





دانشکده برق و رایانیک

گروه کنترل

پایان نامه کارشناسی ارشد

پایدارسازی سیستم های فازی تکاکی- سونوباستفاده از

کنترلر ضربه ای فازی غیرخطی

محسن مهدیان

استاد راهنما

دکتر محمد حداد طریف

شهریور ۱۳۹۱

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده :

گروه :

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای / خانم

تحت عنوان:

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد
مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :

تقدیم بہ

ساحت مقدس حضرت ولی عصر (عج)

وہ

پرومادر مہربانم؛

شکرشایان نثاریندومان

که توفیق را رفیق را هم ساخت و سلام و دور در محمد و خاندان پاک او، طاهران معصوم، هم آنان که وجودمان و امدار

وجودشان است؛

نگارنده بر خود می داند که بر حسب وظیفه و از باب "من لم یسکر المخلوق لم یسکر الخالق" از زحمات بی دریغ، تلاش های

بی وقفه و راهنمایی های ارزشمند استاد کرامی جناب آقای دکتر محمد حداد ظریف که زحمت راهنمایی این رساله را بر عهده

گرفتند و همچنین دوست گران قدر جناب آقای دکتر ایمان زمانی که با حسن خلق و فروتنی، از هیچ گلی در این عرصه دریغ

ننمودند؛ شکر و قدردانی نماید.

و شکر فراوان از آقایان دکتر فتح و دکتر اکبر زاده که منت گذاشته، داوری این پایان نامه را قبول زحمت فرمودند.

در ادامه خدای را بسی شاکرم که از روی کرم پدر و مادری فداکار نصیبم ساخت تا در سایه درخت پر بار وجودشان

بیایم و از ریشه آنها شاخ و برگ گیرم و در سایه وجودشان در راه کسب علم و دانش تلاش نمایم. والدینی که بودند نشان تاج

افتخاری است بر سرم و نشان دلیلی است بر بودنم چرا که این دو وجود پس از پروردگار مایه هستی ام بوده اند، دسم را

گرفتند و به من راه رفتن را در این وادی زندگی پر از فراز و نشیب آموختند.

تعهد نامه

اینجانب دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته دانشکده مهندسی برق و رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه با عنوان :

.....
تحت راهنمایی آقای دکتر متعهد می شوم :

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آنها) استفاده شده است ضو: و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ: ۱۳۹۱/۶/۲۴

امضاء دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

* متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه های تکثیر شده پایان نامه وجود داشته باشد .

چکیده:

تحلیل پایداری و همچنین پایدارسازی سیستم‌های فازی را می‌توان یکی از پرکارترین موضوعات در زمینه سیستم‌های فازی T-S دانست. در فصل سوم و چهارم که نتایج کار نگارنده می‌باشد، سعی شده است با استفاده از تلفیق معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای و روابط سیستم‌های فازی T-S مفصلاً به بررسی موضوع پایدارسازی این نوع از سیستم‌های فازی پرداخته شود. به همین منظور در فصل سوم دو روش جهت طراحی یک کنترل کننده ضربه‌ای فازی برای سیستم‌های فازی T-S زمان پیوسته ارائه شده است. در فصل چهارم نیز با استفاده از توابع لیاپانوف یک روش قدرتمند به منظور پایدارسازی سیستم‌های فازی T-S زمان گسسته معرفی می‌شود. در انتهای هر بخش، با به کارگیری مثالی کاربردی، صحت روابط حاصل و همچنین قدرت و دقت روش پیشنهادی به خوبی نشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی: کنترل ضربه‌ای فازی، مدل فازی تاکاگی-سوگنو، سیستم آشوبناک مبتنی بر ممیستور، سیستم صید-صیاد لوتکا-ولترا، سیستم گسسته فازی تاکاگی-سوگنو، پایداری مجانبی، تابع لیاپانوف تکه‌ای فازی.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه:

- 1) PDC-based fuzzy impulsive control of Predator-prey System based on T-S fuzzy model
- 2) Stabilization Analysis for Discrete T-S Fuzzy Impulsive Systems Based on A Piecewise Fuzzy Lyapunov Function Approach
- 3) Hybrid Nonlinear fuzzy impulsive control with application to Memristor-Based Chaotic System(ICEF2012)

فهرست

۱. معرفی سیستم های ضربه ای

- ۱.۱ مقدمه
- ۲
- ۳ ۲.۱ سیستم های ضربه ای پر کاربرد
- ۵ ۱.۲.۱ سیستم اکولوژی
- ۶ ۲.۲.۱ سیستم های اقتصادی
- ۶ ۳.۲.۱ سیستم های آشوب
- ۷ ۴.۲.۱ سیستم های نانو الکترونیک
- ۸ ۵.۲.۱ سیستم های مکانیکی
- ۹ ۳.۱ کار های انجام شده در زمینه سیستم های ضربه ای
- ۱۱ ۴.۱ تعریف سیستماتیک کنترل ضربه ای
- ۱۱ ۱.۴.۱ تعریف کنترل ضربه ای
- ۱۵ ۲.۴.۱ انواع سیستم های کنترل ضربه ای
- ۱۷ ۱.۵ کاربرد تئوری کنترل ضربه ای در نانو الکترونیک
- ۱۷ ۱.۵.۱ مدل های ابزار های الکترونیک ضربه ای
- ۱۸ ۱.۱.۵.۱ ابزار ضربه ای ابتدایی
- ۱۹ ۲.۱.۵.۱ منابع مستقل ضربه ای
- ۲۰ ۳.۱.۵.۱ منابع وابسته ضربه ای

۲. مقدمه ای بر سیستم های کنترل ضربه ای فازی

- ۲۴ ۱.۲ مقدمه ای بر سیستم های فازی
- ۲۸ ۲.۲ انواع سیستم های کنترل فازی
- ۲۸ ۱.۲.۲ سیستم کنترل فازی متعارف
- ۲۹ ۲.۲.۲ سیستم کنترل PID فازی

۳.۲.۲	سیستم کنترل عصبی فازی	۲۹
۴.۲.۲	سیستم کنترل مد لغزشی فازی	۳۰
۵.۲.۲	سیستم کنترل فازی تطبیقی	۳۰
۶.۲.۲	سیستم کنترل فازی مبتنی بر مدل تاکاگی-سوگنو	۳۱
۳.۲	تحلیل پایداری سیستم های فازی	۳۲
۱.۳.۲	تحلیل پایداری مبتنی بر توابع لیپانوف مرتبه دوم مشترک	۳۳
۲.۳.۲	تحلیل پایداری مبتنی بر توابع لیپانوف مرتبه دوم تکه ای	۳۵
۳.۳.۲	تحلیل پایداری مبتنی بر توابع لیپانوف فازی	۳۷
۴.۲	سیستم های ضربه ای فازی	۳۹
۱.۴.۲	تعریف ریاضیات سیستم ضربه ای فازی	۴۱
۱.۱.۴.۲	سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S معمولی	۴۱
۲.۱.۴.۲	سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S مبتنی بر PDC	۴۳

۳. کنترل ضربه ای در سیستم های فازی T-S زمان پیوسته

۱.۳	مقدمه	۴۵
۲.۳	طرح مسئله	۴۶
۳.۳	تحلیل پایداری با استفاده از روش توابع لیپانوف گسترش یافته	۴۷
۱.۳.۳	پیشگفتار	۵۲
۲.۳.۳	روابط مورد نیاز به منظور تحلیل پایداری	۵۲
۳.۳.۳	پایدارسازی سیستم های کنترل ضربه ای فازی T-S به همراه کنترلر فیدبک حالت	۵۴
۱.۳.۳.۳	کنترل ضربه ای فازی غیرخطی به همراه کنترلر فیدبک حالت	۵۴
۲.۳.۳.۳	کنترل ضربه ای فازی خطی به همراه کنترلر فیدبک حالت	۵۹
۴.۳.۳	پایدارسازی سیستم های کنترل ضربه ای فازی T-S در غیاب کنترلر فیدبک حالت	۶۱
۱.۴.۳.۳	کنترل ضربه ای فازی غیرخطی	۶۲
۲.۴.۳.۳	کنترل ضربه ای فازی خطی	۶۳
۴.۳	تحلیل پایداری با استفاده از روابطی موسوم به سیستم مقایسه ای	۶۵
۱.۴.۳	پیشگفتار	۶۵
۲.۴.۳	روابط مورد نیاز به منظور تحلیل پایداری	۶۵
۳.۴.۳	پایدارسازی سیستم های کنترل ضربه ای فازی T-S به همراه کنترلر فیدبک حالت	۶۸

۶۸.....	۱.۳.۴.۳ کنترل ضربه ای فازی غیرخطی به همراه کنترلر فیدبک حالت
۷۴.....	۲.۳.۴.۳ کنترل ضربه ای فازی خطی به همراه کنترلر فیدبک حالت
۷۸.....	۴.۴.۳ پایداری سیستم های کنترل ضربه ای فازی T-S در غیاب کنترلر فیدبک حالت
۷۸.....	۱.۴.۴.۳ کنترل ضربه ای فازی غیرخطی
۸۰.....	۲.۴.۴.۳ کنترل ضربه ای فازی خطی
۸۰.....	۵.۳ نمونه شبیه سازی شده
۸۰.....	۱.۵.۳ سیستم اکولوژی (سیستم صید و صیاد)
۹۱.....	۲.۵.۳ سیستم آشوب (سیستم آشوبناک مبتنی بر ممیستور)

۴. کنترل ضربه ای در سیستم های فازی T-S زمان گسسته

۱۰۲.....	۱.۴ مقدمه
۱۰۵.....	۲.۴ تعاریف مربوط به SFP
۱۰۷.....	۳.۴ خواص سیستم های فازی شامل ورودی های SFP
۱۰۸.....	۴.۴ معرفی مسئله اصلی
۱۱۰.....	۵.۴ پایداری سیستم کنترل ضربه ای فازی گسسته
۱۱۱.....	۱.۵.۴ پایداری به همراه کنترلر فیدبک حالت
۱۱۶.....	۲.۵.۴ پایداری در غیاب کنترلر فیدبک حالت
۱۲۰.....	۶.۴ نمونه شبیه سازی شده
۱۲۰.....	۱.۶.۴ مثال (۱-۴)
۱۲۴.....	۲.۶.۴ مثال (۲-۴)

پیشنهادهات..... ۱۲۹

منابع..... ۱۳۰

فهرست اشکال

شکل ۱.۱	سیستم اکولوژی	۵
شکل ۲.۱	سیستم اقتصادی	۶
شکل ۳.۱	مدار نشان دهنده مدل سیستم چوآ	۷
شکل ۴.۱	شماتیکی از پدیده تونل زنی	۸
شکل ۵.۱	سیستم مکانیکی	۸
شکل ۶.۱	معنای شهودی کنترل ضربه ای	۱۴
شکل ۷.۱	شماتیکی از منابع مستقل جریان و ولتاژ ضربه ای	۲۰
شکل ۸.۱	شماتیکی از منابع وابسته جریان و ولتاژ ضربه ای	۲۲
شکل ۱.۲	ساختار کلی سیستم های کنترل فازی	۲۶
شکل ۲.۲	سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S معمولی	۴۲
شکل ۳.۲	سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S مبتنی بر PDC	۴۴
شکل ۱.۳	نمایی از تقسیم بندی دو عامل بر اساس اثر متقابل بر یکدیگر	۸۱
شکل ۲.۳	پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه (۲-۳))	۸۶
شکل ۳.۳	سیگنال کنترل ضربه ای به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه (۲-۳))	۸۶
شکل ۴.۳	پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.01$ (قضیه (۲-۳))	۸۷
شکل ۵.۳	سیگنال کنترل ضربه ای به ازای $\Delta t_k = 0.01$ (قضیه (۲-۳))	۸۷

- شکل ۶.۳ پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه فرعی (۳-۳)) ۸۸
- شکل ۷.۳ سیگنال کنترل ضربه‌ای به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه فرعی (۳-۳)) ۸۹
- شکل ۸.۳ پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.01$ (قضیه فرعی (۳-۳)) ۸۹
- شکل ۹.۳ سیگنال کنترل ضربه‌ای به ازای $\Delta t_k = 0.01$ (قضیه فرعی (۳-۳)) ۹۰
- شکل ۱۰.۳ مدار آشوبناک مبتنی بر ممیستور ۹۳
- شکل ۱۱.۳ سیستم آشوبناک مبتنی بر ممیستور ۹۴
- شکل ۱۲.۳ پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه (۵-۳)) ۹۵
- شکل ۱۳.۳ سیگنال کنترل ضربه‌ای به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه (۵-۳)) ۹۶
- شکل ۱۴.۳ پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه فرعی (۵-۳)) ۹۷
- شکل ۱۵.۳ سیگنال کنترل ضربه‌ای به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه فرعی (۵-۳)) ۹۸
- شکل ۱۶.۳ پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.01$ (قضیه فرعی (۵-۳)) ۹۹
- شکل ۱۷.۳ سیگنال کنترل ضربه‌ای به ازای $\Delta t_k = 0.01$ (قضیه فرعی (۵-۳)) ۱۰۰
- شکل ۱.۴ فضای بخش بندی فازی از یک سیستم دو ورودی-یک خروجی ۱۰۸
- شکل ۲.۴ فضای بخش بندی فازی به ازای $m=2$ ۱۲۰
- شکل ۳.۴ پاسخ سیستم به ازای $X(0) = [-0.5, -1.5]^T$ (قضیه (۱-۴)) ۱۲۱
- شکل ۴.۴ سیگنال کنترل ضربه‌ای. (قضیه (۱-۴)) ۱۲۲
- شکل ۵.۴ پاسخ سیستم به ازای $X(0) = [-0.5, -1.5]^T$ (قضیه فرعی (۱-۴)) ۱۲۳
- شکل ۶.۴ سیگنال کنترل ضربه‌ای. (قضیه فرعی (۱-۴)) ۱۲۳
- شکل ۷.۴ فضای بخش بندی فازی به ازای $m=4$ ۱۲۵
- شکل ۸.۴ پاسخ سیستم به ازای $X(0) = [1, -2.5]^T$ (قضیه فرعی (۱-۴)) ۱۲۷
- شکل ۹.۴ نمایش صفحه فاز به ازای $X(0) = [1, -2.5]^T$ (قضیه فرعی (۱-۴)) ۱۲۷
- شکل ۱۰.۴ سیگنال کنترل ضربه‌ای. (قضیه فرعی (۱-۴)) ۱۲۸

پیشگفتار:

تاکنون تحقیقات بسیاری در زمینه استفاده از کنترلر ضربه‌ای به منظور پایداری سیستم‌های فازی T-S زمان-پیوسته صورت گرفته است. هر یک از محققان تابع ضربه را به صورتی دلخواه در نظر گرفته‌اند. برخی از یک کنترلر ضربه معمولی (ضرایب ماتریسی ثابت)^۱ و برخی دیگر از یک کنترلر ضربه‌ای فازی خطی بهره برده‌اند. گاهی نیز از روش‌های قوی‌تری همچون تکنیک جبران ساز توزیع شده موازی^۲ (PDC) که خود یک روش کنترل پیوسته است، برای تولید یک کنترلر ضربه‌ای فازی استفاده می‌شود.

تاکنون هیچ یک از محققان به بحث پایداری سیستم‌های فازی T-S به کمک یک کنترلر ضربه‌ای فازی غیرخطی پرداخته است. تنها در برخی مقالات به این موضوع که تابع ضربه می‌تواند به صورت غیر خطی نیز مورد استفاده قرار گیرد، اشاره شده است، ولی از پرداختن به این موضوع خودداری کرده‌اند. در حالی که به سادگی می‌توان نشان داد که بسیاری از سیستم‌های فازی زمان پیوسته^۳ به همراه تابع ضربه ای غیرخطی عملکرد بهتری در مقایسه با استفاده از تابع ضربه‌ای خطی از خود نشان می‌دهند. علاوه بر این انتظار می‌رود که کنترلر ضربه‌ای فازی غیرخطی انعطاف پذیرتر از فرم خطی آن باشد. با توجه به مطالب ذکر شده برای سیستم‌های زمان پیوسته و همچنین گسترش روز افزون استفاده از کنترلر ضربه‌ای بر روی مدل‌های واقعی متنوع، بررسی بیشتر این نوع از کنترلر را می‌توان به عنوان یک ضرورت در راستای پایداری سیستم‌های فازی T-S زمان پیوسته دانست.

علاوه بر بررسی سیستم‌های زمان پیوسته، در ادامه به نحوه عملکرد کنترلر ضربه‌ای برای سیستم‌های فازی T-S زمان گسسته نیز خواهیم پرداخت. با یک جست و جو ساده در فعالیتهای تحقیقاتی انجام شده، به راحتی می‌توان دریافت که تاکنون مقالات معدودی به موضوع پایداری سیستم‌های فازی T-S زمان گسسته به کمک کنترلر ضربه‌ای پرداخته‌اند، که این به دلیل پیچیدگی‌ها و ظرایف موجود در این نوع از سیستم‌ها می‌باشد. این در حالی است که همانند حالت زمان پیوسته، استفاده از کنترلر ضربه‌ای برای برخی

^۱ Constant Matrix Coefficients
^۲ Parallel Distributed Compensation
^۳ Continuous Time

از سیستم‌های فازی T-S زمان گسسته نیز، می‌تواند مفید باشد و یا حتی در برخی از سیستم‌ها امری ضروری و اجتناب ناپذیر است. با این حال محدود مقالات موجود در این زمینه نیز به بررسی موضوع پایداری سیستم‌های ضربه‌ای فازی T-S زمان گسسته به کمک یک تابع لیاپانوف مرتبه دوم مشترک پرداخته‌اند. البته این روش برای زمانی که تعداد قوانین فازی کم باشد مناسب است، ولی در مواقعی که تعداد قوانین فازی در یک سیستم زیاد باشد ممکن است این روش به جواب منجر نشود و یا پاسخی بسیار محافظه کارانه را نتیجه دهد. در اینجا سعی شده است برای رفع این مشکل، مسئله پایداری سیستم‌های ضربه‌ای فازی T-S زمان گسسته با استفاده از یک نوع خاص از توابع لیاپانوف که تلفیقی از تابع لیاپانوف فازی و تابع لیاپانوف تکه‌ای است مورد بررسی قرار گیرد. این نوع از توابع لیاپانوف به تابع لیاپانوف تکه‌ای فازی موسوم هستند. در ادامه نشان می‌دهیم که روش پیشنهادی، علاوه بر کاهش محافظه‌کارانه بودن روابط، حجم محاسبات را نیز به طور چشم‌گیری کاهش خواهد داد.

در فصل سوم و چهارم که نتایج کار نگارنده می‌باشد، هدف ارائه راهکارها، متدها و روش‌هایی کارآمد و در عین حال ساده جهت پایدارسازی سیستم‌های ضربه‌ای فازی T-S در حوزه زمان پیوسته و زمان گسسته است. در حین استخراج روابط علاوه بر سادگی و قابل فهم بودن محاسبات، از قضایا و تعاریف پرکاربرد و متداول استفاده شده، که این خود می‌تواند دلیلی بر صحت روابط بدست آمده باشد. مضاف بر اینها سعی شده است تا حد امکان موانع و مشکلات موجود در بحث پایدارسازی سیستم‌های فازی به کمک کنترل ضربه‌ای مرتفع شود.

فصل اول

معرفی سیستم‌های ضربیه‌ای

۱.۱ مقدمه

نظریه سیستم‌های ضربه‌ای در قالب تئوری کنترل توسط ریشل^۱ آغاز شد [1] و در ادامه وارگا^۲ توانست توضیح کامل‌تری در این زمینه ارائه کند [2]. سیستم کنترل ضربه‌ای دستاوردی از سیستم‌های کنترل کلاسیک است و توسط معادلات دیفرانسیلی که در آن توابع کنترلی می‌توانند نامحدود باشند توصیف می‌شود.

مفهوم کنترل ضربه‌ای و اصول ریاضیات آن که با نام‌های معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای [3]، [4] و یا معادلات دیفرانسیل همراه با تأثیرهای ضربه [5] و یا معادلات دیفرانسیل همراه با ناپیوستگی از سمت راست [6] معرفی می‌شوند، دارای سابقه طولانی می‌باشند. بنیان سیستم‌های ضربه‌ای، از معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای شروع و در ادامه با تلفیقی از سیستم‌های سوئیچینگ، سیستم‌های جدیدی را تحت عنوان سیستم‌های هایبرید سوئیچینگ ضربه‌ای پدید آوردند [7]. سابقه طولانی مطالعه سیستم‌های کنترل ضربه‌ای باعث بروز زمینه‌هایی در کنترل مدرن نیز شده است [8].

معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای می‌توانند جهت مدل‌سازی فرآیندهایی مورد استفاده قرار گیرند که در لحظاتی کوتاه دچار اغتشاش می‌شوند. البته واژه «کوتاه بودن» بدین معناست که زمان ظهور اغتشاش در هر بار رخ دادن نسبت به زمان کل فرآیند، زمان ناچیزی باشد. تئوری معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای با مقاله آقایان میلمن و مایشکیس به زبان روسی در سال ۱۹۵۵ آغاز شد که ناآشنا بودن این زبان برای بیشتر جوامع، خود یکی از دلایل پیشرفت کند کنترل ضربه‌ای به شمار می‌آید. البته حتی بعد از انتشار کتاب‌هایی به زبان انگلیسی در این زمینه همچنان این ابزار ریاضی نتوانست توجه جوامع کنترلی را به خود جلب کند، زیرا به نظر می‌رسید سیستم‌هایی که می‌توانند با این ابزار ریاضی مورد مطالعه قرار گیرند محدود می‌باشد.

¹ Rishel
² Warga

معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای و در حالت کلی‌تر، معادلات دیفرانسیل تابعی ضربه‌ای¹ در دهه‌ی اخیر توانسته است قالب ریاضی مناسبی برای مدل‌سازی بسیاری از فرآیندها و پدیده‌ها، همچون کنترل بهینه، زیست‌شناسی، دینامیک جمعیت، بیوتکنولوژی، پزشکی، الکترونیک و اقتصاد و از همه مهم‌تر کاربردهای صنعتی ارائه کند. در علم مهندسی نیروی پیوسته معمولاً با ضربات متعدد در فواصل (زمانی) ثابت و کوتاه و یا ضربات متعدد با شتاب ثابت (افزایش سرعت ثابت) تقریب زده می‌شوند، بنابراین در عمل روش‌های کنترلی پیوسته، در واقع فقط نوع خاصی از روش‌های کنترل ضربه‌ای می‌باشند [9]. از این‌رو تحلیل، تئوری معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای توسط ریاضیدانان و مهندسان کنترل بسیار مورد توجه قرار گرفته است [10] و اساسی‌ترین بحث در تحلیل، پایداری این‌گونه معادلات دیفرانسیل می‌باشد. از جمله کارهای صورت گرفته می‌توان به مقاله‌ی [11] اشاره کرد که در آن سعی نگارنده بر آن بوده است که توسط تئوری لیاپانوف و همچنین نا معادله‌ی معروف گرانول شرایطی را برای چک کردن محدود بودن جواب معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای با فرض ثابت بودن فواصل زمانی ضربات بدست آورد.

۲.۱ سیستم‌های ضربه‌ای پر کاربرد

شکل‌گیری روش‌های تحلیل معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای، مهندسان را بر آن داشت تا در سطحی دیگر، از دستاوردها و نتایج حاصله از چند دهه تلاش ریاضیدانان استفاده کنند. مدل‌سازی و کنترل دو حوزه‌ی اساسی مورد استفاده مهندسان بوده است.

معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای قادر هستند، در حالتی کلی‌تر نسبت به معادلات دیفرانسیل معمولی، پدیده‌ها و فرآیندها را به تصویر بکشانند؛ لذا استفاده در مدل‌سازی فرآیندها و پدیده‌ها، اولین

¹ Impulsive Functional Differential Equations

استفاده‌ی این معادلات در حوزه‌ی مهندسی بوده است. مدل‌سازی فرآیندهایی چون، زیست‌شناسی جمعیت، مدل تنفس، تشعشعات امواج الکترومغناطیسی نمونه‌هایی از این قبیل بوده‌اند. استخراج یک رهیافت کنترلی، دومین بهره‌ای بود که نصیب مهندسان شد.

در یک سیستم کنترل ضربه‌ای، سیستم تحت کنترل (پلنت^۱) غیر ضربه‌ای باید حداقل یک متغیر حالت ”متأثر از ضربه^۲“ داشته باشد، به عبارت دیگر یک سیستم ضربه‌ای باید حداقل در یک متغیر حالت، تأثیرات ضربه را داشته باشد. بنابراین می‌توان گفت که همه سیستم‌های فیزیکی نمی‌توانند با استفاده از رهیافت کنترل ضربه‌ای، کنترل شوند. ما فقط به تغییر متغیرهای حالت تغییر پذیر در فواصل گسسته‌ای که، ”لحظات کنترل^۳“ (τ_k) نامیده می‌شوند، نیاز داریم که این فواصل لزوماً یکسان نیستند و در یک سیستم کنترل ضربه‌ای قانون کنترل ($u(k, x)$) یک تغییر ناگهانی از حالت (x) در فواصل τ_k را نتیجه می‌دهد.

در بسیاری از مواقع اعمال کنترل ضربه‌ای راه مناسبی برای مقابله با سیستم‌هایی است که توانایی تحمل ورودی کنترلی پیوسته را ندارند و یا در برخی کاربردها اصولاً تولید ورودی کنترلی پیوسته امکان پذیر نیست و هدف طراح را برآورده نمی‌کند و یا حتی ممکن است کنترل‌کننده پیوسته-زمان از لحاظ میزان مصرف انرژی و به تبع آن، مسائل اقتصادی مرقوم به صرفه نباشد، به همین دلیل از کنترل‌کننده‌هایی مانند ضربه‌ای جهت از بین بردن چنین معایبی در سیستم‌ها استفاده می‌شود. به عنوان مثال فرض کنید جمعیت باکتری و غلظت باکتری کش دو متغیر حالت باشند که در این صورت می‌توان جمعیت باکتری را با تغییرات آنی در غلظت باکتری کش‌ها کنترل کرد و دیگر نیازی به افزایش میزان مقاومت دارو در مقابل باکتری‌ها، که این خود باعث کنترل پیوسته می‌شود نیست. چنانکه که مشاهده می‌شود در این مثال می‌توان انتظار داشت کنترل ضربه‌ای عملکرد بهتری نسبت به دیگر انواع کنترل داشته باشد.

¹ Plant

² Impulsively

³ Control Instants

هدف از خلق کنترل ضربه‌ای رقابت با دیگر طرح‌های کنترلی نیست بلکه کنترل ضربه‌ای یک دیدگاه جدید را برای زمانی که یا سیستم حداقل یک متغیر حالت تغییر پذیر دارد و یا در سیستم تأثیرات ضربه‌ای دیده می‌شود معرفی می‌کند. به عنوان مثال در سیستم‌ها و ابزارهای نانو که به صورت ذاتی ضربه ای هستند، اگر کنترل ضربه‌ای تنها انتخاب نباشد قطعاً بهترین انتخاب است. هیچ استاندارد صریحی برای تشخیص پلنت ضربه ای و از پلنت معمولی نه وجود دارد و نه خواهد داشت. بنابراین اگر در مشاهدات تجربی یک مدل کنترل ضربه‌ای برای سیستمی مناسب به نظر می‌رسد می‌توان از قابلیت‌های این مدل بهره برد. ارائه مثال‌هایی مفهوم کنترل ضربه‌ای را روشن‌تر می‌نماید.

۱.۲.۱ سیستم اکولوژی:

فرض کنید قصد داریم که جمعیت حشره‌ای خاص را در منطقه‌ای مورد نظر کنترل کنیم و این عمل کنترل را توسط جمعیتی از موجود زنده‌ی دیگری که اصطلاحاً دشمن حشره مذکور می‌باشد، انجام دهیم. از منظر فضای حالت، تعداد حشره‌ی مذکور و تعداد دشمن آن را حالت‌های اکولوژی تعریف می‌کنیم. بنابراین هدف، کشت و پرورش دشمن به میزان کافی در آزمایشگاه و تزریق این دشمن به سیستم اکولوژی در زمان‌های مناسب و به میزان مناسب می‌باشد، به گونه‌ای که جمعیت حشره مذکور در محدوده‌ی مطلوب قرار گیرد.



شکل ۱.۱ : سیستم اکولوژی

۲.۲.۱ سیستم‌های اقتصادی:

در سیستم‌های اقتصادی، در اکثر مواقع یکی از حالت‌های سیستم میزان پول موجود در بازار می‌باشد و میزان حساب ذخیره‌ی ارزی بانک مرکزی، حالتی دیگر از سیستم می‌باشد. یکی از ایده‌های کنترل میزان تورم و نقدینگی، میزان پول تزریقی بانک مرکزی به بازار می‌باشد. البته این فرآیند بنا بر سیاست‌های بانک مرکزی، در زمان‌های متفاوت و با مبالغ متفاوت صورت می‌گیرد. این فرآیند، یک فرآیند کنترلی می‌باشد که در بلند مدت طرح ریزی می‌شود.

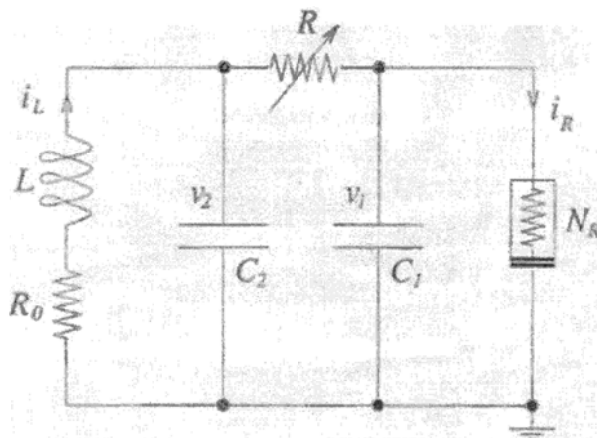


شکل ۲.۱ : سیستم اقتصادی

۳.۲.۱ سیستم‌های آشوب:

نظریه آشوب یا نظریه بی‌نظمی‌ها به مطالعه سیستم‌های دینامیکی آشوب ناک می‌پردازد. سیستم‌های آشوب ناک، سیستم‌های دینامیکی و غیرخطی هستند که نسبت به شرایط اولیه‌شان بسیار حساسند. تغییری اندک در شرایط اولیه چنین سیستم‌هایی باعث تغییرات بسیار در آینده خواهد شد. رفتار سیستم‌های آشوب ناک به ظاهر تصادف گونه می‌نماید، با این حال هیچ لزومی به وجود عنصر

تصادفی در ایجاد رفتار آشوبی نیست و سیستم‌های دینامیکی معین^۱ نیز می‌توانند رفتار آشوب ناک از خود نشان دهند. نمونه‌های بسیاری از پیاده‌سازی کنترل ضربه‌ای بر روی سیستم‌های آشوب وجود دارد [7]. به عنوان مثال: سیستم لورنتس^۲ [12] و سیستم چوا^۳ [13] که توسط محققان بسیاری مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. شکل ۳.۱ یک مدل مدار چوا را نمایش می‌دهد.



شکل ۳.۱: مدار نشان دهنده مدل سیستم چوا

۴.۲.۱ سیستم‌های نانو الکترونیک:

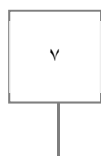
برای یک مدار الکترونیکی در مقیاس نانو که شامل پیوندهای تونل زنی تک الکترون^۴ می‌باشد تأثیرات تونل زنی الکترون می‌تواند باعث تغییرات ضربه‌ای شارژ خازن در خازن‌های پیوند SET شوند. از آنجایی که میزان شارژ یک خازن SETJ، متغیر حالت در نظر گرفته شده است، اثرات مکانیکی کوآنتومی می‌توانند به وسیله معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای مدل شوند. شکل ۴.۱ شماتیکی از پدیده تونل زنی را نمایش می‌دهد (در انتهای این فصل (در بخش ۵.۱) توضیحات کامل‌تر ارائه شده است).

¹ Deterministic

² Lorenz System

³ Chua System

⁴ Single-Electron Tunneling Junctions

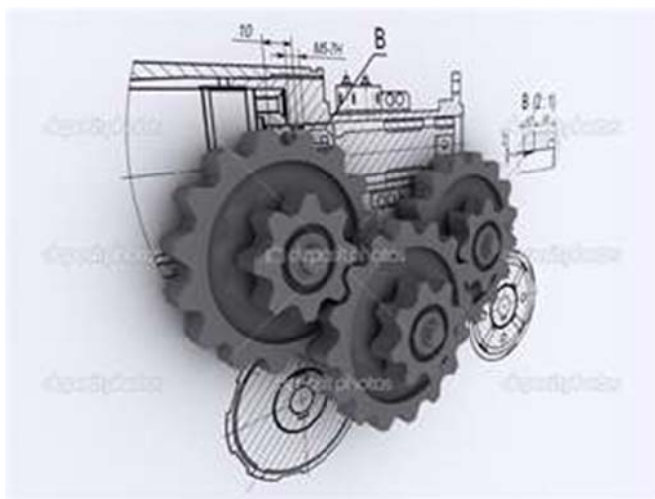




شکل ۴.۱: شماتیکی از پدیده تونل زنی

۵.۲.۱ سیستم‌های مکانیکی:

در حقیقت پدیده ضربه در سیستم‌های مکانیکی از دیر باز تحت نام‌های مختلفی مانند "سیستم‌های مکانیکی همراه با ضربه"^۱ مورد مطالعه قرار گرفته است. برای کنترل یک سیستم مکانیکی شامل اثرات ضربه، اثرات ضربه می‌توانند باعث تغییرات ضربه‌ای در سرعت‌ها، که خود متغیرهای حالت می‌باشند شوند.



شکل ۵.۱: سیستم مکانیک

¹ Impulsively Mechanical Systems

در مثال‌های فوق، مشاهده می‌شود که حالت‌های سیستم که بعضاً شامل تعداد حشرات و یا میزان نقدینگی می‌باشند طی یک فرآیند کنترلی، در زمان‌های خاصی تغییر می‌کنند. البته لزوماً همه‌ی حالت‌ها متغیر نمی‌باشند، بلکه برخی از حالت‌ها ممکن است تغییرات پیوسته داشته باشند. اما باید مد نظر داشت که حداقل یکی از حالات سیستم باید دارای این خاصیت باشد که بتواند تغییرات گسسته نیز داشته باشد. در مثال‌های مذکور، روشن است که میزان تغییرات حالت و زمان اعمال تغییرات، دو فاکتور بسیار مهم می‌باشند و رسیدن به هدف مطلوب نیز در گرو انتخاب صحیح این دو پارامتر می‌باشد.

۳.۱ کارهای انجام شده در زمینه سیستم‌های ضربه‌ای

از استراتژی کنترل ضربه‌ای جهت پایدارسازی شبکه‌های دینامیکی پیچیده، پایدارسازی سیستم‌های با تأخیر [15]، انتقال مداری سفینه [9]، مدیریت اکوسیستم [14]، کنترل میزان نقدینگی در یک سیستم اقتصادی [14]، بسیار بهره برده شده است. در [16] مسئله پایدارسازی سیستم‌های فازی تاکاگی-سوگنو^۱ همراه با تأثیرات ضربه و تأخیر زمانی مورد بررسی قرار می‌گیرد و همچنین برخی روش‌های پایدارسازی وابسته به تأخیر^۲ و یا مستقل از تأخیر^۳ برای هر دو رویکرد فیدبک حالت و فیدبک مبتنی بر رویکرد بهبود داده شده است، که این کار توسط تکنیک‌های توابع لیاپانوف کراسوفسکی^۴ و طرح جبران ساز توزیع شده موازی^۵ (PDC) صورت می‌گیرد. در [17]، مدل‌های فازی T-S همراه با تأثیرات ضربه و تأخیر را مورد مطالعه قرار می‌دهد و ضمن پیشنهاد یک طرح ترکیبی کنترل کننده سوئیچینگ ضربه‌ای، با استفاده از روش توابع لیاپانوف به بررسی پایداری نمایی

¹ Takagi-Sugeno

² Delay-Dependent

³ Delay-Independent

⁴ Lyapunov-Krasovskii

⁵ Parallel Distributed Compensation

سراسری برای مدل فازی T-S مبتنی بر سیستم کنترل ضربه‌ای همراه با تأخیر می‌پردازد. استفاده از استراتژی کنترل‌کننده ضربه‌ای با نگارش مقاله‌ی “کنترل ضربه‌ای^۱” توسط تاو یانگ^۲ [14]، شدت بیشتری یافت. از مقالاتی چون [18] و [19] می‌توان در حوزه‌ی سیستم‌های فازی نام برد. در [18]، نویسنده از یک کنترل‌کننده مبتنی بر PDC جهت کنترل یک مدل فازی ضربه‌ای با تأخیر بهره برده است که منجر به یک سری شرایط نسبتاً روان در قالب نامعادلات ماتریسی شده است. در [20]، یک رویکرد برای پایداری سیستم فازی T-S مبتنی بر PDC ضربه‌ای مطرح می‌شود، در حقیقت نویسنده قصد دارد با استفاده از معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای یک نسخه جدید از PDC برای کنترل و پایداری سیستم‌های فازی فراهم کند. [15]، بحث پایداری شبکه با استفاده از استراتژی ضربه‌ای را مطرح می‌کند. در [21]، کنترل ضربه‌ای فازی برای پایداری سیستم‌های آشوب^۳ مبتنی بر مدل فازی T-S استفاده شده است و در ادامه ضمن تخمین نواحی پایداری، موضوع پایداری سیستم کنترل ضربه‌ای غیرخطی عمومی را به وسیله بررسی روابط مقایسه‌ای^۴ و همچنین معرفی طرح کنترل ضربه‌ای سراسری مورد بررسی قرار گرفته است، در مقاله مذکور نویسنده سعی دارد محافظه کارانه^۵ بودن نتایج را تا حد امکان کاهش دهد. در [22] با استفاده از ترکیب مدل فازی T-S و کنترل ضربه‌ای یک رویکرد جدید به نام کنترل ضربه‌ای فازی^۶ برای کنترل سیستم‌های آشوب پیشنهاد می‌شود و علاوه بر تحلیل پایداری روش پیشنهادی، تأثیر این روش را بر روی سیستم‌های آشوب مانند مدار چوا^۷، سیستم چن^۸ و سیستم روسلر^۹ به تصویر کشیده می‌شود. در [23] یک دسته از سیستم‌های آشوب به عنوان مدل فازی T-S چند متغیره^{۱۰} در نظر گرفته شده است و در ادامه با تلفیق کنترل ضربه‌ای و مدل سازی فازی، برخی روابط پایداری برای سیستم‌های آشوب حاصل می‌شود. در [9] یک

¹ Impulsive Control

² Tao Yang

³ Chaotic Systems

⁴ Comparison Criterion

⁵ Conservative

⁶ Fuzzy Impulsive Control

⁷ Chua

⁸ Chen

⁹ Rössler

¹⁰ Multi-Variable

رویکرد کنترل ضربه‌ای برای ایستگاه‌های فضایی، مبتنی بر الگوریتم ژنتیک پیشنهاد شده است و نویسندگان نشان می‌دهد که به دلیل کاهش مصرف سوخت در این روش، کنترل ضربه‌ای برای این سیستم می‌تواند عملکردی بهینه و اقتصادی داشته باشد. همگام سازی^۱ و پایداری سیستم‌های آشوب ناک [24]، [25]، پایداری مقاوم سیستم‌های ابعاد وسیع^۲ [26] از دیگر زمینه‌هایی هستند که از وجود استراتژی ضربه‌ای بهره برده‌اند.

همان طور که بیان شد، در سال‌های اخیر تئوری معادلات دیفرانسیل ضربه‌ای و به دنبال آن کنترل‌کننده ضربه‌ای توانسته است تا حدود زیادی به نقش آفرینی در زمینه‌های مختلفی چون ریاضیات، مهندسی، اقتصاد، سیستم‌های اکولوژی، پزشکی و... بپردازد و مقالاتی نیز در ارتباط با تجزیه و تحلیل این‌گونه کنترل‌کننده به رشته تحریر درآمده‌اند [27]، [28]، [29]. اما قدر مسلم این است که بیان وجوه مختلف این نوع از کنترل‌کننده در بسیاری از تحقیقات مورد اغماض قرار گرفته است و با توجه به کاربردهای روزافزون این نوع از سیستم‌ها و همین طور کاستی روش‌های تحلیلی موجود، پیش‌بینی می‌شود که در سال‌های آتی رشد قابل ملاحظه‌ای را در تحقیقات و مقالات مربوط به این نوع سیستم‌ها شاهد باشیم.

