

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی برق و رباتیک

## پایان نامه کارشناسی ارشد

عنوان:

طراحی و پایدارسازی کنترلر پیش بین برای راکتور پلیمریزاسیون  
نایبوسته

اساتید راهنما:

دکتر محمد حداد ظریف

دکتر محمد باقر منهاج

دانشجو:

روح الله مهری مقدم خانیکی

اسفند ۸۵

## چکیده

به دلیل کاربرد راکتورهای پلیمریزاسیون در صنعت، کنترل این راکتورها از اهمیت بسزایی برخوردار می‌باشد. در این پروژه نیز هدف کنترل یک راکتور پلیمریزاسیون ناپیوسته می‌باشد. هدف این پروژه اعمال یک مسیر دمای از پیش تعیین شده به راکتور می‌باشد و سیستم کنترلی به گونه ای طراحی شده است که راکتور این مسیر دما را دنبال کند. در این پروژه برای کنترل دمای راکتور از روش کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته استفاده شده است. با توجه به اینکه این روش کنترلی نیاز به یک مدل خطی از سیستم دارد از یک روش کنترل غیر خطی به نام خطی سازی فیدبک حالت برای بدست آوردن مدل خطی از سیستم استفاده شده است.

## فهرست مطالب

| صفحه | عنوان                                 |
|------|---------------------------------------|
| I    | فهرست شکل ها                          |
| IV   | فهرست نشانه ها                        |
|      | <b>۱- فصل اول: مقدمه</b>              |
| ۱    | ۱-۱- راکتور                           |
| ۳    | ۱-۱-۱- ویژگی های طراحی                |
| ۴    | ۱-۲- انتقال حرارت                     |
| ۴    | ۱-۳- مخلوط کردن                       |
| ۵    | ۱-۴- کنترل همزن                       |
| ۵    | ۲- پلیمریزاسیون، اهمیت و ویژگی های آن |
| ۶    | ۲-۱- جنبه ی تکنولوژیکی                |
| ۷    | ۲-۲-۱- انواع پلیمرها                  |
| ۹    | ۲-۳-۱- وزن مولکولی                    |
| ۱۱   | ۳-۱- کنترل فرآیند                     |
| ۱۳   | ۳-۱-۱- عناصر کنترل فرآیند             |
| ۱۴   | ۳-۲-۱- حلقه های کنترل فرآیند          |

|    |                                            |
|----|--------------------------------------------|
| ۱۴ | ۱-۲-۳-۱- حلقه ی منفرد کنترل فیدبک          |
| ۱۵ | ۱-۲-۳-۲- کنترلرهای فرآیند                  |
| ۱۵ | ۱-۲-۳-۳- عناصر زمانی یک حلقه ی کنترل فیدبک |
| ۱۵ | ۱-۲-۳-۴- انتخاب روش های اندازه گیری        |
| ۱۶ | ۱-۳-۳- کنترل فرآیند ناپیوسته               |
| ۱۶ | ۱-۳-۳-۱- تاریخچه                           |
| ۱۸ | ۱-۳-۳-۲- وابستگی زمانی                     |
| ۱۸ | ۱-۴- ویژگی های فرآیند                      |
| ۲۱ | ۱-۵- راه حل های ارائه شده                  |
| ۲۱ | ۱-۵-۱- روش کنترل بهینه                     |
| ۲۲ | ۱-۵-۲- روش های خطی سازی دقیق               |
| ۲۳ | ۱-۶- مراحل انجام پروژه                     |

## ۲- فصل دوم: کنترل پیش بین

|    |                                       |
|----|---------------------------------------|
| ۲۵ | ۲-۱- نگاهی کلی به MPC                 |
| ۲۶ | ۲-۲- تاریخچه                          |
| ۲۸ | ۲-۳- مفاهیم پایه ای MPC               |
| ۳۰ | ۲-۴- فصل مشترک الگوریتم های مختلف MPC |

|    |                                              |
|----|----------------------------------------------|
| ۳۱ | ۲-۴-۱- مدل پیش بین                           |
| ۳۱ | ۲-۴-۱-۱- مدل فرآیند                          |
| ۳۵ | ۲-۴-۱-۲- مدل اغتشاش                          |
| ۳۶ | ۲-۴-۲- تابع هدف                              |
| ۳۹ | ۲-۴-۳- بدست آوردن قانون کنترل                |
| ۴۰ | ۲-۵- انتخاب الگوریتم MPC                     |
| ۴۰ | ۲-۶- پاسخ آزاد و اجباری                      |
| ۴۲ | ۲-۷- کنترل پیش بین تعمیم یافته (GPC)         |
| ۴۴ | ۲-۸- فرمول بندی GPC توسط معادلات Diophantine |
| ۵۱ | ۲-۹- فرمول بندی GPC بدون معادلات Diophantine |
| ۵۱ | ۲-۱۰- پارامترهای GPC                         |

### ۳- فصل سوم: مدل سازی ریاضی

|    |                                                               |
|----|---------------------------------------------------------------|
| ۵۵ | ۳-۱- مقدمه                                                    |
| ۵۶ | ۳-۲- مدل سازی پلیمریزاسیون حلالی رادیکال آزاد متیل متا کریلات |
| ۵۷ | ۳-۲-۱- آغاز زنجیر                                             |
| ۵۸ | ۳-۲-۲- انتشار زنجیر و اثر شیشه ای                             |
| ۵۸ | ۳-۲-۳- انتقال زنجیر                                           |

۵۹ ۴-۲-۳- پایان زنجیر

۶۰ ۵-۲-۳- خود تسریعی و اثر ژل

۶۰ ۶-۲-۳- استخراج مدل در حالت هم دما

۶۷ ۷-۲-۳- رفتار غیر هم دما

۷۰ ۸-۲-۳- ساده سازی مدل

۷۷ ۳-۳- مدل سازی تجهیزات

۸۰ ۴-۳- تخمین پارامترها

۸۰ ۱-۴-۳- تخمین عکس ثابت زمانی تغییر دمای ژاکت بر اثر تبادل

حرارت با محیط اطراف

۸۵ ۲-۴-۳- تخمین عکس ثابتهای زمانی تغییر دمای ژاکت و راکتور بر

اثر تغییرات دمای یکدیگر

۸۸ ۳-۴-۳- تخمین عکس ثابت زمانی تغییر دمای ژاکت بر اثر تبادل

حرارت با کویل آب خنک

۹۱ ۴-۴-۳- تخمین ضریب انتقال حرارت از هیتز به روغن درون حمام

۹۳ ۵-۳- مدل سازی مجموعه

## ۴- فصل چهارم: کنترل غیر خطی

۹۶ ۱-۴- مقدمه

|     |                                                       |
|-----|-------------------------------------------------------|
| ۹۷  | ۲-۴- دلایل استفاده از کنترل غیر خطی                   |
| ۱۰۰ | ۳-۴- خطی سازی از طریق فیدبک                           |
| ۱۰۱ | ۱-۳-۴- خطی سازی ورودی - خروجی                         |
| ۱۰۴ | ۱-۱-۳-۴- تولید رابطه ی خطی بین ورودی و خروجی          |
| ۱۰۴ | ۲-۱-۳-۴- محاسبه ی درجه نسبی                           |
| ۱۰۶ | ۳-۱-۳-۴- شکل های نرمال                                |
| ۱۰۷ | ۴-۱-۳-۴- انتقال حالت ها                               |
| ۱۰۹ | ۵-۱-۳-۴- دینامیک های صفر                              |
| ۱۱۰ | ۶-۱-۳-۴- چگونگی استفاده از یک کنترلر خارجی خطی        |
| ۱۱۲ | ۲-۳-۴- استخراج قانون کنترلی برای سیستم مورد آزمایش    |
| ۱۱۲ | ۱-۲-۳-۴- مقدمه                                        |
| ۱۱۵ | ۲-۲-۳-۴- شبیه سازی متغیرهای حالت غیر قابل اندازه گیری |
| ۱۱۶ | ۳-۲-۳-۴- تنظیم پارامترهای کنترلر                      |
| ۱۱۶ | ۴-۲-۳-۴- نگاشت ورودی های کنترل کننده                  |
| ۱۱۷ | ۴-۴- شبیه سازی کنترلر طراحی شده                       |

## ۵- فصل پنجم: شبیه سازی

|     |                      |
|-----|----------------------|
| ۱۱۹ | ۱-۵- نتایج شبیه سازی |
|-----|----------------------|

۵-۲- تحلیل پایداری

۱۲۹

نتیجه گیری

۱۳۲

پیشنهادهات

۱۳۴

مراجع

۱۳۵

چکیده ی انگلیسی

۱۳۹

## فهرست شکل ها

|    |                                                                              |
|----|------------------------------------------------------------------------------|
| ۳  | شکل ۱-۱- شمای کلی یک راکتور ناپیوسته                                         |
| ۱۳ | شکل ۲-۱- دیاگرام بلوکی چهار عنصر سیستم کنترل فرآیند                          |
| ۱۴ | شکل ۳-۱- دیاگرام بلوکی حلقه کنترل فیدبک منفرد                                |
| ۲۸ | شکل ۱-۲- استراتژی کلی MPC                                                    |
| ۲۹ | شکل ۲-۲- ساختار کلی یک سیستم کنترل MPC                                       |
| ۳۲ | شکل ۳-۲- پاسخ ضربه                                                           |
| ۳۳ | شکل ۴-۲- پاسخ پله                                                            |
| ۳۸ | شکل ۵-۲- مسیر مرجع                                                           |
| ۴۲ | شکل ۶-۲- پاسخ اجباری و پاسخ آزاد                                             |
| ۵۰ | شکل ۷-۲- قانون کنترل در GPC                                                  |
| ۵۵ | شکل ۱-۳- نمایش پاره ای از متغیرهای مهم در فرآیند                             |
| ۷۴ | شکل ۲-۳- مقایسه ی غلظت های مونومر در مدل اولیه با مدل ساده شده               |
| ۷۵ | شکل ۳-۳- مقایسه ی غلظت های آغازگر در مدل اولیه با مدل ساده شده               |
| ۷۵ | شکل ۴-۳- مقایسه ی غلظت های حلال در مدل اولیه با مدل ساده شده                 |
| ۷۶ | شکل ۵-۳- مقایسه ی غلظت های زنجیرهای پلیمری زنده در مدل اولیه با مدل ساده شده |
| ۷۶ | شکل ۶-۳- درصد تبدیل مونومر                                                   |
| ۸۳ | شکل ۷-۳- دمای راکتور در آزمایش اول                                           |
| ۸۳ | شکل ۸-۳- دمای ژاکت در آزمایش اول                                             |

|     |                                                                            |
|-----|----------------------------------------------------------------------------|
| ۸۳  | شکل ۳-۹- مشتق واقعی دمای ژاکت در آزمایش اول                                |
| ۸۳  | شکل ۳-۱۰- مشتق تخمین زده شده ی ژاکت در آزمایش اول                          |
| ۸۴  | شکل ۳-۱۱- دمای راکتور در آزمایش دوم                                        |
| ۸۴  | شکل ۳-۱۲- دمای ژاکت در آزمایش دوم                                          |
| ۸۵  | شکل ۳-۱۳- مشتق واقعی دمای ژاکت در آزمایش دوم                               |
| ۸۵  | شکل ۳-۱۴- مشتق تخمین زده شده ی ژاکت در آزمایش دوم                          |
| ۸۷  | شکل ۳-۱۵- دمای راکتور                                                      |
| ۸۷  | شکل ۳-۱۶- دمای ژاکت                                                        |
| ۸۷  | شکل ۳-۱۷- تغییرات واقعی دمای ژاکت و تغییرات تخمینی آن                      |
| ۸۸  | شکل ۳-۱۸- تغییرات واقعی دمای راکتور و تغییرات تخمینی آن                    |
| ۹۰  | شکل ۳-۱۹- دمای روغن                                                        |
| ۹۰  | شکل ۳-۲۰- تغییرات واقعی دمای روغن و تغییرات تخمینی آن                      |
| ۹۰  | شکل ۳-۲۱- دمای روغن درون حمام                                              |
| ۹۰  | شکل ۳-۲۲- تغییرات واقعی دمای روغن و تغییرات تخمینی دمای روغن               |
| ۹۲  | شکل ۳-۲۳- دمای حمام                                                        |
| ۹۲  | شکل ۳-۲۴- تغییرات واقعی دمای حمام و تغییرات تخمینی آن نسبت به زمان         |
| ۹۳  | شکل ۳-۲۵- دمای حمام                                                        |
| ۹۳  | شکل ۳-۲۶- تغییرات واقعی دمای حمام و تغییرات تخمینی آن نسبت به زمان         |
| ۱۰۲ | شکل ۴-۱- دیاگرام بلوکی GLC در حالتی که تمام حالت ها قابل اندازه گیری باشند |

|     |                                                                                             |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۰۳ | شکل ۴-۲- ساختار هیبرید GLC                                                                  |
| ۱۱۲ | شکل ۴-۳- پروفایل دمای از پیش تعیین شده                                                      |
| ۱۱۷ | شکل ۴-۴- کنترلر و فرآیند                                                                    |
| ۱۲۰ | شکل ۵-۱- پروفایل دمای راکتور                                                                |
| ۱۲۰ | شکل ۵-۲- بلوک دیاگرام سیستم کنترلی راکتور پلیمریزاسیون ناپیوسته                             |
| ۱۲۱ | شکل ۵-۳- مقایسه خروجی سیستم با فیدبک حالت و پروفایل مورد نظر                                |
| ۱۲۲ | شکل ۵-۴- مقایسه خروجی سیستم با فیدبک حالت و کنترلر MPC و پروفایل مورد نظر                   |
| ۱۲۳ | شکل ۵-۵- دمای راکتور پس از اعمال کنترلر                                                     |
| ۱۲۴ | شکل ۵-۶- دمای راکتور به ازای $\lambda = 2$                                                  |
| ۱۲۴ | شکل ۵-۷- دمای راکتور به ازای $\lambda = 10$                                                 |
| ۱۲۵ | شکل ۵-۸- دمای راکتور به ازای $\lambda = 0.1$                                                |
| ۱۲۶ | شکل ۵-۹- نویز سفید با توزیع یکنواخت                                                         |
| ۱۲۷ | شکل ۵-۱۰- دمای راکتور پس از اعمال نویز در خروجی                                             |
| ۱۲۷ | شکل ۵-۱۱- دمای راکتور با تاثیر نویز و به ازای $N_2 = 15, N_{\parallel} = 15, \lambda = 8.7$ |
| ۱۲۸ | شکل ۵-۱۲- خروجی کنترلر پیش بین                                                              |
| ۱۲۸ | شکل ۵-۱۳- ورودی سیستم غیر خطی                                                               |
| ۱۳۱ | شکل ۵-۱۴- خروجی سیستم با در نظر گرفتن شرایط پایداری                                         |

|                                               |             |
|-----------------------------------------------|-------------|
| ثابت سرعت انتشار $1/Sec$                      | $K_p$       |
| ثابت سرعت تجزیه رادیکالهای اولیه $1/Sec$      | $K_{ti}$    |
| ثابت سرعت پایان غیر متناسب $1/Sec$            | $K_{td}$    |
| ثابت سرعت پایان بوسیله ترکیب دو زنجیر $1/Sec$ | $K_{tc}$    |
| ثابت سرعت پایان بصورت کلی $1/Sec$             | $K_t$       |
| ثابت سرعت انتقال زنجیر به مونومر $1/Sec$      | $K_f$       |
| ثابت سرعت انتقال زنجیر به پلیمر $1/Sec$       | $K_{fp}$    |
| ثابت سرعت انتقال زنجیر به حلال $1/Sec$        | $K_s$       |
| ثابت سرعت انتقال زنجیر به آغازگر $1/Sec$      | $K_{fi}$    |
| مونومر                                        | $M$         |
| توان الکتریکی هیتر $Kwatt$                    | $P$         |
| رادیکال زنده با طول $n$                       | $\dot{P}_n$ |
| رادیکال اولیه                                 | $\dot{R}$   |
| نرخ مصرف مونومر                               | $R_m$       |
| نرخ مصرف آغازگر                               | $R_i$       |
| حلال                                          | $S$         |

|                                                     |            |
|-----------------------------------------------------|------------|
| دمای مخلوط درون راکتور $K$                          | $T$        |
| دمای روغن درون ژاکت $K$                             | $T_j$      |
| دمای آب خنک $K$                                     | $T_{cw}$   |
| دمای محیط اطراف $K$                                 | $T_{amb}$  |
| ضریب سراسری انتقال حرارت بین راکتور و ژاکت          | $U$        |
| حجم مخلوط درون راکتور $m^3$                         | $V$        |
| حجم حلال درون راکتور $m^3$                          | $V_s$      |
| حجم مونومر درون راکتور $m^3$                        | $V_m$      |
| حجم پلیمر درون راکتور $m^3$                         | $V_p$      |
| غلظت ماده $x$                                       | $[x]$      |
| تبدیل مونومر                                        | $X_m$      |
| ضریب انتقال گرمای تولید شده توسط واکنش پلیمریزاسیون | $\alpha_0$ |
| نرخ انتقال حرارت از ژاکت به راکتور $1/Sec$          | $\alpha_1$ |
| نرخ انتقال حرارت از راکتور به ژاکت $1/Sec$          | $\alpha_2$ |
| نرخ تبادل حرارت سیستم با محیط اطراف $1/Sec$         | $\alpha_3$ |
| ضریب انتقال حرارت از هیتر به روغن درون حمام         | $\alpha_4$ |

|                                                      |               |
|------------------------------------------------------|---------------|
| نرخ انتقال حرارت از روغن درون ژاکت به آب خنک $1/Sec$ | $\alpha_5$    |
| نسبت حجم حلال به حجم مونومر اولیه                    | $\beta$       |
| ممان $K$ ام زنجیرهای پلیمری زنده                     | $\lambda_k$   |
| غلظت پلیمرهای زنده $Kmol/m^3$                        | $\lambda_0$   |
| ممان $K$ ام زنجیرهای پلیمری مرده                     | $\mu_k$       |
| غلظت پلیمرهای مرده $Kmol/m^3$                        | $\mu_0$       |
| میزان کاهش حجم                                       | $\varepsilon$ |
| چگالی مونومر $Kg/m^3$                                | $\rho_m$      |
| چگالی آغازگر $Kg/m^3$                                | $\rho_i$      |
| چگالی حلال $Kg/m^3$                                  | $\rho_s$      |
| چگالی پلیمر $Kg/m^3$                                 | $\rho_p$      |

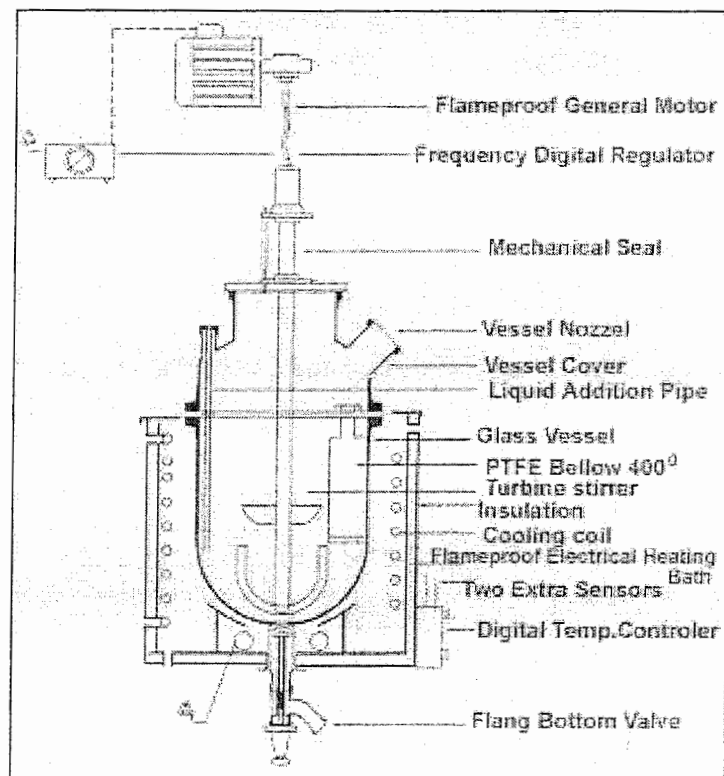


فرآورده‌ها مقدار مواد خام اضافه‌شونده متناسب با کیفیت محصول درخواستی می‌باشد. یکی از جنبه‌هایی که فرآورده‌های ناپیوسته را از همتای پیوسته‌ی خود جدا می‌سازد، طبیعت تجهیزات مورد نیاز آن فرآورده می‌باشد. در فرآورده‌های پیوسته، هدف اضافه کردن مواد اولیه به صورت پیوسته برای رسیدن به مخلوطی همگن تر و خالص تر می‌باشد در حالی که در فرآورده‌های ناپیوسته هدف کنار یکدیگر قرار دادن مواد خام به منظور تغییر طبیعت مواد اولیه به وسیله‌ی مخلوط کردن و واکنش دادن آنها با یکدیگر می‌باشد. برای رسیدن به این منظور ابتدا مواد اولیه به درون یک ظرف تزریق گشته سپس برای کسب محصول مطلوب، شرایط مورد نظر به آن اعمال می‌گردد. دما، فشار، غلظت، میزان همزنی و دیگر فاکتورها همگی طوری تنظیم می‌گردند که بتوان به محصول مطلوب رسید. استفاده از فرآورده‌های ناپیوسته در تولید محصولات، از جمله روش‌های اقتصادی می‌باشد که در آن تا حدودی می‌توان به کیفیت مطلوب اعتماد کرد.

راکتور قلب یک فرآورده ناپیوسته می‌باشد و جایی است که در آن واکنش‌های شیمیایی انجام می‌شوند. همان‌طور که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است، راکتور ناپیوسته ظرف مخصوصی است که در تولید محصولات ناپیوسته استفاده می‌گردد. اجزاء اصلی یک راکتور پیوسته، ژاکت<sup>۱</sup> و همزن می‌باشند.

---

<sup>۱</sup> . Jacket



شکل (۱-۱): شمای کلی یک راکتور ناپیوسته با بعضی تجهیزات جانبی

### ۱-۱-۱- ویژگی های طراحی

به علت طبیعت منحصر به فرد اغلب فرآیندهای ناپیوسته، طراحی راکتورها و ظرف های فرآیند منحصر به همان فرآیند می گردد. در هنگام انتخاب راکتور برای یک فرآیند ناپیوسته، توجه به جنبه های زیر دارای اهمیت می باشد:

- ظرفیت
- فشار داخل راکتور و محیط خارجی
- حداکثر و حداقل دمای کاری
- ضریب خوردگی و وزن مخصوص محصول
- مواد خام
- همزن

## ۱-۱-۲- انتقال حرارت

در تولیدات ناپیوسته، مهم ترین کار انتقال حرارت با واکنش می باشد. معمولاً از حرارت به منظور کاهش ویسکوزیته برای اداره ی بهتر واکنش و مخلوط کردن راحت تر محتویات درون راکتور استفاده می گردد. اغلب فرآیندهای ناپیوسته گرماگیر بوده و برای تأمین گرمای مورد نیاز واکنش ضروری است که به آنها به صورتی مناسب گرما داده شود. برای کنترل میزان حرارت واکنش های گرمازا در راکتورهای ناپیوسته عمل سرد کردن نیز ضروری می گردد. در هر دو حالت برای کنترل دقیق میزان گرمای واکنش استفاده از هر دو عملیات گرمایش و سرمایش مخلوط درون راکتور ضروری می باشد. اغلب واکنش ها با گرم کردن آغاز گشته که در ادامه برای کنترل حرارت عمل سرد کردن نیز ضروری می گردد.

در فرآیندهای ناپیوسته برای رسیدن به محصول مطلوب، گرم کردن و سرد کردن مخلوط ضروری می باشد. که برای رسیدن به این هدف می توان از روش های گوناگونی استفاده کرد. یکی از روش های متداول و مؤثر برای گرم کردن و سرد کردن فرآیندهای شیمیایی استفاده از روش غیر مستقیم می باشد. به روشی غیر مستقیم می گویند که در آن واکنش با منبع تولید حرارت یا خنک کننده به صورت مستقیم در ارتباط نباشد. در این روش، واکنش از طریق سیالی واسطه که متناسب با شرایط فرآیند می تواند گاز، مایع یا مخلوطی از هر دو، دارای ظرفیت حرارتی بالا یا پایین باشد، تبادل حرارت می نماید. این سیال در درون ژاکت جاری شده و از طریق پوسته ی داخلی راکتور با مخلوط درون راکتور تبادل حرارت می نماید.

## ۱-۱-۳- مخلوط کردن

بعد از تزریق مواد اولیه به درون راکتور برای رسیدن به محصول مطلوب، مخلوط کردن مواد ضروری می باشد. این کار با روش ها و وسایل گوناگونی انجام می گیرد. متداول ترین روش برای مخلوط کردن مواد در یک راکتور استفاده از یک همزن مکانیکی می باشد. روش های دیگری از قبیل همزن هوایی و گردش مجدد مواد

نیز وجود دارد. در هر روش با توجه به نوع همزنی، اسباب و وسایل خاصی احتیاج می‌باشد. سیستم‌های مخلوط کننده و همزن‌ها متناسب با نوع و حجم تولید، طراحی می‌گردند.

#### ۱-۱-۴- کنترل همزن

برای رسیدن به یک محصول مناسب، کنترل سرعت همزنی دارای اهمیت می‌باشد. همزن‌ها می‌توانند تک سرعت، چند سرعت یا با سرعت متغیر (به صورت پیوسته)، یک جهت یا دو جهت باشند. برای تولید محصولی خاص با مقداری مشخص، یک همزن تک سرعت و یک جهت می‌تواند انتخاب مناسبی باشد. در یک راکتور که در آن محصولات متنوع با حجم‌هایی گوناگون تولید می‌شود، وجود یک همزن با سرعت همزنی متغیر روشی مناسب‌تر برای رسیدن به هدف مورد نظر می‌باشد. بعضی همزن‌ها طوری طراحی می‌گردند که مطابق با شرایط جاری مخلوط، همچون تغییر ویسکوزیته، وزن مخصوص و حجم مخلوط، در طول مدت فرآیند به صورت حلقه‌ای بسته سرعت خود را تنظیم نمایند.

کنترل سرعت همزنی می‌تواند به دو صورت مکانیکی یا الکترونیکی انجام شود. در حالت مکانیکی، سرعت و گشتاور با استفاده از یک جعبه دنده کنترل می‌شوند. این عمل یا به صورت کنترل پیوسته بین دو مقدار می‌نیم و ماکزیمم یا کنترل گسسته (انتخاب شونده از بین چند مقدار) انجام می‌گیرد. در اغلب راکتورها، کنترل سرعت همزنی با استفاده از درایورهای الکترونیکی نصب شده بر روی موتورهای AC یا DC انجام می‌شود.

#### ۱-۲- پلیمریزاسیون، اهمیت و ویژگی‌های آن

پلیمرها مولکول‌های بزرگی هستند که از اتصال تعداد متناهی مولکول بسیار کوچکتر ساخته می‌شوند. مولکول‌های کوچکی که مولکول پلیمری را به وجود می‌آورند مونومر نامیده می‌شوند و واکنشی که طی آن

اتصال این مولکول ها به یکدیگر انجام می شود، پلیمریزاسیون نام دارد. در یک مولکول پلیمری، صدها، هزارها، ده ها هزار و حتی تعداد زیادی از مولکول ها را می توان یافت که به یکدیگر متصل شده اند.

## ۱-۲-۱- جنبه ی تکنولوژیکی

از زمانی که شیمیدان ها شروع به ترکیب مولکول هایی با ارگانسیم کوچک برای رسیدن به ماکرومولکول ها کردند، جهان پلیمرها کشف شد. بر اساس نوع قرار گرفتن مولکول های کوچک کنار یکدیگر، ماکرومولکول هایی از نوع رزین ها، پلاستیک ها و لاستیک ها به دست می آیند. وقتی که مهندسین شروع به تبدیل این ماکرومولکول ها به محصولات مفید کردند، متوجه شدند که می توانند در تولید محصولاتی از قبیل فیبرهای منسوج، فیلم های بسته بندی، نوارها، ضبط ها، تجهیزات روشنایی، فوم، اسباب بازی، اتصالات الکتریکی، درزگیرها، یاتاقان ها، تایرها، چمدان ها، قسمت هایی از هواپیما، اندام مصنوعی، تجهیزات پزشکی و غیره، ماکرومولکول ها را به کار گیرند. بدین ترتیب پلیمرها مترادف با چسب ها، پوشش ها، فیبرهای مصنوعی، فوم ها و ترکیب ها شدند. در پنجاه سال گذشته در کاربردهای گوناگون پلیمرها به صورتی ماندگار جایگزین مواد متعارفی از قبیل کاغذ، چوب، شیشه، سیمان و حتی فلزها گشته اند.

مصرف جهانی مواد پلیمری در حدود پنجاه میلیون تن در سال می باشد. رشد شگفت انگیز مواد پلیمری تنها به علت عملکرد بهتر در واژه های مقاومت شیمیایی و سبکی وزن آنها نمی باشد بلکه علت آن امکان آرایش این مواد برای رسیدن به مناسب ترین حالت در پاسخ به احتیاجات بشر می باشد.

هر چند که نیترات سلولز و رزین های فنولیک در اوایل قرن نوزدهم معرفی شده بودند ولی اصولاً توسعه ی صنعتی پلیمرها در سال ۱۹۳۰ شروع شد. توسعه های اولیه در سال های ۱۹۳۰ و ۱۹۴۰ اساساً در ارتباط با ترموست ها، ترموپلاستیک ها و اختراع فیبرهای صنعتی از نایلون بود. در دو دهه ی گذشته، صنعت پلیمر به علت هم زمانی توسعه ی تکنولوژی مواد، تکنیک های پردازش، ماشین آلات، تحقیقات کاربردی و طراحی محصول

دارای رشد محسوسی بوده است. در ترکیبات فوق العاده‌ی به کار گرفته شده در کاربردهای خودرو، هوا فضا و دفاعی از پلیمرها به وفور استفاده می‌شود [۲].

### ۱-۲-۲- انواع پلیمرها [۳]

در ارتباط با طبقه بندی پلیمرها از گذشته تا به حال نظرات گوناگونی وجود داشته است. همراه با توسعه‌ی علوم پلیمری، استفاده از دو نوع طبقه بندی در ارتباط با این ترکیبات معمول شد. در یکی از این طبقه بندی ها، پلیمرها به دو دسته‌ی افزایشی و تراکمی، و در طبقه بندی دیگر به پلیمرهای مرحله‌ای و زنجیری تقسیم بندی می‌شوند. مبنای طبقه بندی تراکمی و افزایشی اصولاً ترکیب و یا ساختار پلیمرهاست در حالی که در طبقه بندی مرحله‌ای و زنجیری، مکانیسم واکنش های پلیمری مورد نظر می‌باشد. پلیمرهای تراکمی پلیمرهایی هستند که از مونومرهای چند عاملی توسط انواع گوناگون واکنش های تراکمی در شیمی آلی حاصل می‌شوند. این واکنش ها با حذف مولکول های کوچک تری هم چون آب همراه می‌باشند.

بعضی از پلیمرهای طبیعی مانند سلولز، نشاسته، پشم و ابریشم تحت عنوان پلیمرهای طبیعی تراکمی دسته بندی شده اند. دلیل آن این است که تشکیل این دسته از پلیمرها از مونومرهای اولیه شان همراه با حذف مولکول آب می‌باشد. به عنوان مثال، سلولز پلی اتری است که از آب زدایی گلوکز به دست می‌آید.

طبق این طبقه بندی، در صورتی که واکنش مونومرها با حذف یک مولکول کوچک همراه نباشد، پلیمر به دست آمده افزایشی خواهد بود. بدین ترتیب بر خلاف پلیمرهای تراکمی، واحد تکراری یک پلیمر افزایشی، ترکیبی مشابه به مونومر خواهد داشت. عمده ترین این پلیمرها آنهایی هستند که از پلیمریزاسیون مونومرهای حاوی پیوند دوگانه‌ی کربن - کربن حاصل می‌شوند. از این نمونه می‌توان پلیمرهای متیل متاکریلات، وینیلیدن کلرید و استیرن را نام برد.

علاوه بر تفاوت ساختار و ترکیب پلیمرها، اختلاف عمده‌ای در مکانیسم ساخت مولکول‌های پلیمری موجود می‌باشد. بر مبنای این مکانیسم پلیمریزاسیون، دو نوع پلیمر مرحله‌ای و زنجیری خواهیم داشت. بدین ترتیب که پلیمر مرحله‌ای طی یک پلیمریزاسیون مرحله‌ای به دست می‌آید و حاصل یک پلیمریزاسیون زنجیری، پلیمری زنجیری خواهد بود. تفاوت اساسی این دو روش، مقیاس زمانی لازم در مقاطع مختلف واکنش است. به طور خاص‌تر، مدت زمان لازم جهت رشد کامل اندازه‌ی مولکول‌های پلیمر، اساس تفاوت دو پلیمریزاسیون مرحله‌ای و زنجیری خواهد بود.

پلیمریزاسیون مرحله‌ای از طریق واکنش مرحله به مرحله‌ی گروه‌های عاملی واکنش دهنده پیشرفت می‌کند، به طوری که در چنین واکنش‌هایی اندازه‌ی مولکول‌های پلیمری با سرعتی نسبتاً کند افزایش می‌یابد. واکنش از مونومر شروع شده و تا دیمر، ترimer و غیره ادامه می‌یابد.

خاتمه‌ی واکنش، رسیدن به مولکول‌های بزرگ پلیمری شامل تعداد زیادی از مولکول‌های مونومر خواهد بود. در طول فرآیند پلیمریزاسیون، احتمال واکنش هر دو نوع مولکول با یکدیگر وجود دارد که این وضعیت کاملاً متفاوت با پلیمریزاسیون زنجیری است. در حالت اخیر تقریباً پس از شروع واکنش، سریعاً مولکول‌های کامل و هم‌اندازه‌ی پلیمری حاصل می‌شوند. در پلیمریزاسیون زنجیری، با استفاده از یک آغازگر که تولیدکننده‌ی رادیکال‌های آزاد  $R^0$  با مرکزی فعال است واکنش پلیمریزاسیون آغاز می‌گردد. مرکز فعال می‌تواند رادیکال آزاد، کاتیون و یا آنیون باشد. پلیمریزاسیون از طریق رشد مرکز فعال توسط اضافه شدن متوالی تعداد زیادی از مونومرها طی یک واکنش زنجیری صورت می‌گیرد. زمان این واکنش در حد ثانیه بوده و معمولاً در زمان‌هایی بسیار کوتاه‌تر نیز انجام می‌شود. در این حالت مونومر فقط با یک مرکز فعال در حال گسترش واکنش می‌دهد. متداول‌ترین مورد پلیمریزاسیون زنجیری، پلیمریزاسیون مونومرهای وینیلی می‌باشد. در پلیمریزاسیون زنجیری رشد زنجیرهای پلیمری هنگامی متوقف می‌شود که مرکز فعال توسط یکی از چند واکنش احتمالی پایانی، از بین برود.

از بحث بالا نباید نتیجه گرفت که سرعت پلیمریزاسیون زنجیری بیش از پلیمریزاسیون مرحله‌ای است. سرعت کل ناپدید شدن مولکول‌های مونومر (سرعت پلیمریزاسیون) در پلیمریزاسیون مرحله‌ای می‌تواند خیلی بالاتر از سرعت کل ناپدید شدن مولکول‌های مونومر در پلیمریزاسیون زنجیری باشد. همان طور که قبلاً عنوان شد، اختلاف این دو نوع فرآیند، در زمان مورد نیاز برای رشد هر مولکول پلیمر است. حال اگر دو پلیمریزاسیون زنجیری و مرحله‌ای هم زمان آغاز گردند، احتمال مشاهده‌ی حالت‌های گوناگون با توجه به سرعت‌های نسبی در واکنش پلیمریزاسیون وجود خواهد داشت. با وجود این، وزن مولکولی پلیمر تولید شده در هر زمان بعد از شروع واکنش، عامل مشخصه و اصلی در تفاوت این دو نوع پلیمریزاسیون خواهد بود. در پلیمریزاسیون زنجیری، در تمامی درصد‌های تبدیل، شاهد مولکول‌های پلیمری با وزن مولکولی بالا خواهیم بود. مخلوط واکنش دهنده، فقط شامل مونومرها، پلیمرهایی با وزن مولکولی بالا، و گونه‌های آغازگر بوده و مولکول‌هایی با اندازه‌ی حد واسط وجود نخواهند داشت. در پلیمریزاسیون مرحله‌ای تنها تغییری که با درصد تبدیل (به عبارت دیگر زمان واکنش) همراه خواهد بود، افزایش مداوم تعداد مولکول‌های پلیمر است. با وجود این که مقدار پلیمر بستگی به درصد تبدیل دارد، ولی اندازه‌ی پلیمر عموماً مستقل از آن است. به عبارت دیگر در پلیمریزاسیون مرحله‌ای، تنها در نزدیکی انتهای واکنش (در تبدیل بالاتر از ۹۸٪) امکان دسترسی به پلیمرهایی با وزن مولکولی بالا وجود خواهد داشت در حالی که هم اندازه و هم مقدار پلیمر در پلیمریزاسیون مرحله‌ای به تبدیل وابسته است.

### ۱-۲-۳- وزن مولکولی

وزن مولکولی یک پلیمر نقش مهمی در سنتز و کاربرد آن ایفا می‌کند. بسیاری از خواص مکانیکی جالب و مفید پلیمرها، نتیجه‌ی وزن مولکولی بسیار بالای آنها می‌باشد. با تغییر وزن مولکولی می‌توان به میزان قابل توجهی خواص مکانیکی پلیمر را تغییر داد.

جهت رسیدن به استحکام مکانیکی قابل توجه در پلیمرها معمولاً یک حداقل وزن مولکولی لازم است. در وزن های مولکولی بالاتر از این حداقل، استحکام سریعاً با افزایش وزن مولکولی زیاد شده تا این که به نقطه‌ی بحرانی برسد. در بالاتر از نقطه‌ی بحرانی افزایش استحکام مکانیکی خیلی کند است و در نهایت به میزان حدی می‌رسیم. نقطه‌ی بحرانی عموماً مطابق با حداقل وزن مولکولی است که طی آن استحکام پلیمر به میزانی قابل استفاده و مفید می‌رسد. در اکثر کاربردهای عملی پلیمرها، لزوم وزن مولکولی بالاتر جهت دستیابی به استحکام بیشتر امری ضروری است. حداقل وزن مولکولی مفید، معمولاً حدود ۵۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰ می‌باشد که در کاربردهای گوناگون متفاوت است. مقادیر وزن مولکولی در نقاط حداقل و حدی نیز در پلیمرهای گوناگون یکسان نیست. زنجیرهای پلیمری با نیروهای بین مولکولی قوی‌تر، مانند پلی آمیدها و پلی استرها، نسبت به پلیمرهای حاوی نیروهای بین مولکولی ضعیف‌تر، مانند پلی اتیلن، در وزن های مولکولی پایین‌تری به استحکام کافی جهت استفاده در صنایع می‌رسند.

