بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده مهندسی برق و رباتیک

رشته مهندسی برق گرایش کنترل

پایان نامه کارشناسی ارشد

کنترل مود لغزشی تطبیقی یک کوادروتور با جرم نامشخص محموله در حضور اغتشاش باد

نگارنده: علی متحدی

استاد راهنما

دکتر علی کبر زاده کلات

شهریور ۱۳۹۵

تقدیر و تشکر

سپاس و ستایش خدای یگانه را که آثار قدرت او بر چهره روز روشن، تابان و انوار حکمت او در دل شب تار، دُرفشان. آفریدگاری که خویشتن را به ما شناساند و درهای علم را بر ما گشود و عمری و فرصتی عطا فرمود تا بدان، بنده ضعیف خویش را در طریق علم و معرفت بیازماید. از پدر و مادر مهربان ودلسوزم که لحظه لحظه زندگی خود را بی هیچ چشمداشتی وقف فرزندانشان کرده‌اند تشکر می‌کنم. پدر و مادری که دعا خیرشان همواره محافظ و پشتیبان اینجانب در مسیر سخت زندگی است. از همسر مهربانم که همیشه در سختی‌های زندگی در کنار من بوده و هست کمال تشکر و سپاسگذاری را دارم. امید که در آینده‌ای نزدیک پاسخگوی این همه محبت آنان باشم. از جناب آقای دکتر علی اکبرزاده کلات به خاطر راهنمایی-های شایسته ایشان در تهیه و تدوین این مجموعه بسیار متشکرم. از جناب آقای دکتر فاتح و دکتر مهدیزاده که زحمت داوری این پایان‌نامه را متقبل شده‌اند سپاس گذارم. همچنین از تمام معلمان و اساتید بزرگواری که در طی سال‌های گذشته اینجانب را یاری کرده و علم و معرفت را به من آموختند سپاسگزارم، امید که در پناه خداوند منّان ادامه دهنده راه آنان باشم.

چکیده

در این پایان نامه، یک کوادروتور بدون سرنشین با استفاده از روش نیوتن اویلر مدل‌سازی و یک سیستم در این پایان نامه، یک کوادروتور بدون سرنشین با استفاده از روش نیوتن اویلر مدل‌سازی و یک سیستم کنترل ردگیری مقاوم تطبیقی برای آن طراحی شده است. کوادروتور یک وسیله با شش درجه آزادی و چهار عملگر می‌باشد و در دسته سیستم‌های کم عملگر قرار می‌گیرد. کنترل‌کننده پیشنهادی در این پایان نامه شامل دو حلقه کنترل داخلی و خارجی است. حلقه داخلی زوایای اویلر را کنترل می‌کند و حلقه خارجی مربوط به کنترل موقعیت کوادروتور و محاسبه زوایای مطلوب برای ردگیری مسیر مرجع است ابتدا با استفاده از روش خطی‌سازی پسخورد کنترل‌کننده‌ای برای حلقه‌های داخلی و خارجی طراحی می‌شود، از آنجاییکه مدل سیستم غیرخطی، ناپایدار و همراه با اغتشاش می‌باشد، به منظور پایداری و ردگیری مناسب نیازمند طراحی یک سیستم کنترل مقاوم است. این سیستم باید توانایی حفظ تعادل کوادروتور در حضور اغتشاش و نیروهای آیرودینامیکی نامطلوب را داشته باشد. در این پژوهش با بکارگیری روش مد لغزشی تطبیقی، کنترل‌کننده‌ای طراحی شده است که نیاز به معلوم بودن محدوده عدم قطعیت ندارد و حد بالای اندازه آن به صورت یک عدد اسکالر تخمین زده می‌شود. جهت جلوگیری از واگرایی پارامترها در قوانین تطبیق از روش اصلاحی سیگما استفاده شده است و بعلاوه بمنظور عملکرد مناسب سیستم در بار محموله‌های متفاوت، جرم کل مجموعه نیز بصورت تطبیقی تخمین زده میشود. طراحی کنترل بر اساس تئوری پایداری لیاپانوف انجام شده و پایداری مقاوم سیستم در حضور اغتشاش نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: کنترل لغزشی ، قانون تطبیق ، کوادروتور، زوایای اویلر

فهرست مطالب

فهرست شکل‌ها

فهرست جداول

فهرست علائم

سرعت هر گردنده در حالت شناور	Ω_H
سرعت i امین گردنده	Ω_i
ضریب آیرودینامیکی رانش	C_T
ثابت آیرودینامیکی پسا	C_d
لختی حول محور X	I_{XX}
لختی حول محور Y	I_{YY}
لختی حول محور Z	I_{ZZ}
لختی گردنده‌ها	I_r
ثابت آیرودینامیکی گشتاور چرخشی	K_M
ثابت آیرودینامیکی نیرو	K_f
ماتریس ضرایب چرخشی آیرودینامیکی	K_r
ماتریس ضرایب انتقالی آیرودینامیکی	K_t
گشتاور اعمالی بر کوادروتور در دستگاه بدنه	M_B
گشتاور اعمالی بر کوادروتور در دستگاه بدنه	M_B
ماتریس بهره مشتقی خطی ساز پسخورد حرکت چرخشی	$\boldsymbol{K}_{d1}$
ماتریس بهره مشتقی خطی ساز پسخورد حرکت انتقالی	$\boldsymbol{K}_{d2}$
ماتریس بهره تناسبی خطی ساز پسخورد حرکت چرخشی	$\boldsymbol{K}_{p1}$
ماتریس بهره تناسبی خطی ساز پسخورد حرکت انتقالی	$\boldsymbol{K}_{p2}$
ماتریس بهره مشتقی حرکت چرخشی	$\boldsymbol{k}_{d1}$
ماتریس بهره مشتقی حرکت انتقالی	$\boldsymbol{k}_{d2}$
سطح لغزش حرکت چرخشی	$\boldsymbol{s}_1$
سطح لغزش حرکت انتقالی	$\boldsymbol{s}_2$
سرعت خطی در دستگاه بدنه	$\mathbf{v}$
مساحت پره‌های گردنده	A
ماتریس دوران	R
ماتریس انتقال	T
بردار ورودی کنترل	U
شتاب گرانشی زمین	g
طول هر بازو تا مرکز	l

وزن کوادروتور	m
شعاع	r
زاویه فراز	θ
غلظت هوا	ρ
زاویه سمت	φ
زاویه جهت	ψ
بردار موقعیت زاویه‌ای	$\boldsymbol{\eta}$
بردار موقعیت مکانی	$\boldsymbol{\xi}$
نرخ زاویه‌ای بدنه	$\boldsymbol{\omega}$

فصل ۱

آشنایی با کوادروتور

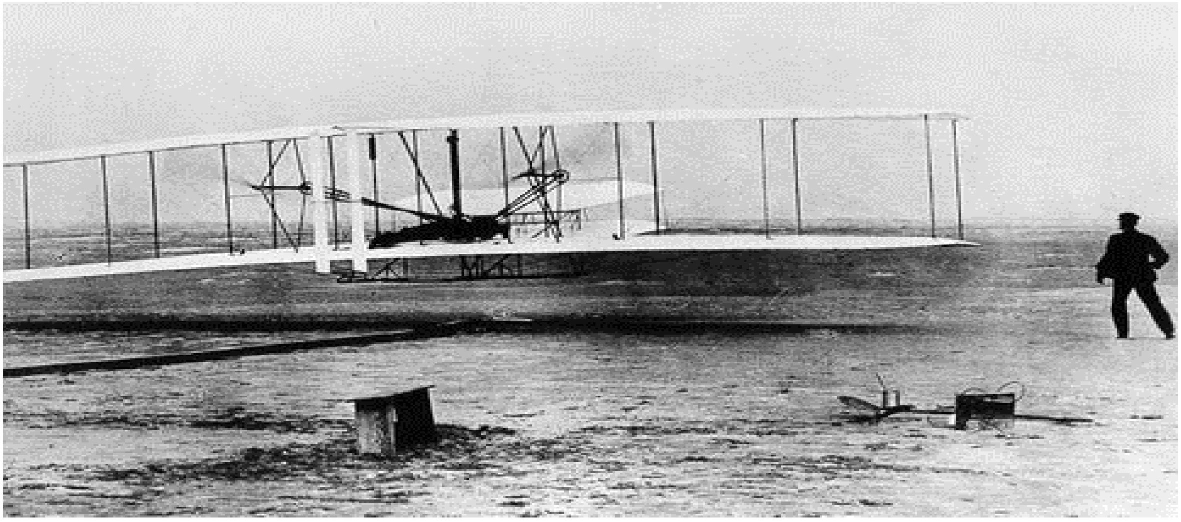
مقدمه:

انسان از همان ابتدا با دیدن پرندگان رویای پرواز را در ذهن خود تداعی کرد و فکر می‌کرد که با تقلید حرکات آنها می‌تواند پرواز کند. در واقع انسان نمی‌دانست که بدن پرندگان از چه مکانیزم پیچیده‌ای بهره می‌برد. آرزوی پرواز چنان ذهن آدمی را به خود درگیر کرده بود که با ورق زدن کتاب تاریخ می‌بینیم که افسانه‌های زیادی در مورد پرواز وجود دارد که یکی از معروف ترین آنها داستان پرواز ایکاروس است. در افسانه‌های یونان باستان آمده است که ایکاروس به همراه پدرش دیدالوس که در جزیره ای زندانی بودند به این فکر افتادند که با پرواز کردن از آنجا فرار کنند. آنها برای این کار بال هایی از پر پرندگان ساختند و آنها را با موم به خود چسباندند. ایکاروس که جوانی بی پروا بود توانست تا نزدیک خورشید پرواز کند اما به دلیل گرمای خورشید موم‌ها آب شدند و بال ها از او جدا شد و در دریا سقوط کرد.

چنین افسانه‌هایی نشان می‌دهد که دغدغه پرواز در زمان‌های مختلف تاریخ در ذهن انسان بوده است. لئوناردو داوینچی که اغلب او را به خاطر نقاشی‌های مشهورش می‌شناسند. یکی از افرادی است که برای دستیابی به رویای پرواز سختی ها و مشقت های فراوانی را متحمل شده است.در حقیقت او یک مهندس خلاق بود که طرح‌ها و ایده‌هایش بسیار جلوتر از زمان خود بود. داوینچی اولین کسی است که به ماهیت هوا و آیرودینامیک پی‌برده بود که به واسطه‌ی آن طرح گلایدر، چتر نجات و طرحی همانند هلیکوپتر امروزی را ارائه کرد. بد نیست بدانید که این نابغه ایتالیایی در زمینه‌های دیگر علم نیز دست داشته است که از مهم ترین آنها می‌توان به لباس غواصی، تانک، ربات و غیره اشاره کرد.

از زمانی که اسحاق نیوتن فیزیکدان انگلیسی، نیروی جاذبه را کشف کرد، فکر پرواز و غلبه بر نیروی جاذبه در انسان شدت بیشتری یافت. در طول تاریخ افراد زیادی وجود داشتند که به نوعی توانستند به رویای پرواز دست یابند. اما اولین کسانی که توانستند پرواز را به معنی واقعی خود به انجام برسانند، برادران رایت بودند. در واقع آنها تعمیر کاران دوچرخه بودند که در راه رسیدن به هدف خود با شکست

های بسیاری روبرو شدند، اما این شکست ها باعث نشد که آنها دست از تلاش خود بردارند. آنها با ساخت یک تونل باد مقدار نیروها و تنش‌های وارد بر جسم پرنده خود را محاسبه کردند و بقیه مسیر را کاملا حساب شده طی کردند. اوج هنر برادران در به کارگیری موتور گردنده دار برای تولید نیروی جلوبرنده بود که توانستند اولین پرواز کنترل شده و مورد تایید جهان را به نام خود ثبت کنند شکل(۱-۱). برادران رایت توانستند با استفاده از نبوغ و خلاقیت خود در دهم دسامبر ۱۹۰۳ که آرزوی دیرینه بشر را که پرواز بود تحقیق بخشند.



شکل(۱-۱) هواپیمای ساخته شده توسط برادران رایت

۱-۱ آشنایی با وسایل پروازی بدون سرنشین :

در ۲۰ سال گذشته هواپیماهای بدون سرنشین تاثیر بسزایی بر صنعت هوانوردی نهاده‌اند. عدم نیاز به وجود خلبان در موقعیت‌های خطرناکی که امکان آسیب دیدن نیروی انسانی وجود دارد، هواپیماهای بدون سرنشین را تبدیل به وسیله‌ای توانمند کرده است[۱] . وسایل هوایی بدون سرنشین دارای کاربردهای متفاوتی در زمینه‌های گوناگون نظامی ، تجاری، علمی و خدماتی می‌باشند در حالت کلی کاربردهای این وسایل پروازی به دو گروه نظامی و غیر نظامی تقسیم می‌گردد :

کاربردهای نظامی :

- شناسایی و گشت هوایی در اطراف مرزها و مواضع دشمن
- حمل تجهیزات و تسلیحات نظامی
- تعقیب هواپیماهای متهاجم

کاربردهای غیر نظامی :

- عکس برداری هوایی و نقشه برداری
- نظارت بر مناطق حساس : سدها ، کانال‌ها ،خطوط لوله و خطوط فشار قوی برق
- نظارت بر ترافیک
- هواشناسی
- امداد و نجات در زمان وقوع بلایای طبیعی

۱-۲ طبقه بندی وسایل پرنده بدون سرنشین :

هواپیماهای بدون سرنشین را می‌توان در دسته‌بندی‌های گوناگونی از جمله محدوده عملیاتی، پیکره‌بندی فیزیکی، اندازه و محموله قابل حمل طبقه بندی‌کرد. اما در این بخش به بررسی پیکره بندی فیزیکی می‌پردازیم. این تقسیم بندی دو گروه اصلی را پوشش می‌دهد[۱] :

الف- هواپیماهای بدون سرنشین بال ثابت :

این وسایل پروازی قابلیت پرواز مستقیم رو به جلو با سرعت بالا را همراه با پایداری بیشتر در زمان پرواز را دارا می‌باشند.

ب- هواپیماهای بدون سرنشین بال چرخان :

این دسته از وسایل پروازی توانایی ثابت ماندن در یک نقطه خاص از فضا و فرود و صعود عمودی را دارند.سرعت پرواز مستقیم و پایداری کمتری نسبت به بال ثابت دارند.

این تقسیم بندی یکی از عمومی‌ترین رده بندی‌ها می‌باشد، با توجه به اینکه موضوع اصلی این پژوهش پرنده های با بال چرخان می‌باشد تنها به توضیح این دسته می‌پردازیم[۲].

۱-۳ هواپیماهای بدون سرنشین بال چرخان :

این دسته از هواپیماهای بدون سرنشین عملیات برخاستن و نشستن را به صورت عمودی انجام می-دهند، پس اولین مزیت آنها عدم نیاز به وجود باند فرودگاه طولانی و هموار می‌باشد ، لذا در مناطقی که محدودیت و پیچیدگی برای حضور وسایل پروازی بال ثابت وجود دارد، کارایی و مانورپذیری بالایی دارند. یکی دیگر از مهمترین مزیت‌های بال چرخان توانایی شناور ماندن در موقعیتی مشخص در هوا برای عکس گرفتن، نقشه‌برداری، یا عملیات امداد و نجات می‌باشد. اما در برابر تمامی این فواید این دسته از هواپیماهای بدون سرنشین دارای معایبی می‌باشند از جمله سرعت پایین و زمان پروازی کوتاه، نداشتن کارایی آیرودینامیکی موثرتر نسبت به بال ثابت را می‌توان نام برد. انواع هواپیماهای بدون سرنشین بال چرخان شکل(۱-۳)عبارتند از[۲] :

الف- تک گردنده[1]:

همان هلیکوپتر معمول است که شامل یک گردنده اصلی در بالا و یکی در قسمت دم برای پایداری می باشد.

ب- هم محور:

این دسته دارای دو گردنده شده بر روی یک محور که در جهت عکس یکدیگر می‌چرخند می‌باشد.

ج- چهار گردنده:

دارای چهار گردنده که بر روی یک ساختار شبه صلیب یا به شکل علامت ضرب نصب شده‌اند. در این بخش تنها به توضیح ساختمان و نحوه کارکرد این دسته از وسایل پروازی بال چرخان پرداخته می‌شود.

1- Rotor

د- چند گردنده:

این دسته از هوپیماهای بال چرخان دارای شش یا هشت گردنده می‌باشند، چابکی در پرواز و حفظ تعادل حتی در زمان از دست دادن یک گردنده از خصوصیات این دسته می‌باشد.

الف-(تک گردنده)

ب-(دو محور)

ج-(چند گردنده)

د-(چهار گردنده)

شکل (۱-۲) انوع هواپیماهای بال چرخان [۲]

۱-۴ کوادروتور[1]

امروزه کوادروتورها یکی از پر کاربردترین وسایل پرنده بدون سرنشین می‌باشند، که به عنوان مثال می‌توان به کاربردهای گسترده تصویر برداری هوایی، نقشه برداری، جاسوسی، تفریحی سایر کاربردها اشاره نمود. با گسترده‌تر شدن روز افزون جلوه‌های بصری در تبلیغات و فیلم‌های سینمایی و تلویزیونی، استفاده از وسایل پرنده و تصویر برداری هوایی بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته است. پیش از وجود کوادروتورها به صورت صنعتی از هلیکوپترهای رادیو کنترلی به عنوان وسایلی برای حمل دوربین‌ها و

1- Quadrotor

تجهیزات تصویر برداری استفاده می‌شد. با پیشرفت وسایل پرنده و بوجود آمدن چند گردنده‌ها[1] این وظیفه به عهده این دستگاه قرار گرفت. کوادروتورها به دلیل داشتن تعادل پروازی بسیار بالا برای این کار مناسب تر هستند. با به وجود آمدن کنترل‌کننده‌های پروازی پیشرفته و تحقیقات صورت گرفته بر روی این کنترلرکننده‌ها پرواز با کوادروتورها بسیار آسان شده لذا تصویر برداران می‌توانند با تمرکز بیشتر بر تصویر برداری، تصاویر بهتری را تهیه کنند. همچنین با وجود سیستم موقعیت یاب جهانی[2]، پرواز این وسایل به صورت کاملا امن و هوشمند صورت می گیرد. علاوه بر کاربردهای تصویر برداری، کوادروتورها به تازگی یکی از لوازم سرگرمی و تفریحی به حساب می‌آیند. ساختار اصلی کوادروتور که با نامهای دیگری مانند کوادکوپتر[3] یا بالگرد چهارروتور[4] شناخته می‌شود به صورت علامت ضرب وبا به صورت شبه صلیبی می‌باشد که چهار موتور در چهار گوشه بدنه نصب شده است، در فصل بعد به طور کامل شرح داده می‌شود در این بخش به طور خلاصه به مزایا و معایب کوادروتور نسبت به سایر هواپیماهای بال چرخان پرداخته می‌شود.

- **مزایا**

۱- ساختار مکانیکی ساده :

برخلاف هلیکوپترهای معمول که برای حرکت طولی و عرضی نیاز به تغییر زاویه گردنده اصلی نسبت به بدنه را دارد، در کوادروتور نیاز به تغییر زاویه گردنده‌ها نیست و تنها با کم و زیاد کردن سرعت گردنده‌ها می‌توان انواع مانورها را انجام داد.

۲- ظرفیت حمل بار بیشتر :

با توجه به اینکه کوادروتور دارای چهار موتور می‌باشد، نیروی بالابر بیشتری نسبت به بال‌گردهای هم-سایز برای حمل بار تولید می‌کند.

---

1 - Multi rotor
2- GPS
3 Quad copter
4 Four-Rotor Helicopter

۳- کاهش اثرات ژیروسکوپی[1]

در کوادروتور به دلیل اینکه گردنده‌ها دو به دو خلاف جهت یکدیگر می‌چرخند در هنگام تغییر زاویه بدنه اصلی کوادروتور گشتاور ژیروسکوپی ناشی از گردش محور گردنده‌ها تقریبا نزدیک به صفر می‌رسد.

- **معایب**

۱- وزن بالاتر

به دلیل استفاده از چهار موتور وزن پرنده نسبت به بالگردهای هم سایز بیشتر بوده، با این وجود ظرفیت حمل بار آن نسبت به سایر بالگردها بیشتر است

۲- مصرف توان بیشتر

با توجه به استفاده از چهار عملگر توان مصرفی کوادروتور بسیار بالاتر از انواع دیگر می‌باشد و یکی از مهترین دلایل عدم استفاده گسترده از این وسیله می‌باشد

۱-۵ اجزای سخت افزاری کوادروتورها :

کنترل پرواز[2] :

مرکز فرماندهی و قسمت اصلی یک کوادروتور که وظیفه حفظ تعادل و کنترل کوادروتور را دارد. حسگرهای اندازه گیری سرعت و شتاب به این قسمت وارد می‌شوند، و براساس آنها دور مورد نیاز موتورها توسط پردازنده محاسبه می‌شود.

موتور:

بیشتر کوادروتورهای پیشرفته از موتورهای بدون جاروبک[3] برای حرکت استفاده می‌کنند. این نوع موتورها بسیار کوچک، سبک و پرقدرت می‌باشند. دلیل این امر هم این است که بخاطر عدم وجود جاروبک یا

---

1 -Gyroscopic Effect
2-Flight Control
3-Brushless motor

همان زغال در این نوع موتورها هم اصطکاک بسیار کم بوده و نیز می‌توان توان و جریان بالایی را به موتور اعمال کرد. این موتورها به دونوع داخل چرخ[1] (قسمت داخلی موتور می‌چرخد) و خارج چرخ[2] (قسمت خارجی یا پوسته می‌چرخد) تقسیم بندی می‌شوند که در کوادرتوروها بیشتر از نوع خارج چرخ استفاده می‌شود

کنترل سرعت الکترونیکی[3] (ESC) :

کنترل سرعت وظیفه راه‌اندازی وکنترل سرعت موتورهای بدون جاروبک را با استفاده از روش مدولاسیون پهنای پالس[4] (PWM) بر عهده دارد. به طوریکه هر موتور دارای یک کنترل سرعت می‌باشد.

گردنده :

در انتخاب گردنده دو فاکتور از بقیه پر اهمیت تر است و آن طول و گام گردنده است که معمولا به اینچ و به صورت پیوسته بروی گردنده نوشته میشود. برای مثال گردنده ۶*۸ گردندهی است با طول ۸ اینچ و گام ۶ اینچ. گام یا همان میزان پیشروی به میزان پیشروی گردنده در هر دور در واحد اینچ نیز اطلاق می‌شود. البته گردنده‌ها از منظر نوع موادی که در ساخت آن به کار رفته هم به چند دسته تقسیم بندی می‌شوند که از ان جمله می‌توان به گردنده‌های چوبی پلاستیکی و مواد مرکب یا کربنی نیز شاره کرد.

باطری :

شاید دغدغه اصلی سازندگان وسایل پرنده الکتریکی تامین انرژی این نوع از پرنده ها است. شاید در گذشته‌ای نه چندان دور این امر تا حدودی غیر ممکن می‌نمود اما با ورود و عرضه باطری‌های لیتیوم پلیمر یا همان لیپو دنیای پرنده‌های الکتریکی وارد مرحله جدیدی از زندگی خویش شد. چون باطری‌های لیپو با دارا بودن وزن کم، قدرت زیاد و قدرت تخلیه جریان بسیار بالا میزان ساعت پروازی به مراتب بالاتری را به پرنده می‌دهد.

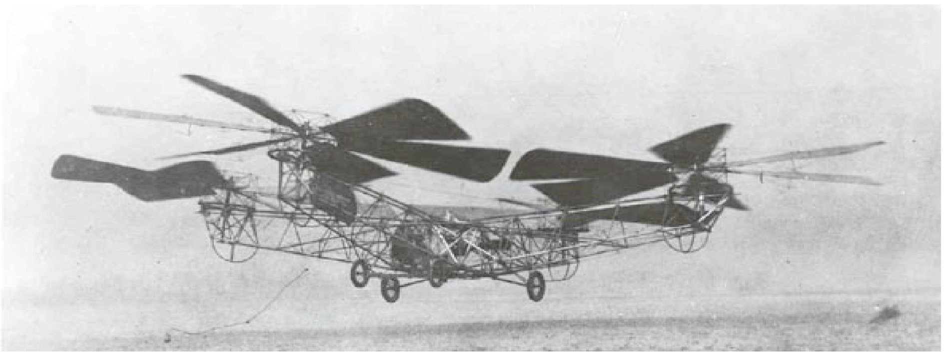
1-Out Runner
2-In Runner
3-Electronic Speed Control
4-Pulse-width modulation

بدنه :

بدنه کواودروتورها اغلب به صورت علامت جمع و یا علامت ضرب می‌باشد. برای ساخت بدنه پرنده می‌توان بیشتر از مواد سبک وزن استفاده کرد، اما در پرنده های حرفه ای تا نیمه حرفه ای اکثرا از الیاف کربن برای ساخت بدنه کوادروتورها استفاده می‌شود، چون الیاف‌کربن با دارا بودن مقاومت بسیار بالا وزن بسیار کمی را به خود ختصاص می‌دهند .

۱-۶ تاریخچه :

مفهوم کوادروتور مدت زیادی است که شکل گرفته است. درسال ۱۹۰۷ برادران برگویت[1] اولین نمونه از این وسیله را ساختند که دارای موتوری با ۴۰ اسب بخار بود. اولین کوادروتور ساخته شده توسط آنها که جایروپلن یک[2] نامگذاری شد یک نمونه ناموفق بود ساختار آن شامل چهار میله نگهدارنده بود که گردنده ها در انتهای هر یک از این میله ها قرار می‌گرفتند شکل(۱-۴). از تصاویر ثبت شده در زمان پرواز آزمایشی مشخص است که چند نفر از زیر کوادروتور را نگاه می‌داشتند تا تعادل آن را حفظ نمایند. به دلیل عدم پایدارای و نداشتن اجزای کنترلی این وسیله در حد یک نمونه آزمایشی باقی ماند[۲].

