

دانشگاه صنعتی شهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

انتقال حرارت جابجایی اجباری حول  
یک سیلندر مربعی دما ثابت در داخل  
کانالی با ورودی جریان نوسانی به  
روش شبکه بولتزمن

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد  
در رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی

نام دانشجو

سپیده رمضانی

اساتید راهنما:

دکتر محمد جواد مغربی

دکتر موسی فرهادی

بهمن ۱۳۹۰

دانشکده مهندسی مکانیک

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

## تأييديه ي هيأت داوران جلسه ي دفاع از پایان نامه / رساله

نام دانشکده :

نام دانشجو :

عنوان پایان نامه يا رساله :

تاریخ دفاع :

رشته :

گرایش :

ردیف	سمت	نام و نام خانوادگی	مرتبه دانشگاهی	دانشگاه یا مؤسسه	امضا
۱	استاد راهنمای				
۲	استاد راهنمای				
۳	استاد مشاور				
۴	استاد مشاور				
۵	استاد مدعو خارجی				
۶	استاد مدعو خارجی				
۷	استاد مدعو داخلي				
۸	استاد مدعو داخلي				

# تأييدهي صحت و اصالت نتایج

## باسمه تعالى

اینجانب سپیده رمضانی به شماره دانشجویی ۸۸۰۱۴۷۴  
دانشجوی رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی مقطع تحصیلی  
کارشناسی ارشد تأیید مینمایم که کلیه نتایج این  
پایاننامه / رساله حاصل کار اینجانب و بدون هرگونه  
دخل و تصرف است و موارد نسخه برداری شده از آثار  
دیگران را با ذکر کامل مشخصات منبع ذکر کرده است.  
در صورت اثبات خلاف مনدرجات فوق، به تشخیص دانشگاه  
مطابق با ضوابط و مقررات حاکم (قانون حمایت از  
حقوق مؤلفان و مصنفان و قانون ترجمه و تکثیر کتب و  
نشریات و آثار صوتی، ضوابط و مقررات آموزشی،  
پژوهشی و اضباطی ...) با اینجانب رفتار خواهد شد  
و حق هرگونه اعتراض در خصوص احراق حقوق مکتب و  
تشخیص و تعیین تخلف و مجازات را از خویش سلب  
مینمایم. در ضمن، مسؤولیت هرگونه پاسخگویی به  
اشخاص اعم از حقیقی و حقوقی و مراجع ذیصلاح (اعم از  
اداری و قضایی) به عهده اینجانب خواهد بود و  
دانشگاه هیچگونه مسؤولیتی در این خصوص نخواهد  
داشت.

نام و نام خانوادگی:

امضا و تاریخ:

## مجوز بهره برداری از پایاننامه

بهره برداری از این پایاننامه در چهارچوب مقررات کتابخانه و با توجه به محدودیتی که توسط استاد راهنمای به شرح زیر تعیین میشود، بلامانع است:

- بهره برداری از این پایاننامه / رساله برای همگان بلامانع است.

- بهره برداری از این پایاننامه / رساله با اخذ مجوز از استاد راهنمای، بلامانع است.

- بهره برداری از این پایاننامه / رساله تا تاریخ ..... ممنوع است.

نام استاد یا اساتید راهنمای:

تاریخ:

امضا:

تقدیم به

پدر عزیزم که با از خودکندستگی در تمام این سال ها با فراموش کردن آرامش

روحی و فکری بسیاری از دشواری ها را بر من آسان نمود و مادر عزیزم که

صبور بودن ، از خودکندستگی و استعامت در تلاش را به من آموخت

و

پدر بزرگ همراه با نام که همواره مشوق من در راه ادامه تحصیل است، مشکرو

قدرتانی نایم.

برخود لازم می دانم از حمایت ها و راهنمایی های جناب آقای دکتر موسی فرهادی  
که در تمام مراحل انجام پروژه راهنمای من بوده و مساعدت ایشان راهگشای انجام  
این پایان نامه بوده است تشکر و قدردانی نمایم همچنین جناب آقای دکتر محمد جواد  
مغربی و دکتر محسن نظری که در این دوره تحصیلی همواره مشوق و راهنمای اینجانب بوده اند  
تشکر می نمایم.

همچنین از جناب آقای حسن بارانیا که بی تردید کمک های ایشان راهگشای من در حل  
مشکلات برای انجام این پروژه بود، تشکر نمایم. از دوستان خوبم که در مدت تحصیل در دانشگاه  
سختی و مشکلات گذراندن واحدهای درسی و انجام پروژه را به لحظات خوش و خاطره انگیز تدیل  
کردند تشکر می کنم. آذر عجمی، مریم موسی زاده، مرضیه حسنی، حمیده صدیقی، ساناز  
اکبرزاده، بیتا خرقانی، رسول قرایی، میلاد مرتضایی، حسین رجبی، رسول واردی، ابوبی و محمد  
جعفری تشکر و قدردانی نمایم.

سپیده رمضانی

زمستان ۹۰

## چکیده

در این پایان نامه حل عددی جریان دو بعدی آرام و انتقال حرارت جابجایی اجباری در جریان بر روی یک سیلندر مربعی گرم در داخل کanal افقی به کمک روش شبکه بولتزمن بررسی شده است. سپس به بررسی اثر چرخش مانع و ایجاد نوسان در پروفیل سرعت ورودی پرداخته شده است. برای مدل کردن جریان و انتقال حرارت بر روی مرز منحنی از مدل جدیدی که دارای دقت مرتبه دوم می باشد استفاده شده است. شبیه سازی برای عدد پرانتل ۰/۷۱ و عدد رینولدز ۱۶۰ انجام گرفته است. نتایج شامل خطوط جریان، ضرایب آنی و متوسط درگ و لیفت، کانتور دما و گردابه، توزیع محلی و متوسط ناسلت می باشد و در ادامه اثر چرخش مانع، تغییرات دامنه نوسان و فرکانس ورودی بر روی هر یک از پارامترهای فوق بررسی شده است. نتایج نشان می دهد که با چرخش مانع مقدار ضریب درگ متوسط افزایش می یابد و نرخ انتقال حرارت کاهش می یابد. همچنین در اثر ایجاد نوسان در سرعت ورودی طول ناحیه چرخشی ماندگار تشکیل شده در پشت مانع تغییر پیدا می کند، اغتشاشات جریان بیشتر شده و انتقال حرارت نسبت به حالت قبل از ایجاد نوسان افزایش می یابد که در دامنه های نوسانی بالاتر این اثر مشهود تر می باشد، مقایسه نتایج این پژوهش با نتایج عددی منتشر شده قبلی نشان می دهد که این روش از دقت بالایی برخوردار می باشد.

**واژه های کلیدی:** جریان آرام، روش شبکه بولتزمن، مرز منحنی ، جریان نوسانی

## فهرست مطالب

۱

فصل ۱: مقدمه

۱	۱-۱ - مقدمه
۲	۱-۲ - مروری بر کارهای انجام شده
۵	۱-۳ - محتوای فصل های بعد

۶

فصل ۲: روش تئوری

۷	۲-۱ - مقدمه
۹	۲-۲ - روش دینامیک مولکولی
۱۰	۲-۳ - شبکه خودکار سلول گاز
۱۰	۲-۳-۱ - شبکه گاز HPP
۱۱	۲-۳-۲ - شبکه گاز FHP
۱۵	۲-۳-۳ - معایب شبکه خودکار گاز [۳۱]
۱۵	۲-۴ - روش شبکه بولتزمن
۱۵	۲-۴-۱ - شکل گیری مدل میکروسکوپی سیال [۳۲]
۱۶	۲-۴-۲ - تئوری جنبشی [۳۲]
۱۶	۲-۴-۳ -تابع توزیع مرتبه اول [۳۲]
۱۸	۲-۵ - معادله بولتزمن
۱۹	۲-۶ - گسسته کردن فضای فاز
۲۲	۲-۷ - زمان آرامش BGK
۲۳	۲-۸ - گسسته سازی معادله بولتزمن برای سرعت
۲۴	۲-۹ - الگوریتم حل
۲۶	۲-۱۰ - دقت شبکه بولتزمن
۲۶	۲-۱۱ - ویسکوزیته
۲۷	۲-۱۲ - تفاوت حلگر ناویر - استوکس و بولتزمن [۴۱]
۲۸	۲-۱۳ - شرایط مرزی
۲۹	۲-۱۴ - شرط مرزی تقارن
۳۰	۲-۱۵ - شرط مرزی پریودیک
۳۱	۲-۱۶ - شرط مرزی با سرعت معلوم در مرز
۳۳	۲-۱۷ - شرط مرزی دیریکله (فشار)
۳۴	۲-۱۸ - شرط مرزی خروجی گرادیان صفر
۳۴	۲-۱۹ - شرط مرزی عدم لغزش

۳۵	.....	- کمانه کردن روی گره .....
۳۵	.....	- کمانه کردن روی لینک ها .....
۳۶	.....	- معادله بولتزمن برای دما .....
۳۸	.....	- شرایط مرزی دما .....
۳۸	.....	- شرط مرزی خروجی .....
۳۸	.....	- شرط مرزی آدیاباتیک .....
۳۸	.....	- شرایط مرزی دمایی با دمای مشخص .....

#### فصل ۲: هندسه مورب بررسی

۴۰	.....	
۴۱	.....	- طرح مساله .....
۴۲	.....	- مرزهای منحنی در شبکه بولتزمن .....
۴۳	.....	- بررسی روش فیلیپو و هانل .....
۴۷	.....	- بهبود روش .....
۴۹	.....	- شرایط مرزی حرارتی .....
۵۰	.....	- محاسبه نیروی وارد بر سیلندر .....
۵۱	.....	- جزئیات حل عددی .....

#### فصل ۴: نتایج و تفسیر آنها

۵۳	.....	
۵۴	.....	- معتبرسازی .....
۵۴	.....	- میدان جریان .....
۵۶	.....	- انتقال حرارت .....
۵۷	.....	- سیلندر مربعی .....
۶۰	.....	- استقلال از شبکه .....
۶۰	.....	- نتایج .....
۶۱	.....	- میدان جریان .....
۶۵	.....	- میدان دما .....
۶۸	.....	- بررسی اثر نوسان .....
۶۸	.....	- میدان جریان .....
۶۹	.....	- تغییر دامنه و فرکانس جریان .....
۷۵	.....	- میدان دما .....
۸۰	.....	فصل ۵: .....
۸۱	.....	- نتیجه گیری .....
۸۲	.....	- پیشنهادات .....

## فهرست اشکال

..... ۹	..... ۱-۲) روش های مختلف شبیه سازی	..... شکل
..... ۱۱	..... ۲-۲) مدل HPP	..... شکل
..... ۱۲	..... ۳-۲) مدل FHP	..... شکل
..... ۱۳	..... ۴-۲) طرحواره تغییرات سیستم از لحظه $t + \delta t$ به لحظه $t$	..... شکل
..... ۲۰	..... ۵-۲) مولفه های سرعت در شبکه $DdQq$	..... شکل
..... ۲۱	..... ۶-۲) نمای شبکه و نمودار هیستوگرام تابع توزیع و یا چگالی مخصوص وابسته به جهت $f\alpha$ یک تک ذره	..... شکل
..... ۲۹	..... ۷-۲) مقادیر مجھول توابع توزیع(خطوط هاشور خورده) درون کانال	..... شکل
..... ۳۰	..... ۸-۲) شرط مرزی تقارن	..... شکل
..... ۳۰	..... ۹-۲) نمایش شرایط مرزی پریودیک در دامنه حل	..... شکل
..... ۳۵	..... ۱۰-۲) کمانه کردن روی نقاط مرزی جسم جامد	..... شکل
..... ۳۶	..... ۱۱-۲) طرحواره ای از شرط مرزی پرش به عقب	..... شکل
..... ۴۱	..... ۱-۳) شماتیک هندسه مورد بررسی	..... شکل
..... ۴۴	..... ۲-۳) چگونگی قرار گرفتن مرز منحنی در شبکه	..... شکل
..... ۵۵	..... ۱-۴) مقایسه متوسط زمانی ضریب درگ حل حاضر و حل عددی ترکی و همکارانش	..... شکل
..... ۵۵	..... [۵۷]	
..... ۵۵	..... ۲-۴) مقایسه عدد استروهال حل حاضر و نتایج عددی ترکی و همکارانش [۵۷]	..... شکل
..... ۵۷	..... ۳-۴) تغییرات متوسط زمانی عدد ناسلت با رینولذ بر روی صفحات سیلندر مربع	..... شکل
..... ۵۸	..... ۴-۴) خطوط جریان بر روی سیلندر مربعی به منظور بررسی شروع حالت پریودیک :	..... شکل
..... ۵۸	..... الف) $Re = 80$ (ب) $Re = 120$ (ج) $Re = 150$ (د) $Re = 200$ (ه)	
..... ۵۹	..... ۵-۴) خطوط جریان بر روی سیلندر مربعی پس از چرخش $45^\circ$ به منظور بررسی شروع حالت پریودیک: الف) $Re = 60$ (ب) $Re = 70$ (ج) $Re = 150$ (د) $Re = 200$ (ه)	
..... ۶۲	..... ۶-۴) شکل گیری گردابه ها برای جریان گذرا از روی سیلندر مربعی .....	..... شکل
..... ۶۳	..... ۷-۴) شکل گیری گردابه برای جریان گذرا از روی سیلندر پس از چرخش $45^\circ$	..... شکل
..... ۶۴	..... ۸-۴) رشد زمانی ضرایب لیفت و درگ در جریان بر روی سیلندر مربعی قبل و بعد از چرخش .....	..... شکل
..... ۶۶	..... ۹-۴) کانتور دما برای جریان گذرا از روی سیلندر مربعی در یک پریود زمانی ..	..... شکل

- شكل (۱۰-۴) کانتور دما برای جریان گذرا از روی سیلندر مربعی پس از چرخش  $45^\circ$  در یک پریود زمانی ..... ۶۷
- شكل (۱۱-۴) توزیع عدد ناسلت محلی بر روی سطوح مختلف سیلندر مربعی (الف) قبل از چرخش (ب) بعد از چرخش ..... ۶۸
- شكل (۱۲-۴) کانتور گردابه ها در دامنه ثابت  $1 / AP = 0$  و فرکانس های مختلف قبل از چرخش سیلندر؛ (الف)  $fP=5$   $fn=3fn$  (ب)  $fP=2fn$  (ج)  $fP=4fn$  ..... ۶۹
- شكل (۱۳-۴) کانتور گردابه ها در دامنه ثابت  $1 / AP = 0$  و فرکانس های مختلف پس از چرخش سیلندر؛ (الف)  $fP=5$   $fn=3fn$  (ب)  $fP=2fn$  (ج)  $fP=4fn$  ..... ۷۰
- شكل (۱۴-۴) کانتور گردابه در دامنه های مختلف و فرکانس ثابت  $AP = 0 / 0.5$  قبل از چرخش سیلندر؛ (الف)  $AP = 0 / 0.5$  (ب)  $AP = 0 / 1$  (ج)  $AP = 0 / 2$  ..... ۷۰
- شكل (۱۵-۴) کانتور گردابه در دامنه های مختلف و فرکانس ثابت  $AP = 0 / 0.5$  پس از چرخش سیلندر؛ (الف)  $AP = 0 / 0.5$  (ب)  $AP = 0 / 1$  (ج)  $AP = 0 / 2$  ..... ۷۱
- شكل (۱۶-۴) نمودار رشد زمانی ضریب درگ متوسط مکانی برای سیلندر مربعی در فرکانس ثابت  $fP = 4fn$  و با تغییر دامنه ای نوسان : (الف) سیلندر مربعی (ب) سیلندر مربعی پس از چرخش  $45^\circ$  ..... ۷۱
- شكل (۱۷-۴) نمودار رشد زمانی ضریب لیفت متوسط مکانی برای سیلندر مربعی در فرکانس ثابت  $fP = 4fn$  و دامنه های نوسانی مختلف؛ (الف) سیلندر مربعی (ب) سیلندر مربعی پس از چرخش  $45^\circ$  ..... ۷۲
- شكل (۱۸-۴) نمودار رشد زمانی ضریب درگ متوسط مکانی برای سیلندر مربعی با تغییر فرکانس جریان و در دامنه ثابت  $AP = 0 / 1$  (الف) قبل از چرخش سیلندر (ب) پس از چرخش  $45^\circ$  ..... ۷۳
- شكل (۱۹-۴) نمودار رشد زمانی ضریب لیفت متوسط مکانی برای سیلندر مربعی در با تغییر فرکانس جریان و در دامنه ثابت  $AP = 0 / 1$  (الف) قبل از چرخش سیلندر (ب) پس از چرخش  $45^\circ$  ..... ۷۳
- شكل (۲۰-۴) منحنی تغییرات طول ناحیه چرخشی در دامنه و فرکانس های نوسانی مختلف برای سیلندر مربعی ..... ۷۴
- شكل (۲۱-۴) منحنی تغییرات طول ناحیه چرخشی در دامنه و فرکانس های نوسانی مختلف برای سیلندر مربعی پس از چرخش  $45^\circ$  ..... ۷۴
- شكل (۲۲-۴) کانتور دما در دامنه ثابت  $AP = 0$  و فرکانس های مختلف قبل از چرخش سیلندر؛ (الف)  $fP=2fn$  (ب)  $fP=5$   $fn=3fn$  (ج)  $fP=4fn$  ..... ۷۵
- شكل (۲۳-۴) کانتور دما در دامنه ثابت  $AP = 0$  و فرکانس های مختلف پس از چرخش سیلندر؛ (الف)  $fP=5$   $fn=3fn$  (ب)  $fP=2fn$  (ج)  $fP=4fn$  ..... ۷۶

- شكل ( ۲۴-۴ ) کانتور دما در دامنه های مختلف و فرکانس ثابت  $fP = 4fn$  قبل از چرخش  
سیلندر: الف)  $AP = 0 / 0.5$  ب)  $AP = 1 / 0.5$  ج)  $AP = 2 / 0.5$  ۷۶
- شكل ( ۲۵-۴ ) کانتور دما در دامنه های مختلف و فرکانس ثابت  $fP = 4fn$  بعد از چرخش  
سیلندر: الف)  $AP = 0 / 0.5$  ب)  $AP = 1 / 0.5$  ج)  $AP = 2 / 0.5$  ۷۷
- شكل ( ۲۶-۴ ) نمودار توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت محلی برای سیلندر مربعی در دامنه  
های نوسانی مختلف و فرکانس ثابت  $4fn$  ۷۸
- شكل ( ۲۷-۴ ) نمودار توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت محلی برای سیلندر مربعی در  
فرکانس نوسانی مختلف و دامنه ثابت ثابت  $1 / 0.5$  ۷۸
- شكل ( ۲۸-۴ ) نسبت عدد ناسلت پریودیک و سطح به ناسلت متوسط پریودیک و سطح قبل  
از ایجاد نوسان : الف) سیلندر مربعی قبل از چرخش ب) سیلندر مربعی بعد از چرخش  $45^\circ$  ۷۹

## فهرست جداول

جدول (۱-۴) حداقل انحراف حل حاضر .....	۵۷
جدول (۲-۴) مقایسه شروع حالت پریودیک حاصل از حل حاضر و نتایج منتشر شده توسط سایر محققین .....	۵۹
جدول (۳-۴) مقایسه ضریب درگ متوسط زمانی مربوط به عدم وابستگی حل به شبکه برای جریان .....	۶۰
جدول (۴-۴) مقایسه عدد ناسلت متوسط زمانی مربوط به عدم وابستگی حل به شبکه برای انتقال حرارت .....	۶۰

## فهرست علائم اختصاری

$f_\alpha$	تابع توزیع سرعت قبل از برخورد
$\tilde{f}_\alpha$	تابع توزیع سرعت قبل از برخورد
$f_\alpha^{eq}$	تابع توزیع سرعت تعادلی
$g_\alpha$	تابع توزیع دما قبل از برخورد
$\tilde{g}_\alpha$	تابع توزیع دما بعد از برخورد
$g_\alpha^{eq}$	تابع توزیع تعادلی دما
$\rho$	چگالی سیال ( $kg/m^3$ )
$T$	دما ( $^{\circ}C$ )
$T^*$	دما بی بعد
$T_h$	دما سیلندر ( $^{\circ}C$ )
$T_\infty$	دما سیال ورودی ( $^{\circ}C$ )
$A_p$	دامنه نوسان ایجاد شده در جریان
$\tau_m$	زمان آرامش شبکه برای معادله مومنتم
$\tau_h$	زمان آرامش شبکه برای معادله انرژی
$t_p$	زمان تناوب (s)
$U$	سرعت ورودی (m/s)
$u$	سرعت در راستای افقی (m/s)
$v$	سرعت در راستای قائم (m/s)
$u^*$	سرعت بی بعد در راستای افقی
$v^*$	سرعت بی بعد در راستای قائم
$c_s$	سرعت صوت در مقیاس شبکه بولتزمن
$e_\alpha$	سرعت گسسته شده شبکه بولتزمن
$\alpha$	ضریب نفوذ پذیری سیال ( $m^2/s$ )
$CL$	ضریب لیفت ( $Ns^2/kg$ )
$CD$	ضریب درگ ( $Ns^2/kg$ )
$L_r$	طول ناحیه چرخشی
$Re$	عدد رینولدز
$Pr$	عدد پرانتل
$Sr$	عدد استروهال

$f_n$	فرکانس نوسان جریان (1/s)
$f_P$	فرکانس نوسان ایجاد شده در جریان
$w_a$	فاکتور وزنی
D	قطر سیلندر
$\mathcal{V}$	لزجت سینماتیکی سیال ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
$x$	محور افقی
$y$	محور قائم
$x^*$	محور افقی بی بعد
$y^*$	محور قائم بی بعد
F	نیروی وارد بر سیلندر (N)
$F_x$	نیرو در راستای افقی (N)
$F_y$	نیرو در راستای قائم (N)
$\langle Nu \rangle$	ناسلت میانگین سطح
$\langle \overline{Nu} \rangle$	ناسلت میانگین سطح و پریودیک
$\beta$	نسبت انسداد

# فصل اول:

مقدمہ

## ۱ + مقدمه

در این مطالعه به بررسی جریان حول یک سیلندر مربعی در داخل کanal پرداخته شده است. سپس به بررسی اثر چرخش مانع و ایجاد نوسال در سرعت ورودی پرداخته می شود. اگر چه سیلندر مربعی هندسه ساده ای دارد اما جریان و انتقال حرارت حول آن بسیار پیچیده است. فاکتورهای که در تحلیل جریان مورد تحلیل قرار می گیرد از جمله شکل گیری و از بین رفتن گردابه ها ، ایجا نوسان در سرعت ورودی، اثر چرخش مانع بر روی نیروی وارد بر سیلندر ، اعمال شرایط مرزی بر روی سطح پس از چرخش، انتقال حرارت محلی روی سیلندر و رشد میدان دما سختی چنین تحلیلی را افزایش داده است. بررسی جریان اطراف سیلندر و داخل کanal از هندسه های پر کاربرد در بسیاری از فرآیندهای صنعتی می باشد. از جمله کاربردهای صنعتی آن می توان از سیستم های خنک کننده در فرآیندهای شیمیایی و بردهای الکترونیکی نام برد.

در دهه های اخیر روش شبکه بولتزمن برای شبیه سازی جریان سیال و انتقال حرارت مورد توجه بسیاری از مهندسین قرار گرفته است. برخلاف روش های مرسوم <sup>۱</sup>CFD روش شبکه بولتزمن بر پایه مدل میکروسکوپیک و معادله جنبشی مزوسکوپیک <sup>۲</sup> استوار است که مجموعه رفتار ذرات در یک سیستم برای شبیه سازی مکانیک پیوسته از یک سیستم به کار گرفته می شود. همچنین به دلیل سهولت اعمال شرایط مرزی، برای حل مسائلی که دارای هندسه پیچیده می باشند دارای کاربرد فراوانی می باشد. از کاربردهای مهم آن می توان از شبیه سازی جریان سیال و انتقال حرارت در مسائلی مانند جریان با مرزهای پیچیده، اجسام متخلخل، سطوح منحنی متحرک و ... نام برد.

---

<sup>۱</sup> Computational Fluid Dynamic  
<sup>۲</sup> Mesoscopic

## ۱ \* مروری بر کارهای انجام شده

در دهه های اخیر مطالعات عددی، آزمایشگاهی و تحلیلی زیادی بر روی میدان جریان حول سیلندر مربعی در یک کanal صورت گرفته است [۱-۳]. مطالعه جریان حول اجسام مانند سیلندر مربعی به علت پیچیدگی و اهمیت این نوع جریان ها در بسیاری از کاربردهای صنعتی مورد توجه بسیاری از محققین بوده است، از جمله کاربردهای آن می توان به صنایع الکترونیکی ، برج های خنک کننده، خطوط لوله نفت و گاز و سیستم های گرمایشی اشاره کرد. وقتی جریان از اطراف مانع عبور می کند با توجه به عدد رینولدز رژیم های جریان متفاوتی در نظر گرفته می شود. در عدد رینولدز پایین ( $Re < 1$ ) اثر ویسکوزیته در جریان غالب بوده و جریان خزشی اطراف مانع ایجاد می شود، با افزایش عدد رینولدز نخست در لبه پایینی جدایی جریان اتفاق می افتد و ناحیه چرخشی که شامل دو گردابه متقارن است در ناحیه پشت جسم مشاهده می شود. با افزایش عدد رینولدز این گردابه ها بزرگتر شده و در نهایت در رینولدز بحرانی این گردابه ها شروع به تکثیر کرده و پدیده معروف خیابان فون کارمن<sup>۱</sup> اتفاق می افتد[۴]. کلر و همکارانش [۵] به بررسی میدان جریان و انتقال حرارت در جریان جابجایی اجباری در حالت پایا و ناپایا حول یک سیلندر مربعی به روش حجم محدود پرداختند. سوزوکی و همکارانش [۶] به بررسی تحلیلی و آزمایشگاهی چگونگی تشکیل گردابه ها در جریان آرام در یک کanal با وجود مانع مربعی پرداختند.

عباسی و همکارانش [۷] به بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی اجباری در یک کanal افقی با وجود یک مانع مثلثی به روش حجم محدود پرداختند آنها به این نتیجه رسیدند که به ازای مقادیر خاصی از عدد رینولدز ( $Re < 45$ ) وجود مانع اثر ضعیفی بر روی انتقال حرارت و میدان جریان

<sup>۱</sup> Von Karman vortex street

دارد در مقابل به ازای  $(Re > 45)$  انتقال حرارت با وجود مانع به شدت افزایش می یابد . فرهادی و همکارانش [۸] به صورت عددی جریان و انتقال حرارت را در یک کanal با وجود یک سیلندر مثلثی مورد مطالعه قرار دادند و به بررسی اثر مجاورت دیواره سیلندر مثلثی بر روی جریان و انتقال حرارت پرداختند. آنها مطالعات خود را به اعداد رینولذ  $450-100$  و نسبت انسداد  $-0/5$ - $0/75$  محدود کردند، بر طبق نتایج آنها نزدیک شدن سیلندر مثلثی به دیواره کanal منجر به حذف شکلگیری گردابه ها<sup>۱</sup> در پشت مانع می شود و تغییر در پدیده پیدایش گردابه ها تاثیر قابل توجهی بر روی ضریب اصطحکاک در دیواره کanal دارد. در تحقیق دیگری آنها به بررسی جریان آرام و انتقال حرارت بر روی سیلندرهای چرخان بوسیله روش شبکه بولتزمن پرداختند، تاثیر فاصله طولی بین سیلندرها و نسبت سرعت دورانی آنها مورد مطالعه قرار گرفت و نتایج حاصل نشان دادند که با افزایش سرعت زاویه ای جریان از حالت پریودیک به جریان پایا گرایش پیدا می کند[۹]. ترکی و همکارانش جریان جابجایی اجباری و جابجایی ترکیبی را در یک کanal افقی با وجود مانع گرم به روش حجم محدود بررسی کردند و به بررسی اثر تغییر ابعاد مانع بر روی انتقال حرارت و ضرایب آیرودینامیک پرداختند و بر طبق نتایج آنها یک رابطه بین عدد ناسلت متوسط و عدد رینولذ بدست آمد .

بیشتر مطالعات عددی انجام شده در این زمینه با استفاده از روش هایی مانند حجم محدود، المان محدود و تفاضل محدود برای حل معادلات ناویر استوکس می باشد. در این پایان نامه از روش متفاوتی به نام روش شبکه بولتزمن برای شبیه سازی استفاده شده است. چن و همکارانش<sup>۲</sup> [۱۱] با استفاده از روش شبکه بولتزمن به بررسی جریان برشی حول یک سیلندر مربعی در اعداد رینولذ پایین پرداختند و به این نتیجه رسیدند که ساختار گردابه های ایجاد شده کاملا به نرخ تنش وابسته است.