۴.۱ تعریف سیستماتیک کنترل ضربه‌ای

۱.۴.۱ تعریف کنترل ضربه‌ای:

یک سیستم تحت کنترل (پلنت) که دارای حالت‌های $x \in \mathbb{R}^n$ می‌باشد، موجود است. یک مجموعه زمان‌های کنترلی

¹ Synchronization
² Large Scale

$$\begin{cases} T = \{\tau_k\}, \tau_k \in R_+ \\ \tau_k < \tau_{k+1}, k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (1-1)$$

همراه با یک قانون مناسب به صورت زیر داده شده است

$$u(k, x) \in \mathbb{R}^r \quad (2-1)$$

در هر زمان τ_k, x به صورت ضربه‌ای به شکل

$$x(\tau_k^+) = x(\tau_k^-) + u(k, x) \quad (3-1)$$

تغییر می‌کند به گونه‌ای که خروجی

$$\begin{cases} Y = f(x) \\ f : R_+ \times R^n \rightarrow R^m, Y \in R^m \end{cases} \quad (4-1)$$

به میزان مطلوب $Y^* \in \mathbb{R}^m$ میل کند هنگامی که $k \rightarrow \infty$. مبرهن است که شروطی به صورت ضمنی نیز در تعریف مستتر می‌باشند، از جمله اینکه:

حداقل یکی از حالت‌های سیستم تحت کنترل (پلنت) باید دارای این قابلیت باشد که به صورت ناگهانی در زمان‌هایی که قانون کنترل اعمال می‌شود، بتواند تغییر کند. با این شرط، همه‌ی سیستم‌های فیزیکی قابل کنترل با کنترل‌کننده ضربه‌ای نمی‌باشند. برای مثال اگر متغیرهای حالت، ولتاژ دو سر خازن باشند، آنگاه به دلیل نامتغیر بودن ولتاژ خازن به صورت ضربه‌ای، نمی‌توان از کنترل‌کننده ضربه‌ای استفاده کرد، ولی در همین مثال اگر بار خازن به عنوان متغیر حالت باشد، در این صورت می‌توان از کنترل‌کننده ضربه‌ای بهره برد.

در این نوع کنترل‌کننده، نیازی نمی‌باشد که تمام حالت‌های سیستم را تغییر دهیم. تنها نیاز داریم که، حالت‌های قابل تغییر را در زمان‌های کنترل و نه لزوماً به میزان یکسان (هم از لحاظ

تغییرات و هم فواصل زمانی اعمال قانون) تغییر دهیم.

فرض کنید که یک سیستم غیرخطی در حالت کلی به صورت زیر تعریف شده باشد:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, u) \\ y = \varphi(x) \end{cases} \quad (5-1)$$

که در آن $x \in R^n$ و $y \in R^m$ به ترتیب متغیر ورودی و خروجی بوده و $f(t, x, u)$ و $\varphi(x)$ توابعی پیوسته و با دامنه مناسب باشند. یک قانون کنترل ضربه‌ای برای (5-1) به صورت دنباله $\{\tau_k, u_k(y(\tau_k))\}$ وجود خواهد داشت [1-29]، که:

$$0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_k < \tau_{k+1} < \dots, \quad \tau_k \rightarrow \infty \text{ as } k \rightarrow \infty$$

و $u_k(y)$ یک تابع پیوسته است که R^n به R^m را به ازای $k = 1, 2, \dots$ نگاشت می‌کند. در ادامه قصد داریم به صورت اجمالی، به شرح عملکرد این قانون کنترل بپردازیم.

فرض کنید که $x(t) = x(t, t_0, x_0)$ یک جواب از سیستم (5-1) با شرایط اولیه (t_0, x_0) باشد. نقطه^۱ $p_t(t, x(t))$ حرکت خود را از نقطه $p_{t_0}(t_0, x_0)$ آغاز کرده و سرتاسر منحنی $[(x, t); t \geq t_0]$ را تا زمان $t_0, x = x(t)$ ادامه می‌دهد. در این زمان، نقطه $p_{\tau_1}(\tau_1, x(\tau_1))$ بلافاصله به نقطه $p_{\tau_1^+}(\tau_1, x_1^+)$ که در آن $x_1^+ = x(\tau_1) + u_1(y(\tau_1))$ می‌باشد، منتقل می‌شود. سپس نقطه p_t حرکت خود را در طول منحنی $x(t) = x(t, \tau_1, x_1^+)$ و تا زمان دومین انتقال که در لحظه $\tau_2 > \tau_1$ خواهد بود، ادامه می‌دهد. یک بار دیگر، نقطه $p_{\tau_2}(\tau_2, x(\tau_2))$ به نقطه $p_{\tau_2^+}(\tau_2, x_2^+)$ که در آن $x_2^+ = x(\tau_2) + u_2(y(\tau_2))$ می‌باشد، نگاشت می‌شود. مانند قبل، نقطه p_t حرکت رو به جلوی خود را در طول منحنی $x(t) = x(t, \tau_2, x_2^+)$ با شرایط اولیه (τ_2, x_2^+) ادامه می‌دهد. شمایی از این فرایند در شکل ۶.۱ نمایش داده شده است. بدیهی است که این فرایند تا زمانی ادامه خواهد داشت که،

¹ Point

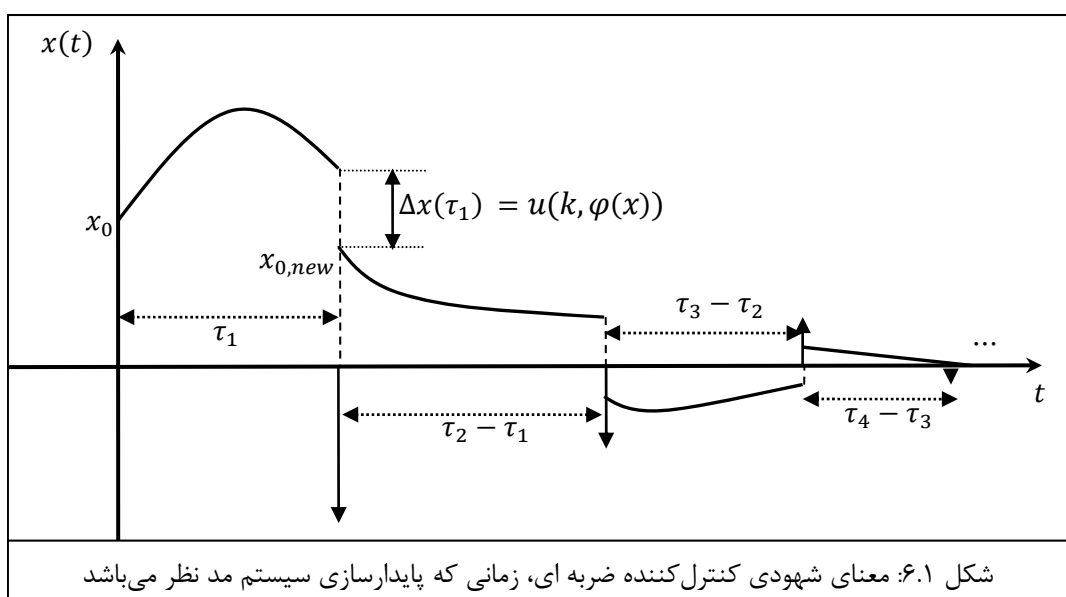
جواب سیستم (۵-۱) موجود بوده و نتایج آن در یک مسیر تکه‌ای پیوسته^۱ $x(t)$ ، روابط زیر را برآورده نماید.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x), & t \neq \tau_k \\ y = \varphi(x), & t \neq \tau_k \\ \Delta x = u(k, y), & t = \tau_k \\ x(t_0) = x_0, & k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (۶-۱)$$

در اینجا $\Delta x|_{t=\tau_k} = x(\tau_k^+) - x(\tau_k^-)$ و $x(\tau_k^+) = \lim_{t \rightarrow \tau_k^+} x(t)$ و $x(\tau_k^-) = \lim_{t \rightarrow \tau_k^-} x(t)$ می‌باشد، که در این صورت (۶-۱) یک سیستم دیفرانسیل ضربه‌ای نامیده می‌شود.

قانون کنترل $u(k, y)$ می‌تواند تابعی از ورودی نیز باشد. اما قدر مسلم این است که این تابع منشأ تغییرات ناگهانی در سیستم می‌باشد. برای مطالعه قضایا و مفاهیم اصلی چنین سیستم‌هایی می‌توان به [15]، [8]، [30] مراجعه نمود.

در شکل زیر یک نمای کلی از ایده‌ی اصلی کنترل‌کننده ضربه‌ای را می‌توان مشاهده نمود. در این نوع کنترل‌کننده، هدف اصلی طراحی میزان ضربه‌ها $u(k, y)$ و فواصل زمانی τ_k است، به گونه‌ای که خطای سیستم به سمت صفر میل کند.



¹ Piecewise Continuous

روشن است که دشواری تحلیل از آنجایی نشأت می‌گیرد که با اعمال این کنترل‌کننده، دینامیک پیوسته‌ی سیستم به یک دینامیک تکه‌ای پیوسته تبدیل می‌شود. پرواضح است که کنترل-کننده‌های گسسته در مقایسه با کنترل‌کننده‌های پیوسته در صورتی که زمان‌های گسسته سازی دارای فواصل قابل قبولی باشند، انرژی کمتری مصرف می‌کنند.

هدف اصلی کنترل‌کننده ضربه‌ای، ایجاد این نقاط انفصال می‌باشد که موجب تغییر رفتار در سیستم می‌شود. در این حالت نمی‌توان از قضایای مبتنی بر پیوستگی استفاده کرد. شاید به همین دلیل است که برخی سختی کار تحلیل را در همین نقاط می‌دانند.

۲.۴.۱ انواع سیستم‌های کنترل ضربه‌ای

بر طبق نظر آقای یانگ^۱ [31]، سیستم‌های کنترل ضربه‌ای را بر اساس مشخصات سیستم و قوانین کنترل می‌توان به سه دسته زیر تقسیم بندی کرد:

۱) سیستم کنترل ضربه‌ای نوع^۲

در این نوع از سیستم‌های کنترل ضربه‌ای، سیستم به صورت پیوسته-زمان و کنترل‌کننده به صورت ضربه‌ای خواهد بود، که در این صورت ورودی کنترلی به وسیله جهش ناگهانی برخی از متغیرهای حالت اجرا می‌شود و به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x), & t \neq \tau_k(x) \\ \Delta x = U(k, y), & t = \tau_k(x) \\ y = g(t, x) \end{cases}$$

که در آن x و y به ترتیب متغیر حالت و خروجی بوده و $U(k, y)$ نیز قانون کنترل ضربه‌ای می‌باشد.

¹ Tao Yang

² Type-I

۲) سیستم کنترل ضربه‌ای نوع ۲^۱

در این نوع از سیستم‌های کنترل ضربه‌ای، دو نوع ورودی کنترلی وجود دارد، ورودی کنترلی

پیوسته $\tilde{u}$ و ورودی کنترلی ضربه‌ای $U(k, y)$ و به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, \tilde{u}), & t \neq \tau_k(x) \\ \Delta x = U(k, y), & t = \tau_k(x) \\ y = g(t, x, \tilde{u}), & \tilde{u} = \gamma(t, y) \end{cases}$$

که در آن x و y به ترتیب متغیر حالت و خروجی بوده و $U(k, y)$ و $\tilde{u}$ نیز به ترتیب قانون

کنترل ضربه‌ای و قانون کنترل پیوسته می‌باشند.

در این حالت سیستم به صورت پیوسته-زمان و کنترل‌کننده شامل کنترل‌کننده پیوسته به

علاوه کنترل‌کننده ضربه‌ای خواهد بود.

۳) سیستم کنترل ضربه‌ای نوع ۳^۲

در این نوع از سیستم‌های کنترل ضربه‌ای سیستم به صورت ضربه‌ای و کنترل‌کننده آن به

صورت یک کنترل‌کننده پیوسته به کار گرفته می‌شود و به صورت زیر قابل نمایش می‌باشند :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, \tilde{u}), & t \neq \tau_k(x) \\ \Delta x = j_k(x), & t = \tau_k(x) \\ y = g(t, x, \tilde{u}), & \tilde{u} = \gamma(t, y) \end{cases}$$

که در آن x و y به ترتیب متغیر حالت و خروجی بوده و $\tilde{u}$ نیز قانون کنترل ضربه‌ای می‌باشد.

که البته با توجه به تحقیقات صورت گرفته در سال‌های اخیر، می‌توان این تقسیم بندی را به سیستم-

های زمان گسسته نیز تعمیم داد.

¹ Type-II
² Type-III

۵.۱ کاربرد تئوری کنترل ضربه‌ای در نانو الکترونیک

در این بخش هدف معرفی ابزارهای الکترونیکی ضربه‌ای که در واقع مدل‌های ایده‌آل ابزارهای نانو الکترونیک هستند می‌باشد. بدین منظور برخی مثال‌ها از مدارهای نانو الکترونیک که پیوندهای تونل زنی تک الکترون^۱ و دیگر ابزارهای نانو الکترونیک^۲ را شامل می‌شوند را مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

۱.۵.۱ مدل‌های ابزارهای الکترونیک ضربه‌ای

در مدارهای الکترونیکی متعارف چهار متغیر اصلی وجود دارد: ولتاژ (v)، جریان (i)، بار (q)، شار (ϕ) و همچنین چهار نوع ابزار الکترونیکی اصلی نیز برای مدل کردن روابط میان این متغیرها معرفی شده است.

(۱) **مقاومت^۳**: یک مقاومت به وسیله روابط میان ولتاژ (v)، جریان (i) و زمان (t) به صورت

زیر تعریف می‌شود:

$$f_R(v, i, t) = 0$$

(۲) **سلف^۴**: یک سلف به وسیله روابط میان جریان (i)، شار (ϕ) و زمان (t) به صورت زیر

تعریف می‌شود:

$$f_L(\phi, i, t) = 0$$

(۳) **خازن^۱**: یک خازن به وسیله روابط میان ولتاژ (v)، بار (q) و زمان (t) به صورت زیر

تعریف می‌شود:

^۱ Single-Electron Tunneling Junctions

^۲ Nano Devices

^۳ Resistor

^۴ Inductor

$$f_C(q, v, t) = 0$$

(۴) مقاومت حافظه دار^۲: یک مقاومت حافظه دار به وسیله روابط میان بار (q) ، شار (ϕ) و زمان (t) به صورت زیر تعریف می شود:

$$f_M(q, \phi, t) = 0$$

تاکنون یک تحقیق نظام مند در راستای ایجاد یک چهار چوب کلی برای استفاده از ابزارهای نانو الکترونیک که شامل اثرات ضربه، مانند تونل زنی الکترون می شوند، وجود نداشته است. به منظور اختصار می توان به جای ابزار نانو الکترونیک همراه با اثرات ضربه از نام ابزار ضربه ای^۳ استفاده کرد. باید به این نکته توجه داشت که تأثیرات ضربه فقط می توانند در بار (q) و شار (ϕ) رخ دهند.

۱.۱.۵.۱ ابزارهای ضربه ای ابتدایی

در مقابل چهار مدل ابزار ابتدایی در تئوری مدارهای کلاسیک، فقط سه نوع ابزار ضربه ای ابتدایی در تئوری مدار ضربه ای وجود دارد. با توجه به بار (q) ، شار (ϕ) و زمان (t) و لحظات وقوع تونل زنی تعاریف زیر قابل ارائه می باشند [31].

(۱) سلف ضربه ای^۴ به صورت زیر تعریف می شود

$$\begin{cases} f_L(\phi, i, t) = 0, & t \neq \tau_k \\ \Delta\phi = \phi_k & t = \tau_k \end{cases}$$

(۲) خازن ضربه ای^۵ به صورت زیر تعریف می شود

¹ Capacitor
² Memristor
³ Impulsive Devices
⁴ Impulsive Inductor
⁵ Impulsive Capacitor

$$\begin{cases} f_C(q, v, t) = 0, & t \neq \tau_k \\ \Delta q = q_k & t = \tau_k \end{cases}$$

(۳) مقاومت حافظه‌دار ضربه‌ای^۱ به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\begin{cases} f_M(q, \phi, t) = 0, & t \neq \tau_k \\ \left. \begin{matrix} \Delta \phi = \phi_k \\ \Delta q = q_k \end{matrix} \right\}, & t = \tau_k \end{cases}$$

۲.۱.۵.۱ منابع مستقل ضربه‌ای :

به طور کلی دو نوع منبع مستقل ضربه‌ای وجود دارد [31]:

(۱) یک منبع جریان ضربه‌ای را توسط $q\delta(\tau_k)$ نمایش می‌دهیم به طوری که یک بار q

در لحظات τ_k برای هر ابزار الکترونیکی به صورت ضربه‌ای به کار گرفته می‌شود.

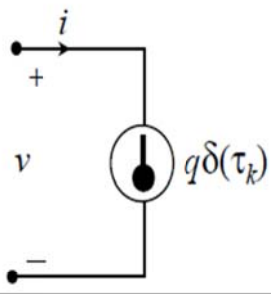
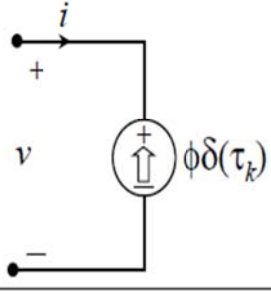
این منبع جریان ضربه‌ای به صورت سری در مدار قرار می‌گیرد.

(۲) یک منبع ولتاژ ضربه‌ای را توسط $\phi\delta(\tau_k)$ نمایش می‌دهیم به طوری که یک شار ϕ در

لحظات τ_k برای هر ابزار الکترونیکی به صورت ضربه‌ای به کار گرفته می‌شود.

این منبع ولتاژ ضربه‌ای به صورت موازی در مدار قرار می‌گیرد.

¹ Impulsive Memristor

Type of sources	symbols	characterization
impulsive current source		$\Delta q(\tau_k) = q$
impulsive voltage source		$\Delta \phi(\tau_k) = \phi$

شکل ۷.۱: شماتیکی از منابع مستقل جریان و ولتاژ ضربه ای [31].

۳.۱.۵.۱ منابع وابسته ضربه‌ای:

به طور کلی چهار نوع منبع وابسته ضربه‌ای وجود دارد که منابع جریان و ولتاژ کنترل شده ضربه‌ای نامیده می‌شوند. فرض کنید $v = v(t)$, $t \in \mathbb{R}_+$ یک ولتاژ و $i = i(t)$, $t \in \mathbb{R}_+$ یک جریان باشد که در آن $\mathbb{R}_+$ مجموعه اعداد حقیقی غیر منفی است، در این صورت خواهیم داشت [31]:

(۱) یک منبع جریان ضربه‌ای وابسته به ولتاژ^۱ (کنترل شده با ولتاژ) توسط

$$q(v)\delta(\tau_k)$$

نمایش داده می‌شود به طوری که بار $q(v)$ به صورت ضربه‌ای در لحظات τ_k

برای هر ابزار الکترونیکی استفاده می‌شود.

این منبع جریان ضربه‌ای به صورت سری در مدار قرار می‌گیرد.

¹ Impulsive Voltage-Control Current Source

(۲) یک منبع جریان ضربه‌ای وابسته به جریان^۱ (کنترل شده با جریان) توسط

$$q(i)\delta(\tau_k)$$

برای هر ابزار الکترونیکی استفاده می‌شود.

این منبع جریان ضربه‌ای به صورت سری در مدار قرار می‌گیرد.

(۳) یک منبع ولتاژ ضربه‌ای وابسته به جریان^۲ (کنترل شده با جریان) توسط

$$\phi(i)\delta(\tau_k)$$

برای هر ابزار الکترونیکی استفاده می‌شود.

این منبع ولتاژ ضربه‌ای به صورت موازی در مدار قرار می‌گیرد.

(۴) یک منبع ولتاژ ضربه‌ای وابسته به ولتاژ^۳ (کنترل شده با ولتاژ) توسط $\phi(v)\delta(\tau_k)$

نمایش داده می‌شود به طوری که شار $\phi(v)$ به صورت ضربه‌ای در لحظات τ_k برای هر ابزار

الکترونیکی استفاده می‌شود.

این منبع ولتاژ ضربه‌ای به صورت موازی در مدار قرار می‌گیرد.

¹ Impulsive Current-Control Current Source

² Impulsive Current-Control Voltage Source

³ Impulsive Voltage-Control Voltage Source

Type of sources	symbols	characterization
IVCCS		$\Delta q(\tau_k) = q(v^*)$
ICCCS		$\Delta q(\tau_k) = q(i^*)$
ICCVS		$\Delta \phi(\tau_k) = \phi(i^*)$
IVCVS		$\Delta \phi(\tau_k) = \phi(v^*)$

شکل ۸.۱: شماتیکی از منابع وابسته جریان و ولتاژ ضربه‌ای [31].

در حقیقت برای مدل کردن مدارهای الکترونیکی ضربه‌ای به صورت مدارهای الکترونیکی کلاسیک دو نوع منبع مستقل ضربه‌ای چهار نوع منبع وابسته ضربه‌ای کفایت می‌کند. به این صورت که هر سلف ضربه‌ای می‌تواند با استفاده از اتصال موازی یک سلف کلاسیک با یک منبع ولتاژ ضربه‌ای مدل شود و هر خازن ضربه‌ای را می‌توان به کمک اتصال سری یک خازن کلاسیک با یک منبع جریان ضربه‌ای مدل کرد و همچنین برای مدل کردن هر مقاومت حافظه‌دار ضربه‌ای، باید یک مقاومت حافظه‌دار کلاسیک را با یک منبع جریان ضربه‌ای سری و با یک منبع ولتاژ ضربه‌ای موازی کنیم.

به هر حال در بسیاری از حالات ممکن است استفاده از مدل‌های این سه نوع ابزار الکترونیکی ضربه‌ای اولیه مناسب و راحت باشد و این به دلیل آن است که این ابزار می‌توانند یکپارچگی فیزیکی ابزارهای الکترونیکی را حفظ کنند.

فصل دوم

مقدمه ای بر

سیستم های کنترل ضربه ای فازی

۱.۲ مقدمه‌ای بر سیستم‌های فازی

نظریه‌ی مجموعه فازی^۱ در سال ۱۹۶۵ توسط پروفیسور لطفی عسگر زاده [32]، دانشمند ایرانی تبار و استاد دانشگاه برکلی امریکا عرضه شد. واژه‌ی فازی در فرهنگ لغت آکسفورد به صورت مبهم، گنگ و نادقیق تعریف شده است. اگر بخواهیم نظریه مجموعه‌های فازی را توضیح دهیم، باید بگوییم نظریه‌ی ای است برای اقدام در شرایط عدم اطمینان. این نظریه قادر است بسیاری از مفاهیم و متغیرها و سیستم‌هایی را که نادقیق و مبهم هستند، صورت بندی ریاضی ببخشد و زمینه را برای استدلال، استنتاج، کنترل و تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان فراهم آورد. به بیانی دیگر مجموعه فازی را می‌توان حالت تعمیم یافته‌ای از مجموعه‌های معمولی در نظر گرفت که تابع عضویت این مجموعه‌ی معمولی فقط دو مقدار صفر یا یک را اختیار می‌کنند. به طور خلاصه نقطه شروع ساخت یک سیستم فازی بدست آوردن مجموعه‌ای از قواعد «اگر- آنگاه» فازی از دانش افراد خبره یا دانش حوزه مورد بررسی می‌باشد.

معمولاً از سه نوع سیستم فازی صحبت به میان می‌آید :

(۱) سیستم فازی ممدانی^۲

(۲) سیستم فازی منفرد^۳

(۳) سیستم‌های فازی تاکاگی - سوگنو^۴

که در مدل تاکاگی- سوگنو (T-S)، ورودی‌ها و خروجی‌های آن متغیرهایی با مقادیر واقعی هستند. بدین ترتیب قاعده فازی از یک عبارت توصیفی با مقادیر زبانی، به یک رابطه‌ی ساده تبدیل شده است. در واقع سیستم‌های فازی T-S نوعی وزن دهنده به ورودی‌ها می‌باشند، که خروجی ترکیبی از ورودی‌های وزن دار است.

¹ Fuzzy Sets

² Mamdani

³ singleton

⁴ Takagi - Sugeno

یکی از معایب استفاده از سیستم‌های فازی منفرد در مقایسه با سیستم‌های فازی T-S تعداد قوانین زیاد در رویارویی با سیستم‌های چند بعدی^۱ است و در مقابل، بزرگ‌ترین مزیت سیستم‌های فازی T-S دارا بودن قابلیت اعمال تئوری‌های کنترل خطی و غیرخطی است. این مدل از سیستم‌های فازی، مورد بحث در این پایان نامه می‌باشد.

پس از معرفی تئوری مجموعه‌های فازی توسط پروفیسور زاده، سیستم‌ها و مجموعه‌های فازی به صورت چشمگیری پیشرفت کردند. کاربردهای متنوعی از جمله مهندسی کنترل، شناسایی الگوها، پردازش سیگنال، پردازش اطلاعات، هوش ماشین، تصمیم‌سازی، مدیریت، سرمایه‌گذاری، پزشکی، صنعت موتور، رباتیک و... می‌توان برای این سیستم‌ها متصور شد. به ویژه کنترل منطق فازی^۲ (FLC) که به عنوان یکی از اولین کاربردهای سیستم‌ها و مجموعه‌های فازی که بیشترین موفقیت را از آن خود کرده است. در حقیقت FLC یک روش کنترلی موفق برای بیشتر سیستم‌های غیرخطی پیچیده و یا حتی سیستم‌های غیر قابل تحلیل عرضه می‌دارد به این صورت که در بیشتر حالات یک روش متفاوت برای تکنیک‌های کنترلی متعارف پیشنهاد می‌دهد. اولین سیستم کنترل منطق فازی توسط ممدانی و اصیلان^۳ [33] معرفی شد که در آن کنترل یک موتور بخار کوچک مورد بررسی قرار گرفته است.

سیستم‌های فازی T-S بعد از دهه ۹۰ به شدت مورد استفاده تحقیقاتی و کاربردی قرار گرفتند و این طرز نگرش نیز به دلیل استخراج مدل T-S از سیستم‌های غیرخطی (خطی سازی در ناحیه کار) بود. همچنین بحث پایداری در این سیستم‌ها با توجه به نوع قوانین در آن‌ها آسان‌تر از سایر سیستم‌های فازی صورت می‌گرفت. بسیاری از این متدهای مبتنی بر حل مسائل بهینه‌سازی محدب^۴ می‌باشند.

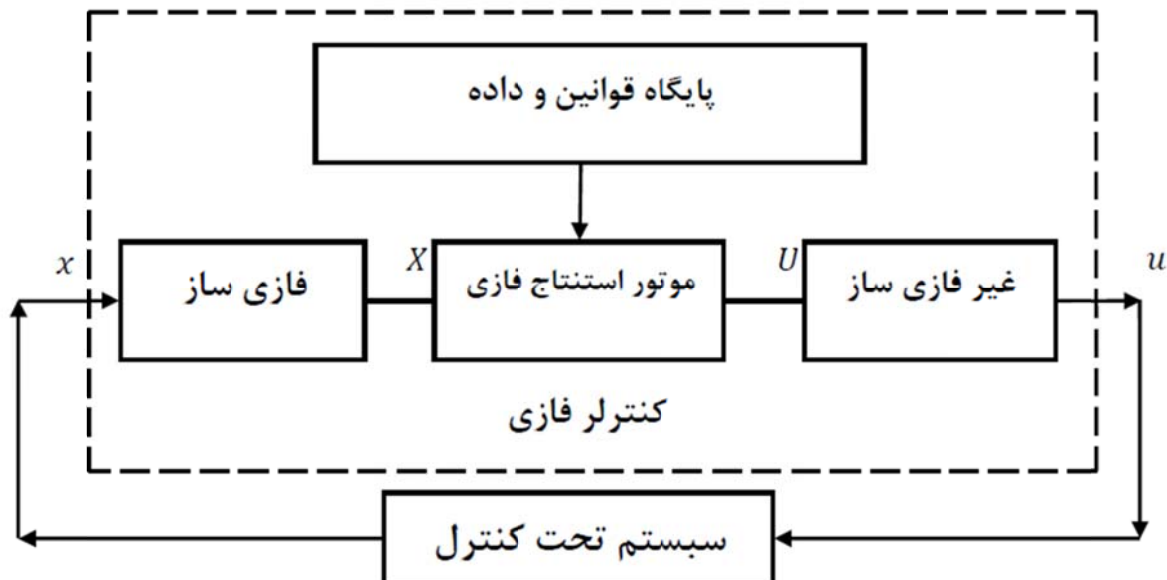
¹ Multidimensional Systems

² Fuzzy Logic Control

³ Assilian

⁴ Convex optimization

همان طور که در شکل زیر (شکل ۱.۲) مشخص است به طور کلی ساختار سیستم‌های کنترل فازی شامل چهار جزء اصلی می‌باشد:



شکل ۱.۲ : ساختار کلی سیستم‌های کنترل فازی

(۱) پایگاه دانش^۱ (پایگاه قوانین و داده): شامل یک پایگاه داده برای توصیف توابع

عضویت و یک پایگاه قوانین کنترل فازی می‌باشد.

(۲) فازی ساز^۲: یک نگاشت از فضای مقادیر واقعی به فضای فازی.

(۳) موتور استنتاج^۳: بخش مرکزی سیستم کنترل فازی که روش استنتاج را بر پایه قوانین

کنترل فازی شکل می‌دهد.

(۴) غیر فازی ساز^۴: یک نگاشت از فضای فازی به فضای مقادیر واقعی.

^۱ knowledge base
^۲ Fuzzifier
^۳ Inference Engine
^۴ Defuzzifier

این نکته را باید مد نظر داشته باشید که ورودی u و خروجی x فازی نمی‌باشند. با اجرای عملگر فازی ساز مقدار دقیق x به مجموعه فازی X تبدیل می‌شود. مکانیزم استنباط در شکل به صورت $U = X \circ R$ فرموله می‌شود، که " $\circ$ " یک عملگر ترکیب فازی¹ است و R یک رابطه فازی مشخص شده در پایگاه قوانین می‌باشد. غیر فازی ساز عمل تبدیل مجموعه فازی " U " به مقدار دقیق و معلوم u را انجام می‌دهد. قوانین فازی که معمولاً به صورت "اگر-آنگاه" می‌باشند بر مبنای علم یک متخصص و یا یک الگوریتم یادگیری و سایر متدهای مربوطه ساخته می‌شود.

همواره در ارتباط با سیستم‌های فازی سه سؤال عمده مطرح بوده است:

۱- چگونه می‌توان یک سیستم فازی را مدل کرد و یا به بیانی دیگر طریقه استخراج یک مدل فازی مناسب برای (از) یک سیستم چگونه می‌باشد؟

۲- آیا قانون کنترل فازی وجود دارد که بتوان یک سیستم مفروض را پایدار کرد؟

۳- چگونه می‌توان یک الگوریتم پایدار ساز برای سیستم‌های فازی ارائه داد؟

در پاسخ به سؤال اول، [34] اثبات کرد که هر سیستم غیرخطی را می‌توان به طور دقیق با یک سیستم فازی مدل کرد و در پاسخ به سؤال دوم نیز، [35] اثبات کرد که کنترل‌کننده‌های فازی، کنترل‌کننده‌های عمومی می‌باشند و هر سیستمی که قابلیت پایداری را داشته باشد با سیستم‌های فازی نیز قابل پایداری است و همچنین در پاسخ به سؤال سوم می‌توان به این مطلب اشاره کرد که، در نخستین گام‌های جنبش فازی اعمال سیستم‌های (کنترل‌کننده‌های) فازی (که مبتنی بر علم بشر بودند) بر روی یک سیستم با روش ابتکاری صورت گرفت. عیب بزرگ این روش عدم تضمین کامل پایداری بود که آن هم به دلیل نبود یک متد کلی برای طراحی و تضمین پایداری بود، به همین دلیل اغلب رهیافت‌ها، مبتنی بر تقریب، درک شهودی و تجربه استوار بودند. در ادامه متد PDC توسط [36] برای سیستم‌های فازی T-S مطرح شد. ایده اصلی این روش مبتنی بر جبران هر قانون توسط

¹ Fuzzy Composition

یک قانون کنترل است که در نهایت خروجی کنترل کننده ترکیب کل سیستم‌های خطی می‌باشد. این ایده موجب تسهیل اعمال تئوری‌های پایداری همچون تئوری لیاپانوف شد. یادآور می‌شود، بحث سیستم‌های کنترل فازی و مباحث مربوط به تحلیل پایداری این سیستم‌ها در این فصل با نگاهی گذرا مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲.۲ انواع سیستم‌های کنترل فازی

در مقایسه با کنترل متعارف، کنترل فازی دارای حداقل دو مزیت می‌باشد، اول اینکه سیستم‌های فازی دارای حساسیت کمتری نسبت به نویز و تغییرات پارامتری می‌باشند. همچنین سیستم‌های فازی را می‌توان به سیستم‌ها و فرآیندهای ناخوش تعریف^۱ اعمال کرد، که در خیلی از این موارد سیستم‌های کنترل متعارف غیرقابل پیاده سازی می‌باشند. بر اساس تفاوت در قوانین کنترل فازی و روش تولید آن‌ها، می‌توان سیستم‌های کنترل فازی را به صورت زیر دسته بندی نمود [37]:

۱.۲.۲ سیستم کنترل فازی متعارف (نوع ممدانی^۲):

این نوع کنترل که با نام کنترل فازی نوع ممدانی نیز معرفی می‌شود و توسط سوگنو [38] به عنوان مدل فازی نوع^۳ دسته بندی شده است، در فرایندهای کنترلی مختلفی می‌توان به کار برد. به عنوان مثال: دستگاه گرم کن آب، مبدل گرما، رباتیک [39]، کوره سیمان، تصفیه فاضلاب، موتورهای فرایند های زیست محیطی و یا حتی وسایل الکترونیکی مانند دوربین فیلم برداری، ماشین لباسشویی، تلویزیون و...

¹ Ill-Define

² Mamdani Type

³ Type-I

طراحی چنین سیستم‌های کنترلی فاقد روش‌های اصولی و با قاعده‌ای هستند، به همین دلیل از نظر بحث پایداری سیستم کنترل حلقه بسته مورد انتقاد قرار می‌گیرند. البته تلاش‌هایی در زمینه تحلیل پایداری چنین سیستم‌هایی صورت گرفته است، که عمدتاً مبتنی بر روش‌هایی مانند تابع توصیف کننده [40]، تئوری پوپوف و کنترل مدل لغزشی [41] می‌باشد.

۲.۲.۲ سیستم کنترل PID فازی^۱:

کنترل‌کننده های PID معمولی به دلیل ساختار ساده و سهولت در طراحی امروزه نیز کاربرد های متنوعی در صنعت دارند با این حال برای سیستم‌هایی که به صورت ذاتی متغیر و به شدت غیرخطی هستند، عملکرد رضایت بخشی از خود نشان نمی‌دهند و از طرفی نیز می‌دانیم کنترل فازی ممدانی با استفاده از تئوری مجموعه فازی قادر به کنترل عدم قطعیت و غیرخطی می‌باشد پس می‌توان نتیجه گرفت از ترکیب این دو تکنیک کنترلی به یک سیستم کنترلی بهتر دست خواهیم یافت.

کنترل‌های PID فازی را می‌توان به دو صورت عمل مستقیم^۲ [42] و زمان بندی بهره^۳ [43] دسته بندی کرد. با همه این تفاسیر یک محدودیت بزرگ برای استفاده از این کنترل کننده وجود دارد که آن، مسئله طراحی سیستماتیک و عملکرد منسجم و تضمین شده می‌باشد.

۳.۲.۲ سیستم کنترل عصبی فازی^۴:

کنترل عصبی یا همان کنترل شبکه های عصبی^۱ به همراه کنترل فازی دو تکنیک مهم و کاربردی در کنترل هوشمند^۲ می‌باشند. یک سیستم کنترل عصبی فازی علاوه بر شناسایی قوانین

¹ Fuzzy PID Control

² Direct-action

³ Gain-Scheduling

⁴ Neuro-Fuzzy Control

کنترل فازی می‌تواند توابع عضویت فازی را نیز تنظیم کند که در این صورت یک کنترل عصبی فازی محقق می‌شود.

یک مزیت اصلی کنترل عصبی فازی این است که برای کنترل سیستم نیازی به اطلاعاتی مربوط به مدل ریاضی سیستم ندارد و البته محدودیت استفاده از این نوع سیستم‌های کنترلی باز هم همان بحث تحلیل سیستماتیک پایداری سیستم‌های کنترل حلقه بسته و همچنین همگرایی الگوریتم یادگیری در زمینه سیستم‌های کنترل حلقه بسته می‌باشد.

۴.۲.۲ سیستم کنترل مد لغزشی فازی^۳:

کنترل مد لغزشی یک رویکرد مقاوم برای کنترل سیستم‌های غیرخطی همراه با عدم قطعیت معرفی می‌کند. از فواید مهم کنترل مد لغزشی فازی می‌توان به موضوع تحلیل پایداری و طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های کنترل فازی در قالب کنترل مد لغزشی اشاره کرد [44].

۵.۲.۲ سیستم کنترل فازی تطبیقی^۴:

کنترل تطبیقی برای سیستم‌های خطی به ویژه در دو دهه اخیر پیشرفت قابل توجهی داشته‌اند، ولی کنترل تطبیقی برای سیستم‌های غیرخطی عمومی هنوز به صورت یک چالش برای جامعه کنترل وجود دارد. در حالی که سیستم‌های فازی توانایی تخمین هر تابع غیرخطی ساده بر روی یک ناحیه پیوسته محدب را دارد. برای درک بهتر این نوع از کنترل، می‌توان به مقاله [45] که در آن نویسنده یک کنترل فازی تطبیقی را برای یک سیستم غیرخطی آفین^۵ با توابع نامعلوم مورد استفاده قرار داده

¹ Neural Network Control

² Intelligent Control

³ Fuzzy Sliding-Mode Control

⁴ Adaptive Fuzzy Control

⁵ Affine

و یا [46] که در آن مقایسه ای میان کنترل فازی تطبیقی با کنترل تطبیقی معمولی صورت گرفته است اشاره کرد.

۶.۲.۲ سیستم کنترل فازی مبتنی بر مدل تاکاگی-سوگنو^۱:

مدل فازی T-S را که سوگنو [38] آن را مدل فازی نوع^۲ نیز نامیده است، در حقیقت یک مدل دینامیکی فازی می‌باشد. این مدل بر اساس مجموعه ای از قوانین فازی می‌باشد که به منظور، توصیف یک سیستم غیرخطی سراسری در ترم‌های مجموعه ای از مدل‌های خطی محلی، مورد استفاده قرار می‌گیرد و این مدل‌های خطی محلی با استفاده از توابع عضویت فازی با یکدیگر ترکیب شده‌اند.

این روش مدل سازی فازی یک رویکرد متفاوت برای توصیف سیستم‌های غیرخطی پیچیده پیشنهاد می‌دهد که باعث کاهش شدید تعداد قوانین در مدل کردن سیستم‌های غیرخطی با مرتبه بالا می‌شود [38]. از همه مهم‌تر مدل‌های فازی T-S زمینه‌ای جهت توسعه رویکرد های سیستماتیک جهت تحلیل پایداری و طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های کنترل فازی فراهم می‌کند. از طرف دیگر این مدل‌ها به صورت تقریب‌گرهای توابع عمومی نمایش داده می‌شوند، به این مفهوم که قادر به تقریب هر یک از توابع غیرخطی با هر میزان از دقت و در هر ناحیه محدب^۳ می‌باشند [47]، [48].

در حالت کلی می‌توان گفت مدل‌های فازی T-S راهی برای طراحی کنترل‌کننده‌های مبتنی بر مدل‌های خطی محلی و تحلیل پایداری یا عملکرد مبتنی بر مدل غیرخطی سراسری پیش روی ما قرار می‌دهد. برای شناسایی مدل‌های فازی T-S دو رویکرد عمده را می‌توان مطرح نمود:

روش اول بر اساس خطی سازی سیستم غیرخطی اصلی در تعدادی از نقاط کار می‌باشد که در

این حالت مدل سیستم معلوم است.

¹ T-S Model-Based Fuzzy Control

² Type- III

³ Convex Region

روش دوم که بر اساس داده‌های تولید شده از سیستم غیرخطی اصلی می‌باشد که در این حالت مدل سیستم نامعلوم^۱ است [49].

به عنوان مثال در [50] نویسنده یک روش برای شناسایی مدل‌های فازي T-S ارائه می‌کند که شامل شناسایی تعدادی از قوانین فازي یا پارامترهای مدل‌های خطی محلی با استفاده از روش حداقل مربعات و پارامترهای توابع عضویت با استفاده از روش خوشه‌سازی فازي می‌باشد. در اینجا هدف به حداقل رساندن خطا میان مدل‌های فازي T-S و سیستم‌های غیرخطی اصلی متناظر با آن‌ها است. همچنین می‌توان در [51] توانایی درون‌یابی مدل‌های فازي T-S و یک روش پیشنهادی برای شناسایی آن‌ها را مشاهده نمود.

۳.۲ تحلیل پایداری سیستم‌های فازي

گستره عظیم استفاده از سیستم‌های فازي نیاز به متدها و ابزار تحلیل مدرن و منسجم دارد که پایداری یکی از این ضروریات تحلیل در این گونه سیستم‌ها می‌باشد و از اهمیت وافری برخوردار است. به دلیل ذات غیرخطی سیستم‌های فازي، بحث پایداری در این سیستم‌ها از زمینه‌های پرکار به شمار می‌رود. تا آنجایی که به اعتراف عده کثیری از صاحبان تخصص، تحلیل پایداری به همراه عملکرد این گونه سیستم‌ها ضروری بوده و از پرکارترین زمینه‌های تحقیقاتی می‌باشد. اما عدم وجود یک متد عام در این زمینه از موانع عمده تحلیل و طراحی بوده است. این پایان نامه تلاش می‌کند تا بتواند با بحث بر روی پایداری سیستم‌های فازي به ارائه راهکارها، الگوریتم‌ها و متدهای طراحی بپردازد.

