بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه شاهرود

دانشکده مهندسی برق و رباتیک

گروه کنترل

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

الگوریتم جدول‌بندی بهره برای کنترل پرواز موشک‌های پدافند هوایی با استفاده از روش‌های فازی و کنترل مرتبه کسری

حمیدرضا داودی

استاد راهنما:

دکتر حیدر طوسیان شاندیز

استاد مشاور:

دکتر علی اکبرزاده کلات

شهریور ماه ۱۳۹۳

دانشگاه صنعتی شاهرود

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۶)

بسمه تعالی

شماره : ۱۱۹۹/آ.ت.ب
تاریخ : ۹۳/۰۶/۲۶
ویرایش : ------

فرم صورتجلسه دفاع پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای :

حمید رضا داودی   رشته : بــرق   گرایش : کنتــرل

تحت عنوان : **الگوریتم زمان بندی بهره برای کنترل پرواز موشکهای پدافند هوایی با استفاده از روشهای فازی و کنترل مرتبه کسری**

که در تاریخ ۹۳/۰۶/۲۶ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح زیر است :

قبول (با درجه : خوب امتیاز ۱۷/۲۵) ☒   دفاع مجدد ☐   مردود ☐

۱ـ عالی (۲۰ ـ ۱۹)   ۲ـ بسیار خوب (۱۸/۹۹ ـ ۱۸)

۳ـ خوب (۱۷/۹۹ ـ ۱۶)   ۴ـ قابل قبول (۱۵/۹۹ ـ ۱۴)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام ونام خانوادگی	مرتبهٔ علمی	امضــاء
۱ـ استـاد راهنمـا	حمید ر طوسیان شاندیز	دانشیار	
۲ـ استـاد مشـاور	ع اکبرزاده کلات	استادیار	
۳ـ نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	حسین قمی زاده	استادیار	
۴ـ استـاد ممتحـن	مسعود [illegible]	استادیار	
۵ ـ استـاد ممتحـن	علی [illegible] الفی	استادیار	

رئیس دانشکده :

ماحصل آموخته هایم را تقدیم می کنم به آنان که مهر آسمانی شان آرام بخش آلام زمینی ام است

به استوارترین تکیه گاهم، دستان پر مهر پدرم

که شوق نفس کشیدن من است. به سبزترین نگاه زندگیم، چشمان مهربان مادرم

الهی:

مرا به نعمات بی کرانت توان شکر نیست، چراکه نعمت های تو فراتر از آن است که شمارندگان بشمارند و اندیشه وران بدانند، ای هستی بخش وجود، مرامدد کن تا دانش اندکم نه نردبانی باشد برای فزونی تکبر و غرور، نه حلقه ای برای اسارت و نه دست مایه ای برای تجارت، بلکه گامی باشد برای رسیدن به تو و متعالی ساختن خود و دیگران.

اکنون که به یاری خدای متعال موفق به اتمام این مقطع تحصیلی شده ام، بر خود لازم می دانم از زحمات استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر حیدر طوسیان شاندیز و همچنین جناب آقای دکتر علی اکبرزاده کلات که مرا از خوان بی دریغ اندوخته های خویش محروم نگذاشته و من انجام این رساله را مدیون دانش و فضل این بزرگواران، هستم تشکر نمایم.

با امتنان بی کران از مساعدت های بی شائبه ی جناب آقای دکتر خراشادی زاده و مهندس وحید طهانی کمال تشکر را دارم. از تمامی اساتید گروه برق کنترل دانشگاه شاهرود که در طی مدت تحصیل در محضرشان کسب فیض نمودم، تشکر و قدردانی مینمایم.

تقدیر و تشکر ویژه را از پدر و مادرم که با لطف و شکیبایی خود مشوق من بوده و دعای خیرشان بدرقه راهم بوده است.

حمیدرضا داودی

شهریور ۱۳۹۳

تعهد نامه

اینجانب حمیدرضا داودی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته برق کنترل دانشکده برق و رباتیک دانشگاه شاهرود نویسنده پایان نامه الگوریتم جدول‌بندی بهره برای کنترل پرواز موشک‌های پدافند هوایی با استفاده از روش‌های فازی و کنترل مرتبه کسری تحت راهنمائی دکتر حیدر طوسیان شاندیز متعهد می شوم.

- *تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.*
- *در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.*
- *مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.*
- *کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه شاهرود » و یا « Shahrood University» به چاپ خواهد رسید.*
- *حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایح اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.*
- *در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.*
- *در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .*

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- **کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.**
- **استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.**

چکیده

سیستم کنترل پرواز موشک‌ها به دلیل داشتن ناحیه کاری گسترده و همچنین وجود نیروها و گشتاورهای آئرودینامیکی متغیر در طول پرواز، در شمار سیستم‌های پیچیده برای طراحی سیستم کنترل به حساب می‌آید. این نکته با توجه به تزویج معادلات حرکت طولی و عرضی و همچنین ذات متغیر با پارامتر مدل موشک در طول پرواز که طراحی یک کنترل‌کننده تطبیقی را به طراح تحمیل می‌کند، نمود بیشتری پیدا می‌کند.

در این پایان‌نامه با جداسازی معادلات حرکت طولی و عرضی موشک با در نظر گرفتن فرضیه‌های معمول در این زمینه، به طراحی خلبان خودکار برای یک موشک زمین به هوا با معادلات دو درجه آزادی در کانال فراز به کمک الگوریتم جدول‌بندی بهره فازی که در گروه روش‌های کنترلی تطبیقی خارج از خط به شمار می‌رود می‌پردازیم. رویکرد این روش مبتنی بر طراحی کنترل‌کننده‌های خطی در مراکز نواحی جدول‌بندی است که مراکز نواحی با آموزش یک سیستم فازی بر اساس اطلاعات متغیرهای جدول‌بندی محاسبه می‌شوند. آموزش سیستم فازی با کمک الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات صورت می‌پذیرد که در آن مراکز توابع عضویت سیستم فازی برای کمینه کردن خطای ناشی از خطی سازی سیستم غیرخطی بهینه می‌شوند. همچنین برای طراحی کنترل‌کننده‌های خطی از کنترل‌کننده تناسبی انتگرالی مرتبه کسری بهره گرفته شده است که پارامترهای آن توسط الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات تنظیم می‌شوند. کارایی الگوریتم پیشنهادی با نتایج شبیه‌سازی نشان داده می‌شود.

کلمات کلیدی: سیستم کنترل پرواز- کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره فازی- الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات- کنترل‌کننده PID مرتبه کسری- سیستم فازی تاکاگی سوگنو مرتبه صفر

فصل اول

فصل دوم

فصل سوم

فصل ششم

فهرست اشکال

فهرست جداول

فصل اول

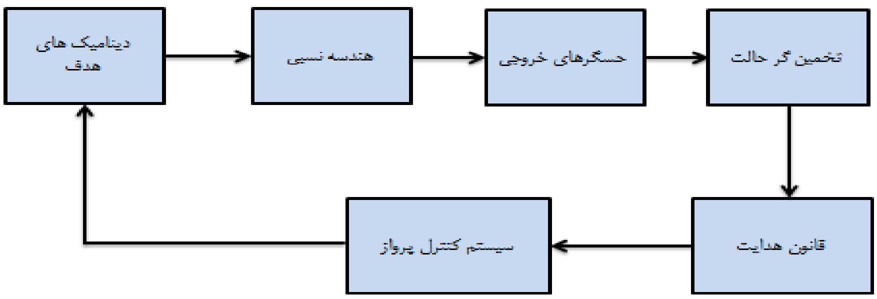
ادبیات موضوع

۱–۱ آشنایی با سیستم هدایت و کنترل موشک‌ها

پیشرفت‌های فزاینده‌ای که در علوم و فنون مختلف از اوایل قرن بیستم میلادی آغاز شد، منجر به این شد که موشک[1] رفته‌رفته به عنوان یک عنصر مهم و حیاتی در صنایع دفاعی شناخته شده و به کار گرفته شود. از زمان ساخت اولین موشک‌های به شکل امروزی که برای اولین بار در جنگ جهانی اول مورد استفاده قرار گرفت، تاکنون محققان و دانشمندان در تلاش بوده‌اند تا با استفاده از فناوری‌های جدید و بهره‌گیری از علوم نوین در همه جوانب ساخت موشک‌ها به افزایش سطح ارتقاء آن‌ها اعم از استقامت، سرعت، دقت، مانور پذیری بالا و ... دست یابند. به عنوان نمونه می‌توان به پیشرفت‌هایی که در زمینه نوع سوخت مصرفی موشک، سیستم پیشران موشک، طراحی بدنه موشک و طراحی سیستم هدایت[2] و کنترل پرواز[3] موشک صورت گرفته است اشاره کرد. اما از میان موارد فوق طراحی سیستم هدایت و کنترل پرواز موشک در موشک‌های هدایت شونده، چه آن‌هایی که مأموریت تهاجمی دارند به‌منظور گریز از سامانه‌های پدافند هوایی و چه آن‌هایی که مأموریت تدافعی دارند به منظور ردگیری[4] اهداف موردنظر نقش بسیار مهمی در موفقیت‌آمیز بودن مأموریت موشک ایفا می‌کند. در ادامه با سیستم کنترل پرواز موشک‌های پدافند هوایی بیشتر آشنا می‌شویم.

[1] Missile
[2] Guidance
[3] Flight control
[4] Tracking

سیستم کنترل پرواز یکی از عناصر کلیدی تشکیل‌دهنده موشک است که این امکان را برای موشک فراهم می‌سازد تا به عملکرد مطلوب خود دست یابد. این سیستم فرمان‌های هدایتی را از سیستم هدایت دریافت می‌کند، سپس با تبدیل آن به یک فرمان کنترلی مطلوب و اعمال آن به بدنه موشک درنهایت فرامین هدایتی را به اجرا درمی‌آورد. فرامین هدایتی بسته به فاز پرواز موشک متفاوت هستند. برای مثال در فاز تقویت[۱] که هدف ثابت نگه‌داشتن موشک در یک مسیر پرواز معین است، سیستم کنترل پرواز به این منظور طراحی می‌شود تا موشک را وادار به ردگیری یک زاویه مسیر پرواز[۲] مطلوب کند، اما در فاز نهایی (آشیانه یاب[۳]) به‌منظور اصابت موشک به هدف، فرمان‌های هدایتی اغلب از نوع شتاب هستند. فرامین کنترلی در موشک‌ها بر دو نوع هستند. در نوع اول فرمان‌های کنترلی به‌صورت انحراف سطوح آئرودینامیکی نظیر بالک است، اما در نوع دوم موشک از طریق تغییر بردار پیشرانش[۴] به شتاب فرمان مورد نظر دست پیدا می‌کند. به منظور آشنایی بیشتر با سیستم‌های کنترل پرواز ابتدا به نقش آن‌ها در سیستم‌های هدایت اشاره می‌کنیم، سپس به بررسی سازوکار سیستم کنترل پرواز یک موشک خواهیم پرداخت. نمودار بلوکی ساده‌سازی شده حلقه هدایت یک موشک ردیاب در فاز نهایی، زمانی که موشک در نزدیکی هدف قرار دارد در شکل (۱-۱) نشان داده‌شده است.



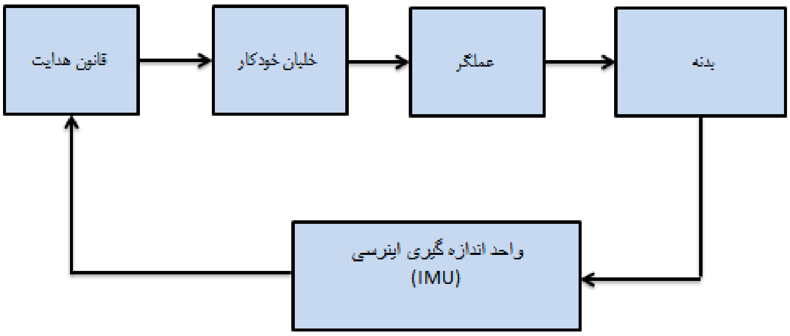
شکل (۱-۱) اجزاء تشکیل دهنده حلقه هدایت

[1] Boots phase
[2] Flight path angle
[3] Homing
[4] Thrust vector

با ترکیب حرکت‌های نسبی[1] موشک و هدف نسبت به یک فضای اینرسی به کمک محاسبات ریاضی می‌توان هندسه نسبی[2] بین موشک و هدف را به دست آورد. حسگرهای خروجی که به‌صورت عمده از نوع جستجوگر[3] RF یا IR هستند، زاویه خط دید[4] را اندازه می‌گیرند. اگر موشک و هدف را هرکدام به‌صورت یک نقطه در نظر بگیریم خط واصل بین دونقطه خط دید و زاویه بین خط دید و مرجع اینرسی را زاویه خط دید می‌نامند. تخمین گر حالت[5] که می‌تواند یک فیلتر کالمن[6] باشد با استفاده از زاویه خط دید، نرخ تغییرات زاویه خط دید را تخمین می‌زند. کمیت‌های اندازه‌گیری شده توسط تخمین گر حالت به‌عنوان ورودی در بلوک قانون هدایت مورد استفاده قرارگرفته و فرمان هدایت به منظور اصلاح مسیر در صورت مانور هدف به سیستم کنترل پرواز ارسال می‌شود. با فرض بیشتر بودن سرعت موشک نسبت به هدف، فرمان ارسالی به‌گونه‌ای محاسبه می‌شود تا نرخ تغییرات زاویه خط دید را صفر نماید. سیستم کنترل پرواز، موشک را وادار به ردگیری فرمان هدایتی که به‌صورت یک سیگنال پیوسته با زمان است می‌کند که به موجب آن حرکت نسبی موشک نسبت به فضای اینرسی تغییر می‌کند. با دریافت حرکت نسبی هدف نسبت به فضای اینرسی این حلقه تا اتمام مأموریت موشک تکرار می‌شود.

سیستم کنترل پرواز به تنهایی یک حلقه کنترلی پسخور[7] است که همانطور که در شکل (۱-۱) نشان داده‌شده است داخل حلقه هدایت قرار می‌گیرد. شکل (۲-۱) عناصر تشکیل‌دهنده این حلقه را نشان می‌دهد.

[1] Relative motion
[2] Relative geometry
[3] Seeker
[4] Line of sight angle
[5] State estimator
[6] Kalman filter
[7] Feedback



شکل (۱-۲) عناصر تشکیل دهنده حلقه کنترل

واحد اندازه‌گیری اینرسی[1] (IMU)، دینامیک‌های موشک را اندازه‌گیری می‌کند و به خلبان خودکار تحویل می‌دهد. IMU از شتاب سنج‌ها[2] برای اندازه‌گیری شتاب و از ژیروسکوپ‌ها[3] برای سنجش سرعت زاویه‌ای تشکیل‌شده است. خلبان خودکار[4] فرمان هدایت و خروجی‌های IMU را به‌عنوان ورودی دریافت کرده، فرمان کنترلی مطلوب را که معمولا به‌صورت انحراف سطوح آئرودینامیکی یا انحراف زاویه بردار پیشرانش است صادر می‌کند. عملگر[5] که معمولا یک سیستم الکترومکانیکی است فرمان کنترلی را به یک حرکت فیزیکی مانند چرخش بالک تبدیل کرده و به موشک اعمال می‌کند.[۱].

معمولا خلبان خودکار از یک مجموعه معادلات مشتقی تشکیل‌شده است. به همین دلیل محاسبه سیگنال خروجی نیازمند انتگرال گیری از سیگنال های ورودی در حوزه زمان است. اکثر خلبان خودکار های مدرن و پیشرفته و به‌صورت زمان گسسته در رایانه های دیجیتال پیاده سازی می شوند. اگرچه هنوز خلبان خودکارهای آنالوگ مورداستفاده قرار می‌گیرند.

عیار خلبان خودکار با سه چیز سنجیده می‌شود.

۱-پاسخ سریع به همراه خطای فرمان کمینه داشته باشد.

[1] Inertial measurement unit (IMU)
[2] Accelerometers
[3] Gyroscopes
[4] Autopilot
[5] Actuator

۲-قابلیت برگشت به شرایط تعادل پس از تحمل یک اغتشاش[1] داشته باشد یا به اصطلاح پایدار باشد.

۳-در مقابل تغییرات پارامترهای آئرودینامیکی در یک بازه وسیع مقاوم[2] باشد و به نواحی نامطلوب نرود. به عبارت دیگر در رنج وسیعی از نقاط کار پایداری خود را حفظ کند و به رفتار های فرکانس بالایی که حسگر را فعال می‌کند واکنش نشان ندهد[۲].

البته باید به این نکته توجه داشت که خلبان خودکار علاوه بر موارد فوق باید با سایر زیر سیستم‌های سیستم کنترل پرواز سازگار و هماهنگ باشد. به‌عنوان نمونه اگرچه برای دستیابی به یک پاسخ سریع برای خلبان خودکار مطلوب به نظر می رسد اما اگر پهنای باند خلبان خودکار خیلی زیاد باشد باعث تقویت نویز جستجوگر و کاهش دقت ردگیری می‌شود. همچنین خروجی خلبان خودکار باید به نحوی باشد که باعث اشباع عملگر و ناپایداری سیستم نشود[۳].

در ادامه مروری بر تحقیقاتی که در زمینه طراحی سیستم کنترل پرواز موشک گرفته است خواهیم داشت.

۱-۲ مروری بر کارهای گذشته

۱-۲-۱ سیستم های غیرخطی متغیر با پارامتر

در گونه ای از سیستم‌های غیرخطی ناحیه کاری سیستم به نحوی است که یک کنترل‌کننده ثابت و واحد قادر به برآورده کردن مطلوبات مساله در تمامی ناحیه کاری خود نیست. این سیستم ها اغلب دارای پارامتر هایی هستند که با گذر زمان تغییر می کنند و اصطلاحا به سیستم‌های متغیر با پارامتر[3] معروفند که می‌توان به سیستم‌های کنترل فرآیند و توربین های بادی اشاره کرد[4]. سیستم‌های کنترل پرواز از جمله پیچیده ترین سیستم‌های غیرخطی متغیر با پارامتر هستند. روشهای متعددی تاکنون به‌منظور طراحی سیستم های کنترل پرواز ارائه شده است که به دو دسته عمده تقسیم می شوند. روش های کنترل

[1] Disturbance
[2] Robust
[3] Parameter varying system

غیرخطی و روشهای کنترل خطی بر پایه الگوریتم جدول بندی بهره[1] که در ابتدا به روشهای کنترل غیرخطی اشاره می‌شود.

۱-۲-۲ روشهای کنترلی غیر خطی در طراحی خلبان خودکار

خطی سازی پسخور[2] از جمله روشهای استفاده شده به منظور طراحی خلبان خودکار موشکها و هواپیماها است[5,6,7]. در این روش با خطی سازی پسخور سیستم غیرخطی و بهره‌گیری از تبدیلات دقیق حالت‌های سیستم به جای اعمال تقریب های خطی و خطی سازی، سیستم غیرخطی به یک سیستم خطی ثابت تبدیل خواهد شد. گونه ای خاص از این روش که به تبدیل حالت سیستم نیاز ندارد به روش معکوس دینامیکی[3] شهرت دارد[8]. نکته حائز اهمیت در این روش این است که تمامی پارامترها و ضرایب آئرودینامیکی موشک معین و ثابت فرض می شوند. اما در عمل با توجه به تغییرات ناگهانی ضرایب آیرودینامیکی موشک و وجود اغتشاشات خارجی، این روش به تنهایی کارایی مطلوب ندارد. یکی دیگر از روشهای کنترلی غیرخطی به کار رفته در سیستم کنترل پرواز موشک ها روش تطبیقی گام به عقب[4] است[10,9]. مزیت مهم این روش اثبات پایداری و همگرایی قانون کنترل بر پایه نظریه لیاپانوف است. روش تطبیقی گام به عقب تنها در سیستم‌های غیرخطی با نامعینی[5] از نوع پارامتری قابل اجراست. به همین منظور در [11] ابتدا ضرایب آئرودینامیکی جسم پرنده که توابعی غیرخطی و نامعلوم هستند با کمک شبکه های عصبی تقریب زده شده اند، سپس یک قانون کنترل تطبیقی گام به عقب برای دستیابی کارایی مطلوب ارائه شده است. پایداری حلقه بسته سیستم کنترل با نظریه لیاپانوف اثبات شده است. سیستم‌های فازی تقریب گرهای عمومی هستند که می‌توانند توابع پیوسته غیرخطی را با دقت دلخواه تقریب بزنند[12]. در [3] یک سیستم فازی تطبیقی خود تنظیم مبتنی بر خطی سازی فیدبکی به عنوان کنترل‌کننده برای مدل غیرخطی موشک به همراه نامعینی ارائه شده است. همچنین یک الگوریتم مقاوم

---
[1] Gain scheduling
[2] Feedback linearization
[3] Dynamic inversion
[4] Back stepping
[5] uncertainty

بهینه برای کمینه کردن تاثیر اغتشاش خارجی و خطای تقریب در این مقاله به کار گرفته شده است. کنترل حالت لغزشی[1] یکی دیگر از روش های کنترلی غیرخطی است که به علت مقاوم بودن و حساسیت پایین در سیستم‌های کنترل پرواز مورد توجه محققان قرارگرفته است[13,14,15]. در [13] یک سیستم فازی از نوع تاکاگی سوگنو[2] برای تقریب بخش های نامعلوم مدل غیرخطی موشک طراحی شده‌است. سپس یک قانون کنترل تطبیقی مبتنی بر حالت لغزشی برای دستیابی به ردگیری مطلوب ارائه شده‌است.

۱-۲-۳ الگوریتم جدول بندی بهره

الگوریتم جدول بندی بهره و بهره گیری از تکنیک های کنترل خطی دسته دیگری از روش های طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های غیرخطی متغیر با پارامتر به شمار می رود[16,17]. این الگوریتم که خود گونه ای از تکنیک های کنترل تطبیقی به شمار می رود، در حالت کلی بر پایه شکستن مساله طراحی به چند مساله کوچکتر و یا ساده تر است. تبدیل مساله طراحی کنترل‌کننده یک سیستم غیرخطی به طراحی چند کنترل‌کننده خطی در نقاط کار مختلف و بهره گیری از روش های مرسوم کنترل خطی که تحلیل سیستم کنترل را به مراتب آسانتر می‌کند مهمترین مزیت این رویکرد نسبت به روش های کنترلی غیرخطی است. مزیت دیگر این روش نسبت به الگویتم های کنترلی تطبیقی مانند روش های کنترل تطبیقی مدل مبنا این است که پارامترهای کنترلی که در این روش به صورت خارج از خط طراحی می شوند، به سرعت با تغییرات دینامیک های سیستم به روز رسانی می شوند و نیازی به شناسایی و یا تقریب در خط نمی باشد[18]. به طور معمول در این روش ابتدا حول چند نقطه کار از سراسر ناحیه عملیاتی سیستم غیر خطی، خطی‌سازی انجام گرفته و برای زیر سیستم‌های خطی کنترل‌کننده خطی طراحی می‌شود. سپس ضرایب کنترل‌کننده در مابقی ناحیه کاری سیستم درون یابی می‌شود. درون یابی توسط پارامترهایی متغیر از سیستم که به متغیر های جدول بندی معروفند صورت می‌گیرد. از این روش در مسائل کنترلی غیرخطی متنوعی نظیر سیستم‌های قدرت [19] و پاندول معکوس [20] استفاده شده‌است.

---
[1] Sliding mode control
[2] Takagi-sogeno

۱-۲-۳-۱ جدول بندی بهره و خلبان خودکار

خواستگاه اصلی جدول بندی بهره، سیستم‌های کنترل پرواز است[21-29]. جدول بندی در سیستم‌های کنترل پرواز و خلبان خودکار بعد از جنگ جهانی دوم مورد بررسی قرار گرفت که آن هم به دلیل مواجهه با مشکلات پایداری هواپیماهای جت و موشک‌های هدایت شونده بود. در آن زمان اکثر کارها به کمک مدارات آنالوگ انجام می‌شد. نکته حائز اهمیت این بود که بهره حلقه خلبان خودکار به شدت وابسته به تغییرات سطوح کنترلی بود که با تغییر ارتفاع(فشار دینامیکی[۱]) و عدد ماخ[۲](سرعت موشک) تغییر می‌کرد. هدف جدول بندی در آن زمان ثابت نگه‌داشتن حلقه کنترل با وجود این تغییرات بود. موشک nike ajax در سال ۱۹۵۱ به یک سخت افزار جدول بندی بهره مجهز شد که جدول بندی را بر اساس تغییرات فشار دینامیکی که از طریق حسگری که در دماغه موشک نصب شده بود انجام می داد. در نمونه ای دیگر در موشک تالوس در سال ۱۹۵۰ بهره کنترل‌کننده در فاز اولیه پرواز توسط یک زمان سنج، در فاز میانی از روی ارتفاع و در فاز آشیانه یاب با مقایسه شتاب جانبی خود و شتاب جانبی مطلوب جدول بندی می شد و بهره به‌گونه‌ای تغییر می کرد که پاسخ مناسب حفظ شود[17].

در دهه اخیر با گسترش روز افزون تجهیزات الکترونیکی و مخابراتی با دقت بسیار بالا و حجم کوچک تحول عظیمی در طراحی خلبان خودکار شکل گرفت. امروزه با اندازه‌گیری سرعت، فشار دینامیکی و زاویه حمله[۳] موشک، این پارامترها به‌عنوان متغیر جدول بندی و به‌صورت یک شاخص برای تغییر ضرایب کنترل‌کننده خلبان خودکار مورداستفاده قرار می‌گیرند. در [18] در طراحی خلبان خودکار یک موشک با قابلیت مانور بالا به روش جدول بندی بهره از تکنیک جایابی قطب[۴] مبتنی بر پس خور حالت برای طراحی کنترل‌کننده های خطی استفاده شده است. همچنین برای جدول بندی بهره های کنترل‌کننده، متغیر های زاویه حمله و سرعت موشک به عنوان متغیرهای جدول بندی در نظر گرفته شده‌اند. روش های کنترل مقاوم نیز برای دستیابی عملکرد مطلوب سیستم کنترل پرواز در حضور نامعینی ها و اغتشاشات

[1] Dynamic pressure
[2] Mach number
[3] Angle of attack
[4] Pole placement

خارجی مورداستفاده قرارگرفته اند[30-33]. در [31] کنترل‌کننده های H_∞ به منظور کنترل زیر سیستم‌های خطی مدل موشک دو درجه آزادی طراحی شده اند، همچنین عدد ماخ و شتاب خروجی موشک به‌عنوان متغیر جدول بندی در نظر گرفته شده اند. در [32] سنتز μ برای سیستم غیرخطی با نامعینی های ساختار یافته و روش H_∞ برای سیستم غیر خطی با نامعینی های غیر ساختاریافته مدل موشک شش درجه آزادی به منظور کنترل همزمان کانال های فراز[1]، سمت[2] و غلت[3] استفاده شده اند و نتایج شبیه‌سازی مقایسه شده است. پارامتر های جدول بندی در مقاله فوق زاویه حمله و سرعت معرفی شده است. در [33]، از تکنیک LQG/LTR برای طراحی خلبان خودکار بهره گرفته شده است. در این روش که بهره کنترل‌کننده از طریق جایابی قطب به دست می آیند یک فیلتر کالمن متغیر با زمان و یک تنظیم کننده خطی[4] درجه دو متغیر با زمان برای تضمین کارایی و مقاوم بودن سیستم در مقابله با نامعینی ها به کار رفته است. همچنین سرعت و ارتفاع موشک به‌عنوان متغیر جدول بندی به‌منظور جدول بندی بهره های کنترل‌کننده در نظر گرفته شده است. بالا بودن درجه صفر و قطب کنترل‌کننده از جمله معایب کنترل‌کننده های مقاوم است.

۱-۳-۴ جدول بندی بهره فازی[5]

جدول بندی بهره فازی با بهره گیری از کنترل فازی به‌عنوان یک ابزار قدرتمند و موثر در کنترل طیف وسیعی از سیستم‌های غیرخطی مطرح شده است[34-38]. در این روش متغیرهای جدول بندی به‌عنوان ورودی سیستم فازی و ضرایب کنترل‌کننده به‌عنوان خروجی سیستم فازی در نظر گرفته می شوند. در [38] از پارامترهای خطا و مشتق خطا به‌عنوان ورودی سیستم فازی برای تنظیم برخط[6] ضرایب یک کنترل‌کننده تناسبی مشتقی انتگرالی (PID) استفاده شده است. در [39]، طراحی کنترل‌کننده های PID برای نقاط کار مختلف یک سیستم غیرخطی پیشنهاد شده‌است. ضرایب کنترل‌کننده های طراحی شده

[1] Pitch
[2] Yaw
[3] Roll
[4] Linear regulator
[5] Fuzzy gain scheduling
[6] Online

توسط یک سیستم فازی بر اساس سیگنال خروجی سیستم کنترلی و ورودی مرجع سیستم به‌عنوان متغیر های جدول بندی درون‌یابی می شوند. تنظیم ضرایب کنترل‌کننده سیستم غیرخطی در این روش با توجه به طراحی کنترل‌کننده های PID قبل از شبیه‌سازی سیستم به‌صورت خارج از خط صورت گرفته است.

یکی از کاربرد های جدول بندی فازی در سیستم‌های کنترل پرواز است، جایی که در آن تغییرات نیرو ها و گشتاور های آیرودینامیکی در طول پرواز جسم پرنده را به یک سیستم دینامیکی متغیر با پارامتر تبدیل کرده است[40-43]. نکته ای که در جدول بندی فازی سیستم‌های متغیر با پارامتر باید به آن توجه داشت انتخاب نوع توابع عضویت[1]، موقعیت مراکز آن‌ها و موتور استنتاج فازی[2] است. مراکز توابع عضویت در واقع بیانگر نقاط کاری هستند که سیستم غیر خطی حول آن نقاط خطی شده و کنترل‌کننده خطی طراحی می‌شود. نوع توابع عضویت و موتور استنتاج فازی نیز به منزله تابع درون‌یابی پارامتر های قانون کنترل در سایر نقاط کاری سیستم است. در [41] تعداد ۲۸ نقطه کار بر مبنای تغییرات سرعت و ارتفاع جسم پرنده با فاصله های مساوی از هم به منظور طراحی کنترل‌کننده خطی به روش پس خور حالت در نظر گرفته شده است. سپس یک سیستم فازی با توابع عضویت از نوع گوسین با پارامترهای یکسان برای درون‌یابی ضرایب کنترل‌کننده طراحی شده است. در [42] از پارامتر های زاویه حمله و عدد ماخ برای جدول بندی فازی خلبان خودکار یک موشک در کانال اوج استفاده شده است. در این مقاله کنترل‌کننده به‌صورت دو بهره قابل تنظیم بوده و همچنین یک روش تطبیقی مبتنی بر الگوریتم گرادیان نزولی[3] برای کاهش خطای ردگیری ارائه شده است. در این مقاله نیز توابع عضویت از نوع گوسین[4] با پارامترهای یکسان و هم فاصله در نظر گرفته شده است. در [43] از روش خوشه بندی فازی[5] برای تعیین تعداد و موقعیت بهینه نقاط کاری که قرار است برای آن‌ها کنترل‌کننده طراحی شود استفاده شده است. در واقع خوشه بندی فازی به این منظور ارائه شده است تا بتوان نقاط کار تا حد توان کم کرد و در عین حال خدشه ای

[1] Membership function
[2] Fuzzy inference engine
[3] Descent gradient
[4] Gaussian
[5] Fuzzy clustering

به کارایی و مقاومت سراسری سیستم وارد نشود. همچنین یک سیستم فازی از نوع تاکاگی-سوگنو مرتبه صفر برای درون‌یابی ضرایب کنترل‌کننده های محلی بر اساس تغییرات فشار دینامیکی و عدد ماخ طراحی شده است.

با گسترش روز افزون الگوریتم های بهینه سازی هوشمند در سال های اخیر، از الگوریتم های فوق برای بهینه سازی پارامتر های سیستم فازی و همچنین بهره های قانون کنترل استفاده شده است   [44-49]. در [44] برای جدول بندی ضرایب کنترل‌کننده PID از یک سیستم فازی از نوع ممدانی[1] استفاده شده است به نحوی که توابع عضویت خروجی سیستم فازی که بهره های قانون کنترل هستند توسط الگوریتم بهینه سازی اجتماع ذرات[2] تنظیم شده اند اما ورودی های سیستم فازی که سیگنال های خطا و مشتق خطا هستند هم فاصله و ثابت هستند. در [49]، از کنترل‌کننده PID فازی از نوع ممدانی استفاده شده است به نحوی که پهنا و مراکز توابع عضویت برای ورودی ها و خروجی‌های فازی با استفاده از الگوریتم PSO بهینه سازی شده است. همچنین یک کنترل‌کننده PID که ضرایب آن توسط الگوریتم PSO تنظیم شده است نیز طراحی شده و مقایسه پاسخ پله دو روش، برتری روش PSO فازی را نتیجه داده است.