<sup>۱</sup> Vortex shedding

<sup>۲</sup> Chen et al.

زو و همکارانش [۱۲] مطالعاتی را بر روی کاهش نیروی وارد بر سیلندر مربعی در جریان دو بعدی در یک کanal انجام دادند آنها از روش شبکه بولتزمن برای شبیه سازی استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که با وجود صفحات کنترل کننده نیروی لیفت و درگ کاهش می یابد. بروئر و همکارانش [۱۳] جریان حول یک سیلندر مربعی را بررسی کردند آنها در مطالعاتشان از دو روش عددی متفاوت لتیس-بولتزمن و روش حجم محدود استفاده کردند و به تطابق خوبی بین دو روش دست یافتند.

مدل های موجود در روش شبکه ی بولتزمن به دو دسته ی جداگانه تقسیم می شوند، دسته ی اول مربوط به مدل چند سرعته است [۱۴-۱۵] که توزیع چگالی با یک ترم اضافی سرعت برای بدست آوردن معادله ی انرژی و توزیع تعادلی دما استفاده می شود. دسته ی دوم مربوط به مدل های چندگانه توزیع تعادلی [۱۶-۱۹] می باشد که در آنها علاوه بر توزیع تعادلی چگالی ، یک تابع توزیع برای دما نیز ارائه شده است. مدل دوم محدودیت های مدل های چند سرعته را ندارد و پایداری حل را نیز بهبود بخشیده است [۱۶].

مهتمترین قسمت شبیه سازی جریان حول یک مانع اعمال شرایط مرزی سرعت و دما بر روی خطوط مایل و منحنی می باشد. فیلیپوا و هانل [۲۰] با استفاده از بروونیابی خطی مدلی را برای اعمال شرایط مرزی سرعت و دما ارائه کردند که دارای محدودیت هایی بود که در ادامه به آنها اشاره می شود. رنومی و همکارانش مدلی ارائه کردند که توانست مدل پیشنهادی فیلیپوا و هانل را بهبود داده و محدودیت های موجود را از بین برد [۲۱]. برای بررسی شرایط مرزی دما روی سطوح منحنی یان و زو [۲۲] برای اولین بار توانستند مدل جدیدی ارائه کنند که نتایج آن مطابقت بسیار خوبی با نتایج عددی و آزمایشگاهی داشته است. در این پایان نامه از مدل های رنومی و همکاران [۲۱] و یان و زو [۲۲] به ترتیب برای مدل سازی میدان سرعت و دما استفاده شده است.

## ۱ # محتوای فصل های بعد

در فصل دوم این پایان نامه روش شبکه بولتزمن معرفی می شود. در این فصل ابتدا به بررسی روش های مختلف موجود برای بررسی جریان سیال پرداخته می شود و در ادامه آن شبکه خودکار سلول گاز، روش شبکه بولتزمن و مزایا و معایب هر روش شرح داده می شود. سپس معادلات بولتزمن و ارتباط آن با معادلات ناویه استوکس بررسی می شود. همچنین در این فصل توضیح جامعی راجع به شرایط مرزی سرعت، دما و نحوه اعمال آنها داده می شود. در فصل سوم این پایان نامه هندسه مورد بررسی و معادلات حاکم بر مرزهای منحنی سرعت، دما و نحوه اعمال آن به روش شبکه بولتزمن آورده شده است و در ادامه جزئیات کامل حل این معادلات در هندسه مورد بررسی توضیح داده می شود. در فصل چهارم نیز به تطابق نتایج حاصل از حل عددی با حل های دیگر در صورت وجود پرداخته شده است و سپس نتایج هندسه مورد بررسی آورده شده است.

فصل ۲:

# روش تختی

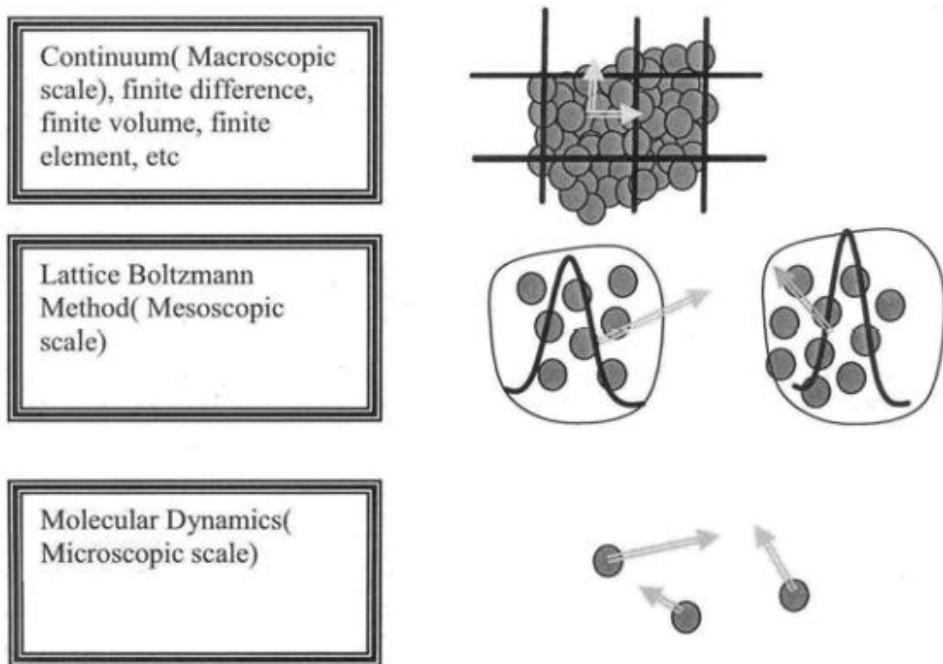
## ۲ + مقدمه

به منظور شبیه سازی جریان سیال دو شیوه اصلی در مطالعات به کار گرفته می شود یکی تئوری ماکروسکوپیک که شامل مکانیک سیالات و ترمودینامیک می شود که با فرض پیوسته بودن سیال برقرار است. و دیگری روش میکروسکوپیک که شاخه ای از مکانیک آماری و تئوری های جنبشی است. سرگذشت شکل گیری و گسترش دینامیک سیالات محاسباتی به قرن نوزدهم میلادی بر میگردد. در مکانیک سیالات کلاسیک که سیستم را از نظر ماکروسکوپیک مطالعه می کند همواره فرض بسیار مهم پیوسته بودن محیط سیال در نظر گرفته می شود در واقع در این روش به جزئیات رفتاری هر مولکول توجهی نمی شود. برای بیان حالت سیستم کمیت های ماکروسکوپیک مانند فشار، دما، چگالی و سرعت تعریف می شود و با اعمال معادلاتی که روند تغییرات این کمیت های ماکروسکوپیک را مشخص می کنند بدست می آید، معادلاتی مانند ناویه استوکس، اویلر، برنولی و پواسون.

در روش محیط پیوسته، معادلات دیفرانسیل پاره ای یا معمولی با اعمال اصول بقای جرم، انرژی و مومنتم به حجم کنترل بی نهایت کوچک بدست می آید و سپس از روش هایی مانند حجم محدود، تفاضل محدود و المان محدود برای تبدیل معادلات دیفرانسیل به معادلات جبری استفاده می شود [۲۳]. اما ناکارآمدی روش های سنتی فوق در مسائلی مانند جریان های چندفازی، سیالات غیر نیوتونی، سیالات چند جزئی و . . . از جمله مواردی بودند که اعمال روش های سنتی مکانیک سیالات در آنها با مشکلاتی از جمله عدم دقیقت و پیچیدگی های اعمال مواجه بودند. بنابراین دانشمندان روش های جدیدی را بدست آوردند تا در تمام مسائل پاسخگو باشد به این منظور آنها مهمترین فرض خود یعنی پیوسته بودن سیال را نادیده گرفتند و ماهیت اصلی سیال یعنی ماده ای تشکیل شده از ذرات بسیار ریز را در نظر گرفتند. بنابراین دیگر نمی توان از کمیت های ماکروسکوپیک مثل سرعت و فشار را به عنوان مشخصه های جریان

معرفی کرد. در واقع در مقیاس ماکروسکوپیک میتوان اینگونه به مسئله نگاه کرد که هر حجم یا المان یا گره<sup>۱</sup> شامل مجموعه ای از ذرات است و سرعت، فشار و دمای تمام ذرات با میانگین برداری تعریف می شود. بنابراین می توان با مطالعه رفتار حرکت ذرات سیال و مشخص شدن مکان و سرعت ذرات و با متوسط گیری از آنها کمیت های ماکروسکوپیک را تعیین کرد. اما نکته مهم تعداد ذرات تشکیل دهنده سیال می باشد. به عنوان مثال در یک سیال تراکم مولکول های گاز در شرایط معمولی در حدود  $2.7 \times 10^9$  molecule/cm<sup>3</sup> می باشد و با توجه به اینکه شرایط اولیه حرکت ذرات نیز نامشخص است تحلیل دقیق میکروسکوپیک چنین سیستمی با این تعداد ذرات تقریباً غیر ممکن است. برای کاهش هزینه محاسباتی از مکانیک آماری و تئوری های جنبشی کمک گرفته شده است [۲۴]. در مکانیک آماری با در نظر گرفتن کلیه حالات ممکن برای یک سیستم ذره ای و پیدا کردن احتمال وقوع هر یک از حالات ، مشکلاتی که در تحلیل میکروسکوپیک محیط سیال وجود دارد را برطرف کردند و با تعریف یکتابع میانگین وزنی برای هر کمیت فیزیکی در هر حالت مقادیر ماکروسکوپیک محاسبه شد [۲۵]. به این ترتیب سه سطح از معادلات برای شبیه سازی به کار گرفته می شود معادلات لیویل در سطح میکروسکوپیک، معادله بولتزمن در سطح مزوسکوپیک، معادله ناویر استوکس در سطح ماکروسکوپیک . در شکل (۱-۲) روش های مختلف شبیه سازی نشان داده شده است.

<sup>۱</sup> Node



شکل (۲+) روش های مختلف شبیه سازی

## ۲ # روش دینامیک مولکولی

ساختار اصلی تشکیل دهنده مواد در طبیعت مولکول ها و اتم ها هستند که رفتار سیال ناشی از برخورد این مولکول ها به یکدیگر است بنابراین به کمک بررسی حرکت و برخورد این ذرات می توان جریان سیال را شبیه سازی کرد. به همین دلیل این روش دینامیک مولکولی نام گرفته است و اغلب در تحقیقات زیست شناسی و علوم بیولوژیکی به کار گرفته می شود [۲۶-۲۸]. در این روش در هر موقعیت زمانی، مکان جدید و سرعت کلیه مولکول ها از سرعت و مکان قبلی مولکول ها و بر اساس قانون دوم نیوتون محاسبه می شود. مسلماً این روش شبیه سازی به علت تعداد بسیار زیاد مولکول ها بسیار زمان بر وبا هزینه محاسباتی بالا می باشد. بنابراین در مسائلی که تعداد ذرات تشکیل دهنده محیط محدود است می توان از این روش استفاده کرد.

برای کاهش هزینه محاسباتی دو راه پیشنهاد شده است، اول اینکه به جای دیدگاه میکروسکوپیک و شبیه سازی تک تک مولکول ها، سیال را محیطی تشکیل شده از تعداد زیادی بسته های کوچک مولکولی در نظر می گیرند این دیدگاه را مقیاس مزوسکوپیک می نامند که دیدگاهی بین مقیاس میکروسکوپیک و مقیاس ماکروسکوپیک می باشد. دومین روش برای استفاده از دینامیک مولکولی در شبیه سازی جریان سیال محدود کردن درجهات آزادی حرکت ذرات می باشد یعنی ذرات تنها اجازه دارند در جهات خاصی از میدان حرکت کنند. دو روش شبکه سلول گاز و شبکه بولتزمن بر همین اساس شکل گرفتند.

### ۲ ۴ شبکه خودکار سلول گاز

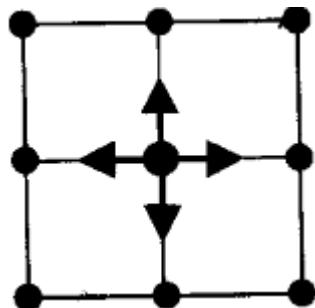
#### ۲ ۴ ۱ شبکه گاز HPP

اولین مدل شبکه گاز نخستین بار توسط هاردی<sup>۱</sup>، پومیو و پازیس<sup>۲</sup> در سال ۱۹۷۳ برای شبیه سازی جریان سیال ارائه شد. در این مدل که HPP نامیده می شود از یک شبکه مربعی استفاده شد اگر چه این معادلات قوانین بقای جرم و مومنتوم را ارضاء می کرد ولی منجر به معادلات ناویر استوکس مطلوب در مقیاس ماکروسکوپیک نمی شد. در شکل (۲-۲) مدل شبکه گاز HPP نشان داده شده است.

<sup>۱</sup> Hardy , Pomeau and Pazzis

<sup>۲</sup> Hardy

<sup>۳</sup> Pazzis



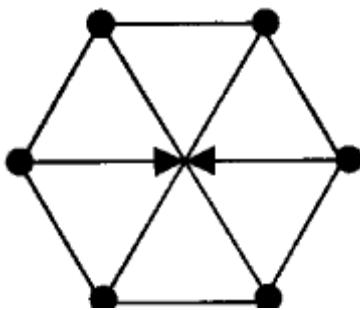
شکل (۲) مدل HPP

## ۲.۴.۲ شبکه گاز FHP<sup>۱</sup>

در سال ۱۹۸۶ فریش و همکارانش<sup>۲</sup> کشف کردند که مدل LGCA در شبکه ای با کمی تقارن بیشتر برای مدل شبکه مربعی HPP منجر به معادلات ناویه استوکس در مقیاس ماکروسکوپیک می شود این مدل با تقارن شش ضلعی مدل FHP نامیده می شود[۲۹]. یک شبکه عادی به همراه تقارنی شش ضلعی فرض کنید، بطوریکه هر نقطه با شش همسایه احاطه شود. در این مدل ذرات اجازه دارند تنها در یکی از شش جهت که توسط بردار جابجایی  $\Delta r = c_i \delta_t$  تعریف می شود، حرکت کنند. هر نقطه شبکه می تواند تنها با یک ذره که دارای سرعتی به سمت نقاط مجاور می باشد اشغال شده باشد . همه ذرات دارای جرمی برابر  $m=1$  هستند. این مدل، مدل شش سرعته نیز نامیده می شود. در شکل (۳-۲) شبکه مذکور نشان داده شده است.

<sup>۱</sup> Frisch, Hasslacher and Pomeau

<sup>۲</sup> Frisch et al.(Hasslacher and Pomeau)



شکل (۲) مدل FHP

در روش شبکه گاز حضور یا عدم حضور ذره در مکانی خاص از شبکه ، به صورت زیر بیان می شود.

$$n_i(x, t) = 0 \quad \text{عدم حضور ذره} \quad († ۲)$$

$$n_i(x, t) = 1 \quad \text{حضور ذره} \quad (\ddagger ۲)$$

که  $n_\alpha(x, t)$  مجموعه ای از متغیرهای بولی هستند که نشان دهنده حضور یا عدم حضور ذره ای در نقطه  $x$  و با سرعت  $e_\alpha$  می باشد.

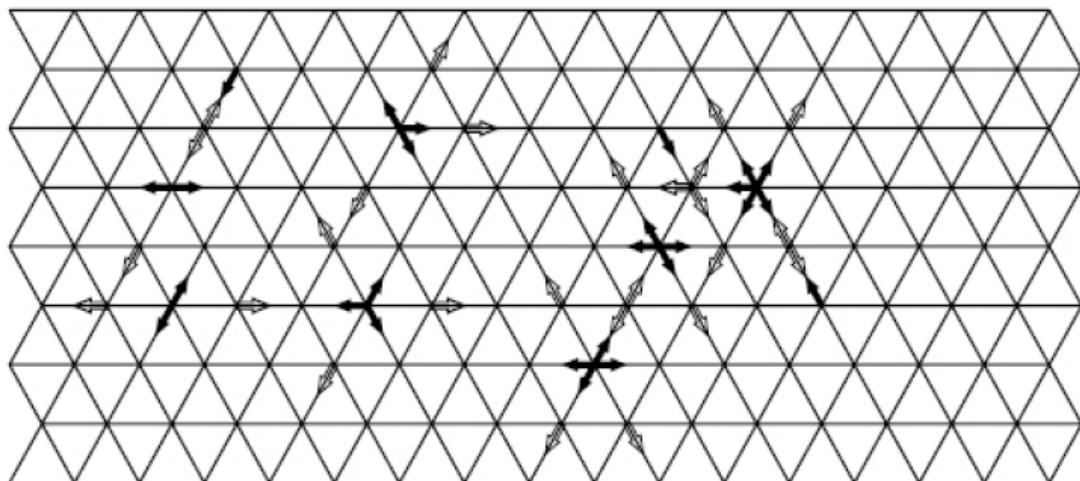
تغییرات این متغیرها از رابطه زیر بدست می آید:

$$n_i(x + e_i \delta_t, t + \delta_t) = n_i(x, t) + \Omega_i(n_i(x, t)) \quad (\ddagger ۲)$$

$$i \in \{1, 2, \dots, b\} \quad (\ddagger ۲)$$

که  $e_i$  سرعت ذره در مسیر  $\alpha$  و  $b$  تعداد مسیرهای سرعت ذره در هر گره و  $\Omega_i$  عملگر برخورد است.

الگوریتم شبکه گاز شامل دو مرحله است : مرحله برخورد<sup>۱</sup> و مرحله جاری شدن<sup>۲</sup>. در مرحله جاری شدن هر ذره در راستای سرعتش به نزدیکترین نقطه همسایه می رود و هنگامیکه ذرات در یک نقطه به هم می رسند، برخورد طبق قوانین پخش<sup>۳</sup> صورت می گیرد [۳۰]. مرحله برخورد در شکل (۴-۲) نشان داده شده است.



شکل (۴-۲) طرحواره تغییرات سیستم از لحظه  $t$  به لحظه  $t + \delta t$

دو ذره که با یک مومنتم قرینه به یکدیگر برخورد می کنند، بعد از برخورد مومنتم آنها ۶۰ درجه ساعتگرد یا پادساعتگرد با مقادیر اولیه تفاوت خواهد داشت.

در شکل (۴-۲) تغییرات سیستم از لحظه  $t$  به  $t + \delta t$  نشان داده شده است. در این شکل خط های پر و تو خالی به ترتیب بیانگر ذرات با سرعت مشخص در لحظه  $t$  و  $t + \delta t$  می باشند. حل نهایی با عملیات تکراری برخورد و جابجایی بدست می آید.

<sup>۱</sup> Collision

<sup>۲</sup> Streaming

<sup>۳</sup> Scatter Rules

رابطه بین متغیرهای محلی هیدرودینامیکی مثل چگالی و مومنتوم با  $n_\alpha$  طبق روابط زیر بدست می‌آید:

$$\rho(x, t) = m \sum n_i(x, t) \quad (5 \text{ ۲})$$

$$\rho(x, t)u(x, t) = m \sum e_i n_i(x, t) \quad (5 \text{ ۳})$$

بنابراین شبکه خودکار سلول گاز را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

✓ آرایشی مرتب از سلول‌های مشابه است.

✓ شبکه متقارن است.

✓ در هر گره یک سلول وجود دارد که ممکن است خالی بوده و یا حداکثر با یک ذره اشغال شده باشد.

✓ همه ذرات دارای جرم یکسانی هستند.

✓ ذرات تنها اجازه حرکت در جهات مشخصی را دارند.

✓ در یک دوره زمانی، ذرات به سمت نزدیکترین گره همسایه حرکت می‌کنند که به آن مرحله جابجایی گویند.

✓ برخوردها در مراکز شبکه، یعنی در گره‌ها رخ می‌دهد.

✓ تمام برخوردها همزمان رخ می‌دهد.

✓ هیچگاه دو ذره در یک مسیر شبکه در یک جهت حرکت نمی‌کنند.

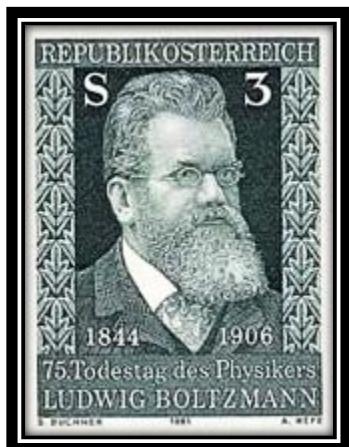
✓ پایستاری جرم و اندازه حرکت وجود دارد.

## ۲ ۴ ۴ معاایب شبکه خودکار گاز [۳۱]

در این روش کمیت های ماکروسکوپیک سیال را باید با متوسط گیری روی تعداد زیادی از ترکیب های مختلف شرایط اولیه و اتفاقی مربوط به حالت ذره و در یک زمان طولانی محاسبه نمود. مشکل دیگر این روش اغتشاشات آماری<sup>۱</sup> می باشد که این اغتشاشات به نوع شبکه بستگی دارد. مشکل دیگر وابستگی غیر عادی سرعت به فشار است.

## ۲ ۴ ۴ روش شبکه بولتزمن

## ۲ ۴ ۴ ۷ شکل گیری مدل میکروسکوپی سیال [۳۲]



لودویگ ادوارد بولتزمن<sup>۲</sup> در سال ۱۸۴۴ در اتریش به دنیا آمد و در سال ۱۹۰۶ پس از تحمل مشکلات فراوان برای پذیرش ایده هایش بدرود حیات گفت. مدتها پس از مرگش اندیشه هایش در مورد گازها و تئوری اتمی ماده به طور وسیعی توسط جامعه علمی مورد پذیرش قرار گرفت. ایده اصلی او این بود که گاز از ذراتی تشکیل شده که بر هم دیگر بر هم کنش دارند و می توان رفتار آنها را از در غالب مکانیک کلاسیک بیان کرد، اما با توجه به زیاد بودن تعداد ذرات، یک عملیات آماری ضروری است.

نظریه جنبشی کمک می کند تا بر اساس وضعیت توزیع میکروسکوپی سرعت هر یک از مولکول

<sup>۱</sup> Statistical noise

<sup>۲</sup> Ludwig Eduard Boltzman

ها و ارایه مدل هایی در برخورد بین آنها ، به پیش بینی مشخصه های سیال بپردازیم. اما با توجه به تعداد زیاد مولکول ها و پیچیدگی های برخورد برای مدل سازی بهتر، این محیط مولکولی با یک محیط ساده تر جایگزین می شود.

#### ۴ ۴ ۴ تئوری جنبشی [۳۲]

گاز رقیقی را در نظر بگیریم که از ذرات کروی تشکیل شده است که با سرعت بالایی، در حدود  $300 \text{ m/s}$  حرکت می کنند و برخورد این ذرات به یکدیگر کاملا الاستیک است در هر لحظه از زمان بردار مکان ( $X$ ) و مومنتم ( $P$ ) هر ذره منفرد مشخص می باشد به این ترتیب چنین اطلاعاتی حالت دینامیکی دقیق سیستم را می دهد و به کمک مکانیک آماری میتوان کلیه حالت های آینده را پیش‌بینی کرد.

می توان این سیستم را باتابع توزیع  $f(x, P, t)$  نمایش داد. اینتابع توزیع متعلق به فضای فاز می باشد، که فضاییست که در آن مختصات توسط بردارهای مکان، مومنتم و زمان مشخص می گردد.

#### ۴ ۴ ۴ تابع توزیع مرتبه اول [۳۲]

تابع توزیع  $f(x, P, t)$  نشان دهنده احتمال پیدا کردن یک مولکول در یک حجم کوچک حول نقطه  $x$  و با مومنتم  $P$  می باشد. احتمال حضور مولکول ها با مختصات مکانی در محدوده  $x \pm dx$  و با مختصات مومنتمی  $P \pm dP$  با  $f(x, P, t) dx dP$  داده می شود. سپس نیروی خارجی  $F$  به صورتی در نظر گرفته می شود که در مقایسه با نیروهای بین مولکولی کوچک باشد. اگر هیچ برخوردی نباشد آنگاه در زمان موقعیت و مومنتم جدید ذراتی که از  $x$  حرکت کرده بودند

برابر است با

$$x + (P/m)dt = x + (dx/dt)dt = x + dx \quad (\# 2)$$

$$P = P + Fdt = P + (dP/dt)dt = P + dP \quad (\# 2)$$

خواهد بود.

بنابراین هنگامیکه مومنتم و مکان ذره در لحظه  $t$  مشخص باشد، با نمو آن می توان مقدار  $f$  را در زمان  $t + dt$  تعیین کرد.

$$f(x + dx, P + dP, t + dt)dx dP = f(x, P, t)dx dP \quad (\# 2)$$

این فرآیند را جاری شدن می نامند.

اگر چه برخوردهایی وجود دارند که منجر به نرسیدن برخی از نقاط فاز که از  $x$  و  $t$  شروع کرده بودند به  $P + Fdt$  و  $x + (P/m)dt$  و رسیدن برخی که از  $x$  و  $P$  شروع نکرده بودند به آن می شود.  $\Gamma^{(-)} = dx dP dt$  را برابر تعداد مولکول هایی قرار داده که به سبب برخوردهای صورت گرفته به بخش مورد انتظار فضای فاز در مدت زمان  $dt$  نمی رسند. به طور مشابه  $\Gamma^{(+)} = dx dP dt$  را برابر با تعداد مولکول های قرار داده که از نقطه ای غیر از  $x, t$  شروع کرده و به آن بخش از فضا در زمان  $dt$  می رسند. اگر با معادله (۹-۲) شروع کرده و تغییرات در  $f$  به دلیل این تغییرات اعمال شود، خواهیم داشت :

$$f(x + dx, P + dP, t + dt)dx dP = f(x, P, t)dx dP + (\Gamma^{(+)} - \Gamma^{(-)})dx dP dt$$

$$(1 + 2)$$

به کمک بسط مرتبه اول سری تیلور عبارت سمت چپ معادله فوق داریم:

$$f(x + dx, P + dP, t + dt) = f(x, P, t) + dx \cdot \nabla_x f + dP \cdot \nabla_P f + \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right) dt + \dots \quad (1+2)$$

با جایگزاری معادله (11-۲) در معادله (10-۲) معادله بولتزمن به شکل زیر نتیجه می شود :

$$\begin{aligned} & \left[ f(x, P, t) + dx \cdot \nabla_x f + dP \cdot \nabla_P f + \right. \\ & \left. \partial f \partial t dt + \dots dx dP = f x, P, t dx dP + \Gamma^+ - \Gamma^- - dx dP dt \right] \\ & V \cdot \nabla_x f + F \cdot \nabla_P f + \frac{\partial f}{\partial t} = \Gamma^{(+)} - \Gamma^{(-)} \end{aligned} \quad (1\pm 2)$$

معادله بولتزمن یک معادله انتگرالی دیفرانسیلی غیر خطی می باشد. بر اساس گفته هریس (۱۹۷۱)، ۵۰ سال از زمانیکه بولتزمن معادله را بدست آورد سپری شد تا اینکه یک حالت تقریبی پیدا شود.

## ۲ ۴ معادله بولتزمن

برای یک سیستم بدون نیروی خارجی معادله بولتزمن به شکل زیر نوشته می شود:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + V \cdot \nabla f = \Omega(f) \quad (1\pm 2)$$

حل عددی بر مبنای معادله بولتزمن به روش شبکه بولتزمن معروف است که از نظر تاریخی ابتدا :

- ۱) در سال ۱۹۸۶ توسط فریش و همکارانش [۲۹] پیشنهاد شد، آنها از معادله بولتزمن در چهارچوب LGCA برای محاسبات استفاده کردند.
- ۲) در سال ۱۹۸۸ مک نامارا<sup>۱</sup> و زانتی<sup>۲</sup> [۳۳] یک مدل از شبکه بولتزمن را ارائه کردند، که نویزهای آماری را با استفاده از یکتابع توزیع ذره به جای متغیرهای بولی حذف کردند.
- ۳) در سال ۱۹۸۹ هیگورا<sup>۳</sup> و جیمنز<sup>۴</sup> [۳۴] مدل معادله بولتزمن را به همراه اپراتور برخورد ارائه دادند.
- ۴) در نهایت توسط کوئلمن<sup>۵</sup> [۳۵] در سال ۱۹۹۱ و چن<sup>۶</sup> و همکارانش [۳۶] در سال ۱۹۹۲ گسترش و توسعه پیدا کرد.

