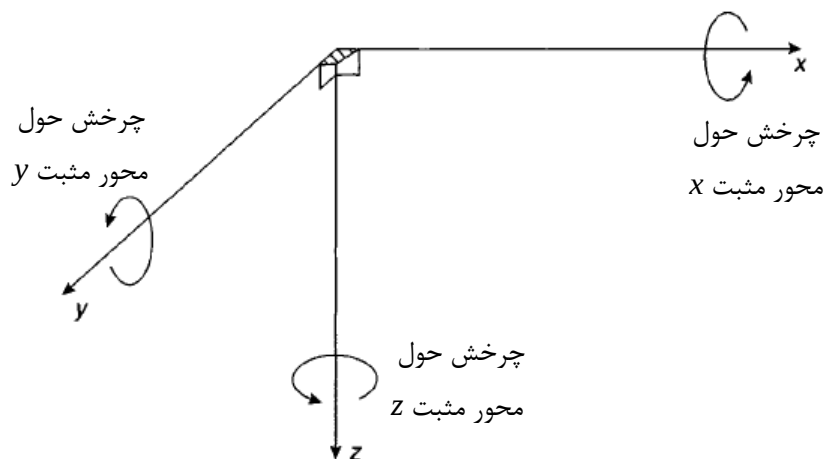
ج) تصحیح شتاب جانب مرکز وسیله پرنده ناشی از حرکت بر روی سطح زمین به عنوان مثال، جسم پرنده‌ای که از سمت شرق بر روی زمین حرکت می‌کند مسیر دایروی نسبت به دستگاه اینرسی تشکیل می‌دهد. برای دنبال کردن مسیر فوق، جسم پرنده در معرض نیرویی قرار می‌گیرد که به سمت مرکز زمین متمایل بوده و اندازه آن معادل حاصل ضرب جرم، سرعت خطی و سرعت دوران جسم پرنده نسبت به زمین می‌باشد؛

د) تصحیح نیروی جاذبه ظاهری مؤثر بر وسیله پرنده که شامل تصحیح نیروی جاذبه ناشی از جاذبه جرمی زمین و شتاب جانب مرکز جسم پرنده در اثر دوران زمین است. جمله دوم حتی در صورت ساکن بودن وسیله پرنده نسبت به زمین نیز وجود دارد، چون مسیری که جسم پرنده در فضا دنبال می‌کند دایروی است.

۷-۳- نمایش‌های وضعیت دورانی در سامانه‌های ناوبری متصل به

بدنه

اکنون روش‌هایی را در نظر می‌گیریم که در آن‌ها مجموعه‌ای از حس‌گرهای ژيروسکوپی متصل به بدنه برای تشکیل دستگاه مختصات مرجع وسیله پرنده‌ای با قابلیت دوران در کلیه جهتها، استفاده شده باشد. وضعیت دورانی جسم پرنده نسبت به دستگاه مرجع موردنظر را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از اعداد در کامپیوتر داخلی جسم ذخیره کرد. وقتی وسیله پرنده دوران می‌کند وضعیت دورانی آن با استفاده از سرعت دوران تعیین شده توسط ژيروسکوپ‌ها به‌هنگام می‌شود.



شکل (۸-۳) تعریف دوران حول محورها [۲]

دستگاه‌های مختصاتی که در طول بحث به آن‌ها اشاره شد و در ادامه از آن‌ها استفاده می‌شود متعامد راست‌گرد بوده و از دید ناظری که در مبدأ آن‌ها ایستاده، دوران حول هر یک از محورها در جهت عقربه‌های ساعت مطابق شکل (۸-۳) مثبت فرض می‌شود. دوران منفی در جهت عکس عمل می‌کند یعنی در خلاف جهت عقربه‌های ساعت است. لازم به ذکر است که تغییر وضعیت دورانی بدنه ناشی از دوران متوالی حول محورهای مختلف نه تنها تابع اندازه زاویه دوران است بلکه به ترتیب دوران نیز وابسته است. پارامترهای مربوط به هر روش، در کامپیوتر ذخیره شده و با دوران وسیله پرنده و بر مبنای سرعت دوران تعیین شده توسط ژيروسکوپ‌های متصل به بدنه به‌هنگام می‌شود. سه روش نمایش وضعیت دورانی عبارت‌اند از:

(الف) کسینوس‌های هادی: ابعاد ماتریس کسینوس‌های هادی 3×3 بوده و ستون‌های آن تصویربردارهای یک دستگاه بدنی در امتداد محورهای دستگاه مرجع هستند.

(ب) زوایای اوایلر^۱: تبدیل یک دستگاه مختصات به دستگاه مختصات دیگر به وسیله سه دوران متوالی حول سه محور تعیین می‌شود. نمایش زاویه اوایلر شاید یکی از ساده‌ترین روش‌های مبتنی بر مفاهیم فیزیکی باشد. سه زاویه دوران متناظر با زوایای اندازه‌گیری شده، بین سه قاب مکانیکی نگه‌دارنده یک بخش پایدار می‌باشند به طوری که محورهای اجزای پایدار دستگاه مرجع را نمایش می‌دهند.

(ج) کواترنین‌ها^۲: استفاده از کواترنین‌ها برای نمایش وضعیت دورانی این امکان را فراهم می‌کند که بتوان تنها با یک دوران حول برداری که در دستگاه مختصات مرجع تعریف می‌شود، یک دستگاه مختصات را

¹ Euler

² Quaternion

به دستگاه مختصات دیگر تبدیل نمود. کوتاهترین‌ها مؤلفه‌های بردار چهار عنصری بوده و تابعی از اندازه و راستای بردار دوران می‌باشند.

در این پایان‌نامه از نمایش ماتریس کسینوس هادی و زوایایی اویلر استفاده می‌شود.

۳-۷-۱- ماتریس کسینوس‌های هادی

ابعاد ماتریس کسینوس هادی که در اینجا بانماد C_b^n نشان داده می‌شود 3×3 بوده و ستون‌های آن تصویر بردارهای یکه دستگاه بدنی در امتداد دستگاه مرجع می‌باشند ماتریس C_b^n را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$C_b^n = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (11-3)$$

عنصر ردیف i ام و ستون j ام، کسینوس زاویه بین محور i دستگاه مرجع و محور j دستگاه بدنی را نمایش می‌دهد.

۳-۷-۱-۱- استفاده از ماتریس کسینوس هادی برای تبدیل بردار

کمیت برداری تعریف شده در دستگاه بدنی r^b را می‌توان با پیش ضرب کردن آن در ماتریس کسینوس هادی به دستگاه مرجع تبدیل کرد:

$$r^a = C_b^n r^b \quad (12-3)$$

۳-۷-۱-۲- بسط ماتریس کسینوس هادی در حوزه زمان

سرعت تغییرات C_b^n برحسب زمان با معادله زیر داده می‌شود:

$$\dot{C}_b^n = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta C_b^n}{\delta t} \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{C_b^n(t + \delta t) - C_b^n(t)}{\delta t} \quad (13-3)$$

به طوری که $C_b^n(t)$ و $C_b^n(t + \delta t)$ نماد ماتریس کسینوس هادی در لحظات $t + \delta, t$ هستند. $C_b^n(t + \delta t)$ را می‌توان به صورت حاصل ضرب دو ماتریس زیر نوشت

$$C_b^n(t + \delta t) = C_b^a(t)A(t) \quad (۱۴-۳)$$

به طوری که $A(t)$ ماتریس کسینوس هادی است که ارتباط بین دستگاه b را در لحظات t و $t + \delta t$ نشان می‌دهد. به ازای دوران کوچک $A(t)$ را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$A(t) = [I + \delta\Psi] \quad (۱۵-۳)$$

به طوری که I ماتریس واحد 3×3 بوده و

$$\delta\Psi = \begin{bmatrix} 0 & -\delta\Psi & \delta\theta \\ \delta\Psi & 0 & -\delta\phi \\ -\delta\theta & \delta\phi & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۶-۳)$$

به طوری که $\delta\Psi, \delta\theta, \delta\phi$ زاویه‌های دوران کوچک دستگاه b در فاصله زمانی δt و به ترتیب حول محورهای سمت، فراز و چرخ هستند. در صورتی که δt به سمت صفر میل کند، تقریب زاویه کوچک معتبر بوده و ترتیب دوران اهمیت خود را از دست خواهد داد.

با جایگزینی $C_b^n(t + \delta t)$ در رابطه (۱۳-۳) رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\Psi}{\delta t} \quad (۱۷-۳)$$

حد $\delta\Psi/\delta t$ وقتی $\delta t \rightarrow 0$ میل می‌کند صورت موب متقارن بردار سرعت زاویه‌ای، $\omega_{eb}^b = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ است که سرعت دوران دستگاه b نسبت به دستگاه n را در دستگاه بدنی نشان می‌دهد، یعنی:

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\Psi}{\delta t} = \Omega_{eb}^b \quad (۱۸-۳)$$

با جایگزینی معادله فوق در رابطه (۱۷-۳) رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b \quad (۱۹-۳)$$

به طوری که:

$$\Omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (۲۰-۳)$$

با حل رابطه (۳-۱۹) در کامپیوتر سیستم ناوبری اینرسی متصل به بدنه، می‌توان منحنی تغییرات وضعیت دورانی بدنه نسبت به دستگاه مختصات موردنظر را تعیین نمود. مؤلفه‌های این رابطه ماتریسی عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned}\dot{C}_{11} &= C_{12}\omega_z - C_{13}\omega_y & \dot{C}_{12} &= C_{13}\omega_x - C_{11}\omega_z & \dot{C}_{13} &= C_{11}\omega_y - C_{12}\omega_x \\ \dot{C}_{21} &= C_{22}\omega_z - C_{23}\omega_y & \dot{C}_{22} &= C_{23}\omega_x - C_{21}\omega_z & \dot{C}_{23} &= C_{21}\omega_y - C_{22}\omega_x \\ \dot{C}_{31} &= C_{32}\omega_z - C_{33}\omega_y & \dot{C}_{32} &= C_{33}\omega_x - C_{31}\omega_z & \dot{C}_{33} &= C_{31}\omega_y - C_{32}\omega_x\end{aligned}\quad (۳-۲۱)$$

۳-۷-۲- زوایای اویلر

دو دستگاه مختصات را می‌توان با استفاده از سه دوران متوالی حول سه محور به یکدیگر تبدیل کرد. به‌عنوان مثال انتقال دستگاه مرجع به دستگاه مختصات جدید را می‌توان با دوران زیر نشان داد:

دوران حول محور z دستگاه مرجع به‌اندازه زاویه Ψ

دوران حول محور y دستگاه جدید به‌اندازه زاویه θ

دوران حول محور x دستگاه جدید به‌اندازه زاویه $\emptyset$

به‌طوری که Ψ ، θ و $\emptyset$ زوایای دوران اویلر نامیده می‌شوند مقبولیت نمایش اویلر به دلیل ارزش مفهوم فیزیکی آن است که متناظر با زوایایی است که توسط پیکاف‌های زاویه‌ای بین سه قاب سیستم ناوبری اینرسی صفحه پایدار اندازه‌گیری می‌شوند.

۳-۷-۲-۱- استفاده از زوایای اویلر برای انتقال بردار

سه دوران فوق را می‌توان به‌صورت ریاضی با سه ماتریس کسینوس هادی مستقل که به‌صورت زیر تعریف می‌شوند نمایش داد: دوران حول محور z به‌اندازه زاویه Ψ :

$$C_1 = \begin{bmatrix} \cos\Psi & \sin\Psi & 0 \\ -\sin\Psi & \cos\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\quad (۳-۲۲)$$

دوران حول محور y به اندازه زاویه θ :

$$C_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (23-3)$$

دوران حول محور X به اندازه زاویه $\emptyset$:

$$C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\emptyset & \sin\emptyset \\ 0 & -\sin\emptyset & \cos\emptyset \end{bmatrix} \quad (24-3)$$

بر این اساس تبدیل دستگاه مرجع به دستگاه بدنی به صورت حاصل ضرب سه تبدیل مستقل فوق و با رابطه زیر نشان داده می شود:

$$C_n^b = C_3 C_2 C_1 \quad (25-3)$$

همین طور می توان تبدیل معکوس دستگاه بدنی به دستگاه مرجع را با رابطه زیر نشان داد:

$$C_b^n = C_n^{b^T} = C_1^T C_2^T C_3^T \quad (26-3)$$

$$C_b^n = \begin{bmatrix} \cos\Psi & \sin\Psi & 0 \\ -\sin\Psi & \cos\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\emptyset & \sin\emptyset \\ 0 & -\sin\emptyset & \cos\emptyset \end{bmatrix} \quad (27-3)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\Psi & -\cos\emptyset\sin\Psi + \sin\emptyset\sin\theta\cos\Psi & \sin\emptyset\sin\Psi + \cos\emptyset\sin\theta\cos\Psi \\ \cos\theta\sin\Psi & \cos\Psi & -\sin\emptyset\cos\Psi + \cos\emptyset\sin\theta\sin\Psi \\ -\sin\theta & 0 & \cos\emptyset\cos\theta \end{bmatrix}$$

ماتریس فوق همان ماتریس کسینوس هادی داده شده با رابطه (۱۱-۳) است که برحسب زوایای اوایلر نشان داده شده است.

به ازای دوران های کوچک $\sin\Psi \rightarrow \Psi$, $\sin\theta \rightarrow \theta$, $\sin\emptyset \rightarrow \emptyset$ و کسینوس های سه زاویه نیز به سمت یک میل می کند. با اعمال تقریب های فوق به رابطه (۲۷-۳) و صرف نظر از جملات ضریبی که قابل چشم پوشی هستند، ماتریس کسینوس هادی داده شده با دوران های اوایلر به صورت ماتریس مورب متقارن تقریبی زیر ساده می شود:

$$C_b^n = \begin{bmatrix} 1 & -\Psi & \theta \\ \Psi & 1 & -\emptyset \\ -\theta & \emptyset & 1 \end{bmatrix} \quad (28-3)$$

۳-۷-۲-۲- بسط زوایای اویلر در حوزه زمان

به دنبال شباهت بین زاویه قابها و زوایای اویلر که در بخش قبل بدان اشاره شد Ψ ، θ و ϕ زاویه قابها و $\dot{\Psi}$ ، $\dot{\theta}$ و $\dot{\phi}$ سرعت قابها خواهند بود. رابطه بین سرعت قابها و سرعتهای بدنی $\omega_z, \omega_y, \omega_x$ به صورت زیر می باشد:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_3 \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + C_3 C_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} \quad (۳-۲۹)$$

رابطه ماتریسی فوق را می توان به سه رابطه زیر تفکیک کرد:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= (\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi) \tan \theta + \omega_x \\ \dot{\theta} &= \omega_y \cos \phi - \omega_z \sin \phi \\ \dot{\Psi} &= (\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi) \sec \theta \end{aligned} \quad (۳-۳۰)$$

با حل روابط فوق نسبت به دستگاه مرجع موردنظر در یک سیستم متصل به بدنه، می توان دورانهای اویلر را در هر لحظه محاسبه کرد. با وجود این استفاده از زوایای اویلر محدود می باشد زیرا جواب معادلات $\dot{\phi}$ و $\dot{\Psi}$ به ازای $\theta = \pm 90^\circ$ نامعین می گردد.

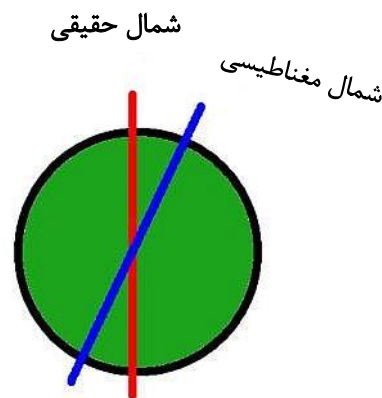
۳-۷-۳- رابطه بین کسینوسهای هادی، زوایای اویلر

زوایای اویلر را می توان مستقیماً از روی کسینوسهای هادی به صورتی که در زیر تشریح می شود تعیین کرد. در شرایطی که θ معادل با زاویه 90° درجه نباشد زوایای اویلر با استفاده از روابط زیر تعیین می شوند:

$$\begin{aligned} \phi &= \arctan \left\{ \frac{C_{32}}{C_{33}} \right\} \\ \theta &= \arcsin \{ -C_{31} \} \\ \Psi &= \arctan \left\{ \frac{C_{21}}{C_{11}} \right\} \end{aligned} \quad (۳-۳۱)$$

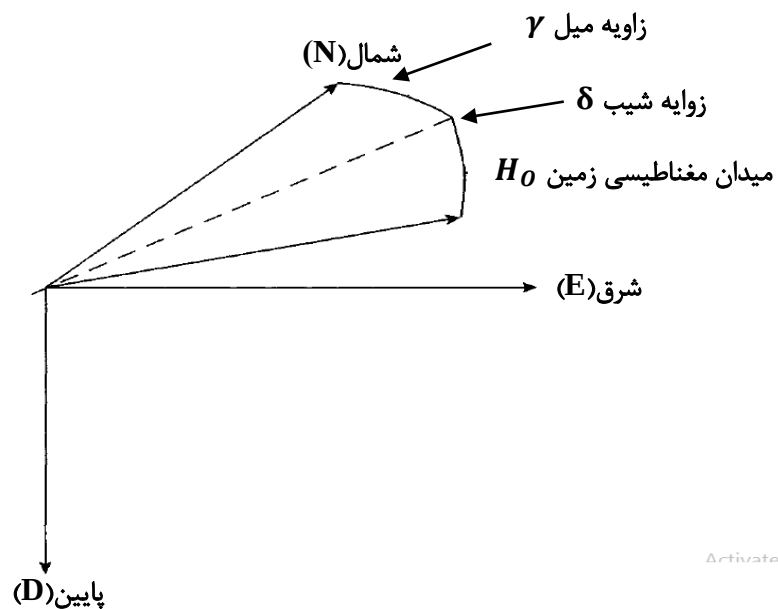
۳-۸- میدان مغناطیسی زمین

زمین دارای میدان مغناطیسی مشابه با آهن ربای میله‌ای است که قطب‌های آن را در نزدیک محور دو رانش قرار گرفته‌اند که در نزدیک شمال حقیقی قرار گرفته‌اند که باید به این نکته توجه داشت که شمال حقیقی با شمال مغناطیسی با یکدیگر تفاوت دارند و در نزدیکی هم قرار گرفته‌اند که می‌توان در شکل (۳-۹) این نکته را مشاهده کرد. شمال مغناطیسی توسط حس‌گرهای میدان مغناطیسی و قطب‌نما تعیین می‌شود. می‌تواند به‌عنوان یک مرجع مناسب مورد استفاده قرار گیرد متأسفانه زاویه بین شمال حقیقی و شمال مغناطیسی ثابت نمی‌باشد. این زاویه تابع موقعیت زمینی بوده و به‌طور آهسته با گذشت زمین تغییر می‌کند اما جبران اثرات فوق امکان‌پذیر است.



شکل (۳-۹) نمای از تفاوت شمال حقیقی و شمال مغناطیسی

امتداد میدان مغناطیسی در هر نقطه‌ای از سطح زمین برحسب جهت آن نقطه به شمال حقیقی، زاویه میل مغناطیسی نام دارد (زاویه بین تصویر میدان مغناطیسی زمین در سطح افق و شمال جغرافیایی) که با γ نشان می‌دهند. زاویه آن نقطه نسبت به افق زاویه‌ی شیب خوانده می‌شود (زاویه میدان مغناطیسی نسبت به سطح افق) که با δ نشان می‌دهند که در شکل (۳-۱۰) نشان داده شده‌اند. وسیله‌ای که حس‌گر بر روی آن نصب می‌شود تقریباً همیشه دارای میدان مغناطیسی است که تمایز آن از میدان مغناطیسی زمین غیرممکن است به همین دلیل جبران اثر فوق و نیز عوامل دیگری که در بالا به آن‌ها اشاره شد الزامی خواهد بود [2,16].



شکل (۳-۱۰) نمای از مؤلفه‌های میدان مغناطیسی زمین

یک حس‌گر سه محور برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی زمین در دستگاه بدنه بر روی یک وسیله نصب می‌شود که با استفاده از ماتریس انتقال بین دو دستگاه، اطلاعات خوانده‌شده از حس‌گر را از هر کدام از دستگاه‌ها به دستگاه دیگر به صورت زیر انتقال داد:

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = C_n^b \begin{bmatrix} h_n \\ h_e \\ h_d \end{bmatrix} = C_n^b \begin{bmatrix} H_0 \cos(\delta) \cos(\gamma) \\ H_0 \sin(\gamma) \cos(\delta) \\ H_0 \sin(\delta) \end{bmatrix} \quad (۳-۳۲)$$

فصل چهار

معادلات دینامیکی سیستم و صافی کالمن

۴-۱- معادلات دینامیکی سیستم

همه سامانه‌های تعیین وضعیت با فرض معلوم بودن مؤلفه‌های دو بردار، در دو یا چند دستگاه مختصات کار می‌کنند. بردار جاذبه و بردار میدان مغناطیسی زمین دو بردار متداول، در سامانه‌های تعیین وضعیت اجسام شناور هستند. این بردارها در دستگاه مختصات افق محلی و یا ناوبری بر اساس مدل‌های ریاضی معلوم بوده و تغییرات آن‌ها در محدوده جغرافیایی مشخص بسیار کم است. بنابراین در تعیین وضعیت می‌توان از آن‌ها استفاده نمود. این دو بردار به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$g^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

$$m^n = \begin{bmatrix} H_o \cos(\delta) \cos(\gamma) \\ H_o \sin(\gamma) \cos(\delta) \\ H_o \sin(\delta) \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

که در آن g اندازه بردار جاذبه زمین، δ زاویه میدان مغناطیسی زمین نسبت به سطح افقی و γ زاویه بین تصویر میدان مغناطیسی زمین در سطح افق و شمال جغرافیایی است. اگر ماتریس دوران از دستگاه ناوبری به بدنی C_n^b نمایش داده شود، بنابراین:

$$g^b = c_n^b g^n \quad (3-4)$$

$$m^b = c_n^b m^n \quad (4-4)$$

البته باید در نظر داشته باشیم که:

$$g^i = c_n^i g^n \quad (5-4)$$

$$\dot{c}_b^i = c_b^i (\omega_{ib}^b \times) \quad (6-4)$$

$$c_i^b = (c_b^i)^T \quad (7-4)$$

همچنین با مشتق‌گیری از روابط (۳-۴) و (۴-۴) می‌توان نوشت:

$$\dot{g}^b = -\omega_{ib}^b \times g^b \quad (8-4)$$

$$\dot{m}^b = -\omega_{ib}^b \times m^b \quad (9-4)$$

که در آن بردار ω_{ib}^b سرعت زاویه‌های دستگاه بدنی نسب به اینرسی است. برای ژيروسکوپ خروجی حس‌گرهای آن به صورت زیر مدل سازی می شود [18]:

$$\tilde{\omega}_{ib}^b = \hat{\omega}_{ib}^b + b_w + \delta\omega^b \quad (10-4)$$

در توضیح باید اشاره کرد؛ $\tilde{\omega}_{ib}^b$ خروجی خام ژيروسکوپ، $\hat{\omega}_{ib}^b$ خروجی جبران شده ژيروسکوپ‌ها، b_w بایاس قابل جبران ژيروسکوپ‌ها و $\delta\omega^b$ نویز تصادفی با میانگین صفر و کوواریانس مشخص ژيروسکوپ‌ها است. در ادامه بایاس قابل جبران ژيروسکوپ‌ها توسط رابطه تقریب مارکوف مدل سازی می شود که از رابطه زیر به دست می آید [15]:

$$\dot{b}_w = -\frac{1}{\tau_w} b_w + \frac{1}{\tau_w} w_b \quad (11-4)$$

τ_b ثابت زمانی تغییرات بایاس ژيروسکوپ w_b نویز تصادفی با میانگین صفر و کواریانس معلوم می باشد. از طرفی رابطه خروجی شتاب سنج‌ها با بردار گرانشی به صورت زیر می باشد:

$$f^b = -g^b \quad (12-4)$$

با جایگذاری رابطه (10-4) در عبارت‌های (9-4) و (8-4) می توان نوشت:

$$\dot{g}^b = (-\hat{\omega}_{ib}^b - b_w - \delta\omega^b) \times g^b \quad (13-4)$$

$$\dot{m}^b = (-\hat{\omega}_{ib}^b - b_w - \delta\omega^b) \times m^b \quad (14-4)$$

معادلات (11-4)، (13-4) و (14-4) می توانند دینامیک تغییرات میدان جاذبه و مغناطیسی زمین و همچنین تغییرات بایاس ژيروسکوپ‌ها را مدل سازی کنند. دینامیک تغییرات میدان‌های جاذبه و مغناطیسی زمین توسط معادلات زیر مدل شود:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (15-4)$$

$$x = [(m^b)^T \quad (-f^b)^T \quad (b_w)^T]^T \quad (16-4)$$

$$A = \begin{bmatrix} [-\hat{\omega}_{ib}^b \times] & 0_{3 \times 3} & [m^b \times] \\ 0_{3 \times 3} & [-\hat{\omega}_{ib}^b \times] & [-f^b \times] \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & -\frac{1}{\tau_w} \end{bmatrix} \quad (17-4)$$

$$B = \begin{bmatrix} [m^b \times] & 0_{3 \times 3} \\ [-f^b \times] & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \frac{1}{\tau_w} \end{bmatrix} \quad (18-4)$$

$$u = \begin{bmatrix} \delta \omega^b \\ w_b \end{bmatrix} \quad (19-4)$$

در معادلات (۱۵-۴) تا (۱۹-۴) مدل خطی سیستم را مدل سازی می گردد. شکل گسسته این معادلات به صورت زیر خواهد بود:

$$x_k = Fx_{k-1} + Gw_{k-1} \quad (20-4)$$

$$F \cong I + \Delta t + \Delta t^2 A^2 \quad (21-4)$$

$$G = \Delta t B \quad (22-4)$$

معادلات (۱۰-۴) تا (۱۲-۴) می توانند بردار میدان مغناطیسی، بردار جاذبه و بردار بایاس ژيروسکوپها را در طول زمان مدل سازی کنند.