۱-۳ ساختار پایان نامه

در این پایان نامه هدف، طراحی خلبان خودکار یک موشک زمین به هوا بر مبنای الگوریتم جدول بندی بهره فازی به‌منظور ردگیری دقیق فرمان شتاب عمودی است. انتخاب الگوریتم جدول بندی بهره به دلیل سادگی تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل خطی صورت گرفته است. البته به‌منظور پوشش کامل ناحیه کاری سیستم و کمینه کردن خطای تقریب خطی سازی در این الگوریتم، موقعیت نقاط کار انتخابی برای خطی سازی به‌صورت بهینه اختیار می شوند. کنترل‌کننده ای که برای زیر سیستم‌های خطی محلی طراحی خواهد شد از نوع PID مرتبه کسری است که پارامتر های آن توسط الگوریتم بهینه سازی اجتماع ذرات تنظیم می‌شود.

[1] Mamdani
[2] Particle swarm optimization

در فصل دوم معادلات دینامیکی دو درجه آزادی یک موشک زمین به هوا به کمک بسط قوانین نیوتن استخراج می‌شود و در انتها بین سیستمی معادلات فوق ارائه می‌شود. در فصل سوم به معرفی حسابان مرتبه کسری پرداخته می‌شود، سپس سیستم های مرتبه کسری و کنترل‌کننده های PID مرتبه کسری معرفی خواهند شد. در فصل چهارم مراحل طراحی الگوریتم جدول بندی بهره برای کنترل سیستم های غیر خطی متغیر با پارامتر بیان می‌شود. در فصل پنجم به طراحی الگوریتم جدول بندی بهره فازی برای کنترل مدل دو درجه آزادی موشک پرداخته می‌شود و در نهایت در فصل ششم به بیان نتایج و پیشنهادات می پردازیم.

فصل دوم

استخراج معادلات دینامیکی دو درجه آزادی موشک

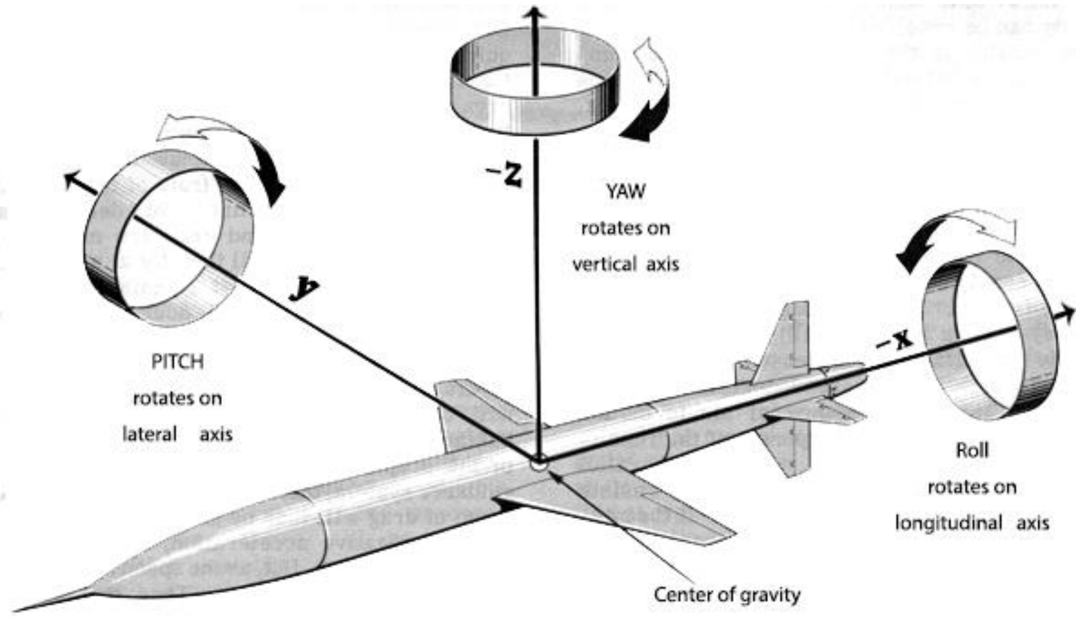
برای به دست آوردن تابع تبدیل یک جسم پرنده، ابتدا باید معادلات حرکت تعیین شوند. معادلات حرکت با استفاده از قوانین حرکت نیوتن به دست می‌آیند که مجموع نیروها و گشتاورهای داخلی را با شتابهای خطی و زاویه‌ای سیستم یا بدنه مرتبط می سازند. بنابراین ابتدا باید فرضیاتی در نظر گرفت و دستگاه مختصات مشخص تعریف نمود. کلیه روابط ارائه شده در این فصل از مراجع [50 و 51] استخراج شده است. در روابط ارائه شده حروف انگلیسی پررنگ نشان دهنده بردار می‌باشد.

۲–۱ دستگاه مختصات بدنی[1]

طبق تعریف مرکز دستگاه مختصات بدنی منطبق بر گرانیگاه جسم پرنده بوده و محورهای مختصات چسبیده به آن است و همراه با آن می چرخند. در این دستگاه محور $\boldsymbol{OX}$ به سمت دماغه، $\boldsymbol{OY}$ در جهت بال راست و $\boldsymbol{OZ}$ به طرف پایین بوده به طوری که تشکیل یک دستگاه راستگرد را می‌دهند. این دستگاه مختصات در شکل(۲-۱) نشان داده شده است. دوران موشک حول محور $\boldsymbol{OX}$ غلت، حول محور $\boldsymbol{OY}$ اوج و حول محور $\boldsymbol{OZ}$ سمت نام دارد. بیشتر موشک‌ها نسبت به صفحه قائمی که از محور طولی آن می گذرد، متقارن می‌باشند. از آنجا که محور های $\boldsymbol{OX}$ و $\boldsymbol{OZ}$ در این صفحه قرار دارند لذا گشتاورهای اینرسی $\boldsymbol{J}_{xy}$ و $\boldsymbol{J}_{yz}$ صفر می‌باشند. این نتیجه ما را به اولین فرض رهنمود می سازد:

[1] Body coordinate system

محور های $\boldsymbol{OX}$ و $\boldsymbol{OZ}$ در صفحه تقارن موشک واقع شده و J_{xy} و J_{yz} برابر با صفر می‌باشند.



شکل (۲-۱) محورهای مختصات دستگاه بدنی

۲–۲ مفهوم سرعت ها در یک سیستم مختصات متحرک

در هر لحظه موشک دارای یک بردار سرعت در فضای اینرسی است. فضای اینرسی فضایی است که قوانین نیوتن در آن برقرار است. به طور کلی، دستگاه مختصاتی را که مرکزش در مرکز زمین واقع بوده و با کره زمین نمی‌چرخد را می‌توان به عنوان سیستم مختصات اینرسی[1] در نظرگرفت. بردار سرعت مذکور به محورهای موشک تصویر شده و مولفه‌های سرعت $\boldsymbol{U}$،$\boldsymbol{V}$ و$\boldsymbol{W}$ در راستای محورهای $\boldsymbol{OX}$ ، $\boldsymbol{OY}$ و $\boldsymbol{OZ}$ به دست می‌آیند.

این روش مولفه‌یابی به سرعت زاویه‌ای نیز اعمال می‌شود. با تصویر کردن بردار سرعت زاویه‌ای نسبت به فضای اینرسی در جهت محورهای $\boldsymbol{OX}$، $\boldsymbol{OY}$ و $\boldsymbol{OZ}$ به ترتیب مقادیر $\boldsymbol{P}$،$\boldsymbol{Q}$ و $\boldsymbol{R}$ بدست می‌آیند.

سرعت خطی و زاویه‌ای کلی موشک را در قالب مولفه‌هایشان می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\boldsymbol{V}_T = \boldsymbol{i}U + \boldsymbol{j}V + \boldsymbol{k}W \qquad (۲-۱)$$

[1] Inertial coordinate system

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{i}P + \boldsymbol{j}Q + \boldsymbol{k}R \qquad (۲-۲)$$

به طوری که $\boldsymbol{i}$،$\boldsymbol{j}$ و $\boldsymbol{k}$ به ترتیب بردارهای واحد در راستای محورهای $\boldsymbol{X}$،$\boldsymbol{Y}$و$\boldsymbol{Z}$ موشک می‌باشند.

۲-۳ بسط معادلات حرکت توسط قوانین نیوتن

برای به دست آوردن معادلات حرکت می‌توان از قانون دوم نیوتن استفاده نمود، به طوری که مجموع تمام نیروهای داخلی اعمال شده به موشک برابر با نرخ زمانی تغییر اندازه حرکت بوده و مجموع تمام گشتاورهای اعمال شده به موشک برابر با نرخ زمانی تغییر اندازه حرکت زاویه‌ای می‌باشد. این تغییرات نسبت به دستگاه اینرسی بوده و می‌توان به صورت برداری چنین بیان نمود:

$$\sum \boldsymbol{F} = \frac{d}{dt}(m\boldsymbol{V}_T)\Big]_I \qquad (۲-۳)$$

$$\sum \boldsymbol{M} = \frac{d\boldsymbol{H}}{dt}\Big]_I \qquad (۲-۴)$$

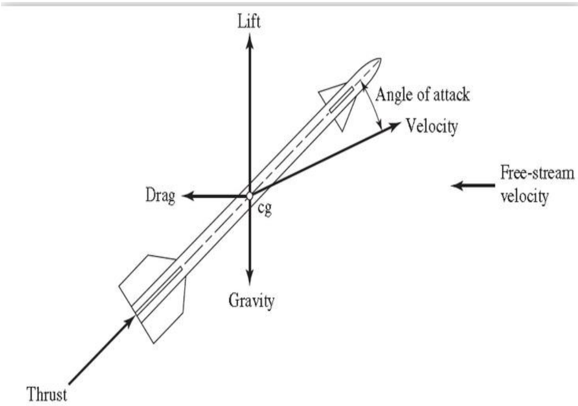
به طوری که $]_I$ بیانگر نسبت به فضای اینرسی و $\boldsymbol{H}$ معرف اندازه حرکت زاویه های می باشد.

معادله(۲-۱) تنها در یک سیستم جرم ثابت می تواند به کار برده شود. نیرو و گشتاورهای خارجی شامل نیروها و گشتاورهای تعادل یا حالت دائم می‌باشد و تغییرات آنها در اثر اغتشاش در شرایط تعادل یا حالت دائم ایجاد می‌شود:

$$\sum \boldsymbol{F} = \sum \boldsymbol{F_0} + \sum \Delta\boldsymbol{F} \qquad (۲-۵)$$

$$\sum \boldsymbol{M} = \sum \boldsymbol{M_0} + \sum \Delta\boldsymbol{M} \qquad (۲-۶)$$

به طوری که $\sum \boldsymbol{F}_0$ و $\sum \boldsymbol{M_0}$ مجموع نیروها و گشتاورهای حالت تعادل می‌باشند. در تحلیل دینامیکی قبل از ایجاد اغتشاش، همیشه موشک در حالت تعادل در نظر گرفته می‌شود. بنابراین مقادیر $\sum \boldsymbol{F}_0$ و $\sum \boldsymbol{M}_0$ برابر صفر می باشند. نیروهای تعادل شامل برا، پسا، پیشران و جاذبه بوده و گشتاورهای تعادل شامل گشتاورهای حاصل از برا و پسایی است که توسط قسمت های مختلف موشک و نیروی پیشران ایجاد می گردد. شکل(۲-۲).



شکل (۲-۲) نیروهای آئرودینامیکی وارد بر موشک

بنابراین موشک ابتدا در حالت پرواز بدون شتاب بوده و معمولا اغتشاشات توسط انحرافات سطوح کنترل یا آشفتگی جوی به وجود می‌آیند. با این شرایط معادلات (۳) و(۴) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sum \Delta \boldsymbol{F} = \frac{d}{dt}(m\boldsymbol{V}_T)\Big]_I \tag{۷-۲}$$

$$\sum \Delta \boldsymbol{M} = \frac{d\boldsymbol{H}}{dt}\Big]_I \tag{۸-۲}$$

در ادامه لازم است چند فرض دیگر را نیز در نظر بگیریم:

- جرم موشک در طول هر تحلیل دینامیکی خاصی ثابت است. هر چند ممکن است اختلاف زیادی بین جرم موشک با سوخت و بدون سوخت وجود داشته‌باشد ولی مقدار سوخت مصرف شده در حین تحلیل دینامیکی مطمئنا قابل چشم‌پوشی است.
- موشک یک جسم صلب است. لذا هر دو نقطه درون یا روی موشک نسبت به سایر نقاط ثابت بوده به طوری که با این فرض معادلات بسیار ساده می‌شوند.
- زمین همراه با اتمسفری که نسبت به آن ثابت است یک مرجع اینرسی فرض می‌شود. اگرچه این فرض برای تحلیل سیستم‌های هدایت اعتباری ندارد، ولی برای بررسی سیستم‌های کنترل خودکار موشک‌ها و هواپیماها معتبر بوده باعث ساده‌سازی معادلات نهایی می‌شود. اعتبار این فرض بر این فرض استوار است که معمولا ژیروسکوپ‌ها و شتاب سنج‌هایی که در سیستم کنترل به کار می‌روند،

قادر به اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای زمین یا شتاب‌هایی که ناشی از این سرعت زاویه‌ای هستند مثل شتاب کولیس، نمی‌باشند.

حال با در نظر گرفتن حرکت یک موشک نسبت به زمین معادله (۶) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sum \Delta \boldsymbol{F} = m \frac{d\boldsymbol{V}_T}{dt}\bigg]_E \tag{۲-۹}$$

حال باید رابطه‌ای برای نرخ تغییرات بردار سرعت نسبت به زمین به دست آورد. این فرآیند پیچیده است زیرا ممکن است بردار سرعت ضمن تغییر اندازه‌اش دوران نیز داشته باشد.این حقیقت ما را به رابطه کلی زیر برای مشتق کل یک بردار می‌رساند:

$$\frac{d\boldsymbol{V}_T}{dt}\bigg]_E = \mathbf{1}_{V_T} \frac{dV_T}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{V}_T \tag{۲-۱۰}$$

که در رابطه فوق داریم:

$$\mathbf{1}_{V_T} \frac{dV_T}{dt} = \boldsymbol{i}\dot{\mathrm{U}} + \boldsymbol{j}\dot{V} + \boldsymbol{k}\dot{W} \tag{۲-۱۱}$$

$$\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{V}_T = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \mathrm{P} & \mathrm{Q} & \mathrm{R} \\ \mathrm{U} & \mathrm{V} & \mathrm{W} \end{vmatrix} = \boldsymbol{i}(\mathrm{WQ} - \mathrm{VR}) + \mathbf{j}(\mathrm{UR} - \mathrm{WP}) + \mathbf{k}(\mathrm{VP} - \mathrm{UQ}) \tag{۲-۱۲}$$

با نوشتن $\sum \Delta F$ به صورت مولفه هایش داریم:

$$\sum \Delta \mathbf{F} = \boldsymbol{i}\sum \Delta \mathrm{F}_x + \boldsymbol{j}\sum \Delta \mathbf{F}_\mathrm{y} + \boldsymbol{k}\sum \Delta \mathbf{F}_\mathrm{z} \tag{۲-۱۳}$$

با مساوی هم قرار دادن معادلات(۲-۱۰)، (۲-۱۱) و (۲-۱۲) معادلات حرکت خطی به صورت زیر در می‌آیند:

$$\sum \Delta \mathrm{F}_x = m(\dot{\mathrm{U}} + \mathrm{WQ} - \mathrm{VR}) \tag{۲-۱۴}$$

$$\sum \Delta \mathrm{F}_y = m(\dot{V} + \mathrm{UR} - \mathrm{WP}) \tag{۲-۱۵}$$

$$\sum \Delta \mathrm{F}_\mathrm{z} = m(\dot{W} + \mathrm{VP} - \mathrm{UQ}) \tag{۲-۱۶}$$

برای به دست آوردن معادلات حرکت زاویه‌ای ابتدا باید رابطه‌ای برای $\boldsymbol{H}$ در رابطه (۲-۴) به دست آوریم.

طبق تعریف $\boldsymbol{H}$، اندازه حرکت زاویه‌ای یا همان اندازه حرکت جسم دوار می‌باشد. اندازه حرکت جرم نقطه‌ای dm با سرعت زاویه‌ای ω برابر با سرعت مماسی جرم نقطه‌ای حول مرکز دوران لحظه‌ای ضرب در dm می‌باشد. سرعت مماسی را می‌توان با ضرب خارجی سرعت زاویه‌ای در طول بازو به صورت زیر نشان داد:

$$\boldsymbol{V}_{tan} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r} \tag{۱۷-۲}$$

بنابراین اندازه حرکت جرم نقطه‌ای کوچک dm برابراست با:

$$d\boldsymbol{M} = (\,\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r})dm \tag{۱۸-۲}$$

گشتاور حرکت برابر طول بازو ضرب در اندازه حرکت است، بعبارتی

$$\mathrm{d}\mathbf{H} = \mathbf{r} \times (\,\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})\mathrm{dm} \tag{۱۹-۲}$$

در نتیجه گشتاور اندازه حرکت تمامی ذرات موشک عبارتست از:

$$\boldsymbol{H} = \int \mathbf{r} \times (\,\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})\mathrm{dm} \tag{۲۰-۲}$$

حال اگر رابطه طول بازو را به صورت زیر در نظر بگیریم

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{i}x + \boldsymbol{j}y + \boldsymbol{k}z \tag{۲۱-۲}$$

آنگاه

$$\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ P & Q & R \\ x & y & z \end{vmatrix} = \boldsymbol{i}(zQ - yR) + \boldsymbol{j}(xR - zP) + \boldsymbol{k}(yP - xQ) \tag{۲۲-۲}$$

$$\boldsymbol{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}) = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ zQ - yR & xR - zP & xR - zP \end{vmatrix} \tag{۲۳-۲}$$

با بسط دترمینان فوق داریم:

$$\boldsymbol{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}) = \boldsymbol{i}[(y^2 + z^2)P - xyQ - xzR]$$

$$+\boldsymbol{j}[(z^2 + x^2)Q - yzR - xyP] \qquad (۲-۲۴)$$

$$+\boldsymbol{k}[(x^2 + y^2)R - xzP - yzQ]$$

باجایگذاری رابطه (۲-۲۴) در رابطه (۲-۲۰) خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{H} = \int \boldsymbol{i}[(y^2 + z^2)P - xyQ - xzR]dm$$

$$+\int \boldsymbol{j}[(z^2 + x^2)Q - yzR - xyP]dm \qquad (۲-۲۵)$$

$$+\int \boldsymbol{k}[(z^2 + x^2)Q - yzR - xyP]dm$$

در رابطه فوق $\int(y^2 + z^2)dm$ گشتاور اینرسی $\boldsymbol{I}_x$ و $\int xydm$ حاصلضرب اینرسی $\boldsymbol{J}_{xy}$ می‌باشند. سایر انتگرال‌های باقی مانده به طریق مشابه تعریف می‌شوند. با به خاطر آوردن اولین فرض می‌توان نوشت:

$$\boldsymbol{J}_{xy} = \boldsymbol{J}_{yz} = 0 \qquad (۲-۲۶)$$

بنابراین رابطه (۲۵) به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$H_x = PI_x - RJ_{xy}$$

$$H_y = QI_y \qquad (۲-۲۷)$$

$$H_z = RI_z - PJ_{xz}$$

از آنجا که H در اندازه و جهت می‌تواند تغییر کند لذا معادله (۷) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sum \Delta \boldsymbol{M} = \boldsymbol{1}_H \frac{dH}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{H} \qquad (۲-۲۸)$$

مولفه های $1_H \frac{dH}{dt}$ عبارتند از :

$$\frac{dH_x}{dt} = \dot{P}I_x - \dot{R}J_{xy}$$

$$\frac{dH_y}{dt} = \dot{Q}I_y \qquad (۲-۲۹)$$

$$\frac{dH_z}{dt} = \dot{R}I_z - \dot{P}J_{xy}$$

از آنجا که موشک به عنوان یک جسم صلب با جرم ثابت فرض شده است، لذا نرخ تغییرات گشتاورها و حاصلضرب اینرسی ها صفر است. بنابراین

$$\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{H} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ P & Q & R \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \boldsymbol{i}\left(QH_z - RH_y\right) + \boldsymbol{j}(RH_x - PH_z) \qquad (۲-۳۰)$$

$$+\boldsymbol{k}\left(P\,H_y - QH_x\right)$$

می‌توان رابطه $\sum \Delta \boldsymbol{M}$ را به صورت زیر نوشت:

$$\sum \Delta \boldsymbol{M} = \boldsymbol{i} \sum \Delta \mathcal{L} + \boldsymbol{j} \sum \Delta \mathcal{M} + \boldsymbol{k} \sum \Delta \aleph \qquad (۲-۳۱)$$

با قراردادن مولفه‌های معادلات(۲-۲۹)،(۲-۳۰)و(۲-۳۱)و جایگذاری مقادیر H_y،H_x و H_z از معادله (۲-۲۴)، معادلات حرکت زاویه‌ای به دست آورده می‌شود:

$$\sum \Delta \mathcal{L} = \dot{P} I_x - \dot{R} J_{xz} + QR\left(I_z - I_y\right) - PQJ_{xz}$$

$$\sum \Delta \mathcal{M} = \dot{Q} I_y + PR(I_x - I_z) + (P^2 - R^2)J_{xz} \qquad (۲-۳۲)$$

$$\sum \Delta \aleph = \dot{R} I_z - \dot{P} J_{xz} + PQ\left(I_y - I_x\right) + QRJ_{xz}$$

معادلات حرکت خطی از روابط (۲-۱۳) عبارتند از:

$$\sum \Delta \mathrm{F}_x = m(\dot{\mathrm{U}} + \mathrm{WQ} - \mathrm{VR})$$

$$\sum \Delta \mathrm{F}_y = m(\dot{V} + \mathrm{UR} - \mathrm{WP}) \qquad (۲-۳۳)$$

$$\sum \Delta \mathrm{F}_\mathrm{z} = m(\dot{W} + \mathrm{VP} - \mathrm{UQ})$$

معادلات (۲-۳۲) و(۲-۳۳) معادلات کامل شش درجه آزادی موشک می‌باشند. خلاصه آنچه تاکنون بیان شد در جدول های (۲-۱) و (۲-۲) نشان داده شده است. در ادامه لازم است معادلات، خطی‌سازی شده و سمت راست و چپ آنها بست یابند.

جدول (۲-۱) مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای و خطی در دستگاه مختصات بدنی

محور	جهت	نام	سرعت خطی	جابجایی زاویه‌ای کوچک	سرعت زاویه‌ای
OX	به سمت جلو	غلت	U	ϕ	P
OY	به سمت بال راست	پیچ	V	θ	Q
OZ	به سمت پایین	سمت	W	ψ	R

جدول (۲-۲) نیروها و گشتاورهای آئرودینامیکی وارده بر موشک در دستگاه مختصات بدنی

محور	گشتاور اینرسی	حاصلضرب اینرسی	نیرو	گشتاور
OX	I_x	$J_{xy} = 0$	F_x	$\mathcal{L}$
OY	I_y	$J_{yz} = 0$	F_y	$\mathcal{M}$
OZ	I_z	$J_{zx} \neq 0$	F_z	$\aleph$

۲–۴ تجزیه معادلات حرکت شش درجه آزادی

معادلات شش درجه آزادی بیان شده در بخش قبل در یک دسته بندی شناخته شده به دو معادله سه درجه آزادی طولی و عرضی تجزیه می‌شوند. حرکت طولی تجزیه شده، حرکتی است در پاسخ به اغتشاشی که فقط در صفحه متقارن $\boldsymbol{XOZ}$ تحمیل می‌شود. بنابراین این جرکت با معادلات نیروی محوری $\boldsymbol{F_x}$، نیروی عمودی $\boldsymbol{F_z}$ و گشتاور اوج توصیف می‌شود. از آنجایی که هیچ حرکت عرضی در صفحه xoz وجود ندارد، متغیرهای حرکت عرضی $\boldsymbol{R}$،$\boldsymbol{P}$ و $\mathbf{V}$ و مشتقات آنها صفر درنظر گرفته می‌شوند. توجه به این نکته لازم است که در تجزیه معادلات حرکت طولی و عرضی مشتقات آیرودینامیکی تزویج به حدی کوچک

فرض شده اند که قابل صرف نظر هستند و می‌توان آنها را برابر صفر قرار داد. به عبارت دیگر برای مشتقات آیرودینامیکی تزویج حرکت طولی داریم:

$$\dot{F}x_{\delta r} = \dot{F}x_{\delta a} = \dot{F}z_{\delta r} = \dot{F}z_{\delta a} = \dot{M}_{\delta r} = \dot{M}_{\delta a} = 0 \tag{۳۴-۲}$$

در رابطه (۲-۳۴) $\boldsymbol{\delta r}$ معرف انحراف زاویه بالک‌های سکان است که موجب تغییر جهت موشک در راستای سمت می‌شود و $\boldsymbol{\delta a}$ بیانگر انحراف قسمت بال موشک است که باعث تغییر جهت موشک در راستای غلت می‌شود.

معادلات حرکت عرضی نیز به طریق مشابه با صفر کردن متغیرهای حرکت طولی $\boldsymbol{U}$،$\boldsymbol{W}$ و $\mathbf{Q}$ و مشتقاتشان به دست می‌آیند. با اعمال موارد فوق ، معادلات سه درجه آزادی طولی و عرضی به صورت زیر در می آیند:

معادلات حرکت طولی

$$\begin{gathered} \sum \Delta \mathrm{F}_x = m(\dot{\mathrm{U}}+\mathrm{WQ}) \\ \sum \Delta \mathrm{F}_z = m\left(\dot{W} - \mathrm{UQ}\right) \\ \sum \Delta \mathcal{M} = \dot{Q} I_y \end{gathered} \tag{۳۵-۲}$$

معادلات حرکت عرضی

$$\begin{gathered} \sum \Delta \mathrm{F}_y = m\dot{V} \\ \sum \Delta \mathcal{L} = \dot{P} I_x - \dot{R} J_{xz} \\ \sum \Delta \aleph = \dot{R} I_z - \dot{P} J_{xz} \end{gathered} \tag{۳۶-۲}$$

در دسته‌بندی دیگری معادلات حرکت شش درجه آزادی به سه کانال اوج، سمت و غلت تقسیم می شوند. در این دسته‌بندی دو کانال هدایتی داریم و کنترل در کانال‌های اوج و سمت به صورت پیوسته انجام می‌گیرد. کانال غلت بدون فرمان است، یعنی کنترل آن از نوع تنظیم کننده(رگولاتور) است و تنها در صورت بروز اختلال سعی در حذف آن و حفظ تنظیم اولیه دارد. این موشک‌ها که تقارن صلیبی دارند و در جهت غلت پایدارند، به موشکهای STT شهرت دارند. مولفه‌های آئرودینامیک این موشک‌ها در دو صفحه

عمود برهم اوج و سمت قرار می‌گیرند به طوری که در هر صفحه دلخواه می‌توان مانور کرد. فرمان‌های شتاب، بسته به زاویه غلتی که موشک در آن پایدار است می‌تواند در صفحه‌های صلیبی و یا ضربدری باشد. در این مقاله فرض می‌شود موشک در زاویه غلت صفر پایدار است.

از آنجایی که طراحی کنترل‌کننده برای حرکت‌های طولی و عرضی به صورت مجزا و مشابه صورت می‌گیرد، در این مقاله به طراحی کنترل‌کننده برای سیستم کنترل پرواز موشک در صفحه xoz و به عبارتی برای معادلات حرکت طولی موشک پرداخته می‌شود.

۲-۵ خطی‌سازی معادلات حرکت طولی

نظر به اینکه در این مقاله از روش‌های خطی برای طراحی خلبان خودکار موشک استفاده می‌شود، باید معادلات حرکت در نهایت به شکل خطی در آیند. در واقع مساله طراحی کنترل‌کننده به صورت بازگشت سیستم به یک نقطه تعادل در صورت بروز اختلال و یا تغییر در نقطه تعادل می‌باشد. در نقطه تعادل بردار سرعت خطی ثابت بوده و بردار سرعت زاویه‌ای صفر است. بنابراین مولفه‌های بردارهای سرعت خطی و زاویه‌ای را در حالت کلی برای حرکت طولی (۲-۳۴) می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{U} &= \boldsymbol{U_0} + \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{Q} &= \boldsymbol{q} \\ \boldsymbol{W} &= \boldsymbol{W_0} + \boldsymbol{w} \end{aligned} \qquad (۳۷-۲)$$

به طوری که مقادیر U_0 و W_0 مقادیر تعادل و q، u و w انحرافات ناشی از اغتشاش حول مقادیر تعادل می‌باشند. از طرفی با ثابت بودن مقادیر U_0 و W_0 داریم:

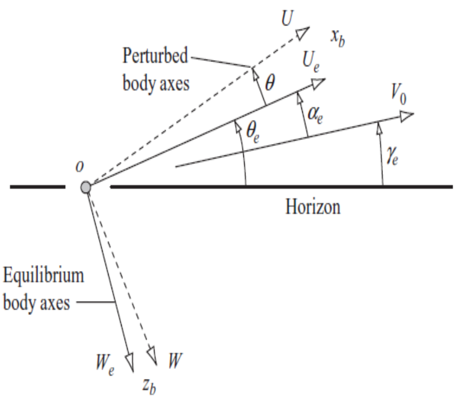
$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{U}} &= \boldsymbol{u} \\ \dot{\boldsymbol{W}} &= \boldsymbol{w} \end{aligned} \qquad (۳۸-۲)$$

بنابراین معادلات حرکت طولی(۲-۳۴) برابرخواهند بود با:

$$\begin{aligned} \sum \Delta \mathrm{F}_x &= m(\dot{u}+wq) \\ \sum \Delta \mathrm{F}_z &= m(\dot{w} - (U_0 + u)\mathrm{q}) \\ \sum \Delta \mathcal{M} &= \dot{q} I_y \end{aligned} \qquad (۳۹-۲)$$

۲–۶ معادلات حرکت طولی در دستگاه مختصات پایداری

در بخش های قبل دستگاه مختصات بدنه موشک معرفی شد به طوری که محور ox به سمت جلو در نظر گرفته شد. محور ox همانطور که در راستای محور طولی موشک قرار می گیرد، می‌تواند در جهت تعادل بردار سرعت موشک نیز تنظیم گردد. در هر مساله خاصی بعد از همراستاسازی محور x بردار سرعت، محورهای موشک هنگام بررسی اغتشاشات که نسبت به شرایط اولیه پرواز انجام می‌شود، نسبت به موشک ثابت خواهد ماند. چنین دستگاهی، دستگاه مختصات پایداری خوانده می‌شود(شکل(۲-۳)). در تحلیل‌های دینامیکی آینده از مختصات پایداری استفاده خواهد شد.



شکل (۲-۳) دستگاه مختصات پایداری

همانگونه که در شکل (۲-۳) مشاهده می‌شود، زاویه γ برابر زاویه بین بردار سرعت موشک و سطح افق است که به زاویه مسیر پرواز معروف است و در صفحه قائم اندازه گیری می‌شود. α، زاویه حمله، عبارتست از زاویه بین بردار سرعت و محور طولی موشک. θ، زاویه اوج، به صورت زاویه بین محور طولی موشک و سطح افق است.

با محدود ساختن اغتشاشات به آشفتگی‌های کوچک حول شرایط تعادل، حاصلضرب تغییرات در مقایسه با خود تغییرات کوچک خواهند بود و می‌توان از آنها چشم‌پوشی کرد. همچنین سرعت موشک را در راستای محور طولی ثابت در نظیر می‌گیریم. به عبارت دیگر مشتق بردار سرعت، فقط در راستای محور قائم دارای مولفه غیر صفر خواهد بود. با در نظر گرفتن فرضیات فوق داریم:

$$\sum \Delta \mathrm{F}_x = 0$$
$$\sum \Delta \mathrm{F}_\mathrm{z} = m(\dot{w} - U_0 \mathrm{q}) \qquad (۴۰-۲)$$
$$\sum \Delta \mathcal{M} = \dot{q} I_y$$

۲-۷ بسط معادلات حرکت طولی

حال لازم است نیرو ها و گشتاور های سمت چپ معادلات (۲-۴۰) بسط داده شوند. عموما در موشک‌ها نیروها و گشتاورهای فوق منشا آئرودینامیکی، گرانشی و همچنین پیشرانشی دارند.در نتیجه خواهیم داشت:

$$F_{Za} + F_{ZT} + F_{Zg} = m(\dot{w} - U_0 \mathrm{q}) \qquad (۴۱-۲)$$
$$M_a + M_T + M_g = \dot{q} I_y$$

که در روابط فوق اندیس a بیانگر نیروها و گشتاورهای آئرودینامیکی، اندیس T بیانگر نیرو و گشتاور پیشرانش موشک و اندیس g معرف نیرو و گشتاور گرانشی است. در ادامه به بررسی تک تک مولفه‌های نیرو و گشتاور اشاره شده می‌پردازیم.

