

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ

الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی برق و رباتیک

گروه مهندسی برق - کنترل

پایان نامه کارشناسی ارشد

طراحی و شبیه سازی سیستم کنترل مقاوم μ

روی هواپیمای بدون سرنشین

ارائه دهنده:

سیامک آذرگشسب

استاد راهنما:

دکتر محمد علی صدر نیا

استاد مشاور:

دکتر اکبرزاده

تیر ۱۳۸۹

تقدیم به مادرم

که تمام هستی و وجودم از اوست،

و تقدیم به عموی عزیزم

که مرا یاری نموده تا بدین درجه برسم.

با تشکر از کسانیکه از ابتدا تا به انتها یار من بوده اند.

لازم است که از زحمات گرانبه‌های استاد راهنمای اینجانب دکتر محمد علی صدرنیا تشکر نمایم.

از زحمات اساتید گرامی آقایان دکتر فاتح، دکتر بانژاد و دکتر گرایلو که در روز دفاع پایان نامه اینجانب حضور داشته اند تشکر می نمایم.

از دوستان ورودی ۸۷ که با هم بودن را تجربه کرده ایم خصوصاً آقایان خلفباغی، موحداصل، اسفیدانی و علیزاده ممنونم.

چکیده

این پایان نامه در مورد طراحی کنترل کننده μ برای سیستم هواپیمای بدون سرنشین می باشد. عدم قطعیت ها را در دو مرحله به صورت عدم قطعیت های پارامتری و غیرپارامتری در سیستم منظور می کنیم. در ابتدا تغییرات پارامترهای مدل به عنوان منبع و عامل عدم قطعیت در نظر گرفته می شود و از آنجا که این تغییرات را می توان به نحوی در پارامترهای فضای حالت (A,B,C,D) نمایش داد، عدم قطعیت با ساختار خواهد بود. سپس عدم قطعیت های غیرپارامتری که از دینامیک های مدل نشده و نویز محرکه ها و سنسورها، خطاهای مدل سازی ناشی شده و عدم قطعیت های بدون ساختار خوانده می شوند لحاظ می گردند. دو نوع کنترل کننده مقاوم H_∞ و μ در هر دو حالت فوق برای سیستم هواپیمای بدون سرنشین طراحی می شود و در هر مرحله نتایج تحلیل فرکانسی با یکدیگر مقایسه می شود.

واژه های کلیدی: کنترل مقاوم- تکنیک μ - هواپیمای بدون سرنشین

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه

- ۱-۱ هواپیمای بدون سرنشین ۲
- ۲-۱ کنترل مقاوم ۳
- ۳-۱ ساختار پایان نامه ۴

فصل دوم: سیستمهای چند متغیره و عدم قطعیتها

- ۱-۲ مقدمه ۷
- ۲-۲ مفاهیم سیستم های چند متغیره (MIMO) ۱۰
- ۱-۲-۲ نمایش مدل نامی سیستم چند متغیره ۱۰
- ۱-۱-۲-۲ نمایش ماتریس تابع تبدیل ۱۰
- ۲-۱-۲-۲ نمایش فضای حالت ۱۰
- ۳-۱-۲-۲ نمایش ماتریس-کسری ۱۱
- ۲-۲-۲ ماتریس های حساسیت و مکمل حساسیت ۱۱
- ۳-۲-۲ پایداری سیستم چند متغیره ۱۳
- ۱-۳-۲-۲ پایداری ورودی محدود-خروجی محدود (BIBO) ۱۳
- ۲-۳-۲-۲ پایداری نمایی ۱۳
- ۳-۳-۲-۲ پایداری داخلی ۱۳
- ۳-۲ عدم قطعیت در مدل سیستم ۱۵
- ۱-۳-۲ عدم قطعیت بدون ساختار ۱۷

۱۹	۲-۳-۲ عدم قطعیت با ساختار
	فصل سوم: کنترل مقاوم μ
۲۳	۱-۳ مقدمه
۲۴	۲-۳ تاریخچه کنترل مقاوم μ
۲۶	۳-۳ مبانی ریاضی کنترل مقاوم
۲۶	۱-۳-۳ معرفی نرم
۲۶	۱-۱-۳-۳ نرم سیگنال ها
۲۷	۲-۱-۳-۳ چند خاصیت برای نرم سیگنال ها
۲۸	۳-۱-۳-۳ نرم القایی ماتریس ها (Induced norm)
۲۸	۴-۱-۳-۳ نرم فروبینیوس (Frobenius)
۲۹	۲-۳-۳ مقادیر تکین (بهره های اساسی)
۳۰	۳-۳-۳ قضیه بهره کوچک (small gain theorem)
۳۱	۴-۳-۳ نامعینی LFT
۳۱	۱-۴-۳-۳ نامعینی LLFT
۳۲	۲-۴-۳-۳ نامعینی ULFT
۳۳	۵-۳-۳ مقایسه اثر عدم قطعیت و اغتشاش
۳۴	۶-۳-۳ قضایای پایداری مقاوم
۳۵	۷-۳-۳ یافتن حاشیه های بهره و فاز MIMO از طریق ماتریسهای ضرب شونده D
۳۷	۴-۳ شکل کلی $p-\Delta-k$

۴۰	۵-۳ مقدار استثنائی با ساختار (structure singular value)
۴۲	۶-۳ روش تکرار D-K (D-K iteration)
۴۴	۱-۶-۳ چگونگی یافتن ماتریس D
۴۵	۲-۶-۳ الگوریتم کلی روش تکرار D-K
۴۸	۷-۳ ساختار مقدار تکین
۴۸	۸-۳ مشخصات و محاسبات μ
۵۰	۱-۸-۳ خواص μ, K_m
۵۰	۹-۳ پایداری و عملکرد مقاوم
۵۲	۱-۹-۳ پایداری نامی (NS)
۵۲	۲-۹-۳ پایداری مقاوم (RS)
۵۳	۳-۹-۳ عملکرد نامی (NP)
۵۳	۴-۹-۳ عملکرد مقاوم (RP)
۵۳	۱۰-۳ تحلیل μ و قضایای آن
۵۵	۱۱-۳ طراحی با μ

فصل چهارم: مدل سیستم هواپیمای بدون سرنشین

۵۹	۱-۴ دینامیک های پرواز
۵۹	۲-۴ توصیف سیستم محورها
۶۱	۳-۴ معادلات حرکت اویلر
۶۳	۴-۴ معادلات آئرو دینامیک

۶۴	۵-۴ نیروی بالابرنده
۶۵	۶-۴ نیروی کشش (Drag)
۶۵	۷-۴ نیروی جانبی (side force)
۶۶	۸-۴ گشتاور rolling
۶۶	۹-۴ گشتاور pitching
۶۷	۱۰-۴ گشتاور yawing
۶۸	۱۱-۴ دینامیک عرضی
۷۱	۱۲-۴ پایداری و کنترل

فصل پنجم: طراحی کنترل کننده مقاوم برای هواپیمای بدون سرنشین

۷۴	۱-۵ مقدمه
۷۵	۲-۵ مدل دینامیکی هواپیمای بدون سرنشین
۷۷	۳-۵ عدم قطعیت های موجود در سیستم هواپیمای بدون سرنشین و طراحی کنترل برای سیستم نامعین
۷۷	۱-۳-۵ عدم قطعیت های پارامتری و طراحی کنترل کننده برای سیستم با این نوع عدم قطعیت
۹۱	۲-۳-۵ عدم قطعیت های غیر پارامتری و طراحی کنترل کننده برای سیستم با این نوع عدم قطعیت

فصل ششم: نتیجه گیری

۱۰۳

۱-۶ نتیجه گیری

۱۰۳

۲-۶ پیشنهادات

پیوست

۱۰۶

کنترل کننده H_∞

۱۰۸

مراجع

شکل ها

- شکل ۱-۲ انواع سیستم های چند متغیره ۹
- شکل ۲-۲ الگوی سیستم کنترل ۱۱
- شکل ۳-۲ الگوی اصلی سیستم کنترل ۱۲
- شکل ۴-۲ حلقه فیدبکی برای تحقق پایداری داخلی ۱۳
- شکل ۵-۲ نمایش استاندارد دستگاه به همراه عدم قطعیت و با جبران ساز فیدبکی ۲۰
- شکل ۶-۲ نمایش استاندارد با ترکیب دستگاه و جبران ساز فیدبکی و به همراه عدم ۲۱

قطعیت

- شکل ۱-۳ قضیه بهره کوچک فرم ۱ ۳۰
- شکل ۲-۳ قضیه بهره کوچک فرم ۲ ۳۰
- شکل ۳-۳ تبدیل خطی کسری پایینی ۳۲
- شکل ۴-۳ تبدیل خطی کسری بالایی ۳۳
- شکل ۵-۳ الگوی سیستم کنترل فیدبکی بدون نویز ۳۳
- شکل ۶-۳ سیستم فیدبکی با عدم قطعیت های ضرب شونده و جمع شونده ۳۵
- شکل ۷-۳ یافتن حاشیه های بهره و فاز از طریق ماتریس های ضرب شونده ۳۶
- شکل ۸-۳ نمایش استاندارد سیستم نامی تحت فیدبک کنترل در حضور نامعینی های ۳۷

مدل نشده

- شکل ۹-۳ آرایش استاندارد برای طراحی کنترل کننده ۳۸
- شکل ۱۰-۳ آرایش خطی کسری بالا ۴۰
- شکل ۱۱-۳ آرایش مراحل تکرار روش $D-K$ ۴۶
- شکل ۱۲-۳ آرایش استاندارد $M-\Delta$ برای تأمین شرایط عملکردی ۵۱

۵۲	شکل ۳-۱۳ آرایش استاندارد $M-\Delta$
۵۴	شکل ۳-۱۴ نمایش سیستم با عدم قطعیت در مسئله طراحی به همراه عدم قطعیت افزوده
۵۶	شکل ۳-۱۵ نمایش استاندارد سیستم نامی
۵۷	شکل ۳-۱۶ آرایش تبدیل خطی کسری بالا
۵۷	شکل ۳-۱۷ آرایش استاندارد $M-\Delta$
۵۹	شکل ۴-۱ محورهاى هواپیما
۶۱	شکل ۴-۲ مؤلفه های سرعت هواپیما
۷۴	شکل ۵-۱ سیستم کنترل حلقه باز
۷۵	شکل ۵-۲ سیستم کنترل حلقه بسته
۷۹	شکل ۵-۳ نمایش ماتریس سیستم M با بردار ورودی r و بردار خروجی v در تعریف LFT
۷۹	شکل ۵-۴ ماتریس M و بردارهای r, v با تقسیم به دو بخش بالایی و پایینی
۷۹	شکل ۵-۵ ارتباط عدم قطعیت Δ با بخشی از ورودی ها و خروجی های سیستم
۸۰	شکل ۵-۶ تبدیل خطی کسری پایینی $M-\Delta$
۸۰	شکل ۵-۷ ارتباط ماتریس عدم قطعیت Ω با بخشی از ورودی ها و خروجی های سیستم
۸۱	شکل ۵-۸ تبدیل خطی کسری بالایی $\Omega-M$
۸۱	شکل ۵-۹ عنصر نامعین V_T به صورت LFT پایینی
۸۳	شکل ۵-۱۰ عنصر نامعین m به صورت LFT بالایی
۸۴	شکل ۵-۱۱ نمای کلی بخش معلوم سیستم

- شکل ۵-۱۲ سیستم نامعین کلی به صورت LFT بالایی ۸۵
- شکل ۵-۱۳ دیاگرام بد کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری ۸۶
- شکل ۵-۱۴ تست عملکرد نامی سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری ۸۷
- شکل ۵-۱۵ تست پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری ۸۷
- شکل ۵-۱۶ تست عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری ۸۸
- شکل ۵-۱۷ دیاگرام بد کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری ۸۹
- شکل ۵-۱۸ تست عملکرد نامی سیستم حلقه بسته با کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری ۸۹
- شکل ۵-۱۹ تست پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری ۹۰
- شکل ۵-۲۰ تست عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری ۹۰
- شکل ۵-۲۱ ساختار ارتباطات داخلی سیستم ۹۵
- شکل ۵-۲۲ دیاگرام شماتیکی سیستم هواپیمای بدون سرنشین با عدم قطعیت های غیر پارامتری ۹۶
- شکل ۵-۲۳ دیاگرام بد کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های غیرپارامتری ۹۷

- شکل ۵-۲۴ تست عملکرد نامی سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_∞ برای سیستم ۹۷
با عدم قطعیت های غیر پارمتری
- شکل ۵-۲۵ تست پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_∞ برای سیستم ۹۸
با عدم قطعیت های غیر پارمتری
- شکل ۵-۲۶ تست عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_∞ برای سیستم ۹۸
با عدم قطعیت های غیر پارمتری
- شکل ۵-۲۷ دیاگرام بد کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های غیر پارمتری ۹۹
- شکل ۵-۲۸ تست عملکرد نامی سیستم حلقه بسته با کنترل کننده μ برای سیستم با ۱۰۰
عدم قطعیت های غیر پارمتری
- شکل ۵-۲۹ تست پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده μ برای سیستم ۱۰۰
با عدم قطعیت های غیر پارمتری
- شکل ۵-۳۰ تست عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده μ برای سیستم با ۱۰۱
عدم قطعیت های غیر پارمتری
- شکل ۶-۱ سیستم کنترل حلقه بسته با ترکیب مدل سیستم و ماتریس های وزنی در ۱۰۶
طراحی H_∞

جدول

۷۶

مقادیر پارامترهای سیستم هواپیمای بدون سرنشین

فصل اول

مقدمه

۱-۱ هواپیمای بدون سرنشین

یک هواپیمای بدون سرنشین^۱ به عنوان یک وسیله هوا فضایی بدون اپراتور انسانی تعریف می شود که نیروهای آیرودینامیک را برای تأمین شرایط پروازی مطلوب تحت شرایط خودکار کنترل می نماید [۱ و ۲].

در گذشته، استفاده عمده از هواپیماهای بدون سرنشین در امور شناسایی، نظامی و تجسس بوده است ولی در حال حاضر کاربردهای متنوعی از جمله کاربردهای نظامی شامل شناسایی و اکتشاف، انهدام اهداف و ...، کاربردهای بازرگانی شامل اکتشاف معادن، ارتباطات، نگهداری خطوط انتقال قدرت و نظارت بر محیط زیست و کاربردهای تحقیقاتی شامل تحقیقات آب و هوایی، هوش مصنوعی و ... را در بر می گیرد. [۳]

در طراحی هواپیمای جدید بسیار اهمیت دارد که بتوانیم سیستم کنترلی را بهبود بخشیم تا رفتار دینامیکی حاصله بسیار نزدیک به دینامیک مطلوب باشد. این هواپیماها می توانند از نظر آیرودینامیکی در یک سرعت معین در هر دو شرایط پیچش^۲ و گردش^۳ ناپایدار باشند. این بدان معنا می باشد که خصوصیات مانورهای اساسی نمی توانند بدون کنترل پایدار کننده، مورد ارزیابی واقع شوند.

هدف اصلی خلبان خودکار^۴، قادر ساختن هواپیمای بدون سرنشین برای انجام دادن مأموریت ها به صورت خودکار بدون هیچ (یا با حداقل) ورودی توسط اپراتور مستقر در ایستگاه زمینی می باشد که طبیعتاً بر اساس اطلاعات حالت هواپیما که توسط سنسورها در سطوح مختلف گردآوری می شود، میسر می گردد. الگوریتم های طراحی خلبان خودکار بر اساس دینامیک این

¹ Unmanned Aerial vehicle

² Pitch

³ Yaw

⁴ Auto Pilot

وسایل بدون سرنشین، هواپیما را در فازهای مختلف یک مأموریت همانند تعقیب هدف متحرک، مستقل می گرداند. [۴]

۱-۲ کنترل مقاوم^۱

بسیاری از روش های متداول تحلیل و طراحی کنترل سیستم ها همچون روش های کلاسیک و بهینه بر مبنای مدل نامی سیستم ها پایه گذاری شده اند. بنابراین در صورت بروز هرگونه تغییر و انحراف از مدل نامی ممکن است کنترل کننده نتواند عملکرد مطلوبی داشته باشد. در بعضی از روش های مذکور اثر تغییر پارامترهای سیستم تا حدودی در نظر گرفته می شود، اما چون به عنوان یک هدف اصلی در تحلیل یا طراحی سیستم دنبال نمی شود، کارایی این روش ها را فقط در برابر تغییرات سیگنال کوچک تضمین می نماید. مدل هایی که برای نمایش سیستم های واقعی شبیه سازی می شوند، به دلایل مختلف رفتار کاملاً منطقی با رفتار سیستم واقعی ندارند و بدیهی است که یک روش تحلیل با طراحی در صورتی کاربرد عملی خواهد داشت که به انواع اغتشاشات ورودی سیستم، منابع عدم قطعیت و انحرافات موجود در مدل سیستم توجه کافی داشته باشد. این مسأله باعث پدید آمدن مفهوم کنترل مقاوم نشد [۱۳].

کنترل مقاوم در حالت کلی عبارت است از تحلیل و طراحی کنترل کننده های ثابت برای مدل نامی سیستم ها در حضور اغتشاشات و عدم قطعیت های مختلف، لذا کنترل مقاوم نه تنها مدل نامی سیستم را در بر می گیرد بلکه به مجموعه ای از مدل های سیستم توجه می کند که از ترکیب مدل نامی با انحرافات و عدم قطعیت های مدل به وجود می آید [۱۹].

کنترل مقاوم به دو بخش اصلی تحلیلی و طراحی تقسیم می شود. در تحلیل دو نگرش کلی وجود دارد:

¹ Robust control

۱- فرض بر این است که دامنه و با ساختار عدم قطعیت ها مشخص می باشد و لذا هدف تحلیل، تحقیق برقراری پایداری و عملکردی مناسب در حضور کلیه عدم قطعیت های مجاز سیستم می باشد.

۲- فرض می شود که ساختار احتمالی عدم قطعیت ها مشخص است. بنابراین هدف تحلیل یافتن حداکثر عدم قطعیت های مجاز سیستم می باشد به شرطی که پایداری و عملکرد سیستم حلقه بسته در حد مطلوب حفظ شود. این نگرش گاه تحت عنوان محاسبه حاشیه پایداری و عملکرد نیز مطرح می گردد.

تئوری تحلیل مقادیر تکین با ساختار μ قادر است با هر یک از این دو نگرش فوق عمل تحلیل را انجام دهد. در مسأله طراحی هدف آن است که با در نظر گرفتن محدوده و ساختار عدم قطعیت در سیستم، کنترل کننده ای بیابیم که در حضور عدم قطعیت های مجاز علاوه بر تضمین پایداری حلقه بسته مشخصه های عملکردی مطلوبی نیز داشته باشد. تئوری کنترل H_∞ و μ هر دو، این هدف را در طراحی دنبال می کند، اما برتری روش μ نسبت به روش های دیگر کنترل مقاوم مانند H_∞ بهینه این است که محافظه کاری کمتری دارد.

۱-۳ ساختار پایان نامه

پایان نامه به این شکل سازمان دهی می شود:

فصل ۲ به معرفی مبانی و مفاهیم سیستمهای چند متغیره و عدم قطعیت ها می پردازد.

در فصل ۳ مفهوم کنترل مقاوم به روش μ مورد بررسی قرار می گیرد.

در فصل ۴ مدل سیستم معرفی می شود که شامل مدل هواپیمای بدون سر نشین با ۶ درجه آزادی است.

فصل ۵ شامل اعمال روشهای کنترل μ و H_∞ بر روی سیستم هواپیمای بدون سر نشین است. پاسخ های سیستم کنترل شده با روش مذکور مقایسه شده و برتری μ از نظر مقاوم بودن نسبت به روش دیگر مورد ملاحظه قرار می گیرد.

فصل ۶ شامل نتیجه گیری بوده و پیشنهادهایی برای بهبود در طراحی سیستم کنترل ارائه می شود.

فصل دوم

سیستمهای چندمتغیره و عدم قطعیتها

۲-۱ مقدمه :

نقش فیدبک در سیستم های کنترل اتوماتیک بکارگیری اندازه گیری های زمان واقعی به منظور رسیدن به کنترل دقیق تر رفتار سیستم ها می باشد. یک سیستم کنترل مقاوم، سیستمی است که با یک تلورانس خاص و علی رغم وجود تغییرات نامعینی (با یک حد داده شده) در سیستم تحت کنترل عمل می نماید. تئوری کنترل مقاوم شاخه ای از تئوری سیستم های ریاضی است که به طراحی و سیستم های کنترل فیدبک مقاوم می پردازد.

از زمان اختراع وات در سال ۱۷۸۸ طراحان سیستم های کنترل فیدبک به جستجوی طراحی های مقاوم پرداختند. ملاحظات مقاومت به صورت ضمنی در روش های طراحی کلاسیک کنترل فیدبک براساس مکان هندسی ریشه ها و پاسخ فرکانسی وجود دارد [۱۴]. اما قبل از سال ۱۹۶۰ موضوع مقاومت به طور کلی توسط نظریه پردازان ریاضیات کنترل مطرح نشده بود. ظاهراً اولین فرمول ریاضی مسأله کنترل فیدبک مقاوم توسط هورویتز در اوایل ۱۹۶۰ ایجاد شد. هورویتز سیستم های کنترل فیدبک خطی تغییرناپذیر با زمان با یک حلقه فیدبک را، برای مدل های سیستم هایی با وجود نامعینی های پارامتری بررسی کرد. او به درستی تشخیص داد که نامعینی های سیستم یک فاکتور مهم در تعیین آنچه که می توان یا نمی توان توسط کنترل فیدبک، حداقل در سیستم های کنترل فیدبک ساده، بدست آورده می باشد. همچنین نشان داد که چگونه می توان با استفاده از روش های مکان ریشه و پاسخ فرکانسی و با وجود نامعینی ها به طراحی کنترل کننده ها پرداخت [۱۵].

متأسفانه اهمیت کارهای هورویتز توسط محققان کنترل مورد توجه قرار نگرفت. فاصله میان تئوری ریاضیات و مهندسی عملی کنترل در ۱۹۶۰ و اوایل ۱۹۷۰ هنگامی که تئوری ریاضیات کنترل فیدبک از مهندسی عملی جدا شد، بوجود آمد. آنها در جستجوی طراحی فیدبک بعنوان یک مسئله بهینه سازی ریاضی بودند. اما نمایش ریاضی صریح موضوع مقاومت در نمایش های

ریاضی مسأله کنترل فیدبک در نظر گرفته نشد، زیرا در آن دوران تصور می شد که مدل های ریاضی موجود به قدر کافی صحیح می باشد.

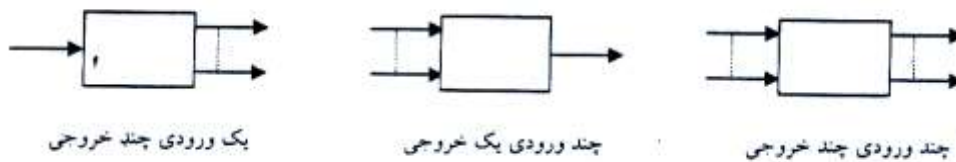
اما در اوایل ۱۹۷۰ اولین تلاش ها توسط محققین در جهت بکارگیری تئوری های بهینه سازی ریاضی برای طراحی کنترل کننده های فیدبک پیچیده چند متغیره در هواپیماهای نظامی و زیر دریایی ها انجام پذیرفت. در ۱۹۷۶ زمینه مدرن تئوری کنترل مقاوم متولد شد. واژه مقاومت در فرهنگ تئوری کنترل در مقالاتی توسط داویسون و سافونو و آتنز مطرح شد. نظریه پردازان ریاضی کنترل در آزمایشگاه آتنز در MIT توجه خود را به روش های آنالیز و بهینه سازی مقاومت در سیستم های کنترل فیدبک متمرکز ساختند. محققان در جستجوی یافتن ارتباط میان تئوری های کنترل بهینه و روش کلاسیک مکان ریشه و جایابی قطب بودند. محققان به مطالعه روش های پاسخ فرکانسی و به بررسی کارهای هورویتز بر روی تحمل نامعینی پرداختند. کارهایی در زمینه تعمیم ایده های هورویتز به سیستم های فیدبک چند متغیره پیچیده صورت گرفت. محققان ریاضی کنترل به سرعت دریافتند که روش های آنالیز مقاومت سیستم های چند متغیره می تواند بر پایه تئوری معروف بهره کوچک، از تئوری های پایداری غیرخطی، به همراه لیاپانوف، زیمر-سندبرگ و دیگر تئوری های پایداری غیرخطی انجام بگیرد و این امر سبب شکل گیری هسته تئوری ریاضیات کنترل مقاوم گردید. قبل از ۱۹۷۶ تئوری های لیاپانوف و زیمر-سندبرگ بعنوان وسیله ای جهت آنالیز پایداری غیرخطی استفاده می شدند.

در مقابل سیستم ^۱ SISO که سیستمی با یک ورودی و یک خروجی است سیستم چند متغیره ^۲ (MIMO) را داریم که دارای چند ورودی و چند خروجی می باشد، به عبارتی تعداد ورودی و یا خروجی آن یک نیست. انواع سیستم های چند متغیره به صورت یک ورودی چند خروجی، چند

¹ Single Input-Single Output

² Multi Input-Multi Outout

ورودی یک خروجی و چند ورودی چند خروجی هستند، همانطور که در شکل زیر نشان داده شده است [۱۴].



شک

ل ۱-۲ : انواع سیستم های چند متغیره

به منظور مشاهده رفتار یک سیستم فیزیکی و شبیه سازی آن یک مدل ریاضی به صورت معادلات دیفرانسل جزئی و غیر خطی برای آن سیستم استخراج می شود. مدل نامی از خطی سازی این معادلات حول نقطه کار سیستم به دست می آید. حال هرچه این مدل جزئیات و دینامیک های سیستم را بهتر و دقیق تر توصیف کند پاسخ مدل و شبیه سازی آن به رفتار سیستم واقعی نزدیکتر است. بنابراین طراحی مورد نظر ما برای مدل غیر خطی سیستم دارای عملکرد مطلوب تری خواهد بود. اگر به هر دلیلی نقطه کار سیستم تغییر نماید پارامترهای مدل دچار تغییرات شده و عدم قطعیت^۱ وارد مدل می شود. یعنی تشابه مدل خطی با سیستم غیر خطی واقعی کاهش می یابد. اصولاً در مدل سازی برای سادگی و کاهش مرتبه مدل از دینامیک های کم اهمیت و سریع سیستم صرف نظر می شود و همین امر باعث اختلاف بین سیستم واقعی و مدل سیستم خواهد شد. غیر از مسائل تغییرات مدل بروز اختلالات و نویز بر روی سیستم نیز باعث اختلاف رفتار در سیستم واقعی می شود، بنابراین باید سعی شود که اثرات نویز و اغتشاشات را نیز در خروجی و بر روی پاسخ سیستم تا حد امکان کاهش داد. بحث کنترل مقاوم با در نظر گرفتن عوامل عدم قطعیت در سیستم مطرح می شود.

¹ Uncertainty

۲-۲ مفاهیم سیستم های چند متغیره (MIMO)

۱-۲-۲ نمایش مدل نامی سیستم چند متغیره

به مدل ثابتی که برای یک فرآیند یا سیستم فیدبکی در نظر گرفته می شود مدل نامی گویند. تعیین مدل نامی در حقیقت مصالحه ای است میان دو تضاد ساده بودن و دقیق بودن، بنابراین هرگز نمی توان یک فرآیند یا سیستم فیزیکی را بدون خطا مدل کرد. متداولترین روش های نمایش مدل نامی سیستم چند متغیره عبارتند از:

۱-۱-۲-۲ نمایش ماتریس تابع تبدیل

این ماتریس به تعداد ورودی ها ستون و به تعداد خروجی ها سطر دارد و اعضای آن توابع تبدیل تک ورودی- تک خروجی در حوزه لاپلاس است زیرا تک تک خروجی ها با همه ورودی ها رابطه ای در حوزه لاپلاس دارند. رابطه بین ورودی و خروجی در نمایش تابع تبدیل به صورت زیر است:

$$Y(s) = G(s) U(s) \quad (۱-۲)$$

که $G(s)$ ماتریس تابع تبدیل است و $U(s)$ و $Y(s)$ بردارهایی ستونی هم بعد با تعداد ورودی ها و خروجی ها.

