

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی برق و رباتیک

گروه کنترل

عنوان پایان نامه ارشد:

طراحی کنترل کننده فازی مقاوم توزیع یافته موازی برای یک راکتور پیوسته

بر اساس نامساوی‌های ماتریسی

دانشجو: سید محمد سعید علوی

استاد راهنما:

دکتر محمد حداد ظریف

استاد مشاور:

دکتر مختار شا صادقی

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

زمستان ۱۳۹۰

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی برق و رباتیک

گروه مهندسی کنترل

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای سید محمد سعید علوی

تحت عنوان:

طراحی کنترل کننده فازی مقاوم توزیع یافته موازی برای یک راکتور پیوسته

با استفاده از نامساوی های ماتریسی

در تاریخ ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۰ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد
مورد ارزیابی و با درجه عالی مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	استاد مشاور	امضاء	استاد راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
	دکتر مختار شاصادقی		دکتر محمد حدادظریف
	نماینده تحصیلات تکمیلی		اساتید داور
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
	دکتر امیدرضا معروضی		دکتر علیرضا الفی
			نام و نام خانوادگی :
			دکتر زاهدی

تقدیم بہ

مہربان! مادرِ م

و

فداکار! پدرِ م
پ

سپاس گزاری

«... و ما تَوْفِيقِي إِلَّا بِاللّٰهِ عَلَيْهِ تَوَكَّلْتُ وَإِلَيْهِ أُنِيبُ»

قرآن کریم

سپاس مخصوص خداوند مهربان که به انسان توانایی و دانایی بخشید تا به بندگان شفق و دردت، مهربانی کند و در حل مشکلاتشان یاری‌شان نماید. از راحت خویش بگذرد و آسایش هم نوحان را مقدم دارد، با او معامله کند و در این خلوص انباز نگیرد و خوش باشد که پروردگار سمیع و بصیر است.

منت خداوند متعال را که توفیق به انجام رساندن این پایان نامه را به این حقیر عنایت فرمود؛ که بی او هیچ کار به فرجام نرسد و هیچ راه به انجام.

حال که تقریر این پایان نامه به پایان رسیده است، بر خود فرض می‌دانم که سپاس گزار زحمات بی شائبه‌ی اساتید گران قدر خود در به ثمر رسیدن این پایان نامه؛ جناب آقای دکتر حداد و جناب آقای دکتر شا صادقی باشم، که "من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق".

و نیز زحمات پدر و مادر مهربان و دل‌سوز خود را قدر می‌نهم، که همواره دعای خیر ایشان بدرقه‌ی راهم است و بی کمک و هم‌دلی ایشان، دست یابی به این موفقیت ناممکن می‌بود.

تعهد نامه

اینجانب **سید محمد سعید علوی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق - کنترل دانشکده مهندسی برق و رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود، نویسنده پایان نامه طراحی کنترل کننده فازی مقاوم توزیع یافته موازی برای یک راکتور پیوسته با استفاده از نامساوی های ماتریسی تحت راهنمایی دکتر حداد ظریف متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ ۹۰/۱۰/۱

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.

چکیده

فرآیندهای شیمیایی پیوسته در صنعت کاربردهای بسیاری دارند. از این جهت کنترل راکتورهای پیوسته که جزء اصلی فرآیندها محسوب می‌شوند نیز از اهمیت بالایی برخوردار است. در این پایان نامه هدف کنترل دمای یک راکتور شیمیایی پیوسته است. برای کنترل دمای راکتور از روشی موسوم به جبران سازی توزیع یافته موازی استفاده شده که اساس آن استفاده از مدل خطی سیستم جهت طراحی کنترل کننده‌ی خطی و به کار گیری سیستم های فازی در بسط این کنترل کننده ها در فضای کار است. به طوری که سیستم غیرخطی در تمامی فضای کار در حضور اغتشاش نیز عملکرد قابل قبولی داشته باشد. در این پایان نامه قضیه‌ای سودمند در رابطه با تضمین پایداری سیستم‌های غیرخطی تاخیردار ارائه شده و به اثبات رسیده است. همچنین در این پایان نامه از تئوری های مربوط به طراحی کنترل کننده مقاوم استفاده شده است و کنترل کننده حاصل با استفاده از نامساوی های ماتریسی، طوری طراحی شده است که علاوه بر کارایی مطلوب، شرایط پایداری لیاپانوف در مورد سیستم های غیرخطی را نیز برآورده سازد. نتایج به دست آمده بیانگر آن است که کنترل کننده‌ی فازی مقاوم، علی رغم غیر خطی بودن سیستم از عملکرد بسیار خوبی در تمامی فضای کار برخوردار است.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه:

1. Particle Swarm Optimization of Robust Fuzzy Parallel Distributed Controller. *Journal of Basic and Applied Scientific Research*
2. New approach to design a nonlinear PI controller for a CSTR system. *The 2th International Conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA)*, December 2011, Shiraz, Iran.

فهرست

۱. فصل اول: مقدمه ۱

۱-۱ معرفی راکتورهای پیوسته ۱	۱-۱-۱ اهمیت کنترل دما در راکتور پیوسته ۲
۲-۱ سیستم‌های فازی ۳	۱-۲-۱ سیستم‌های فازی T-S ۳
۴-۱ جبران ساز توزیع یافته‌ی موازی ۴	۳-۱ کنترل مقاوم ۵
۶-۱ مروری بر تحقیقات انجام شده ۶	

۲. فصل دوم: مدل سازی ریاضی ۹

۱-۲ راکتورهای همزن دار پیوسته ۹	۱-۱-۲ انواع راکتورها ۹
۲-۱-۲ تغییرات غلظت در راکتور ۱۱	۳-۱-۲ دمای راکتور ۱۲
۴-۱-۲ انتقال حرارت در راکتور ۱۶	۵-۱-۲ مدل ریاضی CSTR ۱۷
۱-۱-۲ زمان مرده ۲۶	

۳. فصل سوم: طراحی کنترل کننده ۳۲

۳۲ طراحی کنترل کننده‌ی فازی بر اساس مفهوم PDC ۳۲	۱-۱-۳ سیستم‌های فازی ۳۳
--	-------------------------------

سیستم‌های فازی T-S.....	۳۵	۳-۱-۲
مدل فازی T-S سیستم غیرخطی.....	۳۶	۳-۱-۳
تحلیل پایداری سیستم حلقه باز.....	۴۱	۳-۱-۴
نامساوی‌های ماتریسی خطی.....	۴۳	۳-۱-۵
طراحی کنترل کننده براساس PDC.....	۴۶	۳-۱-۶
تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته.....	۴۷	۳-۱-۷
طراحی کنترل کننده‌ی پایدارساز از طریق LMI.....	۴۹	۳-۲
طراحی پایدار ساز فیدبک حالت از طریق LMI.....	۴۹	۳-۲-۱
طراحی کنترل کننده مقاوم.....	۵۱	۳-۳
طراحی کنترل کننده‌ی H_{∞}	۵۳	۳-۳-۱
۴. فصل چهارم: شبیه سازی..... ۵۸		
نتایج شبیه سازی.....	۶۲	۴-۱
۵. فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادات..... ۶۹		
نتیجه گیری:.....	۶۹	۵-۱
پیشنهادها.....	۷۲	۵-۲
مراجع.....	۷۳	

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲ شمای کلی CSTR ۱۳
- شکل ۲-۲ نمودار تغییرات دمای CSTR ۱۴
- شکل ۱-۴ توابع تعلق مدل فازی ۶۱
- شکل ۲-۴ پاسخ سیستم حلقه باز با شرایط اولیه (۰,۸ و ۰,۶) در نقطه کار (۴,۲۱۰۷ و ۰,۷) ۶۲
- شکل ۳-۴ پاسخ سیستم حلقه باز با شرایط اولیه (۰,۰ و ۰,۶) در نقطه کار (۴,۲۱۰۷ و ۰,۷) ۶۲
- شکل ۴-۴ پاسخ سیستم حلقه بسته با شرایط اولیه (۰,۸ و ۰,۶) در نقطه کار (۴,۲۱۰۷ و ۰,۷) ۶۳
- شکل ۵-۴ پاسخ سیستم حلقه بسته با شرایط اولیه (۰,۰ و ۰,۶) در نقطه کار (۴,۲۱۰۷ و ۰,۷) ۶۳
- شکل ۶-۴ پروفایل دمای راکتور ۶۴
- شکل ۷-۴ اغتشاش وارد شده به سیستم ۶۴
- شکل ۸-۴ پاسخ سیستم حلقه بسته به مسیر تعیین شده دمای راکتور با شرایط اولیه (۰,۰ و ۰,۶) ۶۵
- شکل ۹-۴ سیگنال خروجی کنترل کننده PDC مربوط به خروجی شکل (۸-۴) ۶۵
- شکل ۱۰-۴ پاسخ سیستم حلقه بسته به مسیرتعیین شده دمای راکتور با شرایط اولیه (۰,۸ و ۰,۶) ۶۶
- شکل ۱۱-۴ سیگنال خروجی کنترل کننده PDC مربوط به خروجی شکل (۱۰-۴) ۶۶
- شکل ۱۲-۴ مقایسه عملکرد کنترل کننده های متفاوت ۶۷
- شکل ۱۳-۴ مقایسه سیگنال خطای کنترل کننده های متفاوت ۶۸
- شکل ۱۴-۴ نویز سفید ۶۹

شکل ۴-۱۵ خروجی سیستم در حضور نویز ۶۹

فهرست جدول ها

جدول ۲-۱ پارامترهای CSTR ۲۸

فهرست نشانه‌های اختصاری

$$\rho = \text{چگالی ماده داخل سیستم}$$

$$\rho_i = \text{چگالی ماده در } i \text{ امین جریان ورودی}$$

$$\rho_j = \text{چگالی ماده در } j \text{ امین خروجی}$$

$$V = \text{حجم کل سیستم}$$

$$F_i = \text{دبی حجمی } i \text{ امین جریان ورودی}$$

$$F_j = \text{دبی حجمی } j \text{ امین جریان خروجی}$$

$$C_A = \text{غلظت مولی (حجم/مول) } A \text{ در سیستم}$$

$$C_{Ai} = \text{غلظت مولی } A \text{ در } i \text{ امین ورودی}$$

$$C_{Aj} = \text{غلظت مولی } A \text{ در } j \text{ امین خروجی}$$

$$r = \text{سرعت واکنش بر واحد حجم برای جزء } A \text{ در سیستم}$$

$$h_i = \text{انتالپی ویژه ماده در } i \text{ امین جریان ورودی}$$

$$h_j = \text{انتالپی ویژه ماده در } j \text{ امین جریان خروجی}$$

$$P \text{ و } K \text{ و } U = \text{انرژی‌های داخلی، جنبشی و پتانسیل}$$

$$Q = \text{مقدار گرمای مبادله شده بین سیستم و محیط اطراف آن در واحد زمان}$$

$$W = \text{کار محوری مبادله شده بین سیستم و محیط اطراف آن در واحد زمان}$$

فصل اول

مقدمه

۱ - ۱ معرفی راکتورهای پیوسته

در صنایع شیمیایی، فرایندها به سه دسته‌ی پیوسته^۱، نیمه پیوسته^۲ و ناپیوسته^۳ تقسیم می‌شوند. در فرآیند ناپیوسته در ابتدای واکنش تمام خوراک^۴ مورد نیاز به درون دستگاه تزریق می‌شود، سپس با اعمال یک سری فرایندهای حرارتی - برودتی محصول با کیفیت دلخواه تولید و در پایان فرآیند محصول^۵ به صورت کامل استخراج می‌گردد. در فرآیند پیوسته خوراک به صورت پیوسته به دستگاه وارد می‌شود و هم زمان با آن یا بعد از یک تاخیر زمانی، محصول نهایی به صورت پیوسته استخراج می‌گردد. این فرایندها دارای حالت ماندگار بوده و برای تولیدات با حجم بالا در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرند. بین این دو نوع فرآیند، فرآیند دیگری به نام نیمه پیوسته وجود دارد. این فرآیند در حقیقت همان فرآیند ناپیوسته است که در آن بعضی از خوراک‌ها بنابر شرایط کاری در حین انجام فرآیند به دستگاه اضافه می‌شوند[۱]. راکتورها قلب یک فرآیند می‌باشند و واکنش‌های شیمیایی در آنها انجام می‌شوند. اجزای اصلی یک راکتور پیوسته ژاکت^۶ و همزن^۷ می‌باشند.

^۱Continuous

^۲Semi - Batch

^۳Batch

^۴Feed

^۵Product

^۶Jacket

^۷Stirrer

از دیدگاه مهندسی کنترل کیفیت محصول، خروجی راکتورهای پیوسته می‌باشد. به عنوان مثال در پلیمریزاسیون، کیفیت پلیمر به‌دست آمده با توجه به طول زنجیرهای پلیمری سنجیده می‌شود. چون فرآیند تشکیل زنجیرها و رشد آنها فرآیندی تصادفی می‌باشد، بنابراین به جای بیان طول زنجیرها به طور قطعی، تابع توزیع طول زنجیرها مطرح می‌گردد. با این فرض، کیفیت پلیمر به‌دست آمده را می‌توان با تابع توزیع طول زنجیرها توصیف کرد [۱]. هدف اصلی از طراحی سیستم کنترل در این پایان نامه اعمال یک مسیر دمای از پیش تعیین شده و در حقیقت تعقیب مسیر و حذف اغتشاشات^۱ است. در کل، کنترل راکتور پیوسته، تبدیل به تعقیب یک مسیر از پیش تعیین شده یا تعیین شونده که به‌صورت همزمان با واکنش بوده می‌شود که دارای سه فاز اساسی هم دما^۲، گرمایش^۳ و سرمایش^۴ می‌باشد. متغیر اصلی کنترل^۵ برای رسیدن به کیفیت دلخواه، دمای سیال جاری در ژاکت می‌باشد. این که چگونه برای رسیدن به محصولی مناسب در راکتور، کیفیت را به اعمال یک پروفایل دمای محاسبه شده تبدیل می‌کنند، بحثی فرآیندی است و به افراد خبره در همان فرآیند واگذار می‌گردد.

¹Disturbance

²Isothermal

³Heat up

⁴Cooling down

⁵ Manipulated variable

۱-۲ سیستم‌های فازی^۱

قوانین علمی گذشته در فیزیک و مکانیک نیوتونی، همه بر اساس منطق ارسطویی استوار گردیده‌اند. در منطق ارسطو فقط دو حالت داریم: سفید و سیاه، آری و خیر، روشن و تاریک، یک و صفر، و درست و نادرست. متغیرها در طبیعت یا در محاسبات بر دو نوعند: ارزش‌های کمی که می‌توان بایک عدد معین بیان نمود و ارزش‌های کیفی که براساس یک ویژگی بیان می‌شود. این دو ارزش قابل تبدیل‌اند. جهت شروع، ایجاد و ابداع مسائل جدید منطق‌های تازه و چندارزشی مورد نیاز است که منطق فازی یکی از آنها می‌باشد.

سیستم‌های فازی از زمان معرفی در سال ۱۹۶۵ توسط پروفیسور لطفی زاده [۲] در راستای تبدیل شدن به حوزه‌ای اصلی در مباحث مهندسی رشد و توسعه بسیاری داشته و در حل بسیاری از مسائل مهندسی به کمک طراحان شتافته است.

۱-۲-۱ سیستم‌های فازی T-S

یکی از کاربردهای منطق فازی، مدل سازی و استفاده از سیستم‌های فازی در طراحی سیستم‌های کنترل غیرخطی می‌باشد. دانشمندان تاکنون مدل‌های فازی مختلفی را مطرح کرده‌اند. مانند مدل ممدانی^۲ (مدل فازی زبانی^۳) [۴ و ۳]، مدل روابط فازی^۴ [۵ و ۶] و مدل تاکاگی^۵ - سوگنو^۶ (T-S) [۷]. دانشمندان به نام‌های تاکاگی و سوگنوس سیستم‌های فازی T-S را معرفی نموده‌اند که با نام خود آنان یعنی تاکاگی - سوگنو^۷ (T-S) شناخته شده‌اند.

^۱Fuzzy

^۲Mamdani

^۳Linguistic fuzzy model

^۴Fuzzy relation model

^۵Takagi

^۶Sugeno

^۷Takagi – Sugeno (T-S)

در روش مدل سازی T-S، ابتدا دینامیک های محلی^۱ سیستم غیرخطی با استفاده از مدل های خطی [۸] ساده توصیف می شود. در هر یک از این مدل های خطی، در قسمت تالی^۲ یکی از قوانین سیستم فازی بیان می شود. پس از ترکیب^۳ مدل های خطی با یکدیگر توسط قوانین اگر-آنگاه^۴ و همچنین با توجه به توابع تعلق غیرخطی [۹] سیستم فازی، مدل کامل به دست می آید.

۱-۲-۲ جبران ساز توزیع یافته ی موازی^۵

این روش که بر پایه ی طرح ارائه شده توسط کانگ^۶ و سوگنو [۱۰] در سال ۱۹۸۶ آغاز شد، در سالهای بعد توسط تاناکا^۷ و سوگنو مباحث مربوط به پایداری آن ارائه گردید [۱۱] و توسط وانگ^۸، تاناکا و گریفین^۹ در سال ۱۹۹۵ [۱۲] (PDC) نامیده شد.

در این روش، از مدل فازی T-S سیستم غیرخطی استفاده می شود. کنترل کننده نیز با توجه به مدل های خطی مربوط به نقاط کار مختلف، به صورت خطی طراحی می گردد. کنترل کننده های طراحی شده، بر اساس قوانین فازی استفاده شده در قسمت مدل سازی، با یکدیگر ترکیب می شوند و کنترل کننده ی نهایی را ارائه می دهند.

در قسمت تالی قوانین فازی کنترل کننده های خطی؛ مانند کنترل کننده های فیدبک حالت و خروجی استاتیکی و دینامیکی می توانند قرار گیرند [۱۷]. اما با توجه به اینکه مدل انتخابی، تقریبی از سیستم غیرخطی است و کنترل کننده نیز با توجه به دینامیک سیستم در نقاط خاصی مانند نقاط کار سیستم

¹Local dynamics

²Consequent

³Blending

⁴IF - THEN

⁵Parallel Distributed Compensation (PDC)

⁶Kang

⁷Tanaka

⁸Wang

⁹Griffin

طراحی شده است، این کنترل کننده‌ها بر اساس تئوری‌های کنترل مقاوم^۱ طراحی می‌گردند تا بتوانند در تمامی نقاط فضای کار، کارایی و پایداری سیستم را تضمین نمایند.

۱-۳ کنترل مقاوم

در سال‌های اخیر، کنترل کننده‌های مقاوم در سیستم‌های با عدم قطعیت^۲ و یا دارای تاخیر زمانی^۳ استفاده بسیاری [۱۶-۱۳] داشته اند. خصوصیت مهم این نوع کنترل کننده‌ها تضمین کارایی^۴ و پایداری^۵ مقاوم در برابر تغییرات پارامترهای سیستم می‌باشد. استفاده از کنترل کننده‌های مقاوم غیرخطی نیز برای تضمین کارایی مقاوم در سیستم‌های غیرخطی [۱۷-۱۸] مرسوم است.

اما در حالت کلی استفاده از روش‌های سنتی^۶، به دلیل پیچیدگی زیاد، راه حل مناسبی برای طراحی سیستم‌های کنترل غیرخطی نمی‌باشد [۸]. ضمن اینکه به طور معمول، طراحی کنترل کننده‌ی مقاوم برای یک نقطه‌ی کار معین صورت می‌پذیرد و مباحث مربوط به پایداری و کارایی در مورد همان نقطه‌ی کار مشخص مطرح می‌شود و الزاما در مورد بقیه‌ی نقاط فضای کار صدق نمی‌کند. طراحی کنترل کننده‌ی فازی برای مدل فازی سیستم غیرخطی نیز مشکلاتی مانند تضمین پایداری و کارایی مقاوم را در پی دارد که به راحتی قابل حل نمی‌باشند.

بدین منظور، به کارگیری کنترل کننده‌های مقاوم خطی جهت تضمین پایداری و کارایی مقاوم و رعایت سادگی در طراحی، و توأم با آن استفاده از یک سیستم فازی غیرخطی جهت توزیع و بسط خواص کنترل کننده در تمامی فضای کار می‌تواند پاسخگوی نیاز ما باشد. استفاده از این راه حل در طراحی کنترل کننده با روش‌های گوناگون، سابقه‌ی بسیاری [۲۲-۱۹] دارد. همچنین، مباحث مفیدی نیز در رابطه با پایداری این نوع سیستم‌ها گزارش شده [۲۳-۲۴] است.

^۱Robust

^۲Uncertainty

^۳Time- delay system

^۴Performance

^۵Stability

^۶Traditional

این پایان نامه سعی در ترکیب مدل فازی و کنترل کننده‌ی مقاوم خطی برای دست یابی به روشی سودمند جهت کنترل مقاوم سیستم غیرخطی دارد. برای این منظور، در طراحی کنترل کننده نیاز به حل همزمان چندین نامساوی ماتریسی درجه دوم^۱ است. این نامساوی‌های ماتریسی درجه دوم می‌توانند تبدیل به نامساوی‌های ماتریسی خطی^۲ (LMI) معادل خود شوند و ترکیب چندین LMI حاصل، یک مسئله‌ی LMI^۳ (LMIP) استاندارد را نتیجه می‌دهد که با حل LMIP به دست آمده با استفاده از نرم افزارهای موجود، مانند جعبه ابزارهای LMI^۴ و یا PENBMI در نرم افزار MATLAB، می‌توان به کنترل کننده‌ی مطلوب دست یافت.

