





دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک

رساله دکتری

در رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

مدلسازی و تحلیل دینامیکی ربات پیوسته نرم با عملگر سیال

نگارنده:

بهزاد جانی زاده حاجی

استاد راهنما:

دکتر مهدی بامداد

اسفند ۱۴۰۰

تعهدنامه

اینجانب بهزاد جانی زاده حاجی دانشجوی دوره دکتری رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده رساله **مدلسازی و تحلیل دینامیکی ربات پیوسته نرم با عملگر سیال** تحت راهنمایی دکتر مهدی بامداد متعهد می‌شوم:

- تحقیقات این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محقق‌های دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا افراد دیگر برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

امضاء:



Behzad Janizade

تاریخ: ۱۴۰۱/۴/۱

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود. استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

هدف این رساله ارتقا و ارائه یک روش مناسب برای مدلسازی و تحلیل دینامیکی برای ربات‌های نرم با تغییر شکل بزرگ می‌باشد. توجه به مدلسازی دقیق و هزینه محاسباتی در کنترل ربات‌های نرم بسیار ضروری می‌باشد. مشکل اینجاست که با افزایش دقت در مدلسازی و پیچیدگی معادلات حرکت، هزینه زمانی آن افزایش قابل توجهی می‌یابد. هدف از این تحقیق ارائه روشی است که چالش بین مدلسازی دقیق و زمان محاسباتی ربات نرم را کاهش دهد.

در این پژوهش، عملگر پیوسته‌ی نرم که بر اساس جریان سیال عمل می‌کند به عنوان یک ساختار عمومی و پرکاربرد در حوزه رباتیک نرم مورد توجه می‌باشد. فشار جریان سیال در کانال‌های تعبیه شده در تیر الاستیک موجب تغییر شکل و خمیدگی آن می‌شود. ساختار در نظر گرفته شده در کار فعلی، ساختاری اساسی و پایه‌ای در حوزه‌ی رباتیک نرم می‌باشد و در کاربردهای مختلفی نظیر بازوی رباتیک پیوسته و ربات ماهی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

عملگر نرم به صورت یک سیستم پیوسته تیر اویلر-برنولی با تغییر شکل بزرگ و کرنش غیرخطی مدلسازی خواهد شد تا ماهیت پیوسته ربات نرم حفظ گردد. از آنجا که ربات پیوسته دارای بی‌نهایت درجه آزادی است، از روش مد مفروض در بدست آوردن معادلات دینامیکی استفاده خواهد شد تا بتوان سیستم را به صورت چند مد در نظر گرفت که به سیستم پیوسته شبیه‌تر است. همچنین با استفاده از روش ترکیبی میانگین‌گیری مختلط و روش پیوسته طول کمان، راه حلی برای حل نیمه تحلیلی معادلات حرکت در حالت پایا ارائه خواهد شد تا ضمن حفظ دقت در مدلسازی سیستم، زمان محاسباتی مناسب باشد و ابزاری برای تجزیه و تحلیل ربات‌های پیوسته فراهم گردد. دقت روش پیشنهادی با سه روش عددی (رانگ کوتا مرتبه ۴)، المان محدود غیرخطی و شبیه سازی در نرم افزار انسیس مقایسه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در مقایسه با روش المان محدود غیرخطی حدود یک سوم مدهای مورد نیاز برای دقت یکسان را لازم دارد و در مقایسه با هر سه روش سریع‌تر می‌باشد. زمان حل در روش رانگ کوتا حدود ۲۳ ثانیه، روش المان محدود ۲۸ ثانیه، نرم افزار انسیس ۵۱۸۴۹ ثانیه اما در روش پیشنهادی ۳ ثانیه می‌باشد. همچنین یکی از مزیت‌های روش پیشنهادی این است که با افزایش تعداد شکل مدها هزینه محاسباتی در روش‌های دیگر افزایش چشمگیری داشت اما در روش پیشنهادی این چالش تا حد مناسبی بهبود یافت.

و از طرف دیگر امکان دستیابی به پاسخ فرکانسی سیستم و بدست آوردن تمام جواب‌های دستگاه معادلات غیرخطی بدون نیاز به خطی سازی حول نقاط تعادل فراهم است. در ادامه ضرورت در نظر گرفتن مدلسازی غیرخطی و سیستم چند مد برای ربات‌های نرم نشان داده می‌شود. علاوه بر این،

پایداری سیستم و اثر پارامترهای هندسی و فیزیکی بر کارایی سیستم بررسی خواهد شد. در نهایت یک ربات ماهی نرم که در آن از عملگر سیال پیشنهادی به عنوان باله دمی و سیستم رانش استفاده شده، با روش پیشنهادی مدلسازی و بررسی می‌شود تا کارایی روش پیشنهادی در مدلسازی و تحلیل در حوزه رباتیک نرم سنجیده شود. در این بررسی مشخص شد عدد استروهاال ربات ماهی با عملگر سیال پیشنهادی در محدوده ماهی‌های واقعی است و نسبت به ربات‌های پیشنهادی در مراجع بهبود یافته بود. همچنین نتایج نشان می‌دهد که استفاده از فرکانس رزونانس به عنوان فرکانس کاری ربات ماهی می‌تواند موجب کارایی بیشتر ربات شود.

کلمات کلیدی : عملگر نرم با جریان سیال، سیستم پیوسته غیرخطی، روش مد مفروض، روش میانگین گیری مختلط، روش پیوسته طول کمان، ربات ماهی نرم.

- Steady-state dynamic analysis of a nonlinear fluidic soft actuator

Behzad Janizadeh Haji, Mahdi Bamdad

Journal of Vibration and Control

- Nonlinear Modeling and Analysis of a Novel Robot Fish
with Compliant Fluidic Actuator as a Tail

Behzad Janizadeh Haji, Mahdi Bamdad

Journal of Bionic Engineering, <https://doi.org/10.1007/s42235-022-00166-4>

فصل ۱ ۱

مقدمه و پیشینه تحقیق ۱

۱-۱- مقدمه ۲

۱-۲- تعاریف، اصول و مبانی نظری ۶

۱-۲-۱- مقدمه ۶

۱-۲-۲- عملگرها در حوزه رباتیک نرم ۷

۱-۲-۳- عملگرهای سیال ۱۳

۱-۲-۴- مدلسازی در حوزه رباتیک نرم ۲۹

۱-۳- مرور تحقیقات انجام شده ۳۴

۱-۴- اهمیت رساله ۴۱

۱-۵- ساختار تنظیم رساله ۴۶

فصل ۲ ۴۹

مدلسازی عملگر سیال پیوسته ۴۹

۲-۱- مقدمه ۵۰

۲-۲- مدلسازی عملگر نرم خمشی ۵۱

۲-۲-۱- فرضیات حاکم بر مسئله ۵۲

۲-۲-۲- مدلسازی در حوزه الاستیک ۵۳

۲-۲-۳- مدلسازی در حوزه جریان سیال ۵۷

فصل ۳ ۶۱

حل معادلات حرکت ۶۱

۳-۱- روش مد مفروض ۶۲

۲-۳- انتخاب شکل مدهای مناسب برای تغییر شکل سیستم..... ۶۶

۳-۳- حل معادلات حرکت با روش میانگین‌گیری مختلط..... ۶۶

۴-۳- حل معادلات حرکت در حالت تک مد به کمک روش میانگین‌گیری مختلط..... ۶۸

فصل ۴ ۷۱

تجزیه و تحلیل نتایج عملکرد سیال نرم ۷۱

۱-۴- اعتبار سنجی و مقایسه با سایر روش‌ها..... ۷۲

۲-۴- بررسی اثر مدلسازی سیستم به صورت چند مد ۷۶

۳-۴- مقایسه مدل سازی خطی و غیرخطی ۷۷

۴-۴- بررسی اثر پارامترها بر رفتار سیستم ۸۲

فصل ۵ ۸۹

کاربرد عملکرد سیال نرم در ربات ماهی ۸۹

۱-۵- مقدمه ۹۰

۲-۵- مدلسازی باله ربات ماهی ۹۲

۳-۵- مدلسازی حرکت طولی ربات ماهی ۹۷

۴-۵- مانورپذیری ربات ماهی ۹۸

فصل ۶ ۱۰۱

تجزیه و تحلیل نتایج ربات ماهی ۱۰۱

۱-۶- اعتبار سنجی ۱۰۲

۲-۶- رفتار غیرخطی ربات ماهی ۱۰۴

۳-۶- بررسی اثر پارامترها بر عملکرد ربات ماهی ۱۱۰

۴-۶- مانورپذیری ربات ماهی ۱۱۹

فصل ۷ ۱۲۳

نتیجه گیری ۱۲۳

۱۲۴ ۱-۷- جمع بندی

۱۲۶ ۲-۷- پیشنهاد برای کارهای آینده

۱۲۷ فصل ۸

۱۲۹ پیوست ها

۱۳۰ پیوست الف: مدلسازی در حوزه الاستیک

۱۳۲ پیوست ب: مدلسازی در حوزه سیال

۱۴۳ فصل ۹

۱۴۳ مراجع

فصل ۱

مقدمه و پیشینه تحقیق

همواره پس از ظهور علم رباتیک، به علت افزایش روزافزون کاربردهای رباتیک در حوزه‌های مختلف نظیر صنعت و پزشکی، محیط‌های مختلف غیر قابل دسترس و خطرناک، اجرای عملیات‌های پیچیده و نیز نیاز به دقت و سرعت بالا در این کاربردهای سبب توسعه و پیشرفت چشمگیر در این علم شده است. اولین نسل ربات‌های صنعتی ربات‌های صلب می‌باشند که از بازوها و مفاصل صلب ساخته شده‌اند. ابتدا ربات‌های سری که یک زنجیره سینماتیکی به هم پیوسته از لینک‌های صلب هستند ساخته شدند. ساختار ساده، قابلیت مدل‌سازی مناسب به همراه توان محاسباتی کم مورد نیاز در این گونه ربات‌ها باعث شده تا این ربات‌ها جای خود را در بسیاری از کاربردها باز نمایند. اما محدودیت‌هایی نظیر فضای کاری محدود، وزن زیاد (نسبت فضای کاری به وزن پایین)، ظرفیت حمل بار پایین و ... در این ربات‌ها وجود داشت. با گسترش روزافزون استفاده از ربات‌ها در کاربردهای مختلف، نیاز به ساختارهایی که محدودیت‌های ربات‌های سری را نداشته و ویژگی‌های خاصی نظیر دقت و شتاب زیاد و قابلیت حمل بار زیاد را داشته باشند، بیش از پیش حس می‌شد. به این منظور ربات‌های موازی به کار گرفته شدند که از زنجیره‌های سینماتیکی بسته تشکیل شده است که چند بازو باهم و به صورت موازی در حرکت دخیل می‌باشند. ربات‌های موازی با توجه به دارا بودن چند حلقه بسته سینماتیکی، سختی بیشتری را در قیاس با ربات‌های سری دارند. در نتیجه می‌توان نیروهای بزرگ‌تری را به آن‌ها اعمال کرد و سرعت و شتاب‌های بالاتری را انتظار داشت. از طرف دیگر در این ربات‌ها هر شاخه در تحمل قسمتی از بار سهیم است و این باعث می‌شود تا سیستم در عین مصرف انرژی کمتر، بتواند بارهای سنگین‌تری را جا به جا نماید [۱].

اما پیچیدگی‌های محاسباتی ربات‌های موازی و به خصوص وجود نقاط تکیه و نیز وجود چند جواب در تحلیل این گونه ربات‌ها، کنترل ربات‌های موازی را با چالش‌هایی مواجه می‌کند. مهم‌ترین ضعف ربات‌های موازی محدودیت در فضای کاری آن‌ها است. این محدودیت به دلیل برخورد بازوها به یکدیگر است. ضمن این که این ربات‌ها در موقعیت‌های تکیه، سختی خود را از دست می‌دهند و به همین دلیل

ممکن است یک درجه آزادی غیرقابل کنترل به دست آورند و در نتیجه موجب حرکت‌های غیر دلخواه می‌شوند [۲۱].

در واقع این ربات‌ها (سری یا موازی) به علت ماهیت صلب لینک‌ها و محدودیت درجه آزادی برای این طراحی شده‌اند تا در یک محیط کاملاً شناخته شده یک مسیر توصیف شده‌ی تکراری را با دقت زیاد دنبال کنند. همچنین لینک‌های صلب دارای اینرسی بالایی هستند در نتیجه زمان زیادی برای انجام حرکت نیاز دارند و توان مصرفی بالایی برای محرک‌ها استفاده می‌شود [۲].

کاربردهای جدید در حوزه‌های مختلف امداد، صنعت، پزشکی و ... نیازمند ربات‌های با قدرت مانور بیشتر و قابلیت تطبیق پذیری بیشتر با محیط اطراف و جسمی که با آن در ارتباط هستند و کاهش امکان آسیب زدن به انسان می‌باشد. مثلاً عملیات تجسس و امداد در مناطقی که دستخوش حوادث طبیعی شده‌اند، حوادث داخل معدن و حملات تروریستی از جمله وظایف پرخطری هستند که جان امدادگران را تهدید می‌کنند. انجام عملیات در این مناطق توسط ربات‌ها نیازمند قدرت مانور بالا برای کار در محیط‌هایی با فضای کار محدود است. در نتیجه ربات‌های صلب مورد استفاده در صنایع و خطوط تولید برای انجام چنین وظایفی مناسب نیستند. استفاده از بازوان صلب در ربات‌های رایج صنعتی و اتصال آن‌ها توسط مفاصل دورانی و یا خطی به یکدیگر باعث شده است که این ربات‌ها برای انجام عملیات تجسس در محیط‌هایی با فضای کار محدود نیازمند به کارگیری درجات آزادی بالا باشند. افزایش درجات آزادی ربات‌های صلب نیز باعث بزرگ شدن ابعاد و وزن ربات می‌گردد و خطر ریزش آوار را در مناطق آسیب دیده افزایش می‌دهد. همچنین با توجه به طول زیاد لینک‌های این گونه ربات‌ها قابلیت نفوذ به حفره‌های تنگ و پر پیچ و خم بسیار کم می‌شود.

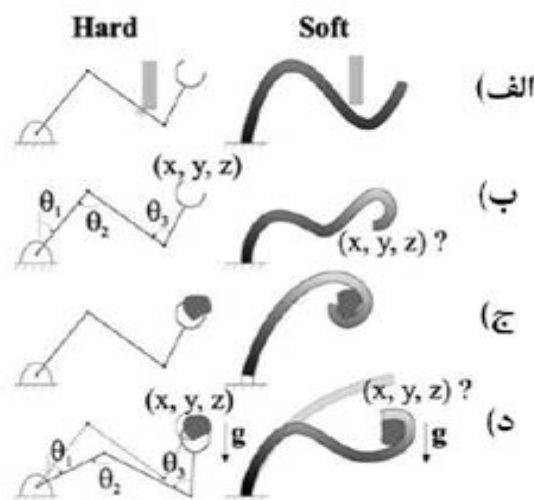
برای حل محدودیت‌های ربات‌های مرسوم در ابتدا ربات‌های با درجه افزونگی سینماتیکی پیشنهاد گردید. درجه‌ی افزونگی سینماتیکی در ربات‌های سخت هنگامی حاصل می‌شوند که تعداد مفاصل در آنها افزایش یابد. بعبارت دیگر، این ربات‌ها دارای درجات آزادی بیشتر از نیاز ربات در فضای کاری است. این نوع ربات‌ها برای محیط‌های ناشناخته مفید بوده و باعث افزایش قدرت مانور ربات در برابر موانع

متعدد می‌گردد [۲،۳].

پژوهشگران با الهام از طبیعت و مشاهده تنوع و گوناگونی حرکات حیواناتی از قبیل مار، خرطوم فیل و بازوی اختاپوس به فکر طراحی بازوی موثرتری با تفاوت‌های ساختاری بیشتر نسبت به بازوی دارای درجه افزونگی سینماتیکی افتاده‌اند [۴،۲]. این مشاهدات باعث شد تا محققان ساخت ربات‌های بدون مفصل را مورد مطالعه قرار دهند و از عضوهای انعطاف‌پذیر در آن‌ها استفاده کنند. این ربات‌ها به علت ساختار نرم و افزونگی درجه آزادی قادر به انجام کارهای بسیار ظریف در محیط‌های ناشناخته می‌باشند [۳]. از مزایای بازوهای پیوسته نسبت به بازوهای رباتیکی صلب می‌توان به تطبیق پذیری بازوهای پیوسته با جسمی که با آن در ارتباط هستند اشاره کرد، ساختار انعطاف پذیر این گونه بازوها باعث می‌شود که خطر آسیب رسیدن به اجسام ترد و شکننده به حداقل برسد. همچنین ساختار منعطف بازوهای پیوسته آنها را قادر می‌سازد تا در مجراهای کوچک وارد شوند و به انجام عملیات بپردازند.

در این مکانیزم‌ها، برخلاف ربات‌های معمولی و یا ابرافزونه [۵،۴]، حرکت بر اساس مفاصل انجام نمی‌شود [۶]. در واقع، حرکت مکانیزم‌های پیوسته بر مبنای تغییر شکل اجزاء آن انجام می‌گردد. همچنین در ربات‌های پیوسته بر خلاف ربات‌های با درجه آزادی کم، تغییر شکل ربات فقط ناشی از عملگرها نمی‌باشد بلکه به بار خارجی نیز مربوط می‌شود.

شکل زیر مقایسه‌ای از ساختار هندسی ربات‌های نرم و سخت و شماتیکی از مزایای ربات پیوسته نسبت به ربات‌های صلب را ارائه می‌کند [۲]. در قسمت اول نحوه‌ی عملکرد دو نوع ربات در هنگام برخورد با یک مانع نشان داده شده است. ربات صلب برای کار در این فضا دچار مشکل می‌شود در حالی که ربات پیوسته به دلیل انعطاف‌پذیر بودن بازوهای آن به راحتی از مانع عبور می‌کند. شکل دوم این نکته را تایید می‌کند که موقعیت‌یابی انتهای ربات پیوسته به دلیل مشخص نبودن شکل دقیق آن دشوارتر از ربات صلب می‌باشد. شکل سوم چگونگی استفاده از بازوی ربات پیوسته را برای گرفتن جسم نشان می‌دهد. در نهایت در شکل آخر دشواری تعقیب مسیر انتقال بار در ربات‌های پیوسته در مقایسه با ربات‌های صلب نشان داده شده است.



شکل ۱-۱ مقایسه توانایی ربات‌های سخت و نرم (الف) چالاکي (ب) شناسایی موقعیت (ج) برداشتن بار (د) انتقال بار [۲].

باتوجه به خصوصیات ویژه مکانیزم‌های پیوسته، کاربردهای متنوعی همچون اجرای عملیات جراحی [۷، ۸] و گیرش اجسام مختلف [۹] برای ربات‌های پیوسته در نظر گرفته شده‌اند. برخی از این کاربردها در ادامه توضیح داده می‌شود [۱۰]:

رابط در تعاملات انسان و ربات

ربات‌های پیوسته به علت ماهیت انعطاف‌پذیر، قابلیت تغییر شکل آسان و تطابق یافتن با سطوح منحنی و غیرمنظم، برای جاهایی که ربات در تعامل با انسان است مناسب می‌باشند.

حرکت و اکتشاف

ربات‌های پیوسته قادر به انجام حرکتهایی هستند که در ربات‌های معمول دیده نمی‌شود لذا برای حرکت و اکتشاف در محیط‌های ناشناخته مناسب می‌باشند. همچنین در محیط‌های مانند زیر آب که ربات‌های صلب با مشکلاتی مواجه هستند ربات‌های پیوسته بهتر و با اطمینان بیشتر می‌توانند عمل نمایند.

جابجایی اشیاء

ربات‌های صلب به علت درجه آزادی محدود دارای یک محدودیت ذاتی در جابجایی اشیاء می‌باشند اما ربات‌های پیوسته در این مورد مناسب‌ترند و می‌توانند اشیاء شکستنی و ناشناخته را با یک الگوریتم

کنترلی ساده‌تر جایجا کنند.

کاربرد در پزشکی و جراحی

ربات‌های انعطاف‌پذیر ذاتاً با بافت‌های طبیعی بدن انسان و موجودات زنده سازگارتر هستند. جراحی یکی از حوزه‌های تحقیقاتی است که ربات‌های پیوسته نرم در این زمینه به خاطر کاهش محدودیت در درجه آزادی کارایی بیشتری دارند.

ربات‌های توانبخشی

سازگاری بیولوژیکی و بیوفیزیکی از شرایط حیاتی برای کمک به انسان به عنوان ربات‌های توانبخشی می‌باشد که در واقع عمده مزیت ربات‌های انعطاف‌پذیر نسبت به ربات‌های صلب معمول می‌باشد. از آنجایی که در ساخت ربات‌های پیوسته از مواد الاستیک و انعطاف‌پذیر استفاده می‌شود به عنوان وسایل پوشش دهنده (جایگزین اندام) برای ایفای نقش‌های مختلف در انسان مناسب می‌باشند. این مواد انعطاف‌پذیر به کار رفته در ربات تنش‌های مکانیکی را جذب می‌کند و احتمال آسیب به ربات و استفاده کننده از آن را کاهش می‌دهد.

۲-۱ تعاریف، اصول و مبانی نظری

۱-۲-۱ مقدمه

از لحاظ تئوری، ماهیت انعطاف‌پذیر یک ربات پیوسته، بی‌نهایت درجه آزادی برای این ربات‌ها فراهم می‌کند. البته در عمل این بینهایت درجه آزادی باید با تعداد محدودی عملگر کنترل شوند. به عبارت دیگر این ربات‌ها با تعداد محدودی ورودی کنترلی باید شکل‌ها و پیکره بندی‌های مختلفی را در محیط‌های کاری مختلف به خود بگیرند [۱۱].

اکثر ربات‌های پیوسته که ربات‌های تک ستون فقره هم نامیده می‌شوند دارای یک اسکلت مرکزی الاستیک می‌باشند که سیستم انتقال حرکت روی آن سوار می‌شوند. از مواد مختلفی برای ساخت این ستون فقرات استفاده شده است نظیر فنرها، میله و تیوپ‌های الاستیک (اغلب آلیاژ سوپر الاستیک نیکل-تیتانیوم).

تیتانیوم)، تیوپ های پلیمری و پلیمرهای ریخته گری شده [۱۲].

دو پارامتر اصلی که در طراحی ربات های پیوسته باید در نظر گرفته شود یکی بازه حرکتی (فضا کاری) و دیگری سفتی می باشند. فضای کاری و سفتی این ربات ها باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا به مکان های مورد نیاز دسترسی یابند و نیرو لازم را وارد نمایند. هر دو این موارد تابعی از ساختار بازوی رباتیک یعنی شکل هندسی سطح مقطع ستون فقرات و جنس مواد آن می باشد. در هنگام خمش، کرنش متناسب با فاصله از تار خنثی سطح مقطع ستون فقرات می باشد. لذا هر چه قطر بازو کمتر و خاصیت الاستیک بیشتر باشد بازه حرکتی بزرگتر خواهد بود. البته هر چه خاصیت الاستیک بیشتر باشد (مدول یانگ کمتر) و نیز قطر سطح مقطع هم کمتر باشد ممان اینرسی سطح مقطع کاهش می یابد. بنابراین بین میزان فضا کاری و سفتی در ربات های پیوسته رابطه وجود دارد و افزایش یکی موجب کاهش دیگری می شود. لذا برای دستیابی همزمان به سفتی و فضای کاری بزرگ از سوپر الاستیک ها که دارای حد تنش الاستیک بالایی هستند به عنوان ستون فقرات استفاده می کنند [۱۳].

۲-۲-۱ عملگرها در حوزه رباتیک نرم

در حوزه ی ربات های نرم، یکی از مهم ترین تنگناها در گسترش تاثیر این ربات ها فقدان محرک های قابل اعتماد می باشد. همچنین محرک ها همواره بر پیچیدگی های سینماتیکی و دینامیکی این گونه ربات ها افزوده اند. عملگرهای دی الکتریک که به وسیله نیروی الکترواستاتیک موجب تغییر شکل بدنه نرم ربات می شوند، آلیاژهای حافظه دار که تحت گرما تغییر شکل می یابند، بازوهای رباتیک تاندونی و کابلی و سیستم هایی که بر اساس جریال سیال عمل می کنند نظیر ماهیچه های پنوماتیکی و تیرهای حاوی شبکه های سیال از جمله سیستم هایی هستند که به عنوان عملگر در ربات های نرم مورد استفاده قرار می گیرند.

عملگرها در ربات های پیوسته به دو دسته درونی (ذاتی) یا بیرونی دسته بندی می شوند. مثلاً رباتی که به وسیله کابل های متصل به یک موتور الکتریکی در پایه ربات هدایت می شود از نوع خارجی ولی

اگر به جای کابل از آلیاژهای حافظه دار استفاده شود از نوع درونی نامیده می شود (موتور در خارج ربات است و این سیستم انتقال قدرت است که متفاوت است. در واقع عملگرهای ذاتی خود بخشی از بدنه و ساختار ربات نرم می باشند. بعبارت دیگر می توان عملگرها را در ربات های نرم از لحاظ ریخت شناسی در دو دسته اصلی طبقه بندی کرد [۱۳، ۱۴]. دسته اول بازوهای با عملگر تاندونی می باشند که از تاندون های با طول متغیر (معمولا کابل ها یا سیم های از جنس آلیاژ حافظه دار) ساخته شده اند. این تاندون ها یا در داخل بازوی نرم جاسازی می گردند یا به وسیله بخشی از بازو نرم مهار می گردند. این مزیت را دارند که یک عمل پیوسته را فراهم می کنند و کابل ها می توانند در نقاطی از ربات نرم متصل گردند که سایر عملگرها قادر نیستند. همچنین از آنجایی که موتورهای قدرتمند امکان جانمایی در خارج از ربات را دارند لذا قابلیت انعطاف پذیری ربات را حفظ می کند. از آنجا که سیستم انتقال قدرت کابل پیوسته می باشد و مشکل ناشی از اتصالات شل یا ساییدگی ناچیز است کنترل سیستم بسیار ساده تر می گردد اما اصطکاک کابل ها می تواند موجب کاهش کنترل پذیری سیستم گردد. در مقایسه با سایر سیستم های عملگری، عملگرهای کابلی دارای اینرسی، وزن و حجم کم می باشند. همچنین زمان پاسخ (عکس العمل) سریع و امکان انتقال نیروهای بزرگ را نیز تضمین می کند.

دسته دوم از عملگرهایی که در تمام طول بازوی نرم توزیع شده اند استفاده می کنند. مزیت اصلی استفاده از عملگرهای پیوسته در بازوهای پیوسته نرم نسبت به عملگرهای تاندونی این است که این سیستم انتقال انرژی : ۱) می تواند وزن کمی داشته باشد و به آسانی به نقاط انتهایی بازو دسترسی یابد (در واقع یک عملگر یکپارچه در طول بازو می باشد) ۲) با تغییر شکل لحظه ای بازو منطبق می باشد ۳) به عضوهای صلب جهت عملکرد نیاز ندارد [۱۳].

در ادامه به برخی از عملگرهای ذاتی پر کاربرد در ربات های پیوسته اشاره شده است:

آلیاژهای حافظه دار^۲

آلیاژهای خاصی هستند که امکان ایجاد تغییر شکل و کرنش‌های خاصی در آنها وجود دارد که این تغییر شکل را حفظ می‌کنند تا اینکه شکل اصلی خود را هنگام گرم شدن بازیابی می‌کنند. آلیاژهای حافظه‌دار به صورت قابل توجه‌ای ابعاد، وزن و پیچیدگی سیستم‌های رباتیکی را کاهش داد. در حقیقت نسبت نیرو به وزن بالا، عمر طولانی، حجم ناچیز، توانایی سنجش^۳ و عملیات بدون سر و صدا امکان استفاده از این تکنولوژی را در رباتیک فراهم می‌کند. اما آنها معمولاً به جریان‌های نسبتاً بالا نیاز دارند و فرآیند انتقال نیز در آنها دارای بازدهی بالا نمی‌باشد. علاوه بر این، خاصیت غیر خطی و پسماند مغناطیسی بالای ناشی از فعال شدن مواد آنها، کنترل با دقت آلیاژهای حافظه‌دار را بسیار مشکل می‌کند.

بخشی از این نقایص با استفاده از پلیمرهای حافظه دار^۴ برطرف می‌شود، که تغییر شکل در آنها مشابه آلیاژهای حافظه‌دار می‌باشد با این تفاوت که می‌توانند از انواع مختلف تحریک‌کننده (علاوه بر الکتریسیته) برای فعال‌سازی استفاده کنند. محرک‌های شیمیایی یا حرارتی، نوری و میدان مغناطیسی بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرند، که نشان دهنده فرآیند انتقال بالاتر در این گونه محرک‌ها می‌باشد، اما زمان پاسخ و عکس‌العمل طولانی‌تر می‌شود. پلیمرهای حافظه دار گروهی از پلیمرهای هوشمند هستند که در چند سال گذشته به علت کاربرد آنها در سیستم‌های میکروالکترومکانیکی و محرک‌های دستگاه‌های بیوپزشکی بیشتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. در کاربردهای مختلف ثابت شده است که پلیمرهای حافظه دار به دلیل انعطاف‌پذیری، سازگاری با محیط زیست و دامنه وسیعی از تغییرات،

Shape Memory Alloys (SMAs)

^۲sensing capability

^۳Shape Morphing Polymers(SMPs)

جایگزینی مناسب برای فلزات می‌باشند.

پلیمرهای الکترواکتیو^۵

یک فناوری جدید و در حال توسعه هستند که تا کنون نشان داده شده است کارایی مناسبی به عنوان عضلات مصنوعی دارند و جایگزینی برای عضلات طبیعی محسوب می‌شوند. آن‌ها دارای چگالی قدرت بیش از عضلات بیولوژیکی هستند، به آسانی مقیاس پذیر و قابل انعطاف هستند، در شکل‌های مختلف قابل ساخت هستند، و برای کاربرد در زمینه روباتیک نرم در بیو شیمی و بیوپزشکی مناسب هستند.

عملگرهای سیال و انعطاف پذیر^۶

اصطلاحی است که برای طیف گسترده‌ای از سیستم‌ها به کار می‌رود. این محرک‌ها با انتقال نیروی فشار سیال به دیواره داخلی موجب ایجاد نیروی کششی یا حرکت خمشی می‌شوند. از جمله عملگرهای سیال پایه، محرک‌های نیوماتیکی می‌باشند که در واقع موتورهای انقباضی و حرکتی خطی هستند که بوسیله فشار گاز فعال می‌شوند. آن‌ها به طور کلی چگالی توان بالایی دارند اما منبع سیال حجیم لازم دارند.

جدول ۱-۱ مقایسه برخی از عملگرهای پیوسته‌ی پرکاربرد در ربات‌های پیوسته از لحاظ خاصیت انطباق پذیری و وزن ساختار را نشان می‌دهد.

^۵Electro active polimer(EAP)

^۶biomimetic

^۷Flexible fluidic actuator

جدول ۱-۱ مقایسه انواع عملگرهای ربات‌های نرم از لحاظ خاصیت انطباق پذیری و وزن ساختار [۱۴]

نوع عملگر	مشخصات کیفی
آلیاژ حافظه دار	آلیاژهای حافظه دار تقریباً دارای قابلیت انطباق پذیری ذاتی نمی باشند. در فاز مارتنزیت قابلیت انطباق ندارند و فاز آستنیتیک فقط تا زمانی که حرارت می‌باید طول می‌کشد. همچنین در صورتی مدارها در خارج سازه ربات قرار گیرند، دارای ساختار کم وزن می‌باشند.
سیال الاستیکی ^۸	بسته به مواد استفاده شده در ساختار این عملگرها که معمولاً پلیمرهای الاستیکی می‌باشند دارای قابلیت انطباق پذیری ذاتی می‌باشند. همچنین سیال به خاصیت انطباق پذیری آنها کمک می‌کند و بر اساس فشار سیال داخل کانال‌ها، به انحنای مختلف دست می‌یابد. همچنین این عملگرها در صورتی که منبع فشار و مدارهای هیدرولیکی در خارج ساختار عملگر قرار گیرند دارای وزن سبکی می‌باشند.
پلیمرها قابل تغییر شکل ^۹	این عملگرها نیز به علت استفاده از پلیمرها در ساختار آنها دارای قابلیت انطباق پذیری ذاتی می‌باشند اما عملیات حرارتی به صورت چشمگیری در حالت پلیمرها تأثیر دارد و در برخی از حالت‌ها پلیمرها سخت‌تر هستند.
پلیمرهای فعال شده بر اساس دی الکتریک- الکتریکی ^{۱۰}	این عملگرها از غشاهای پلیمری فرا الاستیک و الکترودهای قابل کشش استفاده می‌کنند لذا دارای قابلیت انطباق پذیری ذاتی می‌باشند. اگرچه کشش اولیه ممکن است سفتی آن را افزایش دهد. در این عملگر نیز در صورتی که مدارهای ولتاژ بالا در خارج ساختار ربات قرار گیرند دارای وزن کم می‌باشند.
عملگرهای مغناطیسی و الکترو مغناطیسی ^{۱۱}	این عملگرها با استفاده از ذرات فرومغناطیس در یک بستر پلیمری یا کوپل انعطاف- پذیر قادرند مشابه یک عملگر نرم عمل نمایند. در تمام موارد در حالی که ذرات فرومغناطیسی و کوپل قابلیت انطباق پذیری را کاهش می‌دهد، لایه پلیمری وظیفه اصلی انطباق پذیری را ایفا می‌کند.

^۸FEA: Fluidic Elastomeric Actuators

^۹SMP: shape Morphing polymers

^{۱۰}DEAP: Dielectric-Electrically Actuated Polymers

^{۱۱}EMA: Magnetic/Electro-Magnetic Actuators

با توجه به ویژگی‌های ساختاری هر عملگر، محدوده کارایی آنها از لحاظ میزان جابجایی (درصد جابجایی بیشینه به طول عملگر) و نیروهای اعمالی متفاوت می‌باشد. در جدول ۲-۱ عملگرهای ربات‌های نرم از لحاظ محدوده‌ی کارایی با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همان طور که مشخص می‌باشد مقیاس نیروی اعمالی در عملگر سیال بزرگتر از سایر انواع عملگرها می‌باشد.

جدول ۲-۱ مقایسه انواع عملگرهای ربات‌های نرم از لحاظ محدوده‌ی کارایی [۱۴]

عملگر	نیرو	جابجایی (یا کرنش)
SMA	$F \times 10^{-1}$	5-8%
FEA	$F \times 10^2$	<28%
SMP	$F \times 10^1$	10%
DEAP	$F \times 10^0$	40% (یک لایه)
E/MA	$F \times 10^{-4}$	15-25%

در جدول ۳-۱ نیز عملگرهای مختلف از لحاظ دامنه کاربردها و انطباق مشخصه‌های آنها در زمینه‌های مختلف با هم مقایسه شده‌اند. هر یک از کاربردها نیازمند ویژگی‌های خاصی هستند و عملگری که در زمینه‌ای کمترین میزان تناسب را دارد با(*) و بیشترین میزان تناسب با(***) نشان داده شده است.

جدول ۳-۱ مقایسه انواع عملگرهای ربات‌های نرم از لحاظ دامنه کاربرد [۱۴]

عملگر	پزشکی	صنعت	واسط هپتیک	صنعت خودروبی
SMA	*	*	*	*
FEA	***	***	***	***
SMP	**	*	***	**
DEAP	**	**	**	***
E/MA	*	**	*	**

همان طور که از جداول و توضیحات فوق برمی‌آید عملگرهای سیال دارای مشخصه‌های مناسبی

می‌باشند. به همین دلیل در زمینه‌های مختلف در حوزه رباتیک نرم مورد توجه دانشمندان در دهه‌های اخیر بوده است. در ادامه به توضیح بیشتر در مورد عملگرهای سیال پرداخته می‌شود. علاوه بر این عملگرهای سیال امکان ایجاد حرکات مختلف خطی، خمشی، پیچشی و ترکیبی را دارند که در ادامه بیشتر به آن خواهیم پرداخت.

۱-۲-۳ عملگرهای سیال^{۱۲}

۱-۳-۲-۱ مقدمه

عملگرهای مختلفی به عنوان عملگرهای سیال شناخته می‌شوند و دسته بندی مختلفی برای آنها وجود دارد برای مثال عملگرهای نرم پنوماتیکی^{۱۳} و عملگرهای انعطاف پذیر الاستیکی^{۱۴} عملگرهای سیال قابلیت پیش تنظیم دارند یعنی بر اساس نحوه آرایش قسمت‌های قابل کشش و غیر قابل کشش در مختصات خاص می‌توان خمیدگی و جهت حرکت عملگر را در مسیر خاصی تنظیم نمود. لذا در طراحی این عملگرها، وضعیت مکانی اجزا قابل طرح ریزی می‌باشد. از لحاظ انطباق پذیری مکانیکی، این عملگرها دارای نرمی ذاتی می‌باشند اگرچه سفتی این سیستم بر اساس فشار داخلی سیال می‌تواند تغییر یابد. یعنی این محرک‌ها بر اساس تغییر فشار سیال، یک سیستم با سفتی متغیر محسوب می‌شوند. عملگرهای سیال بسیار مقیاس پذیر هستند به عبارت دیگر در اندازه‌های مختلفی قابل ساختن هستند و دارای پیچیدگی کمی می‌باشند. بازدهی انرژی در این عملگرها به نوع سیال استفاده شده در سیستم بستگی دارد. محدوده کارایی این عملگرها، سیستم‌های میکرو و ماکرو را شامل می‌شود و با توجه به فشار داخلی سیال و شرایط محیطی نظیر دما قابل تعیین است. به همین دلیل در زمینه‌های مختلف پزشکی تا صنعت، هر جایی که قابلیت انطباق پذیری ذاتی و سفتی تنظیم پذیر مورد نیاز باشد کاربرد دارند. همچنین مشخصه‌هایی مانند قابلیت برگشت پذیری و تغییر شکل در جهت‌های مختلف،

^{۱۲}Fluidic actuator

^{۱۳}Soft pneumatic actuators

^{۱۴}flexible-fluidic actuators

عملگرهای سیال را گزینه‌ای قابل اطمینان در تعامل انسان و ربات می‌کند.

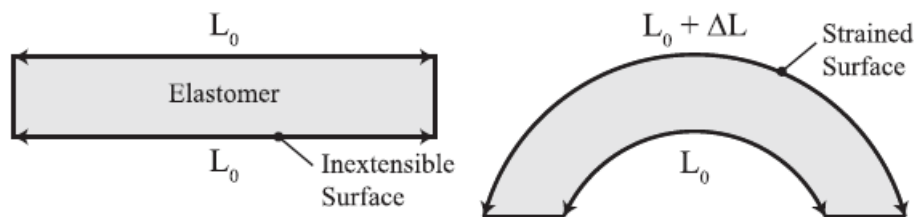
عملگرهای سیال که بر اساس مایع کار می‌کنند رفتار خطی بیشتری نسبت به مدل‌های پنوماتیکی از خود نشان می‌دهند و لذا کنترل آنها ساده‌تر می‌باشند. فرآیند ساده ساخت عملگرهای سیال نیز، موجب توجه بیشتر به این عملگرها در مقایسه با سایر عملگرها شده است و در انواع مختلف کاربردهای پیشرفته رباتیک مورد استفاده قرار گرفته اند. برخی از مشخصات این نوع عملگرها در جدول ۴-۱ بیان شده است:

جدول ۴-۱. مشخصه‌های عملگر سیال [۱۴]

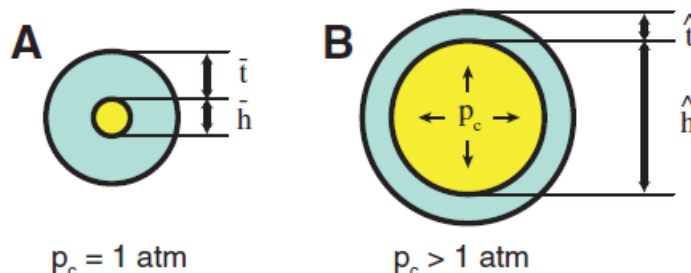
ویژگی	مشخصات کیفی
انطباق پذیری مکانیکی	دارای انطباق پذیری ذاتی، سفتی متغیر قابل دستیابی است
بهینه سازی در طراحی ساختار و ابعاد	بر اساس ابعاد حفره‌های سیال و شکل شبکه‌های سیال قابل تعیین است
مقیاس پذیری	مقیاس پذیر، سادگی در فرآیند ساخت
باردهی انرژی	به ویژگی‌های ساختاری و نوع سیال بستگی دارد
محدوده کارایی	وسیع (از مقیاس میکرو تا ماکرو)
انواع	پنوماتیکی و هیدرولیکی
قابلیت کنترل پذیری	سیستم پنوماتیکی: ضعیف سیستم هیدرولیکی: مناسب

۲-۳-۲-۱ اصول عملکرد یک عملگر سیال

شکل ۲-۱ اصول عملکرد یک عملگر سیال را نشان می‌دهد که چگونه خمش در یک جهت از بازو ایجاد می‌شود. در حالت اولیه، لبه سطوح بالا و پایین عملگر دارای طول یکسان می‌باشند (L_0). وقتی که سطح فوقانی تحت کرنش قرار گیرد طول جدید آن به $L_0 + \Delta L$ می‌رسد در حالی که سطح پایینی بدون تغییر باقی ماند، در نتیجه عملگر خم می‌گردد. خمش یک حرکت پایه ای در ربات های با عملگر سیال می‌باشد.