۲-۷-۱ اثرات ناشی از گرانش

از آنجا که مبدا دستگاه بدنی بر مرکز جرم موشک منطبق است، گشتاورهای حاصل از وزن روی مرکز دستگاه بدنی صفر است. یعنی:

$$M_g = N_g = L_g = 0 \qquad (۴۲-۲)$$

مولفه‌های نیروی وزن در دستگاه بدنی به صورت زیر است:

$$F_{Xg} = -mg\, sin\theta$$
$$F_{Yg} = mg\, cos\theta\, sin\varphi \qquad (۴۳-۲)$$
$$F_{Zg} = mg\, cos\theta\, cos\varphi$$

۲-۷-۲ اثرات ناشی از پیشرانش

یکی از روش‌های کنترل موشک، کنترل بردار پیشرانش (تراست) است که برای تغییر اندازه مولفه‌های سرعت زاویه‌ای و خطی به کار می‌رود. از آنجا که در کنترل موشک مورد نظر فقط از کنترل سطوح

آئرودینامیکی استفاده می‌شود و همچنین بردار سرعت در راستای محور طولی ثابت در نظر گرفته شده است بنابراین از اثر این مولفه در تولید نیرو و گشتاورهای وارد به موشک صرف نظر می‌کنیم. برای مطالعه بیشتر می توان به() مراجعه کرد.

۲-۷-۳ اثرات ناشی از آئرودینامیک‌ها

روابط نیروها و گشتاورهای ائرودینامیکی وارد بر موشک به قرار زیر است:

نیروهای آئرودینامیکی:

$$F_{Xa} = QSC_X \tag{۲-۴۴}$$

$$F_{Ya} = QSC_Y \tag{۲-۴۵}$$

$$F_{Za} = QSC_Z \tag{۲-۴۶}$$

گشتاورهای آئرودینامیکی:

$$L_a = QSDC_L \tag{۲-۴۷}$$

$$N_a = QSDC_N \tag{۲-۴۸}$$

$$M_a = QSDC_M \tag{۲-۴۸}$$

در روابط (۲-۴۴) الی(۲-۴۹) داریم:

جدول (۲-۳) پارامترهای تشکیل دهنده نیروها و گشتاورهای آئرودینامیکی

ضریب نیروی طولی	C_X	ضریب گشتاور غلت	C_L	فشار دینامیکی موشک	Q
ضریب نیروی جانبی	C_Y	ضریب گشتاور سمت	C_N	سطح مقطع موشک	S

ضریب نیروی عمودی	C_Z	ضریب گشتاور اوج	C_M	قطر موشک	D

در رابطه فوق Q از دو رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = \frac{1}{2}\rho V^2 \qquad (۵۰-۲)$$

$$Q = 0.7PM^2 \qquad (۵۱-۲)$$

در رابطه (۲-۵۰)، ρ بیانگر چگالی هوا و V سرعت موشک است. همچنین در رابطه(۲-۵۱)،P معرف فشار استاتیکی و M عدد ماخ است که به صورت نسبت سرعت موشک به سرعت صوت تعریف می‌شود. شایان ذکراست ضرایب آئرودینامیکی اشاره شده به عوامل متنوعی از جمله زاویه حمله، زاویه انحراف جانبی، سرعت موشک، نرخ تغییرات زاویه اوج و ... وابسته هستند. روابط دقیق ضرایب آئرودینامیک موشک در بخش بعد ارائه خواهد شد.

۲–۸ صورت نهایی معادلات حرکت طولی

با فرضیات مطرح شده معادلات حرکت طولی موشک را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$QSC_Z + mg\,cos\theta\,cos\varphi = m(\dot{w} - U_0 \mathrm{q}) \qquad (۵۲-۲)$$

$$QSDC_M = \dot{q}I_y \qquad (۵۳-۲)$$

زاویه حمله به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\alpha = tan^{-1}\left(\frac{w}{U0}\right) \qquad (۵۴-۲)$$

نظر به این که انحرافات حول نقطه تعادل را کوچک در نظرگرفتیم که کوچک بودن زاویه حمله را نتیجه می‌دهد داریم:

$$\alpha = \frac{w}{U0} \qquad (۵۵-۲)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{w}}{U0} \qquad (۵۶-۲)$$

$$V_M = U0 \qquad (۵۷-۲)$$

در رابطه فوق V_M برابر اندازه بردار سرعت خطی موشک است.

بنابراین با توجه به روابط (۲-۵۲) و (۲-۵۳)داریم:

$$\dot{\alpha} = \frac{QSC_Z}{mV_M} + \frac{g\ cos\theta\ cos\varphi}{V_M} + q \tag{۲-۵۸}$$

$$\dot{q} = \frac{QSDC_M}{I_y} \tag{۲-۵۹}$$

اثر نیروی گرانش در رابطه(۲-۵۸) نسبت به دو مولفه دیگر قابل اغماض است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\dot{\alpha} = \frac{QSC_Z}{mV_M} + q \tag{۲-۶۰}$$

$$\dot{q} = \frac{QSDC_M}{I_y} \tag{۲-۶۱}$$

در پایان اشاره مجددی به فرضیات عنوان شده در پایان نامه برای دستیابی به معادلات حرکت طولی خواهیم داشت:

۱- موشک به عنوان یک جسم صلب در نظر گرفته شده است.

۲- موشک نسبت به صفحه قائم در راستای محور طولی موشک(صفحه *XOZ*) تقارن کامل دارد.

۳- جرم هواپیما در طول تحلیل کنترلی ثابت است.

۴- زمین یک مرجع اینرسی است.

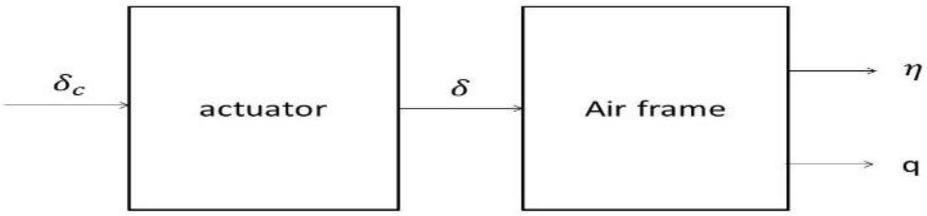
۵- اغتشاشات حول نقاط تعادل(ψ،φ و θ) کوچک فرض شده اند.

۶- کنترل موشک فقط از طریق انحراف سطوح ائرودینامیکی صورت می گیرد. (از اثر نیروی پیشران صرف نظر شده است)

۷- از اثر گرانش صرف نظر شده است.

۲-۹ بیان سیستمی معادلات کانال اوج موشک

شکل (۲-۴) بلوک دیاگرام مدل موشک را به همراه عملگر در کانال اوج نشان می دهد.



شکل (۲-٤) بلوک دیاگرام مدل موشک را به همراه عملگر در کانال اوج

معادلات دینامیکی بدنه موشک به قرار زیر است:

$$\dot{\alpha}(t) = K_\alpha M(t) C_Z[\alpha(t), \delta_e(t), M(t)] \cos\big(\alpha(t)\big) + q(t) \qquad (۶۲\text{-}۲)$$

$$\dot{q}(t) = K_q M^2(t) C_M[\alpha(t), \delta_e(t), M(t)] \qquad (۶۳\text{-}۲)$$

معادلات دینامیکی عملگر که به صورت یک سیستم خطی مرتبه دوم در نظر گرفته شده است برابر است با

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\delta_e(t)\\ \dot{\delta}_e(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -\omega_a{}^2 & -2\xi\omega_a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta_e(t)\\ \dot{\delta}_e(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \omega_a{}^2\end{bmatrix} + \delta_c(t) \qquad (۶۴\text{-}۲)$$

شتاب عمودی موشک که به همراه نرخ تغییرات زاویه اوج به عنوان خروجی سیستم در نظر گرفته شده اند به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$\eta(t) = K_z M^2(t) C_z[\alpha(t), \delta_e(t), M(t)] \qquad (۶۵\text{-}۲)$$

پارامترهای متغیر با زمان سیستم فوق به قرار زیرند:

جدول (۲-۴) پارامترهای متغیر با زمان مدل موشک

$\alpha(t)$	زاویه حمله (درجه)
$q(t)$	نرخ تغییرات زاویه اوج (درجه بر ثانیه)
$M(t)$	عدد ماخ (نسبت سرعت موشک به سرعت صوت)
$\delta_e(t)$	زاویه انحراف بالک بالابر (درجه)
$\delta_c(t)$	زاویه انحراف بالک بالابر فرمان (درجه)
$\eta(t)$	شتاب عمودی موشک(g)

ضرایب آئرودینامیکی موشک به صورت زیر داده شده اند:

$$C_Z[\alpha(t),\delta_e(t),M(t)] = \operatorname{sgn}(\alpha)\left[a_z|\alpha|^3 + b_z|\alpha|^2 + c_z\left(2-\frac{M}{3}\right)|\alpha|\right] + d_z\delta_e \tag{۲-۶۶}$$

$$C_M[\alpha(t),\delta_e(t),M(t)] = \operatorname{sgn}(\alpha)\left[a_m|\alpha|^3 + b_m|\alpha|^2 + c_m\left(-7+\frac{8M}{3}\right)|\alpha|\right] + d_m\delta_e \tag{۲-۶۷}$$

پارامترهای ثابت مدل سیستم به قرار زیر هستند:

$$K_\alpha = 0.7fP_0S/(mv_s) \tag{۲-۶۸}$$

$$K_q = 0.7fP_0Sd/I_y \tag{۲-۶۹}$$

$$K_z = 0.7P_0S/(mg) \tag{۲-۷۰}$$

در روابط فوق داریم:

جدول (۲-۵) ضرایب ثابت مدل موشک

ضریب تبدیل رادیان به درجه	$f = 180/\pi$
فشار هوا در ارتفاع ٦٠٩٦ متری	$P_0 = 46601.856\ Pa$
سرعت صوت در ارتفاع ٦٠٩٦ متری	$v_s = 315.894\ \ m/s$
گشتاور اینرسی محور اوج	$I_y = 247.437\ \ Kg.m^2$
جرم موشک	$m = 204.227\ Kg$
سطح مقطع موشک	$S = 0.0409\ \ m^2$
قطر موشک	$D = 0.2286\ \ m$
فرکانس طبیعی نامیرای عملگر	$\omega_a = 150\ \ rad/s$
ضریب میرایی عملگر	$\xi = 0.7$

جدول (۲-۶) ثابت‌های ضرایب آئرودینامیکی موشک

$a_z = 0.0001\ deg^{-3}$	$b_z = -0.0094\ deg^{-2}$	$c_z = -0.1696\ \ deg^{-3}$	$d_z = -0.034\ deg^{-3}$
$a_m = 0.0002\ deg^{-3}$	$b_m = -0.0195\ deg^{-2}$	$c_m = 0.051\ \ deg^{-3}$	$d_m = -0.206\ deg^{-3}$

اهداف طراحی:

۱- پایداری سیستم کنترل در سراسر ناحیه کاری. ناحیه کاری سیستم به صورت زیر تعیین شده است

$$-20^{\circ} \leq \alpha \leq 20^{\circ}$$
$$2 \leq M \leq 4$$

۲- ردگیری فرامین پله ای شتاب عمودی با ثابت زمانی کوچکتر از ۰٫۳ و خطای حالت ماندگار کمتر از ۱ درصد. همچنین بیشینه بالا زدگی پاسخ پله از مقدار نهایی نباید بیشتر از ۱۰ در صد باشد.

۳- بیشینه آهنگ تغییرات انحراف زاویه بالک برای فرمان پله g۱ نباید بیشتر از ۳۰ درجه بر ثانیه باشد.

فصل سوم:

آشنایی با سیستم‌های مرتبه کسری

۳–۱ مقدمه

در این فصل با سیستم‌های مرتبه کسری آشنا می‌شویم. به همین منظور در ابتدای این فصل مقدمه‌ای در مورد حسابان کسری بیان خواهد شد. در ادامه با تعریف معادلات دیفرانسیل با مشتقات مرتبه کسری و همچنین تبدیل لاپلاس مشتقات مرتبه کسری به بحث در مورد سیستم‌های مرتبه کسری و رفتار آن‌ها در حوزه زمان و فرکانس و همچنین بحث در مورد پایداری سیستم‌های مرتبه کسری پرداخته خواهد شد و در انتها به معرفی کنترل‌کننده‌های تناسبی مشتقی انتگرالی مرتبه کسری خواهیم پرداخت. تمامی روابط و شکل های این فصل از مرجع [۵۲] برگرفته شده است

۳–۲ مقدمه‌ای بر حسابان کسری

۳–۲–۱ تابع گاما

تابع گاما با حسابان مرتبه کسری رابطه تنگاتنگی دارد و در رابطه‌های مربوط به حسابان کسری به وفور استفاده می‌شود. این تابع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1}\, dt \ , \quad \forall z \in \mathbb{R} \qquad (۳-۱)$$

مهم‌ترین خاصیت تابع گاما در رابطه (۳-۲) بیان شده است.

$$\Gamma(z+1) = z\,\Gamma(z) \tag{۲-۳}$$

درواقع تابع گاما بسط فاکتوریل برای تمام اعداد حقیقی است. برای اعداد طبیعی داریم:

$$\Gamma(z) = (z-1)! \tag{۳-۳}$$

۳-۲-۲ عملگرهای مرتبه کسری

۳-۲-۲-۱ انتگرال مرتبه کسری

انتگرال ریمان-لیبویل مرتبه n ام تابع f به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\int_c^n f(t) \triangleq\ D_c^{-n} f(t) = \frac{1}{(n-1)!}\int_c^t (t-\tau)^{n-1} f(\tau)d\tau\,, \qquad t>c\,,n\in\mathbb{Z}^+ \tag{۴-۳}$$

به صورت طبیعی می‌توان اعتبار این رابطه را به $n\epsilon R^+$ تعمیم داد. با در نظر گرفتن $(n-1)! =$ $\Gamma(n)$ و تعریف عدد حقیقی مثبت α انتگرال مرتبه کسری ریمان – لیوویل به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\int_c^\alpha f(t) \triangleq = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_c^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau)d\tau\,, \qquad t>c\,, \qquad \alpha\in\mathbb{R}^+ \tag{۵-۳}$$

در سیستم‌های دینامیکی تابع f(t) نسبت به t علی است و از آنجا که ما بیشتر با سیستم‌های دینامیکی سروکار داریم تعریف انتگرال مرتبه کسری را به صورت زیر بیان و استفاده می‌کنیم.

$$\int_0^t f(t) \triangleq = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau)d\tau\,, \qquad t>0\,, \qquad \alpha\in\mathbb{R}^+ \tag{۶-۳}$$

در رابطه فوق همان‌طور که دیده می‌شود، انتگرال فوق می‌تواند به صورت یک کانولوشن علی خلاصه شود.

۳-۲-۲-۲ مشتق گیر مرتبه کسری

با معرفی عدد صحیح و مثبت m به‌طوری که $m-1<\alpha<m$،تعریف ریمان-لیوویل برای عملگر مشتق گیر مرتبه کسری از مرتبه $\alpha\in\ R^+$ به صورت زیر خواهد بود:

$$
{}_{R}D^{\alpha}f(t) \triangleq \frac{d^m}{dt^m}\left[\frac{1}{\Gamma(m-\alpha)}\int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}}d\tau\right]
$$
(۷-۳)

$$
m-1<\alpha<m \quad , \quad m\in\mathbb{N}
$$

یک تعریف جایگزین برای عملگر مشتق گیر مرتبه کسری معرفی شده توسط کاپوتو به صورت زیر است:

$$
{}_{C}D^{\alpha}f(t) \triangleq \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)}\int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}}d\tau \;, \quad m-1<\alpha<m \quad , \quad m\in\mathbb{N}
$$
(۸-۳)

این رابطه نسبت به رابطه ریمان – لیوویل از محدود کنندگی بیشتری برخوردار است به این علت که به انتگرال‌پذیری مطلق از m امین مرتبه مشتق تابع f(t) نیاز دارد.

تعریف دیگری نیز برای عملگر مشتق مرتبه کسری وجود دارد که به رابطه گرانولد- لتینکف معروف است. این رابطه به‌قرار زیر است:

$$
{}_{L}D^{\alpha}f(t) \triangleq \sum_{k=0}^{m}\frac{f^{(k)}(0^+)t^{k-\alpha}}{\Gamma(m+1-\alpha)} + \frac{1}{\Gamma(m+1-\alpha)}\int_0^t (t-\tau)^{m-\alpha}f^{(m+1)}(\tau)d\tau \quad , \quad m>\alpha-1
$$
(۹-۳)

۳-۲-۳ تبدیل لاپلاس مرتبه کسری

تبدیل لاپلاس یکی از ابزارهای اساسی در سیستم ها و مهندسی کنترل است. به همین علت ما در اینجا به ارائه معادلات این تبدیل برای عملگرهای مرتبه کسری تعریف شده می‌پردازیم.

این معادلات به صورت زیر هستند:

$$
L\left[\int_0^{\alpha} f(t)\right] = s^{-\alpha}F(s)
$$
(۱۰-۳)

$$
L[{}_{R}D^{\alpha}f(t)] = s^{\alpha}F(s) - \sum_{k=0}^{m-1} s^k\,[{}_{R}D^{\alpha-k-1}f(t)]_{t=0}\,, \qquad m-1\le\alpha<m
$$
(۱۱-۳)

$$
L[{}_{C}D^{\alpha}f(t)] = s^{\alpha}F(s) - \sum_{k=0}^{m-1} s^{\alpha-k-1}\,f^{(k)}(0), \qquad m-1\le\alpha<m
$$
(۱۲-۳)

$$
L[{}_{L}D^{\alpha}f(t)] = s^{\alpha}F(s)
$$
(۱۳-۳)

۳–۳ سیستم‌های مرتبه کسری

بعد از اشاره مختصر به تعاریف اساسی محاسبات کسری در قسمت قبل به آنالیز سیستم‌های با معادلات دیفرانسیلی مرتبه کسری می‌پردازیم.

۳–۳–۱ نمایش فرم تابع انتقال سیستم‌های مرتبه کسری

معادلات دینامیکی یک سیستم زمان پیوسته مرتبه کسری می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\sum_{k=0}^{n} a_k D^{\alpha_k} y(t) = \sum_{k=0}^{m} b_k D^{\beta_k} u(t) \quad , \quad a_k, b_k \in \mathbb{R} \tag{۱۴-۳}$$

یا به عبارت دیگر:

$$\begin{aligned} &a_n D^{\alpha_n} y(t) + a_{n-1} D^{\alpha_{n-1}} y(t) + \cdots + a_0 D^{\alpha_0} y(t) \\ &\qquad = b_m D^{\beta_m} u(t) + b_{m-1} D^{\beta_{m-1}} u(t) + \cdots + b_0 D^{\beta_0} u(t) \end{aligned} \tag{۱۵-۳}$$

اگر در معادله قبل تمام مراتب مشتق گیر مضرب صحیحی از مرتبه پایه α باشد، یعنی $\alpha_k, \beta_k = k\alpha \ , \ \alpha \epsilon \mathbb{R}^+$ سیستم از نوع مرتبه متناسب خواهد بود و خواهیم داشت:

$$\sum_{k=0}^{n} a_k D^{k\alpha} y(t) = \sum_{k=0}^{m} b_k D^{k\alpha} u(t) \tag{۱۶-۳}$$

در معادله اخیر اگر $q \epsilon Z^+ \ , \ \alpha = \frac{1}{q}$ باشد، سیستم از نوع مرتبه گویا خواهد بود.

با اعمال تبدیل لاپلاس رابطه (۳-۱۵) با شرایط اولیه صفر نمایش ورودی خروجی سیستم‌های مرتبه کسری زمان پیوسته به دست خواهد آمد.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \cdots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \cdots + a_0 s^{\alpha_0}} \tag{۱۷-۳}$$

در حالتی که سیستم از نوع مرتبه متناسب باشد ، تابع تبدیل زمان پیوسته از رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$G(s) = \frac{\sum_{k=0}^{m} b_k (s^\alpha)^k}{\sum_{k=0}^{n} a_k (s^\alpha)^k} \qquad (۱۸-۳)$$

می‌توان رابطه فوق را یک تابع شبه گویا در نظر گرفت. با تغییر متغیر $\lambda = s^\alpha$ داریم:

$$H(\lambda) = \frac{\sum_{k=0}^{m} b_k \lambda^k}{\sum_{k=0}^{n} a_k \lambda^k} \qquad (۱۹-۳)$$

۳-۳-۲ پایداری سیستم‌های مرتبه کسری

۳-۳-۲-۱ ملاحظات اولیه

راه حل کلی بررسی پایداری سیستم‌های مرتبه کسری از مطالعه جواب‌های معادلات دیفرانسیلی که مشخص‌کننده آن هاست حاصل می‌شود. راه حل جایگزین مطالعه بر روی تابع انتقال سیستم (۳-۱۷) است. برای تحقیق در این روش لازم به یادآوری است که تابع از نوع

$$a_n s^{\alpha n} + a_{n-1} s^{\alpha n-1} + \cdots + a_0 s^{\alpha 0}\,, \quad \alpha_i \epsilon R^+ \qquad (۲۰-۳)$$

یک تابع چند مقداره از متغیر مختلط s است که محدوده آن را می‌توان درصفحه ای از سطوح ریمان مشاهده کرد. این صفحات به ازای $\alpha_i \epsilon Q^+\,,\ \forall i$ متناهی بوده و صفحه اصلی با $-\pi < \arg(s) < \pi$ تعریف می‌شود. در حالتی که $\alpha_i \epsilon Q^+$، یعنی $\alpha = 1/q$ و q عدد صحیح مثبت باشد، تعداد q صفحه ریمان از سطوح ریمان به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$s = |s|e^{j\phi}\,, \quad (2k+1)\pi < \varphi < (2k+3)\pi\,, \quad k = -1,0,\dots,q-2 \qquad (۲۱-۳)$$

که در رابطه فوق $k = -1$، بیانگر صفحه اصلی است

۳-۳-۲-۲ شرایط پایداری

بعد از توضیحات داده‌شده در قسمت‌های قبل به احراز شرایط پایداری سیستم‌های مرتبه کسری می‌پردازیم.

در حالت کلی می‌توان گفت یک سیستم مرتبه کسری با تابع انتقال اصم $G(s) = P(s)/Q(s)$ پایداری ورودی محدود خروجی محدود دارد اگر و فقط اگر شرط زیر برقرار باشد.

$$\exists M \quad |G(s)| \leq M \,, \quad \forall s \; \mathcal{R}(s) \geq 0 \tag{۳-۲۵}$$

شرط فوق برقرار خواهد بود اگر تمام ریشه‌های $Q(s) = 0$ در صفحه اصلی ریمان قرار داشته باشند و ریشه‌های معادله $P(s) = 0$ این‌چنین نباشد و قسمت حقیقی منفی نداشته باشد. برای حالتی که سیستم موردنظر مرتبه متناسب باشد، که معادله مشخصه آن یک چند جمله‌ای از متغیر مختلط $\lambda = s^{\alpha}$ است، شرط پایداری به برقراری رابطه زیر خلاصه می‌شود

$$|\mathrm{Arg}(\lambda_i)| > \frac{\alpha\pi}{2} \tag{۳-۲۶}$$

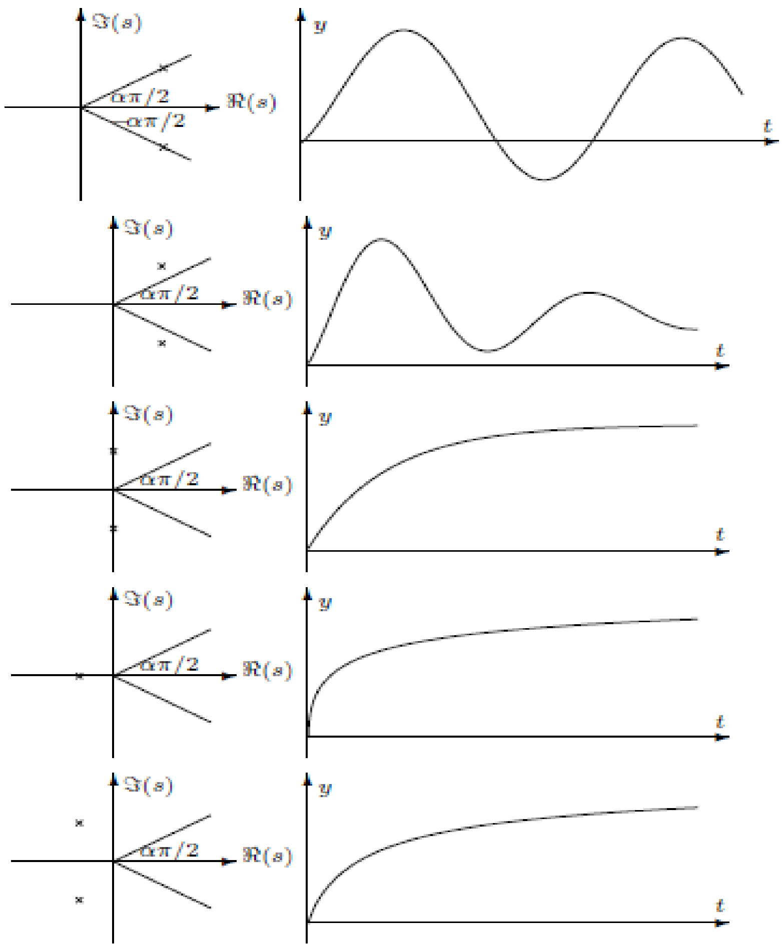
جایی که λ_i ریشه‌های چند جمله‌ای مشخصه برحسب λ است. برای حالت خاص $\alpha = 1$ شرط شناخته شده پایداری به برای سیستم‌های نامتغیر بازمان مرتبه صحیح برابر است با:

$$|\arg(\lambda_i)| > \frac{\pi}{2} \;, \quad \forall \lambda_i \; Q(\lambda_i) = 0 \tag{۳-۲۷}$$

۳-۳- تحلیل حوزه زمان و فرکانس سیستم‌های مرتبه کسری

۳-۳-۱ پاسخ گذرا

معادله عمومی برای پاسخ سیستم مرتبه کسری در حوزه زمان را می‌توان با استفاده از روش‌های تحلیلی که در قبل بیان شد تعیین کرد. پاسخ ،بسته به ریشه‌های معادله مشخصه شش حالت مختلف می‌تواند داشته باشد. که در شکل (۳-۱) نشان داده‌شده اند.

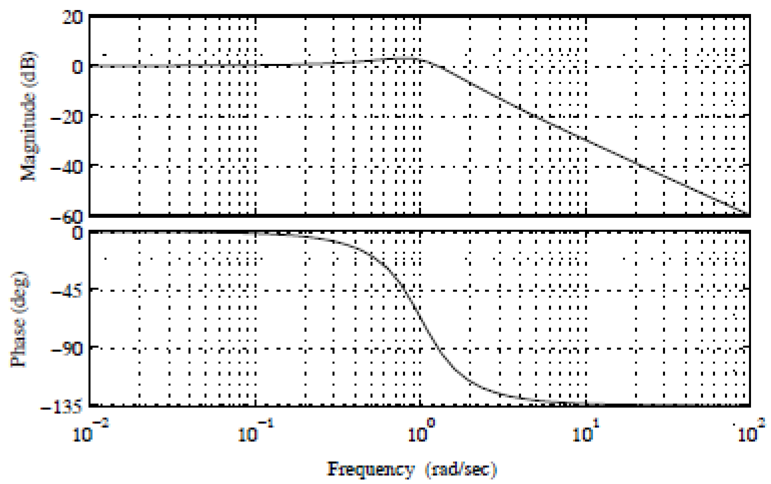


شکل (۳-۱) موقعیت ریشه‌ها و پاسخ زمانی متناظر

۳-۲-۳-۲ پاسخ فرکانسی

در حالت کلی ، پاسخ فرکانسی باید از طریق ارزیابی مستقیم تابع انتقال مرتبه اصم سیستم مرتبه کسری در امتداد محور موهومی برای $\omega \in (0,\infty)$, $s = j\omega$ بدست آید. با این حال برای سیستم‌های مرتبه متناسب می‌توان نمودارهای شبیه به دیاگرام بود را بدست آورد ، به عبارت دیگر با فاکتورگیری از تابع انتقال به نحوی که به صورت عوامل ضرب شونده درآید ، برای هر عامل به صورت $(s^\alpha+\gamma)^{\pm 1}$ ، منحنی اندازه از صفر شروع شده و برای فرکانس‌های بالا شیبی برابر $\pm\alpha 20\ dB/dec$ دارد و منحنی فاز از صفر به $\pm\alpha\pi/2$ می‌رسد. در کنار این برای $\alpha > 1$ تشدید رخ می‌دهد. برای درک بهتر، دیاگرام بود یک تابع تبدیل با رابطه (۳-۳۲) در شکل (۳-۵) رسم شده است.

$$G(s) = \frac{1}{s^{3/2}+1} \tag{۳-۳۲}$$



شکل (۳-۲) دیاگرام بود سیستم (۳-۳۲)

فرکانس تشدید تقریباً 0.8 rad/s می‌باشد.

۳-۲-۳-۳ پاسخ حالت ماندگار

در ادامه تحلیل پاسخ سیستم‌های مرتبه کسری به بررسی رفتار حالت ماندگار سیستم‌های مرتبه کسری می‌پردازیم.

یک سیستم نوعی با فیدبک منفی واحد و ضرایب خطای حالت ماندگار که به صورت زیر تعریف می‌شود در نظر بگیرید:

$$K_p(\text{ضریب خطای موقعیت}) = \lim_{s\to 0} G(s) \qquad (۳۳-۳)$$

$$K_v(\text{ضریب خطای سرعت}) = \lim_{s\to 0} sG(s) \qquad (۳۴-۳)$$

$$K_a(\text{ضریب خطای شتاب}) = \lim_{s\to 0} s^2G(s) \qquad (۳۵-۳)$$

در صورتی که تابع انتقال سیستم مرتبه کسری به صورت زیر باشد:

$$G(s) = \frac{K(a_m s^{\beta_m} + a_{m-1}s^{\beta_{m-1}} + \cdots + 1)}{s^{\gamma}(b_n s^{\alpha_n} + b_{n-1}s^{\alpha_{n-1}} + \cdots + 1)} \qquad (۳۶-۳)$$

روابط زیر برقرارند.

$$K_p = \lim_{s\to 0}\frac{K}{s^{\gamma}} = \lim_{s\to 0} K\, s^{-\gamma}\,, \quad e_p = \frac{1}{1+K_p} \qquad (۳۷-۳)$$

$$K_v = \lim_{s\to 0} K\frac{s}{s^\gamma} = \lim_{s\to 0} K\, s^{1-\gamma}\,, \quad e_v = \frac{1}{K_v} \tag{۳۸-۳}$$

$$K_a = \lim_{s\to 0} K\frac{s^2}{s^\gamma} = \lim_{s\to 0} K\, s^{2-\gamma}\,, \quad e_a = \frac{1}{K_a} \tag{۳۹-۳}$$

در جدول (۳-۱) خطاهای حالت ماندگار و ضرایب خطا به ازای مقادیر مختلف γ آورده شده است.