¹ Black Box

اصولاً تحلیل پایداری سیستم‌های فازی T-S بر اساس تئوری پایداری لیپانوف می‌باشد، که در آن از توابع لیپانوف مختلفی می‌توان استفاده نمود. پایداری به مفهوم لیپانوف برای اولین بار توسط لیپانوف بر اساس مفهوم انرژی در قرن ۱۹ ارائه شد. تحلیل پایداری سیستم‌های فازی T-S در حالت بدون کنترل ($u(t) = 0$) برای اولین بار در حالت گسسته^۱ و توسط [52] ارائه شد، که رهیافتی مبتنی بر تابع لیپانوف بود. در ادامه روش‌های تحلیل پایداری به کمک چند تابع لیپانوف پرکاربرد به اختصار معرفی می‌شود

۱.۳.۲ تحلیل پایداری مبتنی بر توابع لیپانوف مرتبه دوم

مشترک^۲:

یکی از اولین نتایج تحلیل پایداری مبتنی بر توابع لیپانوف مرتبه دوم مشترک در [53] ارائه شد که از آن به بعد اصلاحات بی شماری در آن صورت گرفته است. سیستم فازی T-S را به صورت زیر در نظر بگیرید :

$$x(t+1) = \sum_{l=1}^m \mu_l(z) A_l x(t) \quad (1-2)$$

با تعریف تابع لیپانوف مشترک به صورت

$$V(x) = x(t)^T P x(t) \quad (2-2)$$

که در آن P یک ماتریس مثبت معین می‌باشد. می‌توان اثبات کرد، در صورتی که یک P برای برقراری نامعادلات ماتریسی خطی^۳ زیر وجود داشته باشد، سیستم فازی T-S (۱-۲) پایدار نمایی سراسری خواهد بود.

$$A_l^T P A_l - P < 0, \quad l \in L \quad (3-2)$$

¹ Discrete

² Common Quadratic Lyapunov Functions

³ Linear Matrix Inequalities

و با استفاده از متمم شور^۱ و با فرض $X = P^{-1}$ ، به طور معادل داریم:

$$\begin{bmatrix} -X & XA_l^T \\ A_l X & -X \end{bmatrix} < 0, \quad l \in L \quad (4-2)$$

باید به این نکته توجه داشت که استفاده از توابع لیاپانوف مرتبه دوم مشترک بسیار محافظه کارانه بوده و حتی برای بیشتر سیستم‌های به شدت غیرخطی و پیچیده نمی‌توان چنین توابعی را یافت که این خود یک محدودیت بزرگ در استفاده از چنین توابعی است.

جهت پایدار سازی سیستم حلقه بسته مبتنی بر توابع لیاپانوف مشترک می‌توان سیستم فازی T-S حلقه بسته را به صورت زیر تعریف نمود:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= A(\mu)x(t) + B(\mu)u(t) \\ y(t) &= C(\mu)x(t) \end{aligned} \quad (5-2)$$

که در آن داریم:

$$A(\mu) = \sum_{l=1}^m \mu_l A_l, \quad B(\mu) = \sum_{l=1}^m \mu_l B_l, \quad C(\mu) = \sum_{l=1}^m \mu_l C_l$$

در این نوع از پایدارسازی، به طور کلی دو نوع طرح کنترلی مورد استفاده قرار می‌گیرد:

(۱) طرح کنترل فازی نرم^۲ که در واقع یک قانون کنترل پیوسته می‌باشد، به جبران ساز

توزیع شده موازی^۳ نیز معروف است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u(t) = \sum_{l=1}^m \mu_l(z) K_l x(t) \quad (6-2)$$

با جایگذاری (۶-۲) در سیستم فازی T-S حلقه بسته (۵-۲) خواهیم داشت:

$$x(t+1) = \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^m \mu_j \mu_l (A_l + B_l K_j) x(t) \quad (7-2)$$

¹ Complement Schur's

² Smooth Fuzzy Control Scheme

³ Parallel Distributed Compensation

که با استفاده از تابع لیپانوف مشترک $V(x)$ و با تعریف ماتریس معین مثبت $X = P^{-1}$ می‌توان روابطی را مبتنی بر نامعادلات ماتریس خطی (LMIs) بدست آورد که با برقراری آن روابط سیستم کنترل فازی T-S حلقه بسته پایدار نمایی سراسری باشد.

(۲) طرح کنترل سوئیچینگ^۱ که به جبران ساز محلی^۲ نیز معروف است و به صورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$u(t) = K_l x(t), \quad l \in L \quad (۸-۲)$$

در این حالت نیز می‌توان نامعادلاتی را مبتنی بر LMI ها بدست آورد که با برقراری این نامعادلات سیستم کنترل فازی حلقه بسته پایدار نمایی سراسری باشد.

۲.۳.۲ تحلیل پایداری مبتنی بر توابع لیپانوف مرتبه دوم تکه-

ای^۳

تابع لیپانوف مرتبه دوم تکه‌ای را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$V(x) = x(t)^T P_l x(t), \quad l \in L \quad (۹-۲)$$

به منظور ایجاد روش‌های مبتنی بر توابع لیپانوف تکه‌ای، می‌توان فضای متغیرهای اولیه و یا فضای حالت را به دو صورت زیر بخش بندی کرد:

نوع اول: اگر فضای متغیرهای اولیه به m ناحیه تقسیم شود، در این صورت سیستم فازی T-S (۲-)

(۱) را می‌توان در هر ناحیه محلی به صورت زیر نمایش داد [54]:

$$x(t+1) = (A_l + \Delta A_l(\mu))x(t), \quad l \in L \quad (۱۰-۲)$$

^۱ Switching Control Scheme

^۲ Local Compensation

^۳ Piecewise Quadratic Lyapunov Functions

که در آن

$$\Delta A_l(\mu) = \sum_{i=1, i \neq l}^m \mu_i \Delta A_{li}, \quad \Delta A_{li} = A_i - A_l$$

باید توجه داشت که در این نوع، تعداد نواحی تقسیم بندی معادل با تعداد قوانین فازی و یا تعداد مدل های خطی محلی می باشد. مدل فازی (۲-۱۰)، با مدل محلی در مدل فازی T-S (۲-۱) متفاوت است، چون در مدل (۲-۱۰) همه اثرات متقابل از جمله اثر ترم های عدم قطعیت ΔA_l ، در مدل های محلی وجود دارد. در این حالت با استفاده از تابع لیاپانوف تکه ای می توان نامعادلات LMI را به گونه ای یافت که تضمین کننده این مطلب باشند که نه تنها تابع باید در میان همه ی مسیرهای سیستم و درون هر ناحیه کاهشی بوده، بلکه زمانی که سیستم از یک ناحیه به ناحیه دیگر انتقال می یابد نیز کاهشی باشد.

نوع دوم: این تقسیم بندی که توسط [55] پیشنهاد شده است، بر اساس القای طبیعی سیستم

فازی (۲-۱) درون یک تعداد از نواحی چند وجهی از فضای متغیر های اولیه صورت می گیرد. این نواحی شامل نواحی صحیح (عملگر^۱) و نواحی فازی (درون یاب^۲) می باشند.

جهت پایداری سازی سیستم حلقه بسته مبتنی بر توابع لیاپانوف تکه ای برای تقسیم بندی نوع

اول کنترل کننده سوئیچینگ به صورت زیر خواهد بود:

$$u(t) = K_l x(t), \quad l \in L$$

(۲-۱۱)

می توان سیستم فازی T-S حلقه بسته را به صورت زیر تعریف نمود:

$$x(t+1) = (A_l + \Delta A_l(\mu) + (B_l + \Delta B_l(\mu))K_l)x(t)$$

(۲-۱۲)

¹ Operation
² Interpolation

که با استفاده از تابع لیپانوف تکه ای $V(x)$ و با تعریف ماتریس معین مثبت $X = P^{-1}$ می توان روابطی را مبتنی بر نامعادلات ماتریس خطی (LMIs) بدست آورد که با برقراری آن روابط سیستم کنترل فازی T-S حلقه بسته پایدار نمایی سراسری باشد.

جهت پایداری سیستم حلقه بسته مبتنی بر توابع لیپانوف تکه ای برای تقسیم بندی نوع دوم کنترل کننده سوئیچینگ به صورت زیر خواهد بود:

$$u(t) = K_l x(t), \quad l \in \bar{L} \quad (13-2)$$

در این صورت می توان سیستم فازی T-S حلقه بسته را به صورت زیر تعریف کرد:

$$x(t+1) = \sum_k \mu_k (A_k + B_k K_l) x(t) \quad (14-2)$$

برای این حالت نیز می توان نامعادلاتی را مبتنی بر LMI ها بدست آورد که با برقراری این نامعادلات سیستم کنترل فازی حلقه بسته پایدار نمایی سراسری باشد.

۳.۳.۲ تحلیل پایداری مبتنی بر توابع لیپانوف فازی^۱:

این نوع توابع لیپانوف که با نام توابع لیپانوف غیر مرتبه دوم نیز معرفی می شوند، به صورت زیر قابل نمایش می باشند:

$$V(x) = \sum_{l=1}^m \mu_l(z) x^T P_l x, \quad l \in L \quad (15-2)$$

از بررسی نتایج بدست آمده از مطالعات محققان می توان دریافت که تحلیل پایداری در سیستم فازی T-S در حالت زمان پیوسته با استفاده از توابع لیپانوف فازی بسیار دشوارتر و پیچیده تر از حالت زمان گسسته می باشد و این به دلیل این حقیقت است که، توابع عضویت، در توابع عمومی حالت های سیستم حضور دارند، در این صورت مشتقات توابع لیپانوف فازی شامل مشتقات توابع عضویت و در

¹ Fuzzy Lyapunov Functions

نتیجه مشتقات حالات سیستم می‌باشند. بنابراین مشتق تابع لیاپانوف فازى به یک رابطه بسیار پیچیده منجر می‌شود، در حقیقت به یک تابع غیرخطی در ترم‌های ماتریس‌های سیستم تبدیل شده که در نتیجه موجب پیچیدگی‌هایی در تحلیل پایداری می‌شود. جهت پایداری‌سازی سیستم حلقه بسته فازى T-S مبتنی بر توابع لیاپانوف فازى کنترل‌کننده به صورت زیر خواهد بود.

$$u(t) = \sum_{l=1}^m \mu_l K_l x(t), \quad l \in L \quad (۱۶-۲)$$

با جایگذاری در سیستم فازى T-S حلقه بسته (۵-۲)، می‌توان سیستم فازى T-S حلقه بسته را به صورت زیر تعریف نمود.

$$x(t+1) = \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^m \mu_j \mu_l (A_l + B_l K_j) x(t) \quad (۱۷-۲)$$

که با استفاده از تابع لیاپانوف فازى $V(x)$ و با تعریف ماتریس معین مثبت $X = P^{-1}$ می‌توان روابطی را مبتنی بر نامعادلات ماتریس خطی (LMIs) بدست آورد که با برقراری آن روابط سیستم کنترل فازى T-S حلقه بسته پایدار نمایی سراسری باشد.

۴.۲ سیستم‌های ضربه‌ای فازی

در این بخش، یک دیدگاه جدید برای کنترل سیستم‌های فازی توسط روش کنترل ضربه ای ارائه خواهد شد. به این صورت که کنترل ضربه ای برای سیستم‌های فازی مبتنی بر مدل T-S معرفی و یک مدل سیستم ضربه ای فازی شکل می‌گیرد. تفاوت اصلی میان استراتژی کنترل پیشنهادی و PDC در این است که زیر سیستم‌ها، ضربه ای خطی هستند و مدل کلی، یک سیستم کنترل ضربه ای متغیر با زمان می‌باشد، بنابراین تحلیل پایداری و مسئله طراحی کنترل سیستم مورد نظر، به یک مسئله سیستم کنترل ضربه ای تبدیل می‌شود، همچنین موضوع پایداری سیستم کنترل پیشنهادی به وسیله یک سری روابط مقایسه ای برای معادلات دیفرانسیل ضربه ای مورد بررسی قرار می‌گیرد. البته در فصل بعد نشان خواهیم داد که، پایداری سیستم کنترل ضربه ای فازی پیشنهادی به کمک توابع لیاپانوف گسترش یافته نیز قابل بررسی می‌باشد. (در فصل سوم مفصلاً به این مطلب پرداخته خواهد شد).

در حالت ضربه‌ای، حداقل باید یک متغیر حالت در پلنت فازی وجود داشته باشد که بتواند به صورت ناگهانی^۱ به ازای هر مقدار بدست آمده از یک قانون کنترل تغییر کند، در سال‌های اخیر تحلیل پایداری و طراحی سیستماتیک از مهم‌ترین موضوعات مرتبط با سیستم‌های کنترل فازی بوده است [56]، [57].

رویکردهای کنترل فازی مبتنی بر مدل فازی T-S را می‌توان به دو دسته اصلی تقسیم کرد:

(۱) طراحی فیدبک حالت [56]

(۲) طراحی فیدبک خروجی (رویتگر^۲) [57]

¹ Instantaneously
² Observer

از آنجایی که، عدم قطعیت و تأخیر زمانی به طور متداول عوامل ناپایداری هستند. شاید این موضوع دلیل نیاز به ایده ای جدید جهت تعمیم دادن مدل فازی T-S برای سیستم‌های غیرخطی با تأخیر زمانی یا عدم قطعیت باشد.

ایده اولیه PDC این است که برای هر مدل خطی محلی یک کنترل فیدبک حالت طراحی شود و کنترل‌کننده سراسری که به طور کلی غیرخطی می‌باشد در واقع از یک ترکیب فازی شامل همه کنترل‌کننده های خطی مجزا بدست می‌آید. با وجود کاربردهای موفقیت آمیزی که در استفاده از روش PDC حاصل شده است، در اینجا قصد داریم یک رویکرد جدید برای کنترل فازی یک دسته از سیستم‌های غیرخطی ارائه کنیم.

همان طور که می‌دانید، سیستم‌هایی وجود دارند که تحمل ورودی‌های کنترلی پیوسته را ندارند، برای چنین سیستم‌هایی حتی کنترل‌کننده فازی مبتنی بر تکنیک PDC نیز نمی‌تواند به اندازه کافی مفید باشد ولی در طرف دیگر تکنیک کنترل ضربه ای می‌تواند یک ابزار مناسب برای رویارویی با چنین سیستم‌هایی باشد، به عنوان نمونه [58] که به موضوع پایداری و مسئله همگام سازی سیستم‌های آشوب به کمک کنترل ضربه ای اشاره دارد. در ادامه به بررسی سیستم‌های فازی همراه با کنترل ضربه ای می‌پردازیم.

۱.۴.۲ تعریف ریاضیات سیستم ضربه ای فازی:

بر اساس نحوه به کارگیری تکنیک کنترل ضربه ای، می توان سیستم های کنترل ضربه ای فازی را به دو دسته تقسیم بندی نمود:

۱.۱.۴.۲ سیستم کنترل ضربه ای فازی معمولی

در این حالت براینده قوانین فازی همان طور که در شکل ۲.۲ مشاهده می شود به وسیله سیستم های دینامیکی ضربه ای معرفی می شوند (در شکل ۲.۲ $\delta(t)$ تابع دلتا دیراک^۱ می باشد به عبارت دیگر براینده قوانین به وسیله معادلات دیفرانسیل ضربه ای مشخص می شوند. در این حالت قانون کنترل کننده می تواند به صورت زیر باشد :

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - \tau_k) (I_{jk}(x(t))) \quad (۱۸-۲)$$

هدف تنها ایجاد گسستگی در حالات می باشد. زمانی که گسستگی ایجاد می شود، می توان آن را به صورت ضرب یک تابع ضربه (دلتا) در یک تابع پیوسته نوشت (همانند رابطه (۱۸-۲)). در عمل هیچ گونه انرژی بی نهایتی به سیستم داده نمی شود و فقط یک گسستگی ایجاد می کنیم و اعمال تابع ضربه فقط در ریاضیات مسئله جهت تحلیل صورت می گیرد. سیستم فازی T-S را به صورت زیر در نظر بگیرد:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(p(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (۱۹-۲)$$

¹ Dirac Delta Function

$p(t)$ متغیر تصمیم گیری و $\mu_j(p(t))$ تابعی از متغیرهای تصمیم گیری می باشد که دارای مقداری بین صفر و یک است و $I_{jk}(x(t))$ تابع پیوسته می باشد که میزان ضربات را در لحظه τ_k تعیین می کند، که بایستی طراحی شود.

با جایگذاری قانون کنترل (۲-۱۸) در مدل سیستم فازی T-S (۲-۱۹) مدل حلقه بسته به صورت زیر خواهد بود:

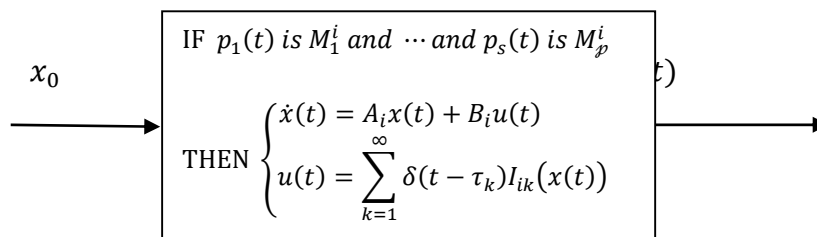
$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(p(t)) \left(A_i x(t) + B_i \left(\sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - \tau_k) (I_{ik}(x(t))) \right) \right) \quad (2-20)$$

با یک انتگرال گیری می توان نشان داد که:

$$\begin{aligned} x(\tau_k + h) - x(\tau_k - h) &= \int_{\tau_k - h}^{\tau_k + h} \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(p(t)) \left(A_i x(t) + B_i \left(\sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - \tau_k) (I_{ik}(x(t))) \right) \right) \right) dt \end{aligned} \quad (2-21)$$

که در آن $h > 0$ به اندازه کافی کوچک می باشد $(h \rightarrow 0^+)$.

$$x(\tau_k^+) - x(\tau_k^-) = \sum_{i=1}^r \mu_i(p(t)) (B_i I_{ik}(x(t))), \quad k = 1, 2, \dots \quad (2-22)$$



شکل ۲.۲: سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S معمولی

در نهایت سیستم فازی ضربه ای حلقه بسته به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(p(t))(A_i x(t)) & t \neq \tau_k \\ \Delta x = x(\tau_k^+) - x(\tau_k^-) = I_k(x(t)) = \sum_{i=1}^r \mu_i(p(t))(B_i I_{ik}(x(t))) & t = \tau_k \end{cases} \quad (23-2)$$

در شکل ۲.۲ شماتیکی از یک سیستم کنترل ضربه ای فازی معمولی نمایش داده شده است.

۲.۱.۴.۲ سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S مبتنی بر PDC

در ادامه قصد داریم با اعمال یک کنترل کننده ضربه ای مبتنی بر PDC به صورت زیر:

$$u(t) = \sum_{j=1}^r \mu_j(p(t)) \left(\sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - \tau_k) (I_{jk}(x(t))) \right) \quad (24-2)$$

سیستم فازی T-S (۱۹-۲) را بازنویسی نماییم. با جایگذاری قانون کنترل (۲۴-۲) در مدل سیستم

فازی T-S (۱۹-۲) مدل حلقه بسته به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(p(t)) \left(A_i x(t) + B_i \left(\sum_{j=1}^r \mu_j(p(t)) \left(\sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - \tau_k) (I_{jk}(x(t))) \right) \right) \right) \quad (25-2)$$

با یک انتگرال گیری می توان نشان داد که:

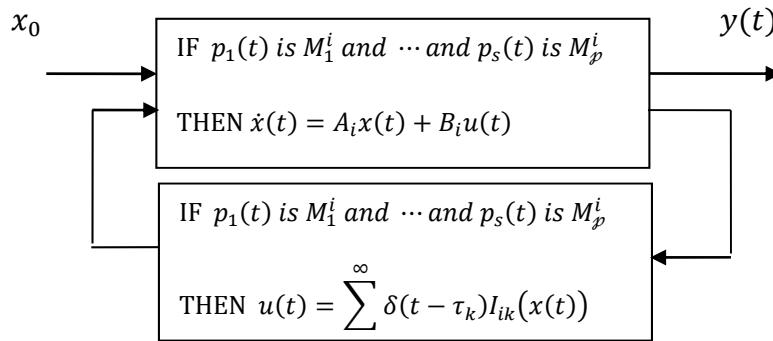
$$\begin{aligned} & x(\tau_k + h) - x(\tau_k - h) \\ &= \int_{\tau_k - h}^{\tau_k + h} \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(p(t)) \left(A_i x(t) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + B_i \left(\sum_{j=1}^r \mu_j(p(t)) \left(\sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - \tau_k) (I_{jk}(x(t))) \right) \right) \right) \right) dt \end{aligned} \quad (26-2)$$

که در آن $h > 0$ به اندازه کافی کوچک می‌باشد ($h \rightarrow 0^+$).

$$x(\tau_k^+) - x(\tau_k^-) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(p(t)) \mu_j(p(t)) (B_i I_{jk}(x(t))), \quad k = 1, 2, \dots. \quad (27-2)$$

در نهایت سیستم فازی ضربه ای T-S حلقه بسته به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(p(t)) (A_i x(t)) & , \quad t \neq \tau_k \\ \Delta x(t) = x(\tau_k^+) - x(\tau_k^-) = I_k(x(t)) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(p(t)) \mu_j(p(t)) (B_i I_{jk}(x(t))), & t = \tau_k \end{cases} \quad (28-2)$$



شکل ۳.۲: سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S مبتنی بر PDC

در شکل ۳.۲ شماتیکی از یک سیستم کنترل ضربه ای فازی مبتنی بر PDC نمایش داده شده است.

با توجه به ساختار $I_{jk}(x(t))$ می‌توان نمونه‌های مختلفی از کنترل‌کننده لحاظ کرد، به عنوان مثال

می‌تواند خطی و یا غیرخطی باشد. در فصل بعد چگونگی اعمال کنترل‌کننده‌های خطی و غیرخطی

در سیستم‌های کنترل ضربه‌ای فازی T-S به طور کامل مورد بررسی قرار می‌گیرد.

فصل سوم

کنترل ضربه ای

در سیستم های فازی زمان پیوسته

۱.۳ مقدمه

مدل فازی T-S یک نوع از سیستم‌های فازی می‌باشد که توسط تاکاگی و سوگنو پیشنهاد شد [59]. این مدل که به وسیله یک مجموعه از قوانین اگر-آنگاه فازی توصیف می‌شود، برای معرفی روابط ورودی-خروجی خطی محلی از یک سیستم غیرخطی به کار می‌رود.

ایده اصلی مدل فازی T-S بیانگر دینامیک‌های محلی هر قانون فازی به کمک یک مدل سیستم خطی و سیستم کلی به کمک یک ترکیب فازی از این مدل‌های سیستم خطی محلی می‌باشد. این مدل به خوبی می‌تواند در تخمین نظریه سیستم خطی برای تجزیه و تحلیل سیستم‌های دینامیکی به شدت غیرخطی مورد استفاده قرار گیرد [60] - [62]. همان طور که قبلاً نیز اشاره شد، یک سیستم به شدت غیرخطی معمولاً می‌تواند به کمک مدل فازی T-S نمایش داده شود و محبوب‌ترین روش برای رویکرد طراحی کنترل‌کننده، تکنیک PDC که یک رویکرد کنترلی ورودی پیوسته است، می‌باشد. ایده اصلی PDC در واقع بر اساس طراحی یک کنترل‌کننده فیدبک حالت خطی برای هر مدل خطی محلی است. با این حال، سیستم‌هایی نیز وجود دارند که توانایی تحمل ورودی کنترلی پیوسته را ندارند، برای این نوع از سیستم‌ها رویکرد کنترل فازی متعارف مبتنی بر PDC نمی‌تواند کار آیی لازم را داشته باشد.

اخیراً نظریه ضربه‌ای فازی برای تحلیل پایداری معادلات دیفرانسیل غیرخطی به کار گرفته شده است. طرح کنترل ضربه‌ای با ساختاری ساده و به صورت ناپیوسته و فقط با ضربات کنترلی کوچک می‌باشد، بنابراین برای کاربردهای عملی می‌تواند بسیار مفید باشد. مقالات بسیاری در ارتباط با کنترل ضربه‌ای برای سیستم‌های واقعی، سیستم‌هایی شامل مدل فازی T-S و یا سیستم‌های غیرخطی مبتنی بر مدل‌های فازی T-S وجود دارد [63] - [67].

این نکته حائز اهمیت است که تعداد زیادی از سیستم‌ها وجود دارند که یا توانایی تحمل ورودی کنترلی پیوسته را ندارند و یا به علت جهش ناگهانی^۱ در لحظه‌ای خاص در طول فرآیند دارای رفتار دینامیکی ضربه‌ای می‌باشند. برای مثال می‌توان به شبکه‌های مخابراتی، مدیریت جمعیت زیستی، کنترل شیمیایی و غیره... اشاره نمود [68]-[69].

در ادامه موضوع پایداری مجانبی سیستم‌های کنترل ضربه‌ای فازی T-S مورد بررسی قرار خواهد گرفت. سپس برای دستیابی به انعطاف‌پذیری بیشتر و همچنین عملکرد بهتر نسبت به کنترل ضربه-ای فازی متعارف، از ترکیب یک کنترل‌کننده فیدبک حالت مبتنی بر PDC با یک کنترل‌کننده ضربه-ای فازی غیرخطی استفاده می‌شود.

۲.۳ طرح مسئله

با کمک روش پیشنهادی در [47] می‌توانیم یک مدل فازی T-S را به صورت زیر تشکیل دهیم:

Rule i : IF $z_1(t)$ is M_{i1} , $z_2(t)$ is M_{i2} , ..., and $z_p(t)$ is M_{ip} , THEN $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$, ($i = 1, 2, \dots, r$)

که در آن r تعداد قوانین فازی T-S، $z(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_p(t)]$ بردار متغیرهای اولیه^۲ و هر یک از M_{ij} ($j = 1, 2, \dots, p$) یک مجموعه فازی^۳ می‌باشند. $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$ بردار متغیرهای حالت سیستم است که البته تابعی از $Z(t)$ می‌باشد. $u(t) \in R^m$ ورودی کنترلی و جفت کنترل‌پذیر از ماتریس‌های سیستم است که، $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times m}$ می‌باشند.

¹ abrupt jump
² premise variables
³ fuzzy set

با استفاده از فازی ساز منفرد^۱، استنتاج ضرب^۲ و غیر فازی ساز میانگین مراکز^۳، خروجی نهایی سیستم فازی می‌تواند به صورت زیر نمایش داده شود.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (۱-۳)$$

که در آن $\omega_i(z(t)) \geq 0$ ، $\omega_i(z(t)) = \prod_m^p M_{im}(z_m(t))$ ، $h_i(z(t)) = \frac{\omega_i(z(t))}{\sum_i^r \omega_i(z(t))}$

$\sum_i^r h_i(z(t)) = 1$ ، $h_i(z(t)) \geq 0$ ، $(i = 1, 2, \dots, r)$ در اینجا $u(t, x(t)) = u_1(t, x(t)) +$

$u_2(t, x(t))$ می‌باشد، که $u_1(t, x(t))$ و $u_2(t, x(t))$ به ترتیب یک کنترل کننده فیدبک حالت مبتنی

بر PDC و یک کنترل کننده ضربه‌ای فازی می‌باشند. در این حالت $u_1(t, x(t)) = \sum_l^r h_l F_l x(t)$ که

در آن F_l ها معرف گین‌های کنترل فیدبک حالت می‌باشد و همچنین، کنترل ضربه‌ای $u_2(t, x(t))$

توسط یک دنباله از $\{t_k, I_k(x(t))\}$ حاصل می‌شود، که در آن $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k < t_{k+1} < \dots$

و اگر $k \rightarrow \infty$ داریم $t_k \rightarrow \infty$. $I_k(x(t))$ یک تابع پیوسته است، که به ازای تمام $k = 1, 2, \dots$ یک

نگاشت از R^n به R^m را ارائه می‌دهد و ”تابع ضربه^۴“ نامیده می‌شود. در حالت سیستم‌های کنترل

ضربه‌ای فازی T-S مبتنی بر PDC، کنترل کننده ضربه‌ای فازی دارای قوانین و مجموعه های فاز

یکسان، ولی در زمان‌های متفاوت، با مدل فازی T-S می‌باشد. تابع ضربه را به صورت زیر در نظر

بگیرید.

$$I_k(x(t)) = \sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - t_k) (I_{jk}(x(t)))$$

که در آن $I_{jk}(x(t))$ می‌تواند یک تابع خطی و یا غیرخطی باشد.

¹ singleton fuzzifier

² product inference

³ center average defuzzifier

⁴ impulsive function

در ادامه، قانون کنترل ضربه‌ای فازی می‌تواند به صورت زیر بیان شود.

$$u_2(t, x(t)) = \sum_{j=1}^r h_j(z(t)) \left(\sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - t_k) (I_{jk}(x(t))) \right) \quad (2-3)$$

با جایگذاری $u_2(t, x(t))$ در رابطه (۱-۳)، روابط زیر برای مدل حلقه بسته حاصل می‌شود.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \left(A_i x(t) + B_i u_1(t, x(t)) + B_i \left(\sum_{j=1}^r h_j(z(t)) \left(\sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - t_k) (I_{jk}(x(t))) \right) \right) \right) \quad (3-3)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (۳-۳) داریم:

$$x(t_k + q) - x(t_k - q) = \int_{t_k - q}^{t_k + q} \left\{ \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \left(A_i x(t) + B_i u_1(t) + B_i \left(\sum_{j=1}^r h_j(z(t)) \left(\sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - t_k) (I_{jk}(x(t))) \right) \right) \right) \right\} dt \quad (4-3)$$

که در آن $q > 0$ است، به طوری که اگر $q \rightarrow 0^+$ داریم:

$$x(t_k^+) - x(t_k^-) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (B_i I_{jk}(x(t))), \quad k = 1, 2, \dots \quad (5-3)$$

برای اختصار t و $z(t)$ را می‌توان از برخی ترم‌ها مانند $u(t, x(t))$ و $h_i(z(t))$ حذف نمود، در نتیجه ترم‌ها را می‌توان به صورت u و h_i استفاده نمود.

بنابراین سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S مبتنی بر PDC به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i \left(A_i x(t) + B_i \sum_{l=1}^r h_l F_l x(t) \right) & , t \neq t_k \\ \Delta x(t)|_{t=t_k} = x(t_k^+) - x(t_k^-) = I_k(x(t)) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) & , t = t_k \\ x(t_0^+) = x_0 & , k = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (۳-۶)$$

جایی که $\Delta x(t)|_{t=t_k} = x(t_k^+) - x(t_k^-) = I_k(x(t))$ نشان دهنده یک تابع ضربه ای می‌باشد.

برخی مفروضات، لم‌ها و تذکرات که برای تحلیل پایداری نیاز هستند در ادامه مطرح خواهد شد.

تذکر (۳-۱): با توجه به توصیفات بالا باید به خاطر بسپاریم که در این فصل شرایط زیر برای تابع

ضربه ای $I_{jk}(x(t))$ در نظر گرفته شده است

فرم خطی: $I_{jk}(x(t)) = D_{jk}x(t)$ (۳-۷-۱)

فرم غیر خطی: $I_{jk}(x(t)) = D_{jk}x(t) + g_j(t, x(t))$ (۳-۷-۲)

که در اینجا D_{jk} ماتریس‌هایی با ابعاد مناسب بوده و $g_j(t, x(t))$ یک تابع پیوسته غیرخطی است که شرایط فرض (۳-۱) و تذکر (۳-۲) را برآورده خواهد کرد.

فرض (۳-۱): [87] فرض کنید تابع غیرخطی $g_j(t, x(t))$ ($j = 1, 2, \dots, r$) رابطه زیر را برقرار

نماید

$$g_j^T(t, x(t))Qg_j(t, x(t)) \leq x^T(t)Qx(t), \forall t \geq 0 \quad (۸-۳)$$

که در این صورت Q می تواند یک ماتریس معین مثبت باشد.

تذکر (۳-۲): فرض (۱-۳) به شرط لپشیتز^۱ اشاره دارد و به سادگی می توان مشاهده نمود که مطابق با فرض (۱-۳) تابع غیرخطی $g_j(t, x(t))$ شرط لپشیتز معروف (که توسط محققان در نوشته های پیشین معرفی و استفاده شده است) را برآورده می کند. علاوه بر این از فرض (۱-۳) می توان دریافت که $g_j(t, 0) = 0$ ، به وجود جواب شدنی مبدأ $(x(t) = 0)$ در سیستم (۳-۶) نیز دلالت دارد.

لم (۱-۳): [88] برای بردارهای x و y داریم:

$$2x^T y \leq \varepsilon x^T P^{-1} x + \varepsilon^{-1} y^T P y$$

که در آن $\varepsilon > 0$ یک اسکالر مثبت و P یک ماتریس با ابعاد مناسب می باشد.

لم (۲-۳): [89] برای هر ماتریس $M_i \in R^{n \times n}$ داریم

$$\left(\sum_{i=1}^m M_i \right)^T \left(\sum_{i=1}^m M_i \right) \leq m \sum_{i=1}^m M_i^T M_i$$

¹ Lipschitz

۳.۳ تحلیل پایداری با استفاده از روش توابع

لیاپانوف گسترش یافته

۱.۳.۳ پیشگفتار

در این بخش تحلیل پایداری سیستم‌های ضربه ای فازی T-S زمان پیوسته به کمک تئوری لیاپانوف گسترش یافته^۱ مورد بررسی قرار گرفته است و شرایط کلی (عمومی) برای تحلیل پایداری سیستم (۶-۳) مبتنی بر روش لیاپانوف مطرح می‌شود. در اینجا برخی از شرایط کافی برای پایداری سازی سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S در غالب ترم های از نامعادلات ماتریسی خطی (LMIs) محاسبه شده و در نهایت، طرح کنترلی پیشنهادی برای پایداری یک سیستم صید و صیاد به طور موفقیت آمیزی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج شبیه سازی به خوبی مزیت روش پیشنهادی را نمایش می‌دهد.

۲.۳.۳ روابط مورد نیاز به منظور تحلیل پایداری

ابتدا روابط ضروری مربوط به استراتژی کنترل ضربه ای را مطابق [29] بیان کرده و سپس به استخراج نتایج اصلی می‌پردازیم. معادله تابعی ضربه ای زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x(t)), & t \geq t_0 \\ x(t_k) = I(t_k, x(t_k^-)), & k \in Z^+ \end{cases}$$

(۹-۳)

¹ Extended Lyapunov Theory

که در آن $I(t_k, x(t_k^-)): [t_0, \infty) \times S(\rho) \rightarrow R^n$ و $f(t, x(t)): [t_0, \infty) \times PC \rightarrow R^n$

در اینجا $S(\rho) = \{x(t) \in R^n: \|x(t)\| < \rho\}$ و PC فضای تابع تکه ای پیوسته از راست^۱ را مشخص می کند. $\|\cdot\|$ یک نرم در R^n است و $Z^+ = 1, 2, 3, \dots$

به منظور تحلیل پایداری فرض می کنیم که $f(t, 0) = 0$ و $I(t_k, 0) = 0$ باشد، به طوری که $x(t) = 0$ یک جواب اولیه^۲ از (۳-۹) خواهد بود.

قضیه (۳-۱) [29]: فرض کنید که

$$(1) \quad V(t, x(t)) \in \Sigma, \text{ یک } C_k \in K \text{ و } \xi_k \in R \text{ وجود دارد، به نحوی که}$$

$$D^+V(t, x(t)) \leq \frac{\xi_k}{\Delta t_k} C_k(V(t, x(t))), \quad (t, x(t)) \in (t_{k-1}, t_k) \times S(\rho)$$

در اینجا K به عنوان یک کلاس از توابع پیوسته می باشد. Σ کلاسی از تابع $V(t, x(t)): R_+ \times R^n \rightarrow R_+$ است به طوریکه $V(t, x(t))$ یک تابع معین مثبت، لپشیتز محلی در $x(t)$ و پیوسته سراسری (احتمالاً به جز در یک دنباله از نقاط $\{t_k\}$) باشد که در آن $V(t, x(t))$ پیوسته از چپ بوده و حد راست $V(t_k^+, x(t_k^+))$ به ازای تمام $x(t) \in R^n$ موجود باشد. همچنین فرض شده است که یک $\rho_1 \in (0, \rho)$ وجود دارد به طوریکه $x(t) \in S(\rho_1)$ دلالت دارد که

$$x(t) + I_k(x(t)) \in S(\rho)$$

(۲) در اینجا یک $v_k \in R$ و $d_k \in K$ وجود دارد به طوریکه

$$V(t_k^+, x(t) + I_k(x(t))) \leq V(t_k, x(t)) + v_k d_k(V(t_k, x(t))), \quad x(t) \in S(\rho)$$

(۳) به ازای $s \in (0, \rho)$ ، $\xi_k + v_k \leq 0$ می باشد و $c_k(s) \leq d_k(s)$ اگر $v_k < 0$ و $d_k(s) \leq c_k(s)$ اگر $\xi_k < 0$ باشد.

¹ piecewise right-continuous function
² trivial solution

بنابراین سیستم ضربه ای (۳-۹) پایدار خواهد بود.

۳.۳.۳ پایدارسازی سیستم‌های کنترل ضربه ای فازی T-S به

همراه کنترل کننده فیدبک حالت

در ادامه قصد داریم روابط مورد نیاز به منظور پایداری سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S (۳-۶) را با توجه به قضیه (۳-۱) استخراج نماییم.

۱.۳.۳.۳ کنترل کننده ضربه ای فازی غیرخطی به همراه کنترل کننده

فیدبک حالت

سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S مبتنی بر PDC همراه با تابع غیرخطی (۳-۷-۲) را در نظر بگیرید. قضیه (۳-۲) شرایط کافی برای پایداری (۳-۶) را نتیجه خواهد داد، که در آن $u_1(t, x(t)) = \sum_l^r h_l F_l x(t)$ و $I_{jk}(x(t)) = D_{jk}x(t) + g_j(t, x(t))$ به ترتیب یک تابع غیرخطی و یک کنترل کننده فیدبک حالت مبتنی بر PDC می باشد. F_l ها معرف گین های کنترل کننده فیدبک حالت هستند)

قضیه (۳-۲): مبدأ $(x(t) = 0)$ در سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S مبتنی بر PDC (۳-۶)

پایدار است، اگر یک ماتریس معین مثبت P ، اسکالر های ξ_k ، v_k ، Δt_k ، ε و ماتریس های D_{jk} وجود داشته باشند به طوری که شرایط زیر برقرار باشد.

$$\xi_k + v_k \leq 0, \quad v_k \geq -1$$

(۳-۱۰-۱)

$$\bar{\Gamma}_{ilk} < 0, \quad t \neq t_k$$

(۲-۱۰-۳)

$$\begin{pmatrix} \bar{\Omega}_{ijk} & * & * & * \\ T & -T & * & * \\ V_{ijk} & 0 & -T((1+\varepsilon)r^2)^{-1} & * \\ T & 0 & 0 & -\left(\left(1+\frac{r^2}{\varepsilon}+r^2\right)\lambda_{i_{\min}}\right)^{-1} \end{pmatrix} < 0, \quad t = t_k$$

(۳-۱۰-۳)

جایی که $\lambda_{i_{\min}} \bar{\Omega}_{ijk} = B_i D_{jk} T + T D_{jk}^T B_i^T - T v_k$, $\bar{\Gamma}_{ilk} = T A_i^T + A_i T + 2 T F_l^T B_i^T - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} T$ کوچکترین مقدارویژه $B_i^T P B_i$, $T = P^{-1}$, $V_{ijk} = B_i D_{jk} T$ ($i, j = 1, 2, \dots, r$) و تعداد قوانین فازای باشد.

اثبات قضیه (۲-۳): تابع لیاپانوف $V(t, x(t)) = x^T(t) P x(t)$, $t \in (t_{k-1}, t_k)$ را برای سیستم کنترل ضربه ای فازای T-S مبتنی بر PDC (۶-۳) همراه با تابع غیرخطی $I_{jk}(x(t))$ و کنترلر فیدبک حالت $u_1(t, x(t))$ در نظر بگیرید.