شکل ۱-۲. نحوه عملکرد یک عملگر برای خمش. یک سطح عملگر تحت کرنش قرار می‌گیرد در حالی که سطح مقابل آن بدون تغییر باقی می‌ماند. تفاوت طول در دو سطح باعث ایجاد خمش می‌گردد [۱۳].
 به منظور ایجاد کرنش در این عملگرها، از فشار سیال استفاده می‌شود. لذا کانال‌هایی شبیه لوله برای هدایت و مسیر جریان سیال در این عملگرها لازم می‌باشد. وقتی جریان در این کانال‌ها برقرار می‌شود، فشار سیال محصور شده موجب ایجاد تنش و به تبع آن کرنش در بدنه بازو می‌گردد. این مفهوم در شکل زیر نشان داده شده است. در این شکل سیال محصور شده در کانال‌ها با رنگ زرد مشخص می‌باشد که فشار آن p_c می‌باشد.



شکل ۱-۳. نحوه ایجاد کرنش ناشی از فشار سیال. (A) سیال که به رنگ زرد نشان داده شده است در داخل کانال‌ها محصور شده است. (B) زمانی که سیال تحت فشار قرار می‌گیرد تنش و کرنش در عملگر ایجاد می‌شود [۱۳].

در ادامه سه نوع عملگر که بر اساس فشار سیال کار می‌کنند از لحاظ ساختاری توضیح داده می‌شوند.

۱-۲-۳ انواع عملگر سیال

سه نوع عملگر سیال از لحاظ ساختاری عبارتند از : ۱) شیاردار^{۴۵} (استوانه ای^۶ و ۳) پلیسه دار^{۱۷} این عملگرها خود می توانند به تنهایی به عنوان ربات های قابل حرکت نظیر ربات ماهی^۸ به کار روند یا یک زنجیره سری از این قطعات یک بازو پیوسته چند عضوی را تشکیل دهند.

عملگر شیاردار

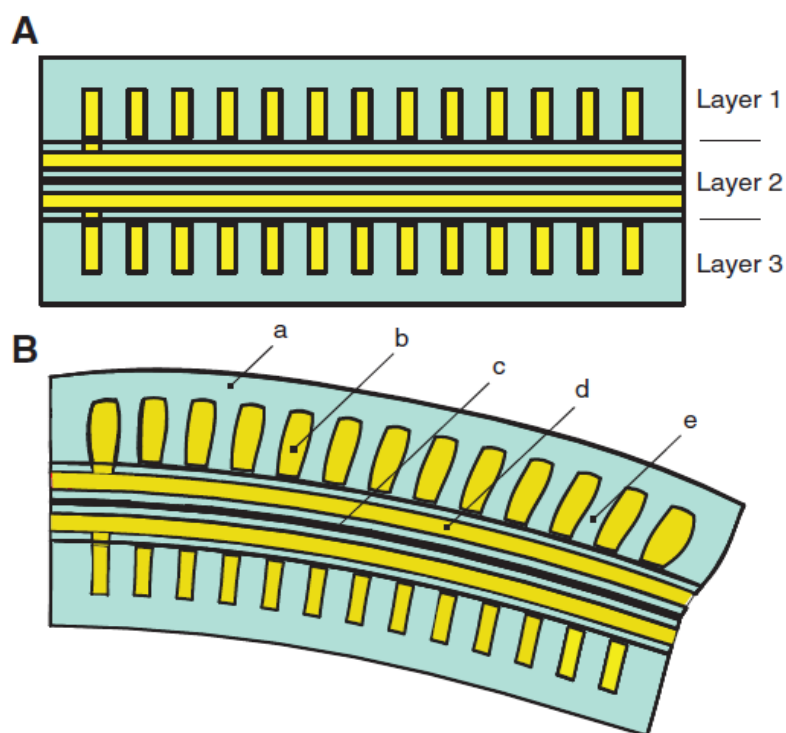
عملگر از نوع شیاردار که محتوی کانال های مستطیلی و از سه لایه تشکیل شده می باشد در شکل ۱-۴ نشان داده شده است. لایه فوقانی توسط لایه مقید میانی که قابلیت کشیدگی ندارد از لایه تحتانی جدا شده است. در این نوع از عملگر سیال، خمش ناشی از فشار در کانال های موافق (قسمت b در شکل) که در لایه های ۱ و ۳ جاسازی شده اند می باشد. بدنه این ساختار (قسمت a در شکل) با فرآیند ریخته گری از ماده نرم الاستیک ایجاد می شود. فشار سیال موجب کشیدگی در کانال های سیال موافق می شود. این تغییر شکل به وسیله یک قید انعطاف پذیر و غیر قابل کشیدگی (قسمت c در شکل) که در لایه میانی وجود دارد موجب ایجاد خمش در عملگر می شود. دندانیهایی که بین کانال ها وجود دارد (قسمت d در شکل) موجب انتقال تنش به محور غیر قابل کشش می شود. کانال های جریان که در هر طرف قید قابل کشش و در لایه میانی وجود دارند موجب کارایی بهتر عملگرهای شیاردار در بازوهای چند بخشی می شوند [۱۳].

^{۱۷}ribbed

^{۴۵}cylindrical

^۶pleated

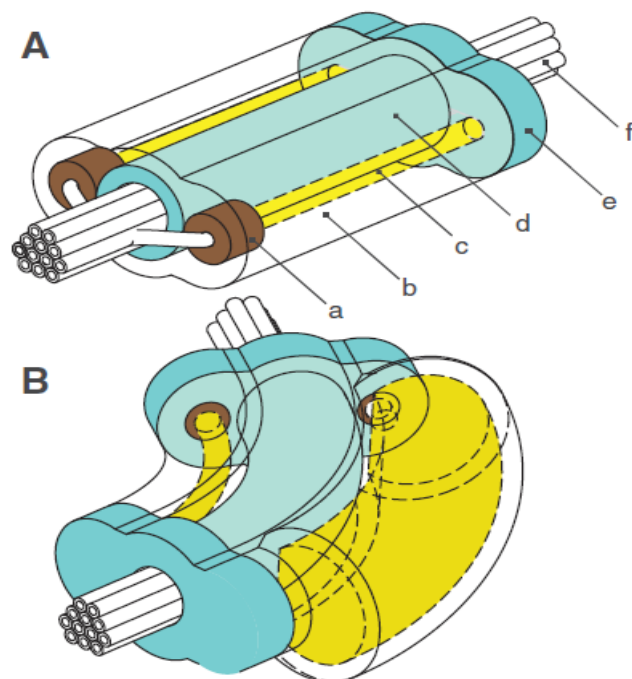
^۸Fish Robot



شکل ۴-۱ ساختار عملگر شیاردار

عملگر سیال استوانه‌ای

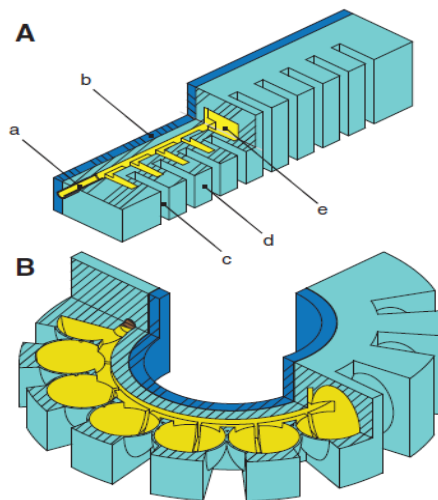
عملگر سیال از نوع استوانه‌ای در شکل ۵-۱ نشان داده شده است. اگر چه شکل ساختاری این عملگر با عملگر شیاردار متفاوت است اما اصول عملکرد آنها مشابه می‌باشد. در عملگر استوانه‌ای به جای لایه‌های مستطیلی و صفحه‌ای از لایه‌های استوانه‌ای هم مرکز به کار رفته است. هر عملگر از سه لایه هم مرکز تشکیل شده است: (۱) لایه نرم خارجی (۲) لایه سخت درونی (قسمت d در شکل) (۳) هسته توخالی (قسمت f در شکل) که در واقع مسیری برای خطوط انتقال جریان فراهم می‌کند. دو کانال استوانه‌ای و پر از سیال (قسمت c در شکل) در پهلوی دورترین لایه قرار داده شده‌اند. این کانال‌ها توسط قطعات لاستیکی سختی با خطوط انتقال جریان مرتبط می‌شوند (قسمت a در شکل). زمانی که فشار اعمال می‌گردد سیال محصور شده موجب تغییر شکل جانبی و طولی در کانال‌ها می‌شود. لایه میانی که از جنس سخت تری می‌باشد به عنوان قید غیر قابل کشش سبب تبدیل کشش ایجاد شده به خمش در عملگر می‌شود [۱۳].



شکل ۵-۱ عملگر استوانه‌ای

عملگر سیال پلیسه‌ای

تصویر عملگر پلیسه‌ای در شکل ۶-۱ نشان داده شده است و شامل مقاطع الاستیکی جدا از هم (قسمت c و d در شکل) و کانال‌های توخالی جاسازی شده در آنها (قسمت e در شکل) می‌باشد. کانال‌ها به یک کانال مرکزی متصل می‌باشند که در ورودی سیستم قابل دسترسی می‌باشد (قسمت a در شکل). وقتی فشار سیال در کانال‌ها جریان می‌یابد (رنگ زرد در شکل) سبب گسترش بالنی شکل پوسته خارجی می‌شود. مشابه عملگر استوانه‌ای، لایه سخت تر سیلیکونی (رنگ آبی در شکل) به عنوان قید غیر قابل کشش عمل می‌کند. مجموع تغییر شکل بالنی منجر به ایجاد خمش در لایه میانی که قابلیت کشش کمتری دارد می‌شود [۱۳].

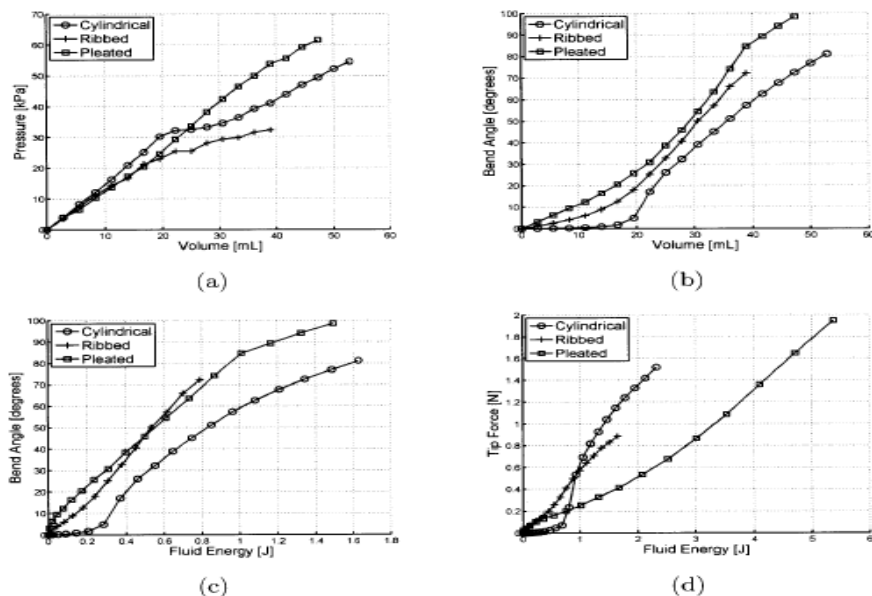


شکل ۶-۱ عملگر پلیسه‌ای

عملکرد و کارایی ساختارهای مختلف

در شکل ۷-۱ مقایسه‌ای از عملکرد و کارایی سه ساختار فوق نشان داده شده است. شکل الف و ب فشار داخل کانال‌ها و میزان خمیدگی عملگرها را بر اساس حجم سیال موجود در کانال‌های عملگر نشان می‌دهد و شکل‌های ج و د میزان خمیدگی و نیروی ایجاد شده در انتهای عمگر را بر حسب انرژی سیال بیان می‌کند. با دقت در این اشکال این نتایج قابل استخراج می‌باشد: اولاً ساختار پلیسه‌ای دارای بیشترین سفتی می‌باشد و پس از آن به ترتیب ساختار استوانه‌ای و شیاردار می‌باشند. ثانیاً ساختار استوانه‌ای دارای زاویه خمشی غیرخطی می‌باشد به طوری که میزان تغییرات خمیدگی در حجم سیال کمتر از ۱۵ میلی لیتر ناچیز ولی غیرخطی می‌باشد اگرچه در حجم سیال بیش از ۲۵ میلی لیتر تغییرات تقریباً خطی می‌باشد. ثالثاً ساختار استوانه‌ای برای ایجاد یک زاویه خمش مشخص به بیشترین مقدار انرژی سیال (انرژی ورودی) نیاز دارد در حالی که ساختار شیاردار و پلیسه‌ای تقریباً به انرژی سیال یکسان و کمتری برای ایجاد همان مقدار خمیدگی احتیاج دارند. رابعاً ساختار پلیسه‌ای نسبت به دو ساختار دیگر برای ایجاد نیروی مشخص در انتهای عملگر به انرژی سیال بیشتری نیاز دارد هر چند که ساختار پلیسه‌ای برای انرژی‌های ورودی بزرگ سازگارتر می‌باشد که در نتیجه می‌تواند نسبت به دو ساختار دیگر بیشترین میزان نیرو در انتهای عملگر را ایجاد نماید [15].

در جدول ۵-۱ مزایا و محدودیت‌های این سه ساختار آمده است.



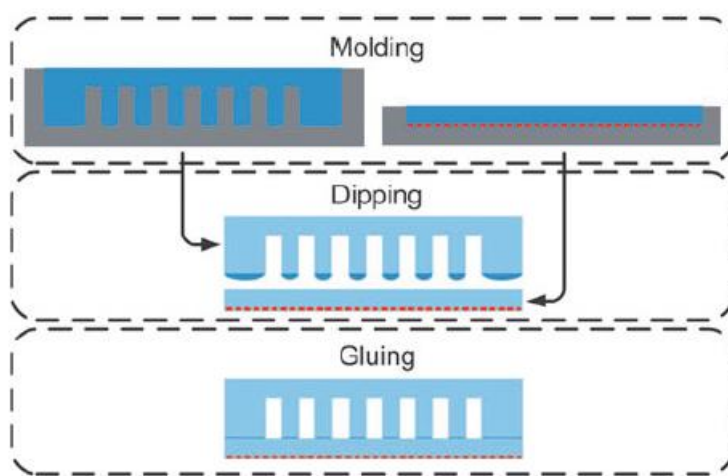
شکل ۱-۷. مقایسه سه عملکرد شیاردار، استوانه‌ای و پلیسه‌ای [15]

جدول ۵-۱ مزایا و محدودیت عملگرهای سیال [15]

محدودیت‌ها	مزایا	ساختار
- به دلیل ساختار لایه‌ای و فرار گرفتن کانال‌ها در داخل آنها، دارای فرآیند ساخت سخت تری می‌باشد. - ساختار سه لایه موجب می‌شود در کرنش‌های بزرگ امکان پارگی در سیستم باشد.	- فیبرهای لایه میانی تنش نرمال را به تار خنثی منتقل می‌کند. - به ازای انرژی ورودی یکسان، خمیدگی بیشتری نسبت به ساختار استوانه‌ای دارد.	شیاردار
- به دلیل ساختار ساده، کرنش جانبی در آن زیاد است. نسبت به دو ساختار دیگر انرژی ورودی بیشتری برای خمیدگی مشخص لازم دارد. - در هنگام خمش، حجم زیاد شده در کانال‌های مخالف باید کاهش یابد که منجر به محدودیت در ایجاد انحنای بزرگتر می‌شود.	- کاملاً از مواد پلاستیک تشکیل می‌شود لذا قابلیت ارتجاعی در آن افزایش می‌یابد. - ساده‌ترین شکل برای ساخت می‌باشد (با توجه به ساختار دو استوانه) - کانال‌های جریان در داخل لایه‌ها نیستند لذا در فشارهای بالا نیز در مقابل پارگی مقاوم می‌باشند.	استوانه‌ای
- ساختار پیچیده‌ای دارد که فرآیند ساخت را مشکل‌تر می‌کند. - برای ایجاد نیروی مشخص در انتهای عملکرد، انرژی ورودی بیشتری نیاز دارد. - اغلب ساختار بزرگتری نسبت به دو ساختار دیگر دارد.	- نسبت به دو ساختار قبلی می‌تواند به انحنای بزرگتری دست یابد. - با توجه به ظرفیت تحمل انرژی ورودی بزرگتر، به نیروهای بزرگتری در انتهای عملکرد می‌توان دست یافت. - احتمال پارگی در سیستم خیلی کم می‌باشد.	پلیسه‌دار

۱-۲-۳-۴ فرآیند ساخت عملگرهای سیال

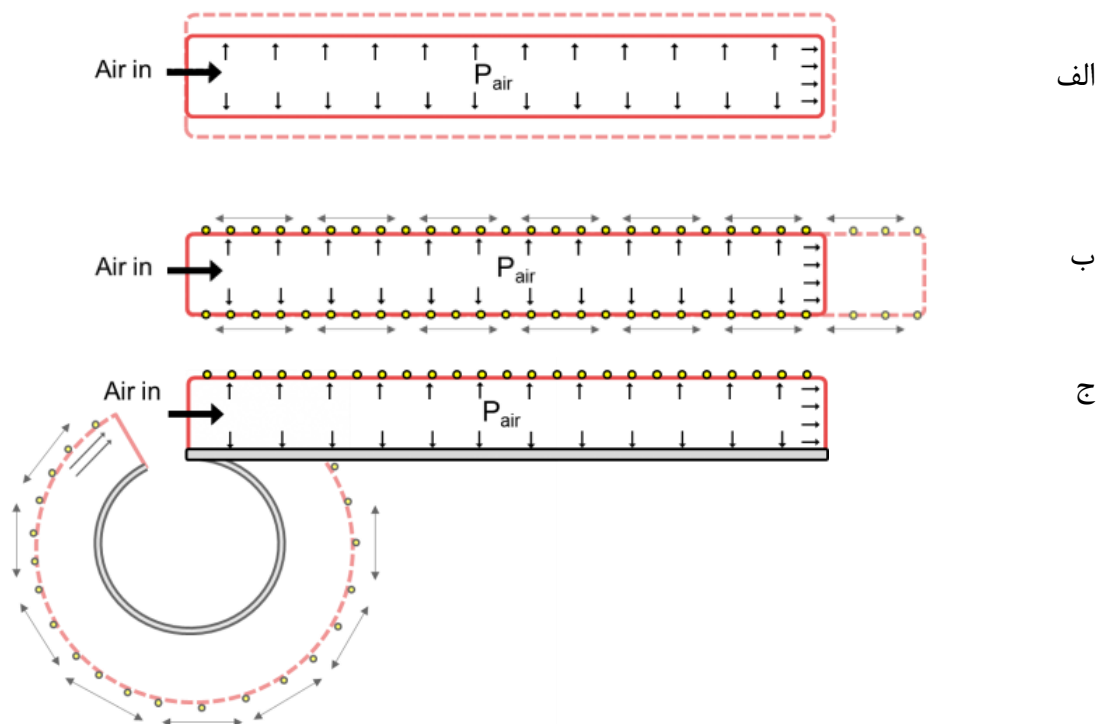
اکثریت قریب به اتفاق عملگرهای نرم با فرآیندهای لیتوگرافی نرم یا شکل دهی با فرآیند رسوب گیری ساخته می‌شوند. برای عملگرهای سیال فرآیند ساخت عموماً دارای سه مرحله می‌باشد : (۱) دو لایه الاستیکی به وسیله فرآیند ریخته گری با مواد الاستیکی و سیلیکونی مذاب شکل دهی می‌شوند. قالب در نظر گرفته شده برای لایه خارجی شامل کانال‌های در نظر گرفته شده برای مسیر سیال می‌باشد. وقتی ریخته گری انجام می‌شود قسمت مخالف این کانال‌ها در لایه خارجی ایجاد می‌شود. قالب استفاده شده برای لایه مقید میانی شامل فیبر یا فیلم‌هایی از پلاستیک می‌باشد تا ویژگی سخت‌تر بود و قابلیت کشیدگی کمتر این لایه فراهم شود. زمانی که مواد الاستیک در قالب ریخته می‌شود این فیبرها در لایه میانی جاسازی می‌شوند. (۲) دو لایه پس از به عمل آمدن و پخته شدن از قالب جدا شده و سطوح اتصالشان با لایه ای نازک از سیلیکون یا ماده الاستیکی خام که برای ساخت لایه استفاده شده پر می‌شود (۳) در نهایت دو لایه به یکدیگر متصل شده و فرآیند پخت هم زمان صورت می‌گیرد. محدودیت اصلی این فرآیند ساخت این است که اساساً دوبعدی است یعنی عملگر نرم پیوسته محدود به تغییر شکل صفحه‌ای است و تغییر شکل سه‌بعدی هر عملگر را محدود می‌کند. در شکل زیر مراحل فوق نشان داده شده است [۱۳].



شکل ۱-۸. مراحل ساخت یک عملگر پیوسته سیال [13]

۵-۳-۲-۱ نحوه ایجاد حرکت‌های مختلف

همان طور که قبلا اشاره شد در واقع عملگرهای نرم سیال شامل یک بدنه از جنس نرم می باشند که فیبرها و صفحات غیرقابل کشش در آن جاسازی می‌شوند و به کمک آرایش مختلف این فیبرها و صفحات غیر قابل کشش (یا دارای قابلیت کشش کمتر از بدنه نرم عملگر) می‌توان حرکات مختلفی خطی، دورانی و پیچشی را در عملگر ایجاد کرد. مثلا در شکل زیر جریان سیال موجب ایجاد کشش در همه جهات در بدنه نرم عملگر می‌شود (شکل ۹-۱-الف). فیبرهای غیر قابل کشش که دور این بدنه نرم جاسازی شده است به عنوان یک قید مانع از کشیدگی شعاعی می‌شود و تنها کشیدگی محوری قابل انجام خواهد بود (شکل ۹-۱-ب). افزودن یک ورقه غیرقابل کشش در یک سمت از عملگر (یا ورقه‌ای با قابلیت کشش کمتر از بدنه نرم عملگر) موجب می‌شود کشیدگی طولی در دو طرف عملگر متفاوت باشد و در نتیجه خمش در عملگر ایجاد گردد (شکل ۹-۱-ج) [۱۶].

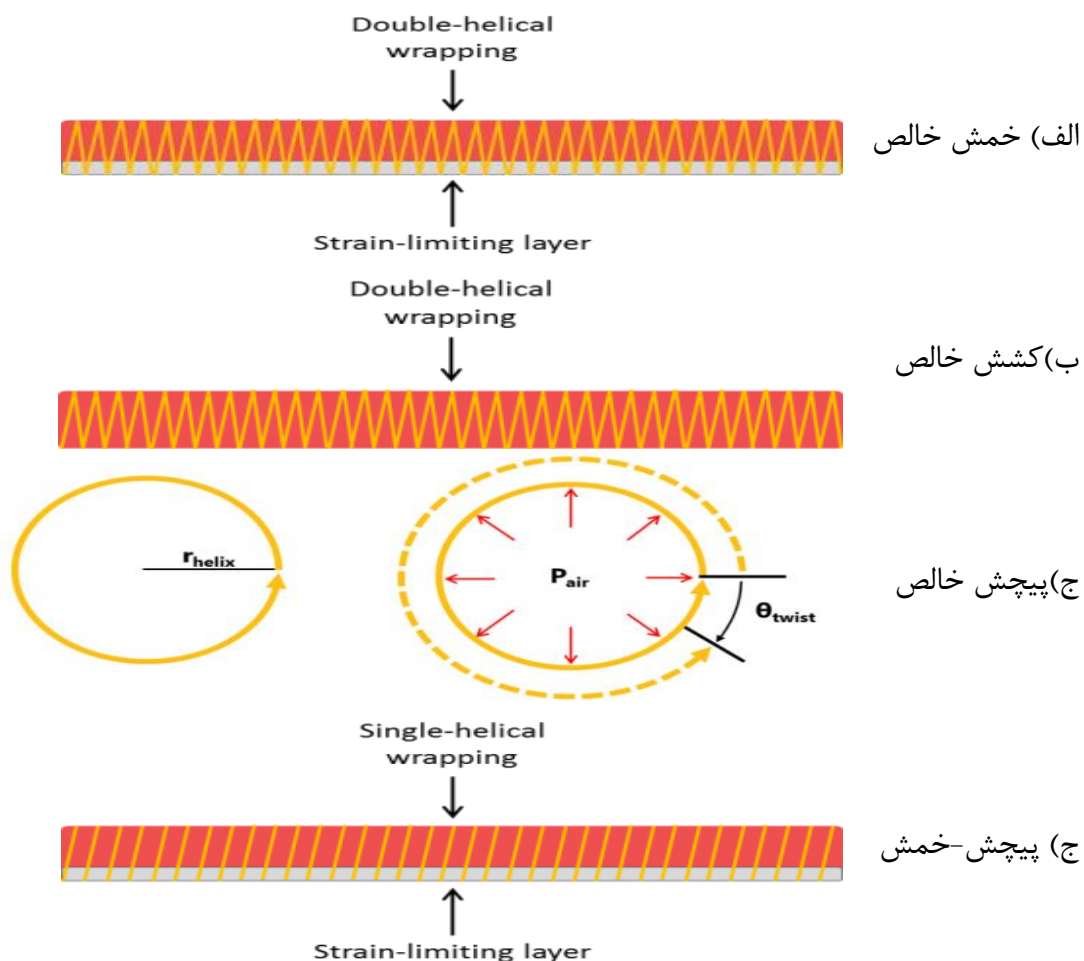


شکل ۹-۱. ایجاد حرکت خمشی در عملگر سیال [۱۶].

همان طور که مشخص است در این حالت فیبرها به صورت متقارن و دوبرل دور عملگر و صفحه غیر

قابل کشش در یک طرف آن قرار گرفته اند. در حالت حرکت خطی، فیبرها به صورت متقارن و دابل دور عملگر قرار گرفته‌اند و دیگر نیازی به صفحه غیرقابل کشش نیست. حال اگر فیبرها در یک جهت (به جای حالت دابل متقارن) دور بدنه‌ی نرم عملگر جاسازی شوند حرکت پیچشی حاصل می‌شود. وقتی بدنه نرم در اثر فشار سیال گسترش می‌یابد قطر فیبرها نیز افزایش خواهد یافت. اما از آنجا که طول فیبرها ثابت می‌باشد، افزایش قطر آنها بایستی با کاهش تعداد حلقه‌های مارپیچ جبران گردد در نتیجه حرکت پیچشی در خلاف جهت پیچش فیبرها ایجاد می‌گردد.

با ترکیب حالت‌های فوق می‌توان حرکات ترکیبی تولید نمود مثلاً با افزودن صفحه محدود کننده به حرکت پیچشی می‌توان حرکت ترکیبی پیچشی-خمشی و بدون صفحه محدود کننده حرکت ترکیبی کشش خطی- پیچش تولید می‌شود. شکل ۱-۱۰ بیانگر سه حرکت خطی، خمشی، پیچشی و حرکات ترکیبی با توجه به آرایش فیبرها و صفحات محدودکننده می‌باشد.



Single-helical
wrapping

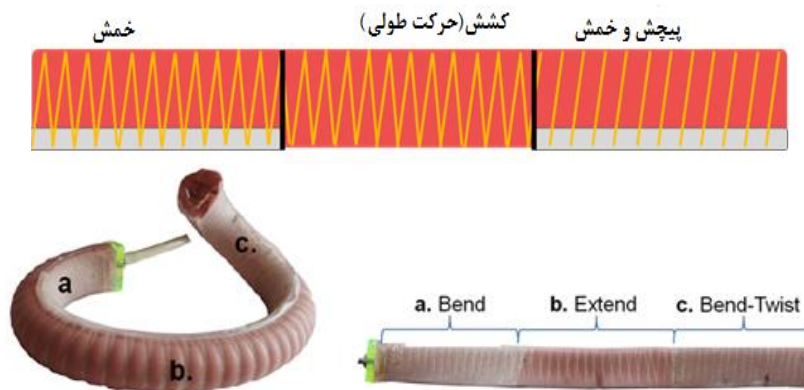
(د) کشش خطی -

پیچش



شکل ۱-۱۰ آرایش فیبرها و صفحات محدود کننده برای ایجاد حرکات مختلف خطی، خمشی، پیچشی و ترکیبی [۱۶].

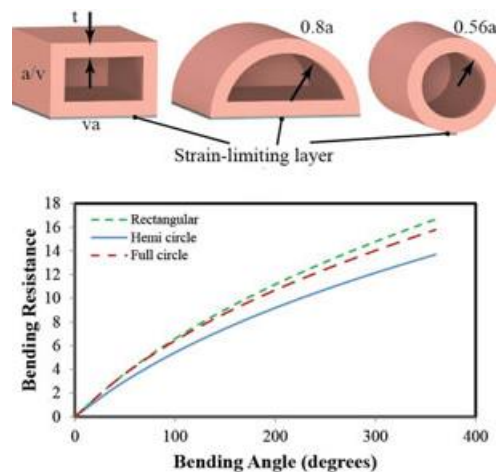
همچنین همان‌طور که در شکل ۱-۱۱ نشان داده شده است می‌توان پیکره‌بندی فیبرها و صفحات محدود کننده را در طول عملگر تغییر داد تا عملگر نهایی در نقاط مختلف دارای رفتار متفاوتی باشد [۱۶].



شکل ۱-۱۱. نمونه ای از عملگر که دارای رفتار مختلف در طول آن می‌باشند [۱۶].

۱-۲-۳-۶ اثر پارامترهای هندسی

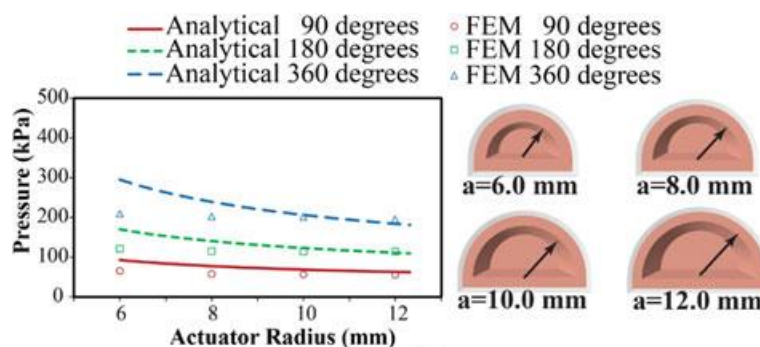
پارامترهای هندسی مانند ضخامت دیواره کانال‌ها، طول عملگر، ابعاد سطح مقطع، جهت و گام پیچاندن فیبرها و میزان پراکندگی آنها در طراحی عملگر نرم قابل تنظیم می‌باشند تغییر هر یک از این پارامترها می‌تواند موجب تغییر چشمگیر در پاسخ سیستم گردد. ابعاد سطح مقطع روی نیروی ناشی از فشار سیال و توزیع تنش در بدنه‌ی نرم عملگر موثر می‌باشد. سه شکل رایج که در عملگرهای نرم مورد استفاده قرار می‌گیرد مستطیلی، دایره و نیم دایره می‌باشند. به ازای ضخامت و مساحت مقطع مساوی شکل زیر نشان می‌دهد مقاومت خمشی مقطع مستطیلی بیشتر است یعنی برای ایجاد خمیدگی به اندازه یکسان، در مقطع مستطیلی فشار بیشتری لازم می‌باشد [۱۷].



شکل ۱۲-۱. بررسی مقاومت خمشی مقاطع مختلف

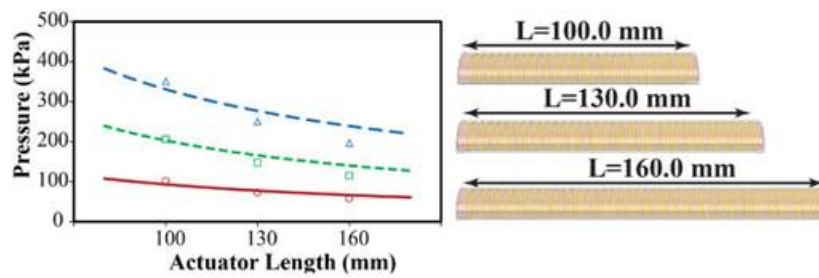
سطح مقطع مستطیلی و دایروی تقریباً دارای بازدهی یکسانی می‌باشند. بر این اساس می‌توان گفت مقطع نیم دایره نسبت به دو شکل دیگر از لحاظ بازدهی و مقاومت خمشی بهتر می‌باشد. همچنین سطح مقطع مستطیلی در هنگام اعمال فشار به شکل نیم دایره تغییر می‌یابد در حالی که دو شکل دیگر، تحت فشار نیز شکل اولیه خود را حفظ می‌کنند. گوشه‌های تیز در مقطع مستطیلی نیز ممکن است موجب تمرکز تنش و شکست در سیستم گردد.

در شکل ۱۳-۱ اثر افزایش سطح مقطع (افزایش شعاع) روی رفتار سیستم نشان داده شده است. همان طور که از شکل مشخص می‌باشد افزایش شعاع مقطع موجب کاهش فشار مورد نیاز برای یک خمش یکسان می‌باشد. علاوه بر این با افزایش شعاع نیروی بیشتری در سر آزاد عملگر دست یافت.



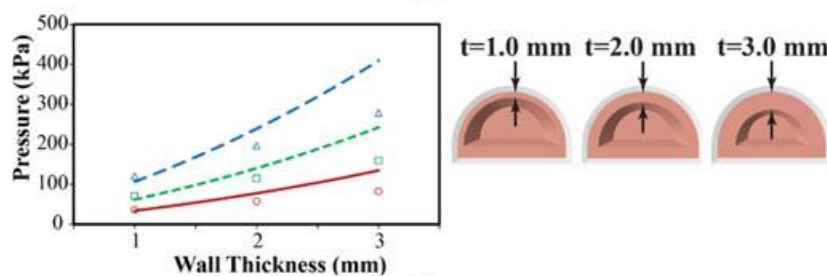
شکل ۱۳-۱. اثر افزایش سطح مقطع روی رفتار سیستم [۱۷].

همان طور که شکل ۱۴-۱ نشان می‌دهد عملگر طولی تر به فشار کمتری برای ایجاد یک خمیدگی یکسان نیاز دارد. همچنین طول عملگر در نیروی قابل ایجاد در انتهای عملگر نقش چندانی ندارد.



شکل ۱-۱۵. اثر افزایش طول در فشار سیال لازم برای ایجاد خمش [۱۷].

مطابق شکل زیر افزایش ضخامت موجب افزایش فشار مورد نیاز برای ایجاد خمیدگی یکسان در عملگر می‌شود.



شکل ۱-۱۶. اثر افزایش ضخامت در فشار سیال لازم برای ایجاد خمش [۱۷].

در [۱۷] نشان داده شده است که هر چه فاصله فیبرهای پیچانده شده دور عملگر کمتر شود (تعداد حلقه‌ها افزایش یابد) فشار کمتری برای ایجاد خمش مشخص لازم می‌باشد.

۷-۳-۲-۱ کاربردها

استفاده از فشار سیال در کانال‌های تعبیه شده در یک بدنه که از مواد نرم تشکیل شده به عنوان یک عملگر پیوسته نرم و در حوزه رباتیک نرم، در کاربردهای مختلف استفاده شده است. این مفهوم توسط پژوهشگران زیادی برای چنگک‌ها و جابجایی اجسام [۱۹، ۱۸]، محرک عضوهای صلب در ربات‌های راه رونده دوگانه (دارای اعضای نرم و سخت) [۲۰، ۲۱]، ایجاد حرکت در ساختارهای الاستیک پسیو [۲۲] یا ربات‌های کاملاً نرم که قادر به حرکت (یا شنا کردن) است [۲۳-۲۵]. همان طور که ذکر شد می‌توان با اتصال سری چند عملگر سیال، یک بازوی پیوسته نرم را ایجاد کرد.

شکل‌های ۱-۱۷ تصویرهایی از ربات اکتارم^۹ می‌باشد. این ربات از اتصال سه عملگر پیوسته مستقل ساخته شده است. زمانی که هر سه عملگر تحت فشار سیال یکسان قرار می‌گیرند، بازو در جهت طول عملگرها کشیده می‌شود. زمانی که فشار سیال در یکی از عملگرها کاهش یابد آن مقطع دچار خمش با انحنا ثابت می‌گردد. در نتیجه با تغییر فشار سیال در هر یک از سه عملگر با نسبت مناسبی که بر اساس مورد کاربرد و سینماتیک معکوس بدست می‌آید، بازو رباتیک می‌تواند در جهت‌ها و انحناهای مورد نظر خم گردد. شکل زیر ربات اکتارم در حال جابجایی اجسام مختلف را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۱۷. ربات اکتارم در کاربردهای مختلف [۲۶]

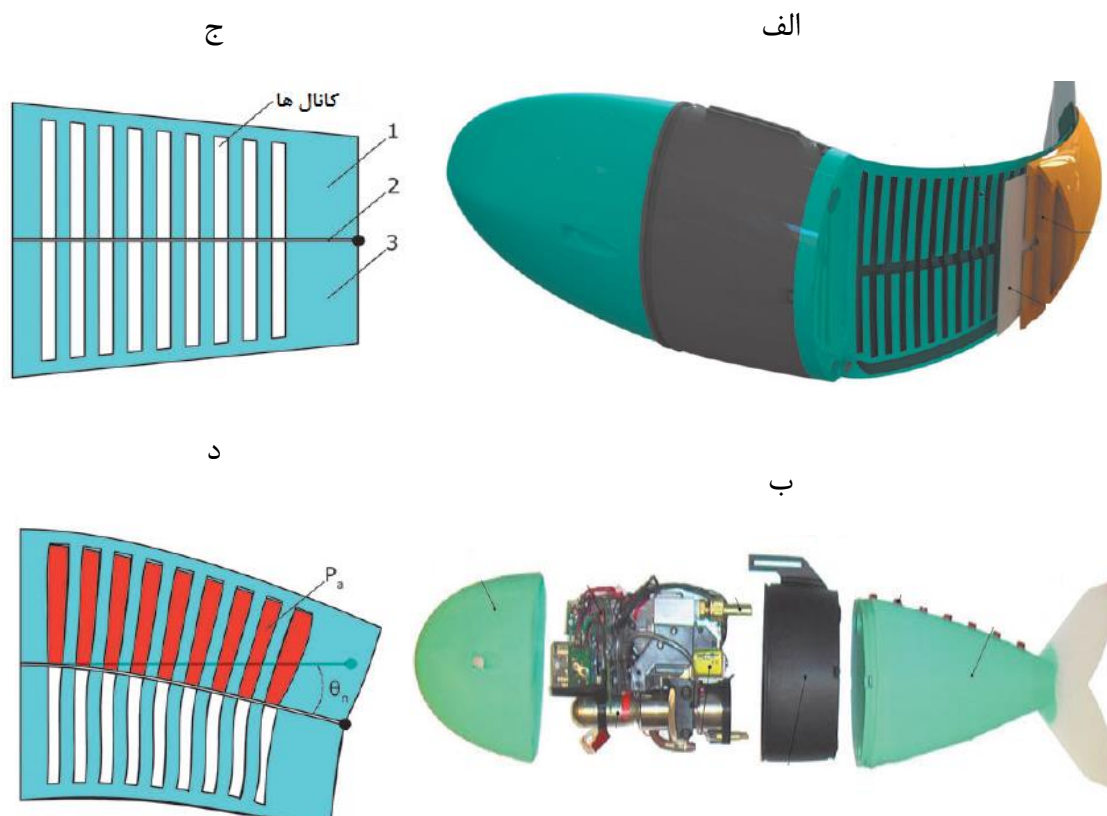
شکل ۱-۱۸ نمونه‌های دیگری از کاربرد عملگرهای پیوسته سیال را نشان می‌دهد که در آن از اتصال چند عملگر سیال به عنوان بازوی رباتیک پیوسته و ربات مارگونه استفاده شده است.



^۹Octarm

شکل ۱-۱۸. اتصال چند عملگر سیال به عنوان بازوی رباتیک پیوسته و ربات مارگونه [۶۱]

در شکل ۱-۱۹ نیز از عملگر نرم سیال در ربات ماهی استفاده شده است [۲۵]. شکل ۱-۱۹-ب اجزای مختلف عملگر سیال شیاردار به کار رفته در ربات ماهی را نشان می‌دهد که در آن لایه‌ی شامل کانال‌های موافق (۱) و غیرموافق (۳)، لایه میانی (۲) که انعطاف پذیر ولی غیر قابل کشش می‌باشد را در برمی‌گیرند. شکل ۱-۱۹-د نحوه عملکرد سیستم را نشان می‌دهد. فشار سیال (رنگ قرمز) در کانال‌های لایه فوقانی موجب ایجاد کشش و تغییر طول این لایه می‌شود که به کمک لایه‌ی مقید میانی موجب خمیدگی در عملگر نرم می‌شود. کانال‌های لایه تحتانی که خالی از سیال می‌باشند به این حرکت کمک می‌کنند.



شکل ۱-۱۹. کاربرد عملگر سیال در ربات ماهی: الف) نمای کلی از کاربرد عملگر سیال در ربات ماهی ب) نمای انفجاری از ربات ماهی ج) عملگر سیال به کار رفته در ربات ماهی که از نوع شیاردار است. د) کانال‌های تحت فشار سیال با رنگ قرمز و کانال‌های حاوی خلا با رنگ سفید مشخص است [۱۰].