جدول(۳-۱) ضرایب خطای حالت ماندگار

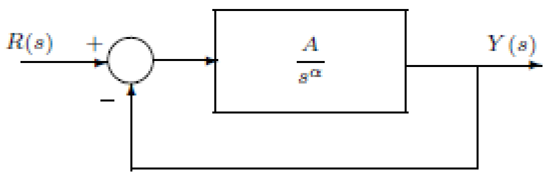
Steady state					Steady state				
γ	K_p, e_p	K_v, e_v	$K_a,\ e_a$	Type	γ	$K_p,\ e_p$	$K_v,\ e_v$	$K_a,\ e_a$	Type
0	$K,\ 1/(1+K)$	$0,\ \infty$	$0,\ \infty$	0	(0,1)	$\infty, 0$	$0,\ \infty$	$0,\ \infty$	0/1
1	$\infty, 0$	$K,\ 1/K$	$0,\ \infty$	1	(1,2)	$\infty, 0$	$\infty, 0$	$0,\ \infty$	1/2
2	$\infty, 0$	$\infty, 0$	$K,\ 1/K$	2	(2,3)	$\infty, 0$	$\infty, 0$	$\infty, 0$	2/3

۳-۲-۴ تابع انتقال حلقه ایده‌آل بود به عنوان سیستم مرجع

سیستمی که تابع انتقال حلقه باز آن به صورت زیر باشد در نظر بگیرید.

$$F(s) = \frac{A}{s^\alpha} \quad , \quad 0 < \alpha < 2 \tag{۴۰-۳}$$

بود، این تابع انتقال را تابع انتقال حلقه باز ایده آل نام نهاد. (شکل ۳-۳)



شکل (۳-۳) سیستم مرجع

خصوصیات این سیستم عبارت‌اند از:

۱. حلقه باز

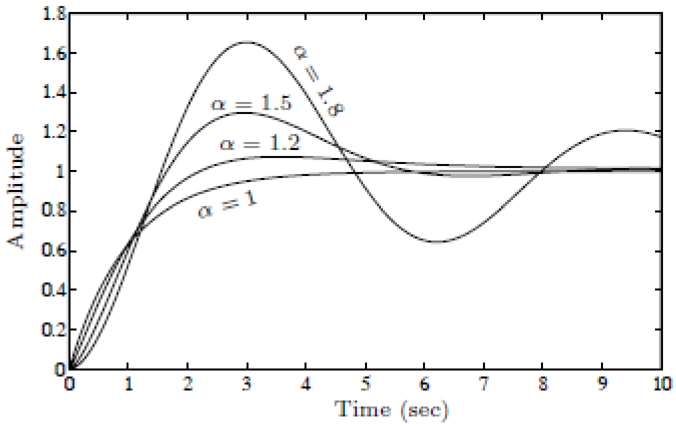
- منحنی اندازه شیب ثابتی برابر $-20\alpha\ dB/dec$ دارد.
- فرکانس عبور بهره به A بستگی دارد.
- منحنی فاز یک خط افقی با مقدار $-\alpha\pi/2$ است.
- منحنی نایکوئیست یک خط مستقیم است که از مبدأ شروع می‌شود با آرگومان $-\alpha\pi/2$

۲. حلقه بسته

- حد بهره نامتناهی است.
- حد فاز عدد ثابت و با مقدار $\varphi_m = \pi(1-\frac{\alpha}{2})$ است.

۳-۲-۴-۱ پاسخ پله و پارامترهای مشخصه

در شکل(۳-۴) پاسخ پله سیستم F(s) به ازای A=1 و مقادیر مختلف α رسم شده است.



شکل (۳-۴) پاسخ پله سیستم(۳-۴۰) با A=1

این منحنی‌ها مرتبط با ضرایب میرایی و فرکانس طبیعی از ریشه‌های مخرج F(s) قابل حصول هستند.

این ریشه‌ها به‌قرار زیرند:

$$s_{1,2} = A^{1/\alpha}\, e^{j\pi/\alpha} = A^{1/\alpha}\left(\cos\frac{\pi}{\alpha} + j\,\sin\frac{\pi}{\alpha}\right) \tag{۳-۴۱}$$

با استفاده از روابط شناخته شده زیر

$$w_n = |s_{1,2}|\ , \qquad -\delta w_n = \mathcal{R}(s_{1,2})\,, \qquad w_p = w_n\sqrt{1-\delta^2} \tag{۳-۴۲}$$

که در آن w_n فرکانس طبیعی، δ ضریب میرایی، w_p فرکانس طبیعی میرا شونده، به صورت تابعی از موقعیت قطب‌ها بیان‌شده‌اند، پارامترهای مشخصه به صورت زیر تعیین می‌شوند.

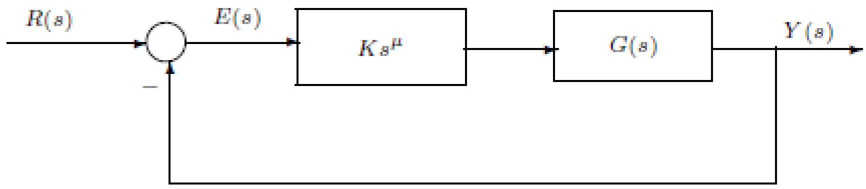
$$\delta = -\cos\frac{\pi}{\alpha}\ , \qquad w_n = A^{1/\alpha}, \qquad w_p = A^{1/\alpha}\sqrt{1-(\cos\frac{\pi}{\alpha})^2} = A^{1/\alpha}\sin\frac{\pi}{\alpha} \tag{۳-۴۳}$$

۳-۴ کنترل‌کننده تناسبی – مشتقی – انتگرالی مرتبه کسری

۳-۴-۱ عملگرهای کنترلی مرتبه کسری عمومی

با شروع از بلوک دیاگرام شکل (۳-۵)، تأثیر عملگرهای پایه کنترلی از نوع Ks^{μ} برای $\mu \in [-1,1]$ در این بخش بررسی می‌شود. عملگرهای کنترلی پایه به شرح زیرند:

- $\mu = 0$: عملگر تناسبی
- $\mu = -1$: عملگر انتگرالی
- $\mu = 1$: عملگر مشتقی



شکل (۳-۵) بلوک دیاگرام یک سیستم حلقه بسته با عملگرهای کنترلی مرتبه کسری

۳-۴-۱-۱ عمل انتگرال

همان‌طور که می‌دانیم، اثرات مهم عملگرهای انتگرال گیر عبارت‌اند از کاهش سرعت سیستم، کاهش پایداری نسبی و حذف خطای حالت ماندگار برای ورودی‌هایی که سیستم به اعمال آن‌ها خطای محدود دارد.

این اثرات در حوزه مختلف قابل روئیت هستند. در حوزه زمان، اثراتی که عمل انتگرال بر روی پاسخ گذرا می‌گذارد شامل کاهش زمان خیز و افزایش زمان نشست و بلازدگی است. در صفحه مختلط، عمل انتگرال مکان هندسی ریشه‌های سیستم را به سمت نیم صفحه سمت راست می‌کشاند . در نهایت در حوزه فرکانس، این اثرات شامل افزایش $-20\ {}^{dB}/_{dec}$ در شیب منحنی اندازه و کاهش ${}^{\pi}/_{2}\,rad$ در منحنی فاز است.

در حالت عمل انتگرال مرتبه کسری، جایی که $\mu \in (-1,1)$ ، انتخاب مقدار μ نیازمند توجه به اثرات ذکر شده است.

در حوزه زمان، تأثیر عمل کنترلی را می‌توان بر روی مربع سیگنال خطا بررسی کرد. اگر سیگنال خطا را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$e(t) = \sum_{k=0}^{N} (-1)^k u_0(t - kT) \ , \ \ k = 0,1,2, \dots , N \tag{۴۸-۳}$$

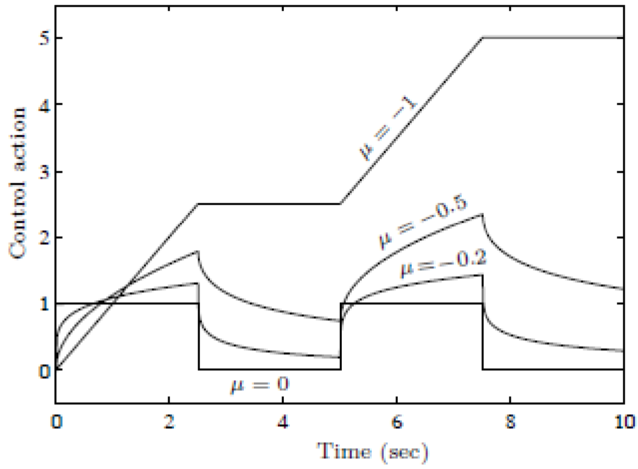
در رابطه فوق، u_0 پله واحد است. تبدیل لاپلاس سیگنال خطا برابر است با

$$E(s) = \sum_{k=0}^{N} (-1)^k \frac{e^{-kTs}}{s} \tag{۴۹-۳}$$

بنابراین، عمل کنترلی نشان داده‌شده شده در شکل(۳-۵)، به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} u(t) &= L^{-1}\{U(s)\} = L^{-1}\left\{\sum_{k=0}^{N} (-1)^k \frac{e^{-kTs}}{s}\right\} \\ &= K \sum_{k=0}^{N} \frac{(-1)^k}{\Gamma(1-\mu)} (t - kT) u_0(t - kT) \end{aligned} \tag{۵۰-۳}$$

شکل (۳-۶)، سیگنال $u(t)$ را برای مقادیر $\mu = 0, -0.2, -0.5, -1$ نشان می‌دهد. ($T = 30, N = 4$). همان‌طور که قابل مشاهده است، اثر عمل کنترلی بر روی سیگنال خطا، میان اثرات عمل تناسبی($\mu = 0$ ، سیگنال مربعی) و عمل انتگرال ($\mu = -1$ ، منحنی خط راست) متغیر است.



شکل (۳-۶) عمل کنترلی انتگرال برای مربع سیگنال خطا و $\mu = 0, -0.2, -0.5, -1$

برای مقادیر میانی μ، عمل کنترلی برای یک مقدار ثابت خطا افزایش می‌یابد، که نتیجه آن حذف خطای حالت ماندگار است.(جدول ۳-۱ را ببینید) همچنین عمل کنترلی کاهش می‌یابد هنگامی که خطا صفر باشد، که پایداری بیشتر سیستم را نتیجه می‌دهد.

در صفحه مختلط، ریشه‌های مکان هندسی ریشه‌های سیستم به همراه عمل کنترلی بدین صورت به دست می‌آید:

$$1 + Ks^{\mu}G(s) = 0 \qquad (۳-۵۱)$$

شرایط اندازه و فاز برای رابطه فوق به کمک رابطه

$$s = |s|e^{j\phi} \rightarrow s^{\mu} = |s|^{\mu}e^{j\mu\phi} \qquad (۳-۵۲)$$

به صورت زیر خواهند بود

$$|K| = \frac{1}{|s^{\mu}||G(s)|} = \frac{1}{|s|^{\mu}|G(s)|} \qquad (۳-۵۳)$$

$$\arg[s^{\mu}G(s)] = \arg[G(s)] + \mu\phi = (2n+1)\pi \quad , \quad n = 0, \pm1, \pm2, \ldots \qquad (۳-۵۴)$$

انتخاب مقادیر $\mu \in (-1,0)$ موجب جابجایی مکان هندسی ریشه‌ها به سمت نیم صفحه سمت راست می‌شود.

در حوزه فرکانس، منحنی اندازه و فاز به صورت زیر خواهند بود.

$$20\log|s^{\mu}G(s)|_{s=jw} = 20\log|G(jw)| + 20\mu\, log w \tag{۵۵-۳}$$

$$\arg[s^{\mu}G(s)]_{s=jw} = \arg[G(s)] + \mu\frac{\pi}{2} \tag{۵۶-۳}$$

با تغییر مقدار μ بین ۱- و ۰ ، به شیب منحنی اندازه بین $-20\, {dB}/{dec}$ و $0\, {dB}/{dec}$ اضافه خواهد شد، همچنین یک تاخیر بین 0 تا $-\frac{\pi}{2}\ rad$ در نمودار فاز ایجاد می‌شود.

۳-۴-۱-۲ عمل مشتق

همان‌طور که می‌دانیم، عمل مشتق، باعث افزایش پایداری سیستم و بالا بردن حساسیت سیستم نسبت به نویز در فرکانس‌های بالا می‌شود. در حوزه زمان، کاهش بلازدگی و زمان نشست را می‌توان به عنون اثر مشتق مشاهده کرد. در صفحه مختلط، عمل مشتق، باعث جابجا شدن مکان هندسی ریشه‌های سیستم به سمت نیم صفحه سمت چپ می‌شود. در حوزه فرکانس این عمل یک پیش فازی $\frac{\pi}{2}\ rad$ به منحنی فاز و $20\, {dB}/{dec}$ به شیب منحنی اندازه اضافه می کند.

با دنبال کردن مسیری مشابه به آنچه برای عمل انتگرال طی شد، به سادگی اثبات می‌شود تمامی اثرات عمل مشتق را می‌توان با انتخاب مرتبه عمل مشتق در بازه $\mu \in (-1,0)$ ، وزن دار کرد.

در حوزه زمان، اثر عمل مشتق را می‌توان بر روی یک سیگنال خطای ذوزنقه های بررسی کرد که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} e(t) = tu_0(t) - t(t-T)u_0(t-T) - t(t-2T)u_0(t-2T) \\ + t(t-3T)u_0(t-3T) \end{aligned} \tag{۵۷-۳}$$

تبدیل لاپلاس سیگنال فوق برابر است با

$$E(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{e^{-Ts}}{s^2} - \frac{e^{-2Ts}}{s^2} + \frac{e^{-3Ts}}{s^2} \tag{۵۸-۳}$$

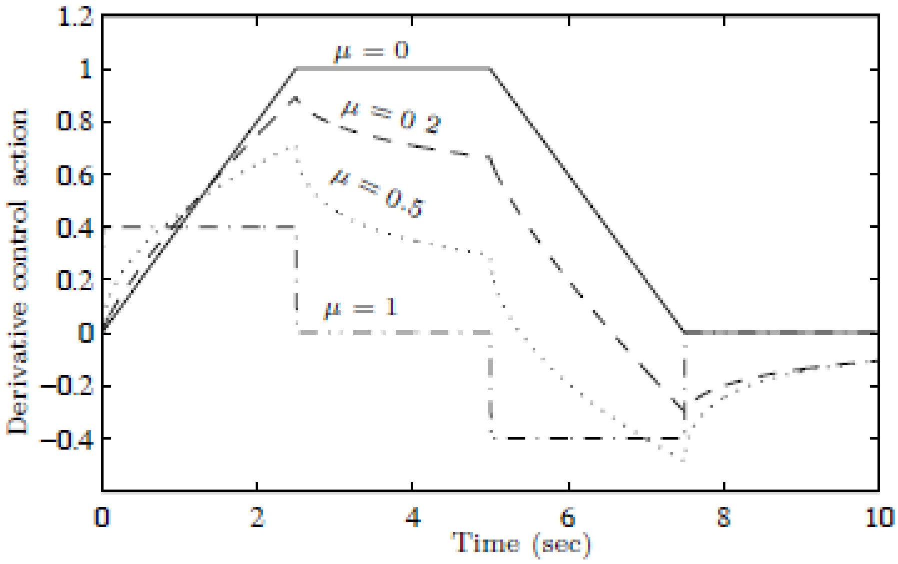
بنابراین با توجه به شکل(۳-۹)، عمل کنترل به صورت زیر بیان می‌شود.

$$u(t) = L^{-1}\{U(s)\} = L^{-1}\left\{K(\frac{1}{s^{2-\mu}} - \frac{e^{-Ts}}{s^{2-\mu}} - \frac{e^{-2Ts}}{s^{2-\mu}} + \frac{e^{-3Ts}}{s^{2-\mu}}\right\}$$

$$= \frac{K}{\Gamma(2-\mu)}\{t^{1-\mu}u_0(t) - (t-T)^{1-\mu}u_0(t-T) - \qquad (۵۹-۳)$$

$$(t-2T)^{1-\mu}u_0(t-2T) + (t-3T)^{1-\mu}u_0(t-3T)$$

اثر این عمل کنترلی بر سیگنال خطا در شکل (۳-۷) نشان داده‌شده است و بین عمل تناسبی ($\mu = 0$ ، سیگنال ذورنقه ای) و عمل مشتق ($\mu = 1$ ، سیگنال مربعی) متغیر است. برای مقادیر میانی μ، عمل کنترل متناظر با منحنی‌های میانی است. باید به این نکته توجه کرد که عمل مشتق برای خطای ثابت صفر نیست و رشد سیگنال کنترلی زمانی که یک تغییر در سیگنال خطا حادث شود بیشتر میرا می‌شود که موجب می‌شود تضعیف بهتری برای نویزهای فرکانس بالا صورت گیرد.



شکل (۳-۷) عمل کنترلی مشتق برای یک سیگنال خطای ذوزنقه ای با $\mu = 0, 0.2, 0.5, 1$

در حوزه فرکانس، منحنی اندازه و فاز در رابطه‌های (۳-۵۵) و (۳-۵۶) بیان‌شده‌اند. با تغییر مقادیر μ بین بازه ۰ و ۱ ، یک افزایش شیب منحنی اندازه در بازه $0\,{}^{dB}/_{dec}$ و $20\,{}^{dB}/_{dec}$ و یک تاخیر در نمودار فاز در بازه 0 تا $\frac{\pi}{2}\,rad$ خواهیم داشت.

۳-۴-۲ کنترل‌کننده تناسبی – مشتقی – انتگرالی مرتبه کسری

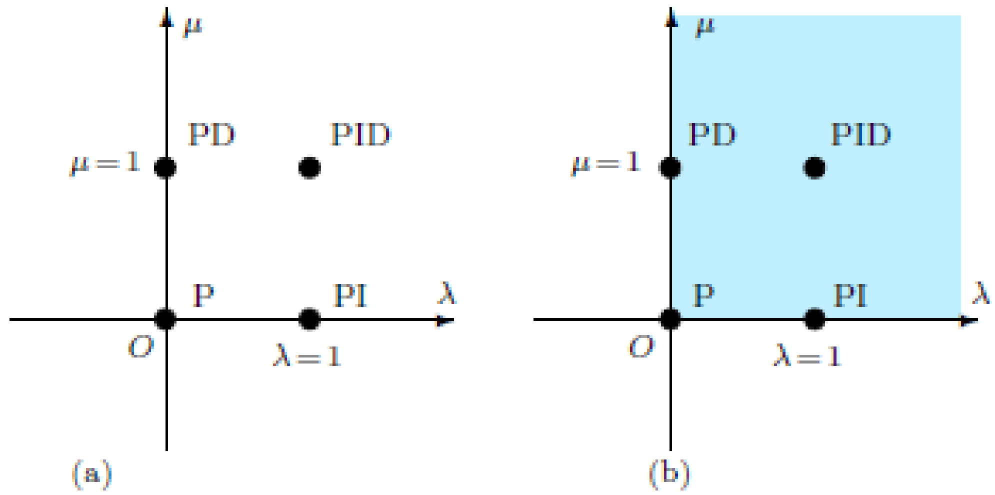
عمل کنترلی یک کنترل‌کننده PID مرتبه کسری به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i D^{-\lambda} e(t) + K_d D^{\mu} e(t) \tag{۶۰-۳}$$

اعمال تبدیل لاپلاس با شرایط اولیه صفر، تابع انتقال کنترل‌کننده را نتیجه می‌دهد.

$$C_f(s) = K_p + \frac{K_i}{s^{\lambda}} + K_d s^{\mu} \tag{۶۱-۳}$$

از لحاظ گرافیکی، همان‌طور که در شکل(۳-۸) نشان داده‌شده است، کنترل‌کننده PID مرتبه کسری چهار نقطه کنترلی از PID کلاسیک را به یک صفحه در برگیرنده نقاط کنترلی تعریف شده توسط مقادیر μ و λ تعمیم می‌دهد.



شکل (۳-۸) PID مرتبه کسری و کلاسیک: از نقاط به صفحه:(a) مرتبه صحیح و (b) مرتبه کسری

فصل چهارم:

طراحی کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره فازی برای سیستم‌های غیرخطی متغیر با پارامتر

۴-۱ مقدمه

نوعی خاص از سیستم‌های غیرخطی با معادلات دینامیکی به فرم کلی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{X}(t) = F\big(X(t), U(t), \theta(t)\big)$$
$$Y(t) = G\big(X(t), U(t), \theta(t)\big) \qquad (۴-۱)$$

جایی که $X(t) \in R^n$ بردار حالت، $U(t) \in R^m$ بردار ورودی کنترلی، $Y(t) \in R^p$ بردار خروجی و $G(.)$ و $F(.)$ توابعی غیرخطی هستند. $\theta(t) \in R^s$ بردار پارامترهای متغیر با زمان است که می‌تواند شامل متغیرهای سیستمی و یا غیر سیستمی‌باشد. از ویژگی‌های این سیستم‌ها این است که به ازای مقادیر مختلف بردار θ، نواحی کاری متفاوتی را تجربه خواهند کرد. خطی سازی معادلات سیستم (۴-۱) حول نقاط تعادل ما را با گونه‌ای خاص از سیستم‌های خطی با نام سیستم‌های خطی متغیر با پارامتر مواجه می‌سازد. تفاوت مهمی که سیستم‌های خطی متغیر با پارامتر با سیستم‌های خطی متغیر با زمان و نامتغیر با زمان دارند در درون خطی بودن ذاتی آن‌ها است، در حالی که سیستم‌های خطی متغیر و نامتغیر با زمان در زیر گروه سیستم‌های خارج از خط قرار می‌گیرند که ماتریس‌های فضای حالت و یا ضرایب مدل خطی آن‌ها در تمامی زمان‌ها از قبل مشخص است. روابط (۴-۲ الی ۴-۴) به ترتیب فرم فضای حالت سیستم‌های متغیر با پارامتر، متغیر با زمان و نامتغیر با زمان را نشان می‌دهند.

$$\dot{x}(t) = A\big(\theta(t)\big)\, x(t) + B\big(\theta(t)\big)\, u(t)$$
$$y(t) = C\big(\theta(t)\big)\, x(t) + D\big(\theta(t)\big)\, u(t) \qquad (۴-۲)$$

$$\dot{x}(t) = A(t)\, x(t) + B(t)\, u(t)$$
$$y(t) = C(t)\, x(t) + D(t)\, u(t) \qquad (۴-۳)$$

$$\dot{x}(t) = A\, x(t) + B\, u(t)$$
$$y(t) = C\, x(t) + D\, u(t) \qquad (۴-۴)$$

در این فصل هدف طراحی کنترل‌کننده جدول‌بندی فازی برای سیستم‌های غیرخطی با معادلات عمومی (۴-۱) می‌باشد. در ادامه مراحل طراحی کنترل‌کننده فوق به‌صورت مختصر توضیح داده می‌رود، سپس به طراحی کنترل‌کننده می‌پردازیم.

مرحله اول به دست آوردن خانواده‌ای از زیر سیستم‌های خطی محلی متغیر با پارامتر است. این کار از طریق خطی سازی سیستم غیرخطی حول نقاط تعادل توسط ماتریس ژاکوبین و سپس پارامتری کردن زیر سیستم‌های فوق با بردار پارامترهای متغیر با زمان انجام می‌گیرد. پارامترهای فوق در این الگوریتم به متغیرهای جدول‌بندی شهرت دارند. از آنجا که زیر سیستم‌های خطی سازی شده از نوع متغیر با پارامتر با معادلات (۴-۱) هستند، لازم است مقادیر ثابتی را برای متغیرهای جدول‌بندی در نظر بگیریم تا سیستم‌های محلی فوق به حالت خطی نامتغیر با زمان تبدیل شده و برای طراحی کنترل‌کننده‌های خطی نامتغیر با زمان محلی مهیا شوند. انتخاب مقادیر ثابت متغیرهای جدول‌بندی باید به نحوی صورت گیرد که تمامی فضای عملیاتی سیستم پوشش داده شود. در این پایان‌نامه انتخاب بهینه مقادیر ثابت متغیرهای جدول‌بندی به کمک طراحی یک سیستم فازی با پارامترهای بهینه شده توسط الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات انجام خواهد گرفت.

مرحله دوم طراحی کنترل‌کننده‌های خطی محلی به‌منظور برآورده سازی خواسته‌های مطلوب کنترلی نظیر پایداری و کارایی مطلوب در نقطه کارهای انتخابی است. در سایر نقاط کار ضرایب کنترل‌کننده با استفاده از روش‌های درون‌یابی، درون‌یابی می‌رود. توجه به این نکته لازم است که جهت درون‌یابی ضرایب کنترل‌کننده‌های خطی در سایر نواحی کاری لازم است کنترل‌کننده‌ها از ساختار یکسانی برخوردار باشند به این معنا که توابع انتقال کنترل‌کننده‌ها تعداد صفر و قطب برابر داشته باشند. در این پایان‌نامه از کنترل‌کننده تناسبی مشتقی انتگرالی مرتبه کسری برای طراحی کنترل‌کننده‌های محلی بهره گرفته شده است. پارامترهای قانون کنترل برای تک تک کنترل‌کننده‌های محلی توسط الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات تنظیم می‌رود.

مرحله سوم عملیاتی کردن یک کنترل‌کننده واحد با درون‌یابی بهره‌های کنترل‌کننده‌های خطی است به‌نحوی‌که این بهره‌ها با توجه به مقادیر جاری متغیرهای جدول‌بندی به‌روزرسانی شوند. در این پایان‌نامه این کار توسط یک سیستم فازی تاکاگی سوگنو مرتبه صفر صورت می‌پذیرد. ورودی‌های سیستم فازی پارامترهای جدول‌بندی و خروجی‌های سیستم فازی بهره‌های کنترل‌کننده درون‌یابی شده هستند.

۴-۲ خطی‌سازی مدل غیرخطی به روش ماتریس ژاکوبین

همان‌طور که اشاره شد، قدم اول در الگوریتم جدول‌بندی بهره خطی سازی سیستم غیرخطی و استخراج خانواده‌ای از سیستم‌های خطی متغیر با پارامتر در نقاط کار مختلف است. به همین منظور در این بخش روش خطی سازی توسط ماتریس ژاکوبین شرح داده می‌شود[54].

یک سیستم غیرخطی با معادلات دینامیکی زیر در نظر بگیرید:

$$\dot{X}(t) = F\big(X(t), U(t)\big) \qquad (5\text{-}۴)$$

نقطه $\bar{X} \in R^n$ یک نقطه تعادل سیستم است اگر یک $\bar{U} \in R^m$ (ورودی تعادل) وجود داشته باشد به‌نحوی‌که داشته باشیم:

$$F(\bar{X}\,,\bar{U}) = 0_n \qquad (۶-۴)$$

سیستم (۴-۱) را با نقطه تعادل $\bar{X}$ و ورودی تعادل $\bar{U}$ در نظر بگیرید. می‌دانیم اگر سیستم فوق با شرط اولیه $X(t_0) \equiv \bar{X}$ و اعمال ورودی $U(t) \equiv \bar{U}$ به ازای $t \geq t_0$ شروع به کار کند، حالت سیستم برای تمام زمان‌ها در $X(t) \equiv \bar{X}$ باقی می‌ماند و خروجی سیستم نیز برابر مقدار ثابت $\bar{Y} \in R^p$ خواهد بود که با جایگذاری $\bar{X}$ و $\bar{U}$ در رابطه (۱۰) به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{Y} = G(\bar{X}\,,\bar{U}) \qquad (۷-۴)$$

متغیرهای انحرافی $\delta_x(t)$، $\delta_u(t)$ و $\delta_y(t)$ را که معرف تغییرات کوچک حول نقطه تعادل، ورودی تعادل و خروجی تعادل هستند را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\delta_x(t) &= X(t) - \bar{X}\\ \delta_u(t) &= U(t) - \bar{U}\\ \delta_y(t) &= Y(t) - \bar{Y}\end{aligned} \qquad (۸-۴)$$

از آنجا که $\dot{\delta_x}(t) = \dot{X}(t)$ ، با جایگذاری رابطه (۴-۸) در (۴-۵) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{\delta_x}(t) &= F\big(\bar{X} + \delta_x(t), \bar{U} + \delta_u(t)\big)\\ \delta_y(t) + \bar{Y} &= G\big(\bar{X} + \delta_x(t)\,, \bar{U} + \delta_u(t)\big)\end{aligned} \qquad (۹-۴)$$

بسط تیلور توابع دو متغیره $f(x,u)$ حول نقطه $(\bar{x}\,,\bar{u}\,)$ به‌صورت زیر تعریف می‌رود[]:

$$f\big(x(t),u(t)\big) = f(\bar{x},\bar{u}) + \frac{\partial f}{\partial x}\bigg|_{\substack{x=\bar{x}\\ u=\bar{u}}}(x(t) - \bar{x}) + \frac{\partial f}{\partial u}\bigg|_{\substack{x=\bar{x}\\ u=\bar{u}}}(u(t) - \bar{u}) + h.o.t \qquad (۱۰-۴)$$

از این رو با بسط تیلور طرف راست معادلات(۴-۹) حول نقطه تعادل خواهیم داشت:

$$\dot{\delta_x}(t) = F(\bar{X}\,,\bar{U}) \;+\; \frac{\partial F}{\partial X}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}\\ U=\bar{U}}} \;\delta_x(t) \;\;+ \frac{\partial F}{\partial U}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}\\ U=\bar{U}}} \;\delta_u(t) \;+ h.o.t \tag{۱۱-۴}$$

$$\delta_y(t) + \bar{Y} = G(\bar{X}\,,\bar{U}) + \frac{\partial G}{\partial X}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}\\ U=\bar{U}}} \;\delta_x(t) + \frac{\partial G}{\partial U}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}\\ U=\bar{U}}} \;\delta_u(t) + h.o.t \tag{۱۲-۴}$$

از آنجا که $F(\bar{X}\,,\bar{U}\;) = 0$ و $G(\bar{X}\,,\bar{U}\;) = \bar{y}$ ، با صرف نظر از عناصر با مرتبه بزرگ‌تر از یک در روابط فوق داریم:

$$\dot{\delta_x}(t) \approx \; \frac{\partial F}{\partial X}\bigg|_{\substack{x=\bar{x}\\ u=\bar{u}}} \;\delta_x(t) \;+\; \frac{\partial F}{\partial U}\bigg|_{\substack{x=\bar{x}\\ u=\bar{u}}} \;\delta_u(t) \tag{۱۳-۴}$$

$$\delta_y(t) \approx \frac{\partial G}{\partial X}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}\\ U=\bar{U}}} \;\delta_x(t) \;+\; \frac{\partial G}{\partial U}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}\\ U=\bar{U}}} \delta_u(t) \tag{۱۴-۴}$$

ماتریس‌های ژاکوبین به فرم زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\partial F}{\partial x}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}\\ U=\bar{U}}} \in R^{n\times n} \qquad & B &= \frac{\partial F}{\partial U}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}\\ U=\bar{U}}} \;\in R^{n\times m} \\ C &= \frac{\partial G}{\partial X}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}\\ U=\bar{U}}} \;\in R^{p\times n} \qquad & D &= \frac{\partial F}{\partial X}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}\\ U=\bar{U}}} \in R^{p\times m} \end{aligned} \tag{۱۵-۴}$$

در نهایت داریم:

$$\begin{aligned} \dot{\delta_x}(t) &= \;A\;\delta_x(t) \;+\; B\;\delta_u(t) \\ \delta_y(t) &= \;C\;\delta_x(t) \;\;+ D\;\delta_u(t) \end{aligned} \tag{۱۶-۴}$$

در حالتی که سیستم غیرخطی از نوع سیستم‌های متغیر با پارامتر با معادلات(۴-۱) باشد معادلات (۴-۱۵) و (۴-۱۶) به‌صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} A(\theta) &= \frac{\partial F}{\partial X}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}(\theta)\\ U=\bar{U}(\theta)}} \in R^{n\times n} \qquad & B(\theta) &= \frac{\partial F}{\partial U}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}(\theta)\\ U=\bar{U}(\theta)}} \in R^{n\times m} \\ C(\theta) &= \frac{\partial G}{\partial X}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}(\theta)\\ U=\bar{U}(\theta)}} \in R^{p\times n} \qquad & D(\theta) &= \frac{\partial F}{\partial X}\bigg|_{\substack{X=\bar{X}(\theta)\\ U=\bar{U}(\theta)}} \in R^{p\times m} \end{aligned} \tag{۱۷-۴}$$

$$\dot{\delta}_x(t) = A(\theta)\,\delta_x(t) + B(\theta)\,\delta_u(t)$$
$$\delta_y(t) = C(\theta)\,\delta_x(t) + D(\theta)\,\delta_u(t) \qquad (۱۸-۴)$$

θ بردار پارامترهای متغیر با زمان(متغیرهای جدول‌بندی) است.

معادلات حالت (۴-۱۸)، فرم خطی سازی شده متغیر با پارامتر معادلات سیستم غیرخطی (۴-۱) هستند که فقط در یک همسایگی حول نقطه تعادل معتبر خواهند بود. از آنجایی که برای طراحی کنترل‌کننده‌های نامتغیر با زمان محلی به فرم نامتغیر با زمان معادلات (۴-۱۸) نیازمندیم، به این منظور باید مقادیر ثابتی برای متغیرهای جدول‌بندی در نظر گرفت و در معادلات (۴-۱۸) جایگذاری کرد. نکته حائز اهمیت این است که در الگوریتم جدول‌بندی بهره، طراحی کنترل‌کننده فقط برای نقاط کار انتخابی صورت می‌گیرد و در مابقی ناحیه کاری سیستم از درون‌یابی ضرایب کنترل‌کننده بهره می‌گیریم. به همین دلیل تعیین تعداد و همچنین موقعیت نقاط کار انتخابی(متغیرهای جدول‌بندی) از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. به بیانی دیگر نقاط کار باید به گونه‌ای انتخاب شوند که به بهترین نحو ممکن فضای عملیاتی سیستم را پوشش دهند. به همین منظور در بخش بعد یک سیستم فازی باهدف تعیین بهترین مراکز نواحی جدول‌بندی آموزش داده می‌شود.