اکنون با توجه به شرط ۱ از قضیه (۱-۳) و با به کارگیری مشتق تعمیم یافته سمت راست بالایی^۱ برای تابع لیاپانوف، در سرتاسر مسیر های سیستم (۶-۳) و به ازای $t \neq t_k$ داریم:

$$\begin{aligned} D^+ V(t, x(t)) - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} x^T(t) P x(t) &= \dot{x}^T(t) P x(t) + x^T(t) P \dot{x}(t) - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} x^T(t) P x(t) \\ &= \sum_{i=1}^r h_i \left(A_i x(t) + \sum_{l=1}^r h_l B_l F_l x(t) \right)^T P x(t) \\ &\quad + x^T(t) P \sum_i^r h_i \left(A_i x(t) + \sum_{l=1}^r h_l B_l F_l x(t) \right) \\ &\quad - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} x^T(t) P x(t) \end{aligned}$$

¹ upper right-hand generalized derivative

$$= \sum_{i=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_l x^T(t) \left(A_i^T P + P A_i + 2F_l^T B_i^T P - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} P \right) x(t) < 0 \quad (۱۱-۳)$$

اگر $D^+V(t, x(t)) - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} x^T P x < 0$ باشد، در نتیجه $\Gamma_{ilk} = A_i^T P + P A_i + 2F_l^T B_i^T P - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} P < 0$ باشد، در نتیجه $T = P^{-1}$ داریم:

$$\bar{\Gamma}_{ilk} = T A_i^T + A_i T + 2T F_l^T B_i^T - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} T < 0 \quad (۱۲-۳)$$

از روابط بالا می‌توان نتیجه گرفت که اگر $\bar{\Gamma}_{ilk} < 0$ باشد، در نتیجه $D^+V(t, x(t)) - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} x^T P x < 0$ خواهد بود. با توجه به شرط ۲ از قضیه (۱-۳) و به ازای $t = t_k$ داریم:

$$\begin{aligned} & V(t_k^+, x(t) + I_k(x(t))) - V(t_k, x(t)) - v_k d_k(V(t_k, x(t))) \\ &= x^T(t) P I_k(x(t)) + I_k^T(x(t)) P x(t) + I_k^T(x(t)) P I_k(x(t)) - x^T(t) P x(t) \\ &\quad - v_k x^T(t) P x(t) \\ &= x^T(t) P \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) + \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right)^T P x(t) \\ &\quad + \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right)^T P \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right) \\ &\quad - (1 + v_k) x^T(t) P x(t) \leq 0 \end{aligned} \quad (۱۳-۳)$$

با جایگذاری رابطه (۲-۷-۳) در (۱۳-۳) و با استفاده از لم (۲-۳)، رابطه (۱۳-۳) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$V(t_k^+, x(t) + I_k(x(t))) - V(t_k, x(t)) - v_k d_k(V(t_k, x(t)))$$

$$\begin{aligned}
&= x^T(t)P \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i (D_{jk}x(t) + g_j(t, x(t))) \right) \\
&\quad + \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i (D_{jk}x(t) + g_j(t, x(t))) \right)^T P x(t) \\
&\quad + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j r^2 (D_{jk}x(t) + g_j(t, x(t)))^T B_i^T P B_i (D_{jk}x(t) \\
&\quad + g_j(t, x(t))) - (1 + v_k)x^T(t)P x(t) \\
&= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \left(x^T(t)P B_i D_{jk}x(t) + x^T(t)P B_i g_j(t, x(t)) \right. \\
&\quad + x^T(t)D_{jk}^T B_i^T P x(t) + g_j^T(t, x(t))B_i^T P x(t) \\
&\quad + r^2 x^T(t)D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk}x(t) \\
&\quad + r^2 x^T(t)D_{jk}^T B_i^T P B_i g_j(t, x(t)) \\
&\quad + r^2 g_j^T(t, x(t))B_i^T P B_i D_{jk}x(t) \\
&\quad \left. + r^2 g_j^T(t, x(t))B_i^T P B_i g_j(t, x(t)) - (1 + v_k)x^T(t)P x(t) \right)
\end{aligned}$$

(۱۴-۳)

با استفاده از فرض (۱-۳) و لم (۱-۳) داریم:

$$\begin{aligned}
&V(t_k^+, x(t) + I_k(x(t))) - V(t_k, x(t)) - v_k d_k(V(t_k, x(t))) \\
&\leq x^T(t)P B_i D_{jk}x(t) + x^T(t)D_{jk}^T B_i^T P x(t) - (1 + v_k)x^T(t)P x(t) \\
&\quad + x^T(t)P x(t) + \varepsilon r^2 x^T(t)D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk}x(t) \\
&\quad + \left(1 + \frac{r^2}{\varepsilon} + r^2 \right) g_j^T(t, x(t))B_i^T P B_i g_j(t, x(t)) \\
&\leq x^T(t) \left(\Omega_{ijk} + P + (1 + \varepsilon)r^2 D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} \right. \\
&\quad \left. + \left(1 + \frac{r^2}{\varepsilon} + r^2 \right) B_i^T P B_i \right) x(t)
\end{aligned}$$

(۱۵-۳)

با به کارگیری متمم شور^۱ و با استفاده از رابطه (۳-۱۵)، می توان رابطه زیر را بدست آورد.

$$\begin{pmatrix} \Omega_{ijk} & * & * & * \\ P & -P & * & * \\ B_i D_{jk} & 0 & -P^{-1}((1+\varepsilon)r^2)^{-1} & * \\ I & 0 & 0 & -\left(\left(1+\frac{r^2}{\varepsilon}+r^2\right)\lambda_{i_{min}}\right)^{-1} I \end{pmatrix} < 0 \quad (۳-۱۶)$$

به صورتی که $V(t_k^+, x(t) + I_k(x(t))) - V(t_k, x(t)) - v_k d_k(V(t_k, x(t))) \leq 0$ باشد. در اینجا $\Omega_{ijk} = PB_i D_{jk} + D_{jk}^T B_i^T P - (1+v_k)P$ و $T = P^{-1}$ می باشد.

از ضرب طرفین رابطه (۳-۱۶) در ماتریس قطری $\text{diag}(P^{-1}, P^{-1}, I, I)$ و با جایگذاری $\bar{\Omega}_{ijk} = B_i D_{jk} T + T D_{jk}^T B_i^T - T(1+v_k)$ ، $V_{ijk} = B_i D_{jk} T$ و $\lambda_{i_{min}} = \lambda_{\min}\{B_i^T P B_i\}$ می توان مشاهده نمود که رابطه زیر شرط (۳-۱۰-۳) را برآورده خواهد کرد.

$$\begin{pmatrix} \bar{\Omega}_{ijk} & * & * & * \\ T & -T & * & * \\ V_{ijk} & 0 & -T((1+\varepsilon)r^2)^{-1} & * \\ T & 0 & 0 & -\left(\left(1+\frac{r^2}{\varepsilon}+r^2\right)\lambda_{i_{min}}\right)^{-1} I \end{pmatrix} < 0 \quad (۳-۱۷)$$

بنابراین برای سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S مبتنی بر PDC (۳-۶)، مبدأ $(x(t) = 0)$ پایدار بوده و اثبات تمام می شود.

¹ Schur's complement

۲.۳.۳.۳ کنترل کننده ضربه‌ای فازی خطی به همراه کنترل کننده

فیدبک حالت

در قضیه فرعی زیر سیستم کنترل ضربه ای فازی (۶-۳) به همراه تابع خطی (۱-۷-۳) $(g_j(t, x(t)) = 0)$ مورد بررسی قرار گرفته است. در حالت $D_{jk}x(t) = I_{jk}(x(t))$ هدف طراحی $\{t_k, D_{jk}\}$ و F_l ها می باشد به نحوی که سیستم ضربه ای فازی T-S مبتنی بر PDC (۶-۳) پایدار شود.

قضیه فرعی^۱ (۱-۳): مبدأ $(x(t) = 0)$ در سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S مبتنی بر PDC (۶-۳) پایدار است اگر یک ماتریس معین مثبت P ، اسکالر های $\xi_k, v_k, \Delta t_k$ و ماتریس های D_{jk} وجود داشته باشند به طوری که (۱-۱۰-۳) و (۲-۱۰-۳) و شرط زیر برقرار باشد.

$$\begin{pmatrix} \bar{\Omega}_{ijk} & * \\ rV_{ijk} & -T \end{pmatrix} < 0 \quad (۱۸-۳)$$

همه‌ی نمادهای استفاده شده در این قضیه فرعی مشابه قضیه (۲-۳) است.

اثبات قضیه فرعی (۱-۳): مطابق توضیحات قبلی و مشابه اثبات قضیه (۲-۳) و به ازای $t = t_k$ می توان روابط زیر را نتیجه گرفت.

$$\begin{aligned} & V(t_k^+, x(t) + I_k(x(t))) - V(t_k, x(t)) - v_k d_k(V(t_k, x(t))) \\ &= x^T(t) P I_k(x(t)) + I_k^T(x(t)) P x(t) + I_k^T(x(t)) P I_k(x(t)) - x^T(t) P x(t) \\ &\quad - v_k x^T(t) P x(t) \end{aligned}$$

¹ Corollary

$$\begin{aligned}
&= x^T(t)P \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right) \\
&\quad + \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right)^T P x(t) \\
&\quad + \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right)^T P \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right) \\
&\quad - (1 + v_k) x^T(t) P x(t) \leq 0
\end{aligned}
\tag{۱۹-۳}$$

همان طور که اشاره کردیم، در اینجا $I_{jk}(x(t)) = D_{jk}x(t)$ می‌باشد. بنابراین با استفاده از لم (۲-۳) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
&V(t_k^+, x(t) + I_k(x(t))) - V(t_k, x(t)) - v_k d_k(V(t_k, x(t))) \\
&\leq x^T(t)P \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i (D_{jk}x(t)) \right) \\
&\quad + \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i (D_{jk}x(t)) \right)^T P x(t) \\
&\quad + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j r^2 (D_{jk}x(t))^T B_i^T P B_i (D_{jk}x(t)) \\
&\quad - (1 + v_k) x^T(t) P x(t) \\
&= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \left(x^T(t) P B_i D_{jk} x(t) + x^T(t) D_{jk}^T B_i^T P x(t) \right. \\
&\quad \left. + r^2 x^T(t) D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} x(t) - (1 + v_k) x^T(t) P x(t) \right) \\
&= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j x^T (P B_i D_{jk} + D_{jk}^T B_i^T P + r^2 D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} \\
&\quad - (1 + v_k) P) x(t)
\end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j x^T(t) (\Omega_{ijk} + r^2 D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk}) x(t) \leq 0$$

(۲۰-۳)

با استفاده از متمم شور داریم:

$$\begin{pmatrix} \Omega_{ijk} & * \\ r P B_i D_{jk} & -P^{-1} \end{pmatrix} < 0$$

(۲۱-۳)

که $\Omega_{ijk} = P B_i D_{jk} + D_{jk}^T B_i^T P - (1 + v_k)P$ و $T = P^{-1}$ از ضرب طرفین رابطه (۲۱-۳) در ماتریس قطری $\text{diag}(P^{-1}, I)$ و با جایگذاری $V_{ijk} = B_i D_{jk} T$ و $\bar{\Omega}_{ijk} = B_i D_{jk} T + T D_{jk}^T B_i^T -$ در $T(1 + v_k)$ داریم:

$$\begin{pmatrix} \bar{\Omega}_{ijk} & * \\ r V_{ijk} & -T \end{pmatrix} < 0$$

(۲۲-۳)

بنابراین رابطه (۱۸-۳) برآورده شده و اثبات به پایان می‌رسد.

۴.۳.۳ پایدارسازی سیستم‌های کنترل ضربه‌ای فازی T-S در

غیاب کنترل فیدبک حالت

در ادامه قصد داریم سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S مبتنی بر PDC (۶-۳) را در غیاب

کنترل کننده فیدبک حالت ($u_1(t) = 0$) به صورت زیر پیشنهاد دهیم

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i A_i x(t) & , t \neq t_k \\ \Delta x(t)|_{t=t_k} = x(t_k^+) - x(t_k^-) = I_k(x(t)) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) & , t = t_k \\ x(t_0^+) = x_0 & , k = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (23-3)$$

۱.۴.۳.۳ کنترل کننده ضربه‌ای فازی غیر خطی

شرایط پایداری سیستم کنترل ضربه ای فازی مبتنی بر PDC (۲۳-۳) به همراه تابع غیر خطی (۳-۳) را می‌توان به صورت قضیه فرعی زیر خلاصه نمود.

قضیه فرعی (۲-۳): مبدأ $(x(t) = 0)$ در سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S مبتنی بر PDC

(۲۳-۳) پایدار است اگر یک ماتریس معین مثبت P ، اسکالرهای ξ_k ، v_k ، Δt_k ، ε و ماتریس‌های D_{jk} وجود داشته باشند به طوری که (۳-۱۰-۳) و (۳-۱۰-۳) و شرط زیر برقرار باشد

$$\Psi_{ik} < 0 \quad (24-3)$$

که در آن $\Psi_{ik} = T A_i^T + A_i T - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} T$ می‌باشد.

تمام نمادها استفاده شده مشابه قضیه (۲-۳) است.

اثبات قضیه فرعی (۲-۳): تابع لیاپانوف $V(t, x(t)) = x^T(t) P x(t)$ ، $t \in (t_{k-1}, t_k)$ را برای

سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S مبتنی بر PDC (۲۳-۳) به همراه تابع غیر خطی (۲-۷-۳) را در

نظر بگیرید. در ادامه با توجه به شرط ۱ از قضیه (۱-۳) و با به کارگیری مشتق تعمیم یافته سمت

راست بالایی تابع لیاپانوف، در سرتاسر مسیرهای سیستم (۲۳-۳) و به ازای $t \neq t_k$ داریم:

$$\begin{aligned}
D^+V(t, x(t)) - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} x^T(t) P x(t) &= \dot{x}^T(t) P x(t) + x^T(t) P \dot{x}(t) - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} x^T(t) P x(t) \\
&= \sum_{i=1}^r h_i (A_i x(t))^T P x(t) + \sum_{i=1}^r h_i x^T(t) P (A_i x(t)) - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} x^T(t) P x(t) \\
&= \sum_{i=1}^r h_i x^T(t) \left(A_i^T P + P A_i - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} P \right) x(t) \leq 0
\end{aligned}$$

(۲۵-۳)

که اگر $\psi_{ik} = A_i^T P + P A_i - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} P < 0$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت که $D^+V(t, x(t)) - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} x^T(t) P x(t) < 0$ خواهد بود. از ضرب طرفین رابطه (۲۵-۳) در $T = P^{-1}$ داریم:

$$\Psi_{ik} = T A_i^T + A_i T - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} T$$

(۲۶-۳)

از روابط بالا می‌توان دریافت که (۲۴-۳)، شرط $D^+V(t, x(t)) - \frac{\xi_k}{\Delta t_k} x^T(t) P x(t) < 0$ را برآورده خواهد کرد. بنابراین شرایط قضیه فرعی (۲-۳) برقرار بوده و اثبات به اتمام می‌رسد.

۲.۴.۳.۳ کنترل کننده ضربه‌ای فازی خطی

در قضیه فرعی (۲-۳) از تابع غیرخطی (۲-۷-۳) استفاده شده بود. در ادامه و در قضیه فرعی زیر قصد داریم از تابع خطی (۱-۷-۳) جهت پایدارسازی سیستم (۲۳-۳) استفاده نماییم. در حقیقت قضیه فرعی (۳-۳) به منظور تحلیل پایداری سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S مبتنی بر PDC (۲۳-۳) به همراه تابع خطی (۱-۷-۳) مطرح خواهد شد.

قضیه فرعی (۳-۳): مبدأً $(x(t) = 0)$ در سیستم کنترل ضربه‌ای فاز ی T-S مبتنی بر PDC

(۳-۲۴) پایدار است اگر یک ماتریس معین مثبت P ، اسکالر های ξ_k ، v_k ، Δt_k و ماتریس‌های D_{jk} وجود داشته باشند به طوری که (۳-۱۰)، (۳-۱۸) و (۳-۲۴) برقرار باشد.

اثبات قضیه فرعی (۳-۳): اثبات این قضیه فرعی مشابه اثبات قضیه فرعی (۳-۲) است، با این

تفاوت که در اینجا $g_j(t, x(t)) = 0$ می باشد.

تذکر (۳-۳): از جمله مزیت‌های روش پیشنهادی در مقایسه با دیگر روش‌ها که از فرم خطی تابع

ضربه استفاده کرده‌اند [3-12]، می‌توان به انعطاف‌پذیری و عمومیت بیشتر و همچنین سادگی در محاسبات به منظور پایدارسازی سیستم‌های ضربه‌ای فاز ی T-S اشاره کرد.

۴.۳ تحلیل پایداری با استفاده از روابطی موسوم به

سیستم مقایسه‌ای

۱.۴.۳ پیشگفتار

در این بخش تحلیل پایداری سیستم‌های ضربه‌ای فازی T-S زمان پیوسته به کمک روش سیستم مقایسه‌ای^۱ مورد بررسی قرار گرفته است و شرایط کلی (عمومی) برای تحلیل پایداری سیستم (۳-۶) مبتنی بر روش روابط مقایسه‌ای مطرح می‌شود. در اینجا برخی از شرایط کافی برای پایداری سازی سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S در غالب ترم‌هایی از نامعادلات ماتریسی خطی (LMI) محاسبه شده و در نهایت، طرح کنترلی پیشنهادی برای پایداری مدل یک سیستم آشوب ناک مبتنی بر ممریستور^۲ (یا مقاومت حافظه‌دار) به طور موفقیت‌آمیزی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی به خوبی مزیت روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

۲.۴.۳ روابط مورد نیاز به منظور تحلیل پایداری

در ادامه قضایا و تعاریف ضروری مربوط به استراتژی کنترل ضربه‌ای را مطابق [14] و [8] بیان کرده و سپس به استخراج نتایج اصلی می‌پردازیم.

¹ Comparison System

² Memristor-Based Chaotic System

سیستم کلی $\dot{x} = f(t, x(t))$ را در نظر بگیرید که در آن $f(t, x(t)): R_+ \times R^n \rightarrow R^n$ یک تابع پیوسته بوده و $x(t) \in R^n$ متغیر حالت است. فرض کنید $\Delta x(t)|_{t=t_k} = x(t_k^+) - x(t_k^-) = I_k(x(t))$ یک قانون کنترل باشد، بنابراین سیستم کنترل ضربه‌ای می‌تواند به صورت زیر حاصل شود

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x(t)) & , t \neq t_k \\ \Delta x(t)|_{t=t_k} = x(t_k^+) - x(t_k^-) = I_k(x(t)) & , t = t_k \\ x(t_0^+) = x_0 & , k = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (۲۷-۳)$$

تعریف (۱-۳) [14]: اجازه دهید $V(t, x(t)): R_+ \times R^n \rightarrow R_+$ باشد. در این صورت می‌توان گفت $V(t, x(t))$ به کلاس v_0 تعلق دارد، اگر:

(۱) $V(t, x(t))$ در $(t_{k-1}, t_k] \times R^n$ پیوسته باشد و برای هر $x(t) \in R^n, k = 1, 2, \dots$ داشته باشیم:

$$\lim_{(t,y) \rightarrow (t_k^+, x(t))} V(t, y) = V(t_k^+, x(t)) \quad (۲۸-۳)$$

(۲) $V(t, x(t))$ در x لپشیتز محلی باشد

تعریف (۲-۳) [14]: برای $(t, x(t)) \in (t_{k-1}, t_k] \times R^n$ رابطه زیر را تعریف می‌کنیم:

$$D^+V(t, x(t)) \triangleq \limsup_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[V(t+h, x(t) + hf(t, x(t))) - V(t, x(t)) \right] \quad (۲۹-۳)$$

تعریف (۳-۳) [14]: به منظور معرفی سیستم مقایسه‌ای، فرض کنید $V(t, x(t)) \in v_0$ باشد، فرض کنید که داریم:

$$\begin{cases} D^+V(t, x(t)) \leq g(t, V(t, x(t))) & , t \neq t_k \\ V(t, x(t) + I_k(x(t))) \leq \varphi_k(V(t, x(t))) & , t = t_k \end{cases} \quad (۳۰-۳)$$

جایی که $g: R_+ \times R^n \rightarrow R$ یک تابع پیوسته بوده و $\varphi_k: R_+ \rightarrow R_+$ یک تابع غیر کاهشی می باشد.

در این صورت زیر یک سیستم مقایسه‌ای در قیاس با سیستم (۳-۲۷) خواهد بود.

$$\begin{cases} \dot{\omega} = g(t, \omega), & t \neq t_k \\ \omega(t_k^+) = \varphi_k(\omega(t_k)), & t \neq t_k \\ \omega(t_0^+) = \omega_0 \geq 0 \end{cases} \quad (۳-۳۱)$$

تعریف (۳-۴): [14] در ادامه S_ρ به صورت زیر تعریف می شود، که در آن $\|\cdot\|$ مشخص کننده نرم اقلیدسی^۱ در R^n است.

$$S_\rho = \{x(t) \in R^n \mid \|x(t)\| < \rho\}$$

تعریف (۳-۵): [14] تابع α متعلق است به کلاس K ، اگر $\alpha \in C[R_+, R_+]$ ، $\alpha(0) = 0$ و $\alpha(x(t))$ در $x(t)$ بشدت افزایشی باشد.

قضیه (۳-۳): بر اساس قضیه ۳.۲.۱ در [1-8] داریم:

$$V(t, x(t)): R_+ \times S_\rho \rightarrow R_+, \rho > 0, V(t, x(t)) \in v_0, D^+V(t, x(t)) \leq g(t, V(t, x(t))), t \neq t_k \quad (۱)$$

(۲) یک $\rho_0 > 0$ وجود دارد به طوری که به ازای تمام k ها، $x \in S_{\rho_0}$ بر $x(t) + I_k(x(t)) \in S_{\rho_0}$

$$V(t, x(t) + I_k(x(t))) \leq \varphi_k(V(t, x(t))), t = t_k \text{ و } S_{\rho_0} \text{ دلالت دارد.}$$

(۳) اگر $\alpha(\cdot), \beta(\cdot) \in K$ موجود باشند، در این صورت $\beta(\|x(t)\|) \leq V(t, x(t)) \leq \alpha(\|x(t)\|)$ در $R_+ \times S_\rho$ برقرار است.

بنابراین خواص پایداری جواب بدیهی سیستم مقایسه‌ای (۳-۳۱) به طور متناظر خواص پایداری جواب بدیهی سیستم (۳-۲۷) را برآورده می کند.

¹ Euclidean

قضیه (۳-۴): بر اساس قضیه فرعی ۳.۲.۱ در [8]، فرض کنید به ازای تمام k ها، $g(t, \omega) =$

$\dot{\lambda}(t)\omega$ ، $\lambda \in C^1[R_+, R_+]$ ، $\varphi_k(\omega) = d_k \omega$ ، $d_k \geq 0$ برقرار باشد. در این صورت اگر شرایط زیر

برآورده شود، مبدأ $(x(t) = 0)$ در سیستم (۳-۲۷) پایدار مجانبی خواهد بود

$$\forall k = 1, 2, \dots, \gamma > 1, \quad \lambda(t_{k+1}) + \ln(\gamma d_k) \leq \lambda(t_k)$$

(۳-۳۲-۱)

$$\dot{\lambda}(t) \geq 0$$

(۳-۳۲-۲)

۳.۴.۳ پایدارسازی سیستم‌های کنترل ضربه‌ای فازی T-S به

همراه کنترل فیدبک حالت

در این بخش قصد داریم روابط مورد نیاز به منظور پایدارسازی سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S (۳-۳)

(۶) را با توجه به قضایای (۳-۳)، (۴-۳) و تعاریف (۳-۱)-(۳-۵) استخراج نماییم.

۱.۳.۴.۳ کنترل‌کننده ضربه‌ای فازی غیرخطی به همراه کنترل‌کننده

فیدبک حالت

سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S مبتنی بر PDC (۳-۶) به همراه تابع غیرخطی (۳-۷-۲) را در نظر

بگیرید. قضیه (۳-۵) شرایط کافی برای پایدارسازی (۳-۶) را نتیجه خواهد داد، که در آن

$$u_1(t, x(t)) = \sum_l^r h_l F_l x(t) \text{ و } I_{jk}(x(t)) = D_{jk} x(t) + g_j(t, x(t))$$

و یک کنترل کننده فیدبک حالت مبتنی بر PDC می باشد. (F_l ها معرف گین های کنترلر فیدبک حالت هستند)

قضیه (۵-۳): مبدأ ($x(t) = 0$) در سیستم کنترل ضربه ای فاز ی T-S مبتنی بر PDC (۶-۳)

پایدار مجانبی خواهد بود، اگر یک ماتریس معین مثبت P ، اسکالرهای γ ، σ ، Δt_k ، ε و ماتریس های D_{jk} وجود داشته باشند به طوری که شرایط زیر برقرار باشد.

$$\lambda_{i_{max}}(t_{k+1} - t_k) \leq -\ln(\gamma\sigma), \quad \lambda_{i_{max}} \geq 0, \quad t \neq t_k \quad (۱-۳۳-۳)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{\Omega}_{ijk} & * & * \\ V_{ijk} & -((1+\varepsilon)r^2)^{-1}T & * \\ T & 0 & -\left(\left(2+\frac{r^2}{\varepsilon}\right)\lambda_{i_{min}}\right)^{-1}I \end{pmatrix} < 0, \quad t = t_k \quad (۲-۳۳-۳)$$

که در اینجا $\lambda_{i_{min}}$ ، $\lambda_{i_{max}}$ به ترتیب بزرگ ترین مقدار ویژه $TA_i^T + A_iT + 2TF_l^TB_i^T$ و کوچک ترین مقدار ویژه $B_i^TPB_i$ هستند. همچنین $V_{ijk} = \bar{\Omega}_{ijk} = B_iD_{jk}T + TD_{jk}^TB_i^T + (2-\sigma)T$ و $T = P^{-1}$ ، $B_iD_{jk}T$ و $\sigma > 0$ ، $\varepsilon > 0$ و $\gamma > 1$ اسکالرهای مثبت می باشند. ماتریس واحد I نیز به ماتریس شناسایی^۱ موسوم است.

اثبات قضیه (۵-۳): تابع لیاپانوف $V(t, x(t)) = x^T(t)Px(t)$ ، $t \in (t_{k-1}, t_k)$ را برای سیستم

کنترل ضربه ای فاز ی T-S مبتنی بر PDC (۶-۳) همراه با تابع غیرخطی $I_{jk}(x(t))$ و کنترل کننده فیدبک حالت $u_1(t, x(t))$ در نظر بگیرید. اکنون با توجه به شرط ۱ از قضیه (۳-۳) و با به کارگیری مشتق تعمیم یافته سمت راست بالایی از تابع لیاپانوف، در سرتاسر مسیرهای سیستم (۶-۳) و به ازای $t \neq t_k$ داریم:

$$\dot{V}(t, x(t)) = \dot{x}^T(t)Px(t) + x^T(t)P\dot{x}(t)$$

^۱ Identify Matrix

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_l (A_i x(t) + B_i F_l x(t))^T P x(t) \\
&\quad + \sum_{i=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_l x^T(t) P (A_i x(t) + B_i F_l x(t)) \\
&= \sum_{i=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_l x^T(t) (A_i^T P + P A_i + 2 F_l^T B_i^T P) x(t)
\end{aligned}
\tag{۳۴-۳}$$

از ضرب طرفین رابطه (۳۴-۳) در $T = P^{-1}$ داریم

$$\dot{V}(x(t)) \leq x^T(t) (T A_i^T + A_i T + 2 T F_l^T B_i^T) x(t) \leq \lambda_{i_{\max}} V(x(t))
\tag{۳۵-۳}$$

که $\lambda_{i_{\max}}$ بیشترین مقدار ویژه $T A_i^T + A_i T + 2 T F_l^T B_i^T$ می‌باشد. از این رو شرط اول از قضیه (۳-۳) به ازای $g(t, \omega) = \lambda_{i_{\max}} \omega$ برقرار است.

از طرف دیگر با استفاده از شرط دوم از قضیه (۳-۳) و به ازای $t = t_k$ داریم:

$$\begin{aligned}
V(t_k^+, x(t_k^+)) &= V(t, x(t) + I_k(x(t))) \\
&= \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right)^T P \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right) \\
&\quad + \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right)^T P x(t) \\
&\quad + x^T(t) P \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right) + x^T(t) P x(t)
\end{aligned}$$

با استفاده از لم (۲-۳) داریم

$$\begin{aligned}
&\leq r_i r_j \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i \left(h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right)^T P \left(h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right) \\
&\quad + \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right)^T P x(t) \\
&\quad + x^T(t) P \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right) + x^T(t) P x(t) \\
&\leq r_i r_j \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 I_{jk}^T(x(t)) B_i^T P B_i I_{jk}(x(t)) \\
&\quad + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 I_{jk}^T(x(t)) B_i^T P x(t) \\
&\quad + x^T(t) P \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 B_i I_{jk}(x(t)) + x^T(t) P x(t)
\end{aligned}
\tag{۳۶-۳}$$

با جایگذاری رابطه (۳-۷-۲) در (۳۶-۳) داریم:

$$\begin{aligned}
V(t_k^+, x(t_k^+)) &\leq r_i r_j \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 \left(D_{jk} x(t) + g_j(t, x(t)) \right)^T B_i^T P B_i \left(D_{jk} x(t) \right. \\
&\quad \left. + g_j(t, x(t)) \right) \\
&\quad + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 \left(D_{jk} x(t) + g_j(t, x(t)) \right)^T B_i^T P x(t) \\
&\quad + x^T(t) P \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 B_i \left(D_{jk} x(t) + g_j(t, x(t)) \right) \\
&\quad + x^T(t) P x(t) \\
&\leq r^2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 \left(x^T(t) D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} x(t) \right. \\
&\quad + g_j^T(t, x(t)) B_i^T P B_i D_{jk} x(t) \\
&\quad + x^T(t) D_{jk}^T B_i^T P B_i g_j(t, x(t)) \\
&\quad \left. + g_j^T(t, x(t)) B_i^T P B_i g_j(t, x(t)) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 \left(x^T(t) D_{jk}^T B_i^T P x(t) + g_j^T(t, x(t)) B_i^T P x(t) \right. \\
& \quad + x^T(t) P B_i D_{jk} x(t) + x^T(t) P B_i g_j(t, x(t)) \\
& \quad \left. + x^T(t) P x(t) \right)
\end{aligned}
\tag{۳۷-۳}$$

با توجه به لم (۱-۳) و فرض (۱-۳)، رابطه (۳۷-۳) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$\begin{aligned}
V(t_k^+, x(t_k^+)) & \leq x^T(t) \left(r^2 D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} + \varepsilon r^2 D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} + D_{jk}^T B_i^T P + P B_i D_{jk} \right. \\
& \quad \left. + 2P \right) x(t) + \left(2 + \frac{r^2}{\varepsilon} \right) g_j^T(t, x(t)) B_i^T P B_i g_j(t, x(t)) \\
& \leq x^T(t) \left(r^2 D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} + \varepsilon r^2 D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} + D_{jk}^T B_i^T P + P B_i D_{jk} \right. \\
& \quad \left. + 2P + \left(2 + \frac{r^2}{\varepsilon} \right) B_i^T P B_i \right) x(t)
\end{aligned}
\tag{۳۸-۳}$$

اسکالر مثبت $\sigma > 0$ مفروض است، به طوری که رابطه زیر برقرار باشد.

$$\begin{aligned}
V(t_k^+, x(t_k^+)) - \sigma V(t, x(t)) & \leq x^T(t) \left((1 + \varepsilon) r^2 D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} + D_{jk}^T B_i^T P + P B_i D_{jk} + (2 - \sigma) P \right. \\
& \quad \left. + \left(2 + \frac{r^2}{\varepsilon} \right) B_i^T P B_i \right) x(t) \\
& = x^T(t) \left(\Omega_{ijk} + (1 + \varepsilon) r^2 D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} + \left(2 + \frac{r^2}{\varepsilon} \right) B_i^T P B_i \right) x(t)
\end{aligned}
\tag{۳۹-۳}$$

با کمک متمم شور داریم:

$$\begin{pmatrix} \Omega_{ijk} & * & * \\ B_i D_{jk} & -((1+\varepsilon)r^2)^{-1}P^{-1} & * \\ I & 0 & -\left(\left(2+\frac{r^2}{\varepsilon}\right)\lambda_{i_{min}}\right)^{-1} \end{pmatrix} < 0 \quad (40-3)$$

در این صورت $V(t_k^+, x(t_k^+)) - \sigma V(t, x(t)) < 0$ برقرار خواهد بود.

در اینجا $\Omega_{ijk} = PB_i D_{jk} + D_{jk}^T B_i^T P + (2 - \sigma)P$ است. از ضرب طرفین رابطه (3-3) در ماتریس قطری $\text{diag}(P^{-1}, I, I)$ و با جایگذاری $\bar{\Omega}_{ijk} = B_i D_{jk} T + T D_{jk}^T B_i^T + (2 - \sigma)T$ و $V_{ijk} = B_i D_{jk} T$ می توان مشاهده نمود که شرط زیر بر برقراری رابطه (3-33-2) دلالت دارد.

$$\begin{pmatrix} \bar{\Omega}_{ijk} & * & * \\ V_{ijk} & -((1+\varepsilon)r^2)^{-1}T & * \\ T & 0 & -\left(\left(2+\frac{r^2}{\varepsilon}\right)\lambda_{i_{min}}\right)^{-1} I \end{pmatrix} < 0 \quad (41-3)$$

از این رو شرط دوم از قضیه (3-3) نیز به ازای $\varphi_k(\omega) = \sigma\omega$ برقرار خواهد بود.

در ادامه با فرض $\lambda_1 > 0$ ، $\lambda_2 > 0$ به ترتیب به عنوان کوچکترین و بزرگترین مقدار ویژه P ، داریم:

$$\lambda_1 \|x(t)\|^2 < V(t, x(t)) < \lambda_2 \|x(t)\|^2$$

در این صورت می توان مشاهده نمود که شرط سوم از قضیه (3-3) نیز به ازای $\beta(x(t)) = \lambda_1 \|x(t)\|^2$ و $\alpha(x(t)) = \lambda_2 \|x(t)\|^2$ برقرار خواهد بود.

به کمک روابط استخراج شده از قضیه (۳-۳) و با توجه به سیستم مقایسه‌ای^۱ زیر، می‌توان نتیجه گرفت که، سیستم کنترل ضربه‌ای (۶-۳) پایدار مجانبی خواهد بود.

$$\begin{cases} \dot{\omega}(t) = \lambda_{i_{max}} \omega(t), & t \neq t_k \\ \omega(t_k^+) = \sigma \omega(t_k), & t = t_k \\ \omega(t_0^+) > \omega_0 > 0 \end{cases}$$

(۴۲-۳)

با توجه به قضیه (۴-۳) اگر

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} \lambda_{i_{max}} dt + \ln(\gamma\sigma) \leq 0$$

(۴۳-۳)

در نتیجه $\lambda_{i_{max}}(t_{k+1} - t_k) \leq -\ln(\gamma\sigma)$ برقرار خواهد بود. بنابراین مبدأ برای سیستم (۶-۳) پایدار مجانبی است.

۲.۳.۴.۳ کنترل‌کننده ضربه‌ای فازی خطی به همراه کنترل‌کننده

فیدبک حالت

در قضیه فرعی زیر سیستم کنترل ضربه‌ای فازی (۶-۳) به همراه تابع خطی (۳-۷-۱) $(g_j(t, x(t)) = 0)$ در نظر گرفته شده است. در حالت $I_{jk}(x(t)) = D_{jk}x(t)$ وظیفه ما طراحی دنباله $\{t_k, D_{jk}\}$ و محاسبه ماتریس F_l های گین فیدبک حالت می‌باشد، به طوری که سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S مبتنی بر PDC (۶-۳) پایدار مجانبی شود. قضیه فرعی (۴-۳) شرایط کافی برای

¹ Comparison System

پایدارسازی سیستم (۳-۶) به همراه $I_{jk}(x(t)) = D_{jk}x(t)$ و $u_1(t, x(t))$ که به ترتیب تابع خطی و کنترل کننده فیدبک حالت هستند را فراهم می کند.

قضیه فرعی (۳-۴): مبدأ $(x(t) = 0)$ در سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S مبتنی بر PDC

(۳-۶) پایدار مجانبی خواهد بود، اگر یک ماتریس معین مثبت P ، اسکالرهای γ ، σ ، Δt_k و ماتریس های D_{jk} وجود داشته باشند به طوری که (۳-۳۳-۱) و شرط زیر برقرار باشد.

$$\begin{pmatrix} \bar{\Gamma} & * \\ V_{ijk} & -T \end{pmatrix} < 0 \quad (۳-۴۴)$$

تمام نمادهای استفاده شده در این قضیه فرعی مشابه قضیه (۳-۵) می باشد.

اثبات قضیه فرعی (۳-۴): بر طبق توصیفات بالا و مشابه اثبات قضیه (۳-۵) و با استفاده از لم

(۳-۲) و به ازای $t = t_k$ می توان نشان داد که:

$$\begin{aligned} V(t_k^+, x(t_k^+)) &= V(t, x(t) + I_k(x(t))) \\ &= \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right)^T P \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right) \\ &\quad + \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right)^T P x(t) \\ &\quad + x^T(t) P \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) \right) + x^T(t) P x(t) \\ &\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 \left(r_i r_j I_{jk}^T(x(t)) B_i^T P B_i I_{jk}(x(t)) + I_{jk}^T(x(t)) B_i^T P x(t) \right. \\ &\quad \left. + x^T(t) P B_i I_{jk}(x(t)) \right) + x^T(t) P x(t) \end{aligned} \quad (۳-۴۵)$$

با جایگذاری رابطه (۳-۷-۱) در (۳-۴۵) داریم:

$$\begin{aligned}
 V(t_k^+, x(t_k^+)) &\leq r_i r_j \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 (D_{jk} x(t))^T B_i^T P B_i (D_{jk} x(t)) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 (D_{jk} x(t))^T B_i^T P x(t) \\
 &\quad + x^T(t) P \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 B_i (D_{jk} x(t)) + x^T(t) P x(t) \\
 &= r^2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 \left(x^T(t) D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} x(t) + x^T(t) D_{jk}^T B_i^T P x(t) \right. \\
 &\quad \left. + x^T(t) P B_i D_{jk} x(t) + x^T(t) P x(t) \right) \\
 &= r^2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 x^T(t) (D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} + D_{jk}^T B_i^T P + P B_i D_{jk} \\
 &\quad + P) x(t)
 \end{aligned}
 \tag{۴-۴۶}$$

در ادامه با فرض وجود اسکالر مثبت $\sigma > 0$ ، می توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 V(t_k^+, x(t_k^+)) - \sigma V(t, x(t)) &\leq r^2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 h_j^2 x^T(t) (D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk} + D_{jk}^T B_i^T P + P B_i D_{jk} \\
 &\quad + (1 - \sigma) P) x(t) \\
 &\leq x^T(t) (\Gamma_{ijk} + D_{jk}^T B_i^T P B_i D_{jk}) x(t)
 \end{aligned}
 \tag{۳-۴۷}$$

با استفاده از متمم شور و به منظور برقراری شرط $V(t_k^+, x(t_k^+)) < \sigma V(t, x(t))$ ، داریم:

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{ijk} & * \\ B_i D_{jk} & -P^{-1} \end{pmatrix} < 0
 \tag{۳-۴۸}$$

در اینجا $\Gamma_{ijk} = PB_i D_{jk} + D_{jk}^T B_i^T P + (1 - \sigma)P$ می‌باشد. از ضرب طرفین رابطه (۳-۴۸) در ماتریس قطری $\text{diag}(P^{-1}, I)$ و با جایگذاری $V_{ijk} = B_i D_{jk} T$ و $\bar{\Gamma}_{ijk} = B_i D_{jk} T + T D_{jk}^T B_i^T + (1 - \sigma)T$ می‌توان مشاهده نمود که شرط زیر بر برقراری رابطه (۳-۴۴) دلالت دارد.

$$\begin{pmatrix} \bar{\Gamma}_{ijk} & * \\ V_{ijk} & -T \end{pmatrix} < 0 \quad (۳-۴۹)$$

از این‌رو شرط دوم از قضیه (۳-۳) به ازای $\varphi_k(\omega) = \sigma\omega$ برقرار خواهد بود. می‌توان مشاهده نمود که شرط سوم از قضیه (۳-۳) نیز به ازای $\beta(x(t)) = \lambda_1 x(t)$ و $\alpha(x(t)) = \lambda_2 x(t)$ برقرار خواهد بود. به کمک روابط استخراج شده از قضیه (۳-۳) و با توجه به سیستم مقایسه‌ای زیر، می‌توان نتیجه گرفت که، سیستم کنترل ضربه‌ای (۳-۶) پایدار مجانبی خواهد بود.

$$\begin{cases} \dot{\omega}(t) = \lambda_{i_{\max}} \omega(t), & t \neq t_k \\ \omega(t_k^+) = \sigma \omega(t_k), & t = t_k \\ \omega(t_0^+) > \omega_0 > 0 \end{cases} \quad (۳-۵۰)$$

با توجه به قضیه (۳-۴) اگر

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} \lambda_{i_{\max}} dt + \ln(\gamma\sigma) \leq 0 \quad (۳-۵۱)$$

در نتیجه $\lambda_{i_{\max}}(t_{k+1} - t_k) \leq -\ln(\gamma\sigma)$ برقرار خواهد بود. بنابراین مبدأ $(x(t) = 0)$ برای سیستم (۳-۶) پایدار مجانبی است.

۴.۴.۳ پایدارسازی سیستم‌های کنترل ضربه‌ای فازی T-S در

غیاب کنترل فیدبک حالت

اکنون سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S مبتنی بر PDC زیر را در نظر بگیرید که در آن فقط، از یک کنترل کننده ضربه ای فازی استفاده شده است. $(u_1(t) = 0)$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i A_i x(t) & , t \neq t_k \\ \Delta x(t)|_{t=t_k} = x(t_k^+) - x(t_k^-) = I_k(x(t)) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j B_i I_{jk}(x(t)) & , t = t_k \\ x(t_0^+) = x_0 & , k = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (52-3)$$

۱.۴.۴.۳ کنترل کننده ضربه‌ای فازی غیرخطی

شرایط پایداری سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S مبتنی بر PDC (52-3) به همراه تابع غیر خطی (3-7-2) را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود.

قضیه فرعی (3-5): مبدأ $(x(t) = 0)$ در سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S مبتنی بر PDC

(52-3) پایدار مجانبی خواهد بود، اگر یک ماتریس معین مثبت P ، اسکالر های γ ، σ ، Δt_k ، ε و ماتریس‌های D_{jk} وجود داشته باشند به طوری که رابطه (3-33-2) و شرط زیر برقرار باشد.

$$\bar{\lambda}_{i_{max}}(t_{k+1} - t_k) \leq -\ln(\gamma\sigma), \quad \bar{\lambda}_{i_{max}} \geq 0 \quad , \quad t \neq t_k \quad (53-3)$$

در این حالت تمام نمادها مشابه قضیه (3-5) بوده و $\bar{\lambda}_{i_{max}}$ معرف بزرگترین مقدار ویژه $TA_i^T + A_i T$ می‌باشد.