۴ - ۱ مروری بر تحقیقات انجام شده

کنترل فرآیندهای شیمیایی از دیرباز مورد علاقه‌ی مهندسين کنترل بوده است. این سیستم ها به دلیل دینامیک خاص خود نیاز به کنترل کننده های متفاوتی دارند و بدین جهت، مهندسين روش های گوناگونی را در کنترل آنها به کار برده اند. به عنوان مثال در [۲۵] مدل سازی یک راکتور با هدف کنترل آن ارائه گردیده است. در [۲۶] از یک روش کنترل غیرخطی برای کنترل یک راکتور پیوسته استفاده شده و پاسخ های سیستم واقعی نیز در نقاط کار مختلف بررسی شده است. در این مقاله از تکنیک^۵ GLC برای تحلیل غیرخطی استفاده شده و کنترل کننده‌ی حاصل توسط میکرو کنترلرها پیاده سازی شده است. در [۲۷] با تلفیق روش‌های کنترل مقاوم، غیرخطی و تطبیقی دمای یک راکتور پیوسته کنترل شده است. همچنین در [۲۸] با طراحی یک کنترل کننده‌ی PI مقاوم برای سیستم غیرخطی راکتور پیوسته با استفاده از روش جدول بندی بهره، به کنترل راکتور پیوسته پرداخته شده است. در [۲۹] یک تکنیک جدید کنترل تطبیقی برپایه‌ی تئوری مدل مرجع جهت طراحی کنترل کننده ای برای سیستم غیرخطی با عدم قطعیت متغیر با زمان به کار گرفته شده که در آن دامنه‌ی عدم قطعیت در هر لحظه تخمین زده می‌شود و بر اساس مدل به

^۱Quadratic matrix inequalities

^۲ Linear Matrix Inequalities (LMI)

^۳LMI Problem (LMIP)

^۴LMI Toolbox

^۵Globally Linearizing Control

دست آمده در هر لحظه، کنترل کننده ای با توجه به پاسخ مدل مرجع برای سیستم طراحی می‌گردد. در سال های اخیر سیستم های فازی و شبکه های عصبی نیز در مدل سازی و کنترل این گونه فرآیندها مورد توجه قرار گرفته است. به عنوان نمونه می‌توان به [۳۰] اشاره کرد که از تکنیک های غیرخطی در کنترل تطبیقی و تلفیق آن با شبکه های عصبی بهره برده و به کنترل دمای راکتور و تعقیب مسیر پروفایل دمای مورد نظر توسط راکتورپرداخته است. در [۳۱] نیز شبکه های عصبی جهت مدل سازی یک راکتور پیوسته مورد استفاده قرار گرفته و با استفاده از PID تطبیقی به کنترل سیستم پرداخته شده است. در [۳۲] شبکه های عصبی چند لایه در پیاده سازی کنترل تطبیقی به کار رفته است. بدین صورت که ابتدا مدل سیستم غیرخطی توسط شبکه های چند لایه عصبی تخمین زده شده، سپس با استفاده از تکنیک های کنترل تطبیقی، خروجی سیستم در مسیر مورد نظر قرار می‌گیرد. سیستم های فازی نیز در کنترل راکتورها سهم بسزایی دارند. این سیستم ها بیشتر در مدل سازی سیستم های غیرخطی به کار رفته و می‌توانند تخمین قابل قبولی از سیستم غیرخطی را ارائه دهند. به عنوان مثال در [۳۳] از روش های فازی جهت مدل سازی سیستم و کنترل کننده استفاده شده است. تا به حال روش های فازی متعددی در حوزه ی کنترل سیستم های غیرخطی گزارش شده است، اما روش PDC به دلیل استفاده از مدل خطی سیستم در طراحی کنترل کننده و در عین حال عملکرد غیرخطی مناسب در فضای کار از اقبال مناسبی برخوردار بوده است. در همین راستا می‌توان به [۱۹] اشاره نمود که به تحلیل و طراحی کنترل کننده های فیدبک حالت پایدار برای سیستم های غیرخطی پرداخته است. همچنین در [۲۱] روش طراحی کنترل کننده های چند منظوره^۱ بر پایه ی PDC ارائه شده است. در [۲۲] کنترل کننده ی پایدارسازی طراحی شده است که با طراحی فیدبک حالت خطی به کنترل راکتور می‌پردازد. در [۲۳] روش جدیدی در تحلیل پایداری سیستم های PDC ارائه شده است که می‌تواند در کنترل کننده های با فیدبک دینامیک مورد استفاده قرار گیرد. در [۹] و [۳۴] نیز روش های طراحی گوناگونی بر پایه ی سیستم های PDC معرفی شده است که

^۱Multiobjective

می‌توانند مراجع بسیار خوبی جهت طراحی کنترل کننده های مقاوم برای سیستم های غیرخطی با تاخیر زمانی باشند.

پیش از هر نوع بررسی و مطالعه، در فصل دوم ابتدا راکتورهای پیوسته معرفی و معادلات مربوط به مدل ریاضی آن استخراج می‌گردد. در فصل سوم مدل فازی برای سیستم غیرخطی تاخیردار ارائه شده و به طراحی کنترل کننده بر اساس تئوری PDC پرداخته می‌شود. همچنین در مورد پایداری سیستم حلقه بسته نیز در این فصل بحث و در نهایت روش طراحی کنترل کننده ی PDC مطلوب بر اساس LMI تشریح خواهد شد. در فصل چهارم نیز نتایج شبیه سازی سیستم در نرم افزار MATLAB بررسی می شود. فصل پنجم نیز به نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات جهت بهبود و استفاده در کارهای بعدی خواهد پرداخت.

فصل دوم

مدل سازی ریاضی

در این فصل ابتدا به مقدمه‌ای در مورد ویژگی‌های راکتورهای شیمیایی پرداخته و سپس انواع متغیرها را در یک راکتور شیمیایی همزن‌دار پیوسته^۱، بررسی کرده و در انتها مدل ریاضی یک CSTR را ارائه می‌دهیم.

۲-۱ راکتورهای همزن‌دار پیوسته

۲-۱-۱ انواع راکتورها

راکتور شیمیایی دستگاهی است که در آن واکنش یا واکنش‌های شیمیایی نظیر تبدیل، ترکیب یا تجزیه به منظور تولید مواد مورد نظر انجام می‌شود. طبق قرارداد دستگاهی که در آن واکنش سوختن به منظور تولید انرژی انجام می‌شود، راکتور نیست. در یک واحد شیمیایی مواد خام ابتدا از یک رشته فرآیندهای فیزیکی اولیه از قبیل جداسازی، مخلوط کردن و غیره عبور می‌کنند تا آماده‌ی ورود به مرحله بعدی یعنی تغییرات شیمیایی شوند. در این مرحله به کمک راکتور یا راکتورهای مناسب واکنش‌های شیمیایی مورد نظر انجام و محصول تهیه می‌شود. به دلیل انجام بعضی از واکنش‌های ناخواسته یا وجود مقداری از مواد خام که در راکتور فرصت انجام واکنش نداشته و همراه محصول از راکتور خارج شده‌اند، این محصول غالباً قابل عرضه به بازار نمی‌باشد و لازم است عملیات فیزیکی نهایی از قبیل جداسازی، خالص سازی و... بر روی آن انجام شود. در صنایع شیمیایی، آن بخش از عملیات شیمیایی که در راکتورها صورت می‌گیرد مهمترین و حساس ترین عملیات کارخانه محسوب می‌شود.

^۱ Continuous Stirred Tank Reactor (CSTR)

براساس دیدگاه‌های متفاوت، تقسیم بندی‌های متنوعی برای راکتورهای شیمیایی انجام شده است. یکی از مهمترین مشخصه‌های واکنش‌های شیمیایی تعداد و نوع فازهایی است که واکنش در آن صورت می‌گیرد. بر این مبنا می‌توان راکتورهای شیمیایی را نیز تقسیم بندی نمود. این تقسیم بندی در زیر آمده است:

۱. راکتورهای تک فازی:

در این راکتورها واکنش در فاز گاز یا در فاز مایع انجام می‌شود.

۲. راکتورهای چند فازی:

در این راکتورها واکنش میان فازهای گاز و مایع یا میان دو فاز مایع یا میان فازهای سیال و جامد انجام می‌شود.

تقسیم بندی دیگر راکتورها براساس نوع عملیات آنها است. این تقسیم بندی به شکل زیر است:

۱. راکتورهای ناپیوسته:

در این راکتورها مواد اولیه به مقدار معین وارد راکتور می‌شود و در زمان مشخص واکنش انجام و سپس محصول از راکتور خارج می‌شود. بدین ترتیب یک دوره‌ی کار که شامل بارگیری، انجام واکنش و تخلیه است پایان می‌پذیرد و راکتور برای انجام واکنش در دوره بعد پاکسازی و آماده می‌شود. این نوع راکتورها نسبتاً ساده هستند و احتیاج به وسایل کمکی و سیستم‌های کنترل کمتری دارند. در صنعت از این نوع راکتورها برای انجام واکنش‌های کند، که احتیاج به زمان اقامت زیادی دارند، استفاده می‌شود. مدت اقامت واکنش دهنده‌ها در داخل راکتور را که طی آن واکنش‌گرها فرصت انجام واکنش پیدا می‌کنند، زمان اقامت گویند.

۲. راکتورهای نیمه پیوسته:

این نوع راکتورها دارای انواع متنوعی هستند. در نوع متداول آن یکی از مواد اولیه ابتدا در داخل راکتور بارگیری و سپس به تدریج ماده یا مواد اولیه دیگر به آن اضافه می‌شود. در نوع دیگر مواد اولیه به طور هم زمان وارد راکتور می‌شود ولی تا پایان واکنش هیچ ماده‌ای از راکتور خارج نمی‌شود. نوع دیگری نیز وجود دارد که یکی از مواد اولیه در داخل راکتور بارگیری شده است و ماده دیگر به تدریج به آن اضافه می‌گردد و همزمان با آن محصول نیز از راکتور خارج می‌شود.

۳. راکتورهای پیوسته:

در این نوع راکتورها، مواد اولیه به طور دایم وارد راکتور می‌شود و پس از انجام واکنش، محصول پیوسته از راکتور خارج می‌شود. این گونه راکتورها هنگامی در صنعت استفاده می‌شوند که هدف تولید مقدار زیادی محصول باشد. در ضمن راکتورهای پیوسته برای انجام واکنش‌های سریع مناسب تر می‌باشند. این نوع راکتورها نیاز به سیستم‌های دقیق و متنوعی دارند. از این راکتورها در بسیاری از صنایع شیمیایی، به خصوص صنایع نفت، گاز و پتروشیمی استفاده می‌شود. در شرایطی که یک واکنش شیمیایی احتیاج به هم‌زدن شدید داشته باشد از راکتور مخزنی هم‌زن‌دار پیوسته استفاده می‌شود. در این پایان نامه نیز همین نوع راکتور به عنوان سیستم تحت کنترل در نظر گرفته شده است.

پس از معرفی انواع راکتورها، اینک به بررسی پارامترهای مهم در کنترل راکتور می‌پردازیم.

۲-۱-۲ تغییرات غلظت در راکتور

هنگامی که بیش از یک ماده واکنش دهنده وجود داشته باشد، اغلب استفاده از مقدار بیش از نیاز یکی از واکنش دهنده‌ها نتیجه مطلوبی به دست خواهد داد. مخصوصاً اگر بخواهیم یکی از مواد به طور کامل مصرف شود (به علت قیمت بالا یا خطرناک بودن). گاهی اوقات مناسب است که یک ماده خنثی همراه با

خوراک به راکتور تغذیه شود و یا قبل از پیشرفت کامل واکنش، محصول تولیدی خارج شود. بعضی اوقات نیز استفاده از یک مسیر برگشتی از فراورده‌های جانبی ناخواسته به راکتور مطلوب است.

در مورد واکنش‌های برگشت ناپذیر اگر یکی از ترکیبات ورودی بیش تر از مقدار مورد نیاز به واکنش وارد شود، می تواند ماده دیگر را به سمت کامل کردن سوق دهد. اگر واکنش برگشت پذیر باشد هدف، افزایش درصد تبدیل تعادلی می باشد. اگر یکی از خوراک‌ها را به مقدار اضافی وارد کنیم می توانیم درصد تبدیل تعادلی را افزایش دهیم. گاهی اوقات با حذف مداوم محصول یا یکی از محصولات از راکتوری که واکنش در آن در حال پیشرفت است، می توان درصد تبدیل تعادلی را افزایش داد. مثلاً با تبخیر کردن ماده ای از راکتور فاز مایع. یک راه دیگر این است که واکنش در مراحل پشت سر هم همراه با جداسازی محصولات در مراحل میانی صورت گیرد.

۲- ۱- ۳ دمای راکتور

انتخاب دمای راکتور به عوامل زیادی بستگی دارد. عموماً این انتخاب باید به گونه ای باشد که سرعت‌های زیاد واکنش و حجم کمتر راکتور را ایجاد نماید. به طور عملی محدودیت‌هایی در انتخاب دمای راکتور وجود دارد، از جمله ملاحظات ایمنی، محدودیت‌های جنس ساختمان راکتور و یا حداکثر دمای عملکرد کاتالیزور^۱ بر حسب نوع واکنش انتخاب دما متفاوت خواهد بود.

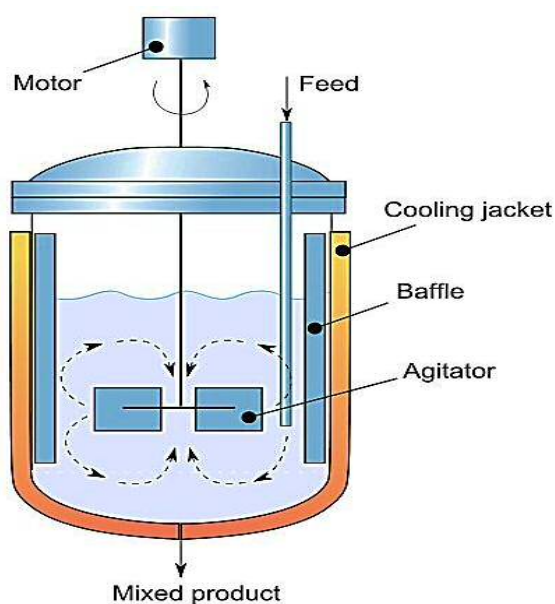
اگر یک واکنش گرماگیر^۲ باشد، عملکرد در دمای بالا باعث افزایش درصد تبدیل می شود. همچنین دمای بالا، سرعت واکنش را زیاد و حجم راکتور را کم می‌کند. بنابراین برای واکنش‌های گرماگیر تا آنجا که ممکن است، درجه حرارت بالا در نظر گرفته می شود به گونه ای که با ملاحظات ایمنی، محدودیت‌های جنس ساختمان راکتور و عمر کاتالیزور مطابقت داشته باشد.

^۱Catalyst

^۲Endothermic

برای واکنش‌های برگشت ناپذیر گرمازا^۱، تا آنجا که ممکن است، با توجه به ساختمان مواد، عمر کاتالیزور و مسائل ایمنی، باید درجه حرارت را پایین در نظر گرفت. در این صورت حجم راکتور حداقل خواهد شد. چنانچه واکنشی گرمازا و برگشت پذیر باشد، عملکرد در دمای پایین حداکثر مقدار درصد تبدیل را افزایش می دهد. لیکن عملکرد در دمای پایین سرعت واکنش را کاهش می دهد و در نتیجه باعث افزایش حجم راکتور خواهد شد. بنابراین در ابتدای واکنش یعنی هنگامی که از حالت تعادل دور هستیم؛ استفاده از درجه حرارت بالا به منظور افزایش سرعت واکنش برتری دارد. اما همان‌طور که با گذشت زمان به حالت تعادل نزدیک می شویم، برای افزایش مقدار حداکثر درصد تبدیل باید درجه حرارت را پایین آورد. لذا برای واکنش‌های برگشت پذیر گرمازا، همان‌طور که درصد تبدیل زیاد می شود، درجه حرارت ایده آل به طور مداوم کاهش می یابد. به دلیل اهمیت کنترل دما در CSTR این مساله را با دقت بیشتری مورد بررسی قرار می دهیم.

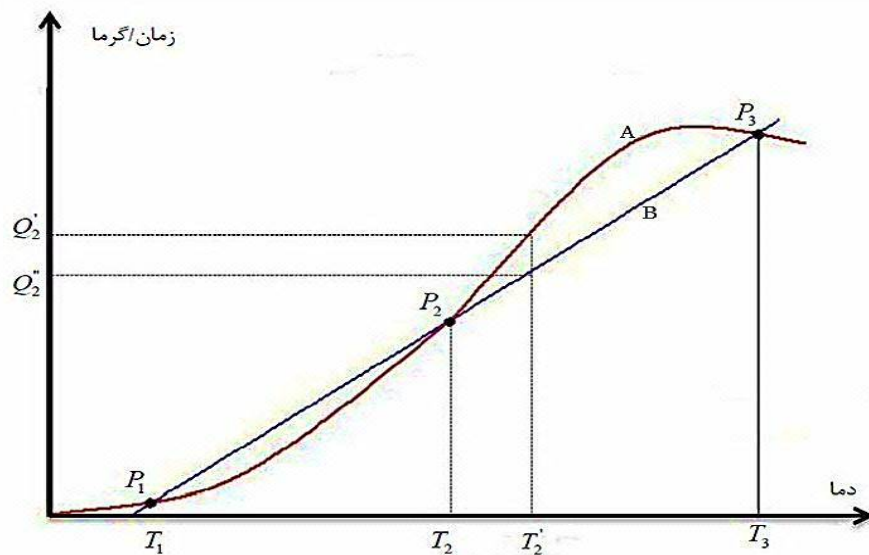
یک CSTR که در آن یک واکنش برگشت ناپذیر گرمازا مانند $A \rightarrow B$ مفروض است، یک محیط خنک کننده که در جداره‌ی پیرامون راکتور جریان دارد گرمای واکنش را جذب می کند (شکل ۱-۲).



شکل ۱-۲ شمای کلی یک CSTR

^۱Exothermic

منحنی مقدار گرمای آزاد شده به وسیله‌ی واکنش گرمازا تابعی S شکل از دمای داخل راکتور T است (منحنی A در شکل ۲-۲). از سوی دیگر گرمای گرفته شده توسط خنک کننده تابعی خطی از دمای T است. (خط B در شکل ۲-۲). در نتیجه هنگامی که CSTR در حالت یکنواخت قرار دارد، یعنی هیچ تغییری وجود ندارد، گرمای تولید شده از واکنش باید با گرمای جذب شده توسط خنک کننده مساوی باشد. این شرط، حالت‌های یکنواخت P_1 ، P_2 و P_3 را در محل تلاقی منحنی‌های A و B شکل (۲-۲) به وجود می‌آورد. حالت‌های یکنواخت P_1 و P_3 پایدار خوانده می‌شوند در حالی که P_2 ناپایدار است [۳۵].



شکل ۲-۲ نمودار تغییرات دمای CSTR

برای درک مفهوم پایداری حالت یکنواخت P_2 را در نظر بگیرید. فرض کنید که بتوانیم راکتور را در دمای T_2 و غلظت C_A متناظر با آن به کار اندازیم. در نظر داشته باشید که دمای خوراک T_i افزایش می‌یابد که باعث افزایش دمای مخلوط واکنش دهنده تا T_2' می‌شود. در T_2' گرمای آزاد شده‌ی واکنش Q_2' بیش از گرمای جذب شده توسط ماده‌ی خنک کننده Q_2'' است که باعث افزایش دمای داخل راکتور و در نتیجه افزایش سرعت واکنش می‌شود. افزایش سرعت واکنش گرمای بیشتری در اثر واکنش گرمازا بوجود می‌آورد که به نوبه‌ی خود باعث افزایش دما می‌شود. بنابراین می‌بینیم که افزایش T_i دمای راکتور را از حالت یکنواخت P_2 دور می‌کند و دما در نهایت به مقدار حالت یکنواخت P_3 خواهد رسید. به صورت

مشابه، اگر T_i کاهش یابد، دمای راکتور از دمای حالت یکنواخت P_3 کمتر شده و به دمای حالت یکنواخت P_1 خواهد رسید. برعکس اگر در یکی از شرایط یکنواخت P_1 یا P_3 کار می‌کردیم و از حالت یکنواخت عمل راکتور خارج می‌شدیم، راکتور به طور طبیعی به نقاط P_1 و P_3 باز می‌گشت.

گاهی می‌خواهیم به دلایل زیر CSTR در حالت یکنواخت ناپایدار P_2 کار کند:

- حالت یکنواخت در دمای پایین (P_1) به دلیل پایین بودن زیاد دما بهره‌ی بسیار پایینی دارد.

- حالت یکنواخت در دمای بالا (P_3) ممکن است بسیار بالا باشد و شرایط نا امن از جمله نابودی کاتالیزور در یک راکتور کاتالیستی، از بین رفتن محصول و غیره، را به وجود آورد.

در چنین مواردی به یک کنترل کننده نیازمندیم تا از پایداری عملکرد در حالت یکنواخت بینابین اطمینان داشته باشیم.

در وهله‌ی اول، عملکرد راکتور را عایق بندی شده فرض می‌کنیم. طراحی چنین سیستمی ساده ترین و ارزان ترین طراحی ممکن است. اگر عملکرد عایق بندی شده در واکنش‌های گرمازا باعث افزایش غیرقابل پذیرش درجه حرارت و در واکنش‌های گرماگیر باعث کاهش غیرقابل پذیرش درجه حرارت شود، با یکی از راهکارهای زیر سر و کار داریم:

- انتقال حرارت غیرمستقیم با راکتور

اگر امکان عملکرد عایق بندی شده‌ی راکتور وجود نداشته باشد باید از حرارت غیر مستقیم و یا خنک کردن غیر مستقیم استفاده نمود. این کار با استفاده از یک سطح انتقال حرارت داخلی یا خارجی در راکتور امکان پذیر است مانند استفاده از ژاکت ها.

• تزریق گرم و تزریق سرد

تزریق مستقیم خوراک تازه‌ی سرد به نقاط میانی راکتور، تزریق سرد نامیده می‌شود. این عمل جهت کنترل دمای واکنش‌های گرمازا موثر است. اگر واکنش گرماگیر باشد، می‌توان خوراک تازه پیش گرم شده را به نقاط میانی راکتور تزریق کرد. این عمل تزریق گرم نام دارد.

• حامل حرارت

افزایش یک ماده‌ی خنثی به خوراک راکتور، افزایش دمای واکنش‌های گرمازا و یا کاهش دما در واکنش‌های گرماگیر را کاهش می‌دهد. باید تا آنجا که ممکن است از یکی از سیالات موجود در فرایند به عنوان حامل استفاده کرد.

حتی اگر درجه حرارت راکتور در محدوده‌های قابل قبول کنترل شود، شاید لازم باشد که جریان خروجی از راکتور به سرعت سرد شود تا واکنش سریعاً متوقف شده و از تشکیل بیش از اندازه فراورده‌های جانبی جلوگیری به عمل آید. عملیات خنک کردن را می‌توان به کمک انتقال حرارت غیر مستقیم با استفاده از تجهیزات مناسب و یا به وسیله انتقال حرارت مستقیم از طریق مخلوط کردن با یک سیال دیگر انجام داد.

۲- ۱- ۴ انتقال حرارت در راکتور

در عملیات تولید محصول، مهم‌ترین کار انتقال حرارت واکنش می‌باشد. معمولاً از حرارت به منظور کاهش چسبندگی^۱ برای اداره‌ی بهتر واکنش و مخلوط کردن راحت تر محتویات درون راکتور استفاده می‌شود. اغلب فرآیندها گرماگیر بوده و برای تامین گرمای مورد نیاز واکنش ضروری است که به آنها به‌صورتی مناسب گرما داده شود. برای کنترل میزان حرارت واکنش‌های گرمازا در راکتورهای پیوسته عمل سرد کردن نیز ضروری می‌شود. در هر دو حالت برای کنترل دقیق میزان گرمای واکنش استفاده از هر دو

^۱Viscosity

عملیات گرمایش و سرمایش مخلوط درون راکتور ضروری است. اغلب واکنش‌ها با گرم کردن آغاز و نهایتاً در ادامه برای کنترل حرارت عمل سرد کردن نیز ضروری می‌گردد.