۴-۳ طراحی تقریب‌گر فازی بهینه باهدف تعیین نقاط بهینه متغییرهای جدول‌بندی

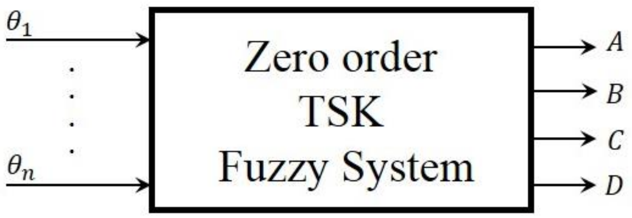
برای تعیین موقعیت بهینه نقاط کار (متغیرهای جدول‌بندی)، ابتدا باید ضرایب مدل خطی سیستم در تعدادی کافی از نقاط کار محاسبه شود. به عبارت دیگر به ازای مقادیر مختلف متغیرهای جدول‌بندی ضرایب مدل خطی(ماتریس‌های فضای حالت) که در رابطه (۴-۱۸) بین شده‌اند محاسبه می‌شوند. سپس با استفاده از ضرایب به دست آمده از مدل خطی برای نقاط کار مختلف، یک سیستم استنتاج فازی از نوع تاکاگی سوگنو مرتبه صفر آموزش داده می‌رود به‌نحوی‌که ضرایب مدل خطی با دقت بالایی تقریب زده شوند.

۴–۳–۱ سیستم فازی تاکاگی سوگنو: یک تقریب‌گر عمومی

مراحل طراحی یک سیستم استنتاج فازی از نوع تاکاگی سوگنو به‌عنوان تقریب گر به ترتیب زیر است:

- مشخص کردن هدف طراحی
- تعیین ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم فازی
- اختصاص مجموعه‌های فازی به پارامترهای ورودی
- تشکیل پایگاه قوانین فازی و انتخاب موتور استنتاج

همان‌طور که در ابتدای این بخش اشاره شد، هدف از طراحی تقریب گر فازی تعیین موقعیت بهینه برای متغیرهای جدول‌بندی است. ورودی‌های سیستم فازی متغیرهای جدول‌بندی و خروجی‌های سیستم فازی ضرایب مدل خطی یا به عبارت دیگر درایه‌های ماتریس‌های فضای حالت مدل خطی تعریف می‌رود(شکل(۴-۱)).



شکل (۴-۱)   سیستم فازی جهت تعیین موقعیت بهینه متغییرهای جدول‌بندی

۴–۳–۱–۱ انتخاب توابع عضویت ورودی

در فرآیند انتخاب تعداد و توابع عضویت ورودی باید به نکات زیر توجه کرد:

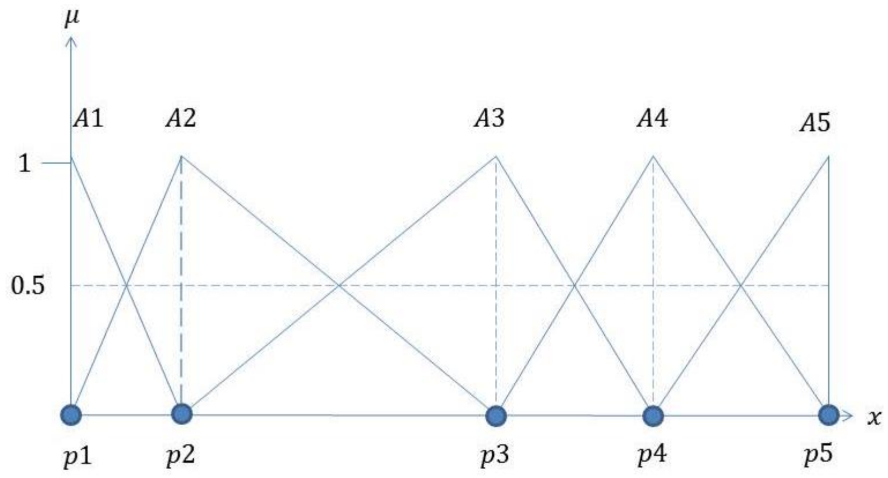
- در الگوریتم جدول‌بندی بهره، طراحی کنترل‌کننده فقط در چند نقطه خاص از فضای تحت پوشش سیستم انجام می‌گیرد و در مابقی نقاط از درون‌یابی بین بهره‌های این کنترل‌کننده‌ها استفاده می‌رود تعیین تعداد و موقعیت این نقاط از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. از آنجا که ورودی‌های سیستم فازی متغیرهای جدول‌بندی هستند، تعداد توابع عضویت اختصاص یافته برای

ورودی فازی با تعداد نقاط انتخابی برای طراحی کنترل‌کننده رابطه دارد به‌طوری‌که حاصلضرب تعداد توابع عضویت ورودی‌ها، تعداد نقاط طراحی کنترل‌کننده را به دست می‌دهد.

- در صورتی که تعداد توابع عضویت زیاد باشد، تقریب و درون‌یابی بهره‌های کنترل‌کننده در سایر نقاط کاری با دقت بیشتری صورت می‌گیرد اما روند محاسبات طراحی کنترل‌کننده جدول‌بندی را پیچیده و طولانی می‌کند. اگر تعداد توابع عضویت کم انتخاب کنیم که به منزله کم بودن نقاط طراحی(نواحی جدول‌بندی) است، تحقق کنترل‌کننده جدول‌بندی ساده‌تر صورت می‌گیرد اما دقت کار کاهش پیدا می‌کند.
- برای درون‌یابی بهره‌های کنترل‌کننده در نقطه‌ای میان دونقطه طراحی متوالی، بهتر است نقاط دیگر طراحی اثری در درون‌یابی نداشته باشند. به عبارت دیگر در یک نقطه بین دونقطه طراحی متوالی، بهتر است توابع عضویت اختصاص یافته به نقاط طراحی غیر مجاور درجه تعلق صفر داشته باشند.
- از آنجایی که طراحی کنترل‌کننده برای نقاط طراحی فقط صورت می‌گیرد، نقاط طراحی باید دارای بیشترین درجه تعلق در تابع عضویت خود باشند و هرچه از نقطه طراحی دور شویم باید از درجه تعلق تابع عضویت مذکور کاسته شود.

برای داشتن چنین خصوصیاتی بهتر است مجموعه توابع عضویت برای هر پارامتر ورودی به‌صورت طبیعی و متعامد انتخاب شوند. یعنی در نقاط طراحی(مراکز نواحی جدول‌بندی) فقط تابع عضویت همان ناحیه واحد بوده و مابقی توابع عضویت در آن نقطه صفر باشند. همچنین مجموع درجه تعلق توابع عضویت در هر نقطه از فضای ورودی برابر یک باشد.

تابع عضویت گوسین از این جهت که متعامد نیست و قابلیت پوشش مستقل در طرفین مرکز خود ندارد پیشنهاد نمی‌شود. به همین دلیل تابع عضویت مثلثی را با داران بودن تمام ویژگی‌های ذکر شده به‌عنوان تابع عضویت پارامترهای ورودی انتخاب می‌کنیم. شکل (۴-۲) نمونه‌ای از یک مجموعه فازی با توابع عضویت مثلثی را نشان می‌دهد.



شکل (۴-۲) توابع عضویت مثلثی طبیعی و متعامد

۴-۳-۱-۲ تشکیل پایگاه قوانین فازی و انتخاب موتور استنتاج

در سیستم فازی تاکاگی سوگنو مرتبه صفر، ورودی‌ها از جنس فازی و خروجی‌ها از جنس اعداد حقیقی هستند. پایگاه قوانین فازی در سیستم مورد بحث، شامل قوانین اگر-آنگاه فازی به‌صورت زیر است:

$$Rule\ i:\ IF\quad \theta_1\ \ is\ \ \mu_1^i(\theta_1)\quad and\ \dots\ and\quad \theta_n\ \ is\ \ \mu_n^i(\theta_n)$$

$$THEN \qquad\qquad (۱۹\text{-}۴)$$

$$A=A^i\quad and\quad B=B^i\quad and\quad C=C^i\quad and\quad D=D^i$$

در قوانین فوق $\theta=\theta_1,\dots,\theta_n$ معرف پارامترهای ورودی (متغیرهای جدول‌بندی)، A,B,C,D بیانگر ماتریس‌های فضای حالت مدل خطی و خروجی‌های سیستم فازی هستند. $i=1,\dots,M$ شماره قانون در پایگاه قوانین فازی و M تعداد قوانین فازی است. تابع $\mu_1^i(\theta_1)$ نشان‌دهنده تابع عضویت پارامتر ورودی اول در قانون i است. A^i ، B^i، C^i و D^i مقادیر پارامترهای خروجی در قانون i ام هستند. پارامترهای خروجی سیستم فازی در حقیقت درایه‌هایی از ماتریس‌های فضای حالت هستند که وابسته به بردار θ می باشند و برای سادگی نمایش در قوانین فازی به‌صورت ماتریسی بیان شده‌اند.

هر خروجی سیستم فازی با انتخاب استنتاج ضرب‌در ورودی به ترتیب زیر محاسبه می‌شود:

$$A = \sum_{i=1}^{M} A^i \frac{\prod_{j=1}^{n} \mu_j^i(\theta_j)}{\sum_{i=1}^{M} \prod_{j=1}^{n} \mu_j^i(\theta_j)} \quad (۴-۲۰)$$

خروجی‌های B, C, D نیز به طریق مشابه قابل محاسبه هستند.

در سیستم فازی مورد بحث به‌جای ماتریس‌های فضای حالت مدل خطی، می‌توان از ضرایب تابع انتقال مدل خطی به‌عنوان خروجی‌های فازی استفاده کرد.

۴-۳-۲ آموزش یک سیستم فازی بهینه باهدف یافتن مراکز نواحی جدول‌بندی به کمک روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات

فرض کنید در قسمت قبل برای هر پارامتر ورودی θ_j $(j = 1, \ldots, n)$ تعداد m_j تابع عضویت مثلثی در نظر گرفته‌ایم به‌نحوی‌که θ_1 تعداد m_1 تابع عضویت و θ_n تعداد m_n تابع عضویت دارد. تعداد نقاط کار عضو R^n که برای آن‌ها کنترل‌کننده طراحی می‌رود برابر با تعداد قوانین فازی است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\mathrm{M} = m_1 \times m_2 \times \ldots \times m_n \quad (۴-۲۱)$$

ناحیه کاری سیستم غیرخطی (۴-۱) که با متغیرهای جدول‌بندی θ مشخص می‌رود یک فضای n بعدی است که مرزهای آن توسط حد بالا و پایین متغیرهای جدول‌بندی به‌صورت زیر تعریف می‌رود:

$$\begin{gathered} \theta_1 \in [\theta_{1\,min}, \theta_{1\,max}] \\ \vdots \\ \theta_n \in [\theta_{n\,min}, \theta_{n\,max}] \end{gathered} \quad (۴-۲۲)$$

برای آموزش سیستم فازی که باهدف تعیین موقعیت M نقطه کار (مراکز توابع عضویت مجموعه‌های فازی ورودی) در ناحیه کاری سیستم صورت می‌گیرد مراحل زیر باید به ترتیب طی کرد:

- **تعیین پارامترهای بهینه‌سازی:** همان‌طور که در ابتدای این فصل اشاره شد هدف از طراحی تقریب گر فازی یافتن موقعیت بهینه مراکز نواحی جدول‌بندی است. در سیستم مورد بحث این مراکز همان مراکز توابع عضویت مجموعه‌های فازی اختصاص یافته به پارامترهای ورودی هستند. بنابراین پارامتری که به‌عنوان پارامتر بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌رود، مراکز توابع عضویت مثلثی مجموعه‌های فازی اختصاص یافته به پارامترهای ورودی است.

- **تعیین الگوهای آموزش:** تعدادی کافی نقطه کار (الگو) در فضای n بعدی جهت آموزش سیستم فازی به‌طوری‌که ناحیه کاری را به نحو مطلوبی پوشش دهد انتخاب می‌کنیم. بدیهی است این تعداد باید از M به‌مراتب بیشتر باشند. این نقاط را می‌توان به‌صورت منظم بافاصله‌های یکسان و یا به‌صورت تصادفی اختیار کرد.

- **معیار بهینه‌سازی:** هر نقطه کار(الگوی آموزش) را به‌عنوان ورودی به سیستم فازی اعمال می‌کنیم و خروجی‌های فازی را که تقریبی از ضرایب مدل خطی هستند به دست می‌آوریم. البته هرچه نقطه کار به یکی از مراکز توابع عضویت ورودی نزدیک‌تر باشد، خروجی به دست آمده تقریب دقیق‌تری از ضرایب مدل خطی است. سپس حول هر نقطه کار(الگوی آموزش) مدل اصلی را خطی سازی کرده و ضرایب مدل خطی را این بار به‌صورت دقیق به دست می‌آوریم. برای این کار کافی است نقاط کار (θ) را در معادله (۴-۱۷) جایگذاری کنیم. اختلاف مقادیر دقیق ضرایب مدل خطی را که از طریق خطی سازی ژاکوبین صورت گرفته است با مقادیر تقریبی که به کمک سیستم فازی به دست آمده‌اند برای تمامی نقاط کار، به‌عنوان معیار بهینگی نقاط کار در نظر می‌گیریم. روش‌های مختلفی برای محاسبه خطای کلی حاصل از تقریب سیستم فازی وجود دارد که مقدار مؤثر مجموع مربعات خطای خروجی‌های فازی بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد که فرمول محاسبه آن در زیر می‌آید.

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{1}{4N}(\sum_{i=1}^{N}(A_{d_i} - A_{f_i})^2 + (B_{d_i} - B_{f_i})^2 + (C_{d_i} - C_{f_i})^2 + (D_{d_i} - D_{f_i})^2} \qquad (۴-۲۳)$$

در رابطه(۴-۲۳)، N تعداد الگوهای آموزشی، اندیس f_i بیانگر خروجی دقیق و مطلوب حاصل از ورودی آموزشی i ام و اندیس d_i معرف خروجی‌های دقیق و مطلوب است.

روش بهینه‌سازی: روش بهینه‌سازی که در این پایان‌نامه مورد استفاده قرار می‌گیرد، الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات است. الگوریتم PSO که از شبیه‌سازی یک مدل اجتماعی ساده الهام گرفته است، یکی از روش‌های بهینه‌سازی بدون مشتق و تکاملی مبتنی بر جمعیت است که برای بهینه‌سازی توابع غیرخطی به کار می‌رود. این روش که در آن هر ذره به‌عنوان یک جواب بالقوه در نظر گرفته می‌شود، جستجوی جواب بهینه را در سراسر فضای مسئله به‌سادگی میسر می‌سازد. به همین دلیل در مقایسه با روش‌های مبتنی بر مشتق احتمال رسیدن به بهینه محلی بسیار کمتر است. پارامترهای کم، سادگی پیاده‌سازی، قابلیت بهینه‌سازی در ابعاد بالا و سرعت همگرایی خوب ازجمله ویژگی‌های این الگوریتم است. در فصل بعد پیاده‌سازی این الگوریتم برای مسئله مورد بحث می‌پردازیم.

۴-۳-۳ الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات

۴-۳-۳-۱ مروری بر الگوریتم تکاملی اجتماع ذرات

در این بخش الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات برای بهینه‌سازی مراکز توابع عضویت پارامترهای ورودی سیستم فازی مورد بحث به کار گرفته می‌رود. در این الگوریتم در هر تکرار، سرعت هر ذره با توجه به بهترین موقعیت خود در تکرارهای قبل و همچنین موقعیت بهترین ذره اجتماع تغییر می‌کند و به‌تبع آن موقعیت ذرات به‌روزرسانی می‌شود. روابط تغییربردار سرعت و موقعیت هر ذره به‌قرار زیر است[55]:

$$v_{j,g}^{(t+1)} = w.v_{j,g}^{(t)} + c_1 * rand(.) * \left(x_{pbest j,g}^{(t)} - x_{j,g}^{(t)}\right) + c_2 * rand(.) * \left(x_{gbest,g}^{(t)} - x_{j,g}^{(t)}\right) \quad (۴-۲۴)$$

$$x_{j,g}^{(t+1)} = x_{j,g}^{(t)} + v_{j,g}^{(t+1)} \quad (۴-۲۵)$$

$$j = 1,2,\dots,n$$

$g = 1,2, \dots, m$

پارامترهای روابط فوق در جدول(۴-۱) آورده شده است.

جدول (۴-۱) پارامترهای الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات

n	تعداد ذرات اجتماع
m	تعداد اعضای هر ذره(بعد ذره)
t	نشان‌دهنده تکرارها
$v_{j,g}^{(t)}$	$v_g^{min} \leq v_{j,g}^{(t)} \leq v_g^{max}$, سرعت پارامتر g از ذره j در تکرار t
w	بردار وزن اینرسی
c_1, c_2	ضرایب شتاب
Rand()	عدد تصادفی بین ۰ و۱
$x_{j,g}^{(t)}$	موقعیت جاری پارامتر g از ذره jدر تکرار t
$pbest_j$	بهترین ارزشمندی ذره j
gbest	بهترین ارزشمندی کل اجتماع

- **تعداد ذرات اجتماع:** تعداد ذرات اجتماع را متناسب به بعد ذرات انتخاب می‌کنیم. هر چه بعد ذرات بیشتر باشد باید ذرات بیشتری را برای جستجوی جواب بهینه اختیار کرد. در مسائل معمول بهینه‌سازی این تعداد بین ۳۰ تا ۵۰ می‌باشد.
- **سرعت ماکزیمم**(V^{max}): سرعت ماکزیمم را اگر خیلی بزرگ انتخاب کنیم، ممکن است ذرات از نقاط بهینه عبور کنند. اگر سرعت ماکزیمم را کوچک انتخاب کنیم، ممکن است ذرات، نقاط دورتر از جواب‌های محلی را به‌خوبی جستجو نکنند. این پارامتر به‌طور معمول برابر ۱۰ تا ۲۰ درصد رنج دینامیکی هر متغیر ذره انتخاب می‌رود.

- **ثابت‌های شتاب(c_1, c_2)**: ثابت‌های شتاب c_1 و c_2 به ترتیب تعیین کننده اندازه بردار سرعت در راستای موقعیت‌های pbest و gbest هستند. این ضرایب معمولاً برابر ۲ در نظر گرفته می‌شوند.

- **وزن لختی(w)**: وزن لختی تأثیر به سزایی در برقراری همگرایی الگوریتم دارد و یک تعادل بین جستجوی محلی و سراسری ایجاد می‌کند. وزن لختی عموماً باید به‌صورت نزولی انتخاب شود به‌نحوی‌که در تکرارهای اولیه جستجوی به‌صورت سراسری با سرعت بالا و در تکرارهای انتهایی جستجوی محلی با سرعت کم صورت گیرد. رابطه() یک رابطه شناخته‌شده برای وزن لختی به شمار می‌رود. در این رابطه w_{max} برابر ۰٫۹ و w_{min} برابر ۰٫۴ می‌باشد. $iter$ شماره تکرار جاری و $iter_{max}$ شماره آخرین تکرار است.

$$w = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{iter_{max}} \times iter \qquad (۲۶-۴)$$

۴-۳-۳-۲ پیاده‌سازی الگوریتم pso برای بهینه‌سازی مراکز مجموعه‌های فازی

برای بهینه‌سازی مراکز توابع عضویت مجموعه‌های فازی ورودی با کمک الگوریتم pso مراحل زیر را باید طی کرد:

قدم اول) تعیین بعد، تعداد و مرز بالا و پایین ذرات: در مسئله مورد بحث، بعد ذره با برابر تعداد مراکز عضویت پارامترهای ورودی است. از آنجا که برای هر پارامتر ورودی θ_j و $(j = 1, \dots, n)$ ، تعداد m_j تابع عضویت در نظر گرفته‌ایم، بعد هر ذره برابر است با:

$$m = m_1 + m_2 + \cdots + m_n \qquad (۲۷-۴)$$

بنابراین برای هر ذره از اجتماع، بردار x ، تعیین کننده موقعیت ذره به‌صورت زیر تعریف می‌رود.

$$x^T = [x_1^{\theta 1}, x_2^{\theta 1}, \dots, x_{m1}^{\theta 1}, x_1^{\theta 2}, x_2^{\theta 2}, \dots, x_{m2}^{\theta 2}, , \dots, x_1^{\theta n}, x_2^{\theta n}, \dots, x_{mn}^{\theta n},] \qquad (۲۸-۴)$$

تعداد ذرات را در این مسئله خاص با توجه به آنچه در بخش قبل ذکر شد ۸ برابر بعد ذرات انتخاب می‌کنیم. حد بالا و پایین ذرات همان مرزهای مشخص کننده ناحیه کاری سیستم غیرخطی است که در معادله(۴-۲۲) بیان شده است.

قدم دوم)مقدار دهی اولیه تصادفی به موقعیت ذرات، سرعت ذرات، pbestها و gbest : بعد از تعیین بعد ذرات و مرز بالا و پایین آن‌ها، برای هر ذره از اجتماع بردار اولیه موقعیت و سرعت را به‌طور تصادفی در رنج تعیین شده انتخاب می‌کنیم. همچنین برای هر ذره یک مقدار اولیه pbest و برای اجتماع ذرات یک مقدار اولیه gbestدر نظر می‌گیریم. مقادیر اولیه بردار سرعت، pbest ها و همچنین gbest را می‌توان صفر در نظر گرفت.

قدم سوم)محاسبه مقدار ارزشمندی برای هر ذره از اجتماع : در بخش قبل معیار بهینه‌سازی را به‌صورت مقدار مؤثر مجموع مربعات خطای خروجی‌های فازی(رابطه۴-۲۳) در نظر گرفتیم. در الگوریتم PSO هر چه مقدار تابع ارزشمندی F(x) برای یک ذره بیشتر باشد، موقعیت آن ذره به جواب بهینه نزدیک‌تر خواهد بود. از این رو تابع ارزشمندی F(x) را به‌صورت عکس مقدار مؤثر خطا و به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$F(x) = \frac{1}{E_{rms}(x)} \qquad (۲۹-۴)$$

به عبارت دیگر برای هر ذره که شامل مراکز توابع عضویت مجموعه‌های فازی ورودی است، ابتدا مقدار خطای E_{rms} مطابق آنچه در بخش (۴-۳-۲) بیان شد از رابطه (۴-۲۳) محاسبه می‌رود، سپس عکس آن مقدار ارزشمندی آن ذره را معلوم خواهد کرد.

قدم چهارم)به‌روزرسانی *pbest* و *gbest*: با مقایسه مقدار ارزشمندی هر ذره با بهترین ارزشمندی ذره در تکرارهای قبل، مقدار *pbest* برای هر ذره به‌صورت زیر اصلاح می‌رود.

$$IF\ F\left(x_j(t)\right) > pbest_j \qquad then \qquad \begin{cases} pbest_j = F\left(x_j(t)\right) \\ x_{pbestj}(t) = x_j(t) \end{cases} \tag{۳۰-۴}$$

بعد از اصلاح مقادیر **pbest** برای هر ذره، بزرگترین مقدار **pbest** به‌عنوان **gbest** در نظر گرفته و جایگزین مقدار قبلی آن می‌رود. همچنین ذره دارای بیشترین **pbest** جایگزین مقدار قبلی x_{gbest} می‌رود.

قدم پنجم)به‌روزرسانی بردار سرعت:

$$v_{j,g}^{(t+1)} = w.v_{j,g}^{(t)} + c_1 * rand(.) * \left(x_{pbestj,g}^{(t)} - x_{j,g}^{(t)}\right) + c_2 * rand(.) * \left(x_{gbestg}^{(t)} - x_{j,g}^{(t)}\right) \tag{۳۱-۴}$$

جایی که w به‌صورت رابطه (۴-۲۶) و **c1** و **c2** برابر ۲ در نظر گرفته شده‌اند. پس از محاسبه بردار سرعت جدید برای تک تک ذرات، درایه‌های این بردار با درایه‌های بردار سرعت ماکزیمم مقایسه می‌شوند:

$$\begin{aligned} &IF\ \ v_{j,g}^{(t+1)} > V_g^{max} \quad THEN \quad v_{j,g}^{(t+1)} = V_g^{max} \\ &IF\ \ v_{j,g}^{(t+1)} < -V_g^{max} \quad THEN \quad v_{j,g}^{(t+1)} = -V_g^{max} \end{aligned} \tag{۳۲-۴}$$

قدم ششم) به‌روزرسانی بردار موقعیت هر ذره : پس از به‌روزرسانی بردار سرعت هر ذره، موقعیت جدید هر ذره را به‌صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$x_{j,g}^{(t+1)} = x_{j,g}^{(t)} + v_{j,g}^{(t+1)} \tag{۳۳-۴}$$

قدم هفتم) اگر شماره تکرارها به مقدار انتهایی رسید، به قدم هشتم می‌رویم. در غیر این صورت به قدم سوم برمی‌گردیم.

قدم هشتم) ذره‌ای که **gbest** به آن تعلق دارد (دارای بهترین ارزشمندی در تکرار آخر است) جواب بهینه مسئله خواهد بود.

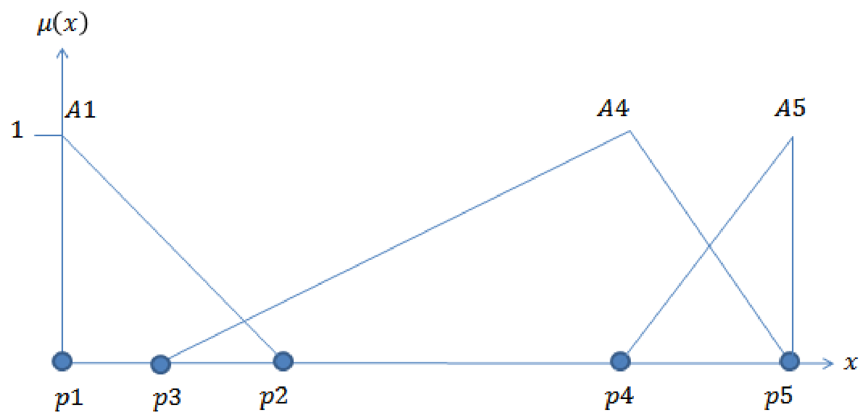
۴-۳-۳ یک مشکل درباره به‌روزرسانی بردار موقعیت ذرات

همان‌طور که اشاره شد هر ذره از اجتماع در مسئله مورد بحث بیانگر مراکز توابع عضویت مجموعه‌های فازی اختصاص یافته به پارامترهای ورودی است. همچنین اشاره شد که در مجموعه‌های فازی انتخابی، هر تابع عضویت مثلثی با سه‌نقطه ابتدایی، مرکزی وانتهایی قابل تعریف است.

برای مثال در شکل(۴-۲) تابع عضویت $A2$ با نقاط $p1$ ، $p2$ و $p3$ که به ترتیب نقطه ابتدا، مرکز و نقطه انتهای تابع عضویت را مشخص می‌کنند تعریف می‌رود. اگر نقاط ابتدا، مرکز وانت‌های یک تابع عضویت را به ترتیب p_s،p_c و p_e بنامیم، بدیهی است که در طول فرآیند بهینه‌سازی باید داشته باشیم:

$$p_s \leq p_c \leq p_e \qquad (۳۴-۴)$$

این خاصیت می‌تواند در به‌روزرسانی ذرات الگوریتم pso یا به عبارت دیگر جابجایی مراکز توابع عضویت باعث بروز مشکل شود. به‌عنوان مثال فرض کنید بعد از به‌روزرسانی ذرات، نقاط p1 تا p5 به‌صورت شکل(۴-۳) جابجا شوند.



شکل (۴-۳) مثالی از جواب نامعتبر در بروز رسانی ذرات در الگوریتم PSO

همان‌طور که در شکل (۴-۳) دیده می‌رود، جابجایی دونقطه p2 و p3 باعث شده است که رابطه (۴-۳۴) برای توابع عضویت A2 و A3 صدق نکند، یعنی:

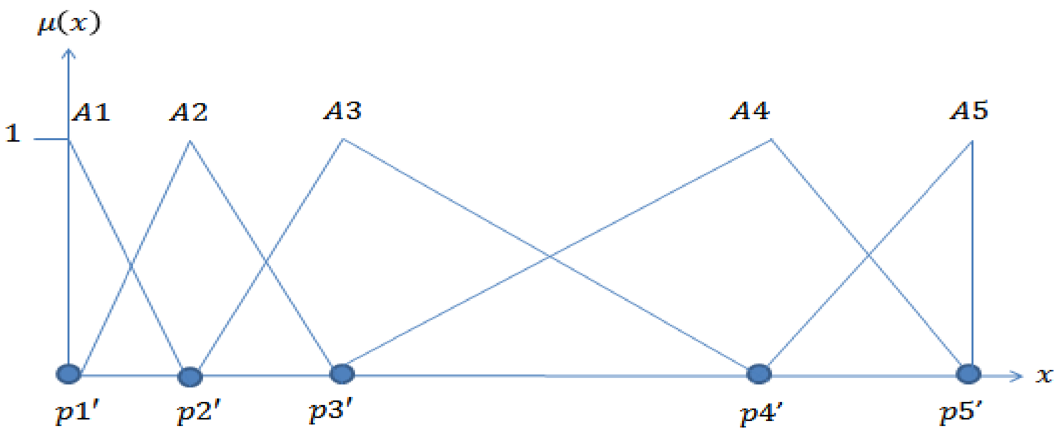
$$p_1 \leq p_2 \nleq p_3$$

$$p_2 \nleq p_3 \leq p_4 \qquad (۳۵-۴)$$

اتفاق فوق در بعضی موارد باعث می‌رود که پایگاه قوانین فازی حاصله از مراکز توابع عضویت جدید، شرایط لازم نظیر سازگاری، پیوستگی و کامل بودن را نداشته باشد و سیستم فازی را دچار اختلال کند یا خروجی نامعتبر صادر کند. البته این مشکل زمانی رخ می‌دهد که برای نقاط ابتدایی، انتهایی و مراکز توابع عضویت مجموعه‌های فازی اصالت قائل شویم به این معنا که برای مثال در تابع عضویت A2 در تمامی تکرارها p1 نقطه ابتدا، p2 مرکز و p3 نقطه انتهایی باشد.

راه‌حل‌هایی که برای رفع این مشکل به ذهن خطور می‌کند به شرح زیر است:

- بعد از به‌روزرسانی موقعیت ذرات، مراکز توابع عضویت هر مجموعه فازی اختصاص یافته به یک پارامتر ورودی را از مقادیر کوچک‌تر به بزرگ‌تر مرتب کنیم. منتهی با این فرض که برای پارامترهای یک توابع عضویت(نقاط ابتدا، مرکز و انتها) اصالت قائل نمی‌شویم. به این معنا که مرکز یک تابع عضویت می‌تواند در موقعیت جدید خود در تکرار بعد مرکز یک تابع عضویت دیگر از مجموعه فازی خود باشد. برای مثال اگر مراکز مجموعه فازی شکل (۴-۳) را به‌صورت شکل (۴-4) مرتب کنیم رابطه (۴-۳۴) برای تمام توابع عضویت برقرار خواهد بود. اما نقطه p2 که در شکل(۴-2) مرکز تابع عضویت A2 است در تکرار بعد در موقعیت جدید به نقطه P3’ در شکل (۴-۴) تغییر نام می‌دهد که مرکز تابع عضویت A3است.



شکل (۴-۴) جابجایی ذرات اجتماع به صورت صعودی برای رفع نقیصه شکل (۴-۳)

- راه حل دوم حذف تکرارهایی است که در آن رابطه (۴-۳۴) برای حداقل یک توابع عضویت برقرار نباشد. در این حالت تکرارهای مؤثر در فرآیند بهینه‌سازی کاهش می‌یابد، به‌علاوه تعداد تکرارهای حذف‌شده نیز از قبل قابل تعیین نیست. می‌توان برای جبران این نقیصه، تعداد تکرارها را به‌طور قابل توجهی افزایش داد که البته باعث طولانی شدن فرآیند بهینه‌سازی می‌شود.

در این پایان‌نامه از هر دو روش برای حل مشکل مورد نظر بهره گرفته می‌رود و نتایج بهینه‌سازی مقایسه می‌شود.

بعد از یافتن نقاط کار بهینه یا به عبارت دیگر مراکز بهینه نواحی جدول‌بندی، نقاط فوق $\theta_j = \left[\theta_{1j}, \theta_{2j}, \dots, \theta_{nj}\right]^T\big)$ و $j = 1, \dots, m$ (را در معادلات خطی سازی شده سیستم غیرخطی (رابطه ۴-۱۷) جایگذاری کرده و تعداد m زیر سیستم خطی نامتغیر با زمان برای طراحی کنترل‌کننده به دست می‌آوریم.