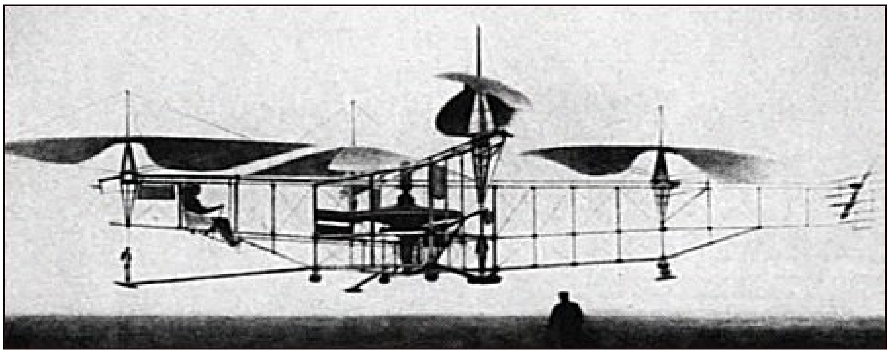


شکل (۱-۳)جایروپلن یک[۳]

1- Breguet

2- Gyroplane No.1

در سال ۱۹۲۴ امیشن[1] یک کوادروتور با نام امیشن که در آن از یک بالن هیدروژنی جهت پایداری و تولید نیروی رانش بیشتر استفاده شده بود ساخت. همچنین هشت گردنده اضافی در اطراف کوادروتور به جهت تولید نیروی رانش و ساده تر کردن هدایت این وسیله استفاده کرد شکل (۱-۵). در سال ۱۹۲۴ او به یک پرواز موفق آمیز بدون بالن هیدروژنی دست یافت[۲].

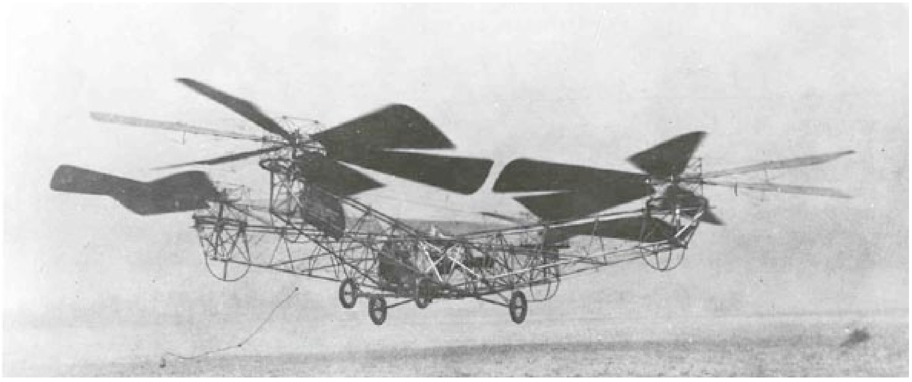


شکل (۱-۴) کواد گردنده امیشن[۳]

اما در سال ۱۹۲۲ جرج دی بوتزارت[2] در ایالات متحده اولین نوع از بزرگترین بالگردهای زمان خودش را ساخت. این وسیله در واقع یک کوادروتور بود که بدنه آن از یک سازه خرپایی ساخته شده بود و سیستم پیشرانش و گردنده‌ها در انتهای هر یک از چهار سازه اصلی پرنده قرار می‌گرفت. هر گردنده شامل شش پره بود شکل (۱-۶). اولین پرواز موفق این کوادروتور در سال ۱۹۲۲ انجام شد[۱] . اما نمونه‌های با سرنشین ساخته شده دارای معایبی مانند وزن بالا مصرف انرژی و توان زیاد ، عدم کارایی بالا و ضعف در تکنولوژی ساخت بودند. به همین دلیل استقبالی برای استفاده و یا ساخت این وسیله نشان داده نشد. تا اینکه در اوایل قرن ۲۱ با توجه به پیشرفت‌های زیادی که در حوزه علم کنترل و فناوری روی داد. ساخت وسایل پروازی کوچک و بدون سرنشین، توجه به این نوع پرنده رو به گسترش نهاد که در ادامه بحث به طور خلاصه به چند نمونه از این کارها اشاره می‌شود.

1- Emichen

2- George de Bothezat



شکل (۱-۵) کوادروتور جرج دی بوتزارت[۳]

جهت کنترل کوادروتور در دهه اول و دوم قرن بیست و یکم پژوهش‌ها و تحقیقات فراوانی در سرتاسر جهان صورت گرفته و انواع مختلفی از این پرنده با ساختار فیزیکی متفاوت در دانشگاه‌های مطرح جهان طراحی و ساخته شده اند.

۱- ۷مروری بر کارها و تحقیقات گذشته :

روش‌های کنترلی زیادی جهت کنترل کوادروتور برای ردگیری و تنظیم پیشنهاد شده است . بسیاری از کارهای گذشته در رابطه با کنترل کوادروتور از روش‌های کنترل خطی بوسیله خطی‌سازی دینامیک حول نقاط کار که معمولا حالت شناور انتخاب می‌شده است، استفاده کرده‌اند. اما افزایش وسعت و محدوده پروازی و عملکرد بهتر پرواز با استفاده از روش‌های کنترل غیرخطی امکان پذیر می‌باشد.

در [۴] با استفاده از دو عدد دوربین که یکی متصل به زمین و دیگری بر روی کوادروتور نصب شده بود، استفاده کرد و با استفاده از تصاویر ارسالی از این دوربین‌ها اقدام به کنترل کوادروتور گردید.

در مرجع [۵] برای اولین بار با ستفاده از روش اویلر لاگرانژ[1] اقدام به مدل‌سازی کوادروتور شد مدل استخراج شده فاقد اثرات آیرودینامیکی و دینامیک عملگرها بود، و تنها پایدارسازی کوادروتور درشرایط شناور در هوا را به همراه کنترل ارتفاع بررسی کرده بود.

1 - Euler–Lagrange

مرجع [۶] با بکارگیری کنترل کننده‌های PID و LQR نسبت به پایدارسازی یک کوادروتور داخلی کوچک برای حالت شناور در هوا پرداخت. کنترل کننده کلاسیک PID برای کنترل موقعیت و دوران یک کوادروتور در مرجع [۷] مورد استفاده قرار گرفت. در [۸] به عنوان یک رساله دکتری کوادروتور به طور کامل مدل‌سازی و با خطی سازی معادلات دینامیکی حول نقطه شناور در هوا اقدام به پایدارسازی کوادروتور با انواع روش‌های کنترل خطی از جمله روش LQR و مقاوم و فیلتر کالمن پرداخت شده است. استفاده از شبکه‌های عصبی در تنظیم کنترل کننده‌های PID در [۹] مورد توجه قرار گرفته است.

خطی سازی پسخورد به عنوان یک روش کنترلی جهت تبدیل سیستم غیر خطی به یک سیستم خطی ساده در مراجع [۱۰و۱۱] مورد استفاده قرار گرفته است، همچنین در مرجع [۱۲] مقایسه‌ای ما بین خطی سازی پسخورد و روش تطبیقی لغزشی انجام داده است.

در مرجع [۱۳] با استفاده از روش کنترلی پسگام و بر پایه تئوری پایداری لیاپانوف جهت ردگیری مسیر مرجع برای حرکات چرخشی و انتقالی با تقسیم مدل کوادروتور به سه زیر سیستم زیر تحریک ، تحریک کامل و سیستم گردنده‌ها اقدام به کنترل کوادروتور شده است . مرجع [۱۴] با استفاده از کنترل کننده PID برای بدست آوردن زوایای مرجع جهت حرکت انتقالی و از کنترل کننده پسگام برای کنترل زوایای سه گانه اویلر استفاده کرده است.

ترکیب روش پسگام با روش تطبیقی برای غلبه بر نامعینی‌ها جهت کاهش فراجهش پاسخ زمانی سیستم و کاهش خطای ردگیری در [۱۵] بکار رفته است. در [۱۶] با بکارگیری روش پسگام و با کمک الگوریتم بهینه سازی PSO در محاسبه ضرایب کنترل کننده یک مسیر مرجع مارپیچ ردگیری شده است. به طوریکه پارامترهای کنترل کننده توسط الگوریتم بهینه سازی به روز رسانی می‌شود دینامیک عملگرها در این پژوهش سریع در نظر گرفته شده و از تاثیر دینامیک عملگرها صرف نظر شده است.

مرجع [۱۷] با استفاده از ترکیب روشهای مد لغزشی و پسگام برای داشتن عملکرد بهتر در حضور اغتشاش از ارائه یک مدل دینامیکی اولیه از کوادروتور به کنترل وضعت چرخشی این وسیله و نگاه داشتن آن در حالت شناور در هوا پرداخت. در این پژوهش جهت پایدارسازی و ضعیت چرخشی پرنده از تئوری پایداری لیاپانوف و برای حفظ تعادل پرنده در حالت شناور از کنترل کننده تناسبی مشتقی استفاده شده است. به دلیل صرف نظر کردن از اثرات ژیروسکوپی و آیرودینامیکی مدل دینامیکی ارائه شده ناقص بوده است. پایدارسازی وضعیت چرخشی کوادروتور بر پایه بردار زوایای چهارگانه به عنوان روشی جدید در مرجع [۱۸] پیشنهاد شد. در این پژوهش با استخراج کامل معادلات دینامیکی حرکت چرخشی، تنها پایدارسازی سیستم حرکت چرخشی کوادروتور مدنظر قرار داده شده و سیستم حرکت انتقالی پرنده در نظر گرفته نشده است. مقادیر اولیه زوایای چرخشی غیر صفر در نظر گرفته شده وکارایی کنترل کننده جهت به صفر رساندن زوایای چرخشی بررسی شده است. در مرجع [۱۹] یک روش تطبیقی با استفاده از تعریف ترکیب خطا و مشتق خطا به صورت یک سطح دینامیکی و تقسیم مدل کوادروتور به دو زیر سیستم زیر تحریک و تحریک کامل و بر پایه تئوری پایداری لیاپانوف نسبت به تطبیق پارامترهای سیستم و ردگیری مسیر ارائه شده است. در مرجع [۲۰] یک روش تطبیقی غیر تمرکزی جهت حفظ تعادل و پایداسازی کوادروتور و در مرجع [۲۱] روش تطبیقی غیرخطی بر پایه پایداری لیاپانوف برای ردگیری مسیر مرجع در حضور نامعینی‌ها و اغتشاش تابع متغیرهای سیستم معرفی شده‌است . مراجع [۲۲] ، [۲۳] و [۲۴] با استفاده از خصوصیات مد لغزشی جهت مقابله با نامعینی‌ها اقدام به کنترل و پایدارسازی کوادروتور نمودند مرجع [۲۵] با استفاده از یک الگوریتم فازی تطبیقی و ترکیب آن با مد لغزشی سعی در کنترل و کاهش خطای ردگیری در برابر اغتشاش و نامعینی‌ها داشته است. روش مد لغزشی و استفاده از خواص شبکه‌های عصبی در [۲۶] مورد استفاده قرار گرفته است. در مرجع [۲۷] با استفاده از روش

LQR قانون کنترل بهینه‌ای جهت کاهش خطای ردگیری و تنظیم ارائه شده است. از کنترل کننده های مقاوم H_∞ به جهت مقاوم بودن در برابر غتشاش در مراجع [۲۸] ، [۲۹] مورد توجه قرار گرفته است.

۱-۸ مروری بر فصل های پایان نامه:

در این پایان نامه در فصل یک به معرفی کوادروتور و کاربردها و همچنین تاریخچه و تحقیقات گذشته به طور مختصر پرداخته شد. در فصل دوم پیکره‌بندی کوادروتور به همراه نحوه حرکت آن و نیروها و گشتاورهای موثر بر حرکت کوادروتور و مدل‌سازی دینامیکی و سینماتیکی کوادروتور شرح داده شده است. فصل سوم مربوط به طراحی کنترل کننده می‌باشد که قسمت اول آن طراحی کنترل کننده به روش خطی سازی پسخورد برای حرکت انتقالی و حرکت چرخشی کوادروتور و قسمت دوم آن مربوط به طراحی روش کنترل مد لغزشی تطبیقی در حضور اغتشاش دینامیک مدل نشده و عدم قطعیت پارامتری است در واقع نوآوری این پایان نامه محاسبه حد بالای بردار عدم قطعیت از روی قانون تطبیق می‌باشد در فصل چهارم نتایج شبیه‌سازی روی کوادروتور با اعمال کنترل‌کننده‌های طراحی شده در فصل سوم بررسی شده است.

فصل ۲:

مدل سازی کوادروتور

مقدمه :

در این بخش معادله دینامیکی کوادروتور با استفاده از روش نیوتن اویلر[1] بدست می‌آید. در بخش اول ساختار کوادروتور به همراه سینماتیک و چارچوب‌های مرجع شرح داده می‌شود. در بخش بعد نیروها و گشتاورهای خارجی اعمال شده به بدنه کوادروتور توضیح داده می‌شود، و در نهایت معادله دینامیکی کامل کوادروتور با استفاده از روش نیوتن اویلر استخراج خواهد شد . مدل دینامیکی بدست آمده جهت تست کنترلر طراحی شده در فصل سوم استفاده می‌شود به علاوه معادله دینامیکی غیر خطی استخراج شده برای بدست آوردن قوانین کنترل ساده سازی خواهد شد.

در این فصل فرضیات زیر را جهت یافتن معادله دینامیکی به کار می بریم [۳۰]:

۱)کوادروتور یک جسم صلب[2] با توزیع جرم متقارن می‌باشد.

۲)مرکز ثقل و چارچوب متصل به بدنه بر هم منطبق می باشند.

۳)میدان گرانشی زمین (g) ، جرم کوادروتور (m) و ماتریس لختی[3] بدنه کوادروتور(I) ثابت می‌باشند.

۴)ضرایب نیروی رانش[4] و گشتاور پسا[5] موتورها ثابت می باشند.

۱-۲ توصیف کوادروتور

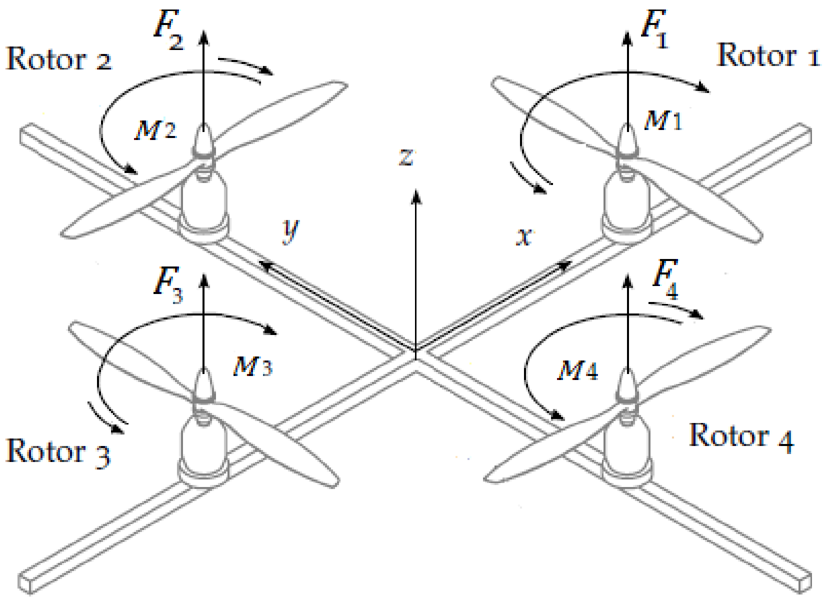
همانطور که در فصل قبل گفته شد کوادروتور وسیله‌ای پروازی با بال چرخان دارای ساختاری شبه صلیبی یا به صورت علامت × می‌باشد، که نیروی رانش آن توسط چهار گردنده که در انتهای هر یک از چهار گوشه آن قراردارد تولید می شود. هرکدام از گردنده‌ها شامل موتور، گردنده و دنده‌های کاهش دنده می-باشند، به علاوه گردنده‌ها به صورت گام ثابت[6] استفاده می‌شوند، در گردنده‌های با گام ثابت زاویه حمله[7] گردنده ثابت می باشد. نیروی تولید شده توسط هر گردنده متناسب با مجذور سرعت زاویه‌ای است. با

1 Newton euler
2 Rigid body
3 Iinertia matrice
4 Trust
5 Drag
6 fixed pitch
7 Angel of attack

تنظیم ولتاژ و یا از روش PWM می‌توان سرعت هر یک از موتورها را به میزان مورد نیاز کنترل کرد. یکی از مزایای اصلی استفاده از گردنده‌ها با گام ثابت این است که از لحاظ ساختار مکانیکی و آیرودینامیکی[1] طراحی و عملکرد ساده‌تری دارند، تولید و عیب یابی این نوع هزینه بسیار کمتری نسبت به گام متغیر[2] دارد، ولی از طرفی گردنده‌های با گام متغیر با وجود طراحی پیچیده‌تر مکانیکی و آیرودینامیکی دارای قابلیت مانور دهی بالاتری نسبت به گام ثابت می‌باشند، اما برای کوادروتورهای کوچک می‌توان با وجود گردنده گام ثابت هم قابلیت مانور پذیری مناسبی داشت به این دلیل که کوادروتورهای کوچک دارای لختی کمتری می‌باشند از این رو می‌توانند به میزان سریع تری شتاب بگیرند و انواع ماموریت‌های پروازی را با موفقیت انجام دهند.

برای داشتن نیروی بالابر جریان هوای چهار گردنده به سمت پایین می‌باشد. با تغییر دور این گردنده-ها می‌توان کنترل و پایداری وسیله را تضمین نمود. شکل(۲-۱) یک طرح ساده از ساختار کوادروتور را نشان می‌دهد. گردنده شماره ۱و۳ در جهت حرکت عقربه‌های ساعت و در راستای محور x و گردنده شماره ۲ و۴ در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت و در راستای محور y می‌چرخند. این ساختار به خاطر حفظ تعادل و حذف اثرات نامطلوب گردنده‌ها به صورت دو زوج در نظر گرفته می‌شود، و نیاز به داشتن گردنده دم که در هلیکوپترهای معمول یک قسمت مهم به شمار می‌رود را برطرف می‌سازد. برای شناور[3] ماندن در هوا و غلبه بر نیروی جاذبه زمین تمامی گردنده‌ها در سرعت ثابت Ω_H می‌چرخند، در نتیجه کوادروتور پرواز ساکن را بدون برهم خوردن وضعیتش حفظ می‌کند.[۳۱]

1 - Aerodynamic
2- Variable pitch
3- Hover



شکل(۲-۱) ساختار یک کوادروتور

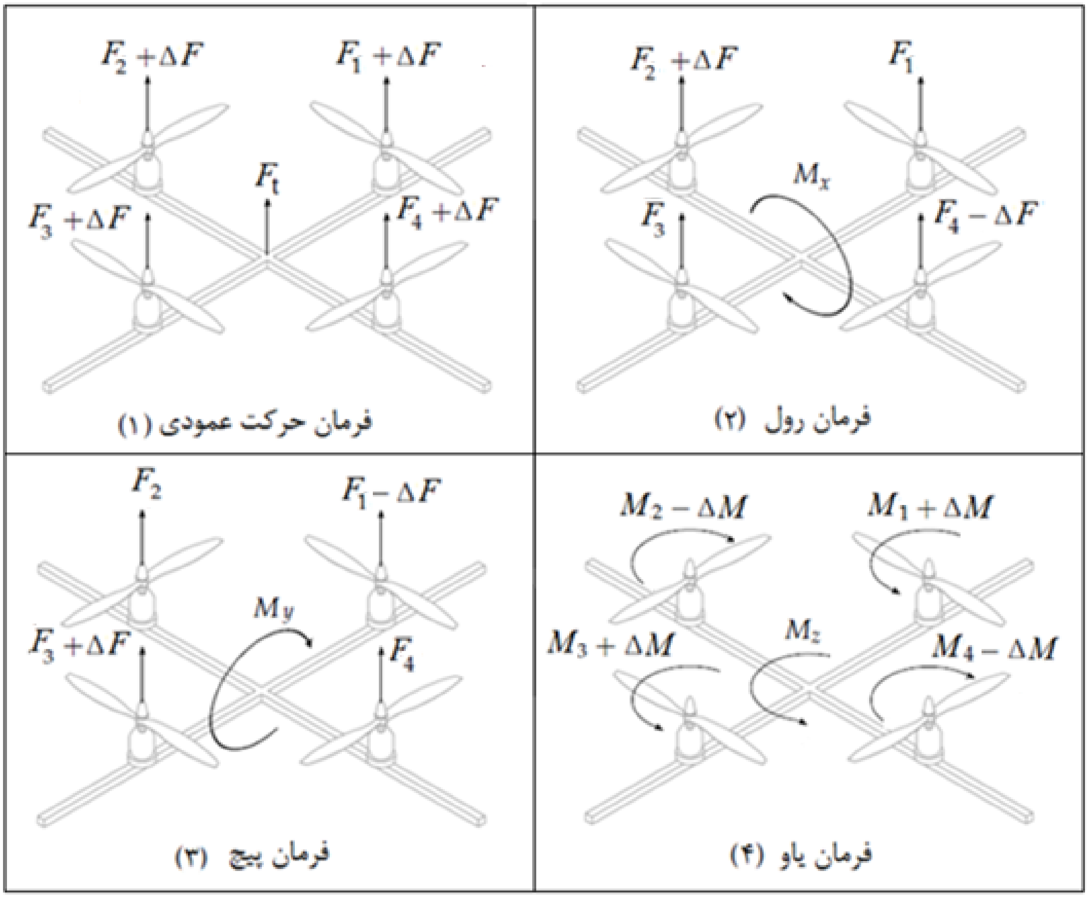
هر گردنده همراه با سه پیکان نمایش داده شده است، پیکان منحنی بزرگ نشان دهنده جهت چرخش، پیکانی که سمت بالا را نشان می‌دهد، معرف نیروی تولید شده و پیکان منحنی کوچکتر معرف جهت گشتاور پسای تولید شده توسط هر گردنده است.[۳۲]

به طوری که :

$$M_i\,,F_i \propto {\Omega_i}^2 \qquad (۲-۱)$$

کوادروتور وسیله‌ای با شش درجه آزادی حرکت شامل سه حرکت چرخشی و سه حرکت انتقالی می-باشد، از آنجا که تنها چهار عملگر در دسترس می‌باشد، حداکثر امکان کنترل چهار درجه آزادی به طور مستقیم وجود دارد و کنترل دو درجه آزادی دیگر به صورت غیر مستقیم است. چهار متغیر در دسترس شامل حرکت عمودی کوادروتور و چرخش حول محورهای x ، y ، z هستند. در شکل(۲-۲) حرکت‌های اصلی کوادروتور نمایش داده شده است. در صورتی که نیروی تولید شده توسط گردنده‌ها برابر باشند. اگر نیروی هر گردنده به اندازه ΔF افزایش پیدا کند تا جایی که برآیند نیروی تولید شده کل بر نیروی وزن

کوادروتور غلبه کند، کوادروتور به سمت بالا حرکت می‌کند و اگر نیروی تولید شده توسط گردنده‌ها به اندازه ΔF کاهش یابد کوادروتور شروع به کم کردن ارتفاع می‌کند.[۳۱]



شکل (۲-۲) نمایش چهار حرکت اصلی کوادروتور

گشتاورهای چرخشی M_x ، M_y و M_z باعث چرخش کوادروتور حول محورهای سه گانه می‌شوند اگر نیروی گردنده ۱ به اندازه ΔF کاهش و نیروی تولیدی گردنده ۳ به انداره ΔF افزایش یابد و نیروی گردنده‌های ۲و۴ بدون تغییر و برابر با هم باشند M_x (حرکت چرخش[1]) و اگر نیروی گردنده ۲ به اندازه ΔF کاهش و نیروی تولیدی گردنده ۴ به انداره ΔF افزایش یابد و نیروی گردنده‌های ۱و۳ بدون تغییر و

1 Pitch

برابر با هم باشند M_y(حرکت فراز[1]) و در نهایت اگر گشتاور پسا گردنده‌های ۱و۳ به اندازه ΔM کاهش و گشتاور پسا گردنده‌های ۲ و۴ به اندازه ΔM افزایش یابدM_z(حرکت سمت) تولید می‌شود.[۳۰]

۲-۲ سینماتیک :

سینماتیک شاخه‌ای از علم مکانیک می‌باشد،که به مطالعه و بررسی حرکت یک جسم و یا سیستمی متشکل از چند جسم بدون در نظر گرفتن نیرو و گشتاور اعمالی به آن جسم یا سیستم می‌پردازد، برای توصیف حرکت یک جسم صلب با شش درجه آزادی معمولا دو چارچوب مرجع تعریف می‌شود[۳۲]، که در شکل (۳-۲)قابل مشاهده است

۲-۲-۱ چارچوب مرجع ثابت زمین (*E-frame*) :

چارچوب مرجع ثابت زمین بر روی مکانی مشخص بر روی سطح زمین در نظر گرفته می‌شود. ناظر در این چارچوب قرار دارد و حرکت جسم را می‌سنجد. در این دستگاه صفحه xy در راستای افق و محور z در راستای عمود بر آن و در خلاف جاذبه زمین قرار می‌گیرد موقعیت خطی $\boldsymbol{\xi}[m]$ و زوایه‌ای $\boldsymbol{\eta}[rad]$ در این چارچوب تعریف می‌شوند.[۳۱]

$$\boldsymbol{\eta} = [\varphi \quad \theta \quad \psi]^T$$
$$\boldsymbol{\xi} = [x \quad y \quad z]^T$$

۲-۲-۲ چارچوب مرجع ثابت بدنه (*B-frame*) :

چارچوب ثابت بدنه متصل بر بدنه کوادروتور فرض می‌شود و همراه با کوادروتور دوران و حرکت می‌کند به طوری که مرکز آن بر مرکز کوادروتور منطبق می‌باشد، محور x در راستای محور اتصال گردنده‌های۱و۳ و محور y در راستای محور اتصال گردنده‌های ۲و۴ می‌باشد. همچنین محور z عمود بر محورهای x,y و به سمت بالا می‌باشد. سرعت خطی $(\mathbf{v}[m/s])$ و سرعت زاویه‌ای $(\boldsymbol{\omega}[rad/s])$ کوادروتور

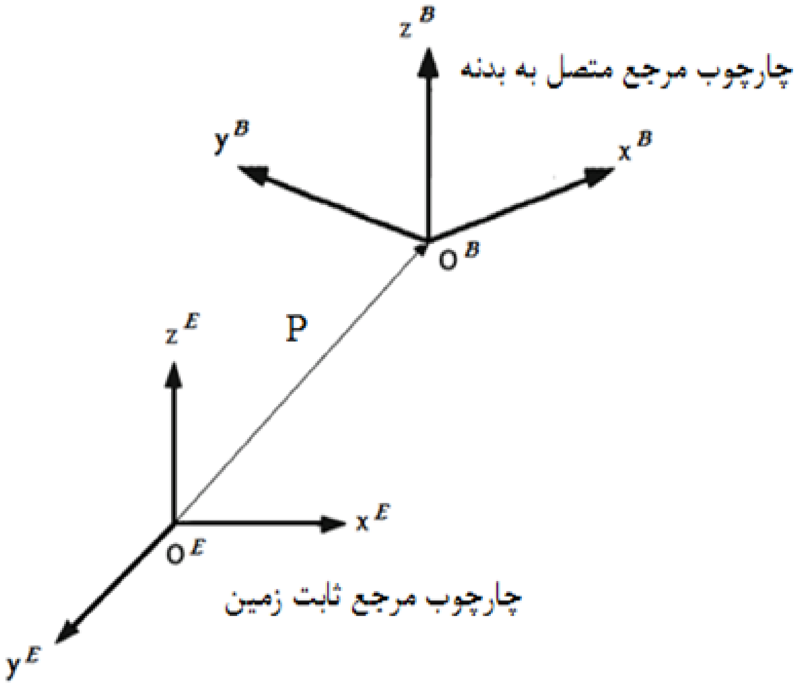
1 - Roll

2- Yaw

نسبت به چارچوب مرجع زمین در این چارچوب بیان می‌شوند. همچنین نیروها و گشتاورهای اعمالی به کوادروتور در این چارچوب مدل می‌شود.[۳۱]

$$\mathbf{v} = [u \quad v \quad w]^T$$

$$\boldsymbol{\omega} = [p \quad q \quad r]^T$$



شکل (۲-۳) چارچوب های مرجع ثابت زمین و بدنه

معادلات سینماتیکی یک جسم صلب با شش درجه آزادی به صورت روابط (۲-۲) و (۲-۳) می‌باشد[۲۰]:

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{R}^{-1}\dot{\boldsymbol{\xi}} \tag{۲-۲}$$

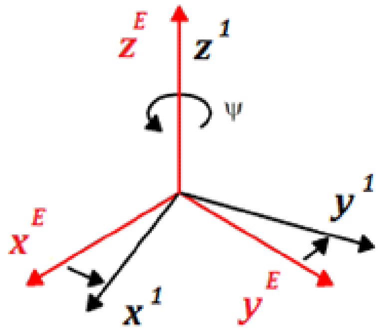
$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{T}^{-1}\dot{\boldsymbol{\eta}} \tag{۲-۳}$$

دو ماتریس $\boldsymbol{R}$ و $\boldsymbol{T}$ را به ترتیب ماتریس‌های دوران و انتقال می‌نامند که ارتباط بین دو دستگاه مرجع را امکان پذیر می‌کنند. به وسیله سه چرخش پیاپی به صورت شکل (۲-۴) ما می‌توانیم ماتریس دوران بین

دو چارچوب مرجع را بدست آوریم[۳۱]. ترتیب این دوران‌ها مهم می‌باشد، در این پایان‌نامه به ترتیب زوایای سمت (φ)، فراز (θ) و چرخش (ψ) نسبت به مرجع ثابت می‌باشد.