## ۲ ۴ گسسته کردن فضای فاز

فضای فازیک فضای جدید است که علاوه بر سه متغیر مکانی، سه متغیر سرعت نیز به آن اضافه می شود. برای مشخص شدن یک نقطه از آن باید ۶ مقدار ( $x, y, z, u, v, w$ ) مشخص باشد. همانطور که گفتیم ما به دنبال حل تابع توزیع  $f$  می باشیم، که در حقیقت بیانگر احتمال پیدا کردن ذره ای در موقعیت ( $x, v$ ) در فضای فاز در لحظه  $t$  می باشد، بنابراین ما ابتدا باید فضای فاز را گسسته کنیم. در هر نقطه  $x$  ما  $q$  مقدار بردار سرعت گسسته شده داریم که در حقیقت این بردارهای سرعت گسسته شده نقطه  $x$  را در لحظه  $t$  به نقطه  $\bar{x}$  در لحظه  $t + \delta t$  متصل می کنند. فضای فاز ایجاد شده به این ترتیب را  $D_{\mathbf{d}Q_q}$  می نامیم. که  $d$  بعد هندسی مساله و  $q$  تعداد بردارهای سرعت است.

<sup>۱</sup> McNamara

<sup>۲</sup> Zanetti

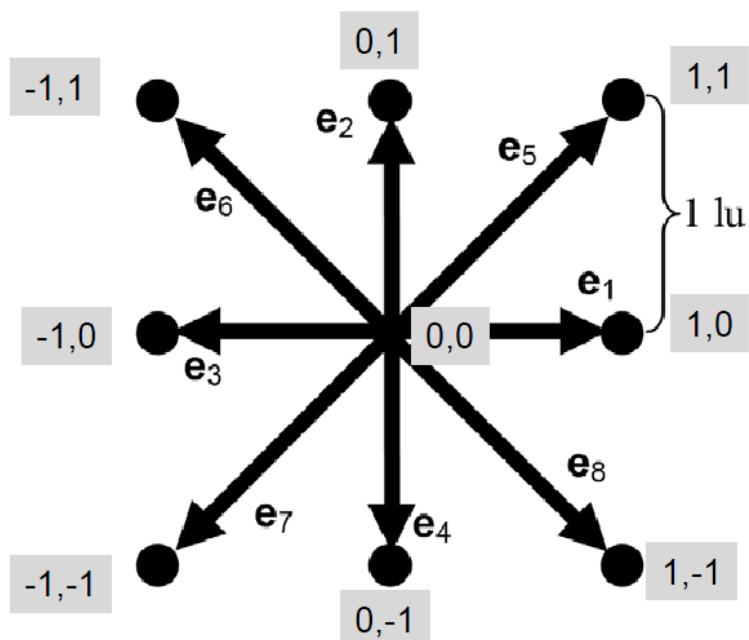
<sup>۳</sup> Higuera

<sup>۴</sup> Jimenez

<sup>۵</sup> Koelman

<sup>۶</sup> Chen

موقعیت ذرات به نقاط شبکه محدود می باشد و تغییرات در مومنتم ها که می تواند به علت پیوستگی جهت ها ، بزرگی سرعت و تغییرات جرم ذره بوجود آید، در حالت دو بعدی به ۸ جهت، ۳ دامنه و یک جرم ذره کاهش می یابد [۳۷]. در شکل (۵-۲) شبکه لتیس نشان داده شده است. این مدل که در جریان های دو بعدی بسیار مورد استفاده قرار می گیرد به صورت  $D_2 Q_9$  نشان داده می شود. طرح طبقه بندی LBM در سال ۱۹۹۲ توسط کیان و همکارانش ارائه شد [۳۸].



شکل (۲) (۵) مولفه های سرعت در شبکه  $D_2 Q_9$

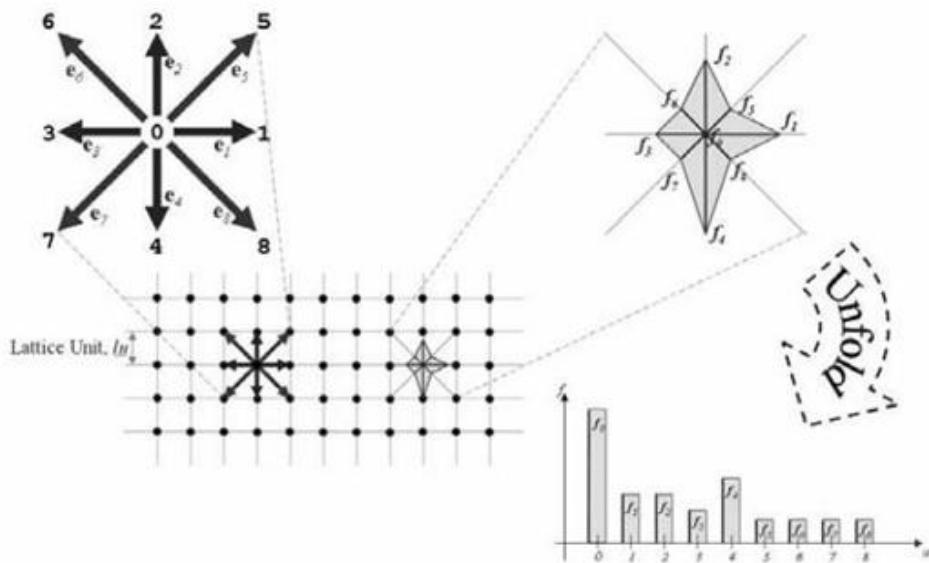
در این مدل  $e_\alpha$  نشان دهنده سرعت ذرات است و به صورت زیر بیان می شود.

$$e_\alpha = \begin{cases} (0,0) & \alpha = 0 \\ \left( \cos \left[ (\alpha - 1) \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[ (\alpha - 1) \frac{\pi}{4} \right] \right) . c & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ \left( \cos \left[ (\alpha - 1) \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[ (\alpha - 1) \frac{\pi}{4} \right] \right) \sqrt{2} . c & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases}$$

(۱۵-۲)

که در آن  $c = \frac{\delta x}{\delta t}$  و  $\delta x$  و  $\delta t$  به ترتیب مقادیر ثابت طول و زمان در شبکه هستند.

تابع توزیع می‌تواند به عنوان یک هیستوگرام که فرکانس رویداد را بیان می‌کند در نظر گرفته شود شکل (۶-۲).



شکل (۶-۲) نمای شبکه و نمودار هیستوگرام تابع توزیع و یا چگالی مخصوص وابسته به جهت  $f_\alpha$  یک تک ذره

در فضای گسسته سرعت، مقادیر چگالی و مومنتم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha \quad (17-2)$$

$$\rho \cdot u = \sum_{\alpha=0}^8 e_\alpha f_\alpha \quad (17-2)$$

سرعت صوت در این مدل برابر است با  $c_s = c / \sqrt{3}$  و تعریف فشار از معادله حالت به صورت زیر می‌باشد [۳۹].

$$P = \rho c_s^2 \quad (18-2)$$

این معادلات ساده این امکان را می دهد که از سرعت های میکروسکوپیک گستته و به سرعت های پیوسته ماکروسکوپیک که بیانگر حرکت سیال است برگردانده شود.

## ۲ ۴ زمان آرامش<sup>۱</sup> BGK

تا به حال گفتیم که تغییرات تابع توزیع از معادله بولتزمن که از دو بخش پخش و برخورد تشکیل شده است پیروی می کند. تابع برخورد از قوانین برخورد بین مولکول ها بدست می آید که معمولا فرض میشود مولکول ها کروی، صلب و برخورد بین آنها کاملا الاستیک باشد. حتی با این فرض ها یک رابطه بسیار پچیده و عملا غیر کاربردی برای حل معادله بولتزمن می گردد. بسیاری از ترم های موجود در رابطه برخورد شاید تاثیر چندانی بر مقدار کمیت های میکروسکوپیک نداشته باشد. به جای استفاده از یک اپراتور برخورد کامل که همه جزئیات مربوط به برخورد ذرات را در خود گنجانده میتوان با تقریب خوبی از اپراتوری با ساختار ساده تر استفاده کرد که فقط خواص کیفی و متوسط اپراتور واقعی را در خود گنجانده است. در سال ۱۹۵۴ بتینگر و همکارانش اپراتور برخورد بسیار ساده ای با یک زمان آرامش به شکل زیر پیشنهاد کردند [۴۰].

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nu \cdot \nabla f = -\frac{1}{\tau_m} (f - f^{eq}) \quad (14-2)$$

که  $f^{eq}$  تابع توزیع تعادلی (توزیع ماسکول<sup>۲</sup> - بولتزمن) میباشد. تابع توزیع تعادلی به صورت زیر تعریف می شود :

$$f_{\alpha}^{eq} = \rho \cdot \omega_{\alpha} \left[ 1 + \frac{3}{c^2} e_{\alpha} \cdot u + \frac{9}{2c^4} (e_{\alpha} \cdot u)^2 - \frac{3}{2c^2} u \cdot u \right] \quad (2+2)$$

<sup>۱</sup> Bhatnagar et al.(Gross and Krook)

<sup>۲</sup> Maxwell

که در آن  $\omega_\alpha$  ضرایب وزنی هستند :

$$\omega_\alpha = \begin{cases} 4/9 & \alpha = 0 \\ 1/9 & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36 & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases}$$

( ۲۷ ۲ )

$\tau_m$  زمان آرامش می باشد که در قسمت های بعد توضیح داده می شود. در واقع در این فرض سیال بعد از برخورد، بسیار نزدیک به حالت تعادلی خود می باشد که این اختلاف با ضریب آرامش متناظر است. در سال ۲۰۰۱ ساکی<sup>۱</sup>، بحث های خوبی روی مدل های پیچیده تر و تابع برخورد انجام داد [۱۹].

## ۲ ۴ گستته سازی معادله بولتزمن برای سرعت

همانطور که گفته شد ما در هر نقطه از شبکه  $q$  مقدار تابع توزیع را باید محاسبه کنیم. برای ساده سازی از جایگزینی نوشتاری  $f(r, t) \equiv f(r, v, t)$  استفاده می کنیم. معادله ( ۲ - ۱۹ ) برای جهت  $\alpha$  خواهد شد:

$$\partial_t f_\alpha + v_\alpha \nabla f_\alpha = -\frac{1}{\tau_m} (f_\alpha - f_\alpha^{eq}) \quad ( ۲۷ ۲ )$$

با بی بعدسازی معادله فوق با طول مشخصه  $L$ ، سرعت مرجع  $U$ ، تابع توزیع مرجع  $n_r$  و زمان بین برخورد  $t_c$  :

<sup>۱</sup> Succi

$$\partial_i F_i + e_i \hat{\nabla} F_i = -\frac{1}{\tau_m \varepsilon} (F_i - F_i^{eq}) \quad (24-2)$$

$$e_i = \frac{v_i}{U}, \hat{\nabla} = L \nabla, \hat{t} = \frac{t \cdot U}{L}, \hat{\tau}_m = \frac{\tau_m}{t_c}, F_i = \frac{f_i}{n_r}, \varepsilon = t_c \frac{U}{L}$$

با گسسته کردن رابطه فوق داریم:

$$e_{ix} \frac{F_\alpha(\hat{x}, \hat{t} + \delta\hat{t}) - F_\alpha(\hat{x}, \hat{t})}{\delta\hat{t}} + e_{iy} \frac{F_\alpha(\hat{y}, \hat{t} + \delta\hat{t}) - F_\alpha(\hat{y}, \hat{t})}{\delta\hat{t}} + (24-2) \\ e_{ix} \frac{F_\alpha(\hat{x} + \delta\hat{x}, \hat{t} + \delta\hat{t}) - F_\alpha(\hat{x}, \hat{t} + \delta\hat{t})}{\delta\hat{x}} + e_{iy} \frac{F_\alpha(\hat{y} + \delta\hat{y}, \hat{t} + \delta\hat{t}) - F_\alpha(\hat{y}, \hat{t} + \delta\hat{t})}{\delta\hat{y}} = \frac{-1}{\hat{\tau}_m \varepsilon} (F_\alpha - F_\alpha^{eq})$$

که  $\delta\hat{t} = \delta t \frac{U}{L}$  و با انتخاب سرعت شبکه  $e_{iy} = \frac{\delta\hat{y}}{\delta\hat{t}}$  داریم:

$$e_{ix} \frac{F_\alpha(\hat{x} + e_i \delta\hat{t}, \hat{t} + \delta\hat{t}) - F_\alpha(\hat{x}, \hat{t})}{\delta\hat{t}} = \frac{-1}{\hat{\tau}_m \varepsilon} (F_\alpha(\hat{x}, \hat{t}) - F_\alpha^{eq}(\hat{x}, \hat{t})) \quad (24-2)$$

با ساده کردن بیشتر معادله و برگرداندن آن به شکل اولیه رابطه معروف BGK بدست می آید

که به شکل زیر است:

$$F_\alpha(\hat{x} + e_i \Delta\hat{t}, \hat{t} + \Delta\hat{t}) - F_\alpha(\hat{x}, \hat{t}) = \frac{-\Delta t}{\tau_m} (F_\alpha(\hat{x}, \hat{t}) - F_\alpha^{eq}(\hat{x}, \hat{t})) \quad (24-2)$$

## ۴ الگوریتم حل

معادله گسسته شده بولتزمن را در دو مرحله می توان بیان کرد، مرحله برخورد<sup>۱</sup> و مرحله جاری شدن<sup>۲</sup>. در مرحله برخورد تابع توزیع احتمال ذرات روی نقاط شبکه در زمان  $t$  به یکدیگر برخورد می کنند و در مرحله جاری شدن، ذرات در فاصله زمانی  $\delta t$  در مسیرهای مشخص به نقاط مجاور انتقال پیدا می کنند. حل معادله بولتزمن که در رابطه (۲۶-۲) نشان داده شده است، طی دو

<sup>۱</sup> Collision

<sup>۲</sup> Streaming

مرحله برخورد و جاری شدن مطابق معادلات زیر انجام می گیرد.

(۲۴ ۲)

$$\tilde{f}_\alpha(x_i, t) = f_\alpha(x_i, t) - \frac{1}{\tau_m} [f_\alpha(x_i, t) - f_\alpha^{eq}(x_i, t)] \quad \text{مرحله برخورد}$$

$$f_\alpha(x_i + e_\alpha \delta t, t + \delta t) = \tilde{f}_\alpha(x_i, t) \quad \text{مرحله شدن جاري} \quad (24 ۲)$$

تابع  $\tilde{f}_\alpha(x_i, t)$  نشان دهنده تابع توزیع بعد از برخورد<sup>۱</sup> است. (علامت  $\sim$  مربوط به حالت بعد از برخورد ذرات در هر گره است). با جداسازی معادله اصلی به صورت دو معادله برخورد و جاری شدن، نیازی به ذخیره همزمان مقادیر  $f_\alpha(x_i, t)$  و  $\tilde{f}_\alpha(x_i, t)$  نمی باشد و در مرحله جاری شدن نیز مقادیر  $\tilde{f}_\alpha(x_i, t)$  فقط به نقاط همسایه خود انتقال می یابند که روندی بسیار ساده و با هزینه محاسباتی کم است. در روابط (۲۵-۲) باید توجه شود که عملیات برخورد کاملاً به صورت محلی و مستقل از مختصات ذره انجام می شود. همچنین انجام عملیات جاری شدن هزینه محاسباتی بسیار کمی دارد. به طور کلی معادله (۲۵-۲) یک معادله صریح<sup>۲</sup> است که به راحتی برای حل مسائل گذرا قابل استفاده می باشد و به خاطر ساختار بسیار ساده و تکرارپذیر آن برای همه نقاط میدان، می توان به راحتی پردازش برنامه آنرا موازی کرد.

در واقع با جدا کردن معادله بولتزمن به دو بخش جابجایی و برخورد درک فیزیکی آن هم ساده تر می شود. در مرحله جاری شدن ذرات سیال با توجه به سرعت خود به نقاط همسایه منتقل می شوند و سپس برخورد بین مولکول ها صورت می گیرد.

<sup>۱</sup> Post Collision

<sup>۲</sup> Explicit

## ۱۰ دقت شبکه بولتزمن

می توان نشان داد که مدل عددی معرفی شده در بخش های قبل برای اعداد ماخ کوچک منجر به بدست آوردن معادله ناویر – استوکس خواهد شد. برای اثبات این امر روابط بولتزمن برای فواصل کوچک شبکه ای بسط داده می شوند. سپس به کمک آنالیز چاپمن – انسکوگ<sup>۱</sup> چند مقایسه برای استخراج مقیاس های هیدرودینامیکی استفاده می شود. این به رابطه ای منجر می شود که ثابت می کند روش شبکه بولتزمن شکل گستته شده معادله ناویر استوکس با دقت مرتبه دو  $O(\delta x^2), O(\delta t^2)$  برای مکان و زمان خواهد بود.

## ۱۱ ویسکوزیته

الگوی شبکه بولتزمن BGK محدودیت هایی برای جریان های تراکم پذیر نیز دارد. زیرا ویسکوزیته سیال وابسته به شبکه می باشد و نمی تواند خود را به شرایط خاص تراکم پذیری وفق دهد. بنابراین این مدل معمولا برای جریانهای تراکم ناپذیر استفاده می شود. در این رابطه خطای ناشی از تراکم پذیری مدل از مرتبه  $\frac{\delta t^2}{\delta x^2} = O(Ma^2)$  می باشد. در ضمن بسط چاپمن-انسکوگ رابطه ای بین زمان آرامش برخورد و ویسکوزیته سیال بدست می آورد:

$$v = \left[ \tau_m - \frac{1}{2} \right] c_s^2 \delta t \quad (24)$$

توجه شود که برای آنکه مقدار فیزیکی درستی (مثبت) برای ویسکوزیته بدست آید، بایستی  $\tau_m > \frac{1}{2}$  باشد. هنگامیکه  $\tau$  به سمت  $0/5$  می رود، مشکلاتی در روند حل عددی ایجاد می گردد. بهترین مقدار برای زمان آرامش ،  $c_s = \sqrt{c}/6$  ویسکوزیته  $\tau_m = 1$  که با توجه به

<sup>1</sup>Chapman-Enskog

نتیجه می دهد.

## ۲ ۱۴ تفاوت حلگر ناویر – استوکس و بولتزمن [۴۱]

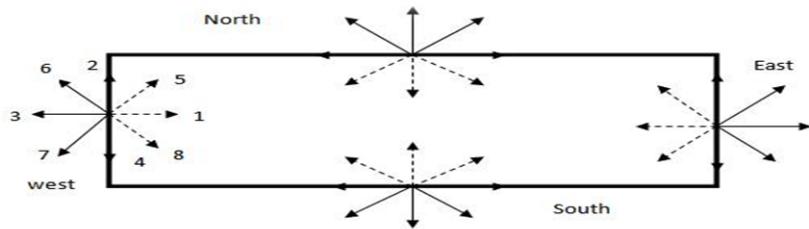
- معادلات ناویر- استوکس، معادلات دیفرانسیل جزئی مرتبه دوم می باشند ولی شکل گسسته معادله بولتزمن، شامل یک معادله دیفرانسیل جزئی مرتبه اول می باشد.
- حلگر ناویر- استوکس، باید عبارت غیر خطی جابجایی را حل کند، اما در روش شبکه بولتزمن عبارت جابجایی خطی است.
- برای جریان های غیر قابل تراکم، حلگر ناویر- استوکس نیازمند حل معادله پواسون برای بدست آوردن فشار می باشد، اما در روش شبکه بولتزمن فشار به راحتی به کمک معادله حالت به دست می آید.
- معمولا در روش شبکه بولتزمن، عدد کورانت ( $CFL$ )<sup>۱</sup> بر اساس واحدهای شبکه که معمولا  $1 = \delta_x = \delta_y$  است، معادل با یک می باشد.
- به علت طبیعت جنبشی معادله بولتزمن، بر همکنش بین مولکولی که در فیزیک وجود دارد، به راحتی شبیه سازی می شود.
- برای شرایط مرزی، در معادله بولتزمن، هیچ مورد مشابهی در مورد شرایط مرزی که در دیگر محیط های پیوسته وجود دارد، پیدا نمی شود، بنابراین شرایط مرزی در معادله بولتزمن نیازمند توسعه بیشتر می باشد.
- در حلگر ناویر – استوکس معمولا از روش تکرار برای همگرا شدن استفاده می شود، در صورتی که معادله بولتزمن یک معادله صریح است و نیاز به روش تکرار ندارد.

<sup>۱</sup> Courant Friedriches and Lewy

## ۱۴ شرایط مرزی

نوع اعمال شرایط مرزی در روش شبکه بولتزمون به طور مستقیم بر دقت جواب نهایی اثر می گذارد [۴۲]. با توجه به اینکه روش شبکه بولتزمون روشی در مقیاس ریز می باشد و خواص ماکروسکوپیک نظیر سرعت و فشار، از توابع توزیع که دارای معادلات مربوط به خود می باشند بدست می آیند، بنابراین نمی توان مانند روش های مرسوم در CFD، شرایط مرزی را توسط کمیت های ماکروسکوپیک اعمال کرد. عنوان مثال شرط مرزی عدم لغزش در CFD با صفر قرار دادن سرعت ماکروسکوپی سیال در دیواره اعمال می شود. اما در LBM تابع توزیع ذره در دیواره را طوری تعیین می کنند که منجر به صفر شدن سرعت ماکروسکوپی در دیواره می شود.

در ابتدا نگاهی به شبکه استفاده شده می اندازیم تا پارامترهای مجھول که باید توسط شرایط مرزی بدست آیند، مشخص شوند. همواره باید توابع توزیع به سمت داخل محدوده حل مشخص باشند چون از مرحله جاری شدن توابع توزیع به سمت خارج محدوده حل مشخص می باشند. به عنوان مثال در شکل (۷-۲) مولفه های سرعت در مرز غربی مشخص هستند توابع توزیع معین پس از جاری شدن با خطوط پیوسته نشان داده شده اند. مقادیر توابع توزیع  $f_3, f_6, f_7$  مشخص هستند و مقدار توابع توزیع  $f_1, f_5, f_8$  باید تعیین شوند. در سایر مرزها نیز توابع توزیع مجھول با خط چین نشان داده شده اند.



شکل (۲) مقادیر مجهول توابع توزیع(خطوط هاشورخورده) درون کanal

در این بخش به بررسی روش هایی می پردازیم تا این مقادیر مجهول را بدست آوریم، که از آن به عنوان شرایط مرزی نام برده میشود.

## ۱۴) شرط مرزی تقارن

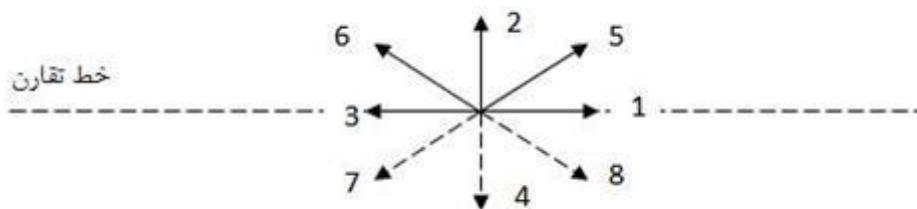
بسیاری از مسائل کاربردی حول یک خط یا صفحه تقارن دارند. بنابراین پیدا کردن راه حلی که فقط نیمی از دامنه حل را شامل شود می تواند در کاهش هزینه محاسباتی مفید باشد. شکل (۲-۸) جریان را در یک کanal نشان می دهد که جریان زیر خط تقارن تصویر جریان بالای خط تقارن می باشد. برای قسمت پایین جریان توابع توزیع  $f_4, f_7, f_8$  که با خط چین نشان داده شده اند، نامعلوم می باشند. راه اعمال شرط مرزی تقارن این است که مقادیر توابع توزیع مجهول را برابر قرینه آنها حول خط تقارن قرار دهیم.

$$f_4 = f_2$$

$$(3+2)$$

$$f_7 = f_6$$

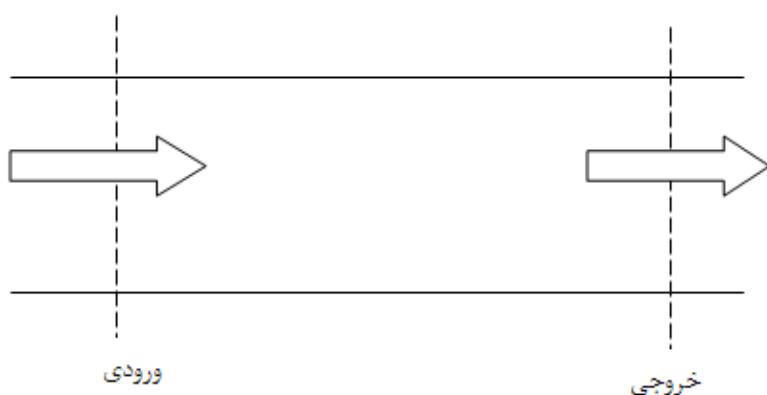
$$f_8 = f_5$$



شکل (۲-۲) شرط مرزی تقارن

#### ۱۴-۴ شرط مرزی پریودیک

شرط مرزی پریودیک شرط مرزی ساده‌ای است که معمولاً به عنوان شرط ورودی-خروجی در راستای حرکت درون کانال استفاده می‌شود. شرط مرزی پریودیک به این معنی است که توابع توزیع احتمالی که از یک سوی میدان خارج می‌شوند از سمت مقابل وارد میدان می‌شوند. در شکل (۹-۲) نحوه عملکرد این شرط مرزی نشان داده شده است.



شکل (۲-۹) نمایش شرایط مرزی پریودیک در دامنه حل

## ۲ ۱۴ ۴ شرط مرزی با سرعت معلوم در مرز

روش های مختلفی برای محاسبه مقادیر نامعلوم  $f_\alpha$  در در ورودی و خروجی دامنه حل به گونه ای که مثلا سرعت یا فشار خاصی در طول زمان به عنوان شرط مرزی اعمال گردد، پیشنهاد شده است [۴۳-۴۴]. در اینجا به دو روش اشاره می شود.

### الف) شرط مرزی زو و هی<sup>۱</sup>

در بسیاری از مسائل سرعت در مرز مشخص است، برای بدست آوردن توابع توزیع مجھول زو و هی روشی را بیان کردند [۴۳] که این مقادیر مجھول بر اساس معادلات (۱۶-۲) و (۱۷-۲) بدست می آیند.

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha \quad (3+2)$$

$$\rho \cdot u = \sum_{\alpha=0}^8 e_\alpha f_\alpha$$

با مشخص بودن سرعت ها در روی مرز، چهار مجھول در معادلات بالا وجود دارد. سه تابع توزیع و  $\rho$ . ما سه معادله داریم دو معادله برای سرعت در راستای  $x$  و  $y$  و یک معادله برای چگالی . بنابراین به یک معادله اضافی نیاز داریم که زو و هی آن را پیشنهاد نمودند به نام شرایط تعادلی عمودی روی مرز. فرض کنید در شکل (۷-۲) روی مرز غربی، مولفه  $x$  سرعت و مولفه  $y$  سرعت مشخص باشد. از معادلات (۱۶-۲) و (۱۷-۲) داریم :

$$\rho = f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 + f_8 \quad (3+2)$$

---

<sup>۱</sup>Zou and He

$$\rho u = f_1 + f_5 + f_8 - f_3 - f_6 - f_7$$

$$\rho v = f_2 + f_5 + f_6 - f_4 - f_7 - f_8$$

معادله چهارم شرط تعادلی عمود بر مرز است که توسط زو و هی پیشنهاد شد:

$$f_1 - f_1^{\text{eq}} = f_3 - f_3^{\text{eq}} \quad (34-2)$$

از معادله  $f^{\text{eq}}$  ،  $(30-2)$  خواهد شد:

$$f_1^{\text{eq}} = \frac{1}{9} \rho_{\omega} \left[ 1 + 3u + \frac{9}{3} u^2 - \frac{3}{2} (u^2 + v^2) \right] \quad (34-2)$$

$$f_3^{\text{eq}} = \frac{1}{9} \rho_{\omega} \left[ 1 - 3u + \frac{9}{3} u^2 - \frac{3}{2} (u^2 + v^2) \right]$$

با ترکیب معادله فوق و روابط  $(32-2)$  و  $(33-2)$  داریم :

$$f_1 = f_3 + \frac{2}{3} \rho u \quad (35-2)$$

با ترکیب معادلات فوق سه مجهول  $\rho, f_5, f_8$  بدست خواهند آمد:

$$\rho = \frac{1}{1-u} [f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)]$$

$$f_5 = f_7 - \frac{1}{2}(f_2 - f_4) + \frac{1}{6}\rho u + \frac{1}{2}\rho v \quad (36-2)$$

$$f_8 = f_6 + \frac{1}{2}(f_2 - f_4) + \frac{1}{6}\rho u - \frac{1}{2}\rho v$$

سایر مرزها نیز روند حل مشابهی دارند.

