



تن آدمی شریف است، به جان آدمیت

نه همین لباس زیباست، نشان آدمیت

رسد آدمی به جایی، که به جز خدا نبیند

بنگر که تا چه حد است، مکان آدمیت



دانشکده برق و رباتیک

گروه کنترل

عنوان رساله:

پیش‌بینی سری زمانی آشوبی با بازسازی فضای فاز به کمک ویژگی‌های فرکانسی

دانشجو: امین زارعی

استاد راهنما:

دکتر حسین قلی زاده نرم

پایان‌نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

بهمن ۹۲

((آدمی را حق تعالی هر لحظه از نو می آفریند و در باطن او چیزی دیگر، تازه تازه، می فرستد که اول به دوم نمی ماند و دوم به سوم. الاّ او از خویشتن غافل است و خود را نمی شناسد...))

« فیه مافیه »

تقدیم به

اسطوره‌های جاودان زندگی

پدر مهربان

و مادر فداکارم

تقدیر و تشکر

با نهایت تقدیر و تشکر از استاد محترم جناب آقای دکتر قلی زاده نرم که با راهنمایی‌های مفید و ارزنده‌ی خود این جانب را مورد لطف و عنایت خویش قرار دادند. تکمیل این اثر بدون کمک و زحمات ایشان به هیچ عنوان مقدور نبود. همچنین لازم است از اساتید محترمی که کار داوری این پایان‌نامه را بر عهده داشتند، صمیمانه تشکر نمایم.

تعهد نامه

اینجانب دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته
..... دانشکده دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه
..... تحت راهنمایی
..... متعهد می شوم .

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده:

در این پایان‌نامه، پیش‌بینی سری زمانی آشوبی به کمک بازسازی فضای فاز با استفاده از معادلات مرکز جرم مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای بازسازی فضای فاز از فیلترهای فرکانسی غیرخطی استفاده می‌شود که تعیین مناسب این فیلترها یک بازسازی فضای فاز مفید را به همراه خواهد داشت. به کمک فضای فاز بازسازی شده و استفاده از نزدیک‌ترین همسایه‌ها، مسیر همسایه‌ی معادل و مسیر کمکی تشکیل شده، سپس با استفاده از معادلات مرکز جرم دو روش ایستا و پویا برای پیش‌بینی سری زمانی آشوبی پیشنهاد می‌شود. در حالت ایستا معادلات به صورت غیر بازگشتی و در حالت پویا به صورت بازگشتی عمل پیش‌بینی را انجام می‌دهند. معادلات غیرخطی و متغیر با زمان گسسته دارای ساختاری منسجم هستند که همزمان با ردیابی مسیر همسایه‌ی معادل، پیش‌بینی مسیر اصلی و کمکی را میسر می‌سازند. یکی از ویژگی‌های روش پیشنهادی معادلات مرکز جرم بازگشتی، قابلیت دو منظوره‌ی پیش‌بینی کوتاه مدت و بلند مدت سری زمانی آشوبی است. مزیت روش پیشنهادی آن است که با تعریف مناسب معادلات، می‌توان خطای پیش‌بینی را تا آن‌جا که نیاز باشد کاهش داد.

کلمات کلیدی: سری زمانی آشوبی، بازسازی فضای فاز، نزدیک‌ترین همسایه، مسیرهای کمکی،

معادلات مرکز جرم بازگشتی

۱	فصل اول
۱-۱	پیشگفتار
۲-۱	ساختار پایان نامه
۵	فصل دوم
۱-۲	مقدمه
۲-۲	پدیده‌ی آشوب
۳-۲	آشوب در طبیعت
۴-۲	تشخیص آشوب و تفاوت آن با سایر پدیده‌ها
۱-۴-۲	آزمون بعد همبستگی
۵-۲	نمایی لیاپانوف
۶-۲	حساسیت بسیار زیاد به شرایط اولیه
۷-۲	سیستم‌های آشوبی و سری‌های زمانی آشوبی
۸-۲	سیستم آشوبی راسلر
۹-۲	سیستم آشوبی جنسیو-تسی
۱۰-۲	سیستم آشوبی آرنودو
۱۱-۲	بازسازی فضای فاز
۱۲-۲	نزدیک‌ترین همسایه‌ها و پیش‌بینی سری زمانی آشوبی
۱۳-۲	شبکه‌ی عصبی بازگشتی و پیش‌بینی سری زمانی آشوبی
۲۵	فصل سوم
۱-۳	مقدمه
۲-۳	ویونت و کاهش نویز
۳-۳	شبکه‌ی عصبی - موجک تک بعدی
۴-۳	شبکه‌ی عصبی - موجک چند بعدی
۵-۳	الگوریتم آموزش
۶-۳	الگوریتم گرادیان تصادفی برای ویونت
۷-۳	بازسازی فضای فاز به کمک ویژگی‌های فرکانسی
۸-۳	مسیر اصلی، مسیر همسایه و مسیر کمکی
۹-۳	تشکیل مسیر همسایه
۱۰-۳	مرکز جرم ذرات

۳۷	تشکیل مسیر همسایه‌ی معادل
۳۸	تشکیل مسیر کمکی
۳۹	پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم غیربازگشتی
۴۲	پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم بازگشتی
۴۹	اثبات همگرایی

۵۳

فصل چهارم

۵۴	مقدمه
۵۴	پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم غیر بازگشتی
۵۴	۱-۲-۴ سری زمانی لورنز
۵۷	۲-۲-۴ مقایسه با شبکه‌ی عصبی
۵۸	۳-۲-۴ سری زمانی راسلر
۶۰	۴-۲-۴ مقایسه با شبکه‌ی عصبی
۶۱	۳-۴ پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم بازگشتی
۶۲	۱-۳-۴ سری زمانی لورنز
۶۴	۲-۳-۴ مقایسه با شبکه‌ی عصبی
۶۵	۳-۳-۴ سری زمانی آرنودو
۶۷	۴-۳-۴ مقایسه با شبکه‌ی عصبی
۶۸	۴-۴ آنالیز حساسیت

۷۱

فصل پنجم

۷۲	۱-۵ نتیجه‌گیری
۷۲	۲-۵ پیشنهادات

۷۴

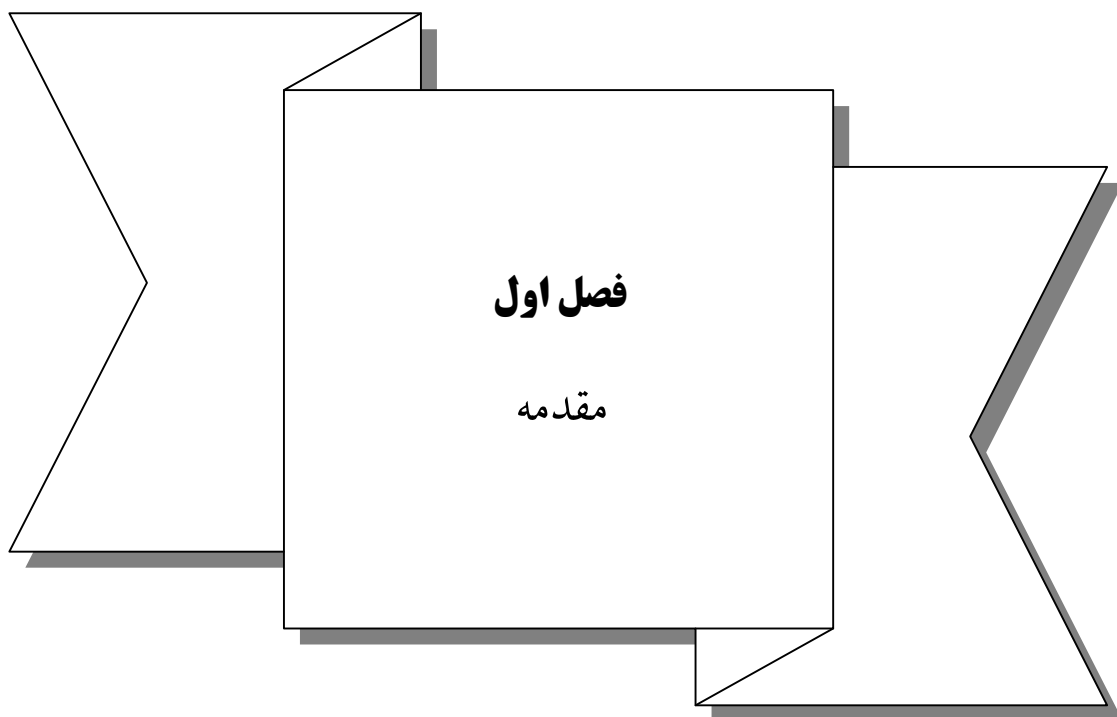
منابع و مراجع

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲ : نمود واقعی دینامیک لورنز ۷
- شکل ۲-۲ : جاذب آشوبی لورنز ۸
- شکل ۳-۲ : مدار چوآ ۹
- شکل ۴-۲ : نمایشی‌های لیاپانوفی سیستم لورنز ۱۳
- شکل ۵-۲ : حساسیت به شرایط اولیه ۱۴
- شکل ۶-۲ : سیستم آشوبی راسلر ۱۵
- شکل ۷-۲ : سری زمانی آشوبی راسلر ۱۵
- شکل ۸-۲ : سیستم آشوبی جنسیو - تسی ۱۶
- شکل ۹-۲ : سری زمانی آشوبی جنسیو - تسی ۱۶
- شکل ۱۰-۲ : سیستم آشوبی آرنئودو ۱۷
- شکل ۱۱-۲ : سری زمانی آشوبی آرنئودو ۱۷
- شکل ۱۲-۲ : بازسازی فضای فاز برای سری زمانی لورنز با یک زمان تأخیر مناسب ($\tau = 50$) ۲۱
- شکل ۱۳-۲ : بازسازی فضای فاز برای سری زمانی لورنز با یک زمان تأخیر خیلی کوچک ($\tau = 5$) ۲۱
- شکل ۱۴-۲ : بازسازی فضای فاز برای سری زمانی لورنز با یک زمان تأخیر خیلی بزرگ ($\tau = 200$) ۲۱
- شکل ۱۵-۲ : پیش‌بینی به کمک نزدیک‌ترین همسایه ۲۲
- شکل ۱۶-۲ : پیش‌بینی به کمک نزدیک‌ترین همسایه برای سری زمانی لورنز ۲۳
- شکل ۱۷-۲ : شبکه‌ی عصبی بازگشتی ۲۴
- شکل ۱۸-۲ : پیش‌بینی به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی برای سری زمانی جنسیو-تسی ۲۴
- شکل ۱-۳ : شبکه‌ی عصبی - موجک ۲۷
- شکل ۲-۳ : شبکه‌ی عصبی - موجک تک بعدی ۲۸
- شکل ۳-۳ : شبکه‌ی عصبی - موجک تک بعدی ۲۸
- شکل ۴-۳ : شبکه‌ی عصبی - موجک چند بعدی ۲۹
- شکل ۵-۳ : فضای فاز سیستم لورنز ۳۳
- شکل ۶-۳ : فضای فاز بازسازی شده‌ی سیستم لورنز به کمک فیلترهای غیرخطی ۳۳
- شکل ۷-۳ : چگونگی تشکیل مسیر همسایه با یک نقطه‌ی همسایگی برای هر نقطه از مسیر اصلی ۳۵

- شکل ۳-۸: چگونگی تشکیل دسته مسیر همسایه با ۲ نقطه‌ی همسایگی برای هر نقطه از مسیر اصلی ۳۶
- شکل ۳-۹: چگونگی تشکیل دسته مسیر همسایه با نقاط همسایگی متغیر برای هر نقطه از مسیر اصلی ۳۶
- شکل ۳-۱۰: چگونگی تشکیل مسیر همسایه‌ی معادل از دسته مسیرهای همسایه ۳۷
- شکل ۳-۱۱: مسیر اصلی، مسیر همسایه و مسیر کمکی ۳۸
- شکل ۳-۱۲: چگونگی تشکیل مسیر کمکی ۳۹
- شکل ۳-۱۳: نقاط روی مسیرها ۴۰
- شکل ۳-۱۴: پیش‌بینی نقطه‌ی $S_a(k+1)$ و تصحیح نقطه‌ی $S_o(k+1)$ توسط جرم‌ها ۴۱
- شکل ۳-۱۵: چگونگی تشکیل مسیرها برای تخمین جرم m_2 ۴۲
- شکل ۳-۱۶: نقاط روی مسیرها ۴۳
- شکل ۳-۱۷: حرکت نقاط و مرکز جرم آن‌ها ۴۴
- شکل ۳-۱۸: قسمتی از سری زمانی و پیش‌بینی آن ۴۵
- شکل ۴-۱: جرم m_2 ۵۴
- شکل ۴-۲: جرم m_2 ۵۵
- شکل ۴-۳: تخمین جرم m_2 ۵۵
- شکل ۴-۴: ضرایب تصحیح جهت پیش‌بینی ۵۶
- شکل ۴-۵: پیش‌بینی سری زمانی لورنز ۵۶
- شکل ۴-۶: خطای پیش‌بینی ۵۶
- شکل ۴-۷: تصحیح جرم m_2 ۵۷
- شکل ۴-۸: پیش‌بینی سری زمانی لورنز به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی ۵۷
- شکل ۴-۹: خطای پیش‌بینی به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی ۵۷
- شکل ۴-۱۰: خطای پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم غیر بازگشتی ۵۸
- شکل ۴-۱۱: تخمین جرم m_2 ۵۸
- شکل ۴-۱۲: ضرایب تصحیح جهت پیش‌بینی ۵۹
- شکل ۴-۱۳: پیش‌بینی سری زمانی راسلر ۵۹
- شکل ۴-۱۴: خطای پیش‌بینی ۵۹
- شکل ۴-۱۵: تصحیح جرم m_2 ۶۰

- شکل ۴-۱۶: پیش‌بینی سری زمانی راسلر به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی ۶۰
- شکل ۴-۱۷: خطای پیش‌بینی به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی ۶۰
- شکل ۴-۱۸: خطای پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم غیر بازگشتی ۶۰
- شکل ۴-۱۹: پیش‌بینی سری زمانی لورنز ۶۲
- شکل ۴-۲۰: قسمتی از پیش‌بینی سری زمانی لورنز ۶۲
- شکل ۴-۲۱: خطای پیش‌بینی سری زمانی لورنز ۶۲
- شکل ۴-۲۲: پیش‌بینی یک نقطه‌ی سری زمانی لورنز - مسیر اصلی ۶۳
- شکل ۴-۲۳: ردیابی یک نقطه‌ی سری زمانی لورنز - مسیر همسایه ۶۳
- شکل ۴-۲۴: پیش‌بینی یک نقطه‌ی سری زمانی لورنز - مسیر کمکی ۶۳
- شکل ۴-۲۵: تغییرات جرم $m_5(i)$ ۶۴
- شکل ۴-۲۶: پیش‌بینی در بازه‌هایی با ۱۵۰ تکرار ۶۴
- شکل ۴-۲۷: خطای پیش‌بینی به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی ۶۴
- شکل ۴-۲۸: خطای پیش‌بینی سری زمانی لورنز ۶۵
- شکل ۴-۲۹: پیش‌بینی سری زمانی آرنئودو ۶۵
- شکل ۴-۳۰: قسمتی از پیش‌بینی سری زمانی آرنئودو ۶۵
- شکل ۴-۳۱: خطای پیش‌بینی سری زمانی آرنئودو ۶۶
- شکل ۴-۳۲: پیش‌بینی یک نقطه‌ی سری زمانی آرنئودو - مسیر اصلی ۶۶
- شکل ۴-۳۳: ردیابی یک نقطه‌ی سری زمانی آرنئودو - مسیر همسایه ۶۶
- شکل ۴-۳۴: پیش‌بینی یک نقطه‌ی سری زمانی آرنئودو - مسیر کمکی ۶۶
- شکل ۴-۳۵: تغییرات جرم $m_5(i)$ ۶۷
- شکل ۴-۳۶: پیش‌بینی سری زمانی آرنئودو به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی ۶۷
- شکل ۴-۳۷: خطای پیش‌بینی سری زمانی آرنئودو به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی ۶۷
- شکل ۴-۳۸: خطای پیش‌بینی سری زمانی آرنئودو ۶۸
- شکل ۴-۳۹: خطای پیش‌بینی سری زمانی لورنز به ازای تغییرات λ_3 ۶۹
- شکل ۴-۴۰: پیش‌بینی مسیر اصلی در یک نقطه به ازای تغییرات λ_3 ۶۹



مشخصه‌ی دینامیکی تعداد زیادی از سیستم‌های غیرخطی شناخته شده‌ی واقعی آشوبی^۱ است. یک سیستم آشوبی دارای رفتاری پیچیده بوده و بررسی آن به کمک یک روش محض تقریباً غیر ممکن است. سری زمانی یک سیستم آشوبی می‌تواند برخی از ویژگی‌های خاص سیستم‌های آشوبی را به ما نشان دهد [۱] و تا حدودی قادر است وضعیت آینده‌ی سیستم و نیز دینامیک‌های تأثیرگذار در عملکرد غیرخطی آن را نمایان سازد. نخستین فردی که به کار پیش‌بینی سری‌های زمانی آشوبی پرداخته است لاپدز^۲ نام دارد. بعد از او افراد دیگری به ارائه‌ی روش‌هایی جهت پیش-بینی سری‌های زمانی پرداختند. اما پاکارد^۳ و سایرین در سال ۱۹۸۰ برای اولین بار بحث بازسازی فضای فاز را بیان کردند طوری که تا امروز پیش‌بینی سری‌های زمانی سیستم‌های غیرخطی، اصولاً با همین روش و راه‌کار انجام می‌گیرد [۲]. برای این منظور پس از رسم نمودار فاز سیستم، متغیرهای مشخصه‌ی سری زمانی همانند بعد همبستگی^۴ و بزرگ‌ترین نمایی لیاپانوف^۵ محاسبه می-شوند. پس از تعیین آن‌ها رفتار آشوبی سری زمانی به راحتی ثابت خواهد شد. بزرگ‌ترین نمایی لیاپانوف یکی از ویژگی‌های سیستم‌های آشوبی است [۳]. در مرحله‌ی بعد، بازسازی فضای-فاز^۶ انجام می‌شود. آن چه در بازسازی فضای فاز بیش از همه اهمیت دارد، تعیین مقدار مناسب و هم‌زمان دو متغیر زمان تأخیر و بعد تعبیه^۷ است [۴] که با تعیین درست آن‌ها تا حدود زیادی می‌توان مدل دینامیکی سیستم غیرخطی را توسط هر کدام از متغیرهای سری زمانی بیان کرد. قضیه‌ای به نام تِکِنز^۸ ثابت می‌کند که یک بعد تعبیه‌ی مناسب همواره وجود دارد [۵]. روش‌هایی که در سال‌های اخیر ارائه شده‌اند سعی در تعیین هم‌زمان زمان تأخیر و بعد تعبیه‌ی

^۱Chaotic

^۲Lapedes

^۳Packard

^۴Correlation dimension

^۵Lyapanov exponent

^۶Phase space reconstruction

^۷Embedding dimension

^۸Takens

مطلوب دارند. مهم‌ترین روش‌های پیش‌بینی سری زمانی آشوبی، روش نزدیک‌ترین همسایه‌ها^۱ و روش خطی‌سازی محلی^۲ هستند که به ترتیب توسط لورنز^۳ در سال ۱۹۶۳ و آباربانل^۴ و دیگران در سال ۱۹۹۳ ارائه شده است. روش نزدیک‌ترین همسایه‌ها روشی بسیار ساده است که از همانندی داده‌ها برای پیش‌بینی کمک می‌گیرد. در روش خطی‌سازی محلی که به آن روش تقریب خطی نیز گفته می‌شود، با استفاده از روش کم‌ترین مربعات^۵ دینامیک غیرخطی موضعی با نگاشتی خطی تقریب زده می‌شود. تلاش‌هایی نیز برای پیش‌بینی حالت‌های آشوبناک در شبکه‌های عصبی صورت گرفته است. به رغم هیجان‌انگیز بودن این تحولات، همان‌طور که نماهای لیپانوف مثبت نشان می‌دهند، حساسیت سیستم‌های آشوبی نسبت به شرایط اولیه، دقت پیش‌بینی سری‌های زمانی را کاملاً محدود می‌کند [۹,۸,۷,۶].

۲-۱ ساختار پایان نامه

این پایان‌نامه شامل پنج فصل است که در فصل دوم ابتدا با مفهوم آشوب^۶، رفتار آشوبی و تفاوت آن با سایر سیستم‌ها آشنا شده، سپس سری‌های زمانی آشوبی^۷ را تعریف کرده و به بررسی چند نمونه از مهم‌ترین سری‌های زمانی آشوبی پرداخته خواهد شد. در ادامه‌ی این فصل به تشریح عمل بازسازی فضای فاز از روی سری زمانی پرداخته و پس از آن پیش‌بینی سری زمانی^۸ بر مبنای نزدیک‌ترین همسایه‌ها در فضای فاز مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین روش پیش‌بینی به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی برخط نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ضمن توانایی‌ها و نیز ضعف‌های این روش‌ها بیان خواهد شد. در فصل سوم، با توجه به موضوعات بیان شده در فصل دوم، روش‌های پیشنهادی پیش‌بینی سری زمانی آشوبی تشریح می‌شود. روش‌های پیشنهادی به همراه شکل

^۱nearest neighbor

^۲Local linearization

^۳Lorenz

^۴Abarbanel

^۵Least square

^۶Chaos

^۷Chaotic time series

^۸Time series prediction

توضیح داده شده و سعی شده است تا علت استفاده از چنین روش‌هایی بیان شود. برای آن که کارایی روش‌های پیشنهادی مورد آزمایش قرار بگیرد، تعدادی از معروف‌ترین سری‌های زمانی آشوبی به کمک این روش‌ها پیش‌بینی شده و عملکرد روش‌های پیشنهادی با روش‌های متداول پیش‌بینی مقایسه شده است که نتایج این شبیه‌سازی‌ها در فصل چهارم بیان می‌شود. در نهایت در فصل پنجم نتیجه‌گیری و پیشنهادات مناسب جهت بهبود کار و نیز تحقیقات آینده مطرح شده‌اند.

فصل دوم

آشوب، سری‌های زمانی،
بازسازی فضای فاز و پیش‌بینی

در این فصل به بررسی مختصر آشوب و سیستم‌های آشوبی پرداخته می‌شود. پس از شناختی کلی از مبحث آشوب، سری زمانی و پیش‌بینی سری زمانی تعریف می‌شود. در ادامه‌ی فصل دو نمونه از روش‌های متداول پیش‌بینی سری‌های زمانی آشوبی مورد بررسی قرار گرفته و با یکدیگر مقایسه می‌گردد.

۲-۲ پدیده‌ی آشوب

مفهوم آشوب یکی از مفاهیم جدید و بنیادی علم نوین است که افق درک ما نسبت به هستی را بسیار گسترش داده است. آشوب همان‌طور که از نامش پیداست رفتاری به ظاهر تصادفی و بی‌نظم^۱ است که در بسیاری از پدیده‌های دنیای واقعی رخ می‌دهد. پدیده‌های معروفی چون اثر پروانه‌ای از ویژگی‌های خاص آشوب است [۱۰].

ابزار تحلیل پدیده‌های طبیعی برای فیزیک‌دانان، مهندسان و سایر علومی که نیاز به مدل‌سازی و تحلیل پدیده‌ها دارند، معادلات دیفرانسیل است. این معادلات که می‌توانند به صورت جزئی یا معمولی باشند، چارچوب تحلیلی قوی و مطمئنی برای پژوهشگران فراهم می‌کنند [۱۱]. در بسیاری از موارد برای سادگی تحلیل، مدل‌ها به صورت خطی تقریب زده می‌شوند. اثرهای نمایی و نوسانی یا دوره‌ای در اکثر پدیده‌های خطی دیده می‌شود. در مدل‌های غیر خطی پدیده‌های جدیدی چون چرخه‌های حدی علاوه بر اثرهای نمایی و دوره‌ای دیده می‌شوند. اما این تنها رفتار متفاوت دینامیک غیر خطی با خطی نیست [۱۲].

مدت‌ها به دلیل وجود قضیه‌ی پوانکاره- بندیکسون^۲ تصور می‌شد که یک سیستم یا دارای نقطه‌ی تعادل (پایدار یا ناپایدار) است و یا دارای چرخه‌ی حدی است. البته این قضیه تنها برای سیستم‌های مرتبه‌ی دوم صادق بود، اما باور عموم بر آن بود که چنین قضیه‌ای برای سیستم‌های

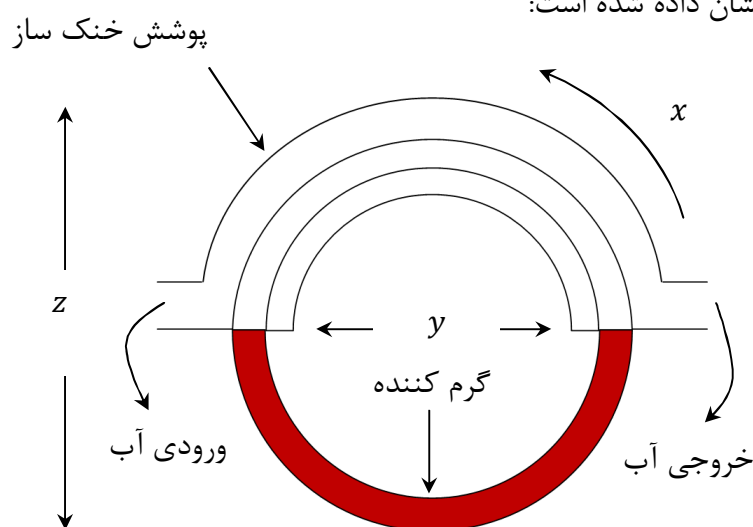
¹Irregular

²Poincare - Bendixson

مرتبه‌ی بالاتر نیز برقرار است. با این حال مشاهده شد که برای سیستم‌های مرتبه‌ی سوم به بالا، پدیده‌ای جالب و دور از انتظار می‌تواند اتفاق افتد که به پدیده‌ی آشوب مشهور شد [۱۳].

آشوب به مفهوم دقیق و ریاضی آن پدیده‌ای است که به ظاهر تصادفی و پیچیده آمده اما در باطن طبیعتی قطعی^۱ (در تقابل با تصادفی) دارد. به عبارت ساده‌تر از یک معادله‌ی دیفرانسیل مشخص و در عین حال نسبتاً ساده و فرآیندی بدون نویز بدست می‌آید [۱۴].

ادوارد لورنز هواشناسی بود که در سال ۱۹۶۳ نخستین دینامیک آشوبی را هنگام کار با داده‌های هواشناسی در رایانه‌اش مشاهده کرد. داده‌هایی که حاصل از گرد کردن اعشار بود و به نحوی باور نکردنی اختلاف عجیب در نتایج حاصل از آن‌ها را در دوره‌های طولانی زمانی ملاحظه نمود. سیستمی که بعدها به نام لورنز لقب گرفت و به طور کلی بیانگر جریان هم رفت در مایعاتی است که گرما از طریق منبعی به آن‌ها تزریق می‌شود. نمونه‌ای از چنین ترکیب‌بندی که منجر به دینامیک لورنز شد، در شکل ۱-۲ نشان داده شده است:



شکل ۱-۲: نمود واقعی دینامیک لورنز

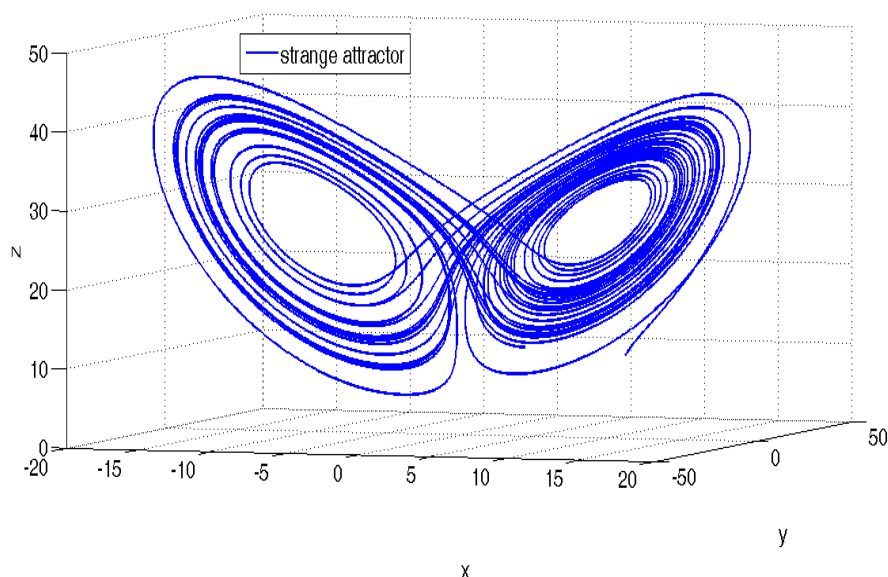
در شکل ۱-۲ x متوسط سرعت چرخش سیال، y تفاوت دمای افقی و z تفاوت دمای عمودی است. شکل کلی چنین دینامیکی با معادلات ۱-۲ بیان می‌شود:

¹Deterministic

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) + u \\ \dot{y} = rx - y - xz \\ \dot{z} = -bz + xy \end{cases} \quad (۱-۲)$$

که با انتخاب مقادیر $\sigma = 10$, $r = 28$, $b = \frac{8}{3}$ رفتار آشوبی در معادلات دیده خواهد شد. در

شکل ۲-۲ دینامیک آشوبی لورنز برای برخی شرایط اولیه نشان داده شده است [۱۵, ۱۶]:



شکل ۲-۲: جاذب آشوبی لورنز

یکی از ویژگی‌های دینامیک آشوبی چیزی است که به حساسیت بالا به شرایط اولیه مشهور شده است. یک دینامیک آشوبناک برخلاف دینامیک دارای چرخه‌ی حدی یا نقطه‌ی تعادل پایدار به تغییرات کوچک در شرایط اولیه حساس است. تغییر بسیار اندکی در حالت اولیه باعث تغییرات بسیار قابل توجه در شرایط نهایی می‌شود. نمونه‌ی معروف چنین پدیده‌ای، وضعیت آب و هوا و پدیده‌ای معروف به اثر پروانه‌ای است. دینامیک غیر خطی جو باعث می‌شود که به دلیل نداشتن همه‌ی شرایط اولیه در زمان شروع محاسبات (مثلاً نبود دقت کافی در اندازه‌گیری عواملی مثل دما، رطوبت و ... در همه‌ی نقاط سطح زمین) پیش‌بینی طولانی مدت^۱ امکان‌ناپذیر باشد [۱۷].

