



دانشکده مهندسی مکانیک

گروه تبدیل انرژی

شییه سازی سه بعدی جریان آرام و انتقال حرارت حول دو مانع مکعبی شکل قرار گرفته روی صفحه بوسیده نانوسیال

دانشجو

سیده مریم موسی زاده

استاد راهنما:

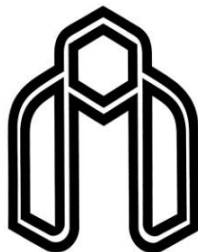
دکتر محمد محسن شاه مردان

دکتر موسی فرهادی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی

بهمن ماه ۱۳۹۰



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه تبدیل انرژی

شییه سازی سه بعدی جریان آرام و انتقال حرارت بوسیده نانوسیال حول دو مانع مکعبی شکل قرار گرفته روی صفحه

دانشجو

سیده مریم موسی زاده

استاد راهنما:

دکتر محمد محسن شاه مردان

دکتر موسی فرهادی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی

بهمن ماه ۱۳۹۰

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده : مهندسی مکانیک

گروه : تبدیل انرژی

پایان نامه کارشناسی ارشد خانم سیده مریم موسی زاده

تحت عنوان: شبیه سازی سه بعدی جریان آرام و انتقال حرارت بوسیله نانوسیال
حول دو مانع مکعبی شکل قرار گرفته روی صفحه

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد
(رساله دکتری) مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :

دانشجو تأیید می نماید که مطالب مندرج در این پایان نامه (رساله) نتیجه تحقیقات خودش می باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

کلیه حقوق مادی مترتب از نتایج مطالعات ، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد .

بهمن ماه ۱۳۹۰

حمد و سپاس خدای راتعالی که منت نهاده، نعمت وجود بر من ارزانی داشت و محطه ای بنده اش را از سایه ی لطف و عنایتش خارج ساخت.

هزاران سپاس و تشکر از پدر و مادر عزیزم، به قلب پر محبت و امیدوارشان که جز به عشق مانیتید و دستان زحمت کش و مهربانان که جز برای آرامش ما نکوشید.

سپاس و تشکر از همسر عزیز و مهربانم و برادر و خواهر عزیزم که همواره مهر و جودشان مایه ی آرامش روح و کرمی بخش وجودم بوده است.

سپاس و تشکر از تمامی معلمان و استادان عزیز و همه ی کسانی که دلسوزانه و بی منت، درس علم و زندگی به من آموختند.
سپاس و تشکر از دو استاد ارجمند جناب آقای دکتر محمد محسن شاه مردان و جناب آقای دکتر موسی فرهادی که به تمرریدن این اثر جزد سایه ی آموزه ها و راهنمایی های شفقانه ی آن دو بزرگوار میسر نبود.

سپاس و تشکر از جناب آقای دکتر محمد هادی صداقت و دوست عزیزم سرکار خانم آذرخشی و همه ی دوستانی که مساعدت بی شائبه ی آنها یاریگر بنده در طول انجام این پروژه بوده است.

و من الله التوفیق

چکیده

در این مطالعه انتقال حرارت جابجایی در جریان سه بعدی آرام و پایدار حول دو مانع مکعبی قرار گرفته روی صفحه توسط نانوسیال آب - مس به عنوان خنک کننده، مورد بررسی قرار گرفته است. از روش حجم محدود و الگوریتم SIMPLE برای حل معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی که در آن ضریب رسانندگی گرمایی مؤثر نانوسیال تابع دماست، استفاده شده است. مکعبها تحت شار حرارتی ثابت بوده و با آرایشهای مختلف همراستا و غیرهمراستا روی صفحه‌ی پایه عایق قرار گرفته اند. مسأله برای فواصل طولی (L) و عرضی (m) مختلف، اعداد رینولدز در محدوده ۱۵۰ الی ۳۰۰ و کسر حجمی‌های مختلف در محدوده ۰ تا ۰/۰۵ بررسی شده و تأثیر هر یک از پارامترهای فوق بر خطوط جریان، ضریب درگ، توزیع دما در صفحه‌ی پایه و وجوه مکعبها و اعداد ناسلت محلی و متوسط روی موانع، مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج بررسی نشان می‌دهد که توزیع دما شدیداً وابسته به ساختار جریان بوده و با تغییر ساختار جریان در آرایشهای مختلف تغییر خواهد کرد. همچنین بدلیل پیچیده‌تر و بزرگتر بودن گردابه‌ها حول موانع در آرایش غیرهمراستا ضریب درگ که بیشتر تحت تأثیر نیروی فشاری قرار دارد، نسبت به آرایش همراستا بیشتر خواهد بود. این گردابه‌ها سبب به دام انداختن حرارت صفحات گرم توسط جریان شده و انتقال حرارت روی نقاطی از وجوه که به نقطه‌ی تمرکز گردابه‌ها نزدیک‌تر است، کمتر می‌باشد. علاوه بر این مشاهده شده است، با افزودن نانوذرات به سیال پایه و افزایش درصد حجمی ذرات جامد، نرخ انتقال حرارت سیال افزایش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: ساختارهای گردابه‌ای، جریان آرام پایدار، انتقال حرارت جابجایی، شار حرارتی ثابت، نانوسیال.

فهرست مطالب

فصل ۱: مقدمه	۱
۱-۱- بررسی جریان و انتقال حرارت حول موانع مکعبی.....	۲
۱-۱-۱- خصوصیات جریان و انتقال حرارت.....	۲
۱-۱-۲- مروری بر کارهای گذشته.....	۳
۲- استفاده از نانوسیال جهت افزایش انتقال حرارت.....	۶
۲-۲-۱- مکانیزم نانو سیالها.....	۸
۲-۲-۳- دانستیه و گرمای ویژه.....	۹
۲-۲-۴- هدایت حرارتی.....	۱۰
۲-۲-۵- ویسکوزیته.....	۱۸
۲-۲-۶- ضریب انتقال حرارت جابجایی.....	۲۱
۲-۲-۷- مروری بر شبیه سازی های عددی صورت گرفته ی پیشین در زمینه نانوسیال ها.....	۲۳

فصل ۲: مدل فیزیکی و معادلات حاکم	۲۶
۲-۱- مقدمه.....	۲۷
۲-۲- هندسه و شرایط مرزی.....	۲۷
۲-۳- معادلات حاکم.....	۲۹
۲-۴- شرایط مرزی.....	۳۳
۲-۴-۱- شرط ورود جریان.....	۳۳
۲-۴-۲- شرط خروجی جریان.....	۳۴
۲-۴-۳- شرط مرزی عدم لغزش روی دیواره ها.....	۳۴
۲-۴-۴- شرط مرزی گرمایی روی دیواره ها.....	۳۴
۲-۴-۵- شرط مرزی صفحه ی فوقانی ناحیه ی محاسباتی.....	۳۶
۲-۴-۶- شرط مرزی صفحات جانبی ناحیه ی محاسباتی.....	۳۶
۲-۵- محاسبه ی نتایج به صورت پارامترهای بی بعد.....	۳۷
۲-۵-۱- دمای بی بعد.....	۳۷
۲-۵-۲- عدد بی بعد ناسلت.....	۳۷
۲-۵-۳- سرعت بی بعد.....	۳۸
۲-۵-۴- ضریب درگ.....	۳۸

فصل ۳: روش حل عددی	۴۰
--------------------	----

۴۱	۳-۱- مقدمه
۴۱	۳-۲- آشنایی با نرم افزار OpenFOAM
۴۲	۳-۳- روند حل مسأله‌ی مورد نظر در نرم افزار OpenFOAM
۴۶	۳-۴- روش های گسسته سازی معادلات در روش حجم محدود
۴۶	۳-۴-۱- روشهای عددی
۴۷	۳-۴-۲- گسسته‌سازی میدان محاسباتی
۵۰	۳-۴-۳- گسسته سازی معادلات
۵۷	۳-۴-۴- تکنیک‌های حل معادلات جبری گسسته شده
۶۰	۳-۴-۵- گسسته سازی معادلات ناویراستوکس
۶۱	۳-۴-۶- شبکه جابجا شده
۶۴	۳-۴-۷- معادلات اندازه حرکت
۷۰	۳-۴-۸- الگوریتم SIMPLE
۷۶	۳-۵- تولید شبکه محاسباتی و استقلال از شبکه
۷۸	۳-۶- اعتبارسنجی حل
۷۸	۳-۶-۱- میدان سرعت
۷۹	۳-۶-۲- میدان انتقال حرارت

فصل ۴: نتایج و تحلیل آنها ۸۱

۸۲	۴-۱- مقدمه
۸۲	۴-۲- بررسی میدان سرعت
۸۸	۴-۳- تأثیر نانوسیال بر روی رفتار هیدرودینامیکی جریان
۹۱	۴-۴- بررسی میدان دما
۱۰۱	۴-۵- تأثیر نانوسیال در افزایش انتقال حرارت

فصل ۵: جمع‌بندی و پیشنهادها ۱۰۹

۱۱۰	۵-۱- مقدمه
۱۱۱	۵-۱-۱- نوآوری
۱۱۲	۵-۱-۲- پیشنهادها

۱۱۳ مراجع

فهرست اشکال

- شکل (۱-۱) مکانیزم دینامیکی نانوذرات در سیال پایه [۱۳] ۸
- شکل (۲-۱) ساختار نانوسیال [۱۴] ۹
- شکل (۳-۱) تأثیر (الف) نوع دسته‌بندی ذرات، (ب) اندازه‌ی ذره و نانولایه‌ی بین ذرات و سیال پایه، بر حسب ضریب هدایت حرارتی مؤثر [۱۸] ۱۲
- شکل (۱-۳) نمودار درختی حلگر nanoSimpleFoam ۴۳
- شکل (۲-۳) نمودار درختی فایل اجرایی مسأله مورد نظر ۴۶
- شکل (۳-۳) گسسته سازی میدان محاسباتی به شبکه های محدود ۴۷
- شکل (۴-۳) پارامترهای کاربردی در روش حجم محدود برای دو سلول نمونه ۴۷
- شکل (۵-۳) میدان حجمی: ذخیره‌سازی متغیرها در مراکز هر سلول ۴۹
- شکل (۶-۳) نمایی از شبکه بندی یکی از هندسه های مورد بررسی از زوایای مختلف ۷۷
- شکل (۷-۳) توزیع فشار در صفحه‌ی $x=0.5h$ پایین‌دست مکعب اول در حالت $L=1$ از آرایش هم‌راستای مکعب‌ها برای سیال ساده در $Re=200$ ، بر روی خط $y=0.5h$ ۷۹
- شکل (۸-۳) نمودار عدد ناسلت متوسط بر روی مکعب دوم در حالت $L=4h$ از آرایش هم‌راستا بر حسب عدد رینولدز ۸۰
- شکل (۱-۴) گردابه های تشکیل شده در اطراف مکعب ۸۳
- شکل (۲-۴) خطوط جریان سه بعدی در اطراف مکعب اول ۸۳
- شکل (۳-۴) خطوط جریان بر روی صفحه پایه با فواصل عرضی متفاوت در $L=1-Re=250$. الف: آرایش هم‌راستا ب: $m=0.5h$ ، پ: $m=1h$ ، ت: $m=2h$ ، ث: $m=3h$ ۸۵
- شکل (۴-۴) خطوط جریان بر روی صفحه پایه با فواصل طولی متفاوت در $Re=250$. الف: $L=1h$ ب: $L=2.5h$ ، پ: $L=3.5h$ ، ت: $L=5h$ ، ث: $L=6.5h$ ۸۶
- شکل (۵-۴) نمودار ضریب درگ بر حسب فاصله‌ی عرضی در $L=1h$ ، (الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم ۸۸
- شکل (۶-۴) نمودار ضریب درگ بر حسب فاصله‌ی عرضی در آرایش هم‌راستا، (الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم ۸۸
- شکل (۷-۴) خطوط جریان برای حالت $L=1h$ از آرایش هم‌راستا، در عدد رینولدز ۲۵۰، (الف) $\phi=0$ ، (ب) $\phi=0.01$ ، (پ) $\phi=0.03$ ، (ت) $\phi=0.05$ ۸۹

- شکل (۸-۴) نمودار ضریب درگ بر حسب کسر حجمی در حالت $L=1h$ از آرایش همراستا (الف)
- ۹۰ مکعب اول، (ب) مکعب دوم شکل (۹-۴) نمودار ضریب درگ بر حسب کسر حجمی در حالت $L=1h$ - $m=0.5h$ از آرایش غیرهمراستا (الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم ۹۱
- شکل (۱۰-۴) توزیع دمای بی بعد بر روی صفحه پایه با فواصل عرضی متفاوت در $L=1h$ - $Re=250$
- ۹۲ الف: آرایش همراستا ب: $m=0.5h$ ، پ: $m=1h$ ، ت: $m=2h$ شکل (۱۱-۴) توزیع دمای بی بعد بر روی صفحه پایه با فواصل طولی متفاوت در $Re=250$ الف: $L=1$ ب: $L=2.5$ ، پ: $L=3.5$ ، ت: $L=5$ ، ث: $L=6.5$ ۹۳
- شکل (۱۲-۴) توزیع دما بر روی وجوه مکعب اول و دوم در فاصله طولی $L=1$ ، (الف): آرایش همراستا، (ب): $m=0.5$ ، (پ): $m=1$ ۹۴
- شکل (۱۳-۴) توزیع عدد ناسلت محلی بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب اول در حالت $L=1$ از آرایش همراستا ۹۶
- شکل (۱۴-۴) توزیع عدد ناسلت محلی بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب دوم در حالت $L=1$ از آرایش همراستا ۹۷
- شکل (۱۵-۴) توزیع عدد ناسلت محلی بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب اول در حالت $m=0.5$ از $L=1$ از آرایش غیر همراستا ۹۸
- شکل (۱۶-۴) توزیع عدد ناسلت محلی بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب دوم در حالت $m=0.5$ از $L=1$ از آرایش غیر همراستا ۹۹
- شکل (۱۷-۴) نمودار عدد ناسلت متوسط بر حسب فاصله‌ی عرضی در $L=1$ ، (الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم ۱۰۰
- شکل (۱۸-۴) نمودار عدد ناسلت متوسط بر حسب فاصله‌ی عرضی در آرایش همراستا، (الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم ۱۰۰
- شکل (۱۹-۴) توزیع دمای بی بعد در حالت $L=1$ از آرایش همراستا، (الف) $\phi=0$ ، (ب) $\phi=0.01$ ، (پ) $\phi=0.03$ ، (ت) $\phi=0.05$ ۱۰۱
- شکل (۲۰-۴) توزیع عدد ناسلت محلی نانوسیال با درصد حجمی های ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد، بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب اول در حالت $L=1$ از آرایش همراستا ۱۰۲
- شکل (۲۱-۴) توزیع عدد ناسلت محلی نانوسیال با درصد حجمی های ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد، بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب دوم در حالت $L=1$ از آرایش همراستا ۱۰۳

شکل (۲۲-۴) توزیع عدد ناسلت محلی نانوسیال با درصد حجمی های ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد، بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب اول در حالت $m=0.5-L=1$ از آرایش غیرهمراستا..... ۱۰۴

شکل (۲۳-۴) توزیع عدد ناسلت محلی نانوسیال با درصد حجمی های ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد، بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب دوم در حالت $m=0.5-L=1$ از آرایش غیرهمراستا..... ۱۰۵

شکل (۲۴-۴) توزیع عدد ناسلت متوسط نانوسیال با درصد حجمی های ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد، در حالت $L=1$ از آرایش همراستا بر روی (الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم..... ۱۰۶

شکل (۲۵-۴) توزیع ناسلت متوسط نانوسیال با درصد حجمی های ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد، در حالت $m=0.5-L=1$ از آرایش غیرهمراستا بر روی (الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم..... ۱۰۷

فهرست جداول

جدول (۱-۱) ضریب هدایت حرارتی جامدات و سیالات مختلف.....	۷
جدول (۲-۱) ویسکتوزیته‌ی مؤثر نانوسیال.....	۱۹
جدول (۳-۱) ضریب انتقال حرارت مؤثر.....	۲۲
جدول (۱-۳) شرایط مرزی در پوشه ۰.....	۴۴
جدول (۲-۳) مقایسه عدد ناسلت متوسط مکعب برای شبکه‌بندی‌های مختلف.....	۷۸

فهرست علائم

A	سطح، ماتریس
a	ضریب مربوط به معادلات گسسته، ضریب معادلات دیفرانسیلی جزئی
C_d	ضریب درگ
C_p	ضریب فشار
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه، ضریب معادلات دیفرانسیل جزئی،
D	قابلیت نفوذ
d	قطر مولکول
F	نرخ جریان عبوری از وجوه حجم کنترل (به طریق جابجایی)
F_d	نیروی درگ
h	ضریب جابجایی، ارتفاع مکعب
I	اندیس مربوط به شماره گر در راستای X
J	اندیس مربوط به شماره گر در راستای Y، شار کلی (جابجایی + نفوذ) عبوری از
	سطح سلول
k_B	ثابت بولتزمن
k_{eff}	ضریب هدایت حرارتی نانوسیال
k_f	ضریب هدایت حرارتی سیال پایه
k_p	ضریب هدایت حرارتی نانوذره
L	فاصله ی طولی بین مکعب ها
m	فاصله ی عرضی بین مکعب ها
n	بردار نرمال، ضریب شکل
Nu	عدد ناسلت
Nu_x	عدد ناسلت محلی
$\overline{Nu}$	عدد ناسلت متوسط
Pe	عدد پکلت
Pr	عدد پرانتل
p	فشار
q''	شار حرارتی
Re	عدد رینولدز
S	جمله کلی چشمه
S_c	بخش ثابت جمله چشمه
S_p	ضریب Φ_p در عبارت خطی شده چشمه

دما	T
دمای ورودی	T_{in}
دما در نقطه بی‌نهایت	T_{∞}
دمای بی‌بعد	T^*
زمان	t
بردار سرعت	U
سرعت در جهت X	u
سرعت ورودی	u_{in}
سرعت بی‌بعد	u^*
سرعت در جهت Y	v
سرعت در جهت Z	w
مختصات کارتزین	x,y,z
پخشندگی گرمایی	α
ضریب عمومی نفوذ	Γ
گام زمانی	Δt
پهنای حجم کنترل در جهت X	Δx
لزجت	Γ
جرم مخصوص	ρ
کسر حجمی نانوذره در سیال پایه، متغیر وابسته عمومی	ϕ
لزجت دینامیکی	μ
تنش برشی	τ
لزجت سینماتیکی	ν

زیر نویس‌ها

همسایه زیری متغیر (در جهت منفی Z)	B
وجه حجم کنترل بین نقطه مرکزی و زیری (B,P)	b
همسایه شرقی متغیر (در جهت X)	E
وجه حجم کنترل بین نقطه مرکزی و شرقی (E,P)	e
مؤثر نانوسیال	eff
سطح مورد نظر	f
همسایه بالایی متغیر (در جهت Y)	N

وجه حجم کنترل بین نقطه مرکزی و بالایی (N,P)	n
گره همسایه شبکه	nb
نانوسیال	nf
گره مرکزی شبکه مورد نظر	P
نانوذره	p
همسایه پایینی متغیر (در جهت منفی y)	S
وجه حجم کنترل بین نقطه مرکزی و پایینی (S,P)	s
همسایه بالایی متغیر (در جهت x)	T
وجه حجم کنترل بین نقطه مرکزی و بالایی (T,P)	t
همسایه غربی متغیر (در جهت منفی x)	W
وجه حجم کنترل بین نقطه مرکزی و غربی (W,P)	w

بالانویس

مقدار جدید متغیر وابسته	n
مقدار قدیم متغیر وابسته	o
مقدار حاصل از تکرار قبلی یک متغیر، نماد بی بعد	$*$

فصل ۱:

مقدمه

۱-۱- بررسی جریان و انتقال حرارت حول موانع مکعبی

انتقال حرارت جابجایی حول موانع مکعبی قرار گرفته روی سطح از مسائل پیچیده اما پرکاربرد در زمینه‌های مختلف مهندسی است. از جمله مهمترین این کاربردها سیستم‌های خنک‌کننده تجهیزات الکترونیکی، مبدل‌های حرارتی و توربین‌ها و همچنین محاسبه‌ی حرارت از دست رفته‌ی دیواره‌های خارجی ساختمان و به خصوص ساختمان نیروگاه‌ها، توسط جریان هوای اتمسفر است. اطلاعات میدان جریان و انتقال حرارت در اطراف این اجسام جهت طراحی آنها بسیار مفید می‌باشد.

۱-۱-۱- خصوصیات جریان و انتقال حرارت

مشخصه‌ی مهم و پیچیده‌ی جریان در این هندسه خاص وجود گردابه‌های سه بعدی حول موانع است. پدیده‌هایی مانند جدایش^۱، اتصال مجدد^۲، جریان دنباله^۳ و جریان‌های حلقوی در این نوع از جریان حائز اهمیت هستند. وجود مانع در مسیر جریان و ایجاد گرادیان معکوس فشار، سبب جدایش جریان در بالادست مکعب و پیدایش گردابه‌هایی خواهد شد که حول مانع پیچیده و یک ناحیه‌ی گردابه‌ای نعل اسبی شکل^۴ در اطراف مانع بوجود می‌آورد. در ناحیه‌ی دنباله‌ی پایین دست مانع نیز گردابه‌های مارپیچی ناشی از بازگشت و چرخش جریان پرتاب‌شده از روی مانع در اثر برخورد به صفحه‌ی پایه دیده خواهد شد. در این نوع هندسه لایه‌ی مرزی گرمایی به شدت تحت

^۱ -Separation.

^۲ -Reattachment.

^۳ -Wake flow.

^۴ -Horse shoe vortex region.

تأثیر ساختار محلی جریان قرار می‌گیرد. بدون تردید ساختار جریان در حالتی که به جای یک مانع با دو مانع در مسیر خود روبرو باشد بدلیل مسدود شدن مسیر توسط مانع دوم و انحراف جریان، پیچیده‌تر خواهد بود و به فاصله‌ی طولی و عرضی مکعب‌ها نسبت به یکدیگر بستگی مستقیم خواهد داشت.

۱-۱-۲- مروری بر کارهای گذشته

از آنجایی که بررسی جریان و انتقال حرارت بر روی موانع قرار گرفته روی صفحه و یا دیواره‌ی کانال می‌تواند به عنوان مدلی مناسب برای کاربردهای مهندسی ذکر شده بکار گرفته شود، مورد توجه محققین قرار گرفته است. مطالعات عددی و آزمایشگاهی متعددی در این زمینه موجود می‌باشد. بخش اعظم این مطالعات بررسی جریان و انتقال حرارت حول یک مانع منفرد را شامل شده است.

گرمایش در دنباله‌ی پایین دست یک مانع مکعبی، در کانال آب، در رژیم آرام ($500 < Re < 1500$) و درهم ($2500 < Re < 10000$) به صورت آزمایشگاهی و عددی توسط موریز و گاریملا [۱] مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که در جریان آرام، دمای دنباله با افزایش عدد Re و متعاقباً کاهش اثرات شناوری، افزایش می‌یابد. اما در جریان درهم، ساختار جریان و دمای اندازه‌گیری شده‌ی دنباله چندان تحت تأثیر عدد رینولدز و نیروی شناوری نخواهد بود.

یانگ و وفایی [۲] جریان جابجایی اجباری دو بعدی، روی یک مانع گرم با شار حرارتی ثابت که بر روی دیواره‌ی یک کانال قرار گرفته است را در محدوده‌ی اعداد رینولدز ۲۰۰ تا ۲۰۰۰ بررسی کردند. در این مطالعه تغییرات برخی پارامترهایی مانند ابعاد وجوه مکعب، نسبت رسانایی گرمایی سیال به مانع و نرخ جریان بررسی شده است. نتایج بررسی نشان داد که شکل مانع تأثیر زیادی بر

جریان و انتقال حرارت متوسط خواهد داشت. همچنین با افزایش عدد رینولدز، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد.

ناکامورا و همکاران [۳] به بررسی آزمایشگاهی جریان سیال و انتقال حرارت محلی، حول یک مکعب تحت شار حرارتی ثابت در صفحه، در محدوده‌ی عدد رینولدز $4/2 \times 10^3$ تا $3/3 \times 10^4$ پرداختند. آنها با اندازه‌گیری دمای وجوه مکعب و صفحه‌ی پایه مشاهده کردند که مشخصه‌های انتقال حرارت محلی، به شدت وابسته به مشخصه‌های جریان بوده و در ناحیه‌ای که گردابه‌های نعل اسبی شکل تشکیل شده اند، به طور قابل ملاحظه‌ای زیاد می‌باشند.

چیئو و ونگ [۴] به بررسی انتقال جرم و حرارت از یک مانع مکعبی گرم، در ناحیه‌ی توسعه یافته‌ی جریان کانال پرداختند. آنها مشاهده کردند که یک تغییر کوچک در عدد رینولدز، توزیع عدد شروود روی سطوح مکعب را به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌دهد.

مطالعاتی که در زمینه‌ی بررسی جریان و انتقال حرارت در حالت چند مکعبی به عمل آمده است، محدود بوده و بیشتر روی آرایش هم‌راستای مکعب‌ها متمرکز شده‌اند [۵ تا ۸]. تنها تعداد اندکی از مقالات به آرایش غیرهم‌راستای موانع پرداخته اند. این در حالی است که آرایش غیرهم‌راستا به مدل‌های واقعی نظیر بردهای الکترونیکی شبیه‌تر است.

میندرز و هنجلیک [۹] در یک بررسی جامع آزمایشگاهی، انتقال حرارت جابجایی حول دو مانع مکعبی، در هر دو آرایش هم‌راستا و غیرهم‌راستا و در فواصل طولی و عرضی مختلف، در جریان درهم را به خوبی تشریح کردند. نتایج بررسی نشان داد که در آرایش‌های مختلف مکعب‌ها توزیع متفاوتی از ضریب انتقال حرارت جابجایی بر روی جداره‌های مکعب وجود خواهد داشت. توزیع جریان و انتقال حرارت از حالت متقارن در آرایش هم‌راستا به صورت نامتقارن در آرایش غیرهم‌راستا تبدیل خواهد شد. در آرایش هم‌راستا با افزایش فاصله‌ی طولی جریان حول مکعب دوم به تدریج از جریان برشی لایه‌ای در فواصل کم، به جریان جدایش یافته روی وجوه جانبی و فوقانی،

در فواصل بیشتر تبدیل خواهد شد. در این آرایش جریان حول مکعب اول چندان تحت تأثیر فاصله‌ی طولی بین موانع قرار نخواهد گرفت. در آرایش غیرهم‌راستای مکعب‌ها و به خصوص در فواصل عرضی کم، ساختار جریان بدلیل برخورد به مانع دوم و منحرف شدن از مسیر، به صورت غیر متقارن در خواهد آمد. با نامتقارن شدن جریان توزیع ضریب انتقال حرارت جابجایی نیز نامتقارن خواهد شد.

ناکاجیما و همکاران [۱۰] به بررسی عددی جریان آرام سه بعدی و انتقال حرارت حول موانع مکعبی، در یک آرایش سه ردیفه‌ی شطرنجی روی جداره‌های کانال در محدوده‌ی اعداد رینولدز ۱۰۰ تا ۵۰۰ و عدد پراتل 0.7 ، پرداختند. نتایج بررسی نشان داد که ضریب انتقال حرارت در وجوه مختلف مکعب‌ها که همگی تحت تأثیر شار حرارتی ثابت قرار گرفته اند، با تغییر عدد رینولدز تغییر خواهد کرد. دنباله‌ی پشت مکعب‌ها در اعداد رینولدز بیشتر از ۴۰۰ مشخصات جریان ناپایدار را نشان خواهد داد؛ هرچند اثر آن روی مشخصه‌های جریان و انتقال حرارت ناچیز است. عدد ناسلت متوسط روی مکعب‌های ردیف اول کمی بیشتر از مکعب‌های ردیف دوم بوده و در ردیف سوم از آنجایی که در ناحیه‌ی دنباله‌ی گرمایی مکعب‌های اول و دوم قرار گرفته است، از بقیه کمتر خواهد بود.

فرهادی و همکاران [۱۱] به بررسی عددی جریان دو بعدی و آرام روی دو استوانه گرم دما ثابت با مقطع مربعی، مستقر درون کانال با دیواره‌های عایق پرداختند. مسأله برای نسبت انسداد و فواصل بین موانع مختلف و اعداد رینولدز در محدوده ۳۰۰ الی ۵۰۰ مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان داد عدد ناسلت متوسط برای هر دو مانع، در تمامی نسبت‌های انسداد بررسی شده، با افزایش فاصله‌ی طولی و افزایش عدد Re ، افزایش خواهد یافت.

اسلامی و همکاران [۱۲] به بررسی جریان آرام و پایدار سه بعدی، حول دو مانع مکعبی به ابعاد h قرار گرفته روی صفحه، با فواصل طولی و عرضی مختلف نسبت به یکدیگر پرداختند. آنها تأثیر

پارامترهای مختلف روی ساختارهای گردابه‌ای، جدایش و اتصال مجدد، همچنین توزیع سرعت و فشار در ناحیه‌ی دنباله‌ی پشت مکعب‌ها را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که در آرایش هم‌راستای مکعب‌ها تا زمانی که فاصله‌ی طولی کمتر از $3.5h$ است، یک گردابه‌ی نعل اسبی شکل که از جدایش جریان در بالادست مکعب بوجود آمده است، حول هر دو مکعب خواهد پیچید. با افزایش فاصله از این مقدار، گردابه‌های نعل اسبی شکل دوم با جدایش جریان در بالادست مکعب دوم بوجود خواهد آمد. در آرایش غیرهم‌راستا توزیع نامتقارن جریان، با افزایش فاصله‌ی عرضی، رفته رفته به توزیع متقارن تبدیل خواهد شد.

۱-۲- استفاده از نانوسیال جهت افزایش انتقال حرارت

انتقال حرارت جابجایی در یک هندسه خاص، به طور محسوس با تغییر شرایط مرزی و یا با افزایش ضریب انتقال حرارت سیال افزایش می‌یابد. تاکنون روش‌های مختلفی برای افزایش کارایی انتقال حرارت سیال پیشنهاد شده است. محققان همچنین با توجه به بالاتر بودن ضریب هدایت حرارتی جامد نسبت به مایع (جدول ۱-۱) تلاش‌هایی در جهت افزایش ضریب هدایت حرارتی سیال پایه با قرار دادن ذرات جامد معلق در آن کردند.

مطالعات تئوری، عددی و آزمایشگاهی متعددی در زمینه‌ی ذرات جامد معلق در سیال از حدود صد سال قبل، زمانی که کارهای تئوری "ماکسول"^۱ منتشر شد، انجام شده است. نظریه‌ی استفاده از سوسپانسیون سیال و ذرات جامد بسیار کوچک به عنوان یک خنک‌کننده مناسب، سال‌ها توسط "استو چوی"^۲ مورد مطالعه قرار گرفت؛ اما این سیالات با ذرات جامد معلق در حد میکرومتر

^۱ - Maxwell.

^۲ - Steve Choi.

مشکلات فراوانی داشته‌اند؛ مانند رسوب‌گذاری، ناخالصی، خوردگی و افزایش افت فشار و... تا اینکه در سال ۱۹۹۳ ایده نانوسیال توسط "چوی" و "ایستمن"^۱ مطرح شد و انقلاب بزرگی در زمینه انتقال حرارت در سیالات پدید آمد. در واقع نگاه تازه‌ای به سوسپانسیون سیال جامد با ذراتی در ابعاد نانو مطرح شد.

جدول (۱-۱) ضریب هدایت حرارتی جامدات و سیالات مختلف

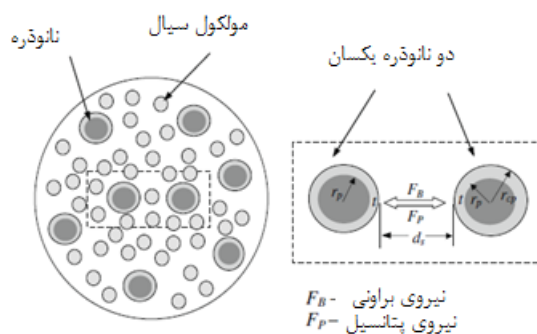
ماده	ضریب هدایت حرارتی ($W/m-K$)
جامدات فلزی	مس ۴۰۱
	آلومینیوم ۲۷۳
جامدات غیر فلزی	سیلیکون ۱۴۸
	آلومینا (Al_2O_3) ۴۰
مایعات فلزی	سدیم (644 K) ۷۲/۳
	آب ۰/۶۱۳
مایعات غیر فلزی	اتیلن گلیکول (EG) ۰/۲۵۳
	روغن موتور (EO) ۰/۱۴۵

به مخلوطی از ذرات نانوی فلزی یا غیرفلزی که در یک سیال پایه معلق شده باشند، نانو سیال اطلاق می شود که شامل سیال پایه مانند آب، روغن، سیال رادیاتور (آب + اتیلن گلیکول) به همراه ذرات جامد در حد نانو مانند مس، اکسید مس، آلومینیوم، اکسید آلومینیوم، کربن و ... می باشند. نمونه‌های فراوانی از نانوسیال‌ها در طبیعت وجود دارند؛ به عنوان مثال خون یک نانوسیال زیستی پیچیده است که نانوذرات مختلف در ابعاد مولکولی نقش‌های متفاوتی را در آن ایفا می‌کنند.

^۱ - Jeff Eastman.

۱-۲-۲- مکانیزم نانو سیال‌ها

اطلاعات کنونی در زمینه‌ی نانوذرات را می‌توان به دو دسته‌ی کلی تقسیم کرد: برخی اینگونه استدلال می‌کنند که هدایت حرارتی نانوسیال‌ها ترکیبی از اثر ذرات ساکن و اثر حرکت براونی^۱ (حرکت تصادفی) آنها می‌باشد. در این مدل از دینامیک ذره که باعث افزایش انتقال حرارت ذره معلق ساکن می‌شود، استفاده شده است. بنابراین اندازه‌ی ذره، کسر حجمی، هدایت حرارتی نانوذره و سیال پایه و خود دما در محاسبه‌ی ضریب هدایت حرارتی نقش خواهند داشت. این روش مفهوم مکانیزم برهم‌کنش در نانوسیال را نشان می‌دهد. شکل (۱-۱) مکانیزم دینامیکی نانوذرات در سیال پایه را نشان می‌دهد.

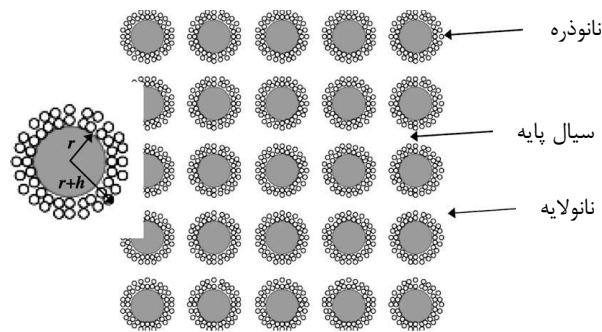


شکل (۱-۱) مکانیزم دینامیکی نانوذرات در سیال پایه [۱۳]

گروه دیگر، از ساختار نانویی نانوذرات استفاده می‌کنند. این محققان نانوسیال را به صورت کامپوزیتی شامل یک نانوذره به عنوان هسته و یک لایه‌ی نانویی از مولکول‌های سیال که در سطح مشترک مابعد با ذره آن را می‌پوشاند در نظر گرفته‌اند (شکل ۲-۱). این روش از یک تئوری سه مؤلفه‌ای برای یک سیستم چند فاز نشأت گرفته است که هدایت حرارتی آن‌ها از هسته به سمت نانولایه و سیال پایه کاهش می‌یابد. آنها اظهار داشتند که این نانولایه به عنوان یک پل حرارتی

^۱ - Brownian motion.