غیر از استحکام خواص دیگری نیز شدیداً تحت تأثیر وزن مولکولی قرار گرفته، که رابطه‌ی این خواص با وزن مولکولی متفاوت است. بر حسب خواص مختلف پلیمرها، معمولاً پلیمرها در وزن های مولکولی مختلف به مقادیر بهینه‌شان می‌رسند. مقدار بهینه بدین معنا است که بعضی از خواص با افزایش وزن مولکولی به یک ارزش حداکثر رسیده، سپس با افزایش بیشتر وزن مولکولی این ارزش کاهش می‌یابد. مثالی از این مورد، قابلیت فرآیند در شکل دادن پلیمرها به صورت قطعات قابل استفاده (مثل فیلم، ورقه، لوله، لیف) است. قابلیت شکل پذیری پلیمرها بعد از یک وزن مولکولی معین، به علت افزایش ویسکوزیته و مشکل شدن جریان مذاب، شروع به کاهش می‌نماید. بدین ترتیب دیدگاه عملی پلیمرزاسیون مستلزم پیشرفت فرآیند تا رسیدن به یک حد مطلوب از وزن مولکولی است. این وزن جهت رسیدن به مقاومت مورد نیاز در یک کاربرد خاص بدون تغییر و تبدیل در دیگر خواص باید به حد کافی بالا باشد. در پلیمرزاسیون، سنتز یک پلیمر به معنای رسیدن به وزن مولکولی مطلوب می‌باشد. اگر نتوانیم فرآیند را جهت حصول وزن مولکولی مشخص کنترل نماییم درجه پلیمرزاسیون به

شدت کاهش خواهد یافت. کنترل وزن مولکولی جهت کاربردهای عملی یک فرآیند پلیمریزاسیون از موارد بسیار اساسی است. هنگامی که صحبت از وزن مولکولی یک پلیمر می‌شود، برداشتی کاملاً متفاوت با آن چه که برای ترکیباتی با اندازه های کوچک رایج است خواهیم داشت. تفاوت پلیمرها با ترکیبات کوچک اندازه، در بسپاشیدگی و ناهمگنی وزن مولکولی آنها است. حتی اگر سنتز یک پلیمر به دور از هر گونه آلودگی و ناخالصی باشد، هنوز هم یک ماده‌ی خالص آن چنان که تصور می‌شود، محسوب نمی‌شود. پلیمرها در خالص ترین شکل خود، مخلوطی از مولکول هایی با وزن های مولکولی مختلف هستند. دلیل بسپاشیدگی پلیمرها، ناشی از تغییرات آماری موجود در فرآیند پلیمریزاسیون می‌باشد. پس هنگامی که از وزن مولکولی یک پلیمر صحبت می‌شود، در واقع وزن مولکولی متوسط در نظر گرفته می‌شود. با این وجود استفاده از وزن مولکولی متوسط و توزیع دقیق وزن های مولکولی مختلف در یک پلیمر به منظور شناسایی کامل آن، امری ضروری است. کنترل وزن مولکولی و توزیع آن اغلب جهت حصول و بهبود خواص فیزیکی مورد نظر در یک محصول پلیمری لازم است. روش های مختلفی برای اندازه گیری تجربی وزن مولکولی متوسط یک نمونه پلیمری در دست است. اصول این روش ها بر پایه‌ی خواصی همچون پراکندگی نور، ویسکوزیته، مرکز گریزی سریع و ته نشینی استوار است.

### ۱-۳- کنترل فرآیند

اثرات کنترل فرآیند در طبیعت از دیرباز وجود داشته است. مطالعه‌ی مؤثر کنترل فرآیندهای صنعتی نیاز به یک فهم عمومی از اصول کنترل فرآیند دارد. در یک دسته بندی ابتدایی می‌توان آنها را به دو دسته‌ی طبیعی و مصنوعی تقسیم بندی کرد. می‌توانیم کنترل فرآیند "طبیعی" را به عنوان یک اثر از تنظیم بعضی مشخصه های فیزیکی داخلی مهم، که برای ادامه‌ی حیات ضروری است، تعریف نماییم. مثال هایی از تنظیم های طبیعی در بشر، تنظیم دمای بدن، فشار خون و ضربان قلب می‌باشند.

بشر اولیه متوجه شد که برای ادامه‌ی حیات، تنظیم بعضی از پارامترهای محیطی خارجی نیز ضروری می‌باشد. این تنظیم می‌تواند تحت عنوان کنترل فرآیند "مصنوعی" و یا به صورت متعارف، کنترل فرآیند تعریف گردد. این نوع از کنترل فرآیند همراه با مشاهده‌ی بعضی از پارامترها، مقایسه‌ی آنها با بعضی مقادیر مطلوب و صدور یک فرمان کنترلی برای نزدیکی هر چه بیشتر پارامترهای اندازه‌گیری شده به مقادیر دلخواه می‌باشد. یک مثال ابتدایی از این نوع کنترل، استفاده‌ی بشر اولیه از آتش به منظور نگهداری دمای محیط اطرافش در یک محدوده‌ی مشخص می‌باشد.

از وقتی که بشر متوجه شد با تنظیم اتوماتیک فرآیندها، بازده بالا می‌رود، "کنترل اتوماتیک فرآیند" رواج زیادی پیدا کرد. عملیات‌هایی اتوماتیک نامیده می‌شوند که در آن برای تنظیم متغیرها، دخالت مستقیم انسانی وجود نداشته باشد.

در مسائل کنترل فرآیند سه عامل متغیرهای مهارکننده<sup>۱</sup>، اغتشاشات<sup>۲</sup> و متغیرهای کنترل شونده<sup>۳</sup> دارای اهمیت می‌باشند. متغیرهای کنترل شونده، متغیرهایی از قبیل دما، سطح و موقعیت می‌باشند که باید نزدیک مقداری دلخواه نگهداری شوند. برای هر متغیر کنترل شونده، تعدادی متغیر مهارکننده در نظر گرفته می‌شود. اغتشاشات شامل عواملی ناخواسته یا لحاظ نشده می‌باشند که روی فرآیند اثر گذارده و در حالت حلقه‌ی باز باعث انحراف متغیر کنترل شونده از مقدار دلخواه می‌گردند. وظیفه‌ی سیستم کنترل، نزدیک تر کردن هر چه بیشتر متغیر کنترل شونده با وجود اغتشاشات به مقدار مطلوب با استفاده از تنظیم متغیر مهارکننده می‌باشد. اگر مقدار نقطه‌ی مرجع با زمان تغییر نماید، برای نزدیک کردن مقدار متغیر خروجی کنترل شونده به مقدار مرجع جدید، نیاز است که یک سری فرمان‌های کنترلی توسط متغیر مهارکننده به فرآیند داده شود.

---

<sup>۱</sup> . Manipulated Variable

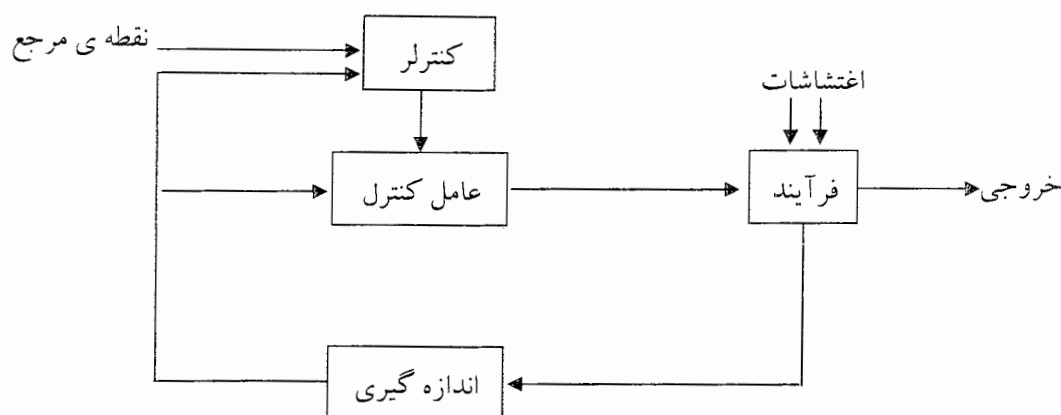
<sup>۲</sup> . Disturbance

<sup>۳</sup> . Control Variable

### ۱-۳-۱- عناصر کنترل فرآیند

یک سیستم فرآیند شامل چهار عنصر فرآیند، اندازه گیری، ارزیابی و کنترل می باشد. دیاگرام بلوکی این

عناصر در شکل (۱-۲) نمایش داده شده است. هر یک از این عناصر را می توان به صورت زیر تعریف نمود:



شکل (۱-۲): دیاگرام بلوکی چهار عنصر سیستم کنترل فرآیند

- **فرآیند:** به طور کلی، فرآیند شامل مجموعه ای از تجهیزات و مواد مرتبط با تولید می باشد.
- **اندازه گیری:** به منظور کنترل متغیرهای دینامیکی در یک فرآیند، ضروری است که در هر لحظه اطلاعات مربوط به آن متغیر را داشته باشیم. این اطلاعات با استفاده از ادوات اندازه گیری به دست می آیند. اندازه گیری، به تبدیل متغیر فرآیند به یک سیگنال آنالوگ و یا دیجیتال اطلاق می گردد که این سیگنال می تواند نیوماتیکی، هیدرولیکی و یا الکتریکی باشد. به وسیله ای که روی متغیر فرآیند، اندازه گیری اولیه را انجام داده و آن را تبدیل به سیگنال های الکتریکی و یا نیوماتیکی می کند، مبدل گویند. مبدل ها می توانند در انواع مختلف سطح، دما، فشار، دبی، موقعیت و تحلیلی طبقه بندی شوند.
- **ارزیابی:** در دنباله ی بحث کنترل فرآیند، مرحله ی ارزیابی به مقایسه ی مقدار اندازه گیری شده با مقدار مرجع و تعیین فرمان کنترلی مناسب برای نزدیک تر شدن به مقدار مرجع اطلاق می گردد. این ارزیابی و صدور فرمان توسط یک وسیله به نام کنترلر انجام می شود. کنترلر می تواند نیوماتیکی، الکتریکی و یا یک وسیله ی مکانیکی نگهداری شونده در پانل کنترل و یا نگهداری شده در تجهیزات فرآیند باشد.

• **عنصر کنترل:** در یک حلقه‌ی کنترلی، عنصر کنترل وسیله‌ای است که به صورت مستقیم فرمان کنترلی

را به فرآیند منتقل می‌کند. عنصر نهایی کنترل، دارای یک ورودی از کنترلر تحت عنوان فرمان کنترلی

می‌باشد که این فرمان را به بعضی عملکردهای متناسب و عمل‌کننده روی فرآیند تبدیل می‌نماید. برای مثال

در اغلب فرآیندها از عنصر نهایی شیر کنترلی به منظور تنظیم دبی سیال جاری در فرآیند استفاده می‌گردد.

وسایلی از قبیل موتورها، پمپ‌ها، هیترها نمونه‌هایی از عناصر نهایی کنترل می‌باشند که در اغلب

فرآیندها استفاده می‌گردند.

### ۱-۳-۲- حلقه‌های کنترل فرآیند

در قسمت قبل مفاهیم عمومی کنترل فرآیند بحث گردید. در این قسمت به صورت مختصر بعضی از اصول

اساسی حلقه‌های کنترل فرآیند بررسی می‌گردند.

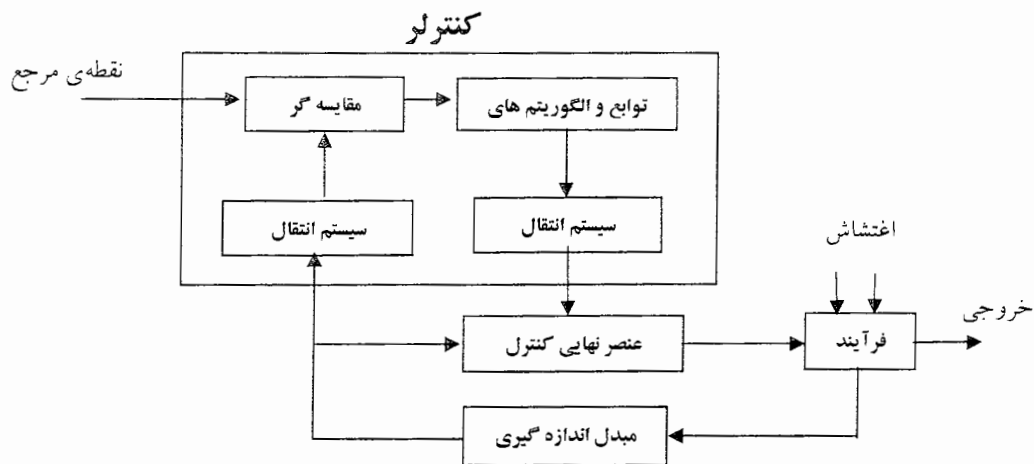
### ۱-۳-۲-۱- حلقه‌ی منفرد کنترل فیدبک

این نوع کنترل متداول‌ترین نوع کنترل استفاده شده در فرآیندهای صنعتی می‌باشد. در یک حلقه‌ی کنترل

فیدبک، مقدار متغیر کنترل شونده اندازه‌گیری شده سپس با یک مقدار مرجع مقایسه می‌گردد. در صورت وجود

اختلاف بین مقدار واقعی و مقدار مرجع، یک کنترلر اتوماتیک، فرمان مورد نیاز برای رفع این خطا را صادر

می‌نماید. در شکل (۱-۳) دیاگرام بلوکی حلقه‌ی کنترل فیدبک منفرد نمایش داده شده است.



شکل (۱-۳): دیاگرام بلوکی حلقه کنترل فیدبک منفرد

### ۱-۳-۲-۲- کنترلرهای فرآیند

پویاترین وسیله در حلقه‌ی کنترل فیدبک، کنترلر فرآیند می‌باشد. در مجموع سه نوع کنترلر مکانیکی، نیوماتیکی و الکترونیکی با عملیات های یکسان وجود دارند. آنها متغیر فرآیند را با مقدار مرجع مقایسه و سیگنال فرمانی برای نزدیک تر کردن متغیر فرآیند به مقدار مرجع را صادر می‌نمایند. کنترلر شامل یک سیستم انتقال فیدبک، یک مقایسه گر با ورودی مرجع، توابع کنترل و یک سیستم انتقال خروجی می‌باشد. بلوک مقایسه گر، اختلاف بین مقدار مرجع و متغیر کنترل شونده را محاسبه می‌نماید. برای اینکه این مقایسه صحیح باشد، مقدار مرجع و متغیر کنترلی باید دارای واحدهای یکسانی باشند. هدف سیستم انتقال فیدبک، تبدیل سیگنال سنسور به واحدهای صحیح می‌باشد. عملکرد سیستم انتقال خروجی، تبدیل سیگنال به دست آمده از مدار فیدبک به آنچه مورد نیاز عنصر نهایی کنترل است، می‌باشد.

### ۱-۳-۲-۳- عناصر زمانی یک حلقه‌ی فیدبک

عناصر گوناگون در حلقه‌ی کنترل فیدبک نیازمند به مدت زمانی برای حس یک متغیر در ورودی سنسور و تبدیل این شرط جدید به یک متغیر در خروجی آن می‌باشند. زمان پاسخ حلقه‌ی کنترلی، ترکیبی از زمان های پاسخ سنسورها، ترانسمیترها، کنترلر، عناصر نهایی کنترل و فرآیند می‌باشد. یک موضوع مهم در طراحی سیستم کنترل، تطابق صحیح پاسخ زمانی سیستم کنترل با فرآیند می‌باشد. برای رسیدن به این موضوع، درک مفاهیم ثابت زمانی، تأخیر خالص زمانی ضروری می‌باشد.

### ۱-۳-۲-۴- انتخاب روش های اندازه گیری

انتخاب بهترین نوع وسیله‌ی اندازه گیری برای یک نوع متغیر فرآیند معمولاً کار مشکلی است. البته مهندسين با تجربه با داشتن مجموعه‌ای از اطلاعات تجربی، آسان تر به انتخاب وسیله‌ی اندازه گیری مناسب می‌پردازند. این انتخاب در صورتی که تمام شرایط معلوم باشد، آسان تر می‌گردد. بسته به نوع اندازه گیری میزان اطلاعات مورد نیاز برای انتخاب روش اندازه گیری متفاوت می‌باشد.

### ۱-۳-۳- کنترل فرآیند ناپیوسته

#### ۱-۳-۳-۱- تاریخچه

در یک فرآیند ناپیوسته، مقدار محصول محدود می‌باشد. در حالت ایده آل، این محصول با توجه به دستورالعملی که در آن اطلاعاتی درباره‌ی مواد خام اولیه، مراحل، شرایط و تجهیزات فرآیند داده شده است، مشخص می‌گردد.

پخت غذا فرآیندی است که از دیر باز مورد استفاده‌ی بشر واقع شده و نمونه‌ای از فرآیند تولید ناپیوسته است که سینه به سینه از بشر اولیه به نسل امروزی منتقل شده است. در فرآیند آشپزی می‌توان عملیات‌های زیر را مورد بازنگری قرار داد:

- عملیات‌های احساس و اندازه‌گیری از طریق دیدن، چشیدن، لمس کردن و شنیدن.
- عملیات‌های تحریک یا مداخله‌ی مستقیم آشپز از قبیل هم زدن سوپ، کاهش یا افزایش حرارت، اضافه کردن مواد دیگر یا انتقال ظرف از روی آتش.
- عملیات ایمنی، این که چگونه از آتش سوزی جلوگیری و در صورت بروز آن را مهار کرد (به عنوان نمونه در دسترس بودن یک سطل آب در مواقع اضطراری).
- اداره‌ی موارد غیر عادی از قبیل کاهش حرارت در صورت جوشیدن بیش از حد، یا هم زدن سوپ به منظور جلوگیری از ته گرفتن آن.
- عملیات کنترل رگولاتوری (به عنوان مثال حفظ دمای سوپ در نقطه‌ی جوش آن).
- عملیات هماهنگی فرآیند ناپیوسته، که عناصر خاصی اندازه‌گیری شده و قبل از شروع فرآیند اصلی پخت سوپ، برای تهیه‌ی مواد خام آن به صورت پیشین پردازش می‌گردند.
- عملیات برنامه‌ریزی، که یک سر آشپز، ظروف مختلف سوپ را در میهمانی‌های بزرگ سرپرستی می‌نماید.

این مثال ها به ما می آموزد که عملیات های فعلی استفاده شونده در کنترل فرآیندهای ناپیوسته با آن چه که در گذشته موجود بوده تفاوت زیادی ندارد. تنها اختلاف اساسی در این است که امروزه ابزارهایی برای ذخیره سازی دستورالعمل های مورد لزوم و اجرای عملیات های دستی، از طریق وسایل مکانیکی، الکتریکی یا الکترونیکی، به صورت اتوماتیک موجود می باشد.

در گذشته به علت وجود درک ضعیف از پدیده های شیمیایی و فیزیکی، کنترل فرآیندهای ناپیوسته یک هنر و یا حيله تلقی می گردید و کنترل این فرآیندها بسیار پر زحمت بود. در حال حاضر با پایه گذاری روش های علمی بیشتر، از بسیاری عدم قطعیت ها در شیمی و فیزیک کاسته شده است. رشد دانش بشری در پدیده های فیزیکی و شیمیایی همراه با توسعه ی تکنولوژی، روش ها و تکنیک های جدید مهندسی کنترل را در اتوماتیک کردن عملیات های ذکر شده ایجاد کرده است.

حرکت به سمت اتوماسیون را می توان به واسطه ی تقاضاهای زیر در نظر گرفت:

- افزایش ایمنی، حفظ محیط، بهبود سلامتی و شرایط کاری

- بهبود کیفیت محصول و قابلیت تولید دوباره

- افزایش بازدهی و بهره وری

- کاهش زمان مورد نیاز فرآیند

به منظور اتوماتیک کردن کنترل فرآیندها، نصب تجهیزات برای اندازه گیری و کنترل از طریق ادوات مکانیکی، الکتریکی یا الکترونیکی بدون دخالت اپراتور انسان، امری ضروری می باشد. یک سیستم کنترل اتوماتیک باید قابلیت بازنگری و کنترل موقعیت و وضعیت دستگاه های فرآیند را داشته باشد. البته به منظور حلقه بسته کردن سیستم کنترل، نیاز به تجهیزات کنترلی از قبیل شیرها، موتورهای برای چرخاندن همزن ها، پمپ ها، هیترها و ... می باشد.

### ۱-۳-۲- وابستگی زمانی

عملکرد مناسب سیستم کنترل ناپيوسته بر پایه‌ی پیاده سازی صحیح دستورالعمل و کسب اطمینان از موقعیت و حالت مناسب ابزارهای کنترلی در طول مدت فرآیند می‌باشد. از جمله مشخصه های فرآیند ناپيوسته، وابستگی زمانی آن می‌باشد. کنترل فرآیند ناپيوسته به کنترل رفتار حالت گذرا و ماندگار وضعیت های فرآیند اتلاق می‌گردد که این برخلاف کنترل فرآیندهای پیوسته بوده که فقط به کنترل رفتار حالت ماندگار می‌پردازد.

به علت شدت کار، ضرورت انجام آزمایش های گوناگون و رفتار گذرای فرآیندهای ناپيوسته، بسیاری از محصولات که اصولاً توسط فرآیندهای ناپيوسته تولید می‌گشتند، امروزه در فرآیندهای پیوسته تولید می‌گردند. تکنولوژی کنترل اتوماتیک و دقیق فرآیندهای پیوسته با نیروی کاری کمتر، خیلی زودتر از تکنولوژی کنترل فرآیندهای ناپيوسته به بلوغ رسیده است. البته تا به امروز در جایی که نیاز به محصولی با کیفیت دلخواه باشد، فرآیندهای پیوسته نتوانسته‌اند جای فرآیندهای ناپيوسته را بگیرند و با وجود مشکلات موجود در کنترل فرآیندهای ناپيوسته، تولید این محصولات فقط با استفاده از این فرآیندها امکان پذیر می‌باشد.

### ۱-۴- ویژگی های فرآیند

در راکتورهای فرآیند ناپيوسته، خروجی کیفیت محصول می‌باشد. در پلیمریزاسیون، کیفیت پلیمر به دست آمده با توجه به طول زنجیرهای پلیمری سنجیده می‌شود. چون فرآیند تشکیل زنجیرها و رشد آنها فرآیندی تصادفی می‌باشد، بنابراین به جای بیان طول زنجیرها به صورت یقینی، تابع توزیع طول زنجیرها مطرح می‌گردد. با این فرض، کیفیت پلیمر به دست آمده را می‌توان با تابع توزیع طول زنجیرها توصیف کرد. در این پروژه پارامتر اصلی کنترل برای رسیدن به کیفیت دلخواه، دمای سیال جاری در ژاکت و در نتیجه کنترل دمای مخلوط درون

راکتور می‌باشد. این که چگونه برای رسیدن به محصولی مناسب در راکتور، کیفیت را به اعمال یک پروفایل

دمای محاسبه شده تبدیل می‌کنند، بحثی فرآیندی است و به افراد خبره در همان فرآیند واگذار می‌گردد.

مشخصه های اصلی فرآیند ناپیوسته عبارتند از:

- سؤال برانگیز بودن قدرت تکرار پذیری
- مشکل بودن توصیف فرآیند به صورت تحلیلی و در نتیجه به وجود آمدن خطاهایی در ارتباط با مدلسازی فرآیند.

- غیر خطی بودن شدید راکتورهای شیمیایی ناپیوسته

- تغییرات وسیع نقطه‌ی کار در طول مدت واکنش و نداشتن حالت ماندگار

- ناپایدار بودن سیستم به صورت حلقه‌ی باز

- زمان فرآیند

علت سؤال برانگیز بودن قدرت تکرار پذیری و نرسیدن به نتایجی یکسان در دو فرآیند متشابه ناپیوسته، ماهیت تصادفی رشد زنجیرهای پلیمری می‌باشد. البته این تفاوت در نتایج، زمانی اهمیت می‌یابد که مشتری تقاضای کیفیتی ثابت (با دقت زیاد) داشته باشد و در کاربردهای صنعتی متعارف به این حد بالای دقت، نیازی نمی‌باشد.

ممکن است به علت وجود بعضی ناخالصی‌ها، هم چنین تصادفی بودن بعضی پارامترها نتوان به مدلی دقیق برای سیستم رسید که در نتیجه، با یک سری عدم قطعیت‌ها و ناسازگاری بین مدل و دستگاه مواجه خواهیم شد. طبیعت راکتورهای شیمیایی همراه با واکنش شیمیایی موجود در آن شدیداً غیر خطی می‌باشد و خطی کردن سیستم حول نقطه‌ی کاری آن و کنترل از روی مدل خطی شده، به نتایج ضعیفی منتهی خواهد شد. سیستم‌های ناپیوسته اصولاً دارای دینامیک کامل بوده و دارای حالت ماندگار نمی‌باشند که این مسئله به دلیل تغییرات وسیع نقطه‌ی کار در طول مدت واکنش می‌باشد.

در صنایع شیمیایی واکنش ها به دو دسته ی گرمازا و گرماگیر تقسیم بندی می شوند. واکنش های گرمازا با گرفتن مقداری انرژی اولیه آغاز شده و در طول مدت واکنش به محیط اطراف خود انرژی حرارتی تحویل می دهند. این مسأله دلیل ناپایدار بودن واکنش های گرمازا به صورت حلقه ی باز می باشد. در این پروژه نیز واکنش پلیمریزاسیون حلالی رادیکال آزاد PMMA<sup>۱</sup> گرمازا می باشد.

از جمله مسائل مهم در فرآیندهای ناپیوسته، مدت زمان یک سیکل فرآیند می باشد. برای رسیدن به محصولی با کیفیت دلخواه، به اعمال پروفایل در یک بازه ی زمانی نیاز می باشد که معمولاً این بازه ی زمانی طولانی است. در تولیدات صنعتی به منظور برآوردن احتیاجات مشتری بهتر است که به جای افزایش تجهیزات صنعتی، پروفایل اعمالی طوری طراحی گردد که در سیکل های کوتاه تر، بتوان به محصول مطلوب دست یافت. به دلایل ذکر شده در بالا مسأله ی کنترل دمای راکتور ناپیوسته که در ابتدا ساده به نظر می رسید، در بین مهندسين کنترل و فرآیند به یک موضوع رقابتی تبدیل می گردد. در این فرآیندها دیگر نمی توان از کنترل های عمومی ساده سود جست و باید الگوریتم های پیشرفته ی کنترلی که نیاز به پردازشگرهایی قوی تر دارند، استفاده کرد.

خوشبختانه با پیشرفت سریع پردازشگرها و بالا رفتن قدرت و سرعت آنها، دیگر مشکل نبودن پردازشگرهای قوی به منظور دنبال کردن فرآیند وجود ندارد.

واژه کنترل در فرآیندهای ناپیوسته، می تواند دارای هر یک از مفاهیم زیر باشد:

- استفاده بهینه از تجهیزات
- زمان بندی کار دستگاه
- حذف اغتشاشات
- تعقیب یک مسیر

---

<sup>۱</sup> . Poly Methyl Methacrylate

زمان بندی و تعیین تواتر عملکرد در راکتورهای ناپیوسته، مساله ای مهم در مهندسی سیستمهای ناپیوسته بوده که مقوله زیادی از تحقیقات و انتشارات می باشد. در این پروژه، هدف، اعمال یک مسیر دمای از پیش تعیین شده و در حقیقت تعقیب مسیر و حذف اغتشاشات است. در کل، کنترل راکتور ناپیوسته، تبدیل به اعمال یک مسیر از پیش تعیین شده یا تعیین شونده بصورت همزمان با پیشرفت واکنش دما بوده که داری سه فاز اساسی Isothermal, Heat up, Cooling down می باشد.

### ۱-۵- راه حل‌های ارائه شده

تا اواخر دهه ۶۰ مهندسين کنترل علاقه ای به تمرکز روی فرآیندهای ناپیوسته نشان نمی دادند و در عوض علاقه مند به کار روی فرآیندهای پیوسته بزرگ بودند. با توجه به حرکت از تولیدات پیوسته با مقادیر زیاد به تولید محصولات گوناگون، مهندسين شروع به کار روی کنترل فرآیندهای ناپیوسته نمودند. آنها متوجه شدند که الگوریتمهای ساده کنترلی موجود، برای کنترل سیستمهای شدیداً غیرخطی که شناخت کاملی از دینامیکهای آن نیز در دسترس نمی باشد، مناسب نیست. نشان داده شده که مطالعه روی فرآیندهای شیمیایی می تواند به توسعه کنترل فرآیند ناپیوسته کمک نماید و زمان یک سیکل ناپیوسته را کاهش دهد. از جمله تحقیقات انجام گرفته در این مورد عبارتند از:

#### ۱-۵-۱- روش کنترل بهینه

در این روش مسیر بهینه‌ای برای متغیرهای حالت و کنترل، از روی قضیه‌ی کنترل بهینه به دست آمده و به صورت حلقه باز به فرآیند ناپیوسته اعمال می گردد.

مسائل توأم با این سیاست عبارتند از: (۱) مسیرهای محاسبه شده بر پایه‌ی شناخت دقیق از شرایط اولیه و با فرض عدم وجود اغتشاش می باشد که در حالت عملی هیچ وقت این شرط برقرار نمی گردد. (۲) این سیاست برای نزدیک تر کردن لحظه‌ای بعضی خصوصیات و یا مقادیر به مقداری از پیش تعیین شده می باشد. بنابراین برای

رسیدن به این هدف پیش بینی اغتشاشات وارد شونده در طول مدت فرآیند و جبران این اغتشاشات ضروری می باشد.

در مرجع [۴] تعدادی از این مقالات باز نگری شده است. در مرجع [۵] نیز با استفاده از تئوری کنترل مقاوم، طراحی تازه ای برای کنترل سیستمی با دینامیک های غیر خطی.

$$\dot{X} = f(x) + g(x).u(t)$$

$$Y(t) = h(x)$$

ارائه شده است. موضوع کنترل، تعقیب یک مسیر بهینه ی محاسبه شده به صورت Off – Line می باشد.

### ۱-۵-۲- روش های خطی سازی دقیق

استفاده از روش خطی سازی دقیق، شرایط انتقال سیستمی غیر خطی را به معادل خطی آن، بدون کاهش دقت فراهم می آورد. این مفهوم با مفاهیم متداول خطی سازی تقریبی در همسایگی یک مرجع کاملاً متفاوت است. در این روش خروجی به صورت تابعی خطی از حالت های سیستم انتقال یافته می باشد و دانستن متغیرهای حالت و پارامترهای سیستم ضروری است. در حالی که نتوان متغیرهای حالت را به صورت مستقیم اندازه گیری کرد، می توان با استفاده از یک شبیه ساز متغیرها را تخمین زد و آنها را به کار گرفت. در مرجع [۶] روش  $GLC^1$  روی یک سیستم پلیمریزاسیون ناپیوسته پیاده شده است که به نتایج مطلوبی نیز رسیده است. کنترلر خطی مورد استفاده در این پروژه کنترلر پیش بین بوده و با آزمایش های گوناگون نشان داده شده است که کنترلر طراحی شده در مقابل اغتشاشات و عدم قطعیت روی شرایط اولیه و پارامترها مقاوم بوده و سیستم طراحی شده در همه ی حالات به تعقیب پروفایل دمای بهینه می پردازد. در فصل دوم این روش کنترلی به صورت مفصل مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۱-۶- مراحل انجام پروژه

سیستم راکتور پلیمریزاسیون، سیستمی غیر خطی بوده که دینامیک های کل آن را می توان به دو دسته تقسیم کرد. دسته ی اول دینامیک ها، مربوط به واکنش های شیمیایی درون راکتور و دسته ی دوم دینامیک ها، مربوط به تجهیزات جانبی از قبیل تلفات حرارتی بین حمام، ژاکت و شیلنگ با محیط اطراف، انتقال حرارت از هیتر به روغن، انتقال حرارت از روغن به کوئل می باشد.

قسمتی از دینامیک های غیر خطی سیستم مربوط به دینامیک های واکنش پلیمریزاسیون بوده که به جهت گرمازا بودن این واکنش بسیار حائز اهمیت می باشد. دینامیک های واکنش پلیمریزاسیون دارای حالت های زیادی بوده که به جای آن می توان از مدل ساده شده استفاده کرده و با تقریب، حالت ها را به حالت های کمتری کاهش داد.

در مورد دینامیک های تجهیزات جانبی سیستم به علت در دسترس نبودن مقادیر صحیح بعضی پارامترها، از تخمین این پارامترها به جای آنها استفاده می گردد. برای تخمین این پارامترها از تعدادی آزمایش های عملی استفاده شده است. بعد از کاهش مرتبه ی سیستم و تخمین پارامترهای مدل سیستم با استفاده از الگوریتم کنترل غیر خطی GLC سیستم را کنترل می نمایم.

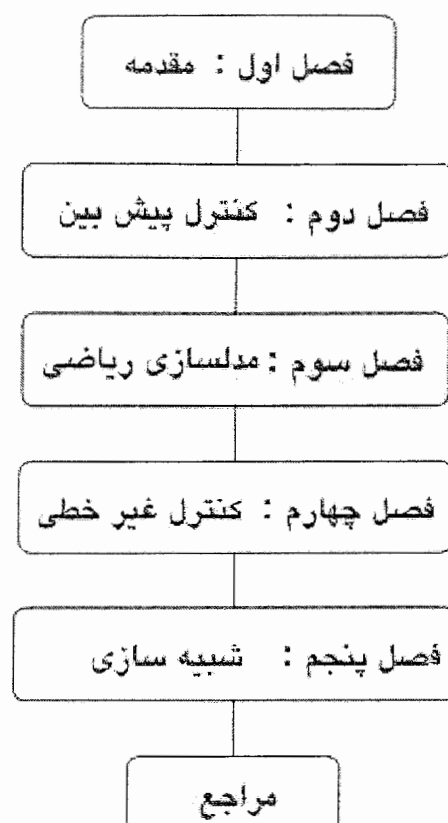
کارهای انجام شده در این پروژه به صورت مختصر عبارتند از:

- مدل سازی فرآیند به صورت کامل و ساده سازی مدل

- انتخاب الگوریتم کنترلی و شبیه سازی

- بررسی پایداری

مطالب ارائه شده در پایان نامه





## ۲-۱- نگاهی کلی به MPC:

کنترل مدل پیش بین در واقع مجموعه ای وسیع از استراتژیهای مختلف می باشد. که حول یک ایده اصلی رشد یافته اند. ایده هایی که کم و بیش در تمامی روشهای MPC وجود دارند عبارتند از:

۱. استفاده از یک مدل برای پیش بینی خروجی فرآیند در لحظات بعد
۲. بدست آوردن دنباله ای از سیگنالهای کنترلی بگونه ای که یک تابع هدف خاص حداقل شود.
۳. اعمال اولین سیگنال کنترلی از دنباله محاسبه شده به فرآیند و انجام دوباره مراحل فوق در نمونه برداری بعدی.

تفاوت روشهای مختلف MPC در نوع مدل مورد استفاده برای فرآیند و نیز نويزهای سیستم می باشد. همچنین تفاوتی در تابع هزینه ای که باید حداقل شود نیز مشاهده می شود. در حال حاضر فرآیندهای متعددی وجود دارند که توسط MPC کنترل می شوند. این فرآیندها محدوده وسیعی، از کنترل فرآیندهای شیمیایی تا کنترل رباتها را شامل می شوند. برای مثال می توان به کاربرد آن در رباتها [۷]، بیهوشی [۸]، صنایع سیمان [۹]، برج تقطیر و فرآیند تولید PVC [۱۰] اشاره نمود. کیفیت کنترل در سیستمهای موجود بیانگر قابلیتهای MPC در زمینه های مختلف کنترل است. مهمترین ویژگیهای MPC نسبت به سایر روشهای کنترل عبارتند از:

۱. قابل درک بودن مفاهیم پایه ای این روش
۲. تنوع فرآیندهایی که توسط MPC قابل کنترل می باشند، از جمله فرآیندهای ناپایدار و غیر مینیموم فاز
۳. سادگی گسترش از حالت SISO به MIMO
۴. جبران Dead Time به صورت ذاتی
۵. پیاده سازی کنترل Feedforward برای جبران اغتشاشات قابل اندازه گیری به سادگی امکان پذیر است.
۶. پیاده سازی این روش کنترلی بصورت خطی ساده می باشد.

۷. در نظر گرفتن محدودیتهای عملکرد سیستم به سادگی امکان پذیر است.

۸. داشتن منحنی مرجع کمک قابل توجهی به ساده کردن کنترلر می نماید.

در عین حال این روش دارای معایبی نیز هست. با آنکه کنترلر حاصل خطی بوده و پیاده سازی آن ساده می باشد، طراحی این کنترل کننده نسبت به PID بسیار مشکلتر بوده و به محاسبات پیچیده تری نیاز دارد.

مهمترین ضعف MPC، نیاز این روش به یک مدل از فرآیند می باشد و کیفیت کنترلر طراحی شده تا حدود زیادی بستگی به تطابق این مدل با سیستم واقعی دارد. یکی دیگر از مشکلات کنترلر پیش بین در حال حاضر کمبود مطالعات در زمینه پایداری و مقاوم پذیری<sup>۱</sup> بویژه در حالت افق محدود می باشد.

## ۲-۲- تاریخچه:

در سالهای پایانی دهه ۷۰ میلادی مقالاتی به چاپ رسید که تمایل بکارگیری MPC در صنعت در آنها نمودار بود. در این بین می توان به کارهای Richalet [۱۱و۱۰] در زمینه MPHC(Model Predictive Heuristic Control) اشاره کرد همچنین بعد از آن در سال ۱۹۸۰ می توان از مقایسه Culter و Ramakte [۱۲] در زمینه DMC نام برد. در MPHC از پاسخ ضربه و در DMC از پاسخ پله برای مدل سازی فرایند استفاده شده و برای محاسبه ورودی فرآیند در آینده از حداقل کردن خطا با توجه به محدودیتهای ورودیها و خروجیها استفاده گردیده است و بهینه سازی در هر نمونه برداری با توجه به اطلاعات دریافتی جدید انجام می گیرد.

فلسفه Receding Horizon، یعنی اعمال اولین المان ورودیهای محاسبه شده، به فرآیند و انجام محاسبات در نمونه برداری بعدی، نخستین بار در سال ۱۹۶۳ توسط Propoi [۱۳] در چهار چوب "open loop optimal feedback" مطرح گردید که این مبحث در دهه هشتاد بسیار مورد توجه قرار گرفت.

MPC به سرعت در صنایع شیمیایی مورد توجه واقع شد که علت اصلی این امر، استفاده از مدل پاسخ ضربه و پاسخ پله بود. این مدلها اگر چه به پارامترهای زیادی نیاز دارند ولی در عوض کاملاً حسی بوده و برای اپراتورها و تکنسین ها در صنعت براحتی قابل فهم می باشند.

از سوی دیگر این مدلها به اطلاعات پایه ای بسیار کمی در مورد فرآیند نیاز دارند [۱۴]. بیشتر این کنترلها در سیستمهای چند متغیره پیاده سازی شده اند. علیرغم این موفقیتها، اطلاعات تئوریک و فرموله شده ناچیزی در زمینه پایداری و مقاوم پذیری این روش بویژه در حالت افق محدود وجود دارد و عملاً تحلیل پایداری و مقاوم پذیری در این سیستمها بسیار پیچیده و مشکل می باشد.

در همان زمان که تئوری MPC شکل می گرفت، تحقیقاتی پیرامون یکی از زیر شاخه های کنترل تطبیقی نیز صورت گرفت که از آن جمله می توان به مقاله Predictor Based self tuning control [۱۵] اشاره کرد که در آن یک تابع درجه دو در افق کنترل، طبق مقادیر پیش بینی شده خروجی فرآیند، حداقل می شود. در این زمینه همچنین می توان از کار Ydsite تحت عنوان Extended horizon Adaptive control (EHAC) [۱۶] نیز نام برد. در این روش سعی می شود که خروجی، تا حد امکان نزدیک سیگنال مرجع قرار گیرد.

در سال ۱۹۸۷، Clarke، GPC [۱۷] را برای نخستین بار مطرح کرد. GPC در واقع از ایده GMV (Generalized Minimum Variance) [۱۸] استفاده می کند و در حال حاضر متداولترین الگوریتم MPC در صنعت و در مراکز تحقیقاتی می باشد. همچنین، تا کنون مطالعات زیادی در این زمینه صورت گرفته است.