ویژگی دیگر سیستم‌های آشوبی داشتن جاذب‌های شگفت^۲ است. جاذب‌های شگفت، جاذب-

^۱Long term prediction

^۲Strange attractor

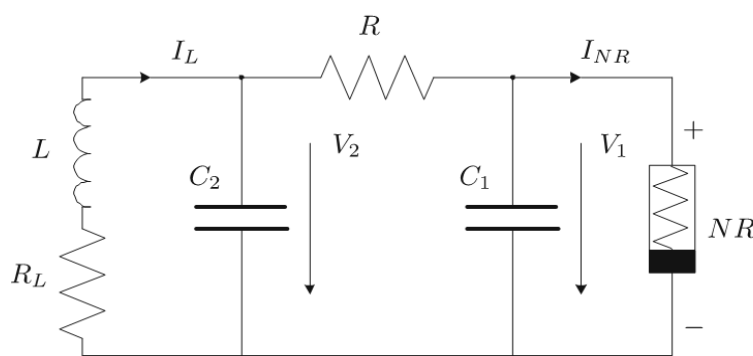
هایی هستند که مسیر فاز^۱ به سمت آن‌ها جذب می‌شوند و در همان حال از آن‌ها دور می‌شوند. جاذب‌های شگفت دارای بعد فراکتالی^۲ و غیر صحیح هستند [۱۸].

از ویژگی‌های دیگر دینامیک آشوبی، وجود طیف فرکانسی پیوسته است. اگر دینامیکی رفتار دوره‌ای داشته باشد، دارای طیف فرکانسی گسسته است. اما در دینامیک‌های آشوبی طیف فرکانسی همواره پیوسته خواهد بود [۱۹].

۳-۲ آشوب در طبیعت

پس از کشف رفتار آشوبی توسط لورنز، دینامیک‌های آشوبی بسیاری در طبیعت مشاهده شد که هر کدام رفتارهای جالب توجه و منحصر به فردی از خود به نمایش می‌گذارند. نمونه‌هایی از این رفتارها عبارت‌اند از:

رفتار آشوبی مدار چوآ^۳، رفتار آشوبی در برخی لیزرها در ادوات الکترونیک، داده‌های حاصل از لکه‌های خورشیدی، ضربان قلب و نیز فرآیندهای آشوبی در ابعاد گوناگون اقتصاد و مواردی از این دست [۲۰]. مدار چوآ مدار الکترونیکی ساده‌ای است که اثرات دینامیک غیرخطی در آن مشاهده می‌شود و شامل دو شاخه‌گی و آشوب است. مدار چوآ حداقل باید از سه عنصر ذخیره‌کننده انرژی تشکیل شده باشد. این مدار در شکل ۳-۲ نشان داده شده است [۲۰]:



شکل ۳-۲: مدار چوآ

¹Trajectory

²Fractal dimension

³Chua circuit

معادلات حاکم بر مدار آشوبی چوآ به صورت زیر است [۲۰]:

$$\begin{cases} \frac{dV_1(t)}{dt} = \frac{1}{C_1} [G(V_2(t) - V_1(t)) - f(V_1(t))] \\ \frac{dV_2(t)}{dt} = \frac{1}{C_2} [G(V_1(t) - V_2(t)) + I_L(t)] \\ \frac{dI_L(t)}{dt} = \frac{1}{L} [-V_2(t) - R_L I_L(t)] \end{cases} \quad (۱۳-۲)$$

که در آن $f(V_1(t))$ تابع تکه‌ای خطی از ولتاژ دیود چوآ (NR) است. همچنین $G = 1/R$ است.

۴-۲ تشخیص آشوب و تفاوت آن با سایر پدیده‌ها

برای تشخیص رفتار آشوبی، از آزمون‌های متنوعی می‌توان استفاده کرد. مهم‌ترین آزمون،

آزمون بعد همبستگی است [۲۱].

۴-۲-۱ آزمون بعد همبستگی

این آزمون متکی بر یکی از خصوصیات ویژه‌ی یک فرآیند تصادفی در مقایسه با فرآیند آشوبی است. یک فرآیند تصادفی دارای ابعاد پیوسته (بینهایت) است. اما یک فرآیند آشوبی ابعاد محدودتری دارد، یعنی دارای یک مجموعه از نقاطی است که مسیر زمانی به آن محدود می‌شود. بنابراین می‌توان از روی محاسبه‌ی ابعاد یک سری به فرآیند ایجاد کننده‌ی آن پی برد. مطابق این روش اگر دامنه‌ی سری بالا بود، حاکی از یک فرآیند تصادفی است، در غیر این صورت یک فرآیند آشوبی خواهد بود [۲۲]. بعد همبستگی با استفاده از متغیری به نام انتگرال همبستگی که از سوی گراسبرگر^۱ و پروکاشیا^۲ معرفی شد به صورت زیر محاسبه می‌شود.

سری مانای x_t را در نظر بگیرید ($t = 1, 2, \dots, T$) می‌توان x_t را در فضای m بعدی به

صورت زیر تعریف کرد.

$$x_t^m = (x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-m+1}) \quad (۲-۲)$$

انتگرال همبستگی از درجه‌ی m همبستگی فضایی بین T نقطه‌ی پراکنده در فضای m بعدی را

^۱ Grassberger

^۲ Procaccia

اندازه‌گیری می‌کند و از بین آن‌ها بخشی از نقاط دوتایی m بعدی، یعنی (x_t^m, x_s^m) را که فاصله-شان از یکدیگر کمتر از شعاع ثابت ε است انتخاب می‌کند. بنابراین انتگرال همبستگی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_T^m(\varepsilon) = \frac{\sum_{t < s} (|x_t^m - x_s^m| < \varepsilon)}{T_m(T_m - 1)} \quad (3-2)$$

گراسبرگر و پروکاشیا نشان دادند که برای مقادیر کوچک ε می‌توان نوشت:

$$C^m(\varepsilon) = \varepsilon^D \quad (4-2)$$

که D بعد سیستم را نشان می‌دهد. ارتباط بعد همبستگی با بعد m عبارت است از:

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{T \rightarrow 0} \left\{ \ln C^m(\varepsilon) / \ln \varepsilon \right\} \quad (5-2)$$

و بعد همبستگی عبارت است از:

$$D = \lim_{m \rightarrow 0} \ln D^m \quad (6-2)$$

اگر D^m محاسبه شده برای یک سری با افزایش m مدام افزایش یابد، حاکی از این خواهد بود که فرآیند ایجاد کننده‌ی سری تصادفی است. در غیر این صورت اگر D^m به یک ثبات نسبی برسد بر معین بودن سری دلالت خواهد داشت. مشکلی که در رابطه با اندازه‌گیری شاخص‌های یاد شده وجود دارد این است که در حالت‌های با مشاهدات کم، این امکان وجود دارد که ε طوری انتخاب شود که عملاً فاصله‌ی هیچ دو نقطه‌ای در این دامنه قرار نگیرد. برای رفع این مشکل براک^۱ و شخص دیگری به نام سایرز^۲ آماره‌ی جدیدی به شرح زیر معرفی کردند:

$$SC^m = \frac{\{\ln C^M(\varepsilon_t) - \ln C^M(\varepsilon_{t-1})\}}{\{\ln(\varepsilon_t) - \ln(\varepsilon_{t-1})\}} \quad (7-2)$$

اگر آماره‌ی SC در مقادیر کم به مقدار ثابتی گرایش پیدا کند، دلالت بر این دارد که سری مورد نظر از یک فرآیند آشوبی پیروی می‌کند.

۵-۲ نمایی لیاپانوف

نمایی لیاپانوف بر اساس این ویژگی سری‌های آشوبی تعریف می‌شود که نقاط مجاور در این

¹ Brock

² Sayers

سری‌ها به مرور زمان از هم جدا شده و نسبت به هم واگرا می‌شوند. نمایی لیاپانوف این واگرایی را بوسیله‌ی یک تابع نمایی اندازه‌گیری می‌کند. محاسبه‌ی نمایی لیاپانوف از طریق اندازه‌گیری مقدار کشیدگی یا خمیدگی که در حرکت سیستم رخ می‌دهد انجام می‌شود. در واقع در این روش، سرعت متوسطی که مسیرهای انتقالی دو نقطه‌ای که در ابتدا به هم نزدیک بوده‌اند و به طور نمایی از یکدیگر منحرف می‌شوند، محاسبه می‌شود. اگر بزرگ‌ترین نمایی محاسبه شده‌ی لیاپانوف مقدار مثبتی داشته باشد، سیستم تحت شرایطی می‌تواند دارای رفتار آشوبی باشد و بالعکس [۲۳]. روش محاسبه به صورت زیر است:

اگر بین x_n و x_{n+1} رابطه‌ی زیر وجود داشته باشد:

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (۸-۲)$$

می‌توان فاصله‌ی بین x_0 و $x_0 + \varepsilon$ را با ε و فاصله‌ی بین $f^n(x_0)$ و $f^n(x_0 + \varepsilon)$ را با تابع نمایی $\varepsilon e^{n\lambda(x_0)}$ نشان داد. به عبارت دیگر:

$$\varepsilon e^{n\lambda(x_0)} = |f^n(x_0 + \varepsilon) - f^n(x_0)| \quad (۹-۲)$$

که در آن $e^{n\lambda(x_0)}$ در واقع، میانگین اختلاف بین نقاط مجاور در هر تکرار را نشان می‌دهد. λ به نمایی لیاپانوف معروف است. حد رابطه‌ی ۹-۲ به صورت زیر است:

$$\lambda(x_0) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \left| \frac{f^n(x_0 + \varepsilon) - f^n(x_0)}{\varepsilon} \right| \quad (۱۰-۲)$$

یا:

$$\lambda(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \left| \frac{df^n(x_0)}{dx_0} \right| \quad (۱۱-۲)$$

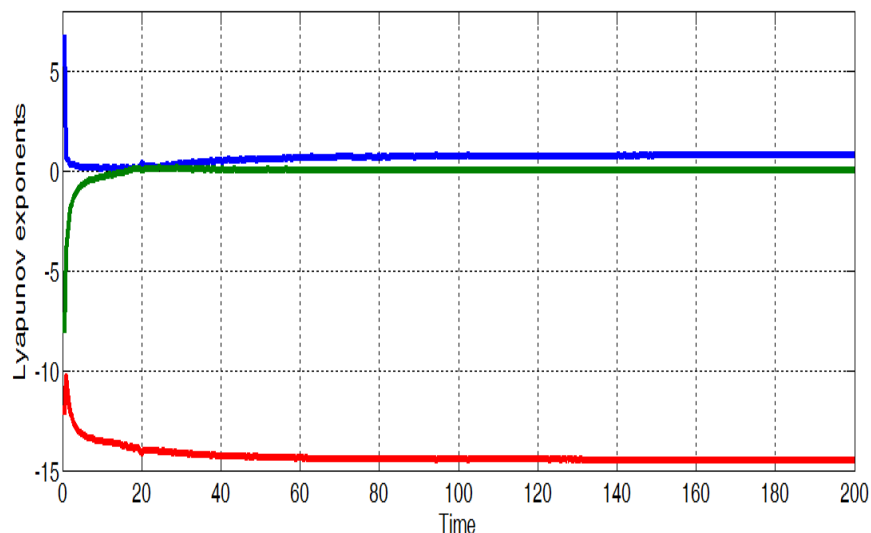
همچنین می‌توان نشان داد:

$$\lambda(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln \left| \frac{df(x_i)}{dx_i} \right| \quad (۱۲-۲)$$

در شکل ۴-۲ نمایی‌های لیاپانوفی سیستم آشوبی لورنز نشان داده شده است. در سیستم‌های آشوبی، همواره یک نمایی لیاپانوفی مثبت وجود دارد و در سیستم‌های شدیداً آشوبی^۱ بیش از یک نمایی

^۱Hyper chaotic

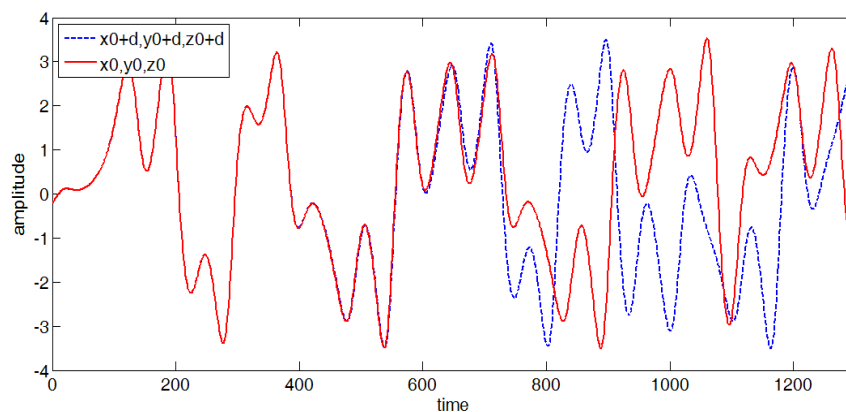
لیاپانوفی وجود خواهد داشت [۲۳]. سایر نمایی‌های لیاپانوفی معمولاً صفر و یا مقداری منفی هستند. نمایی لیاپانوفی مثبت در یک سیستم آشوبی، عامل تولید واگرایی بین مسیرهای فاز سیستم بوده که منجر به پدیده‌ی آشوب خواهد شد.



شکل ۲-۴: نمایی‌های لیاپانوفی سیستم لورنز

۲-۶ حساسیت بسیار زیاد به شرایط اولیه

پیش از این در مورد حساسیت زیاد آشوب به شرایط اولیه صحبت شد. در این جا نمونه‌ای از تغییرات بسیار اندک در شرایط اولیه‌ی دینامیک آشوبی را به همراه نتیجه‌ای که به همراه خواهد داشت در شکل ۲-۵ مشاهده می‌کنید. دینامیک سیستم پس از گذشت مدت زمان کمی تغییر کرده و یک واگرایی در متغیرهای حالت سیستم مشاهده می‌شود. علت اصلی این واگرایی مستقیماً به نمایی لیاپانوف برمی‌گردد [۲۳].



شکل ۲-۵: حساسیت به شرایط اولیه

۷-۲ سیستم‌های آشوبی و سری‌های زمانی آشوبی

تاکنون سیستم‌های آشوبی بسیاری شناسایی شده‌اند. در ادامه برخی از مهم‌ترین سیستم‌های آشوبی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. همچنین سری زمانی هر کدام از این سیستم‌ها در یک مختصات جهت‌آشنایی با رفتارهای آشوبی نشان داده شده است. اکثر این سیستم‌ها به ازای برخی ثابت‌ها همانند سیستم آشوبی لورنز، رفتار آشوبناکی از خود نشان می‌دهند. برخی از این سیستم‌ها تنها تحت شرایط اولیه‌ی خاصی ویژگی آشوبناک دارند [۲۴].

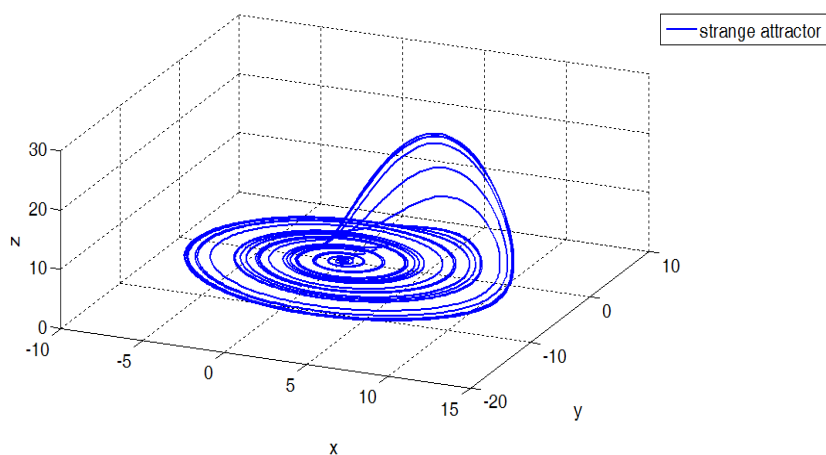
۸-۲ سیستم آشوبی راسلر^۱

معادلات سیستم، جاذب و سری زمانی آن چنین است [۲۵]:

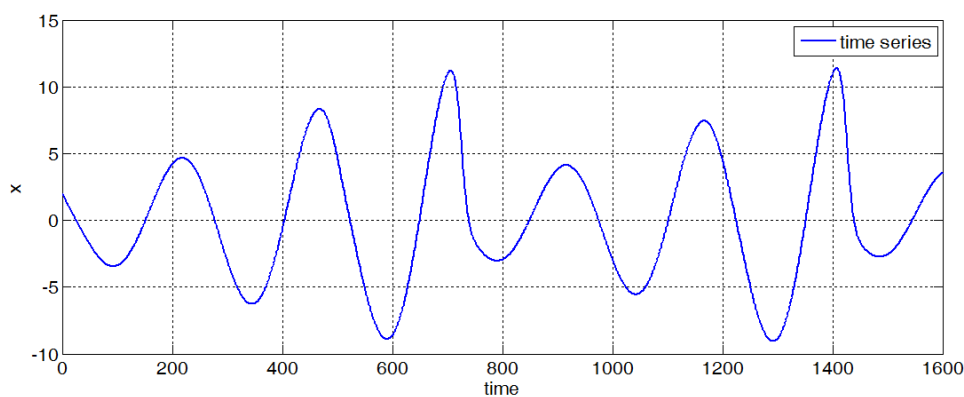
$$\begin{cases} \dot{x} = -(y + z) \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = b + z(x - c) \end{cases} \quad (۲-۱۳)$$

این سیستم به ازای ثابت‌های $a = 0.2$, $b = 0.2$, $c = 5.7$ رفتاری آشوبی دارد.

^۱Rössler



شکل ۶-۲: سیستم آشوبی راسلر



شکل ۷-۲: سری زمانی آشوبی راسلر

۹-۲ سیستم آشوبی جنسیو-تسی^۱

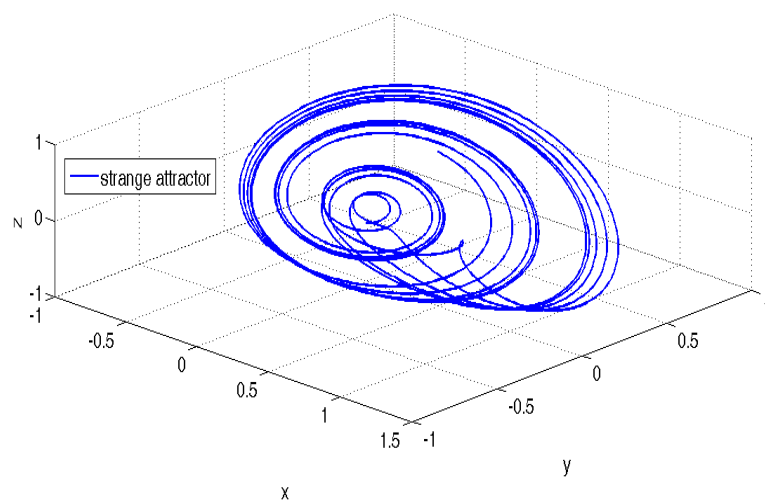
معادلات سیستم، جاذب و سری زمانی آن چنین است [۲۵]:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = z \\ \dot{z} = -\beta_1 x - \beta_2 y - \beta_3 z + \beta_4 x^2 \end{cases} \quad (۱۵-۲)$$

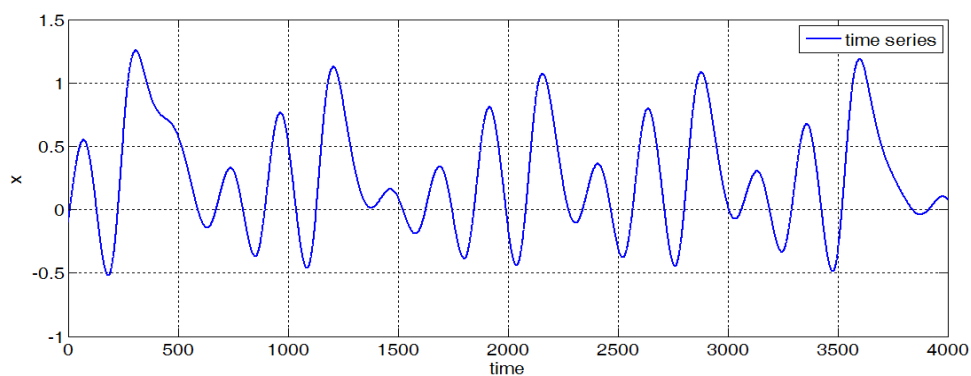
این سیستم به ازای ثابت‌های $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 1.1$, $\beta_3 = 0.44$, $\beta_4 = 1$ و شرایط اولیه‌ی

$(-0.1, 0.5, 0.2)$ رفتاری آشوبی دارد.

^۱Genesio-Tesi



شکل ۸-۲: سیستم آشوبی جنسیو - تسی



شکل ۹-۲: سری زمانی آشوبی جنسیو - تسی

۲-۱۰ سیستم آشوبی آرنئودو^۱

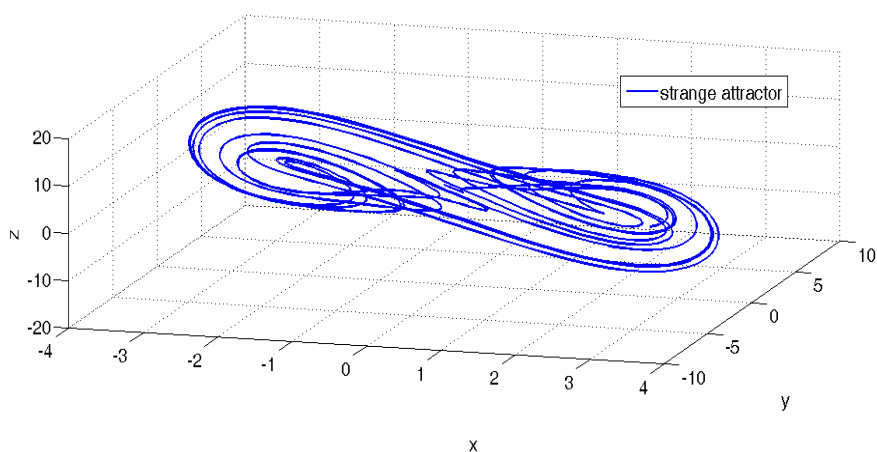
معادلات سیستم، جاذب و سری زمانی آن چنین است [۲۵]:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = z \\ \dot{z} = -\beta_1 x - \beta_2 y - \beta_3 z + \beta_4 x^3 \end{cases} \quad (۲-۱۶)$$

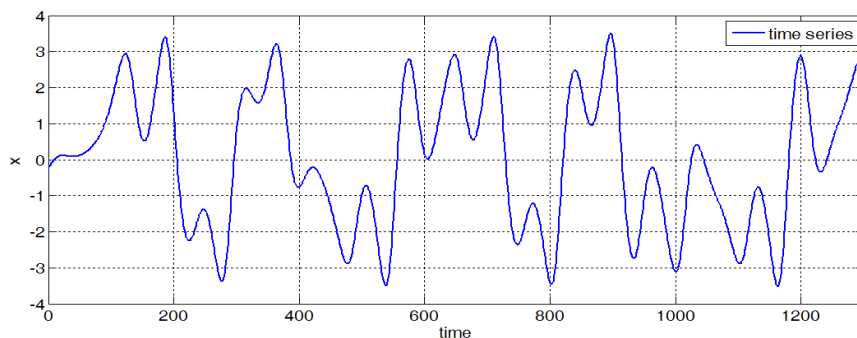
این سیستم به ازای ثابت‌های $\beta_1 = 5.5$, $\beta_2 = 3.5$, $\beta_3 = 1$, $\beta_4 = -1$ و شرایط اولیه‌ی

$(-0.2, 0.5, 0.2)$ رفتاری آشوبی دارد.

^۱Arneodo



شکل ۲-۱۰: سیستم آشوبی آرنودو



شکل ۲-۱۱: سری زمانی آشوبی آرنودو

۲-۱۱ بازسازی فضای فاز

یک سری زمانی، از تمام متغیرهای دینامیکی موجود تأثیر می‌پذیرد و به این ترتیب تاریخچه-ی نسبتاً کاملی از اطلاعات را در بر دارد. می‌توان دینامیک مسئله را تنها از یک سری زمانی بدون مراجعه به سایر متغیرهای فیزیکی بدست آورد. این مفهوم را اولین بار پاکارد و همکاران در سال ۱۹۸۰ مطرح و تکنز و مانه^۱ در ۱۹۸۱ مبنای ریاضی دقیقی برای آن ارائه کردند [۹].

در بازسازی فضای فاز هدف تشکیل مسیرهای فاز سیستم آشوبی توسط تنها یک سری زمانی است. این مسیرهای فاز اگر چه تا حدودی به مسیرهای واقعی نزدیک می‌باشند، با این حال در صورتی که به شکل مناسب تشکیل شوند، می‌توان سری زمانی آشوبی را برای زمان‌های آینده پیش‌بینی نمود. برای بازسازی مسیرهای فاز، دو مقدار، یکی بعد تعبیه و دیگری زمان تأخیر نیاز است. این مقادیر به

^۱Mane

صورت تقریباً کیفی طوری تعیین می‌شوند که تا حد امکان مسیرهای فاز به مسیرهای فاز واقعی نزدیک باشد [۹]:

انتخاب تأخیر زمانی مناسب τ برای بازسازی بهتر رباینده اهمیت بسزایی دارد. اگر τ بسیار کوچک باشد، مختصات $\omega(t_j)$, $\omega(t_j + \tau)$, $\omega(t_j + 2\tau)$, ... مربوط به بردار معین y_j تقریباً با هم برابرند. نوک هر بردار در فضای مختصات تأخیری تقریباً در امتداد قطر قرار می‌گیرد که در این صورت بازسازی بی‌فایده است. در واقع، فاصله‌ی نقطه‌های نمونه‌برداری شده از سری زمانی $\omega(t)$ ، به اندازه‌ای کم است که نمی‌توانند اطلاعاتی راجع به دینامیک سیستم در اختیار ما بگذارند. از طرف دیگر، همبستگی میان حالت‌های دینامیکی در یک سیستم آشوبناک مدت نسبتاً کوتاهی دوام می‌آورد که به نمایی‌های لیاپانوف مثبت بستگی دارد. اگر τ بسیار بزرگ باشد، مختصات‌ها به قدری از هم دورند که گویی ناهمبسته‌اند. در این صورت تاخوردگی‌ها و کشیدگی‌های مهمی رخ می‌دهد و هیچ رابطه‌ی علت و معلولی میان داده‌های مورد استفاده برای تشکیل مختصات یک نقطه در فضای فاز موجود نیست [۹].

روش‌های مختلفی برای انتخاب τ مطرح شده است. یک رهیافت سرراست، بررسی همبستگی میان داده‌های متوالی برحسب فاصله‌ی زمانی بین آن‌ها است. تابع همبستگی به صورت زیر تعریف می‌شود [۹]:

$$f(T) = \frac{\langle \omega(t) \cdot \omega(t+T) \rangle_t}{\langle \omega(t)^2 \rangle_t} \quad (20-2)$$

که در آن $\langle \rangle_t$ میانگین تمام نقطه‌های یک سری زمانی را نشان می‌دهد. سپس زمان T_0 اولین عبور از صفر $f(T)$ به عنوان معیاری از زمان همبستگی تعیین می‌شود. باید به دنبال τ ای بود که زمان همبستگی بزرگی را فراهم آورد و درعین حال به سیستم اجازه‌ی تحول دهد، کسر کوچکی از T_0 ، انتخاب مناسبی خواهد بود [۹].

