

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری



دانشگاه صنعتی شهرورد

دانشکده برق و رباتیک

گروه کنترل

گزارش طرح پژوهشی

عنوان طرح:

بررسی کنترل کننده مقاوم دیجیتال H_{∞} و μ

روی یک سیستم غیر خطی و چند متغیره

هوایپما

مجری طرح: دکتر محمد علی صدرنیا

کد: ۱۳۰۶

بهمن ۱۳۸۳

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری



دانشگاه صنعتی شهرورد

دانشکده برق و رباتیک

گروه کنترل

گزارش طرح پژوهشی

عنوان طرح:

بررسی کنترل کنندۀ مقاوم دیجیتال H_{∞} و M

روی یک سیستم غیر خطی و چند متغیره

هوایما

مجری طرح: دکتر محمد علی صدرنیا

کد: ۱۳۰۶

بهمن ۱۳۸۳

این طرح با استفاده از اعتبارات پژوهشی دانشگاه صنعتی شهرورد انجام شده است و تاریخ های تصویب و خاتمه آن به ترتیب ۸۲/۱۱/۱۹ و ۸۳/۱۱/۴ می باشد.

بررسی کنترل کننده مقاوم دیجیتال H_{∞} و μ

روی یک سیستم غیر خطی و چند متغیره

هوایپیما

چکیده

هر سیستم کنترل باید در مقابل محدوده‌ای از تغییرات بیرونی و درونی تعریف شده مقاوم باشد تا اینکه این سیستم کنترل بتواند پایداری (Stability) و عملکرد (Performance) مطلوبی ارایه نماید. در این طرح پژوهشی بررسی کنترل کننده‌های دیجیتال H_{∞} و μ روی هوایپیماهای بدون سرنوشت Machan مورد نظر بوده است. مدل سیستم پیچیده غیر خطی و چند متغیره هوایپیماهای Machan بطور کامل ارایه خواهد شد. همچنین ساده سازیهای لازم جهت خطی کردن مدل این هوایپیما برای حرکت عرضی در یک ارتفاع و سرعت معین توضیح داده می‌شود. روش‌های کنترل مقاوم H_{∞} و μ که جدیدترین روش‌های مقاوم سازی در مقابل اغتشاشها، نویز و خطاهای مدل سازی سیستم می‌باشند شرح داده می‌شود. سپس این تکنیکها به مدل خطی هوایپیماهای Machan اعمال می‌شود و کنترل کننده H_{∞} و μ منتجه روی سیستم غیر خطی واقعی هوایپیماهای Machan شبیه سازی و تست می‌گردد تا ضمن بررسی عملکرد این تکنیکها روی یک سیستم واقعی هوایپیما قوت‌ها و ضعف‌های این روشها آشکار گردد. در پایان سیستم کنترل حلقه بسته آنالوگ منتجه بصورت سیستم کنترل حلقه بسته دیجیتال تبدیل می‌شود. این کار نیاز به انتخاب صحیح زمان نمونه برداری و روش مناسب دیجیتال کردن سیستم دارد. همچنین مقایسه‌ای بین پاسخ سیستم آنالوگ و سیستم دیجیتال انجام می‌شود.

کلمات کلیدی: کنترل مقاوم - روش‌های H_{∞} و μ - سیستم چند متغیره هوایپیما

فهرست مطالب

فصل اول: معرفی طرح پژوهشی

۱	مقدمه	۱-۱
۳	نامعینی فرآیند	۲-۱
۵	نمایش نامعینی	۳-۱

فصل دوم: مروری بر مبانی حث کنترل مقاوم

۶	مقادیر تکین (σ) Singular Values	۱-۲
۷	مسله کنترل مقاوم	۲-۲
۱۱	تحلیل مقاوم - روش کلاسیک	۳-۲
۱۳	تحلیل مقاوم - روش جدید	۴-۲
۱۴	مقیاس بندی قطری	۵-۲
۱۵	طراحی کنترل کننده H_{∞}	۶-۲
۱۶	شكل دهی حلقه مقدار تکین	۷-۲
۱۹	طراحی M	۸-۲

فصل سوم: هوایپیمای بدون سرنشین Machan

۲۲	دینامیک های پرواز	۱-۳
۲۳	معادلات آیرودینامیک	۲-۳
۲۵	کنترل پرواز مقاوم	۳-۳

فصل چهارم: تحلیل و طراحی کنترل مقاوم برای Machan

۲۶	تحلیل کنترل مقاوم برای Machan	۱-۴
۲۷	مدل Machan و سیستم کنترل	۲-۴
۳۲	طراحی کنترل کننده مقاوم H_{∞} برای Machan	۳-۴

فصل پنجم: کنترل دیجیتال

۳۴	کنترل دیجیتال مقاوم برای Machan	۱-۵
۳۶	مقایسه کنترل کننده دیجیتال با آنا لوگ	۲-۵

فصل ششم: نتیجه گیری

۳۸	مراجع	
۳۹	ضمیمه	

چگونه می خواهید کنترل کننده‌ای طرح کنید که دارای عملکرد مقاوم باشد، برای این نیاز به یک تست عملکرد مقاوم داریم. این تست بدترین حالت عملکرد را برای یک سطح تغییرات معین مشخص می‌کند. مقدار تکین ساختاری μ بعنوان یک اندازه‌گیری از مقاوم بودن سیستم پذیرفته شده است. این پروژه شامل آنالیز و سنتز H_{∞} و μ برای هواپیمای Machan در کنترل حرکت عرضی می‌باشد.

هدف این تحقیق معرفی مفاهیم اساسی تئوری کنترل مقاوم، تعیین فرمولها و الگوریتمهای مهم آن، مثال کاربردی روی هواپیمای بدون سرنشین Machan و ارائه منابع موجود می‌باشد. تاکید خاص روی سنتز H_{∞} و تحلیل و سنتز مقدار تکین ساختاری μ یا SSV (Structured Singular Value) می‌باشد. این زمینه‌های تحقیقاتی اخیرا ظاهر شده اند، مهمترین پیشرفت‌های H_{∞} اوایل ۱۹۸۸ گزارش شدند. در نتیجه کتابهای درسی روی کنترل مقاوم تازه شروع به ظاهر شدن کردند. همچنین بیشتر مقالات درباره کنترل مقاوم در یک سطح بسیار بالا از ریاضیات پیچیده نوشته شده‌اند که قابل استفاده برای اکثر مهندسین نیستند.

این گزارش کوششی برای پر کردن این فاصله در زمینه کنترل مقاوم می‌باشد. در اینجا تاکید کمتری روی قضایا و اثبات آنها شده است و بیشتر روی سوالات مهندسی تاکید می‌شود. الگوریتمهای ارائه شده در اینجا به صورت استاندارد است و براحتی توسط MATLAB قابل انجام می‌باشد.

- سنتز H_{∞} روشی برای طراحی قوانین کنترل فیدبک «اتوماتیک» است که پیک اندازه پاسخ فرکانسی حلقه - بسته را برای سیستمهای MIMO می‌نیمم می‌کند. این روش شامل حل دو ماتریس ریکاتی است و تولید قانون کنترلی با همان تعداد حالت‌های فرایند می‌کند.

تحلیل μ ، یا تحلیل مقدار تکین ساختاری (SSV)، تاثیر بدترین حالت روی پایداری یا عملکرد را هنگامی که چندین پارامتر یک فرایند کنترل شده همزمان تغییر می‌کند تعیین می‌کند. پارامترها می‌توانند حقیقی یا موهومی، اسکالر یا ماتریس باشند. هم چنانکه از نام این روش پیداست به روش‌های تحلیل مقاوم مقدار تکین که از اواخر دهه ۱۹۷۰ مشهور شدند مربوط می‌شود.

جدول ۱ نتایج کلیدی تئوری کنترل را در شصت سال گذشته نشان می‌دهد. دوره ۱۹۳۰ - ۱۹۶۰ که به «کنترل کلاسیک» معروف است نتایج استانداردی را به وجود آورد که در صنعت تا امروز استفاده شده است. مفاهیم حوزه - فرکانس نظری قطبها، صفرها، بود، نایکوپیست و مکان هندسی ریشه‌ها مهمترین بحث‌های

کنترل کلاسیک هستند. دوره کنترل مدرن (۱۹۸۰ - ۱۹۶۰) معادلات فضای - حالت و LQG را معرفی کرد. معادلات فضای - حالت و LQG مفاهیمی در حوزه زمان هستند. دوره کنترل مقاوم (تاکنون - ۱۹۸۰) بازگشتی به مفاهیم حوزه - فرکانس است که سنتز H_{∞} , تحلیل μ و LQG/LTR در این دوره دیده می شود.

جدول ۱ نتایج کلیدی تئوری کنترل

کنترل مقاوم تاکنون - ۱۹۸۰	کنترل مدرن ۱۹۶۰ - ۱۹۸۰	کنترل کلاسیک ۱۹۳۰ - ۱۹۶۰	
نمودارهای مقدار تکین آنالیز μ (SSV)	مدل های فضای حالت کنترل پذیری رویت پذیری فرایندهای تصادفی	منحنی بود (پاسخ فرکانسی) تست پایداری نایکویست تست پایداری روث حاشیه های گین و فاز	آنالیز
H_{∞} μ LQG/LTR	فلتر کالمون LQR, LQG	PID جبران سازی Lead-Lag	سنتز
حوزه فرکانس و حوزه زمان	حوزه زمان	حوزه فرکانس	حوزه کاری

۲-۱ نامعینی فرایند

کنترل کننده K معمولاً برای کار با یک مدل فرایند نامی $G = G_{nom}$ طراحی می شود اما G_{nom} هرگز رفتار فرایند واقعی را نشان نمی دهد. فرایند واقعی به صورت $G_{act} = G_{nom} + \Delta$ جاییکه Δ اختلاف بین فرایند واقعی و مدل آن است نوشته می شود. یک کنترل کننده واقعی K باید بتواند بطور مناسبی برای تمام Δ ها کار کند.

นามعینی فرایند یکی از دو دلایل عمدۀ استفاده از کنترل فیدبک است (دومی دفع اغتشاش می باشد). اگر G دقیقاً شناخته می شد به سادگی می توانستیم G^{-1} را بطور سری در ورودی فرایند قرار دهیم تا یک کنترل مستقیم کامل در خروجی بدست آید. اما در عمل این کار ممکن نیست زیرا G با تغییر نقطه کار (ارتفاع، سرعت، درجه حرارت، بار و غیره) تغییر می کند.

مسئله نامعینی فرایند بطور وسیعی توسط نظریه پردازان کنترل مدرن برای مدت ۲۰ سال چشم پوشی شد.

LQG^1 ، (کنترل کننده‌های فیدبک حالت تخمین زده شده)، که بهینه فرض می‌شد، اغلب دارای عملکرد ضعیف هستند، یا حتی ناپایدارند چون در کاربردهای دنیای واقعی به خطاها مدل سازی بسیار حساسند.

فقدان کاربردهای موفق LQG ، مانع پذیرش آن توسط صنعت شد. در نتیجه بیشتر طراحان کنترل صنعتی هنوز به روش‌های کنترل کلاسیک اعتماد دارند. مقاوم بودن LQG بطور وسیعی در دانشگاهها تا اواخر دهه ۱۹۷۰ تائید نشده بود. هر چند شرکت بوئینگ LQG را برای کنترل پرواز بطور موفقیت آمیزی اعمال کرد، و توجه دقیقی به حاشیه‌های مقاوم بودن آن داشت اما LQG هنوز بطور وسیعی استفاده نمی‌شود.