۴-۴ طراحی کنترل‌کننده‌های محلی مرتبه کسری به کمک الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات

در این بخش از طراحی الگوریتم جدول‌بندی بهره، برای زیر سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان، کنترل‌کننده‌های خطی محلی برای دستیابی به پایداری و کارایی مطلوب محلی طراحی می‌شوند. کنترل‌کننده‌ای که در این بخش طراحی می‌رود، کنترل‌کننده تناسبی مشتقی انتگرالی مرتبه کسری است. در فصل سوم در مورد سیستم‌های مرتبه کسری و کنترل‌کننده‌های PID مرتبه کسری توضیحاتی ارائه شد، بنابراین از ذکر جزئیات اجتناب کرده و به طراحی کنترل‌کننده بر مبنای الگوریتم PSO می‌پردازیم.

۴-۴-۱ کنترل‌کننده PID مرتبه کسری

معادلات دینامیکی یک کنترل‌کننده PID مرتبه کسری به‌صورت زیر توصیف می‌رود.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i {D_t}^{-\lambda} e(t) + K_d {D_t}^{\mu} e(t) \qquad (۴-۳۶)$$

با گرفتن تبدیل لاپلاس از رابطه اخیر، تابع انتقال کنترل‌کننده FOPID به‌صورت زیر است.

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu \qquad (۳۷-۴)$$

طراحی کنترل‌کننده FOPID شامل تنظیم سه پارامتر K_p، K_i و K_d و دو مرتبه λ و μ است که الزاما صحیح نیستند. کنترل‌کننده مرتبه کسری به کنترل‌کننده کلاسیک PID عمومیت می بخشد. این توسعه می‌تواند انعطاف بیشتری برای دستیابی به مطلوبات کنترلی ایجاد کند.

۴-۴-۲ معیار کارایی(تابع ارزشمندی)

روش‌های متعددی به‌عنوان معیار کارایی برای طراحی کنترل‌کننده‌های خطی تا کنون پیشنهاد شده است. معمول ترین این روش ها انتگرال خطای مطلق(IAE)، انتگرال مربع خطا(ISE) و انتگرال وزنی زمان مربع خطا(ITSE) هستند که روابط آن‌ها به‌صورت زیر است.

$$IAE = \int_0^\infty |r(t) - y(t)|dt = \int_0^\infty |e(t)|dt \qquad (۳۸-۳)$$

$$ISE = \int_0^\infty e^2(t)dt \qquad (۳۹-۳)$$

$$ITSE = \int_0^\infty te^2(t)dt \qquad (۴۰-۳)$$

معیارهای IAE و ISE تمرکز بیشتری روی کم کردن بالا زدگی(M_p) دارند، و اغلب جواب‌های حاصل زمان نشست زیادی دارند. معیار $ITSE$ می‌تواند این نقیصه را جبران می‌کند اما حاشیه های پایداری مطلوبی ارائه نمی‌دهد. در این بخش یک معیار کارایی جدید در حوزه زمان برای ارزیابی کنترل‌کننده‌های طراحی‌شده مرتبه کسری ارائه می‌شود. این معیار کارایی شامل بالا زدگی ، خطای حالت ماندگار، زمان اوج و نشست،اندازه ورودی کنترلی و پایین زدگی یا آندرشوت برای سیستم‌های نامینمم فاز می‌رود. بنابراین معیار کنترلی پیشنهادی به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

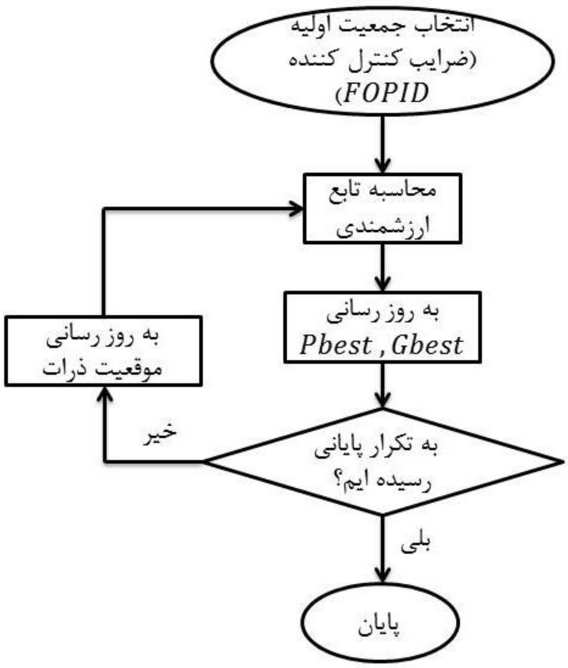
$$E(K) = w_1 M_p + w_2 t_p + w_3 t_s + \int_0^T (w_4 |e(t)|dt \qquad (۴۱-۳)$$

$$J(K) = \frac{1}{E(K)} \qquad (۴۲-۳)$$

در معادله اخیر، $K = [k_p, k_i\ , k_d, \lambda, \mu]$.

۴-۴-۳ طراحی FOPID با استفاده از الگوریتم PSO

مراحل طراحی کنترل‌کننده FOPID به روش الگوریتم PSO مشابه مراحلی است که برای بهینه‌سازی مراکز توابع عضویت سیستم فازی در بخش ۴-۳-۳-۲ توضیح داده شد با این تفاوت که حد بالا و پایین پارامترهای بهینه‌سازی(ضرایب کنترل‌کننده) به‌صورت سعی و خطا تعیین می‌شود. به همین جهت از ذکر مجدد آن‌ها اجتناب می‌شود.

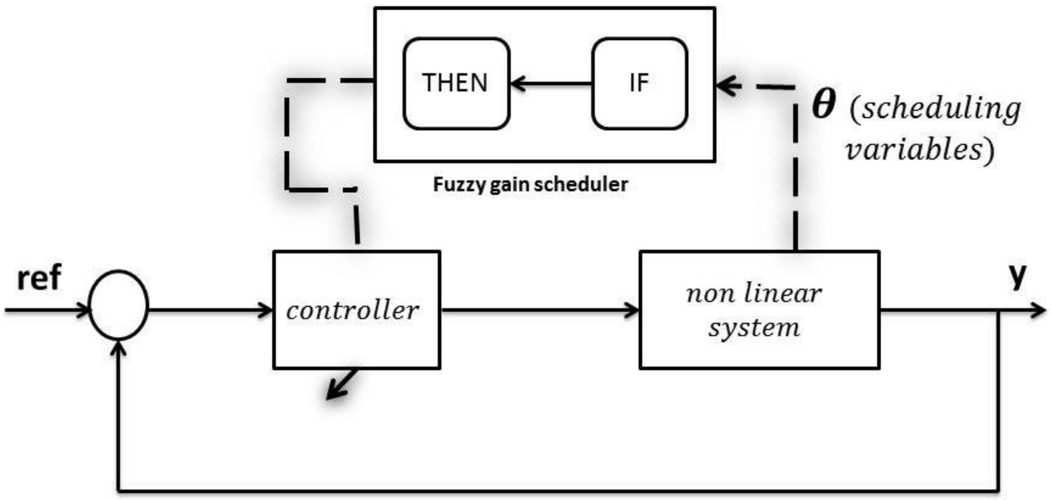


شکل (۴-۵) نمودار گردشی الگوریتم PSO برای تنظیم ضرایب کنترل‌کننده

۴-۵ درونی‌یابی ضرایب کنترل‌کننده‌های خطی به کمک سیستم فازی

پس از تنظیم ضرایب کنترل‌کننده‌های محلی برای سیستم‌های خطی در نقاط کار انتخابی، یک کنترل‌کننده یکپارچه برای اعمال به سیستم غیرخطی با درون‌یابی بهره‌های کنترل‌کننده برای تمامی نقاط کار در فضای عملیاتی سیستم ایجاد می‌کنیم. با انجام این کار، فرآیند طراحی کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره به اتمام می‌رسد. ابزاری که برای درون‌یابی بهره‌های کنترل‌کننده مورد استفاده قرار می‌گیرد، کنترل فازی است. به همین منظور یک سیستم فازی از نوع تاکاگی سوگنو مرتبه صفر طراحی می‌شود.

برای درک بهتر موضوع، حلقه کنترلی یک سیستم غیرخطی که توسط یک کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره کنترل می‌شود در شکل (۴-۶) نشان داده‌شده است.



شکل (۴-۶) حلقه کنترلی یک سیستم غیرخطی که توسط یک کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره کنترل می‌شود

مراحل طراحی به ترتیب زیر است:

- تعیین ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم فازی: در مسئله مورد بحث، از آنجا که هدف جدول‌بندی و درون‌یابی ضرایب کنترل‌کننده در تمامی نقاط کار است، ورودی سیستم فازی باید پارامتری باشد که نقاط کار را مشخص کند. این پارامتر یا پارامترها بردار متغیرهای جدول‌بندی (θ) است. خروجی‌های فازی نیز ضرایب کنترل‌کننده PID مرتبه کسری است و برداری با پنج پارامتر $K = [k_p, k_i \,, k_d, \lambda, \mu]$ است.
- اختصاص مجموعه‌های فازی به ورودی‌ها: از آنجا که در بخش ۴-۳ به‌منظور تعیین موقعیت بهینه نقاط کار برای خطی سازی و طراحی کنترل‌کننده، یک سیستم فازی طراحی و آموزش داده شد، بخش مقدم یا " **اگر** " سیستم فازی جدید دقیقاً مشابه سیستم فازی طراحی‌شده در قبل است. به این معنا که تعداد پارامترهای ورودی و همچنین نوع و تعداد توابع عضویت اختصاص یافته به پارامترهای ورودی مشابه سیستم فازی اول است.

- تشکیل پایگاه قوانین فازی و انتخاب موتور استنتاج: پایگاه قوانین فازی در سیستم فازی جدید از قوانین **اگر** – **آنگاه** فازی به‌صورت زیر تشکیل شده است.

$$Rule\ i:\ IF \quad \theta_1\ \ is\ \ \mu_1^i(\theta_1)\quad and\ \dots\ and \quad \theta_n\ \ is\ \ \mu_n^i(\theta_n)$$

$$THEN \tag{۴۳-۳}$$

$$K_P = {K_P}^i \quad and \quad K_I = {K_I}^i \quad and \quad K_D = {K_D}^i \quad and$$
$$\lambda = \lambda^i \quad and \quad \mu = \mu^i$$

در قوانین فوق θ بردار پارامترهای ورودی و معرف بردار متغیرهای جدول‌بندی است، $j = 1, \dots, n$ شماره پارامتر ورودی، K_P، K_I، K_D، λ و μ پارامترهای کنترل‌کننده و پارامترهای خروجی سیستم فازی، $i = 1, \dots, M$ شماره قانون در پایگاه قوانین فازی و $\mu_j^i(\theta_j)$ تابع عضویت اختصاص یافته به پارامتر ورودی j ام در قانون i ام و ${K_P}^i$، ${K_I}^i$، ${K_D}^i$، λ^i و μ^i خروجی‌های عددی اختصاص یافته به پارامترهای خروجی در قانون i ام هستند.

هر خروجی سیستم فازی با انتخاب استنتاج ضرب‌در ورودی به ترتیب زیر محاسبه می‌رود:

$$K_P = \sum_{i=1}^{M} {K_P}^i \ \frac{\prod_{j=1}^{n} \mu_j^i(\theta_j)}{\sum_{i=1}^{M} \prod_{j=1}^{n} \mu_j^i(\theta_j)} \tag{۴۴-۴}$$

سایر پارامترهای خروجی نیز به طریق مشابه محاسبه می‌شوند.

با طراحی سیستم فازی جدید، یک کنترل‌کننده غیرخطی جدول‌بندی بهره طراحی‌شده است. این کنترل‌کننده، یک کنترل‌کننده تطبیقی خارج از خط است، به این معنا که ضرایب کنترل‌کننده قبل از شروع به کار سیستم طراحی‌شده‌اند. بعد از شروع به کار سیستم، سیستم فازی جدول‌بندی کننده بهره، ضرایب کنترل‌کننده مرتبه کسری را با دریافت متغیرهای جدول‌بندی جاری، درون‌یابی کرده و به سیستم اعمال می‌کند.

در فصل بعد، کنترل‌کننده جدول‌بندی فازی با جزئیات بیان شده در این فصل برای یک مدل موشک دو درجه آزادی طراحی می‌رود، و نتایج شبیه‌سازی بررسی می‌شود.

فصل پنجم

نتایج عددی

در این فصل یک کنترل‌کننده جدول‌بندی فازی با ویژگی‌های بیان‌شده در فصل چهارم به منظور طراحی خلبان خودکار یک موشک دو درجه آزادی در کانال فراز طراحی می‌شود. به همین منظور تمامی مراحل شرح داده شده در فصل سوم برای طراحی کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره، در این فصل بر روی مدل غیرخطی موشک اعمال خواهد شد.

در ابتدای این فصل مدل غیرخطی موشک خطی سازی شده و منظور تعیین نقاط بهینه برای طراحی کنترل‌کننده‌های خطی یک سیستم فازی طراحی می‌شود. سپس برای نقاط کار انتخابی، کنترل‌کننده مرتبه کسری برای دستیابی به خواسته‌های مطلوب طراحی می‌شود. در انتها با طراحی یک سیستم فازی ثانویه، ضرایب کنترل‌کننده درون‌یابی و به سیستم غیرخطی اعمال می‌شود. در پایان نتایج شبیه‌سازی با دو گونه دیگر از طراحی کنترل‌کننده جدول بندی بهره مقایسه می‌شود. حالت اول طراحی کنترل‌کننده PI کلاسیک به همراه درون‌یابی فازی با توابع عضویت بهینه، حالت دوم، طراحی کنترل‌کننده PI کلاسیک به همراه درون یابی دو خطی یا دوسویه.

۵-۱ یافتن نقاط تعادل و خطی سازی ژاکوبین

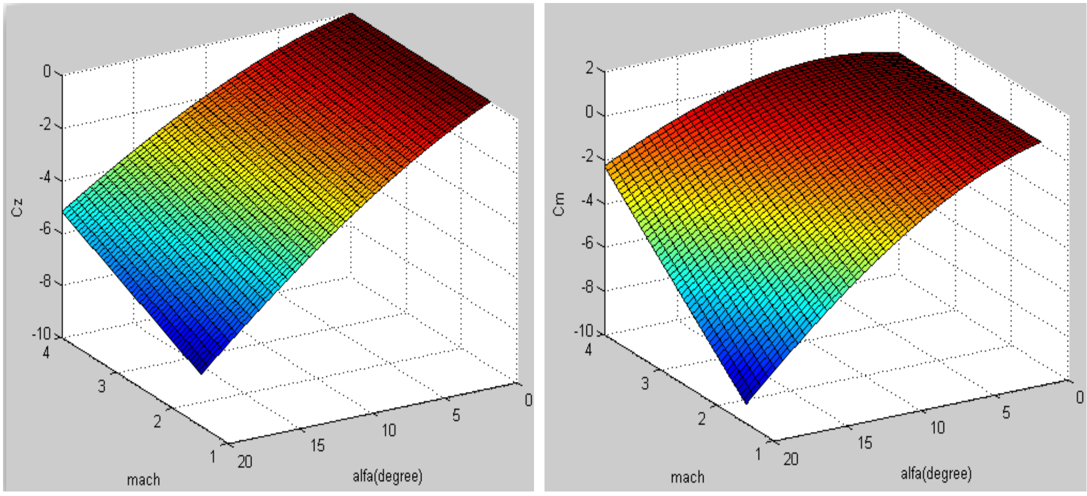
مطابق آنچه در انتهای فصل قبل بیان شد، مدل موشک در کانال فراز متشکل از معادلات مشتقی غیرخطی به فرم زیر است:

$$\dot{\alpha} = K_\alpha M(t) C_Z[\alpha(t), \delta_e(t), M(t)] \cos\big(\alpha(t)\big) + q(t)$$

$$\dot{q}(t) = K_q M^2(t) C_M[\alpha(t), \delta_e(t), M(t)] \qquad (۱-۵)$$

$$\eta(t) = K_z M^2(t) C_z[\alpha(t), \delta_e(t), M(t)]$$

برای درک بهتر ماهیت غیرخطی و متغیر با پارامتر سیستم ارائه شده در معادلات فوق، تغییرات ضرایب آئرودینامیکی C_Z و C_M برحسب عدد ماخ و زاویه حمله در شکل (۵-۱) رسم شده است.



(ب) (الف)

شکل (۵-۱) تغییرات ضرایب آئرودینامیکی موشک برحسب زاویه حمله و سرعت- (الف) Cm، (ب) Cz

۵-۱-۱ یافتن نقاط تعادل

بردار های ورودی، حالت و خروجی برای سیستم مورد بحث به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$X_{2\times1}(t) = \begin{bmatrix}\alpha(t)\\ q(t)\end{bmatrix}$$

$$U_{1\times1}(t) = \delta_e(t) \qquad (۲-۵)$$

$$Y_{2\times1}(t) = \begin{bmatrix}\eta(t)\\ q(t)\end{bmatrix}$$

در معادلات دینامیکی فوق آهنگ تغییرات زاویه اوج هم به عنوان متغیر حالت و هم به عنوان خروجی در نظر گرفته شده است. علت این امر تسهیل طراحی کنترل‌کننده با دو حلقه پسخور است.

نقاط تعادل با توجه به آنچه در بخش ۳-۲ بیان شد به صورت زیر به دست می آید.

$$\bar{\delta}_e(\alpha, M) = -\frac{\text{sgn}(\alpha)\ \left[a_m|\alpha|^3 + b_m|\alpha|^2 + c_m\left(-7 + \frac{8M}{3}\right)|\alpha|\right]}{dm} \tag{۵-۳}$$

$$\bar{q}(\alpha, M) = -K_\alpha M\left(\text{sgn}(\alpha)\ \left[a_z|\alpha|^3 + b_z|\alpha|^2 + c_z\left(2 - \frac{M}{3}\right)|\alpha|\right] + d_z\delta_e(\alpha, M)\right)\cos(\alpha) \tag{۵-۴}$$

همانطور که در روابط (۵-۳) و (۵-۴) دیده می‌شود معادلات فوق تابعی از پارامترهای α و M هستند. به همین منظور این دو متغیر را به عنوان متغیرهای جدول بندی در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\theta = \begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\alpha\\ M\end{bmatrix} \tag{۵-۵}$$

۵-۱-۲ خطی سازی سیستم غیرخطی حول نقاط تعادل به روش ژاکوبین

فرم فضای حالت سیستم خطی سازی شده (۵-۱) به صورت زیر است.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\dot{\alpha}\\ \dot{q}\end{bmatrix} &= A_{2\times2}(\theta)\begin{bmatrix}\alpha\\ q\end{bmatrix} + B_{2\times1}(\theta)\ \delta_e\\ \begin{bmatrix}\eta\\ q\end{bmatrix} &= C_{2\times2}(\theta)\begin{bmatrix}\alpha\\ q\end{bmatrix} + D_{2\times1}(\theta)\delta_e\end{aligned} \tag{۵-۶}$$

روش خطی سازی ژاکوبین به طور کامل در بخش(۳-۲) توضیح داده شده است. با مراجعه به رابطه (۳-۱۷) ضرایب مدل خطی در فرم فضای به صورت زیر به دست آمده اند.

$$\begin{aligned}
a_{11}(\theta) &= K_\alpha\theta_2\left(\left.\frac{\partial C_Z}{\partial\alpha(t)}\right|_{\substack{q=\bar{q}(\theta)\\ \delta_e=\bar{\delta}_e(\theta)}}\ cos(\theta_1) - C_Z\,sin(\theta_1)\right)\\
a_{12}(\theta) &= 1\\
a_{21}(\theta) &= K_q{\theta_2}^2\left.\frac{\partial C_M}{\partial\alpha(t)}\right|_{\substack{q=\bar{q}(\theta)\\ \delta_e=\bar{\delta}_e(\theta)}}\\
a_{22}(\theta) &= 0\\
b_1(\theta) &= K_\alpha\theta_2\ d_z\,cos(\theta_1)\\
b_2(\theta) &= K_q{\theta_2}^2\ d_m\\
c_{11}(\theta) &= K_Z{\theta_2}^2\left.\frac{\partial C_Z}{\partial\alpha(t)}\right|_{\substack{q=\bar{q}(\theta)\\ \delta_e=\bar{\delta}_e(\theta)}}\\
c_{12}(\theta) &= c_{21}(\theta) = 0\quad,\quad c_{22}(\theta) = 1
\end{aligned} \tag{۵-۷}$$

$d_1(\theta) = K_Z {\theta_2}^2 d_z$

$d_2(\theta) = 0$

فرم تابع انتقال مدل‌های خطی سیستم غیرخطی(۵-۱) به قرار زیر است:

$$G1(s) = \frac{\eta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{K_1(\theta)\big(s^2 - Z_A(\theta)\big)}{s^2 + 2\xi(\theta)\omega_n(\theta)s + \omega_n(\theta)^2}$$
$$G2(s) = \frac{q(s)}{\delta_e(s)} = \frac{K_2(\theta)\big(s - Z_B(\theta)\big)}{s^2 + 2\xi(\theta)\omega_n(\theta)s + \omega_n(\theta)^2} \qquad (۸\text{-}۵)$$

ضرایب توابع تبدیل از روابط زیر به دست می آیند.

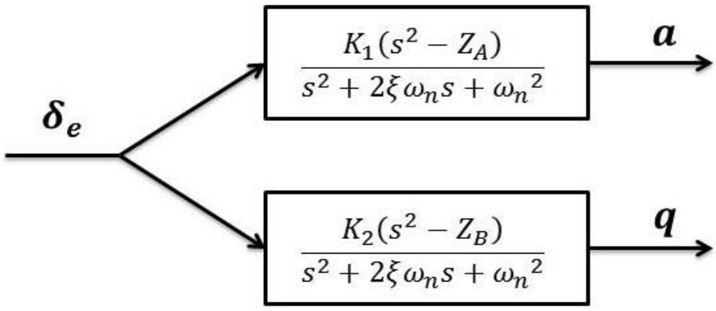
$$K_1(\theta) = d_1(\theta)$$
$$K_2(\theta) = d_2(\theta)$$
$$Z_A(\theta) = \frac{\big(a_{21}(\theta) \times d_1(\theta)\big) + \big(b_2(\theta) \times c_{11}(\theta)\big)}{d1(\theta)}$$
$$Z_B(\theta) = \frac{\big(a_{11}(\theta) \times b_2(\theta)\big) + \big(a_{21}(\theta) \times b_1(\theta)\big)}{b_2(\theta)} \qquad (۹\text{-}۵)$$
$$\omega_n(\theta)^2 = -a_{21}(\theta)$$
$$\xi(\theta) = \frac{a_{11}(\theta)}{2\, a_{21}(\theta)}$$

همانطور که دیده می‌شود ضرایب توابع انتقال سیستم خطی وابسته به بردار متغیر های جدول بندی(θ) هستند. با انتخاب مقادیر بهینه برای متغیر های جدول بندی، نقاط کار بهینه برای دستیابی به زیر سیستم های LTI تعیین خواهند شد.

۵-۲ طراحی تقریبگر فازی به منظور بهینه سازی موقعیت متغیر های جدول بندی به روش الگوریتم PSO

همان طور که در فصل سوم شرح داده شد، برای تعیین موقعیت بهینه متغیر های جدول بندی، ابتدا در تعداد کافی نقاط کار یعنی در سرعت ها و زاویه حمله های مختلف، ضرایب مدل خطی سیستم (شکل۵-۲) را به دست می آوریم. سپس به کمک آنها یک سیستم استنتاج فازی از نوع تاکاگی سوگنو مرتبه صفر با استنتاج ضرب در ورودی آموزش می دهیم به نحوی که ضرایب مدل خطی در تمامی ناحی

کاری با کمترین خطا تقریب زده شوند. مراحل آموزش تقریبگر فازی با روش الگوریتم pso به طور کامل در بخش(۳-۳) توضیح داده شده است.



شکل (۵-۲) ضرایب توابع انتقال سیستم تک ورودی، دو خروجی موشک

آموزش سیستم فازی با ۲۴۱ داده یکنواخت در بازه $[0 \;\; 20]$ درجه برای ورودی زاویه حمله و بازه $[2 \;\; 4]$ ماخ برای ورودی سرعت موشک به کمک الگوریتم PSO انجام شده است.

پارامتر های الگوریتم بهینه سازی PSO برای حل مساله به ترتیب زیر انتخاب شده اند.

- اعضای هر ذره از اجتماع متغیر های α و M هستند.
- تعداد ذرات اجتماع برابر ۵۰ در نظر گرفته شده است.
- عامل وزن اینرسی(w) به صورت معادله (۳-۲۶) با $w_{max} = 0.9$ و $w_{max} = 0.4$ در نظر گرفته شده است.
- ثابت های شتاب $c_1 = 2$ و $c_2 = 2$ می باشند.
- حداکثر تکرار برابر ۱۵۰ در نظر گرفته شده است.

تابع هزینه و یا معیار ارزشمندی برابر است با:

$$J = \frac{1}{E_{rms}} = \sqrt{\frac{1}{6N}\left(\sum_{i=1}^{N} \begin{matrix} \left(K_{1_{d_i}} - K_{1_{f_i}}\right)^2 + \left(K_{2_{d_i}} - K_{2_{f_i}}\right)^2 + \left(Z_{A_{d_i}} - Z_{A_{f_i}}\right)^2 + \\ (Z_{B_{d_i}} - Z_{B_{f_i}})^2 + ({\omega_n}^2_{d_i} - {\omega_n}^2_{f_i})^2 + (\xi_{d_i} - \xi_{B_{f_i}})^2 \end{matrix}\right.} \quad (۵-۱۰)$$

نتایج بهینه سازی برای سه حالت مختلف و همچنین برای حالتی که توابع عضویت به صورت هم فاصله اختیار شوند در جدول (۵-۱) ارائه شده است.

جدول (۵-1) نتایج بهینه‌سازی موقعیت متغییرهای جدول‌بندی به ازای شرایط مختلف

اندازه تابع ارزشمندی	اندازه خطای موثر	حالت های بهینه سازی
141.6685	0.0071	حالت مرتب کردن جوابها $m_\alpha = 7 \quad , \quad m_M = 3$
93.3554	0.0107	حالت حذف تکرار های با جواب نامعتبر $m_\alpha = 7 \quad , \quad m_M = 3$
113.6523	0.0088	حالت مرتب کردن جوابها $m_\alpha = 6 \quad , \quad m_M = 4$
130.8135	0.0076	حالت توابع عضویت استاندارد (هم فاصله) $m_\alpha = 7 \quad , \quad m_M = 3$

در جدول (۵-۱)، m_α و m_M به ترتیب معرف تعداد تابع عضویت در نظر گرفته شده برای ورودی های زاویه حمله و سرعت می باشند. همانطور که در جدول (۵-۱) دیده می‌شود، حالت اول دارای بیشترین مقادر ارشمندی و کمترین خطا می باشد. نمودار مشخصه همگرایی الگوریتم PSO برای این مساله در شکل (۵-۳) نشان داده شده است. پس از آموزش سیستم فازی، مقدار تابع ارزشمندی و خطای موثر به ازای ۱۶۲۸۱ داده ارزیابی که به طور یکنواخت از فضای ورودی انتخاب شده اند برابر ۸۵۲,۶۷۱۵ و ۰,۰۰۱۲ به دست آمده اند.

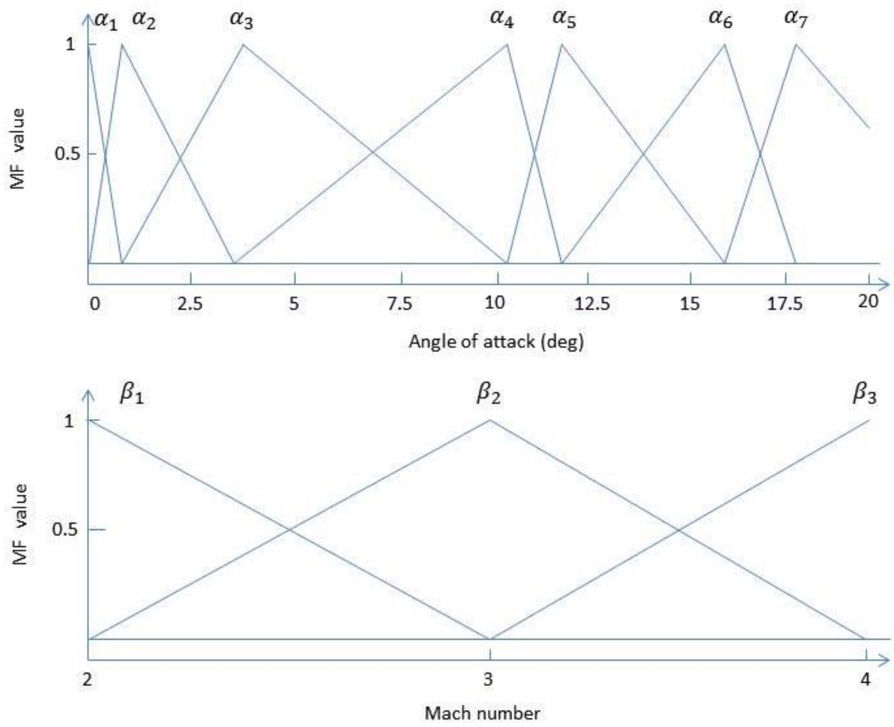
موقعیت بهینه مراکز توابع عضویت در حالت بهینه به قرار زیر است.

$$\alpha = [0 \;\; 0.8268 \;\; 3.2652 \;\; 10.35 \;\; 12.2987 \;\; 16 \;\; 17.8376]$$

(۱۱-۵)

$$M = [2 \;\;\; 3.0521 \;\;\; 4]$$

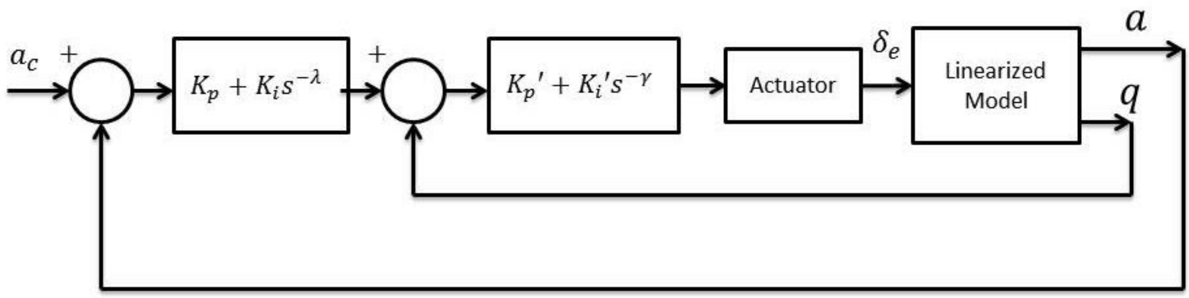
شکل(۵-۴) توابع عضویت سیستم فازی آموزش یافته را برای حالت فوق نشان می دهد.



شکل (۵-۳) توابع عضویت سیستم فازی آموزش یافته

۵-۳ طراحی کنترل‌کننده مرتبه کسری برای زیر سیستم های خطی

در این مرحله برای نقاط کار بهینه انتخابی(در این مثال ۲۱ نقطه کار)، کنترل‌کننده مرتبه کسری با استفاده از الگوریتم PSO طراحی می‌شود. شکل(۵-۵) سیستم حلقه بسته خلبان خودکار را برای یک نقطه کار نشان می دهد.



شکل (۵-۴) سیستم حلقه بسته خلبان خودکار

در شکل اخیر، a_c شتاب فرمان (ورودی مرجع)، δ_e زاویه انحراف بالک(ورودی سیستم) و a و q به ترتیب شتاب عمودی موشک و نرخ زاویه فراز هستند که به عنوان خروجی های سیستم در نظر گرفته

شده اند. محرک، که با یک سیستم خطی مرتبه دو با فرکانس طبیعی rad/s ۱۵۰ و نسبت میرایی ۰,۷ تقریب زده شده است، فرمان کنترلی را به موشک اعمال می کند.

خواسته های کنترلی برای دستیابی به پاسخ مطلوب سیستم حلقه بسته در هر نقطه کار به شرح زیر است:

۱- ردگیری فرامین پله ای شتاب عمودی با ثابت زمانی کوچکتر از ۰,۳ و خطای حالت ماندگار کمتر از ۱ درصد. همچنین بیشینه بالا زدگی پاسخ پله از مقدار نهایی نباید بیشتر از ۱۰ در صد باشد.

۲- بیشینه آهنگ تغییرات انحراف زاویه بالک برای فرمان پله ۱g نباید بیشتر از ۳۰ درجه بر ثانیه باشد.