در فرآیندهای پیوسته برای رسیدن به محصول مطلوب، گرم کردن و سرد کردن مخلوط ضروری است که برای رسیدن به این هدف می‌توان از روش‌های گوناگونی استفاده کرد. یکی از روش‌های متداول و موثر برای گرم کردن و سرد کردن فرآیندهای شیمیایی استفاده از روش غیر مستقیم است. به روشی غیر مستقیم می‌گویند که در آن واکنش با منبع اولیه حرارات یا خنک کننده به صورت مستقیم در ارتباط نباشد. در این روش، واکنش از طریق سیالی واسط که متناسب با شرایط فرآیند می‌تواند گاز، مایع یا مخلوطی از هر دو، دارای ظرفیت حراراتی بالا یا پایین باشد، تبادل حرارت می‌کند. این سیال در درون ژاکت جاری شده و از طریق پوسته‌ی داخلی راکتور با مخلوط درون راکتور تبادل حرارت می‌نماید [۲۰].

۵-۱-۲ مدل ریاضی CSTR

به منظور مشخص کردن یک سیستم فرآیندی و رفتار آن به موارد زیر نیازمندیم:

۱. دسته ای از کمیت‌های وابسته پایه که مقادیر آنها حالت طبیعی سیستم مورد نظر را بیان کند.

۲. دسته ای از معادلات بر حسب متغیرهای فوق که چگونگی تغییر حالت طبیعی سیستم مورد نظر را با زمان بیان کند.

در بسیاری از سیستم‌های فرآیندی فقط سه کمیت پایه وجود دارد: جرم، انرژی و ممنت. غالباً نمی‌توان متغیرهای وابسته‌ی بنیادی را به طور مستقیم و صحیح اندازه گیری نمود. در چنین مواردی متغیرهای دیگری را انتخاب می‌کنیم که می‌توان آنها را به درستی اندازه گیری نمود. وقتی این متغیرها به درستی دسته بندی شوند مقدار متغیر بنیادی را مشخص می‌کنند. بنابراین می‌توان جرم، انرژی و ممنت را

به وسیله متغیرهایی مانند چگالی، غلظت، دما، فشار و دبی مشخص نمود. این متغیرهای مشخص کننده را متغیرهای حالت گوییم و مقادیر آنها حالت یک سیستم فرآیندی را تعریف می کند.

معادلاتی که متغیرهای حالت (متغیرهای وابسته) را به متغیرهای مستقل مختلف مربوط می سازند به کمک اصل بقا برای کمیت های بنیادی به دست می آیند و معادلات حالت خوانده می شوند.

اصل بقا کمیت S بیان می کند که:

$$\frac{\text{جریان } S \text{ از خروجی سیستم}}{\text{زمان}} - \frac{\text{جریان } S \text{ ورودی به سیستم}}{\text{زمان}} = \frac{\text{انباشتگی } S \text{ داخل یک سیستم}}{\text{زمان}} + \frac{\text{مقدار } S \text{ مصرف شده داخل سیستم}}{\text{زمان}} - \frac{\text{مقدار } S \text{ تشکیل شده داخل سیستم}}{\text{زمان}} \quad (۱-۲)$$

کمیت S می تواند هر یک از کمیت های بنیادی جرم کل، جرم هریک از اجزا، انرژی کل یا تکانه حرکت خطی^۱ باشد.

اکنون شکل های مورد استفاده برای معادلات موازنه را مرور می کنیم. یک سیستم فرآیندی با ورودی و خروجی های متفاوت را در نظر بگیرید. داریم:

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = \sum_{i:\text{inlet}} \rho_i F_i - \sum_{j:\text{outlet}} \rho_j F_j \quad (۲-۲)$$

$$\frac{d(n_A)}{dt} = \frac{d(C_A V)}{dt} = \sum_{i:\text{inlet}} C_{Ai} F_i - \sum_{j:\text{outlet}} C_{Aj} F_j \pm rV \quad (۳-۲)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d(U + K + P)}{dt} = \sum_{i:\text{inlet}} \rho_i F_i h_i - \sum_{j:\text{outlet}} \rho_j F_j h_j \pm W \quad (۴-۲)$$

^۱Momentum

متغیرهای ظاهر شده در معادلات فوق نمایان گر موارد زیر هستند:

$$\rho = \text{چگالی ماده داخل سیستم}$$

$$\rho_i = \text{چگالی ماده در } i \text{ امین جریان ورودی}$$

$$\rho_j = \text{چگالی ماده در } j \text{ امین خروجی}$$

$$V = \text{حجم کل سیستم}$$

$$F_i = \text{دبی حجمی } i \text{ امین جریان ورودی}$$

$$F_j = \text{دبی حجمی } j \text{ امین جریان خروجی}$$

$$C_A = \text{غلظت مولی (حجم/مول) } A \text{ در سیستم}$$

$$C_{Ai} = \text{غلظت مولی } A \text{ در } i \text{ امین ورودی}$$

$$C_{Aj} = \text{غلظت مولی } A \text{ در } j \text{ امین خروجی}$$

$$r = \text{سرعت واکنش بر واحد حجم برای جزء } A \text{ در سیستم}$$

$$h_i = \text{انتالپی}^1 \text{ ویژه ماده در } i \text{ امین جریان ورودی}$$

$$h_j = \text{انتالپی ویژه ماده در } j \text{ امین جریان خروجی}$$

$$P \text{ و } K \text{ و } U = \text{انرژی‌های داخلی، جنبشی و پتانسیل}$$

$$Q = \text{مقدار گرمای مبادله شده بین سیستم و محیط اطراف آن در واحد زمان}$$

$$W = \text{کار محوری مبادله شده بین سیستم و محیط اطراف آن در واحد زمان}$$

¹ انتالپی (Enthalpy) (اندر تافت) مقدار گرمای سامانه در فشار ثابت است و با یکای ژول معرفی می شود.

طبق قرارداد کمیت ورودی سیستم را مثبت و کمیت خروجی را با علامت منفی در نظر می‌گیریم. معادلات حالت با متغیرهای مربوط به مدل ریاضی یک فرآیند را تشکیل می‌دهند و رفتار دینامیکی یا ایستایی فرآیند را مشخص می‌کنند. به کمک اعمال اصل بقا که در معادله‌ی (۲-۱) تعریف شد، دسته‌ای از معادلات دیفرانسیل با کمیت‌های بنیادی خواهیم داشت. این کمیت‌ها به عنوان متغیرهای وابسته، و زمان به عنوان متغیر مستقل در نظر گرفته می‌شود. حل معادلات دیفرانسیل چگونگی تغییر کمیت‌های بنیادی یا متغیرهای حالت با زمان یعنی رفتار دینامیکی فرآیند را تعیین خواهد نمود.

اگر متغیرهای حالت با زمان تغییر نکنند، گوییم فرآیند در حالت یکنواخت قرار دارد. در این حالت نرخ انباشتگی کمیت بنیادی S در واحد زمان صفر است و موازنه‌های حاصل به دسته‌ای از معادلات جبری تبدیل می‌گردند [۳۵].

در CSTR مورد بحث، فرض کنیم واکنش گرمازای ساده $A \rightarrow B$ در راکتور انجام می‌شود. راکتور با ماده‌ی خنک کننده‌ای که از جداره‌ی آن عبور می‌کند خنک می‌شود. کمیت‌های بنیادی وابسته‌ی راکتور چنین اند:

- جرم کل مخلوط واکنش دهنده در مخزن
- جرم ماده‌ی شیمیایی A در مخلوط واکنش
- انرژی کل مخلوط واکنش دهنده در مخزن

دو نکته‌ی مهم زیر نیز در مورد متغیرهای بنیادی وجود دارند:

- می‌توان جرم جزء B را از جرم کل و جرم جزء A به دست آورد، بنابراین کیفیت بنیائی مستقلی نیست.
- تکانه حرکت خطی CSTR در هیچ شرایطی تغییر نمی‌کند و از آن صرف نظر خواهد شد.

حال اصل بقا را برای هر کمیت بنیادی به کار می‌بریم:

موازنه‌ی جرم کلی:

$$\frac{\text{جرم کل تولید یا مصرف شده}}{\text{زمان}} \pm \frac{\text{خروج جرم کل}}{\text{زمان}} - \frac{\text{ورود جرم کل}}{\text{زمان}} = \frac{\text{انباشتگی جرم کل}}{\text{زمان}}$$

یا

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = \rho_i F_i - \rho F \pm 0 \quad (5-2)$$

که در آن

ρ_i, ρ = چگالی جریان‌های خروجی و ورودی

F, F_i = دبی حجمی جریان‌های ورودی و خروجی بر حسب ft^3/min یا m^3/min

V = حجم مخلوط واکنش در مخزن

موازنه‌ی جزء A :

$$\frac{\text{ناپدید شدن } A \text{ در اثر واکنش}}{\text{زمان}} \pm \frac{\text{خروج } A}{\text{زمان}} - \frac{\text{ورود } A}{\text{زمان}} = \frac{\text{انباشتگی } A}{\text{زمان}}$$

یا

$$\frac{d(n_A)}{dt} = \frac{d(C_A V)}{dt} = C_{Ai} F_i - rV \quad (6-2)$$

که

r = سرعت واکنش در واحد حجم

$$C_{Ai}, C_A = \text{غلظت مولی } A \text{ جریانهای ورودی و خروجی}$$

$$n_A = \text{تعداد مول های } A \text{ در مخلوط واکنش دهنده.}$$

موازنه‌ی انرژی کلی:

$$\frac{\text{انرژی کل خروجی با جریان خروجی}}{\text{زمان}} = \frac{\text{انرژی کل ورودی با خوراک}}{\text{زمان}} - \frac{\text{انباشتگی انرژی کل}}{\text{زمان}} - \frac{\text{انرژی جذب شده به وسیله ماده خنک کننده}}{\text{زمان}}$$

در موازنه‌ی فوق از کار محوری پره‌ی همزن صرفنظر کرده ایم. در این معادله، E انرژی کل، U انرژی درونی، K انرژی جنبشی و P انرژی پتانسیل مخلوط واکنش دهنده است. بنابراین با فرض این که راکتور

حرکت نمی‌کند (یعنی $\frac{dK}{dt} = \frac{dP}{dt} = 0$) از طرف چپ موازنه انرژی کل نتیجه می‌شود:

$$E = U + K + P$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d(U + K + P)}{dt} = \frac{dU}{dt}$$

چون سیستم مایع است می‌توانیم تقریب زیر را در نظر بگیریم:

$$\frac{dU}{dt} \approx \frac{dh}{dt} = \text{انباشتگی انرژی کل در ماده } CSTR \text{ در واحد زمان}$$

$$= \text{انباشتگی انتالپی کل ماده در } CSTR \text{ در واحد زمان}$$

و علاوه بر آن:

$$\rho_i F_i h_i(T_i) = \text{انرژی کل ورودی با خوراک در واحد زمان}$$

$$\rho F h(T) = \text{انرژی کل خروجی با جریان خروجی در واحد زمان}$$

که h_i انتالپی ویژه (انتالپی بر واحد جرم) جریان خوراک و h انتالپی ویژه‌ی جریان خروجی است و در نتیجه موازنه انرژی کل به معادله‌ی زیر می‌انجامد.

$$\frac{dH}{dt} = \rho_i F_i h_i(T_i) - \rho F h(T) - Q \quad (7-2)$$

که Q مقدار گرمای جذب شده توسط ماده‌ی خنک کننده در واحد زمان است.

معادلات (5-2) تا (7-2) به شکل نهایی و مناسب خود برای مطالعه‌ی کنترل فرآیند در نیامده‌اند. برای تبدیل آنها به چنین شکل‌هایی باید متغیر حالت مناسب را مشخص کنیم.

مشخص کردن جرم کل:

برای این کار به چگالی مخلوط واکنش ρ ، و حجم آن V نیاز داریم که تابعی از غلظت C_A و C_B و دمای T خواهد بود. غالباً وابستگی ρ به C_A و C_B و T ضعیف بوده و می‌توان چگالی را در طول واکنش ثابت گرفت. بنابراین از طرف چپ معادله‌ی (5-2) نتیجه می‌شود:

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = \rho \frac{dV}{dt}$$

در حالی که $\rho_i = \rho$.

با فرضیات فوق، V تنها متغیر حالتی است که برای مشخص کردن جرم کل لازم است. پس معادله‌ی (2-5) می‌شود:

$$\frac{dV}{dt} = F_i - F \quad (8-2)$$

مشخص کردن جرم جزء A :

این کار ساده است. از معادله‌ی (۶-۲) در می‌یابیم که متغیرهای حالت مورد نیاز C_A و V هستند. با عملیات ریاضی روی معادله‌ی (۶-۲) داریم:

$$\frac{d(C_A V)}{dt} = C_A \frac{dV}{dt} + V \frac{dC_A}{dt} = C_{Ai} F_i - C_A F - rV$$

که در آن سرعت واکنش از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$r = K_0 e^{-E/RT} C_A$$

معادله‌ی اخیر را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$V \frac{dC_A}{dt} = -C_A (F_i - F) + C_{Ai} F_i - C_A F - K_0 e^{-E/RT} C_A V$$

با ساده سازی داریم:

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{F_i}{V} (C_{Ai} - C_A) - K_0 e^{-E/RT} C_A V \quad (۹-۲)$$

مشخص کردن انرژی کل:

بر طبق ترمودینامیک، انتالپی یک سیستم مایع تابعی از دما و ترکیب آن است؛

$$H = H(T, n_A, n_B)$$

با مشتق گیری از معادله‌ی فوق داریم:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial T} \frac{dT}{dt} + \frac{\partial H}{\partial n_A} \frac{dn_A}{dt} + \frac{\partial H}{\partial n_B} \frac{dn_B}{dt} \quad (۱۰-۲)$$

اما

$$\frac{\partial H}{\partial T} = \rho V c_p, \quad \frac{\partial H}{\partial n_A} = \tilde{H}_A(T), \quad \frac{\partial H}{\partial n_B} = \tilde{H}_B(T)$$

که c_p ظرفیت گرمایی ویژه مخلوط واکنش کننده و $\tilde{H}_A$ و $\tilde{H}_B$ انتالپی مولی جزئی A و B هستند. علاوه بر این از معادله‌ی زیر

$$\frac{dn_A}{dt} = \frac{d(C_A V)}{dt} = C_{Ai} F_i - C_A F - rV$$

و با موازنه‌ی مشابه برای جزء B

$$\frac{dn_B}{dt} = \frac{d(C_B V)}{dt} = 0 - C_A F + rV$$

با جایگزینی کمیت‌های فوق در معادله‌ی (۲-۱۰) داریم:

$$\frac{dH}{dt} = \rho V c_p \frac{dT}{dt} + \tilde{H}_A (C_{Ai} F_i - C_A F - rV) + \tilde{H}_B (-C_A F + rV)$$

با جایگزینی این معادله در معادله‌ی موازنه‌ی کلی انرژی (۲-۷) و عملیات ریاضی و ساده سازی داریم:

$$V \frac{dT}{dt} = F_i (T_i - T) + \frac{(-\Delta H_r) rV}{c_p} - \frac{Q}{\rho c_p} \quad (۲-۱۱)$$

که در آن $(-\Delta H_r) = (\tilde{H}_A - \tilde{H}_B)$ گرمای واکنش در دمای T و $\rho = \rho_i$ و $c_p = c_{pi}$.

از معادله‌ی اخیر نتیجه می‌گیریم که دمای T متغیر حالتی است که سیستم را مشخص می‌کند. با

خلاصه کردن تمامی موارد فوق در مدل سازی ریاضی یک CSTR داریم:

$$\frac{dV}{dt} = F_i - F \quad (۲-۸)$$

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{F_i}{V} (C_{Ai} - C_A) - K_0 e^{-E/RT} C_A V \quad (۲-۹)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F_i}{V}(T_i - T) + JK_0 e^{-E/RT} C_A - \frac{Q}{\rho c_p V} \quad (11-2)$$

که در آن: $J = (-\Delta H_r) / \rho c_p$

در معادلات فوق، متغیرهای حالت را می‌توان به صورت زیر دسته بندی کرد:

متغیرهای خروجی: V, C_A, T هستند که دما را با ترموکوپل، حجم را با ونچوری^۱ متر و سلول

اختلاف فشار^۲ و غلظت را توسط آنالایزر کروماتوگراف^۳ گاز یا طیف سنج مادون قرمز که به جریان خروجی متصل می‌شود اندازه گیری می‌کنند.

متغیرهای ورودی: C_{Ai}, F_i, T_i, Q, F

اغتشاش‌ها: C_{Ai}, F_i, T_i

متغیرهای اصلاح پذیر: F, Q

زمان مرده^۴ ۱-۱-۲

موضوع مهم دیگر در مورد سیستم‌های فرآیندی وجود تاخیر زمانی^۵، زمان مرده یا تاخیر انتقال در سیستم می‌باشد. در اکثر موارد برای ساده سازی تحلیل مسئله، فرض بر این است که هرگاه تغییری در یکی از متغیرهای ورودی (اغتشاشات، متغیرهای اصلاح پذیر) به وجود آید، اثر آن به صورت آنی در متغیرهای حالت و خروجی‌ها مشاهده می‌شود. بنابراین هرگاه ترکیب خوراک، یا دمای آن یا دمای ماده‌ی خنک کننده در CSTR تغییر نماید، این اثر بلافاصله احساس می‌شود و دما یا غلظت جریان خروجی شروع به تغییر می‌کند. اما تجربه نشان داده است اگر متغیر ورودی یک سیستم تغییر نماید، اثر آن پس از یک

¹Venturi

²Differential pressure cell (DP-cell)

³Chromatograph

⁴Dead time

⁵Time delay

فاصله زمانی (کوتاه یا بلند) در خروجی ظاهر می‌شود. در این سیستم نیز تاخیر زمانی در متغیرهای سیستم ظاهر می‌شود، به این صورت که دما و غلظت داخل راکتور، همزمان با تغییر متغیرهای ورودی تغییر نخواهند کرد و اثر تغییرات با تاخیر در خروجی ظاهر می‌گردد. در ادامه تاثیر وجود تاخیر زمانی بر معادلات حالت CSTR را بررسی می‌کنیم.

در مورد سیستم CSTR مورد بحث، با اضافه شدن ترم تاخیر، ثابت دیگری نیز باید در معادلات سیستم وارد شود که به عنوان نرخ جریان بازترکیب^۱ مواد شناخته می‌شود. بدین ترتیب که اگر فرض کنیم دما و غلظت مواد واکنش دهنده بلافاصله پس از تغییر ورودی تغییر نمی‌کنند، آنگاه باید در نظر داشت که مقداری از مواد با غلظت قبلی وارد واکنش شده و مقداری از مواد نیز پس از گذشت مدت زمانی با غلظت و دمای جدید وارد واکنش می‌شوند که باعث تغییر معادلات مربوط به موازنه‌ی جرم و انرژی می‌شوند. این ثابت می‌تواند بین صفر و یک تغییر نماید، عدد صفر نمایانگر عدم ورود مواد با ویژگی‌های جدید و عدد یک نشان دهنده‌ی ورود همه‌ی مواد با اعمال تغییرات، به واکنش هستند. اگر این ثابت را با λ و تاخیر زمانی را با $\tau(t)$ نمایش دهیم، آنگاه معادلات حالت زیر برای CSTR به دست می‌آیند [۳۶]:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F_i}{V} [\lambda T_i + (1 - \lambda)T(t - \tau(t)) - T(t)] \quad (۱۲-۲)$$

$$+ JK_0 e^{-E/RT} C_A - \frac{Q}{\rho c_p V} (T(t) - T_\omega)$$

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{F_i}{V} [\lambda C_{Ai} + (1 - \lambda)C_A(t - \tau(t)) - C_A(t)] \quad (۱۳-۲)$$

$$- K_0 e^{-E/RT} V C_A(t)$$

جدول (۱-۲) پارامترهای معادلات فوق را معرفی می‌کند.

^۱Recycle flow rate

جهت ساده سازی کار با معادلات فوق، با در نظر گرفتن نمادهای زیر:

$$x_1(t) = \frac{C_{Ai} - C_A(t)}{C_{Ai}}, \quad x_2(t) = \frac{T(t) - T_i}{T_i} \left(\frac{E}{RT_i} \right) \quad (۱۴-۲)$$

$$\alpha = \frac{V}{q\lambda}, \quad t_{new} = \frac{t}{\alpha}, \quad \gamma_0 = \frac{E}{RT_i}, \quad D_a = K_0 \alpha e^{-\gamma_0},$$

$$B = J \frac{C_{Ai} E}{T_i^2 R}, \quad \beta = \frac{Q\alpha}{V \rho c_p}, \quad u(t) = \frac{T_0 - T_\omega}{T_0} \left(\frac{-E}{RT_i} \right)$$

و این نکته که $T_i = T_\omega$ می توان به معادلات بدون بعد^۱ زیر دست یافت [۳۰]:

$$\dot{x}_1 = f_1(x) + \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right) x_1(t - \tau(t)) \quad (۱۵-۲)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x) + \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right) x_2(t - \tau(t)) + \beta u \quad (۱۶-۲)$$

که در آن $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$ و

$$f_1(x) = \frac{-1}{\lambda} x_1(t) + D_a \exp \left[\frac{x_2(t)}{1 + x_2(t)/\gamma_0} \right] (1 - x_1(t)) \quad (۱۷-۲)$$

$$f_2(x) = - \left(\frac{1}{\lambda} + \beta \right) x_2(t) + B D_a \exp \left[\frac{x_2(t)}{1 + x_2(t)/\gamma_0} \right] (1 - x_1(t)) \quad (۱۸-۲)$$

متغیر حالت $x_1(t)$ وابسته به غلظت واکنش است و $0 \leq x_1(t) \leq 1$ و متغیر $x_2(t)$ وابسته و نمایان گر

دمای واکنش (بدون بعد) می باشد [۱۹]. مقادیر پارامترهای جایگزین شده نیز با توجه به جدول فوق به

صورت زیر به دست می آیند:

$$\lambda = 0.8, \quad \beta = 0.3, \quad B = 8, \quad D_a = 0.072, \quad \gamma_0 = 20$$

^۱ Dimensionless

جدول ۱-۲ پارامترهای CSTR

پارامتر	نماد	مقدار
غلظت مولی جریان خروجی	C_A	0.5 mol/L
غلظت مولی جریان ورودی	C_{Ai}	1 mol/L
دبی حجمی جریان خروجی	F	100 L/min
دبی حجمی جریان ورودی	F_i	100L/min
دمای راکتور	T	300 K
دمای ماده‌ی واکنش دهنده ورودی	T_i	350 K
متوسط دمای ماده‌ی خنک کننده	T_{ω}	350 K
حجم راکتور	V	100 L
ظرفیت گرمایی مایع درون مخزن	c_p	0.239 J/Kg
چگالی جریانهای ورودی و خروجی	ρ	1000 g/L
گرمای واکنش (مثبت)	$(-\Delta H_r)$	5×10^4 J/mol
گرمای منتقل شده بین ماده‌ی خنک کننده و مخزن	Q	5×10^4 J/minK
نرخ انرژی فعال سازی به ثابت گاز ایده ال	E/R	8750 K
ضریب سینتیک	K_0	7.2×10^{10} L/min

هنگامی که ورودی حالت $u=0$ است، سیستم با معادلات (۲-۱۷) و (۲-۱۸) دارای سه نقطه حالت دائمی می‌باشد. در این حالت، در [۷ و ۳۰] اثبات شده است که نقاط بالا و پایین حالات دائمی x_1 بستگی به حدود بالا و پایین دما داشته و به طور جانبی پایدارند و نقطه‌ی میانی ناپایدار است.