- کنترل مقاوم: یک سیستم کنترل را نسبت به مجموعه‌ای از نامعینی‌های فرایند مقاوم گوییم اگر پایداری یا عملکرد رضایت‌بخشی را برای تمام مدل‌های فرایند در این مجموعه تامین کند.

- تحلیل μ : آزمایش مقاوم بودن سیستم‌های کنترل در مقابل چندین نامعینی فرایند بطور همزمان پس از طراحی قانون کنترل را آنالیز μ نامند.

- طراحی H_∞ و طراحی μ : اجازه طراحی قوانین کنترلی مقاوم در مقابل نامعینی مشخص تعریف شده فرایند را می‌دهد. این نامعینی‌های فرایند به شکل خطاها مجاز (جمع شونده یا ضرب شونده) در ماتریسهای پاسخ فرکанс بین ورودیها و خروجیهای مختلف سیستم قرار می‌گیرند. محدودیتهای حوزه فرکانس روی عملکرد حلقه بسته در روش سنتز نیز می‌تواند شامل شود.

۱-۳ نمایش نامعینی

- نامعینی غیر ساختاری

در طراحی سیستم کنترل فیدیک کلاسیک موضوع نامعینی فرایند توسط حاشیه‌های پایداری یعنی حاشیه گین یا فاز بحث می‌شود. استفاده از چنین حاشیه‌ایی یک روش خام از نامعینی اعمال شده به فرایند است. فرض کنید حاشیه فاز 40° درجه باشد، بنابراین مدل فرایند یک تاخیر فاز به اندازه 40° درجه در نقطه عبور تخمین زده می‌شود. چنین توصیفی از نامعینی غیر ساختاری است چون که اندازه تغییرات را محدود می‌کند، اما مبداء تغییرات را در یک عنصر معین از فرایند دنبال نمی‌کند.

¹ Linear Quadratic Gaussian

دو نوع نامعینی در کنترل مقاوم تعیین می‌شود. ساختاری و غیر ساختاری، نامعینی غیر ساختاری نمایش عناصر وابسته به فرکانس مانند اشباع محرکها و مدهای مدل نشده در گستره فرکانس بالا یا اغتشاشات فرایند در گستره فرکانس پایین می‌باشد.

فرض کنید $G(s)$ تابع انتقال نامی باشد که بهترین تخمین از رفتار فرایند حقیقی است و $G(s)$ تابع انتقال حقیقی فرایند باشد، داریم:

$$G(s) = G_0(s) + \Delta_a(s) \quad (1-1)$$

$$G(s) = G_0(s)[I + \Delta_i(s)] \quad (1-2)$$

$$G(s) = [I + \Delta_0(s)]G_0(s) \quad (1-3)$$

جاییکه Δ نمایش تغییرات جمع شونده، Δ_0 تغییرات ضرب شونده ورودی و Δ_i تغییرات ضرب شونده خروجی است. تنها محدودیت روی تغییرات سایز آن است که توسط $\|\Delta\|$ اندازه‌گیری می‌شود.

در فصل دوم مقادیر تکین و نرم H_∞ ، مسئله کنترل مقاوم، تحلیل و طراحی μ ، نامعینی ساختاری و غیر ساختاری آمده است. در فصل سوم مدل غیر خطی جهت شبیه سازی واقعی و مدل خطی در یک نقطه کاری معین جهت طراحی برای هواپیمای بدون سرنشین Machan بدست می‌آید. در فصل چهارم تحلیل و طراحی کنترل مقاوم H_∞ و μ برای Machan انجام می‌شود. در فصل پنجم کنترل آنالوگ مقاوم به یک کنترل دیجیتال مقاوم تبدیل می‌گردد و در فصل ششم نتیجه گیری خواهد آمد.

فصل دوم: مرواری بر مباحث کنترل مقاوم

۱-۲ مقادیر تکین (σ)

مقادیر تکین ماتریس $A \in C^{m \times n}$ که با σ نمایش داده می‌شود مقادیر غیر منفی جذر مقادیر ویژه A^*A است که به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_p, \quad P = \min\{m, n\} \quad (2-1)$$

بزرگترین مقدار تکین σ را به شکل زیر نشان می‌دهیم

$$\bar{\sigma}(A) = \sigma_1 \quad (2-2)$$

اگر A یک ماتریس $n \times n$ باشد، سپس مقدار تکین λ_m (یعنی کوچکترین مقدار تکین) بصورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$\underline{\sigma}(A) = \sigma_n \quad (2-3)$$

خواص مقادیر تکین عبارتند از:

$$1) \quad \underline{\sigma}(A) \leq |\lambda_i(A)| \leq \bar{\sigma}(A)$$

جاییکه $|\lambda_i(A)|$ نشان دهنده مقادیر ویژه A است.

$$2) \quad \underline{\sigma}(A) = \frac{1}{\bar{\sigma}(A^{-1})} \quad \text{اگر } A^{-1} \text{ موجود باشد،}$$

$$3) \quad \bar{\sigma}(A) = \frac{1}{\underline{\sigma}(A^{-1})} \quad \text{اگر } A^{-1} \text{ موجود باشد،}$$

$$4) \quad \bar{\sigma}(\alpha A) = |\alpha| \bar{\sigma}(A)$$

$$5) \bar{\sigma}(A + B) \leq \bar{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(B)$$

$$6) \bar{\sigma}(AB) \leq \bar{\sigma}(A)\bar{\sigma}(B)$$

$$7) \underline{\sigma}(A) - \bar{\sigma}(E) \leq \underline{\sigma}(A + E) \leq \underline{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(E)$$

$$8) \max\{\bar{\sigma}(A), \bar{\sigma}(B)\} \leq \bar{\sigma}[AB] \leq \sqrt{2} \max\{\bar{\sigma}(A), \bar{\sigma}(B)\}$$

$$9) \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 = \text{Trace}(A * A)$$

$$H_\infty - \text{نرم}$$

$$\|G\|_\infty = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega))$$

۲-۲ مسئله کنترل مقاوم

در دو دهه گذشته پیشرفت‌های بزرگی در زمینه تئوری طراحی سیستم‌های کنترل فیدبک چند متغیره مقاوم که نامعینی‌ها را تحمل کند وجود داشته است. بسیاری از سوالات بین تئوری و عمل در دهه ۱۹۷۰ حل شد. این کار در پرتوی مفاهیم جدید تئوری سازه‌ای مباحث فیدبک نظری حاشیه پایداری، حساسیت، تضعیف اغتشاش و... حل شد. در بین این مفاهیم جدید منحنی بود مقدار تکین یک شاخص کلیدی عملکرد سیستم فیدبک چند متغیره می‌باشد.

مسئله اصلی طراحی سیستم کنترل فیدبک چند متغیره مقاوم ساخت یک قانون کنترلی است که پاسخ سیستم را با وجود اثرات نامعینی در یک محدوده مشخص ابقا کند. نامعینی اشکال متفاوتی دارد اما از میان آنها نویز یا اغتشاش و خطاهای مدل‌سازی از بقیه مهمتر است. منبع دیگر نامعینی اعوجاج غیرخطی مدل نشده است.

نامعینی از هر شکلی که باشد بدون شک عمدترين بحث در طراحی‌های سیستم‌های کنترل است. در نتیجه ما یک کمیت اندازه‌گیری استاندارد برای سایز نامعینی انتخاب می‌کنیم و آن نرم H_∞ است.

مسئله کنترل ریاست در حالت کلی به شکل زیر است :

$$\frac{1}{K_m(T_{y_i u_i}(j\omega))} < 1$$

$$\text{تابع انتقال کنترل کننده } F(s)$$

$T_{y_1 u_1}$ تابع انتقال حلقه بسته

$$K_m = \frac{1}{\mu}$$

$$\frac{1}{K_m(T_{y_1 u_1})} = \mu(T_{y_1 u_1}) = \inf \left\| DT_{y_1 u_1} D^{-1} \right\|_\infty$$

از دید سنتز کنترل مقاوم، مسئله یافتن یک $F(s)$ پایدار برای «شکل دهی» تابع $(T_{y_1 u_1})$ در حوزه فرکانس است. از طرف دیگر، از دید تحلیل کنترل مقاوم، مسئله محاسبه حاشیه پایداری $K_m(T_{y_1 u_1})$ است.

- نامعینی ساختاری و غیرساختاری

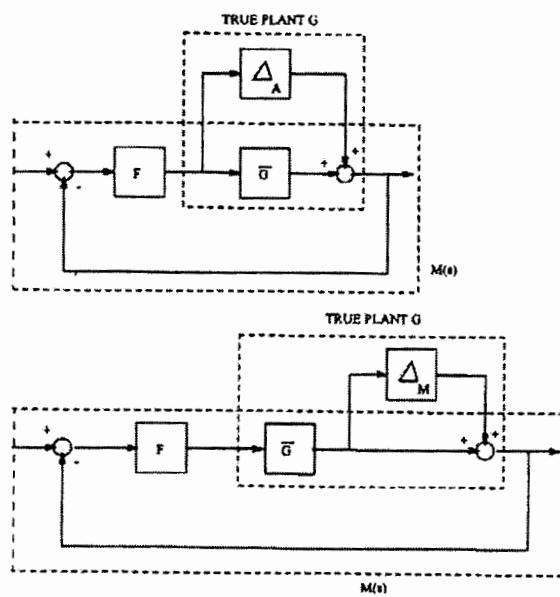
دو نوع نامعینی در کنترل مقاوم تعریف می‌شود: ساختاری و غیرساختاری. نامعینی (عدم قطعیت) غیرساختاری معمولاً بصورت عناصر وابسته به فرکانس نظیر اشباع محرک‌ها و مودهای ساختاری مدل نشده در فرکانس‌های بالا یا اغتشاشات در فرکانس پایین است. رابطه آنها با مدل نامی به صورت جمع شونده:

$$G = \bar{G} + \Delta_A \quad (2-4)$$

یا ضرب شونده:

$$G = (I + \Delta_M) \bar{G} \quad (2-5)$$

می‌باشد. که هر دو با نرم ∞ بصورت $r < \|\Delta\|$ محدود می‌شوند، شکل (۱-۳).



شکل (۱-۳) انواع عدم قطعیت

نامعینی ساختاری بصورت تغییرات پارامتری در دینامیک فرآیند است برای مثال:

۱- نامعینی‌ها در ماتریس‌های (A,B,C,D)

۲- نامعینی‌ها در بعضی قطبها یا صفرهای تابع انتقال.

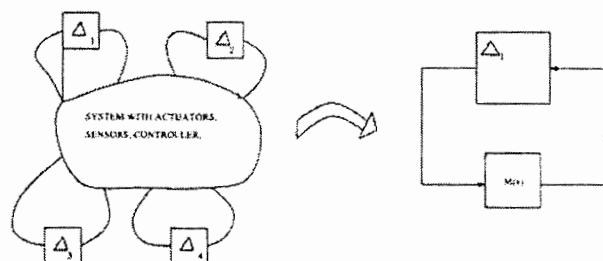
۳- نامعینی‌ها در گین‌ها یا فازهای حلقه معین.

