

بسم الله الرحمن الرحيم



دانشکده مهندسی برق و رباتیک
گروه الکترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

کاهش نوفه در داده‌های لرزه‌ای مبتنی بر تلفیق روش‌های آماری و تبدیل‌های زمان-فرکانس

محمد امیر نظری سیاه‌سر

اساتید راهنما

دکتر حسین مروی
دکتر امین روشندل کاهو

استاد مشاور

دکتر علیرضا احمدی‌فرد

شهریور ماه ۱۳۹۴



مدیریت تحصیلات تکمیلی
فرم شماره (۶)

بسمه تعالی

شماره : ۳۰۳ / آ.ت.ب

تاریخ : ۹۴/۰۶/۱۷

ویرایش : -----

فرم صورتجلسه دفاع پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای :

محمد امیر نظری سیاه سر رشته : مهندسی برق - الکترونیک گرایش : سیستم

تحت عنوان : کاهش نوفه در داده های لرزه ای مبتنی بر تلفیق روش های آماری و تبدیل های زمان - فرکانس

که در تاریخ ۹۴/۰۶/۱۷ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح زیر است :

☐ مردود	☐ دفاع مجدد	☒ قبول (با درجه : <u>بسیار خوب</u> امتیاز <u>۱۸/۸۹</u>)
--------------------------------	------------------------------------	--

۱- عالی (۲۰ - ۱۹) ۲- بسیار خوب (۱۸/۹۹ - ۱۸)

۳- خوب (۱۷/۹۹ - ۱۶) ۴- قابل قبول (۱۵/۹۹ - ۱۴)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	محمد امیر نظری	استاد	
۲- استاد مشاور	محمد امیر نظری	استاد	
۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	دکتر ناصر ناصر	استاد	
۴- استاد امتحن	محمد امیر نظری	استاد	
۵- استاد امتحن	محمد امیر نظری	استاد	

رئیس دانشکده :

تقدیم به...

انجام این تحقیق جز با حمایت های پدر و مادر عزیزم صورت نمی گرفت. آنها که درس صبر و وفاداری را برای من به ارمغان آوردند. آنها که در تشخیص راه های خوب من ریاکاری کردند. آنها که در محلات سخت زندگی پشت من بودند و در محلات شیرین آن کنارم. آنها که در این مسیر طولانی و پرپیچ و تاب پایان نامه مشوق و همراه من بودند و محله ای محبتشان را دین نگرفتند. کی شود جبران کرد... .

اینک این تلاش با افتخار به آنها تقدیم می شود.

سپاس گزاری...

پس از حمد و ثنای بی حد بر آستان صفات بی همتای احدیت که در کمال رافت و در نهایت عظمت رخصت اتمام این پایان نامه رایج بنده عطا فرموده است، بر خود واجب می دانم از اساتید راهنمای کرامتقدر، دکتر حسین مروی و دکتر امین روشندل کاوی که بارها بنای ها و کمک های ارزشمند خود، من را در انجام این پایان نامه یاری رسانند و استاد مشاور گرامی دکتر علیرضا احمدی فرد که با مشاوره های سودمند خود بنده را در این راه یاری رسانند، نهایت قدردانی را داشته باشم. اساتیدی که حضورشان در طول تحصیل و در حین انجام این تحقیق باعث دلگرمی بود و بی منت همه علمشان را در اختیار بنده گذاشتند.

از دوستانم آقایان علی شهنما، امین طلوع، احمد معینی و سلمان قلناشی که در این مسیر به من کمک کردند نیز تشکر می کنم.

تعهد نامه

اینجانب **محمد امیر نظری سیاه‌سر** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق - الکترونیک دانشکده مهندسی برق و رباتیک دانشگاه شاهرود نویسنده پایان نامه **کاهش نوفه در داده‌های لرزه‌ای مبتنی بر تلفیق روش‌های آماری و تبدیل‌های زمان-فرکانس تحت راهنمایی دکتر حسین مروی و دکتر امین روشندل کاهو و مشاوره دکتر علیرضا احمدی-** فرد متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه شاهرود » و یا « Shahrood University » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

حکیده:

تضعیف نوفه‌های تصادفی یک چالش اساسی در پردازش داده‌های لرزه‌ای است. این نوفه‌ها توسط نوسانات تصادفی در طول زمان و فرکانس بر روی سیگنال دریافتی تأثیر می‌گذارند. در این پایان نامه، ما به معرفی و ارزیابی یک روش برای تضعیف این نوفه‌ها بر اساس تجزیه یک ماتریس به دو مؤلفه "رتبه پایین" و "تنک" خواهیم پرداخت.

در این روش ابتدا یک ردلرزه توسط یک تبدیل زمان-فرکانس تنک در یک زیر فضای تنک جدید به نمایش در آورده می‌شود. سپس این ماتریس در زیر فضای تنک توسط آفکنش تصادفی دو جهته به دو مؤلفه بخش رتبه پایین و بخش تنک تجزیه می‌شود.

برای بازیابی سیگنال با در نظر گرفتن خاصیت ذاتی شبه رتبه پایین بودن داده و تنک بودن نوفه در زیر فضای زمان-فرکانس تنک، می‌توان از کمینه کردن یک تابع هدف ترکیبی $\ell_1 - \ell_2$ استفاده کرد. برای حل این مسئله روشی مناسب بر مبنای سرعت عملکرد انتخاب می‌شود.

روش پیشنهادی در نهایت توسط اعمال بر روی داده‌های مصنوعی و واقعی آزمایش شده است. نوفه‌زدایی با دو روش دیگر در این حوزه مقایسه خواهد شد. ما در این پایان نامه نشان دادیم که روش پیشنهادی یک تکنیک مؤثر، با قابلیت حفظ دامنه سیگنال و پایدار در برابر نوفه خواهد بود و نتایج آن توسط دو معیار کمی و کیفی بررسی شده و عملکرد مناسب این روش در بازیابی سیگنال به تصویر کشیده شده است.

کلمات کلیدی: داده لرزه‌ای، نوفه تصادفی، نمایش زمان-فرکانس تنک، تبدیل فشرده‌سازی همزمان، رتبه پایین، تجزیه ماتریسی.

مقالات مستخرج از پایان نامه:

1. **Nazari Siahsar M. A.**, Gholtashi S., Roshandel Kahoo A., Marvi H., Ahmadi fard A. (2015) "Sparse time-frequency representation for seismic noise reduction using low-rank and sparse decomposition" **GEOPHYSICS**. Submitted paper (Revision).
2. Gholtashi S., **Nazari Siahsar M. A.**, Roshandel Kahoo A., Marvi H., Ahmadi fard A. (2015) "Synchrosqueezing based transforms and its application in seismic data analysis": **IJOGST**. Submitted paper.

فهرست مطالب

فصل اول - مقدمه ۱

۱-۱ مقدمه و بیان مسئله ۲

۲-۱ معرفی حوزه مورد بحث ۳

۱-۲-۱ ژئوفیزیک اکتشافی ۳

۲-۲-۱ ردلرزه و ماهیت آن ۳

۳-۲-۱ لرزه‌شناسی ۴

۳-۱ اهداف پایان‌نامه ۶

۴-۱ ساختار پایان‌نامه ۷

فصل دوم - مروری بر کارهای گذشته و روش‌های موجود ۹

۱-۲ مقدمه ۱۰

۲-۲ نوفه در داده لرزه‌ای و انواع آن ۱۰

۱-۲-۲ تعریف نوفه ۱۰

۲-۲-۲ انواع نوفه‌های لرزه‌ای ۱۰

۳-۲ روش‌های کاهش نوفه در داده‌های لرزه‌ای ۱۲

فصل سوم - مروری بر تئوری ۲۱

۲۲	۱-۳ مقدمه
۲۲	۲-۳ نمایش تُنک
۲۲	۳-۳ تبدیل یک سیگنال زمانی
۲۳	۱-۳-۳ تبدیل فوریه
۲۴	۴-۳ نمایش زمان-فرکانس
۲۷	۱-۴-۳ تبدیل فوریه زمان کوتاه
۲۹	۲-۴-۳ تبدیل موجک پیوسته
۳۱	۳-۴-۳ تبدیل استاکول یا تبدیل S
۳۳	۴-۴-۳ تبدیل فشرده‌سازی همزمان
۳۹	۵-۳ تخمین‌گرهای آماری
۴۰	۱-۵-۳ تخمین آستانه‌گذاری
۴۱	۲-۵-۳ تخمین پارامتر پراکندگی یا انحراف معیار
۴۵	۶-۳ روش‌های کاهش ابعاد و استخراج ماتریس رتبه پایین
۴۵	۱-۶-۳ تحلیل مؤلفه‌های اصلی
۴۸	۲-۶-۳ تجزیه مقادیر تکین
۵۲	۳-۶-۳ تحلیل مؤلفه‌های اصلی پایدار
۵۴	۴-۶-۳ استخراج ماتریس رتبه پایین با استفاده از الگوریتم گودک
۵۹	فصل چهارم - معرفی روش پیشنهادی
۶۰	۱-۴ مقدمه

۶۰	۲-۴ معرفی مسئله
۶۰	۳-۴ آستانه‌گذاری سخت و نرم در حوزه تبدیل یافته
۶۱	۴-۴ بررسی برخی روشهای نوفه‌زدایی
۶۱	۱-۴-۴ روش کلاسیک نوفه‌زدایی در حوزه تبدیل موجک
۶۲	۲-۴-۴ نوفه‌زدایی چندبعدی در حوزه تبدیل موجک
۶۵	۳-۴-۴ نوفه‌زدایی با استفاده از روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی
۶۶	۴-۴-۴ نوفه‌زدایی چندبعدی تبدیل موجک از طریق روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی
۶۸	۵-۴-۴ تحلیل طیف مقادیر تکین
۷۱	۵-۴ روش پیشنهادی
۷۲	۱-۵-۴ بیان مدل مسئله
۷۲	۲-۵-۴ نمایش تُنک سیگنال با استفاده از تبدیل فشرده‌سازی همزمان
۷۴	۳-۵-۴ تجزیه ماتریس رتبه پایین و تنک
۷۶	۴-۵-۴ بازسازی سیگنال بدون نوفه
۷۷	۶-۴ الگوریتم روش پیشنهادی برای نوفه‌زدایی
۷۹	فصل پنجم - بررسی و مقایسه روش پیشنهادی
۸۰	۱-۵ مقدمه
۸۰	۲-۵ نحوه مقایسه روش‌ها و معرفی معیارهای کمی و کیفی
۸۱	۳-۵ مقایسه روش‌ها بر روی داده مصنوعی
۸۶	۴-۵ مقایسه روش‌ها بر روی داده واقعی

۵-۵	انتخاب و بررسی تغییرات پارامترهای روش پیشنهادی	۸۷
۵-۶	تأثیر تبدیل زمان-فرکانس جهت بازیابی سیگنال در روش پیشنهادی	۹۰
۹۳	فصل ششم - نتیجه‌گیری و پیشنهادات	
۹۴	۱-۶ نتیجه‌گیری	
۹۵	۲-۶ پیشنهادات و کارهای آینده	
۹۶	مراجع	

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱: مدل همامیختی یک ردلرزه با تابع بازتاب ۴
- شکل ۲-۱: هندسه برداشت در فضای فرستنده-گیرنده. (الف) برداشت نقطه مشترک. (ب) برداشت چشمه مشترک. ۵
- شکل ۱-۲: مقطع لرزه‌ای به همراه نوفه ۱۳
- شکل ۲-۲: حذف نوفه با استفاده از فیلتر میان‌گذر. (الف) داده حاوی نوفه. (ب) داده بعد از اعمال روش. (ج) تفاضل داده حاوی نوفه و خروجی روش (نوفه حذف شده). ۱۴
- شکل ۳-۲: حذف نوفه به روش فیلتر پیشگو در حوزه $f - x$. (الف) سیگنال حاوی نوفه. (ب) سیگنال بعد از اعمال روش. (ج) تفاضل قسمت الف و ب (نوفه حذف شده). ۱۵
- شکل ۴-۲: کاربرد روش تحلیل طیف مقادیر منفرد در کاهش نوفه در یک داده مصنوعی. (الف) سیگنال حاوی نوفه. (ب) سیگنال بازیابی شده. (ج) تفاضل سیگنال قسمت الف و ب. ۱۸
- شکل ۱-۳: محدوده اتم زمان-فرکانس در صفحه (جعبه هایزنبرگ [۳۶]). ۲۶
- شکل ۲-۳: جعبه هایزنبرگ برای تبدیل فوریه زمان کوتاه [۴۰]. ۲۸
- شکل ۳-۳: نمایش قسمت حقیقی و زمان-فرکانس سیگنال آزمایشی (رابطه ۳-۱۳). (الف) قسمت حقیقی. (ب) نمایش زمان-فرکانس واقعی. (ج) نمایش زمان-فرکانس بخش حقیقی با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه و پنجره گوسی به طول ۵۱ نمونه. ۲۹
- شکل ۴-۳: نمایش زمان-فرکانس سیگنال آزمایشی (رابطه ۳-۱۳) با استفاده از (الف) تبدیل موجک زمان پیوسته با موجک مختلط مورلت و (ب) تبدیل استاکول ۳۲
- شکل ۵-۳: نمایش سیگنال مصنوعی و تبدیل فوریه آن، به همراه نمایش‌های زمان-فرکانس (مقیاس). (الف) سیگنال مصنوعی و (ب) تبدیل فوریه آن. (ج) تبدیل فوریه زمان کوتاه. (د) تبدیل

موجک پیوسته با استفاده از موجک مورلت. (ه) تبدیل استاکول. (و) تبدیل فشرده‌سازی همزمان .. ۳۸

شکل ۳-۶: نمایش بیضی تحمل ۹۷,۵ درصد در فضای دو بُعدی برای داده‌های مرجع [۶۳].

بیضی آبی از تخمین روش کلاسیک و بیضی قرمز از تخمین روش دترمینان ماتریس پراکندگی کمینه

بدست آمد..... ۴۴

شکل ۳-۷: نقاط قرمز Xn داده‌های اولیه و نقاط سبز Xn داده‌های جدید را نشان می‌دهد.

هوتلینگ هدف را انتخاب خط بنفشی قرار داد که واریانس بین نقاط سبز حداکثر شود و پیرسن تلاش

کرد که خط بنفش را به صورتی برازش کند که میانگین مجذور فاصله نقاط قرمز و تصویرشان (خطوط

آبی) کمینه شود..... ۴۷

شکل ۳-۸: نمایش مؤلفه اصلی یک سیگنال که در حضور نوفه دچار خطا شده است. ۵۲

شکل ۴-۱: اعمال روش کلاسیک نوفه‌زدایی در حوزه تبدیل موجک. (الف) سیگنال مصنوعی

اصلی. (ب) سیگنال حاوی نوفه با نسبت سیگنال به نوفه ۴-دسیبل. (ج) سیگنال بازیابی شده با استفاده

از آستانه‌گذاری نرم. ۶۳

شکل ۴-۲: نتیجه اعمال روش نوفه‌زدایی چندبندی بر روی یک داده مصنوعی. (الف) سیگنال

اصلی. (ب) سیگنال نوفه‌ای با نسبت سیگنال به نوفه ۲-دسیبل. (ج) سیگنال بازیابی شده..... ۶۴

شکل ۴-۳: تجزیه تصویر نوفه‌ای به تصاویر ویژه وزندار. دو تصویر ویژه ابتدایی بیشتر انرژی

سیگنال را دارا هستند..... ۶۵

شکل ۴-۴: نوفه‌زدایی با استفاده از فیلتر تصاویر ویژه. مشخص است که هر چه تعداد تصاویر ویژه

جهت بازیابی بیشتر میشود، بازیابی بهتر صورت می‌گیرد. در ردیف پایین تفاضل بین داده نوفه‌ای و داده

بازسازی شده نشان داده شده است [۱۷]..... ۶۶

شکل ۴-۵: نتیجه اعمال روش نوفه‌زدایی چندبندی با استفاده از تحلیل مؤلفه‌های اصلی بر روی

سیگنال شکل ۴-۲. (الف) سیگنال بازیابی شده. (ب) تفاضل سیگنال نوفه‌ای و بازیابی شده. ۶۸

شکل ۴-۶: مثالی از یک داده دو بعدی مصنوعی با رویداد خطی. ۶۹

شکل ۴-۷: کاربرد روش تحلیل طیف مقادیر منفرد در کاهش نوفه در یک داده مصنوعی. (الف)

سیگنال حاوی نوفه. (ب) سیگنال بازیابی شده. (ج) تفاضل سیگنال قسمت الف و ب. ۷۰

شکل ۴-۸: نمایش زمانی سیگنال مصنوعی و نوفه‌ای به همراه طیف اندازه تبدیل زمان-فرکانس فشرده‌سازی همزمان آنها. (الف) ردلرزه مصنوعی. (ب) ردلرزه نوفه‌ای. (ج) و (د) به ترتیب نمایش زمان-فرکانس طیف اندازه ردلرزه تمیز و نوفه‌ای قسمت الف و ب با استفاده از موجک کلاه مکزیکي مختلط.

(ه) و (و) به ترتیب طیف مقادیر تکین برای قسمت ج و د. ۷۳

شکل ۴-۹: عملکرد روش تجزیه گودک شبه نرم در مثال شکل ۴-۸. (الف) مؤلفه رتبه پایین و (ب) بخش تنک سیگنال. ۷۶

شکل ۴-۱۰: بازسازی سیگنال نوفه‌ای مثال با استفاده از تجزیه ماتریس رتبه پایین و تنک. (الف) سیگنال بازسازی شده حاصل از تخمین ماتریس رتبه پایین و (ب) نویز حاصل از تخمین ماتریس تنک. ۷۶

شکل ۴-۱۱: نمایش فرایند نوفه‌زدایی با استفاده از روش پیشنهادی. ۷۸

شکل ۵-۱: داده لرزه‌ای مصنوعی دو بعدی. (الف) داده بدون نوفه. (ب) داده نوفه‌ای با نسبت سیگنال به نوفه ۴-دسیبل. ۸۲

شکل ۵-۲: نتایج اعمال سه روش نوفه‌زدایی بر روی داده مصنوعی شکل ۵-۱. (الف) روش واهمامیخت. (ب) روش تحلیل مقادیر تکین. (ج) روش پیشنهادی. ۸۴

شکل ۵-۳: تفاضل بین سیگنال نوفه‌ای و سیگنال بازیابی شده (نوفه تخمین زده شده) در روش (الف) واهمامیخت، (ب) تحلیل طیف مقادیر تکین و (ج) روش پیشنهادی. ۸۵

شکل ۵-۴: اندازه طیف فرکانسی میانگین. (الف) سیگنال بدون نوفه. (ب) سیگنال نوفه‌ای. (ج) روش واهمامیخت. (د) روش تحلیل طیف مقادیر تکین. (ه) روش پیشنهادی. ۸۶

شکل ۵-۵: داده لرزه‌ای واقعی و نسخه‌های نوفه‌زدایی شده آن. (الف) داده لرزه‌ای. نسخه‌های نوفه‌زدایی شده با استفاده از روش (ب) واهمامیخت، (ج) تحلیل طیف مقادیر تکین و (د) روش

پیشنهادی. ۸۷

شکل ۵-۶: نمایش تفاضل سیگنال واقعی و سیگنال بازیابی شده. (الف) روش واهمامیخت. (ب)

روش تحلیل طیف مقادیر تکین. (ج) روش پیشنهادی. ۸۸

شکل ۵-۷: نمودارهای نمایش دهنده حساسیت روش پیشنهادی به تغییرات پارامترهای الگوریتم

گودک و توان نوفه ورودی. (الف) نمایش تغییرات پارامتر توازن تنکی. (ب) نمایش تغییرات پارامتر رتبه.

(ج) نمایش حساسیت روش ها به توان نوفه در داده مصنوعی. روش واهمامیخت (خط قرمز)، تحلیل

طیف تکین (خط مشکی) و روش پیشنهادی (خط آبی). ۹۰

شکل ۵-۸: نمایش (الف) ردلرزه تمیز و (ب) نوفه‌ای (نسبت سیگنال به نوفه ۴- دسیبل). ردلرزه

بازیابی شده با استفاده از روش پیشنهادی ولی با تبدیل‌های زمان-فرکانس متفاوت. (ج) تبدیل فوریه

زمان کوتاه (نسبت سیگنال به نوفه ۰,۶- دسیبل)، (د) تبدیل موجک پیوسته (نسبت سیگنال به نوفه

۲,۵- دسیبل) و (ه) تبدیل فشرده‌سازی همزمان (نسبت سیگنال به نوفه ۷ دسیبل). ۹۱

فهرست جدول‌ها

جدول ۱-۵: مقایسه نسبت سیگنال به نوفه سه روش در مثال شکل ۱-۵ ۸۳

فصل اول

مقدمہ و کلیات

۱-۱ مقدمه و بیان مسئله

امروزه علم پردازش سیگنال به عنوان یک دانش کارآمد در اکثر حوزه‌های مهندسی و کاربردی به کمک متخصصان این علوم آمده است. جالب اینجاست که اکثر علوم کاربردی نیز در روند رو به رشد خود سعی می‌کنند مفاهیم اندازه‌گیری شده‌ی خود را با استفاده از این علم بررسی و تحلیل کنند. در حقیقت همه علوم که با سیگنال‌های معنادار سروکار دارند، به نحوی با پردازش سیگنال آمیخته شده‌اند.

اما در هر رشته‌ای با هر نوع داده‌ای، برداشت داده‌ها با انرژی‌های ناخواسته مانند نوفه همراه است. بنابراین یک اصل مهم در پردازش داده‌ها اینست که اطلاعات عاری از هرگونه انرژی ناخواسته و با کیفیت مناسب باشد تا تفسیر آنها قابل اطمینان باشد. بنابراین فرایند پیش‌پردازش این داده‌ها جهت پاکسازی آنها اهمیت می‌یابد.

در این پایان‌نامه با ورود به یکی از حوزه‌های علوم کاربردی و میان رشته‌ای به نام ژئوفیزیک- لرزه‌شناسی، سعی خواهیم کرد به یکی از مراحل خیلی مهم در پردازش اطلاعات لرزه‌ای^۱، یعنی کاهش نوفه، بپردازیم. از آنجا که این داده‌ها ناپایا^۲ بوده و نیز منابع تولید نوفه در آنها در دسترس نمی‌باشد، بنابراین نیاز به ارائه‌ی روش‌هایی که به بازیابی کامل سیگنال در حضور نوفه منجر شود، احساس می‌شود. با توجه به وجود منابع وسیع زیرزمینی نفت و گاز و مواد معدنی در سراسر کشور و همچنین هزینه‌های بسیار زیاد مالی و زمانی و نیز ریسک‌های احتمالی در بخش حفاری‌های اکتشافی، و از آنجا که یکی از پارامترهای مورد نیاز جهت تعیین محل کاندید برای حفاری، داده‌های لرزه‌ای بازتابی می‌باشند، پردازش و تفسیر دقیق این داده‌ها کاری ضروری است. در ادامه به معرفی حوزه‌ی مورد بحث و نوع داده‌های آن می‌پردازیم.

¹ Seismic Data

² Non-stationary

۲-۱ معرفی حوزه مورد بحث

۱-۲-۱ ژئوفیزیک اکتشافی^۱

ژئوفیزیک اکتشافی یک دانش میان رشته‌ای می‌باشد که شامل علوم فیزیک، ریاضی و زمین-شناسی است. این علم از اطلاعات ژئوفیزیکی مشاهده شده در سطح زمین برای اندازه‌گیری و سپس تعبیر خواص فیزیکی لایه‌های زیر سطحی، بهره می‌گیرد. هدف از این علم اکتشاف مواد معدنی، ذخایر آب‌های زیر زمینی و هیدروکربنی است؛ بدون آنکه نیاز باشد به طور مستقیم به سطوح زیرین زمین دست یافت.

روش‌های مختلف ژئوفیزیکی برای تصویرسازی از ساختارهای زیرسطحی مانند روش‌های لرزه‌ای، گرانی سنجی، الکتریکی، مغناطیسی و الکترومغناطیسی وجود دارد. در این بین جهت پی‌بردن به مخازن و ذخایر هیدروکربنی بهره‌گیری از روش‌های لرزه‌ای رایج‌تر است. از این رو در این پایان‌نامه بر روی لرزه‌شناسی اکتشافی^۲ تمرکز خواهیم داشت.

۱-۲-۲ ردلرزه^۳ و ماهیت آن

در یک آزمایش لرزه‌ای، امواج مکانیکی توسط یک منبع به شکل موجک یا پالس جهت انتشار درون لایه‌های زمین، مهیا می‌شوند. قسمتی از این امواج در برخورد با لایه‌های زمین تضعیف شده و عبور می‌کنند و قسمتی از آن بازتاب شده و توسط گیرنده‌های زمینی^۴ یا دریایی^۵ دریافت می‌شوند. قدرت بخش بازتاب شده به اختلاف امپدانس بین دو لایه مجاور (ضریب بازتاب) درون زمین بستگی دارد. به هر کدام از این سیگنال‌ها یک ردلرزه گفته می‌شود.

با توجه به توضیحات فوق، در واقع یک ردلرزه نشان دهنده‌ی پاسخ یک سیستم شامل لایه‌های

¹ Exploration Geophysics

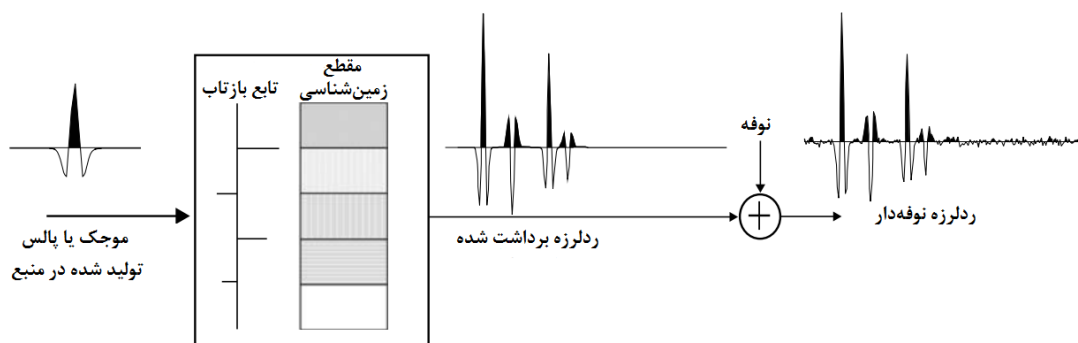
² Exploration Seismology

³ Seismic Trace or Seismogram

⁴ Geophone

⁵ Hydrophone

زمین و گیرنده، به موجک تولید شده در منبع لرزه‌ای است. فرض کنید شکل موجک یا پالس تولید شده در هنگام عبور از لایه‌های زمین تغییر نکند، پس می‌توان فهمید بازتاب لرزه‌ای دریافت شده، حاصل از هم‌امیختگی^۱ آن موجک با یک سری زمانی (تابع بازتاب^۲) می‌باشد که آن سری زمانی از مجموعه‌ای از توابع ضربه تشکیل شده است. اندازه‌ی هر کدام از این توابع ضربه به ضرایب بازتاب در مرز لایه‌ها بستگی دارد. در حقیقت این سری زمانی همان پاسخ ضربه لایه‌های زمین است. در شکل ۱-۱ فرایند ارسال و دریافت یک ردلرزه نشان داده شده است.



شکل ۱-۱: مدل هم‌امیختگی یک ردلرزه با تابع بازتاب [۱].

باید توجه داشت که دریافت این ردلرزه‌ها به دلایل مختلفی با انرژی‌های ناخواسته مانند نوفه همراه است، در نتیجه ردلرزه‌های دریافتی دارای ظاهری پیچیده بوده و بدون پردازش مناسب قابل تشخیص و تفسیر نیستند. در فصل بعد در مورد انواع نوفه‌های داده‌های لرزه‌ای بیشتر صحبت خواهیم کرد. اما پیش از آن نیاز به معرفی بیشتر لرزه‌شناسی می‌باشد که در ادامه خواهد آمد.

۳-۲-۱ لرزه‌شناسی

با توجه به عمق مطالعه، روش‌های لرزه‌شناسی به سه دسته تقسیم می‌شوند:

- **لرزه‌شناسی انکساری:** توصیف زمین‌شناسی عمق‌های کم با هدف اکتشاف زغال و

کانی‌ها در عمق کمتر از یک کیلومتر.

¹ Convolution

² Reflectivity Function

• **لرزه‌شناسی بازتابی یا اکتشافی:** اکتشاف هیدروکربن (اکتشاف و توسعه میادین نفت

و گاز) که به عمق‌های بالای ۱۰ کیلومتر مربوط است.

• **لرزه‌شناسی زلزله:** تخمین ساختار پوسته زمین (جهت مطالعه زمین لرزه‌ها، پوسته و

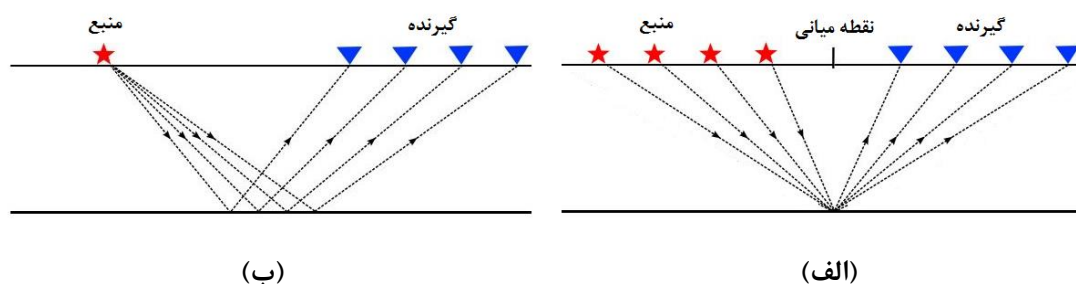
جزئیات زمین تا مرکز آن) که به عمق‌های بیش از ۱۰۰ کیلومتر مربوط است.

لرزه‌شناسی اکتشافی که موضوع بحث این پایان‌نامه است، خود شامل سه مرحله می‌باشد: (۱)

برداشت داده^۱، (۲) پردازش^۲ و (۳) تفسیر^۳ آن. دو نوع چینش و هندسه فرستنده‌ها و گیرنده‌ها در فضای

دو بعدی جهت برداشت ردلرزه‌ها در شکل ۲-۱ نمایش داده شده است. اکثر پردازش‌های لرزه‌ای با

هندسه قسمت الف در شکل ۲-۱ منطبق است.



شکل ۲-۱: هندسه برداشت در فضای فرستنده-گیرنده. (الف) برداشت نقطه‌میانی مشترک. (ب) برداشت

چشمه مشترک [۲].

پردازش داده‌های لرزه‌ای را می‌توان به شکل یک زنجیره عملیات پشت سر هم در نظر گرفت که

در آن به افزایش نسبت سیگنال به نوفه، بهبود تفکیک‌پذیری^۴ داده‌ها و تصحیح ساختار هندسی آنها

پرداخته می‌شود، بطوریکه تصویر نهایی یک نقشه مناسب از سطوح زیرین منطقه مورد مطالعه باشد. در

نتیجه مراحل کلی زیر جهت پردازش داده‌ها تعریف می‌شود [۱]:

• **واهمامیخت^۵:** در این مرحله موجک منبع را از داده‌ها جدا کرده و بنابراین باند فرکانسی

¹ Data Acquisition

² Processing

³ Interpretation

⁴ Resolution

⁵ Deconvolution

گسترش یافته و در نتیجه تفکیک پذیری زمانی بیشتر می شود.

- **برانبارش^۱:** در این بخش داده های لرزه ای را جهت تخمین بهتر میانگین گیری می کنند.

این مرحله می تواند کمی نوفه را کاهش دهد.

- **کوچ^۲:** در این مرحله با استفاده از پردازش تصویر، لایه ها (رویدادها) را در مکان درست

خود جابجا کرده یا به اصطلاح کوچ می دهند. این مرحله باعث افزایش تفکیک پذیری

فضایی داده ها می شود.

در آخر، تصویر نهایی در اختیار یک متخصص در این حوزه قرار می گیرد تا بر اساس آن بتواند

به تحلیل و تفسیر خواص لایه های زیر سطحی بپردازد. باید توجه داشت که روش های کاهش نوفه

می تواند قبل و یا بعد از مرحله برانبارش و قبل از مرحله کوچ انجام شود.

۳-۱ اهداف پایان نامه

هدف از انجام این پایان نامه تضعیف نوفه^۳ در داده های لرزه ای بازتابی است. جهت انجام این کار

ابتدا سیگنال را به حوزه ی زمان-فرکانس^۴ برده و سپس در آن حوزه با بهره گیری از برخی ویژگی های

آماری سیگنال به جدا سازی نوفه از سیگنال خواهیم پرداخت.

باید توجه داشت که نمایش تُنک^۵ سیگنال و نوفه در برخی زیرفضاهای^۶ مناسب باعث جداسازی

بهتر این دو از هم می شود [۳]. از طرفی دیگر از آنجا که داده های لرزه ای بازتابی از ساختارهای هندسی

تکراری^۷ تشکیل شده اند، در نتیجه این داده ها دارای رتبه ی ماتریسی پایین هستند [۴]. این خاصیت

رتبه-پایین^۸ بودن داده های لرزه ای در برخی از زیرفضاها نیز حفظ خواهد شد. پس می توان نتیجه گرفت،

با بهره گیری از روش های تجزیه یک ماتریس داده به دو مؤلفه رتبه-پایین و تُنک در زیر فضای مناسب

¹ Stacking

² Migration

³ Noise Attenuation

⁴ Time-frequency Domain

⁵ Sparse Representation

⁶ Subspaces

⁷ Repetitive Geometrical Structures

⁸ Low-rank

امکان جداسازی سیگنال و نوفه فراهم می‌شود [۵] و [۶].

۴-۱ ساختار پایان‌نامه

در فصل دوم به معرفی و بررسی روش‌های موجود و کارهای گذشتگان پیرامون نوفه‌زدایی از داده‌های لرزه‌ای می‌پردازیم. همچنین روش‌های موجود دسته‌بندی‌شده و شرح مختصری از برخی از روش‌ها بیان می‌شوند.