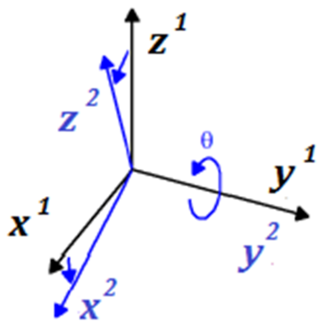
دوران حول محور z :

$$R(z,\psi)=\begin{bmatrix} c_\psi & 0 & -s_\psi \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



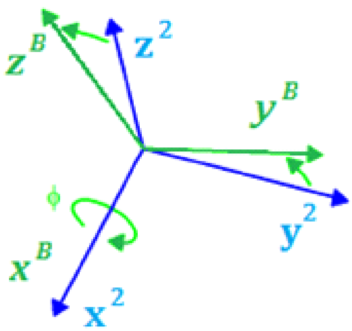
چرخش حول محور y :

$$R(y,\theta)=\begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix}$$



دوران حول محور x :

$$R(x,\varphi)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\varphi & -s_\varphi \\ 0 & s_\varphi & c_\varphi \end{bmatrix}$$



شکل (۲-۴) دوران‌های سه گانه حول محورهای اصلی

با ضرب سه ماتریس بالا در یکدیگر ماتریس $\boldsymbol{R}$ به دست می‌آید :

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}(\psi, z)\, \boldsymbol{R}(\theta, y)\, \boldsymbol{R}(\varphi, x)$$

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & -s_\psi c_\theta + c_\psi s_\theta s_\varphi & s_\psi s_\varphi + c_\psi s_\theta c_\varphi \\ s_\psi c_\theta & c_\psi c_\varphi + s_\psi s_\theta s_\varphi & -c_\psi s_\varphi + s_\psi s_\theta c_\varphi \\ -s_\theta & c_\theta s_\varphi & c_\theta c_\varphi \end{bmatrix} \tag{۲-۴}$$

برای محاسبه ماتریس انتقال بین سرعت زاویه‌ای بدنه و مشتق زوایای اویلر به صورت زیر عمل می‌کنیم[۲]:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R(\varphi, x)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R(\varphi, x)^{-1} R(\theta, y)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\varphi & c_\theta s_\varphi \\ 0 & -s_\varphi & c_\theta c_\varphi \end{bmatrix} \quad , \quad T = \begin{bmatrix} 1 & s_\varphi t_\theta & c_\varphi t_\theta \\ 0 & c_\varphi & -s_\varphi \\ 0 & s_\varphi / c_\theta & c_\varphi / c_\theta \end{bmatrix} \tag{۲-۵}$$

۲-۳ نیروها وگشتاورهای اعمالی به کوادروتور:

در این بخش نیروها و گشتاورهای خارجی اعمال شده بر بدنه کوادروتور تعریف خواهند شد. این نیروها و گشتاورها در استخراج معادلات دینامیکی که در بخش بعد ارائه خواهد شد استفاده می‌شود.

۲-۳-۱ نیرو وگشتاور تولید شده توسط هر گردنده :

همانطور که گفته شد نیرو و گشتاور تولید شده توسط هر یک از گردنده‌ها متناسب با مجذور سرعت گردنده می‌باشد، که معمولا با عنوان نیروی برآ یا نیروی آیرودینامیکی و گشتاور آیرودینامیکی شناخته می‌شوند ، معادلات (۲-۶) و (۲-۷) نیرو و گشتاور تولید شده توسط i امین گردنده را نشان می‌دهند :

$$F_i = \frac{1}{2} \rho A C_T r^2 {\Omega_i}^2 \tag{۲-۶}$$

$$M_i = \frac{1}{2} \rho A C_D r^2 {\Omega_i}^2 \tag{۲-۷}$$

این نیرو و گشتاور وابسته به ساختار هندسی گردنده‌ها و غلظت هوا می‌باشند، از آنجا که ارتفاع پروازی کوادروتور معمولا محدود می‌باشد، غلظت هوا و سایر پارامترها را ثابت در نظر می‌گیریم. در نتیجه معادلات (**۲-۶**) و (**۲-۷**) به صورت زیر ساده می‌شوند [۸]:

$$F_i = K_f \Omega_i^{\,2} \qquad (۲-۸)$$

$$M_i = K_M \Omega_i^{\,2} \qquad (۲-۹)$$

حال که رابطه بین سرعت گردنده‌ها و نیرو و گشتاور تولید شده توسط هر گردنده بدست آمد می‌توان نیرو و گشتاورهایی که موجب پرواز کوادروتور می‌شوند را به صورت زیر توصیف کرد[۲] :

- **حرکت عمودی :**

حرکت عمودی (برخاستن و فرود) کوادروتور به وسیله اعمال رابطه (**۲- ۱۰**) که از جمع نیروی تولید شده توسط گردنده‌ها می‌باشد U نیروی رانش یا برآی کل می‌باشد:

$$U = K_f(\Omega_1^{\,2} + \Omega_2^{\,2} + \Omega_3^{\,2} + \Omega_4^{\,2}) \qquad (۲-۱۰)$$

- **حرکت چرخش**(φ) :

چرخش کوادروتور حول محور x را حرکت چرخش می‌نامند، که از اختلاف گشتاور تولیدی موتور ۴و۲ بدست می‌آید . l طول بازوی کوادروتور تا مرکز آن می‌باشد.

$$\begin{aligned} M_x &= -F_2 l + F_4 l = -(K_f \Omega_2^{\,2})l + (K_f \Omega_4^{\,2})l \\ &= K_f l(\Omega_2^{\,2} - \Omega_4^{\,2}) \end{aligned} \qquad (۲-۱۱)$$

- **حرکت فراز**(θ) :

چرخش کوادروتور حول محور y را حرکت فراز می‌نامند، که از اختلاف گشتاور تولیدی موتور ۱و۳ بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} M_y &= -F_1 l + F_3 l = -(K_f \Omega_1^{\,2})l + (K_f \Omega_3^{\,2})l \\ &= K_f l(-\Omega_1^{\,2} + \Omega_3^{\,2}) \end{aligned} \qquad (۲-۱۲)$$

حرکت سمت (ψ):

چرخش کوادروتور حول محور z به وسیله جمع جبری گشتاورهای مقاوم تولید شده توسط هر گردنده به صورت رابطه (۲- ۱۳) بدست می‌آید :

$$\begin{aligned} M_z &= M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \\ &= \left(K_M {\Omega_1}^2\right) - \left(K_M {\Omega_2}^2\right) + \left(K_M {\Omega_3}^2\right) - \left(K_M {\Omega_4}^2\right) \\ &= K_M({\Omega_1}^2 - {\Omega_2}^2 + {\Omega_3}^2 - {\Omega_4}^2) \end{aligned} \tag{۱۳-۲}$$

با توجه به روابط (۲-۱۰) تا (۲-۱۱) بردار نیرو و گشتاور تولید شده توسط گردنده‌ها به صورت زیر می‌باشد[۱۳]:

$$\boldsymbol{F}_{p,B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_f({\Omega_1}^2 + {\Omega_2}^2 + {\Omega_3}^2 + {\Omega_4}^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} \tag{۱۴-۲}$$

$$\boldsymbol{M}_{p,B} = \begin{bmatrix} K_f l({\Omega_2}^2 - {\Omega_4}^2) \\ K_f l(-{\Omega_1}^2 + {\Omega_3}^2) \\ K_M({\Omega_1}^2 - {\Omega_2}^2 + {\Omega_3}^2 - {\Omega_4}^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \tag{۱۵-۲}$$

۲-۳-۲ نیروی گرانشی $\left(\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{g},\boldsymbol{B}}\right)$:

این نیروی برداری ناشی از شتاب جاذبه زمین و دارای جهت مثبت در راستای محور z در دستگاه ثابت زمین و منطبق بر مرکز دستگاه متصل به بدنه می‌باشد (۲-۱۵)، از آنجا که این نیرو بر مرکز جسم واقع می‌شود گشتاوری تولید نمی‌کند و تنها دارای خاصیت نیرویی می‌باشد [۱۹] :

$$\boldsymbol{F}_{g,E} = -\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \tag{۱۶-۲}$$

با استفاده از ماتریس $\boldsymbol{R}$ نیروی گرانشی بیان شده در دستگاه مرجع بدنه را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$\boldsymbol{F}_{g,B} = \boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{F}_{g,E} = -\boldsymbol{R}^{T}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \tag{۲-۱۷}$$

که درآن $\boldsymbol{F}_{g,E}$ بردار نیروی گرانشی در دستگاه ثابت زمین و $\boldsymbol{F}_{g,B}$ بردار نیرو گرانشی در دستگاه متصل به بدنه می‌باشد.

۲-۳-۳ نیرو و گشتاور اصطکاک آیرودینامیکی$(\boldsymbol{F}_{a,B}, \boldsymbol{M}_{a,B})$:

نیرو و گشتاور اصطکاک در حالت کلی تابعی از سرعت کوادروتور می باشند در مراجع مختلف مدل های زیادی چه از دیدگاه دستگاه بدنه و چه از دیدگاه دستگاه ثابت زمین معرفی شده است[۱۴]:

$$\boldsymbol{F}_{a,B} = -\boldsymbol{K}_t\mathbf{v} \tag{۲-۱۸}$$

$$\boldsymbol{M}_{a,B} = -\boldsymbol{K}_r\boldsymbol{\omega} \tag{۲-۱۹}$$

ماتریس $\boldsymbol{K}_t$، $\boldsymbol{K}_r$ ماتریس‌های قطری شامل ضرائب ثابت و مثبت اصطکاک می‌باشند.

۲-۳-۴ گشتاور ژیروسکوپی $(\boldsymbol{M}_G)$:

در کوادروتور دو گردنده در جهت عقربه‌های ساعت و دو گردنده دیگر در خلاف عقربه‌ها می‌چرخند، لذا اثر جایروسکپی نسبت به سایر وسایل پروازی تاثیر کمتری دارد، با این وجود در هنگام تغییر زاویه بدنه کوادروتور در صورتی که جمع جبری سرعت‌ها برابر صفر نباشد یک عدم تعادل سراسری رخ می‌دهد. در رابطه (۲-۲۰)I_r لختی چرخشی حول محور گردندها و $\boldsymbol{\Omega}_r$ جمع جبری سرعت گردنده‌ها می-باشند[۱۶].

$$M_{G,B} = \sum_{i=k}^{4} I_r\left(\boldsymbol{\omega} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}(-1)^k\Omega_k\right) \quad , \quad \boldsymbol{\Omega}_r = -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4$$

$$\boldsymbol{M}_{G,B} = \boldsymbol{\omega} \times \left(I_r \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_r \right) \quad , \quad \boldsymbol{M}_G = I_r \begin{bmatrix} q \\ -p \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_r \qquad (۲-۲۰)$$

۲-۴ دینامیک :

شاخه‌ای از علم مکانیک می‌باشد، که به مطالعه اثرات نیروها و گشتاورها بر روی حرکت یک جسم می‌پردازد. برای استخراج معادلات دینامیکی یک جسم صلب با شش درجه آزادی چندین روش مدل‌سازی وجود دارد، که در این پژوهش از روش نیوتن اویلر استفاده شده است. معادلات حرکت به دلایل زیر در چارچوب متصل به بدنه مدل‌سازی می‌شوند :

۱- ماتریس لختی تغییر ناپذیر با زمان است.

۲- تقارن موجود در بدنه کوادروتور دستیابی به معادلات را ساده‌تر می‌کند.

۳- اندازه گیرها بر روی خود کوادروتور نصب شده‌اند.

۴- نیروهای کنترل در چارچوب مرجع متصل به بدنه داده می‌شوند.

۲-۴-۱ معادلات انتقالی حرکت :

معادلات انتقالی حرکت کوادروتور را در دستگاه متصل به بدنه را به صورت زیر در نظر می‌گیریم[۸،۲]:

$$m\dot{\mathbf{v}} + \boldsymbol{\omega} \times (m\mathbf{v}) = \boldsymbol{F}_B \qquad (۲-۲۱)$$

به طوری که :

جرم کوادروتور		$m[kg]$
سرعت زاویه‌ای کوادروتور در	$B - frame$	$\boldsymbol{\omega} = [p \quad q \quad r]$
سرعت خطی مرکز جرم کوادروتور در	$B - frame$	$\mathbf{v} = [u \quad v \quad w]$
نیروهای اعمالی به کوادروتور در	$B - frame$	$\boldsymbol{F}_B$

$\boldsymbol{F}_B$ را می‌توان به صورت رابطه (۲-۲۲) نوشت :

$$\boldsymbol{F}_B = \boldsymbol{F}_{g,B} + \boldsymbol{F}_{p,B} + \boldsymbol{F}_{a,B} \tag{۲-۲۲}$$

ضرب برداری معادله (۲-۲۱) را که اثر کولریوس می‌نامند ، می‌توان به صورت (۲-۲۳) نوشت :

$$\boldsymbol{\omega} \times (m\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \left(m \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \right) = m \begin{bmatrix} qw - rv \\ ru - pw \\ pv - qu \end{bmatrix} \tag{۲-۲۳}$$

با جایگذاری (۲-۲۳) در معادله (۲-۲۱) داریم :

$$\boldsymbol{F}_B = m \left(\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} qw - rv \\ ru - pw \\ pv - qu \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} m(\dot{u} + qw - rv) \\ m(\dot{v} + ru - pw) \\ m(\dot{w} + pv - qu) \end{bmatrix} \tag{۲-۲۴}$$

۲-۴-۲ معادلات حرکت چرخشی :

معادلات چرخشی حرکت از دیدگاه چارچوب بدنه با استفاده از روش نیوتن اویلر به صورت (۲-۲۵) می-

باشد[۲،۸]:

$$\boldsymbol{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{I}\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{M}_B \tag{۲-۲۵}$$

به طوری که :

ماتریس قطری لختی کوادروتور	$\boldsymbol{I}[Nms^2]$
سرعت زاویه‌ای کوادروتور در $B - frame$	$\boldsymbol{\omega} = [p \quad q \quad r]$
گشتاورهای اعمالی به کوادروتور در $B - frame$	$\boldsymbol{M}_B$

$\boldsymbol{M}_{r,B}$ را می‌توان به صورت رابطه (۲-۲۸) نوشت :

$$\boldsymbol{M}_B = \boldsymbol{M}_{a,B} + \boldsymbol{M}_{G,B} + \boldsymbol{M}_{p,B} \tag{۲-۲۸}$$

به دلیل تقارن موجود در کوادروتور ماتریس لختی یک ماتریس قطری می‌باشد و I_{XX}, I_{YY}, I_{ZZ} لختی محورهای اصلی کوادرتور در دستگاه بدنه می‌باشند.

$$\boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} I_{XX} & 0 & 0 \\ 0 & I_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & I_{ZZ} \end{bmatrix}$$

عبارت $\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{I\omega})$ نیروهای مرکز گرا در دستگاه مختصات بدنه می‌باشند. که بصورت معادله (۲-۲۶) نشان داده می‌شود :

$$\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{I\omega}) = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \left(\boldsymbol{I}. \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} (I_{ZZ} - I_{YY})qr \\ (I_{XX} - I_{ZZ})pr \\ (I_{YY} - I_{XX})pq \end{bmatrix} \tag{۲-۲۶}$$

با قرار دادن رابطه (۲-۲۶) در رابطه (۲-۲۵) خواهیم داشت :

$$\boldsymbol{M}_B = \begin{bmatrix} I_{XX} & 0 & 0 \\ 0 & I_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & I_{ZZ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (I_{ZZ} - I_{YY})qr \\ (I_{XX} - I_{ZZ})pr \\ (I_{YY} - I_{XX})pq \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{M}_B = \begin{bmatrix} I_{XX}\dot{p} + (I_{ZZ} - I_{YY})qr \\ I_{YY}\dot{q} + (I_{XX} - I_{ZZ})pr \\ I_{ZZ}\dot{r} + (I_{YY} - I_{XX})pq \end{bmatrix} \tag{۲-۲۷}$$

اکنون تمامی معادلات مربوط به دینامیک و سینماتیک کوادروتور را به صورت مجموعه روابط (۲-۲۹) گسترده و مرتب می‌کنیم :

$$\dot{u} = rv - qw + gS_\theta - \frac{k_{t1}u}{m}$$

$$\dot{v} = pw - ru - gC_\theta S_\varphi - \frac{k_{t2}v}{m}$$

$$\dot{w} = qu - pv - gC_\theta C_\varphi - \frac{k_{t3}w}{m} + \frac{U_1}{m}$$

$$\dot{x} = (C_\psi C_\theta)u + (C_\psi S_\theta S_\varphi - S_\psi C_\theta)v + (C_\psi S_\theta C_\varphi + S_\psi S_\varphi)w$$

$$\dot{y} = (S_\psi C_\theta)u + (S_\psi S_\theta S_\varphi + C_\psi C_\varphi)v + (S_\psi S_\theta C_\varphi - C_\psi S_\varphi)w$$

$$\dot{z} = (-S_\theta)u + (C_\theta S_\varphi)v + (C_\theta C_\varphi)w$$

$$\dot{p} = \left(\frac{I_{YY} - I_{ZZ}}{I_{XX}}\right)qr - \frac{I_r}{I_{XX}}q\Omega_r - \frac{k_{r1}p}{I_{XX}} + \frac{U_2}{I_{XX}}$$

$$\dot{q} = \left(\frac{I_{ZZ} - I_{XX}}{I_{YY}}\right)pr + \frac{I_r}{I_{YY}}p\Omega_r - \frac{k_{r2}q}{I_{YY}} + \frac{U_3}{I_{YY}}$$

$$\dot{r} = \left(\frac{I_{XX} - I_{YY}}{I_{ZZ}}\right)pq - \frac{k_{r3}r}{I_{ZZ}} + \frac{U_4}{I_{ZZ}}$$

$$\dot{\varphi} = p - (S_\varphi t_\theta)q + (C_\varphi t_\theta)r$$

$$\dot{\theta} = C_\varphi q - S_\varphi r$$

$$\dot{\psi} = \left(\frac{S_\varphi}{C_\theta}\right)q + \left(\frac{C_\varphi}{C_\theta}\right)r \qquad (۲-۲۹)$$

۲-۴-۳ انتقال معادلات به دستگاه متصل به زمین :

با استفاده از روابطی که بین دو دستگاه مختصات مرجع در دسترس است، می‌توان تعداد معادلات رابطه (**۲-۲۹**) را کاهش داد. از آنجا که کوادروتور دارای چرخش و حرکت آزادنه در فضا می‌باشد و نیروها وگشتاورها در چارچوب بدنه به کوادروتور اعمال می‌شوند و سنسورهای اندازه‌گیری روی بدنه کوادروتور نصب شده‌اند قانون دوم نیوتن به دستگاه متصل به بدنه تعمیم داده شد تا معادلات دینامیکی استخراج شود ولی ردگیری مسیر توسط کوادروتور و همچنین موقعیت کوادروتور نسبت به نقطه‌ای مبنا در روی زمین در نظر گرفته می‌شود. به همین دلیل معادلات را به دستگاه ثابت زمین منتقل می‌کنیم[۱]:

۲-۴-۳-۱ معادلات دینامیکی حرکت انتقالی :

معادله سینماتیکی مربوط به حرکت انتقالی به صورت (**۲,۳۰**) است :

$$\dot{\xi} = \boldsymbol{R}\mathbf{v} \tag{۲-۳۰}$$

از معادله (**۲-۳۰**) مشتق می‌گیریم :

$$\ddot{\xi} = \frac{d}{dt}(\boldsymbol{R}\mathbf{v}) \longrightarrow \dot{\boldsymbol{R}}\mathbf{v} + \boldsymbol{R}\dot{\mathbf{v}} = \ddot{\xi} \tag{۲-۳۱}$$

مشتق زمانی ماتریس $\boldsymbol{R}$ با استفاده از خواص متعامد ماتریس $\boldsymbol{R}$ به صورت زیر به دست می‌آید[۲]:

$$\dot{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{R}\widehat{\boldsymbol{\omega}} \tag{۲-۳۲}$$

که در آن :

$$\widehat{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \;,\;\; \widehat{\boldsymbol{\omega}}\boldsymbol{S} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{S} \quad , \qquad \boldsymbol{S} \in \mathbb{R}^3 \tag{۲-۳۳}$$

در رابطه (**۲-۳۳**)" × " نماد ضرب برداری و $\boldsymbol{\omega}$ بردار سرعت زاویه‌ای کوادروتور در چارچوب بدنه و $\boldsymbol{S}$ هر بردار دلخواه در فضای $\mathbb{R}^3$ می‌باشد.حال معادلات (**۲-۳۲**)و(**۲-۳۳**) را در (**۲-۳۱**) قرار می‌دهیم :

$$\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) + \boldsymbol{R}\dot{\mathbf{v}} \tag{۳۴-۲}$$

رابطه (**۲-۳۴**) به صورت رابطه (**۲-۳۵**) مرتب می‌کنیم :

$$\dot{\mathbf{v}} = \boldsymbol{R}^{-1}\ddot{\boldsymbol{\xi}} - (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) \tag{۳۵-۲}$$

اگر معادله (**۲-۳۵**) را در (**۲-۲۱**) جایگزاری کنیم به رابطه (**۲-۳۶**) خواهیم رسید :

$$m\left[\boldsymbol{R}^{-1}\ddot{\boldsymbol{\xi}} - (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})\right] + \boldsymbol{\omega} \times (m\mathbf{v}) = \boldsymbol{F}_B \tag{۳۶-۲}$$

با ساده سازی رابطه (**۲-۳۶**) داریم :

$$m\boldsymbol{R}^{-1}\ddot{\boldsymbol{\xi}} - (\boldsymbol{\omega} \times m\mathbf{v}) + (\boldsymbol{\omega} \times m\mathbf{v}) = \boldsymbol{F}_B$$

$$m\boldsymbol{R}^{-1}\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{F}_B \tag{۳۷-۲}$$

با ضرب $\boldsymbol{R}$ در طرفین معادله (**۲- ۳۷**) خواهیم داشت :

$$m\boldsymbol{R}\boldsymbol{R}^{-1}\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{F}_B \tag{۳۸-۲}$$

اکنون معادلات انتقالی در چارچوب ثابت زمین به صورت روابط زیر بدست می آید :

$$m\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{F}_E$$

$$m\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{F}_{g,E} + \boldsymbol{F}_{a,E} + \boldsymbol{R}\boldsymbol{F}_{p,B} \tag{۳۹-۲}$$

با گسترده کردن معادلات بالا به روابط (**۲-۴۰**) می‌رسیم :

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= -\frac{k_{t1}}{m}\dot{x} + \left(c_\psi s_\theta c_\varphi + s_\psi s_\varphi\right)\frac{U_1}{m} \\
\ddot{y} &= -\frac{k_{t2}}{m}\dot{y} + \left(s_\psi s_\theta c_\varphi - c_\psi s_\varphi\right)\frac{U_1}{m} \\
\ddot{z} &= -\frac{k_{t3}}{m}\dot{z} - g + \left(c_\theta c_\varphi\right)\frac{U_1}{m}
\end{aligned} \tag{۴۰-۲}$$

۲-۴-۳-۲ معادلات دینامیکی حرکت چرخشی :

معادله سینماتیکی مربوط به حرکت چرخشی به صورت (۲-۴۱) است :

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{T}^{-1}\dot{\boldsymbol{\eta}} \qquad (۲\text{-}۴۱)$$

با مشتق گیری از رابطه بالا خواهیم داشت :

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \frac{d}{dt}(\boldsymbol{T}^{-1})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{T}^{-1}\ddot{\boldsymbol{\eta}} \qquad (۲\text{-}۴۲)$$

معادل سازی زیر را جهت راحتی در ادامه کار در نظر می‌گیریم:

$$\boldsymbol{T}^{-1} = \boldsymbol{W} \qquad \frac{d}{dt}(\boldsymbol{T}^{-1}) = \dot{\boldsymbol{W}}$$