ب) روش کمانه کردن

در بسیاری از روش‌ها، مرز ورودی در وسط فاصله میان اولین گره میدان حل و اولین گره ناحیه اشغال شده توسط سیال قرار می‌گیرد. در صورتی که پروفیل سرعت در مرز ورودی مشخص باشد، با استفاده از روش کمانه کردن به شکل زیر می‌توان مقادیر مجهول  $f_\alpha$  را در مرز ورودی محاسبه کرد.

$$\tilde{f}_{\tilde{\alpha}-inlet} = \tilde{f}_{\alpha-interior} + 2\omega_\alpha \rho_{inlet} \cdot \frac{3}{c^2} e_{\tilde{\alpha}} u_{inlet} \quad (34 \text{ ۲})$$

که در آن  $\omega_\alpha$  تابع وزن،  $\rho_{inlet}$  به ترتیب چگالی و سرعت در مقطع ورودی و  $u_{inlet}$  مقدار تابع توزیع در نقطه داخلی میدان سیال در مجاورت مرز ورودی می‌باشد.  $e_\alpha$  و  $e_{\tilde{\alpha}}$  جهت ورودی و جهت مخالف آن را نشان می‌دهند.

گرونان<sup>۱</sup> [۴۲] مرز ورودی را به جای وسط فاصله دو گره، روی اولین گره میدان حل قرار داد وی مقادیر  $f_\alpha$  در مرز ورودی را در تمام مدت تحلیل جریان، برابر مقدار  $f_\alpha$  که بر اساس مقادیر  $u_{inlet}$ ،  $\rho_{inlet}$  بدست می‌آیند، قرار داد برای یک شبکه دو بعدی مقدار آن برابر خواهد شد با :

$$\tilde{f}_{\tilde{\alpha}-inlet} = f_\alpha^{eq} = \omega_\alpha \rho_{inlet} \left( 1 + \frac{3}{c^2} e_\alpha u_{inlet} + \frac{9}{2c^4} (e_\alpha u_{inlet})^2 - \frac{3}{2c^2} u_{inlet}^2 \right) \quad (34 \text{ ۲})$$

## ۱۴ ۶ شرط مرزی دیریکله (فشار)

شرط مرزی دیریکله، فشار یا چگالی را در مرز ورودی مقید می‌کند [۳۲]. حل آن مشابه با شرط مرزی سرعت می‌باشد و با توجه به معلوم بودن فشار در ورودی و معادله حالت که چگالی را به

<sup>۱</sup> Grunau

فشار مربوط می کند، مقدار چگالی ورودی قابل محاسبه است.

#### ۱۴ ۴ شرط مرزی خروجی گرادیان صفر

علاوه بر شرط مرزی پریودیک، می توان از شرط گرادیان صفر در ورودی یا خروجی استفاده کرد.  
فرض کنید مرز ورودی در محل گره  $i = N_x$  و مرز خروجی در محل گره  $i = 1$  قرار داشته باشد.  
می توان در مرحله جاری شدن برای  $f_\alpha$  مجھول بر حسب مقادیر معلوم به شکل زیر برون یابی کرد.

$$f_\alpha(i=1, j) = f_\alpha(i=2, j) \quad (34-2)$$

$$f_\alpha(i=nx, j) = f_\alpha(i=nx-1, j)$$

#### ۱۴ ۵ شرط مرزی عدم لغزش

در اغلب موارد شرایط مرزی روی دیوار جامد از طرحی به نام پرش به عقب<sup>۱</sup> استفاده می شود [۴۵] در این شرط مرزی که به شرط مرزی کمانه کردن روی گره<sup>۲</sup> معروف است و به منظور اعمال عدم لغزش در دیواره به کار می رود. این شرط مرزی دارای دقتی از مرتبه اول است اما روش شبکه بولتزمن دارای دقتی از مرتبه دوم می باشد به همین دلیل برای اصلاح این عدم دقت، تا کنون روش های گوناگونی ارائه شده است. در این میان روشی که در آن کمانه کردن روی وسط لینک ها<sup>۳</sup> انجام می شود [۴۶-۴۸]، روشی دارای دقت مرتبه دوم و بسیار ساده می باشد.

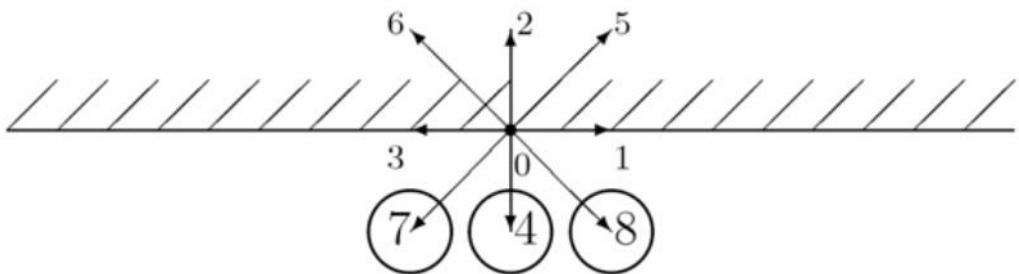
<sup>۱</sup> Bounce Back

<sup>۲</sup> Bounce Back on node (BBN)

<sup>۳</sup> Bounce Back on links (BBL)

## ۱۴ + کمانه کردن روی گره

نحوه اعمال این شرط مرزی ساده می باشد، بعد از مرحله جاری شدن هرتابع توزیعی که به دیواره برخورد می کند، در راستای عکس جهت اولیه اش به ناحیه اشغال شده توسط سیال باز می گردد. در این روش مرز جسم دقیقاً روی نقاط شبکه قرار داده می شود، به همین دلیل به این روش، کمانه کردن روی گره هم گفته می شود. در شکل (۱۰-۲) این شرط مرزی نشان داده شده است.

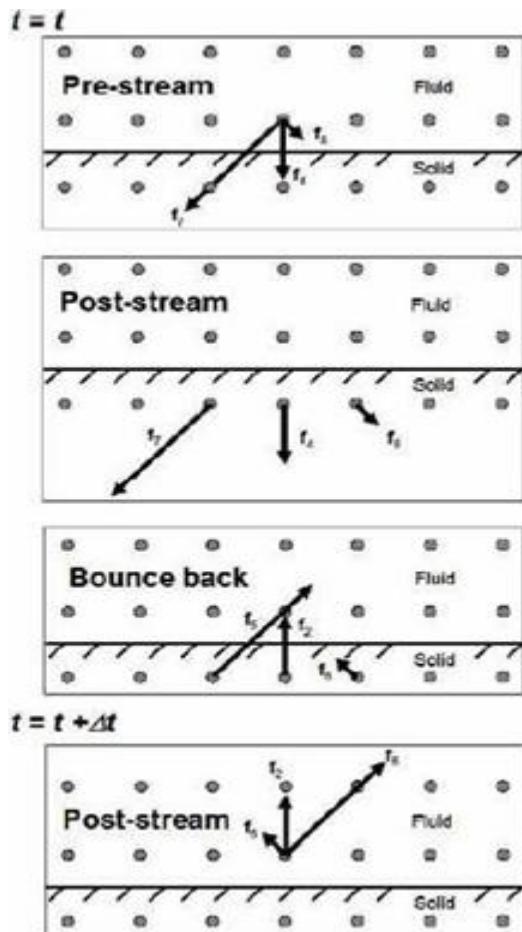


شکل (۱۰+۲) کمانه کردن روی نقاط مرزی جسم جامد

## ۱۴ + کمانه کردن روی لینک ها

همان طور که گفتیم شرط مرزی کمانه کردن روی گره ها دارای دقیقی از مرتبه اول است به همین دلیل برای بالا بردن دقت لاد<sup>۱</sup> پیشنهاد کرد مرز جسم را به جای قرار دادن روی نقاط شبکه، در فاصله میان نقاط شبکه (روی لینک ها) قرار دهیم [۴۶-۴۷]. وی برای اولین بار اثبات کرد که اگر محل مرز (برای دیوار صاف) در وسط دو گره شبکه قرار گیرد، این روش با دقت مرتبه دوم قادر به اعمال شرط عدم لغزش می باشد، شکل (۱۱-۲) طرحواره ای از شرط مرزی پرس به عقب را نشان می دهد.

<sup>۱</sup> Ladd



شکل (۲-۱۶) طرحواره‌ای از شرط مرزی پرش به عقب

## ۱۵ معادله بولتزمن برای دما

در سال‌های اخیر حل معادله انتقال حرارت با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد توجه قرار گرفته است. بعد از حل تابع توزیع سرعت  $f$  و بدست آوردن خواص ماکروسکوپیک چگالی و سرعت برای بدست آوردن توزیع دما، تابع توزیع احتمالی  $g$  بدست می‌آید.  $g$  بیانگر احتمال انرژی گرمایی ذره‌ای در موقعیت  $(x, v)$  در فضای فاز در لحظه  $t$  می‌باشد [۴۹]. در حالت طبیعی یک ذره سیال در بی‌نهایت جهت مجاز به انتقال حرارت می‌باشد. معادله گسسته بولتزمن برای انتقال حرارت به شکل زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial g_\alpha}{\partial t} + v_\alpha \cdot \nabla g_\alpha = -\frac{1}{\tau_h} (g_\alpha - g_\alpha^{eq}) \quad (4+2)$$

که  $g_\alpha$  بیانگر احتمال انرژی ذره در زمان  $t$  و در مکان  $x$  است که دارای سرعتی برابر  $v_\alpha$  می باشد.  $g_\alpha^{eq}$  تابع توزیع تعادل و  $\tau_h$  زمان آرامش انتقال حرارت است.

تابع توزیع تعادلی انتقال حرارت برای شبکه  $D_2 Q_0$  به شکل زیر است:

$$g_\alpha^{eq} = T \omega_\alpha \left[ 1 + \frac{3}{c^2} e_\alpha \cdot u \right] \quad (4+2)$$

و دما به شکل زیر قابل محاسبه است.

$$T = \sum_{\alpha=0}^8 g_\alpha \quad (4+2)$$

این معادله گستته شده را مانند معادله مومنتم در دو مرحله برخورد و جاری شدن می توان بیان کرد.

$$\tilde{g}_\alpha(x_i, t) = g_\alpha(x_i, t) - \frac{1}{\tau_h} [g_\alpha(x_i, t) - g_\alpha^{eq}(x_i, t)] \quad (4+2)$$

مرحله برخورد

$$g_\alpha(x_i + e_\alpha \delta t, t + \delta t) = \tilde{g}_\alpha(x_i, t) \quad (4+2)$$

مرحله جاری شدن

پارامتر زمان تخفیف  $\tau_h$  در شبکه بولتزمن با ضریب پخش مرتبط می گردد.

$$\tau_h = 3\sigma + \frac{1}{2} \quad (4+2)$$

و از آن جاییکه ضریب پخش منفی از نظر فیزیکی بی معنی است، همواره داریم:

$$\tau_h > \frac{1}{2}$$

## ۱۶ ۲ شرایط مرزی دما

### ۱۶ ۲ شرط مرزی خروجی

معمولاً در خروجی از شرط گرادیان دمای صفر استفاده می‌شود. اگر مرز خروجی را در محل  $N_x$  در نظر بگیریم شرط گرادیان دمای صفر به صورت زیر اعمال می‌شود.

$$g_\alpha(i = N_x, j) = g_\alpha(i = N_x - 1, j) \quad (47)$$

### ۱۶ ۲ شرط مرزی آدیاباتیک

با فرض اینکه دیواره پایینی در شکل (۳-۷) آدیاباتیک باشد،تابع توزیع دما بر روی دیواره پایین در جهات ۵، ۶ و ۲ مجهول است که به صورت زیر بدست می‌آید:

$$g_{2,i,0} = g_{2,i,1}$$

$$g_{5,i,0} = g_{5,i,1} \quad (48)$$

$$g_{6,i,0} = g_{6,i,1}$$

### ۱۶ ۲ شرایط مرزی دمایی با دمای مشخص

در دیواره‌هایی با دمای ثابت و همچنین ورودی‌هایی با دمای مشخص از روابط زیر برای تعیین توابع توزیع احتمالی مجهول استفاده می‌شود.

با فرض اینکه در ورودی دما مشخص است و توابع توزیع ۱ و ۵ و ۸ مجهول هستند داریم:

$$g_{1,o,j} = T_{in}(\omega(1) + \omega(3)) - g_{3,o,j}$$

$$g_{5,0,j} = T_{in}(\omega(5) + \omega(7)) - g_{7,0,j} \quad (\xi \neq 2)$$

$$g_{8,0,j} = T_{in}(\omega(8) + \omega(6)) - g_{6,0,j}$$

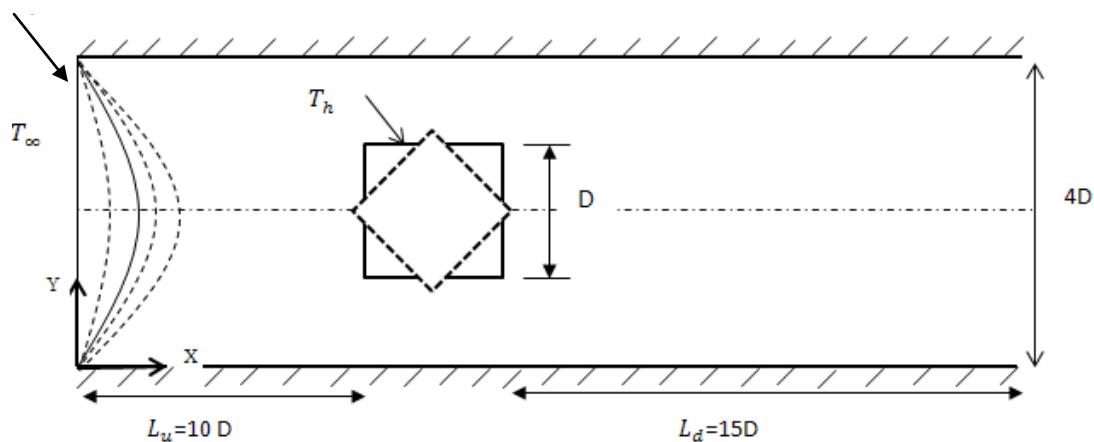
که در آن  $T_{in}$  دمای سیال ورودی می باشد.

## فصل ۳:

ہندسہ مور دبررسی

### ۳ + طرح مساله

در بررسی حاضر، جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی اجباری بر روی سیلندر مربعی در داخل کanal مورد بررسی قرار گرفته است. قطر سیلندر  $D$  در نظر گرفته شده و نسبت انسداد<sup>۱</sup>  $\beta = 1/4$  در نظر گرفته شده است. دیواره های سیلندر در دمای ثابت  $T_h$  و دیواره های کanal آدیاباتیک می باشند، سیال ورودی سرد و پروفیل سرعت ورودی در ابتدا توسعه یافته در نظر گرفته شده است. در ادامه حل عددی سیلندر مربعی چرخش  $45^\circ$  پیدا می کند و اثر چرخش مانع بر روی پارامترهای انتقال حرارت و جریان بررسی می شود سپس به بررسی اثر نوسان در سرعت ورودی می پردازیم شکل (۱-۳).



برای اعمال شرایط مرزی روی دیواره مانع پس از اعمال چرخش، از شرط مرزی روی دیواره منحنی شکل استفاده شده است که در ادامه نحوه اعمال این روش بیان شده است.

<sup>۱</sup> Blockage Ratio

### ۳ + ۴ مرزهای منحنی در شبکه بولتزمن

برای هندسه های منحنی شکل، استفاده از طرح BBL نیازمند این است که دیواره جامد منحنی شکل به صورت پله تقریب زده شود که این کار پیوستگی مرز را از بین می برد. همانطور که می دانید پیوستگی هندسه در جریان هایی با رینولدز بالا، به دلیل وابسته بودن تولید گردابه و توزیع تنش به کیفیت شبکه بندی نزدیک دیواره، بسیار مهم می باشد. به همین خاطر <sup>۱</sup> لو [۵۰] پیشنهاد کردند که معادله شبکه بولتزمن با شبکه غیر هم بند و متناسب با هندسه به کار گرفته شود. در ادامه هی و دولن <sup>۲</sup> [۵۲] پیشنهاد کردند یک روش بر پایه درون یابی برای معادله بولتزمن در مختصات منحنی الخط معرفی کردند. می و شای <sup>۳</sup> [۵۳]، معادله بولتزمن را در مختصات منحنی الخط با استفاده از روش تفاضل محدود حل کردند. عمیق ترین بررسی انجام شده در مورد شرایط مرزی در روش شبکه بولتزمن توسط گینزبورگ و هامیرس <sup>۴</sup> [۵۴]، انجام شده است. راهی که آنها پیشنهاد کردند یک روش با شرایط خاص و با دقت مرتبه دوم بسط چاپمن-انسکوگ بدست آمده است ولی به هر حال این کار خیلی مورد توجه قرار نگرفته است. چون استفاده از روش کمانه کردن بسیار ساده تر از این روش است.

در تحقیق حاضر، با گسترش روشی که فیلیپوا و هانل <sup>۵</sup> [۵۵] پیشنهاد کردند، روشی با دقت مرتبه دوم برای بدست آوردن تابع توزیع روی دیواره جامد منحنی شکل، معرفی می شود. که بر پایه مرجع [۵۶]، شرط مرزی برای  $\bar{f}$  در سمت جامد توسط معادله بولتزمن محاسبه می گردد و برای بدست آوردن  $\bar{f}$  در نزدیکی دیواره از بسط تیلور هم برای زمان و هم فضا به کار گرفته می شود.

<sup>۱</sup> He and Lou

<sup>۲</sup> He and Doolen

<sup>۳</sup> Mei and Shyy

<sup>۴</sup> Ginzburg and Hamieres

<sup>۵</sup> Filippova and Hanel

فیلیپو و هانل یک جریان یکنواخت را حول یک سیلندر را با این روش شبیه سازی کردند. آنها یک مرز منحنی شکل را که در بین نقاط شبکه قرار گرفته است را مورد بررسی قرار دادند، این هندسه در شکل (۲-۳) نشان داده شده است.

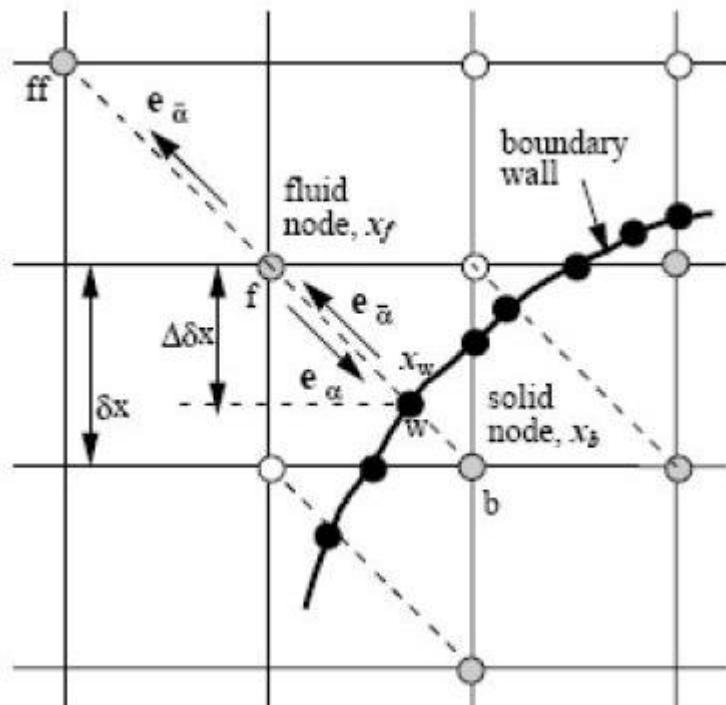
### ۳ ۴ بررسی روش فیلیپو و هانل

جریان ماکروسکوپیک با طول مشخصه  $L$  را در نظر بگیرید. نقاط شبکه که در سمت سیال قرار گرفته اند را با  $x_f$  و نقاطی که در سمت جامد قرار گرفته اند را با  $x_b$  نشان داده شده اند. دایره های کوچک توپر روی مرز،  $x_w$ ، نشان دهنده محل تلاقی دیوار با لینک های شبکه می باشد (شکل (۲-۳)). سرعت در  $x_w$  محل تلاقی  $x_b$  و  $x_f$  می باشد. نسبت تقسیم لینک به صورت زیر

تعريف می شود :

$$\Delta = \frac{|x_f - x_w|}{|x_f - x_b|} \quad (2-3)$$

واضح است که  $0 \leq \Delta \leq 1$  می باشد و فاصله عمودی یا افقی بین  $x_b$  و  $x_f$  در شبکه های مربعی برابر  $\Delta \delta x$  می باشد. مومنتم ذره ای که از  $x_f$  به سمت  $x_b$  حرکت می کند با  $e_\alpha$  نشان داده می شود و مومنتم ذره ای که جهت عکس حرکت می کند،  $e_{\bar{\alpha}}$  می باشد. بعد از مرحله برخورد،  $f_{\bar{\alpha}}$  در سمت سیال بدست می آید ولی برای سمت جامد نمی توان این مقدار را محاسبه کرد. (از این به بعد وقتی  $f_{\bar{\alpha}}$  به کار برده می شود، منظورتابع توزیع ذره ای است که از سمت جامد به سمت سیال در حرکت است).



شکل (۳) چگونگی قرار گرفتن مرز منحنی در شبکه

برای اتمام مرحله جاری شدن

$$f_{\bar{\alpha}}(x_f = x_b + e_{\bar{\alpha}} \delta t, t + \delta t) = \tilde{f}_{\bar{\alpha}}(x_b, t) \quad (\# 3)$$

همانطور که مشخص است،  $\tilde{f}_{\bar{\alpha}}(x_b, t)$  نیاز می باشد. برای بدست آوردن  $\tilde{f}_{\bar{\alpha}}(x_b, t)$ ، فیلیپوا و هانل پیشنهاد کردند که از یک درون یابی خطی استفاده شود.

$$\tilde{f}_{\alpha}(x_b, t) = (1 - \chi)\tilde{f}_{\alpha}(x_f, t) + \chi f_{\alpha}^*(x_b, t) + 2w_{\alpha}\rho \frac{3}{c^2} e_{\bar{\alpha}} u_w \quad (\# 3)$$

که  $u_w = u(x_w, t)$  سرعت روی دیواره است و  $\chi$  فاکتور وزنی می باشد که درون یابی (یا برون یابی) بین  $f_{\alpha}^*(x_f, t)$  و  $\tilde{f}_{\alpha}(x_f, t)$  را کنترل می کند. تابع توزیع مجازی  $f_{\alpha}^*(x_f, t)$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$f_{\alpha}^*(x_f, t) = \omega_{\alpha}\rho(x_f, t) \left[ 1 + \frac{3}{c^2} e_{\alpha} u_{bf} + \frac{3}{2c^4} (e_{\alpha} u_f)^2 - \frac{3}{2c^2} u_f \cdot u_f \right] \quad (4-3)$$

در معادله بالا  $u_f = u(x_f, t)$  است که مبین سرعت سیال در نزدیکی دیواره می باشد و  $u_{bf}$  نیز باید انتخاب شود. همانطور که گفته شد فاکتور وزنی  $\chi$  باید بر اساس  $u_{bf}$  انتخاب شود البته راه انتخاب  $u_{bf}$  یک راه واحد نمی باشد. مثلا می توان  $u_f = u_{bf}$  گرفت و یا اینکه از برون یابی خطی،  $u_{bf} = \frac{(\Delta-1)u_f}{\Delta} + \frac{u_w}{\Delta}$  که منطقی نیز می رسد استفاده کرد. برای بدست آوردن  $\chi$  در معادله (3-3) فیلیپوا و هانل جریانی با شرایط زیر را در نظر گرفتند.

$$\left( L/c t_c \right) \ll 1 \quad (5-3)$$

که بیانگر این است که زمان مشخصه جریان  $t_c$ ، بسیار بزرگتر از زمان ادوکسیون  $L/c$  در مقیاس شبکه است. این جریان که مبین جریان آزاد می باشد به فیلیپوا و هانل این امکان را داد که در معادله (2-3) را از  $f(x_f, t + \delta t)$  تخمین بزنند:

$$f_{\bar{\alpha}}(x_f = x_b + e_{\bar{\alpha}}\delta t, t + \delta t) = f_{\bar{\alpha}}(x_f, t) + \delta t \frac{\partial f_{\bar{\alpha}}}{\partial t} + \dots \quad (6-3)$$

با استفاده از آنالیز ابعادی، فرض می شود. بنابراین:

$$f_{\bar{\alpha}}(x_f, t + \delta t) = f_{\bar{\alpha}}(x_f, t) + \left[ 1 + O\left(\frac{\delta t}{t_c}\right) \right] = f_{\bar{\alpha}}(x_f, t) + \left[ 1 + O\left(\frac{\delta x}{L} \frac{L}{c t_c}\right) \right] \approx f_{\bar{\alpha}}(x_f, t) \quad (7-3)$$

باید به این نکته اشاره کرد که در معادله (5-3)، عبارت نادیده گرفته شده از مرتبه  $O\left(\frac{\delta x}{L} \frac{L}{c t_c}\right)$  هستند که بسیار کوچکتر از مرتبه  $O\left(\frac{\delta x}{L}\right)$  عبارت مورد استفاده می باشند.

$$f_{\bar{\alpha}}(x_f, t + \delta t) = f_{\bar{\alpha}}^{eq}(x_f, t) - \lambda \left[ \frac{\partial f_{\bar{\alpha}}^{eq}}{\partial t} + e_{\bar{\alpha}} \cdot \nabla f_{\bar{\alpha}}^{eq} \right] + \dots \approx \\ f_{\bar{\alpha}}^{eq}(x_f, t) - \lambda e_{\bar{\alpha}} \cdot \nabla f_{\bar{\alpha}}^{eq} + \dots \quad (\# 3)$$

برای بدست آوردن مقدار  $f_{\bar{\alpha}}^{eq}$ ، عبارت اصلی آن  $\nabla f_{\bar{\alpha}}^{eq}$  را با فرض اینکه جریان در محدوده تراکم  $\lambda = \tau_m \delta t$  در نظر گرفت. با توجه به اینکه ناپذیر باشد، می‌توان به صورت  $\rho \omega_\alpha \left( \frac{3}{c^2} \right) e_{\bar{\alpha}} \cdot \nabla u$  است، معادله (۴-۳) به معادله زیر تبدیل می‌شود:

$$f_{\bar{\alpha}}(x_f, t) = f_{\bar{\alpha}}^{eq}(x_f, t) - \tau_m \delta t \rho \omega_\alpha \left( \frac{3}{c^2} \right) e_{\bar{\alpha}} \cdot \nabla u \approx \\ f_{\alpha}^{eq}(x_f, t) - 2 \rho \omega_\alpha \left( \frac{3}{c^2} \right) u_f e_\alpha - \tau_m \delta t \rho \omega_\alpha \left( \frac{3}{c^2} \right) \nabla u \cdot e_{\bar{\alpha}} \quad (\# 3)$$

که همان سمت چپ معادله (۳-۳) می‌باشد. برای بسط دادن سمت راست معادله (۳-۳) در شرایط پارامتر کوچک محاسباتی:

$$\frac{\delta x}{L} = \frac{c \delta t}{L} \ll 1 \quad (\# 3)$$

ابتدا باید این نکته ذکر شود که  $f_{\alpha}^*(x_b, t)$  را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f_{\alpha}^*(x_b, t) = f_{\alpha}^{eq}(x_f, t) + \rho \omega_\alpha \left( \frac{3}{c^2} \right) e_\alpha \cdot (u_{bf} - u_f) \quad (\# 3)$$

بنابراین سمت راست معادله (۳-۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\tilde{f}_{\bar{\alpha}}(x_b, t) \approx f_{\alpha}^{eq}(x_f, t) + \\ (1 - \chi)(1 - 1/\tau_m) f_{\alpha}(x_f, t) + \rho \omega_\alpha \left( \frac{3}{c^2} \right) e_\alpha \cdot (\chi u_{bf} - \chi u_f - 2u_w) = \\ f_{\alpha}^{eq}(x_f, t) - (1 - \chi)(\tau_m - 1) \delta t \rho \omega_\alpha \left( \frac{3}{c^2} \right) \nabla u \cdot e_\alpha + \rho \omega_\alpha \left( \frac{3}{c^2} \right) e_\alpha \cdot (\chi u_{bf} - \chi u_f - 2u_w) \quad (\# 3)$$

بسته به درون یابی خطی، فیلیپوا و هانل، با بسط دادن  $u_f$  نزدیک دیواره ( $x_w$ ) با استفاده از بسط تیلور و با توجه به اینکه  $u_{bf} - u_f = \delta t \nabla u \cdot e_\alpha$ . با معادل قرار دادن معادلات (۹-۳) و (۳-۳)

۱۲) و برابر قرار دادن ضرایب خطی  $\delta t$  ،  $\chi = \frac{(2\Delta-1)}{\tau_m}$  نتیجه می شود.