با جایگذاری $u=0$ به راحتی می‌توان سه نقطه‌ی تعادل را به صورت زیر به دست آورد:

$$x_{e1} = \begin{bmatrix} 0.1440 \\ 0.8862 \end{bmatrix}, \quad x_{e2} = \begin{bmatrix} 0.4472 \\ 2.752 \end{bmatrix}, \quad x_{e3} = \begin{bmatrix} 0.7646 \\ 4.7052 \end{bmatrix}$$

حال سیستم غیرخطی همراه با تاخیر زمانی ارائه شده با معادلات (۲-۱۵) و (۲-۱۶) را می‌توان به

صورت خطی شده حول نقطه‌ی کار (x_e, u_e) به صورت زیر نمایش داد:

$$\dot{x}(t) = A_1(x_e, u_e)(x(t) - x_e) + A_\tau(x(t - \tau(t)) - x_e) + B(u - u_e) \quad (2-19)$$

که در آن $x_e = [x_{e1} \ x_{e2}]^T$ و

$$A_1(x_e, u_e) = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx} & \frac{df_2}{dx} \end{bmatrix}^T (x_e) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\lambda} - \frac{x_{e1}}{1-x_{e1}} & \frac{x_{e1}}{(1+x_{e2}/\gamma_0)^2} \\ -\frac{Bx_{e1}}{1-x_{e1}} & -\left(\frac{1}{\lambda} - \beta\right) + \frac{Bx_{e2}}{(1+x_{e2}/\gamma_0)^2} \end{bmatrix},$$

$$A_\tau = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda} - 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} - 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \end{bmatrix}$$

با جای‌گذاری مقادیر پارامترها، ماتریس‌های زیر حاصل خواهند شد:

$$A_1^1 = \begin{bmatrix} -1.4274 & 0.0757 \\ -1.4189 & -0.9442 \end{bmatrix}, A_1^2 = \begin{bmatrix} -2.0508 & 0.3958 \\ -6.4066 & 1.6168 \end{bmatrix}, A_1^3 = \begin{bmatrix} -4.5279 & 0.3167 \\ -26.2228 & 0.9837 \end{bmatrix}$$

$$B^1 = B^2 = B^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3 \end{bmatrix}, \quad A_r^1 = A_r^2 = A_r^3 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

ماتریس‌های فوق که بیان‌گر سیستم خطی در نقاط کار مختلف هستند در فصول بعد جهت طراحی

کنترل کننده‌های مورد نظر استفاده خواهند شد.

فصل سوم

طراحی کنترل کننده

این فصل به بررسی و طراحی سیستم کنترل بر اساس تئوری PDC و همچنین تئوری‌های کنترل مقاوم، براساس نامساوی‌های ماتریسی می‌پردازد. برای این کار، ابتدا مدل فازی از سیستم غیرخطی دارای تاخیر زمانی ارائه شده و مسائل مربوط به پایداری و پایدارسازی برای مدل فازی T-S مربوط به سیستم دارای تاخیر زمانی بررسی خواهد گردید. پایداری سیستم فازی بدون تحریک^۱ یکی از مباحث مهم بوده و در آن، شرایط پایداری جهت پایدارسازی سیستم فازی تاخیردار از دیدگاه لیاپانوف^۲ بررسی خواهد شد. در ادامه نیز، طراحی کنترل کننده فازی و کنترل کننده مقاوم با توجه به شرایط پایدارسازی و استفاده از حل نامساوی‌های ماتریسی ارائه می‌شود. در پایان نیز مباحث مربوط به بهینه سازی و روش استفاده شده در این پایان نامه تشریح خواهد شد.

۳-۱ طراحی کنترل کننده فازی بر اساس مفهوم PDC

روش PDC، تمهیدی است جهت طراحی کنترل کننده فازی، بر اساس مدل فازی T-S ارائه شده از سیستم غیرخطی. برای رسیدن به این هدف، ابتدا بایستی مدل سیستم تحت کنترل به وسیله‌ی سیستم فازی T-S ارائه شود.

در این بخش ابتدا به مقدمه ای در مورد سیستم‌های فازی پرداخته و سپس اصول کلی مدل سازی فازی T-S را بررسی می‌کنیم.

^۱Unforced
^۲Lyapunov

در جهان واقعیات، بسیاری از مفاهیم را آدمی به صورت فازی (به معنای غیر دقیق، ناواضح، و مبهم) درک می‌کند و به کار می‌بندد. به عنوان نمونه، هر چند کلمات و مفاهیمی مانند گرم، سرد، بلند، کوتاه، و نظائر این‌ها به عدد خاص و دقیقی اشاره ندارند، ذهن انسان با سرعت و با انعطاف پذیری شگفت‌آوری همه را می‌فهمد و در تصمیمات و نتیجه‌گیری‌های خود به حساب می‌گیرد. این، در حالی است که ماشین فقط اعداد را می‌فهمد و اهل دقت است.

برای مقابله‌ی مؤثر با پیچیدگی روزافزون در بررسی، مطالعه، مدل‌سازی و حل مسائل جدید در فیزیک، مهندسی، پزشکی، زیست‌شناسی، و بسیاری از امور گوناگون دیگر ایجاد و ابداع روشهای محاسباتی جدیدی مورد نیاز است که بیش از پیش به شیوه‌های تفکر و تعلم خود انسان نزدیک باشد. هدف اصلی آنست که تا حد امکان، رایانه‌ها بتوانند مسائل و مشکلات بسیار پیچیده‌ی علمی را با همان سهولت و شیوایی بررسی و حل و فصل کنند که ذهن انسان قادر به ادراک و اخذ تصمیمات سریع و مناسب است. بنابراین هدف شیوه‌های نو در علوم کامپیوتر آن است که ابتدا رمز و راز اینگونه توانایی‌ها را از انسان بیاموزد و سپس آنها را تا حد امکان به ماشین یاد بدهد.

منطق فازی، یکی از راه‌های ارائه‌ی قوانین زبانی^۱ به زبان ماشین است که با رشد و توسعه‌ی بسیاری که از زمان ارائه خود در سال ۱۹۶۵ تاکنون یافته است توانسته است به یکی از مباحث مهم علمی تبدیل شود.

تئوری فازی نیز مانند اکثر پدیده‌های علمی در اوایل دوران خود یک دوره مناقشه انگیز را پشت سر گذاشته است. در دهه‌ی ۱۹۶۰ پژوهشگران بسیاری با این تئوری مخالفت کرده و آنرا در تقابل با قواعد اساسی علمی می‌دیدند. برخی ریاضیدانان بر این باور بودند که تئوری احتمالات می‌تواند به خوبی و یا حتی

^۱Linguistic

بهرتر از این منطق جدید کار کند. برخی منتقدان نیز معتقد بودند که تئوری فازی ناشی از توهم است! زیرا پیچیدگی‌های سیستم کنترلی را در انتخاب مجموعه قوانین فازی مخفی می‌کند، یا اینکه منطق فازی تنها کمی‌بیش از بیان مجدد روش‌های سنتی آماری و با نامی جدید و مبهم است. در اواخر دهه‌ی ۶۰ میلادی و اوایل دهه ۷۰، منطق فازی به رشد خود به عنوان یک زمینه‌ی علمی مستقل ادامه داد و برخی دیگر از مقدمات اساسی با مفهوم فازی، مانند الگوریتم‌های فازی [۳۷]، تصمیم‌گیری فازی^۱ [۳۸] به وجود آمدند. در سال ۱۹۷۳، لطفی زاده در مقاله‌ی [۳] به تثبیت مبانی کنترل فازی پرداخت. او در این مقاله به معرفی مفهوم متغیرهای زبانی و استفاده از قوانین فازی اگر- آنگاه جهت فرمول بندی دانش انسانی پرداخت. ضمن اینکه، کاربردهای اولیه کنترل فازی در سیستم‌های حقیقی، مانند کنترل کننده‌ی ماشین بخار [۳۹] و کنترل کننده‌ی کوره‌ی سیمان در دانمارک، نشان داد که حوزه‌ی فازی می‌تواند قابل اطمینان و کارآ باشد. اگرچه تئوری فازی، در آن سال‌ها، هنوز توسط برخی از محققان به خاطر پیوند با هوش مصنوعی و فقدان اعتبار در صنایع نادیده گرفته می‌شد، اتفاقات بزرگ بعدی تا حد زیادی دانشمندان را به کار در این زمینه مشتاق کرد. در دهه‌ی ۸۰، سوگنو کنترل فازی را بر روی دستگاه تصفیه‌ی آب شرکت فوجی الکتریک^۲ اعمال کرد [۴۰]. او همچنین از پیشگامان استفاده از ربات فازی در کنترل کننده‌ی پارک خودکار اتومبیل [۴۱] بود. در حاشیه‌ی دومین کنفرانس سالانه‌ی بین‌المللی انجمن سیستم‌های فازی^۳ در سال ۱۹۸۷، یاماکاو^۴ استفاده از سیستم فازی را در متعادل کردن آونگ وارونه نشان داد. رشد سریع مفهوم

^۱Fuzzy decision making

^۲Fuji Electric

^۳International Fuzzy Systems Association Conference

^۴Yamakawa

فازی در ژاپن در دهه‌ی ۹۰ کمک بسیاری به ترویج سیستم‌های فازی نمود. جوامع علمی مختلف با حوزه‌ی فازی پیوند برقرار کرده و کاربردهای سودمندی از این مفهوم جدید نه تنها در صنعت، که در تولیدات مربوط به مصرف کنندگان، مانند دوربین‌های ویدئویی و ماشین‌های لباس شویی، به منصفی ظهور رسید[۹].

تا به حال، سیستم‌های فازی توانسته اند در کاربردهای گوناگون در دنیای واقعی موفق باشند. ضمن اینکه مقالات منتشر شده‌ی بسیاری نیز به مباحث تئوری این بخش و تقویت آن پرداخته اند و روش‌های گوناگونی در زمینه‌های تحلیل، مدل‌سازی، طراحی، کنترل و نظارت سیستم‌های فازی وجود دارد.

۳-۱-۲ سیستم‌های فازی T-S

استفاده از روش‌های فازی در مدل‌سازی سیستم‌های غیرخطی پیچیده ای که در مورد آنها ابزارهای کلاسیک، به خاطر عدم دقت کافی یا پیچیدگی بیش از اندازه، ناموفق عمل می‌کنند، می‌تواند بسیار سودمند باشد. همانند شبکه‌های عصبی، سیستم‌های فازی به خاطر توانایی‌های خود در تقریب زدن سیستم‌های مختلف با دقت دلخواه [۴۲-۴۶]، به عنوان تقریب -زنده‌های جامع^۱ شناخته شده اند. در این بین، روش‌های مختلفی از جمله خوشه بندی^۲ فازی [۲]، روش‌های آموزش فازی-عصبی [۴۷] و حداقل مربعات متعامد^۳ [۴۵] نیز جهت مدل سازی بر اساس مجموعه داده‌ها ارائه شده و مقالات متعدد و با ارزشی نیز در مورد روش‌های دیگر مدل سازی فازی [۴۸-۵۰] انتشار یافته است.

^۱Universal approximators

^۲Clustering

^۳Orthogonal least squares

مدل فازی، می‌تواند ایستا^۱ یا پویا^۲ باشد. در مقالات ذکر شده، انواع مختلف مدل‌های فازی ارائه شده که در آنها سیستم‌های مبتنی بر قوانین فازی، که در آنها روابط بین متغیرها به وسیله‌ی قوانین اگر-آنگاه بیان می‌شود، استفاده‌ی بسیار گسترده‌ای دارند. این سیستم‌ها شامل مدل‌های ممدانی، مدل‌های روابط فازی و مدل T-S می‌باشند. در این پایان نامه از مدل فازی نوع T-S، که در قسمت تالی آنها از توابع ثابت به جای شروط فازی استفاده می‌شود جهت مدل سازی سیستم غیرخطی استفاده خواهد شد.

سیستم‌های فازی T-S به عنوان ابزاری رایج در سالهای اخیر مورد استفاده قرار گرفته اند [۹]. یک سیستم فازی T-S ساده، از یک مدل فازی ساده تشکیل شده است که در قسمت تالی خود از یک تابع استفاده می‌کند [۵۰]. خصوصیت اصلی این نوع سیستم‌فازی، قابلیت ارائه‌ی صریح دینامیک‌های محلی هر قانون با استفاده از یک سیستم خطی می‌باشد [۳۴]. اکثر پیشرفت‌های اخیر در زمینه‌ی مدل سازی فازی بر پایه‌ی استفاده از این نوع سیستم‌ها با قوانین خطی در قسمت تالی بنا شده است [۹] و با استفاده از این نوع سیستم فازی می‌توان تقریبی از دینامیک‌های سیستم‌های غیرخطی را به دست آورد [۵۱ و ۵۲]. در حقیقت، این واقعیت اثبات شده است که سیستم‌های T-S توانایی تقریب زدن هر نوع سیستم دینامیکی غیرخطی هموار^۳ را دارا هستند [۵۳ و ۵۴].

۳-۱-۳ مدل فازی T-S سیستم غیرخطی

اگر معادلات حاکم بر سیستم غیرخطی را به صورت زیر فرض کنیم:

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g_1(x(t)) u(t) + g_2(t)w(t), \quad (1-3)$$

که در آن

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T \in R^n,$$

¹Static

²Dynamic

³Smooth

متغیرهای حالت،

$$u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)]^T \in R^m,$$

بردار متغیرهای ورودی، و

$$w(t) = [w_1(t), w_2(t), \dots, w_n(t)]^T \in R^n,$$

ارائه گر بردار مربوط به اغتشاشات ناشناخته، اما دارای محدودیت $\|w(t)\| \leq w_{bd}$ می‌باشند.

حال معادلات فوق را در فضای حالت به شکل زیر نمایش می‌دهیم:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t)$$

$$z(t) = Cx(t) + D_u u(t) + D_w w(t) \quad (2-3)$$

$$y(t) = Ex(t) + D_{yu} u(t) + D_{yw} w(t)$$

که در آن بردارهای $z(t) \in R^{n_1}$ و $y(t) \in R^{n_2}$ به ترتیب خروجی‌های کنترل شده و خروجی‌های اندازه‌گیری شده هستند. بردارهای $x(t), w(t), u(t)$ نیز طبق تعریف در معادله ی (۱-۳) می‌باشند. بردارهای $A, B_u, B_w, C, D_u, D_w, E, D_{yu}, D_{yw}$ نیز بردارهایی حقیقی و ثابت هستند که با ابعاد مناسب انتخاب می‌شوند.

مدل فازی T-S این سیستم غیرخطی را می‌توان به شکل زیر نمایش داد:

Model Rule i :

IF $p_1(t)$ **is** $M_{i1}, \dots, p_l(t)$ **is** M_{il} , **THEN**

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_{ui} u(t) + B_{wi} w(t)$$

$$z(t) = C_i x(t) + D_{ui} u(t) + D_{wi} w(t) \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (3-3)$$

$$y(t) = E_i x(t) + D_{yui} u(t) + D_{ywi} w(t)$$

در معادلات فوق، $p(t)=[p_1(t), p_2(t), \dots, p_l(t)]$ بردار متغیرهای مقدم را مشخص می‌کند و i امین مؤلفه‌ی آن با $p_i(t)$ نمایش داده می‌شود و توابع تعلق فازی که مربوط به i امین قانون و l امین متغیر مقدم می‌باشند نیز با M_{il} نمایش داده می‌شوند. هر $p_i(t)$ کمیتی قابل اندازه‌گیری و متغیر با زمان است و در حالت کلی می‌تواند تابعی از متغیرهای حالت، اغتشاشات خارجی و یا زمان باشد. هر قانون با دوتابع از $p(t)$ همراه است. یکی از این توابع، بیان‌کننده میزان درستی متغیر مقدم یا در واقع میزان تعلق متغیر مقدم به تابع تعلق مزبور را مشخص می‌کند و شاخص صحت^۱ نامیده می‌شود و با رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$\omega_i(p(t)) = \prod_{j=1}^l M_{ij}(p(t)), \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (4-3)$$

که در آن، عبارت $M_{ij}(p(t))$ میزان تعلق متغیر $p(t)$ را به تابع تعلق M_{ij} مشخص می‌کند.

در این پایان‌نامه فرض می‌شود که:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r \omega_i(p(t)) > 0, \\ \omega_i(p(t)) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (5-3)$$

دومین تابع که تابع احتمال آتش^۲ نامیده می‌شود، برای i امین قانون به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_i(p(t)) = \frac{\omega_i(p(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(p(t))}, \quad (6-3)$$

که در آن r شماره‌ی قانون را در مجموعه‌ی قوانین مشخص می‌کند. با توجه به (۵-۳) برای تمام زمانهای t داریم:

$$h_i(p(t)) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

¹Truth value

²Firing probability

در این پایان نامه برای رعایت اختصار از عبارت $h_i(p)$ به جای $h_i(p(t))$ استفاده می‌شود.

با استفاده از سیستم فازی در ترکیب مدل‌های به‌دست آمده، مدل کلی زیر استنتاج می‌گردد:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r \omega_i(p(t)) [A_i x(t) + B_{ui} u(t) + B_{wi} w(t)]}{\sum_{i=1}^r \omega_i(p(t))} \quad (۷-۳)$$

$$= \sum_{i=1}^r h_i(p) [A_i x(t) + B_{ui} u(t) + B_{wi} w(t)],$$

$$z(t) = \frac{\sum_{i=1}^r \omega_i(p(t)) [C_i x(t) + D_{ui} u(t) + D_{wi} w(t)]}{\sum_{i=1}^r \omega_i(p(t))}$$

$$= \sum_{i=1}^r h_i(p) [C_i x(t) + D_{ui} u(t) + D_{wi} w(t)],$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r \omega_i(p(t)) [E_i x(t) + D_{yui} u(t) + D_{ywi} w(t)]}{\sum_{i=1}^r \omega_i(p(t))}$$

$$= \sum_{i=1}^r h_i(p) [E_i x(t) + D_{yui} u(t) + D_{ywi} w(t)],$$

و مدل حلقه باز سیستم غیرخطی مزبور نیز به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(p) [A_i x(t)]. \quad (۸-۳)$$

مدل‌سازی فازی T-S در سال‌های اخیر به سیستم‌های غیرخطی تاخیردار [۱۹] نیز بسط داده شده است. تحقیقات بسیاری نیز در مورد مدل تاخیر دار این نوع سیستم فازی صورت گرفته [۵۵ و ۵۶] و به مباحث مربوط به تحلیل پایداری این نوع سیستم‌ها و طراحی کنترل کننده‌های مختلف برای آنها پرداخته

شده است. با توجه به مدل به دست آمده از راکتور شیمیایی پیوسته و وجود تاخیر زمانی در معادلات آن، در این قسمت مدل فازی سیستم غیرخطی تاخیردار ارائه می شود.

در صورتی که در سیستم غیرخطی، تاخیر زمانی وجود داشته باشد و این تاخیر به صورت زیر در متغیرهای حالت سیستم غیرخطی ظاهر شود؛

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + f_2(x(t - \tau(t))) + g_1(x(t)) u(t) + g_2(t) w(t) \quad (9-3)$$

آنگاه فرم فضای حالت سیستم را می توان به صورت زیر نشان داد:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_\tau x(t - \tau(t)) + B_u u(t) + B_w w(t)$$

$$z(t) = Cx(t) + C_\tau x(t - \tau(t)) + D_u u(t) + D_w w(t) \quad (10-3)$$

$$y(t) = Ex(t) + E_\tau x(t - \tau(t)) + D_{yu} u(t) + D_{yw} w(t)$$

که در آن A_τ ، C_τ و E_τ بردارهای با بعد مناسب و بقیه ی بردارها نیز به مانند معادله ی (۳-۲) فرض می شود. تابع تاخیر زمانی $\tau(t)$ نیز ناشناخته و متغیر با زمان، اما از لحاظ زمانی پیوسته، مشتق پذیر و محدود می باشد. یعنی:

$$\begin{cases} \tau(t) \leq \tau_0 \\ \dot{\tau}(t) \leq \beta < 1 \end{cases} \quad (11-3)$$

حال مدل فازی T-S این سیستم غیرخطی تاخیردار را می توان به صورت زیر ارائه داد:

Model Rule i :

IF $p_1(t)$ **is** M_{i1} , . . . , $p_l(t)$ **is** M_{il} , **THEN**

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + A_{\tau i} x(t - \tau(t)) + B_{ui} u(t) + B_{wi} w(t)$$

$$z(t) = C_i x(t) + C_{\tau i} x(t - \tau(t)) + D_{ui} u(t) + D_{wi} w(t) \quad (12-3)$$

$$y(t) = E_i x(t) + E_{\tau i} x(t - \tau(t)) + D_{yui} u(t) + D_{ywi} w(t)$$

$$x(t) \in \phi(t), \quad t \in [-\tau_0, 0], \quad i = 1, 2, \dots, r$$

که $\phi(t)$ بیانگر بردار شرایط اولیه متغیرهای حالت است. مدل کلی این سیستم با استفاده از ترکیب سیستم‌های فازی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(p) [A_i x(t) + A_{\tau i} x(t - \tau(t)) + B_{ui} u(t) + B_{wi} w(t)] \\ z(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(p) [C_i x(t) + C_{\tau i} x(t - \tau(t)) + D_{ui} u(t) + D_{wi} w(t)] \quad (13-3) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(p) [E_i x(t) + E_{\tau i} x(t - \tau(t)) + D_{yui} u(t) + D_{ywi} w(t)] \end{aligned}$$

و مدل سیستم حلقه باز نیز به صورت زیر می‌باشد.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(p) [A_i x(t) + A_{\tau i} x(t - \tau(t))]. \quad (14-3)$$

در این پایان نامه تمامی توابع تعلق پیوسته، مشتق پذیر و فازی زدایی^۱ نیز پیوسته فرض شده است.

۳-۱-۴ تحلیل پایداری سیستم حلقه باز

در بحث پایداری سیستم (۱۴-۳) از منظر لیاپانوف، مباحث مفیدی [۱۹] شامل سیستم با تاخیر زمانی مستقل از زمان و تاخیر زمانی متغیر با زمان ارائه شده که جهت رعایت اختصار، در اینجا به شرایط پایداری برای سیستم تاخیردار با تاخیر زمانی وابسته به زمان می‌پردازیم.

^۱Deffuzification

قضیه ۱:

سیستم فازی $T-S$ حلقه باز ارائه شده در معادله (۳-۱۴)، به صورت مجانبی پایدار سراسری^۱ است، اگر بتوان ماتریس‌های $P > 0$ و $S > 0$ را طوری یافت که نامساوی زیر برقرار باشد [۱۹].

$$A_i^T P + P A_i + P A_{\tau i} S^{-1} A_{\tau i}^T P + S < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (۳-۱۵)$$

اثبات:

تابع لیاپانوف را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$V(x(t)) = x(t)^T P x(t) + \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) S x(s) ds. \quad (۳-۱۶)$$

که در آن ماتریس‌های P و S بایستی انتخاب شوند.