۴-۲- معادلات اندازه گیری سیستم

در سیستم طراحی شده، خروجی شتاب سنجها و مغناطیس سنجها در معادلات اندازه گیری به صورت زیر ظاهر خواهند شد:

$$\tilde{f}^b = f^b + \delta f^b \quad (23-4)$$

$$\tilde{m}^b = m^b + \delta m^b \quad (24-4)$$

که در آن δf^b , δm^b نویزهای سفید شتاب سنج و مغناطیس سنجها می باشند. همچنین f^b شتاب وارد بر سیستم است.

۴-۳- صافی کالمن استاندارد

صافی کالمن استاندارد در فضای گسسته به صورت زیر خطی سازی می شود:

$$x_k = Fx_{k-1} + Gw_{k-1} \quad (25-4)$$

$$z_k = Hx_k + V_k \quad (26-4)$$

که در آن x_k متغیر حالت، w_{k-1} ورودی تصادفی با میانگین صفر و کوواریانس Q_K و v_k ورودی تصادفی با میانگین صفر و کوواریانس R_k باشد. ماتریس های F ، G و H ماتریس های معلوم و z_k بردار اندازه گیری و معلوم فرض می شوند. شرایط اولیه دارای میانگین $\hat{x}_0$ و کوواریانس P_0 فرض می شود و ماتریس K نیز ماتریس بهره¹ صافی است. الگوریتم صافی کالمن برای سامانه های خطی گوسی یک تخمین گر بهینه بوده و الگوریتم آن دارای دو مرحله پیش بینی و به هنگام کردن میانگین و کوواریانس است. مرحله پیش بینی به صورت زیر تعریف می گردد [۱۵، ۱۹]:

$$\hat{x}_k^- = F\hat{x}_{k-1}^- \quad (27-4)$$

$$P_k^- = FP_{k-1}F^T + GQG^T \quad (28-4)$$

و مرحله به هنگام کردن میانگین و کوواریانس بدین شکل است:

$$K = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (29-4)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (30-4)$$

$$P_k = P_k^- - K(HP_k^- H^T + R)K^T \quad (31-4)$$

این الگوریتم یک الگوریتم دومرحله ای است که در مرحله پیشگویی با توجه به اطلاعات موجود میانگین و کوواریانس، حالت های اولیه را تخمین زده و در مرحله بعدی تصحیح می گردد.

¹ gain

۴-۴- قضیه وهبا

در ریاضیات کاربردی مسئله وهبا برای اولین بار در سال ۱۹۶۵ توسط گریس وهبا^۱ مطرح شد. این مسئله حاصل یک تلاش ریاضی، جهت پیدا کردن یک ماتریس چرخشی (ماتریس متعامد خاص) بین دو دستگاه مختصات بر اساس یک مجموعه از وزن‌ها و بردارهای مشاهدات است. هرگاه حداقل سه بردار از یک دستگاه و سه بردار از دستگاه دیگری را داشته باشیم، از تقسیم آن بردارها بر یکدیگر می‌توان ماتریس انتقال متعامد بین این دو دستگاه را به دست آورد. تابع هزینه این عملیات ریاضی به صورت زیر است:

$$J(R) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k_i |W_i - RV_i|^2 \quad (۴-۳۲)$$

که در آن $W_i \in R^3$ و $V_i \in R^3$ و k_i مجموع وزن‌ها می‌باشد. همچنین باید $|w_i| = 1$ ، $|v_i| = 1$ و مجموع وزن‌ها برابر با یک باشد. با حل تابع هزینه رابطه (۴-۳۲) می‌توان ماتریس انتقال R را به دست آورد [۲۰]:

$$R = WV^{-1} \quad (۴-۳۳)$$

۴-۵- تخمین وضعیت با استفاده از قضیه وهبا و بردارهای جاذبه و

میدان مغناطیسی زمین

با استفاده از تخمین‌های فراهم‌شده توسط صافی کالمن، تخمین وضعیت با استفاده از قضیه وهبا انجام می‌گیرد. صافی کالمن وظیفه تخمین $\hat{m}_b$ و $\hat{f}_b$ را دارد. بنابراین مقادیر m^n و g^n توسط مدل‌های ریاضی معلوم می‌باشند.

حال با توجه به قضیه وهبا که در بالا تعریف شد می‌توان یک ماتریس 3×3 حاوی سه بردار را به دست آورد. بردار اول ماتریس مذکور خروجی‌های حس‌گر مغناطیس‌سنج، بردار دوم آن خروجی‌های حس‌گر شتاب‌سنج و بردار سوم آن را می‌توان ضرب خارجی دو بردار ذکرشده تعریف کرد. ماتریس 3×3 دیگر

² Griss Vahba

برای استفاده از قضیه وهبا را می‌توان به همین صورت و بر اساس مقادیر نامی شتاب گرانش زمین و شدت میدان مغناطیسی تعریف کرد :

$$B^b = [m^b \quad f^b \quad (f^b \times m^b)] \quad (34-4)$$

$$N^n = [m^n \quad f^n \quad (f^n \times m^n)] \quad (35-4)$$

$$B^b = C_n^b N^n \quad (36-4)$$

با ضرب طرفین رابطه (36-4) در معکوس ماتریس N^n روابط زیر به دست می‌آیند:

$$C_n^b = B^b (N^n)^{-1} \quad (37-4)$$

$$C_b^n = ((N^n)^{-1})^T (B^b)^T \quad (38-4)$$

اگر $m^n = [h_n \ h_e \ h_d]^T$ و $f^n = [0 \ 0 \ -g]^T$ ، با داشتن ماتریس تبدیل از دستگاه بدنی به ناوبری که از رابطه (37-4) قابل محاسبه است، می‌توان زوایای اوپلر را تعیین نمود.

در نهایت ماتریس انتقال از دستگاه بدنه به جغرافیایی برابر است با :

$$C_b^n = \begin{bmatrix} \frac{h_n}{h_n^2+h_e^2} & \frac{h_n h_d}{g(h_n^2+h_e^2)} & \frac{h_e}{g(h_n^2+h_e^2)} \\ \frac{h_e}{h_n^2+h_e^2} & \frac{h_d h_e}{g(h_n^2+h_e^2)} & -\frac{h_n}{g(h_n^2+h_e^2)} \\ 0 & -\frac{1}{g} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (m^b)^T \\ (f^b)^T \\ (f^b \times m^b)^T \end{bmatrix} \quad (39-4)$$

می‌توان برای دقیق کردن ماتریس انتقال C_n^b ماتریس‌های B^b و N^n تعریف شده در روابط (34-4)، (35-4) را به صورت زیر تغییر داد:

$$B^b = [m^b \quad f^b \times m^b \quad (f^b \times m^b) \times m^b] \quad (40-4)$$

$$N^n = [m^n \quad f^n \times m^n \quad (f^n \times m^n) \times m^n] \quad (41-4)$$

در ادامه می‌توان با استفاده از روابط بین ماتریس کسینوس هادی و زوایا اوپلر که در فصل چهار بیان شد و برابر هستند با:

$$\phi = \arctan\left\{\frac{C_{32}}{C_{33}}\right\} \quad (42-4)$$

$$\theta = \arcsin\{-C_{33}\}$$

$$\psi = \arctan\left\{\frac{C_{21}}{C_{11}}\right\}$$

سه زاویه‌ی غلت و فراز و سمت را با استفاده از ماتریس انتقال از دستگاه بدنه به جغرافیایی به دست آورد. همچنین برای نرمال کردن ماتریس انتقال می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد [۱۷]:

$$C_n^b(n+1) = \frac{3}{2}C_n^b(n) - \frac{1}{2}C_n^b(n)C_n^b(n)^T C_n^b(n) \quad (43-4)$$

نکته: در تمام معادلات به دلیل ارزان‌قیمت بودن حس‌گرها و پایین بودن دقت اندازه‌گیری از اثرات شتاب کوریولیس و سرعت زاویه‌ی زمین صرف‌نظر شده است.

فصل پنجم

خطاهای حس‌گری و کالیبراسیون

۵-۱- مقدمه

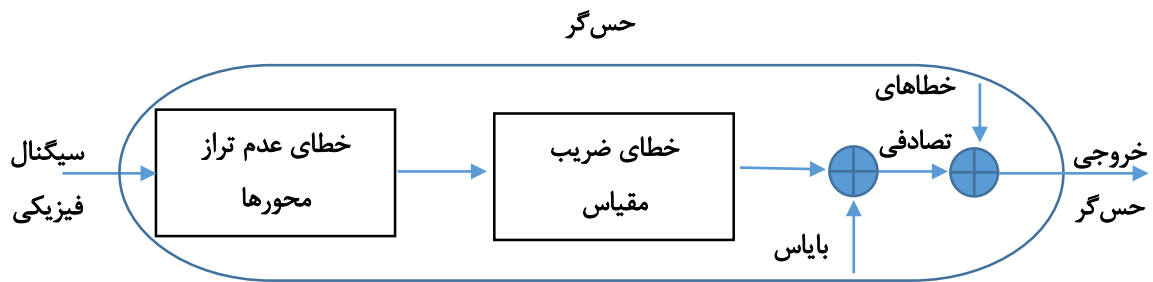
سامانه‌های ناوبری شامل مجموعه‌ای از حس گر‌ها می‌باشند. می‌توان با استفاده از آن‌ها موقعیت، سرعت و جهت حرکت و وضعیت یک وسیله نقلیه را به دست آورد. پیشرفت‌های اخیر در ساخت حس گر‌ها بر مبنای فناوری ممز، برای سازندگان امکان تهیه سامانه‌های ناوبری اینرسی کوچک و سبک را فراهم نموده است. و از طرفی خروجی این مدل از حس گر‌ها دچار خطاهای بیشتر می‌باشند. شناسایی و حذف این خطاها برای این نوع از حس گر‌ها دارای اهمیت شایانی است. تمام حس گر‌ها دارای دو مشخصه مهم هستند. دقت یک حس گر که بیانگر قابلیت اندازه‌گیری آن حس گر برای تحویل نتایج تا اندازه ممکن نزدیک به واقعیت است و صحت یک حس گر که معیاری از مشابهت مقادیر اندازه‌گیری شده از یک متغیر در تکرارهای مختلف است. دقت را می‌توان به‌عنوان بیشترین انحراف مقدار اندازه‌گیری شده از مقدار واقعی نیز تعریف نمود [۲۱]. متداول است که در مشخصات یک حس گر، به مقدار عدم دقت آن و به شکل درصدی از قرائت کامل اشاره می‌شود [۲۲].

با احتساب تمام اصولی که در مراحل طراحی و ساخت حس گر‌ها رعایت می‌شود، همواره دو دسته خطا در خروجی آن‌ها وجود دارد:

- خطاهای قطعی (ثابت)

- خطاهای تصادفی

خطاهای سیستمی یا قطعی که ثابت هستند و خطاهای تصادفی که به علت تغییرات مداوم، امکان مدل‌سازی و جبران کامل آن‌ها وجود ندارد [۲۳]. خطاهای ثابت را به علت تکرارپذیر بودنشان می‌توان به‌وسیله یک فرآیند مناسب کالیبراسیون تصحیح نمود که در بخش‌های بعدی به‌تفصیل بیان می‌شوند. که خطاهای تصادفی (نویز حس گر‌ها) را می‌توان با استفاده از روش واریانس آلن شناسایی کرد و آن‌ها را با استفاده از یک صافی کالمن، که بر اساس همین خطاهای شناسایی‌شده تنظیم می‌کنند، حذف کرد. در شکل (۵-۱) نمای از خطای های یک حس گر را مشاهده می‌کنید.



شکل (۵-۱) نمای از خطاهای حس گر

۵-۲- خطاهای ثابت

خطای ثابت به آن دسته از خطاها اطلاق می‌گردد که باگذشت زمان تغییرات چشمگیری نمی‌کند. به‌طور مثال می‌توان خطاهای ساخت و خطاهای استفاده را به‌نوعی در طبقه خطای ثابت قرارداد که این خطاها باعث کاهش صحت حس گرها می‌شوند. مهم‌ترین این خطاها در حس گرهای اینرسی شامل:

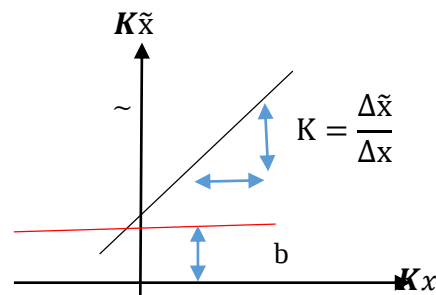
- **خطای بایاس:** این خطا زمانی وجود دارد که هیچ سیگنال فیزیکی به محوره‌های ورودی حس گر اعمال نشود، اما حس گر از خود خروجی نشان می‌دهد.
- **خطای ضریب مقیاس:** خطای ضریب مقیاس یا همان بهره حساسیت آن به ورودی است که به‌صورت تغییرات خروجی حس گر به سیگنال ورودی به حس گر است.
- **خطای عدم تراز محورها:** انحراف ایجادشده در محوره‌های حس گرهای سه محور که متعامد بودن محوره‌های حس گر را به هم می‌ریزد.

اگر خروجی یک حس گر را به شکل خطی در نظر بگیرید در این صورت مطابق شکل (۵-۲) در حالتی که x یک سیگنال فیزیکی فرض می‌شود که در راستای محوره‌های حس گر اعمال می‌شود و $\tilde{x}$ نیز خروجی حس گر است، و با توجه به اینکه حس گرهای مورد استفاده شده در این پایان‌نامه سه محوره هستند، با صرف نظر کردن از خطای غیرخطی بودن می‌توان نوشت:

$$\tilde{x} = Kx + b$$

$$K = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \quad (۵-۱)$$

که در بالا b بایاس حس گر و K بهره یا همان خطای ضریب مقیاس می باشد.

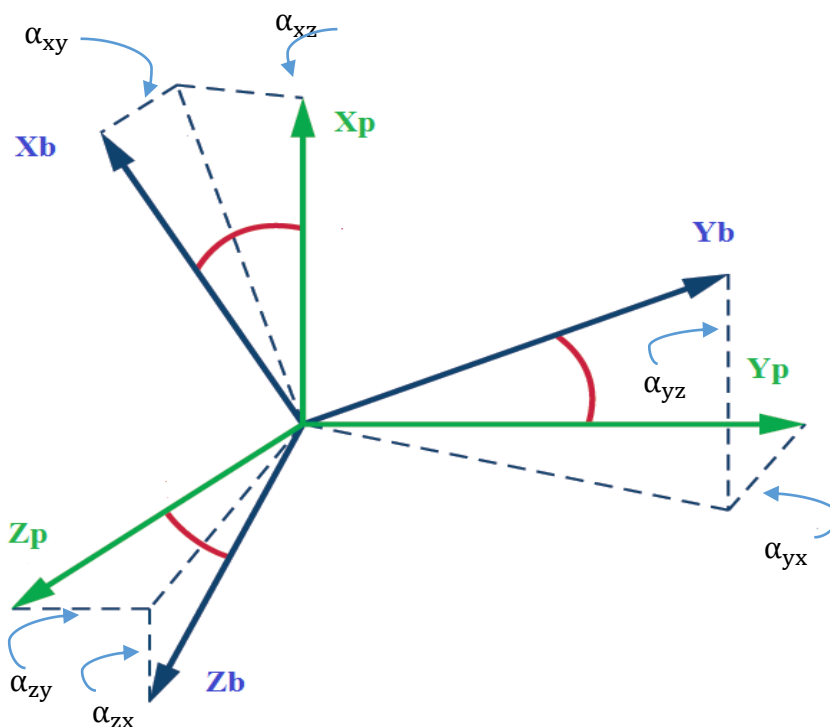


شکل (۲-۵) خروجی حس گر به صورت تابعی از سیگنال ورودی اعمال شده در راستای محورهای ورودی

اگر سه محور خروجی یک حس گر دارای خطا و انحراف نسبت محورهای دستگاه P باشند. آنگاه ماتریس تبدیل آن به صورت زیر خواهد بود (لازم به ذکر است که دستگاه P یک دستگاه متعامد و چسبیده به بدنه حس گر است):

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{yz} & \alpha_{zy} \\ \alpha_{xz} & 1 & -\alpha_{zx} \\ -\alpha_{xy} & \alpha_{yx} & 1 \end{bmatrix} \quad (۲-۵)$$

که در آن a_{ij} , $i = x, y, z, j = x, y, z$ زاویه i ام محور حس گر حول محور j ام بدنه حس گر می باشد که در شکل (۳-۵) این اختلاف زوایا ترسیم شده اند.



شکل (۳-۵) نمای از خطاهای عدم تراز محورهای یک حس گر نسبت به یک دستگاه متعامد که در آن X_b , Y_b و Z_b محورهای خروجی حس گر و X_p , Y_p و Z_p محورهای دستگاه متعامد P که چسبیده به بدنه تعریف شده.

۳-۵- خطاهای تصادفی

دقت ناوبری به طور مستقیم به دقت حس گرها مربوط است. به همین دلیل اصلاح خطای حس گر به دقت ناوبری کمک شایانی می کند. برای تخمین دقیق داده های ناوبری، نیاز است مشخصه های نویز حس گر، شناسایی شوند. در اینجا منظور از خطا، خطاهای تصادفی یا همان نویز است که یکی از منابع مهم خطا در حس گرهای است. مهم ترین اجزا تشکیل دهنده یک نویز حس گری عبارتند از [۲۴]:

- نویز اختلال تدریجی
- گشت زنی تصادفی
- نویز همبسته
- ناپایداری بایاس

- نرخ گشت‌زنی تصادفی

- نویز سینوسی

- نویز نرخ شیب

از مواردی ذکر شده بالا گشت‌زنی تصادفی، ناپایداری بایاس و نویز اختلال تدریجی دارای اهمیت بیشتر است. می‌توان با روش تحلیل واریانس آلن مقادیر این‌ها را برای یک حس‌گر مشخص کرد. نویز همبسته و سینوسی مقدار کمتری از یک نویز را تشکیل می‌دهند.

5-3-1- خطای ناپایداری بایاس¹

منبع اصلی بروز این نویز به مدارهای الکترونیک یا المان‌های حساس به ارتعاش تصادفی برمی‌گردد. به دلیل فرکانس این نویز، آن را با تغییرات بایاس در داده‌ها نشان می‌دهند. ضریب این نویز پس از خواندن ضریب نویز از روی منحنی، محاسبه می‌شود. نویز ناپایداری بایاس در حوزه زمان با مدل تقریبی مارکوف نوع اول، که با عبور نویز سفید از یک صافی پایین‌گذر به دست می‌آید، مدل‌سازی می‌شود. نویز نوسانی که نویزی با طیف $1/f$ می‌باشد که تأثیر آن معمولاً در فرکانس‌های پایین در قطعات الکترونیکی بیشتر مشاهده می‌شود و در فرکانس‌های بالا نویز نوسانی تحت‌الشعاع نویز سفید قرار می‌گیرد. بایاس ناپایداری اندازه‌گیری شده معمولاً بیانگر این است که چطور بایاس اندازه‌گیری شده یک حس‌گر باگذشت زمان در یک دوره مشخص زمانی (معمولاً در یک بازه‌ی ۱۰۰ ثانیه‌ای) تغییر می‌کند.

5-3-2- خطای گشت‌زنی تصادفی²

این نویز، در دسته نویزهای فرکانس بالا طبقه‌بندی می‌شود و سبب ایجاد یک طیف نویزی سفید در خروجی حس‌گرها می‌گردد. و سبب گشت‌زنی تصادفی زاویه‌ای در ژيروسکوپ‌ها و گشت‌زنی تصادفی سرعت در شتاب‌سنج می‌شود. و نویز سفید ژيروسکوپ‌ها را برابر با گشت‌زنی تصادفی زاویه‌ای و نویز تصادفی شتاب‌سنج را برابر با گشت‌زنی تصادفی سرعت در نظر می‌گیرند.

¹ Bias instability

² Random Walk (RW)

۵-۳-۳- خطای اختلال تدریجی^۱

این نویز از گسسته سازی سیگنال آنالوگ به دیجیتال به وجود می آید. به عبارت دیگر اختلاف ناچیز بین دامنه‌های واقعی در نقاط اندازه‌گیری شده و نرخ نمونه‌برداری مبدل آنالوگ به دیجیتال باعث بروز این نویز می‌شود.

۵-۴- واریانس آلن

واریانس آلن یک روش تحلیلی در حوزه زمان است. در واقع این روش سال ۱۹۶۰ توسط دیوید آلن جهت مطالعه پایداری از دقت فرکانس نوسان‌سازها توسعه یافته است. این روش محدوده‌ی بسیار بزرگ زمانی و مجموعه‌ای از فرکانس‌های استاندارد را برای تشخیص فاز و فرکانس ناپایداری نوسان‌ساز در خود می‌پذیرد. واریانس آلن اطلاعات مستقیمی از نوع و اندازه‌ی نویزهای مختلف با تجزیه‌ی مقادیر اندازه‌گیری استاتیکی به مقادیری گروهی ارائه می‌دهد. نتایج این پژوهش می‌تواند در استانداردسازی حس‌گرهای مورد استفاده قرار گیرد و قابلیت اطمینان استفاده حس‌گرها را افزایش دهد. روش واریانس آلن یک روش معروف و قابل اطمینان برای مدل‌سازی سیگنال‌های نویز مخلوط است. واریانس آلن برای هر سیگنال تابعی از زمان میانگین است که به صورت زیر محاسبه می‌شود [۲۴، ۲۵]:

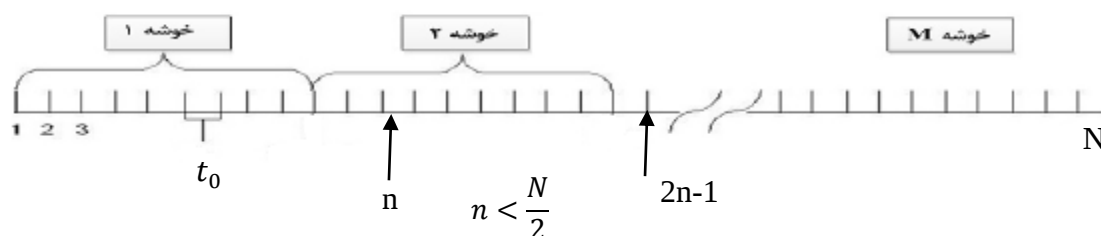
۱- اگر فرض شود آهنگ خروجی لحظه‌ای از حس‌گر برابر با $\Omega(t)$ باشد و همچنین بسامد داده‌های ذخیره‌شده برابر با واحد هرتز و کل زمان داده‌برداری از خروجی حس‌گر برابر ثانیه باشد؛ در نتیجه تعداد کل داده‌های ذخیره‌شده برابر با $N = f_s T$ است. برای تخمین منحنی واریانس آلن، بردار زمان متوسط به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau = \left[1sec, 2sec, \dots, \frac{T}{2} sec \right] \quad (3-5)$$

در ادامه مطابق شکل (۴-۵)، N داده به دست آمده را به M خوشه برای هر τ تقسیم می‌کنیم. M عبارت است از :

¹ Quantization

$$M = \frac{T}{\tau} \quad (4-5)$$



شکل (۴-۵) نمودار ساختار اطلاعات متوالی استفاده شده در روش واریانس آلن

۲- در ادامه برای خوشه ی k ام، میانگین زمانی داده ها به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\bar{\Omega}_k = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \Omega_i \quad (5-5)$$

به طوری که در رابطه بالا $L = f_s \tau$ و $i = 1, 2, 3, \dots, M$ می باشد. مقادیر میانگین به دست آمده در محاسبه واریانس آلن مورد استفاده قرار می گیرند.

۳- بنابراین واریانس آلن برای خوشه های داده ها به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^M [\bar{\Omega}_{i+1}(\tau) - \bar{\Omega}_i(\tau)]^2 \quad (6-5)$$

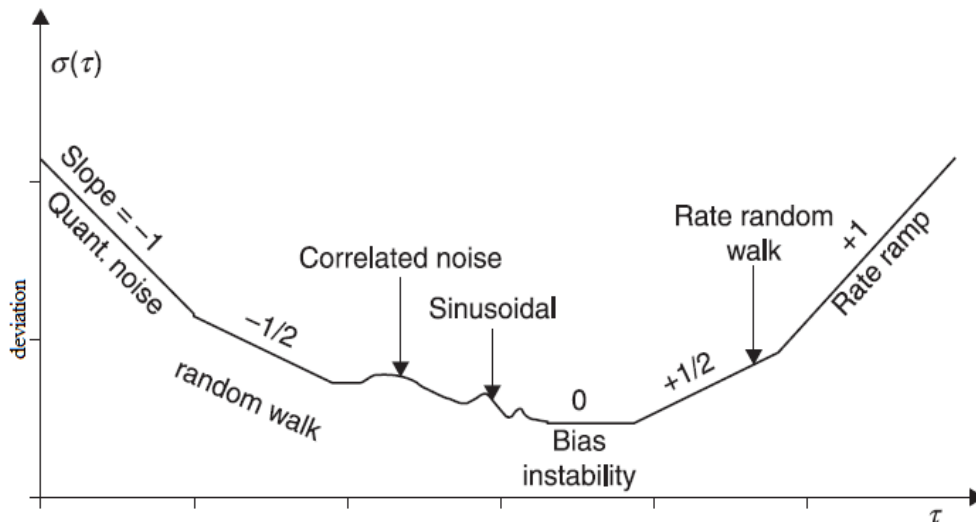
که انحراف معیار آن برابر است با:

$$\sigma(\tau) = \sqrt{\sigma^2(\tau)} \quad (7-5)$$

برای مشخص کردن ویژگی های اساسی نویز نمودار انحراف معیار آن را به عنوان یک تابع بر حسب t در شکل (۵-۵) رسم می شود. لازم به ذکر است که خصوصیات نویز در نمودار با شیب های مختلف و در ناحیه های مختلف ظاهر می شوند.