اثبات قضیه فرعی (۵-۳): تابع لیپانوف $V(t, x(t)) = x^T(t)Px(t), t \in (t_{k-1}, t_k)$ را برای

سیستم کنترل ضربه‌ای فاز ی T-S مبتنی بر PDC (۵۲-۳) همراه با تابع غیرخطی $I_{jk}(x)$ (۲-۷-۳) در نظر بگیرید. اکنون با توجه به شرط ۱ از قضیه (۳-۳) و با به‌کارگیری مشتق تعمیم یافته سمت راست بالایی از تابع لیپانوف، در سرتاسر مسیر های سیستم (۵۲-۳) و با ازای $t \neq t_k$ داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t, x(t)) &= \dot{x}^T(t)Px(t) + x^T(t)P\dot{x}(t) \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_l x^T(t) A_i^T P x(t) + \sum_{i=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_l x^T(t) P A_i x(t) \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_l x^T(t) (A_i^T P + P A_i) x(t)\end{aligned}\tag{۵۴-۳}$$

از ضرب طرفین رابطه (۵۴-۳) در $T = P^{-1}$ ، (۵۴-۳) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$\dot{V}(t, x(t)) = \sum_{i=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_l x^T(t) (T A_i^T + A_i T) x(t) \leq \bar{\lambda}_{i_{max}} V(t, x(t))\tag{۵۵-۳}$$

که در اینجا $\bar{\lambda}_{i_{max}}$ بزرگ‌ترین مقدار ویژه $T A_i^T + A_i T$ است. از این رو شرط اول از قضیه (۳-۳) به ازای $g(t, \omega) = \bar{\lambda}_{i_{max}} \omega$ برقرار می‌باشد. بنابراین رابطه (۵۵-۳) بر صحت رابطه (۵۳-۳) دلالت داشته و اثبات کامل می‌شود.

در قضیه فرعی قبل از تابع غیرخطی (۲-۷-۳) استفاده شده بود. در ادامه قصد داریم تابع خطی (۳-۳) را جایگزین (۲-۷-۳) در قضیه فرعی (۵-۳) نماییم، به نحوی که شرایط حاصل، پایداری سیستم کنترل ضربه‌ای فاز ی T-S مبتنی بر PDC (۵۲-۳) به همراه تابع خطی $I_{jk}(x(t)) = D_{jk}x(t)$ را نتیجه دهد.

۲.۴.۴.۳ کنترل کننده ضربه‌ای فازی خطی

قضیه فرعی (۶-۳): مبدأ $(x(t) = 0)$ در سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S مبتنی بر PDC (۵۲-۳) پایدار مجانبی خواهد بود، اگر یک ماتریس معین مثبت P ، اسکالرهای γ ، σ ، Δt_k و ماتریس‌های D_{jk} وجود داشته باشند به طوری که شرایط (۴۴-۳) و (۵۳-۳) برقرار باشد.

در این حالت تمام نمادها مشابه قضیه (۵-۳) می‌باشد.

اثبات قضیه فرعی (۶-۳): بر طبق توصیفات بالا و مشابه اثبات قضیه فرعی (۴-۳) و قضیه فرعی (۵-۳) و با استفاده از تابع لیاپانوف مرتبه دوم مشترک $V(t, x(t)) = x^T(t)Px(t)$ ، $t \in$ می‌توان به سادگی نشان داد که سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S مبتنی بر PDC (۳-۳) (۵۲) به همراه تابع خطی (۱-۷-۳) و شرایط قضیه فرعی (۶-۳) پایدار است.

۵.۳ نمونه شبیه سازی شده

در این بخش به معرفی چند مثال عملی و پر کاربرد به منظور نمایش چگونگی عملکرد روش‌های کنترل ضربه‌ای فازی پیشنهاد شده، خواهیم پرداخت.

۱.۵.۳ سیستم اکولوژی (سیستم صید و صیاد)

در این بخش چگونگی عملکرد کنترل ضربه‌ای فازی بر روی سیستم صید و صیاد لوتکا-ولتررا به کمک روش توابع لیاپانوف گسترش یافته (قضایای مربوط به بخش ۳.۳) نمایش داده می‌شود.

آیا تا به حال سریال راز بقا را دیده‌اید؟ بسیاری از اوقات این سریال صحنه‌هایی از جنگل‌های دور افتاده، مثلاً جنگل‌های سر سبز آفریقا را نشان می‌دهد که ناگهان خرسی به دنبال خرگوشی دویده و در لحظاتی وی را به چنگ آورده یا در جایی دیگر، ناگهان عقابی از آسمان بر حیوانی در روی زمین حمله برده و با چنگال نیرومند خود حیوان را از زمین می‌رباید ...

یا در فیلم‌های خبری ناگهان می‌بینیم که انسان‌هایی که از فرط گرسنگی بی‌شبهت به ارواح سرگردان نیستند و یا ناگهان اعلام می‌شود میلیون‌ها نفر در فلان منطقه از عالم در انتظار مرگ به سر می‌برند در حالی که در همان زمان، هزاران تن مواد خوراکی برای جلوگیری از تورم در منطقه ای دیگر از جهان به قعر دریا ریخته می‌شود، این همان جنگ بقا است.

اگر تأثیر یک عامل بر نرخ رشد عامل دیگر را به عنوان نحوه دسته بندی در نظر بگیریم، سه حالت عمده از اثر متقابل عوامل را می‌توان متصور شد:

(۱) رقابت محض (که در آن هر دو عامل دارای اثر منفی بر نرخ رشد یکدیگر می‌باشند)

(۲) همزیستی (که در آن هر دو عامل دارای اثر مثبت بر نرخ رشد یکدیگر می‌باشند)

(۳) مد صید و صیاد (که در آن یکی از عامل‌ها دارای اثر مثبت بر نرخ رشد دیگری است ولی عامل دوم دارای اثر منفی بر نرخ رشد اولی می‌باشد)

یک نمای کلی از این سه حالت را می‌توان در شکل (۳-۱) مشاهده نمود.

		Effect of A on B's growth rate	
		Positive	Negative
Effect of B on A's growth rate	Positive	Symbiosis	Predator (A) - Prey (B)
	Negative	Predator (B) - Prey (A)	Pure Competition

شکل (۳-۱). نمایی از تقسیم بندی دو عامل بر اساس اثر متقابل بر یکدیگر

با توجه به ویژگی‌های خاص مدل‌های صید و صیاد کاربردهای مختلفی می‌توان برای آن‌ها متصور بود، از جمله سیستم‌های گیاه-گیاه خوار، میزبان-انگل، سیستم ایمنی-سلول‌های تومور(ویروس)، محیط مستعد به ابتلا-عامل عفونت و غیره...

این مدل‌ها به طور کلی با تعامل میان دو عامل برنده و بازنده سروکار دارند، از این‌رو ممکن است کاربردهای متنوعی دیگری به جز مسائل اکوسیستم نیز داشته باشند، در واقع با مطالعه دقیق تعاملات رقابتی می‌توان مشاهده نمود که تمامی آن‌ها فرم‌هایی از مدل‌های صید و صیاد هستند، البته در لباسی مبدل.

گویا آنقدر این مسئله اهمیت داشته که در سال‌های ۱۹۲۰ دو ریاضیدان به طور مستقل از یکدیگر برای جنگ بقا یک مدل ریاضی یافتند. در سال ۱۹۲۶ ویتو ولتررا^۱ ریاضیدان مشهور ایتالیایی برای حل موضوع تغییرات شدید جمعیت کوسه‌ها (صیاد) و جانوران دریایی کوچک‌تر(صید) در دریای آدریاتیک^۲ در خلال جنگ جهانی اول معادلات دیفرانسیلی را معرفی کرد و به طور همزمان در ۱۹۲۵ در ایالات متحد آمریکا معادلاتی که توسط ولتررا مورد مطالعه قرار گرفته بود، به طور مستقل، به وسیله آلفرد لوتکا^۳ برای توصیف یک واکنش شیمیایی که در آن نوسانات غلظت مورد بررسی قرار داشت، بدست آمده بود. در حقیقت مدل لوتکا-ولتررا ساده‌ترین مدل تعامل صید و صیاد است و به صورت یک زوج معادله دیفرانسیلی غیرخطی که به عنوان مدلی برای سیستم‌های زیستی می‌باشد، بکار می‌رود.

بعد از آن سیستم صید و صیاد در بیشتر زمینه‌ها به کار گرفته شد و همچنین موضوع پایداری سیستم صید و صیاد، بیشترین توجه را به خود جلب کرد. در [71] براور^۴ و سوداک^۵ عملکرد کلی یک سیستم صید و صیاد را با کمک یک جفت معادلات دیفرانسیل معمولی غیرخطی و به ازای یک نرخ

¹ Vito Volterra

² Adriatic

³ Alfred Lotka

⁴ Brauer

⁵ Soudack

ثابت شکار مورد مطالعه قرار دادند. ژیان^۱ و گروهش به این نتیجه رسیدند که یک تأخیر کوچک می‌تواند پایداری سیستم صید و صیاد را تضمین کند [72].

بعد از تحلیل توانایی‌های مختلف میان صیادان بالغ و نا بالغ، ونگ^۲ و گروهش با کمک یک تأخیر زمانی کوچک در سیستم توانستند به پایداری سراسری دست یابند [73]. لی^۳ و همکارانش کنترل ضربه ای را برای سیستم صید و صیاد لوتکا-ولترا مورد بررسی قرار دادند و در نهایت به شرایط پایداری مجانبی با استفاده از روش توابع لیاپانوف برای این سیستم دست یافتند [74]. لیو^۴ و ژنگ^۵ همزیستی و پایداری سیستم صید و صیاد را با پاسخ تابع بدینگتون-دآنگلیس^۶ و ساختار مرحله ای مورد مطالعه قرار دادند [75]. یانکیو لی^۷ کارهایی در زمینه پاسخ تابعی هولینگ II^۸ انجام دادند [76] و علاوه بر این وونیول^۹ و کیمون^{۱۰} رفتار کیفی جواب‌های مثبت غیر ثابت و با نرخ انتشار ثابت در یک مدل صید و صیاد گوسین^{۱۱} عمومی را مورد مطالعه قرار دادند [77]. مضاف بر این‌ها سیستم صید و صیاد در مقالات زیادی و با روش‌های متفاوت دیگری مورد بررسی قرار گرفته است، مانند روش کلی لاسال^{۱۲} [78]، روش پرتلاطم ضربه ای^{۱۳} [79] و غیره...

همان طور که از قبل نیز اشاره کردیم، این نکته حائز اهمیت است که، تعداد زیادی از سیستم‌ها مانند مدل صید و صیاد وجود دارند که یا توانایی تحمل ورودی کنترلی پیوسته را ندارند و یا به علت جهش ناگهانی^{۱۴} در لحظه ای خاص در طول فرآیند دارای رفتار دینامیکی ضربه ای می‌باشند. از

¹ jian

² Wang

³ Li

⁴ Liu

⁵ Zhang

⁶ Beddington- DeAngelis

⁷ Li

⁸ Holling II functional response

⁹ Wonlyul

¹⁰ Kimun

¹¹ Gauss-type predator-prey model

¹² LaSalle

¹³ impulsive perturbations

¹⁴ abrupt jump

این‌رو گسترش FLC و انعکاس پدیده جهش ضربه ای در سیستم صید و صیاد می‌تواند ضروری باشد. تاکنون مقالات معدودی مسئله پایداری سیستم صید و صیاد لوتکا-ولترا با کنترل ضربه ای فازی را مطرح کرده‌اند. به عنوان مثال [70]، که در آن نویسنده از یک کنترل‌کننده ضربه ای فازی خطی استفاده کرده است.

معادله دیفرانسیل زیر را به عنوان یک نمایش از سیستم صید و صیاد لوتکا-ولترا در نظر بگیرید

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t)(\mu_1 - r_{12}x_2(t)) \\ \dot{x}_2(t) = x_2(t)(-\mu_2 - r_{21}x_1(t)) \end{cases} \quad (56-3)$$

که در آن $x_1(t)$ ، $x_2(t)$ به ترتیب چگالی جمعیت صید و چگالی جمعیت صیاد می‌باشد. μ_1 ، μ_2 به ترتیب نرخ رشد گونه x_1 (صید) در غیاب اثر گونه x_2 (صیاد) و نرخ رشد گونه x_2 (صیاد) در غیاب اثر گونه x_1 (صید) هستند. r_{21} ، r_{12} مقادیر مثبتی هستند که عامل مشترک نرخ شکار می‌باشند و به پارامترهای برهم کنش صید و صیاد موسوم‌اند. سیستم (56-3) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \phi(x(t)) \quad (57-3)$$

که در آن $A = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & -\mu_2 \end{bmatrix}$ و $\phi(x) = \begin{bmatrix} -r_{12}x_1x_2 \\ r_{21}x_1x_2 \end{bmatrix}$ خواهد بود. با استفاده از روش پیشنهادی در [47] می‌توان کنترل ضربه ای فازی زیر را برای مدل صید و صیاد (57-3) در نظر گرفت.

$$\text{Rule } i(i = 1,2) : IF \ x_2(t) \text{ is } M_{i2}, \text{ THEN } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u_1(t) & , t \neq t_k \\ \Delta x|_{t=t_k} = I_k(x(t)) & , t = t_k \\ x(t_0^+) = x_0 & , i = 1,2 \quad , k \in N \end{cases} \quad (58-3)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \mu_1 - \frac{1}{2}dr_{12} & 0 \\ \frac{1}{2}dr_{21} & -\mu_2 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} \mu_1 - dr_{12} & 0 \\ dr_{21} & -\mu_2 \end{bmatrix} \text{ جایی که}$$

در اینجا $\mu_1 = 0.2, \mu_2 = 0.16, r_{12} = 0.1, r_{21} = 0.31$ بوده و مجموعه های فازی به صورت $M_1(x_2(t)) = \frac{x_2(t)}{d}$ و $M_2(x_2(t)) = -\frac{x_2(t)}{d}$ نمایش داده می شوند. در ادامه به بررسی نتایج حاصل از شبیه سازی سیستم (۳-۳۰) با اعمال شرایط استخراج شده از قضیه (۳-۲) و قضیه فرعی (۳-۳) خواهیم پرداخت.

با توجه به روابط موجود در قضیه (۳-۲) و به کمک نرم افزار مطلب داریم:

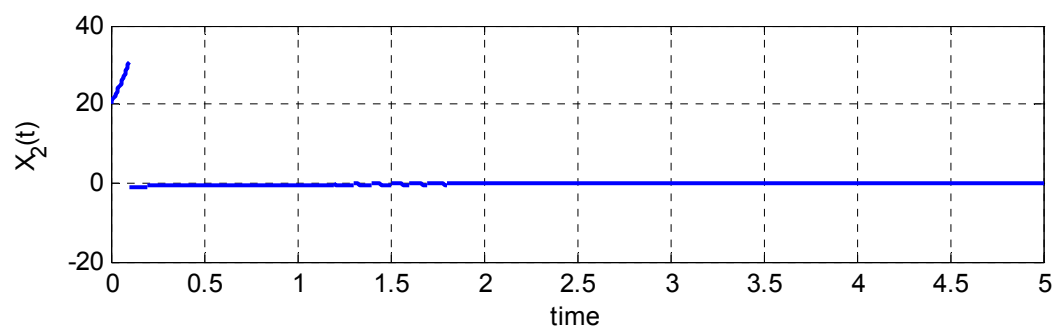
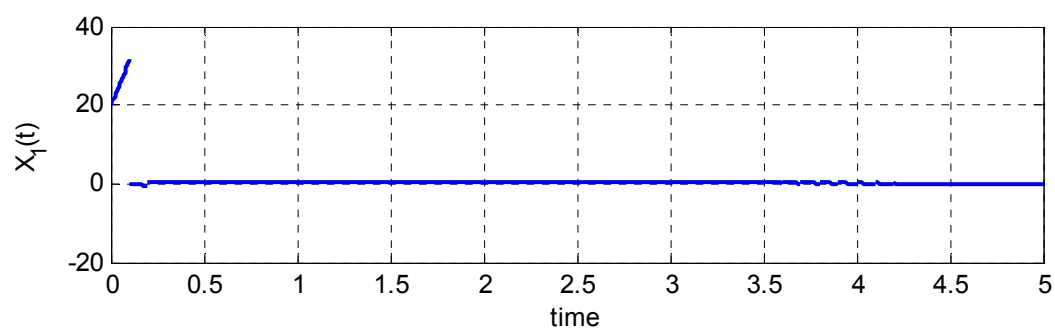
$$v_k = -0.9892, \xi_k = 0.9891, g_j(t, x) = -\sin(x(t)), B_2 = B_1 = [1; 1]$$

با در نظر گرفتن $\Delta t_k = 0.1$ و $\Delta t_k = 0.01$ و به ازای شرایط اولیه $x_1(0) = 20$ و $x_2(0) = 20$ مقادیر زیر حاصل می شود.

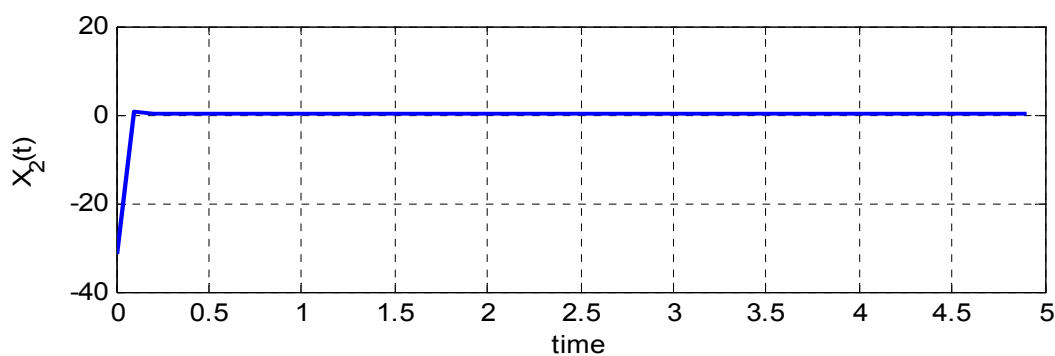
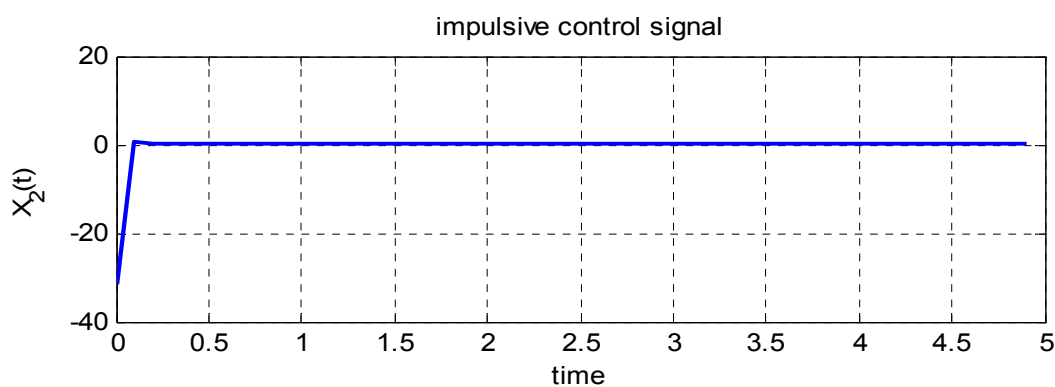
$$\text{If } \Delta t_k = 0.1 \rightarrow \begin{cases} P = [4.4567 & -3.7148; -3.7148 & 4.6966] \\ F_2 = F_1 = [1.7198 & 2.7076] \\ D_{1k} = [-467.2172 & -5.1787] \\ D_{2k} = [466.1675 & 4.2315] \\ \varepsilon = 0.5 \end{cases}$$

$$\text{If } \Delta t_k = 0.01 \rightarrow \begin{cases} P = [49.3098 & -48.4595; -48.4595 & 49.5960] \\ F_2 = F_1 = [20.0091 & 28.9290] \\ D_{1k} = [-129.8050 & -2.0120] \\ D_{2k} = [128.7826 & 1.0838] \\ \varepsilon = 0.5 \end{cases}$$

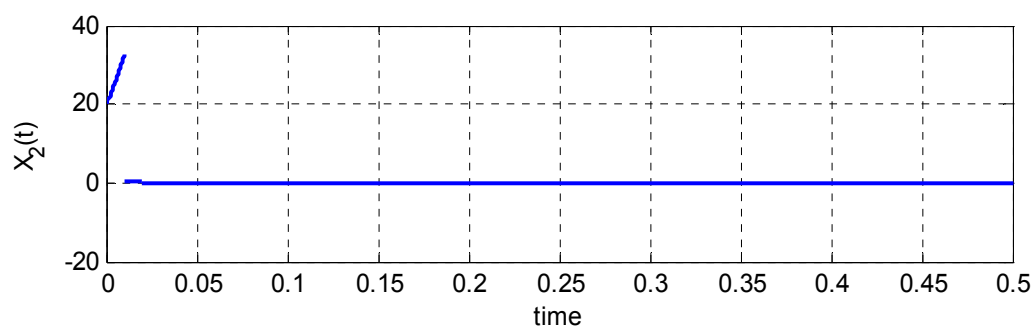
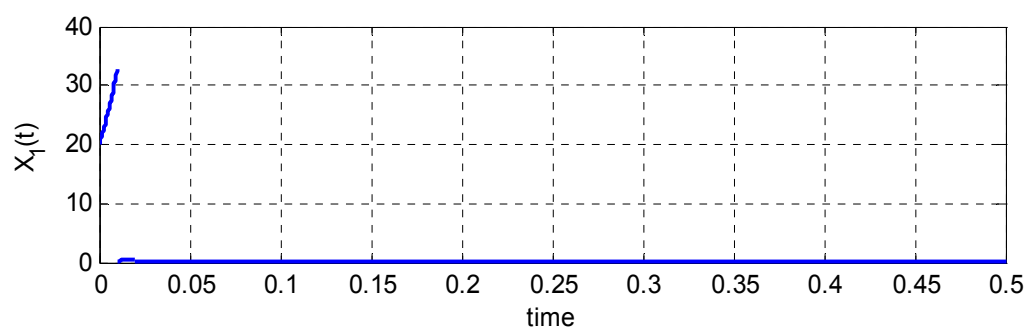
با توجه شرایط بالا، نتایج حاصل را می توان در شکل های (۳-۲) - (۳-۵) به ترتیب برای $\Delta t_k = 0.1$ و $\Delta t_k = 0.01$ مشاهده نمود.



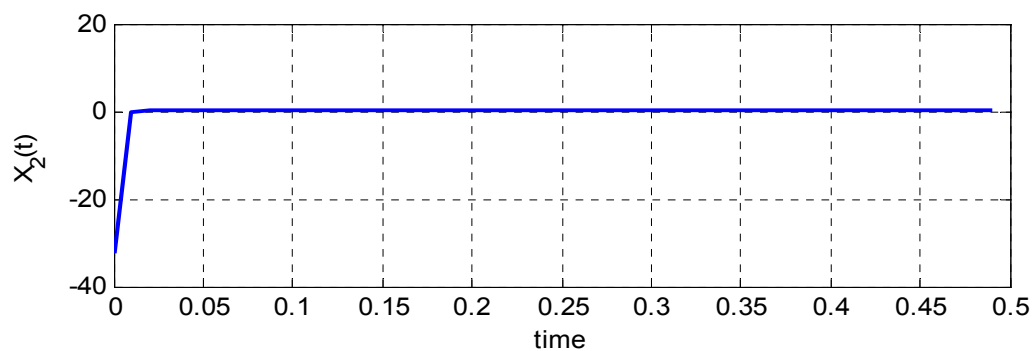
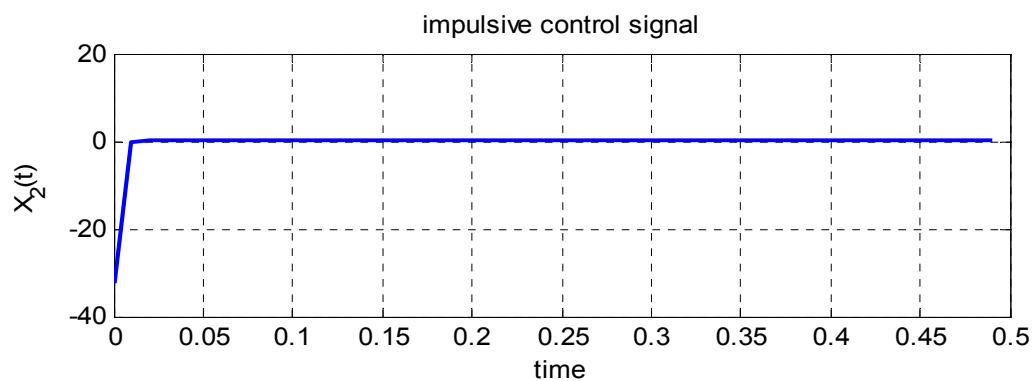
شکل (۲-۳). پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.1$. (قضیه (۲-۳))



شکل (۳-۳). سیگنال کنترل ضربه‌ای به ازای $\Delta t_k = 0.1$. (قضیه (۲-۳))



شکل (۳-۴). پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.01$ (قضیه (۳-۲))



شکل (۳-۵). سیگنال کنترل ضربه‌ای به ازای $\Delta t_k = 0.01$ (قضیه (۳-۲))

با توجه به روابط موجود در قضیه فرعی (۳-۳) و به کمک نرم افزار مطلب داریم:

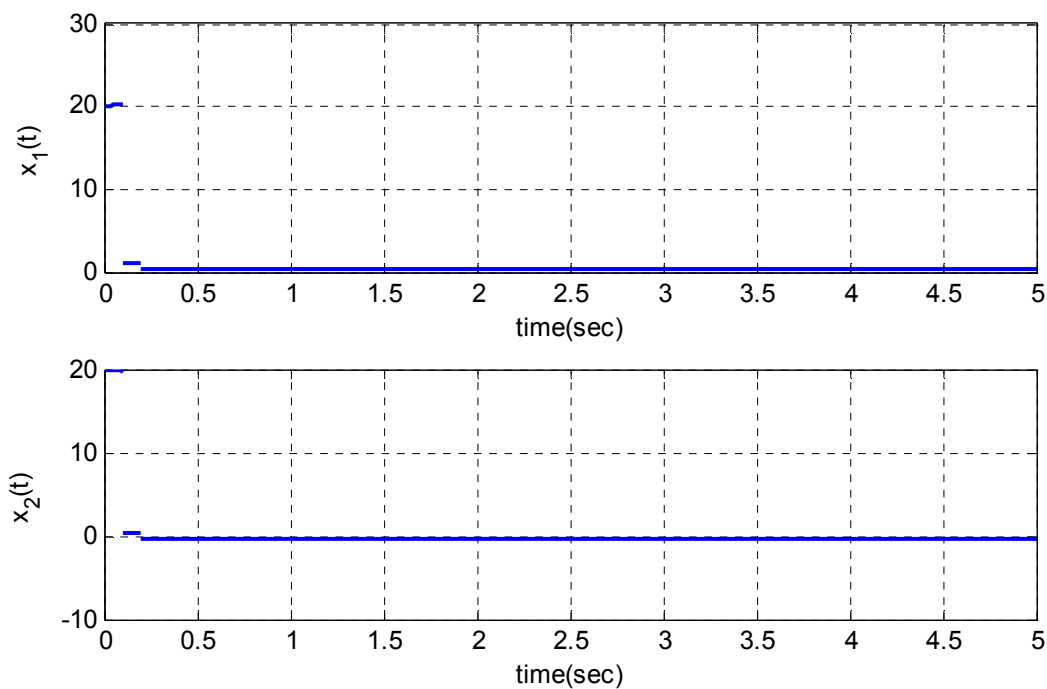
$$v_k = -0.9892, \xi_k = 0.9891, g_j(t, x) = -\sin(x(t)), B_2 = B_1 = [1; 1]$$

با در نظر گرفتن $\Delta t_k = 0.1$ و $\Delta t_k = 0.01$ و به ازای شرایط اولیه $x_1(0) = 20$ و $x_2(0) = 20$ مقادیر زیر حاصل می شود.

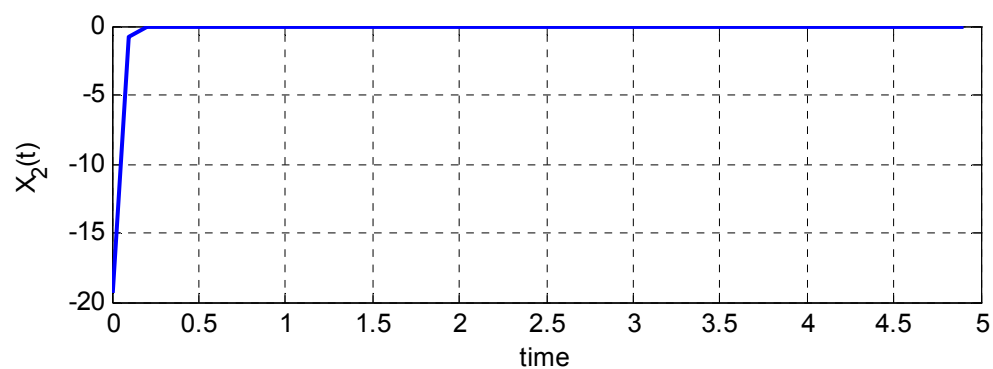
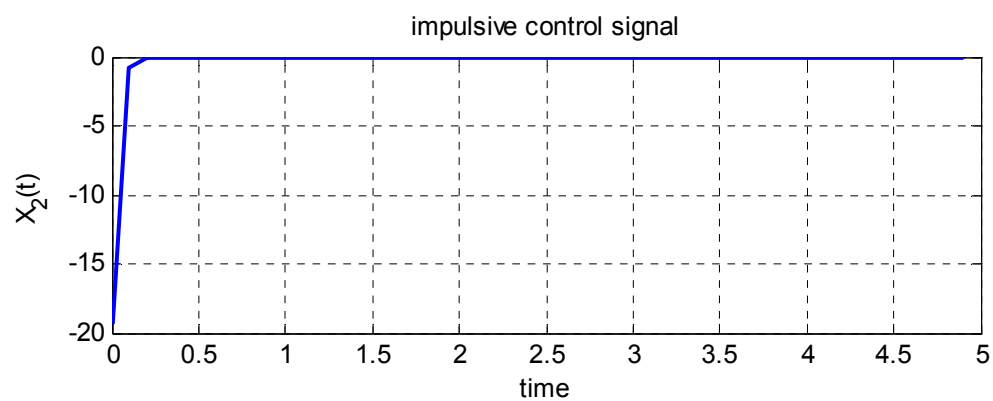
$$\text{If } \Delta t_k = 0.1 \rightarrow \begin{cases} P = [9.3876 & -0.0286; -0.0286 & 10.0822] \\ D_{2k} = D_{1k} = [-0.4670 & -0.4943] \\ \varepsilon = 0.1 \end{cases}$$

$$\text{If } \Delta t_k = 0.01 \rightarrow \begin{cases} P = [98.0533 & -0.0288; -0.0288 & 98.7623] \\ D_{2k} = D_{1k} = [-0.2497 & -0.2515] \\ \varepsilon = 0.1 \end{cases}$$

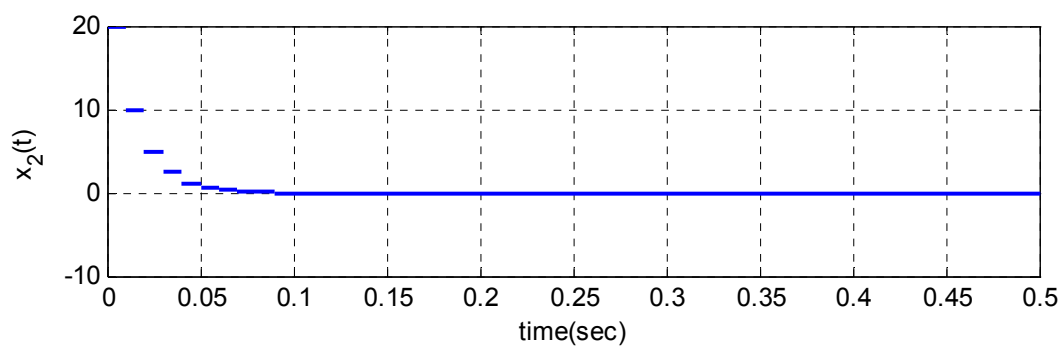
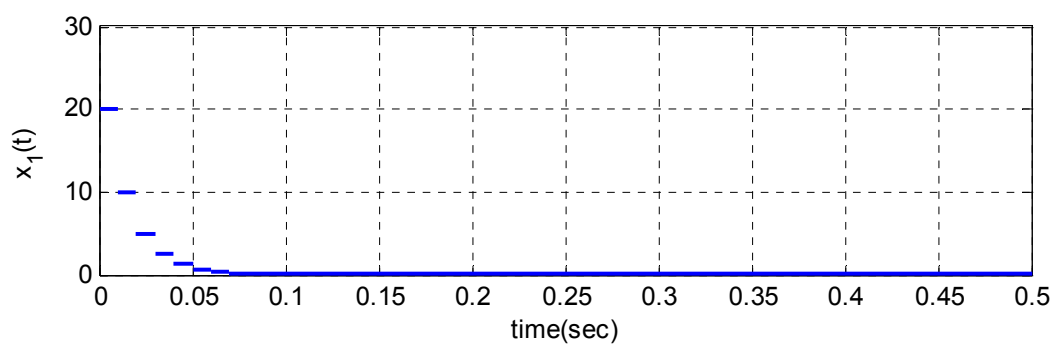
با توجه شرایط بالا، نتایج حاصل را می توان در شکل های (۳-۶) - (۳-۹) به ترتیب برای $\Delta t_k = 0.1$ و $\Delta t_k = 0.01$ مشاهده نمود.



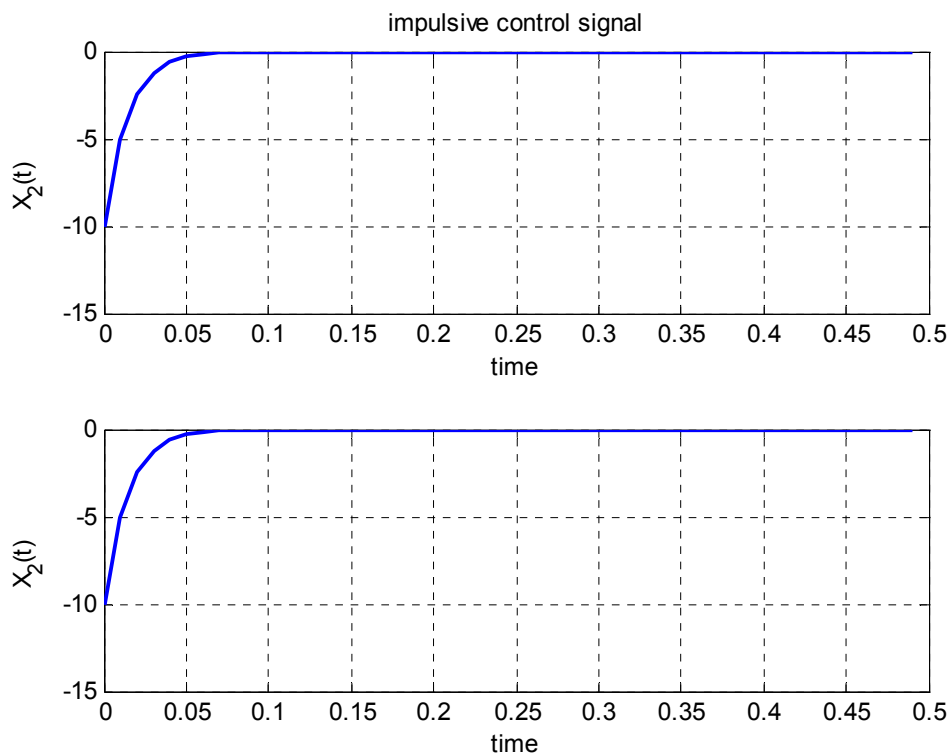
شکل (۳-۶). پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه فرعی (۳-۳))



شکل (۷-۳). سیگنال کنترل ضربه‌ای به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه فرعی (۳-۳))



شکل (۸-۳). پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.01$ (قضیه فرعی (۳-۳))



شکل (۹-۳). سیگنال کنترل ضربه‌ای به ازای $\Delta t_k = 0.01$. (قضیه فرعی (۳-۳))

تذکر (۴-۳): به منظور مقایسه بهتر، پاسخ‌ها برای دو حالت $\Delta t_k = 0.01$ و $\Delta t_k = 0.1$ نمایش داده شده است. با توجه به شکل‌های (۲-۳) تا (۹-۳)، همان‌طور که انتظار می‌رفت، می‌توان مشاهده نمود که عملکرد یک کنترل‌کننده ضربه‌ای فازی غیر خطی به همراه یک کنترل‌کننده فیدبک حالت (قضیه (۲-۳))، بسیار بهتر از عملکرد یک کنترل‌کننده ضربه‌ای فازی خطی (قضیه فرعی (۳-۳)) می‌باشد. علاوه بر این روش پیشنهادی برای محاسبه ضرایب کنترل‌کننده ضربه‌ای فازی بسیار کارآمد تر و انعطاف‌پذیرتر از روش‌های ارائه شده تاکنون است [70]، که این امر می‌تواند به دلیل وجود تابع غیر خطی به کار رفته در قضیه (۲-۳) باشد.

۲.۵.۳ سیستم آشوب (سیستم آشوب‌ناک مبتنی بر ممریستور)

در این بخش چگونگی عملکرد کنترل ضربه ای فازی بر روی سیستم آشوب ناک مبتنی بر ممریستور به کمک روش سیستم مقایسه‌ای (قضایای مربوط به بخش ۴.۳) نمایش داده می‌شود.

ممریستور^۱ یا ممریستور کنترل شده با شار^۲ و یا ممریستور کنترل کننده شار^۳، مخفف مقاومت حافظه داری است که توسط چوآ^۴ (در سال ۱۹۷۱) [80]، [81] مورد مطالعه قرار گرفت و به عنوان چهارمین عنصر اولیه الکتریکی در کنار مقاومت، خازن و سلف در نظر گرفته می‌شود. در دهه‌ی اخیر روش‌های زیادی برای کنترل کردن آشوب در چارچوب‌های خطی و غیر خطی انجام شده است [82]، [83].

امروزه یک جستجوی ساده در گوگل برای کلمه “ممریستور”، با کمال تعجب، با ۳۹۰۰۰۰ نتیجه همراه خواهد بود که بیشتر آن‌ها به مقاله اصلی آقای چوآ اشاره دارند. بعد از آن در سال ۲۰۰۸، با تحقیقات موفقیت آمیز بر روی ممریستور توسط گروه استن ویلیامز^۵ در آزمایشگاه (HP)، کاربرد های مبتنی بر ممریستور توجه بیشتری را از سوی محققان به خود جلب کرد. در [84] مدارهای آشوب ناک مبتنی بر ممریستور پیشنهاد شده است. این مدارهای آشوب ناک مبتنی بر ممریستور می‌توانند محرک‌های آشوب ناک تغییر شکل داده را تولید کنند.

این عنصر مداری جدید در خیلی از خواص با مقاومت یکسان است، تا جایی که حتی واحد اندازه گیری آن اهم^۶ است. بسیاری از محققان به دلیل کاربرد های بالقوه ممریستور از جمله در کامپیوتر

¹Memory Resistor

² Flux Controlled Memristor

³ Charge-Controlled Memristor

⁴ Chua

⁵ Stan Williams

⁶ Ohm

های نسل آینده و همچنین در محاسبات قدرتمند عصبی (مشابه عملکرد مغز^۱)، بر روی این عنصر تمرکز کرده‌اند.

همان طور که از قبل نیز اشاره کردیم، این نکته حائز اهمیت است که تعداد زیادی از سیستم‌ها مانند مدل مقاومت حافظه دار مبتنی بر آشوب وجود دارند که یا توانایی تحمل ورودی کنترلی پیوسته را ندارند و یا به علت جهش ناگهانی^۲ در لحظه ای خاص، در طول فرآیند، دارای رفتار دینامیکی ضربه ای می‌باشند.

تا کنون مقالات محدودی به موضوع پایداری سیستم آشوب ناک مبتنی بر ممریستور با استفاده از کنترل ضربه ای پرداخته‌اند. به عنوان مثال [85] که در آن از یک کنترل کننده ضربه ای معمولی بهره برده است. در این بخش قصد داریم به مطالعه مسئله پایداری سیستم آشوب ناک مبتنی بر ممریستور با استفاده از ترکیب کنترل کننده ضربه ای فازی غیرخطی و کنترل کننده فیدبک حالت مبتنی بر PDC بپردازیم.