در فصل سوم مباحث و تئوری‌های استفاده‌شده در پایان‌نامه با ذکر جزئیات بیان می‌شوند. در فصل چهارم به معرفی روش پیشنهادی به‌منظور تضعیف نوفه از داده‌های لرزه‌ای می‌پردازیم.

فصل پنجم به بررسی نتایج روش پیشنهادی می‌پردازد. در بخش اول و دوم، به ترتیب روش پیشنهادی بر روی داده‌های مصنوعی و واقعی اعمال خواهد شد و نتایج آن با روش‌های موجود مقایسه می‌شوند. برای مقایسه‌ی نتایج داده‌های مصنوعی به صورت کمی نسبت سیگنال به نوفه معیار سنجش خواهد بود و از نظر کیفی، تفاضل داده نوفه‌ای و داده بازیابی شده به نمایش درخواهد آمد.

و در فصل ششم به نتیجه‌گیری و بیان یافته‌های پایان‌نامه می‌پردازیم. همچنین پیشنهادهایی به‌منظور افزایش کارایی روش پیشنهادی ارائه می‌شوند که در آینده انجام داده خواهند شد.

فصل دوم

مروری بر کارهای گذشته و روشهای موجود

۲-۱ مقدمه

وجود نوفه‌های همدوس^۱ و ناهمدوس^۲ در داده‌های لرزه‌ای بازتابی همواره مشکلاتی را در پردازش و تفسیر داده‌ها ایجاد می‌کند. بنابراین روش‌های کاهش نوفه در پردازش و تفسیر داده‌ها نقش مهمی را در انتخاب دقیق‌تر مناطق حفاری ایفا می‌کنند. در بخش بعد به معرفی این نوفه‌ها پرداخته تا پس از شناخت آنها به روش‌های تضعیف نوفه بپردازیم.

۲-۲ نوفه در داده لرزه‌ای و انواع آن

۲-۲-۱ تعریف نوفه

نوفه یک بخش همیشگی و جدانشدنی زندگی روزمره است. از نوفه به عنوان یک بخش نامطلوب و ناخواسته یاد شده که باعث کاهش کیفیت یا اختلال در وضوح یک سیگنال می‌شود. در لرزه‌شناسی اکتشافی نیز نوفه عاملی مخرب است که تفسیر داده‌ها را دچار مشکل خواهد کرد. در واژه‌نامه لغتی شلومبرژه^۳ نوفه به این صورت تعریف شده است که هر چیزی به غیر از داده مطلوب نوفه است و نوفه شامل اختلالاتی است که بوسیله انرژی‌های لرزه‌ای شناخته شده یا ناشناخته بوجود می‌آید. بنابراین دانشمندان در این حوزه بدنبال روش‌هایی هستند که ضمن بازیابی سیگنال، نوفه را کاهش دهند. برای حذف این نوفه‌ها نیاز به آشنایی با انواع نوفه‌ها در این داده‌ها می‌باشد که در ادامه بررسی خواهد شد.

۲-۲-۲ انواع نوفه‌های لرزه‌ای

نوفه‌ها لرزه‌ای در حالت کلی از لحاظ همبستگی انرژی آنها با انرژی سیگنال اصلی به دو دسته تقسیم می‌شوند [۲]: (۱) نوفه‌های همدوس و (۲) نوفه‌های ناهمدوس. در ادامه این دو دسته را بررسی خواهیم کرد.

¹ Coherent Noise

² Incoherent Noise

³ Schlumbergers Oilfield Glossary

۲-۲-۱-نوفه‌های همدوس

انرژی این نوع از نوفه‌ها یا فقط در حوزه‌ی زمان با انرژی سیگنال همبستگی دارد یا در هر دو حوزه زمان و فضا همبستگی وجود دارد. در واقع رفتار آنها از هر ردلرزه به ردلرزه‌ی دیگر یکسان است.

- **نوفه‌های همدوس دارای همبستگی انرژی در حوزه زمان-فضا:**

امواج سطحی (زمین غلت)^۱، بازتاب‌های چندگانه^۲، موج‌های هوا^۳ و ... از انواع این نوفه می‌باشد. نوفه زمین غلت یکی از رایج‌ترین آنهاست که دارای ویژگی‌های دامنه‌ی بزرگ، فرکانس کم و سرعت کم است. از آنجا که مؤلفه‌های فرکانسی مختلف در این امواج با سرعت‌های متفاوت حرکت می‌کنند، در نتیجه این امواج بطور ذاتی در فضای برداشت دارای پاشش^۴ هستند.

- **نوفه‌های همدوس دارای همبستگی انرژی در حوزه زمان:**

این بخش به دو گروه تقسیم می‌شود. نوفه‌هایی که بر روی هر ردلرزه و یا بخشی از آن قرار می‌گیرد مثل نوفه حاصل از خطوط نیرو^۵ (یک سینوسی تک تن ۵۰ تا ۶۰ هرتز) که معمولاً دارای دامنه‌ی بزرگ هستند. دسته‌ی دیگر نوفه‌های ناگهانی یا ضربه‌ای^۶ است که در مدت زمان کوتاه (چند صد میلی ثانیه) ولی با دامنه‌ی بالا اتفاق می‌افتند [۷]. در کل این نوع از نوفه‌ها به خوبی با توزیع گوسی مدل نمی‌شوند و به آنها نوفه‌های نامنظم^۷ (غیر گوسی) نیز گفته می‌شود [۸] و [۹].

۲-۲-۲-نوفه‌های ناهمدوس

این نوع از نوفه‌ها از لحاظ انرژی با سیگنال اصلی همبستگی ندارد. در واقع فاز نوفه در ردلرزه‌های مجاور مستقل است و رفتاری غیر قابل پیش‌بینی دارد. از این رو به آنها، نوفه‌های تصادفی^۸ نیز گفته

¹ Ground-roll

² Multiples

³ Air Waves

⁴ Dispersive

⁵ Power Line Noise

⁶ Burst or Impulsive

⁷ Erratic

⁸ Random

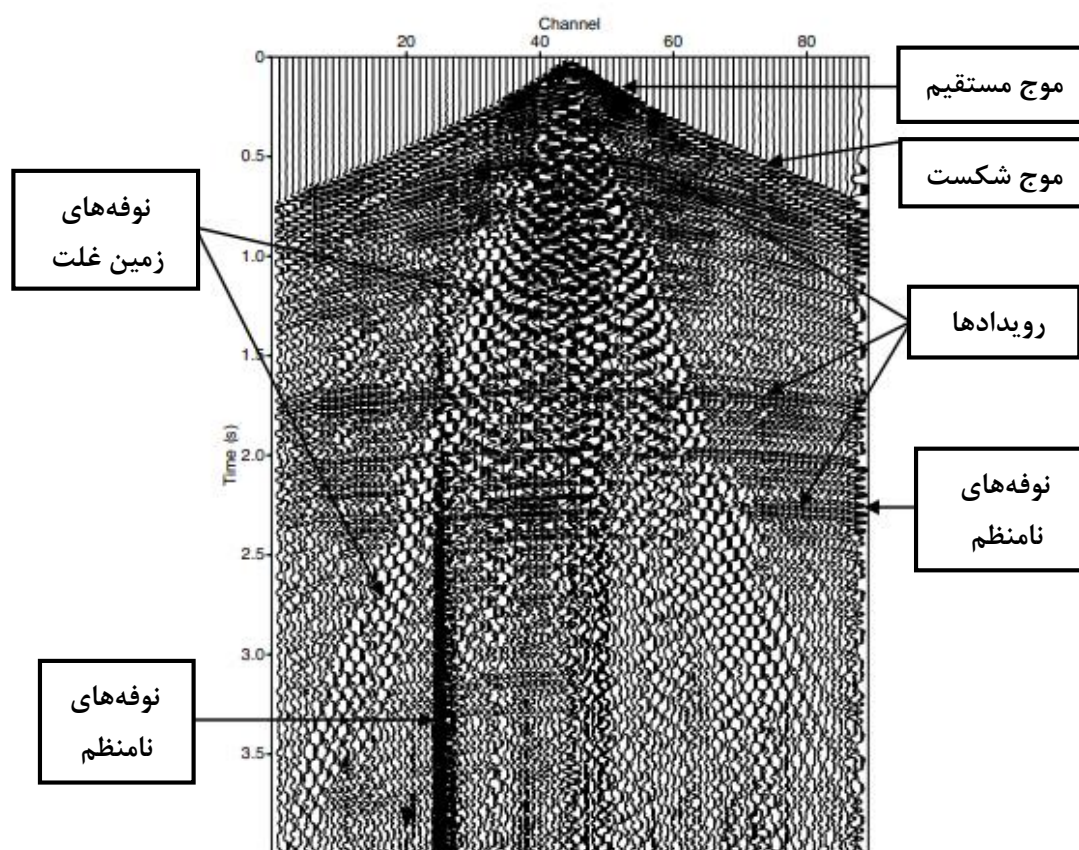
می‌شود. نوفه‌های تصادفی با عوامل مختلفی مثل باد، فعالیت‌های انسان‌ها و حیوانات، بارش باران، مشکلات گیرنده‌ها و ... تولید می‌شوند.

همانطور که مشاهده شد، به دلیل وجود انواع مختلف نوفه و مشخصه‌های متفاوت آنها، حذف نوفه در داده‌های لرزه‌ای در صنعت تبدیل به یک مسئله چالش برانگیز شده است. در این پایان‌نامه نوفه‌های مورد بررسی از نوع تصادفی یا ناهمدوس است و روش‌های ارائه شده برای حذف این نوع از نوفه مناسب خواهند بود. در شکل ۱-۲ نمایشی از یک داده لرزه‌ای واقعی به همراه نوفه‌های مختلف نمایش داده شده است. این مقطع از مجموعه داده ایلماز [۲] انتخاب شده است.

۳-۲ روش‌های کاهش نوفه در داده‌های لرزه‌ای

در این بخش به مرور روش‌های تضعیف نوفه و بطور خاص بررسی تکنیک‌هایی که جهت کاهش نوفه‌های تصادفی هستند، می‌پردازیم. در پردازش سیگنال معمولاً جهت تضعیف نوفه از اختلاف میان سیگنال و نوفه بهره می‌برند. این روش‌ها داده را به حوزه‌ای دیگر منتقل کرده و در آنجا سیگنال و نوفه بسیار آسان‌تر از هم تمیز داده می‌شوند. برای مثال، روش‌هایی که بر اساس تبدیل‌ها^۱ هستند، داده‌های لرزه‌ای را به یک فضای جدید تصویر می‌کنند، بطوریکه نوفه و سیگنال بهتر از هم جدا می‌شوند [۳]. در این حوزه‌ی جدید ضرایب مربوط به نوفه تضعیف و یا حذف شده و در حالیکه ضرایب مربوط به سیگنال حفظ می‌شوند، داده را به حوزه‌ی اصلی برمی‌گردانند. حتی می‌توان ضرایب مربوط به نوفه را نگه‌داشت و دیگر ضرایب را حذف کرد؛ با این کار پس از برگرداندن به حوزه اصلی، مدل نوفه بدست آمده و از سیگنال نوفه‌ای کم شده تا سیگنال پاک بدست آید.

^۱ Transforms



شکل ۲-۱: مقطع لرزه‌ای به همراه نوفه [۲].

روش‌های متعددی برای کاهش نوفه در طول دهه‌های گذشته مطرح شده و گسترش یافته است. در سال ۱۹۶۲ روش برانبارش رکورد نقطه مشترک میانی توسط مین^۱ برای حذف نوفه تصادفی با میانگین‌گیری از ردلرزه‌ها معرفی شد [۱۰]. اما در این روش در بسیاری از موارد نوفه‌ها به خوبی و کامل جدا نمی‌شدند. پس نیاز به روش‌های دیگر بود؛ بر همین اساس روش‌های نوفه‌زدایی به دو دسته پیش-برانبارش^۲ و پس‌برانبارش^۳ تقسیم شدند. تمرکز ما در این پایان‌نامه بر روی روش‌های پیش‌برانبارش خواهد بود.

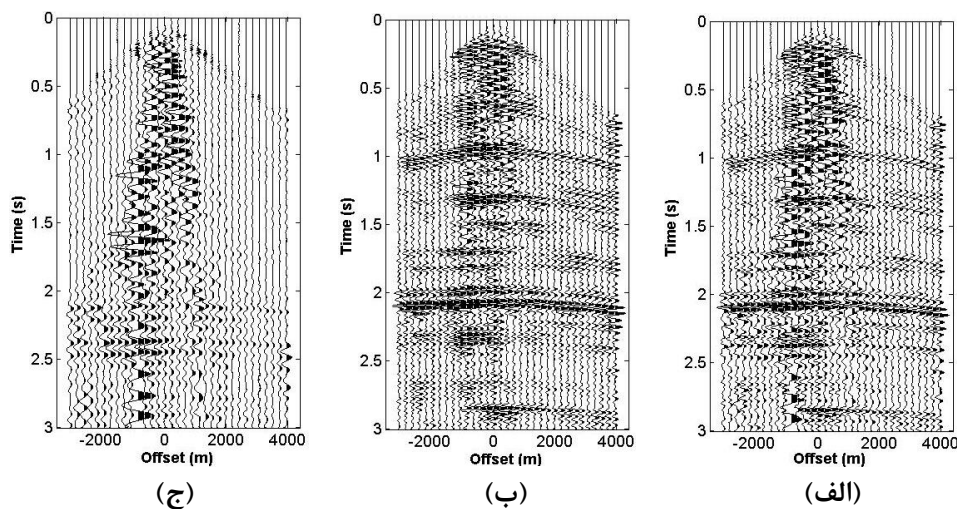
یکی از ابتدایی‌ترین روش‌های نوفه‌زدایی، محدود کردن طیف فرکانسی داده با استفاده از فیلتر میان‌گذر است. اما سیگنال و نوفه در این حوزه دارای همپوشانی بوده و در نتیجه با فیلتر کردن، بخشی

¹ Mayne

² Pre-stack

³ Post-stack

از سیگنال پاک هم از دست می‌رود. پس این روش‌ها کارایی مناسب را نداشتند. در شکل ۲-۲ با استفاده از یک فیلتر میان‌گذر با پاسخ ضربه محدود و به طول ۱۰۰ نمونه به کاهش نوفه‌ی تصادفی و زمین‌غلت پرداخته شده است. در این فیلتر فرکانس‌های بین ۱۵ و ۵۰ هرتز نگه‌داشته شده‌اند. همانطور که در قسمت ج مشاهده می‌شود، تفاضل سیگنال حاوی نوفه و سیگنال پاک رسم شده و مشخص است که در این روش مقداری از سیگنال اصلی به عنوان نوفه از بین رفته است.



شکل ۲-۲: حذف نوفه با استفاده از فیلتر میان‌گذر. (الف) داده حاوی نوفه. (ب) داده بعد از اعمال روش. (ج) تفاضل داده حاوی نوفه و خروجی روش (نوفه حذف شده).

قابل پیش‌بینی بودن داده‌های لرزه‌ای در مقابل عدم قابلیت پیش‌بینی نوفه‌های اتفاقی باعث شد تا روش‌هایی بر این اساس شکل بگیرند. فیلتر پیش‌گو^۱ که به عنوان یک روش جایگزین برای فیلتر میان‌گذر، بر اساس قابل پیش‌بینی بودن سیگنال بیان شده است، هم در حوزه‌ی زمان-فضا $(t - x)$ [۱۱] و هم در حوزه‌ی فرکانس-فضا $(f - x)$ [۱۲] قابل پیاده‌سازی است.

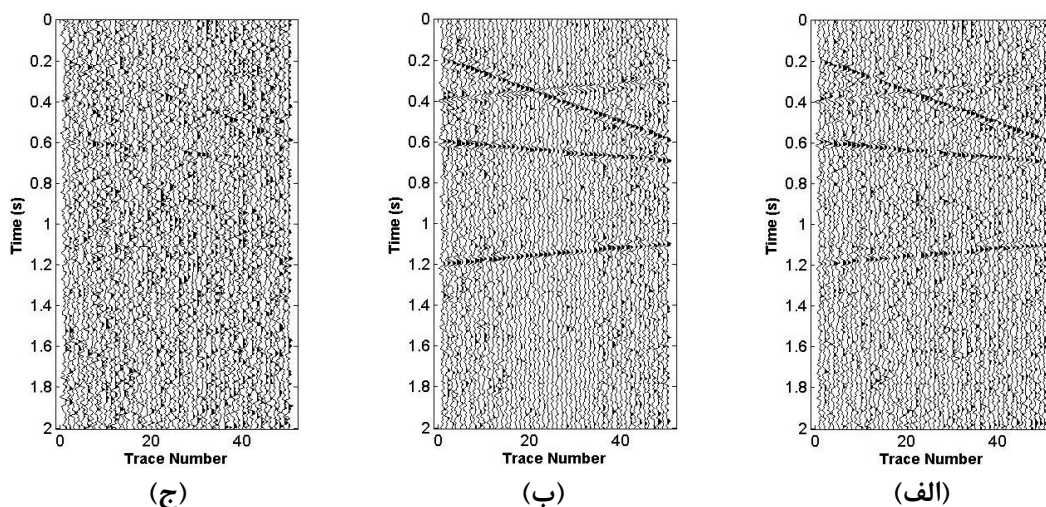
برای اولین بار، کانالس^۲ در سال ۱۹۸۴ روش فیلتر پیش‌گو را در حوزه‌ی فرکانس-فضا برای داده‌های لرزه‌ای پیشنهاد داد [۱۱]. این تکنیک به دلیل پیاده‌سازی آسان به صورت گسترده‌ای مورد استقبال قرار گرفت و در صنعت استفاده شد. ایده این روش از قابل پیش‌بینی بودن سیگنال در حوزه

^۱ Prediction Filter

^۲ Canales

$(f - x)$ برگرفته شده است. در این حوزه رویدادهای خطی و شبه خطی به صورت جمع جبری از هارمونیک‌ها دیده خواهند شد. اگر نوفه در داده وجود داشته باشد، یک فیلتر بهینه برای پیش‌بینی این هارمونیک‌ها مدل ARMA خواهد بود. اما از آنجایی که این مدل ممکن است ناپایدار باشد، از یک فیلتر AR طولانی بهره می‌گیرند. با اینکه پیش‌گویی در این حالت بهینه نیست، اما به راحتی قابل حل خواهد بود.

اگرچه کاهش قابل ملاحظه نوفه از اهمیت بالایی برخوردار است، اما بازیابی سیگنال با کمترین اعوجاج هم از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. روش‌های فیلتر پیش‌گو در موقعیت‌هایی که نسبت سیگنال به نوفه بالا باشد، مناسب بودند و زمانیکه نسبت سیگنال به نوفه پایین می‌رود، سیگنال را دچار اعوجاج کرده و نوفه را به خوبی جدا نمی‌کند [۱۳] و [۱۴]؛ این روش‌ها مقدار دامنه سیگنال را حفظ نمی‌کنند [۱۵].



شکل ۲-۳: حذف نوفه به روش فیلتر پیش‌گو در حوزه $f - x$. (الف) سیگنال حاوی نوفه. (ب) سیگنال بعد از اعمال روش. (ج) تفاضل قسمت الف و ب (نوفه حذف شده).

در شکل ۲-۳ روش فیلتر پیش‌گو به طول ۲۰ واحد در حوزه $f - x$ بر روی یک سیگنال لرزه‌ای اعمال شده و نتایج نشان دهنده عملکرد نامناسب این روش در بهبود کیفیت داده لرزه‌ای است، بطوریکه علاوه بر اینکه مقداری از انرژی سیگنال اصلی در فرایند نوفه‌زدایی از دست رفته است، نسبت نوفه حذف شده قابل ملاحظه نمی‌باشد.

دسته‌ی دیگری از روش‌ها بر مبنای کاهش-رتبه ماتریس داده، مطرح شده‌اند. این روش‌ها فرض می‌کنند: ماتریس‌ها، زمانی که داده بدون نوفه است، ذاتاً رتبه-پایین هستند؛ در واقع طیف مقادیر تکین^۱ این ماتریس‌ها تُنک است. در نتیجه حضور نوفه تصادفی در داده‌های لرزه‌ای رتبه‌ی آن ماتریس‌ها را افزایش می‌دهد و بصورت مقادیر تکین ولی با مقداری بسیار کوچک در طیف مقادیر تکین ظاهر می‌شوند. بر همین اساس یک روش مناسب حذف نوفه، کاهش رتبه‌ی این ماتریس‌های معنادار می‌باشد.

برای مثال، فریر و اولریش^۲ (۱۹۸۸)، از روشی به نام تجزیه تصویرویژه^۳ برای کاهش رتبه در حوزه زمان-فضا استفاده کردند [۱۶]. این روش از مزیت وابستگی خطی بین ردلرزه‌ها بهره می‌برد، پس برای رویدادهای افقی مناسب می‌باشد. در این روش با استفاده از مقادیر ویژه ماتریس داده و به ازای هر مقدار ویژه یک ماتریس رتبه یک را بدست آورده و سیگنال را از جمع هر کدام از این ماتریس‌های رتبه یک و البته متناظر با مقادیر تکین بزرگ بازسازی می‌کند. در واقع در این روش فرض بر اینست که نوفه‌های تصادفی متناظر با ماتریس‌های رتبه یک با مقدار ویژه کوچک‌تر هستند. مشابه روش تصویرویژه، همچنین روش‌های تبدیل کارهونن-لاو^۴ [۱۷] و تجزیه مؤلفه اصلی^۵ برای کاهش نوفه استفاده شدند. در کل، روش‌های کاهش رتبه ماتریس وقتی در حوزه زمان-فضا اعمال می‌شوند، نمی‌توانند رویدادهای منحنی را بازیابی کنند.

در سال ۲۰۰۲، تریکت^۶ [۱۸] یک روش به نام الگوریتم کدزو^۷ معرفی کرد که جایگزینی برای فیلتر پیش‌گو در حوزه $f - x$ بود. وی همچنین در سال ۲۰۰۳ روش تصویرویژه را معرفی کرد که در حوزه $f - xy$ بر روی داده لرزه‌ای اعمال می‌شود [۱۹]. در این روش و بهبود یافته‌های آن [۲۰] مشکلی برای بازیابی رویدادهای منحنی وجود ندارد. اما این روش هم در مقایسه با روش‌های دیگر بهبود کمی در کیفیت سیگنال ایجاد می‌کند.

¹ Singular Spectrum

² Freir and Ulrych

³ Eigenimage

⁴ K-L Transform

⁵ Principal Component Analysis

⁶ Trickett

⁷ Cadzow's Algorithm

روش‌های دیگر در کاهش رتبه ماتریس به سمت تشکیل ماتریس‌های معنادار که همبستگی سیگنال را بهبود می‌بخشد، رفتند. یکی از این روش‌ها تجزیه مقادیر تکین^۱ می‌باشد که بر روی بُرش‌های زمانی داده کار می‌کند. در این روش هر بُرش زمانی را توسط یک ماتریس هنکل^۲ نمایش می‌دهند [۲۱]. ماتریس هنکل همبستگی سیگنال را افزایش داده و در صورتی که سیگنال بدون نوفه باشد، دارای رتبه پایین است. اما اگر نوفه روی سیگنال قرار گیرد، رتبه ماتریس افزایش یافته و در نتیجه با کاهش رتبه ماتریس هنکل، نوفه نیز کاهش می‌یابد.

در ادامه این روش‌ها، ساچی^۳ در سال ۲۰۰۹ [۲۲]، از روش تحلیل طیفی مقادیر تکین^۴ برای نوفه‌زدایی داده‌های لرزه‌ای استفاده کرد. این روش جهت تجزیه سری زمانی در مطالعه سیستم‌های دینامیکی ظهور کرد [۲۳]. در این روش همانند روش فیلتر پیش‌گو، ابتدا داده‌ها را به حوزه فرکانس-فضا برده و سپس هر بُرش فرکانسی^۵ را توسط یک ماتریس هنکل نمایش می‌دهند. ساچی اثبات کرد این ماتریس‌های هنکل برای رویدادهای خطی باید رتبه-پایین باشند و رتبه‌ی آنها برابر با تعداد رویداد-های خطی موجود در داده است. زمانی که نوفه اضافه می‌شود رتبه ماتریس هنکل بالا می‌رود و با استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین رتبه را کاهش داده و در نتیجه نوفه تضعیف خواهد شد. این روش رویدادهای خطی را با کیفیت بسیار خوبی بازسازی می‌کند، اما در رویدادهای غیر خطی توانایی جداسازی کامل نوفه و سیگنال را ندارد.

شکل ۲-۴ کاربرد این روش را در بازیابی یک سیگنال مصنوعی لرزه‌ای به خوبی نشان می‌دهد. در این شکل نوفه‌ای با نسبت سیگنال به نوفه ۲- دسیبل به سیگنال پاک اضافه شده است. این داده دارای سه نوع رویداد است. روش تحلیل طیف مقادیر منفرد با رتبه ۳ (یعنی تعداد رویدادها) به نوفه‌زدایی پرداخته است. کاملاً مشخص است که این روش در بازیابی رویداد منحنی کارایی ندارد، به این دلیل که

¹ Truncated SVD

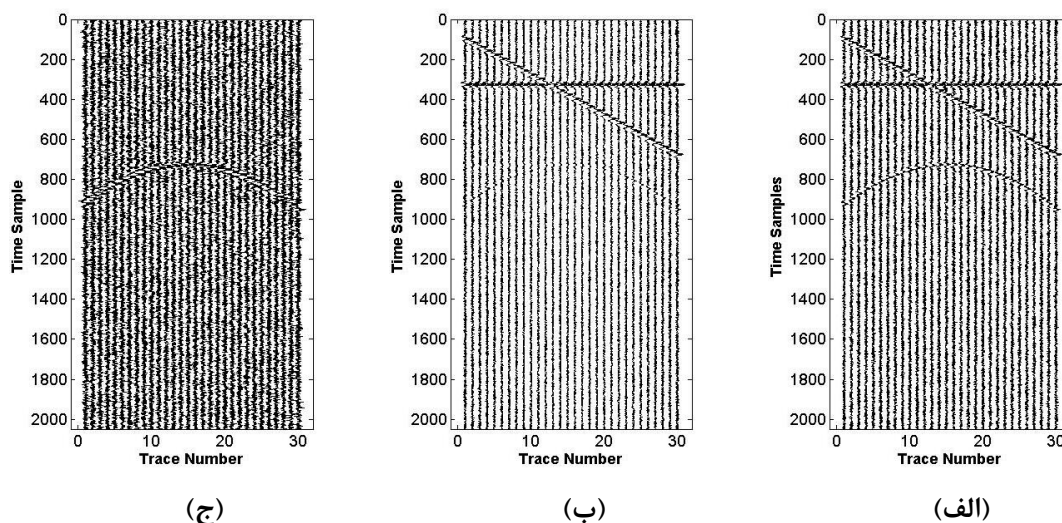
² Hankel Matrix

³ Sacchi

⁴ Singular Spectrum Analysis

⁵ Frequency Slice

وجود رویداد منحنی رتبه ماتریس هنکل را افزایش داده است. البته در بازیابی رویدادهای خطی این روش از قدرت بالایی برخوردار است، زیرا اساساً این روش برای رویدادهای خطی اثبات شده است. البته باید توجه داشت می‌توان از تکنیک‌های پنجره‌ای برای بازیابی مناسب‌تر رویداد منحنی نیز بهره گرفت، تا در یک پنجره منحنی‌ها به صورت تقریباً خطی مورد ارزیابی قرار بگیرند.



شکل ۲-۴: کاربرد روش تحلیل طیف مقادیر منفرد در کاهش نوفه در یک داده مصنوعی. (الف) سیگنال حاوی نوفه. (ب) سیگنال بازیابی شده. (ج) تفاضل سیگنال قسمت الف و ب.

در همه روش‌های فوق از دو حوزه‌ی زمان-فضا و فرکانس-فضا جهت کاهش نوفه استفاده شد. در ادامه در مورد روش‌هایی صحبت خواهیم کرد که در حوزه‌ی زمان-فرکانس به تضعیف نوفه پرداخته‌اند.

نمایش زمان-فرکانس یک حوزه‌ی مناسب برای تحلیل سیگنال‌های ناپایا است که می‌تواند برای سیگنال‌های لرزه‌ای مفید واقع شود. همانطور که قبلاً هم اشاره گردید، هیچ الگوریتمی وجود ندارد که همه‌ی انواع نوفه را یکجا حذف کند. باید از ترکیب روش‌ها برای حذف نوفه استفاده کرد؛ در واقع استفاده از روش‌های مختلف که هر کدام برای یک مشکل خاص تطبیق می‌یابد.

در سال ۱۹۹۶ دونوهو^۱ [۲۴] روشی برای حذف نوفه در پردازش سیگنال بر اساس آستانه‌گذاری

^۱ Donoho

نرم^۱ مطرح کرد که می‌توان از آن در حوزه‌ی زمان-فرکانس بهره‌برد. در این روش تعیین مقدار آستانه بسیار مهم بود. وی از مفهوم میانه در یافتن این مقدار آستانه بهره‌گرفت.

پس از آن، فیلتر نقطه بیشینه زمان-فرکانس^۲ یک روش جالب است که توسط بوآشاش^۳ [۲۵] در سال ۲۰۰۳ مطرح شد. در این روش ابتدا سیگنال حاوی نوفه به یک سیگنال تحلیلی کدگذاری می‌شود و توزیع زمان-فرکانسی آن محاسبه می‌گردد. سپس سیگنال کدگذاری شده از طریق انتخاب بیشینه فرکانسی توزیع زمان-فرکانس حاصل می‌گردد. بوآشاش توزیع ویگنر-ویل^۴ را به عنوان یک تبدیل با تفکیک‌پذیری بالا برای این روش استفاده کرد. این روش و بهبود یافته‌های آن نیز در نوفه زدایی سیگنال‌های لرزه‌ای بکار گرفته شده‌اند [۲۶] و [۲۷]. مشکل این روش در تخمین فرکانس‌های متغیر با روند غیر خطی است؛ در این حالت، روش مذکور نمی‌تواند تخمین مناسبی از فرکانس لحظه‌ای^۵ بدهد.

تبدیل‌های موجک^۶ [۲۸] و [۲۹] و کرولت^۷ [۳۰] و [۳۱] هم برای تضعیف نوفه در این داده‌ها استفاده شده‌اند. هرچند که در مقایسه با تبدیل موجک، تبدیل کرولت از ضرائب کمتری جهت نمایش استفاده می‌کند و در واقع تُنک‌تر است و همچنین برای رویدادهای منحنی بسیار مناسب‌تر است؛ اما در همه‌ی این تبدیل‌ها نوساناتی نزدیک به ناپیوستگی‌ها وجود دارد [۳۲]. برای رفع این مشکل روش‌هایی مطرح شد که دارای تمرکز انرژی در فرکانس‌های لحظه‌ای هستند و برای حذف نوفه با بهره‌بردن از نمایش تُنک سیگنال در حوزه زمان-فرکانس استفاده می‌شوند. به عنوان مثال، غلامی [۳۳] از نمایش تنک تبدیل فوریه زمان کوتاه^۸ جهت حذف نوفه همدوس بهره‌برد.

بکوجه^۹ در سال ۲۰۱۴ [۳۴] از روش آموزش یک لغت‌نامه^{۱۰} برای حذف نوفه تصادفی استفاده

¹ Soft Thresholding

² Time-Frequency Peak Filtering

³ Boashash

⁴ Wigner-Ville

⁵ Instantaneous Frequency

⁶ Wavelet Transform

⁷ Curvelet Transform

⁸ Sparse Short Time Fourier Transform

⁹ Bekouche

¹⁰ Dictionary Learning

کرد. در این روش مجموعه‌ای از اتم‌ها^۱ توسط داده حاوی نوفه آموزش می‌بینند. این اتم‌ها در واقع همان نمایش تُنک سیگنال هستند که بر اساس ساختار ظاهری سیگنال^۲ شکل می‌گیرند و دیگر محدود به انتخاب یک مجموعه بردار پایه فضای خاص مانند موجک و امثال آن، نیستند. این مجموعه در همان لحظه که آموزش می‌بیند توسط یک مسئله بهینه‌سازی، نوفه‌زدایی می‌شود.

در فصل بعد، تئوری‌های مورد استفاده در این پایان نامه مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

^۱ Atoms

^۲ Morphology

فصل سوم

مروری بر تئوری

۳-۱ مقدمه

در این بخش به بررسی تئوری و مفاهیم ریاضی روش‌های استفاده شده جهت انجام این پایان‌نامه خواهیم پرداخت. قبل از اینکه به روابط تئوری مربوط به نوفه‌زدایی اشاره شود، ابتدا در مورد نمایش تُنک یک سیگنال و سپس تبدیل و نمایش سیگنال در حوزه زمان-فرکانس صحبت خواهد شد.

۳-۲ نمایش تُنک^۱

سیگنال‌ها حاوی مقادیر بسیار زیادی از اطلاعات هستند، بطوریکه بدست آوردن اطلاعاتی خاص کار پیچیده‌ای است. در نتیجه یافتن یک نمایش تنک که در آن تعداد کمی ضریب نماینده‌ی سیگنال در رابطه با اطلاعات مورد نظر می‌باشد، بسیار مورد نیاز است. در این نمایش تنک پردازش خیلی سریعتر و ساده‌تر صورت می‌گیرد.

این چنین نمایشی می‌تواند توسط تبدیل یک سیگنال به زیر فضای جدید با مجموعه توابع پایه که لغت‌نامه نامیده می‌شوند، صورت پذیرد. اما بدست آوردن مجموعه توابع پایه‌ای که یک تبدیل تنک ایده‌آل را منتج شود و برای همه سیگنال‌ها مناسب باشد، فرایند سختی است. اگر این توابع پایه طوری طراحی شوند که انرژی سیگنال را بر روی چند بردار از آن توابع متمرکز کند، یک نمایش تنک بدست خواهد آمد. ظهور توابع زمان-فرکانس محلی^۲ و توابع متعامد موجک نقطه شروعی برای تعداد زیادی از اینگونه تبدیل‌ها بود. در ادامه بیان ریاضی یک تبدیل معرفی خواهد شد.