اگر برای حس گرهای ژيروسکوپ و شتاب سنج و مغناطیس سنج بخواهیم ناپایداری بایاس و گشت زنی تصادفی و نویز سفید را اندازه گیری کنیم، می توان آن ها را از روی شیب های مختلف ایجاد شده در نمودار رسم شده واریانس آلن به دست آورد:

- نویز سفید زمانی ظاهر می‌شوند که نمودار واریانس آلن دارای شیب -0.5 باشد.
- مقدار گشت‌زنی تصادفی را از روی نمودار واریانس آلن در $t=1$ خوانده می‌شود.
- ناپایداری بایاس جایی است که شیب ثابت و صفر می‌شود و به علاوه منحنی دارای کمترین مقدار است.
- خطای اختلال تدریجی نیز زمانی که شیب برابر -1 است ظاهر می‌شود.



شکل (۵-۵) نمودار واریانس آلن که در آن نویزها با شیب‌های مختلف ظاهر می‌شوند [۲۴]

۵-۵- تنظیم صافی کالمن با استفاده از روش واریانس آلن

پس از مدتی؛ حس‌گرهای اینرسی انحراف معیارشان افزایش پیدا می‌کند. این به عوامل متعددی از جمله گشت‌زنی تصادفی آن‌ها مربوط می‌شود [۲۶]. همیشه استفاده از صافی کالمن مستلزم داشتن اطلاعات درست از نویز خروجی سیستم و سپس تنظیم کردن صافی کالمن بر اساس همین اطلاعات است تا جلوی اثر افزایش انحراف معیار حس‌گرها را بگیرد. در اینجا ماتریس‌های کوواریانس نویز فرآیند و نویز اندازه‌گیری را بر اساس اطلاعات به دست آمده از روش واریانس آلن تنظیم می‌شود باید:

ابتدا ماتریس کوواریانس نویز فرآیند سیستم Q را بر اساس گشت زنی تصادفی حس گرها (ARW^1)
 VRW^2) تعیین شود. مدل فضای حالتی که برای این سامانه در فصل ۵ در نظر گرفته شد، ورودی
 شامل نویز ژيروسکوپ می شد پس داریم [۲۷]:

$$Q = diag((3 \times ARW_i)^2) \quad (۸-۵)$$

ARW_i گشت زنی تصادفی زاویه ی حس گر ژيروسکوپ است. ضریب ۳ در معادله (۶-۱۰) مؤید آن است
 که در عمل گشت زنی تصادفی، حس گرها در راستای سه محور مستقل از هم نیستند و Q یک ماتریس
 قطری نمی باشد. برای اینکه این ماتریس خاصیت قطری پیدا کند آن را در ۳ یا ۲ ضرب می کنیم.
 برای تنظیم کردن ماتریس R نیز می توان از روی انحراف معیار خروجی دو حس گر شتاب سنج و
 مغناطیس سنج استفاده کرد. و در کل از ناپایداری بایاس هم می توان برای اینکه ضرایب بایاس حس گرها
 بعد از گذشت چه زمانی به روز شوند استفاده کرد.

۵-۶- کالیبراسیون

برای حصول عملکرد مطلوب حس گرهای یا تضمین کلیه مشخصه های لازم برای یک کاربرد خاص باید
 آزمایش های لازم برای صحت و دقت عملکرد بر روی آن ها انجام شود. حس گرهای ممز در رده تجهیزات
 ارزان قیمت است. همچنین نسبت به حس گرهای مکانیکی اندازه ی بسیار کوچکی دارند. البته خروجی
 آن دارای خطای زیادی است و در عین حال خطای سیستمی که به دلیل نقایص ساخت در آن ها ایجاد
 می شود به خروجی اضافه می گردد. در این پایان نامه خروجی سه حس گر شتاب سنج، ژيروسکوپ،
 مغناطیس سنج سه محوره مورد بررسی قرار گرفته و به وسیله روش حداقل مربعات خطا کالیبره می گردد.
 در پایان نتیجه کالیبراسیون به طور کامل آورده شده است. در کالیبراسیون یک ورودی مشخص به عنوان

¹ Angle of random walk

² Velocity of random walk

مرجع به حس گر اعمال می شود. در اینجا با توجه به کالیبراسیون هر کدام از حس گرها، بردارهای مرجع فیزیکی مختلفی استفاده می شود.

۵-۶-۱ بردارهای مرجع فیزیکی

از آنجا که ژيروسکوپ، شتاب سنج ها و مغناطیس سنج ها در کاربردهای بسیار متنوعی استفاده می شوند به دنبال این هستیم برای کالیبراسیون آنها یک بردار مرجع مناسب پیدا کنیم. در سال های اخیر با توجه به افزایش دقت سرعت گشتاور ژيروسکوپ ها گران قیمت، می توان از آنها به جای بردار مرجع سرعت زاویه ای برای کالیبراسیون ژيروسکوپ ها استفاده کرد. از این ژيروسکوپ ها در میزهای سنجش خطا استفاده می شود. برای سنجش و کالیبراسیون شتاب سنج می توان از نیروی گرانشی زمین استفاده کرد و برای سنجش خطای مغناطیس سنج نیز می توان از شدت میدان مغناطیسی محل به عنوان بردار مرجع استفاده کرد [۱۶].

۵-۶-۲ دستگاه های مختصات در نظر گرفته شده طی مراحل

کالیبراسیون

الف) دستگاه مختصات پلات فرم (P): این دستگاه چسبیده به بدنه ی حس گر تعریف می شود و یک دستگاه عمود بر هم است

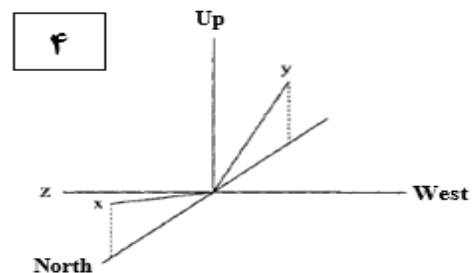
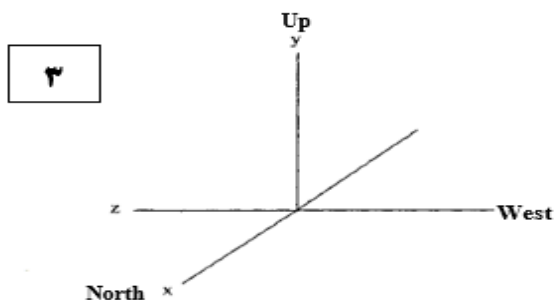
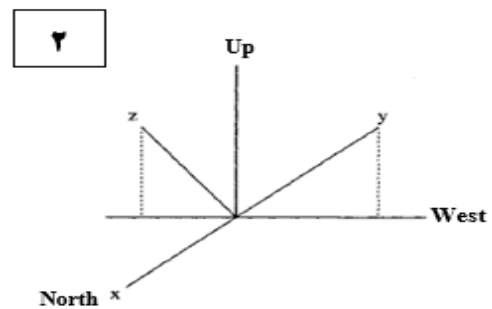
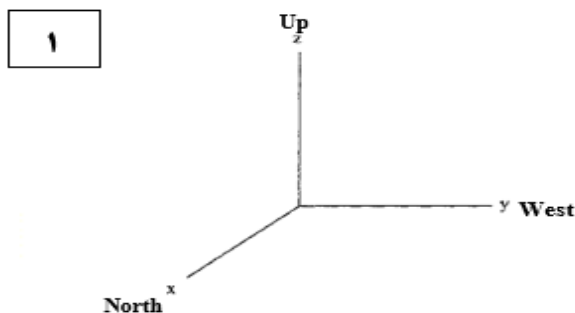
ب) دستگاه مختصات مغناطیس سنج (m): محورهای این دستگاه مختصات در راستای محورهای ورودی حس گرهای مغناطیس سنج است. این دستگاه دارای محورهای عمود برهم نبوده و دارای خطای نصب نسبت به دستگاه P است.

ج) دستگاه مختصات شتاب سنج (a): دستگاهی است که محورهای آن در راستای محورهای ورودی حس گرهای شتاب سنج است. این دستگاه دارای محورهای عمود برهم نبوده و البته مانند (ب) دارای خطای نصب نسبت به دستگاه P است.

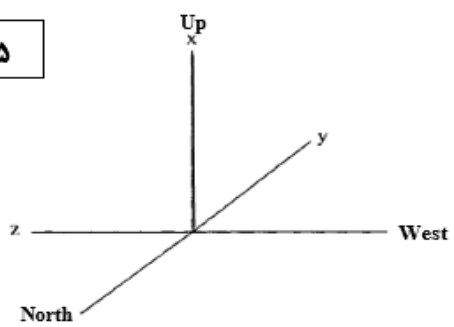
د) دستگاه مختصات ژيروسکوپ (g): دستگاهی است که محورهای آن در راستای محورهای ورودی حسگرهای ژيروسکوپ است. این دستگاه دارای محورهای عمود برهم نبوده و دارای خطای نصب نسبت به دستگاه P است.

۵-۶-۳ - چرخش‌های کالیبراسیون

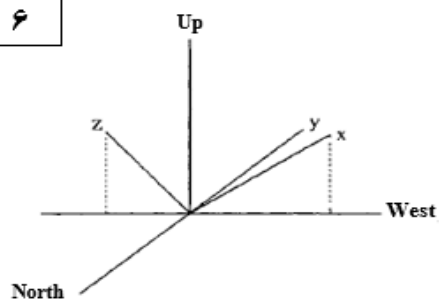
برای اینکه کالیبراسیون این سه حسگر دارای دقت لازم باشد باید چرخش‌های لازم به تعدادی کافی در آن‌ها صورت گیرد. علاوه بر این چرخش‌ها باید به گونه‌ای باشند که تمام فضا را پوشش بدهند. این کار سبب می‌گردد کالیبراسیون، یک کالیبراسیون دقیق باشد [۱۶].



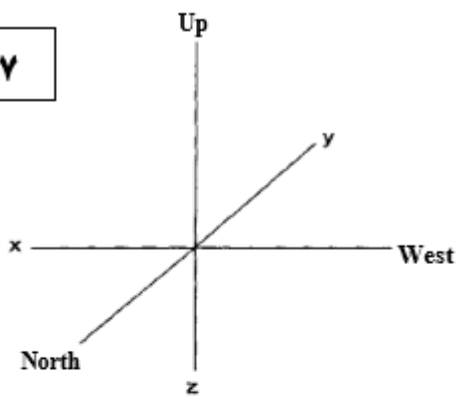
5



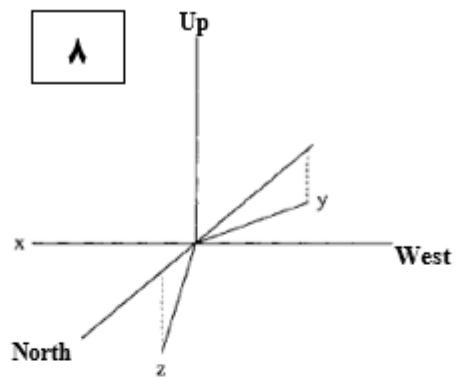
6



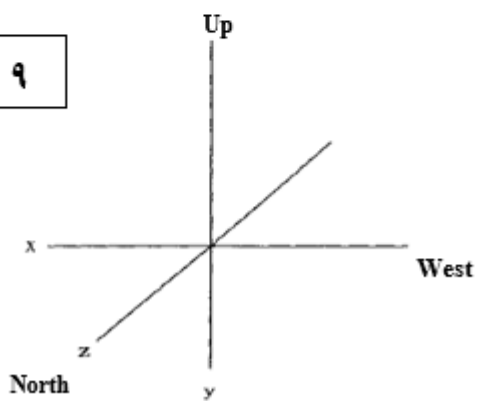
7



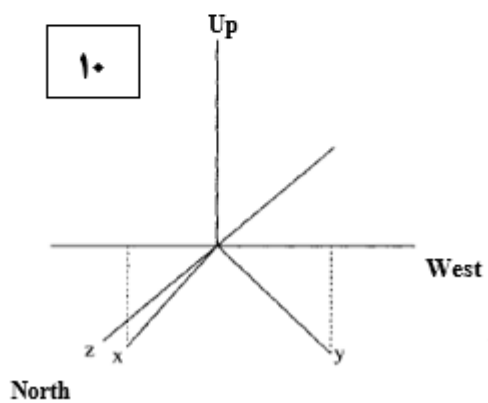
8



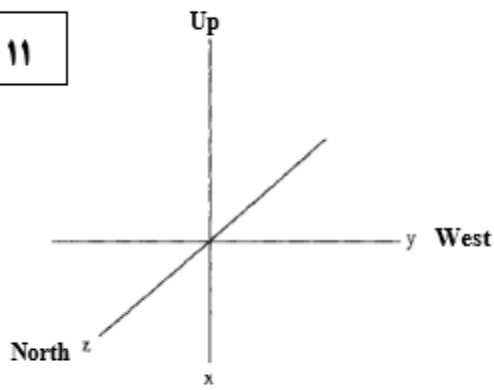
9



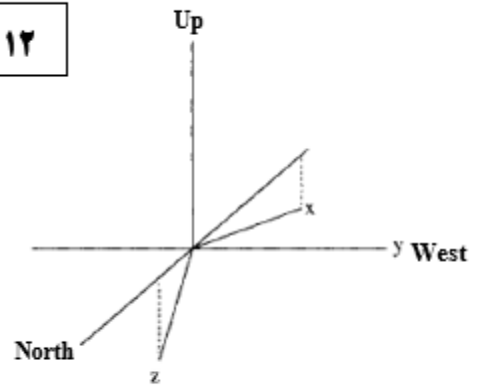
10



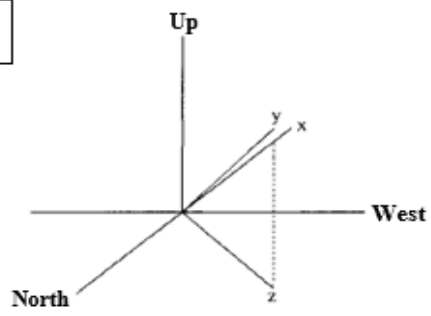
۱۱



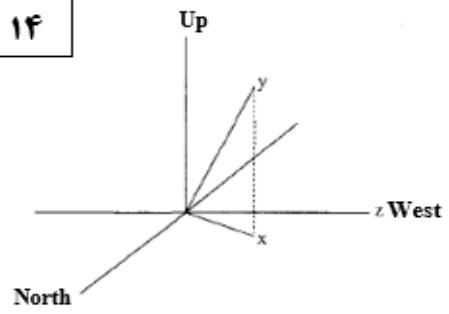
۱۲



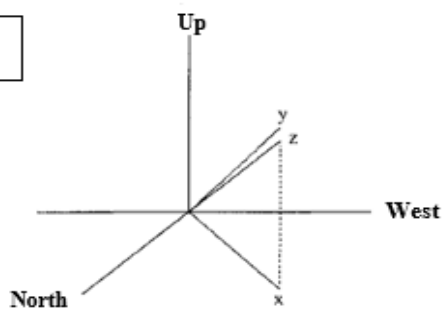
۱۳



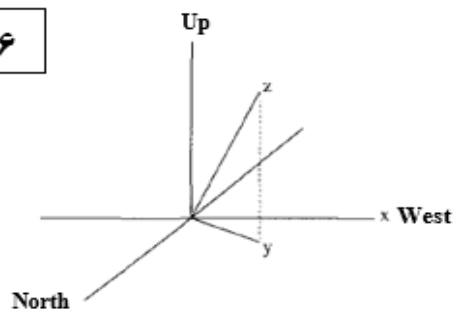
۱۴

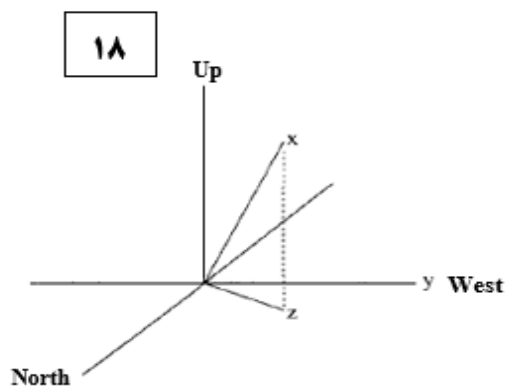
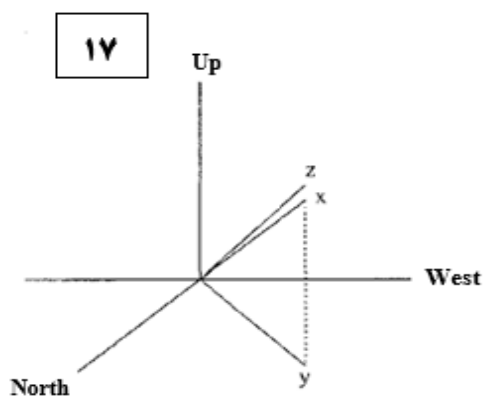


۱۵



۱۶





جدول (۵-۱) چرخش‌های لازم برای کالیبراسیون حس‌گرها

شماره چرخش	اندازه درجه زاویه چرخش	محور چرخش	راستای محور چرخش
۱-۳	۹۰	x_p	North
۳-۵	۹۰	z_p	East
۵-۶	۴۵	y_p	South
۶-۷	۲۲۵	y_p	South
۷-۹	۹۰	x_p	East
۹-۱۱	۹۰	z_p	North
۱۱-۱۲	۴۵	y_p	West
۱۲-۱۳	۴۵	y_p	West
		$-x_p$	North

North	$-x_p$	۴۵	۱۳-۱۴
East	$-z_p$		
East	$-z_p$	۴۵	۱۴-۱۵
North	$-y_p$		
North	$-y_p$	۴۵	۱۵-۱۶
East	$-x_p$		
East	$-x_p$	۴۵	۱۶-۱۷
North	$-z_p$		
North	$-z_p$	۴۵	۱۷-۱۸
East	$-y_p$		

۵-۶-۴- الگوریتم کلی کالیبراسیون

برای تخمین خطاهای ثابت حس گر با استفاده از روش حداقل مربعات خطا^۱ از الگوریتمی به صورت زیر استفاده می شود. ابتدا خطای حس گر را مدل کرده و برابر با بردار مرجع قرار می دهیم، سپس با بسط دادن این معادله و در نظر گرفتن یک ماتریس بردار حالت $X_{m \times 1}$ که نشان دهنده مجهولات کالیبراسیون است، یک ماتریس مشاهدات $H_{1 \times m}$ و یک ماتریس اندازه گیری $Z_{1 \times 1}$ به دست بیاوریم زیرا باید به تعداد هر مجهول یک مشاهده داشته باشیم.

در ادامه برای اینکه کالیبراسیون دارای صحت بهتری باشد باید تعداد نمونه برداری ها به گونه ای باشد که با چرخش های مختلف کل فضا را پوشش دهد برای این منظور با فرض اینکه n بار از حس گر نمونه برداری شده است، با انباشته کردن این نمونه برداری ها در دو ماتریس H و Z ، مرتبه های آنها به صورت زیر تغییر می کند:

¹ Least Square (LS)

$$Z = HX$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z(1) \\ Z(2) \\ \vdots \\ Z(n) \end{bmatrix}_{n \times 1}, \quad H = \begin{bmatrix} H(1)_{1 \times m} \\ H(2)_{1 \times m} \\ \vdots \\ H(n)_{1 \times m} \end{bmatrix}_{n \times m} \quad (9-5)$$

و برادر حالت به صورت زیر تخمین زده می شود:

$$\hat{X} = (H^T H)^{-1} H^T Z \quad (10-5)$$

۵-۶-۵- کالیبراسیون مغناطیس سنج

اندازه‌گیری زاویه‌ی سمت در وسایل پرنده همواره با مشکلاتی مواجه بوده است. البته مغناطیس‌سنج‌ها تا حدودی به حل این مسئله کمک کرده‌اند و در بلندمدت می‌توانند شبیه قطب‌نما جلوی انحراف ژيروسکوپ‌ها را بگیرند اما چون میدان مغناطیسی زمین بسیار کوچک است اندازه‌گیری آن‌ها نیز همیشه سخت است. امروزه مغناطیس‌سنج‌ها با فناوری ممز در بازار ناوبری به‌وفور استفاده می‌شوند. در بازار و به‌صورت متداول به این رده از حس‌گرها "حس‌گر مغناطیس‌سنج" گفته می‌شود. یک حس‌گر مغناطیس‌سنج می‌تواند شدت میدان مغناطیسی را در راستای محور ورودی سیستم اندازه‌گیری کند. برای اندازه‌گیری کامل میدان مغناطیسی زمین از سه مغناطیس‌سنج عمود برهم استفاده می‌شود. این حس‌گرها به میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی بسیار حساس هستند و معمولاً در مکان‌هایی نصب می‌گردند که تا حد امکان از وسایل فلزی به دور باشد. برای استفاده مغناطیس‌سنج باید مدل میدان مغناطیسی زمین معلوم باشد. سال‌هاست که موسسه‌های مختلف بر روی مدل‌سازی میدان مغناطیسی زمین کار می‌کنند. چون در حین چرخش وسیله پرنده، تصویر میدان مغناطیسی زمین در خروجی مغناطیس‌سنج‌ها عوض می‌شود در نتیجه حاوی اطلاعات مفیدی درباره وضعیت است. به همین دلیل مغناطیس‌سنج‌ها معمولاً عضو جدایی‌ناپذیر سامانه‌های تعیین وضعیت هستند؛ به‌خصوص آن دسته از اجسام هوایی که زمان پروازی زیادی دارند.

۵-۶-۱- مدل سازی خطاهای مغناطیس سنج

همان طور که پیش تر اشاره شد، به دلیل این که مغناطیس سنج ها به آهن آلات و میدان های مغناطیسی حساس هستند، کالیبراسیون آن ها می تواند بسیار پیچیده باشد. روش قدیمی روی کالیبراسیون مغناطیس سنج به Swing Method معروف است. در این روش جسم پرنده در سطح افق حول محور قائم چرخانده شده و در موقعیت های معلومی نسبت به شمال قرار داده می شود. با مقایسه خروجی های مغناطیس سنج و نقاط معلوم و همچنین استفاده از یک روش ریاضی خروجی مغناطیس سنج کالیبره می شود. مشکل عمده این روش، نیاز آن به چرخاندن هواپیما حول محور قائم می باشد که البته کار طاقت فرسایی است. می توان گفت در حالت کلی کالیبراسیون مغناطیس سنج در صورت معلوم بودن وضعیت کار بسیار ساده ای می باشد. در اینجا هدف، ارائه روش های کالیبراسیون، بدون استفاده از وضعیت است. این عمل در سال های اخیر پیشرفت قابل توجهی داشته و به دلیل سادگی، امروزه به شدت قابل توجه است.

در صورتی که خروجی یک مغناطیس سنج به شکل خطی در نظر شود، در این حالت اگر B میدان مغناطیسی اعمال شده در راستای محور ورودی مغناطیس سنج و $\tilde{B}$ خروجی مغناطیس سنج باشد با صرف نظر کردن از خطای غیر خطی بودن برای یک مغناطیس سنج سه محوره می توان نوشت:

$$\tilde{B} = b + K B$$

$$K = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \quad (۱۱-۵)$$

خروجی مغناطیس سنج به صورت تابعی خطی از میدان مغناطیسی اعمال شده در راستای محور ورودی است که در آن K بهره و b بایاس آن خوانده می شود. این کار باعث به وجود آمدن خطاهای زیادی می گردد. در حقیقت بایاس های خروجی ناخواسته بر خروجی مغناطیس سنج تأثیر می گذارند و بهره ها نیز حساسیت آن به ورودی می باشند.

اگر مغناطیس سنج ها دارای خطای نصب نسبت به جلد مغناطیس سنج باشند، ماتریس تبدیل آن را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$T_m^p = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{yz} & \alpha_{zy} \\ \alpha_{xz} & 1 & -\alpha_{zx} \\ -\alpha_{xy} & \alpha_{yx} & 1 \end{bmatrix}, H^p = T_m^p H^m \quad (۱۲-۵)$$

که در آن $a_{ij}, i = x, y, z, j = x, y, z$ و زاویه i - مین محور مغناطیس سنج حول محور z پلات فرم می باشد.