۱-۲-۴ مدل سازی در حوزه رباتیک نرم

همان طور که در قسمت قبل مشاهده شد عملگرها و ربات های نرم پیوسته دارای کاربردهای متنوعی می باشند. شناخت رفتار این عملگرها در حوزه ی رباتیک نرم مورد بررسی قرار می گیرد. بررسی رفتار آنها نیازمند داشتن یک مدل کارآمد و دقیق از سیستم می باشد تا بتوان ضمن مطالعه رفتار این سیستم ها، آنها را در کاربردهای برخط کنترل نمود. اما همواره یافتن روشی برای بدست آوردن معادلات حرکت در ربات های نرم و سیستم عملگری آنها (که گاهی خود یک سیستم نرم محسوب می شود) که دارای دقت و هزینه محاسباتی مناسب باشد مورد توجه ویژه محققان بوده است. ویلیام و همکارانش چالش های پیش رو در مدل سازی ربات های پیوسته نسبت به ربات های معمول را این طور بیان می کنند [۲۷]:

- (۱) تعریف فضای مفصلی: مجموعه ای از متغیرهای گسسته که به طور صریح فضای مفصلی را تشکیل دهد وجود ندارد (ماهیت بازوی پیوسته از لحاظ طبیعی دارای بی نهایت درجه آزادی می باشد)
- (۲) اهمیت قابلیت ارتجاعی (الاستیسیته): بر خلاف اغلب ربات های معمول که قابلیت ارتجاعی به عنوان یک پارامتر موثر ثانویه فرض می شود در ربات های پیوسته قابلیت ارتجاعی یک نقش اصلی در تعیین شکل ربات دارد و (۳) جانمایی عملگرها: به طور معمول در ربات های پیوسته عملگرها در پایه بازو نصب می شوند و حرکت به ساختار ربات منتقل می شود. این انتقال قدرت به اجزای دور از پایه موجب ایجاد بار بر روی بخش مجاور که در مسیر انتقال قدرت وجود دارد می شود.

در واقع انجام عملی به وسیله ی بازوها و ربات های نرم در مقایسه با ربات های صلب دارای چندین چالش می باشد. از آنجا که این ربات ها دارای نرمی و انعطاف پذیری بالایی می باشند لذا لزوماً حرکتشان به دقت بازوهای رباتیک صلب نمی باشد. ربات های صلب از اجزای سفت و محکم ساخته می شوند که در نتیجه آن سینماتیک ربات با استفاده از انکودرهای موقعیت که در مفاصل قرار داده می شود تعریف می گردد. همچنین از سنسورهای گشتاور برای بدست آوردن دینامیک سیستم استفاده می گردد. ربات های صلب معمولاً به طور کامل توسط عملگرها هدایت می شوند به این معنا که هر درجه آزادی ربات به یک مفصل مربوط می شود که این مفاصل می توانند به صورت منفرد و مستقل کنترل شوند. اما یافتن روش هایی

جهت راه اندازی، تعیین تغییر شکل و نیروها از چالش‌های مهم در طراحی و ساخت ربات‌های نرم می‌باشد. ساختار نرم ذاتی در این ربات‌ها بیانگر درجات آزادی‌ای می‌باشد که فاقد عملگر است لذا ربات‌های نرم از سیستم‌هایی محسوب می‌شود که درجات آزادی آن بیش از تعداد عملگرهای آن است یعنی برخی از درجات آزادی در آنها تحت کنترل نمی‌باشد و چگونگی تاثیر نیروهای دینامیکی، گرانش و نیروهای خارجی نیز به طور صریح مشخص نمی‌باشد. این یک چالش بزرگ در هدایت ربات‌های نرم جهت دستیابی به یک ساختار مشخص می‌باشد. عدم مدلسازی این رفتارها موجب ایجاد عدم قطعیت در مکان‌یابی ربات می‌شود. لذا یافتن روشی برای مدلسازی رفتار فیزیکی این ربات‌ها جهت تعیین این عدم قطعیت‌ها لازم می‌باشد. اما مدلسازی این ربات‌ها به روش‌ها یا ساده‌سازی‌هایی نیازمند است تا علاوه بر هزینه محاسباتی مناسب دارای دقت مناسب برای شناخت رفتار و کنترل این ربات‌ها باشد [۲۸].

تغییر شکل غیرخطی ناشی از عوامل مختلف نظیر مواد هایپروالاستیک، تغییر شکل‌های بزرگ و ساختار غیر همگن نیز کنترل پذیری این ربات‌ها را پیچیده‌تر می‌کند. همچنین ربات‌های نرم در اثر عوامل خارجی نظیر گرما، رطوبت و تماس با مواد شیمیایی تغییر شرایط می‌دهند. این تغییرپذیری پارامترهای ربات نرم با زمان بر چالش‌های این ربات‌ها افزوده است. لذا این مورد نیز باید در مدلسازی لحاظ گردد و با کالیبراسیون دوره‌ای برطرف گردد. [۲۸].

به طور خلاصه چالش‌های پیش روی ربات‌های نرم را می‌توان به صورت زیر نام برد [۲۹]:

- چگونگی افزایش سرعت سیستم
 - مدلسازی دینامیکی کارآمد
 - سنسورهایی برای تعیین موقعیت و نیروها
 - مدلسازی و الگوریتمی جهت تعقیب مسیر و کنترل سیستم
- معمولاً در مدلسازی ربات‌های پیوسته لازم است یک چارچوب و روش برای مدلسازی سینماتیک و روش دیگری برای مدلسازی و تحلیل دینامیکی به کار گرفته شود. پیچیدگی مدل، هزینه محاسباتی و دقت، اصول اولیه برای مدلسازی در حوزه ربات‌های پیوسته می‌باشد. در مدلسازی سینماتیکی معمولاً

از روش‌هایی نظیر روش گسسته (مانند دناویت-هارتنبرگ)، انحنای ثابت و انحنای متغیر استفاده می‌شود و از روش‌هایی مانند مدل لامپ^{۱۲} (جرم-فنز-میراکننده)، روش انرژی و روش کلاسیک تئوری الاستیسیته (مانند تئوری تیر اویلر-برنولی یا تئوری میله کوسرت) در مدلسازی سینتیکی ربات‌های پیوسته استفاده می‌شود [۲۷].

در بین روش‌های مدلسازی سینماتیکی آشناترین روش همان روش گسسته است که در ربات‌های سری با لینک صلب به طور معمول استفاده می‌شود که در این روش لینک‌ها و مفاصل بر اساس روش دناویت-هارتنبرگ مدلسازی می‌شوند. این روش که در ربات‌های سری با لینک صلب کاملاً مناسب است تقریبی برای سیستم‌های پیوسته نیز می‌باشد [۲۷]. در مقابل روش فوق، روش انحنای ثابت می‌باشد که هندسه ربات را با تعداد محدودی المان که هر کدام از یک منحنی مماس که دارای انحنای ثابت می‌باشند شبیه سازی می‌شود. در این روش، شعاع انحنای طول و زاویه به عنوان "پارامترهای انحنای" برای توصیف هندسه ربات به کار می‌روند (مشابه D-H) که بسته به طراحی ربات هر کدام می‌تواند ثابت یا متغیر باشد. هر المان با انحنای ثابت برای یک قسمت قابل کنترل (قابل تحریک) از ربات به کار گرفته می‌شود [۳۰، ۳۱].

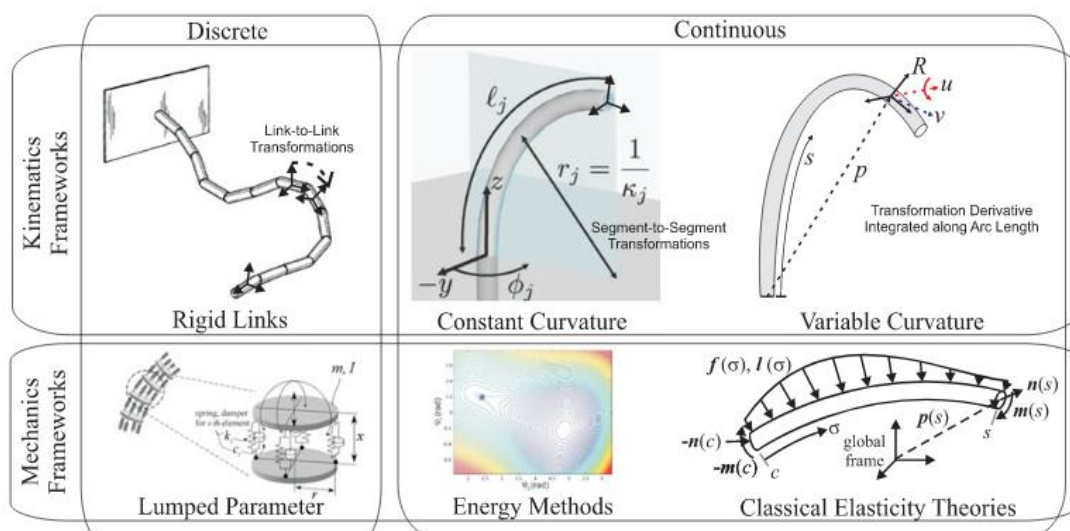
روش انحنای متغیر در ابتدا به عنوان ابزاری برای حل افزونگی و کنترل ربات‌های سری با افزونه درجه آزادی استفاده می‌شد. معمولاً چارچوب انحنای متغیر به عنوان یک چارچوب مرجع همگن متصل به جسم معرفی می‌شود که شامل یک بردار موقعیت و ماتریس دوران جهت توصیف شکل ستون فقرات ربات به صورت تابعی از طول کمان می‌باشد.

یکی از مزیت‌های روش گسسته که استانداردهای آن برای همه شناخته شده می‌باشد این است که عموماً می‌تواند برای هر شکل از ربات‌های پیوسته به کار رود. به طور مشابه یکی از مزیت‌های مدل سازی دینامیکی لامپ نیز ساختار ساده و قابل فهم آن است و به سادگی قابل جمع شدن با سایر

پدیده‌ها نظیر اصطکاک غیر خطی و دینامیک داخلی می باشد. اما از نقص‌هایی که در روش گسسته و انحنا ثابت وجود دارد یکی دقت تقریب از مراتب پایین (معمولاً یک یا دو) برای انحناهای عمومی و دیگری ماهیت گسسته که در این روش‌ها وجود دارد می باشد [۳۲].

یکی از تاثیرات فیزیکی مهم که گاهی در ربات‌های پیوسته مشاهده می شود تغییر شکل پیچشی حول محورهای طولی محلی می باشد. تاثیر پیچش در شکل و رفتار ربات می تواند چشمگیر باشد مانند ربات‌های با تیوپ‌های هم مرکز. روش‌هایی برای پرهیز از این اثر به کار گرفته شده است مانند طراحی ربات صفحه‌ای. همچنین در ربات‌های پیوسته، پیچش نقش زیادی در تغییر شکل استاتیکی دارد به خصوص وقتی ربات پیوسته منحنی شکل باشد، انعطاف پذیری پیچشی به طور چشمگیری سفتی و مقاومت در برابر بار خارج از صفحه را کاهش می دهد لذا اصلاحات طراحی خاصی باید به منظور کاهش این اثر انجام شود. یکی از محدودیت‌های بزرگ روش انحنا ثابت این است که به طور عادی شامل پیچش نمی شود (اما می تواند اصلاح گردد تا بتواند پیچش را هم شامل شود) [۳۲، ۳۳].

از فواید تئوری الاستیسیته کلاسیک (در مدلسازی دینامیکی) و روش انحنا متغیر (برای مدلسازی سینماتیکی) این است که یک چارچوب مستقل از هر نوع روش جداسازی را پیشنهاد می دهند. در نتیجه معادلات بدست آمده به صورت عددی با روش‌های انتگرال گیری مراتب بالا حل می شوند. مفهوم مرتبه نشان می دهد هزینه محاسباتی روش‌های انتگرال گیری با مراتب بالا بسیار بهتر از روش‌های لینک گسترده و انحنا ثابت با مراتب پایین است. علاوه بر برخی سختی‌ها در گسسته سازی، روش‌های مرتبه بالا محاسبات کمتری را نسبت به مراتب پایین (در یک دقت تقریب) دارند و این فایده سریعاً به دقت مورد نیاز می رساند [۱۲]. شکل زیر روش‌های مختلف در مدلسازی سینماتیکی و دینامیکی ربات‌های پیوسته را نشان می دهد.



شکل ۱۱-۱ روش‌های مختلف در مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی ربات‌های پیوسته [۱۲].

اکثر تحقیقات قبلی برای مدل‌سازی سینتیکی عملگرها و ربات‌های نرم روی رفتار شبه استاتیکی سیستم تمرکز کرده‌اند. در واقع حرکت سیستم را به اندازه کافی آهسته فرض کرده‌اند تا بتوان از اثرات دینامیکی نظیر ویسکوالاستیسیته مواد نرم صرف نظر نمود. بسیاری از کارهای قبلی از روش‌های تجربی [۳۴، ۳۵، ۳۶] و برخی دیگر از روش المان محدود استفاده نموده‌اند.

آنالیز با روش المان محدود^۲ یک ابزار رایج برای مدل‌سازی استاتیکی ربات‌های نرم بوده است [۳۹-۳۷]. اما روش المان محدود علاوه بر پیچیدگی و هزینه محاسباتی به خصوص برای ربات‌های چند عضوی، برای ربات‌های دارای حرکت و تعیین رفتار دینامیکی مناسب نمی‌باشد. همچنین به دلیل هزینه محاسباتی زیاد تنها حرکات ساده نظیر حرکت خطی و خمشی بررسی شده است. برخی از محققین نیز از روش‌های تحلیلی استفاده نموده‌اند [۴۴-۴۰]. اما هر دو روش فوق از مدل‌های ریاضی خاص استفاده نموده‌اند که تنها قادر به مدل‌سازی و کنترل مدل استاتیکی سیستم‌های ساده می‌باشند [۴۵].

مدل‌های تحلیلی در مقایسه با روش المان محدود دارای مزیت‌هایی می‌باشد از جمله اینکه دید جامع‌تری نسبت به سیستم می‌دهد و اغلب سریع‌تر می‌باشد [۴۶].

^۲Finite element

۳-۱ مرور تحقیقات انجام شده

در [۴۷-۴۹] اولین روش‌های مدل‌سازی مرتبط با مکانیزم‌های پیوسته مورد بررسی قرار گرفت. به این ترتیب که، با روش‌های مودال به تقریبی از دینامیک ربات پیوسته پرداخته شد، و از آن برای مدل‌سازی ربات‌های ابرافزونه^۳ استفاده شد.

چیتراکاران دینامیک ربات‌های ساختار پیوسته را بر پایه اصول مکانیزم‌های پیوسته توسعه دادند [۴۹]. ماتسونو مدلی دینامیکی برای ربات مار آبی بر پایه معادلات اوایلر-نیوتن ارائه داد [۵۰]. در دو مدل ذکر شده بدنه ربات پیوسته زنجیره‌ای پی در پی از اتصالات صلب در نظر گرفته شده بود، همین امر دلیلی بر ناتوانی این مدل‌ها در توصیف پیوستگی ذاتی بدنه ربات بود.

در [۵۱] از روش مودال برای کنترل بازوی پیوسته استفاده شده است. برای مدل‌سازی سیستم فرض شده است که سفتی محوری و پیچشی در مقایسه با سفتی خمشی خیلی بیشتر است لذا از تغییر شکل محوری و پیچشی صرف نظر شده است. این فرض موجب شده است که بازوی پیوسته مشابه چند جرم متمرکز که با یک میله بدون جرم به یک سیستم فنر و میراکننده وصل می‌شود مدل شود یعنی در اینجا مشابه یک تیر یا میله پیوسته در نظر گرفته نشده است بلکه اثر پیوستگی در همان مدل‌سازی فنر و دمپر متصل کننده مدل شده است لذا مدل‌سازی را ساده تر کرده است. همچنین با صرف نظر از اثرات کریولیس معادله غیر خطی به یک معادله خطی تبدیل شده است. در ادامه ماتریس میرایی به گونه‌ای فرض شده که بتوان آن را به صورت یک عبارت خطی از ماتریس سفتی و اینرسی نوشت (که این فرض نیز عمومیت ندارد).

با در نظر گرفتن شرایط ساده کننده فوق یک مجموعه معادلات حرکت خطی جدا سازی شده حاصل شد. جهت کنترل ارتعاشات از کنترلر مودال و جهت کنترل موقعیت از کنترل تعقیب مسیر استفاده شده است. همچنین در تحثیت مذکور فقط به بررسی و کنترل مد اول بازوی پیوسته پرداخته شده

^۳Hyper redundant robot

یعنی فرض شده بازوی پیوسته اغلب در این مد کار می کند.

در [۵۲] واکر و همکارانش بازوی رباتیک را به صورت یک میله انعطاف پذیر از نوع یک سرگیردار- یک سر آزاد که با چهار کابل محرک کنترل می شود مدلسازی کرده اند. معادلات حرکت با نوشتن معادلات انرژی با در نظر گرفتن نیروی کابل ها به عنوان نیرو خارجی و محاسبه کار آن ها بر اساس روش همیلتون بدست آمد و نیز معادلات موتور نیز جهت انجام فرآیند کنترلی نوشته شده است. اما در این مقاله به منظور ساده سازی در معادلات حرکت، تغییر شکل کوچک لحاظ شده است و از تغییر شکل برشی و کرنش غیرخطی صرف نظر شده است.

همین نویسندگان در [۵۳] مشابه مقاله قبلی خود، بازوی پیوسته را یک تیر بلند فلزی در نظر گرفته اند که از نقاط وسط و انتها به وسیله کابل کنترل می شود با این تفاوت که این بار تغییر شکل بزرگ لحاظ شده لذا معادلات غیرخطی حاصل شده است. این بار هم تیر تک مد در نظر گرفته شده و در حل معادلات و کنترل آن از خطی سازی استفاده شده است. با توجه به اینکه به علت غیرخطی بودن معادلات چند نقطه تعادل داریم اگر بخواهیم از خطی سازی استفاده کنیم لازم است حول هر نقطه تعادل و به ازای هر فرکانس تحریک معادلات دوباره بازنویسی شود. البته این مقاله فقط یک حالت که ربات در یک خط مستقیم باشد را مدل کرده است.

موچیاما در [۵۴] مدلی دینامیکی در سه بعد ارائه دادند اما در این مدل تغییر طول در راستای محوری در نظر گرفته نشده بود. تاتلیسی گلو و همکارانش مدل دینامیکی بر اساس پارامترهای هندسی ارائه دادند که در آن تغییر طول محوری در نظر گرفته شده اما از اثرات پیچش صرف نظر شده بود [۵۵]. در [۵۶] ربات ساختار پیوسته با سه ستون فقرات فرعی و یک ستون فقرات اصلی ارائه شده است. در این مدل، معادلات دینامیکی حاکم با فرض انحنا ثابت در هر بخش از ربات محاسبه شده است. در این روش هر بخش از ربات، انحنا ثابت فرض می شود اما اگر اثرات پیچش قابل صرف نظر کردن نباشد دیگر انحنا در هر بخش ثابت نیست و باید از روش های دیگری مانند نظریه میله کوسرت استفاده کرد. راکر و ویستر سینماتیک و دینامیک یک ربات پیوسته تاندونی را با استفاده از ترکیب نظریه میله

کوسرت و مدل کابل در قالب تئوری الاستیسیته مورد مطالعه قرار دادند [۵۷].

دهقانی و موسویان مدلی را برای یک ربات پیوسته صفحه ای با ستون فقرات ارائه کردند اما این مدل تنها شامل سه بخش بود [۵۸].

جونز و واکر براساس روش کلاسیک D-H سینماتیک بازوی پیوسته را مورد مطالعه قرار دادند [۵۹] و سپس با قوانین لاگرانژین مدل دینامیک آن را بررسی نمودند [۶۰]. اما این مدلها شامل تعداد محدودی مقطع می باشند لذا درجه آزادی های موثر ربات را در فضای کاری محدود می کند و برای مدلسازی در ساختارهای پیچیده مانند یک بازوی اختاپوس کارایی ندارد.

در [۶۱، ۶۲، ۵۴]، از روش اولر-لاگرانژ برای مدلسازی دقیق دینامیک رباتهای پیوسته استفاده شد. ابتدا بدنه ربات بصورت بینهایت دیسک صلب دیفرانسیلی در نظر گرفته شد؛ سپس با افزودن اثرات اینرسی، الاستیک و نیروهای داخلی و خارجی، مدلی برای ربات ارائه گشت. در نهایت، مدل ارائه شده بصورت دستگاه معادلات دیفرانسیلی-انتگرالی بدست آمد. در [۵۵، ۶۳] از همان روش قبل برای یک ربات صفحه ای چند بخشی استفاده شد. همچنین از تئوری میله کوسرت بارویکرد نیوتن-اولر، برای مدلسازی استاتیک [۵۸، ۶۴، ۶۵] و دینامیک [۵۷] ربات پیوسته استفاده شده است. برای افزایش سرعت و دقت مدل های استاتیکی، راهکارهایی در [۶۶، ۶۷] ارائه شده است.

جونز [۶۸] و رندا [۶۹] از تئوری میله کوسرت برای مدلسازی استاتیکی ربات پیوسته استفاده کردند. راکر در [۷۰] پیکره بندی حالت پایا ربات را بر اساس یافتن حداقل انرژی ربات در طول حرکت حرکت برای ربات های با تیوپ هم مرکز بدست آورد. همچنین راکر و وبستر [۵۷]، اسپیلمان [۷۱] و لنگ [۷۲] مدل دینامیکی بر اساس نظریه میله کوسرت ارائه دادند که در نتیجه آن معادلات حرکت به صورت دسته معادلات دیفرانسیل جزئی بدست آمد.

اما متاسفانه، کلیه مدل های دینامیکی فوق از لحاظ حجم محاسباتی بسیار سنگین و زمانبر بوده، و یا با مشکل ناپایداری عددی مواجه اند. به این ترتیب، در عمل امکان استفاده از این مدل ها در کاربردهایی مانند کنترل برخط وجود ندارد. در برخی منابع باتوجه به حجم سنگین محاسبات در روش های مدلسازی

دقیق، از روش‌های تقریبی برای مدل‌سازی استفاده نمودند. در [۷۳] برای مدل‌سازی عضلات و هیدرودینامیک بازوی هشت پا، از مدلی شامل تعداد زیاد المان‌های جرم، فنر و دمپر خطی استفاده شد. در [۷۴] ربات بر اساس گشتاورهای عملگری به چند بخش تقسیم شده، و هر بخش با یک منحنی انحناء ثابت تقریب زده شد. در مواردی که نیروهای بزرگی به بدنه ربات‌های پیوسته اعمال نمی‌شود، این تقریب از دقت مناسبی برخوردار است. از این روش بارها برای تخمین سینماتیک ربات‌های پیوسته، بدون حضور نیروهای خارجی، استفاده شده است. در [۷۵] برای اولین بار، از این تقریب با رویکرد المانی برای مدل‌سازی استاتیک ربات استفاده شد. در [۷۶]، این تقریب برای تعیین فاصله بین دو صفحه راهنمای مجاور بکارگرفته شده، سپس با صرف‌نظر از دینامیک هسته مرکزی، دینامیک صفحات راهنما توسط روش کین بدست آمده است. از لحاظ زمان محاسباتی، هیچ‌یک از مدل‌های فوق قابلیت استفاده در محاسبات برخط برای کاربردهایی مانند کنترل برخط را ندارند. در [۷۷]، مدلی تقریبی ارائه شده تا بتوان از آن برای تخمینی از دینامیک ربات در یک حلقه کنترل برخط استفاده نمود. در این مدل، کل بازوی ربات پیوسته بصورت یک کمان انحناء ثابت، با یک گشتاور عملگری، فرض شده است. سپس با تعریف برخی توابع شکلی معادلاتی برای تقریب دینامیک سیستم ارائه شده، تا در یک حلقه کنترلی مورد استفاده قرارگیرد. هرچند تقریب کل بدنه ربات بصورت یک کمان انحناء-ثابت تقریب ضعیفی است، مدل فوق برای فراهم کردن تخمینی از دینامیک در حلقه کنترلی یک ربات بکارگرفته شد.

در [۲۷] ربات به صورت مجموعه‌ای از المان‌های دایروی شکل با انحناء ثابت مدل‌سازی شده است. ابتدا سینماتیک یک المان براساس روابط مربوط به انحناء کمان بدست آمد و سپس بر اساس روابط انرژی جنبشی و پتانسیل و روش لاگرانژ سینتیک یک المان محاسبه شده و معادلات حرکت بدست آمد. در این مقاله، دینامیک بدنه انعطاف پذیر ربات مورد توجه بوده، و مدل ارائه شده مستقل از نوع سیستم عملگری می‌باشد. علاوه بر آن، از مشکل حالات تکین محاسباتی که در حالت صاف بودن المان های انحناء-ثابت اتفاق می‌افتد، با استفاده از بسط تیلور اجتناب شده است. در نهایت معادلات دیفرانسیل بدست آمده در نرم افزار متلب با روش رانگ کوتا مرتبه ۴ با در نظر گرفتن دو المان حل شده است.

همچنین در این مقاله برای اعتبارسنجی نتایج از نمونه آزمایشگاهی که شامل یک میله یکسرگیردار از جنس سوپرالاستیک می باشد استفاده نموده است و روش بدست آوردن معادلات و حل آن به گونه‌ای بوده که برای بیش از دو المان پیچیدگی معادلات و زمان حل مسائل بیشتر شده است و در عمل برای بیش از دو المان کارایی آن کاهش می یابد.

دهقانی و موسویان یک ربات پیوسته صفحه‌ای را با استفاده از روش انحنا ثابت و کار مجازی مورد مطالعه قرار دادند [۷۸]. از آنجا که معادلات غیر خطی می باشد چند جواب برای مسئله مقدار اولیه وجود دارد که شرایطی برای پیدا کردن جواب پایدار ارائه شده است. همچنین برای حل دستگاه معادلات غیر خطی و پیدا کردن ریشه های معادلات حرکت از ابزارهای نرم افزار متلب در حل معادلات غیرخطی استفاده شده است

در کل شاید بتوان اکثر تلاش‌های قبلی در زمینه مدل‌سازی حرکت ربات های پیوسته را به دو دسته تقسیم کرد: مدل های کم دقت و گسسته "لامپ" و مدل های پر دقت و پیوسته "پارامتر گسترده". در مدل لامپ هر قسمت از ربات که دارای عملگر است با یک کمان دایروی مشخص می‌شود اما در مدل پارامتر گسترده شکل ربات با منحنی پارامتری شده سه بعدی نشان داده می شود.

در مدل ها از آنجا که تغییرات انحنا در طول ربات ناشی از بار خارجی نظیر اثر گرانش، اصطکاک یا نیروهای تماسی نادیده گرفته می شود دارای دقت کم است اما در مدل پارامتر گسترده به علت اینکه امکان تغییر شکل دلخواه ناشی از بارهای خارجی وجود دارد مدل‌سازی دقیق تر می باشد و در این مدل‌سازی حجم محاسبات و هزینه زمانی زیاد می‌باشد [۷۶].

تعداد محدودی از تحقیقات به مکانیک شبکه‌های سیال در عملگرهای سیال پایه پرداخته است [۵۰، ۷۹]. همچنین تعداد کمی از محققین مدل‌سازی سینماتیکی این سیستم‌ها را جهت کنترل بررسی نموده‌اند [۱۲، ۵۴، ۷۹، ۸۰]. اغلب کارهای انجام شده در زمینه ربات‌های پیوسته که دارای عملگر سیال پایه می باشند از روش‌های تجربی یا المان محدود جهت شناسایی سیستم استفاده نموده‌اند.

اونال و راس در [۸۱]، طراحی، ساخت و مدل‌سازی یک عملگر نرم سیال سه بعدی را مورد مطالعه

قرار داده‌اند. آنها علاوه بر توضیح نحوه طراحی و ساخت این عملگرها، یک مدل استاتیکی برای جابجایی این عملگر غیرصفحه‌ای ارائه نمودند که فشار ورودی را بر اساس مشخصه‌های هندسی و مواد سازنده این عملگرها به جابجایی ربط می‌دهد. برای مدلسازی دینامیکی از معادل سازی با مدارالکترونیکی استفاده شده است بدین صورت که کانال‌های جریان با مقاوت ظاهری و مخزن سیال با خازن معادل سازی شده است. لذا معادلات سیستم به صورت معادلات دیفرانسیل درجه دو استخراج شده و جواب آن با عبارت نمایی با سه ثابت در نظر گرفته شده است. در ادامه از ترکیب سری، موازی و ترکیبی به عنوان آرایش‌هایی برای تولید حرکت‌های مختلف نام برده شده است که بررسی‌ها بیشتر به صورت تجربی صورت گرفته است.

همین نویسندگان در [۲۱]، حرکت مارپیچی یک ربات نرم مارگونه که از چهار عضو نرم ساخته شده است را بررسی نموده‌اند. هر عضو در واقع یک عملگر نرم سیال می‌باشد. در این تحقیق برای بررسی استاتیکی، میزان انحنای ربات با در نظر گرفتن روابط ساده تنش و کرنش ناشی از فشار سیال بدست آمده و در واقع اصل کار بر روی انجام آزمایشات و داده‌های تجربی قرار گرفته است. در این تحقیق هر چند سعی شده است که معادلاتی برای کنترل سیستم بدست آید اما برای بدست آوردن معادلات دینامیکی از تحلیل سینتیکی و سینماتیکی استفاده نشده است بلکه به وسیله داده‌های تجربی و از روش برازش منحنی استفاده شده است که در این صورت معادلات استخراج شده عمومیت نخواهد داشت.

لئو و عاقلی نیز در [۸۲] یک ربات مارگونه نرم صفحه‌ای و چهار عضوی مشابه [۲۱] را مدلسازی نموده‌اند. آنها عضوهای نرم (عملگرهای سیال) را به عنوان مفاصل و عضوهای اتصال کننده را به عنوان لینک‌های صلب در نظر گرفته و سپس سینماتیک ربات را مشابه ربات‌های مارگونه صلب شبیه سازی نموده‌اند. سپس معادلات حرکت را با روش نیوتن بدست آورده‌اند. نویسندگان این مقاله که به دنبال یافتن یک مدلسازی دقیق بودند با توجه به حجم و پیچیدگی زیاد معادلات بدست آمده، جهت ساده سازی از لینک‌های صلب کوتاه در نظر گرفته شده صرف نظر کرده و سپس با داده‌های تجربی به راستی

آزمایی مدل‌سازی خویش پرداخته‌اند. در این مدل‌سازی، سیستم مشابه یک ربات دارای درجه افزونگی مدل‌سازی شده و ماهیت پیوسته سیستم لحاظ نشده گویی یک سیستم چهار درجه آزادی می‌باشد. همچنین از روش عددی برای حل معادلات دیفرانسیل حرکت استفاده شده است.

مارچیز و همکارانش طراحی، ساخت و کنترل یک بازوی نرم صفحه‌ای را مورد مطالعه قرار دادند [۷۴]. در این مقاله به تشریح روش ساخت و نحوه عملکرد این بازو رباتیک که از شش عملگر سیال سری تشکیل شده است پرداخته است. عملگرها از نوع شیاردار و از جنس سیلیکون می‌باشند. برای بدست آوردن سینماتیک مستقیم و معکوس از روش انحنا ثابت استفاده شده است یعنی هر عضو از بازوی رباتیک با یک انحنا ثابت دچار تغییر شکل می‌شود. همچنین یک مدل خطی حلقه باز و مستقل از زمان برای مدل دینامیکی عملگرهای سیال بیان شده است. این مدل‌سازی که یک مدل تقریبی می‌باشد برای کنترل سیستم مناسب نمی‌باشد زیرا در واقعیت بسیاری از پارامترها غیرخطی می‌باشند.

اونال و همکارانش [۸۳] طراحی، مدل‌سازی، ساخت و کنترل یک ربات ماهی نرم که در آن از عملگر سیال جهت حرکت ربات استفاده شده را مورد بررسی قرار داده‌اند. در این کار منظور از مدل‌سازی سیستم، پیدا کردن رابطه بین فشار ورودی و میزان انحنا عملگر سیال می‌باشد که رابطه‌ای ساده بر اساس مشخصات فیزیکی سیستم و فشار ورودی بیان شده است. این رابطه مستقل از زمان می‌باشد و رفتار دینامیکی سیستم مد نظر نبوده است. سیستم کنترلی نیز بر اساس سنسورها، شیرهای کنترل فشار و پردازنده موجود روی سیستم صورت می‌گیرد و بر اساس داده‌های تجربی استوار است.

اردشیر گوران و همکارش در [۸۴] کنترل شکل یک تیر یک سرگیر دار حاوی شبکه‌های سیال را در حالت استاتیکی با تغییر شکل کوچک مورد مطالعه قرار داده‌اند و رفتار دینامیکی این سیستم را بررسی نکرده‌اند. همچنین رفتار سیستم برای حالت‌های مختلف آرایش کانال‌های سیال بررسی شده است.

در [۸۵] یک تیر الاستیک که حاوی شبکه‌های مایع می‌باشد و تحت فشار سیال تغییر شکل می‌یابد به عنوان یک ربات نرم با عملگر سیال پایه مدل‌سازی شده است. این سیستم به صورت یک تیر

یکسرگیردار اوپلر-برنولی با فرض تغییر شکل کوچک در نظر گرفته شده است و معادلات خطی می‌باشند. سپس با استفاده از شکل مدها یک حل تحلیلی بیان شده است. در انتها این مقاله اذعان شده است که در مدلسازی تغییر شکل‌های کوچک در نظر گرفته شده است که برای تعداد محدودی از کاربردهای ربات‌های نرم کاربرد دارد. در ادامه این تحقیق اشاره شده است که برای در نظر گرفتن تغییر شکل‌های بزرگ لازم است از نظریه‌هایی نظیر الاستیسیته یا میله کوسرت استفاده کرد و مدلسازی غیر خطی بدست خواهد آمد که فقط با روش‌های عددی قابل حل می‌باشند. همچنین برای بدست آوردن تاثیر فشار سیال بر تیر با فرض سیال نیوتنی از معادلات ناویر استوکس و قانون پیوستگی به کمک داده‌های تجربی استفاده شده است.

۴-۱ اهمیت رساله

مدلسازی ربات‌های پیوسته‌ی نرم، باتوجه به ساختار انعطاف‌پذیر، پیچیده و غیرخطی آنها، همواره مسئله‌ای چالش برانگیز بوده است. از طرفی داشتن یک مدل دقیق در این ربات‌ها، لازمه‌ی شناسایی و کنترل این سیستم‌ها می‌باشد. مشکل بدست آوردن معادلات سینماتیکی این گونه ربات‌ها در این است که برخلاف ربات‌های صلب معمول و ربات‌های ابرافزونه نمی‌توان با استفاده از زوایای مفاصل و طول عضوها، شکل بازوی ربات را بدست آورد و روش‌های معمول مانند الگوریتم دناویت-هارتنببرگ (D-H) را نمی‌توان مستقیماً برای یافتن سینماتیک این ربات‌ها استفاده کرد. این موارد یافتن روشی که برای مدلسازی سینماتیکی و دینامیکی عمومیت داشته باشد را مشکل می‌کند. مسئله دیگر این است که همواره مدلسازی ربات‌های پیوسته، با دو چالش دقت و زمان محاسبات روبرو است. در واقع، مدل‌های دقیق دارای مشکل حجم بالای محاسباتی می‌باشند، که منجر به عدم کارایی آنها در کاربردهایی مانند کنترل برخط می‌گردد. عدم وجود یک مدلسازی دقیق که از لحاظ محاسباتی منطقی باشد یکی از موانع همیشگی در توسعه استفاده از این ربات‌ها بوده است مثلاً این مسئله به عنوان یک پیش نیاز مانع از مطالعه در حوزه نیروهای خارجی و برخورد ضربه‌ای که حوزه‌ای با کاربردهای وسیع برای بازوهای

پیوسته است می‌باشد [۲۷، ۱۱]. از سوی دیگر همواره در ربات‌های نرم، با توجه به ماهیت نرم و اینکه باید با تعداد محدودی عملگر یک سیستم دارای بی‌نهایت درجه آزادی را به شکل مورد نظر درآورد، انتخاب سیستم عملگری مناسب بسیار حائز اهمیت می‌باشد. این عملگرها نیز پیچیدگی سینماتیکی و دینامیکی سیستم را افزایش می‌دهند و بر پیچیدگی مدلسازی دقیق ربات‌های نرم افزوده‌اند.

در سال‌های اخیر سینماتیک و دینامیک دقیق ربات‌های نرم و حل مشکلات فوق مورد توجه ویژه پژوهشگران قرار گرفته است و راه‌حلهایی نیز پیشنهاد شده است.

در مدلسازی‌ها و کارهای قبلی که در قسمت پیشینه تحقیق به آنها اشاره شد محدودیت‌های زیر وجود داشت:

۱- معمولاً برای مدلسازی سینماتیکی عملگرها و ربات‌های نرم روی رفتار شبه استاتیکی سیستم تمرکز کرده‌اند. در واقع حرکت سیستم را به اندازه کافی آهسته فرض کرده‌اند تا بتوان از اثرات دینامیکی نظیر ویسکوالاستیسیته مواد نرم صرف نظر نمود.

۲- اکثر مدلسازی‌های انجام شده برای بررسی رفتار عملگرهای سیال به صورت تجربی بوده و مدلسازی دقیق کمتر دیده شده است.

۳- فرض تغییر شکل کوچک در نظر گرفته شده است و از عبارات غیرخطی کرنش صرف نظر شده است در حالی که تغییر شکل بزرگ در ربات‌های پیوسته در بسیاری از کاربردها رخ می‌دهد.

۴- به صورت مدل‌های ساده نظیر جرم و فنر در نظر گرفته شده است یا از ساده سازی‌ها نظیر در نظر نگرفتن سیستم عملگری، خطی سازی و ... استفاده شده است.

۵- اگر هم به صورت تیر یا میله پیوسته در نظر گرفته شده، تک مد حل شده است. سیستم تک مد یعنی یک سیستم یک درجه آزادی در حالی که ربات پیوسته دارای بی‌نهایت درجه آزادی می‌باشد.

۶- در مواردی که غیرخطی در سیستم در نظر گرفته شده است اکثر تحقیقات اولاً از خطی سازی

حول یکی از نقاط تعادل استفاده شده است. ثانياً از حل عددی برای حل معادلات حرکت استفاده نموده‌اند در حالی که ارائه یک حل تحلیلی برای یافتن تمام جواب‌ها بدون استفاده از خطی‌سازی‌های مکرر می‌تواند بسیار حائز اهمیت باشد.

این درحالی است که بازوی ربات بسته به نوع کاربرد بازوی رباتیک مثلاً زمانی که تغییر شکل بزرگ رخ می‌دهد لازم است هم به صورت یک سیستم پیوسته نظیر تیر یا میله مدل شود، هم اثر کرنش غیرخطی بررسی گردد و هم برای داشتن یک مدل دقیق، سیستم به صورت بیش از یک مدل‌سازی شود.

برای حل هم زمان مشکل دقت مدل‌سازی و زمان حل دو راه حل کلی وجود دارد یکی مربوط به نحوه مدل‌سازی است یعنی معادلات حرکت را به روشی بدست آوریم که در عین دقت کافی دارای هزینه محاسباتی بالایی نباشند و راه حل دیگر این است که معادلات به دست آمده را به روشی حل کنیم که زمان حل مناسب باشد یعنی به دنبال یک روش ریاضی برای حل معادلات باشیم.

در این تحقیق، ربات پیوسته با سیستم عملگری بر اساس جریان سیال مورد توجه می‌باشد. مزیت-های این عملگر نسبت به سایر عملگرها در قسمت قبل توضیح داده شد. سرعت بالا، فرآیند ساخت ارزان، قابلیت اطمینان و انطباق‌پذیری مناسب برای سیستم‌های رباتیک از جمله این مزایا می‌باشد.

آنچه در کار فعلی مورد توجه قرار گرفته است شامل شبکه‌ای از حفره‌ها و کانال‌های جریان سیال می‌باشد که در یک بستر و بدنه از جنس مواد نرم جاسازی شده است. فشار سیال موجب تورم و تغییر شکل این کانال‌ها شده که در نتیجه ساختار الاستیک تغییر شکل می‌یابد و با کنترل فشار به تغییر شکل موردنظر دست خواهید یافت. ساختار در نظر گرفته شده که به عنوان عملگرهای نرم پیوسته در کاربردهای مختلف از ربات نرم [۲۶-۱۸] مورد استفاده قرار می‌گیرد می‌تواند به عنوان یک ساختار کلی برای انواع تحقیقات (مدلسازی، شناسایی رفتار و کنترل) در کاربردهای مختلف در حوزه رباتیک نرم به کار رود. لذا ابتدا ساختار مذکور به عنوان یک مدل پایه‌ای در رباتیک نرم بررسی خواهد شد و سپس یک ربات ماهی که در آن از عملگر سیال پیشنهادی به عنوان دم ماهی استفاده شده مدل‌سازی می‌شود.

در این تحقیق، عملگر سیال نرم به صورت یک سیستم پیوسته (تیر اویلر-برنولی)^{۲۴} با تغییر شکل بزرگ و کرنش غیرخطی مدلسازی خواهد شد تا ماهیت پیوسته ربات نرم حفظ گردد. از آنجا که ربات پیوسته دارای بی نهایت درجه آزادی است از روش مد مفروض^{۲۵} در بدست آوردن معادلات دینامیکی استفاده خواهد شد تا بتوان سیستم را به صورت چند مد در نظر گرفت که ماهیتا به سیستم پیوسته شبیه تر است. همچنین با استفاده از روش ترکیبی میانگین گیری مختلط^{۲۶} و روش پیوسته طول کمان^{۲۷} راه حلی برای حل نیمه تحلیلی معادلات حرکت در حالت پایا ارائه خواهد شد تا ضمن حفظ دقت در مدلسازی سیستم، هزینه محاسباتی مناسب باشد و ابزاری برای تجزیه و تحلیل ربات‌های پیوسته فراهم گردد. به کمک این روش حل می‌توان تمام جواب‌های معادلات غیرخطی حرکت را بدون نیاز به خطی سازی حول نقاط تعادل مختلف بدست آورد.

همچنین در کار فعلی، مدلسازی در حوزه سیال با استفاده از معادلات ناویر استوکس، به صورت دقیق صورت خواهد گرفت (برخلاف اغلب تحقیقات قبلی که به صورت تقریبی یا تجربی مدلسازی انجام می‌شد). در جدول زیر مقایسه‌ای بین تحقیقات قبلی انجام شده در زمینه مدلسازی ربات‌های نرم ارائه شده است. در انتهای این جدول ویژگی‌های تحقیق فعلی و تفاوت آن با کارهای قبلی ارائه شده است.