میان سیال پایه و نانوذرات است که باعث افزایش هدایت حرارتی مؤثر می‌شود. هرچند مکانیزم هدایت گرمایی در آن دقیقاً مشخص نیست.



شکل (۱-۲) ساختار نانوسیال [۱۴]

به بیان ساده می‌توان نتیجه گرفت اثر عواملی چون جاذبه، نیروی حرکت براونی، نیروی اصطکاک بین سیال و ذره در نانوسیال بسیار حائز اهمیت است. یعنی علی‌رغم فوق ریز بودن ذرات، سرعت لغزش بین ذرات و سیال نباید صفر در نظر گرفته شود. حرکات نامنظم ذرات باعث انتشار حرارتی می‌گردد که این انتشار حرارتی توزیع دما را مسطح‌تر کرده و گرادیان دما بین سیال و دیواره پرشیب‌تر می‌شود؛ در نتیجه انتقال حرارت بین سیال و دیواره بیشتر می‌گردد. بنابراین ساز و کار افزایش انتقال حرارت در نانوسیال از دو جنبه می‌تواند توضیح داده شود؛ اول اینکه ذرات معلق هدایت گرمایی نانوسیال را افزایش می‌دهد و دیگر اینکه حرکت تصادفی ذرات ریز و متعاقباً انتشار حرارتی منجر به سریع‌تر شدن انتقال انرژی در سیال می‌شود.

۱-۲-۳- دانستیه و گرمای ویژه

محاسبه‌ی دانستیه‌ی مؤثر ρ_{eff} و گرمای ویژه‌ی مؤثر $(C_p)_{eff}$ یک نانوسیال را می‌توان به سادگی بر اساس اصول فیزیکی مخلوط‌ها به صورت زیر تخمین زد:

$$\rho_{eff} = \left(\frac{m}{v} \right)_{eff} = \frac{m_f + m_p}{v_f + v_p} = \frac{\rho_f v_f + \rho_p v_p}{v_f} = (1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_p \quad (1-1)$$

$$(C_p)_{eff} = \frac{(1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_p}{(1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_p} \quad (2-1)$$

که ϕ کسر حجمی نانوذره می باشد.

۱-۲-۴- هدایت حرارتی

در حال حاضر تئوری موثقی برای پیش بینی هدایت حرارتی نانوسیال ها وجود ندارد. بر اساس نتایج آزمایشگاهی بسیاری از محققان، ضریب هدایت حرارتی نانوسیال ها به پارامترهایی نظیر ضریب هدایت حرارتی سیال پایه و نانوذرات، کسر حجمی، مساحت سطح ذرات، شکل نانوذرات و دما وابسته است.

روابطی نیمه تجربی برای محاسبه ی ضریب هدایت ظاهری مخلوط های دوفاز وجود دارد که بر پایه- ی تعریف ضریب هدایت حرارتی یک ترکیب دو جزئی می باشند:

$$k_{eff} = \frac{k_p \phi_p (dT / dx)_p + k_f d_f (dT / dx)_f}{\phi_p (dT / dx)_p + \phi_p (dT / dx)_f} \quad (3-1)$$

برای مخلوط های مایع - جامد تمامی مطالعات تئوری به نتایج کارهای کلاسیک ماکسول [۱۵] منتج شده اند. تئوری ماکسول جهت محاسبه ضریب هدایت حرارتی ترکیب مایع - جامد برای ذرات نسبتاً بزرگ (میکرو) و غلظت کم جامد مناسب می باشد. بر این اساس ضریب هدایت حرارتی مؤثر k_{eff} برابر است با:

$$k_{eff} = \frac{k_p + 2k_f + 2(k_p - k_f)\phi}{k_p + 2k_f - (k_p - k_f)\phi} \quad (۴-۱)$$

که k_p ضریب هدایت حرارتی ذره، k_f ضریب هدایت حرارتی سیال پایه و ϕ کسر حجمی ذره می-باشد. قانون ماکسول نشان می‌دهد که هدایت حرارتی مؤثر سیال‌ها وابسته به هدایت حرارتی ذرات کروی جامد و سیال پایه و کسر حجمی ذرات جامد می‌باشد.

بروگمن [۱۶] در سال ۱۹۳۵، مدلی برای آنالیز برهم‌کنش‌های بین ذرات که بطور تصادفی پخش شده‌اند پیشنهاد داده است. برای ترکیب دوتایی از ذرات کروی همگن، مدل بروگمن می‌دهد:

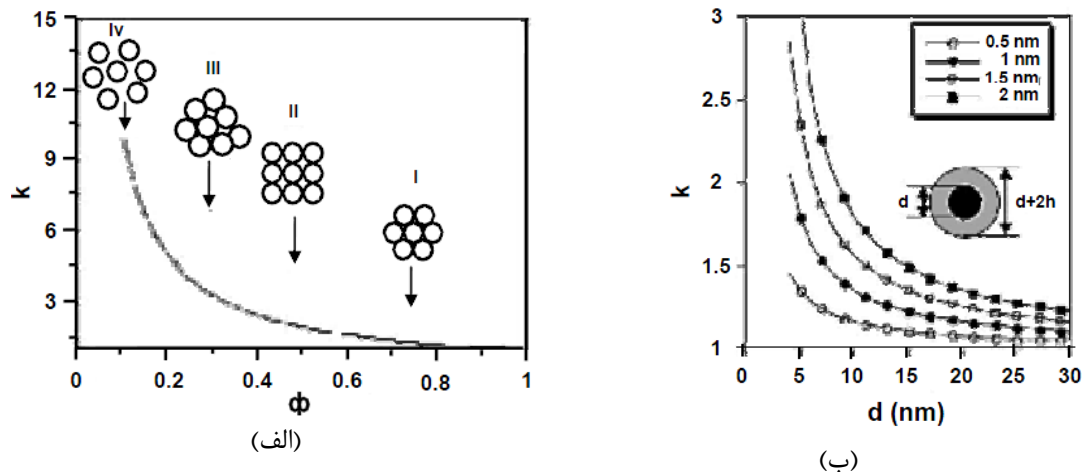
$$\phi \left(\frac{k_p - k_{eff}}{k_p + 2k_{eff}} \right) + (1 - \phi) \left(\frac{k_f - k_{eff}}{k_f + 2k_{eff}} \right) = 0 \quad (۵-۱)$$

این مدل برای ذرات کروی بدون محدودیت غلظت بکار می‌رود. برای غلظت‌های کم جامد نتایج این فرمول تقریباً مشابه نتایج ماکسول می‌باشد. برای غلظت‌های بالا رابطه‌ی ماکسول نتایجی منطبق با نتایج تجربی را نمی‌دهد؛ درحالی که این فرمول نتایج قابل قبول و قابل انطباقی می‌دهد. همیلتون و کراسر [۱۷] در سال ۱۹۶۲ مدلی برای ترکیب سیال - جامد برای ذرات غیرکروی ارائه دادند. آنها یک ضریب شکل n برای محاسبه‌ی اثر شکل ذرات معرفی کردند. ضریب هدایت حرارتی برای حالت $k_p/k_f > 100$ می‌تواند به فرم زیر بیان شود:

$$k_{eff} = \frac{k_p + (n-1)k_f - (n-1)(k_f - k_p)\phi}{k_p + (n-1)k_f + (k_f - k_p)\phi} k_f \quad (۶-۱)$$

که n ضریب شکل تجربی می‌باشد که $n = \frac{3}{\psi} k_p$ که ψ برابر است با نسبت مساحت کره‌ای که حجم آن با حجم ذره برابر است، به مساحت ذره. مقایسه‌ی روابط (۶-۱) و (۴-۱) نشان می‌دهد رابطه‌ی ماکسول، همان رابطه‌ی همیلتون است با $\psi = 1$. در مدل‌های پیشین از برخی از مکانیزم-های مهم که در نانوسیال دیده می‌شود صرف‌نظر شده است. کبلینسکی [۱۸] برخی فاکتورهای

مؤثر در افزایش هدایت حرارتی نانوسیال‌ها مانند اندازه، انواع دسته‌بندی ذرات و نانولایه‌ی بین ذرات و سیال پایه را مورد بررسی قرار داد. نتایج مطالعه‌ی وی را می‌توان در شکل (۳-۱) مشاهده کرد. بر این اساس درکارهای تئوری اخیر به بررسی اثر این پدیده‌ها پرداخته شده است.



شکل (۳-۱) تأثیر (الف) نوع دسته‌بندی ذرات، (ب) اندازه‌ی ذره و نانولایه‌ی بین ذرات و سیال پایه، برحسب ضریب هدایت حرارتی مؤثر [۱۸]

یو و چویی [۱۹] مدل اصلاح‌شده‌ی ماکسولی پیشنهاد دادند که اثر نانولایه را با جایگذاری ضریب هدایت حرارتی جامد k_p در رابطه‌ی (۴-۱) با ضریب هدایت حرارتی اصلاح شده‌ی جامد (که بر اساس تئوری اثر متوسط) می‌باشد، تصحیح می‌کند.

$$k_{pe} = \left[\frac{2(1-\gamma) + (1-\beta)^3(1+2\gamma)\gamma}{-(1-\gamma) + (1+\beta)^3(1+2\gamma)} \right] k_p \quad (۷-۱)$$

که $\gamma = k_{layer} / k_p$ ، نسبت ضریب هدایت حرارتی نانولایه به هدایت حرارتی جامد و $\beta = h/r$ ، نسبت ضخامت نانولایه به شعاع اصلی ذره می‌باشد. بر این اساس قانون ماکسول به فرم زیر بازنویسی می‌شود:

$$k_{eff} = \frac{k_{pe} + 2k_f + 2(k_{pe} - k_f)(1 - \beta)^3 \phi}{k_{pe} + 2k_f - (k_{pe} - k_p)(1 + \beta)^3 \phi} k_f \quad (۸-۱)$$

این مدل جدید برای نانولوله‌های باریک با ضخامت کمتر از ۱۰nm کاربرد دارد. این تئوری همچنین نشان می‌دهد افزودن تعداد ذرات کوچکتر ($< 10\text{nm}$) برای افزایش هدایت حرارتی بهتر است از افزایش کسر حجمی جامد.

آنها همچنین مدل اصلاح‌شده‌ی همیلتون - کراسری شامل اثر لایه‌ی میانی جامد - مایع برای ذرات با شکل غیرکروی ارائه دادند [۲۰].

$$k_{eff} = \left[1 + \frac{n\phi_{eff} A}{1 - \phi_{eff} A} \right] k_f \quad (۹-۱)$$

$$\phi_{eff} = \phi \sqrt{(a^2 + t)(b^2 + t)(c^2 + t)} / \sqrt{abc}$$

$$A = \frac{1}{3} \sum_{y=a,b,c} (k_{pj} - k_b) / [k_{pj} + (n-1)k_b]$$

ϕ_{eff} غلظت حجمی معادل بیضی‌گون‌هایی می‌باشد، با فرض ساختار بیضوی ذرات ($a > b > c$) که با نانولایه محصور شده است، n ضریب شکل عمومی بیضی ($n = 3\mu^{-\alpha}$ که α یک پارامتر تجربی) می‌باشد. این مدل اصلاح‌شده‌ی همیلتون - کراسر می‌تواند ضریب هدایت حرارتی نانولوله‌های کربنی در روغن نانوسیال‌ها را به صورت مطلوبی پیش‌بینی کند. هرچند در تشخیص رفتار غیرخطی ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال‌های پایه فلزی و اکسیدی رد می‌شود.

ژو [۲۱] مدلی بر اساس تئوری قطبی متوسط ارائه داد که اثر بر هم‌کنش بین ذرات جامد و سیال پایه را شامل می‌شود.

کیم [۲۲] طی آزمایشی نشان داد که این فرمول به اندازه‌ای که ژو ادعا کرده درست نیست؛ چون از پارامترهای ناصحیحی نظیر فاکتور قطبیت استفاده کرده است. در سال ۲۰۰۵، وی معادله‌ای بر اساس مدل بروگمن بدست آورد که در آن اثر لایه ی بین نانوذرات و سیال پایه نیز محاسبه شده است:

$$\left(1 - \frac{\phi}{\alpha}\right) \frac{k_{eff} - k_f}{2k_{eff} + k_f} + \frac{\phi}{\alpha} \frac{(k_{eff} - k_2)(2k_2 + k_1) - \alpha(k_1 - k_2)(2k_2 + k_{eff})}{(2k_{eff} + k_2)(2k_2 + k_1) + 2\alpha(k_1 - k_2)(k_2 - k_{eff})} = o(10^{-1})$$

که α نسبت حجم نانو ذره کروی به حجم ذره در شکل‌های دیگر بوده و k_1 و k_2 هدایت حرارتی نانو ذره و لایه‌ی میانی می‌باشد. این مدل تصحیح شده تطابق خوبی با داده‌های آزمایشگاهی روی ضریب هدایت حرارتی نانوسیال‌های آب - اکسید مس و اتیلن گلیکول - اکسید مس داشته است. در سال ۲۰۰۳، پاتل [۲۳] ۹٪ افزایش ضریب هدایت حرارتی برای غلظت‌های بسیار کم مانند ۰/۰۰۰۲۶ درصد برای ذرات فلزی را مشاهده کرد. اما فرمول‌های پیشین در پیش‌بینی این پدیده-ی عجیب با شکست روبه رو شدند.

حرکت براونی نانوذرات در سطح مولکولی و مقیاس نانو نقش کلیدی و مهمی بر رفتار حرارتی نانوسیال‌ها دارد. همچنین در آزمایشات اخیر به این حقیقت پی‌برده شده است که ضریب هدایت حرارتی رابطه‌ی شدیدی با دما دارد.

در سال ۲۰۰۳، ژون [۲۴] حرکت تصادفی نانوذرات معلق (حرکت براونی) را بر اساس مدل ماکسول مورد بررسی قرار داد و به فرمول اصلاح شده‌ی زیر رسید:

$$k_{eff} = \frac{k_p + 2k_f - 2(k_f - k_p)\phi}{k_p + 2k_f + (k_f - k_p)\phi} k_f + \frac{\rho_p \phi c_p}{2} \sqrt{\frac{k_B T}{3\pi c \mu}} \quad (11-1)$$

که در آن k_B ثابت بولتزمن و برابر است با $1/381 \times 10^{-23}$ J/K و r_c قطر یک خوشه از نانوذرات می‌باشد.

این مدل، اثر دما روی افزایش ضریب هدایت را نیز در خود جای داده است؛ اما وابستگی آن به دما بسیار کم است ($\propto T^{1/2}$) و با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی ندارد.

در سال ۲۰۰۳، ونگ [۲۵] مدلی براساس مدل چند جزئی ماکسول، با جایگزین کردن ضریب هدایت حرارتی مؤثر یک دسته (خوشه) ذره $k_{cl}(r)$ و تابع توزیع (پخش) شعاع‌ها، $n(r)$ به فرم زیر ارائه داد:

$$k_{eff} = \frac{(1-\phi) + 3\phi \int_0^\infty k_{cl}(r)n(r)/[k_{cl}(r) + 2k_f]dr}{(1-\phi) + 3\phi \int_0^\infty k_f(r)n(r)/[k_{cl}(r) + 2k_f]dr} k_f \quad (12-1)$$

این مدل با داده‌های آزمایشگاهی برای ذرات معلق اکسید مس 50 nm در آب یون زدوده شده با $\phi < 0.5\%$ تناسب خوبی دارد.

در سال ۲۰۰۴، کومار [۲۶] مدل جامعی برای پیش‌بینی افزایش زیاد ضریب هدایت حرارتی نانوسیال‌ها پیشنهاد داد که بستگی زیادی به دما دارد و از فرمول استوکس - انیشتین^۱ استنباط شده است. این فرمول حرکت براونی ذرات را نیز در شامل شده است.

$$k_{eff} = k_f + c \frac{2K_B T}{(\pi v d_p^2)} \frac{\phi r_f}{k_f (1-\phi) r_f} k_f \quad (13-1)$$

صحت این مدل تایید شده است؛ اما ممکن است برای غلظت بالای سیال مناسب نباشد. پاتل [۲۷] فرم اصلاح شده و کاملی بر اساس مدل کومار ارائه داده است:

^۱ - Stoks-Einstein.

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = 1 + \frac{k_p A_p}{k_f A_f} + ck_p Pe \frac{A_p}{k_f A_f} \quad (14-1)$$

$$\frac{A_p}{A_f} = \frac{d_f}{d_p} \frac{\phi}{(1-\phi)}$$

$$Pe = \frac{u_p d_p}{\alpha_f}$$

که u_p سرعت حرکت براونی نانوذرات است و برابر است با :

$$u_p = \frac{2k_B T}{\pi \mu_f d_p^2}$$

k_B ، ثابت بولتزمن می باشد.

در سال ۲۰۰۶، پتنم [۲۸] با استفاده از رابطه‌ی معمولی ضریب جابجایی حرارتی h قانون ماکسول را با وارد کردن جابجایی سیال مجاور ذرات جامد ناشی از حرکت براونی، اصلاح کرد به فرمول زیر رسید:

$$k_{eff} = \left(1 + A Re^m Pr^{0.333} \phi\right) \left[\frac{k_p + 2k_b + 2(k_p - k_f)\phi}{k_p + 2k_b - (k_p - k_f)\phi} \right] k_f \quad (15-1)$$

که $h = k_f / a(1 + A Re^m Pr^{0.333} \phi)$ و A و m مقادیر ثابتی هستند. عدد رینولدز نیز به فرم زیر نوشته می شود:

$$Re = 1/\nu \sqrt{\frac{18k_f T}{\pi \rho_p d_p}}$$

در سال ۲۰۰۵، کلینستروئر و کو [۲۹] مدلی را ارائه دادند که شامل اثرات اندازه‌ی ذره، کسر حجمی ذرات و دما است به طوری که خواص سیال و ذره تابعی از حرکت براونی می باشد:

$$k_{eff} = \frac{k_p + 2k_f + 2(k_p - k_f)\phi}{k_p + 2k_f - (k_p - k_f)\phi} k_b + 5 \times 10^4 \beta \phi \rho_p c_p \sqrt{\frac{k_f T}{\rho_p D}} f(T, \phi) \quad (16-1)$$

$$f(T, \phi) = (-6.04\phi + 0.4705)T + (1722.3\phi - 134.63)$$

آنها با بررسی گرادیان فشار، پروفیل دما و اعداد ناسلت اظهار داشتند که افزایش ۴-۷ ذرات در سیال با پراتل بالا نظیر اتیلن گلیکول به طور چشمگیری باعث افزایش ضریب اکسید مس انتقال حرارت می شود.

مطالعات پژوهشگران در زمینه ی پیدا کردن مدل مناسبی جهت پیش بینی ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال های مختلف، تحت شرایط فیزیکی متفاوت در سال های اخیر نیز ادامه داشته است. در هر یک از این مطالعات با توجه به متفاوت بودن جنس نانوذره و سیال پایه، شکل، اندازه و کسر حجمی نانو ذرات، دما و ... مدل های متفاوتی ارائه شده است.

مطالعات آزمایشگاهی روی هر یک از این پارامترها نشان داده است در یک شرایط معین ذرات فلزی همان افزایش دمایی را دارند که ذرات اکسید شده با درصد حجمی پایین تر ایجاد می کنند [۳۰-۳۴]. از لحاظ شکل هندسی ذره با ذرات دیگر از همان جنس نشان می دهد که ذرات کشیده تر، افزایش رسانایی حرارتی بهتری دارند. در مطالعه ای که توسط ژ ی [۳۰] صورت گرفته، مشاهده شده است که نسبت رسانایی گرمایی ذرات کروی شکل با قطر ۲۶ nm به ذرات استوانه ای شکل به طول ۶۰۰ nm از جنس Sic در سیال پایه ی اتیلن گلیکول با کسر حجمی ۳٪، ۱ به ۱/۶ است. ژ ی و همکاران اثرات سیال پایه را نیز روی افزایش رسانایی گرمایی مورد آزمایش قرار دادند. نتایج آنها نشان داد که رسانش گرمایی در سیالی که رسانایی گرمایی پایین تری دارد، بیشتر است. همچنین بررسی های محققین نشان داد که با افزایش دما، رسانایی نانوسیال افزایش می یابد [۳۵-۳۶].

۱-۲-۵- ویسکوزیته

انیشیتین [۳۷] در سال ۱۹۵۶ اولین کسی بوده که ویسکوتوزیهی مؤثر یک جامد کروی معلق در سیال را با استفاده از معادلات هیدرودینامیکی محاسبه کرد، با فرض اینکه جابجایی یک کره باعث اختلال جریان سیال پایه نشود. او حرکت سیال را اطراف تنها یک کره تحلیل کرده و به معادله‌ی زیر رسید:

$$\mu_{eff} = (1 + 2.5\phi) \mu_f \quad (17-1)$$

پس از انیشیتین برای تعمیم مدل وی در سه حوزه‌ی مهم زیر مطالعاتی صورت گرفت:

۱- تعمیم معادله‌ی انیشیتین برای غلظت‌های حجمی بالاتر ذره با در نظر گرفتن برهم کنش بین ذره - ذره. براین اساس اینگونه معادلات تئوری می‌توانند به فرم زیر بیان شود:

$$\mu_{eff} = (1 + c_1\phi + c_2\phi^2 + c_3\phi^3 + \dots) \mu_f \quad (18-1)$$

۲- با توجه به این حقیقت که ویسکوزیته‌ی یک ترکیب در غلظت حجمی ماکزیمم ϕ_{max} بی‌نهایت خواهد شد، اینگونه معادلات تئوری معمولاً دارای فرم $(1 - (\phi/\phi_{max}))^\alpha$ در مخرج می‌باشند که می‌توانند به فرم معادل حالت اول درآید.

۳- در نظر گرفتن غلظت‌های ذرات غیرکروی.

در این راستا، برینکمن [۳۸] رابطه انیشیتین را برای درصد‌های حجمی بالاتر ذرات به صورت زیر تعمیم داد:

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (19-1)$$

بچلر [۳۹] در سال ۱۹۷۷ اثر حرکت براونی یک ذره صلب و کروی را نیز در نظر گرفت و فرمول

زیر را ارائه داد:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_f (1 + 2.5\phi + 6.5\phi^2) \quad (20-1)$$

برخی دیگر از روابطی که در سال‌های اخیر ویسکتوزیته‌ی مؤثر نانوسیال بدست آمده است، در جدول (۲-۱) آورده شده است.

جدول (۲-۱) ویسکتوزیته‌ی مؤثر نانوسیال

Investigator	Equation
Einstein (1906)	$\mu_{\text{eff}} = (1 + 2.5\phi_p) \mu_b$
Simha (1940)	$\mu_{\text{eff}} = \left\{ 1 + \frac{1}{15} \left[14 + \frac{(a/c)^2}{\ln(2a/c) - 1.5} + \frac{3(a/c)^2}{\ln(2a/c) - 0.5} \right] \phi_p \right\} \mu_b$
Simha (1940)	$\mu_{\text{eff}} = \left[1 + \frac{16}{15} \frac{(a/c)}{\arctan(a/c)} \phi_p \right] \mu_b$
Eilers (1941)	$\mu_{\text{eff}} = \left[1 + \frac{1.25}{1 - (\phi_p / \phi_{p \max})} \phi_p \right]_2 \mu_b = \left\{ 1 + 2.5\phi_p + \left[1.5625 + (2.5 / \phi_{p \max}) \right] \phi_p^2 + \dots \right\} \mu_b$
De Bruijn (1942)	$\mu_{\text{eff}} = \frac{1}{1.25\phi_p + 1.552\phi_p^2} \mu_b = (1 + 2.5\phi_p + 4.698\phi_p^2 + \dots) \mu_b$
Kuhn and Kuhn (1945)	$\mu_{\text{eff}} = \left\{ 1 + \frac{1}{15} \left[24 + \frac{(a/c)^2}{\ln(2a/c) - 1.5} + \frac{3(a/c)^2}{\ln(2a/c) - 0.5} \right] \phi_p \right\} \mu_b$
Vand (1948)	$\mu_{\text{eff}} = (1 + 2.5\phi_p + 7.349\phi_p^2 + \dots) \mu_b$
Vand (1948)	$\mu_{\text{eff}} = e^{2.5\phi_p} \mu_b = (1 + 2.5\phi_p + 3.125\phi_p^2 + \dots) \mu_b$
Robinson (1949)	$\mu_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{c_p \phi_p}{1 - s_r \phi_p} \right) \mu_b = (1 + c_p \phi_p + c_p s_r \phi_p^2 + \dots) \mu_b$
Saito (1950)	$\mu_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{2.5}{1 - \phi_p} \phi_p \right) \mu_b = (1 + 2.5\phi_p + 2.5\phi_p^2 + \dots) \mu_b$

Investigator	Equation
Saito (1950)	$\mu_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{2.5}{1 - \phi_p} \phi_p\right) \mu_b = (1 + 2.5\phi_p + 2.5\phi_p^2 + \dots) \mu_b$
Mooney (1951)	$\mu_{\text{eff}} = \exp\left(\frac{2.5\phi_p}{1 - (\phi_p / \phi_{p \text{ max}})}\right) \mu_b = \left\{1 + 2.5\phi_p + \left[3.125 + \left(2.5 / \phi_{p \text{ max}}\right)\right] \phi_p^2 + \dots\right\} \mu_b$
Brinkman (1952)	$\mu_{\text{eff}} = \frac{1}{(1 - \phi_p)^{2.5}} \mu_b = (1 + 2.5\phi_p + 4.375\phi_p^2 + \dots) \mu_b$
Simha (1952)	$\mu_{\text{eff}} = \left\{1 + 2.5\phi_p + \left[125 / (64\phi_{p \text{ max}})\right] \phi_p^2 + \dots\right\} \mu_b$
Eshelby (1957)	$\mu_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{15}{2} \frac{1 - \sigma_p}{4 - 5\sigma_p} \phi_p\right) \mu_b = \left(1 + \frac{15}{7} \phi_p\right) \mu_b, \sigma_p = 1/3$
Frankel and Acrivos (1967)	$\mu_{\text{eff}} = \frac{9}{8} \frac{(\phi_p / \phi_{p \text{ max}})^{1/3}}{1 - (\phi_p / \phi_{p \text{ max}})^{1/3}} \mu_b$
Krieger (1972)	$\mu_{\text{eff}} = \frac{1}{\left[1 - (\phi_p / \phi_{p \text{ max}})\right]^{1.82}} \mu_b = \left[1 + (1.82 / \phi_{p \text{ max}}) \phi_p + (2.5662 / \phi_{p \text{ max}}^2) \phi_p^2 + \dots\right] \mu_b$
Lundgren (1972)	$\mu_{\text{eff}} = \frac{1}{1 - 2.5\phi_p} \mu_b = (1 + 2.5\phi_p + 6.25\phi_p^2 + \dots) \mu_b$
Batchelor (1977)	$\mu_{\text{eff}} = (1 + 2.5\phi_p + 6.2\phi_p^2) \mu_b$
Graham (1981)	$\mu_{\text{eff}} = \left[1 + 2.5\phi_p + \frac{4.5}{(s_p / r_p)[2 + (s_p / r_p)][1 + (s_p / r_p)^2]}\right] \mu_b$
Phan-Thien and Graham (1991)	$\mu_{\text{eff}} = \left\{1 + \left(1.461 + 0.138 \frac{a}{c}\right) \frac{1 - 0.5(\phi_p / \phi_{p \text{ max}})}{[1 - (\phi_p / \phi_{p \text{ max}})]^2}\right\} \mu_b$
Liu and Masliyah (1996)	$\mu_{\text{eff}} = \left\{\frac{1}{[1 - (\phi_p / \phi_{p \text{ max}})]^2} + [c_1 - (2 / \phi_{p \text{ max}})] \phi_p + [c_2 - (6 / \phi_{p \text{ max}}^2)] \phi_p^2\right\} \mu_b$ $= \left\{1 + c_1 \phi_p + [c_2 - (3 / \phi_{p \text{ max}}^2)] \phi_p^2 + \dots\right\} \mu_b$
Tseng and Lin (2003)	$\mu_{\text{eff}} = 13.47 \exp(35.98\phi_p) \mu_b$
Maïga et al. (2004)	$\mu_{\text{eff}} = (1 + 7.3\phi_p + 123\phi_p^2) \mu_b$
Maïga et al. (2004)	$\mu_{\text{eff}} = (1 - 0.19\phi_p + 306\phi_p^2) \mu_b$
Koo and Kleinstreuer (2005)	$\mu_{\text{Brownian}} = 5 \times 10^4 \beta \rho_b \phi_p \sqrt{\frac{k_B T}{2\rho_p r_p}} \left[(-134.63 + 1722.3\phi_p) + (0.4705 - 6.04\phi_p) T\right]$ where the particle motion related empirical parameter $\beta = \begin{cases} 0.0137(100\phi_p)^{-0.8229} & \phi_p < 0.01 \\ 0.0011(100\phi_p)^{-0.7272} & \phi_p > 0.01 \end{cases}$
Kulkarni et al. (2006)	$\ln \mu_{\text{eff}} = -(2.8751 + 53.548\phi_p - 107.12\phi_p^2) + (1078.3 + 15857\phi_p + 20587\phi_p^2)(1/T)$

اطلاعات آزمایشگاهی برای ویسکوزیته‌ی مؤثر نانوسیال‌ها محدود به چند نانوسیال خاص می‌باشد.

همچنین محدوده‌ی پارامترهای مورد بررسی (دما، غلظت حجمی ذره و ...) نیز در این موارد

محدود می‌باشد. این اطلاعات آزمایشگاهی نشان می‌دهند که ویسکوزیته‌ی مؤثر نانوسیال‌ها بیشتر از مقادیر پیش‌بینی شده توسط تئوری‌های ارائه شده‌ی موجود است. برای برطرف کردن این اختلاف در هر کاربرد مشخص معادله‌ی خاص را پیشنهاد دادند؛ مانند: اکسید آلومینیم (Al_2O_3) در آب (مایگا [۴۰])، اکسید آلومینیم در اتیلن گلیکول (مایگا [۴۱])، اکسید تیتانیوم (TiO_2) در آب (تسنگ و لی [۴۲])، اکسید مس (CuO) در آب با تغییر دما (کولکاری [۴۳]). مشکل این معادلات آن است که در غلظت‌های حجمی بسیار پایین منطبق بر تئوری انیشتین نمی‌باشند.

۱-۲-۶- ضریب انتقال حرارت جابجایی

از آنجایی که کاربرد انتقال حرارت جابجایی در نانوسیال‌هایی که در انتقال حرارت و سایر صنایع مورد استفاده قرار می‌گیرند بیشتر از هدایت حرارتی مؤثر می‌باشد، مدل کردن ضریب انتقال حرارت نانوسیال‌ها توجه پژوهشگران را به این سمت سوق داده است. تمامی معادلات بدست آمده، فرم اصلاح شده‌ی معادلات قدیمی مانند معادله‌ی دیتوس-بوالتر^۱ و یا معادله‌ی گبلینسکی^۲، به اضافه-ی پارامترهای تجربی می‌باشند. بنابراین این معادلات تنها برای نانوسیال‌های خاصی با محدوده‌ی پارامتری کوچکی مناسب می‌باشد.

جابجایی‌های اجباری وابسته به اعداد رینولدز و پرانتل هستند. زمانی که با نانوسیال مواجه هستیم پارامترهای اضافی ایجاد می‌شوند که بتوانند خواص گرمایی همه‌ی اجزا را شامل شوند. بنابراین انتظار می‌رود که ضریب انتقال حرارت نانوسیال به رسانایی گرمایی و ظرفیت حرارتی سیال پایه و

^۱ - Dittus and Boelter, ۱۹۳۰.

^۲ - Gnielinski, ۱۹۷۶.

نانوذره، خصوصیات جریان، عدد رینولدز، عدد پرانتل، دما، نسبت حجمی ذرات محلول، ابعاد و شکل ذرات بستگی داشته باشد.

مطالعات آزمایشگاهی و تئوری زیادی برای رسیدن به مدل‌های عمومی نیاز است. از آنجایی که تأثیر مشخصه‌های یک نانوسیال خاص مانند اندازه‌ی متوسط ذره و پخش فضایی نانوذرات روی ضریب انتقال حرارت تاکنون به دقت شناخته نشده است، تعیین میزان تأثیر نانوسیال روی انتقال حرارت جابجایی سیال دشوار است. نتیجه‌ی بررسی پژوهشگران در زمینه ضریب انتقال حرارت مؤثر روی نانوسیال‌های خاص در جدول (۳-۱) آمده است.

جدول (۳-۱) ضریب انتقال حرارت مؤثر

Investigator	Nanofluids	Correlation
(Pak and Cho, 1998)	Al ₂ O ₃ -water, TiO ₂ -water, turbulent	$Nu = 0.021 Re^{0.8} Pr^{0.5}$
(Das et al., 2003a)	Al ₂ O ₃ -water, pool boiling	$Nu = c Re_b^m Pr^{0.4}$, c and m are particle volume concentration dependent parameters.
(Xuan and Li, 2003)	CuO-water, turbulent	$Nu = 0.0059 \left(1.0 + 7.6286 \phi_p^{0.6886} Pe_p^{0.001} \right) Re^{0.9238} Pr^{0.4}$
(Yang et al., 2005)	graphite-in-transmission fluid, graphite-synthetic oil mixture, laminar	$Nu = c Re^m Pr^{1/3} (D/L)^{1/3} (\mu_b/\mu_\infty)^{0.14}$, c and m are nanofluid and temperature dependent empirical parameters.
(Buongiorno, 2006)	turbulent	$Nu = \frac{(f/8)(Re-1000)Pr}{1 + \delta_\phi^+ (f/8)^{1/2} (Pr_\phi^{2/3} - 1)}$, where the dimensionless thickness of the laminar sublayer δ_ϕ^+ is an empirical parameter.
(Polidori et al., 2007)	Al ₂ O ₃ , Newtonian laminar, natural convection	$Nu = \frac{4\sqrt{5}}{3\Delta_{nf}} \left[\frac{\beta_r k_r^4}{378 v_r^2 (9\Delta_{nf} - 5)} Gr_b \right]_{1/4}$ (UWT) $Nu = \frac{6}{5} \left[\frac{2\beta_r k_r^4}{27 v_r^2 (9\Delta_{nf} - 5) \Delta_{nf}^4} Gr_b \right]_{1/5}$ (UWT) $\Delta = \frac{\delta_T}{\delta} = \frac{\text{thermal boundary layer thickness}}{\text{that of the dynamical one}}$

۱-۲-۷- مروری بر شبیه سازی های عددی صورت گرفته ی پیشین در زمینه نانوسیال ها

در مطالعات عددی صورت گرفته ی پیشین جهت بررسی خصوصیات انتقال حرارت نانوسیالات دو رویکرد اتخاذ شده است؛ در نخستین رویکرد، فرض بر این است که پیوستاری سیال با وجود ذرات جامد در ابعاد نانو همچنان برقرار است. در رویکرد دوم از یک مدل دوفازی برای توصیف بهتر هر دوفاز مایع و جامد استفاده شده است. مدل تکفازی آسانتر و از لحاظ محاسباتی کارآمدتر است استفاده از این روش نسبت به روش دوفازی در بین پژوهشگران متداول تر می باشد.