- آنالیز کنترل رباتست

۱- تعریف مدل نامعینی

۲- بیرون کشیدن نامعین‌ها (ساختاری یا غیرساختاری) به داخل فرم $\Delta - M$ مانند شکل (۲-۳) نمودار

تحلیل رباتست M



شکل (۲-۳) سنتز کنترل مقاوم

تئوریهای جدید H_∞ , H_2 و μ موضوع طراحی سیستم‌های چند متغیره را به صورت روتین در آورده است. تئوری H_∞ یک روش مستقیم و قابل اعتماد را برای طراحی کنترلر با مشخصات شکل‌دهی حلقه مقدار تکین بطور بهینه انجام می‌دهد. تئوری H_2 خیلی مستقیم نیست، اما بسیار موثر است و با تکرار می‌تواند مشخصه بود مقدار تکین را به شکل دلخواه در آورد. از طرف دیگر روش سنتز μ تحلیل مقاوم و سنتز مقاوم را در یک چهار چوب قرار می‌دهد. بطوری که می‌توان μ را شکل داد و حداکثر انعطاف‌پذیری رادر مسئله طراحی کنترل مقاوم دارد.

جدول زیر روش‌های در دسترس و مزايا و معایب هر یک را بیان می‌کند:

جدول (۱-۲) : مقایسه روش‌های مختلف طراحی کنترل کننده

روش	مزایا	معایب
LQR	<ul style="list-style-type: none"> - حاشیه پایداری تضمین می شود. - کنترل کننده گین خالص است 	<ul style="list-style-type: none"> - فیدبک کامل حالت مورد نیاز است. - مدل دقیق مورد نیاز است. - تکرارهای زیادی مورد نیاز است.
LQG	از داده های نویز استفاده می کند.	<ul style="list-style-type: none"> - حاشیه پایداری تضمین نمی شود. - مدل دقیق مورد نیاز است. - تکرار زیاد مورد نیاز است
LQG/LTR	HASHIYE PAIDARI TASHMIMIN MI SHOD	KNTRL KNNDE BA GIN BALA
H ₂	<ul style="list-style-type: none"> - پایداری و حساسیت مورد نظر است. - حلقه بسته همواره پایدار است. 	تعداد تکرار زیاد مورد نیاز است.
H _∞	<ul style="list-style-type: none"> - پایداری و حساسیت مورد نظر است. - شکل دهی حلقه دقیق است. 	<ul style="list-style-type: none"> - توجه ویژه به مقاوم بودن پارامترهای فرایند دارد
μ Synthesis	NAMUNIYI SAKHTARI V GIBR SAKHTARI RA DR TRAHJI TRKIB MI KND.	ANDAZHE KNTRL KNNDE XILYI BZRKG AST (3n TA 2n)

- نامعینی ساختاری

استفاده از توصیف غیرساختاری معمولاً منجر به طراحی کننده‌هایی می‌شود که بطور غیر ضروری محافظه کارند، چون آنها حتی در مقابل تغییراتی که هرگز اتفاق نمی‌افتد خوب کار می‌کنند. نامعین ساختاری نمایش تغییرات پارامتری در فرآیند است برای مثال:

۱- نامعینی در ماتریس‌های فضای حالت (A,B,C,D)

۲- نامعینی در بعضی قطب‌ها یا صفرهای تابع انتقال فرآیند.

۳- نامعینی در گین فاز حلقه معین.

در عمل اطلاعات هر دو نامعینی ساختاری و غیر ساختاری درباره فرآیند ممکن است در دسترس باشد. سوال این است که چگونه هر دو نوع اطلاعات را همزمان در نظر بگیریم. عملا همواره می‌توانیم اطلاعات مربوط به نامعینی را به دقت به روش زیر نمایش دهیم. فرض می‌کنیم که فرآیند P دارای سه ورودی و سه خروجی است.

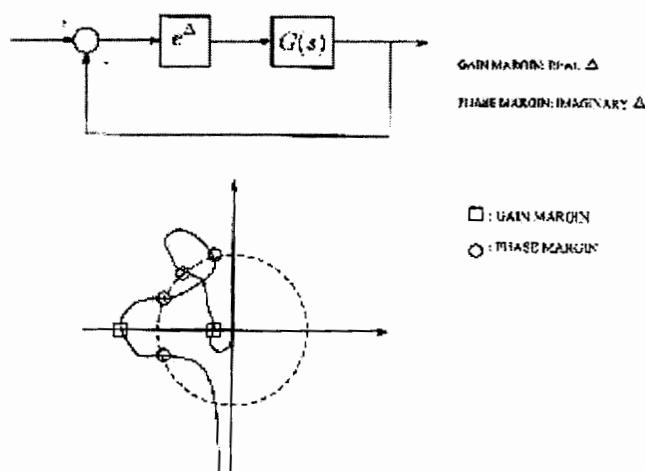
اولین ورودی شامل متغیرهای کنترل است و دومین ورودی سیگنالهای خارجی نظیر اغتشاش و نویز اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. نخستین خروجی سیگنالهای اندازه‌گیری شده را نشان می‌دهد که برای فیدبک استفاده می‌شوند و دومین خروجی آنهایی هستند که رفتارشان مورد نظر ماست.

سومین ورودی و خروجی از فرآیند P جدید است. هر زمان که نامعین در فرآیندی باشد می‌توانیم آن را ناحیه‌ایی توصیف کنیم. Δ یک ماتریس قطری است و بلوک‌های روی قطر بلوک‌هایی هستند که از داخل فرآیند بیرون کشیده می‌شوند.

$$\Delta(s) = \text{diag}\{\Delta_1(s), \dots, \Delta_n(s)\}$$

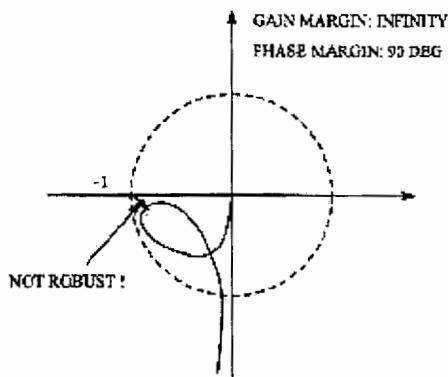
۳-۲ تحلیل مقاوم - روش کلاسیک

نخست تعریف کلاسیک حاشیه پایداری (مقاوم بودن) SISO را یادآوری می‌کنیم. نمودار بلوکی زیر را ملاحظه نمائید. (شکل ۳-۳، حاشیه‌های گین/فاز کلاسیک). حاشیه گین به عنوان تغییرات حقیقی (Δ) تعریف می‌شود حاشیه فاز به عنوان تغییرات موهومی (Δ) است. روی نمودار نایکوئیست آنها محل تقاطعتابع انتقال حلقه روی دایره واحد (حاشیه فاز) محور - حقیقی (حاشیه گین) هستند.



شکل(۳-۳) حاشیه‌های گین/فاز کلاسیک

یک مثال ساده در شکل (۴-۳)، حاشیه‌های گین/فاز $1/4$ مقاوم بودن نشان می‌دهد که حاشیه‌های گین/فاز SISO نمی‌توانند نمایش مقاوم بودن سیستم باشد. زیرا دارای حاشیه گین بی‌نهایت و حاشیه فاز 90 درجه هستیم همچنانکه در شکل (۴-۳) نشان داده شده است، حاشیه‌های گین/فاز $1/4$ مقاوم بودن خیلی به ناپایداری نزدیک است (نقطه بحرانی -1). به عبارت دیگر حاشیه‌های گین/فاز کلاسیک نمی‌توانند بطور همزمان تغییرات در هر دو کمیت را نشان دهد.



شکل (۴-۳) حاشیه‌ها/گین/فاز \neq مقاوم بودن

برای سیستم‌های MIMO، حاشیه‌های گین/فاز کلاسیک در هر لحظه یک حلقه را محاسبه می‌کند و اثرات تغییرات همزمان در چندین حلقه و کوپلینگ متقاطع را در نظر نمی‌گیرد. در 1978 ، Doyle با یک مثال جالب نشان داد که چگونه حاشیه‌های گین/فاز کلاسیک بطور خطرناکی در پیش‌بینی پایداری (مقاوم بودن) مثبت هستند.

نظریه پرداز کنترل A.G.J.Macfarlane یک ابزار تحلیلی پیچیده به نام مکان‌های هندسی گین مشخصه را برای اندازه‌گیری مقاوم بودن سیستم‌ها معرفی کرد. ایده این بود که حاشیه‌های گین/فاز هر مقدار ویژه تابع انتقال حلقه $L(s)$ محاسبه می‌شود، سپس پایداری مقاوم سیستم MIMO بر اساس قضیه پایداری نایکوئیست تعیین می‌گردد.

یک سیستم پایدار است اگر و فقط اگر مکان‌های هندسی نایکوئیست مقادیر ویژه حلقه تابع انتقال $1 - L(s)$ دور بزنند. اما مکان‌های هندسی گین مشخصه ممکن است نتایج خیلی مثبتی ارائه کنند.

۴-۴ تحلیل مقاوم - روش جدید

در اوخر دهه ۱۹۷۰ مشخص شد که استفاده از مقدار تکین و تستهای مربوطه می‌توان به مشکلات روشهای کلاسیک فائق آمد. قضیه مقاوم بودن پایداری مقدار تکین توسط قضیه گین کوچک بنا نهاده شد. سیستم $M - \Delta$ پایدار است اگر هر $(s - \Delta)$ پایدار شرط زیر را برآورده کند:

$$\sigma(\Delta(j\omega)) < \frac{1}{\sigma[M(j\omega)]}$$

برای تمام

$$W \in R(\Delta) \text{ یا } \frac{1}{\|M\|_\infty} <$$

چندین ملاحظه مهم در اعمال قضیه عبارت است از:

۱- یک تغییر کوچک در Δ هرگز تغییر بزرگی در $(\Delta - M)$ یا برعکس ایجاد نمی‌کند (یعنی مقادیر تکین نسبت به مقادیر ویژه برای تحلیل مقاوم بودن بهتر است).

۲- اگر چه قضیه فقط شرط کافی برای پایداری مقاوم را می‌دهد، این شرایط برای پایداری لازم نیز هست در

حالتی که $\|M\|_\infty$ جاییکه سیستم حلقه - بسته پایدار مجانبی نیست.

اکنون مفهوم حاشیه پایداری چند متغیره را معرفی می‌کنیم:

$$K_M(M) = \left\{ \mu(M) = i \operatorname{nf}_{\Delta} \{\bar{\delta}(\Delta) / \det(I - M\Delta) = 0\} \right\}$$

جاییکه $\Delta = \operatorname{diag}(\Delta_1, \dots, \Delta_n)$ است.

- خواص K_M ، μ -

۱- K_M کوچکترین $(\Delta - M\Delta)^{-1}$ است که می‌تواند سیستم $(I - M\Delta)$ را ناپایدار سازد.

۲- اگر Δ ای وجود نداشته باشد که $\det(I - M\Delta) = 0$.

۳- K_M تابعی از M و ساختار Δ است.

۴- $\mu(\alpha M) = |\alpha| \mu(M)$ برای هر اسکالر α .

۵- $\rho(M) \leq \mu(M) \leq \bar{\sigma}(M)$ ، جاییکه ρ شعاع طیفی است.

۶- اگر $\Delta = \delta I$ برای $\delta \in C$ سپس $\mu(M) = \bar{\rho}(M)$

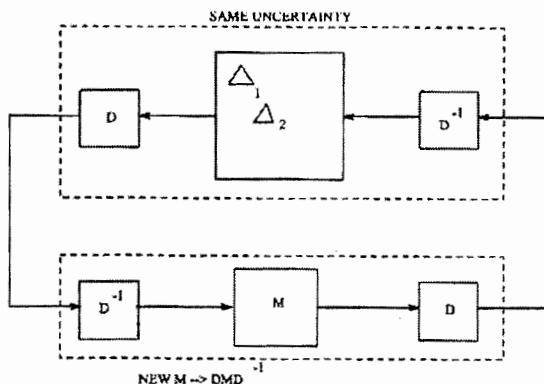
۷- اگر $\Delta \subset C^{n \times n}$ ماتریس کامل باشد، $\mu(M) = \bar{\sigma}(M)$

۸- قضیه گین - کوچک تعمیم یافته: اگر $(I - M\Delta)^{-1}$ نامی پایدار باشد، سپس سیستم تغییر یافته

برای همه Δ_i که $\| \Delta_i \|_\infty \leq 1$ پایدار است اگر و فقط اگر $K_m(M(j\omega)) > 1$ باشد.