۵-۶-۲- مدل سازی اندازه گیری های مستقل از وضعیت

با استفاده از مباحث عنوان شده در بخش قبل اگر تصویر میدان مغناطیسی زمین در دستگاه ناوبری را با H^n و خروجی مغناطیس سنج با B نشان داده شود پس داریم:

$$C_n^p H^n = T_m^p K^{-1} (B - b - v) \quad (۱۳-۵)$$

که در آن v نویز اندازه گیری خروجی مغناطیس سنج بوده که سفید و میانگین آن برابر با صفر است. دیده می شود که خروجی مغناطیس سنج وابسته به ماتریس C_n^p است؛ اگر اندازه گیری ها را B فرض کنیم، در این صورت خروجی وابسته به وضعیت خواهد بود. برای کالیبراسیون مغناطیس سنج باید بایاس ها، بهره ها و انحرافات محاسبه شوند. بردار حالت را که مجهول است به شکل زیر در نظر می گیریم:

$$x = [b_x \ b_y \ b_z \ k_x \ k_y \ k_z \ a_{yz} \ a_{zy} \ a_{zx} \ a_{xz} \ a_{xy} \ a_{yx}]^T \quad (۱۴-۵)$$

برای رسیدن به معادلات اندازه گیری مستقل از وضعیت نرم، معادله (۱۳-۵) را محاسبه می کنیم. داریم:

$$z = H_0^2 = (H^n)^T C_p^n C_n^p H^n = h(x, B) + n \quad (۱۵-۵)$$

$$h(x, B) = [A(B - b)]^T [A(B - b)] \quad (۱۶-۵)$$

$$\begin{aligned} n(B, x, v) &= v^T A v - v^T A (B - b) - (B - b)^T A v, A(x) \\ &= [T_m^p K^{-1}]^T [T_m^p K^{-1}] \end{aligned} \quad (۱۷-۵)$$

که در آن H_0 مقدار شدت میدان مغناطیسی زمین در محل مورد نظر و n مقدار نویز ظاهر شده است که مشخصات آن را می توان با داشتن تخمین اولیه از حالت ها آن را پیدا نمود. در معادلات بالا از ورودی زمان برای B و n صرف نظر گردیده است. همان طور که از معادلات بالا دیده می شود معادله های اندازه گیری (۱۵-۵)، (۱۶-۵) و (۱۷-۵) مستقل از وضعیت می باشند.

۵-۶-۳- الگوریتم دومرحله‌ای

این الگوریتم برای تهیه تخمین بایاس‌ها و بهره‌ها از مشاهدات مغناطیس‌سنج، بدون علم به وضعیت استفاده می‌کند. البته این روش حل مسئله قادر به تخمین انحرافات نمی‌باشد؛ بنابراین در اینجا از آن‌ها صرف‌نظر می‌کنیم. با استفاده از (۵-۱۳) داریم:

$$C_n^{pHn} = \left[\frac{B_x}{k_x} + \frac{b_x}{k_x} \quad \frac{B_y}{k_y} + \frac{b_y}{k_y} \quad \frac{B_z}{k_z} + \frac{b_z}{k_z} \right]^T \quad (۵-۱۸)$$

با نرم گرفتن از طرفین معادله بالا داریم:

$$H_0^2 = \left(\frac{B_x - b_x}{k_x} \right)^2 + \left(\frac{B_y - b_y}{k_y} \right)^2 + \left(\frac{B_z - b_z}{k_z} \right)^2 \quad (۵-۱۹)$$

دیده می‌شود که مکان هندسی خروجی‌های مغناطیس‌سنج یک بیضی‌گون با مرکز b و نصف قطره‌ای معادل با بهره‌ها تشکیل می‌دهد. بنابراین مسئله تخمین، به تخمین یک بیضی با حداقل خطا بر مکان هندسی خروجی‌های مغناطیس‌سنج تبدیل می‌شود. همچنین معلوم است که این معادله بسیار غیرخطی است؛ بنابراین پارامترهای تبدیل یافته، تخمین زده می‌شوند. بعد از تخمین با یک نگاشت کسری معکوس، پارامترها به فضای بایاس‌ها و بهره‌ها منقل می‌گردند. با بسط معادله (۵-۱۹) داریم:

$$H_0^2 = \frac{B_x^2}{k_x^2} + \frac{b_x^2}{k_x^2} - \frac{2B_x b_x}{k_x^2} + \frac{B_y^2}{k_y^2} + \frac{b_y^2}{k_y^2} - \frac{2B_y b_y}{k_y^2} + \frac{B_z^2}{k_z^2} + \frac{b_z^2}{k_z^2} - \frac{2B_z b_z}{k_z^2} \quad (۵-۲۰)$$

با ضرب طرفین در k_x و عملیات ریاضی به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} -B_x^2 = & (-2b_x)B_x + \left(\frac{k_x^2}{k_y^2} \right) B_y^2 + \left(-\frac{2k_x^2 b_y}{k_y^2} \right) B_y + \left(\frac{k_x^2}{k_z^2} \right) B_z^2 \\ & + \left(-\frac{2k_x^2 b_z}{k_z^2} \right) B_z + \left(b_x^2 + \frac{k_x^2}{k_y^2} b_y^2 + \frac{k_x^2}{k_z^2} b_z^2 - H_0^2 K_x^2 \right) \end{aligned} \quad (۵-۲۱)$$

متغیرهای جدید به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} S &= [S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ S_5 \ S_6]^T \\ &= \left[-2b_x \quad \frac{k_x^2}{k_y^2} \quad \frac{-2k_x^2 b_y}{k_y^2} \quad \frac{k_x^2}{k_z^2} \quad \frac{-2k_x^2 b_z}{k_z^2} \quad b_x^2 + \frac{k_x^2 b_y^2}{k_y^2} + \frac{k_x^2 b_z^2}{k_z^2} - k_x^2 H_0^2 \right]^T \end{aligned} \quad (۵-۲۲)$$

معادله (۲۱-۵) را می توان به شکل زیر نوشت:

$$z(k) = h(k)S \quad (23-5)$$

که در آن $z(k)$ و $h(k)$ بر اساس خروجی های مغناطیس سنج قابل محاسبه می باشند.

$$z(k) = -B_x^2(k), \quad h(k) = [B_x(k) \ B_y^2(k) \ B_y(k) \ B_z^2(k) \ B_z(k) \ 1] \quad (24-5)$$

حال برای تخمین بردار S که حاوی پارامترهای مجهول است، می توان از روش حداقل مربعات استفاده نمود. اگر با چرخش تصادفی مغناطیس سنج در فضا داده انباشته شوند، می توان ماتریس های H, Z را که از انباشته شدن $z(k)$ ، $h(k)$ ایجاد می شوند، تولید نمود. بنابراین برای داده های زیاد داریم:

$$Z = H S \quad (25-5)$$

با استفاده از روش حداقل مربعات خطا می توان S را به صورت زیر تخمین زد.

$$\hat{S} = (H^T H)^{-1} H^T Z \quad (26-5)$$

حال با حل معکوس معادله (۲۲-۵) برای بایاس ها و بهره ها داریم:

$$\hat{b}_x = \frac{\hat{s}_1}{-2}, \quad \hat{b}_y = \frac{\hat{s}_3}{-2\hat{s}_2}, \quad \hat{b}_z = \frac{\hat{s}_5}{-2\hat{s}_4} \quad (27-5)$$

$$\hat{k}_x = \sqrt{\frac{\hat{b}_x + \hat{s}_2 \hat{b}_y^2 + \hat{s}_4 \hat{b}_z^2 - \hat{s}_6}{H_0^2}}, \quad \hat{k}_y = \sqrt{\frac{\hat{k}_x^2}{\hat{s}_2}}, \quad \hat{k}_z = \sqrt{\frac{\hat{k}_x^2}{\hat{s}_4}}$$

بنابراین این الگوریتم دومرحله ای را می توان به صورت زیر خلاصه نمود:

با چرخش تصادفی زیاد در فضا و در تمام جهات خروجی های مغناطیس سنج را ذخیره کنید.

با استفاده از معادله (۲۵-۵) پارامترهای S را تخمین می زنیم.

با استفاده از معادله (۲۶-۵) بایاس ها و بهره ها را محاسبه می کنیم.

این الگوریتم دارای سادگی پیاده سازی فوق العاده ای است و جواب های خوبی را ارائه می دهد.

۵-۶-۵-۴- الگوریتم سه مرحله‌ای

ایده اصلی این الگوریتم بر پایه الگوریتم دومرحله‌ای استوار است. البته با این تفاوت که قادر است خطای نصب حس‌گرها را نیز تخمین بزند. معادله (۵-۲۶) نشان می‌دهد که ۱۲ پارامتر مستقل وجود دارند که باید تخمین زده شوند. می‌توان با روش تعریف یک دستگاه مختصات دیگر تعداد پارامترها را کاهش داد. برای این کار از فاکتور سازی QR ماتریس T_m^p استفاده می‌کنیم:

$$T_m^p = QR = C_m^p T_m^{\dot{m}} \quad (۵-۲۸)$$

که در آن C_m^p یک ماتریس متعامد و $T_m^{\dot{m}}$ یک ماتریس بالا مثلثی است. از دیدگاه فیزیکی در حقیقت دستگاه $\dot{m}$ یک دستگاه متعامد بوده و دستگاه m زوایای کوچک $\alpha_{yz}, \alpha_{zy}, \alpha_{zx}$ را می‌سازد. داریم:

$$T_m^{\dot{m}} = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{yz} & \alpha_{zy} \\ 0 & 1 & -\alpha_{zx} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۵-۲۹)$$

چون ماتریس C_m^p متعامد است بنابراین معکوس آن با ترانپوز آن برابر است. پس داریم:

$$C_p^{\dot{m}} C_n^p H^n = T_m^{\dot{m}} K^{-1} (B - b) \quad (۵-۳۰)$$

با محاسبه نرم طرفین معادله (۵-۳۰) داریم:

$$\begin{aligned} H_0^2 &= H^{nT} C_p^n C_m^p C_n^{\dot{m}} C_p^{\dot{m}} H^n \\ &= \left(\frac{B_x - \gamma_{yz} B_y + \gamma_{zy} B_z - \dot{b}_x}{k_x} \right)^2 + \left(\frac{B_y - \gamma_{zx} B_z - \dot{b}_y}{k_y} \right)^2 + \left(\frac{B_z - \dot{b}_z}{k_z} \right)^2 \end{aligned} \quad (۵-۳۱)$$

که در آن γ_{ij} و $\dot{b}$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\gamma_{yz} = \frac{k_x}{k_y} \alpha_{yz}, \quad \gamma_{zy} = \frac{k_x}{k_z} \alpha_{zy}, \quad \gamma_{zx} = \frac{k_y}{k_z} \alpha_{zx} \quad (۵-۳۲)$$

$$\dot{b}_x = b_x - \frac{k_x}{k_y} \alpha_{yz} b_y + \frac{k_x}{k_z} \alpha_{zy} b_z, \quad \dot{b}_y = b_y - \frac{k_y}{k_z} \alpha_{zx} b_z, \quad \dot{b}_z = b_z$$

با بسط معادله (۳۱-۵) داریم:

$$(B_x - \gamma_{yz}B_y + \gamma_{zy}B_z)^2 + S_1(B_x - \gamma_{yz}B_y + \gamma_{zy}B_z) + S_2(B_y - \gamma_{zx}\beta_z)^2 + S_3(B_y - \gamma_{zx}\beta_z) + S_4(B_z)^2 + S_5(B_z) + S_6 = 0 \quad (۳۳-۵)$$

که در آن پارامتر S را شبیه الگوریتم دومرحله‌ای به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$S = \left[-2\hat{b}_x \frac{k_x^2}{k_y^2} \frac{-2k_x^2\hat{b}_y}{k_z^2} \frac{k_x^2}{k_z^2} \frac{-2k_x^2\hat{b}_z}{k_x^2} \hat{b}_x^2 + \frac{k_x^2\hat{b}_z^2}{k_z^2} - H_0^2 k_x^2 \right] \quad (۳۴-۵)$$

با جایگذاری (۲۵-۵) در (۲۶-۵) به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} B_x^2 + S_1 B_x (-\gamma_{yz}^2 + S_2) B_y^2 + (S_1 \gamma_{yz} + S_3) B_y + (-\gamma_{zy}^2 + S_2 \gamma_{zx}^2 + S_4) B_z^2 \\ + (S_1 \gamma_{zy} - S_3 \gamma_{zx} + S_5) B_z + (-\gamma_{yz}) B_x B_y \\ + (2\gamma_{yz} \gamma_{zy} - 2S_2 \gamma_{zx}) B_y B_z + S_6 = 0 \end{aligned} \quad (۳۵-۵)$$

حال متغیرهای $z(k), h(k)$ را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$z(k) = -B_x^2, \quad h(k) = [B_x \quad B_y^2 \quad B_y \quad B_z^2 \quad B_z \quad B_x B_y \quad B_x B_z \quad B_y B_z \quad 1] \quad (۳۶-۵)$$

همچنین متغیرهای تبدیل یافته به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$X = \begin{bmatrix} S_1 & \gamma_{yz}^2 + S_2 & -S_1 \gamma_{yz} + S_3 & \gamma_{zy}^2 + S_2 \gamma_{zx}^2 + S_4 & S_1 \gamma_{zy} - S_3 \gamma_{zx} + S_5 \\ & -2\gamma_{yz} & 2\gamma_{zy} & -2\gamma_{yz} \gamma_{zy} - 2S_2 \gamma_{zx} & S_6 \end{bmatrix} \quad (۳۷-۵)$$

حال اگر انباشتگی $z(k), h(k)$ را با Z, H نمایش دهیم، معادله (۳۶-۵) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$Z = H X \quad (۳۸-۵)$$

در ادامه با استفاده از روش کمترین مربع خطا برای معادله فوق داریم:

$$\hat{X} = (H^T H)^{-1} H^T Z \quad (۳۹-۵)$$

بعد از تخمین X در مرحله اول با حل معکوس معادله (۲۷-۵) برای $S_i, i = 1, \dots, 6$ و همچنین

$\gamma_{xz}, \gamma_{xy}, \gamma_{zx}$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \hat{S}_1 &= \hat{x}_1 & \hat{S}_6 &= \hat{x}_9 & \hat{\gamma}_{yz} &= 0.5\hat{x}_6 \\ \hat{\gamma}_{zy} &= 0.5\hat{x}_7 & \hat{S}_2 &= \hat{x}_2 - \hat{\gamma}_{yz}^2 & \hat{S}_3 &= \hat{x}_3 + \hat{S}_1 \hat{\gamma}_{yz}^2 \\ \hat{\gamma}_{zy} &= -0.5 \frac{1}{\hat{S}_2} (\hat{x}_8 + 2\hat{\gamma}_{yz} \hat{\gamma}_{zy}) & \hat{S}_4 &= \hat{x}_4 - \hat{\gamma}_{zy}^2 - \hat{S}_2 \hat{\gamma}_{zx}^2 & \hat{S}_5 &= \hat{x}_5 - \hat{S}_1 \hat{\gamma}_{zy} + \hat{S}_3 \hat{\gamma}_{zx} \end{aligned} \quad (۴۰-۵)$$

دوباره با حل معکوس معادله (۴۰-۵) برای بایاس‌ها و بهره‌ها و خطای عدم تراز محورها داریم:

$$\begin{aligned}\hat{b}_x &= -0.5\hat{S}_1 & \hat{b}_y &= -0.5\frac{\hat{S}_3}{\hat{S}_2} & \hat{b}_z &= -0.5\frac{\hat{S}_5}{\hat{S}_4} \\ \hat{k}_x &= \frac{1}{H_0} \sqrt{\hat{b}_x^2 + \hat{S}_2 \hat{b}_y^2 + \hat{S}_4 \hat{b}_z^2 - \hat{S}_6} & \hat{k}_y &= \sqrt{\frac{\hat{k}_x^2}{\hat{S}_2}} & \hat{k}_z &= \sqrt{\frac{\hat{k}_x^2}{\hat{S}_4}} \\ \hat{\alpha}_{yz} &= \hat{\gamma}_{zy} \frac{\hat{k}_y}{\hat{k}_x} & \hat{\alpha}_{zy} &= \hat{\gamma}_{zy} \frac{\hat{k}_z}{\hat{k}_x} & \hat{\alpha}_{zx} &= \hat{\gamma}_{zx} \frac{\hat{k}_z}{\hat{k}_y} \\ \hat{b}_z &= \hat{b}_z & \hat{b}_y &= \hat{b}_y + \hat{\gamma}_{zx} \hat{b}_z & \hat{b}_x &= \hat{b}_x + \hat{\gamma}_{yz} \hat{b}_y - \hat{\gamma}_{zy} \hat{b}_z\end{aligned}\quad (41-5)$$

در حقیقت در طی سه مرحله پارامترهای اصلی تخمین زده می‌شوند. این الگوریتم را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

- با چرخش تصادفی زیاد در فضا و در تمام جهات خروجی‌های مغناطیس‌سنج را ذخیره کنید.

- با استفاده از معادله (39-5) پارامترهای X را تخمین می‌زنیم.

- با استفاده از معادله (40-5)، $\gamma_{xz}, \gamma_{xy}, \gamma_{zx}, S_i, i = 1, \dots, 6$ را محاسبه می‌کنیم.

- با استفاده از معادله (41-5) بایاس‌ها و بهره‌ها و خطای نصب را محاسبه می‌کنیم.

لازم به یادآوری است که خطاهای نصب محاسبه‌شده نسبت به بدنه مغناطیس‌سنج نبوده و خطای نصب بین دو دستگاه $m, \hat{m}$ می‌باشند.

تبدیل خطی از دستگاه $\hat{m}$ به p را به شکل زیر در نظر بگیرید:

$$H^p = C_{\hat{m}}^p H^{\hat{m}} \quad (42-5)$$

نرم ماتریس $C_{\hat{m}}^p$ واحد بوده و اندازه بردار در دو دستگاه ثابت است. برای تکمیل کالیبراسیون باید ماتریس $C_{\hat{m}}^p$ شناسایی گردد. در اینجا برای راحتی از یک روش ساده‌تر استفاده خواهد شد. این روش به‌طور کامل بدون اطلاعات وضعیت نمی‌باشد و برای کالیبراسیون باید سطح افق کامل معلوم باشد. در این روش ابتدا محور x_p در راستای قائم قرار گرفته و مغناطیس‌سنج روی سطح افق چندین دور چرخانده شده و اطلاعات ذخیره می‌گردد. در این حالت مقدار مؤلفه قائم بر افق کاملاً به صورت زیر معلوم می‌باشد:

$$H_x^p = H_0 \sin \delta \quad (43-5)$$

که در آن δ زاویه بردار میدان مغناطیسی زمین نسبت به افق است. در این حالت می‌توان نوشت:

$$H_0 \sin \delta = \begin{bmatrix} H_x^m & H_y^m & H_z^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{12} \\ C_{13} \end{bmatrix} \quad (44-5)$$

که در آن $C_{1j}, j = 1, 2, 3$ مؤلفه C_m^p می‌باشند. اگر دستگاه m و p کاملاً برهم منطبق باشند مؤلفه H_x^m باید ثابت بوده و دو مؤلفه دیگر صفر باشند. معمولاً این دو دستگاه برهم منطبق نبوده و H_y^m, H_z^m دارای مقادیر مختلفی در حین چرخش خواهند بود. با جمع‌آوری این اطلاعات و استفاده از روش کمترین مربعات خطا $[C_{11} \ C_{12} \ C_{13}]$ محاسبه خواهد شد. با تکرار این روش حول محورهای γ_p, z_p به‌طور کامل C_m^p تخمین زده خواهد شد. می‌دانیم که ماتریس تبدیل یک ماتریس متعامد است همچنین مقدار تخمین زده‌شده آن دارای خطا است، بنابراین داریم:

$$\hat{C}_m^p = \begin{bmatrix} \hat{C}_{11} & \hat{C}_{12} & \hat{C}_{13} \\ \hat{C}_{21} & \hat{C}_{22} & \hat{C}_{23} \\ \hat{C}_{31} & \hat{C}_{32} & \hat{C}_{33} \end{bmatrix} = \hat{C}_m^p + \delta C_m^p \quad (45-5)$$

با استفاده از تعریف تابع هزینه‌ای به شکل $[(C_m^p)_{opt} - C_m^p]^T [(C_m^p)_{opt} - C_m^p]$ می‌توان نزدیک‌ترین ماتریس متعامد را به شکل زیر تخمین زد:

$$(\hat{C}_m^p)_{opt} = \hat{C}_m^p (S_m^p)^{-1}, S_m^p = chol((\hat{C}_m^p)^T (\hat{C}_m^p)) \quad (46-5)$$

که در آن $chol(.)$ فاکتور چولسکی ماتریس می‌باشد [۲۸، ۲۹، ۳۰].

۵-۶-۶- کالیبراسیون شتاب‌سنج

برای کالیبراسیون شتاب‌سنج همان‌طور که قبلاً اشاره کردیم از نیروی گرانش زمین می‌توان به‌عنوان یک بردار مرجع استفاده کرد و در طی مراحل کالیبراسیون شتاب‌سنج نیز باید به این نکته توجه داشت که کالیبراسیون شتاب‌سنج باید به‌صورت ایستا انجام شود.

۵-۶-۶-۱-مدل سازی خطای شتاب سنج و پیدا کردن الگوریتم کالیبراسیون

ابتدا دستگاه مختصات P را در نظر می گیریم سپس مقدار واقعی شتاب را در دستگاه P، با S^P نشان می دهیم و خروجی واقعی حس گر را با $\underline{S}^a$ نشان می دهیم که در دستگاه مختصات a است. دستگاه a همان طور که قبلاً تعریف کردیم محورهاى آن در راستای خروجی حس گر، غیر متعامد و دارای خطا نسبت به دستگاه P است. ماتریس K_{sf}^a ، ماتریس بهره (ضریب مقیاس) حس گر می باشد که برای تطبیق مقدار نیروی ورودی به خروجی استفاده می شود [۱۶، ۲۹].

$$S^P = T_a^P K_{sf}^a \underline{S}^a \quad (۴۷-۵)$$

و اگر خروجی حس گرها دارای خطای عدم تراز نسبت به دستگاه P باشند ماتریس انتقال آن T_a^P را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$T_a^P \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha_{xz} & 1 & 0 \\ -\alpha_{xy} & \alpha_{yx} & 1 \end{pmatrix} \quad (۴۸-۵)$$

که در آن a_{xz} و a_{xy} ، a_{yx} میزان انحراف نسبت به محور x، y است. و مقادیر ذکر شده را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$S^P = \begin{pmatrix} S_{Px} \\ S_{Py} \\ S_{Pz} \end{pmatrix} \quad (۴۹-۵)$$

$$\underline{S}^a = \begin{pmatrix} \underline{S}_{a_x} \\ \underline{S}_{a_y} \\ \underline{S}_{a_z} \end{pmatrix} \quad (۵۰-۵)$$

$$K_{sf}^a = \begin{pmatrix} k_{sa_x} & 0 & 0 \\ 0 & k_{sa_y} & 0 \\ 0 & 0 & k_{sa_z} \end{pmatrix} \quad (۵۱-۵)$$

$\underline{S}^a$ از در نظر گرفتن مقدار نیروی واقعی در دستگاه مختصات a به دست می آید تا با مقدار واقعی نیروی خروجی ضرب شده در ضریب مقیاس واقعی برابر گردد که ضریب مقیاس واقعی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\underline{K}_{sf}^a = \begin{pmatrix} \underline{k}_{sa_x} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{k}_{sa_y} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{k}_{sa_z} \end{pmatrix} \quad (۵۲-۵)$$

مقدار خروجی شتابسنج زمانی که هیچ نیروهای به محورهای ورودی آن وارد نمی‌شود باید با مقدار نیروی گرانشی زمین g_a^a برابر باشد که این امر به دلیل وجود بایاس δS_b^a ، که مقدار کوچک و غیر صفر است غیرممکن می‌شود. با توجه به غیرخطی بودن خروجی برخی از شتابسنج‌ها باید یک ضریب مقیاس غیرخطی K_{nl}^a نیز در کالیبراسیون در نظر گرفت.

$$\underline{K}_{sf}^a \underline{S}^a = \underline{S}_0^a + \delta \underline{S}_b^a + \underline{K}_{nl}^a \underline{S}_i^a \underline{S}_j^a \quad (53-5)$$

جایی که $\underline{S}_0^a$ مقدار واقعی شتاب وارد شده به محورهای شتابسنج است. و پارامترهای ذکر شده در معادله (53-5) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\delta \underline{S}_b^a = \begin{pmatrix} \delta \underline{S}_{bx} \\ \delta \underline{S}_{by} \\ \delta \underline{S}_{bz} \end{pmatrix} \quad (54-5)$$

$$\underline{K}_{nl}^a = \begin{pmatrix} \underline{k}_{nx} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{k}_{ny} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{k}_{nz} \end{pmatrix} \quad (55-5)$$

$$\underline{S}_i^a \underline{S}_j^a = \begin{pmatrix} \underline{S}_{0x}^2 \\ \underline{S}_{0y}^2 \\ \underline{S}_{0z}^2 \end{pmatrix} \quad (56-5)$$

و با حل معادله (53-5) و جایگذاری آن در معادله (47-5) داریم:

$$\underline{S}^P = \underline{T}_a^P \underline{K}_{sf}^a (\underline{K}_{sf}^a)^{-1} (\underline{S}_0^a + \delta \underline{S}_b^a + \underline{K}_{nl}^a \underline{S}_i^a \underline{S}_j^a) \quad (57-5)$$