اخیراً چوآ و ایتو^۳ با جایگذاری یک ”دیود چوآ“^۴ در سیستم آشوب ناک معروف چوآ، یک سیستم آشوب ناک مبتنی بر ممریستور را معرفی کردند [86]، که طرح مدار آشوب ناک مبتنی بر ممریستور در شکل (۳-۶) نمایش داده شده است. معادلات دیفرانسیل زیر را به عنوان یک نمایش از معادلات سیستم آشوب ناک مبتنی بر ممریستور در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = a(x_2(t) - W((x_4(t))))x_1(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) - x_1(t) \\ \dot{x}_3(t) = -bx_2(t) - cx_3(t) \\ \dot{x}_4(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (۵۹-۳)$$

¹ Powerful Brain-Like

² Abrupt jump

³ Itoh

⁴ Chua's diode

که در آن $x_1(t) = v_1(t)$ $x_2(t) = i_3(t)$ $x_3(t) = v_2(t)$ $x_4(t) = \varphi(t)$ $a = \frac{1}{c_1}$ $b = \frac{1}{c_2}$

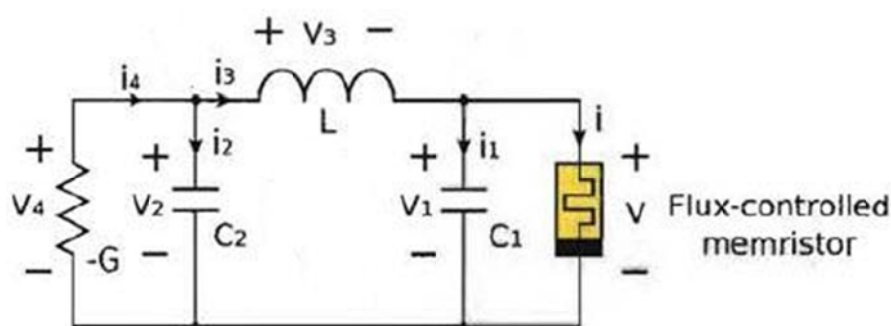
$c = \frac{G}{c_2}$ $L = 1$ می باشد، و $W(x_4(t)) = \frac{dq(x_4(t))}{d(x_4(t))} = \begin{cases} m, & |x_4(t)| \leq 1 \\ n, & |x_4(t)| > 1 \end{cases}$ و $q(x_4(t))$ که به

ترتیب "مدیوستنس"^۱ "ضریب القایی بر حسب اندوکتانس" و "ارتباط ساختاری ممريستور"^۲ نامیده

می‌شوند. در اینجا L معرف مقدار سلف، G ضریب هدایت، $\varphi(t)$ نمایانگر شار ممريستور و برای

$q(x_4(t))$ نیز داریم:

$$q(x_4(t)) = nx_4(t) + 0.5(m - n) \cdot (|x_4(t) + 1| - |x_4(t) - 1|)$$



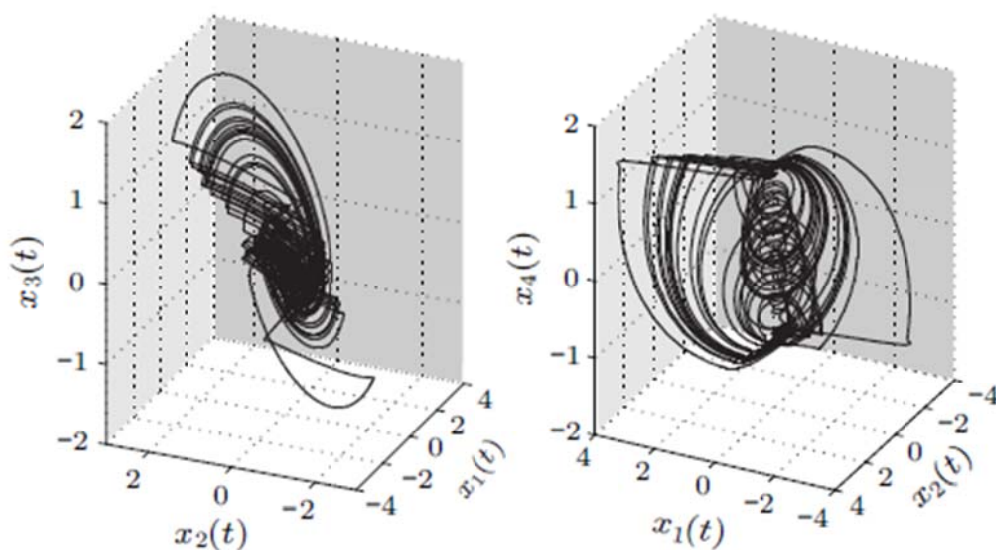
شکل (۳-۱۰). مدار آشوب ناک مبتنی بر ممريستور [86]

با جایگذاری مقادیر $a = 4$, $b = 1$, $c = 0.65$, $m = 0.2$, $n = 10$ سیستم (۳-۵۹) یک ناحیه جذب

آشوب ناک به صورت شکل (۳-۷) خواهد داشت.

¹ Meductance

² Memristor Constitutive Relation



شکل (۱۱-۳). سیستم آشوب ناک مبتنی بر ممیستور [85]

. با استفاده از روش پیشنهادی در [47] می‌توان کنترل ضربه ای فازی زیر را برای مدل سیستم آشوب

ناک مبتنی بر ممیستور بالا در نظر گرفت [85].

$$\text{Rule 1 : IF } x_4(t) \text{ is } M_{14}(|x_4(t)| \leq 1), \text{ THEN } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u_1(t) & , t \neq t_k \\ \Delta x|_{t=t_k} = I_k(x(t)) & , t = t_k \\ x(t_0^+) = x_0 & , i = 1, 2, k \in N \end{cases} \quad (۱-۶۰-۳)$$

$$\text{Rule 2 : IF } x_4(t) \text{ is } M_{24}(|x_4(t)| > 1), \text{ THEN } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u_1(t) & , t \neq t_k \\ \Delta x|_{t=t_k} = I_k(x(t)) & , t = t_k \\ x(t_0^+) = x_0 & , i = 1, 2, k \in N \end{cases} \quad (۲-۶۰-۳)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -na & \alpha & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -b & c & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} -ma & \alpha & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -b & c & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ جایی که}$$

با استفاده از نرم افزار مطلب و شرایط موجود در قضیه (۵-۳) داریم:

$\sigma = 0.89, \gamma = 1.0001, \varepsilon = 0.1, g_j(t, x) = -\sin(x(t)), j = 1, \dots, r$ (تعداد قوانین فازی r),

$$\Delta t_k = 0.1, B_2 = B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0.6781 & -0.0870 & 0.0204 & 0.1402 \\ -0.0870 & 1.1626 & -0.3662 & -0.4214 \\ 0.0204 & -0.3662 & 0.9202 & 0.5370 \\ 0.1402 & -0.4214 & 0.5370 & 5.4260 \end{bmatrix}.$$

$$F_1 = [-4.6541 \quad 84.7622 \quad 13.1586 \quad -12.9735].$$

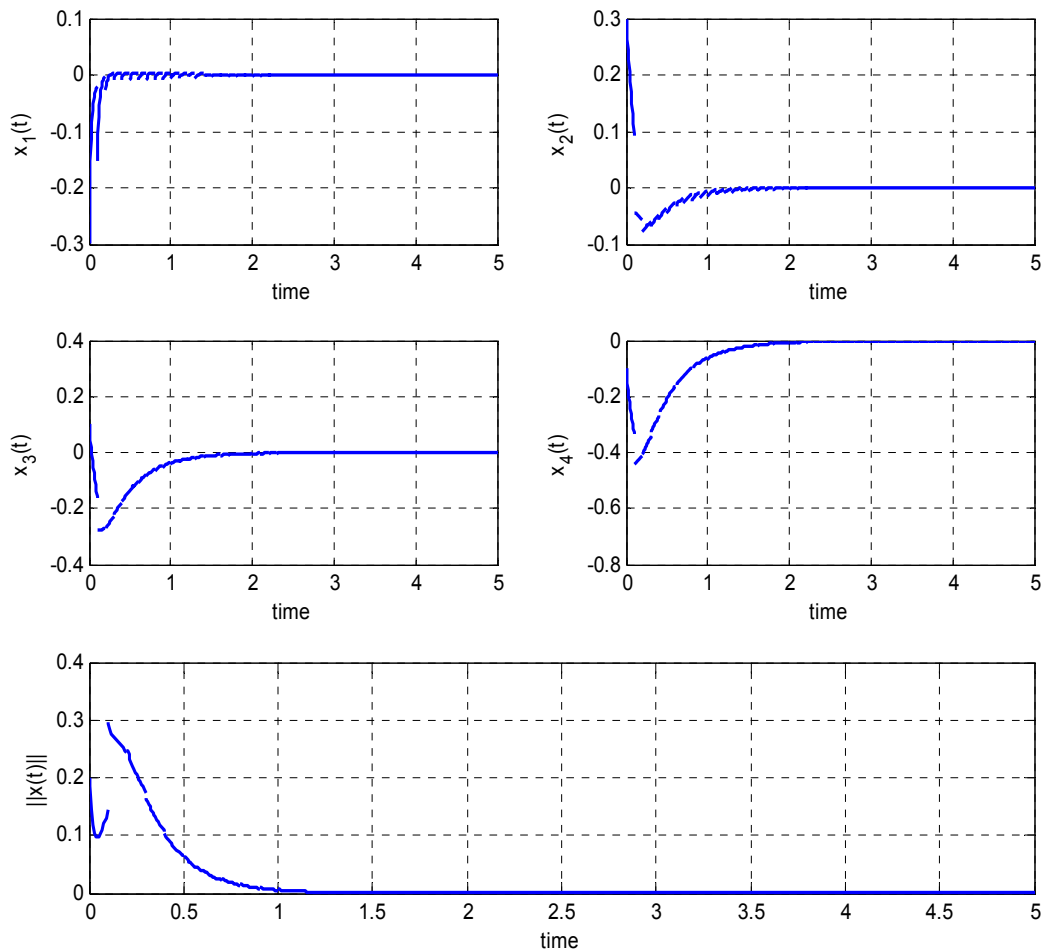
$$F_2 = [4.5749 \quad -98.0730 \quad 3.1452 \quad 3.6054].$$

$$D_{2k} = D_{1k} = [-0.1436 \quad -0.1697 \quad -0.1238 \quad 0.1202].$$

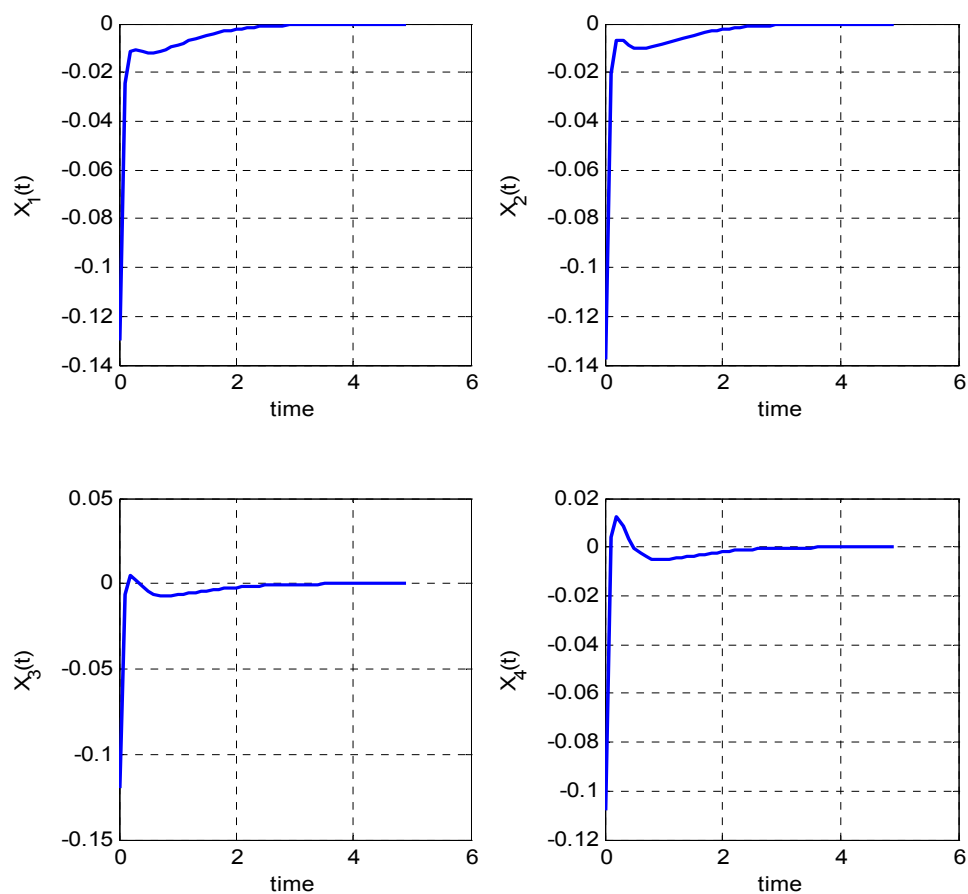
نتایج شبیه سازی سیستم (۵۹-۳) به ازای جایگذاری مقادیر بالا در قضیه (۵-۳) و شرایط اولیه

$x_4(0) = -0.1, x_3(0) = 0.1, x_2(0) = 0.3, x_1(0) = -0.3$ در شکل‌های (۱۲-۳) و (۱۳-۳)

نمایش داده شده است.



شکل (۱۲-۳). پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه (۵-۳))



شکل (۳-۱۳). سیگنال کنترل ضربه‌ای به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه (۳-۵))

در ادامه، با استفاده از نرم افزار مطلب و شرایط موجود در قضیه فرعی (۳-۵) داریم:

$$\sigma = 0.89, \gamma = 1.0001, \varepsilon = 0.1, g_j(t, x) = -\sin(x(t)) \quad j = 1, 2, \dots, r \text{ (تعداد قوانین فازی } r),$$

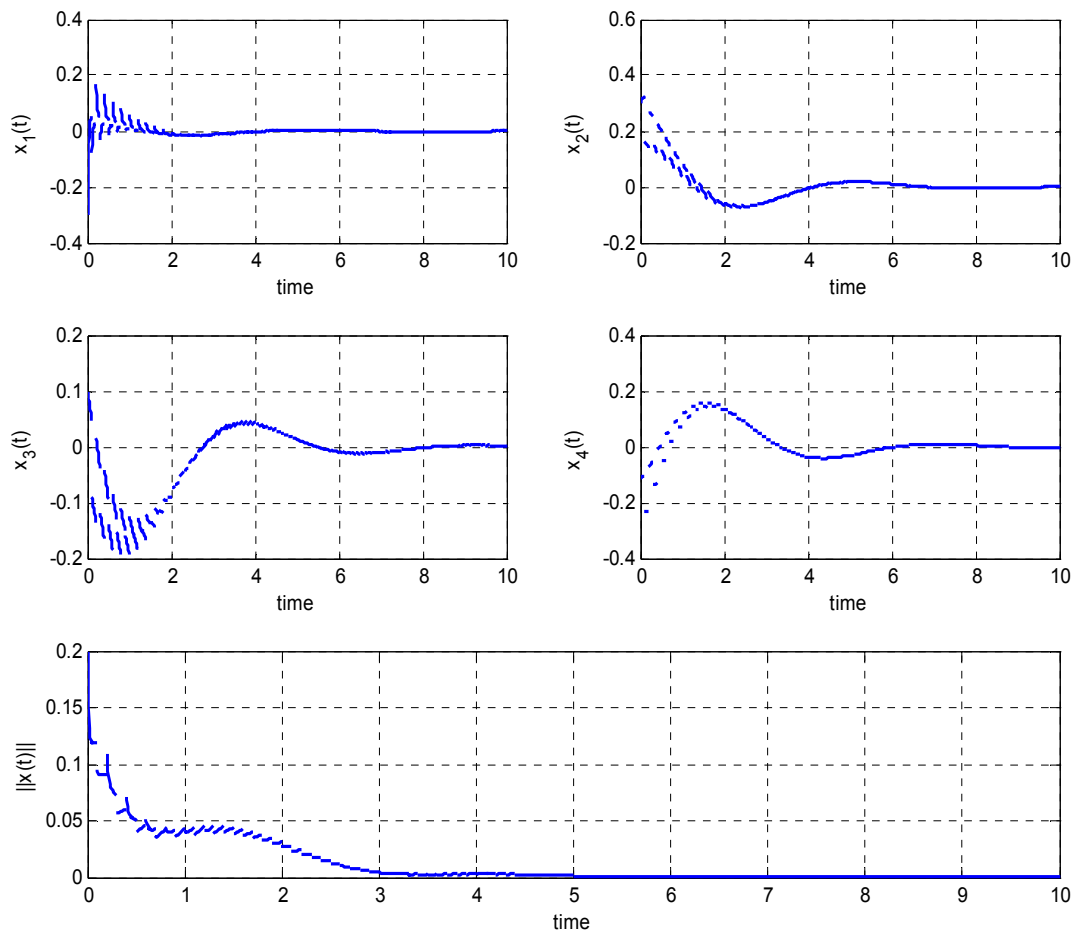
$$\Delta t_k = 0.1, B_2 = B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0.6691 & -0.1291 & 0.0237 & 0.0033 \\ -0.1291 & 2.3772 & -0.6931 & -0.1033 \\ 0.0237 & -0.6931 & 1.4651 & -0.0980 \\ 0.0033 & -0.1033 & -0.0980 & 0.9402 \end{bmatrix}.$$

$$D_{2k} = D_{1k} = [-0.1584 \quad -0.1018 \quad -0.1519 \quad -0.1481].$$

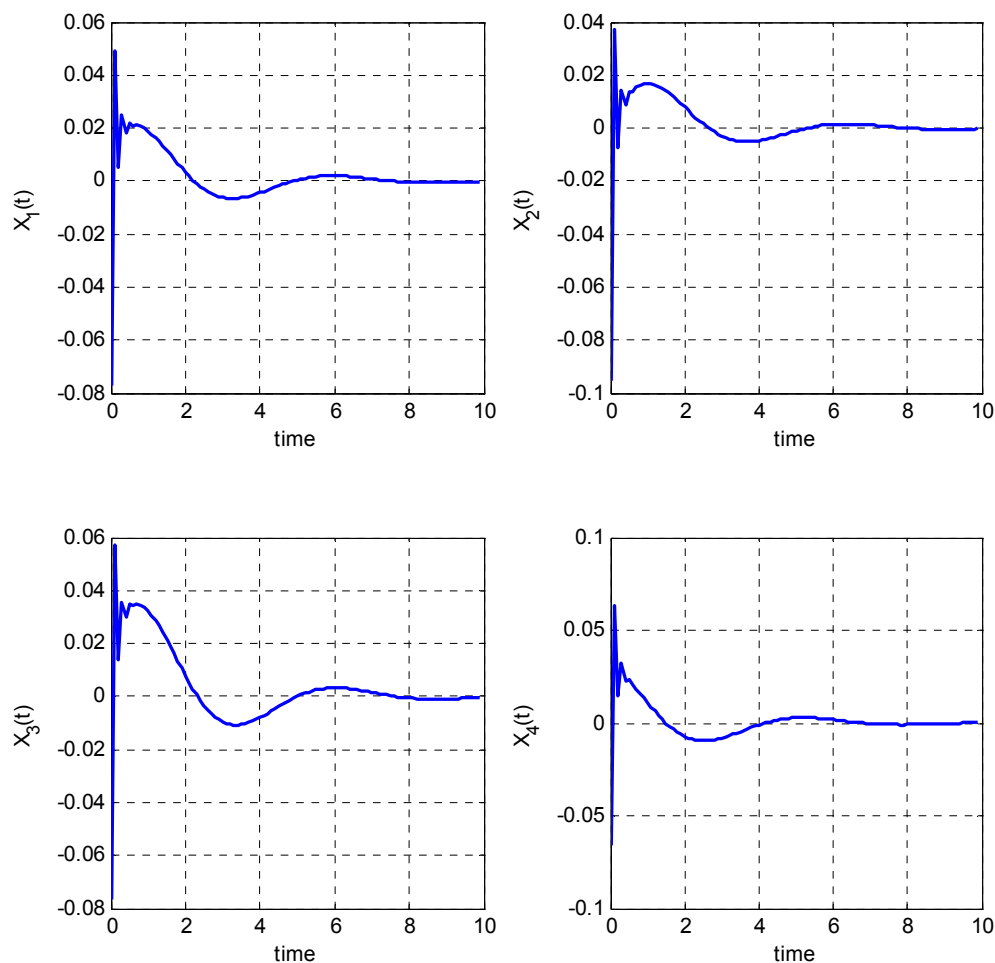
نتایج شبیه سازی سیستم (۵۹-۳) به ازای جایگذاری مقادیر بالا در قضیه فرعی (۵-۳) و شرایط اولیه

$x_1(0) = -0.3$, $x_2(0) = 0.3$, $x_3(0) = 0.1$, $x_4(0) = -0.1$ در شکل‌های (۱۴-۳) و (۱۵-۳)

نمایش داده شده است.



شکل (۱۴-۳). پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه فرعی (۵-۳))



شکل (۱۵-۳). سیگنال کنترل ضربه‌ای به ازای $\Delta t_k = 0.1$ (قضیه فرعی (۵-۳))

پارامترهای موجود در قضیه فرعی (۵-۳) به ازای $\Delta t_k = 0.01$ به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشند.

$B = 1, \gamma = 1.0001, \varepsilon = 0.1, g_j(t, x) = -\sin(x(t)), j = 1, 2, \dots, r$ (تعداد قوانین فازی r),

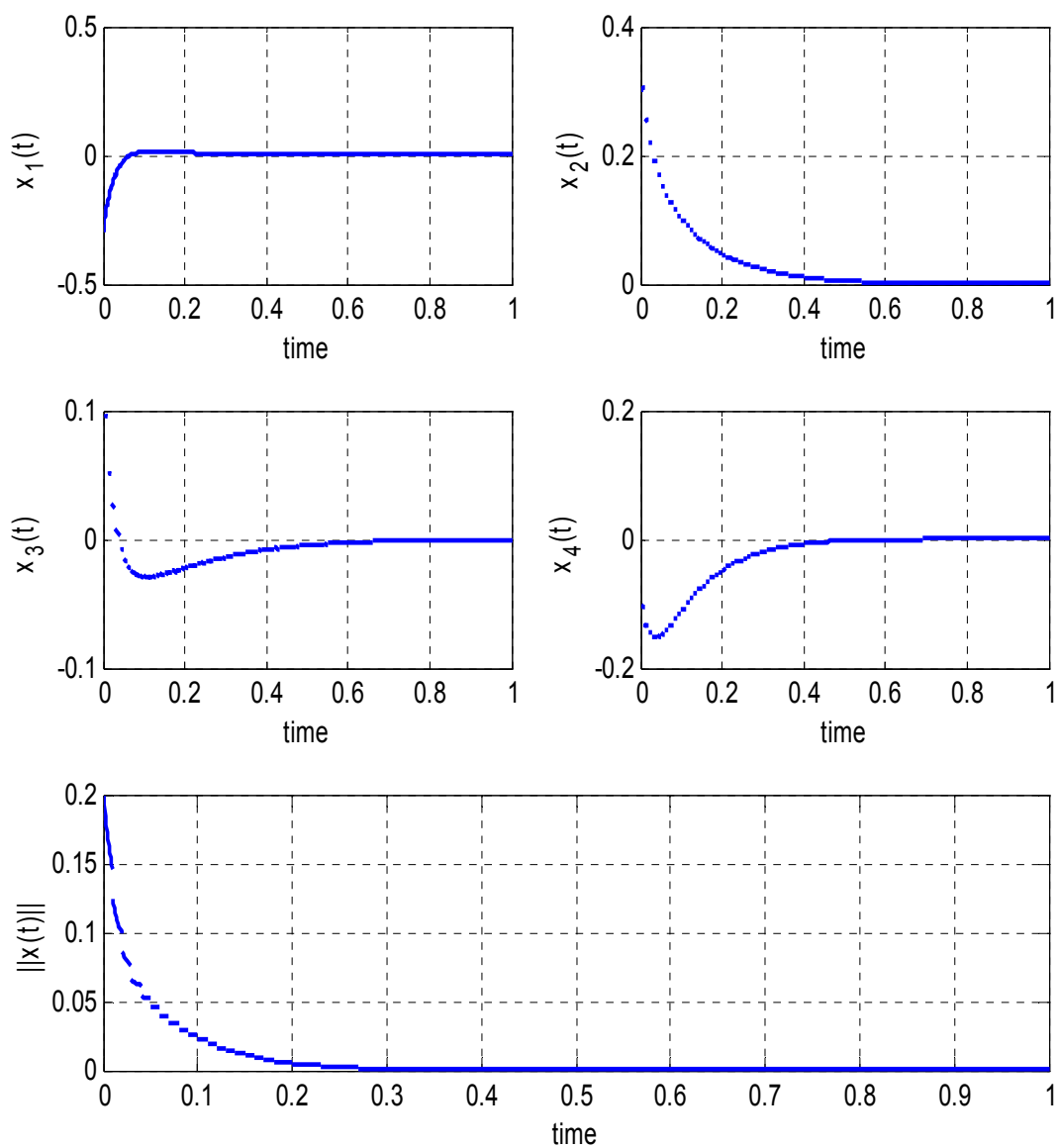
$$B_2 = B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, P = 1e^{-3} \times \begin{bmatrix} 0.3315 & -0.0899 & 0.0031 & -0.0205 \\ -0.0899 & 0.1513 & 0.0147 & -0.2938 \\ 0.0031 & 0.0147 & -0.2432 & 0.0174 \\ -0.0205 & -0.2938 & 0.0174 & -0.2418 \end{bmatrix}.$$

$$D_{2k} = D_{1k} = [-0.1220 \quad -0.0955 \quad -0.0960 \quad -0.0762].$$

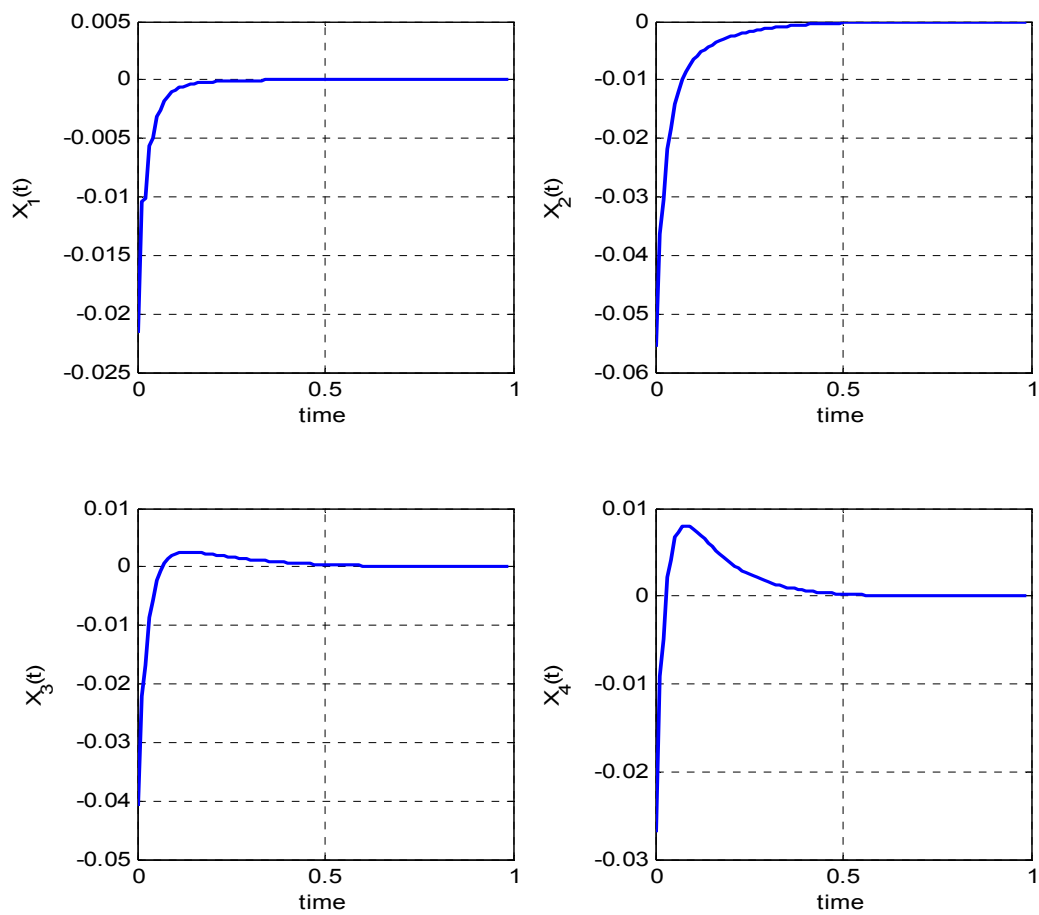
بنابراین، نتایج شبیه سازی سیستم (۵۹-۳) به ازای جایگذاری مقادیر بالا در قضیه فرعی (۵-۳) و

شرایط اولیه $x_1(0) = -0.3, x_2(0) = 0.3, x_3(0) = 0.1, x_4(0) = -0.1$ به صورت شکل‌های

(۱۶-۳) و (۱۷-۳) قابل نمایش می باشد.



شکل (۳-۱۶). پاسخ سیستم به ازای $\Delta t_k = 0.01$ (قضیه فرعی (۳-۵))



شکل (۳-۱۷). سیگنال کنترل ضربه‌ای به ازای $\Delta t_k = 0.01$ (قضیه فرعی (۳-۵))

فصل چهارم

کنترل ضربه ای

در سیستم های فازی زمان گسسته

۱.۴ مقدمه

همان طور که قبلاً نیز اشاره شد، در سال‌های اخیر سیستم‌های فازی T-S به یکی از فعال‌ترین، پرکاربردترین و پربارترین زمینه‌ها در کنترل فازی تبدیل شده است. سیستم فازی T-S [59] یک نمایش مؤثر برای معرفی سیستم‌های غیر خطی پیچیده در ترم‌هایی از مجموعه‌های فازی و استدلال-های فازی ارائه می‌دهد.

تعداد زیادی طرح کنترلی و روش تحلیل پایداری سیستماتیک برای سیستم‌های فازی T-S (یا همان مدل فازی T-S برای سیستم‌های غیرخطی) به چشم می‌خورد. برای مطالعه بیشتر می‌توان به [89]، [90]–[92] و مراجع موجود در آن‌ها مراجعه نمود.

تاناکا و همکارانش روش جبران ساز توزیع شده موازی (PDC) را برای طراحی کنترل‌کننده منطق فازی (FLC) پیشنهاد دادند. از آن پس مطالعات فراوانی بر روی روش‌های مختلف، به منظور بهبود عملکرد تکنیک PDC صورت گرفته است [93]–[94].

از سوی دیگر و به طور موازی، پیشرفت‌های قابل توجهی در سیستم‌های دیفرانسیل ضربه‌ای صورت گرفته است [92]، [8]، [95]–[97]. به دلیل کاربرد های متنوعی که می‌توان برای این سیستم‌ها متصور شد، توجه محققان بسیاری به آن جلب شده است. از این جمله می‌توان به سیستم‌های مالی^۱، سیستم‌های اقتصادی^۲، سیستم‌های کنترل اتوماتیک^۳ اشاره نمود [98]–[100]. طرح کنترل ضربه‌ای به صورت ناپیوسته و منقطع و با ساختاری ساده بوده و فقط شامل ضربات کنترلی کوچک می‌باشد، بنابراین در کاربردهای عملی بسیار مفید خواهد بود. مقالات بسیاری با کنترل ضربه‌ای برای سیستم‌های واقعی سروکار داشته‌اند که شامل سیستم‌های فازی و سیستم‌های غیرخطی مبتنی بر مدل‌های فازی آن‌ها بوده‌اند. در [92] یک روش جدید پیشنهاد شده که کنترل ضربه‌ای فازی نامیده می‌شود و بر این اساس برای کنترل سیستم‌های آشوب از ترکیب مدل فازی T-S و کنترل ضربه‌ای

¹ Financial Systems

² Economic Systems

³ Automatic Control Systems

استفاده شده است. ژو^۱ و همکارانش مسئله همگام‌سازی نمایی^۲ ضربه برای سیستم‌های آشوب همراه با تأخیر زمانی را در نظر گرفته‌اند [95]. لیو^۳ و ژونگ^۴ یک پایداری مجانبی مقاوم را برای سیستم‌های ضربه‌ای گسسته نامعین ارائه کرده‌اند [97]. بیشتر شرایط پایداری موجود در این مقالات، مبتنی بر یک تابع لیاپانوف مشترک می‌باشد که توسط تاناکا^۵ [53] پیشنهاد شده بود. این حالت نیازمند پیدا کردن یک ماتریس مثبت معین مشترک P بوده که r (تعداد قوانین فازی) نامعادله لیاپانوف را برآورده کند. در این صورت اگر تعداد قوانین فازی زیاد باشد پیدا کردن چنین ماتریس مشترکی حتی به کمک روش مؤثر و کارآمد نامعادلات ماتریسی خطی^۶ (LMIs) دشوار خواهد بود. به منظور کاهش محافظه‌کاری^۷ برای پیدا کردن ماتریس معین مثبت معین مشترک، یک تابع فازی برای جایگزینی تابع لیاپانوف مشترک پیشنهاد شد [101]. بر اساس تابع لیاپانوف فازی شرط پایداری مبتنی بر پیدا کردن r ماتریس معین مثبت محلی است که هر یک از این ماتریس‌ها نیز باید r نامعادله لیاپانوف را برقرار کند، بنابراین بایستی r نامعادله لیاپانوف برای تضمین پایداری سیستم فازی برآورده شود. اخیراً به منظور بهبود روش تابع لیاپانوف فازی، [102] یک شرط پایداری به وسیله چک کردن بیشترین فاصله بین دو حالت متوالی مطابق با ایده گروه قوانین آتش^۸ پیشنهاد کرده است. با این حال این شرط نیز می‌تواند تعداد نامعادلات لیاپانوف را فقط در برخی حالات کاهش دهد.

به منظور غلبه بر کمبودهای موجود در سه روش قبل قصد داریم از مفاهیم بخش بندی فازی استاندارد^۹ (SFP) و همچنین خواص مربوط به گروه بیشترین همپوشانی قوانین^{۱۰} (MORG) که در

¹ Zhu

² Exponential Synchronization

³ Liu

⁴ Zhong

⁵ Tanaka

⁶ Linear Matrix Inequalities

⁷ Conservatism

⁸ Firing Rule Group

⁹ Standard Fuzzy Partition

¹⁰ Maximal Overlapped-Rules Group

[103] پیشنهاد شده است، استفاده کنیم. در این بخش یک شرط کافی جدید برای چک کردن پایداری سیستم ضربه‌ای فازی T-S گسسته مبتنی بر تعریف یک تابع لیاپانوف فازی تکه‌ای گسسته ارائه شده است. این شرط پایداری تنها نیازمند برقراری شرایط روش تابع لیاپانوف فازی در هر MORG است. بنابراین شرط پیشنهادی دارای محافظه کاری کمتری نسبت به سه روش قبلی است. در ادامه ضمن معرفی مسئله اصلی، برخی تعاریف و لم‌های مورد نیاز برای استخراج روابط اصلی، ارائه خواهد شد. سپس، بر اساس تعریف یک تابع لیاپانوف فازی تکه‌ای نتایج اصلی نمایش داده می‌شود. در نهایت یک مثال عددی تأثیر نتایج پیشنهادی را تصدیق خواهد نمود.

یک مدل فازی T-S گسسته عمومی می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\text{Rule } i = (1, 2, \dots, r): \text{ IF } z_1(k) \text{ is } F_1^i, z_2(k) \text{ is } F_2^i, \dots, \text{ and } z_j(k) \text{ is } F_j^i, \text{ THEN } x(k+1) = A_i X(k) + B_i U(k)$$

جایی که r تعداد قوانین فازی T-S، $U(k)$ یک کنترل‌کننده فیدبک حالت، $z_1(k) \sim z_n(k)$ متغیرهای اولیه^۱ (یا بردار متغیرهای پیشین)، F_j^i مجموعه‌های فازی و (A_i, B_i) جفت کنترل‌پذیر ماتریس‌های سیستم می‌باشد ($A_i \in R^{n \times n}, B_i \in R^{n \times m}$).

با استفاده از فازی ساز منفرد، استنتاج ضرب و غیر فاز ساز میانگین مراکز سیستم فازی گسسته سراسری به صورت زیر قابل نمایش است:

$$X(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(k)(A_i X(k) + B_i U(k)), \quad k \in N \quad (1-4)$$

جایی که، $h_i(k) = \omega_i / \sum_i \omega_i$ ، $\omega_i = \prod_j F_j^i(X_j(k))$ ، $\sum_i^r \omega_i > 0$ ، $\omega_i \geq 0$ ، $\sum_i^r h_i(k) = 1$ ، $h_i(k) \geq 0$ ($i = 2, \dots, r$) و $F_j^i(X_j(k))$ قدرت آتش^۲ تابع عضویت F_j^i هستند.

برای کنترل سیستم فازی T-S گسسته (۱-۴)، می‌توان یک کنترل ضربه‌ای توسط یک دنباله از $\{N_t, W_k(X(N_t))\}$ در نظر گرفت، در این صورت داریم:

^۱ premise variables
^۲ firing strength

$$\begin{cases} X(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(k) A_i(X(k) + B_i U(k)), & k \neq N_t \\ \Delta X(k+1) = X(k+1) - X(k) = W_k(X(k)), & k = N_t \\ X(0) = X_0 \end{cases}$$

(۲-۴)

جایی که $W_k : N \times R^n \rightarrow R^n$ و $t \in N$ ، $N_0 = 0 < N_1 < N_2 < \dots < N_t < \dots$ ، $N_t \in N$ که “تابع ضربه” نامیده می‌شود، تغییرات تدریجی (افزایشی) حالت در زمان N_t را مشخص می‌کند و همچنین $W_k(0) = 0$ می‌باشد.

۲.۴ تعاریف مربوط به SFP

فرض کنید توابع عضویت فازی مورد مطالعه در فصل توابعی پیوسته هستند. مفاهیم مربوط به بخش بندی فازی استاندارد (SFP) به صورت زیر تعریف می‌شود [103]:

تعریف (۱-۴): یک مجموعه فازی F را نرمال گویند اگر تابع عضویت $F(X)$ در سراسر X محدب باشد و داشته باشیم:

$$\sup_X F(X) = 1$$

تعریف (۲-۴): فرض کنید که $\{F_i, i = 1, 2, \dots, k\}$ یک دسته از مجموعه های فازی در سراسر X باشد، اگر $x \in X$ و $\exists k_1, k_2, \dots, k_r \in \{1, 2, \dots, k\}$ به طوری که $F_{k_j}(X) > 0, j = 1, 2, \dots, r$ پس می‌توان گفت مجموعه های فازی $F_{k_1}(X), F_{k_2}(X), \dots, F_{k_r}(X)$ با یکدیگر در x همپوشانی^۱ دارند و r تعداد همپوشانی در x است.

^۱Overlapped

تعریف (۳-۴): یک دسته از مجموعه های فازی $\{F_i, i = 1, 2, \dots, k\}$ را به صورت همپوشانی

کامل^۱ در سراسر X گویند اگر برای هر F_i داشته باشیم $SuppF_i(x) \neq Core(F_i(x))$ و

$$\sum_{i=1}^k F_i(X) = 1 \text{ در صورتیکه :}$$

$$\forall x \in X \Rightarrow \begin{cases} Core(F_i(x)) = \{x \in X \mid F_i(x) = 1\} \\ SuppF_i(x) = \{x \in X \mid F_i(x) > 0\} \end{cases}$$

تعریف (۴-۴): یک دسته از مجموعه های فازی $\{F_i, i = 1, 2, \dots, k\}$ را در سراسر X ، SFP گویند

اگر هر F_i یک مجموعه فازی نرمال بوده و F_i ها در سراسر X همپوشان کامل باشند که در آن k

تعداد بخش های فازی در X است .

تعریف (۵-۴): برای یک ورودی حالت $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ ، همه ی قوانین یک سیستم فازی که

$w_i > 0$ را برآورده می کند تشکیل یک گروه همپوشانی قوانین را می دهند. ورودی حالت X را "

نقطه کار"^۲ گروه همپوشانی و مجموعه نقاط کار از یک گروه همپوشانی را " ناحیه کار"^۳ آن گروه

همپوشانی قوانین گویند (که در آن w_i "قدرت آتش"^۴ i امین قانون است).

تعریف (۶-۴): برای یک سیستم فازی بدست آمده یک گروه همپوشانی قوانین با بیشترین تعداد

قوانین را MORG گویند.

^۱Full-overlapped
^۲Operating Point
^۳Operating Region
^۴Firing Strength

۳.۴ خواص سیستم‌های فازی شامل ورودی‌های

SFP

در کاربرد های مهندسی، در اغلب سیستم‌های کنترل فازی، شرایط SFP تعریف شده در بالا برای زیر مجموعه های فازی ورودی برقرار است. خواص زیر برخی ویژگی‌های مهم سیستم‌های فازی با ورودی‌های SFP را بیان می‌کند [103]:

خاصیت (۱-۴): اگر یک دسته از مجموعه های فازی $\{F_i, i = 1, 2, \dots, k\}$ در سراسر X یک SFP باشد، پس برای $\forall x \in X, r < 2$ خواهد بود. در این صورت r تعداد مجموعه های فازی همپوشان در x را مشخص می‌کند.

خاصیت (۲-۴): اگر یک متغیر ورودی از یک سیستم فازی شرایط SFP را برآورده کند، بنابراین تعداد قوانین در هر $MORG$ ، 2^n بوده و تعداد $MORG$ ها $\prod_{i=1}^n (m_i - 1)$ می‌باشد. در این حالت n تعداد متغیرهای ورودی و m_i تعداد بخش بندی فازی از n آمین متغیر ورودی را مشخص می‌کند.

خاصیت (۳-۴): اگر متغیر های ورودی از یک سیستم فازی شرایط SFP را برآورده کنند، تمام قوانین در یک گروه همپوشانی قوانین (ORG) باید در یک $MORG$ وجود داشته باشند.