(۲-۴۱) و(۲-۴۲) در (۲-۲۵) قرار می‌دهیم :

$$\boldsymbol{I}\big(\dot{\boldsymbol{W}}\dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{W}\ddot{\boldsymbol{\eta}}\big) + (\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{\eta}}) \times (\boldsymbol{I}\,\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{\eta}}) = \boldsymbol{M}_r$$

$$\boldsymbol{I}\,\boldsymbol{W}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \Big(\boldsymbol{I}\dot{\boldsymbol{W}}\dot{\boldsymbol{\eta}} + (\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{\eta}}) \times (\boldsymbol{I}\,\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{\eta}})\Big) = \boldsymbol{M}_r \qquad (۲\text{-}۴۳)$$

عبارت $\boldsymbol{W}^T$ را در معادله (۲-۴۳) ضرب می‌کنیم :

$$(\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{I}\,\boldsymbol{W})\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{W}^T\Big(\boldsymbol{I}\dot{\boldsymbol{W}}\dot{\boldsymbol{\eta}} + (\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{\eta}}) \times (\boldsymbol{I}\,\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{\eta}})\Big) = \boldsymbol{W}^T\boldsymbol{M}_r \qquad (۲\text{-}۴۴)$$

در نهایت رابطه بالا به فرم کلی (۲-۴۵) بدست می‌آید:

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\eta},\dot{\boldsymbol{\eta}})\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\eta},\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{\eta},\dot{\boldsymbol{\eta}},\boldsymbol{\Omega}) + \boldsymbol{B}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) = \boldsymbol{\tau} \qquad (۲\text{-}۴۵)$$

به طوریکه :

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\eta},\dot{\boldsymbol{\eta}}) = \boldsymbol{W}^T\boldsymbol{I}\,\boldsymbol{W}$$

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\eta},\dot{\boldsymbol{\eta}}) = \boldsymbol{W}^T\Big(\boldsymbol{I}\,\dot{\boldsymbol{W}}\dot{\boldsymbol{\eta}} + (\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{\eta}}) \times (\boldsymbol{I}\,\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{\eta}})\Big)$$

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\eta},\dot{\boldsymbol{\eta}},\boldsymbol{\Omega}) = \boldsymbol{W}^T\boldsymbol{M}_{G,B} = \boldsymbol{W}^T\big((\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{\eta}}) \times [0 \quad 0 \quad I_r\boldsymbol{\Omega}_r]^T\big)$$

$$\boldsymbol{B}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) = \boldsymbol{W}^T\boldsymbol{M}_{a,B} = \boldsymbol{W}^T(-\boldsymbol{K}_{ar}(\boldsymbol{W}\dot{\boldsymbol{\eta}}))$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{W}^T\boldsymbol{M}_{p,B}$$

۲- ۴- ۴ تقریب زاویه کوچک :

همانطور که قبلا اشاره شد قوانین کنترلی از مدل دینامیکی کوادروتور بدست می‌آیند. برای ساده شدن قوانین کنترل، می‌توان مدل دینامیکی که از آن قوانین کنترلی بدست می‌آید را ساده‌تر کرد. معادلات دینامیکی انتقالی بدست آمده در **(۲-۴۱)** شامل تداخل و پیچیدگی خاصی نیست و احتیاجی به ساده سازی ندارند. ولی معادله دینامیکی حرکت چرخشی بدست آمده در **(۲-۴۵)** را می‌توان ساده‌تر در نظر گرفت، این معادلات دارای تداخل زیاد و شامل ترم‌های مثلثاتی و مشتقات آنها می‌باشد، با این فرض که زوایای اویلر کوچک در نظر گرفته شوند[۱]، ماتریس $\boldsymbol{T}$ برابر ماتریس واحد $\boldsymbol{I}_{3\times3}$ می‌شود و نرخ تغییرات سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی با مشتق زوایای اویلر برابر می‌شود در نتیجه خواهیم داشت :

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad , \quad \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} \tag{۴۶-۲}$$

با جایگذاری معادلات بالا در **(۲- ۲۹)** مدل دینامیکی ساده شده برای حرکت چرخشی بدست می‌آید :

$$\begin{aligned}
\ddot{\varphi} &= \left(\frac{I_{YY} - I_{ZZ}}{I_{XX}}\right)\dot{\theta}\dot{\psi} - \frac{k_{r1}}{I_{XX}}\dot{\varphi} - \frac{I_r}{I_{XX}}\Omega_r\dot{\theta} + \frac{1}{I_{XX}}U_2 \\
\ddot{\theta} &= \left(\frac{I_{ZZ} - I_{XX}}{I_{YY}}\right)\dot{\psi}\dot{\varphi} - \frac{k_{r2}}{I_{YY}}\dot{\theta} + \frac{I_r}{I_{YY}}\Omega_r\dot{\varphi} + \frac{1}{I_{YY}}U_3 \\
\ddot{\psi} &= \left(\frac{I_{XX} - I_{YY}}{I_{ZZ}}\right)\dot{\varphi}\dot{\theta} - \frac{k_{r3}}{I_{ZZ}}\dot{\psi} + \frac{1}{I_{ZZ}}U_4
\end{aligned} \tag{۴۷-۲}$$

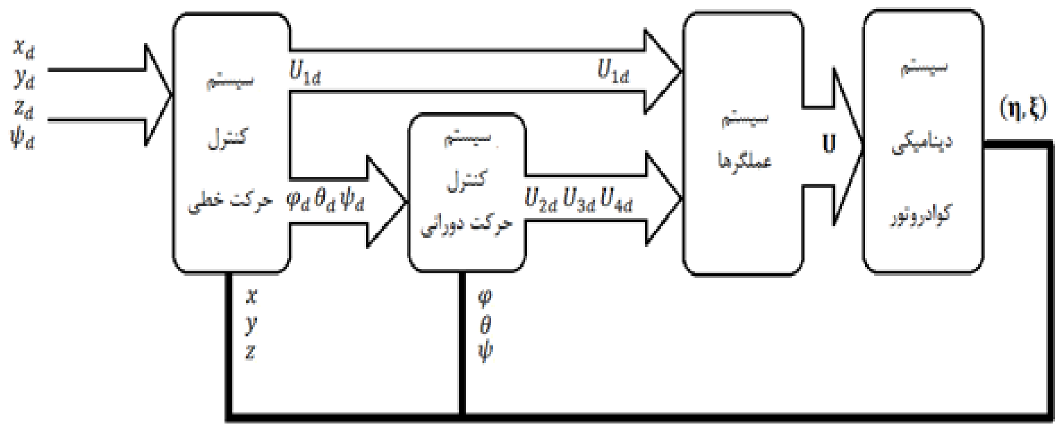
فصل ۳

طراحی کنترل کننده

مقدمه :

سیستم کنترلی که در این فصل معرفی می‌شود، در حالت کلی شامل دو حلقه داخلی و خارجی می‌باشد، حلقه خارجی وظیفه کنترل موقعیت کوادروتور را دارد، و زوایای مطلوب جهت حرکت کوادروتور در راستای محورهای افقی را محاسبه می‌کند، حلقه داخلی حلقه مربوط به کنترل زوایای اویلر می‌باشد. در این فصل ابتدا ساختار کلی سیستم کنترل کوادروتور شرح داده می‌شود. در بخش (۳-۱) بردار ورودی کنترل معرفی می‌شود و ارتباط ما بین سرعت‌های زاویه‌ای و ورودی‌های کنترل بررسی می‌شود. در بخش(۳-۲) با استفاده از روش خطی‌سازی پسخورد کنترل‌کننده‌ای برای حرکت چرخشی و حرکت انتقالی طراحی می‌شود، همچنین دو روش برای محاسبه زوایای مطلوب φ_d , θ_d معرفی شده است. در بخش (۳-۳) کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی برای حرکت‌های انتقالی و چرخشی در حضور اغتشاش و دینامیک مدل نشده و عدم قطعیت پارامتری معرفی می‌شود. در بخش(۳-۴) پایداری سیستم کوادروتور با اعمال کنترل کننده لغزشی تطبیقی بررسی می‌شود.

بلوک دیاگرام کنترلی کوادروتور به صورت شکل (۳-۱) می باشد که در ادامه هر یک از قسمت های آن شرح داده خواهد شد :



شکل (۳-۱) بلوک دیاگرام کوادروتور به همراه کنترل کننده

- **کنترل کننده حرکت انتقالی :**

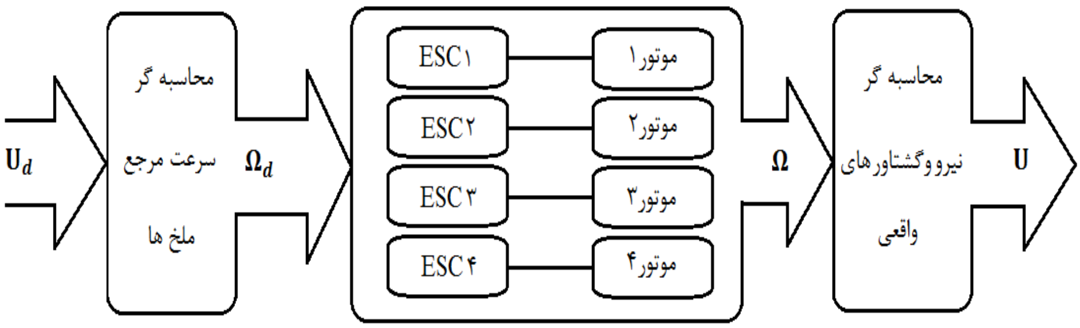
در این بلوک نیروی بالابر کوادروتور به همراه زوایای مطلوب اویلر جهت حرکت انتقالی کوادروتور بدست می‌آیند.

- **کنترل کننده حرکت چرخشی:**

در این قسمت گشتاورهای کنترلی جهت رسیدن زوایای اویلر به زوایای مطلوب محاسبه می‌شود.

- **سیستم عملگرها:**

سیستم عملگرها شامل سه قسمت می‌باشد شکل(۳-۲)، در قسمت اول از روی سیگنال‌های کنترل سرعت‌های مرجع محاسبه می‌شود، سرعت‌های مرجع بدست آمده به چهارکنترل کننده سرعت الکترونیکی که به صورت حلقه باز و با روش مدولاسیون پهنای پالس دور موتورها را کنترل می‌کنند اعمال می‌شوند و در قسمت پایانی سیگنال‌های کنترلی واقعی که با در نظر گرفتن دینامیک موتورها بدست آمده به سیستم اعمال می‌گردد.



شکل(۳-۲) بلوک دیاگرام مربوط به عملگرها

۳-۱ بردار ورودی کنترل :

بردار ورودی کنترل که شامل U_1 تا U_4 می‌باشد، به صورت (۳-۱) تعریف می‌شود[۲۲] :

$$\boldsymbol{U} = [U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_4]^T$$
$$U_1 = K_f\left({\Omega_1}^2 + {\Omega_2}^2 + {\Omega_3}^2 + {\Omega_4}^2\right)$$
$$U_2 = K_f l(-{\Omega_2}^2 + {\Omega_4}^2)$$
$$U_3 = K_f l({\Omega_1}^2 - {\Omega_3}^2)$$
$$U_4 = K_M({\Omega_1}^2 - {\Omega_2}^2 + {\Omega_3}^2 - {\Omega_4}^2) \tag{۳-۱}$$

روابط بالا را به فرم ماتریسی (۳-۲) تبدیل می‌کنیم.

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{K\Omega}^2 \tag{۳-۲}$$

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} K_f & K_f & K_f & K_f \\ 0 & -lK_f & 0 & K_f \\ lK_f & 0 & -lK_f & 0 \\ K_M & -K_M & K_M & -K_M \end{bmatrix}$$

اگر نیاز به داشتن سرعت زاویه‌ای موتورها بود می‌توان از رابطه (۳-۳) استفاده کرد.

$$\boldsymbol{\Omega}^2 = \boldsymbol{K^{-1}U} \tag{۳-۳}$$

$$\boldsymbol{K^{-1}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4K_f} & 0 & \frac{1}{2lK_f} & \frac{1}{4K_M} \\ \frac{1}{4K_f} & -\frac{1}{2lK_f} & 0 & -\frac{1}{4K_M} \\ \frac{1}{4K_f} & 0 & -\frac{1}{2lK_f} & \frac{1}{4K_M} \\ \frac{1}{4K_f} & \frac{1}{2lK_f} & 0 & -\frac{1}{4K_M} \end{bmatrix}$$

۳-۲ کنترل به روش خطی سازی پسخورد

در این بخش روش کنترل کوادروتور با استفاده از خطی سازی پسخورد برای مدل کوادروتور طراحی می-شود . روش خطی سازی پسخورد با حذف عوامل غیر خطی سیستم دینامیکی مورد نظر را به یک سیستم دینامیکی خطی ساده تبدیل می‌کند ، سپس سیستم بدست آمده کنترل می‌شود.

۳-۲-۱ کنترل‌کننده حرکت چرخشی :

معادلات دینامیکی حرکت چرخشی کوادروتور که در فصل قبل بدست آمده را به صورت زیر می‌نویسم :

$$\boldsymbol{I}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{G}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\Omega}) + \boldsymbol{B}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) = \boldsymbol{\tau} \tag{۳-۴}$$

به طوریکه :

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{\eta}}) = \begin{bmatrix} (I_{ZZ} - I_{YY})\dot{\theta}\dot{\psi} \\ (I_{XX} - I_{ZZ})\dot{\varphi}\dot{\psi} \\ (I_{YY} - I_{XX})\dot{\varphi}\dot{\theta} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{G}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\Omega}) = \begin{bmatrix} I_r\Omega_r\dot{\theta} \\ -I_r\Omega_r\dot{\varphi} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) = \begin{bmatrix} k_{r1}\dot{\varphi} \\ k_{r2}\dot{\theta} \\ k_{r3}\dot{\psi} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lb({\Omega_4}^2 - {\Omega_2}^2) \\ lb({\Omega_1}^2 - {\Omega_3}^2) \\ d({\Omega_1}^2 + {\Omega_3}^2 - {\Omega_2}^2 - {\Omega_4}^2) \end{bmatrix}$$

قانون کنترل را به صورت (۳-۵) پیشنهاد می‌دهیم :

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{I}\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{G}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\Omega}) + \boldsymbol{B}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) \tag{۳-۵}$$

$\boldsymbol{u}_1 \in R^3$ به صورت یک ورودی جدید تعریف می‌شود با اعمال $\boldsymbol{\tau}$ به معادله دینامیکی (۳-۴) داریم :

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{u}_1 \tag{۳-۶}$$

سیستم دینامیکی حاصل شده خطی و بدون تزویج می‌باشد، حال به کنترل این سیستم می‌پردازیم که آسان‌تر از کنترل سیستم دینامیکی (۳-۴) می‌باشد. برای ردگیری مسیر مرجع $\boldsymbol{\eta}_d$ ، $\boldsymbol{u}_1$ را به صورت (۳-۷) پیشنهاد می‌دهیم :

$$\boldsymbol{u}_1 = \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d + \boldsymbol{K}_{d1}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_d - \dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{K}_{p1}(\boldsymbol{\eta}_d - \boldsymbol{\eta}) \tag{۳-۷}$$

$\boldsymbol{K}_{p1}$ و $\boldsymbol{K}_{d1}$ ماتریس‌های قطری مثبت شامل پارامترهای طراحی کنترل‌کننده می‌باشند. در نهایت خواهیم داشت :

$$(\ddot{\boldsymbol{\eta}} - \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d) + \boldsymbol{K}_{d1}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_d - \dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{K}_{p1}(\boldsymbol{\eta}_d - \boldsymbol{\eta}) = 0 \tag{۳-۸}$$

اگر خطای ردگیری را به صورت زیر تعریف کنیم رابطه **(۳-۸)** به صورت زیر تبدیل می‌شود :

$$\boldsymbol{e}_1 = \boldsymbol{\eta}_d - \boldsymbol{\eta}$$

$$\ddot{\boldsymbol{e}}_1 + \boldsymbol{K}_{d1}\dot{\boldsymbol{e}}_1 + \boldsymbol{K}_{p1}\boldsymbol{e}_1 = 0 \tag{۳-۹}$$

در صورتی که $\boldsymbol{K}_{p1}$ و$\boldsymbol{K}_{d1}$ مثبت انتخاب شوند پایداری سیستم تضمین و خطا به صورت نمایی به سمت صفر همگرا می‌شود.

۳-۲-۲ کنترل کننده حرکت انتقالی :

همانطور که در بخش‌های قبلی ذکر شد کوادروتور یک سیستم کم‌عملگر می‌باشد و تنها می‌توان چهار متغیر ارتفاع ، چرخش ، فراز و سمت را به طور مستقیم با عملگرهای موجود کنترل نمود. اما با دقت در معادلات حرکت انتقالی می‌توان به این نکته رسید که حرکت کوادروتور در راستای محورهای افقی (x, y) وابسته به زوایای اویلر و نیروی U_1 می‌باشد. در صورتی که کوادروتور حول یکی از محورهای خود چرخش داشته باشد و نیروی بالابر کل بر وزن کوادروتور غلبه کند کوادروتور شروع به حرکت در راستای آن محور می‌کند. در ادامه دو روش محاسبه زوایای مرجع توضیح داده می‌شود :

۳-۲-۲-۱ روش اول :

در این روش با استفاده از خطی سازی پسخورد معادله دینامیکی مربوط به ارتفاع، ورودی کنترل U_1 را بدست می‌آوریم :

$$m\ddot{z} + f(\dot{z}) = \beta_z U_1 \tag{۳-۱۰}$$

$$f(\dot{z}) = k_{t3}\dot{z} + mg$$
$$\beta_z = C_\varphi C_\theta$$

قانون کنترل U_1 را به صورت (۳-۱۱) پیشنهاد می‌دهیم :

$$U_1 = \frac{1}{\beta_z}(mu_z + f(\dot{z})) = \frac{r_z}{\beta_z} \qquad (۳\text{-}۱۱)$$

$u_z \in R$ به صورت یک ورودی جدید تعریف می‌شود و به معادله دینامیکی (۳-۱۱) اعمال می‌شود، نتیجه یک سیستم دینامیکی خطی به صورت (۳-۱۲)می‌باشد.

$$\ddot{z} = u_z \qquad (۳\text{-}۱۲)$$

برای ردگیری مسیر مطلوب z_d ، u_z به صورت (۳-۱۳) پیشنهاد می‌شود ، k_{dz} و k_{pz} پارامترهای کنترل کننده می‌باشند.

$$u_z = \ddot{z}_d + k_{dz}(\dot{z}_d - \dot{z}) + k_{pz}(z_d - z) \qquad (۳\text{-}۱۳)$$

با تعریف خطا به صورت زیر و اعمال قانون کنترل (۳-۱۳) به معادله دینامیکی خطی (۳-۱۲) به رابطه (۳-۱۴) می‌رسیم که با مثبت انتخاب شدن پارامترهای کنترل کننده پایداری تضمین می‌شود.

$$e_z = z_d - z$$
$$\ddot{e}_z + k_{dz}\dot{e}_z + k_{pz}e_z = 0 \qquad (۳\text{-}۱۴)$$

اکنون با معرفی بردار $\boldsymbol{X}$ به صورت زیر معادلات حرکت کوادروتور در صفحه $x\ y$ به صورت(۳-۱۵) در می‌آید :

$$\boldsymbol{X} = [x \quad y]^T$$
$$m\ddot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{X}}) = \boldsymbol{U}_v \qquad (۳\text{-}۱۵)$$

$\boldsymbol{U}_v$ ورودی کنترل مجازی و $\boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{X}})$ به صورت زیر می‌باشند :

$$\boldsymbol{U}_v = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_x U_1 \\ \beta_y U_1 \end{bmatrix} \quad , \qquad \boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{X}}) = \begin{bmatrix} k_{t1}\dot{x} \\ k_{t2}\dot{y} \end{bmatrix}$$

$$m\ddot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{X}}) = \boldsymbol{U}_v \qquad (۳-۱۶)$$

به طوریکه β_x و β_y صورت زیر می‌باشند :

$$\beta_x = c_\psi s_\theta c_\varphi + c_\psi s_\varphi$$

$$\beta_y = s_\psi s_\theta c_\varphi - c_\psi s_\varphi$$

قانون کنترل $\boldsymbol{U}_v$ را به صورت (۳-۱۷) پیشنهاد می‌دهیم :

$$\boldsymbol{U}_v = m\boldsymbol{u}_2 + \boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{X}}) \qquad (۳-۱۷)$$

با اعمال $\boldsymbol{U}_v$ به **(۳-۱۶)**به معادله (۳-۱۸) می‌رسیم :

$$\ddot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{u}_2 \qquad (۳-۱۸)$$

مانند قسمت‌های قبل $\boldsymbol{u}_2 \in R^2$ را به صورت (۳-۱۹)انتخاب می‌کنیم و با اعمال آن به معادله دینامیکی خطی (۳-۱۸)دینامیک خطا به صورت (۳-۲۰) بدست می‌آید.

$$\boldsymbol{e}_X = \boldsymbol{X}_d - \boldsymbol{X}$$

$$\boldsymbol{u}_2 = \ddot{\boldsymbol{X}}_d + \boldsymbol{K}_{d2}(\dot{\boldsymbol{X}}_d - \dot{\boldsymbol{X}}) + \boldsymbol{K}_{p2}(\boldsymbol{X}_d - \boldsymbol{X}) \qquad (۳-۱۹)$$

$$\ddot{\boldsymbol{e}}_X + \boldsymbol{K}_{d2}\dot{\boldsymbol{e}}_X + \boldsymbol{K}_{p2}\boldsymbol{e}_X = 0 \qquad (۳-۲۰)$$

با نتخاب $\boldsymbol{K}_{d2}$ و $\boldsymbol{K}_{p2}$ که ماتریس‌های قطری با ضرایب مثبت می‌باشند. پایداری سیستم تضمین می‌شود.

اکنون U_1 را به صورت (۳-۲۱) در می‌آوریم :

$$U_1 = \frac{(mu_z + f(\dot{z}))}{\beta_z} = \frac{r_z}{\beta_z} \qquad (۳-۲۱)$$

رابطه (۳-۲۱) را در $\boldsymbol{U}_v$ قرار می‌دهیم :

$$\boldsymbol{U}_v = \begin{bmatrix} (\beta_x/\beta_z)r_z \\ \\ (\beta_y/\beta_z)r_z \end{bmatrix} \qquad (۳-۲۲)$$

با ساده کردن ترم های کسری در (۳-۲۲) خواهیم داشت :

$$\frac{\beta_x}{\beta_z}=\frac{c_\psi s_\theta c_\varphi + c_\psi s_\varphi}{c_\theta c_\varphi}=\frac{s_\psi}{c_\theta}t_\varphi + c_\psi t_\theta$$

$$\frac{\beta_y}{\beta_z}=\frac{s_\psi s_\theta c_\varphi - c_\psi s_\varphi}{c_\theta c_\varphi}=s_\psi t_\theta - \frac{c_\psi}{c_\theta}t_\varphi \qquad (۳-۲۳)$$

اگر چرخش حول محور عمود را صفر در نظر بگیریم روابط بدست آمده در بالا به صورت **(۳-۲۴)**ساده می‌شوند :

$$\psi = 0 \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} sin\psi = 0 \\ cos\psi = 1 \end{cases}$$

$$\frac{\beta_x}{\beta_z}=t_\theta$$

$$\frac{\beta_y}{\beta_z}=-\frac{t_\varphi}{c_\theta} \qquad (۳-۲۴)$$

با قرار دادن روابط **(۳-۲۴)** را در **(۳-۲۲)** داریم :

$$u_x = t_\theta r_z$$

$$u_y = -\frac{t_\varphi}{c_\theta}r_z \qquad (۳-۲۵)$$

در نهایت زوایای مرجع θ_d و φ_d جهت ردگیری مسیر y_d و x_d به صورت **(۳-۲۶)** بدست می‌آیند:

$$t_\theta = \frac{u_x}{u_z} \qquad \longrightarrow \qquad \theta_d = tan^{-1}\left(\frac{u_x}{r_z}\right)$$

$$t_\varphi = -c_\theta\frac{u_y}{u_z} \quad \longrightarrow \quad \varphi_d = tan^{-1}\left(-c_\theta\frac{u_y}{r_z}\right) \qquad (۳-۲۶)$$

۳-۲-۳-۲ روش دوم :

این روش تقریبا مشابه حالت قبل می‌باشد با این تفاوت که قانون کنترل U_1 به صورت غیر مستقیم محاسبه می‌شود. ابتدا بردار ورودی کنترل جدید $\boldsymbol{U_v}$ را به صورت زیر معرفی می‌کنیم[۳۲] :

$$\boldsymbol{U_v} = \boldsymbol{R}U_1 e_z \xrightarrow{\qquad} \boldsymbol{R}U_1 e_z = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \tag{۲۷-۳}$$

معادله دینامیکی حرکت انتقالی به صورت زیر می‌باشد :

$$m\ddot{\boldsymbol{\xi}} + m\mathbf{g_z} + \boldsymbol{B}_t(\dot{\boldsymbol{\xi}}) = \boldsymbol{U}_v \tag{۲۸-۳}$$

به طوریکه :

$$\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} \ ,\mathbf{g}_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \ , \quad \boldsymbol{B}_t(\dot{\boldsymbol{\xi}}) = \begin{bmatrix} k_{t1}\dot{x} \\ k_{t2}\dot{y} \\ k_{t3}\dot{z} \end{bmatrix} \ , \quad \boldsymbol{U_v} = \begin{bmatrix} (c_\psi s_\theta c_\varphi + s_\psi s_\varphi)U_1 \\ (s_\psi s_\theta c_\varphi - s_\psi s_\varphi)U_1 \\ (c_\theta c_\varphi)U_1 \end{bmatrix}$$

قانون کنترل $\boldsymbol{U}_v$ به صورت (**۳-۲۹**) پیشنهاد داده می‌شود :

$$\boldsymbol{U}_v = m\boldsymbol{u}_2 + m\mathbf{g_z} + \boldsymbol{B}_t(\dot{\boldsymbol{\xi}}) \tag{۲۹-۳}$$

با اعمال (**۳-۲۸**)به معادله دینامیکی حرکت انتقالی به سیستم دینامیکی خطی (**۳-۳۰**) می‌رسیم :

$$\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{u}_2 \tag{۳۰-۳}$$

$$\boldsymbol{u}_2 = \ddot{\boldsymbol{\xi}}_d + \boldsymbol{K}_{d2}\dot{\boldsymbol{e}}_2 + \boldsymbol{K}_{p2}\boldsymbol{e}_2 \tag{۳۱-۳}$$

در صورت مثبت انتخاب شدن ضرایب ماتریس‌های قطری $\boldsymbol{K}_{d2}$ و $\boldsymbol{K}_{p2}$ در قانون کنترل جدید $\boldsymbol{u}_2$ پایداری سیستم تضمین می‌شود.