و با جایگذاری مقدار پارامترهای تعریف شده و جایگذاری آن‌ها در معادله (57-5) داریم:

$$\underline{S}^P \approx \begin{pmatrix} \frac{k_{sa_x}}{\underline{k}_{sa_x}} (\underline{S}_{0x} + \delta \underline{S}_{bx} + \underline{k}_{nx} \underline{S}_{0x}^2) \\ \frac{k_{sa_y}}{\underline{k}_{sa_y}} (\underline{S}_{0y} + \delta \underline{S}_{by} + \underline{k}_{ny} \underline{S}_{0y}^2) + \frac{k_{sa_x}}{\underline{k}_{sa_x}} \alpha_{xz} \underline{S}_{0x} \\ \frac{k_{sa_z}}{\underline{k}_{sa_z}} (\underline{S}_{0z} + \delta \underline{S}_{bz} + \underline{k}_{nz} \underline{S}_{0z}^2) - \frac{k_{sa_x}}{\underline{k}_{sa_x}} \alpha_{xy} \underline{S}_{0x} + \frac{k_{sa_y}}{\underline{k}_{sa_y}} \alpha_{yx} \underline{S}_{0y} \end{pmatrix} \quad (58-5)$$

با در نظر گرفتن مقدار واقعی خروجی حس گر داریم:

$$\underline{S}_0^a = \begin{pmatrix} \underline{S}_{0x} \\ \underline{S}_{0y} \\ \underline{S}_{0z} \end{pmatrix} \quad (59-5)$$

و با تعریف کردن ماتریس انحراف مقیاس از مقدار نامی δk_{sf} ، به این رابطه می‌رسیم:

$$\underline{k}_{sa_i} = k_{sa_i} + \delta k_{sa_i} \quad i = x, y, z \quad (60-5)$$

و سپس با استفاده از بسط مرتبه اول سری تیلور عبارت $k_{sa_i} / k_{sa_i} + \delta k_{sa_i}$ داریم:

$$S^P \approx \underline{S}_o^a + \begin{pmatrix} \delta \underline{S}_{b_x} - \delta \hat{k}_{sa_x} \underline{S}_{o_x} + \underline{k}_{n_x} \underline{S}_{o_x}^2 \\ \underline{\alpha}_{xz} \underline{S}_{o_x} - \delta \underline{S}_{b_y} - \delta \hat{k}_{sa_y} \underline{S}_{o_y} + \underline{k}_{n_y} \underline{S}_{o_y}^2 \\ -\underline{\alpha}_{xy} \underline{S}_{o_x} + \underline{\alpha}_{yx} \underline{S}_{o_y} + \delta \underline{S}_{b_z} - \delta \hat{k}_{sa_z} \underline{S}_{o_z} + \underline{k}_{n_z} \underline{S}_{o_z}^2 \end{pmatrix} \quad (61-5)$$

و سپس برای ساده‌سازی داریم $\delta \hat{k}_{sa_i} = \delta k_{sa_i} / k_{sa_i}$ که حاصل تقسیم انحراف ضریب مقیاس بر مقدار واقعی ضریب مقیاس می‌باشد. و سپس کالیبراسیون شتاب‌سنج در حالتی انجام می‌دهیم که هیچ نیروی خارجی به محور ورودی شتاب‌سنج وارد نمی‌شود و در حالت ایستا انجام می‌شود. برای پیدا کردن ۱۲ پارامتر مجهول $a_{yx}, a_{xy}, a_{xz}, \delta S_{b_x}, \delta S_{b_y}, \delta S_{b_z}, \delta \hat{k}_{sa_x}, \delta \hat{k}_{sa_y}, \delta \hat{k}_{sa_z}, k_{n_x}, k_{n_y}, k_{n_z}$ نیازمند مشاهدات کافی در جهت‌های مختلفی هستیم که برای همین منظور برای ماتریس مشاهدات از تفاضل مقدار شتاب گرانشی زمین و خروجی شتاب‌سنج در سه محور استفاده می‌کنیم

$$z = g_a^p - S_o^a \quad (62-5)$$

برای کالیبراسیون بهتر است از اندازه شتاب خروجی در سه محور استفاده کنیم که داریم:

$$\begin{aligned} S^2 = S^{P^T} S^P \approx & \underline{S}_o^2 + 2\underline{\alpha}_{yx} \underline{S}_{o_y} \underline{S}_{o_z} - 2\underline{\alpha}_{xy} \underline{S}_{o_x} \underline{S}_{o_z} + 2\underline{\alpha}_{xz} \underline{S}_{o_x} \underline{S}_{o_x} + 2\delta \underline{S}_{b_x} \underline{S}_{o_x} \\ & + 2\underline{\alpha}_{yx} \underline{S}_{b_x} \underline{S}_{o_y} \\ & + 2\delta \underline{S}_{b_z} \underline{S}_{o_z} - 2\delta \hat{k}_{sa_x} \underline{S}_{o_x}^2 - 2\delta \hat{k}_{sa_y} \underline{S}_{o_y}^2 - \delta \hat{k}_{sa_z} \underline{S}_{o_z}^2 + 2\underline{k}_{n_x} \underline{S}_{o_x}^3 + 2\underline{k}_{n_y} \underline{S}_{o_y}^3 + 2\underline{k}_{n_z} \underline{S}_{o_z}^3 \end{aligned} \quad (63-5)$$

و سپس با ساده کردن آن داریم:

$$\underline{g}_a^2 - \underline{S}_o^2 = (\underline{g}_a - \underline{S}_a)(\underline{g}_a + \underline{S}_a) \approx 2(\underline{g}_a - \underline{S}_o) \underline{g}_a \quad (64-5)$$

و با در نظر گرفتن تقریب زیر:

$$2\underline{g}_a \approx \underline{g}_a + \underline{S}_o \quad (65-5)$$

می توان نوشت:

$$\begin{aligned} (\underline{g}_a + \underline{S}_{o_i}) \approx & \left(\underline{S}_{o_{iy}} \underline{S}_{o_{iz}} - \underline{S}_{o_{ix}} \underline{S}_{o_{iz}} \quad \underline{S}_{o_{ix}} \underline{S}_{o_{iy}} \quad \underline{S}_{o_{ix}} \quad \underline{S}_{o_{iy}} \quad \underline{S}_{o_{iz}} - \underline{S}_{o_{ix}}^2 \right. \\ & \left. - \underline{S}_{o_{iy}}^2 \right) \begin{pmatrix} -\underline{S}_{o_{iz}}^2 & \underline{S}_{o_{iz}}^3 & \underline{S}_{o_{iy}}^3 & \underline{S}_{o_{iz}}^3 \end{pmatrix} \underline{X}_a \end{aligned} \quad (5-66)$$

زیرنویس i به شماره اندازه گیری اشاره می کند و داریم:

$$z = H X_a \quad (5-67)$$

که در آن z ماتریس اندازه گیری است و برابر است با :

$$z = (g_a - S_{o_i}) g_a \quad (5-68)$$

g_a اندازه نیروی گرانشی زمین و S_{o_i} نرم خروجی های سه محور شتاب سنج است. X_a نیز ماتریس پارامترهای مجهول کالیبراسیون می باشد که به صورت زیر تعریف می شود.

$$\underline{X}_a = \left(\underline{a}_{yx} \quad \underline{a}_{xy} \quad \underline{a}_{xz} \quad \delta \underline{S}_{b_x} \quad \delta \underline{S}_{b_y} \quad \delta \underline{S}_{b_z} \quad \delta \hat{k}_{sa_x} \quad \delta \hat{k}_{sa_y} \quad \delta \hat{k}_{sa_z} \quad \underline{k}_{n_x} \quad \underline{k}_{n_y} \quad \underline{k}_{n_z} \right)^T \quad (5-69)$$

و ماتریس H نیز برابر است با:

$$\begin{aligned} H = & \left(\underline{S}_{o_{iy}} \underline{S}_{o_{iz}} - \underline{S}_{o_{ix}} \underline{S}_{o_{iz}} \quad \underline{S}_{o_{ix}} \underline{S}_{o_{iy}} \quad \underline{S}_{o_{ix}} \quad \underline{S}_{o_{iy}} \quad \underline{S}_{o_{iz}} - \underline{S}_{o_{ix}}^2 \quad - \underline{S}_{o_{iy}}^2 \right. \\ & \left. - \underline{S}_{o_{iz}}^2 \quad \underline{S}_{o_{ix}}^3 \quad - \underline{S}_{o_{iy}}^3 \quad - \underline{S}_{o_{iz}}^3 \right) \end{aligned} \quad (5-70)$$

که با استفاده از روش حداقل مربعات خطا می توان مقادیر X_a با روش زیر تقریب زد:

$$\hat{X}_a = (H^T H)^{-1} H^T z \quad (5-71)$$

۵-۶-۷- کالیبراسیون ژيروسکوپ

به طور کلی میزان سرعت احساس شده توسط ژيروسکوپ با مقدار واقعی اعمال شده به محورهای ورودی ژيروسکوپ به دلیل وجود خطا اختلاف دارد. این خطا شامل خطای بایاس، بهره ها (ضریب مقیاس) و عدم تراز محورها و دیگر منابع خطا متناسب با اجزای شتاب می باشد. به دلیل تفاوت زیاد در طراحی و ساخت ژيروسکوپ ها معمولاً کالیبراسیون آن ها با یکدیگر تفاوت دارد. مثلاً ژيروسکوپ های که دارای

ساختار مکانیکی می‌باشند تحت تأثیر نیرو گرانش زمین دچار انحراف و یا به دلیل خطای ساخت داری تقارن جرمی نیستند که این‌ها باعث بروز خطا در ژيروسکوپ‌ها می‌شود. در کل ما سعی کردیم که یک روش کلی برای کالیبراسیون ارائه دهیم که تمام عوامل خطا را شامل شود و بنا به نوع حس‌گر از آن استفاده شود. در کل ضرایب کالیبراسیون به ضرایب وابسته و غیر وابسته تقسیم می‌شوند. در این پایان‌نامه چون ژيروسکوپ مورد استفاده ما یک ژيروسکوپ ممز است و فاقد قسمت‌های مکانیکی مرسوم است. از ضرایب وابسته به شتاب گرانشی زمین صرف‌نظر می‌کنیم.

۵-۶-۷-۱- مدل سازی خطای ژيروسکوپ و پیدا کردن الگوریتم

کالیبراسیون

سرعت زاویه‌ای اعمال شده در راستای سه محور عمود به هم، برابر با سرعت زاویه‌ای اندازه‌گیری شده توسط ژيروسکوپ در راستای سه محور ضربدر ماتریس ضریب مقیاس و ماتریس تبدیل ژيروسکوپ به دستگاه P است. دستگاه P همان‌گونه که قبلاً تعریف کردیم دستگاهی است که سه محور آن به گونه‌ای نسبت به بدنه در نظر گرفته می‌شوند که بر یکدیگر عمود باشند و دستگاه مختصات ژيروسکوپ g نیز دستگاه است که از قرار دادن سه ژيروسکوپ به صورت عمود به هم تشکیل شده تا سرعت زاویه‌ای را در سه محور اندازه‌گیری کند که معمولاً دچار انحراف است و بر یکدیگر متعامد نمی‌باشند.

اگر محورهای دستگاه مختصات ژيروسکوپ نسبت به دستگاه P داری خطا و انحراف باشد ماتریس انتقال آن از دستگاه ژيروسکوپ به دستگاه P برابر است با [۱۶،۳۰]:

$$T_g^P = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha_{yz} & \alpha_{zy} \\ \alpha_{xz} & 1 & -\alpha_{zx} \\ -\alpha_{xy} & \alpha_{yx} & 1 \end{pmatrix} \quad (۷۲-۵)$$

α_{ij} میزان انحراف محور i ام ژيروسکوپ نسبت به محور j ام پلات فرم، با این فرض که:

$$\overline{\omega}^P = T_g^P K_{sf}^g \overline{\omega}^g \quad (۷۳-۵)$$

ω^p سرعت زاویه‌ای اعمال شده به دستگاه مختصات P، T_g^P ماتریس انتقال از ژيروسکوپ به دستگاه مختصات P، K_{sf}^g نیز ماتریس ضریب مقیاس ژيروسکوپ و $\overline{\omega}^g$ مقدار سرعت زاویه‌ای اندازه‌گیری شده در راستای هر محور ژيروسکوپ می‌باشد. در زیر به تعریف ریاضی هر کدام می‌پردازیم:

$$\underline{\omega}^P = \begin{pmatrix} \omega_{p_x} \\ \omega_{p_y} \\ \omega_{p_z} \end{pmatrix} \quad (۷۴-۵)$$

$$\underline{\omega}^g = \begin{pmatrix} \underline{\omega}_{g_x} \\ \underline{\omega}_{g_y} \\ \underline{\omega}_{g_z} \end{pmatrix} \quad (۷۵-۵)$$

$$K_{sf}^g = \begin{pmatrix} k_{sg_x} & 0 & 0 \\ 0 & k_{sg_y} & 0 \\ 0 & 0 & k_{sg_z} \end{pmatrix} \quad (۷۶-۵)$$

حاصل ضرب مقدار اندازه‌گیری شده سرعت زاویه‌ای در ماتریس ضریب مقیاس واقعی، $\underline{K}_{sf}^g$ ، برابر می‌شود با:

$$K_{sf}^g \underline{\omega}^g = \underline{\omega}_o^g + \delta \underline{\omega}_b^g + \underline{K}_{ub}^g \underline{S}^g + \underline{K}_{cii}^g \underline{S}_i^g \underline{S}_i^g + \underline{K}_{cij}^g \underline{S}_i^g \underline{S}_j^g \quad (۷۷-۵)$$

جایی که:

$$\underline{K}_{sf}^g = \begin{pmatrix} \underline{k}_{sg_x} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{k}_{sg_y} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{k}_{sg_z} \end{pmatrix} \quad (۷۸-۵)$$

$$(۷۹-۵)$$

$$\underline{\omega}_o^P = \begin{pmatrix} \underline{\omega}_{o_x} \\ \underline{\omega}_{o_y} \\ \underline{\omega}_{o_z} \end{pmatrix} \quad (۸۰-۵)$$

$$\delta \underline{\omega}_b^g = \begin{pmatrix} \underline{\omega}_{b_x} \\ \underline{\omega}_{b_y} \\ \underline{\omega}_{b_z} \end{pmatrix} \quad (۸۱-۵)$$

$$\underline{K}_{ub}^g = \begin{pmatrix} \underline{k}_{s_x} & \underline{k}_{f_x} & \underline{k}_{o_x} \\ \underline{k}_{o_y} & \underline{k}_{s_y} & \underline{k}_{l_x} \\ \underline{k}_{f_z} & \underline{k}_{o_z} & \underline{k}_{s_z} \end{pmatrix} \quad (۸۲-۵)$$

$$\underline{K}_{cii}^g = \begin{pmatrix} \underline{k}_{sl_x} & -\underline{k}_{ls_x} & \underline{k}_{oo_x} \\ \underline{k}_{oo_y} & \underline{k}_{sl_y} & -\underline{k}_{ls_y} \\ -\underline{k}_{ls_z} & \underline{k}_{oo_z} & \underline{k}_{ls_z} \end{pmatrix} \quad (۸۳-۵)$$

$$\underline{K}_{cij}^g = \begin{pmatrix} -(\underline{k}_{ss_x} - \underline{k}_{ll_x}) & (\underline{k}_{lo_x} + \underline{k}_{so_x}) & -(\underline{k}_{os_x} - \underline{k}_{lo_x}) \\ (\underline{k}_{lo_y} + \underline{k}_{so_y}) & -(\underline{k}_{os_y} - \underline{k}_{lo_y}) & -(\underline{k}_{ss_y} - \underline{k}_{ll_y}) \\ -(\underline{k}_{os_z} - \underline{k}_{lo_z}) & -(\underline{k}_{ss_z} - \underline{k}_{ll_z}) & (\underline{k}_{lo_z} + \underline{k}_{so_z}) \end{pmatrix} \quad (۸۳-۵)$$

$$\underline{S}^g = \begin{pmatrix} \underline{S}_{g_x} \\ \underline{S}_{g_y} \\ \underline{S}_{g_z} \end{pmatrix} \quad (۸۴-۵)$$

$$\underline{S}_i^g \underline{S}_i^g = \begin{pmatrix} \underline{S}_{g_x}^2 \\ \underline{S}_{g_y}^2 \\ \underline{S}_{g_z}^2 \end{pmatrix} \quad (۸۵-۵)$$

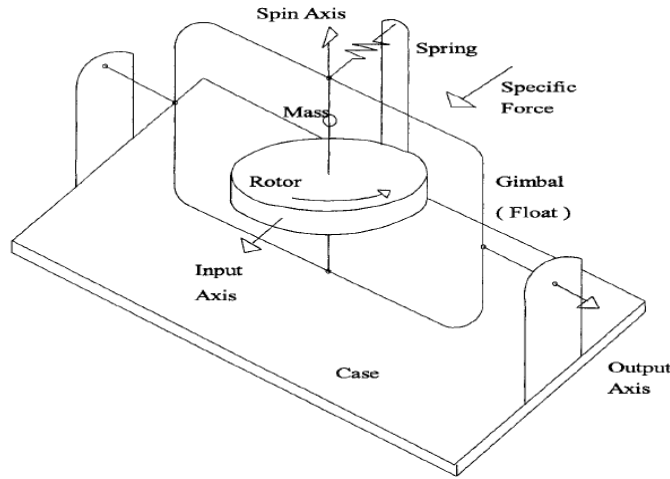
$$\underline{S}_i^g \underline{S}_j^g = \begin{pmatrix} \underline{S}_{g_x} \underline{S}_{g_x} \\ \underline{S}_{g_y} \underline{S}_{g_y} \\ \underline{S}_{g_z} \underline{S}_{g_z} \end{pmatrix} \quad (۸۶-۵)$$

که در آن عبارت $\underline{K}_{sf}^g$ ماتریس ضریب مقیاس واقعی، $\overline{\omega}_o^g$ مقدار خروجی واقعی ژيروسکوپ، $\delta\omega_b^g$ بردار بایاس ژيروسکوپ، $\underline{K}_{ub}^g$ ماتریس عدم تعادل جرمی و $\underline{K}_{cii}^g$ ماتریس انطباق در راستای محورهای واقعی، $\underline{K}_{cij}^g$ ماتریس انطباق تقاطع محورهای واقعی و در آخر سر $\underline{S}^g$ ماتریس مقدار نیروی واقعی وارده شده بر راستای محورهای ورودی ژيروسکوپ می باشد. بعضی از ضرایب کالیبراسیون ممکن است برای یک سری از ژيروسکوپ صدق نکنند. معادلات عمومی میزان انحراف هر ژيروسکوپ برابر است با:

$$\begin{aligned} drift\ rate = & \delta\omega_b + \underline{k}_s \underline{S}_I - \underline{k}_I \underline{S}_s + \underline{k}_o \underline{S}_o + \underline{k}_{sI} \underline{S}_I^2 - \underline{k}_{Is} \underline{S}_s^2 + \underline{k}_{oo} \underline{S}_o^2 \\ & + (\underline{k}_{ss} - \underline{k}_{II}) \underline{S}_I \underline{S}_s + (\underline{k}_{os} - \underline{k}_{Io}) \underline{S}_o \underline{S}_s + (\underline{k}_{Io} - \underline{k}_{so}) \underline{S}_I \underline{S}_o \end{aligned} \quad (۸۷-۵)$$

در این مدل $\underline{S}_I$ ، $\underline{S}_o$ و $\underline{S}_s$ به ترتیب نیروی واقعی اعمال شده به محورهای ورودی، خروجی و محورهای چرخش می باشند و همچنین به ترتیب $\underline{k}_I$ ، $\underline{k}_o$ و $\underline{k}_s$ ضرایب واقعی عدم تعادل جرمی در راستای محورهای ورودی، خروجی و محورهای چرخش می باشند و $\underline{k}_{ij}$ ضریب واقعی با توجه انطباق در امتداد محور i ام ناشی از یک نیروی خاص در طول محور y ام می باشد.

همان طور که در شکل (۷-۵) نشان داده شده است برای هر حلقه ی ژيروسکوپ محورهای ورودی و خروجی و چرخش در بدنه ی ژيروسکوپ در نظر گرفته شده اند، و از طرفی ما می دانیم که ایجاد خطا در سرعت زاویه ی محورهای ورودی باعث ایجاد خطا در گشتاور محورهای خروجی می شود. وجود نقص در تقارن جرمی ژيروسکوپ باعث به هم خوردن تعادل جرمی آن می شود.



شکل (۷-۵) ساختار تشکیل دهنده ی یک ژيروسکوپ تک محور در نظر گرفته شده در طی کالبراسیون [۱۶]

هر شتاب در امتداد محورهای چرخش یا محورهای ورودی یک گشتاور در خروجی تولید می کند و باعث خطا در خروجی و اندازه گیری می شود. و سپس با جایگذاری معادله (۷۷-۵) در معادله (۷۳-۵) داریم :

$$\begin{aligned} \overline{\omega}^P \approx \overline{\omega}_o^g + & \begin{pmatrix} -\underline{\alpha}_{xz}\underline{\omega}_{oy} + \underline{\alpha}_{xy}\underline{\omega}_{oz} + \delta\underline{\omega}_{bx} - \delta\hat{k}_{sgx}\underline{\omega}_{ox} \\ \underline{\alpha}_{yz}\underline{\omega}_{ox} - \underline{\alpha}_{yx}\underline{\omega}_{oz} + \delta\underline{\omega}_{by} - \delta\hat{k}_{sgy}\underline{\omega}_{oy} \\ -\underline{\alpha}_{zy}\underline{\omega}_{oz} + \underline{\alpha}_{zx}\underline{\omega}_{oy} + \delta\underline{\omega}_{bz} - \delta\hat{k}_{sgz}\underline{\omega}_{oz} \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} \underline{k}_{sx}\underline{S}_{ox} + \underline{k}_{Ix}\underline{S}_{oy} + \underline{k}_{Ox}\underline{S}_{Oz} + \underline{k}_{SIx}\underline{S}_{Ox}^2 - \underline{k}_{SIz}\underline{S}_{Oy}^2 + \underline{k}_{OOx}\underline{S}_{Oz}^2 \\ \underline{k}_{Oy}\underline{S}_{Ox} + \underline{k}_{Sy}\underline{S}_{Oy} + \underline{k}_{Iy}\underline{S}_{Oz} + \underline{k}_{OOy}\underline{S}_{Ox}^2 + \underline{k}_{SIy}\underline{S}_{Oy}^2 - \underline{k}_{ISy}\underline{S}_{Oz}^2 \\ \underline{k}_{Iz}\underline{S}_{Ox} + \underline{k}_{Oz}\underline{S}_{Oy} + \underline{k}_{Sz}\underline{S}_{Oz} - \underline{k}_{ISz}\underline{S}_{Ox}^2 + \underline{k}_{OOz}\underline{S}_{Oy}^2 + \underline{k}_{SIz}\underline{S}_{Oz}^2 \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} -(\underline{k}_{SSx} - \underline{k}_{IIx})\underline{S}_{Ox}\underline{S}_{Oy} + (\underline{k}_{IOx} + \underline{k}_{SOx})\underline{S}_{Ox}\underline{S}_{Oz} - (\underline{k}_{OSx} - \underline{k}_{IOx})\underline{S}_{Oy}\underline{S}_{Oz} \\ (\underline{k}_{IOy} + \underline{k}_{SOy})\underline{S}_{Ox}\underline{S}_{Oy} - (\underline{k}_{OSy} - \underline{k}_{IOy})\underline{S}_{Ox}\underline{S}_{Oz} - (\underline{k}_{SSy} - \underline{k}_{IIy})\underline{S}_{Oy}\underline{S}_{Oz} \\ -(\underline{k}_{OSz} - \underline{k}_{IOz})\underline{S}_{Ox}\underline{S}_{Oy} - (\underline{k}_{SSz} - \underline{k}_{IIz})\underline{S}_{Ox}\underline{S}_{Oz} + (\underline{k}_{IOz} + \underline{k}_{SOz})\underline{S}_{Oy}\underline{S}_{Oz} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (۸۸-۵)$$

از علامت تقریب به این خاطر استفاده کردیم که از قسمت اول سری تیلور عبارت $k_{sg_i}/(k_{sg_i} + \delta k_{sg_i})$ در معادلات بالا استفاده شده است که k_{sg_i} برابر است با :

$$\underline{k}_{sg_i} = k_{sg_i} + \delta k_{sg_i} \quad (۸۹-۵)$$

و $\delta\hat{k}_{sg_i}$ نیز برابر است با :

$$\delta\hat{k}_{sg_i} = \delta k_{sg_i} / k_{sg_i} \quad (۹۰-۵)$$

که در آن $i=x,y,z$ است.

معادله بالا درمجموع شامل سه معادل و ۳۹ پارامتر مجهول از ضرایب کالیبراسیون می باشد. برای پیدا کردن معادلات به اندازه کافی است ژيروسکوپ را به صورت دنباله ای از زوایای مختلف می چرخانیم. باید توجه داشت که متغیرها و ضرایب کالیبراسیون از اندازه گیری سرعت زاویه ای به وسیله ژيروسکوپ و نیرو به وسیله شتاب سنج به دست می آیند.

همانند کالیبراسیون شتاب سنج ما می خواهیم مقدار ضرایب کالیبراسیون را مشخص کنیم تا مقدار $\overline{\omega}^p$ با سرعت زاویه ای مرجع کالیبراسیون $\overline{\omega}_r^p$ برابر شود.