^{۲۴}Euler-Bernoulli beam

^{۲۵}Assumed modes method

^{۲۶}Complex averaging

^{۲۷}Arc-length continuation method

جدول ۱-۶. مقایسه تحقیقات قبلی

منابع	مدلسازی										حل معادلات		عملگر	
	محدودیت					مزایا					محدودیت	مزایا	محدودیت	مزایا
	روش تقریبی	سیستم گسسته	تغییر شکل کوچک	سیستم خطی	حجم محاسباتی	سیستم پیوسته	تغییر شکل بزرگ	سیستم غیر خطی	حل عددی	محدودیت تعداد مدها یا مقاطع	هزینه زمانی	خطی سازی	حل نیمه تحلیلی	مدلسازی تجربی یا تقریبی
چیتراکاران (۱۹۹۵)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
جونز و واکر (۲۰۰۶)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی تجربی یا تقریبی
گودیژ و برانسون (۲۰۱۱)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
پنینگ و زین (۲۰۱۴)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
واکر و همکارانش (۲۰۰۱)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
واکر و همکارانش (۲۰۰۳)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
راکر و ویستر (۲۰۱۱)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
فرزین (۲۰۱۴)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
موجیاما و سوزوکی (۲۰۰۲) و (۲۰۰۵)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
دهقانی وموسویان (۲۰۱۴)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
دهقانی وموسویان (۲۰۱۵)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
اونال و راس (۲۰۱۲)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
مارچیز و همکارانش (۲۰۱۴)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
اونال و راس (۲۰۱۳)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
لئو و عاقلی (۲۰۱۴)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
اونال و همکارانش (۲۰۱۴)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
اردشیر گوران و همکارش (۱۹۹۹)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
گامز و همکارانش (۲۰۱۸)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق
کار فعلی	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	مدلسازی ریاضی دقیق

همان طور که از جدول فوق مشخص است در کارهای قبلی برای رفع چالش بین دقت معادلات و زمان محاسبات از تقریب ها و ساده سازی هایی استفاده شده که موجب کاهش دقت مدلسازی شده است اما در کار فعلی علاوه بر مدلسازی دقیق در هر دو حوزه الاستیک و حوزه سیال، یک روش نیمه تحلیلی برای حل معادلات با سرعت مناسب ارائه خواهد شد. به طور خلاصه آنچه در این تحقیق به دنبال آن هستیم می توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱. در نظر گرفتن عملگر سیال نرم به عنوان یک سیستم عمومی پر کاربرد در ربات های نرم.
۲. مدلسازی دقیق سیستم در حوزه الاستیک با در نظر گرفتن مدل ساختار به صورت یک

سیستم پیوسته نظیر تیر.

۳. مدل‌سازی سیستم به صورت یک سیستم چند درجه آزادی با استفاده از روش مد مفروض.

۴. بررسی رفتار سیستم در مدهای مختلف و بهینه سازی ساختار عملگر نرم بر اساس نتایج حاصل از تحلیل مدها.

۵. در نظر گرفتن تغییر شکل بزرگ و عبارت های غیر خطی در مدل‌سازی با توجه به ماهیت سیستم‌های نرم.

۶. مدل‌سازی دقیق در حوزه سیال با استفاده از معادلات اندازه حرکت و معادلات ناویراستوکس.

۷. ارائه حل نیمه تحلیلی کارآمد برای حل معادلات حرکت با استفاده از روش ترکیبی میانگین-گیری مختلط و روش پیوسته طول کمان.

۸. استفاده از روش میانگین‌گیری مختلط تعمیم یافته برای پرهیز از ایجاد فرکانس های ثانویه و عدم نیاز به خطی سازی های مکرر در حل معادلات غیرخطی.

۹. استفاده از روش پیوسته طول کمان جهت حل سریع و یافتن تمام جواب‌های معادلات دیفرانسیل غیرخطی و حذف مشکلات حل در نقاط تکین و برگشت پذیر.

۱۰. تحلیل تاثیر پارامترهای موثر در طراحی کارآمد برای عملگر سیال با استفاده از روش پیوسته شبه کمان.

۱۱. ارزیابی طراحی جدید عملگر سیال بر اساس مدل‌سازی دقیق و بهینه سازی طراحی.

۱۲. تحلیل پایداری سیستم با بررسی مقادیر ویژه سیستم.

۱۳. مدل‌سازی و بررسی کاربرد عملگر پیشنهادی در ربات ماهی.

۱۴. تحلیل تاثیر پارامترهای موثر در طراحی کارآمد عملگر ربات ماهی.

۵-۱ ساختار تنظیم رساله

در این تحقیق، پس از بیان مقدمه و مروری بر پیشینه تحقیق در فصل اول، در فصل دوم سینماتیک

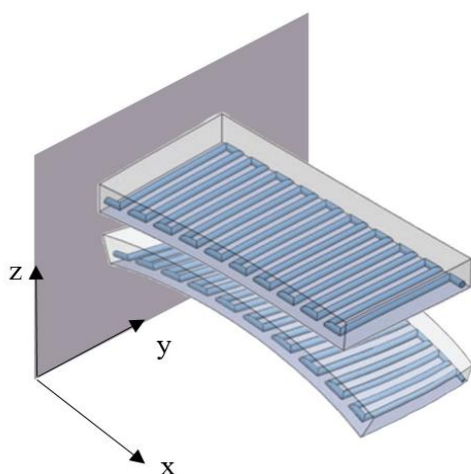
و دینامیک عملگر نرم به صورت عمومی مورد بحث قرار خواهد گرفت. در فصل سوم و چهارم به ترتیب روشی برای حل معادلات حرکت و نتایج تحلیل های انجام شده ارائه خواهد شد. در فصل پنجم به مدلسازی عملگر سیال نرم در ربات ماهی و حل معادلات خواهیم پرداخت. در فصل ششم نیز نتایج تحلیل عملکرد ربات ماهی و بررسی اثر پارامترهای مختلف عملگر سیال در افزایش کارایی ربات ماهی ارائه شده است. در پیوست نحوه بدست آوردن معادلات حرکت در حالت دو مد آورده شده است. در نهایت پیشنهادات و کارهای آینده و منابع مورد استفاده در این تحقیق ذکر شده است.

فصل ۲

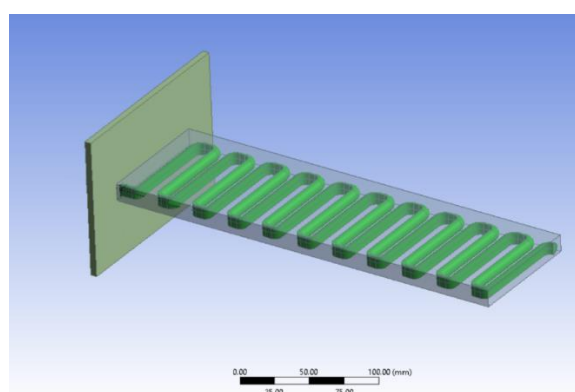
مدلسازی عملگر سیال پیوسته

۱-۲ مقدمه

مطابق شکل ۱-۲ بازوی عملگر نرم در نظر گرفته شده، به صورت یک تیر الاستیک که کانال‌های سیال در آن جاسازی شده است مدلسازی می‌شود. مجراهای عبور سیال به طور موازی با یکدیگر و در صفحه میانی (صفحه تار خنثی) تیر قرار داده شده‌اند. جریان سیال ویسکوز با فشارهای مختلف در این کانال‌ها موجب ایجاد تنش نرمال و برشی در تیر الاستیک خواهد شد. میدان تنش و کرنش داخلی ناشی از حرکت سیال موجب تغییر شکل و تغییر انحنا تیر در راستا عمود بر صفحه قرارگیری شبکه کانال‌ها می‌شود. گویی که در یک تیر سوپرالاستیک، مسیرهایی برای جریان سیال و تحریک سیستم تعبیه شده است. اصول عملکرد آن مشابه عملگرهای سیال محور قبلی می‌باشد (بخش ۱-۲-۳، شکل ۱-۲). بدین صورت که فشار سیال موجب ایجاد کشیدگی در عملگر می‌گردد. کشیدگی ایجاد شده توسط صفحه‌ای انعطاف پذیر که قابلیت کشش ندارد یا قابلیت کشش طولی آن نسبت به جنس بدنه‌ی عملگر کمتر می‌باشد موجب ایجاد خمش در عملگر می‌شود [۸۵]. تغییر شکل نقاط مختلف تیر مثلاً انتهای تیر به کمک تغییر در ویسکوزیته، فشار سیال و نحوه قرارگیری و مسیر کانال‌ها قابل کنترل خواهد بود. از مزایای سیستم در نظر گرفته شده می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:



(ب)



(الف)

شکل ۱-۲. ساختار عملگر نرم مورد نظر در این تحقیق [۸۵].

۱. مشابه عملگرهای فیبردار، از تغییر شکل شعاعی جلوگیری می‌کند و تغییر شکل‌های ناخواسته را کاهش می‌دهد. در عین حال بر خلاف آنها که فقط در یک جهت تغییر شکل می‌یابند، در هر دو جهت قابلیت خمیدگی دارند.

۲. بر خلاف عملگرهای شیاردار و پلیسه‌ای که شکل کانال‌ها و آرایش آنها، مدلسازی دقیق را سخت و پیچیده می‌کند در نظر گرفتن کانال‌های موازی، امکان مدلسازی ساده‌تر و در عین حال دقیق‌تر را فراهم می‌کند.

۳. ترکیب این عملگرها به صورت سری، یک بازوی چند لینیکی را جهت انجام عملیات‌های پیچیده فراهم می‌آورد. با تنظیم فشار در هر قسمت می‌توان به حرکت‌های پیچیده‌تری دست یافت مثلاً لاینک اول صاف باشد و لاینک دوم خم گردد (مشابه شکل ۱-۱۷).

۴. در ساختار فعلی این امکان وجود دارد تا با تغییر اندکی سایر حرکات نظیر پیچش را که در برخی کاربردها لازم می‌باشند فراهم آوریم (مشابه شکل ۱-۱۱).

از آنجا که سیستم عملگری مورد نظر در این تحقیق، یک ساختار پایه‌ای در کاربردهای مختلف در حوزه رباتیک نرم می‌باشد لذا در این تحقیق ابتدا به مدلسازی و بررسی عملگر خمشی سیال خواهیم پرداخت سپس کاربرد آن در ربات ماهی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۲-۲ مدلسازی عملگر نرم خمشی

شکل ۱-۲-ب سیستم در حالت اولیه (بدون تحریک سیال یا بار خارجی) و پس از اعمال فشار سیال را نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل مشخص است برهم کنش بین سیال و جداره کانال‌ها موجب تغییر انحنا و تغییر شکل تیر در راستا عمود بر صفحه قرارگیری شبکه کانال‌ها می‌شود.

در اینجا فرض بر این است بدنه انعطاف پذیر و نرم بازوی رباتیک پیوسته یک تیر باشد. این تیر از نوع اویلر-برنولی در نظر گرفته شده است. در تئوری اویلر-برنولی که یک تیر لاغر می‌باشد از دوران مقطع تیر نسبت به جابجایی عرضی تیر و نیز از پیچش مقطع نسبت به تغییر شکل ناشی از خمش

صرف نظر شده است (سطح مقطع همواره بر خط نرمال آن یا همان تار خنثی اولیه عمود است). این تئوری در مورد تیرهایی که نسبت طول به ضخامت آن از ۱۰ بیشتر است و تغییر شکل خمشی نسبت به ضخامت کوچک می باشد مناسب است.

۱-۲-۲ فرضیات حاکم بر مسئله

۱. نسبت ارتفاع (ضخامت) تیر به عرض تیر و نسبت عرض تیر به طول تیر کوچک می باشد. به عبارتی داریم:

$$\frac{h_s}{b_s} \ll 1, \frac{b_s}{l_s} \ll 1$$

h_s ارتفاع، b_s عرض و l_s طول تیر می باشند.

۲. طول هر قسمت از کانال l_c با عرض تیر تقریباً برابر است.

$$l_c \sim b_s$$

۳. مجموع طول کانالهایی که در جهت y هستند و برای اتصال کانالهای موازی (در جهت x) می باشند در مقایسه با طول مجموع کانالها صرف نظر می شود.

۴. اثر کانالها روی ممان اینرسی دوم و جرم واحد طول تیر صرف نظر می شود.

۵. سیال از نوع سیال نیوتنی در نظر گرفته شده است.

۶. مدلسازی دو بعدی و حرکت صفحه ای ربات مد نظر گرفته است.

۷. جریان داخلی سیال در حالت پایا در نظر گرفته شده و سرعت به صورت جریان ثابت و یکنواخت فرض شده است.

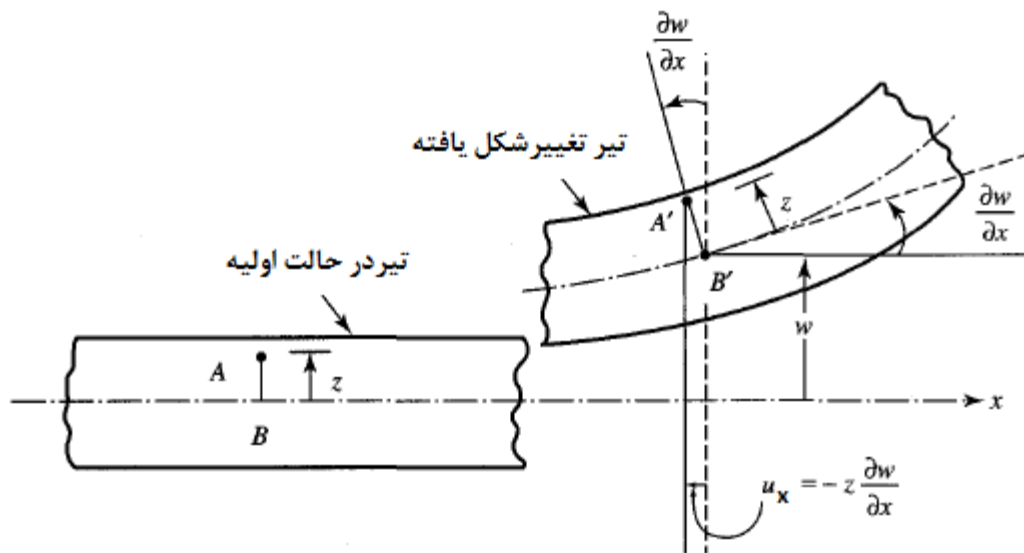
در ادامه برای بدست آوردن معادلات سیستم، ابتدا در حوزه الاستیک تغییر شکل عملگر نرم و سپس در حوزه سیال اثر فشار سیال ویسکوز بر جداره کانال بررسی خواهد شد.

۲-۲-۲ مدلسازی در حوزه الاستیک

با توجه به شکل ۲-۲ برای جابجایی در راستای محورها خواهیم داشت [۸۶]:

$$u_x = u - z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad u_y = v - z \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \quad u_z = w \quad (۱-۲)$$

که در آن u_x ، u_y و u_z به ترتیب جابجایی یک نقطه از تیر در جهت محور x ، y و z و z فاصله از تار خنثی می‌باشند و w به ترتیب جابجایی طولی، عرضی و قائم صفحه تار خنثی می‌باشد. با فرض کرنش کوچک و دوران محدود تنش نرمال و برشی در جهت z و y صفر می‌باشد [۸۷].



شکل ۲-۲. تغییر شکل تیر [۸۶]

بر اساس رابطه کرنش گرین داریم [۸۸]:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (۲-۲)$$

ϵ_{xx} کرنش در راستای محور x می‌باشد. با جاگذاری جابجایی‌ها در رابطه فوق داریم:

$$\epsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, \quad \sigma_x = E \epsilon_{xx} \quad (۳-۲)$$

'small strain and moderate rotation

'Green's strain

تنش نرمال در جهت محور x و E مدول الاستیسیته می باشد.

در ادامه از روش حساب تغییرات و اصل همیلتون برای بدست آوردن معادلات حرکت استفاده شده است. به این منظور ابتدا انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم محاسبه می شود.

انرژی جنبشی: با صرف نظر کردن از اثرمجرای سیال در اینرسی و ممان دوم جرم، انرژی جنبشی سیستم شامل مجموع انرژی جنبشی تیر و سیال می باشد. میدان سرعت ناشی از تغییرشکل تیر به صورت زیر می باشد:

$$\dot{u}_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x}, \quad \dot{u}_y = 0, \quad \dot{u}_z = \dot{w} = \frac{\partial w}{\partial t} \quad (۴-۲)$$

$\dot{u}_x, \dot{u}_y, \dot{u}_z$ سرعت ناشی از میدان جابجایی تیر در جهت محورهای مختصات می باشد.

$$T_b = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A (\dot{u}_x^2 + \dot{u}_z^2) dx \quad (۵-۲)$$

در رابطه فوق ρ چگالی تیر و $A = b_s h_s$ و سطح مقطع تیر و L طول تیر می باشد.

با توجه به اینکه $\dot{u}_x \sim O(\epsilon^2)$ لذا از مولفه افقی سرعت صرف نظر می کنیم [۸۶]:

$$T_b = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right)^2 dx \quad (۶-۲)$$

برای بدست آوردن انرژی جنبشی ناشی از سیال، ابتدا میدان سرعت سیال را بدست خواهیم آورد. سرعت سیال شامل سرعت ناشی از فشار سیال و نیز سرعت ناشی از تغییر شکل تیر می باشد. با فرض این که سرعت سیال ناشی از فشار سیال در تمام عرض مجراها $(V, 0, 0)$ باشد:

$$v = v_b + v_{pr} \quad (۷-۲)$$

در رابطه فوق v سرعت مطلق سیال، v_b سرعت ناشی از تغییرشکل تیر و v_{pr} سرعت سیال ناشی از فشار می باشد که با توجه به تغییر شکل تیر خواهیم داشت [۸۹، ۹۰]:

$$v_{pr} = V((1 + u')i + v'j + w'k) \quad (۸-۲)$$

که در رابطه فوق:

$$u = \frac{\partial u}{\partial x} = 0, u'_y = \frac{\partial v}{\partial x} = 0, u'_z = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (9-2)$$

$$v_{xf} = \dot{u}_x + V = -z \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V, \quad v_{yf} = 0, \quad v_{zf} = \dot{u}_z + V \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial t} + V \frac{\partial w}{\partial x}$$

v_{xf} ، v_{yf} و v_{zf} به ترتیب سرعت مطلق سیال در جهت محور x ، y و z می باشند.

انرژی جنبشی سیال از رابطه زیر بدست می آید:

$$T_f = \frac{1}{2} \int_0^l m_f (v_{xf}^2 + v_{yf}^2 + v_{zf}^2) dx_f \quad (10-2)$$

m_f : جرم واحد طول سیال و l مجموع طول کانال می باشد.

رابطه بین مختصات طول کانال و مختصات طول تیر به صورت زیر می باشد [۸۵]:

$$x_f = \int_0^x \Phi(\zeta) d\zeta + \frac{L}{l} x, \quad \Phi(\zeta) = \frac{\phi}{\phi^*} \quad (11-2)$$

که در رابطه فوق x_f مختصات طول کانال، x مختصات طول تیر و $\phi(\zeta)$ تابع چگالی کانال و ϕ^*

$\frac{l}{l_f L}$ تابع چگالی نرمال شده و l_f طول یک کانال می باشد. تابع چگالی کانال به صورت تعداد قطعات کانال

در واحد طول تعریف می شود. با فرض ثابت بودن $\phi(\zeta)$:

$$\Phi(\zeta) = c' \quad (12-2)$$

$$x_f = \int_0^x \Phi(\zeta) d\zeta + \frac{L}{l} x = \left(c' + \frac{L}{l}\right) x = cx$$

$$T_f = \frac{1}{2} \int_0^l m_f (v_{xf}^2 + v_{yf}^2 + v_{zf}^2) dx_f \quad (13-2)$$

$$= \frac{1}{2} c \int_0^L m_f (v_{xf}^2 + v_{yf}^2 + v_{zf}^2) dx$$

در نهایت انرژی جنبشی سیال از رابطه زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{1}{2} c \int_0^l m_f \left((\dot{u}_x + V)^2 + \left(\dot{u}_z + V \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) dx \\ &= \frac{1}{2} c \int_0^l m_f \left(\dot{u}_x^2 + V^2 + 2 \dot{u}_x V + \dot{u}_z^2 \right. \\ &\quad \left. + V^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2 \dot{u}_z V \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \end{aligned} \quad (14-2)$$

در نهایت با ساده سازی و صرف نظر از عبارات کوچک انرژی جنبشی سیال به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$T_f = \frac{1}{2} c \int_0^l m_f \left(V^2 + 2 \dot{u}_x V + \dot{u}_z^2 + V^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2 \dot{u}_z V \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \quad (۱۵-۲)$$

انرژی جنبشی کل برابر است با :

$$\begin{aligned} T = T_b + T_f &= \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx \\ &+ \frac{1}{2} c \int_0^l m_f \left(V^2 + 2 \dot{u}_x V + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + V^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right. \\ &\left. + 2 V \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \end{aligned} \quad (۱۶-۲)$$

انرژی پتانسیل:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \iiint_v \sigma_{xx} \epsilon_{xx} dv = \frac{1}{2} \iiint_v E \epsilon_{xx}^2 dv = \frac{1}{2} \iiint_v E \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]^2 dv \quad (۱۷-۲) \\ &= \frac{1}{2} E \left[\int_0^L \iint_A \frac{1}{4} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^4 dA dx + \int_0^L \iint_A z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dA dx \right. \\ &\quad \left. - \int_0^L \iint_A z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dA dx \right] \end{aligned}$$

از طرفی: $\iint_A z dA = 0$, $\iint_A z^2 dA = I$ در نتیجه:

$$U = \frac{1}{8} EA \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^4 dx + \frac{1}{2} EI \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (۱۸-۲)$$

بر اساس اصل همیلتون خواهیم داشت:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W_{nc}) dt = 0 \quad (۱۹-۲)$$

در رابطه فوق W_{nc} کار نیروهای غیرپایستار می‌باشد. در این نحوه مدلسازی کار نیروی ناپایستار

ظاهر نمی‌شود و اثر فشار سیال در تغییرات انرژی جنبشی سیال آمده است اما در روشی دیگر در بدست

آوردن معادلات، اگر ابتدا نیروی ناشی از فشار سیال محاسبه می‌شد با توجه به وابستگی این نیرو به

تغییر شکل (مسیر) لازم بود کار این نیرو به عنوان یک نیروی ناپایستار محاسبه شود.

در نهایت با استفاده از حساب تغییرات و جایگذاری در رابطه فوق و ساده سازی به روابط زیر

خواهیم رسید:

$$(\rho A + m_f c) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m_f c V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f c V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} - \frac{3}{2} EA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0 \quad (20-2)$$

عبارت $\frac{3}{2} EA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2$ به علت در نظر گرفتن کرنش غیر خطی در رابطه گرین می باشد.

۳-۲-۲ مدل سازی در حوزه جریان سیال

جریان سیال در عملگر نرم از نوع جریان داخلی می باشد (در فصل ۵ در مدل سازی ربات ماهی علاوه بر جریان داخلی در عملگر، جریان خارجی پیرامون ربات ماهی نیز وجود دارد). در جریان داخلی چون سرعت در مقطع عرضی تغییر می کند و جریان آزاد نیز وجود ندارد، از سرعت میانگین استفاده می شود. معادله پیوستگی^۱ جریان به صورت زیر می باشد [۸۹]:

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (21-2)$$

در رابطه فوق v سرعت سیال می باشد.

$$\frac{\partial v_{xf}}{\partial x} + \frac{\partial v_{yf}}{\partial y} + \frac{\partial v_{zf}}{\partial z} = 0 \quad (22-2)$$

$$v_{yf} = 0, \quad v_{zf} = \dot{u}_z + V \frac{\partial w}{\partial x} \quad v_{xf} = \dot{u}_x + V - zV \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

با توجه به اینکه $v_{yf} = 0$ می باشد خواهیم داشت:

$$\frac{\partial v_{xf}}{\partial x} + \frac{\partial v_{zf}}{\partial z} = 0 \quad (23-2)$$

معادله اندازه حرکت به صورت زیر می باشد [۸۹، ۹۰]:

$$\rho_f \left(\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla) v \right) = -\nabla P + \mu \nabla^2 v + B \quad (24-2)$$

B نیروهای حجمی، μ ویسکوزیته سیال، V سرعت سیال، ρ چگالی سیال و P فشار سیال می باشد.

^۱Continuity equation

در جهت x ، y و z خواهیم داشت:

در جهت x

$$\rho_f \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \quad (25-2)$$

در جهت y

$$\rho_f \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) \quad (26-2)$$

در جهت z

$$\rho_f \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \quad (27-2)$$

با جایگذاری روابط سرعت و ساده سازی در نهایت خواهیم داشت:

در جهت x

$$\rho_f \left(2zV \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + V \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = \frac{\partial P}{\partial x} + \mu zV \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \quad (28-2)$$

در جهت y

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (29-2)$$

در جهت z

$$\begin{aligned} \rho_f \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - zV \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right) \\ = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + V \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \end{aligned} \quad (30-2)$$

با توجه به روابط فوق اگر فشار و جابجایی تیر را به صورت زیر بنویسیم و در رابطه اندازه حرکت در

جهت z جایگذاری نماییم به رابطه‌ای خواهیم رسید که سمت راست آن تابعی از x و t و سمت چپ آن

بر حسب z می‌باشد.

$$p(x, z, t) = \sum_{i=1}^n P_i(x, z) T_i(t) = \sum_{i=1}^n P_i(x) P_i(z) T_i(t) \quad (31-2)$$

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) \eta_i(t)$$

$$f(x, t) = \frac{p(z)}{z} = cte$$

حال برای فشار در جهت z خواهیم داشت:

$$\frac{p(z)}{z} = cte \rightarrow p(z) = cz \quad (32-2)$$

یعنی تغییرات فشار در جهت z یک رابطه خطی می‌باشد که به z وابسته می‌باشد. با توجه به اینکه تیر لاغر فرض شده است می‌توان از تغییرات فشار در جهت z صرف نظر کرد و رابطه فشار را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$p(x, z, t) = p(x, t) \quad (33-2)$$

با انتگرالگیری از رابطه (30-2) و صرف نظر از عبارت های مرتبه $O(\epsilon^2)$ و کوچکتر می‌توان رابطه بین فشار سیال با سرعت و تغییر شکل سیستم را بدست آورد:

$$p = -\rho_f z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\mu}{\rho_f} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \right) \quad (34-2)$$

در نهایت می‌توان معادلات حرکت را به صورت زیر در نظر گرفت که به صورت کوپل می‌باشند:

$$(\rho A + m_f c) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m_f c V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f c V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} - \frac{3}{2} EA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0 \quad (35-2)$$

$$p = -\rho_f z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\mu}{\rho_f} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \right) \quad (36-2)$$

با به دست آوردن $V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ از رابطه (36-2) و جایگذاری در معادله (35-2) معادله حرکت به صورت

زیر بدست خواهد آمد :

$$\begin{aligned} \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\mu m_f c}{\rho_f} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) + m_f c V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} - \frac{3}{2} EA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \\ = \frac{m_f c}{\rho_f z} p(x, t) \end{aligned} \quad (37-2)$$

در ادامه به کمک روش مد مفروض به حل معادلات فوق می‌پردازیم.

فصل ۳

حل معادلات حرکت

۱-۳ روش مد مفروض

برای حل معادلات حرکت از روش مد مفروض استفاده می‌شود. ابتدا متغیرهای مسئله به فرم

گسترش یافته زیر نوشته و در معادله حرکت جایگذاری می‌شود [۸۶]:

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) \eta_i(t) \quad (۱-۳)$$

در رابطه فوق $\phi_i(x)$ شکل مدها و $\eta_i(t)$ متغیر تعمیم یافته زمانی می‌باشند.

$$\begin{aligned} \rho A \sum_{i=1}^n \phi_i(x) \frac{d^2 \eta_i(t)}{dt^2} + \frac{\mu}{\rho_f} m_f c \sum_{i=1}^n \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} \frac{d \eta_i(t)}{dt} \\ - 2m_f c z V \sum_{i=1}^n \frac{d \phi_i(x)}{dx} \frac{d \eta_i(t)}{dt} \\ - \frac{3}{2} EA \sum_{i=1}^n \sum_j^n \sum_k^n \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} \frac{d \phi_j(x)}{dx} \frac{d \phi_k(x)}{dx} \eta_i(t) \eta_j(t) \eta_k(t) \\ + (EI + m_f c (z - z^2) V^2) \sum_{i=1}^n \frac{d^4 \phi_i(x)}{dx^4} \eta_i(t) = \frac{m_f c}{\rho_f z} p(x, t) \end{aligned} \quad (۲-۳)$$

با ضرب در $\phi_m(x)$ و انتگرال گیری خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
& \rho A \sum_{i=1}^n \int_0^l \phi_m(x) \phi_i(x) dx \frac{d^2 \eta_i(t)}{dt^2} \\
& + \frac{\mu}{\rho_f} m_f c \sum_{i=1}^n \int_0^l \phi_m(x) \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} dx \frac{d\eta_i(t)}{dt} \\
& - 2m_f c z V \sum_{i=1}^n \int_0^l \phi_m(x) \frac{d\phi_i(x)}{dx} dx \frac{d\eta_i(t)}{dt} \\
& - \frac{3}{2} EA \sum_{i=1}^n \sum_j^n \sum_k^n \int_0^l \phi_m(x) \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} \frac{d\phi_j(x)}{dx} \frac{d\phi_k(x)}{dx} dx \eta_i(t) \eta_j(t) \eta_k(t) \\
& + (EI + m_f c(z - z^2)V^2) \sum_{i=1}^n \int_0^l \phi_m(x) \frac{d^4 \phi_i(x)}{dx^4} dx \eta_i(t) \\
& = \frac{m_f c}{\rho_f z} \int_0^l \phi_m(x) p(x, t) dx
\end{aligned} \tag{۳-۳}$$

با استفاده از خاصیت تعامد شکل مدها خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
& \rho A \int_0^l \phi_i^2(x) dx \frac{d^2 \eta_i(t)}{dt^2} + \frac{\mu}{\rho_f} m_f c \int_0^l \phi_i(x) \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} dx \frac{d\eta_i(t)}{dt} \\
& - 2m_f c z V \int_0^l \phi_i(x) \frac{d\phi_i(x)}{dx} dx \frac{d\eta_i(t)}{dt} \\
& - \frac{3}{2} EA \sum_j^n \sum_k^n \int_0^l \phi_i(x) \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} \frac{d\phi_j(x)}{dx} \frac{d\phi_k(x)}{dx} \eta_i(t) \eta_j(t) \eta_k(t) \\
& + (EI + m_f c(z - z^2)V^2) \int_0^l \phi_i(x) \frac{d^4 \phi_i(x)}{dx^4} dx \eta_i(t) \\
& = \frac{m_f c}{\rho_f z} \int_0^l \phi_i(x) p(x, t) dx
\end{aligned} \tag{۴-۳}$$

از طرفی همان طور که اشاره شد در سیستم در نظر گرفته شده، فشار سیال عامل تغییر شکل و کنترل کننده رفتار سیستم می باشد. طبق رابطه (۳-۳۳) فشار تابعی از مکان و زمان می باشد اما آنچه ما در عمل می توانیم کنترل کنیم مقدار و نوع تابع (سینوسی، پله و...) فشار در ورودی می باشد و فشار در نقاط دیگر براساس روابط و فشار ورودی تعیین می شود (فشار در هر نقطه با توجه به روابط مربوط به میدان فشار و فشار ورودی قابل محاسبه و تنظیم است). برای بدست آوردن فشار داریم [۸۵]:

$$p(x, t) = p_{in} + \sum_{m=1}^n \psi_m(x) B_m(t) \quad (۳-۵)$$

$$\psi_m(x) = \sin(\beta_m cx), \beta_m = (2m - 1) \frac{\pi}{2} \quad (۳-۶)$$

$$B_m(t) = -\frac{2}{\beta_m} e^{-\beta_m^2 t} \int_0^t e^{\beta_m^2 \zeta} \frac{\partial p_{in}}{\partial t}(\zeta) d\zeta \quad (۳-۷)$$

p_{in} فشار ورودی، $\psi_m(x)$ شکل مد فشار و $B_m(t)$ متغیر تعمیم یافته برای فشار می باشد. با فرض

$$p_{in}(0, t) = p_a \sin(\omega t) \text{ خواهیم داشت:}$$

$$\begin{aligned} B_m(t) &= -\frac{2}{\beta_m} p_a \omega e^{-\beta_m^2 t} \int_0^t e^{\beta_m^2 \zeta} \cos(\omega t) d\zeta \\ &= -\frac{2}{\beta_m} p_a \omega e^{-\beta_m^2 t} \left(\frac{e^{\beta_m^2 t}}{\omega^2 + \beta_m^4} (\beta_m^2 \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)) \right) \\ &= -2 \frac{p_a \omega}{\beta_m (\omega^2 + \beta_m^4)} (\beta_m^2 \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)) \\ &= -2 \frac{p_a \omega}{\beta_m \sqrt{\omega^2 + \beta_m^4}} \cos(\omega t - \phi) \cdot \cos(\phi) = \frac{\beta_m^2}{\sqrt{\omega^2 + \beta_m^4}} \end{aligned} \quad (۳-۸)$$

$$B_m(t) = A_{0m} (\beta_m^2 \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)), A_{0m} = -2 \frac{p_a \omega}{\beta_m \sqrt{\omega^2 + \beta_m^4}} \quad (۳-۹)$$

با جایگذاری روابط فوق در رابطه (۳-۵) داریم:

$$p(x, t) = p_a \sin(\omega t) + \sum_{m=1}^n A_{0m} \sin(\beta_m cx) (\beta_m^2 \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)) \quad (۳-۱۰)$$

با فرض سه شکل مد برای فشار ($n = 3$) در رابطه (۳-۱۰) داریم:

$$p(x, t) = p_a \sin(\omega t) + A_{01} \sin(\beta_1 cx) (\beta_1^2 \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)) \quad (۱۱-۳)$$

$$+ A_{02} \sin(\beta_2 cx) (\beta_2^2 \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t))$$

$$+ A_{03} \sin(\beta_3 cx) (\beta_3^2 \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t))$$

$$p(x, t) = (p_a + A_{01} \omega \sin(\beta_1 cx) + A_{02} \omega \sin(\beta_2 cx) + A_{03} \omega \sin(\beta_3 cx)) \sin(\omega t) \quad (۱۲-۳)$$

$$+ (A_{01} \beta_1^2 \sin(\beta_1 cx) + A_{02} \beta_2^2 \sin(\beta_2 cx) + A_{03} \beta_3^2 \sin(\beta_3 cx)) \cos(\omega t)$$

$$= A_1(x) \sin(\omega t) + A_2(x) \cos(\omega t)$$

$$A_1(x) = (p_a + A_{01} \omega \sin(\beta_1 cx) + A_{02} \omega \sin(\beta_2 cx) + A_{03} \omega \sin(\beta_3 cx)) \quad (۱۳-۳)$$

$$A_2(x) = (A_{01} \beta_1^2 \sin(\beta_1 cx) + A_{02} \beta_2^2 \sin(\beta_2 cx) + A_{03} \beta_3^2 \sin(\beta_3 cx)) \quad (۱۴-۳)$$

در نتیجه معادله حرکت به فرم زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & M_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\eta}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\eta}_n \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_n \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} NL_{1111} & NL_{1112} & \dots & NL_{1nnn} \\ NL_{2111} & NL_{2112} & \dots & NL_{2nnn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ NL_{n111} & NL_{n112} & \dots & NL_{nnnn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1^3 \\ \eta_1 \eta_1 \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_1 \eta_1 \eta_n \\ \vdots \\ \eta_n^3 \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ \vdots \\ f_{1n} \end{Bmatrix} \sin(\omega t) + \begin{Bmatrix} f_{21} \\ f_{22} \\ \vdots \\ f_{2n} \end{Bmatrix} \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (۱۵-۳)$$

در رابطه فوق ضرایب به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$M_{ij} = \rho A \int_0^l \phi_i(x) \phi_j(x) dx \quad (۱۶-۳)$$

$$C_{ij} = 2m_f c(1-z)V \int_0^l \phi_i(x) \frac{d\phi_j(x)}{dx} dx \quad (۱۷-۳)$$

$$K_{ij} = (EI + m_f c(z-z^2)V^2) \int_0^l \phi_i(x) \frac{d^4 \phi_j(x)}{dx^4} dx \quad (۱۸-۳)$$

$$NL_{imjk} \quad (۱۹-۳)$$

$$= -\frac{3}{2}EA \sum_m^n \sum_j^n \sum_k^n \int_0^l \phi_i(x) \frac{d^2 \phi_m(x)}{dx^2} \frac{d\phi_j(x)}{dx} \frac{d\phi_k(x)}{dx} \eta_m(t) \eta_j(t) \eta_k(t)$$

$$f_{1i} = \frac{m_f c}{\rho_f z} \int_0^l \phi_i(x) \left(p_a + \sum_{m=1}^n A_{0m} \omega \sin(\beta_m c x) \right) dx \quad (۲۰-۳)$$

$$f_{2i} = \frac{m_f c}{\rho_f z} \int_0^l \phi_i(x) \left(\sum_{m=1}^n A_{0m} \beta_m^2 \sin(\beta_m c x) \right) dx \quad (۲۱-۳)$$

۲-۳ انتخاب شکل مدهای مناسب برای تغییر شکل سیستم

یافتن توابعی (شکل مدها) که بتوانند همه‌ی شرایط مرزی هندسی و طبیعی سیستم غیرخطی مورد نظر را تامین نمایند، سخت و مشکل خواهد بود. از این رو، در روش مد مفروض در مورد سیستم‌های پیچیده می‌توان به دنبال توابعی بود که فقط شرایط مرزی هندسی را ارضا نمایند. لذا در کار فعلی، شکل مد خمشی تیر یک سرگیردار اویلر-برنولی به عنوان شکل مدهای قابل قبول در جهت محور x در نظر گرفته شده است. با توجه به اینکه شکل مدها باید شرایط مرزی را برآورده نمایند، در این صورت داریم [۸۶]:

$$\phi_i(x) = \cos(\beta_i x) - \cosh(\beta_i x) - \frac{\cos(\beta_i L) + \cosh(\beta_i L)}{\sin(\beta_i L) + \sinh(\beta_i L)} (\sin(\beta_i x) - \sinh(\beta_i x)) \quad (۲۲-۳)$$

که $\beta_i l_s$ به صورت زیر می‌باشند:

$$\beta_i l_s = 1/8751, 4/6941, 7/8547, 10/9956, \dots \quad (۲۳-۳)$$

در ادامه به حل معادلات دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر حرکت خواهیم پرداخت.

۳-۳ حل معادلات حرکت با روش میانگین‌گیری مختلط

سیستم غیرخطی دارای پیچیدگی‌های زیادی می‌باشند لذا حل دقیق تئوری ندارند. از جمله اینکه

به دلیل صادق نبودن اصل جمع آثار و تابع انتقال خطی، محاسبات پیچیده‌تر می‌گردد و در برخی فرکانس‌ها چندین جواب برای مسئله وجود دارد که یافتن تمام جواب‌ها نیاز به سعی و خطا و عملیات محاسباتی پیچیده خواهد داشت. به همین دلیل یافتن یک راه حل تقریبی برای سیستم‌های دینامیکی غیرخطی همواره مورد توجه محققان بوده است. ایده به کارگیری دینامیک آرام سیستم‌های غیرخطی یکی از موفق‌ترین روش‌ها برای حل این معضل بوده است [۹۱].

مدل دینامیک آرام سیستم‌های غیرخطی با تقسیم جواب مسئله به قسمت تغییرات آهسته و سریع شکل می‌گیرد. انگیزه‌ها و دلایل مهمی برای استفاده از دینامیک آرام سیستم وجود دارد. در واقع دینامیک سریع سیستم، نوسانات و نویزهای کوچک حول دینامیک آرام سیستم می‌باشند لذا قسمت تغییرات آهسته، دینامیک اصلی سیستم را نشان می‌دهد. همچنین تحلیل معادلات دارای تغییرات آهسته از معادلات دیفرانسیل اصلی سیستم ساده‌تر می‌باشد. یکی از روش‌های مناسب برای بدست آوردن دینامیک آرام، روش میانگین‌گیری مختلط می‌باشد [۹۲].

روش میانگین‌گیری مختلط نسبت به روش میانگین‌گیری معمول دارای روال محاسباتی ساده‌تری است و عبارت‌های مثلثاتی که حل نهایی مسئله را دشوار می‌کند در آن ایجاد نمی‌شود.