با مشتق‌گیری از معادله (۳-۱۶) و اعمال معادله سیستم حلقه باز در آن داریم:

$$\dot{V}(x(t)) = \sum_{i=1}^r h_i(p) \left[x^T(t) (A_i^T P + P A_i) x(t) + 2x^T(t) P A_{\tau i} x(t - \tau(t)) \right] \quad (۳-۱۷)$$

$$- (1 - \dot{\tau}(t)) x^T(t - \tau(t)) S x(t - \tau(t)) + x^T(t) S x(t)$$

با توجه به نامساوی زیر

$$2x^T(t) P A_{\tau i} x(t - \tau(t)) \leq x^T(t) P A_{\tau i} S^{-1} A_{\tau i}^T P x(t) + x^T(t - \tau(t)) S x(t - \tau(t)) \quad (۳-۱۸)$$

نتیجه‌ی زیر حاصل می‌گردد:

^۱Globally

$$\dot{V}(x(t)) \leq \sum_{i=1}^r h_i(p) \left[x^T(t) (A_i^T P + P A_i + P A_{\tau i} S^{-1} A_{\tau i}^T P) x(t) \right. \\ \left. + x^T(t - \tau(t)) S x(t - \tau(t)) \right] + x^T(t) S x(t) - x^T(t - \tau(t)) S x(t - \tau(t)) \quad (۱۹-۳)$$

از رابطه‌ی (۱۹-۳) به روشنی می‌توان نتیجه گرفت که رابطه‌ی زیر برقرار است،

$$\dot{V}(x(t)) \leq \sum_{i=1}^r h_i(p) \left[x^T(t) (A_i^T P + P A_i + P A_{\tau i} S^{-1} A_{\tau i}^T P + S) x(t) \right] \quad (۲۰-۳)$$

حال اگر شرط قضیه، یعنی رابطه‌ی (۱۵-۳) برقرار باشد، آنگاه شرط پایداری لیاپانوف $\dot{V}(x(t)) < 0$ ، برقرار بوده و قضیه اثبات می‌شود [۱۹]. ■

۳-۱-۵ نامساوی‌های ماتریسی خطی

اخیراً، دسته‌ای از روش‌های بهینه سازی عددی بنام LMI، توجه بسیاری را به خود معطوف داشته است. این مسائل قابل ارائه به صورت چند جمله‌ای‌ها و حداقل از لحاظ تئوری قابل حل می‌باشند. روش‌های نقاط درونی^۱ [۵۷] که برای حل این دسته از مسائل بسیار کارساز و مفیدند در سال‌های اخیر رشد بسیاری یافته اند. اهمیت بهینه سازی LMI در کنترل، این حقیقت است که بسیاری از مسائل کنترلی مختلف، قابل ارائه به صورت LMI هستند که بجز موارد معدود، این مسائل راه حل تحلیلی ندارند. شاید مهمترین نکته نیز همین باشد که در چهارچوب LMI این مسائل در هر شکلی به صورت عددی قابل حل هستند. بنابراین، طرح ریزی یک مسئله‌ی کنترلی به صورت LMI، معادل با پیدا کردن یک جواب برای مسئله‌ی اصلی است.

تعریف ۱:

یک عبارت LMI ، نامساوی ماتریسی به فرم زیر می‌باشد:

^۱Interior-point method

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0, \quad (21-3)$$

که در آن $x^T = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ بردار متغیرها بوده و ماتریس‌های متقارن $F_i = F_i^T \in R^{n \times n}$, $i = 0, 1, \dots, m$ مفروض اند. علامت نامساوی >0 نشان دهنده‌ی این است که $F(x)$ مثبت معین^۱ است [۵۸]. ■

عبارت LMI ارائه شده در (۳-۳۳) یک قید محدب بر روی x است که در آن، عبارت $\{x | F(x) > 0\}$ محدب است. رابطه‌ی (۳-۳۳) همچنین می‌تواند بیانگر محدودیت‌های محدب مختلفی بر روی x باشد. بخصوص مسائلی از قبیل نامساوی‌های خطی، نامساوی‌های درجه دوم محدب^۲، نرم‌های ماتریسی و محدودیت‌های بوجود آمده در تئوری‌های کنترل، مانند تئوری لیاپانوف، همگی می‌توانند به صورت LMI طرح ریزی شوند. عبارات چندگانه‌ی LMI مانند $F^{(i)} > 0$, $i = 1, 2, \dots, p$ را می‌توان به صورت قطری $diag(F^{(1)}, \dots, F^{(p)}) > 0$ ارائه کرد.

در عبارت LMI، متغیرها معمولاً ماتریس‌ها هستند. به عنوان مثال در نامساوی لیاپانوف؛

$$A^T P A - P < 0 \quad (22-3)$$

که $A \in R^{n \times n}$ مفروض و $P^T = P$ متغیر است. در این مورد، LMI را نمی‌توان صریحاً به صورت $F(x) > 0$ نوشت و ممکن است به محاسبات و پردازش بیشتری احتیاج باشد. اما اگر بخواهیم آن را به فرم (۳-۳۳) درآوریم بایستی $F_0 = 0$ و $F_i = -A^T P A + P$ انتخاب شوند.

تعریف ۲:

عبارت $F(x) > 0$ را در نظر بگیرید. مسئله‌ی LMI عبارت است از، یافتن یک جواب x^{feas} طوری که

$F(x^{feas}) > 0$ باشد یا مشخص نمودن اینکه به دست آوردن جواب برای LMI امکان پذیر نیست [۵۸]. ■

^۱Positive define

^۲Convex quadratic Inequalities

مسائل LMI از هر دو دیدگاه تئوری و تجربی قابل بررسی هستند. از دیدگاه تئوری می‌توان آنها را به صورت چند جمله‌ای‌ها حل نمود. در عمل نیز این مسائل با استفاده از ابزارهای قدرتمند در برنامه‌ریزی‌های عددی قابل حل می‌باشند [۳۴].

شرایط پایداری بیان شده در این پایان نامه به صورت LMI بیان شده اند. این طرح ریزی از آن جهت سودمند است که در این صورت، الگوریتم‌های کارآمد بهینه سازی محدب قابل استفاده در تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده می‌باشند. این طرح ریزی، مجموعه جواب‌های LMI را با مدل فازی T-S و طراحی PDC ترکیب می‌کند [۳۴]. روش ارائه شده در قسمت قبل، شامل یک رویه‌ی تکراری است. برای هر قانون فازی، کنترل کننده ای فقط بر اساس خواسته‌های کارایی محلی طراحی می‌شود. سپس از تحلیل پایداری مبتنی بر LMI استفاده می‌شود تا شرایط پایداری بررسی شود. در صورتی که این شرایط برآورده نشوند کنترل کننده‌ی هر قانون باید دوباره طراحی شود. به هر حال، از نقطه نظر طراحی کنترل، روشی که طی آن کنترل کننده‌ای طراحی شود که همزمان شرایط پایداری و کارایی سیستم حلقه بسته را تضمین نماید، بیشتر مورد پسند است. این موضوع در مورد مسائل کنترل در قالب مدل فازی T-S و کنترل PDC نیز صدق می‌کند.

نتایج قضیه ۱ را می‌توان به صورت یک دستگاه LMI نشان داد. با استفاده از مکمل شور، LMI های معادل رابطه‌ی (۳-۱۵) به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + P A_i + S & P A_{\tau i} \\ A_{\tau i}^T P & -S \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (۳-۲۳)$$

نتیجه ۱:

سیستم نمایش داده شده با معادله‌ی (۳-۱۵) به صورت مجانبی پایدار سراسری است، اگر دو ماتریس $P > 0$ و $S > 0$ را بتوان یافت به طوری که LMI های (۳-۲۱) برقرار باشد [۱۹].

۳-۱-۶ طراحی کنترل کننده براساس PDC

در مرجع [۱۲] از مفهوم PDC جهت طراحی کنترل کننده‌ی فازی برای پایداری سیستم فازی استفاده شده است. ایده‌ی کلی، طراحی یک جبران‌ساز منحصر به فرد برای هر قانون مدل فازی است [۳۴]. کنترل کننده‌ی فازی نهایی، که در حقیقت غیرخطی است، از ترکیب فازی این کنترل کننده‌های مجزا به دست می‌آید. کنترل کننده‌ی فازی طراحی شده، در قسمت مقدم^۱ خود از همان مقدم قواعد سیستم فازی به کار گرفته شده در مدل فازی T-S، استفاده می‌کند [۳۴].

در واقع فرم کلی کنترل کننده‌ی PDC به صورت زیر است:

Control Part Rule i :

IF $p_1(t)$ **is** M_{i1} , ..., $p_l(t)$ **is** M_{il} , **THEN**

$$u(t) = -F_i x(t), \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (۲۴-۳)$$

در اینجا هر قانون فازی دارای یک کنترل کننده در قسمت تالی خود می‌باشد. کنترل کننده‌ی فازی نهایی با استفاده از ترکیب فازی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u(t) = -\frac{\sum_{i=1}^r \omega_i(p(t)) F_i x(t)}{\sum_{i=1}^r \omega_i(p(t))} = -\sum_{i=1}^r h_i(p) F_i x(t), \quad (۲۵-۳)$$

کنترل کننده‌ی فازی در قسمت تالی خود بهره‌های فیدبک‌های محلی F_i را ارائه می‌دهد. با استفاده از PDC می‌توان به یک رویه‌ی ساده و طبیعی جهت سروکار داشتن با سیستم‌های غیرخطی دسترسی داشت [۳۴]. در حالی که روش‌های غیرخطی معمولاً به دانش خاص و نسبتاً پیچیده‌تر احتیاج دارد.

با جایگذاری رابطه‌ی (۲۳-۳) در (۱۳-۳) و صرف نظر از ترم اغتشاشات می‌توان معادله‌ی سیستم حلقه بسته را به صورت زیر نمایش داد:

^۱Premise

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(p) h_j(p) \left[(A_i - B_i F_j) x(t) + A_{\tau i} x(t - \tau(t)) \right] \\
&= \sum_{i=1}^r h_i^2(p) [G_{ii} x(t) + A_{\tau i} x(t - \tau(t))] \\
&+ \sum_{i=1}^r h_i(p) h_j(p) \left[(G_{ij} + G_{ji}) x(t) + (A_{\tau i} + A_{\tau j}) x(t - \tau(t)) \right]
\end{aligned} \tag{۲۶-۳}$$

که در آن $G_{ij} = A_i - B_i F_j$.

۳-۱-۷ تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته

تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته یکی از مهم‌ترین مباحث کنترلی بوده که در این قسمت، از منظر لیاپانوف، بدان می‌پردازیم. قضیه زیر، که در خلال محاسبات و تحقیقات این پایان نامه به دست آمد بیان‌گر شرایط لازم برای پایداری سیستم تاخیر دار حلقه بسته با کنترل کننده فیدبک حالت است.

قضیه ۲:

سیستم حلقه بسته‌ی (۲۶-۳) به صورت سراسری پایدار مجانبی است، اگر ماتریس‌های $P > 0$ و $S > 0$ وجود داشته باشند، به طوری که نامساوی‌های زیر برقرار باشد:

$$P G_{ii} + G_{ii}^T P + P A_{\tau i} S^{-1} A_{\tau i}^T P + S < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r. \tag{۲۷-۳}$$

$$P (G_{ij} + G_{ji}) + (G_{ij} + G_{ji})^T P + P (A_{\tau i} S^{-1} A_{\tau i}^T + A_{\tau j} S^{-1} A_{\tau j}^T) P + 2S \leq 0. \tag{۲۸-۳}$$

اثبات:

با انتخاب تابع لیاپانوف به صورت (۱۶-۳) و مشتق گیری از آن و جایگذاری معادلات سیستم حلقه بسته در آن داریم:

$$\dot{V}(x(t)) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(p) h_j(p) \left[x^T(t) (G_{ii}^T P + P G_{ii}) x(t) + 2x^T(t) P A_{\tau i} x(t - \tau(t)) \right] \quad (29-3)$$

$$+ x^T(t) S x(t) - (1 - \dot{\tau}(t)) x^T(t - \tau(t)) S x(t - \tau(t)).$$

با استفاده از این حقیقت [34] که برای هر دو بردار x_1 و x_2 و ماتریس Y داریم:

$$x_1^T Y x_2 + x_2^T Y x_1 \leq x_1^T Y R^{-1} x_1 + x_2^T Y x_2 \quad (30-3)$$

می‌توان به نامساوی زیر رسید:

$$\dot{V}(x(t)) \leq \sum_{i=1}^r h_i^2(p) x^T(t) \Theta_{ii} x(t) + \sum_{i,j=1, i < j}^r h_i(p) h_j(p) x^T(t) \Theta_{ij} x(t) \quad (31-3)$$

که در آن:

$$\Theta_{ii} = P G_{ii} + G_{ii}^T P + P A_{\tau i} S^{-1} A_{\tau i}^T P + S,$$

$$\Theta_{ij} = P (G_{ij} + G_{ji}) + (G_{ij} + G_{ji})^T P + 2S \quad (32-3)$$

$$+ P (A_{\tau i} + A_{\tau j}) (2S)^{-1} (A_{\tau i} + A_{\tau j})^T P, \quad i \neq j.$$

حال اگر شرایط قضیه برقرار باشد با توجه به روابط $h_i(p(t)) \geq 0$ و $\sum_{i=1}^r h_i(p(t)) > 0$ به روشنی می‌توان

■

دید که $\dot{V}(x(t)) < 0$ و قضیه اثبات می‌شود.

می‌توان شرایط قضیه ۲ را نیز به صورت LMI بیان کرد. با استفاده از مکمل شور، نامعادلات (3-27) و (3-33)

(28) به ترتیب با LMI های (3-33) و (3-34) معادل می‌باشند.

$$\begin{bmatrix} P G_{ii} + G_{ii}^T P + S & P A_{\tau i} \\ A_{\tau i}^T P & -S \end{bmatrix} < 0. \quad (33-3)$$

$$\begin{bmatrix} P(G_{ij} + G_{ji}) + (G_{ij} + G_{ji})^T P + 2S & P(A_{\tau i} + A_{\tau j}) \\ (A_{\tau i} + A_{\tau j})^T P & -2S \end{bmatrix} \leq 0, \quad i < j \quad (34-3)$$

نتیجه ۲:

سیستم حلقه بسته‌ی (۲۶-۳) به صورت سراسری پایدار مجانبی است، اگر ماتریس‌های $P > 0$ و $S > 0$ وجود داشته باشند، به طوری که LMI های (۳۳-۳) و (۳۴-۳) برقرار باشند.

در اینجا مسئله، طراحی و یافتن ماتریس‌های بهره‌ی F_i است به طوری که شرایط قضیه ۲ برقرار باشند. روش کار به این صورت است که ابتدا برای هر قانون فازی، یک کنترل کننده‌ی مجزا طراحی می‌شود و سپس به بررسی قضیه ۲ در مورد آن می‌پردازیم. در تحلیل این شرایط می‌توان از روش‌های برنامه‌ریزی محدب^۱ LMI استفاده نمود. اگر شرایط پایداری برقرار نشد، باید این رویه تکرار شود تا به کنترل کننده‌ی پایدار ساز مورد نظر دست یافت. در قسمت بعد، به ارائه‌ی روشی برای دست یابی مستقیم به این هدف از طریق LMI خواهیم پرداخت.

۳ - ۲ طراحی کنترل کننده‌ی پایدار ساز از طریق LMI

۳ - ۲ - ۱ طراحی پایدار ساز فیدبک حالت از طریق LMI

مسئله‌ی طراحی پایدار ساز را به صورت جزء به جزء شرح می‌دهیم:

ابتدا مدل فازی سیستم تاخیردار را در نظر گرفته، قانون کنترل PDC را برای آن طوری طراحی می‌کنیم که سیستم حلقه بسته پایدار باشد. در این مسئله متغیر مورد نظر برای طراحی، ماتریس‌های بهره F_i می‌باشند [۳۴].

^۱Convex programming

قضیه‌ی زیر، شرایط کافی برای وجود چنین قانون کنترل PDC را شرح می‌دهد. برقراری این شرایط به مسئله‌ی امکان‌پذیری^۱ حل یک LMI تبدیل می‌گردد. اگر این مسئله به صورت عددی تحلیل شود و دستیابی به جواب امکان‌پذیر باشد، آنگاه یک مجموعه ماتریس بهره‌ی پایدارساز به طور مستقیم از حل LMI حاصل به دست می‌آید.

قضیه ۳:

شرط کافی برای وجود کنترل‌کننده‌ی PDC پایدارساز برای سیستم (۳-۲۶) وجود ماتریس‌های $X > 0$ و $Q > 0$ و Y_i است، طوری که هر دو LMI زیر برقرار باشد [۱۹].

$$\begin{bmatrix} XA_i^T + A_iX - B_iY_i - Y_i^T B_i^T + Q & A_{\tau i}X \\ XA_{\tau i}^T & -Q \end{bmatrix} < 0. \quad (۳۵-۳)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta_{ij} + 2Q & (A_{\tau i} + A_{\tau j})X \\ X(A_{\tau i} + A_{\tau j})^T & -2Q \end{bmatrix} \leq 0, \quad i < j \quad (۳۶-۳)$$

که در آن، رابطه زیر برای تمام i و j ها، بجز آن جفت از (i, j) که بازه آنها $h_i(p)h_j(p) = 0$ باشد، برقرار است.

$$\Delta_{ij} = XA_i^T + A_iX + XA_j^T + A_jX - B_iY_j - Y_j^T B_i^T$$

$$-B_jY_i - Y_i^T B_j^T$$

در این صورت، ماتریس بهره‌ی فیدبک حالت مورد نظر نیز از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$F_i = Y_i X^{-1}, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

^۱Feasibility

اثبات:

به طریق مشابه قضیه ۲ و با انتخاب $P = X^{-1} > 0$ و $S = PQP$ می‌توان به نتایج مشابه قضیه ۲ رسید. ■

همانطور که مشاهده شد، ماتریس بهره‌ی مورد نظر از طریق حل LMI و با در نظر گرفتن شرایط پایداری سیستم حلقه بسته به دست آمد. از قضیه اخیر در طراحی کنترل کننده‌ی مقاوم نیز استفاده خواهد شد تا ضمن برآورده سازی شروط مربوط به کارایی سیستم حلقه بسته، شرایط پایداری نیز در طراحی آن لحاظ گردد.

۳ - ۳ طراحی کنترل کننده مقاوم

مسئله‌ی پایداری، مهمترین بحث در سیستم‌های کنترل است. مطمئناً برای یک مهندس کنترل جذاب خواهد بود که پارامترهای کنترل کننده‌ی F_j در سیستم (۳-۲۶) را طوری تعیین نماید که شرایط پایداری سیستم حلقه بسته نیز تامین گردد.

هر قانون از مدل فازی T-S سیستم غیرخطی تاخیردار، دارای ترم اغتشاشی به صورت $w(t)$ است. وجود اغتشاش باعث اختلال در سیستم کنترل خواهد شد. بنابراین چگونگی حذف تاثیرات اغتشاش $w(t)$ بر سیستم جهت تضمین کارایی کنترل کننده، همواره نکته‌ی مهمی در مباحث کنترل بوده است. از آنجا که معیار کنترل H_∞ یکی از مهمترین مباحث در حذف موثر اثرات اغتشاش در سیستم‌های کنترل است، این روش جهت دستیابی به کنترل کننده‌ی با کارایی مقاوم در سیستم غیرخطی (۳-۲۶) انتخاب شده است.

معیار کارایی کنترل را به مانند مراجع [۵۹ و ۶۰] به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\frac{\int_0^{t_f} x^T(t) Q x(t) dt}{\int_0^{t_f} w^T(t) w(t) dt} < \rho^2, \quad (3-37)$$

یا

$$\int_0^{t_f} x^T(t) Q x(t) dt < \rho^2 \int_0^{t_f} w^T(t) w(t) dt \quad (38-3)$$

که در آنها t_f بیانگر زمان پایان کنترل، ρ مقدار از پیش تعیین شده ای است که نمایانگر بدترین حالت تاثیر $w(t)$ بر $x(t)$ است و Q ماتریس وزنی مثبت معین متقارن است. مفهوم فیزیکی رابطه‌ی اخیر را می‌توان به صورت زیر تشریح کرد:

تاثیر اغتشاش $w(t)$ بر $x(t)$ می‌بایست به کمتر از یک سطح قابل قبول از نظر انرژی، کاهش پیدا کند، مهم نیست که $w(t)$ از چه نوعی است، اما بهره‌ی L_2 از $w(t)$ باید کوچکتر یا مساوی مقدار تعیین شده‌ی ρ^2 باشد. جهت حذف اغتشاش $w(t)$ ؛ معمولاً ρ عددی کوچک و مثبت، کمتر از ۱ انتخاب می‌شود.

اگر شرایط اولیه را نیز در معادله‌ی (۳۸-۳) در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\int_0^{t_f} x^T(t) Q x(t) dt < x^T(0) P x(0) < \rho^2 \int_0^{t_f} w^T(t) w(t) dt \quad (39-3)$$

که P ماتریس وزنی است که به صورت مثبت معین متقارن انتخاب می‌شود.

از تحلیل فوق، هدف طراحی سیستم کنترل فازی؛ مشخص کردن کنترل کننده‌ی فازی خطی به صورت (۲۲-۳) است، به طوری که هم شرایط پایداری سیستم و هم شرایط مربوط به کارایی مقاوم و معیار H_∞ در (۳۹-۳) برای مقدار مشخص شده‌ی ρ تضمین گردند.

بهینه سازی مقاوم H_∞ دستیابی به کمینه مقدار ρ در معادله‌ی (۳۹-۳) و رسیدن به بیشترین مقدار تاثیرات حذف اغتشاش H_∞ است. این موضوع، برای سیستم غیرخطی تاخیردار (۹-۳) به صورت یافتن کنترل کننده‌ی فازی پایدارساز نظیر (۲۲-۳) با توجه به قید (۳۹-۳) است.

۳-۳-۱ طراحی کنترل کننده‌ی H_∞

با توجه به توضیحات فوق، هدف طراحی در این قسمت یافتن قانون کنترل خطی فازی به فرم (۳-۳)

(۲۴) است، به طوری که معیار کارایی H_∞ ارائه شده در (۳۹-۳) برای سیستم غیرخطی تضمین شود.

لم ۱:

برای هر دو ماتریس z_1 و z_2 داریم:

$$z_1^T z_2 + z_2^T z_1 \leq \sigma z_1^T z_1 + \frac{1}{\sigma} z_2^T z_2, \quad (۴۰-۳)$$

■ که $z_1 \in R^{m \times n}$ ، $z_2 \in R^{m \times n}$ و σ هر ثابت مثبت می‌تواند انتخاب شود [۶۱].