۳-۳ تبدیل یک سیگنال زمانی

تبدیل سیگنال به یک زیرفضا جدید با توابع پایه (اتم‌ها) متفاوت، در واقع تصویر^۳ آن سیگنال بر روی توابع پایه آن زیرفضا است. این نمایش از سیگنال به منظور بیان اطلاعات مورد نظر می‌باشد که

¹ Sparse Representation
² Local

³ Projection

می‌تواند تا حد امکان فشرده باشد. تمامی تبدیل‌های یک سیگنال زمانی نظیر $x(t)$ توسط یک اصل محاسباتی مشترک توصیف می‌شوند و آن هم محاسبه همبستگی یک سیگنال با مجموعه‌ای از توابع تحلیلی^۱ است [۳۵]:

$$T_x(\gamma) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(v)\phi_\gamma^*(v)dv = \langle x, \phi_\gamma \rangle \quad (۱-۳)$$

در این رابطه $\langle \cdot \rangle$ نشان دهنده ضرب داخلی است. ϕ_γ مجموعه توابع پایه (اتم‌ها) زیرفضای جدید یا توابع تحلیلی است که در آن γ می‌تواند یک پارامتر چند اندیسی باشد و نشان دهنده تعداد و جنس ابعاد زیرفضای جدید است. * هم مشخص کننده علامت مزدوج مختلط می‌باشد. در این رابطه تابع تحلیلی نوع تبدیل را مشخص می‌کند و بر همین اساس نمایش‌های مختلف سیگنال در زیرفضاهای جدید تعریف خواهند شد.

۳-۳-۱ تبدیل فوریه

با استفاده از معادله (۱-۳) و انتخاب تابع تحلیلی $\phi_\omega(t) = \exp(j\omega t)$ که دارای متغیر مستقل فرکانس زاویه‌ای است، می‌توان تبدیل فوریه را به صورت زیر نمایش داد [۳۶]:

$$T_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t}dv \quad (۲-۳)$$

تابع تحلیلی در تبدیل فوریه که دارای پارامتر مستقل فرکانس زاویه‌ای است، در کل زمان‌ها گسترده است و این تبدیل قادر است که شباهت سیگنال را در جایی که فرکانس آن با فرکانس سیگنال برابر شود، نشان دهد. در واقع میزان سهم یک فرکانس خاص را در سیگنال نشان خواهد داد [۳۵]. اما همانطور که گفته شد تابع تحلیلی این تبدیل یک تابع گسترده در زمان است، پس این تبدیل با این تابع تحلیل قادر نخواهد بود در مورد زمان رخداد یک فرکانس خاص به ما اطلاعاتی بدهد (در واقع یک

^۱ Analysis Functions

تبدیل غیر محلی یا جهانی^۱ است).

باید توجه داشت که این تبدیل بسیار پرکاربرد است، اما در بررسی و تحلیل سیگنال‌هایی که فرکانس‌های آن متغیر با زمان است (ناپایا)، نمی‌تواند مناسب باشد، زیرا این تبدیل میانگینی از کل زمان‌های سیگنال است.

۳-۴ نمایش زمان-فرکانس

برای حل مشکل مطرح شده مبنی بر اینکه نمایش فرکانسی تبدیل فوریه غیرمتمرکز است و اطلاعات زمانی و فرکانسی از هم جدا هستند، گابور^۲ [۳۷] در سال ۱۹۴۶ تبدیلی بر مبنای تبدیل فوریه معرفی کرد که در آن اطلاعات زمانی و فرکانسی همزمان نمایش داده خواهند شد؛ به بیان دیگر این تبدیل از یک تابع تحلیلی که تابعی از فرکانس و زمان است و اتم زمان-فرکانس نام دارد، بهره‌می‌برد. در حالت کلی یک تبدیل زمان-فرکانس ایده‌آل تنها اطلاعات در مورد فرکانس رخ دهنده در یک لحظه خاص را نمایش می‌دهد، بدون اینکه در مورد لحظات مجاور اطلاعاتی بدست بدهد [۳۸] و [۳۹]. در بخش بعدی بیشتر با انواع نمایش‌های زمان-فرکانس آشنا خواهیم شد.

بر اساس رفتار تبدیل‌های زمان-فرکانس نسبت به سیگنال، آنها را به سه دسته نمایش‌های زمان-فرکانس خطی^۳، درجه دوم^۴ و غیر خطی^۵ تقسیم بندی می‌کنند [۴۰]. در این دسته‌بندی در صورتی که اصل بر هم نهی در نمایش زمان-فرکانس ترکیب خطی دو یا چند سیگنال برقرار باشد (مانند رابطه (۳-۳))، نمایش را خطی گویند و در صورتی که اصل بر هم نهی درجه دوم برقرار باشد (همانند رابطه (۴-۳))، نمایش را درجه دوم گویند و اگر مطابق با هیچ یک از روابط بیان شده نباشد، آن نمایش غیر خطی است.

¹ Global

² Gabor

³ Linear

⁴ Quadratic

⁵ Non-linear

$$x(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \rightarrow T_x(t, f) = a_1 T_{x_1}(t, f) + a_2 T_{x_2}(t, f) \quad (3-3)$$

$$x(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \rightarrow T_x(t, f) = |a_1|^2 T_{x_1}(t, f) + |a_2|^2 T_{x_2}(t, f) + a_1 a_2^* T_{x_1, x_2}(t, f) + a_2 a_1^* T_{x_2, x_1}(t, f) \quad (4-3)$$

بر همین اساس، تبدیل فوریه زمان کوتاه و تبدیل موجک تبدیل‌های خطی و تبدیلی مثل وینگر-ویل نمایشی درجه دوم است. در این پایان‌نامه از تبدیل‌های خطی استفاده خواهد شد، زیرا آنها برگشت‌پذیر هستند و می‌توان سیگنال تبدیل شده را با دقت بازیابی کرد. اما در تبدیل‌های درجه دوم و غیرخطی به دلیل وجود جملات متقاطع^۱ که در رابطه (۴-۳) دیده می‌شود، نمی‌توان بازیابی مناسبی داشت.

اطلاعاتی که بواسطه ضرب داخلی $\langle x, \phi_\gamma \rangle$ بدست می‌آید، در صفحه زمان-فرکانس در ناحیه‌ای نشان داده می‌شود که جعبه هایزنبرگ^۲ نامیده می‌شود (شکل ۳-۱). موقعیت و ابعاد این جعبه توسط گسترش زمان-فرکانس ϕ_γ تعیین می‌شود. از آنجاییکه اتم‌های زمان-فرکانس طوری انتخاب می‌شوند که انرژی آنها برابر واحد شود (طبق رابطه (۳-۵))، پس می‌توان $|\phi_\gamma(t)|^2$ را به عنوان تابع توزیع احتمال با مرکزیت u_γ در نظر گرفت (طبق رابطه (۳-۶)) و گسترش حول این مرکز را می‌توان از طریق واریانس به صورت رابطه (۳-۷) بدست آورد.

$$E_\infty = \langle \phi_\gamma, \phi_\gamma \rangle = \|\phi_\gamma(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi_\gamma(t)|^2 dt \quad (5-3)$$

$$u_\gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} t |\phi_\gamma(t)|^2 dt \quad (6-3)$$

$$\sigma_t^2(\gamma) = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - u_\gamma)^2 |\phi_\gamma(t)|^2 dt \quad (7-3)$$

طبق قضیه پارسوال^۳ می‌توان فرکانس مرکزی تبدیل فوریه اتم زمان-فرکانس را به صورت رابطه (۳-۸) و گسترش آن حول فرکانس مرکزی در راستای محور فرکانس را به شکل رابطه (۳-۹) بدست

¹ Cross Terms

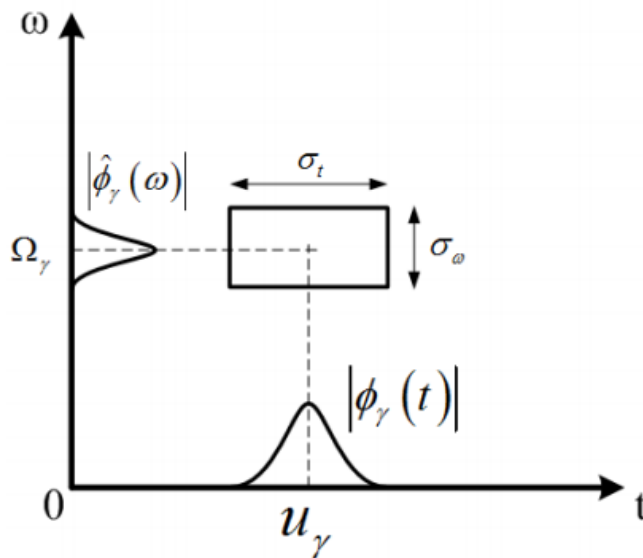
² Heisenberg Box

³ Parseval

آورد.

$$\Omega_\gamma = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega |\hat{\phi}_\gamma(\omega)|^2 d\omega \quad (۸-۳)$$

$$\sigma_\omega^2(\gamma) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \Omega_\gamma)^2 |\hat{\phi}_\gamma(\omega)|^2 d\omega \quad (۹-۳)$$



شکل ۱-۳: محدوده اتم زمان-فرکانس در صفحه (جعبه هایزنبرگ [36])

ابعاد جعبه هایزنبرگ، در واقع قدرت تفکیک در صفحه زمان و فرکانس را کنترل می‌کند. طبق اصل عدم قطعیت هایزنبرگ^۱ مساحت این جعبه حداقل برابر با $\pi/2$ می‌باشد (رابطه (۳-۱۰)). لذا قدرت تفکیک در حوزه زمان-فرکانس به یکدیگر وابسته می‌شود و عکس هم عمل می‌کنند.

$$\sigma_t \sigma_\omega \geq \frac{1}{2} \quad (۱۰-۳)$$

تاکنون تبدیل‌های زمان-فرکانس زیادی معرفی شده‌اند که در اینجا به تعدادی از آنها اشاره

می‌شود.

^۱ Heisenberg Uncertainty Theorem

۳-۴-۱ تبدیل فوریه زمان کوتاه

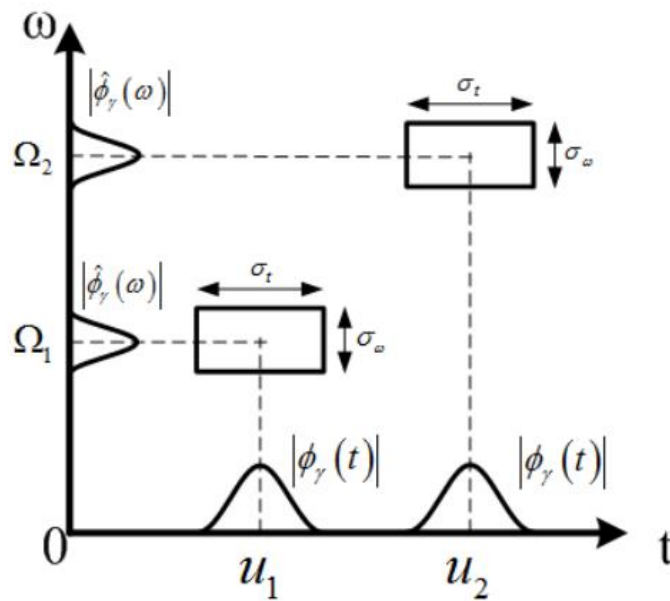
در بخش‌های قبل مشاهده شد که تبدیل فوریه در تحلیل سیگنال‌های ناپایا ضعف دارد. همانطور که گفته شد، فیزیکدانی به نام گابور (۱۹۴۶) با معرفی تبدیل فوریه زمان کوتاه اولین قدم را در راه استفاده از روش‌های زمان-فرکانس پیمود؛ وی به این نتیجه رسید که می‌توان بخش کوتاهی از یک سیگنال نالیستا را ایستا فرض نمود. او از این ابزار بمنظور اندازه‌گیری تغییرات فرکانسی صداها استفاده نمود. در این نمایش زمان-فرکانس، با توجه به معادله (۳-۱) و انتخاب اتم زمان-فرکانسی به شکل $\phi_{u,\Omega}(t) = \exp(j\Omega t)W(t-u)$ می‌توان رابطه مستقیم و معکوسی به ترتیب به صورت روابط (۳-۱۱) و (۳-۱۲) بیان کرد [۴۱]:

$$STFT_x(u, \Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\Omega t} W(t-u) dt \quad (۳-۱۱)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} STFT_x(u, \Omega) e^{j\Omega t} W(t-u) d\Omega du \quad (۳-۱۲)$$

در روابط فوق $W(t)$ یک تابع پنجره متقارن است که برحسب تأخیر u در راستای زمان جابجا شده و بر حسب فرکانس Ω مدوله می‌شود.

قدرت تفکیک این تبدیل زمان-فرکانس خطی در راستای محورهای زمان و فرکانس به گسترش تابع پنجره در راستای این محورها بستگی دارد (هر چه پنجره زمانی بزرگتر باشد قدرت تفکیک فرکانسی بالا و قدرت تفکیک زمانی کم است و بالعکس)، ولی این قدرت تفکیک در تمام صفحه زمان-فرکانس یکسان است؛ عبارت دیگر فرکانس‌های بالا و پایین با یک پنجره ثابت بررسی می‌شوند (شکل ۳-۲) و این در واقع یکی از معایب این تبدیل در برخی کاربردها است.



شکل ۳-۲: جعبه هایزبرگ برای تبدیل فوریه زمان کوتاه [۴۱].

به عنوان مثال، یک سیگنال آزمایشی را که تشکیل شده از یک مؤلفه چیرپ نزولی^۱ و یک سیگنال مدوله شده فرکانسی^۲ است، در نظر بگیرید. محدوده خطی تغییرات فرکانسی چیرپ نزولی از ۰/۴۵ هرتز تا ۰/۰۵ هرتز می باشد. در مؤلفه دوم (سیگنال مدوله شده) نیز یک تابع سینوسی با تناوب ۲۵۶، فرکانس مرکزی ۰/۲۵ و محدوده تغییرات فرکانسی مشابه با چیرپ، مدوله شده است. رابطه (۱۳-۳) نمایش ریاضی این سیگنال است:

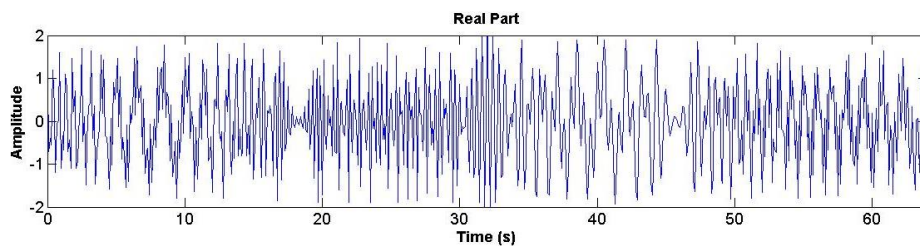
$$x(t) = e^{i\left(2\pi f_m t + \Delta f_1 T_m \left(\sin\left(\frac{2\pi t}{T_m} + \phi\right) - \sin \phi\right)\right)} + e^{\left(\frac{\alpha(t-\theta/2)}{\theta}\right)^2} e^{i2\pi\left((f_m + \Delta f_2)t - \frac{\Delta f_2}{\theta} t^2\right)} \quad (13-3)$$

$$f_m = 0.25, T_m = 32, \theta = 64, \phi = \pi/2, \Delta f_1 = \Delta f_2 = 0.2, \alpha = 0.75$$

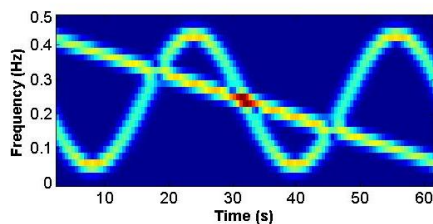
قسمت حقیقی این سیگنال به همراه نمایش زمان-فرکانس واقعی و نمایش زمان-فرکانس حاصل از تبدیل فوریه زمان کوتاه در شکل ۳-۳ نمایش داده شده است.

¹ Descending Chirp

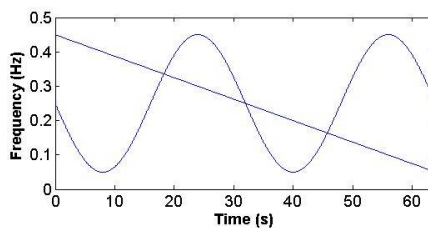
² Frequency Modulated Signal



(الف)



(ج)



(ب)

شکل ۳-۳: نمایش قسمت حقیقی و زمان-فرکانس سیگنال آزمایشی (رابطه ۳-۱۳). (الف) قسمت حقیقی. (ب) نمایش زمان-فرکانس واقعی. (ج) نمایش زمان-فرکانس بخش حقیقی با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه و پنجره گوسی به طول ۵۱ نمونه.

۳-۴-۲ تبدیل موجک پیوسته^۱

از اواسط دهه ۱۹۸۰ میلادی ابزار دیگری تحت عنوان تبدیل موجک برای نمایش زمان-فرکانس سیگنال‌ها معرفی شد. البته این تبدیل بطور مستقیم نمایش سیگنال در حوزه زمان-مقیاس را تولید می‌کند که مقیاس و فرکانس رابطه معکوس با یکدیگر دارند.

همانطور که در بخش قبل بیان شد، در تبدیل فوریه زمان کوتاه فرکانس‌های مختلف با پنجره‌ی تحلیلی با طول ثابت بررسی می‌شوند؛ به بیان دیگر قدرت تفکیک زمانی و فرکانسی در صفحه زمان-فرکانس ثابت است. چنانچه پنجره‌ی تحلیل در راستای زمان دارای این خاصیت باشد که برای فرکانس‌های مختلف طول مناسب داشته باشد، لازم است از اتم‌های زمان-فرکانسی استفاده شود که دارای محدوده‌های زمانی متفاوت یا اصطلاحاً دارای ویژگی بزرگ‌نمایی^۲ باشند.

خاصیت بزرگ‌نمایی به این معنی است که تبدیل برای بررسی فرکانس‌های بالاتر از پنجره تحلیل

^۱ Continuous Wavelet Transform

^۲ Zoom Property

با طول کوچکتر (با نوسان بیشتر) و بالعکس استفاده کند. تبدیل موجک با استفاده از اتساع و انتقال یک موجک^۱، خاصیت بزرگنمایی را به تبدیل اضافه می‌کند. یک موجک مانند $\psi(t) \in \mathbb{R}^2$ تابعی با انرژی محدود ($\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty$) و میانگین صفر است که به مقدار یک نرمال شده است. یک خانواده از اتم‌های زمان-فرکانس در این تبدیل را می‌توان با مقیاس کردن موجک مادر توسط مقیاس s و انتقال آن توسط u به شکل رابطه (۱۴-۳) بدست آورد. با توجه به رابطه (۱-۳) تبدیل موجک یک سیگنال را می‌توان به صورت رابطه (۱۵-۳) نوشت [۴۱].

$$\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \quad (14-3)$$

$$W_x(u,s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{u,s}^*(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*\left(\frac{t-u}{s}\right) dt \quad (15-3)$$

تبدیل موجک یک تبدیل کامل است و انرژی را تا زمانی که موجک در شرط مقبولیت^۲ صدق کند، حفظ می‌کند. این شرط به صورت رابطه (۱۶-۳) بیان می‌شود.

$$c_\psi = \int_0^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < +\infty \quad (16-3)$$

که در آن، $\hat{\psi}(\omega)$ تبدیل فوریه موجک است. در چنین حالتی می‌توان رابطه معکوس برای تبدیل موجک را به شکل رابطه (۱۷-۳) بدست آورد.

$$x(t) = \frac{1}{c_\psi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_x(u,s) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) du \frac{ds}{s^2} \quad (17-3)$$

در این بخش نیز به بررسی سیگنال رابطه (۱۳-۳) ولی با استفاده از تبدیل موجک بررسی می‌شود، همانطور که انتظار می‌رود نحوه نمایش در اینجا متفاوت از تبدیل فوریه زمان کوتاه ولی با مفهوم یکسان می‌باشد؛ زیرا بجای فرکانس از تغییرات مقیاس در این روش استفاده می‌شود. در شکل ۳-۴ قسمت (الف) نتیجه اعمال این تبدیل بر روی سیگنال آزمایشی مذکور نشان داده شده است.

¹ Wavelet

² Admissibility Condition

۳-۴-۳ تبدیل استاکول^۱ یا تبدیل S

تبدیل S [۴۲]، یکی از تبدیل‌های زمان-فرکانس می‌باشد که از جهاتی دارای شباهت‌هایی با تبدیل فوریه زمان کوتاه است و از جهاتی دارای شباهت‌هایی با تبدیل موجک می‌باشد. در این تبدیل همانند تبدیل فوریه زمان کوتاه، از تبدیل فوریه پنجره‌ای استفاده شده است با این تفاوت که در این تبدیل مانند تبدیل موجک، عرض و دامنه پنجره زمان-فرکانس به فرکانس وابسته است؛ بطوریکه عرض و دامنه پنجره با فرکانس به ترتیب رابطه معکوس و مستقیم دارد. اتم زمان-فرکانس این تبدیل توسط رابطه (۱۸-۳) بیان می‌شود.

$$\phi_{\tau,f}(t) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{-f^2(t-\tau)^2}{2}\right)} e^{-j2\pi ft} \quad (18-3)$$

با توجه به رابطه ((۱-۳) می‌توان رابطه تبدیل استاکول را به صورت رابطه (۱۹-۳) بدست آورد [۴۲].

$$S_x(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{-f^2(t-\tau)^2}{2}\right)} e^{-j2\pi ft} dt \quad (19-3)$$

یکی از خواصی که اتم زمان-فرکانس در این تبدیل دارد، به صورت رابطه (۲۰-۳) بیان می‌شود [۴۳].

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{-f^2(t-\tau)^2}{2}\right)} d\tau = 1 \quad (20-3)$$

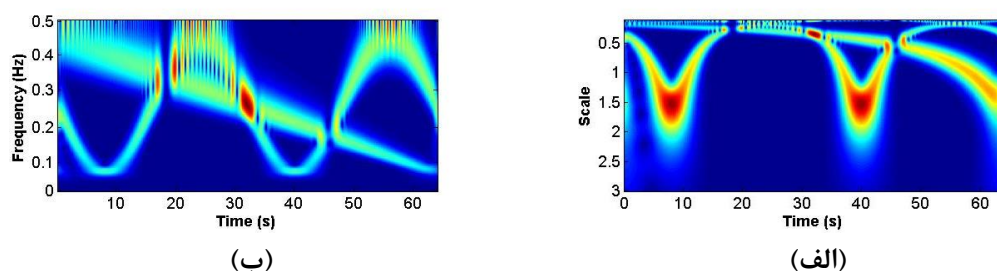
با توجه به خاصیت فوق اثبات می‌شود که میانگین‌گیری بر روی تمام زمان‌ها از نمایش زمان-فرکانس حاصل از تبدیل استاکول، تبدیل فوریه سیگنال $(X(f))$ را تولید می‌کند (رابطه (۲۱-۳)). از این خاصیت برای بدست آوردن عکس تبدیل می‌توان استفاده کرد که به صورت رابطه (۲۲-۳) تعریف می‌شود.

¹ Stockwell

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\tau, f) d\tau = X(f) \quad (21-3)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\tau, f) d\tau e^{j2\pi f t} df \quad (22-3)$$

نتیجه اعمال این تبدیل نیز بر روی سیگنال آزمایشی رابطه (۳-۱۳) در شکل ۳-۴ قسمت (ب) نشان داده شده است.



شکل ۳-۴: نمایش زمان-فرکانس سیگنال آزمایشی (رابطه (۳-۱۳) با استفاده از (الف) تبدیل موجک زمان پیوسته با موجک مختلط مورلت^۱ و (ب) تبدیل استاکول

تا کنون برخی تبدیل‌های زمان-فرکانس معرفی شدند. در همه این تبدیل‌ها یک سیگنال یک بُعدی به یک ماتریس تبدیل می‌شود. هر چند این نوع از نمایش یک سیگنال اطلاعاتی با حجم زیاد (به این اطلاعات از دید فشرده‌سازی اطلاعات مازاد^۲ گویند) تولید می‌کند، اما برای تحلیل یک سیگنال، عملیاتی سودمند است؛ زیرا اطلاعاتی با جزئیات بیشتر از سیگنال بدست می‌آید. در این نوع از نمایش در بسیاری از کاربردها مانند نوفه‌زدایی، می‌توان بهبود در نتایج را انتظار داشت.

همه تبدیل‌های فوق برخلاف تمام بهبودهایی که برای آنها انجام شده، باز هم دارای تفکیک زمانی و فرکانسی مناسب نیستند؛ زیرا آنها از همبستگی سیگنال با مجموعه توابع پایه بوجود می‌آیند و در نتیجه قدرت تفکیک آنها در دو راستای زمان و فرکانس به این اتم‌های زمان-فرکانس محدود می‌شود. البته توزیع‌هایی مثل ویگنر-ویل نیز معرفی شدند که برای حل این مشکل از همبستگی سیگنال با نسخه انتقالی زمانی و فرکانسی خود سیگنال بهره گرفتند، ولی این تبدیل‌ها غیرخطی بوده

¹ Complex Morlet Wavelet

² Redundant Information

و بازگشت‌پذیر نیستند [۴۴]. یکی از تلاش‌هایی که در رابطه با افزایش قدرت تفکیک تبدیل‌های زمان-فرکانس صورت گرفته استفاده از تبدیل فشرده‌سازی همزمان^۱ جهت متمرکز کردن انرژی سیگنال در فرکانس‌های لحظه‌ای است که در ادامه به معرفی این روش پرداخته می‌شود.

۳-۴-۴ تبدیل فشرده‌سازی همزمان

فشرده‌سازی همزمان ابزاری است که برای استخراج و مقایسه مؤلفه‌های نوسانی یک سیگنال پیچیده، طراحی شده است. این روش قدرتمند این اجازه را می‌دهد که سیگنال‌هایی که دارای مؤلفه‌هایی با رفتار متغیر با زمان هستند، مورد تحلیل قرار بگیرند. این سیگنال‌ها را می‌توان طبق رابطه (۳-۲۳) نوشت که از جمع تعدادی مؤلفه نوسانی متغیر با زمان تشکیل شده است.

$$x(t) = \sum_{k=1}^K [A_k(t) \cos(\theta_k(t))] + e(t) \quad (۳-۲۳)$$

که در آن $A_k(t)$ و $\theta_k(t)$ به ترتیب اندازه و فاز لحظه‌ای مؤلفه k -ام سیگنال اصلی است. فرض بر این است که سیگنال از K مؤلفه تشکیل شده و $e(t)$ نشان دهنده خطا یا نوفه جمع شونده است.

هدف این روش بدست آوردن اندازه و فرکانس لحظه‌ای ($f_k(t)$) مؤلفه k -ام سیگنال اصلی است. فرکانس لحظه‌ای از روی فاز لحظه‌ای طبق رابطه (۳-۲۴) بدست می‌آید.

$$f_k(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \theta_k(t) \quad (۳-۲۴)$$

سیگنال‌هایی به شکل رابطه (۳-۲۳) در بسیاری از کاربردهای علمی و مهندسی به طور طبیعی افزایش یافته‌اند. تبدیل‌های زمان-فرکانس متعددی برای تحلیل این سیگنال‌ها وجود دارد مانند تبدیل فوریه زمان کوتاه، تبدیل موجک و توزیع ویگنر-ویل، اما این تبدیل‌ها همانطور که قبلاً توضیح داده شد، دارای قدرت تفکیک مناسبی نیستند. به زودی توانایی تبدیل فشرده‌سازی همزمان به عنوان یک تبدیل

^۱ Synchrosqueezing Transform

زمان-فرکانس در نمایش این داده‌های پیچیده را خواهیم دید.

تبدیل فشرده‌سازی همزمان یک تبدیل زمان-فرکانس است که شبیه به خانواده الگوریتم‌های زمان-فرکانس بازچینی شده^۱ است. این الگوریتم‌ها برای تخمین فرکانس لحظه‌ای در سیگنال‌هایی به شکل رابطه ((۳-۲۳) استفاده شدند. در مطالعه تبدیل‌های مرسوم مانند تبدیل فوریه زمان کوتاه و تبدیل موجک پیوسته مشخص شد که در این تبدیل‌ها انرژی حول فرکانس لحظه‌ای پخش^۲ می‌شود یا به طور معادل دارای پهنای باند طیفی [۴۵] حول فرکانس لحظه‌ای هستند. این موضوع باعث شد تا تحلیل‌های زمان-فرکانس بازچینی شده شکل بگیرند [۴۶] و [۴۷]. اما بهر حال این الگوریتم‌ها نیز تفاوت‌هایی آشکار با تبدیل فشرده‌سازی همزمان دارند.

فشرده‌سازی همزمان برای اولین بار در زمینه تحلیل سیگنال‌های صوتی مطرح شد [۴۸]. این روش نیز همانند الگوریتم تجزیه مدهای تجربی^۳ [۴۹] و [۵۰] می‌تواند مؤلفه‌های زمان-متغیر سیگنال را به خوبی استخراج کند. همچنین این تکنیک برخلاف بیشتر الگوریتم‌های زمان-فرکانس بازچینی شده دارای قابلیت بازسازی سیگنال است.

در ادامه، فشرده‌سازی همزمان بر مبنای تبدیل موجک پیوسته در سه مرحله توصیف و بررسی خواهد شد. در مرحله اول تبدیل موجک پیوسته یک سیگنال محاسبه خواهد شد. سپس در قدم دوم بر اساس تبدیل موجک محاسبه شده، یک تخمین اولیه از فرکانس دمدوله شده فرکانسی^۴ بدست می‌آید. در نهایت این تخمین برای متمرکز کردن انرژی توسط روش‌های بازچینی استفاده می‌شود. البته باید توجه داشت در مرحله اول می‌توان از تبدیل‌های برگشت‌پذیر دیگر مانند تبدیل فوریه زمان-کوتاه هم بهره‌برد [۵۱]، ولی در اینجا به نسخه اصلی این تبدیل که بر مبنای تبدیل موجک پیوسته است، توجه خواهیم داشت [۴۷].

¹ Time-frequency Reassignment

² Smear

³ Empirical Mode Decomposition

⁴ FM-demodulated Frequency

۳-۴-۴-۱ محاسبه تبدیل موجک پیوسته

در بخش ۳-۴-۲ در رابطه با محاسبه تبدیل موجک پیوسته یک سیگنال و روابط ریاضی مربوط صحبت شد. در اینجا فرض خواهیم کرد که نوع موجک مورد استفاده یک موجک تحلیلی^۱ است. ویژگی این موجک‌های تحلیلی در اینست که تبدیل فوریه آنها به ازاء مقادیر منفی فرکانسی نزدیک به صفر است و حول یک فرکانس مانند ω_0 متمرکز شده است [۴۷]. بسیاری از موجک‌ها این خواص را دارا هستند. برای درک بهتر سیگنال نوسانی مانند $h(t) = A \cos(\Omega t)$ را در نظر بگیرید. ضرائب تبدیل موجک این سیگنال با استفاده از رابطه (۳-۱۵) و با توجه به فرضیات مطرح شده، به شکل رابطه (۳-۲۵) بدست خواهد آمد.

$$W_h(u, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} A \cos(\Omega t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^* \left(\frac{t-u}{s} \right) dt = \frac{A\sqrt{s}}{2\sqrt{2\pi}} \hat{\psi}^*(s\Omega) e^{iu\Omega} \quad (۳-۲۵)$$

که در رابطه فوق $\hat{\psi}(\omega)$ همان تبدیل فوریه موجک تحلیلی است که برای مقادیر منفی فرکانسی برابر صفر است. از آنجا که در صفحه فرکانسی موجک تحلیلی حول فرکانس ω_0 متمرکز شده است، پس تبدیل موجک پیوسته سیگنال آزمایشی $h(t)$ حول مقیاس $s = \omega_0/\Omega$ متمرکز می‌شود.