۲-۱-۲-۲ نمایش فضای حالت

در معادلات حالت مشتق حالت ها و نیز خروجی ها با حالت ها و ورودی ها رابطه دارند. معادلات به این صورت نشان داده می شوند:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX + DU \end{cases} \quad (۲-۲)$$

۳-۱-۲-۲ نمایش ماتریسی - کسری^۱

در این حالت ماتریس تابع تبدیل سیستم توسط یکی از فاکتورگیری های متباین^۲ راست یا چپ به صورت زیر نمایش داده می شود:

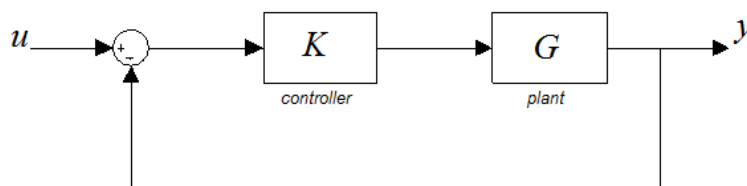
$$G(s) = N_r(s)D_r^{-1}(s) \quad (۳-۲) \text{ الف) فاکتورگیری متباین راست}$$

$$G(s) = D_l^{-1}(s)N_l(s) \quad (۳-۲) \text{ ب) فاکتورگیری متباین چپ}$$

در عبارت فوق $N_r(s), D_r(s), N_l(s), D_l(s)$ ماتریس های چند جمله ای می باشند.

۲-۲-۲ ماتریس های حساسیت^۳ و حساسیت مکمل^۴

سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید [۱۴]:



شکل ۲-۲ الگوی سیستم کنترل

سیگنال خطا به این صورت به دست می آید:

$$e = u - y = (I + GK)^{-1}u \quad (۴-۲)$$

ماتریس حساسیت را به این شکل تعریف می کنیم:

$$S = (I + GK)^{-1} \quad (۵-۲)$$

برای خروجی خواهیم داشت:

$$y = GK(I + GK)^{-1}u \quad (۶-۲)$$

¹ Matrix Fraction

² Coprime Factorization

³ Sensitivity

⁴ Complementary Sensitivity

ماتریس حساسیت مکمل نیز به این شکل تعریف می شود:

$$T = GK(I + GK)^{-1} \quad (۷-۲)$$

رابطه بین T و S به این صورت می باشد:

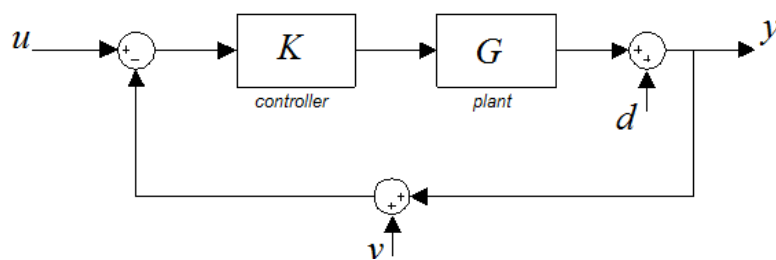
$$S + T = I \quad (۸-۲)$$

در طراحی، ماتریس حساسیت را باید آنقدر کوچک کرد که خطای سیستم تا حد امان کوچک باشد. ماتریس حساسیت مکمل نیز باید برابر با I باشد تا ورودی و خروجی دقیقاً برابر باشند.

حال اگر الگوی اصلی سیستم کنترل، شکل ۲-۳، را با اغتشاش (d) و نویز (v) در نظر بگیریم، روابط خطا و خروجی به این صورت خواهد بود [۱۴]:

$$e = S(u - d) + Tv \quad (۹-۲)$$

$$y = Sd + T(u - v) \quad (۱۰-۲)$$



شکل ۲-۳: الگوی اصلی سیستم کنترل

افزایش T باعث می شود که نویز به طور کامل در خروجی و همچنین در خطای سیستم دیده شود و این در طراحی مطلوب نیست. چون نویز یک سیگنال فرکانس بالا است پس باید طیف فرکانسی ماتریس T را طوری طراحی نماییم که در فرکانس های بالا برابر ۰ و در فرکانس های پایین برابر ۱ شود.

این بیان معادل است با اینکه S در فرکانس های پایین برابر ۰ و در فرکانس های بالا برابر I گردد. چون معمولاً ورودی، سیگنال فرکانس پایین است، خطای سیستم در فرکانس های پایین با حالت بدون نویز تغییر چندانی نخواهد کرد.

۳-۲-۲ پایداری سیستم چند متغیره

۱-۳-۲-۲ پایداری ورودی محدود- خروجی محدود^۱ (BIBO)

سیستمی پایدار ورودی محدود- خروجی محدود است که اگر ورودی آن محدود باشد خروجی نیز پاسخ محدودی داشته باشد.

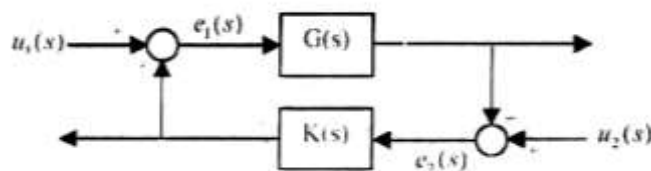
۲-۳-۲-۲ پایداری نمایی

یک ماتریس تابع تبدیل گویا پایدار نمایی است اگر و تنها اگر سره^۲ باشد و هیچ قطبی در نیم صفحه راست صفحه S نداشته باشد و یا در مورد سیستم گسسته در زمان هیچ قطبی در محدوده داخل دایره واحد وجود نداشته باشد.

۳-۳-۲-۲ پایداری داخلی

سیستم کنترل شکل ۴-۲ را که یک حلقه فیدبکی است، در نظر بگیرید. با توابع تبدیل H_{11} ، H_{12} ، H_{21} و H_{22} که در همین قسمت معرفی خواهند شد روابط زیر را داریم:

$$\begin{cases} e_1(s) = H_{11}(s)u_1(s) + H_{1r}(s)u_r(s) \\ e_r(s) = H_{r1}(s)u_1(s) + H_{rr}(s)u_r(s) \end{cases} \quad (۱۱-۲)$$



شکل ۴-۲: حلقه فیدبکی برای تحقق پایداری داخلی

^۱ Bounded Input- Bounded Output

^۲ Proper

سیستم فیدبکی نشان داده شده در شکل ۴-۲ پایدار داخلی است اگر و تنها اگر ماتریس تابع تبدیل داده شده در رابطه (۱۱-۲)، ماتریس $H = [H_\eta]$ ، پایدار نمایی باشد.

قضیه (۱-۲): اگر $K(s)$ پایدار نمایی باشد، آنگاه سیستم فیدبکی نشان داده شده در شکل ۴-۲ پایدار داخلی است اگر و تنها اگر

$$H_{\gamma_1}(s) = [I - G(s)K(s)]^{-1} G(s) \quad (12-2)$$

پایدار نمایی باشد. سه مؤلفه دیگر ماتریس H را به صورت زیر می توان به H_{γ_1} ربط داد، به همین دلیل است که تنها کافی است پایداری H_{γ_1} را مورد بررسی قرار دهیم.

$$\begin{aligned} I + K(s)H_{\gamma_1}(s) &= I + K(s)[I - G(s)K(s)]^{-1} G(s) \\ &= I + K(s)G(s)[I - K(s)G(s)]^{-1} \\ &= [I - K(s)G(s)]^{-1} \\ &= H_{\gamma_1}(s) \end{aligned} \quad (13-2)$$

$$\begin{aligned} H_{\gamma_1}(s)K(s) &= H_{\gamma_2}(s) \\ I + H_{\gamma_1}(s)K(s) &= I + [I - G(s)K(s)]^{-1} G(s)K(s) \\ &= [I - G(s)K(s)]^{-1} \\ &= H_{\gamma_2}(s) \end{aligned} \quad (14-2)$$

قضیه (۲-۲): اگر $K(s)$ پایدار نمایی باشد، آنگاه H_{γ_1} پایدار نمایی است اگر و تنها اگر

$\det[I - G(s)K(s)]$ هیچ صفری (شامل ∞) در نیم صفحه راست صفحه S نداشته باشد.
 $[I - G(s)K(s)]^{-1} G(s)$ هیچ قطبی (شامل ∞) در نیم صفحه راست بسته قطب $G(s)$ نداشته باشد.

۳-۲ عدم قطعیت در مدل سیستم ها

همانگونه که پیشتر ذکر شد مدل خطی با یکی از سه نمایش متداول ماتریس تابع تبدیل، فضای حالت و یا ماتریسی- کسری داده می شود. اگر به هر دلیلی نقطه کار سیستم تغییر نماید پارامترهای مدل دچار تغییرات شده و عدم قطعیت وارد مدل می شود. یعنی نشانه مدل خطی با سیستم غیر خطی واقعی کاهش می یابد. به طور مختصر می توان منابع و عوامل عدم قطعیت در سیستم را به صورت زیر برشمرد:

عدم تعیین دقیق پارامترهای مدل به علت محدودیت های اندازه گیری و محاسبات ساده سازی و کاهش درجه مدل ها از طریق حذف دینامیک های کم اهمیت و سریع غیر خطی بودن معادلات و خطای ناشی از خطی سازی

عدم شناخت کافی از سیستم فیزیکی و در نتیجه بروز خطا در مدل سازی به علت دینامیک ها و تأخیرات مدل نشده سیستم

صرفنظر از دینامیک ها و تأخیرات مدل و عملگرها و سنسورها در خارج از حوزه فرکانسی دلخواه (زیرا اکثر سیستم ها در باند فرکانسی معین و محدود مدلسازی می شوند)

تغییر نقطه کار سیستم و در نتیجه تغییر پارامترها و ساختار آن

خطای سنسورها با تخمینگرهای حالت در اندازه گیری یا محاسبه متغیرهای سیستم

خطای محرک ها در انجام سریع و دقیق فرمان اعمالی به آنها

خطای محاسبات در تحلیل و طراحی و تأخیر در زمان محاسبه

ورودی های اغتشاش پیش بینی نشده

بدین ترتیب بجای در نظر گرفتن یک مدل نامی باید مجموعه ای از مدل ها در نظر گرفته شود که ترکیبی از مدل نامی و انواع عدم قطعیت آن را شامل گردد. این مجموعه مدل نامی را نیز در بر خواهد داشت. انواع عدم قطعیت در مدل سیستم ها را در دسته بندی های زیر می توان در نظر گرفت.

عدم قطعیت با ساختار^۱ و بدون ساختار^۲

عدم قطعیت پارامتری و غیر پارامتری

عدم قطعیت معین^۳ و نامعین^۴

عدم قطعیت حقیقی و مختلط

با توجه به روش نمایش مدل نامی و همچنین دقت نظر نسبت به مفهوم فیزیکی عدم قطعیت ها و ارتباط آنها با مدل سیستم، مدل قطعیت ها را اغلب به یکی از روش های متداول زیر مدل می کنند:

ضرب شونده^۵ در ورودی (نمایش ماتریس تابع تبدیل)

$$G^* = G(I + \Delta_i)$$

ضرب شونده فیدبکی در ورودی (نمایش ماتریسی تابع تبدیل)

$$G^* = G(I + \Delta_i)^{-1}$$

پارامتری (نمایش فضای حالت)

$$A^* X = (A + \Delta A)X$$

ضرب شونده در خروجی (نمایش ماتریسی تابع تبدیل)

$$G^* = (I + \Delta_o)G$$

ضرب شونده فیدبکی در خروجی (نمایش ماتریس تابع تبدیل)

$$G^* = (I + \Delta_o)^{-1}G$$

جمع شونده^۶ (نمایش ماتریس تابع تبدیل)

$$G^* = G + \Delta_o$$

در عبارت فوق G نمایش مدل نامی است و G^* نمایش مدل در معرض عدم قطعیت است و Δ_o نامعینی ضرب شونده است و Δ_i نامعینی جمع شونده است.

¹ Structured Uncertainty

² Unstructured Uncertainty

³ Deterministic

⁴ Stochastic

⁵ Multiplicative

⁶ Additive

۲-۳-۱ عدم قطعیت بدون ساختار

برای یک سیستم چند متغیره به طور معمول سه مدل عدم قطعیت بدون ساختار استفاده می شود

$$G(s) = G_o(s) + \Delta_o(s) \quad (2-15)$$

$$G(s) = G_o(s)[I + \Delta_i(s)] \quad (2-16)$$

$$G(s) = [I + \Delta_o(s)]G_o(s) \quad (2-17)$$

$G_o(s)$ تابع تبدیل نامی است که تخمین خوبی از رفتار سیستم واقعی می باشد.

$G(s)$ تابع تبدیل واقعی سیستم را نشان می دهد.

Δ_o اغتشاش جمع شونده، Δ_i اغتشاش ضرب شونده ورودی و Δ_o اغتشاش ضرب شونده خروجی را نشان می دهد. تنها محدودیت اغتشاشات اندازه شان است که با $\|\Delta\|_\infty$ اندازه گیری می شود و یک اندازه وابسته به فرکانس است. (نرم بی نهایت Δ برابر است با ماکزیمم مقدار تکین^۱ آن، $(\bar{\sigma}(\Delta))$ تعریف کامل نرم ها و مقادیر تکین در فصل بعد آمده است)

این محدودیت را به این شکل می توان تعریف کرد: اگر Δ را به صورت $\Delta = W_1 \Delta W_2$ در نظر بگیریم که W_1 و W_2 توابع تبدیل مینیمم فاز (هیچ قطب یا صفری در نیم صفحه راست صفحه S ندارند) یا به عبارتی توابع وزنی وابسته به فرکانس هستند، آنگاه باید داشته باشیم: $\|\tilde{\Delta}\|_\infty \leq 1$ به این ترتیب ماتریس های وزنی W_1 و W_2 اطمینان می دهد که باند اغتشاش همیشه نرمالیزه

$$\|W_1^{-1} \Delta W_2^{-1}\|_\infty \leq 1 \quad \text{می شود به:}$$

استفاده از مدل های ضرب شونده (۲-۱۶) و (۲-۱۷) اغلب واقع بینانه تر است زیرا $\|\Delta_i\|_\infty$ و $\|\Delta_o\|_\infty$ به گونه ای بیانگر دامنه های نسبی اند. برای مثال $\|\Delta_i\|_\infty \leq 0.1$ دلالت می کند بر اینکه اندازه اغتشاش تقریباً ۱۰٪ اندازه G_o است چون:

¹ Singular Value

$$\|G - G_o\|_\infty = \|G_o \Delta_i\|_\infty$$

$$\leq \|G_o\|_\infty \|\Delta_i\|_\infty$$

در حالی که $\|\Delta_a\|_\infty \leq 0/1$ به این معنی است که:

$$\|G - G_o\|_\infty = \|\Delta_a\|_\infty \leq 0/1$$

ما نیاز به هر دو مدل عدم قطعیت ضرب شونده داریم، چون ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی ندارد. در واقع (۲-۱۶) بیان می کند که تمام عدم قطعیت ها در ورودی دستگاه اتفاق می افتد در حالی که در (۲-۱۷) تمام عدم قطعیت ها در خروجی دستگاه رخ می دهد.

در بعضی موارد برگرداندن تمام عدم قطعیت ها به ورودی یا خروجی سیستم مناسب نیست و لازم است که مدل جمع شونده را نیز به کار گیریم و یا مدل های ضربی دیگری همچون:

$$G(s) = [I + \Delta_o(s)] G_o(s) [I + \Delta_i(s)] \quad (2-18)$$

یا

$$G(s) = G_o(s) * [I + \Delta_s(s)] \quad (2-19)$$

که "*" ضرب مؤلفه به مؤلفه را نشان می دهد.

مدل های دیگری که پیشنهاد شده اند مدل ضرب شونده معکوس است:

$$G(s) = [I + \Delta_R(s)]^{-1} G_o(s) \quad (2-20)$$

و مدلی بر اساس توصیف ماتریسی - کسری:

$$G(s) = N(s) D^{-1}(s) \quad (2-21)$$

که

$$N(s) = N_o(s) + \Delta_N(s), \quad (2-22)$$

$$D(s) = D_o(s) + \Delta_D(s)$$

و $N(s)$ و $D(s)$ توابع تبدیل پایدار هستند.

یک مزیت عمده استفاده از نرم های اپراتوری (در فصل بعد به طور کامل معرفی خواهند شد) در توصیف عدم قطعیت مدل، این است که وجود مدل تابع تبدیل واقعی ضروری نیست. به عنوان مثال فرض کنید ورودی $u(t)$ با $\|u\|_p = 1$ را به دستگاه اعمال می کنیم و خروجی $y(t)$ خواهد بود. حال اگر ورودی مشابهی به مدل نامی دستگاه با تابع تبدیل G_o اعمال کرده و خروجی $y_o(t)$ را داشته باشیم، آنگاه از (۲-۱۵) می توان نتیجه گرفت که:

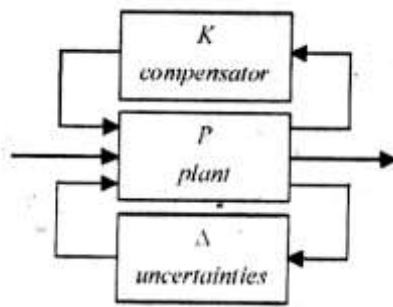
$$\|y - y_o\|_2 \leq \|\Delta_a\|_\infty \quad (2-23)$$

۲-۳-۲ عدم قطعیت با ساختار

در عدم قطعیت بدون ساختار اکثر عناصر ماتریس تابع تبدیل دارای عدم قطعیت می باشند، در حالی که در عدم قطعیت با ساختار فقط عناصر روی قطر اصلی ماتریس عدم قطعیت داشته و تغییرات بقیه عناصر قابل صرف نظر است.

عدم قطعیت با ساختار به وسیله اختلاف پارامتری در دینامیک دستگاه نمایش داده می شود. برای مثال عدم قطعیت در پارامترهای فضای حالت (A, B, C, D) ، عدم قطعیت در قطب ها و یا صفرهای تابع تبدیل و عدم قطعیت در بهره/ فاز حلقه.

دستگاه P را با سه مجموعه ورودی و سه مجموعه خروجی به صورت نشان داده شده در شکل ۲-۵ در نظر می گیریم [۳۰]. اولین مجموعه از ورودی ها شامل سیگنال های کنترل است و دومین مجموعه شامل سیگنال های ورودی خارجی مثل اغتشاشات و نویز اندازه گیری. اولین مجموعه از خروجی ها شامل تمام سیگنال های اندازه گیری شده است که در جبران ساز فیدبکی K استفاده می شوند، در حالی که دومین مجموعه شامل دیگر خروجی هایی است که رفتار مطلوب مشخص دارند مثل سیگنال های خطا.



شکل ۲-۵: نمایش استاندارد دستگاه به همراه عدم قطعیت و با جبران ساز فیدبکی

در هر بخشی از سیستم که عدم قطعیت وجود داشته باشد می توان نمایش عدم قطعیت را با یک بلوک Δ حول پارامتر قطعی در نظر گرفت. به این ترتیب هر یک از چنین بلوک هایی یک ورودی دارند (که می تواند یک اسکالر یا یک بردار باشد) و یک خروجی با کنار هم گذاردن تمام ورودی های بلوک های Δ ، دسته سوم خروجی های P را تشکیل می دهیم و با کنار هم گذاشتن تمام خروجی های بلوک های Δ ، دسته سوم ورودی های P را.

در این روش تمام بلوک های Δ بیرون از دستگاه در نظر گرفته می شوند. این Δ یک ساختار خیلی خاص دارد: قطری- بلوکی است و بلوک های روی قطر، Δ های کوچکی هستند که در واقع از داخل دستگاه بیرون کشیده شده اند. به این ترتیب اگر n بلوک داشته باشیم داریم:

$$\Delta(s) = \text{diag}\{\Delta_1(s), \dots, \Delta_n(s)\} \quad (2-24)$$

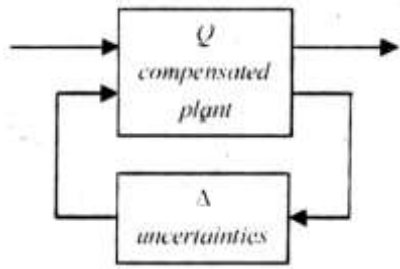
هر Δ_j می تواند یک اسکالر یا یک ماتریس باشد.

در فرمول بندی شرایط استاندارد در طراحی رباست، عدم قطعیت ها را به صورت نرمالیزه در

$$\|\Delta_j\|_{\infty} \leq 1 \text{ یعنی می گیریم،}$$

اگر جبران کننده K معلوم باشد می توان با آن و با بخش قطعی دستگاه، P ، سیستم Q را به صورت نشان داده شده در شکل ۲-۶ تشکیل داد [۳۰]. البته عدم قطعیت مرتبط با جبران کننده را می توان همانند عدم قطعیت دستگاه مدل کرد. در این صورت چند بلوک دیگر به Δ اضافه می شود. به این ترتیب در صورت وجود عدم قطعیت در K نیز می توان نمایش سیستم را

به شکل ۲-۶ داشت.



شکل ۲-۶: نمایش استاندارد با ترکیب دستگاه و جبران ساز فیدبکی و به همراه عدم قطعیت

نمایش عدم قطعیت نشان داده شده در شکل های ۲-۵ و ۲-۶ هر دو کلی و دقیق هستند و انواع گوناگونی از مدل های عدم قطعیت با ساختار را توصیف می کنند.

فصل سوم

کنترل مقاوم μ

تحلیل و طراحی سیستم ها و فرآیندها از جمله مهمترین مسائل علم کنترل به شمار می رود. قدم اول در این مسأله مدل سازی می باشد که هدف آن یافتن مدل تجربی یا ریاضی مناسبی است که در بررسی ها و محاسبات جایگزین سیستم یا فرآیند واقعی شود. به دلایل مختلف از جمله طبیعت پیچیده و غیر خطی سیستم ها، عدم امکان استفاده از مدل های پیچیده در محاسبات و همچنین تغییر احتمالی مشخصات سیستم ها یا فرآیندها، مدل های انتخاب شده هرگز به طور دقیق بر سیستم اصلی منطبق نیستند. بنابراین وجود عدم قطعیت در مدل سیستم ها امری بدیهی به نظر می رسد. با توجه به این حقیقت، در علم کنترل مبحثی بنام کنترل مقاوم مطرح می گردد. هدف کنترل مقاوم در حقیقت تحلیل و طراحی سیستم به گونه ای است که در دنیای واقعیت و به هنگام مواجه شدن با عدم قطعیت عملکرد مطلوب خود را حفظ نماید [۱۴].

با توجه به روش ها و نظریات مطرح شده در کنترل می توان روند پیشرفت علم کنترل را از لحاظ تاریخی به سه دوران تقسیم بندی کرد. دوران اول که در محدوده سال های ۱۹۳۰ تا ۱۹۶۰ میلادی واقع شده است، به دوران کلاسیک مشهور می باشد. تکنیک های آنالیز این دوران عبارت بودند از نمودارهای *Bode*، *Nyquist* و مکان ریشه ها، کنترل کننده های تقدم قاز، تأخیر فاز و *PID* از جمله کنترل کننده های متداول این دوران بودند. این روش ها هنوز هم در دنیای صنعت کاربرد فراوان دارند.

دوران دوم که بین سال های ۱۹۶۰ تا ۱۹۸۰ میلادی بوده و به دوران کنترل مدرن معروف شده است به تکنیک های آنالیز و طراحی فضای حالت اختصاص دارد. روش های طراحی این دوران از جمله *LQR* بخاطر عدم قطعیت در مدل سیستم ها در دنیای واقعیت با مشکلات متعددی روبرو هستند. دوران سوم کنترل که به دوران کنترل مقاوم مشهور می باشد از حدود سال های

۱۹۸۰ آغاز شد. روش های معرفی شده در این دوران با توجه به در نظر گرفتن مسأله عدم

قطعیّت به تدریج جای خود را در صنعت باز می کند [۱۵].

آنالیز و سنتز μ از جمله معروف ترین روش های تحلیل و طراحی کنترل مقاوم می باشد. روش های آنالیز و سنتز μ را با توجه به نحوه نگرش آنها به مسأله عدم قطعیّت می توان یکی از قوی ترین روش های موجود در کنترل مقاوم به شمار آورد.

۲-۳ تاریخچه کنترل مقاوم μ

در سال ۱۹۸۲، Doyle به معرفی مقادیر تکین با ساختار^۱ μ پرداخت. این مقادیر ابزاری برای تحلیل و طراحی کنترل کننده مقاوم برای سیستم های خطی می باشد و پایداری و عملکرد مقاوم را به صورت مستقیم و در حضور عدم قطعیّت های سیستم بررسی می نماید. کاربرد μ برای حالتی مطرح شد که عدم قطعیّت در یک ماتریس و به صورت قطری-بلوکی مدل شود [۱۵].

در همان سالی که Doyle به معرفی μ پرداخت، حاشیه های پایداری سیستم چند متغیره با فیدبک و با فرض عدم قطعیّت قطری بررسی و در سال بعد شروط عدم قطعیّت برای پایداری مقاوم تشریح شد. اما اولین سنتز μ به منظور طراحی کنترل کننده در سال ۱۹۸۵ و با استفاده از روش تکرار $D-K$ توسط Doyle صورت پذیرفت. در همان سال با استفاده از روش های محاسبه مقادیر ویژه و تکین، شروط لازم و کافی برای پایداری سیستم های دارای عدم قطعیّت با ساختار بیان گردید. در این مقالات عدم قطعیّت ساختار کامل در نظر گرفته شده است اما بررسی شروط، حالات ضعیف تری اعمال گردیده است. در سال ۱۹۸۶ چهارچوب هندسی برای توصیف و حل مسأله μ ارائه شد. در این روش فهم مسأله μ محسوس تر گردید و محدوده مقدار μ با اشکال هندسی ترسیم شد.

¹ Structured singular value

در همان سال روشی کارآمد برای محاسبه μ به همراه گسترش خواص و مفاهیم آن ارائه شد. محاسبه دقیق حاشیه های پایداری سیستم چند متغیره در سال ۱۹۸۸ تشریح شد و هم زمان روش محاسبه μ در حالتی که بلوک های اسکالر تکراری باشند ارائه گردید. پس از آن روش قدرتمندی برای محاسبه μ ارائه و گام مؤثری در بدست آوردن مقادیر دقیق آن برداشته شد. عدم قطعیت ممکن است از بلوک های حقیقی یا مختلط و یا مخلوطی از آن دو تشکیل شده باشد. در سال ۱۹۹۰ روشی برای محاسبه μ در حضور عدم قطعیت های حقیقی و مختلط بیان شد.

اولین نرم افزاری که مباحث تحلیل و طراحی μ را برای بررسی سیستم ها به کار گرفت در سال ۱۹۹۱ توسط چند تن از معروف ترین محققان این رشته ارائه گردید. این نرم افزار جعبه ابزار μ -tools است که تحت MATLAB اجرا می شود. در همان سال تحلیل مقاوم در حضور عدم قطعیت های غیر قطری و پارامتری بیان شد. تحقیقی که μ را از طریق تعداد کاهش یافته ای از متغیرهای بهینه به دست می آورد در سال ۱۹۹۲ ارائه شد. یک مقاله آموزشی طولانی در سال ۱۹۹۳ منتشر شد که در آن مروری بر همه مباحث مقادیر تکین با ساختار با تأکید بر چشم انداز ریاضی آن به صورت دسته بندی شده ارائه گردید. در این مقاله مباحث محدودیت های محاسبه μ ، روش های آنالیز مقاوم بودن μ برای سیستم های خطی، خواص مقاوم بودن سیستم های دارای فیدبک خطی، تست های پایداری و عملکرد مقاوم، روش های مدلسازی سیستم ها برای آنالیز و سنتز رباست، مسأله طراحی μ ، کاربرد LFT و مقایسه روش های حوزه فرکانسی و فضای حالت بیان گردیده است. در سال ۱۹۹۴ ثابت شد که همیشه محاسبه دقیق μ امکان پذیر نیست و در بعضی از نقاط تحلیل ممکن است هرگز به مقدار اصلی μ دسترسی پیدا نکنیم، لذا تلاش ها بر روی محاسبه حدود بالا و پایین آن متمرکز شد. در سال ۱۹۹۵ حدود μ مخلوط محاسبه و در سال بعد خواص آن تشریح گردید. ارائه ویژگی ها و طریق

محاسبه μ در حالت ساختار کامل گامی بلند در رفع محافظه کاری در روش μ بود که در سال ۱۹۹۶ در مقاله ای از Chen به چاپ رسید [۱۶].

۳-۳ مبانی ریاضی کنترل مقاوم

۱-۳-۳ معرفی نرم

در یک سیستم تک ورودی- تک خروجی عملکرد حلقه فیدبکی توسط تغییرات بهره حلقه با فرکانس، رد اغتشاش، انتقال نویز و حساسیت های مختلف نسبت به تغییرات پارامترهایی که به بهره وابسته است تعیین می گردد. اگر تابع تبدیل حلقه باز (نسبت بازگشتی)^۱ در سمت راست صفحه S هیچ قطبی نداشته باشد، آنگاه حاشیه های پایداری و پاسخ گذرای حلقه بسته نیز به وسیله مشخصات بهره حلقه باز تعیین می گردد. اگر بکشیم که این ارتباط را به سیستم چند متغیره بسط دهیم مسأله اصلی این است که یک ماتریس، یک بهره تنها ندارد. به همین دلیل ناگزیر از تعریف نرم هستیم. نرم معیاری است برای سنجش اندازه که برای بردار و ماتریس تعریف می شود.

۱-۱-۳-۳ نرم سیگنال ها

از نرم به عنوان معیاری برای بزرگ بودن یا کوچک بودن استفاده می شود.