همچنین در روش میانگین‌گیری مختلط نیاز به حل جداگانه برای تشدیدهای اولیه و ثانویه نیست و یک بار حل برای تمام فرکانس‌ها کافی می‌باشد. به عبارت دیگر در حل معادلات دیفرانسیل غیرخطی با استفاده از روش‌های معمول تئوری اختلالات نظیر روش مستقیم، روش مقیاس چندتایی، جملات سکولار و مقسوم‌علیه‌های کوچک (عوامل صفر کننده مخرج کسر) ایجاد می‌شوند. به همین خاطر این حل برای فرکانس‌هایی نزدیک مقسوم‌علیه‌های کوچک معتبر نمی‌باشد. در روش‌هایی مانند میانگین‌گیری یا مقیاس‌های چندتایی، مقسوم‌علیه‌های کوچک به صورت توان عبارت نمایی ظاهر می‌گردند. از آنجا که در جواب خصوصی معادله دیفرانسیل از تغییرات سریع صرف‌نظر می‌شود، در نزدیکی مقسوم‌علیه‌های کوچک، عبارت توانی شامل آن‌ها دارای تغییرات آرام می‌باشد و باید در نظر گرفته شوند ولی در فرکانس‌هایی دورتر از مقسوم‌علیه‌های کوچک می‌توان از آن‌ها صرف‌نظر کرد. به

همین خاطر در نزدیکی مقسوم‌علیه‌های کوچک نیاز به حل جداگانه می‌باشد. ولی در روش میانگین‌گیری مختلط، با تغییر متغیر مختلط معادلات به فضای مختلط دامنه و فاز منتقل می‌شوند و در روند حل مقسوم‌علیه‌های کوچک ایجاد نمی‌شوند لذا نیاز به حل جداگانه برای این فرکانس‌ها نمی‌باشد و یک بار حل برای تمام فرکانس‌ها کافی است. در روش میانگین‌گیری، ابتدا تغییر متغیرهای مختلط در معادلات حرکت جایگزین می‌شوند. سپس قسمت دینامیک سریع و آرام جداسازی شده و از قسمت سریع میانگین‌گیری می‌شود و در نهایت قسمت آرام از معادلات میانگین‌گیری شده استخراج می‌گردد. در ادامه معادلات حرکت به ازای تعداد مدهای مختلف با روش میانگین‌گیری مختلط حل می‌گردد تا همگرایی جواب‌ها بررسی گردد. به دلیل کمبود فضا و حجم زیاد محاسبات برای تعداد مدهای زیاد، معادلات حل شده در حالت تک مد این قسمت ارائه می‌گردد و در حالت دو مد نیز در پیوست ارائه شده است.

۳-۴ حل معادلات حرکت در حالت تک مد به کمک روش میانگین‌گیری مختلط

معادلات حرکت در حالت تک مد به صورت زیر می‌باشند:

(۲۴-۳)

$$M_i \ddot{\eta}_i + C_i \dot{\eta}_i + K_i \eta_i + N L_i = f_{1i} \sin(\omega t) + f_{2i} \cos(\omega t)$$

که در رابطه فوق داریم:

$$N L_1 = -\frac{3}{2} E A \phi_1(x) \frac{d^2 \phi_1(x)}{dx^2} \left(\frac{d \phi_1(x)}{dx} \right)^2 \eta_1^3 \quad (۲۵-۳)$$

تغییر متغیرهای مختلط به صورت زیر تعریف می‌شوند [۹۲]:

$$\psi_1 = \eta_1 + i \Omega \eta_1 \rightarrow \eta_1 = \frac{\psi_1 + \psi_1^*}{2}, \eta_1 = \frac{\psi_1 - \psi_1^*}{2i \Omega}, \dot{\eta}_1 = \dot{\psi}_1 - i \Omega \frac{\psi_1 + \psi_1^*}{2} \quad (۲۶-۳)$$

$$\psi_1 = A_1(t) e^{i \Omega t} = (a_1(t) + i b_1(t)) e^{i \Omega t}$$

در عبارات فوق $\Omega = \omega$ می‌باشد. با جایگذاری عبارات فوق در معادلات حرکت، در نظر گرفتن

دینامیک مسئله در حالت پایا و جداسازی قسمت حقیقی و موهومی در نهایت به معادلات زیر خواهیم

رسید.

$$\begin{aligned} Im: M_1 \left(\Omega \frac{a_1}{2} \right) + C_1 \left(\frac{b_1}{2} \right) - K_1 \left(\frac{a_1}{2\Omega} \right) - \frac{3Nl_1}{8\Omega^3} a_1 (a_1^2 + b_1^2) \\ = -\frac{f_{11}}{2} \end{aligned} \quad (27-3)$$

$$Re: M_1 \left(-\Omega \frac{b_1}{2} \right) + C_1 \left(\frac{a_1}{2} \right) + K_1 \left(\frac{b_1}{2\Omega} \right) + \frac{3Nl_1}{8\Omega^3} b_1 (a_1^2 + b_1^2) = \frac{f_{21}}{2}$$

نحوه بدست آوردن معادلات فوق و همچنین روش بدست آوردن حل معادلات حرکت در دو مد در پیوست آمده است.

حال با حل معادلات فوق با استفاده از الگوریتم پیوسته طول کمان [۹۵-۹۳]، دامنه و فاز متغیر تعمیم یافته به صورت زیر به دست می آیند:

$$\begin{aligned} \{\eta_1(t)\} &= \frac{1}{\Omega} \left\{ \sqrt{a_1^2(t) + b_1^2(t)} \sin(\Omega t + \beta_1(t)) \right\}, \{\beta_1(t)\} \\ &= \left\{ \tan^{-1} \frac{b_1(t)}{a_1(t)} \right\} \end{aligned} \quad (28-3)$$

$$\{\dot{\eta}_1(t)\} = \left\{ \sqrt{a_1^2(t) + b_1^2(t)} \cos(\Omega t - \beta_1(t)) \right\}$$

معادله (۲۷-۳) یک دستگاه معادلات غیرخطی می باشد که با حل آن دامنه و فاز جواب در فرکانس - های مختلف بدست می آیند. اما راه حل آن بسیار پیچیده می باشد به خصوص آنکه در برخی فرکانس ها بیش از یک جواب وجود دارد. زمانی که به دلیل غیرخطی بودن مسئله با چندین جواب مواجه می شویم، روش هایی که بر اساس همگرایی محلی هستند، دچار مشکل می شوند (برای مثال در نقاط برگشتی یا حدی). تکنیک های بسیاری برای حل دستگاه معادلات غیرخطی و یافتن سیکل های حدی پیشنهاد شده است که همگی بر اساس تعمیم یک روش پایه ای مانند روش نیوتن می باشند. یک روش ساده استفاده از انتگرال گیری زمانی به ازای یک فرکانس تحریک مشخص و تکرار این عمل برای یک بازه ی فرکانسی مشخص می باشد. اگرچه این روش یک روش مستقیم برای حل مسئله می باشد اما به این

دلایل ناکارآمد می‌باشد: (۱) برخی سیستم‌ها به خصوص سیستم‌هایی که تحت نیروی ضربه‌ای قرار می‌گیرند دارای دوره گذرای طولانی می‌باشند و برای یافتن پاسخ پرودیک حالت پایا لازم است در یک بازه زمانی طولانی انتگرال‌گیری شود و حجم محاسبات زیادی را لازم دارد. (۲) جواب‌های ناپایدار به سختی با روش انتگرال‌گیری زمانی قابل دستیابی است زیرا این جواب‌های ناپایدار به ازای برخی شرایط اولیه خاص بدست می‌آید که اغلب به صورت اتفاقی رخ می‌دهند. در این بین الگوریتم پیوسته یک روش پیشرفته در حل دستگاه معادلات غیرخطی بوده و کارایی بسیار زیادی در یافتن نقاط بهینه کلی و جواب‌های دستگاه معادلات دارا می‌باشند. ابتدا حل از یک نقطه اولیه که معمولاً با استفاده از روش انتگرال‌گیری زمانی بدست می‌آید شروع می‌شود و سپس با استفاده از یک الگوریتم پیش‌بینی نقطه بعد و تصحیح خطا، تمام جواب‌ها و انشقاق‌ها بدست می‌آید. همچنین این روش به سادگی نقاط ناپایدار را پیدا می‌کند. الگوریتم پیوسته طول کمان یک ابزار قدرتمند و بسیار سریع برای بررسی سیستم‌های غیرخطی می‌باشد.

در ادامه به بررسی رفتار سیستم می‌پردازیم.

فصل ۴

تجزیه و تحلیل نتایج عملگر سیال نرم

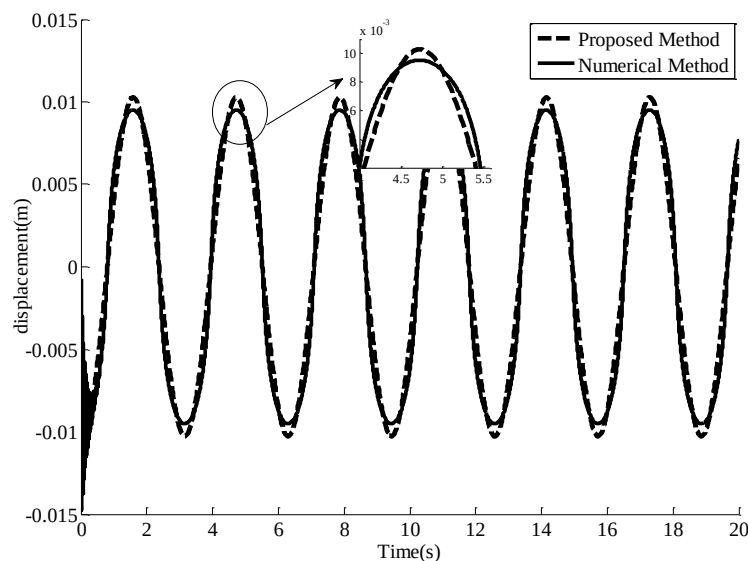
۱-۴ اعتبار سنجی و مقایسه با سایر روش ها

در جدول ۱-۴ مشخصات هندسی و فیزیکی عملگر سیال نرم بیان شده است. در ادامه با استفاده از سه روش به اعتبار سنجی مدلسازی^۱ و روش حل ارائه شده و مقایسه آن با روش های دیگر می پردازیم.

جدول ۱-۴. مشخصات فیزیکی و هندسی سیستم.

Property	Value	Property	Value
$l_f(mm)$	80	$L(mm)$	320
E (KPa)	2	$\rho \left(\frac{kg}{m^3}\right)$	1100
$\mu_f\left(\frac{kg}{m.s}\right)$	0.01307	$\rho_f\left(\frac{kg}{m^3}\right)$	1000
$p_a[Pa]$	4	$b_s(mm)$	90
$z(mm)$	6	$h_s(mm)$	12
$r_c(mm)$	5	$l(mm)$	3250

شکل ۴-۱ مقایسه روش ارائه شده با حل عددی را نشان می دهد. منظور از حل عددی این است که معادله حرکت سیستم (معادله ۲-۳۷) به طور مستقیم با استفاده از ode در نرم افزار متلب حل شده است. همان طور که شکل نشان می دهد انطباق مناسبی وجود دارد.



شکل ۴-۱. مقایسه روش پیشنهادی با حل عددی در فرکانس $\omega = 6.1992 \frac{rad}{s}$ و سرعت سیال $V = 0.5 \frac{m}{s}$.

^۱ با توجه به محدودیت های مدل های موجود از عملگرهای سیال نرم در مراجع، مقایسه با تحقیقات و مدل های دیگران جهت اعتبار سنجی روش حل در بخش ۶-۱ انجام شده است.

در جدول ۲-۴ سه فرکانس طبیعی اول سیستم با سه روش مختلف نشان داده شده است. در این جدول علاوه بر روش پیشنهادی، فرکانس های طبیعی با روش عددی (رانگ کوتا مرتبه ۴) و روش المان محدود غیرخطی^۱ بدست آمده است (به این منظور کدنویسی در نرم افزار متلب بر اساس روش المان محدود غیرخطی برای مدل پیشنهادی با ساده سازی هایی انجام شد).

جدول ۲-۴. مقایسه فرکانس های طبیعی.

method	number of elements (or mode shapes)	ω_1	ω_2	ω_3
4 th Rung-Kutta method	*	8.79312	55.10558	154.2972
NFEM	2	8.7974	55.5732	187.9587
	3	8.7940	55.2866	156.2198
	4	8.7934	55.1698	155.4919
	5	8.7932	55.1331	154.8515
	6	8.7932	55.1192	154.5796
	10	8.7931	55.1074	154.3365
Proposed method	1	8.79312	*	*
	2	8.79312	55.10558	**
	3	8.79312	55.10558	154.2972

نتایج فوق نشان می دهد که اولاً فرکانس های طبیعی به دست آمده از روش ارائه شده دارای دقت مناسبی هستند و ثانياً تعداد درجات آزادی یا نودهای در نظر گرفته شده در روش پیشنهادی حدود یک سوم روش المان محدود غیرخطی می باشد یعنی در روش مذکور سیستم سریع تر همگرا می شود.

شکل ۲-۴ شبیه سازی انجام شده در نرم افزار انسیس^۲ را نشان می دهد. برای این منظور ابتدا مدل سیستم ترسیم شد. با استفاده از قسمت فلوئنت^۳، مش گذاری^۴ و فشار و سرعت سیال ورودی انجام شد. برای مش زدن از مش هگزاهدرا با ۱۶۲۶۹۰۸ نود و ۴۷۱۷۵۴۴ المان استفاده شد. شکل ۳-۴ نتایج

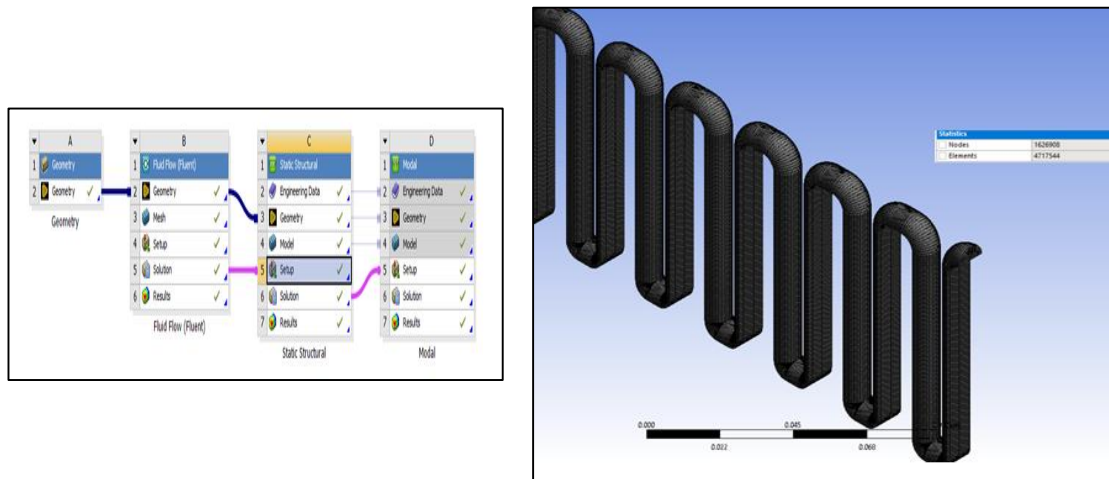
^۱Nonlinear finite element method(NFEM)

^۲Ansys software

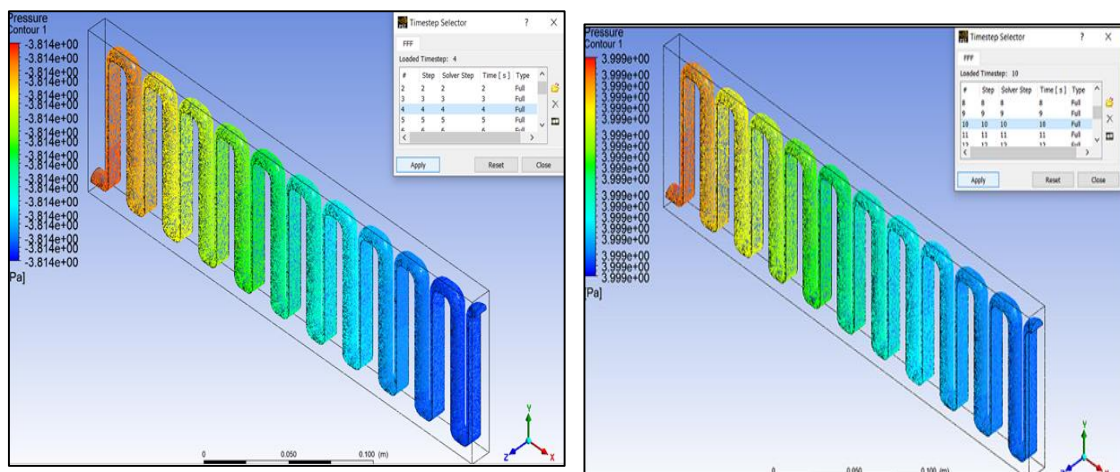
^۳Fluent

^۴Meshing

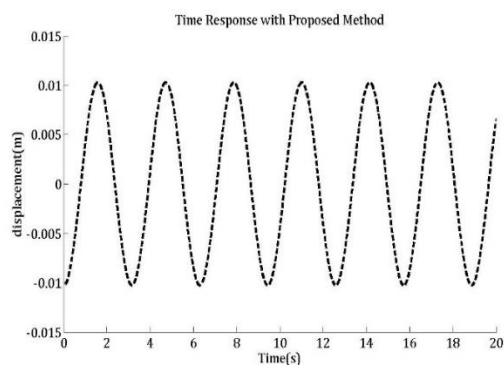
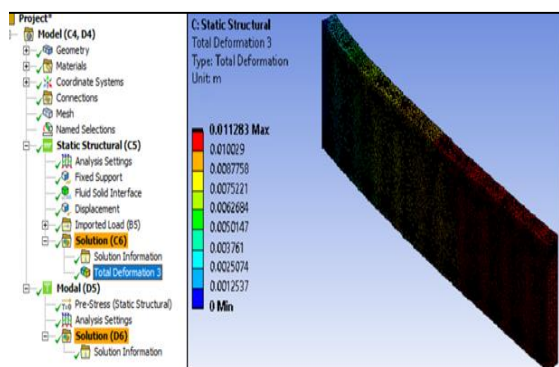
مربوط به توزیع فشار را در ثانیه ۴ و ۱۰ نشان می‌دهد. شکل ۴-۴ نیز نتایج مربوط به تغییر شکل انتهای عملگر سیال را با استفاده از نرم افزار انسیس و روش پیشنهادی نشان می‌دهد. میزان تغییر شکل در نرم افزار انسیس و روش پیشنهادی به ترتیب ۰,۰۱۲۸ و ۰,۰۱ متر می‌باشد. این مقایسه نیز نشان می‌دهد روش پیشنهادی دقت مناسبی دارد.



شکل ۴-۲. شبیه سازی در نرم افزار انسیس. الف) قسمت های استفاده شده از نرم افزار ب) مش گذاری حجمی از نوع هگزاهدرا (هشت وجهی)



شکل ۴-۳. توزیع فشار در الف) ثانیه ۴ ام. ب) ثانیه ۱۰ ام.



شکل ۴-۴. مقایسه تغییر شکل انتهای عملگر سیال (الف) شبیه سازی نرم افزار انسیس. (ب) روش پیشنهادی

جدول ۴-۳ زمان لازم برای حل را در روشهای مختلف نشان می دهد. همان طور که نتایج نشان می دهد این روش در مقایسه با سایر روش ها، دارای زمان حل کمتری است. همچنین جدول ۴-۴ زمان لازم برای حل را به ازای افزایش تعداد مودها برای روش پیشنهادی و روش رانگ کوتا نشان می دهد. از این جدول می توان این طور نتیجه گرفت که با افزایش تعداد مدها به شدت کارایی روش رانگ کوتا کاهش می یابد و زمان لازم برای حل معادلات با این روش افزایش چشمگیری می یابد (همان چالش اصلی در مدلسازی ربات های نرم که با افزایش دقت و پیچیدگی معادلات، هزینه محاسباتی افزایش قابل توجهی می یابد) اما در روش پیشنهادی این چالش تا حد مطلوبی بهبود یافته است.

جدول ۴-۳. مقایسه زمان حل در روش های مختلف

Method	Solution time (s)
Proposed method	3.244931
4 th order Runge-Kutta formula	23.027635
FEM	28.057666
Ansys	51849.35241

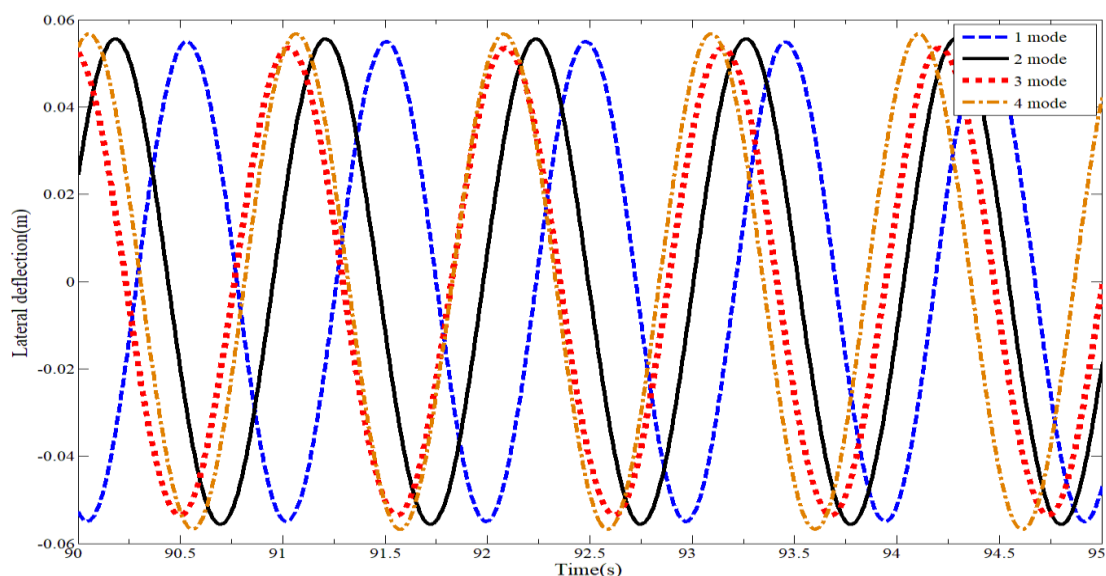
جدول ۴-۴. مقایسه اثر افزایش تعداد مدها در زمان حل معادلات حرکت

Method	Solution time (s)			
	One mode	Two mode	Three mode	Four mode
Proposed method	3.244931	4.884556	7.121422	12.05569
4 th order Runge-Kutta formula	23.027635	49.450381	75.031387	123.821584

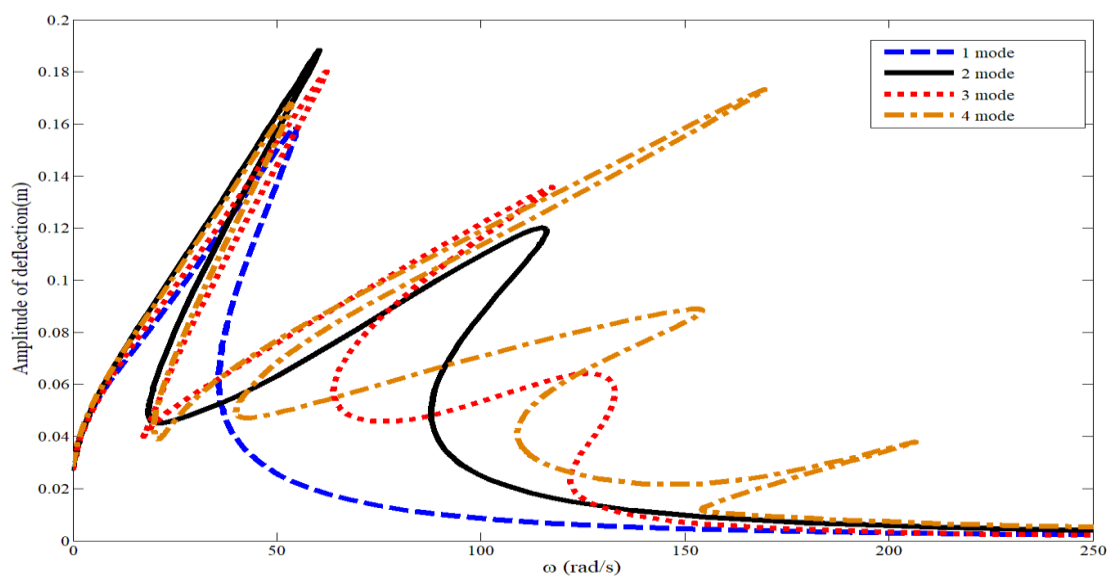
از نتایج فوق می‌توان گفت که چالش بین دقت و هزینه محاسباتی (زمان حل معادلات) در ربات‌های نرم با روش پیشنهادی تا حدود زیادی بهبود یافته است. علاوه بر این که یکی از مزایای روش پیشنهادی، کاربرد آن در یافتن پاسخ فرکانسی معادلات غیرخطی ربات‌های نرم می‌باشد که موجب می‌شود شناخت جامع تری از سیستم به دست آید که در طراحی، بهینه‌سازی و کنترل این ربات‌ها بسیار پراهمیت می‌باشد. در ادامه از این خاصیت در تحلیل و بهبود کارایی عملگر سیال نرم بیشتر استفاده می‌کنیم.

۴-۲ بررسی اثر مدلسازی سیستم به صورت چند مد

شکل ۴-۵ و ۴-۶ تاثیر افزایش تعداد شکل‌مدهای تغییر شکل در حوزه الاستیک (n در معادله حرکت) را به ترتیب در پاسخ زمانی و پاسخ فرکانسی سیستم نشان می‌دهد. همانطور که نتایج نشان می‌دهد تفاوت میزان تغییر شکل در فرکانس‌های پایین، ناچیز می‌باشد و تقریباً نمودارها روی هم منطبق می‌باشد اما در فرکانس‌های بالا و فرکانس‌های رزونانس به خصوص رزونانس دوم به بعد، تفاوت‌ها قابل ملاحظه می‌باشند. همچنین با افزایش تعداد مدها جواب‌ها همگرا می‌شوند. این نمودارها اهمیت در نظر گرفتن سیستم به صورت چند مد را نشان می‌دهد که علاوه بر اینکه ماهیتاً ربات نرم به واسطه درجه آزادی بی‌نهایت به سیستم چند مد نسبت به تک مد و مدل‌های لامپ شبیه‌تر است، سیستم چند مد اطلاعات دقیق‌تری از میزان تغییر شکل و فرکانس‌های رزونانس سیستم در اختیار قرار می‌دهد که در طراحی، بهینه‌سازی و کنترل بسیار حائز اهمیت می‌باشند. همان‌طور که مشخص می‌باشد موارد ذکر شده در پاسخ زمانی (شکل ۴-۵) چندان واضح نیست برخلاف پاسخ فرکانسی که تحلیل جامع‌تری از سیستم را حاصل می‌کند. یکی از مزیت‌های روش پیشنهادی در این تحقیق قابلیت آن در یافتن پاسخ فرکانسی سیستم غیرخطی در نظر گرفته شده و یافتن تمام پاسخ‌های پایدار و ناپایدار آن می‌باشد. از این پس شبیه‌سازی‌ها برای حالت ۴ مد ارائه می‌شود.



شکل ۴-۵. بررسی اثر افزایش تعداد مدها و همگرایی نتایج در $V_f = 0.5 \frac{m}{s}$ و $\omega = 6.1204 \frac{rad}{s}$ ، پاسخ زمانی.



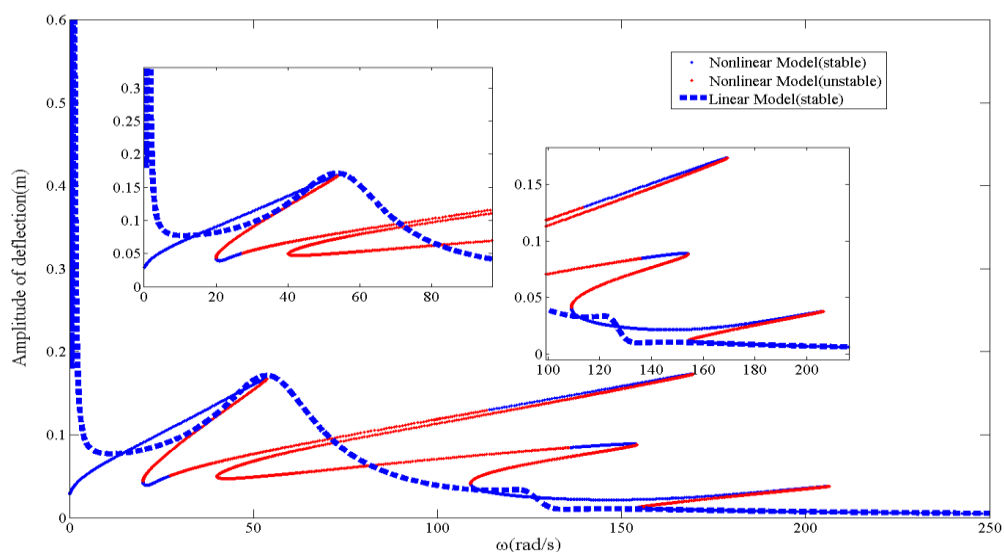
شکل ۴-۶. بررسی اثر افزایش تعداد مدها و همگرایی نتایج، پاسخ فرکانسی.

۴-۳ مقایسه مدل سازی خطی و غیرخطی

با توجه به ماهیت نرم عملگر سیال و تغییر شکل بزرگ، برای مدلسازی دقیق تر از کرنش غیرخطی و ن کارمن استفاده شده است. شکل ها ۴-۷ که پاسخ فرکانسی سیستم خطی و غیرخطی را نشان می دهد به وضوح اثر در نظر گرفتن عبارت غیرخطی در مدلسازی ربات نرم را نشان می دهد. با توجه

به معادله حرکت (۳-۱۵) و عبارت غیرخطی (رابطه ۳-۱۹)، مشخص می‌شود که نوع غیر خطی در سیستم ما از جنس سفتی می‌باشد. در حالت غیرخطی، دامنه حرکت باله به کاهش یافته است. همچنین فرکانس‌های طبیعی و رزونانس سیستم غیرخطی به سمت راست شیفت پیدا کرده‌اند. این نشان می‌دهد در سیستم غیرخطی، سفتی سیستم افزایش یافته است که در نتیجه میزان تغییر شکل کاهش و فرکانس‌های طبیعی و به تبع آن فرکانس‌های رزونانس افزایش یافته است.

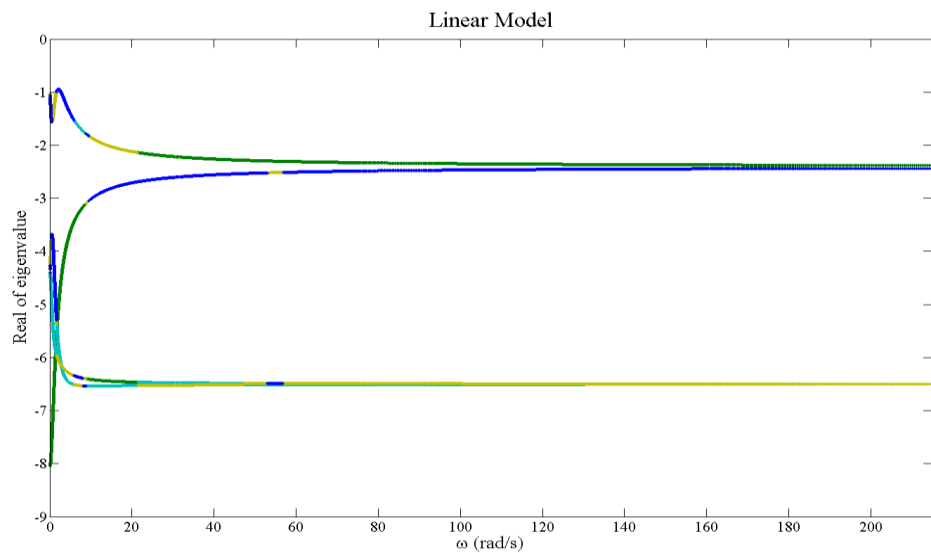
یکی دیگر از تفاوت‌های اساسی مدل‌سازی غیرخطی با مدل خطی این است که در برخی محدوده‌ها بیش از یک پاسخ در حالت پایا برای سیستم وجود دارد که رفتار سیستم به ازای هر پاسخ متفاوت می‌باشد. بررسی مقادیر ویژه در حالت مدل‌سازی خطی (شکل ۴-۸) حاکی از پایداری سیستم در تمام فرکانس‌ها می‌باشد در حالی که مدل‌سازی غیرخطی (شکل ۴-۹) حاکی از وجود سیکل‌های حدی



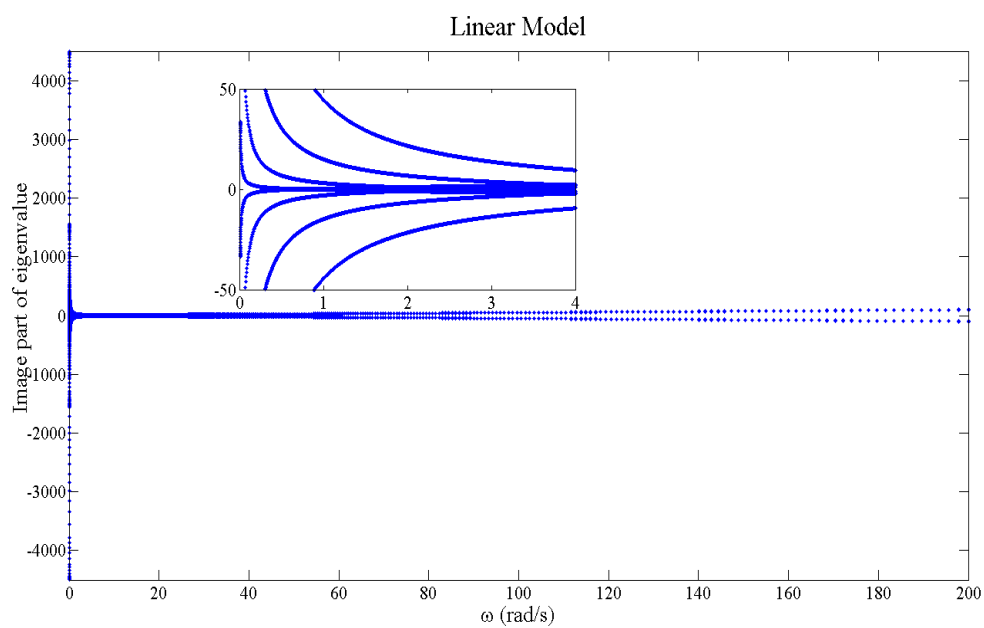
شکل ۴-۷. مقایسه مدل‌سازی خطی و غیرخطی، پاسخ فرکانسی.

ناپایدار در برخی از محدوده فرکانسی می‌باشد. برای بررسی پایداری سیستم لازم است ماتریس ژاکوبین معادلات حرکت به ازای پاسخ‌های حالت پایا بدست آید. اگر قسمت حقیقی تمام مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین منفی باشد سیستم پایدار خواهد بود. در شکل ۴-۷ دامنه پایدار با رنگ آبی و دامنه ناپایدار با رنگ قرمز مشخص شده است. سیستم در فرکانس‌های کم ($\omega(\frac{rad}{s}) < 19.8$) تنها

یک جواب دارد که پایدار می باشد لذا به ازای هر شرایط اولیه ای سیستم در این سیکل حدی نوسان می کند. با افزایش فرکانس در نقطه $\omega \left(\frac{rad}{s} \right) = 19.8$ دامنه حرکت به یکباره کاهش زیادی می یابد.

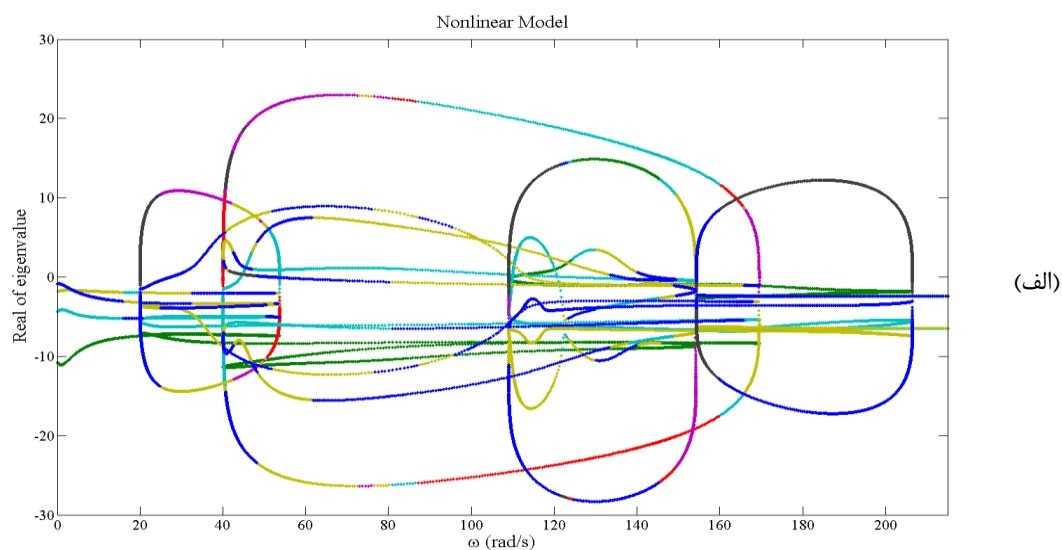


(الف)

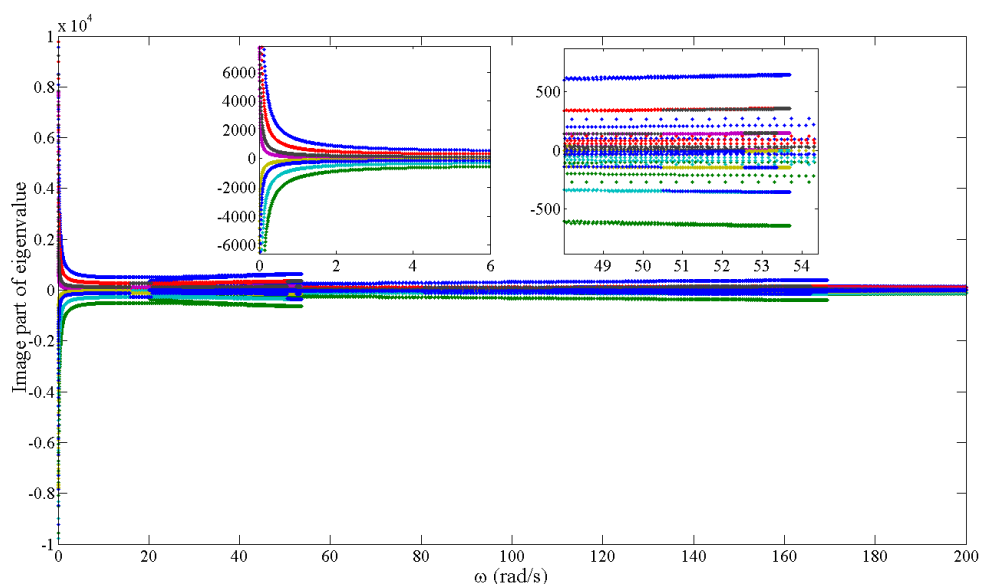


(ب)

شکل ۴-۸. مقادیر ویژه در مدل خطی، (الف) قسمت حقیقی، (ب) قسمت موهومی.



(الف)



(ب)

شکل ۴-۹. مقادیر ویژه در مدل غیرخطی، (الف) قسمت حقیقی، (ب) قسمت موهومی.

در ناحیه $19.8 < \omega(\frac{rad}{s}) < 41$ ، سه شاخه (سه پاسخ) وجود دارد که دو شاخه پایدار است. اما وجود شاخه ناپایدار در این ناحیه موجب می شود رفتار سیستم در این ناحیه به شدت به شرایط اولیه وابسته باشد. برای مثال به ازای هر شرایط اولیه در نزدیکی شاخه پایدار پایینی، سیستم رفتاری مشابه سیکل حدی کوچک و به ازای هر شرایط اولیه در نزدیکی پایدار بالایی، رفتاری مشابه سیکل حدی پایدار بزرگتر دارد. همچنین اگر شرایط اولیه ما متناسب با شاخه میانی ناپایدار باشد در این

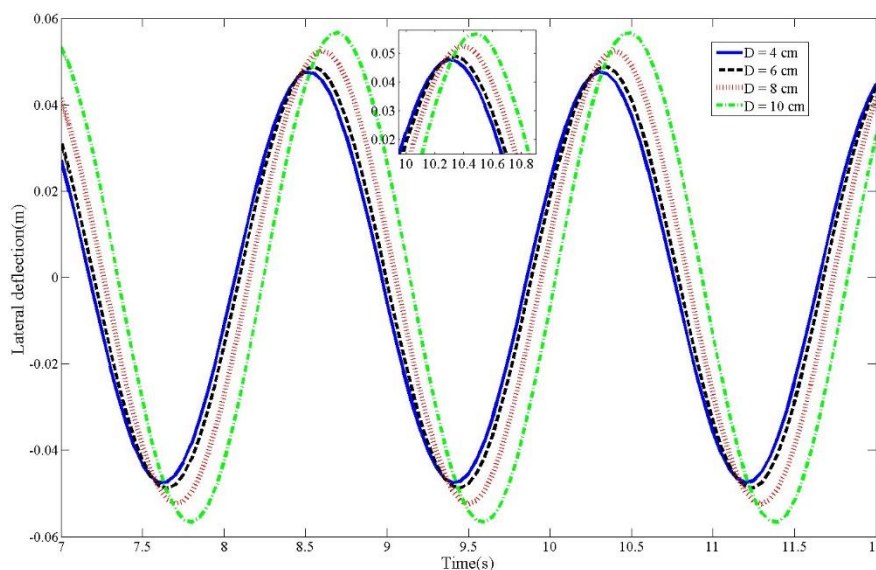
شاخه نمی ماند بلکه به سمت نقطه (سیکل حدی) پایدار کوچک یا بزرگ پرش می کند. لذا با توجه به اینکه شرایط اولیه سیستم به چه شکلی باشد ممکن است سیستم پایدار یا ناپایدار باشد. در ناحیه $41 < \omega(\frac{rad}{s}) < 46.7$ ، سه شاخه (سه پاسخ) وجود دارد که دو شاخه ناپایدار است و در این محدوده نیز با توجه شرایط اولیه، ممکن است سیستم پایدار یا ناپایدار باشد. در ناحیه $41 < \omega(\frac{rad}{s}) < 46.7$ ، سه شاخه (سه پاسخ) وجود دارد که دو شاخه ناپایدار است و در این محدوده نیز با توجه شرایط اولیه، ممکن است سیستم پایدار یا ناپایدار باشد. در ناحیه $46.7 < \omega(\frac{rad}{s}) < 116.4$ ، سه شاخه (سه پاسخ) وجود دارد که هر سه شاخه ناپایدار است لذا در این محدوده فرکانسی سیستم ناپایدار می باشد. همین روند در فرکانس‌های بعدی هم قابل بررسی می‌باشد. فرکانسی که سیستم در آن از حالت پایدار به ناپایدار (یا بالعکس) تبدیل می‌گردد فرکانس بحرانی Ω_c نامیده می‌شود. مقادیر ویژه به صورت مزدوج مختلط می‌باشند. با افزایش فرکانس قسمت موهومی همواره در حال کاهش می‌باشد که نشان‌دهنده‌ی این است که فرکانس نزدیک شدن به سیکل حدی در حال کاهش می‌باشد تا اینکه با رسیدن به سیکل حدی به صفر می‌رسد. همچنین در ابتدا قسمت حقیقی مقادیر ویژه منفی می‌باشند لذا سیستم پایدار است. با افزایش فرکانس تحریک یکی از شاخه‌ها محور حقیقی را قطع می‌کند و مقدار ویژه از منفی به مثبت تغییر می‌کند و سیستم ناپایدار می‌گردد. اولین انشقاق در فرکانس بحران $\Omega_{c1} = 19.8$ رخ می‌دهد. با افزایش فرکانس، انشقاق‌های بعدی نیز رخ می‌دهد که تمامی آن‌ها از نوع انشقاق هاپف^۱ می‌باشند.