۵-۲ مقیاس‌بندی قطری

در سال ۱۹۸۱، مفهوم مقیاس‌بندی قطری برای محاسبه باندهای بالایی حاشیه پایداری چند متغیره معرفی کرد. شکل (۵-۳) مفهوم مقیاس‌بندی قطری را نشان می‌دهد.



شکل (۵-۳) مفهوم مقیاس‌بندی قطری

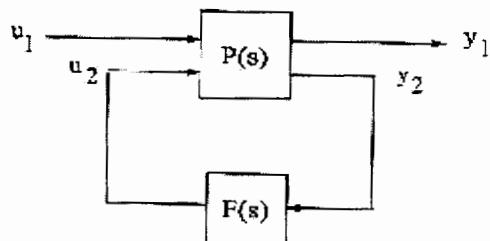
این ایده به شکل زیر است: اگر D, Δ ماتریس‌های قطری باشند، $\| \Delta \|_\infty = \| D^{-1} \Delta D \|_\infty$ ، اما می‌تواند خیلی کوچکتر از $\| M \|_\infty$ باشد. این حقیقت منجر به این می‌شود که باندها بالایی K_M بطور دقیقی مقاوم بودن سیستم MIMO را پیش‌بینی می‌کند.

$$\frac{1}{K_M} = \mu(M) \leq \inf_{D \in D_p} \| DMD^{-1} \|_\infty \leq \| D_p M D_p^{-1} \|_\infty$$

جاییکه $D_p \in D$ ماتریس مقیاس‌بندی بهینه را نشان می‌دهد و $D_p = \{ \text{diay}(d_1 I \dots d_n I) | d_l > 0 \}$

واضح است که قضیه مقاوم بودن پایداری مقدار تکین مقیاس‌بندی نشده روی K_M برای پیش‌بینی حاشیه پایداری چند متغیره محافظه کار است در حالیکه مقدار تکین مقیاس‌بندی شده خیلی دقیق‌تر است.

روشهای طراحی کنترل مقاوم برای یک قانون کنترل فیدبک برآوردن نامساوی $\|T_{y_1 u_1}\| < 1$ به نام مسئله گین - کوچک شناخته می‌شود.



شکل (۶-۳): مسئله گین - کوچک

۶-۲ طراحی کنترل H_∞

طراحی کنترل H_∞ به صورت زیر فرموله می‌شود؛ فرآیند $P(s)$ را به صورت فضای - حالت در نظر می‌گیریم

$$P(s) = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$

قانون کنترل فیدبک پایدار را چنان بیابید که

$$U_2(s) = F(s)Y_2(s)$$

چنان که نرم ∞ ماتریس تابع انتقال حلقه بسته زیر

$$T_{y_1 u_1} = P_{11}(s) + P_{12}(s)(I - F(s)P_{22}(s))^{-1}F(s)P_{21}(s)$$

کوچک باشد یعنی $\min \|T_{y_1 u_1}\|_\infty$

- خواص کنترل کننده H_∞

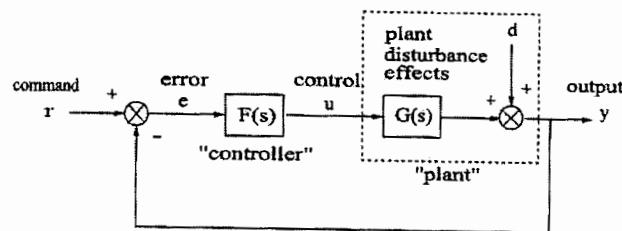
خاصیت ۱: $T_{y_1 u_1}$ تابع هزینه کنترل بهینه H_∞ برای همه فرکانسها تمام گذر است یعنی $\overline{\sigma}(T_{y_1 u_1}) = 1$

خاصیت ۲: کنترل کننده H_∞ دارای همان تعداد حالت‌های فرآیند می‌باشد (n حالت)

۷-۲ شکل دهی حلقه مقدار تکین

روش ترکیب حساسیت نمودار بلوکی سیستم کنترل چند متغیره شکل (۷-۳) را در نظر بگیرید. برای کمی کردن حاشیه‌های پایداری و عملکرد چنین سیستمهای می‌توانیم از مقدارهای تکین ماتریسهای تابع انتقال حلقه - بسته از Γ به خروجیهای e , u , y استفاده کنیم.

where $L(s) = G(s)F(s)$.



شکل (۷-۳) روش ترکیب حساسیت در سیستم کنترل چند متغیره

$$S(s) = (I + L(s))^{-1}$$

$$R(s) = F(s)(I + L(s))^{-1}$$

$$T(s) = L(s)(I + L(s))^{-1} = I - S(s)$$

جاییکه

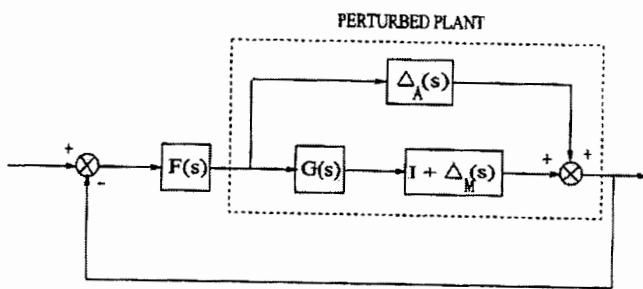
$$L(s) = G(s)F(s)$$

دو ماتریس $T(s)$, $S(s)$ بعنوان تابع حساسیت و تابع حساسیت مکمل شناخته می‌شوند. ماتریس $R(s)$ نام معینی ندارد. نمودارهای منحنی بود مقدار تکین برای هر کدام این ماتریسهای تابع انتقال $, T(s)$, $R(s)$ ، $S(s)$ نقش مهمی را در طراحی سیستم کنترل چند متغیره مقاوم بازی می‌کنند. مقادیر تکین ماتریس تابع انتقال حلقه $(L(s))$ هستند چون $L(s)$ ماتریس‌های $T(s)$, $S(s)$ را معین می‌کند.

مقادیر تکین $S(j\omega)$ تضعیف اغتشاش را معین می‌کنند چون $S(j\omega)$ در حقیقت تابع انتقال حلقه - بسته از اغتشاش d به خروجی فرایند y می‌باشد (شکل (۷-۳) را ببینید). بنابراین تضعیف اغتشاش بصورت زیر نوشته می‌شود.

$$\bar{\sigma}(S(j\omega)) \leq |W_1^{-1}(j\omega)|$$

جاییکه $|W_1^{-1}(j\omega)|$ ضریب تضعیف اغتشاش مطلوب است. با توجه به اینکه $(j\omega) W_1$ وابسته به فرکانس است قادر می‌شویم که برای هر فرکانس ضریب تضعیف مختلفی تعیین کنیم. نمودارهای بود مقدار تکین $T(s)$, $R(s)$ برای اندازه‌گیری حاشیه‌های پایداری طراحی‌های فیدبک چند متغیره در حضور تغییرات فرایند جمعی Δ_A و تغییرات فرایند ضربی Δ_M استفاده می‌شود، شکل (۸-۳) را برای نامعینی ضرب شونده / جمع شونده ببینید.



شکل (۸-۳) نامعینی ضرب شونده / جمع شونده

ببینیم چگونه منحنی بود مقدار تکین حساسیت مکمل $T(s)$ حاشیه پایداری را برای تغییرات ضربی Δ_M تعیین می‌کند. حاشیه پایداری ضربی مطابق تعریف، اندازه کوچکترین (s) Δ_M پایدار است که سیستم را ناپایدار می‌کند، نامعینی جمعی $\bar{\sigma}(\Delta_M(j\omega)) = 0$ است. طبق تعریف اندازه $(j\omega) \Delta_M$ است و دو قضیه پایداری زیر را داریم:

قضیه مقاوم ۱) فرض کنید که شکل (۸-۳)، نامعینی جمع شونده / ضرب شونده پایدار باشد و هر دو Δ_M, Δ_A صفر باشند. فرض کنید $0 = \Delta_A$ باشد. سپس سایز کوچکترین (s) پایدار برای اینکه سیستم ناپایدار شود برابر است با

$$\bar{\sigma}(\Delta_M(j\omega)) = \frac{1}{\bar{\sigma}(T(j\omega))}$$

هر چقدر $(j\omega) T$ کوچکتر باشد سایز کوچکترین تغییر ضرب شونده ناپایدار کننده بزرگتر خواهد بود و بنابراین حاشیه پایداری بزرگتر می‌شود. نتیجه مشابه برای حاشیه پایداری در مواجه با تغییرات فرایند جمعی Δ_A نسبت $(s) R$ بدست می‌آید. فرض کنید $(j\omega) \bar{\sigma}(\Delta_A(j\omega))$ سایز $(j\omega) \Delta_A$ در فرکانس ω باشد. سپس قضیه پایداری زیر را خواهیم داشت.

قضیه مقاوم ۲) فرض کنید که سیستم شکل (۸-۳)، نامعینی جمعی / ضربی با Δ_A, Δ_M صفر پایدار باشد.

سپس سایز کوچکترین $(s_A \Delta)$ پایدار برای اینکه سیستم ناپایدار شود عبارت است از:

$$\bar{\sigma}(\Delta_A(j\omega)) = \frac{1}{\bar{\sigma}(R(j\omega))}$$

به عنوان نتیجه ای از قضایای ۱ و ۲، مرسوم است که حاشیه‌های پایداری سیستم‌های کنترل از طریق نامعادلات مقدار تکین نظیر

$$\bar{\sigma}(R(j\omega)) \leq |W_2^{-1}(j\omega)|$$

$$R(T(j\omega)) \leq |W_3^{-1}(j\omega)|$$

جاییکه $|W_2(j\omega)|$ و $|W_3(j\omega)|$ سایزهای بزرگترین تغییرات فرایند جمعی و ضربی پیش‌بینی شده است. مرسوم است که تمام اثرات نامعینی را به داخل یک تغییر ضربی فرضی Δ_M جمع کنیم، یعنی مشخصات طراحی کنترل بصورت زیر نوشته شود.

$$\frac{1}{\underline{\sigma}_i(S(j\omega))} \geq |W_1(j\omega)|$$

$$\bar{\sigma}_i(T[j\omega]) \leq |W_3^{-1}(j\omega)|$$

هم چنان که در شکل (۹-۳) نشان داده شده است، مشخصات مقدار تکین روی T, S دیده می‌شود.