برای  $u_{bf} - u_f = 0$  . با معادل قرار دادن معادلات (۹-۳) و (۱۲-۳) و برابر

قراردادن ضرایب عبارت های خطی  $\chi = \frac{(2\Delta-1)}{\tau_m} = \frac{(2\Delta-1)}{(\tau_{m-1})}$  نتیجه می شود. فیلیپوا و هانل

دریافتند که  $u_{bf} = \frac{(\Delta-1)u_f}{\Delta} + \frac{u_w}{\Delta}$  فقط وقتی که  $\Delta \geq 1/2$  است جواب پایدار می دهد، بنابراین

آنها پیشنهاد کردند که :

$$u_{bf} = \frac{(\Delta-1)u_f}{\Delta} + \frac{u_w}{\Delta} \quad and \quad \chi = \frac{(2\Delta-1)}{\tau_m} \quad for \quad \Delta \geq \frac{1}{2} \quad (14-2)$$

$$u_{bf} = u_f \quad and \quad \chi = \frac{(2\Delta-1)}{(\tau_{m-1})} \quad for \quad \Delta < \frac{1}{2} \quad (14-3)$$

وقتی فاکتور وزنی  $\chi$  بسیار بزرگ شود ناپایداری رخ می دهد.

برای  $\Delta \geq 1/2$  است که تا وقتیکه ویسکوزیته بزرگتر از  $5/0$  و مثبت باشد، همواره

کوچکتر از ۲ می باشد. برای  $\frac{1}{2} < \Delta < \frac{1}{(\tau_{m-1})}$  است. همانطور که مشخص است وقتی

$\tau_m \rightarrow 1$  نزدیک می شود،  $\chi$  بسیار بزرگ می شود و ناپایداری در حل را موجب می شود.

### ۳ # # # جهود روش

با بررسی های انجام شده در این تحقیق مشخص گردید که کلید افزایش پایداری در محاسبات و

در نتیجه افزایش دقت حل، آزادی عملی است که در انتخاب  $f_\alpha^*(x_b, t)$  وجود دارد. تا زمانیکه

$\chi = \frac{(2\Delta-1)}{(\tau_{m-1})}$  باشد وقتی که  $\tau_m \rightarrow 1$  ناپایداری پدید می آید. برای نتیجه بهتر، باید مقدار  $\chi$  با

افزایش مقدار مخرج عبارت، کاهش یابد تا از ناپایداری جلوگیری شود. وقتی که  $\Delta \geq 1/2$  است،

$u_{bf}$  یک سرعت مجازی در داخل ناحیه جامد می باشد و مخرج برای  $\chi$  ،  $\tau_m$  می باشد. ولی وقتی  $\Delta < \frac{1}{2}$  است،  $u_{bf}$  که توسط فیلیپوا و هائل انتخاب شده،  $u_f$  است که همان سرعت سیال در نقطه  $x_f$  است، که همین امر موجب می شود که مخرج عبارت  $\chi = (1 - \tau_m)$  گردد. بنابراین، پیشنهاد می شود که برای  $\Delta \geq \frac{1}{2}$  از معادله (۱۲-۴) استفاده شود ولی برای  $\Delta < \frac{1}{2}$  از معادله زیر:

$$u_{bf} = u_f = u_f(x_f + e_{\bar{\alpha}}\delta t, t) \quad \text{for } \Delta < \frac{1}{2} \quad (15 \ 3)$$

بنابراین

$$u_{bf} - u_f = u_f(x_f + e_{\bar{\alpha}}\delta t, t) - u_f(x_f, t) = -\delta t \nabla u e_{\alpha} \quad (16 \ 3)$$

که منجر می شود به:

$$-\tau_m(1 - \chi) \left(1 - \frac{1}{\tau_m}\right) - \chi = 2\Delta - \tau_m \quad (17 \ 3)$$

با معادل قرار دادن ضرایب هم مرتبه خطی ( $O(\delta_t)$ ) از معادلات (۹-۳) و (۱۲-۳)، عبارت زیر

بدست می آید:

$$\chi = \frac{(2\Delta - 1)}{(\tau_m - 2)} \quad \text{for } \Delta < \frac{1}{2} \quad (18 \ 3)$$

سوالی که ممکن است پیش بیاید این است که شاید بهتر است که  $u_f(x_f + 2e_{\tilde{\alpha}}\delta t, t)$  برای  $u_f$  انتخاب شود تا منجر به بدست آمدن  $\chi = \frac{(2\Delta - 1)}{(\tau - 3)}$  شود که ناپایداری کاملا از بین رود. اگر چه این کار افزایش پایداری را در پی خواهد داشت، ولی کاهش دقت حل، مانع از انتخاب چنین سرعتی برای  $u_f$  می شود. بنابراین از  $u_f(x_f + 2e_{\bar{\alpha}}\delta t, t)$  استفاده می شود که مقادیر وسیعی از  $\tau_m$  را در

حل می تواند در برگیرد و عملاً نیازی به انتخاب نقاط دورتر نیست.

### ۳ ۴ شرایط مرزی حرارتی

برای محاسبه میدان دما در مرزهای منحنی شکل، از روشی که در مرجع [۵۶] منتشر شده است استفاده می شود.

تابع توزیع برای دما به دو قسمت تقسیم می شود. قسمت تعادلی و قسمت غیر تعادلی :

$$g_{\bar{\alpha}}(x_b, t) = g_{\bar{\alpha}}^{eq}(x_b, t) + g_{\bar{\alpha}}^{neq}(x_b, t) \quad (14-3)$$

که با جایگذاری معادله (۱۹-۲) در معادله (۴۳-۲) و (۴۴-۲) داریم:

$$\tilde{g}_{\bar{\alpha}}(x_b, t + \Delta t) = g_{\bar{\alpha}}^{eq}(x_b, t) + \left(1 - \frac{1}{\tau_h}\right) g_{\bar{\alpha}}^{neq}(x_b, t) \quad (2+3)$$

همانطور که مشخص است، برای محاسبه  $\tilde{g}_{\alpha}(x_b, t + \Delta t)$  هر دو مقدار  $g_{\alpha}^{eq}(x_b, t)$  و  $g_{\alpha}^{neq}(x_b, t)$  نیاز می باشد.

قسمت معادل تابع توزیع به شکل زیر قابل مقایسه می باشد :

$$g_{\bar{\alpha}}^{eq}(x_b, t) = \omega_{\bar{\alpha}} T_b^* \left[ 1 + \frac{3}{c^2} e_{\bar{\alpha}} \cdot u_b \right] \quad (2+3)$$

که  $T_b^*$  از برون یابی خطی به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$T_b^* = T_{b1} \quad \text{if } \Delta \geq 0.75 \quad (2+3)$$

$$T_b^* = T_{b1} + (1 - \Delta) T_{b2} \quad \text{if } \Delta < 0.75 \quad (2+3)$$

که  $\Delta$  همان نسبت طول معرفی شده در بخش محاسبات میدان سیال می باشد (رابطه (۳-۱)) و

$$T_{b1} = \frac{[T_W + (\Delta - 1)T_f]}{\Delta} \quad (24 \quad 3)$$

$$T_{b2} = \frac{[2T_W + (\Delta - 1)T_{ff}]}{(\Delta - 1)} \quad (25 \quad 3)$$

که  $T_f$  و  $T_{ff}$  به ترتیب بیانگر دمای سیال در نقاط  $x_f$  و  $x_{ff}$  می باشد.

مرحله بعدی ، محاسبه بخش غیر تعادلی  $g_{\bar{\alpha}}^{neq}(x_b, t)$  می باشد که از تخمین مرتبه دوم استفاده شده است :

$$g_{\alpha}^{neq}(x_b, t) = \Delta g_{\alpha}^{neq}(x_f, t) + (1 - \Delta)g_{\alpha}^{neq}(x_{ff}, t) \quad (27 \quad 3)$$

### ۳ ۴ محاسبه نیروی وارد بر سیلندر

بعد از مرحله برخورد و جاری شدن، نوبت به محاسبه نیروی وارد به سیلندر از طرف سیال می رسد. برای محاسبه این نیرو از روش مبادله ای مومنتم که نتایج خوبی داده است استفاده می شود. روش مبادله ای مومنتم بر پایه ای انتقال مومنتم از ذرات سیال به سطح سیلندر بعد از مرحله جاری شدن می باشد. نیروی مبادله شده بین یک نقطه از سیال و نقطه روی سطح از رابطه ای :

$$\sum_{\alpha=1}^8 e_{\alpha} [f_{\alpha}(x_b, t) + f_{\bar{\alpha}}(x_f, t)] (1 - \omega(x_f)) \quad (27 \quad 3)$$

بدست می آید.

نیروی کل وارد بر سطح از مجموع تک تک این نیرو ها بدست می آید:

$$F = \sum_{all x_b} \sum_{\alpha=1}^8 e_{\alpha} [f_{\alpha}(x_b, t) + f_{\bar{\alpha}}(x_f, t)] (1 - \omega(x_f)) \quad (28 \quad 3)$$

که در آن پارامتر  $(x)\omega$  پارامتری است که اگر  $x$  توسط سیال اشغال شده باشد برابر صفر و اگر توسط جسم جامد اشغال شده باشد برابر ۱ می باشد.

### ۳ ۶ جزئیات حل عددی

در این پژوهش جریان و انتقال حرارت در  $Pr = 0.71$ ,  $Re = 160$  و نسبت انسداد  $\beta = 1/4$  شبیه سازی شده است. برای اطمینان از غیر قابل تراکم بودن باید مقدار ماکزیمم سرعت دامنه کوچکتر از سرعت صوت باشد، بنابراین ماکزیمم سرعت ورودی برابر  $0.8$  در نظر گرفته می شود. برای تمام شبیه سازی های انجام شده  $T_h = 1$  و  $T_\infty = 0$  در نظر گرفته شده است. برای مقایسه نتایج با سایر پژوهش ها بی بعدسازی های زیر انجام شده است.

$$u^* = \frac{u}{U}, v^* = \frac{v}{U}, x^* = \frac{x}{L}, y^* = \frac{y}{L}, T^* = \frac{T_s - T_\infty}{T_h - T_\infty} \quad (24-3)$$

ضرایب لیفت و درگ نیز به صورت زیر تعریف می شوند:

$$CD = \frac{2F_x}{\rho u^2 D}, C_L = \frac{2F_y}{\rho u^2 D} \quad (3+3)$$

که  $F_x$  و  $F_y$  به ترتیب نیروی  $F$  محاسبه شده در رابطه (۲۸-۳) درجهت  $X$  و  $y$  می باشند.  
بعد از محاسبه میدان دما ، اعداد ناسلت زیر برای بیان چگونگی انتقال حرارت بر روی سیلندر مورد استفاده قرار می گیرد.

<sup>۱</sup> Blockage Ratio

$$\langle Nu \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_x dx \quad \text{ناسلت میانگین مکانی} \quad (3+ 3)$$

$$\langle \overline{Nu} \rangle \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \overline{Nu} d\tau \quad \text{ناسلت میانگین مکانی و زمانی} \quad (3+ 3)$$

زمانیکه جریان به حالت تناوبی می رسد، با محاسبه فرکانس نوسانات عدد بی بعد فرکانس نیز به

صورت عدد استروهال محاسبه می شود.  $t_P$  زمان تناوب و  $f = \frac{1}{t_P}$  فرکانس جریان می باشد.

$$sr = \frac{fd}{U_{max}} \quad (3+ 3)$$

## فصل ۲:

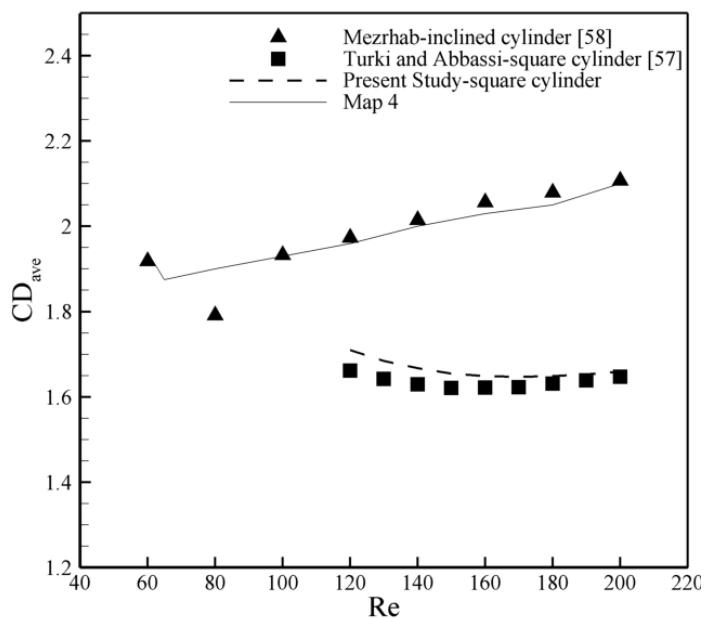
نتیج و تفسیر آنها

## ۴ + معتبرسازی

### ۴ + میدان جریان

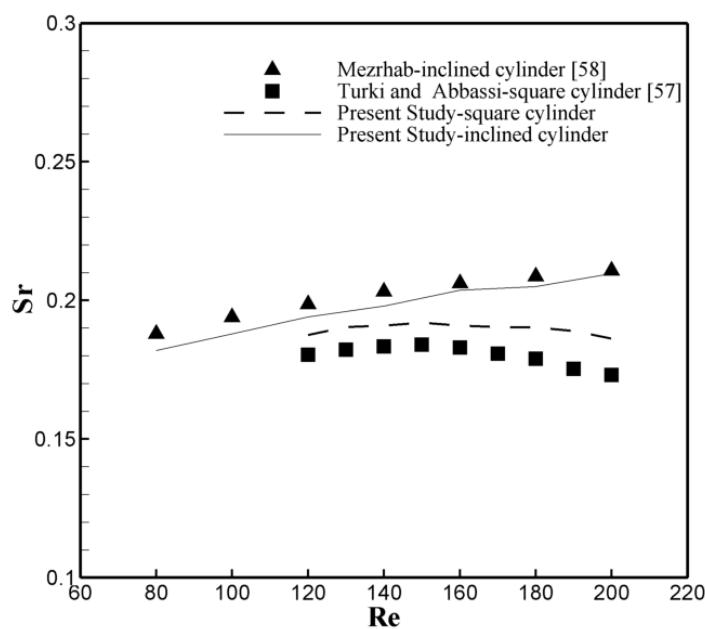
در ابتدا برای حصول اطمینان از صحت برنامه نوشته شده، پارامترهای میدان جریان از جمله عدد استروهال و ضریب درگ متوسط زمانی برای یک سیلندر مربعی با زاویه صفر و بعد از چرخش  $45^\circ$  در داخل کanal با ورودی سرعت توسعه یافته بدست آمده و با نتایج منتشر شده در این زمینه مقایسه شده است.

شکل (۱-۵) نشان دهنده تغییرات متوسط زمانی ضریب درگ در اعداد رینولدز مختلف برای حل حاضر و نتایج منتشر شده توسط ترکی و عباسی و مزرهاب [۵۷-۵۸] می باشد. در اعداد رینولدز پایین در حالت جریان دائم بعلت اثر غالب نیروی ویسکوزیته ، ضریب درگ با افزایش عدد رینولدز کاهش می یابد تا جاییکه به کمترین مقدار خود می رسد این عدد رینولدز، عدد رینولدز بحرانی می باشد سپس با افزایش عدد رینولدز دنباله پشت جسم تشکیل می شود و ضریب درگ افزایش می یابد. نتایج حاصل از حل حاضر از تطابق خوبی با نتایج منتشر شده برخوردار می باشد .



شکل (۴+ ) مقایسه متوسط زمانی ضریب درگ حل حاضر و حل عددی ترکی و همکارانش [۵۷]

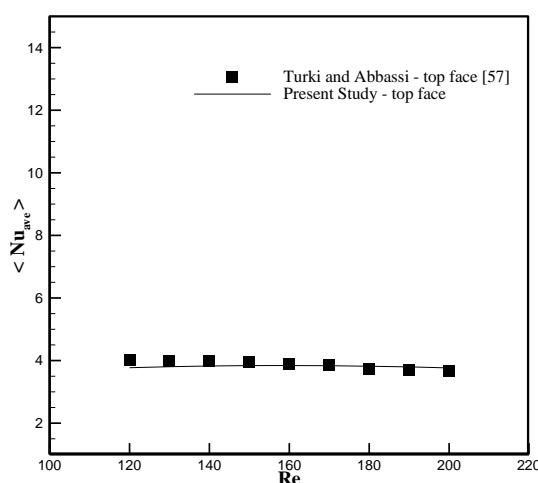
یکی از پارامترهای مهم در جریان نوسانی فرکانس گردابه های تشکیل شده در ناحیه دنباله تشکیل شده پشت جسم می باشد که توسط عدد استروهال تعریف می شود. شکل (۵-۲) تغییرات عدد استروهال را در اعداد رینولدز مختلف نشان می دهد.



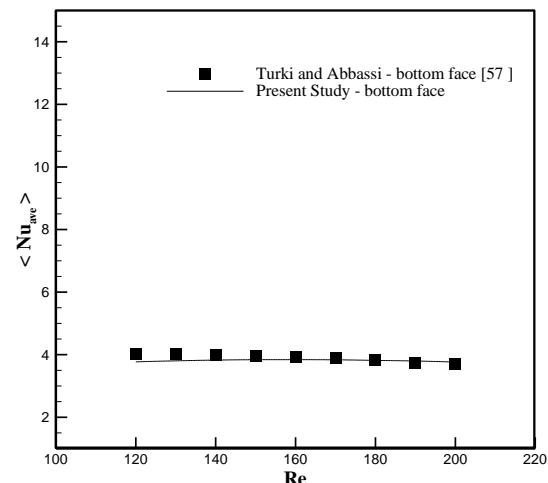
شکل (۴+) مقایسه عدد استروهال حل حاضر و نتایج عددی ترکی و همکارانش [۵۷]

## ۴ + انتقال حرارت

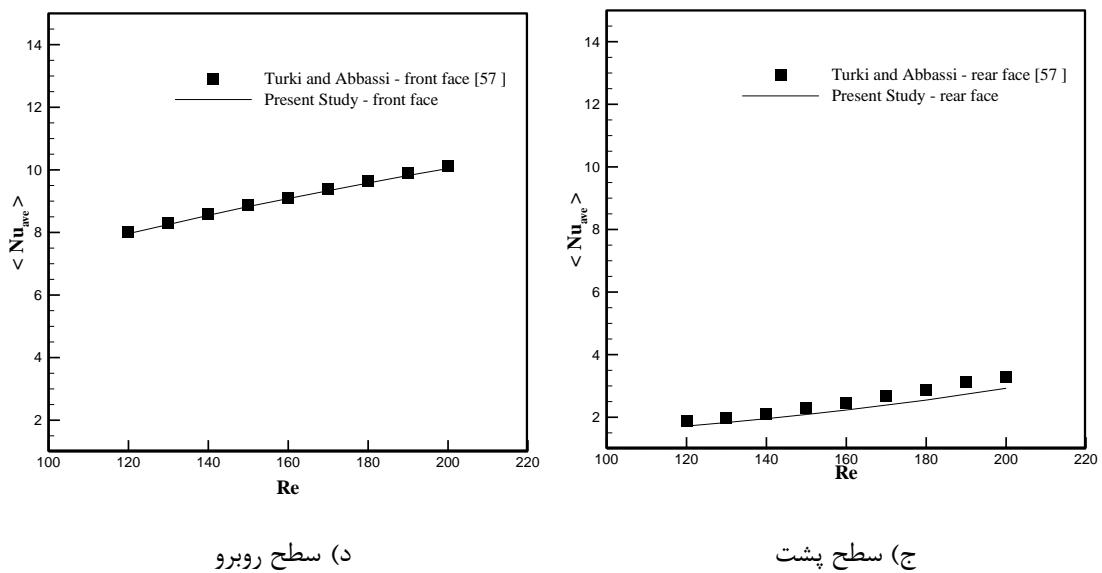
در ادامه به منظور بررسی درستی نتایج انتقال حرارت، در شکل (۳-۴) توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت بر روی هر چهار سطح سیلندر مربعی در اعداد رینولدز مختلف نشان داده شده است و با نتایج ترکی و عباسی [۵۷] مقایسه شده است. همانطور که انتظار داریم با توجه به تقارن هندسه مورد بررسی مقدار عدد ناسلت متوسط زمانی در هر عدد رینولدز در صفحات بالایی و پایینی برابر است و با افزایش عدد رینولدز کاهش می یابد. در صفحه جلویی بیشترین مقدار انتقال حرارت را داریم و کمترین مقدار انتقال حرارت نیز در صفحه پشتی وجود دارد. در صفحات جلویی و پشتی با افزایش عدد رینولدز مقدار انتقال حرارت افزایش می یابد که نرخ افزایش صفحه پشتی بیشتر است. نتایج حل عددی حاضر از تطابق خوبی با نتایج منتشر شده برخوردار است.



ب) سطح بالا



الف) سطح پایین



شکل (۴-۴) تغییرات متوسط زمانی عدد ناسلت با رینولدز بر روی صفحات سیلندر مربع

در جدول (۱-۴) حداقلر مقدار انحراف حاصل از حل حاضر و نتایج منتشر شده توسط سایر محققین آورده شده است.

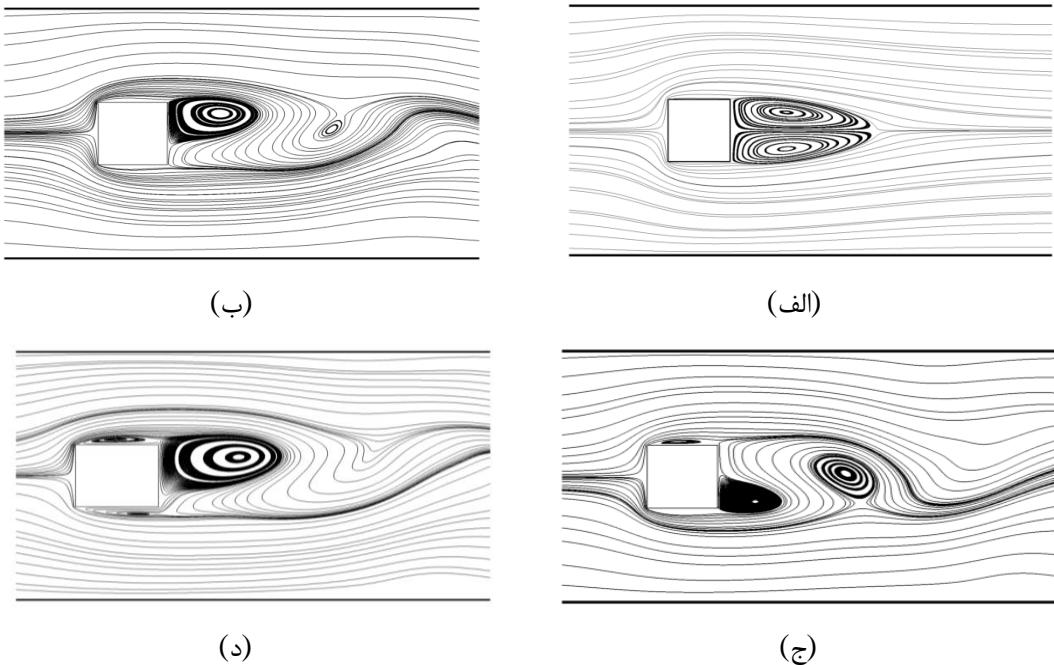
جدول (۴-۴) حداقلر انحراف حل حاضر

	سیلندر مربعی	سیلندر مربعی بعد از چرخش
	حداقلر مقدار انحراف	
عدد رینولدز	۱۲۰	۸۰
عدد ناسلت	٪ ۴	-
عدد استروهال	٪ ۶	٪ ۳/۲
ضریب درگ	٪ ۲/۹	٪ ۵

#### ۴-۴ سیلندر مربعی

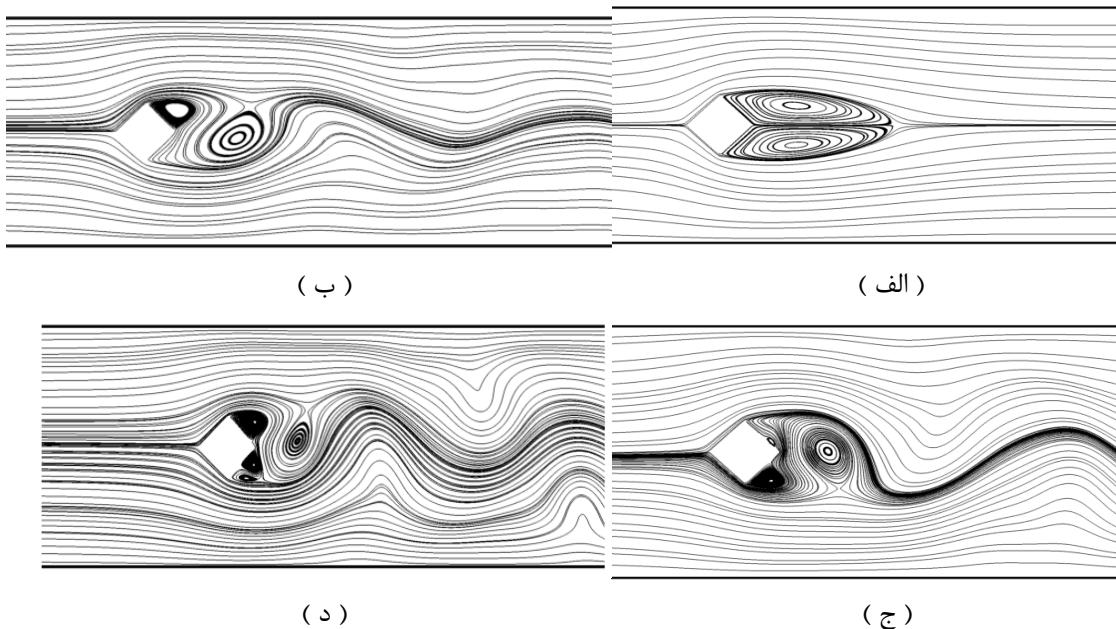
به منظور بررسی شروع حالت پریودیک، در شکل (۴-۴) خطوط جریان در اعداد رینولدز مختلف

نشان داده شده است. در هر شکل رژیم جریان مختلفی مشاهده می شود، ابتدا در عدد رینولذز ۸۰ ناحیه چرخشی پایدار که شامل دو گردابه متقارن است دیده می شود در این حالت جریان همچنان دائم باقی مانده است. با افزایش عدد رینولذز در رینولذز بحرانی ۱۲۰ ناحیه چرخشی پایدار تشکیل شده پشت جسم ناپایدار شده و در پشت جسم ناحیه نوسانی تشکیل می گردد، این عدد رینولذز بحرانی به نسبت انسداد بستگی دارد، در ادامه با افزایش عدد رینولذز جریان شروع به نوسان می کند و جریان غیردائم تناوبی تشکیل می گردد.



شکل (۴) خطوط جریان بر روی سیلندر مربعی به منظور بررسی شروع حالت پریودیک : (الف)  
Re = ۸۰ (ب) Re = ۱۲۰ (ج) Re = ۱۵۰ (د) Re = ۲۰۰ (e)

در شکل (۴-۵) شروع حالت نوسان برای سیلندر مربعی پس از چرخش  $45^\circ$  نشان داده شده است. همانطور که از شکل خطوط جریان مشخص است ابتدا جریان دائم اطراف سیلندر در رینولذز ۶۰ مشاهده می شود با افزایش رینولذز، در رینولذز بحرانی ۷۰-۶۵ جریان شروع به نوسان می کند و جریان غیر دائم - تناوبی مشاهده می شود.



شکل (۴-۵) خطوط جریان بر روی سیلندر مربعی پس از چرخش  $45^\circ$  به منظور بررسی شروع حالت پریودیک: (الف)  $Re = 60$  (ب)  $Re = 150$  (ج)  $Re = 200$  (د)  $Re = 700$

در جدول (۲-۴) مقادیر رینولدز، برای شروع حالت پریودیک جریان نشان داده شده است و با نتایج بدست آمده توسط سایر محققین مقایسه شده است.