سرعت زاویه ای مرجع برای سامانه های ناوبری با دقت بالا شامل سرعت زاویه ای زمین و سرعت فرمان چرخش ژيروسکوپ می باشد.

$$R_e^P \overline{\omega}_{ie}^e + \overline{\omega}_{CP}^P = \overline{\omega}_r^P \quad (۵-۹۱)$$

جایی که:

$$\overline{\omega}_r^P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_r \end{pmatrix} \quad (۵-۹۲)$$

که در آن $\overline{\omega}_{ie}^e$ سرعت زاویه ای زمین و $\overline{\omega}_r^p$ سرعت فرمان چرخش ژيروسکوپ و $\overline{\omega}_r^p$ سرعت زاویه ای مرجع در دستگاه بدنه ای ژيروسکوپ و R_e^P ماتریس انتقال از دستگاه مختصات زمین به دستگاه P می باشد.

با استفاده از معادله (۵-۸۸) و مربع گرفتن از دامنه ای آن $(\overline{\omega}^p)^T \overline{\omega}^p$ و برابر قرار دادن با $\overline{\omega}_r^p$ داریم

$$\omega_r^2 - \omega_o^2 = 2\omega_r(\omega_r - \omega_o) \quad (۵-۹۳)$$

که این معادله را به عنوان یک معادله مناسب برای معادله مشاهدات در نظر می گیریم که داریم:

$$\begin{aligned} & (\omega_r - \omega_o)\omega_r \\ & \approx \begin{pmatrix} \omega_{ox}\omega_{oz} & \omega_{oy}\omega_{oz} & \omega_{ox}\omega_{oy} & \omega_{ox} & \omega_{oy} & \omega_{oz} & -\omega_{ox}^2 & -\omega_{oy}^2 & -\omega_{oz}^2 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} \omega_{ox} & \omega_{oy} & \omega_{oz} & \omega_{ox} & \omega_{oy} & \omega_{oz} & \omega_{ox} & \omega_{oy} & \omega_{oz} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (۵-۹۴)$$

$$\begin{aligned} & \underline{S}_{O_y} \underline{\omega}_{O_z} \underline{S}_{O_x}^2 \underline{\omega}_{O_x} \underline{S}_{O_y}^2 \underline{\omega}_{O_y} \underline{S}_{O_z}^2 \underline{\omega}_{O_z} \underline{S}_{O_x}^2 \underline{\omega}_{O_x} \underline{S}_{O_x}^2 \underline{\omega}_{O_y} \underline{S}_{O_y}^2 \underline{\omega}_{O_z} - \underline{S}_{O_y}^2 \underline{\omega}_{O_x} \\ & - \underline{S}_{O_z}^2 \underline{\omega}_{O_y} - \underline{S}_{O_x}^2 \underline{\omega}_{O_z} - \underline{S}_{O_x} \underline{S}_{O_y} \underline{\omega}_{O_x} - \underline{S}_{O_z} \underline{S}_{O_z} \underline{\omega}_{O_y} - \underline{S}_{O_x} \underline{S}_{O_z} \underline{\omega}_{O_z} - \underline{S}_{O_y} \underline{S}_{O_z} \underline{\omega}_{O_x} \\ & - \underline{S}_{O_x} \underline{S}_{O_z} \underline{\omega}_{O_y} - \underline{S}_{O_x} \underline{S}_{O_y} \underline{\omega}_{O_z} \underline{S}_{O_x} \underline{S}_{O_z} \underline{\omega}_{O_x} \underline{S}_{O_x} \underline{S}_{O_y} \underline{\omega}_{O_y} \underline{S}_{O_y} \underline{S}_{O_z} \underline{\omega}_{O_z}) \delta \underline{\dot{X}}_g \end{aligned}$$

و در آن:

$$\begin{aligned} \delta \underline{\dot{X}}_g &= \left((\underline{\alpha}_{xy} - \underline{\alpha}_{zy})(\underline{\alpha}_{zx} - \underline{\alpha}_{yx})(\underline{\alpha}_{yz} - \underline{\alpha}_{xz}) \delta \underline{\omega}_{b_x} \delta \underline{\omega}_{b_y} \delta \underline{\omega}_{b_z} \delta \underline{\hat{k}}_{sg_x} \delta \underline{\hat{k}}_{sg_y} \delta \underline{\hat{k}}_{sg_z} \right) \\ & \underline{k}_{s_x} \underline{k}_{s_y} \underline{k}_{s_z} \underline{k}_{I_x} \underline{k}_{I_y} \underline{k}_{I_z} \underline{k}_{O_x} \underline{k}_{O_y} \underline{k}_{O_z} \underline{k}_{SI_x} \underline{k}_{SI_y} \underline{k}_{SI_z} \underline{k}_{OO_x} \underline{k}_{OO_y} \underline{k}_{OO_z} \\ & \underline{k}_{IS_x} \underline{k}_{IS_y} \underline{k}_{IS_z} (\underline{k}_{SS_x} - \underline{k}_{II_x}) (\underline{k}_{SS_y} - \underline{k}_{II_y}) (\underline{k}_{SS_z} - \underline{k}_{II_z}) (\underline{k}_{OS_x} - \underline{k}_{IO_x}) \\ & (\underline{k}_{OS_y} - \underline{k}_{IO_y}) (\underline{k}_{OS_z} - \underline{k}_{IO_z}) (\underline{k}_{IO_x} + \underline{k}_{SO_x}) (\underline{k}_{IO_y} + \underline{k}_{SO_y}) (\underline{k}_{IO_z} + \underline{k}_{SO_z})^T \end{aligned} \quad (95-5)$$

می‌توان معادله (94-5) را با تقسیم کردن بر ω_r^2 نرمالیزه کرد. و در معادله (95-5) α_{ij} مؤلفه‌های ماتریس انتقال از ژيروسکوپ به دستگاه بدنه هستند که میزان انحراف دستگاه‌ها ژيروسکوپ نسبت به دستگاه بدنی می‌باشد. که این ماتریس را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\underline{T}_g^P = I + \underline{\alpha}_{rt} + \underline{\alpha}_{mg} \quad (96-5)$$

$$\underline{\alpha}_{rt} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -(\underline{\alpha}_{yz} + \underline{\alpha}_{xz}) & (\underline{\alpha}_{zy} + \underline{\alpha}_{xy}) \\ (\underline{\alpha}_{yz} + \underline{\alpha}_{xz}) & 0 & -(\underline{\alpha}_{zx} + \underline{\alpha}_{yx}) \\ -(\underline{\gamma}_{zy} + \underline{\gamma}_{xy}) & (\underline{\gamma}_{zx} + \underline{\gamma}_{yx}) & 0 \end{pmatrix} \quad (97-5)$$

$$\underline{\alpha}_{mg} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & (\underline{\alpha}_{xz} - \underline{\alpha}_{yz}) & (\underline{\alpha}_{zy} - \underline{\alpha}_{xy}) \\ (\underline{\alpha}_{xz} - \underline{\alpha}_{yz}) & 0 & (\underline{\alpha}_{yx} - \underline{\alpha}_{zx}) \\ (\underline{\alpha}_{zy} - \underline{\alpha}_{xy}) & (\underline{\alpha}_{yx} - \underline{\alpha}_{zx}) & 0 \end{pmatrix} \quad (98-5)$$

درجایی که $\underline{\alpha}_{rt}$ چرخش واقعی و $\underline{\alpha}_{mg}$ تغییرات دامنه چرخش می‌باشد. تفاضل α_{ij} در معادله (95-5) در معادله $\underline{\alpha}_{mg}$ ظاهر می‌شود.

ضرایب کالیبراسیون مستقل از نیروی ویژه و ضرایب وابسته به نیروی ویژه در معادله (۵-۸۸) را می توان با مشاهدات مختلف صورت جداگانه مورد ارزیابی قرارداد. که با چرخش های ۱،۳،۵،۷،۹ و ۱۱ ضرایب مستقل از نیروی ویژه را می توان مشخص کرد و با چرخش های ۱۲،۱۳،۱۴،۱۵،۱۶،۱۷ و ۲،۴،۶،۸،۱۰،۱۲،۱۳،۱۴،۱۵،۱۶،۱۷ می توان ۲۷ ضریب وابسته به نیروی ویژه را مشخص کرد.

برای ارزیابی کردن معادله (۵-۸۸) را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}^P &\approx \bar{\omega}_o^g \\ &+ \left[\begin{pmatrix} -\omega_{oy} & 0 & 0 & \omega_{oz} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\omega_{ox} & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho x} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{ox} & 0 & 0 & -\omega_{oz} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\omega_{oy} & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho x} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_{ox} & 0 & 0 & \omega_{oy} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \omega_{oz} & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho x} \end{pmatrix} \right] \\ &+ \begin{pmatrix} \underline{s}_{\rho y} & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho z} & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho x}^2 & 0 & 0 & -\underline{s}_{\rho y}^2 & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho z}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{s}_{\rho y} & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho z} & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho x}^2 & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho y}^2 & 0 & 0 & -\underline{s}_{\rho z}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{s}_{\rho y} & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho z} & 0 & 0 & -\underline{s}_{\rho x}^2 & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho y}^2 & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho z}^2 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} -\underline{s}_{\rho x} \underline{s}_{\rho y} & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho x} \underline{s}_{\rho z} & 0 & 0 & -\underline{s}_{\rho y} \underline{s}_{\rho z} & 0 & 0 & 0 & -\underline{s}_{\rho x} \underline{s}_{\rho z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{s}_{\rho x} \underline{s}_{\rho y} & 0 & 0 & -\underline{s}_{\rho x} \underline{s}_{\rho z} & 0 & 0 & 0 & -\underline{s}_{\rho x} \underline{s}_{\rho z} & 0 & 0 & -\underline{s}_{\rho x} \underline{s}_{\rho z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\underline{s}_{\rho x} \underline{s}_{\rho y} & 0 & 0 & -\underline{s}_{\rho x} \underline{s}_{\rho z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{s}_{\rho y} \underline{s}_{\rho z} & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (۵-۹۹)$$

که می توان ماتریس مشاهدات را به صورت زیر تعریف کرد:

$$Z = HX_g \quad (۵-۱۰۰)$$

$$Z = \bar{\omega}^P - \bar{\omega}_o^g \quad (۵-۱۰۱)$$

و در نتیجه بردار X نیز برابر است با:

$$\begin{aligned} X_g = & (\alpha_{xz} \quad \alpha_{yz} \quad \alpha_{zy} \quad \alpha_{xy} \quad \alpha_{yx} \quad \alpha_{zx} \quad \delta \omega_{b_x} \quad \delta \omega_{b_y} \quad \delta \omega_{b_z} \quad \delta \hat{k}_{sg_x} \\ & \delta \hat{k}_{sg_y} \quad \delta \hat{k}_{sg_z} \quad \underline{k}_{s_x} \quad \underline{k}_{o_y} \quad \underline{k}_{I_z} \quad \underline{k}_{I_x} \quad \underline{k}_{s_y} \quad \underline{k}_{o_z} \quad \underline{k}_{o_x} \quad \underline{k}_{I_y} \\ & \underline{k}_{s_x} \quad \underline{k}_{sI_x} \quad \underline{k}_{oo_y} \quad \underline{k}_{Is_z} \quad \underline{k}_{sI_x} \quad \underline{k}_{sI_y} \quad \underline{k}_{oo_z} \quad \underline{k}_{oo_x} \quad \underline{k}_{Is_y} \quad \underline{k}_{sI_z} \quad \underline{k}_{ssII_x} \\ & \underline{k}_{Ioso_y} \quad \underline{k}_{osIo_z} \quad \underline{k}_{Ioso_x} \quad \underline{k}_{osIo_y} \quad \underline{k}_{ssII_z} \quad \underline{k}_{osIo_x} \quad \underline{k}_{ssII_y} \quad \underline{k}_{Ioso_z})^T \end{aligned} \quad (۵-۱۰۲)$$

$$\begin{aligned}\underline{k}_{ssII_i} &= \underline{k}_{ss_i} - \underline{k}_{II_i} \\ \underline{k}_{osIo_i} &= \underline{k}_{os_i} - \underline{k}_{Io_i} \\ \underline{k}_{Iosoi} &= \underline{k}_{Io_i} - \underline{k}_{so_i}\end{aligned}\quad (۱۰۳-۵)$$

که در کل می‌توان ماتریس X_g را استفاده از روش حداقل مربعات خطا به صورت زیر مشخص کرد

$$\hat{X}_g = (H^T H) H^T Z \quad (۱۰۴-۵)$$

۵-۶-۷-۲- ضرایب ژيروسکوپ غیر وابسته به نیروی ویژه

با خارج کردن ضرایب غیر وابسته به نیروی ویژه از معادله (۵-۸۸) داریم:

$$\begin{aligned}\underline{\omega}_r^p - \underline{\omega}_o^g \\ \approx \begin{pmatrix} -\underline{\omega}_{O_y} & 0 & 0 & \underline{\omega}_{O_z} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\underline{\omega}_{O_x} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{\omega}_{O_z} & 0 & 0 & -\underline{\omega}_{O_x} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\underline{\omega}_{O_y} & 0 \\ 0 & 0 & -\underline{\omega}_{O_x} & 0 & 0 & \underline{\omega}_{O_y} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\underline{\omega}_{O_z} \end{pmatrix} X_g\end{aligned}\quad (۱۰۵-۵)$$

$$X_g = \left(\alpha_{xz} \ \alpha_{yz} \ \alpha_{zy} \ \alpha_{xy} \ \alpha_{yx} \ \alpha_{zx} \ \delta \underline{\omega}_{b_x} \ \delta \underline{\omega}_{b_y} \ \delta \underline{\omega}_{b_z} \ \delta \hat{k}_{sg_x} \ \delta \hat{k}_{sg_y} \ \delta \hat{k}_{sg_z} \right)^T \quad (۱۰۶-۵)$$

که ۶ تا ضرایب α_{ij} میزان انحراف محورهای خروجی ژيروسکوپ نسبت به دستگاه بدنه، $\delta \underline{\omega}_{b_i}$ بایاس ژيروسکوپ و $\delta \hat{k}_{sg_i}$ ضریب مقیاس ژيروسکوپ سپس برای به دست آوردن مقدار آن‌ها از روش حداقل مربعات خطا استفاده می‌کنیم که می‌توان ماتریس مشاهدات را همان‌طور که قبلاً گفتیم به صورت زیر تعریف کرد

$$Z = H X_g \quad (۱۰۷-۵)$$

و از طرفی داریم:

$$Z = \underline{\omega}^p - \underline{\omega}_o^g \quad (۱۰۸-۵)$$

$$H = \begin{pmatrix} -\underline{\omega}_{Oy} & 0 & 0 & \underline{\omega}_{Oz} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\underline{\omega}_{Ox} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{\omega}_{Oz} & 0 & 0 & -\underline{\omega}_{Ox} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\underline{\omega}_{Oy} & 0 \\ 0 & 0 & -\underline{\omega}_{Ox} & 0 & 0 & \underline{\omega}_{Oy} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\underline{\omega}_{Oz} \end{pmatrix}$$

(۱۰۹-۵)

با فرمول حداقل مربعات خطا X_g که شامل ضرایب مستقل از نیروی ویژه است مشخص می شود

$$\hat{X}_g = (H^T H)^{-1} H^T Z$$

(۱۱۰-۵)

۵-۶-۷-۳ ضرایب ژيروسکوپ وابسته به نیروی ویژه

همانند حالت قبل می توان با استخراج کردن ضرایب وابسته از معادله (۵-۸۸) مقدار عددی آن ها را مشخص کرد که داریم

$$\begin{aligned} \bar{\omega}^p \approx \bar{\omega}_o^g + & \begin{pmatrix} \underline{s}_{Ox} & 0 & 0 & \underline{s}_{Oy} & 0 & 0 & \underline{s}_{Oz} & 0 & 0 & \underline{s}_{Ox}^2 & 0 & 0 & -\underline{s}_{Oy}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{s}_{Ox} & 0 & 0 & \underline{s}_{Oy} & 0 & 0 & \underline{s}_{Oz} & 0 & 0 & \underline{s}_{Ox}^2 & 0 & 0 & \underline{s}_{Oy}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{s}_{Ox} & 0 & 0 & \underline{s}_{Oy} & 0 & 0 & \underline{s}_{Oz} & 0 & 0 & -\underline{s}_{Ox}^2 & 0 & 0 & \underline{s}_{Oy}^2 \end{pmatrix} \\ + & \begin{pmatrix} \underline{s}_{Oz}^2 & 0 & 0 & -\underline{s}_{Ox}\underline{s}_{Oy} & 0 & 0 & \underline{s}_{Ox}\underline{s}_{Oz} & 0 & 0 & -\underline{s}_{Oy}\underline{s}_{Oz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\underline{s}_{Oz}^2 & 0 & 0 & \underline{s}_{Ox}\underline{s}_{Oy} & 0 & 0 & -\underline{s}_{Ox}\underline{s}_{Oz} & 0 & 0 & -\underline{s}_{Ox}\underline{s}_{Oz} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{s}_{Oz}^2 & 0 & 0 & -\underline{s}_{Ox}\underline{s}_{Oy} & 0 & 0 & -\underline{s}_{Ox}\underline{s}_{Oz} & 0 & 0 & \underline{s}_{Oy}\underline{s}_{Oz} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(۱۱۱-۵)

جایی که

$$X_g = \begin{pmatrix} \underline{k}_{Sx} & \underline{k}_{Oy} & \underline{k}_{Iz} & \underline{k}_{Ix} & \underline{k}_{Sy} & \underline{k}_{Oz} & \underline{k}_{Ox} & \underline{k}_{Iy} & \underline{k}_{Sx} & \underline{k}_{SIx} & \underline{k}_{OOy} & \underline{k}_{JSz} & \underline{k}_{SIx} & \underline{k}_{SIy} & \underline{k}_{OOz} & \underline{k}_{OOx} & \underline{k}_{ISy} & \underline{k}_{SIz} & \underline{k}_{SSIx} & \underline{k}_{IOSy} & \underline{k}_{OSIOz} & \underline{k}_{IOSOx} & \underline{k}_{OSIOy} & \underline{k}_{SSIIz} & \underline{k}_{OSIOx} & \underline{k}_{SSIIy} & \underline{k}_{IOSOz} \end{pmatrix}^T$$

(۱۱۲-۵)

در اینجا نیز می توان ماتریس مشاهدات را به صورت قبل تعریف کرد

$$Z = HX_g$$

(۱۱۳-۵)

و از طرفی داریم:

$$Z = \overline{\omega}^P - \overline{\omega}_o^g$$

$$H = \begin{pmatrix} \underline{S}_{\rho_x} & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_y} & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_z} & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_x}^2 & 0 & 0 & -\underline{S}_{\rho_y}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{S}_{\rho_x} & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_y} & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_z} & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_x}^2 & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_y}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_x} & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_y} & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_z} & 0 & 0 & -\underline{S}_{\rho_x}^2 & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_y}^2 \end{pmatrix} \quad (114-5)$$

$$+ \begin{pmatrix} \underline{S}_{\rho_z}^2 & 0 & 0 & -\underline{S}_{\rho_x}\underline{S}_{\rho_y} & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_x}\underline{S}_{\rho_z} & 0 & 0 & -\underline{S}_{\rho_y}\underline{S}_{\rho_z} & 0 & 0 \\ 0 & -\underline{S}_{\rho_z}^2 & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_x}\underline{S}_{\rho_y} & 0 & 0 & -\underline{S}_{\rho_x}\underline{S}_{\rho_z} & 0 & 0 & -\underline{S}_{\rho_x}\underline{S}_{\rho_z} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_z}^2 & 0 & 0 & -\underline{S}_{\rho_x}\underline{S}_{\rho_y} & 0 & 0 & -\underline{S}_{\rho_x}\underline{S}_{\rho_z} & 0 & 0 & \underline{S}_{\rho_y}\underline{S}_{\rho_z} \end{pmatrix}$$

$$\hat{X}_g = (H^T H) H^T Z \quad (115-5)$$

به دلیل آن که در این پایان نامه ما از حس گری که استفاده می کنیم بر اساس فناوری ممز ساخته شده است و از نوع ژيروسکوپ های مکانیکی نمی باشد پس می توان از ضرایب وابسته به نیرو صرف نظر کرد.

فصل ششم

نتایج عددی

۶-۱- نتایج کالیبراسیون

مهم‌ترین خطاهای ثابت حس‌گرها خطاهای بایاس، ضریب مقیاس و عدم تراز محورها است. با تعریف یک بردار مرجع فیزیکی مناسب برای هرکدام از حس‌گرها و چرخش‌ها لازم برای اینکه کل فضا را پوشش دهد و با استفاده از یک میز تست مناسب طبق روش‌های که در ادامه فصل ۵ ارائه دادیم کالیبراسیون را انجام شد و خطاهای اندازه‌گیری شده در جداول زیر ارائه شده است.

۶-۱-۱- نتایج کالیبراسیون شتاب‌سنج

همان‌طور که قبلاً ذکر شد برای کالیبراسیون شتاب‌سنج از نیروی گرانش زمین استفاده کردیم. و تمام چرخش‌های برای کالیبراسیون نیز به‌صورت ایستا انجام شد. که نتایج حاصل از کالیبراسیون شتاب‌سنج به‌صورت زیر می‌باشد:

جدول (۶-۱) کالیبراسیون شتاب‌سنج

محور نوع خطا	X	Y	Z	واحد
بایاس	-۱۷,۵	-۲۴,۶۸	-۱۸,۵۷	mg
خطای ضریب مقیاس	۰,۹۲	۱,۰۴	۰,۹۸	---
خطای عدم تراز محور نسبت به محور	$\alpha_{xy} = -۰/۰۰۰۷$ $\alpha_{xz} = -۰/۰۰۰۱$	$\alpha_{yx} = -۰/۰۰۲۴$	---	rad

نکته: چون ابتدا اولین حس‌گری که ما کالیبره کردیم شتاب‌سنج می‌باشد محور Z شتاب‌سنج را در راستای یکی از محورهای پلات فرم قراردادیم به همین خاطر ما سه تا خطای عدم تراز برای شتاب‌سنج داریم.

۶-۱-۲- نتایج کالیبراسیون مغناطیس سنج

برای کالیبراسیون مغناطیس سنج از شدت میدان مغناطیسی محل به عنوان بردار مرجع استفاده شد که برای به دست آوردن آن از دستور $wrldmag(h, lat, lon, years)$ نرم افزار متلب استفاده کردیم که در آن h ارتفاع محل و lat ، lon طول و عرض جغرافیایی محل و $years$ هم سال می باشد.

جدول (۶-۲) کالیبراسیون مغناطیس سنج

محور	X	Y	Z	واحد
بایاس	۷۵,۷۶۷۸	-۵,۲۱	-۲۸,۳۹	Mg
خطای ضریب مقیاس	۰,۹۳۳۴	۰,۹۰۶۹	۰,۹۱۰۵	---
خطای عدم تراز محور	$\alpha_{xy}=۰/۰۰۱۲$	$\alpha_{yx}=-۰/۰۲۱۱$	$\alpha_{zx}=۰/۰۰۶۴$	rad
نسبت به محور	$\alpha_{xz}=۰/۰۰۲۷$	$\alpha_{yz}=-۰/۰۴۳۶$	$\alpha_{zy}=-۰/۰۰۹۴$	

۶-۱-۳- نتایج کالیبراسیون ژيروسکوپ

برای کالیبراسیون ژيروسکوپ نیز باید از یک میز دوار استفاده شود که دارای ژيروسکوپ‌های بسیار دقیق می‌باشد تا از سرعت اندازه‌گیری آن‌ها به‌عنوان بردار مرجع استفاده کنیم. و نتایج حاصل از کالیبراسیون فقط برای ضرایب غیر وابسته به نیروی ویژه در جدول (۳-۸) آورده شده است:

جدول (۳-۶) کالیبراسیون ژيروسکوپ

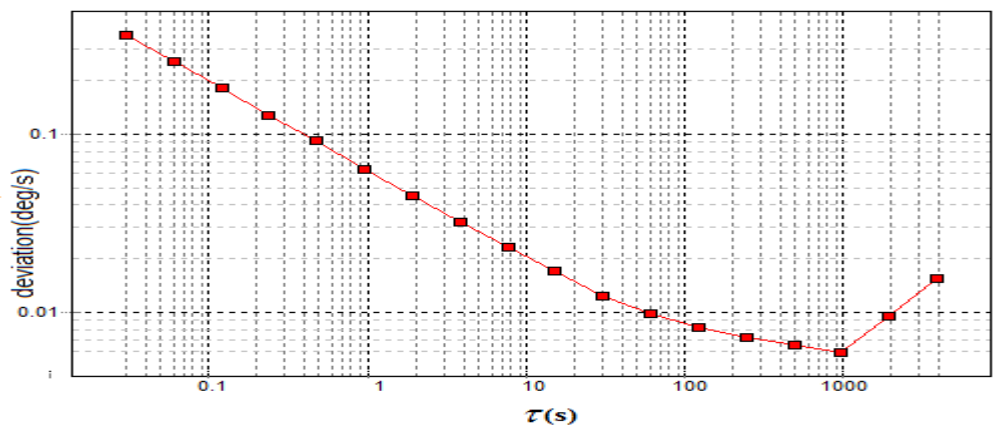
محور	X	Y	Z	واحد
نوع خطا				
بایاس	۰,۰۱	۰,۰۱۵	۰,۰۱۱	rad
خطای ضریب مقیاس	۰,۹۹	۰,۹۶	۰,۹۸	---
خطای عدم تراز	$\alpha_{xy}=۰/۰۰۵$ $\alpha_{xz}=۰/۰۰۲۷$	$\alpha_{yx}=-۰/۰۰۲۴$ $\alpha_{yz}=-۰/۰۰۵۵$	$\alpha_{zx}=-۰/۰۰۰۷$ $\alpha_{zy}=-۰/۰۰۰۱$	rad

۶-۲- تحلیل واریانس آلن و تنظیم کردن صافی کالمن

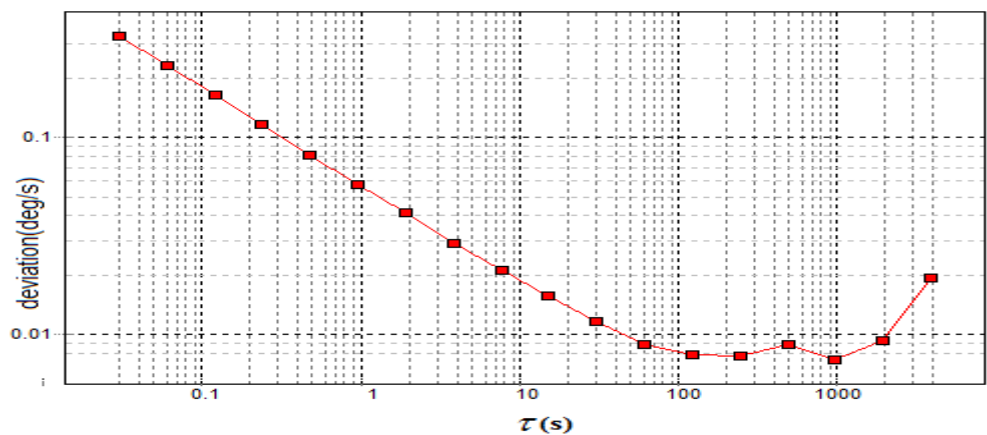
در مرحله بعدی ما عبور داده‌ها از صافی کالمن و حذف نویز داده می‌باشد که برای اینکه صافی بتواند به‌صورت درست نویز را حذف کند مستلزم این می‌باشد که به‌صورت درست تنظیم شود یعنی دو ماتریس کوواریانس فرآیند Q و نویز اندازه‌گیری سیستم R به‌صورت درست، و بر اساس اطلاعات واقعی از نویز سیستم تعریف شوند همان‌طور که قبلاً اشاره کردیم برای داشتن شناخت درست از مقادیر نویز حس‌گرها از روش واریانس آلن استفاده می‌کنیم.