ابتدا مدل فازی سیستم غیرخطی تاخیردار ارائه شده در (۹-۳) را که در معادله‌ی (۲۴-۳)، سیستم حلقه بسته‌ی آن با صرف نظر از اغتشاش معرفی شد، این بار با در نظر گرفتن اغتشاش در معادله‌ی (۳-۳) (۴۱) ارائه می‌دهیم:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(p) [A_i x(t) + A_{\tau i} x(t - \tau(t)) + B_i u(t) + w(t)]. \quad (۴۱-۳)$$

برای طراحی کنترل کننده نیز تابع لیاپانوف همچون (۱۶-۳) انتخاب می‌گردد. در این صورت خواهیم

داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) = & \dot{x}^T(t) P x(t) + x^T(t) P \dot{x}(t) \\ & + \left[x^T(t) S x(t) - (1 - \dot{\tau}(t)) x^T(t - \tau(t)) S x(t - \tau(t)) \right] \end{aligned} \quad (۴۲-۳)$$

که در آن

$$\begin{aligned}\dot{x}^T(t)P x(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(p)h_j(p) \left[G_{ij}x(t) + A_{\tau i}x(t-\tau(t)) + w(t) \right]^T P x(t) \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(p)h_j(p) \left[x^T(t)G_{ij}^T P x(t) + x^T(t-\tau(t))A_{\tau i}^T P x(t) + w^T(t)P x(t) \right]\end{aligned}$$

9

$$\begin{aligned}x^T(t)P \dot{x}(t) &= x^T(t)P \left[\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(p)h_j(p) \left[G_{ij}x(t) + A_{\tau i}x(t-\tau(t)) + w(t) \right] \right] \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(p)h_j(p) \left[x^T(t)PG_{ij}x(t) + x^T(t)PA_{\tau i}x(t-\tau(t)) + x^T(t)Pw(t) \right],\end{aligned}$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}(x(t)) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(p)h_j(p) \left[x^T(t) \left(G_{ij}^T P + PG_{ij} \right) x(t) + x^T(t)PA_{\tau i}x(t-\tau(t)) \right. \\ &\quad \left. + x^T(t-\tau(t))A_{\tau i}^T Px(t) + w^T(t)Px(t) + x^T(t)Pw(t) \right] \\ &\quad + x^T(t)Sx(t) - (1-\dot{\tau}(t)) x^T(t-\tau(t))Sx(t-\tau(t)). \\ &\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(p)h_j(p) \left[x^T(t) \left(G_{ij}^T P + PG_{ij} \right) x(t) + x^T(t)PA_{\tau i}S^{-1}A_{\tau i}^T P x(t) + x^T(t-\tau(t))Sx(t-\tau(t)) \right] \\ &\quad + w^T(t)Px(t) + x^T(t)Pw(t) + x^T(t)Sx(t) - (1-\dot{\tau}(t)) x^T(t-\tau(t))Sx(t-\tau(t)) \\ &\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(p)h_j(p) \left[x^T(t) \left(G_{ij}^T P + PG_{ij} \right) x(t) + x^T(t)PA_{\tau i}S^{-1}A_{\tau i}^T P x(t) + x^T(t-\tau(t))Sx(t-\tau(t)) \right] \\ &\quad + w^T(t)Px(t) + x^T(t)Pw(t) + x^T(t)Sx(t) - x^T(t-\tau(t))Sx(t-\tau(t))\end{aligned}$$

$$\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(p)h_j(p) \left[x^T(t) \left(G_{ij}^T P + P G_{ij} + P A_{ti} S^{-1} A_{ti}^T P + S \right) x(t) \right. \\ \left. + w^T(t) P x(t) + x^T(t) P w(t) \right] \quad (43-3)$$

آنگاه نتیجه‌ی زیر حاصل می‌شود.

قضیه ۴:

اگر در سیستم فازی (۴۱-۳) از کنترل کننده‌ی پس‌خوردی $u = -F_i x(t)$ استفاده شود و ماتریس‌های مثبت معین $P > 0$ ، $Q > 0$ و $S > 0$ وجود داشته باشند، به طوری که عبارت

$$A_i^T P + P A_i - F_j^T B_i^T P - P B_i F_j + P A_{ti} S^{-1} A_{ti}^T P + S + \frac{1}{\rho^2} P P + Q < 0, \quad (44-3)$$

برای $i, j = 1, 2, \dots, r$ برآورده شود، آنگاه معیار کارایی H_∞ ارائه شده در (۳۹-۳) برای ρ^2 تعیین شده $(0 < \rho < 1)$ تضمین می‌گردد [۸].

اثبات:

با استفاده از لم ۱ و از رابطه‌ی (۴۴-۳) داریم:

$$\dot{V}(x(t)) \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(p)h_j(p) \left[x^T(t) \left[A_i^T P + P A_i - F_j^T B_i^T P - P B_i F_j + S \right. \right. \\ \left. \left. + P A_{ti} S^{-1} A_{ti}^T P \right] x(t) + \frac{1}{\rho^2} x^T(t) P P x(t) + \rho^2 w^T(t) w(t) \right]. \quad (45-3)$$

با جایگذاری (۴۴-۳) در (۴۵-۳) به رابطه‌ی زیر می‌رسیم:

$$\dot{V}(x(t)) \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(p) h_j(p) \left[x^T(t) \left(-\frac{1}{\rho^2} PP - Q \right) x(t) \right] \quad (46-3)$$

$$+ x^T(t) \frac{1}{\rho^2} PP x(t) + \rho^2 w^T(t) w(t),$$

سپس داریم:

$$\dot{V}(x(t)) < -x^T(t) Q x(t) + \rho^2 w^T(t) w(t).$$

از آنجا که اغتشاشات را محدود بیان کردیم، یعنی $\|w(t)\| \leq w_{bd}$ ، می توان نتیجه گرفت که:

$$\dot{V}(x(t)) < -x^T(t) Q x(t) + \rho^2 w_{bd} \quad (47-3)$$

$$\leq -c_1 x^T(t) x(t) + \rho^2 w_{bd}$$

که $c_1 = \lambda_{\min}(Q)$ (کمینه مقدار ویژه ماتریس Q) است.

اگر $\|x(t)\| > \rho w_{bd} / \sqrt{c_1}$ ، آنگاه $\dot{V}(x(t)) < 0$. انتگرال گیری از $t=0$ تا $t=t_f$ نتیجه می دهد:

$$V(t_f) - V(0) < -\int_0^{t_f} x^T(t) Q x(t) dt + \rho^2 \int_0^{t_f} w^T(t) w(t) dt \quad (48-3)$$

از آنجا که $V(t_f) \geq 0$ ، از انتگرال بالا می توان به نامعادله ی زیر رسید:

$$\int_0^{t_f} x^T(t) Q x(t) dt < V(0) + \rho^2 \int_0^{t_f} w^T(t) w(t) dt \quad (49-3)$$

با استفاده از روابط (3-16) و (3-49) می توان به نتیجه ی زیر دست یافت:

$$\int_0^{t_f} x^T(t) Q x(t) dt < x^T(0) P x(0) < \rho^2 \int_0^{t_f} w^T(t) w(t) dt \quad (50-3)$$

که در واقع همان شرط (۳-۳۹) برای تضمین کارایی مقاوم با معیار H_∞ و مقدار مشخص شده ρ است. ■

غالباً یافتن یک راه حل تحلیلی معمول مانند $P = P^T > 0$ ، برای رابطه‌ی (۳-۴۴) بسیار سخت است. اضافه بر این، ممکن است بیشتر از یک جواب نیز وجود داشته باشد. خوشبختانه نامعادله‌ی (۳-۴۴) را می‌توان به صورت LMIP نوشت و LMIP حاصل نیز از روش‌های عددی پیشرفته قابل حل می‌باشد. ابتدا باید نامساوی (۳-۴۴) به صورت LMI نوشته شود. با معرفی متغیرهای جدید $Y = P^{-1}$ ، $R_1 = Y S Y$ ، $R_2 = Y Q Y$ و $M_j = F_j Y$ ، رابطه‌ی (۳-۴۴) را می‌توان با نامعادله‌ی زیر معادل دانست:

$$Y A_i^T + A_i Y - B_i M_j - M_j^T B_i^T + A_{ti} Y R_1^{-1} A_{ti}^T + R_1 + R_2 + \frac{1}{\rho^2} I < 0. \quad (۳-۵۱)$$

با استفاده از مکمل شور، نامساوی فوق را می‌توان به صورت LMI زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} Y A_i^T + A_i Y - B_i M_j - M_j^T B_i^T + R_1 + R_2 + \frac{1}{\rho^2} I & A_{ti} Y \\ Y A_{ti}^T & -R_1 \end{bmatrix} < 0 \quad (۳-۵۲)$$

اگر LMI (۳-۵۲) دارای جواب‌های مثبت معین Y ، R_1 و R_2 باشد، آنگاه کارایی مقاوم ارائه شده در (۳-۳۹) برای مقدار مشخص شده ρ تضمین می‌گردد. ماتریس‌های بهره‌ی کنترلی نیز از $F_j = M_j Y^{-1}$ به دست می‌آیند.

برای حل LMI های این پایان نامه، از نرم افزار کامپیوتری PENBMI استفاده شده است. این نرم افزار سازگار با MATLAB بوده و می‌تواند از موتور پردازش MATLAB جهت حل مسائل استفاده کند. جواب‌های به‌دست آمده، از طریق روش‌های عددی مورد استفاده در PENBMI حاصل شده‌اند. بدیهی است استفاده از نرم افزارهای مختلف، با توجه به اینکه هر نرم افزار از الگوریتم‌ها و روش‌های عددی خاص خود استفاده می‌کند، می‌تواند به جواب‌های مختلف منتهی شود.

فصل چهارم

شبیه سازی

در این فصل به بررسی نتایج حاصل از شبیه سازی سیستم CSTR که توسط PDC کنترل شده است می پردازیم. با استفاده از پارامترهای عددی معرفی شده در فصل دوم، مدلی خطی از سیستم فرآیندی CSTR در نقاط کار مختلف توسط ماتریس های فضای حالت زیر ارائه گردید:

$$A_1^1 = \begin{bmatrix} -1.4274 & 0.0757 \\ -1.4189 & -0.9442 \end{bmatrix}, \quad A_1^2 = \begin{bmatrix} -2.0508 & 0.3958 \\ -6.4066 & 1.6168 \end{bmatrix},$$

$$A_1^3 = \begin{bmatrix} -4.5279 & 0.3167 \\ -26.2228 & 0.9837 \end{bmatrix}, \quad A_\tau^1 = A_\tau^2 = A_\tau^3 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix},$$

$$B^1 = B^2 = B^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3 \end{bmatrix}, \quad C_i = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

همچنین در فصل سوم، معادلات ارائه دهنده ی مدل فازی سیستم حلقه بسته غیرخطی تاخیردار توسط معادله ی (۳-۱۳) به صورت زیر معرفی شد.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(p) [A_i x(t) + A_{\tau i} x(t - \tau(t)) + B_{ui} u(t) + B_{wi} w(t)],$$

$$y(t) = [0 \quad 1]x(t)$$

تاخیر زمانی سیستم به صورت متغیر با زمان به صورت $\tau(t) = 3t + \frac{4}{t+2}$ ، اغتشاشات به صورت

سینوسی $w(t) = \sin(t)$ و ماتریس انتقال مربوط به اغتشاشات نیز $B_w = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ انتخاب می شوند [۹].

با انتخاب قوانین فازی برای هر نقطه‌ی کار (x_d, u_d) به صورت زیر می‌توان مدل فازی به همراه کنترل کننده‌ی PDC را ارائه داد:

Rule 1:

IF temperature is *low* (i.e., $x_2(t)$ is about 0.8862)

THEN $\delta \dot{x}(t) = A_1^1 \delta x(t) + A_2^1 \delta x(t - \tau(t)) + B_u^1 \delta u(t) + B_w^1 w(t)$ **AND**

$$\delta u(t) = -F_1 \delta x(t)$$

Rule 2:

IF temperature is *middle* (i.e., $x_2(t)$ is about 2.752)

THEN $\delta \dot{x}(t) = A_1^2 \delta x(t) + A_2^2 \delta x(t - \tau(t)) + B_u^2 \delta u(t) + B_w^2 w(t)$ **AND**

$$\delta u(t) = -F_2 \delta x(t)$$

Rule 3:

IF temperature is *high* (i.e., $x_2(t)$ is about 4.7052)

THEN $\delta \dot{x}(t) = A_1^3 \delta x(t) + A_2^3 \delta x(t - \tau(t)) + B_u^3 \delta u(t) + B_w^3 w(t)$ **AND**

$$\delta u(t) = -F_3 \delta x(t)$$

در معادلات فوق $\delta x(t) = x(t) - x_d$ ، $\delta x(t - \tau(t)) = x(t - \tau(t)) - x_d$ و $\delta u(t) = u(t) - u_d$ هستند و

F_1, F_2, F_3 ماتریس های بهره‌ی کنترلی هستند که بایستی طراحی شوند. در شبیه سازی کامپیوتری،

برای نزدیک تر بودن شرایط شبیه سازی به شرایط واقعی، از مدل غیرخطی سیستم CSTR به طور کامل

استفاده شده است و از مدل فازی صرفاً جهت طراحی کنترل کننده‌ی فازی مقاوم استفاده گردیده است.

یعنی شرایط فوق به صورت زیر خلاصه می‌شوند:

Rule 1:

IF temperature is *low* (i.e., $x_2(t)$ is about 0.8862)

THEN $\delta u(t) = -F_1 \delta x(t)$

Rule 2:

IF temperature is *middle* (i.e., $x_2(t)$ is about 2.752)

THEN $\delta u(t) = -F_2 \delta x(t)$

Rule 3:

IF temperature is *high* (i.e., $x_2(t)$ is about 4.7052)

THEN $\delta u(t) = -F_3 \delta x(t)$

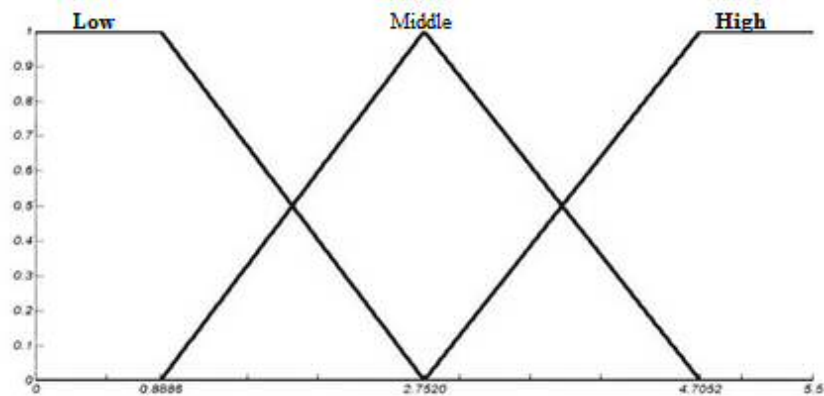
توابع تعلق فازی نیز جهت اجتناب از پیچیدگی بیش از حد سیستم به صورت مثلثی، کامل، نرمال و هماهنگ انتخاب می‌شوند.

$$M_1(t) = \begin{cases} 1, & \text{if } x_2 \leq 0.8862 \\ 1 - \frac{x_2 - 0.8862}{2.752 - 0.8862}, & \text{if } 0.8862 < x_2 \leq 2.7520 \\ 0, & \text{if } x_2 \geq 2.7520 \end{cases}$$

$$M_2(t) = \begin{cases} 1 - M_1, & \text{if } x_2 \leq 2.7520 \\ 1 - M_3, & \text{if } x_2 \geq 2.7520 \end{cases}$$

$$M_3(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } x_2 \leq 0.8862 \\ \frac{x_2 - 2.7520}{4.7052 - 2.7520}, & \text{if } 0.8862 < x_2 \leq 2.7520 \\ 1, & \text{if } x_2 \geq 2.7520 \end{cases}$$

در شکل (۱-۴) این توابع تعلق نمایش داده شده اند:



شکل ۴-۱ توابع تعلق مدل فازی

حال با استفاده از قضایای فصل سوم، به طراحی کنترل کننده‌ی پایدار ساز برای CSTR می‌پردازیم. طبق قضیه‌ی ۴ در فصل سوم، وجود کنترل کننده‌ی پایدارساز بر اساس معیار H_∞ منوط به برقراری و وجود جواب برای LMI زیر است:

$$\begin{bmatrix} Y A_i^T + A_i Y - B_i M_j - M_j^T B_i^T + R_1 + R_2 + \frac{1}{\rho^2} I & A_{ti} Y \\ Y A_{ti}^T & -R_1 \end{bmatrix} < 0 \quad (52-3)$$

که $Y = P^{-1}$ ، $R_1 = Y S Y$ ، $R_2 = Y Q Y$ و $M_j = F_j Y$. با حل این LMI توسط جعبه ابزار PENBMI در نرم افزار MATLAB، به ازای $\rho = 0.6$ ماتریس های زیر به عنوان جواب این نامساوی ماتریسی به دست می‌آیند.

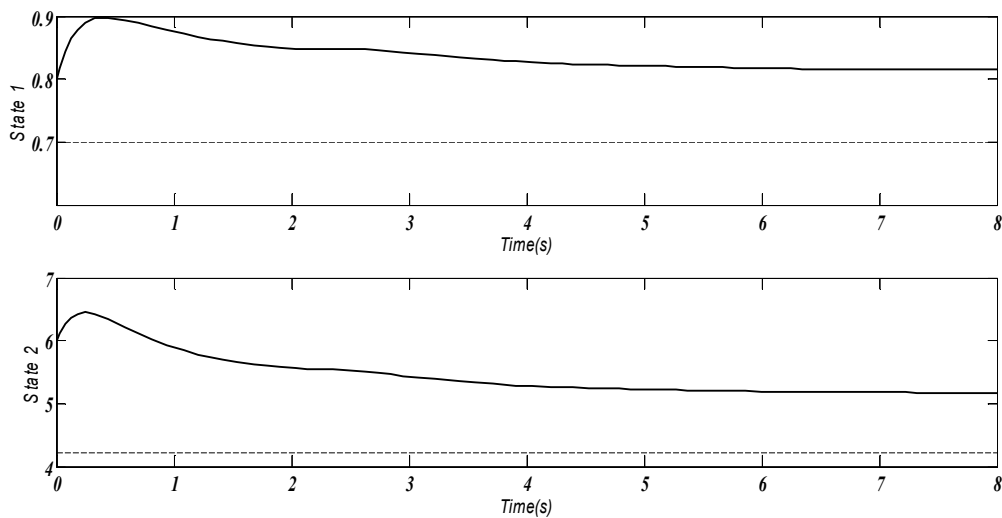
$$Q = \begin{bmatrix} -0.1638 & 0.2109 \\ 0.1407 & 0.0009 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 0.0098 & 58.4599 \\ 101.4143 & -0.0052 \end{bmatrix},$$

$$S = \begin{bmatrix} 5.2967 & 4.6756 \\ -0.0089 & -0.9230 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = [28.8 \quad 129.5], \quad F_2 = [19.8 \quad 146.6], \quad F_3 = [1.0991 \quad 84.1800]$$

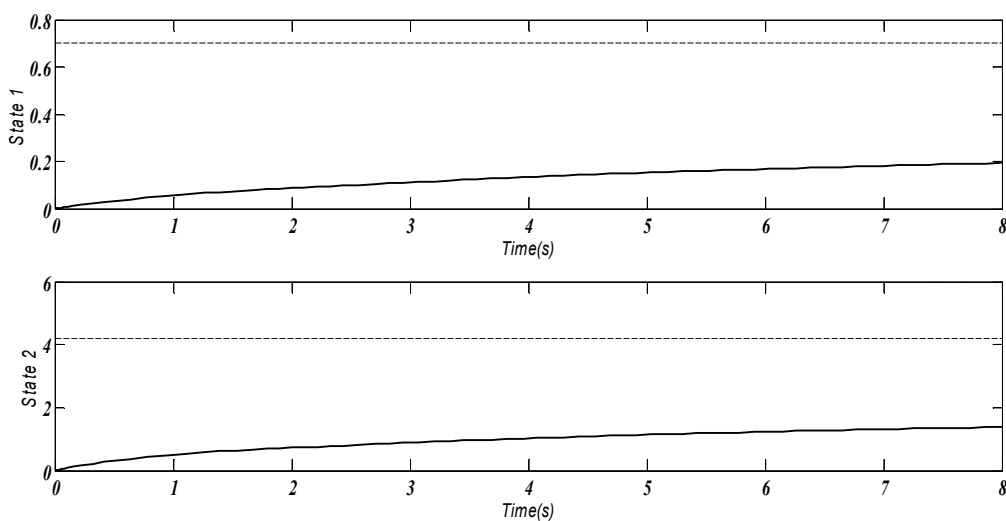
۴-۱ نتایج شبیه سازی

در این بخش ابتدا پاسخ سیستم های حلقه باز و حلقه بسته به ورودی های متفاوت، در ازای شرایط اولیه ی مختلف بررسی می شوند. در شکل های (۴-۲) و (۴-۳) پاسخ سیستم حلقه باز را با شرایط اولیه مختلف در نقطه ی کار (۴,۲۱۰۷ و ۰,۷) مشاهده می کنیم.