جدول (۴-۶) مقایسه شروع حالت پریودیک حاصل از حل حاضر و نتایج منتشر شده توسط سایر محققین

شروع حالت نوسان				
	مزرهاپ، ترکی و عباسی [۵۸-۵۷]	حل حاضر		
سیلندر مربعی	۱۲۰	۱۲۰	۱۰	۱۵
سیلندر مربعی پس از چرخش	۸۰	۶۵-۷۰	۸	۳۱/۷۵

به این ترتیب با مقایسه نتایج بدست آمده توسط سایر محققین و نتایج بدست آمده از حل حاضر، این روش از قابلیت خوبی برای حل میدان جریان و میدان دما برخوردار است.

#### ۴.۶ استقلال از شبکه

یکی از تحلیل هایی که در مسائل عددی انجام می شود انتخاب شبکه حل و استقلال جواب ها از شبکه مذکور می باشد. در حل حاضر تعداد نقاط بر روی سیلندر مربعی برابر ۴۰ ند<sup>۱</sup> در نظر گرفته شده است، اثر تغییرات شبکه محاسباتی و تاثیر آن در جواب ها در جدول (۳-۴) و (۴-۴) مورد مقایسه قرار گرفته است، نتایج شامل عدد ناسلت متوسط زمانی و ضریب درگ متوسط زمانی می باشد.

جدول (۴-۴) مقایسه ضریب درگ متوسط زمانی مربوط به عدم وابستگی حل به شبکه برای جریان

تعداد گره ها بر روی سیلندر مربعی	ضریب درگ متوسط	انحراف از نتیجه شبکه انتخاب شده
۲۰	۱/۷۱	%۴/۲
۴۰	۱/۶۴	-
۵۰	۱/۶۱۸	%۱/۳

جدول (۴-۴) مقایسه عدد ناسلت متوسط زمانی مربوط به عدم وابستگی حل به شبکه برای انتقال حرارت

تعداد گره ها بر روی سیلندر مربعی	عدد ناسلت متوسط صفحه پایینی	انحراف از نتیجه شبکه انتخاب شده
۲۰	۳/۸۳	%۲/۸
۴۰	۳/۹۴	-
۵۰	۴/۰۱	%۱/۷

#### ۴.۷ نتایج

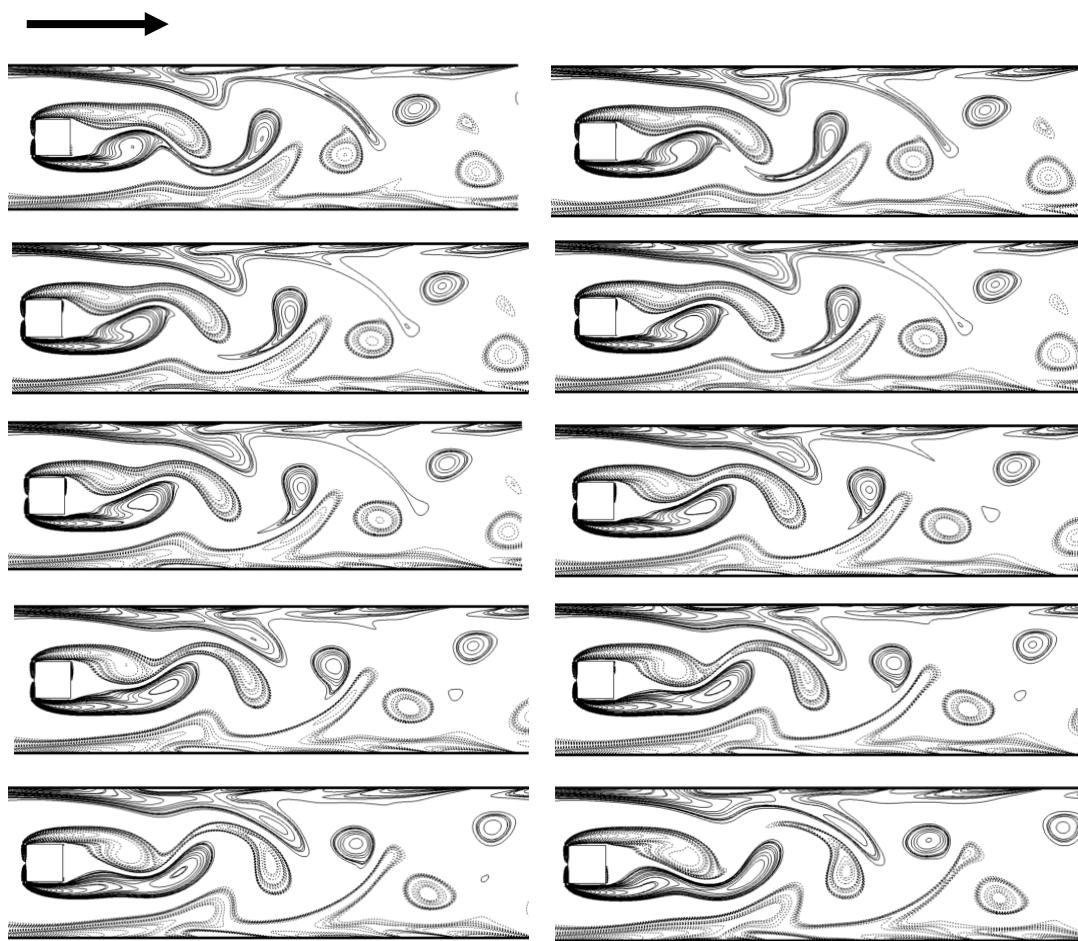
پس از اعتبار سنجی نتایج بدست آمده از این مطالعه، به بررسی جریان و انتقال حرارت بر روی سیلندر مربعی پرداخته می شود و در ادامه اثر چرخش مانع بر روی میدان جریان و انتقال حرارت

<sup>۱</sup>Node

بررسی می شود و در پایان به بررسی اثر نوسان در سرعت ورودی و تاثیر آن بر روی پارامترهای میدان جریان و انتقال حرارت پرداخته می شود. سیال عامل در این مسئله دارای عدد پرانتل ۰/۷۱ و عدد رینولدز برابر ۱۶۰ در نظر گرفته شده است.

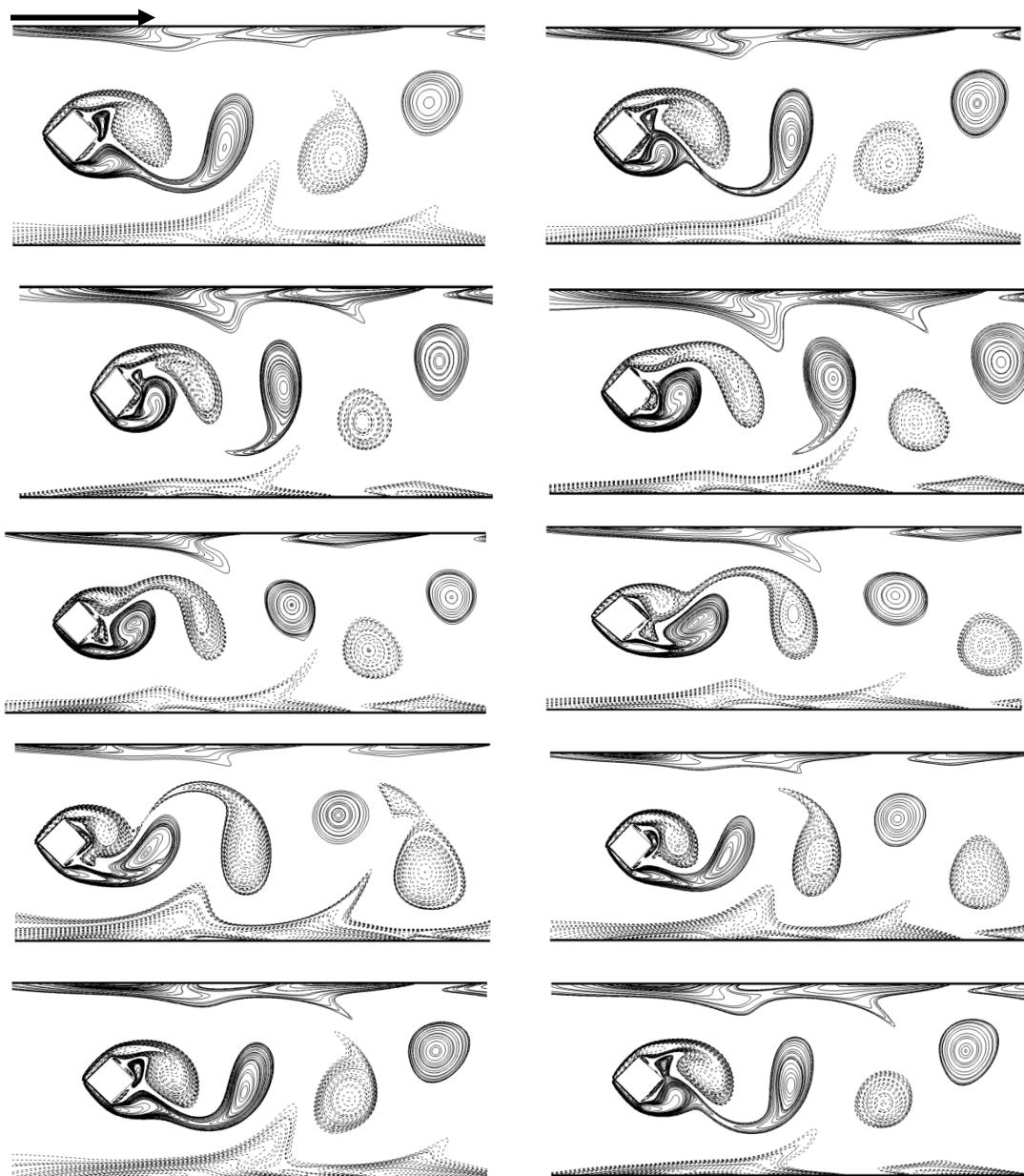
#### ۴ # میدان جریان

در جریان از روی مانع اگر فشار در جهت جریان افزایش یابد ( $\frac{dP}{dx} > 0$ ) گرادیان فشار معکوس است. با افزایش فشار نیروی مقاوم در برابر حرکت سیال در داخل لایه مرزی علاوه بر نیروی اصطکاک شامل نیروی فشار نیز خواهد بود بنابراین سرعت سیال کاهش می یابد و در صورتیکه کاهش فشار شدید باشد کاهش مومنت نیز زیاد بوده و ممکن است به صفر برسد و منفی نیز بشود که در این حالت لایه مرزی از مرز جدا شده، جریان سیال معکوس می شود و در ناحیه پایین دست خط جریان جدا شده دنباله تشکیل می شود. یکی از جالبترین ویژگی های دنباله پشت موانع گردابه های فون کارمن می باشد در این پدیده ابتدا در ناحیه دنباله پشت مانع گردابه هایی در بالا و پایین تشکیل می شود، همواره ابتدا یکی از گردابه ها کنده می شود و به طرف پایین دست می رود و در عین حال گرداب دیگر در محل خود رشد می کند، آنگاه گرداب دوم که رشد خود را کرده است، کنده می شود. بدین ترتیب فرآیندی رخ می دهد که در آن گرداب ها بطور متناوب گریخته و به پایین دست می روند. این نحوه قرار گرفتن گردابه ها در دنباله، خیابان گردابی فون کارمن نامیده می شود. در شکل (۴-۶) شکل گیری گردابه ها برای جریان از روی سیلندر مربعی در یک پریود زمانی در عدد رینولدز ۱۶۰ نشان داده شده است. خطوط توپر مقادیر مثبت و خطوط منفی مقادیر منفی را نشان می دهد.



شکل (۴-۴) شکل گیری گردابه ها برای جریان گذرا از روی سیلندر مربعی

شکل (۷-۴) شکل گیری گردابه ها را برای جریان از روی سیلندر پس از چرخش، در یک پریود زمانی نشان می دهد. خطوط توپر مقادیر مثبت و خطوط منفی مقادیر منفی را نشان می دهد.



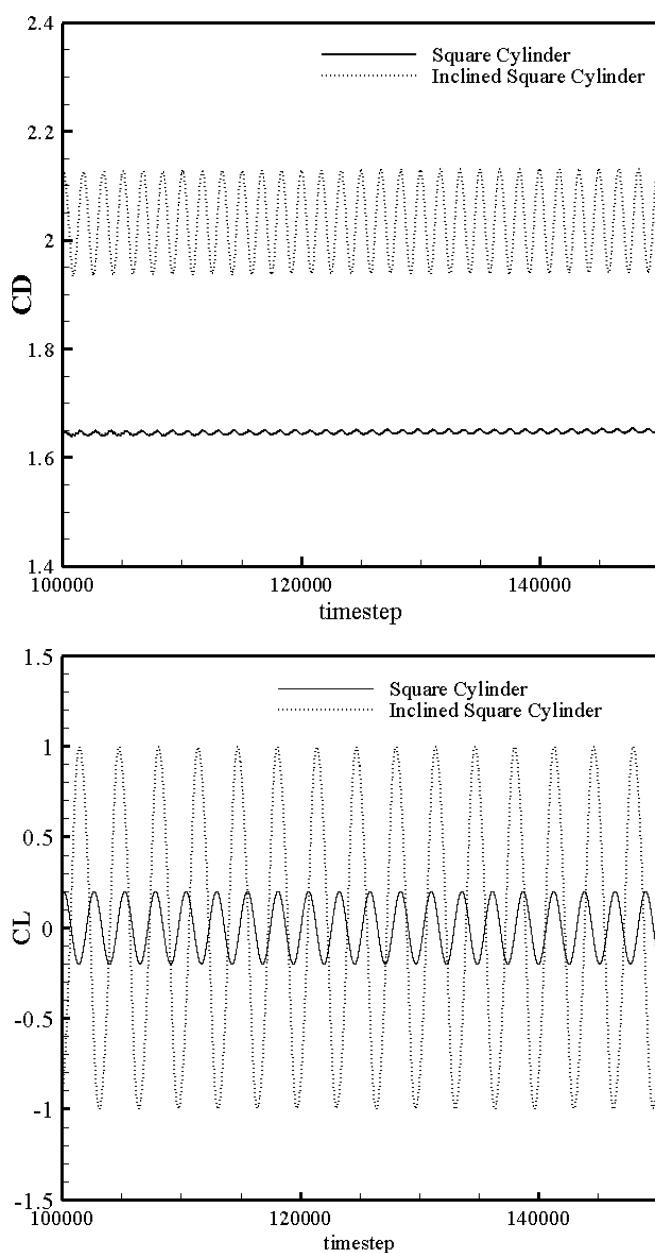
شکل (۴) (۴) شکل گیری گردابه برای جریان گذرا از روی سیلندر پس از چرخش  $45^\circ$

همان طور که دیده می شود دو نوع گردابه متفاوت از روی سطح سیلندر تشکیل شده و به سمت پایین دست جریان حرکت می کنند، نوع اول از قسمت پایین و نوع دوم از قسمت بالای سیلندر تشکیل می شود.

نیروی درگ واردہ به جسم برابر است با مجموع درگ فشاری و درگ اصطکاکی، درگ اصطکاکی

ناشی از تنش برشی روی سطح و درگ فشاری ناشی از اختلاف فشار زیاد در ناحیه سکون جلوی جسم و ناحیه کم فشار در قسمت جدا شده پشت جسم در حالتیکه دنباله تشکیل می شود، می باشد.

شکل (۴-۸) رشد زمانی ضرایب لیفت و درگ را برای هر دو حالت، قبل و بعد از چرخش سیلندر نشان می دهد.



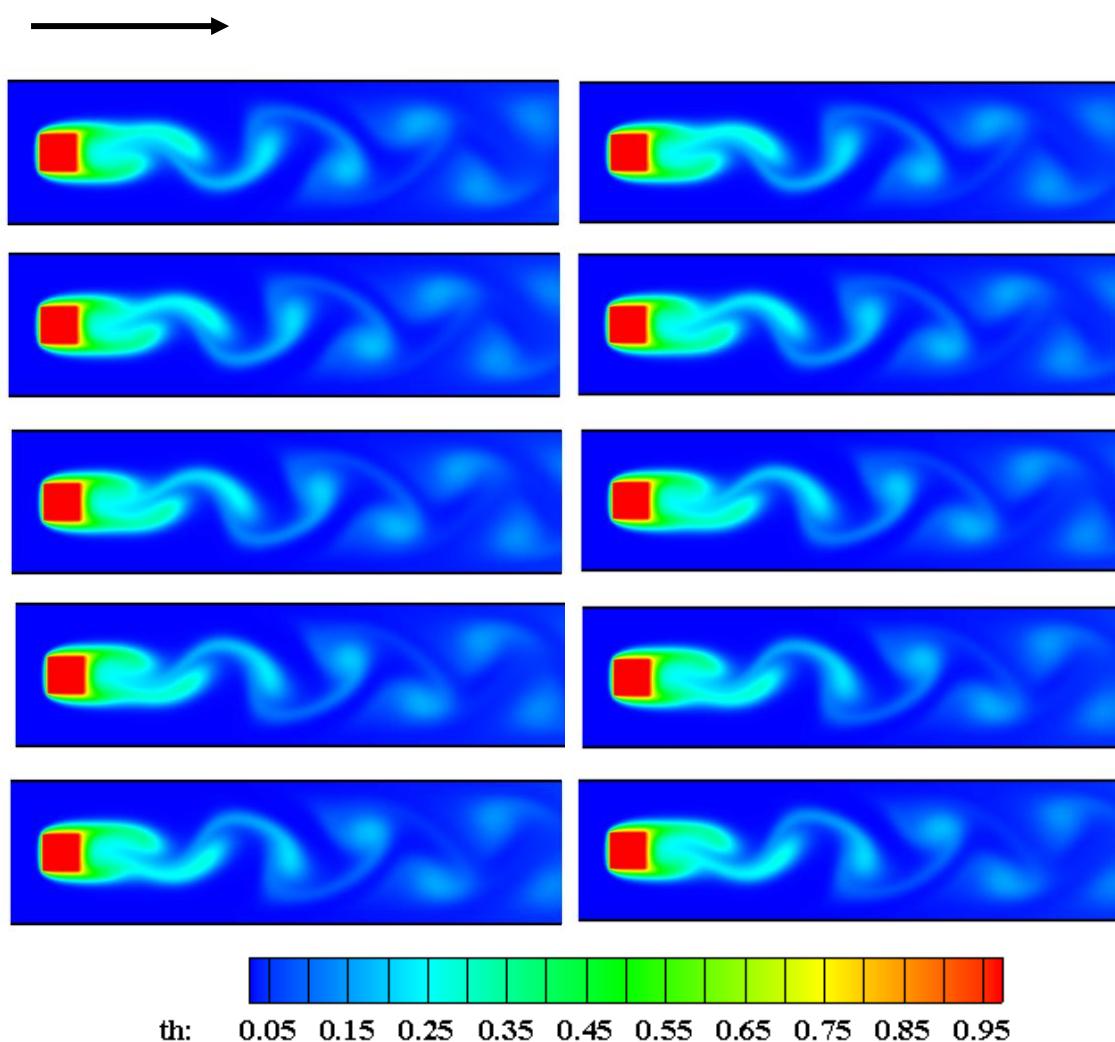
شکل (۴\*) رشد زمانی ضرایب لیفت و درگ در جریان بر روی سیلندر مربعی قبل و بعد از چرخش

بعد از چرخش مانع، در برخورد جریان به سطح به علت وجود لبه های تیز مومنتم افزایش پیدا کرده و گردابه هایی در لبه های تیز شکل می گیرد، که منجر به افزایش نیروی درگ می شود. بنابراین همان طور که در شکل مشخص است، طبق انتظار، ضریب درگ بعد از چرخش مانع افزایش می یابد و نوسانی بودن این دو نمودار نشان از پریودیک بودن جریان دارد.

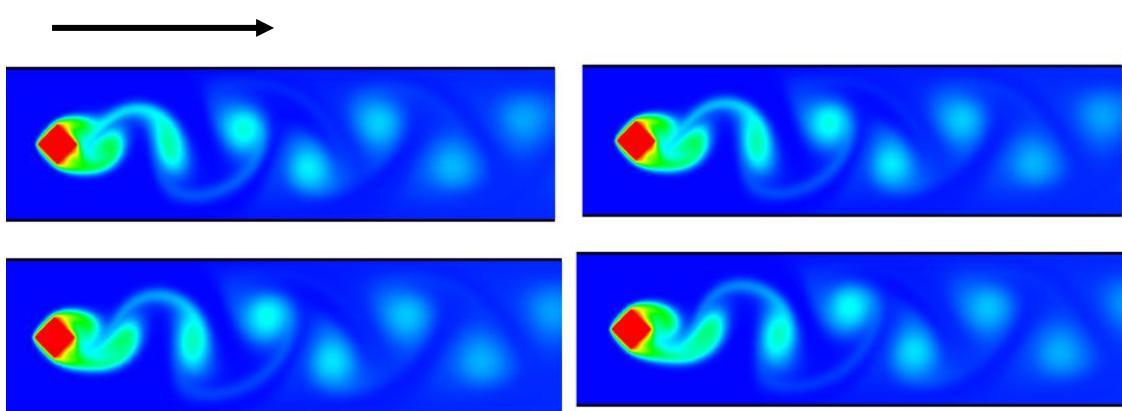
### ۴.۲.۲ میدان دما

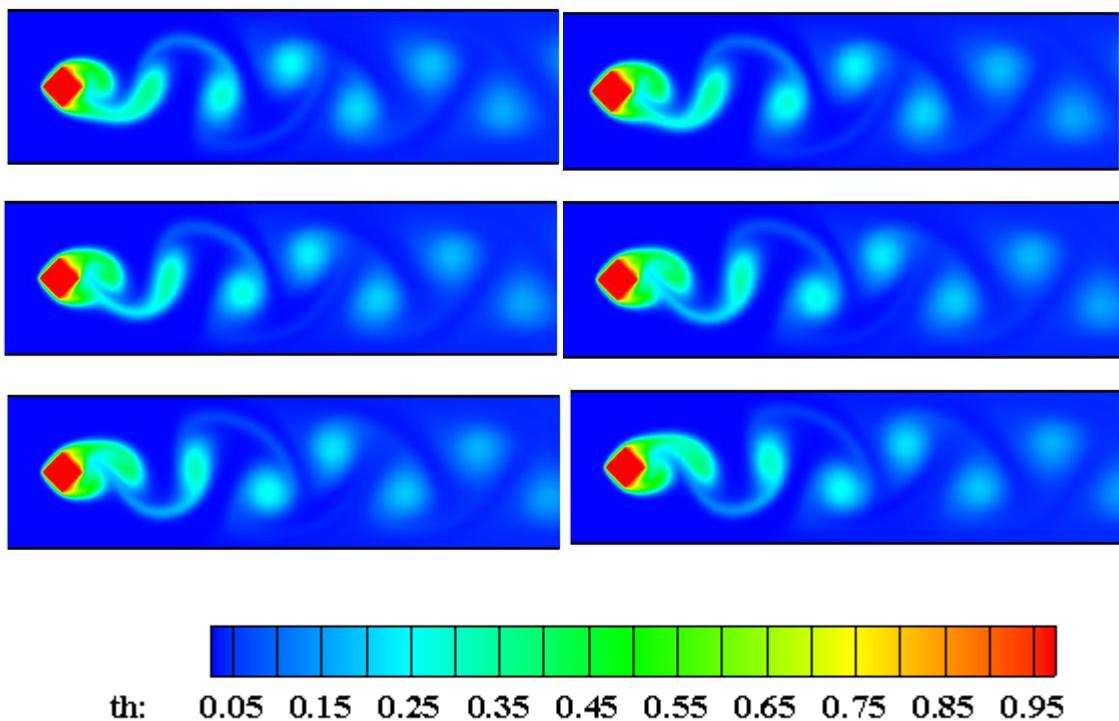
با توجه به اینکه سیال ورودی به داخل کanal سرد بوده و سیلندر مربعی گرم است بنابراین با عبور جریان سیال از روی مانع انتقال انرژی حرارتی به میدان سیال صورت می گیرد، با توجه به اختلاف دما بین سیال سرد و سطح گرم سیلندر گرادیان دما ایجاد شده و لایه مرزی گرمایی بر روی سطوح سیلندر تشکیل می شود. به دلیل اینکه هندسه مورد بررسی یک کanal افقی و جریان دو بعدی در نظر گرفته شده است می توان از انتقال حرارت جابجایی آزاد صرفنظر نمود.

در شکل (۹-۴) کانتور دما برای جریان اطراف سیلندر مربعی و در شکل (۱۰-۴) کانتور دما پس از چرخش  $45^\circ$  در یک پریود زمانی نشان داده شده است.



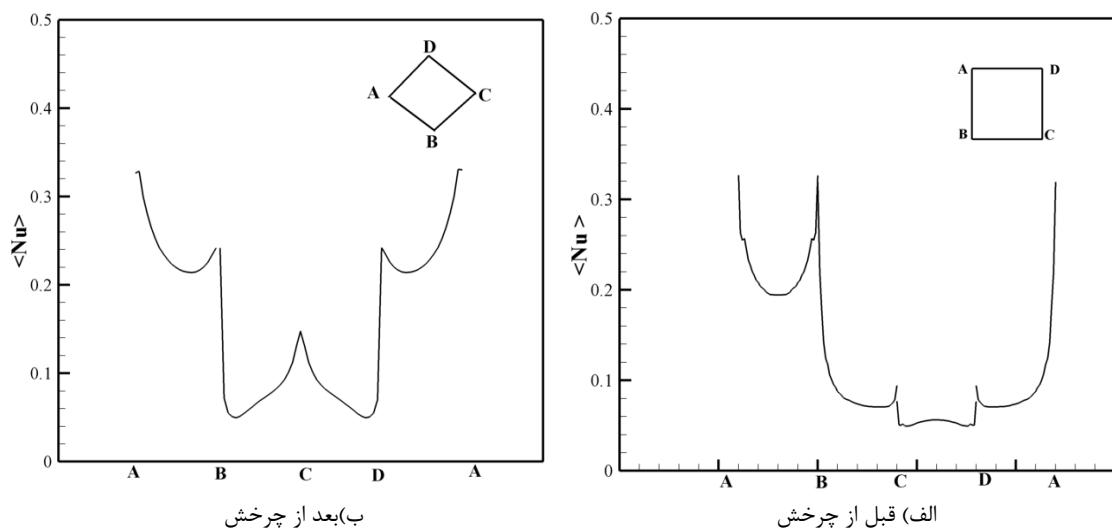
شکل (۴) کانتور دما برای جریان گذرا از روی سیلندر مربعی در یک پریود زمانی





شکل (۴+) کانتور دما برای جریان گذرا از روی سیلندر مربعی پس از چرخش  $45^\circ$  در یک پریود زمانی

در شکل (۱۱-۴) توزیع عدد ناسلت متوسط محلی بر روی سطوح مختلف سیلندر نشان داده شده است. بیشترین مقدار انتقال حرارت مربوط به سطح روپوشی سیلندر است زیرا با توجه به اینکه سیال سرد به صفحه گرم برخورد می کند، این صفحه لایه مرزی گرمایی نازک تری دارد و گرادیان دمای بیشتری مشاهده می شود در نتیجه نزدیک این صفحه بیشترین نرخ انتقال حرارت وجود دارد. کمترین مقدار انتقال حرارت نیز مربوط به سطح پشت سیلندر می باشد زیرا گردا به های تشکیل شده در ناحیه پشت جسم گرمایی صفحات گرم را ضبط کرده، باعث افزایش دمای سیال در ناحیه چرخشی می شود، در نتیجه اختلاف زیادی بین دمای سیال و سطح وجود ندارد. در صفحات بالا و پایین نیز با حرکت به سمت پایین ضخامت لایه مرزی گرمایی جریان افزایش می یابد و به تبع آن گرادیان دما کاهش می یابد، این امر سبب کاهش انتقال حرارت می شود.



شکل (۱۴-۴) توزیع عدد ناسلت محلی بر روی سطوح مختلف سیلندر مربعی (الف) قبل از چرخش (ب) بعد از چرخش

همانطور که در شکل (۱۱-۴) نشان داده شده است، پس از چرخش سیلندر به علت مقارن هندسه انتظار توزیع دمای کاملاً متقارنی را داریم. در ابتدا با برخورد سیال سرد به سطح گرم، گرادیان دمای شدیدی وجود دارد با پیشروی سیال از روی مانع ضخامت لایه مرزی گرمایی افزایش می یابد و به تبع آن عدد ناسلت کاهش پیدا می کند در لبه های تیز کاهش شدیدی در مقدار ناسلت دیده می شود که ناشی از شکل گیری گردابه ها و حبس گرما می باشد.