همانطور که گفته شد افزایش انتقال حرارت با استفاده از نانوسیال ها متأثر از عوامل متعددی نظیر حرکت براونی، لایه ی میانی در سطح مشترک سیال و جامد، شاخه بندی نانو ذرات و اصطکاک بین سیال و ذرات جامد می باشد. تشریح کامل این پدیده ها به صورت ریاضی دشوار است.

ژوان و لی [۴۴] به صورت آزمایشگاهی مشخصه های جریان و انتقال حرارت نانوسیال آب - مس جاری در یک لوله را مورد بررسی قرار دادند. مطالعات آنها در یک محدوده ی وسیعی از اعداد Re (۱۰۰۰۰ تا ۲۵۰۰۰) و ϕ (۰٪ تا ۲٪) انجام گرفته است. آنها نشان دادند در جریان درهم ضریب انتقال حرارت جابجایی نانوسیال ها همانطور که با افزایش ϕ افزایش می یابد، با افزایش سرعت نیز افزایش خواهد یافت. آنها همچنین مشاهده کردند با افزایش ϕ از ۰ تا ۲٪ تحت یک عدد Re خاص عدد Nu تا ۳۹٪ افزایش می یابد. علاوه بر این آنها عدد Nu را بصورت تابعی از ϕ ، عدد پکلت (Pe)، عدد رینولدز (Re) و عدد پرانتل (Pr) نشان دادند.

مایگا و همکاران [۴۵] به صورت عددی مشخصه های حرارتی و هیدرودینامیکی جریان نانوسیال را در یک لوله به طول ۱ متر ($L=1m$) تحت شار حرارتی یکنواخت در هر دو رژیم آرام و درهم با استفاده از مدل تکفاز و خواص تنظیم شده را مورد بررسی قرار دادند. آنها ضمن مشاهده ی افزایش حرارت سیال ساده با افزودن نانوذرات، نشان دادند که نانوسیال اتیلن گلیکول - اکسید آلومینیوم

انتقال حرارت بهتری نسبت به نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم دارد.

روی و همکاران [۴۶] یک مطالعه‌ی عددی از انتقال حرارت نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم در یک سیستم خنک‌کننده‌ی شعاعی انجام دادند. آنها مشاهده کردند استفاده از ۱۰٪ نانوذرات در سیال پایه باعث افزایش ۲ برابری نرخ انتقال حرارت در مقایسه با سیال ساده می‌شود.

ژوان و یائو [۴۷] توزیع نانوذرات و جریان نانوسیال را با استفاده از روش لیتیس - بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. آنها مشاهده کردند افزایش دمای سیالات می‌تواند باعث افزایش توزیع و پراکندگی نانوذرات شود که خود یک عامل مهم در افزایش انتقال حرارت نانوسیال‌ها است.

ونگ و همکاران [۴۸] به صورت عددی مشخصه‌های انتقال حرارت طبیعی (آزاد) را در یک حفره‌ی دوبعدی، در یک محدوده‌ی خاص از اعداد گراشف و کسر حجمی ذرات برای نانوذرات مختلف مورد مطالعه قرار دادند. آنها برای ۱۰٪ کسر حجمی از نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم افزایش ۳۰٪ ضریب متوسط انتقال حرارت را مشاهده کردند. بیشترین مقدار افزایش انتقال حرارت مربوط به نانوذرات مس مستغرق در آب به میزان ۸۰٪ برای کسر حجمی ۱۰٪ نانوذرات گزارش شده است. علاوه بر آن ضریب متوسط انتقال حرارت برای نانوسیال متشکل از روغن و ۱٪ حجمی نانولوله‌های کربنی بیش از ۱۰۰٪ اعلام شده است.

ابونادا [۴۹] انتقال حرارت از روی یک پله‌ی به عقب برگشته توسط نانوسیال را به صورت عددی و با استفاده از روش حجم محدود مورد بررسی قرار داد. او نیز مشاهده کرده که عدد Nu متوسط برای تمامی اعداد رینولدز مورد بررسی قرار گرفته ($200 \leq Re \leq 600$) با افزایش کسر حجمی افزایش می‌یابد.

کومارسانتر و همکاران [۵۰] اثر نانوسیال آب - مس را به عنوان یک خنک‌کننده در یک کانال مکعبی افقی با جداره‌های بالایی و پایین دما ثابت مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه نانوسیال هم با فرض نیوتنی بودن و هم با فرض غیرنیوتنی بودن برای $0 \leq Re \leq 1500$ و $0 \leq \phi \leq 0.05$ مورد

بررسی قرار گرفته است. آنها با بررسی خطوط جریان و خطوط دما ثابت نانوسیال در حالت‌های نیوتنی و غیرنیوتنی مشاهده کردند ناحیه‌ی ورودی در جریان سیال غیرنیوتنی طولی‌تر از جریان سیال نیوتنی است؛ این امر ناشی ویسکوزیته‌ی زیاد سیال غیرنیوتنی می‌باشد. همچنین ضخامت لایه‌ی مرزی گرمایی در سیال نیوتنی کمی بیشتر از سیال غیرنیوتنی است؛ بنابراین تغییرات دما در راستای عمود بر دیواره‌های گرم در سیال غیرنیوتنی بیشتر از سیال نیوتنی است؛ از آنجایی‌که ضریب هدایت حرارتی مؤثر برای هر دو حالت یکسان است، انتقال در سیال غیرنیوتنی اندکی بیشتر خواهد بود. همچنین نتایج بررسی های آنها نشان داده است که اثر کسر حجمی نانوذرات بر روی ساختار جریان بسیار اندک است؛ اما با افزایش کسر حجمی در تمامی اعداد رینولدز، انتقال حرارت افزایش می‌یابد. این افزایش برای هر دو حالت سیال نیوتنی و غیرنیوتنی به خصوص در اعداد Re پایین به یک اندازه است.

حیدری و کرمانی [۵۱] همین تحقیق را بر روی جریان در یک کانال با دیواره‌های موج‌دار دما ثابت مورد بررسی قرار دادند و به مطالعه تأثیر کسر حجمی نانوذرات و دامنه‌ی نوسانات دیوار موجی شکل بر روی تبادل حرارت بین دیوار با دمای ثابت و سیال پرداختند. نتایج نشان داد که با افزایش عدد Re خطوط دما ثابت به جداره‌های کانال نزدیک‌تر می‌شود. با افزایش دامنه‌ی نوسانات دیوار و همچنین با افزایش کسر حجمی نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

فصل ۲:

مدل فنریکی و معادلات حاکم

۲-۱- مقدمه

در این مطالعه معادلات پیوستگی مومنتوم و انرژی برای اعداد رینولدز در محدوده‌ی ۱۵۰ تا ۳۰۰ و کسر حجمی در محدوده‌ی ۰ تا ۵٪ در هندسه‌های مختلف از هر دو حالت آرایش هم‌راستا و غیر هم‌راستای مکعب‌ها حل شده‌اند. عدد بی بعد رینولدز برای جریان سیال در تمامی کسر حجمی‌ها وابسته به سرعت جریان ورودی و طول مکعب بوده و برابر است با:

$$Re_h = \frac{u_{in} l}{\nu_f}$$

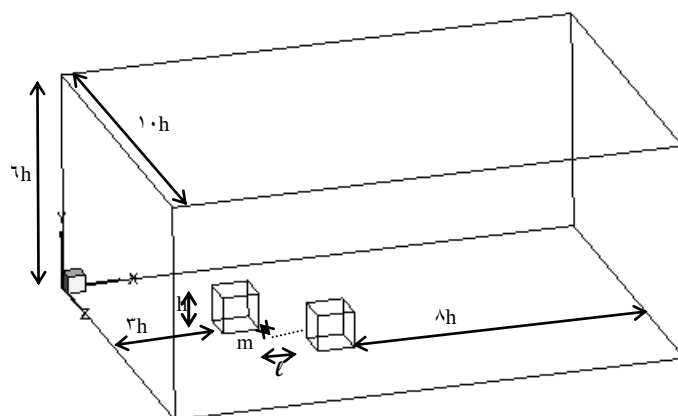
۲-۲- هندسه و شرایط مرزی

هندسه‌ی مورد بحث در شکل (۲-۱) نشان داده شده است. این هندسه متشکل از دو مکعب با ابعاد یکسان h است که بر روی یک صفحه‌ی پایه قرار گرفته‌اند. ابعاد صفحه‌ی پایه در راستای z برابر با $10h$ و در راستای x به گونه‌ای است که فاصله‌ی لبه‌ی ابتدایی آن در ورودی تا لبه‌ی ابتدایی مکعب اول $3h$ و فاصله‌ی لبه‌ی انتهایی آن در خروجی تا لبه‌ی انتهای مکعب دوم $8h$ باشد. فضای محاسباتی در راستای y به اندازه‌ی $6h$ است. با توجه به موقعیت قرار گرفتن مکعب‌ها نسبت به یکدیگر فاصله‌ی دو مکعب در راستای x با L و در راستای z با m نشان داده شده است.

در تمامی حالت‌ها فاصله‌ی دو مکعب از مرزهای متقارن جانبی با یکدیگر برابر می‌باشد. در این مسأله در مرز ورودی شرط جریان و دمای یکنواخت و در مرز خروجی شرط گرادیان صفر برای این دو کمیت اعمال شده است. مرزهای جانبی تقارن^۱ بوده و مرز فوقانی جریان آزاد در نظر گرفته

^۱ - symmetric

شده است. همچنین تمامی جداره‌ها دارای شرط مرزی عدم لغزش بوده، جداره‌های مکعب در معرض شار حرارتی ثابت قرار دارند و صفحه‌ی پایه آدیاباتیک در نظر گرفته شده است.



شکل (۱-۳) هندسه مسأله

نانوسیال مورد بررسی مخلوطی از آب و نانوذرات مس به قطر 100 nm است. فرض می‌شود که نانوذرات شکل و اندازه یکسان دارند و نانوسیال نیز همگن است. جریان نانوسیال آرام و تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده است. همچنین معادلات با این فرض حل می‌شوند که مایع و جامد در تعادل گرمایی هستند و خواص ترموفیزیکی سیال و ذرات مس نیز ثابت هستند.

برای محاسبه k_{eff} مدل "پاتل" به کار گرفته شده و ثابت C موجود در آن با استفاده از نتایج تجربی "ژوان" بدست آمده است [۵۲]. این مدل از محدود مدل هایی است که به تنهایی تمامی موارد کلیدی مانند اندازه، شکل، حرکت براونی، خواص ترموفیزیکی و ... نانوذرات و سیال پایه را در خود جای داده است و انتخاب مناسبی بشمار می‌رود. ویسکوزیته‌ی مؤثر نانوسیال نیز با استفاده از مدل معروف "برینکمن" محاسبه شده است.

هریس و همکاران [۵۳] پیش از این در یک مطالعه‌ی آزمایشگاهی بر روی نانوسیال‌های آب-اکسید آلومینیوم و آب - مس نشان دادند که این نانوسیال‌ها در غلظت‌های بیشتر از 0.3% نیز رفتار نیوتنی خود را حفظ می‌کنند.

۳-۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم در این مسأله معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی برای جریان سه بعدی، آرام، پایدار سیال غیرقابل تراکم هستند و از اثرات بویانسی صرف نظر شده است. این معادلات به صورت زیر معرفی می شوند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (۱-۲)$$

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \quad (۲-۲)$$

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \quad (۳-۲)$$

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \quad (۴-۲)$$

$$\text{div}(T\vec{V}) = \text{div}(\alpha_{nf} \text{grad}(T)) \quad (۵-۲)$$

برای سیال نیوتنی تراکم ناپذیر روابط میان تنش برشی و نرخ برش در حالت سه بعدی و در مختصات کارتزین برابر است با:

$$\tau_{xx} = -2\mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (۶-۲)$$

$$\tau_{yy} = -2\mu_{nf} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (۷-۲)$$

$$\tau_{zz} = -2\mu_{nf} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (۸-۲)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (9-2)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = -\mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (10-2)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = -\mu_{nf} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (11-2)$$

با قرار دادن روابط بالا در معادلات (۲-۲) و (۳-۲) معادلات زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} \\ + \mu_{nf} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(-2\mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (12-2)$$

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} \\ + \mu_{nf} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(-\mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-2\mu_{nf} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\mu_{nf} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (13-2)$$

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} \\ + \mu_{nf} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(-\mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\mu_{nf} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-2\mu_{nf} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (14-2)$$

پس از ساده‌سازی معادلات فوق و با توجه به معادله پیوستگی، نتیجه می‌گردد:

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (15-2)$$

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (16-2)$$

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (17-2)$$

$$\text{div}(\vec{TV}) = \text{div}(\alpha_{nf} \text{grad}(T)) \quad (18-2)$$

در معادلات فوق دانسیته‌ی مؤثر نانوسیال در دمای مرجع برابر است با:

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (19-2)$$

و ظرفیت حرارتی نانوسیال برابر است با :

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_p \quad (20-2)$$

که ρ_f و $(\rho C_p)_f$ به ترتیب دانسیته و ظرفیت حرارتی سیال پایه و ρ_p و $(\rho C_p)_p$ دانسیته و ظرفیت حرارتی نانوذرات می‌باشند. روابط فوق براساس اصول فیزیک مخلوط‌ها تخمین زده شده‌اند. همانطور که قبلاً اشاره شد برای رسانندگی گرمایی مؤثر نانوسیال‌ها روش‌های گوناگونی توسط محققین مختلف تاکنون پیشنهاد شده است. اما این فرمول‌ها و روش‌ها از لحاظ دقت با یکدیگر تفاوت دارند. یکی از روش‌هایی که رسانایی گرمایی نانوسیال آب - مس را با دقت بسیار خوبی محاسبه می‌کند روشی است که توسط پاتل و همکاران [۲۷] بدست آمده است. این مدل بستگی قوی‌ای به دما دارد و حرکت براونی ذرات نیز در آن در نظر گرفته شده است. برای ذرات کروی معلق در سیال پایه براساس این مدل نتیجه می‌گردد.

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = 1 + \frac{k_p A_p}{k_f A_f} + c k_p Pe \frac{A_p}{k_f A_f} \quad (21-2)$$

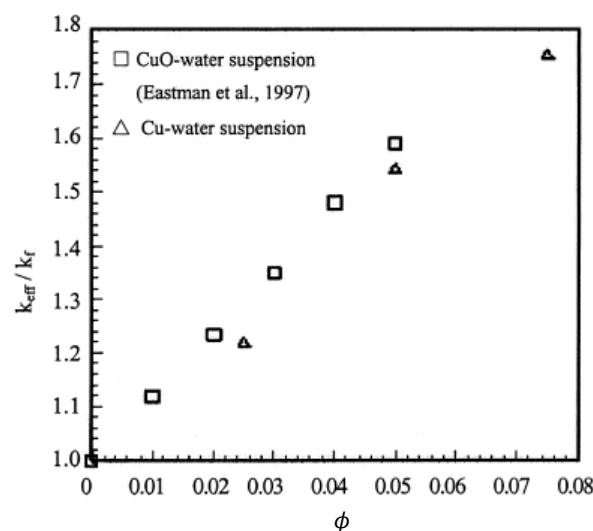
$$\frac{A_p}{A_f} = \frac{d_f}{d_p} \frac{\phi}{(1-\phi)}$$

$$Pe = \frac{u_p d_p}{\alpha_f}$$

که u_p سرعت حرکت براونی نانوذرات است و برابر است با :

$$u_p = \frac{2k_B T}{\pi \mu_f d_p^2}$$

در روابط فوق k_B ثابت بولتزمن، d_p قطر نانوذرات جامد، d_f قطر ذرات مایع و ϕ کسر حجمی نانوذرات در سیال پایه می‌باشد. ثابت C توسط آزمایشات تجربی قابل محاسبه خواهد بود. این آزمایشات برای ترکیبات نانوسیال آب - مس در سال ۱۹۹۷ توسط «ژوان» انجام شده است [۵۲]. نتایج این بررسی برای نانوذرات مس به قطر ۱۰۰ نانومتر در شکل (۲-۳) نشان داده شده است. با توجه به نتایج تجربی موجود و معادله (۲-۲۱) به ازای مقادیر معلوم، ضریب C در حدود $10^4 \times 3/7$ به دست می‌آید.



شکل (۲-۳) نتایج آزمایشات انجام شده توسط "ژوان" برای نانوسیال آب - مس [۵۲]

در این تحقیق برای ویسکوزیته‌ی مؤثر نانوسیال از رابطه برنیکمن استفاده شده است که به فرم زیر می‌باشد:

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (2-22)$$

با توجه به رابطه‌ی فوق ویسکوزیته‌ی مؤثر نانوسیال به ویسکوزیته‌ی سیال پایه (μ_f) و کسر حجمی ترکیب (ϕ) وابسته است. اما مطالعات مبتنی بر آزمایشات نشان می‌دهد که دما، قطر ذره و نوع نانوذره نیز می‌توانند روی ویسکوزیته‌ی مؤثر نانوسیال تحت تأثیر قرار دهند. از این رو این آزمایشاتی که بر روی انواع مختلف نانوسیالات انجام شده است، گویای آن است که ویسکوزیته‌ی مؤثر بیشتر از مقداری است که مدل برنیکمن نشان می‌دهد [۵۴-۵۷].

۲-۴- شرایط مرزی

با توجه به هندسه مسأله و موارد مطرح شده در قسمت‌های قبل به بررسی شرایط مرزی مسأله می‌پردازیم.

۲-۴-۱- شرط ورود جریان

سیال با دمای T_{in} و با سرعت در راستای جریان u_{in} و عمود بر راستای جریان، $v = w = 0$ وارد کانال می‌شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x = u_{in} \\ v = w = 0 \\ T = T_{in} \\ \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \end{array} \right. \quad (23-2)$$

۲-۴-۲- شرط خروجی جریان

در این مرز شرایط مرزی هیدرولیکی و دمایی به فرم زیر است:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ P = 0 \end{array} \right. \quad (24-2)$$

۲-۴-۳- شرط مرزی عدم لغزش روی دیواره‌ها

برای دیواره‌های دو مکعب و صفحه‌ی پایه شرط عدم لغزش فرض شده است. در نتیجه سرعت

نانوسیال در این مرزها به صفر می‌رسد و نتیجه می‌شود:

$$u = v = w = 0 \quad (25-2)$$

۲-۴-۴- شرط مرزی گرمایی روی دیواره‌ها

همانطور که گفته شد دیواره‌های مکعب تحت شار حرارتی ثابت q'' قرار داشته و صفحه‌ی پایه

آدیاباتیک فرض شده است. بر اساس قانون فوریه نتیجه می‌گردد:

$$\bar{q}'' = -k \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \quad (26-2)$$

در رابطه ی فوق $\bar{n}$ بردار یکه در جهت عمود بر صفحه است.

برای صفحه پایه که شرط مرزی آدیاباتیک برای آن فرض شده است، $q'' = 0$ بوده و از آنجایی که بردار یکه ی عمود بر آن $\bar{n}$ می باشد، نتیجه می دهد:

$$\frac{\partial T}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (27-2)$$

بر روی دیواره های دو مکعب به دلیل وجود شار حرارتی، گرادیان دما وجود خواهد داشت و مقدار آن برابر خواهد بود با :

$$\frac{\partial T}{\partial \bar{n}} = \frac{q''}{k} \quad (28-2)$$

از آنجایی که ضریب هدایت حرارتی نانوسیال با دما تغییر می کند، در نقاط مختلف دیواره های مکعب مقدار گرادیان دما متفاوت خواهد بود. برای اجتناب از این مسأله و همین طور به منظور مقایسه ی بهتر نتایج در هر هندسه با کسر حجمی های متفاوت و سیال ساده، تحت یک شرط مرزی ثابت، از ضریب هدایت حرارتی سیال ساده در محاسبه ی گرادیان دما استفاده شده است. بنابراین شرط مرزی روی سطح دیواره های مکعب برابر خواهد بود با :

$$\frac{\partial T}{\partial \bar{n}} = \frac{q''}{k_f} \quad (29-2)$$

۲-۴-۵- شرط مرزی صفحه‌ی فوقانی ناحیه‌ی محاسباتی

صفحه‌ی فوقانی ناحیه‌ی محاسباتی به عنوان سطح آزاد در نظر گرفته شده است. بر این اساس بر روی این مرز خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x = u_{in} \\ v = w = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \end{array} \right. \quad (۳۰-۲)$$

۲-۴-۶- شرط مرزی صفحات جانبی ناحیه‌ی محاسباتی

دو صفحه جانبی ناحیه‌ی محاسباتی به صورت صفحات تقارن در نظر گرفته شده است. این شرط به صورت زیر روی مرز اعمال می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ u = v = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \end{array} \right. \quad (۳۱-۲)$$

۲-۵- محاسبه‌ی نتایج به صورت پارامترهای بی بعد

۲-۵-۱- دمای بی بعد

دمای بی‌بعد بر اساس ندای ورودی و شار حرارتی بصورت زیر تعریف شده است:

$$T^* = \frac{T - T_{in}}{\frac{q''l}{k_f}} \quad (۲-۳۲)$$

۲-۵-۲- عدد بی بعد ناسلت

طبق تعریف عدد ناسلت محلی برای جریان لایه مرزی برابر است با:

$$Nu_x = \frac{h_x l}{k_f} \quad (۲-۳۳)$$

که h_x ضریب انتقال حرارت جابجایی محلی نانوسیال است. در حالتی که گرمایش داشته باشیم این ضریب به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$q'' = h_x (T_{wall} - T_{\infty}) \quad (۲-۳۴)$$

با توجه به روابط فوق نتیجه می‌شود:

$$Nu_x = \frac{q''l}{(T_{wall} - T_{\infty})k_f} \quad (۲-۳۵)$$

علاوه بر فرمول فوق، جهت نشان دادن بهتر اثر نانوسیال بر روی انتقال حرارت سمت راست عبارت

فوق را در $\frac{k_{eff}}{k_f}$ ضرب می کنند:

$$Nu_x = \frac{k_{eff} q'' l}{(T_{wall} - T_{\infty}) k_f} \quad (36-2)$$

همچنین عدد ناسلت متوسط برابر خواهد بود با:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{A} \oint_A Nu \cdot dA \quad (37-2)$$

۲-۵-۳- سرعت بی بعد

سرعت بی بعد بر اساس سرعت ورودی بصورت زیر تعریف شده است:

$$u^* = \frac{u}{u_{in}} \quad (38-2)$$

۲-۵-۴- ضریب درگ^۱

ضریب درگ شامل ضریب درگ فشاری و ضریب درگ اصطکاکی می باشد. ضریب درگ کل برابر

خواهد بود با:

$$C_d = \frac{F_d}{1/2 \rho A u_{in}^2}$$

^۱ - Coefficient of drag

که در آن F_d برابر با نیروی درگ کل می باشد.

فصل ۳:

روش حل عددی

۳-۱- مقدمه

در این مطالعه از یک کد توسعه یافته‌ی نرم افزار OpenFOAM که از روش حجم محدود^۱ (FVM) جهت حل معادلات حاکم و شبیه‌سازی بهره می‌گیرد، استفاده شده است. در این کد جهت حل توأم سرعت - فشار الگوریتم SIMPLE بکار گرفته شده است. در معادلات مومنوم و انرژی عبارت های نفوذ^۲ توسط روش خطی گاوس اصلاح شده^۳ با دقت مرتبه‌ی دوم و عبارت‌های جابجایی^۴ با استفاده از روش اختلاف بالادست گاوس^۵ با دقت مرتبه اول گسسته شده‌اند. این بخش به معرفی هر یک از این مفاهیم و مفاهیم دیگر بکار گرفته شده در شبیه‌سازی حاضر پرداخته شده است. همچنین اشاره‌ای به روند آماده‌سازی و اجرای مسأله در نرم‌افزار OpenFOAM می‌شود.

۳-۲- آشنایی با نرم افزار OpenFOAM

OpenFOAM یک جعبه ابزار دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) جهت انجام هر نوع مسأله‌ی شبیه‌سازی، از جمله حل عددی جریان سیال، از مسائل ساده گرفته تا مسائل بسیار پیچیده است. نمونه‌ای از مسائل قابل مدل‌سازی توسط این نرم افزار مسأله‌های مربوط به جریان‌های آرام و آشفته، تک‌فاز و چندفاز، انتقال حرارت، واکنش شیمیایی، الکترومغناطیس و مکانیک جامدات، حتی معادلات اقتصادی نظیر قیمت‌گذاری یا مسائل مالی می‌باشد. این نرم افزار به صورت منبع باز

۱- Finite Volume Method

۲- Diffusion.

۳- Gauss linear corrected.

۴- Convection.

۵- Gauss upwind.

و آزاد موجود است و امکان تغییر، توسعه و بررسی تمامی جنبه‌های کدنویسی آن برای کاربر فراهم می‌باشد.

فناوری هسته‌ی OpenFOAM انعطاف‌پذیر و کارآمد بوده، از مجموعه‌ای از زیربرنامه‌های نوشته شده به زبان برنامه‌نویسی C++ ایجاد شده است. این مجموعه‌ها در ایجاد حل‌گرهایی^۱ برای شبیه‌سازی مسائل مطرح در مهندسی و یا ایجاد کاربردها^۲ برای اعمال پیش‌پردازش و پس‌پردازش، همچنین بوجود آوردن کتابخانه‌هایی^۳ به منظور ایجاد جعبه‌ابزارهایی که در حل‌گرها/کاربردها قابل دسترسی باشند و یا برای مدل‌های فیزیکی، مورد استفاده قرار گرفته‌اند. OpenFOAM با تعدادی از این حل‌گرهای از پیش ساخته شده، کاربردها و کتابخانه می‌تواند به عنوان یک بسته‌ی شبیه‌سازی معمولی مورد استفاده قرار گیرد. در حالی که علاوه بر باز و آزاد بودن کد منبع آن، قابلیت توسعه در ساختار و سلسله مراتب حل‌گرها، کاربردها و نیز کتابخانه‌ها را نیز دارا است. این نرم‌افزار مسائل را به صورت پیش فرض غیر پایا حل می‌کند و برای رسیدن به حالت پایا باید زمان مناسب برای حل معادلات در نظر گرفت تا مقادیر باقی‌مانده‌های خطا از مقدار مشخصی کمتر شوند.

۳-۳- روند حل مسأله‌ی مورد نظر در نرم افزار OpenFOAM

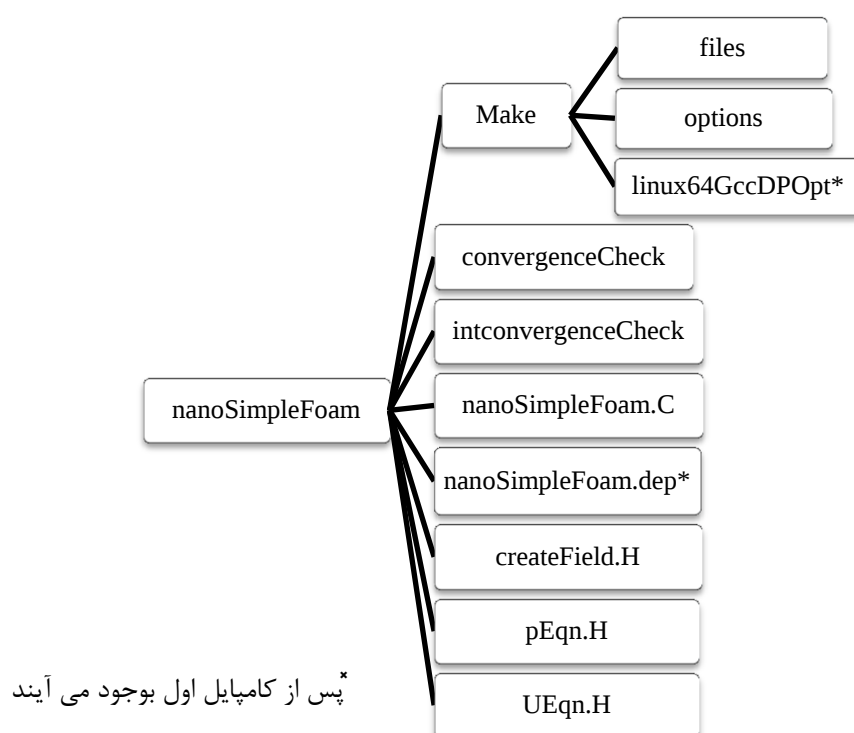
در این تحقیق از حل‌گری تحت عنوان nanoSimpleFoam که توسعه‌یافته‌ی حل‌گر از پیش ساخته شده‌ی simpleFoam می‌باشد، استفاده شده است. simpleFoam حل‌گری است جهت حل

^۱-Solvers.

^۲-Utilities.

^۳-Libraries.

معادلات پیوستگی و مومنتوم در حالت پایا، در هر دو حالت آرام و درهم، برای سیال غیرقابل تراکم. این حل گر فاقد معادله‌ی انرژی است؛ بنابراین پس از ایجاد یک میدان اسکالر برای دما در فایل createFields.H، معادله‌ی انرژی به فایل C. اضافه شده و میدان دما نیز همانند میدان سرعت و فشار وارد حلقه‌ی اصلی حل جهت محاسبه و ثبت در هر پله‌ی زمانی یا هر مرحله تکرار شده است.



شکل (۱-۳) نمودار درختی حلگر nanoSimpleFoam

از آنجایی که بر اساس رابطه‌ی پاتل ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال وابسته به دما بوده و باید در هر مرحله بر اساس دما در هر نقطه تعیین شود، میدان اسکالری نیز برای این ضریب در فایل createFields.H ایجاد شده و رابطه‌ی k_{eff} نیز وارد حلقه‌ی اصلی حل در فایل C. شده است. در گام زمانی اول بر اساس شرایط مرزی دمایی در لحظه‌ی صفر که در فایل ۰ موجود می‌باشد، تمامی کمیت‌هایی که در محاسبه‌ی ضریب هدایت حرارتی مؤثر دخیل هستند، در فایل

createField.H از فایل transportProperties فراخوانی می‌شوند. در این حل گر معادلات مومنتوم و انرژی در فایل‌هایی تحت عنوان pEqn.H و UEqn.H آورده شده است و در فایل C. فراخوانی می‌شود. نمودار درختی حل گر جدید که در محیط فعال برای کاربر ایجاد شده است، در شکل (۳-۱) آورده شده است.

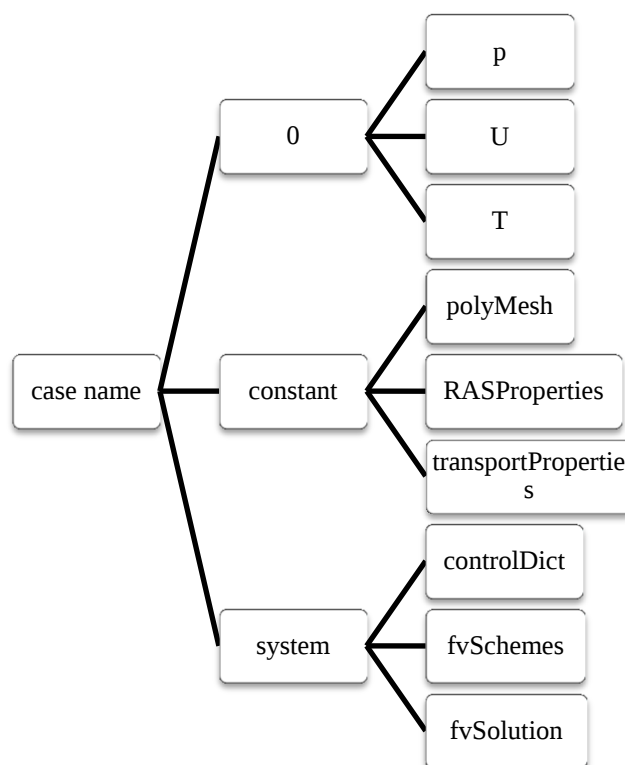
پس از ایجاد حل گر مناسب، هر مسأله برای هندسه، کسر حجمی نانو ذرات و عدد رینولدز خاص با ایجاد سه پوشه اصلی ۰، constant و system برای اجرا آماده می‌شود. در پوشه ۰، شرایط مرزی برای سرعت، دما و فشار در لحظه‌ی صفر، به ترتیب در فایل‌های تحت عنوان U، T و p قرار گرفته اند. شرایط مرزی مسئله در جدول (۳-۱) آورده شده است.

جدول (۳-۱) شرایط مرزی در پوشه ۰

U (سرعت)	T (دما)	p (فشار)	
fixedValue value uniform	fixedValue value uniform	zeroGradient	ورودی
zeroGradient	zeroGradient	fixedValue value uniform ۰	خروجی
fixedValue value uniform(۰ ۰ ۰)	fixedGradient gradient uniform	zeroGradient	مکعب
FixedValue value uniform (۰ ۰ ۰)	zeroGradient	zeroGradient	صفحه‌ی پایه
symmetryPlane	symmetryPlane	symmetryPlane	صفحات جانبی
freestream freestreamValue uniform	zeroGradient	freestreamPressure	صفحه فوقانی

پوشه constant شامل هندسه، شبکه‌بندی، شرایط مرزی در زیرپوشه‌ی دیگری تحت عنوان polyMesh، خواص فیزیکی نانوذره و سیال پایه و یا کمیت‌های ثابت نانوسیال در هر کسر حجمی

خاص و کمیت‌های دیگری که جهت حل معادلات انرژی، مومنتوم و پیوستگی مورد نیاز هستند، در فایلی تحت عنوان `transportProperties` و نوع رژیم جریان (آرام - درهم) و مدل رژیم درهم مورد نظر، در فایلی تحت عنوان `RASProperties` می‌باشد. پوشه‌ی `system` شامل فایل‌های کنترلی از قبیل زمان شروع و پایان حل، گام زمانی، زمان ثبت اطلاعات خروجی میدان‌های موجود در حلقه‌ی اصلی، در فایلی تحت عنوان `controlDict`، نحوه‌ی گسسته‌سازی هر یک از جملات معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت نانوسیال، در فایلی تحت عنوان `FVSchem`، الگوریتم حل و تولرانس جواب‌ها و همچنین `relaxation factor`، در فایلی تحت عنوان `FVSolution` می‌باشد. علاوه بر این توابع `forces` جهت محاسبه‌ی نیروی درگ و `forceCoeffs` جهت محاسبه‌ی ضریب درگ بر روی تمامی وجوه مکعب نیز در این فایل `controlDict` داده شده است. نمودار درختی فایل اجرایی مسأله مورد نظر در شکل (۳-۲) آورده شده است.



شکل (۳-۲) نمودار درختی فایل اجرایی مسأله مورد نظر

یادآور می‌شود، هندسه‌ی مسأله و شبکه‌بندی آن و همچنین شرایط مرزی در نرم‌افزار گمبیت^۱ تهیه شده و اطلاعات موجود در فایل msh. خروجی از آن توسط دستور FluentMeshToFoam به فرمت Foam در آمده است و در فایل Polymesh ذخیره شده است.