۳-۴-۴-۲ تخمین فرکانس دمدوله شده فرکانسی

همانطور که توسط سیگنال آزمایشی نشان داده شد، در تبدیل های مرسوم مانند تبدیل موجک پیوسته انرژی در صفحه زمان-مقیاس حول مقیاس $s = \omega_0/\Omega$ و جابجایی زمانی ثابت u پخش می‌شود [۵۲] و تصویری مات^۲ در صفحه زمان-مقیاس بدست می‌دهد. دابیشز و مائس^۳ [۵۳] نشان دادند که اگر پراکندگی انرژی حول محور زمانی قابل صرف نظر باشد، در نتیجه فرکانس لحظه‌ای $\omega_{if}(u, s)$ در هر نقطه از صفحه زمان-مقیاس با مشتق گرفتن از تبدیل موجک پیوسته نسبت به جابجایی زمانی u بدست خواهد آمد. رابطه (۳-۲۶) این عملیات را که نوعی دمدولاسیون فرکانسی

¹ Analytic Wavelet

² Blurred

³ Daubechies and Maes

است، برای سیگنال $x(t)$ نشان می‌دهد.

$$\omega_{if}(u, s) = \begin{cases} \frac{-j}{W_x(u, s)} \frac{\partial W_x(u, s)}{\partial u}, & |W_x(u, s)| > 0 \\ \infty, & |W_x(u, s)| = 0 \end{cases} \quad (26-3)$$

۳-۴-۴-۳ فشرده‌سازی در صفحه زمان-فرکانس

آخرین قدم برای دستیابی به تبدیل زمان-فرکانس جدید، نگاشت اطلاعات از صفحه زمان-مقیاس به صفحه زمان-فرکانس است. در واقع کفایت هر نقطه از صفحه زمان-مقیاس با استفاده از فرکانس لحظه‌ای محاسبه شده از رابطه (۲۶-۳) به نقطه‌ای در صفحه زمان-فرکانس تصویر شود. نحوه تخصیص فرکانس لحظه‌ای به مقیاس در رابطه (۲۷-۳) دیده می‌شود [۵۴].

$$(u, s) \Rightarrow (u, \omega_{if}(u, s)) \quad (27-3)$$

تخصیص مجدد فرکانس‌ها، به دلیل ویژگی برگشت‌پذیری تبدیل موجک پیوسته قابل انجام است. در صورتی که سیگنال اولیه حقیقی باشد و از موجک تحلیلی برای محاسبه تبدیل موجک استفاده شده باشد، رابطه (۲۸-۳) همان عکس تبدیل موجک پیوسته خواهد بود.

$$x(u) = \frac{2}{R_\psi} \operatorname{Re} \left[\int_0^{+\infty} W_x(u, s) \frac{ds}{s^{3/2}} \right] \quad (28-3)$$

در رابطه فوق مقدار R_ψ به نوع موجک بستگی دارد و توسط رابطه (۲۹-۳) محاسبه می‌شود. همچنین $\operatorname{Re}[\cdot]$ نشان دهنده قسمت حقیقی است.

$$R_\psi = \sqrt{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\hat{\psi}^*(\omega)}{\omega} d\omega \quad (29-3)$$

برای رسیدن به رابطه نهایی تبدیل فشرده‌سازی همزمان کفایت به این نکته توجه شود که ضرائب محاسبه شده $W_x(u, s)$ برای مقادیر گسسته مقیاس بدست آمده است؛ پس می‌توان رابطه تفاضلی $s_k - s_{k-1} = \Delta s_k$ را به عنوان گام مقیاس در نظر گرفت. از طرفی دیگر، در نگاشت از صفحه

زمان-مقیاس به زمان-فرکانس، ضرائب تبدیل فشرده‌سازی همزمان فقط در فرکانس مرکزی ω_l که در مرکز محدوده فرکانسی $[\omega_l - \Delta\omega/2, \omega_l + \Delta\omega/2]$ با گام فرکانسی $\Delta\omega = \omega_l - \omega_{l-1}$ می‌باشد، محاسبه خواهند شد. رابطه (۳-۳۰) تبدیل زمان-فرکانس فشرده‌سازی همزمان بر مبنای تبدیل موجک پیوسته را نشان می‌دهد.

$$T_x(u, \omega_l) = \frac{1}{\Delta\omega} \sum_{s_k: |\omega_{lf}(u, s_k) - \omega_l| \leq \Delta\omega/2} W_x(u, s) s^{-3/2} \Delta s_k \quad (۳-۳۰)$$

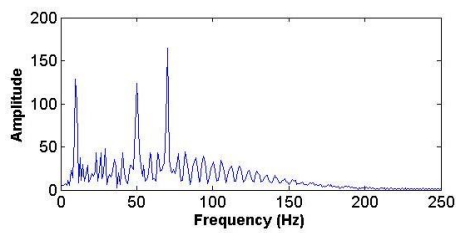
معادله فوق نشان می‌دهد که نمایش زمان-فرکانس فشرده‌سازی همزمان تنها در راستای فرکانس (یا مقیاس) فشرده شده است [۵۰]. این تبدیل با بازچینی ضرائب تبدیل موجک پیوسته، یک تصویر متمرکز شده در صفحه زمان-فرکانس بدست می‌آورد و از روی آن فرکانس لحظه‌ای نیز قابل استخراج خواهد بود [۵۵]. عکس این تبدیل نیز با توجه به رابطه (۳-۲۸) به شکل رابطه (۳-۳۱) بدست می‌آید.

$$x(u) = \frac{2}{R_\psi} \operatorname{Re} \left[\sum_l T_x(u, \omega_l) \right] \quad (۳-۳۱)$$

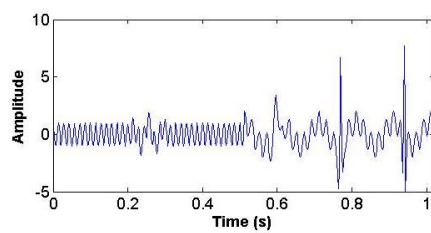
در ادامه برای مقایسه بهتر برای یک سیگنال آزمایشی، نتایج تبدیل‌های متفاوت آورده شده است. این سیگنال شامل ترکیبی از یک سیگنال کسینوسی با فرکانس ۷۰ هرتز در بازه‌ی زمانی ۰ تا ۰/۵۱ ثانیه، موجک مورلت^۱ با فرکانس ۲۵ هرتز در زمان ۰/۲۵ ثانیه، دو سیگنال کسینوسی با فرکانس ۱۰ و ۵۰ هرتز در بازه‌ی زمانی ۰/۵۱ تا ۱/۰۲ ثانیه و سه موجک ریکر^۲ با فرکانس‌های ۳۰، ۷۰ و ۹۰ هرتز در زمان‌های ۰/۵۹، ۰/۷۷ و ۰/۹۴ ثانیه می‌باشد. با توجه به شکل ۳-۵ و مفاهیم گفته شده دو نکته اساسی را می‌توان دریافت: (۱) تبدیل زمان-فرکانس فشرده‌سازی همزمان دارای نمایشی بسیار تُنک‌تر نسبت به تبدیل‌های شناخته شده است و (۲) آن تبدیل به خوبی قابل بازیابی است. از این دو خاصیت در فصل بعدی بیشتر بهره خواهیم برد.

^۱ Morlet

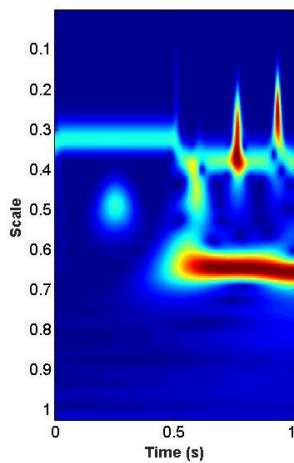
^۲ Ricker



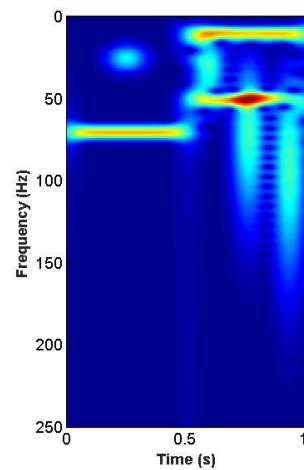
(ب)



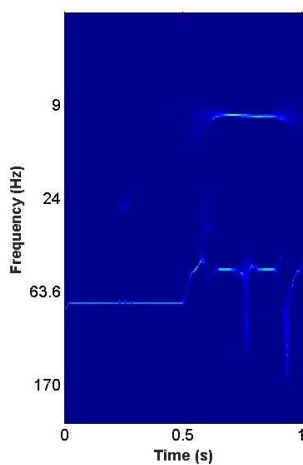
(الف)



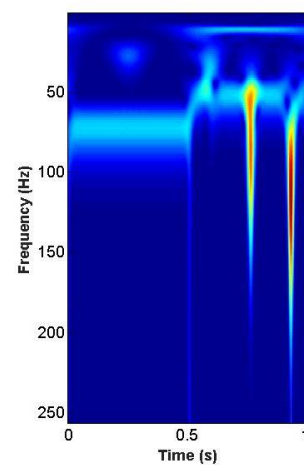
(د)



(ج)



(و)



(ه)

شکل ۳-۵: نمایش سیگنال مصنوعی و تبدیل فوریه آن، به همراه نمایش‌های زمان-فرکانس (مقیاس).
 (الف) سیگنال مصنوعی و (ب) تبدیل فوریه آن. (ج) تبدیل فوریه زمان کوتاه. (د) تبدیل موجک پیوسته با
 استفاده از موجک مورلت. (ه) تبدیل استاکول. (و) تبدیل فشرده‌سازی همزمان

در ادامه این فصل به بررسی روش‌های آماری و روش‌هایی جهت کاهش رتبه ماتریس‌های معنادار
 مستخرج از داده‌ها خواهیم پرداخت.

۳-۵ تخمینگرهای آماری^۱

حذف نوفه از سیگنال فقط زمانی ممکن است که اطلاعات پیشین^۲ از آن در اختیار باشد. این اطلاعات برای طراحی یک عملگر برای کاهش نوفه و حفظ سیگنال استفاده خواهد شد؛ به این عملگرها که با بهینه کردن یک پارامتر آماری به تخمین و کاهش نوفه می‌پردازند، تخمینگر آماری گویند. از لحاظ ریاضی فرض کنید سیگنال نوفه‌ای توسط رابطه (۳-۳۲) مدل شود. که در آن $x(n)$ سیگنال واقعی و $w(n)$ نوفه جمع شده با سیگنال باشد.

$$y(n) = x(n) + w(n) \quad (۳-۳۲)$$

معمولاً توزیع احتمالی نوفه از نوع گوسی می‌باشد که می‌تواند به عنوان اطلاعات پیشین در نظر گرفته شود. اگر D عملگری باشد که تخمینی از سیگنال واقعی $x(n)$ را باز یابی کند بطوریکه $\tilde{x}(n) = Dy(n)$ ، این عملگر طوری طراحی خواهد شد که خطای تقریب به وسیله یک تابع هدف (تلفات) کمینه شود. فاصله مربع خطا یا نرم اقلیدسی با اینکه یک مدل کامل نیست، اما از لحاظ ریاضی ساده و به اندازه کافی دقیق هست تا به عنوان این تابع هدف انتخاب می‌شود.

به طور ایده‌آل اگر توزیع احتمالی توأم سیگنال و نوفه در اختیار باشد، تخمینگرهای بیزین^۳ به یک عملگر بهینه دست می‌یابند، بطوریکه میانگین خطای تخمینگر D (ریسک) طبق رابطه (۳-۳۳) کمینه شود [۴۱]. اما مشکل اینجاست که مدل‌های آماری معمولاً در مورد سیگنال‌های پیچیده مانند تصاویر طبیعی و سیگنال‌های لرزه‌ای در دسترس نیست.

$$r(D, x) = E\{\|x - \tilde{x}\|^2\} = E\{\|x - Dy\|^2\} \quad (۳-۳۳)$$

برای غلبه به این مشکل مبنی بر اینکه توزیع احتمالی سیگنال‌های پیچیده در اختیار نیست و همچنین معمولاً در این حالت به دلیل کاهش پیچیدگی محاسباتی از عملگرهای خطی استفاده می‌شود،

^۱ Statistical Estimators

^۲ Prior Information

^۳ Bayesian Estimators

می‌توان از تخمین‌گرهای آریب^۱ که در یک زیر فضای جدید به بررسی سیگنال می‌پردازند، بهره گرفت [۴۱]. اگر در زیر فضای جدید نمایش تُنکی از سیگنال ایجاد شود، در نتیجه تخمین‌گرهای آریب می‌توانند از عملگرهای غیرخطی نیز بهره بگیرند. در ادامه تخمین آستانه‌گذاری به عنوان یک تخمین‌گر آریب با عملگر غیر خطی معرفی خواهد شد.

۳-۵-۱ تخمین آستانه‌گذاری

یک مجموعه یکامتعامد^۲ از توابع پایه مانند $B = \{b_m\}_{0 \leq m < N}$ مفروض است. با استفاده از ضرب داخلی می‌توان سیگنال دریافتی رابطه (۳-۳۲) را در این زیر فضا توسط رابطه (۳-۳۴) نوشت.

$$y_B(n) = x_B(n) + w_B(n) \quad (3-34)$$

یک تخمین‌گر هر مقدار $x_B(n)$ را با ضرب $y_B(n)$ در یک عاملی مانند $a_n(y_B(n))$ به صورت مستقل بدست می‌آورد (رابطه (۳-۳۵)). بر همین اساس می‌توان ریسک این روش را به صورت رابطه (۳-۳۶) نمایش داد.

$$\tilde{x}(n) = Dy(n) = \sum_{m=0}^{N-1} a_m(y_B(m))y_B(m)b_m \quad (3-35)$$

$$r(D, x) = E\{\|x - \tilde{x}\|^2\} = \sum_{m=0}^{N-1} E\{|x_B(m) - a_m(y_B(m))y_B(m)|^2\} \quad (3-36)$$

برای کمینه کردن ریسک روابط مختلفی می‌توان در نظر گرفت. اما دو تابع معروف در این زمینه آستانه‌گذاری سخت^۳ (رابطه (۳-۳۷)) و آستانه‌گذاری نرم^۴ (رابطه (۳-۳۸)) می‌باشد. اثبات می‌شود که این دو تابع غیر خطی در کمینه کردن ریسک دارای رفتارهای بهینه هستند [۵۶].

¹ Diagonal Estimators
² Orthonormal

³ Hard Thresholding
⁴ Soft Thresholding

$$a_{Hard}(t) = \begin{cases} 1, & t \geq T \\ 0, & t < T \end{cases} \quad (37-3)$$

$$a_{Soft}(t) = \begin{cases} t - T, & t \geq T \\ t + T, & t \leq -T \\ 0, & |t| \leq T \end{cases} \quad (38-3)$$

در این روابط پارامتر آستانه T باید بیشتر از توان نوفه انتخاب شود. باید توجه داشت که اگر نوفه جمع شونده یک بردار متشکل از N متغیر تصادفی گوسی مستقل از هم با واریانس برابر σ^2 باشد، می‌توان اثبات کرد [۵۷] بیشترین مقدار اندازه نوفه با احتمال بالایی کمتر از $T = \sigma\sqrt{2 \ln N}$ می‌باشد. برای برآورد توان نوفه باید پارامتر پراکندگی را تخمین زد که در بخش بعد به اختصار توضیح داده می‌شود.

۳-۵-۲ تخمین پارامتر پراکندگی یا انحراف معیار

برای تخمین مقدار انحراف معیار (σ) نیز می‌توان از معیارهای پراکندگی آماری استفاده کرد. این روش‌ها به دو دسته تک بُعدی و چند بُعدی تقسیم می‌شوند که در ادامه به معرفی آنها پرداخته می‌شود.

• تخمین پارامتر پراکندگی در داده‌های تک بُعدی:

در آمار کلاسیک توصیف پراکندگی n بار مشاهدات از یک متغیر تصادفی مانند x توسط انحراف استاندارد نأریب^۱ (رابطه (۳-۳۹)) تعریف می‌شود. در این رابطه $\bar{x}$ میانگین مشاهدات می‌باشد. این روش در حضور حتی یک داده پرت^۲ دچار خطا می‌شود.

انحراف مطلق میانگین^۳ (رابطه (۳-۴۰)) نیز به عنوان تخمین دیگری از پارامتر پراکندگی استفاده شد که این روش هم نسبت به نوفه ناپایدار است.

اما یک تخمین مهم و پایدار برای پارامتر پراکندگی انحراف مطلق میانه^۴ (رابطه (۳-۴۱)) است. معمولاً از این تخمین جهت تخمین توان نوفه استفاده می‌شود زیرا این مفهوم آماری نسبت به

¹ Unbiased Standard Deviation

² Outlier

³ Mean Absolute Deviation

⁴ Median Absolute Deviation

داده پرت پایدارتر می‌باشد [۴۱].

تخمین توان نوفه برای یک مدل گوسی از روی انحراف مطلق میانه نیز توسط رابطه $\hat{\sigma} = MAD(y)/0.6745$ بدست می‌آید [۴۱]. در این رابطه $MAD(.)$ عملگر انحراف مطلق میانه است.

$$s = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{0.5} \quad (39-3)$$

$$MeanAD(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (40-3)$$

$$MAD(x) = med(|x_i - med(x)|) \quad (41-3)$$

• تخمین ماتریس کوواریانس^۱ در داده‌های چند بُعدی:

در آمار کلاسیک توصیف پراکندگی مشاهدات چند متغیر تصادفی توسط ماتریس کوواریانس استاندارد ناآریب^۲ یا کوواریانس تجربی (رابطه (۳-۴۲)) تعریف می‌شود؛ مثل حالت تک متغیره نیز این روش هم نسبت به داده پرت ناپایدار است [۵۸].

$$Q = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^T \quad (42-3)$$

زمانیکه تعداد مشاهدات از تعداد ویژگی‌ها به اندازه کافی بیشتر باشد، ماتریس کوواریانس یک مجموعه داده به خوبی توسط درست‌نمایی بیشینه^۳ نیز تخمین زده می‌شود. اگرچه که این روش یک تخمینگر ناآریب است، اما به خوبی نمی‌تواند مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس را تخمین بزند و در نتیجه معکوس آن دقیق نخواهد بود. بنابراین روشی برای کاهش نسبت بین کمترین و بیشترین مقدار ویژه ماتریس کوواریانس معرفی شد که تخمین کوواریانس کاهش

¹ Covariance Matrix

² Unbiased Covariance Deviation

³ Maximum Likelihood

یافته^۱ ([۵۹] و [۶۰]) نام گرفت.

پس از آن، روش کوواریانس معکوس تنک^۲ [۶۱] معرفی شد. همانطور که مشخص است، عکس ماتریس کوواریانس متناسب با ماتریس همبستگی خواهد بود. اگر در فضای داده‌ها، دو متغیر نسبت به هم مستقل باشند، در نتیجه در معکوس ماتریس کوواریانس آنها عناصر متناظر دو داده مستقل صفر خواهند شد. این روش در زمانیکه تعداد داده‌ها کم هستند، نسبت به کوواریانس کاهش یافته بهتر عمل کرده و همچنین عناصر غیر قطری را نیز تخمین می‌زند. روش‌های بیان شده همگی در حضور نوفه یا داده پرت بسیار حساس هستند و نیاز به معرفی روشی است که نسبت به نوفه پایدار باشد.

تخمین کوواریانس با استفاده از روش دترمینان ماتریس پراکندگی کمینه^۳ ([۶۲] و [۶۳]) یک تخمینگر پایدار نسبت به نوفه است که توسط روسیو^۴ (۱۹۸۴) معرفی شد. این روش به دنبال تعداد h داده از کل n داده می‌باشد که ماتریس کوواریانس تجربی آنها دارای دترمینان کمینه باشد. بر همین اساس میانگین این h داده برآورد میانگین با استفاده از این روش است.

مثال زیر تفاوت تخمین میانگین و کوواریانس با استفاده از روش کلاسیک و روش دترمینان ماتریس پراکندگی کمینه را نشان می‌دهد. در این مثال دو بُعدی از یک داده دارای ۵۹ نمونه و تعدادی نمونه پرت که از مجموعه داده دانشگاه کالیفرنیا [۶۴] انتخاب شده است، استفاده می‌شود. برای مقایسه دو روش نیز بیضی تحمل^۵ با ۹۷/۵ درصد آستانه تحمل رسم شده است (شکل ۳-۶). بیضی تحمل با ۹۷/۵ درصد آستانه تحمل طبق تعریف مجموعه نقاطی

است که فاصله ماحالانوبیس^۶ (رابطه (۳-۴۳)) آنها برابر $\sqrt{\chi^2_{2,0.975}}$ می‌باشد. در این رابطه $\chi^2_{p,\alpha}$

توزیع کای-مربع^۷ با p درجه آزادی (یعنی جمع مربع p متغیر تصادفی) و چندک^۸ α (یعنی با

¹ Shrinkage Covariance Estimation

² Sparse Inverse Covariance

³ Minimum Covariance Determinant

⁴ Rousseeuw

⁵ Tolerance Ellipse

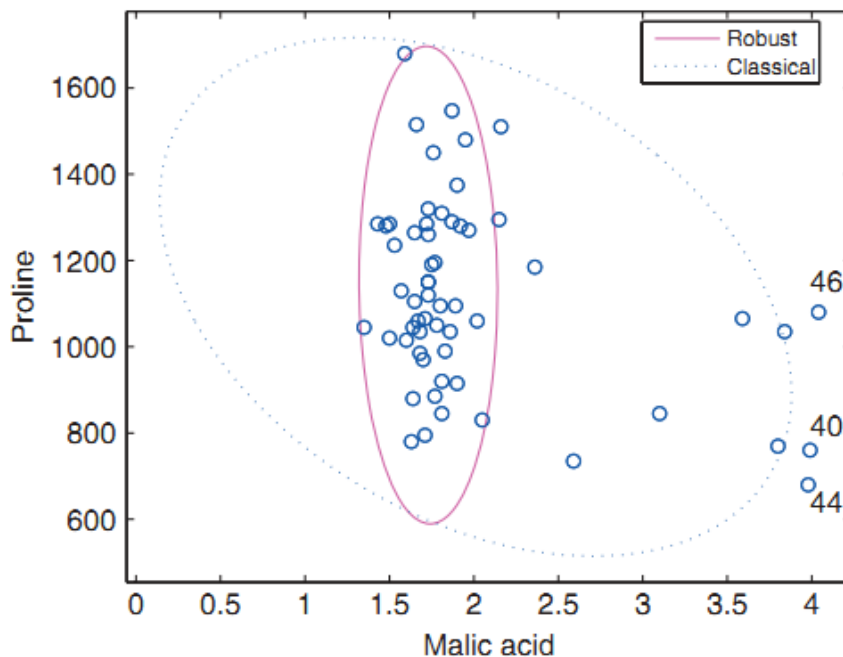
⁶ Mahalanobis Distance

⁷ Chi-squared Distribution

⁸ Quantile

آستانه تحمل α و از لحاظ آماری یعنی مقدار t که با ازاء آن برای متغیر تصادفی مانند X بتوان نوشت $F_X(t) = Pr\{X \leq t\} = \alpha$ (تعریف می‌شود [۵۸]). در فاصله ماحالانوبیس مقادیر تخمین زده شده میانگین $\hat{\mu}$ و کوواریانس $\hat{\Sigma}$ یکبار به روش کلاسیک و یکبار به روش دترمینان ماتریس پراکندگی کمینه جایگذاری شده است. در شکل ۳-۶ به خوبی دیده می‌شود که روش دوم بسیار پایدارتر نسبت به داده‌های پرت رفتار کرده و ۱۰ نمونه پرت را از داده‌های اصلی جدا کرده است ولی روش تخمین معمولی نتوانسته است این نمونه‌های پرت را تشخیص دهد.

$$MD = \sqrt{(x - \hat{\mu})^T \hat{\Sigma}^{-1} (x - \hat{\mu})} \quad (۳-۴۳)$$



شکل ۳-۶: نمایش بیضی تحمل ۹۷,۵ درصد در فضای دو بُعدی برای داده‌های مرجع [۵۸]. بیضی آبی از تخمین روش کلاسیک و بیضی قرمز از تخمین روش دترمینان ماتریس پراکندگی کمینه بدست آمد.

در ادامه به معرفی روش‌هایی خواهیم پرداخت که با استفاده از مفاهیم آماری برای تجزیه ماتریسی و کاهش ابعاد داده‌ها استفاده شده‌اند.

۳-۶ روش‌های کاهش ابعاد و استخراج ماتریس رتبه پایین

امروزه حجم عظیم اطلاعات در حوزه‌های علوم و مهندسی مانند پردازش تصویر، ویدئو، بیوانفورماتیک، لرزه‌شناسی اکتشافی و ... چالش‌های زیادی را در پردازش و تفسیر آنها بوجود آورده است [۵]. اطلاعاتی که از کاربردهای عملی بدست می‌آید، معمولاً بطور ذاتی با زیرفضاهای رتبه پایین مشخص می‌شوند و اینکه بتوان این زیرفضاها را از داده دریافت شده که ابعاد بالایی دارد، استخراج کرد به یک چالش در بین محققان تبدیل شده است [۶۵]. روش‌های مربوط به کاهش ابعاد داده‌ها و تجزیه ماتریسی در کاربردهایی نظیر نوفه‌زدایی استفاده شده‌اند. در این قسمت به بررسی برخی از این روش‌ها می‌پردازیم.

۳-۶-۱ تحلیل مؤلفه‌های اصلی^۱

تحلیل مؤلفه‌های اصلی ابزاری بسیار مهم در بررسی آماری داده‌های ابعاد بالا می‌باشد. این روش بطور گسترده‌ای در فشرده‌سازی [۶۶] و تفسیر داده‌ها [۶۷] استفاده شده است. تحلیل مؤلفه‌های اصلی در کاهش ابعاد داده‌هایی با تعداد زیادی متغیر مرتبط به هم (دارای همبستگی)، بدون از دست دادن اطلاعات نه چندان زیاد و در عین حال حفظ بیشینه تغییرات موجود در داده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مهم با تبدیل مجموعه داده‌ها به مجموعه جدیدی از متغیرهای غیر همبسته^۲ و دو به دو متعامد^۳ (مؤلفه‌های اصلی) که تعداد اندکی از آنها بیشترین تغییرات موجود در داده‌ها را حفظ می‌کند، انجام می‌پذیرد. این روش که یکی از ارزشمندترین نتایج جبر خطی است، در بدست آوردن روندهای موجود در داده‌ها، حذف اطلاعات تکراری موجود در یک مجموعه داده، حذف نوفه و اطلاعات غیر مرتبط و ... استفاده می‌شود.

¹ Principal Component Analysis

² Uncorrelated

³ Biorthogonal

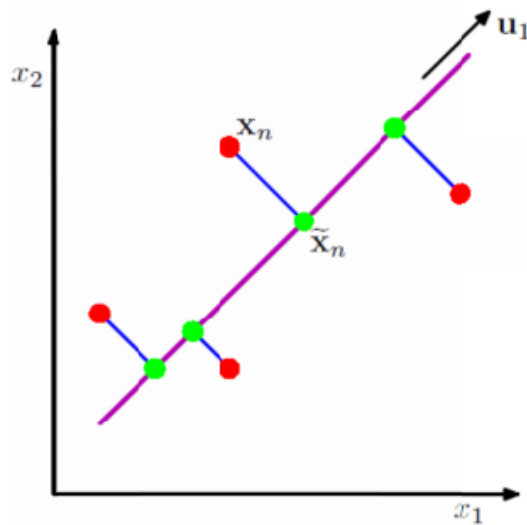
اولین توصیف‌ها در مورد این روش توسط پیرسن^۱ [۶۸] و هوتلینگ^۲ [۶۹] ارائه شد و در سال‌های بعد توسط برایانت^۳ و اچلی^۴ [۷۰] جمع‌آوری و تصحیح گردید. پیرسن در محاسبات خود به دنبال یافتن خطوط یا صفحاتی بود که بهترین تطابق را با نقاط موجود در فضا داشته باشد و برای بدست آوردن مؤلفه‌های اصلی از روش‌های هندسی بهره گرفت، اما هوتلینگ در روش مورد استفاده خود به دنبال یافتن مجموعه‌ای کوچکتر از مجموعه داده‌های اولیه بود که تنها با استفاده از تعداد اندکی از متغیرهای مجموعه جدید بتواند قسمت عمده‌ای از تغییرات موجود در داده‌های اولیه را بازسازی کند. وی مؤلفه‌های خود را بگونه‌ای انتخاب کرد که واریانس داده‌های اولیه در راستای آنها حداکثر باشد و آنها را مؤلفه‌های اصلی نامید.

محاسبه مؤلفه‌های اصلی با ابزارهای متفاوتی انجام می‌شود. ایده اصلی با استفاده از ماتریس کوواریانس می‌باشد. در شکل ۷-۳ نحوه محاسبه مؤلفه‌های اصلی با استفاده از رویکردهای هوتلینگ و پیرسن در فضای دو بُعدی نمایش داده شده است. در تعریف هوتلینگ، داده‌ها در یک فضای خطی با ابعاد کمتری تصویر می‌شوند بصورتی که واریانس بین داده‌های تصویر شده حداکثر گردد. در تعریف پیرسن، داده‌ها بر روی خطی تصویر می‌شوند، بصورتی که میانگین مجذور فاصله نقاط و تصویر آنها کمینه گردد [۷۱].

در ادامه با استفاده از ایده هوتلینگ، مؤلفه‌های اصلی محاسبه می‌شوند؛ یعنی واریانس داده‌های جدید بیشینه می‌گردد. فرض کنید بردار x شامل n متغیر تصادفی بصورت $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ باشد و بردار α_1 به عنوان یک بردار یک‌کامتعامل ($\alpha_1 \alpha_1^T = 1$) مفروض است که این مجموعه از نقاط را به فضای جدید تصویر می‌کند. هدف محاسبه اولین مؤلفه اصلی $u_1 = \alpha_1^T x$ این مجموعه از نقاط x است، بطوریکه واریانس اولین مؤلفه اصلی بیشینه شود. رابطه (۳-۴۴) واریانس u_1 را نشان می‌دهد.

¹ Pearson
² Hotelling

³ Bryant
⁴ Atchely



شکل ۳-۷: نقاط قرمز x_n داده‌های اولیه و نقاط سبز $\tilde{x}_n$ داده‌های جدید را نشان می‌دهد. هوتلینگ هدف را انتخاب خط بنفشی قرار داد که واریانس بین نقاط سبز حداکثر شود و پیرسن تلاش کرد که خط بنفش را به صورتی برازش کند که میانگین مجذور فاصله نقاط قرمز و تصویرشان (خطوط آبی) کمینه شود.

$$Var\{u_1\} = Var\{\alpha_1^T x\} = \alpha_1^T S \alpha_1 \quad (3-44)$$

در رابطه فوق S ماتریس کوواریانس مجموعه داده‌های x می‌باشد. برای بیشینه نمودن واریانس با این قید که بردار α_1 یکمعامد است، از روش ضرایب لاگرانژ^۱ استفاده می‌شود (رابطه ۳-۴۵).

$$\max_{\alpha_1} \alpha_1^T S \alpha_1 - \lambda(\alpha_1 \alpha_1^T - 1) \quad (3-45)$$

که در آن، λ ضریب لاگرانژ می‌باشد. اگر از رابطه فوق نسبت به بردار مجهول α_1 مشتق گرفته شود با کمی ساده سازی می‌توان نوشت (رابطه ۳-۴۶):

$$(S - \lambda I_n) \alpha_1 = 0 \quad (3-46)$$

که در این رابطه I_n ماتریس همانی است. با یادآوری روابط بردار و مقادیر ویژه برای یک ماتریس، رابطه (۳-۴۶) در واقع نشان می‌دهد، بردار α_1 همان بردار ویژه متناظر با مقدار ویژه λ ماتریس کوواریانس است. از طرفی دیگر برای انتخاب مناسب مقدار ویژه ماتریس کوواریانس، کفایت با توجه به رابطه

^۱ Lagrange Multipliers

((۳-۴۴) بزرگترین مقدار ویژه را برای اولین مؤلفه اصلی در نظر گرفت. باید توجه داشت که دیگر مؤلفه‌های اصلی نیز با استفاده از بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه کوچکتر و به ترتیب کاهشی بدست می‌آید.

یکی از کاربردهای تحلیل مؤلفه‌های اصلی کاهش ابعاد داده‌ها است؛ به این معنی که برای توصیف داده از فقط چند مؤلفه اولیه که متناظر با مقادیر ویژه بزرگتر است، استفاده می‌شود. این توصیف از داده‌ها با ابعاد کمتر در واقع یک تقریب رتبه پایین^۱ از داده‌ها خواهد بود که می‌تواند در کاربردهای مختلف مانند نوفه زدایی مؤثر باشد.

یکی از روش‌های دیگر برای محاسبه مؤلفه‌های اصلی استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین^۲ است، با این تفاوت که در روش معمول از ماتریس کوواریانس (یک ماتریس مربعی) برای محاسبه استفاده می‌شود، ولی در روش تجزیه مقادیر تکین از ماتریس مرکزی شده داده‌ها (که لزومی ندارد مربعی باشد) استفاده می‌شود. در ادامه به معرفی این روش خواهیم پرداخت.

۳-۶-۲ تجزیه مقادیر تکین

تجزیه مقادیر تکین روشی است که در جبر خطی مطرح شد و با استفاده از آن مقادیر و بردارهای ویژه یک ماتریس محاسبه می‌شوند. فرض کنید ماتریس G یک ماتریس هرمیتی با اندازه $m \times m$ و بردار x مقداری مخالف صفر دارد، پس مقادیر ویژه λ این ماتریس شامل مجموعه‌ای از اعداد است که رابطه (۳-۴۷) را ارضاء می‌کند.

$$Gx = \lambda x \quad (۳-۴۷)$$

که در رابطه فوق بردارهای x نیز بردارهای ویژه هستند. تعداد مقادیر ویژه ماتریس نیز نمایش دهنده رتبه ماتریس است. با گسترش این رابطه، می‌توان ماتریس‌های هرمیتی را بر حسب ترکیبی از مقادیر و

^۱ Low-rank Approximation

^۲ Singular Value Decomposition

بردارهای ویژه نوشت (رابطه (۴۸-۳)).

$$G = U\Lambda U^H \quad (48-3)$$

که در آن، ستون‌های U بردارهای ویژه ماتریس G هستند و Λ یک ماتریس قطری است که عناصر روی قطر آن مقادیر ویژه ماتریس G (به ترتیب نزولی) می‌باشد. علامت H [مزدوج-ترانهاده^۱ یک ماتریس است [۷۲].

حال می‌توان این رابطه را برای ماتریس‌های غیر مربعی و البته حقیقی هم نیز بدست آورد. فرض کنید Q یک ماتریس با سایز $m \times n$ باشد، بطوریکه $m \geq n$ است. با استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین اثبات می‌شود که تجزیه این ماتریس به شکل رابطه (۴۹-۳) خواهد بود.

$$Q = U\Sigma V^T \quad (49-3)$$

که در این رابطه ستون‌های ماتریس‌های $U^{m \times m}$ و $V^{n \times n}$ یعنی $\{u_i\}_{i=1,2,\dots,m}$ و $\{v_j\}_{j=1,2,\dots,n}$ به ترتیب بردارهای ویژه متناظر با ماتریس‌های مربعی $Q Q^T$ و $Q^T Q$ می‌باشند و $\Sigma^{m \times n}$ یک ماتریس قطری است که عناصر روی قطر آن به ترتیب نزولی، ریشه دوم مقادیر ویژه ماتریس $Q Q^T$ هستند، بطوریکه $\Sigma Q = \sqrt{\Lambda_{Q Q^T}}$. به عناصر روی قطر ماتریس Σ مقادیر تکین^۲ ماتریس Q گفته می‌شود و مجموعه آنها طیف مقادیر تکین^۳ ماتریس را تشکیل می‌دهند.