#### ۴ # جرسی اثر نوسان

#### ۴ # + میدان جریان

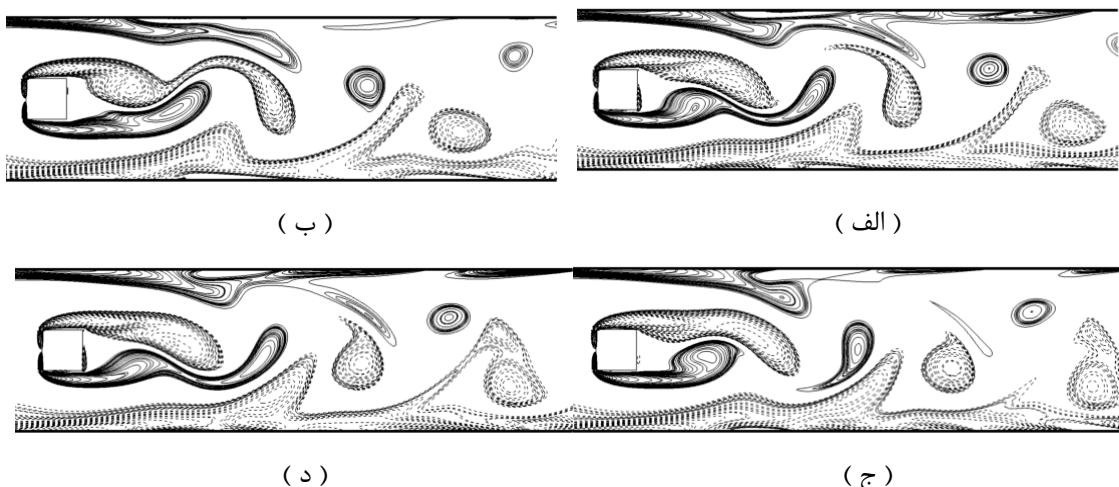
در این قسمت به بررسی اثر تغییر فرکانس و دامنه جریان ورودی بر روی میدان جریان پرداخته می شود، به ازای دامنه  $f_n / 0.05$  و  $0.2$ ، فرکانس جریان در محدوده  $2f_n$  تا  $5f_n$  تغییر می کند و اثر تغییر دامنه و فرکانس جریان بر روی پارامترهای میدان جریان از جمله گردابه های تشکیل

شده در پشت مانع، ضریب درگ، ضریب لیفت و طول ناحیه چرخشی ماندگار تشکیل شده مورد بررسی قرار می‌گیرد.

#### ۴.۴ تغییر دامنه و فرکانس جریان

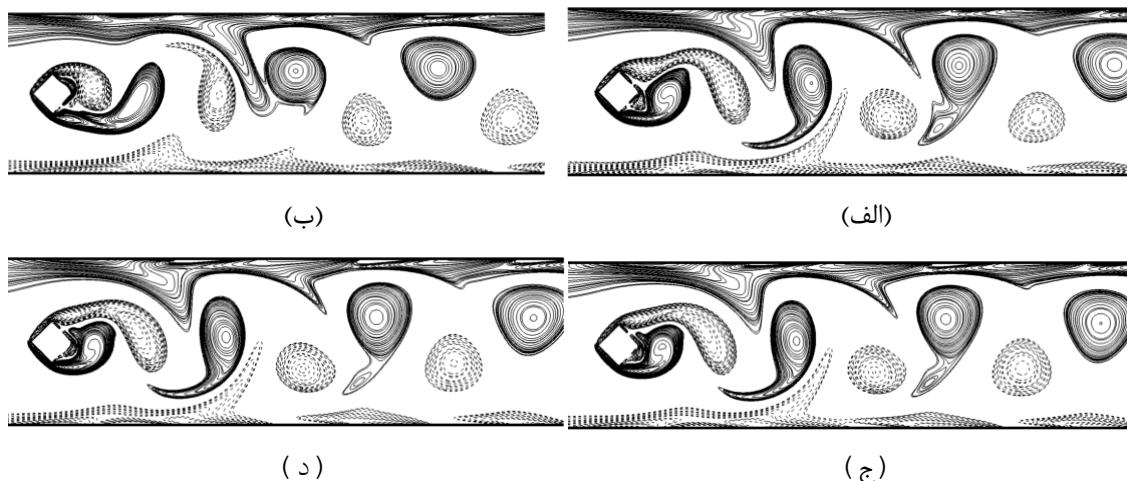
ورودی جریان نوسانی تاثیر قابل ملاحظه‌ای بر روی میدان سیال می‌گذارد. با نوسانی کردن جریان ورودی، تعداد گردابه‌های تشکیل شده و فاصله بین آنها تغییر می‌کند که منجر به تاثیر بر روی پارامترهای میدان جریان و انتقال حرارت می‌شود.

در شکل (۱۲-۴) کانتور گردابه‌ها برای سیلندر مربعی قبل از چرخش در دامنه ثابت  $A_p = 0/1$  و فرکانس‌های مختلف از  $f_n = 2f_p$  تا  $f_n = 5f_p$  نشان داده شده است. با افزایش فرکانس جریان تعداد گردابه‌های تشکیل شده در ناحیه پشت جسم افزایش می‌یابد.



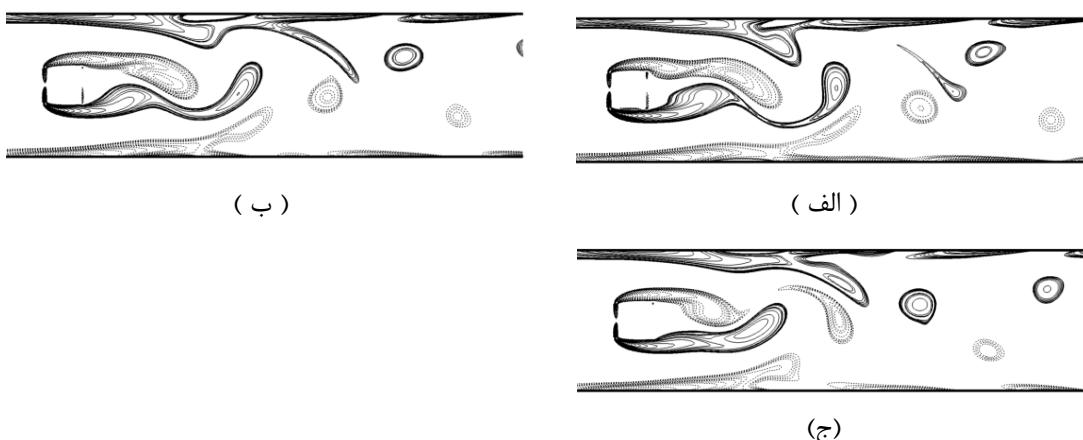
شکل (۱۲-۴) کانتور گردابه‌ها در دامنه ثابت  $A_p = 0/1$  و فرکانس‌های مختلف قبل از چرخش سیلندر (الف)  $f_p = 5f_n$  (ب)  $f_p = 4f_n$  (ج)  $f_p = 3f_n$  (د)  $f_p = 2f_n$ ؛

شکل (۱۳-۴) شکل گیری گردا به ها را تحت فرکانسی شدن جریان ورودی برای یک سیلندر مربعی پس از چرخش  $45^\circ$  نشان می دهد.

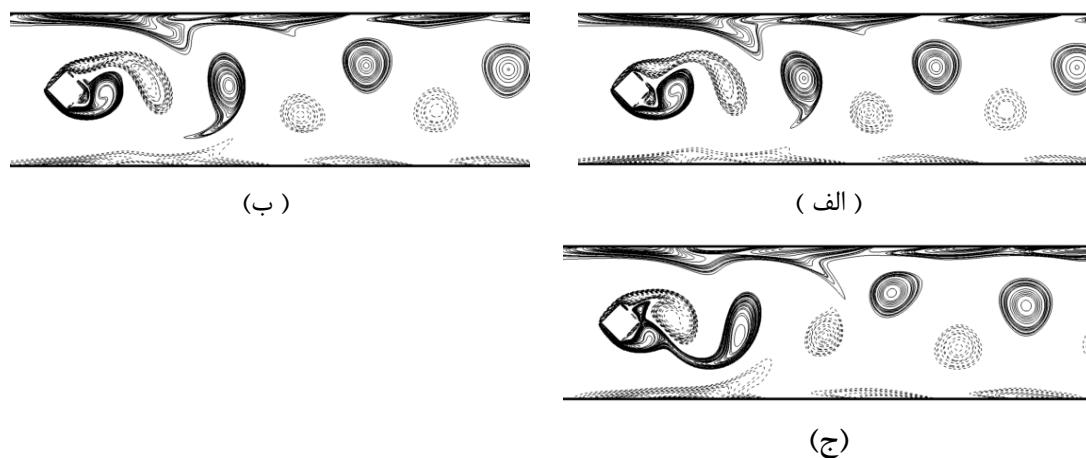


شکل (۱۴-۴) کانتور گردا به ها در دامنه ثابت  $A_P = 0/1$  و فرکانس های مختلف پس از چرخش سیلندر؛  
 $f_p = 5$     $f_n = 4f_p$     $f_p = 3f_n$     $f_p = 2f_n$  (الف)

افزایش دامنه نوسان نیز باعث کاهش فاصله بین گردا به ها می شود که در فرکانس های بالا منجر به یکی شدن گردا به ها و تشکیل گردا به های بزرگتر می شود. در شکل (۱۴-۴) و (۱۵-۴) اثر افزایش دامنه نوسان به ازای مقادیر  $A_P = 0/05$  و  $A_P = 0/1$  بر روی شکل گیری گردا به ها قبل و بعد از چرخش نشان داده شده است.

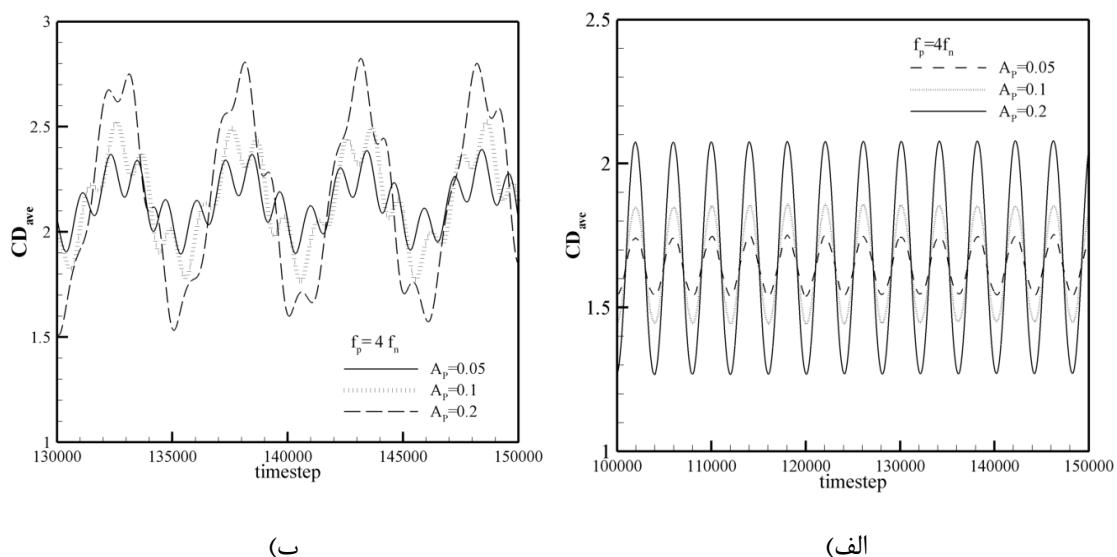


شکل (۱۴-۴) کانتور گردا به در دامنه های مختلف و فرکانس ثابت  $f_p = 4f_n$  قبیل از چرخش سیلندر؛ (الف)  
 $A_P = 0/2$     $A_P = 0/1$     $A_P = 0/05$  (ب)   (ج)



شکل (۱۶-۴) کانتور گردابه در دامنه های مختلف و فرکانس ثابت  $f_p = 4f_n$  پس از چرخش سیلندر: (الف)  $A_p = 0.05$  (ب)  $A_p = 0.1$  (ج)  $A_p = 0.2$

شکل (۱۶-۴) تغییرات ضریب درگ متوسط مکانی را قبل و بعد از چرخش سیلندر مربعی در فرکانس ثابت  $f_n = 4$  و با تغییر دامنه نوسان جریان نشان می دهد.

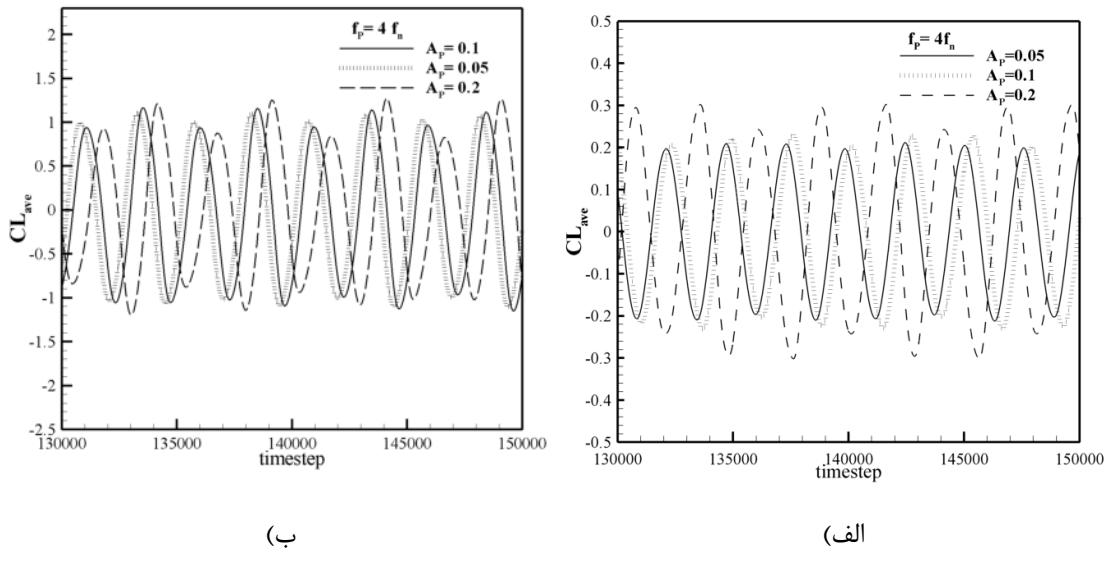


شکل (۱۶-۵) نمودار رشد زمانی ضریب درگ متوسط مکانی برای سیلندر مربعی در فرکانس ثابت  $f_n = 4$  و با تغییر دامنه نوسان: (الف) سیلندر مربعی (ب) سیلندر مربعی پس از چرخش  $45^\circ$

با توجه به ثابت ماندن فرکانس جریان، پریود نوسانات در دامنه های مختلف ثابت می ماند اما با

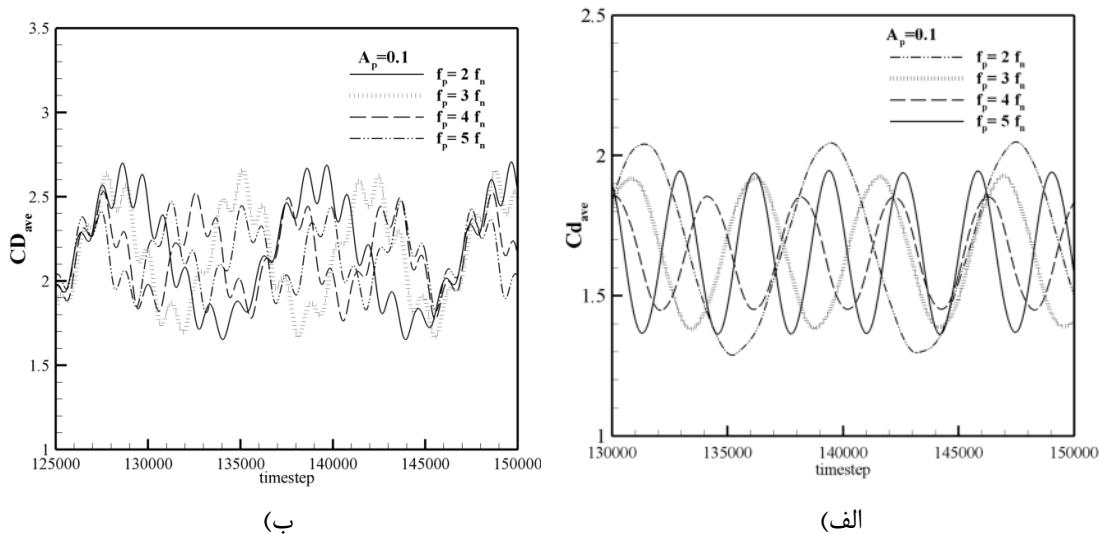
توجه به افزایش دامنه نوسانات، دامنه تغییرات ضریب درگ نیز افزایش می یابد که در شکل قابل مشاهده می باشد.

در شکل (۱۷-۴) تغییرات ضریب لیفت متوسط مکانی با تغییر دامنه جریان در فرکانس ثابت  $f_n^4$  نشان داده شده است، روند تغییرات مشابه تغییرات ضریب درگ متوسط مکانی می باشد، پریود نوسانات ثابت می ماند ولی دامنه نوسانات با توجه به افزایش دامنه جریان افزایش می یابد.

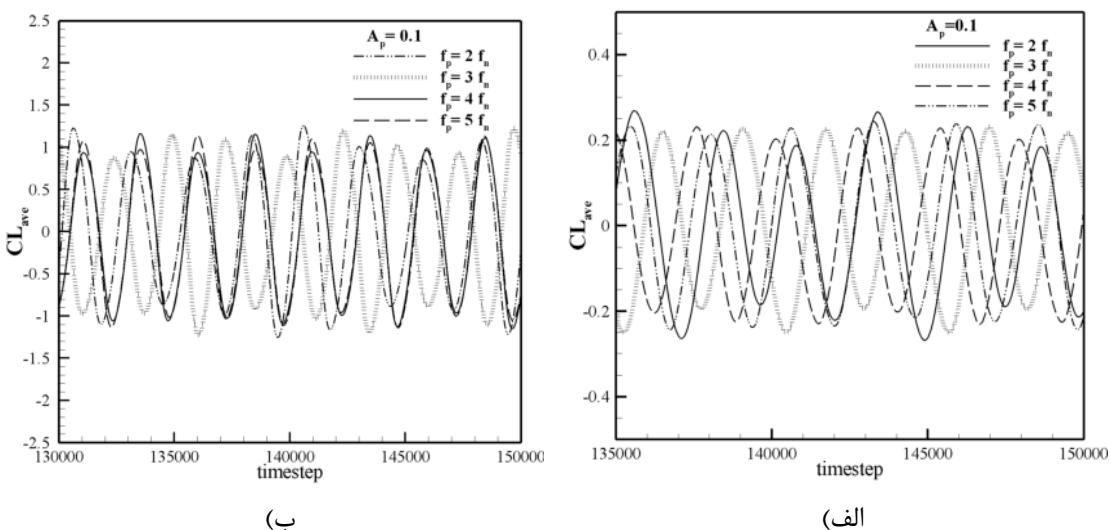


شکل (۱۷-۴) نمودار رشد زمانی ضریب لیفت متوسط مکانی برای سیلندر مربعی در فرکانس ثابت  $f_n^4$  و دامنه های نوسانی مختلف: (الف) سیلندر مربعی ب) سیلندر مربعی پس از چرخش  $45^\circ$

به منظور بررسی اثر تغییر فرکانس جریان ورودی، در دامنه ثابت  $A_p = 0.1$ ، فرکانس جریان در محدوده  $2f_n$  تا  $5f_n$  تغییر داده شده است و تغییرات زمانی ضرایب متوسط مکانی درگ و لیفت نشان داده شده است. با افزایش فرکانس جریان به تعداد گردابه های تشکیل شده در ناحیه پشت جسم افزایش می یابد و گردابه ها به یکدیگر تزدیکتر می شوند.



شکل (۱۴) نمودار رشد زمانی ضریب درگ متوسط مکانی برای سیلندر مربعی با تغییر فرکانس جریان و در دامنه ثابت  $A_p = 0/1$  (الف) قبل از چرخش سیلندر ب) پس از چرخش  $45^\circ$

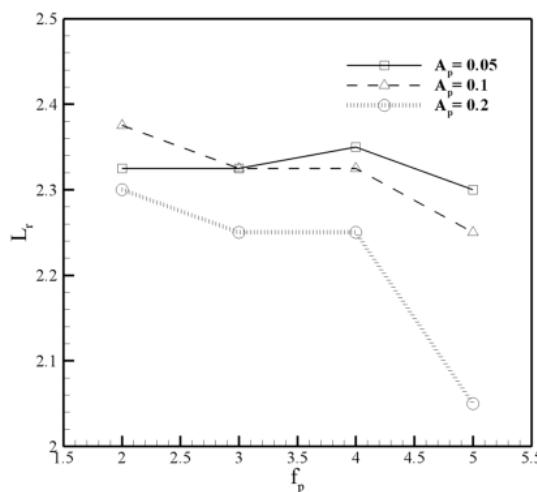


شکل (۱۴) نمودار رشد زمانی ضریب لیفت متوسط مکانی برای سیلندر مربعی در با تغییر فرکانس جریان و در دامنه ثابت  $A_p = 0/1$  (الف) قبل از چرخش سیلندر ب) پس از چرخش  $45^\circ$

میدان جریان سیال تحت تاثیر افزایش دامنه نوسان جریان ورودی دچار تغییراتی می شود که از آن جمله تغییر طول ناحیه چرخشی می باشد. برای یک سیلندر مربعی، با افزایش دامنه نوسان گردابه ها به سمت انتهای کanal پرتاپ می شوند و طول ناحیه چرخشی کاهش می یابد، همچنین شدت تغییرات طول ناحیه چرخشی نیز افزوده می شود. در واقع وجود نوسانات با دامنه زیاد تاثیر

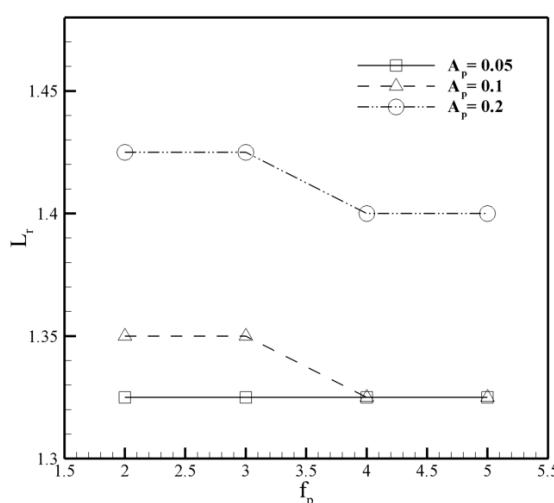
زیادی بر روی شکلگیری گردابه ها داشته که منجر به تغییر در طول ناحیه برگشتی می شود.

نمودار (۲۰-۴) طول ناحیه چرخشی را به ازای دامنه های نوسانی مختلف نشان می دهد.



شکل (۲۰-۴) منحنی تغییرات طول ناحیه چرخشی در دامنه و فرکانس های نوسانی مختلف برای سیلندر مربعی

شکل (۲۱-۴) طول ناحیه چرخشی را، با تغییر دامنه نوسان برای سیلندر مربعی، پس از چرخش نشان می دهد. همانطور که در شکل (۱۵-۴) نشان داده شده است پس از چرخش با افزایش دامنه نوسان گردابه ها به سمت داخل کشیده می شوند و طول ناحیه چرخشی افزایش می یابد.

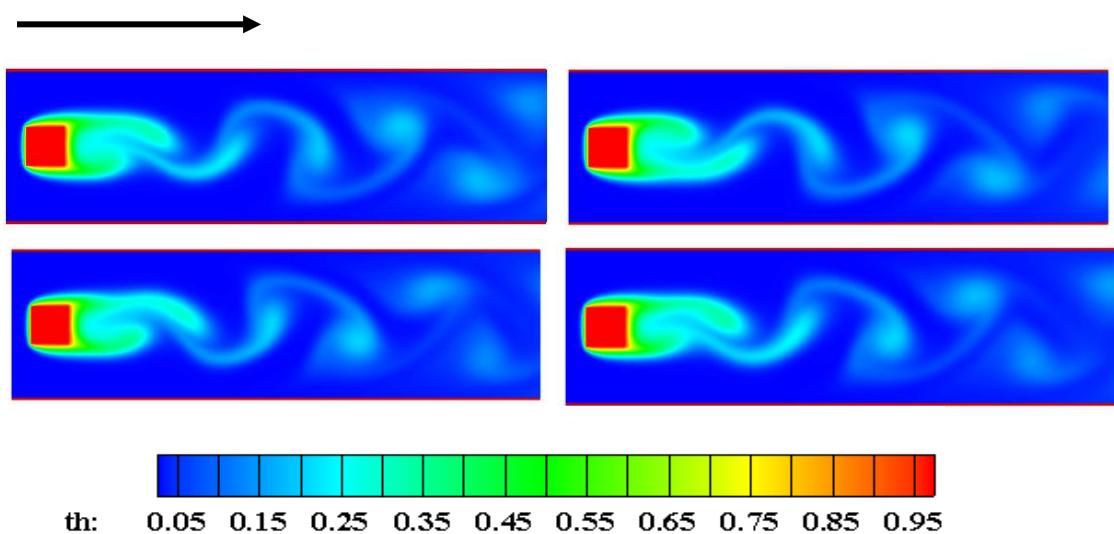


شکل (۲۱-۴) منحنی تغییرات طول ناحیه چرخشی در دامنه و فرکانس های نوسانی مختلف برای سیلندر مربعی پس از چرخش  $45^\circ$

## ۴-۴-۲-۳ عیدان دما

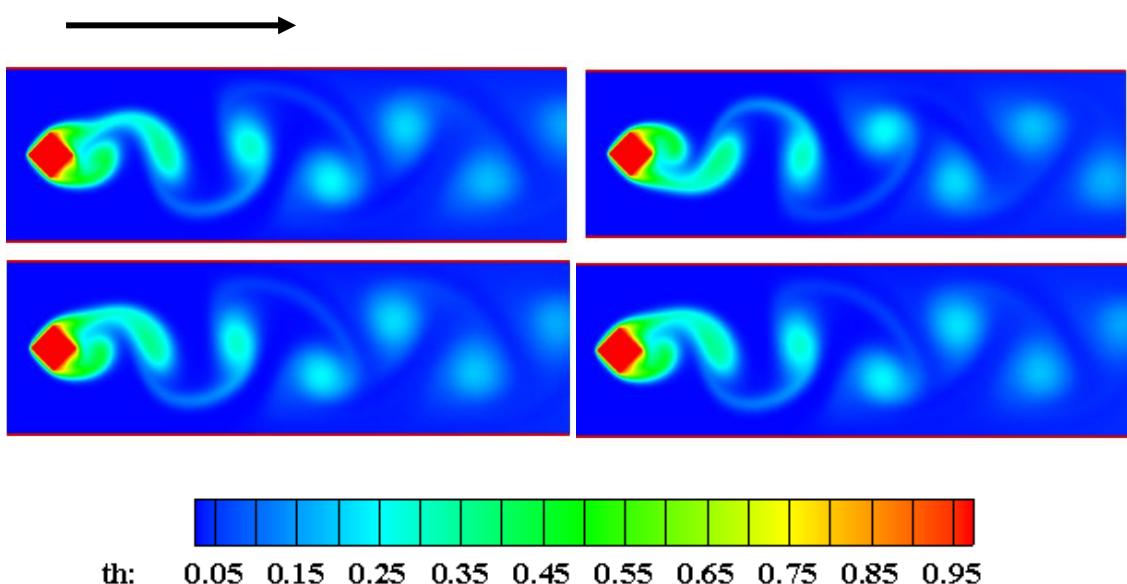
با توجه به اختلاف دمای بین سیال سرد و سطح گرم مانع قرار گرفته در داخل کanal، لایه مرزی گرمایی بر روی سطوح مانع شکل می‌گیرد. این لایه مرزی حرارتی با تغییر فرکانس و دامنه نوسان جریان ورودی دچار تغییر می‌شود، همچنین تغییر دامنه و نوسان جریان ورودی بر روی شکلگیری گردابه‌ها نیز موثر می‌باشد.

به منظور بررسی اثر تغییر فرکانس جریان، در شکل (۲۲-۴) کانتور دما نشان داده شده است. با افزایش فرکانس نوسان جریان گردابه‌های تشکیل شده در پشت مانع به یکدیگر نزدیک می‌شوند.