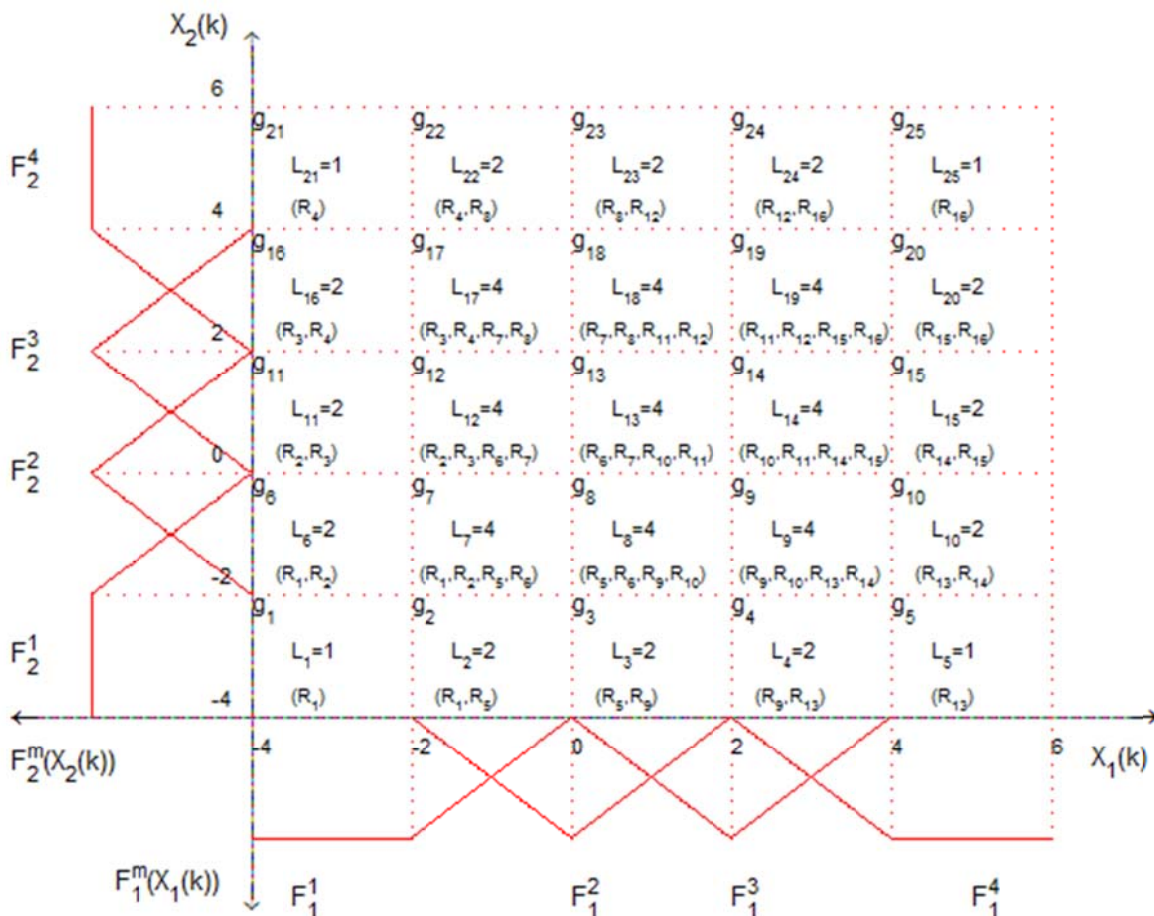
خاصیت (۴-۴): اگر متغیر های ورودی از یک سیستم فازی شرایط SFP را برآورده کنند، اجتماع نواحی عملگر^۱ همه گروه‌های همپوشانی قوانین با سراسر فضای ورودی معادل خواهد بود و در این صورت نقطه x در فضای ورودی در ناحیه عملکرد یک گروه همپوشانی قوانین وجود دارد.

^۱ Operating Regions

۴.۴ معرفی مسئله اصلی

برای استخراج روابط مربوط به بحث تحلیل پایداری، به برخی لم ها و تعاریف نیاز خواهیم داشت که در ادامه به بیان آن ها خواهیم پرداخت.

تعریف (۴-۷): برای یک سیستم فازی توصیف شده به وسیله معادله (۴-۱) که دارای شرایط ورودی های SFP می باشد، هر گروه همپوشانی قوانین با $g_C (C = 1, 2, \dots, S)$ معرفی می شود و L_C تعداد دنباله قوانین موجود در g_C را مشخص می کند. طرح اولیه فضای ورودی از یک سیستم ۲ ورودی-تک خروجی در شکل (۴-۱) نمایش داده شده است، که در آن بخش بندی فازی $X_1(k)$ و $\{F_1^i, i = 1, 2, 3, 4\}$ و بخش بندی فازی $X_2(k)$ و $\{F_2^i, i = 1, 2, 3, 4\}$ شرایط SFP را برآورده می کنند.



شکل (۴-۱). فضای بخش بندی فازی از یک سیستم دو ورودی-تک خروجی

بنابراین، مطابق آنچه تاکنون بیان شد، سیستم کنترل ضربه ای فازی T-S گسسته را می توان به صورت زیر نمایش داد:

$$\begin{cases} X(k+1) = \sum_{c=1}^S h_c(X(k)) \left(\sum_{i \in L_c} h_i(k) (A_i X(k) + B_i U(k)) \right), & k \neq N_t \\ \Delta X(k+1) = W_k = W_{cik} X(k), & k = N_t \\ X(0) = 0, \end{cases} \quad (1-3-4)$$

$$h_c(X(k)) = \begin{cases} 1, & X(k) \in g_c \\ 0, & X(k) \notin g_c \end{cases} \quad (2-3-4)$$

که S تعداد گروه های همپوشانی قوانین، $\sum_{c=1}^S h_c(X(k)) = 1$ ، $W_{cik} = B_i W_i$ و W_i معرف گین کنترل ضربه ای است.

تعریف (۳-۸): [1-20] سیستم (۱-۴) به صورت ضربه ای پایدار است اگر یک قانون کنترل ضربه-

ای به صورت $\{N_t, W_k(X(N_t))\}$ برای پایداری سیستم (۳-۴) وجود داشته باشد.

لم (۱-۴): یک سیستم گسسته را به صورت $X(k+1) = f(X(k))$ در نظر بگیرید که در آن

$X(k) \in R^n$ و $f(X(k))$ یک بردار تابعی $n \times 1$ و $f(0) = 0$ باشد. اگر یک تابع اسکالر پیوسته $V(X(k))$ وجود داشته باشد، به طوریکه:

- 1) $V(0) = 0$
- 2) $V(X(k)) > 0, X(k) \neq 0$
- 3) $V(X(k)) > 0, \|X(k)\| \rightarrow 0$
- 4) $V(X(k+1)) - V(X(k)) < 0, X(k) \neq 0$

بنابراین، حالت $X(0) = 0$ پایدار مجانبی است و $V(X(k))$ یک تابع لیانوف می باشد.

لم (۲-۴): [53] معادله (۱-۴) پایدار مجانبی است اگر یک ماتریس معین مثبت مشترک P وجود

داشته باشد، به طوری که:

$$A_i^T P A_i - P < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (4-4)$$

لم (۳-۴): [101] معادله (۱-۴) پایدار مجانبی است اگر r ماتریس معین مثبت محلی

$P_1, P_2, \dots, P_r$ وجود داشته باشد به طوریکه:

$$A_i^T P_l A_i - P_i < 0, \quad l, i = 1, 2, \dots, r \quad (۵-۴)$$

برای برقراری لم (۳-۴) نیاز به حل r^2 نامعادله لیاپانوف می‌باشد، بنابراین شرط پایداری لم (۳-۴) نیز محافظه‌کارانه است. به منظور کاهش تعداد نامعادلات لیاپانوف، بر اساس ایده گروه قوانین آتش، [102] یک شرط پایداری را پیشنهاد می‌دهد که در این روش بیشترین فاصله دو حالت متوالی مورد بررسی قرار گرفته است. اما این شرط نیز تنها می‌تواند تعداد نامعادلات لیاپانوف را، فقط در برخی حالات کاهش دهد.

لم (۴-۴): [104] با فرض وجود ماتریس‌های معین مثبت P, P_i, P_j ، ماتریس $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$ و ماتریس

$B \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ، اگر $A^T P A - P_i < 0$ و $B^T P B - P_j < 0$ داریم:

$$A^T P A - P_i + B^T P B - P_j < 0 \quad (۶-۴)$$

بر اساس تعاریف مربوط به SFP و خواص سیستم‌های فازی T-S شامل ورودی‌های SFP نتایج زیر را می‌توان بدست آورد.

۵.۴ پایدارسازی سیستم کنترل ضربه‌ای فازی

گسسته

در این بخش قصد داریم روابط مربوط به پایداری مجانبی را با استفاده از تابع لیاپانوف فازی تکه ای برای سیستم ضربه‌ای فازی T-S گسسته (۱-۳-۴) تخمین زده و یک روش برای ساختن کنترل‌کننده معرفی کنیم.

۱.۵.۴ پایداری به همراه کنترل کننده فیدبک حالت

قضیه (۱-۴) شرایط کافی برای پایداری (۱-۳-۴) را ارائه می‌کند که در آن به ترتیب $W_{Cik} = B_i W_i$ و $U(k) = -K_i X(k)$ تابع ضربه و کنترل کننده فیدبک حالت هستند. K_i گین کنترل کننده فیدبک حالت است)

قضیه (۱-۴): معادلات سیستم فازی برای سیستم ضربه‌ای فازی گسسته (۱-۳-۴) با ورودی SFP پایدار مجانبی سراسری است. اگر ماتریس‌های معین مثبت $P_i (i = 1, 2, \dots, r)$ در هر MORG به گونه‌ای موجود باشد که شرایط زیر برقرار گردد:

$$\begin{pmatrix} -P_i & (V_{ij} + P_j) \\ (V_{ij} + P_j)^T & -P_j \end{pmatrix} < 0, \quad W_{Cik} \neq 0 \quad (۱-۷-۴)$$

$$\begin{pmatrix} A_i^T P_i A_i - P_i - 2A_i^T V_{li} & V_{li}^T \\ V_{li} & -P_l \end{pmatrix} < 0, \quad W_{Cik} = 0 \quad (۲-۷-۴)$$

که {تعداد دنباله قوانین موجود در G_q و $i, j, l \in \{1, 2, \dots, m_j\}$ و $q = 1, 2, \dots, \prod_{j=1}^n (m_j - 1)$ از q آمین متغیر ورودی می‌باشد. $V_{li} = P_l B_i K_i$ و $V_{ij} = W_{Cin_t} P_j$

اثبات قضیه (۱-۴): اثبات این قضیه به دو بخش عمده تقسیم می‌شود:

$$W_{Cik} = 0 \quad (۱)$$

$$W_{Cik} \neq 0 \quad (۲)$$

(۱) $(W_{Cik} = 0)$: برای بررسی روابط زمانی که $W_{Cik} = 0$ است دو حالت را می‌توان در نظر گرفت:

الف) اگر $X(k)$ و $X(k+1)$ در یک گروه همپوشانی قوانین یکسان قرار داشته باشند.

ب) اگر $X(k)$ و $X(k+1)$ در یک گروه همپوشانی قوانین یکسان نباشند.

الف) اگر $X(k)$ و $X(k+1)$ در یک گروه همپوشانی یکسان باشند، می‌توان مدل محلی را در $\mathcal{C}$ آمین گروه همپوشانی قوانین به صورت زیر در نظر گرفت:

$$X(k+1) = \sum_{i \in L_C} h_i(k)(A_i X(k) + B_i U(k)), \quad k \neq N_t \quad (8-4)$$

که در اینجا ماتریس‌های مثبت معین محلی P_i و P_l وجود دارند، به نحوی که

$$A_i^T P_l A_i - P_i < 0, \quad l, i \in L_C \quad (9-4)$$

اکنون $V_c(X(k)) = X^T(k) P_c X(k)$ ، $(P_c = \sum_{i \in L_C} h_i(k) P_i)$ ، را به عنوان یک تابع لیپانوف در $\mathcal{C}$ آمین گروه همپوشانی قوانین در نظر بگیرید که در این صورت می‌توان به سادگی نشان داد که $V_c(X(k))$ سه شرط اول از لم (۱-۴) را برآورده خواهد کرد. با استفاده از شرط ۴ در لم (۱-۴) و رابطه (۹-۴) داریم:

$$\begin{aligned} \Delta V_c(X(k)) &= V_c(X(k+1)) - V_c(X(k)) \\ &= \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k)(A_i X(k) + B_i U(k)) \right)^T \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k) \right. \\ &\quad \left. + 1) P_i \right) \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k)(A_i X(k) + B_i U(k)) \right) \\ &\quad - X^T(k) \sum_{i \in L_C} h_i(k) P_i X(k) \\ &= \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k)(A_i X(k) - B_i K_i X(k)) \right)^T \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k) \right. \\ &\quad \left. + 1) P_i \right) \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k)(A_i X(k) - B_i K_i X(k)) \right) \\ &\quad - X^T(k) \sum_{i \in L_C} h_i(k) P_i X(k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= X^T(k) \left(\left(\sum_{i \in L_C} h_i(k) (A_i^T - K_i^T B_i^T) \right) \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k+1) P_i \right) \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k) (A_i \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - B_i K_i) \right) - \sum_{i \in L_C} h_i(k) P_i \right) X(k)
\end{aligned}
\tag{۱۰-۴}$$

از آنجایی که به ازای $\sum_{l \in L_C} \sum_{y \in L_C} h_l(k) h_y(k) = 1$, $l, y \in L_C$ می‌توان روابط را به صورت زیر بازنویسی نمود

$$\begin{aligned}
\Delta V_C(X(k)) &= X^T(k) \left(\sum_{i \in L_C} \sum_{l \in L_C} \sum_{y \in L_C} h_l(k) h_l(k+1) h_y(k) \left((A_i^T - K_i^T B_i^T) P_l (A_y - B_y K_y) - P_i \right) \right) X(k) \\
&= X^T(k) \left(\sum_{i \in L_C} \sum_{l \in L_C} \sum_{y \in L_C} h_l(k) h_l(k+1) h_y(k) (G_{ii}^T P_l G_{yy} - P_i) \right) X(k) \\
&= X^T(k) \left(\sum_{l \in L_C} h_l(k+1) \cdot \Lambda \right) X(k)
\end{aligned}
\tag{۱۱-۴}$$

که در اینجا $G_{ii} = A_i - B_i K_i$ و $\Lambda = \sum_{i \in L_C} \sum_{y \in L_C} h_i(k) h_y(k) (G_{ii}^T P_l G_{yy} - P_i)$ با توجه به ایده پیشنهادی در [47]، Λ را می‌توان به صورت زیر نیز نمایش داد

$$\Lambda = \sum_{i \in L_C} h_i^2(k) (G_{ii}^T P_l G_{ii} - P_i) + \sum_{i \in L_C} \sum_{y \in L_C}^{i < y} h_i(k) h_y(k) (G_{ii}^T P_l G_{yy} - P_i + G_{yy}^T P_l G_{ii} - P_y)
\tag{۱۲-۴}$$

مطابق لم (۲-۴) $(G_{ii}^T P_l G_{yy} - P_i + G_{yy}^T P_l G_{ii} - P_y) < 0$ می‌باشد، در این صورت $\Lambda < \sum_{i \in L_C} h_i^2(k) (G_{ii}^T P_l G_{ii} - P_i)$ برقرار خواهد بود. بنابر این داریم:

$$\Delta V_C(X(k)) < X^T(k) \left(\sum_{l \in L_C} h_l(k+1) \sum_{i \in L_C} h_i^2(k) (G_{ii}^T P_l G_{ii} - P_i) \right) X(k)
\tag{۱۳-۴}$$

می‌توان مشاهده نمود که اگر $(G_{ii}^T P_l G_{ii} - P_i) < 0$ باشد، در این صورت $\Delta V_C(X(k)) < 0$ خواهد بود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} (A_i^T - K_i^T B_i^T) P_l (A_i - B_i K_i) - P_i \\ = A_i^T P_l A_i - K_i^T B_i^T P_l A_i - A_i^T P_l B_i K_i + K_i^T B_i^T P_l B_i K_i - P_i \\ = A_i^T P_l A_i - 2A_i^T P_l B_i K_i + K_i^T B_i^T P_l B_i K_i - P_i < 0 \end{aligned} \quad (۱۴-۴)$$

با استفاده از متمم شور و رابطه (۱۴-۴) داریم:

$$\begin{pmatrix} A_i^T P_l A_i - P_i - 2A_i^T P_l B_i K_i & K_i^T B_i^T \\ B_i K_i & -P_l^{-1} \end{pmatrix} < 0 \quad (۱۵-۴)$$

از ضرب طرفین رابطه (۱۵-۴) در ماتریس قطری $\text{diag}(I, P_l)$ و با جایگذاری $V_{li} = P_l B_i K_i$ داریم

$$\begin{pmatrix} A_i^T P_l A_i - P_i - 2A_i^T V_{li} & V_{li}^T \\ V_{li} & -P_l \end{pmatrix} < 0 \quad (۱۶-۴)$$

بنابراین $\Delta V_C(X(k)) < 0$ برقرار خواهد بود و $V_C(X(k))$ شرط ۴ از لم (۱-۴) را نیز در $\mathcal{C}$ اُمین گروه همپوشانی قوانین برآورده می‌کند.

ب) اگر $X(k)$ و $X(k+1)$ در یک گروه همپوشانی قوانین نباشند، مدل سراسری سیستم فازی را می‌توان به صورت زیر بیان نمود

$$X(k+1) = \sum_{c=1}^S h_c(X(k)) \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k) (A_i X(k) + B_i U(k)) \right), \quad k \neq N_t \quad (۱۷-۴)$$

در این حالت می‌توان تابع لیپانوف را برای (۱۷-۴) به صورت زیر تعریف نمود

$$V(X(k)) = \sum_{c=1}^S h_c(X(k)) V_C(X(k)) \quad (۱۸-۴)$$

به سادگی می‌توان نشان داد که $V(X(k))$ سه شرط اول لم (۱-۴) را برآورده خواهد کرد و همچنین به ازای $X(k) \neq 0$ نیز داریم:

$$\Delta V(X(k)) = V(X(k+1)) - V(X(k)) = \sum_{c=1}^S h_c(X(k)) \Delta V_c(X(k)) < 0 \quad (۱۹-۴)$$

بنابراین $V(X(k))$ شرط چهارم از لم (۱-۴) را نیز برآورده خواهد کرد.

(۲) $(W_{CiN_t} \neq 0)$: در این حالت نیز می‌توان از همان تابع لیاپانوف (۱۸-۴) استفاده نمود. بنابراین

$$\begin{aligned} \Delta V(X(N_t)) &= V(X(N_t+1)) - V(X(N_t)) \\ &= (W_{CiN_t}X(N_t) + X(N_t))^T \left(\sum_{i \in L_C} h_i(N_t+1)P_i \right) (W_{CiN_t}X(N_t) + X(N_t)) \\ &\quad - X^T(N_t) \sum_{i \in L_C} h_i(N_t)P_i X(N_t) \\ &= X^T(N_t) \left((W_{CiN_t}^T + I) \left(\sum_{i \in L_C} h_i(N_t+1)P_i \right) (W_{CiN_t} + I) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i \in L_C} h_i(N_t)P_i \right) X(N_t) \end{aligned} \quad (۲۰-۴)$$

با در نظر گرفتن $P_C(N_t) = \sum_{j \in L_C} h_j(N_t)P_j$ و رابطه (۲۰-۴) داریم:

$$\begin{aligned} \Delta V(X(N_t)) &= X^T(N_t) \left((W_{CiN_t}^T + I) \left(\sum_{j \in L_C} h_j(N_t)P_j \right) (W_{CiN_t} + I) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i \in L_C} h_i(N_t)P_i \right) X(N_t) \\ &= X^T(N_t) \sum_{i \in L_C} \sum_{j \in L_C} h_i(N_t)h_j(N_t) ((W_{CiN_t}^T + I)P_j(W_{CiN_t} + I) - P_i) X(N_t) \end{aligned} \quad (۲۱-۴)$$

اگر $(W_{CiN_t}^T + I)P_j(W_{CiN_t} + I) - P_i > 0$ باشد، در نتیجه $\Delta V(X(N_t)) < 0$ خواهد بود.

با استفاده از متمم شور داریم:

$$\begin{pmatrix} -P_i & (W_{ciN_t} + I) \\ (W_{ciN_t} + I)^T & -P_j^{-1} \end{pmatrix} < 0 \quad (22-4)$$

از ضرب طرفین رابطه (۲۲-۴) در ماتریس قطری $\text{diag}(I, P_j)$ می‌توان مشاهده نمود که رابطه (۱۶-۴) و شرط زیر روابط (۱-۷-۴) و (۲-۷-۴) از قضیه را برای سیستم (۱-۳-۴) برآورده می‌کنند.

$$\begin{pmatrix} -P_i & (V_{ij} + P_j) \\ (V_{ij} + P_j)^T & -P_j \end{pmatrix} < 0, \quad W_{cik} \neq 0 \quad (23-4)$$

بنابراین مرکز سیستم ضربه‌ای فازی T-S گسسته (۱-۳-۴) با شرایط (۱-۷-۴) و (۲-۷-۴) پایدار بوده و اثبات به اتمام می‌رسد.

۲.۵.۴ پایدارسازی در غیاب کنترل‌کننده فیدبک حالت

اکنون سیستم کنترل ضربه‌ای فازی گسسته، بدون کنترل فیدبک حالت ($U(k) = 0$) را به صورت زیر در نظر بگیرید

$$\begin{cases} X(k+1) = \sum_{c=1}^s h_c(X(k)) \left(\sum_{i \in L_c} h_i(k) A_i X(k) \right), & k \neq N_t \\ \Delta X(k+1) = W_k = W_{cik} X(k), & k = N_t \\ X(0) = 0, \end{cases} \quad (1-24-4)$$

$$h_c(X(k)) = \begin{cases} 1, & X(k) \in g_c \\ 0, & X(k) \notin g_c \end{cases} \quad (2-24-4)$$

شرایط پایداری سیستم کنترل ضربه‌ای فازی T-S گسسته (۱-۲۴-۴) را می‌توان به عنوان یک قضیه فرعی به صورت زیر بیان نمود.

قضیه فرعی (۱-۴): برای سیستم ضربه‌ای فازی گسسته (۱-۲۴-۴) با ورودی‌های SFP معادلات

سیستم فازی پایدار مجانبی سراسری است اگر ماتریس‌های مثبت معین $P_i (i = 1, 2, \dots, r)$ در هر

MORG موجود باشند به نحوی که رابطه (۱-۷-۴) و شرط زیر برقرار باشد

$$A_i^T P_l A_i - P_i < 0, \quad W_{Cik} = 0 \quad (۲۵-۴)$$

اثبات قضیه فرعی (۱-۴): در این روش زمانی که $W_{Cik} = 0$ باشد دو حالت باید مورد بررسی

قرار گیرد:

الف) اگر $X(k)$ و $X(k+1)$ در یک گروه همپوشانی قوانین یکسان قرار داشته باشند.

ب) اگر $X(k)$ و $X(k+1)$ در یک گروه همپوشانی قوانین یکسان نباشند.

الف) اگر $X(k)$ و $X(k+1)$ در یک گروه همپوشانی یکسان باشند، می‌توان مدل محلی را در $C_{\text{آمین}}$

گروه همپوشانی قوانین به صورت زیر در نظر گرفت:

$$X(k+1) = \sum_{i \in L_c} h_i(k) A_i X(k), \quad k \neq N_t \quad (۲۶-۴)$$

که در اینجا ماتریس‌های مثبت معین محلی P_i و P_l وجود دارند، به نحوی که

$$A_i^T P_l A_i - P_i < 0, \quad l, i \in L_c \quad (۲۷-۴)$$

اکنون $V_c(X(k)) = X^T(k) P_c X(k)$ ، $(P_c = \sum_{i \in L_c} h_i(k) P_i)$ ، را به عنوان یک تابع لیاپانوف در

$C_{\text{آمین}}$ گروه همپوشانی قوانین در نظر بگیرید که در این صورت می‌توان به سادگی نشان داد که

$V_c(X(k))$ سه شرط اول از لم (۱-۴) را برآورده خواهد کرد. با استفاده از شرط ۴ در لم (۱-۴) و

رابطه (۲۷-۴) داریم:

$$\Delta V_c(X(k)) = V_c(X(k+1)) - V_c(X(k))$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k) A_i X(k) \right)^T \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k+1) P_i \right) \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k) A_i X(k) \right) \\
&\quad - X^T(k) \sum_{i \in L_C} h_i(k) P_i X(k) \\
&= X^T(k) \left(\left(\sum_{i \in L_C} h_i(k) A_i^T \right) \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k+1) P_i \right) \left(\sum_{i \in L_C} h_i(k) A_i \right) \right. \\
&\quad \left. - \sum_{i \in L_C} h_i(k) P_i \right) X(k)
\end{aligned}
\tag{۲۸-۴}$$

از آنجایی که به ازای $l, y \in L_C$ $\sum_{l \in L_C} \sum_{y \in L_C} h_l(k) h_y(k) = 1$ ، می‌توان روابط را به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$\begin{aligned}
\Delta V_C(X(k)) &= X^T(k) \left(\sum_{i \in L_C} \sum_{l \in L_C} \sum_{y \in L_C} h_l(k) h_l(k+1) h_y(k) (A_i^T P_l A_y - P_i) \right) X(k) \\
&= X^T(k) \left(\sum_{l \in L_C} h_l(k+1) \cdot \Lambda \right) X(k)
\end{aligned}
\tag{۲۹-۴}$$

که در اینجا $\Lambda = \sum_{i \in L_C} \sum_{y \in L_C} h_i(k) h_y(k) (A_i^T P_l A_y - P_i)$ با توجه به ایده پیشنهادی در [47]، Λ را می‌توان به صورت زیر نیز نمایش داد.

$$\Lambda = \sum_{i \in L_C} h_i^2(k) (A_i^T P_l A_i - P_i) + \sum_{i \in L_C} \sum_{y \in L_C}^{i < y} h_i(k) h_y(k) (A_i^T P_l A_y - P_i + A_y^T P_l A_i - P_y)
\tag{۳۰-۴}$$

مطابق لم (۲-۴) $(A_i^T P_l A_y - P_i + A_y^T P_l A_i - P_y) < 0$ می‌باشد، در این صورت $\Lambda < 0$ می‌باشد، بنابراین $\sum_{i \in L_C} h_i^2(k) (A_i^T P_l A_i - P_i)$ برقرار خواهد بود.

$$\Delta V_C(X(k)) < X^T(k) \left[\sum_{l \in L_C} h_l(k+1) \sum_{i \in L_C} h_i^2(k) (A_i^T P_l A_i - P_i) \right] X(k)
\tag{۳۱-۴}$$

می‌توان مشاهده نمود که اگر $(A_i^T P_l A_i - P_i) < 0$ باشد، در این صورت $\Delta V_c(X(k)) < 0$ خواهد بود. بنابراین $\Delta V_c(X(k)) < 0$ برقرار خواهد بود و $V_c(X(k))$ شرط ۴ از لم (۱-۴) را نیز در $\mathcal{C}$ اُمین گروه همپوشانی قوانین برآورده می‌کند.

ب) اگر $X(k)$ و $X(k+1)$ در یک گروه همپوشانی قوانین نباشند، مدل سراسری سیستم فازی را می‌توان به صورت زیر بیان نمود.

$$X(k+1) = \sum_{c=1}^S h_c(X(k)) \left(\sum_{i \in L_c} h_i(k) A_i X(k) \right), \quad k \neq N_t \quad (32-4)$$

در این حالت می‌توان تابع لیاپانوف را برای (۳۲-۴) به صورت زیر در نظر گرفت.

$$V(X(k)) = \sum_{c=1}^S h_c(X(k)) V_c(X(k)) \quad (33-4)$$

به سادگی می‌توان نشان داد که $V(X(k))$ سه شرط اول لم (۱-۴) را برآورده خواهد کرد و همچنین به ازای $X(k) \neq 0$ نیز داریم:

$$\Delta V(X(k)) = V(X(k+1)) - V(X(k)) = \sum_{c=1}^S h_c(X(k)) \Delta V_c(X(k)) < 0 \quad (34-4)$$

بنابراین $V(X(k))$ شرط چهارم از لم (۱-۴) را نیز برآورده خواهد کرد.

تذکر (۱-۴): در قضیه (۱-۴) و همچنین قضیه فرعی (۱-۴) نیازی به برقراری روابط

$$\begin{pmatrix} A_i^T P_{l'} A_i - P_i - 2A_i^T V_{l'i} & V_{l'i}^T \\ V_{l'i} & -P_{l'} \end{pmatrix} < 0 \text{ و } A_i^T P_{l'} A_i - P_i < 0$$

توسط اُمین قانون نمی‌باشد.

که در آن $\{\text{دنباله قوانینی که در MORG شامل اُمین قانون وجود ندارد}\} \in l'$ می‌باشد.

تذکر (۲-۴): برای قضیه (۱-۴) و همچنین قضیه فرعی (۱-۴) تعداد نامعادلات لیاپانوفی که برای

تضمین پایداری سیستم ضربه‌ای فازی بایستی حل شود $(m_j - 1) \times \prod_{j=1}^n (2^n) \times 2$ می‌باشد. با

این حال اگر قوانینی در بیشتر از یک MORG وجود داشته باشند (یعنی MORG هایی با قوانین

یکسان موجود باشند)، نامعادلات لیپانوفی به صورت تکراری در MORG های مختلف مورد بررسی قرار می گیرند. در نتیجه تعداد واقعی نامعادلات لیپانوفی که بایستی حل شوند $2 \times \prod_{j=1}^n (3m_j - 2)$ خواهد بود.

در ادامه، به منظور روشن تر شدن نحوه عملکرد روش پیشنهادی برای پایدار سازی سیستم های ضربه ای فازی T-S زمان گسسته، به بررسی چند مثال خواهیم پرداخت.

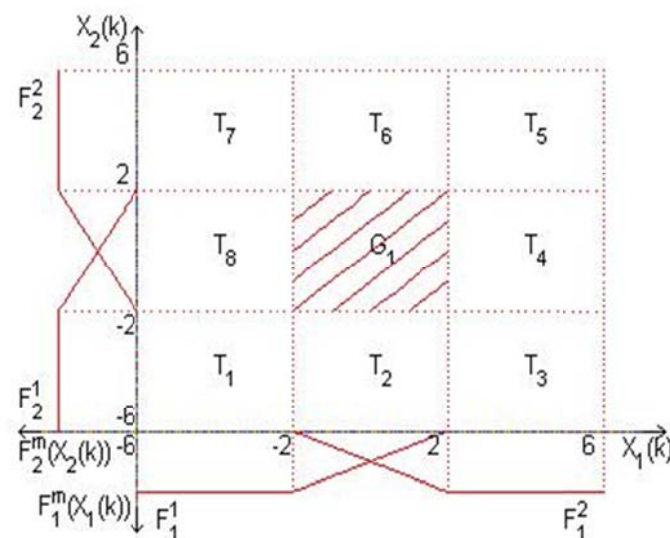
۶.۴ نتایج شبیه سازی

مثال (۱-۴): هدف از مطرح نمودن این مثال در واقع مقایسه ای میان عملکرد قضیه (۱-۴) و قضیه

فرعی (۱-۴) می باشد. ماتریس های یک سیستم گسسته را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.11 & -1.13 \\ 0.24 & -1.2 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} -2.6 & 1.12 \\ 1.2 & -1.4 \end{bmatrix}; A_3 = \begin{bmatrix} -1.15 & -1.2 \\ -1.2 & -2.6 \end{bmatrix}; A_4 = \begin{bmatrix} 2.3 & -1.1 \\ 1.8 & 1.3 \end{bmatrix};$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.05 \end{bmatrix};$$



شکل (۲-۴). فضای بخش بندی فازی به ازای $m=2$

شکل (۲-۴) نمایانگر فضای بخش بندی فازی در نظر گرفته شده برای این سیستم است. همان

طور که مشخص است، در این سیستم ضربه ای فازی، ۹ گروه همپوشانی قوانین وجود دارد، که در آن

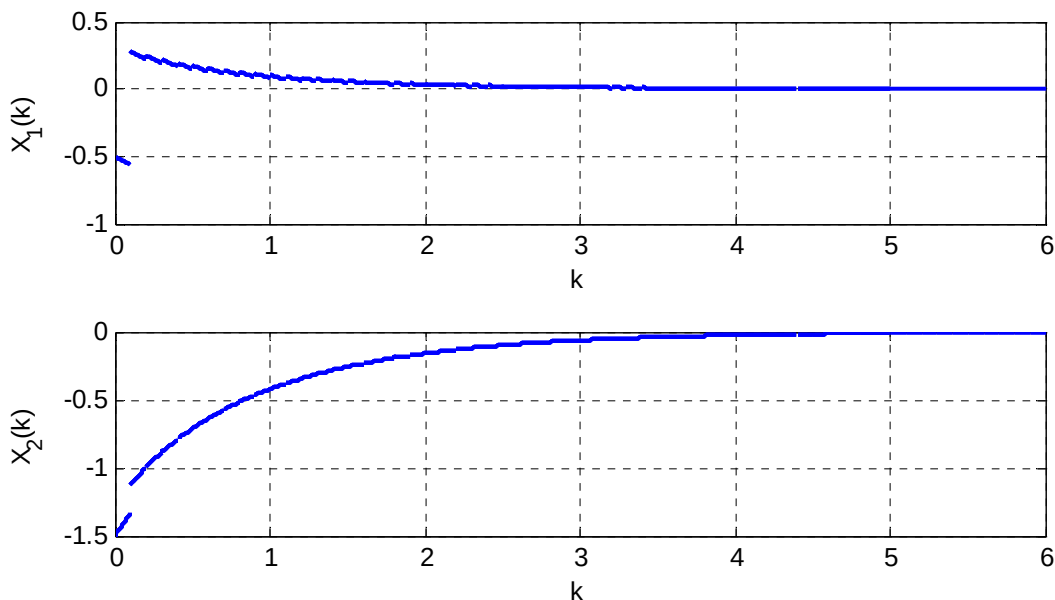
G_1 یک MORG شامل ۴ قانون می‌باشد. از قضیه (۱-۴) و قضیه فرعی (۱-۴) می‌توان نتیجه گرفت

که به ترتیب سیستم‌های ضربه‌ای فازی (۳-۴) و (۲۴-۴) به ازای ماتریس‌های معین مثبت $P_1 - P_4$ پیدا شده در G_1 (به کمک روش LMI و نرم افزار مطلب) پایدار هستند.

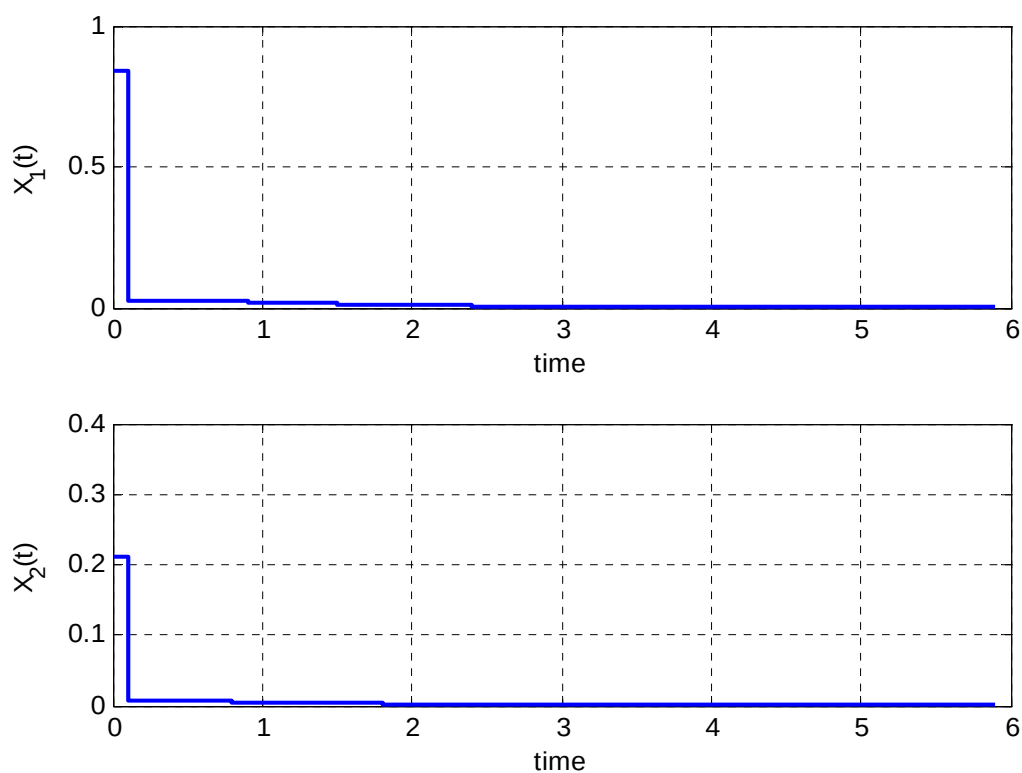
نتایج شبیه سازی به ازای $N_{t+1} - N_t = 0.1$ برای قضیه (۱-۴) و قضیه فرعی (۱-۴) به ترتیب در شکل‌های (۳-۴) - (۶-۴) نمایش داده شده است.

برای قضیه (۱-۴) به کمک جعبه ابزار LMI مطلب، پارامترهای زیر قابل محاسبه می‌باشند.

$$\begin{aligned} P_1 &= \begin{bmatrix} 0.0631 & -0.0217 \\ -0.0217 & 0.0665 \end{bmatrix}; P_2 = \begin{bmatrix} 0.0711 & -0.0397 \\ -0.0397 & 0.0919 \end{bmatrix}; \\ P_3 &= \begin{bmatrix} 0.0711 & -0.0397 \\ -0.0397 & 0.0919 \end{bmatrix}; P_4 = \begin{bmatrix} 0.0711 & -0.0397 \\ -0.0397 & 0.0919 \end{bmatrix}; \\ W_1 &= [-4.7059 \quad -1.1765]; W_2 = [-4.7059 \quad -1.1765]; \\ W_3 &= [-4.7059 \quad -1.1765]; W_4 = [-4.7059 \quad -1.1765]; \\ K_1 &= [-2.9244 \quad -5.4381]; K_2 = [-2.6248 \quad -8.2573]; \\ K_3 &= [-2.6248 \quad -8.2573]; K_4 = [-2.6248 \quad -8.2573]; \end{aligned}$$



شکل (۳-۴). پاسخ سیستم به ازای $X(0) = [-0.5, -1.5]^T$ (قضیه (۱-۴))



شکل (۴-۴). سیگنال کنترل ضربه‌ای. (قضیه (۱-۴))

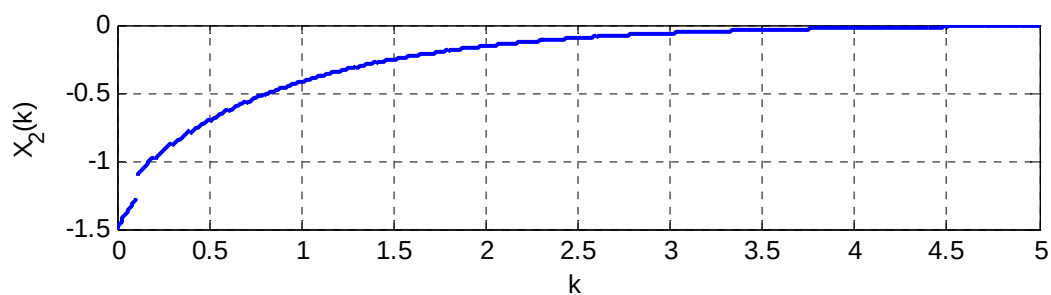
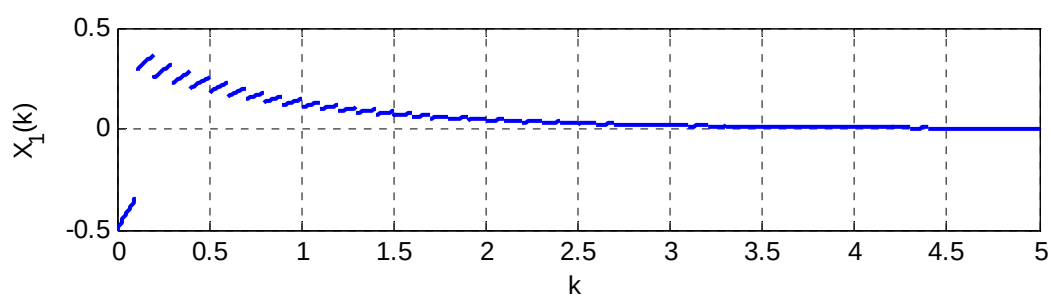
همچنین برای قضیه فرعی (۱-۴) به کمک جعبه ابزار LMI مطلب، پارامترهای زیر قابل محاسبه می‌باشند.