۳-۴- روش‌های گسسته سازی معادلات در روش حجم محدود

۳-۴-۱- روش‌های عددی

عبارت گسسته سازی به معنای تقریب یک میدان پیوسته توسط مقادیر گسسته است. روش حجم محدود و سایر روشهایی نظیر المان محدود^۲، از قوانین زیر در گسسته‌سازی تبعیت می‌کنند.

- گسسته‌سازی مکانی که محدوده محاسباتی را به مجموعه‌ای از سلول‌های مرتبط با یکدیگر تقسیم بندی می‌کند.
- گسسته‌سازی زمانی که محدوده زمان محاسباتی را به بازه‌های زمانی محدود (پله زمانی)^۳ تقسیم بندی می‌کند (در مسائل وابسته به زمان).
- گسسته‌سازی معادلات که به ایجاد یک دستگاه معادلات جبری از معادلات دیفرانسیلی حاکم بر محدوده محاسباتی می‌پردازد.

^۱ -Gambit

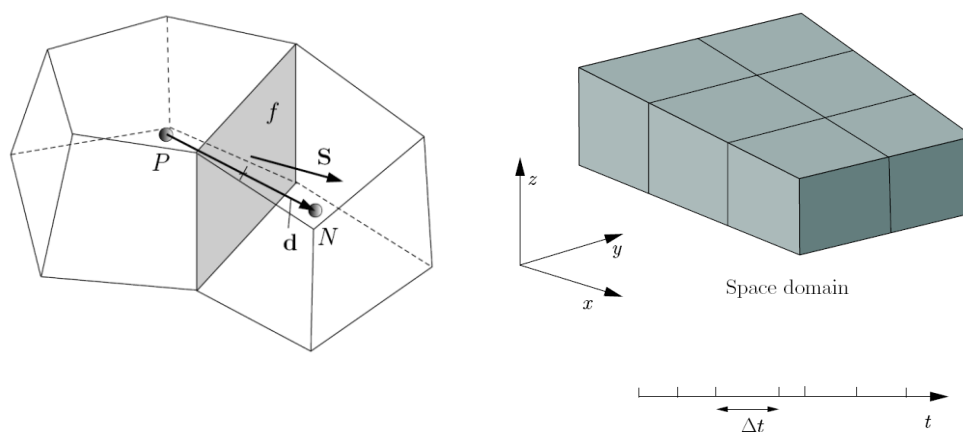
^۲ - Finite Element

^۳ - Time step

۳-۴-۲- گسسته‌سازی میدان محاسباتی

گسسته‌سازی میدان محاسباتی به شبکه‌های محدود در شکل (۳-۳) (۳-۳) نمایش داده شده است. محدوده محاسباتی شامل یک فضای مکانی و یک فضای زمانی است. تقسیم‌بندی فضای مکانی بوسیله سلول‌های محاسباتی که معادلات حاکم بر روی آنها گسسته می‌شوند، انجام می‌پذیرد. گسسته‌سازی فضای زمانی توسط تعریف پله‌ی زمانی صورت می‌پذیرد. پله زمانی می‌تواند در روند حل، ثابت و یا متغیر باشد. در این تحقیق، مسأله به صورت پایا و مستقل از زمان حل شده است.

سلول‌ها و یا حجم کنترل‌هایی که میدان محاسباتی را تقسیم‌بندی کرده‌اند دارای هیچ حجم مشترکی با یکدیگر نیستند و تمامی فضای مکانی را پوشش می‌دهند. دو شبکه‌ی نمونه در شکل (۳-۴) (۴-۳) نمایش داده شده‌اند. یک شبکه، از مجموعه‌ای از سطوح f تشکیل شده است. موقعیت مکانی مرکز یک سطح تخت x_f (سطحی که تمام رئوس آن در یک صفحه قرار گیرد) از رابطه زیر محاسبه می‌شود:



شکل (۳-۴) پارامترهای کاربردی در روش حجم محدود برای دو سلول نمونه

شکل (۳-۳) گسسته‌سازی میدان محاسباتی به شبکه‌های محدود

$$\int_S (x - x_f) dS = 0 \quad (1-3)$$

در این رابطه $\vec{S}$ بردار مساحت سطح^۱ مورد مطالعه است. در تحقیق حاضر تمامی صفحات تخت هستند. متغیرهای وابسته و سایر خواص در مرکز P سلول ذخیره می‌شوند. بردار موقعیت مکانی مرکز سلول x_P به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\int_{V_P} (x - x_P) dV = 0 \quad (2-3)$$

بردار $\vec{n}$ عمود بر سطح $\vec{S}$ به صورت $\vec{n} = \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|}$ تعریف می‌شود. $\vec{d}$ بیانگر بردار بین مراکز سلول مورد مطالعه P و سلول همسایه N است و به صورت $\vec{d} = x_N - x_P$ تعریف می‌شود. شبکه‌بندی متعامد شبکه‌بندی است که در آن بردارهای $\vec{S}$ و $\vec{d}$ برای تمامی شبکه‌ها موازی یکدیگر باشد. یکی از مهمترین مسائلی که در مورد گسسته‌سازی معادلات مطرح است، تعیین مکان ذخیره‌سازی متغیرهای وابسته (که معادلات حاکم برای آنها حل می‌شوند) در شبکه محاسباتی است. چندین روش برای تعیین مکان این ذخیره‌سازی وجود دارد که دو مورد از آنها عموماً برای روش گسسته سازی حجم محدود مورد توجه قرار گرفته است.

۱- Face Area Vector

•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•

شکل (۳-۵) میدان حجمی: ذخیره‌سازی متغیرها
در مراکز هر سلول

در روش اول متغیرها در مراکز هر سلول ذخیره می‌شوند. این نوع ذخیره‌سازی به ذخیره‌سازی میدان حجمی^۱ شناخته می‌شود. در روش دوم متغیرها در مراکز وجوه سلول‌ها ذخیره می‌شوند که به ذخیره‌سازی میدان صفحه ای^۲ معروف است.

روش ذخیره‌سازی متغیرهای وابسته در مراکز سلول (روش میدان حجمی) مناسب‌تر از روش میدان صفحه است. همچنین برای تمامی متغیرها از حجم‌های کنترل یکسان استفاده خواهد شد، این شبکه‌بندی به نام شبکه‌بندی هم‌مکان^۳ معروف است. در شبکه‌بندی شطرنجی^۴ سرعت‌ها در وجوه حجم‌های کنترل ذخیره‌سازی می‌شوند.

شبکه بندی کولوکیتد دارای دو برتری نسبت به شبکه بندی شطرنجی است.

(۱) تعداد ضرائب محاسباتی، به دلیل گسسته‌سازی معادلات حاکم بر روی حجم کنترل یکسان کاهش می‌یابد.

(۲) قابلیت و توانایی این شبکه‌بندی در هندسه‌های پیچیده و بر روی مرزهای همراه با ناپیوستگی بیشتر است..

^۱- Volume Field

^۲- Face Field

^۳- Collocated

^۴- Staggered

از معایب این شبکه بندی میتوان به نوسانات ایجادى به دليل ماهيت وابستگى سرعت و فشار به يکديگر نامبرد .

راه حل رفع اين نقيصه توسط رى و چاو^۱ بوسيله نوع خاصى از ميان يابى ارائه شد و از آن پس در غالب برنامه هاى کامپيوتري ديناميك سيالات محاسباتى اين نوع شبکه بندی مورد استفاده قرار گرفته است. تمامى حلگرهاى^۲ openFoam از شبکه بندی هم مکان استفاده مى کنند. اين روش در شکل (۳-۵) نمايش داده شده است.

۳-۴-۳- گسسته سازى معادلات

هدف از گسسته سازى معادلات، تبديل فرم ديفرانسيلى آنها به فرم دستگاه معادلات جبرى قابل حل توسط روش هاى عددى است. جواب اين دستگاه جبرى، تقريبي از حل دقيق معادلات ديفرانسيلى حاکم خواهد بود. با فرض فرم کلى معادله انتقال استاندارد، براى یک کميت تانسورى ϕ خواهيم داشت:

$$\underbrace{\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}}_{\text{Time derivation}} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho U \phi)}_{\text{Convection term}} = \underbrace{\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)}_{\text{Diffusion term}} + \underbrace{S_{\phi}(\phi)}_{\text{Source term}} \quad (3-3)$$

که در آن ρ چگالى، U سرعت، Γ ضريب پخش و $S_{\phi}(\phi)$ عبارت چشمه است. عبارات موجود در معادله انتقال فوق عبارتند از:

Time derivative: نرخ تغييرات بر مبنای واحد حجم

Convection Term: شار ناشى از جابجايى بر واحد حجم

Diffusion Term: نرخ انتقال ناشى از پخش

Source Term: نرخ توليد و يا مصرف بر واحد حجم

^۱ - Rhie and Chow

^۲ - Solvers.

اگر چه معادلات انتقال پیچیده‌تری در دینامیک سیالات دوفاز و یا سایر جریان‌ها ممکن است مورد استفاده قرار گیرد، اما روش حجم محدود دارای یک مفهوم کلی بوده و می‌تواند در مورد سایر معادلات نیز مورد استفاده قرار گیرد. در اینجا به گسسته‌سازی معادله انتقال استاندارد پرداخته شده است. واضح است تعمیم آن برای معادلات پیچیده‌تر قابل حصول است.

فرم گسسته شده حجم محدود، معادله (۳-۴)، بوسیله انتگرال‌گیری از این معادله بر روی حجم کنترل V_p و زمان به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[\int_{V_p} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \int_{V_p} \nabla \cdot (\rho U \phi) dV \right] dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_{V_p} \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV + \int_{V_p} S_\phi(\phi) dV \right] dt \quad (3-4)$$

اغلب عبارات مشتق مکانی بوسیله تئوری گاوس^۱ از انتگرال‌گیری بر روی حجم کنترل به انتگرال‌گیری بر روی سطوح این حجم کنترل‌ها تبدیل خواهند شد. تئوری گاوس به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\int_{V_p} \nabla \otimes \phi dV = \int_S dS \otimes \phi \quad (3-5)$$

که در آن dS بردار دیفرانسیلی مساحت سطوح حجم کنترل می‌باشد. علامت $\otimes$ نمایانگر تمامی انواع ضرب تانسوری، نظیر ضرب داخلی و خارجی می‌باشد.

همانطور که گفته شد، مسأله‌ی مورد بررسی در این تحقیق پایا بوده و عبارت Time derivative از معادلات حاکم در این مسأله حذف شده است. همچنین بدلیل عدم حضور چشمه و چاه عبارت Source Term نیز در معادلات وجود نخواهد داشت.

در ادامه‌ی این بخش، جزئیات مربوط به گسسته‌سازی بکار گرفته شده برای تخمین انتگرال‌های حجمی معادله (۳-۴) ارائه خواهد شد.

^۱ Gauss's Theorem

- میان‌یابی سطوح

میان‌یابی مقادیر متغیرها بر روی مراکز سطوح حجم کنترل از مراکز حجم کنترل یکی از مسائل بنیادی در روش حجم محدود است. تعداد زیادی از روش‌های میان‌یابی پیشنهاد شده است که در زیر به توضیحی مختصر راجع به روش‌های گسسته‌سازی اختلاف مرکزی^۱ و بالادست^۲ می‌پردازیم.

روش بالادست

این روش از دقت مرتبه اول برخوردار بوده و میان‌یابی بر روی سطوح حجم کنترل را با توجه به جهت جریان انجام می‌دهد. این روش در زیر ارائه شده است:

$$\phi_f = \begin{cases} \phi_P & \text{for } F \geq 0 \\ \phi_N & \text{for } F < 0 \end{cases} \quad (6-3)$$

که در آن $F = S \cdot (\rho U)_f$ بیانگر شار جرمی است. S ، ρ_f و U_f به ترتیب بردار مساحت، چگالی در مرکز سطح مورد نظر و سرعت در مرکز سطح مورد نظر می‌باشند.

روش اختلاف مرکزی

این روش از دقت مرتبه دوم برخوردار بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\phi_f = f_x \phi_P + (1 - f_x) \phi_N \quad (7-3)$$

که در آن f_x به صورت $f_x = \frac{|x_f - x_N|}{|x_f - x_N| + |x_f - x_P|}$ تعریف می‌شود.

^۱ Central Differencing (CD)

^۲ Upwind Differencing (UD)

روش‌های مرتبه‌ی بالای دیگری از قبیل QUICK مرتبه سه و cubic مرتبه چهار نیز در شبیه سازی‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند.

- عبارت گرادیان^۱

عبارت گرادیان $\nabla\phi$ از طرق متفاوتی قابل محاسبه است. در تحقیق حاضر از روش انتگرال‌گیری گاوس^۲ استفاده شده که در زیر به تشریح آن پرداخته شده است.

انتگرال‌گیری گاوس

این گسسته‌سازی با استفاده از تئوری گاوس بر روی انتگرال حجمی و به صورت زیر انجام می‌پذیرد:

$$\int_V \nabla\phi dV = \int_S dS \phi \approx \sum_f S \phi_f \quad (۸-۳)$$

که در آن مقدار ϕ_f بر روی سطح f از راه‌های متفاوتی قابل محاسبه است که از آن جمله می‌توان به روش اختلاف مرکزی و یا بالادست که در قسمت قبل توضیح داده شد اشاره کرد.

- عبارت جابجایی

گسسته سازی عبارت جابجایی $\nabla \cdot (\rho U \phi)$ با انتگرال‌گیری بر روی حجم کنترل مورد نظر و استفاده از تئوری گاوس برای تبدیل این انتگرال حجمی به انتگرال سطحی صورت می‌پذیرد و به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\int_V \nabla \cdot (\rho U \phi) dV = \int_S dS \cdot (\rho U \phi) \approx \sum_f S \cdot (\rho U)_f \phi_f = \sum_f F \phi_f \quad (۹-۳)$$

^۱ Gradient Term
^۲ Gauss Integration

که در آن F شار جرمی عبوری از سطح f بوده و به صورت $F = S.(\rho U)_f$ تعریف می‌شود.

- عبارت پخش

گسسته‌سازی عبارت پخش $\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)$ همانند گسسته‌سازی عبارت جابجایی انجام گرفته و به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\int_V \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV = \int_S ds.(\Gamma \nabla \phi) \approx \sum_f \Gamma_f (S. \nabla_f \phi) \quad (۱۰-۳)$$

تقریب فوق به ازای مقادیر ثابت Γ معتبر است.

- گسسته‌سازی زمانی

در بخش قبل به گسسته‌سازی معادلات با انتگرال‌گیری بر روی حجم‌های کنترل محاسباتی و بدست آوردن فرم گسسته شده‌ی این معادله در فضای مکانی پرداخته شد.

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[\int_{V_p} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \int_{V_p} \nabla \cdot (\rho U \phi) dV \right] dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_{V_p} \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV + \int_{V_p} S_\phi(\phi) dV \right] dt \quad (۱۱-۳)$$

با توجه به مطالب ارائه شده و با فرض عدم تغییر شکل حجم کنترل در طی زمان می‌توان معادله

(۱۰-۳) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[\rho_P \frac{\phi^n - \phi^0}{\Delta t} V_P + \sum_f F \phi_f \right] dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_{V_P} \sum_f \Gamma_f S \cdot \nabla_f \phi + S_l V_P \phi_P + S_E V_P \right] dt \quad (12-3)$$

این رابطه به فرم شبه گسسته^۱ معادله انتقال معروف است.

حال می‌بایستی به انتگرال‌گیری زمانی معادله (۱۲-۳) پرداخت. عموماً تغییرات ϕ_P در مقادیر مرکز

سطح و گرادیان‌ها در طی یک پله زمانی ثابت فرض می‌شوند.

در کد مورد استفاده در این مسأله هر پله زمانی برابر با یک ($\Delta t = 1$) و معادل با شمارنده‌ی تعداد تکرار^۲ می‌باشد.

برای گسسته سازی معادله (۱۲-۳) از سه روش صریح^۳، ضمنی^۴ و کرنک نیکلسون^۵ استفاده شده است که در زیر به توضیح هر یک پرداخته می‌شود.

روش صریح

این روش از گسسته سازی صریح عبارات مکانی استفاده کرده و بنابراین از مقادیر پله زمانی قبل ϕ^0 استفاده می‌کند.

$$\phi_P = \phi_P^0$$

$$\phi_f = \phi_f^0$$

$$S \cdot \nabla_f \phi = S \cdot \nabla_f \phi^0 \quad (13-3)$$

این روش برای اعداد کورانت^۱ بزرگتر از یک ناپایدار می‌شود. عدد کورانت بر روی سطح یک حجم

کنترل به صورت زیر تعریف می‌شود:

۱- Semi-Discretised
۲- iteration counter
۳- Explicit
۴- Implicit
۵- Crank Nicholson

$$Co = \frac{U_f \cdot \vec{S}}{\vec{d} \cdot \vec{S}} \Delta t \quad (۱۴-۳)$$

که در آن U_f سرعت جریان در سطح مورد نظر است.

روش ضمنی

این روش از گسسته‌سازی ضمنی عبارات مکانی استفاده کرده است، لذا از مقادیر پله زمانی جدید ϕ^n استفاده می‌کند:

$$\phi_P = \phi_P^n$$

$$\phi_f = \phi_f^n$$

$$S \cdot \nabla_f \phi = S \cdot \nabla_f \phi^n \quad (۱۵-۳)$$

این روش همواره پایدار است.

روش کرنک نیکلسون

این روش از قانون دوزنقه‌ای برای گسسته‌سازی عبارات مکانی استفاده کرده است، لذا از مقدار میانگین مربوط به پله زمانی قدیم و جدید استفاده می‌کند.

$$\phi_P = \frac{1}{2} (\phi_P^n + \phi_P^0)$$

$$\phi_f = \frac{1}{2} (\phi_f^n + \phi_f^0)$$

$$S \cdot \nabla_f \phi = \frac{1}{2} S \cdot \nabla_f (\phi^n + \phi^0) \quad (۱۶-۳)$$

این روش از دقت مرتبه دوم زمانی برخوردار بوده و همواره پایدار است. همانطور که گفته شد، نرم افزار OpenFOAM مسائل را به صورت پیش فرض غیر پایا حل می‌کند. در کد مورد استفاده در این مسأله از روش صریح، با پله زمانی برابر با یک، جهت گسسته‌سازی زمانی استفاده شده است.

۳-۴-۴- تکنیک‌های حل معادلات جبری گسسته شده

گسسته‌سازی و خطی‌سازی اشاره شده در بخش قبل، یک معادله جبری خطی را برای هر یک از حجم‌های کنترلی بوجود خواهد آورد. بعنوان مثال با بکار بردن روش ضمنی، معادله انتقال استاندارد به معادله گسسته شده (۱۷-۳) تبدیل می‌شود.

$$\rho_p \frac{\phi^n - \phi^0}{\Delta t} V_p + \sum_f F \phi_f^n = \sum_f \Gamma_f S \cdot \nabla_f \phi^n + S_I V_p \phi_p^n + S_E V_p \quad (17-3)$$

با مرتب‌سازی این معادله و بازنویسی آن، معادله جبری عمومی زیر بوجود خواهد آمد.

$$a_p \phi_p^n + \sum_N a_N \phi_N^n = R_p \quad (18-3)$$

مقدار ϕ_p^n به مقادیر سلول‌های همسایه وابسته است بنابراین یک دستگاه معادلات جبری خطی، با یک معادله برای هر سلول فضای مکانی بوجود خواهد آمد. این دستگاه معادلات جبری خطی در فرم ماتریسی به صورت زیر ظاهر می‌شود.

$$a_p \phi_p^n + \sum_N a_N \phi_N^n = R_p \quad (19-3)$$

مقدار ϕ_p^n ، وابسته به مقادیر سلول‌های مجاور است، بدین ترتیب یک دستگاه معادلات جبری خطی با یک معادله برای هر سلول از ناحیه فضایی ایجاد می‌شود. دستگاه معادلات جبری خطی، می‌تواند بصورت ماتریسی مانند زیر نیز بیان شود:

$$[A][\phi] = [R] \quad (20-3)$$

که در آن $[A]$ ماتریس ضرائب بوده و ضرائب a_p در درایه‌های قطر آن و ضرائب همسایه a_N در درایه‌های دیگر این ماتریس قرار گرفته‌اند. $[\phi]$ بردار ستونی متغیر وابسته و $[R]$ بردار چشمه می‌باشد. ماتریس $[A]$ می‌تواند به مجموع دو ماتریس قطری $[D]$ و غیر قطری $[N]$ به صورت زیر تبدیل شود:

$$[A] = [D] + [N] \quad (21-3)$$

عبارات ضمنی همواره در ماتریس ضرائب و یا بردار چشمه قرار می‌گیرند درحالی‌که عبارات صریح تنها در بردار چشمه ظاهر می‌شوند. سیستم معادلات جبری خطی (19-3) بوسیله روش‌های عددی مناسب برای بدست آوردن متغیر ϕ حل می‌شود. الگوریتم‌های حل این دستگاه به دو دسته روش مستقیم^۱ و روش تکراری^۲ تقسیم بندی می‌شوند.

روش‌های مستقیم با تعداد معینی عملیات محاسباتی بر روی دستگاه معادلات جبری به حل این دستگاه می‌پردازند. تعداد عملیات محاسباتی در این روش متناسب با توان سوم تعداد معادلات است. لذا این روش برای دستگاه‌های معادلات بزرگ بسیار پرهزینه بوده و عملیاتی نخواهد بود.

^۱ -Direct Method
^۲ - Iterative Method

روش‌های تکرار با یک حدس اولیه برای متغیر وابسته به حل دستگاه معادلات پرداخته و حدس اولیه را به جواب نهایی نزدیک می‌کنند. این روش نسبت به روش مسقیم از هزینه محاسباتی کمتری برخوردار بوده، اما عموماً تغییراتی را در ماتریس‌ها بوجود می‌آورد.

نکته قابل توجه دیگر آن است که تعداد زیادی از درایه‌های ماتریس حاصل از گسسته‌سازی معادلات انتقال برابر صفر هستند. لذا مقرون به صرفه است که از روش‌های حلی استفاده شود که توانایی استفاده از این ویژگی‌های ماتریس‌های حاصل را داشته باشند و هزینه محاسباتی را کاهش دهند. بر خلاف روش‌های مسقیم، برخی روش‌های تکرار توانایی بهره‌بری از این ویژگی را دارا می‌باشند.

این ویژگی‌ها استفاده از روش تکرار در حل دستگاه معادلات را توجیه می‌کنند. روش تکراری استفاده شده در برنامه کامپیوتری حاضر، روش گرادیان ترکیبی^۱ است. روش گرادیان ترکیبی متضمن حل دستگاه معادلات در تعداد تکرارهای مساوی و یا کمتر از تعداد معادلات می‌باشد. نرخ همگرایی این روش به میزان پراکندگی مقادیر ویژه^۲ بستگی دارد و بوسیله پیش شرط‌گذاری^۳ بهبود می‌یابد. در برنامه کامپیوتری حاضر از روش PCG^۴ برای ماتریس‌های عددی فشار، روش PBiCG^۵ برای ماتریس‌های برداری سرعت و روش BICCG^۶ برای ماتریس‌های عددی دما استفاده شده است. جزئیات مربوط به این روش‌ها در مرجع [۵۸] قابل دستیابی است.

^۱- Conjugate Gradient (CG)

^۲- Eigenvalue

^۳- Preconditioning

^۴- Preconditioned conjugate gradient

^۵- Preconditioned bi-conjugate gradient

^۶- Diagonal incomplete LU preconditioned BiCG (This solver is present for backward-compatibility and the PBiCG solver should be used for preference)

۳-۴-۵- گسسته سازی معادلات ناویراستوکس

در این بخش به گسسته سازی معادله ناویراستوکس تراکم ناپذیر پرداخته خواهد شد. این معادلات به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (22-3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot (UU) - \nabla \cdot (\nu \nabla U) = -\nabla P \quad (23-3)$$

دو نکته قابل توجه، ماهیت غیر خطی و وابستگی فشار و سرعت در معادله (۲۳-۳) می‌باشند. عبارت غیرخطی این معادله $\nabla \cdot (UU)$ است که در آن سرعت توسط خودش منتقل می‌شود. گسسته سازی این عبارت غیر خطی یک معادله جبری غیر خطی را بوجود خواهد آورد. با توجه به مطالب ارائه شده برای گسسته‌سازی عبارت جابجایی نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\nabla \cdot (UU) = \sum_f S_f(U) (U)_f = \sum_f F_f(U) = a_p U_p + \sum_N a_N U_N \quad (24-3)$$

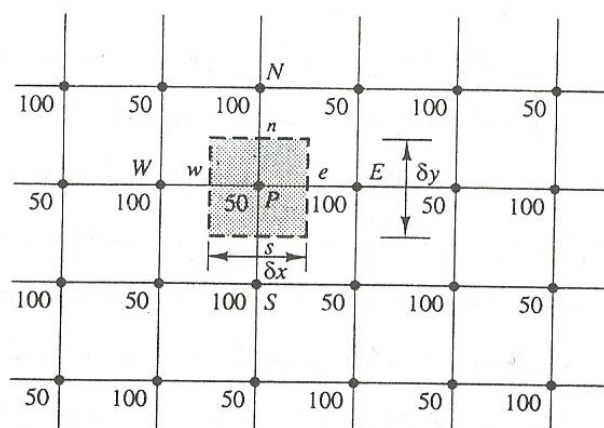
که در آن F ، a_p و a_N توابعی از U هستند.

برای محاسبات وابسته به زمان و حل هم‌زمان معادلات سرعت و فشار از الگوریتم سیمپل^۱ استفاده شده است. پیش از وارد شدن به این بحث نیاز به یک سری پیش‌تعریف‌هایی هست که در زیر به آنها پرداخته می‌شود.

^۱- SIMPLE

۳-۴-۶- شبکه جابجا شده

روش حجم محدود، همیشه با گسسته‌سازی ناحیه‌ی جریان و معادلات انتقال مربوطه شروع می‌شود. ابتدا لازم است جایی برای ذخیره کردن سرعت‌ها تعیین شود. منطقی به نظر می‌رسد که این سرعت‌ها در مکان‌های یکسانی بصورت متغیرهای اسکالر مانند فشار، درجه حرارت و غیره تعریف شوند. ولی اگر سرعت‌ها و فشارها هر دو در گره‌های یک حجم کنترل معمولی تعریف شده باشند، یک میدان فشار به شدت غیر یکنواخت می‌تواند شبیه یک میدان یکنواخت در معادلات اندازه حرکت گسسته شده عمل کند. این موضوع با وضعیت دوبعدی ساده که در شکل (۳-۶) نشان داده شده است، اثبات می‌شود. شبکه استفاده شده شبکه‌ی یکنواخت می‌باشد.



شکل (۳-۶) یک میدان فشار "صفحه شطرنجی" [۵۹]

اگر فشار در e و w با استفاده از درونیایی خطی بدست آمده باشد، عبارت شیب فشار $\partial p / \partial x$ در معادله اندازه حرکت u توسط رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_e - p_w}{\delta x} = \frac{\left(\frac{p_E + p_P}{2} \right) - \left(\frac{p_P + p_W}{2} \right)}{\delta x} = \frac{p_E - p_W}{2\delta x} \quad (۳-۲۵)$$

بطور مشابه، شیب فشار $\partial p / \partial y$ برای معادله اندازه حرکت V با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_N - p_S}{2\delta y} \quad (26-3)$$

فشار گرهی مرکزی (p) در (۲۵-۳) و (۶۲-۳) ظاهر نمی‌شود. با جاگذاری مقادیر تقریبی از میدان فشار صفحه شطرنجی شکل (۶-۳) در رابطه‌های (۲۵-۳) و (۶۲-۳)، درمی‌یابیم که تمام شیب‌های فشار گسسته در همه‌ی نقاط گرهی حتی اگر میدان فشار در هر دو جهت نوسانات فضایی (سه بعدی) از خود نشان دهد صفر می‌باشند. بعنوان یک نتیجه، این میدان فشار همان چشمه اندازه حرکت (صفر) در معادلات گسسته را بصورت یک میدان فشار یکنواخت می‌دهد. بدیهی است که این رفتار غیر فیزیکی می‌باشد.

روشن است که اگر سرعت‌ها در گره‌های شبکه‌ی اسکالر تعریف شده باشند، تأثیر فشار در معادلات گسسته اندازه حرکت به خوبی ظاهر نمی‌شود. یک راه حل برای این مشکل، استفاده از یک شبکه جابجا شده برای مولفه‌های سرعت می‌باشد. این ایده برای محاسبه‌ی متغیرهای اسکالر، از جمله فشار، چگالی، دما و غیره در نقاط گرهی معمولی و نیز محاسبه مولفه‌های سرعت روی شبکه جابجا شده‌ی متمرکز در اطراف وجوه سلول می‌باشد. ترتیب محاسبات جریان دو بعدی در شکل (۷-۳) نشان داده شده است.

متغیرهای اسکالر شامل فشار، در گره‌هایی که با علامت ● نشان داده شده است ذخیره می‌شوند. سرعت‌ها در وجوه سلول (اسکالر) بین گره‌ها تعریف شده و با پیکان نمایش داده شده اند. پیکان‌های افقی (→) نشان دهنده سرعت‌ها در جهت u و پیکان‌های عمودی (↑) مبین سرعت‌ها در جهت v می‌باشند. علاوه بر نمادگذاری S,N,W,E همچنین یک سیستم جدیدی از مکان‌ها بر

در ترکیب شبکه‌ی جابجا شده، گره‌های فشار با وجوه سلول مربوط به حجم کنترل u منطبق می‌شوند. عبارت شیب فشار $\partial p / \partial x$ توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_p - p_w}{\delta x_u} \quad (27-3)$$

که δx_u پهنای حجم کنترل u می‌باشد. بطور مشابه $\partial p / \partial y$ برای حجم کنترل v توسط رابطه زیر نشان داده می‌شود :

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_p - p_s}{\delta y_v} \quad (28-3)$$

که δy_v پهنای حجم کنترل v می‌باشد.

اگر دوباره میدان فشار صفحه شطرنجی را مورد بررسی قرار دهیم، با جایگذاری مقادیر فشار گرهی مناسب در معادلات (27-3) و (28-3) عبارت‌های شیب فشار غیر صفر بسیار مهمی حاصل می‌شوند. جابجایی سرعت، از رفتار غیرواقعی معادله اندازه حرکت گسسته شده برای نوسانات فضایی (سه بعدی) فشار که شبیه به میدان صفحه شطرنجی است جلوگیری می‌کند. مزیت دیگر ترتیب قرار گیری شبکه جابجا شده این است که سرعت‌ها را دقیقاً در مکان‌هایی که نیاز به محاسبات انتقال اسکالر نفوذ - جابجایی دارد تولید می‌کند. از این رو جهت محاسبه سرعت‌ها نیازی به درونیابی در وجوه اسکالر سلول نمی‌باشند.

۳-۴-۷- معادلات اندازه حرکت

با توجه به آنچه قبلاً ذکر شد اگر میدان فشار معلوم باشد گسسته‌سازی معادلات سرعت و مراحل بعدی حل شبیه به یک معادله اسکالر می‌باشد. با توجه به اینکه شبکه‌ی سرعت جابجا شده است،

نقاط جدید بر اساس مختصات خط شبکه و وجوه سلول استفاده خواهند شد. در شکل (۷-۳) خطوط پیوسته‌ی شبکه توسط حروف بزرگ نامگذاری شده اند. در راستای x شماره گذاری عبارتست از $\dots, I-1, I, I+1, \dots$ و غیره. و در راستای y عبارتست از $\dots, J-1, J, J+1, \dots$ و غیره. خطوط ناپیوسته که وجوه سلول اسکالر را تشکیل می‌دهند، توسط حروف کوچک به صورت $\dots, i-1, i, i+1, \dots$ و $\dots, j-1, j, j+1, \dots$ به ترتیب در جهت y, x نشان داده شده اند.

نوشتن زیرنویس بر اساس این سیستم نامگذاری به ما اجازه می‌دهد تا محل‌های گره‌های شبکه و وجوه سلول را با دقت تعریف کنیم. گره‌های اسکالر که در فصل مشترک بین دو خط شبکه قرار گرفته، توسط دو حرف بزرگ تعریف شده اند: به عنوان مثال نقطه P در شکل (۷-۳) توسط (I, J) نشان داده شده است. سرعت‌های u در وجوه سلول w و e حجم کنترل اسکالر ذخیره شده اند. این سرعت‌ها روی فصل مشترک خطی که در مرز سلول و خط شبکه تعریف شده است قرار دارند، بنابراین به صورت زوج‌های مرتب شامل یک حرف کوچک و یک حرف بزرگ تعریف می‌شوند: بطور مثال وجه w سلول حول نقطه‌ی p توسط (i, j) نشان داده می‌شود. به همین دلیل مکان‌های ذخیره‌ی سرعت‌های v به صورت زوج‌های مرتب شامل یک حرف بزرگ و یک حرف کوچک می‌باشند. به عنوان مثال وجه S به صورت (I, j) نشان داده می‌شود.

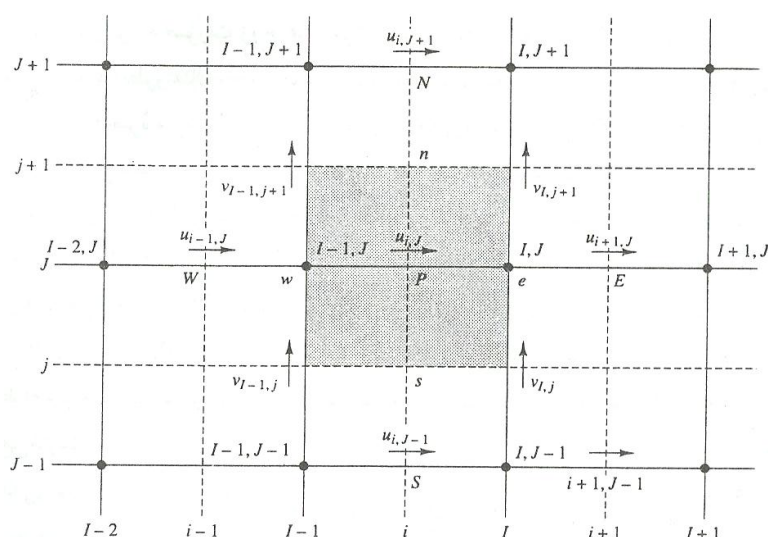
می‌توان از شبکه‌های سرعت جابجا شده‌ی پیشرو یا پسرو استفاده کرد. شبکه‌های یکنواخت در شکل (۷-۳) جابجا شده‌ی پسرو هستند، از این رو موقعیت I مربوط به سرعت u یعنی $u_{i,j}$ در فاصله $\delta x_u - 1/2$ از گره اسکالر (I, J) قرار دارد. همچنین موقعیت j مربوط به سرعت v یعنی $v_{I,j}$ در فاصله $\delta y_v - 1/2$ از گره (I, J) قرار دارد. معادله گسسته شده اندازه حرکت u مربوط به سرعت، در موقعیت (i, j) در سیستم مختصات جدید مذکور توسط رابطه زیر نشان داده می‌شود:

$$a_{i,j} u_{i,j} = \sum a_{nb} u_{nb} - \frac{p_{I,J} - p_{I-1,J}}{\delta x_u} \Delta V_u + \bar{S} \Delta V_u$$

$$a_{i,j}u_{i,j} = \sum a_{nb}u_{nb} + (p_{I,J} - P_{I-1,J})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (29-3)$$

که ΔV_u حجم سلول u ، $b_{i,j} = \bar{S} \cdot \Delta V_u$ بخش چشمه اندازه حرکت و $A_{i,j}$ عبارتست از وجه (شرقی یا غربی) سلول مربوط به حجم کنترل u . عبارت چشمه شیب فشار در (29-3) با درونیابی خطی بین گره‌های فشار واقع در مرزهای حجم کنترل u ، گسسته شده است.