یک نرم طبق تعریف دارای خواص زیر است:

$$\|u\| \geq 0 \quad (۱-۳)$$

$$\|u\| = 0 \Leftrightarrow u = 0 \quad (۲-۳)$$

$$\|\alpha u\| = |\alpha| \|u\| \quad (۳-۳)$$

$$\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\| \quad (۴-۳)$$

^۱ Return Ratio

در مورد یک سیگنال نرم های زیر تعریف می شوند:

۱-نرم-۱

$$\|u\|_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)| d(t) \quad (۵-۳)$$

۲-نرم-۲

$$\|u\|_2 = [\int_{-\infty}^{+\infty} u^2(t) d(t)]^{1/2} \quad (۶-۳)$$

توجه کنید $u^2(t)$ معرف توان لحظه ای سیگنال $u(t)$ است و $\|u\|_2^2$ معرف انرژی سیگنال $u(t)$ است.

۳-نرم- p

$$\|u\|_p = [\int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)|^p d(t)]^{1/p} \quad \infty \geq p \geq 1 \quad (۷-۳)$$

۴-نرم- ∞

$$\|u\|_{\infty} = \sup_t |u(t)| \quad (۸-۳)$$

توان سیگنال $u(t)$:

$$\text{pow}(u) = [\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} u^2(t) d(t)]^{1/2} \quad (۹-۳)$$

اگر $\text{pow}(u)$ کراندار باشد آنگاه u یک سیگنال توان است.

در حالت کلی: $\|u\|_p < \infty$ آنگاه $u \in L_p$ که L_p فضای تمام سیگنال هایی است که نرم p محدود دارند.

۳-۳-۱-۲ چند خاصیت برای نرم سیگنال ها

۱-اگر $\|u\|_2 < \infty$ ($u \in L_2$) آنگاه $u(t)$ یک سیگنال قدرت با توان صفر است یعنی

$$\text{pow}(u) = 0$$

۲-اگر u یک سیگنال قدرت باشد و $u \in L_{\infty}$ باشد آنگاه: $\text{pow}(u) \leq \|u\|_{\infty}$

$$\|u\|_2 \leq (\|u\|_\infty \cdot \|u\|_1)^{1/2} \quad \text{اگر } \|u\|_1 < \infty \text{ و } \|u\|_\infty < \infty \text{ باشد آنگاه:}$$

۳-۱-۳-۳ نرم القایی ماتریس ها^۱

نرم- p القایی ماتریس A بر حسب نرم- p برداری به صورت زیر تعریف می شود:

$$\|A\|_p = \sup_x \frac{\|AX\|_p}{\|X\|_p} \quad (۱۰-۳)$$

متناظر با نرم های ۱، ۲ و ∞ بردارها، نرم های ۱، ۲ و ∞ ماتریسی به صورت زیر قابل تعریف

هستند:

$$\|A\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \quad (۱۱-۳)$$

$$\|A\|_2 = \max_i \lambda_i^{1/2}(A^H A) \quad (۱۲-۳)$$

$$\|A\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^m |a_{ij}| \quad (۱۳-۳)$$

که $\|A\|_1$ بزرگترین جمع قدرمطلق عناصر ستونی است و $\|A\|_\infty$ بزرگترین جمع قدرمطلق

عناصر سطری است.

۳-۱-۴ نرم فروبینیوس (Frobenius)

ماتریس $A \in \mathbb{C}^{n \times m}$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\|A\|_F = (\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |a_{ij}|^2)^{1/2} = [\text{tr}(A^H \cdot A)]^{1/2}$$

روابط زیر میان نرم های ۱، ۲ و ∞ و نرم فروبینیوس ماتریس $A \in \mathbb{C}^{n \times m}$ برقرار می باشد:

$$1- \frac{\|A\|_1}{n} \leq \|A\|_\infty \leq \sqrt{m} \|A\|_2$$

$$2- \frac{\|A\|_1}{n} \leq \|A\|_\infty \leq \sqrt{m} \|A\|_1$$

$$3- \frac{\|A\|_2}{\sqrt{m}} \leq \|A\|_1 \leq \sqrt{n} \|A\|_2$$

¹Induced Norm

$$4- \frac{\|A\|_2}{n} \leq \|A\|_F \leq \sqrt{n} \|A\|_2$$

$$5- \rho(A) \leq \|A\|_2$$

در رابطه (۵) منظور از $\rho(A)$ شعاع طیفی^۱ ماتریس $A^{n \times n}$ است که به صورت زیر تعریف می

$$\rho(A) = \max_i |\lambda_i| \quad \text{شود:}$$

و λ_i ها مقادیر ویژه ماتریس A می باشد. $\det(\lambda I - A)$

۳-۲ مقادیر تکین (بهره های اساسی)^۲

همانگونه که قبلاً ذکر گردید نرم القایی ماتریس G به این صورت تعریف می شود:

$$\|G\|_p = \sup \frac{\|Gx\|_p}{\|x\|_p} \quad (۱۴-۳)$$

حال اگر نرم اقلیدسی بردار x را به کار گیریم:

$$\|x\| = \sqrt{x^H x}, \quad x^H = x^{*T} \quad (۱۵-۳)$$

آنگاه نرم القایی ماتریس، نرم هیلبرت^۳ یا نرم طیفی^۴ خواهد بود:

$$\|G\|_s = \bar{\sigma} \quad (۱۶-۳)$$

که $\bar{\sigma}$ ماکزیمم مقدار ویژه $G^H G$ یا (GG^H) است.

اگر G دارای m سطر و l ستون باشد و $m \geq l$ ، آنگاه ریشه های مثبت مقادیر ویژه^۵ ماتریس

$G^H G$ مقادیر تکین ماتریس G نامیده می شوند و اگر $m \leq l$ ، آنگاه ریشه های مثبت مقادیر

ویژه GG^H مقادیر تکین ماتریس G هستند. به عبارتی مقادیر تکین (یا بهره های اساسی)

ماتریس $G_{m \times l}$ با رتبه r را با σ_i نشان داده و داریم:

¹ Spectrum Radius

² Principal Gains

³ Hilbert Norm

⁴ Spectral Norm

⁵ Eigenvalues

$$\sigma_i(G) = \begin{cases} \sqrt{\lambda(G^H G)} & \text{if } m \geq l \\ \sqrt{\lambda_i(G G^H)} & \text{if } m \leq l \end{cases} \quad (17-3)$$

و به این صورت تنظیم می کنیم:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &\geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_p \\ p &= \min[m, l] \end{aligned} \quad (18-3)$$

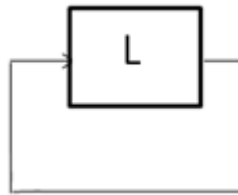
۳-۳-۳ قضیه بهره کوچک^۱

به دو فرم زیر مطرح می شود:

فرم ۱- در حلقه فیدبک شکل زیر اگر L به صورت $BIBO$ پایدار باشد شرط کافی برای پایداری

داخلی سیستم حلقه بسته این است که:

$$\|L\|_{\infty} < 1$$

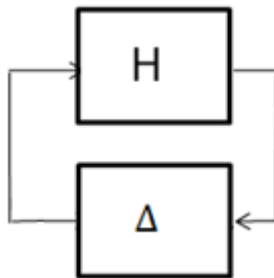


شکل ۳-۱- قضیه بهره کوچک

فرم ۲- در حلقه فیدبک شکل زیر اگر $H\Delta$ به صورت $BIBO$ پایدار باشد شرط کافی برای

پایداری داخلی سیستم حلقه بسته به صورت زیر بیان می شود:

$$\|H\Delta\|_{\infty} < 1$$



شکل ۳-۲- قضیه بهره کوچک

¹Small gain theorem

H تابع تبدیلی است که از دو سر Δ با رعایت جهت دیده میشود.

توجه ۳-۱- تئوری قضیه بهره کوچک بسیار قوی ولی محافظه کارانه است.

توجه ۳-۲- اگر Δ کاملاً ناشناخته باشد شرط به صورت لازم و کافی در می آید.

بنا به خاصیت زیر ضربی نرم- ∞ : $\|H\Delta\|_{\infty} \leq \|H\|_{\infty}\|\Delta\|_{\infty}$ پس $\|H\|_{\infty}\|\Delta\|_{\infty} < 1$ یک شرط کافی برای $\|H\Delta\|_{\infty} < 1$ است.

۴-۳-۳ نامعینی LFT

LFT^1 مخفف *linear fractional transformations* است. در حالت نامعینی LFT ، رابطه بین مدل واقعی سیستم با ماتریس انحراف از طریق رابطه زیر بیان می شود:

$$G(s) = P_{22} + P_{21}\Delta(I - P_{22}\Delta)^{-1}P_{12} \quad (۱۹-۳)$$

که

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (۲۰-۳)$$

ماتریس تابع تبدیل داده شده است.

تبدیل LFT در معادله $G(s)$ گاهی به عنوان حاصل ضرب ستاره ردهفر نامیده شده و به صورت زیر نشان داده شده می شود:

$$G(s) = \Delta * P \quad (۲۱-۳)$$

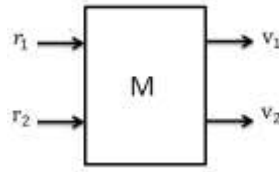
۱-۴-۳-۳ نامعینی $LLFT$:

LLF^2 مخفف *lower linear fractional transformations* است.

¹ linear fractional transformations

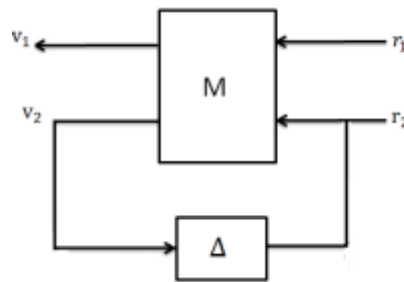
² lower linear fractional transformations

بلوک زیر را در نظر بگیرید:



$$\begin{cases} v_1 = M_{11}r_1 + M_{12}r_2 \\ v_2 = M_{21}r_1 + M_{22}r_2 \end{cases} \quad (۲۲-۳)$$

بلوک LLFT به صورت زیر است:



شکل ۳-۳- تبدیل خطی کسری پایینی

از شکل بالا داریم:

$$r_2 = \Delta v_2$$

$$v_2 = M_{21}r_1 + M_{22}r_2 = M_{21}r_1 + M_{22}\Delta v_2 \rightarrow v_2 = (I - M_{22}\Delta)^{-1}M_{21}r_1$$

با جایگذاری v_2 و r_2 در معادله زیر داریم:

$$v_1 = M_{11}r_1 + M_{12}r_2 = M_{11}r_1 + M_{12}\Delta(I - M_{22}\Delta)^{-1}M_{21}r_1 \rightarrow$$

$$v_1 = [M_{11} + M_{12}\Delta(I - M_{22}\Delta)^{-1}M_{21}]r_1 \rightarrow v_1 = F_L(M, \Delta)$$

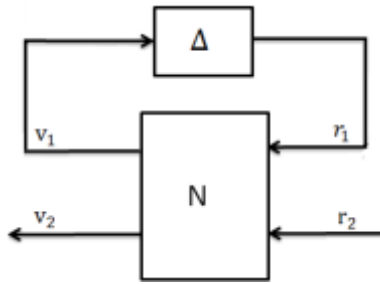
$$\begin{cases} v_1 = [M_{11} + M_{12}\Delta(I - M_{22}\Delta)^{-1}M_{21}]r_1 \\ F_L(M, \Delta) = M_{11} + M_{12}\Delta(I - M_{22}\Delta)^{-1}M_{21} \end{cases} \quad (۲۳-۳)$$

۲-۴-۳-۳ نامعینی ULFT

ULFT^۱ مخفف upper linear fractional transformations است.

^۱ upper linear fractional transformations

بلوک $ULFT$ به صورت زیر است:



شکل ۳-۴- تبدیل خطی کسری بالایی

معادله $ULFT$ مانند معادله $LLFT$ اثبات می شود، معادله کلی $ULFT$ به صورت زیر است:

$$\begin{cases} v_2 = [N_{22} + N_{21}\Delta(I - N_{11}\Delta)^{-1}N_{12}]r_2 \\ F_u(N, \Delta) = N_{22} + N_{21}\Delta(I - N_{11}\Delta)^{-1}N_{12} \end{cases} \quad (۳-۲۴)$$

۳-۳-۵ مقایسه اثر عدم قطعیت و اغتشاش

هدف این قسمت بررسی این مسأله است که آیا می توان در سیستم های دارای فیدبک اثر عدم

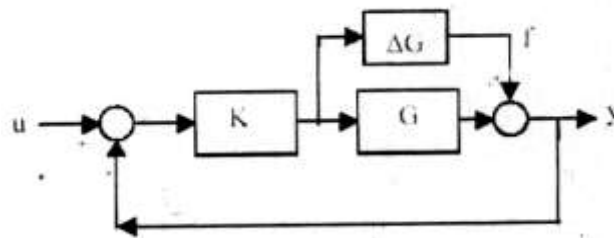
قطعیت ها را با اغتشاش در خروجی مدل نمود؟

با حذف ورودی نویز اندازه گیری از الگوی اصلی سیستم کنترل، شکل ۲-۳ داریم:

$$\begin{cases} y = Tu + Sd \\ G^* = G + \Delta G \end{cases} \quad (۳-۲۵)$$

ΔG کلیه عدم قطعیت ها روی مدل است.

در این حالت، مدل سیستم به شکل زیر تبدیل می شود:



شکل ۳-۵- الگوی سیستم کنترل فیدبکی، بدون نویز

که برای آن می توان نوشت:

$$y = Tu + Sf \quad (۳-۲۶)$$

با فرض $f = d$ دو رابطه (۲۵-۳) و (۲۶-۳) برابر خواهند شد. تنها تفاوت اساسی موجود این است که در رابطه (۲۵-۳)، d یک سیگنال خارجی است و ربطی به وضعیت داخلی سیستم ندارد، در حالی که در (۲۵-۳)، f به صورت زیر به وضعیت داخلی سیستم مرتبط است:

$$f = \Delta G K e = \Delta G K [I + (G + \Delta G) K]^{-1} u \quad (27-3)$$

بنابراین در مدل کردن عدم قطعیت ها یا اغتشاش دچار خطا خواهیم شد مگر آنکه عدم قطعیت ها کوچک و بی اهمیت باشند. حتی در این حالت هم نمی توان نتیجه دقیقی ارائه نمود، زیرا اغتشاشات محدود باعث ناپایداری سیستم نخواهد شد در حالی که عدم قطعیت ها ممکن است سیستم را ناپایدار کند.

۳-۳-۶ قضایای پایداری مقاوم

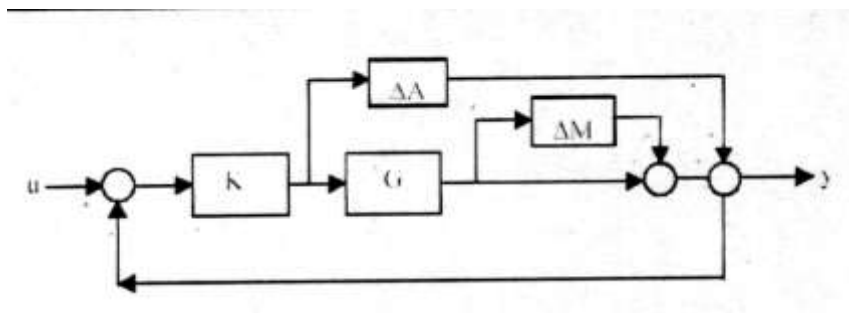
کاهش مقادیر تکین ماتریس S در حقیقت توانایی حذف اغتشاش و مقدار خطای حالت ماندگار و کاهش مقادیر تکین ماتریس T چگونگی ردیابی سیگنال مرجع و دفع نویز سنسور را در سیستم معرفی می کند. کاهش مقادیر تکین ماتریس $R(s) = K(s)S(s)$ نیز محدوده دامنه و پهنای باند سیگنال کنترلی را معرفی می کند.

قضیه (۱-۳) پایداری مقاوم با عدم قطعیت ضرب شونده: فرض بر این است که سیستم شکل زیر (شکل ۳-۶) وقتی ΔA و ΔM هر دو صفر هستند پایدار است. اکنون اگر ΔA صفر باشد اندازه کوچکترین ΔM پایدار که باعث ناپایداری سیستم حلقه بسته می شود به این صورت به دست می آید:

$$\bar{\sigma}(\Delta M(j\omega)) = \frac{1}{\bar{\sigma}(T(j\omega))} \quad (28-3)$$

قضیه (۲-۳) پایداری مقاوم با عدم قطعیت جمع شونده: فرض بر این است که سیستم شکل زیر (شکل ۶-۳) وقتی ΔA و ΔM هر دو صفر هستند پایدار است. اکنون اگر ΔM صفر باشد اندازه کوچکترین ΔA پایدار که باعث ناپایداری سیستم حلقه بسته می شود به این صورت به دست می آید:

$$\bar{\sigma}(\Delta A(j\omega)) = \frac{1}{\bar{\sigma}(R(j\omega))} \quad (۲۹-۳)$$



شکل ۶-۳: سیستم فیدبکی با عدم قطعیت های ضرب شونده و جمع شونده

۷-۳-۳ یافتن حاشیه های بهره و فاز $MIMO$ از طریق ماتریس های ضرب شونده D

Δ و D را ماتریس هایی قطری به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$D = \text{diag}(d_1, \dots, d_n) \quad d_i > 0, d \in R$$

$$\Delta = \text{diag}(\Delta_1, \dots, \Delta_n) \quad (۳۰-۳)$$

و چون ماتریس Δ قطری است داریم:

$$D\Delta D^{-1} = \Delta D D^{-1} = \Delta \quad (۳۱-۳)$$

لذا جایگزین کردن DMD^{-1} به جای M و $D^{-1}\Delta D$ به جای Δ هیچ تأثیری در پایداری سیستم

نخواهد گذاشت (شکل ۷-۳) و بنا بر قضیه بهره کوچک شرط کافی پایداری سیستم به صورت:

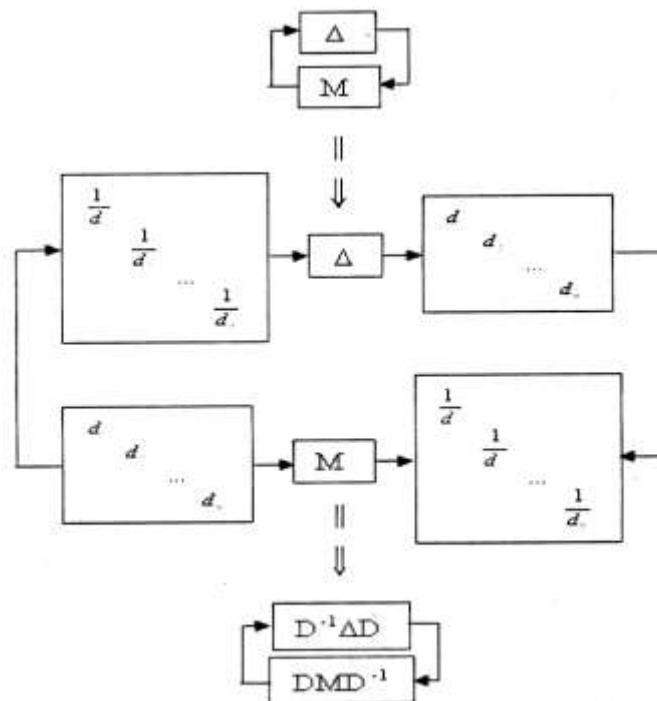
$$\bar{\sigma}(\Delta) = \bar{\sigma}(DMD^{-1}) < 1 \quad (۳۲-۳)$$

خواهد بود. در نتیجه

$$\frac{1}{r(\omega)} = \inf_D \bar{\sigma}(DMD^{-1}) \quad (3-33)$$

$$r_{\min} = \inf r(\omega)$$

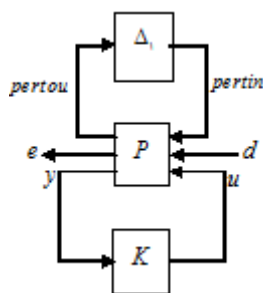
با جستجو روی D برای حداقل کردن $\bar{\sigma}(DMD^{-1})$ در هر فرکانس، می توان نشان داد که $r(\omega)$ را با توجه به مقدار اولیه ماتریس D که در ابتدا برابر I می باشد می توان بهبود داد. با تکرار عمل جستجو و به دست آوردن ماتریس D مناسب می توان مقادیر بزرگتری را برای $r(\omega)$ پیدا کرد. چگونگی پیدا کردن ماتریس D مناسب با فرض ثابت بودن K بخشی از روش تکرار $D-K$ در طراحی کنترل کننده برای سیستم از طریق مقادیر تکین با ساختار μ می باشد و بخش دیگر آن که طراحی کنترل کننده با فرض ثابت بودن ماتریس D است، از طریق طراحی به کمک تئوری H_∞ صورت می پذیرد. به همین دلیل توضیح این تئوری به طور مختصر در پیوست آمده است.



شکل ۳-۷: یافتن حاشیه های بهره و فاز از طریق ماتریس های ضرب شونده

۴-۳ شکل کلی $P-\Delta-K$

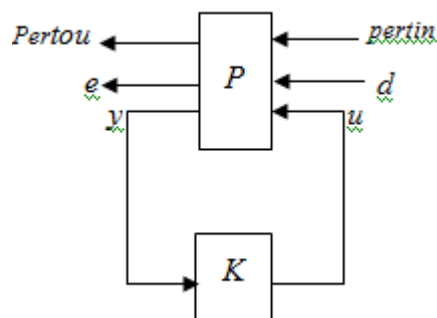
در عمل اطلاعات با ساختار و بدون ساختار با هم ممکن است در مورد نامعینی های یک دستگاه وجود داشته باشد. پاره ای از پارامترها در یک مدل فضای حالت ممکن است به طور مشخص در یک محدوده مشخص تغییر کند. (دارای تغییرات با ساختار باشد) در حالی که در همان زمان ممکن است معلوم باشد تمامی جزئیات مدل به طور کامل فراتر از فرکانس مشخص به صورت نادرستی عمل می نماید. این عمل دقت ممکن است ناشی از پس فازهای مدل نشده، هیستریزیس، رزونانس، پارازیت ناشی از تطبیق و عوامل دیگر باشد. سؤال مطرح آن خواهد بود که چگونه می توان تمامی انواع اطلاعات نامعینی ها را به صورت هم زمان در یک شمای کاملاً درست از سیستم نامی نامعینی ها و کنترل کننده نمایش دهیم؟ در عمل همیشه می توان اطلاعات نامشخصی را به طور خیلی دقیق به صورت زیر نمایش خواهیم داد. فرض خواهیم کرد که مطابق شکل ۳-۸ دستگاه نامی P دارای سه مجموعه خط ورودی و سه مجموعه خط خروجی باشد. اولین دسته از مجموعه ورودی ها و خروجی های سیستم نامی P که با نامهای $pertout$ و $pertin$ مشخص هست به ترتیب خروجی ها و ورودی های نظیر نامعینی های مدل شده سیستم است.



شکل ۳-۸- نمایش استاندارد سیستم نامی تحت فیدبک کنترل در حضور نامعینی های مدل شده

دسته دوم ورودی ها (d) تمامی سیگنال های خارجی نظیر اغتشاشات، نویز اندازه گیری شده و هر نوع ورودی غیر قابل کنترل را شامل می شود. گروه سوم ورودی ها (u) عبارتند از: ورودی های کنترل که به دستگاه فرمان می دهند سومین مجموعه خروجی (y) تمامی سیگنال های

اندازه گیری شده را که می تواند فیدبک شود در بر می گیرند. درحالی که دومین دسته هر خروجی دیگر را که رفتارش مورد نظر است و باید کوچک نگه داشته شود شامل می شود. باید توجه داشت که این خروجی های خطا لازم نیست که حتماً از سیستم خروجی قابل اندازه گیری باشد. بلوک P همان دستگاه نامی به علاوه تمامی توابع وزنی در نظر گرفته شده به علاوه سیستم است. بلوک Δ_1 شامل کلیه نامعینی های مدل شده بوده و بلوک K کنترل کننده طرح شده برای نیازمندی های مورد نظر است. در هنگام طراحی آرایش کلی بیان شده را مطابق شکل ۹-۳ در نظر می گیریم.



شکل ۹-۳- آرایش استاندارد برای طراحی کنترل کننده

هدف طراحی آن است که اولاً کنترل کننده K هر دستگاه منحرف شده متعلق به خانواده کلی را پایدار داخلی نمایند و ثانیاً با تأمین شرایط زیر نیازهای عملکردی را فراهم آورد.

$$\|T_{ed}(j\omega)\|_{\infty} < 1 \quad (3-34)$$

$T_{ed}(j\omega)$ ماتریس تابع تبدیل از ورودی اغتشاش d به خروجی خطای e است دستور $hinf_{syn}$ مربوط به جعبه ابزار M نرم افزار $MATLAB$ کنترل کننده K را به گونه ای طرح می کند که نرم بینهایت تابع انتقال $T_{wz}(s)$ کوچکتر از γ شود که بردار $w = [pertout \ e]^T$ و بردار $z = [pertin \ d]^T$ است. برای تحلیل کنترل کننده طرح شده بلوک P و K را که نشان دهنده سیستم نامی و کنترل کننده مورد نظر است به صورت یک بلوک درمی آورند. در انتها باید به ساختمان بلوک Δ_1 که نشان دهنده چگونگی تأثیر نامعینی ها بر روی دستگاه نامی است توجه شود آیا می توان این بلوک ها را به هر شکلی که مورد نظر است انتخاب کنیم و یا آنکه دارای

خصوصیات مشخص و معلومی باشد برای این منظور لازم است که به موارد زیر توجه شود. بلوک

نامعینی را به صورت سه گونه مختلف می توان تعریف کرد:

بلوک های با مقدار حقیقی تکرار شونده

بلوک های با مقدار مختلط تکرار شونده

بلوک های کامل.

تعریف ۳-۱: Δ نامعینی مقدار مختلط بدون ساختار با نرم محدود با ابعاد $m \times n$ است که

مجموعه ای از توابع انتقال با حداکثر مقدار استثنایی محدود را شامل می شد و به صورت زیر

تعریف می شود:

$$\Delta = \{\Delta(s) \in \Delta \mid \sigma_{\max}(\Delta(jw)) \leq W(jw), w \in (-\infty, \infty)\} \quad (3-35)$$

$$B\Delta = \{\Delta(s) \in \Delta \mid \sigma_{\max}(\Delta(jw)) \leq 1, w \in (-\infty, \infty)\} \quad (3-36)$$

از این نامعینی ها که بلوک های کامل خوانده می شود برای مدل کردن نامشخصی های ناشی از

خطای مدل سازی دینامیک های مدل نشده و ساده سازی مدل ها استفاده می شود.

تعریف ۳-۲: نامعینی مقدار مختلط با نرم محدود Δ_C با ابعاد $P \times P$ به صورت زیر تعریف

می شود:

$$\Delta_C = \left\{ \text{diag}\{\delta_1 I_1, \dots, \delta_m I_m\} : \delta_i \in C, \sum_{i=1}^m i = P \right\} \quad (3-37)$$

که می توان به صورت زیر نرمالیزه نمود:

$$B\Delta_C = \{\Delta \mid \Delta \in \Delta_C, |\delta_i| \leq 1\} \quad (3-38)$$

تعریف ۳-۳: نامعینی مقدار حقیقی با نرم محدود Δ_r با ابعاد $P \times P$ به صورت زیر تعریف

می شود:

$$\Delta_T = \left\{ \text{diag}[\delta_1 I_1, \dots, \delta_r I_r], \delta_i \in [\delta_{il} \quad \delta_{iu}], \sum_{i=1}^r i = p \right\} \quad (3-39)$$

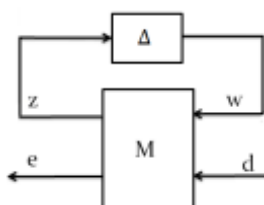
که در آن δ_{il}, δ_{iu} ثابت های حقیقی و محدود در مجموعه اعداد حقیقی هستند و می توان ۳- را به صورت زیر نرمالیز نمود:

$$B\Delta r = \{\Delta \mid \Delta \in \Delta_r, \delta_i \in [-1, +1]\} \quad (3-40)$$

از نامعینی های حقیقی برای مدل کردن تغییرات پارامترهای سیستم می توان استفاده کرد. توجه: بلوک Δ که در نمایش استاندارد یک سیستم به کار می رود می تواند هر ترکیبی از تعریف فوق را در بر گیرد. با این فرض که ابعاد Δ تشکیل یافته باید با ابعاد ورودی های *perten* و خروجی های *retrout* کاملاً منطبق باشد.