در ادامه فرض کنید، رتبه ماتریس Q برابر $r \leq n$ باشد؛ توجه داشته باشید که رتبه یک ماتریس طبق تعریف تعداد سطرها و یا ستون‌هایی است که به صورت خطی مستقل‌اند؛ بنابراین بیشینه رتبه یک ماتریس برابر $\min\{m, n\}$ می‌باشد [۷۲]. از اینرو تعداد $m - n$ سطر در ماتریس Σ مقداری برابر صفر دارند. بر همین اساس نسخه کاهش یافته تجزیه مقادیر تکین^۴ به شکل رابطه (۵۰-۳) معرفی

¹ Conjugate Transpose
² Singular Values

³ Singular Spectrum
⁴ Thin SVD

شد.

$$Q = U\Sigma V^T = \sum_{i=1}^n \sigma_i u_i v_i^T \quad (50-3)$$

که در این رابطه ابعاد ماتریسهای U ، Σ و V به ترتیب برابر $m \times n$ ، $n \times n$ و $n \times n$ خواهد بود و σ_i مقادیر تکین ماتریس می‌باشد. رتبه یک ماتریس که در حالت کلی مربعی نیست، برابر با تعداد مقادیر تکین غیر صفر ماتریس است [۷۳]. حال اگر رتبه یک ماتریس نیز کمتر از $\min\{m, n\}$ باشد، یعنی تعداد $m - n + (n - r)$ سطر صفر در ماتریس Σ وجود دارند، پس می‌توان نوشت:

$$Q = U\Sigma V^T = \sum_{i=1}^{r < \min\{m, n\}} \sigma_i u_i v_i^T = I_1 + I_2 + \dots + I_r \quad (51-3)$$

که در رابطه (۵۱-۳)، r همان رتبه ماتریس است و هر ماتریس I_i دارای رتبه یک می‌باشد و به آنها تصویر ویژه^۱ [۷۴] گفته می‌شود.

برای پیدا کردن مؤلفه‌های اصلی با استفاده از این روش باید توجه داشت که برای یک مجموعه داده مانند X شکل ماتریسی محاسبه ماتریس کوواریانس برابر است با $S = XX^T$. با جایگذاری رابطه (۴۹-۳) در تعریف ماتریس کوواریانس می‌توان نوشت:

$$S = XX^T = U\Sigma V^T V \Sigma^T U^T = U \Lambda_{m \times m} U^T \quad (52-3)$$

در این رابطه $\Lambda_{m \times m}$ یک ماتریس قطری است که مقادیر روی قطر آن مجذور عناصر ماتریس Σ است، به این معنی که آنها مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس داده‌ها می‌باشد. با یادآوری رابطه (۴۴-۳) و مقایسه آن می‌توان فهمید که مؤلفه‌های اصلی $W = \{w_i\}_{i=1,2,\dots,m}$ این داده‌ها با استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین توسط رابطه (۵۳-۳) بدست خواهد آمد.

^۱ Eigenimage

$$W = U^T X = \Sigma V^T \quad (53-3)$$

نکته مهم این است که ماتریس کوواریانس مؤلفه‌های اصلی یعنی WW^T برابر با $\Lambda_{m \times m}$ می‌شود که یک ماتریس قطری است، به این معنی که این مؤلفه‌ها کاملاً مستقل هستند.

در نهایت به یکی از کاربردهای تجزیه مقادیر تکین که تخمین نزدیکترین تقریب از ماتریس رتبه پایین داده‌ها است، پرداخته می‌شود. اگر نزدیکترین تقریب در فضای اقلیدسی در نظر گرفته شود، می‌توان به صورت خلاصه مسئله تقریب ماتریس رتبه پایین را به شکل رابطه (54-3) بیان کرد.

$$M_k = \mathcal{R}_k(M) = \underset{\hat{M}}{\operatorname{argmin}} \|M - \hat{M}\|_F^2, \quad \text{s.t. } \operatorname{rank}(\hat{M}) = k \quad (54-3)$$

که در این رابطه، $k < r$ و $\|\cdot\|_F$ نرم فروبنیوس^۱ یک ماتریس است که برای مثال نرم فروبنیوس یک ماتریس مانند $E \in \mathbb{R}^{m \times n}$ به شکل $\|E\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |e_{ij}|^2}$ تعریف می‌شود [۷۲]. اکارت و یانگ اثبات کردند [۷۵] که پاسخ بهینه به جواب مسئله کمینه کردن حداقل مربعات^۲ رابطه (54-3) توسط تجزیه مقادیر تکین بریده شده^۳ بدست می‌آید (رابطه (55-3)).

$$M_k = U_k \Sigma_k V_k^T = \sum_{i=1}^{k < r} \sigma_i u_i v_i^T = I_1 + I_2 + \dots + I_{k < r} \quad (55-3)$$

این رابطه به نظریه اکارت-یانگ شناخته می‌شود. با استفاده از روابط (53-3) و (55-3) می‌توان فرمول دیگری برای کاهش رتبه ماتریس به شکل رابطه (56-3) بیان کرد [۱۶].

$$M_k = U_k \Sigma_k V_k^T = U_k W_k = U_k U_k^T M \quad (56-3)$$

در این رابطه، $\mathcal{R}_k := U_k U_k^T$ عملگر کاهش رتبه یا فیلتر رتبه^۴ نامیده می‌شود. البته باید توجه داشت که لزومی ندارد همواره اولین k تصویر ویژه انتخاب شود و می‌توان مجموعه‌ی معناداری از این تصاویر

¹ Frobenius Norm

² Least-squares Minimization

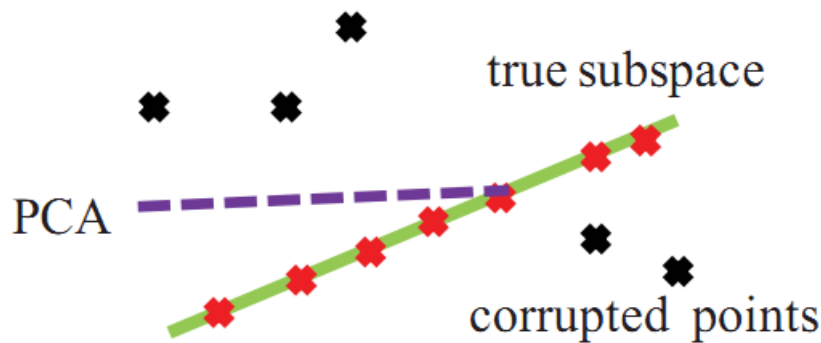
³ Truncated SVD

⁴ Filter Rank

ویژه را برگزید [۷۶].

۳-۶-۳ تحلیل مؤلفه‌های اصلی پایدار

تا به حال روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی با استفاده از روش حداقل مربعات در بسیاری از کاربردها جهت کاهش ابعاد داده‌ها استفاده می‌شد [۷۷]. متأسفانه روش حداقل مربعات نسبت به وجود داده پرت بسیار حساس است [۷۸] و این مشکل بر روی مؤلفه‌های اصلی سیگنال‌هایی که توان نوفه در آنها بالاست، بسیار تأثیر می‌گذارد [۷۷]. شکل ۳-۸ نشان می‌دهد که چگونه حضور تعداد بالای نوفه و داده پرت می‌تواند بر روی استخراج مؤلفه‌های اصلی تأثیر داشته باشد [۶۵].



شکل ۳-۸: نمایش مؤلفه اصلی یک سیگنال که در حضور نوفه دچار خطا شده است.

برای غلبه بر این مشکل و محدودیت در روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی، سال‌های اخیر تعداد بسیار زیادی تکنیک جهت پایدار کردن این روش ارائه شده است [۷۹]. برخی از این روش‌ها به دنبال تخمین پایدار ماتریس کوواریانس داده‌ها بودند [۸۰].

اخیراً روش‌هایی ظهور کردند که عملکرد چشم‌گیری در بازیابی ماتریس رتبه پایین در حضور نوفه تُنک ولی با توان بالا داشتند [۸۱]. این روش‌ها فرض می‌کنند که ماتریس داده یا ماتریس معناداری از داده می‌تواند به سه عنصر به شکل رابطه (۳-۵۷) تجزیه شود.

$$M = L + S + N \quad (۳-۵۷)$$

که در این رابطه، L عنصری است که در زیر فضای رتبه پایین سیگنال قرار دارد، S ماتریسی با ویژگی

تنکی^۱ است و N خطای تقریب است که در برخی کاربردها می‌تواند نوفه در نظر گرفته شود. اگر فرض کنیم که روش به طور دقیق و بدون خطا $N = 0$ به جداسازی بپردازد، به این بازیابی سیگنال رتبه پایین تحلیل مؤلفه‌های پایدار^۲ گویند [۵]. کَندِس^۳ در سال ۲۰۰۹ برای حل این مسئله از روش بهینه سازی یک تابع هدف به شکل رابطه (۵۸-۳) استفاده کرد و اثبات کرد تحت شرایطی خفیف همواره دارای پاسخی یکتاست.

$$\min_{L,S} \text{rank}(L) + \gamma \|S\|_0, \quad \text{s.t. } M = L + S \quad \text{and } N = 0 \quad (58-3)$$

که در این رابطه، γ یک پارامتر سبک و سنگین^۴ است و برای برقراری توازن بین بخش‌های رتبه پایین و تنک استفاده می‌شود و علامت $\|\cdot\|_0$ یا نُرم صفر (ℓ_0) یا کاردینالیتی^۵ S در واقع تعداد عناصر غیر صفر موجود در ماتریس است.

متأسفانه هر دو تابع استفاده شده در این تابع هدف، توابعی غیر محدب^۶ هستند و در حقیقت مانند مسائل بهینه‌سازی محدب^۷ دارای این مزیت نیست که نقطه بهینه محلی آن همان نقطه بهینه سراسری باشد [۸۲]. کَندِس برای حل این مشکل اثبات کرد [۶] می‌توان با استفاده از توابعی محدب به آرام‌سازی^۸ مسئله پرداخت و بنابراین مسئله محدب (۵۹-۳) بدست آمد.

$$\min_{L,S} \|L\|_* + \gamma \|S\|_1, \quad \text{s.t. } M = L + S \quad \text{and } N = 0 \quad (59-3)$$

در این رابطه، نُرم هسته‌ای^۹ یا $\|\cdot\|_*$ جایگزین تابع کاهش رتبه شد و نُرم ℓ_1 به عنوان تابع آرام‌تری نسبت به نُرم صفر استفاده شد. برای ماتریسی مانند $E \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ، نُرم هسته‌ای طبق تعریف برابر با مجموع مقادیر ویژه یک ماتریس یا نُرم ℓ_1 بردار مقادیر ویژه آن است؛ یعنی $\|E\|_* = \sum_{k=1}^r \sigma_k$ و نُرم ℓ_1 برابر است با $\|E\|_1 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |e_{ij}|$. در حقیقت این نُرم‌های جایگزین، نزدیکترین توابع محدب

¹ Sparsity

² Robust Principal Component Analysis

³ Candes

⁴ Trade-off

⁵ Cardinality

⁶ Non-convex

⁷ Convex Optimization

⁸ Relaxation

⁹ Nuclear Norm

به آن توابع غیر محدب هستند. باید توجه داشت که کمینه کردن نُرم ℓ_1 تُنک بودن ماتریس S را به دنبال دارد و وجود این جمله در تابع هزینه، پایداری نسبت به داده‌های پرت را تضمین می‌کند. روش‌های بازگشتی^۱ متعددی برای حل مسئله (۵۹-۳) معرفی شده است ([۸۳] و [۸۴])، اما در حالت کلی این مسئله دارای معایبی نیز هست. این روش دارای هزینه محاسباتی بالاست، زیرا همه الگویت‌های مورد استفاده با کل ماتریس داده عملیات استخراج ماتریس رتبه پایین را انجام می‌دهند که در نتیجه در مسائل با حجم بالای داده بسیار مشکل‌زا است و اینکه در این روش مرتبه ماتریس رتبه پایین با استفاده از مسئله بهینه‌سازی بدست می‌آید که در برخی کاربردها که می‌توان رتبه نهایی ماتریس رتبه پایین را مشخص کرد، عیب و در برخی کاربردها که نمی‌توان مرتبه ماتریس رتبه پایین را حدس زد، مزیت به شمار می‌آید [۸۵] و [۸۶].

۳-۶-۴ استخراج ماتریس رتبه پایین با استفاده از الگوریتم گودک

ژو^۲ و تائو^۳ در سال ۲۰۱۱ [۸۷] رویکردی دیگر برای تجزیه یک ماتریس به شکل رابطه (۳-۳-۵۷) در نظر گرفتند که در آن دو عیب مطرح شده در روش قبل تا حد بسیار زیادی برطرف شد. آنها برای حل مسئله‌ای به شکل رابطه (۳-۶۰) الگوریتمی به نام گودک^۴ را مطرح کردند.

$$\min_{L,S} \|M - L - S\|_F^2, \quad s.t. \quad rank(L) \leq r, card(S) \leq k \quad (۳-۶۰)$$

آنها پیشنهاد دادند که این مسئله با روند بازگشتی زیر قابل حل می‌باشد (رابطه (۳-۶۱)).

$$\begin{cases} L_t = \min_{rank(L) \leq r} \|M - L - S_{t-1}\|_F^2, \\ S_t = \min_{card(S) \leq k} \|M - L_t - S\|_F^2 \end{cases} \quad (۳-۶۱)$$

اگرچه این دو زیرمسئله غیر محدب می‌باشند، اما می‌توان آنها را حل نمود. به طور خاص برای بروزرسانی L_t می‌توان از روش تجزیه مقادیر تکین ماتریس $M - S_{t-1}$ و تخمین رتبه r آن استفاده کرد و برای

^۱ Iterative Methods

^۲ Zhou

^۳ Tao

^۴ Go Decomposition (GoDec)

بروزرسانی S_t می‌توان از آستانه‌گذاری سخت ماتریس $M - L_t$ [۸۸] جهت تنک کردن ماتریس S بهره گرفت (رابطه (۳-۶۲)).

$$\begin{cases} L_t = \sum_{i=1}^r \sigma_i u_i v_i^T, SVD(M - S_{t-1}) = U \Sigma V^T \\ S_t = a_{Hard}(M - L_t) \end{cases} \quad (۳-۶۲)$$

اما در عمل، تخمین کاردینالیتی ماتریس S مشکل می‌باشد و نمی‌توان آن را مشخص کرد. بر همین اساس مسئله بهینه سازی (۳-۶۰) به مسئله‌ای به شکل رابطه (۳-۶۳) تبدیل شد.

$$\min_{L, S} \|M - L - S\|_F^2 + \gamma \|S\|_1, \quad s.t. \quad rank(L) \leq r \quad (۳-۶۳)$$

که در این رابطه، نُرم ℓ_1 به مسئله بهینه سازی اضافه شده است تا بهترین تخمین به صورت خودکار و از حل مسئله کمینه‌سازی برای ماتریس تنک انجام پذیرد. الگوریتم این مسئله به گودِک شبه نُرم^۱ شناخته می‌شود [۸۷]. این روش بیان از مسئله جداسازی برای حل مسائل از تجزیه مقادیر تکیه برای تخمین ماتریس رتبه پایین بهره می‌برد که در نتیجه دو نکته را در پی دارد: (۱) می‌توان رتبه ماتریس نهایی را به عنوان ورودی به الگوریتم داد و (۲) روش تجزیه مقادیر تکیه در برخورد با داده‌های به نسبت با حجم بالا زمان بر است.

بنابراین برای حل مشکل زمانبر بودن، می‌توان از روش‌های سریع تقریب ماتریس رتبه پایین^۲ استفاده کرد [۸۹]. یکی از ایده‌ها استفاده از زیرفضاهای رتبه پایین سطری و ستونی ماتریس است [۹۰]. برای بدست آوردن این زیرفضاها کفایت مستقیماً ماتریس را در یک بردار تصادفی با توزیع گوسی ضرب کرد. به عنوان مثال ماتریس $E \in \mathbb{R}^{m \times n}$ را در نظر بگیرید و فرض کنید رتبه این ماتریس r باشد. تعداد r بردار تصادفی و مستقل از هم مانند $s_i \in \mathbb{R}^{1 \times m}$ از یک توزیع گوسی انتخاب می‌شود. بنابراین بردار غیر صفر $s_i E$ در محدوده زیر فضای ستونی ماتریس E قرار می‌گیرد و این r بردار با

^۱ Semi-soft GoDec

^۲ Fast Low-rank Approximation

احتمال بالایی در زیر فضای پوچ ماتریس قرار نمی گیرند و در نتیجه فضای ستونی ماتریس E را پوشش^۱ می دهند [۹۰]. این عملیات برای زیر فضای سطری نیز قابل پیاده سازی است و به این ایده افکنش تصادفی دو طرفه^۲ گویند [۸۹]. پس می توان فرایند محاسبه سریع تقریب رتبه پایین از ماتریس را به شکل خلاصه زیر بیان کرد:

(۱) ماتریسی مانند $E \in \mathbb{R}^{m \times n}$ در نظر بگیرید و (۲) توسط دو ماتریس تصادفی مانند $A_1 \in \mathbb{R}^{n \times r}$ و $A_2 \in \mathbb{R}^{m \times r}$ ، (۳) دو ماتریس که شامل بردارهایی در زیر فضاهای سطری و ستونی است به شکل $Y_1 = EA_1$ و $Y_2 = E^T A_2$ محاسبه می شوند که زیر فضاهای سطری و ستونی را پوشش می دهند و (۴) در نهایت بهترین تقریب رتبه پایین برابر است با $E_{Low-rank} = Y_1(A_2^T Y_1)^{-1} Y_2^T$ [۸۹].

در رابطه با مراحل فوق ۲ نکته قابل ذکر است: (۱) باید توجه داشت که در مرحله چهارم یعنی در فرمول محاسبه تقریبی ماتریس رتبه پایین از مفهوم تقریب ماتریس CUR استفاده شده است [۹۱]. در این تکنیک که برای سادگی و سرعت بجای تجزیه مقادیر تکین استفاده می شود، یک ماتریس مانند A به سه ماتریس C ، U و R تجزیه می شود. که در آن C و R دو ماتریس که شامل بردارهایی در زیر فضاهای سطری و ستونی هستند و به شکل Y_1 و Y_2 محاسبه می شوند (که زیر فضاهای سطری و ستونی را پوشش می دهند) و ماتریس U می تواند یک ماتریس مربعی دلخواه باشد (به عنوان مثال $U = C^{-1}AR^{-1}$). در نتیجه این ماتریس یکتا نخواهد بود ولی نسبت به روش های موجود سریعتر و ساده تر است [۹۱].

(۲) نکته دیگری که باید به آن توجه کرد اینست که در مرحله دوم ماتریس های اتفاقی استفاده شده می توانند باعث شوند که بردارهای نهایی تولید شده در ماتریس های Y_1 و Y_2 در فضای پوچ سیگنال قرار بگیرند. برای جلوگیری از این اتفاق نیز می توان ابتدا ماتریس اتفاقی مانند A_1 را انتخاب کرد و از روی آن Y_1 را محاسبه کرد. سپس کفایت ماتریس اتفاقی A_2 را برابر با Y_1 قرار دهیم. با این کار

^۱ Span

^۲ Bilateral Random Projection

احتمال قرار گرفتن یک بردار از Y_1 و Y_2 در فضای پوچ کاهش می‌یابد. در نهایت الگوریتم گودک شبه نرم با در نظر گرفتن تمام نکات بیان شده، در زیر آورده شده است.

الگوریتم: گودک شبه نرم

ورودی‌ها: ماتریس داده‌ها X ، رتبه نهایی ماتریس r ، پارامتر توازن γ و خطای تقریب ε

خروجی: ماتریس رتبه پایین L و ماتریس تنک S

مقدار دهی اولیه: $L_0 = X$ ، $S_0 = \mathbf{0}$ و $t = 0$

تا زمانی‌که: $\frac{\|X - L_t - S_t\|_F^2}{\|X\|_F^2} > \varepsilon$ ، **انجام بده**

$$t = t + 1 \quad (۱)$$

$$A_2 = Y_1 \text{ و } Y_1 = XA_1 \quad (۲)$$

$$Y_2 = X^T A_2 \quad (۳)$$

$$L_t = Y_1 (A_2^T Y_1)^{-1} Y_2^T \quad (۴)$$

$$S_t = a_\gamma (M - L_t) \quad (۵)$$

پایان الگوریتم.

در فصل بعدی به معرفی روش پیشنهادی در این پایان‌نامه برای کاهش نوفه در داده‌های لرزه‌ای

خواهیم پرداخت و از مفاهیم بیان شده در این فصل بهره خواهیم گرفت.

فصل چهارم

معرفی روش پیشنهادی

۴-۱ مقدمه

در این فصل به معرفی روش پیشنهادی این پایان نامه جهت کاهش نوفه در داده های لرزه ای خواهیم پرداخت. روش ارائه شده برای کاهش نوفه های تصادفی معرفی شده در فصل دوم مناسب می باشد. اما قبل از معرفی راهکار ارائه شده در این پایان نامه، به بررسی چند روش که از اطلاعات آماری در حوزه ی زمان-فرکانس برای کاهش نوفه استفاده کرده اند، می پردازیم.

۴-۲ معرفی مسئله

مسئله نوفه زدایی از داده های لرزه ای مانند هر نوع داده دیگری به شکل رابطه (۴-۱) مطرح می شود. که در آن m سیگنال بدون نوفه، y سیگنال حاوی نوفه و n نوفه تصادفی جمع شونده در مسیر برداشت داده ها از سطح زمین خواهد بود.

$$y = m + n \quad (4-1)$$

در داده های مصنوعی نوفه اضافه شده طبق یک توزیع احتمالی گوسی با میانگین صفر و واریانس مشخص به سیگنال اضافه شده است. از طرفی این نوفه می تواند در تمام باند فرکانسی^۱ (نوفه سفید) یا فقط در بخشی از آن^۲ (نوفه رنگی) پراکنده باشد. هدف استخراج داده بدون نوفه m با کمترین اعوجاج خواهد بود.

۴-۳ آستانه گذاری سخت و نرم در حوزه تبدیل یافته

یکی از روش های رایج برای تضعیف نوفه در حوزه تبدیل شده، آستانه گذاری سخت و نرم بر روی ضرایب تبدیل می باشد [۲۴]. هر دوی این توابع آستانه گذاری بر روی تک تک درایه های ضرایب تبدیل عمل می کنند. اگر فرض شود که مدل تخمین زده شده سیگنال بدون نوفه با $\hat{m}$ نمایش داده شود، آنگاه

^۱ Full Band

^۲ Band-limited

فرایند آستانه‌گذاری در حوزه تبدیل یافته به شکل رابطه (۲-۴) بیان خواهد شد.

$$\begin{cases} \hat{m} = T^H (TH_{N,t}(T(y))) \\ TH_{H,t}(r) = a_{Hard}(r) \\ TH_{S,t}(r) = a_{Soft}(r) \end{cases} \quad (2-4)$$

که در رابطه فوق T و T^H به ترتیب عملگرهای تبدیل سیگنال و معکوس آن است و $TH_{N,t}$ عملگر آستانه‌گذاری با پارامتر t خواهد بود.

انتخاب نوع تبدیل و مقدار پارامتر آستانه موضوعی است که باعث شد روش‌هایی بر همین اساس شکل بگیرند. در ادامه به بیان انواع روش‌ها و رویکردها در حوزه‌های مختلف خواهیم پرداخت.

۴-۴ بررسی برخی روش‌های نوفه‌زدایی

۴-۴-۱ روش کلاسیک نوفه‌زدایی در حوزه تبدیل موجک

تبدیل موجک که دارای خواص اولیه مانند فشردگی و تنکی است، به ابزاری مناسب برای تضعیف نوفه تبدیل شد [۹۲]. علاوه بر این دو ویژگی، انرژی نوفه در بین تمام ضرایب تبدیل موجک پخش می‌شود و به دلیل خاصیت خطی بودن این تبدیل (به این معنی که تبدیل موجک یک سیگنال حاوی نوفه برابر با ترکیب خطی تبدیل موجک سیگنال اصلی و نوفه است)، با استفاده از یک آستانه‌گذاری مناسب توان نوفه به طور قابل توجهی کاهش یافته در حالیکه ویژگی‌های سیگنال اصلی حفظ می‌گردد. این روش‌ها که در حوزه موجک به تضعیف نوفه می‌پردازند، به این دلیل که از توابع آستانه‌گذاری استفاده می‌کنند، به روش‌های کاهش ضرایب موجک^۱ مشهورند [۹۳]. در این روش‌ها ضرایب موجک به دو دسته مهم و غیر ضروری تقسیم شده و رویکرد متفاوتی برای هر کدام در نظر گرفته می‌شود.

روش کلاسیک نوفه‌زدایی در حوزه موجک برای استخراج داده بدون نوفه در مدل رابطه (۴-۱)

^۱ Wavelet Shrinkage

برای نوفه گوسی با میانگین صفر در ۴ مرحله به شکل زیر خلاصه می شود [۹۴]:

۱. محاسبه ضرایب موجک گسسته تا مرحله j ام برای ستون های ماتریس داده به طول $n = 2^j$.

۲. تخمین واریانس نوفه σ^2 در مرحله اول $j = 1$ تبدیل موجک با استفاده از تخمین انحراف

معیار پایدار انحراف مطلق میانه با بهره گیری از رابطه $\hat{\sigma} = MAD(y)/0.6745$ (برای

توضیحات بیشتر به بخش ۳-۵-۲ مراجعه کنید). با استفاده از آن مقدار آستانه از رابطه $t =$

$$\hat{\sigma}\sqrt{2\ln(n)}$$

محاسبه می شود.

۳. اعمال آستانه گذاری بر روی ضرایب شامل جزئیات محاسبه شده در قسمت (۱).

۴. بازسازی سیگنال بدون نوفه با استفاده از ضرایب جزئیات بعد از آستانه گذاری و ضرایب تقریب

با استفاده از عکس تبدیل موجک.

در شکل ۴-۱ نتایج حاصل از این روش بر روی یک ردلرزه نوفه ای نشان داده شده است. در این سیگنال،

نوفه ای سفید به اندازه ۴- دسیبل اضافه شده است. موجک مادر در ۳ مرحله تجزیه و بازسازی نهایی،

داییشز نوع ۵ است و تابع آستانه گذاری سخت بر روی ضرایب جزئیات موجک اعمال شده است.

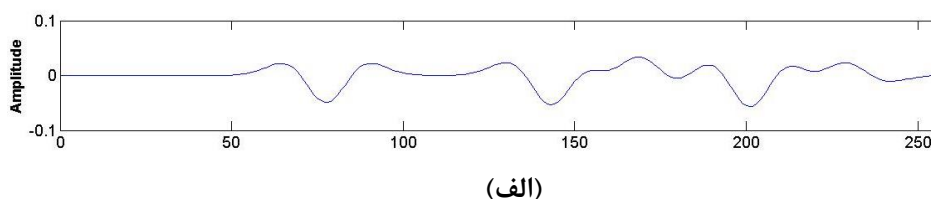
همانطور که مشاهده می شود این روش در نسبت سیگنال به نوفه بالا به نتیجه خوبی دست

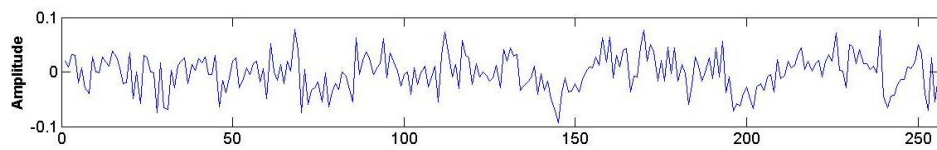
نیافته است. اما باز هم می توان این روش را بهبود داد، کافیست برای محاسبه پارامتر پراکندگی $\hat{\sigma}$ از

روش چند بُعدی استفاده کنیم که در ادامه خواهد آمد.

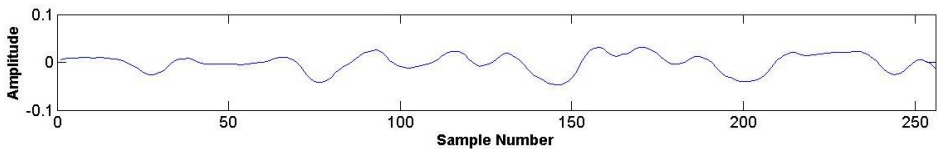
۴-۴-۲ نوفه زدایی چندبُعدی در حوزه تبدیل موجک

یک ماتریس داده مانند $Y \in \mathbb{R}^{n \times p}$ که شامل p سیگنال به طول n هست، را در نظر بگیرید.





(ب)



(ج)

شکل ۴-۱: اعمال روش کلاسیک نوفه‌زدایی در حوزه تبدیل موجک. (الف) سیگنال مصنوعی اصلی. (ب) سیگنال حاوی نوفه با نسبت سیگنال به نوفه ۴-دسیبل. (ج) سیگنال بازیابی شده با استفاده از آستانه-گذاری نرم.

روش نوفه‌زدایی چندبعدی^۱ در زیر به طور خلاصه در ۳ مرحله معرفی شده است [۹۴]:

۱. اعمال تبدیل موجک گسسته J مرحله‌ای بر روی هر ستون از ماتریس داده. این مرحله تعداد

$J + 1$ ماتریس تولید می‌کند، بدین صورت که J ماتریس $D_1, \dots, D_J$ حاوی ضرایب جزئیات

هر مرحله از تجزیه و یک ماتریس A_J شامل ضرایب تقریب مرحله J ام خواهد بود. توجه

داشته باشید که ماتریس‌های مرحله آخر تجزیه دارای ابعادی برابر با $p \times (n/2^J)$ می‌باشد.

۲. ماتریس کوواریانس را با استفاده از روش دترمینان کوواریانس کمینه (رجوع شود به بخش

۳-۵-۲) برای هر کدام از ماتریس‌های جزئیات بدست آورید. سپس برای تخمین پارامتر

پراکندگی برای هر ستون کفایت با استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین، مقادیر مجرد را

بدست آورد λ_i ، و برای هر کدام از ستون‌ها مقدار پارامتر آستانه برابر است با: $t_i =$

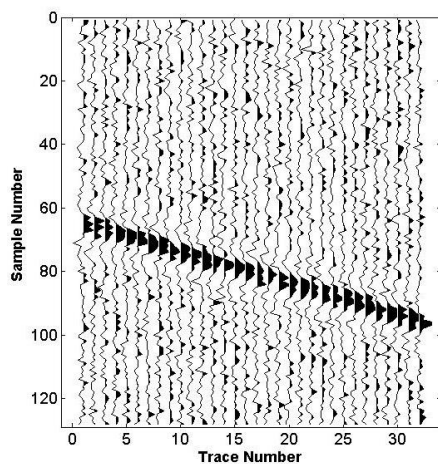
$$\sqrt{2\lambda_i \ln(n)}$$

۳. بازسازی سیگنال با استفاده از ضرایب جزئیات کاهش یافته و ماتریس تقریب.

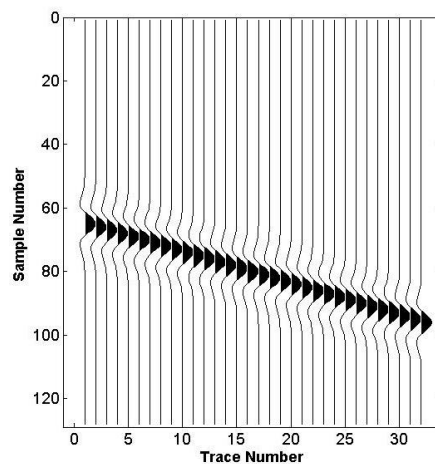
نتایج حاصل از اعمال این روش بر روی یک سیگنال لرزه‌ای که دارای یک رویداد خطی است نیز توسط

^۱ Multivariate Denoising

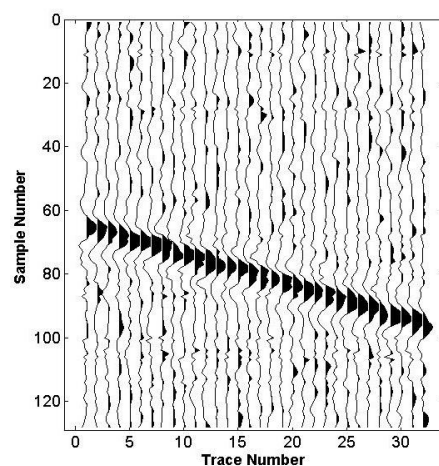
شکل ۴-۲ به تصویر کشیده شده است.



(ب)



(الف)



(ج)

شکل ۴-۲: نتیجه اعمال روش نوفه‌زدایی چندبعدی بر روی یک داده مصنوعی. (الف) سیگنال اصلی. (ب)

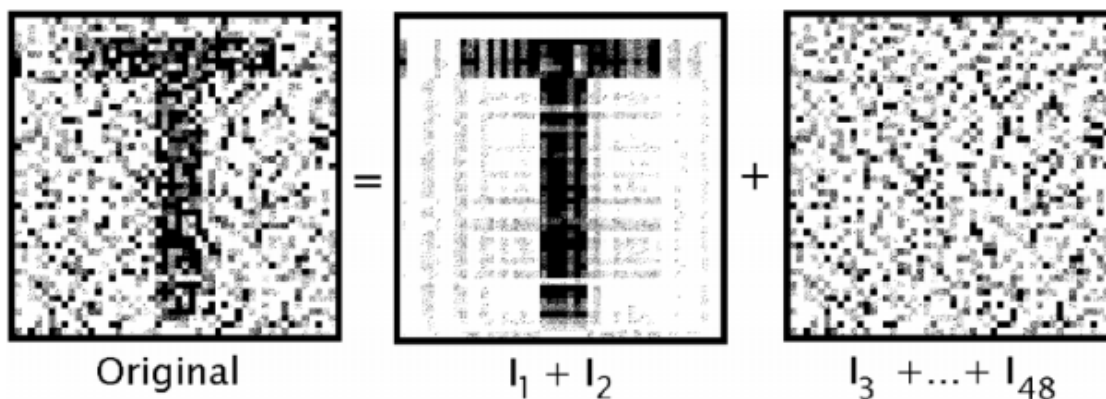
سیگنال نوفه‌ای با نسبت سیگنال به نوفه ۲- دسیبل. (ج) سیگنال بازیابی شده.

در این سیگنال، نوفه‌ای سفید به اندازه ۲- دسیبل اضافه شده است. موجک مادر در ۲ مرحله تجزیه و بازسازی، دابیشز نوع ۵ است و تابع آستانه‌گذاری سخت بر روی ضرایب جزئیات موجک اعمال شده است. همانطور که از شکل فوق پیداست این روش عملکرد بهتری از خود نشان داده است، اما باز هم ساختار رویداد را تغییر داده است. اینطور به نظر می‌رسد که اطلاعاتی که در ضرایب تقریب نیز وجود دارند دارای مقداری نوفه هستند. بر همین اساس در [۹۴] روشی ارائه شد تا بتوان اطلاعات موجود در

ماتریس تقریب نیز نوفه‌زدایی شود. در ادامه این روش نیز معرفی خواهد شد.