نتایج این مطالعات و تحقیقات، فرمول بندیهای گوناگونی بوده است که هر یک در زمینه ای خاص سبب سهولت طراحی یا محاسبات می گردند. مهمترین این فرمول بندیها عبارتند از:

[۱۹] Multistep Multivariable Adaptive Control (MUSMAR)

---

<sup>۱</sup> Robustness

Multipredictore Receding Horizon Adaptive Control (MURHAC) [۲۰]

Predictive Functional Control (PFC) [۲۱]

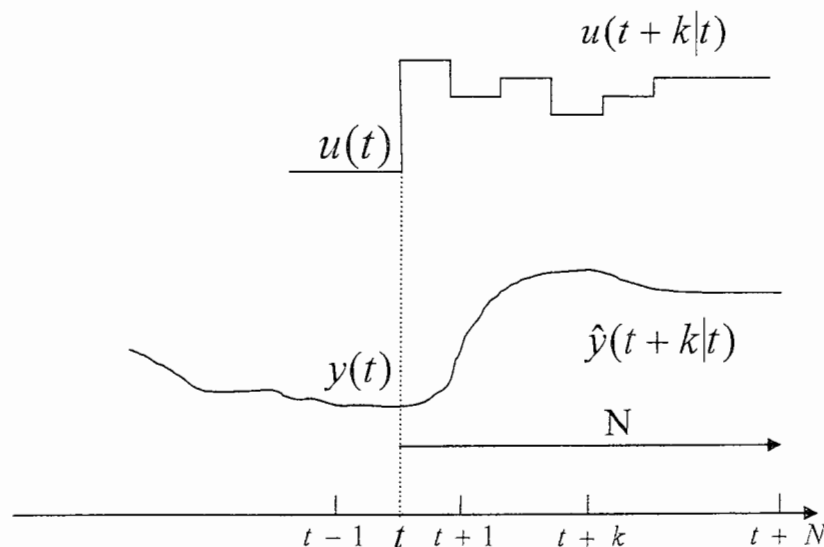
Unified Predictive Control (UPC) [۲۲]

اگر چه از همان ابتدای مطرح شدن GPC، برخی خواص پایداری در حالت افق نا محدود [۲۳] به اثبات رسید، ولی تا کنون مسئله بررسی پایداری در حالت افق محدود همچنان مورد توجه بوده است و یکی از ضعفهای عمده MPC محسوب می شود. به همین دلیل از ابتدای دهه نود میلادی کار بر روی الگوریتمهایی از MPC با پایداری تضمین شده آغاز گردید. نتیجه این تحقیقات تا کنون دو روش CRHPC (توسط Scattolini, Clarck) [۲۴] و SIORHC (توسط Mosca) [۲۵] بوده است

## ۲-۳- مفاهیم پایه ای MPC [۲۶]:

مفاهیم اصلی مشترک در بین الگوریتمهای MPC در شکل (۱-۲) خلاصه شده اند:

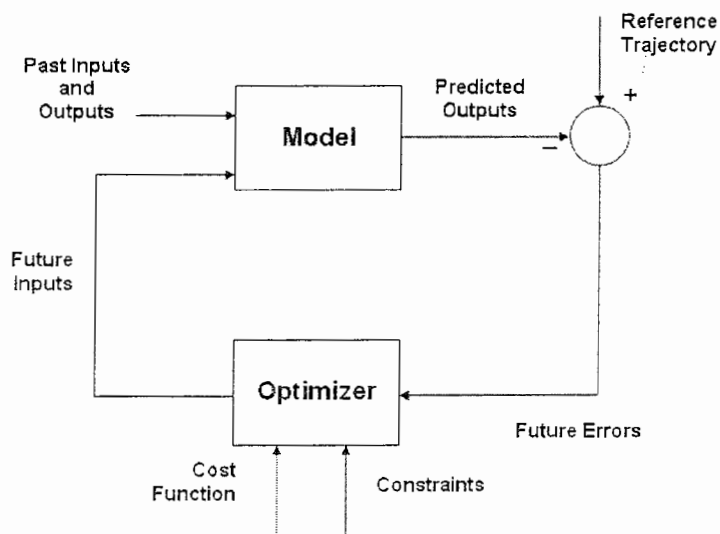
۱. با استفاده از مدل، خروجی فرآیند تا  $N$  مرحله بعد (افق پیش بینی) محاسبه می شود. این خروجی پیش بینی شده، یعنی  $y(t+k|t), k=1,2,\dots,N$  با توجه به اطلاعات موجود ورودی و خروجیها و نیز تغییرات سیگنال کنترلی در آینده محاسبه می شود.



شکل (۱-۲) استراتژی کلی MPC

۲. دنباله سیگنالهای کنترل در آینده با توجه به حداقل سازی یک تابع هدف (و عبارت دیگر تابع هزینه) بدست می آید. این تابع هدف به گونه ای تعریف می شود که تعادلی بین حد بالای سیگنال کنترل و نیز تطابق خروجی فرآیند تحت کنترل با setpoint برقرار نماید.

۳. سیگنال کنترلی  $u(t|t)$  به فرآیند ارسال شده و از سایر سیگنالهای کنترلی محاسبه شده، صرفنظر می کنیم، زیرا در مرحله بعد یعنی  $(t+1)$  دوباره مراحل فوق می بایست تکرار شود. در پیاده سازی MPC معمولاً از الگوی زیر استفاده می شود. در شکل (۲-۲) با داشتن اطلاعات ورودی و خروجی گذشته و نیز در نظر گرفتن تابع هزینه، خروجی در آینده پیش بینی می شود. در این محاسبات، تابع هزینه باید با توجه به محدودیتها حداقل شود.



شکل (۲-۲) ساختار کلی یک سیستم کنترل MPC

همانطور که مشاهده می شود، مدل فرآیند نقش تعیین کننده ای در سیستم کنترل ایفا می کند. مدل مورد استفاده باید در عین سادگی، دینامیک اصلی و غالب فرآیند را بخوبی مدل کند تا بتوان از آن برای پیش بینی خروجی در آینده استفاده کرد.

یکی از متداولترین مدلها در صنعت ، مدل پاسخ ضربه بریده شده می باشد . مهمترین مزیت این مدل ، سادگی در بدست آوردن آن است . برای این منظور کافی است که خروجی فرآیند هنگامی که با یک پالس ورودی تحریک می شود ، ثبت گردد . همچنین این مدل را بسادگی می توان در حالت چند متغیره بدست آورد . عیب اصلی مدل پاسخ ضربه تعداد زیاد پارامترهای است که باید تخمین زده شوند .

مدل تابع انتقال بیشترین مقبولیت را در مراکز دانشگاهی و آکادمیک دارد و در طراحی اکثر کنترل-کننده ها از این مدل استفاده می شود . مدل تابع انتقال نیاز به تخمین پارامترهای کمی دارد و در عین حال برای تمامی فرآیندها (پایدار ، ناپایدار ، فاز غیر مینیموم ) قابل استفاده است . مدل فضای حالت نیز بدلیل سادگی گسترش به حالت MIMO در بعضی الگوریتمهای MPC مورد استفاده قرار گرفته است .

## ۲-۴- فصل مشترک الگوریتمهای مختلف MPC:

الگوریتمهای مختلف MPC دارای المانهای مشترک فراوانی بوده و اختلاف جزئی با یکدیگر دارند . تمام الگوریتمهای MPC دارای سه فصل مشترک زیر می باشند و تفاوت آنها در برخورد با این سه مقوله است . این اصول عبارتند از:

۱- مدل پیش بین (Predictive Model)

۲- تابع هدف (Objective Function)

۳- به دست آوردن قانون کنتری (Obtaining the Control Law)

## ۲-۴-۱- مدل پیش‌بین:

مدل پیش‌بین سنگ زیر بنای MPC است. یک طراحی کامل باید شامل مکانیزمی برای به دست آوردن بهترین مدل ممکن باشد. این مدل باید تا حد امکان تمام دینامیک‌های سیستم را شامل شود و همچنین باید امکان تحلیل تئوریک و حتی حسی و ذهنی را نیز فراهم آورد.

الگوریتم‌های مختلف MPC از مدل‌های متفاوتی برای بیان روابط بین ورودی‌ها، خروجی‌ها، اغتشاشات قابل اندازه‌گیری و اغتشاشات غیرقابل اندازه‌گیری استفاده می‌کنند. در بعضی از مدل‌ها، اغتشاشات نیز مدل شده و در کنار مدل فرآیند قرار می‌گیرند. مدل حاصل، شامل اثرات فرآیند، انواع اغتشاشات، نویزها و نیز خطاهای مدلسازی خواهد بود. این نکته لازم به یادآوری است که در اکثر الگوریتم‌ها، از پارامترهای مدل اغتشاش جهت تنظیم استفاده می‌شود.

مدل مورد بحث در این بخش شامل دو قسمت مدل فرآیند و مدل اغتشاش می‌باشد.

## ۲-۴-۱-۱- مدل فرآیند:

تقریباً تمامی انواع مدل‌های موجود، در MPC به کنار گرفته شده‌اند. آنچه در ادامه می‌آید فقط مدل‌هایی هستند که به طور متداول و معمول در کتاب‌ها و مقالات مرتبط استفاده می‌شوند.

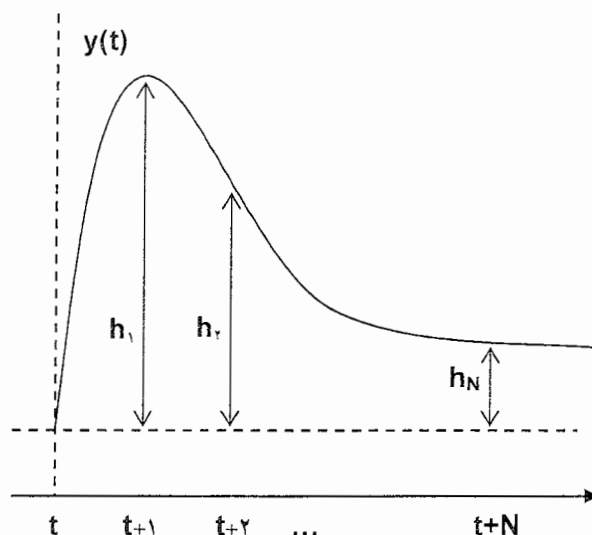
### مدل پاسخ ضربه:

این مدل به عنوان مدل کانولوشن نیز معروف است. در این مدل اگر فرآیند با یک ضربه به ارتفاع واحد تحریک شود شکل (۲-۳) رابطه ورودی-خروجی به صورت زیر خواهد بود:

$$Y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i u(t-i) \quad (1-2)$$

آنچه که در عمل مورد استفاده قرار می‌گیرد،  $N$  جمله اول سری فوق می‌باشد. یعنی:

$$y(t) \cong \sum_{i=1}^N h_i u(t-i) = H(z^{-1})u(t) \\ H(z^{-1}) = h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_N z^{-N} \quad (2-2)$$



شکل (۳-۲) پاسخ ضربه

یکی از اشکالات این روش تعداد زیاد پارامترهای مورد نیاز است، زیرا  $N$  معمولاً در حد ۴۰ تا ۵۰ می‌باشد. پیش‌بینی خروجی در این روش طبق فرمول زیر انجام می‌گیرد:

$$y(t+k/t) = \sum_{i=1}^N h_i u(t+k-i/t) = H(z^{-1})u(t+k/t) \quad (۳-۲)$$

از آنجا که در این روش اثر ورودی بر خروجی کاملاً واضح و قابل درک است، مدل پاسخ ضربه در صنعت کاربرد فراوانی دارد. لازم به توضیح است که در فرایندهای چند متغیره (نظیر اغلب فرآیندهای صنعتی) خروجی‌های مختلف، اثرات  $M$  ورودی مختلف را به صورت زیر منعکس می‌کنند.

$$y_j(t) = \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^N h_i^{kj} U^k(t-i) \quad (۴-۲)$$

در این روش فقط به اطلاعات بسیار کمی از فرآیند نیاز است و کار شناسایی سیستم به مقدار بسیار زیادی ساده می‌شود.

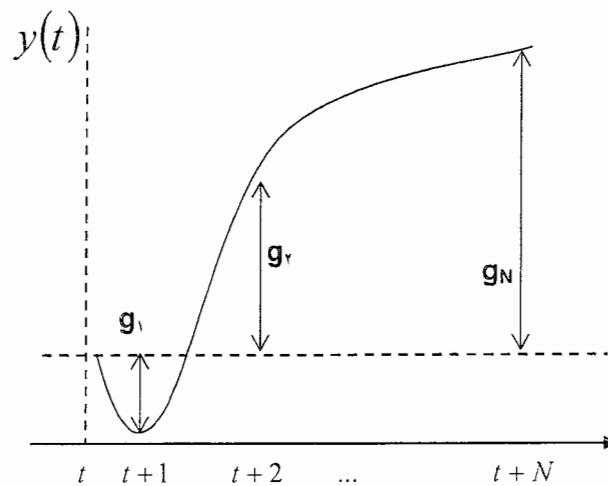
### مدل پاسخ پله :

این مدل بسیار شبیه مدل پاسخ ضربه می باشد با این تفاوت که در این حالت، سیستم با ورودی پله ای شکل به ارتفاع واحد تحریک می شود (شکل ۲-۴). پاسخ بریده شده فرآیند به صورت زیر می باشد.

$$y(t) = y_o + \sum_{i=1}^N g_i \Delta u(t+i) = y_o + G(z^{-1}) (1 - z^{-1}) u(t) \quad (2-5)$$

بدون از دست دادن کلیت فرمول فوق، می توان  $y_o$  را صفر فرض کرد. در این صورت پیش بینی توسط مدل فوق بدین صورت انجام می گیرد:

$$\hat{y}(t+k/t) = \sum_{i=1}^N g_i \Delta U(t+k-i/t) \quad (2-6)$$



شکل (۲-۴) پاسخ پله

این روش مزایا و معایبی همانند روش پاسخ ضربه دارد که از تکرار آنها خودداری می شود.

### سایر مدل‌ها:

مدل‌های غیرخطی در بعضی از کاربردهای MPC به کار گرفته شده‌اند ولی عیب مدل غیرخطی در آن است که مرحله بهینه‌سازی را بسیار پیچیده و مشکل می‌کند. در بعضی از کاربردها از مدل شبکه عصبی [۲۸] و نیز مدل فازی [۲۹] استفاده شده است.

### ۲-۴-۱-۲- مدل اغتشاش:

انتخاب مدل مناسب برای نشان دادن اثر اغتشاش اهمیت دارد. انتخاب مدل مناسب برای فرآیند دارد. متداول‌ترین مدل مورد استفاده CARIMA است. در این مدل اختلاف بین خروجی فرآیند و خروجی مدل، به صورت زیر است:

$$n(t) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e(t) \quad (11-2)$$

که چند جمله‌ای  $D(z^{-1})$  شامل عبارت  $\Delta = 1 - z^{-1}$  است.  $e(t)$  نویز سفید گوسی با میانگین صفر بوده و چند جمله‌ای  $C(z^{-1})$  معمولاً برابر ۱ در نظر گرفته می‌شود.

این مدل برای دو نوع از اغتشاشات کاملاً مناسب است. نوع اول اغتشاشاتی هستند که به صورت تغییرات تصادفی در زمان‌های تصادفی ایجاد می‌شوند نظیر تغییر کیفیت مواد خام ورودی سیستم در راکتورهای پلیمریزاسیون ناپیوسته و نوع دوم اغتشاشاتی هستند که به صورت حرکت براونی رخ می‌دهند. مدل CARIMA به طور مستقیم در الگوریتم‌های UPC, EHAC, EPSAC, GPC و با تغییرات اندکی در سایر الگوریتم‌ها به کار می‌رود.

با داشتن معادله Diophantine زیر:

$$1 = E_k(z^{-1})D(z^{-1}) + z^{-k}F_k(z^{-1}) \quad (12-2)$$

نتیجه خواهد شد:

$$n(t) = E_k(z^{-1})e(t) + z^{-k} \frac{F_k(z^{-1})}{D(z^{-1})} e(t) \quad (13-2)$$

$$n(t+k) = E_k(z^{-1})e(t+k) + F_k(z^{-1})n(t) \quad (14-2)$$

لذا پیش‌بینی به صورت  $\hat{n}(t+k/t) = F_k(z^{-1})n(t)$  خواهد بود.

اگر فرض کنیم برای مدل فرآیند از تابع انتقال استفاده شده است، با فرض

$$D(z^{-1}) = A(z^{-1})(1 - z^{-1})$$

برای پیش‌بینی خروجی رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\hat{y}(t+k/t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} U(t+k/t) + F_k(z^{-1}) \left[ y(t) - \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(t) \right] \quad (15-2)$$

$$\hat{y}(t+k/t) = F_k(z^{-1})y(t) + \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} [1 - z^{-k} F_k(z^{-1})] u(t+k/t) \quad (16-2)$$

با توجه به روابط فوق و رابطه (۱۲-۲) نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$\hat{y}(t+k/t) = F_k(z^{-1})y(t) + E_k(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+k/t) \quad (17-2)$$

## ۲-۴-۲- تابع هدف:

تاکنون توابع هدف (هزینه) متفاوتی در مبحث MPC مورد استفاده قرار گرفته‌اند. هدف آن است که خروجی فرآیند در یک افق مشخص، سیگنال مرجع را دنبال کند و در عین حال انرژی مصرفی برای این کار حداقل ممکن باشد. در اغلب فرآیندهای شیمیایی از تابع هدف به شکل زیر استفاده می‌شود [۲۶]

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (18-2)$$

در بعضی روش‌ها عبارت دوم رابطه فوق در نظر گرفته نمی‌شود و در بعضی روش‌ها علاوه بر در نظر گرفتن میزان تغییرات ورودی ( $\Delta U$ ) خود ورودی‌ها نیز وارد رابطه فوق می‌شوند. حال برای روشن‌تر شدن رابطه فوق، بعضی پارامترهای به کار رفته معرفی می‌شوند.

$N_2$ ،  $N_1$  حداقل و حداکثر افق هزینه (خطا) می‌باشند. باید توجه داشت که  $N_1$  الزاماً منطبق بر  $N_2$  نیست.  $N_1$ ،  $N_2$  در واقع محدوده‌ای را تعیین می‌کنند که لازم است خروجی، سیگنال مرجع را دنبال کند. اگر  $N_1$  مقدار بزرگی انتخاب شود، بدان معناست که خطای خروجی در لحظات اولیه اعمال سیگنال کنترلی مهم نیست.

اگر فرآیند دارای تاخیر  $d$  باشد، بهتر است که  $N_1$  را بزرگتر از  $d$  در نظر گرفت زیرا  $d$  لحظه بعد از اعمال سیگنال کنترلی، خروجی تحت تاثیر این سیگنال قرار خواهد گرفت. همچنین در فرایندهای غیرمینیمم فاز این پارامتر اجازه می‌دهد که لحظات اولیه بعد از اعمال سیگنال کنترلی از تابع هدف حذف شوند.

ضرایب  $\delta(i)$  و  $\lambda(i)$  به عنوان وزنه برای خطای خروجی و تغییرات ورودی استفاده می‌شوند، این ضرایب معمولاً ثابت بوده و یا به صورت نمایی تغییر می‌کنند. به عنوان مثال برای  $\delta(i)$  می‌توان فرض کرد:

$$\delta(j) = \alpha^{(N_2-j)} \quad (19-2)$$

در رابطه (19-2) اگر  $0 < \alpha < 1$  باشد، بدان مفهوم است که خطاهای لحظات دورتر از  $t$  وزنه بیشتری دارند و بیشتر مورد توجه هستند لذا سیگنال کنترلی، حرکت ملایمتری خواهد داشت. از سوی دیگر چنانچه  $\alpha > 1$  بدان معناست که خطای خروجی در لحظات اولیه مهمتر است لذا سیگنال کنترلی حرکت شدیدتری خواهد داشت تا بتواند در همان لحظات اولیه، خروجی را به سیگنال مرجع نزدیک کند. پارامترهای  $\delta(j)$  و  $\lambda(j)$  معمولاً به عنوان عواملی برای کنترل کردن رفتار کنترل‌کننده به کار می‌روند. یکی از مزایای MPC آن است که با داشتن مسیر مرجع در آینده، ورودی خود را پیشاپیش تنظیم کرده و اثرات دینامیک نامطلوب فرآیند را جبران (خشی) می‌کند.

مسیر مرجع  $r(t+k)$ ، در بسیاری از کاربردها از قبل مشخص است که از مهمترین این کاربردها رباتیک و فرآیندهای batch می‌باشند. در سایر کاربردها که مسیر مرجع ثابت بوده و زمان تغییر آن مشخص است، می‌توان بدینوسیله بهبود چشمگیری در کیفیت کنترل ایجاد کرد.

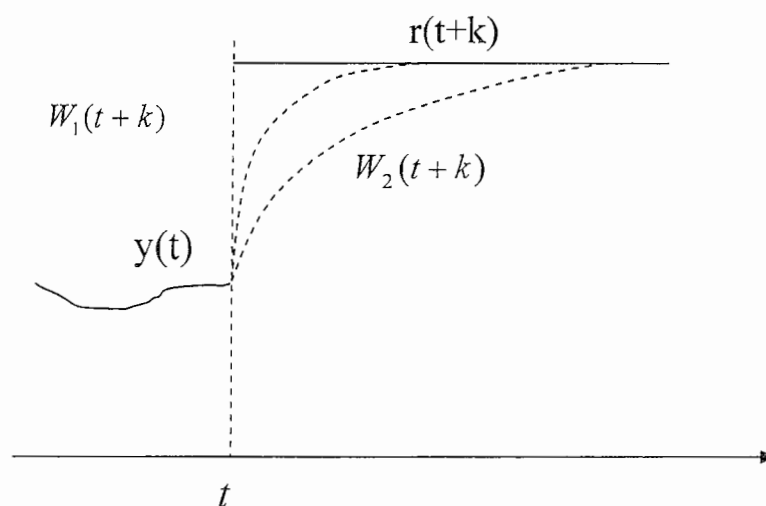
اکثر الگوریتم‌هایی که تابع هدف را حداقل می‌کنند در عوض  $r(k)$  از سیگنال  $w(k)$  استفاده می‌کنند که الزاما به  $r(k)$  همگرا نخواهد شد. این مسیر اکثر اوقات یک مسیر هموار از خروجی کنونی سیستم نسبت به سیگنال مرجع مطلوب است.

$$\begin{aligned} w(t) &= y(t) \\ w(t+k) &= \alpha w(t+k-1) + (1-\alpha)r(t+k) \quad k=1,2,\dots,N \end{aligned} \quad (20-2)$$

$\alpha$  پارامتری بین صفر و یک است که هر قدر به یک نزدیکتر باشد منحنی حاصل ملایم‌تر و هموارتر خواهد بود. در شکل (2-5) منحنی  $w_1$  بازای یک  $\alpha$  کوچک و  $w_2$  بازای یک  $\alpha$  بزرگ (نزدیک یک) رسم شده است.

استراتژی دیگری که در برخی الگوریتم‌ها به کار رفته است به صورت زیر می‌باشد:

$$w(t+k) = r(t+k)\alpha^k [y(t) - r(t)] \quad (21-2)$$



شکل (2-5) مسیر مرجع

این استراتژی در حالتی که سیگنال مرجع  $r(k)$  متغیر با زمان باشد به صورت دنبال کردن مقدار مرجع (Tracking) کاربرد فراوانی دارد.

تمامی فرآیندها در واقعیت دارای محدودیت‌هایی هستند به عنوان مثال عملگرها دارای محدوده کاری مشخص و همچنین slew rate محدود هستند. همچنین شیرهای کنترل در محدوده کاملاً باز و کاملاً

بسته قرار می گیرند و حالتی خارج از این محدوده ها برای آنها تعریف نشده است. محدودیت های ایمنی یا محیطی و حتی فنی سبب ایجاد محدودیت هایی در فرآیند هستند، به عنوان مثال ارتفاع مایع در یک مخزن یا جریان در درون یک لوله و حداکثر فشار و دما، هر یک دارای محدودیت می باشند. از سوی دیگر به دلیل مسائل اقتصادی، نقطه کاری فرآیند همواره باید در محدوده مشخصی قرار گیرد. محدودیت ها اکثر اوقات برای اندازه ورودی، تغییرات ورودی و اندازه خروجی در نظر گرفته می شوند.

$$U_{\min} \leq U(t) \leq U_{\max}$$

$$dU_{\min} \leq U(t) - U(t-1) \leq dU_{\max} \quad (2-22)$$

$$y_{\min} \leq y(t) \leq y_{\max}$$

با اضافه کردن این محدودیت ها به تابع هزینه کار بهینه سازی مشکل تر می شود و دیگر راه حل تحلیلی برای این منظور وجود نخواهد داشت و باید آن را به صورت عددی حل کرد.

## ۲-۴-۳- بدست آوردن قانون کنترل:

برای به دست آوردن  $u(t+k/t)$  باید تابع هدف را حداقل کرد. برای این منظور باید  $y(t+k/t)$  را بر حسب ورودی ها و خروجی های گذشته و مقادیر ورودی در آینده، محاسبه کرد و در رابطه قرار داد. در حالتی که مدل خطی بوده و محدودیتی وجود نداشته باشد، می توان پاسخی تحلیلی برای تابع هزینه به دست آورد. در غیر این صورت باید به کمک روش های عددی این مساله بهینه سازی را حل کرد. در هر حال، هر الگوریتمی که استفاده شود، حل این مساله از آنجا که شامل  $N_p - N_1 + 1$  (در حدود ۱۰ تا ۳۰) مجهول مستقل می باشد کار مشکل و پیچیده ای خواهد بود. برای کاهش این مجهولات می توان حرکت  $u(t)$  را پیروی قاعده خاصی نمود [۳۰] به عنوان مثال می توان فرض کرد که پس از زمان خاصی  $u(k)$  ثابت می ماند و یا اینکه در افق کنترل چندین بازه زمانی تعریف کرد که  $u(k)$  در هر یک از آنها ثابت است و این قاعده مند کردن حرکت  $u(k)$  سبب بهبود در پایداری سیستم

می‌گردد. با اضافه کردن این محدودیت‌ها به تابع هدف کار بهینه‌سازی مشکل‌تر می‌شود و دیگر راه حل تحلیلی برای این منظور وجود نخواهد داشت و باید آن را به صورت عددی حل کرد.

## ۲-۵- انتخاب الگوریتم MPC:

همانطور که در بخش‌های قبل نیز عنوان گردید، الگوریتم‌های مختلفی از MPC موجود هستند که هر یک در کاربردهایی خاص سبب سهولت محاسبات و یا طراحی می‌شوند. در این بین GPC روشی است که امروزه بیشترین مقبولیت و کاربرد را در صنعت و دانشگاه دارد:

۱- مقبولیت و کاربرد وسیع در دانشگاه و صنعت

۲- وجود مراجع متعدد از پیاده سازی موفقیت آمیز این روش در واحدهای صنعتی

۳- کار عملی و تحقیقاتی وسیع در مورد GPC

۴- بسیاری از روش‌های موجود از GPC مشتق شده و یا حالت خاصی از آن می‌باشند.

۵- استفاده از تابع تبدیل و در نتیجه امکان بررسی کیفی (و نه صرفاً کمی) طراحی

۶- سهولت در گسترش به حالت چند متغیره

## ۲-۶- پاسخ آزاد و اجباری<sup>۱</sup>:

پاسخ آزاد و اجباری، از خصوصیات عمومی بیشتر روشهای MPC می‌باشند.

این روش، برپایه بسط سیگنال کنترلی به مجموع دو سیگنال به صورت زیر می‌باشد.

$$u(t) = u_f(t) + u_e(t) \quad (2-23)$$

سیگنال  $u_f(t)$  به ورودیهای گذشته بستگی داشته و مقدار آن در آینده، ثابت و برابر آخرین سیگنال کنترلی محاسبه شده در مرحله قبل می‌باشد.

---

<sup>۱</sup> Free and Forced Response

$$\begin{aligned} u_f(t-j) &= u(t-j) & \text{for } j &= 1, 2, \dots \\ u_f(t+j) &= u(t-1) & \text{for } j &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (24-2)$$

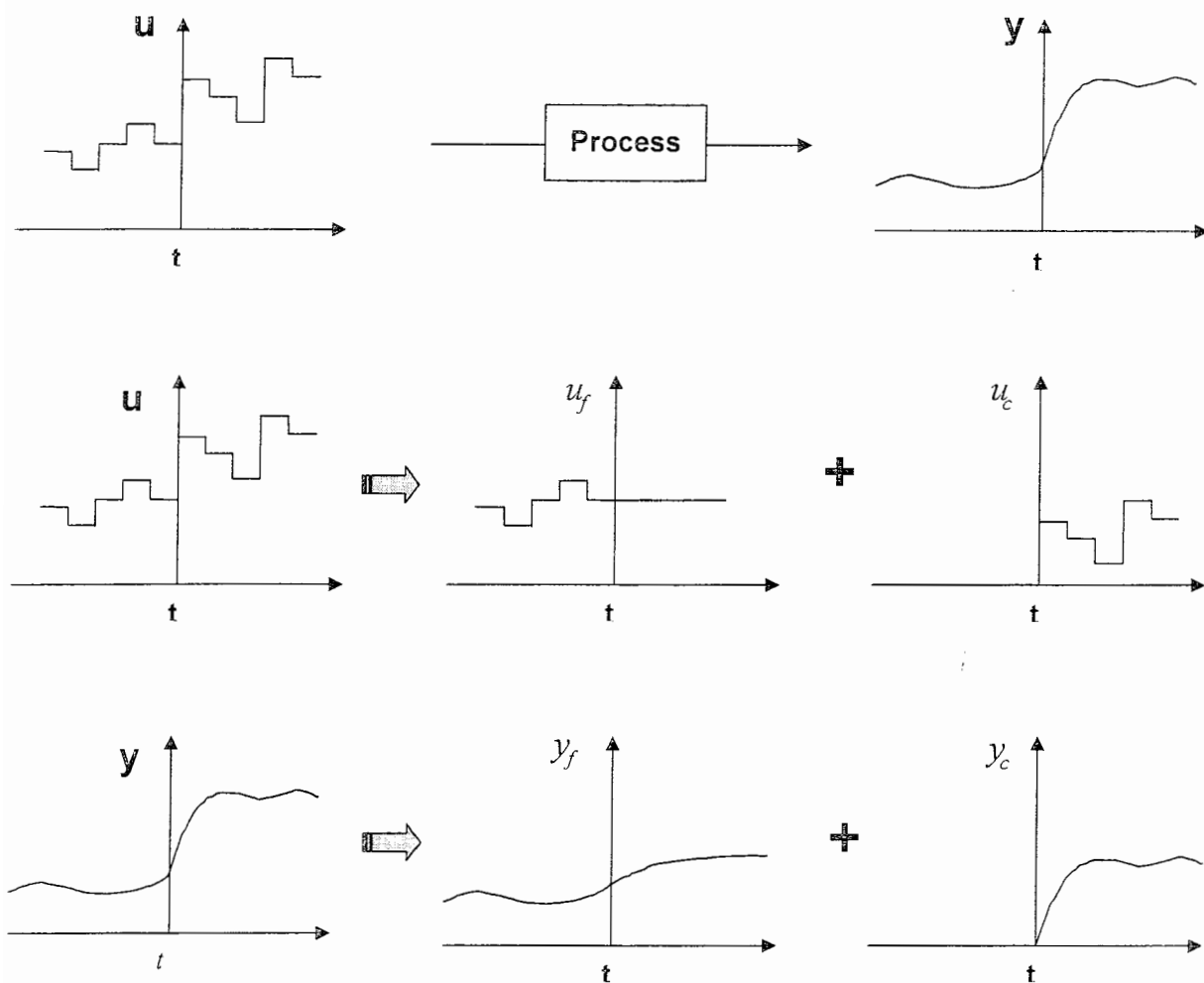
سیگنال  $u_c(t)$  در لحظات گذشته برابر صفر بوده و در لحظات آینده، برابر میزان تغییر سیگنال کنترلی می باشد.

$$\begin{aligned} u_c(t-j) &= 0 & \text{for } j &= 1, 2, \dots \\ u_f(t+j) &= u(t+j) - u(t-1) & \text{for } j &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (25-2)$$

خروجی پیش بینی شده نیز به دو قسمت، همانطور که در شکل (۶-۲) نشان داده شده است، تقسیم می شود.

یکی از خروجیها  $y_f(t)$  پاسخ آزاد پیش بینی خروجی است، هنگامیکه متغیرهای ساخته شده فرآیند برابر  $u_f(t)$  باشد و دیگری  $y_c(t)$ ، پاسخ اجباری پیش بینی خروجی است، هنگامیکه این متغیرها، برابر  $u_c(t)$  باشند.

پاسخ آزاد سیستم، مربوط به تغییرات فرآیند، بسته به حالات کنونی آن است، در حالیکه پاسخ اجباری سیستم مربوط به تغییرات سیگنال کنترلی در آینده می باشد.



شکل (۶-۲) پاسخ اجباری و پاسخ آزاد

## ۷-۲- کنترل پیش بین تعمیم یافته (GPC):

اگرچه روشهای کنترل بهینه و Self Tuning پیشرفت چشمگیری در دهه گذشته داشته اند ولی هنوز قادر به کنترل سیستمهای خاص مانند غیر می نیمم فاز، ناپایدار در حالت حلقه باز، سیستمهای با زمان مرده نامشخص و مرتبه نامعلوم نیستند.

الگوریتمی که برای کنترل این سیستمها بکار برده می شود، فقط قادر به جبران یکی از سیستمهای غیر می نیمم فاز، ناپایدار در حالت حلقه باز، سیستمهای با زمان مرده نامشخص و مرتبه نامعلوم می باشد. به عنوان مثال: برخی الگوریتمها مانند Pole Placement, LQG عملکرد مناسب در مورد سیستمهایی که دارای مرتبه نامشخص می باشند، ندارند و یا روشهای می نیمی واریانس به زمان مرده سیستم، بسیار حساس می باشند. بنابراین اینگونه کنترلرها در مورد سیستمهایی که دارای زمان مرده متغیر می باشند، عملکرد نامطلوبی دارند.

الگوریتم GPC در حقیقت برای برطرف نمودن تمامی مشکلات موجود معرفی گردیده است. این الگوریتم، توانایی کنترل پایدار فرآیندهایی با پارامترهای متغیر مانند زمان مرده و فرآیندهایی که در آنها مرتبه مدل سیستم دائماً در حال تغییر است، را دارد. این الگوریتم همچنین برای سیستمهایی که در حالت حلقه باز، ناپایدار هستند، و سیستمهای غیر می نیمم فاز، عملکرد مناسبی دارد.

در حقیقت GPC از الگوریتمهایی مانند Pole Placement و Minimum variance برای عملکرد خود استفاده می کند.

الگوریتم GMV الگوریتمی است که در برابر تغییر مرتبه مدل، مقاوم است ولی در حالتی که زمان مرده سیستم متغیر است عملکرد مطلوبی ندارد.

الگوریتم Pole Placement که از حل یک معادله Diophantine برای ارتباط بین شناسایی سیستم و محاسبات کنترلی استفاده می کند، رفتار مناسبی در حالتی که dead time سیستم متغیر است، دارد ولی در مورد سیستمهایی که دارای مرتبه مشخصی نیستند، عملکرد مناسبی ندارد. بعلاوه در GPC اغتشاشات موجود در محیط نیز در نظر گرفته می شود.

روش GPC اولین بار توسط Clarke [۱۷] معرفی گردید و هم اکنون به متداولترین روش MPC در صنعت و دانشگاه تبدیل شده است. GPC از مدل تابع تبدیل برای محاسبات خود استفاده می کند.

ایده اصلی در GPC محاسبه دنباله ای از سیگنالهای کنترلی، به نحوی است که یک تابع هزینه را که در افق معینی تعریف شده است، حداقل کنند.

GPC فصل مشترک زیادی با سایر الگوریتمهای MPC دارد. از جمله مزایای آن کنترل فرآیندهای ناپایدار و غیر می نیمم فاز می باشد. در GPC مفهوم افق کنترل و تغییرات وزنه های کنترلی بخوبی قابل درک است.

## ۲-۸- فرمول بندی GPC توسط معادلات Diophantine :

بیشتر سیستمهای تک ورودی \_ تک خروجی، حول یک نقطه کاری خاص و پس از خطی سازی به صورت زیر قابل توصیف می باشند.

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})e(t) \quad (26-2)$$

که  $y(t)$  و  $u(t)$  رشته های خروجی و کنترلی سیستم و  $e(t)$  نویز سفید با میانگین صفر می باشد. چند جمله ایهای  $A$ ,  $B$ ,  $C$  به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_{nc} z^{-nc} \end{aligned} \quad (27-2)$$

که در معادلات فوق  $d$ ، زمان مرده (dead time) سیستم می باشد. مدل فوق به مدل CARMA معروف است. در بیشتر کاربردهای صنعتی که در آنها اغتشاشات غیر ایستا (Non-Stationary) وجود دارد [۱۷] از مدل CARIMA به صورت زیر استفاده می شود.

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (28-2)$$

که در آن  $\Delta = 1 - z^{-1}$ ، برای سادگی محاسبات  $C = 1$  در نظر می گیریم.

الگوریتم کنترل پیش بین تعمیم یافته (GPC) شامل اعمال یک رشته ورودی کنترلی به سیستم به گونه ای است که تابع هزینه چند مرحله ای به فرم زیر را مینیمم کند.

$$J(N_1, N_2, N_n) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_1} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (29-2)$$

در معادله فوق  $\hat{y}(t+j|t)$  مقدار خروجی پیش بینی شده برای سیستم، زمرحله بعد از زمان  $t$  می باشد،  $N_1$  و  $N_2$ ، مینیمم و ماکزیمم افق پیش بینی،  $N_n$ ، افق کنترل،  $\delta(j)$ ،  $\lambda(j)$  وزن های خطا و تغییر سیگنال کنترل و  $w(t+j)$  مسیر سیگنال مرجع می باشند. بدون از دست دادن کلیت مسئله می توان  $\lambda(j) = \lambda$ ،  $\delta(j) = 1$  را در نظر گرفت.

هدف کنترل پیش بین، محاسبه رشته کنترلی  $u(t), u(t+1), \dots$  به گونه ای است که خروجی فرآیند در آینده یعنی  $y(t+j)$  تا حد امکان سیگنال مرجع  $w(t+j)$  را دنبال کند. معادلات Diophantine زیر را در نظر بگیرید:

$$1 = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad (30-2)$$

$$\tilde{A}(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1})$$

چند جمله ایهای  $E_j, F_j$  با درجات  $j-1, n_a$  بصورت یکتا تعریف می شوند. این چند جمله ایها را می توان از تقسیم ۱ بر  $\tilde{A}(z^{-1})$  تا زمانی که باقیمانده را بتوان بصورت  $z^{-j}F_j(z^{-1})$  فاکتورگیری کرد بدست آورد. خارج قسمت این تقسیم، چند جمله ای  $E_j(z^{-1})$  خواهد بود. اگر رابطه (۱) در  $\Delta E_j(z^{-1})Z^j$  ضرب شود، در اینصورت خواهیم داشت:

$$\tilde{A}(z^{-1})E_j(z^{-1})y(t+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})a(t+j) \quad (31-2)$$

با توجه به معادله (۳۰-۲)، معادله (۳۱-۲) را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$(1 - z^{-j}F_j(z^{-1}))y(t+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})a(t+j) \quad (32-2)$$

$$\Rightarrow y(t+j) = F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})a(t+j)$$

با توجه به اینکه میانگین نویز سفید مورد نظر، برابر صفر است، بنابراین در رابطه فوق بهترین پیش بینی خروجی به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned}\tilde{y}(t+j|t) &= G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(t) \\ G_j(z^{-1}) &= E_j(z^{-1})B(z^{-1})\end{aligned}\quad (2-33)$$

بسادگی میتوان نشان داد که چند جمله ایهای  $E_j, F_j$  به صورت بازگشتی قابل محاسبه هستند. شکل ساده تر روش اشاره شده در On Generalized Predictive Control: Two Alternative Formulations [31] در زیر آورده شده است.