۳-۵ مقدار تکین با ساختار^۱

در این قسمت هدف معرفی مقدار استثنائی با ساختار یک تابع ماتریسی است که با نماد $\mu(\cdot)$ نمایش داده می شود. برای این منظور از ساختار $M\Delta$ استفاده شده است. فرض کنید در این آرایش ماتریس مختلط $MEC^{m \times n}$ شامل سیستم نامی اصلی، کنترل کننده و ماتریس های وزنی که برای نرمال کردن نامعینی بکار رفته است، باشد. به منظور بحث در کلی ترین حالت فرض می کنیم که Δ هم از بلوک های ماتریسی کامل و هم از بلوک های با مقدار حقیقی و مختلط تکرار شونده تشکیل شده باشد. بنابراین می توان نوشت:



شکل ۳-۱۰- آرایش خطی کسری بالا

¹ Structure Singular Valu

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \text{diag}\{\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_s I_{r_s}, \delta_{s+1} I_{r(s+1)}, \dots, \delta_t I_{r_t}, \Delta_1, \dots, \Delta_F\} \quad (41-3)$$

$$\delta_i \in R, 1 \leq i \leq s; \delta_j \in C, s+1 \leq j \leq t; \Delta_k \in C^{m_k \times n_k}, 1 \leq k \leq F$$

در این میان نکته بسیار مهم در چگونگی ابعاد بلوک Δ است که مستقیماً وابسته به مقادیر i و j و m_k و n_k بوده و باید به گونه ای تعیین شود که ابعاد Δ و ماتریس M کاملاً با یکدیگر تطبیق داشته باشند یعنی ماتریس $M\Delta$ ماتریس مربعی گردد. بنابراین خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^s r_i + \sum_{j=s+1}^t r_j + \sum_{k=1}^F m_k = n \quad (42-3)$$

یعنی مجموع تعداد سطرهای قسمت های مجزا تشکیل دهنده بلوک Δ , باید برابر تعداد ستون های ماتریس M شود.

$$\sum_{i=1}^s r_i + \sum_{j=s+1}^t r_j + \sum_{k=1}^F n_k = m \quad (43-3)$$

یعنی مجموع تعداد ستون های قسمت های مجزا تشکیل دهنده بلوک Δ , باید برابر تعداد سطر های ماتریس M شود.

با توجه به تعریف رابطه (41-3) مجموعه Δ های نرمال به صورت زیر قابل تعریف می باشد.

$$B\Delta = \{\Delta \in \Delta / \delta_{\max}(\Delta) \leq 1\} \quad (44-3)$$

حال می توان با در نظر گرفتن ساختار Δ تابع $\mu_{\Delta}(M)$ را به عنوان مقدار استثنائی با ساختار تابع انتقال M بر حسب Δ به صورت زیر تعریف کرد:

$$\mu_{\Delta}(M) = \begin{cases} 0 & \det(I - M\Delta) \neq 0; \forall \Delta \in B\Delta \\ \frac{1}{\min \{\delta_{\max}(\Delta) : \Delta \in B\Delta, \det(I - M\Delta) = 0\}} & \text{other wise} \end{cases} \quad (45-3)$$

عبارت فوق می رساند که $\mu_{\Delta}^{-1}(\Delta)$ به عنوان کوچکترین $\delta_{\max}(\Delta)$ هنگامیکه Δ بروی مجموعه $B\Delta$ تغییر می کند و $\det(I - M\Delta) = 0$ تعریف می شود. عبارت دیگر می توان گفت

که μ تابعی از ماتریس M می باشد که به ساختار Δ ها در $B\Delta$ بستگی دارد و ضمناً $\mu_{\Delta}^{-1}(\Delta)$

اندازه کوچکترین Δ ناپایدار کننده است که در شرط $\det(I - M\Delta) = 0$ صدق می کند.

نکته ۳-۱: اگر $B\Delta = \{\delta I_n ; \delta \in C\}$ باشد آنگاه $\mu_{\Delta}(M) = \rho(M)$ است که $\rho(M)$ عبارت

است از شعاع طیف ماتریس M .

نکته ۳-۲: اگر $B\Delta = C^{n \times n}$ باشد آنگاه $\mu_{\Delta}(M) = \sigma_{max}(M)$ خواهد بود کاملاً مشخص است

که برای کلی ترین Δ تعریف شده با رابطه (۳-۴۱)، اگر $m=n$ شود خواهیم داشت:

$$\{\delta I_n ; \delta \in C\} \subset \Delta \subset C^{n \times n} \quad (3-46)$$

بنابراین با استفاده از تعریف تابع $\mu(0)$ و دو نکته بالا می توان نتیجه گرفت:

$$\rho(M) \leq \mu_{\Delta}(M) \leq \sigma_{max}(M) \quad (3-47)$$

۳-۶ روش تکرار $D-k$ ^۱

مقدار μ ماتریس M مطابق رابطه (۳-۴۷) همواره میان دو مقدار $\sigma_{max}(M)$ و $\rho(M)$ قرار

دارد. ولی این محدوده به تنهایی برای محاسبه مقدار μ کافی نمی باشد زیرا که فضای میان دو

مقدار ρ و σ می تواند بسیار بزرگ باشد بنابراین آقای Doyle تبدیلی روی ماتریس M پیشنهاد

کرد که تنها روی مقدار $\mu_{\Delta}(M)$ اثر گذاشته ولی دو مقدار $\sigma_{max}(M)$ و $\rho(M)$ را تغییر نمی

دهد. برای این تبدیلات نیاز است که زیر مجموعه های زیر در فضای $C^{n \times n}$ تعریف شوند. قبل از

بیان تعاریف فوق بلوک نامعینی Δ را به صورت رابطه (۳-۴۱) در نظر می گیریم با این فرض که

بلوک Δ فاقد پارامترهای نامعینی حقیقی بوده و $n_k = m_k$ باشد. یعنی داشته باشیم:

$$\Delta = \text{diag}\{\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_s I_{r_s}, \Delta_1, \dots, \Delta_F\} \quad (3-48)$$

^۱D-k iteration

$$\delta_j \in C, 1 \leq j \leq s; \Delta_k \in C^{n_k \times n_k}, 1 \leq k \leq F$$

$$B\Delta = \{\Delta \in \Delta \mid \delta_{\max}(\Delta) < 1\} \quad (49-3)$$

که برای تطبیق ابعاد بلوک های M و Δ در آرایش استاندارد حقیقی باید داشته باشیم:

$$\sum_{i=1}^s r_i + \sum_{k=s+1}^F n_k = n \quad (50-3)$$

به عبارت دیگر بلوک Δ که وابسته به نامعینی های سیستم است تنها شامل بلوک های کامل و بلوک های با مقدار مختلط تکرار شونده باشد. با این فرض زیر مجموعه های Q و D به صورت زیر تعریف می شوند:

$$Q = \{q \in \Delta : Q^* Q = I_n\} \quad (51-3)$$

و مجموعه ای D شامل ماتریس های حقیقی، قطری و مثبت بوده و ساختاری کاملاً منطبق بر ماتریس Δ دارد. یعنی:

$$D = \text{diag}\{D_1, \dots, D_s, d_1 I_{m_1}, \dots, d_{F-1} I_{m_{(F-1)}}, I_{m_F}\}$$

$$D_i \in C^{n_i \times n_i}, D_i = D_i^* > 0, 1 \leq i \leq s \quad (52-3)$$

$$d_j \in R, d_j > 0, 1 < j < F-1$$

به راحتی قابل نشان دادن است که برای هر $d \in D, q \in Q, \Delta \in \Delta$ خواهیم داشت:

$$q^* \in Q, q \Delta \in \Delta, \Delta q \in \Delta$$

$$\delta_{\max}(q\Delta) = \delta_{\max}(\Delta q) = \delta_{\max}(\Delta) \quad (53-3)$$

$$d.\Delta = \Delta.d$$

در نتیجه قضیه زیر بدست می آید:

قضیه (3-3): برای تمامی $d \in D$ و $q \in Q$ داریم:

$$\mu_{\Delta}(M.q) = \mu_{\Delta}(q.M) = \mu_{\Delta}(M) = \mu_{\Delta}(dMd^{-1}) \quad (54-3)$$

بنابراین محدودیت های قرار گرفته بر روی $\mu_\Delta(M)$ به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\max_{q \in Q} \rho(q.M) \leq \max_{\Delta \in B\Delta} \rho(\Delta M) = \mu_\Delta(M) \leq \inf_{d \in D} \delta_{\max}(d M d^{-1}) \quad (55-3)$$

رابطه (55-3) نامساوی ارزشمندی در مورد μ است. در حالتی که بلوک های نامعینی با ساختار بوده و تعداد آنها کمتر یا مساوی سه باشد، سمت راست نامساوی به تساوی تبدیل می شود. اگر تعداد بلوک ها بیشتر گردد خطا در حدود پنج درصد بوده و هرگز از پانزده درصد فراتر نمی رود. بنابراین حد بالای نامساوی رابطه (55-3) تقریب بسیار مناسبی برای $\mu_\Delta(M)$ می باشد. با

استفاده از این تقریب می توان مسأله طراحی μ را به صورت تقریبی زیر بیان کرد:

$$K = \arg(\inf_{k \text{ stabilizing}} \sup_{w \in R} \inf_{d \in D} \delta_{\max}(d.F(G,K).d^{-1})) \quad (56-3)$$

همانگونه که مشاهده می شود طراحی فوق ترکیبی از دو مسأله کمینه سازی بر روی متغیر های d و k بوده و به راحتی قابل حل نمی باشد. این مسأله را به صورت تکراری و با حل متوالی کمینه سازی برای متغیر های d و k و ثابت فرض کردن متغیر های دیگر، می توان حل کرد. این عمل تکرار تا جایی ادامه می یابد که در صورت وجود کنترل کننده k ، مسأله واگرا گردد. در حالتی که d ثابت نگه داشته شود مسأله یافتن k در حقیقت همان طراحی H_∞ می باشد.

۳-۶-۱ چگونگی یافتن ماتریس D

در طراحی به روش تکرار $D-K$ ابتدا $D=I$ فرض شده و $K(s)$ باید به گونه ای توسط H_∞ طراحی شود که $\|F_l(G,K)\|_\infty$ کمینه گردد. ماتریس M را به صورت ترکیبی از سیستم اصلی و توابع وزنی عدم قطعیت معرفی می کنیم. با فرض $M = F_l(M,K)$ ماتریس قطری D به گونه ای انتخاب می شود که $\bar{\sigma}(DMD^{-1})$ در هر نقطه فرکانسی به صورت $D = \text{diag}(dI, I)$ باشد

آنگاه $|d(j\omega)|$ را با یک تابع تبدیل مینیمم فاز و یا یک تابع ثابت به صورت $d(s)$ تقریب زده و در نتیجه

$$\hat{M} = \begin{bmatrix} D(s) & \circ \\ \circ & I \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} D^{-1}(s) & \circ \\ \circ & I \end{bmatrix} \quad (57-3)$$

پس از تعیین ماتریس D دوباره سنتز H_∞ با تعیین مناسب K باید رابطه زیر را مینیمم سازد

$$\bar{\sigma}(\hat{M}) = \bar{\sigma}(DMD^{-1}) \quad (58-3)$$

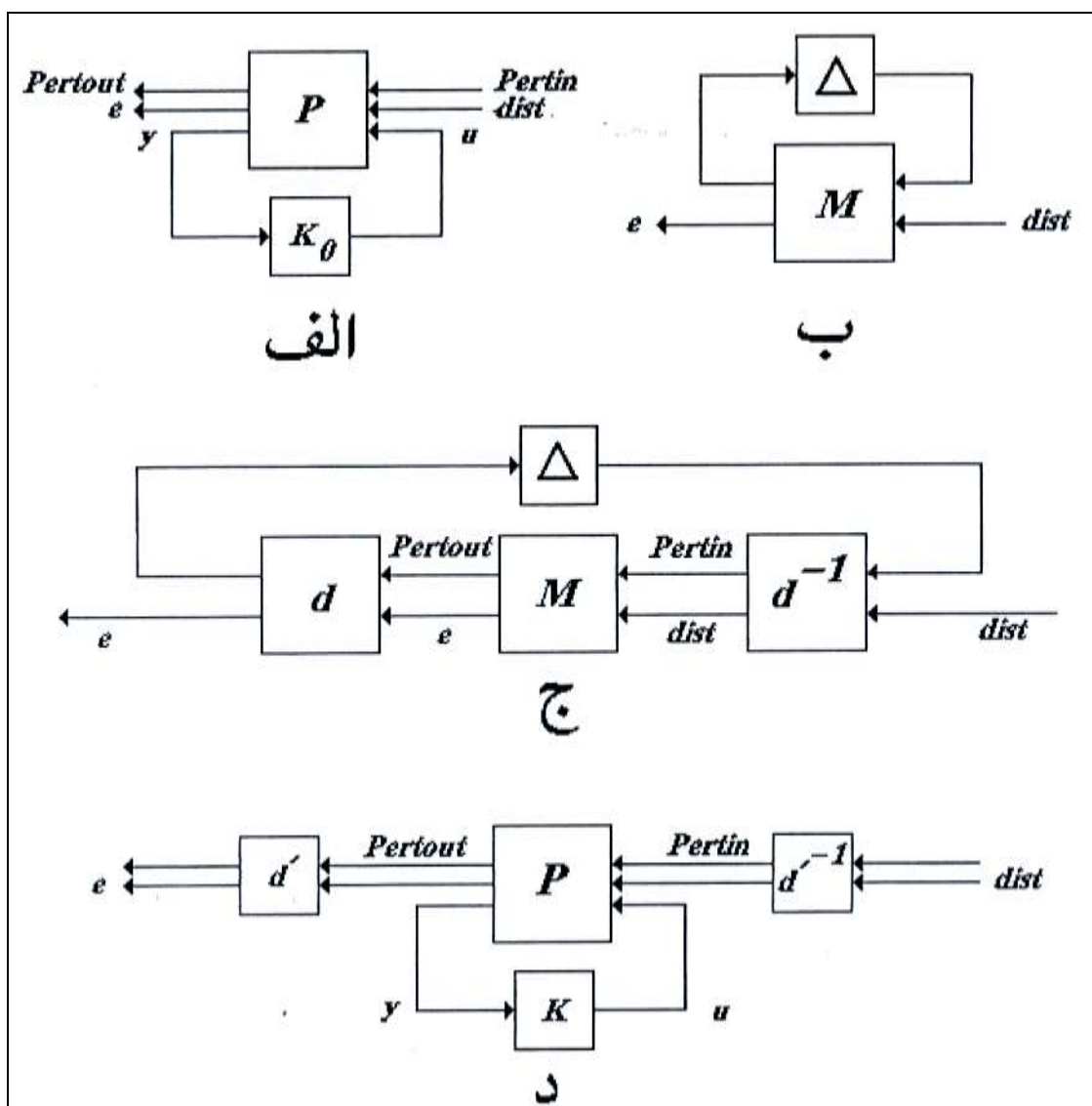
پس از طراحی کنترل کننده و تحلیل μ برای سیستم حلقه بسته اگر شرط $\sup_{\omega} \mu_{\Delta}(F_l(G, K)) < \gamma$ برای $\gamma = 1$ برقرار باشد کنترل کننده مورد نظر طراحی گردیده است. لازم به ذکر است که Δ در شرط بالا شامل تمام عدم قطعیت ها و شروط عملکردی مدل شده به صورت عدم قطعیت می باشد. اگر شرط فوق برقرار نباشد، باید تکرار مراحل تا هنگامی که این شرط برقرار گردد ادامه یابد. اگر مقدار مینیمم رابطه فوق برابر $\gamma > 1$ بود می توان عدم قطعیت مدل را به اندازه $\frac{1}{\gamma}$ کاهش داد و یا در اهداف طراحی تجدید نظر نمود و طراحی را تکرار کرد تا شرط فوق برقرار شود.

۳-۶-۲ الگوریتم کلی روش تکرار $D-K$

مجموع مطالب بیان شده را می توان تحت آرایش بیان شده در شکل (۳-۱۱) خلاصه کرد [۲۹]. اولین قدم در طراحی کنترل کننده بر پایه روش μ ، تبدیل سیستم مورد بررسی به صورت شکل (۳-۱۱ الف) است. این عمل، زمانی که نامعینی های بدون ساختار در سیستم موجود باشند و یا آنکه بتوان نامعینی های با ساختار را به گونه ای به نامعینی های بدون ساختار تبدیل کرد، به راحتی انجام پذیر می باشد، حتی زمانی که نامعینی های با ساختار بصورت کاملاً خطی در نمایش فضای حالت دخالت دارند، روش های کاملاً مشخص برای بیرون

کشیدن بلوک Δ از دستگاه نامی P معرفی شده است. ولی مشکل ترین حالت زمانی اتفاق می افتد که نامعینی های با ساختار به صورت غیر خطی - کسری هر جزء غیر خطی را بر حسب نامعینی با ساختار اصلی نوشت و سپس سیستم را به دقت به صورت شکل (۳-۱۱-الف) درآورد. در دومین قدم، کنترل کننده $k_o(s)$ بر پایه روش H_∞ طرح می شود که $\|M\|_\infty$ را به حداقل مقدار ممکن γ خواهد رساند. بلوک M همان تبدیل خطی - کسری سیستم و کنترل کننده

$$M = F_L(P, K) \text{ است، یعنی } M = F_L(P, K)$$



شکل ۳-۱۱-آرایش مراحل تکرار روش $D-K$

شکل (۳-۱۱-ب) شمای مورد نظر برای تحلیل کنترل کننده $K_o(s)$ است. اگر مقدار $\|M\|_\mu = \|F_L(P, K)\|_\mu$ که با توجه به بلوک Δ محاسبه می گردد، کمتر از یک شود، نیازهای عملکردی و پایداری تأمین خواهد شد. در غیر این صورت، قدم های بعدی طراحی باید دنبال شود. برای تعیین مقدار μ سیستم حلقه بسته در هر فرکانس، می توان ماتریس مقیاس d را به گونه ای یافت که $\sigma_{maz}(dMd^{-1})$ محدوده بسته بالایی $\|M\|_\mu$ شود. این مسأله در شکل (۳-۱۱-ج) نشان داده شده است.

باید توجه داشت که اگر چه اعمال ماتریس d بر روی $\|M\|_\mu$ اثر نمی گذارد و فقط حدود آن را به گونه ای تغییر می دهد که قابل تعیین کردن شود، ولی مسأله طراحی H_∞ شدیداً تحت تأثیر ماتریس d قرار دارد و مسأله طراحی مشتمل بر اعمال ماتریس d به مسأله طراحی H_∞ است. مقیاس d در هر فرکانس، یک مقدار مختلط است و قبل از آنکه آن را به فضای حالت بلوک M اعمال کنیم، باید تقریب واقعی^۱ از آن را که به صورت d' در شکل (۳-۱۱-د) مشخص شده است، بدست آوریم.

در قدم بعدی، مطابق آنچه که در شکل (۳-۱۱-د) نشان داده شده است، باید برای سیستم جدید ناشی از ماتریس d' ، مطابق روش طراحی H_∞ ، کنترل کننده K را طرح نمود. این کنترل کننده، سیستم حلقه بسته جدیدی را ایجاد می کند که مقدار $\|M\|_\mu$ کمتری نسبت به کنترل کننده K_o خواهد داشت.

مراحل بیان شده در شکل های (۳-۱۱-ب) تا (۳-۱۱-د) می تواند تکرار شود تا مقدار μ سیستم حلقه بسته به حداقل مقدار ممکن برسد.

^۱ Approximate Realization

۷-۳ ساختار مقدار تکین:

فرض کنید M یک ماتریس مختلط معلوم باشد و فرض کنید $\Delta = \text{diag}\{\Delta_i\}$ یک مجموعه ای از ماتریس های مختلط با $\bar{\delta}(\Delta) \leq 1$ و با یک ساختار بلوک قطری معلوم مشخص شود (که در بعضی از بلوک ها ممکن است مکرر باشد و در بعضی ممکن است محدود به حقیقی باشد) تابع غیر منفی حقیقی $\mu(M)$ ساختار مقدار تکین نامیده می شود و بوسیله زیر تعریف می شود:

$$\mu(M) = \frac{1}{\min \{K_m \mid \det(I - K_m M \Delta) = 0 \text{ for structured } \Delta, \bar{\delta}(\Delta) \leq 1\}} \quad (59-3)$$

اگر ساختار Δ وجود نداشته باشد $\mu(M) = 0$

مهم است که به مقدار μ توجه داشته باشیم و همچنین به ساختار Δ وابسته است. گاهی اوقات با استفاده از نماد سازی $\mu_\Delta(M)$ نشان داده می شود.

۸-۳ مشخصات و محاسبات μ :

از تعریف ساختار مقدار تکین از رابطه (۵۹-۳) به یاد داریم که:

$$\mu(M)^{-1} = \min_{K_m} \{K_m \mid \det(I - K_m M \Delta) = 0 \text{ for some allowed } \Delta, \bar{\delta}(\Delta) \leq 1\} \quad (60-3)$$

۱- ساختار مقدار تکین بوسیله Doyle معرفی شد (1982) در همان زمان safonov (1982) حاشیه پایداری چند متغیره K_m را برای یک سیستم انحراف قطری معکوس μ معرفی کرد که $K_m(M) = \mu(M)^{-1}$ بیشتر تعریف طبیعی از حاشیه پایداری است.

خواهد بود. بنابراین اگر: $\bar{\delta}(\Delta) = 1$ در رابطه (۶۰-۳) همیشه K_m با کوچکترین Δ -۲ مطابق با

$$\det(I - K_m' M \Delta') \quad (61-3)$$

برای بعضی Δ' با $\bar{\delta}(\Delta') = c < 1$ باشد سپس $\frac{1}{K_m}$ نمی تواند ساختار مقدار تکینگی از M باشد.

بنابراین یک اسکالر کوچک $K_m = K_m' c$ وجود دارد چنان که:

$$\det(I - K_m M \Delta) = 0$$

که $\Delta = \frac{1}{c} \Delta'$ و $\bar{\delta}(\Delta) = 1$ است.

۳- توجه داشته باشید که با $K_m = 0$ ما $(I - K_m M \Delta) = I$ را بدست می آوریم که به طور

واضح غیر تکین است. بنابراین یک راه ممکن که به صورت عددی μ را بدست بیاوریم این است

که با $K_m = 0$ شروع می کنیم و به تدریج K_m را افزایش دهیم تا زمانی که ما یک Δ مجاز با

$\bar{\delta}(\Delta) = 1$ پیدا کنیم چنان که $I - K_m M \Delta$ تکین است. (این مقدار K_m سپس $\frac{1}{\mu}$ است). Δ باید

ساختار بلوک قطری داشته باشد و بعضی از بلوک های آن ممکن است حقیقی باشد.

۴- ترتیبی از M و Δ در تعریفی از μ نمی تواند اهمیت داشته باشد بنابراین:

$$\det(I - K_m M \Delta) = \det(I - K_m \Delta M) \quad (۶۲-۳)$$

۵- در بیشتر حالت ها M و Δ مربعی هستند اما نیاز نداریم که این حالت باشد. اگر آنها مربعی

نباشد پس ما می توانیم از رابطه (۶۲-۳) استفاده کنیم و با هر یک از این دو تا $M \Delta$ یا ΔM

استفاده کنیم. (هر کدام که ابعاد کوچکتری دارد).

۶- هم ارز تعریف μ (۱) : وقتی که μ را تعریف می کنیم ما ممکن است مستقیماً μ را به جای

معکوس آن انتخاب کنیم و ما رابطه (۶۰-۳) را بوسیله تعریف زیر جایگزین می کنیم:

$$\mu^{-1}(M) \triangleq \max_{\mu} \{ \mu \mid \det(I - \frac{1}{\mu} M \Delta) = 0 \text{ for structured } \Delta, \bar{\delta}(\Delta) \leq 1 \} \quad (۶۳-۳)$$

۷- هم ارز تعریف μ (۲) : متناوباً ما ممکن است اندازه بعد ساختمانی انحراف ها را تغییر دهیم.

از تعریف زیر استفاده می کنیم:

$$\mu^{-1}(M) \triangleq \min_{\Delta} \{ \bar{\sigma}(\Delta) \mid \det(I - M\Delta) = 0 \text{ for structured } \Delta \} \quad (3-64)$$

۳-۸-۱ خواص μ, K_m :

۱- K_m کوچکترین $\bar{\sigma}(\Delta)$ است که می تواند سیستم $(I - M\Delta)^{-1}$ را ناپایدار سازد.

۲- اگر Δ ای وجود نداشته باشد که $\det(I - M\Delta) = 0$, $K_m = \infty$,

۳- K_m تابعی از M و ساختار Δ است.

۴- $\mu(\alpha M) = |\alpha| \mu(M)$ برای هر اسکالر α

۵- $\rho(M) \leq \mu(M) \leq \bar{\sigma}(M)$ جایی که ρ شعاع طیفی است.

۶- اگر $I = \delta \Delta$ برای $\delta C \in$ سپس $\mu(M) = \rho(M)$

۷- اگر $\Delta \in \mathbb{C}^{n \times n}$ ماتریس کامل باشد $\mu(M) = \bar{\sigma}(M)$

۸- قضیه بهره کوچک تعمیم یافته : اگر $M(S)$ پایدار نامی باشد سپس سیستم تغییر یافته

$$(I - M\Delta)^{-1} \text{ برای همه } \Delta_i \text{ که } \|\Delta_i\|_{\infty} \leq 1 \text{ پایدار است اگر و فقط اگر } K_m(M(jw)) > 1$$

باشد.

۳-۹ پایداری و عملکرد مقاوم

مهمترین و شناخته شده ترین کاربرد تابع M استفاده از آن به عنوان وسیله ای برای تحلیل

پایداری سیستم حلقه بسته و طراحی کنترل کننده مقاوم است. اگر به شکل ۳-۱۲ توجه شود

ماتریس M بلوکی متشکل از سیستم نامی، کنترل کننده طرح شده و تمامی توابع وزنی است

که برای نرمال کردن نامعینی ها و فراهم نمودن نیازهای عملکردی به کار گرفته می شود. بلوک

Δ_1 که مطابق رابطه ۳-۴۱ تعریف می شوند و ابعادشان به ترتیب مطابق با M_{11}, M_{12} است. Δ_1

بلوک به کار گرفته شده برای مدل کردن نامعینی های موجود در سیستم بوده و در حقیقت تمام آن چیزی است که تاکنون در ارتباط با بلوک نامعینی ها بیان شده است.

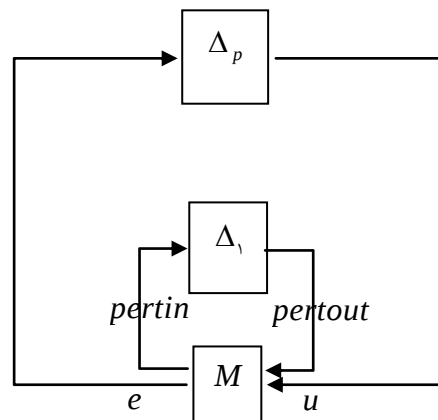
$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

(۶۵-۳)

$$\Delta = \text{diag}[\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_s I_{r_s}, \delta_{s+1} I_{r(s+1)}, \delta_t I_{r_t}, \Delta_1, \dots, \Delta_f]$$

$$\delta_i \in R; \quad 1 \leq i \leq s \quad \delta_j \in \mathbb{C}, s+1 \leq j \leq t \quad \Delta_k \in C^{m_k \times n_k}, 1 \leq k \leq F$$

Δ_p بلوک نامعینی ساختگی است که به منظور الحاق اهداف عملکردی مطرح در H_∞ که به صورت توابع وزنی $w p_s$ بر روی سیگنال های خروجی خطا (e) اعمال می شود در محیط M به کار گرفته می شود.



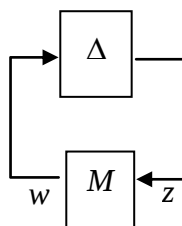
شکل ۳-۱۲- آرایش استاندارد $M - \Delta$ برای تأمین شرایط عملکردی

باید توجه داشت که می توان دو بلوک Δ_1 و Δ_p شکل ۳-۱۲ را در قالب یک بلوک Δ جدید به صورت زیر تعریف کرد:

$$\Delta = \text{diag}[\Delta_1, \Delta_p]$$

(۶۶-۳)

و شکل ۳-۱۲ را به صورت زیر در آورد:



شکل ۳-۱۳- آرایش استاندارد $M - \Delta$

که در آن بردار $w = [pertout \ e]^T$ و بردار $z = [perten \ d]^T$ است.

فرض کنید M ماتریس تابع انتقال چند ورودی چند خروجی از یک سیستم خطی پایدار باشد که تعداد ورودی های آن n و خروجی های آن m می باشد و Δ متشکل از بلوک های Δ_1 و Δ_p تعریف شده با رابطه ۳-۶۷ بوده که نامعینی های سیستم و شرایط عملکردی را فراهم می نماید اکنون با توجه به مقدمات چیده شده می توان به تعریف مفاهیم پایداری مقاوم و عملکرد مقاوم پرداخت.

$$B\Delta = \{\Delta \in \Delta \mid \delta_{\max}(\Delta) \leq 1\} \quad (۳-۶۷)$$

۳-۹-۱ پایداری نامی

به معنی پایدار بودن مدل نامی سیستم (بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت) است. برای تحلیل پایداری نامی می توان از روش هایی مانند محاسبه قطبهای حلقه بسته، معیار پایداری نایکوئیست $SISO$ و $MIMO$ و روش روث-هرویتز استفاده کرد. و کافی است که قطب های سیستم مورد نظر در سمت چپ محور موهومی باشد تا سیستم پایدار نامی داشته باشیم.