جالب است توجه کنیم که در قسمت بالایی شکل (۹-۳) مشخصات مقدار تکین روی S, T (بالای خط db) صفر

$$\underline{\sigma}(L(j\omega)) \approx \frac{1}{\bar{\sigma}(S(j\omega))}$$

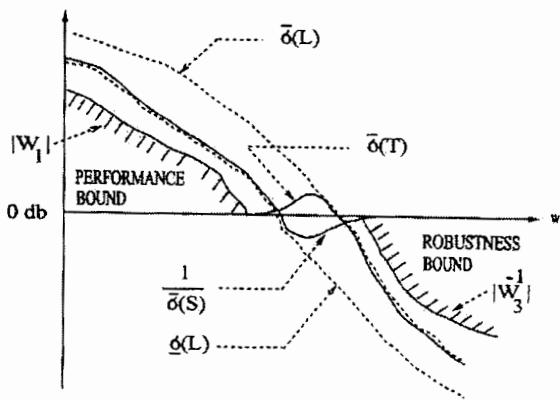
در حالیکه قسمت پایینی شکل (۹-۳) مشخصات مقدار تکین روی S, T زیر خط صفر db است.

$$\underline{\sigma}(L(j\omega)) \approx \bar{\sigma}(T(j\omega))$$

این نتایج از این حقیقت است که

$$S(s) = (I + L(s))^{-1} \approx L(s)^{-1} \quad \text{اگر } \underline{\sigma}(L(s)) \gg 1$$

$$T(s) = L(s)(I + L(s))^{-1} \approx L(s) \quad \text{اگر } \underline{\sigma}(L(s)) \gg 1$$



شکل (۹-۳) مشخصات مقدار تکین روی S و T

بنابراین مرسوم است که مشخصات تضعیف اغتشاش و حاشیه پایداری ضربی بطور مستقیم بر حسب نواحی غیر مجاز برای منحنی‌های بود $\sigma(L(j\omega))$ به عنوان نیازهای «شکل‌دهی حلقه مقدار تکین» دیده شود. نکته مهم در انتخاب مشخصات طراحی W_1 ، W_3 این است که فرکانس قطع صفر db منحنی بود W_1 باید به قدر کافی زیر فرکانس قطع صفر W_3^{-1} db باشد، در غیر این صورت شرایط فوق قابل دسترس نخواهد بود. بطور دقیق‌تر نیاز داریم که

$$\bar{\sigma}(W_1^{-1}(j\omega)) + \bar{\sigma}(W_3^{-1}(j\omega)) > 1$$

۸-۲ طراحی μ

موضوع سنتز μ یافتن یک کنترل کننده پایدار $F(s)$ و یک ماتریس مقیاس بندی $D(s)$ است چنان که $\|DT_{y_{1u}}D^{-1}\|_\infty < 1$ برقرار باشد.

چون $\|T_{y_{1u}}\|_\infty$ به عنوان بند بالایی مقدار تکین ساختاری $m = k/m = 1/k$ است، داشتن نرم بی‌نهایت $T_{y_{1u}}$ کمتر از یک برای اطمینان از پایداری مقاوم و عملکرد مقاوم کافی است. مفهوم روش سنتز μ بصورت زیر است .

- ۱- فرض کنید $I = D(s)$ ، و کنترل H را برای یافتن یک $F(s)$ که تابع هزینه $\|DT_{y_{1u}}D^{-1}\|_\infty$ را می‌نیمم می‌کند استفاده شود.

۲- $F(s)$ را ثابت بگیرید و ماتریس قطری می‌نیمم کننده $D(s)$ را بیابید.

۳- با استفاده از روش تناسب منحنی، یک تقریب با مرتبه کمتر برای $D(s)$ در مرحله ۲ بیابید.

۴- اگرتابع هزینه از یک کمتر باشد توقف می‌کنیم، در غیر این صورت به مرحله ۱ می‌رویم.

این روش در حقیقت دو بهینه سازی می‌باشد و حل آنها با ثابت نگه داشتن یکی از آنها $F(s)$ یا $D(s)$ و

$$\|DT_{y_{1u1}}D^{-1}\|_{\infty} \text{ می‌نیمم سازی روی متغیر دیگر تا اینکه محدوده } \| \text{ می‌عنی}$$

بقدر کافی کوچک نشود انجام می‌پذیرد. برای D ثابت مسئله سنتز H_{∞} می‌شود.

- کنترل مقاوم دیجیتال

امروزه سیستمهای کنترل دیجیتال در صنعت غالب هستند. تبدیل دو خطی که شامل تبدیل توستین می‌باشد به شکل زیر است.

$$S = \frac{2}{T} \left(\frac{Z-1}{Z+1} \right) \quad (2-6)$$

و قادر است که سیستمهای پیوسته را به معادل گسسته و برعکس تبدیل کند. خاصیت کلیدی تبدیل توستین این است که نرم H_{∞} را ابقا می‌کند.

- نرم H_{∞} گسسته:

$$\|G\|_{\infty} \triangleq \text{Sup}_{\omega} \bar{\sigma}(G(e^{j\omega}))$$

برای طراحی یک سیستم کنترل H_{∞} دیجیتال یکی از روش‌های زیر را می‌توان انجام داد:

۱) یک قانون کنترل $(F(s))$ در حوزه s طراحی می‌کنیم، سپس نگاشت کنترل کننده به صفحه Z را از طریق تبدیل توستین

$$F(z) \leftarrow F(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \left(\frac{Z-1}{Z+1} \right)} \quad (2-7)$$

بدست می‌آوریم. اگر فرکانس نمونه برداری چندین مرتبه بزرگتر از عرض باند طراحی باشد، سیستم منتجه دیجیتال مشابه طراحی پیوسته جواب خواهد داد.

۲) نگهدار مرتبه صفر و نمونه بردار به فرایند نمونه برداری شده $G(z)$ اضافه کنید، سپس $G(z)$ را به داخل صفحه $-W$ نگاشت نمایید و روش‌های طراحی را با فرض صفحه $-s$ اعمال نمایید. پس از اعمال طراحی

نگاشت کنترل کننده را به صفحه Z- از صفحه W- انجام دهید. سپس کنترل کننده مستقیما در حوزه Z- می‌تواند ساخته شود. نرم H_{∞} تحت تبدیل توستین بدون تغییر می‌ماند.

فصل سوم: هوا پیمای بدون سرنشین

Machan

هواپیمای بدون سرنشین Machan تست شده در آزمایشگاه تونل باد دانشگاه کرنفیلد انگلستان برای آزمایش روش‌های μ/μ H انتخاب شده است. این هواپیما توسط (Junger, 1994) در نرم افزار شبیه سازی و تست شده است. Simulink

۱-۳ دینامیک‌های پرواز

دینامیک‌های پرواز حرکت یک هواپیما را تحت تاثیر نیروها و گشتاورها توضیح می‌دهد. هواپیماها در هر جهتی می‌توانند پرواز کنند بنابراین دارای شش درجه آزادی هستند. در نتیجه دینامیک سیستم خیلی پیچیده است و بسیار غیر خطی عمل می‌کند. شبیه سازی با معادلات غیر خطی کامل، بسیار طاقت فرسا است و باید مقداری ساده‌سازی انجام شود. این ساده سازیها در کتابهای زیر آمده است، Aslin(1985) ، Babtister(1986) ، Etkin(1982)

۲-۱ توصیف سیستم محورها

قرار داد بین المللی استاندارد محورها بصورت زیر تعریف می‌شود:

- محورهای متصل به هواپیما: محورهای ثابت شده روی بدن
- محورهای قرار گرفته روی زمین: محورهای ثابت شده روی زمین محورهای ثابت شده روی بدن هواپیما عبارتند از:

OX از مرکز ثقل به طرف دماغه هواپیما

oy از مرکز ثقل به سمت بال هواپیما

OZ عمود بر صفحه XY، از مرکز ثقل به سمت پایین

محورهای OX و OY به ترتیب محور طولی و عرضی نامیده می‌شوند چون محورهای ثابت شده روی بدنه با بدنه حرکت می‌کنند، موقعیت و جهت هواپیما را نمی‌توانند توصیف کنند. به این دلیل محورهای ثابت شده روی زمین معرفی می‌شوند.

۲-۳ معادلات آرودینامیک

این بخش نیروها و گشتاورها بخاطر حرکت نسبی یک جامد از میان هوا را بررسی می‌کند. نیرو و گشتاور ایجاد شده توسط هوا روی بدنه هواپیما از دو رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = \frac{1}{2} \cdot C_F \cdot P \cdot V_T^2 \cdot S \quad (3-1)$$

$$M = \frac{1}{2} C_M \cdot P \cdot V_T^2 \cdot S \cdot L \quad (3-2)$$

یک ضریب بدون بعد است، P چگالی هواست، V_T سرعت نسبی جامد به هواست، S سطح بال هواپیماست و L بازوی گشتاور است. نیروهای اساسی روی یک هواپیما نیروی بالا برنده و کشش است. این نیروها توسط باد و در طول و عمود بر بردار سرعت تولید می‌شوند. هواپیما دارای سه مجموعه صفحات کنترل می‌باشد که حرکت هواپیما در هوا را کنترل می‌کنند. این صفحات کنترل در طراحی هواپیماهای مختلف ممکن است با هم متفاوت باشند. در اینجا هواپیمای Machan را معرفی می‌کنیم.

بالابر (elevator)، زاویه انحراف γ ، یک روش معمول برای کنترل طولی می‌باشد. صفحه بالابر نصب شده در انتهای هواپیما روی دم افقی که ایجاد نیروی بالا برنده برای یک گشتاور پیچ حول مرکز ثقل هواپیما می‌کند. شهپرها که روی بالها قرار دارند برای افزایش نیروی بالا برنده در یک بال و کاهش آن در بال دیگر نصب می‌شوند. نتیجه این تولید گشتاور رول (roll) خواهد بود. سکان (τ) یک صفحه نصب شده روی دم عمودی هواپیماست. هدف این صفحه کنترل ایجاد یک نیروی جانبی است که باعث گشتاور Yaw می‌شود. بعلاوه فشار پدال گاز برای کنترل فشار موتور و بنابراین سرعت به سمت جلو استفاده می‌شود.

در هواپیمای Machan یک موتور پیستونی، چهار ملخ را می‌چرخاند. این هواپیما در تونل باد دانشکده هوا و فضا دانشگاه کرنفیلد انگلستان آزمایش شده است (Howe , 1980)، و نتایج شبیه سازی در فضای (yunger , 1994) با نتایج تونل باد منطبق است، Simulink با خطی سازی معادلات عرضی هواپیما برای سکان و شهریار $V_r = 33ms^{-1}$, $\Gamma = 0$, $\tau = 0$ داریم (yunger , 1994)

$$A_{\text{lateral}} = \begin{bmatrix} -0.2773 & 0 & -32.9207 & 9.8100 & 0 \\ -0.1033 & -8.5248 & 3.7509 & 0 & 0 \\ 0.3650 & 0 & -0.3139 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

$$B_{\text{lateral}} = \begin{bmatrix} -5.4324 & 0 \\ 0 & -28.6408 \\ -9.4170 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

$$X = A_{\text{lateral}} x + B_{\text{lateral}} U$$

معادله مشخصه بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\det(sI - A) = s \left(s + \frac{1}{\tau_r} \right) \left(s^2 + 2\zeta_d \omega_{nd} s + \omega_{nd}^2 \right) \left(s + \frac{1}{\tau_s} \right) = 0 \quad (3-5)$$

چهار مد حرکت جانبی داریم که عبارتند از:

۱- مد زاویه جانبی

۲- مد چرخشی

۳- مد چرخش متغیر

۴- مد چرخش داج

- پایداری و کنترل

پایداری خاصیتی از یک وضعیت تعادل است. نقطه تعادل پایدار گفته می‌شود اگر هواپیما پس از یک اغتشاش به وضع اولیه‌اش بازگردد. دو نوع ناپایداری در هواپیما وجود دارد. یکی پایداری استاتیکی و دیگری

دینامیکی است. در ناپایداری استاتیکی هواپیما به طور پیوسته از شرایط تعادلش خارج می‌شود ولی در ناپایداری دینامیکی هواپیما حول نقطه تعادل با افزایش دامنه نوسان می‌کند.