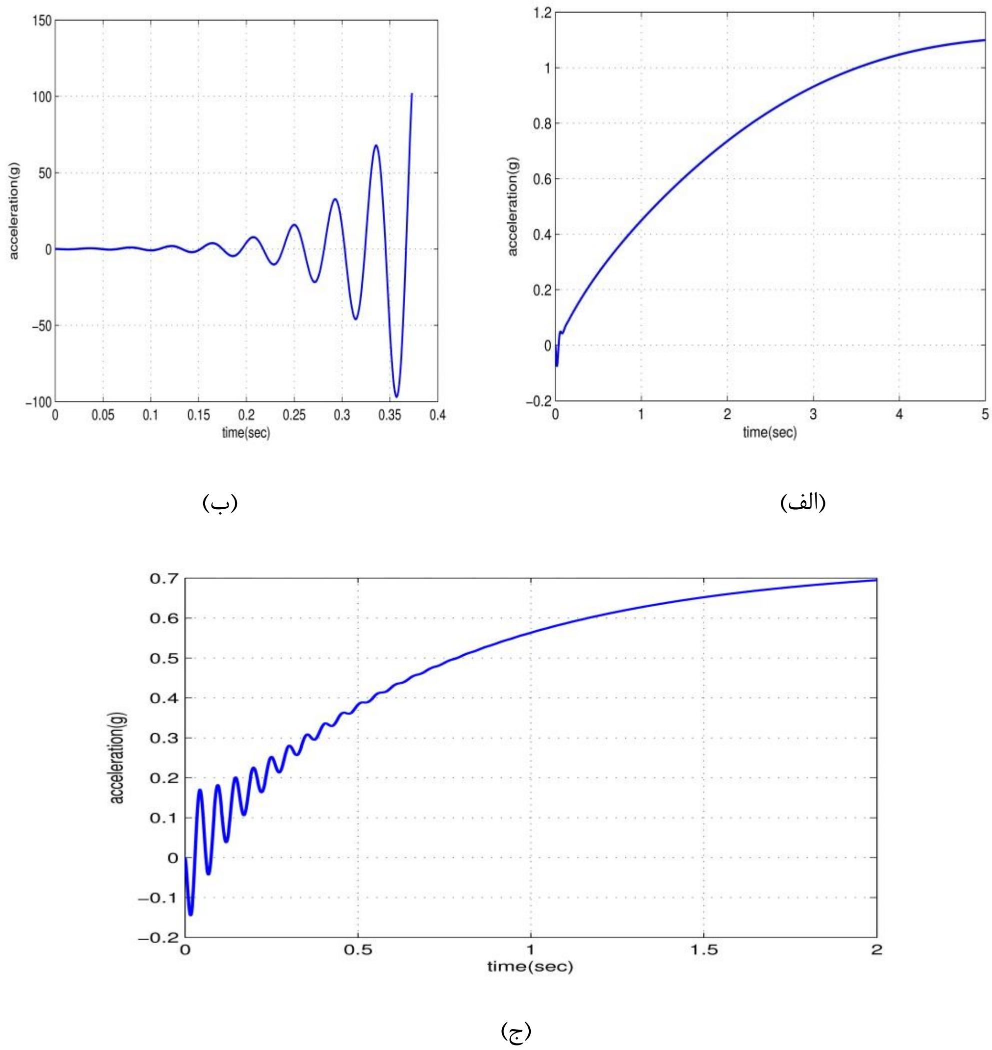
به منظور طراحی کنترل کننده های محلی PI مرتبه کسری با کمک الگوریتم بهینه سازیPSO، پارامتر های بهینه سازی به صورت زیر در نظر گرفته شده اند.

- تعداد ذرات اجتماع برابر ۵۰ در نظر گرفته شده است.
- عامل وزن اینرسی(w) به صورت معادله (۳-۲۶) با $w_{max} = 0.9$ و $w_{max} = 0.4$ در نظر گرفته شده است.
- ثابت های شتاب $c_1 = 2$ و $c_2 = 2$ می باشند.
- حداکثر تکرار برابر ۱۰۰ در نظر گرفته شده است.
- تابع هزینه و یا معیار ارزشمندی برابر با رابطه (۴-۲۶) می باشد که با انتخاب وزنها به صورت زیر تعریف می شود.

$$J(K) = \frac{1}{0.02M_p + t_p + t_s + 0.01\int_0^T |e(t)|\,dt} \qquad (۱۲\text{-}۵)$$

با اتمام بهینه سازی ضرایب کنترل کننده PI مرتبه کسری برای ۲۱ زیر سیستم خطی، با توجه به بالا بودن تعداد نقاط کار، نتایج بهینه سازی را تنها برای سه نقطه کار مختلف ارائه می دهیم. این نقاط کار به ترتیب $(\alpha = 3.2652\,,\ M = 2)$، $(\alpha = 0\,,\ M = 3)$ و $(\alpha = 17.8376\,,\ M = 4)$ هستند.

پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی پله واحد بدون لحاظ کردن کنترل کننده برای نقاط کار فوق در شکل (۵-۶) نشان داده شده است.



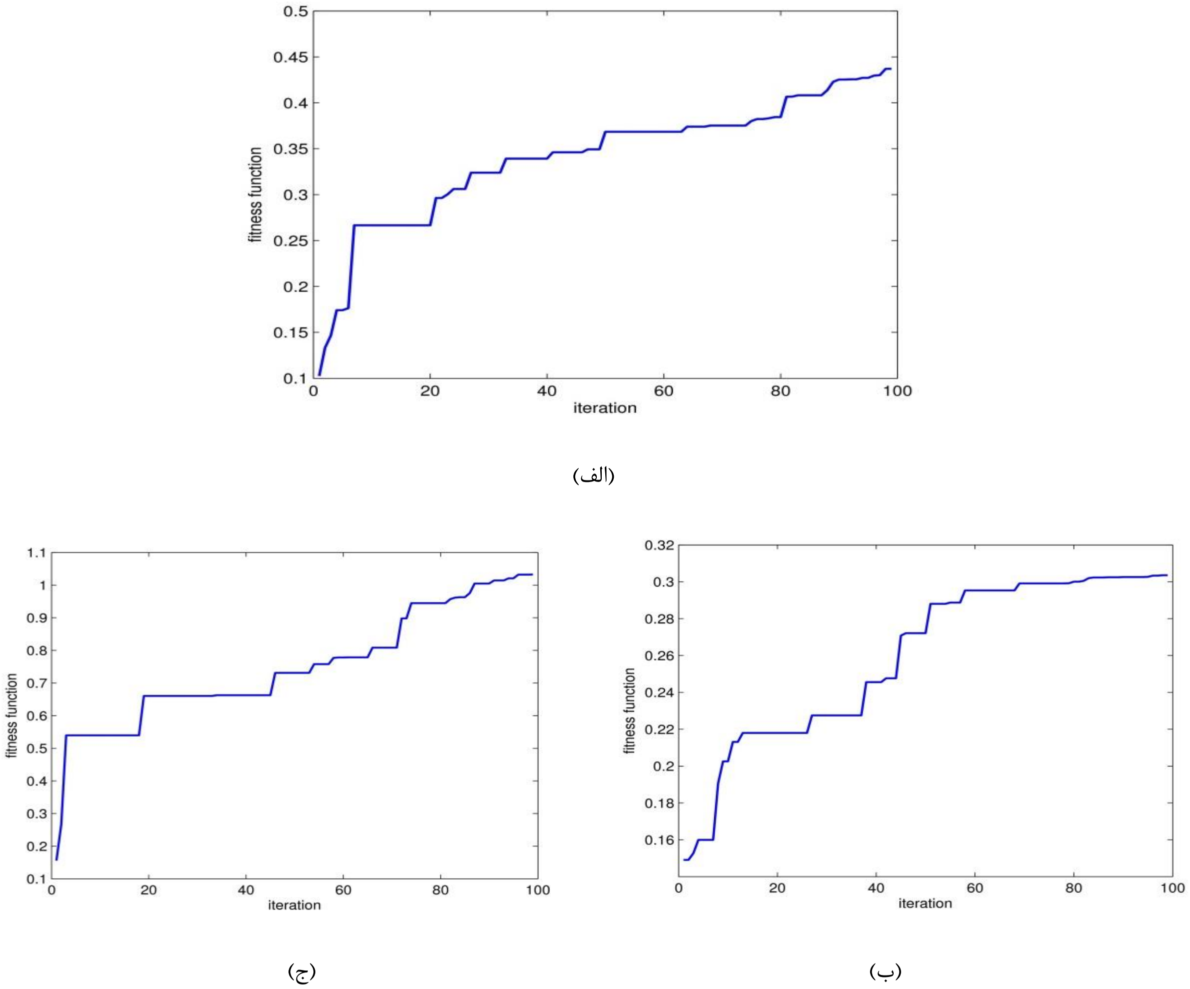
شکل (۵-۵) پاسخ پله واحد سیستم حلقه بسته بدون کنترل‌کننده (الف) $(\alpha = 3.2652\,,\ M = 2)$ ، (ب) $\alpha = 17.8376\,,\ M = 4$ ، (ج) $\alpha = 0\,,\ M = 3$

نتایج بهینه‌سازی ضرایب کنترل کننده PI مرتبه کسری و PI کلاسیک در جدول (۵-۲) ارائه شده است.

جدول (۵-2) نتایج بهینه‌سازی ضرایب کنترل کننده PID مرتبه کسری و PID کلاسیک با ازای کار مختلف

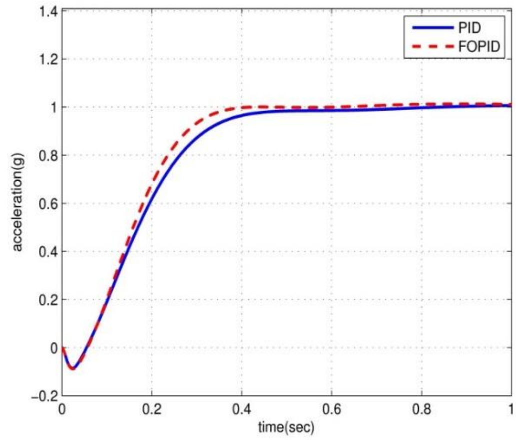
نقطه کار	کنترل کننده	K_P	K_I	λ	$K_P{}'$	$K_i{}'$	μ	J	M_P (%)	E_{SS}	T_S	T_P
$M = 2$ $\alpha =$ 3.2652	*FOPID*	0	17.0918	0.5384	0.254	0.3617	0.7218	0.3021	0.45	0.0020	0.4577	1.318
	PID	2.2407	29.8786	-	0.1812	0	-	0.2621	0.27	1.8430 e-014	0.5887	0.713
M=3 $\alpha = 0$	*FOPID*	3.6124	3.3134	1.0195	0.1127	0.6706	0.8913	0.4521	1.28	3.0605 e-005	0.3498	0.882
	PID	3.2127	3.263	-	0.1283	0.9501	-	0.4087	0.86	1.4655 e-014	0.458	1.193
M=4 $\alpha =$ 17.837	*FOPID*	1.6506	19.3858	0.6659	0.1668	0.2598	0.6119	1.0323	0	7.9643 e-004	0.1208	0.694
	PID	2.8026	44.2327	-	0.1409	0	-	1.0008	0	1.2212 e-015	0.1669	2.001

سیر صعودی و نحوه همگرایی تابع ارزشمندی برای کنترل کننده مرتبه کسری در این نقطه کار در شکل (۵-۷) نشان داده شده است.

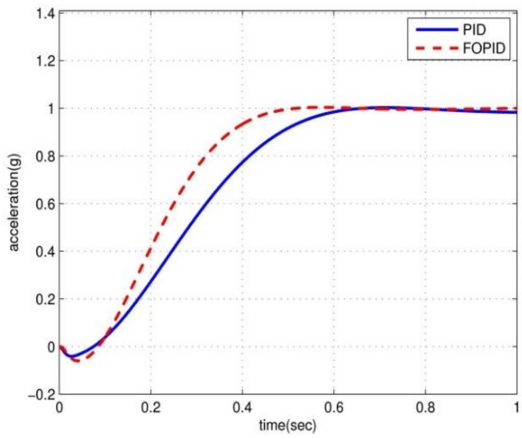


شکل (۵-۶) نمودار همگرایی تابع ارزشمندی برای بهینه‌سازی ضرایب الگوریتم PSO (الف) $(\alpha = 0\ ,\ M = 3)$، (ب) $\alpha = 3.2652,\ M = 2$، (ج) $\alpha = 17.8386\ ,\ M = 4$

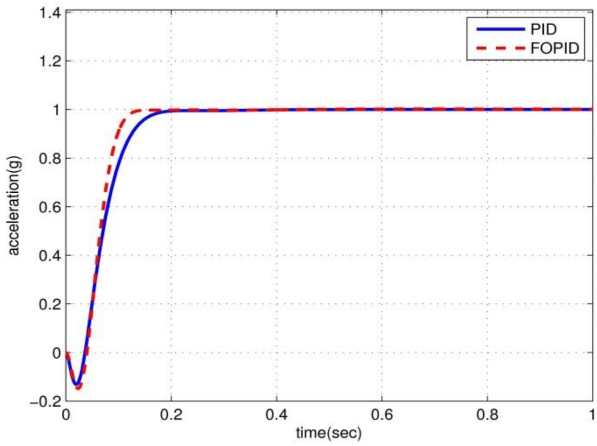
پاسخ پله واحد سیستم حلقه بسته با اعمال کنترل کننده PI مرتبه کسری و کلاسیک در شکل (۵-۸) ارائه شده است.



(الف)



(ب)



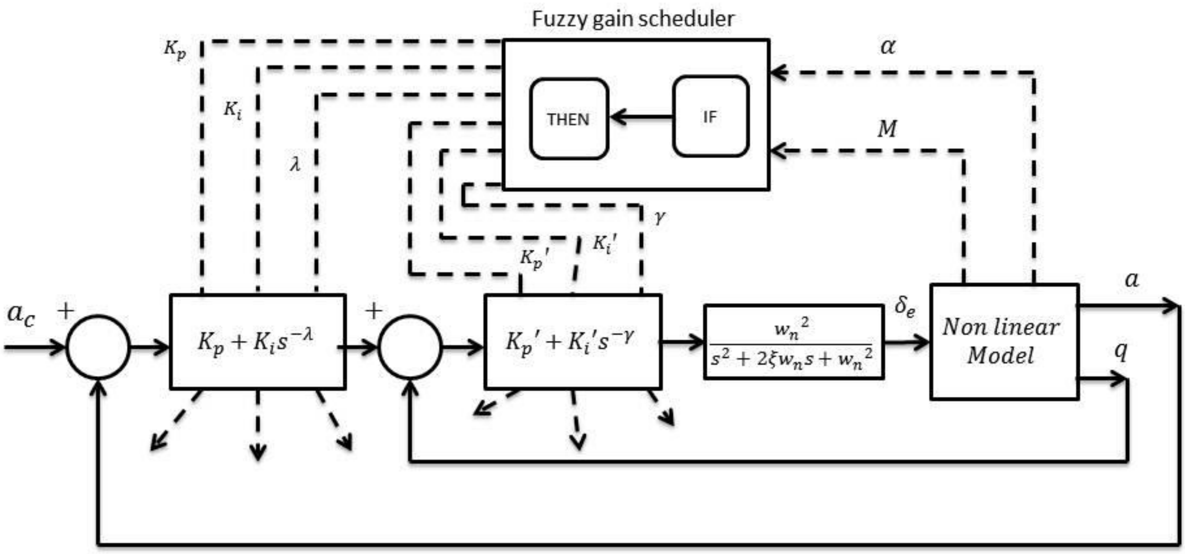
(ج)

شکل (۵-۷) پاسخ پله واحد با اعمال کنترل‌کننده PI مرتبه کسری و کلاسیک به ازای کار مختلف
(الف) $\alpha = 3.2652,\ M = 2$ (ب) $\alpha = 3.2652,\ M = 2$ ،(ج) $\alpha = 17.8386,\ M = 4$

بهتر بودن زمان های اوج و نشست پاسخ زمانی سیستم فوق به ازای اعمال کنترل کننده مرتبه کسری به وضوح در جدول (۵-۲) و شکل(۵-۷) قابل مشاهده است.

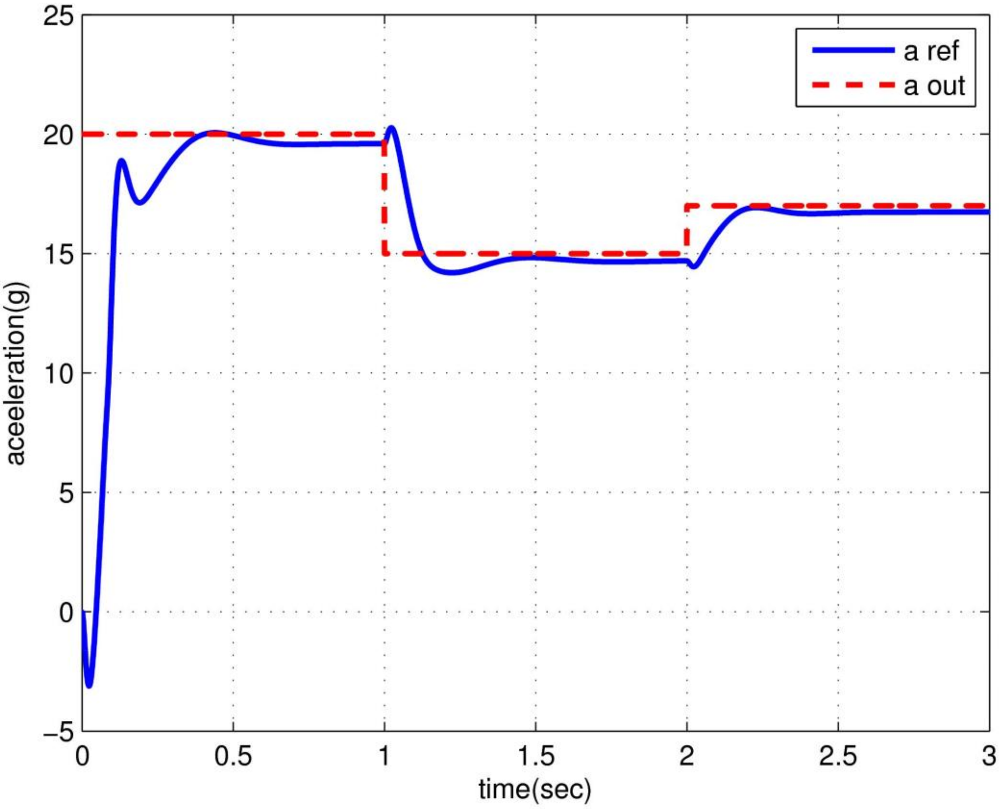
۵-۴ درون یابی ضرایب کنترل کننده های محلی براساس متغیر های جدول بندی

در این بخش برای دستیابی به یک کنترل کننده یکپارچه جدول بندی بهره، ضرایب کنترل کننده های محلی به دست آمده در بخش قبل بر مبنای تغییرات پارامتر های α و M درونیابی می شوند. نمای بلوکی سیستم حلقه بسته به همراه کنترل کننده جدول بندی بهره که برای درونیابی ضرایب از یک سیستم فازی بهره می برد در شکل (۵-۸) نشان داده شده است.



شکل (۵-۸) نمای بلوکی سیستم حلقه بسته به همراه کنترل کننده جدول بندی بهره فازی

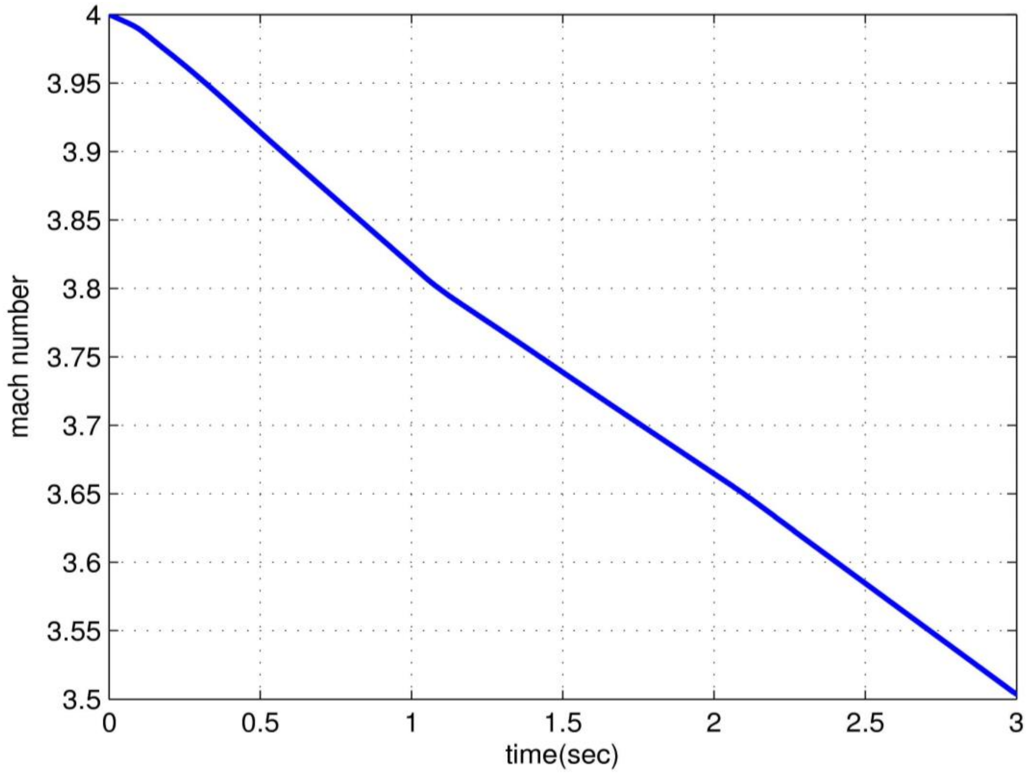
نتایج شبیه سازی پرواز موشک در کانال فراز با ضرایب آئرودینامیکی متغیر در ارتفاع ۱۰ کیلومتر در شکل (۵-۹) نشان داده شده است.



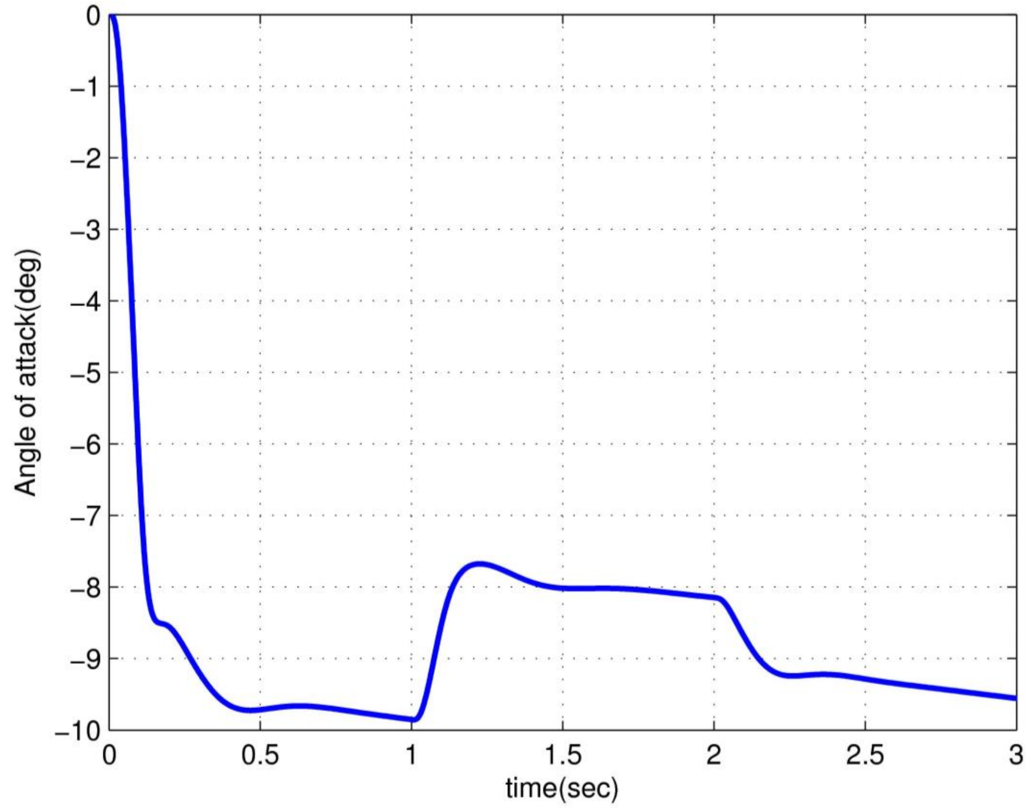
شکل (۵-۹) پاسخ سیستم غیرخطی با اعمال کنترل‌کننده PID مرتبه کسری

خطای حالت ماندگاری که در شکل (۵-۹) مشاهده می شود به علت خطای ناشی از خطی سازی است.به عبارت دیگر ضرایب کنترل کننده های مرتبه کسری برای بهبود عملکرد سیستم های خطی تنظیم شده اند، در هنگام شبیه سازی به سیستم غیرخطی اعمال می شوند.

شکل های (۵-۱۰) و (۵-۱۱) نحوه پوشش ناحیه کاری توسط پارامترهای زاویه حمله و عدد ماخ را نشان می دهد.



شکل (۵-۱۰) نمودار تغییرات سرعت موشک با اعمال کنترل‌کننده PID مرتبه کسری

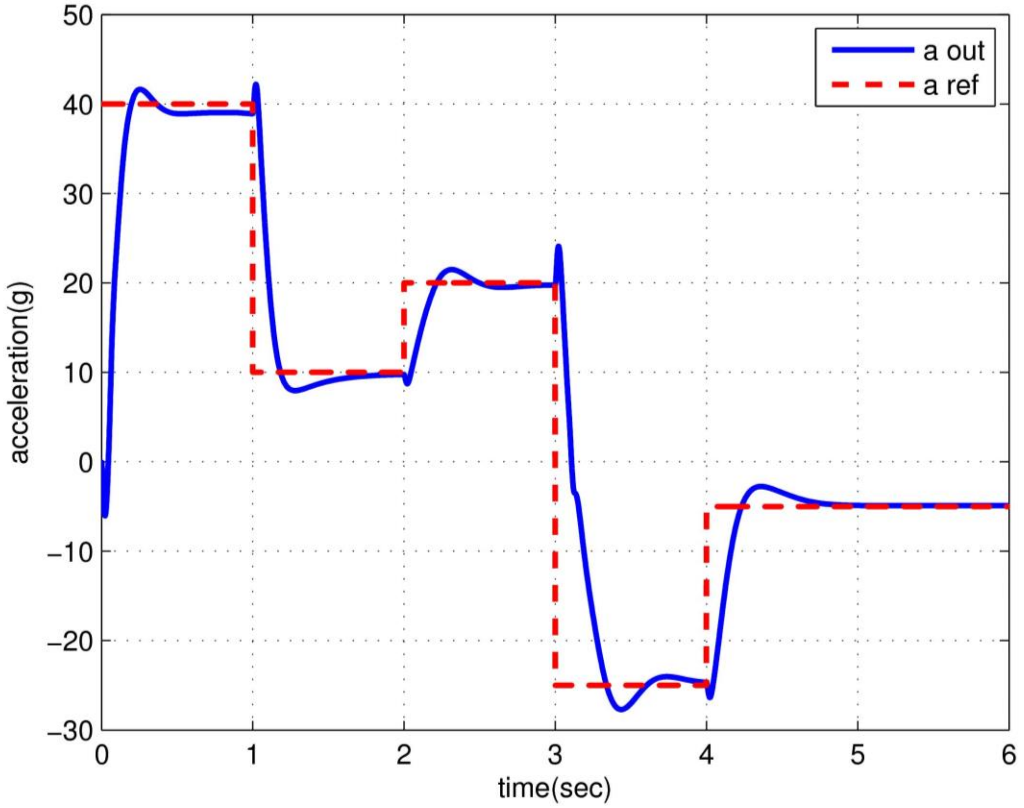


شکل (۵-۱۱) نمودار تغییرات زاویه حمله با اعمال کنترل‌کننده PID مرتبه کسری

به منظور ارزیابی روش کنترلی پیشنهادی، از روش های مشابه دیگری نیز برای طراحی کنترل کننده جدول بندی بهره استفاده کرده ایم که نتایج آن در ادامه بیان می شود.

- روش جدول بندی فازی با نقاط کار بهینه و طراحی کنترل کننده PI کلاسیک

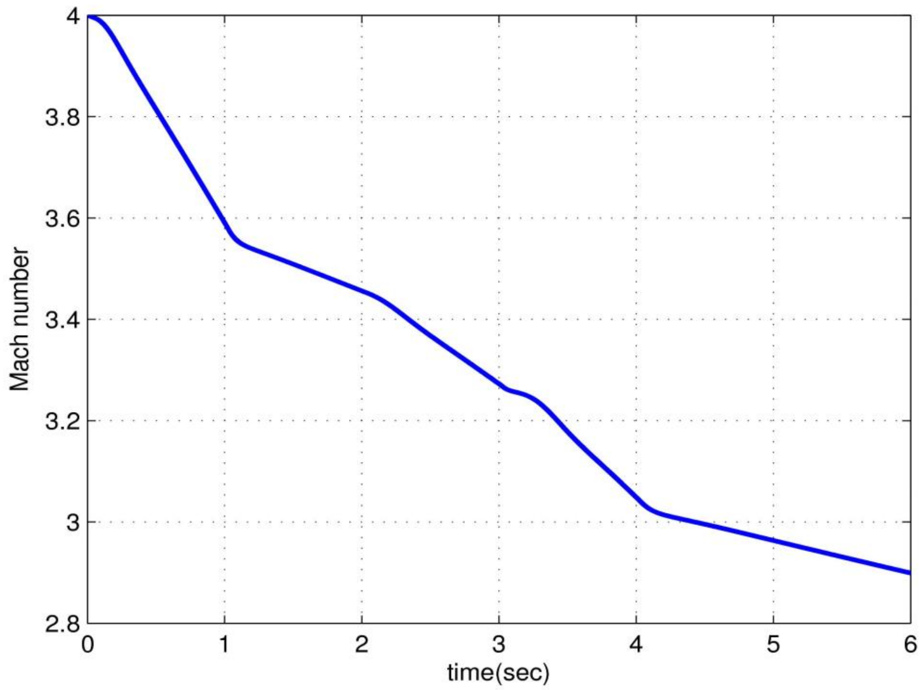
در شکل‌های (۵-۱۲) الی (۵-۱۷) نتایج شبیه‌سازی پرواز موشک نمایش داده شده است.



شکل (۵-۱۲) پاسخ سیستم غیرخطی با اعمال کنترل‌کننده PI کلاسیک

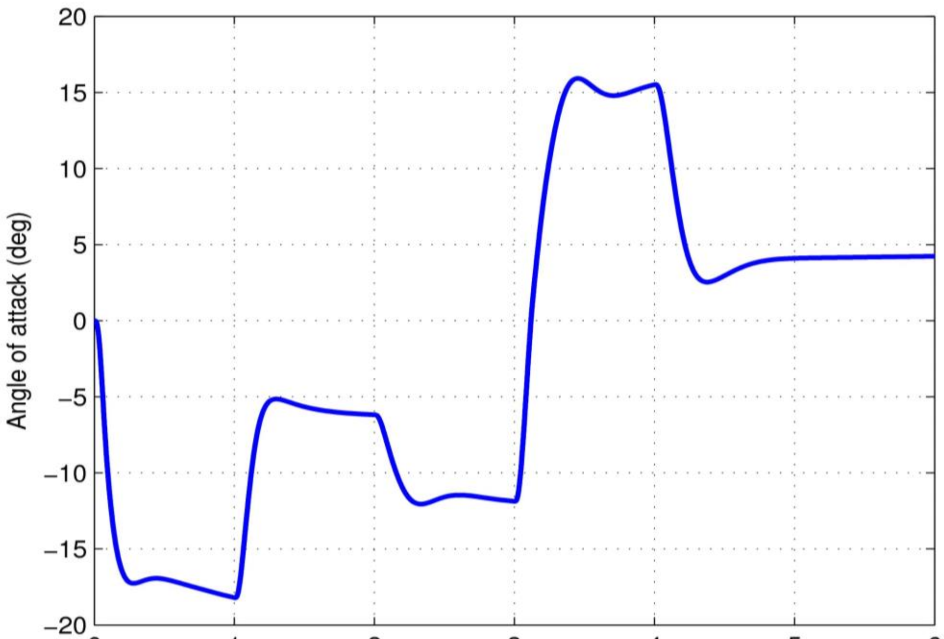
همانطور که در شکل (۵-۱۲) ملاحظه می‌شود، کنترل‌کننده کلاسیک توانایی ردیابی ورودی را دارا می‌باشد. سیگنال ورودی به نحوی انتخاب شده است که تا حد ممکن تمامی ناحیه کاری سیستم را پوشش دهد. زمان نشست و صعود اندک پاسخ زمانی به خوب در شکل (۵-۱۲) قابل مشاهده است.

شکل (۵-۱۳) نشان دهنده تغییرات سرعت موشک با استفاده از کنترل‌کننده شکل (۵-۱۲) خواهد بود.