۶-۲-۱- نتایج تحلیل واریانس آلن ژيروسکوپ

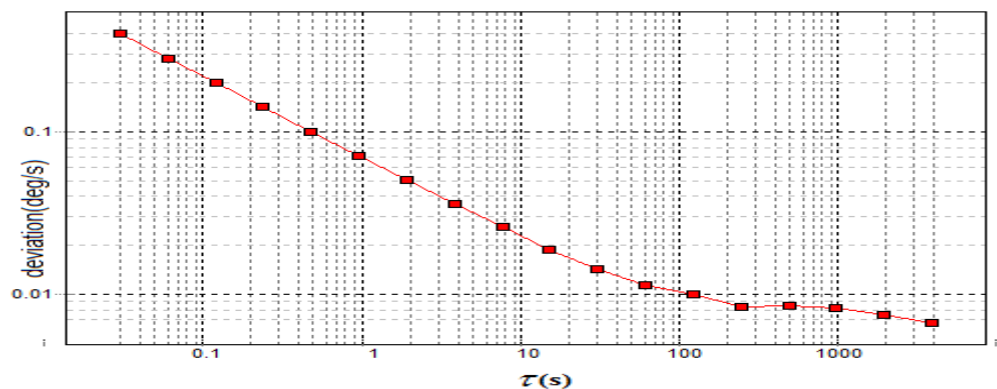
با داده‌برداری به‌صورت ایستا در حدود ۴ ساعت از ژيروسکوپ و تحلیل این داده با استفاده از روش واریانس آلن نویزهای سه محور ژيروسکوپ شناسایی شد که در جدول (۶-۴) آورده شده است:



(الف)



(ب)



(ج)

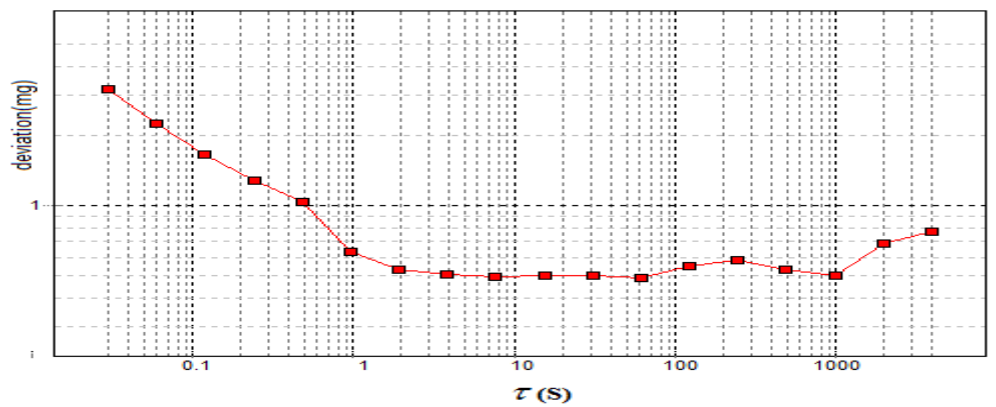
شکل (۶-۱) تحلیل واریانس آلن ژيروسکوپ (الف) محور X، (ب) محور Y، (ج) محور Z ژيروسکوپ

جدول (۶-۴) نویزهای اندازه‌گیری شده ژيروسکوپ در تحلیل واریانس آلن

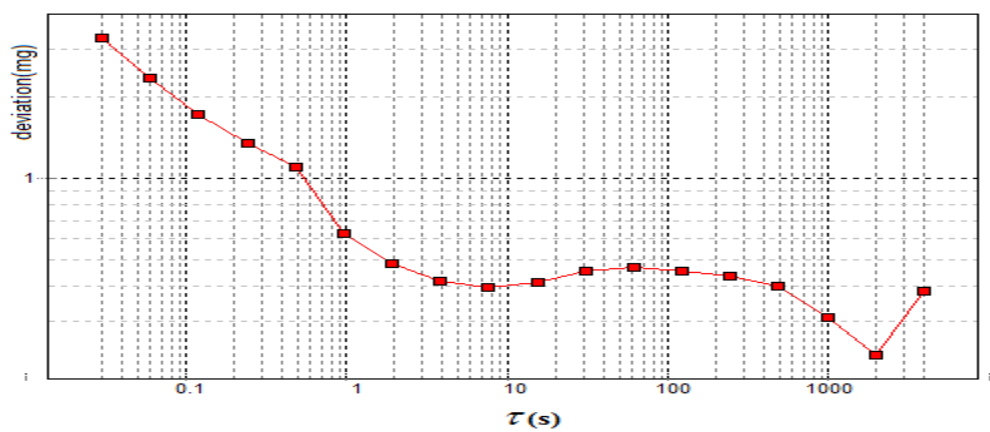
محور	X	Y	Z	واحد
نوع نویز				
اختلال تدریجی	۰٫۲	۰٫۱۷	۰٫۱۸	°
نویز سفید (گشت زنی تصادفی زاویه‌ی)	۰٫۰۵	۰٫۰۵	۰٫۰۶	$\frac{°}{\sqrt{s}}$
ناپایداری بایاس	۰٫۰۰۶	۰٫۰۰۷	۰٫۰۰۷	$\frac{°}{s}$

۶-۲-۲- نتایج تحلیل واریانس آلن برای شتاب‌سنج

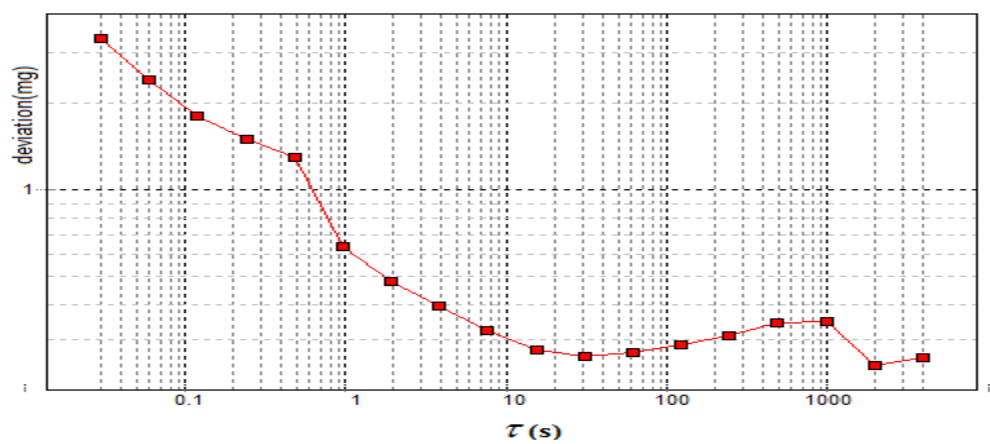
با داده‌برداری به‌صورت ایستا در حدود ۴ ساعت از شتاب‌سنج و تحلیل این داده با استفاده از روش واریانس آلن نویزهای سه محور شتاب‌سنج شناسایی شد که در جدول (۸-۵) آورده شده است:



(الف)



(ب)



(ج)

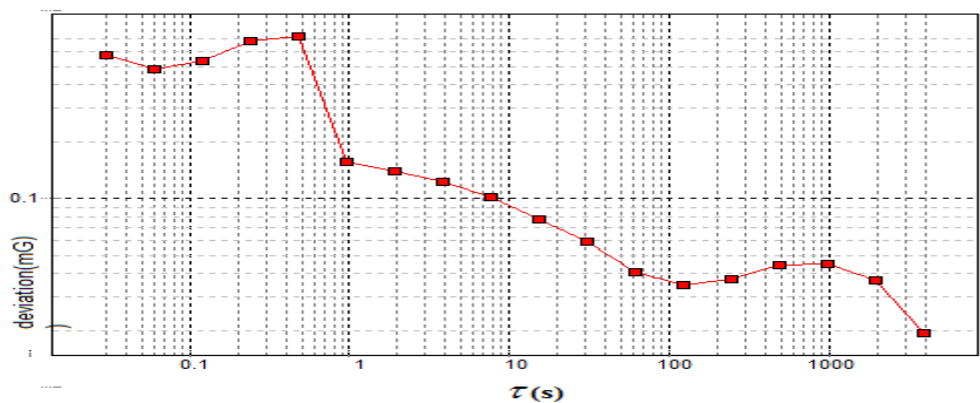
شکل (۶-۲) تحلیل واریانس آلن سه محور شتابسنج (الف) محور X ، (ب) محور Y ، (ج) محور Z شتاب سنج

جدول (۵-۶) نویزهای اندازه‌گیری شده شتاب‌سنج در تحلیل واریانس آلن

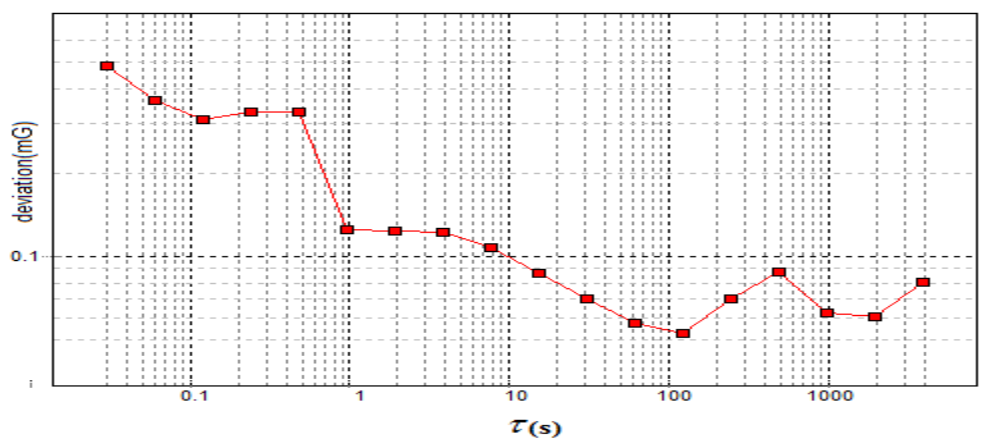
واحد	Z	Y	X	محور نوع نویز
mg	۰,۲	۰,۲	۰,۲	اختلال تدریجی
$\frac{mg}{\sqrt{s}}$	۱,۴	۰,۶	۰,۶	نویز سفید (گشت‌زنی تصادفی سرعت)
mg	۰,۲	۰,۲	۰,۳	ناپایداری بایاس

۶-۲-۳- تحلیل واریانس آلن برای مغناطیس‌سنج

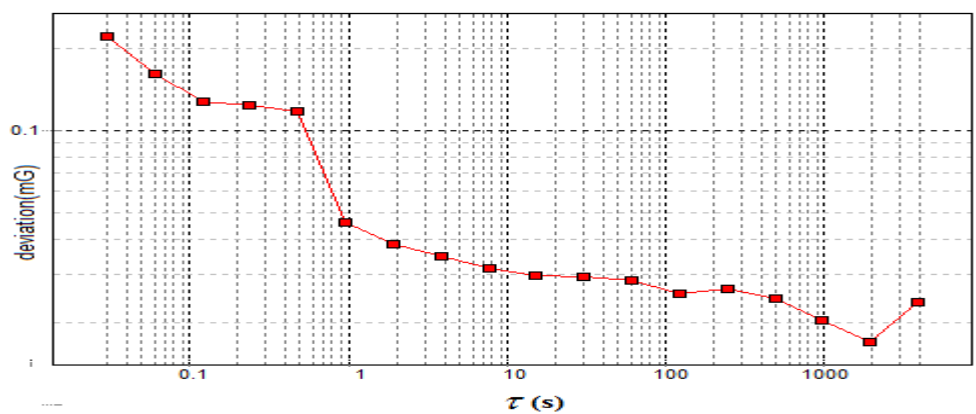
با داده‌برداری به‌صورت ایستا در حدود ۴ ساعت از مغناطیس‌سنج و تحلیل این داده با استفاده از روش واریانس آلن نویزهای سه محور شتاب‌سنج شناسایی شد که در جدول (۶-۶) آورده شده است:



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۳-۶) تحلیل واریانس آلن برای مغناطیس سنج (الف) محور X، (ب) محور Y، (ج) محور Z مغناطیس سنج

جدول (۶-۶) نویزهای اندازه گیری شده مغناطیس سنج در تحلیل واریانس آلن

محور	X	Y	Z	واحد
نوع نویز				
اختلال تدریجی	۰,۴	۰,۳	۰,۲	mG
نویز سفید	۰,۱۵	۰,۱۳	۰,۰۸	$\frac{mG}{\sqrt{s}}$
ناپایداری بایاس	۰,۰۱	۰,۰۱	۰,۰۰۵	mG

۶-۲-۴- تنظیم کردن صافی کالمن

بعد از تنظیم کردن دو ماتریس Q و R می‌بینیم که داده‌های شتاب‌سنج و مغناطیس‌سنج بعد از عبور از صافی تا حدودی زیادی از نویز موجود در خروجی آن‌ها کاسته شده است. که ماتریس Q رو بر اساس نویز سفید ورودی‌ها که در اینجا گشت‌زنی تصادفی ژيروسکوپ‌ها که در محدود نویز سفید ژيروسکوپ ظاهر می‌شود را به‌عنوان نویز سفید در نظر گرفته و هم‌چنین نویز بایاس ژيروسکوپ را که نیز به‌عنوان ورودی در نظر گرفتیم بر اساس نویز خود ژيروسکوپ تخمین زده و بعد از تبدیل کردن به رادیان ماتریس Q را به‌صورت زیر تشکیل می‌دهیم.

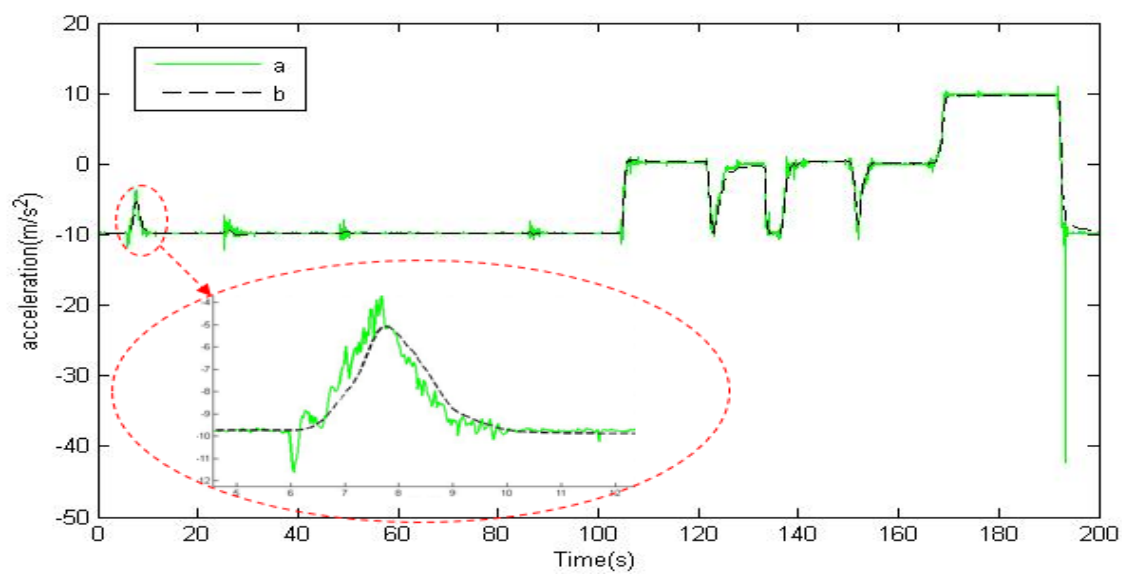
$$Q = \text{diag}((3 \times ARW_i)^2) = \text{diag}\left(\begin{bmatrix} (3 \times 0.05 \times (\pi/180))^2 \\ (3 \times 0.05 \times (\pi/180))^2 \\ (3 \times 0.06 \times (\pi/180))^2 \\ (3 \times 0.005 \times (\pi/180))^2 \\ (3 \times 0.005 \times (\pi/180))^2 \\ (3 \times 0.006 \times (\pi/180))^2 \end{bmatrix}\right) \quad (۱-۶)$$

و برای تنظیم کردن ماتریس R از انحراف معیار اندازه گیر شده خروجی‌های دو حس‌گر مغناطیس‌سنج و شتاب‌سنج که به عنوان مشاهدات در نظر گرفته شده‌اند استفاده می‌کنیم.

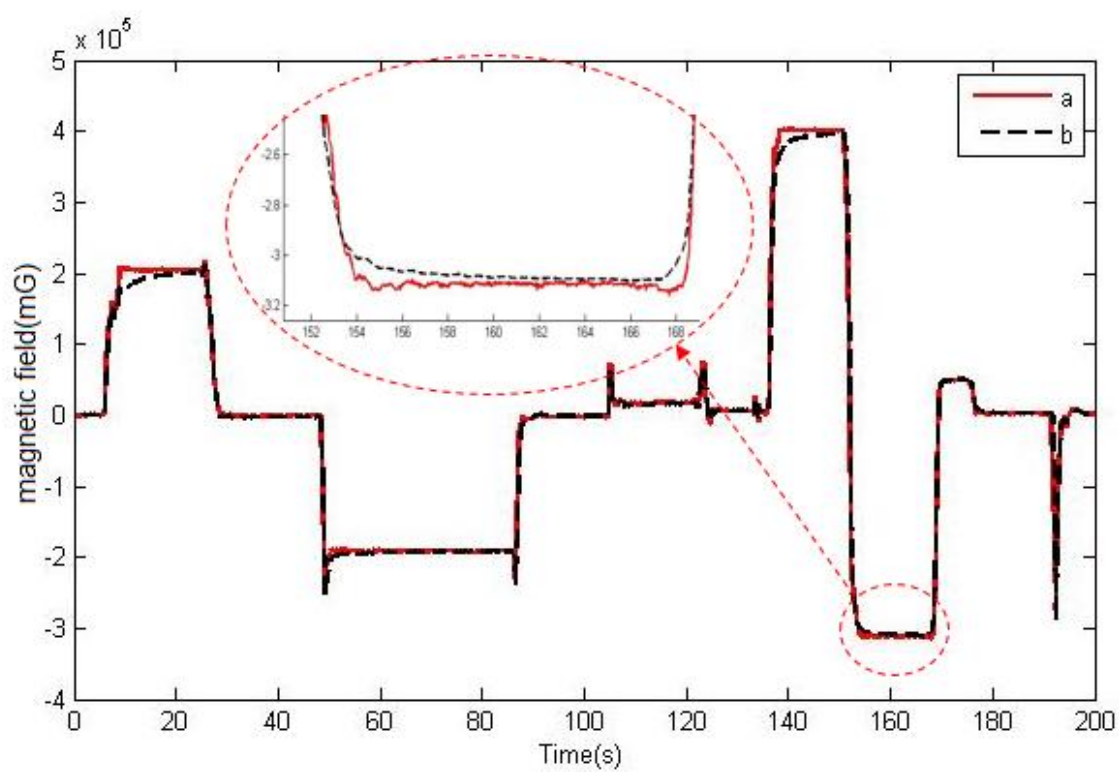
$$R = \text{diag}\left(\begin{bmatrix} (0.74)^2 \\ (0.66)^2 \\ (0.52)^2 \\ (3.65)^2 \\ (3.44)^2 \\ (3.72)^2 \end{bmatrix}\right) \quad (۲-۶)$$

که سه عدد اول مربوط به انحراف معیار مغناطیس‌سنج و سه عددی بعدی مربوط به انحراف معیار شتاب‌سنج در راستای سه محور x، y و z است.

که در آخر بعد از تنظیم کردن صافی کالمن و تخمین خروجی دو حس‌گر، محور y دو حس‌گر قبل و بعد تخمین در دو شکل (۴-۶) و (۵-۶) مقایسه شدند.



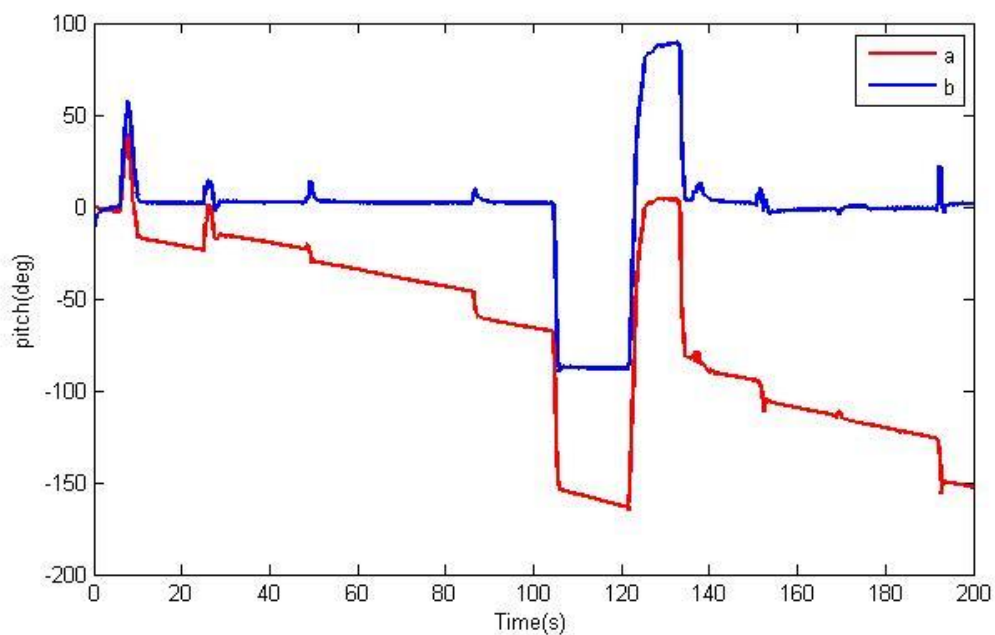
شکل (۴-۶) نمودار محور γ شتابسنج، نمودار a بدون صافی b صافی شده



شکل (۵-۶) نمودار محور γ مغناطیسسنج نمودار a بدون صافی b صافی شده

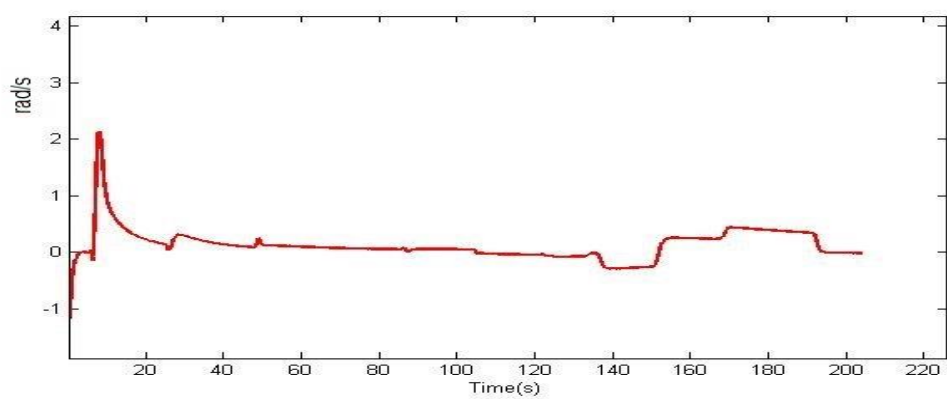
۶-۳- بایاس ژيروسکوپ‌ها

یکی از دلایل استفاده نکردن از ژيروسکوپ‌ها به صورت مستقیم، خطای انحراف و بایاس ژيروسکوپ‌ها است که با انتگرال گرفتن از آن‌ها این خطا در زوایای خروجی جمع می‌شود که در شکل (۶-۶) زاویه فراز از دو طریق محاسبه شده که در شکل a از طریق انتگرال گرفتن از محور γ ژيروسکوپ و در روش دوم از قضیه وهبا استفاده شده است که با نمودار b نشان داده شده است. می‌بینیم در روش اول نمودار a با گذشت زمان و تجمیع شدن خطا دچار انحراف می‌شود.