فرض کنید چند جمله ایهای  $E_j, F_j$  از تقسیم  $\tilde{A}(z^{-1})$  تا جاییکه باقیمانده را بتوان به صورت  $F_j(z^{-1})z^{-j}$  فاکتورگیری کرد، بدست می آیند. چند جمله ایهای فوق بصورت زیر قابل توصیف هستند.

$$\begin{aligned}F_j(z^{-1}) &= f_{j,0} + f_{j,1}z^{-1} + \dots + f_{j,na}z^{-na} \\ E_j(z^{-1}) &= e_{j,0} + e_{j,1}z^{-1} + \dots + e_{j,j-1}z^{-(j-1)}\end{aligned}\quad (2-34)$$

فرض کنید که همین روند برای محاسبه  $E_{j+1}, F_{j+1}$  نیز بکار رود، یعنی  $\tilde{A}(z^{-1})$  تقسیم کرده و کار ادامه می یابد تا جایی که بتوان باقیمانده را بصورت  $F_{j+1}(z^{-1})z^{-(j+1)}$  فاکتورگیری کرد، در اینصورت:

$$F_{j+1}(z^{-1}) = f_{j+1,0} + f_{j+1,1}z^{-1} + \dots + f_{j+1,na}z^{-na} \quad (2-35)$$

واضح است که همان تقسیمی که برای بدست آوردن  $E_j, F_j$  موجود بوده است یک مرحله جلوتر رفته و چند جمله ایهای  $E_{j+1}, F_{j+1}$  بدست آمده اند. چند جمله ای  $E_{j+1}$  برابر است با:

$$\begin{aligned}E_{j+1}(z^{-1}) &= E_j(z^{-1}) + e_{j+1,j}z^{-j} \\ e_{j+1,j} &= f_{j,0}\end{aligned}\quad (2-36)$$

ضرایب چند جمله ای  $F_{j+1}$  به صورت زیر تعریف می شوند:

$$f_{j+1,i} = f_{j,i+1} - f_{j,0}\tilde{a}_{i+1} \quad i=0,1,\dots,na-1 \quad (2-37)$$

چند جمله ای  $G_{j+1}$  نیز به صورت بازگشتی قابل توصیف است.

$$G_{j+1} = E_{j+1}B = (E_j + f_{j,0}z^{-j})B \quad (38-2)$$

$$G_{j+1} = G_j + f_{j,0}z^{-j}B$$

این رابطه بیانگر این مطلب است که  $z$  ضریب اول  $G_j$  در  $G_{j+1}$  حفظ می شوند و ضرایب دیگر توسط رابطه زیر بدست می آیند.

$$g_{j+1,j+i} = g_{j,j+i} + f_{j,0}b_i \quad i=0,1,...,nb \quad (39-2)$$

برای حل مسئله GPC سیگنالهای کنترلی  $u(t), u(t+1), \dots, u(t+N-1)$  باید به گونه ای محاسبه شوند که تابع هدف، حداقل شود. با توجه به اینکه فرآیند، دارای تأخیر زمان مرده (d) می باشد، خروجی فرآیند،  $d+1$  لحظه پس از اعمال ورودی، تحت تأثیر قرار خواهد گرفت. برای بدست آوردن پاسخ سیستم و بدون از دست دادن کلیت مسئله، فرض می کنیم:

$$N_1 = d+1, \quad N_2 = d+N, \quad N_n = N$$

دقت کنید که  $N_1 < d+1$  هیچ کمکی به بهبود کنترل نخواهد کرد و تنها بار محاسباتی را افزایش خواهد داد. همچنین  $N_1 > d+1$  سبب خواهد شد که از اولین لحظات تأثیر ورودی در خروجی سیستم، چشم پوشی شود. برای پیش بینی  $N$  مرحله بعد، نسبت به زمان  $t$  خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+d+1|t) &= G_{d+1}\Delta u(t) + F_{d+1}y(t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) &= G_{d+2}\Delta u(t+1) + F_{d+2}y(t) \\ &\vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) &= G_{d+N}\Delta u(t+N-1) + F_{d+N}y(t) \end{aligned}$$

که به صورت زیر قابل بازنویسی هستند:

$$Y = GU + F(z^{-1})y(t) + G'(z^{-1})\Delta u(t-1) \quad (40-2)$$

در این معادله داریم :

$$U = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \cdots & g_0 \end{bmatrix}$$

$$F(z^{-1}) = \begin{bmatrix} F_{d+1}(z^{-1}) \\ F_{d+2}(z^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}(z^{-1}) \end{bmatrix}$$

$$G'(z^{-1}) = \begin{bmatrix} (G_{d+1}(z^{-1}) - g_0)z \\ (G_{d+2}(z^{-1}) - g_0 - g_1 z^{-1})z^2 \\ \vdots \\ (G_{d+N}(z^{-1}) - g_0 - g_1 z^{-1} - \cdots - g_{N-1} z^{-(N-1)})z^N \end{bmatrix}$$

توجه کنید که دو ترم آخر معادله (۴۰-۲) فقط به مقادیر گذشته بستگی دارند، لذا می توان آنها را با

یکدیگر در یک عبارت به نام  $f$  قرار داد که به آن پاسخ آزاد سیستم، گویند

$$Y = GU + f \quad (۴۱-۲)$$

بنابراین اگر تمامی شرایط اولیه سیستم صفر باشند،  $f$  نیز برابر صفر خواهد شد.

اگر یک سیگنال پله واحد در زمان  $t$ ، بصورت زیر به ورودی اعمال شود:

$$\Delta u(t) = 1, \Delta u(t+1) = 0, \dots, \Delta u(t+N-1) = 0$$

رشته خروجی  $[\hat{y}(t+1), \hat{y}(t+2), \dots, \hat{y}(t+N)]^T$  برابر اولین ستون ماتریس  $G$  خواهد بود.

بدین ترتیب می توان اولین ستون ماتریس  $G$  را بوسیله پاسخ پله سیستم هنگامیکه یک پله واحد به متغیر کنترلی، اعمال می شود، بدست آورد.

پاسخ آزاد سیستم به صورت بازگشتی قابل محاسبه است:

$$f_{j+1} = z(1 - \tilde{A}(z^{-1}))f_j + B(z^{-1})\Delta u(t-d+1) \quad (42-2)$$

$$f_0 = y(t), \Delta u(t+j) = 0 \text{ for } j \geq 0$$

برای معادله (۲) داریم:

$$J = (GU + f - w)^T (GU + f - w) + \lambda U^T U \quad (43-2)$$

$$w = [w(t+d+1), w(t+d+2), \dots, w(t+d+N)]^T$$

معادله (۴۳-۲) نیز به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$J = \frac{1}{2} U^T H U + b^T U + f_0 \quad (44-2)$$

که در آن:

$$H = 2(G^T G + \lambda I)$$

$$b^T = 2(f - w)^T G$$

$$f_0 = (f - w)^T (f - w)$$

مینیمم مقدار تابع هزینه  $J$  با فرض اینکه هیچ شرطی بر روی سیگنال کنترلی وجود ندارد، با برابر صفر قرار دادن گرادیان تابع قابل محاسبه است که در نتیجه:

$$U = -H^{-1}b = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f) \quad (45-2)$$

توجه کنید که سیگنال کنترلی که در حقیقت برای فرآیند ارسال می شود، اولین المان بردار  $u$  است که برابر:

$$\Delta u(t) = K(w - f) \quad (46-2)$$

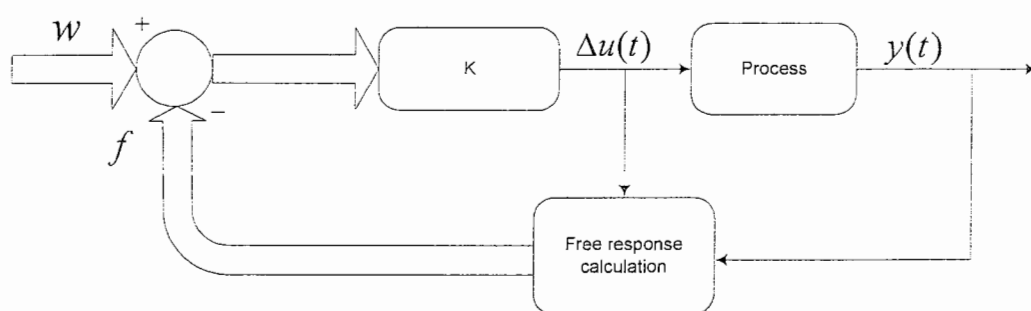
می باشد.  $K$  در رابطه فوق اولین ردیف ماتریس  $(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T$  می باشد.

توصیف عملیات فوق در شکل (۷-۲) نشان داده شده است.

هنگامیکه خطای پیش بینی  $(w - f) = 0$  شود، هیچ تغییری در سیگنال کنترلی نخواهیم داشت و در حقیقت به هدف مورد نظر رسیده ایم و خروجی به نزدیک ترین حالت خود به سیگنال مرجع رسیده است.

در موارد دیگر، تغییر سیگنال کنترلی متناسب با خطای آینده  $(w - f)$  می باشد و ضریب این تناسب برابر  $K$  می باشد. توجه کنید که تغییر سیگنال کنترل، متناسب با خطای آینده است و نه خطای گذشته، که این عمل مشابه عملکرد کنترلرهای حلقه بسته تناسبی می باشد. در حقیقت فقط اولین المان بردار  $U$  به سیستم اعمال شده و عملیات برای زمان نمونه برداری بعدی، تکرار می شود.

حل مسئله GPC، شامل معکوس سازی یک ماتریس  $N \times N$  می باشد، که نیاز به محاسبات زیادی دارد. برای حل این مشکل می توان از افق کنترل برای کاهش محاسبات، استفاده نمود، با فرض اینکه سیگنالهای کنترلی، پس از رسیدن به  $Nu < N$  ثابت بوده و تغییری نخواهند داشت. این عمل باعث می شود، معکوس سازی بر روی یک ماتریس  $N_{\parallel} \times N_{\parallel}$  انجام شود، که عملاً حجم محاسبات را، به صورت چشم گیری کاهش می دهد. به عنوان مثال، در روش EPSAC مقدار  $Nu = 1$  است که حجم محاسبات را تا حد محاسبه یک عدد ثابت، کاهش می دهد. ولی استفاده از افق کنترل، بهینه سازی GPC را، محدود می سازد.



شکل (۷-۲) قانون کنترل در GPC

## ۲-۹- فرمول بندی GPC بدون معادلات Diophantine :

با توجه به معادله (۲-۴۵) برای بدست آوردن قانون کنترل، نیازمند محاسبه ماتریس  $G$  و پاسخ آزاد سیستم هستیم تا سیگنال کنترلی  $U$  بدست آید.

$$U = -H^{-1}b = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f)$$

ماتریس  $G$  ترکیبی از ضرایب پاسخ پله سیستم می باشد که در آن المانهای ستون اول،  $N$  ضریب اول پاسخ پله بوده که به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$g_j = -\sum_{i=1}^j a_i g_{j-i} + \sum_{i=0}^{j-1} b_i \quad (2-47)$$

$$g_k = 0 \quad \forall k < 0$$

$a_i, b_i$  پارامترهای صورت و مخرج تابع تبدیل سیستم می باشند.

پاسخ آزاد سیستم نیز بدون استفاده از معادلات Diophantine قابل محاسبه است. باید در نظر داشت که پاسخ آزاد، پاسخ سیستم با فرض اینکه سیگنالهای کنترلی آینده برابر سیگنال کنترلی قبل از زمان  $t$  یعنی  $u(t-1)$  بوده و اغتشاشات نیز ثابت هستند.

بنابراین برای لحظات بعد از مقدار  $t$ ، مقدار  $\Delta u = 0$  بوده و در نتیجه پاسخ آزاد فقط به میزان تغییرات سیگنال کنترلی قبل از لحظه  $t$  بستگی دارد.

## ۲-۱۰- پارامترهای GPC:

مهمترین پارامترهای GPC  $\lambda, N_1, N_2, N_{\infty}$  می باشند که به توصیف هر کدام از آنها و چگونگی انتخاب آنها می پردازیم. در مورد سیستمهای گوناگون شامل پایدار، ناپایدار، غیر می نیم فاز و فرآیندهای با زمان مرده متغیر و ... انتخاب مقادیر  $N_1, N_2, N_{\infty}$  حائز اهمیت می باشد.

$N_1$ ، مینیمم افق پیش بینی:

$N_2, N_1$  حداقل و حداکثر افق پیش بینی بوده و محدوده ای از لحظات را مشخص می کنند که می خواهیم در آنها، خروجی سیگنال مرجع را، دنبال کند.

در مواردی که زمان مرده سیستم کاملاً مشخص و برابر  $K$  می باشد انتخاب مقادیر کوچکتر از  $K$  برای  $N_1$  تاثیری در خروجی نخواهد داشت و فقط باعث افزایش حجم محاسبات می شود زیرا خروجی سیستم تا لحظه  $K+1$  هیچ تاثیری از ورودی نمی پذیرد.

انتخاب  $N_1 > k$  نیز نشاندهنده این مطلب است که وقوع خطا در لحظات اولیه سیستم برای ما اهمیت چندانی ندارد و یا به عبارت دیگر از خروجی در لحظات اولیه صرف نظر می کنیم. زیرا عملاً با انتخاب  $N_1 > k$  و با توجه به اینکه خروجی پیش بینی شده از لحظه  $t + N_1$  آغاز می شود، از خروجی هایی که قبل از این زمان اتفاق می افتند، صرف نظر کرده ایم.

با توجه به مدل CARIMA می دانیم که اگر سیستم زمان مرده غیر صفر داشته باشد اولین المان چند جمله ای  $B(z^{-1})$  صفر خواهد شد. اگر  $K$  نامشخص و یا متغیر باشد، مقدار  $N_1 = 1$  قرار می دهیم. این انتخاب نه تنها بر پایداری سیستم تاثیری نمی گذارد، بلکه باعث می شود که درجه چند جمله ای  $B(z^{-1})$  افزایش یابد و در این صورت می توان تمامی مقادیر ممکن برای  $K$  را در نظر گرفت.

$N_2$ ، ماکزیمم افق پیش بینی:

پارامتر  $N_2$  معمولاً به گونه ای انتخاب می شود که شامل تمامی پاسخ هایی که تحت تاثیر سیگنال کنترلی کنونی قرار می گیرند، باشد. به همین دلیل باید حداقل از درجه چند جمله ای  $B(z^{-1})$  بیشتر باشد تا تمامی حالات سیستم در افق پیش بینی در نظر گرفته شوند. ولی به طور معمول مقدار  $N_2$  برابر زمان خیزش سیستم در نظر گرفته می شود.

اگر سیستم در لحظات اولیه پاسخ غیر مینیمم فاز منفی داشته باشد،  $N_2$  به گونه ای انتخاب می شود که نمونه های مثبت خروجی تاثیر بیشتری داشته باشند، که این عمل در سیستمهای زمان گسسته معادل قراردادن  $N_2 > nb$  (  $n$  درجه چند جمله ای  $B(z^{-1})$  ) می باشد.

### ۱. وزن کنترل:

انتخاب مقدار بزرگ برای این پارامتر باعث تغییرات کوچکتر در سیگنال کنترلی می شود. بنابراین پاسخ نرمتر و ملایمتر می شود و اگر مقدار این پارامتر کوچک باشد، پاسخ سریعتر بوده و کنترلر صرفنظر از تغییر سیگنال کنترلی خطای بین خروجی و مرجع را مینیمم می کند.

### $N_{\parallel}$ افق کنترل:

قدرت حقیقی GPC، قرار دادن فرضیاتی است که عملکرد سیگنال کنترلی در آینده را کنترل می کند. این عمل بوسیله افق کنترل انجام می شود.

مقدار  $N_{\parallel}$ ، افق کنترل، به گونه ای انتخاب می شود که بعد از یک بازه خاص  $N_{\parallel} < N_2$  تغییرات سیگنال کنترلی، صفر باشد.

$$\Delta u(t+j-1) = 0 \quad j > N_{\parallel}$$

در تابع هزینه این عمل معادل قراردادن وزنهای بی نهایت مؤثر بر روی سیگنال کنترلی می باشد، که بعد از زمان خاصی در آینده تغییر می کنند.

برای مثال: اگر  $N_{\parallel} = 1$  باشد، فقط یک تغییر کنترلی  $\Delta u(t)$  در نظر گرفته می شود و پس از آن تمامی سیگنالهای کنترلی  $u(t+j)$  برابر  $u(t)$  خواهند بود.

مقادیر بزرگتر برای  $N_{\parallel}$  تغییرات سیگنال کنترلی بیشتری را در اختیار ما قرار می دهد. اهمیت استفاده  $N_{\parallel} < N_2$  به دلیل کاهش محاسبات بردار  $\Delta u$  است.

با فرض  $N_{\parallel} = N_2 = N$  برای بدست آوردن  $\Delta u$  می باید یک ماتریس را معکوس کنیم. که در مورد سیستمهای پیچیده، حجم محاسبات بالایی دارد ولی با فرض  $N_{\parallel} < N_2$ ، بعد محاسبات به میزان  $N_{\parallel}$  کاهش می یابد، زیرا در این حالت بعد ماتریسی که باید معکوس شود، به  $N_{\parallel}$  کاهش می یابد.

اگر  $N_{\text{II}} = 1$  فرض شود، حجم محاسبات تا حد محاسبه یک عدد اسکالر کاهش می یابد. افزایش مقدار  $N_{\text{II}}$  برای سیستمهای پیچیده خیلی مناسب است، زیرا مشخص شده است که برای یک کنترل مناسب مقدار  $N_{\text{II}}$  باید حداقل برابر قطبهای ناپایدار یا قطبهای با میرایی نامناسب باشد. مقدار  $N_{\text{II}} = 1$  برای سیستمهای صنعتی معمولی مناسب است، در حالیکه برای اینکه یک مدل پایدار باشد مقدار  $N_{\text{II}}$  باید برابر تعداد قطبهایی از سیستم که در نزدیکی محدوده پایداری قرار دارند، اختیار شود.

فصل سوم

مدلسازی ریاضی

از روغن درون حمام به آب خنک جاری در کویل،  $\alpha_0$  ضریب انتقال گرمای تولید شده توسط واکنش پلیمریزاسیون و  $\alpha_4$  ضریب انتقال حرارت از هیتز به روغن درون حمام می‌باشند.

واکنشهای شیمیایی را می‌توان به دو دسته گرماگیر و گرمازا تقسیم‌بندی نمود. واکنشهای گرماگیر برای ادامه واکنش احتیاج به کسب انرژی از محیط اطراف خود دارند و در نتیجه در معادله (۳-۱)،  $\alpha_0$  مربوط به این واکنشها منفی می‌گردد.

واکنشهای گرمازا در طول مدت واکنش به محیط اطراف خود انرژی تحویل می‌دهند و در نتیجه  $\alpha_0$  مربوط به این واکنشها مثبت می‌گردد.

به منظور کنترل دمای یک فرآیند و بالاخص تعقیب مسیر دما تخمین میزان انرژی واکنش دارای اهمیت بسیاری می‌باشد. برای رسیدن به تخمینی صحیح از میزان انرژی واکنش، دانستن سینتیک واکنش شیمیایی ضروری می‌باشد. بدین ترتیب ضرورت مطالعه سینتیک های واکنش پلیمریزاسیون و مدلسازی آن آشکار می‌گردد. این امر، دلیل تقسیم‌بندی دینامیکهای فرآیند به دو دسته دینامیکهای واکنش پلیمریزاسیون و دینامیکهای تجهیزات جانبی می‌باشد.

### ۳-۲- مدلسازی پلیمریزاسیون حلالی رادیکال آزاد متیل متاکریلات

متیل متاکریلات اغلب بوسیله رادیکال آزاد و با مکانیزم زنجیره ای پلیمر می‌شود [۳۲]. این فرآیند شامل سه مرحله آغاز، انتشار و پایان می‌باشد. در ابتدا رادیکالهای آزاد بوسیله آغازکننده تولید می‌گردند. هنگامیکه رادیکالهای آزاد شکل گرفتند به علت واکنش با مونومرهای اطراف خود زنجیره‌های بزرگی را تشکیل می‌دهند. بعد از اضافه شدن یک مونومر به زنجیر پلیمری در حال رشد، قسمت فعال به سمت انتهای زنجیر انتقال می‌یابد. انتهای واکنش زمانی است که دو رادیکال با یکدیگر واکنش دهند.

میانگین طول عمر یک رادیکال از مرتبه ثانیه می‌باشد که در طول این مدت ممکن است با صدها مونومر واکنش داده باشد. جدول (۱-۳) اصول مکانیزم پلیمریزاسیون رادیکال آزاد را به صورت خلاصه نمایش می‌دهد.

جدول (۱-۳): سینتیکهای رادیکال آزاد پلیمریزاسیون متیل متاکریلات

|        |                                                                                                                                                |                                                                                                                                        |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| آغاز   | $\begin{cases} I \xrightarrow{K_d} 2\dot{R} + G \uparrow \\ \dot{R} + M \xrightarrow{K_i} P_1 \\ 2\dot{R} \xrightarrow{K_{ii}} I' \end{cases}$ | $\begin{cases} R_d = K_d \cdot [I] \\ R_i = K_i \cdot [\dot{R}] \cdot [M] \\ R_{ii} = K_{ii} \cdot [\dot{R}]^2 \end{cases}$            |
| انتشار | $\dot{P}_n + M \xrightarrow{K_p} \dot{P}_{n+1}$                                                                                                | $R_p = K_p \cdot [\dot{P}_n] \cdot [M]$                                                                                                |
| پایان  | $\begin{cases} \dot{P}_n + \dot{P}_m \xrightarrow{K_{tc}} D_{n+m} \\ \dot{P}_n + \dot{P}_m \xrightarrow{K_{td}} D_n + D_m \end{cases}$         | $\begin{cases} R_{tc} = K_{tc} \cdot [\dot{P}_n] \cdot [\dot{P}_m] \\ R_{td} = K_{td} \cdot [\dot{P}_n] \cdot [\dot{P}_m] \end{cases}$ |

در جدول (۳-۳)، I آغازگر (بنزوئیل پروکسید)،  $\dot{R}$  رادیکال اولیه،  $I'$  بخشی از آغازگرهای دوباره ترکیب شده، G مولکول گاز (نیتروژن)، M مونومر (متیل متاکریلات)،  $\dot{P}_n$  رادیکال زنده با طول n،  $D_n$  پلیمر مرده با طول n،  $k_d$  ثابت سرعت تجزیه آغازگر،  $k_i$  ثابت سرعت آغاز زنجیر،  $k_{ii}$  ثابت سرعت تجزیه رادیکالهای اولیه،  $k_p$  ثابت سرعت انتشار،  $k_{td}$  ثابت سرعت پایان غیر متناسب،  $k_{tc}$  ثابت سرعت پایان بوسله ترکیب دو زنجیر می‌باشد.

### ۳-۲-۱- آغاز زنجیر

رادیکالهای آزاد معمولاً از طریق تجزیه حرارتی آغازگرهایی همچون <sup>۱</sup>BPO یا <sup>۲</sup>AIBN تولید می‌شوند. هر مولکول آغازگر به دو رادیکال و یک مولکول گاز تبدیل می‌گردد. رشد زنجیرهای پلیمر با شروع واکنش رادیکالهای اولیه با مونومرهای اطراف آغاز می‌گردد. همه رادیکالهای اولیه زنجیرهای انتشار را تشکیل

<sup>۱</sup> Benzoyl Peroxide

<sup>۲</sup> Azobisisobutyronitrile

نمی‌دهند. اثر بعضی از رادیکالهای اولیه تولید شده به علت واکنش با رادیکالهای تولید شده در دیگر اطراف خشی می‌گردد. برای لحاظ کردن این اثر در مدلسازی ریاضی از بازده آغازگر  $f$  استفاده می‌شود. حال اینکه  $f$  مقداری ثابت و یا تابعی از درصد تبدیل مونومر باشد خود مساله‌ای است که محققان روی آن اختلاف نظر دارند. نتایج آزمایشگاهی در مرجع [۳۳] ثابت بودن  $f$  را نشان می‌دهد. این مرجع نشان می‌دهد که بازده آغازگر در طول واکنش ثابت باقیمانده و مستقل از ویسکوزیته مخلوط می‌باشد.

### ۳-۲-۲- انتشار زنجیر و اثر شیشه‌ای

هنگامی که رادیکالهای اولیه تولید شدند، سریعاً با مونومرها برای شکل دادن زنجیرهای پلیمری وارد واکنش می‌شوند. واکنش‌پذیری رادیکال معمولاً مستقل از طول زنجیر در نظر گرفته می‌شود. پایان انتشار زمانی است که یا غلظت مونومر به تعادل رسیده باشد و یا اثر شیشه‌ای رخ دهد. در اثر شیشه‌ای حتی حرکت مولکولهای کوچک نیز بسیار محدود می‌گردد. این اثر یک محدودیت در درصد تبدیل مونومر در فرآیندهای پلیمریزاسیون می‌باشد.

### ۳-۲-۳- انتقال زنجیر

در مرحله انتشار همواره با رشد رادیکالها مواجه نیستیم. انتقال قسمت فعال از یک رادیکال بزرگ به مولکولی دیگر امکان‌پذیر می‌باشد. فرآیند انتقال رادیکال رشد رادیکال را به پایان رسانده و یک زنجیر پلیمری جدیدی را تولید می‌نماید. فرآیند شامل جذب یک اتم هیدروژن از یک مولکول دهنده و تبدیل مولکول دهنده به یک رادیکال انتقالی جدید می‌باشد. مولکول دهنده می‌تواند مونومر، پلیمر، آغازکننده و یا حلال (جدول (۲-۳)) باشد. وجود هر ناخالصی در محیط واکنش می‌تواند باعث انتقال زنجیر گردد.

جدول (۳-۲): واکنشهای انتقال زنجیر در پلیمریزاسیون متیل متاکریلات

|                                                                                                                           |                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| $\dot{P}_n + M \xrightarrow{K_f} \dot{P}_1 + D_m$                                                                         | $R_f = K_f \cdot [M] \cdot [\dot{P}_n]$         |
| $\dot{P}_n + D_m \xrightarrow{K_{fp}} D_n + \dot{P}_m$                                                                    | $R_{fp} = K_{fp} \cdot [D_m] \cdot [\dot{P}_n]$ |
| $\begin{cases} \dot{P}_n + S \xrightarrow{K_s} D_n + \dot{S} \\ \dot{S} + M \longrightarrow S + \dot{P}_1 \end{cases}$    | $R_s = K_s \cdot [S] \cdot [\dot{P}_n]$         |
| $\begin{cases} \dot{P}_n + I \xrightarrow{K_{fi}} D_n + \dot{I} \\ \dot{I} + M \longrightarrow I + \dot{P}_1 \end{cases}$ | $R_{fi} = K_{fi} \cdot [I] \cdot [\dot{P}_n]$   |

در جدول فوق،  $\dot{S}$  رادیکال انتقال حلال،  $\dot{I}$  رادیکال انتقال آغازگر،  $k_f$  ثابت سرعت انتقال زنجیر به مونومر،  $k_{fp}$  ثابت سرعت انتقال زنجیر به پلیمر،  $k_s$  ثابت سرعت انتقال زنجیر به حلال و  $k_{fi}$  ثابت سرعت انتقال زنجیر به آغازکننده می‌باشد.

### ۳-۲-۴- پایان زنجیر

پایان زنجیره، زمانی اتفاق می‌افتد که دو رادیکال با یکدیگر واکنش دهند. در طول پیشرفت واکنش، بزرگ شدن زنجیرهای PMMA باعث زیاد شدن ویسکوزیته محیط واکنش گشته و می‌تواند روی حرکت رادیکالهای بزرگ تاثیر بگذارد. می‌توان پایان فرآیند را به سه مرحله تقسیم کرد. در ابتدا دو رادیکال به صورت مجزا در فضا موجود می‌باشند. رادیکالها بوسیله انتقال مرکز جرم به سمت یکدیگر حرکت می‌نمایند. در لحظه‌ای که دو رادیکال به یکدیگر نزدیک شدند فقط زمانی که انتهای فعال زنجیرها به کمترین فاصله از یکدیگر رسید دو رادیکال با یکدیگر واکنش می‌دهند. رادیکالها به دو طریق پایان می‌یابند. بدین صورت که رادیکالهای بزرگ می‌توانند برای شکل دهی یک زنجیر منفرد با یکدیگر جفت شده (combination) و یا

دو زنجیر مرده مجزا (Disproportionation) تشکیل دهند. J.C.Bevington در مرجع [۳۴] نشان داده است که در دماهای بالا ( $T > 70^{\circ}\text{C}$ ) تسهیم نامتناسب غالب شده و در دماهای پایین ( $T < 40^{\circ}\text{C}$ ) جفت شدن غالب می‌گردد.

### ۳-۲-۵- خودتسریعی و اثر ژل<sup>۱</sup>

پلیمریزاسیون زنجیری رادیکال آزاد، بواسطه وجود حالت خود تسریعی در سرعت پلیمریزاسیون مشخص می‌شود. به صورت طبیعی انتظار می‌رود که سرعت واکنش با گذشت زمان (به عبارت دیگر میزان تبدیل) کاهش یابد، چرا که از غلظت مونومر و آغازگر با درصد تبدیل مونومر کاسته می‌شود. با این وجود در بسیاری از پلیمریزاسیون‌ها دیده می‌شود که سرعت پلیمریزاسیون با گذشت زمان افزایش می‌یابد. به این رفتار اصطلاحاً اثر ژل اطلاق می‌گردد.

### ۳-۲-۶- استخراج مدل در حالت هم دما

نخستین مرحله در مدلسازی فرآیند پلیمریزاسون، شناخت سینتیکهای واکنش می‌باشد. در واکنش پلیمریزاسیون ابتدا آغازگر از طریق حرارت به رادیکالهای آزاد تجزیه شده و سپس با اتصال مونومرها به انتهای این رادیکالها، رادیکالهای بزرگتری تشکیل می‌شود. تا رسیدن به مرحله پایانی، مرحله‌ای که در آن رشد پلیمرهای زنده متوقف شده و پلیمرهای مرده تشکیل می‌شوند، رشد زنجیرهای رادیکال آزاد ادامه می‌یابد. در این میان تمامی واکنشها بصورت ایده‌ال انجام نمی‌پذیرند. وجود ناخالصیها باعث ایجاد واکنشهای جانبی گشته و باعث انتقال زنجیر می‌گردند. به صورت مختصر واکنشهای موجود در فرآیند پلیمریزاسیون رادیکال آزاد متیل متاکریلات در جداول (۱-۳) و (۲-۳) نمایش داده شده‌اند. در بین این واکنشها آغاز زنجیر، انتشار و پایان آن دارای اهمیت بیشتری می‌باشند. انتقال رادیکال به حلال و مونومر به منظور پیش‌بینی

---

<sup>۱</sup> Gel effect

دقیقتر وزن مولکولی لحاظ شده است. در این معادلات از واکنشهای شاخه‌ای، درصد تبدیل مونومر به رادیکال و دیگر واکنشهای انتقال صرفنظر شده است. مرحله بعد، توسعه معادلات موازنه جرم با توجه به سینتیک پلیمریزاسیون می‌باشد. این مساله منجر به ایجاد مجموعه‌ای از معادلات ارائه شده در جدول (۳-۳) می‌گردد.

از مصرف مونومر به وسیله رادیکالهای اولیه و واکنشهای انتقال زنجیر به مونومر با فرض بزرگی اندازه زنجیرها (Long chain Hypothesis) صرفنظر شده است.

معادله نرخ آغاز را با توجه به بازده آغازگر می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$2.f.k_d.[I] = 2.k_d.[I] - k_{ti}.[R]^2 \quad (3-3)$$

تعداد معادلات بیان شده در جدول (۳-۳) نامتناهی می‌باشند. به منظور کاربردی کردن این معادلات، بیان آنها در مجموعه‌ای کوچکتر و متناهی ضروری می‌باشد. این کار می‌تواند با استفاده از ممانها انجام پذیرد. ممانها با معادلات زیر تعریف می‌گردند:

$$\lambda_k = \sum_{n=1}^{\infty} n^k . [P_n] \quad (4-3)$$

$$\mu_k = \sum_{n=1}^{\infty} n^k . [D_n] \quad (5-3)$$

که در آن  $\lambda_k$  و  $\mu_k$  به ترتیب ممان  $k$  ام زنجیرهای پلیمری زنده و مرده می‌باشند. توجه شود که  $\lambda_0$  و  $\mu_0$  به ترتیب غلظت رادیکالها و پلیمرهای مرده می‌باشند.  $\lambda_1 + \mu_1$  میزان مولهای مونومر مصرف شده می‌باشد.

| جدول (۳-۳): معادلات موازنه جرم در یک راکتور ناپیوسته                               |
|------------------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{1}{V} \cdot \frac{d([M]V)}{dt} = -K_p [M] \lambda$                          |
| $\frac{1}{V} \cdot \frac{d([I]V)}{dt} = -K_d [I]$                                  |
| $\frac{1}{V} \cdot \frac{d([\dot{R}]V)}{dt} = 2.f.K_d.[I] - K_i.[\dot{R}].[M] = 0$ |

|                                                                                                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{1}{V} \cdot \frac{d([S]V)}{dt} = 0$                                                                                                                                                                                                                     |
| $\frac{1}{V} \cdot \frac{d([\dot{P}_1]V)}{dt} = 2 \cdot f \cdot K_d \cdot [I] - K_t \cdot [\dot{P}_1] \cdot \lambda_0 + K_f \cdot [M] \cdot \lambda_0 + K_s \cdot [S] \cdot \lambda_0$                                                                         |
| For $n \geq 2$<br>$\frac{1}{V} \cdot \frac{d([\dot{P}_n]V)}{dt} = K_p \cdot [M] \cdot ([\dot{P}_{n-1}] - [\dot{P}_n]) - K_t \cdot [\dot{P}_n] \cdot \lambda_0 - K_f \cdot [M] \cdot \lambda_0 - K_s \cdot [S] \cdot [\dot{P}_n]$                               |
| For $n \geq 1$<br>$\frac{1}{V} \cdot \frac{d([\dot{D}_n]V)}{dt} = -K_{td} \cdot [\dot{P}_n] \cdot \lambda_0 + \frac{1}{2} \cdot K_{tc} \cdot \sum_{m=1}^{n-1} [\dot{P}_{m-1}] [\dot{P}_m] + K_f \cdot [M] \cdot [\dot{P}_n] + K_s \cdot [S] \cdot [\dot{P}_n]$ |

در طول مدت واکنش پلیمریزاسیون شاهد کاهش حجم مخلوط خواهیم بود. این کاهش حجم (در حدود ۳۰٪ در تبدیل کامل) در طول پیشرفت واکنش امر مهمی است که باید در معادلات شرکت داده شود. فاکتور کاهش حجم به صورت زیر تعریف می گردد.

$$\varepsilon = \frac{p_p - p_m}{p_p} \quad (۶-۳)$$

که در آن  $p_p$  چگالی پلیمر، به صورت محسوسی بزرگتر از چگالی مونومر،  $p_m$  می باشد. اضافه شدن حلال، روی فرضیه اساسی رابطه خطی حجم با درصد تبدیل مونومر اثری ندارد. با اضافه شدن حجمها به یکدیگر خواهیم داشت:

$$V = V_m + V_p + V_s \quad (۷-۳)$$

که در آن  $V_s$  حجم حلال،  $V_m$  حجم مونومر،  $V_p$  حجم پلیمر و  $V$  حجم مخلوط می باشد. حجم مخلوط با جرم اولیه مونومر،  $M_0$  و مقدار درصد تبدیل مونومر،  $X_m$  در راکتور ناپیوسته دارای رابطه ای به صورت زیر می باشد:

$$V = \frac{(M_0 \cdot (1 - X_m))}{\rho_m} + \frac{(M_0 \cdot X_m)}{\rho_p} + \frac{M_s}{\rho_s} \quad (۸-۳)$$

جزء حجمی حلال،  $f_s$  را می توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$f_s = \frac{V_s}{V_0} = \frac{V_s}{(V_{m0} + V_s)} \quad (9-3)$$

که در آن  $V_{m0}$  حجم اولیه مونومر و  $V_0$  حجم اولیه مخلوط درون راکتور می باشد. با تعریف  $\beta$  به صورت:

$$\beta = \frac{\rho_s}{(1 - \rho_s)} = \frac{V_s}{V_{m0}} \quad (10-3)$$

خواهیم داشت:

$$V = V_{m0} \cdot (1 - \varepsilon \cdot X_m + \beta) \quad (11-3)$$

که در آن درصد تبدیل مونومر به صورت زیر تعریف می گردد:

$$X_m = \frac{([M]_0 \cdot V_0 - [M]V)}{[M]_0 \cdot V_0} \quad (12-3)$$

در معادله (۱۲-۳)،  $[M]_0$  غلظت اولیه مونومر و  $[M]$  غلظت مونومر در راکتور می باشد. با جایگذاری معادلات بالا در معادلات جدول (۳-۳) به مجموعه ای از معادلات دیفرانسیل معمولی خواهیم رسید. معادلات دیفرانسیل بدست آمده به صورت مختصر در جدول (۴-۳) ارائه شده اند.

به علت بیشتر بودن تعداد مجهولها از تعداد معادلات در جدول (۴-۳) به مجموعه ای دیگر از معادلات برای تعقیب معادلات جدول (۴-۳) نیازمندیم. مجموعه ای از این معادلات که مرتبط با خواص فیزیکی مونومر، پلیمر و حلال می باشند در جدول (۵-۳) ارائه شده اند. به منظور لحاظ کردن اثرات ژل و شیشه معادلات ارائه شده در جدول (۶-۳) نیز به مجموعه این معادلات اضافه می گردد.