۴-۴-۳ نوفه‌زدایی با استفاده از روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی

از روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی که معمولاً برای فشرده‌سازی و کاهش ابعاد استفاده می‌شود، می‌توان جهت کاهش نوفه نیز بهره گرفت. در واقع انرژی تصاویر ویژه‌ای که به ازاء مقادیر ویژه بزرگ بدست می‌آیند، بیشتر شامل انرژی سیگنال اصلی است و تصاویر ویژه بعدی شامل انرژی نوفه خواهد بود [۱۸]. این موضوع به این دلیل است که این داده‌ها اساساً دارای رتبه پایین هستند و اولین مؤلفه‌های اصلی بیشتر انرژی سیگنال را در خود جا می‌دهند. به عنوان مثال در شکل ۴-۳ برای یک تصویر نوفه‌ای نتایج حاصل از بازسازی با تصاویر ویژه مختلف را مشاهده می‌کنید.



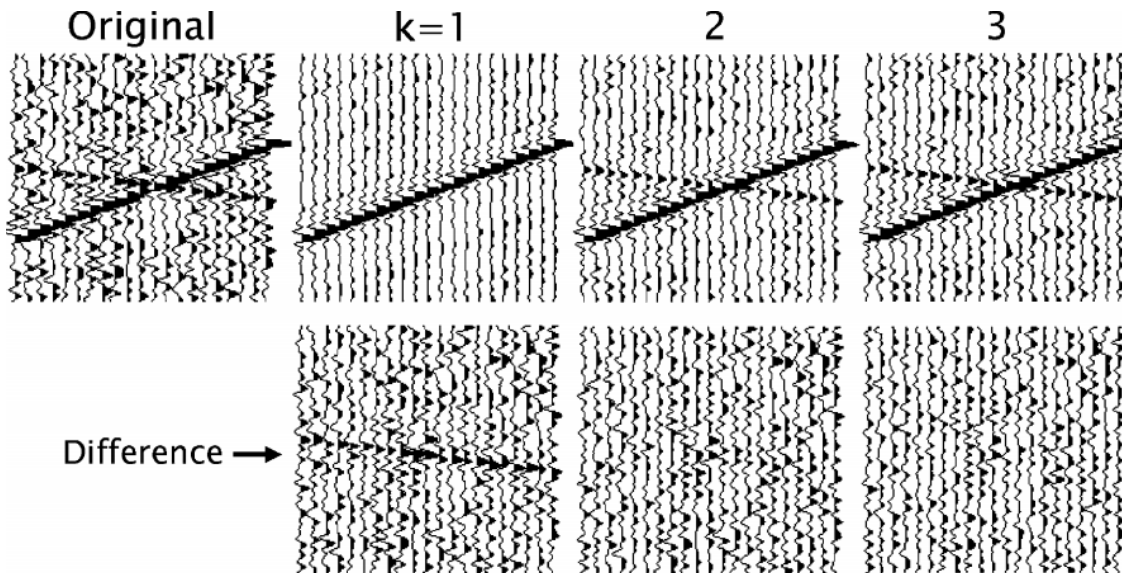
شکل ۴-۳: تجزیه تصویر نوفه‌ای به تصاویر ویژه وزن‌دار. دو تصویر ویژه ابتدایی بیشتر انرژی سیگنال را دارا هستند [۱۸].

از این خاصیت در داده‌های لرزه‌ای نیز می‌توان بهره گرفت. در شکل زیر نوفه‌زدایی حاصل از اولین تصاویر ویژه بر روی یک داده لرزه‌ای مصنوعی که دارای دو رویداد است، نشان داده شده است (شکل ۴-۴ و رابطه (۴-۳)).

$$\hat{m}_k = U_k \Sigma_k V_k^T = \sum_{i=1}^k \sigma_i u_i v_i^T = I_1 + I_2 + \dots + I_k \quad (4-3)$$

در این تصویر مشخص است که برای بازیابی یک سیگنال لرزه‌ای با استفاده از تصاویر ویژه، باید تصاویر

ویژه را برابر با تعداد رویدادهای تصویر انتخاب کرد [۱۸]. نکته مهم اینجاست که نوفه زدایی هم در این روش به انتخاب کمتر تصاویر ویژه بستگی دارد. یعنی در داده‌های واقعی یک فرایند سبک و سنگین^۱ برای بازسازی کامل سیگنال و نوفه زدایی برقرار است.



شکل ۴-۴: نوفه زدایی با استفاده از فیلتر تصاویر ویژه. مشخص است که هر چه تعداد تصاویر ویژه جهت بازیابی بیشتر می‌شود، بازیابی بهتر صورت می‌گیرد. در ردیف پایین تفاضل بین داده نوفه‌ای و داده بازسازی شده نشان داده شده است [۱۸].

۴-۴-۴ نوفه زدایی چندبعدی تبدیل موجک از طریق روش تحلیل مؤلفه-

های اصلی

از روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی می‌توان برای نوفه زدایی در حوزه‌های زمان-فرکانس (مقیاس) نیز استفاده کرد. در بخش ۴-۴-۲ نوفه زدایی چندبعدی در حوزه موجک بررسی شد. اما آن روش فقط بر روی ضرایب جزئیات اعمال شده بود. در اینجا آن روش را گسترش داده و روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی بر روی ماتریس تقریب اعمال می‌شود. این روش در ۴ مرحله به شکل زیر خلاصه می‌شود:

۱. اعمال تبدیل موجک گسسته z مرحله‌ای بر روی هر ستون از ماتریس داده. این مرحله تعداد

^۱ Trade-off

۱ + j ماتریس تولید می‌کند، بدین صورت که j ماتریس $D_1, \dots, D_j$ حاوی ضرایب جزئیات

هر مرحله از تجزیه و یک ماتریس A_j شامل ضرایب تقریب مرحله j ام خواهد بود. توجه داشته باشید که ماتریس‌های مرحله آخر تجزیه دارای ابعادی برابر با $p \times (n/2^j)$ می‌باشد.

۲. ماتریس کوواریانس را با استفاده از روش دترمینان کوواریانس کمینه (رجوع شود به بخش

۳-۵-۲) برای هر کدام از ماتریس‌های جزئیات بدست آورید. سپس برای تخمین پارامتر

پراکندگی برای هر ستون کفایت با استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین، مقادیر مجرد را

بدست آورد λ_i و برای هر کدام از ستون‌ها مقدار پارامتر آستانه برابر است با: $t_i =$

$$\sqrt{2\lambda_i \ln(n)}$$

۳. اعمال روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی بر روی ماتریس A_j شامل ضرایب تقریب مرحله j ام و

انتخاب مناسب مؤلفه‌های اصلی ابتدایی به عنوان تقریبی از ماتریس A_j بدون نوفه.

۴. بازسازی سیگنال با استفاده از ضرایب جزئیات کاهش یافته و ماتریس تقریب بدست آمده از

مرحله ۳.

نتیجه اعمال این ایده بر روی مثال شکل ۴-۲ در شکل زیر آورده شده است (شکل ۴-۵). به خوبی

مشخص است که بهبود کمی در نوفه‌زدایی تصویر دیده می‌شود. موجک مادر در ۳ مرحله تجزیه و

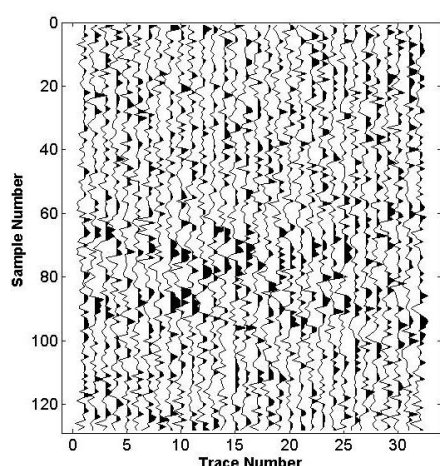
بازسازی، دابیشز نوع ۳ است و تابع آستانه‌گذاری سخت بر روی ضرایب جزئیات موجک اعمال شده

است. همچنین از ۴ مؤلفه اصلی ابتدایی برای بازیابی ماتریس حاوی ضرایب تقریب بهره گرفته شده

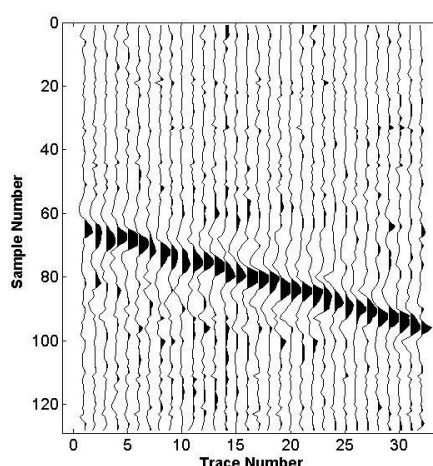
است. همانطور که مشاهده می‌شود، در تفاضل سیگنال نوفه‌ای و سیگنال بازیابی شده که در شکل زیر

نشان داده است، قسمتی از انرژی سیگنال باقی مانده است. آنچه که در این روش‌ها ارائه شد با اینکه به

بهبود آنها انجامید، اما باز هم به اندازه کافی مناسب نیستند.



(ب)



(الف)

شکل ۴-۵: نتیجه اعمال روش نوفه‌زدایی چندبعدی با استفاده از تحلیل مؤلفه‌های اصلی بر روی سیگنال شکل ۴-۲. (الف) سیگنال بازیابی شده. (ب) تفاضل سیگنال نوفه‌ای و بازیابی شده.

اما یکی از روش‌های جدید در این حوزه که کارایی مناسبی در بازیابی رویدادهای خطی دارد، روشی بنام تحلیل طیف مقادیر تکین^۱ است. در ادامه به معرفی این روش خواهیم پرداخت.

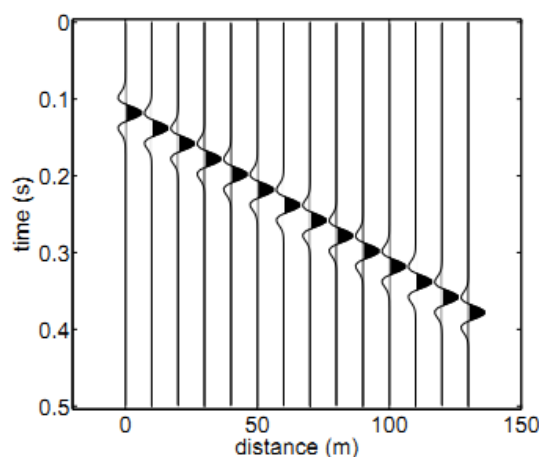
۴-۴-۵ تحلیل طیف مقادیر تکین

در این قسمت به طور خلاصه این روش را که در حوزه $f - x$ اعمال می‌شود، تشریح خواهیم کرد. برای یک داده لرزه‌ای با یک رویداد خطی که آن رویداد در زمان p برای اولین ردلرزه مشاهده شده است، می‌توان روابط زمانی و فرکانسی را به شکل زیر نوشت (شکل ۴-۶ و رابطه (۴-۴)).

$$s(t, x) = w(t - px) \Leftrightarrow S(\omega, x) = W(\omega)e^{-i\omega px} \quad (4-4)$$

که در این رابطه x نشان دهنده ردلرزه (یا فضا) است و t و ω به ترتیب متغیرهای زمان و فرکانس زاویه‌ای هستند. $w(t)$ و $W(\omega)$ به ترتیب موجک و تبدیل فوریه آن است. با این فرض که نمونه برداری منظم بوده باشد، در نتیجه $x = (n - 1)\Delta x$ خواهد شد. رابطه (۴-۴) با حذف t و ω برای سادگی به شکل رابطه (۵-۴) می‌تواند نوشته شود.

¹ Singular Spectrum Analysis



شکل ۶-۴: مثالی از یک داده دو بعدی مصنوعی با رویداد خطی.

$$S_n = W e^{-i\omega p n \Delta x} \quad (۵-۴)$$

با توجه به رابطه (۵-۴) و بررسی آن برای دو ردلرزه مجاور می‌توان به رابطه بازگشتی (۶-۴) دست یافت.

$$S_{n-1} = W e^{-i\omega p (n-1) \Delta x} = S_n e^{-i\omega p \Delta x} \quad (۶-۴)$$

رابطه (۶-۴) پایه‌ای برای روش‌های $f - x$ واهمامیخت و تحلیل طیف مقادیر تکین می‌باشد. در یک داده لرزه‌ای با تعداد N ردلرزه و M رویداد خطی، رابطه ((۵-۴) به شکل رابطه (۷-۴) می‌تواند نوشته شود.

$$D_j(\omega) = \sum_{k=1}^M W_k(\omega) e^{-i\omega p_k (j-1) \Delta x}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (۷-۴)$$

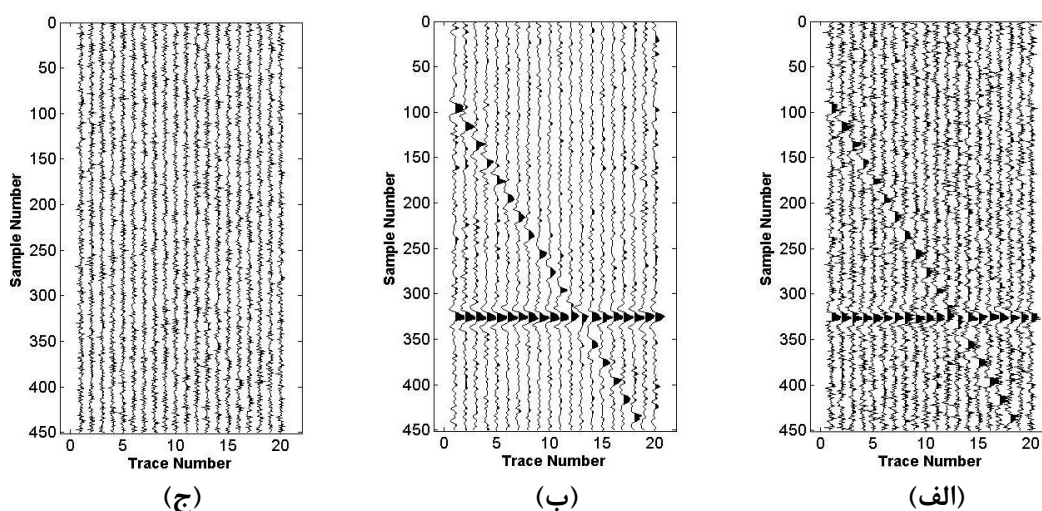
که در آن، $W_k(\omega)$ تبدیل فوریه k امین ردلرزه خواهد بود.

با توجه به رابطه بازگشتی (۶-۴) و برای یک فرکانس ثابت ω_0 ، ماتریس هنکل (رابطه (۸-۴)) یک بردار به شکل $D(\omega_0) = [D_1(\omega_0) D_2(\omega_0) \dots D_N(\omega_0)]^T$ دارای رتبه‌ای برابر با تعداد رویدادهای خطی موجود در مقطع لرزه‌ای است [۹۵].

$$T(\omega_0) = \mathcal{H}(\mathbf{D}(\omega_0)) = \begin{pmatrix} D_1(\omega_0) & D_2(\omega_0) & \dots & D_{N-L+1}(\omega_0) \\ D_2(\omega_0) & D_3(\omega_0) & \dots & D_{N-L+2}(\omega_0) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_L(\omega_0) & D_{L+1}(\omega_0) & \dots & D_N(\omega_0) \end{pmatrix}_{L \times (N-L+1)} \quad (۸-۴)$$

که در آن رابطه $\mathcal{H}$ یک نماد برای تبدیل هنکل یک بردار است. پارامتر L طوری انتخاب می‌شود که ماتریس هنکل تقریباً مربعی باشد. رتبه این ماتریس در حضور نوفه افزایش می‌یابد [۸۶] زیرا وابستگی خطی ستون‌های ماتریس از بین می‌رود. بنابراین یک روش برای کاهش نوفه، کاهش رتبه ماتریس هنکل نوفه‌ای است که با استفاده از تجزیه مقادیر تکین صورت می‌پذیرد. سپس روی عناصر قطرهای فرعی یک میانگین‌گیری انجام داده و ماتریس هنکل بدون نوفه بازیابی می‌شود. این عملیات برای همه فرکانس‌ها انجام خواهد شد.

در شکل ۴-۷ نتیجه اعمال این روش بر روی یک داده مصنوعی با ۲ رویداد خطی نشان داده شده است. در این شکل نوفه‌ای با نسبت سیگنال به نوفه ۴-دسیبل به سیگنال پاک اضافه شده است.



شکل ۴-۷: کاربرد روش تحلیل طیف مقادیر منفرد در کاهش نوفه در یک داده مصنوعی. (الف) سیگنال حاوی نوفه. (ب) سیگنال بازیابی شده. (ج) تفاضل سیگنال قسمت الف و ب.

روش تحلیل طیف مقادیر منفرد با رتبه ۲ (یعنی تعداد رویدادها) به نوفه‌زدایی پرداخته است و نسبت سیگنال به نوفه در داده بازیابی شده برابر با ۳ دسیبل خواهد شد. کاملاً مشخص است که این روش در بازیابی رویدادهای خطی از قدرت بالایی برخوردار است و انرژی خیلی کمی از سیگنال در

تفاضل دیده می‌شود، زیرا اساساً این روش برای رویدادهای خطی اثبات شده است.

۴-۵ روش پیشنهادی

تا به حال چند روش معرفی شد که از تبدیل‌های مختلف و خصوصیات آماری برای حذف نوفه استفاده کردند. همانطور که بیان شد، داده‌های لرزه‌ای به دلیل وجود ساختارهای تکراری هندسی معنادار که در واقع همان رویدادها می‌باشند، به طور ذاتی دارای رتبه پایین هستند [۴]. برای اینکه بتوان از این خاصیت برای نوفه‌زدایی بهره برد، می‌توان دو استراتژی را در نظر گرفت: (۱) استفاده از تکنیک‌های کاهش رتبه ماتریس (بیان شده در بخش ۳-۶)، که ماتریس‌های معناداری از داده را نوفه-زدایی می‌کنند [۲۲]. مانند روش تحلیل طیف مقادیر تکین معرفی شده در بخش قبل، که با کاهش رتبه ماتریس هنکل یک لایه فرکانسی، نوفه را تضعیف کرد و (۲) استفاده از تبدیل‌های مناسب جهت بیان تُنک سیگنال نوفه‌ای و سپس بهره‌گیری از روش‌های تجزیه رتبه پایین و تُنک (رجوع شود به بخش ۳-۶) [۸۷] و [۹۶].

در این پایان‌نامه از استراتژی دوم برای بهره‌گیری از خاصیت رتبه پایین بودن داده لرزه‌ای استفاده خواهیم کرد. در انجام این کار به یک تبدیل مناسب نیاز است، که بتواند نمایشی تُنک از سیگنال و نوفه را تهیه کند. تبدیل‌های مختلفی در بخش ۳-۴ معرفی شد که هر کدام مزایا و معایبی داشتند. در این بین تبدیل زمان-فرکانس فشرده‌سازی همزمان [۵۰] به دو دلیل در این پایان‌نامه مورد استفاده قرار خواهد گرفت: (۱) این تبدیل به عنوان یک تبدیل بازچینی شده که دارای تمرکز انرژی در فرکانس‌های لحظه‌ای سیگنال است، بسیار تُنک می‌باشد و (۲) بر خلاف دیگر تبدیل‌های بازچینی شده، معکوس پذیر نیز می‌باشد [۵۱] و [۹۷].

از آنجایی که نوفه و سیگنال پس از تبدیل زمان-فرکانس تُنک هستند و اینکه ساختارهای تکراری در سیگنال بعد از تبدیل نیز حفظ می‌شوند، بنابراین سیگنال تبدیل شده از ترکیب یک سیگنال رتبه

پایین (سیگنال بدون نوفه) و تنک (نوفه تصادفی) تشکیل شده است. در واقع برای نوفه‌زدایی کافیت این دو سیگنال را از هم جدا کرد. برای انجام این کار نیز یک تابع هدف بر اساس روش گودک انتخاب شده و به بهینه‌سازی آن که یک مسئله ترکیبی نرم $\ell_1 - \ell_2$ می‌باشد، پرداخته می‌شود. پس با بهره‌گیری از دو مفهوم "رتبه پایین بودن" و "تنکی" و روش‌هایی که در بخش ۳-۶ برای جداسازی این دو سیگنال از هم مطرح شد، می‌توان امید داشت که این ایده بتواند سیگنال را بازیابی کند.

۴-۵-۱ بیان مدل مسئله

فرض کنید سیگنال نوفه‌ای مشاهده شده با $Y \in \mathbb{R}^{m \times n}$ نمایش داده شود و این سیگنال از ترکیب دو مؤلفه رتبه پایین و تنک تشکیل شده باشد. بنابراین مدل مسئله جداسازی این دو ماتریس به شکل رابطه (۴-۹) تعریف خواهد شد.

$$Y = L + S + N \quad s. t. \quad rank(L) \leq p \ \& \ Cardinality(S) \leq q \quad (4-9)$$

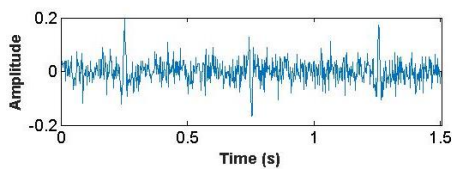
که در این رابطه، $L \in \mathbb{R}^{m \times n}$ عنصری است که در زیر فضای رتبه پایین سیگنال قرار دارد با رتبه حداکثر p ، $S \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ماتریسی با ویژگی تنکی^۱ و با تعداد حداکثر q عنصر غیر صفر است و $N \in \mathbb{R}^{m \times n}$ خطای تقریب است که در برخی کاربردها می‌تواند نوفه در نظر گرفته شود.

۴-۵-۲ نمایش تنک سیگنال با استفاده از تبدیل فشرده‌سازی همزمان

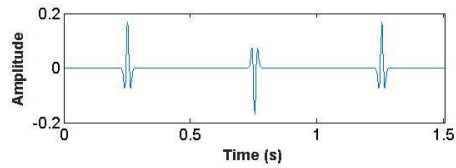
اکثر روش‌های نوفه‌زدایی از زیرفضاهای مناسب برای جداسازی نوفه بهره می‌برند. برای اینکه بتوان از مدل رابطه (۴-۹) استفاده کرد، باید سیگنال و نوفه را در زیرفضای مناسبی به تصویر کشید. تبدیل‌های زمان-فرکانس تنک راهکاری برای انجام این امر خواهند بود. آنها سیگنال و نوفه را در زیرفضای مناسبی به نمایش در خواهند آورد بطوریکه هر دو مؤلفه سیگنال و نوفه در آن زیر فضا دارای

^۱ Sparsity

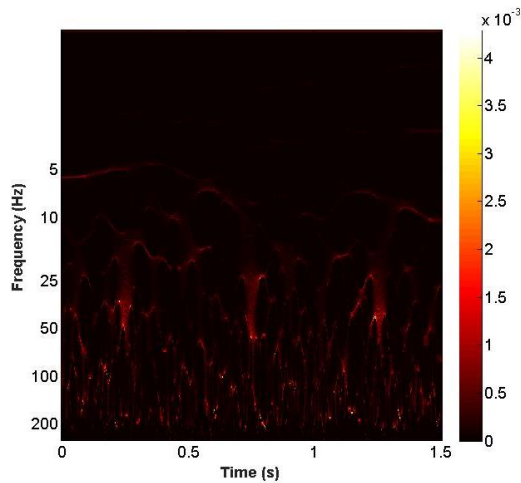
ویژگی تنکی خواهند بود.



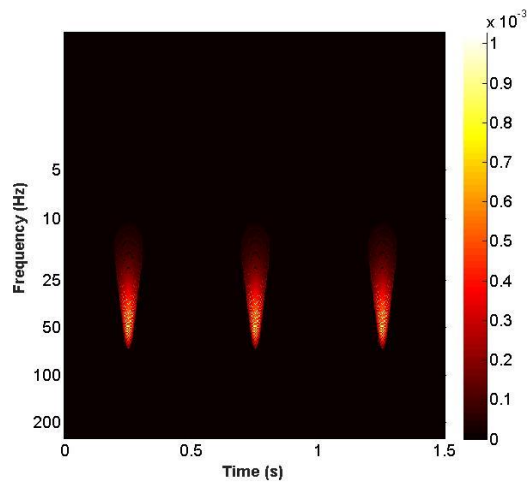
(ب)



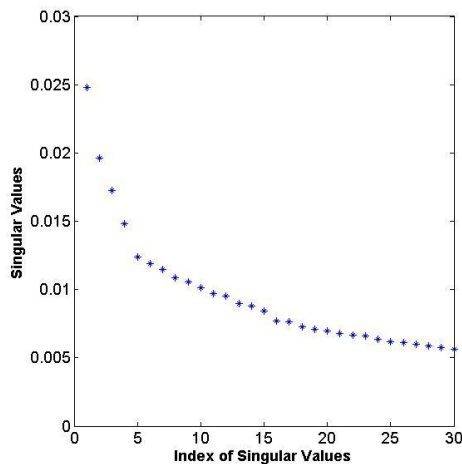
(الف)



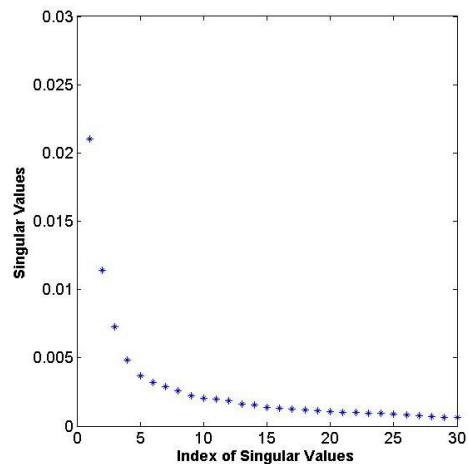
(د)



(ج)



(و)



(ه)

شکل ۴-۸: نمایش زمانی سیگنال مصنوعی و نوفه‌ای به همراه طیف اندازه تبدیل زمان-فرکانس فشرده-سازی همزمان آنها. (الف) ردلرزه مصنوعی. (ب) ردلرزه نوفه‌ای. (ج) و (د) به ترتیب نمایش زمان-فرکانس طیف اندازه ردلرزه تمیز و نوفه‌ای قسمت الف و ب با استفاده از موجک کلاه مکزیکي مختلط. (ه) و (و) به ترتیب طیف مقادیر تکین برای قسمت ج و د.

تبدیل‌های زمان-فرکانس مختلفی تا بحال معرفی شده‌اند، در اینجا با توجه به اینکه دو ویژگی تنک بودن نمایش و معکوس پذیری آن تبدیل دارای اهمیت است، از تبدیل فشرده‌سازی همزمان استفاده

خواهیم کرد [۹۷] و [۵۱].

در ادامه برای روشن شدن مطالب با یک مثال فرایند روش پیشنهادی بررسی خواهد شد. یک ردلرزه بدون نوفه مصنوعی که از ۳ موجک ریکر ۳۵ هرتز در زمان‌های ۰/۲۵ ، ۰/۷۵ و ۱/۲۵ ثانیه تشکیل شده است، در نظر بگیرید. این ردلرزه توسط یک نوفه تصادفی گوسی با نسبت سیگنال به نوفه ۴- دسیبل آلوده شده است. نمایش زمانی دو سیگنال به همراه طیف اندازه تبدیل زمان-فرکانس فشرده‌سازی آنها و طیف مقادیر تکین طیف اندازه تبدیل تنک نیز در شکل ۴-۸ به نمایش در آمده است.

آنچه که از شکل فوق قابل درک است، دو نکته را مشخص می‌کند: (۱) نمایش زمان-فرکانس سیگنال بدون نوفه دارای رتبه پایین است و یا حداقل با چند تصویر ویژه اولیه خود به خوبی تخمین زده می‌شود (شبه رتبه پایین^۱) و (۲) نمایش زمان-فرکانس سیگنال نوفه‌ای به اندازه کافی تنک است. حال شرایط بهره‌گیری از رابطه (۴-۹) فراهم شده است. در ادامه به جداسازی دو مؤلفه "رتبه پایین" و "تنک" پرداخته خواهد شد.

۴-۵-۳ تجزیه ماتریس رتبه پایین و تنک

روش‌های جداسازی در بخش ۳-۶ معرفی شد. اگر فرض شود که روش تجزیه به طور دقیق و بدون خطا $N = 0$ به جداسازی بپردازد، به این بازیابی سیگنال رتبه پایین تحلیل مؤلفه‌های اصلی پایدار^۲ گویند [۶]. اما در حالت کلی این روش حل مسئله دارای معایبی نیز هست. این روش دارای هزینه محاسباتی بالاست، زیرا همه الگویت‌های مورد استفاده با کل ماتریس داده، عملیات استخراج ماتریس رتبه پایین را انجام می‌دهند که در نتیجه در مسائل با حجم بالای داده بسیار مشکل‌زا است و اینکه در این روش مرتبه ماتریس رتبه پایین با استفاده از مسئله بهینه‌سازی بدست می‌آید که در برخی

^۱ Semi Low-rank

^۲ Robust Principal Component Analysis

کاربردها که می‌توان رتبه نهایی ماتریس رتبه پایین را مشخص کرد، عیب و در برخی کاربردها که نمی‌توان مرتبه ماتریس رتبه پایین را حدس زد، مزیت به شمار می‌آید [۹۸]. ژو^۱ و تائو^۲ در سال ۲۰۱۱ [۸۷] رویکردی دیگر برای تجزیه یک ماتریس به شکل رابطه (۴-۹) در نظر گرفتند که در آن دو عیب مطرح شده در روش قبل تا حد بسیار زیادی برطرف شد. آنها برای حل این مسئله الگوریتمی به نام گودک^۳ شبه نرم را معرفی کردند که مسئله بیان شده در رابطه (۴-۱۰) را حل می‌کند.

$$\min_{L,S} \|M - L - S\|_F^2 + \gamma \|S\|_1, \quad s.t. \quad rank(L) \leq r \quad (10-4)$$

این الگوریتم با استفاده از افکنش تصادفی دو طرفه^۴، ماتریس رتبه پایین را تخمین زده و ماتریس تنک را با آستانه‌گذاری نرم استخراج می‌کند. مزیت این روش اینست که رتبه ماتریس رتبه پایین، با مسئله بهینه‌سازی محاسبه نمی‌شود و توسط کاربر وارد می‌شود و دیگر اینکه سرعت اجرای آن در مقایسه با روش‌های موجود مناسب است و برای داده‌های حجیم و کاربردی قابل پیاده‌سازی است. الگوریتم این روش در زیر آورده شده است. برای توضیحات بیشتر به بخش ۳-۶-۴ مراجعه کنید.

الگوریتم: گودک شبه نرم

ورودی‌ها: ماتریس داده‌ها X ، رتبه نهایی ماتریس r ، پارامتر توازن تنکی γ و خطای تقریب ε

خروجی: ماتریس رتبه پایین L و ماتریس تنک S

مقدار دهی اولیه: $L_0 = X$ ، $S_0 = \mathbf{0}$ و $t = 0$

تا زمانیکه: $\frac{\|X - L_t - S_t\|_F^2}{\|X\|_F^2} > \varepsilon$ ، **انجام بده**

$$t = t + 1 \quad (1)$$

$$A_2 = Y_1 \text{ و } Y_1 = XA_1 \quad (2)$$

$$Y_2 = X^T A_2 \quad (3)$$

$$L_t = Y_1 (A_2^T Y_1)^{-1} Y_2^T \quad (4)$$

$$S_t = a_{S,\gamma} (M - L_t) \quad (5)$$

پایان الگوریتم.

در ادامه عملکرد این روش تجزیه ماتریس رتبه پایین و تنک بر روی مثال شکل ۴-۸ بررسی خواهد شد

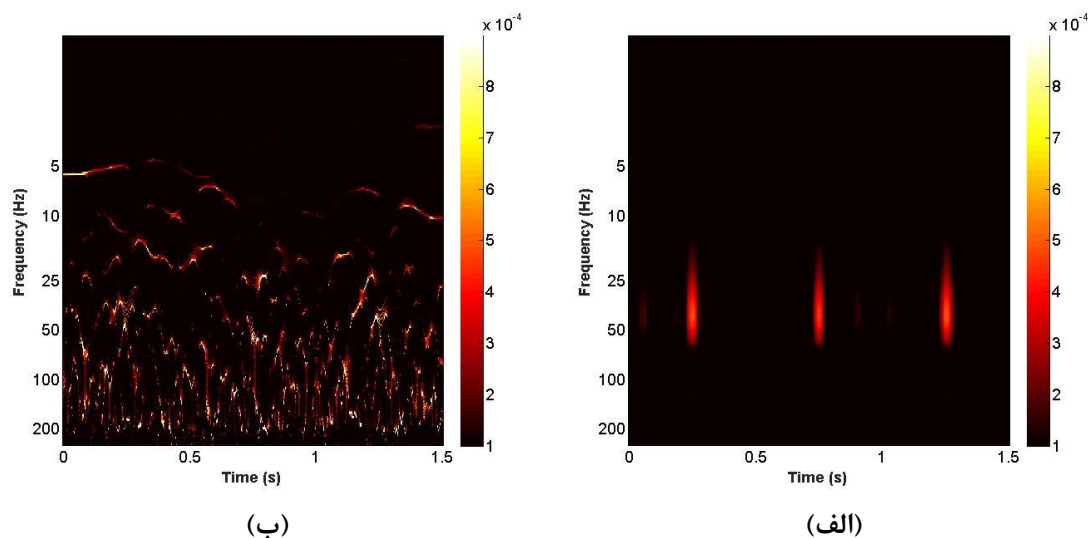
¹ Zhou

² Tao

³ Semi-soft Go Decomposition (GoDec)

⁴ Bilateral Random Projection

(شکل ۹-۴).