۳-۹-۲ پایداری مقاوم

به معنای حفظ پایداری سیستم در حضور مجموعه ای از عدم قطعیت ها، حول نقطه کار نامی می باشد. برای اطمینان از برقراری پایداری مقاوم روش هایی مانند محاسبه حاشیه بهره و فاز $SISO$ و $MIMO$ نمودار مقادیر تکین و تحلیل μ مورد استفاده قرار می گیرد.

۳-۹-۳ عملکرد نامی

به معنای برقراری اهداف عملکردی سیستم حلقه بسته برای مدل نامی است. روشهای متداول عملکرد نامی عبارتند از نمودار مقادیر تکین سیستم حلقه بسته، پاسخ پله و یا RMS پاسخ های زمانی به نویز سفید (معادل نرم دو ماتریس تابع تبدیل).

اهداف عملکردی معمولاً بر اساس نیاز طراحی و با توجه به سیستم فیزیکی تعیین می شوند. این اهداف با توجه به شکل (۳-۱۰) به صورت محدود نگاه داشتن خطای e در ازای تغییرات مجاز ورودی d میباشد. بنابراین شرط عملکرد نامی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\bar{\sigma}(M_{22}(jw)) \leq W_p(jw), \forall w \quad (۳-۶۸)$$

۳-۹-۴ عملکرد مقاوم

به معنای برقراری اهداف عملکردی سیستم حلقه بسته در حضور عدم قطعیت هایی است که مدل سیستم با آن مواجه می شود. آنالیز μ از مناسب ترین روش ها برای اطمینان از برقراری عملکرد مقاوم می باشد. با توجه به رابطه (۳-۶۸) میتوان نشان داد که شرط عملکرد مقاوم عبارت است از:

$$\bar{\sigma}(F_U(M, \Delta)) \leq W_p(jw) \quad (۳-۶۹)$$

۳-۱۰ تحلیل μ و قضایای آن

تحلیل μ معیاری غیر محافظه کارانه برای مقاوم بودن پایداری و عملکرد سیستم ها در حضور عدم قطعیت ها می باشد.

تعریف (۳-۴): در شکل مربوط به طراحی شکل (۳-۱۰) اگر ماتریس M به صورت زیر باشد

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (۳-۷۰)$$

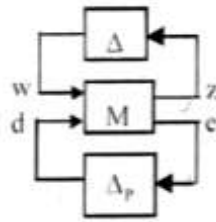
آنگاه می توان نوشت:

$$\begin{cases} z = M_{11}w + M_{12}d \\ e = M_{21}w + M_{22}d \end{cases}, \quad w = \Delta z \quad (۳-۷۱)$$

این دسته از معادلات را خوب وضع^۱ گویند، اگر برای هر ورودی w و d جواب های یکتایی برای z و e وجود داشته باشد که در معادلات فوق صدق کند.

قضیه (۳-۴): تبدیل خطی - کسری $F_l(M, \Delta_p)$ برای $\forall \Delta_p \in B\bar{\Delta}_p$ خوب وضع است اگر و فقط اگر $\mu_p(M_{22}) < 1$.

شکل زیر حاصل افزودن بلوک عدم قطعیت بدون ساختار Δ_p به شکل مربوط طراحی شکل (۳-۳) می باشد.



شکل ۳-۱۴: نمایش سیستم با عدم قطعیت در مسئله طراحی به همراه عدم قطعیت افزوده

در این حالت می توان ماتریس عدم قطعیت Δ^* و مجموعه $B\bar{\Delta}^*$ را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\Delta^* = \text{diag}\{\Delta, \Delta_p\} \quad (۳-۷۲)$$

$$B\bar{\Delta}_p = \{\Delta_p \mid \bar{\sigma}(\Delta_p) \leq 1\} \quad (۳-۷۳)$$

$$B\bar{\Delta}^* = \{\Delta^* \mid \Delta \in B\bar{\Delta}, \Delta_p \in B\bar{\Delta}_p\} \quad (۳-۷۴)$$

با توجه به تعریف μ شرط لازم و کافی برای پایداری مقاوم با قضایای زیر بیان می شود.

قضیه (۳-۵) قضیه حلقه اصلی^۲:

$$\mu_*(M) < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \mu_\Delta(M_{11}) < 1 \\ \max_{\Delta \in B\bar{\Delta}} \mu_p(F_u(M, \Delta)) < 1 \end{cases} \quad (۳-۷۵)$$

قضیه (۳-۶)، قضیه پایداری مقاوم: سیستم مربوط به شکل طراحی شکل (۳-۱۰) برای

$$\sup_{\omega} \mu_\Delta(M_{11}(j\omega)) < 1 \quad \forall \Delta \in B\bar{\Delta} \text{ پایدار است اگر و فقط اگر}$$

^۱ Well Posed

^۲ Main loop theorem

علاوه بر شرط پایداری برقرار بودن شروط عملکردی نیز اهمیت دارد. هدف، ترکیب دو مسأله پایداری و عملکرد و تبدیل آن به یک مسأله است، بدین منظور آنالیز μ روشی را ارائه می کند تا بتوان مسائل فوق را به شکل یک مسأله واحد تبدیل نمود.

قضیه (۷-۳) عملکرد مقاوم μ

$$\mu_{\Delta^*}(M) < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} F_u(M, \Delta) : \text{stable} \\ \Delta \in B\bar{\Delta} \\ \|F_u(M, \Delta)\|_{\infty} < 1 \end{cases} \quad (۷۶-۳)$$

در این قضیه تمام شرایط برای حالت نرمال در نظر گرفته شده است. این قضیه را می توان به صورت پارامتری قضیه (۸-۳) نیز در نظر گرفت.

قضیه (۸-۳)، پایداری و عملکرد مقاوم μ در حالت پارامتری: اگر $\beta > 0$ آنگاه

$$\mu_*(M) < \beta \Leftrightarrow \begin{cases} \mu_{\Delta}(M_{11}) < \beta \\ \mu_p(F_u(M, \Delta)) < \beta \\ \Delta \in B\bar{\Delta} \end{cases} \quad (۷۷-۳)$$

۱۱-۳ طراحی با μ :

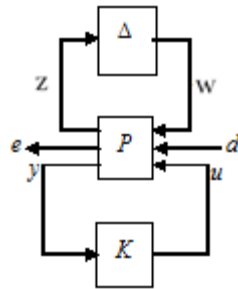
با توجه به شکل (۱۵-۳) و قضیه عملکرد مقاوم، شرط لازم و کافی برای پایداری و عملکرد مقاوم به صورت زیر می باشد:

$$\sup_w \mu_{\Delta^*}(F_l(P, K)) < 1 \quad (۷۸-۳)$$

در مسئله سنتز μ هدف، یافتن کنترل کننده K به صورت زیر می باشد:

$$K = \arg(\inf_{K \text{ stabilizing}} \sup_w \mu_{\Delta^*}(F_l(P, K))) \quad (۷۹-۳)$$

پس از حل این مسئله (در صورت وجود جواب) اگر شرط فوق، رابطه (۳-۷۸)، برقرار باشد آنگاه علاوه بر وجود پایداری و عملکرد مقاوم برای سیستم میتوان محدوده مجاز عدم قطعیت ها را نیز افزایش داد.



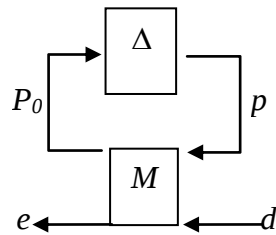
شکل ۳-۱۵- نمایش استاندارد سیستم نامی

در تعریف فوق عبارت $arg(0)$ به معنای k کمینه کننده است. پس از حل معادله (۳-۷۹) و به دست آوردن کنترل کننده K (در صورت وجود جواب) هدف اصلی یعنی دستیابی به پایداری و عملکرد مقاوم زمانی برقرار می شود که داشته باشیم:

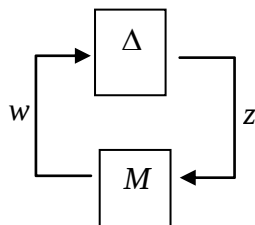
$$\sup_{w \in R} \mu_{\Delta}(F_L(p, k)) < \gamma < 1 \quad (۳-۸۰)$$

در این صورت نه تنها شرط لازم و کافی پایداری و عملکرد مقاوم برقرار می شود بلکه با توجه به مقدار γ می توان در صورت نیاز محدوده در نظر گرفته بری نامعینی را افزایش داد و شرایط عملکردی توجه بیشتری نشان داده و حتی در پاره ای موارد شرایط عملکردی جدیدی نیز به مسئله افزود که اگر در چنین حالتی مقدار M به درستی مورد توجه قرار گرفته شود مسئله طراحی M همچنان دارای جواب خواهد بود. متأسفانه حل دقیق رابطه (۳-۷۹) به خاطر پیچیده بودن تعریف تابع M امکان پذیر نیست. به همین دلیل روش های تقریبی برای حل این مسئله ارائه شده است. ([۱۳]، [۱۶]، [۱۷]) به منظور تحلیل یک سیستم حلقه بسته که کنترل کننده برای پایداری آن طرح شده کافی است آن را به صورت شکل (۳-۱۶) درآورد باید خاطر نشان کرد که این شکل تبدیل یافته از شکل کلی و استاندارد (۳-۸) است که بلوک M آن تبدیل خطی کسری بلوک های P و K شکل (۳-۸) می باشد. در مرحله بعد با تعیین نیازهای

عملکردی توسط بلوک نامعینی بر روی خروجی های خطا (e) ورودی های اغتشاش (d) شکل (۱۶-۳) را به صورت شکل (۱۲-۳) و به تبع آن به شکل (۱۷-۳) تبدیل می کنیم. حال اگر مقدار M سیستم حلقه بسته شکل (۱۷-۳) کمتر از یک باشد پایداری و عملکرد مقاوم سیستم تضمین است.



شکل ۱۶-۳- آرایش تبدیل خطی کسری بالا



شکل ۱۷-۳- آرایش استاندارد $M - \Delta$

فصل چهارم

مدل سیستم هواپیمای

بدون سرنشین

۴-۱ دینامیک های پرواز

دینامیک های پرواز حرکت یک هواپیما را تحت تأثیر نیروها و گشتاورها توضیح می دهد. هواپیماها در هر جهتی می توانند پرواز کنند بنابراین دارای شش درجه آزادی هستند. در نتیجه دینامیک سیستم خیلی پیچیده است و بسیار غیر خطی عمل می کند. شبیه سازی با معادلات غیر خطی کامل، بسیار طاقت فرسا است و باید مقداری ساده سازی انجام شود. این ساده سازی در کتاب های زیر آمده است: [۶، ۷، ۸].

۴-۲ توصیف سیستم محورها

قرارداد بین المللی استاندارد محورها به صورت زیر تعریف می شود:

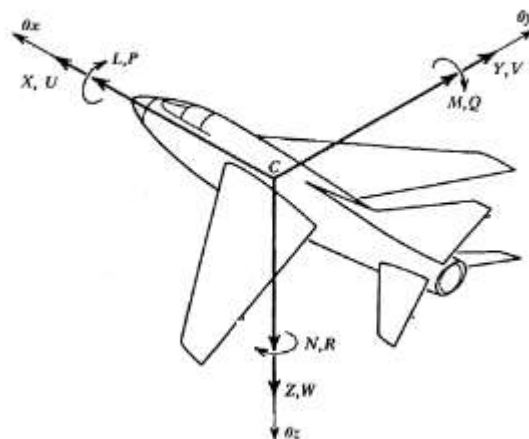
محورهای متصل به هواپیما: محورهای ثابت شده روی بدنه

محورهای قرار گرفته روی زمین: محورهای ثابت شده روی زمین محورهای ثابت شده بدنه هواپیما عبارتند از:

Ox : از مرکز ثقل به طرف دماغه هواپیما

Oy : از مرکز ثقل به سمت بال هواپیما

Oz : عمود بر صفحه xy ، از مرکز ثقل به سمت پایین.



شکل ۴-۱- محورهای هواپیما

محورهای ox و oy به ترتیب محور طول و محور عرضی نامیده می شوند چون محورهای ثابت شده روی بدنه با بدنه حرکت می کنند، موقعیت و جهت هواپیما را نمی توانند توصیف کنند به این دلیل محورهای ثابت شده روی زمین معرفی می شوند. پس از اینکه محورهای سیستم بدنه و جابجایی آن ثابت شد موقعیت و جهت یابی هواپیما نمی تواند وابسته به آن را توصیف کند برای این هدف محورهای OX_0 و OY_0 در مماس با هواپیما و سطح زمین می باشد و محور OZ_0 در امتداد خط بردار گرانش به طرف پایین است زیر نویس یک نسبت از دستگاه مختصات زمین را مشخص می کند.

بنابراین W_0, V_0, U_0 به ترتیب در امتداد محورهای OX_0, OY_0, OZ_0 می باشد که $W_0 = -\frac{dh}{dt}$ یک سرعت مثبت به طرف پایین است و h ارتفاع بر حسب متر می باشد.

نسبت بین مجموعه محورهای زمین ثابت و بدنه ثابت را می توانیم به وسیله یک سری از سه چرخش متوالی ارزیابی کنیم. جهت یابی هواپیما به وسیله زوایای اوایلر ϕ, θ, ψ است که به صورت یک ماتریس انتقال 3×3 است [۷].

$$T_\psi T_\theta T_\phi = T = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\theta & \sin\psi \cos\theta & -\sin\theta \\ \cos\psi \sin\theta \sin\phi - \sin\psi \cos\phi & \sin\psi \sin\theta \sin\phi + \cos\psi \cos\phi & \cos\theta \sin\phi \\ \cos\psi \sin\theta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi & \sin\psi \sin\theta \cos\phi - \cos\psi \sin\phi & \cos\theta \cos\phi \end{bmatrix} \quad (۱-۴)$$

به طوری که

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad (۲-۴)$$

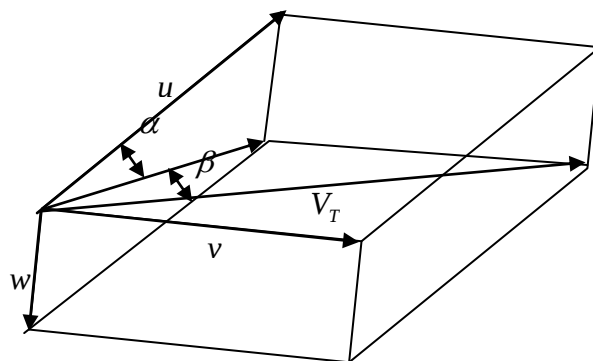
$Pitch$ ، $roll$ و Yaw اظهار می کند که سرعت های هواپیما در ترم هایی از سرعت زاویه در محورهای زمین ثابت به ترتیب نسبت زیر به دست می آید:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

مؤلفه سرعت در محوره‌ی بدنه ثابت w, v, u می‌تواند نسبت به بردار واحد باشد.

$$V_T = \sqrt{U^2 + V^2 + W^2} \quad (4-4)$$

V_T سرعت کل هواپیما معرفی شده است:



شکل ۴-۲- مؤلفه‌های سرعت هواپیما

α و β به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\alpha = \arcsin \frac{w}{\sqrt{u^2 + w^2}} \quad (5-4)$$

$$\beta = \arcsin \frac{v}{V_T}$$

۳-۴ معادلات حرکت اویلر

معادلات اشتقاقی از قانون دوم نیوتن حرکت هستند:

$$\frac{dG}{dt} = \sum F \quad (6-4)$$

$$\frac{dH}{dt} = \sum M$$

که G بردار گشتاور خطی است و H بردار گشتاور زاویه ای است. هر دو در زمین ثابت چارچوب دستگاه مختصات اندازه گیری شده اند. این معادلات رابطه نیرو و گشتاور به ترتیب دستگاه مختصات ox, oy, oz سرعت زاویه ای و خطی در محوره‌های اینرسی است آنها در حالت کلی از قانون نیوتن گرفته شده اند [۱۱].

اگر فرض کنیم که مبدأ محوره‌های اینرسی هواپیما در مرکز گرانش وسیله نقلیه است بنابراین معادلات به صورت زیر ساده شده:

$$\begin{aligned} m(\dot{u} + QW - RV) &= X \\ m(\dot{v} + UR - PW) &= Y \end{aligned} \quad (۷-۴)$$

$$m(\dot{w} + VP - QU) = Z$$

$$\begin{aligned} I_x \dot{P} + (I_z - I_y)R.Q &= L \\ I_y \dot{Q} + (I_x - I_z)P.R &= M \end{aligned} \quad (۸-۴)$$

$$I_z \dot{R} + (I_y - I_x)Q.P = N$$

بنابراین عوامل گرانش مانند نیروی خارجی هواپیما مطرح شده است به علت تطابق محوره‌های اصلی از اینرسی و محوره‌های بدنه گشتاور خارجی صفر هستند. توجه به این نکته ضروری است که در دستگاه ثابت زمین، بردار شتاب ثقل فقط در جهت عمود بر سطح زمین مؤلفه دارد. بنابراین مؤلفه های گرانش به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} X_g &= mg \sin \theta \\ Y_g &= mg \cos \theta \sin \phi \end{aligned} \quad (۹-۴)$$

$$Z_g = mg \cos \theta \cos \phi$$

۴-۴ معادلات آئرو دینامیک:

این بخش نیروها و گشتاورها به خاطر حرکت نسبی یک جامد از میان هوا را بررسی می کند. نیرو و گشتاور ایجاد شده توسط هوا روی بدنه هواپیما از دو رابطه زیر به دست می آیند:

$$F = \frac{1}{2} C_F \rho V_T^2 s \quad (۴-۱۰)$$

$$M = \frac{1}{2} C_M \rho V_T^2 s l$$

C یک ضریب بدون بعد است، ρ چگالی هواست، V_T سرعت نسبی جامد به هواست، s سطح بال هواپیما است و l بازوی گشتاور است. نیروهای اساسی روی یک هواپیما نیروی بالا برنده و کشش است. این نیروها توسط باد و در طول و عمود بر بردار سرعت تولید می شوند. هواپیما دارای سه مجموعه صفحات کنترل می باشد که حرکت هواپیما در هوا را کنترل می کند. این صفحات کنترل در طراحی هواپیماهای مختلف ممکن است با هم متفاوت باشد. در اینجا هواپیمای *machan* را معرفی می کنیم.

بالابر، زاویه انحراف η ، یک روش معمول برای کنترل طول می باشد. صفحه بالابر نصب شده در انتهای هواپیما روی دم افقی که ایجاد نیروی بالا برنده برای یک گشتاور پیچ حول مرکز ثقل هواپیما می کند. شپرها که روی بال ها قرار دارند برای افزایش نیروی بالا برنده در یک بال و کاهش آن در بال دیگر نصب می شوند. نتیجه این تولید گشتاور رول (*roll*) خواهد بود. سکان (۵) یک صفحه نصب شده روی دم عمودی هواپیماست. هدف این صفحه کنترل ایجاد یک نیروی جانبی است که باعث گشتاور Y_{aw} می شود. به علاوه فشار پدال گاز برای کنترل فشار موتور و بنابراین سرعت به سمت جلو استفاده می شوند.

۴-۵ نیروی بالا برنده

نیروی بالا برنده به وسیله بال و دم هواپیما تولید شده است. کل بالابر یک ترکیبی از بال بالا بر و همکاری دم هواپیمای بالابر است که همکاری دم بالابر به علت میزان $pitch$ است. با مراجعه به معادله (۴-۱۰) بال بالابر به صورت زیر داده می شود:

$$l_w = \frac{1}{2} C_L \rho V_T^2 s \quad (۴-۱۱)$$

با ضریب بالابر

$$C_l = C_{Lo} + a_1 \alpha \quad (۴-۱۲)$$

C_{Lo} ضریب بالابر از برخورد صفر دلالت می کند، a_1 یک تابع از تناسب است و α زاویه برخورد است. همکاری بالابر به علت دم هواپیما از دو عنصر تشکیل شده است. دم هواپیمای خود و یک همکاری به علت بدنه هواپیما است. ارزیابی دم بالابر، گشتاور $pitching$ به علت دم و بدنه هواپیما است. دم بازوی گشتاور l_t :

$$l_T = \frac{\frac{1}{2} (C_{MT} - C_{MWBD}) \rho V_T^2 s \bar{C}}{l_t} \quad (۴-۱۳)$$

با

$$C_{MT} = C_{M\eta} \eta \quad (۴-۱۴)$$

C_{MWBD} یک ضریب گشتاور $Pitching$ صفر به علت بدنه است و $\bar{C}$ وتر میانگین آیرودینامیکی بال است. ضریب گشتاور $Pitching$ ، C_{MT} ، $C_{M\eta}$ را در بر دارد به طوری که ضریبی برای شیب نمودار دم گشتاور $Pitching$ با نسبت منحنی زاویه مکان افقی متحرک است و η زاویه مکان افقی متحرک است.

اگر میدان $pitch$ یک نیروی بالابر صفر نباشد به علت حرکت نسبی بین دم هواپیما و جریان هواپیما اتفاق افتاده است.

$$l_q = -\rho s V_T l_t Z_Q Q \quad (۱۵-۴)$$

که Z_Q نیروی بالابر ضریب میدان $Pitch$ است.

با ترکیب سه مؤلفه کل نیروی بالابر در هواپیما:

$$l = l_w + l_T + l_q = \frac{1}{2} \rho V_T^2 s \left(C_L + \frac{(C_{MT} - C_{MWBD}) \bar{C}}{l_t} - \frac{l_t Z_Q Q}{V_T^2} \right) \quad (۱۶-۴)$$

۴-۶ نیروی کشش^۱

با اعمال نیروی $Drag$ عمود بر نیروی بالابر و با توجه به معادله (۱۰-۴)

$$D = \frac{1}{2} C_D \rho V_T^2 s \quad (۱۷-۴)$$

این ممکن است یک نمایش ساده باشد اما با این وجود به اندازه کافی نیروی کشش را برای

هواپیمای بدون سرنشین استفاده شده در اینجا توصیف می کند بنابراین:

$$C_D = C_{D0} + k C_L^2 \quad (۱۸-۴)$$

که C_D یک ضریب کشش است. C_{D0} ضریب کشش در بالابر صفر است که k ضریب کشش القاء

شده را مشخص می کند.

۴-۷ نیروی جانبی^۲

با توجه به معادله (۱۰-۴) نیروی جانبی به صورت زیر تعریف می شود:

$$Y_a = \frac{1}{2} C_y \rho V_T^2 s \quad (۱۹-۴)$$

^۱ Drag

^۲ Side Force

که C_y ضریب جانبی را ارزیابی می کند. توجه لازم اینکه یک ردیف از آیرودینامیک مشتق گرفته شود مشتق ها به وسیله ارزیابی سری تیلور از نیرو و یا گشتاور در حدود نقطه عمود تعیین می شود. برای این کاربرد بایکور شدن سرعت میزان yaw و انحراف باند عقب هواپیما ζ ، مطرح شده است. (مشتق از یکور شدن سرعت $Y_v = \frac{\partial Y_a}{\partial V}$ است. مشتق میزان yaw و انحراف باله عقب هواپیما به ترتیب Y_r و Y_τ است) بنابراین ضریب C_y به صورت زیر نوشته می شود:

$$C_y = \frac{2Y_v V}{V_T} \cdot \frac{bY_r R}{V_T} \cdot 2Y_\tau \tau \quad (۲۰-۴)$$

ثابت b مهار بال را مشخص می کند.

۸-۴ گشتاور *rolling*

گشتاور *rolling* حول محور ox است.

$$L_a = \frac{1}{2} C_l \rho V_T^2 s \cdot b \quad (۲۱-۴)$$

که C_l ضریب گشتاور *rolling* است. و به صورت زیر می باشد:

$$C_l = \frac{bL_p P}{2V_T s} + \frac{bC_L L_r R}{2V_T s} + \frac{L_v V}{V_T s} + \frac{l_\zeta \zeta}{s} \quad (۲۲-۴)$$

۹-۴ گشتاور *pitching*

با توجه به معادله (۱۰-۴) گشتاور *pitching* به صورت زیر داده می شود:

$$M_a = \frac{1}{2} C_m \rho V_T^2 s \bar{C} \quad (۲۳-۴)$$

با

$$C_m = C_{MW} + C_{MT} \quad (۲۴-۴)$$

و

$$C_{MW} = C_{MO} + C_{ML} C_L \quad (۲۵-۴)$$

که با همکاری و کمک بال C_{MW} و دم C_{MT} و معادله (۴-۱۴) ضریب گشتاور $pitching$ را تولید می کنیم. در معادله (۴-۲۵) C_{MO} گشتاور $pitching$ به طرف عقب هواپیما برای برخورد صفر است. C_{ML} مشتق آیرودینامیک و C_L ضریب بالابر است.

۴-۱۰ گشتاور $Yawing$

گشتاور $Yawing$ می تواند به صورت زیر باشد:

$$N_a = \frac{1}{2} C_n \rho V_T^2 s b \quad (۴-۲۶)$$

که ضریب C_n به وسیله ارزیابی کم و همکاری $Yawing$ متغیر آیرودینامیکی مشخص می شود. عوامل اصلی برای $Mach$ مشتق گشتاور $Yawing$ با نسبت سر خوردن، میدان Yaw و انحراف باله عقب هواپیما است.

بنابر این می توانیم داشته باشیم:

$$C_n = \frac{N_v V}{V_T} \frac{b N_r R}{2 V_T} N_r \tau \quad (۴-۲۷)$$

۴-۱۱ دینامیک عرضی

مدل سیستم خطی که بر اساس خطی سازی مدل غیر خطی در یک نقطه کار معین به دست آمده دارای مرتبه ۵ می باشد و اینجا نقطه دینامیک های عرضی که از دینامیک های طولی دیکویله فرض می شوند را بررسی می کنیم [۶]. بنابراین ماتریس های A و B به صورت زیر می باشند:

$$A_{lateral} = \begin{bmatrix} a_{lat1,1} & a_{lat1,2} & a_{lat1,3} & a_{lat1,4} & \circ \\ a_{lat2,1} & a_{lat2,2} & a_{lat2,3} & \circ & \circ \\ a_{lat3,1} & a_{lat3,2} & a_{lat3,3} & \circ & \circ \\ \circ & a_{lat4,2} & a_{lat4,3} & a_{lat4,4} & \circ \\ \circ & \circ & a_{lat5,3} & a_{lat5,4} & \circ \end{bmatrix}$$

$$B_{lateral} = \begin{bmatrix} b_{lat1,1} & \circ \\ \circ & b_{lat2,2} \\ b_{lat3,1} & \circ \\ \circ & \circ \\ \circ & \circ \end{bmatrix}$$

$$C_{kateral} = \begin{bmatrix} \circ & \circ & 1 & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{lateral} = \begin{bmatrix} \circ & \circ \\ \circ & \circ \end{bmatrix}$$

درایه های ماتریس A به صورت زیر است:

$$a_{lat1,1} = \frac{\rho s}{V_T m} \left(Y_V V_T^2 + V^2 Y_V + \frac{b}{2} Y_R R V + 2 Y_V \tau V_T^2 \right)$$

$$a_{lat1,2} = \frac{w}{m}$$

$$a_{lat1,3} = -u + \frac{\rho s b Y_R V_T}{2m}$$

$$a_{lat1,4} = g \cos \theta \cos \phi$$

$$a_{lat2,1} = \frac{\rho s}{2 V_T I_x} \left(\frac{V}{2} (L_P P + L_R C_L R) + L_V V_T^2 + V^2 L_V + 2 Y_\zeta \zeta V V_T \right)$$

$$a_{lat\tau,\tau} = \frac{\rho b^\tau s L_p V_T}{\tau I_x}$$

$$a_{lat\tau,\tau} = \frac{\rho b^\tau s L_R V_T C_L}{\tau I_x} + \frac{(I_x - I_z) Q}{I_x}$$

$$a_{lat3,1} = \frac{\rho b s N_V V_T}{2 I_z}$$

$$a_{lat3,2} = \frac{(I_z - I_x) Q}{I_z}$$

$$a_{lat3,3} = \frac{\rho b^2 s N_R V_T}{4 I_z}$$

$$a_{lat4,2} = 1$$

$$a_{lat4,3} = \cos \phi \tan \theta$$

$$a_{lat4,4} = Q \cos \phi \tan \theta - R \sin \phi \tan \theta$$

$$a_{lat5,3} = \frac{\cos \phi}{\cos \theta}$$

$$a_{lat5,4} = Q \frac{\cos \phi}{\cos \theta} - R \frac{\sin \phi}{\sin \theta}$$

و درایه های ماتریس B به صورت زیر است:

$$b_{lat1,1} = \frac{\rho s V_T^2 Y_\tau}{m}$$

$$b_{lat2,2} = \frac{\rho s V_T^2 b l_\zeta}{2 I_x}$$

$$b_{lat3,1} = \frac{\rho s V_T^2 b N_\tau}{2 I_z}$$

برای خطی سازی معادلات عرضی هواپیما با سکان عمودی و شهپر $\zeta = 0, \tau = 0, V_T = u = 33 \frac{m}{s}$

داریم:

$$A = \begin{bmatrix} -/2773 & 0 & -32/92 \circ 7 & 9/81 & 0 \\ -/1 \circ 33 & -8/524 & 3/75 \circ 9 & 0 & 0 \\ /365 & 0 & -/3139 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{lateral} = \begin{bmatrix} -5/4324 & 0 \\ 0 & -28/64 \circ 8 \\ -9/417 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

مدل خطی برابر است با:

$$\dot{x} = A_{lateral}x + B_{lateral}u \quad (28-4)$$

بردار حالت و بردار کنترل عبارتند از:

$$x^T = (V, P, R, \phi, \psi) \quad (29-4)$$

$$u^T = (\tau, \zeta) \quad (30-4)$$

حالت ها به ترتیب عبارتند از: سرعت جانبی، سرعت چرخش، سرعت گردش، زاویه چرخش و زاویه گردش و ورودی ها و کنترل زاویه سکان عمودی و زاویه شهپر است. در این صورت $(A_{lateral}, B_{lateral})$ کنترل پذیر است یعنی

$$\text{rank}(\text{ctrb}(A_{lateral}, B_{lateral})) = 5$$

مقادیر ویژه سیستم حلقه باز نشان می دهد که هواپیمای machan به طور ذاتی ناپایدار است.