جدول (۴-۳): معادلات دینامیکی برای یک راکتور ناپیوسته هم دما

|                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------|
| $\frac{dX_m}{dt} = (K_p + K_f) \cdot (1 - X_m) \cdot \lambda_0$ |
| $\frac{d[I]}{dt} = -r_i - \frac{[I]}{V} \cdot \frac{dV}{dt}$    |
| $\frac{d[S]}{dt} = -\frac{[S]}{V} \cdot \frac{dV}{dt}$          |

$$\frac{d[\lambda_i]}{dt} = r_{\lambda_i} - \frac{\lambda_i}{V} \cdot \frac{dV}{dt}$$

که در آن:

$$V = V_0 \cdot \frac{(1 - \varepsilon \cdot X_m + \beta)}{(1 + \beta)}$$

$$r_i = K_d \cdot [I]$$

$$r_{\lambda_0} = 2 \cdot f \cdot K_d \cdot [I] - K_t \cdot \lambda_0^2$$

$$r_{\lambda_1} = 2 \cdot f \cdot K_d \cdot [I] - K_t \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 + (K_s \cdot [S] + K_p \cdot [M])(\lambda_0 - \lambda_1) + K_f \cdot [M] \cdot \lambda_0$$

$$r_{\lambda_2} = 2 \cdot f \cdot K_d \cdot [I] - K_t \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 + K_s \cdot [S] \cdot (\lambda_0 - \lambda_2) + K_p \cdot [M] \cdot (\lambda_0 + 2 \cdot \lambda_1) + K_f \cdot [M] \cdot (\lambda_0 - \lambda_2)$$

$$r_{\mu_0} = \left( K_{td} + \frac{1}{2} \cdot K_{tc} \right) \cdot \lambda_0^2 + (K_f \cdot [M] + K_s \cdot [S]) \cdot \lambda_0$$

$$r_{\mu_1} = K_t \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_1 + (K_f \cdot [M] + K_s \cdot [S]) \cdot \lambda_1$$

$$r_{\mu_2} = K_t \cdot \lambda_0 \cdot \lambda_2 + K_{tc} \cdot \lambda_1^2 + (K_f \cdot [M] + K_s \cdot [S]) \cdot \lambda_2$$

جدول (۳-۵) ثابتهای سرعت و خواص فیزیک

|                                                                                                                             |                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| $f = 0.58$ for AIBN                                                                                                         | $f = 1$ for BPO |
| $K_d = 6.32e16 \exp\left(\left[-30.66 \frac{\text{Kcal}}{\text{mol}}\right] / R.T_k\right) (\text{min}^{-1})_{\text{AIBN}}$ |                 |
| $K_d = 6.32e16 \exp\left(\left[-30.0 \frac{\text{Kcal}}{\text{mol}}\right] / R.T_k\right) (\text{min}^{-1})_{\text{BPO}}$   |                 |
| $K_p^0 = 2.95e7 \exp\left(\left[-4.35 \frac{\text{Kcal}}{\text{mol}}\right] / R.T_k\right) (L/\text{mol} \cdot \text{min})$ |                 |
| $\frac{K_f}{K_p} = 9.48e3 \cdot \exp\left(\left[-13.88 \frac{\text{Kcal}}{\text{mol}}\right] / R.T_k\right)$                |                 |
| $\frac{K_s}{K_p} = 1.01e3 \cdot \exp\left(\left[-11.40 \frac{\text{Kcal}}{\text{mol}}\right] / R.T_k\right)$                |                 |
| $K_t^0 = 5.88e9 \cdot \exp\left(\left[-0.701 \frac{\text{Kcal}}{\text{mol}}\right] / R.T_k\right)$                          |                 |

|                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{K_{tc}}{K_{td}} = 3.956e - 4. \exp\left(\left[4.09 \frac{Kcal}{mol}\right] / R.T_k\right)$ |
| $\rho_m = 0.968 - 1.225 \times 1e - 3 \times T_c (g/ Cm^3)$                                       |
| $\rho_p = 1.2 (g/ Cm^3)$                                                                          |
| $\rho_s = 0.883 - 9e - 4.T_c (g/ Cm^3)$                                                           |
| $C_{p_m} = C_{p_p} = 0.4 (Cal/ g^{\circ}C)$                                                       |
| $C_{p_s} = 0.535 (Cal/ g^{\circ}C)$                                                               |
| $mw_m = 100.13 (g/mol)$                                                                           |
| $mw_s = 92.14 (g/mol)$                                                                            |
| $v_m = 0.025 + 0.001 \times (T_c + 106)$                                                          |
| $v_p = 0.025 + 0.00048 \times (T_c - 114)$                                                        |
| $v_s = 0.025 + 0.001 \times (T_c + T_{gp})$                                                       |
| $T_{gs} = 102^{\circ}C (benzene); 160^{\circ}C (toluene); 92^{\circ}C (ethylacetate)$             |
| $\phi_m = \frac{(1 - X_m)}{(1 - \varepsilon.X_m + \beta)}$                                        |
| $\phi_p = \frac{(1 - \varepsilon).X_m}{(1 - \varepsilon.X_m + \beta)}$                            |
| $\phi_s = \frac{\beta}{(1 - \varepsilon.X_m + \beta)}$                                            |
| $\rho = \rho_m.\phi_m + \rho_p.\phi_p + \rho_s.\phi_s$                                            |
| $C_p = C_{p_m}.\phi_m + C_{p_p}.\phi_p + C_{p_s}.\phi_s$                                          |
| $v_f = v_m.\phi_m + v_s.\phi_s + v_p.\phi_p$                                                      |

که در آن :

$\rho$ : چگالی مخلوط در حال واکنش

$\rho_m$ : چگالی مونومر

$\rho_p$ : چگالی پلیمر

$\rho_s$ : چگالی حلال

$C_p$ : ظرفیت حرارتی مخلوط در حال واکنش

$C_{p_m}$ : ظرفیت حرارتی مونومر

$C_{p_p}$ : ظرفیت حرارتی پلیمر

$C_{p_s}$ : ظرفیت حرارتی حلال

$v_f$ : حجم آزاد مخلوط در حال واکنش

$v_m$ : حجم آزاد مونومر

$v_p$ : حجم آزاد پلیمر

$v_s$ : حجم آزاد حلال

$\phi_m$ : جزء حجمی مونومر

$\phi_p$ : جزء حجمی پلیمر

$\phi_s$ : جزء حجمی حلال

$T_k$ : دما بر حسب کلوین

$T_c$ : دما بر حسب درجه سانتیگراد

جدول (۳-۶): معادلات اثر ژل و شیشه

|                                                            |
|------------------------------------------------------------|
| $\frac{K_i}{K_i^0} = C / (C + \theta_i . K_i . \lambda_0)$ |
| $\frac{K_p}{K_p^0} = C / (C + \theta_p . K_p . \lambda_0)$ |
| $C = \exp((1 - \phi_p) / (A + B . (1 - \phi_p)))$          |

|                                                         |
|---------------------------------------------------------|
| $A = 0.168 - 8.21e - 6.(T_c - 114)^2$                   |
| $B = 0.03$                                              |
| $\theta_p = 5.4814e - 16.\exp(13982/T_k)$               |
| $\theta_i = \frac{1.1353e - 22}{[I_0]}.\exp(17420/T_k)$ |

$[I_0]$ : غلظت اولیه آغاز کننده در راکتور بر حسب  $mol/L$

### ۳-۲-۷- رفتار غیر هم‌دما

یکی از جنبه‌های مهم این پلیمریزاسیون گرمازا بودن آن می‌باشد. در طول واکنش مقادیر زیادی از گرما آزاد می‌گردد که باید توسط یک خنک کننده جذب شده و به محیط اطراف انتقال یابد. باید توجه داشت که در دماهای زیاد انتقال حرارت از ماده‌ای با ویسکوزیته بالا، مشکل می‌باشد. تحت شرایط صحیح در راکتورهای پلیمریزاسیون به علت برگشت حرارت حاصل از پلیمریزاسیون به درون واکنش و بالا رفتن دمای واکنش و در نتیجه افزایش نرخ واکنش، دما سریعاً افزایش می‌یابد (فیدبک مثبت دمایی). این مساله اغلب باعث ایجاد ناپایداری و خارج شدن سیستم از کنترل می‌گردد. بدین منظور انتقال حرارت تولید شده توسط پلیمریزاسیون متیل متاکریلات به محیط اطراف امری ضروری می‌باشد. مدلی را که در آن اثر تغییر دمای راکتور و ژاکت لحاظ شود، مدل غیر هم‌دما می‌نامند. رفتار غیر هم‌دما را می‌توان با اضافه کردن یک معادله توازن انرژی به مدل لحاظ کرد. در یک راکتور ناپیوسته این معادله را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{(-\Delta H_p).K_p.[M]\lambda_0}{(\rho.C_p.V)} - \frac{U.A.(T-T_s)}{(\rho.C_p.V)} \quad (۳-۱۳)$$

که در آن  $U$  ضریب سراسری انتقال حرارت بین راکتور و ژاکت،  $A$  سطح تماس مخلوط درون راکتور با دیواره آن برای انتقال حرارت،  $V$  حجم مخلوط در حال واکنش و  $C_p$  ظرفیت حرارتی مخلوط می‌باشد. در

سمت راست معادله (۳-۱۳) ترمهای اول و دوم به ترتیب بیان کننده حرارت تولید شده به دلیل گرمایی واکنش و تبادل این حرارت با محیط اطراف راکتور (ژاکت) می باشد. در معادله (۳-۱۳) فرض شده است که دمای دیواره راکتور،  $T_s$  باشد. زمانیکه  $\frac{dT}{dt} > 0$  باشد دمای آن افزایش می یابد. در این بین باید به نقطه جوش متیل متاکریلات که برابر با ۱۰۰ درجه سانتیگراد می باشد نیز توجه داشت.

در طول مدت واکنش پلیمریزاسیون غلظت زنجیرهای پلیمر دائما افزایش می یابد. این افزایش غلظت باعث ازدیاد ویسکوزیته مخلوط و در نتیجه کاهش سریع ضریب سراسری انتقال حرارت  $U$  می گردد. محققان سعی کرده اند که بوسیله روابط تجربی بتوانند رابطه ای بین ضریب سراسری انتقال حرارت و پارامترهای واکنش بدست آورند. برای مثال می توان به رابطه تجربی بدست آمده در مرجع [۳۵] اشاره کرد.

$$U(X_m) = U_0 \cdot \left[ 1 - a \cdot \exp\left(1 - \frac{1}{X_m}\right) \right] \quad (۳-۱۴)$$

که در آن  $a$  پارامتری ثابت و  $U_0$  مقدار ضریب سراسری انتقال حرارت در تبدیل صفر می باشد. در روشی مشابه ولی بهتر در مرجع [۳۶] رابطه ای نمایی بین  $U$  و ویسکوزیته مخلوط و رابطه ای دیگر بین ویسکوزیته مخلوط و درصد تبدیل مونومر ارائه دادند. مطابق با مدلی که آنها استفاده کردند می توان رابطه ای بصورت زیر بین ضریب سراسری انتقال حرارت  $U$  و درصد تبدیل مونومر در نظر گرفت.

$$U = U_0 \cdot [\alpha + (1 - \alpha) \cdot \exp(-\beta \cdot X_m^e)] \quad (۳-۱۵)$$

رابطه (۳-۱۵) کاهش نمایی ضریب سراسری انتقال حرارت با افزایش درصد تبدیل مونومر را نشان می دهد. با کاهش حجم مخلوط در حال واکنش سطح موثر انتقال حرارت  $A$  نیز کاهش می یابد. کاهش حجم مخلوط در حال واکنش را می توان با معادله زیر مدل کرد:

$$V = V_0 \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon}{1 + \beta} \cdot X_m \right) \quad (۳-۱۶)$$

با توجه به شکل استوانه ای راکتور می توان سطح موثر انتقال حرارت را با رابطه زیر بیان کرد:

$$A(X_m) = A_0 \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon}{1 + \beta} \cdot X_m \right) \quad (17-3)$$

که در آن  $A_0$  سطح موثر انتقال حرارت در تبدیل صفر می باشد.

در معادله (۱۳-۳) ضریب ترم دوم سمت راست معادله می توان را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{U.A}{(\rho.C_p.V)} = \frac{U_0.A_0 \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon}{1 + \beta} \cdot X_m \right) \cdot [\alpha + (1 - \alpha) \cdot \exp(-\beta \cdot X_m^e)]}{m.C_p} \quad (18-3)$$

که در آن  $m$  جرم مخلوط در حال واکنش می باشد. با در نظر گرفتن رابطه:

$$\alpha_{10} = \frac{U_0.A_0}{m.C_p} \quad (19-3)$$

خواهیم داشت:

$$\alpha_1(X_m) = \frac{U.A}{(\rho.C_p.V)} = \alpha_{10} \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon}{1 + \beta} \cdot X_m \right) \cdot [\alpha + (1 - \alpha) \cdot \exp(-\beta \cdot X_m^e)] \quad (20-3)$$

که در آن  $\alpha_{10}$  مقدار  $\alpha_1(X_m)$  در تبدیل صفر می باشد. با در نظر گرفتن رابطه:

$$\alpha_0 = \frac{(-\Delta H_p).V_0 \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon}{1 + \beta} \right)}{m.C_p} \quad (21-3)$$

خواهیم داشت:

$$\frac{(-\Delta H_p).K_p.[M]\lambda_0}{(\rho.C_p.V)} = \frac{\alpha_0.K_p.[M]\lambda_0}{\left( 1 - \frac{[M]}{[M]_0} \cdot \frac{\varepsilon}{1 + \beta} \right)} \quad (22-3)$$

در این پروژه برای تخمین پارامترها از نتایج حاصل از تخمین پارامترهای سیستم راکتور که توسط ح. غرقى

[۴۰] بدست آمده است، استفاده گردیده است. شکلهایی که در ادامه این بخش نشان داده شده است،

شکلهای حاصل از تخمین زدن پارامترهای راکتور توسط ح. غرقى [۴۰] می باشد.

### ۳-۲-۸- ساده سازی مدل

همانطور که دیده شد، دینامیکهای پلیمریزاسیون در این مدل سازی از مرتبه ۱۰ می باشند. در مدل سازی یک فرآیند، دینامیکهای گوناگونی وجود دارند. بعضی دینامیکها سریع و بعضی دیگر کند می باشند. با در نظر گرفتن ملاحظات می توان از بعضی دینامیکها چشم پوشی کرد و بعضی دیگر را به معادلاتی جبری تبدیل نمود. در کنترل، کنترل کننده باید طوری طراحی گردد که نسبت به عدم قطعیتها، تقریب در مدل سازی و اغتشاشات قابل اندازه گیری و غیر قابل اندازه گیری مقاوم باشد. بنابراین در کنترل همیشه به دنبال استفاده از مدلی ساده تر و کنترلی مقاوم تر می باشیم. در استفاده از مدل های پیچیده در حلقه کنترل، مدت زمان بیشتری صرف پردازش مدل و حل معادلات پیچیده آن می گردد که در بعضی موارد این زمان باعث ایجاد ناپایداری در سیستم خواهد شد. در این بخش سعی شده است که با بعضی فرضهای منطقی بتوان این ۱۰ معادله دینامیکی را به ۲ معادله دینامیکی و چند معادله جبری تبدیل کرد. در حلقه کنترلی هر چه بتوان تعداد و پیچیده گی محاسبات را کمتر کرد، کار کنترل و پیاده سازی آن آسانتر می گردد.

در جدول (۳-۴) دینامیکهای در نظر گرفته شده برای  $\lambda_1$ ،  $\lambda_2$ ،  $\mu_1$  و  $\mu_2$  فقط دارای کاربرد در تخمین وزن مولکولی و تابع توزیع می باشند. چون این چهار دینامیک در محاسبه فرمان کنترلی نقشی ندارند، می توان از آنها در این پروژه صرف نظر کرد

بنابراین خواهیم داشت

$$\frac{dX_m}{dt} = (K_p + K_f).(1 - X_m).\lambda_0 \quad (۳-۲۳)$$

$$\frac{d[I]}{dt} = -r_i - \frac{[I]}{V} \cdot \frac{dV}{dt} \quad (۳-۲۴)$$

$$\frac{d[S]}{dt} = -\frac{[S]}{V} \cdot \frac{dV}{dt} \quad (۳-۲۵)$$

$$\frac{d[\lambda_0]}{dt} = r_{\lambda_0} - \frac{\lambda_0}{V} \cdot \frac{dV}{dt} \quad (۳-۲۶)$$

$$\frac{d[\mu_0]}{dt} = r_{\mu_0} - \frac{\mu_0}{V} \cdot \frac{dV}{dt} \quad (27-3)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{-V_0}{(1+\beta)} \left[ \varepsilon \cdot \frac{dX_m}{dt} + X_m \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} \right] \quad (28-3)$$

$$r_i = K_d \cdot [I] \quad (29-3)$$

$$V = V_0 \cdot \frac{(1 - \varepsilon \cdot X_m + \beta)}{(1 + \beta)} \quad (30-3)$$

$$r_{\lambda_0} = 2 \cdot f \cdot K_d \cdot [I] - K_i \cdot \lambda_0^2 \quad (31-3)$$

$$r_{\mu_0} = \left( K_{id} + \frac{1}{2} \cdot K_{ic} \right) \cdot \lambda_0^2 + (k_f \cdot [M] + K_s \cdot [S]) \cdot \lambda_0 \quad (32-3)$$

فرضیات در نظر گرفته شده عبارتند از:

- تقریب حالت شبه تعادل (QSSA) و زنجیرهای طولانی (LCH)
  - همه مراحل واکنش مقدماتی و معکوس ناپذیرند.
  - نرخهای واکنش مستقل از طول زنجیرهای پلیمر می باشند.
  - نرخ انتقال زنجیر به حلال در مقایسه با دیگر انتقالها قابل اغماض می باشد. (فقط نرخ انتقال زنجیر به مونومر لحاظ می گردد).
- در جدول (۳-۴) چگالیهای مونومر و حلال به صورت تابعی از دما در نظر گرفته شده اند. در این پروژه دمای راکتور بین ۴۰ تا ۹۰ درجه سانتیگراد تغییر می کند. با توجه به نوع معادلات و تغییرات کم آنها در این محدوده می توان نوشت.

$$\rho_m = 0.9151 \frac{g}{cm^3} \quad (33-3)$$

$$\rho_p = 1.2 \frac{g}{cm^3} \quad (34-3)$$

$$\rho_s = 0.842 \frac{g}{cm^3} \quad (35-3)$$

طبق رابطه  $\varepsilon = \frac{(\rho_p - \rho_m)}{\rho_p}$  با فرض ثابت بودن  $\rho_m, \rho_p$  خواهیم داشت:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = 0 \quad (36-3)$$

و با جایگذاری معادله (36-3) در معادله (28-3) خواهیم داشت:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{-V_0}{(1+\beta)} \cdot \varepsilon \cdot \frac{dX_m}{dt} \quad (37-3)$$

با حل معادله دینامیکی (37-3) از رابطه زیر برای محاسبه حجم مخلوط استفاده می گردد.

$$V(X_m) = V_0 \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon}{(1+\beta)} \cdot X_m \right) \quad V(X_m = 0) = V_0 \quad (38-3)$$

با جایگذاری معادله (38-3) در معادله (12-3) خواهیم داشت:

$$X_m = \frac{\left( 1 - \frac{[M]}{[M]_0} \right)}{\left( 1 - \frac{[M]}{[M]_0} \cdot \frac{\varepsilon}{(1+\beta)} \right)} \quad (39-3)$$

و با جایگذاری (39-3) در (23-3) خواهیم داشت:

$$\frac{d[M]}{dt} = -r_m \cdot \left( 1 - \frac{[M]}{[M]_0} \cdot \frac{\varepsilon}{(1+\beta)} \right) \quad r_m = (k_p + k_f)[M] \cdot \lambda_0 \quad (40-3)$$

با بازنویسی معادله (40-3) به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\frac{d[I]}{dt} = -r_i - \frac{[I]}{[M]_0} \cdot \frac{\varepsilon}{(1+\beta)} \cdot r_m \quad (41-3)$$

با فرض اگماض از نرخ انتقال زنجیر به حلال و در نتیجه ثابت ماندن جرم کلی حلال در مخلوط می توان

نوشت:

$$[S]V = [S]_0 \cdot V_0 \quad (42-3)$$

بر طبق این معادله و معادله های (38-3) و (39-3) خواهیم داشت:

$$[S] = [S]_0 \cdot \frac{\left(1 - \frac{[M]}{[M]_0} \cdot \frac{\varepsilon}{(1+\beta)}\right)}{\left(1 - \frac{\varepsilon}{(1+\beta)}\right)} \quad (43-3)$$

با استفاده از معادله (۲۶-۳) و با فرض حالت شبه تعادل (QSSA) و صفر بودن شرط اولیه حالت  $\lambda_0$  خواهیم داشت:

$$\lambda_0 = \left( \frac{2 \cdot f \cdot k_d \cdot [I]}{K_i} \right)^{1/2} \quad (44-3)$$

در محاسبه غلظت پلیمرهای زنده با استفاده از فرض حالت شبه تعادل، با مقداری خطا مواجه خواهیم شد. با از دست دادن مقداری دقت در مدلسازی می‌توان این معادله دیفرانسیلی از نوع سخت (stiff) را به معادله‌ای جبری تبدیل کرد.

با فرض ثابت بودن جرم حلال موجود در مخلوط، کم بودن جرم آغازگر و صرفنظر از جرم پلیمرهای زنده موجود در آن می‌توان به رابطه‌ای به صورت زیر بین جرم مونومر مصرف شده و پلیمر مرده تولید شده رسید:

$$[M]_0 \cdot V_0 \cdot M_m - [M] \cdot V \cdot M_m = \mu_0 \cdot V \quad (45-3)$$

در نتیجه:

$$\mu_0 = ([M]_0 - [M]) \cdot \frac{V_0}{\left(1 - \frac{\varepsilon}{(1+\beta)}\right)} \quad (46-3)$$

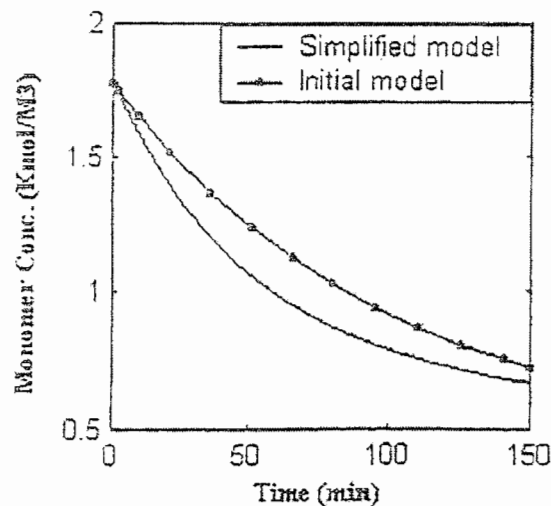
بدین ترتیب می‌توان بجای استفاده از معادله دیفرانسیلی (۲۷-۳) از معادله جبری (۴۶-۳) استفاده نمود. با توجه به تقریبهای بکار گرفته شده می‌توان معادلات دینامیکی واکنش پلیمریزاسیون حلالی رادیکال آزاد متیل متاکریلات با معادلات کاهش یافته‌ای به صورت زیر بیان کرد:

$$\frac{d[M]}{dt} = -r_m \cdot \left(1 - \frac{[M]}{[M]_0} \cdot \frac{\varepsilon}{(1+\beta)}\right) \quad (47-3)$$

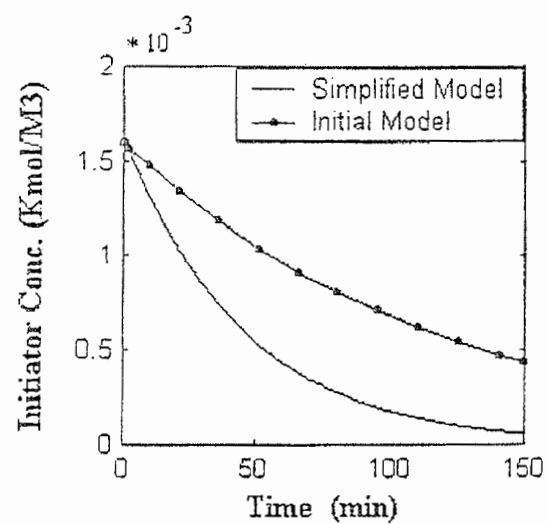
$$\frac{d[I]}{dt} = -r_i - \frac{[I]}{[M]_0} \cdot \frac{\varepsilon}{(1 + \beta)} \cdot r_m \quad (48-3)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\alpha_0 \cdot k_p \cdot [M] \cdot \lambda_0}{\left(1 + \frac{[M]}{[M]_0} \cdot \varepsilon\right)} + \alpha_1 (X_m) \cdot (T - T_s) \quad (49-3)$$

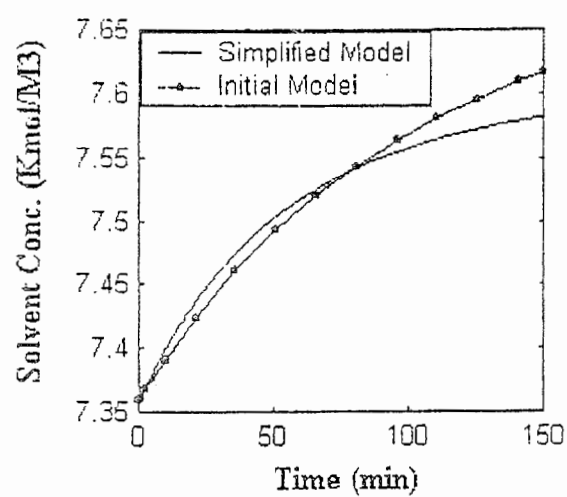
به منظور آگاهی از میزان خطای حادث شده بواسطه تقریبهای بکار رفته و اطمینان از صحت این تقریبات مقایسه‌ای بین رفتار مدل اولیه و مدل ساده شده به عمل آمده است. در شرایط یکسان (دمای ۹۰ درجه سانتیگراد و غلظت‌های اولیه  $C_{s0} = 7.3597 \frac{Kmol}{m^3}$ ،  $C_{io} = 0.0016 \frac{Kmol}{m^3}$ ،  $C_{m0} = 1.789 \frac{Kmol}{m^3}$  در شکل (۲-۳) مقایسه‌ای بین غلظت‌های مونومر، در شکل (۳-۳) مقایسه‌ای بین غلظت‌های آغازگر، در شکل (۴-۳) مقایسه‌ای بین غلظت‌های حلال در شکل (۵-۳) مقایسه‌ای بین غلظت‌های زنجیرهای پلیمری زنده و در نهایت در شکل (۶-۳) مقایسه‌ای بین درصد تبدیل مونومرها در مدل اولیه و مدل ساده شده انجام گرفته است.



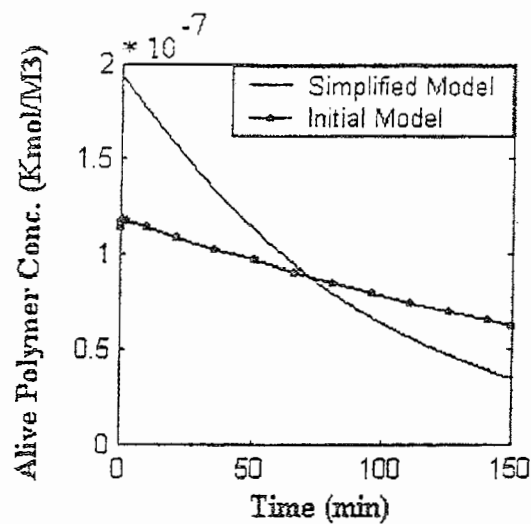
شکل (۲-۳) مقایسه غلظت‌های مونومر در مدل اولیه با مدل ساده شده



شکل (۳-۳) مقایسه غلظت‌های آغازگر در مدل اولیه با مدل ساده شده

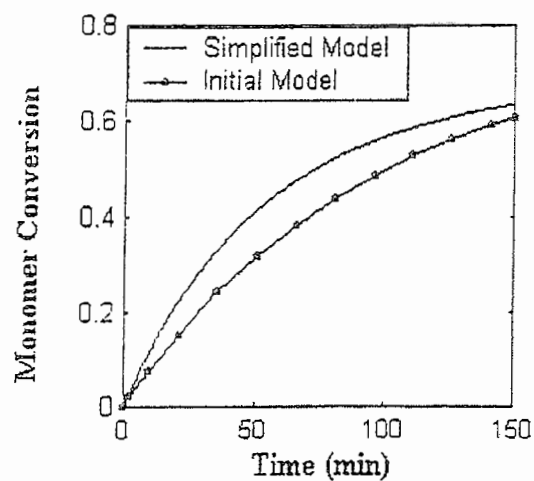


شکل (۳-۴) مقایسه غلظت‌های حلال در مدل اولیه با مدل ساده شده



شکل (۵-۳) مقایسه غلظت‌های زنجیرهای پلیمری زنده در مدل اولیه با مدل ساده شده

در ساده سازی مدل از بین متغیرهای گوناگون موجود در طراحی کنترلر مورد نظر، غلظت مونومر و غلظت آغازگر از اهمیت بیشتری برخوردار می‌باشند. خطای موجود بین مدل اولیه و مدل ساده شده در شکل‌های (۲-۳) و (۳-۳) برای طراحی کنترلر مورد نظر ما که بر پایه مدل است قابل قبول می‌باشد.



شکل (۶-۳) درصد تبدیل مونومر

که در آن  $\alpha_{20}$  مقدار  $\alpha_2(X_m)$  در تبدیل صفر می باشد. بنابراین دینامیک تغییر دمای ژاکت، تنها بر اثر تغییر دمای راکتور را می توان به صورت زیر نمایش داد:

$$\frac{dT_j}{dt} = \alpha_1(X_m)(T - T_j) \quad (51-3)$$

با جاری شدن آب خنک در درون کویل و انتقال حرارت از روغن گرم به آب خنک با یک ثابت زمانی دمای روغن کاهش می یابد. این ثابت زمانی تابعی از سطح تماس کویل و روغن داغ، دبی آب خنک جاری در درون کویل و جنس کویل می باشد.

عکس این ثابت زمانی با نشان  $\alpha_5(F_{cw})$  نمایش داده شده است. به راحتی دیده می شود که برای یک کویل ساخته شده (با شکل خاص و جنس معین) ثابت زمانی را می توان با تغییر دبی آب خنک تغییر داد. برای تغییر دبی آب خنک در کویل، از یک شیر کنترلی تناسبی و برای اندازه گیری دبی آن از یک دبی سنج استفاده می شود. چون پارامتر هزینه در یک پروژه مهندسی دارای ارزش زیادی می باشد بنابراین باید ابزارها را به گونه ای انتخاب نمود که به صورت بهینه هم دارای عملکرد قابل قبول باشند و هم هزینه کمتری را به خود اختصاص دهند. با توجه به این موضوع و همچنین گرانی ابزارهایی از قبیل شیر تناسبی و دبی سنج نسبت به سایر ابزارها، می توان آنها را با ابزار ارزانتر و کارآمد شیر برقی on/off جایگزین کرد. به منظور جبران قابلیت های شیر کنترلی تناسبی می توان از هیتر استفاده نمود. با این روش دارای کنترلی مشابه و گاهی اوقات بهتر از حالت استفاده از شیر تناسبی (به علت وجود حداقل تاخیر ۳۰ ثانیه بین باز شدن کامل شیر کنترل تناسبی از حالت کاملاً بسته و برعکس) خواهیم بود. در استفاده از شیر برقی بجای شیر تناسبی به علت ثابت بودن دبی آب جاری در درون کویل  $\alpha_5(F_{cw})$  دارای دو مقدار ثابت به صورت زیر خواهد بود:

$$\alpha_5(F_{cw}) = \begin{cases} \alpha_5 & F_{cw} = const. \\ 0 & F_{cw} = 0 \end{cases} \quad (52-3)$$

بنابراین دینامیک تغییر دمای حمام و در نتیجه و در نتیجه تغییر دمای ژاکت تنها بر اثر باز شدن شیر برقی و جاری شدن آب خنک در آن به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{dT_j}{dt} = \alpha_5 (F_{cw}) (T_{cw} - T_j) \quad (53-3)$$

که در آن  $T_{cw}$  دمای آب خنک می باشد.

با اتصال هیتر به برق شهر، توان الکتریکی داده شده به آن به شکل توان حرارتی ظاهر می گردد. توان حرارتی تولید شده متناسب با ضریب تغییر دمای روغن بر اثر تغییر انرژی آن، دمای روغن را افزایش می دهد. این ضریب به صورت تابعی از جنس روغن، سطح تماس هیتر با روغن و جنس هیتر می باشد. بنابراین دینامیک تغییر دمای ژاکت، تنها بر اثر اعمال توان حرارتی هیتر به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{dT_j}{dt} = \alpha_4 \cdot P \quad (54-3)$$

که در آن  $P$  توان اعمالی به هیتر و  $\alpha_4$  ضریب تغییر دمای روغن بر اثر تغییر انرژی آن می باشد.

سیستم ساخته شده دارای مقداری تلفات حرارتی می باشد. به منظور مدلسازی دقیق سیستم و در نتیجه داشتن کنترلی بهتر بر پایه مدل، وارد کردن اغتشاشات قابل اندازه گیری در مدلسازی دارای اهمیت زیادی می باشد. تلفات حرارتی شامل تبادل حرارت بین حمام، شیلنگ و ژاکت با محیط اطراف می باشد. در این دینامیک عکس ثابت زمانی کاهش دمای روغن جاری در سیستم بر اثر تبادل حرارت با محیط اطراف با نشان  $\alpha_3$  نمایش داده شده است. بنابراین می توان دینامیک تغییر دمای ژاکت، تنها بر اثر تبادل حرارت با محیط اطراف را به صورت زیر بیان کرد:

$$\frac{dT_j}{dt} = \alpha_3 (T_{amb} - T_j) \quad (55-3)$$

که در آن  $T_{amb}$  دمای محیط اطراف سیستم می باشد.

به غیر از دینامیکهای مذکور، دینامیکهای دیگری از قبیل دینامیک سنسورها، محرکها و کنترلر نیز وجود دارد. برای مثال می توان به دینامیک شیر برقی، مدارهای الکترونیکی از قبیل تقویت کننده ها، مبدلها، درایورها و... اشاره کرد. به علت سریع بودن این دینامیکها در مقایسه با دیگر دینامیکها میتوان از لحاظ کردن آنها در مدلسازی چشم پوشی نمود.

در حالت کلی با در نظر گرفتن دینامیکهای ذکر شده در تجهیزات می توان دینامیک تغییر دمای ژاکت را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dT_j}{dt} = \alpha_2 (X_m) (T - T_j) + \alpha_3 (T_{amb} - T_j) + \alpha_4 P + \alpha_5 (F_{cw}) (T_{cw} - T_j) \quad (3-56)$$

### ۳-۴- تخمین پارامترها

در بخشهای قبل دیدیم که برای محاسبه دینامیک تغییر دمای ژاکت و راکتور احتیاج به دانستن ضرایب مطرح شده در این معادلات می باشد. به دو روش می توان این ضرایب را محاسبه نمود. روش اول استفاده از قوانین ترمودینامیکی می باشد که به علت وابستگی شدید این ضرایب به پارامترهایی از قبیل شکل، جنس، میزان خوردگی و ... بسیار مشکل می باشد. روش دوم انجام بعضی آزمایشهای عملی و تخمین پارامترها با روشهای شناسایی شناخته شده می باشد. روش اخیر دارای دو مزیت عمده می باشد. اول اینکه پارامترهای تخمین زده شده درست مطابق با شرایط واقعی سیستم در همان لحظه می باشند و دوم اینکه این تخمینها را می توان به صورت ساده با انجام یکسری آزمایشهای حلقه باز بدون نیاز به استفاده از قوانین ترمودینامیک بدست آورد.

### ۳-۴-۱- تخمین عکس ثابت زمانی تغییر دمای ژاکت بر اثر تبادل حرارت با محیط اطراف ( $\alpha_3$ )

برای تخمین ( $\alpha_3$ ) می توان مطابق با دستورالعمل زیر عمل نمود:

محتویات درون راکتور را خالی نموده به طوریکه تنها هوای راکد در آن باقی بماند. حال پمپ چرخش روغن را روشن کرده تا روغن در مدار خود به گردش درآید. سپس هیتر را روشن و صبر می کنیم تا دمای

روغن تا حدودی (مثلاً ۸۵ درجه سانتیگراد) بالا رود. هیتر را خاموش کرده و منتظر رسیدن دمای روغن به بالاترین حد خود می‌مانیم.

حال یکدفعه مقداری روغن خنک را به درون حمام می‌ریزیم. این عمل باعث تغییر آبی دمای ژاکت می‌گردد. توسط کامپیوتر داده‌های دمای ژاکت و راکتور را درون فایلی ذخیره می‌کنیم. معادلات دینامیکی حاکم بر این سیستم را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dT_j}{dt} = \alpha_3.(T_{amb} - T_j) + \beta.(T - T_j) + e \quad (57-3)$$

که در آن  $\beta$  عکس ثابت زمانی تغییرات دمای ژاکت بر اثر تغییرات دمای راکتور و  $e$  نویز یا خطای اندازه‌گیری می‌باشد. حال با داشتن دماهای راکتور، ژاکت و محیط اطراف در لحظات گوناگون، محاسبه

نرم‌افزاری  $\frac{dT_j}{dt}$  و در نظر گرفتن روابط:

$$X_i = T_{amb_i} - T_{j_i} \quad (58-3)$$

$$Y_i = T_i - T_{j_i} \quad (59-3)$$

$$Z_i = \frac{dT_{j_i}}{dt} \quad (60-3)$$

و معلوم بودن مقادیر  $X_i$  و  $Y_i$  و  $Z_i$  در لحظات گوناگون خواهیم داشت:

$$Z_i = \alpha_3.X_i + \beta.Y_i + e_i \quad (61-3)$$

می‌خواهیم با داشتن مقادیر  $X_i$ ،  $Y_i$ ،  $Z_i$  و  $\hat{\alpha}_3$  و  $\hat{\beta}$  را طوری بدست آوریم که با حداقل خطا داشته باشیم:

$$\hat{Z}_i = \hat{\alpha}_3.X_i + \hat{\beta}.Y_i \quad (62-3)$$

به عبارت دیگر هدف تخمین بهترین مقادیر برای  $\alpha_3$  و  $\beta$  می‌باشد بطوریکه خطای:

$$S = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Z_i - \hat{\alpha}_3.X_i - \hat{\beta}.Y_i)^2 \quad (63-3)$$

حداقل گردد. با فرض سفید بودن نویز (که در عمل نیز فرضی صحیح می باشد) می توان گفت که تخمین حداقل مربعات، تخمینی خوب و بدون بایاس می باشد. برای محاسبه مقدار بهینه  $S$  ضروری است که روابط زیر برقرار باشند:

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{\alpha}_3} = 0 \quad (3-64)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{\beta}} = 0 \quad (3-65)$$

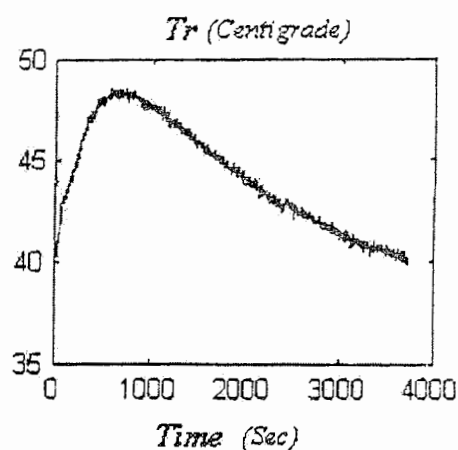
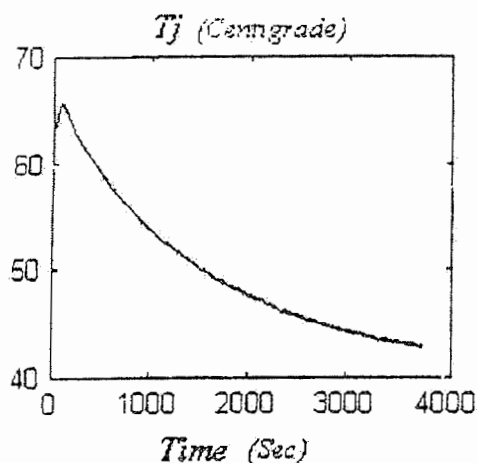
با حل این دو معادله خواهیم داشت:

$$\hat{\beta} = \frac{\left( \sum_{i=1}^n Y_i \cdot Z_i \cdot \sum_{i=1}^n X_i^2 - \sum_{i=1}^n X_i \cdot Z_i \cdot \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i \right)}{\left( \sum_{i=1}^n Y_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i \right)^2 \right)} \quad (3-66)$$

$$\hat{\alpha}_3 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot Z_i - \hat{\beta} \cdot \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2} \quad (3-67)$$

به منظور تخمین صحیح ثابتهای زمانی  $\hat{\alpha}_3$  و  $\hat{\beta}$  از دو سری داده که مربوط به دو آزمایش متفاوت می باشد استفاده شده است. دمای اندازه گیری شده هوای راکد درون راکتور و روغن در آزمایش اول به ترتیب در شکلهای (3-7) و (3-8) نمایش داده شده است.

دمای محیط اطراف سیستم در هنگام آزمایش ۲۴ درجه سانتیگراد بوده است. حال با داشتن دمای ژاکت، دمای راکتور و دمای محیط می توانیم مقادیر  $Z_i, Y_i, X_i$  را محاسبه نموده و با استفاده از معادلات (3-66) و (3-67)  $\hat{\alpha}_3$  و  $\hat{\beta}$  را محاسبه نمود.



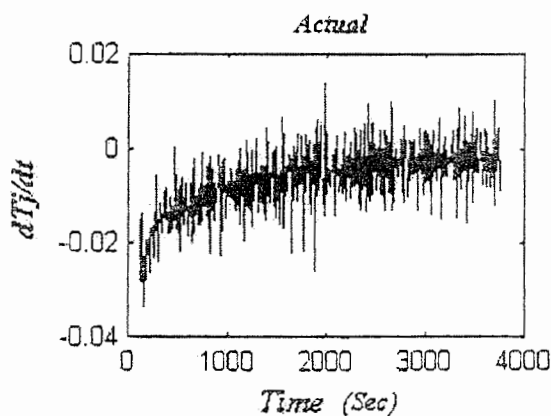
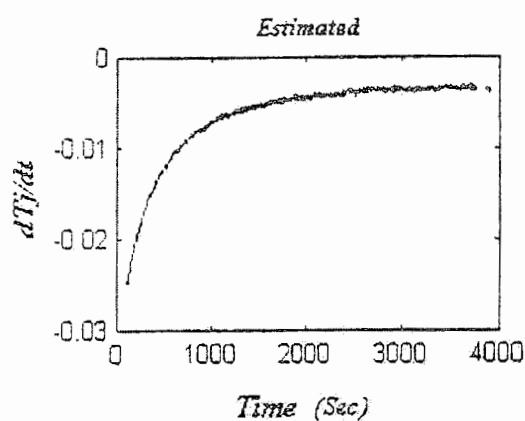
شکل (۸-۳): دمای ژاکت در آزمایش اول

شکل (۷-۳): دمای راکتور در آزمایش اول

در این آزمایش مقادیر تخمینی به صورت  $\hat{\alpha}_3 = 1.0885e - 005$  و  $\hat{\beta} = 5.4566e - 004$  خواهند بود. جهت تست اعتبار پارامترهای تخمین زده شده، مقایسه‌ای بین مشتق واقعی و مشتق بدست آمده با استفاده از پارامترهای تخمین زده شده به صورت:

$$\frac{dT_i}{dt} = \hat{\alpha}_3 \cdot X + \hat{\beta} \cdot Y \quad (۶۸-۳)$$

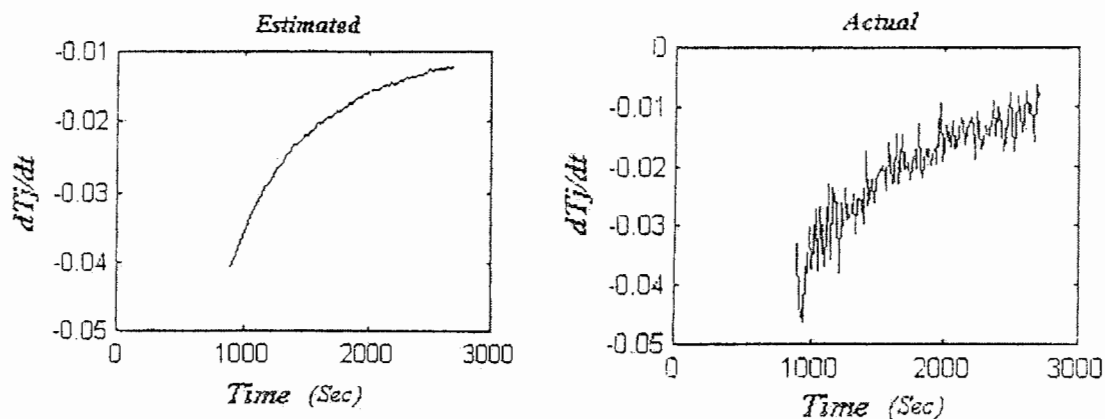
به عمل آمده که نتایج آن به ترتیب در شکل‌های (۹-۳) و (۱۰-۳) ارائه شده‌اند.