در بازسازی یک جاذب از یک سری زمانی تجربی با دینامیک ناشناخته، بعد جاذب نامشخص است. برای نمایش کامل دینامیک، بازسازی باید در فضایی که بعد آن به اندازه‌ی کافی بزرگ است جاسازی

شود. در معیاری برای تعیین این بعد از ویژگی عدم تقاطع استفاده می‌شود که از سرشت قطعی مسیرها ناشی می‌گردد. نگاشت مربوط به بازسازی در مختصات تأخیر زمانی [۹]:

$$y_{j+1} = My_j \quad (20-2)$$

باید وارون پذیر باشد چرا که محصول یک سیستم دینامیکی زیربنایی است. تکنز پیشنهاد کرد که کافی است بعد نشان داده شده D طبق رابطه‌ی زیر:

$$D \geq 2d + 1 \quad (20-2)$$

از بعد جاذب d بزرگتر باشد. جاسازی در فضاهای یک و دو بعدی به تقاطع‌های غیرواقعی خواهد انجامید که بیانگر وارون‌ناپذیری نگاشت است. به علاوه، تقاطع‌های غیر واقعی، همسایه‌های نزدیک ساختگی را نیز در پی خواهد داشت، اثری که خطاهایی را در محاسبه‌ی نمایی لیاپانوف تولید می‌کند. روش دیگری برای تعیین بعد تعبیه یا بعد جاسازی، روش نزدیک‌ترین همسایه‌های کاذب است. این روش مبتنی بر این واقعیت است که اگر D بعد یک فضای جاسازی خیلی کوچک باشد آن‌گاه بردار همسایه‌ی یک بردار خاص ممکن است یک همسایه‌ی کاذب باشد. یعنی، اگر این بردارها در یک فضای فاز $D + 1$ بعدی جاسازی شوند، دیگر همسایه‌ی نزدیک نخواهند بود. بنابراین، با تغییر بعد فضای فاز از D به $D + 1$ ، تغییرات ایجاد شده در فاصله‌ی بین این دو بردار محاسبه خواهد شد. چنان‌چه این تغییر از ثابت مناسبی بزرگتر باشد، فرض می‌شود این همسایه کاذب است. وقتی بعد فضای فاز به اندازه‌ی کافی بزرگ باشد، تعداد همسایه‌های کاذب ناگهان افت می‌کند. بعدی که در آن گذار رخ می‌دهد کم‌ترین بعد جاسازی شده است [۹].

روش‌های زیادی برای تعیین بعد تعبیه و زمان تأخیر مناسب به صورت ریاضی یا نرم افزاری ارائه شده‌اند. بعد فضای فاز برای آن که بازسازی ممکن شود، تا حد امکان کوچک انتخاب می‌شود. برای انتخاب محورهای مختصات باید به دنبال اطلاعات نسبتاً مستقل بود. برای مثال می‌توان متغیر سری زمانی $\omega(t)$ و $(n - 1)$ مشتق آن را برای بسط فضای n بعدی به کار گرفت. اگر داده‌ها با بازه‌ی زمانی Δt از یکدیگر جدا شده باشند، آن‌گاه مشتق‌ها را می‌توان با تفاضل‌های متناهی تقریب زد [۹].

$$\frac{d\omega}{dt} \approx \frac{\omega(t + \Delta t) - \omega(t)}{\Delta t} \quad (22-2)$$

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} \approx \frac{\omega(t + 2\Delta t) - 2\omega(t + \Delta t) + \omega(t)}{\Delta t^2} \quad (23-2)$$

و غیره. در عمل، مشتق‌های بالاتر کاملاً نویزدار هستند، لذا هر نقطه در فضا چنین انتخاب می‌شود [۹]:

$$(\omega(t), \omega(t + \tau), \omega(t + 2\tau), \dots, \omega(t + [n - 1]\tau)) \quad (24-2)$$

زمان τ نوعاً مضربی از فاصله‌ی Δt بین نقطه‌های سری زمانی است.

سری زمانی $\{\omega(t_1), \omega(t_2), \dots\}$ را در نظر گرفته، نقطه‌های متوالی در فضای فاز متشکل از مختصات تأخیر زمانی را می‌توان به صورت بردارهای y_i نوشت [۹]:

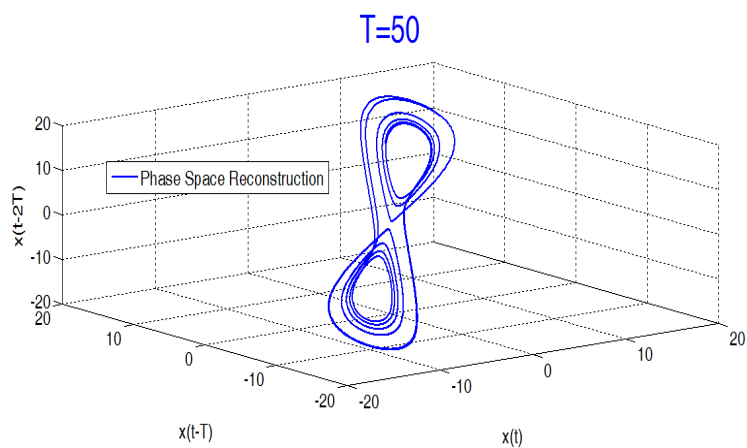
$$\begin{cases} y_1 = (\omega(t_1), \omega(t_1 + \tau), \omega(t_1 + 2\tau), \dots, \omega(t_1 + [n - 1]\tau)) \\ y_2 = (\omega(t_2), \omega(t_2 + \tau), \omega(t_2 + 2\tau), \dots, \omega(t_2 + [n - 1]\tau)) \\ \vdots \\ y_j = (\omega(t_j), \omega(t_j + \tau), \omega(t_j + 2\tau), \dots, \omega(t_j + [n - 1]\tau)) \end{cases} \quad (25-2)$$

چون فرض می‌شود که سری زمانی نتیجه‌ی یک فرآیند جبری است، هر y_{j+1} حاصل نگاشتی نامشخص از بردار y_j است [۹]:

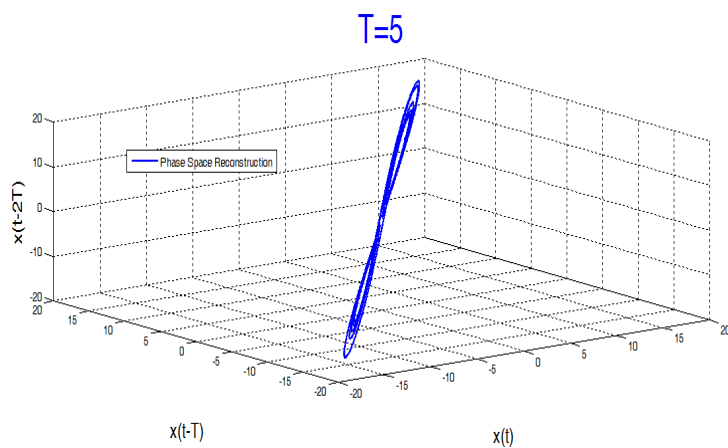
$$y_{j+1} = M(y_j) \quad (26-2)$$

در شکل ۲-۱۲ نمونه‌ای از بازسازی فضای فاز برای سیستم آشوبی لورنز نشان داده شده است.

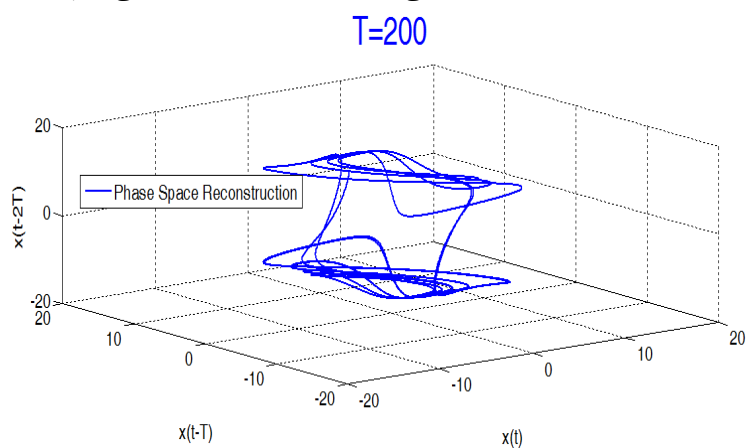
تعداد نقاط سری زمانی ۱۰۰۰۰ نقطه است که برای بازسازی فضای فاز، بعد تعبیه برابر ۳ و زمان تأخیر برابر ۵۰ انتخاب شده است. همچنین به ازای یک زمان تأخیر خیلی کوچک و نیز یک زمان تأخیر خیلی بزرگ، بازسازی فضای فاز انجام شده است که در شکل‌های ۲-۱۳ و ۲-۱۴ این بازسازی‌ها نشان داده شده است. همان‌طور که قبلاً گفته شد، اگر τ بسیار کوچک باشد، نوک هر بردار در فضای مختصات تأخیری تقریباً در امتداد قطر قرار می‌گیرد که در این صورت بازسازی بی‌فایده است. اگر τ بسیار بزرگ باشد، مختصات‌ها به قدری از هم دورند که گویی ناهمبسته‌اند [۹].



شکل ۲-۱۲: بازسازی فضای فاز برای سری زمانی لورنز با یک زمان تأخیر مناسب ($\tau = 50$)



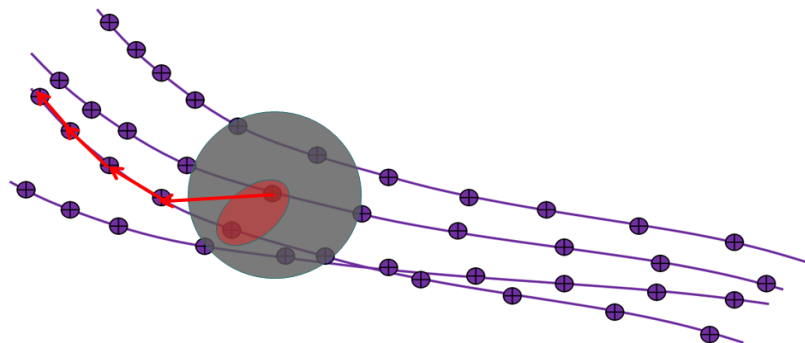
شکل ۲-۱۳: بازسازی فضای فاز برای سری زمانی لورنز با یک زمان تأخیر خیلی کوچک ($\tau = 5$)



شکل ۲-۱۴: بازسازی فضای فاز برای سری زمانی لورنز با یک زمان تأخیر خیلی بزرگ ($\tau = 200$)

۲-۱۲ نزدیک‌ترین همسایه‌ها و پیش‌بینی سری زمانی آشوبی

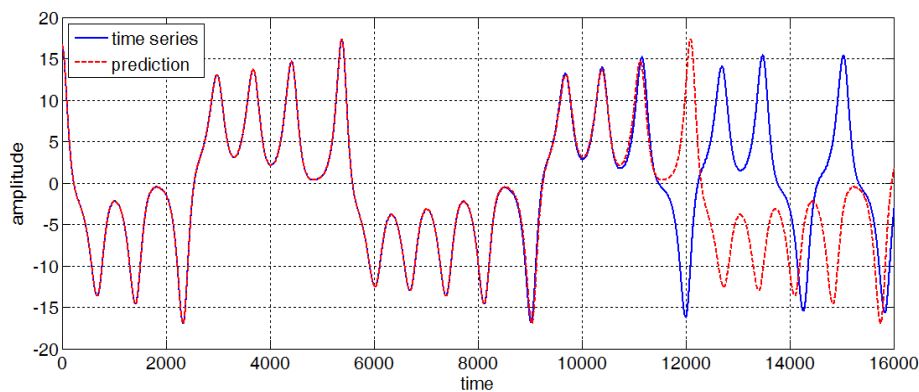
پس از بازسازی فضای فاز با بعد تعبیه و زمان تأخیر مناسب، اکنون از اطلاعات مسیرهای فاز در نزدیکی هر نقطه، می‌توان سری زمانی را پیش‌بینی نمود. عمده روش‌های پیش‌بینی از اطلاعات هندسی بدست آمده از نزدیک‌ترین همسایه‌ها عمل پیش‌بینی را انجام می‌دهند [۹]. ساده‌ترین روش پیشنهادی برای پیش‌بینی سری زمانی آشوبی، استفاده از مختصات نزدیک‌ترین همسایه‌هاست. برای هر نقطه در فضای فاز، می‌توان تعدادی نقاط همسایه بدست آورد. اگر نزدیک‌ترین همسایه را انتخاب کرده و مختصات نقطه‌ی بعد از آن در مسیر فازی که شامل نقطه‌ی همسایه است پیدا شود، همین مختصات می‌تواند نقطه‌ی بعد در سری زمانی را پیش‌بینی کند. با ادامه‌ی همین روند یک پیش‌بینی بلند مدت^۱ برای تعدادی از نقاط سری زمانی بدست آمده اما پس از چند گام زمانی، به علت اثر نمایی لیاپانوف، یک واگرایی در پیش‌بینی رخ می‌دهد [۲۶].



شکل ۲-۱۵: پیش‌بینی به کمک نزدیک‌ترین همسایه

همان‌طور که در شکل ۲-۱۵ دیده می‌شود، یک کره به شعاع دلخواه در اطراف نقطه‌ی مورد نظری که پیش‌بینی قرار است از آن‌جا آغاز شود انتخاب کرده و سپس نزدیک‌ترین نقطه‌ی همسایه به نقطه‌ی مورد نظر انتخاب خواهد شد. برای پیش‌بینی سری زمانی، دنباله‌ی سری برابر مقدار مؤلفه‌ی نخست نقاط بعدی همسایه در نظر گرفته می‌شود.

^۱Long term



شکل ۱۶-۲: پیش‌بینی به کمک نزدیک‌ترین همسایه برای سری زمانی لورنز

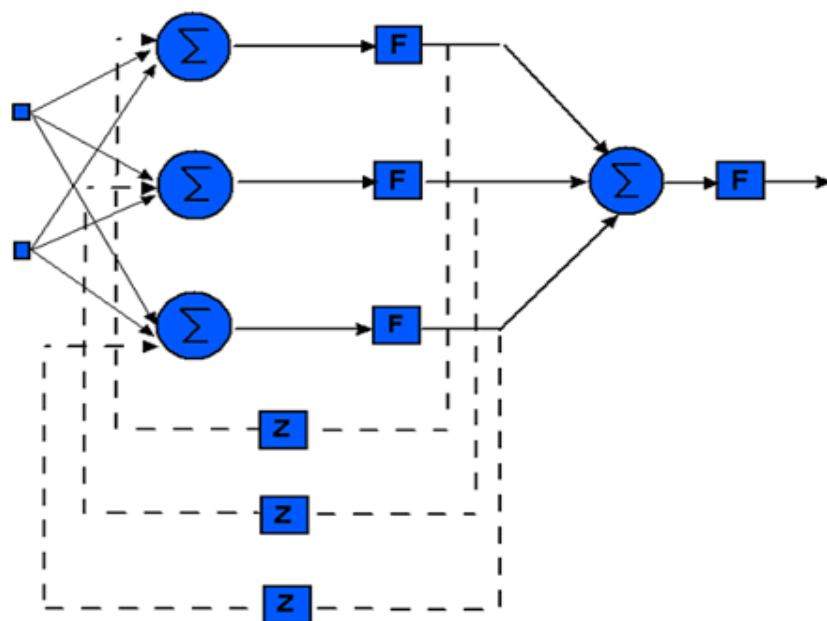
همان‌طور که در شکل ۱۶-۲ دیده می‌شود، پیش‌بینی سری زمانی لورنز به روش نزدیک‌ترین همسایه از نقطه‌ی ۸۰۰۰ به بعد انجام گرفته است و واگرایی به علت نمایی لیاپانوفی مشخص است. پیش‌بینی‌های کوتاه مدت^۱ به پیش‌بینی تک گام یا دو گام به جلو و پیش‌بینی‌های بلند مدت به پیش‌بینی چند گام رو به جلو اتلاق می‌شود.

۲-۱۳ شبکه‌ی عصبی بازگشتی^۲ و پیش‌بینی سری زمانی آشوبی

شبکه‌ی عصبی بازگشتی یک شبکه‌ی چند لایه است که در آن یک سری فیدبک از خروجی-های لایه‌ی مخفی شبکه به ورودی‌های لایه‌ی مخفی وجود دارد. این عمل باعث شد تا لایه‌ی مخفی حافظه داشته باشد و شامل داده‌های لحظه‌ی t و $t - 1$ شود. به این ترتیب شبکه در تخمین توابع قدرتمندتر از سایر شبکه‌ها عمل خواهد کرد. با افزودن مناسب فیدبک‌ها و نیز طراحی بهینه‌ی شبکه‌ی عصبی می‌توان بر دقت پیش‌بینی‌ها افزود. با این حال عواملی چون زمان پردازش، واگرایی در ابتدای کار پیش‌بینی و وابسته به سیستم نبودن پیش‌بینی و تخمین سری زمانی با این روش، از ضعف‌های این روش محسوب می‌شود. در اکثر روش‌ها میزان خطای لحظه‌ای و یا متوسط خطا و نیز وابسته به سیستم بودن، معیارهای اصلی برای روش مناسب پیش‌بینی است.

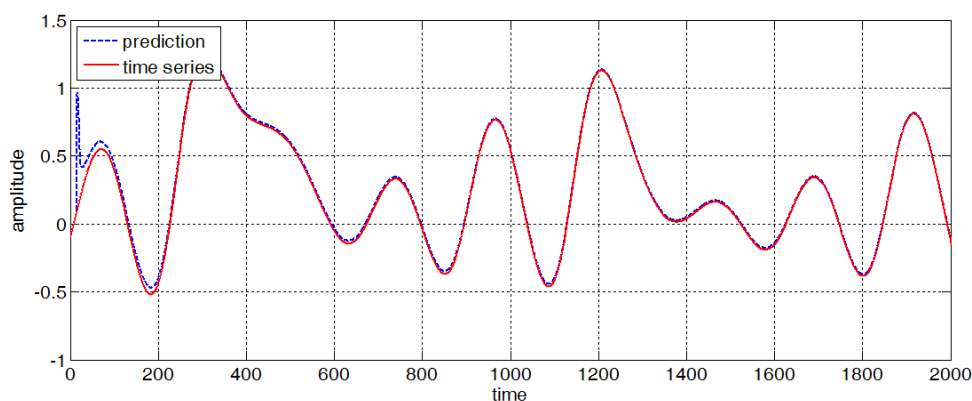
^۱Short term

^۲Recurrent neural network



شکل ۲-۱۷: شبکه‌ی عصبی بازگشتی

با طراحی مناسب شبکه‌ی عصبی بازگشتی که شامل ۴ نرون در ورودی، ۵ نرون در لایه‌ی پنهان و ۱ نرون خروجی می‌شود، و تزریق فیدبک تفاضل مقدار فعلی و مقدار قبلی شبکه به لایه‌ی پنهان شبکه می‌توان پیش‌بینی یک گام به جلوی کوتاه مدت داشت. در واقع مقدار فعلی سری زمانی به سیستم وارد شده و با توجه به گذشته‌ی سری زمانی در یک گام قبل و لحظه‌ی حال، مقدار بعدی سری زمانی پیش‌بینی خواهد شد. نمونه‌ای از این پیش‌بینی در شکل ۲-۱۸ نشان داده شده است.



شکل ۲-۱۸: پیش‌بینی به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی برای سری زمانی جنسیو-تسی

فصل سوم

روش‌های پیشنهادی

در این فصل ابتدا ساختار و کاربرد ویونت^۱، جهت کاهش دادن نویز داده‌ها بررسی می‌شود. اگر چه سیستم‌های مورد بررسی در این پایان نامه سیستم‌های مشخص و قطعی هستند و به نوعی آلوده به نویز نیستند، با این حال پیش‌بینی به چنین سیستم‌هایی محدود نمی‌شوند. به عنوان مثال سری زمانی سیستم قلب که از الکتروکاردیوگرافی بدست می‌آید، همواره آلوده به نویز می‌باشد. در ادامه روش بازسازی فضای فاز به کمک ویژگی‌های فرکانسی بیان می‌شود، سپس به تعریف انواع مسیرها پرداخته و روش‌های پیشنهادی برای پیش‌بینی سری زمانی آشوبی تشریح خواهند شد. مبنای پیش-بینی بر پایه‌ی معادلاتی موسوم به معادلات مرکز جرم استوار است، که به عنوان مدلی برای تخمین استفاده می‌شوند. هر کجا نیاز به تفهیم موضوع حس شده، این کار با ارائه‌ی شکل‌ها انجام گرفته است.

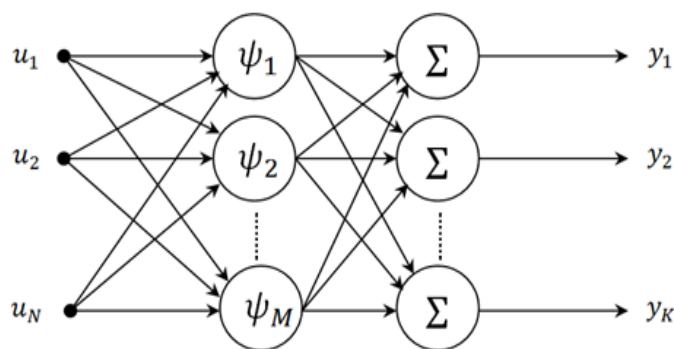
۲-۳ ویونت و کاهش نویز

شبکه‌ی عصبی - موجک^۲، ترکیب نظریه‌ی موجک‌ها و شبکه‌های عصبی در یک عنوان است. یک شبکه‌ی عصبی - موجک عموماً از یک شبکه‌ی عصبی پیش‌خوری تشکیل می‌شود که یک لایه‌ی پنهان دارد. یکی از کاربردهای شبکه‌ی عصبی - موجک، تخمین تابع است. شبکه‌ی عصبی - موجک می‌تواند در مرحله‌ی تعلیم، ساخت تابع را آموزش ببیند و از این رو مقدار امید ریاضی را برای ورودی داده شده محاسبه کند [۲۷]. ساختار یک شبکه‌ی عصبی - موجک بسیار مشابه با یک شبکه‌ی عصبی دو لایه است. شبکه‌ی عصبی پیش‌خور شامل یک یا چند ورودی با یک لایه‌ی پنهان و تعدادی لایه‌ی خروجی است که از ترکیب یک یا چند تابع انتقال خطی تشکیل شده است. نرون‌های موجک را معمولاً ویولون^۳ می‌نامند.

¹Wavenet

²Wavelet – Neural network

³Wavelone



شکل ۳-۱: شبکه‌ی عصبی - موجک

دو روش کلی برای طراحی شبکه‌های عصبی - موجک وجود دارد:

- در روش اول موجک و شبکه‌ی عصبی به صورت مجزا شکل می‌گیرند. سیگنال ورودی در ابتدا با استفاده از برخی موجک‌های اصلی به وسیله‌ی نرون‌های موجود در لایه‌ی پنهان تجزیه می‌شود. ضرایب موجک خروجی پس از آن به یک یا چند ورودی برگشت داده می‌شوند تا وزن‌های ورودی را برای مطابقت^۱ با برخی از روش‌های آموزش اصلاح کنند.

- در روش دوم، تئوری‌ها ترکیب می‌شوند به این مفهوم که گستردگی^۲ و نیز انتقال^۳ موجک‌ها هم‌راستای اصلاح وزن‌ها، برای تطبیق با روش آموزش انجام می‌شوند.

در عمل معمولاً روش اول استفاده می‌شود. این نوع از شبکه‌های عصبی - موجک را ویونت می‌نامند [۲۸].

۳-۳ شبکه‌ی عصبی - موجک تک بعدی

ساده‌ترین شبکه‌ی عصبی - موجک تک ورودی، تک خروجی است. لایه‌ی پنهان از نرون‌هایی تشکیل شده است که متغیرهای ورودی را داراست و شامل ضرایب گستردگی و انتقال موجک می‌شود. خروجی شبکه‌ی عصبی - موجک ترکیب خطی وزن‌های توابع فعال سازی موجک است.

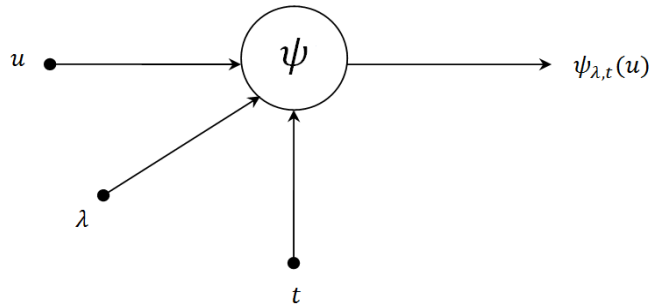
^۱Accordance

^۲Dilation

^۳Translation

$$\psi_{\lambda,t}(u) = \psi\left(\frac{u-t}{\lambda}\right) \quad (۱-۳)$$

که λ و t به ترتیب گستردگی و انتقال هستند.



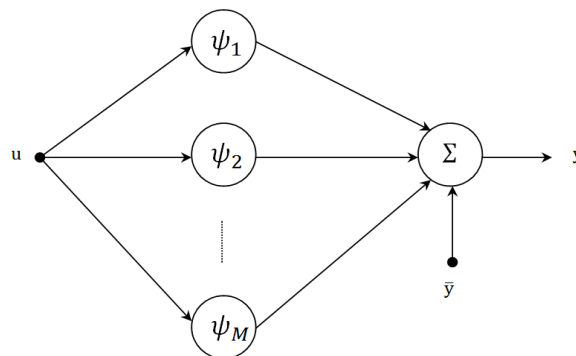
شکل ۲-۳: شبکه‌ی عصبی - موجک تک بعدی

$$y(u) = \sum_{i=1}^M W_i \psi_{\lambda_i, t_i}(u) + \bar{y} \quad (۲-۳)$$

که M تعداد ویولون‌ها می‌باشد. در جمع فوق مقدار $\bar{y}$ برای توابعی که دارای متوسط غیر صفر هستند بیان شده است.

ساختار ویونت بسیار مشابه با شبکه عصبی - موجک است با مقادیر λ_i و t_i ثابت در ابتدای کار که با هر فرآیند آموزش تغییر نمی‌کنند. تابع $f(\cdot)$ را می‌توان با یک سطح دلخواه از اطلاعات با انتخاب یک L نسبتاً بزرگ تخمین زد:

$$f(u) \approx \sum_K < f, \Phi_{L,K} > \Phi_{L,K}(u) \quad (۳-۳)$$



شکل ۳-۳: شبکه‌ی عصبی - موجک تک بعدی

که در آن:

$$\Phi_{L,K}(u) = 2^{L/2} \phi(2^L u - K) \quad (۴-۳)$$

می‌باشد و یک تابع گسترش یافته با 2^L و انتقال داده شده با بازه‌های دوتایی 2^{-L} است. خروجی

ویونت عبارت است از:

$$y(u) = \sum_{i=1}^M W_i \Phi_{\lambda_i, t_i}(u) \quad (5-3)$$

که M باید نسبتاً بزرگ باشد تا ناحیه‌ی تابعی که مورد بررسی قرار می‌گیرد را پوشش دهد. در این حالت نیازی به $\bar{y}$ نمی‌باشد.

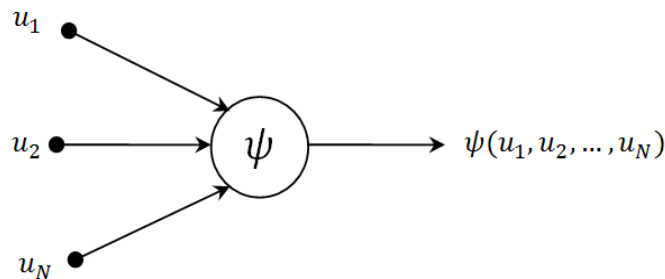
۴-۳ شبکه‌ی عصبی - موجک چند بعدی

ورودی در این حالت برداری چند بعدی است و ویولون‌ها از توابع فعال‌سازی موجک چند بعدی تشکیل شده‌اند. خروجی شبکه‌ی عصبی - موجک، ترکیب خطی از یک یا چند تا از این موجک‌های چند بعدی است [۲۹].

$$\psi(u_1, u_2, \dots, u_N) = \prod_{n=1}^N \psi_{\lambda_n, t_n}(u_n) \quad (6-3)$$

لایه‌ی خروجی از M ویولون تشکیل شده است همچنین شامل k تابع انتقال خطی است.

$$y_i = \sum_{j=1}^M W_{ij} \psi_j(u_1, u_2, \dots, u_N) + \bar{y}_j, \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (7-3)$$



شکل ۴-۳ : شبکه‌ی عصبی - موجک چند بعدی

بنابراین نگاشت ورودی - خروجی چنین است:

$$Y(U) = \sum_{i=1}^M W_i \psi_i(U) + \bar{Y} \quad (8-3)$$

که :

$$\begin{cases} Y = (y_1, y_2, \dots, y_K) \\ W_i = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{iK}) \\ U = (u_1, u_2, \dots, u_K) \\ \bar{Y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_K) \end{cases} \quad (9-3)$$

۳-۵ الگوریتم آموزش

ژانگ^۱ و بن ونیسته^۲ الگوریتمی برای تنظیم کردن متغیرهای شبکه جهت تخمین توابع، ارائه کردند.