همان طور که نتایج فوق نشان می‌دهد در نظر گرفتن غیرخطی در مدلسازی ربات‌های نرم، تاثیر به سزایی در رفتار سیستم دارد و در نظر گرفتن آن ضروری می‌باشد.

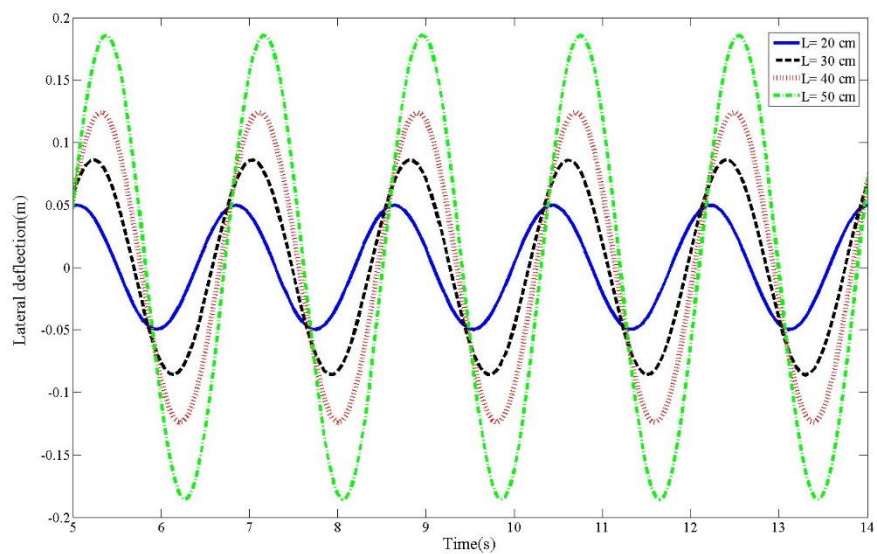
^۱Hopf

۴-۴ بررسی اثر پارامترها بر رفتار سیستم

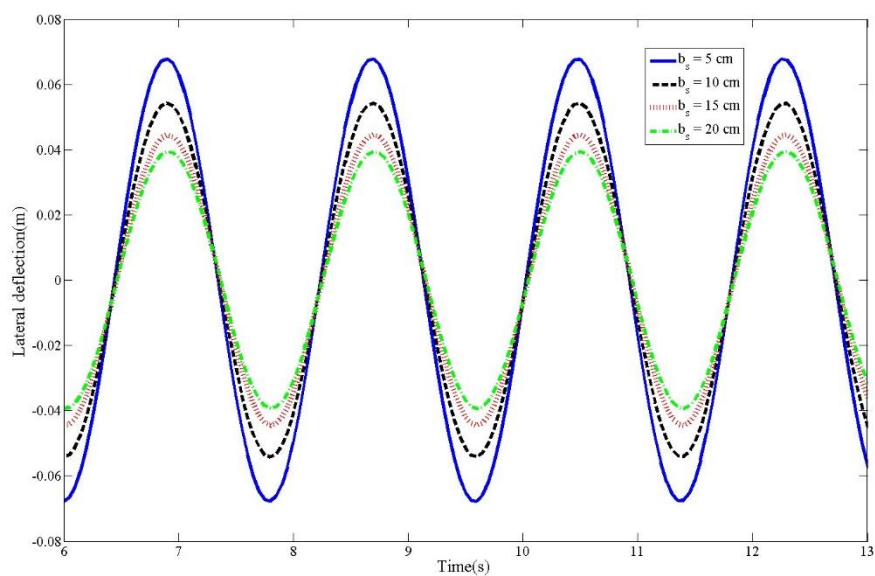
در شکل های ۴-۱۰ تا ۴-۱۳ اثر پارامترهای هندسی قطر کانال ها، طول، عرض و ضخامت تیر (بدنه عملگر) بر تغییر شکل عملگر سیال نرم نشان داده شده است. در مقدمه ذکر شد که سطح مقطع بهینه برای کانال های جریان سیال، نیم دایره می باشد. همان طور که از شکل ۴-۱۰ مشخص می باشد افزایش قطر کانال موجب افزایش تغییر شکل و دامنه حرکت سیستم می شود ولی تغییر قطر کانال ها تاثیر چشمگیری بر تغییر شکل سیستم ندارد. همچنین می توان نتیجه گرفت که با افزایش طول تیر میزان تغییر شکل سیستم افزایش ولی با زیاد شدن عرض و ضخامت تیر، تغییر شکل سیستم کاهش می یابد. به عبارت دیگر برای دست یابی به خمش و تغییر شکل یکسان، با افزایش قطر کانال ها یا طول تیر فشار و روی کمتری لازم است و برعکس برای رسیدن به همان تغییر شکل با افزایش عرض یا ضخامت تیر، فشار ورودی بیشتری لازم می باشد. با توجه به ضرایب معادله حرکت، افزایش ضخامت و عرض تیر موجب افزایش سطح مقطع عملگر و در نتیجه افزایش ماتریس سفتی غیر خطی و اینرسی می شود. همچنین افزایش قطر کانال موجب افزایش میرایی، سفتی و نیروی تحریک می شود. همین اثر دوگانه در عوامل کاهش و افزایش تغییر شکل موجب شده است تا تاثیر تغییر قطر کانال بر رفتار سیستم چشمگیر نباشد.



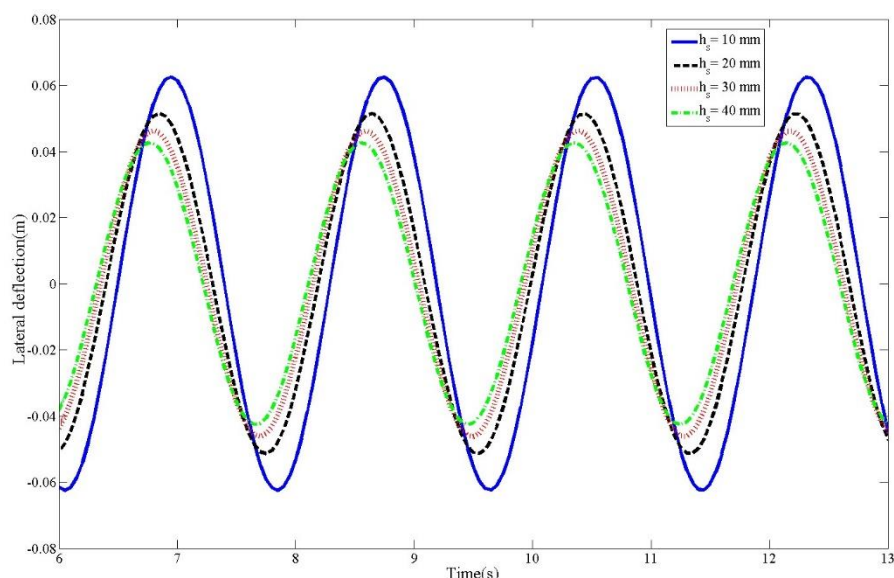
شکل ۴-۱۰. بررسی اثر قطر کانال‌های جریان بر سیستم.



شکل ۴-۱۱. پاسخ زمانی تغییر شکل انتهای عملگر نرم به ازای طول‌های مختلف.



شکل ۴-۱۲. بررسی اثر عرض عملگرسیال بر پاسخ زمانی سیستم.



شکل ۴-۱۳. پاسخ زمانی تغییر شکل انتهای عملگر نرم به ازای ضخامت های مختلف.

در ادامه اثر پارامترهای فیزیکی شامل سرعت سیال، چگالی سیال و چگالی توزیع کانال های عبور سیال بر رفتار سیستم بررسی می شود. در این موارد پاسخ فرکانسی سیستم با در نظر گرفتن مقادیر مختلف برای پارامترها مذکور و ثابت بودن سایر مقادیر بدست می آید.

ضریب کیفیت به صورت نسبت انرژی مفید ایجاد شده در عملگر به انرژی اتلافی ناشی از ویسکوزیته سیال تعریف می شود [۹۶، ۹۷]:

$$Q_p = 2\pi \frac{\dot{E}_s}{\dot{E}_{diss}} \quad (4-1)$$

E_s انرژی ذخیره شده در سیستم و E_{diss} انرژی اتلافی می باشد.

$$\dot{E}_s = \frac{1}{2} \omega^2 \dot{m}_c \int_0^L w^2(x, t) dx \quad (4-2)$$

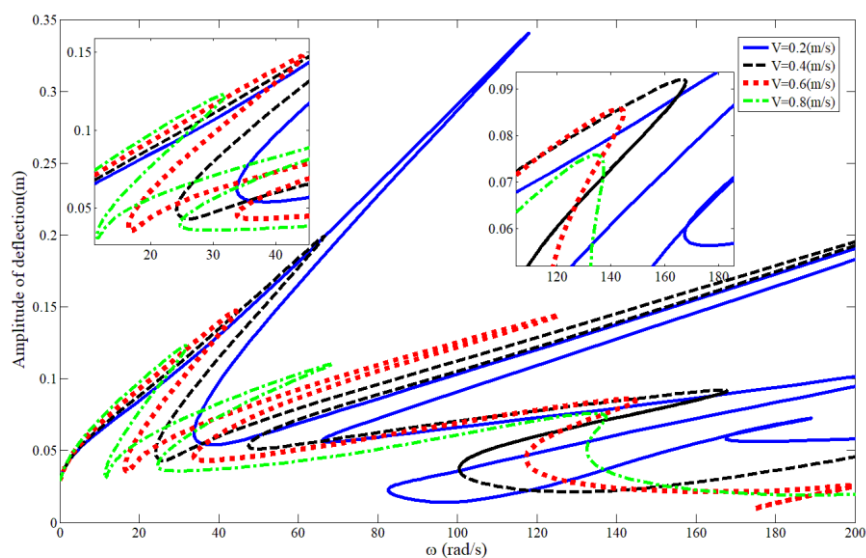
$$\dot{E}_{diss} = \frac{\dot{m}_c}{\rho_f} \int_0^l \left(-\frac{dp}{dx} \right) dx \quad (4-3)$$

$$Q_p = 2\pi \frac{\frac{1}{2} \omega^2 \dot{m}_c \int_0^L w^2(x, t) dx}{\frac{\dot{m}_c}{\rho_f} \int_0^l \left(-\frac{dp}{dx} \right) dx} \quad (4-4)$$

$$= -\pi \omega^2 \frac{\int_0^l w^2(x, t) dx}{\int_0^l \left(2zV \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + V \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\mu}{\rho_f} zV \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) dx}$$

شکل ۴-۱۴ اثر سرعت سیال بر رفتار سیستم را نشان می دهد. افزایش سرعت سیال، موجب افزایش

میرایی و کاهش سفتی خطی می‌شود لذا با افزایش سرعت سیال، دامنه تغییر شکل انتهای عملگر و فرکانس‌های رزونانس کاهش می‌یابد. همچنین فرکانس نقطه شروع انشقاق اولیه کاهش می‌یابد یعنی سیستم در فرکانس‌های پایین‌تر دچار انشقاق و چند جوابی می‌باشد. فرکانس نقطه شروع انشقاق ثانویه نیز با افزایش سرعت سیال کاهش می‌یابد ولی محدوده فرکانسی مربوط به وجود سیکل حدی ناپایدار به شدت کاهش پیدا می‌کند. وجود نقاط انشقاق و چند جوابی در سیستم به علت عبارت غیرخطی در مدلسازی می‌باشد. کاهش محدوده فرکانسی چند جوابی و انشقاق نشان دهنده کاهش اثر غیرخطی در سیستم با افزایش سرعت سیال عملگر می‌باشد.



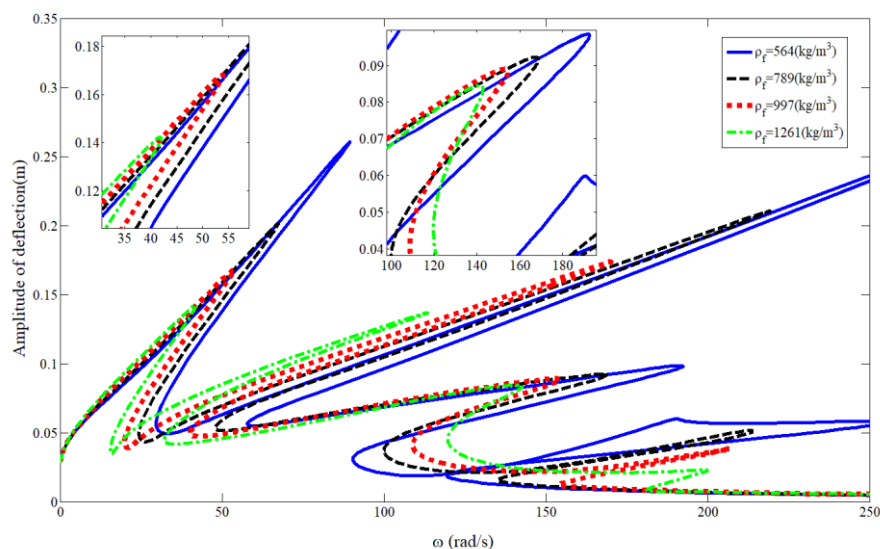
شکل ۴-۱۴. پاسخ فرکانسی تغییر شکل انتهای عملگر نرم به ازای سرعت‌های مختلف سیال.

همچنین جدول ۴-۵ اثر سرعت سیال بر ضریب کیفیت عملگر را نشان می‌دهد. واضح است که با افزایش سرعت سیال به علت کاهش تغییر شکل عملگر، ضریب کیفیت کاهش می‌یابد.

جدول ۴-۵. اثر سرعت سیال بر ضریب کیفیت

Fluid velocity($\frac{m}{s}$)	Q_p
0.2	0.002937
0.4	0.001838
0.6	0.001489
0.8	0.001112

اثر چگالی سیال عملگر در شکل ۴-۱۵ نشان داده شده است. با افزایش چگالی سیال، دامنه جابجایی کاهش می‌یابد. همچنین فرکانس طبیعی سیستم و به تبع آن فرکانس بیشینه جابجایی (رزونانس) نیز کاهش می‌یابد. با افزایش چگالی فرکانس مربوط به شروع انشقاق و نیز محدوده ناپایداری سیستم (وجود سیکل حدی ناپایدار) کاهش یافته است. همچنین جدول ۴-۶ اثر چگالی سیال بر ضریب کیفیت عملگر را نشان می‌دهد. واضح است که با افزایش چگالی سیال، ضریب کیفیت کاهش می‌یابد. با توجه به ضرایب معادله حرکت نیز افزایش چگالی سیال موجب افزایش میرایی و سفتی خطی سیستم و به تبع آن کاهش تغییر شکل عملگر می‌شود.



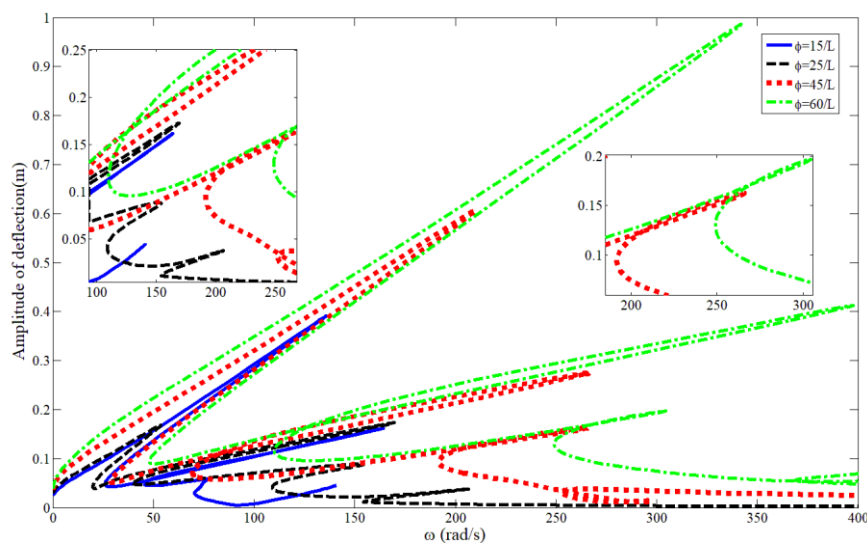
شکل ۴-۱۵. اثر چگالی سیال بر رفتار سیستم.

جدول ۴-۶. اثر چگالی سیال بر ضریب کیفیت.

Fluid	Density(kg/m^3)	Q_p
Air	1.445	0.002101
Ethanol	789	0.001744
Water	997	0.001682
Glycerol	1261	0.001546

اثر چگالی توزیع کانال‌های سیال بر پاسخ فرکانسی سیستم در شکل ۴-۱۶ نشان داده شده است. با افزایش چگالی توزیع کانال‌ها، دامنه جابجایی افزایش می‌یابد. همچنین فرکانس رزونانس نیز افزایش

می‌یابد. همچنین با افزایش چگالی توزیع کانال‌ها فرکانس مربوط به شروع انشقاق و نیز محدوده ناپایداری سیستم (وجود سیکل حدی ناپایدار) افزایش یافته است. جدول ۴-۷ اثر چگالی توزیع کانال‌ها بر ضریب کیفیت عملکرد را نشان می‌دهد. واضح است که با افزایش چگالی سیال، ضریب کیفیت نیز افزایش می‌یابد. افزایش چگالی توزیع کانال‌ها، موجب افزایش میرایی، سفتی خطی و نیروی تحریک می‌شود اما اثر آن در میزان افزایش نیرو بیش از افزایش میرایی و سفتی می‌باشد.



شکل ۴-۱۶. اثر چگالی توزیع کانال‌های سیال بر رفتار سیستم.

جدول ۴-۷. اثر چگالی توزیع کانال‌ها بر ضریب کیفیت.

Distribution channels	Q_p
density	
15/L	0.001193
25/L	0.001342
45/L	0.002527
60/L	0.003472

با توجه به نتایج فوق مشخص می‌شود برای افزایش کارایی عملکرد و دست یافتن به تغییر شکل‌های بزرگتر به ازای فشار ورودی یکسان، می‌توان سرعت و چگالی سیال را کاهش یا چگالی توزیع کانال‌های سیال را افزایش داد. لذا با تغییر پارامترهای سیستم می‌توان رفتار سیستم را تغییر داد و متناسب با نوع کاربرد رفتار سیستم را کنترل نمود. همچنین به کمک روش مذکور توانستیم پاسخ فرکانسی سیستم را به دست آوریم که امکان شناخت کامل سیستم در فرکانس‌های مختلف را فراهم می‌کند. از ثمرات

این نحوه شناخت سیستم این می‌باشد که مثلاً با تنظیم فرکانس کاری سیستم روی رزونانس اول می‌توانیم به تغییر شکل‌های بزرگتر و در نتیجه کارایی بهتر سیستم دست یابیم. یا با شناخت محدوده ناپایداری سیستم، فرکانس کاری سیستم را در محدوده دورتر از آن تعریف نماییم.

فصل ۵

کاربرد عملگر سیال نرم در ربات ماهی

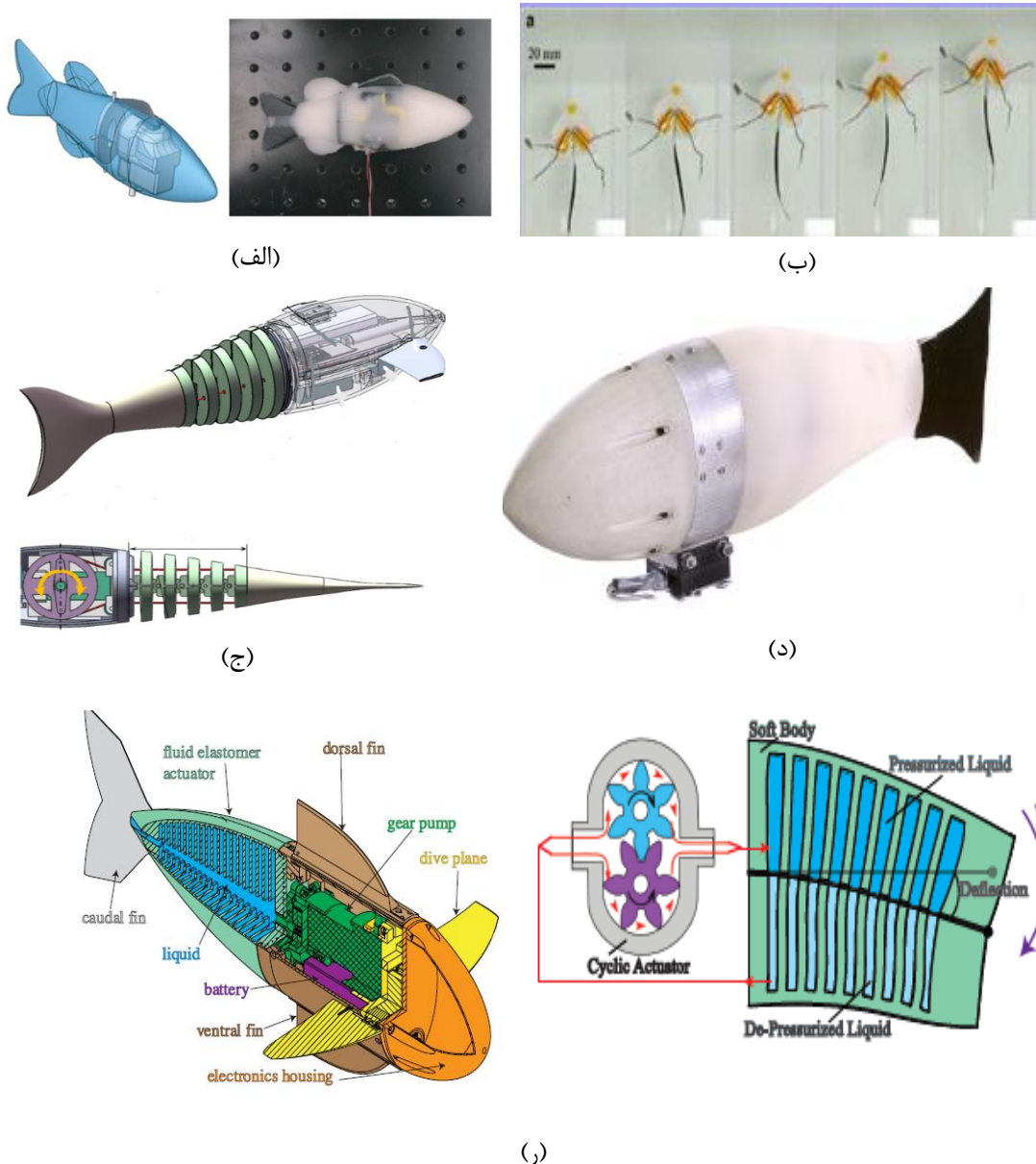
همواره یافتن سیستم رانش (نیرو محرکه) برای ربات های زیر آب از جمله ربات ماهی مورد توجه محققان به خصوص در دهه های اخیر بوده است. طرح معمول برای سیستم رانش ربات های ماهی، استفاده از چند میله صلب به هم پیوسته که در محل هر مفصل یک موتور قرار گرفته می باشد [۹۹-۱۰۲]. اما این سیستم ها در عمل به علت ساختار پیچیده، کنترل دشوار، مصرف انرژی نسبتاً بالا، بدنه بزرگ و بازده انرژی پایین خدشه دار می شود [۱۰۳]. در این بین برخی از ربات های ماهی با تغییر شکل باله به جای استفاده از پروانه یا موتور عمل شنا را انجام می دهند. ربات های ماهی سازگار (نرم) یا ربات های ماهی که دارای باله نرم می باشند و از ارتعاش باله و تغییر شکل آن به عنوان سیستم رانش و مانور استفاده می کنند می توانند عملکرد شنای بهتری نسبت به ربات های ماهی با بدنه ی صلب^۱ داشته باشند [۱۰۴]. اخیراً، محققان انواع جدیدی از ربات های ماهی را بر اساس فناوری های رانش سازگار، مانند پلیمر یونی [۱۰۵، ۱۰۶]، آلیاژهای حافظه دار [۱۰۷، ۱۰۸]، جریان سیال [۱۰۹، ۱۱۰] و محرک های الاستومری دی الکتریک [۱۱۱] توسعه داده اند. به عنوان مثال، چن و همکاران در [۱۰۵] یک ربات ماهی با استفاده از مواد کامپوزیت هوشمند برای طراحی باله دم توسعه دادند. در شکل ۵-۱ برخی از سیستم های رانش در ربات های ماهی نشان داده شده است.

حرکت نوسانی، یک حرکت کلیدی در مکانیزم پیش رانش ربات های ماهی است که با ارتعاش بدنه سازگار یا باله نرم در فرکانس طبیعی آن انجام شود. آوارادو چند ربات ماهی سازگار را توسعه داد [۱۱۲، ۱۱۳]، که در آن با تنظیم فرکانس کاری در نزدیکی فرکانس طبیعی، با محرک کوچک توانسته نیروی محرکه بالا و پایدار ایجاد کند. ما بر این باوریم که طراحی محرک گامی حیاتی در طیف وسیعی از رویکردهایی است که برای طراحی مکانیکی روبات های ماهی اتخاذ شده اند. علاوه بر سیستم تحریک، مطالعه دینامیک نیروی محرکه اغلب برای طراحی، کنترل و درک رفتار ماهی رباتیک حیاتی است و توجه

^۱Compliant tail

گسترده‌ای در تحقیقات به خود جلب کرده است [۱۱۴-۱۱۸]. رویکردهای مختلف برای مدل‌سازی دینامیکی ربات‌های ماهی نرم در [۱۱۹] با جوانب مثبت و منفی اراده شده است. بررسی رفتار غیرخطی در این موارد از طریق تجزیه و تحلیل ارتعاش، به ویژه اثرات تشدید بر عملکرد ربات ماهی اهمیت به سزایی دارد [۱۲۰، ۱۲۱]. مدل‌سازی و تحلیل دینامیکی که شنای ماهی را شبیه‌سازی می‌کند، می‌تواند یک راه امیدوارکننده برای مطالعه حرکت ربات باشد که همواره چالشی اساسی در پیشرفت ربات‌های ماهی نرم بوده است.

ما ربات ماهی‌ای را مورد مطالعه قرار می‌دهیم که از عملگر سیال نرم که در فصول قبلی به آن پرداختیم به عنوان سیستم رانش و نیرو محرکه استفاده می‌کند. هدف این فصل بهبود عملکرد ربات ماهی با استفاده از محرک سیال نرم به عنوان دم ماهی است. سپس با استفاده از روش پیشنهادی به مدل‌سازی دقیق و تجزیه و تحلیل ربات ماهی مورد نظر خواهیم پرداخت. در واقع به کارایی روش پیشنهادی در مدل‌سازی و حل معادلات مربوط به ربات ماهی و کاربرد آن در به دست آوردن پاسخ فرکانسی جهت استفاده در طراحی و کنترل این ربات‌ها به عنوان یکی از ربات‌های پراهمیت در ربات‌های نرم خواهیم پرداخت تا کاربرد روش فوق را در زمینه ربات‌های نرم نشان دهیم.

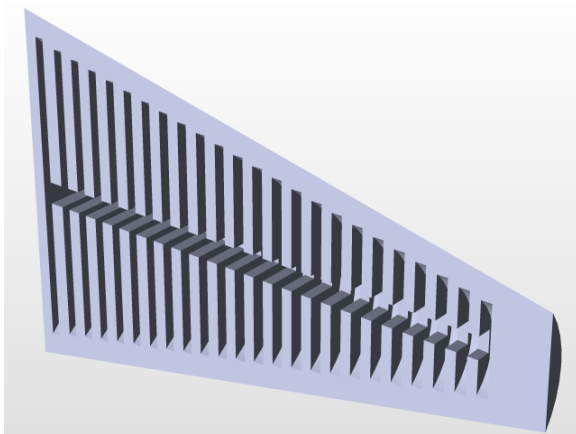


شکل ۵-۱. (الف) ربات ماهی با بدنه نرم [۱۶]. (ب) ربات ماهی با سیستم رانش از نوع الاستومر دی الکتریک [۱۳]. (ج) ربات ماهی با باله نرم و سیستم رانش از نوع تاندونی برای عضو فعال [۱۴]. (د) ربات ماهی FILOSE دارای سر صلب، بدنه نرم و باله صلب [۱۷]. (ر) ربات ماهی که از سیستم عملگر سیال برای سیستم رانش استفاده نموده و از پمپ هیدرولیک دورانی در سیستم محرکه استفاده نموده است [۱۱].

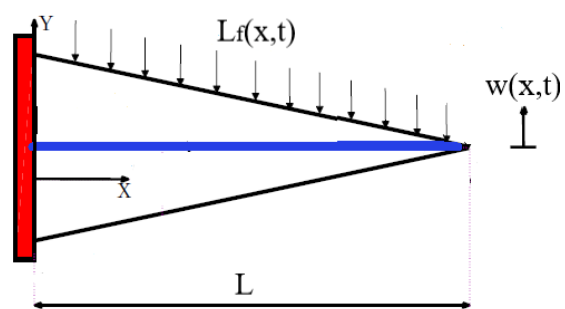
۵-۲ مدل سازی باله ربات ماهی

شکل ۵-۲ نمای کلی از یک ربات ماهی که دارای باله نرم می باشد و مدل ساختاری باله را نشان می دهد. باله ماهی (مشابه عملگر سیال نرم) به صورت یک تیر الاستیک که کانال های سیال در آن جاسازی شده است مدل سازی می شود. مجراهای عبور سیال به طور موازی با یکدیگر و در صفحه میانی (صفحه تار خنثی) تیر قرار داده شده اند. جریان سیال ویسکوز (جریان داخلی) با فشارهای مختلف در

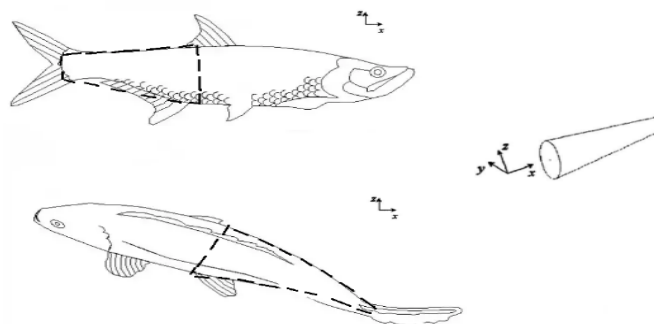
این کانال‌ها موجب ایجاد تنش نرمال و برشی در تیر الاستیک خواهد شد. میدان تنش و کرنش داخلی ناشی از حرکت سیال موجب تغییر شکل و تغییر انحنا باله می‌شود. برهم کنش بین سیال و جداره کانال‌ها موجب تغییر انحنا و تغییر شکل تیر در راستا عمود بر صفحه قرارگیری شبکه کانال‌ها می‌شود. تغییر شکل نقاط مختلف باله مثلاً انتهای آن به کمک تغییر در ویسکوزیته، فشار سیال و نحوه قرارگیری و مسیر کانال‌ها قابل کنترل خواهد بود.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۵-۲. (الف) نمای برش خورده از رو به رو که کانال‌های جریان در آن قابل مشاهده می‌باشد. (ب) نما از بالای باله ماهی. (خط آبی رنگ کانال‌های حاوی سیال می‌باشد). (ج) نما از رو به رو و نما از بالای ماهی که باله نرم آن با خط چین نشان داده شده است و تصویر ایزومتریک باله نرم.

در اینجا فرض بر این است باله انعطاف پذیر و پیوسته ربات ماهی همچون یک تیر مخروطی با سطح مقطع متغیر (بیضی شکل) می‌باشد که شعاع مقطع کوچک r_a و شعاع مقطع بزرگ r_b می‌باشد. این تیر از نوع اوایلر-برنولی در نظر گرفته شده است.

با انجام روالی مشابه فصل ۲ در حوزه الاستیک و سیال، معادله حرکت به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\mu m_f c}{\rho_f} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) + m_f c V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \\ - \frac{1}{2} E \frac{\partial A(x)}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^3 - \frac{3}{2} E A(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ + E \frac{\partial^2 I(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2E \frac{\partial I(x)}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + EI(x) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \\ + m(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{m_f c}{\rho_f z} p(x, t) \end{aligned} \quad (5-1)$$

نیروی هیدرودینامیکی وارد بر باله و کار انجام شده توسط آن به صورت زیر محاسبه می شود

[۱۲۰، ۱۱۹]:

$$L_f(x, t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(m(x) \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + U \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) \right) \quad (5-2)$$

$$W_L = \int_0^L L(x, t) w(x, t) dx \approx \int_0^L -m(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} w dx \quad (5-3)$$

که L_f نیروی هیدرودینامیکی، U سرعت کروز ربات ماهی، $m(x)$ جرم موثر واحد طول باله نرم در طول x از باله و W_L کار نیروی هیدرودینامیکی می باشند. که در رابطه فوق، $m(x)$ به صورت زیر بدست می آید [۱۱۹]:

$$m(x) = C_0 \rho_f A(x) \quad (5-4)$$

ρ_f چگالی سیالی که ماهی در آن حرکت می کند (چگالی آب) و A مساحت مقطع باله در واحد طول و $C_0 = 0.8$ ضریب تصحیح می باشد.

در نهایت با استفاده از روش مد مفروض و روابط مربوط به فشار، معادله حرکت و ضرایب آن به صورت زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & M_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\eta}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\eta}_n \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_n \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} NL_{1111} & NL_{1112} & \dots & NL_{1nnn} \\ NL_{2111} & NL_{2112} & \dots & NL_{2nnn} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ NL_{n111} & NL_{n112} & \dots & NL_{nnnn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1^3 \\ \eta_1\eta_1\eta_2 \\ \vdots \\ \eta_1\eta_1\eta_n \\ \vdots \\ \eta_n^3 \end{Bmatrix} \\
& = \begin{Bmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ \vdots \\ f_{1n} \end{Bmatrix} \sin(\omega t) + \begin{Bmatrix} f_{21} \\ f_{22} \\ \vdots \\ f_{2n} \end{Bmatrix} \cos(\omega t)
\end{aligned} \tag{5-5}$$

$$M_{mi} = \int_0^l (\rho A(x) + m(x)) \phi_m(x) \phi_i(x) dx \tag{5-6}$$

$$C_{mi} = \frac{\mu m_f c}{\rho_f} \int_0^l \phi_m(x) \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} dx + \int_0^l m_f c V \phi_m(x) \frac{d \phi_i(x)}{dx} dx \tag{5-7}$$

$$\begin{aligned}
K_{mi} &= \frac{\mu m_f c}{\rho_f} \int_0^l \phi_m(x) \frac{d^3 \phi_i(x)}{dx^3} dx + E \int_0^l \frac{\partial^2 I(x)}{\partial x^2} \phi_m(x) \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} \\
&+ 2E \sum_{i=1}^n \int_0^l \frac{\partial I(x)}{\partial x} \phi_m(x) \frac{d^3 \phi_i(x)}{dx^3} \\
&+ E \int_0^l I(x) \phi_m(x) \frac{d^4 \phi_i(x)}{dx^4} dx
\end{aligned} \tag{5-8}$$

$$\begin{aligned}
NL_{mijk} &= -\frac{1}{2} E \int_0^l \frac{\partial A(x)}{\partial x} \phi_m(x) \frac{d \phi_i(x)}{dx} \frac{d \phi_j(x)}{dx} \frac{d \phi_k(x)}{dx} \\
&- \frac{3}{2} E \int_0^l A(x) \phi_m(x) \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} \frac{d \phi_j(x)}{dx} \frac{d \phi_k(x)}{dx}
\end{aligned} \tag{5-9}$$

$$f_{1i} = \frac{m_f c}{\rho_f Z} \int_0^l \phi_i(x) \left(p_a + \sum_{m=1}^n A_{0m} \omega \sin(\beta_m c x) \right) dx \tag{5-10}$$

$$f_{2i} = \frac{m_f c}{\rho_f Z} \int_0^l \phi_i(x) \left(\sum_{m=1}^n A_{0m} \beta_m^2 \sin(\beta_m c x) \right) dx \tag{5-11}$$

در ادامه معادله حرکت در حالت تک مد با روش میانگین گیری مختلط حل می شود. تغییر متغیرهای

مختلط به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\psi_1 = \eta_1 + i\Omega\eta_1 \rightarrow \eta_1 = \frac{\psi_1 + \psi_1^*}{2}, \eta_1 = \frac{\psi_1 - \psi_1^*}{2i\Omega}, \dot{\eta}_1 = \dot{\psi}_1 - i\Omega \frac{\psi_1 + \psi_1^*}{2} \quad (5-12)$$

$$\psi_1 = A_1(t)e^{i\Omega t} = (a_1(t) + ib_1(t))e^{i\Omega t}$$

در عبارات فوق $\Omega = \omega$ می‌باشد. با جایگذاری عبارات فوق در معادلات حرکت و در نظر گرفتن دینامیک مسئله در حالت پایا در نهایت به معادلات زیر خواهیم رسید.

حال با جداسازی قسمت حقیقی و موهومی داریم:

$$\begin{aligned} M_1 \left(a_1 \omega - \omega \frac{a_1}{2} \right) + C_1 \left(\frac{b_1}{2} \right) - K_1 \left(\frac{a_1}{2\omega} \right) - \frac{3Nl_1}{8\omega^3} a_1 (a_1^2 + b_1^2) &= -\frac{f_{11}}{2} \\ M_1 \left(-b_1 \omega + \omega \frac{b_1}{2} \right) + C_1 \left(\frac{a_1}{2} \right) + K_1 \left(\frac{b_1}{2\omega} \right) + \frac{3Nl_1}{8\omega^3} b_1 (a_1^2 + b_1^2) &= \frac{f_{21}}{2} \end{aligned} \quad (5-13)$$

با حال دستگاه معادلات غیر خطی فوق با استفاده از الگوریتم پیوسته شبه کمان، دامنه و فاز متغیرهای تعمیم‌یافته به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\eta_i(t) = \frac{1}{\omega} \sqrt{a_i^2(t) + b_i^2(t)} \sin(\omega t + \beta_i(t)) \quad , \quad \beta_i(t) = \tan^{-1} \frac{b_i(t)}{a_i(t)} \quad (5-14)$$

در نهایت برای تغییر شکل باله خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} w(x, t) &= \frac{1}{\omega} \sum_{i=1}^n \phi_i(x) \sqrt{a_i^2(t) + b_i^2(t)} \sin(\omega t + \beta_i(t)) \\ &= \sum_{i=1}^n \text{amp}_i \times \sin(\omega t + \beta_i(t)) \\ &= \sin(\omega t) \underbrace{(\text{amp}_1 \cos \beta_1 + \text{amp}_2 \cos \beta_2 + \dots)}_A \\ &\quad + \cos(\omega t) \underbrace{(\text{amp}_1 \sin \beta_1 + \text{amp}_2 \sin \beta_2 + \dots)}_B \\ &= H_L \times \sin(\omega t + \beta(t)) \end{aligned} \quad (5-15)$$

$$H_L = \sqrt{A^2(t) + B^2(t)} \quad , \quad \beta(t) = \tan^{-1} \frac{B(t)}{A(t)} \quad (5-16)$$

۵-۳ مدل سازی حرکت طولی ربات ماهی

بواسطه حرکت عرضی باله (عملگر) ماهی و نیروی تراست ایجاد شده ماهی رو به جلو حرکت می کند و نیروی درگ ناشی از ویسکوزیته آب (جریان خارجی) به عنوان نیروی مقاوم می باشد. معادله حرکت ماهی با استفاده از قانون نیوتن به صورت زیر می باشد [۱۲۰]:

$$T_f - D = M_f \dot{U} \quad (5-17)$$

در رابطه فوق T نیروی تراست، D نیروی درگ، M_f جرم ماهی و U سرعت ماهی می باشد.

$$T_f = \frac{1}{2} m(x) \left(\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 - U^2 \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \right) \quad (5-18)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho_w A(x) C_D U^2 \quad (5-19)$$

در رابطه فوق ρ_w چگالی آب، S بیشینه مساحت مقطع جلویی ماهی و C_D ضریب درگ می باشد. در حالت پایا، ماهی با سرعت ثابت حرکت می کند. در این صورت سرعت میانگین ماهی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$U = \sqrt{\frac{m(L) \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2}{m(L) \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 + \rho_w A(L) C_D}} \quad (5-20)$$

در ادامه نیروی تراست، تغییر شکل باله، سرعت ربات ماهی و عدد استروهال^۱ به عنوان شاخص های عملکردی ربات ماهی بررسی خواهد شد. راندمان شنای ماهی ها به همگامی خاصی بین فرکانس نوسان باله، دامنه پیک به پیک دم و میانگین سرعت شنای ماهی مرتبط است. این پارامترهای سینماتیکی یک پارامتر بی بعدی را تشکیل می دهند که به آن عدد استروهال گفته می شود. عدد استروهال یک عدد بی بعد است که نسبت بین سرعت نوسانی و حرکتی را به صورت زیر مشخص می کند [۱۲۳، ۱۲۲، ۱۱۲]:

^۱Strouhal number

$$St = \frac{f H_L}{U} \quad (5-21)$$

که در رابطه فوق f فرکانس نوسان باله می‌باشد.