شکل (۱۰-۳): مشتق تخمین زده شده دمای ژاکت در

شکل (۹-۳): مشتق واقعی دمای ژاکت در آزمایش اول

آزمایش اول



شکل (۳-۱۳): مشتق واقعی دمای ژاکت در آزمایش شکل (۳-۱۴): مشتق تخمین زده شده دمای ژاکت

در آزمایش دوم

دوم

در نهایت با توجه به این دو آزمایش می توان مقدار تقریبی پارامتر  $\hat{\alpha}_3$  را به صورت میانگینی از دو مقدار تخمین زده شده به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\hat{\alpha}_3 = \frac{(1.0885e - 005 + 7.8534e - 004)}{2} = 3.9811e - 004$$

### ۳-۴-۲- تخمین عکس ثابتهای زمانی تغییر دمای ژاکت و راکتور بر اثر تغییرات دمای یکدیگر $(\alpha_2(X_m), \alpha_1(X_m))$

به منظور محاسبه عکس ثابتهای زمانی  $\alpha_2(X_m), \alpha_1(X_m)$  طبق معادلات (۳-۲۰) و (۳-۵۰) نیاز به محاسبه  $\alpha_{10}, \alpha_{20}$  می باشد. برای تخمین این دو پارامتر می توان مطابق با دستورالعمل زیر عمل نمود:

درون راکتور را با ۶۰۰ سی سی تولوئن پر کرده و پمپ چرخش روغن، همزن و هیتر را روشن می نماییم. صبر می کنیم تا دمای روغن تا اندازه ای (مثلاً ۸۵ درجه سانتیگراد) بالا رود سپس هیتر را خاموش می کنیم. دمای روغن جاری و تولوئن موجود را راکتور تا اندازه ای افزایش یافته و پس از مدتی شروع به کاهش می نمایند. داده های دمای راکتور و دمای ژاکت را در فایل ذخیره می کنیم. در این حالت می توان معادلات دینامیکی را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dT}{dt} = \alpha_{10} \cdot (T_j - T) + e_1 \quad (69-3)$$

$$\frac{DT_j}{dt} = \alpha_{20} \cdot (T - T_j) + \alpha_3 \cdot (T_{amb} - T_j) + e_2 \quad (70-3)$$

که در آن  $e_1, e_2$  خطاهای ناشی از اغتشاشات، نویزهای سیستم و اندازه گیری می باشند.

بجای مقدار  $\alpha_3$  تخمین آن یعنی  $\hat{\alpha}_3$  را در معادله (۷۰-۳) جایگزین می کنیم. مقادیر بدست آمده در این

آزمایش به ترتیب در شکل‌های (۱۵-۳) و (۱۶-۳) نمایش داده شده‌اند.

با تعریف:

$$Z_i = \frac{dT_{j_i}}{dt} - \hat{\alpha}_3 \cdot (T_{j_i} - T_{amb_i}) \quad (71-3)$$

$$H_i = \frac{dT_i}{dt} \quad (72-3)$$

$$X_i = T_{j_i} - T_i \quad (73-3)$$

خواهیم داشت:

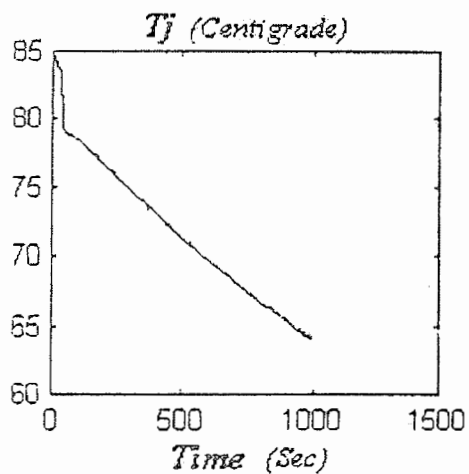
$$H_i = \alpha_{10} \cdot X_i + e_1 \quad (74-3)$$

$$Z_i = -\alpha_{20} \cdot X_i + e_2 \quad (75-3)$$

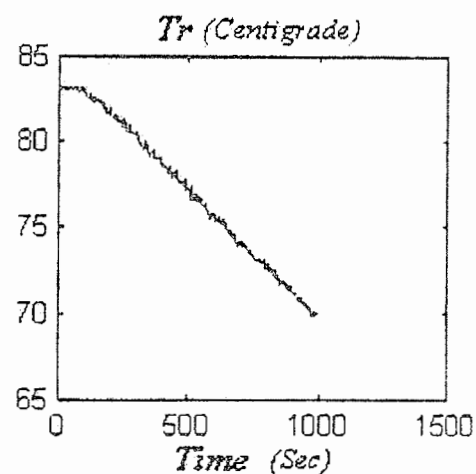
حال با استفاده از روش تخمین حداقل مربعات خواهیم داشت:

$$\hat{\alpha}_{10} = \frac{\sum_{i=1}^n H_i \cdot X_i}{\sum_{i=1}^n X_i \cdot X_i} \quad (76-3)$$

$$\hat{\alpha}_{20} = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i \cdot X_i}{\sum_{i=1}^n X_i \cdot X_i} \quad (77-3)$$



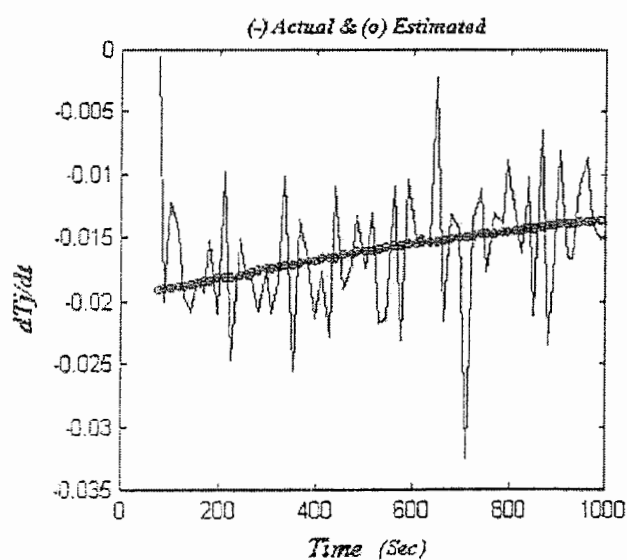
شکل (۳-۱۶): دمای ژاکت



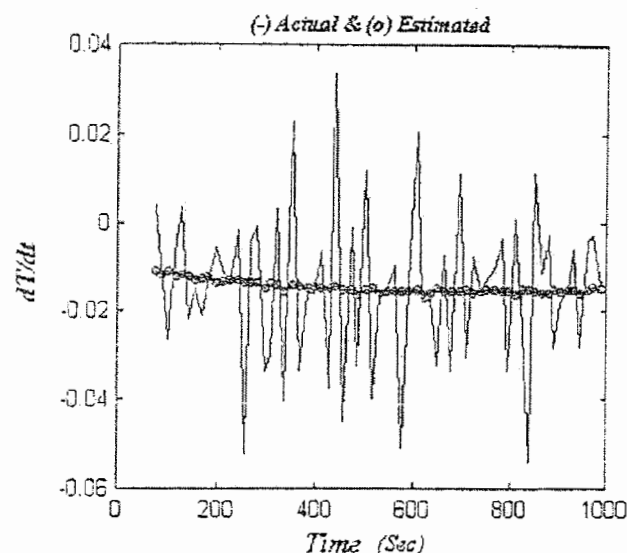
شکل (۳-۱۵): دمای راکتور

با جایگذاری در معادلات (۳-۷۶) و (۳-۷۷) مقادیر تخمینی برابر با  $\hat{\alpha}_{10} = 0.0027$ ,  $\hat{\alpha}_{20} = 9.9584e - 005$  خواهند شد.

جهت تست اعتبار پارامترهای تخمین زده شده، مقایسه‌ای بین تغییرات واقعی دمای روغن و تولوئن با مقادیر تخمینی انجام گرفته که به ترتیب در شکل‌های (۳-۱۷) و (۳-۱۸) نمایش داده شده‌اند.



شکل (۳-۱۷): (-) تغییرات واقعی دمای ژاکت و (o) تغییرات تخمینی آن



شکل (۳-۱۸): (-) تغییرات واقعی دمای راکتور و (o) تغییرات تخمینی آن

### ۳-۴-۳- تخمین عکس ثابت زمانی تغییر دمای ژاکت بر اثر تبادل حرارت با کویل

#### آب خنک ( $\alpha_5$ )

به منظور تخمین ( $\alpha_5$ ) می توان مطابق با دستورالعمل زیر عمل نمود:

بدون نیاز به وجود ماده خاصی در راکتور، پمپ چرخش روغن را خاموش کرده و هیتر را تا زمانی که دمای روغن تا اندازه مورد نظر گرم شود روشن می کنیم. مدتی صبر کرده تا دمای روغن شروع به کاهش نماید. حال شیر آب خنک را باز کرده و همزمان با آن روغن موجود در حمام را با یک همزن دستی هم می زنیم. در طول این مدت داده های دمای روغن را در فایلی ذخیره می کنیم. برای رسیدن به تخمینی بهتر، این آزمایش چند بار در دماهای گوناگون تکرار شده است. در این حالت می توان معادلات دینامیکی را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dT_j}{dt} = \alpha_5 (T_{cw} - T_j) + e \quad (3-78)$$

که در آن  $e$  خطای ناشی از اثر اغتشاشات، نویز سیستم و اندازه گیری می باشد. با فرض سفید بودن نویز می توان با استفاده از تخمین حداقل مربعات به تخمینی بدون بایاس دست یافت.  $T_{cw}$  دمای آب خنک جاری در کویل می باشد و در این آزمایش برابر با مقدار ۱۴ درجه سانتیگراد است. با تعریف:

$$Z_i = \frac{dT_{f_i}}{dt} \quad (۷۹-۳)$$

$$X_i = T_{cw_i} - T_{f_i} \quad (۸۰-۳)$$

خواهیم داشت:

$$Z_i = \alpha_5 \cdot X_i + e \quad (۸۱-۳)$$

با استفاده از تخمین حداقل مربعات، به تخمین زیر خواهیم رسید:

$$\hat{\alpha}_5 = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i \cdot X_i}{\sum_{i=1}^n X_i \cdot X_i} \quad (۸۲-۳)$$

داده ها و تست اعتبار تخمین در آزمایش اول به ترتیب در شکل های (۱۹-۳) و (۲۰-۳) نمایش داده شده اند.

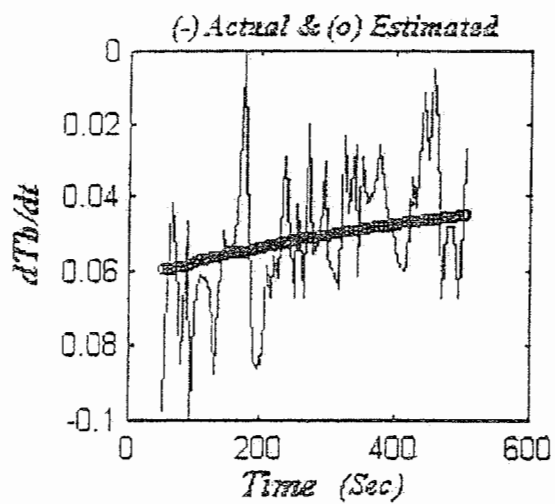
در این آزمایش مقدار تخمینی به صورت  $\hat{\alpha}_5 = 6.2487e - 004$  بدست می آید.

داده های آزمایش دوم و تست اعتبار تخمین آن به ترتیب در شکل های (۲۱-۳) و (۲۲-۳) نمایش داده شده اند.

در این آزمایش مقدار تخمینی به صورت  $\hat{\alpha}_5 = 6.1002e - 004$  بدست می آید.

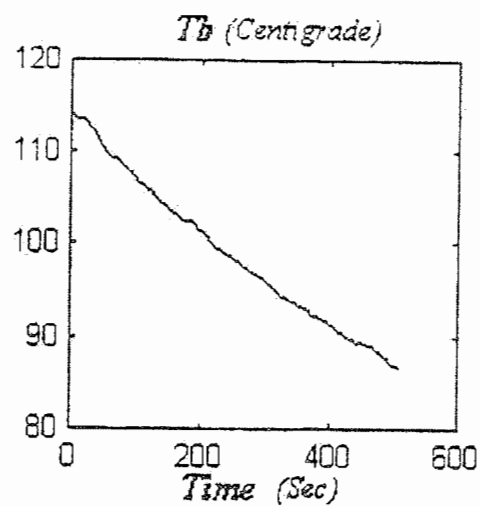
در نهایت با توجه به این دو آزمایش می توان مقدار تقریبی پارامتر  $\hat{\alpha}_5$  را به صورت میانگینی از دو مقدار تخمین زده شده به صورت زیر در نظر گرفت.

$$\hat{\alpha}_5 = \frac{(6.2487e - 004 + 6.1002e - 004)}{2} = 6.1744e - 004$$

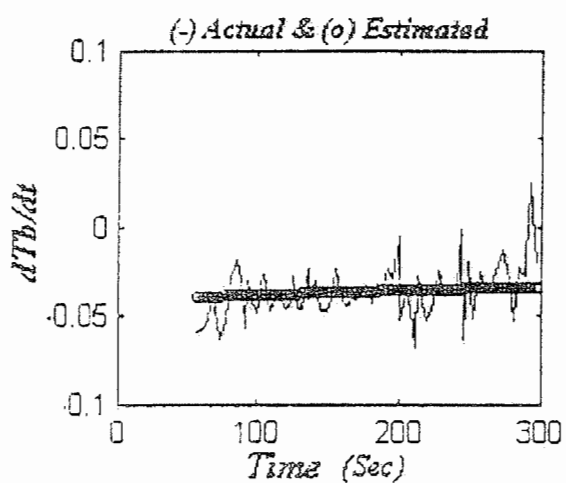


شکل (۳-۲۰): (-) تغییرات واقعی دمای روغن و

(o) تغییرات تخمینی دمای روغن

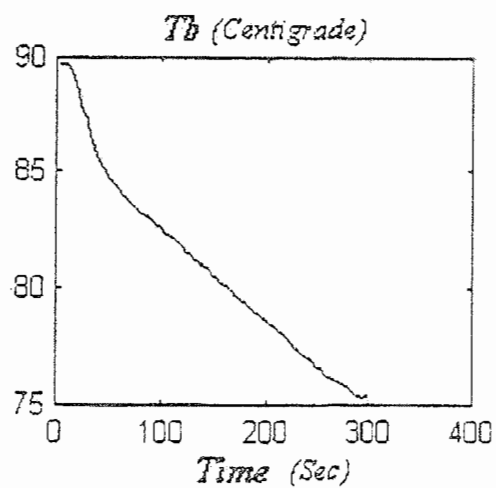


شکل (۳-۱۹) دمای روغن



شکل (۳-۲۲): (-) تغییرات واقعی دمای روغن و

(o) تغییرات تخمینی دمای روغن



شکل (۳-۲۱) دمای روغن درون حمام

### ۳-۴-۴- تخمین ضریب انتقال حرارت از هیتر به روغن درون حمام $\alpha_4$

برای رسیدن به تخمینی خوب می‌توان مطابق با دستورالعمل زیر عمل کرد:

بدون نیاز به وجود ماده خاصی در راکتور، پمپ گردش روغن را خاموش کرده و با اعمال یک توان الکتریکی مشخص هیتر را روشن می‌کنیم. همزمان با روشن کردن هیتر روغن درون حمام را با یک همزن دستی هم می‌زنیم. داده‌های دمای حمام را در فایلی ذخیره می‌کنیم.

در این حالت می‌توان معادلات دینامیکی مورد نظر را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dT_i}{dt} = \alpha_4 \cdot P + e \quad (۸۳-۳)$$

که در آن P توان اعمالی به هیتر بر حسب  $(KJ/Sec)$  و  $(\alpha_4)$  ضریب افزایش دمای روغن بر اثر انتقال انرژی از هیتر به آن بر حسب  $(^\circ K/KJ)$  می‌باشد. e خطای ناشی از اغتشاشات، نویز سیستم و اندازه‌گیری می‌باشد که می‌توان آنرا بصورت سفید در نظر گرفت. با تعریف:

$$Z_i = \frac{dT_i}{dt} \quad (۸۴-۳)$$

$$X_i = P \quad (۸۵-۳)$$

با استفاده از تخمین حداقل مربعات خواهیم داشت:

$$\hat{\alpha}_4 = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i \cdot X_i}{\sum_{i=1}^n X_i \cdot X_i} \quad (۸۶-۳)$$

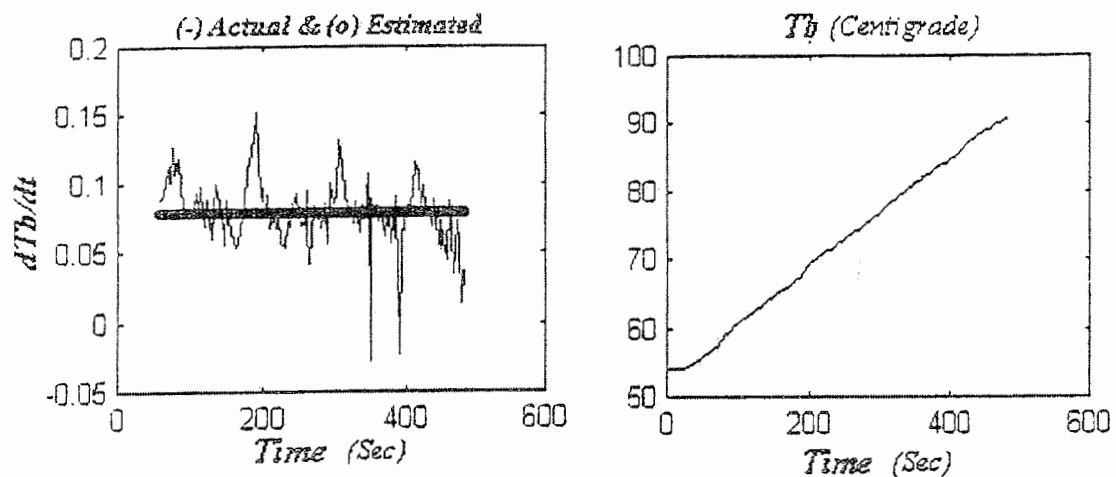
در آزمایش اول یکی از هیترها را مستقیماً به برق شهر وصل می‌کنیم. مقاومت اهمی هیتر را با استفاده از یک اهم‌تر اندازه‌گیری کرده و خواهیم داشت:

$$R = 33.5$$

$$V_{rms} = 220$$

$$P = \frac{V_{rms}^2}{R} = 1.4448(KWatt)$$

شکل های (۲۳-۳) و (۲۴-۳) به ترتیب دمای روغن موجود در حمام و تست اعتبار پارامترهای تخمین زده شده را نمایش می دهد. در این حالت مقدار تخمین زده شده برابر با  $\hat{\alpha}_4 = 5.4594e - 005$  خواهد شد.

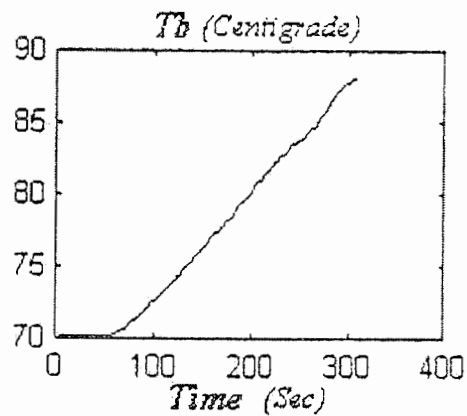
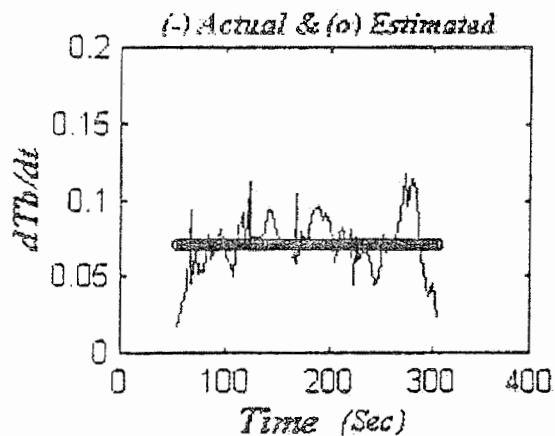


شکل (۲۴-۳): (-) تغییرات واقعی دمای حمام و

(o) تغییرات تخمینی دمای حمام نسبت به زمان

شکل (۲۳-۳) دمای حمام

در آزمایش دوم، هیتر دیگر را مستقیماً به برق شهر وصل می کنیم. در این حالت نیز با توجه به یکسان بودن نوع دو هیتر و ولتاژ اعمالی به آنها، توان اعمالی به آب برابر با  $P = 1.4448(KWatt)$  خواهد شد. شکل های (۲۵-۳) و (۲۶-۳) به ترتیب دمای روغن موجود در حمام و تست اعتبار پارامترهای تخمین زده شده را نمایش می دهد. در این حالت مقدار تخمین زده شده برابر با  $\hat{\alpha}_4 = 4.9531e - 005$  خواهد شد.



شکل (۳-۲۶): (-) تغییرات واقعی دمای حمام و

شکل (۳-۲۵) دمای حمام

(o) تغییرات تخمینی دمای حمام نسبت به زمان

در نهایت با توجه به این دو آزمایش می‌توان مقدار تقریبی پارامتر  $\hat{\alpha}_4$  را به صورت میانگینی از دو مقدار تخمین زده شده در نظر گرفت.

$$\hat{\alpha}_4 = \frac{(5.4594e-005 + 4.9531e-005)}{2} = 5.2062e-005$$

به طور خلاصه می‌توان پارامترهای تخمین زده شده را به صورت زیر نمایش داد:

$$\hat{\alpha}_3 = 3.9811e-004$$

$$\hat{\alpha}_{10} = 0.0027$$

$$\hat{\alpha}_{20} = 9.9584e-005$$

$$\hat{\alpha}_5 = 6.1744e-004$$

$$\hat{\alpha}_4 = 5.2062e-005$$

### ۳-۵- مدل سازی مجموعه

مدلسازی مجموعه شامل مدلسازی فرآیند پلیمریزاسیون و تجهیزات جانبی در کنار یکدیگر می‌باشد که هر قسمت آن در بخش قبل به صورت مجزا انجام شد. در این بخش می‌خواهیم با کنار یکدیگر قرار دادن

دینامیکهای بدست آمده مدل کلی سیستم را استخراج نماییم. به منظور فراهم آوردن نت نویسی آسان، بعضی پارامترها را به صورت زیر تعریف مجدد می کنیم:

$$C_m = [M], C_{m0} = [M]_0, C_i = [I], C_{i0} = [I]_0, \varepsilon = -\frac{\varepsilon}{1+\beta}, R_m = -r_m, R_i = -r_i$$

در حالت کلی می توان سیستم را به صورت زیر مدل کرد:

$$\frac{dC_m}{dt} = \left[ 1 + \varepsilon \cdot \frac{C_m}{C_{m0}} \right] \cdot R_m \quad (87-3)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = R_i + \varepsilon \cdot \frac{C_i}{C_{m0}} \cdot R_m \quad (88-3)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\alpha_0 \cdot K_p \cdot \zeta_0 \cdot C_m}{1 + \varepsilon \cdot \frac{C_m}{C_{m0}}} + \alpha_1 (X_m) \cdot (T_j - T) \quad (89-3)$$

$$\frac{dT_j}{dt} = \alpha_2 (X_m) \cdot (T - T_j) + \alpha_3 \cdot (T_{amb} - T_j) + \alpha_4 \cdot P + \alpha_5 (F_{cw}) \cdot (T_{cw} - T_j) \quad (90-3)$$

با استفاده از این مدل و با داشتن مقادیر اولیه غلظت مونومر، آغازگر و حلال از طریق دو معادله اول می توان در طول مدت انجام فرآیند، غلظت های مونومر و آغازگر را تخمین زد. از غلظت های تخمین زده شده برای محاسبه مقدار تقریبی انرژی آزاد شده توسط فرآیند در هر لحظه استفاده می گردد. جمله اول سمت راست معادله (89-3) رابطه مقدار انرژی آزاد شده با تغییر دمای راکتور را نشان می دهد. دمای مخلوط درون راکتور از طریق تبادل حرارت با روغن درون ژاکت کنترل می گردد. برای کنترل دمای مخلوط درون راکتور، کنترل دمای روغن جاری در ژاکت ضروری می باشد. این کار از طریق محرکهای حرارت دهنده (هیتر) و حرارت گیرنده (کوئل آب خنک) انجام می شود. این موضوع به خوبی در دو معادله دینامیکی (3-90) و (90-3) دیده می شود.

سیستم اولیه دارای 10 حالت بود که با در نظر گرفتن بعضی فرضیات معقول مرتبه سیستم به 4 کاهش داده شده است. با این کار سیستم ساده شده شامل چهار حالت غلظت مونومر، غلظت آغازکننده، دمای راکتور و

دمای ژاکت گشت. در حالت کلی با در نظر گرفتن حالت‌های  $x_4 = T_j, x_3 = T, x_2 = C_i, x_1 = C_m$

می‌توان معادلات دینامیکی را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, x_3) \quad (91-3)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, x_3) \quad (92-3)$$

$$\dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3, x_4) \quad (93-3)$$

$$\dot{x}_4 = f_4(x_1, x_3, x_4) + \alpha_4 \cdot P - \alpha_5(F_{cw}) \cdot (x_4 - T_{cw}) \quad (94-3)$$

معادله آخر را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{x}_4 = f_4(x_1, x_3, x_4) + \alpha_4 \cdot U \quad (95-3)$$

که در آن:  $U$  نرخ انرژی مبادله شونده با روغن جاری به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$U = P - \frac{\alpha_5(F_{cw})}{\alpha_4} \cdot (x_4 - T_{cw}) \quad (96-3)$$

همانطور که دیده می‌شود دینامیکها نسبت به حالت‌ها، غیرخطی و شبیه به بسیاری از مسائل عملی دیگر

نسبت به ورودی  $U$  خطی می‌باشند.

# فصل چہارم

## کنٹرل غیر خطی

برای اینکه در یک فرایند ناپیوسته پلیمریزاسیون بتوان به محصولی با کیفیت دلخواه دست یافت نیاز به کنترل بعضی پارامترهای فرآیند می‌باشد. تعیین این پارامترها بستگی به نوع پلیمریزاسیون و راکتور مورد استفاده دارند. گاهی اوقات نیاز است که برای رسیدن به محصول مطلوب هم فشار درون راکتور ناپیوسته را کنترل نمود و هم دمای آن را و گاهی اوقات نیز تنها کنترل دمای آن کافی می‌باشد. این که از چه نوع راکتور و با چه شرایطی و کدام یک از متغیرهای کنترل شونده و با چه پروفایلهایی استفاده شود را یک فرد خبره در آن فرآیند در اختیار شخص طراح کنترل کننده قرار می‌دهد. در این فرآیند که فرآیند پلیمریزاسیون حلالی رادیکال آزاد متبل متاکریلات می‌باشد هدف اعمال یک پروفایل دما به مخلوط درون راکتور می‌باشد. دمای مخلوط درون راکتور بواسطه تبادل حرارت با روغن جاری در ژاکت تغییر می‌نماید. دمای ژاکت نیز از طریق هیترا و کوئل خنک کننده تعبیه شده در حمام تنظیم می‌شود. با توجه به مدلسازی سیستم و نوع فرآیند توصیف شده می‌توان دید که فرآیند، فرآیندی شدیداً غیرخطی می‌باشد که نقطه کار آن در طول مدت واکنش دارای تغییرات زیادی است. به علت وجود این تغییرات وسیع، دینامیکهای آن را نمی‌توان به صورت تقریبی و در نزدیکی نقطه کار ثابتی خطی نمود. در نتیجه استفاده از کنترل کننده‌های متداول خطی از قبیل PID دارای عملکرد ضعیفی خواهد بود. بدین منظور برای کنترل چنین فرآیندی و تعقیب پروفایل دما، بهتر است از روشهای پیشرفته کنترل غیرخطی استفاده شود. روش کنترلی استفاده شده در این پروژه که روشی بر پایه مدل و مقاوم در برابر اغتشاشات، عدم قطعیتها و نویزهای ناخواسته می‌باشد، روشی دو مرحله‌ای است. در مرحله اول سیستم غیرخطی موجود را با استفاده از یک فیدبک حالت به صورت ورودی-خروجی خطی نموده سپس در مرحله بعد با استفاده از یک کنترل کننده MPC خروجی فرآیند را به سمت مقدار مطلوب میل می‌دهیم. به طور خلاصه می‌توان مراحل مختلف در رسیدن به کنترل مناسب را بدین صورت بیان نمود: با استفاده از مقادیر اولیه دمای راکتور و ژاکت و غلظت مونومر و آغاز کننده

غیرخطی هموار باشند، در اینصورت به صورت منطقی می‌توان سیستم کنترل را با سیستم خطی شده‌ای در نزدیکی آن نقطه کار تقریب زد. در این حالت دینامیکهای سیستم خطی شده را می‌توان با معادلات دیفرانسیل خطی بیان نمود.

عوامل غیرخطی را می‌توان به دو دسته طبیعی<sup>۱</sup> و مصنوعی<sup>۲</sup> تقسیم‌بندی کرد. عوامل غیرخطی طبیعی آنهایی هستند که به صورت طبیعی همراه با سخت‌افزار سیستم و حرکت آن می‌باشند. معمولاً بعضی از عوامل غیرخطی اثرات نامطلوبی داشته و سیستم کنترلی باید طوری طراحی گردد که این اثرات را جبران نماید. عوامل غیرخطی مصنوعی به صورتی مصنوعی به سیستم کنترلی توسط طراح اعمال می‌گردد. (به عنوان مثال کنترل تطبیقی یا کنترل بهینه bang-bang یک سیستم ذاتاً خطی، غیرخطی است).

روشهای کنترل خطی بر پایه ملاحظات محدوده کاری کوچک می‌باشند که در این محدوده این مدل معتبر است. وقتی که نیازمند به محدوده کاری بزرگتری باشیم در این صورت سیستم خطی شده و کنترل خطی آن دارای عملکردی ضعیف و یا ناپایدار خواهد بود، که علت آن عدم جبران عوامل غیرخطی می‌باشد. کنترل کننده های غیر خطی می‌توانند بصورت مستقیم بسیاری از عوامل غیر خطی را در محدوده وسیع کاری کنترل نمایند. مثالی ساده از این مساله استفاده از روشهای کنترل غیرخطی در سیستم ربات می‌باشد.

در کنترل خطی فرض بر این است که مدل سیستم خطی‌پذیر باشد. در سیستمهای کنترل، عوامل غیرخطی بسیاری یافت می‌شود که طبیعت ناپایسته آنها اجازه استفاده از تقریب خطی را نمی‌دهد. این عامل غیرخطی که “عامل غیرخطی سخت” نامیده می‌شود می‌تواند شامل اشباع، منطقه مرده و هیستریزیس باشد. اثرات این عوامل را نمی‌توان از روشهای خطی مشتق نمود. در این موارد از تکنیکهای آنالیز غیرخطی برای پیش‌بینی عملکرد سیستم می‌توان استفاده کرد. به علت اینکه اغلب

---

<sup>۱</sup> Natural (Inherent)

<sup>۲</sup> Artificial (Intentional)

عوامل غیرخطی باعث رفتارهای نامطلوبی همچون ناپایداری، سیکل حدی در خروجی سیستم می‌گردند، بنابراین اثرات آنها باید پیش‌بینی گشته و جبرانی متناسب با آن به عمل آید.

در طراحیهای کنترلر غیرخطی، معمولاً ضروری است که فرض نماییم پارامترهای مدل سیستم به طور معقولی، معلوم می‌باشند. این در حالی است که در بسیاری از مسائل کنترل، عدم قطعیهایی روی پارامترهای سیستم وجود دارد. این عدم قطعیتها روی پارامترها می‌تواند به صورت یکسری تغییرات ناگهانی در پارامترها (مانند تغییرات فشار هوا در طول مدت پرواز) یا بصورت یکسری تغییرات ناگهانی در پارامترها (مانند تغییرات پارامتر اینرسی یک بازوی ربات هنگامی که یک شی جدید را می‌گیرد) نمایان گردد. یک کنترلر خطی که بر پایه مقادیری غیردقیق از پارامترهای مدل سیستم طراحی شده باشد، دارای عملکردی ضعیف خواهد بود و حتی ممکن است سیستم را نیز ناپایدار کند.

طراحیهای خوب کنترل غیرخطی ممکن است ساده‌تر و قابل درک‌تر از همتای خطی خود باشد. دلیل آن بر این حقیقت استوار است که طراحی کنترل غیرخطی ریشه‌ای عمیق در فیزیک دستگاه دارد. دلایل دیگری از قبیل هزینه و بهینگی عملکرد نیز برای استفاده از تکنیکهای کنترل غیرخطی وجود دارد. کنترل خطی نیازمند به سنسورها و محرکهای دقیق برای تولید رفتاری خطی در محدوده عملکرد مشخص شده می‌باشد که این باعث افزایش هزینه‌ها می‌گردد. این در حالی است که کنترل غیرخطی به شما اجازه استفاده از عناصری ارزانتر با مشخصات غیرخطی را می‌دهد. به عنوان مثالی از کاربرد در کنترل بهینه می‌توان به استفاده از تکنیک bang-bang اشاره نمود که سرعت پاسخ سیستم را بالا برده و ذاتاً پدیده‌ای غیرخطی است.

بنابراین موضوع کنترل غیرخطی یک عرصه مهم در کنترل اتوماتیک می‌باشد. آموختن تکنیکهای اساسی آنالیز و طراحی کنترل غیرخطی می‌تواند به صورت محسوسی توانایی یک مهندس کنترل را در برخورد موثر با مسائل عملی کنترل بهبود بخشد. همچنین این مساله درک بهتری از جهان واقعی که خود ذاتاً غیرخطی است به انسان می‌دهد. در گذشته، کاربرد روشهای کنترل غیرخطی بواسطه

مشکلات محاسباتی همراه با طراحی و آنالیز کنترل غیرخطی، محدود می‌گشت. در سالهای اخیر، به علت پیشرفت در تکنولوژی میکروپروسورها این موانع نیز به کنار رفته‌اند. بنابراین در حال حاضر اشتیاق قابل توجهی در تحقیق و کاربرد روشهای کنترل غیرخطی موجود می‌باشد.

موضوع طراحی کنترل غیرخطی در محدوده‌های بزرگ، توجه خاصی را به خود معطوف داشته که یکی از دلایل آن ظهور میکروپروسورهای قوی در عرصه صنعت می‌باشد که پیاده سازی کنترلرهای غیرخطی را به یک مساله ساده بدل کرده است. به عبارت دیگر، تکنولوژی مدرن، همانند رباتهای دارای دقت و سرعت بالا یا هواپیماهایی با عملکرد عالی، خواستار سیستمهای کنترلی با مشخصات طراحی بهتر می‌باشند.

#### ۴-۳- خطی سازی از طریق فیدبک<sup>۲</sup>

خطی سازی از طریق فیدبک روشی مبتنی بر مدل در طراحی کنترل غیرخطی می‌باشد که توجه بسیاری از محققان و مقالات را به خود معطوف کرده است. ایده اصلی این روش انتقال جبری دینامیکهای یک سیستم غیرخطی به یکسری دینامیکهای (کامل یا قسمتی) خطی و ساده تر می‌باشد بطوریکه می‌توان روی سیستم جدید، تکنیکهای کنترل خطی را پیاده سازی نمود. این نوع خطی سازی با خطی سازی متعارف که تقریبی از مدل سیستم در حوالی نقطه کار می‌باشد متفاوت است. بر خلاف خطی سازی متعارف که از طریق بسط تیلور دینامیکهای یک سیستم، فقط یکدفعه در حالت طراحی در نزدیکی نقطه کار به صورت تقریبی بدست می‌آید، در این روش در هر لحظه با استفاده از فیدبک حالت خطی سازی به صورتی گسترده تر انجام می‌شود. ایده ساده سازی دینامیکهای سیستم با استفاده از انتخاب حالتهای متفاوت پدیده‌ای تازه و ناآشنا نمی‌باشد. برای مثال در مکانیک، پیچیدگی نمایش مدل یک سیستم بستگی به نوع مختصات انتخابی دارد. به عبارت دیگر با عوض کردن نوع مختصات انتخابی (مختصاتی متناسبتر) می‌توان به نمایشی ساده تر و قابل درک تر از همان مدل بدون عوض شدن

---

<sup>۲</sup> Feedback Linearization

ماهیت سیستم رسید. تکنیکهای خطی سازی از طریق فیدبک می تواند به صورت روشی از انتقال مدل سیستم اصلی به مدلی معادل با شکل ساده تر بیان گردد.

خطی سازی از طریق فیدبک به صورت موفقیت آمیزی در بعضی مسائل عملی کنترل پیاده سازی شده است. مثالی از پیاده سازی این روش به صورت عملی، کنترل پرواز هلیکوپتر، کنترل هواپیماهایی با عملکرد عالی، کنترل رباتهای صنعتی و مهندسی پزشکی می باشد.

### ۴-۳-۱- خطی سازی ورودی-خروجی<sup>۴</sup>

سیستمی با دینامیکهای

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X, U) \\ y = h(X) \end{cases} \quad (1-4)$$

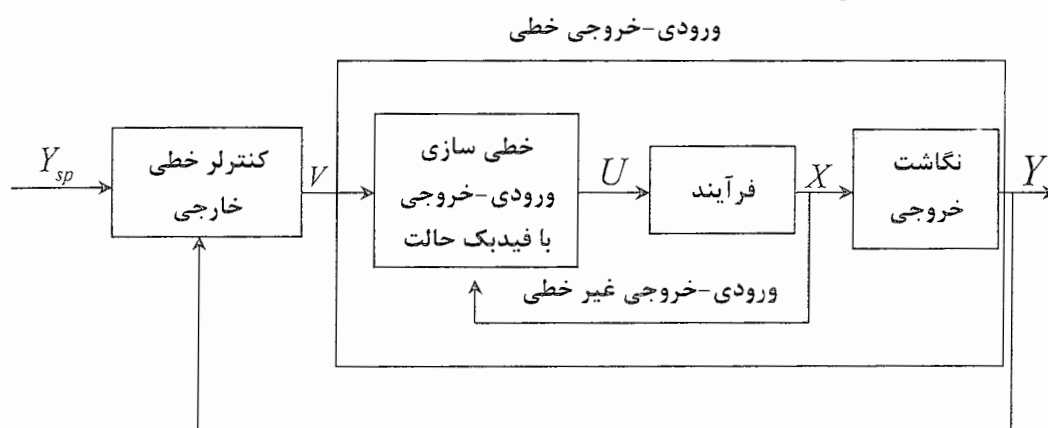
را در نظر بگیرید. فرض کنید که هدف طراحی کنترل کننده ای باشد که توسط آن بتوان خروجی سیستم را به تعقیب یک پروفایل از پیش تعیین شده ترغیب نمود. به عبارت دیگر می خواهیم قانون کنترل را بگونه ای طراحی نماییم که با استفاده از آن با گذشت زمان اختلاف بین مقدار خروجی  $y(t)$  و مقدار مطلوب  $y_d(t)$  به سمت صفر میل نماید.