این هواپیما دارای یک مد ناپایدار با فرکانس $\frac{123 \text{ rad}}{s}$ است.

o

$$-8/5565$$

$$/1232$$

$$-/3413 \pm 3/5105i$$

۱۲-۴ پایداری و کنترل

پایداری خاصیتی از یک وضعیت تعادل است نقطه تعادل پایدار گفته می شود اگر هواپیما پس از یک اغتشاش به وضع اولیه اش بازگردد. دو نوع ناپایداری در هواپیما وجود دارد، یکی پایداری استاتیکی و دیگری پایداری دینامیکی است در ناپایداری استاتیکی هواپیما به طور پیوسته از شرایط تعادلش خارج می شود ولی در ناپایداری دینامیکی هواپیما حول نقطه تعادل با افزایش

دامنه نوسان می کند. کنترل هواپیما دارای دو وظیفه، تثبیت نقطه تعادل با تغییر آن است. یک کنترل مناسب باید قادر به تولید گستره ای از نقاط تعادل باشد. حرکت از یک نقطه تعادل به نقطه تعادل دیگر با معیار پایداری ملاحظه می شود. دومین وظیفه کنترل انجام حرکات شتابدار یا غیر تعادلی است. این مانورها ممکن است به شکل حالت دائم باشند یعنی نیروها و شتاب ها ثابت باشند اگر هواپیما خیلی پایدار باشد انرژی کنترلی بزرگی مورد نیاز است تا شرایط نقطه کار را عوض کند. اما اگر هواپیما فقط پایدار باشد انحراف کنترلی کوچکی سبب حرکت بزرگی از نقاط تعادل می شود.

فصل پنجم

طراحی کنترل کننده
مقاوم برای هواپیمای
بدون سرنشین

۵-۱ مقدمه

هدف اصلی طراحی کنترل کننده رسیدن به مشخصه های مطلوبی همچون پایداری و عملکرد مناسب برای یک سیستم است. یک سیستم کنترل شامل اجزاء اصلی زیر است:

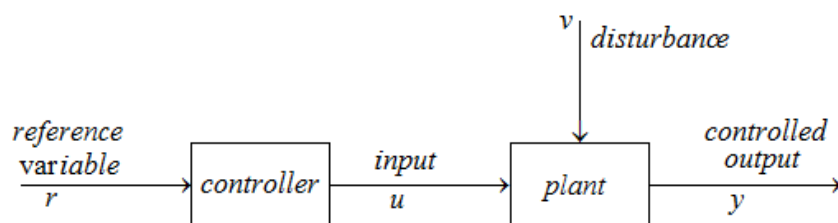
دستگاه که سیستمی است که باید کنترل شود.

سنسورها که اطلاعات مربوط به متغیرها را جمع آوری می کنند (و در طراحی کنترل کننده این اطلاعات مورد استفاده قرار می گیرد).

کنترل کننده که مقادیر اندازه گیری شده را با مقادیر مطلوبشان مقایسه کرده و متغیرهای ورودی به سیستم را تنظیم می کند.

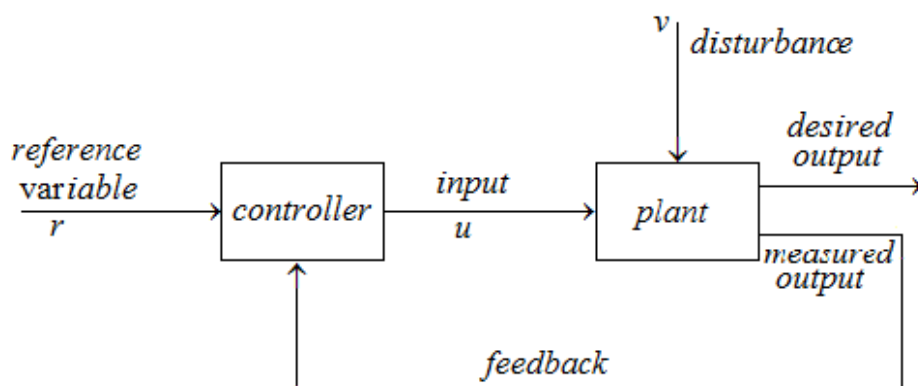
به طور کلی دو نوع کنترل کننده وجود دارد: کنترل کننده های حلقه باز و کنترل کننده های حلقه بسته.

کنترل کننده حلقه باز ورودی را فقط بر اساس مقادیر کنونی و مقادیر پیشین متغیر مرجع تولید می کنند. در این حالت فرمان ها به ترتیب و با صرف نظر از نتایج به دست آمده انجام می شوند.



شکل ۵-۱- سیستم کنترل حلقه باز

یک سیستم حلقه بسته سیستمی است که با استفاده از فیدبک در مورد سیگنال کنترلی که دستگاه را تحریک می کند تصمیم سازی می کند.



شکل ۵-۲- سیستم کنترل حلقه بسته

کنترل کننده حلقه باز به پارامترهای سیستم وابسته است و چون در این حالت هیچ اطلاعاتی در مورد دستگاه در دسترس نیست اغتشاشات وارد شده به سیستم را نمی توان مدل کرد. بر خلاف کنترل کننده های حلقه باز، کنترل کننده های حلقه بسته می توانند اطلاعات دستگاه را در حین عملکرد جمع آوری کنند و بنابراین می توانند تأثیر اغتشاشات را کم کنند.

در این فصل به طراحی کنترل کننده های H_∞ و μ برای سیستم هواپیمای بدون سرنشین مورد بحث در فصل ۴ پرداخته و میزان مقاوم بودن سیستم کنترل حلقه بسته حاصل در مقابل انواع عدم قطعیت ها با استفاده از تکنیک های آنالیز و سنتز μ مورد بررسی قرار می گیرد.

۵-۲ مدل دینامیکی هواپیمای بدون سرنشین

مدل سیستم هواپیمای بدون سرنشین شامل مدل دینامیکی طولی و دینامیک عرضی است که در فصل ۴ معادلات مربوط به آن به طور کامل آورده شده است. مدل فضای حالت نیز با ورودی ها و خروجی های مشخص در انتهای همان فصل داده شده است. بنابراین در بکارگیری مدل خطی بر روی مدل فضای حالت متمرکز شده و کنترل کننده را بر اساس آن طراحی خواهیم نمود.

مقادیر پارامترهای سیستم که در فصل ۴ معرفی شده و در معادلات نیز مورد استفاده قرار گرفته اند در جدول ۵-۱ آورده شده است [۹].

جدول ۵-۱: مقادیر پارامترهای سیستم هواپیمای بدون سرنشین

<i>Symbol</i>	<i>Value</i>
m	80
ρ	1.18
S	1.78
Y_V	-0.32
b	3.667
Y_R	0.05
I_x	12.3
I_y	26
I_z	38.3
L_V	-0.01
L_ζ	-0.084
L_p	-0.45
L_R	0.3
C_L	0.66
N_V	0.11
N_R	-0.05
Y_τ	-0.19
N_τ	-0.86
g	9.81
V_T	33
Q	0
τ	0

مدل نامی سیستم با جایگزینی مقادیر فوق با پارامترهای موجود در معادلات به دست خواهد آمد.

پس از تعیین مدل نامی قدم بعدی که در طراحی کنترل مقاوم از اهمیت زیادی برخوردار است، شناسایی و مدل سازی عدم قطعیت های مدل و همچنین شناسایی اغتشاشات و نویز موجود در سیستم است. در بخش بعد به تعیین مدل عدم قطعیت ها، نویز و اغتشاشات موجود در سیستم خواهیم پرداخت.

۵-۳ عدم قطعیت های موجود در سیستم هواپیمای بدون سرنشین و طراحی کنترل برای سیستم نامعین

در رابطه با عدم قطعیت ها بایستی نوع، ساختار و محدوده آنها را شناسایی و سپس بهترین شکل را انتخاب کرد. یک مدل نامناسب ممکن است در برگیرنده تمام حالت های موجود نباشد و یا اینکه مجموعه ای غیر واقعی از عدم قطعیت ها را شامل شود. در حالت اول کنترل کننده از درجه رباست نس خوبی برخوردار نخواهد بود و در حالت دوم عمل سنتز محافظه کارانه انجام شده و مسأله ممکن است به جواب نرسد. در این پروژه عدم قطعیت ها را در دو دسته پارامتری و غیر پارامتری مورد بررسی قرار می دهیم و برای هر حالت به طور جداگانه به طراحی کنترل کننده مقاوم می پردازیم.

۵-۳-۱ عدم قطعیت های پارامتری و طراحی کنترل کننده برای سیستم با این نوع عدم قطعیت

پارامترهای N_R, V_T, m و .. تحت تأثیر عوامل مختلفی از جمله تغییر بار هواپیما، تلورانس مقاومت و ... ثابت نبوده و عدم قطعیت هایی را شامل می شوند. محدوده عدم قطعیت هایی که برای هر پارامتر در نظر گرفته شده به صورت زیر می باشد. سعی شده است که این محدوده ها

به گونه ای باشند که رنج وسیعی از تغییرات را در هر پارامتر (که ممکن است خود، متأثر از پارامتر دیگری باشد) پوشش دهند.

$$m = \bar{m}(1 + 0/2 \delta_m) \quad (۱-۵)$$

$$V_T = \bar{V}_T(1 + 0/25 \delta_{V_T}) \quad (۲-۵)$$

$$N_R = \bar{N}_R(1 + 0/4 \delta_{N_R}) \quad (۳-۵)$$

$$Y_\tau = \bar{Y}_\tau(1 + 0/47 \delta_{Y_\tau}) \quad (۴-۵)$$

$$L_\zeta = \bar{L}_\zeta(1 + 0/04 \delta_{L_\zeta}) \quad (۵-۵)$$

$$N_V = \bar{N}_V(1 + 0/18 \delta_{N_V}) \quad (۶-۵)$$

$$C_L = \bar{C}_L(1 + 0/24 \delta_{C_L}) \quad (۷-۵)$$

$$L_R = \bar{L}_R(1 + 0/66 \delta_{L_R}) \quad (۸-۵)$$

$$L_p = \bar{L}_p(1 + 0/33 \delta_{L_p}) \quad (۹-۵)$$

$$L_V = \bar{L}_V(1 + \delta_{L_V}) \quad (۱۰-۵)$$

$$Y_R = \bar{Y}_R(1 + 0/4 \delta_{Y_R}) \quad (۱۱-۵)$$

$$Y_V = \bar{Y}_V(1 + 0/37 \delta_{Y_V}) \quad (۱۲-۵)$$

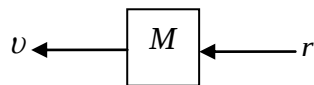
$$N_\tau = \bar{N}_\tau(1 + 0/3 \delta_{N_\tau}) \quad (۱۳-۵)$$

در معادلات فوق N_τ, Y_V, Y_R و ... مقادیر نامی پارامترهای مذکور هستند و کلیه δ ها در بازه $[-۱, ۱]$ قرار دارند. با توجه به معادلات فضای حالت سیستم پارامترهای $N_\tau, Y_V, Y_R, L_V, L_p, L_R, C_L, N_V, L_\zeta, Y_\tau, N_R, V_T$ بطور مستقیم در معادلات ظاهر می شوند اما در مورد m ، معکوس این پارامتر در روابط مرتب شده به شکل فضای حالت وارد می شوند.

تعمیمی از تحقق فضای حالت به این شکل است که سیستم دینامیکی خطی را به صورت اتصالات فیدبکی یک ماتریس ثابت و یک مؤلفه دینامیکی ساده (متشکل از تأخیرها یا انتگرال

گیریه‌ها) می‌توان نمایش داد. این تحقق ارتباطات موجود در سیستم را به خوبی نشان داده و انجام محاسبات را نیز ساده‌تر می‌کند. از LFT ها برای نمایش عدم قطعیت در هر پارامتر استفاده می‌شود. نتیجه به کارگیری روش قدرتمند و انعطاف پذیر LFT در هر پارامتر ماتریسی با یک اتصال فیدبکی است. برای درک بهتر این مطلب به مرور مفهوم LFT می‌پردازیم. ابتدا ماتریس سیستم M ، را که به صورت زیر با بردارهای v, r ارتباط دارد در نظر می‌گیریم:

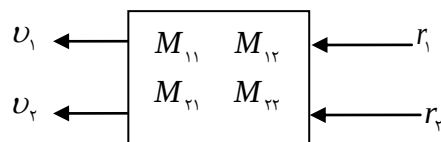
$$v = Mr \quad (۱۴-۵)$$



شکل ۵-۳: نمایش ماتریس سیستم M با بردار ورودی r و بردار خروجی v در تعریف LFT

اگر v, r به دو بخش بالایی و پایینی تقسیم شوند روابط به این صورت خواهد بود:

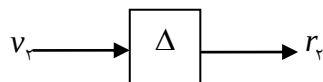
$$\begin{cases} v_1 = M_{11}r_1 + M_{12}r_2 \\ v_2 = M_{21}r_1 + M_{22}r_2 \end{cases} \quad (۱۵-۵)$$



شکل ۵-۴: ماتریس M و بردارهای v, r با تقسیم به دو بخش بالایی و پایینی

فرض کنید که ماتریس عدم قطعیت Δ با r_2, v_2 و به این صورت ارتباط دارد:

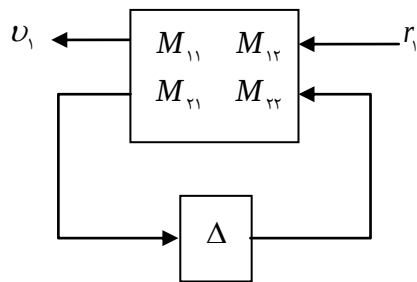
$$r_2 = \Delta v_2 \quad (۱۶-۵)$$



شکل ۵-۵: ارتباط عدم قطعیت Δ با بخشی از ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم

تبدیل خطی - کسری پایینی $F_L(M, \Delta), \Delta, M$ به صورت زیر می باشد:

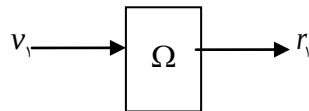
$$\begin{aligned} v_1 &= [M_{11} + M_{1r}\Delta(I - M_{rr}\Delta)^{-1}M_{r1}]r_1 \\ &= F_L(M, \Delta)r_1 \end{aligned} \quad (17-5)$$



شکل ۵-۶: تبدیل خطی - کسری پایینی Δ, M

اگر ماتریس عدم قطعیت Ω نیز با r_1, v_1 به این شکل ارتباط داشته باشد:

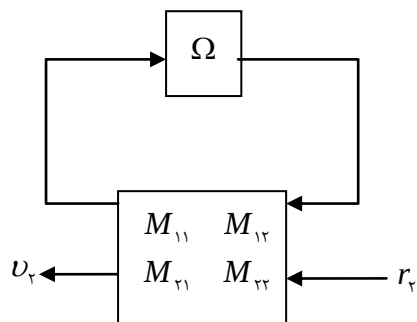
$$r_1 = \Omega v_1 \quad (18-5)$$



شکل ۵-۷: ارتباط ماتریس عدم قطعیت Ω با بخشی از ورودی ها و خروجی های سیستم

تبدیل خطی - کسری بالایی $F_U(M, \Omega), \Omega, M$ به این صورت خواهد بود.

$$\begin{aligned} v_2 &= [M_{22} + M_{21}\Omega(I - M_{11}\Omega)^{-1}M_{12}]r_2 \\ &= F_U(M, \Omega)r_2 \end{aligned} \quad (19-5)$$



شکل ۵-۸: تبدیل خطی - کسری بالایی Ω, M

اکنون به عنوان نمونه پارامتر V_T نامعین را به صورت LFT پایینی نمایش می دهیم:

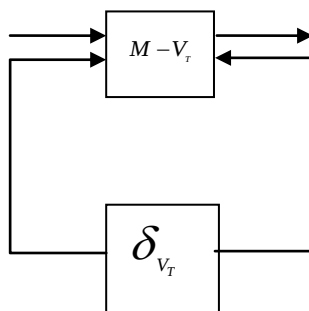
$$V_T = \bar{V}_T + 0/25\bar{V}_T \delta_{V_T}$$

با مقایسه رابطه فوق با (۵-۱۷) داریم:

$$M_{11} = \bar{V}_T, M_{12} = 0/25\bar{V}_T, \Delta = \delta_{V_T}, M_{22} = 0, M_{21} = 1$$

به این ترتیب برای پارامتر خواهیم داشت:

$$M - V_T = \begin{bmatrix} \bar{V}_T & 0/25\bar{V}_T \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۵-۲۰)$$



شکل ۵-۹: عنصر نامعین V_T به صورت LFT پایینی

برای پارامترهای دیگر نیز به همین ترتیب داریم:

$$M - N_R = \begin{bmatrix} \bar{N}_R & 0/4\bar{N}_R \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۵-۲۱)$$

$$M - Y_\tau = \begin{bmatrix} \bar{Y}_\tau & 0/47\bar{Y}_\tau \\ 1 & \circ \end{bmatrix} \quad (22-5)$$

$$M - l_\zeta = \begin{bmatrix} \bar{l}_\zeta & 0/04\bar{l}_\zeta \\ 1 & \circ \end{bmatrix} \quad (23-5)$$

$$M - N_V = \begin{bmatrix} \bar{N}_V & \circ/18\bar{N}_V \\ 1 & \circ \end{bmatrix} \quad (24-5)$$

$$M - C_L = \begin{bmatrix} \bar{C}_L & 0/24\bar{C}_L \\ 1 & \circ \end{bmatrix} \quad (25-5)$$

$$M - L_R = \begin{bmatrix} \bar{L}_R & 0/66\bar{L}_R \\ 1 & \circ \end{bmatrix} \quad (26-5)$$

$$M - L_p = \begin{bmatrix} \bar{L}_p & 0/33\bar{L}_p \\ 1 & \circ \end{bmatrix} \quad (27-5)$$

$$M - L_v = \begin{bmatrix} \bar{L}_v & 0/2\bar{L}_v \\ 1 & \circ \end{bmatrix} \quad (28-5)$$

$$M - Y_R = \begin{bmatrix} \bar{Y}_R & 0/4\bar{Y}_R \\ 1 & \circ \end{bmatrix} \quad (29-5)$$

$$M - Y_V = \begin{bmatrix} \bar{Y}_V & 0/37\bar{Y}_V \\ 1 & \circ \end{bmatrix} \quad (30-5)$$

$$M - N_\tau = \begin{bmatrix} \bar{N}_\tau & 0/3\bar{N}_\tau \\ 1 & \circ \end{bmatrix} \quad (31-5)$$

برای پارامتر m که معکوس آن در معادلات ظاهر می شود داریم:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{\bar{m}} \frac{1}{1 + \circ/2\delta_m} = \frac{1}{\bar{m}} \left(1 + \frac{-\circ/2\delta_m}{1 - (-\circ/2\delta_m)} \right) = \frac{1}{m} + (-\circ/2)\delta_m (1 - (-\circ/2\delta_m))^{-1} \left(\frac{1}{\bar{m}} \right)$$

با مقایسه رابطه فوق با تعریف LFT پایینی، رابطه (17-5) داریم:

$$M_{11} = \frac{1}{\bar{m}}, M_{12} = -\circ/2, \Delta = \delta_m, M_{21} = \frac{1}{\bar{m}}$$

به عبارتی برای پارامتر m خواهیم داشت:

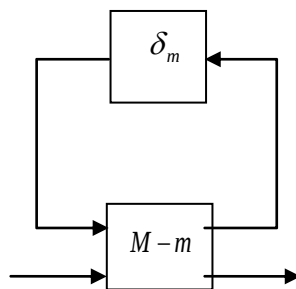
$$M - m = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{m}} & -0.2 \\ \frac{1}{\bar{m}} & -0.2 \end{bmatrix} \quad (32-5)$$

و یا با مقایسه رابطه $\frac{1}{m}$ با تعریف LFT بالایی، رابطه (5-19) داریم:

$$M_{rr} = \frac{1}{\bar{m}}, M_{r1} = -0.2, \Omega = \delta_m, M_{11} = \frac{1}{\bar{m}}$$

بنابراین ماتریس M مربوط به پارامتر m با استفاده از LFT بالایی به این شکل به دست می آید:

$$M - m = \begin{bmatrix} -0.2 & \frac{1}{\bar{m}} \\ -0.2 & \frac{1}{\bar{m}} \end{bmatrix} \quad (33-5)$$

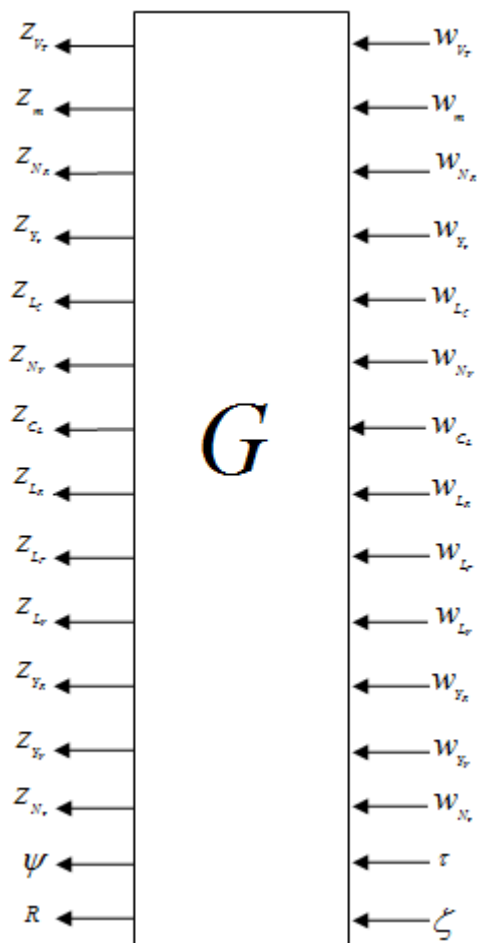


شکل 5-10: عنصر نامعین m به صورت LFT بالایی

باز آنجا که معمولاً در تحلیل یک سیستم بخش معلوم از بخش نامعلوم جدا می شود، در اینجا قسمت معلوم و معین سیستم را که ماتریس های M ، بهره های مشخص و انتگرال گیرها هستند از قسمت نامعلوم که δ ها هستند جدا می کنیم.

با دستور *sysic* در جعبه ابزار μ -tools از نرم افزار *matlab* می توان ساختار اتصالات داخلی سیستم¹ را محاسبه کرده و حاصل را در ماتریس سیستم G قرار داد.

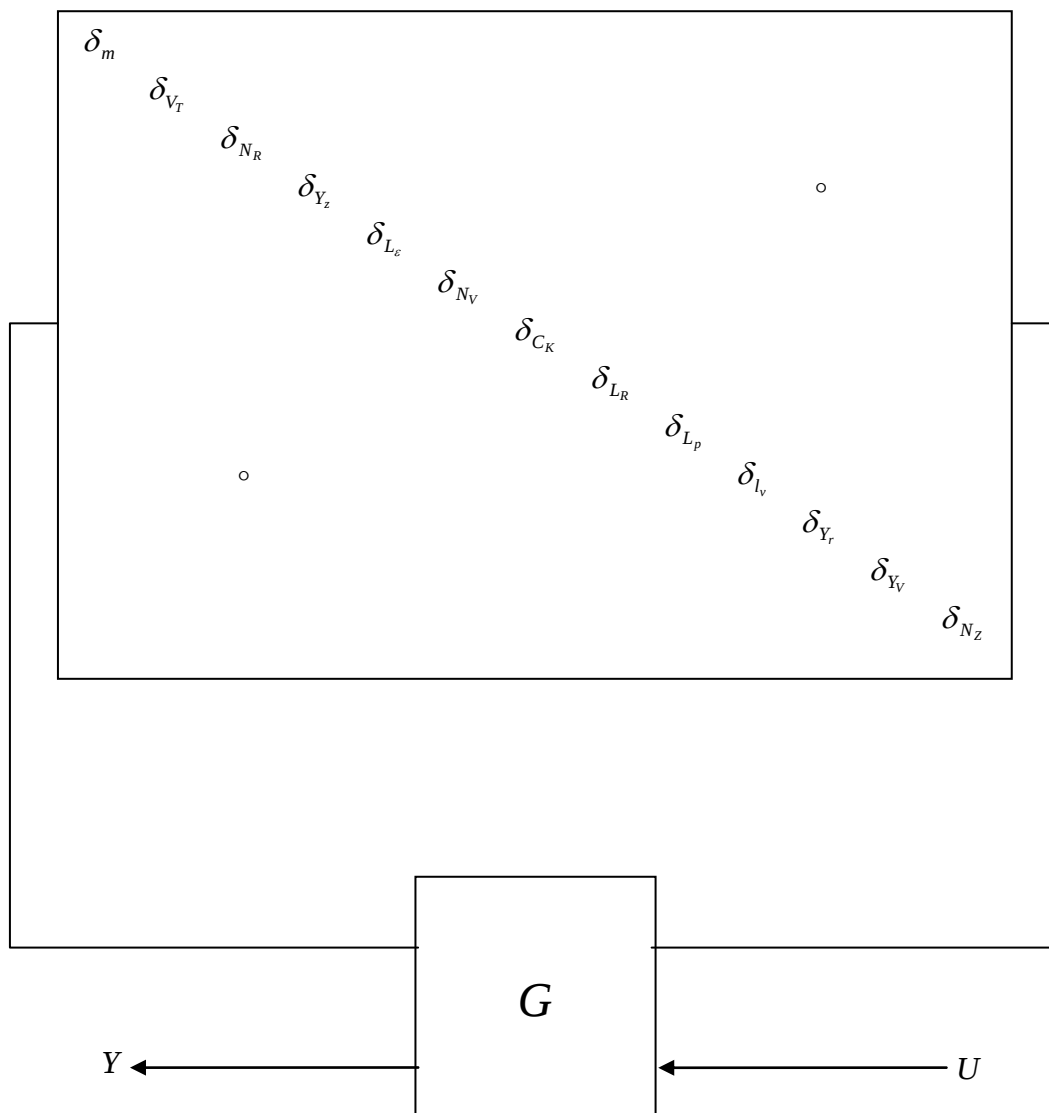
¹ System interconnection structure



شکل ۵-۱۱: نمای کلی بخش معلوم سیستم

در طراحی کنترل کننده دو ورودی اصلی سیستم (بردار U) و دو خروجی اصلی سیستم (بردار Y) را در نظر می گیریم. ورودی و خروجی های دیگر سیستم ورودی و خروجی های نظیر عدم قطعیت ها هستند که در سنتز μ به کار خواهند رفت.

به طور کلی رفتار سیستم نامعین با یک LFT بالایی ماتریس G و یک ماتریس عدم قطعیت قطری Δ به شکل زیر مشخص می شود:



شکل ۵-۱۲: سیستم نامعین کلی به صورت LFT بالایی

در نهایت برای سیستم G با ورودی U و خروجی Y کنترل کننده طراحی می شود و سیستم حلقه بسته را M می نامیم.

با توجه به این که وزن های عدم قطعیت ها توسط ماتریس های $M - \infty$ در ساختار داخلی سیستم لحاظ گردیده اند، عدم قطعیت ها به صورت نرمالیزه شد ($\|\Delta\|_{\infty} \leq 1$) در خارج از دستگاه در نظر گرفته می شوند.