در سیستم شماره‌گذاری جدید، همسایه‌های S, N, W, E که در $\sum a_{nb}u_{nb}$ قرار دارند عبارتند از: $(i-1, J)$ ، $(i+1, J)$ ، $(i, J+1)$ ، $(i, J-1)$. موقعیت آنها و غالب سرعت‌ها در شکل (29-3) با جزئیات بیشتری شرح داده شده است.



شکل (29-3) یک حجم کنترل u و مؤلفه های سرعت همسایه آن [59]

مقادیر ضرایب a_{nb} و $a_{i,j}$ ممکن است با هر یک از روش‌های اختلاف (پیوندی، بالادست) که برای مسائل نفوذ، جابجایی مناسب هستند قابل محاسبه باشند. این ضرایب شامل ترکیبی از شار جابجایی در واحد جرم F و قابلیت نفوذ D در وجه سلول حجم کنترل u می‌باشند. با اعمال سیستم جدید ذکر شده، مقادیر F و D هر یک از وجه s, n, w, e مربوط به حجم کنترل u را بصورت زیر می‌دهیم:

$$F_w = (\rho u)_w = \frac{F_{i,J} + F_{i-1,J}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{i,J} + \rho_{i-1,J}}{2} \right) u_{i,J} + \left(\frac{\rho_{i-1,J} + \rho_{i-2,J}}{2} \right) u_{i-1,J} \right]$$

$$F_e = (\rho u)_e = \frac{F_{i+1,J} + F_{i,J}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{i+1,J} + \rho_{i,J}}{2} \right) u_{i+1,J} + \left(\frac{\rho_{i,J} + \rho_{i-1,J}}{2} \right) u_{i,J} \right]$$

$$F_s = (\rho v)_s = \frac{F_{i,j} + F_{i-1,j}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{i,j} + \rho_{i,j-1}}{2} \right) v_{i,j} + \left(\frac{\rho_{i-1,j} + \rho_{i-1,j-1}}{2} \right) v_{i-1,j} \right]$$

$$F_n = (\rho v)_n = \frac{F_{i,j+1} + F_{i-1,j+1}}{2}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_{i-1,J}}{x_{i+1} - x_i} \left[\left(\frac{p_{i,j+1} + p_{i,j}}{2} \right) v_{i,j+1} + \left(\frac{p_{i-1,j+1} + p_{i-1,j}}{2} \right) v_{i-1,j+1} \right]$$

$$D_e = \frac{\Gamma_{i,J}}{x_{i+1} - x_i}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_{i-1,J} + \Gamma_{i,J} + \Gamma_{i-1,j-1} + \Gamma_{i,j-1}}{4(y_j - y_{j-1})}$$

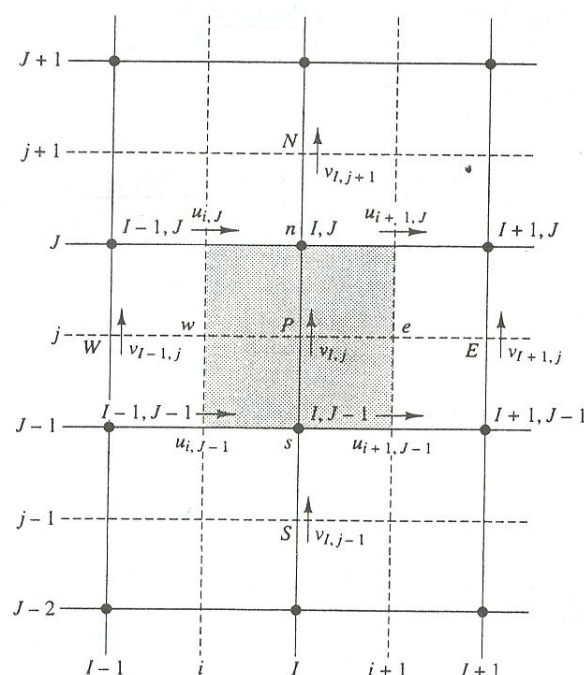
$$D_n = \frac{\Gamma_{i-1,j+1} + \Gamma_{i,j+1} + \Gamma_{i-1,j} + \Gamma_{i,j}}{4(y_{j+1} - y_j)} \quad (30-3)$$

روابط (۳-۳۰) نشان می‌دهد، جائیکه مقادیر اسکالر یا مولفه‌های سرعت روی وجه سلول حجم کنترل u در دسترس نباشند از میانگین دو یا چهار نقطه‌ی مناسب بسیار نزدیک که مقادیر آنها در دسترس است، استفاده می‌شود. در هر تکرار، مولفه‌های v, u سرعت که برای محاسبه روابط بالا استفاده می‌شوند، بصورت نتیجه تکرار قبلی (یا حدس اولیه در اولین تکرار) بدست آمده‌اند. باید توجه داشت که مقادیر معلوم سرعت‌های v, u مربوط به ضرایب a در معادله (۳-۲۹) شرکت می‌کنند. این مقادیر از $u_{i,j}$ و u_{nb} مربوط به این معادله که دلالت بر اسکالرهایی مجهول دارد، جدا می‌باشد.

با استفاده از مقایسه معادله اندازه حرکت v ، نتیجه می‌شود:

$$a_{i,j}v_{I,j} = \sum a_{nb}v_{nb} + (p_{I,J-1} - p_{I,J})A_{I,j} + b_{I,j} \quad (۳-۳۱)$$

همسایه‌های نهفته در عبارت $\sum a_{nb}v_{nb}$ و سرعت‌های مربوطه در شکل (۳-۹) نشان داده شده است.



شکل (۳-۹) یک حجم کنترل v و مؤلفه‌های سرعت همسایه آن [۵۹]

ضرایب a_{nb} و $a_{I,j}$ باز هم شامل ترکیبی از شار جابجایی در واحد جرم F و قابلیت نفوذ D در وجوه سلول حجم کنترل v می‌باشند. مقادیر آنها با استفاده از همان متوسط‌گیری اقتباس شده برای حجم کنترل u می‌باشد و بصورت زیر بدست می‌آید:

$$F_w = (\rho u)_w = \frac{F_{i,j} + F_{i,j-1}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{I,j} + \rho_{I-1,j}}{2} \right) u_{i,j} + \left(\frac{\rho_{I-1,j-1} + \rho_{I,j-1}}{2} \right) u_{i,j-1} \right]$$

$$F_e = (\rho u)_e = \frac{F_{i+1,j} + F_{i+1,j-1}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{I+1,j} + \rho_{I,j}}{2} \right) u_{i+1,j} + \left(\frac{\rho_{I,j-1} + \rho_{I+1,j-1}}{2} \right) u_{i+1,j-1} \right]$$

$$F_s = (\rho v)_s = \frac{F_{I,j-1} + F_{I,j}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{I,j-1} + \rho_{I,j-2}}{2} \right) v_{I,j-1} + \left(\frac{\rho_{I,j} + \rho_{I,j-1}}{2} \right) v_{I,j} \right]$$

$$F_n = (\rho v)_n = \frac{F_{I,j} + F_{I,j+1}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_{I,j} + \rho_{I,j-1}}{2} \right) v_{I,j} + \left(\frac{\rho_{I,j+1} + \rho_{I,j}}{2} \right) v_{I,j+1} \right]$$

$$D_w = \frac{\Gamma_{I-1,j-1} + \Gamma_{I,j-1} + \Gamma_{I-1,j} + \Gamma_{I,j}}{4(x_I - x_{I-1})}$$

$$D_e = \frac{\Gamma_{I,J-1} + \Gamma_{I+1,J-1} + \Gamma_{I,J} + \Gamma_{I+1,J}}{4(x_{I+1} - x_I)}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_{I,J-1}}{y_j - y_{j-1}}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_{I,J}}{y_{j+1} - y_j} \quad (32-3)$$

دوباره برای هر مرحله‌ی تکرار، مقادیر F با استفاده از مولفه های v,u سرعت که از تکرار قبلی بدست آمده است، محاسبه می شود.

برای یک میدان فشار p داده شده، معادلات گسسته اندازه حرکت بصورت (3-29) و (3-31) می‌تواند برای هر حجم کنترل v,u نوشته شده و برای بدست آوردن میدان‌های سرعت حل شود. اگر میدان فشار صحیح باشد، در نتیجه میدان سرعت حاصل، پیوستگی را ارضاء می‌کند. چنانچه میدان فشار مجهول باشد، نیاز به یک روشی برای محاسبه فشار داریم.

3-4-8- الگوریتم SIMPLE

این الگوریتم اولین بار توسط پاتانکار و اسپالدینگ (۱۹۷۲) مطرح شد و بطور اساسی یک روش حدس و تصحیح برای محاسبه فشار در شبکه جابجا شده تشریح شده در بالا می‌باشد. این روش با فرض معادلات جریان دائم و آرام دوبعدی در مختصات کارتیزین در زیر تشریح می‌شود. برای شروع فرآیند محاسبه SIMPLE یک میدان فشار p^* حدس زده می‌شود. معادلات گسسته اندازه حرکت (3-29) و (3-31) با استفاده از فشار حدسی حل می‌شوند. تا مؤلفه‌های سرعت u^* و v^* بصورت زیر نتیجه شود:

$$a_{i,j} u_{i,j}^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + (p_{I-1,j}^* - p_{I,j}^*) A_{i,j} + b_{i,j} \quad (33-3)$$

۷۰

$$a_{I,j}v_{I,j}^* = \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*)A_{I,j} + b_{I,j} \quad (34-3)$$

حال تصحیح p' بصورت اختلاف بین میدان فشار صحیح p و میدان فشار حدسی p^* تعریف می‌شود. بنابراین:

$$p = p^* + p' \quad (35-3)$$

بصورت مشابه، اصلاحات سرعت u' و v' به منظور مرتبط کردن سرعت‌های صحیح u و v به سرعت‌های حدسی u^* و v^* تعریف می‌شود:

$$u = u^* + u' \quad (36-3)$$

$$v = v^* + v' \quad (37-3)$$

با جایگذاری میدان فشار صحیح p در معادلات اندازه حرکت، میدان سرعت صحیح (u, v) حاصل می‌شود.

معادلات گسسته (۲۹-۳) و (۳۱-۳)، میدان‌های سرعت صحیح را به میدان فشار صحیح مرتبط می‌سازند.

تفریق معادلات (۳۳-۳) و (۳۴-۳) به ترتیب از (۲۹-۳) و (۳۱-۳) می‌دهد:

$$a_{i,j}(u_{i,j} - u_{i,j}^*) = \sum a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) + [(p_{I-1,J} - p_{I-1,J}^*) - (p_{I,J} - p_{I,J}^*)]A_{i,j} \quad (38-3)$$

$$a_{I,j}(v_{I,j} - v_{I,j}^*) = \sum a_{nb}(v_{nb} - v_{nb}^*) + [(p_{I,J-1} - p_{I,J-1}^*) - (p_{I,J} - p_{I,J}^*)]A_{I,j} \quad (39-3)$$

با استفاده از روابط تصحیح (۳۵-۳ تا ۳۷-۳)، معادلات (۳۸-۳ و ۳۹-۳) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$a_{i,j}u'_{i,j} = \sum a_{nb}u'_{nb} + (p'_{I-1,J} - p'_{I,J})A_{i,j} \quad (40-3)$$

$$a_{I,j}v'_{I,j} = \sum a_{nb}v'_{nb} + (p'_{I,J-1} - p'_{I,J})A_{I,j} \quad (41-3)$$

در اینجا $\sum a_{nb}v'_{nb}, \sum a_{nb}u'_{nb}$ به منظور ساده شدن معادلات (3-40) و (3-41)، در روابط مربوط به اصلاحات سرعت حذف می‌شود. حذف این عبارات تقریب اصلی مربوط به الگوریتم SIMPLE می‌باشد. بنابراین نتیجه می‌شود:

$$u'_{i,j} = d_{i,j}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) \quad (42-3)$$

$$v'_{I,j} = d_{I,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}) \quad (43-3)$$

که :

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}}, \quad d_{I,j} = \frac{A_{I,j}}{a_{I,j}} \quad (44-3)$$

معادلات (3-42) و (3-43) اصلاحات اعمال شده به سرعت‌ها توسط روابط (3-36) و (3-37) را توصیف می‌کنند، که در نتیجه:

$$u_{i,j} = u_{i,j}^* + d_{i,j}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) \quad (45-3)$$

$$v_{I,j} = v_{I,j}^* + d_{I,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}) \quad (46-3)$$

عبارات مشابهی برای $u_{i+1,J}, v_{I,j+1}$ بدست می‌آید:

$$u_{i+1,J} = u_{i+1,J}^* + d_{i+1,J}(p'_{I,J} - p'_{I+1,J}) \quad (47-3)$$

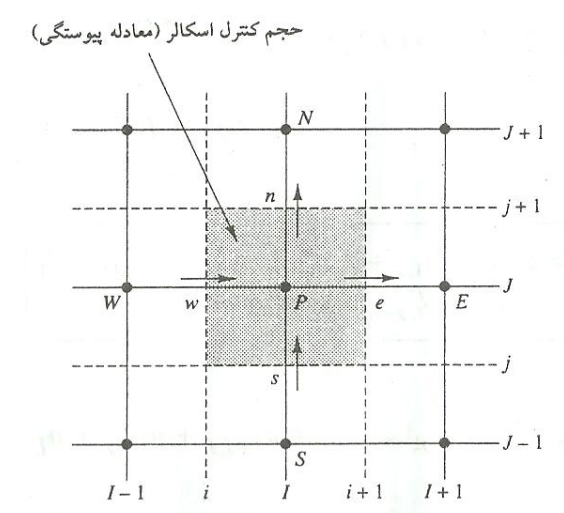
$$v_{I,j+1} = v_{I,j+1}^* + d_{I,j+1}(p'_{I,J} - p'_{I,J+1}) \quad (48-3)$$

که:

$$d_{i+1,J} = \frac{A_{i+1,J}}{a_{i+1,J}}, \quad d_{I,j+1} = \frac{A_{I,j+1}}{a_{I,j+1}} \quad (۴۹-۳)$$

تا اینجا فقط معادلات اندازه حرکت بررسی شد؛ اما با توجه به آنچه که قبلا ذکر شد، میدان سرعت باید معادله پیوستگی را نیز ارضاء کند. پیوستگی به شکل گسسته برای حجم کنترل اسکالر نشان داده شده در شکل (۱۰-۳)، ارضاء می‌شود:

$$[(\rho u A)_{i+1,J} - (\rho u A)_{i,J}] + [(\rho u A)_{I,j+1} - (\rho u A)_{I,j}] = 0 \quad (۵۰-۳)$$



شکل (۱۰-۳) حجم کنترل اسکالر استفاده شده برای گسسته سازی معادله پیوستگی [۵۹]

با جایگذاری سرعت‌های تصحیح شده از معادلات (۴۵-۳ تا ۴۸-۳) در معادله پیوستگی گسسته شده (۵۰-۳) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} & \left[\rho_{i+1,J} A_{i+1,J} (u_{i+1,J}^* + d_{i+1,J} (p'_{I,J} - p'_{i+1,J})) - \rho_{i,J} A_{i,J} (u_{i,J}^* + d_{i,J} (p'_{I-1,J} - p'_{i,J})) \right] \\ & + \left[\rho_{I,j+1} A_{I,j+1} (v_{I,j+1}^* + d_{I,j+1} (p'_{I,J} - p'_{I,j+1})) - \rho_{I,j} A_{I,j} (v_{I,j}^* + d_{I,j} (p'_{I,j-1} - p'_{I,j})) \right] = 0 \quad (۵۱-۳) \end{aligned}$$

این رابطه را می توان بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} & [(\rho dA)_{i+1,J} + (\rho dA)_{i,J} + (\rho dA)_{I,j+1} + (\rho dA)_{I,j}] p'_{I,J} \\ & = (\rho dA)_{i+1,J} p'_{I+1,J} + (\rho dA)_{i,J} p'_{I-1,J} + (\rho dA)_{I,j+1} p'_{I,J+1} + (\rho dA)_{I,j} p'_{I,J-1} \\ & + \left[(\rho u^* A)_{i,J} - (\rho u^* A)_{i+1,J} + (\rho v^* A)_{I,j} - (\rho v^* A)_{I,j+1} \right] \end{aligned} \quad (52-3)$$

با جاگذاری تعیین ضرایب p' می توان نوشت:

$$a_{I,J} p'_{I,J} = a_{I+1,J} p'_{I+1,J} + a_{I-1,J} p'_{I-1,J} + a_{I,J+1} p'_{I,J+1} + a_{I,J-1} p'_{I,J-1} + b'_{I,J} \quad (53-3)$$

که $a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1}$ و سایر ضرایب بصورت زیر می باشند:

$a_{I+1,J}$	$a_{I-1,J}$	$a_{I,J+1}$	$a_{I,J-1}$	$b'_{I,J}$
$(\rho dA)_{i+1,J}$	$(\rho dA)_{i,J}$	$(\rho dA)_{I,j+1}$	$(\rho dA)_{I,j}$	$(\rho u^* A)_{i,J} - (\rho u^* A)_{i+1,J} + (\rho v^* A)_{I,j} - (\rho v^* A)_{I,j+1}$

معادله (53-3) معادله گسسته پیوستگی را بصورت معادله ای برای تصحیح فشار p' نشان می دهد. بخش چشمه b' در معادله، ناپیوستگی ناشی از میدان سرعت ناصحیح u^* و v^* می باشد. با حل (3-3) معادله (53)، میدان تصحیح فشار p' در تمام نقاط بدست می آید. وقتی که میدان تصحیح فشار معلوم است، میدان فشار صحیح با استفاده از رابطه (35-3) بدست می آید و همچنین مؤلفه های سرعت از طریق رابطه تصحیح (3-45 تا 3-48) بدست می آیند. حذف عبارتهایی نظیر $\sum a_{nb} u'_{nb}$ ، در مشتق گیری، اثری روی حل نهایی ندارد؛ زیرا اصلاحات فشار و سرعت در یک حل همگرا هنگامی که $p^* = p$ و $u^* = u$ و $v^* = v$ باشد، صفر خواهند بود. معادله تصحیح فشار تمایل به واگرایی

دارد مگر اینکه در طول فرآیندهای تکرار مادون رهایی^۱ استفاده شود. فشارهای اصلاح شده جدید p^{new} با استفاده از رابطه زیر بدست می آید:

$$p^{new} = p^* + \alpha_p p' \quad (54-3)$$

که α_p ضریب مادون رهایی فشار است. اگر α_p را برابر ۱ در نظر بگیریم، میدان فشار حدسی p^* با استفاده از p' تصحیح خواهد شد. ولی اصلاحات p' مخصوصاً هنگامی که فشار حدسی p^* از جواب نهایی دور باشد، اغلب برای محاسبات پایداری بزرگ می باشد. α_p برابر صفر هیچگونه اصلاحاتی را به دنبال نخواهد داشت، که این خود نیز مطلوب نیست. با α_p بین صفر و یک می توان کسری از میدان تصحیح p' را به میدان حدسی p^* اضافه کرد. سرعت ها نیز مادون رهایی شده اند. مؤلفه های سرعت بهبود یافته به صورت تکراری u^{new} , v^{new} ، از روابط زیر بدست آمده اند:

$$u^{new} = \alpha_u u + (1 - \alpha_u) u^{(n-1)} \quad (55-3)$$

$$v^{new} = \alpha_v v + (1 - \alpha_v) v^{(n-1)} \quad (56-3)$$

که α_u و α_v عبارتند از ضرایب مادون رهایی سرعت u , v ، با مقادیر بین صفر و یک. u , v عبارتند از مؤلفه های تصحیح شده سرعت، بدون رهایی و $u^{(n-1)}$, $v^{(n-1)}$ نشان دهنده مقادیر بدست آمده آنها در تکرار قبلی می باشند. بعد از یک سری عملیات جبری می توان نشان داد که معادله گسسته اندازه حرکت u توسط مادون رهایی به شکل زیر بدست می آید:

$$\frac{a_{i,j}}{\alpha_u} u_{i,j} = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_{I-1,j} - p_{I,j}) A_{i,j} + b_{i,j} + \left[(1 - \alpha_u) \frac{a_{i,j}}{\alpha_u} \right] u_{i,j}^{(n-1)} \quad (57-3)$$

و معادله گسسته اندازه حرکت v عبارتست از:

^۱ - Underrelaxation

$$\frac{a_{I,j}}{\alpha_v} v_{I,j} = \sum a_{nb} v_{nb} + (p_{I,J-1} - p_{I,J}) A_{I,j} + b_{I,j} + \left[(1 - \alpha_v) \frac{a_{I,j}}{\alpha_v} \right] v_{I,j}^{(n-1)} \quad (3-58)$$

همچنین معادله تصحیح فشار تحت تأثیر مادون رهایی سرعت قرار می گیرد و می توان نشان داد که عبارت های d معادله تصحیح فشار بصورت زیر می باشد:

$$d_{i,J} = \frac{A_{i,J} \alpha_u}{a_{i,J}}, \quad d_{i+1,J} = \frac{A_{i+1,J} \alpha_u}{a_{i+1,J}}, \quad d_{I,j} = \frac{A_{I,j} \alpha_v}{a_{I,j}}, \quad d_{I,j+1} = \frac{A_{I,j+1} \alpha_v}{a_{I,j+1}}$$

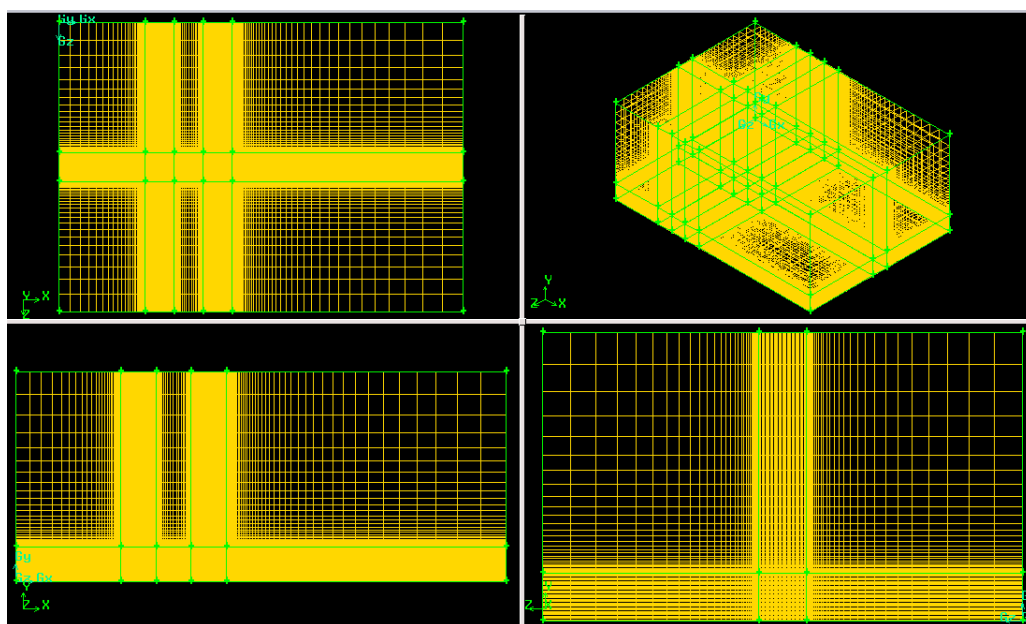
توجه شود که در این رابطه $a_{I,j+1}$, $a_{I,j}$, $a_{i+1,J}$, $a_{i,J}$ عبارتند از ضرایب مرکزی معادلات گسسته سرعت در مکانهای (I,j) , $(i+1,J)$, (i,J) , $(I,j+1)$ مربوط به مرکز سلول اسکالر اطراف P. انتخاب صحیح ضرایب مادون رهایی α برای شبیه سازی های پیچیده ضروری می باشد. مقدار خیلی بزرگ α ممکن است منجر به جواب های نوسانی و یا حتی تکراری و اگر شود و مقدار خیلی کوچک α باعث می شود که همگرایی بسیار آرام صورت گیرد. مقادیر بهینه ضرایب مادون رهایی بستگی به نوع جریان دارد و باید مورد به مورد بررسی شود. برای دستیابی به اطلاعات بیشتر می توان به مرجع [۵۹] مراجعه کرد.

۳-۵- تولید شبکه محاسباتی و استقلال از شبکه

برای حل مسأله با CFD نیاز به شبکه بندی مدل و تقسیم آن به حجم های کنترل می باشد. در این تحقیق برای شبکه بندی از نرم افزار گمبیت استفاده شده است. این نرم افزار یک پیش پردازنده^۱ برای نرم افزارهای CFD به حساب می آید. برای شبکه بندی مناسب باید این مطلب را مورد توجه قرارداد که شبکه بندی باید دارای تراکم و تعداد حجم مناسب برای رسیدن به یک حل قابل قبول باشد. در هنگام شبکه بندی باید نواحی که دارای گرادیان سرعت و دما هستند، ریزتر شوند. مثلاً در

^۱ Pre-processing

این مسأله تمام نواحی نزدیک به صفحات مکعب و صفحه‌ی اصلی به علت داشتن گرادیان دما و سرعت زیاده‌تر ریزتر شده‌اند. کوچکترین شبکه‌ی مورد استفاده دارای ابعادی برابر 0.005 اندازه ضلع مکعب است که با نسبت انبساط $1/1$ درشت‌تر شده است. نمونه‌ای از شبکه‌بندی بکار گرفته شده از زوایای مختلف در شکل (۳-۶) نمایش داده شده است.



شکل (۳-۱۱) نمایی از شبکه بندی یکی از هندسه های مورد بررسی از زوایای مختلف

برای رسیدن به یک شبکه‌بندی مناسب که شرایط گفته شده در بالا را داشته باشد، شش شبکه بندی مختلف ایجاد و مورد بررسی قرار گرفت. در این تحقیق برای اطمینان از صحت و دقت نتایج شبیه‌سازی در ابتدا مقادیر عدد ناسلت متوسط مکعب محاسبه و با یکدیگر مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. با ریزتر شدن شبکه‌بندی مقادیر محاسبه شده عدد ناسلت متوسط در شرایط مشابه به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند و خطای محاسبات کاهش می‌یابد. با توجه به جدول (۳-۲) مشاهده می‌شود که مقادیر عدد ناسلت متوسط در شبکه‌بندی ۵ و ۶ بسیار به یکدیگر نزدیک‌اند. لذا برای

کاهش حجم و زمان محاسبات شبکه‌بندی ۵ انتخاب گردیده و نتایج برای این شبکه‌بندی ارائه شده است.

جدول (۲-۳) مقایسه عدد ناسلت متوسط مکعب برای شبکه‌بندی‌های مختلف

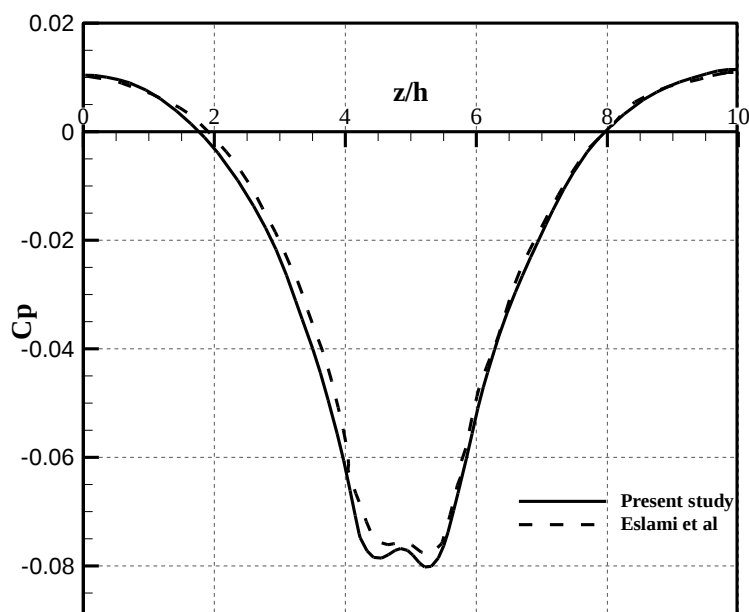
شبکه بندی	حداقل اندازه شبکه	تعداد شبکه	عدد ناسلت متوسط	انحراف از نتیجه شبکه انتخاب شده (%)
شبکه بندی ۱	۰/۰۲۵	۲۶۳۴۸۶	۹/۴۵۱۰۸۶	۸/۳۷۷
شبکه بندی ۲	۰/۰۱۲۵	۴۷۸۰۱۶	۹/۸۵۰۹۶۱	۴/۵
شبکه بندی ۳	۰/۰۰۸۳۳	۸۴۳۲۵۱	۱۰/۰۷۶۰۷	۲/۳
شبکه بندی ۴	۰/۰۰۶۲۵	۱۲۸۶۵۶۳	۱۰/۱۸۶۶۳	۱/۲۵
شبکه بندی ۵	۰/۰۰۵	۱۶۵۲۲۲۱	۱۰/۳۱۵۱۸	-
شبکه بندی ۶	۰/۰۰۴۱۷	۲۱۵۷۴۶۳	۱۰/۳۱۹۷۵	۰/۴

۶-۳-۲ اعتبارسنجی حل

برای اعتبارسنجی حل عددی انجام شده نتایج تحقیق حاضر برای میدان سرعت و انتقال حرارت با کارهای قبلی انجام شده در این زمینه مقایسه شده است.

۶-۳-۱-۱ میدان سرعت

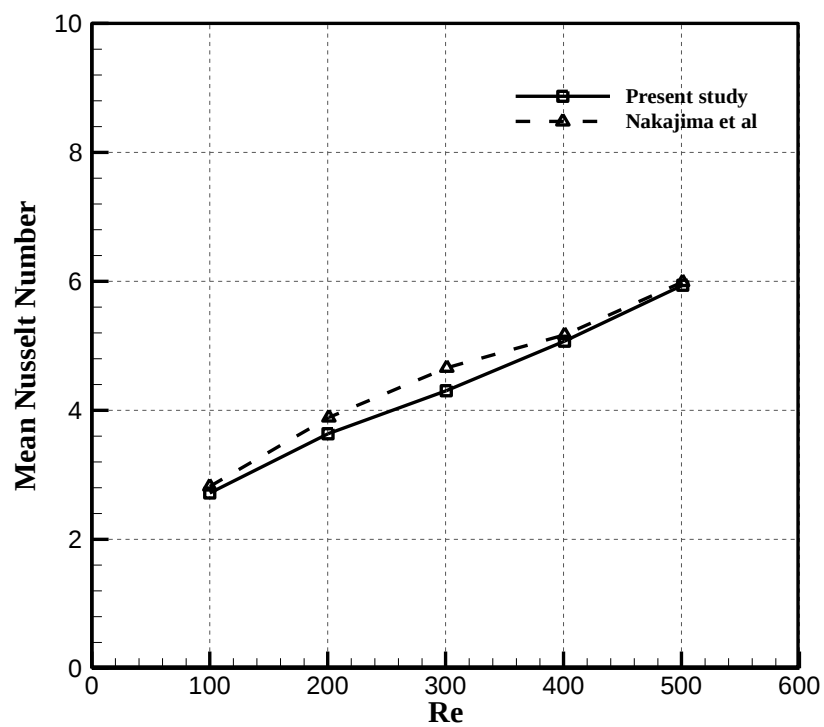
در شکل (۷-۳) توزیع ضریب فشار در فاصله‌ی $0.5h$ در پایین‌دست مکعب اول و در حالت $L=1h$ از آرایش هم‌راستای مکعب‌ها برای سیال ساده در $Re=200$ با نتایج مطالعه‌ی عددی اسلامی و همکاران [۱۲] مقایسه شده است. حداکثر میزان انحراف ۰/۵ درصد بوده که نشان می‌دهد نتایج بدست آمده در این تحقیق انطباق مناسبی با نتایج کارهای انجام شده‌ی قبلی دارد.



شکل (۱۲-۳) توزیع فشار در صفحه‌ی $x=0.5h$ پایین‌دست مکعب اول در حالت $L=1$ از آرایش هم‌راستای مکعب‌ها برای سیال ساده در $Re=200$ ، بر روی خط $y=0.5h$

۳-۶-۲- میدان انتقال حرارت

برای اعتبارسنجی نتایج بدست آمده از شبیه سازی میدان دما، نمودار عدد ناسلت متوسط بر روی مکعب دوم در حالت $L=4h$ از آرایش هم‌راستا و $Re=100-500$ و $Pr=0.7$ با نتایج بدست آمده توسط ناکاجیما و همکاران [۶] مقایسه شده است. (شکل ۳-۸) نشان‌دهنده‌ی قابل قبول بودن نتایج بدست آمده برای میدان دما می‌باشد. حداکثر میزان انحراف ۵ در این نمودار ۸ درصد می‌باشد.



شکل (۳-۱۳) نمودار عدد ناسلت متوسط بر روی مکعب دوم در حالت $L=4h$ از آرایش هم‌راستا بر حسب عدد رینولدز

فصل ۴:

نتائج و تحلیلی آنها

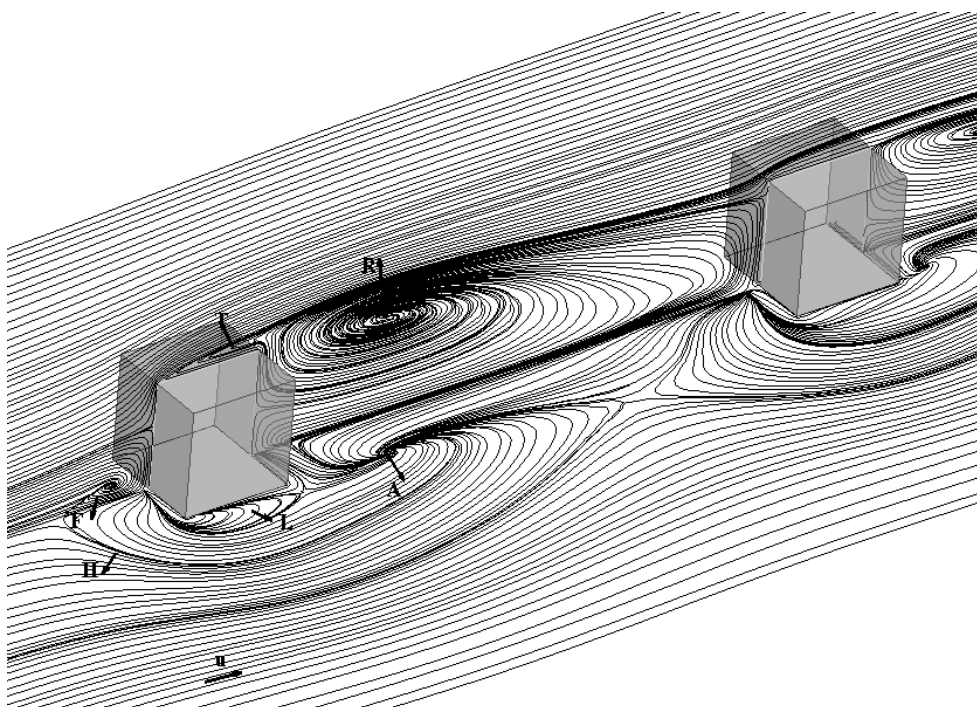
۴-۱- مقدمه

با عبور جریان سیال از روی مانع سه بعدی مکعب شکل، به علت تغییر متغیرهایی مانند سرعت و فشار، پدیده‌های مختلفی مانند جدایش جریان، اتصال مجدد جریان، گردابه‌های نعل‌اسبی، گردابه‌های سنجاق‌مانند و ناحیه‌ی چرخشی در اطراف مکعب بوجود می‌آید. انتقال حرارت جابجایی بشدت تحت تأثیر این پدیده‌ها می‌باشد. در این فصل ابتدا به بررسی این پدیده‌ها و سپس به تأثیر آنها بر روی انتقال حرارت جابجایی پرداخته می‌شود. همچنین اثر نانوسیال بر روی ویژگی‌های میدان سرعت و دما مورد بحث قرار می‌گیرد.