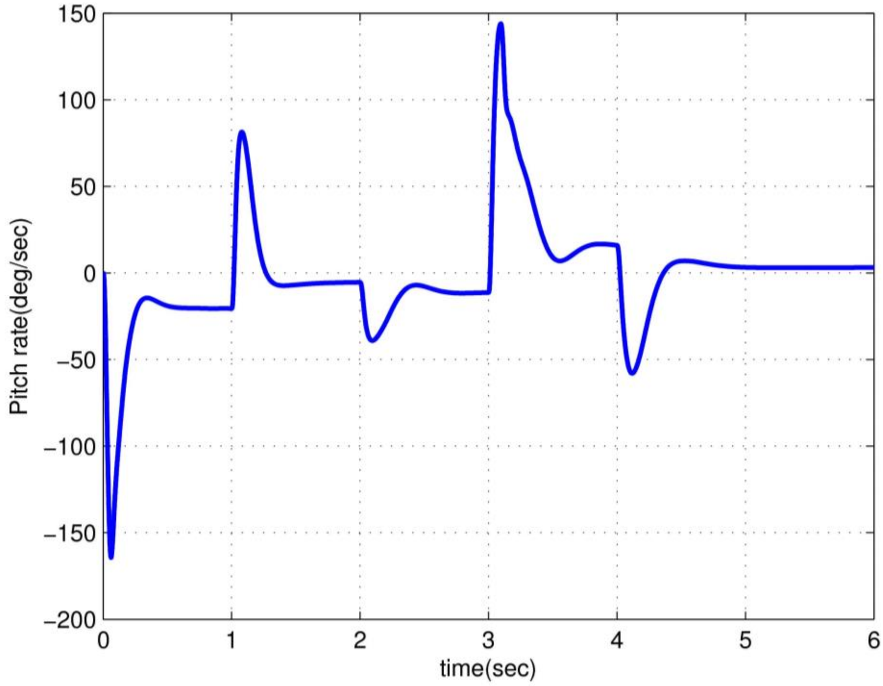
شکل (۵-۱۳) نمودار تغییرات سرعت موشک با اعمال کنترل‌کننده PI کلاسیک

همانطور که ملاحظه می‌شود، عدد ماخ رویه‌ای نزولی دارد و تاثیر تغییرات کنترل‌کننده در آن به وضوح قابل رؤیت است. شکل (۵-۱۴) نشان دهنده زاویه حمله موشک خواهد بود. همانطور که قابل ملاحظه است، سیگنال ورودی محدوده زاویه حمله [-۲۰،۲۰] را پوشش داده است.



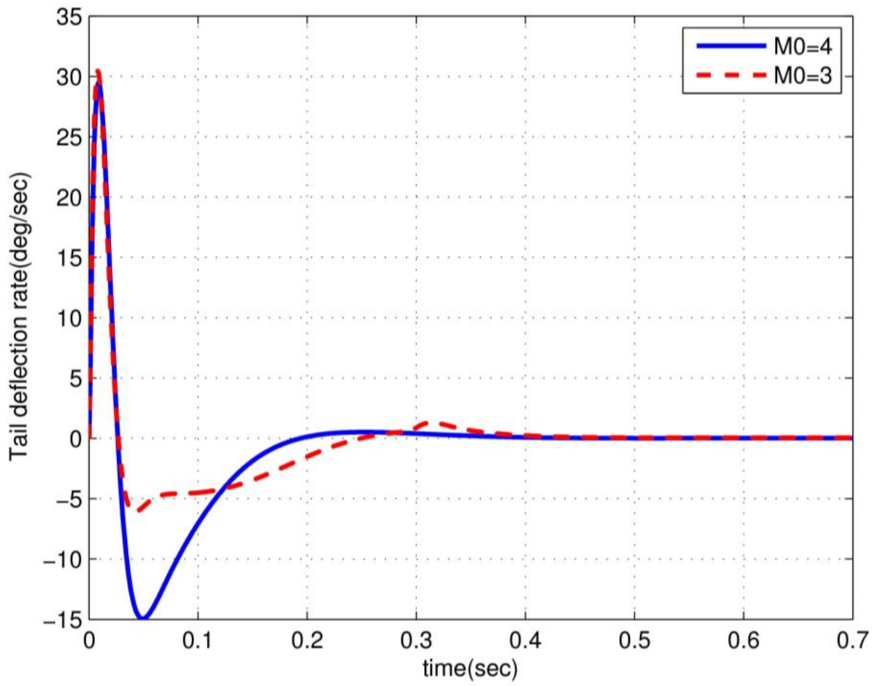
شکل (۵-۱۴) نمودار تغییرات زاویه آتش موشک با اعمال کنترل‌کننده PID کلاسیک

در شکل (۵-۱۵) نرخ *picth* (*q*) نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود نرخ *picth* بعد از هر پله به مقدار صفر همگرا می‌شود.



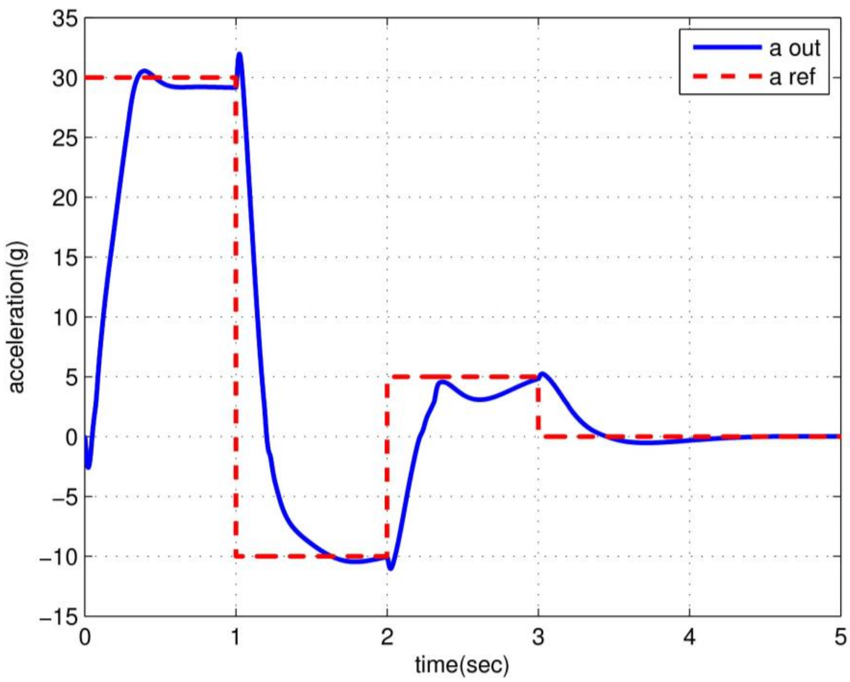
شکل (۵-۱۵) نمودار تغییرات نرخ زاویه فراز (q) با اعمال کنترل‌کننده PI کلاسیک

شکل (۵-۱۶) نشان دهنده نرخ زاویه انحراف بالک در اعداد ماخ ۳ و ۴ است، که از مقدار حداکثرش (۳۰) تجاوز نداشته است و به صفر میل کرده است.

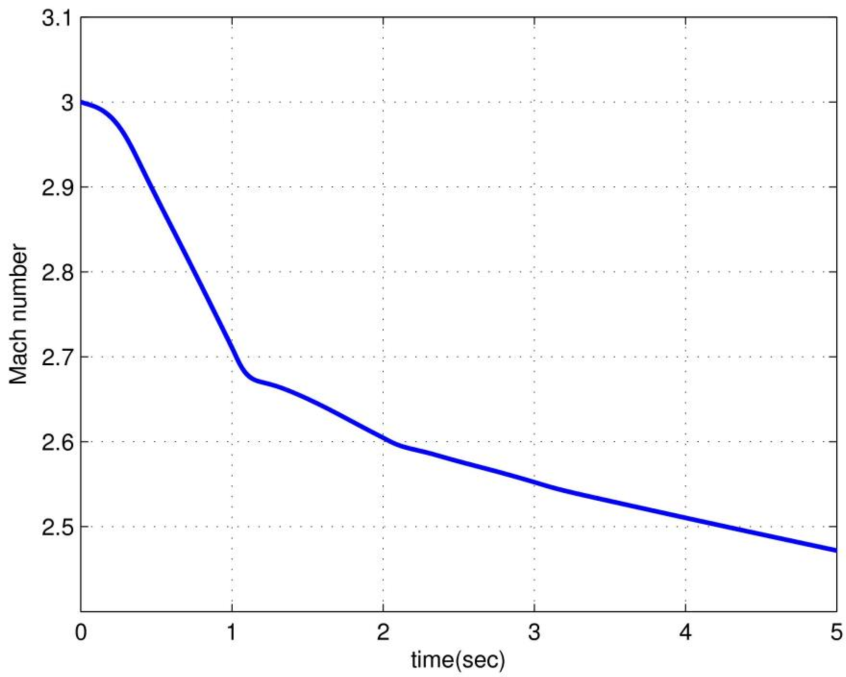


شکل (۵-۱۶) نمودار تغییرات نرخ زاویه انحراف بالک با اعمال کنترل‌کننده PID کلاسیک

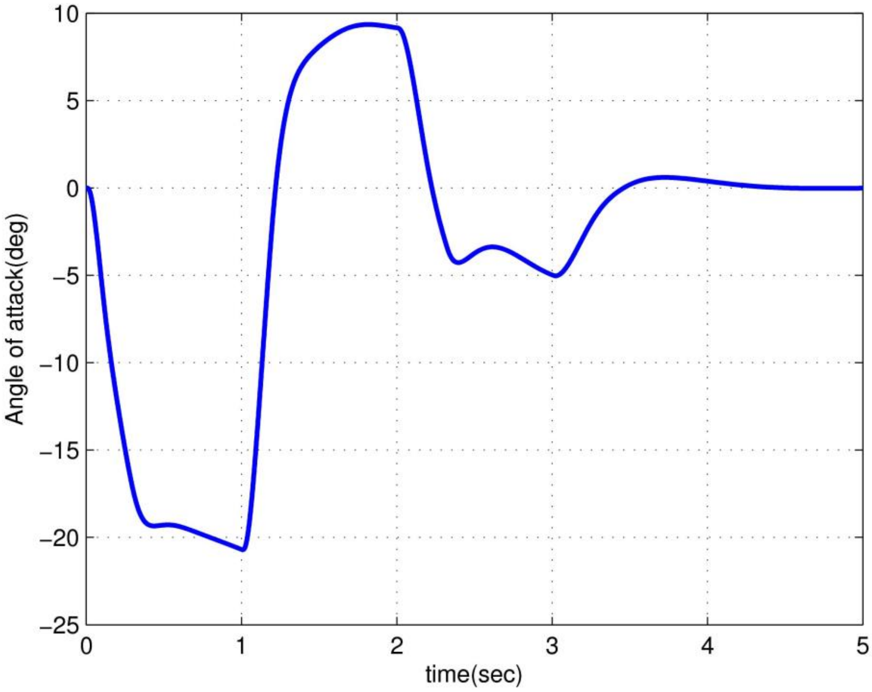
شکل (۵-۱۷) خروجی مسئله را با شروع عدد ماخ ۳ نشان می‌دهد.



شکل (۵-۱۷) پاسخ سیستم غیرخطی با اعمال کنترل‌کننده PI کلاسیک برای M0=3



شکل (۵-۱۸) نمودار تغییرات سرعت موشک با اعمال کنترل‌کننده PI کلاسیک برای M0=3

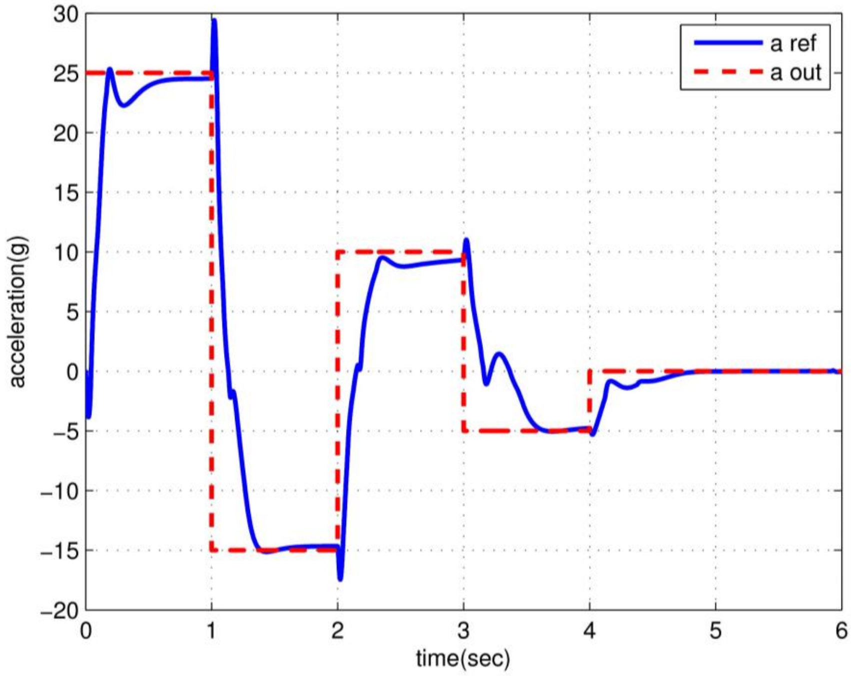


شکل (۵-۱۹) نمودار تغییرات زاویه آتش موشک با اعمال کنترل‌کننده PI کلاسیک برای M0=3

- روش جدول بندی بهینه با کمک الگوریتم درون یابی دوخطی و طراحی کنترل کننده *PID* کلاسیک

با فرض اینکه مقدار تابع دو متغییره $f(x,y)$ برای چهار نقطه $Q_{11} = (x_1,y_1)$، $Q_{12} = (x_1,y_2)$، $Q_{22} = (x_2,y_2)$ $Q_{21} = (x_2,y_1)$ در دسترس باشد، مقدار تابع $f(x,y)$ برای هر نقطه دلخواه در چهار ضلعی که نقاط Q_{11} تا Q_{22} گوشه های آن را تشکیل می دهد به صورت زیر محاسبه می شود.

$$
\begin{aligned}
f(x,y) = \frac{1}{(x_2-x_1)}&(f(Q_{11})((x_2-x)(y_2-y) \\
&+ f(Q_{21})(x-x_1)(y_2-y) + (f(Q_{12})((x_2-x)(y-y_1) \\
&+ (f(Q_{22})((x-x_1)(y-y_1)
\end{aligned}
\qquad (۱۳\text{-}۵)
$$

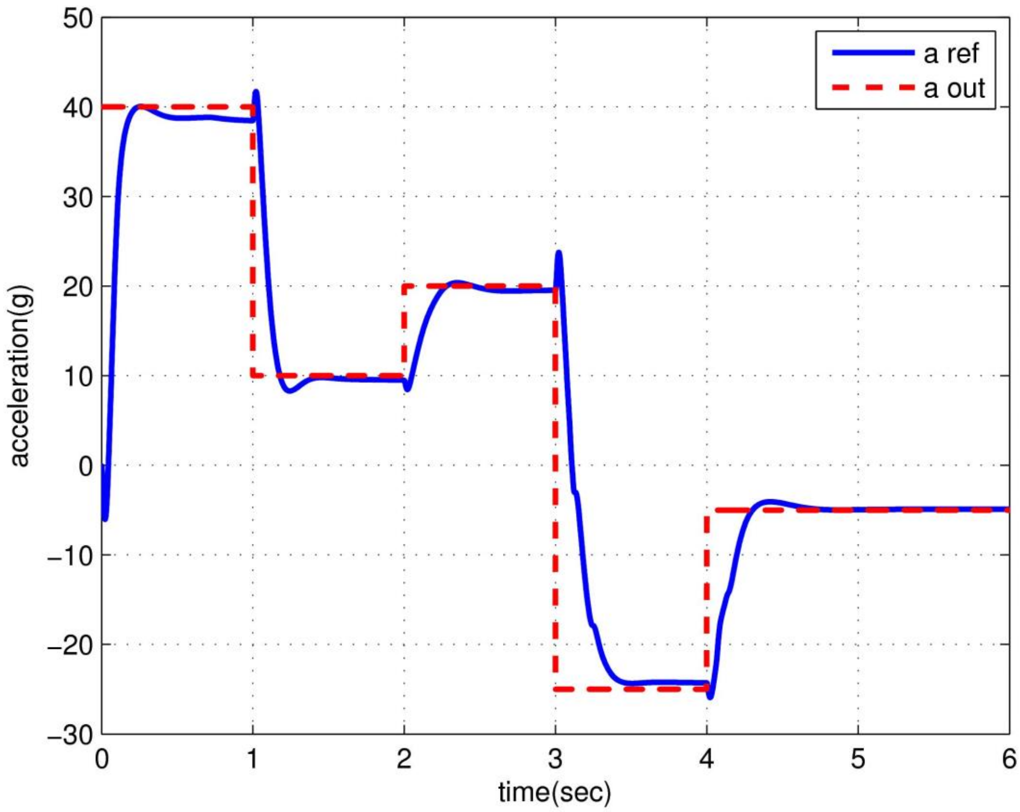


شکل (۵-۲۰) پاسخ سیستم غیرخطی با اعمال کنترل‌کننده PID کلاسیک و درونیابی دو خطی

همانطور که ملاحظه می‌شود درون‌یابی با استفاده از الگوریتم دوخطی پاسخ مناسبی به تغییرات ورودی ارائه نمی‌دهد و می‌توان کارآیی روش درون‌یابی فازی را نتیجه گرفت.

- روش جدول‌بندی فازی با افزودن دو نقطه کار به مجموعه نقاط کار بهینه

در شکل (۵-۱۲) پاسخ سیستم حلقه بسته برای ۲۱ نقطه بهینه کار طراحی و شبیه‌سازی شده است، که در این قسمت پاسخ سیستم به ازای ۲۷ نقطه کار بهینه طراحی می‌شود. شکل (۵-۱۹) نشان دهنده پاسخ سیستم حلقه بسته با افزایش نقاط کار است.



شکل (۵-۲۱) پاسخ سیستم غیرخطی با افزایش نقاط کار از ۲۱ به ۲۷ عدد

همانطور که ملاحظه می‌شود در بالازدگی و زمان نشست و صعود بهبود ایجاد شده است. به علاوه پاسخ در پله 25g- بهتر شده است.

در این فصل کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره فازی با اعمال PI مرتبه کسری و کلاسیک به منظور عملکرد مطلوب سیستم کنترل پرواز در کل گستره پرواز که مراحل طراحی آن در فصل چهار شرح داده شد، شبیه‌سازی گردید و مورد بررسی قرار گرفت. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد الگوریتم کنترلی پیشنهادی قادر به ردگیری مطلوب سیگنال مرجع در تمامی ناحیه کاری سیستم است.

فصل ششم

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این تحقیق یک رویکرد جدید در طراحی کنترل‌کننده جدول‌بندی بهره فازی برای سیستم‌های غیرخطی متغیر با پارامتر ارائه گردید که نتایج آن با شبیه‌سازی سیستم کنترل پرواز یک موشک زمین به هوا با معادلات دو درجه آزادی در کانال فراز صورت پذیرفت. در الگوریتم پیشنهادی، طراحی سیستم کنترل برای مدل غیرخطی و متغیر با پارامتر موشک به طراحی تعدادی کنترل‌کننده خطی محلی حول تعدادی نقاط کار معین مختصر می‌شود. نکته حائز اهمیت این است که نقاط کار باید به نحوی انتخاب شوند که سیستم کنترل در تمامی گستره پرواز عملکرد مطلوبی داشته باشد. این مهم با آموزش یک سیستم فازی بر اساس تغییرات زاویه حمله و سرعت موشک به کمک الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات تحقق می‌یابد. با آموزش سیستم فازی، مراکز توابع عضویت ورودی که حکم موقعیت نقاط کار را دارند و به طور هدفمند به صورت توابع متعامد مثلثی در نظر گرفته‌شده‌اند برای کمینه کردن خطای ناشی از خطی سازی بهینه شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی به خوبی نشان می‌دهد خطی سازی حول نقاط کار بهینه، در مجموع خطای خطی سازی کمتری در تمام ناحیه کاری نسبت به نقاط کار هم فاصله ایجاد می‌کند. تعداد نقاط کار به صورت سعی خطا انتخاب شده است. تعداد بیشتر مقادیر زاویه حمله در مقایسه با عدد ماخ، حساسیت بیشتر پاسخ سیستم به تغییرات زاویه حمله را نشان می‌دهد. برای طراحی کنترل‌کننده‌های محلی از کنترل‌کننده PI مرتبه کسری استفاده شده است. مقایسه‌ای که بین پاسخ پله واحد سیستم با اعمال کنترل‌کننده PI مرتبه کسری و کلاسیک صورت گرفته است به خوبی برتری این کنترل‌کننده را در سرعت پاسخ گذرا و زمان نشست نشان می‌دهد. برای درون‌یابی ضرایب کنترل‌کننده مرتبه کسری از یک سیستم فازی از نوع تاکاگی سوگنو مرتبه صفر استفاده شده است. در جدول‌بندی ضرایب کنترل‌کننده مرتبه کسری از این جهت که برای تغییر بر خط توان‌های مرتبه کسری s ناچار به تقریب انتگرال گیر مرتبه کسری با یک تابع انتقال درجه پنج شدیم، نتیجه حاصل از جدول‌بندی علی‌رغم برتری پاسخ کنترل‌کننده مرتبه کسری محلی نسبت به نوع کلاسیک آن مطلوب نمی‌باشد. برای مقایسه بیشتر، روش درونیابی دوخطی نیز برای جدول‌بندی ضرایب کنترل‌کننده به کار گرفته شده است. همچنین با افزایش تعداد نقاط کار از ۲۱ به ۲۷ پاسخ سیستم مطابق انتظار بهبودیافته است.

مراجع

1- B. Jackson. (2010). " Overview Of Missile Flight Control Systems." John Hopkins APL Technical Digest, 29(1): 9-24

۲- معرفیان پور ، علی، "طراحی اتوپایلوت مقاوم برای یک موشک زمین به هوا" ، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، 1381

3- Uang, H.-J. and B.-S. Chen (2002). "Robust adaptive optimal tracking design for uncertain missile systems: a fuzzy approach." Fuzzy Sets and Systems **126**(1): 63-87.

4- Jinho, J., et al. (2008). Adaptive control of time-varying systems with gain-scheduling. American Control Conference, 2008.

5- P.K. Menon, E.J. Ohlmeyer(۲۰۰۱)." Integrated Design Of Agile Missile Guidance And Autopilot Systems. Control Engineering Practice, 9 (2001) : 1095 -1106

6- S.H. Lane, R.F. Stengel, " Flight Control Design Using Nonlinear Inverse Dynamics", Automatica 249(1998) 471-483

7- Costa, R.R., Chu, Q.P., and Mulder, J. A, (2003) “Reentry flight controller design using nonlinear dynamic inversion”. Journal of spacecraft and rockets,Vol.40 .No.1,,pp.64-71.

8- Michael, M. and H. Shaheen (2000). Robustness of a nonlinear missile autopilot designed using dynamic inversion. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, American Institute of Aeronautics and Astronautics.

9- Steinberg, M.L.,and page, A.B., “ Nonlinear Adaptive Flight Control with Genetic Algorithm Design Optimization”, International journal of Robust and nonlinear control, vol.9, NO.14, 1999, pp,1097-1115.

10- Ju,H.S., Tsai, C.c and Liu,S,W.(2004),” Design of Longitudinal Axis Full Envelope Control Law by Adaptive Back stepping” Proeceeding of the 2004 IEEE,

11- Sonneveldt, L., et al. (2007). "Nonlinear Flight Control Design Using Constrained Adaptive Backstepping." Journal of Guidance, Control, and Dynamics **30**(2): 322-336.

12- L.X.Wang, “A Course in Fuzzy Systems and Control”,Prentice-Hall ,International Inc .,1997.

13- Hongqing, H., et al. (2011). Research on fuzzy intelligent sliding mode control of BTT missile based on T-S model. Artificial Intelligence, Management Science and Electronic Commerce (AIMSEC), 2011 2nd International Conference on.

14- Hwang, T. W., et al. (2005). Adaptive sliding mode neural net control for missile autopilot. Control and Automation, 2005. ICCA '05. International Conference on

15- Shtessel, Y. B., et al. (2012). "Advances in Guidance and Control of Aerospace Vehicles using Sliding Mode Control and Observation Techniques." Journal of the Franklin Institute **349**(2): 391-396.

16- Shamma, J. S. and M. Athans (1990). "Analysis of gain scheduled control for nonlinear plants." Automatic Control, IEEE Transactions on **35**(8): 898-907.

17- Rugh, W. J. and J. S. Shamma (2000). "Survey Research on gain scheduling." Automatica **36**(10): 1401-1425.

18- Mehrabian, A. R. and J. Roshanian (2006). Design of gain-scheduled autopilot for a highly-agile missile. Systems and Control in Aerospace and Astronautics, 2006.

ISSCAA 2006. 1st International Symposium on.
19- Yubai, K., et al. (2008). "Gain-scheduling control of a rotary inverted pendulum by weight optimization and H∞ loop shaping procedure." Electrical Engineering in Japan **163**(2): 30-40.
20- Çam, E. and İ. Kocaarslan (2005). "A fuzzy gain scheduling PI controller application for an interconnected electrical power system." Electric Power Systems Research **73**(3): 267-274.
21- Crater, L. H. and J. S. Shamma (1996). "Gain-scheduled bank-to-turn autopilot design using linear parameter varying transformations." Journal of Guidance, Control, and Dynamics **19**(5): 1056-1063.
22- Leith, D .Tsourdos, A., (2000)"velocity based gain scheduled lateral autopilot for an agile missile", IFAC Journal of Control Engineering Practice 9(10), 1079-1093.
23- Devaud, E., et al. (2000). "Some control strategies for a high-angle-of-attack missile autopilot." Control Engineering Practice **8**(8): 885-892.
24- Apkarian, P., et al. (1995). "Self-scheduled H-infinity control of missile via linear matrix inequalities." Journal of Guidance, Control, and Dynamics **18**(3): 532-538.
25- Dae-Yeon, W., et al. (2010). Robust gain-scheduling technique for an agile missile subject to mass variation. Control Automation and Systems (ICCAS), 2010 International Conference on (org) adaptive control of time-varying systems with gain-scheduling(2008)
26- Richardson, T., et al. (2006). "Design of a Gain-Scheduled Flight Control System Using Bifurcation Analysis." Journal of Guidance, Control, and Dynamics **29**(2): 444-453.
27- Biannic, J. M. and P. Apkarian (1999). "Missile autopilot design via a modified LPV synthesis technique." Aerospace Science and Technology **3**(3): 153-160.
28- Crater, L. H. and J. S. Shamma (1996). "Gain-scheduled bank-to-turn autopilot design using linear parameter varying transformations." Journal of Guidance, Control, and Dynamics **19**(5): 1056-1063.
29- Wu, F., et al. (2002). "Systematic Gain-Scheduling Control Design: A Missile Autopilot Example." Asian Journal of Control **4**(3): 341-347.
30- R.T. Reichert.(1990)," robust autopilot design using miu synthesis", in proceeding of the American control conference, pp:2368-2373.
31- Nichols, R. A., et al. (1993). "Gain scheduling for H-infinity controllers: a flight control example." Control Systems Technology, IEEE Transactions on **1**(2): 69-79.
32- B.Choi, S.Seohyeok,(2012),"roll-pitch-yaw integrated miu synthesis for high angle of attack missile", Aerospace science and technology 23.pp:270-279.
33- Yu, J., et al. (2011). "Surface-to-air Missile Autopilot Design Using LQG/LTR Gain Scheduling Method." Chinese Journal of Aeronautics **24**(3): 279-286.
34- Tabatabaei, S., et al. (2010). Fuzzy self-tuning gain scheduled control design for an autopilot missile. Computer Applications and Industrial Electronics (ICCAIE), 2010 International Conference on.
35- S.Tabatabaie, S.Tohidi, M. Sadegi.(2010),"fuzzy self-tuning gain scheduled control design for an autopilot missile ", International conferance on computer Applications and Industrial Electronics.
36- Alata, M. and K. Demirli (2001). Fuzzy control and gain scheduling-case study: robust stabilization of an inverted pendulum. IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, 2001. Joint 9th.
37- McGrane, D. (1998). Determination of design regions for fuzzy gain-scheduled robust controllers. Fuzzy Systems Proceedings, 1998. IEEE World Congress on

Computational Intelligence., The 1998 IEEE International Conference on.
38- Fuzzy gain scheduled of PID controllres(1993)
39- P.Viljamaa and H.N.KOivo, "Fuzzy logic in PID gain scheduling",in Proc.3rd Europen congress on fuzzy and intelligent technologies,vol.2:927-931.
40- P.Bergsten (2000), "Fuzzy gain scheduling for flight control", in proc 26rd IEEEconf .on industrial Electronics society.IECON 2000,Vol 1:271-276.
41- Gonsalves, P. G. and G. L. Zacharias (1994). Fuzzy logic gain scheduling for flight control. Fuzzy Systems, 1994. IEEE World Congress on Computational Intelligence., Proceedings of the Third IEEE Conference on.
42- Chun-Liang, L. (2002). On the design of an adaptive fuzzy gain-scheduled autopilot. American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002
43- Oosterom, M. and R. Babuska (2001). Fuzzy gain scheduling for flight control laws. Fuzzy Systems, 2001. The 10th IEEE International Conference on.

44- Gu, F., et al. (2008). Automatic Fuzzy Membership Function Tuning Using the Particle Swarm Optimization. Computational Intelligence and Industrial Application, 2008. PACIIA '08. Pacific-Asia Workshop on.

45- Omizegba, E. E. and G. E. Adebayo (2009). Optimizing fuzzy membership functions using particle swarm algorithm. Systems, Man and Cybernetics, 2009. SMC 2009. IEEE International Conference on.

46- Esmin, A. A. A., et al. (2002). Particle swarm optimization for fuzzy membership functions optimization. Systems, Man and Cybernetics, 2002 IEEE International Conference on.

47- Chia-Feng, J. and H. Chia-Hung (2009). "Reinforcement Ant Optimized Fuzzy Controller for Mobile-Robot Wall-Following Control." Industrial Electronics, IEEE Transactions on **56**(10): 3931-3940.

48- Kaya, M. and R. Alhajj (2003). A clustering algorithm with genetically optimized membership functions for fuzzy association rules mining. Fuzzy Systems, 2003. FUZZ '03. The 12th IEEE International Conference on.

49- Martinez-Marroquin, R., et al. (2009). Parameter tuning of membership functions of a type-1 and type-2 fuzzy logic controller for an autonomous wheeled mobile robot using ant colony optimization. Systems, Man and Cybernetics, 2009. SMC 2009. IEEE International Conference on.

50- Gu, F., et al. (2008). Automatic Fuzzy Membership Function Tuning Using the Particle Swarm Optimization. Computational Intelligence and Industrial Application, 2008. PACIIA '08. Pacific-Asia Workshop on.

51- M.V.Cook, " Flight Dynamic Principle", Second Edition, Elsevier Aerospace Engineering ,2007

52- A.Monje,Chen.M.vinagre." Fractional Order System and Controls, fundamntals and applications" springer ,2010

53- P.Apkarian,J. biannic(1993)" Gain_scheduled H_∞ Control of a missile via linear

Matrix inequalities”

54- A.Pakard, K.Poola, “ Dynamic systems and feedback” , Class Notes, for Me 132, Fall 2002, Department of mechanical Engineering university of California Berkeley

55- Eberhart, R. C. and Shi, Y. particle swarm optimization:developments, applications and resources. Proceedings of IEEE Congress on evolutionary computation , vol.1 :81-86

University of Shahrood

Faculty of Electrical and Robotic

Gain scheduling algorithm for flight control of anti air defence missiles using fuzzy control and fractional order control systems

hamid reza davoudi

Supervisor:

Dr.heidar toosian shandiz

Adviser:

Dr.ali akbarzade kalat

september 2014

Abstract

Missile flight control system, due to extensive operating area and also the variable aerodynamic forces and moments during the flight, is considered in the group of complex systems to design controller.This fact according to the coupling of longitudinal and lateral motion equations and parameter varying nature of missile model which impose the designer to design a adaptive controller, becomes more visible.
In this thesis, by decoupling of longituninal and lateral equations taking into consideration common asumptions, a method for design autopilot for a surface to air missile with 2DOF equations in pitch channel is proposed.The design algorithm implemented by fuzzy gain scheduling technique that placed in the group of offline adaptive control.This approach is based on the design of linear controllers in the center of scheduling regions where the center of regions calculated by training a fuzzy system based on info scheduling variables.Fuzzy training implemented by particle swarm optimization (PSO) algorithm in whitch the center of membersip functions optimized to minimize the error of linearization throughout the operating ragion.Also for design linear controllers the fractional proportional integral (FOPI) controller is proposed which the parameters set by PSO algorithm. Efficiency of propose algorithm is shown by simulation results.

Keywords: Flight control system , Fuzzy gain scheduled controller, particle swarm optimization , fractional order PID , Zero order Takagi-Sogeno fuzzy system.