۴-۵ مانورپذیری ربات ماهی

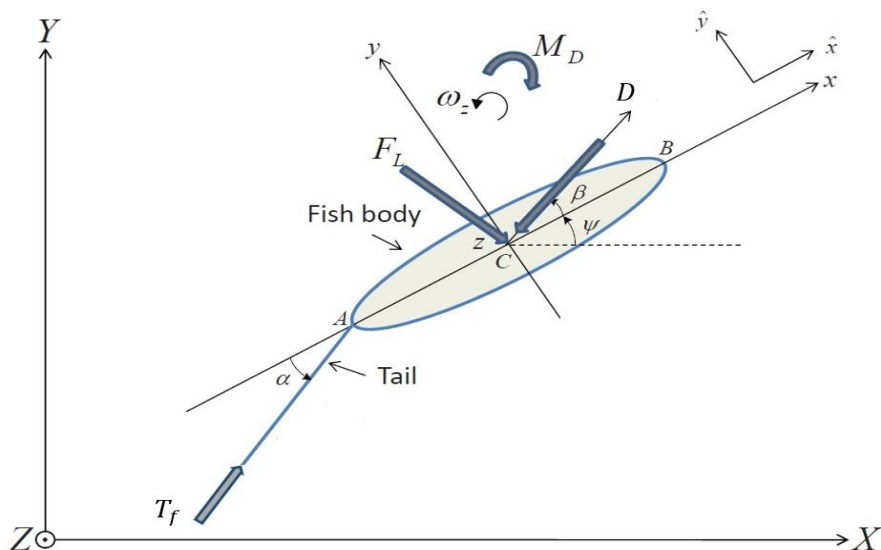
همواره یکی از مسائلی که در ربات‌های ماهی مورد توجه بوده قدرت مانور پذیری ربات بوده که با شاخص شعاع گردش یا شعاع انحنای مسیر بررسی می‌گردد. بدین منظور در ادامه معادلات حرکت ربات ماهی را در حالت گردش ربات بدست می‌آوریم. در ساختار در نظر گرفته شده برای ربات ماهی، اگر زاویه اولیه عملگر سیال (باله) با راستای محور ربات صفر باشد ربات در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و اگر راستای باله با محور ربات انحراف داشته باشد ربات در مسیر منحنی حرکت می‌کند. شکل ۳-۵ ربات ماهی در حال گردش را نشان می‌دهد. نیروی تراست T_f ، نیروی درگ D ، نیروی لیفت F_L و گشتاور درگ چرخشی M_D به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۱۷، ۱۱۸]:

$$T_f = \frac{1}{2} m(x) \left(\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 - U^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) \quad (5-22)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho_w A(x) C_D U^2 \quad (5-23)$$

$$F_L = \frac{1}{2} \rho_w A(x) C_{L\beta} \beta U^2 \quad (5-24)$$

$$M_D = -k_D \dot{\psi}^2 Sgn(\dot{\psi}) \quad (5-25)$$



شکل ۵-۳. ربات ماهی در حرکت در صفحه xy (نما از بالا)

در رابطه فوق $C_{L\beta}$ ثابت نیروی لیفت در زاویه حمله β ، k_D ثابت درگ چرخشی و $sgn()$ تابع علامت می باشد. نیروی لیفت قابل صرفنظر کردن می باشد. با توجه به شکل فوق معادلات حرکت به صورت زیر خواهد بود:

$$M\ddot{X} = T_f \cos(\psi - \alpha) - D \cos(\psi + \beta) \quad (5-26)$$

$$M\ddot{Y} = T_f \sin(\psi - \alpha) - D \sin(\psi + \beta) \quad (5-27)$$

$$I\ddot{\psi} = T_f \cos(\psi - \alpha) L_f \sin(\psi) - T_f \sin(\psi - \alpha) L_f \cos(\psi) - M_D \quad (5-28)$$

در روابط فوق L_f فاصله ابتدای دم ماهی تا مرکز جرم ماهی می باشد. همچنین زاویه باله نسبت

به محور ربات ماهی را می توان به صورت $\alpha = \alpha_0 + \alpha_A \sin(\omega t)$ نوشت [۱۱۷].

که α_0 زاویه بایاس و α_A دامنه تحریک و ω فرکانس حرکت باله می باشد. اگر $\alpha_0 = 0$ باشد ربات روی خط مستقیم حرکت می کند و اگر $\alpha_0 \neq 0$ باشد مسیر حرکت ربات یک مسیر منحنی (که به سمت دایره همگرا می شود) می باشد. در حالتی که مسیر حرکت منحنی باشد شعاع حرکت به عنوان یک پارامتر مهم در مانور پذیری می باشد. برای بدست آوردن شعاع مسیر ربات ماهی در حالت پایا که $\dot{\psi} = 0$ و $\dot{U} = 0$ می باشد با استفاده از دستگاه مختصات قائم-مماسی ($n-t$) خواهیم داشت:

$$a_n = \frac{U^2}{R}, \quad a_t = \dot{U} = 0, \quad \dot{\psi} = \frac{U}{R} \quad (5-29)$$

در نتیجه برای شتاب در جهت X و Y خواهیم داشت:

$$\ddot{X} = -a_n \sin(\psi + \beta) \operatorname{sgn}(\dot{\psi}) \quad (5-30)$$

$$\ddot{Y} = a_n \cos(\psi + \beta) \operatorname{sgn}(\dot{\psi}) \quad (5-31)$$

در نهایت با جایگذاری در معادلات حرکت خواهیم داشت:

$$M \left(-\frac{U^2}{R} \sin(\psi + \beta) \operatorname{sgn}(\dot{\psi}) \right) = T_f \cos(\psi - \alpha) - D \cos(\psi + \beta) \quad (5-32)$$

$$M \left(\frac{U^2}{R} \cos(\psi + \beta) \operatorname{sgn}(\dot{\psi}) \right) = T_f \sin(\psi - \alpha) - D \sin(\psi + \beta) \quad (5-33)$$

$$0 = T_f \cos(\psi - \theta) L_f \sin(\psi) - T_f \sin(\psi - \alpha) L_f \cos(\psi) - k_D \left(\frac{U}{R} \right)^2 \operatorname{sgn}(\dot{\psi}) \quad (5-34)$$

در روابط فوق برای بدست آوردن شعاع انحنای مسیر، سرعت ربات ماهی و زاویه انحراف باله در هر

لحظه مشخص می باشد و ψ ، β و R پارامترهای مجهول می باشند.

فصل ۶

تجزیه و تحلیل نتایج ربات ماهی

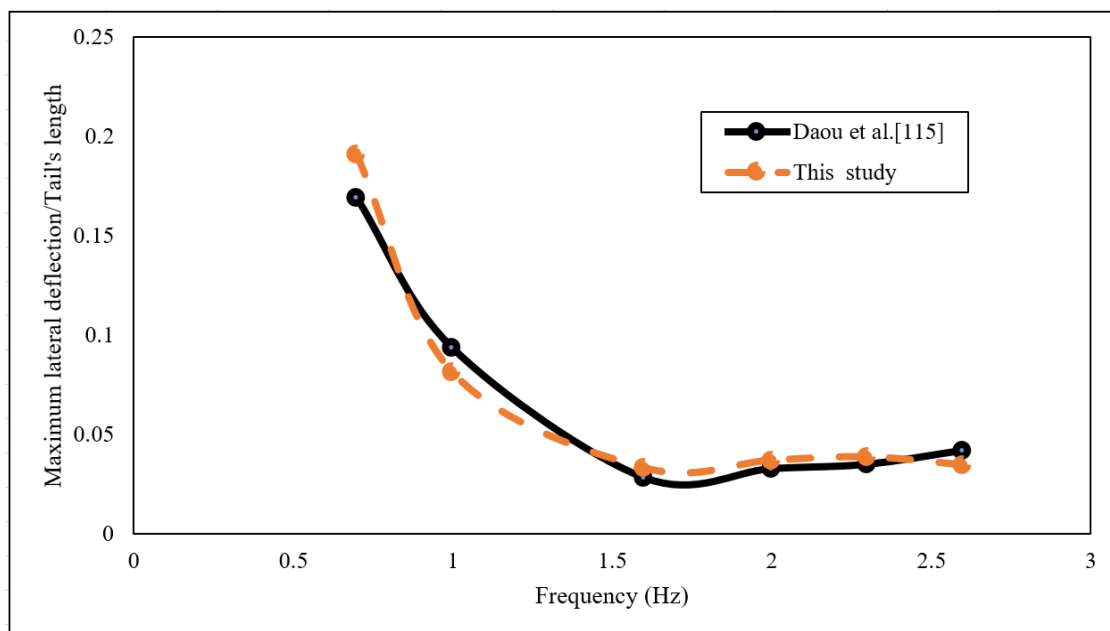
۱-۶ اعتبار سنجی

به منظور سنجش صحت مدل سازی و روش پیشنهادی در مورد ربات ماهی، ماکزیمم تغییر شکل بی-بعد ($\frac{w}{L}$) با تحقیق [۱۱۵] مقایسه شد. در این تحقیق دائو و همکارانش یک ربات ماهی که از حرکت عضو نرم برای سیستم رانش ربات استفاده نموده را بررسی نموده اند و به دنبال مدل سازی دینامیکی ربات و محاسبه تغییر شکل باله نرم بوده اند. در جدول ۱-۶ مشخصات هندسی و فیزیکی ربات ماهی بیان شده است.

جدول ۱-۶. مشخصات فیزیکی و هندسی سیستم.

Property	Value	Property	Value
$L_{fish}(mm)$	650	$L(mm)$	320
E (KPa)	2	$\rho(\frac{kg}{m^3})$	1100
$\mu_f(\frac{kg}{m.s})$	0.01307	$\rho_f(\frac{kg}{m^3})$	1000
$p_a[Pa]$	4	$l(mm)$	1250
C_D	0.295	K_D	11.29e-4

نتایج این مقایسه که در شکل ۱-۶ و جدول ۲-۶ آمده است نشان می دهد انطباق مناسبی بین نتایج وجود دارد.

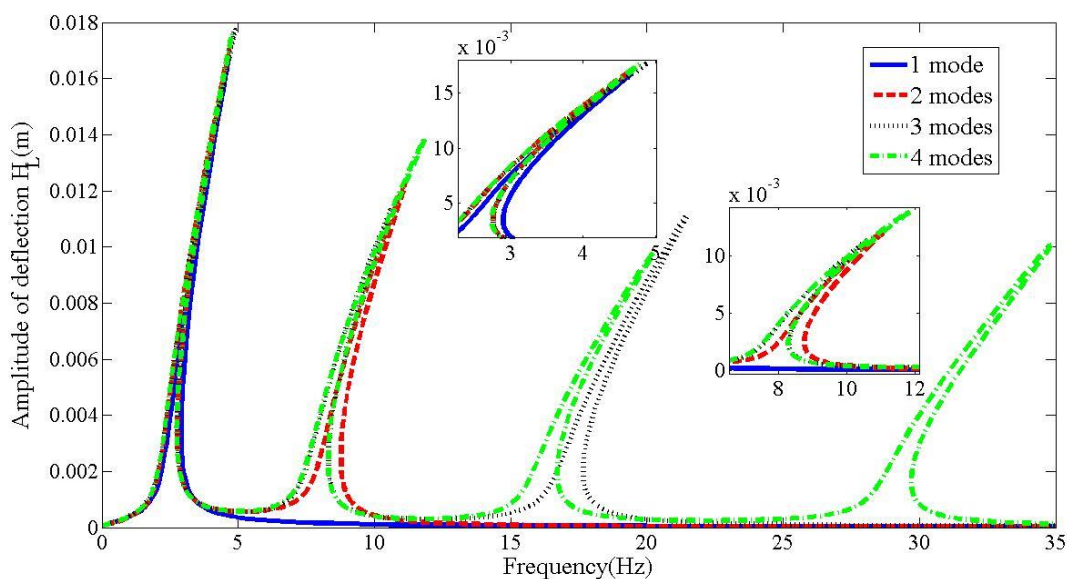


شکل ۱-۶. اعتبار سنجی نتایج.

جدول ۶-۱. مقایسه نتایج.

Driving frequency(Hz)	0.7	1	1.6	2	2.3	2.6
This study	0.191	0.0812	0.0331	0.0369	0.0386	0.0346
Daou <i>et al.</i> [115]	0.169	0.0934	0.0281	0.0326	0.0348	0.0418
Difference	0.022	0.0122	0.005	0.0043	0.0038	0.0072

در شکل ۶-۲ اثر تعداد شکل مدها بر پاسخ فرکانسی سیستم و همگرایی جواب را نشان می‌دهد. همان طور که در شکل مشخص می‌باشد با افزایش تعداد مدها، تغییر شکل انتهای باله در فرکانس‌های پایین ($\omega < 5 \text{ Hz}$) تغییر ناچیزی دارد. همچنین میزان تغییرات در فرکانس‌های دور از فرکانس رزونانس کم و در نزدیکی فرکانس رزونانس زیاد می‌باشد. همچنین با افزایش تعداد مدها، فرکانس‌های رزونانس جدید ایجاد می‌شود. در ادامه نتایج برای حالت ۴ مد ارائه می‌شود. لازم به ذکر است که در بررسی اثر شکل مدها، فشار سیال ورودی تغییری نمی‌یابد و تنها شکل مدهای هندسی در نظر گرفته شده در روش مد مفروض جهت افزایش دقت مساله تغییر یافته است.



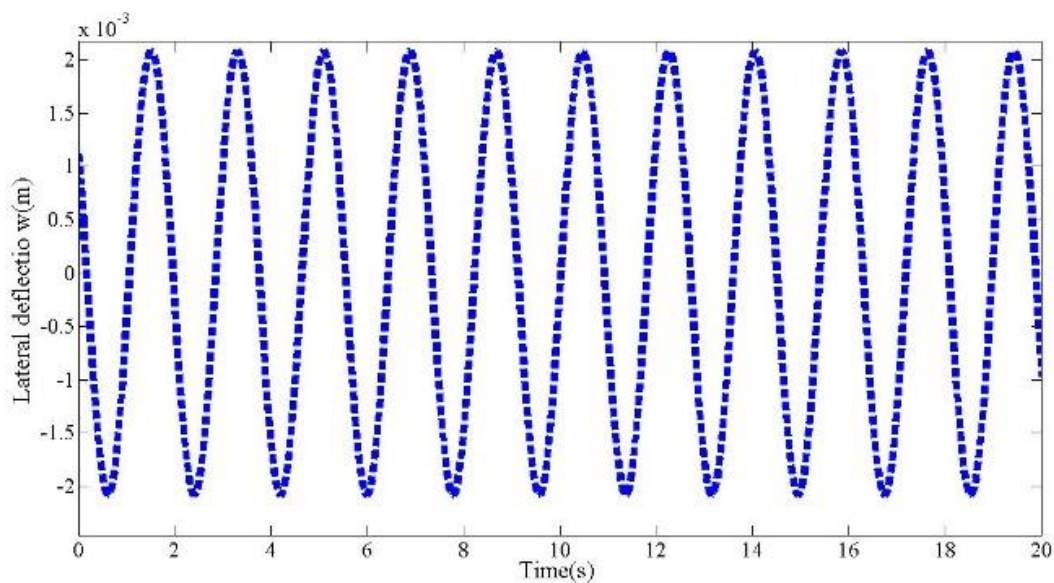
شکل ۶-۲. بررسی اثر تعداد مدها بر رفتار سیستم.

۲-۶ رفتار غیرخطی ربات ماهی

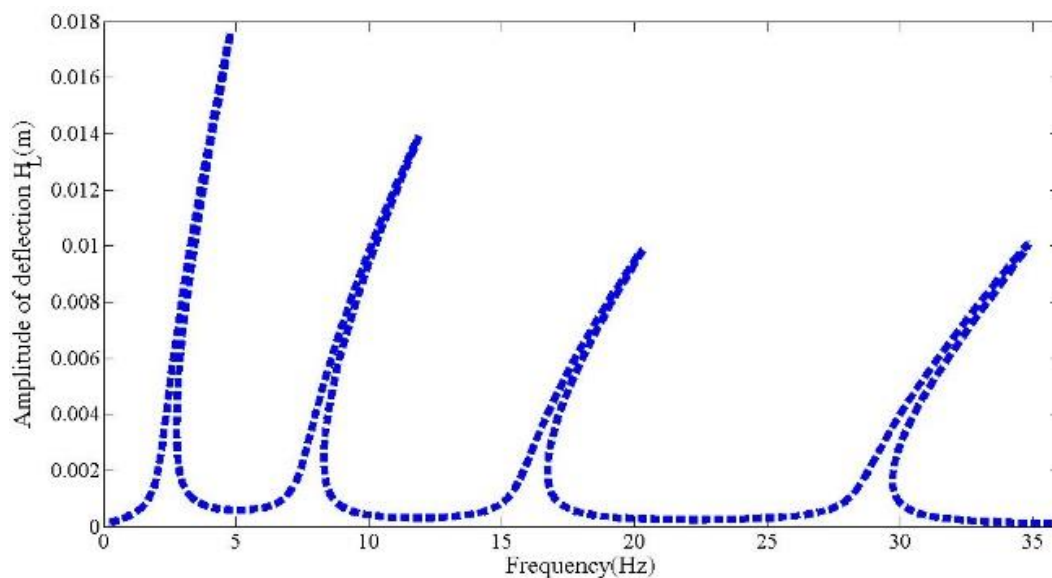
در این قسمت به بررسی رفتار غیرخطی باله می‌پردازیم. شکل ۳-۶ پاسخ زمانی سیستم را در فرکانس $\omega = 1.79\text{Hz}$ و سرعت سیال $V_f = 1.5\text{ m/s}$ نشان می‌دهد. در شکل ۴-۶ که پاسخ فرکانسی سیستم را نشان می‌دهد چهار پیک برای دامنه تغییر شکل باله (رزونانس) به ترتیب در فرکانس‌های ۴،۹۸، ۱۲،۴، ۲۱،۳۴ و ۳۶،۷ هرتز وجود دارد. پاسخ فرکانسی سرعت ربات ماهی، تراست ایجاد شده و عدد استروهل نیز به ترتیب در شکل ۵-۶، ۶-۶ و ۷-۶ نشان داده شده است. سرعت ماهی بر حسب طول بدنه بر ثانیه گزارش شده است که در حوزه ربات ماهی رایج می‌باشد. سرعت ربات ماهی و تراست همانند تغییر شکل باله در فرکانس رزونانس به بیشینه مقدار خود می‌رسد (U_R و T_R). بر خلاف تغییر شکل باله، مقدار بیشینه سرعت ماهی و تراست با افزایش فرکانس رزونانس بیشتر می‌شوند به عبارت دیگر مقدار مقدار بیشینه سرعت ماهی و تراست در رزونانس چهارم از سه رزونانس اول بیشتر است و به همین ترتیب در رزونانس سوم از دو رزونانس اول بیشتر است اما دامنه تغییر شکل باله در رزونانس اول از سایر رزونانس‌ها بیشتر می‌باشد. در فرکانس‌های پایین‌تر تغییر شکل بیشتر نتایج نشان می‌دهد که استفاده از فرکانس رزونانس به عنوان فرکانس کاری ربات ماهی می‌تواند موجب کارایی بیشتر ربات شود با این ملاحظه که زمانی که سرعت یا تراست ربات ماهی ملاک طراحی و عملکردی قرار گیرد فرکانس رزونانس چهارم به عنوان فرکانس کاری مناسب تر است ولی در جایی که بیشینه جابجایی باله مد نظر باشد فرکانس رزونانس اول بایستی به عنوان فرکانس کاری انتخاب گردد.

همچنین شنای ربات ماهی پیشنهادی از طریق عدد استروهل با ماهی‌های واقعی قابل مقایسه است. عدد استروهل برای ماهی‌های واقعی در بازه $0.25 < St < 0.4$ می‌باشد [۴۴ و ۱۳]. با توجه به شکل ۷-۶ می‌توان پی برد که عدد استروهل ربات ماهی پیشنهادی با عملگر سیال نرم به عنوان سیستم رانش بسیار نزدیک به محدوده ماهی‌های واقعی می‌باشد. همچنین در منابع ۱۴ و ۲۳ عدد استروهل

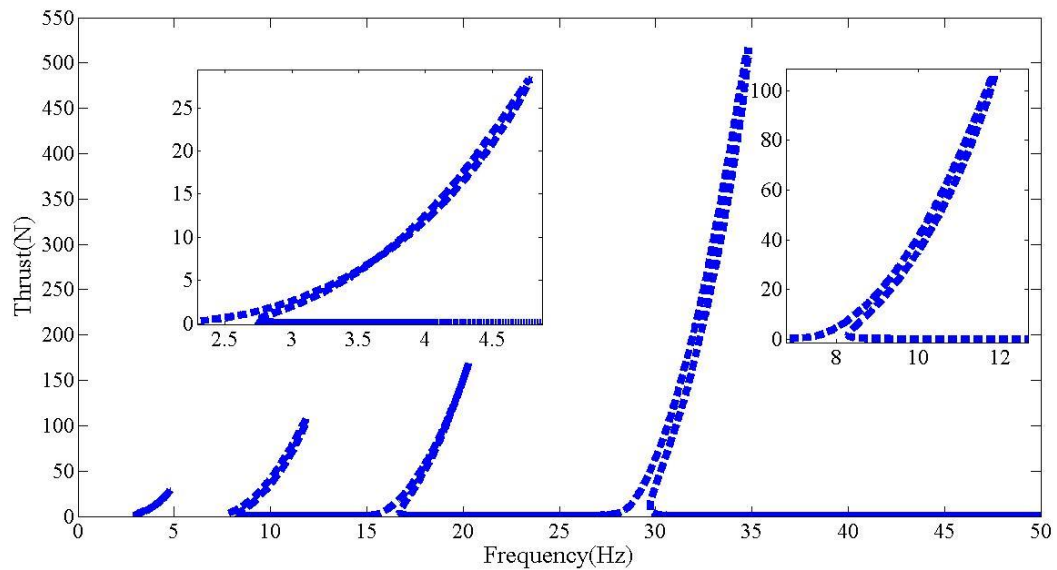
ربات‌های ماهی مختلف با هم مقایسه شده است و بهترین آنها گزارش شده است. مقایسه عدد استروهای ربات ماهی پیشنهادی نشان می‌دهد که ربات پیشنهادی دارای عدد استروهای بهتری می‌باشد. همان طور که از نتایج فوق بر می‌آید استفاده از خاصیت فرکانس رزونانس و تنظیم فرکانس کاری عملگر ربات ماهی در نزدیکی فرکانس رزونانس روشی برای کنترل ربات به صورت کارآمدتر می‌باشد. یکی از قابلیت‌های سیستم رانش پیشنهادی (عملگر سیال نرم)، تغییر سفتی عملگر نرم از طریق تغییر پارامترهای فیزیکی و به تبع آن تغییر و تنظیم فرکانس طبیعی سیستم می‌باشد.



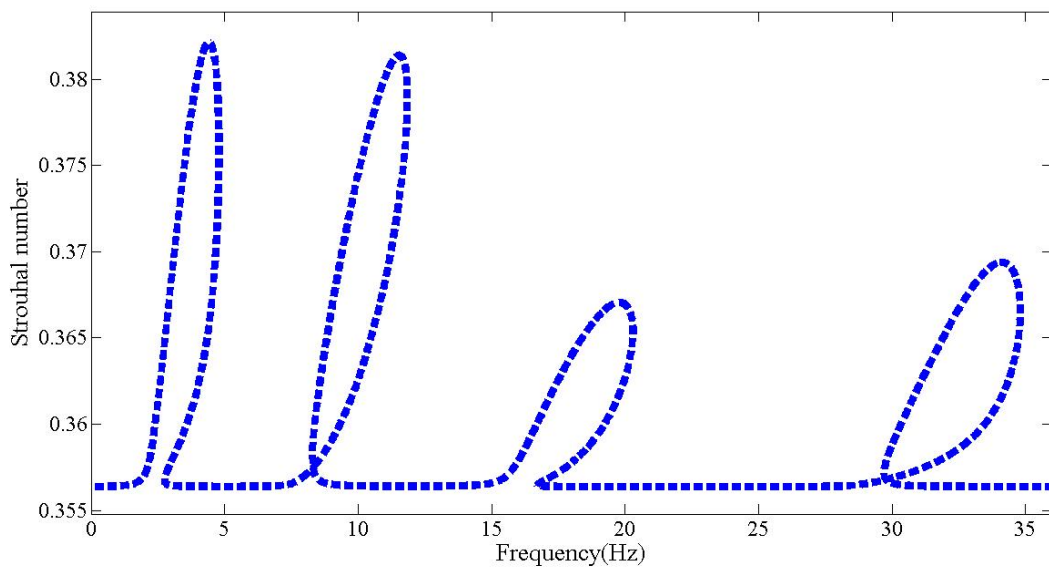
شکل ۳-۶. پاسخ زمانی باله ماهی در فرکانس $\omega=1.79\text{Hz}$ و سرعت سیال $V_f = 1.5 \text{ m/s}$.



شکل ۶-۴. پاسخ فرکانسی دامنه تغییر شکل باله ربات ماهی.



شکل ۶-۵. پاسخ فرکانسی نیروی تراست تولیدی.



شکل ۶-۶. عدد استروهل ربات ماهی برحسب فرکانس تحریک.

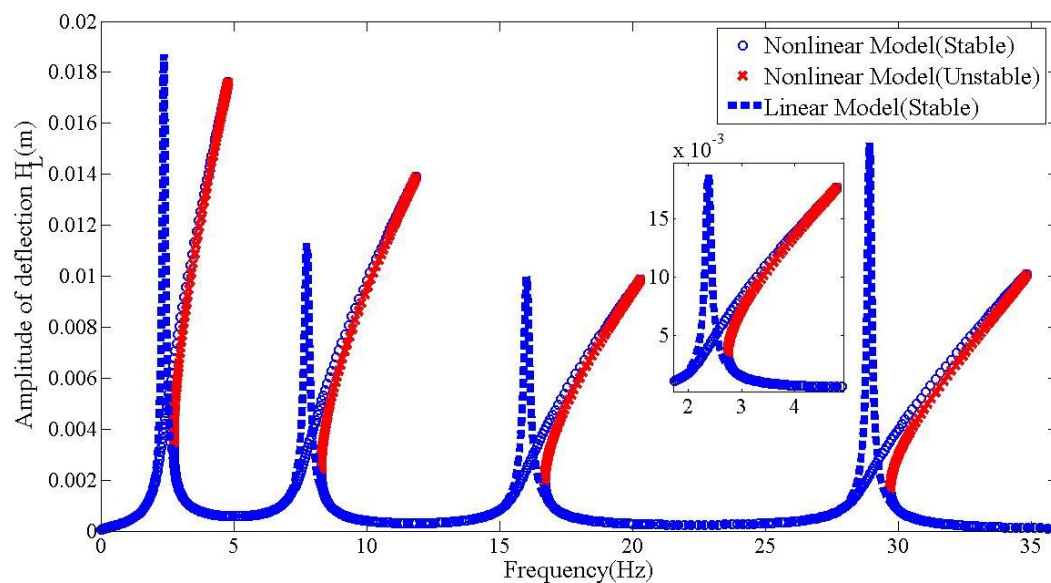
شکل ۶-۷ پاسخ فرکانسی سیستم خطی و غیرخطی را نشان می‌دهد. دایره های قرمز در شکل مربوط به پاسخ های ناپایدار است. در حالت غیرخطی، دامنه حرکت باله به شدت کاهش یافته است. همچنین فرکانس های طبیعی و رزونانس سیستم غیرخطی نسبت به سیستم خطی به طور چشمگیری بزرگتر می‌باشند. این نشان می‌دهد در سیستم غیرخطی، سفتی سیستم افزایش یافته است که در نتیجه میزان تغییر شکل کاهش و فرکانس های طبیعی و به تبع آن فرکانس های رزونانس افزایش یافته

است.

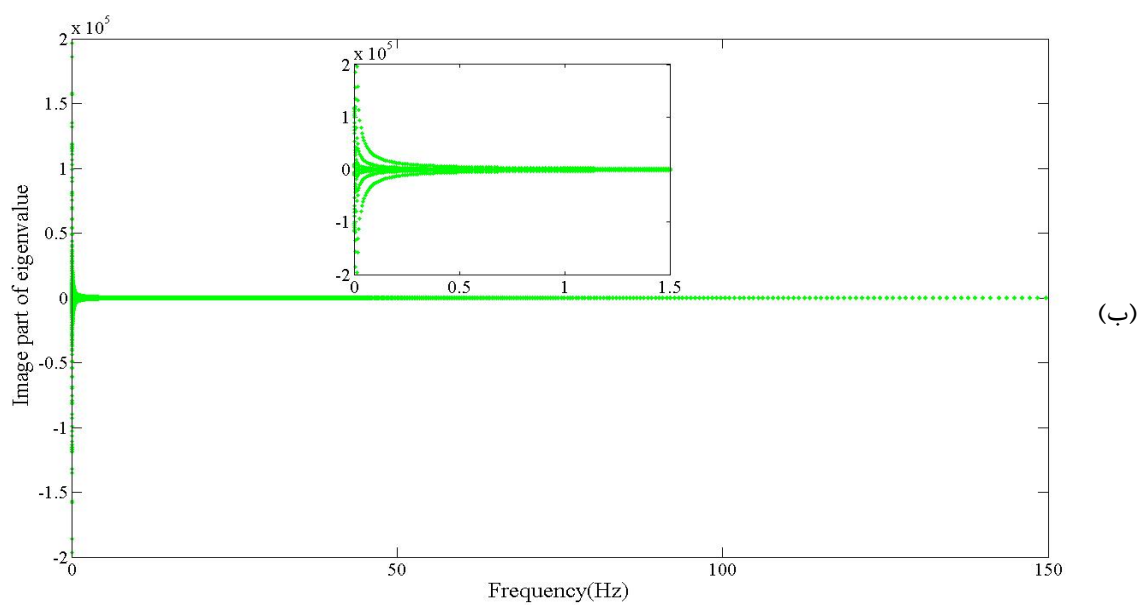
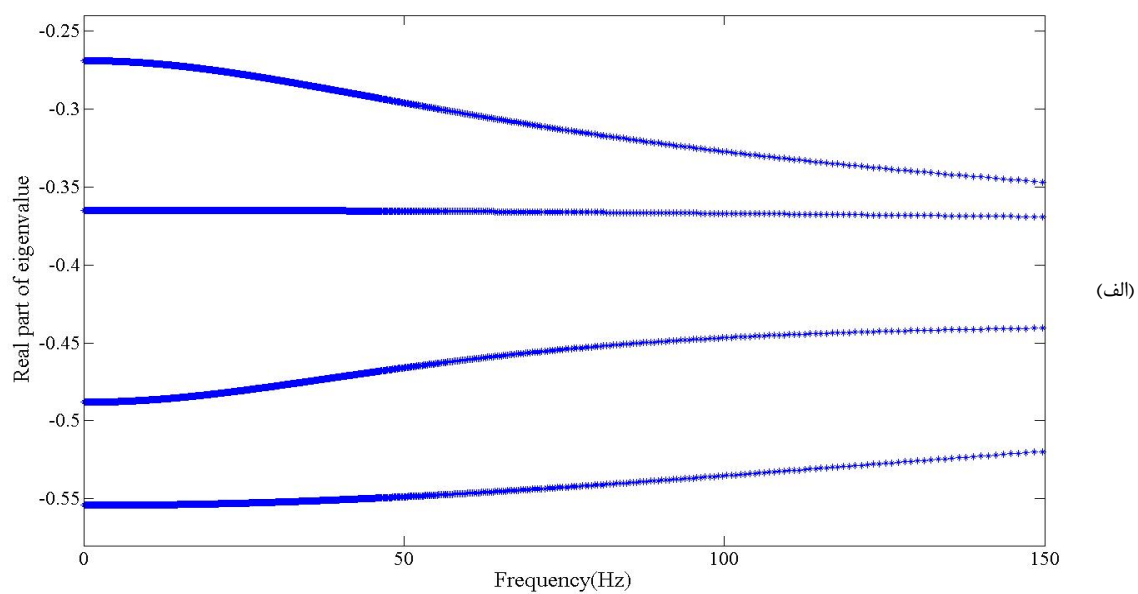
یکی دیگر از تفاوت‌های اساسی مدلسازی غیرخطی با مدل خطی این است که در برخی محدوده‌ها بیش از یک پاسخ در حالت پایا برای سیستم وجود دارد که رفتار سیستم به ازای هر پاسخ متفاوت می‌باشد. بررسی مقادیر ویژه در حالت مدلسازی خطی (شکل ۶-۸) حاکی از پایداری سیستم در تمام فرکانس‌ها می‌باشد در حالتی که مدلسازی غیرخطی (شکل ۶-۹) حاکی از وجود سیکل‌های حدی ناپایدار در برخی از محدوده فرکانسی می‌باشد. سیستم خطی در تمام فرکانس‌ها پایدار است. اما سیستم غیرخطی در فرکانس‌های مختلف دارای شرایط متفاوتی است. در فرکانس‌های کم ($\omega < 3.6$ Hz) تنها یک جواب دارد که پایدار می‌باشد لذا به ازای هر شرایط اولیه‌ای سیستم در این سیکل حدی نوسان می‌کند. با افزایش فرکانس در نقطه $\omega \left(\frac{rad}{s}\right) = 5.3$ دامنه حرکت به یکباره کاهش زیادی می‌یابد. در ناحیه $3.6 < \omega \left(\frac{rad}{s}\right) < 5.3$ ، سه شاخه (سه پاسخ) وجود دارد که دو شاخه پایدار است. اما وجود شاخه ناپایدار در این ناحیه موجب می‌شود رفتار سیستم در این ناحیه به شدت به شرایط اولیه وابسته باشد. برای مثال به ازای هر شرایط اولیه در نزدیکی شاخه پایدار پایینی، سیستم رفتاری مشابه سیکل حدی کوچک و به ازای هر شرایط اولیه در نزدیکی پایدار بالایی، رفتاری مشابه سیکل حدی پایدار بزرگتر دارد. همچنین اگر شرایط اولیه ما متناسب با شاخه میانی ناپایدار باشد در این شاخه نمی‌ماند بلکه به سمت نقطه (سیکل حدی) پایدار کوچک یا بزرگ پرش می‌کند. لذا با توجه به اینکه شرایط اولیه سیستم به چه شکلی باشد ممکن است سیستم پایدار یا ناپایدار باشد. در ناحیه $5.3 < \omega \left(\frac{rad}{s}\right) < 8.1$ ، فقط یک شاخه وجود دارد و پایدار می‌باشد. در ناحیه $8.1 < \omega \left(\frac{rad}{s}\right) < 13.3$ ، سه شاخه (سه پاسخ) وجود دارد که دو شاخه پایدار است و در این محدوده نیز با توجه شرایط اولیه، ممکن است سیستم پایدار یا ناپایدار باشد. همین روند در فرکانس‌های بعدی هم قابل بررسی می‌باشد. مقادیر ویژه به صورت مزدوج مختلط می‌باشند. با افزایش فرکانس قسمت موهومی همواره در حال کاهش می‌باشد که نشان‌دهنده‌ی این است که فرکانس نزدیک شدن به

سیکل حدی در حال کاهش می‌باشد تا اینکه با رسیدن به سیکل حدی به صفر می‌رسد. همچنین در ابتدا قسمت حقیقی مقادیر ویژه منفی می‌باشند لذا سیستم پایدار است. با افزایش فرکانس تحریک یکی از شاخه‌ها محور حقیقی را قطع می‌کند و مقدار ویژه از منفی به مثبت تغییر می‌کند و سیستم ناپایدار می‌گردد. اولین انشقاق در فرکانس بحران $\Omega_{c1} = 3.43$ رخ می‌دهد با افزایش فرکانس، انشقاق‌های بعدی به ترتیب در فرکانس‌های $\Omega_c = 8.35, 16.35, 28.35$ رخ می‌دهد که تمامی آن‌ها از نوع انشقاق هاپف می‌باشند.

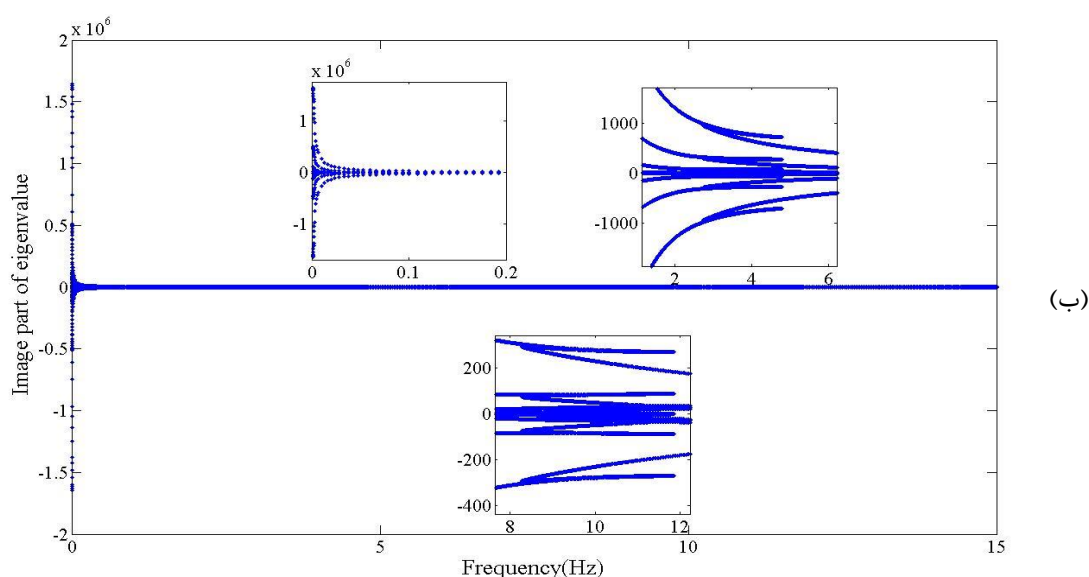
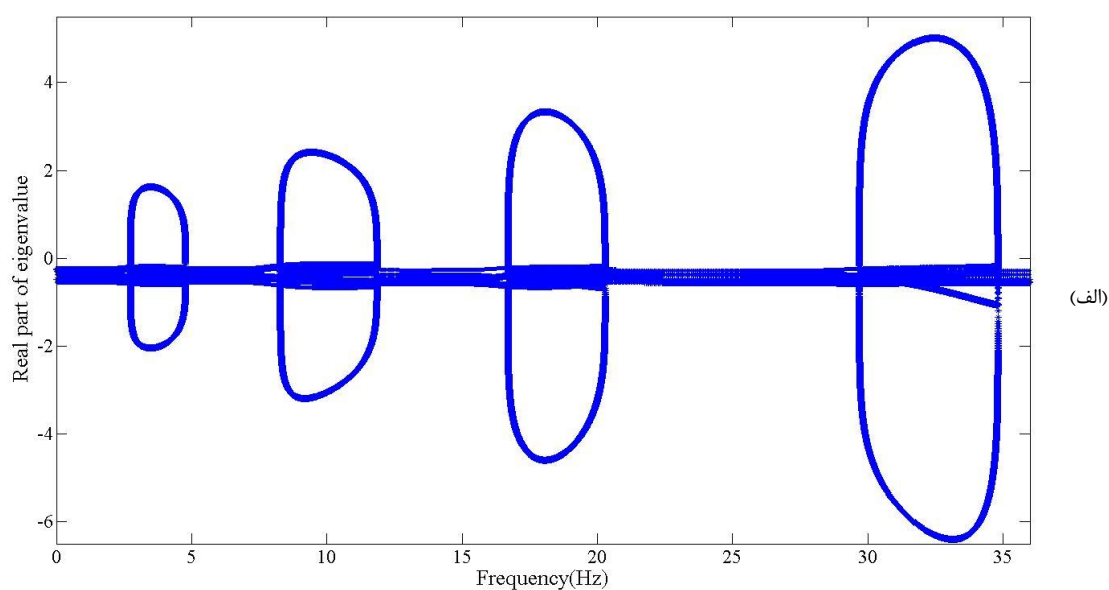
همان طور که نتایج فوق نشان می‌دهد در نظر گرفتن غیرخطی در مدلسازی ربات ماهی، تاثیر به سزایی در رفتار سیستم دارد و در نظر گرفتن آن ضروری می‌باشد.



شکل ۶-۷. مقایسه مدل خطی و غیرخطی.



شکل ۶-۸. مقادیر ویژه مدل خطی، الف) قسمت حقیقی. ب) قسمت موهومی.