آموزش از یک نمونه^۳ تصادفی از زوج ورودی - خروجی مشاهده شده $\{u, f(u) = g(u) + \epsilon\}$

شکل می‌گیرد که $g(u)$ تابعی است که باید تخمین زده شود و ϵ نویز اندازه گیری است.

ژانگ و بن ونیسته استفاده از یک گرادیان تصادفی را برای این نوع الگوریتم آموزشی پیشنهاد دادند.

متغیرهای $\bar{y}$ ، W_i ، t_i و λ_i باید در یک بردار قرار بگیرند. اکنون $y_\theta(u)$ با توجه به رابطه‌ی چنین

تعریف می‌شود [۳۰]:

$$y_\theta(u) = \sum_{i=1}^M W_i \psi\left(\frac{u - t_i}{\lambda_i}\right) + \bar{y} \quad (۱۰-۳)$$

و تابع هدفی^۴ که باید مینیمم شود عبارت است از:

$$C(\theta) = \frac{1}{2} E\{(y_\theta(u) - f(u))^2\} \quad (۱۱-۳)$$

این مینیمم‌سازی توسط الگوریتم گرادیان تصادفی انجام می‌شود. θ بعد از هر نمونه $\{u_K, f(u_K)\}$ در

جهت معکوس گرادیان اصلاح می‌شود:

$$C(\theta, u_K, f(u_K)) = \frac{1}{2} (y_\theta(u_K) - f(u_K))^2 \quad (۱۲-۳)$$

به این ترتیب:

$$\frac{\partial C}{\partial \bar{y}} = e_K \quad (۱۳-۳)$$

$$\frac{\partial C}{\partial W_i} = e_K \psi(Z_{Ki}) \quad (۱۴-۳)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t_i} = -e_K W_i \frac{1}{\lambda_i} \dot{\psi}(Z_{Ki}) \quad (۱۵-۳)$$

$$\frac{\partial C}{\partial \lambda_i} = -e_K W_i \left(\frac{u_K - t_i}{\lambda_i^2}\right) \dot{\psi}(Z_{Ki}) \quad (۱۶-۳)$$

که در آن:

$$e_K = y_\theta(u_K) - f(u_K) \quad (۱۷-۳)$$

^۱Zhang

^۲Benvniste

^۳Sample

^۴Cost function

$$Z_{Ki} = \frac{u_K - t_i}{\lambda_i} \quad (۱۸-۳)$$

$$\psi(Z) = \frac{d\psi(Z)}{dZ} \quad (۱۹-۳)$$

۳-۶ الگوریتم گرادیان تصادفی برای ویونت

همانند شبکه‌ی عصبی - موجک، گروهی از متغیرها یعنی $\bar{y}$ ، W_i ، t_i و λ_i باید در یک بردار θ قرار بگیرند. در مدل ویونت، t_i و λ_i در ابتدای کار شبکه، ثابت هستند. تابع $y_\theta(u)$ چنین تعریف خواهد شد:

$$y_\theta(u) = \sum_{i=1}^M W_i \sqrt{\lambda_i} \Phi(\lambda_i u - t_i) \quad (۲۰-۳)$$

تابع هدف برای مینیمم‌سازی، همان تابع $C(\theta)$ است. θ بعد از هر نمونه $\{u_K, f(u_K)\}$ در جهت معکوس گرادیان اصلاح می‌شود [۳۲، ۳۱]:

$$\frac{\partial C}{\partial W_i} = e_K \sqrt{\lambda_i} \Phi(Z_{Ki}) \quad (۲۱-۳)$$

که در آن:

$$e_K = y_\theta(u_K) - f(u_K) \quad (۲۲-۳)$$

$$Z_{Ki} = \lambda_i u_K - t_i \quad (۲۳-۳)$$

۳-۷ بازسازی فضای فاز به کمک ویژگی‌های فرکانسی

روش معمول جهت بازسازی فضای فاز استفاده از زمان تأخیر و بعد جاسازی است. با این حال تنها روش ممکن جهت بازسازی فضای فاز نمی‌باشد. روش‌های متفاوتی برای این کار می‌توان ارائه کرد. یکی از روش‌های مفید استفاده از ویژگی فرکانسی و تبدیل فوریه است. در این حالت تنها به جای زمان تأخیر از فیلترهای فرکانسی که در بیشتر موارد غیر خطی هستند، استفاده می‌شود. یک فیلتر فرکانسی غیر خطی، یک تابع از فرکانس ω و متغیر مختلط j است.

$$F = \psi(\omega, j) \quad (۲۴-۳)$$

فیلترهایی که به این شکل تعیین می‌شوند شامل جملاتی هستند که پیچ و تاب‌های خاص سیستم‌های آشوبی را می‌توان به کمک آن‌ها نشان داد. همچنین اثر فرکانس‌های پایین و فرکانس‌های بالا را می‌توان با انتخاب مناسب چنین فیلترهایی در فضای فاز مشخص کرد. روش خاصی برای تعیین

این فیلترها ارائه نشده است، بلکه در بیشتر موارد به کمک سعی و خطا چنین فیلترهایی تعیین می-شوند، طوری که فضای فاز بازسازی شده تا حد امکان به آنچه در واقعیت است نزدیک باشد. البته به کمک رابطه‌ی پارسوال که ارتباطی بین حوزه‌ی زمان و حوزه‌ی فرکانس برقرار می‌کند، می‌توان ضرایب توابع غیرخطی پیشنهادی را طوری پیدا کرد، که فضای فاز بازسازی شده تا حد امکان به واقعیت نزدیک باشد. یا این که مقدار زمان تأخیر در حوزه‌ی زمان را به کمک رابطه‌ی پارسوال تعیین کرد.

روند کار به صورت زیر است:

- ۱- تعیین بعد جاسازی مناسب همانند قبل (به تعداد ابعاد باید سری زمانی تولید کرد)
- ۲- تبدیل فوریه‌ی سری فوریه را حساب کرده که با $X(\omega)$ نشان داده می‌شود همان‌طور که در رابطه‌ی ۳-۲۵ نشان داده شده است.
- ۳- تعیین فیلترهای غیرخطی مناسب که با $F_k(\omega, j)$ و $k = 1, 2, 3, \dots, n - 1$ نشان داده می‌شود. فیلتر نخست باید برابر ۱ انتخاب شود، زیرا در فضای فاز سری زمانی باید به عنوان اولین مؤلفه‌ی فضای فاز بیان شود.
- ۴- ضرب فیلترهای غیر خطی در $X(\omega)$ و بدست آوردن عکس تبدیل فوریه به شکلی که در رابطه‌ی ۳-۲۶ نشان داده شده است.
- ۵- بازسازی فضای فاز به کمک سری‌های زمانی تولید شده در هر بعد.

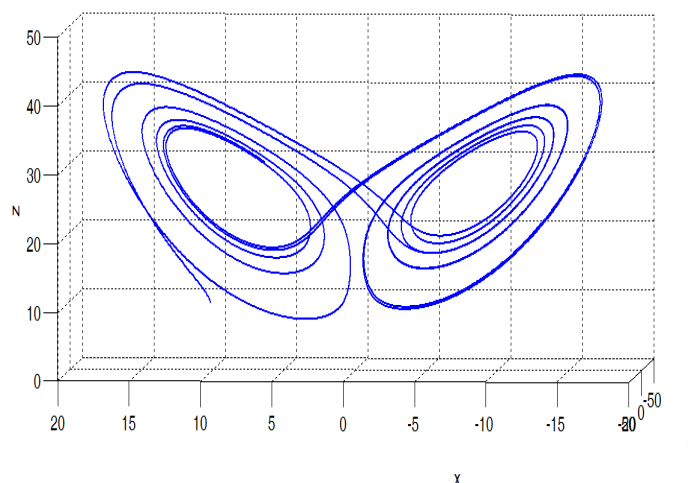
$$X(\omega) = fft(\omega(t)) \quad (۳-۲۵)$$

$$x_k(t) = ifft(F_k(\omega, j).X(\omega)) \quad (۳-۲۶)$$

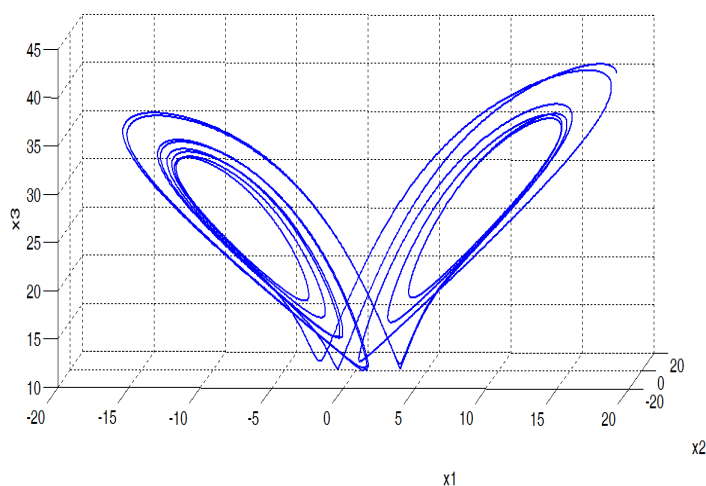
به عنوان نمونه در شکل ۳-۵ بازسازی فضای فاز برای سری زمانی لورنز توسط فیلترهای پیشنهادی ۳-۲۷ انجام گرفته است. اگرچه فضاهای فاز اصلی و بازسازی شده شبیه یکدیگر هستند، با این حال عیب بازسازی فضای فاز به کمک ویژگی‌های فرکانسی در این است که یافتن فیلترهای مناسب کاری پیچیده بوده و همان‌طور که در شکل ۳-۶ نشان داده شده است، در برخی از زمان‌ها مقادیر عددی به سرعت تغییر می‌کنند و مربوط به فرکانس‌های بالا می‌باشد که در این شرایط یافتن

همسایه‌ها برای پیش‌بینی چندان مفید نخواهد بود. زیرا همسایه‌ی بدست آمده اطلاعات مفیدی از نظر تکرار رفتار سیستم در فضای فاز یا دینامیک مشابه از خود نشان نمی‌دهد.

$$\begin{cases} F_1(\omega, j) = 1 \\ F_2(\omega, j) = \exp\left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{j0.2}{\omega}\right) + \frac{j0.2}{\omega} \\ F_3(\omega, j) = \exp\left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{j0.2}{\omega}\right) + \frac{j0.2}{\omega} + 1 \end{cases} \quad (27-3)$$



شکل ۳-۵: فضای فاز سیستم لورنز



شکل ۳-۶: فضای فاز بازسازی شده‌ی سیستم لورنز به کمک فیلترهای غیرخطی

۳-۸ مسیر اصلی^۱، مسیر همسایه^۲ و مسیر کمکی^۳

روش پیشنهاد شده بر پایه‌ی معادلات مرکز جرمی استوار است که از مسیر اصلی، مسیر همسایه و

^۱Main trajectory

^۲Neighbor trajectory

^۳Auxiliary trajectory

مسیرکمکی استفاده می‌کند. مسیراصلی در بازسازی فضای فاز از ابتدا وجود داشته و درواقع جزئی از سری زمانی می‌باشد. مسیرهمسایه توسط نزدیک‌ترین نقاط همسایه و مسیرکمکی توسط تبدیلات مختصاتی در فضای فاز تولید خواهند شد. مسیرکمکی به‌وسیله‌ی هر نوع تبدیل مختصات که خطی یا غیرخطی است تعریف شده و به این ترتیب با استفاده از آن، مسیرهمسایه، مسیراصلی و نیز معادلات مرکزجرم، دنباله‌ی مسیراصلی گسترش یافته و به این ترتیب سری زمانی آشوبی پیش‌بینی خواهد شد.

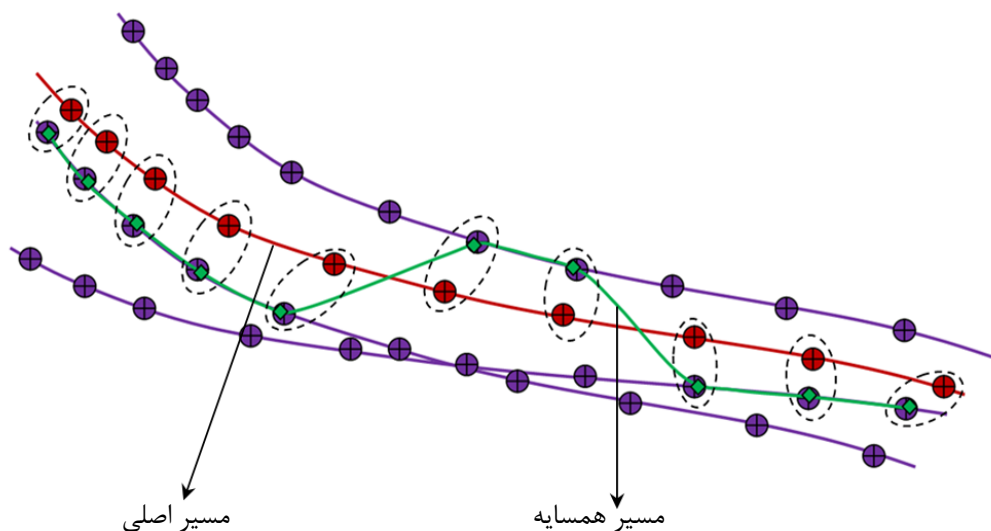
۹-۳ تشکیل مسیر همسایه

پس از بازسازی فضای فاز، برای هر نقطه از مسیراصلی، نزدیک‌ترین نقطه‌ی همسایه که نقطه‌ای از فضای فاز بازسازی شده می‌باشد، تعیین خواهد شد. به این ترتیب برای هر نقطه روی مسیراصلی، یک نقطه به عنوان نقطه‌ی همسایه تعریف می‌شود که مجموعه‌ی این نقاط همسایه، مسیرهمسایه را بوجود خواهند آورد. برای هر نقطه از مسیراصلی، به جای یک نقطه‌ی همسایگی می‌توان چندین نقطه‌ی همسایه را بدست آورد و به این ترتیب به جای یک مسیرهمسایه، دسته مسیرهای همسایه بوجود می‌آید. در تعیین نقاط همسایگی برای هر نقطه روی مسیراصلی و نیز تعیین دسته مسیرهای همسایه، دو راه وجود دارد:

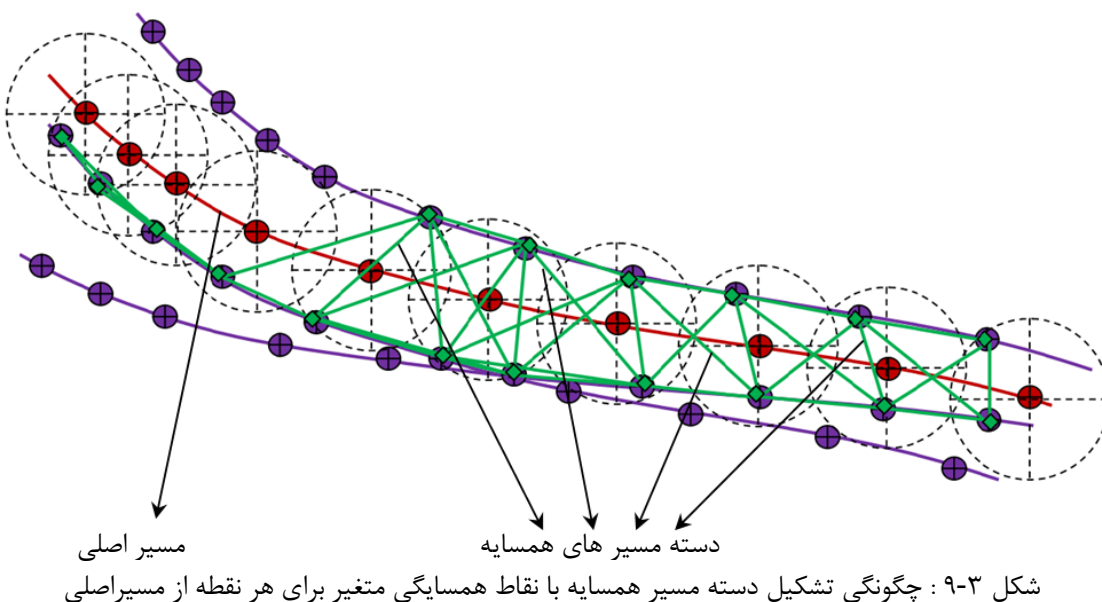
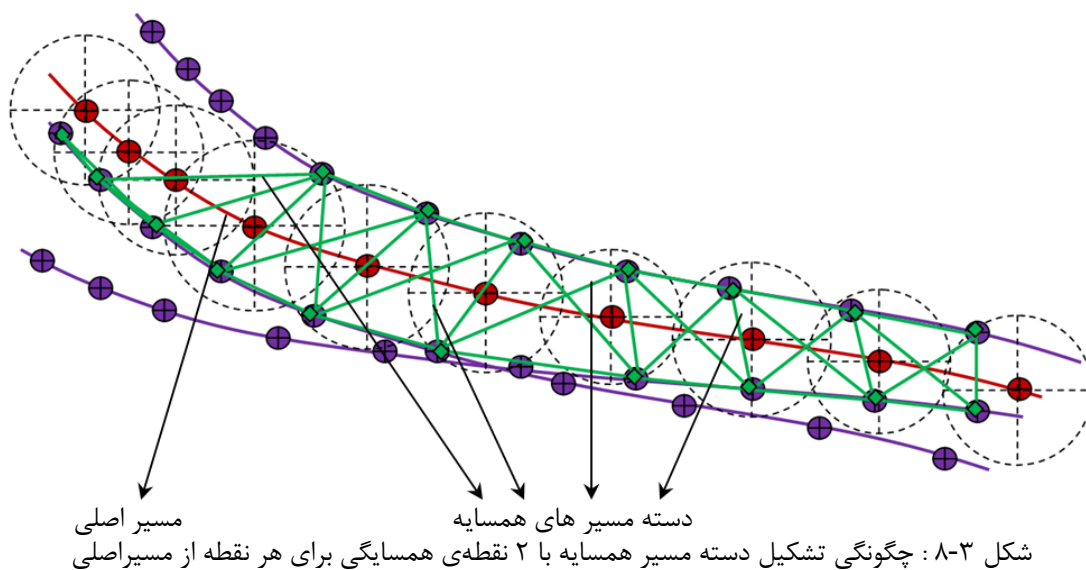
۱- تعداد نقاط همسایگی برای هر نقطه از مسیراصلی، یکسان باشد. به عنوان مثال برای هر نقطه از مسیراصلی تعداد ۵ همسایه تعیین شود. برای این منظور یک کره به مرکزیت نقطه‌ی مورد نظر روی مسیراصلی انتخاب شده و شعاع این کره تا جایی گسترش می‌یابد که به تعداد ۵ نقطه در آن قرار بگیرند سپس گسترش شعاع کره متوقف می‌شود. حال برای تشکیل دسته مسیرهای همسایه باید برای هر ۵ نقطه‌ی موجود در هر کره یک مسیر تا ۴ نقطه‌ی دیگر در همان کره در نظر گرفت. در ضمن از هر ۵ نقطه به تمامی ۵ نقطه‌ی بدست آمده در کره‌ی مربوط به نقطه‌ی ما قبل و تمامی ۵ نقطه‌ی بدست آمده در کره‌ی مربوط به نقطه‌ی ما بعد نیز یک مسیر در نظر گرفت.

۲- تعداد نقاط همسایگی برای هر نقطه از مسیر اصلی، متغیر باشد. برای این منظور یک کره به مرکزیت نقطه‌ی مورد نظر روی مسیر اصلی انتخاب شده و شعاع این کره ثابت فرض می‌شود. جستجو برای نقاط همسایه توسط این کره صورت گرفته و نقاطی که داخل کره قرار می‌گیرند به عنوان نقاط همسایه انتخاب می‌شوند. واضح است که تعداد نقاط همسایگی در این حالت متغیر بوده و برای هر نقطه از مسیر اصلی، بسته به شکل مسیرهای فاز تعداد نقاط همسایگی از ۱ تا n نقطه متغیر خواهد بود. (البته بهتر است تا حد امکان تعداد این نقاط کم باشد زیرا نقاط نزدیک‌تر، طبیعتاً اطلاعات مفیدتری برای پیش‌بینی سری زمانی آشوبی در برخواهند داشت. در اکثر موارد تعداد نقاط بین ۱ تا ۳ نقطه متغیر است.) اکنون برای تشکیل دسته مسیرهای همسایه همانند حالت ۱، برای هر n نقطه‌ی موجود در هر کره یک مسیر تا $n - 1$ نقطه‌ی دیگر در همان کره در نظر گرفته می‌شود. در ضمن از هر n نقطه به تمامی n نقطه‌ی بدست آمده در کره‌ی مربوط به نقطه‌ی ما قبل و تمامی n نقطه‌ی بدست آمده در کره‌ی مربوط به نقطه‌ی ما بعد نیز یک مسیر در نظر گرفته می‌شود.

در شکل ۳-۷ مسیر همسایه با تنها یک نقطه‌ی همسایگی برای نقاط مسیر اصلی و در شکل ۳-۸ دسته مسیرهای همسایه با ۲ نقطه‌ی همسایگی برای نقاط روی مسیر اصلی و در شکل ۳-۹ دسته مسیرهای همسایه با نقاط همسایگی متغیر برای نقاط روی مسیر اصلی، تشکیل شده است.



شکل ۳-۷: چگونگی تشکیل مسیر همسایه با یک نقطه‌ی همسایگی برای هر نقطه از مسیر اصلی



دسته مسیرهای همسایه در حالتی که تعداد نقاط همسایگی بیش از یک نقطه است، به شکلی فزاینده افزایش می‌یابد. اما می‌توان با بدست آوردن یک نقطه که نقطه‌ی برآیند یا معادل کلیه‌ی نقاط همسایگی در هر کره باشد، تعداد دسته مسیرها را به یک مسیر، که مسیر همسایه‌ی معادل است، کاهش داد. برای یافتن نقطه‌ی برآیند یا معادل، در هر کره، نقاط موجود در کره را ذرات دارای جرم فرض نموده و با استفاده از رابطه‌ی ۲۸-۳ مرکز جرم ذرات بدست می‌آید.

۳-۱۰ مرکز جرم ذرات

ذرات موجود در فضا را با جرم‌های $m_1, m_2, \dots, m_n$ و مکان‌های $S_{n1}, S_{n2}, \dots, S_{nn}$ که هر ذره دارای مؤلفه‌های مختصاتی در سه راستای x, y و z نسبت به مبدأ دستگاه مختصات می‌باشد را تصور

کنید. مرکز جرم این ذرات توسط رابطه‌ی ۲۸-۳ در سه راستای x ، y و z محاسبه می‌شود:

$$S_{nx} = \frac{m_1 S_{n1x} + m_2 S_{n2x} + \dots + m_n S_{nnx}}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad (الف-۲۸-۳)$$

$$S_{ny} = \frac{m_1 S_{n1y} + m_2 S_{n2y} + \dots + m_n S_{nny}}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad (ب-۲۸-۳)$$

$$S_{nz} = \frac{m_1 S_{n1z} + m_2 S_{n2z} + \dots + m_n S_{nnz}}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad (ج-۲۸-۳)$$

۱۱-۳ تشکیل مسیر همسایه‌ی معادل

از معادلات مرکز جرم ۲۸-۳ استفاده کرده و مطابق با آن‌ها، نقاط معادل در هر کره را بدست آورده و

به این ترتیب دسته مسیرهای همسایه، با یک مسیر همسایه‌ی معادل جای‌گزین می‌شوند.

$$S_{nx}(k) = \frac{m_1 S_{n1x}(k) + m_2 S_{n2x}(k) + \dots + m_n S_{nnx}(k)}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

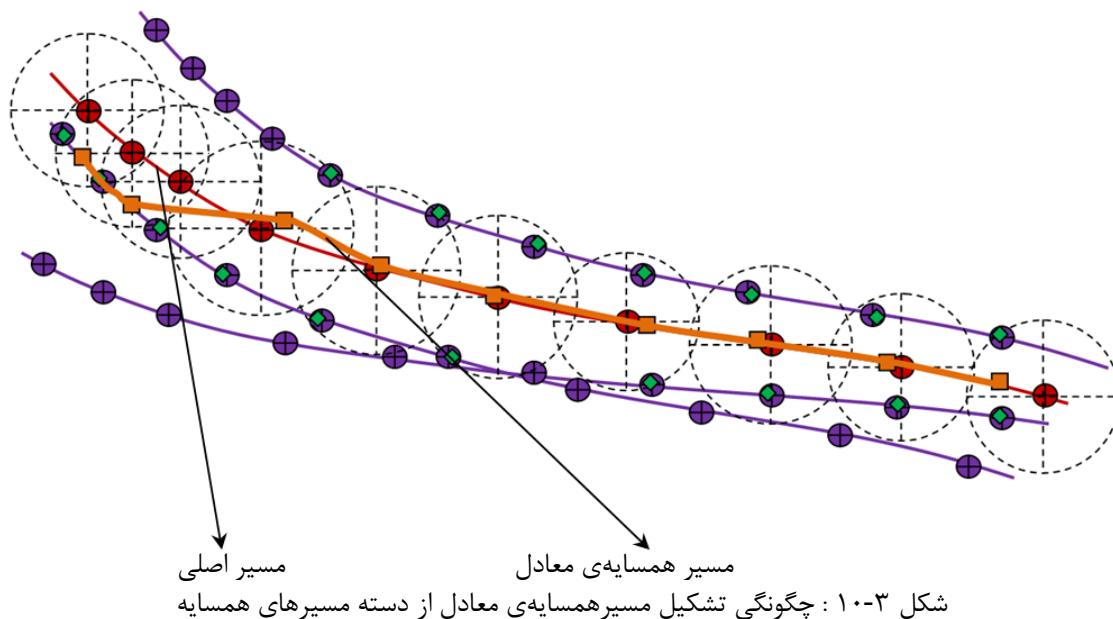
$$S_{ny}(k) = \frac{m_1 S_{n1y}(k) + m_2 S_{n2y}(k) + \dots + m_n S_{nny}(k)}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$S_{nz}(k) = \frac{m_1 S_{n1z}(k) + m_2 S_{n2z}(k) + \dots + m_n S_{nnz}(k)}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

در شکل ۱۰-۳ به عنوان نمونه برای دسته مسیرهای همسایه با ۲ نقطه‌ی همسایگی برای هر نقطه از

مسیر اصلی و جرم‌های یکسان ($m_1 = m_2 = m_3 = \dots = m_n$)، مسیر همسایه‌ی معادل تشکیل

شده است:



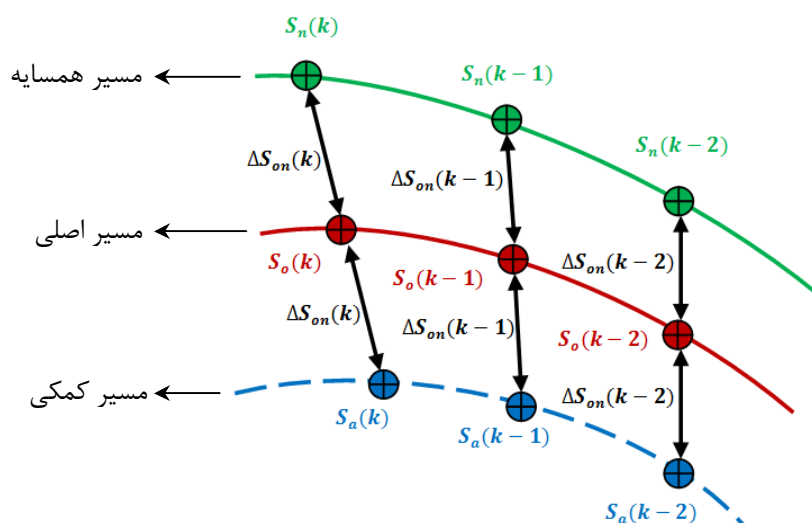
۳-۱۲ تشکیل مسیر کمکی

یک مسیر کمکی در ساده‌ترین حالت می‌تواند از نقاطی ساخته شود که این نقاط دقیقاً نقاط مقابل مسیر همسایه یا مسیر همسایه‌ی معادل، نسبت به نقاط متناظر از مسیر اصلی (تصویر نقاط همسایه نسبت به مسیر اصلی) باشد. برای داشتن چنین نقاطی از تبدیلهای مختصاتی زیر که خطی نیز هستند، استفاده می‌شود:

$$\begin{cases} \Delta S_{onx}(k) = S_{ox}(k) - S_{nx}(k) \\ \Delta S_{ony}(k) = S_{oy}(k) - S_{ny}(k) \\ \Delta S_{onz}(k) = S_{oz}(k) - S_{nz}(k) \end{cases} \quad (۲۹-۳)$$

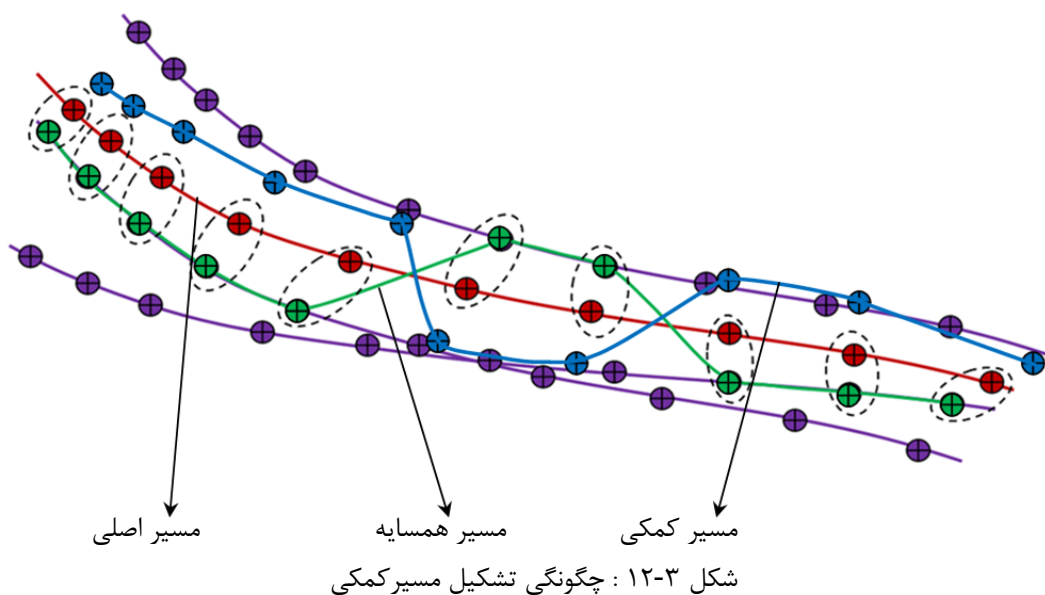
$$\begin{cases} S_{ax}(k) = S_{ox}(k) + \Delta S_{onx}(k) \\ S_{ay}(k) = S_{oy}(k) + \Delta S_{ony}(k) \\ S_{az}(k) = S_{oz}(k) + \Delta S_{onz}(k) \end{cases} \quad (۳۰-۳)$$

در تبدیلات مختصاتی فوق، $\Delta S_{onx}(k)$ ، $\Delta S_{ony}(k)$ و $\Delta S_{onz}(k)$ فاصله‌های مختصاتی نقاط روی مسیر اصلی از نزدیک‌ترین نقاط روی مسیر همسایه یا مسیر همسایه‌ی معادل است. همچنین $S_{ox}(k)$ ، $S_{oy}(k)$ و $S_{oz}(k)$ مؤلفه‌های مختصات نقاط روی مسیر اصلی، $S_{nx}(k)$ ، $S_{ny}(k)$ و $S_{nz}(k)$ مؤلفه‌های مختصات نقاط روی مسیر همسایه یا مسیر همسایه‌ی معادل و $S_{ax}(k)$ ، $S_{ay}(k)$ و $S_{az}(k)$ مؤلفه‌های مختصات نقاط روی مسیر کمکی است. شکل ۳-۱۱ که قسمتی از مسیرهای فاز می‌باشد این تعریف‌ها را به وضوح نشان می‌دهد.