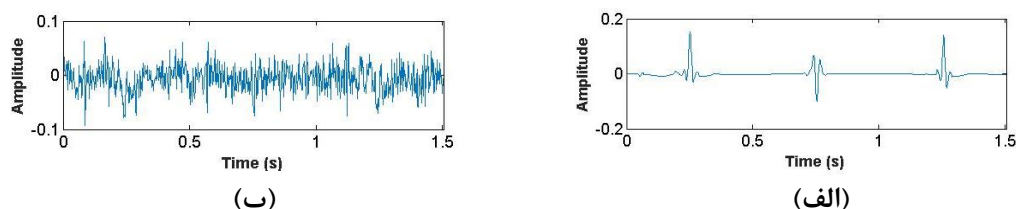


شکل ۹-۴: عملکرد روش تجزیه گودک شبه نرم در مثال شکل ۸-۴. (الف) مؤلفه رتبه پایین و (ب) بخش تنک سیگنال.

در شکل فوق فرایند تجزیه دو ماتریس رتبه پایین و تنک به تصویر کشیده شده است و نشان از عملکرد خوب این روش در جداسازی دارد. در این مثال پارامترهای رتبه ماتریس و توازن تنکی به ترتیب ۵ و ۰/۰۰۰۰۱ در نظر گرفته شده است.

۴-۵-۴ بازسازی سیگنال بدون نوفه

در این مرحله تنها کافیست با استفاده از ویژگی معکوس پذیری تبدیل زمان-فرکانس فشرده-سازی همزمان، سیگنال رتبه پایین به دست آمده در حوزه فرکانس را به حوزه زمان برگرداند.



شکل ۱۰-۴: بازسازی سیگنال نوفه‌ای مثال شکل ۹-۴ با استفاده از تجزیه ماتریس رتبه پایین و تنک. (الف) سیگنال بازسازی شده حاصل از تخمین ماتریس رتبه پایین و (ب) نویز حاصل از تخمین ماتریس تنک. نتایج حاصل از برگرداندن سیگنال مثال شکل ۸-۴ در ادامه خواهد آمد. در شکل ۱۰-۴ هم سیگنال

بدون نوفه و هم نوفه تخمین زده شده از ماتریس‌های رتبه پایین و تنک نشان داده شده است. نتایج بدست آمده حاکی از آن است که سیگنال بدون نوفه دارای نسبت سیگنال به نوفه‌ای برابر ۷ دسیبل است.

۴-۶ الگوریتم روش پیشنهادی برای نوفه‌زدایی

در این بخش ابتدا الگوریتم و سپس روندنمایی جهت روشن شدن فرایند روش پیشنهادی برای نوفه‌زدایی داده‌های لرزه‌ای بر اساس تجزیه ماتریس رتبه پایین و تنک طیف اندازه تبدیل زمان-فرکانس آورده شده است.

الگوریتم پیشنهادی:

(۱) محاسبه تبدیل زمان-فرکانس تنک هر ردلرزه با استفاده از تبدیل فشرده‌سازی همزمان (SST).

(۲) جدا کردن طیف اندازه و فاز هر کدام از تبدیل‌های بدست آمده در بند ۱.

(۳) تجزیه طیف اندازه تبدیل زمان-فرکانس از طریق حل مسئله رابطه ((۴-۱۰) با استفاده از الگوریتم گودک شبه نرم به مؤلفه‌های رتبه پایین و تنک.

(۴) قرار دادن مؤلفه رتبه پایین به عنوان طیف اندازه نوفه‌زدایی شده.

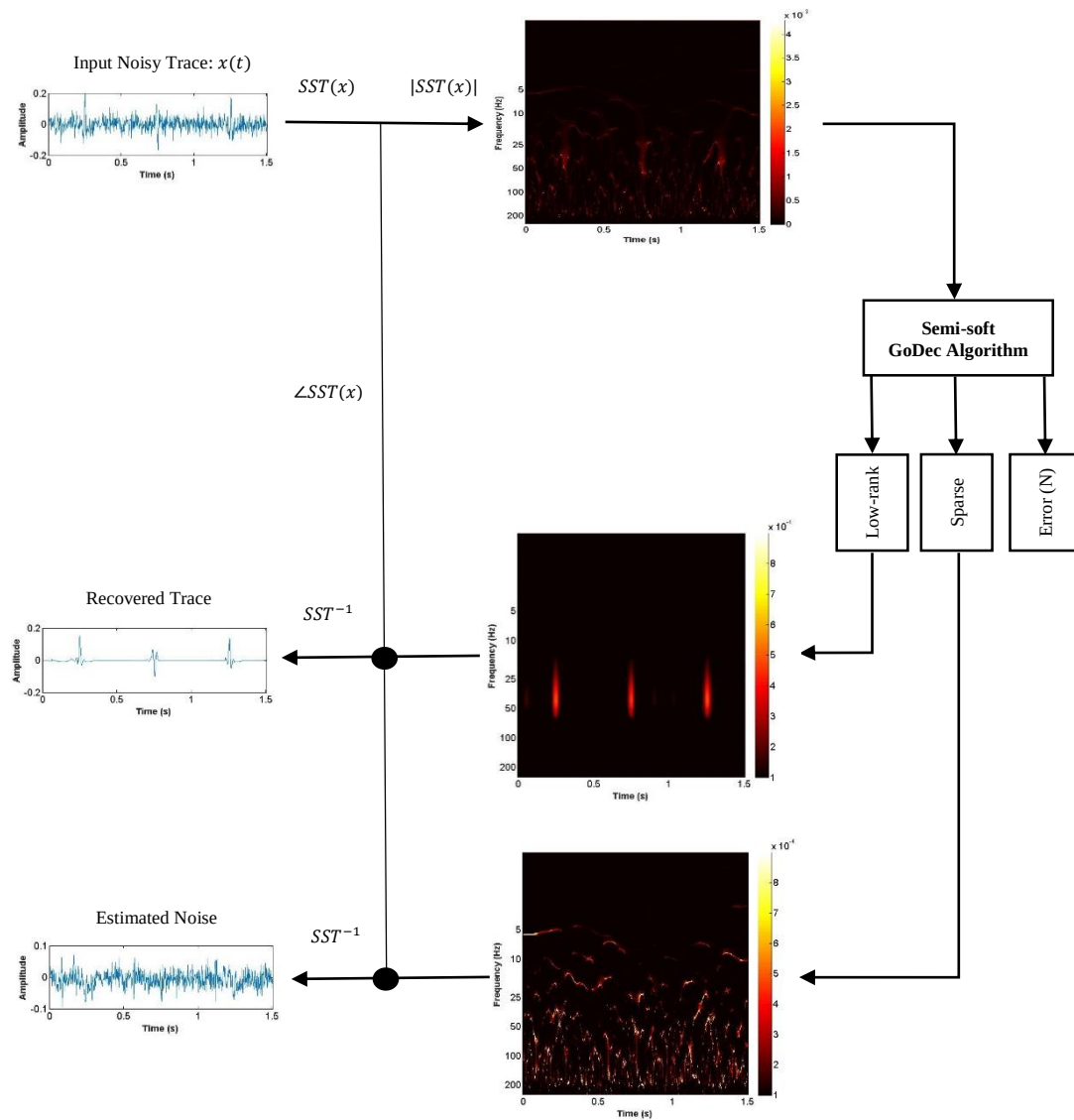
(۵) بازسازی سیگنال تمیز با برگرداندن آن به حوزه زمان با استفاده از عکس تبدیل زمان-فرکانس.

(۶) تکرار مراحل فوق برای همه ردلرزه‌های یک مقطع لرزه‌ای.

روندنمای روش پیشنهادی:

در این بخش روندنمای اعمال روش بر روی یک ردلرزه ترسیم شده است (شکل ۴-۱۱).

در فصل آینده نتایج اعمال این روش بر روی داده‌های لرزه‌ای مصنوعی و واقعی ترسیم خواهد شد و به بحث در رابطه با انتخاب پارامترهای این روش خواهیم پرداخت.



شکل ۴-۱۱: نمایش فرایند نوفه‌زدایی با استفاده از روش پیشنهادی.

فصل پنجم

بررسی و مقایسه روش پیشنهادی

۵-۱ مقدمه

در این فصل به تفسیر و مقایسه روش پیشنهادی با دو روش نوفه‌زدایی دیگر خواهیم پرداخت و پارامترهای ورودی الگوریتم شبه‌گودک را بیشتر بررسی خواهیم کرد.

روش‌هایی که برای مقایسه با روش پیشنهادی انتخاب شده‌اند: (۱) $f - x$ واهمامیخت^۱ و (۲) تحلیل طیف مقادیر تکین^۲ خواهند بود. از روش اول، به عنوان یک روش محبوب در حوزه صنعت به دلیل سادگی، سرعت اجرا و نتایج مناسب بهره گرفته شده است. روش دوم، که در فصل ۴ معرفی شد، به عنوان تکنیکی نوین مطرح خواهد شد که دارای پاسخ بسیار مناسب برای داده‌هایی با رویدادهای خطی است و از ایده رتبه پایین بودن ماتریس‌های معنادار مستخرج از داده استفاده می‌کند.

۵-۲ نحوه مقایسه روش‌ها و معرفی معیارهای کمی و کیفی

نحوه مقایسه روش‌ها و معیارهای کمی و کیفی ارائه شده در این فصل مطابق با استانداردهای مجلات علمی معتبر در این حوزه خواهد بود و هیچگونه دخل و تصرفی در بیان نامناسب روش‌های دیگر صورت نگرفته است.

در این فصل انواع روش‌ها بر روی دو نوع داده اعمال خواهند شد. دسته اول داده‌ها، مقاطع لرزه‌ای مصنوعی هستند که توسط نرم افزار MATLAB تولید شده و در آن اکثر ملاحظات جهت شبیه‌سازی نزدیک به واقعیت این مقاطع، برقرار شده است. دسته دوم داده‌ها، مقاطع لرزه‌ای واقعی هستند که در برداشت‌های لرزه‌ای در داخل کشور حاصل شده است.

معیار کمی برای مقایسه و ارزیابی عملکرد روش‌ها، محاسبه نسبت سیگنال به نوفه^۳ بر حسب دسیبل خواهد بود. این معیار که در رابطه (۵-۱) معرفی شده است، نسبت توان سیگنال را به توان نوفه

^۱ $f-x$ deconvolution

^۲ Singular Spectrum Analysis

^۳ Signal-to-Noise Ratio

اندازه‌گیری می‌کند و افزایش آن حاکی از بهبود کیفیت سیگنال بازیابی شده خواهد بود.

$$SNR = 10 \log \left(\frac{P_{Signal}}{P_{Noise}} \right) = 10 \log \left(\frac{\|D^0\|_F^2}{\|D^0 - \hat{D}\|_F^2} \right) \quad (1-5)$$

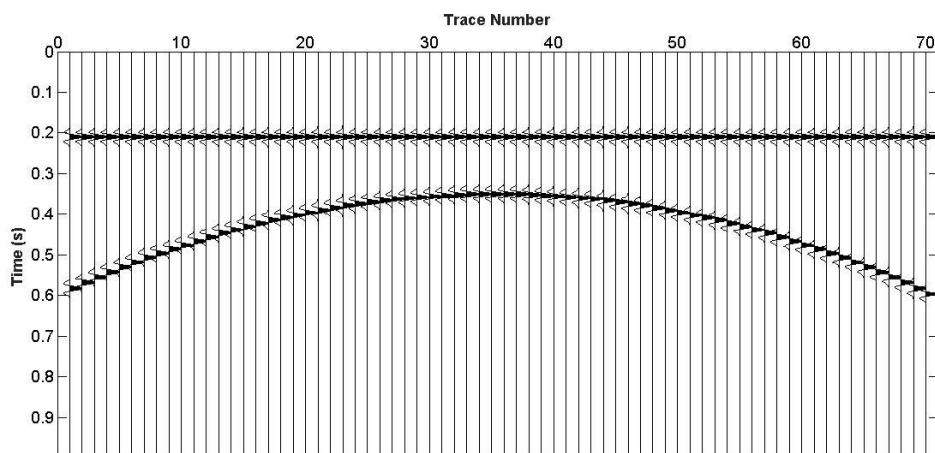
در رابطه فوق، D^0 نشان دهنده سیگنال بدون نوفه خواهد بود و $\hat{D}$ سیگنال بازیابی شده است. هر چه این معیار خروجی بزرگتری داشته باشد، عملکرد روش نوفه‌زدایی بهتر است.

از آنجا که در داده‌های واقعی سیگنال بدون نوفه در اختیار نیست، برای مقایسه از یک معیار کیفی جهت ارزیابی روش‌ها بهره خواهیم گرفت. این معیار کیفی بر اساس تفاضل سیگنال واقعی و سیگنال بازیابی شده خواهد بود. در واقع یک روش نوفه‌زدایی در صورتی عملکرد مناسبی خواهد داشت که در این تفاضل انرژی کوچکی از سیگنال تمیز باقی بماند و بیشتر حاوی نوفه باشد.

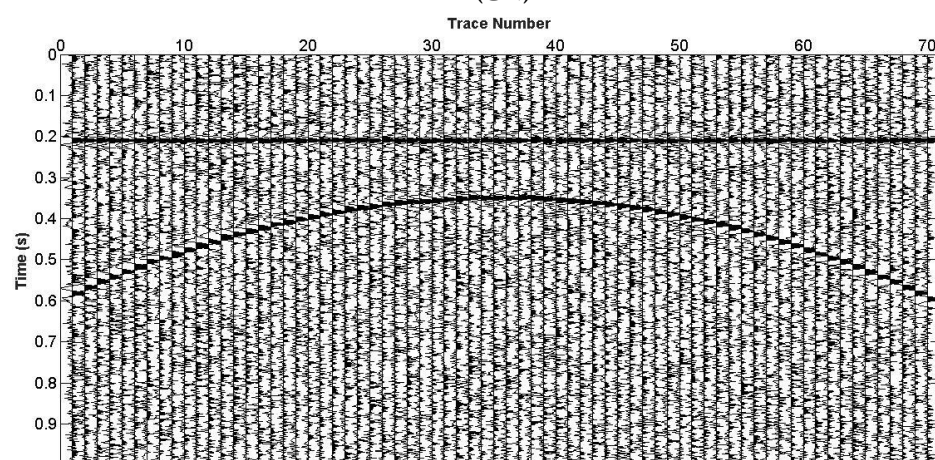
در نتیجه برای داده‌های مصنوعی هر دو معیار کمی و کیفی مورد بررسی قرار خواهند گرفت و در صورتی که عملکرد یک روش در داده مصنوعی مناسب بود، از آن در داده‌های واقعی بهره خواهند برد. باید توجه داشت در داده واقعی تنها معیار کیفی است که می‌تواند عملکرد روش را ارزیابی کند. از آنجا که سرعت عملکرد همه روش‌ها بسیار مناسب است، لذا این معیار جهت مقایسه بررسی نخواهد شد.

۳-۵ مقایسه روش‌ها بر روی داده مصنوعی

در این بخش یک داده مصنوعی دو بعدی دارای ۷۰ ردلرزه در مدت زمان ۱ ثانیه و با نمونه برداری منظم زمانی ۲ میلی ثانیه در نظر گرفته می‌شود. این داده حاوی یک رویداد خطی افقی و یک رویداد منحنی است. این مقطع لرزه‌ای با موجک ریکر با فرکانس ۳۵ هرتز ایجاد شده است. این سیگنال را با یک نوفه تصادفی آلوده می‌کنیم بطوریکه نسبت سیگنال به نوفه برابر ۴- دسیبل شود. این سیگنال و نسخه نوفه‌ای آن در شکل ۱-۵ نشان داده شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۵-۱: داده لرزه‌ای مصنوعی دو بعدی. (الف) داده بدون نوفه. (ب) داده نوفه‌ای با نسبت سیگنال به نوفه ۴-دسیبل.

در این آزمایش، برای نوفه‌زدایی داده مصنوعی فوق، سه روش اعمال خواهد شد. در روش اول، واهمامیخت در حوزه $f - x$ بکار گرفته می‌شود. در این روش طول فیلتر پیشگو و پارامتر سبک-سنگین به ترتیب برابر ۳۵ و ۰/۰۱ است و محدوده فرکانسی بین ۱ تا ۱۲۰ هرتز خواهد داشت (شکل ۵-۲ الف). در روش دوم، از تحلیل طیف مقادیر تکین بهره گرفته شده است. پارامتر رتبه در این روش برابر ۵ انتخاب شده است. البته باید توجه داشت، در این روش پارامتر رتبه برابر با رویدادهای خطی خواهد بود، ولی از آنجا که رویداد منحنی وجود دارد رتبه بالاتر انتخاب می‌شود تا این رویداد بازیابی شود. در نتیجه لزوماً کارکرد روش پایین خواهد آمد اما رویداد منحنی بهتر بازیابی می‌شود (شکل ۵-۲ ب). در روش سوم، پیشنهاد این پایان نامه بر روی این داده مصنوعی اعمال خواهد شد. در این روش پارامتر رتبه و

توازن تنکی سیگنال برابر با ۵ و ۰/۰۰۰۰۱ در نظر گرفته شده است (شکل ۲-۵ ج). در جدول ۱-۵ مقادیر نسبت سیگنال به نوفه برای هر سه روش آورده شده است.

جدول ۱-۵: مقایسه نسبت سیگنال به نوفه سه روش در مثال شکل ۱-۵
(نسبت سیگنال به نوفه اعمال شده برابر ۴- دسیبل می باشد).

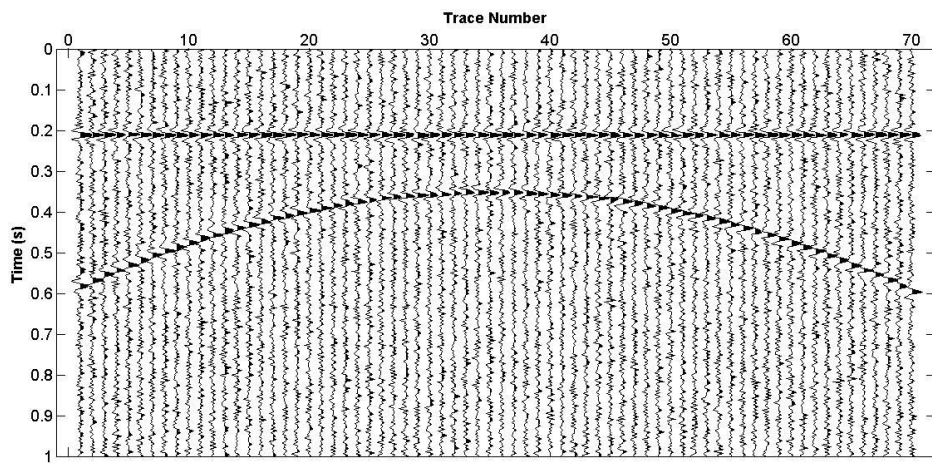
روش	واهمامیخت	تحلیل طیف تکین	روش پیشنهادی
نسبت سیگنال به نوفه (دسیبل)	-۰/۷۵	-۰/۸	۷

در شکل ۳-۵ تفاضل سیگنال نوفه‌ای و بازیابی شده به عنوان یک معیار کیفی برای هر ۳ روش رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، روش واهمامیخت به دلیل اینکه نسبت سیگنال به نوفه پایین است، به خوبی نتوانسته نوفه را حذف کند (شکل ۲-۵ الف و جدول ۱-۵) و دامنه سیگنال نیز حفظ نشده است (شکل ۳-۵ الف). نتایج روش دوم، بر خلاف قدرت بالا در بازیابی رویداد خطی، متأسفانه به خوبی رویداد منحنی را بازیابی نکرده است (شکل ۲-۵ ب و شکل ۳-۵ ب). پس برای بازیابی رویداد منحنی بهتر است که رتبه را افزایش داد. از طرفی از آنجا که نوفه‌زدایی در این روش به صورت معکوس با پارامتر رتبه در ارتباط است، در نتیجه هر چه رتبه بالاتر انتخاب شود، عملکرد روش نا مناسب‌تر نیز خواهد شد.

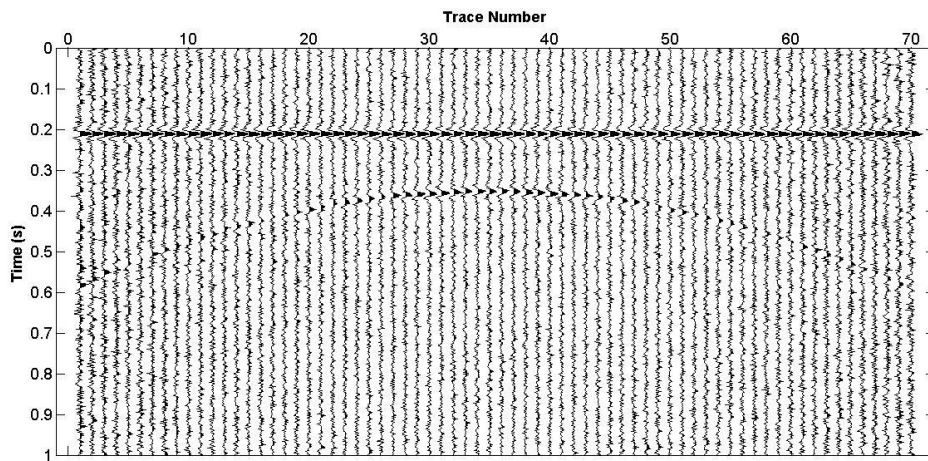
نتایج روش پیشنهادی عملکرد مناسب آن را برای نوفه‌زدایی در داده مصنوعی نشان می‌دهد. در این روش علاوه بر اینکه معیار کمی نسبت سیگنال به نوفه بسیار مناسب دارد (جدول ۱-۵)، رویدادها را هم به خوبی بازیابی کرده و دامنه سیگنال را نیز حفظ کرده است. (شکل ۲-۵ ج و شکل ۳-۵ ج).

برای شفاف تر شدن روند نتیجه‌گیری این روش، اندازه طیف فرکانسی میانگین را در این مقطع لرزه‌ای مصنوعی، قبل و بعد از اعمال روش‌ها در شکل ۴-۵ به نمایش گذاشته شده است. در این نوع از نمایش به خوبی عملکرد مناسب روش پیشنهادی در حذف نوفه تصادفی در حوزه فرکانس و در مقایسه

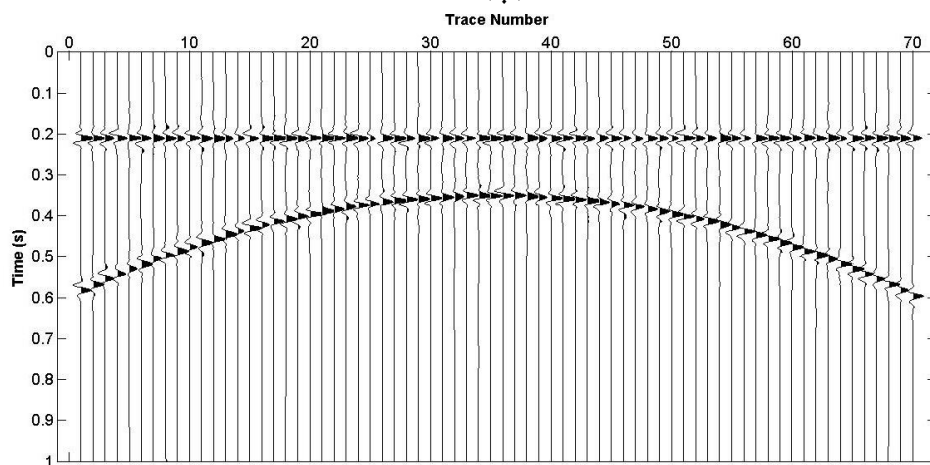
با دیگر روش‌ها قابل مشاهده است.



(الف)

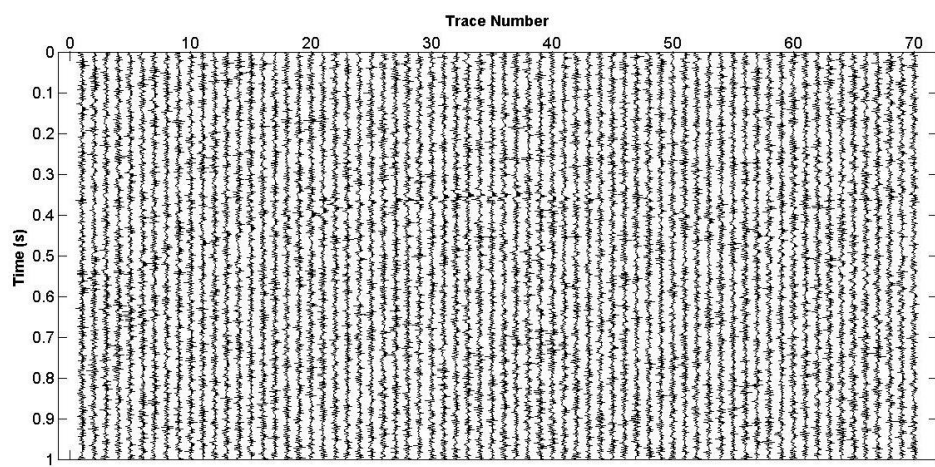


(ب)

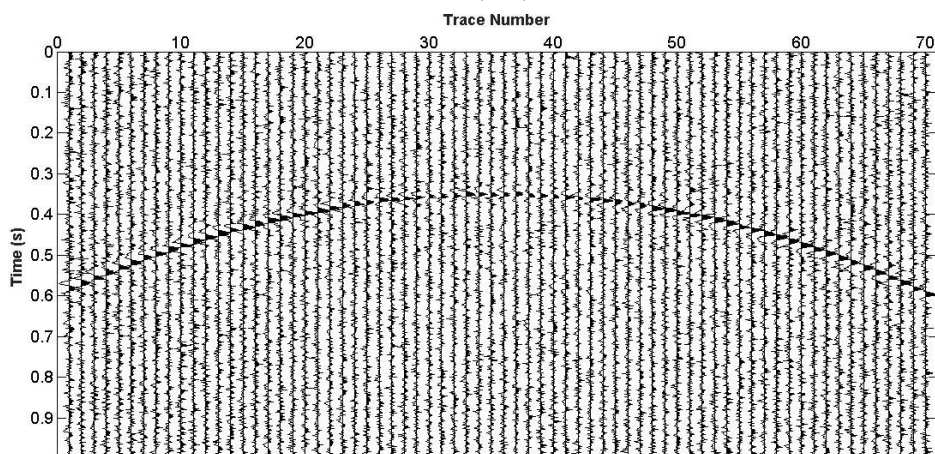


(ج)

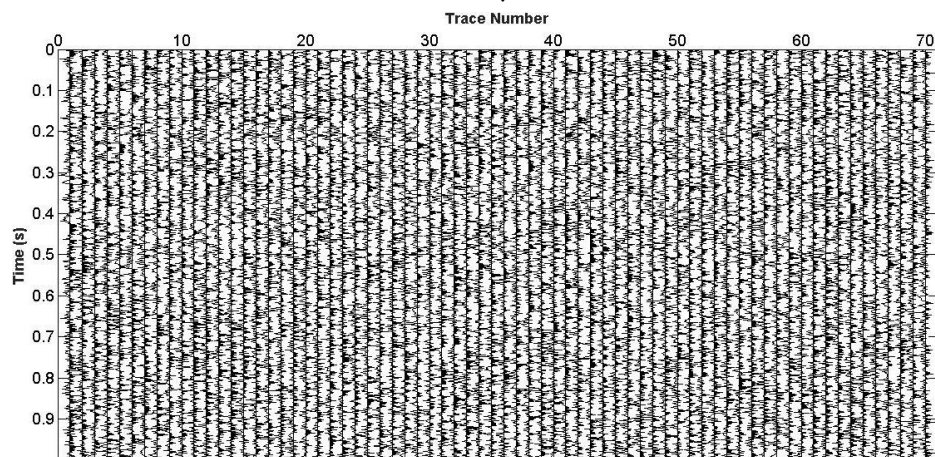
شکل ۵-۲: نتایج اعمال سه روش نوفه‌زدایی بر روی داده مصنوعی شکل ۵-۱. (الف) روش واهمامیخت. (ب) روش تحلیل مقادیر تکین. (ج) روش پیشنهادی.



(الف)

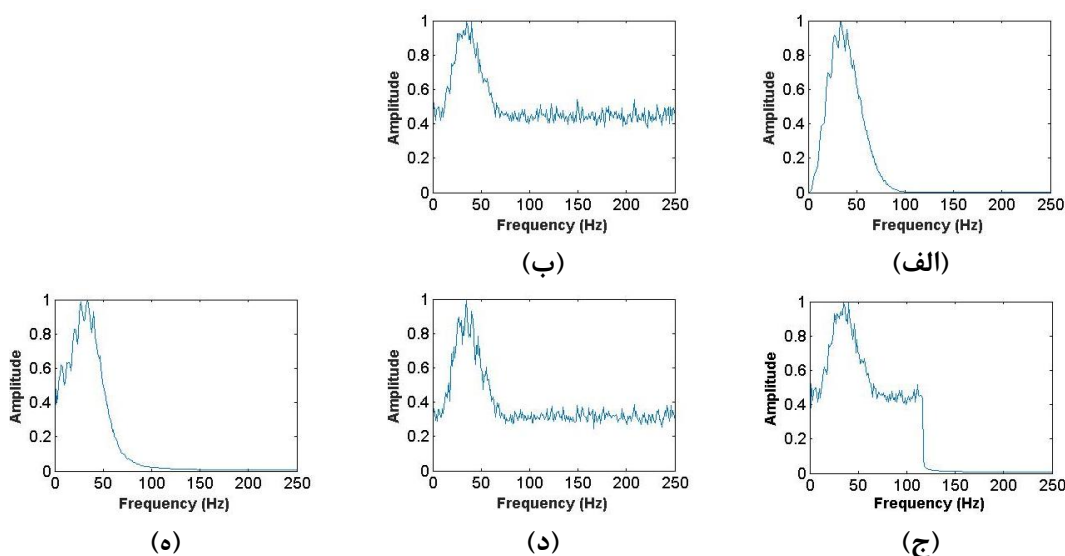


(ب)



(ج)

شکل ۵-۳: تفاضل بین سیگنال نوفه‌ای و سیگنال بازبازی شده (نوفه تخمین زده شده) در (الف) روش واهمامیخت، (ب) روش تحلیل طیف مقادیر تکین و (ج) روش پیشنهادی.

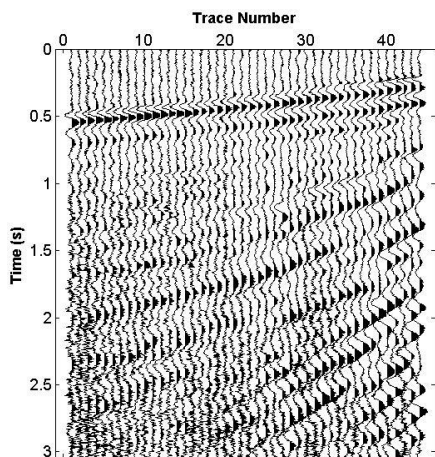


شکل ۴-۵: اندازه طیف فرکانسی میانگین. (الف) سیگنال بدون نوفه. (ب) سیگنال نوفه‌ای. (ج) روش واهمامیخت. (د) روش تحلیل طیف مقادیر تکین. (ه) روش پیشنهادی.

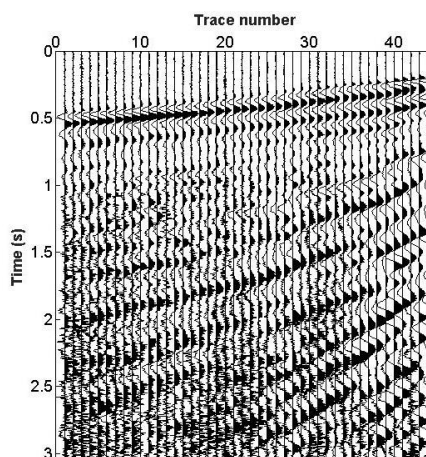
۴-۵ مقایسه روش‌ها بر روی داده واقعی

در این بخش روش پیشنهادی در این پایان نامه را بر روی یک داده واقعی که از جنوب غرب ایران برداشت شده است، اعمال می‌شود و نتیجه آن با عملکرد دیگر روش‌ها مقایسه خواهد شد. این داده دارای ۴۴ ردلرزه می‌باشد، هر ردلرزه دارای ۱۰۱۵ نمونه با بازه نمونه‌برداری زمانی ۳ میلی ثانیه خواهد بود.

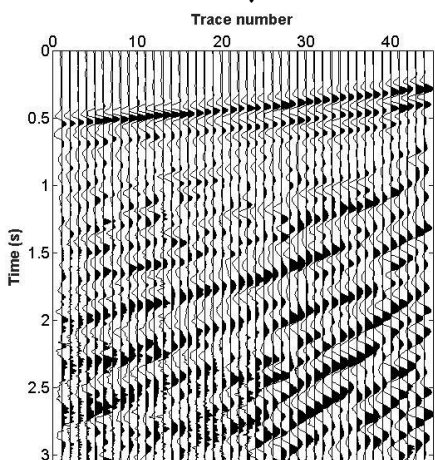
در شکل ۵-۵ این مقطع لرزه‌ای به همراه نسخه‌های نوفه‌زدایی شده آن با استفاده از سه روش نشان داده شده است. در روش اول، واهمامیخت در حوزه $f - x$ بکار گرفته می‌شود. در این روش طول فیلتر پیشگو و پارامتر سبک-سنگین به ترتیب برابر ۲۰ و ۰/۰۱ است و محدوده فرکانسی بین ۱ تا ۱۲۰ هرتز خواهد داشت (شکل ۵-۵ ب). در روش دوم، از تحلیل طیف مقادیر تکین بهره گرفته شده است. پارامتر رتبه در این روش برابر ۱۵ انتخاب شده است (شکل ۵-۵ ج). در روش سوم، پیشنهاد این پایان نامه بر روی این داده واقعی اعمال خواهد شد. در این روش پارامتر رتبه و توازن تنکی سیگنال برابر با ۱۵ و ۰/۰۳ در نظر گرفته شده است (شکل ۵-۵ د).