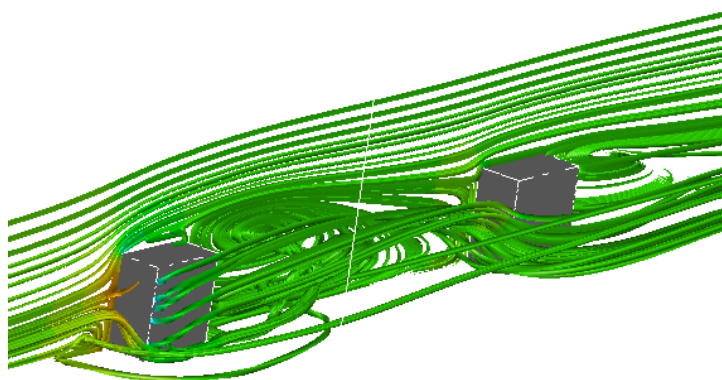
۴-۲- بررسی میدان سرعت

همانند مطالعات دیگری که در این هندسه‌ی خاص به عمل آمده است، آنچه از بررسی خطوط جریان حول دو مانع مکعبی در آرایش‌های مختلف قابل مشاهده است وجود گردابه‌های سه بعدی است که بدلیل وجود موانع در مسیر جریان تشکیل شده‌اند. این گردابه‌ها شامل گردابه نعل‌اسبی (H)، گردابه نزدیک صفحه‌ی کناری (L)، گردابه نزدیک صفحه بالایی (T)، گردابه کوچک در بالا دست مکعب (F)، گردابه‌های سنجاق‌مانند^۱ در پشت مکعب (A) و همچنین منطقه چرخشی پشت مکعب (R) می‌باشد که در شکل (۴-۱) برای مکعب اول در آرایش هم‌راستا نشان داده شده‌اند. در شکل (۴-۲) خطوط جریان در حالت سه‌بعدی نشان داده شده است. در این شکل پدیده‌های پیچیده و گردابه‌های ذکر شده در بالا به طور سه‌بعدی قابل رؤیت است.

^۱ - hairpin vortexes



شکل (۴-۱) گردابه های تشکیل شده در اطراف مکعب

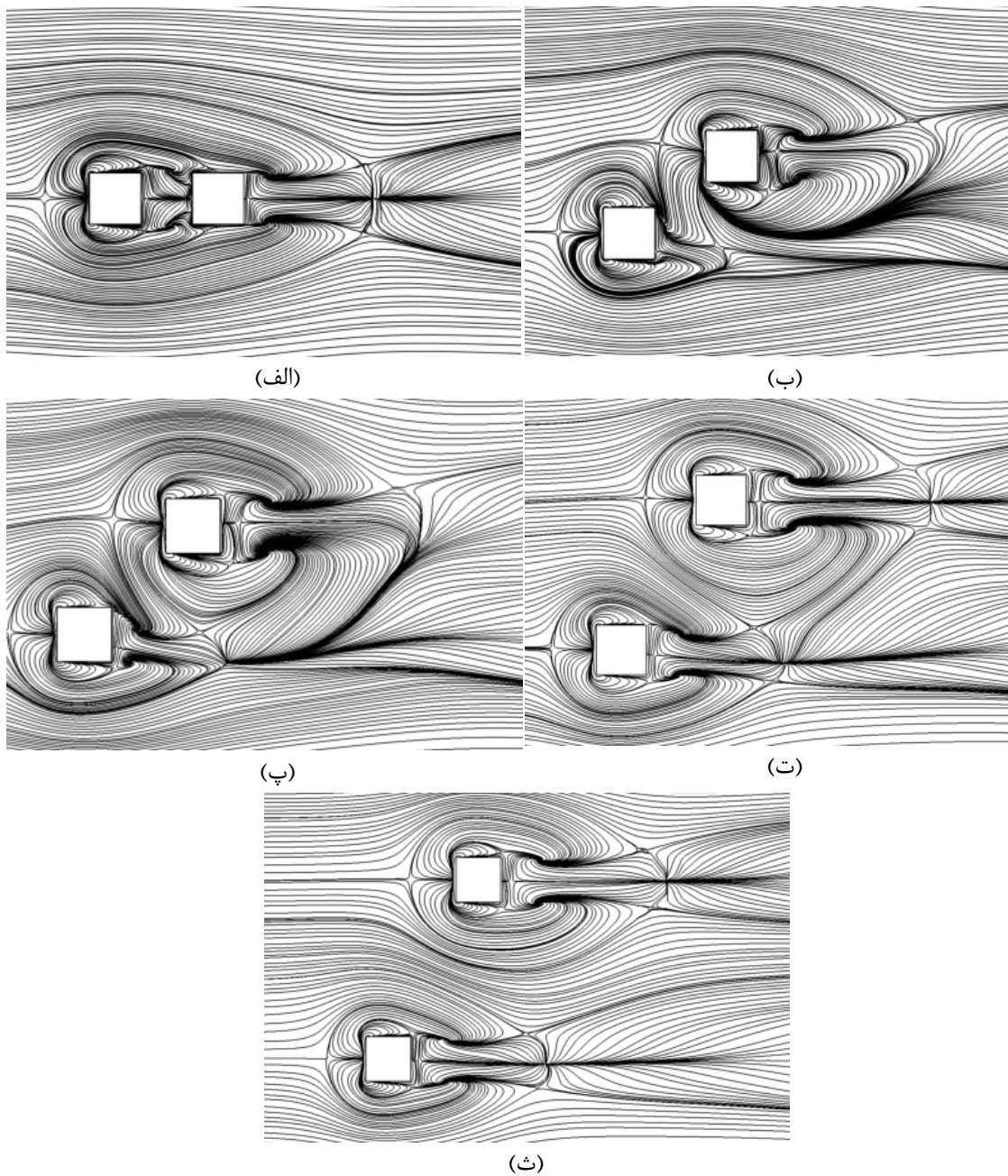


شکل (۴-۲) خطوط جریان سه بعدی در اطراف مکعب اول

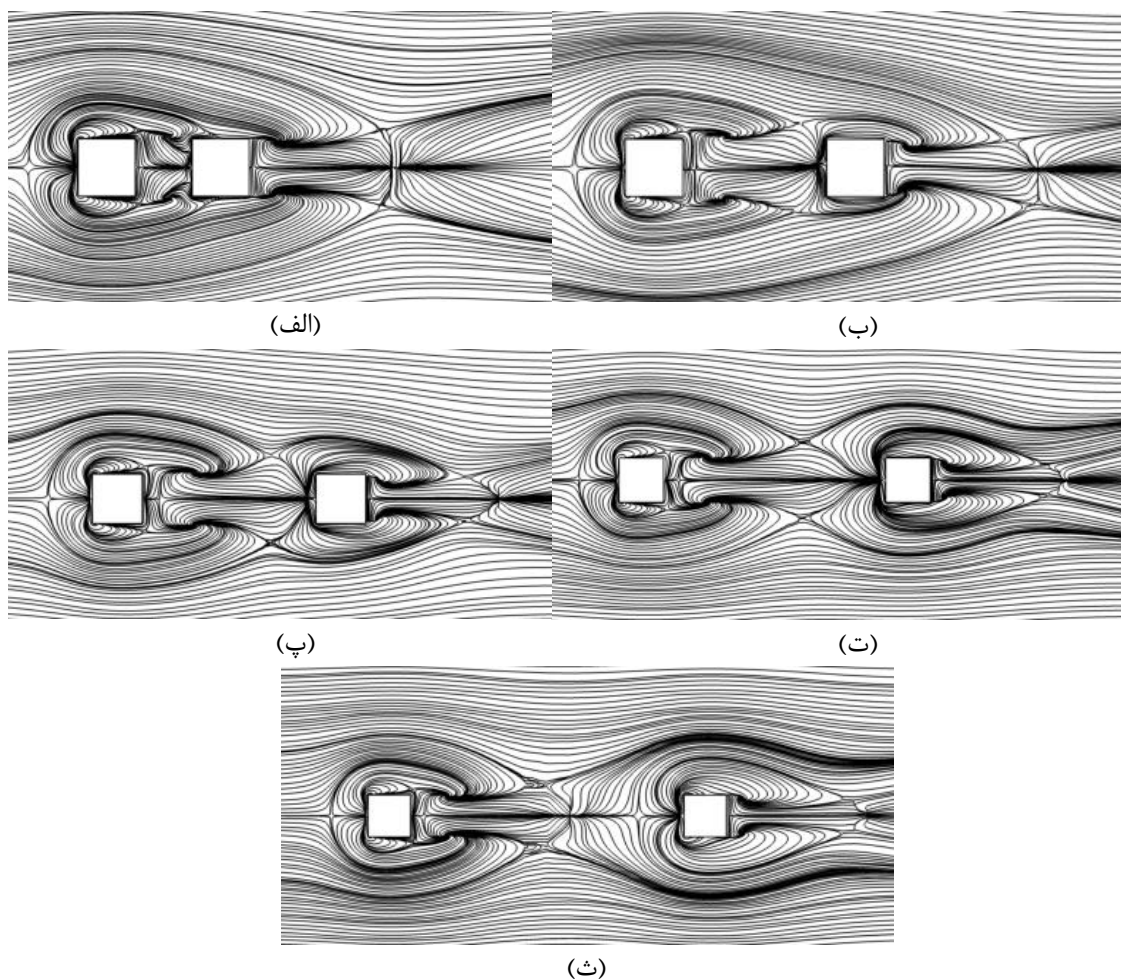
گردابه‌هایی که در صفحه‌ی پایه شکل می‌گیرند شامل گردابه‌های نعل اسبی شکل ناشی از جدایش جریان در بالادست مکعب، گردابه‌های سنجاق‌مانند در ناحیه‌ی دنباله‌ی پایین‌دست مکعب و گردابه‌های کوچک روی وجوه جانبی مکعب ناشی از وجود لبه در مسیر جریان جدایش یافته با مومنوم زیاد می‌باشد. ساختار جریان در ارتفاعات بالاتر از کف ($y=0$)، در برخی از هندسه‌های مشابه، پیش از این توسط اسلامی و همکاران [۱۲] مورد بررسی قرار گرفته است.

ساختار، شکل و اندازه‌ی این گردابه‌ها به شدت تحت تأثیر آرایش مکعب‌ها و فاصله‌ی طولی و عرضی آنها نسبت به یکدیگر می‌باشد. همانطور که در شکل (۳-۴) و (۴-۴) نشان داده شده است، با افزایش فاصله‌ی طولی در آرایش هم‌راستا و فاصله‌ی عرضی در آرایش غیرهم‌راستا از تداخل گردابه‌های اطراف دو مکعب کاسته شده و ساختار جریان حول هر یک از آنها به تدریج به ساختار جریان حول یک مکعب منفرد نزدیک می‌شود (شکل (ت-۳-۴) و شکل (ث،ت،پ-۴-۴)).

در آرایش هم‌راستای مکعب‌ها و در فواصل طولی کم، از آنجایی که جریان عبوری از مکعب اول بدلیل مومنوم زیاد و فاصله‌ی اندک با مانع دوم، مستقیماً روی وجه بالایی آن فرود می‌آید، در بالادست مکعب دوم جدایش جریان به وقوع نخواهد پیوست و گردابه‌های نعل اسبی شکل حول آن نشأت گرفته از جدایش جریان در بالادست مکعب اول می‌باشد. با افزایش فاصله‌ی طولی به تدریج گردابه‌های نعل اسبی شکل مستقل، حول مکعب دوم شکل می‌گیرد و این نشانه‌ی شروع جدایش جریان قبل از رسیدن به مکعب دوم است (شکل پ-۴-۴).



شکل (۳-۴) خطوط جریان بر روی صفحه پایه با فواصل عرضی متفاوت در $L=1-Re=250$
 الف: آرایش هم‌راستا ب: $m=0.5h$ پ: $m=1h$ ت: $m=2h$ ث: $m=3h$



شکل (۴-۴) خطوط جریان بر روی صفحه پایه با فواصل طولی متفاوت در $Re=250$ ،
الف: $L=h$: ب: $L=2.5h$: پ: $L=3.5h$: ت: $L=5h$: ث: $L=6.5h$.

در پایین دست مکعب در اثر برخورد گردابه‌های چرخشی سه بعدی به صفحه‌ی پایه، در نقطه‌ای از این صفحه برگشت جریان مشاهده می‌شود؛ که این نقطه، نقطه‌ی اتصال مجدد نامیده می‌شود. بخشی از خطوط جریان عبوری از این نقطه که متعلق به همین گردابه‌های چرخشی می‌باشد، به سمت بالادست برگشته و در دو مرکز گردابه‌ای که در نزدیکی مکعب شکل می‌گیرد، به هم می‌پیوندند. این خطوط جریان یک خط اتصال^۱ را به وجود می‌آورند. در جریان متقارن این خط

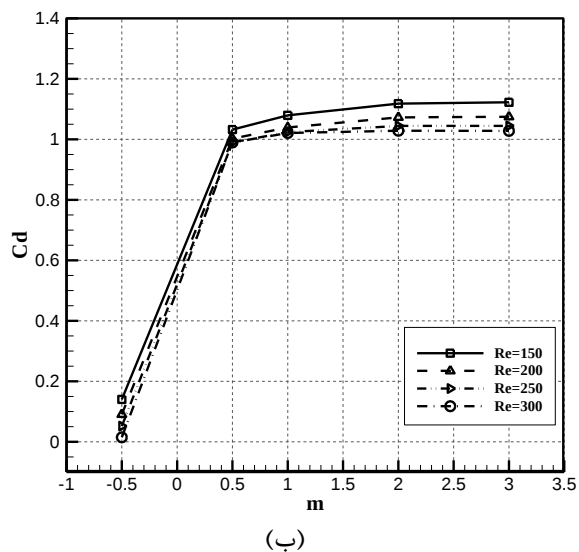
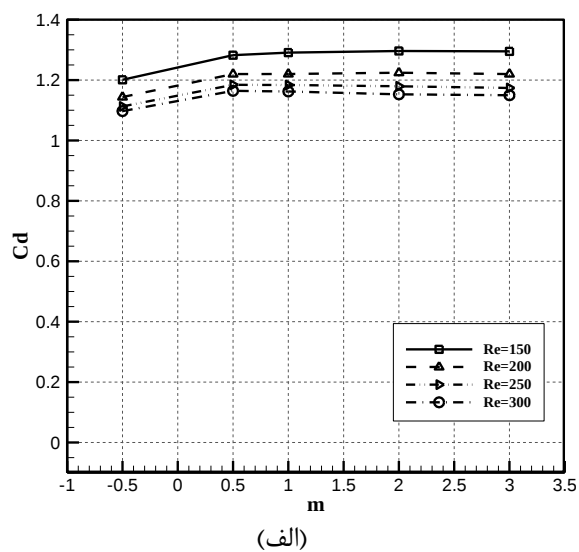
^۱ - Line of attachment

تقریباً خط تقارن ناحیه دنباله پایین دست مکعب خواهد بود. بخش دیگری از جریان عبوری از این نقطه به سمت پایین دست حرکت می‌کند.

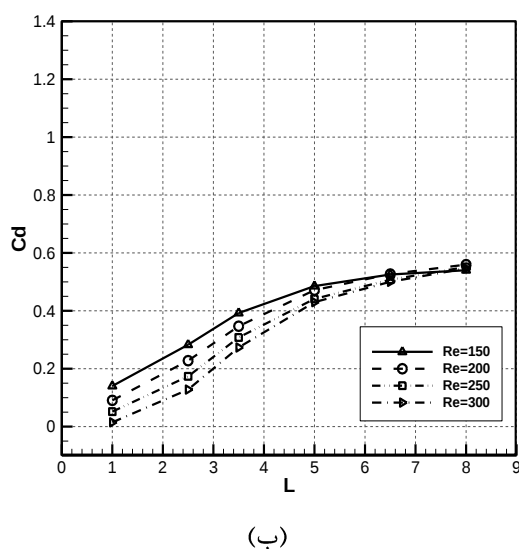
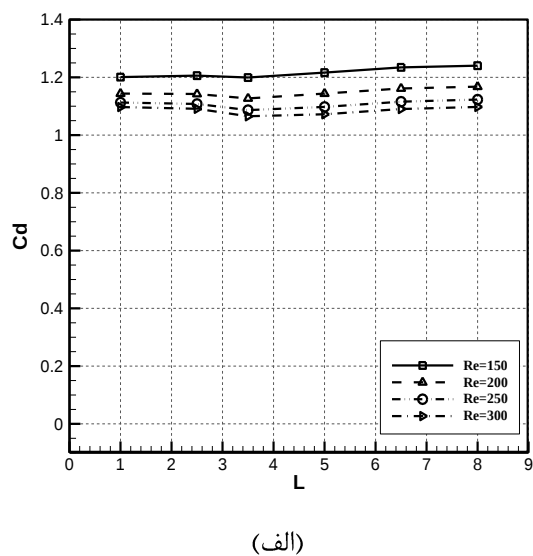
نقطه‌ی مهم دیگر در جریان، نقطه انحنای جریان^۱ است که به صورت فرو رفتگی خطوط جریان مشخص است. در این نقطه خطوط همگرای جریان، واگرا می‌شوند. در آرایش غیرهم‌راستا و در فواصل عرضی کم، گردابه‌های نعل اسبی شکل بسیار نامتقارن هستند و در پایین‌دست هر یک از مکعب‌ها یک نقطه انحنای خارج از فضای بین دو مانع تشکیل شده است. در $m=0.5h$ اثری از نقطه اتصال مجدد مشاهده نمی‌شود. با افزایش فاصله عرضی به $m=1h$ ، نقطه‌ی اتصال مجدد پایین دست مکعب اول ظاهر می‌شود، اما حالات متقارن ندارد. در $m=2h$ جریان متقارن شده و این نقطه در پایین دست مکعب دوم نیز ظاهر می‌شود.

وجود گردابه‌های مختلف در اطراف مانع سبب شده است که سهم درگ فشاری در درگ کل بیشتر از درگ اصطکاکی ناشی از تنش برشی روی دیواره‌ها باشد. علت کمتر بودن ضریب درگ در آرایش هم‌راستا نسبت به آرایش غیرهم‌راستا نیز همین مطلب است؛ زیرا در یک فاصله‌ی طولی معین گردابه‌های بیشتر و بزرگتری در این آرایش نسبت به آرایش هم‌راستا حول موانع شکل می‌گیرد. این اثر در افزایش ضریب درگ مکعب دوم با افزایش فاصله‌ی طولی در آرایش هم‌راستا نیز بخوبی قابل مشاهده است (شکل (۴-۵))؛ زیرا همان طور که گفته شد جریان عبوری از مکعب دوم از جریان لایه‌ای روی وجوه در فواصل کم، به جریان گردابه‌ای در فواصل بیشتر تبدیل شده و با افزایش فاصله ابعاد گردابه‌ها نیز بزرگ‌تر می‌گردد. همان طور که در دو شکل (۴-۵) و (۴-۶) مشاهده می‌شود، با افزایش عدد رینولدز و به تبع آن کاهش نیروی ویسکوز و کاهش نیروی درگ اصطکاکی، ضریب درگ کل کاهش خواهد یافت.

^۱ - Saddle point



شکل (۴-۵) نمودار ضریب درگ بر حسب فاصله‌ی عرضی در $L=1h$ ،
(الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم



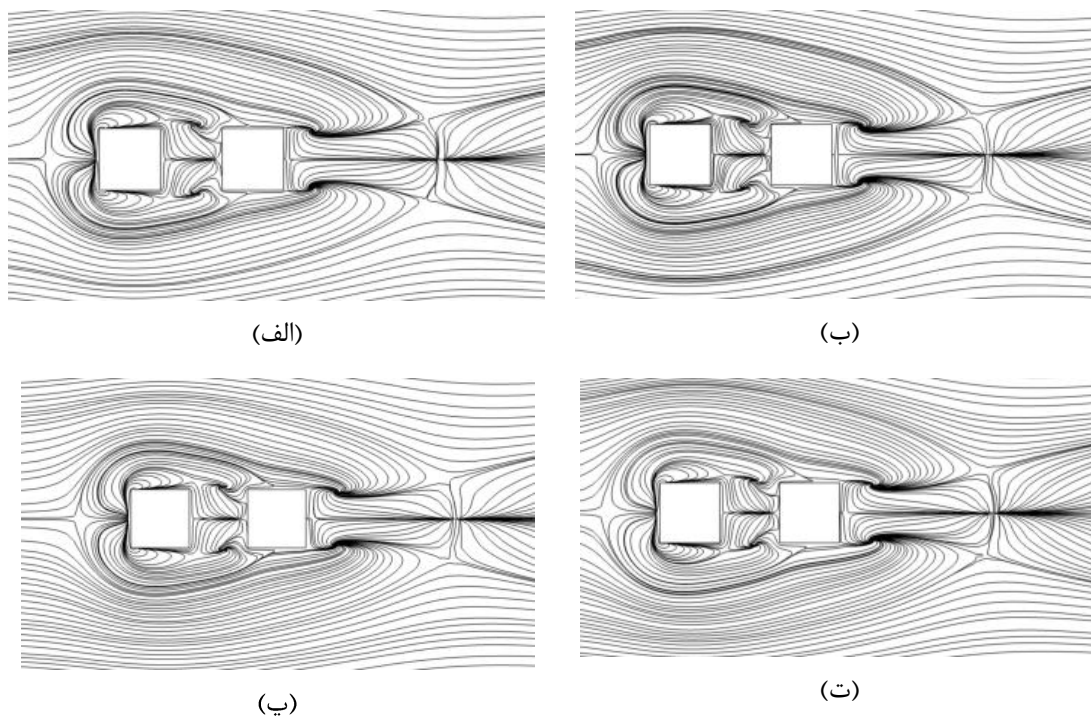
شکل (۴-۶) نمودار ضریب درگ بر حسب فاصله‌ی عرضی در آرایش هم‌راستا،
(الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم

۴-۳- تأثیر نانوسیال بر روی رفتار هیدرودینامیکی جریان

مطابق آنچه در فصل دوم آمده است، پارامترها و خواصی از نانوسیال که در معادلات مومنتوم

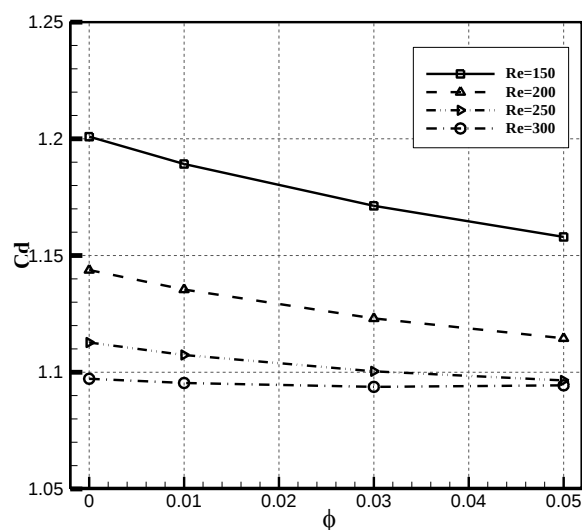
حاکم دخیل هستند مستقل از دما بوده، لذا در طول فرآیند حل و تحت شرایط مرزی دمایی و هیدرودینامیکی یکسان، رفتارهای یکسان هیدرودینامیکی از نانوسیال با هر کسر حجمی مشاهده خواهد شد.

در شکل (۷-۴) خطوط جریان برای حالت $L=1h$ از آرایش هم‌راستا، در عدد رینولدز ۲۵۰، با درصد‌های حجمی مختلف رسم شده است. چنانچه مشاهده می‌شود، خطوط جریان نسبت به حالت سیال خالص تفاوت چندانی را نشان نمی‌دهد. بنابراین با اضافه کردن نانوذرات فلزی مس به سیال پایه آب شکل خطوط جریان ثابت باقی خواهد ماند. عدم وابستگی شکل خطوط جریان به کسر حجمی نانوذرات در سیال پایه پیش از این توسط سایر محققان نظیر مایگا [۵۷] (برای جریان داخل لوله) نشان داده شده است.

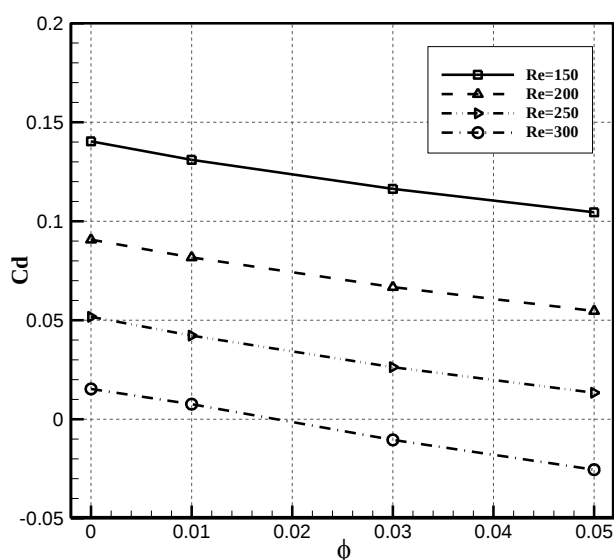


شکل (۷-۴) خطوط جریان برای حالت $L=1h$ از آرایش هم‌راستا، در عدد رینولدز ۲۵۰،
(الف) $\phi=0$ ، (ب) $\phi=0.01$ ، (پ) $\phi=0.03$ ، (ت) $\phi=0.05$

با بررسی نمودار ضریب درگ کل بر حسب درصد حجمی نانوذرات در رینولدزهای مختلف، به عنوان نمونه در حالت $L=1h$ از آرایش هم‌راستا و همچنین حالت $m=0.5h-L=1h$ از آرایش غیرهم‌راستا، مشاهده می‌شود که با افزایش درصد حجمی نانوذرات، ضریب درگ کل کاهش می‌یابد. علت این امر افزایش ویسکوزیته‌ی مؤثر نانوسیال است. طبق رابطه‌ی (۱-۱۹) با افزایش درصد حجمی، ویسکوزیته‌ی مؤثر نانوسیال افزایش می‌یابد و افزایش ویسکوزیته‌ی مؤثر منجر به کاهش ضریب درگ کل خواهد شد. این نتایج با نتایج بدست آمده توسط سانترا [۵۰] برای سیال نیوتنی مطابقت دارد.

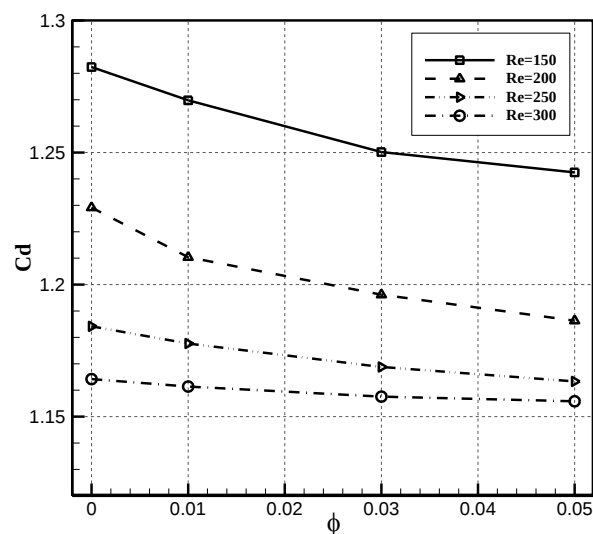


(الف)

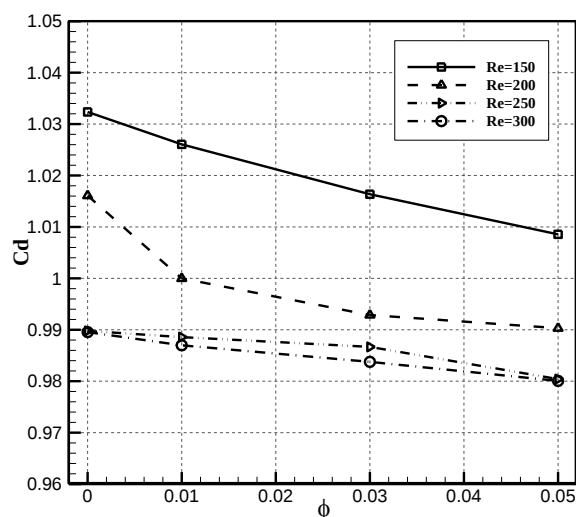


(ب)

شکل (۴-۸) نمودار ضریب درگ بر حسب کسر حجمی در حالت $L=1h$ از آرایش هم‌راستا (الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم



(الف)



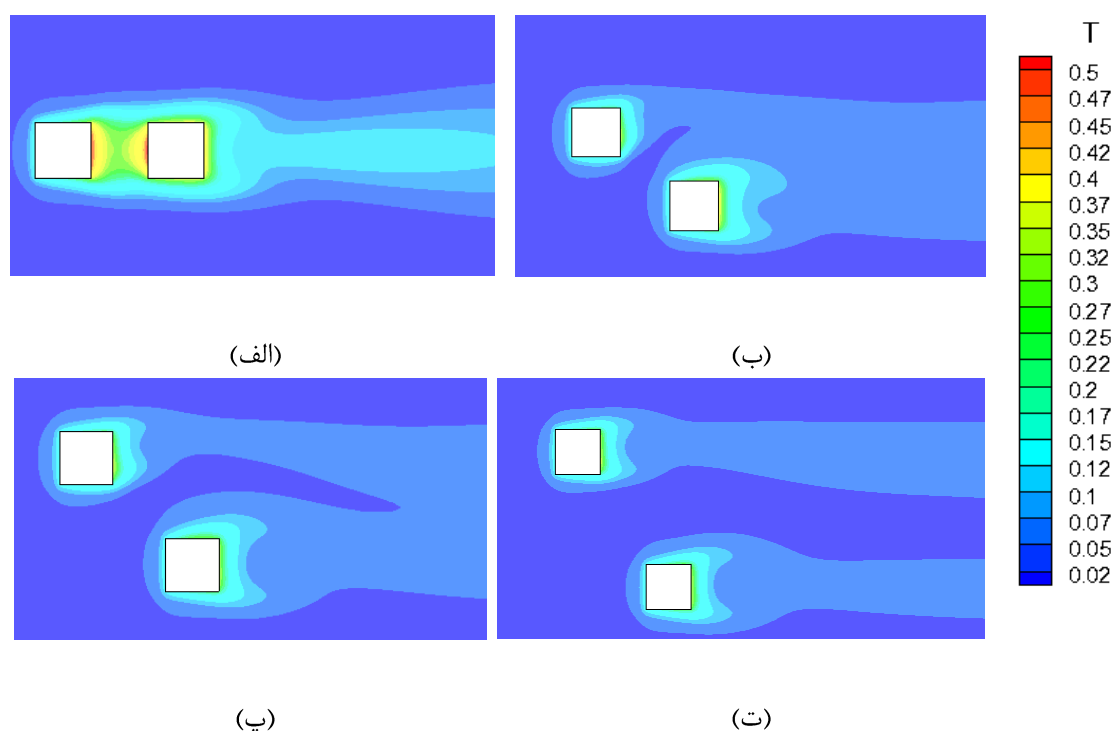
(ب)

شکل (۴-۹) نمودار ضریب درگ بر حسب کسر حجمی در حالت $m=0.5$ ، $L=h$ از آرایش غیرهم‌راستا (الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم

۴-۴- بررسی میدان دما

با توجه به وجود شار حرارتی ثابت روی مکعب‌ها و تبادل انرژی ذرات متصل به سطح با لایه‌های مجاور، شیب دما در سیال به وجود آمده و لایه مرزی گرمایی شکل می‌گیرد. از آنجایی که برای سیال تراکم‌ناپذیر معادله انرژی مستقل از معادلات پیوستگی و مومنتوم حل می‌شود و برای بدست

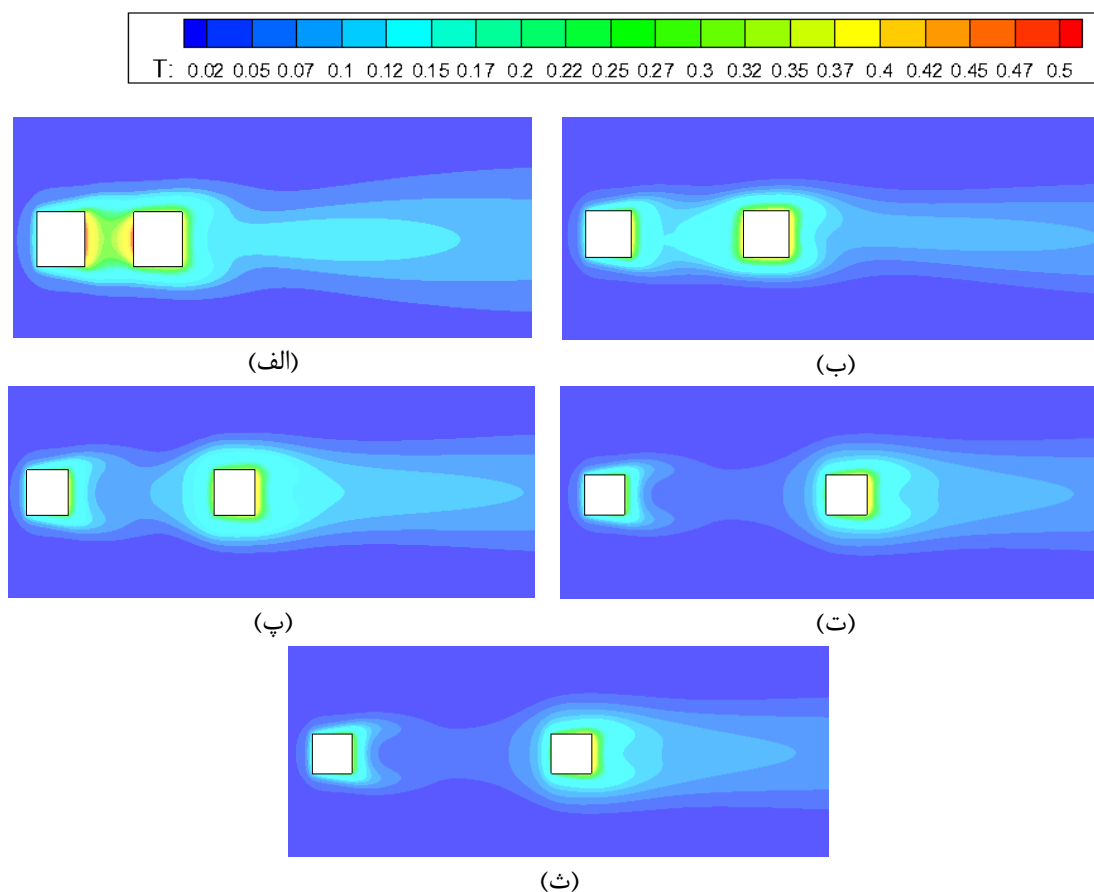
آوردن $T(x,y,z)$ از معادله‌ی انرژی باید $V(x,y,z)$ معلوم باشد، می‌توان نتیجه گرفت که میدان دما شدیداً به میدان سرعت بستگی دارد. در شکل‌های توزیع دمای بی‌بعد حول دو مکعب با آرایش‌های مختلف این وابستگی به خوبی نمایان است. تداخل لایه مرزی گرمایی در آرایش‌هایی که در آن تداخل میدان جریان وجود دارد به خوبی قابل مشاهده است.