کنترل هواپیما دارای دو وظیفه، تثبیت نقطه تعادل یا تغییر آن است. یک کنترل مناسب باید قادر به تولید گسترهای از نقاط تعادل باشد. حرکت از یک نقطه تعادل به نقطه تعادل دیگر با معیار پایداری ملاحظه می‌شود. دومین وظیفه کنترل انجام حرکات شتابدار یا غیر تعادلی است. این مانورها ممکن است به شکل حالت دائم باشند یعنی نیروها و شتابها ثابت باشند. اگر هواپیما خیلی پایدار باشد انرژی کنترلی بزرگی مورد نیاز است تا شرایط نقطه کار را عوض کند. اما اگر هواپیما فقط پایدار باشد انحراف کنترلی کوچکی سبب حرکت بزرگی از نقاط تعادل می‌شود.

۳-۳ کنترل پرواز مقاوم

دینامیک پرواز هواپیما را به دو دسته حرکات طولی و عرضی تقسیم کردیم. در هر کدام از این تقسیمات مودهای مختلفی داریم که توسط آرایش هواپیما تعریف می‌شود.

بهترین روش پیشرفت ساختاری مودها استفاده از کنترل پرواز اتوماتیک است که پایداری مصنوعی را تامین می‌کند. بجای سیگنال ورودی خلبان حالتها را فیدبک می‌کنیم تا اینکه سیگنال کنترل جدید بسازیم. این سیستم‌ها به عنوان سیستم‌های پایدار ساز (SAS) نامیده می‌شود و یکی از مهمترین سیستم‌های کنترل پرواز است. یک نمونه از SAS یک میرا کننده جنبی است که مودهای جانبی ناپایدار را اصلاح می‌کند. نیاز دیگر یک سیستم نگهدار جهت است که به عنوان خود خلبان با تثبیت جهت پیچ یا زاویه جانبی عمل می‌کند. طراحی SAS به عنوان طراحی حلقه‌های داخلی است در حالی که خود خلبان به عنوان کنترل کننده حلقه خارجی عمل می‌کند.

موضوعات مطلوب در هر سیستم کنترل پرواز به صورت زیر خلاصه می‌شود:

- ۱- بهینه کردن عملکرد هواپیما توسط پایدار سازی آن با داشتن مانورهای دقیق
- ۲- کاهش اثرات اغتشاش روی هواپیما بخاطر باد یا بادهای ناگهانی
- ۳- کاهش مدهای ساختاری بخاطر بدنه غیر صلب
- ۴- کنترل مقاوم هنگام مواجه با تغییرات خیلی بزرگ در دینامیک هواپیما

فصل چهارم: تحلیل و طراحی کنترل مقاوم

Machan برای

۱-۴ تحلیل کنترل مقاوم Machan

این فصل شامل کاربرد روش‌های H_∞ و μ روی یک مثال واقعی هواپیمای بدون سرنشین Machan برای کنترل حرکت عرضی است. همچنانکه در فصل دوم توضیح داده شد، مدل هواپیما از روی داده‌های حقیقی بدست آمده از تونل باد آزمایشگاه هوا فضای دانشگاه کرنفیلد انگلستان دست آمده است. مسئله داشتن یک عملکرد مقاوم با نامعینی ضرب شونده در ورودی فرایند وتابع حساسیت وزنی خروجی بعنوان معیار عملکرد می‌باشد. روش‌های فوق توسط جعبه ابزار Tools- μ به مدل هواپیما اعمال می‌شود. گام‌های تحلیل طراحی بقرار زیر است:

۱. مشخصات ساختاری فیدبک حلقه بسته
۲. مشخصات مدل نامعینی و معیارهای عملکرد بر حسب ماتریس‌های وزنی وابسته به فرکанс
۳. ساخت اتصال حلقه باز برای طراحی کنترل
۴. طراحی کنترل کننده بهینه H_∞ برای اتصال حلقه باز
۵. تحلیل عملکرد مقاوم با استفاده از مقدار تکین ساختاری μ
۶. طراحی μ در صورت لزوم

۲-۴ مدل Machan و سیستم کنترل

مدل سیستم خطی که بر اساس خطی سازی مدل غیر خطی در یک نقطه کار معین بدست آمد دارای مرتبه ۷ می باشد. در این کار پژوهشی فقط دینا میک های عرضی که از دینا میک های طولی دیکوپله فرض می شوند را بررسی می کنیم. مدل خطی برابر است با:

$$\dot{x} = A_{\text{lateral}}x + B_{\text{lateral}}u \quad (4-1)$$

بردار حالت و بردار کنترل عبارتند از:

$$x^T = (Vb, P, R, \Phi, \Psi, \tau, \zeta) \quad (4-2)$$

$$u^T = (\tau, \zeta)$$

حالتها بترتیب عبارتند از : سرعت جانبی، سرعت چرخش، سرعت گردش، زاویه چرخش، زاویه گردش، و ورودیهای کنترل زاویه سکان عمودی و زاویه شهپر است. در این صورت ($A_{\text{lateral}}, B_{\text{lateral}}$) کنترل پذیر است، یعنی

$$\text{rank}(\text{ctrb}(A_{\text{lateral}}, B_{\text{lateral}})) = 7$$

مقادیر ویژه سیستم حلقه باز نشان میدهد که هواپیمای Machan بطور ذاتی ناپایدار است. این هواپیما دارای یک مد ناپایدار با فرکانس ۰.۱۲۳۲ rad/s است.

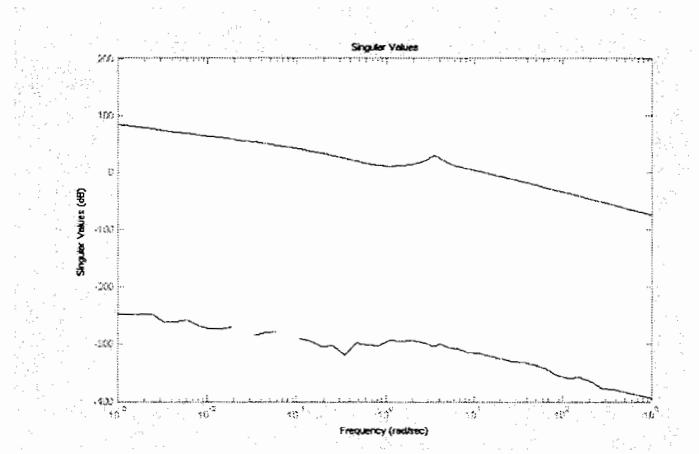
0	heading integration mode
-8.5565	roll subsidence mode
0.1232	spiral divergence mode
-0.3413 ± 3.5105i	Dutch Roll mode
-10.0000	rudder actuator mode
-5.0000	aileron actuator mode

پاسخ فرکانسی حلقه باز Machan در شکل (۴-۱) نشان داده شده است. عدد شرطی بالای سیستم نشان دهنده سختی طراحی کنترل کننده می باشد.

$$\text{Cond(alat)} = 4.5706e+017$$

طراحی کنترل برای داشتن عملکرد مقاوم سرعت چرخش (P) و سرعت گردش (R) انجام می شود. برای داشتن عملکرد خوب بک کامل حالت براحتی میتواند صورت گیرد، بشرطی که قطبهای حلقه بسته

پایدار را داشته باشیم. مجموعه ای از قطبها ای مناسب برای این هواپیما در حرکت عرضی توسط (Spurgeon, 1988) ارایه شده است.



شکل (۱-۴) : پاسخ فرکانسی حلقه باز Machan

- 15.0021 aileron actuator mode
- 10.0023 rudder actuator mode
- 0.0499 spiral mode
- $-1.4986 \pm 1.5075i$ Dutch roll mode
- $-1.9992 \pm 10017i$ roll mode

ساختر فیدبک حلقه بسته G نمایش تابع انتقال واقعی هواپیما است :

$$G = G_{\text{nom}} + W_{\text{del}} \Delta_G G_{\text{nom}}$$

داخل تابع انتقال واقعی، مدل نامی هواپیما، G_{nom} ، و دو عنصر Δ_G ، W_{del} نامعینی را داخل مدل، بصورت پارامتری تبدیل می کنند. تابع انتقال W_{del} شناخته شده فرض می شود، و مقدار نامعینی در مدل را نشان می دهد. تابع انتقال Δ_G (نامعینی ضرب شونده) نا شناخته اما مشروط به $1 \leq \|\Delta_G\| \leq \infty$ فرض میشود. سیگنال d شامل تمام ورودیهای خارجی، شامل اغتشاش، نویز سنسور و فرمانها است. خروجی e سیگنال خطای d است. موضوع عملکرد این است که تابع انتقال d به e در نرم بی نهایت $\|\cdot\|$ برای تمام توابع انتقال نامعینی ممکن Δ_G کوچک باشد. تابع وزنی W_p برای انعکاس گستره فرکانسی نسبی مهم که برای عملکرد

مطلوب است استفاده میشود. موضوع طراحی کنترل کننده یعنی ساخت کنترل کننده K چنان که سیستم حلقه بسته در مقابل تمام آشفتگیهای $(s) \Delta_G$ با $\| \Delta_G \|_\infty < 1$ پایدار باقی بماند و نرم بینهایت تابع انتقال حساسیت کوچکتر از یک باشد.

$$S(\Delta_G) := W_p(I + GK)^{-1} = W_p(I + G_{\text{nom}}(I + \Delta_G W_{\text{del}})K)^{-1} \quad (4-3)$$

$$\|S(\Delta_G)\|_\infty < 1$$

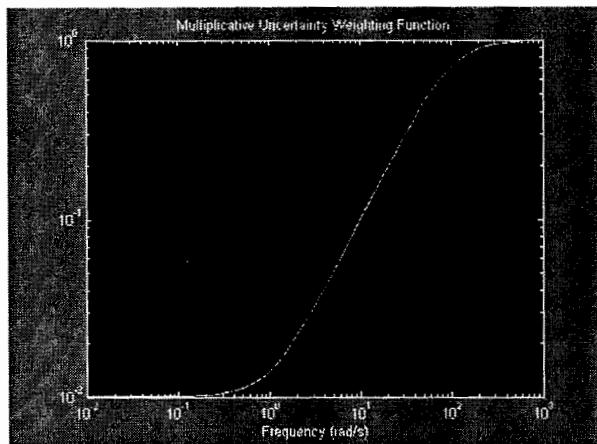
- مدل های نامعینی و موضوعات عملکرد

مدل هوایپما در این طرح تحقیقاتی دارای دو ورودی کنترل : زاویه سکان (τ) و زاویه شهپر (ζ) و دو خروجی اندازه گیری شده : سرعت چرخش (P) و سرعت جانبی (R) می باشد.

مجموعهایی از نامعینی های مدل هوایپما می تواند شامل نامعینی در محرك های سکان و شهپر، نامعینی در نیروها و گشتاورهای ایجاد شده توسط هوایپما بدليل انحرافات خاصی از سکان و شهپر باشد و نامعینی در شتاب خطی و زاویه ای تولید شده توسط نیروها و گشتاورهای آبرودینا میکی نیز باشد.