شکل ۳-۱۱: مسیر اصلی، مسیر همسایه و مسیر کمکی

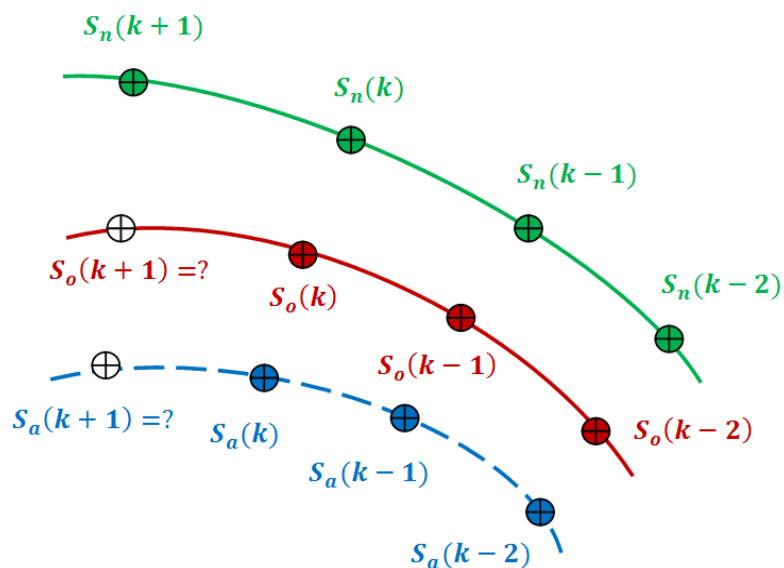
شکل ۱۲-۳ نیز مسیر کمکی را به عنوان نمونه برای قسمتی از مسیر اصلی که مسیر همسایه‌ی آن تنها از یک نقطه‌ی همسایگی برای نقاط روی مسیر اصلی تشکیل یافته است، نشان می‌دهد:



همچنین می‌توان مسیر کمکی را برای یک مسیر همسایه‌ی معادل نیز به کمک تبدیلات مختصاتی بدست آورد. به کمک مسیرهای اصلی، مسیرهای همسایه و مسیرهای کمکی اکنون می‌توان فرآیند پیش‌بینی را انجام داد. البته حالت بیان شده در بالا، ساده‌ترین حالت برای پیش‌بینی است و منجر به دسته معادلات شبه‌حالت خطی و تغییرناپذیر با زمانی می‌شود که از آن‌ها برای پیش‌بینی استفاده خواهد شد. در ادامه حالت‌های پیچیده‌تر معادلات مورد بررسی قرار خواهند گرفت که در آن‌ها معادلات دارای ضرایب متغیر یا توابع غیرخطی، متغیر با زمان می‌باشند.

۱۳-۳ پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم غیربازگشتی

هدف از پیش‌بینی سری زمانی، یافتن مقادیر $S_{ox}(k+1)$ ، $S_{oy}(k+1)$ و $S_{oz}(k+1)$ است. با توجه به شکل ۱۳-۳ با استفاده از نقاط روی مسیر همسایه و مسیر کمکی این کار صورت می‌گیرد.



شکل ۳-۱۳: نقاط روی مسیرها

از آن جا که مرکز جرم دو نقطه یا دو ذره ی $S_n(k-\tau)$ و $S_a(k-\tau)$ برای $\tau = 0, 1, 2, \dots, T/2$ که در آن T طول سری زمانی می باشد، (معادله ی $\hat{S}_o(k-\tau) = \frac{m_1 S_n(k-\tau) + m_2 S_a(k-\tau)}{m_1 + m_2}$) به ازای جرم های برابر، $S_o(k-\tau)$ یا همان مقدار واقعی سری زمانی خواهد شد (این اتفاق به این خاطر می افتد که توسط تبدیل های مختصات، نقاط $S_a(k-\tau)$ درست مقابل نقاط $S_n(k-\tau)$ نسبت به نقاط $S_o(k-\tau)$ تعیین شده اند)، لذا از همین معادله ی ساده برای پیش بینی استفاده می شود. برای پیش بینی نقطه ی $S_o(k+1)$ مقدار $S_a(k+1)$ نامشخص است. لازم است تا مقدار $S_a(k+1)$ پیش بینی شود. یک پیش بینی نسبتاً مناسب می تواند چنین باشد:

$$\begin{cases} \Delta x(k+1) = S_{ax}(k) - S_{ax}(k-1) \\ \Delta y(k+1) = S_{ay}(k) - S_{ay}(k-1) \\ \Delta z(k+1) = S_{az}(k) - S_{az}(k-1) \end{cases} \quad (31-3)$$

$$\begin{cases} \hat{S}_{ax}(k+1) = S_{ax}(k) + \Delta x(k+1) \\ \hat{S}_{ay}(k+1) = S_{ay}(k) + \Delta y(k+1) \\ \hat{S}_{az}(k+1) = S_{az}(k) + \Delta z(k+1) \end{cases} \quad (32-3)$$

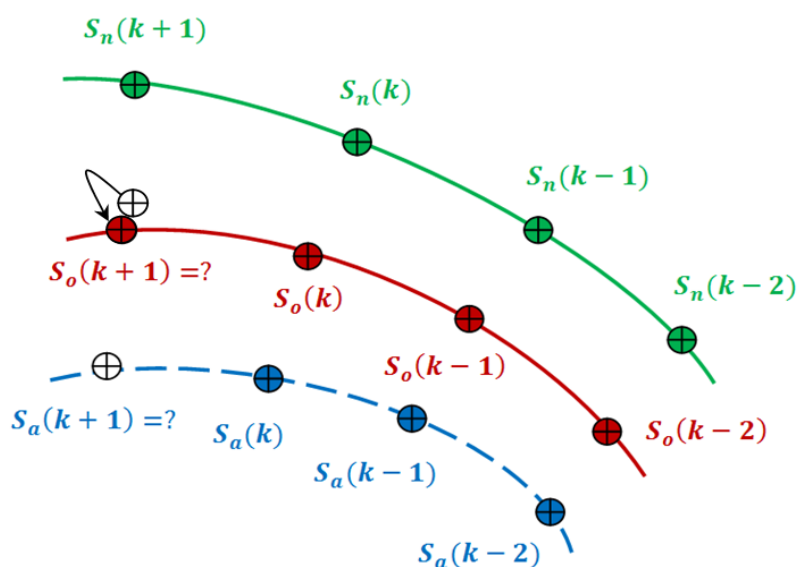
مقادیر نقاط $\hat{S}_{ax}(k+1)$ ، $\hat{S}_{ay}(k+1)$ و $\hat{S}_{az}(k+1)$ نیاز به تصحیح دارند، اما با وجود جرم های

m_1 و m_2 ، نقاط حاصل از معادله ی $\hat{S}_o(k+1) = \frac{m_1 S_n(k+1) + m_2 \hat{S}_a(k+1)}{m_1 + m_2}$ تصحیح می شوند طوری که

$\hat{S}_o(k+1)$ به مقدار $S_o(k+1)$ نزدیک شده و دقت پیش بینی افزایش یابد. بنابراین با وجود جرم -

های m_1 و m_2 ، نیازی به تصحیح مقادیر نقاط $\hat{S}_{ax}(k+1)$ ، $\hat{S}_{ay}(k+1)$ و $\hat{S}_{az}(k+1)$ نمی باشد.

این تصحیح توسط تخمین جرم m_2 با فرض ثابت بودن مقدار m_1 حاصل می‌شود.



شکل ۳-۱۴: پیش‌بینی نقطه‌ی $S_a(k+1)$ و تصحیح نقطه‌ی $S_o(k+1)$ توسط جرم‌ها

مقدار جرم m_1 را برابر یک فرض کرده و با روال توضیح داده شده در زیر مقدار m_2 در هر نقطه تخمین زده می‌شود.

جرم m_2 توسط رابطه‌ی ۳-۳۳ تعیین خواهد شد که البته برای پیش‌بینی مقدار $S_o(k+1)$ مشخص نیست. تخمین این‌طور انجام می‌گیرد که برای مسیرهمسایه در فضای فاز، یک مسیرهمسایه ثانویه پیدا کرده (این مسیر از نقاط ما قبل مسیر همسایه‌ی اولیه بدست می‌آید) سپس با رابطه‌ای مشابه با رابطه‌ی ۳-۳۳ مقدار m_2 تخمین زده می‌شود.

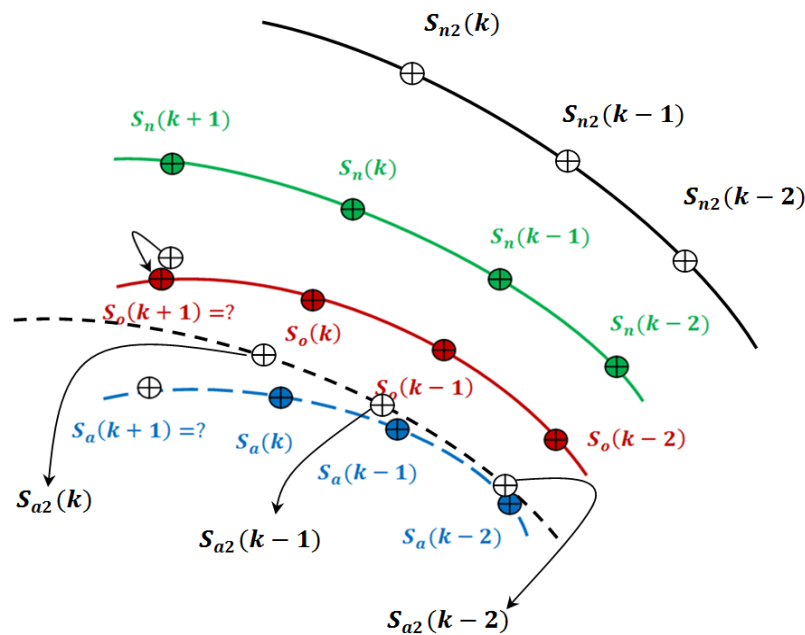
$$m_2(k) = \frac{S_n(k) - S_o(k)}{S_o(k) - S_a(k)} \quad (3-33)$$

اگر مسیرهمسایه‌ی ثانویه را با $S_{n2}(k)$ نشان داده شود، مطابق رابطه‌ی ۳-۳۳:

$$\hat{m}_2(k) = \frac{S_{n2}(k) - S_n(k)}{S_n(k) - S_{a2}(k)} \quad (3-34)$$

که در آن $S_{a2}(k)$ مسیرکمکی ناشی از مسیرهمسایه‌ی ثانویه برای مسیر همسایه‌ی اولیه است. شکل

۳-۱۵ این عملیات را نشان می‌دهد:

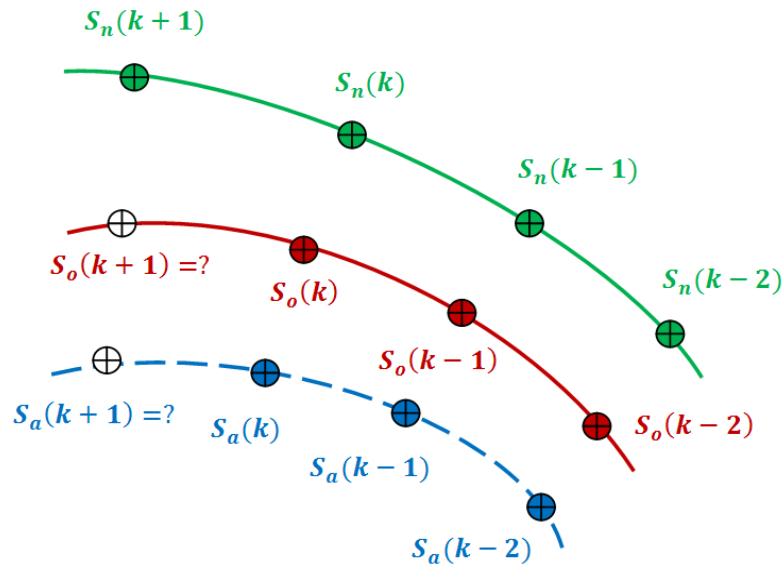


شکل ۳-۱۵: چگونگی تشکیل مسیرها برای تخمین جرم m_2

۳-۱۴ پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم بازگشتی

در روشی که در ادامه شرح داده خواهد شد، از معادلات مرکز جرمی استفاده می‌شود که جنبه‌ی بازگشتی داشته و قابلیت دینامیکی (بر خلاف روش پیش‌بینی اخیر که به نوعی استاتیکی بود) را دارا هستند. این خاصیت باعث خواهد شد تا ضرایب معادلات مرکز جرم طوری به‌هنگام شوند که مرکز جرم نقاط حرکت‌کننده روی مسیرهای اصلی، همسایه و کمکی، پیش‌بینی سری زمانی را مقدور سازند. نکته‌ی مهمی که در این جا باید بیان کرد این است که در روش بازگشتی نیازی به مرحله‌ی آموزش و به نوعی استفاده از شبکه‌های عصبی یا سیستم فازی نبوده و به این ترتیب به صورت بر خط کار پیش‌بینی انجام می‌شود.

برای تشریح روش ابتدا باید مفهوم حرکت مرکز جرم ذرات را توضیح داد. فرض کنید مطابق شکل ۳-۱۶ نقاط روی مسیرهای اصلی، همسایه و کمکی را مشخص کرده و هدف این است که نقطه‌ی بعدی بعد روی مسیر اصلی یعنی $S_o(k+1)$ پیش‌بینی شود. برای این منظور لازم است تا نقطه‌ی بعد روی مسیر کمکی یعنی $S_a(k+1)$ پیش‌بینی شود.

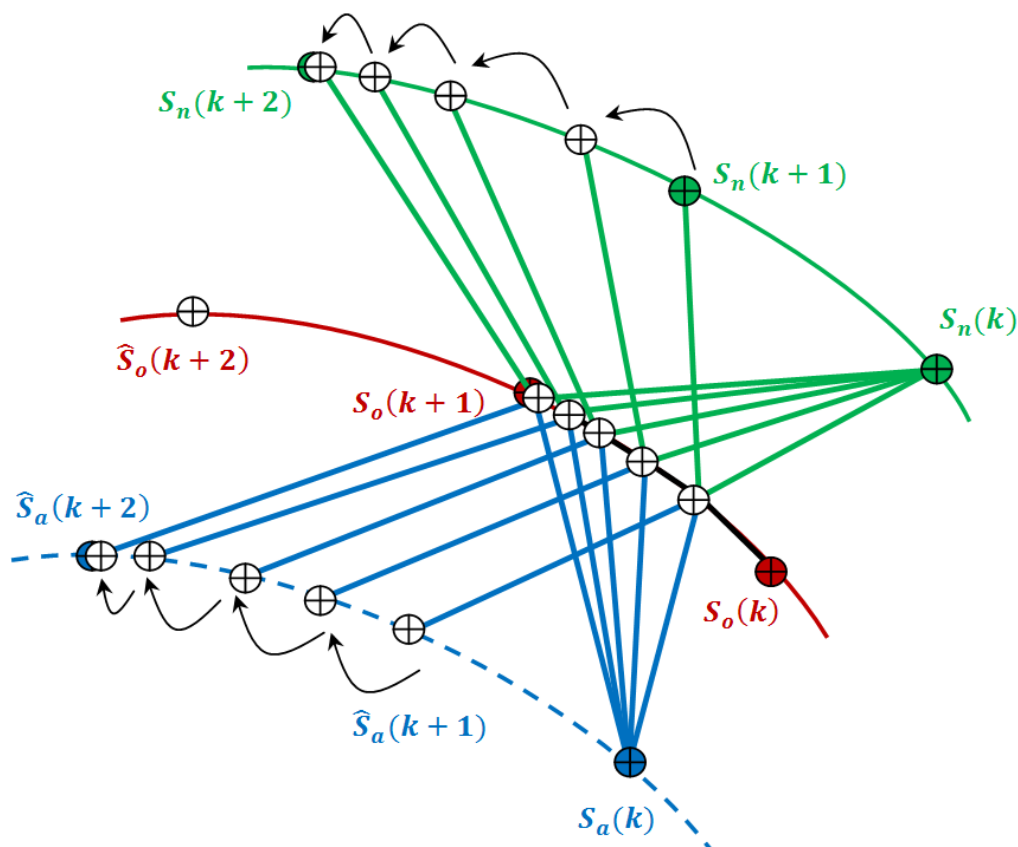


شکل ۳-۱۶ : نقاط روی مسیرها

اما همان‌طور که در روش قبل دیده شد، نقطه‌ی $S_a(k+1)$ به راحتی قابل پیش‌بینی نیست. در واقع نقطه‌ی $S_a(k+1)$ به همان سختی پیش‌بینی می‌شود که نقطه‌ی $S_o(k+1)$ پیش‌بینی خواهد شد. در روش پیش‌رو فرض می‌شود نقاط $S_n(k)$ و $S_a(k)$ در روی مسیرهای همسایه و کمی ثابت بوده و تنها نقاط $S_n(k+1)$ ، $S_o(k)$ و $S_a(k+1)$ می‌توانند حرکت کنند. این حرکت‌ها به وسیله‌ی یک سری معادلات بازگشتی مرکز جرم صورت می‌گیرد. حرکت این نقاط خود منجر به حرکت مرکز جرم این نقاط یا ذرات شده و ساختار معادلات به‌گونه‌ای است که پس از گذشت چند مرحله از حرکت ذرات، حرکت‌ها بسیار ناچیز و به سمت یک مقدار همگرا خواهد شد. هدف این است که در طی تکرارها نقطه‌ی $S_o(k)$ به سمت نقطه‌ی $S_o(k+1)$ میل کند و به نوعی آن را پیش‌بینی کند. نقطه‌ی $S_n(k+1)$ نیز به سمت نقطه‌ی $S_n(k+2)$ میل می‌کند و با توجه به این که مقدار آن مشخص است، می‌توان از آن برای پایان دادن به فرآیند تکرار استفاده نمود. اما در این جا الزامی مبنی بر این که نقطه‌ی $S_a(k+1)$ به سمت نقطه‌ی $S_a(k+2)$ میل کرده و آن را پیش‌بینی کند، وجود ندارد. به این ترتیب محل نقطه‌ی کمکی که یک نقطه از یک مسیر ساختگی است چندان اهمیتی نخواهد داشت و فقط از آن برای پیش‌بینی نقطه‌ی $S_o(k+1)$ کمک گرفته می‌شود. معادلات مرکز جرم به دلیل خاصیت بازگشتی‌شان، قادر هستند محل و خصوصاً جرم ذرات را در هر مرحله از

فرآیند پیش‌بینی، به‌هنگام و تنظیم کنند. به این ترتیب با تنظیم محل ذرات و جرم‌ها می‌توان نقاط را پیش‌بینی کرد. همچنین برای داشتن خطاهای کم و ناچیز که برای پیش‌بینی بلندمدت بسیار مفید خواهد بود می‌توان از الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات^۱ استفاده نمود و متغیرهای معادلات را بهینه‌سازی کرد. اما روش اصولی، استفاده از خطای نقطه‌ی پیش‌بینی شده‌ی $\hat{S}_n(k+1)$ و مقدار واقعی آن $S_n(k+1)$ و نیز استفاده از بحث ردیابی مسیر همسایه است که طراحی یک کنترل‌کننده را به‌همراه خواهد داشت.

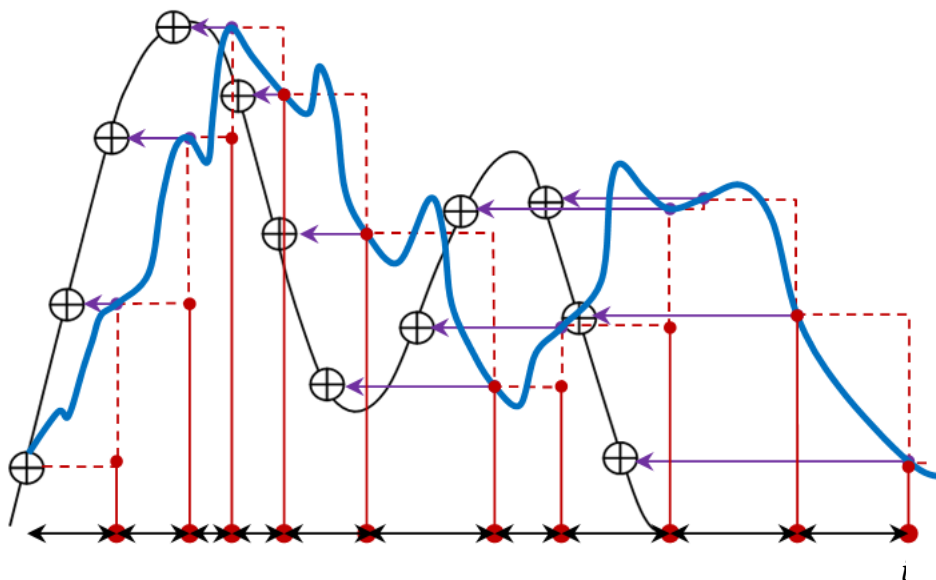
شکل ۳-۱۷ همه‌ی آنچه توضیح داده شد را تا حدی نشان می‌دهد. در این شکل حرکت نقاط برای رسیدن به نقطه‌ی مورد نظر مشخص است. همچنین یک دلیل برای همگرایی نقاط تخمینی، ثابت بودن نقاط در $S_n(k)$ و $S_a(k)$ است که همانند یک کش نقطه‌ی تخمین زده شده روی مسیر اصلی را به سمت خود می‌کشند.



شکل ۳-۱۷: حرکت نقاط و مرکز جرم آن‌ها

^۱Particle swarm optimization

هدف طراحی یک سیستم تخمین گر است که نقاط سری زمانی را پیش‌بینی کند. برای پیش‌بینی هر نقطه فواصل زمانی سری، گسترش یافته طوری که سیستم در هر فاصله‌ی زمانی با معادلاتی بازگشتی بتواند پس از چندین تکرار به مقدار لحظه‌ی زمانی بعد برسد. گسترش زمانی برای پیش‌بینی هر نقطه می‌تواند متفاوت باشد و بسته به محل نقاط در فضای فاز متغیر است. در واقع گسترش زمانی هنگامی به پایان می‌رسد که نقاط با دقت مورد نظر پیش‌بینی شوند و یا ردیابی کامل $S_n(k+2)$ انجام بگیرد. شکل ۳-۱۸ این موضوع را به وضوح نشان می‌دهد. در این شکل قسمتی از سری زمانی به‌عنوان نمونه مورد بررسی قرار گرفته است. در هر فاصله‌ی زمانی، سیستم تخمین گر پس از چند تکرار که با به-هنگام‌سازی هر کدام از متغیرهایش همراه است، نقطه‌ی بعد را پیش‌بینی می‌کند:



شکل ۳-۱۸: قسمتی از سری زمانی و پیش‌بینی آن

معادلات مرکز جرم بازگشتی، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\hat{S}_o^{i+1}(k+1) = \frac{m_1^i S_n(k) + m_2^i S_a(k) + m_3^i \hat{S}_n^i(k+2) + m_4^i \hat{S}_a^i(k+2) + m_5^i \hat{S}_o^i(k+1)}{m_1^i + m_2^i + m_3^i + m_4^i + m_5^i} \quad (3-35)$$

معادله‌ی ۳-۳۵، معادله‌ی اصلی برای پیش‌بینی نقطه‌ی $S_o(k+1)$ روی مسیر اصلی است. در این

معادله زیرنویس o برای نقطه روی مسیر اصلی، زیرنویس n برای نقطه روی مسیر همسایه، زیرنویس a

برای نقطه روی مسیر کمکی و بالا نویس i برای مشخص کردن تکرار می‌باشد.

اگر قرار باشد پس از چند تکرار، معادله‌ی ۳-۳۵ به سمت نقطه‌ای همگرا شود، لازم است حاصل تفاضل مقدار فعلی $\hat{S}_o^{i+1}(k+1)$ و مقدار قبلی آن $\hat{S}_o^i(k+1)$ پس از چندین تکرار به صفر میل کند. لذا معادله‌ی ۳-۳۶ تعریف می‌شود. از این معادله بیشتر برای حرکت دو نقطه‌ی $S_n(k+1)$ و $S_a(k+1)$ و نیز تنظیم جرم‌های ذرات استفاده می‌گردد:

$$\Delta \hat{S}_o^{i+1}(k+1) = \hat{S}_o^{i+1}(k+1) - \hat{S}_o^i(k+1) \quad (36-3)$$

اکنون برای حرکت ذرات $S_n(k+1)$ و $S_a(k+1)$ لازم است دو معادله تعریف شود. این ذرات از محل‌های $S_n(k+1)$ و $S_a(k+1)$ شروع به حرکت نموده و در پایان حرکت‌شان $S_n(k+1)$ به نقطه‌ی $S_n(k+2)$ و $S_a(k+1)$ به نقطه‌ی $S_a(k+2)$ می‌رسد. حداقل، همگرایی مورد اول باید تضمین شود. برای این منظور معادلات زیاد و متنوعی را می‌توان تعریف کرد. اما یک تعریف مفید در این جا معادلات زیر هستند:

$$\hat{S}_n^{i+1}(k+2) = \hat{S}_n^i(k+2) + f_n(\Delta \hat{S}_o, \hat{S}_o, \hat{S}_n, \hat{S}_a, i) \quad (37-3)$$

$$\hat{S}_a^{i+1}(k+2) = \hat{S}_a^i(k+2) + f_a(\Delta \hat{S}_o, \hat{S}_o, \hat{S}_n, \hat{S}_a, i) \quad (38-3)$$

توابع $f_n(\Delta \hat{S}_o, \hat{S}_o, \hat{S}_n, \hat{S}_a, i)$ و $f_a(\Delta \hat{S}_o, \hat{S}_o, \hat{S}_n, \hat{S}_a, i)$ در حالت کلی می‌توانند ترکیبی غیرخطی از متغیرهای $\Delta \hat{S}_o, \hat{S}_o, \hat{S}_n, \hat{S}_a, i$ باشند اما جهت تضمین همگرایی نقاط، فقط تابعی از $\Delta \hat{S}_o$ اختیار می‌شوند. در ساده‌ترین حالت:

$$f_n(\hat{S}_o, \hat{S}_n, \hat{S}_a, k, i) = \alpha \Delta \hat{S}_o^{i+1}(k+1) \quad (39-3)$$

$$f_a(\hat{S}_o, \hat{S}_n, \hat{S}_a, k, i) = \beta \Delta \hat{S}_o^{i+1}(k+1) \quad (40-3)$$

اکنون معادلات به‌هنگام‌سازی جرم‌ها تعریف می‌شوند.

$$m_1^{i+1} = m_1^i + f_1 \quad (41-3)$$

$$m_2^{i+1} = m_2^i + f_2 \quad (42-3)$$

$$m_3^{i+1} = m_3^i + f_3 \quad (43-3)$$

$$m_4^{i+1} = m_4^i + f_4 \quad (44-3)$$

در این معادلات توابع $f_j, j = 1, 2, 3, 4$ ، متغیرهای تنظیم غیرخطی هستند که تأثیر آن‌ها در کاهش خطای پیش‌بینی است. اما معادله‌ی به‌هنگام‌سازی جرم m_5 با رابطه‌ی ۳-۴۵ تعریف می‌شود که مستقیماً از معادله‌ی اصلی یعنی معادله‌ی ۳-۳۵ بدست می‌آید.

$$m_5^{i+1} = \frac{m_3^{i+1}\hat{S}_n^{i+1}(k+2) + m_4^{i+1}\hat{S}_a^{i+1}(k+2) - M^{i+1}\hat{S}_o^{i+1}(k+1) + M^{i+1}U^i}{\Delta\hat{S}_o^{i+1}(k+1) - U^i} \quad (45-3)$$

که در آن M^{i+1} و U^i چنین است:

$$M^{i+1} = m_1^{i+1} + m_2^{i+1} + m_3^{i+1} + m_4^{i+1} \quad (46-3)$$

$$U^i = \frac{m_1^i S_n(k) + m_2^i S_a(k)}{m_1^i + m_2^i + m_3^i + m_4^i + m_5^i} \quad (47-3)$$

اگر چه در معادلات اخیر مؤلفه‌های نقاط نشان داده نشده‌اند، با این حال در سه راستای γ ، χ و z معادلات مشابه یکدیگر خواهند بود. در ضمن باید گفت که در کل نیازی به پیش‌بینی سایر مؤلفه‌ها نمی‌باشد زیرا به‌علت بازسازی فضای فاز، سری زمانی در دو راستای γ و z به اندازه‌ی یک زمان تأخیر مشخص انتقال داده می‌شوند که به اندازه‌ی این زمان تأخیر و دو برابر آن، مؤلفه‌های γ و z گذشته‌ی مؤلفه‌ی χ را بیان می‌کنند. بنابراین پیش‌بینی مؤلفه‌ی χ کفایت می‌کند.