شکل (۴-۱۰) توزیع دمای بی‌بعد بر روی صفحه پایه با فواصل عرضی متفاوت در $L=1h-Re=250$.
الف: آرایش هم‌راستا ب: $m=0.5h$ پ: $m=1h$ ت: $m=2h$

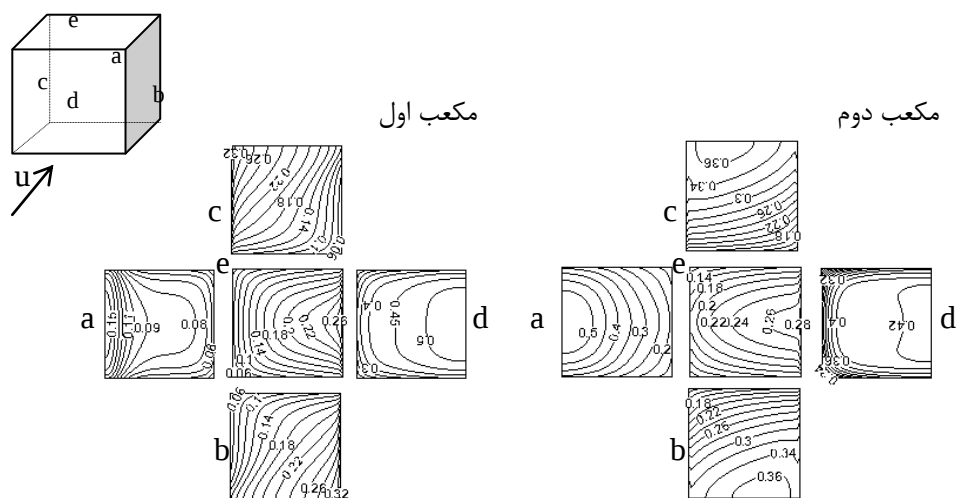
گردابه‌ها نیز گرمای صفحات گرم را ضبط کرده، باعث افزایش دمای سیال و کاهش انتقال حرارت می‌شوند. این مسأله سبب شده است توزیع دما بر روی وجوهی از مکعب که جریان مجاور آنها دارای ساختار گردابه‌ای مشابه است، یکسان باشد. همان طور که در شکل (۴-۱۲) مشاهده می‌شود، توزیع دما بر روی وجه جلویی مکعب‌ها که قبل از آنها جدایش رخ داده است و بر روی وجه جانبی خارج از ناحیه تداخل و وجوه فوقانی مکعب‌ها که گردابه‌های مشابهی در مجاورت آنها

شکل گرفته است، یکسان می‌باشد. توزیع دما بر روی وجوهی که در مجاورت گردابه‌های متقارن می‌باشند متقارن بوده و در آرایش‌هایی که تقارن گردابه‌ها از بین می‌رود، نامتقارن می‌باشد.

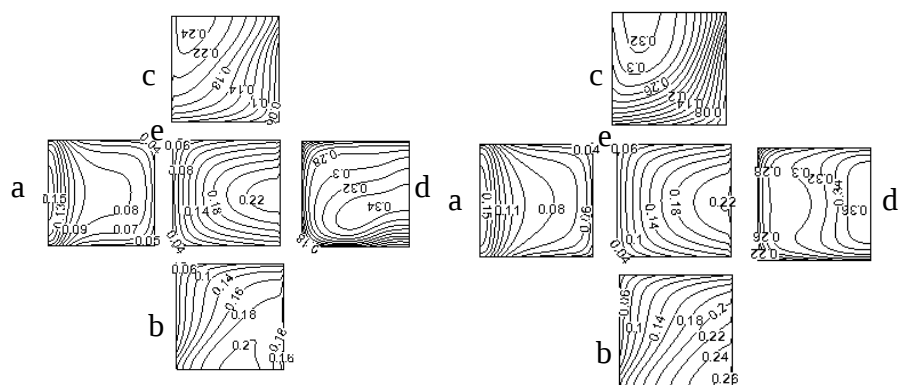


شکل (۴-۱۱) توزیع دمای بی‌بعد بر روی صفحه پایه با فواصل طولی متفاوت در $Re=250$ ،
الف: $L=1$ ؛ ب: $L=2.5$ ؛ پ: $L=3.5$ ؛ ت: $L=5$ ؛ ث: $L=6.5$

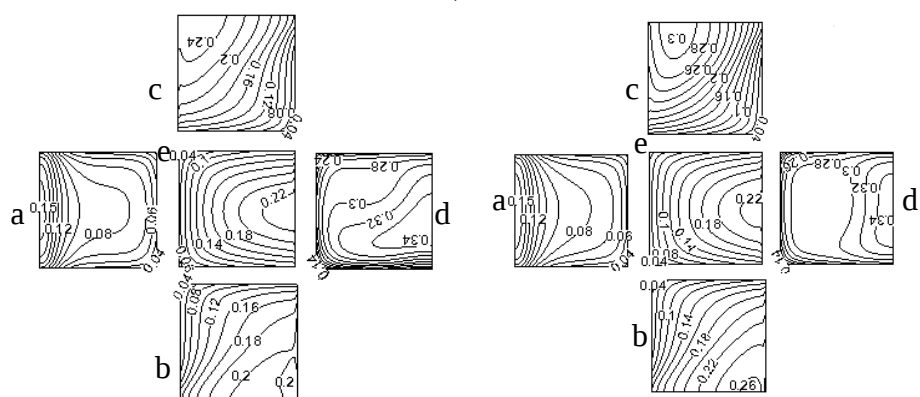
با دقت بر روی خطوط توزیع دما در وجه عقب مکعب‌ها، از بین رفتن تقارن آن از آرایش هم‌راستا به آرایش غیرهم‌راستا را می‌توان مشاهده کرد. تمرکز دما روی وجوه جانبی مکعب‌ها بر روی مرکز گردابه‌های جانبی می‌باشد.



(الف)



(ب)



(پ)

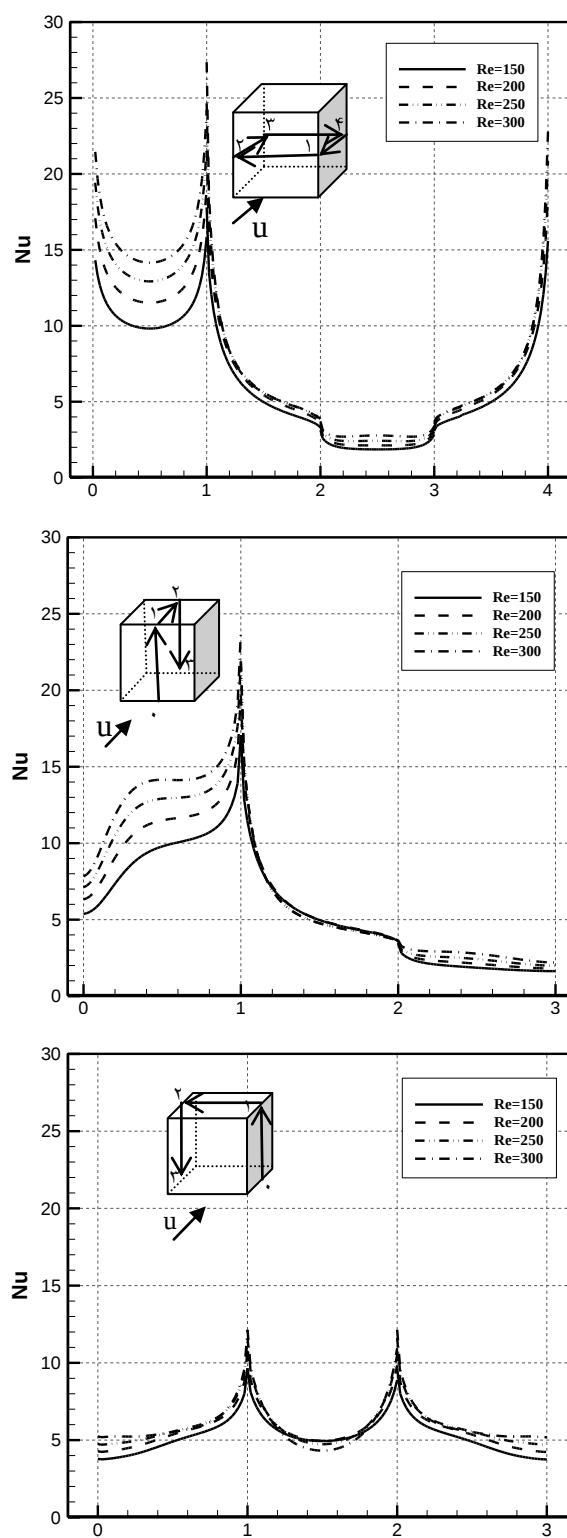
شکل (۴-۱۲) توزیع دما بر روی وجوه مکعب اول و دوم در فاصله طولی $L=1$.
(الف): آرایش همراستا، (ب): $m=0.5$ ، (پ): $m=1$

نکته‌ی مهم دیگر افزایش ضخامت لایه مرزی گرمایی جریان پس از گرم شدن در حرکت به سمت پایین دست است. این امر سبب کاهش انتقال حرارت می‌شود. ضخیم‌تر بودن لایه مرزی گرمایی حول مکعب دوم در مقایسه با مکعب اول و همچنین در جریان مجاور صفحه‌ی عقب مکعب در مقایسه با وجه جلویی آن به جز در حالت $L=1h$ از آرایش هم‌راستا، گویای این مطلب است؛ شکل (۴-۱۰) و (۴-۱۱). در حالت $L=1h$ از آرایش هم‌راستا، سیال در فضای کوچک بین دو مکعب ماندگار شده و باعث افزایش دمای سیال در مجاورت صفحات جلویی مکعب دوم و عقب مکعب اول شده است.

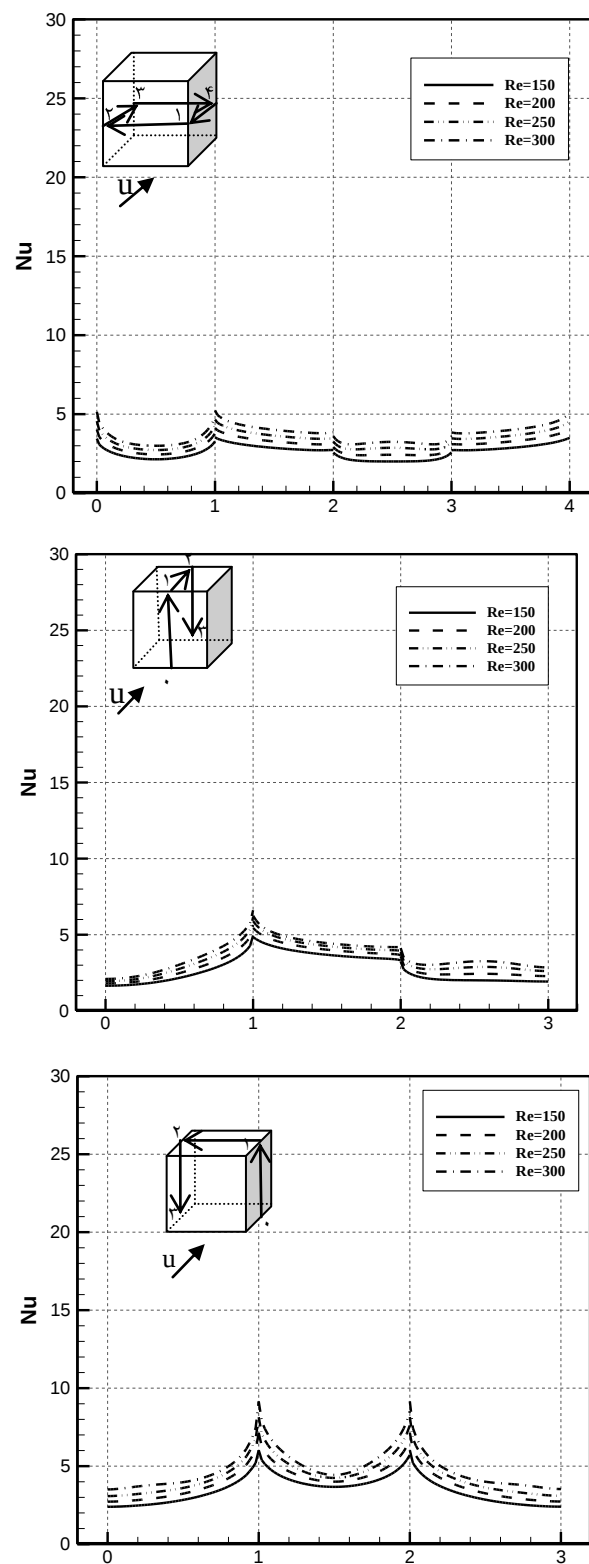
کاهش انتقال حرارت در اثر گرم‌تر شدن جریان در مکعب دوم نسبت به مکعب اول در شکل (۴-۱۷) و (۴-۱۸) برای عدد Nu متوسط، همین طور وجه عقب مکعب نسبت به وجه جلویی آن در شکل‌های (۴-۱۳) تا (۴-۱۶) برای عدد Nu محلی نیز قابل مشاهده است.

بیشترین مقدار انتقال حرارت یا عدد Nu مربوط به وجه جلویی مکعب اول است؛ زیرا بیشترین اختلاف دما بین این سطح و سیال سرد بالا دست وجود دارد. کمترین مقدار انتقال حرارت نیز مربوط به وجه عقب مکعب می‌باشد که سیال حول آن بیشترین دما را دارد و اختلاف زیادی بین دمای سیال و سطح وجود ندارد. در وجوه جانبی و فوقانی نیز با حرکت به سمت پایین دست میزان انتقال حرارت کاهش می‌یابد.

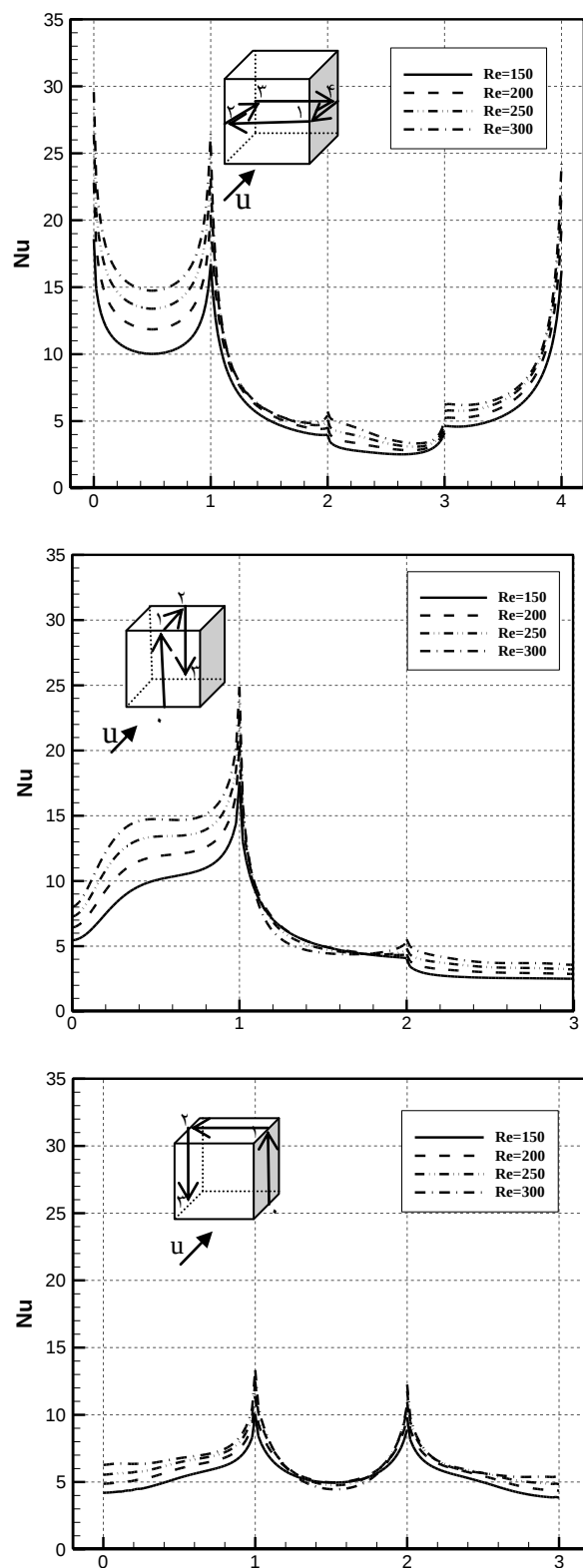
همچنین از نمودار عدد Nu متوسط و محلی مشاهده می‌شود که با افزایش عدد رینولدز، انتقال مومنتم و انرژی تقویت و عدد Nu نیز افزایش می‌یابد.



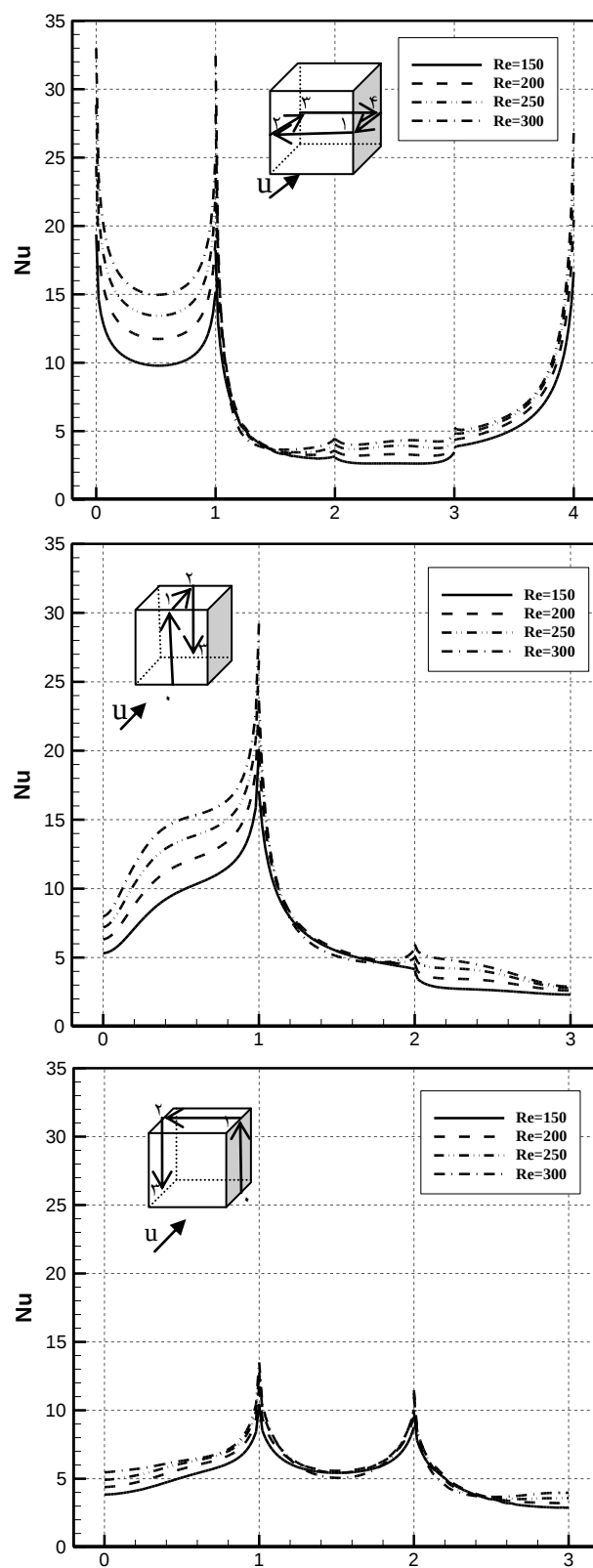
شکل (۴-۱۳) توزیع عدد ناسلت محلی بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب اول در حالت $L=1$ از آرایش هم‌راستا



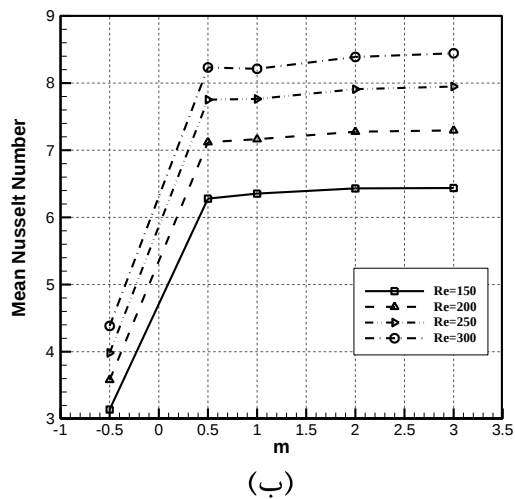
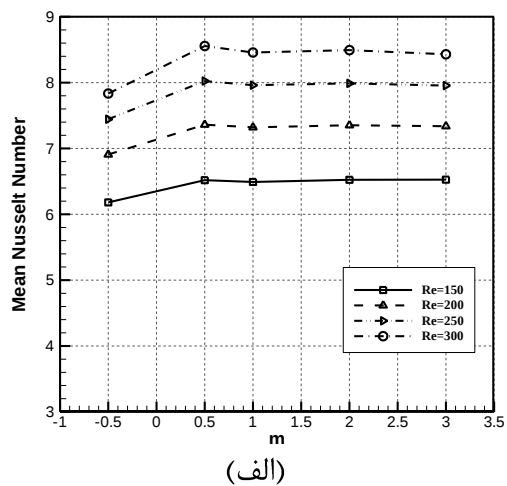
شکل (۴-۱۴) توزیع عدد ناسلت محلی بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب دوم در حالت $L=1$ از آرایش هم‌راستا



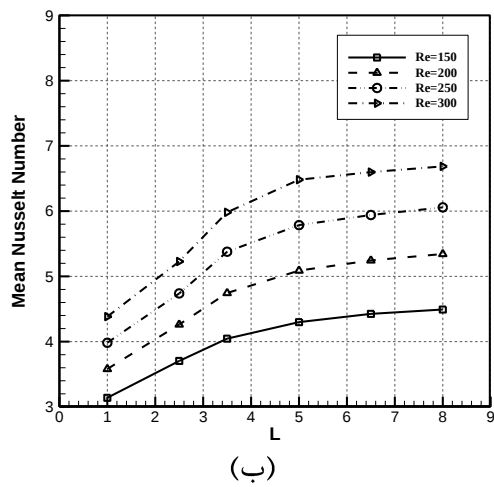
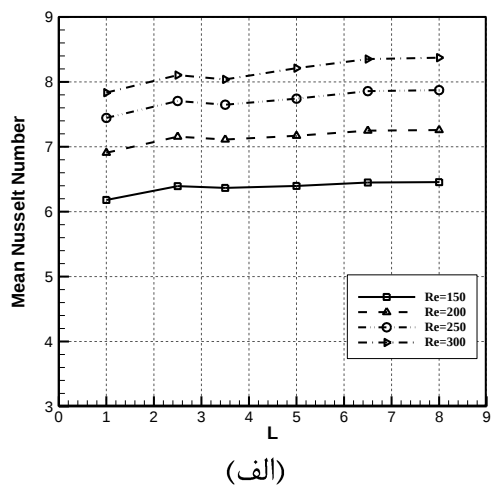
شکل (۴-۱۵) توزیع عدد ناسلت محلی بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب اول در حالت $m=0.5$ و $L=1$ از آرایش غیر هم‌راستا



شکل (۴-۱۶) توزیع عدد ناسلت محلی بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب دوم در حالت $m=0.5$ از آرایش غیر هم‌راستا



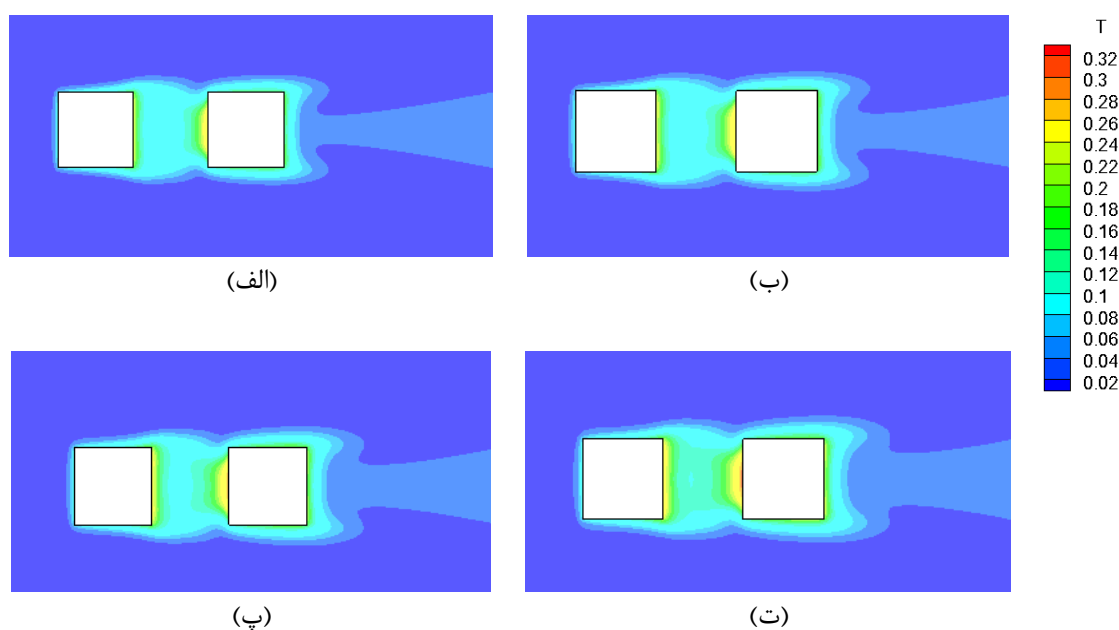
شکل (۴-۱۷) نمودار عدد ناسلت متوسط بر حسب فاصله‌ی عرضی در $L=1$ ،
(الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم



شکل (۴-۱۸) نمودار عدد ناسلت متوسط بر حسب فاصله‌ی عرضی در آرایش هم‌راستا،
(الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم

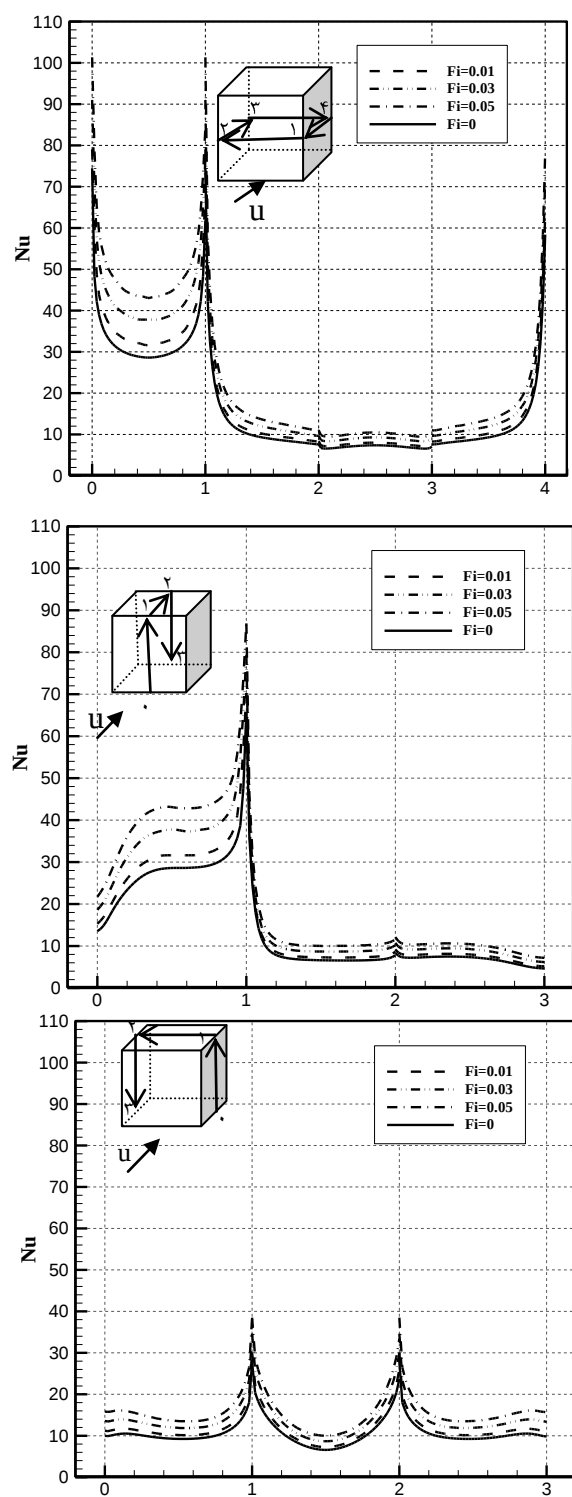
۴-۵- تأثیر نانوسیال در افزایش انتقال حرارت

همانطور که از آزمایشات مختلف توسط محققین بدست آمده است، افزودن نانوذرات به سیال پایه رسانندگی گرمایی این سیالات را به میزان قابل توجهی بالا می‌برد؛ بنابراین انتقال حرارت از دیوارهای تحت شار حرارتی به سیال افزایش یافته و باعث کاهش ضخامت لایه مرزی می‌شود.

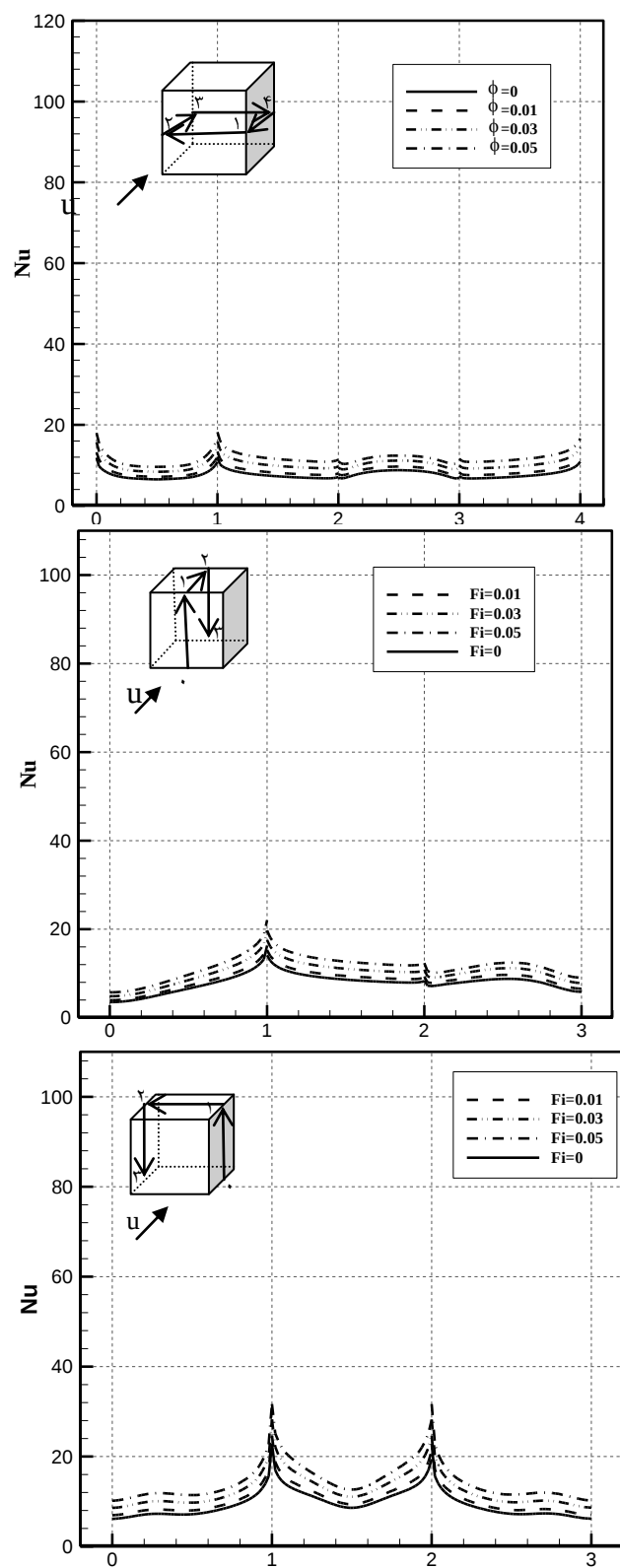


شکل (۴-۱۹) توزیع دمایی بی بعد در حالت $L=1$ از آرایش هم‌راستا، (الف) $\phi = 0$ ، (ب) $\phi = 0.01$ ، (پ) $\phi = 0.03$ ، (ت) $\phi = 0.05$

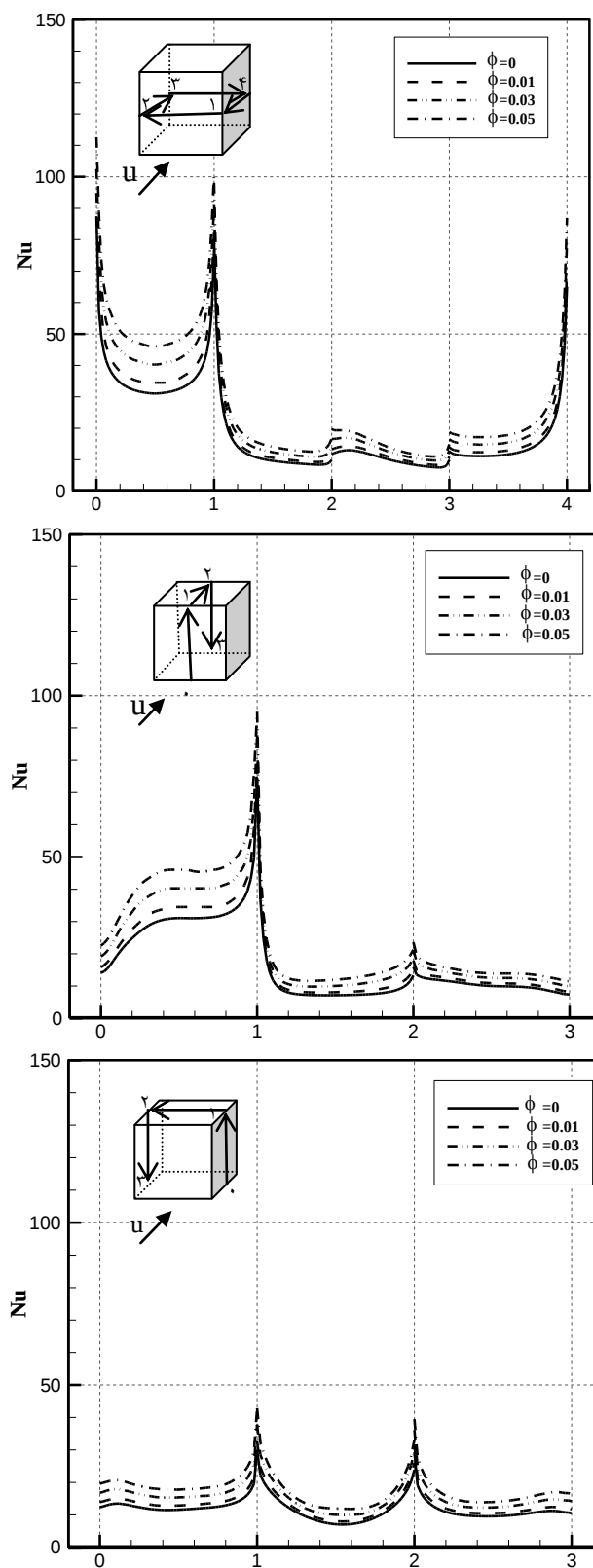
افزایش میزان انتقال حرارت سیال با افزودن نانوذرات در درصد حجمی‌های مختلف، با بررسی نمودارهای ناسلت محلی و متوسط روی وجوه مکعب‌ها با وضوح بهتری قابل مشاهده است. با بررسی این نمودارها، به عنوان نمونه در حالت $L=1h$ از آرایش هم‌راستا و همچنین حالت $m=0.5h-L=1h$ از آرایش غیرهم‌راستا، مشاهده می‌شود که با افزایش درصد حجمی نانوذرات، میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد.