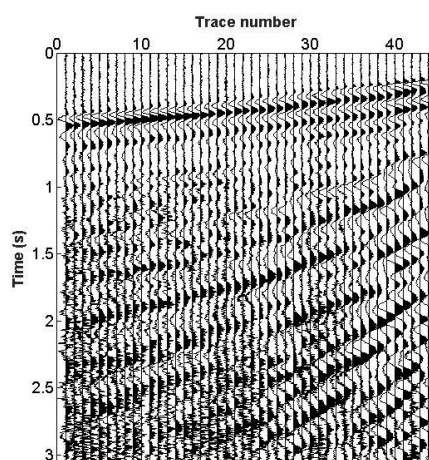
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

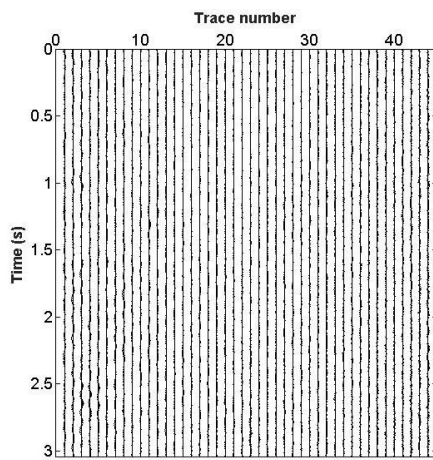
شکل ۵-۵: داده لرزه‌ای واقعی و نسخه‌های نوفه‌زدایی شده آن. (الف) داده لرزه‌ای. نسخه‌های نوفه‌زدایی شده با استفاده از روش (ب) واهمامیخت، (ج) تحلیل طیف مقادیر تکین و (د) روش پیشنهادی.

نتایج حاصل از تفاضل سیگنال نوفه‌ای و سیگنال بازیابی شده نیز در شکل ۵-۶ به عنوان یک معیار کیفی آورده شده است. این نتایج که در واقع نوفه تخمین زده شده در هر روش می‌باشد هم به خوبی نمایانگر عملکرد مناسب روش پیشنهادی در این پایان نامه می‌باشد.

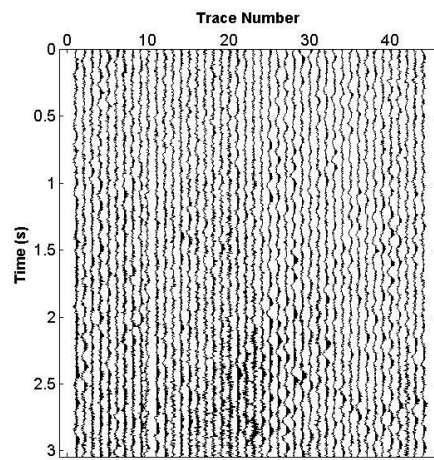
۵-۵ انتخاب و بررسی تغییرات پارامترهای روش پیشنهادی

در این بخش در رابطه با انتخاب دو پارامتر ورودی روش و نحوه انتخاب آنها صحبت خواهد شد. برای محاسبه پارامتر توازن γ و رتبه بهتر است به صورت تجربی و با سعی و خطا به نتیجه مناسب رسید، اما این پایان نامه روش‌هایی را که می‌تواند مقادیری نزدیک به مقادیر ورودی مناسب را ارائه کند

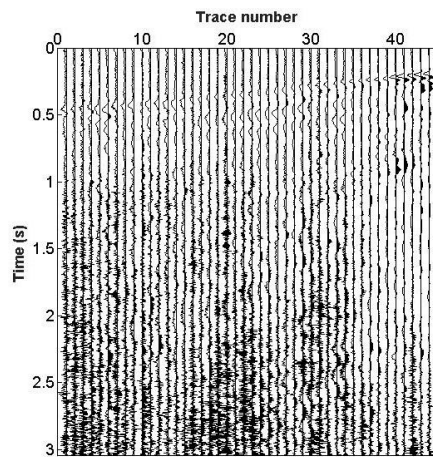
به صورت پیشنهاد معرفی می‌کند.



(ب)



(الف)



(ج)

شکل ۵-۶: نمایش تفاضل سیگنال واقعی و سیگنال بازبازی شده. (الف) روش واهمامیخت. (ب) روش تحلیل طیف مقادیر تکین. (ج) روش پیشنهادی.

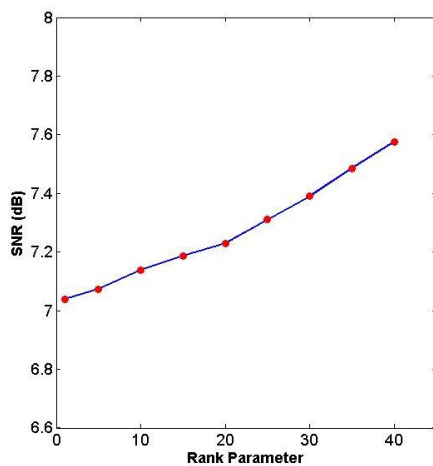
برای محاسبه پارامتر توازن γ ، از آنجا که این پارامتر اساساً برای آستانه‌گذاری استفاده می‌شود، در نتیجه در این بخش پیشنهاد می‌شود از روش تخمین انحراف معیار که در بخش ۳-۵-۲ معرفی شد، بهره بگیرید. در نتیجه به عنوان یک پیشنهاد کاربردی، استفاده از روش تخمین توان نوفه برای یک مدل گوسی از روی انحراف مطلق میانه توسط رابطه $\hat{\sigma} = MAD(Y)/0.6745$ توصیه می‌شود. در این رابطه $MAD(.)$ عملگر انحراف مطلق میانه است. در ادامه نمودار حساسیت روش به تغییرات پارامتر توازن برای داده مصنوعی بخش ۳-۵ نشان داده شده است (شکل ۵-۷ الف). در این شکل رتبه ماتریس نهایی برای همه آزمایش‌ها برابر ۵ انتخاب شده است.

اما جهت انتخاب پارامتر رتبه برای ماتریس رتبه پایین، از آنجا که رتبه ماتریس نهایی در این روش مشخص نیست، محاسبه بهترین مقدار رتبه بر اساس طیف مقادیر تکین قابل محاسبه است. نکته مهم اینجاست که تغییرات این پارامتر خیلی نتایج را تحت تأثیر قرار نمی‌دهد و در بازه بزرگی از تغییرات نتایج خیلی تفاوت نخواهد کرد. این اتفاق به این دلیل رخ می‌دهد که روش تخمین ماتریس رتبه پایین یعنی استفاده از رابطه $L_t = Y_1(A_2^T Y_1)^{-1} Y_2^T$ بهترین تقریب رتبه پایین را به ما خواهد داد حتی اگر داده رتبه پایین نباشد. در نتیجه می‌توان به راحتی با تغییرات مناسب رتبه به عملکرد مناسب در این روش دست یافت. در شکل ۷-۵ ب نیز نمودار حساسیت روش به تغییرات رتبه در داده مصنوعی بخش ۳-۵ را مشاهده می‌کنید. در این روش پارامتر توازن برای همه آزمایش‌ها برابر 0.00005 در نظر گرفته شده است.

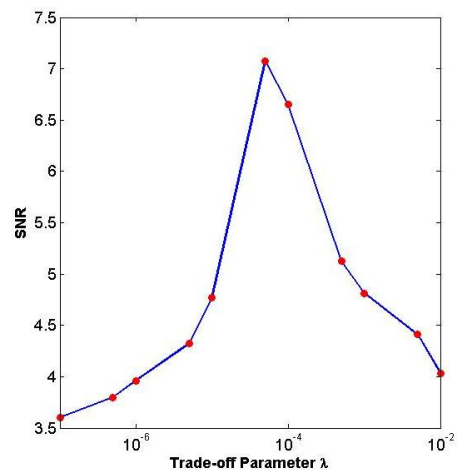
در شکل ۷-۵ ج نموداری رسم شده است تا نحوه تغییرات و حساسیت هر روش را نسبت به تغییرات توان نوفه ورودی نشان دهد. در این شکل پارامترهای ورودی متناسب با داده مصنوعی بخش ۳-۵ انتخاب شده‌اند.

در روش واهمامیخت طول فیلتر پیشگو و پارامتر سبک-سنگین به ترتیب برابر 35 و 0.1 است و محدوده فرکانسی بین 1 تا 120 هرتز خواهد داشت (خط قرمز). در روش تحلیل طیف مقادیر تکین، پارامتر رتبه برابر 5 انتخاب شده است (خط مشکی).

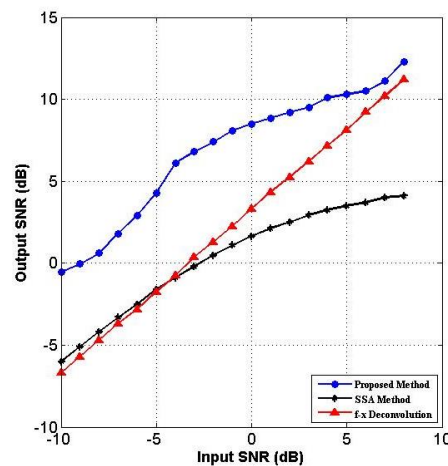
در روش پیشنهادی نیز پارامتر رتبه برابر با 5 خواهد بود و پارامتر توازن تنکی با استفاده از تخمین انحراف مطلق میانه بدست آمده است (خط آبی).



(ب)



(الف)



(ج)

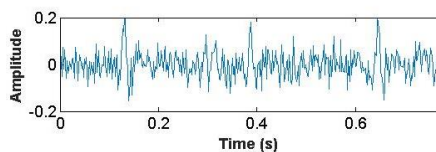
شکل ۵-۷: نمودارهای نمایش دهنده حساسیت روش پیشنهادی به تغییرات پارامترهای الگوریتم گودک و توان نوفه ورودی. (الف) نمایش تغییرات پارامتر توازن تنکی. (ب) نمایش تغییرات پارامتر رتبه. (ج) نمایش حساسیت روش‌ها به توان نوفه در داده مصنوعی. روش واهمامیخت (خط قرمز)، تحلیل طیف تکین (خط مشکی) و روش پیشنهادی (خط آبی).

۵-۶ تأثیر تبدیل زمان-فرکانس جهت بازیابی سیگنال در روش

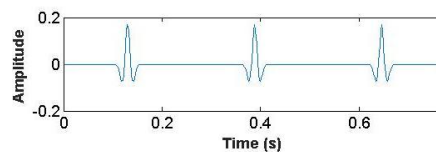
پیشنهادی

همانطور که بیان شد، مطلوب است که در روش پیشنهادی از نمایش زمان-فرکانس تنک استفاده شود. دلیل این امر بهره‌گیری از خاصیت تنک بودن نوفه در زیر فضای مناسب است. لذا هرچه این نمایش تنک‌تر باشد، می‌توان نتیجه بهتری برای نوفه‌زدایی متصور شد. برای روشن شدن مطلب ردلرزه

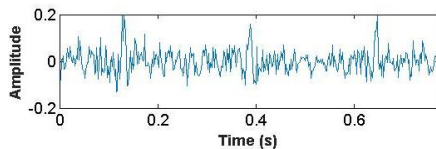
بخش الف شکل ۸-۵ را در نظر بگیرید. اگر روند مشابه برای نوفه‌زدایی که در این پایان نامه معرفی شده است را با استفاده از تبدیل فوریه زمان کوتاه و تبدیل موجک پیوسته انجام شود، به هیچ عنوان الگوریتم گودک نمی‌تواند به خوبی بخش رتبه پایین و تنک را از هم جدا کند. در شکل ۸-۵ نتایج جهت مقایسه آورده شده است.



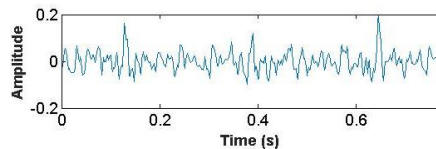
(ب)



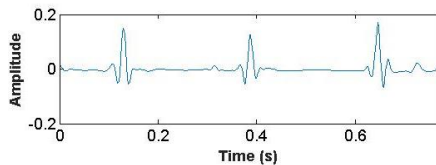
(الف)



(د)



(ج)



(ه)

شکل ۸-۵: نمایش (الف) ردلرزه تمیز و (ب) نوفه‌ای (نسبت سیگنال به نوفه ۴-دسیبل). ردلرزه بازیابی شده با استفاده از روش پیشنهادی ولی با تبدیل‌های زمان-فرکانس متفاوت. (ج) تبدیل فوریه زمان کوتاه (نسبت سیگنال به نوفه ۰,۶-دسیبل)، (د) تبدیل موجک پیوسته (نسبت سیگنال به نوفه ۲,۵-دسیبل) و (ه) تبدیل فشرده‌سازی همزمان (نسبت سیگنال به نوفه ۷ دسیبل).

فصل ششم

نتیجہ گیری و پیشہادات

۶-۱ نتیجه‌گیری

در این پایان نامه هدف نوفه‌زدایی از داده‌های لرزه‌ای بود. برای تحقق این موضوع با بررسی در روش‌های نوین در این حوزه استفاده از دو ویژگی شبه رتبه پایین بودن سیگنال و تنک بودن نوفه تصادفی در برخی زیر فضاها، مانند نمایش تنک زمان-فرکانس، به عنوان یک راهکار مناسب معرفی شد. در این پایان نامه مفهوم شبه رتبه پایین به این داده‌ها اختصاص داده شد.

جهت پیاده‌سازی این ایده، یافتن یک زیر فضای مناسب یک مسئله ضروری به نظر می‌رسید، در نتیجه تبدیل زمان-فرکانس فشرده‌سازی همزمان با نمایشی بسیار تنک مطرح شد.

از طرف دیگر روش‌های متعددی برای تجزیه یک ماتریس به دو مؤلفه رتبه پایین و تنک در سال‌های اخیر معرفی شده‌اند، با توجه به اینکه در این پایان نامه با داده‌های واقعی با حجم بالایی سر و کار داشتیم در نتیجه سعی شد از روشی با سرعت مناسب استفاده شود، در نتیجه روش گودک شبه نرم جهت تجزیه ماتریسی معرفی گردید.

نتایج حاصل از اعمال این روش در مقایسه با دو روش کاربردی و مشابه بررسی شد و عملکرد مناسب آن در نوفه‌زدایی نشان داده شد. در این مقایسه نشان داده شد که روش در بازیابی انواع رویدادها دچار محدودیت نیست و البته با انتخاب مناسب پارامترها دامنه سیگنال هم در طول فرایند به خوبی حفظ می‌شود.

همچنین بازیابی سیگنال در شرایطی که توان نوفه بالاست یکی از مزیت‌های این روش می‌باشد. از آنجا که روش بر روی هر ردلرزه اعمال می‌شود بنابراین نوع داده می‌تواند پیش برانبارش و پس برانبارش باشد.

چالش مهم در این روش انتخاب و یا تخمین پارامترها می‌باشد که پیشنهاداتی در این پایان‌نامه برای این منظور ارائه شد. همچنین سرعت عملکرد روش نیز در مقایسه با روش‌های فرکانس-فضا

بالاست و باید با الگوریتم‌های جدید کاهش پیدا کند.

۲-۶ پیشنهادات و کارهای آینده

جهت انجام کارهای آینده، پیشنهادات زیر ارائه می‌گردد:

- (۱) از آنجا که تجزیه ماتریس به دو مؤلفه رتبه پایین و تنک در سالهای اخیر به سرعت بروز رسانی می‌شود، استفاده از روش‌های جدید در این حوزه مانند انقباض بهینه^۱ [۹۶] می‌تواند در بهبود روند نوفه‌زدایی کمک کند. یکی از کارهای آینده نیز بهره‌گیری از همین روش‌ها و الگوریتم‌ها برای بهبود نوفه‌زدایی خواهد بود.
- (۲) از طرفی دیگر بهره‌گیری از زیر فضاهای مناسب برای نمایش سیگنال و یا استخراج ماتریس-های معنادار از داده می‌تواند ایده‌های جدیدی را به دنبال داشته باشد. استفاده از تبدیل‌های دو بعدی مانند کرولت هم حوزه‌ای مناسب برای نوفه‌زدایی می‌تواند باشد.
- (۳) روش‌های نوفه‌زدایی با استفاده از آموزش لغت نامه اما در زیر فضاهای مناسب نیز می‌تواند بسیار کارآمد باشد، بنابراین بهره‌گیری از این روش‌ها یکی از کارهای آینده خواهد بود.
- (۴) معرفی روش‌هایی برای جهت تخمین مناسب پارامترها می‌تواند در آینده انجام شود.
- (۵) استفاده از روش‌های بازیابی سیگنال در حوزه دریافت فشرده هم موضوعی است که می‌تواند به کارایی عملکرد کمک کند.

^۱ Optimum Shrinkage

فہرست مراجع

- [1] W. A. Mousa and A. A. Al-Shuhail, *Processing of Seismic Reflection Data Using MATLAB* vol. 10: Morgan & Claypool Publishers, 2011.
- [2] Ö. Yilmaz, *Seismic data analysis* vol. 1: Society of exploration geophysicists Tulsa, 2001.
- [3] T. J. Ulrych, M. D. Sacchi, and J. M. Graul, "Signal and noise separation: Art and science," *GEOPHYSICS*, vol. 64, pp. 1648-1656, 1999.
- [4] J. Ma, "Three-dimensional irregular seismic data reconstruction via low-rank matrix completion," *Geophysics*, vol. 78, pp. V181-V192, 2013.
- [5] E. J. Cand, #232, X. Li, Y. Ma, and J. Wright, "Robust principal component analysis?," *J. ACM*, vol. 58, pp. 1-37, 2011.
- [6] E. J. Candes and Y. Plan, "Matrix Completion With Noise," *Proceedings of the IEEE*, vol. 98, pp. 925-936, 2010.
- [7] R. G. Anderson and G. A. McMECHAN, "Automatic editing of noisy seismic data," *Geophysical prospecting*, vol. 37, pp. 875-892, 1989.
- [8] S. Trickett, L. Burroughs, and A. Milton, "Robust rank-reduction filtering for erratic noise," in *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012*, ed, pp. 1-5.
- [9] J. F. Claerbout and F. Muir, "Robust modeling with erratic data," *Geophysics*, vol. 38, pp. 826-844, 1973.
- [10] W. H. Mayne, "Common reflection point horizontal data stacking techniques," *Geophysics*, vol. 27, pp. 927-938, 1962.
- [11] L. L. Canales, "Random noise reduction," *SEG Technical Program Expanded Abstracts* pp. 525-527, 1984.
- [12] R. Abma and J. Claerbout, "Lateral prediction for noise attenuation by t-x and f-x techniques," *GEOPHYSICS*, vol. 60, pp. 1887-1896, 1995.
- [13] P. Harris and R. White, "Improving the performance of f-x prediction filtering at low signal-to-noise ratios," *Geophysical Prospecting*, vol. 45, pp. 269-302, 1997.
- [14] N. Gülünay, "Noncausal spatial prediction filtering for random noise reduction on 3-D poststack data," *Geophysics*, vol. 65, pp. 1641-1653, 2000.
- [15] T. Elboth, I. Vik Presterud, and D. Hermansen, "Time-frequency seismic data denoising," *Geophysical Prospecting*, vol. 58, pp. 441-453, 2010.
- [16] T. J. Ulrych, S. Freire, and P. Siston, "Eigenimage processing of seismic sections," *SEG Technical Program Expanded Abstracts* pp. 1261-1265, 1988.
- [17] E. Gómez Londoño, L. Castillo López, and K. Thaís de Souza, "Using the Karhunen-Loève transform to suppress ground roll in seismic data," *Earth Sciences Research Journal*, vol. 9, pp. 139-147, 2005.
- [18] S. R. Trickett, "F-xy eigenimage noise suppression," *GEOPHYSICS*, vol. 68, pp. 751-759, 2003.
- [19] S. Trickett, "F-xy Cadzow noise suppression," *SEG Technical Program Expanded Abstracts* pp. 2586-2590, 2008.

- [20] S. Trickett and L. Burroughs, "Prestack rank-reducing noise suppression: Theory," in *SEG Annual Meeting*, 2009.
- [21] M. S. Al-Bannagi, K. Fang, P. G. Kelamis, and G. S. Douglass, "Acquisition footprint suppression via the truncated SVD technique: Case studies from Saudi Arabia," *The Leading Edge*, vol. 24, pp. 832-834, 2005.
- [22] M. Sacchi, "FX Singular Spectrum Analysis," *CSPG CSEG CWLS Convention*, pp. 392-395, 2009.
- [23] D. S. Broomhead and G. P. King, "Extracting qualitative dynamics from experimental data," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 20, pp. 217-236, 1986.
- [24] D. L. Donoho, "De-noising by soft-thresholding," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 41, pp. 613-627, 1995.
- [25] B. Boashash and M. Mesbah, "Signal enhancement by time-frequency peak filtering," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 52, pp. 929-937, 2004.
- [26] H. Lin, Y. Li, B. Yang, and H. Ma, "Random denoising and signal nonlinearity approach by time-frequency peak filtering using weighted frequency reassignment," *GEOPHYSICS*, vol. 78, pp. 229-237, 2013.
- [27] M. Xiong, Y. Li, and N. Wu, "Random-noise attenuation for seismic data by local parallel radial-trace TFPF," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 52, pp. 4025-4031, 2014.
- [28] P. J. Gendron, "Scale adaptive filtering," ed: Google Patents, 2007.
- [29] C.-F. Li and C. Liner, "Wavelet-based detection of singularities in acoustic impedances from surface seismic reflection data," *Geophysics*, vol. 73, pp. V1-V9, 2007.
- [30] R. Neelamani, A. I. Baumstein, D. G. Gillard, M. T. Hadidi, and W. L. Soroka, "Coherent and random noise attenuation using the curvelet transform," *The Leading Edge*, vol. 27, pp. 240-248, February 1, 2008.
- [31] G. Hennenfent and F. J. Herrmann, "Seismic denoising with nonuniformly sampled curvelets," *Computing in Science & Engineering*, vol. 8, pp. 16-25, 2006.
- [32] G. Tang and J. Ma, "Application of total-variation-based curvelet shrinkage for three-dimensional seismic data denoising," *Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE*, vol. 8, pp. 103-107, 2011.
- [33] A. Gholami, "Sparse time-frequency decomposition and some applications," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 51, pp. 3598-3604, 2013.
- [34] S. Beckouche and J. Ma, "Simultaneous dictionary learning and denoising for seismic data," *GEOPHYSICS*, vol. 79, pp. A27-A31, 2014.
- [35] H.-G. Stark, "Introduction," *Wavelets and Signal Processing: An Application-Based Introduction*, pp. 1-12, 2005.
- [36] E. Kreyszig, "Advanced engineering mathematics," *John Wiley & Sons*, 2002.
- [37] D. Gabor, "Theory of communication. Part 1: The analysis of information," *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part III: Radio and Communication Engineering*, vol. 93, pp. 429-441, 1946.
- [38] L. Stanković, "A method for time-frequency analysis," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 42, pp. 225-229, 1994.
- [39] K. Gröchenig, "Localized frames are finite unions of Riesz sequences," *Advances in computational mathematics*, vol. 18, pp. 149-157, 2003.
- [40] F. Hlawatsch and G. F. Boudreaux-Bartels, "Linear and quadratic time-frequency signal representations," *IEEE signal processing magazine*, vol. 9, pp. 21-67, 1992.

- [41] S. Mallat, *A wavelet tour of signal processing: the sparse way*: Academic press, 2008.
- [42] R. G. Stockwell, L. Mansinha, and R. Lowe, "Localization of the complex spectrum: the S transform," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 44, pp. 998-1001, 1996.
- [43] C. R. Pinnegar and L. Mansinha, "The S-transform with windows of arbitrary and varying shape," *Geophysics*, vol. 68, pp. 381-385, 2003.
- [44] W. Martin and P. Flandrin, "Wigner-Ville spectral analysis of nonstationary processes," *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 33, pp. 1461-1470, 1985.
- [45] A. E. Barnes, "Instantaneous spectral bandwidth and dominant frequency with applications to seismic reflection data," *Geophysics*, vol. 58, pp. 419-428, 1993.
- [46] P. Flandrin, F. Auger, and E. Chassande-Mottin, "Time-Frequency reassignment from principles to algorithms," *Applications in time-frequency signal processing*, vol. 5, pp. 179-203, 2002.
- [47] S. A. Fulop and K. Fitz, "Algorithms for computing the time-corrected instantaneous frequency (reassigned) spectrogram, with applications," *J. Acoust. Soc. Am*, vol. 119, pp. 360-371, 2006.
- [48] I. Daubechies and S. Maes, "A nonlinear squeezing of the continuous wavelet transform based on auditory nerve models," *Wavelets in medicine and biology*, pp. 527-546, 1996.
- [49] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, *et al.*, "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis," in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, pp. 903-995.
- [50] I. Daubechies, J. Lu, and H.-T. Wu, "Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 30, pp. 243-261, 3// 2011.
- [51] G. Thakur and H.-T. Wu, "Synchrosqueezing-based recovery of instantaneous frequency from nonuniform samples," *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, vol. 43, pp. 2078-2095, 2011.
- [52] C. Li and M. Liang, "A generalized synchrosqueezing transform for enhancing signal time-frequency representation," *Signal Processing*, vol. 92, pp. 2264-2274, 9// 2012.
- [53] I. Daubechies and S. Maes, "A Nonlinear Squeezing of the Continuous Wavelet Transform Based on Auditory Nerve Models," in *Wavelets in Medicine and Biology*, pp. 527-546, 1996.
- [54] R. H. Herrera, J. Han, and M. v. d. Baan, "Applications of the synchrosqueezing transform in seismic time-frequency analysis," *GEOPHYSICS*, vol. 79, pp. V55-V64, 2014.
- [55] H.-T. WU, P. FLANDRIN, and I. DAUBECHIES, "ONE OR TWO FREQUENCIES? THE SYNCHROSQUEEZING ANSWERS," *Advances in Adaptive Data Analysis*, vol. 03, pp. 29-39, 2011.
- [56] D. L. Donoho and J. M. Johnstone, "Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage," *Biometrika*, vol. 81, pp. 425-455, 1994.
- [57] A. Azzalini, M. Farge, and K. Schneider, "Nonlinear wavelet thresholding: A recursive method to determine the optimal denoising threshold," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 18, pp. 177-185, 2005.
- [58] M. Hubert and M. Debruyne, "Minimum covariance determinant," *Wiley*

- interdisciplinary reviews: Computational statistics*, vol. 2, pp. 36-43, 2010.
- [59] O. Ledoit and M. Wolf, "A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices," *Journal of multivariate analysis*, vol. 88, pp. 365-411, 2004.
 - [60] Y. Chen, A. Wiesel, Y. C. Eldar, and A. O. Hero, "Shrinkage algorithms for MMSE covariance estimation," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 58, pp. 5016-5029, 2010.
 - [61] J. Friedman, T. Hastie, and R. Tibshirani, "Sparse inverse covariance estimation with the graphical lasso," *Biostatistics*, vol. 9, pp. 432-441, 2008.
 - [62] P. J. Rousseeuw, "Least median of squares regression," *Journal of the American statistical association*, vol. 79, pp. 871-880, 1984.
 - [63] P. J. Rousseeuw and K. V. Driessen, "A fast algorithm for the minimum covariance determinant estimator," *Technometrics*, vol. 41, pp. 212-223, 1999.
 - [64] A. Asuncion and D. Newman, "UCI machine learning repository," ed, 2007.
 - [65] B.-K. Bao, G. Liu, C. Xu, and S. Yan, "Inductive robust principal component analysis," *Image Processing, IEEE Transactions on*, vol. 21, pp. 3794-3800, 2012.
 - [66] I. Jolliffe, *Principal component analysis*: Wiley Online Library, 2002.
 - [67] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix computations* vol. 3: JHU Press, 2012.
 - [68] K. Pearson, "LIII. On lines and planes of closest fit to systems of points in space," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 2, pp. 559-572, 1901.
 - [69] H. Hotelling, "Analysis of a complex of statistical variables into principal components," *Journal of educational psychology*, vol. 24, p. 417, 1933.
 - [70] W. R. Atchley, C. T. Gaskins, and D. Anderson, "Statistical properties of ratios. I. Empirical results," *Systematic Biology*, vol. 25, pp. 137-148, 1976.
 - [71] C. M. Bishop, *Pattern recognition and machine learning*: springer, 2006.
 - [72] C. D. Manning, P. Raghavan, and H. Schütze, *Introduction to information retrieval* vol. 1: Cambridge university press Cambridge, 2008.
 - [73] P. C. Hansen, *Rank-deficient and discrete ill-posed problems: numerical aspects of linear inversion* vol. 4: Siam, 1998.
 - [74] H. C. Andrews, "Digital image restoration: A survey," *Computer*, vol. 7, pp. 36-45, 1974.
 - [75] C. Eckart and G. Young, "The approximation of one matrix by another of lower rank," *Psychometrika*, vol. 1, pp. 211-218, 1936.
 - [76] N. Golyandina and A. Zhigljavsky, "Basic SSA," in *Singular Spectrum Analysis for Time Series*, ed: Springer, 2013, pp. 11-70.
 - [77] G. Mateos and G. B. Giannakis, "Robust PCA as bilinear decomposition with outlier-sparsity regularization," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 60, pp. 5176-5190, 2012.
 - [78] P. J. Rousseeuw and A. M. Leroy, *Robust regression and outlier detection* vol. 589: John Wiley & Sons, 2005.
 - [79] J. Wright, A. Ganesh, S. Rao, Y. Peng, and Y. Ma, "Robust principal component analysis: Exact recovery of corrupted low-rank matrices via convex optimization," in *Advances in neural information processing systems*, pp. 2080-2088, 2009.
 - [80] N. A. Campbell, "Robust procedures in multivariate analysis I: Robust covariance estimation," *Applied statistics*, pp. 231-237, 1980.
 - [81] V. Chandrasekaran, S. Sanghavi, P. A. Parrilo, and A. S. Willsky, "Rank-sparsity incoherence for matrix decomposition," *SIAM Journal on Optimization*, vol. 21,

- pp. 572-596, 2011.
- [82] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex optimization*: Cambridge university press, 2004.
 - [83] Z. Lin, M. Chen, and Y. Ma, "The augmented lagrange multiplier method for exact recovery of corrupted low-rank matrices," *arXiv preprint arXiv:1009.5055*, 2010.
 - [84] X. Yuan and J. Yang, "Low-rank and sparse matrix decomposition via alternating direction methods [J]," *Pacific Journal of Optimization*, vol. 9, pp. 167-180, 2013.
 - [85] V. Oropeza and M. D. Sacchi, "Simultaneous seismic data denoising and reconstruction via multichannel singular spectrum analysis," *GEOPHYSICS*, vol. 76, pp. 25-32, 2011.
 - [86] K. Chen and M. D. Sacchi, "Robust reduced-rank filtering for erratic seismic noise attenuation," *GEOPHYSICS*, vol. 80, pp. 1-11, 2015.
 - [87] T. Zhou and D. Tao, "Godec: Randomized low-rank & sparse matrix decomposition in noisy case," 2011.
 - [88] K. Bredies and D. A. Lorenz, "Iterated hard shrinkage for minimization problems with sparsity constraints," *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 30, pp. 657-683, 2008.
 - [89] M. Fazel, E. Candes, B. Recht, and P. Parrilo, "Compressed sensing and robust recovery of low rank matrices," in *Signals, Systems and Computers, 2008 42nd Asilomar Conference on*, 2008, pp. 1043-1047.
 - [90] N. Halko, P.-G. Martinsson, and J. A. Tropp, "Finding structure with randomness: Probabilistic algorithms for constructing approximate matrix decompositions," *SIAM review*, vol. 53, pp. 217-288, 2011.
 - [91] M. W. Mahoney and P. Drineas, "CUR matrix decompositions for improved data analysis," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 106, pp. 697-702, 2009.
 - [92] M. S. Crouse, R. D. Nowak, and R. G. Baraniuk, "Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 46, pp. 886-902, 1998.
 - [93] K. G. Oweiss and D. J. Anderson, "A new technique for blind source separation using subband subspace analysis in correlated multichannel signal environments," in *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2001. Proceedings.(ICASSP'01). 2001 IEEE International Conference on*, 2001, pp. 2813-2816.
 - [94] R. Yang and M. Ren, "Wavelet denoising using principal component analysis," *Expert Systems with Applications*, vol. 38, pp. 1073-1076, 2011.
 - [95] H. Hua Yang and Y. Hua, "On rank of block Hankel matrix for 2-D frequency detection and estimation," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 44, pp. 1046-1048, 1996.
 - [96] R. R. Nadakuditi, "OptShrink: An algorithm for improved low-rank signal matrix denoising by optimal, data-driven singular value shrinkage," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 60, pp. 3002-3018, 2014.
 - [97] S. Wang, X. Chen, G. Cai, B. Chen, X. Li, and Z. He, "Matching demodulation transform and synchrosqueezing in time-frequency analysis," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 62, pp. 69-84, 2014.
 - [98] V. Oropeza and M. Sacchi, "Simultaneous seismic data denoising and reconstruction via multichannel singular spectrum analysis," *Geophysics*, vol. 76, pp. 25-32, 2011.

Abstract:

Attenuation of random noise is a major concern in seismic data processing. Such noise usually characterized by random oscillation in seismic data over entire time and frequency. We introduced and evaluated a low-rank and sparse decomposition based method for seismic random noise attenuation.

The proposed method starts by transforming the seismic trace into a new sparse subspace using a sparse time-frequency representation (TFR). Then the sparse TFR matrix were decomposed in two parts: (a) a low-rank and (b) a sparse components using bilateral random projection (BRP).

We can recover the de-noised seismic signal by minimizing mixed $\ell_1 - \ell_2$ norms objective function by considering the intrinsically low-rank property of the seismic data and sparsity feature of random noise in the sparse TFR domain. Our method was tested with synthetic and real data. De-noising was carried out by means of two another methods.

We demonstrate that our proposed method is an effective, amplitude preserving and robust tool that gives superior results compared to another conventional de-noising algorithm.

Keywords: Seismic data, Random Noise, Sparse time-frequency representation, Synchrosqueezing transform, Low-rank, Matrix decomposition.



University of Shahrood

Faculty of Electrical and Robotic Engineering

**Seismic noise attenuation based on combining of
statistical approaches and time-frequency transforms**

Mohammad Amir Nazari Siahsar

Supervisors:

Dr. Hosein Marvi

Dr. Amin Roshandel Kahoo

Advisor:

Dr. Alireza Ahmadifard

September 2015