در این طرح تمام اثرات این نامعینی ها در یک بلوک نامعینی در ورودی مدل نامی فشرده میشود. همه نامعینی ها نرمالیزه میشوند و در تابع انتقال ناشناخته Δ قرار می گیرند. W_{del} که وزن نامعینی خوانده میشود سطح وابستگی نامعینی در رفتار هوایپما را نسبت به فرکانس نشان می دهد که در اینجا باید بصورت یک فیلتر بالا گذر مانند شکل زیر باشد.

$$W_{\text{del}} = \begin{bmatrix} \frac{(s+1)}{s+100} & 0 \\ 0 & \frac{(s+1)}{s+100} \end{bmatrix}$$



شکل (۲-۴) وزن نامعینی

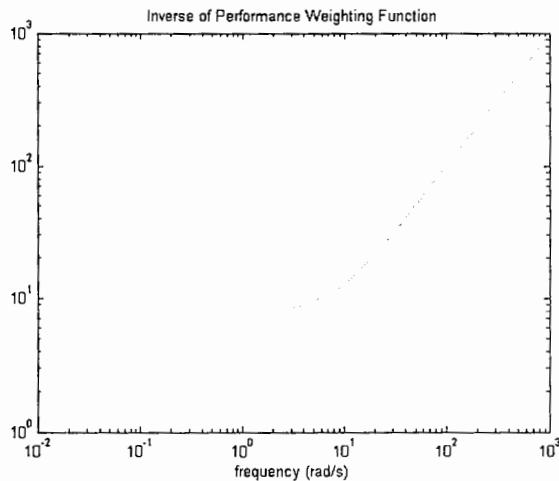
وزن نامعینی انتخاب شده برای این مسله مشخص می کند که در فرکانس‌های پایین 0.01 خطای مدل سازی داریم در حالیکه در فرکانس 200 نامعینی در مدل تا 100 برابر افزایش می یابد و می تواند در فرکانس‌های بالاتر بیشتر و بیشتر نیز شود.

-مشخصات عملکرد حلقه بسته

باید عرض باند مناسبی را برای وزن عملکرد انتخاب نماییم که مصالحه ای بین دنبال کردن کنترل ورودی و حذف اغتشاش داشته باشیم. بنابر این یک فیلتر پایین گذر مناسبترین انتخاب است. باید گین کافی در فرکانس‌های پایین داشته باشد تا متغیرهای ورودی بخوبی کنترل شوند و همچنین فرکانس قطع بالا داشته باشد تا بتواند دینامیک‌های فرکانس بالای نسبی را بخوبی حذف نماید.

برای اینکه به عملکرد مناسبی برسیم باید $\left\| \frac{1}{W_p(j\omega)} \right\|_{\infty} < \left\| W_p(I + GK)^{-1} \right\|_{\infty}$ یعنی $\left| \frac{1}{W_p(j\omega)} \right| < \left\| W_p(I + GK)^{-1} \right\|_{\infty}$

بنابر این رسم مقدار تکین ماکزیمم تابع انتقال حساسیت $(I + GK)^{-1}$ برای تمام فرکانسها باید زیر $\frac{1}{|W_p|}$ قرار گیرد. یک نمونه برای W_p به شکل زیر است:



شکل (۳-۴) وزن عملکرد

این وزن حساسیت مشخص می کند که سیستم حلقه بسته در فرکانس‌های پایین باید اغتشاش را حذف کند و در فرکانس‌های بالاتر این محدودیت حذف می شود.

-پایداری مقاوم، عملکرد نامی و عملکرد مقاوم

عبارت‌های پایداری مقاوم، عملکرد نامی و عملکرد مقاوم به کرات در این مبحث استفاده می شود. معنی آنها عبارت است از:

عملکرد نامی: سیستم حلقه بسته دارای عملکرد نامی است اگر تابع هدف زیر برای مدل نامی فرایند راضی شود.

$$\text{No minimal Performance} \leftrightarrow \|W_p(I + G_{\text{nom}}K)^{-1}\|_{\infty} < 1$$

پایداری مقاوم: سیستم حلقه بسته دارای پایداری مقاوم است اگر برای تمام مدل‌های فرایند ممکن دارای پایداری داخلی باشد که این معاذل است با:

$$\text{Robust Stability} \leftrightarrow \|W_{\text{del}}KG_{\text{nom}}(I + KG_{\text{nom}})^{-1}\|_{\infty} < 1$$

عملکرد مقاوم: سیستم حلقه بسته دارای عملکرد مقاوم است اگر بطور داخلی برای تمام مدل های ممکن پایدار باشد و شرط زیر را راضی کند.

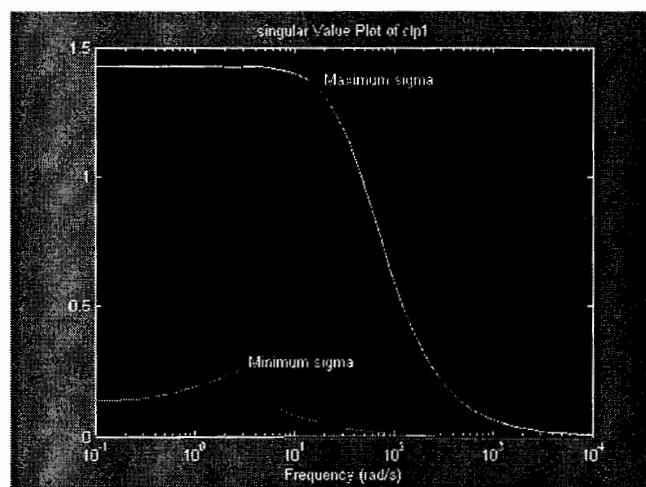
$$\left\| W_p(I + GK)^{-1} \right\|_\infty < 1 \quad (4-4)$$

خاصیت عملکرد مقاوم معادل تست مقدار تکین ساختاری یعنی آنالیز μ است.

۴-۳ طراحی کننده مقاوم H_∞ برای Machan

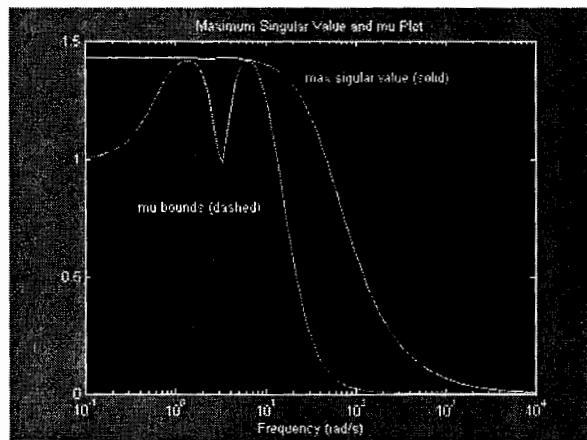
پس از طراحی اتصالات حلقه باز و توابع وزنی، کنترل کننده بهینه H_∞ با استفاده از جعبه ابزار تحلیل و طراحی μ ساخته می شود (Balas et al., 1991). نخست یک قانون کنترل H_∞ که به نرم بی نهایت ۱.4275 می رسد طراحی می گردد.

اکنون پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته را رسم می کنیم



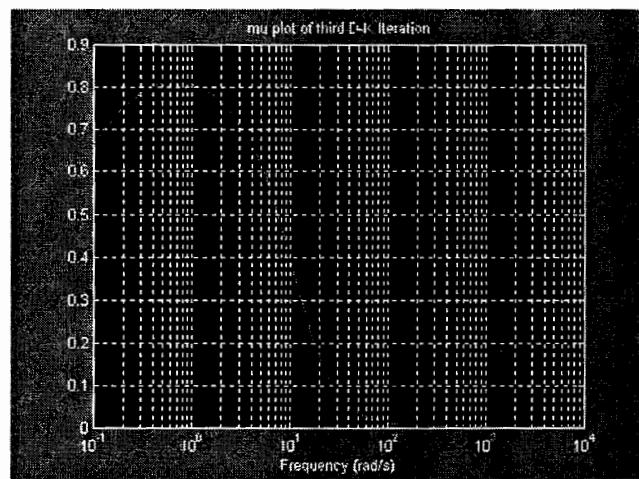
شکل (۴-۴) پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته

قانون کنترل H_∞ می تواند توسط آنالیز μ تحلیل شود، شکل زیر را ببینید. اگر $1 > \mu$ عملکرد مقاوم برای این مجموعه از توابع وزنی حاصل شده است. در غیر اینصورت توسط سنتز μ و با روش تکرار D-K کنترل کننده μ را طراحی می کنیم.



شکل (۵-۴) ترسیم μ و مقدار تکین

این سیستم حلقه بسته که در تکرار سوم شرط $1 > \mu$ را برآورده کرده است یعنی بصورت عملکرد مقاوم در آمده است دارای 46 حالت می باشد. کنترل کننده این سیستم دارای 23 حالت است. به دلیل بالا بودن مرتبه این سیستم ها روش‌های کاهش مرتبه در طراحی سیستم های کنترل μ / H_∞ بسیار بحث شده است.

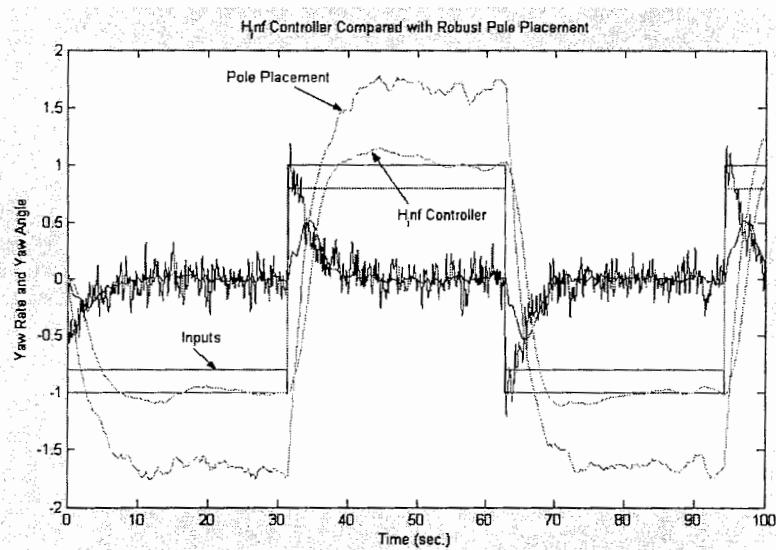


شکل (۶-۴) ترسیم μ

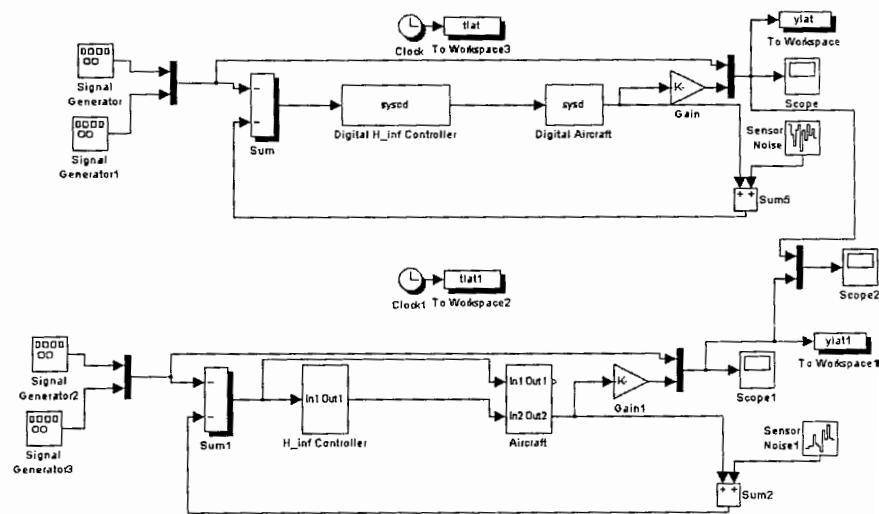
فصل پنجم: کنترل دیجیتال

۱-۵ کنترل دیجیتال مقاوم برای Machan

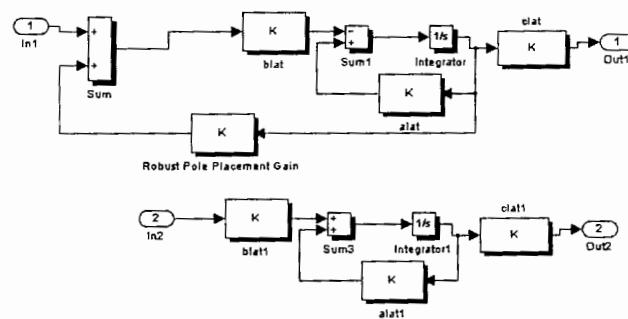
برنامه طراحی کنترل کننده H_{∞} آنالوگ در انتهای این فصل آمده است. شکل زیر مقایسه بین پاسخهای کنترل کننده H_{∞} و روش جایابی قطب (Pole Placement) را نشان می‌دهد. همچنان که دیده می‌شود پاسخ H_{∞} بمراتب از روش جایابی قطب بهتر است زیرا دارای خطای حالت دائم کمتری بوده و تاثیر نویز سنسور روی آن خیلی کمتر است.