به‌کار بردن معادلات اخیر، به‌علت داشتن جملات با زیر نویس‌ها و بالا نویس‌های زیاد، کار را سخت می‌کند. لذا با تعریف‌های بیان شده در زیر، علاوه بر استفاده از متغیرهای مناسب، شکل کلی معادلات که شبیه به معادلات حالت گسسته می‌باشد، نمایان می‌شود.

$$\hat{x}_1(i) = \hat{S}_o^i(k+1) \quad (48-3)$$

$$\hat{x}_2(i) = \hat{S}_n^i(k+2) \quad (49-3)$$

$$\hat{x}_3(i) = \hat{S}_a^i(k+2) \quad (50-3)$$

$$u_1 = S_n(k) \quad (51-3)$$

$$u_2 = S_a(k) \quad (52-3)$$

$$m_j^i = m_j(i) \quad (53-3)$$

با توجه به تعریف‌های فوق معادلات ۳-۳۵ تا ۳-۴۷ به صورت زیر در خواهند آمد:

$$\begin{aligned} \hat{x}_1(i+1) \\ = \frac{m_1(i)u_1 + m_2(i)u_2 + m_3(i)\hat{x}_2(i) + m_4(i)\hat{x}_3(i) + m_5(i)\hat{x}_1(i)}{m_1(i) + m_2(i) + m_3(i) + m_4(i) + m_5(i)} \end{aligned} \quad (54-3)$$

$$\Delta\hat{x}_1(i) = \hat{x}_1(i+1) - \hat{x}_1(i) \quad (55-3)$$

$$\hat{x}_2(i+1) = \hat{x}_2(i) + f_n(\Delta\hat{x}_1(i), \hat{x}_1(i), \hat{x}_2(i), \hat{x}_3(i), i) \quad (56-3)$$

$$\hat{x}_3(i+1) = \hat{x}_3(i) + f_a(\Delta\hat{x}_1(i), \hat{x}_1(i), \hat{x}_2(i), \hat{x}_3(i), i) \quad (57-3)$$

$$f_n(\Delta \hat{x}_1(i), \hat{x}_1(i), \hat{x}_2(i), \hat{x}_3(i), i) = \alpha \Delta \hat{x}_1(i) \quad (58-3)$$

$$f_a(\Delta \hat{x}_1(i), \hat{x}_1(i), \hat{x}_2(i), \hat{x}_3(i), i) = \beta \Delta \hat{x}_1(i) \quad (59-3)$$

$$m_1(i+1) = m_1(i) + f_1 \quad (60-3)$$

$$m_2(i+1) = m_2(i) + f_2 \quad (61-3)$$

$$m_3(i+1) = m_3(i) + f_3 \quad (62-3)$$

$$m_4(i+1) = m_4(i) + f_4 \quad (63-3)$$

$$m_5(i+1) = \frac{m_3(i+1)\hat{x}_2(i+1) + m_4(i+1)\hat{x}_3(i+1) - M(i+1)\hat{x}_1(i+1) + M(i+1)U}{\Delta \hat{x}_1(i+1) - U} \quad (64-3)$$

$$M(i+1) = m_1(i+1) + m_2(i+1) + m_3(i+1) + m_4(i+1) \quad (65-3)$$

$$U(i) = \frac{m_1(i)u_1 + m_2(i)u_2}{m_1(i) + m_2(i) + m_3(i) + m_4(i) + m_5(i)} \quad (66-3)$$

به این ترتیب معادلات شبه‌حالت گسسته‌ی سیستم تخمین‌گر با توجه به معادلات ۳-۵۴ تا ۳-۶۶ چنین بدست خواهد آمد:

$$\hat{x}_1(i+1) = w_5(i)\hat{x}_1(i) + w_3(i)\hat{x}_2(i) + w_4(i)\hat{x}_3(i) + U(i) \quad (67-3)$$

$$\hat{x}_2(i+1) = \alpha(w_5(i) - 1)\hat{x}_1(i) + (\alpha w_3(i) + 1)\hat{x}_2(i) + \alpha w_4(i)\hat{x}_3(i) + \alpha U(i) \quad (68-3)$$

$$\hat{x}_3(i+1) = \beta(w_5(i) - 1)\hat{x}_1(i) + \beta w_3(i)\hat{x}_2(i) + (\beta w_4(i) + 1)\hat{x}_3(i) + \beta U(i) \quad (69-3)$$

$$U(i) = w_1(i)u_1 + w_2(i)u_2 \quad (70-3)$$

که در معادلات ۳-۶۷ تا ۳-۷۰ مقادیر $w_j(i), j = 1, 2, 3, 4, 5$ چنین تعریف می‌شوند:

$$w_j(i) = \frac{m_j(i)}{M(i) + m_5(i)}, j = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (71-3)$$

بنابراین سیستم تخمین‌گر با معادله‌ی حالت زیر تعریف شده و از آن‌جا که جرم‌ها به طور پیش فرض

با روابط غیر خطی به هنگام می‌شوند، سیستم تخمین‌گر در حالت کلی غیر خطی است :

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1(i+1) \\ \hat{x}_2(i+1) \\ \hat{x}_3(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_5(i) & w_3(i) & w_4(i) \\ \alpha(w_5(i) - 1) & \alpha w_3(i) + 1 & \alpha w_4(i) \\ \beta(w_5(i) - 1) & \beta w_3(i) & \beta w_4(i) + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(i) \\ \hat{x}_2(i) \\ \hat{x}_3(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} U(i) \quad (72-3)$$

۱۵-۳ اثبات همگرایی

با تضمین ردیابی مسیر همسایه توسط متغیر حالت $\hat{x}_2(i)$ در معادله‌ی ۷۲-۳، همگرایی سایر متغیرها اثبات خواهد شد. این عمل با تعریف یک قانون کنترل و پایدارسازی سیستم، صورت می‌گیرد. به عبارتی:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \hat{x}_1(i+1) - \hat{x}_1(i) = \lim_{i \rightarrow \infty} \Delta \hat{x}_1(i) = 0 \quad (۷۳-۳)$$

بنابراین:

$$\hat{x}_1(i+1) = \hat{x}_1(i) \quad (۷۴-۳)$$

و مطابق معادلات ۵۶-۳ تا ۵۹-۳ همگرایی دو متغیر حالت دیگر نیز تضمین می‌شود. قانون کنترل ۷۵-۳ را به عنوان ورودی معادلات حالت در نظر گرفته:

$$U(i) = K\Delta e(i) + w_1(i)u_1 + w_2(i)u_2 \quad (۷۵-۳)$$

که در آن:

$$\Delta e(i) = e(i+1) - e(i) \quad (۷۶-۳)$$

$$e(i) = \hat{x}_2(i) - x_2(i) \quad (۷۷-۳)$$

بنابراین:

$$\Delta e(i) = e(i+1) - e(i) = \hat{x}_2(i+1) - x_2(i+1) - \hat{x}_2(i) + x_2(i) \quad (۷۸-۳)$$

از آن‌جا که مقدار $x_2(i)$ در هر تکرار مقداری ثابت است، پس:

$$\Delta e(i) = \hat{x}_2(i+1) - \hat{x}_2(i) \quad (۷۹-۳)$$

به این ترتیب با قرار دادن ۷۹-۳ در رابطه‌ی ۶۸-۳ و نیز با توجه به قانون کنترل ۷۵-۳:

$$\begin{aligned} \hat{x}_2(i+1) = & \alpha(w_5(i) - 1)\hat{x}_1(i) + (\alpha w_3(i) + 1)\hat{x}_2(i) + \alpha w_4(i)\hat{x}_3(i) + \\ & \alpha K\hat{x}_2(i+1) - \alpha K\hat{x}_2(i) + \alpha w_1(i)u_1 + \alpha w_2(i)u_2 \end{aligned} \quad (۸۰-۳)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \hat{x}_2(i+1) = & \alpha \frac{w_5(i) - 1}{1 - \alpha K} \hat{x}_1(i) + \frac{\alpha w_3(i) + 1 - \alpha K}{1 - \alpha K} \hat{x}_2(i) \\ & + \alpha \frac{w_4(i)}{1 - \alpha K} \hat{x}_3(i) + \alpha \frac{w_1(i)}{1 - \alpha K} u_1 + \alpha \frac{w_2(i)}{1 - \alpha K} u_2 \end{aligned} \quad (۸۱-۳)$$

با قرار دادن ۸۱-۳ در معادلات ۶۷-۳ و ۶۹-۳ و با توجه به قانون کنترل ۷۵-۳:

$$\begin{aligned}\hat{x}_1(i+1) &= w_5(i)\hat{x}_1(i) + w_3(i)\hat{x}_2(i) + w_4(i)\hat{x}_3(i) \\ &+ K \frac{\alpha(w_5(i) - 1)}{1 - \alpha K} \hat{x}_1(i) + K \frac{\alpha w_3(i) + 1 - \alpha K}{1 - \alpha K} \hat{x}_2(i) \\ &+ K \frac{\alpha w_4(i)}{1 - \alpha K} \hat{x}_3(i) + K \frac{\alpha w_1(i)}{1 - \alpha K} u_1 + K \frac{\alpha w_2(i)}{1 - \alpha K} u_2 \\ &- K \hat{x}_2(i) + w_1(i)u_1 + w_2(i)u_2\end{aligned}\quad (۸۲-۳)$$

در نتیجه:

$$\begin{aligned}\hat{x}_1(i+1) &= \frac{w_5(i) - \alpha K}{1 - \alpha K} \hat{x}_1(i) + \frac{w_3(i)}{1 - \alpha K} \hat{x}_2(i) + \frac{w_4(i)}{1 - \alpha K} \hat{x}_3(i) \\ &+ \frac{w_1(i)}{1 - \alpha K} u_1 + \frac{w_2(i)}{1 - \alpha K} u_2\end{aligned}\quad (۸۳-۳)$$

همچنین:

$$\begin{aligned}\hat{x}_3(i+1) &= \beta(w_5(i) - 1)\hat{x}_1(i) + \beta w_3(i)\hat{x}_2(i) + (\beta w_4(i) + 1)\hat{x}_3(i) \\ &+ \beta K \frac{\alpha(w_5(i) - 1)}{1 - \alpha K} \hat{x}_1(i) + \beta K \frac{\alpha w_3(i) + 1 - \alpha K}{1 - \alpha K} \hat{x}_2(i) \\ &+ \beta K \frac{\alpha w_4(i)}{1 - \alpha K} \hat{x}_3(i) + \beta K \frac{\alpha w_1(i)}{1 - \alpha K} u_1 + \beta K \frac{\alpha w_2(i)}{1 - \alpha K} u_2 \\ &- \beta K \hat{x}_2(i) + \beta w_1(i)u_1 + \beta w_2(i)u_2\end{aligned}\quad (۸۴-۳)$$

در نتیجه:

$$\begin{aligned}\hat{x}_3(i+1) &= \beta \frac{w_5(i) - 1}{1 - \alpha K} \hat{x}_1(i) + \beta \frac{w_3(i)}{1 - \alpha K} \hat{x}_2(i) \\ &+ \frac{\beta w_4(i) + 1 - \alpha K}{1 - \alpha K} \hat{x}_3(i) + \beta \frac{w_1(i)}{1 - \alpha K} u_1 \\ &+ \beta \frac{w_2(i)}{1 - \alpha K} u_2\end{aligned}\quad (۸۵-۳)$$

به این ترتیب معادلات سیستم به صورت ۸۶-۳ در خواهد آمد:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \hat{x}_1(i+1) \\ \hat{x}_2(i+1) \\ \hat{x}_3(i+1) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{w_5(i) - \alpha K}{1 - \alpha K} & \frac{w_3(i)}{1 - \alpha K} & \frac{w_4(i)}{1 - \alpha K} \\ \alpha \frac{w_5(i) - 1}{1 - \alpha K} & \frac{\alpha w_3(i) + 1 - \alpha K}{1 - \alpha K} & \alpha \frac{w_4(i)}{1 - \alpha K} \\ \beta \frac{w_5(i) - 1}{1 - \alpha K} & \beta \frac{w_3(i)}{1 - \alpha K} & \frac{\beta w_4(i) + 1 - \alpha K}{1 - \alpha K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(i) \\ \hat{x}_2(i) \\ \hat{x}_3(i) \end{bmatrix} \quad (۸۶-۳) \\
&+ \begin{bmatrix} \frac{w_1(i)}{1 - \alpha K} & \frac{w_2(i)}{1 - \alpha K} \\ \alpha \frac{w_1(i)}{1 - \alpha K} & \alpha \frac{w_2(i)}{1 - \alpha K} \\ \beta \frac{w_1(i)}{1 - \alpha K} & \beta \frac{w_2(i)}{1 - \alpha K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

مقادیر ویژه‌ی سیستم را بدست آورده:

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 1, \quad \lambda_3 = \frac{\alpha w_3(i) + \beta w_4(i) + w_5(i) - \alpha K}{1 - \alpha K} \quad (۸۷-۳)$$

پس مقدار ویژه‌ی سوم را طوری انتخاب کرده که داخل دایره‌ی واحد قرار بگیرد و به این ترتیب مقدار

K مشخص خواهد شد.

$$K = \frac{\alpha w_3(i) + \beta w_4(i) + w_5(i) - \lambda_3}{\alpha(1 - \lambda_3)} \quad (۸۸-۳)$$

فصل چهارم

نتایج و شبیه سازی ها

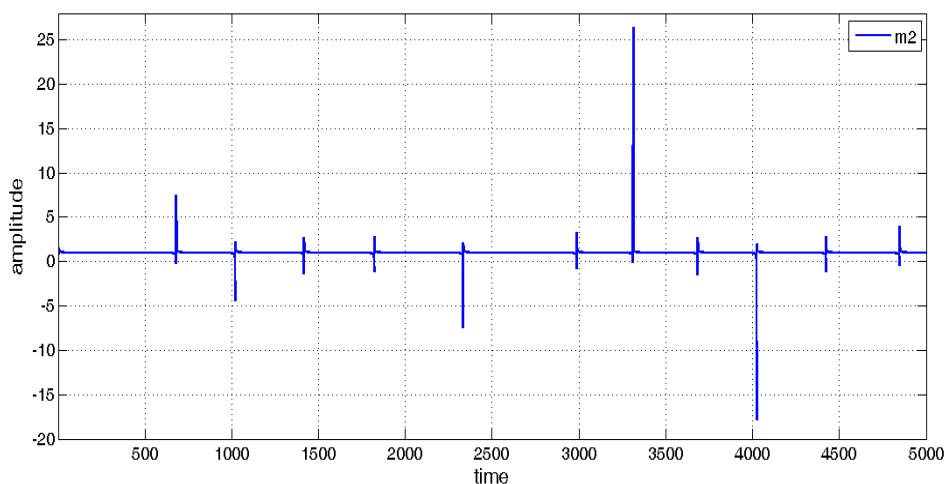
۱-۴ مقدمه

در این فصل شبیه‌سازی‌ها و نتایج روش‌های توضیح داده شده در فصل سوم بیان می‌شود. هر کجا نیاز به تفهیم نتایج و یت مقایسه‌ی روش‌ها بوده است این کار صورت گرفته است. همچنین برای پیش‌بینی هر سری زمانی زمان تأخیر و تعداد نقاط سری و تعداد نقاط پیش‌بینی شده مشخص شده‌اند.

۲-۴ پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم غیر بازگشتی

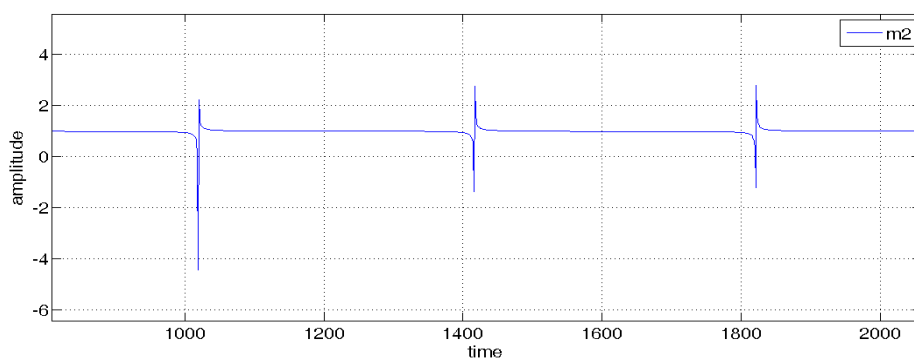
۱-۲-۴ سری زمانی لورنز

در شکل ۱-۴ مقادیر مناسب جرم m_2 برای سری زمانی لورنز و برای نصف بازه‌ی زمانی سری محاسبه شده است.

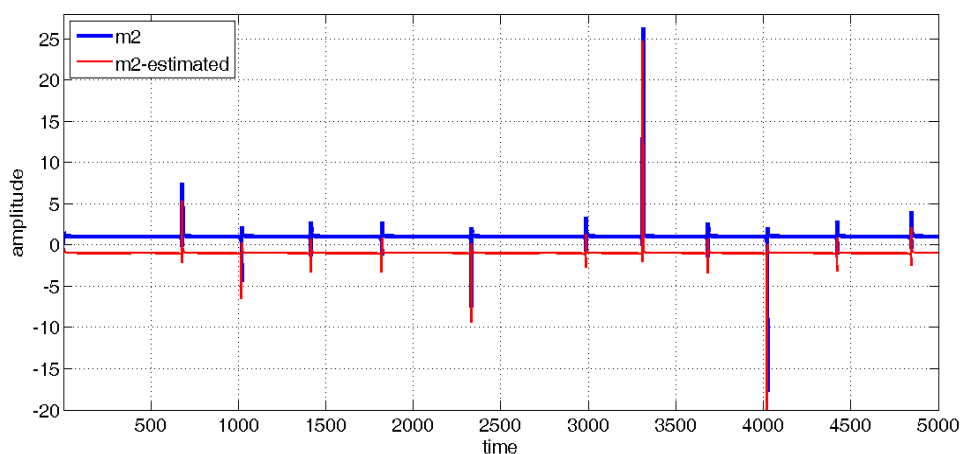


شکل ۱-۴ : جرم m_2

همان‌طور که دیده می‌شود، جرم m_2 دارای ناپیوستگی‌هایی می‌باشد. علاوه بر پیش‌بینی محل این ناپیوستگی‌ها، مقدار دامنه‌ی حد چپ و حد راست آن‌ها را نیز باید بدست آورد. این ناپیوستگی‌ها در شکل ۱-۴ نشان داده شده‌اند. لذا به کمک ۳-۳۴ مقدار جرم m_2 تخمین زده می‌شود.



شکل ۴-۲: جرم m_2



شکل ۴-۳: تخمین جرم m_2

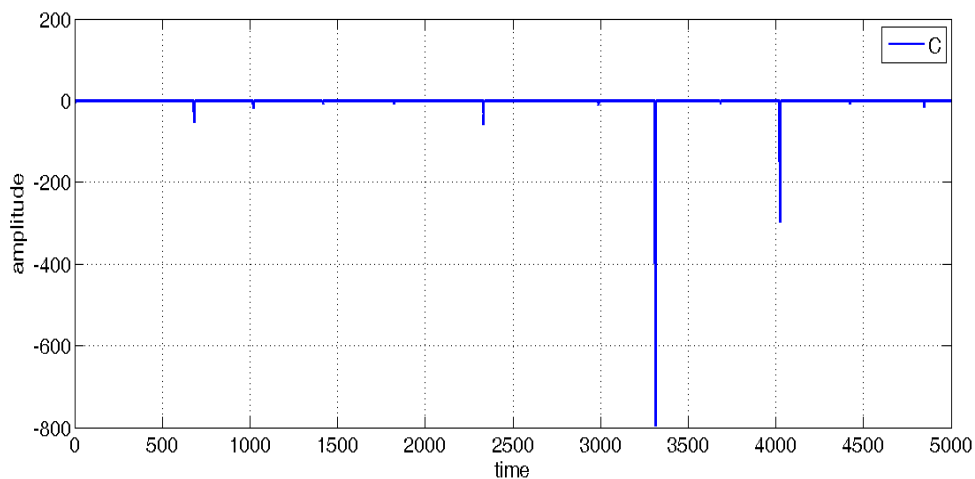
به نظر می‌رسد که با ضرب یک ضریب در $\hat{m}_2$ بتوان کمی تخمین را بهبود بخشید و با همین ضریب

سری زمانی را برای نیمه‌ی دوم بازه‌ی زمانی، پیش‌بینی نمود.

از تقسیم m_2 بر $\hat{m}_2$ مقدار ضرایب تصحیح در هر نقطه مشخص خواهد شد. این ضرایب خود دارای

ناپوستگی هستند که البته باید از مقدار متوسط آن برای تصحیح ضرایب تخمین زده شده جهت

پیش‌بینی استفاده نمود. شکل ۴-۴ این ضرایب را نشان می‌دهد:



شکل ۴-۴: ضرایب تصحیح جهت پیش‌بینی

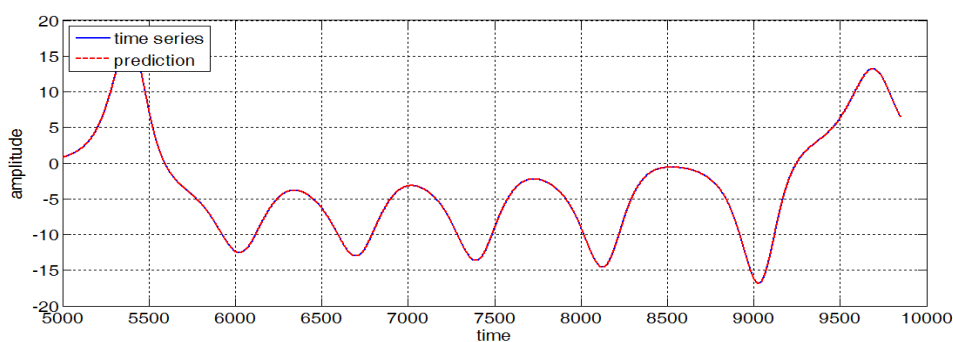
در واقع:

$$C(k) = m_2(k) / \hat{m}_2(k) \quad (۱-۴)$$

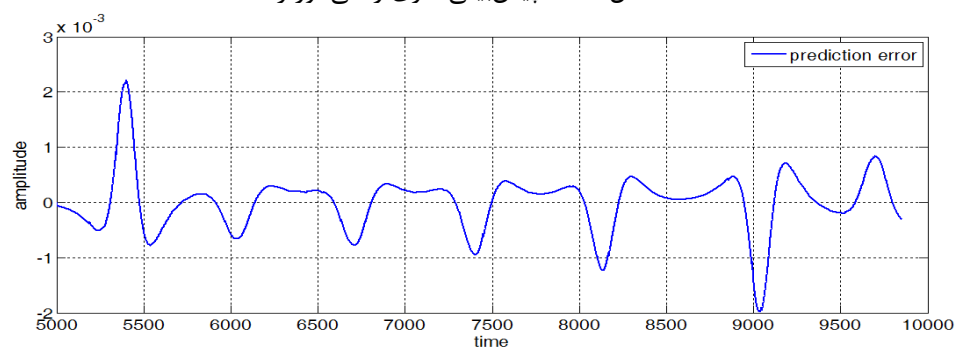
و با متوسط‌گیری بدست می‌آید:

$$C_{av} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N C(k) = -1.2608060 \quad (۲-۴)$$

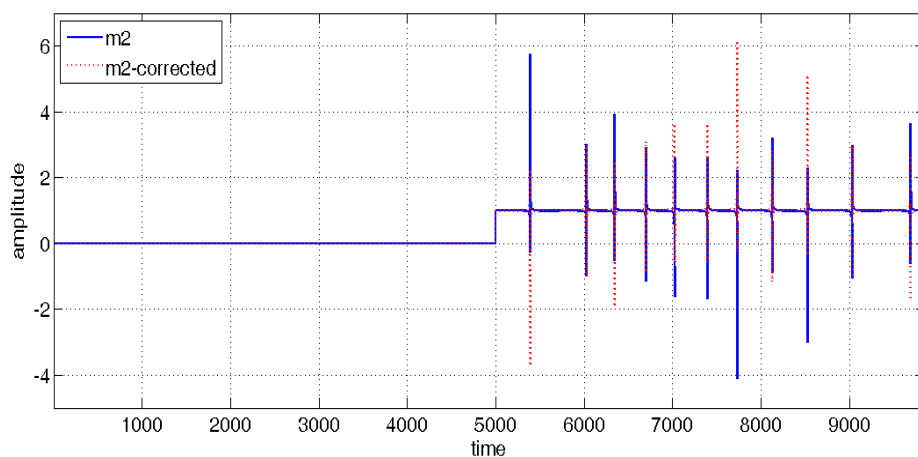
اکنون نیمه‌ی دوم سری زمانی لورنز با همین روال قابل پیش‌بینی است. پیش‌بینی پس از گذشت چند گام با افزایش خطا مواجه خواهد شد.



شکل ۵-۴: پیش‌بینی سری زمانی لورنز



شکل ۶-۴: خطای پیش‌بینی

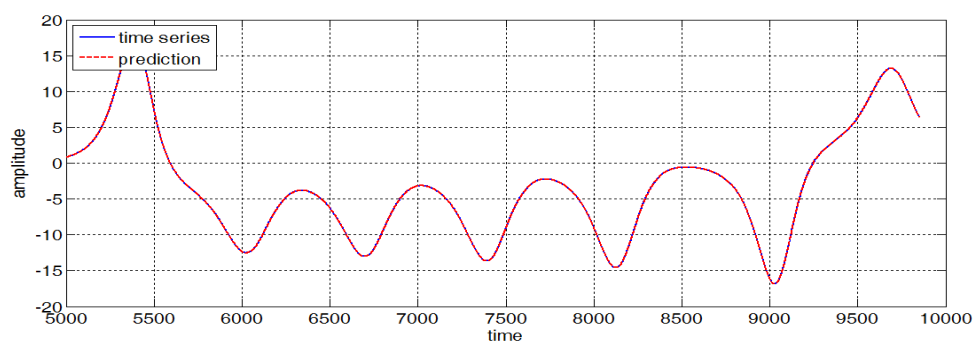


شکل ۷-۴: تصحیح جرم m_2

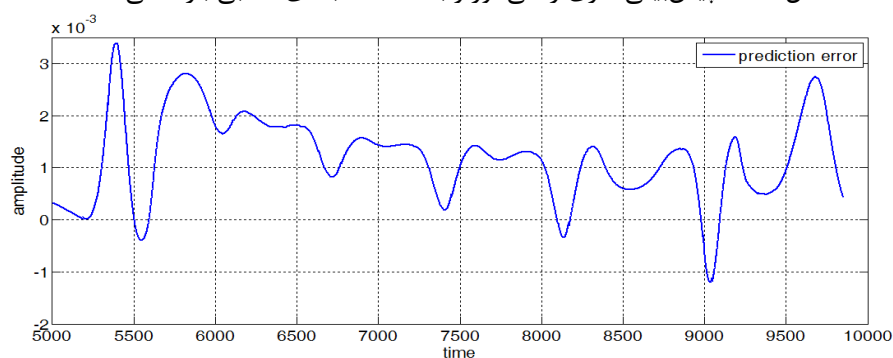
در شکل ۷-۴ آن چه واضح است، تخمین نامناسب در زمان‌هایی است که دامنه نسبتاً زیاد

است. این موضوع عیب جدی روش اول پیشنهادی برای پیش‌بینی سری زمانی می‌باشد.