اکنون از روی ورودی‌های کنترلی مجازی u_x،u_y،u_z به روشی که در ادامه توضیح داده می‌شود، U_1 ، θ_d و φ_d محاسبه می‌شوند. عبارت $\boldsymbol{R}U_1\boldsymbol{e}_z$ به صورت رابطه ماتریسی(**۳-۳۲**)باز نویسی می‌شود :

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & c_\psi s_\theta s_\varphi - c_\varphi s_\psi & s_\psi s_\varphi + c_\psi s_\theta c_\varphi \\ s_\psi c_\theta & c_\psi C_\varphi + S_\psi S_\theta S_\varphi & s_\psi s_\theta c_\varphi - c_\psi s_\varphi \\ -s_\theta & c_\theta s_\varphi & c_\theta c_\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} \qquad (۳-۳۲)$$

در نتیجه :

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 U_1 \\ f_2 U_1 \\ f_3 U_1 \end{bmatrix}$$

$$u_x = f_1\, U_1 = \left(s_\psi s_\varphi + c_\psi s_\theta c_\varphi\right) U_1 \qquad (۳-۳۳)$$

$$u_y = f_2\, U_1 = \left(s_\psi s_\theta c_\varphi - c_\psi s_\varphi\right) U_1 \qquad (۳-۳۴)$$

$$u_z = f_3\, U_1 = \left(c_\theta c_\varphi\right) U_1 \qquad (۳-۳۵)$$

از **(۳-۳۵)** U_1 را به صورت **(۳-۳۶)** به دست می آوریم :

$$U_1 = \frac{u_z}{f_3} \qquad (۳-۳۶)$$

رابطه **(۳-۳۶)** را به جای U_1 در **(۳-۳۳)** قرار می‌دهیم :

$$u_x = \frac{f_1}{f_3} u_z = \left(\frac{s_\psi s_\varphi + c_\psi s_\theta c_\varphi}{c_\theta c_\varphi}\right) u_z$$

$$u_x = \left(\frac{s_\psi}{c_\theta}.t_\varphi + c_\psi.t_\theta\right) u_z \qquad (۳-۳۷)$$

درصورتی که **(۳-۳۶)**را در رابطه **(۳-۳۴)** هم قرار دهیم، نتیجه بدست آمده دقیقا مانند روش اول می‌شود.

اگر زاویه مرجع سمت(ψ_d)را صفر در نظر بگیریم روابط **(۳-۳۷)و (۳-۳۸)** به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\psi_d = 0$$

$$u_x = \tan(\theta_d) u_z$$

$$u_y = -\sin(\varphi_d) U_1 \qquad (۳-۳۸)$$

روابط **(۳-۳۳)** تا **(۳-۳۵)**را به توان ۲ رسانده و با هم جمع می‌کنیم :

$$\left(f_1{}^2 + f_2{}^2 + f_3{}^2\right)U_1{}^2 = u_x{}^2 + u_y{}^2 + u_z{}^2$$
$$\left(S_{\psi_d}S_{\varphi_d} + C_{\psi_d}S_{\theta_d}C_{\varphi_d}\right)^2 + \left(S_{\psi_d}S_{\theta_d}C_{\varphi_d} - C_{\psi_d}S_{\varphi_d}\right)^2 + \left(C_{\theta_d}C_{\varphi_d}\right)^2 = 1$$

$$U_1{}^2 = u_x{}^2 + u_y{}^2 + u_z{}^2$$

در نهایت زوایای مطلوب θ_d و φ_d و قانون کنترل U_1 به صورت مجموعه روابط **(۳۹،۳)** بدست می‌آیند:

$$U_1 = \sqrt{u_x{}^2 + u_y{}^2 + u_z{}^2}$$
$$\theta_d = \arctan\left(\frac{u_z}{u_x}\right)$$
$$\varphi_d = \arcsin\left(\frac{-u_y}{U_1}\right)$$
$$\psi_d = 0 \qquad (۳-۳۹)$$

۳-۳ کنترل به روش لغزشی تطبیقی

مدل ریاضی که بتواند سیستم دینامیکی کوادروتور را به طور دقیق توصیف کند بسیار پر محاسبه و پیچیده می‌باشد. چنین مدلی ممکن است قلبلیت پیاده‌سازی به منظور کنترل بر مبنای مدل را نداشته باشد. اغتشاش خارجی یک ورودی ناخواسته به سیستم و یک عامل مستقل است. پارامترهای ثابت به خاطر خطای اندازه‌گیری ممکن است، اطلاعی که از آنها داریم دقیق نباشد، بدست آوردن مدل دقیق اثرات آیرودینامیکی به راحتی مقدور نیست، در نتیجه با توجه به موارد ذکر شده استفاده از کنترل‌کننده خطی‌ساز پسخورد قابلیت کنترل و پایدارسازی سیستم را ندارد. لذا برای مقاوم‌سازی سیستم در برابر عدم قطعیت می‌توان از روش مد لغزشی استفاده کرد، در این روش با داشتن حد بالای عدم قطعیت می‌توان عملکرد مطلوب سیستم را تا حد قابل قبولی برآورده نمود و همچنین می توان با ترکیب روش لغزشی با تطبیقی مقدار مناسب حد بالای عدم قطعیت را تخمین زده و در قانون کنترل قرار داد.

۳-۳-۱ کنترل کننده حرکت چرخشی

معادلات حرکت چرخشی کوادروتور که در فصل قبل بدست آمده به صورت زیر می‌باشد :

$$\boldsymbol{I}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{G}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\Omega}) + \boldsymbol{B}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{d}_1(t) = \boldsymbol{\tau} \qquad (۴۰-۳)$$

$\boldsymbol{d}_1(t)$ بردار اغتشاش ورودی می‌باشد ، با فرض اینکه محدود به D_1 باشد.

$$\|\boldsymbol{d}_1(t)\| < D_1$$

همچنین مدل نامی و پیشنهاد شده برای معادله دینامیکی حرکت چرخشی به صورت زیر است، گشتاور ژیروسکوپی و گشتاور اصطکاک ، به عنوان دینامیک مدل نشده در نظر گرفته شده است :

$$\hat{\boldsymbol{I}}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \widehat{\boldsymbol{F}}(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{\Gamma}_{m2} = \boldsymbol{\tau}$$

$\hat{\boldsymbol{I}}$ و $\widehat{\boldsymbol{F}}$ مقادیر محاسباتی و تخمین زده شده ، دارای اختلاف با مقادیر واقعی می‌باشند.

$\boldsymbol{\Gamma}_{m2}$ عدم قطعیت مجتمع می‌باشد:

$$\boldsymbol{\Gamma}_{m2} = \left(\boldsymbol{I} - \hat{\boldsymbol{I}}\right)\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \left(\boldsymbol{F} - \widehat{\boldsymbol{F}}\right) + \boldsymbol{G}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\Omega}) + \boldsymbol{B}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{d}_1(t)$$

ابتدا بردار خطا و سطح لغزش $\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{e}_1$ را به صورت روابط زیر تعریف می شود :

$$\boldsymbol{e}_1 = \boldsymbol{\eta}_d - \boldsymbol{\eta} = [\varphi_d - \varphi\ ,\ \ \theta_d - \theta\ \ ,\ \ \psi_d - \psi]^T$$

$$\boldsymbol{s}_1 = \dot{\boldsymbol{e}}_1 + \boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{e}_1 \qquad (۴۱-۳)$$

با توجه به اینکه ماتریس $\boldsymbol{\Lambda}_1$ مثبت معین می‌باشد، پس مولفه‌های بردار $\boldsymbol{s}_1$ هرویتز می‌باشند و $\boldsymbol{e}_1$ و $\dot{\boldsymbol{e}}_1$ هر یک به صورت نمایی به سمت صفر همگرا می‌شوند:

$$\boldsymbol{\Lambda}_1 = \begin{bmatrix} {\lambda^1}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & {\lambda^1}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & {\lambda^1}_{33} \end{bmatrix} \ \ ,\ \ {s^1}_i = {\dot{e}^1}_i + {\lambda^1}_{ii}{e^1}_i \ \ ,\ \ {\lambda^1}_{ii} > 0\ ,\ \ {\lambda^1}_{ij} = 0$$

$$\boldsymbol{e}_1\ , \boldsymbol{e}_1 \ \longrightarrow 0 \quad \text{as } t \longrightarrow \infty$$

با مشتق گیری از $\boldsymbol{s}_1$ خواهیم داشت :

$$\dot{\boldsymbol{s}}_1 = \ddot{\boldsymbol{e}}_1 + \boldsymbol{\Lambda}_1\dot{\boldsymbol{e}}_1$$

$$\dot{\boldsymbol{s}}_1 = \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d - \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{\Lambda}_1 \dot{\boldsymbol{e}}_1 \tag{۳-۴۲}$$

$\ddot{\boldsymbol{\eta}}_r$ را به صورت رابطه (**۳-۴۳**) تعریف می‌کنیم :

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}}_r = \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d + \boldsymbol{\Lambda}_1 \dot{\boldsymbol{e}}_1 \tag{۳-۴۳}$$

در نتیجه $\dot{\boldsymbol{s}}_1$ را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$\dot{\boldsymbol{s}}_1 = \ddot{\boldsymbol{\eta}}_r - \ddot{\boldsymbol{\eta}} \tag{۳-۴۴}$$

از رابطه بالا $\ddot{\boldsymbol{\eta}}$ را به صورت (**۳-۴۵**) بدست می‌آید :

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}} = \ddot{\boldsymbol{\eta}}_r - \dot{\boldsymbol{s}}_1 \tag{۳-۴۵}$$

رابطه (**۳-۴۵**) را در معادله دینامیکی (**۳-۴۰**) قرار می‌دهیم :

$$\boldsymbol{I}(\ddot{\boldsymbol{\eta}}_r - \dot{\boldsymbol{s}}_1) + \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{G}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\Omega}) + \boldsymbol{B}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{d}_1(t) = \boldsymbol{\tau} \tag{۳-۴۶}$$

با مرتب کردن رابطه بالا خواهیم داشت :

$$\boldsymbol{I}\dot{\boldsymbol{s}}_1 = \boldsymbol{I}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_r + \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{G}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\Omega}) + \boldsymbol{B}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{d}_1(t) - \boldsymbol{\tau} \tag{۳-۴۷}$$

قانون کنترلی بر اساس روش مد لغزشی به صورت زیر معرفی می‌گردد :

$$\boldsymbol{\tau} = \hat{\boldsymbol{\tau}} + \boldsymbol{\tau}_d$$

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = \hat{\boldsymbol{I}}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_r + \hat{\boldsymbol{F}}(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{k}_{d1}\boldsymbol{s}_1$$

$$\boldsymbol{\tau}_d = k_1 \frac{\boldsymbol{s}_1}{\|\boldsymbol{s}_1\|} \tag{۳-۴۸}$$

قانون کنترل پیشنهادی (**۴۸,۳**) را در (**۴۷,۳**) قرار می‌دهیم :

$$\boldsymbol{I}\dot{\boldsymbol{s}}_1 = \boldsymbol{\Gamma}_1 - \boldsymbol{k}_{d1}\boldsymbol{s}_1 - k_1 \boldsymbol{\tau}_d \tag{۳-۴۹}$$

$\boldsymbol{\Gamma}_1$ بردار عدم قطعیت مجتمع شامل عدم قطعیت پارامتری، دینامیک مدل نشده و اغتشاش می‌باشد :

$$\boldsymbol{\Gamma}_1 = (\boldsymbol{I} - \hat{\boldsymbol{I}})\ddot{\boldsymbol{\eta}}_r + \left(\boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{\eta}}) - \hat{\boldsymbol{F}}(\dot{\boldsymbol{\eta}})\right) + \boldsymbol{G}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\Omega}) + \boldsymbol{B}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{d}_1(t) \tag{۳-۵۰}$$

k_1 حد بالای بردار عدم قطعیت مجتمع می‌باشد :

$$k_1 > \|\boldsymbol{\Gamma}_1\|$$

اما دسترسی به حد بالای بردار عدم قطعیت مجتمع به سادگی امکان پذیر نمی‌باشد، می‌توان با استفاده از روش کنترل تطبیقی مقدار مطلوب k_1 جهت داشتن عملکرد مطلوب سیستم کنترل را بدست آورد بدین منظور تابع لیاپانوفی به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$V_1(\boldsymbol{s}_1, \tilde{k}_1) = 0.5\boldsymbol{s}_1{}^T I \boldsymbol{s}_1 + 0.5\gamma_1{}^{-1}\tilde{k}_1{}^2 \tag{۳-۵۱}$$

$\tilde{k}_1$ خطای تطبیق پارامتر است:

$$\tilde{k}_1 = k_1 - \hat{k}_1$$

از تابع لیاپانوف منتخب مشتق می‌گیریم :

$$\dot{V}_1(\boldsymbol{s}_1, \tilde{k}_1) = \left(\boldsymbol{s}_1{}^T \boldsymbol{I}\dot{\boldsymbol{s}}_1 - \gamma_1{}^{-1}\tilde{k}_1\dot{\hat{k}}_1\right) \tag{۳-۵۲}$$

رابطه **(۴۹,۳)** را در رابطه بالا قرار می‌دهیم :

$$\dot{V}_1(\boldsymbol{s}_1, \tilde{k}_1) = \boldsymbol{s}_1{}^T\left(-\boldsymbol{k}_{d1}\boldsymbol{s}_1 + \boldsymbol{\Gamma}_1 - \hat{k}_1\frac{\boldsymbol{s}_1}{\|\boldsymbol{s}_1\|}\right) - \gamma_1{}^{-1}\tilde{k}_1\dot{\hat{k}}_1 \tag{۳-۵۳}$$

همچنین داریم :

$$\boldsymbol{s}_1{}^T\hat{k}_1\frac{\boldsymbol{s}_1}{\|\boldsymbol{s}_1\|} = \hat{k}_1\|\boldsymbol{s}_1\|$$
$$\boldsymbol{s}_1{}^T\boldsymbol{\Gamma}_1 \le \|\boldsymbol{s}_1\|\|\boldsymbol{\Gamma}_1\| \le \|\boldsymbol{s}_1\|k_1 \tag{۳-۵۴}$$

با قرار دادن **(۳-۵۴)** در **(۳-۵۳)** داریم :

$$\dot{V}_1(\boldsymbol{s}_1, \tilde{k}_1) = -\boldsymbol{s}_1{}^T\boldsymbol{k}_{d1}\boldsymbol{s}_1 + \left(k_1\|\boldsymbol{s}_1\| - \hat{k}_1\|\boldsymbol{s}_1\|\right) - \gamma_1{}^{-1}\tilde{k}_1\dot{\hat{k}}_1$$

در نهایت با ساده‌سازی خواهیم داشت :

$$\dot{V}_1(\boldsymbol{s}_1, \tilde{k}_1) = -\boldsymbol{s}_1{}^T\boldsymbol{k}_{d1}\boldsymbol{s}_1 + \|\boldsymbol{s}_1\|\left(k_1 - \hat{k}_1\right) - \gamma_1{}^{-1}\tilde{k}_1\dot{\hat{k}}_1$$

$$\dot{V}_1(\boldsymbol{s}_1, \tilde{k}_1) = -\boldsymbol{s}_1{}^T \boldsymbol{k}_{d1} \boldsymbol{s}_1 + \tilde{k}_1 \|\boldsymbol{s}_1\| - \gamma_1{}^{-1} \tilde{k}_1 \dot{\hat{k}}_1$$

$$\dot{V}_1(\boldsymbol{s}_1, \tilde{k}_1) = -\boldsymbol{s}_1{}^T \boldsymbol{k}_{d1} \boldsymbol{s}_1 + \tilde{k}_1 \left(\|\boldsymbol{s}_1\| - \gamma_1{}^{-1} \dot{\hat{k}}_1\right) \tag{۵۵-۳}$$

قانون تطبیق به صورت زیر بدست می‌آید :

$$\tilde{k}_1 \left(\|\boldsymbol{s}_1\| - \gamma_1{}^{-1} \dot{\hat{k}}_1\right) = 0$$

$$\dot{\hat{k}}_1 = \gamma_1 \|\boldsymbol{s}_1\| \tag{۵۶-۳}$$

برای جلوگیری از واگرا شدن پارامتر میتوان از روش اصلاحی سیگما [33] به صورت رابطه زیر استفاده کرد :

$$\dot{\hat{k}}_1 = \gamma_1 \|\mathbf{s}_1\| - \sigma_1 k_1 \tag{۵۷-۳}$$

که در آن σ_1 یک ثابت مثبت قابل تنظیم است.

۳-۳-۲ کنترل کننده حرکت انتقالی :

برای طراحی کنترل کننده حرکت انتقالی مشابه قسمت قبل عمل می‌کنیم، با توجه به این نکته که جرم کوادروتور را نامعلوم فرض کرده و مقدار آن را با استفاده از تطبیق بدست می‌آوریم.

معادله (**۲-۲۳**) را به صورت زیر مرتب می‌کنیم :

$$m(\ddot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{g_z}) + \boldsymbol{B}_t(\dot{\boldsymbol{\xi}}) + \boldsymbol{d}_2(t) = \boldsymbol{U}_v \tag{۵۸-۳}$$

$\boldsymbol{d}_2(t)$ بردار اغتشاش، با فرض اینکه محدود به D_2 است :

$$\|\boldsymbol{d}_2(t)\| < D_2$$

همچنین مدل نامی و در دسترس ما به صورت زیر می‌باشد.$\widehat{m}$ مقدار تخمین زده شده جرم می‌باشد

$$\widehat{m}(\ddot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{g_z}) + \boldsymbol{\Gamma}_{m2} = \boldsymbol{U}_v \tag{۵۹-۳}$$

$\boldsymbol{\Gamma}_{m2}$ عدم قطعیت مجتمع می‌باشد :

$$\boldsymbol{\Gamma}_{m2} = (m - \widehat{m})(\ddot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{g_z}) + \boldsymbol{G}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\Omega}) + \boldsymbol{B}_t(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{d}_2(t)$$

بردار خطای $\boldsymbol{e}_2$ و سطح لغزش $\boldsymbol{s}_2$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم :

$$\boldsymbol{e}_2 = \boldsymbol{\xi}_d - \boldsymbol{\xi} = [x_d - x\ ,\ \ y_d - y\ \ ,\ \ z_d - z]$$

$$\boldsymbol{s}_2 = \dot{\boldsymbol{e}}_2 + \boldsymbol{\Lambda}_2 \boldsymbol{e}_2 \tag{۳-۶۰}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_2 = \begin{bmatrix} {\lambda^2}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & {\lambda^2}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & {\lambda^2}_{33} \end{bmatrix} \quad , \quad {s^2}_i = {\dot{e}^2}_i + {\lambda^2}_{ij}{e^2}_i \quad , \quad {\lambda^2}_{ii} > 0 \, , \quad {\lambda^2}_{ij} = 0$$

$$\boldsymbol{e}_2 \, , \boldsymbol{e}_2 \longrightarrow 0 \quad \text{as t} \longrightarrow \infty$$

با مشتق گیری از $\boldsymbol{s}_2$ خواهیم داشت :

$$\dot{\boldsymbol{s}}_2 = \ddot{\boldsymbol{e}}_2 + \boldsymbol{\Lambda}_2 \boldsymbol{e}_2$$

$$\dot{\boldsymbol{s}}_2 = \ddot{\boldsymbol{\xi}}_d - \ddot{\boldsymbol{\xi}} + \boldsymbol{\Lambda}_2 \boldsymbol{e}_2 \tag{۳-۶۱}$$

$\ddot{\boldsymbol{\xi}}_r$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\ddot{\boldsymbol{\xi}}_r = \ddot{\boldsymbol{\xi}}_d + \boldsymbol{\Lambda}_2 \dot{\boldsymbol{e}}_2 \tag{۳-۶۲}$$

در نتیجه $\ddot{\boldsymbol{\xi}}$ را به صورت زیر بدست می‌آید :

$$\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \ddot{\boldsymbol{\xi}}_r - \dot{\boldsymbol{s}}_2 \tag{۳-۶۳}$$

رابطه (۳-۶۳) را در (۳-۵۸) قرار می‌دهیم :

$$m\left(\ddot{\boldsymbol{\xi}}_r + \mathbf{g_z} - \dot{\boldsymbol{s}}_2\right) + \boldsymbol{B}_t(\dot{\boldsymbol{\xi}}) + \boldsymbol{d}_2(t) = \boldsymbol{U}_v$$

$$m\dot{\mathbf{s}}_2 = m\left(\ddot{\boldsymbol{\xi}}_r + \mathbf{g_z}\right) + \boldsymbol{B}_t(\dot{\boldsymbol{\xi}}) + \boldsymbol{d}_2(t) - \boldsymbol{U}_v \tag{۳-۶۴}$$

قانون کنترلی بر اساس مد لغزشی به صورت زیر معرفی می‌شود :

$$\boldsymbol{U}_v = \widehat{\boldsymbol{U}}_v + \boldsymbol{U}_{vd}$$

$$\widehat{\boldsymbol{U}}_v = \widehat{m}\left(\ddot{\boldsymbol{\xi}}_r + \mathbf{g_z}\right) + \boldsymbol{k}_{\mathrm{d}2}\boldsymbol{s}_2$$

$$\boldsymbol{U}_{vd} = \hat{k}_2 \frac{\boldsymbol{s}_2}{\|\boldsymbol{s}_2\|} \tag{۳-۶۵}$$

قانون کنترل (۳-۶۵) را به (۳-۶۴) اعمال می‌کنیم :

$$m\dot{\mathbf{s}}_2 = \widetilde{m}\left(\ddot{\boldsymbol{\xi}}_r + \mathbf{g_z}\right) - \boldsymbol{k}_{d2}\boldsymbol{s}_2 + \boldsymbol{\Gamma}_2 - \hat{k}_2 \boldsymbol{U}_{vd} \tag{۳-۶۶}$$

$\boldsymbol{\Gamma}_2$ بردار عدم قطعیت مجتمع و $\hat{k}_2$ تخمین حد بالای بردار عدم قطعیت می‌باشد :

$$\boldsymbol{\Gamma}_2 = \boldsymbol{B}_t(\dot{\boldsymbol{\xi}}) + \boldsymbol{d}_2(t)$$

$k_2 > \|\boldsymbol{\Gamma}_2\|$

اکنون تابع لیاپانوفی به صورت (**۳-۶۷**) معرفی می‌کنیم :

$$V_2(\mathbf{s}_2, \tilde{k}_2, \widetilde{m}) = 0.5m\mathbf{s}_2{}^T\mathbf{s}_2 + 0.5\gamma_m\widetilde{m}^2 + 0.5\gamma_2\tilde{k}_2 \qquad (۳\text{-}۶۷)$$

$\widetilde{m}$ و $\tilde{k}_2$ خطای تخمین و $\widehat{m}$ و $\hat{k}_2$ تخمین m, k_2 می باشند :

$$\widetilde{m} = m - \widehat{m}$$

$$\tilde{k}_2 = k_2 - \hat{k}_2$$

با مشتق گیری از تابع لیاپانوف خواهیم داشت :

$$\dot{V}_2(\boldsymbol{s}_2, \tilde{k}_2, \widetilde{m}) = \boldsymbol{s}_2{}^T m\dot{\boldsymbol{s}}_2 - \gamma_m{}^{-1}\widetilde{m}\dot{\widehat{m}} - \gamma_2{}^{-1}\tilde{k}_2\dot{\hat{k}}_2 \qquad (۳\text{-}۶۸)$$

(**۳-۶۶**) را در رابطه (**۳-۶۸**) قرار می‌دهیم :

$$\dot{V}_2\left(\boldsymbol{s}_2, \tilde{k}_2, \widetilde{m}\right) = \boldsymbol{s}_2{}^T\left(\widetilde{m}\left(\ddot{\boldsymbol{\xi}}_{\boldsymbol{r}} + \boldsymbol{g}_{\boldsymbol{z}}\right) - \boldsymbol{k}_{d2}\boldsymbol{s}_2 + \boldsymbol{\Gamma}_2 - \hat{k}_2\boldsymbol{U}_{vd}\right)$$
$$-\gamma_m{}^{-1}\widetilde{m}\dot{\widehat{m}} \ - \gamma_2{}^{-1}\tilde{k}_2\dot{\hat{k}}_2 \qquad (۳\text{-}۶۷)$$

همچنین با استفاده از روابط زیر معادله (**۶۷,۳**) را به صورت (**۶۸,۳**) ساده می‌کنیم :

$$\boldsymbol{s}_2{}^T\boldsymbol{\Gamma}_2 \leq \|\boldsymbol{s}_2\|\|\boldsymbol{\Gamma}_2\| \leq \|\boldsymbol{s}_2\|k_2$$

$$\boldsymbol{s}_2{}^T\hat{k}_2 = \|\boldsymbol{s}_2\|\hat{k}_2$$

$$\dot{V}_2(\boldsymbol{s}_2, \tilde{k}_2, \widetilde{m}) = -\boldsymbol{s}_2{}^T\boldsymbol{k}_{d2}\boldsymbol{s}_2 + \boldsymbol{s}_2{}^T\widetilde{m}\left(\ddot{\boldsymbol{\xi}}_{\boldsymbol{r}} + \boldsymbol{g}_{\boldsymbol{z}}\right) + \|\boldsymbol{s}_2\|\left(k_2 - \hat{k}_2\right)$$
$$- \gamma_m{}^{-1}\widetilde{m}\dot{\widehat{m}} - \gamma_2{}^{-1}\tilde{k}_2\dot{\hat{k}}_2$$

$$\dot{V}_2\left(\boldsymbol{s}_2, \tilde{k}_2, \widetilde{m}\right) = -\boldsymbol{s}_2{}^T\boldsymbol{k}_{d2}\boldsymbol{s}_2 + \boldsymbol{s}_2{}^T\widetilde{m}\left(\ddot{\boldsymbol{\xi}}_{\boldsymbol{r}} + \mathbf{g}_{\mathbf{z}} - \gamma_m{}^{-1}\dot{\widehat{m}}\right)$$
$$+\tilde{k}_2\left(\|\boldsymbol{s}_2\| - \gamma_2{}^{-1}\dot{\hat{k}}_2\right) \qquad (۳\text{-}۶۸)$$

در نهایت قوانین تطبیق به صورت زیر بدست می‌آیند :

$$\widetilde{m}\left[\boldsymbol{s}_2{}^T\left(\ddot{\boldsymbol{\xi}}_{\boldsymbol{r}} + \mathbf{g}_{\mathbf{z}}\right) + \gamma_m{}^{-1}\dot{\widehat{m}}\right] = 0 \implies \dot{\widehat{m}} = \gamma_m\boldsymbol{s}_2{}^T\left(\ddot{\boldsymbol{\xi}}_r + \mathbf{g}_{\mathbf{z}}\right)$$

$$\tilde{k}_2\left(\|\boldsymbol{s}_2\| - \gamma_2{}^{-1}\dot{\hat{k}}_2\right) = 0 \qquad \implies \dot{\hat{k}}_2 = \gamma_2\|\boldsymbol{s}_2\| \qquad (۳\text{-}۶۹)$$

برای جلوگیری از واگرا شدن پارامترهای تطبیق به صورت زیر عمل می‌کنیم :

$$\dot{\hat{m}} = \gamma_m \boldsymbol{s}_2{}^T(\ddot{\boldsymbol{\xi}}_r + \mathbf{g_z}) - \sigma_m \hat{m}$$
$$\dot{\hat{k}}_2 = \gamma_2 \|\boldsymbol{s}_2\| - \sigma_2 \hat{k}_2 \qquad (۳-۷۰)$$

استفاده از قوانین کنترلی (۷۱,۳) و (۷۲,۳) باعث به وجود آمدن لرزش در سیگنال کنترل می‌شود، لرزش در سیگنال کنترل در عمل باعث ناپایداری سیستم می‌شود، برای جلوگیری از این اتفاق $\boldsymbol{\tau}_d$ و $\boldsymbol{U}_{vd}$ را به صورت روابط (۷۲,۳) و (۷۳,۳) تغییر می‌دهیم :

$$\boldsymbol{\tau}_d = k_1 \frac{\boldsymbol{s}_1}{\|\boldsymbol{s}_1\| + \epsilon_1} \qquad \epsilon_1 > 0$$
$$\boldsymbol{U}_{vd} = k_2 \frac{\boldsymbol{s}_2}{\|\boldsymbol{s}_2\| + \epsilon_2} \qquad \epsilon_2 > 0 \qquad (۳-۷۱)$$

۳-۳-۳ بررسی پایداری

با انتخاب قوانین تطبیق به صورت (۳-۵۹) (۳-۶۹) و (۳-۷۰) داریم :

$$\dot{V}_1 = -\boldsymbol{s}_1{}^T \boldsymbol{k}_{d1} \boldsymbol{s}_1 \le 0$$
$$\dot{V}_2 = -\boldsymbol{s}_2{}^T \boldsymbol{k}_{d2} \boldsymbol{s}_2 \le 0 \qquad (۳-۷۲)$$

روابط فوق نشان می‌دهند که همچنانکه زمان به سمت بی‌نهایت میل می‌کند:

$$\dot{V}_1 \to 0 \quad \text{و} \quad \dot{V}_2 \to 0$$

که دلیل بر این دارد که :

$$\boldsymbol{s}_1 \to 0 \quad \text{و} \quad \boldsymbol{s}_2 \to 0$$

که نشان می‌دهد $\boldsymbol{e}_1 \to 0$ ، $\boldsymbol{e}_2 \to 0$ و $\dot{\boldsymbol{e}}_1 \to 0$ ، $\dot{\boldsymbol{e}}_2 \to 0$ بنابراین پایداری کل سیستم و همگرایی هر دو به وسیله قانون کنترل تطبیقی (۳-۶۵) و(۳-۴۸) تضمین می‌شود.