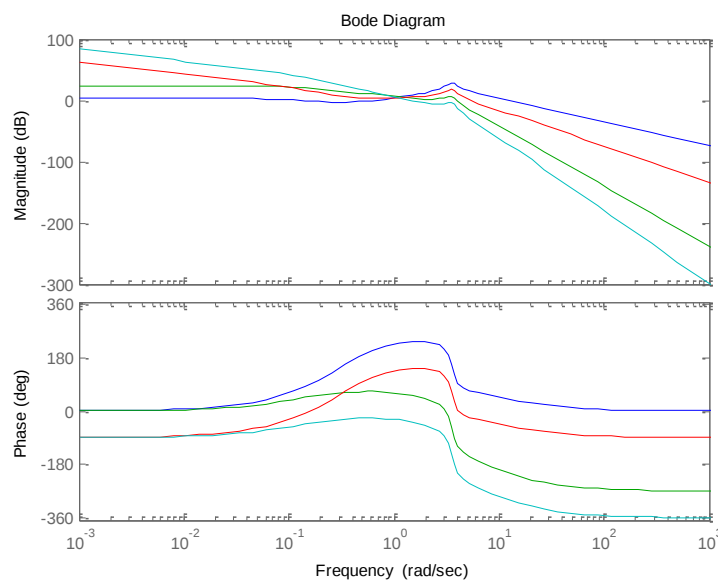
ماتریس اغتشاش Δ با ساختار است. یک ساختار قطری - بلوکی دارد و با استفاده از مفهوم LFT روی ارتباط بین ورودی U و خروجی Y تأثیر می گذارد.

پس از تعیین مدل کامل سیستم (مدل نامی به اضافه عدم قطعیت ها و اغتشاشات) به طراحی کنترل کننده می پردازیم.

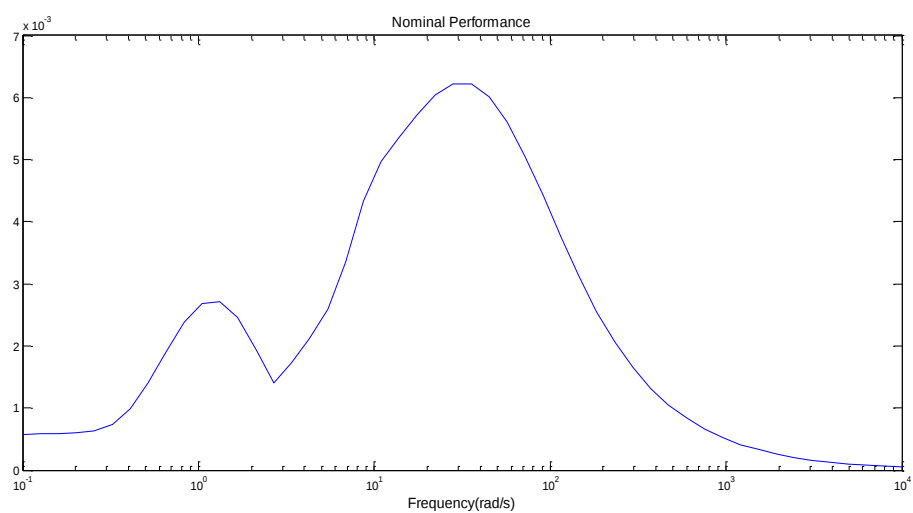
در ابتدا کنترل کننده H_∞ را برای سیستم هواپیمای بدون سرنشین در نظر می گیریم، توضیح کوتاهی در مورد تئوری این نوع کنترل کننده در پیوست آورده شده است.

برای هر یک از تعاریف پایداری مقاوم، عملکرد نامی و عملکرد مقاوم که در فصل (۳) به صورت چند قضیه بیان شد منحنی های مربوطه را رسم می کنیم در هر مورد که مقدار پیک منحنی ها کوچکتر از ۱ باشد می توان نتیجه گرفت که به مشخصه مطلوب دست یافته ایم.

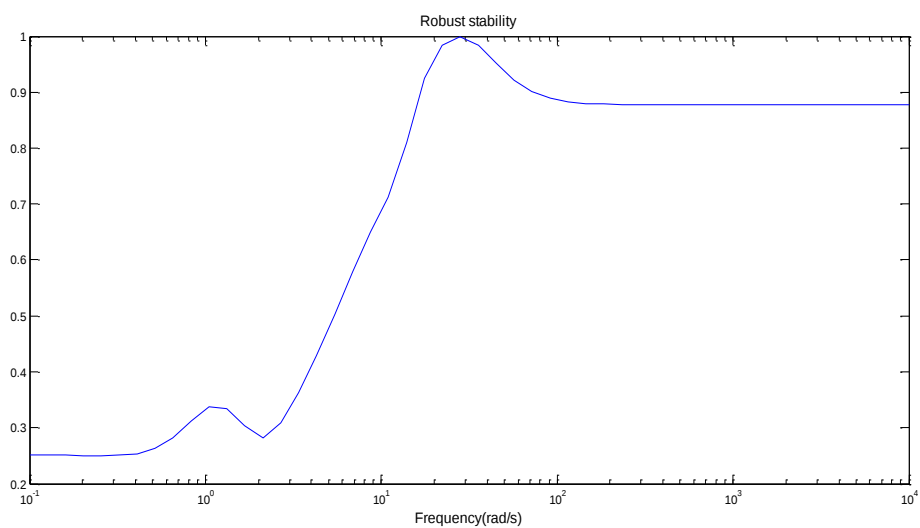
برای کنترل H_∞ منحنی های دیاگرام بد کنترل کننده، تست های عملکرد نامی، پایداری مقاوم و عملکرد مقاوم به ترتیب در شکل های زیر آمده است.



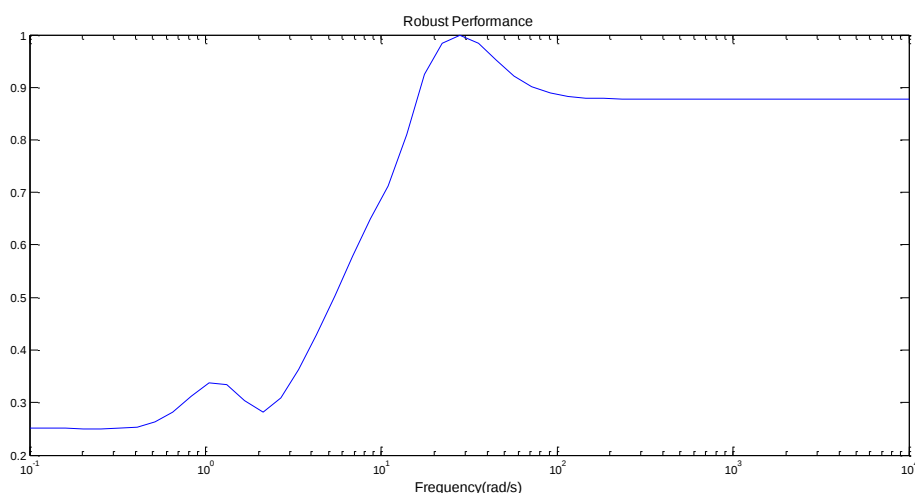
شکل ۵-۱۳- دیاگرام بد کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری



شکل ۵-۱۴- تست عملکرد نامی سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری



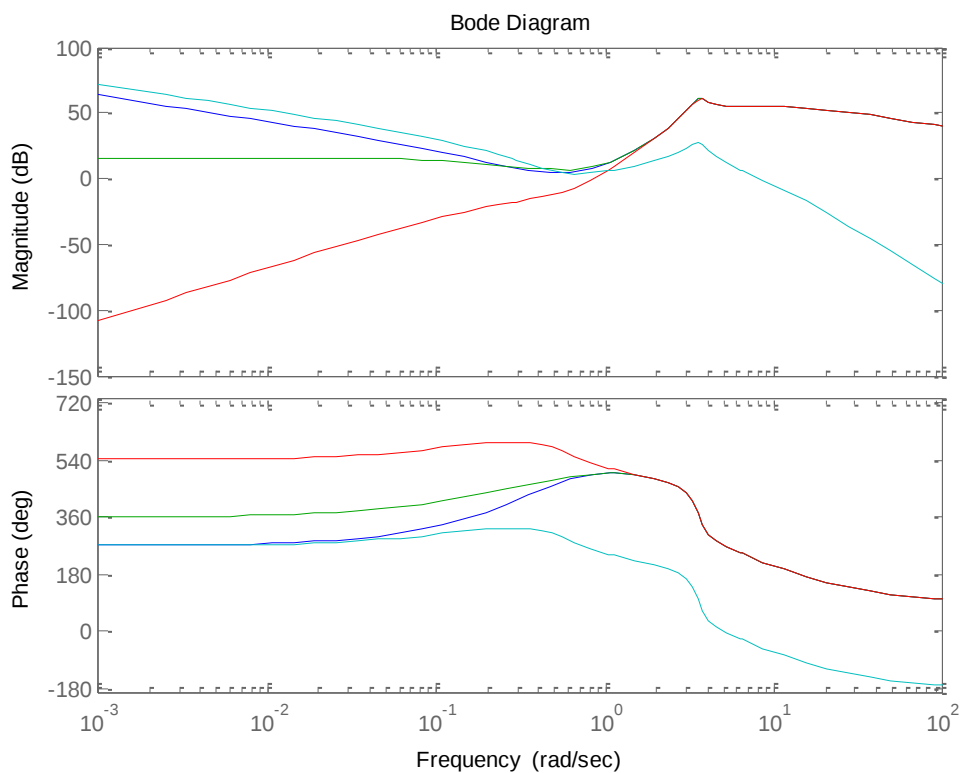
شکل ۵-۱۵- تست پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری



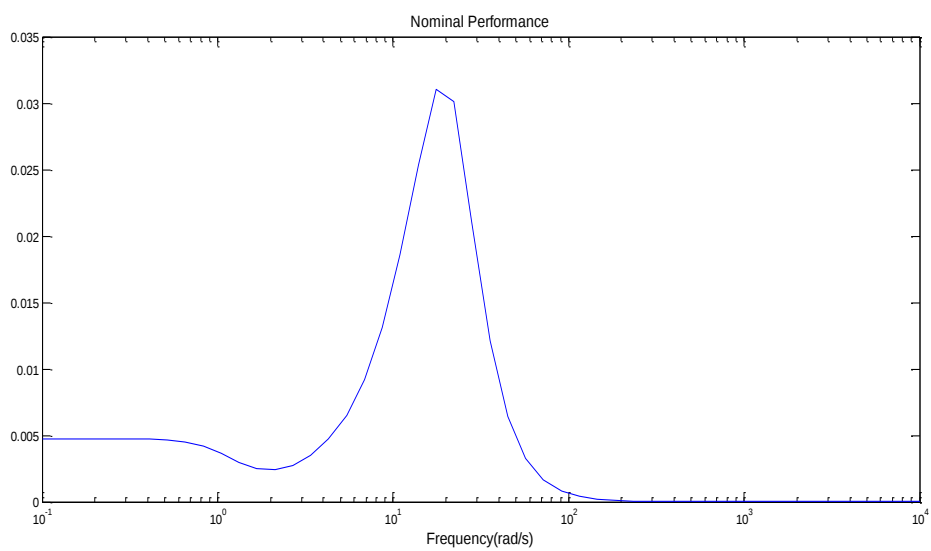
شکل ۵-۱۶- تست عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری

در این مورد نیز سیستم عملکرد نامی مناسبی دارد اما چون مقدار پیک $\mu_{\Delta_p}(M_{\text{۲۲}})$ و $\mu_{\Delta}(M)$ برابر ۱ است به پایداری و عملکرد مقاوم نمی توان دست یافت.

در نهایت کنترل کننده μ را برای سیستم طراحی خواهیم نمود. با استفاده از روش تکرار $D-K$ و در تکرار سوم به منحنی های ۵-۱۷ تا ۵-۲۰ برای دیاگرام بد کنترل کننده، تست عملکرد نامی و تست پایداری و عملکرد مقاوم خواهیم رسید. با توجه به این که مقدار پیک سه منحنی آخر کوچک تر از ۱ است این نوع کنترل کننده باعث می شود که سیستم حلقه بسته شرایط عملکرد نامی، پایداری مقاوم و عملکرد مقاوم را به خوبی برقرار نماید.

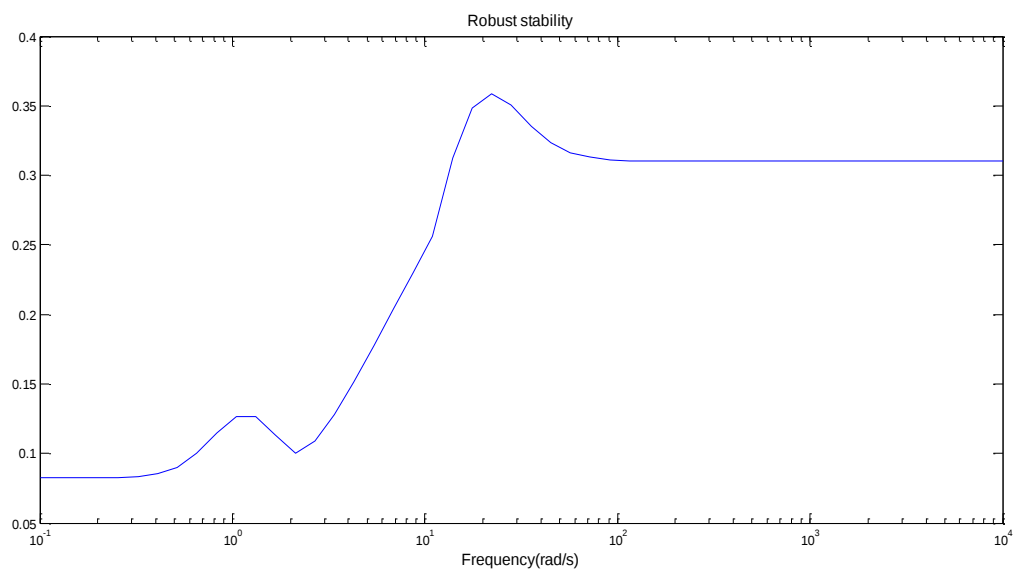


شکل ۵-۱۷- دیاگرام بد کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری

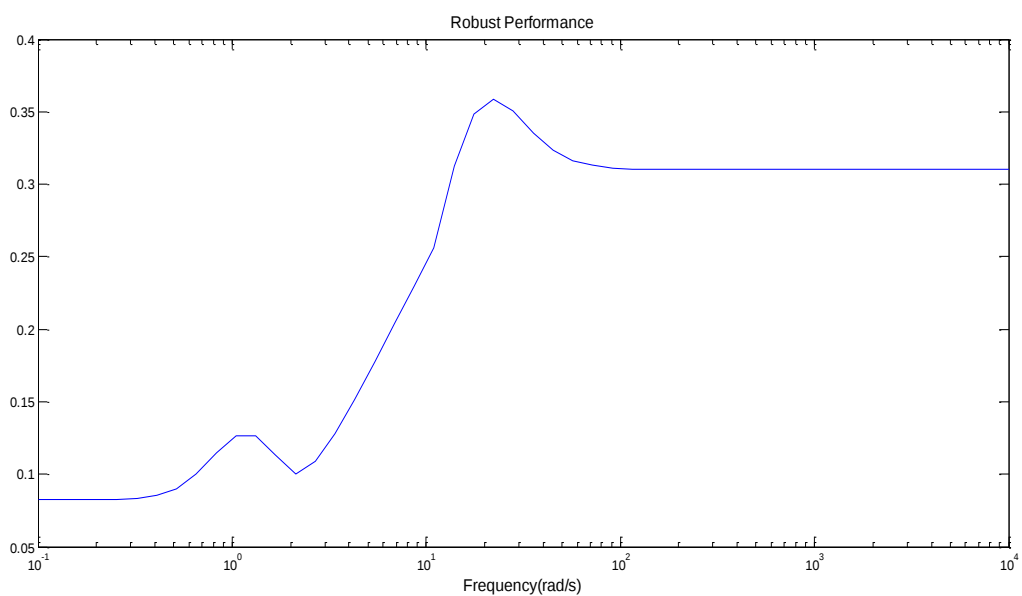


شکل ۵-۱۸- تست عملکرد نامی سیستم حلقه بسته با کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های

پارامتری



شکل ۵-۱۹- تست پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری



شکل ۵-۲۰- تست عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های پارامتری

باید توجه داشت که در طراحی μ به روش تکرار D_K ممکن است در تکرارهای بالاتر به مقدار μ پایین تری دست یافت ولی این امر به درجه بالاتری برای کنترل کننده منجر می شود. بنابراین در این مورد باید مصالحه ای بین حداکثر مقدار μ و درجه کنترل کننده صورت گیرد.

۵-۳-۲ عدم قطعیت های غیر پارامتری و طراحی کنترل کننده برای سیستم با این

نوع عدم قطعیت

به طور کلی به دو روش می توان به کمک سعی و خطا عدم قطعیت های دینامیکی سیستم را تعیین کرد. در روش اول ابتدا عدم قطعیت ها را با کمترین درجه و بهره انتخاب کرده و در مراحل بعد ملاحظه کاری را کاهش داده و درجه و بهره عدم قطعیت ها را افزایش می دهیم تا جایی که در همگرایی روش μ خللی وارد نشود. البته باید توجه داشت که افزایش درجه توابع وزنی به منزله افزایش درجه کنترل کننده است پس باید وزن ها را به گونه ای انتخاب کرد که با حداقل صفر و قطب بیشتری تأثیر را داشته باشند. سعی می شود وزن های کلیه عدم قطعیت ها با هم در کاهش محافظه کاری نقش داشته باشند و این که یک عدم قطعیت بخصوص تأثیر زیادی در مدل داشته و عدم قطعیت دیگر تأثیر کمی، مطلوب نیست لازم به ذکر است که وزن و محل صفر و قطب های وزن های عدم قطعیت ها با توجه به فرکانس نوسانات، فرکانس قطع و پهنای باند سیستم و ... تعیین می شود. مثلاً در مورد عدم قطعیت های فرکانس بالا اگر مقدار اندازه تابع تبدیل نامی سیستم در این فرکانس ها کوچک باشد و نوسانات دستگاه در آن بازه نباشد، می توان از این نوع عدم قطعیت صرف نظر کرد.

در روش دوم ابتدا وزن عدم قطعیت ها را با درجه و بهره بالا انتخاب می کنیم و به تدریج تا همگرا شدن روش سنتز μ به کاهش بهره و درجه آنها می پردازیم. این انتخاب با استفاده از اطلاعات قبلی در مورد عدم قطعیت های سیستم های مشابه صورت می گیرد.

در این پروژه با استفاده از روش اول وزن عدم قطعیت های غیر پارامتری سیستم تعیین می شود.

مهمترین منابع عدم قطعیت در سیستم هواپیمای بدون سرنشین عبارتند از:

الف) عدم قطعیت ناشی از دینامیک های مدل نشده و نویز محرکه ها و سنسورها
 به دلیل پیچیده بودن سیستم محرکه ها و سنسورها عدم امکان مدل سازی کامل آنها، این نوع
 عدم قطعیت را می توان جزء بدیهی ترین موارد موجود دانست. با توجه به محل وقوع این نوع
 عدم قطعیت ها، برای عدم قطعیت در محرکه مدل ضرب شونده ورودی و برای سنسورها مدل
 ضرب شونده خروجی در نظر گرفته می شود.

عدم قطعیت ورودی نشان دهنده تأخیر محرکه ها و المان ها، تلورانس تقویت کننده ها و اجزای
 موجود در سیستم است و باید در فرکانس صفر کوچکتر از یک و در فرکانس بینهایت بزرگتر از
 یک باشد و به صورت زیر مدل می شود:

(۳۴-۵)

$$W_{in} = \frac{s+2}{\frac{1}{10}s+8}$$

این وزن به این معنی است که در فرکانس های پایین ۲۰٪ عدم قطعیت در ورودی وجود دارد و
 در فرکانس تقریبی 50 rad/sec عدم قطعیت حدود ۱۰۰٪ است. در فرکانس های بالاتر، میزان
 عدم قطعیت از ۱۰۰٪ هم بالاتر می رود.

بنابراین ماتریس عدم قطعیت ورودی سیستم را با در نظر گرفتن تعداد ورودی ها به صورت زیر
 است:

$$W_{in} = w_{in} I_{2 \times 2} \quad (۳۵-۵)$$

عدم قطعیت خروجی نشان دهنده نویز سنسورهاست و در حالت کلی معمولاً در فرکانس های
 بالا مطرح می شود چرا که نویز سنسورها با افزایش فرکانس شدیدتر می شود. این نوع عدم
 قطعیت را به صورت زیر در نظر می گیریم:

(۳۶-۵)

$$W_n = \frac{2 + \frac{s}{0.01}}{40 + \frac{s}{0.1}}$$

بنابراین اگر y متغیر خروجی باشد، متغیر اندازه گیری شده برابر است با

$$y_{meas} = y + w_n \eta_y \quad (۳۷-۵)$$

$$\|\eta_y\|_{\infty} \leq 1 \quad \text{که}$$

با در نظر گرفتن تعداد خروجی ها ماتریس عدم قطعیت خروجی سیستم به صورت زیر است:

$$W_n = w_n I_{r \times r} \quad (۳۸-۵)$$

چنانچه در فصل ۲ (بخش ۲-۲-۲) بیان گردید تابع حساسیت مکمل، تابع انتقال سیستم از نویز به خروجی است و باید در فرکانس های بالا اندازه کوچکی داشته باشد. بنابراین چنان که کنترل کننده ای که با وزن عدم قطعیت فوق طراحی می شود خواسته مذکور را برآورده نسازد، باید مقدار w_n را تغییر داد.

(ب) عدم قطعیت ناشی از خطای مدل سازی محرکه ها و سنسورها

در نظر گرفتن خطاهای محرکه ها و سنسورها به عنوان اغتشاشات ورودی و خروجی در بهبود مشخصه های عملکردی فرآیند کمک قابل توجهی می کند چرا که عملکرد سیستم باید به گونه ای باشد که تأثیر خطاهای ابزاری، بایاس و وسایل اندازه گیری و ... تا حد امکان کاهش پیدا کند. بر این اساس فرض می کنیم محرکه ها در ارسال فرامین کنترلی به سیستم و سنسورها در اندازه گیری های خود (که در فیدبک از آنها استفاده می شود) خطاهایی به شرح زیر دارند.

سطوح سیگنال محرکه ها به این شکل وزن دهی می شوند:

$$e_{act} = \begin{bmatrix} e_{\tau} \\ e_{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\tau \\ 2\xi \end{bmatrix} \quad (۳۹-۵)$$

و یا به صورت ماتریسی

$$e_{act} = w_{act} \begin{bmatrix} \tau \\ \xi \end{bmatrix}, w_{act} = 2 \quad (40-5)$$

به این ترتیب داریم

$$W_{act} = w_{act} I_{2 \times 2} \quad (41-5)$$

خطای مربوط به سنسورهای شتاب نیز که در برگیرنده خطاهای ساختمان درونی آنها، بایاس اندازه گیری و ... است و باید در فرکانس بینهایت کوچکتر از یک و در فرکانس صفر بزرگتر از یک باشد به این شکل مدل می شود:

$$e_{perf} = \frac{1+s}{0/01+10s} \begin{bmatrix} R \\ \psi \end{bmatrix} \quad (42-5)$$

در نتیجه داریم

$$w_{perf} = \frac{1+s}{0/01+10s} \quad (43-5)$$

و یا

$$W_{perf} = w_{perf} I_{2 \times 2} \quad (44-3)$$

تابع حساسیت همانگونه که در بخش ۲-۲-۲ معرفی شد، تابع انتقال سیستم از اغتشاش به خروجی است (اغتشاشی که در خروجی مدل می شود) و باید در فرکانس های پایین اندازه کوچکی داشته باشد. (با توجه به تعریف تابع حساسیت این تابع حساسیت مقدار اغتشاش عملکردی است و چنانچه اغتشاش را به صورت نرمالیزه در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$(S \leq \frac{1}{W_{perf}})$. چنانچه کنترل کننده ای که با وزن عدم قطعیت عملکردی w_{perf} طراحی می شود

خواسته فوق (تابع حساسیت کوچک) را برآورده نسازد باید مقدار w_{perf} را تغییر داد.

ج) عدم قطعیت ناشی از اغتشاشات بیرونی سیستم

گذشته از عدم قطعیت هایی که در بالا ذکر شد وجود اغتشاشات در سیستم نیز از جمله مسائلی است که از اهمیت ویژه ای برخوردار می باشد. این اغتشاشات در صورتی که کوچک باشد احتمالاً موجب تغییر مشخصات عملکردی از حالت مطلوب خواهد شد. در صورتی که اغتشاشات بیش از حد معمول بزرگ باشد مسأله پیچیده تر خواهد بود. در این حالت با توجه به طبیعت غیر خطی اکثر سیستم ها مدل های خطی دیگر معتبر نمی باشند لذا سیستم کنترل کننده عملکرد مطلوب را از دست داده و حتی گاه ممکن است ناپایدار گردد. بنابراین در مسائل کنترل مقاوم باید به اغتشاشات نیز به عنوان عوامل تغییر عملکرد یا بروز ناپایداری توجه ویژه ای داشت.

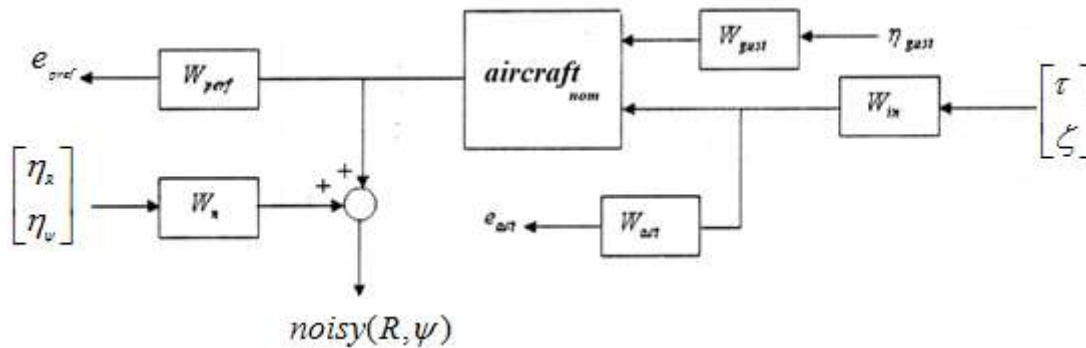
اغتشاشاتی که از بیرون به سیستم وارد می شود می تواند عوامل متعددی داشته باشد اما در این جا صرفاً اثر تندباد^۱ را مدل می کنیم.

اگر اثر تندباد را بر روی حرکت هواپیمای بدون سرنشین به صورت یک تابع ضربه در نظر بگیریم و بعد از تعدیل این اثر، سرعت باد را ثابت فرض نماییم (که در این صورت با یک تابع پله شیفته یافته مدل می شد) می توان مدل نهایی مربوط به وزن تندباد را به این شکل حساب آورد.

$$w_{gust} = \frac{10 + s}{s + 1} \quad (۴۵-۵)$$

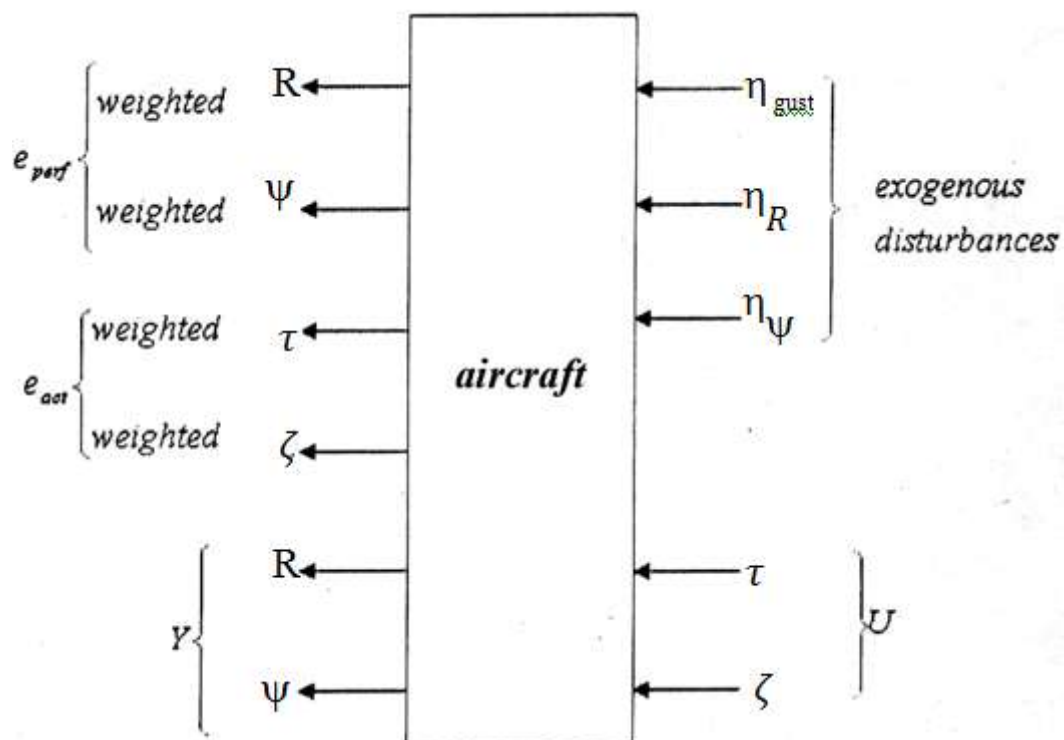
^۱ Wind gust

با در نظر گرفتن کلیه عدم قطعیت های فوق ساختار ارتباطات داخلی سیستم به این شکل مدل می شود.