شکل (۱-۵) مقایسه بین پاسخهای کنترل کننده H_{∞} و روش جایابی قطب



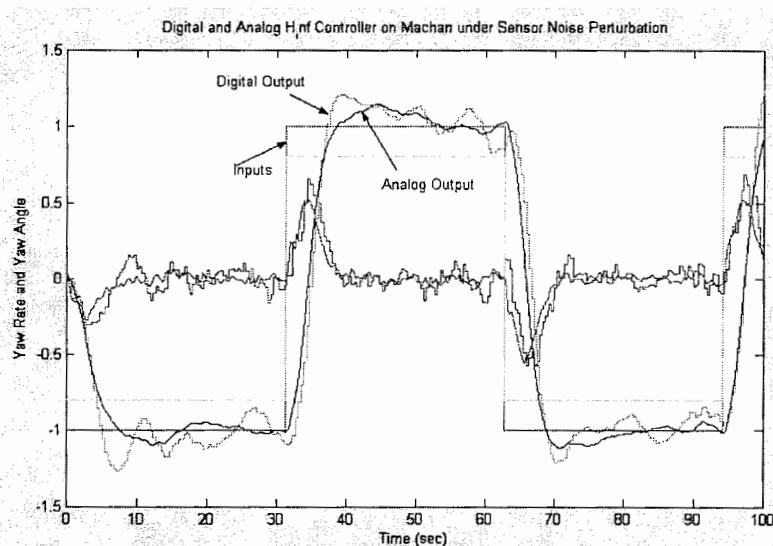
شکل (۲-۵) مدل هواپیمای Machan بهمراه کنترل کننده H_{∞} آنالوگ و دیجیتال



شکل (۳-۵) مدل خطی هواپیمای Machan بهمراه کنترل کننده فیدبک حالت

۲-۵ مقایسه کنترل کننده دیجیتال با آنالوگ

پس از طراحی کنترل کننده H_{∞} آنالوگ، توسط دستور C2D مطلب، کنترل کننده H_{∞} دیجیتال معادل آن با استفاده از زمان نمونه برداری $T=0.4$ که با روش اندازه گیری عرض باند سیستم حلقه بسته بدست آمد و روش ZOH حاصل شد. شکل زیر پاسخهای آنالوگ و دیجیتال کنترل کننده H_{∞} را برای زاویه جانبی و سرعت تغییرات زاویه جانبی نشان می‌دهد.



شکل (۳-۵) پاسخهای آنالوگ و دیجیتال کنترل کننده H_{∞} تحت نویز سنسور

مقایسه پاسخهای کنترل کننده آنالوگ و دیجیتال H_{∞} نشان دهنده هماهنگی بسیار خوب بین پاسخها می‌باشد. البته پاسخ آنالوگ دارای فراجهش و خطای کمتری است اما با توجه به مزایای استفاده از کنترل کننده دیجیتال می‌توان آنرا جایگزین کنترل کننده آنالوگ نمود.

فصل ششم: نتیجه گیری

در این طرح پژوهشی کنترل کننده های مقاوم دیجیتال H_{∞} و μ روی هواپیمای بدون سرنشین طراحی و شبیه سازی شده است. پس از ارایه مدل هواپیما و کنترل آن توسط روش جایابی قطب، طراحی کنترل کننده H_{∞} توسط نرم افزار مطلب انجام گرفته است. سپس این کنترل کننده روی مدل هواپیما و در محیط شبیه سازی سیمیولینک آزمایش گردید. جهت مقایسه پاسخ پله این کنترل کننده با کنترل کننده مقاوم جایابی قطب در یک گراف ترسیم شده و برتری کنترل کننده H_{∞} نسبت به کنترل کننده جایابی قطب نشان داده شده است.

کنترل کننده مقاوم دیجیتال H_{∞} با انتخاب مناسب زمان نمونه برداری (30 برابر عرض باند حلقه بسته) و روش نگهدار مرتبه صفر طراحی شده است. سپس پاسخ پله سیستم آنالوگ و دیجیتال در یک گراف ترسیم شد که هماهنگی خوبی بین این دو پاسخ قابل مشاهده است.

ضمنا در این طرح پژوهشی تفاوت قابل توجهی بین کنترل کننده H_{∞} و کنترل کننده μ مشاهده نشد. همچنانی اعمال کنترل کننده H_{∞} به هواپیمای واقعی (مدل غیر خطی Machan) پاسخ مناسبی نداشت.

مراجع

- Aslin, P. P. 1985. Aircraft Simulation and Robust Flight Control System Design. D. Phil Thesis, University of York, Control Group, U.K..
- Babtister, A. W. 1986. Aircraft Dynamic Stability and Response. Pergamon Press, Headington Hill Hall, Oxford.
- Etkin, B. 1982. Dynamics of Flight, Stability and Control. John Wiley & Sons, New York, NJ.
- Howe, D. 1980. Machan – Wind Tunnel Tests. Cranfield College of Aeronautics. Memo 8002.
- Junger, O. 1994. Robust Control and Fault Diagnosis of an Aircraft Model. Diplomarbeit, University of York, Control Group, U.K..
- PC Matlab 2002. User's Guide. The Math Work Inc.
- Simulink 2002. A Program for Simulating Dynamic Systems. The Math Work Inc.

ضمیمه

برنامه Matlab جهت تحلیل و طراحی کنترل کننده مقاوم برای Machan

```
echo off
clc
clf
disp('*****
*****')
disp('* *')
disp('* Robust performance Design with mu-Tools for Machan
* ')
disp('* *')
disp('*')
*****')
*****')
start
machan=pck(alat,blat,clat,dlat);
%machan=pck(alat-blat*klat,blat,clat,dlat);
minfo(machan),pause
sigma(machan),pause
wdel=nd2sys([1 1],[1 100],40);
%wdel=nd2sys([1 100],[1 10000],50);
```

```

omega=logspace(-2,3,50);
wdel_g=frsp(wdel,omega);
vplot('liv,lm',wdel_g)
title('Multiplicative Uncertainty Weighting Function')
xlabel('Frequency (rad/s)'), pause
wp=nd2sys([1],[1 8],1);
%wp=nd2sys([1 3],[1 0.03],0.5);
omega=logspace(-2,3,50);
wp_g=frsp(wp,omega);
%vplot('liv,lm',wp_g)
vplot('liv,lm',minv(wp_g))
title('Inverse of Performance Weighting Function ')
xlabel('frequency (rad/s)'),pause

wdel=daug(wdel,wdel);
wp=daug(wp,wp);

% Buliding the open-loop interconnection

systemnames = 'machan wp wdel';
inputvar = '[pertin(2) ; dist(2) ; control(2 )]';
outputvar = '[wdel; wp; -machan -dist]';
input_to_machan = '[control + pertin ]';
input_to_wdel = '[control]';
input_to_wp = '[ machan + dist]';
sysoutname = 'machanic';
cleanupsysic = 'yes';
sysic;

minfo(machanic),pause
spoles(machanic),pause

```

```
spoles(machan),pause  
spoles(wdel),pause  
spoles(wp)
```

```
echo off
```

```
disp('      *** Design a H - infinity control law for Machan ***  
' )
```

```
[k1,clp1]=hinsyn(machanic,2,2,0.1,6.0,0.06);
```

```
echo on
```

```
% ***** properties of controller H - infinity *****
```

```
minfo(k1),pause  
omega=logspace(-1,4,50);  
spoles(k1),pause  
k1_g=frsp(k1,omega);clf  
vplot('bode',k1_g)  
title('Frequency Response of k1 controller')  
xlabel('Frequency (rad/s)')
```

```
% ***** Closed-loop properties of H - infinity Control System  
*****:  
*****:
```

```
rifd(spoles(clp1)),pause  
clp1g=frsp(clp1,omega);  
clp1gs=vsvd(clp1g);  
clf  
vplot('liv,m',clp1gs)
```

```

title('singular Value Plot of clp1')
xlabel('Frequency (rad/s)'), pause

% Evaluation of robust stability and nominal performance. r.s. + n.p. # r.p.

echo off
rob_stab=sel(clp1g, [1 2], [1 2]);
nom_perf=sel(clp1g,[3 4],[3 4]);
minfo(rob_stab)
minfo(nom_perf)
vplot('liv,m', vnorm(rob_stab), vnorm(nom_perf))
tmp1 = 'Robust Stability (solid) and';
tmp2 = 'Nominal Performance (dashed)';
title([tmp1 tmp2])
clf
echo on
xlabel('Frequency (rad/s)'), pause, echo off

%Assessing Robust performance with mu
clf
blk=[2 2;2 2];
omega1=logspace(-1 ,4,100);
clp_g1=frsp(clp1,omega1);
[bnnds1,dvec1,sens1,pvec1]=mu(clp_g1,blk);
vplot('liv,m',vnorm(clp_g1),bnnds1)
title('Maximum Singular Value and mu Plot')
xlabel('Frequency (rad/s)'), echo on
text(.15,0.9,'max sigular value (solid)','sc')
text(.3,.4,'mu bounds (dashed)','sc'), pause

disp (' ***** mu synthesis *****')

```

```

[dsysL1,dsysR1]=musynfit('first',dvec1,sens1,blk,2,2);
minfo(dsysL1);
muic1=mmult(dsysL1,machanic,minv(dsysR1));
minfo(muic1);

[k2, clp2]=hinfssyn(muic1,2,2,0.8,1.8,0.03);
clp_g2=frsp(clp2,omega);
[bnds2,dvec2,sens2,pvec2]=mu(clp_g2,blk);
vplot('liv,d',bnds2)
[dsysL2,dsysR2]=musynfit(dsysL1,dvec2,sens2,blk,2,2);
muic2=mmult(dsysL2,machanic,minv(dsysR2));

%third iteration of D-K iteration

[k3, clp3]=hinfssyn(muic2,2,2,0.8,1.1,0.03);
clp_g3=frsp(clp3,omega);
[bnds3,dvec3,sens3,pvec3]=mu(clp_g3,blk);clf
vplot('liv,d',bnds3)
title('mu plot of third D-K Iteration')
xlabel('Frequency (rad/s)'),grid,pause
%[dsysL3,dsysR3]=musynfit(dsysL2,dvec3,sens3,blk,2,2);
%muic3=mmult(dsysL3,machanic,minv(dsysR3));

```