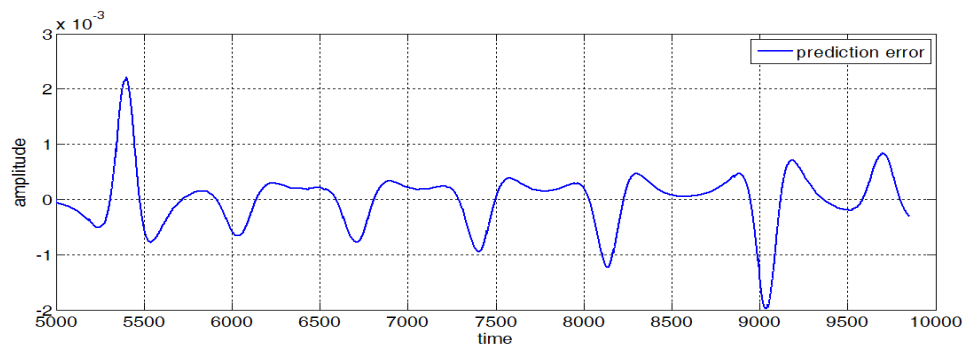
۲-۲-۴ مقایسه با شبکه‌ی عصبی



شکل ۸-۴: پیش‌بینی سری زمانی لورنز به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی



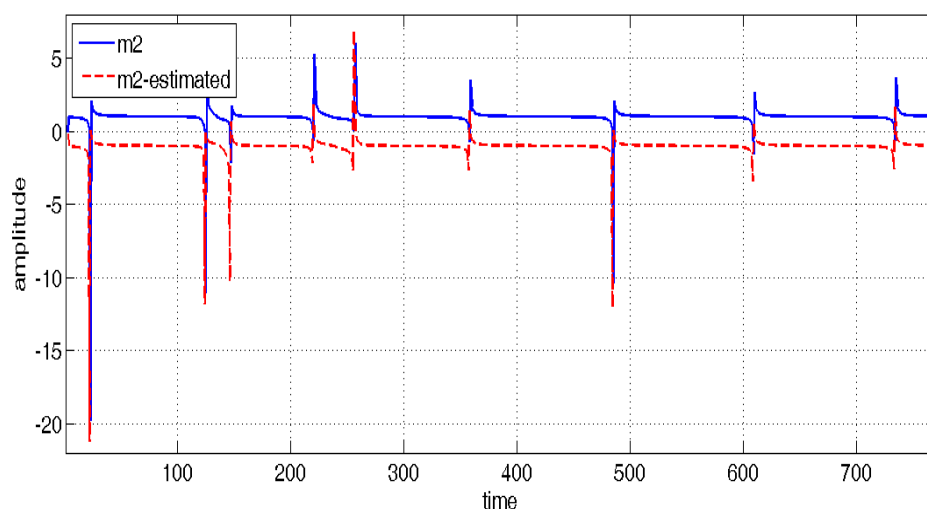
شکل ۹-۴: خطای پیش‌بینی به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی



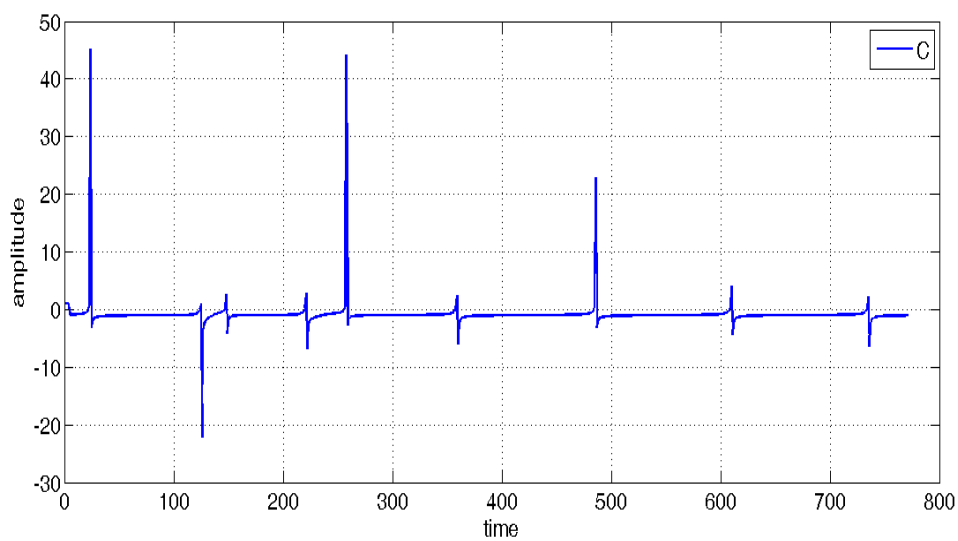
شکل ۴-۱۰: خطای پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم غیر بازگشتی

همان‌طور که مقایسه نشان می‌دهد، خطای پیش‌بینی تفاوت چندانی نسبت به روش پیش‌بینی به کمک شبکه‌ی عصبی ندارد و تنها طراحی سیستم تخمین‌گر در روش معادلات مرکز جرم غیربازگشتی نسبت به طراحی شبکه‌ی عصبی راحت‌تر است. همچنین عیب این روش در تخمین نه-چندان مناسب جرم m_2 است. هنگامی که دامنه‌ی جرم m_2 کم باشد تخمین به خوبی انجام می‌شود اما برای دامنه‌های بزرگ، تخمین با خطای نسبتاً زیادی همراه است. همچنین تخمین جرم m_2 برای برخی از سیستم‌ها همانند سیستم راسلر به کمک روش معادلات مرکز جرم غیربازگشتی، به خوبی انجام نمی‌گیرد و این خود یکی از ضعف‌های این روش است. البته با ارائه‌ی الگوریتم مناسب‌تری برای تخمین جرم m_2 می‌توان به نتایج بهتری رسید.

۴-۲-۳ سری زمانی راسلر

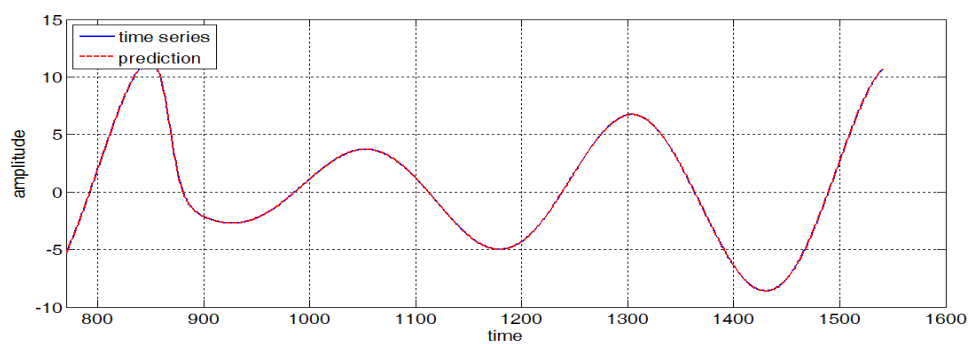


شکل ۴-۱۱: تخمین جرم m_2

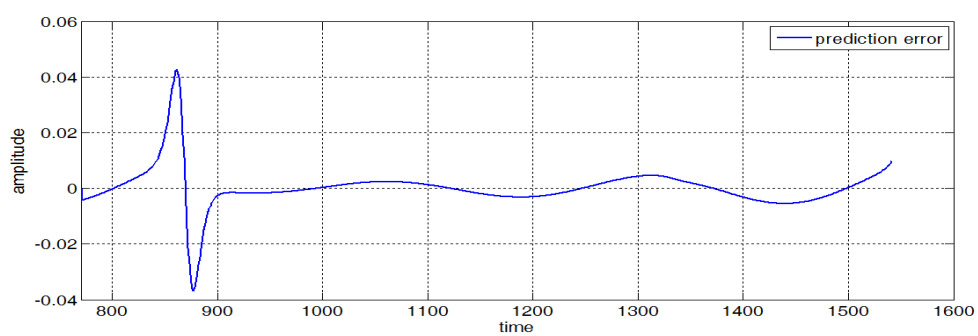


شکل ۴-۱۲: ضرایب تصحیح جهت پیش‌بینی

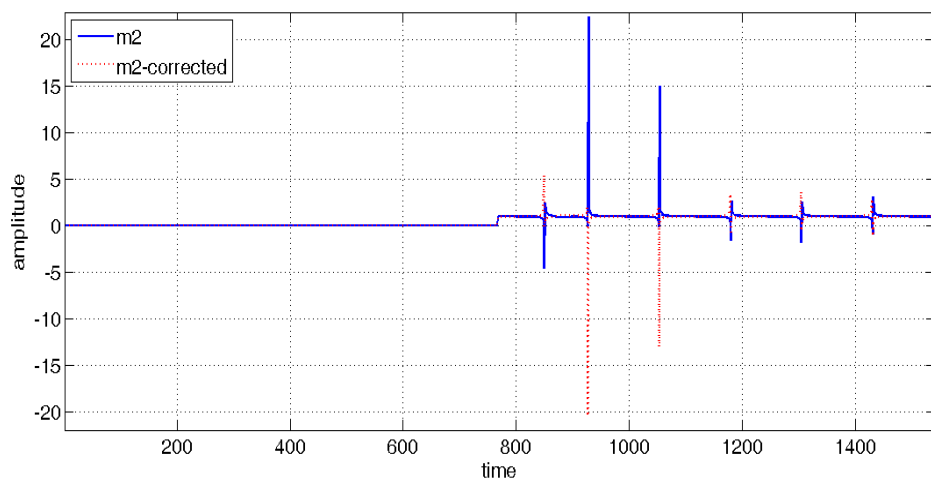
$$C_{av} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N C(k) = -0.87214534 \quad (3-4)$$



شکل ۴-۱۳: پیش‌بینی سری زمانی راسلر

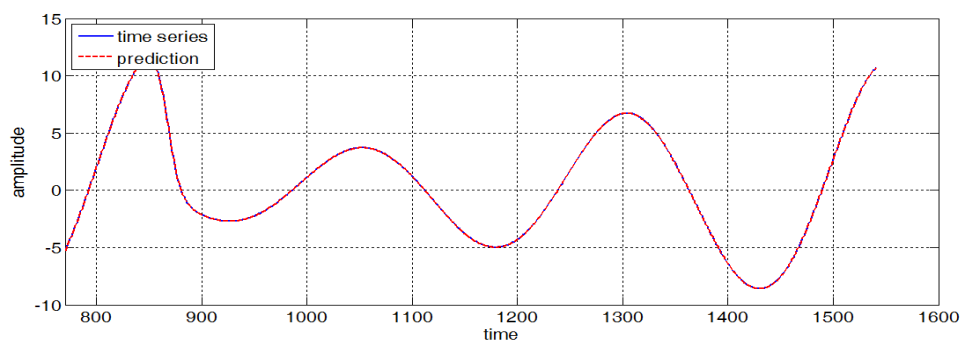


شکل ۴-۱۴: خطای پیش‌بینی

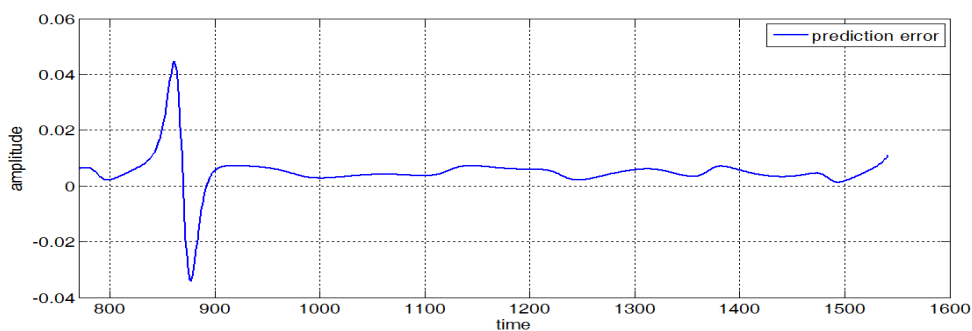


شکل ۴-۱۵: تصحیح جرم m_2

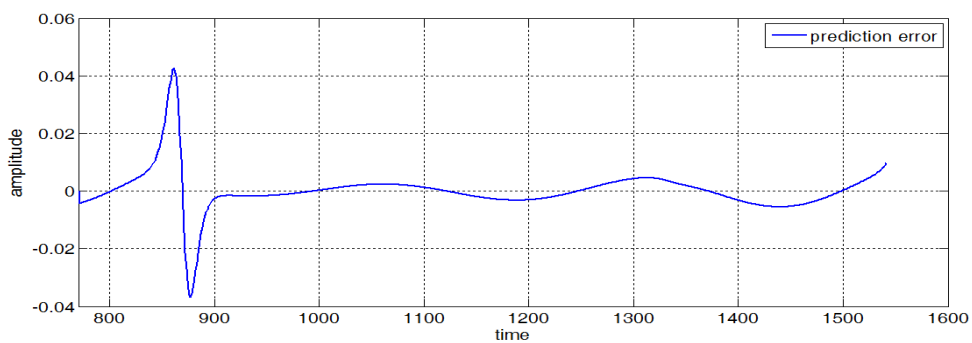
۴-۲-۴ مقایسه با شبکه‌ی عصبی



شکل ۴-۱۶: پیش‌بینی سری زمانی راسلر به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی



شکل ۴-۱۷: خطای پیش‌بینی به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی



شکل ۴-۱۸: خطای پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم غیر بازگشتی

اگر چه روش پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم غیربازگشتی تا حدودی قادر است پیش‌بینی سری زمانی را انجام دهد، اما هدف روشی با خطای کمتر و بدون افزایش میزان خطا برای گام‌های بعدی است.

۳-۴ پیش‌بینی به کمک معادلات مرکز جرم بازگشتی

با فرضیات زیر برای جرم‌ها و توابع پیش‌بینی انجام می‌شود. به غیر از جرم $m_5(i)$ سایر جرم‌ها به هنگام^۱ نمی‌شوند.

$$m_1(i) = m_2(i) = m_3(i) = m_4(i) = 1, m_5(1) = 1 \quad (۴-۴)$$

$$\lambda_3 = 0.1, f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = 0 \quad (۵-۴)$$

$$f_n(\Delta\hat{x}_1(i), \hat{x}_1(i), \hat{x}_2(i), \hat{x}_3(i), i) = \alpha\Delta\hat{x}_1(i) + \hat{x}_2(i)\Delta\hat{x}_1(i)^3 \quad (۶-۴)$$

$$f_a(\Delta\hat{x}_1(i), \hat{x}_1(i), \hat{x}_2(i), \hat{x}_3(i), i) = \beta\Delta\hat{x}_1(i) + \hat{x}_3(i)\Delta\hat{x}_1(i)^3 \quad (۷-۴)$$

انتخاب توابع غیرخطی ۶-۴ و ۷-۴ در امر پیش‌بینی بسیار تأثیر گذار است. به عنوان مثال با انتخاب-های نامناسب، می‌توان نشان داد که پیش‌بینی در برخی نقاط واگرا خواهد شد. اما در صورتی که این توابع غیرخطی شامل جمله‌ی $\Delta\hat{x}_1(i)$ باشند، مشکل واگرایی حل خواهد شد. یک انتخاب ساده به صورت زیر است:

$$f_n(\Delta\hat{x}_1(i), \hat{x}_1(i), \hat{x}_2(i), \hat{x}_3(i), i) = \Delta\hat{x}_1(i) \quad (۸-۴)$$

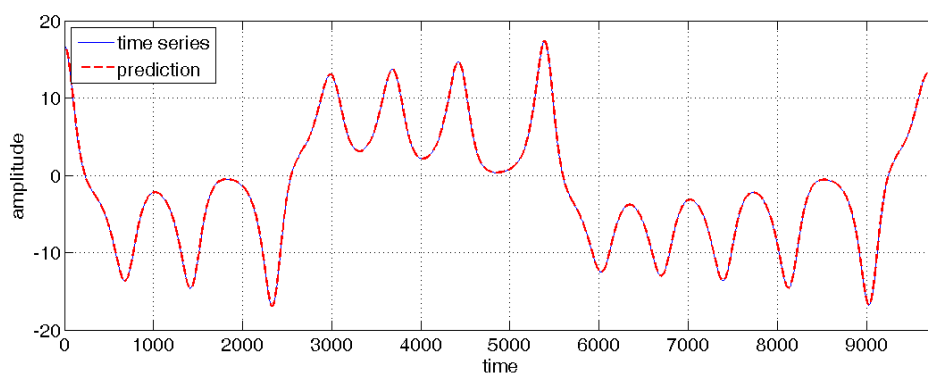
$$f_a(\Delta\hat{x}_1(i), \hat{x}_1(i), \hat{x}_2(i), \hat{x}_3(i), i) = \Delta\hat{x}_1(i) \quad (۹-۴)$$

مقادیر α و β برابر واحد انتخاب شده‌اند که در شبیه‌سازی نتیجه‌ی مناسب‌تری خواهد داشت. در این-جا باید متذکر شد که اگر چه در انتهای فصل سوم، طراحی کنترل کننده جهت همگرایی با معادلات ۵۸-۳ و ۵۹-۳ صورت گرفت، با این حال نتایج پیش‌بینی با معادلات ۶-۴ و ۷-۴ تفاوت چندانی با نتایج حاصل از پیش‌بینی طراحی فصل سوم نخواهد داشت. زیرا در معادلات ۶-۴ و ۷-۴ عبارت $\Delta\hat{x}_1(i)^3$ در صورت اثبات همگرایی، خیلی سریع‌تر از عبارت $\Delta\hat{x}_1(i)$ به صفر میل می‌کند و تأثیر بسیار ناچیزی در فرآیند طراحی دارد.

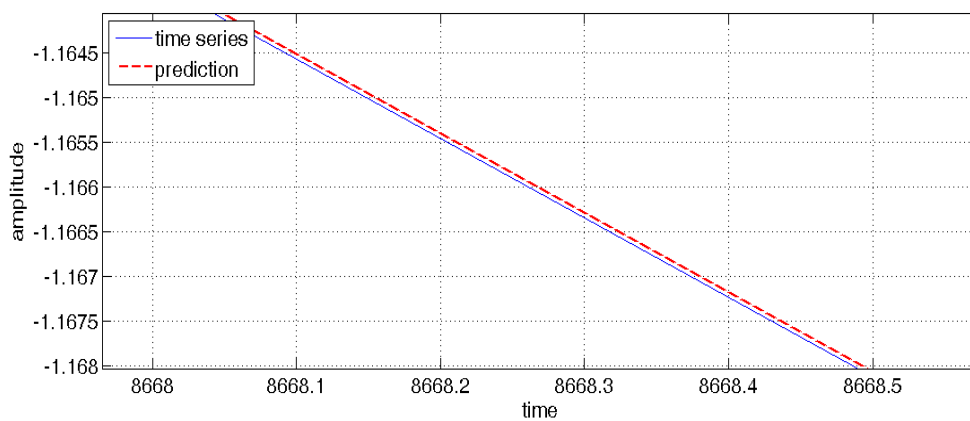
^۱Update

۴-۳-۱ سری زمانی لورنز

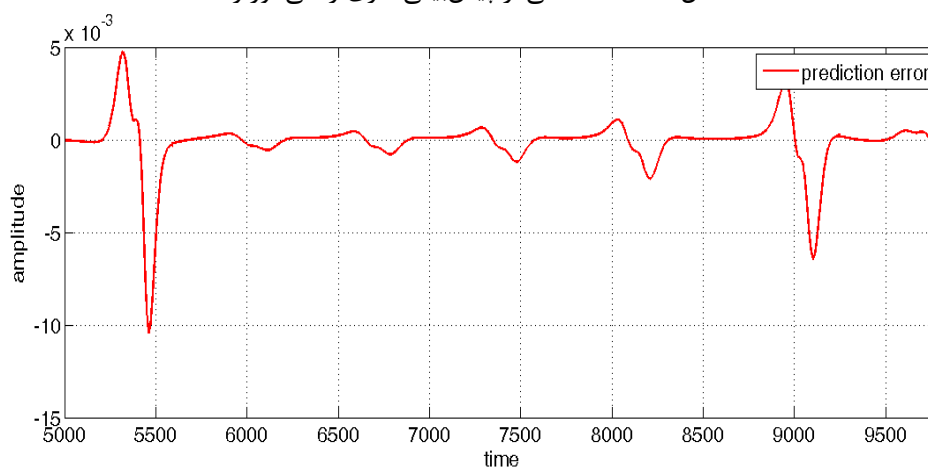
پیش‌بینی از نقطه‌ی ۵۰۰۰ تا نقطه‌ی ۹۸۵۰ :



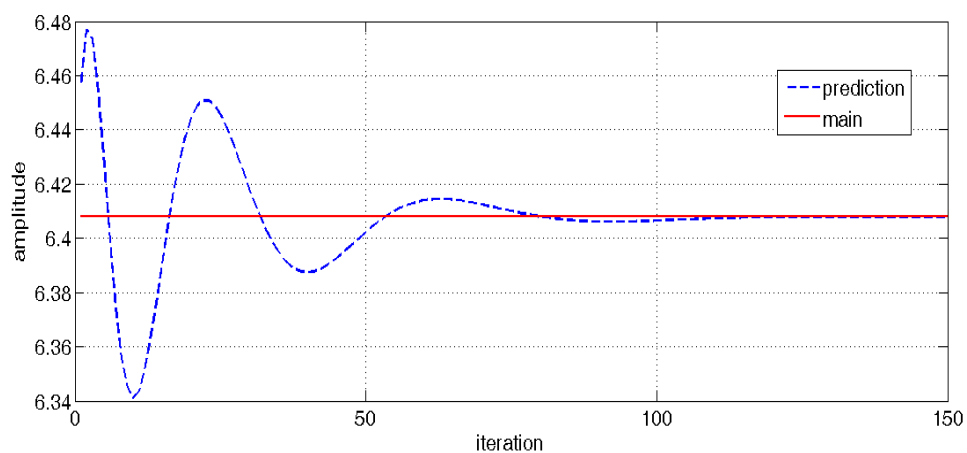
شکل ۴-۱۹ : پیش‌بینی سری زمانی لورنز



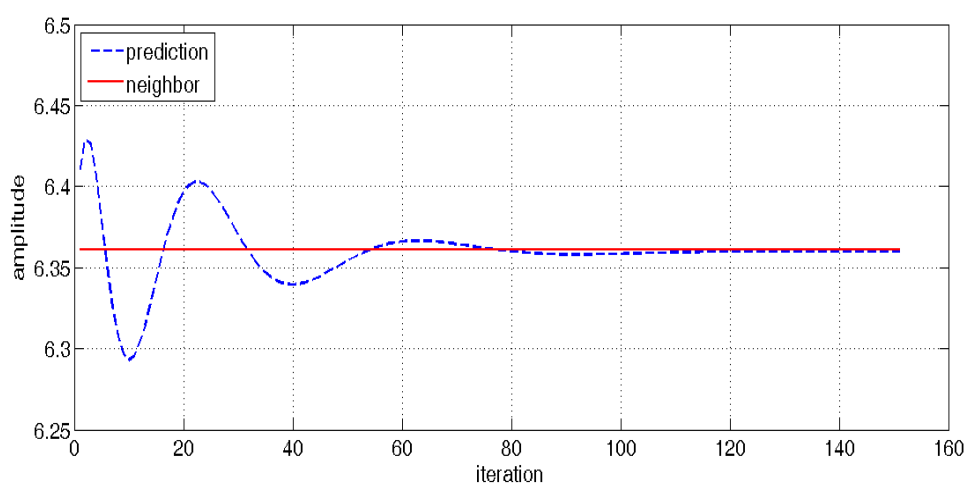
شکل ۴-۲۰ : قسمتی از پیش‌بینی سری زمانی لورنز



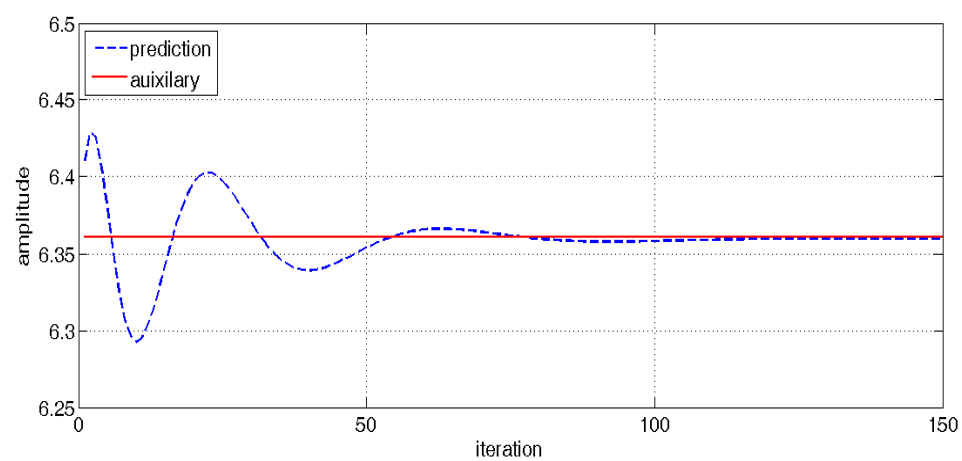
شکل ۴-۲۱ : خطای پیش‌بینی سری زمانی لورنز



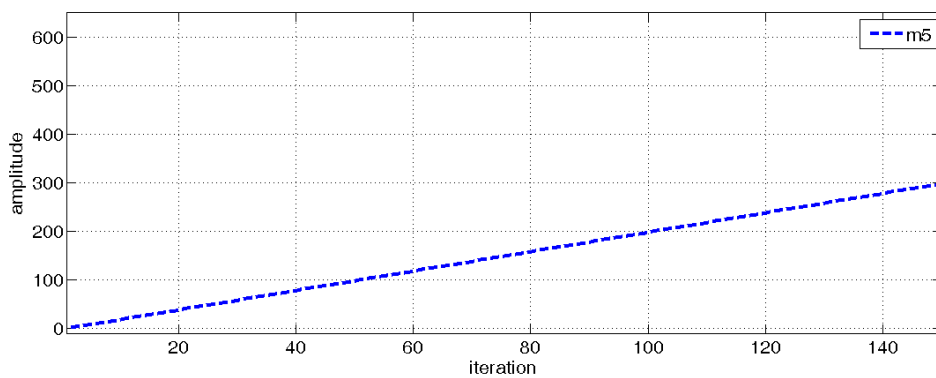
شکل ۲۲-۴: پیش‌بینی یک نقطه‌ی سری زمانی لورنز - مسیر اصلی



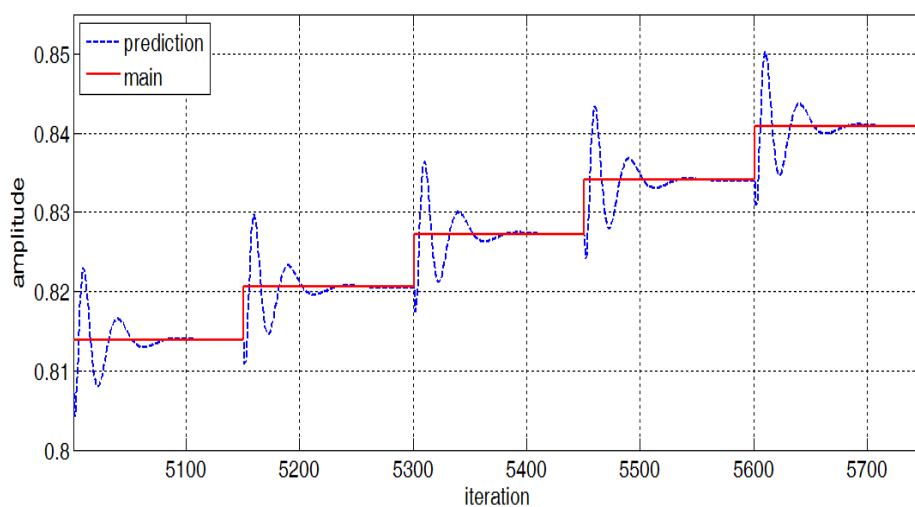
شکل ۲۳-۴: ردیابی یک نقطه‌ی سری زمانی لورنز - مسیر همسایه



شکل ۲۴-۴: پیش‌بینی یک نقطه‌ی سری زمانی لورنز - مسیر کمکی



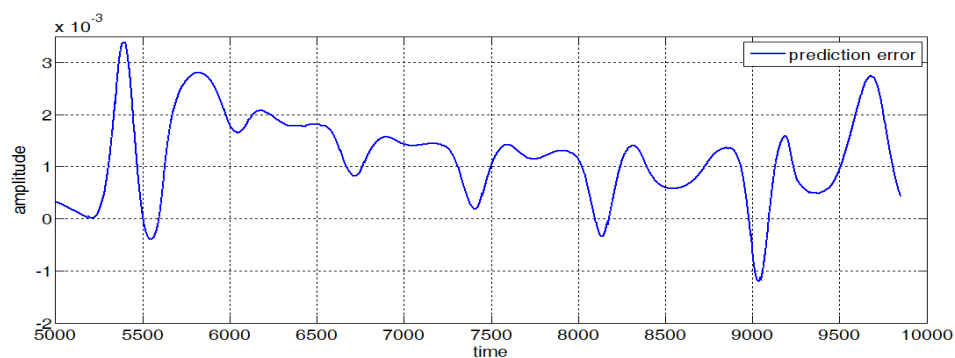
شکل ۴-۲۵: تغییرات جرم $m_5(i)$



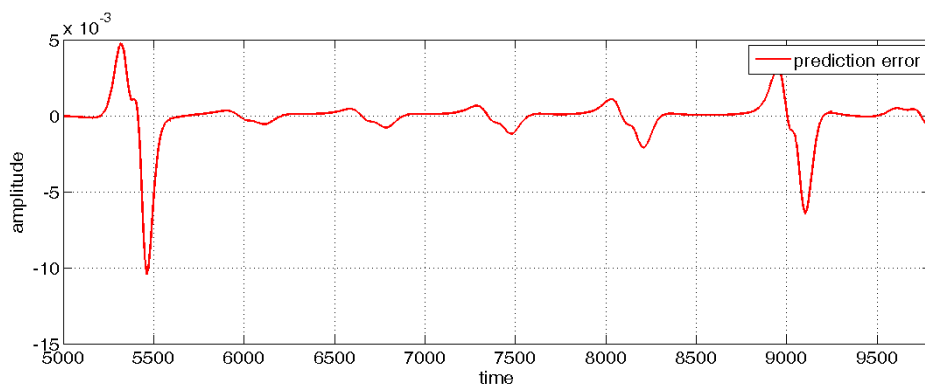
شکل ۴-۲۶: پیش‌بینی در بازه‌هایی با ۱۵۰ تکرار

همان‌طور که در شکل ۴-۲۶ مشاهده می‌شود، پیش‌بینی هر نقطه از سری زمانی با شروع از مقدار نقطه‌ی ماقبل سری آغاز شده و پس از چند تکرار به سمت مقدار نقطه‌ی بعد سری زمانی میل می‌کند.