شکل ۵-۲۱ ساختار ارتباطات داخلی سیستم

به این ترتیب دیاگرام شماتیکی سیستم هواپیما به شکل زیر خواهد بود:



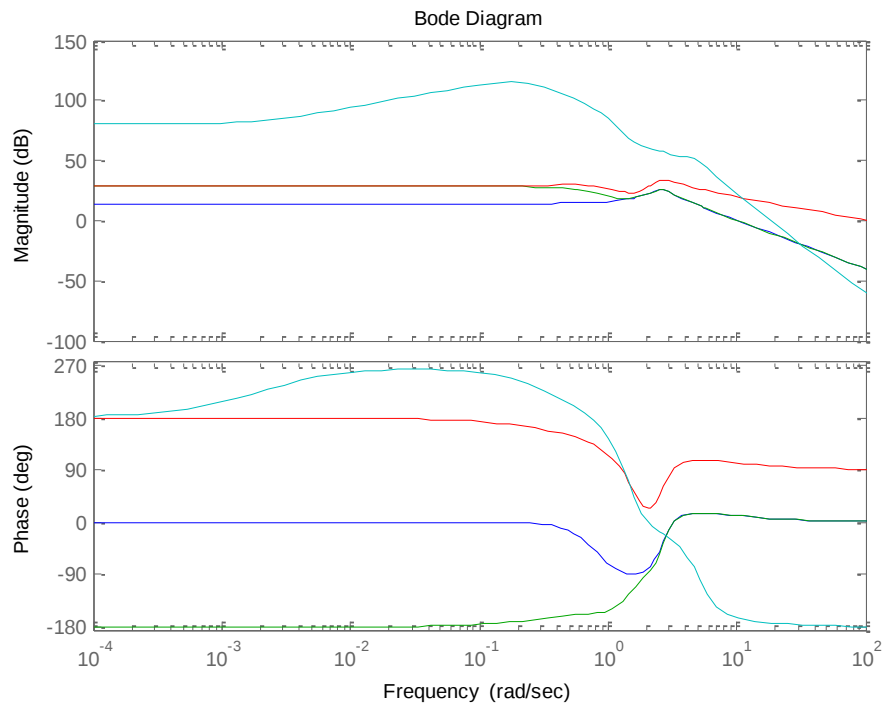
شکل ۵-۲۲: دیاگرام شماتیکی سیستم هواپیمای بدون سرنشین با عدم قطعیت های غیر پارامتری

اکنون بعد از تعیین مدل کامل سیستم (مدل نامی به اضافه عدم قطعیت ها و اغتشاشات) به طراحی کنترل کننده می پردازیم.

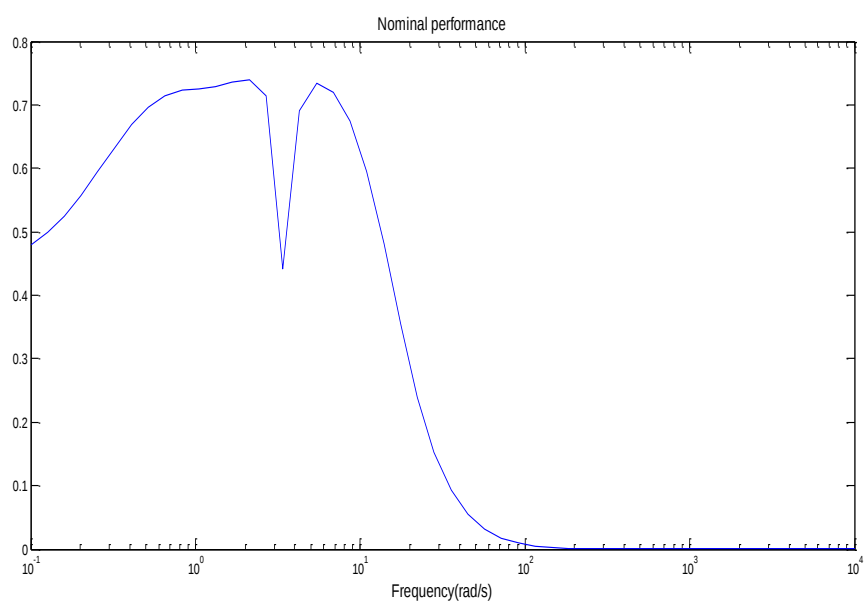
در ابتدا کنترل کننده H_∞ را برای سیستم طراحی می کنیم.

برای هر یک از تعاریف پایداری مقاوم، عملکرد نامی و عملکرد مقاوم منحنی های مربوطه را رسم می کنیم. در هر مورد که مقدار پیک منحنی ها کوچکتر از ۱ باشد می توان نتیجه گرفت که به مشخصه مطلوب دست یافته ایم.

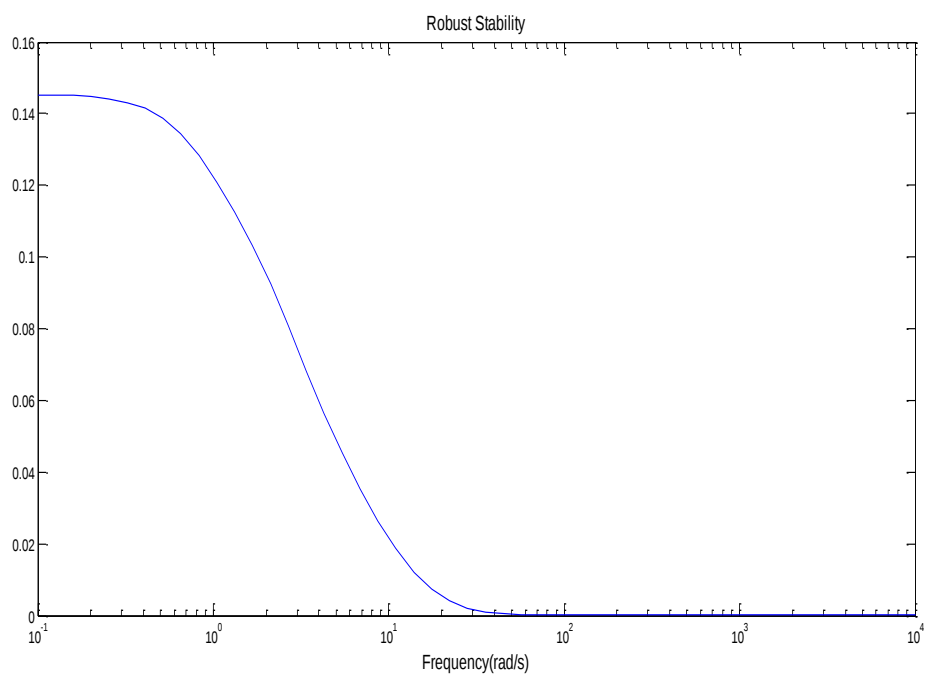
دیاگرام بد کنترل کننده، تست های عملکرد نامی، پایداری مقاوم و عملکرد مقاوم به ترتیب در شکل های ۲۳-۵ تا ۲۶-۵ آمده است.



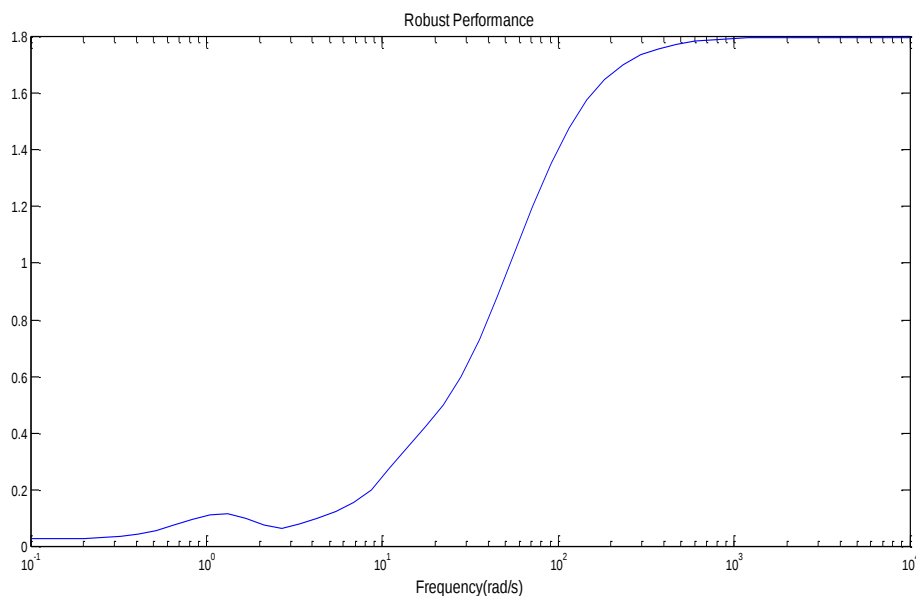
شکل ۲۳-۵- دیاگرام بد کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های غیر پارامتری



شکل ۵-۲۴- تست عملکرد نامی سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های غیر پارامتری



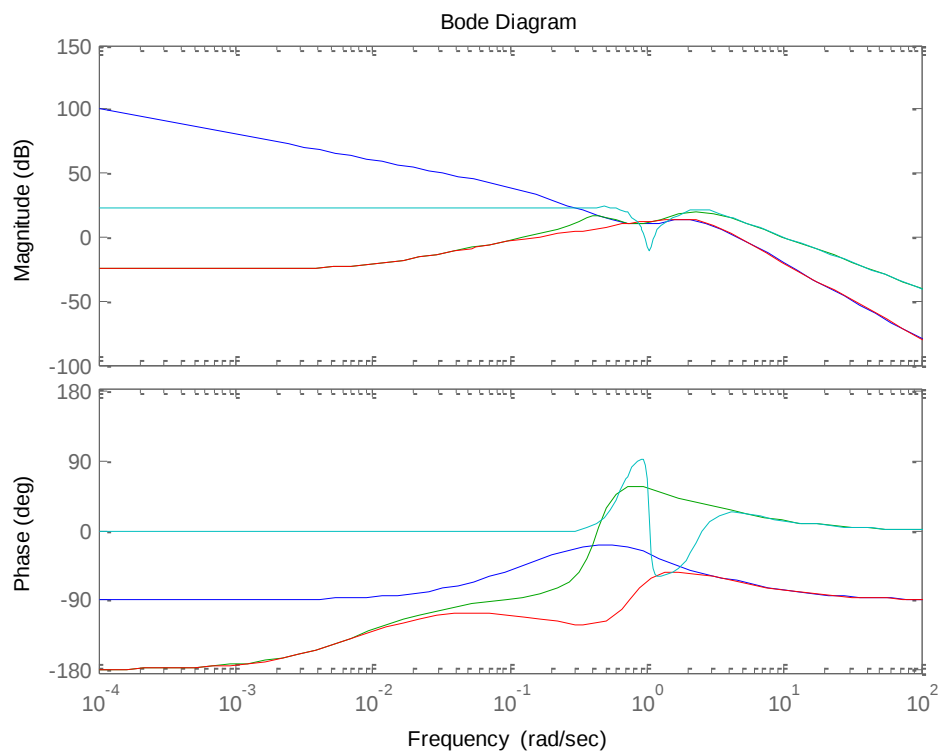
شکل ۵-۲۵- تست پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های غیر پارامتری



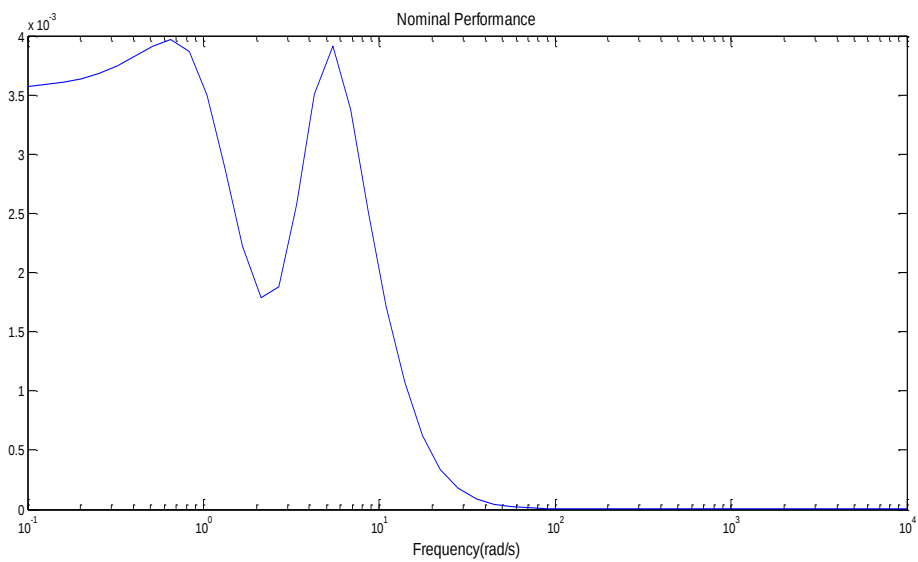
شکل ۵-۲۶- تست عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_∞ برای سیستم با عدم قطعیت های غیر پارامتری

در این حالت نیز سیستم حلقه بسته مشخصه های پایداری نامی عملکرد نامی و پایداری مقاوم را به خوبی برقرار می سازد اما عملکرد مقاوم ندارد.

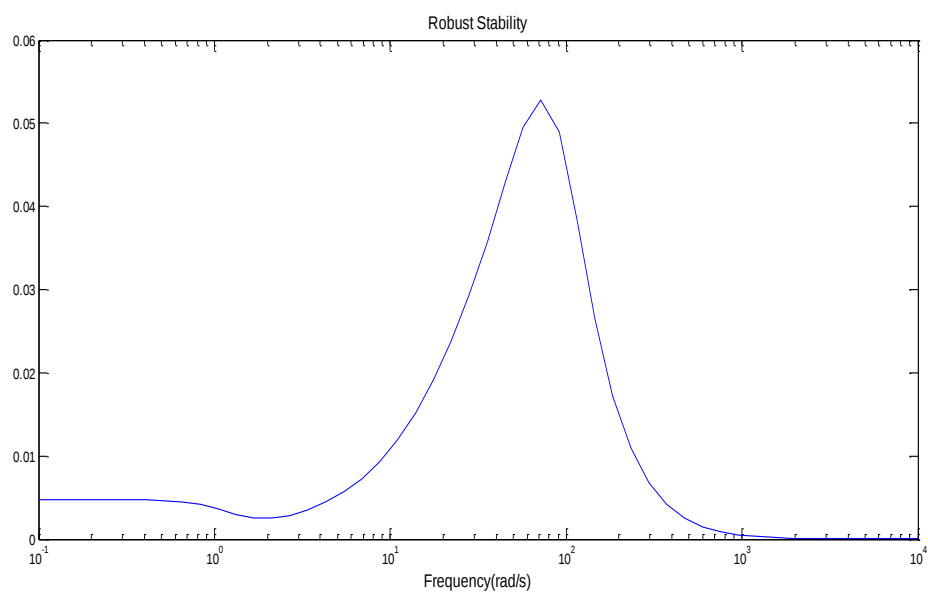
در نهایت کنترل کننده μ را برای سیستم طراحی خواهیم نمود. با استفاده از روش تکرار $D-K$ و در تکرار دوم به منحنی های ۵-۲۷ تا ۵-۳۰ برای دیاگرام بد کنترل کننده، تست عملکرد نامی و تست پایداری و عملکرد مقاوم خواهیم رسید. با توجه به این که مقدار پیک سه منحنی آخر کوچکتر از ۱ است این نوع کنترل کننده باعث می شود که سیستم حلقه بسته شرایط عملکرد نامی، پایداری مقاوم و عملکرد مقاوم را به خوبی برقرار نماید.



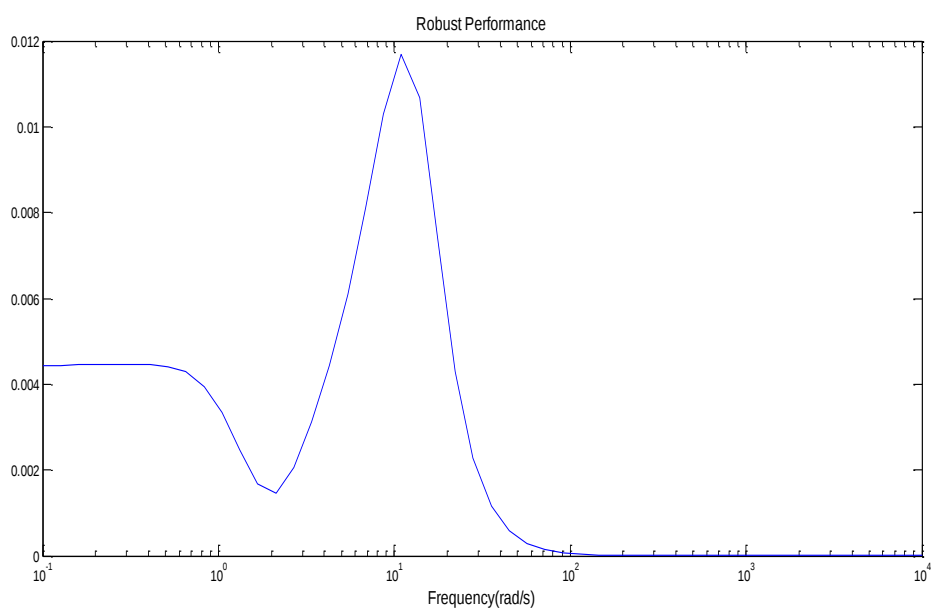
شکل ۵-۲۷- دیاگرام بد کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های غیر پارامتری



شکل ۵-۲۸- تست عملکرد نامی سیستم حلقه بسته با کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های غیر پارامتری



شکل ۵-۲۹- تست پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های غیر پارامتری



شکل ۵-۳۰- تست عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده μ برای سیستم با عدم قطعیت های غیر پارامتری

فصل ششم

نتیجه گیری

۱-۶ نتیجه گیری

هدف از این پروژه طراحی کنترل کننده مقاوم برای سیستم هواپیمای بدون سرنشین بود. به همین منظور می باید عدم قطعیت هایی در سیستم در نظر گرفته و کنترل کننده را در حضور آنها طراحی نمود. عدم قطعیت ها را در دو مرحله مختلف در سیستم منظور و برای هر حالت کنترل کننده جداگانه ای طراحی می نماییم، عدم قطعیت های پارامتری (در برگیرنده محدود تغییرات پارامترها)، عدم قطعیت های غیر پارامتری (در برگیرنده نامعینی های دینامیکی)

برای سیستم مذکور دو نوع کنترل کننده مقاوم، μ, H_∞ طراحی می شود. با در نظر گرفتن عدم قطعیت های پارامتری کنترل کننده H_∞ شرایط روبااست نس را برآورده ساخته در حالی که کنترل کننده μ در تکرار سوم روش $D-K$ علاوه بر برقراری پایداری و عملکرد نامی، ویژگی های پایداری و عملکرد مقاوم را نیز برآورده می سازد. برای سیستم با عدم قطعیت های غیر پارامتری نیز کنترل کننده H_∞ ویژگی های پایداری و عملکرد نامی و نیز پایداری مقاوم را برقرار ساخته اما عملکرد مقاوم برای سیستم به همراه ندارد، در حالی که کنترل کننده μ در تکرار دوم روش $D-K$ تمامی شرایط نامی و روبااست نس پایداری و عملکرد را برآورده می سازد.

۲-۶ پیشنهادات

- ۱- در این پایان نامه حرکت عرضی سیستم هواپیمای بدون سرنشین مدل سازی شد. پیشنهاد می شود که حرکت طولی سیستم هواپیمای بدون سرنشین و یا همزمان حرکت عرضی و طولی سیستم هواپیمای بدون سرنشین مدل سازی شود.
- ۲- معادلات را به همان صورت غیر خطی می توان در نظر گرفت، در این حالت مدل کنترل غیر خطی پیچیده تری باید پیشنهاد کرد.

- ۳- می توان محدوده عدم قطعیت ها را تغییر داد و تأثیر هر یک را جداگانه بررسی کرد و با شناخت عدم قطعیت هایی که تأثیر بیشتری دارند، کنترل کننده مقاوم تری طراحی کرد.
- ۴- انواع کنترل کننده های کلاسیک و مدرن را می توان برای سیستم هواپیمای بدون سرنشین طراحی نمود و پس از اعمال آن بر سیستم نتایج را با نتایج پروژه حاضر مقایسه کرد.

مراجع

- [1] Marcus Hummar, "Controller Design for an Unmanned Reconnaissance Aerial Vehicle", Master's Degree Project, Stockholm, Sweden, 2006.
- [2] Allison D. Ryan, "Control of a Non-linear UAV Model in Longitudinal Motion", May 2004.
- [3] Richard Wise, "UAV Control and Guidance for Autonomous Cooperative Tracking of a Moving Target", Ph.D. project, University of Washington, 2006.
- [4] Wei Ren, Randal w. Beardl, "CLF-based Tracking Control for UAV Kinematics Models with Saturation Constraints", Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii USA, December, 2003.
- [5] Aplin, J. and P. Lamb 1981. "The Machan Simulation". Marconi Avionics, FARL Report, No. 262/1332/TN/S.
- [6] Aslin, P. P. 1985. "Aircraft Simulation and Robust Flight Control System Design". D.Phil Thesis, University of York, Control Group, U.K.
- [7] Babtister, A. W. 1986. "Aircraft Dynamic Stability and Response". Pergamon Press, Headington Hill Hall, Oxford.
- [8] Etkin, B. 1982. "Dynamics of Flight Stability and Control". John Wiley and Sons, New York, NJ.
- [9] Howe, D. 1980. "Machan Wind Tunnel Tests". Cranfield College of Aeronautics. Memo 8002 (Commercial in Confidence)
- [10] Patton, R. J. 1991. "fault Detection and Diagnosis in Aerospace Systems Using Analytical Redundancy". Computing and Control Engineering Journal, pp. 127-136.
- [11] Spurgeon, S. K. 1988. "An Assessment of Robustness of Flight Control Systems Based on Variable Structure Techniques". D. Phil Thesis, University of York, Control Group, U.K..
- [12] Willcox, S. W. 1989. "Robust Sensor Fault Diagnosis for Aircraft Based on Analytical Redundancy". D. Phil Thesis, University of York Control Group, U.K.
- [13] J. C. Doyle, "Analysis of Control Systems With Structured Uncertainty," IEEE Proceeding, Vol. 129, No. 6, 1982.
- [14] J. M. Maciejowski, "Multivariable Feedback Design," Addison-Wesley, 1990.
- [15] J. C. Doyle, B. A. Francis, and A. R. Tannenbaum., 1990. "Feedback control Theorey," Printice-Hall.

- [16] G. J. Balas, J. C. Doyle, K. Glover, and A. Packard, "The μ – *Analysis* and Synthesis Toolbox for use with MATLAB," The Math works Inc., south Natick, 1991.
- [17] A. Packard, M. Fan, and J. C. Doyle, "A Power Method for the Structured Singular Value," Proceedings of 27th IEEE Conference on Decision and Control, 1988.
- [18] R. Kashani, "Designing Robust Multivariable Control Systems Using the H_{∞} and μ Methods," PHD Lecture Note, Engineering Mechanics Department, Michigan Technological University".
- [19] K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover, 1989. "Robust and Optimal Control," Printice-Hall.
- [20] J. Ackermann, A. Bartlett, D. Kaebauer, W. Sienel, and R. Steinhauser, "Robust control System with Uncertain Physical Parameters," Springer Verlag, 1993.
- [21] Jong L. and Boon Ch., 1998. "Analysis and μ – *based* Controller Design for an Electromagnetic Suspension System", IEEE Trans. On Educate, vol. 41, no. 2, pp.116-127.
- [22] Toffer-Clausen S. and et al.1995, "A new Approach to μ – *Synthesis* for Mixed Perturbation Sets". Proc. 3rd European Control Conf., Rom, Italy. pp. 147-152.
- [23] Chen, J. and et al., 1996. "Structured Singular Values with Non-diagonal Structures Characterization and Computation". IEEE Trans. Automatic Control, vol. 41, pp. 1507-1516.
- [24] Young, P.M. and Doyle. J. C., 1996. "Properties of the Mixed μ Problem and Its Bounds. IEEE Trans. Automatic Control, vol. 41, pp. 155-159.
- [25] Doyle, J. C., 1985. "Structured Uncertainty in Control System Design". Proc. 24th Conf. on Decision and Control, Fort Lauderdale, Florida, PP. 260-265.
- [26] Doyle, J. C., 1982. "Analysis of Feedback System with Structured Uncertainty". IEEE Proc. Part D, vol. 129, pp. 242-250.
- [27] Packard, A. K. and Doyle, J. C., 1993. "The Complex Structured Singular Value. Automatic Control", vol. 29, pp. 71-109.
- [28] Braatz, S. and et al., 1994. "Computational Complexity of μ Calculation". IEEE Trans. Automatic Control, vol. 39, pp. 1000-1002.

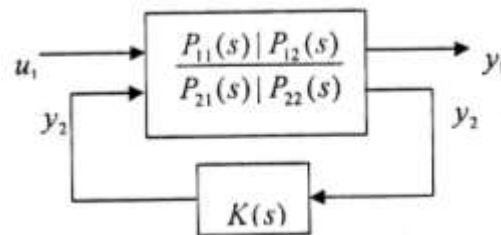
- [29] M.j.Crimble and M.A.Johnson., 2005. "Robust Control Design with Matlab", Springer.
- [30] K. Zhou and J.C.Doyle., 1999. "Essentials of Robust Control", Prentice hall.
- [31] M.C.Turner and D.G.Bates., 2007. "Math Matical Methods for Robust and Nonlinear Control". Springer.
- [32] B.Pal and B.Choudhuri.,2005. "Robust Control the Parametric Approach". Prentice Hall PTR.
- [33] Q.C.Zhong., 2006. "Robust Control of time Delay Systems". Springer.
- [34] R.Moheimani., 2000. "Perspectives in Robust Controll". Springer.
- [35] R.A.Freeman and P.V.Kokotovic., 1996. "Robust Nonlinear Control Design". Birkhauer.
- [36] Balas G.J. and et al., *μ Analysis and Synthesis* Tollbox for Use with MATLAB, The Math Works, Inc. Natick, 2001.

[۳۷] حاجی جعفری ع. ۱۳۸۴، آنالیز و سنتز μ در طراحی کنترل کننده های مقاوم، پایان نامه

کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده برق و رباتیک.

پیوست

در مسأله کنترل H_∞ مدل اصلی سیستم کاملاً معین بوده و طراح وظیفه تعیین ماتریس های وزنی را که شامل توابع گویایی از فرکانس می باشد به عهده دارد. این ماتریس ها شکل ماتریس های T, R, S را تعیین می کنند. ماتریس های وزنی با مدل اصلی سیستم، $G(s)$ ، ترکیب شده و ماتریس $P(s)$ را تشکیل می دهند. در این حالت سیستم کنترل حلقه بسته به شل زیر خواهد بود:



شکل ۶-۱: سیستم کنترل حلقه بسته با ترکیب مدل سیستم و ماتریس های وزنی در طراحی H_∞

$K(s)$ ماتریس تابع تبدیل کنترل کننده است که باید طراحی شود. u_1 بردار ورودی های خارجی، y_1 بردار سیگنال خطا که باید کمینه گردد، u_2 بردار ورودی های کنترل و y_2 بردار متغیرهای اندازه گیری شده است.

با توجه به روابط LFT تابع تبدیل بین u_1 و y_1 که با $T_{y,u_1}(s)$ نمایش داده می شود به این شکل به دست می آید:

$$T_{y,u_1}(s) = F_1(P, K) = [P_{11}(s) + P_{12}(s)(I - P_{22}(s)K(s))^{-1}P_{21}(s)] \quad (۱-۶)$$

اکنون مسأله استاندارد کنترل H_∞ به ان شکل تعریف می شود: در شکل (۱-۶) کنترل کننده $K(s)$ را چنان تعریف کنید که:

۱. $T_{y,u_1}(s)$ پایدار باشد.

$$\|T_{y,u_1}(s)\|_\infty \leq \gamma \quad ۲.$$

در کنترل بهینه H_∞ شرط ۲ به این عبارت تبدیل می شود:

$$K_{opt} = \arg\left(\inf_K \|T_{y,u_1}(s)\|_\infty\right)$$

که $\arg\left(\inf_K(\cdot)\right)$ به معنای K کمینه کننده است.

مرجع ۱۴ اطلاعات بیشتری در مورد نحوه تعیین ماتریس های وزنی و دیگر جزئیات مربوط به

کنترل کننده H_∞ در اختیار قرار می دهد.