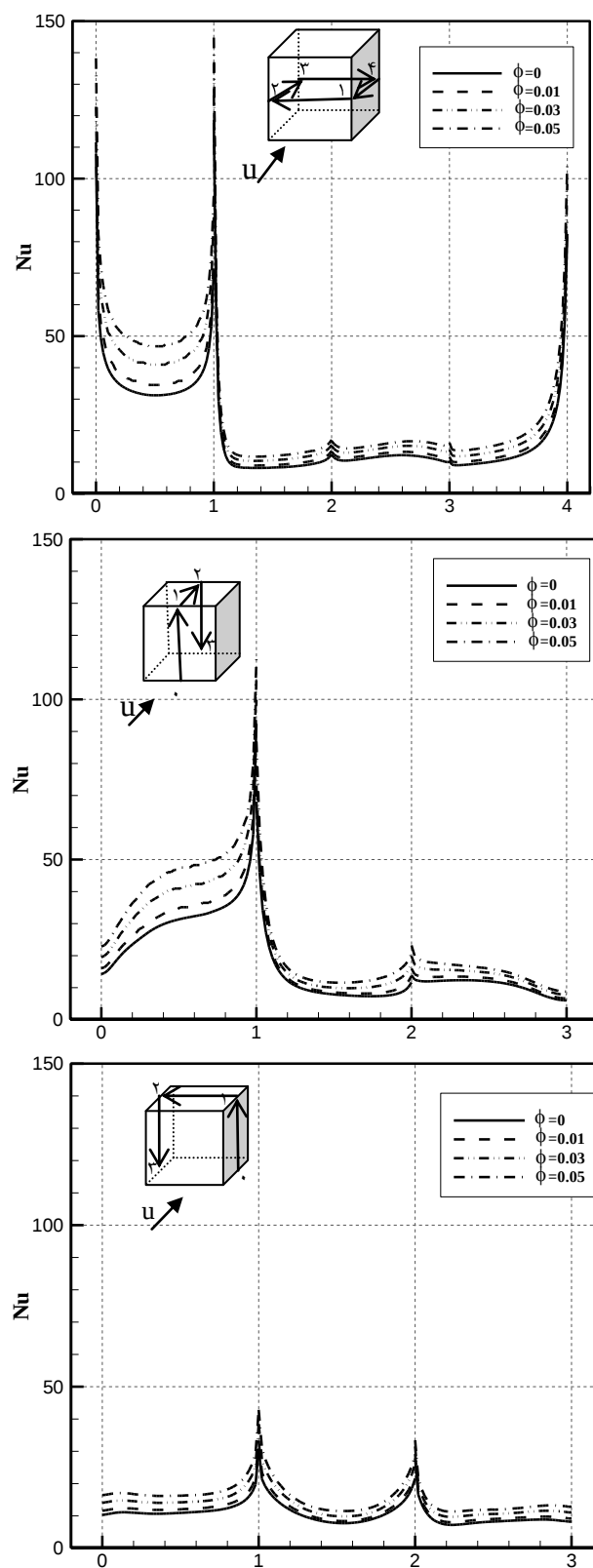
شکل (۴-۲۰) توزیع عدد ناسلت محلی نانوسیال با درصد حجمی های ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد، بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب اول در حالت $L=1$ از آرایش همراستا



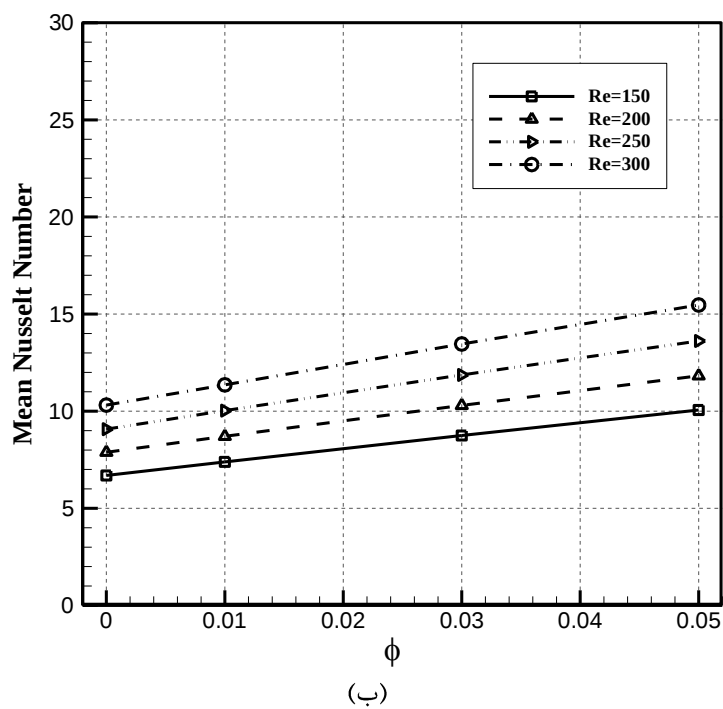
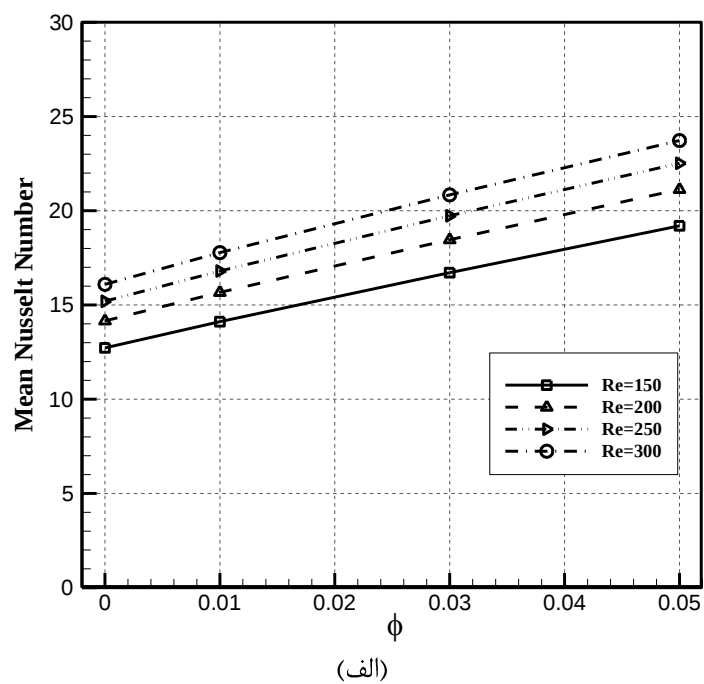
شکل (۴-۲۱) توزیع عدد ناسلت محلی نانوسیال با درصد حجمی های ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد، بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب دوم در حالت $L=1$ از آرایش همراستا



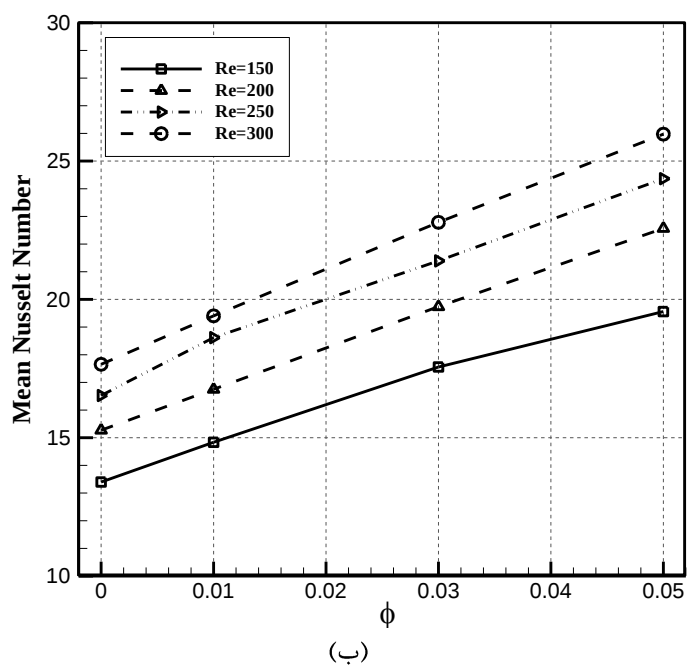
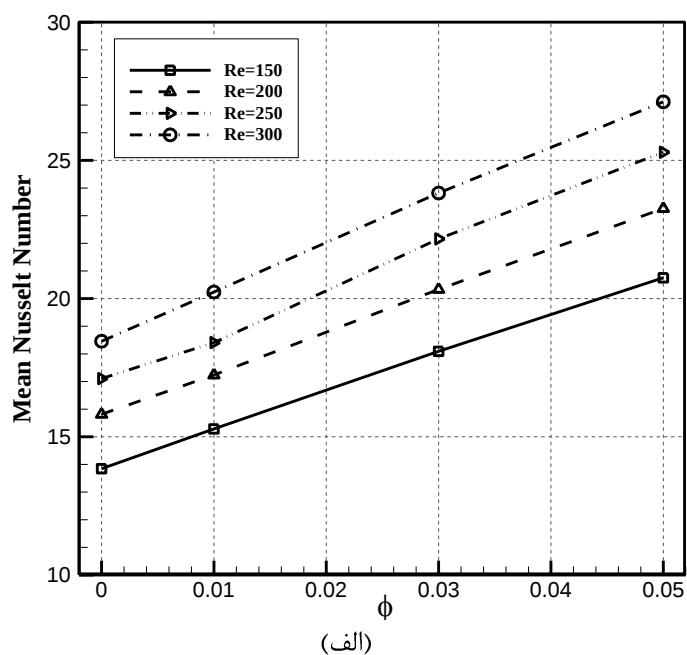
شکل (۴-۲۲) توزیع عدد ناسلت محلی نانوسیال با درصد حجمی های ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد، بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب اول در حالت $m=0.5$ - $L=1$ از آرایش غیرهمراستا



شکل (۴-۲۳) توزیع عدد ناسلت محلی نانوسیال با درصد حجمی های ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد، بر روی مسیرهایی از وجوه مکعب دوم در حالت $m=0.5$ - $L=1$ از آرایش غیرهمراستا



شکل (۴-۲۴) توزیع عدد ناسلت متوسط نانوسیال با درصد حجمی های ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد، در حالت $L=1$ از آرایش هم‌راستا بر روی (الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم



شکل (۴-۲۵) توزیع ناسلت متوسط نانوسیال با درصد حجمی های ۰، ۱، ۳ و ۵ درصد، در حالت $m=0.5$ از $L=1$ از آرایش غیرهمراستا بر روی (الف) مکعب اول، (ب) مکعب دوم

با توجه به نمودارهای توزیع ناسلت متوسط بر روی این دو آرایش مشاهده می شود که شیب نمودار برای هر دو مکعب در هر یک از دو آرایش همراستا و غیرهمراستا برای اعداد رینولدز مختلف تقریباً یکسان است. بر این اساس میزان افزایش انتقال حرارت متوسط مشاهده شده در دو مکعب در دو

آرایش نشان داده شده تقریباً در تمامی اعداد رینولدز ارائه شده، برای کسر حجمی ۵٪ در حدود ۵۰٪، کسر حجمی ۳٪ در حدود ۲۸٪ و کسر حجمی ۱٪ در حدود ۹/۵٪ بوده است.

فصل ۵:

جمع‌بندی و پیشنهادها

۵-۱- مقدمه

در این مطالعه انتقال حرارت جابجایی در جریان سه بعدی آرام و پایدار حول دو مانع مکعبی قرار گرفته روی صفحه توسط نانوسیال آب - مس به عنوان خنک‌کننده مورد بررسی قرار گرفته است. از روش حجم محدود و الگوریتم SIMPLE برای حل معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی که در آن ضریب رسانندگی گرمایی مؤثر نانوسیال تابع دماست، استفاده شده است. مکعب‌ها تحت شار حرارتی ثابت بوده و با آرایش‌های مختلف هم‌راستا و غیرهم‌راستا روی صفحه پایه عایق قرار گرفته اند. مسأله برای فواصل طولی (L) و عرضی (m) مختلف، اعداد رینولدز در محدوده ۱۵۰ الی ۳۰۰ و کسر حجمی‌های مختلف در محدوده ۰ تا ۰/۰۵ بررسی شده و تأثیر هر یک از پارامترهای فوق بر خطوط جریان، ضریب درگ، توزیع دما در صفحه‌ی پایه و وجوه مکعب‌ها و اعداد ناسلت محلی و متوسط روی موانع، مورد مطالعه قرار گرفته است.

نتایج بررسی نشان می‌دهد:

- پدیده‌های پیچیده مانند گردابه‌های نعل اسبی، جدایش جریان، اتصال مجدد جریان و گردابه‌های سنجاق‌مانند در اطراف مکعب شکل می‌گیرند که بر روی ویژگی‌های میدان جریان و انتقال حرارت تأثیر می‌گذارند.
- بدلیل پیچیده‌تر و بزرگتر بودن گردابه‌ها حول موانع در آرایش غیرهم‌راستا ضریب درگ که بیشتر تحت تأثیر نیروی فشاری قرار دارد، نسبت به آرایش هم‌راستا بیشتر خواهد بود.
- توزیع دما شدیداً وابسته به ساختار جریان بوده و با تغییر ساختار جریان در آرایش‌های مختلف تغییر خواهد کرد.
- گردابه‌ها سبب به دام انداختن حرارت صفحات گرم توسط جریان شده و انتقال حرارت روی نقاطی از وجوه که به نقطه‌ی تمرکز گردابه‌ها نزدیک‌تر است، کمتر می‌باشد.

- میزان انتقال حرارت حول مانع دوم به دلیل افزایش لایه‌ی مرزی گرمایی جریان پس از عبور از مانع اول و گرم شدن در حرکت به سمت پایین دست کاهش می‌یابد.
- میزان انتقال حرارت حول مانع دوم در آرایش غیر هم‌راستا با فواصل عرضی کم ($m=0.5h$)، بیشتر از میزان انتقال حرارت در آرایش هم‌راستا با فواصل طولی زیاد ($L=1h$) می‌باشد. به همین دلیل، جهت خنک‌کاری بهتر، مناسب‌تر است این موانع به صورت غیر هم‌راستا در کنار یکدیگر قرار بگیرند.
- با افزایش عدد رینولدز انتقال مومنتوم و انرژی تقویت و عدد Nu نیز افزایش می‌یابد.
- با اضافه کردن نانوذرات فلزی مس به سیال پایه‌ی آب شکل خطوط جریان ثابت باقی خواهد ماند.
- با افزایش درصد حجمی نانوذرات، ضریب درگ کل کاهش می‌یابد. علت این امر افزایش ویسکوزیته‌ی مؤثر نانوسیال است.
- با افزودن نانوذرات به سیال پایه و افزایش درصد حجمی ذرات جامد، نرخ انتقال حرارت سیال افزایش می‌یابد.

۵-۱-۱- نوآوری

با توجه به بررسی‌های صورت گرفته توسط سایر نویسندگان، مطالعات کاملی در ارتباط با اثر فاصله‌ی بین موانع در آرایش‌های هم‌راستا و غیر هم‌راستا در انتقال حرارت جا بجایی در جریان آرام صورت نپذیرفته است که در این مطالعه به بررسی آن پرداخته شده است. همچنین بررسی اثر نانوسیال بر روی انتقال حرارت در این هندسه خاص از دیگر جنبه‌های نوآورانه این تحقیق می‌باشد.

۵-۱-۲- پیشنهادها

با توجه به تحقیقات صورت پذیرفته در این پایان نامه، ایده‌های زیر به عنوان موضوعاتی برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد:

- بررسی عددی انتقال حرارت اطراف موانع مکعبی چسبیده به صفحه در جریان درهم.
- بررسی عددی انتقال حرارت اطراف موانع مکعبی چسبیده به صفحه با در نظر گرفتن اثر انتقال حرارت هدایت و تشعشع.
- بررسی عددی انتقال حرارت نانو سیال در حالت غیرنیوتنی در اطراف موانع مکعبی چسبیده به صفحه.
- بررسی عددی انتقال حرارت اطراف موانع مکعبی چسبیده به صفحه همراه با تولیدکننده گردابه^۱ بر روی مکعب.

^۱ - Vortex generator.

مراجع

- [۱] Morris, G. K. and Garimella, S. V. "Thermal wake downstream of a three-dimensional obstacle." *Experimental Thermal and Fluid Science* ۱۹۹۶; ۱۲:۶۵-۷.
- [۲] Young, T. J. and Vafaei, K. "Convective cooling of a heated obstacle in a channel" *International Journal of Heat and Mass Transfer* ۴۱ (۱۹۹۸) ۳۱۳۱-۳۱۴۸.
- [۳] Nakamura, H., Igarashi, T. and Tsutsui, T. "Local heat transfer around a wall-mounted cube in the turbulent boundary layer" *International Journal of Heat and Mass Transfer* ۴۴ (۲۰۰۱) ۳۳۸۵-۳۳۹۵.
- [۴] Wang, K. Ch. and Chiou, R. T. "Local mass/heat transfer from a wall-mounted block in rectangular channel flow" *Heat Mass Transfer* (۲۰۰۶) ۴۲: ۶۶۰-۶۷۰.
- [۵] Timothy J. Young, T. J. and Vafai, K. "Convective flow and heat transfer in a channel containing multiple heated obstacles" *International Journal of Heat and Mass Transfer* ۴۱ (۱۹۹۸) ۳۲۷۹-۳۲۹۸
- [۶] M. Nakajima, H. Yanaoka, H. Yoshikawa, and T. Ota, Numerical Simulation of Three-Dimensional Separated Flow and Heat Transfer around an Array of Surface-Mounted Rectangular Blocks in a Channel, Proc. ASME FEDSM۰۰, Boston, Paper FEDSM۰۰-۱۱۰۰۳, ASME, New York, ۲۰۰۰, ۷۰۸.
- [۷] Martinuzzi, R. J. and Havel, B. "Vortex shedding from two surface-mounted cubes in tandem" *International Journal of Heat and Fluid Flow* ۲۵ (۲۰۰۴) ۳۶۴-۳۷۲
- [۸] Yaghoubi, M. and Velayati, E. "Undeveloped convective heat transfer from an array of cubes in cross-stream direction" *International Journal of Thermal Sciences* ۴۴ (۲۰۰۵) ۷۵۶-۷۶۵.
- [۹] Meinders, E. R. and Hanjalic, K. "Experimental study of the convective heat transfer from in-line and staggered configurations of two wall-mounted cubes." *International Journal of Heat and Mass Transfer* ۴۵ (۲۰۰۲) ۴۶۵-۴۸۲.
- [۱۰] Nakajima, M., Yanaoka, H., Yoshikawa, H., and Ota, T. "Numerical simulation of three dimensional separated flow and heat transfer around staggered surface-mounted rectangular blocks in channel." *Numerical Heat Transfer, Part A*, ۴۷: ۶۹۱-۷۰۸, ۲۰۰۵.
- [۱۱] Farhadi, M., Sedighi, K., and Madani, M. M. "Convective cooling of tandem heated squares in a channel" *Proc. IMechE Vol. ۲۲۳ Part C: J. Mechanical Engineering Science*, ۲۰۰۹.
- [۱۲] Eslami, M., Tavakol, M. M., and Goshtasbirad, E. "Laminar fluid flow around two wall-mounted cubes of arbitrary configuration" *Proc. IMechE Vol. ۲۲۴ Part C: J. Mechanical Engineering Science*, ۲۰۱۰.
- [۱۳] S.M.S. Murshed *, K.C. Leong, C. Yang. A combined model for the effective thermal conductivity of nanofluids. *Applied Thermal Engineering* ۲۹ (۲۰۰۹) ۲۴۷۷-۲۴۸۳.
- [۱۴] W. Yu, S.U.S. Choi, The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: a renovated Maxwell model, *J. Nanoparticle Res.* ۵(۲۰۰۳) ۱۶۷-۱۷۱.

- [١٥] Maxwell, J. C. A Treatise on Electricity and Magnetism. Clarendon Press, Oxford, UK, second edition (١٨٨١).
- [١٦] Bruggeman, D. A. G. Berechnung verschiedener physikalischer konstanten von heterogenen substanzen, I. Dielektrizitätskonstanten und leitfähigkeiten der mischkörper aus isotropen substanzen. Annalen der Physik, Leipzig, ٢٤,٦٣٦–٦٧٩ (١٩٣٥).
- [١٧] Hamilton, R. L. and Crosser, O. K. Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems. I&EC Fundam, ١, ١٨٢–١٩١ (١٩٦٢).
- [١٨] Keblinski, P., Phillpot, S. R., Choi, S. U. S., and Eastman, J. A. Mechanisms of heat flow in suspensions of nano-sized particles (nanofluids). International Journal of Heat and Mass Transfer, ٤٥, ٨٥٥–٨٦٣ (٢٠٠٢).
- [١٩] Yu, W. and Choi, S. U. S. The role of interfacial layers in the enhanced thermal of nanofluids: a renovated Maxwell model. Journal of Nanoparticle Research, ٨, no. ١-٢, ١٦٧–١٧١ (٢٠٠٣).
- [٢٠] Yu, W. and Choi, S. U. S. The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: A renovated Hamilton-Crosser model. Journal of Nanoparticle Research, ٦, no. ٤, ٣٥٥–٣٦١ (٢٠٠٤).
- [٢١] Xue, Q.-Z. Model for effective thermal conductivity of nanofluids. Physics Letters A, ٣٠٧, ٣١٣–٣١٧ (٢٠٠٣).
- [٢٢] Kim, J., Kang, Y. T., and Choi, C. K. Analysis of convective instability and heat transfer characteristics of nanofluids. Physics of Fluids, ١٦, no. ٧, ٢٣٩٥–٢٤٠١ (٢٠٠٤).
- [٢٣] Patel, H. E., Das, S. K., Sundararajan, T., Nair, A. S., Geoge, B., and Pradeep, T. Thermal conductivities of naked and monolayer protected metal nanoparticle based nanofluids: Manifestation of anomalous enhancement and chemical effects. Applied Physics Letters, ٨٣, ٢٩٣١–٢٩٣٣ (٢٠٠٣).
- [٢٤] Xuan, Y. and Li, Q. Investigation on convective heat transfer and flow features of nanofluids. Journal of Heat Transfer, ١٢٥, ١٥١–١٥٥ (٢٠٠٣).
- [٢٥] Wang, B.-X., Zhou, L.-P., and Peng, X.-F. A fractal model for predicting the effective thermal conductivity of liquid with suspension of nanoparticles. International Journal of Heat and Mass Transfer, ٤٦, ٢٦٦٥–٢٦٧٢ (٢٠٠٣).
- [٢٦] Kumar, D. H., Patel, H. E., Kumar, V. R. R., Sundararajan, T., Pradeep, T., and Das, S. K. Model for heat conduction in nanofluids. Physical Review Letters, ٩٣, no. ١٤, ١٤٤,٣٠١–١٤٤,٣٠١–٤ (٢٠٠٤).
- [٢٧] Patel, H. E., Sundararajan, T., Pradeep, T., DasGupta, A., Dasgupta, N. and Das, S. K. A micro-convection model for thermal conductivity of nanofluids. PRAMANA | journal of. physics . Indian Academy of Sciences Vol. ٦٥, No. ٥ November ٢٠٠٥, pp. ٨٦٣–٨٦٩
- [٢٨] Putnam, S. A., Cahill, D. G., Braun, P. V., Ge, Z., and Shimmin, R. G. Thermal conductivity of nanoparticle suspensions. Journal of Applied Physics, ٩٩, no. ٨, ٠٨٤,٣٠٨ (٢٠٠٤).

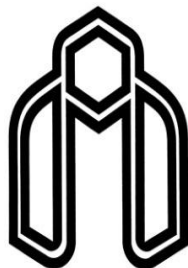
- [٢٩] Koo, J. and Kleinstreuer, C. Impact analysis of nanoparticle motion mechanisms on the thermal conductivity of nanofluids. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, ٣٢, no. ٩, ١١١١–١١١٨ (٢٠٠٥a).
- [٣٠] H. Xie, J. Wang, T. Xi, Y. Liu, Thermal conductivity of suspension containing nanosized Sic particles, *Int. J. Thermophys.* ٢٣ (٢٠٠٢) ٥٧١–٥٨٠.
- [٣١] H. Xie, J. Wang, T. Xi, F. Ai, Thermal conductivity enhancement of suspensions containing nanosized alumina particles, *J. Appl. Phys.* ٩١ (٢٠٠٢) ٤٥٤٨–٤٥٧٢.
- [٣٢] S.K. Das, N. Putra, P. Thiesen, W. Roetzel, Temperature dependence of thermal conductivity enhancement of nanofluids, *Trans. ASME, J. Heat Transfer* ١٢٥ (٢٠٠٣) ٥٤٧–٥٧٤.
- [٣٣] S.K. Das, N. Putra, W. Roetzel, Pool boiling characteristics of nano-fluids, *Int. J. Heat Mass Transfer* ٤٤ (٢٠٠٣) ٨٥١–٨٤٢.
- [٣٤] S.K. Das, N. Putra, W. Roetzel, Pool boiling of nano-fluids on horizontal narrow tubes, *Int. J. Multiphase Flow* ٢٩ (٢٠٠٣) ١٢٣٧–١٢٤٧.
- [٣٥] D. Wen, Y. Ding, Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions, *Int. J. Heat Mass Transfer* ٤٧ (٢٠٠٤) ٥١٨١–٥١٨٨.
- [٣٦] C.H. Li, G.P. Peterson, Experimental investigation of temperature and volume fraction variations on the effective thermal conductivity of nanoparticle suspensions (nanofluids), *J. Appl. Phys.* ٩٩ (٢٠٠٤) ٠٨٤٣١٤.
- [٣٧] Einstein, A. Investigation on theory of Brownian motion. Dover, New York (١٩٥٤).
- [٣٨] H.C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *J. Chem. Phys.* ٢٠ (١٩٥٢) ٥٧١–٥٨١.
- [٣٩] Batchelor, G. The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles. *Journal of Fluid Mechanics*, ٨٣, ٩٧–١١٧ (١٩٧٧).
- [٤٠] Maiga, S. E. B., Nguyen, C. T., Galanis, N., and Roy, G. Heat transfer behaviours of nanofluids in a uniformly heated tube. *Superlattices and Microstructures*, ٣٥, ٥٤٣–٥٥٧ (٢٠٠٤a).
- [٤١] Maiga, S. E. B., Nguyen, C. T., Galanis, N., and Roy, G. Hydrodynamic and thermal behaviours of a nanofluid in a uniformly heated tube. volume ٥ of *Computational Studies*, ٤٥٣–٤٤٢. WIT Press, Southampton, SO٤٠ ٧AA, United Kingdom, Lisbon, Portugal (٢٠٠٤b).
- [٤٢] Tseng, W. and Lin, K.-C. Rheology and colloidal structure of aqueous TiO₂ nanoparticle suspensions. *Material Science and Engineering: A*, ٣٥٥, ١٨٤–١٩٢ (٢٠٠٣).
- [٤٣] Kulkarni, D. P., Das, D. K., and Chukwu, G. Temperature dependent rheological property of copper oxide nanoparticles suspension (Nanofluid). *Journal of Nanoscience and Nanotechnology*, ٤, ١١٥٠–١١٥٤ (٢٠٠٤).

- [۴۴] Xuan, Y. and Li, Q. Investigation on convective heat transfer and flow features of nanofluids. *Journal of Heat Transfer*, ۱۲۵, ۱۵۱-۱۵۵ (۲۰۰۳).
- [۴۵] Maiga, S. E. B., Cong Tam, N., Galanis, N., Roy, G., Mare, T., and Coqueux, M. Heat transfer enhancement in turbulent tube flow using Al_2O_3 nanoparticle suspension. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, ۱۶, no. ۳, ۲۷۵-۲۹۲ (۲۰۰۶).
- [۴۶] Roy, G., Nguyen, C. T., and Lajoie, P.-R. Numerical investigation of laminar flow and heat transfer in a radial flow cooling system with the use of nanofluids. *Superlattices and Microstructures*, ۳۵, ۴۹۷-۵۱۱ (۲۰۰۴).
- [۴۷] Xuan, Y. and Yao, Z. Lattice boltzmann model for nanofluids. *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, ۴۱, no. ۳, ۱۹۹-۲۰۵ (۲۰۰۵).
- [۴۸] Wang, X.-Q., Mujumdar, A. S., and Yap, C. Free Convection Heat Transfer in Horizontal and Vertical Rectangular Cavities Filled with Nanofluids. In *International Heat Transfer Conference IHTC-۱۳*. Sydney, Australia (۲۰۰۶).
- [۴۹] Abu-Nada, E. Application of nanofluids for heat transfer enhancement of separated flows encountered in a backward facing step. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, ۲۹, no. ۱, ۲۴۲-۲۴۹ (۲۰۰۸).
- [۵۰] A.K.Santra, S.Sen, N.Chakraborty, Study of heat transfer due to laminar flow of copper-water nanofluid through two isothermally heated parallel plates, *International Journal of ThermalSciences* ۴۸ (۲۰۰۹) ۳۹۱-۴۰۰.
- [۵۱] H. Heidary, M.J. Kermani, Effect of nano-particles on forced convection in sinusoidal-wall channel, *International Communications in Heat and Mass Transfer* ۳۷ (۲۰۱۰) ۱۵۲۰-۱۵۲۷.
- [۵۲] Y. Xuan, Q. Li, Heat transfer enhancement of nanofluids, *Int. J. Heat Fluid Flow* ۲۱ (۲۰۰۰) ۵۸-۶۴.
- [۵۳] S.Z. Heris, S.Gh. Etemad, M.N. Esfahany, Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer, *Int. Comm. Heat Mass Transfer* ۳۳ (۲۰۰۶) ۵۲۹-۵۳۵.
- [۵۴] K. Kwak, C. Kim, Viscosity and thermal conductivity of copper oxide nanofluid dispersed in ethylene glycol, *Korea-Australia Rheol. J.* ۱۷ (۲۰۰۵) ۳۵-۴۰.
- [۵۵] H. Chang, C.S. Jwo, C.H. Lo, T.T. Tsung, M.J. Kao, H.M. Lin, Rheology of CuO nanoparticle suspension prepared by ASNSS, *Rev. Adv. Material Sci.* ۱۰ (۲۰۰۵) ۱۲۸-۱۳۲.
- [۵۶] Y. Ding, H. Alias, D. Wen, R.A. Williams, Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids), *Int. J. Heat Mass Transfer* ۴۹ (۲۰۰۶) ۲۴۰-۲۵۰.
- [۵۷] S.E.B. Maiga, C.T. Nguyen, N. Galanis, G. Roy, Heat transfer behaviours of nanofluids in a uniformly heated tube, *Superlattices and Microstructures* ۳۵ (۲۰۰۴) ۵۴۳-۵۵۷.
- [۵۸] Tim Behrens. OpenFOAM's basic solvers for linear systems of equations. Solvers, preconditioners, smoothers, February ۱۸, ۲۰۰۹
- [۵۹] مقدمه‌ای بر دینامیک سیالات محاسباتی، نوشته ورسبیگ و مالالاسکرا، ترجمه دکتر محمدحسن شجاعی فرد، دکتر علیرضا نورپور هشتروندی.

Abstract:

In this study convective heat transfer over two heated wall-mounted cubes in three dimensional steady state laminar incompressible fluid flow by Cu-Water nanofluid as a cooler is investigated. Two cubes are under constant heat flux and placed in different tandem and staggered arrangements on a adiabatic base plate. It's used finite-volume method and SIMPLE algorithm to solve continuity, momentum and energy equations for nanofluid that its effective thermal conductivity is dependent on temperature. This subject is studied for different streamwise (L) and spanwise (m) distances between two cubes and $150 \leq Re \leq 300$ and $0 \leq \phi \leq 0.05$. Effects of these parameters are considered on streamlines and drag coefficient as flow characteristics and also distribution of temperature on the base plate and all surfaces of two cubes and local and average Nusselt number as thermal characteristics. The results show that the temperature distribution is strongly dependent on flow structure and varies with any change of flow pattern in different cubes arrangements. In addition it is observed drag coefficient which is influenced more by pressure forces, in staggered arrangement is more than tandem arrangement, because there are more large complex vortices around two cubes in this arrangement. The vortices hold in heat of warm surfaces of cubes; Therefore heat transfer on part of surfaces near more complex vortical region that are more complex is fewer than other part of surfaces. Moreover, It's observed amount of heat transfer increased with adding nanoparticles to the base fluid and increasing particle volume fraction.

Keywords: steady laminar flow-vortical structures- convective heat transfer, constant heat flux, nanofluid.



Shahrood University of Technology
Faculty of Mechanical Engineering

**۲D simulation of laminar flow and heat transfer with
nanofluid around two wall-mounted cubic obstacles**

By

Seyyede Maryam Mousazadeh

Supervisors

Dr. Mohammad Mohsen Shahmardan

Dr. Mousa Farhadi

February ۲۰۱۲