شکل ۴-۲ پاسخ سیستم حلقه باز با شرایط اولیه (۶ و ۰,۸) در نقطه کار (۴,۲۱۰۷ و ۰,۷)

متغیر حالت سیستم (-)، نقطه ی تنظیم (- -)

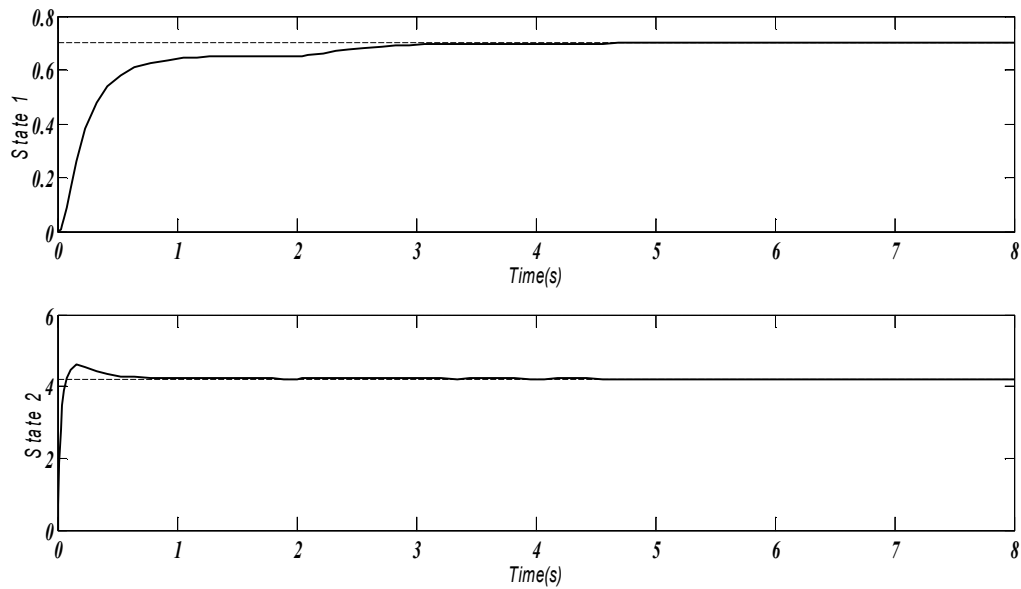


شکل ۴-۳ پاسخ سیستم حلقه باز با شرایط اولیه (۰ و ۰) در نقطه کار (۴,۲۱۰۷ و ۰,۷)

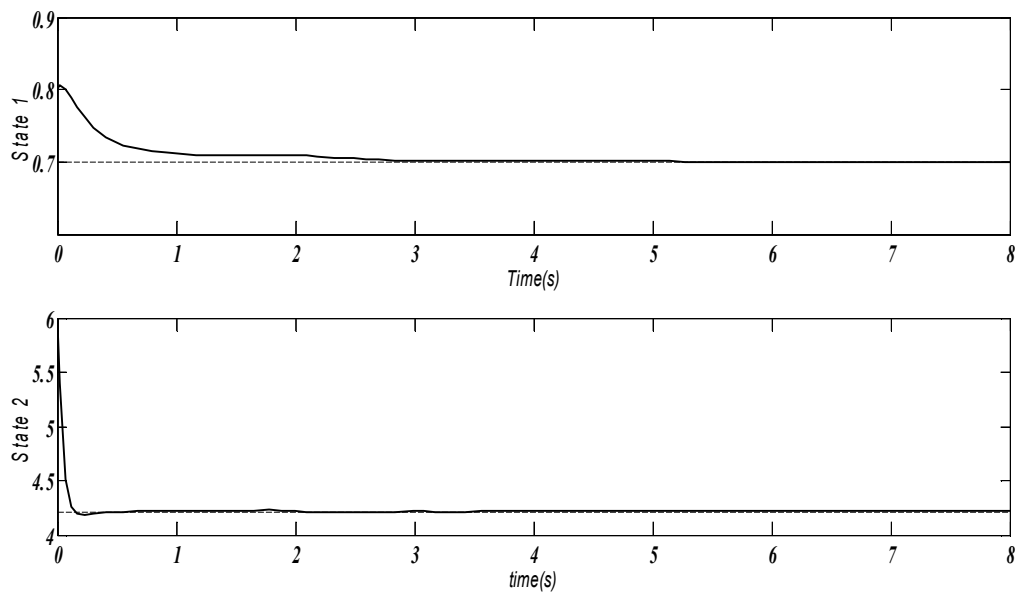
متغیر حالت سیستم (-)، نقطه ی تنظیم (- -)

می‌توان دید که سیستم حلقه باز نمی‌تواند به نقطه‌ی کار مورد نظر دست یابد. در شکل های (۴-۴) و

(۵-۴) پاسخ سیستم حلقه بسته را در همان شرایط مشاهده می‌کنیم.

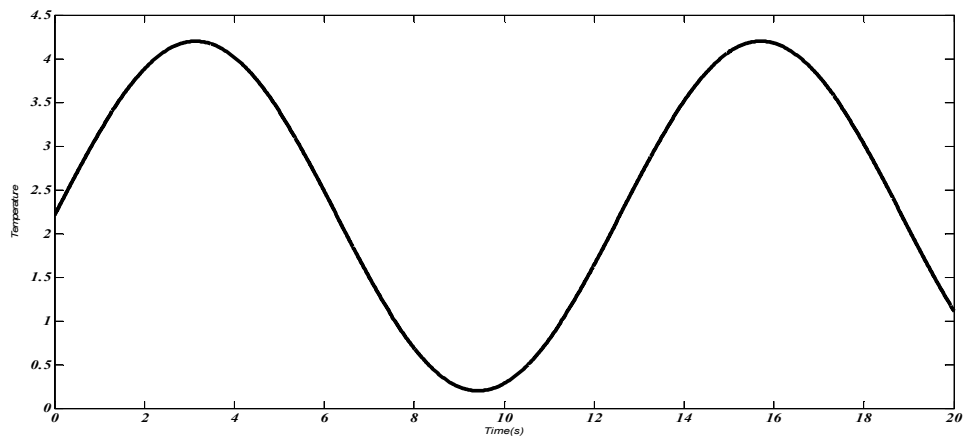


شکل ۳-۴ پاسخ سیستم حلقه بسته با شرایط اولیه (۶ و ۸,۰) در نقطه کار (۴,۲۱۰۷ و ۰,۷) متغیر حالت سیستم (-)، نقطه‌ی تنظیم (- -)



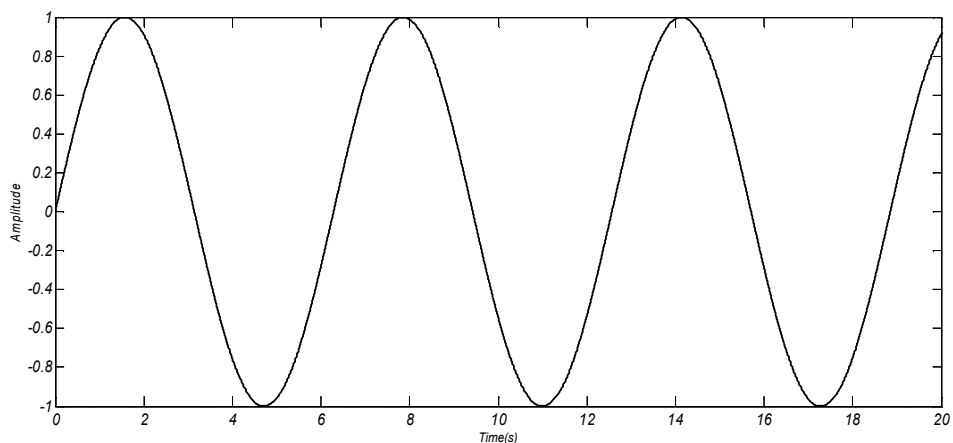
شکل ۴-۴ پاسخ سیستم حلقه بسته با شرایط اولیه (۰ و ۰) در نقطه کار (۴,۲۱۰۷ و ۰,۷) متغیر حالت سیستم (-)، نقطه‌ی تنظیم (- -)

همان طور که مشاهده می‌شود، سیستم حلقه بسته با کنترل کننده‌ی PDC می‌تواند سیستم را پایدار کند و به نقطه‌ی کار مورد نظر دست یابد. اما هدف اصلی در این پایان نامه اعمال یک پروفایل دما به CSTR مطابق شکل (۴-۶) و تعقیب این مسیر در حضور اغتشاش توسط سیستم می‌باشد. معادله‌ی ریاضی این پروفایل $2\sin(0.5t) + 2.2$ است.



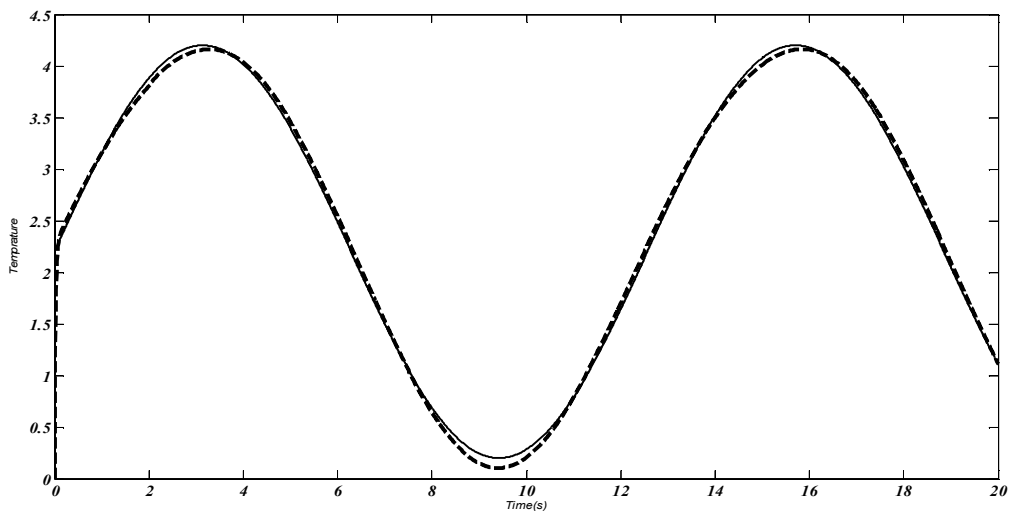
شکل ۴-۵ پروفایل دمای راکتور

در ابتدای فصل نیز به این نکته اشاره شد که اغتشاشات به صورت سینوسی انتخاب می‌شوند. شکل (۴-۷) اغتشاش وارده به سیستم را نمایش می‌دهد.

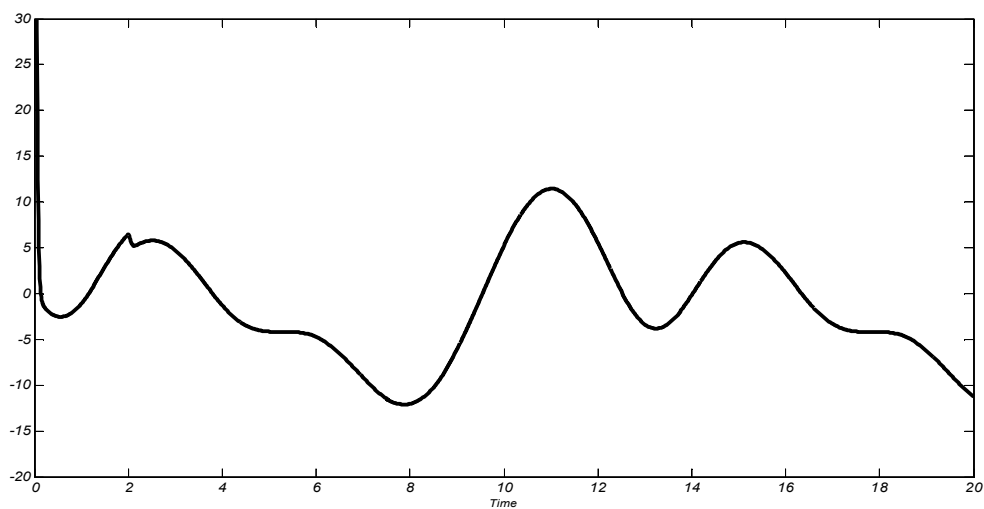


شکل ۴-۶ اغتشاش وارد شده به سیستم

پاسخ سیستم حلقه بسته تحت شرایط اولیه (۰ و ۰) و با کنترل کننده‌ی فازی مقاوم با معیار H_∞ نیز در شکل (۸-۴) نمایش داده شده است مشاهده می‌شود که، سیستم مسیر مشخص شده را در حضور اغتشاش به خوبی تعقیب نموده و اثر اغتشاش نیز تا حد زیادی حذف گردیده است. شکل (۹-۴) نیز سیگنال کنترلی مربوط به شکل (۸-۴) را نمایش می‌دهد.

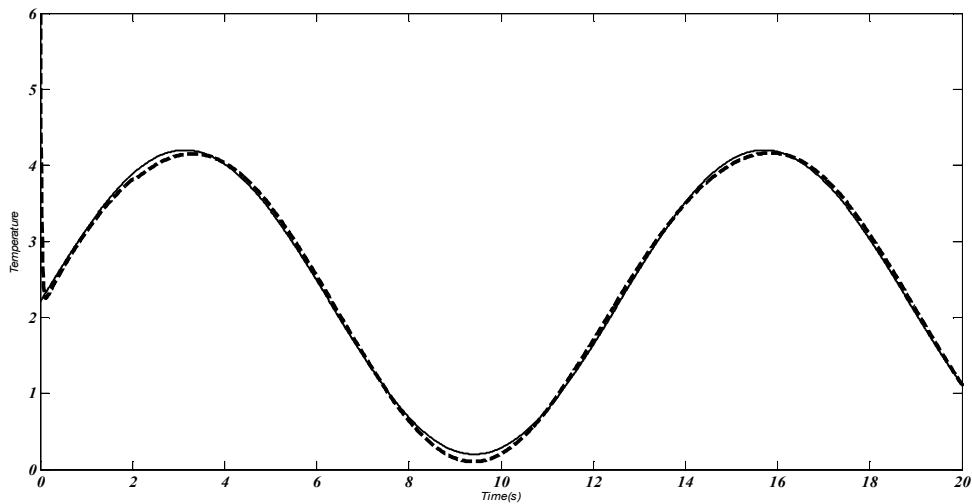


شکل ۷-۴ پاسخ سیستم حلقه بسته به مسیر تعیین شده دمای راکتور با شرایط اولیه (۰ و ۰) دمای راکتور (—)، پروفایل دمایی تعریف شده (---)

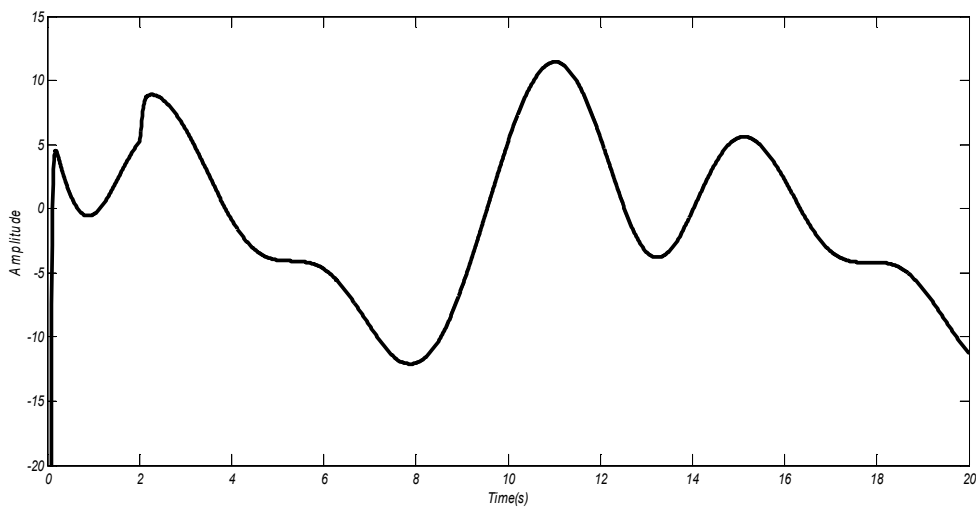


شکل ۸-۴ سیگنال خروجی کنترل کننده PDC مربوط به خروجی شکل (۸-۴)

پاسخ سیستم به ورودی مشابه، تحت شرایط اولیه‌ی (۶ و ۸، ۰) و سیگنال کنترلی مربوط به آن نیز به ترتیب در شکل های (۴-۱۰) و (۴-۱۱) نمایش داده شده است.



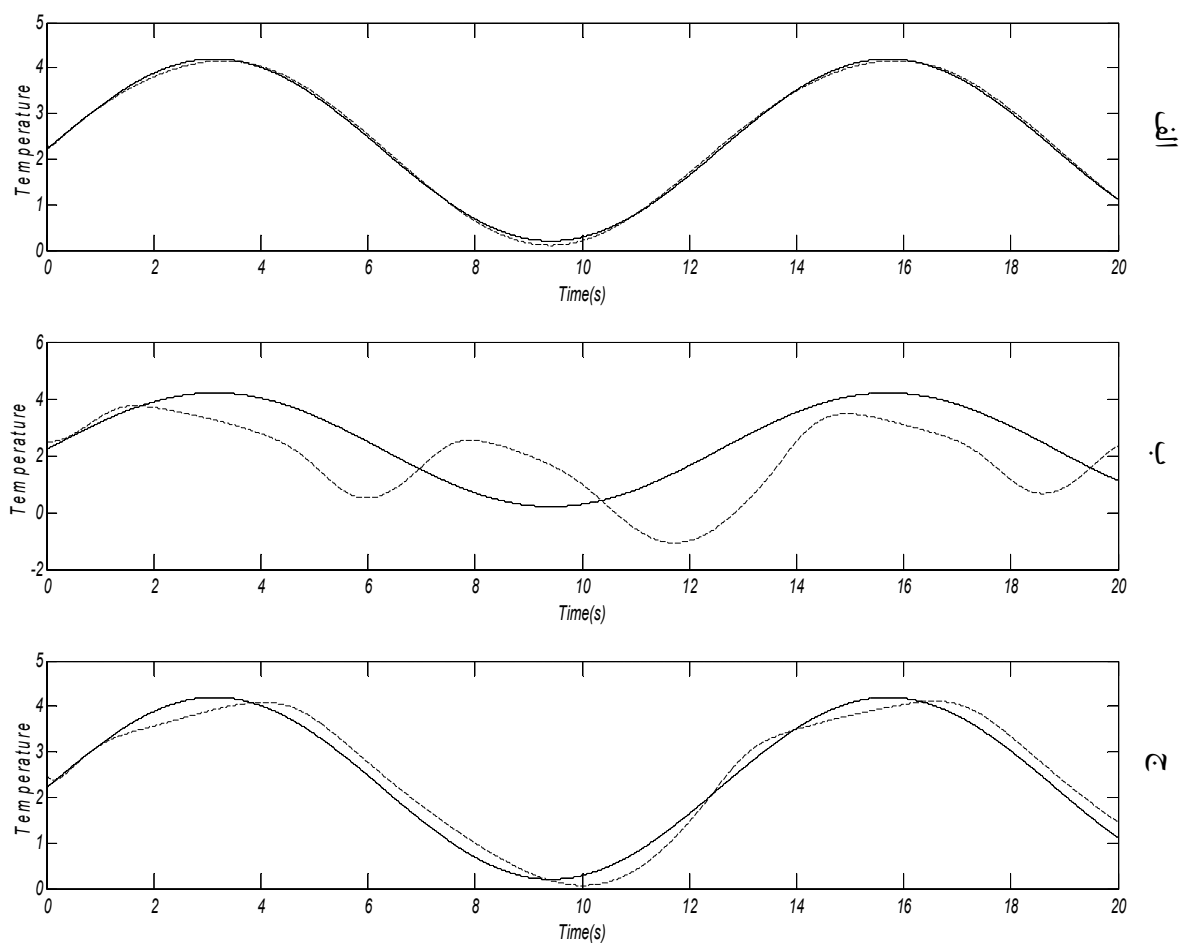
شکل ۴-۹ پاسخ سیستم حلقه بسته به مسیر تعیین شده دمای راکتور با شرایط اولیه‌ی (۶ و ۸، ۰) دمای راکتور (—)، پروفایل دمایی تعریف شده (---)



شکل ۴-۱۰ سیگنال خروجی کنترل کننده PDC مربوط به خروجی شکل (۴-۱۰)

حال به مقایسه‌ی پاسخ کنترل کننده‌ی طراحی شده در این پایان نامه، با کنترل کننده های ارائه شده در مقالات و مراجع معرفی شده در مقدمه می‌پردازیم.

در مرجع [۱۹] کنترل کننده‌ی فیدبک حالت مبتنی بر مفهوم PDC به کار گرفته شده است. در شکل (ب-۴-۱۲) می‌توان به وضوح مشاهده نمود که این کنترل کننده در مواجهه با اغتشاش عملکرد بسیار ضعیفی از خود نشان خواهد داد. کنترل کننده‌ی مقاوم معرفی شده در مقاله [۲۲] نیز نمی‌تواند پروفایل دمایی مورد نظر را در تمامی فضای کار به خوبی تعقیب نماید. پاسخ این کنترل کننده را در مقایسه با کنترل کننده‌ی H_∞ این پایان نامه، در شکل (ج-۴-۱۲) مشاهده می‌کنیم.



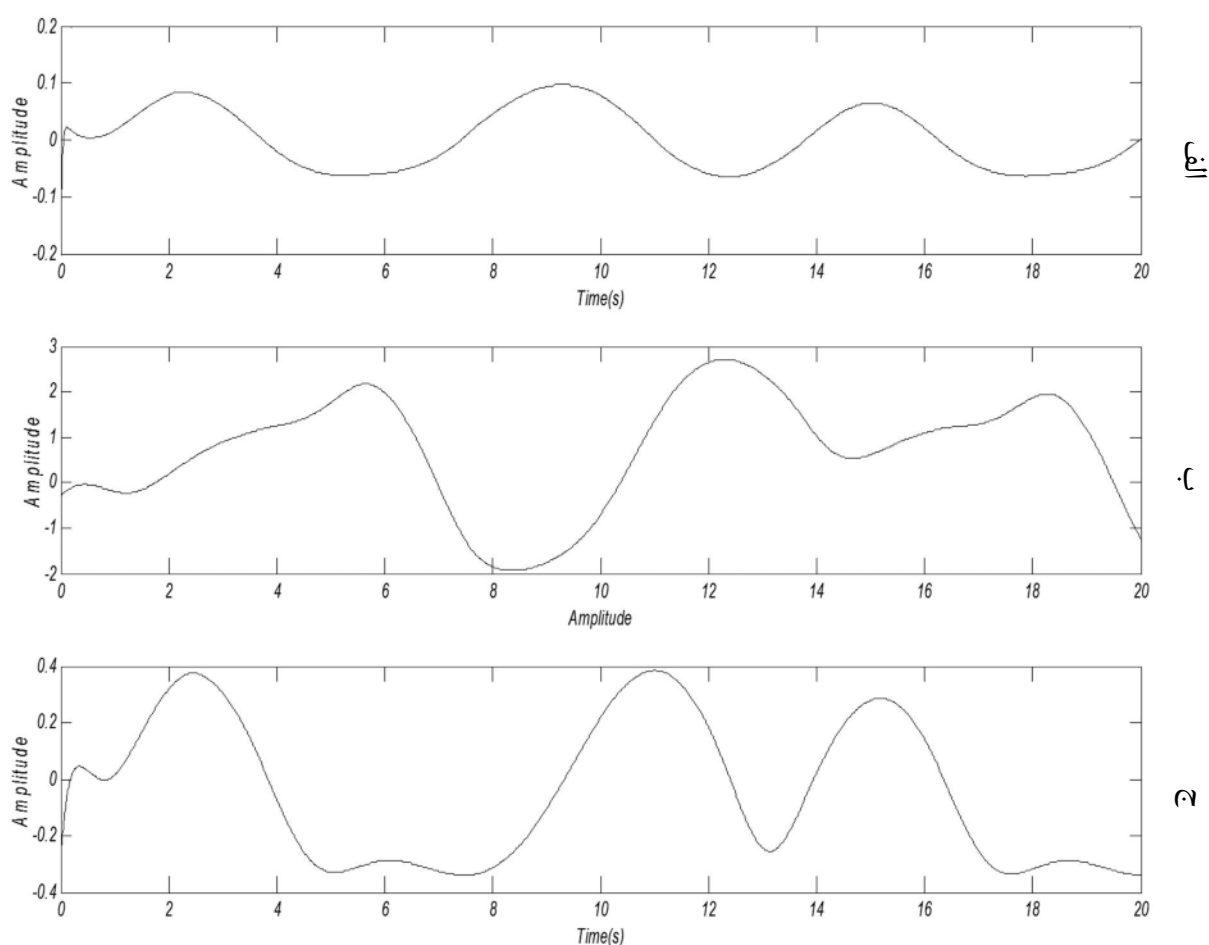
شکل ۴-۱۱ مقایسه عملکرد کنترل کننده های متفاوت

دمای راکتور (—)، پروفایل دمایی تعریف شده (---)

الف. کنترل کننده H_∞ . ب. کنترل کننده فیدبک حالت معرفی شده در [۱۹]. ج. کنترل کننده مقاوم معرفی شده در [۲۲].