البته در استفاده از این روش بایستی  $y_d(t)$  و کلیه مشتقات آن معلوم و محدود باشند. همانطور که در معادلات دینامیک (۱-۴) دیده می شود. بین خروجی و ورودی سیستم رابطه مستقیمی وجود ندارد. در طراحی کنترلر این مساله کار طراحی را مشکل تر می سازد. با پیدا کردن یک رابطه مستقیم و ساده بین خروجی و ورودی می توان مشکلات کنترل تعقیب را کاهش داد. این ایده باعث ابداع روشی به نام خطی سازی ورودی-خروجی در طراحی کنترل غیرخطی گردید. در این استراتژی، ابتدا از طریق فیدبک حالت، رابطه ای خطی بین ورودی و خروجی برقرار گشته سپس برای سیستم انتقال یافته

---

<sup>۴</sup> Input-Output Linearization

کنترلی بر پایه روشهای متداول کنترل خطی طراحی می‌شود. در این روش که به روش  $GLC^5$  نیز معروف می‌باشد دانستن مقادیر حالتها در زمانهای گوناگون ضروری است. در حالتیکه برای اندازه‌گیری مقادیر حالتها سنسورهایی موجود باشد، می‌توان دیاگرام بلوکی کنترل  $GLC$  را به صورت شکل (۱-۴) نمایش داد. همانطور که در این شکل دیده می‌شود رابطه ورودی-خروجی فرآیند  $(u, y)$  غیر خطی است. با استفاده از فیدبک حالت مناسبی می‌توان به سیستم جدید  $(v, y)$  با ورودی-خروجی خطی شده دست یافت. باید توجه داشت که نمی‌توان تمام سیستمها را بدینگونه خطی نمود. فقط سیستمهایی را می‌توان بدین صورت خطی نمود که دینامیکهای آن قابل توصیف به صورت معادله (۱-۴) باشند و خروجی فرآیند نیز فقط به صورت تابعی از حالتها باشد.

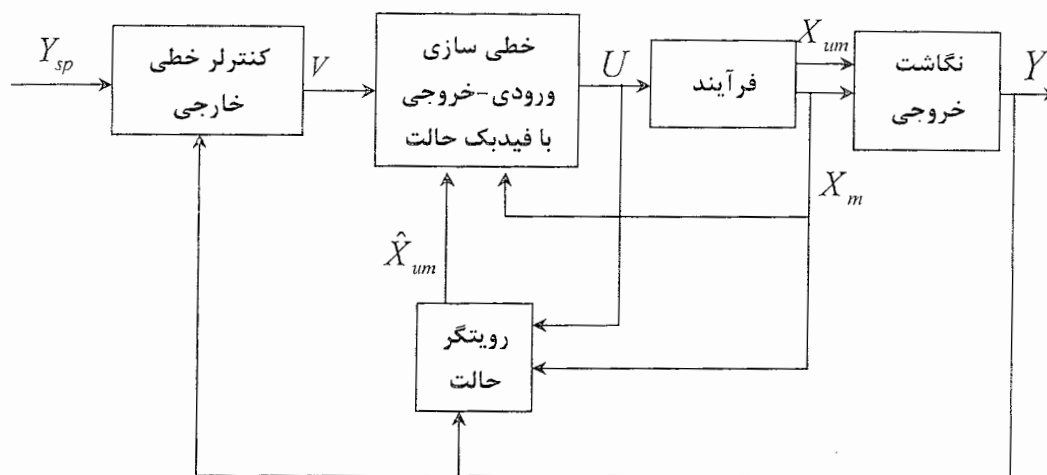


شکل (۱-۴): دیاگرام بلوکی  $GLC$  در حالتیکه تمام حالتها قابل اندازه‌گیری باشند

در فرآیندها گاهی اوقات برای اندازه‌گیری مستقیم بعضی از پارامترها سنسوری موجود نمی‌باشد و گاهی اوقات نیز هزینه تهیه بعضی سنسورها به حدی بالا است که تهیه آنها مقرون به صرفه نمی‌باشد. با توجه به اینکه در این روش کنترلی دانستن مقدار حالتها در هر زمان ضروری می‌باشد آن دسته از حالتهایی را که بنا به هر دلیلی نمی‌توان با سنسوری به صورت مستقیم اندازه گرفت، باید تخمین زد. با اضافه‌شدن یک تخمین گر حالت به دیگر اجزاء سیستم به ساختار جدیدی بنام ساختار هیبرید  $GLC$  می‌رسیم. در دیاگرام شکل (۲-۴) حالتها قابل اندازه‌گیری به صورت مستقیم، وارد بلوک خطی ساز

<sup>5</sup> Global Linearization Control

ورودی-خروجی می‌گردد و حالت‌های غیر قابل اندازه‌گیری ابتدا توسط یک شیه‌ساز از روی مقادیر خروجی و دیگر حالت‌های قابل اندازه‌گیری تخمین زده شده سپس وارد بلوک خطی‌ساز ورودی-خروجی می‌گردند.



شکل (۲-۴): ساختار هیبرید GLC

فرآیندهای SISO قابل توصیف با معادله زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X) + g(X)U \\ y = h(X) \end{cases} \quad (2-4)$$

که در آن  $y$  خروجی فرآیند،  $U$  ورودی فرآیند و  $X$  بردار حالت‌های فرآیند می‌باشد. بوسیله خطی‌سازی ورودی-خروجی می‌خواهیم رابطه‌ای خطی بین خروجی  $y$  و ورودی جدید  $v$  تولید نماییم. در این قسمت مباحث زیر بحث می‌گردد:

۱. چگونگی تولید رابطه‌ای خطی بین ورودی جدید و خروجی یک سیستم غیر خطی
۲. تشخیص دینامیک‌های داخلی و دینامیک‌های صفر در سیستم خطی شده جدید
۳. چگونگی طراحی یک کنترلر پایدار بر پایه ورودی-خروجی خطی شده

### ۴-۳-۱-۱- توئید رابطه خطی بین ورودی و خروجی

روش پایه در خطی سازی ورودی-خروجی به صورت ساده مشتق گرفتن از خروجی  $y$  تا ظهور ورودی  $u$  در آن رابطه می باشد. سپس در این رابطه  $u$  را طوری انتخاب می کنیم که عوامل غیرخطی لغو شوند. به مشتق مرتبه  $r$  ام خروجی  $y$  که در آن ورودی  $u$  ظاهر شود درجه نسبی سیستم گویند. در بعضی از سیستمها ممکن است که درجه نسبی برابر با درجه سیستم باشد ( $r = u$ ) که در اینحالت سیستم خطی پذیر کامل می باشد. این مساله به معنای انتقال تمام دینامیکهای سیستم غیرخطی به دینامیکهای خطی از طریق این انتقال می باشد. در بعضی سیستمها، درجه نسبی سیستم کوچکتر از درجه سیستم می گردد ( $r < u$ ) که در این حالت با استفاده از انتقالی مناسب  $r$  تا از دینامیکهای غیرخطی به دینامیکهایی خطی تبدیل گشته و  $n - r$  تای دیگر آن غیرخطی باقی می ماند. اگر در سیستمی تا مشتق مرتبه  $n$  ام خروجی  $y$ ، ورودی  $u$  ظهور نکرد در آن صورت سیستم خطی پذیر از این طریق نبوده و درجه نسبی سیستم در این حالت غیرقابل تعریف خواهد بود.

### ۴-۳-۱-۲- محاسبه درجه نسبی:

مطابق تعریف درجه نسبی در سیستمی با معادله (۴-۲)، برای مشتق اول خروجی خواهیم داشت:

$$\dot{y} = \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial h}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \dots + \frac{\partial h}{\partial x_n} \dot{x}_n = \nabla h \cdot \dot{X} \quad (۳-۴)$$

که در آن  $\nabla$  اپراتور گرادیان می باشد. با تعریف اپراتور  $L$  به صورت  $L_f h(X) = \nabla h(X) \cdot f(X)$  خواهیم داشت:

$$\nabla h \cdot \dot{X} = \nabla h \cdot (f + g \cdot u) = L_f h(X) + L_g h(X) u \quad (۴-۴)$$

در نتیجه:

$$\dot{y} = L_f h(X) + L_g h(X) u \quad (۵-۴)$$

در معادله (۵-۴) اگر به ازای بعضی مقادیر  $\bar{X} = X_0$  در ناحیه  $\Omega_x$   $\bar{L}_g h(\bar{X}) \neq 0$  باشد، آنگاه با استناد به قضیه همسایگی، در همسایگی  $X_0$  ناحیه  $\Omega$  ای یافت می‌شود که در این ناحیه  $L_g h(X) \neq 0$  باشد. در ناحیه  $\Omega$  انتقال ورودی به صورت:

$$u = \frac{1}{L_g h} (-L_f h + v) \quad (6-4)$$

باعث ایجاد یک رابطه خطی بین خروجی  $y$  و ورودی جدید  $v$  به صورت  $\dot{y} = v$  می‌گردد.

در معادله (۶-۴) اگر به ازای تمام مقادیر  $X$  در ناحیه  $\Omega_x$   $L_g h(X) = 0$  باشد در اینصورت با تکرار مشتق‌گیری خواهیم داشت:

$$\ddot{y} = L_f^2 h(X) + L_g L_f h(X).U \quad (7-4)$$

اگر دوباره به ازای تمام مقادیر  $X$  در ناحیه  $\Omega_x$   $L_g L_f h(X) = 0$  باشد عمل مشتق‌گیری را ادامه داده و خواهیم داشت:

$$y^{(i)} = L_f^i h(X) + L_g L_f^{i-1} h(X).u \quad (8-4)$$

این عمل تا زمانی ادامه می‌یابد که به ازای  $i = r$  برای بعضی مقادیر در همسایگی  $X = X_0$  در ناحیه  $\Omega$  داشته باشیم:

$$L_g L_f^{r-1} h(X) \neq 0 \quad (9-4)$$

در ناحیه  $\Omega$  انتقال ورودی به صورت:

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h} (-L_f^r h + v) \quad (10-4)$$

باعث ایجاد رابطه‌ای غیرخطی بین خروجی  $y$  و ورودی  $u$  به صورت زیر می‌گردد:

$$y^{(r)} = L_f^r h(X) + L_g L_f^{r-1} h(X).u \quad (11-4)$$

با جایگذاری معادله (۱۱-۴) در (۲-۴) به رابطه‌ای خطی بین خروجی  $y$  و ورودی جدید  $v$  به صورت زیر می‌رسیم:

$$\phi(X) = [\mu_1 \quad \dots \quad \mu_r \quad \psi_1 \quad \dots \quad \psi_{n-r}] \quad (۱۷-۴)$$

بطوریکه در معادلات (۱۴-۴) و (۱۵-۴) صدق نماید.

#### ۴-۳-۱-۴- انتقال حالتها

مفهوم Diffeomorphism می‌تواند به عنوان مفهوم تعمیم یافته‌ای از انتقال حالتها در نظر گرفته شود

که به صورت صریح می‌توان آنرا به صورت زیر تعریف کرد:

تعریف (۲-۴): تابع  $\phi: R^n \rightarrow R^n$ ، تعریف شده در ناحیه  $\Omega$ ، یک diffeomorphism نامیده می‌شود

اگر در این ناحیه هموار باشد و معکوس آن نیز وجود داشته و هموار باشد.

اگر ناحیه  $\Omega$  تمام فضای  $R^n$  را پوشانند، در آن صورت  $\phi(X)$  یک

global diffeomorphism نامیده می‌شود. با استفاده از لم زیر به راحتی برای یک تابع غیرخطی

$\phi(X)$  می‌توان حکم نمود که آیا این تابع local diffeomorphism است یا خیر.

لم (۱-۴): فرض کنید که  $\phi(X)$  یک تابع هموار در ناحیه  $\Omega$  باشد. اگر ماتریس ژاکوبین  $\nabla \phi$  در

یک نقطه از  $\Omega$  غیرمنفرد باشد در آن صورت  $\phi(X)$  یک local diffeomorphism در یک

زیرمنطقه از  $\Omega$  نامیده می‌شود [۳۷]

یک diffeomorphism می‌تواند برای انتقال یک سیستم غیرخطی به سیستم غیرخطی دیگری با

مجموعه جدیدی از حالتها همانند آنچه که در سیستمهای خطی صورت می‌پذیرد، استفاده گردد.

سیستمی با معادلات (۲-۴) را در نظر بگیرید. همچنین مجموعه جدیدی از حالتها با انتقالی به صورت

$z = \phi(X)$  را در نظر بگیرید. با مشتق‌گیری از  $Z$  خواهیم داشت:

$$\dot{Z} = \frac{\partial \phi}{\partial X} \cdot \dot{X} = \frac{\partial \phi}{\partial X} \cdot (f(X) + g(X) \cdot u) \quad (۱۸-۴)$$

با قراردادن  $X = \phi^{-1}(Z)$  می‌توان مجموعه جدید معادلات دینامیکی را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} \dot{Z} = f^*(Z) + g^*(Z) \cdot u \\ y = h^*(Z) \end{cases} \quad (۱۹-۴)$$

برای اینکه نشان دهیم سیستم غیرخطی به درستی می‌تواند به شکل نرمال درآید فقط نشان دادن اینکه چنین انتقال مختصاتی وجود دارد کافی نمی‌باشد بلکه باید نشان داد این انتقال حالت، صحیح می‌باشد. به عبارت دیگر، ضروری است که نشان دهیم می‌توان یک local diffeomorphism به صورت:

$$\phi(X) = [\mu_1 \quad \dots \quad \mu_r \quad \psi_1 \quad \dots \quad \psi_{n-r}] \quad (20-4)$$

ایجاد کرد، به طوریکه در (4-14) و (4-15) صدق نماید. مطابق با لم بالا برای اینکه نشان دهیم  $\phi$  یک diffeomorphism می‌باشد کافی است که نشان دهیم ماتریس ژاکوبین آن معکوس پذیر می‌باشد. معکوس پذیر بودن این ماتریس به معنای استقلال خطی گرادیانهای  $\nabla \mu_i, \nabla \psi_i$  می‌باشد. متعاقباً ابتدا اثبات می‌گردد که  $\nabla \mu_i$  ها از یکدیگر مستقل بوده و سپس بردارهای  $\psi_j$  طوری بدست می‌آیند که گرادیانهای  $\nabla \mu_i$  و  $\nabla \psi_i$  از یکدیگر مستقل خطی باشند.

لم (2-4): اگر در  $\Omega$  ناحیه  $\Omega$  باشد، در آن صورت گرادیانهای  $\nabla \mu_1, \dots, \nabla \mu_r$  در این ناحیه نسبت به یکدیگر مستقل خطی می‌باشند [38]

طبق لم (4-1) برای پیدا کردن  $\psi_j$  ها کافی است که معادله زیر را حل نماییم. [39]

$$L_{g\psi_j}(X) = 0 \quad 1 \leq j \leq n-r \quad (21-4)$$

باید توجه داشت که میدانهای برداری گرادیان صرفاً هر میدان برداری نیستند بلکه این میدانهای بایستی شرط زیر را که به شرط تاو معروف می‌باشد، برآورده کند:

توجه کنید که تابع اسکالر  $V(x)$  با رابطه انتگرالی زیر با گرادیانش  $\nabla V$  ارتباط دارد.

$$V(x) = \int_0^x \nabla V \, dx \quad (22-4)$$

که در آن  $\nabla V = \left[ \frac{\partial V}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial V}{\partial x_n} \right]^T$  است. جهت یافتن یک تابع اسکالر یکنای  $V(x)$  از گرادیان

$\nabla V$ ، تابع گرادیان باید شرایط زیر را که اصطلاحاً شرایط تاو نامیده می‌شوند، برآورده کند:

$$\frac{\partial \nabla V_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \nabla V_j}{\partial x_i} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (23-4)$$

برای سادگی در حل مساله معمولاً تابع گرادیان را بصورت زیر در نظر می گیرند:

$$\nabla V_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}, x_j \quad (24-4)$$

که در آن  $a_{ij}$  ها ضرایبی هستند که باید تعیین شوند. این ضرایب به گونه ای تعیین می شوند که  $\dot{V}$  نیم معین منفی باشد. سپس  $V(x)$  را توسط انتگرال گیری از روی  $\nabla V$  محاسبه می کنیم. معمولاً مناسب است که انتگرال گیری در امتداد مسیری که به نوبت موازی هر کدام از محورهاست به دست بیاید، یعنی:

$$V(x) = \int_0^{x_1} \nabla V_1(x_1, 0, \dots, 0) dx_1 + \int_0^{x_2} \nabla V_2(x_1, x_2, \dots, 0) dx_2 + \dots + \int_0^{x_n} \nabla V_n(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_n \quad (25-4)$$

#### ۴-۳-۱-۵- دینامیکهای صفر

با استفاده از خطی سازی ورودی-خروجی، دینامیکهای سیستم غیر خطی به دو قسمت خارجی (ورودی-خروجی) و داخلی (غیر قابل مشاهده) تقسیم می شوند. تا زمانی که قسمت خارجی شامل رابطه ای خطی بین خروجی  $y$  و ورودی  $u$  باشد طراحی یک کنترلر برای رسیدن به مطلوب کاری آسان می گردد. اما در اینجا یک سوال باقی می ماند و آن این است که آیا دینامیکهای داخلی نیز محدود می مانند یا خیر؟

دینامیکهای داخلی تولید شده بواسطه خطی سازی ورودی-خروجی به صورت ساده مطابق با  $(n-r)$  معادله آخر شکل نرمال یعنی  $\dot{w} = w(\mu, w)$  می باشند. به طور معمول این دینامیکها به حالت های خروجی  $\mu$  بستگی دارند. یکی از خصوصیات ذاتی سیستم های غیر خطی، رفتار دینامیکهای داخلی در حالتی است که ورودی طوری انتخاب گردد که خروجی روی مقدار صفر باقی بماند. مطالعه دینامیکها در این حالت که دینامیکهای صفر نیز نامیده می شود به ما قدرت نتیجه گیری قطعی در ارتباط با پایداری دینامیکهای داخلی می دهد.

این محدودیت که باید ورودی طوری انتخاب شود که خروجی  $y$  برابر با صفر گردد می‌رساند که تمامی مشتقات خروجی باید برابر با صفر گردند. بدین علت دینامیکهای  $\mu$  برابر با صفر گشته و فقط دینامیکهای داخلی یا دینامیکهای صفر در فضایی با ابعاد  $(n-r)$  در سطحی هموار تغییر می‌یابند. از آنجا که  $y^{(r)}(t) = 0$  می‌باشد طبق رابطه (۴-۱۰) خواهیم داشت:

$$u_0(X) = -\frac{L_f^r h(X)}{L_g L_f^{r-1} h(X)} \quad (۴-۲۶)$$

مطابق با این ورودی و اینکه شرایط اولیه  $\mu(0) = 0$  برقرار باشد دینامیکهای سیستم به شکل ساده زیر درخواهند آمد:

$$\begin{cases} \dot{\mu} = 0 \\ \dot{\psi} = w(0, \psi) \end{cases} \quad (۴-۲۷)$$

که طبق تعریف دینامیکهای صفر سیستم غی خطی می‌باشند. در مختصات نرمال ورودی کنترلی  $u_0$  را می‌توان تنها به صورت تابعی از حالت‌های داخلی  $\psi$  به صورت زیر نوشت:

$$u_0(\psi) = \frac{a(0, \psi)}{b(0, \psi)} \quad (۴-۲۸)$$

#### ۴-۳-۱-۶- چگونگی استفاده از یک کنترلر خارجی خطی:

سیستم غیر خطی (۴-۲) با درجه نسبی ۲ را در نظر بگیرید. فرض کنید که بعد از خطی‌سازی سیستم حلقه بسته خطی شده  $(v, y)$  به صورت زیر درآید:

$$y + \beta_1 \frac{dy}{dt} + \beta_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \dots + \beta_l \frac{d^l y}{dt^l} = v \quad (۴-۲۹)$$

این خطی‌سازی با فیدبک حالتی به صورت:

$$u = \frac{v - h(X) - \sum_{l=1}^r \beta_l L_f^l h(X)}{\beta_r L_g L_f^{r-1} h(X)} \quad (۴-۳۰)$$

انجام می‌شود. در این سیستم  $\beta_i$  ها پارامترهای تنظیم شونده می‌باشند که با تنظیم آنها می‌توان به پاسخ مطلوب رسید.

$$e = y - y_{sp}$$

$$v_b(t) = y_{sp} + \sum_{l=1}^r \beta_l \frac{d^l y_{sp}}{dt^l}$$

که در آن  $y_{sp}$  مقدار مطلوب،  $v_b(t)$  بایاس متغیر و  $e$  انحراف خروجی از مقدار مطلوب می باشد. زمانیکه تغییرات مقدار مرجع کند و مقدار  $\beta_l$  ها کوچک (دینامیکها سریع) باشد، ترمهای مشتق در  $v_b(t)$  در مقایسه با ترم  $y_{sp}(t)$  کوچکتر خواهند شد که می توان از آنها صرفنظر نمود. به علت اینکه  $y_{sp}(t)$  به صورت یک تابع صریح در اختیار ما نمی باشد و اطلاعات ما از آن به صورت نقطه به نقطه می باشد، برای محاسبه مشتقات آن باید از روشهای عددی استفاده نمود. راه حلهای زیادی برای محاسبه مشتقات  $y_{sp}(t)$ ، بطوریکه این مشتقات پیوسته باشند، وجود دارد. از آن جمله می توان به استفاده از درون یابی و هموار کردن تابع در نقاط شکست به گونه ای که مشتقات آن پیوسته باشد اشاره نمود.

### روش تنظیم پارامترهای $\beta_1, \beta_2$ :

در این قسمت روش تنظیم پارامترها در روش GLC ارائه می گردد. این روش براساس اطلاعات ما از فیزیک مساله، نتایج آزمایشگاهی و شبیه سازی می باشد. ایده های کلیدی در این عملیات تنظیم عبارتند از:

• حلقه داخلی، به منظور خطی سازی فرآیند استفاده شده و برای افزایش سرعت پاسخ سیستم حلقه بسته  $y - v$  نمی باشد. بنابراین  $r$  قطب سیستم  $y - v$  را در مکان  $r$  قطب کند مدل فرآیند حلقه باز قرار می دهیم.

• کنترلر خطی خارجی برای افزایش سرعت پاسخ سیستم حلقه بسته و از بین بردن خطای تعقیب ناشی از اغتشاشات و عدم قطعیت های گوناگون در سیستم بکار می رود. بدین ترتیب سیستم حلقه بسته مقاوم می گردد.

یکی از نکته‌هایی که دارای اهمیت می‌باشد این است که مشاهدات در آزمایش پلیمریزاسیون نشان می‌دهند که تنظیم پارامترهای  $\beta_i$  تاثیر شدیدی روی مقاومت‌پذیری کنترلر دارد. (بدین معنی که انتخاب پاسخ کندتر برای سیستم حلقه بسته  $\gamma - \nu$  مقاوم‌پذیری بهتری به ما خواهد داد). با فرض اینکه دو قطب غالب سیستمی با درجه نسبی ۲ در محدوده کاری مشخصی برابر با  $\tau_1$  و  $\tau_2$  باشد خواهیم داشت:

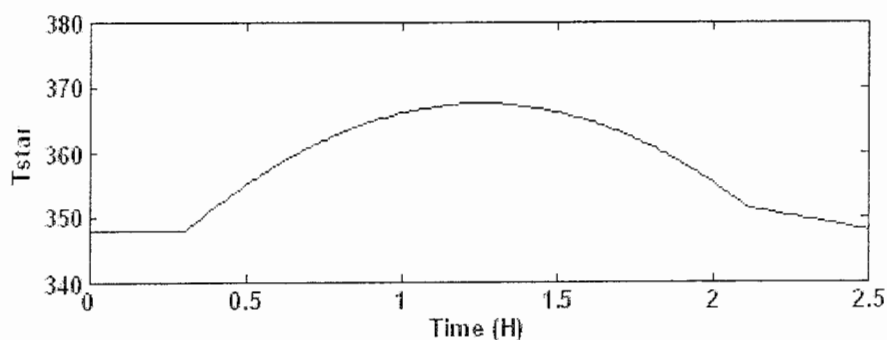
$$\beta_1 = \tau_1 + \tau_2 \quad \beta_2 = \tau_1 \cdot \tau_2 \quad (31-4)$$

به این صورت می‌توان برای ثابتهای زمانی سیستم مقادیری را حدس زد. به علت وجود عدم قطعیت در این مقادیر است که از یک فیدبک خارجی به عنوان مقاوم‌کننده سیستم کنترل استفاده می‌گردد. با استفاده از آزمایشات حلقه باز و یا شبیه‌سازی می‌توان مقادیر نسبی  $\beta_1$  و  $\beta_2$  را تخمین زد.

#### ۴-۳-۲- استخراج قانون کنترلی برای سیستم مورد آزمایش

##### ۴-۳-۲-۱- مقدمه

موضوع کنترل، تعقیب پروفایل دمای از پیش تعیین شده  $T^*(t)$  (به عنوان مثال شکل (۴-۳)) در حضور اغتشاشات با استفاده از کنترل توان هیتر ( $P$ ) و نرخ دبی آب خنک ( $F_{cw}$ ) می‌باشد. قانون کنترل غیرخطی با پیروی از مراحل زیر استخراج می‌گردد:



شکل (۴-۳): پروفایل دمای از پیش تعیین شده

۱. مدل ساده شده بدست آمده در فصل (۳) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

سیستم خطی شده با طراحی مناسب کنترل، زمانی پایدار می ماند که سیستم جدید  $(\nu, \gamma)$  پایدار باشد و دینامیکهای صفر نیز محدود بمانند. برای بدست آوردن شکل نرمال سیستم انتقال یافته با توجه به معادلات (۲-۴) خواهیم داشت:

$$x_1 = C_m, x_2 = C_i, x_3 = T, x_4 = T_j$$

$$f(X) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, x_3) \\ f_2(x_1, x_2, x_3) \\ f_3(x_1, x_2, x_3, x_4) \\ f_4(x_1, x_3, x_4) \end{bmatrix} \quad (39-4)$$

$$g(X) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \alpha_4]^T \quad (40-4)$$

$$h(X) = x_3 \quad (41-4)$$

پس از انتقال سیستم، در شکل نرمال آن خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \dot{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ a(\mu, \psi) + b(\mu, \psi) \end{bmatrix} \\ \dot{\psi} = w(\mu, \psi) \\ y = \mu_1 \end{cases} \quad (42-4)$$

$$a(\mu, \psi) = \beta_2 \sum_{i=1}^4 \frac{\partial f_3(X)}{\partial X_i} f_i(X) + \beta_1 \cdot f_3(X) + T \quad (43-4)$$

$$b(\mu, \psi) = \beta_2 \cdot \alpha_1(X) \cdot \alpha_4 \quad (44-4)$$

$$\nabla \psi_i g = 0; \quad n - r = 2$$

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial x_4} = 0, \frac{\partial \psi_2}{\partial x_4} = 0 \quad (45-4)$$

با توجه به روابط مربوط به شرط تاو داریم:

$$\frac{\partial \nabla \psi_1}{\partial x_2} = \frac{\partial \nabla \psi_2}{\partial x_1}$$

$$\nabla \psi_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2$$

$$\nabla \psi_2 = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2$$

با توجه به شرایط بالا داریم:

$$a_{12} + x_2 \cdot \frac{\partial a_{12}}{\partial x_2} = a_{21} + x_1 \cdot \frac{\partial a_{21}}{\partial x_1}$$

برای برقراری شرط فوق مقادیر زیر را برای ضرایب در نظر می گیریم.

$$a_{12} = a_{21} = 0$$

$$a_{11} = a_{22} = 1$$

در اینصورت دینامیکهای داخلی به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned}\psi_1(x) &= \frac{1}{2} \cdot x_1^2 \\ \psi_2(x) &= \frac{1}{2} \cdot x_2^2\end{aligned}\quad (46-4)$$

با توجه به اینکه پایداری دینامیکهای داخلی با توجه به دینامیک صفر که در آن خروجی برابر صفر است بررسی می شود چون بر اساس معادلات سیستم مقادیر متغیرهای حالت اول و دوم به خروجی وابسته بوده و به ازای خروجی صفر حالات سیستم نیز به سمت صفر میل می کنند بنابراین دینامیکهای داخلی نیز برابر صفر خواهند بود و در نتیجه پایدار باقی می مانند.

#### ۴-۳-۲- شبیه سازی متغیرهای حالت غیر قابل اندازه گیری

در فیدبک حالت،  $\alpha$  تابعی از چهار حالت،  $T_j, T, C_i, C_m$  می باشد. از این چهار حالت  $C_i, C_m$  قابل اندازه گیری به صورت on-Line نمی باشند، بنابراین باید به طریقی تخمین زده شوند. مطابق با شماتیک هیبرید GLC، از یک شبیه ساز برای تخمین غلظت های مونومر و آغاز کننده استفاده می شود. برای مدلی مطابق با (۴-۳۰) و (۴-۳۱) این شبیه ساز می تواند با انتگرال گیری از دو معادله اول به صورت زیر بدست آید.

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{C}_m}{dt} &= f_1(\hat{C}_m, \hat{C}_i, \hat{T}), \hat{C}_m(0) = C_m(0) \\ \frac{d\hat{C}_i}{dt} &= f_2(\hat{C}_m, \hat{C}_i, \hat{T}), \hat{C}_i(0) = C_i(0)\end{aligned}\quad (47-4)$$

که در آن  $\hat{C}_i, \hat{C}_m$  نمایش دهنده تخمین غلظت مونومر و آغازکننده با استفاده از اندازه گیری دمای راکتور به عنوان ورودی تخمین گر می باشد.

#### ۴-۳-۳-۴ پارامترهای کنترلر:

با استفاده از نتایج حاصل از شبیه سازی ثابتهای غالب فرآیند به ترتیب  $\tau_1 = 500s, \tau_2 = 50s$  بدست می آیند که براساس روش تنظیم پیشنهاد شده برای  $r = 2$  خواهیم داشت:

$$\beta_2 = 2.5 \times 10^4 s, \beta_1 = 550s$$

#### ۴-۳-۳-۴ نگاشت ورودیهای کنترل کننده

به علت آسانی طراحی کنترلرهای SISO و با توجه به اینکه نرخ انرژی داده شده یا گرفته شده از فرآیند را می توان به عنوان ورودی در نظر گرفت، بجای در نظر گرفتن دو ورودی  $P$  و  $F_{cw}$  در معادلات دینامیکی، می توان ورودی  $U$  را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$U = P - \frac{\alpha_5(F_{cw})}{\alpha_4} \cdot (x_4 - T_{cw}) \quad (4-48)$$

که بیان کننده نرخ مبادله شونده با ژاکت از طریق ورودی هیتر و دبی آب خنک می باشد. وقتی که با استفاده از قانون کنترلی مقدار مطلوب  $U$  محاسبه گردید، باید بتوان از روی آن مقادیر مطلوب توان اعمالی به هیتر و دبی آب خنک را محاسبه نمود. برای رسیدن به این منظور نیاز به یک قانون نگاشت به صورت زیر می باشد که در این سیستم محدودیتهایی برای ماکزیمم توان هیتر در نظر گرفته شده است، که دمای راکتور نباید از حد معینی تجاوز کند. (نوع قانون نگاشت بستگی به ساختار فیزیکی سیستم داشته و در اینجا با توجه به فیزیک مساله چنین قانونی در نظر گرفته شده است):

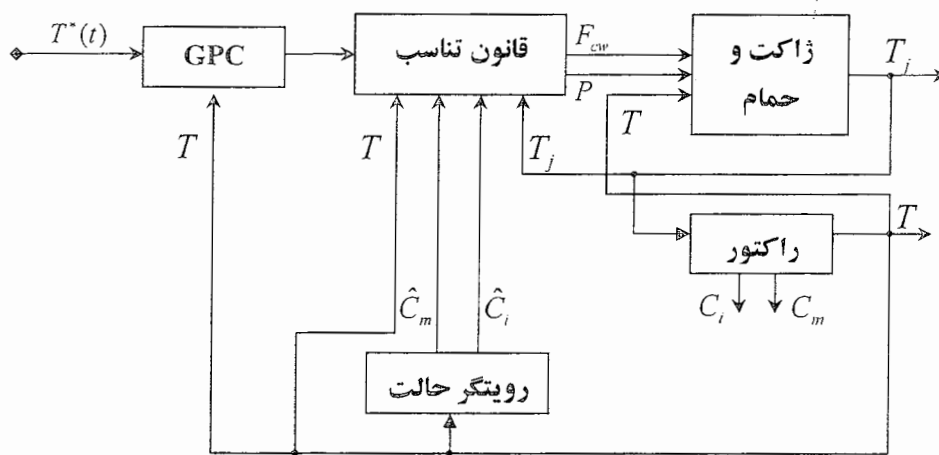
$$P = \begin{cases} u & 0 < u < P_{\max} \\ P_{\max} & u > P_{\max} \\ u + \frac{\alpha_5}{\alpha_4} (T_j - T_{cw}) & -\frac{\alpha_5}{\alpha_4} (T_j - T_{cw}) < u < 0 \\ 0 & u < -\frac{\alpha_5}{\alpha_4} (T_j - T_{cw}) \end{cases}$$

$$\alpha_5 (F_{cw}) = \begin{cases} \alpha_5 & u < 0 \\ 0 & u > 0 \end{cases}$$

در این قانون وابستگی  $u$  به  $P$  و  $F_{cw}$  به صورت غیرخطی می‌باشد.

با توجه به مطالب مطرح شده می‌توان نمای کلی فرآیند و کنترلر را به صورت شکل (۴-۴) در نظر

گرفت:



شکل (۴-۴) کنترلر و فرآیند

#### ۴-۴- شبیه‌سازی کنترل طراحی شده

در اغلب پروژه‌های تحقیقاتی و صنعتی در دنیا، پروژه با مطالعه خصوصیات فیزیکی سیستم مورد نظر و مدلسازی سیستم از عالم واقعی به عالم ریاضی شروع شده و در ادامه برای تست یک سری از پارامترها به منظور رسیدن به هدف مطلوب، سیستم شبیه‌سازی می‌گردد. در شبیه‌سازی طراحی می‌تواند بدون

آسیب‌رساندن به سیستم واقعی، طراحی خود را بر روی سیستم تست کرده و شرایط دلخواه و خاص مورد نظر را روی سیستم اعمال نماید. اگر طراح در شبیه‌سازی توانست به پاسخ مطلوب برسد در آن صورت نوبت به پیاده‌سازی طراحی رسیده در غیر این صورت طراح باید در روند طراحی خود آنقدر بازنگری کند تا در شبیه‌سازی به پاسخ مطلوب برسد. از جمله نرم‌افزارهای کمکی برای تسهیل امر شبیه‌سازی نرم افزار MATLAB می‌باشد. در این پروژه نیز بعد از مدلسازی ریاضی سیستم و طراحی کنترلر مورد نظر نوبت به شبیه‌سازی سیستم و بررسی رفتار آن در شبیه‌سازی می‌رسد. می‌دانیم که در این پروژه، هدف تعقیب یک پروفایل دمای از پیش تعیین شده (شکل ۴-۳) با استفاده از کنترلر غیرخطی می‌باشد. در این شبیه‌سازی مقادیر اولیه عبارتند از: ۱۴۵ سی سی متاکریلات به عنوان مونومر، ۰/۲۹ گرم بنزویل پراکسید به عنوان آغازگر و ۶۰۰ سی سی تولوئن به عنوان حلال.



## ۵-۱- نتایج شبیه سازی

در این فصل به بررسی نتایج حاصل از شبیه سازی سیستم راکتور پلیمریزاسیون ناپیوسته بوسیله کنترلر پیش بین می پردازیم. در آزمایش پلیمریزاسیون رادیکال آزاد متیل متاکریلات، مواد اولیه عبارتند از: منومر، آغازگر و حلال. در این آزمایش از تولوئن به عنوان حلال، متیل متاکریلات به عنوان منومر و بنزوئیل پروکسید به عنوان آغازگر استفاده شده است. غلظت مواد اولیه منومر و آغازگر به ترتیب برابر  $C_m(0) = 1.7789 \text{ Kmole/m}^3$ ,  $C_i(0) = 0.0016 \text{ Kmole/m}^3$  در نظر گرفته شده است. سیستم راکتور پلیمریزاسیون ناپیوسته یک سیستم کاملاً غیر خطی بوده که پس از ساده سازی حالات معادلات حاکم بر سیستم به صورت زیر قابل بیان می باشند:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} C_m \\ C_i \\ T \\ T_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(C_m, C_i, T) \\ f_2(C_m, C_i, T) \\ f_3(C_m, C_i, T, T_j) \\ f_4(C_m, T, T_j) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} \cdot u$$

$$y = T$$

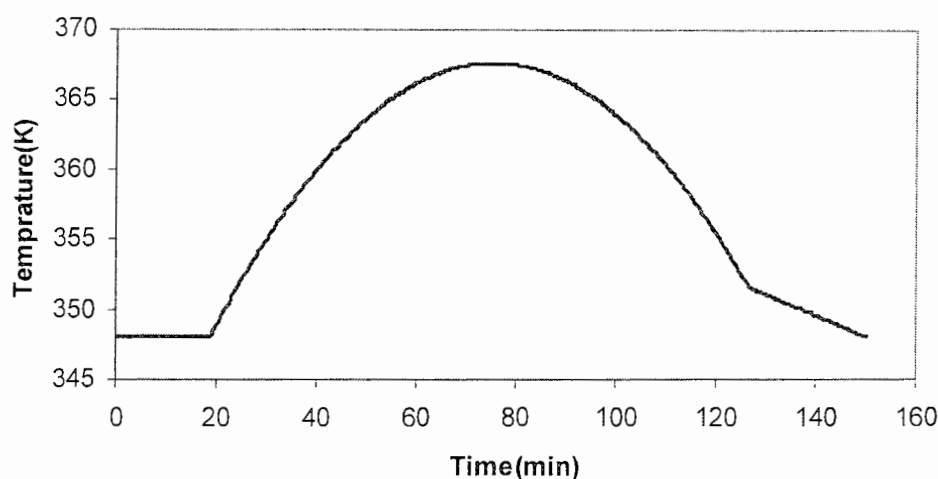
$$f_1(C_m, C_i, T) = \left[ 1 + \varepsilon \cdot \frac{C_m}{C_{m0}} \right] \cdot R_m$$

$$f_2(C_m, C_i, T) = R + \varepsilon \cdot \frac{C_i}{C_{m0}} \cdot R_m$$

$$f_3(C_m, C_i, T, T_j) = \frac{\alpha_0 \cdot K_p \cdot \zeta_0 \cdot C_m}{1 + \varepsilon \cdot \frac{C_m}{C_{m0}}} + \alpha_1 (X_m) \cdot (T_j - T)$$

$$f_4(C_m, T, T_j) = \alpha_2 (X_m) \cdot (T - T_j) + \alpha_3 (T_{amb} - T_j) + \alpha_4 \cdot P + \alpha_5 (F_{cw}) \cdot (T_{cw} - T_j)$$

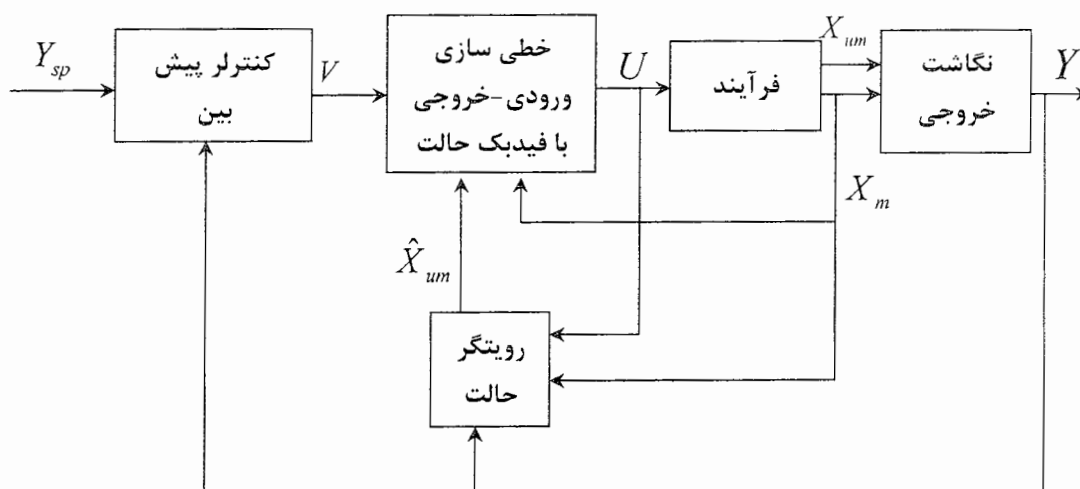
در این پروژه هدف اعمال یک پروفایل دما به راکتور پلیمریزاسیون ناپیوسته مطابق شکل (۵-۱) می باشد.



شکل (۵-۱) پروفایل دمای راکتور

با توجه به اینکه سیستم کاملاً غیر خطی است و در این پروژه از کنترلر پیش بین تعمیم یافته برای کنترل دمای راکتور استفاده شده است و با توجه به اینکه کنترلر پیش بین نیاز به یک مدل خطی از سیستم دارد، این عمل خطی سازی را بوسیله فیدبک حالت و با استفاده از روش GLC انجام می‌دهیم. با توجه به اینکه بعضی از حالات سیستم قابل اندازه گیری نمی‌باشند، نیاز به یک تخمین گر برای تخمین این حالات داریم.