اثبات :

با در نظر گرفتن $\dot{V}_1$ و $\dot{V}_2$ بدست آمده در (۳-۷۲) کافی است نشان دهیم :

$$\dot{V}_1 \text{ و } \dot{V}_2 \to 0 \ \text{ as } \ t \to \infty \Longrightarrow \boldsymbol{s}_1 \text{ و } \boldsymbol{s}_2 \to 0$$

V_1 و V_2 مثبت معین هستند لم باربالات نشان می‌دهد $\dot{V}_1$ و $\dot{V}_2$ به سمت صفر میل می‌کنند، در صورتی که پیوسته یکنواخت باشند و بطور خاص اگر $\ddot{V}_1$ و $\ddot{V}_2$ کراندار باشد :

$\ddot{V}_1$ و $\ddot{V}_2$ کراندار $\Longrightarrow \dot{V}_1$ و $\dot{V}_2 \to 0 \Longrightarrow \boldsymbol{s}_1$ و $\boldsymbol{s}_2 \to 0$

حال باید کراندار بودن $\ddot{V}_1$ و $\ddot{V}_2$ را اثبات نماییم. اگر از معادلات (**۳-۷۲**) مشتق بگیریم :

$$\ddot{V}_1 = -2{\boldsymbol{s}_1}^T \boldsymbol{k}_{d1} \dot{\boldsymbol{s}}_1$$

$\boldsymbol{s}_1$ و $\dot{\boldsymbol{s}}_1$ کراندار $\Longrightarrow \ddot{V}_1$ کراندار $\Longrightarrow \dot{V}_1 \to 0 \Longrightarrow \boldsymbol{s}_1 \to 0$

$$\ddot{V}_2 = -2{\boldsymbol{s}_2}^T \boldsymbol{k}_{d2} \dot{\boldsymbol{s}}_2$$

$\boldsymbol{s}_2$ و $\dot{\boldsymbol{s}}_2$ کراندار $\Longrightarrow \ddot{V}_2$ کراندار $\Longrightarrow \dot{V}_2 \to 0 \Longrightarrow \boldsymbol{s}_2 \to 0$

حال باید نشان دهیم $\boldsymbol{s}_1$ ، $\dot{\boldsymbol{s}}_1$ و $\boldsymbol{s}_2$ ، $\dot{\boldsymbol{s}}_2$ کراندار هستند با توجه به اینکه $0 < V_1$ ، $V_2 > 0$ و $\dot{V}_1 \leq 0$ ، $\dot{V}_2 \leq 0$ ‌ V_1 و V_2 کراندار باقی می‌مانند ، توابع V_1 و V_2 معرفی شده در(**۳-۵۱**) و(**۳-۶۷**) اشاره بر این دارد که $\boldsymbol{s}_1$ و $\boldsymbol{s}_2$ و $\hat{k}_1$ ، $\hat{k}_2$ و $\hat{m}$ کراندار هستند. همچنین با توجه یه دینامیک‌های حلقه بسته در می‌یابیم $\dot{\boldsymbol{s}}_1$ و $\dot{\boldsymbol{s}}_2$ نیز کراندار هستند. که این نشان می‌دهد. با میل کردن زمان به سمت بی‌نهایت $\boldsymbol{e}_1 \to 0$ ، $\boldsymbol{e}_2 \to 0$ ، $\dot{\boldsymbol{e}}_1 \to 0$ ، $\dot{\boldsymbol{e}}_2 \to 0$ ، و پایداری کلی سیستم اثبات می‌شود.

فصل۴

نتایج و شبیه سازی

مقدمه :

در این فصل کارایی کنترل‌کننده به وسیله شبیه‌سازی بررسی می‌شود. در بخش (۴-۱) معادله موتور استفاده شده برای کوادروتور معرفی می‌شود. در بخش (۴-۲) نتیاج شبیه سازی مربوط به کنترل کننده‌ها شرح داده می‌شود. ابتدا کنترل کننده خطی‌ساز پسخورد بخش (۳-۳) شبیه‌سازی شده است، سپس نتایج استفاده از کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی بخش (۴-۲) بررسی می‌شود. توجه به این نکته حائز اهمیت است که برای دستیابی بیشتر به نتایج واقعی، شبیه‌سازی با استفاده از مدل دینامیکی که هیچگونه ساده سازی در آن در نظر گرفته نشده ، انجام شده است. پارامترهای به کار رفته در شبیه‌سازی در بخش (۴-۴) در جدول‌های (۴-۱) تا (۴-۳) ذکر شده است.

۴-۱ مدل دینامیکی عملگرها :

مدل دینامیکی عملگرها که با در نظر گرفتن تبدیلات بین دنده‌ها و مشخصات گردنده و دینامیک موتور بدست آمده است به صورت رابطه (۴-۱) می‌باشد[۳۱]. A, B, C ضرایب ثابت ، v ولتاژ ورودی از روش PWM و ω_p سرعت چرخش گردنده‌ها بر حسب رادیان بر ثانیه می‌باشند. در عمل کنترل سرعت موتورها بر عهده چهار کنترل کننده سرعت الکترونیکی با روش مدولاسیون پهنای پالس است در این پایان‌نامه تاثیر دینامیک عملگرها از مدل حذف نشده و برای کنترل سرعت از کنترل کننده تناسبی انتگرالی ساده استفاده شده است.

$$\dot{\omega}_p = A\omega_p + B{\omega_p}^2 + Cv \tag{۱-۴}$$

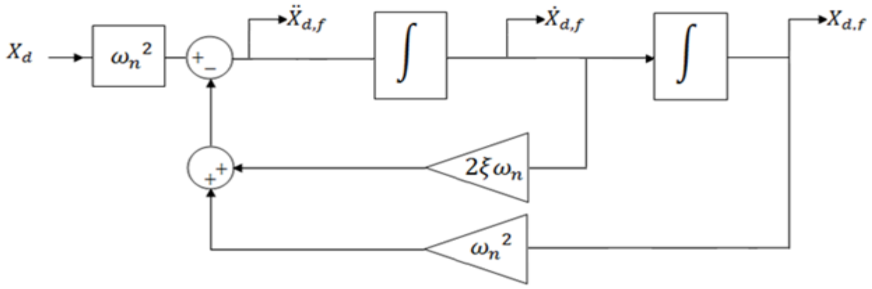
در طراحی کنترل کننده حرکت چرخشی نیاز به مشتقات مرتبه اول و دوم زوایای چرخش و فراز می‌باشد، برای جلوگیری از مشتق گیری که موجب ناپایداری سیستم شود، از یک فیلتر به صورت رابطه (۴-۲) استفاده می‌شود:

$$X_{d,filter} = \frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + {\omega_n}^2} X_d \tag{۲-۴}$$

رابطه بالا را به حوزه زمان می‌بریم :

$$\ddot{X}_{d,f} = {\omega_n}^2 X_d - 2\xi\omega_n \dot{X}_{d,f} - {\omega_n}^2 X_{d,f} \qquad (۴-۳)$$

با استفاده از بلوک دیاگرام نشان داده شده در شکل (۵,۴) مشتقات مرتبه اول و دوم را به صورت نرم و هموار در اختیار خواهیم داشت :



شکل (۴-۱) بلوک دیاگرام مشتق گیری نرم و هموار

۴-۲ نتایج شبیه‌سازی با استفاده از خطی سازی پسخورد

در این قسمت نتایج شبیه سازی‌کنترل خطی‌سازی پسخورد روی کوادروتور ارائه شده است. در شبیه سازی اول به بحث تنظیم و ردگیری مسیر مرجع توسط زوایای اویلر و متغیر ارتفاع پرداخته می‌شود در قسمت بعد نتایج شبیه سازی ردگیری یک مسیر مرجع توسط کوادروتور بررسی می‌شود. روش اول بدست آوردن زوایای مطلوب اویلر شرح داده شد در فصل سوم را در این بخش بررسی می‌شود. و روش دوم در بخش مربوط به کنترل لغزشی تطبیقی استفاده می‌شود.

۴-۲-۱ شبیه سازی اول :

۴-۲-۱-۱ تنظیم

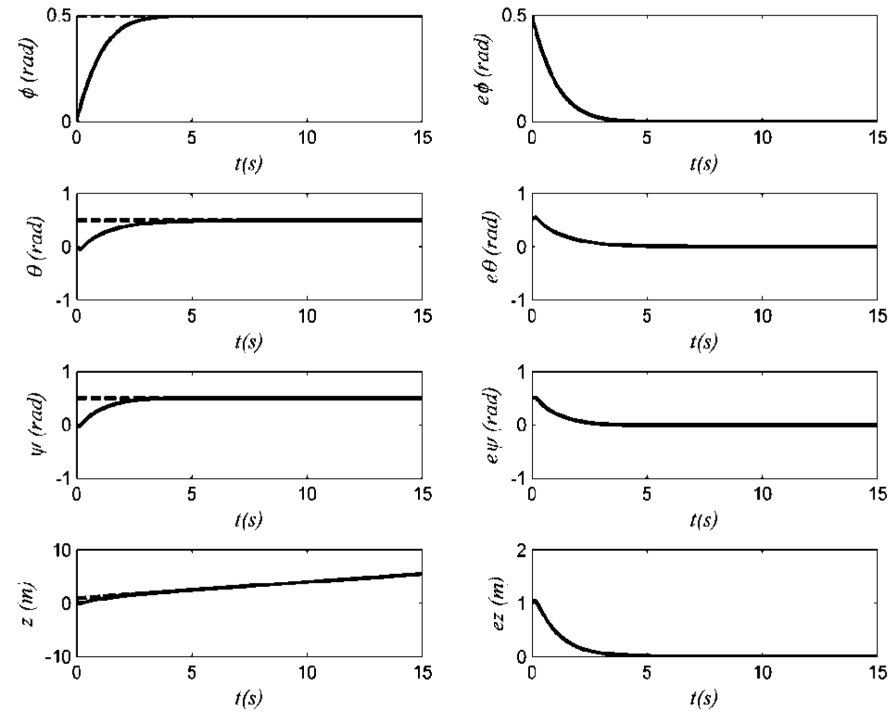
مقادیر مطلوب به صورت زیر انتخاب شده است و پارامترها در جداول انتهای این فصل آورده شده است:

$$\varphi_d = 0.5[rad] \qquad \theta_d = 0.5[rad] \qquad \psi_d = 0.5[rad] \qquad z_d = 2.5[m]$$

همچنین مقادیر اولیه به صورت زیر می‌باشد :

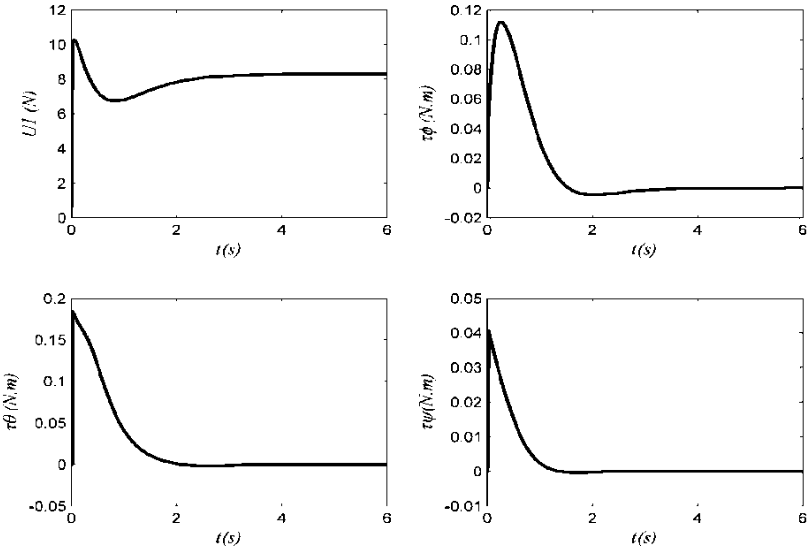
$$\varphi(0) = 0[rad] \qquad \theta(0) = 0[rad] \qquad \psi(0) = 0[rad] \qquad z(0) = 0[m]$$

شبیه سازی در محیط سیمیولینک نرم افزار متلب با زمان نمونه برداری $T = 0.01s$ برای مدت زمان ۶ ثانیه انجام می‌شود. شکل (۴-۲) زوایای اویلر و ارتفاع و خطاهای مربوطه را نشان می‌دهد.



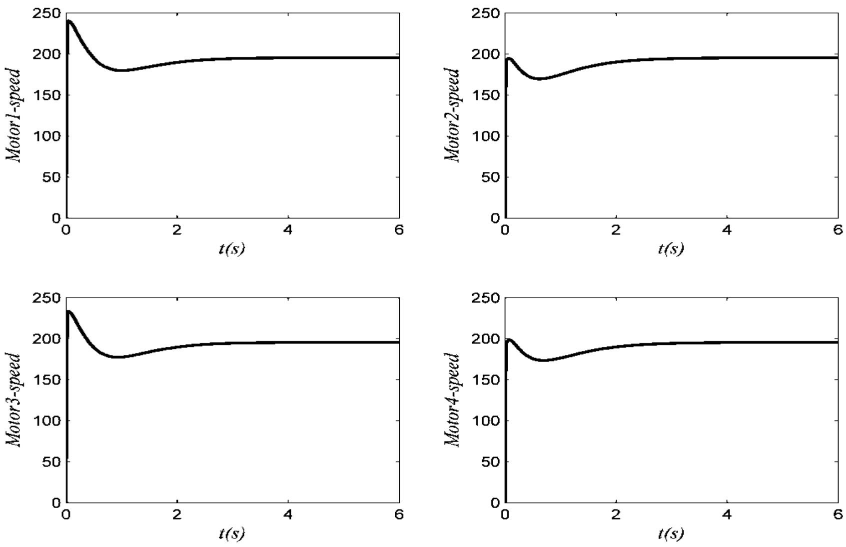
شکل(۴-۲) زوایای اویلر و ارتفاع به همراه خطای تنظیم با خطی سازی پسخورد

شکل (۴-۳) سیگنال‌های کنترلی اعمال شده به مدل کوادروتور را می‌توان مشاهده کرد، تلاش کنترلی مربوط به زوایای اویلر پس از رسیدن جهت‌گیری کوادروتور به مقادیر مطلوب به سمت عددی بسیار کوچک میل می‌کنند، سیگنال کنترل مربوط به ارتفاع برای غلبه بر وزن پرنده و باقی ماندن در ارتفاع مورد نظر روی عدد 8.28 ثابت می‌ماند.



شکل(۴-۳) ورودی‌های کنترل برای تنظیم $(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{z})$ با خطی سازی پسخورد

همچنین سرعت گردنده‌ها در شکل(۴-۴) نشان داده شده است.



شکل(۴-۴)سرعت چرخش گردنده‌ها برای تنظیم $(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{z})$با خطی سازی پسخورد

۴-۲-۱-۲ ردگیری :

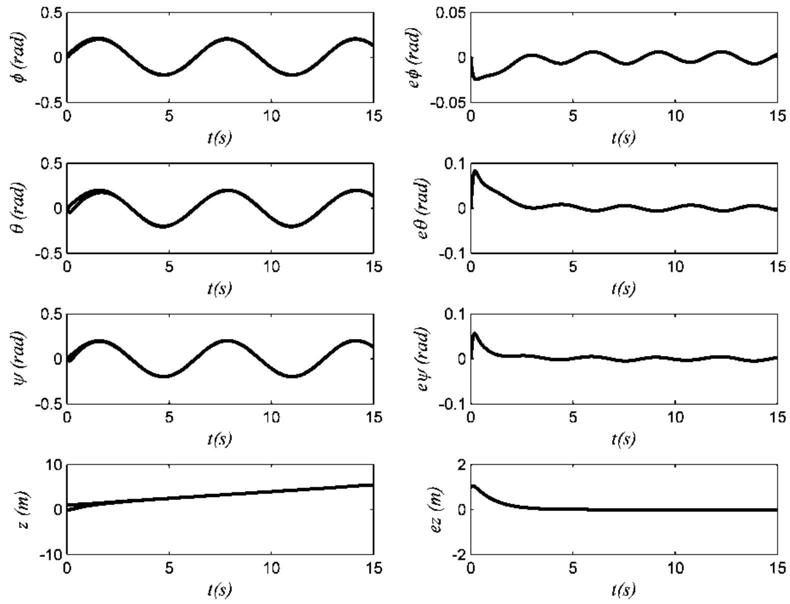
مسیر مطلوب جهت ردگیری زوایای اویلر و ارتفاع به صورت زیر انتخاب شده است :

$$\varphi_d = 0.2sint \qquad \theta_d = 0.2sint \qquad \psi_d = 0.2sint \qquad z_d = 1 + 0.3t$$

همچنین مقادیر اولیه به صورت زیر انتخاب می‌شود :

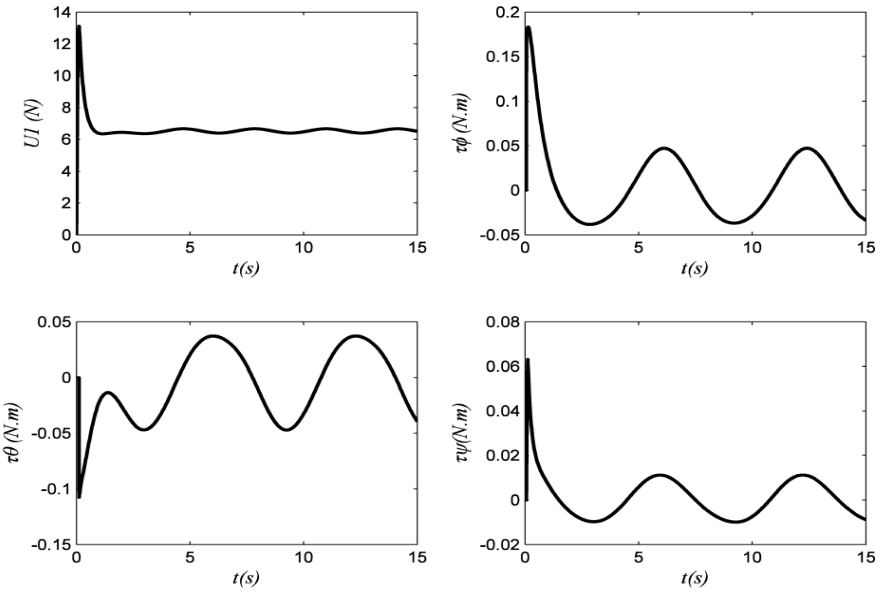
$$\varphi(0) = 0.5[rad] \quad \theta(0) = -0.5[rad] \quad \psi(0) = -0.3[rad] \quad z(0) = 0[m]$$

شبیه‌سازی با زمان نمونه برداری $T = 0.01s$ برای مدت زمان ۱۵ ثانیه انجام می‌شود. شکل (۴-۵) زوایای اویلر و ارتفاع را به همراه خطاها را نشان می‌دهد، حداکثر خطا برای زوایای اویلر حدود 0.02 رادیان و برای ارتفاع حدود 0.001 متر می‌باشد.



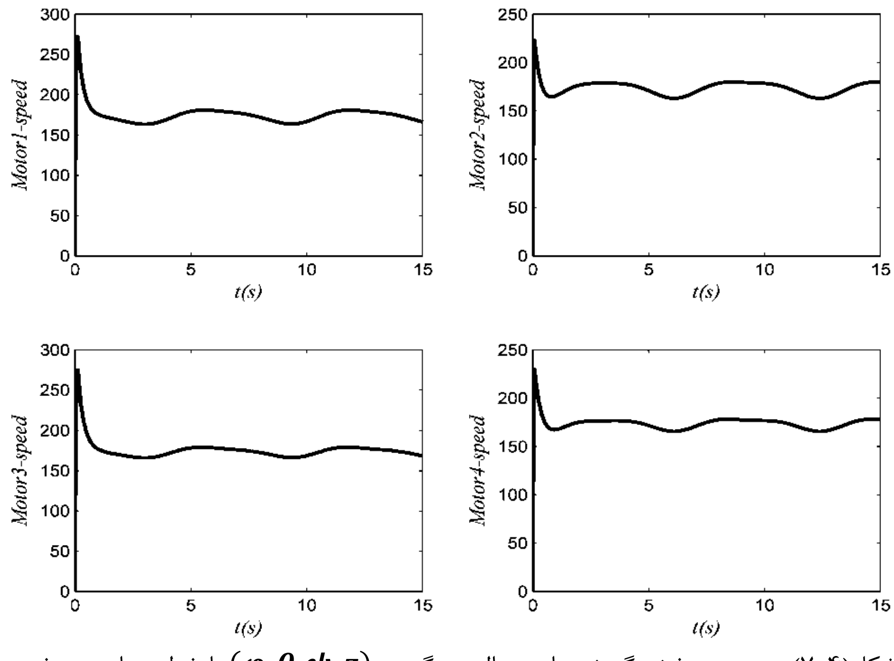
شکل(۴-۵) زوایای$(\boldsymbol{\varphi, \theta, \psi})$ و ارتفاع به همراه خطای ردگیری خطی سازی پسخورد.

در شکل (۴-۶) سیگنالهای کنترلی اعمال شده به مدل کوادروتور را می‌توان مشاهده کرد، ورودی‌های کنترلی مربوط به زوایای اویلر برای ردگیری مسیر مرجع به صورت سینوسی نوسان می‌کنند، ورودی کنترل مربوط به ارتفاع با توجه به معادلات دینامیکی (۲-۴۰) مربوط به حرکت انتقالی که نشان می‌دهد. دینامیک ارتفاع وابسته به زوایای چرخش و فراز می‌باشد، برای غلبه بر اثر این زوایا روی ارتفاع به صورت سینوسی با دامنه کوچک نوسان می‌کند.



شکل(۴-۶) ورودی‌های کنترل ردگیری $(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{z})$ با خطی‌سازی پسخورد.