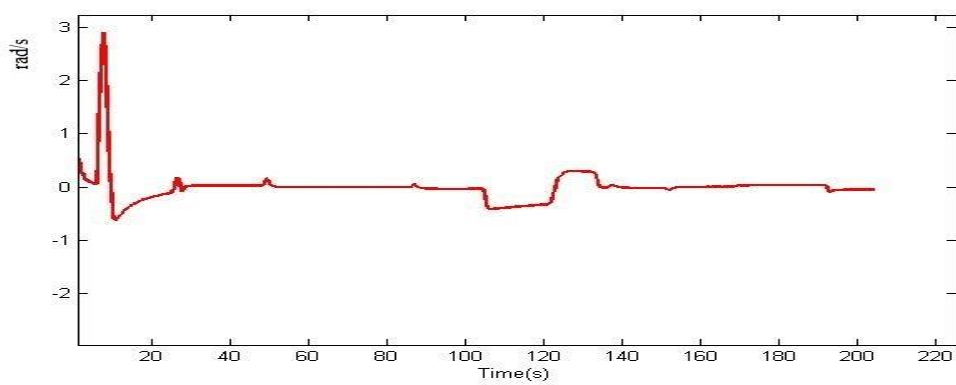


شکل (۶-۶) زاویه فراز، نمودار a از قضیه وهبا استفاده شده و نمودار b بوسیله انتگرال گرفتن از محور γ ژيروسکوپ

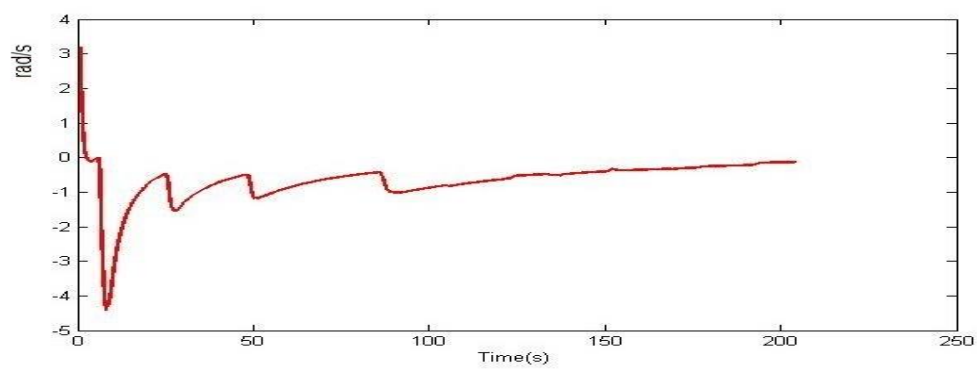
در شکل زیر بایاس تخمین زده ژيروسکوپ به وسیله صافی کالمن نشان داده شده است. از زمانی که بایاس‌ها همگرا می‌شوند با بایاسی که از کالیبراسیون به دست می‌آید جمع می‌کنیم.



(الف)



(ب)

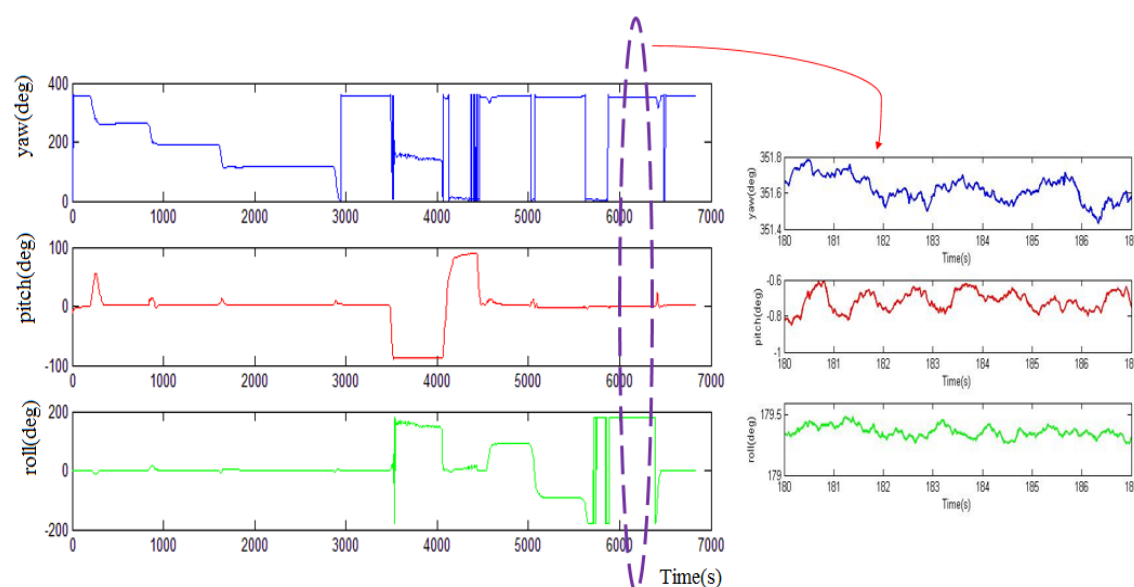


(ج)

شکل (۶-۷) بایاس سه محور ژيروسکوپ (الف) محور x ، (ب) محور y ، (ج) محور z ژيروسکوپ

۴-۶- تست استاتیکی سیستم

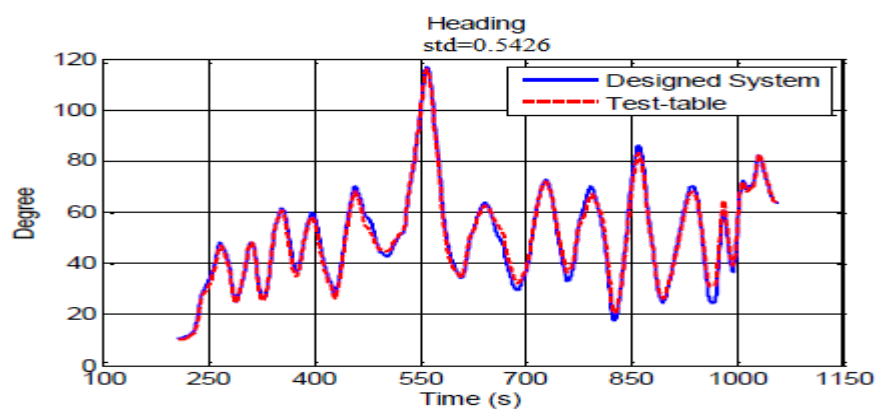
تست استاتیکی برای بررسی میزان دقت سیستم اعمال می‌شود که به صورت ایستا انجام می‌شود. این تست بیانگر این است که زاویه هدینگ دارای دقتی بهتر از ۰,۴ درجه و دو زاویه رول و پیچ دارای دقت ۰,۲ درجه می‌باشد.



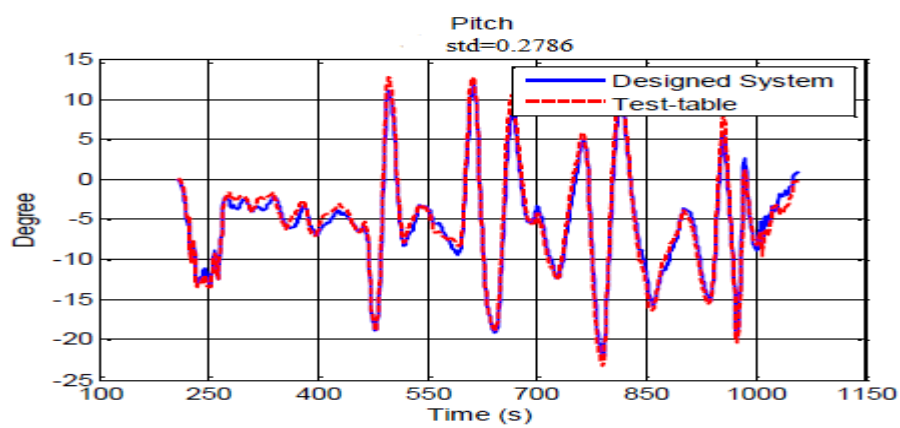
شکل (۶-۸) تست استاتیکی

۸-۵- تست دینامیکی سیستم

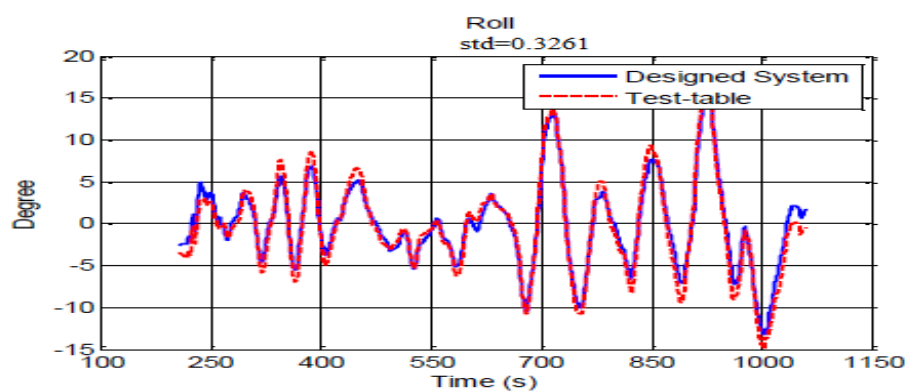
تست دینامیکی برای میزان صحت سه زاویه اعمال می‌شود. در تست دینامیکی مقدار زاویه‌های سمت، فراز و غلت اولیه بر روی میز تست تنظیم شده و در طول تست تغییر می‌کند. نتایج این تست بیانگر دقتی بهتر از ۰,۵ درجه برای سه زاویه می‌باشد.



(الف)



(ب)

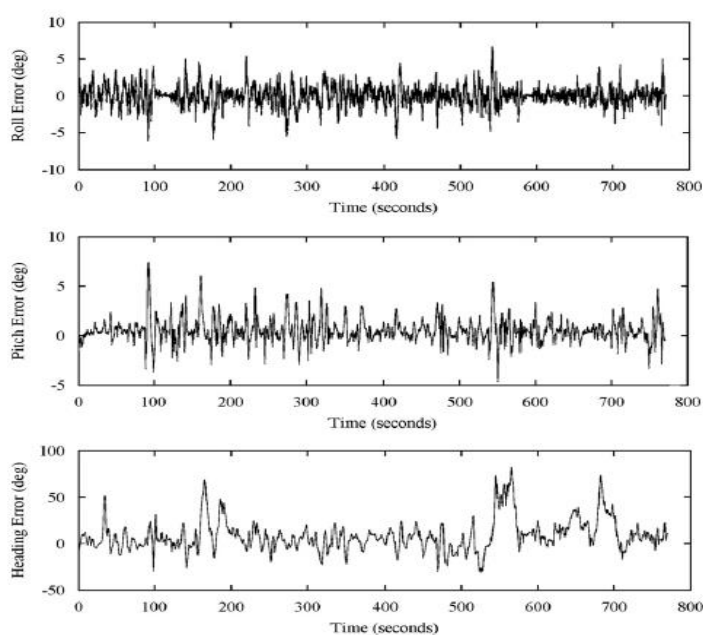


(ج)

شکل (۶-۹) تست دینامیکی (الف) سمت، (ب) فراز، (ج) غلت

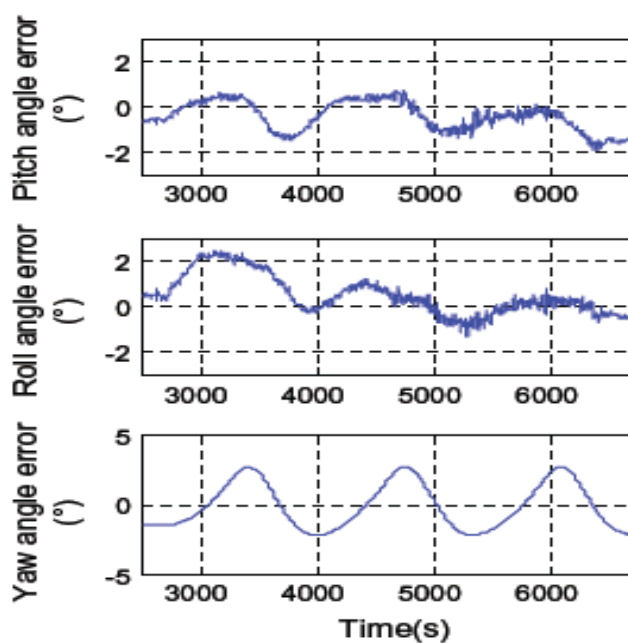
۶-۶- مقایسه نتایج

نتایج حاصل از این پایان نامه در بخش قبل ذکر شد حال برای مقایسه و اعتبار سنجی عمل کرد این سامانه نتایج به دست آمده از این تحقیق را با نتایج سایر مقالات مقایسه می کنیم:



A

شکل (۶-۱۰) خطای سه زوایه رول و پیچ و هدینگ در مرجع [۳۲]



شکل (۶-۱۱) خطای سه زوایه رول و پیچ و هدینگ در مرجع [۹]

با مقایسه سه زاویه اندازه‌گیری شده در این پایان‌نامه با مرجع ۹ و ۳۲ که هر دو سیستم تعیین وضعیت ارزان‌قیمت هستند نشان می‌دهد که سه زاویه‌ی اندازه‌گیری شده در این پایان‌نامه دارای دقت بهتری می‌باشند. و همچنین این سیستم دارای وزن و توان مصرفی کمتری نسبت به نمونه‌های قبلی خود است.

جدول (۶-۷) مقایسه سامانه طراحی شده با چند نمونه خارجی

اسم	دقت	تغذیه و توان مصرفی	وزن
AHRS-S305	$\pm 0.5^{\circ}$	10-30 VDC , 2.8 w	0.6 kg
Moog cross	$< 0.5^{\circ}$	9-42 VDC , 4 w	0.58kg
در این تحقیق	$< 0.5^{\circ}$	5V , 1.5W	$< 0.2\text{kg}$

فصل هفتم

نتیجه گیری

در این پایان نامه برای یک حس گر یکپارچه که دارای خروجی دیجیتال است یک سافت حس گر طراحی کردیم. در گام اول توانستیم خطاهای ثابت حس گرها، خطاهای بایاس و ضریب مقیاس و عدم تراز محورها را طی مراحل کالیبراسیون اندازه گیری و حذف کنیم. برای انجام کالیبراسیون از یک میز آزمایش استفاده کردیم و هم چنین حس گرها را طوری چرخاندیم که تمام فضا رو پوشش دهند این کار باعث افزایش صحت کالیبراسیون گشت. از آنجاکه مغناطیس سنج حس گری بسیار حساس به شرایط محیطی و فلزات می باشد، کالیبراسیون آن باید در محل نصب انجام شود که توانستیم الگوریتم ارائه دهیم نیازی به وضعیت های مشخص برای کالیبراسیون نداشته باشد. در ادامه چون خروجی ژيروسکوپ ها دارای انحراف زیادی است نمی توان به طور مستقیم برای اندازه گیری زاویه وضعیت از خروجی آن ها انتگرال گرفت چون باعث جمع شدن خطا در زوایایی وضعیت می شود. با استفاده قضیه وهبا این مشکل را حل کردیم. با در نظر گرفتن خروجی حس گرهای شتاب سنج و مغناطیس سنج در دستگاه بدنه، و مقادیر نامی نیروی گرانش زمین و شدت میدان مغناطیس محل در دستگاه جغرافیایی، ماتریس انتقال از دستگاه بدنه به جغرافیایی را با استفاده از قضیه وهبا به دست آوردیم و بر اساس روابط موجود بین ماتریس انتقال و زوایایی اوایلر که در فصل چهار به آن اشاره شد، زوایای وضعیت را مشخص کردیم. اما حس گرها علاوه بر خطاهای ثابت دارای خطاهای تصادفی هم هستند. برای حذف این خطاها یک صافی کالمن طراحی کردیم. صافی کالمن بسیار حساس به مقادیر دو ماتریس کوواریانس نویز فرآیند Q ، و ماتریس کوواریانس نویز اندازه گیری R می باشد. این دو ماتریس را بر اساس نویز حس گرها مقداردهی می کنند برای اینکه ما بتوانیم نویز حس گرها را اندازه گیری و شناسایی کنیم از روش تحلیلی واریانس آلن استفاده کردیم. سرعت گشت زنی تصادفی، زاویه گشت زنی تصادفی و ناپایداری بایاس نویز حس گرها اهمیت بیشتری برای ما دارند را شناسایی کردیم. ماتریس Q را بر اساس زاویه گشت زنی تصادفی ژيروسکوپ و ماتریس R را بر اساس ناپایداری بایاس حس گرهای شتاب سنج و مغناطیس سنج مقداردهی کردیم. تست های استاتیکی و دینامیکی بر روی حس گر یکپارچه اعمال شد در تست استاتیکی به دقت 0.4° درجه برای زاویه سمت و 0.2° درجه برای زاویه فراز و غلت دست یافتیم و در تست دینامیکی به دقتی کمتر از 0.5° درجه برای زوایای وضعیت رسیدیم. با توجه به اینکه ما از یک حس گر ارزان قیمت استفاده می کنیم چنین دقت و صحتی در زوایایی وضعیت بسیار مناسب می باشد.

پیشنهادهای:

- افزایش مقاومت سامانه در برابر تغییرات شتاب برای زمانی که دارای مانورهای سریعی است.
- مدل سازی حس گر همراه با تولید داده برای طراحی حس گر نرم در نرم افزار متلب.

مراجع

- [1] Britting K, 1971, "Inertial Navigation Systems Analysis", John Wiley & Sons, Inc., USA, , Pages 1 and 4.
- [2] Titterton.D and Weston.J, 2004,"*Strapdown Inertial Navigation Technology*", second edition, The American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [3] عبادالهی س، پارسنژاد ز، ۱۳۹۳، " مطالعه میدانی روند تکاملی فناوریهای مورد استفاده در طراحی و ساخت حسگرهای اینرسی به منظور به کارگیری در ناوبری اینرسی"، اولین کنفرانس ملی و سومین کنفرانس بین المللی پژوهش های کاربردی در مهندسی برق و مکانیک و مکاترونیک، تهران دانشگاه صنعتی مالک اشتر.
- [4] jying Liua Y, wen Cuia X, bin Zang J,2015 ,"Systematically analysis of resonant fiber optic gyroscope", 3420–3423, Journal of Optic Elsevier.
- [5]Wang F, Zhu S, Lei H, 2008, "Algorithm design of digital strapdown attitude and head reference system based on Kalman filter ", Journal of Chin. Inertial Technol.
- [6] Saadeddin K, Abdel Hafez M, Jarrah M, 2012, "Low-cost, high-accuracy, state estimation for vehicle collision prevention system", Journal of International Symposium on Mechatronics and its Applications.
- [7] Richard E, Tijou A, Richard P, 2006," Multi-modal virtual environments for education with haptic and olfactory feedback", 207–225, Virtual Real
- [8] Savall J, 2002,"Description of a haptic system for virtual maintainability in aeronautics" , in: Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems. IEEE Press, , pp. 2887–2892.
- [9]Sheng.H, Zhang.T,2015, " MEMS-based low-cost strap-down AHRS research", Journal of Measurement, Elsevier.
- [10] ADIS16400/ADIS16405: Triaxial Inertial Sensor with Magnetometer Data Sheet, (Rev B, 07/2009). Analog Devices, Retrieved from <http://www.analog.com>.

- [11] Langfelder G , Tocchio A ,2014, "MEMS integrating motion and displacement sensors", Politecnico di Milano, Italy
- [12] Dong Y,2013, "MEMS inertial navigation systems for aircraft", Woodhead Publishing Limited, Colibrys SA, Switzerland.
- [13] Dellea¹ S,Laghi¹ G,Langfelder¹ G, Longoni¹ A,2014, "Off-resonance operation of in-plane torsional MEMS magnetometers", 819 – 822 Journal of Procedia Engineering(Elsevier).
- [14] LPC2377/78, Single-chip 16-bit/32-bit microcontrollers; 512 kB flash with ISP/IAP, Ethernet, USB 2.0, CAN, and 10-bit ADC/DAC Data Sheet, (Rev. 6.1/2013). NXP Semiconductors, Retrieved from <http://www.nxp.com>.
- [15] Taule H, 2007, PhD. Thesis," Sensor Integration for Nonlinear Navigation System in Underwater Vehicles", Department of Engineering Cybernetics ,Norwegian University of Science and Technology
- [16] Chatfield A, 1997,"*fundamental accuracy inertial navigation*", American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [17] Rogers R, 2003, "*Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*", Second Edition,American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [18] Hland Bryne T, 2013, PhD. Thesis,"Fault-tolerant Sensor Fusion Based on Inertial Measurements and GNSS", Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology
- [19] Kelly A, 2006, "A 3D State Space Formulation of a Navigation Kalman Filter for Autonomous Vehicles ", The Robotics Institute Carnegie Mellon University.
- [20] Kruzhilov I, 2014, "The Iteration Method For The Wahba Problem Solution", Moscow Power Engineering Institute (Technical University)
- [21]. Abid M, 2005, "Spacecraft Sensors", John Wiley and Sons, England, Page 52.
- [22]. Morris A, 2001 "Measurement and Instrumentation Principles", 3rd edition, Butterworth-Heinemann, , Pages 16 and 41.
- [23]. Nassar S, 2003, "Improving the Inertial Navigation System (INS) Error Model for INS and INS/DGPS Application", Thesis, UCGE Reports Number 20183, The University of Calgary,

- [24] Woodman J, 2007 "An introduction to inertial navigation", Technical reports published by the University of Cambridge Computer Laboratory.
- [25] Haris Afzal M, 2011 , " Use of Earth's Magnetic Field for Pedestrian Navigation", DEPARTMENT OF GEOMATICS ENGINEERING, UNIVERSITY OF CALGARY.
- [26] Von Neuman J, Morgenstern O, 2008, "Guide and Test Procedure for Single Axis Interferometric Fiber Optic Gyros", IEEE, (1997) 63.
- [27] همتی م، معصوم‌نیا م ۱۳۸۳، "الگوریتم شمال یابی اینرسی برای کشتی در حال حرکت"، دوازدهمین کنفرانس مهندسی برق ایران، مشهد دانشگاه فردوسی مشهد.
- [28] Kiani M, Pourtakdoust H, Sheikhy A, 2015, "Consistent Calibration of Magnetometers for Nonlinear Attitude Determination" , Journal of Measurement Elsevier.
- [29] Ding Z, Cai H, Yu C, Zhang W, 2014, "Novel Low Cost Calibration Methods for MEMS Inertial/Magnetic Integrated Sensors", IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference.
- [30] Britting K, 1971 , " Inertial navigation systems analysis", (JohnWiley and Sons, New York).
- [30] Nez A ,Fradet L , Laguillaumie P, Monnet T, Lacouture P, 2016 , "Comparison of calibration methods for accelerometers used in human motion analysis"
- [31] Aydemir A, Saranl A, 2012, "Characterization and calibration of MEMS inertial sensors for state and parameter estimation applications", Journal of Measurement Elsevier.
- [32] Doostdar P, Keighobadi J, 2012, "Design and implementation of SMO for a nonlinear MIMO AHRS", Mechanical Systems and Signal Processing(Elsevier) 32 (2012) 94–115.

Abstract

determining the attitude of the vessels is vital. Aim of this study is determine the precise angles of the inertial navigation system . With development of micro electromechanical systems (MEMS),in this paper a new method is proposed based on this technology which uses integrated sensors including a gyroscope, accelerometer and three-axis magnetometer, a device is designed to determine the attitude. first the navigation system connected to body receive information from sensors and with processing it in reference coordinate system calculate attitude angles . it is lightweight and have small size relative to the previous ones and can be used in commercial and military applications .by combining these three sensor output we obtain three-axis and by using Whba theorem and solving navigation system equations we determine the attitude and heading. the sensor outputs have noise and error we calculate these noise using "Allen Variance" and random walk then these noise filtered using a Kalman filter. then by using appropriate calibration algorithms,produced constant errors such as bias,scale factor and misallienment of sensors axis measured and removed. Also for the calibration of the magnetometer sensor which is sensitive to environmental and metals conditions and should be calibrated online, a method is provided that does not require the use of clear situations. Finally, drifts created by the passage of time and the remaining bias in the gyroscope calibration estimated in the Kalman filter and removed.

Static and dynamic tests done on the designed system which show precision of less than 0.5 degrees and for roll and twist angles show accuracy of less than 0.2 degrees.

Keywords:

MEMS Sensor- Problem Wahba- Kalman Filter- Strapdown Navigation system- Allan Variance- Calibration- Least Square



*Faculty of Electrical Engineering and Robotic
M.Sc. Thesis in control Engineering*

Design and Implementation of Position Soft Sensor for Navigation and Tracking

by: kazem beheshtian toopkanloo

Supervisor:

Dr · heidar toosian shandiz

January 2017