بلوک دیاگرام سیستم کنترل مطابق شکل (۵-۲) می‌باشد.



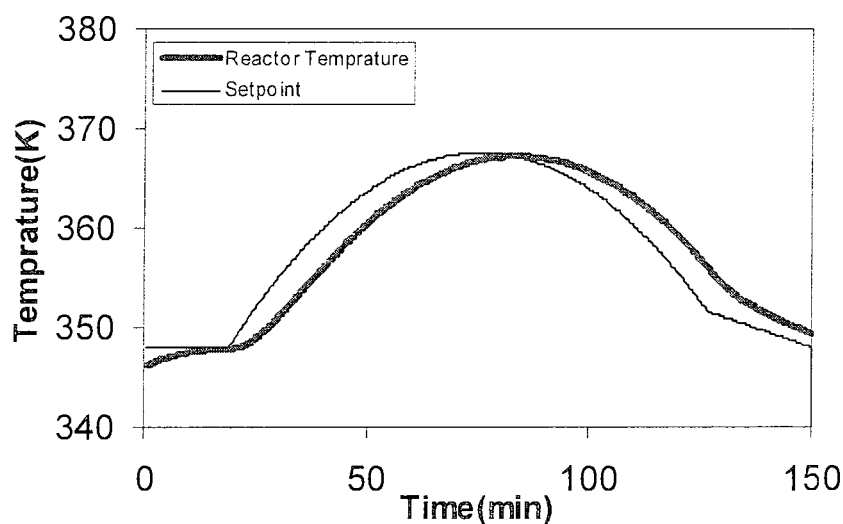
شکل (۵-۲) بلوک دیاگرام سیستم کنترلی راکتور پلیمریزاسیون ناپایسته

پس از انجام خطی سازی بوسیله فیدبک حالت، رابطه خروجی و ورودی سیستم به صورت زیر بدست می آید:

$$\beta_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \beta_1 \frac{dy}{dt} + y = v$$

$$\beta_1 = 550, \beta_2 = 2.5 \times 10^{-4}$$

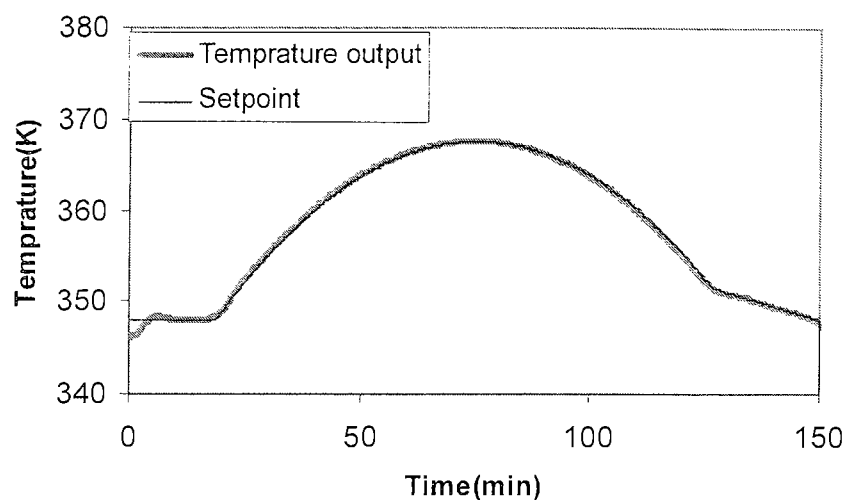
با توجه به اینکه روش GLC در حقیقت بوسیله فیدبک حالت سیستم را خطی می کند، اینک به بررسی لزوم استفاده از کنترلر در سیستم می پردازیم. برای اینکار در معادله خطی شده توسط روش فیدبک حالت پروفایل مورد نظر برای سیستم را به ورودی اعمال می کنیم. شکل (۳-۵) مقایسه بین پروفایل دمای از پیش تعیین شده و همچنین خروجی سیستم را بدون استفاده از کنترلر نشان می دهد.



شکل (۳-۵) مقایسه خروجی سیستم با فیدبک حالت و پروفایل مورد نظر

همانطور که در شکل مشخص است خروجی سیستم به ازای اعمال پروفایل به ورودی حاصل از مدل خطی شده توسط فیدبک حالت از لحاظ زمانی تاخیر قابل ملاحظه ای دارد. که همین مساله لزوم استفاده از یک کنترلر خارجی را برای سیستم نشان می دهد.

شکل (۴-۵) مقایسه خروجی سیستم و پروفایل را زمانیکه از کنترلر MPC استفاده می کنیم نشان می دهد.



شکل (۴-۵) مقایسه خروجی سیستم با فیدبک حالت و کنترلر MPC و پروفایل مورد نظر

همانطور که در شکل (۴-۵) مشاهده می‌شود، خروجی سیستم به ازای اعمال فیدبک حالت و استفاده از کنترلر پیش بین دقیقاً خروجی مورد نظر را دنبال می‌کند. بنابراین لزوم استفاده از کنترلر در این سیستم به خوبی قابل توجیه می‌باشد.

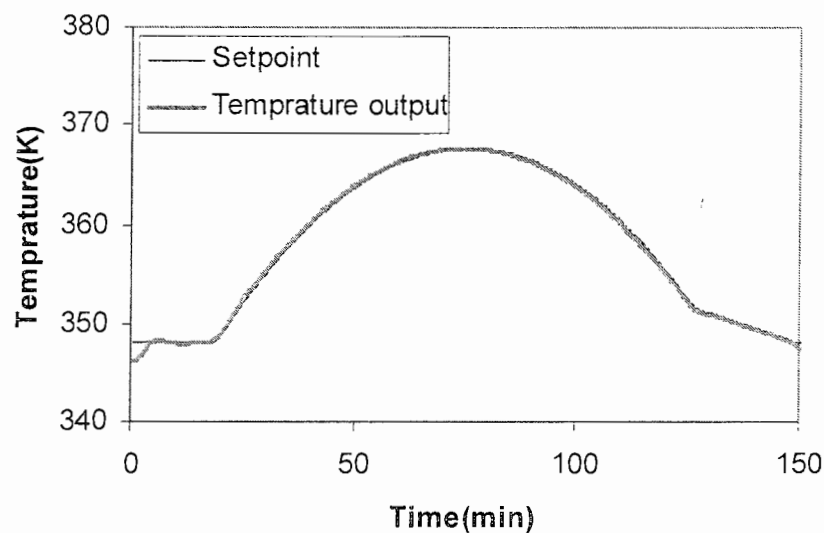
با توجه به اینکه زمان مورد نظر برای انجام واکنش بسیار زیاد می‌باشد و به عبارتی، سیستم مورد نظر کند است (۱۵۰ دقیقه = زمان انجام واکنش) نرخ نمونه برداری داده‌ها برای این سیستم ۲۰ ثانیه انتخاب شده است. زمان مورد نظر برای انجام محاسبات در این پروژه با یک میکروپروسسور ۲٫۵ گیگاهرتزی برابر ۱۶ میلی ثانیه می‌باشد که در مقایسه با زمان نمونه برداری بسیار کم است به عبارت دیگر در سیستم مذکور عملیات محاسبات برای تمامی نمونه‌ها به درستی انجام می‌شود.

برای سیستم مورد نظر، مقدار اولیه پروفایل از پیش تعیین شده در حدود ۳۴۶ می‌باشد، با توجه به اینکه سیستم، یک سیستم کند می‌باشد، بنابراین مقدار اولیه برای ورودی کنترلی ۳۴۶ را انتخاب می‌کنیم، زیرا کنترلر پیش بین برای اینکه این تغییرات زیاد را در سیگنال کنترلی ایجاد کند، نیاز به زمان زیادی دارد و اگر مقدار اولیه سیگنال کنترلی برابر صفر باشد، کنترلر پیش بین قادر به تعقیب پروفایل نخواهد بود.

هدف کنترل پیش بین می‌نیمم کردن تابع هزینه زیر می‌باشد.

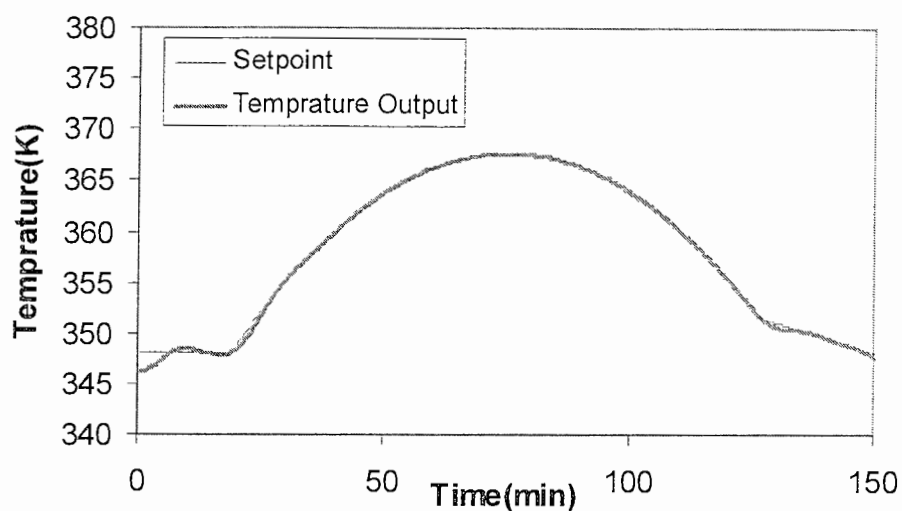
$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2$$

در این پروژه مقادیر  $\delta(j) = 1, \lambda(j) = \lambda$  در نظر گرفته شده است. در شکل (۵-۵) پس از اعمال پروفایل دما به سیستم کنترلی و با تنظیم پارامترهای کنترلر به صورت  $N_2 = 8, N_u = 6, \lambda = 0.6$  خروجی دمای راکتور نشان داده شده است که همانطور که مشخص است به خوبی پروفایل دمای مورد نظر را تعقیب نموده است.

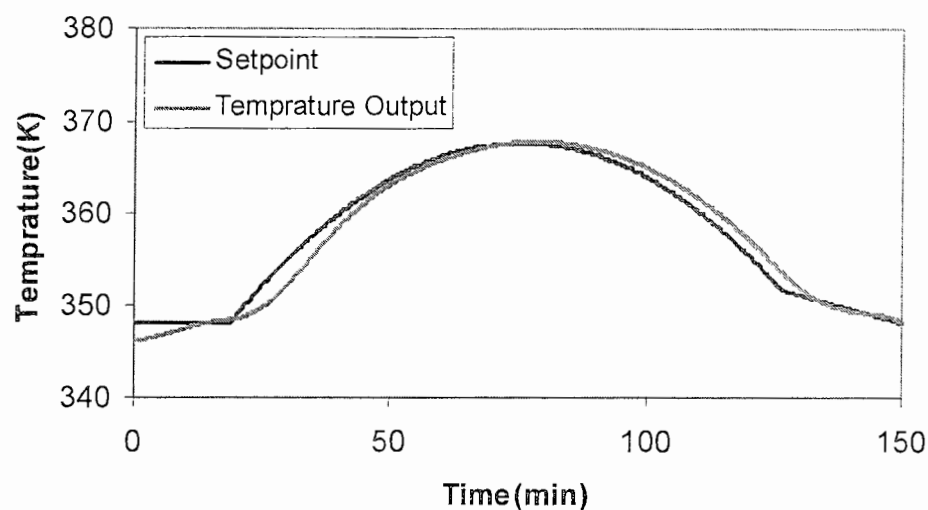


شکل (۵-۵) دمای راکتور پس از اعمال کنترلر

در شکل (۶-۵) خروجی دمای راکتور به ازای مقادیر کنترلی  $N_2 = 8, N_u = 6, \lambda = 2$  نشان داده شده است. با توجه به اینکه مقدار پارامتر کنترلی  $\lambda$  وزن مربوط به تغییرات سیگنال کنترلی را در مینیمم کردن تابع هزینه کنترلر پیش بین مشخص می‌کند بنابراین هرچه مقدار این پارامتر بیشتر باشد به تغییرات خطای ایجاد شده بین خروجی سیستم و پروفایل کمتر توجه شده و بیشتر به مقدار تغییرات سیگنال کنترلی پرداخته می‌شود. در شکل (۶-۵) مشخص است که در لحظات اولیه تاثیر وزنه  $\lambda$  بر سیستم به گونه ای است که خطای سیستم نسبت به حالت قبل بیشتر است.



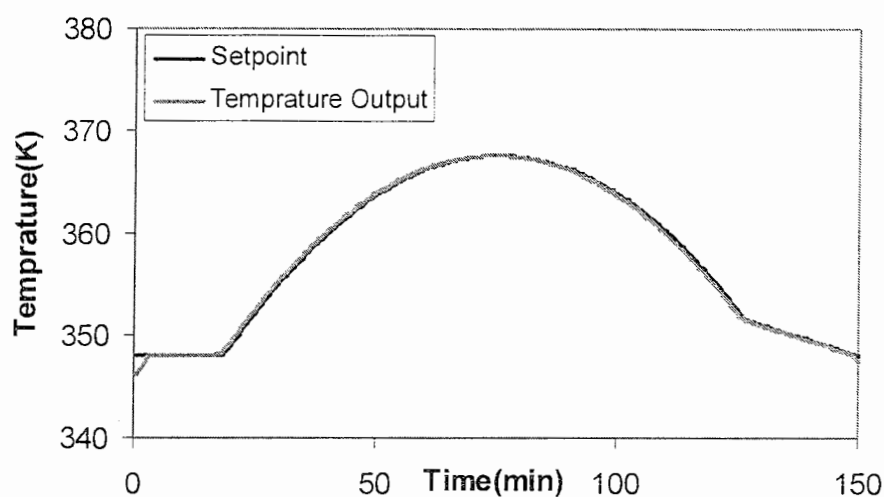
شکل (۶-۵) دمای راکتور به ازای  $\lambda = 2$



شکل (۷-۵) دمای راکتور به ازای  $\lambda = 10$

در شکل (۷-۵) خروجی سیستم به ازای  $\lambda = 10$  ترسیم شده است، با توجه به شکل کاملاً مشخص است که خطای بین خروجی راکتور و پروفایل بیشتر شده است.

در شکل (۸-۵) خروجی سیستم به ازای  $\lambda = 0.1$  نشان داده شده است که در این حالت سیستم سریعاً به تعقیب پروفایل پرداخته و خطای سیستم به شدت کاهش یافته است.



شکل (۸-۵) دمای راکتور به ازای  $\lambda = 0.1$

$$U = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f)$$

اگر افق کنترل در روش کنترل پیش‌بین بر اساس مدل برابر افق پیشگویی اختیار شود، معکوس سازی در نظر گرفته شده در رابطه فوق نیازمند انجام عملیات محاسباتی بیشتر و زمان قابل ملاحظه‌ای بویژه در حالتی که ابعاد ماتریس  $G$  زیاد باشد، خواهد بود. به عنوان مثال برای  $N_2 = N_{II} = 8$  ماتریس  $G$  بصورت زیر می‌باشد.

$$G = \begin{bmatrix} 0.008 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.028 & 0.008 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.055 & 0.028 & 0.008 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.087 & 0.055 & 0.028 & 0.008 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.121 & 0.087 & 0.055 & 0.028 & 0.008 & 0 & 0 & 0 \\ 0.156 & 0.121 & 0.087 & 0.055 & 0.028 & 0.008 & 0 & 0 \\ 0.192 & 0.156 & 0.121 & 0.087 & 0.055 & 0.028 & 0.008 & 0 \\ 0.227 & 0.192 & 0.156 & 0.121 & 0.087 & 0.055 & 0.028 & 0.008 \end{bmatrix}$$

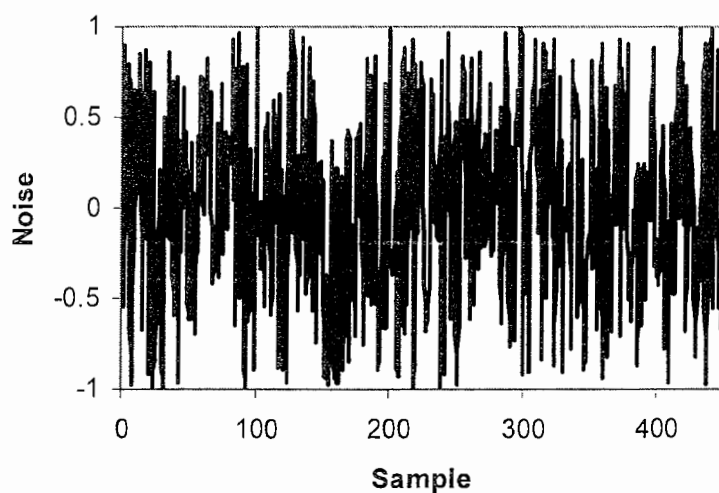
و برای محاسبه ماتریس  $(G^T G + \lambda I)^{-1}$  می‌باید معکوس یک ماتریس  $N_2 \times N_2$  که در اینجا  $8 \times 8$  می‌باشد، محاسبه شود

اگر افق کنترل را کوچکتر از افق پیشگویی در نظر بگیریم، حجم محاسبات لازم برای معکوس سازی کمتر از حالت قبل خواهد شد. مثال فوق را در نظر بگیرید، در صورتیکه  $N_2 = 8, N_u = 4$  باشد، در اینصورت ماتریس  $G$  برابر است با:

$$G = \begin{bmatrix} 0.008 & 0 & 0 & 0 \\ 0.028 & 0.008 & 0 & 0 \\ 0.055 & 0.028 & 0.008 & 0 \\ 0.087 & 0.055 & 0.028 & 0.008 \\ 0.121 & 0.087 & 0.055 & 0.028 \\ 0.156 & 0.121 & 0.087 & 0.055 \\ 0.192 & 0.156 & 0.121 & 0.087 \\ 0.227 & 0.192 & 0.156 & 0.121 \end{bmatrix}$$

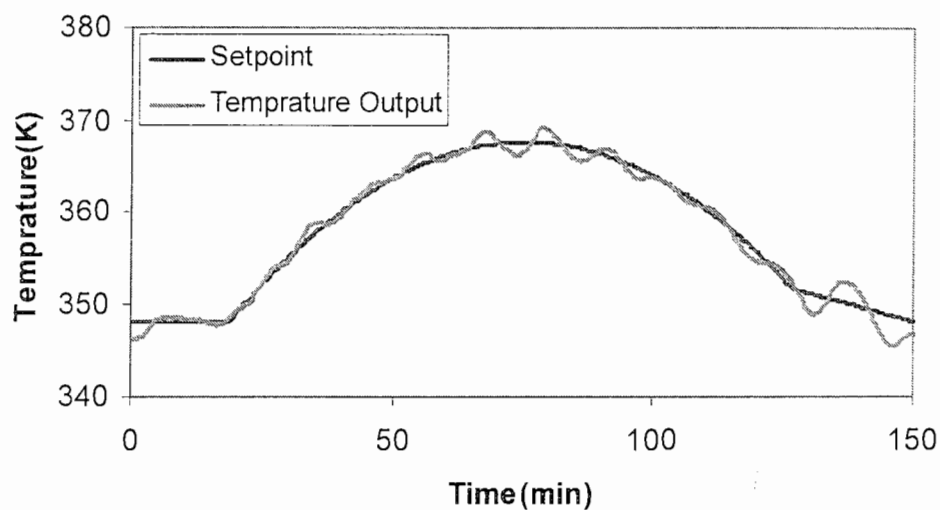
در اینحالت برای محاسبه ماتریس  $(G^T G + \lambda I)^{-1}$  کافی است که یک ماتریس  $N_u \times N_u$  که در مثال فوق  $4 \times 4$  است، معکوس شود و حجم محاسبات به مراتب کمتر خواهد شد.

از قابلیت های کنترلر پیش بین نسبت به سایر روشهای کنترلی، مقاوم بودن آن نسبت به نویز و اغتشاش می باشد. برای بررسی تاثیر نویز بر سیستم کنترلی، فرض کنید نویزی با توزیع یکنواخت به صورت شکل (۹-۵) در خروجی سیستم قرار دهیم.



شکل (۹-۵) نویز سفید با توزیع یکنواخت

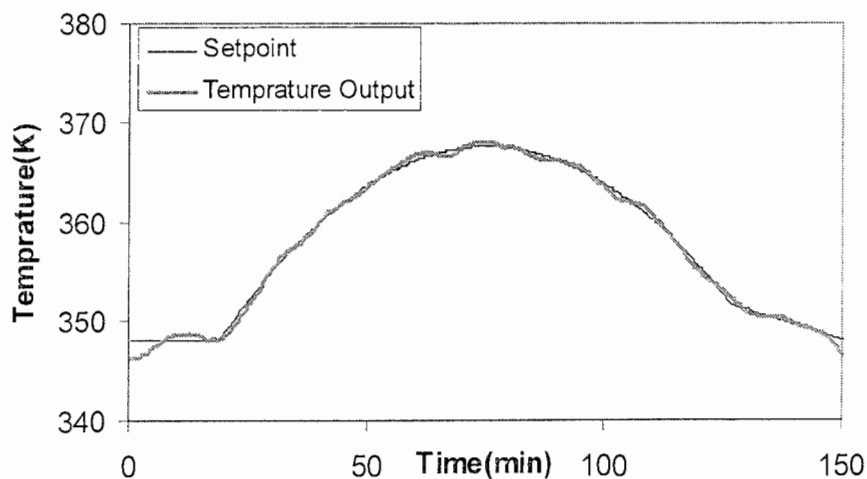
در شکل (۱۰-۵) خروجی سیستم به ازای  $N_2 = 8, N_u = 6, \lambda = 0.6$  با در نظر گرفتن تاثیر نویز نشان داده شده است.



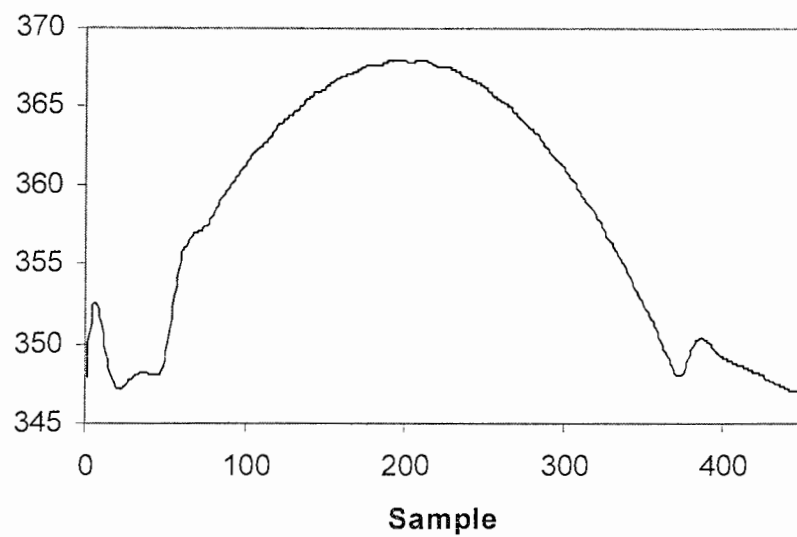
شکل (۱۰-۵) دمای راکتور پس از اعمال نویز در خروجی

همانطور که از شکل مشخص است، سیستم کاملاً ناپایدار شده است و خطای سیستم به شدت افزایش یافته است.

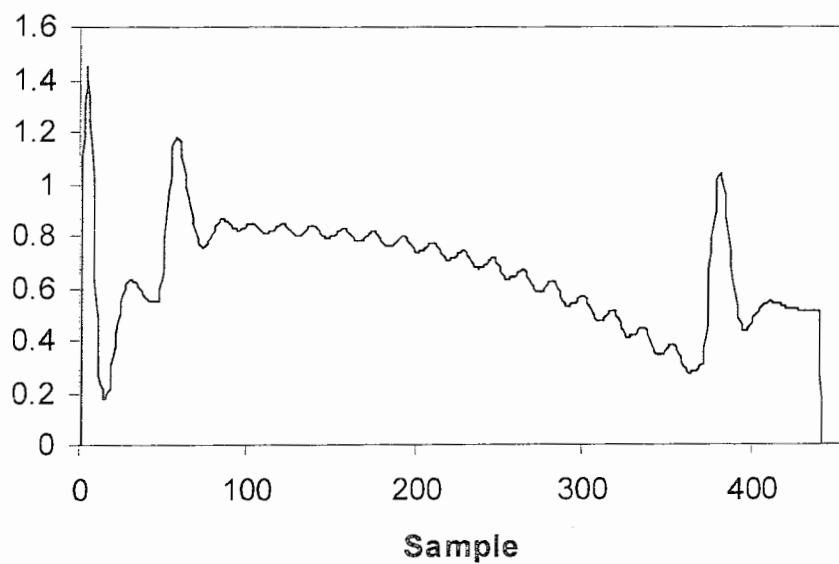
شکل (۱۱-۵) خروجی سیستم را به ازای  $N_2 = 15, N_u = 15, \lambda = 8.7$  نشان می‌دهد که در آن خروجی تقریباً پروفایل را تعقیب کرده است.



شکل (۱۱-۵) دمای راکتور با تاثیر نویز و به ازای  $N_2 = 15, N_u = 15, \lambda = 8.7$



شکل (۱۲-۵) خروجی کنترلر پیش بین



شکل (۱۳-۵) ورودی سیستم غیر خطی

در شکل (۱۲-۵) خروجی کنترل کننده پیش بین و در شکل (۱۳-۵) ورودی سیستم غیر خطی نمایش داده شده است.

## ۲-۵- تحلیل پایداری

سیستم خطی زیر را در فضای حالت در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \quad (1-5)$$

که در آن  $x(t) \in R^n, y(t) \in R^r, u(t) \in R^m$  متغیرهای حالت و خروجی و کنترلی می باشند. می توان از ساختار معادله (۱-۵) برای پیش بینی کنترلر استفاده نمود. ابتدا پیش بینی حالات سیستم را در نظر می گیریم:

$$\hat{x}(t+j/t) = A\hat{x}(t+j-1/t) + Bu(t+j-1/t), \quad j=1,2,\dots,p \quad (2-5)$$

فرآیند پیش بینی برای هر مرحله مجدداً تکرار می شود. و بردارهای حالت و کنترل در لحظات اولیه به صورت زیر در نظر گرفته می شوند:

$$\hat{x}(t/t) = x(t/t)$$

$$u(t-j/t) = u(t-j/t)$$

با در نظر گرفتن معادلات (۱-۵) و (۲-۵) می توان پیش بینی خروجی به صورت زیر خواهد بود:

$$Y = Gx(t) + F_1.U \quad (3-5)$$

که در آن:

$$Y = [\hat{y}(t+1/t) \quad \hat{y}(t+2/t) \cdots \hat{y}(t+p_1/t)]^T$$

$$U = [u(t) \quad u(t+1) \cdots u(t+p_2)]^T$$

$$G = \begin{bmatrix} HA \\ HA^2 \\ \vdots \\ HA^{p_1} \end{bmatrix} \quad F_1 = \begin{bmatrix} HB & 0 & \cdots & 0 \\ HAB & HB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ HA^{p_1-1}B & HA^{p_1-2}B & \cdots & HA^{p_1-p_2-1}B \end{bmatrix}$$

هدف کنترل پیش بین می نیمم کردن تابع هزینه زیر در فضای حالت می باشد:

$$J = \frac{1}{2}(Y_d - Y)^T Q(Y_d - Y) + \Delta U^T R \Delta U \quad (4-5)$$

با می نیمم کردن این تابع هزینه، پیش بینی خروجی برابر خواهد بود با:

$$Y = G.x(t) + F_{11}.\Delta U + F_2 u(t-1) \quad (5-5)$$

که در آن :

$$F_2 = \begin{bmatrix} HB \\ H(A+I)B \\ \vdots \\ H(A^{p_1-1} + A^{p_1-2} + \dots + A^{p_1-p_2-1})B \end{bmatrix} \quad F_1 = \begin{bmatrix} HB & 0 & \dots & 0 \\ H(A+I)B & HB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ H\gamma(p_2)B & H\gamma(p_2-1)B & \dots & HA^{p_1-p_2-1}B \end{bmatrix}$$

$$\Delta U = [\Delta u(t) \quad \Delta u(t+1) \dots \Delta u(t+p_2)]^T$$

$$\gamma(j) = \sum_{k=0}^{j-1} A^{p_1-p_2-1+k}$$

با قرار دادن (۵-۵) در (۵-۴) داریم :

$$\Delta U = (F_{11}^T Q F_{11} + rI)^{-1} F_{11}^T Q Y_d - Gx(t) - F_2 u(t-1) \quad (۶-۵)$$

که این رابطه در حقیقت تمامی تغییرات سیگنال کنترلی در انی پیش بینی را نشان می دهد، در حالی که ما فقط به اولین المان این ماتریس نیاز داریم یعنی :

$$\Delta u(t) = g_1 [Y_d - Gx(t) - F_2 u(t-1)] \quad (۷-۵)$$

که در این معادله  $g_1 = [I_m \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0](F_{11}^T Q F_{11} + rI)^{-1} F_{11}^T Q$  اولین ردیف ماتریس  $(F_{11}^T Q F_{11} + rI)^{-1} F_{11}^T Q$  می باشد.

برای بررسی پایداری سیستم از قضایای زیر که در مرجع [۴۱] آورده شده اند، استفاده شده است  
 قضیه ۱: فرض کنید که سیستم در نظر گرفته شده توسط معادله (۵-۱) با استفاده از قانون کنترل (۷-۵) کنترل شود. فرض می کنیم که سیستم حلقه باز پایدار باشد. اگر  $Q = I, R = rI$  در اینصورت تابع حلقه بسته می تواند با قانون کنترل (۷-۵) پایدار باشد اگر :

$$\|g\| < \min \left\{ \frac{1}{2\|\bar{A}^T P\| + \|P\|}, 1 \right\}$$

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} A & Br\bar{g} \\ 0 & \bar{g}rI \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} -Bg_1G & 0 \\ -g_1G & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{A}^T P A - P + Q = 0$$

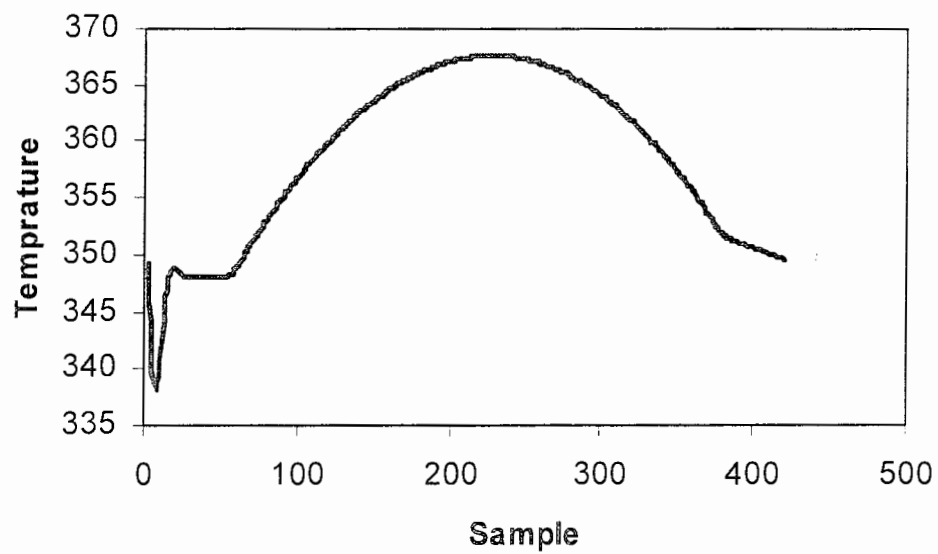
$$\bar{g} = (I_m, 0, \dots, 0)(F_{11}^T F_{11} + rI)^{-1}$$

$$g_1 = (I_m, 0, 0, \dots, 0)(F_{11}^T Q F_{11} + rI)^{-1} F_{11}^T Q$$

$$\text{norm}(g) = 0.1613$$

$$2 * \text{norm}(\bar{A}^T . P) + \text{norm}(P) = 5.4648$$

$$\min \left\{ \frac{1}{2 \|\bar{A}^T P\| + \|P\|}, 1 \right\} = 0.1829$$



شکل (۱۴-۵) خروجی سیستم به ازای  $Q = 0.0015I, R = 0.0001I, N = 30$

## نتیجه گیری:

در کنترل فرآیندهای ناپیوسته می توان از دو استراتژی کنترلی استفاده نمود. اولین و متداولترین روش، استفاده از روشهای کنترل خطی می باشد. دلیل علاقه مندی مهندسين به استفاده از این روش، آشنایی با تکنیکهای آنالیز و طراحی آن می باشد. مسلماً در استفاده از این روش، داشتن یک مدل خطی خوب، ضروری می باشد. با استفاده از بسط تیلور یا دیگر روشها می توان یک سیستم غیر خطی را در نزدیکی نقطه ای بصورت محلی خطی نمود. اولین نکته ای که در این خطی سازی دارای اهمیت می باشد محلی بودن آن است. بدین معنا که این تقریب فقط در حوالی نقطه کار صحیح می باشد. یعنی اگر نقطه کار ما به مکانی دیگر انتقال یابد، در آن صورت دیگر این تقریب معتبر نخواهد بود و کنترلی که بر پایه این تقریب طراحی شده باشد، دارای عملکردی ضعیف خواهد بود.

در بعضی شرایط استفاده از تقریب خطی و کنترلر خطی مناسب نمی باشد. در این شرایط بهتر است که به کنترلر غیر خطی رجوع شود. در اغلب روشهای کنترل غیر خطی به دلیل استفاده مستقیم از فیزیک مسأله و درک صحیحتری از آن، کنترلر می تواند عملکرد بهتری داشته باشد. روشهای کنترل غیر خطی، متنوع و اغلب بر اساس خلاقیت می باشند. بعضی از روشهای کنترل غیر خطی بر پایه مدل عمل می کنند بدین صورت که در این روشها ابتدا سیستم مدلسازی و سپس در شبیه سازی از مدل ساخته شده برای کنترل سیستم استفاده می شود. با توجه به مشکلات موجود در مدلسازی، در نهایت در کنترل بر پایه مدل می توان به طراحی خوبی دست یافت. در این پروژه نیز از همین فرآیند برای کنترل سیستم استفاده شده است که در نهایت با توجه به خطاهای تخمین و مدلسازی، پاسخ مناسبی بدست آمد.

در این پروژه از روش خطی سازی با استفاده از فیدبک حالت و کنترل پیش بین برای عملیات کنترلی استفاده شده است. روش کنترل خطی سازی از طریق فیدبک حالت، در حقیقت از دو جنبه دارای اهمیت می باشد. اول اینکه این روش، روشی غیر خطی بوده و با استفاده از فیدبک می توان آنرا در محدوده وسیعتری خطی نمود و دوم آنکه در آن می توان از تکنیکهای قدرتمند کنترل خطی استفاده نمود. در این پروژه از کنترل پیش بین که یکی از قدرتمند ترین روشهای کنترل خطی در صنایع شیمیایی می باشد، استفاده شده است. این روش بدلیل سادگی و مقاوم بودن در برابر نویز و اغتشاش کاربردهای فراوانی در کنترل فرآیندهای گوناگون دارد.

البته باید توجه داشت که خطی سازی از طریق فیدبک حالت معایبی نیز دارد، که می توان به ضرورت آگاهی از مدل سیستم و مقادیر حالتها در زمانهای گوناگون اشاره کرد. در مقایسه با دیگر روشهای کنترل بر پایه

مدل، باید اقرار کرد که به علت مقاوم بودن این روش در برابر اغتشاشات، عدم قطعیتها و نویز، نیازی به داشتن مدل دقیقی از سیستم نبوده و استفاده از یک مدل ابتدایی که بیان کننده فیزیک سیستم باشد، کفایت می کند. در این پروژه می توان مسیر طی شده در رسیدن به نتایج را بصورت زیر خلاصه نمود:

- ✓ مطالعه فرآیندهای پلیمریزاسیون و خصوصیات آنها
- ✓ مدلسازی سینتیک پلیمریزاسیون مورد نظر
- ✓ مدلسازی کل فرآیند
- ✓ خطی سازی سیستم بوسیله فیدبک حالت
- ✓ استفاده از مدل خطی شده سیستم برای کنترلر پیش بین
- ✓ بررسی مقاومت پذیری سیستم

## Reference:

1. Downs, J.J. and Doss, J. E., 1991 "A view from north American Industry, in Y.Arkun and W.H.Ray(eds)", *Proc. CPC IV*, pp. 53-77.
2. Odian, G., 1986, "Principle Of Polymerization", *MC. G. Hill*, pp. 325.
3. Odian, G., 1986, "Principle Of Polymerization", *MC. G. Hill*, pp. 30.
4. Rippin, D. W. T., 1983, Simulation of single and multiproduct batch chemical plants for optimal design and operation, *Comput Chem Eng.* 7:37.
5. Rao, Y.S.M., Bhat, J., Chidambaram, M. and Madhavan, K.P., 1992, Robust controllers for nonlinear chemical processes, *Comput Chem Eng.* 16:61-65
6. Kravaris, C., and M. Soroush, 1992, "Nonlinear control of a batch polymerization reactor : an experimental study: ", *AIChE.*, 38, 9.
7. M.A.Lelic and P.E.Wellstead. Centralized Pole Placement Self Tuning Controller. Part I. Basic Algorithm. *Int.J.Control*, 46(2):547-568, 1987.
8. D.A.Linkers and M.Mahfonf. Advances in Model-Based Predictive Control, chapter Generalized Predictive Control in Clinical Anaesthesia. Oxford University Press, 1994
9. D.W.Clarke. Application of Generalized Predictive Control to Industrial Processes. *IEEE Control Systems Magazine*, 122:49-55, 1988.
10. J.Richalet, A.Rault, J.L.Testud, and J.Papon. Model Predictive Heuristic Control : Application to Industrial Processes. *Automatica*, 14(2):413-428, 1978
11. J.Richalet, A.Rault, J.L.Testud, and J.Papon. Algorithm Control of Industrial Processes. In 4 IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation. Tbilisi URSS, 1976.

12. C.R.Cutler and B.C.Ramaler.Dynamic Matrix Control a Computer Control Algorithm. In Automatic Control Conference,San Francisco,1980.
13. A.I.Propoi,Use of LP Methods for Synthesizing Sampled-Data Automatic Systems Automn Remote Control,24,1963.
14. C.E.Garcfa and D.M.Prett and M.Morari.Model Predictive Control:Theory and Practice-a Survey.Automatica,25(3):335-348,1989.
15. V.Peterka.Predictor-based Self-tuning Control.Automatica,20(1):39-50,1984
16. B.E.Ydsite,Extended Horizon Adaptive Control.IN Proc.9<sup>th</sup> IFAC World Congress,Budapest,Hungary,1984.
17. D.W.Clark , C.Mohtadi and P.S.Tuffs. Generalized Predictive Control-Part I.The Basic Algorithm.Automatica,23(2):137-148,198
18. D.W.Clark and P.J.Gawthrop.Self-tuning Control.Proceeding IEEE,123:633-640,1979.
19. C.Greco,G.Menga,E.Mosca,and G.Zappa Performance Improvement of selftuning controllers by multistep horizons:the MUSMAR approach.Automatica,20:681-700,1984.
20. J.M.Lemos and E.Mosca.A Multipredictor-based LQ self-tuning Controller.IN IFAC symp.on identification and system parameter estimation,york,uk,pages 137-141,1985.
21. J.Richalet,S.Abu el ata-doss,C.Arber,H.B.Kuntze,A.Jacubash,and W.Schill.Predictive Functional Control.Application to fast and accurate robots.In Proc.10<sup>th</sup> IFAC congress,Munich,1987.
22. R.Soeterboek.Predictive Control.A unified approach. Prentice-Hall,1992
23. C.Mohtadi.Advanced self-tuning Algorithms.PhD thesis.Oxford University, U.K,1986.

## **Abstract**

This thesis describes the application of a model predictive controller to the problem of batch reactor temperature control. Although a great deal of work has been done to improve reactor throughput using batch sequence control, the control of the actual reactor temperature remains a difficult problem for many operators of these processes. Temperature control is important as many chemical reactions are sensitive to temperature for formation of desired products and reaction rates can be highly temperature dependent. In this work by using a nonlinear control method GLC (Global Linearizing Control) with MPC (Model Predictive Control), we control the temperature of reactor to track a predetermined temperature trajectory that applied to the batch reactor. The reactor temperature is controlled with two inputs, electrical powers and the flow of coolant in the coil.