۴-۳-۲ مقایسه با شبکه‌ی عصبی



شکل ۴-۲۷: خطای پیش‌بینی به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی

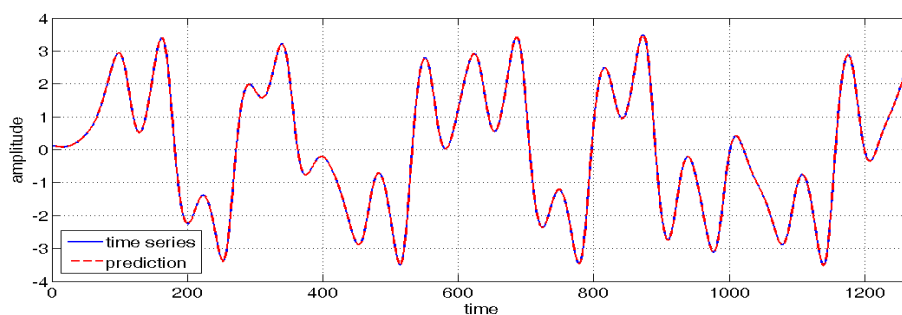


شکل ۲۸-۴: خطای پیش‌بینی سری زمانی لورنز

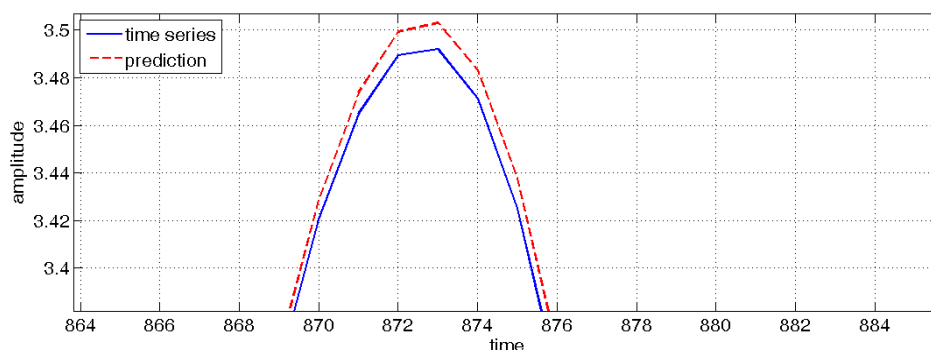
خطای پیش‌بینی با روش پیشنهادی در بسیاری از نقاط بهتر از روش پیش‌بینی با شبکه‌ی عصبی است. همچنین پیش‌بینی بر مبنای یک سیستم و طراحی آن صورت می‌گیرد که قابلیت‌های بیشتری از جمله سرعت پردازش و قابلیت کاهش خطا با تغییرات ساده در ساختار سیستم، همراه است.

۳-۳-۴ سری زمانی آرئودو

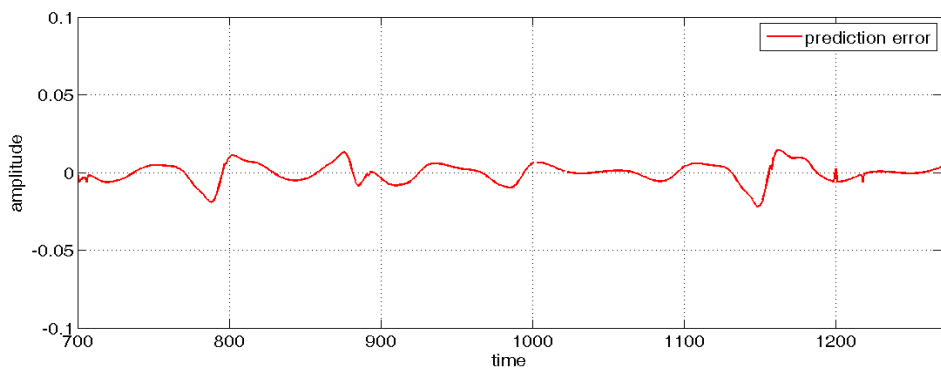
پیش‌بینی از نقطه‌ی ۷۰۰ تا نقطه‌ی ۱۲۷۰:



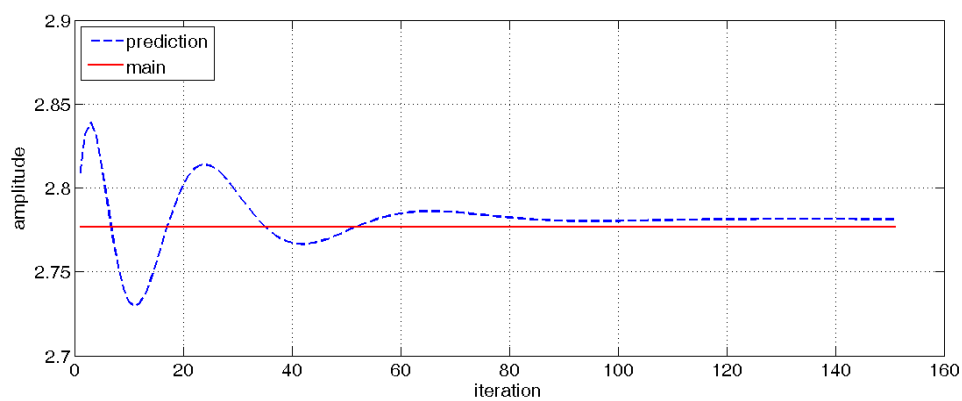
شکل ۲۹-۴: پیش‌بینی سری زمانی آرئودو



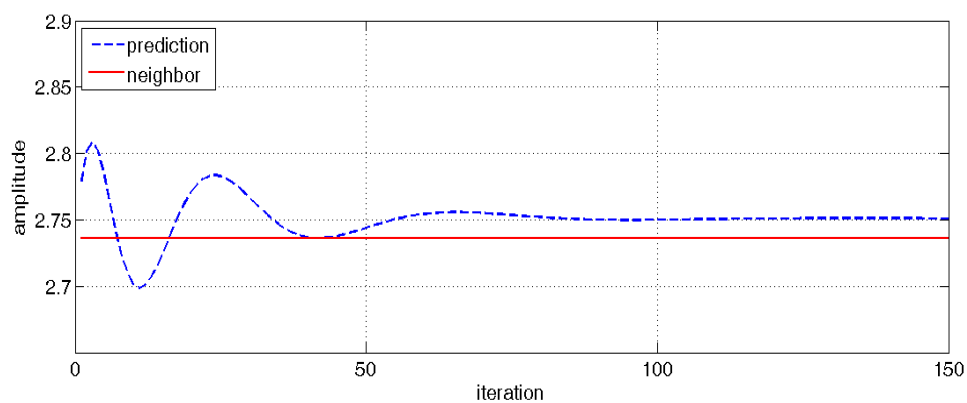
شکل ۳۰-۴: قسمتی از پیش‌بینی سری زمانی آرئودو



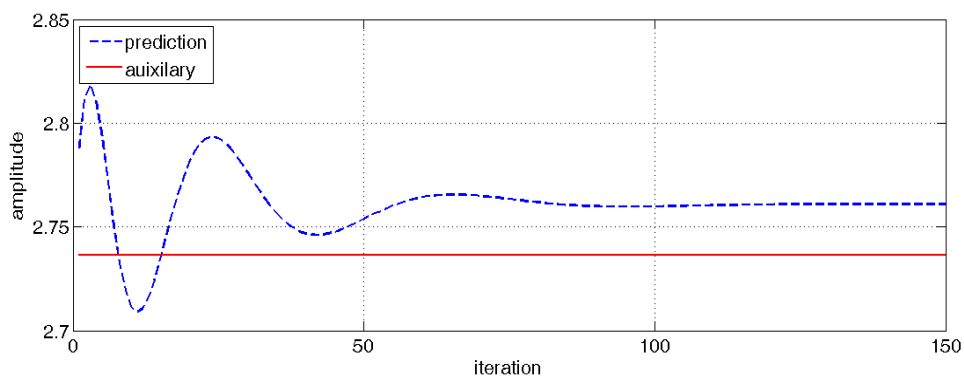
شکل ۴-۳۱: خطای پیش‌بینی سری زمانی آرئودو



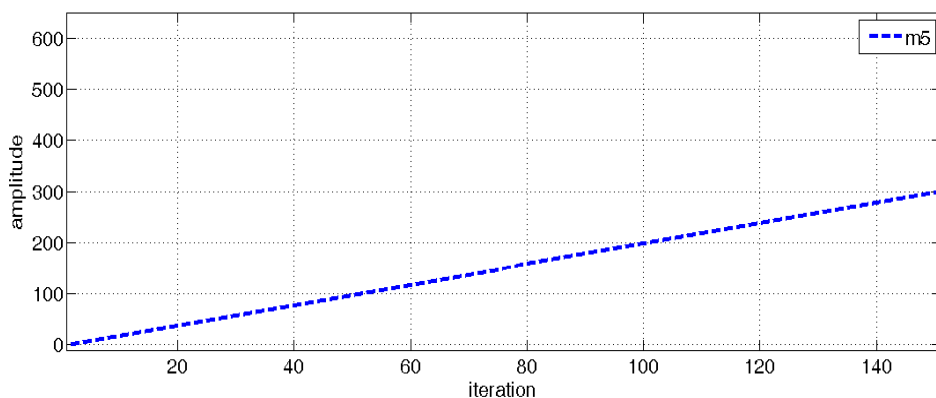
شکل ۴-۳۲: پیش‌بینی یک نقطه‌ای سری زمانی آرئودو - مسیر اصلی



شکل ۴-۳۳: ردیابی یک نقطه‌ای سری زمانی آرئودو - مسیر همسایه



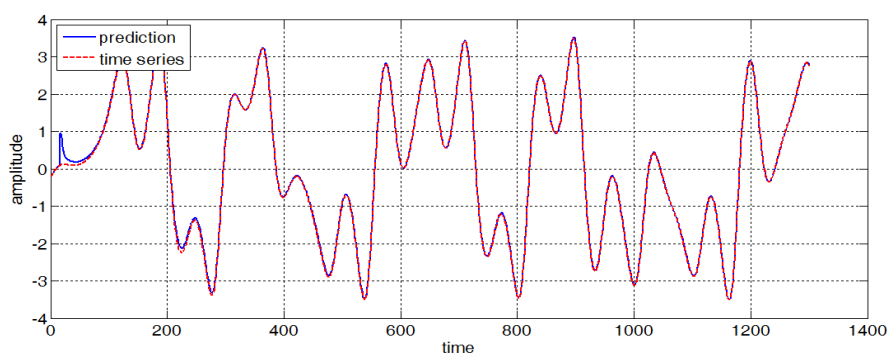
شکل ۴-۳۴: پیش‌بینی یک نقطه‌ای سری زمانی آرئودو - مسیر کمکی



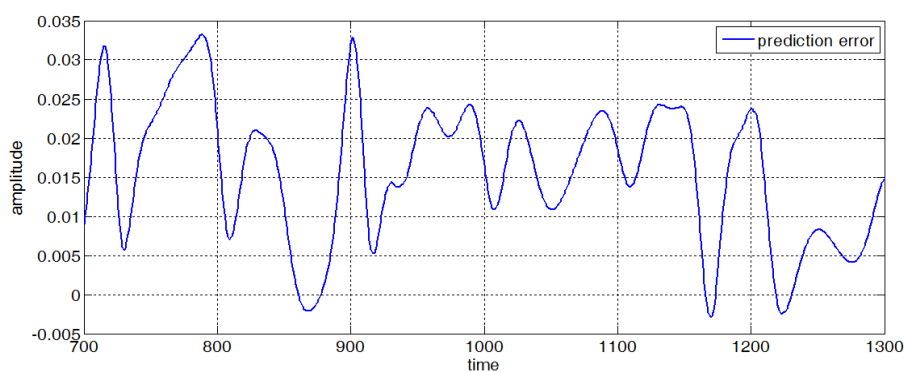
شکل ۴-۳۵: تغییرات جرم $m_5(i)$

در پیش‌بینی سری زمانی آرنفودو، خطای بیشتری دیده می‌شود. به این ترتیب می‌توان چنین نتیجه گرفت که برای پیش‌بینی هر نوع سری زمانی آشوبی، باید طراحی به شکل مناسب صورت بگیرد.

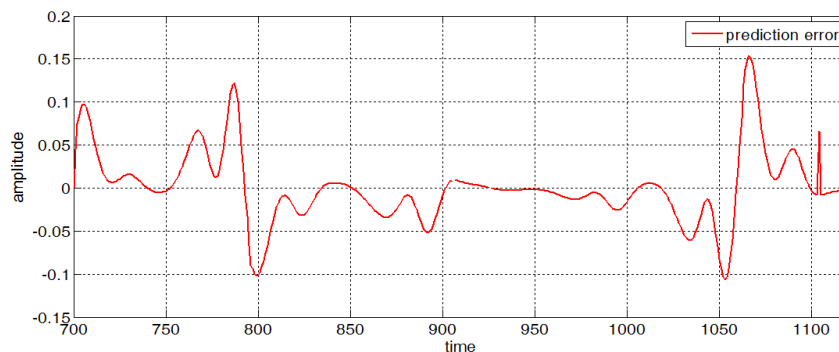
۴-۳-۴ مقایسه با شبکه‌ی عصبی



شکل ۴-۳۶: پیش‌بینی سری زمانی آرنفودو به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی



شکل ۴-۳۷: خطای پیش‌بینی سری زمانی آرنفودو به کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی



شکل ۴-۳۸: خطای پیش‌بینی سری زمانی آرئودو

همان‌طور که دیده می‌شود، با همان انتخاب توابع ۴-۶ و ۴-۷، ردیابی مسیر همسایه با خطا صورت می‌گیرد.

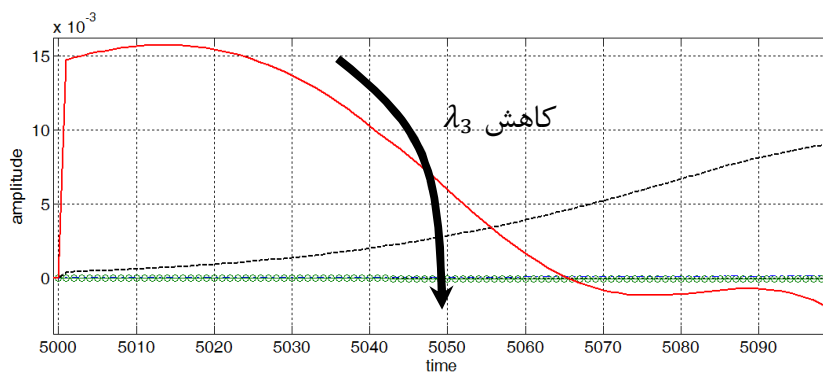
همچنین خطای پیش‌بینی چندان مناسب نیست. لذا سه کار می‌توان انجام داد.

- باید ضرایب α و β مناسب‌تری را انتخاب نمود.
 - قانون کنترل را تغییر داد.
 - توابع غیر خطی مناسب‌تری برای متغیرهای حالت دوم و سوم انتخاب کرد.
- با تغییر هر کدام از موارد فوق، می‌توان به خطاهای بهتری دست یافت.

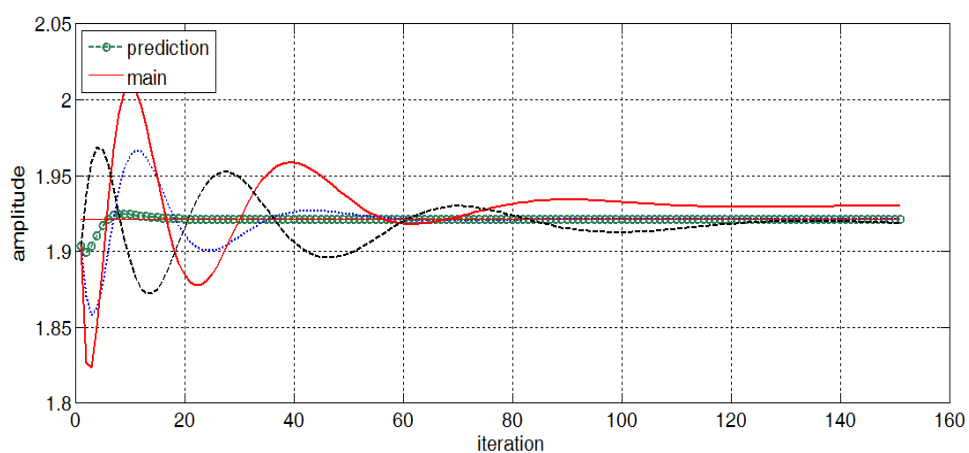
۴-۴ آنالیز حساسیت

هدف این است که با تغییر مقدار ویژه‌ی سوم سیستم تخمین‌گر یعنی λ_3 پاسخ‌های سیستم تخمین‌گر مورد ارزیابی قرار گیرد. در این جا با تغییر λ_3 دقت پیش‌بینی کوتاه مدت و همچنین سرعت همگرایی ممکن است تغییر کند.

مقایسه‌ی پاسخ‌های سیستم تخمین‌گر، هنگامی که مقدار λ_3 دارای تغییرات در بازه‌ی -1 تا $+1$ است، حساسیت سیستم و چگونگی همگرایی پاسخ‌ها را نشان خواهد داد. حساسیت مربوط به تغییرات λ_3 بر روی سیستم لورنز انجام شده است که در شکل ۴-۳۹ خطای پیش‌بینی سری زمانی لورنز، وقتی مقادیر λ_3 متفاوت می‌باشد، نشان داده شده است.



شکل ۳۹-۴ : خطای پیش‌بینی سری زمانی لورنز به ازای تغییرات λ_3



شکل ۴۰-۴ : پیش‌بینی مسیر اصلی در یک نقطه به ازای تغییرات λ_3

همان‌طور که مشاهده می‌شود، به ازای کاهش λ_3 دقت پیش‌بینی بیشتر و سرعت همگرایی افزایش می‌یابد.

فصل پنجم

نتیجه گیری و پیشنهادات

۵-۱ نتیجه‌گیری

در فصل سوم، دو روش بر پایه‌ی معادلات مرکز جرم غیر بازگشتی و بازگشتی ارائه شد. روش نخست وابسته به چگونگی تخمین جرم متناظر با ذره روی مسیر کمکی است. برای این کار از اطلاعات مسیر همسایه استفاده می‌شود. با این حال برای برخی از سری‌های زمانی آشوبی به‌عنوان مثال راسلر، روش چندان مناسبی برای پیش‌بینی به شمار نمی‌رود. زیرا علاوه بر وجود خطا در تخمین جرم متناظر با ذره روی مسیر کمکی، با معضل افزایش نرخ خطا روبروست. اما حداقل می‌توان گفت که روشی به مراتب ساده‌تر از پیش‌بینی به کمک شبکه‌های عصبی است.

در روش دوم، معضل افزایش نرخ خطای پیش‌بینی، با ردیابی مسیر همسایه قابل حل است. ضمن این‌که در روش دوم خطا کنترل شده و هر کجا در حال افزایش باشد، سیستم در جهت کاهش آن عمل می‌کند که مستقیماً از ردیابی مسیر همسایه حاصل می‌شود. ساختار معادلات به گونه‌ای است، که تغییرات در مسیر همسایه، مستقیماً به مسیرهای اصلی و کمکی، انتقال داده می‌شود. به نوعی نقاط روی مسیرهای اصلی و کمکی، شدیداً به مسیر همسایه وابسته اند. همچنین در اطراف مسیر اصلی، یک باند مشخص شامل مسیر همسایه و مسیر کمکی تشکیل شده که قادر است پیش‌بینی‌ها را در محدوده‌ی خاصی انجام دهد.

۵-۲ پیشنهادات

پیشنهادهای زیر با توجه به نتایج حاصل شده، ارائه می‌گردد.

- در روش اول، جرم متناظر با ذره روی مسیر کمکی را می‌توان طوری انتخاب نمود، که گستره‌ی پیش‌بینی نزدیک‌ترین همسایه‌ی کاذب که توسط نمایی لیاپانوفی، محدود می‌شود را کمی گسترش دهد. به این ترتیب پیش‌بینی برای نقاط بیشتری صورت خواهد گرفت.
- در روش دوم، می‌توان با استفاده از روش بهینه‌سازی انبوه ذرات، مقدار متغیرهای موجود در توابع مربوط به مسیر همسایه و مسیر کمکی و نیز جرم‌ها و قانون کنترل را

به شکلی تعیین نمود، که ردیابی مسیرهمسایه با دقت بالاتری انجام شود. این موضوع به افزایش دقت پیش‌بینی می‌انجامد.

- با انتخاب مناسب توابع مربوط به مسیرهمسایه و مسیرکمکی، می‌توان به نتایج با دقت بیشتر رسید. اما باید در نظر داشت که هر نوع تغییر در این توابع، کارایی قانون کنترل را تحت الشعاع خود قرار می‌دهد.

و من ا... التوفیق

- [1] K. Wang, Y. Z. X. Sun and T. Weng, "A Simple Way of Distinguishing Chaotic Characteristics in ECG," *3rd Int Conf. on Biomedical Engineering and Informatics BMEI.*, 2010, pp. 713-716
- [2] Q. Meiying, M. Xiaoping and T.Hui, "Chaotic Time Series Prediction Based on Phase Space Reconstruction and LSSVR Model," *Proc. of the 30th Chinese Control Conference*, July 2011, Yantai, China, pp. 3243-3247
- [3] H. Liu, D. Huang and Y. Wang, "Chaotic Dynamics Analysis and Forecast of Stock Time Series," *Int. Symposium on Computer Science and Society*, 2011, pp. 75-78
- [4] Z. Xie and K. Wang, "Selection of Embedding Parameters in Phase Space Reconstruction," *IEEE Second Int. Conf. on Intelligent Computation Technology and Automation*, 2009, pp. 637-640
- [5] C. T. Zhang, J. Guo, Q.L. Ma, H. Peng and X. D. Zhang, "Phase Space Reconstruction and Prediction of Multivariate Chaotic Time Series," *Proc. of the 9th Int. Conf. on Machine Learning and Cybernetics.*, Qingdao, 11-14 July 2010, pp. 2428-2433
- [6] I. M. Carrion, E. A. Antunez, M. M. A. Castillo and J. J. M. Canals, "A prediction method for nonlinear time series analysis by combining the false nearest neighbors and subspace identification methods," *Int. J. of App. Mathematics and Informatics.*, Issue 3, Volume 5, 2011, pp. 258-265
- [7] F.Mitschke, M.Moller and W.Lange, "Measuring filtered chaotic signals," *J. Physical Review*, 1988, Nr. 11, S. 4518–4521. – ISSN 1094–1622
- [8] J.Li and X.Ning, "Classification of Physiologic and Synthetic Heart Rate Variability Series Using Base-Scale Entropy," *J.Physica A.*, March 2007, pp.423-428
- [9] G.L. Baker and J.P Gollub, *Chaotic Dynamics, an Introduction Second Edition*. Cambridge University Press, 1998.
- [10] R.C.Hilborn, *Chaos and Nonlinear Dynamics An Introduction to Scientists and Engineers Second Edition*. Oxford
- [11] K.T.Alligood, et al., *An Introduction to Dynamical Systems*. Springer 2000
- [12] J.M.T.Thompson, H.B. Stewart., *Nonlinear Dynamics and Chaos*.Wiley 2002
- [13] J.Whitman., *Chaos Theory HarperEntertainment* 2007
- [14] J.Hogan, et al., *Nonlinear Dynamics and Chaos*. Where Do We Go From Here-Taylor & Francis (2002)
- [15] A.Bernd., *Chaos Theory and Market Behavior Technical Analysis of Stocks and Commodities* 1989
- [16] A. Pisano, "Second Order Sliding Modes: Theory and Applications," PHD Thesis, Dipartimento di Ingegneria Elettrica ed Elettronica (DIEE), Universit'a degli Studi di Cagliari, 2000.
- [17] C.W. Horton, *Long-time prediction in dynamics*. John Wiley & Sons Inc 1983

- [18] V.G.Ivancevic and T.T.Ivancevic, *High-dimensional chaotic and attractor systems*. Springer 2007
- [19] H.David *Choas and Nonlinear Dynamics*. Application to Financial Markets. Journal of Fiance, 46, 1839-1877. 1991
- [20] H.Kantz and T.Schreiber, *Nonlinear Time Series*. Cambridge University Press 2003
- [21] C.H.Skiadas and C. Skiadas. *Chaotic Modelling And Simulation Analysis Of Chaotic Models, Attractors And Forms*. Crc Press 2009
- [22] Brock and W.A.Deichert. "*A Test for Independence Based on the Correlation Dimension*". *University of Wisconsin-Madison*", Department of Economics, SSRI, No. 8702. 1987
- [23] C.Nicolis and G.Nicolis). *Finite time behavior of small errors in deterministic chaos and Lyapunov exponents*. Int. J. of Bifurcation and Chaos 3(5),1339–1342. 1993
- [24] C.Nicolis and G.Nicolis. *Dynamics for error growth in unstable systems*. Phys. Rev. A 43, 5720–5723. 1991
- [25] A.C.J.Luo and N.H.Ibragimov. *Fractional Order Nonlinear Systems Modeling, Analysis and Simulation*. Springer 2011
- [26] B.Schelter and M.Winterhalder. *Handbook of Time Series Analysis*. Wiley-VCH 2000
- [27] K.S.Narendra and K.Parthasarathy. *Identification an control of dynamical systems using neural networks*, IEEE transactions on neural networks 1990
- [28] Q.Zhang and A.Benveniste, *Wavelet Networks*, IEEE Transactions on Neural Networks 3 1992
- [29] T.M.Cover, *Geometric and Statistical Properties of Systems of Linear Inequalities with Applications in Pattern Recognition*, IEEE Transactions on Electronic Compututers 1965
- [30] S.Haykin, *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, 2nd ed., Prentice Hall, 1999
- [31] D.L.Donoho and I.M.Johnstone, *Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage*, *Biometrika* 1994
- [32] H.L.Resnikoff and R.W.Wells, *Wavelet Analysis: The Scalable Structure of Information*, Springer, 1998
- [33] D.W.Patterson, *Artificial Neural Networks: Theory and Applications*, Prentice Hall, 1996

Abstract:

In this dissertation we will study the chaotic time series prediction using phase space reconstruction. The proposed methods for chaotic time series prediction are as follows. We will determine the nearest neighbor point and trajectory after the phase space reconstruction. Then the auxiliary trajectories are determined using linear transformations. The prediction is based on equations called the center of gravity equations. We will use these equations as a model for estimation. The estimation process is performed by the hypothetical movement of particles in neighbor and auxiliary trajectories in accordance with recursive center of gravity equations. The goal is to track the neighbor trajectory so that main trajectory will be predicted simultaneously.

Keywords: Chaotic Time Series, Phase Space Reconstruction, Nearest Neighbor, Recursive Center of Gravity Equations



Shahrood University of Technology

Faculty of Electrical & Robotic Engineering

**Chaotic Time Series Prediction by Phase Space Reconstruction
Using Frequency Features**

Eng. Amin Zarei

Supervisors:

Dr. Hossein Gholizadeh Narm

2014 February