برای تسهیل مقایسه، در شکل (۴-۱۳) سیگنال‌های خطای مربوط به کنترل کننده‌های فوق ترسیم

گردیده است.



شکل ۴-۱۳ سیگنال خطای مربوط به کنترل کننده های متفاوت

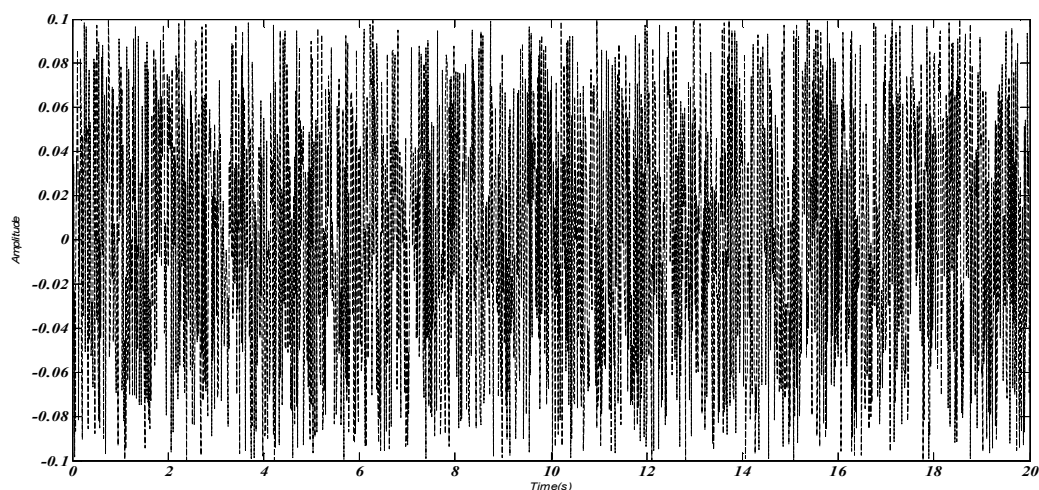
الف. کنترل کننده H_∞ . ب. کنترل کننده فیدبک حالت معرفی شده در [۱۹]. ج. کنترل کننده مقاوم معرفی شده در [۲۲].

همان گونه که مشاهده می شود خطای کنترل کننده مقاوم استفاده شده در این پایان نامه از کنترل

کننده های فوق کمتر است.

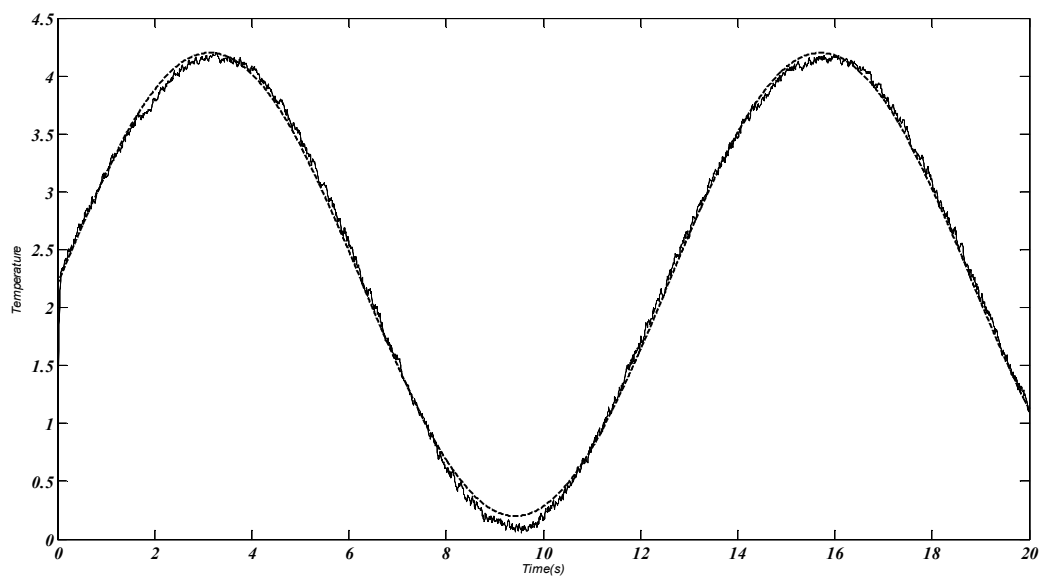
در انتها نیز تاثیر نویز را بر سیستم حلقه بسته بررسی خواهیم نمود. فرض کنید نویز وارد شده به

سیستم مطابق شکل (۴-۱۴) تابعی یکنواخت و اتفاقی باشد.



شکل ۴-۱۴ نویز سفید

در شکل (۴-۱۵) تاثیر نویز بر خروجی سیستم نشان داده شده است.



شکل ۴-۱۲ خروجی سیستم در حضور نویز
پروفایل دمایی تعریف شده (- -)، دمای راکتور (-)

می‌توان دید که سیستم حلقه بسته تحت شرایط اولیه‌ی مختلف و در حضور نویز و اغتشاش می‌تواند به خوبی پروفایل دمایی خواسته شده را در کل فضای کار راکتور، با سیگنال کنترلی نیز قابل قبول دنبال کند.

فصل پنجم

نتیجه گیری و پیشنهادات

۵ - ۱ نتیجه گیری:

در کنترل فرآیند های شیمیایی می توان از استراتژی های مختلف کنترلی استفاده نمود. اولین و متداول ترین روش، استفاده از روش های کنترل خطی است. دلیل علاقه مندی مهندسين به استفاده از این روش، آشنایی با تکنیک های تحلیل و طراحی آن می باشد. مسلماً در استفاده از این روش، داشتن یک مدل خطی خوب ضروری است. با استفاده از بسط تیلور یا دیگر روش ها می توان یک سیستم غیرخطی را در نزدیکی نقطه ای به صورت محلی خطی نمود. اولین نکته ای که در این خطی سازی دارای اهمیت می باشد محلی بودن آن است. بدین معنا که این تقریب فقط در حوالی نقطه ای کار صحیح است. یعنی اگر نقطه ای کار ما به مکانی دیگر انتقال یابد، در آن صورت دیگر این تقریب معتبر نخواهد بود و کنترل کننده ای که بر پایه ای این تقریب طراحی شده باشد، دارای عملکرد ضعیفی خواهد بود.

در بعضی شرایط استفاده از تقریب خطی و کنترل کننده ی خطی مناسب نیست. در این شرایط بهتر این است که به کنترل کننده ی غیرخطی رجوع شود. در اغلب روش های کنترل غیرخطی به دلیل استفاده مستقیم از فیزیک مساله و درک صحیح تر از آن، کنترل کننده می تواند عملکرد بهتری داشته باشد. روش های کنترل غیرخطی، متنوع و اغلب بر اساس خلاقیت می باشند. بعضی از روش های کنترل غیرخطی بر پایه ی مدل عمل می کنند، بدین صورت که در این روش ها ابتدا سیستم مدل سازی و سپس در شبیه سازی از مدل ساخته شده برای کنترل سیستم استفاده می شود. با توجه به مشکلات موجود در مدل سازی، در نهایت در کنترل بر پایه ی مدل می توان به طراحی مناسبی دست یافت.

در این پایان نامه از تلفیقی از کنترل کننده های خطی و غیرخطی استفاده شده است. به این صورت که ابتدا مدل غیرخطی سیستم با استفاده از تکنیک های خطی سازی، حول نقاط کار مختلف خطی شده و از این مدل های خطی جهت طراحی کنترل کننده ی مقاوم استفاده شده است. یکی از مزایای روش طراحی در این پایان نامه، طراحی کنترل کننده با توجه به پایداری سیستم بر اساس معیار پایداری لیپانوف است. به این صورت که کنترل کننده ها طوری طراحی گردیده اند که همزمان شروط پایداری لیپانوف و کارایی مورد نظر را برآورده سازند. بنابراین نیازی به بررسی پایداری سیستم حلقه بسته پس از طراحی کنترل کننده نمی باشد. نامعادلات به دست آمده در طراحی کنترل کننده ها با استفاده از تئوری های موجود به نامساوی های ماتریسی تبدیل شده و کنترل کننده ی مورد نظر از حل عددی این نامساوی ها با استفاده از نرم افزارهای مخصوص به دست آمده اند.

کنترل کننده های مقاوم طراحی شده با استفاده از یک سیستم فازی مبتنی بر مدل، به تمام فضای کار بسط داده می شود. سیستم فازی در حقیقت سیستمی غیرخطی است و کنترل کننده ی حاصل نیز کنترل کننده ای غیرخطی خواهد بود. سیستم فازی استفاده شده در این روش، طوری انتخاب می شود که بتواند بیانگر مشخصات غیرخطی فرآیند باشد. یعنی با استفاده از سیستم فازی و مدل های خطی شده ی سیستم بتوان به تقریب خوبی از سیستم غیرخطی تحت کنترل دست یافت. در این پایان نامه از سیستم های فازی سوگنو که می توانند در قسمت تالی خود ارائه گر یک تابع دلخواه باشند، استفاده شده است. این سیستم ها در قسمت مقدم خود، شروط مربوط به مشخصات نقاط کار را در بر گرفته، و در قسمت تالی خود ارائه گر توابع کنترلی طراحی شده هستند. در این صورت، با استفاده از مدل های خطی از سیستم، کنترل کننده ی خطی طراحی شده است و با استفاده از تکنیک فازی، این کنترل کننده در تمام فضای کار بسط داده شده و سیستم غیرخطی را در تمامی نقاط به خوبی کنترل می کند. به دلیل اینکه این کنترل کننده ها مقاوم می باشند، نیازی به داشتن مدل دقیقی از سیستم نیست و تقریب های روش های خطی سازی نیز قابل اغماض می باشند.

در این پایان نامه می‌توان مسیر طی شده در رسیدن به نتایج را به صورت زیر خلاصه نمود

- ✓ مطالعه‌ی مختصر فرآیندهای شیمیایی و خصوصیات آنها
- ✓ مدل سازی فرآیند
- ✓ خطی سازی مدل
- ✓ ارائه‌ی مدل فازی T-S از سیستم
- ✓ طراحی کنترل کننده‌ی فازی مقاوم بر پایه‌ی حل نامساوی های ماتریسی
- ✓ بررسی مقاومت پذیری سیستم در برابر اغتشاش

۵ - ۲ پیشنهادها

با توجه به اینکه در این پایان نامه از سیستم های فازی جهت بسط کنترل کننده در تمام فضای کار استفاده شده است، به کارگیری روش های بهینه سازی سیستم های فازی، مبتنی بر شبکه های عصبی و الگوریتم های پیشرفته می تواند در عملکرد سیستم تاثیر مثبت داشته باشد. به عنوان مثال می توان از این الگوریتم ها جهت انتخاب بهینه ی توابع تعلق فازی استفاده نمود. همچنین استفاده از کنترل کننده های مقاوم چند منظوره مانند H_2 / H_∞ می تواند در تضعیف اغتشاش و بهبود عملکرد سیستم تاثیر گذار باشد. از طرف دیگر، از آنجا که کنترل کننده طراحی شده، بر اساس حل عددی نامساوی های ماتریسی به دست آمده است، استفاده از روش ها و نرم افزارهای دقیق تر در حل عددی این مسائل به دست یافتن به کنترل کننده های دقیق تر کمک می نماید.

مراجع

۱. مهري مقدم خانيكي ر، (۱۳۸۵)، پايان نامه ارشد: "پايدار سازي كنترلر پيش بين براي راکتور پليمريزاسيون ناپيوسته"، دانشکده مهندسی برق و رباتیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
2. L. A. Zadeh, (1965), "Fuzzy sets," *Information and Control*, Vol. 8, pp. 338-353.
3. L. A. Zadeh, (1973), "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 3, No. 1, pp. 28-44.
4. E. H. Mamdani, (1977), "Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic systems," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 26, pp. 1182-1191.
5. W. Pedrycz, (1984), "An identification algorithm in fuzzy relational systems," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 13, pp. 153-167.
6. S. Yi, and M. Chung, (1993), "Identification of fuzzy relational model and its application to control," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 59, pp. 25-33.
7. T. Takagi and M. Sugeno, (1985), "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control," *IEEE Trans. Syst. Man. Cyber.*, Vol. 15, pp. 116-132.
8. H. Wei-Hsiang, (2004), Master thesis, " H_∞ control for T-S fuzzy time-delay systems", Electrical Engineering Depart. National Central University.

9. C. Lin, Q. G. Wang, T. H. Lee and Y. He, (2007), "LMI Approach to Analysis and Control of Takagi-Sugeno Fuzzy Systems with Time Delay", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp. 1-5.

10. M. Sugeno and G. T. Kang, (1986), "Fuzzy Modeling and Control of Multilayer Incinerator," *Fuzzy Sets Syst.*, No. 18, pp. 329_346.

11. K. Tanaka and M. Sugeno, (1992), "Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems," *Fuzzy Sets Syst.*, Vol. 45, No. 2, pp. 135_156.

12. H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, (1995), "Parallel Distributed Compensation of Nonlinear Systems by Takagi-Sugeno Fuzzy Model," Proc. FUZZ-IEEE/IFES' 95, Yokohama, Japan, pp. 531-538.

13. Y. P. Huang and K. Zhou, (2000), "Robust stability of un-certain time-delay systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 45, pp. 2169-2173.

14. J. LIU, J. ZHANG¹, Y. ZHENG³ and M. HE, (2011)," Robust H-infinity control for discrete-time T-S fuzzy systems with input delay" *J Control Theory*, Vol. 9 (2), pp. 189–194.

15. C. Lin, Q. G. Wang. and T. H. Lee, (2006), "Delay-dependent LMI conditions for stability and stabilization of T–S fuzzy systems with bounded time-delay" *Fuzzy Sets and Systems*, Vol 157, pp. 1229 – 1247.

16. D. F. Coutinho, C. E. de Souza, (2008), "Delay-dependent robust stability and L2-gain analysis of a class of nonlinear time-delay systems" *Automatica*, Vol. 44, pp. 2006–2018.
17. A. Isidori and A. Asolfi, (1992), "Disturbance attenuation and H_∞ control via measurement feedback in nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 37, pp. 1283-1293.
18. A. Isidori, (1994), " H_∞ control via measurement feedback for affine nonlinear systems," *International Journal Robust and Nonlinear Control*, Vol. 4, pp. 553-574.
19. Y. Y. Cao and P. M. Frank, (2000), "Analysis and synthesis of nonlinear time delay systems via fuzzy control approach," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol. 8, pp. 200–211.
20. P. Baranyi, P. Korondi and Kazuo Tanaka, (2009), "Parallel Distributed Compensation Based Stabilization of a 3-DOF RC Helicopter: A Tensor Product Transformation Based Approach," *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, Vol.13 No.1, pp. 25-30.
21. J. L. David, N. Hua, O. Wang and Kazuo Tanaka, (1999), "Parallel Distributed Compensation for Takagi-Sugeno Fuzzy Models: Multiobjective Controller Design", American Control Conference, pp 1832 – 1836, San Diego, CA , USA.
22. R. Wang, W. Lin, and W. Wang, (1994), "Stabilizability of Linear Quadratic State Feedback for Uncertain Fuzzy Time-Delay Systems," *IEEE Trans. On syst., Man and Cyber.-Part B: cybernetics*, Vol. 34, NO. 2, pp 1288-1299.

23. H. O. Wang and j. Li, (2001), "Parallel Distributed Compensation For Takagi-Sugeno Fuzzy Models: New Stability Conditions and Dynamic Feedback designs," *J Acta Automatica Sinica Vol. 27 No. 4. Pp 460- 476.*

24. J. Chiou, C. Wang, C. Cheng and C. Wang, (2009), "Stability Analysis and Controller Design of the Nonlinear Switched Systems via T-S Discrete-Time Fuzzy Model" *International Journal of Fuzzy Systems, Vol. 11, No. 4, pp 213-224.*

25. I. Zelinka, J. Vojtesek and Z. Oplatkova, (2006), "Simulation study of the CSTR reactor for control purposes" Proc. 20th European Conference on Modelling and Simulation, ESCM. Bonn, Germany, pp. 479-482.

26. M. Soroush and C. Kravaris, (1994), "Nonlinear Control Singular of a Polymerization CSTR with Characteristic Matrix," *AIChE Journal, Vol. 40, No. 6, pp. 980-990.*

27. R. B. Gopaluni, I. Mizumoto, and S. L. Shah, (2003), "A Robust Nonlinear Adaptive Back stepping Controller for a CSTR," *Ind. Eng. Chem. Res., Vol 42, pp. 4628-4644.*

28. J. Gao and H. M. Budman, (2005), "Design of robust gain-scheduled PI controllers for nonlinear processes" *Journal of Process Control, Vol. 15 pp. 807–817.*

29. A. K. Chakrabarty and S. Bhattacharya, (2010), "Adaptive Control of a Plant with Time-varying Structured Uncertainties – A New Approach," *IE (I) Journal-EL Vol 90, pp 3-8.*

30. T. Zhang, M. Guay, (2005), "Adaptive control of uncertain continuously stirred tank reactors with unknown actuator nonlinearities," *ISA Transactions Vol. 44*, pp. 55–68.
31. D.L. Yua, T.K. Changa and D.W. Yub, (2007), "A stable self-learning PID control for multivariable time varying systems" *Control Engineering Practice, Vol. 15*, pp. 1577–1587.
32. S.S. Ge, C.C. Hang and T. Zhang, (1998), "Nonlinear adaptive control using neural networks and its application to CSTR systems " *Journal of Process Control Vol. 9*, pp. 313-323.
33. . L. Mei, J. Chengbo and S. Huihe, (2009), "An Improved Fuzzy Predictive Control Algorithm and Its Application to an Industrial CSTR Process" *Process System Engineering, Chinese Journal of Chemical Engineering, Vol. 33*, pp. 100-107.
34. K. Tanaka and H. O. Wang, (2001), "Fuzzy Control Systems Design and Analysis (A Linear Matrix Inequality Approach)" John Wiley & Sons, New York.
35. Stephanopoulos G. (1984), "Chemical Process Control: An Introduction to Theory and Practice", Prentice Hall of India Pvt. Ltd.
36. B. Lehman, J. Bentsman, S. V. Lunel and E. I. Verriest, (1994), "Vibrational Control of Nonlinear Time Lag Systems with Bounded Delay: Averaging Theory, Stabilizability, and Transient Behavior" *IEEE Trans. Aout. Cont., Vol. 39, No. 5*, pp. 898-912.

37. L. A. Zadeh, (1968), "Fuzzy algorithms," *Information and Control*, Vol. 12, No. 2, pp 94-102.
38. R. E. Bellman, and L. A. Zadeh, (1970), "Decision-making in a fuzzy environment," *Management Science*, Vol.17, No. 4, pp. 141-164, 1970.
39. E. H. Mamdani, and S. Assilian, (1975) "An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller," *Int. J. Man Mach. Studies*, Vol. 7, No. 1, pp. 1-13.
40. M. Sugeno, "Industrial Applications of Fuzzy Control". NY: North-Holland, 1985.
41. M. Sugeno, and M. Nishida, (1985), "Fuzzy control of model car," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 16, pp. 103-113.
42. B. Kosko, (1992), "Fuzzy systems as universal approximators," Proc. IEEE International Conference on Fuzzy systems, San Diego, pp. 1153-1162.
43. B. Kosko, (1994), "Fuzzy systems as universal approximators," *IEEE Trans. Computers*, Vol. 43, pp. 1329-1333.
44. L. X. Wang, (1992) "Fuzzy systems are universal approximators," Proc. of the IEEE International Conference on Fuzzy systems, San Diego, pp. 1163-1170.
45. L. X. Wang, (1994), "Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis," Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
46. L. X. Wang, (1997), "A Course in Fuzzy Systems and Control," Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall PTR.

47. C. T. Lin, (1995), "A Neural Fuzzy Control System with Structure and Parameter Learning," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 70, pp. 183-212.
48. C. I. Lin and C. T. Lin, (1996), "Reinforcement learning for an ART-based fuzzy adaptive learning control network," *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 7, No. 7, pp. 709-731.
49. D. C. W. Ramos and P. L. D. Peres, (2002), "An LMI condition for the robust stability of uncertain continuous-time linear systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 47, No. 4, pp. 675-678.
50. T. Takagi, and M. Sugeno, (1985), "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.* Vol. SMC-15, pp. 116-132.
51. S. G. Cao, N. W. Rees, and G. Feng, (1996), "Fuzzy control of nonlinear continuous time systems," Proc. 35th IEEE Conf. Decision and Control, pp. 592-597, Kobe, Japan.
52. H. Ying, (1998), "Sufficient conditions on uniform approximation of multivariate functions by general Takagi-Sugeno fuzzy systems with linear rule consequence," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, Vol. 28, No. 4, pp. 515-521.
53. C. Fantuzzi, and R. Rovatti, (1996), "On the approximation capacities of the homogeneous Takagi-Sugeno model," Proc. FUZZ-IEEE'96, pp. 1067-1072.
54. K. Tanaka, and H. O. Wang, (2001), "Fuzzy Control System Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach." New York: Wiley.

55. Y. Y. Cao, and P. M. Frank, (2001), "Stability analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via linear Takagi-Sugeno fuzzy models," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 124, pp. 213-229.
56. Y. C. Chang, S. S. Chen, S. F. Su, and T.-T. Lee, (2004.), "Static output feedback stabilization for nonlinear interval time-delay systems via fuzzy control approach," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 148, pp. 395-410.
57. Yu. Nesterov and A. Nemirovsky, (1994), "Interior-Point Polynomial Methods in Convex Programming, SIAM, Philadelphia, PA.
58. S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, (1994), "Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory", SIAM, Philadelphia, PA.
59. B. S. Chen, C. H. Lee and Y. C. Chang, " H_∞ tracking design of linear systems: Adaptive fuzzy approach," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol. 4, pp. 32-43, Nov. 1996.
60. B. S. Chen, T. S. Lee, and J. H. Feng, (1994), "A nonlinear H_∞ control design in robotic systems under parameter perturbation and external disturbance," *International Journal of Control*, Vol. 59, pp. 439-461.
61. L. Zadeh, (1973), "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes," *IEEE Trans. On Syst., Man, Cybern.* Vol. SMC-3, pp. 28-44.

ABSTRACT

This thesis describes the application of a robust fuzzy controller with H_∞ robustness performance to the problem of a CSTR temperature control. Temperature control is important as many chemical reactions are sensitive to temperature for formation of desired product and reaction rates depend on the temperature. Since the CSTR is a nonlinear time-delay system, a linear model of the system is achieved around each equilibrium point using the linearization method. Then, based on lyapunov approaches, such a linear feedback controller is designed to stabilize the nonlinear time-delay system and achieve the robust performance, and Takagi-Sugeno fuzzy system is also used to improve the robust performance. Besides, the effect of external disturbance on control performance ρ is attenuated to a minimum value. The sufficient conditions for the existence of such a controller are given in terms of linear matrix inequalities (LMIs) and the controller is derived through the numerical solution of those LMIs.