همچنین سرعت چرخش گردنده‌ها در شکل (۴-۷) نشان داده شده است :



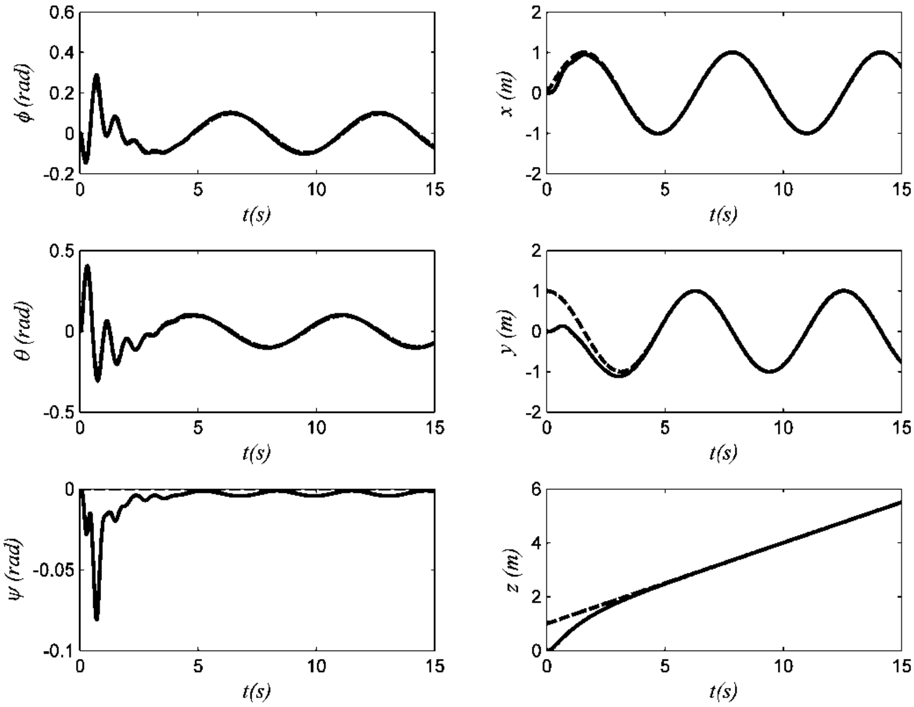
شکل(۴-۷) سرعت چرخش گردنده‌ها در حالت ردگیری $(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{z})$ با خطی سازی پسخورد

۴-۲-۲ شبیه سازی دوم :

در بخش (۳-۳) دو روش محاسبه زوایای مطلوب چرخش و فراز برای حرکت کوادروتور روی محورهای افقی شرح داده شد در این قسمت روش اول به کار گرفته شده است. در این بخش به تحلیل نتایج به دست آمده از شبیه سازی ردگیری مسیر مرجع توسط کوادروتور می‌پردازیم. مسیر مطلوب حرکت کوادروتور به صورت زیر انتخاب شده است :

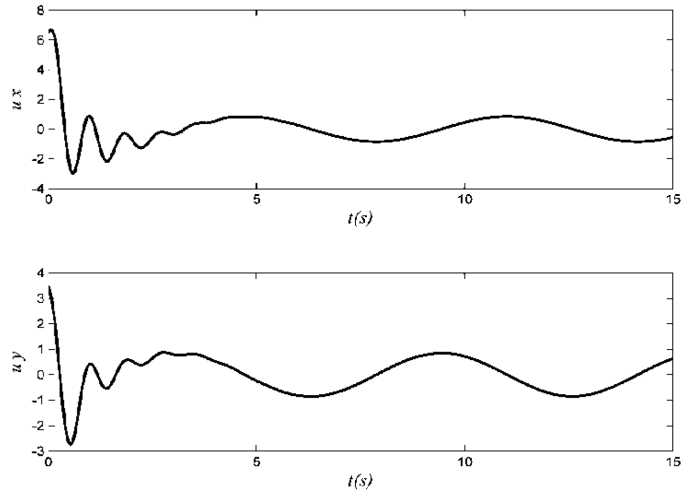
$$x_d = \sin t \qquad y_d = \cos t \qquad z_d = 1 + 0.3\,t \qquad \psi_d = 0$$

ردگیری مسیر مرجع توسط کوادروتور در شکل (۴-۸) نشان داده شده است، خطوط خط چین نشان دهنده مسیر مطلوب و خطوط کامل مسیر ردگیری شده واقعی را نشان می‌دهد :



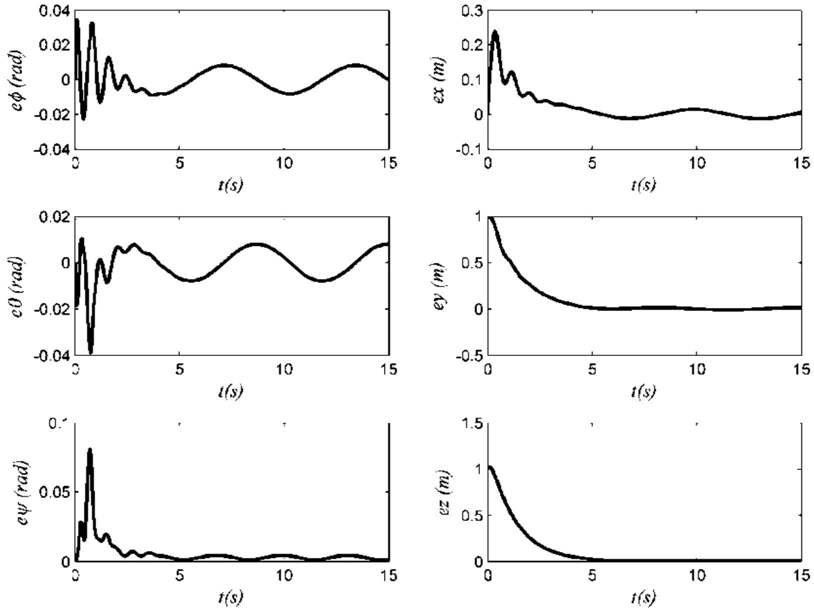
شکل(۴-۸) موقعیت مکانی و زاویه‌ای کوادروتور در حالت ردگیری با خطی سازی پسخورد

ورودی های کنترلی مجازی u_x و u_y را می‌توان در شکل (۴-۹) مشاهده کرد. تغییرات زمانی زوایای φ و θ دقیقا مانند ورودی‌های u_x و u_y می‌باشد.



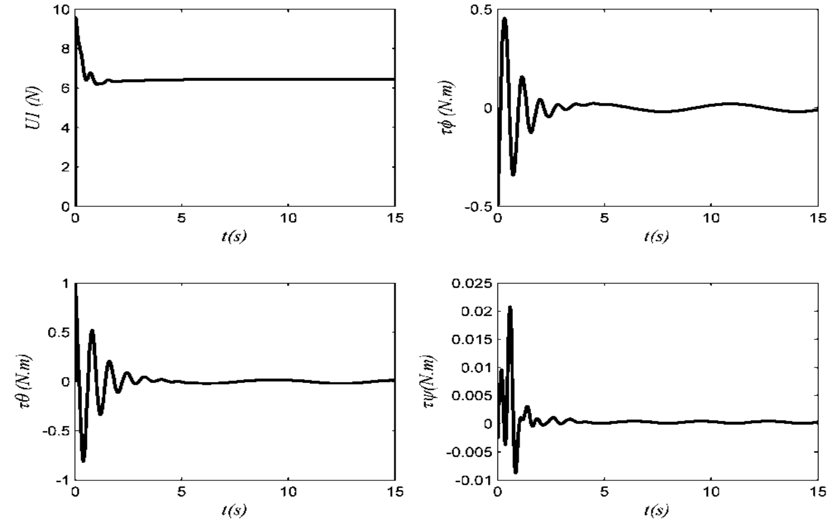
شکل(۴-۹)ورودی‌های کنترلی $\boldsymbol{u_x}$ و $\boldsymbol{u_y}$.

شکل (۴-۱۰) خطای ردگیری مسیر مرجع و خطای حرکت چرخشی کوادروتور را نشان می‌دهد.

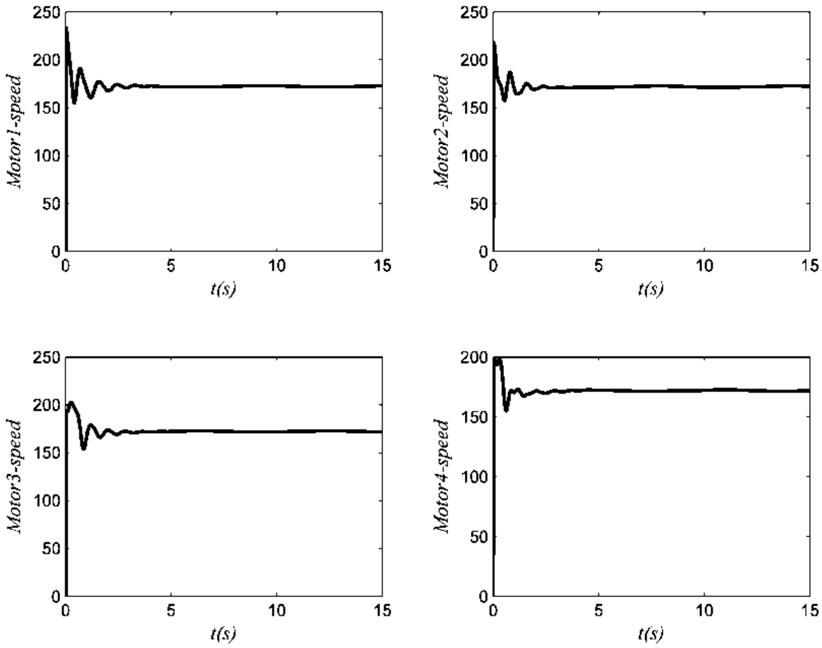


شکل(۴-۱۰)خطای ردگیری حرکت چرخشی و انتقالی کوادروتور با خطی سازی پسخورد.

بیشترین مقدار خطای حرکت انتقالی $e_{t-max} = [0.02 \;\; 0.02 \;\; 0.005](m)$ و بیشترین خطای حرکت چرخشی $e_{r-max} = [0.01 \;\; 0.02 \;\; 0.025](rad)$ می‌باشد. شکل‌های (۴-۱۱) و (۴-۱۲) به ترتیب قوانین کنترلی، سرعت گردنده‌ها را نشان می‌دهند. همانطور که در شکل (۴-۱۲) مشاهده می‌شود، برای داشتن حرکت مارپیچ سرعت موتورها به صورت شبه سینوسی نوسان می‌کند.

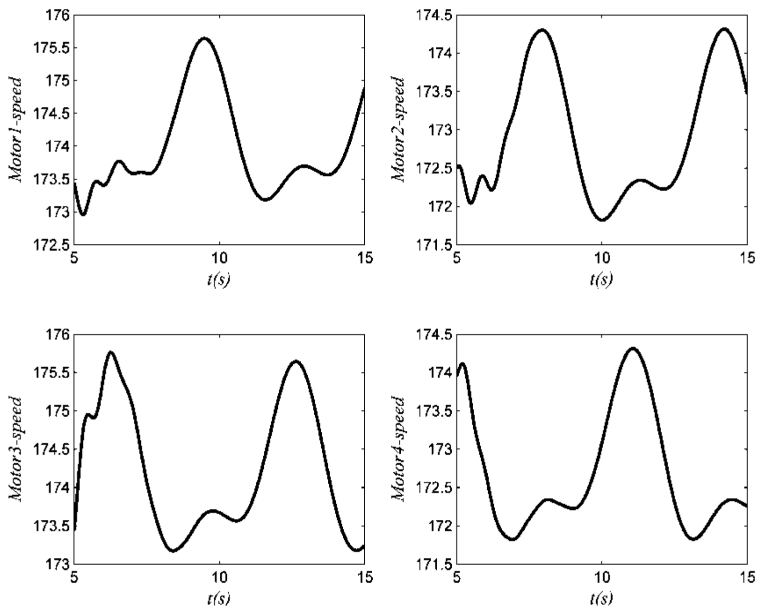


شکل(۴-۱۱) قوانین کنترل ردگیری با خطی سازی پسخورد



شکل(۴-۱۲)سرعت چرخش گردنده‌ها در حالت ردگیری با خطی سازی پسخورد

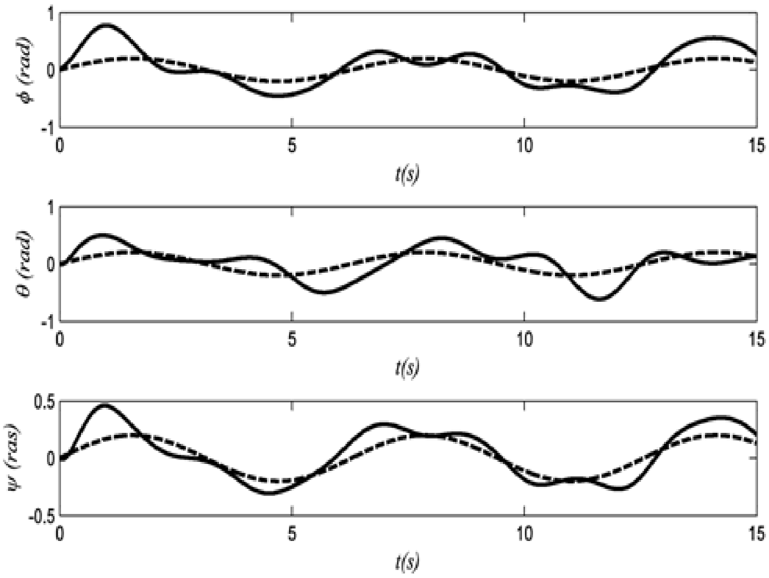
این تغییرات در شکل (۴-۱۳) به خوبی از نزدیک قابل مشاهده است.



شکل(۴-۱۳) تغییرات سرعت چرخش گردنده‌ها برای ردگیری

۴-۳ شبیه سازی با استفاده از کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی

در این بخش شبیه سازی معادلات دینامیکی سیستم حرکت انتقالی و چرخشی را با حضور اغتشاش و دینامیک مدل نشده، با استفاده از کنترل‌کننده‌های طراحی شده در بخش (۳-۵) تحلیل و بررسی می‌شود. همچنین در کنترل کننده حرکت انتقالی از روش دوم که در بخش (۳-۴) توضیح داده شد استفاده شده است. و جرم کوادروتور با استفاده از روش کنترل تطبیقی تخمین زده می‌شود. درشبیه سازی از ۲۵ درصد نامعینی در پارامترهای ثابت سیستم استفاده شده است. ابتدا سیستم حرکت چرخشی کوادروتور به همراه کنترل‌کننده خطی‌ساز پسخورد، تحت اغتشاش باد قرار داده می‌شود، تا توان کنترل کننده در برابر اغتشاش سنجیده شود. همانطور که در شکل (۴-۱۳) مشاهده می‌شود ردگیری زوایای مطلوب به صورت نامناسب انجام شده است، که این امر در دراز مدت موجب ناپایداری و عدم دقت در انجام ماموریت و یا حتی با شدید بودن نیروی باد احتمال سقوط و صدمه دیدن کوادروتور وجود دارد.



شکل(۴-۱۴) جهت گیری زوایای اویلر تحت تاثیر اغتشاش با خطی سازی پسخورد

برای مقاوم کردن سیستم در برابر اغتشاش از کنترل کننده پیشنهادی در بخش (۳-۳) استفاده می‌شود، به طوریکه سیستم دارای عدم قطعیت پارامتری وغیر پارامتری و تحت اغتشاش باد می‌باشد. مجددا مسیر مطلوب جهت ردگیری به صورت زیر انتخاب می‌شود :

$$\varphi_d = 0.2sint \qquad \theta_d = 0.2sint \qquad \psi_d = 0.2sint \qquad z_d = 1 + 0.3t$$

همچنین مقادیر اولیه به صورت زیر می‌باشد :

$$\varphi(0) = 0.5[rad] \qquad \theta(0) = -0.5[rad] \quad \psi(0) = -0.3[rad] \quad z(0) = 0[m]$$

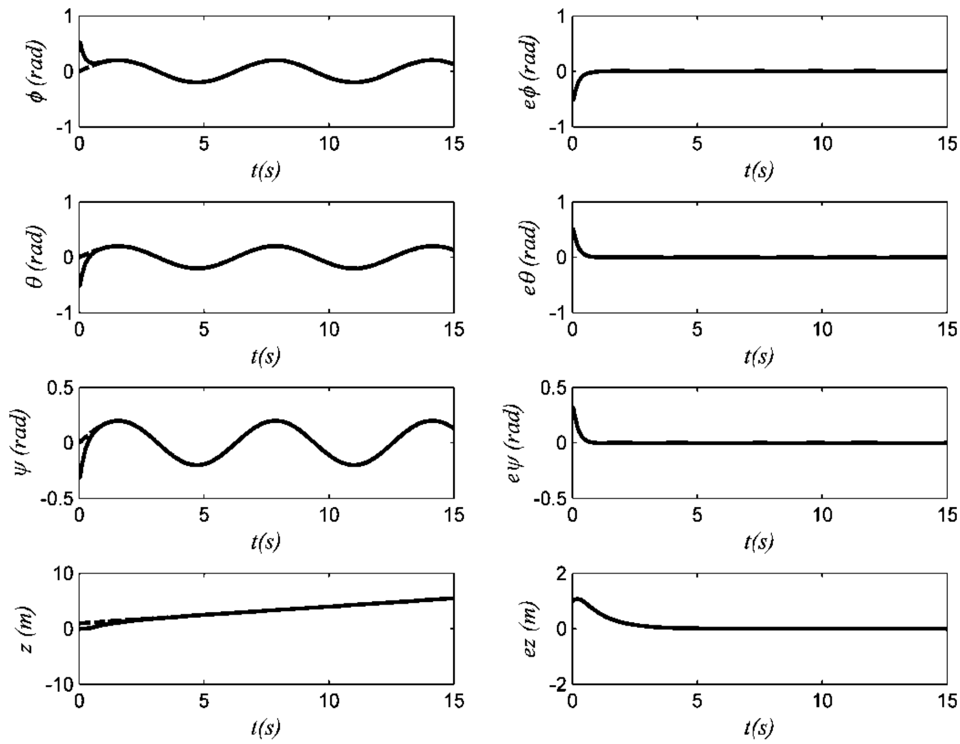
اغتشاش باد به صورت روابط زیر در نظر گرفته است :

$$d_\varphi = 2.5(sint(0.8\pi t) + \cos(0.7\pi t) + \cos(0.3\pi t) + \sin(\pi t) + \cos(0.6\pi t))$$

$$d_\theta = 2.5(cost(0.8\pi t) + \sin(0.7\pi t) + \sin(0.3\pi t) + \cos(\pi t) + \sin(0.6\pi t))$$

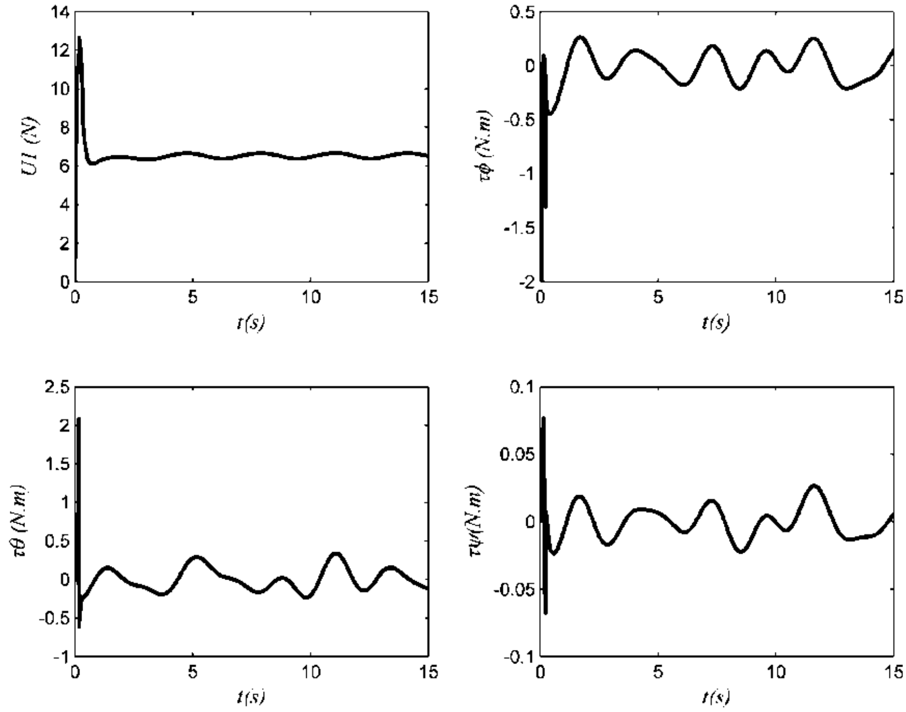
$$d_\psi = 1.5(cost(0.8\pi t) + \sin(0.7\pi t) + \sin(0.3\pi t) + \cos(\pi t) + \sin(0.6\pi t))$$

شبیه سازی زمان نمونه برداری $T = 0.01s$ برای ۱۵ ثانیه انجام می‌شود. شکل (۴-۱۵) زوایای اویلر و ارتفاع به همراه نمودارهای خطا را نشان می‌دهد.

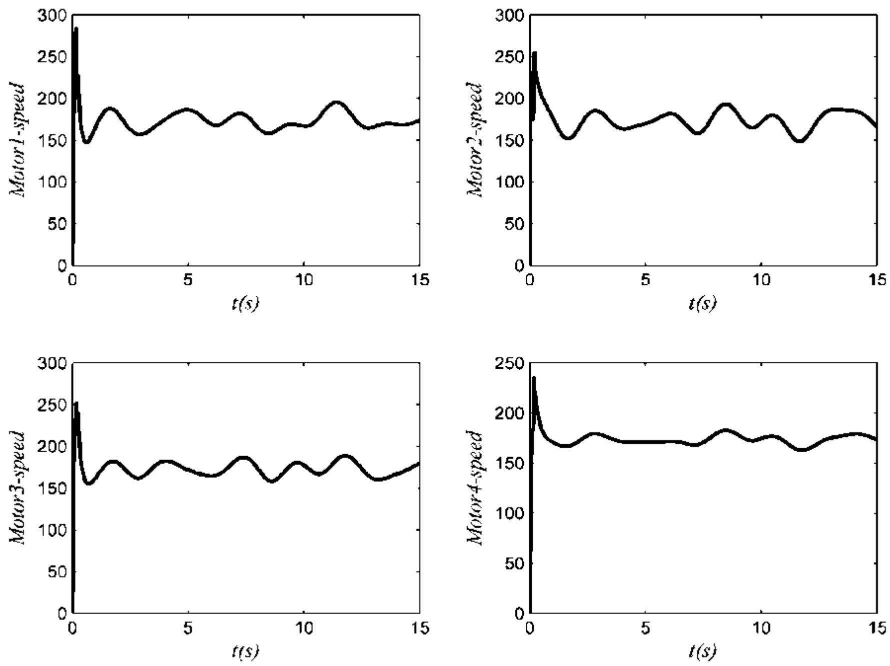


شکل(۴-۱۵) ردگیری زوایای $(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})$ و ارتفاع به همراه خطا کنترل‌کننده لغزشی تطبیقی

خطای زوایای اویلر و ارتفاع را نمایش می‌دهد، حداکثر خطا برای زوایای اویلر حدود 0.01 رادیان می‌باشد. در شکل (۴-۱۶) سیگنال‌های کنترلی اعمال شده به کوادروتور و شکل (۴-۱۷) سرعت چرخش گردنده‌ها را نشان می‌دهند، ورودی‌های کنترلی مربوط به زوایای اویلر برای ردگیری مسیر به صورت سینوسی نوسان می‌کنند، سیگنال کنترل مربوط به ارتفاع با توجه به اینکه معادله دینامیکی مربوط به ارتفاع وابسته به زوایای چرخش و فراز می‌باشد، برای غلبه بر اثر این زوایا روی ارتفاع به صورت سینوسی با دامنه کوچک نوسان می‌کند.

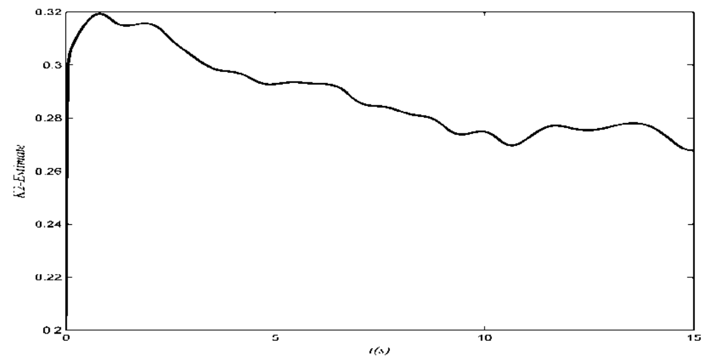


شکل(۴-۱۶)قوانین کنترل مربوط به کنترل‌کننده لغزشی تطبیقی در حضور اغتشاش



شکل(۴-۱۷) سرعت چرخش گردنده‌ها با کنترل‌کننده لغزشی تطبیقی در حضور اغتشاش

در شکل (۴-۱۸) حد بالای عدم قطعیت که توسط کنترل کننده لغزشی تطبیقی تخمین زده شده است مشاهده می‌شود.