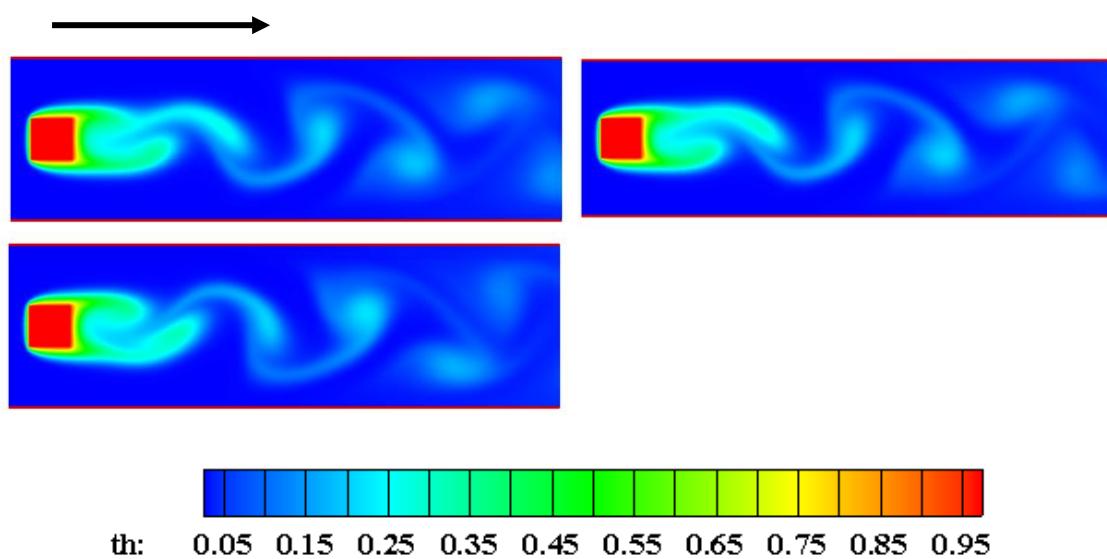
شکل (۲۲-۴) کانتور دما در دامنه ثابت  $A_p = 1/0$  و فرکانس‌های مختلف قبل از چرخش سیلندر؛  
 الف)  $f_p = 5$  ب)  $f_p = 4f_n$  ج)  $f_p = 3f_n$

شکل (۲۳-۴) کانتور دما را برای سیلندر مربعی با تغییر فرکانس جریان ورودی و پس از چرخش نشان می‌دهد.



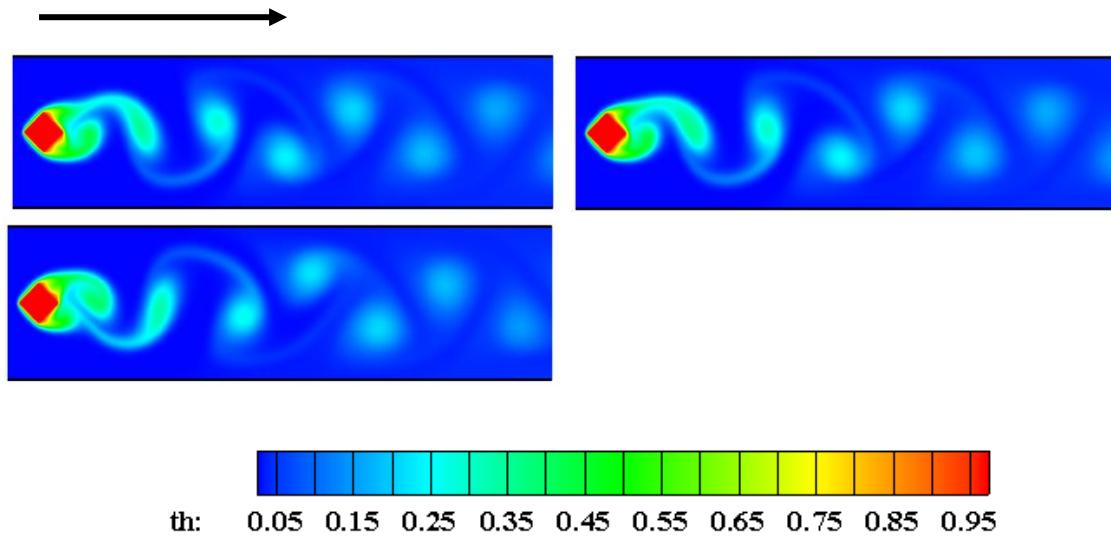
شکل (۲۴-۴) کانتور دما در دامنه ثابت  $A_p = ۰/۱$  و فرکانس های مختلف پس از چرخش سیلندر؛  
 الف)  $f_p = ۰/۵$  ب)  $f_p = ۱$  ج)  $f_p = ۲ f_n$  د)  $f_p = ۴ f_n$

به منظور بررسی اثر تغییر دامنه نوسان جریان ورودی، در شکل (۲۴-۴) با تغییر نوسان جریان کانتور دما برای سیلندر مربعی قبل از چرخش نشان داده شده است. با افزایش دامنه نوسان جریان ورودی گردابه های تشکیل شده در پشت مانع به سمت انتهای کanal پرتتاب می شوند.



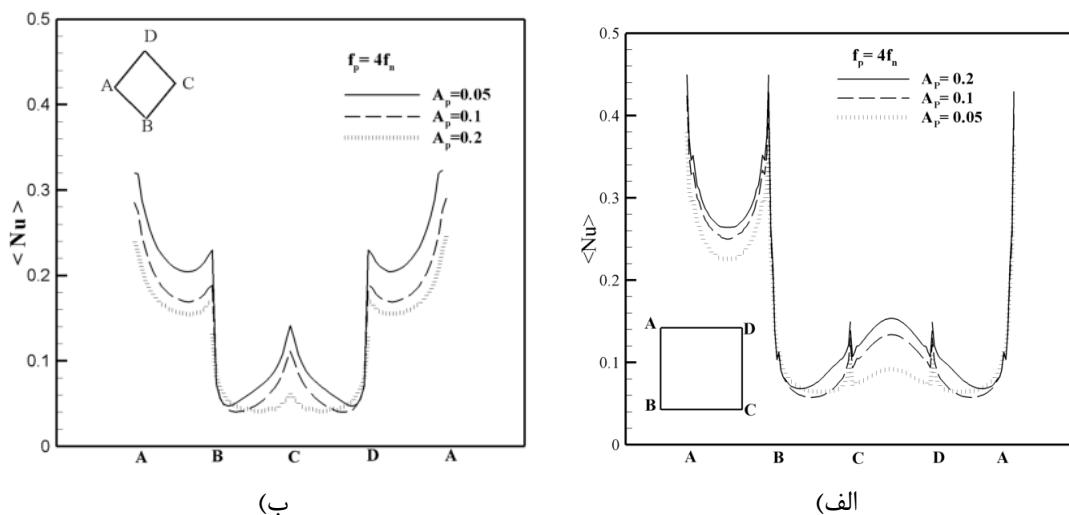
شکل (۲۴-۴) کانتور دما در دامنه های مختلف و فرکانس ثابت  $f_p = ۴ f_n$  قبل از چرخش سیلندر؛ الف)  
 $A_p = ۰/۰/۵$  ب)  $A_p = ۰/۱$  ج)  $A_p = ۰/۲$

شکل (۲۵-۴) کانتور دما را برای سیلندر مربعی با تغییر دامنه نوسان جریان ورودی و پس از چرخش نشان می دهد. برای یک سیلندر مربعی با که با زاویه  $45^\circ$  در داخل کanal قرار گرفته است با افزایش دامنه نوسان گردابه ها به یکدیگر نزدیکتر می شوند.



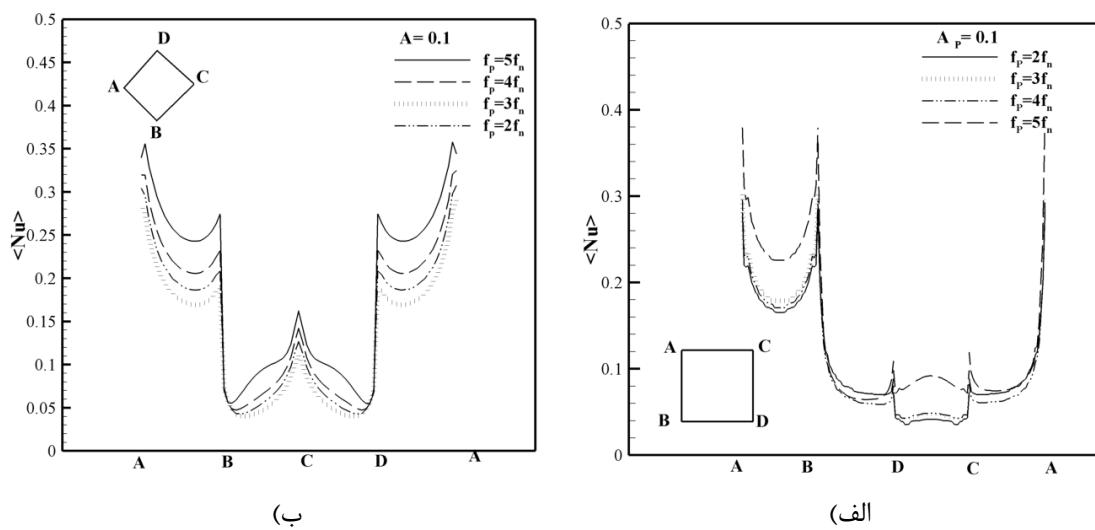
شکل (۲۵-۴) کانتور دما در دامنه های مختلف و فرکانس ثابت  $f_p = 0.4$  بعد از چرخش سیلندر: (الف)  
 $A_p = 0.1$  (ب)  $A_p = 0.2$  (ج)

به منظور بررسی انتقال حرارت، در شکل (۲۶-۴) توزیع متوسط عدد ناسلت بر روی سطوح مختلف سیلندر مربعی با تغییر دامنه جریان ورودی نشان داده شده است. در واقع با تغییر طول ناحیه چرخشی به خاطر افزایش دامنه نوسان نمودار توزیع عدد ناسلت محلی دچار تغییراتی شده است، به علت افزایش ناپایداری های ایجاد شده در جریان با افزایش دامنه جریان برای یک سیلندر مربعی با زاویه صفر سطح نمودار عدد ناسلت افزایش می یابد. اما پس از چرخش سیلندر با افزایش دامنه نوسان جریان گردابه ها به یکدیگر نزدیکتر می شوند و با افزایش دامنه نوسان انتقال حرارت محلی کاهش می یابد.



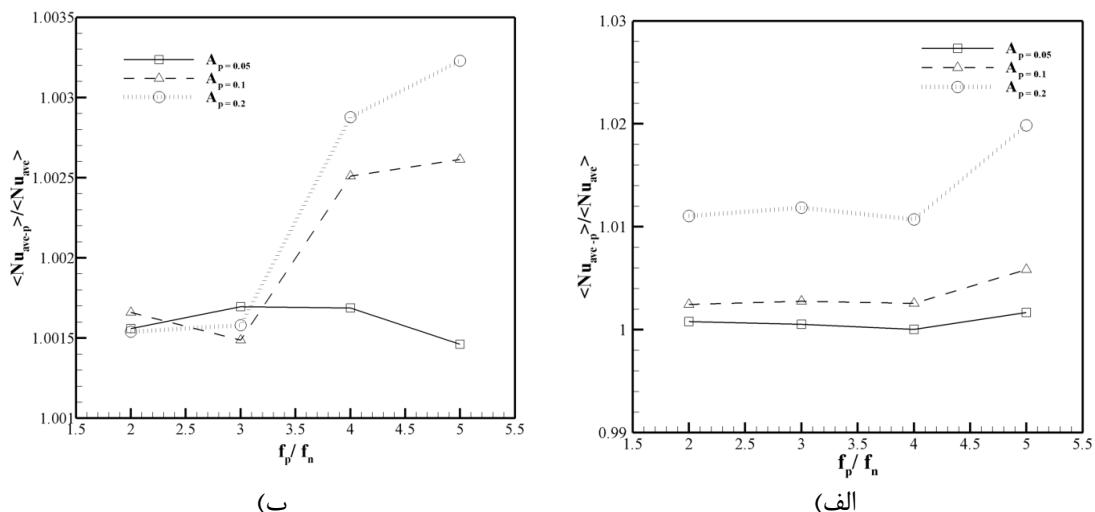
شکل (۴-۲۶) نمودار توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت محلی برای سیلندر مربعی در دامنه های نوسانی مختلف و فرکانس ثابت  $4f_n$

تغییر فرکانس ورودی جریان هم مانند تغییر دامنه نوسان بر روی انتقال حرارت موثر می باشد. با افزایش فرکانس جریان، ناپایداری افزایش پیدا می کند و به تبع آن مقدار انتقال حرارت افزایش می یابد شکل (۴-۲۷).



شکل (۴-۲۷) نمودار توزیع متوسط زمانی عدد ناسلت محلی برای سیلندر مربعی در فرکانس نوسانی مختلف و دامنه ثابت ثابت  $A_p = 0.1$

در انتهای به منظور بررسی اثر ایجاد نوسان در سرعت ورودی مقدار نسبت ناسلت متوسط پریودیک و سطح بعد از ایجاد نوسان در سرعت ورودی به مقدار ناسلت متوسط پریودیک و سطح قبل از ایجاد نوسان، قبل و بعد از چرخش سیلندر مربعی در دامنه های نوسانی مختلف نشان داده شده است (شکل (۲۸-۴)).



شکل (۲۸-۴) نسبت عدد ناسلت پریودیک و سطح به ناسلت متوسط پریودیک و سطح قبل از ایجاد نوسان : (الف) سیلندر مربعی قبل از چرخش (ب) سیلندر مربعی بعد از چرخش  $45^\circ$

با توجه به شکل (۲۸-۴) می توان نتیجه گرفت که با افزایش نوسانات جریان، اغتشاشات افزایش یافته و انتقال حرارت افزایش می یابد.

## فصل ۵:

جمع‌بندی و پیشنهاد

## ۵ + نتیجه گیری

در این پایان نامه شبیه سازی جریان آرام و انتقال حرارت بر روی سیلندر مربعی که در داخل یک کanal افقی قرار گرفته است، در دو حالت با زاویه صفر و پس از چرخش  $45^\circ$  به روش شبکه بولترمن بررسی شد و در ادامه نوسانی در سرعت ورودی ایجاد و اثر آن بر روی پارامترهای انتقال حرارت و جریان مورد مطالعه قرار گرفت. میدان دما و سیال برای عدد رینولدز  $160$ ، در حالیکه سیال عامل دارای عدد پرانتل  $71/0$  بوده حل شده و نتایج زیر بدست آمده است :

الف) مقایسه با نتایج عددی و آزمایشگاهی نشان می دهد که این روش از دقت خوبی برخوردار می باشد و میتواند با دقت بالایی مرزهای منحنی را در هندسه های پیچیده شبیه سازی کند.

ب) افزایش عدد رینولدز باعث تبدیل شدن جریان از حالت دائم به حالت پریودیک می شود.

ج) در اثر چرخش مانع

۱- ضریب درگ افزایش می یابد.

۲- مقدار عدد ناسلت متوسط زمانی و مکانی کاهش می یابد.

۳- عدد استروهال افزایش می یابد.

د) در اثر ایجاد نوسان در سرعت ورودی

۱- برای سیلندر مربعی با زاویه صفر، افزایش دامنه نوسانات منجر به کاهش طول ناحیه چرخشی ماندگار تشکیل شده در پشت جسم می شود.

۲- برای سیلندر مربعی با زاویه  $45^\circ$  افزایش دامنه نوسان منجر به افزایش طول ناحیه چرخشی ماندگار تشکیل شده در پشت مانع می شود.

۳- با افزایش دامنه نوسان جریان ورودی، عدد استروهال ثابت می ماند.

۵- افزایش نوسان جریان منجر به افزایش نرخ انتقال حرارت می شود.

## ۵ # پیشنهادات

با توجه به مراحل صورت گرفته در این پایان نامه، در نهایت ایده هایی در رابطه با موضوع مورد تحقیق قابل ارائه می باشند.

۱- بررسی میدان جریان و انتقال حرارت برای جریان توربولانس در داخل کanal

۲- بررسی تعدد موائع در آرایش های مختلف

۳- بررسی اثر تغییر ارتفاع مانع در جریان

۴- بررسی وجود موائع در کanal های موجی

۵- استفاده از تولید کننده گردابه بر روی موائع

مراجع

## مراجع

- [1] R.W. Davis, E.F. Moore, L.P. Purtell, A Numerical and experimental study of confined flow around rectangular cylinders, *Phys. Fluids* 27(1984) 46–59.
- [2] A. Sohankar, C. Norberg, L. Davidson, Low-Reynolds number flow around a square cylinder at incidence: Study of blockage, onset of vortex shedding and outlet boundary condition, *Internat. J. Numer. Methods Fluids* 26 (1998) 39–56.
- [3] M. Breuer, J. Bernsdorf, T. Zeiser, F. Durst, Accurate computations of the laminar flow past square cylinder based on two different methods: lattice-Boltzmann and finite volume, *Internat. J. Heat Fluid Flow* 21 (2000) 186–196.
- [4] Franke, R., Rodi, W., Schönung, B., 1990. Numerical calculation of laminar vortex shedding past cylinders. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 35, 237±257.
- [5] K.M. Kelkar, S.V. Patankar, Numerical prediction of vortex shedding behind a square cylinder, *Internat. J. Numer. Methods Fluids* 14 (1992) 327–341.
- [6] K. Suzuki, H. Suzuki, Unsteady heat transfer in a channel obstructed by an immersed body, *Ann. Rev. Heat Transfer* 5 (1994) 174–206.
- [7] H. Abbassi, S. Turki, S. Ben Nasrallah, Numerical investigation of forced convection in a plane channel with a built-in triangular prism, *Internat. J. Therm. Sci.* 40 (2001) 649–658.
- [8] M. Farhadi , K.Sedighi, ,A. Mohsenzadeh Korayem, Effect of wall proximity on forced convection in a plane channel with a built-in triangular cylinder, *International Journal of Thermal Sciences* 49 (2010) 1010e1018
- [9] M.Farhadi,H.Nemati,K.Sedighi,Multi-Relaxtion-Time Lattice Boltzmann model for uniform shear flow over a rotating circular cylinder.
- [10] H. Abbassi, S. Turki, S. Ben Nasrallah, Two-dimensional laminar fluid flow and heat transfer in a channel with a built-in heated square cylinder, *International Journal of Thermal Sciences* 42 (2003) 1105–1113 .
- [11] M. Cheng, S.H.N. Tan, K.C. Hung, Linear shear flow over a square cylinder at low Reynolds number, *Phys. Fluid.* 17 (2005) 078103.
- [12] L. Zhou, M. Cheng, K.C. Hung, Suppression of fluid force on a square cylinder by flow control, *J. Fluid. Struct.* 21 (2005) 151–167.
- [13] M. Breuer, J. Bernsdorf, T. Zeiser, F. Durst, Accurate computations of the laminar flow past a square cylinder based on two different methods: lattice-Boltzmann and finite-volume, *Int. J. Heat Fluid Flow* 21 (2000) 186–196.
- [14] C.Texixeira, H.Chen and D.M.Freed, “Multi-speed thermal lattice Boltzmann method atabilization via equilibrium under-relaxation”, *Comput.Phys.Commun.*,2000,129 91/3),206-226.
- [15] M.Watari, M.Tsutahara, “Possibility of constructing a multispeed Bhatanagar-Gross-Krook model of the lattice Boltzmann method’,*Phys.Rev.E*,2004,701/01673-9/01673.

- [16] X.He,S.Chen and G.D.Doolen, “A novel thermal model for the lattice Boltzman method in incompressible limit”, J. Comput.Phys.,1998,146 (1),282-300.
- [17] Z.Guo, B.Shi and C.Zheng, “A coupled lattice BGK model for the Bossinesq equation “, Int .J. Number. Methods Fluids, 2002,39 (4) ,325-342.
- [18] Y.Peng,C.Shu and Y.T.Cheat, “Simplified thermal lattice Boltzmann model for incompressible thermal flows”, Phys.Rev.E,2003,68.1/026701-8/026701.
- [19] Y.shi,T.S.Zhao and Z.L.Guo, “Thermal lattice Bhataanagar-Gross-Krook model for flows with viscous heat dissipation in the incompressible limit”,Phys.Rev.E,2004, 70, 1/066310-10/066310.
- [20] O.Filippova,D.Hanel, “ Grid refinement for lattice -BGK model” , J.Comput.Phys.,1998,47,219-228.
- [21] R.Me,D.Yu, W.Shyy and L.S.Luo, “Force evaluation in the lattice Boltzmann method involving curve geometry”, Phys.Rev.E,2002,65,1/041203-14/041203.
- [22] Y.Y.Yan, Y.Q.Zu, “ Numerical simulation of heat transfer and fluid flowpast a rotating isothermal cylinder – A LBM approach”, Int.J.Heat and Mass Transfer , 2088,51,2519-2536.
- [23] J.C. Tannehill, D.A. Anderson, and R.H. Pletcher, Computational Fluid Mechanics And Heat Transfer, 2nd edition, Taylor and Francis, 1997.
- [24] L.-S. Luo, The lattice-gas and lattice Boltzmann methods: Past, Present, and Future, Proceedings of the International Conference on Applied Computational Fluid Dynamics, Beijing, China, pp. 52-83, 2000.
- [25] K. Huang, Statistical Mechanics, John Wiley & Sons, New York, 1987 .
- [26] D.J. Evans, and G.P. Morris, Nonequilibrium molecular-dynamics simulation of coquette flow in two-dimensional fluids, Phys. Rev. E, 51(19), pp. 1776-1779, 1983.
- [27] J. Goodfellow, Molecular Dynamics, Macmillan Press, 1991 .
- [28] D.C. Rapaport, The Art of Molecular Dynamics Simulation, Cambridge University Press, 1995.
- [29] U.Frisch, B.Hasslacher and Y Pomeau, “Lattice -Gas Automata For Navier-Stokes Equation”,Phys. Rev.Lett., 1986, 56, 1505-1508.
- [30] Succi, Sauro (2001). The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond Oxford University Press. ISBN 0198503989.
- [31] Peng Y. Least Square Based Lattice Boltzmann Method, National University Of Singapore, 2004 .
- [32] Sukop, Michael C. and Daniel T. Thorne, Jr. (2007). *Lattice Boltzmann Modeling: Introduction for Geoscientists and Engineers*. Springer. ISBN 9783540279815.

- [33] G.Mc Namara, G.Zanetti, “Use of the Boltzman equation to simulate the lattice gas automata”, Phys. Rev. Lett, 1988,61, 2332-2335.
- [34] F.J.Higuera, J.Jimenez, “Boltzman approach to Lattice – gas simulation”, Europhys. Ltt., 1989, 9 , 663-668.
- [35] J.A.V.M.Koelman , “A simple Lattice Boltzman Scheme for Navier-Stokes Fluid Flow ”, Europhus. Lett., 1991,15, 603-607.
- [36] C.hundong, “Recovery of Navier- Stokes equation using a lattice-gas Boltzman equation method ” , Physical review A., 1992, 45(8), 5339-5342.
- [37] Sterling JD, Chen S. Stability analysis of lattice Boltzmann methods. J. Comp. Phys 123: 196–206,1996.
- [38] Qian YH, d’Humières D and Lallemand P, “Lattice BGK models Navier-Stokes equation”, Europhys. Lett., 17, p479, 1992.
- [39] Y.H.Qian, D.d’Humieres and P. Lallemand, “Lattice BGK models for Navier Stokes equation ”, Europhys Lett ,1992 , 17,497-484.
- [40] Bhatnagar PL, Gross EP and Krook M, “A model for collision processes in gases, I: small amplitude processes in charged and neutral one-dimensional system”, Phys. Rev., 94, p511, 1954.
- [41] Yuan P, Thermal Lattice Boltzmann Two-Phase Flow Model for Fluid Dynamics, University of Pittsburgh, 2006.
- [42] D.P.Ziegler., “Boundary condition for lattice Boltzman simulation” , Journalof Statistical Physics,1993,71,1171-1177.
- [43] Q.Zou, X.He, “On Pressure and velocity boundary condition for the lattice Boltzman BGK model ”, Phys. Fluids, 1997,9,1591-1598.
- [44] S.chen, D.Martinez, , and R.Meи., “ On boundary condition in Lattice Boltzman methods”, Physscics of Fluid ,1996,8,2527-2536.
- [45] X. He, Q. Zou, L.-S. Luo, and M. Dembo, Analytic solutions and analysis on non-slip boundary condition for the lattice Boltzmann BGK model, J. Stat. Phys. 87, 115 (1997).
- [46] A.Ladd, “Numerical simulation of Particular suspensions via a discretizes Boltzman equation ” , Part 1.Theoretical foundation, J.Fluid Mech,1994,271,285-309.
- [47] A.Ladd, “Numerical simulation of Particular suspensions via a discretizes Boltzman equation ” , Part 2.Numerical results , J.Fluid Mech ,1994,271,285-339.
- [48] H.Liu, J.G.Zhou and R.Burrows, , “Multi-block lattice Boltzman simulation of subcritical flow in open channel junctions ” , ”,Computers & Fluids,2009,38 (6),1108-1117.
- [49] X.He, S.Chen and G.D.Doolen, , “A novel thermal model for lattice Boltzman method in incompressible limit ” , J.Comput, Phys.,1998,146 (1) ,282-300.

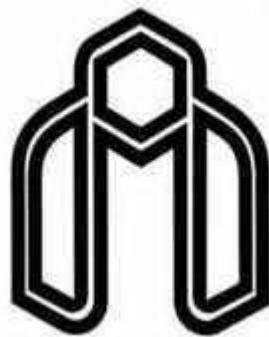
- [50] X. He, L.-S. Luo, and M. Dembo, Some progress in lattice Boltzmann method Part I. Nonuniform mesh grids, *J. Comput.Phys.*129 , 357 (1997).
- [51] X. He, L.-S. Luo, and M. Dembo, Some progress in lattice Boltzmann method: High Reynolds mesh grids , *Phys. A* 239, 276 (1997).
- [52] X. He and G. Doolen, Lattice Boltzmann method on curvilinear coordinates system: Flow around a circular cylinder, *J. Comput. Phys.*134,306(1997).
- [53] R. Mei and W. Shyy, On the finite difference-based lattice Boltzmann method in curvilinear coordinates, *J. Comput. Phys.*143,426 (1998).
- [54] I. Ginzbourg and D. d'Humi`eres, Local second-order boundary methods for lattice Boltzmann models, , *J. Stat. Phys.* 84, 927 (1996).
- [55] O. Filippova and D. Hanel, Grid refinement for lattice-BGK models, *J. Comput. Phys.*147,219 (1998).
- [56] Z.L. Guo, B.C. Shi, Zheng Ch., A coupled lattice BGK model for the Boussinesq equations, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 39 (4) (2002) 325–342.
- [57] S. Turki, H. Abbassi, S.B. Nasrallah,Effect of the blockage ratio on the flow in a channel with a built- in square cylinder Computational Mechanics 33 (2003) 22–29 \_ Springer-Verlag 2003 .
- [58] M.A.Moussaoui , A.Mezeihab, MRT-Lattice Boltzmann simulation of Force convectionin a plane channel with an inclined square cylinder. *International Journal of Thermal Sciences* 49 (2010) 131–142

## Abstract

In this study, numerical simulation of forced convective heat transfer over a heated square cylinder in a horizontal channel with adiabatic walls has been investigated by the lattice Boltzmann method (LBM), then the square cylinder rotate  $45^\circ$  and the variation of the frequency and amplitude of the pulsating flow are studied.

A new model was used to calculate thermal and flow fields in curved boundaries. The simulation was carried out with a fluid with  $\text{Pr} = 0.71$  and the Reynolds number was fixed at 160. The result have been presented in the form of streamlines, instantaneous drag and lift coefficient around the cylinder, vorticity and temperature contours, local Nusselt number, periodic-surface average Nusselt number. A high accuracy was observed by comparing results of the present study to other numerical. Result shows when the square obstacle rotate  $45^\circ$ , the mean time average drag coefficient increases but the rate of heat transfer decrease. increase in the amplitude and frequency leads to increase in the value of the periodic-surface average Nusselt number.

Keywords: laminar flow, Lattice-Boltzmann Method, periodic flow, curve boundary



Shahrood University of Technology

# **Investigation of heat transfer around square obstacle in channel with periodic flow using Lattice-Boltzmann Method (LBM)**

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirement for the Degree of  
Master of Science in Mechanical Engineering

By:  
Sepideh Ramzani

Supervisor:  
Dr. M.Maghrebi  
Dr.M.Farhadi

February 2012



## مراجع

---

## مراجع

---