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.0510 & -0.0061 \\ -0.0061 & 0.0647 \end{bmatrix}; P_2 = \begin{bmatrix} 0.0570 & -0.0091 \\ -0.0091 & 0.0654 \end{bmatrix};$$

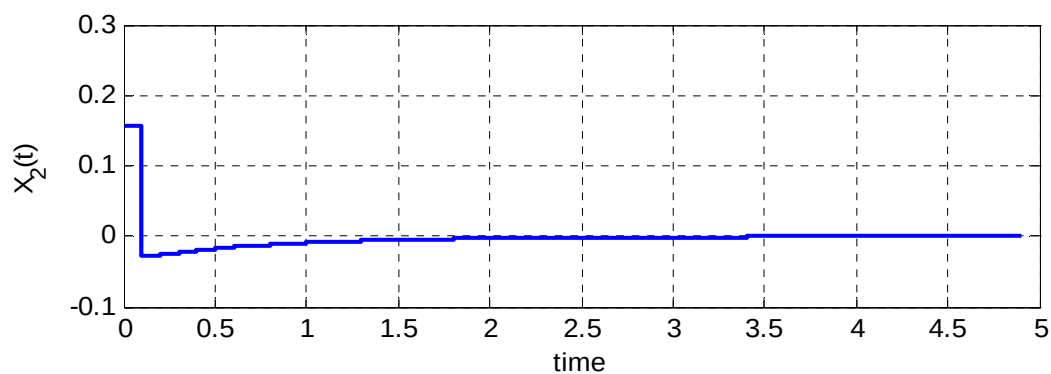
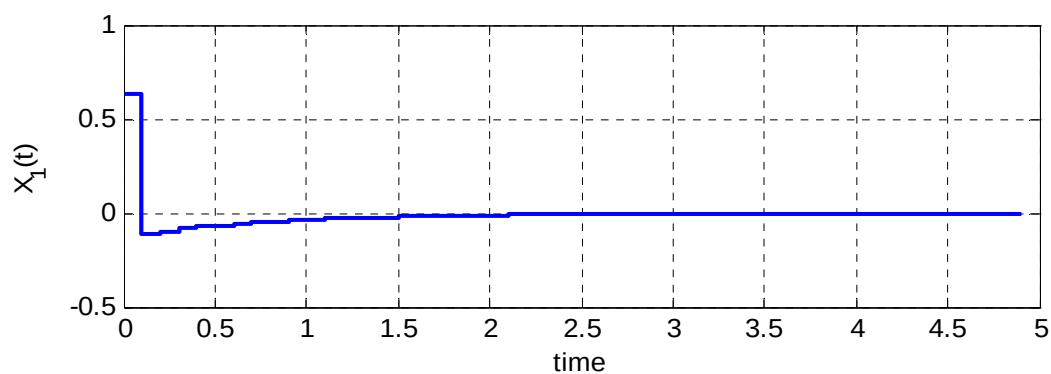
$$P_3 = \begin{bmatrix} 0.0521 & -0.0035 \\ -0.0035 & 0.0693 \end{bmatrix}; P_4 = \begin{bmatrix} 0.0583 & -0.0042 \\ -0.0042 & 0.0606 \end{bmatrix};$$

$$W_1 = [-4.7059 \quad -1.1765]; W_2 = [-4.7059 \quad -1.1765];$$

$$W_3 = [-4.7059 \quad -1.1765]; W_4 = [-4.7059 \quad -1.1765];$$



شکل (۴-۵). پاسخ سیستم به ازای $X(0) = [-0.5, -1.5]^T$ (قضیه فرعی (۴-۱))



شکل (۴-۶). سیگنال کنترل ضربه‌ای. (قضیه فرعی (۴-۱))

مثال (۴-۲): در این مثال به وضوح می‌توان مشاهده نمود که روش پیشنهادی، علاوه بر عملکرد

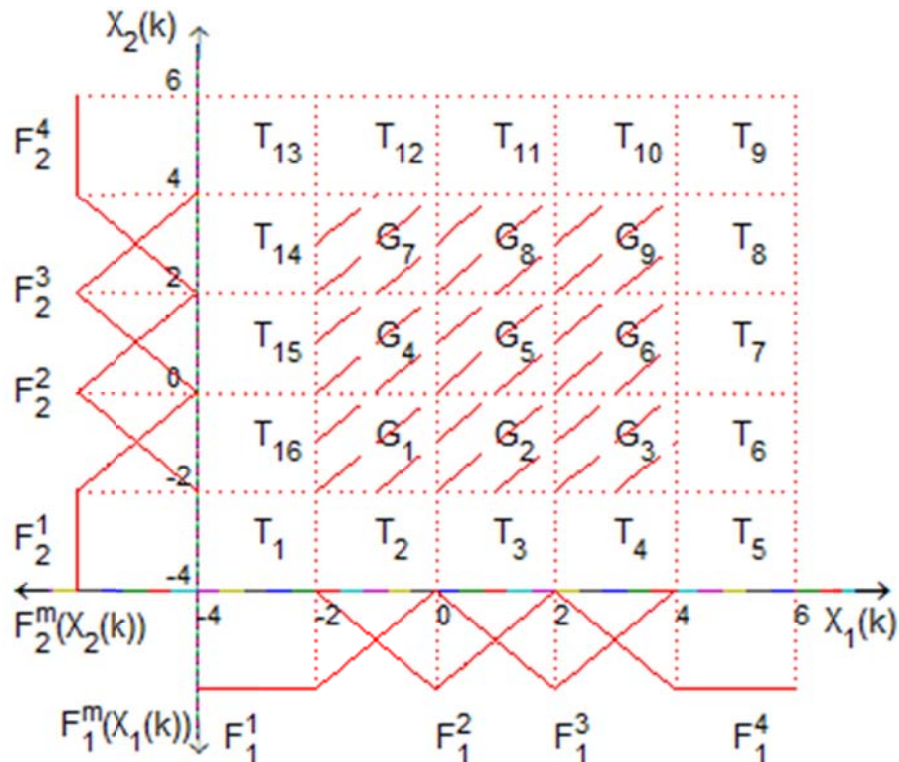
مطلوب، به صورت چشم گیری حجم محاسبات را کاهش خواهد داد. ماتریس‌های سیستم برای یک

سیستم فازی T-S گسسته ناپایدار را به صورت زیر در نظر بگیرید

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0.9 & 0.28 \\ -0.02 & 0.72 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0.89 & 0.19 \\ 0.05 & 0.82 \end{bmatrix}; A_3 = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.2 \\ 0.09 & 0.85 \end{bmatrix}; A_4 = \begin{bmatrix} 0.84 & 0.15 \\ 0.09 & 0.84 \end{bmatrix}; \\ A_5 &= \begin{bmatrix} 0.88 & 0.18 \\ 0.05 & 0.81 \end{bmatrix}; A_6 = \begin{bmatrix} 0.86 & 0.1 \\ 0.09 & 0.84 \end{bmatrix}; A_7 = \begin{bmatrix} 0.84 & 0.1 \\ 0.11 & 0.84 \end{bmatrix}; A_8 = \begin{bmatrix} 0.84 & 0.1 \\ 0.1 & 0.84 \end{bmatrix}; \\ A_9 &= \begin{bmatrix} 0.86 & 0.1 \\ 0.11 & 0.84 \end{bmatrix}; A_{10} = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.09 \\ 0.09 & 0.84 \end{bmatrix}; A_{11} = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.1 \\ 0.11 & 0.85 \end{bmatrix}; A_{12} = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.1 \\ 0.21 & 0.91 \end{bmatrix}; \\ A_{13} &= \begin{bmatrix} 0.87 & 0.11 \\ 0.21 & 0.88 \end{bmatrix}; A_{14} = \begin{bmatrix} 0.87 & 0.1 \\ 0.22 & 0.87 \end{bmatrix}; A_{15} = \begin{bmatrix} 0.86 & 0.1 \\ 0.28 & 0.92 \end{bmatrix}; A_{16} = \begin{bmatrix} 0.86 & 0.11 \\ 0.41 & 0.95 \end{bmatrix}; \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 0.6 \\ -0.6 \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ -0.2 \end{bmatrix}; B_3 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.4 \end{bmatrix}; B_4 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.4 \end{bmatrix}; \\ B_5 &= \begin{bmatrix} 0.6 \\ -0.2 \end{bmatrix}; B_6 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.3 \end{bmatrix}; B_7 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.4 \end{bmatrix}; B_8 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.4 \end{bmatrix}; \\ B_9 &= \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.4 \end{bmatrix}; B_{10} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix}; B_{11} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.5 \end{bmatrix}; B_{12} = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.8 \end{bmatrix}; \\ B_{13} &= \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.4 \end{bmatrix}; B_{14} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.4 \end{bmatrix}; B_{15} = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.8 \end{bmatrix}; B_{16} = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.8 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

شکل (۴-۷) نمایانگر فضای بخش بندی فازی در نظر گرفته شده برای این سیستم می‌باشد. در این

سیستم فازی ۱۶ قانون وجود دارد.



شکل (۷-۴). فضای بخش بندی فازی به ازای $m=4$

برای لم (۲-۴) یک ماتریس معین مثبت مشترک P ، بایستی ۳۲ نامعادله لیپانوف را برقرار نماید. از طرف دیگر، برای لم (۳-۴) ماتریس‌های معین مثبت محلی $P_1, P_2, \dots, P_{16}$ باید ۵۱۲ نامعادله لیپانوفی را برآورده کنند. حال اینکه، با استفاده از روش LMI، ماتریس مشترک P و ماتریس‌های محلی $P_1, P_2, \dots, P_{16}$ برای این سیستم قابل محاسبه نمی‌باشند. بنابراین هیچ یک از لم‌های (۲-۴) و (۳-۴) نمی‌توانند پایداری این سیستم را تضمین کنند.

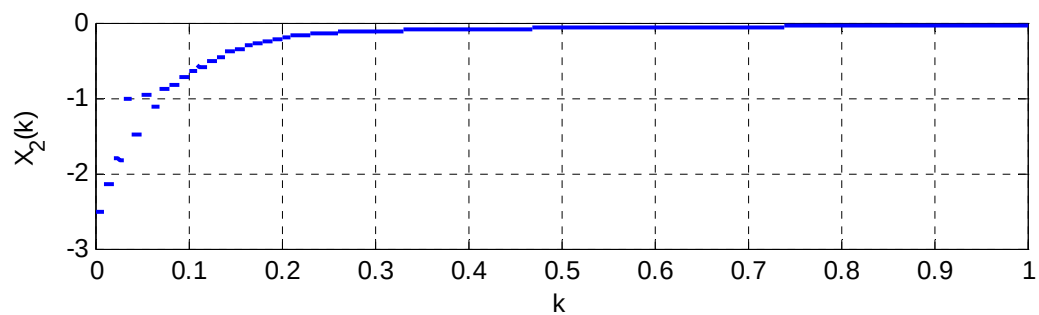
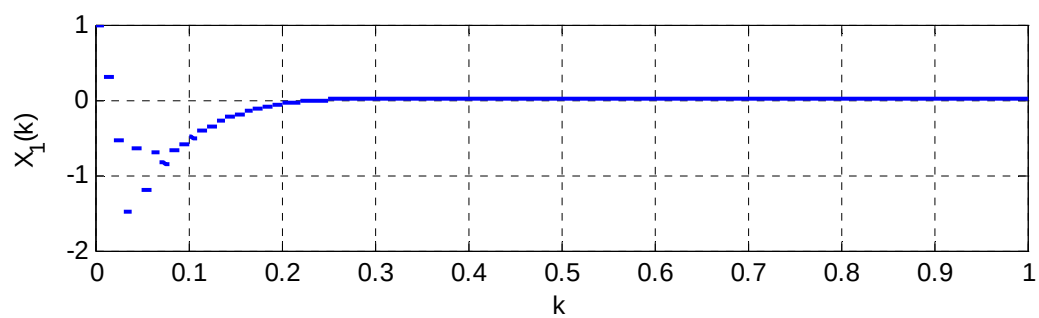
همان طور که از شکل (۷-۴) مشخص است، در این سیستم ضربه ای فازی، ۲۵ گروه همپوشانی قوانین وجود دارد که در آن $G_1 - G_9$ نمایانگر MORG‌هایی شامل ۴ قانون می‌باشند. با توجه به قضیه فرعی (۱-۴) می‌توان نتیجه گرفت که، سیستم فازی T-S گسسته ناپایدار مطرح شده در این مثال به ازای ماتریس‌های معین مثبت $P_1, P_2, \dots, P_{16}$ (پیدا شده) در $G_1 - G_9$ و همچنین پارامترهای زیر (که به کمک روش LMI قابل محاسبه می‌باشند) پایدار خواهد بود.

$$P_1 = \begin{bmatrix} 3.0179 & -1.0858 \\ -1.0858 & 3.2736 \end{bmatrix}; P_2 = \begin{bmatrix} 2.7286 & -1.1206 \\ -1.1206 & 2.8586 \end{bmatrix}; P_3 = \begin{bmatrix} 1.6355 & -0.5516 \\ -0.5516 & 1.6322 \end{bmatrix};$$

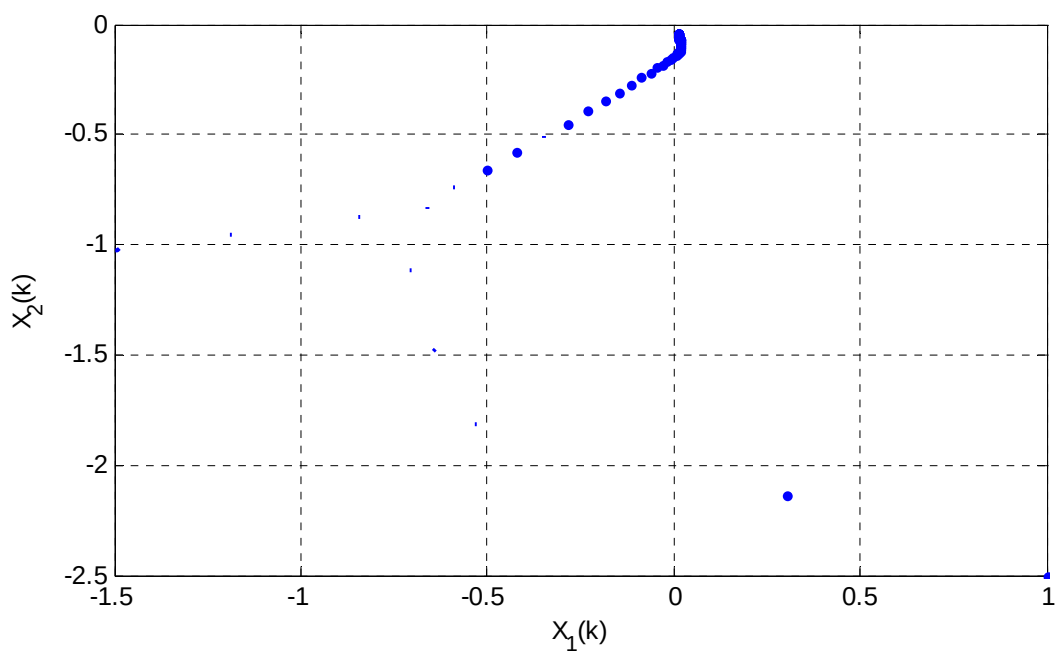
$$\begin{aligned}
P_4 &= \begin{bmatrix} 1.4854 & -0.5212 \\ -0.5212 & 1.4854 \end{bmatrix}; P_5 = \begin{bmatrix} 3.0356 & -1.1581 \\ -1.1581 & 3.2836 \end{bmatrix}; P_6 = \begin{bmatrix} 2.7260 & -1.1376 \\ -1.1376 & 2.8686 \end{bmatrix}; \\
P_7 &= \begin{bmatrix} 1.7221 & -0.5930 \\ -0.5930 & 1.7184 \end{bmatrix}; P_8 = \begin{bmatrix} 0.4312 & -0.1509 \\ -0.1509 & 0.4287 \end{bmatrix}; P_9 = \begin{bmatrix} 3.2537 & -1.2767 \\ -1.2767 & 3.0849 \end{bmatrix}; \\
P_{10} &= \begin{bmatrix} 2.9238 & -1.1781 \\ -1.1781 & 2.6852 \end{bmatrix}; P_{11} = \begin{bmatrix} 1.7026 & -0.5990 \\ -0.5990 & 1.6775 \end{bmatrix}; P_{12} = \begin{bmatrix} 1.6293 & -0.5526 \\ -0.5526 & 1.6107 \end{bmatrix}; \\
P_{13} &= \begin{bmatrix} 3.3543 & -1.2542 \\ -1.2542 & 3.0384 \end{bmatrix}; P_{14} = \begin{bmatrix} 3.0245 & -1.1377 \\ -1.1377 & 2.6328 \end{bmatrix}; P_{15} = \begin{bmatrix} 2.7105 & -0.9970 \\ -0.9970 & 2.2430 \end{bmatrix}; \\
P_{16} &= \begin{bmatrix} 2.6485 & -0.8662 \\ -0.8662 & 2.1071 \end{bmatrix}; \\
W_1 &= [-3.4198 \quad 3.6329]; W_2 = [-2.3266 \quad 1.5551]; \\
W_3 &= [-0.4516 \quad -0.4503]; W_4 = [-0.3013 \quad -0.3013]; \\
W_5 &= [-1.0140 \quad 0.6531]; W_6 = [-0.5040 \quad -0.1457]; \\
W_7 &= [-0.1543 \quad -0.2785]; W_8 = [-0.1507 \quad -0.1507]; \\
W_9 &= [-0.2683 \quad -0.3039]; W_{10} = [-0.3021 \quad -0.1637]; \\
W_{11} &= [-0.0839 \quad -0.1320]; W_{12} = [-0.0033 \quad -0.1178]; \\
W_{13} &= [-0.1858 \quad -0.2104]; W_{14} = [-0.1436 \quad -0.1552]; \\
W_{15} &= [-0.0045 \quad -0.1041]; W_{16} = [-0.0025 \quad -0.0884];
\end{aligned}$$

از نظر تئوری، برای قضیه فرعی (۱-۴) باید ۲۸۸ نامعادله لیپانوف بررسی شود. اما ۸۸ نامعادله از این ۲۸۸ نامعادله یکسان هستند، بنابراین در قضیه فرعی (۱-۴) تنها نیازمند بررسی ۲۰۰ نامعادله لیپانوف خواهیم بود. به منظور بررسی اثر قضیه فرعی (۱-۴) نتایج شبیه سازی به ازای شرایط اولیه مختلف بررسی شده است، که در نهایت به ازای تمام شرایط اولیه سیستم پایدار بود.

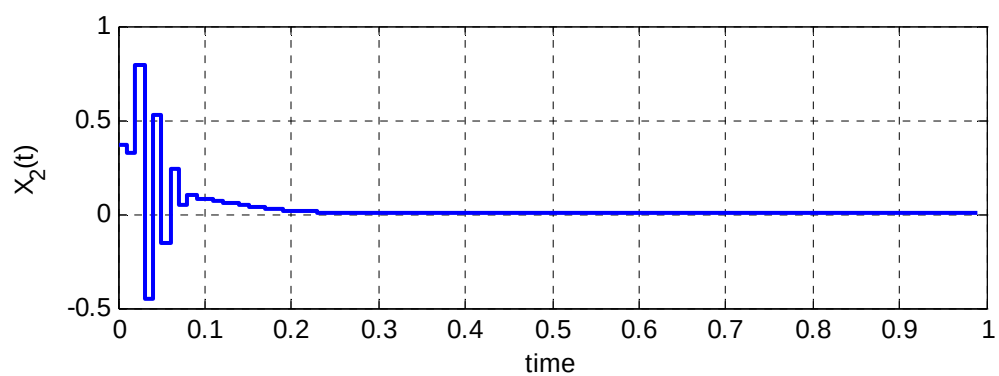
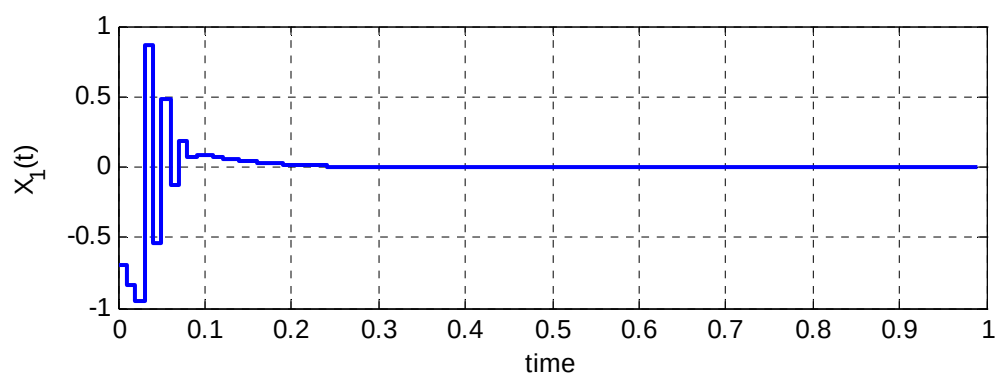
نتایج شبیه سازی به ازای $N_{t+1} - N_t = 0.1$ در شکل های (۸-۴) - (۱۰-۴) نمایش داده شده است.



شکل (۸-۴). پاسخ سیستم به ازای $X(0) = [1, -2.5]^T$ (قضیه فرعی (۱-۴))



شکل (۹-۴). نمایش صفحه فاز به ازای $X(0) = [1, -2.5]^T$ (قضیه فرعی (۱-۴))



شکل (۱۰-۴). سیگنال کنترل ضربه‌ای. (قضیه فرعی (۱-۴))

پیشنهادهات

در این پایان نامه سعی شده است ضمن بیان کارهای انجام شده در زمینه سیستم های کنترل ضربه ای و همچنین سیستم های کنترل ضربه ای فازی با ارائه چندین روش به بررسی برخی چالش ها و نیازها در ارتباط با این نوع از سیستم های کنترل بپردازد. با این وجود، با توجه به رشد روزافزون علاقه مندی به سیستم های کنترل ضربه ای، هنوز هم می توان مسائلی را برای به چالش کشیدن این نوع از سیستم ها یافت.

وجود تأخیر در سیستم های کنترل ضربه ای می تواند یکی از این زمینه ها باشد. این تأخیر متناسب با نیاز طراح و یا نوع سیستم ممکن است در معادلات سیستم و یا در کنترلر در نظر گرفته شود. استفاده از روابط مربوط به عدم قطعیت های پارامتری و همچنین بحث مربوط به سیستم های ابعاد وسیع از دیگر مباحث به روز و کاربردی برای سیستم های کنترل ضربه ای فازی است، که می تواند برای علاقه مندان به این نوع از سیستم ها تأمل برانگیز باشد.

منابع

- [1] R. Rishel, (1965) “An Extended Pontryagin Principle for Control Systems Whose. Control Laws Contain Measures, *SIAM J. Control*, Vol.3, pp.191-205.
- [2] J. Warga, (1972) “Optimal Control of Differential and Functional Equations”, Academic Press.
- [3] D. Bainov and V. Covachev. (1994) “Impulsive Differential Equations with a Small Parameter” ,Volume 24 of Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences. World Scientific, Singapore.
- [4] D. Bainov and P.S. Simeonov. (1993) “Impulsive Differential Equations: Periodic Solutions and Applications. Longman GroupUK Limited.
- [5] D.D. Bainov and P.S. Simeonov. (1989) “Systems with Impulse Effect: Stability, Theory, and Applications”, Ellis Horwood Limited, Chichester.
- [6] A. F. Filippov. (1988) “Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides. Mathematics and its applications (Kluwer Academic Publishers)” Soviet series. Kluwer Academic, Boston, USA.
- [7] Zhengguo Li , Yengchai Soh , Changyun Wen (2005) “Switched and Impulsive Systems :Analysis, Design, and Applications” Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [8] Lakshmikantham V, Bainov D, Simeonov P. (1989) “Theory of impulsive differential equations. Series in modern applied mathematics. Singapore: World Scientific.
- [9] Yang X, Yu J, Gao H. (2012) “An impulse control approach to spacecraft autonomous rendezvous based on genetic algorithms” *J. of Neucom.*, Vol.77, pp.189-196.

- [10] I. M. Stamova, (2007) “Vector Lyapunov functions for practical stability of nonlinear impulsive functional differential equations,” *J. Math. Anal. Appl.*, Vol.325 ,No.1, pp.612-623.
- [11] I. M. Stamova, (2006) “Lyapunov method for boundedness of solutions of nonlinear impulsive functional differential equations,” *Applied Mathematics and Computations*, Vol.177, No.2, pp.714-719.
- [12] Xie W. X., Wen C. Y., Li Z. G. (2000) “Impulsive Control for the Stabilization and Synchronization of Lorenz Systems” *Physical Letters A* Vol.275, pp.67–72.
- [13] Yang .T, Chua L O, (1997) “Impulsive Stabilization for Control and Synchronization of Chaotic Systems: Theory and Application to Secure communication” *IEEE Trans. on Circ. and Syst. Part I: Fundamental Theory and Applications* Vol.44, pp.976–988.
- [14] T. Yang, (1999) “Impulsive control” *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol.44, No.5, pp.1081-1083.
- [15] Hao Zhang, Huaicheng Yan, Tao Liu, and Qijun Chen, (2011) “Fuzzy Controller Design for Nonlinear Impulsive Fuzzy Systems With Time Delay” *IEEE Trans. on fuzzy syst.*, Vol.19, N.5.
- [16] Shaozhi Wu, Yue Wu, Yongbin Yu, Kang Li. (2005) “Exponential Stabilization for Impulsive Control of T-S Fuzzy Systems with Small Delays”.
- [17] H. B. Jiang, J. J. Yu, and C. G. Zhou, (2008) “Robust fuzzy control of nonlinear fuzzy impulsive systems with time-varying delay” *IET Control Theory Appl.*, Vol.2, No.8, pp.654–661.
- [18] I. Zamani and M. Shafiee, (2009) “Fuzzy impulsive control with application to chaos control,” in Proc. Fuzz-IEEE conf., Jeju, Korea, pp.338-343.
- [19] Q. Zhong, J. Bao, Y. Yu, and X. Liao, (2009) “Exponential stabilization for discrete Takagi–Sugeno fuzzy systems via impulsive control” *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol.41, No.4, pp.2123-2127.
- [20] I. Zamani , M. Shafiee, (2011) “Type III Fuzzy Impulsive Controller Based on PDC” , Preprints of the 18th IFAC World Congress Milano (Italy).
- [21] Yang Liu, Shouwei Zhao, and Jianquan Lu, (2011) “A New Fuzzy Impulsive Control of Chaotic Systems Based on T–S Fuzzy Model” *IEEE Trans. on fuzzy Syst.* ,Vol.19, No.2.

- [22] Yongai Zheng , Guanrong Chen, (2009) “Fuzzy impulsive control of chaotic systems based on TS fuzzy model” *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol.39, pp.2002–2011.
- [23] uwen Zheng, Wanli Yang, Hongyan Li, (2010) “Fuzzy Impulsive Control of Chaotic System by Multi-Variable T-S Model” Seventh Inter. Conf on Fuzzy Syst. and Knowledge Discovery (FSKD 2010).
- [24] C. Hu, H. Jiang, and Z. Teng, (2010) “Fuzzy impulsive control and synchronization of general chaotic system,” *Acta Appl. Math.*, Vol.109, No.2, pp.463-485.
- [25] Y. W. Wang, Z. H. Guan, and H. O. Wang, (2005) “Impulsive synchronization for Takagi–Sugeno fuzzy model and its application to continuous chaotic system” *Physics Letters A*, Vol.339, No.3, pp.325–332.
- [26] Z. H. Guan, G. Chen, X. Yu, and Y. Qin, (2002) “Robust decentralized stabilization for a class of large-scale time-delay uncertain impulsive dynamical systems,” *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol.38, No.12, pp.2075–2084.
- [27] Z. Yang and D. Xu, (2007) “Stability analysis and design of impulsive control systems with time delay” *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol.52, No.8, pp.1448-1454.
- [28] Y. Zhang, J. Sun, and G. Feng, (2009) “Impulsive control of discrete systems with time delay,” *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol.454, No.4, pp.830-834.
- [29] X. Liu, Y. Liu, and K. L. Teo, (2003) “Stability analysis of impulsive control systems,” *Mathematical and Computer Modeling*, Vol.37, No.12, pp.1357-1370.
- [30] A.M. Samolenko and N.A. Perestyuk, (1995) “Impulsive Differential Equations”, World Scientific, Singapore.
- [31] T. Yang, (2001) “Impulsive control theory,” Springer.
- [32] L. A. Zadeh, (1965) “Fuzzy Sets,” *Information and Control*, Vol.8, pp.338- 353.
- [33] E. H. Mamdani and S. Assilian, (1975) “An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller,” *Int. J. Man Mach. Stud.*, Vol.7, pp.1–13.
- [34] S. Kawamoto, K. Tada, A. Ishigame, and T. Taniguchi (1992) “Construction of exact fuzzy system for nonlinear system and its stability analysis” in Proc. 8th FuzzySyst. Symp., Hiroshima, Japan, pp.517-520.

- [35] S.G. Cao, N.W. Rees and G. Feng, (2001) “Mamdani-type fuzzy controllers are universal fuzzy controllers” *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.123, pp.359-367.
- [36] H.O. Wang, K. Tanak and M. Griffin, (1995) “An analytical framework of fuzzy modeling and control of nonlinear systems: stability and design issues”, *Proceeding of the American Control Conference*, Seattle, Washengton, pp.2272-2276.
- [37] G. Feng, (2006) “A Survey on Analysis and Design of Model-Based Fuzzy Control Systems” , *IEEE transactions on fuzzy systems*, Vol.14, No.5.
- [38] M. Sugeno, (1999) “On stability of fuzzy systems expressed by fuzzy ruleswith singleton consequents,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol.7, No.2, pp.201–224.
- [39] M. Uragami, M. Mizumoto, and K. Tanaka, (1976) “Fuzzy robot controls,” *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, Vol.6, pp.39–64.
- [40] W. J. M. Kickert and E. H. Mamdani, (1978) “Analysis of a fuzzy logic controller” *Fuzzy Sets Syst.*, Vol.1, pp.29–44.
- [41] G. C. Hwang and S. C. Lin, (1992) “A stability approach to fuzzy control design for nonlinear systems,” *Fuzzy Sets Syst.*, Vol.48, pp.179–287.
- [42] G. K. I. Mann, B. G. Hu, and R. G. Gosine, (1999) “Analysis of direct action fuzzy PID controller structures,” *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., B, Cybern.*, Vol.29, No.3, pp.371–388.
- [43] Z. Y. Zhao, M. Tomizuka, and S. Isaka, (1993) “Fuzzy gain-scheduling of PID controllers,” *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, Vol.23, No.5, pp.1392–1398.
- [44] C. L. Chen and M. H. Chang, (1998) “Optimal design of fuzzy sliding mode control: A comparative study,” *Fuzzy Sets Syst.*, Vol.93, pp.37–48.
- [45] L. X.Wang, “Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems,(1993) ” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol.1, No.2, pp.146–155.
- [46] R. Ordonez, J. Zumberge, J. T. Spooner, and K. M. Passino, (1997) “Adaptive fuzzy control: Experiments and comparative analyses,” *IEEE Trans.Fuzzy Syst.*, Vol.5, No.2, pp.167–188.
- [47] K. Tanaka and H. O. Wang, (2001) “Fuzzy Control Systems Design and Analysis:A LMI Approach” New York: Wiley.
- [48] K. Zeng, N. Y. Zhang, and W. L. Xu, (2000) “A comparative study on sufficient conditions for Takagi–Sugeno fuzzy systems as universal approximators,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol.8, no.6, pp.773–780.

- [49] W. Yu and X. O. Li, (2004) "Fuzzy identification using fuzzy neural networks with stable learning algorithms," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol.12, No.3, pp.411–420.
- [50] S.G. Cao, N.W. Rees and G. Feng, (1997) "Analysis and design for a class of complex control systems—Part I: Fuzzy modeling and identification," *Automatica*, Vol.33, pp.1017–1028.
- [51] T. A. Johansen, R. Shorten, and R. Murray-Smith, (2000) "On the interpretation and identification of dynamic Takagi–Sugeno models," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol.8, No.3, pp.297–313.
- [52] T. Alamo, F. Gordillo, and J. Aracil, (1995) "Robust fuzzy control using genetic algorithms," in *Proc. EUFIT'95*, Aachen, Germany, pp.781-785.
- [53] K. Tanaka and M. Sugeno, (1992) "Stability analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets Syst.*, Vol.12, pp.135–156.
- [54] S.G. Cao, N.W. Rees and G. Feng, (1996) "Stability analysis and design for a class of continuous-time fuzzy control systems," *Int. J. Control*, Vol.64, pp.1069–1087.
- [55] M. Johansson, A. Rantzer, and K. E. Arzen, (1999) "Piecewise quadratic stability of fuzzy systems," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol.7, No.6, pp.713–722.
- [56] H. Wang, K. Tanaka, M. Griffin, (1996) "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol.4, pp.14–23.
- [57] C. C. Kung, T. H. Chen, (2005) "Observer-based indirect adaptive fuzzy sliding mode control with state variable filters for unknown nonlinear dynamical systems," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.155, pp.292–308.
- [58] C. Li, X. Liao, (2004) "Impulsive synchronization of nonlinear coupled chaotic systems" *Physics Letters A*, Vol.328, pp.47-50.
- [59] Takagi, T., Sugeno, M., (1985) "Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control", *IEEE Trans Syst, Man, Cybern*, Vol. 15, No. 1, pp. 116-132,.
- [60] Li X. D, Rakkiyappan R, Balasubramaniam P.(2011) "Existence and global stability analysis of equilibrium of fuzzy cellular neural networks with time delay in the leakage term under impulsive perturbations" *J. of Frank. Inst*, Vol.348, No.2, pp.135-155.

- [61] Chuang Ch, Wang W, Chen Y.(2010) “ H_{∞} synchronization of fuzzy model based Chen chaotic systems” *IEEE Inter. Conf. Control App. (CCA)*, pp.1199–1204.
- [62] Zamani, I., Sadati, N.(2011) “On the stability issues for fuzzy large-scale systems” *Fuzzy Sets and Syst*, Vol.174, No.1, pp.31-49.
- [63] Dong L, Shi-Long W, Xiao-Hong Zh, Dan Y. Fuzzy impulsive control of permanent magnet synchronous motors. *Chin. Phys .Lett*, 2008; 25(2):401-405.
- [64] Zhong Q. Sh, Yu Y. B, Yu J. B.(2010) “Fuzzy Modeling and Impulsive Control of a Memristor-Based Chaotic System” *Chin. Phys. Lett*, Vol.27, No.2, pp.401-404.
- [65] Rakkiyappan R, Balasubramaniam P.(2010) “On exponential stability results for fuzzy impulsive neural networks” *Fuzzy Sets. Syst*, Vol.161, No.13, pp.1823-1835.
- [66] Zheng Y, Chen G. (2009) “Fuzzy impulsive control of chaotic systems based on TS fuzzy model” *Chao. Sol. Frac* , Vol.39, No.4, pp.2002-2011.
- [67] Liu Y, Zhao Sh, Lu J. (2011) “A new fuzzy impulsive control of chaotic systems based on T-S fuzzy model” *IEEE Trans. Fuzzy Syst*, Vol.19, No.2, pp.393-398.
- [68] Tang S. Y, Chen L. S. (2003) “Multiple attractors in stage-structured population models with birth pulses” *Bull. Math. Biol*, Vol.65, No.3, pp.479-495.
- [69] Martynyuk A. A. Stability in the models of real world phenomena. *Nonlinear. Dyn. Syst. Theory* , Vol.11, No.1, pp.7-52.
- [70] Wang, Y.,(2012) “stability analysis of predator-pre system with fuzzy impulsive control”, *J. of applied math*, pp.9
- [71] Brauer, F., Soudack, A.C.,(1979) “Stability regions in predator-prey systems with constantrate prey harvesting” *J. of Mathematical Biology*, Vol. 8, No. 1, pp. 55-71.
- [72] Xu, J., Pei, L., Lu, Z.,(2006) “Lyapunov stability for a class of predator–prey model with delayed nutrient recycling” *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 28, No. 1, pp. 173-181.
- [73] Wang, W., Mulone, G., Salemi, F., Salone, V.,(2001) “Permanence and stability of a stagestructured predator-prey model”, *J. of Mathematical Anal. and Appli.*, Vol. 262, No. 2, pp. 499-528.
- [74] Li, D., Shi-Long, W., Xiao-Hong, Zh., etc, (2009) “Impulsive control of uncertain Lotka–Volterra predator–prey system”, *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 41, No. 4, pp. 1572-1577.
- [75] Liu, Sh., Zhang, J. (2008) “Coexistence and stability of predator-prey model with Beddington-DeAngelis functional response and stage structure”, *J. of Mathematical Analy. and Appli.*, Vol. 342, No. 1, pp. 446-460.
- [76] Li, Y., Gao, H., (2008) “Existence, uniqueness and global asymptotic stability of positive Solutions of a predator-prey system with Holling II functional

- response with random perturbation”, *Nonlinear Analysis*, Vol. 68, No. 6, pp. 1694-1705.
- [77] Wonlyul, K., Kimun, R.A., (2008) “qualitative study on general Gause-type predator-prey models with constant diffusion rates”, *J. of Mathematical Analy. and Appli.*, Vol. 344, No. 1, pp. 217-230.
 - [78] Hale, J.K., (1969) “Ordinary differential equations”, New York, USA, Wiley-Interscience Press.
 - [79] Liu, X.N., Chen, L.S., (2003) “Complex dynamics of Holling type II Lotka–Volterra predator–prey the system with impulsive perturbations on the predator” *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 16, No. 2, pp. 311-320.
 - [80] Chua L. O. (1971) “Memristor - the missing circuit element” *IEEE Trans . Circ. Theory*, Vol.5, pp.507-519.
 - [81] Chua L. O, Kang S. M. (1976) “Memristive devices and systems” *Proc. Of. IEEE*, Vol.64, No.2, pp.209-223.
 - [82] Zhong Q, Bao J, Yu Y, Liao X. (2008) “Impulsive Control for Fractional-Order Chaotic Systems” *Chin. Phys. Lett*, Vol.25, pp.2812.
 - [83] Zhang H, Liao X and Yu J. (2005) “Fuzzy modeling and synchronization of hyperchaotic systems” *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol.26, pp.835-843.
 - [84] Martynyuk A. A. (2011) “Stability in the models of real world phenomena. Nonlinear” *Dyn. Syst. Theo.* Vol.11, No.1, pp.7-52.
 - [85] Zhong Q. Sh, Yu Y. B, Yu J. B. (2010) “Fuzzy Modeling and Impulsive Control of a Memristor-Based Chaotic System” *Chin. Phys. Lett*, Vol.27, No.2, pp.401-404.
 - [86] Itoh M, Chua L. O. (2008) “Memristor oscillators” *Int. J. Bifur. Chaos*, Vol.18, No.11, pp.3183-3206.
 - [87] Guan Zh. H, Hill D. J, Xuemin Sh, (2005) “On hybrid impulsive and switching systems and application to nonlinear control” Vol.50, No.7, pp.1058-1062.
 - [88] Y. Y. Cao, Y. X. Sun, J. Lam, (1998) “Delay dependent robust H_∞ control for uncertain systems with time varying delays” *IEE Proceedings: Control Theory and Applications* Vol.143, No.3, pp.338-344.
 - [89] Cao Y.Y., Lin Z., Shamash Y. (2002) “Set invariance analysis and gain scheduling control for LPV systems subject to actuator saturation”, *Syst. Control Lett.*, Vol.46, No.2, pp.137–151.

- [90] Tanaka K, Ikeda T, Wang H. (1996) "Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: quadratic stability, H_1 control theory and linear matrix inequalities" *IEEE Trans Fuzzy Syst.*, Vol.4, pp.1–13.
- [91] Chang W, Sun C, Chung H. (.2004) "Fuzzy controller design for discrete controllability canonical Takagi–Sugeno fuzzy systems." *IEE Pro-control Theory Appl*, Vol151, pp.319–28.
- [92] Zheng Y, Chen G. (2009) "Fuzzy impulsive control of chaotic systems based on TS fuzzy model." *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol.39, pp.2002–11.
- [93] Wang L, Feng G. (1999) "H1 controller design of discrete time fuzzy systems" *IEEE Trans Syst Man Cybern*, Vol34, pp.682–6.
- [94] Tanaka K, Hori T, Wang H.O. (2003) "A multiple Lyapunov function approach to stabilization of fuzzy control systems." *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*Vol.11, pp.582-589.
- [95] Zhu W, Xu D, Huang Y. Global (2008) "impulsive exponential synchronization of time-delayed chaotic systems. *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol.35, pp.904–12.
- [96] Liu X, Zhong S. (2007) "T–S fuzzy model-based impulsive control of chaotic systems with exponential decay rate." *Phys Lett A*, Vol.230, pp.350-357
- [97] Liu B, Liu X. Robust (2007) "stability of uncertain discrete impulsive systems." *IEEE Trans Circuits Syst*. Vol.54, pp.455–9.
- [98] Sun J, Qiao F, Wu Q. (2005) "Impulsive control of a financial model." *Phys Lett A*, Vol.335, pp.282–8.
- [99] Wang Y, Wen C, Xiao J, Guan Z. (2006) "Impulsive synchronization of Chua's oscillators via single variable." *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol.29, pp.198–201.
- [100] Yang T, Yang C, Yang L. (1997) " Control of Rossler system to periodic motions using impulsive control methods." *Phys Lett A*. Vol.232, pp.356–61.
- [101] Daafouz J, Riedinger P, Jung C. (2002) "Stability analysis and control synthesis for switched systems: a switched Lyapunov function approach." *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol.47, pp.1883-1887.
- [102] Wang W.J., Sun C.H. (2004) "A relaxed stability criterion for T-S fuzzy discrete systems. *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics--Part B: Cybernetics*, Vol.34, pp.2155- 2158.

- [103] Xiu Z.H. Ren G. (2005) “Stability analysis and systematic design of Takagi-Sugeno fuzzy control systems.” *Fuzzy Sets and Systems* Vol.151, pp.119-138.
- [104] Zhang G.Ch, Zhang S.T, Ren G. (2007) “A piecewise fuzzy lyapunov function approach to stability analysis of discrete T-S fuzzy system.” FSKD. International conference, Vol.1, pp.316-320.

Abstract

Stability analysis and stabilization of fuzzy systems can be considered one of the most prolific topics in the field of T-S Fuzzy Systems. The third chapter is the result of author work, Try using a combination of impulsive differential equations and relationships TS fuzzy systems subject to review in detail the stabilization of this kind of fuzzy systems is discussed. Therefore, in the third season of two methods for fuzzy impulsive controller design for continuous-time TS fuzzy systems are given. In the fourth season Lyapunov functions using a powerful method for stabilization of TS fuzzy discrete-time systems is introduced. At the end of each section, using practical examples, and verification of the accuracy of the proposed method is shown as well.

Keywords: Fuzzy impulsive control; Takagi–Sugeno (T–S) fuzzy model; Memristor-Based Chaotic System; Lotka-Volterra, Predator-prey System; Takagi–Sugeno (T–S) fuzzy discrete system; asymptotically stability; piecewise fuzzy Lyapunov function.



Shahrood University of Technology
Department of Electrical and Robotic Engineering

Stabilization Of T-S Fuzzy Systems Using Non-linear Fuzzy Impulsive Controller

By:
Mohsen Mahdian

Supervisor:
Dr. Mohammad Hadad Zarif

2012