شکل(۴-۱۸)تخمین حد بالای عدم قطعیت

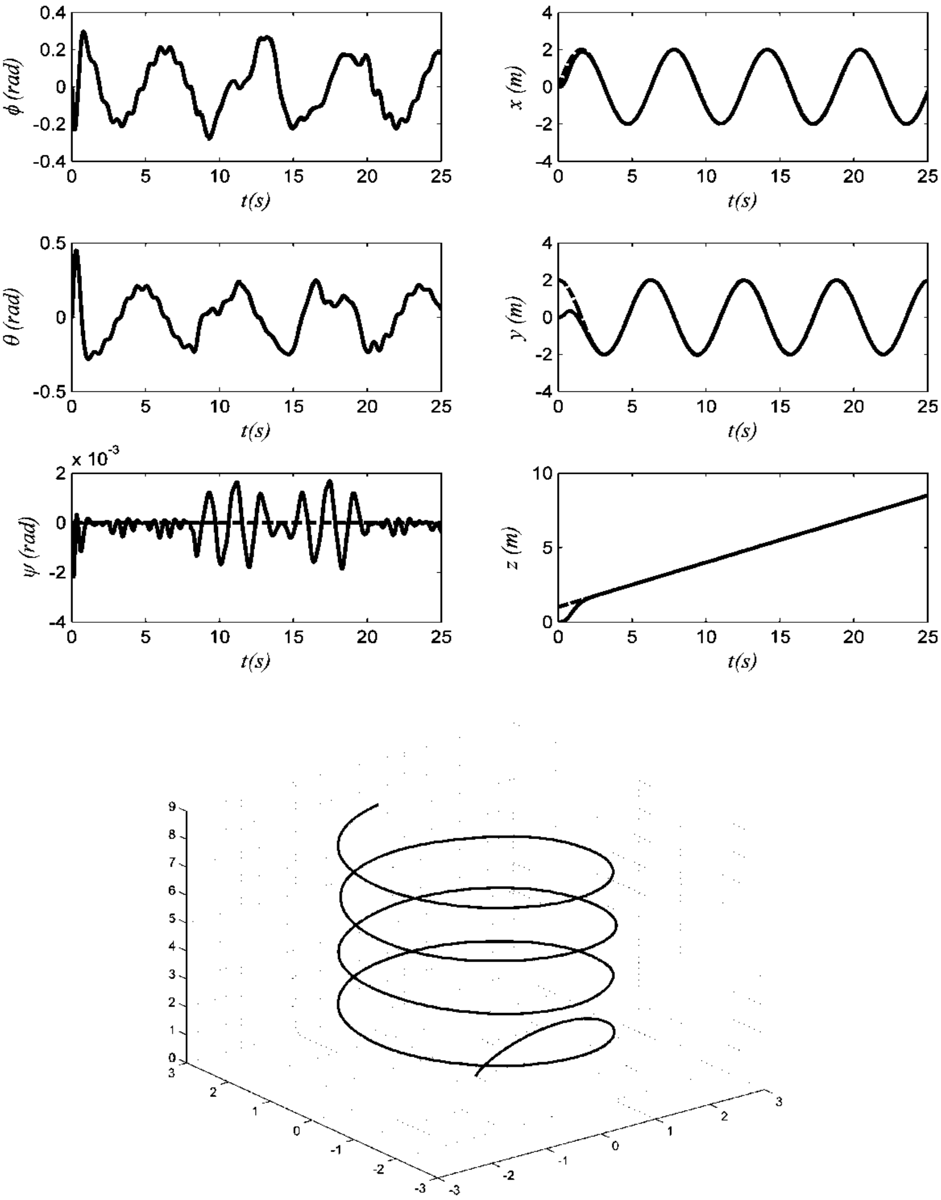
ملاحظه شد که کنترل کننده مقاوم لغزشی تطبیقی طراحی شده در فصل سوم به خوبی توانست برخلاف کنترل کننده خطی ساز پسخورد در حضور اغتشاش پایداری و ردگیری مسیر تعیین شده برای سیستم حرکت چرخشی راتضمین کند، اکنون به بررسی نتایج شبیه سازی کوادروتور در ردگیری مسیر مرجع مارپیچ در حضور اغتشاش روی سیستم، حرکت انتقالی وچرخشی و همینطور با در نظر گرفتن دینامیک مدل نشده و عدم قطعیت پارامتری می‌پردازیم. مانند قسمت قبل مسیر ردگیری مرجع به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$x_d = 2\sin t \qquad y_d = 2\cos t \qquad z_d = 1 + 0.3\,t \qquad \psi_d = 0$

شرایط اولیه همگی صفر می‌باشند و اغتشاش باد از ثانیه ۸ تا ۲۰ به سیستم اعمال می‌شود که به صورت روابط زیر در نظر گرفته شده اند:

$$W_x = 0.5[sin(0.6\pi t) + \cos(0.8\pi t)]$$
$$W_y = 0.5[sin(0.8\pi t) + \cos(0.6\pi t)]$$
$$W_\varphi = 20(sin(5\pi t) + \cos(4\pi t))$$
$$W_\theta = -20(sin(4\pi t) + \cos(5\pi t))$$
$$W_\psi = 2(sin(4\pi t) + \cos(3\pi t))$$

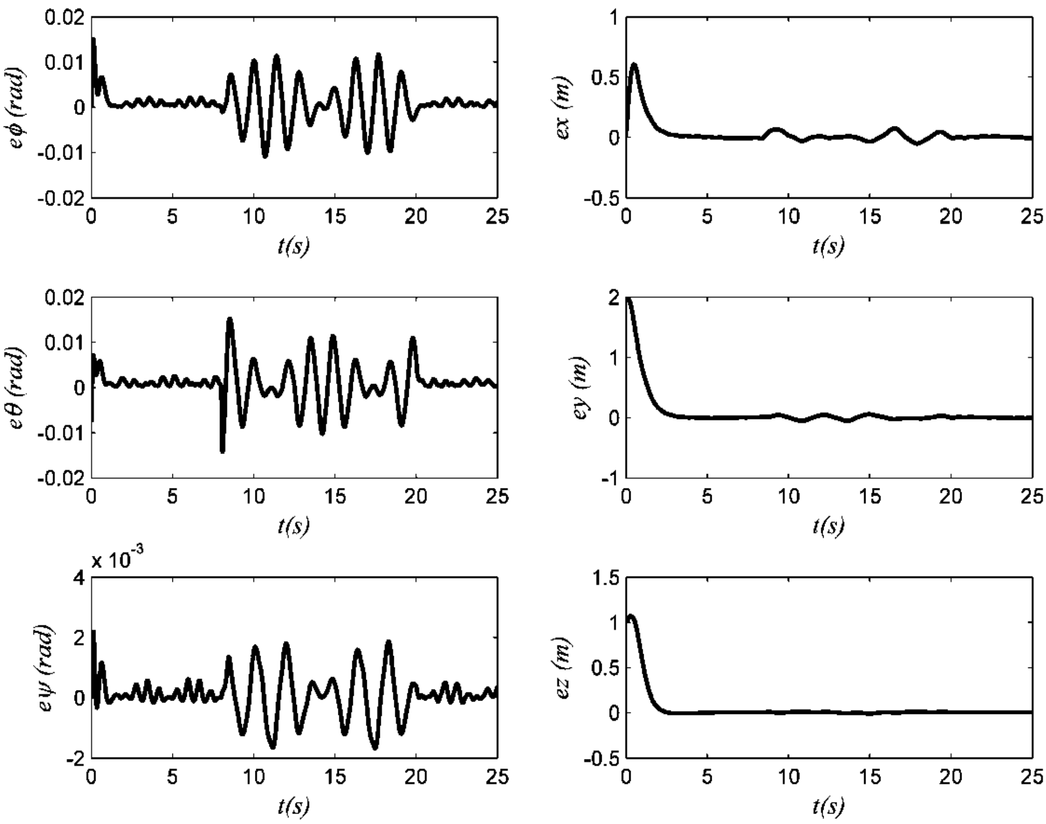
در شکل (۴-۱۹) ردگیری مسیر مرجع توسط کوادروتور و جهت گیری زوایای اویلر در حضور اغتشاش نشان داده شده است.



شکل(۴-۱۹) ردگیری مسیر توسط کوادروتور در حضور اغتشاش با استفاده از کنترل کننده لغزشی تطبیقی

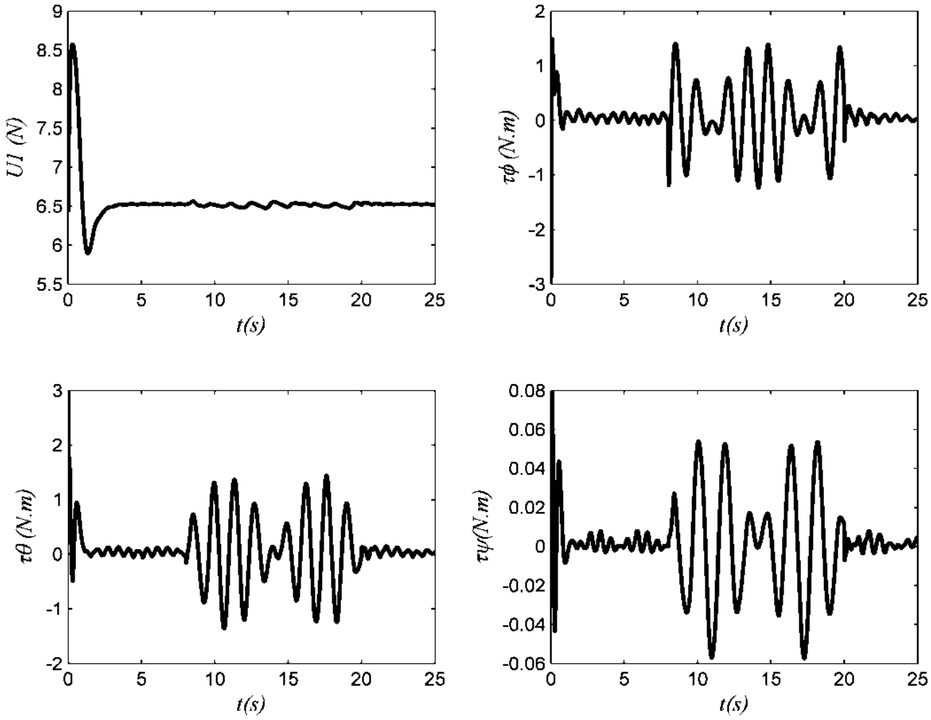
خطای ردگیری مسیر مرجع برای حرکت انتقالی و چرخشی در شکل (۴-۲۰) نشان داده شده است. بیشترین مقدار خطای حرکت انتقالی $e_{t-max} = [0.08 \;\; 0.08 \;\; 0.02](m)$ و بیشترین خطای

حرکت چرخشی $e_{r-max} = [0.01 \;\; 0.015 \;\; 0.005](rad)$ می‌باشد.اگرچه این مقدار خطا در حرکت انتقالی از حالت بدون اغتشاش بیشتر است اما در برابر حفظ تعادل کوادروتور قابل قبول می‌باشد.

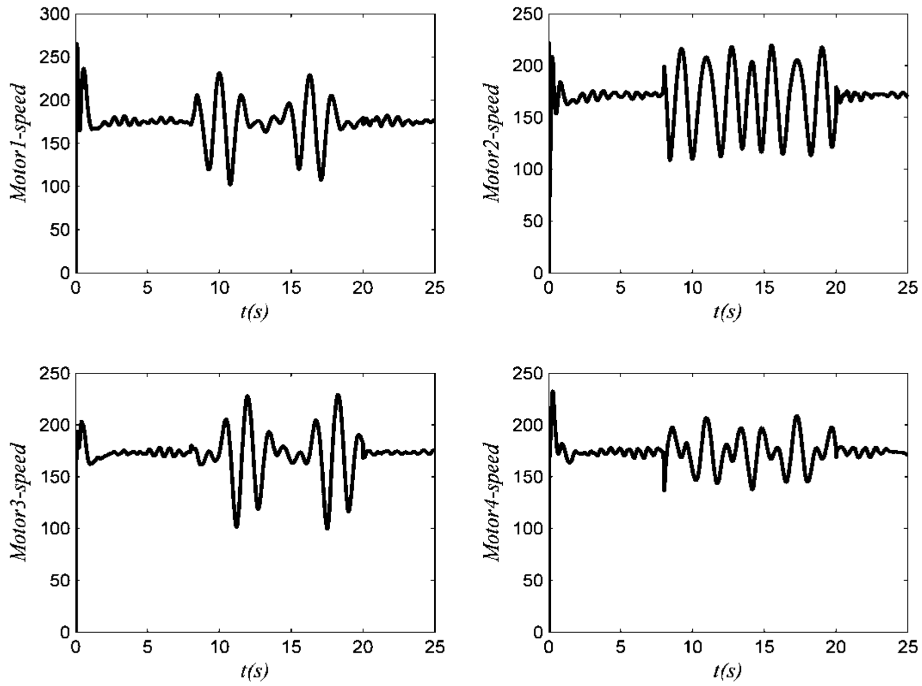


شکل(۴-۲۰) خطای ردگیری حرکات چرخشی و انتقالی در حضور اغتشاش با استفاده از کنترل کننده لغزشی تطبیقی

ورودی‌های کنترل و سرعت چرخش گردنده‌ها در شکل‌های (۴-۲۱) و (۴-۲۲) نشان داده شده است، ملاحظه می‌شود تلاش کنترلی در بازه اعمال اغتشاش برای حفظ تعادل کوادروتور بیشتر شده است، همچنین سرعت چرخش گردنده‌ها نیز متناسب با تاثیر اغتشاش تغییر می‌نماید.

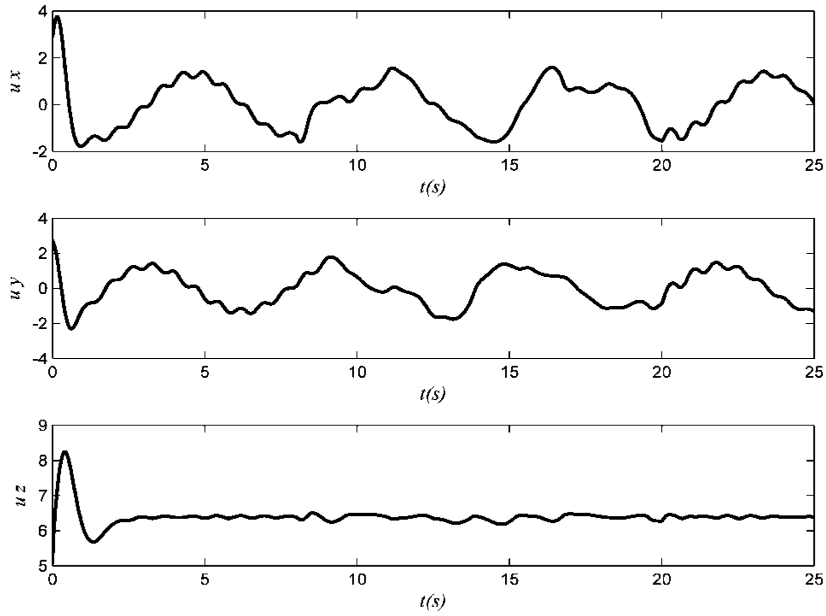


شکل(۴-۲۱)ورودی‌های کنترلی برای حالت ردگیری در حضور اغتشاش با استفاده از کنترل کننده لغزشی تطبیقی



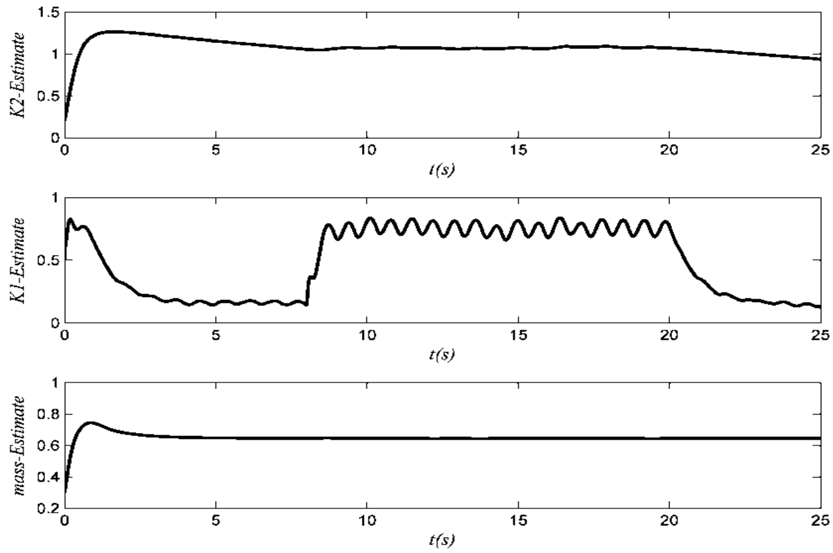
شکل(۴-۲۲) سرعت‌های زاویه‌ای برای حالت ردگیری در حضور اغتشاش با استفاده از کنترل‌کننده لغزشی تطبیقی

ورودی های کنترل مجازی (u_x, u_y, u_z) به صورت شکل (۴-۲۳) می‌باشند، ملاحظه می‌شود که تغییرات زوایایφ و θ نسبت به زمان دقیقا مانند ورودی‌های کنترلی u_x, u_y می‌باشد.



شکل(۴-۲۳) ورودی‌های مجازی $(\boldsymbol{u_x}, \boldsymbol{u_y}, \boldsymbol{u_z})$

پارامترهای تخمین در شکل (۴-۲۴) نشان داده شده است مزیت استفاده از روش اصلاح شده سیگما در جلوگیری از واگرا شدن پارامترها و ناپایداری سیستم در این شکل‌ها به خوبی قابل مشاهده است.



شکل(۴-۲۴) پارامترهای تخمین زده شده توسط کنترل‌کننده لغزشی تطبیقی

۴-۴ پارامترهای شبیه سازی

در این قسمت پارامترهای مربوط به کنترل‌کننده‌ها و کوادروتور در محیط شبیه سازی در سه جدول زیر نشان داده شده است.

جدول (۴-۱) پارامترهای بکار رفته در خطی ساز پسخورد

ضریب کنترلر	مقدار
$k_{p\varphi}$	4
$k_{d\varphi}$	4.5
$k_{p\theta}$	4
$k_{d\theta}$	4.5
$k_{p\psi}$	5
$k_{d\psi}$	6
k_{px}	5
k_{dx}	5
k_{py}	5
k_{dy}	5
k_{pz}	5
k_{dz}	5

جدول (۴-۲) پارامترهای بکار رفته در کنترل کننده لغزشی تطبیقی

ضریب کنترلر	مقدار
k_{d1}	0.3
k_{d2}	0.3
k_{d3}	0.3
k_{d4}	0.8
k_{d5}	0.8
k_{d6}	0.8
λ_{φ}	5
λ_{θ}	5
λ_{ψ}	5
λ_x	2.5
λ_y	2.5
λ_z	3.5
ϵ_t	0.2
ϵ_r	0.2
σ_t	0.1
σ_r	0.1
σ_m	0.05
γ_t	0.6
γ_r	0.6
γ_m	0.1

جدول (۴-۳) پارامترهای مربوط به شبیه سازی کوادرتور

نماد	واحد	مقدار
m	kg	0.65
l	$meter$	0.24
I_X	$Kg.m2$	8.5×10^{-3}
I_Y	$Kg.m2$	8.5×10^{-3}
I_Z	$Kg.m2$	14.2×10^{-3}
I_r	$Kg.m2$	104×10^{-6}
k_{r1}	$N/rad/s$	0.18
k_{r2}	$N/rad/s$	0.15
k_{r3}	$N/rad/s$	0.26
k_{t1}	$N/m/s$	0.25
k_{t2}	$N/m/s$	0.18
k_{t3}	$N/m/s$	0.19
K_f	$N.m/rad/s$	54.2×10^{-6}
K_m	$N.m/rad/s$	1.1×10^{-6}

نتیجه‌گیری و پیشنهادات :

در این پژوهش با ترکیب دو روش مد لغزشی و تطبیقی کنترل‌کننده مقاومی جهت پایدارسازی و ردگیری مسیر مرجع توسط یک کوادروتور در حضور اغتشاش باد، دینامیک مدل نشده و نامعینی پارامتری طراحی شد. کنترل‌کننده لغزشی تطبیقی پیشنهاد شده در زمان اعمال اغتشاش و همین‌طور عدم اطلاع کامل از ساختار اثرات آیرودینامیکی و سایر عدم قطعیتها به خوبی مقدار مورد نیاز جهت غلبه بر تغییرات ناخواسته را همراه با کاهش لرزش سیگنال کنترل تخمین زده و در قانون کنترل قرار داده تا تعادل کوادروتور حفظ شده و از مسیر تعیین شده منحرف نشود.

همانطور که در فصل مربوط به شبیه‌سازی نشان داده شد، در صورت عدم استفاده از یک کنترل‌کننده مقاوم در حضور اغتشاش باد و سایر عوامل نامطلوب، ردگیری زوایای مطلوب اویلر به درستی صورت نمی-گیرد هر چند موجب ناپایداری سیستم در محیط شبیه‌سازی نمی‌شود اما در عمل قطعا باعث سقوط کوادروتور و در بهترین حالت موجب ردگیری ناموفق همراه با خطای قابل توجه می‌شود.

در این تحقیق زاویه جهت یا همان چرخش حول محور عمودی صفر در نظر گرفته شده است، به عنوان یک پیشنهاد برای کارهای آینده می‌شود حرکت انتقالی کوادروتور را با تنظیم زاویه جهت انجام داد. همچنین استفاده از روش‌های نیرومندی مانند فازی نوع دو و ترکیب آن با روش تطبیقی جهت غلبه بر عدم قطعیت‌های پارامتری و غیرپارامتری می‌توان مد نظر قرار داد.

به جهت نزدیک شدن به جواب‌های واقعی‌تر می‌توان از مدل‌هایی که به طور خاص به عنوان اغتشاش باد معروف هستند استفاده کرد. همچنین علاوه بر اعمال اغتشاش بر دینامیک کوادروتور از تاثیر آن بر روی سیستم عملگرها هم استفاده کرد.

مراجع :

[1] Suicmez E. C., (2012), Msc Thesis, "Trajectory Tracking of A quadrotor Unmmaned Aerial Cehicle Via Attitude And Position Control" , The Graduate School Of Natural And Applied Science Middle East Technical.

[2] ElKholy H ., (2011), Msc Thesis, "Dynamic Modeling and Control of a Quadrotor Using Linear and Nonlinear Approaches", Department of Automatic ControlLund University.

[3] http://krossblade.com/history-of-quadcopters-and-multirotors/

[4] Altug E., Ostrowski J. P. and Mahony R., (2003) "Control of a Quadrotor Helicopter Using Visual Feedback", Proceedings of the IEEE, International Conference on Robotics and Automation, WashingtonDC, USA.

[5] Castillo P., Lozano R. and Dzul A., (2004) "Real-time Stabilization and Tracking of a Four-Rotor Mini Rotorcraft", *Journal of IEEE Ransactions on Control systems Technolog*, 12, 4, pp 510.

[6] Bouabdallah S., Noth A. and Siegwart R., (2004),"PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor", *In Intelligent Robots and Systems*, 10, 5, pp 2451.

[7] Li J. and Li Y., (2011) "Dynamic analysis and PID control for a quadrotor", *In Mechatronics and Automation (ICMA)*, 2011 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, P 573, Beijing, China.

[8] De Lellis Costa M., (2011), Phd Thesis, "Modeling, Identification and Control of a Quadrotor Aircraft" , Czech Technical University in Prague.

[9] Efe M.O., (2011) "Neural network assisted computationally simple pid control of a quadrotor UAV", *Journal of IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 7 , 2, pp 354.

[10] Mian A. A . and Wang D., (2008) "Dynamic Modeling and nonlinear control strategy for an under-actuated quadrotor rotorcraft", *Journal of Zhejiang University SCIENCE*, 9, 4, pp 539.

[11] Kendoul F., Yu Z. and Nonami K., (2010) "Guidance and nonlinear control system for autonomous ight of minirotorcraft unmanned aerial vehicles", *Journal of Field Robotics*, 27,3, pp 334.

[12] Hee D., Jin Kim H. and Sastry S., (2009) "Feedback Linearization vs. Adaptive Sliding Mode Control for a Quadrotor Helicopter", *International Journal of Control Automation and Systems*, pp 419.

[13] Madani T. and Menallegue A., (2006) "Backstepping Control for a Quadrotor Helicopter", Proceedings of the IEEE/RSJ International Conferenceon Intelligent Robots and System, P 3255, Beijing, China.

[14] Nagaty A., Saeedi S., Thibault C., Seto M., and Li H., (2013) "Control and navigation framework for quadrotor helicopters", *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 70, 1, pp 1.

[15] Zheng F. and Weinan G., (2012) "Adaptive backstepping control of an indoor microquadrotor", *Research Journal of Applied Sciences*, 4, 21, pp 4216.

[16] Mohd Basri M. A., Husain A. R. and Danapalasingam K. A., (2014) "Enhanced Backstepping Controller Design with Application to Autonomous Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle", *J Intell Robot Syst* ,79 , 2, pp 295.

[17] Bouabdallah S. and Siegwart R., (2005) "Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor", Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, P 2247, Barcelona, Spain.

[18] Fresk E. and Nikolakopoulos G., (2013) " Full Quaternion Based Attitude Control for a Quadrotor ", European Control Conference(ECC), P 3864, Zurich, Switzerland.

[19] Emran J.B. and Yesildirek A., (2005) "Nonlinear Composite Adaptive Control of Quadrotor", *International Journal of Digital Information and Wireless Communications*,4 ,2, pp 213.

[20] Mohammadi M. and Mohammad shari A., (2013) "Decentralized adaptive stabilization control for a quadrotor UAV", First RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM), P 288, Tehran. Iran.

[21] Islam S., Liu P.X . and El saddik A., (2014) "Nonlinear Adaptive Control For Quadrotor flying Vehicle", *International Journal of Nonlinear Dynamics and Chaos in Engineering Systems*, 78, 1, pp 113.

[22] Das A., Lewis F. L. and Subbarao K., (2011) "Sliding Mode Approach to Control Quadrotor Using Dynamic Inversion", *Challenges and Paradigms in Applied Robust Control*, pp 552.

[23] Xu R. and Ozguner u., (2006) "Sliding Mode Control of a Quadrotor Helicopter", Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, P 4957, San Diego, CA, USA.

[24] Zheng E.H., Xiong J.J. and Luo J.L., (2014) "Second order sliding mode control for a quadrotor UAV", *ISA Transaction*, 53, 4, pp1350.

[25] Mirzaie M., Shabani Nia F. and Mohammadi H., (2011) "Applying Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control to an Underactuted System", 2nd International Conference on Control, Instrumentation and Automation, P 654, Shiraz, Iran.

[26] Bouhali O. and Boudjedir H., (2011) "Neural Network Control with Neuro-Sliding mode Observer Applied to Quadrotor Helicopter", International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA), P 24, Istanbul, Turkey.

[27] Rinaldi F., Chiesa S. and Quagliotti F., (2013) "Linear Quadratic Control for Quadrotors UAVs Dynamics and Formation Flight", *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 70,1, pp 203.

[28] Raffo G.V., Ortega M.G. and Rubio F.R., (2008), "Backstepping/nonlinear H_∞control for path tracking of a quadrotor unmanned aerial vehicle", American Control Conference, P 3356, Seattle, Washington DC, USA.

[29] Borji S.M., Kalhor A. and Atashghah M., (2016) "Robust Nonlinear Hand MPC Control for Path Tracking of a Quadrotor through Estimation of System Parameters", *Modares Mechanical Engineering*, 16, 7, pp 32.

[30] Ireland M. L., (2014), Phd Thesis, "Investigations in Multi-Resolution Modelling of the Quadrotor Micro Air Vehicle", College of Science and Engineering University of Glasgow.

[31] Bresciani T., (2008), Msc Thesis, "Modelling ,Identification and Control of a Quadrotor Helicopter", Department of Automatic Control Lund University.

[32] Zuo Z., (2009) "Trajectory tracking control design with,command-filtered compensation for a,quadrotor", *IET Control Theory & Applications*, 4, 11, pp 2343.

[33] Ioannou P. and Sun J., (1996) *"Robust Adaptive Control*", Prentice-Hall.

Abstract

In this thesis, an unmanned quad_rotor modeling with using Newton Euler method and a robust adaptive tracking control system is designed for it. Quad_rotor is a device with six degrees of freedom and four actuator and placed in category of under_actuated systems. The suggested controller in this thesis consists of two inner and outer control loops.Inner loop controls the Euler angles and outer loop is for controlling the quadrotor position and translational motion, and calculating the desired angles for trajectory tracking. First of all with using feedback linearization methode design a controller for inner and outer loop, since the model is nonlinear and consist disturbance is required to design a robust control system for stabilization and tracking the desired path. This system must be capable of retaining the quadrotor balance in the presence of the disturbance, undesired aerodynamical forces and Measurement error of constant parameters. In this thesis by utilizing the adaptive sliding mode, a controller has been designed in which there is no need for the uncertainty range to be given and its upper bound is estimated as a scalar number. In order to prevent diverging adaptive parameters, the sigma-modification is used in adaption laws and also, to achieve suitable performance in various load, the total mass is estimated adaptively. The control design is based on the Lyapunov theory and the robust stability of system in the presence of the disturbance have been shown.

Keywords : Sliding mode control, Adaptation rule, Quadrotor, Euler Angel

Shahrood University of Technology

Faculty of Electrical & Robotic Engineering

MSc Thesis in Electrical Engineering of Control

Adaptive sliding mode for a quadrotor with unknown mass of cargo in presence of wind turbulence

By: Ali Mottahedi

Supervisor:

Dr Ali Akbarzade kalat

September 2016