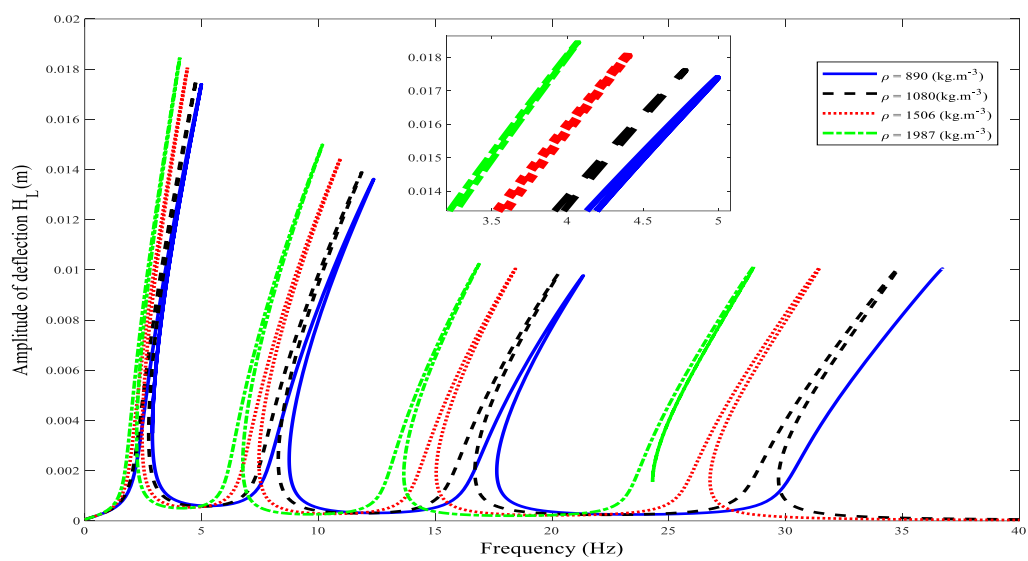


شکل ۶-۹. مقادیر ویژه مدل غیرخطی، الف) قسمت حقیقی، ب) قسمت موهومی.

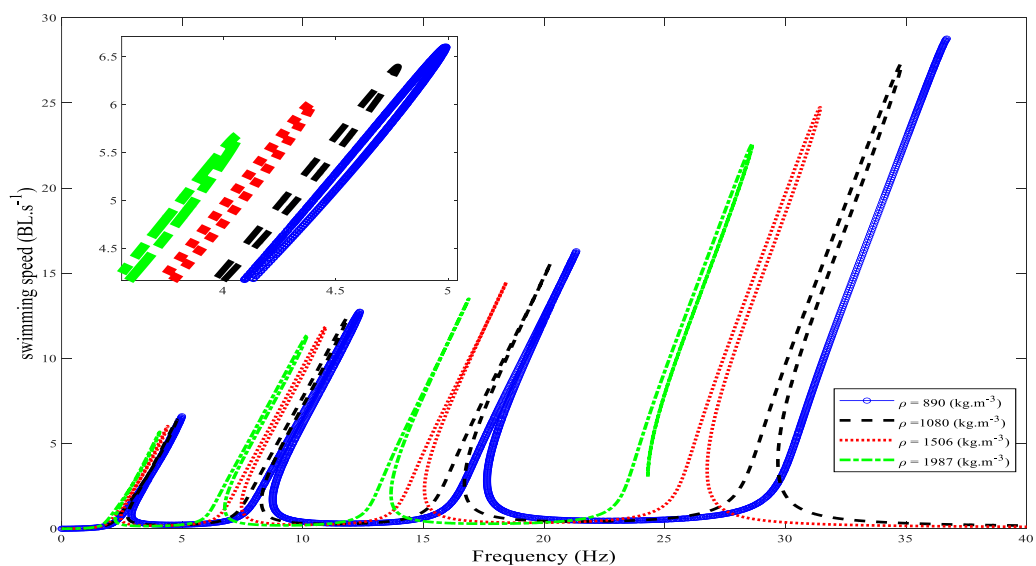
۳-۶ بررسی اثر پارامترها بر عملکرد ربات ماهی

در ابتدا لازم به ذکر است که در بررسی‌های زیر فشار سیال ورودی به محرکه به ازای حالت‌های مختلف یکسان می‌باشد و فقط پارامتر مورد نظر تغییر می‌کند. در شکل‌های ۶-۱۰ تا ۶-۱۲ اثر چگالی باله بر دامنه تغییر شکل باله، سرعت ربات ماهی و نیروی تراست نشان داده شده است. در یک فرکانس دلخواه، با افزایش چگالی باله، دامنه تغییر شکل، تراست و سرعت سیال افزایش می‌یابد اما اثر آن در

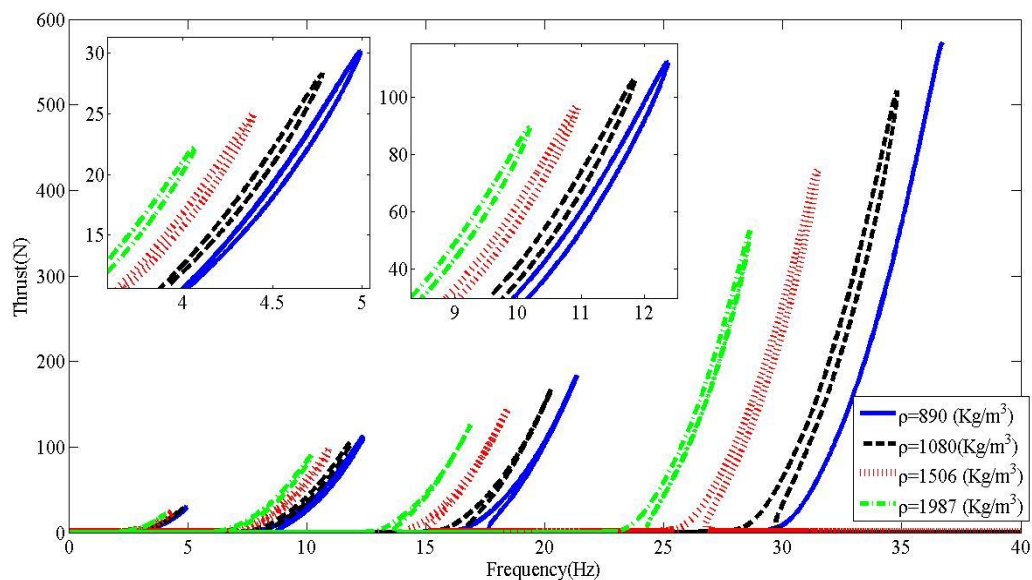
بیشینه دامنه تغییر شکل (دامنه تغییر شکل در فرکانس رزونانس (H_R) ، بیشینه سرعت ماهی (U_R) و نیروی تراست (T_R) متفاوت است. با افزایش چگالی باله، H_R در رزونانس اول و دوم افزایش می یابد و در رزونانس سوم و چهارم تغییر چندانی ندارد اما بیشینه سرعت ماهی (U_R) و نیروی تراست (T_R) در تمام رزونانس ها با افزایش چگالی، کاهش می یابند. همچنین با افزایش چگالی باله فرکانس های رزونانس کاهش یافته اما در رزونانس سوم و چهارم این اثر بیشتر بوده است. با توجه به ضرایب معادله حرکت، افزایش چگالی سیال در واقع موجب افزایش میرایی و سفتی خطی سیستم و به تبع آن کاهش تغییر شکل عملگر و افزایش فرکانس رزونانس می شود. همچنین طبق رابطه ۵-۱۰ افزایش چگالی موجب افزایش نیروی تحریک می شود که در نتیجه آن دامنه تغییر شکل افزایش می یابد. در توضیح اینکه چرا تغییرات دامنه تغییر شکل در رزونانس سوم و چهارم تغییر چندانی ندارد (بر خلاف رزونانس اول و دوم) می توان به تقابل اثر افزایش میرایی، سفتی و نیروی تحریک و محدوده فرکانسی غالب هر کدام از آنها اشاره کرد. به منظور درک بهتر، مفهوم «محدوده فرکانسی غالب» سفتی، میرایی و اینرسی برای یک سیستم جرم و فنر ساده توضیح داده می شود. این مفهوم در شکل ۰- نشان داده شده است. در فرکانس های پایین مثلاً در محدوده $0 \leq \Omega \leq 0/3$ نیروی فنر، نیروی غالب می باشد. به همین دلیل در این ناحیه تغییر سفتی فنر می تواند تأثیر بیشتری بر جابجایی داشته باشد. در این ناحیه دامنه ارتعاش تقریباً $X \approx F/K$ می باشد. در ناحیه میرایی غالب مثلاً بازه $0/3 \leq \Omega \leq 1/5$ ، نیروی میرایی نیروی غالب می باشد. با تغییر ضریب میرایی در این ناحیه، میزان جابجایی به خصوص در نزدیکی فرکانس رزونانس قابل کنترل می باشد. در این ناحیه دامنه ارتعاشات تقریباً برابر $X \approx F/C\omega$ است. ناحیه $\Omega \geq 1/5$ محدوده اینرسی غالب می باشد و دامنه ارتعاش در این ناحیه تقریباً برابر $X \approx F/m\omega^2$ می باشد. لذا در توجیه تغییرات دامنه تغییر شکل در رزونانس های مختلف می توان گفت که محدوده فرکانسی نزدیک رزونانس اول و دوم سفتی غالب و میرایی غالب است در حالی که در ناحیه فرکانسی نزدیک رزونانس سوم و چهارم این غالبیت از بین رفته است.



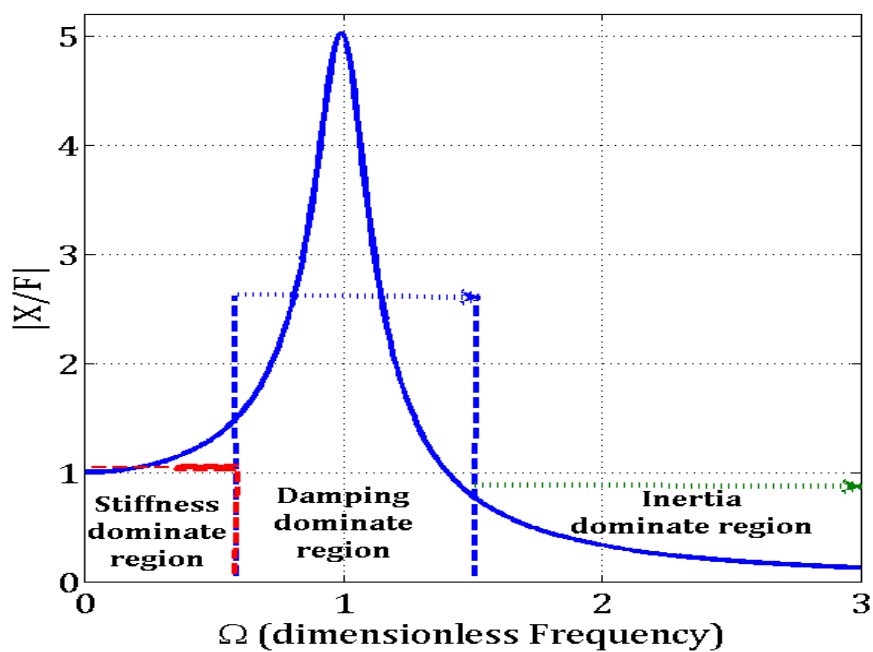
شکل ۶-۱۰. اثر چگالی باله بر دامنه تغییر شکل در فرکانس‌های مختلف.



شکل ۶-۱۱. اثر چگالی باله بر سرعت ماهی در فرکانس‌های مختلف.



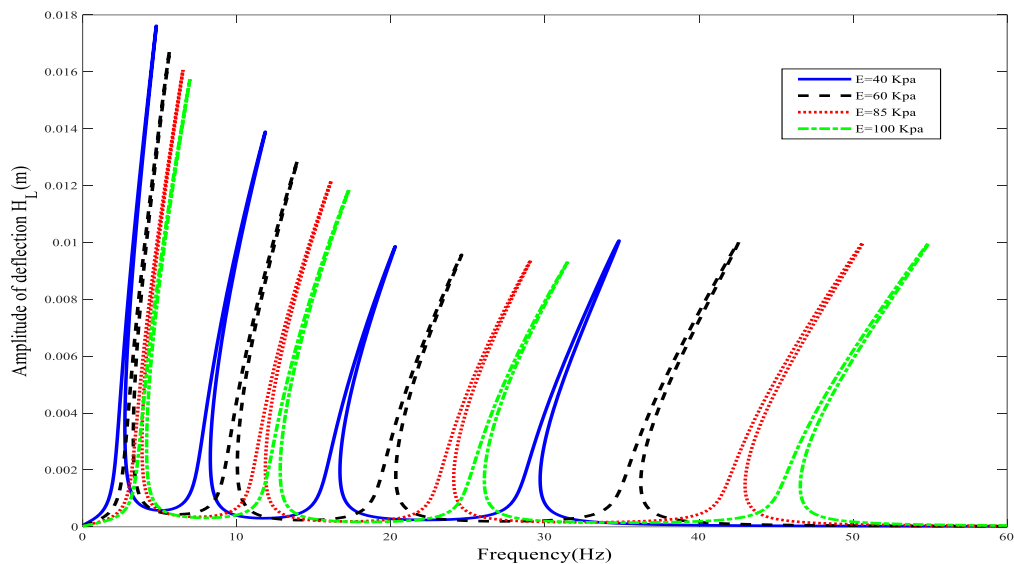
شکل ۶-۱۲. اثر چگالی باله بر نیروی تراست در فرکانس‌های مختلف.



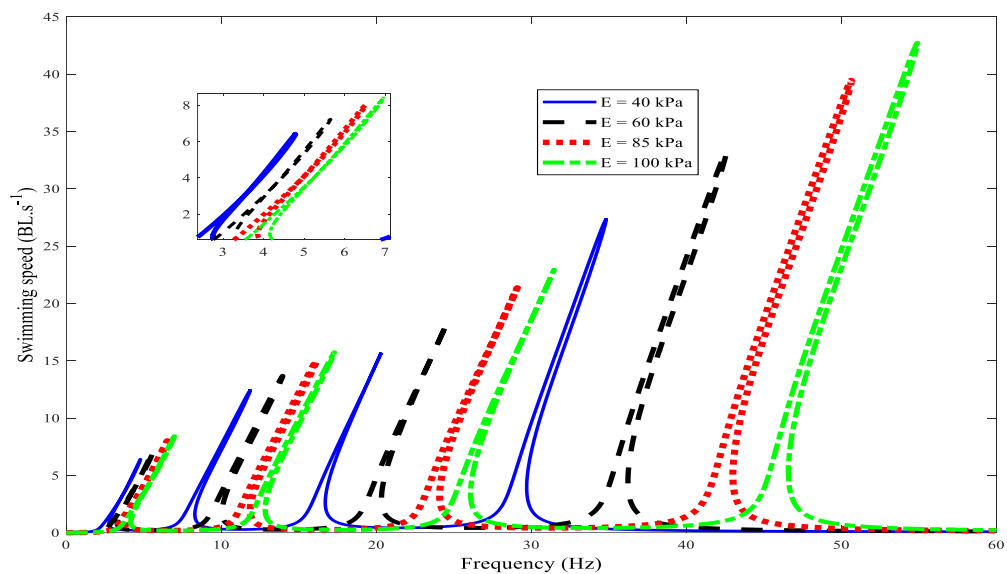
شکل ۰-۱۳ مفهوم محدوده سفتی غالب، میرایی غالب و اینرسی غالب در ارتعاش سیستم یک درجه آزادی.

در شکل‌های ۶-۱۴ تا ۶-۱۶ اثر مدول الاستیسیته باله بر دامنه تغییر شکل باله، سرعت ربات ماهی و نیروی تراست نشان داده شده است. در یک فرکانس دلخواه، با افزایش مدول الاستیسیته، دامنه تغییر شکل، تراست و سرعت سیال کاهش می‌یابد. اما با افزایش مدول الاستیسیته باله، H_R در رزونانس اول و دوم کاهش می‌یابد و در رزونانس سوم و چهارم تغییر چندانی ندارد اما بیشینه سرعت ماهی (U_R) و

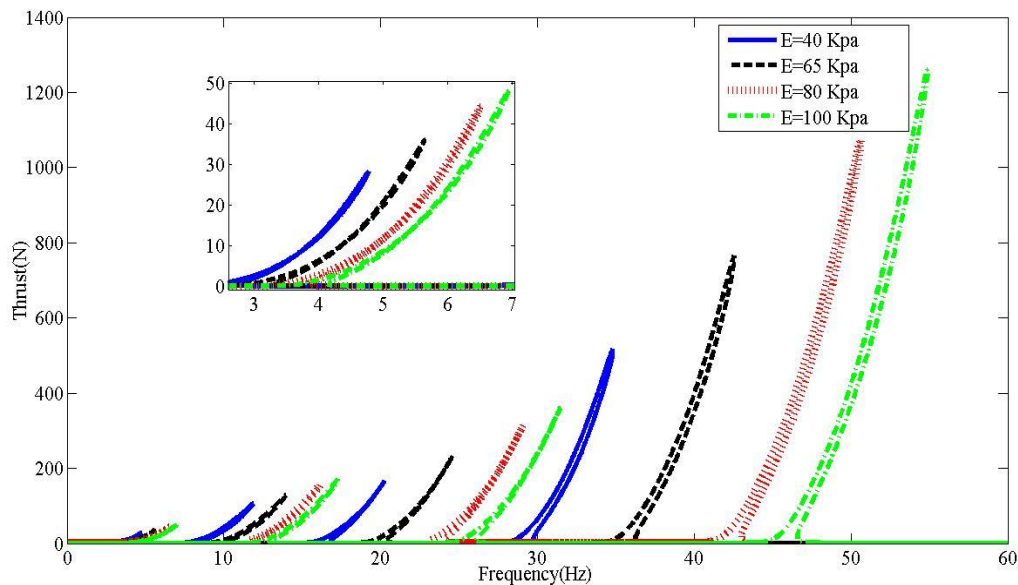
نیروی تراست (T_R) در تمام رزونانس ها با افزایش مدول الاستیسیته، افزایش می یابد. همچنین با افزایش مدول الاستیسیته باله، فرکانس های رزونانس افزایش یافته اما در رزونانس سوم و چهارم این اثر بیشتر بوده است. در واقع طبق ضرایب معادلات حرکت افزایش مدول الاستیسیته موجب افزایش سفتی خطی و غیرخطی می شود در نتیجه دامنه تغییر شکل کاهش می یابد.



شکل ۶-۱۴. اثر مدول الاستیسیته باله بر دامنه تغییر شکل در فرکانس های مختلف.

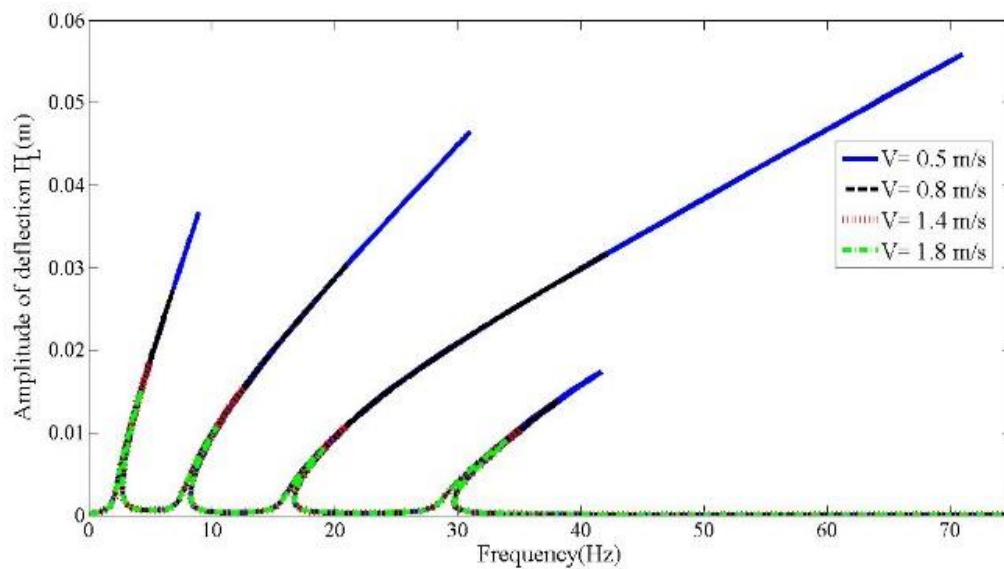


شکل ۶-۱۵. اثر مدول الاستیسیته باله بر سرعت ماهی در فرکانس های مختلف.

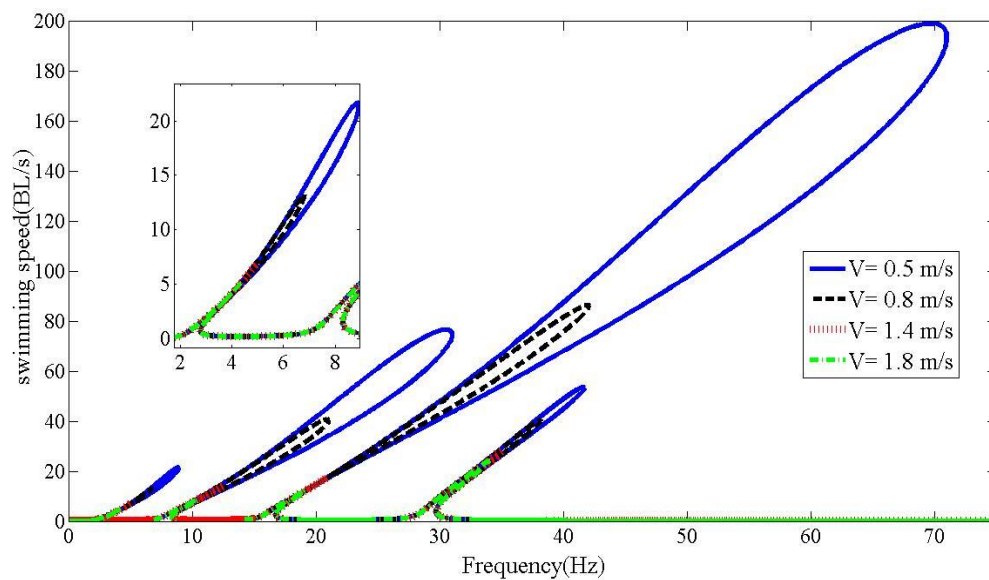


شکل ۶-۱۶. اثر مدول الاستیسیته باله بر نیروی تراست در فرکانس‌های مختلف.

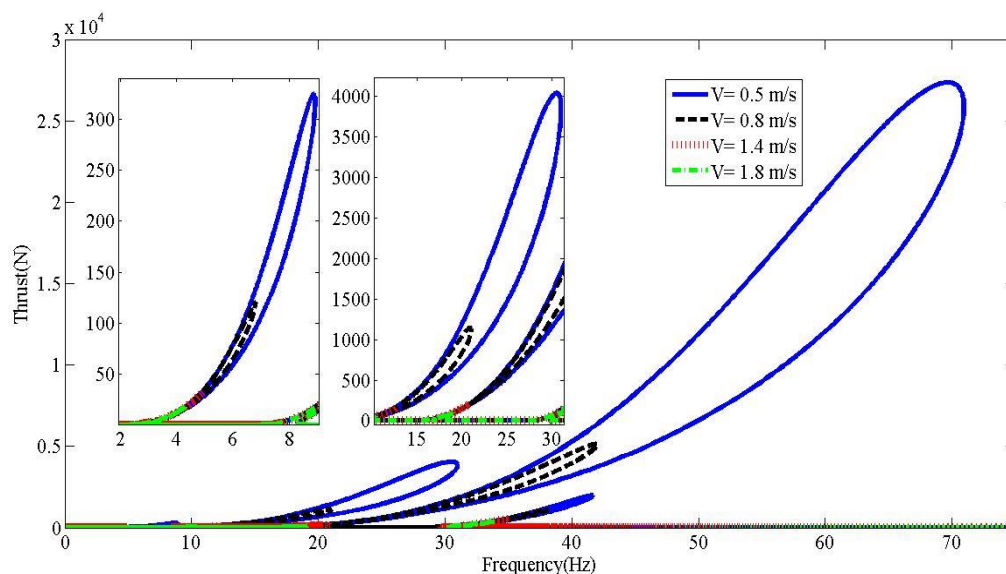
در شکل‌های ۶-۱۷ تا ۶-۱۹ اثر سرعت سیال بر دامنه تغییر شکل باله، سرعت ربات ماهی و نیروی تراست نشان داده شده است. با افزایش سرعت سیال H_R ، U_R و T_R در تمام رزونانس‌ها کاهش می‌یابند اما میزان این کاهش در رزونانس سوم شدیدتر است. در واقع افزایش سرعت سیال موجب افزایش میرایی در سیستم می‌شود که در نتیجه تغییر شکل در باله کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش سرعت سیال، فرکانس‌های رزونانس کاهش یافته اما در رزونانس سوم این اثر بیشتر بوده است. بنابراین می‌توان گفت برای دست‌یابی به بیشینه تغییر شکل، سرعت ماهی یا نیروی تراست لازم است از سرعت سیال کمتر استفاده کنیم و فرکانس کاری در نزدیکی فرکانس رزونانس سوم تنظیم نماییم.



شکل ۶-۱۷. اثر سرعت سیال بر دامنه تغییر شکل در فرکانس‌های مختلف.

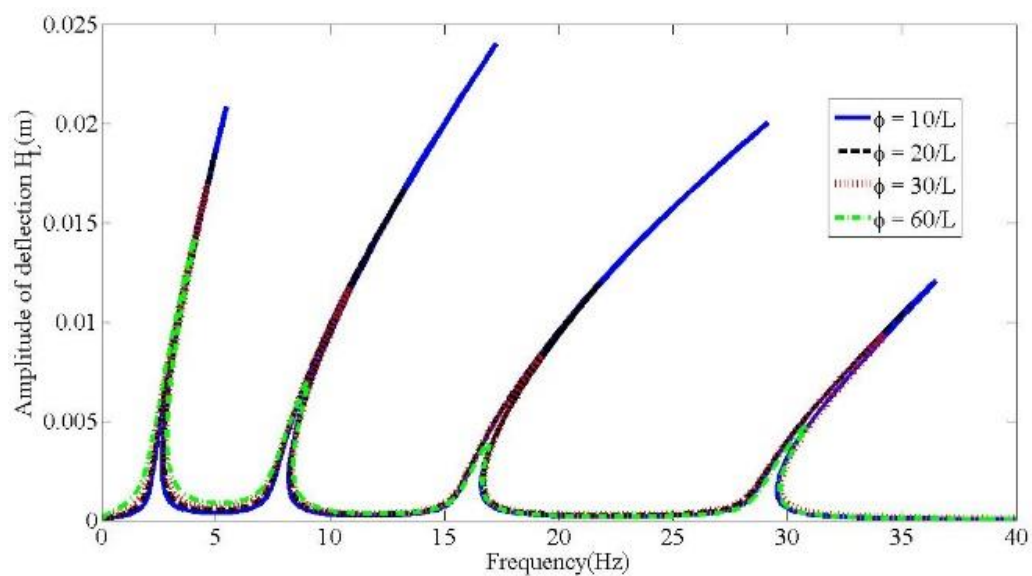


شکل ۶-۱۸. اثر سرعت سیال بر سرعت ربات ماهی در فرکانس‌های مختلف.

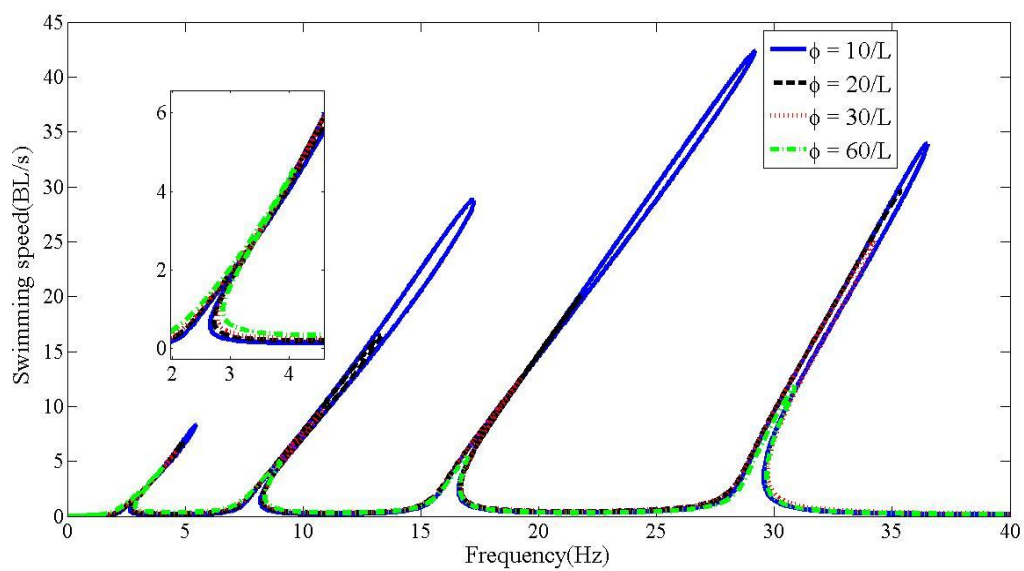


شکل ۶-۱۹. اثر سرعت سیال بر نیروی تراست در فرکانس‌های مختلف.

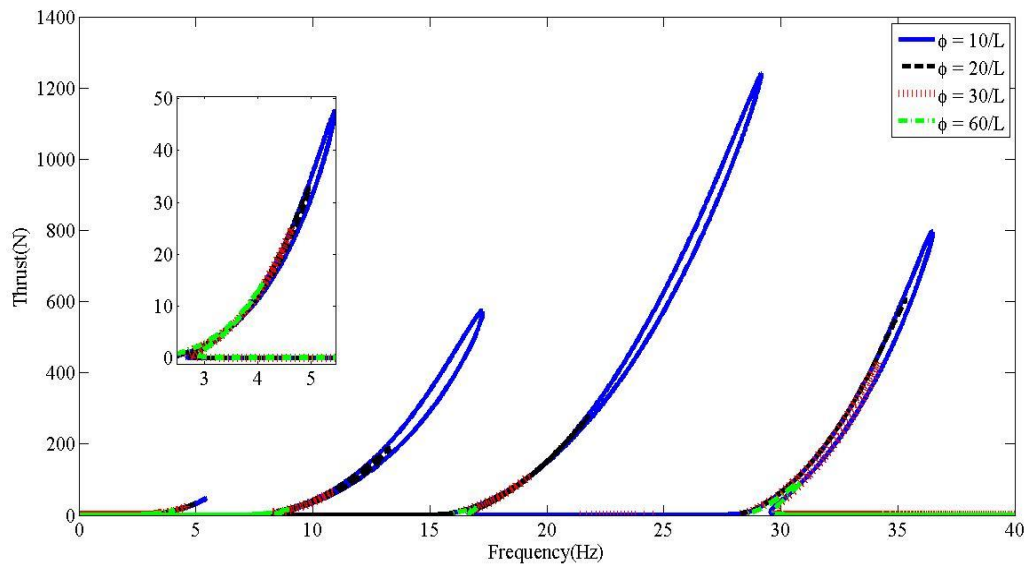
در شکل‌های ۶-۲۰ تا ۶-۲۲ اثر چگالی کانال‌های سیال بر دامنه تغییر شکل باله، سرعت ربات ماهی و نیروی تراست نشان داده شده است. سیال H_R ، U_R و T_R در تمام رزونانس‌ها کاهش می‌یابند. در واقع با توجه به ضرایب معادله حرکت، افزایش چگالی کانال‌های سیال موجب افزایش سفتی، میرایی و نیروی تحریک در سیستم می‌شود اما شکل نشان می‌دهد که تغییرات میرایی و سفتی ناشی از تغییرات چگالی کانال‌های سیال بر تغییرات نیروی تحریک غالب می‌باشد که در نتیجه تغییر شکل در باله با افزایش چگالی کانال‌های سیال کاهش یافته است. همچنین فرکانس‌های رزونانس با افزایش چگالی کانال‌های سیال، کاهش چشمگیری یافته است. علاوه بر این می‌توان نتیجه گرفت برای دست یافتن به تغییر شکل باله، سرعت ربات ماهی و نیروی تراست بیشتر می‌توان از چگالی کانال کمتر استفاده نمود و فرکانس کاری را در فرکانس رزونانس دوم تنظیم نمود.



شکل ۶-۲۰. اثر چگالی کانال سیال بر دامنه تغییر شکل در فرکانس‌های مختلف.



شکل ۶-۲۱. اثر چگالی کانال سیال بر سرعت ربات ماهی در فرکانس‌های مختلف.



شکل ۶-۲۲. اثر چگالی کانال سیال بر نیروی تراست در فرکانس‌های مختلف.

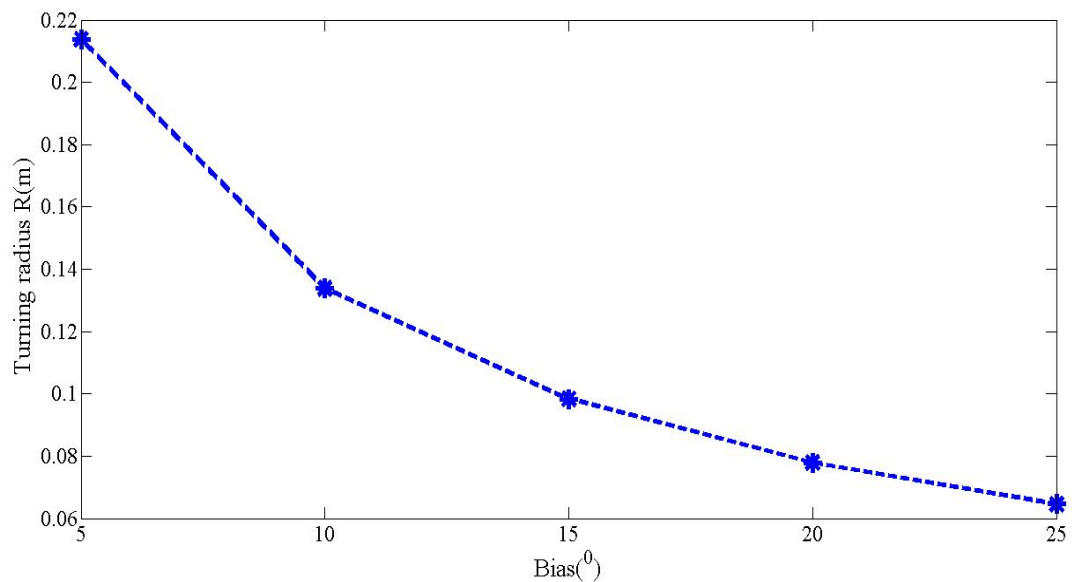
۴-۶ مانورپذیری ربات ماهی

مباحث مربوط به پایداری سیستم در بخش ۶-۲ ارائه شد. همچنین در فصل پنجم بیان شد که زمانی که زاویه بایاس صفر باشد، ربات مسیر مستقیم را طی می‌کند و در غیر این صورت ربات در مسیر منحنی حرکت می‌کند. در مانورپذیری ربات ماهی، شعاع چرخش و زمان چرخش اهمیت دارد. ادامه به بررسی این موارد به عنوان شاخص‌های مانورپذیری می‌پردازیم.

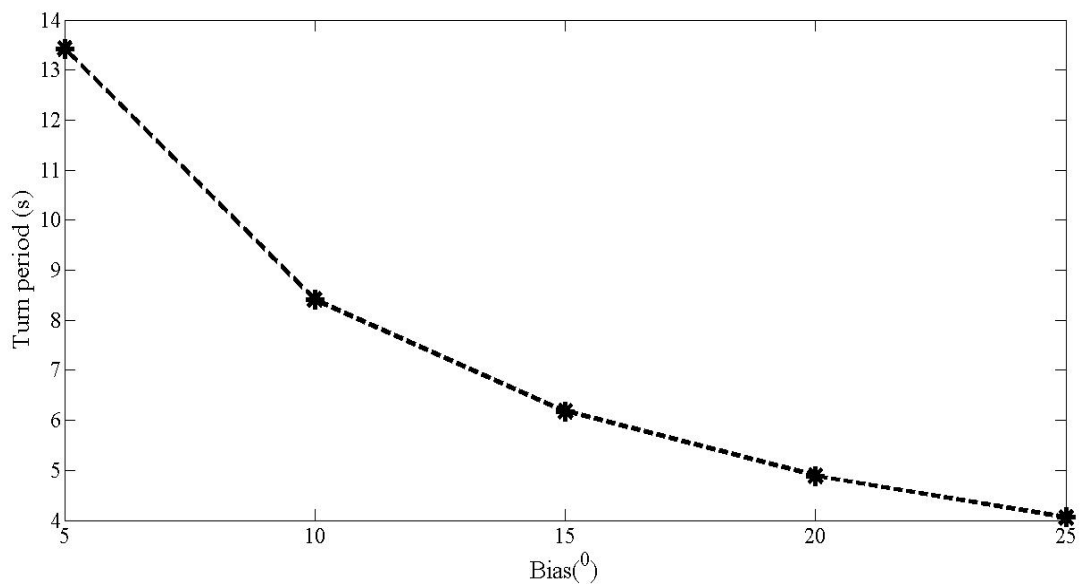
شکل ۶-۲۳ و ۶-۲۴ به ترتیب شعاع و پریود چرخش را برحسب زاویه بایاس نشان می‌دهد. همان‌طور که این شکل‌ها نشان می‌دهند با افزایش زاویه بایاس، شعاع و پریود چرخش کاهش می‌یابد. شکل ۶-۲۵ و ۶-۲۶ به ترتیب اثر فرکانس تحریک باله بر شعاع و پریود چرخش را نشان می‌دهد. در این شکل‌ها مشخص می‌باشد که با افزایش فرکانس باله، شعاع و پریود حرکت کاهش یافته است. لذا برای دست یافتن به شعاع دوران کوچکتر یا مانورپذیری بهتر لازم است زاویه بایاس و فرکانس تحریک بزرگتر را انتخاب نماییم.

همچنین شکل ۶-۲۷ زاویه حمله ربات ماهی بر حسب فرکانس باله را نشان می‌دهد. با توجه به شکل‌ها با افزایش زاویه بایاس و فرکانس باله، زاویه حمله ربات ماهی کاهش می‌یابد. البته بایستی توجه

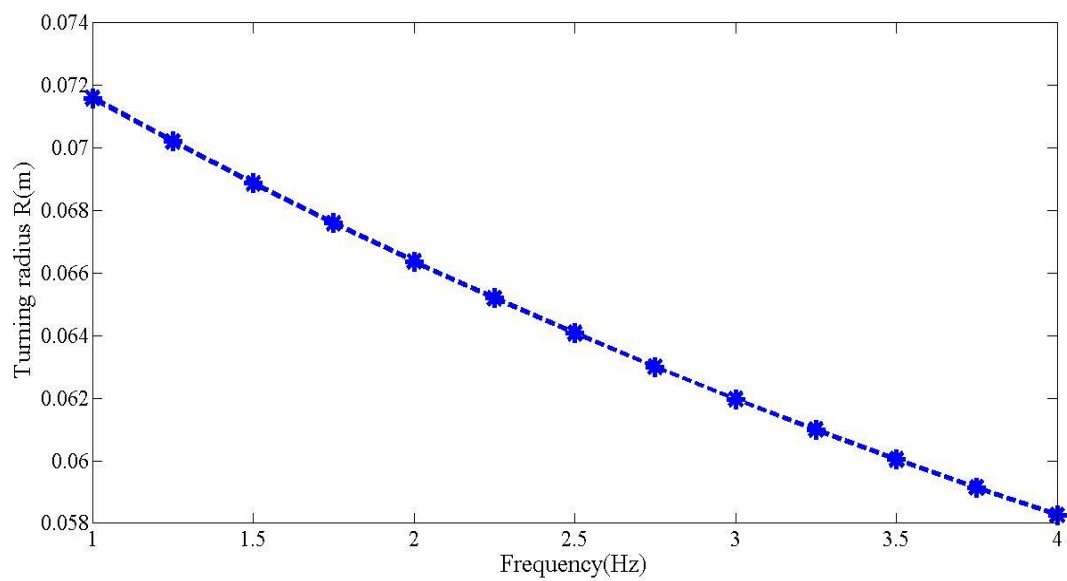
داشت که امکان زیاد کردن زاویه بایاس به هر میزان دلخواه وجود ندارد. افزایش زاویه بایاس موجب افزایش نیرو وارد بر باله‌ی ربات ماهی و به تبع آن افزایش تنش و فروپاشی سیستم می‌شود. لذا در این مورد بیشینه تنش سیستم، قید محدود کننده در افزایش زاویه بایاس می‌باشد.



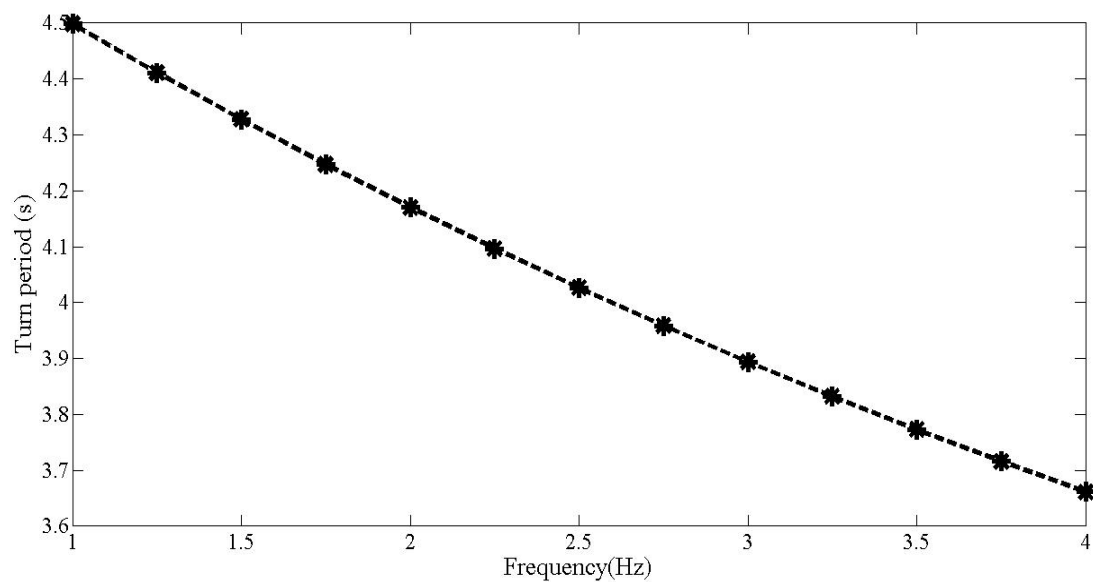
شکل ۶-۲۳. اثر زاویه بایاس بر شعاع چرخش.



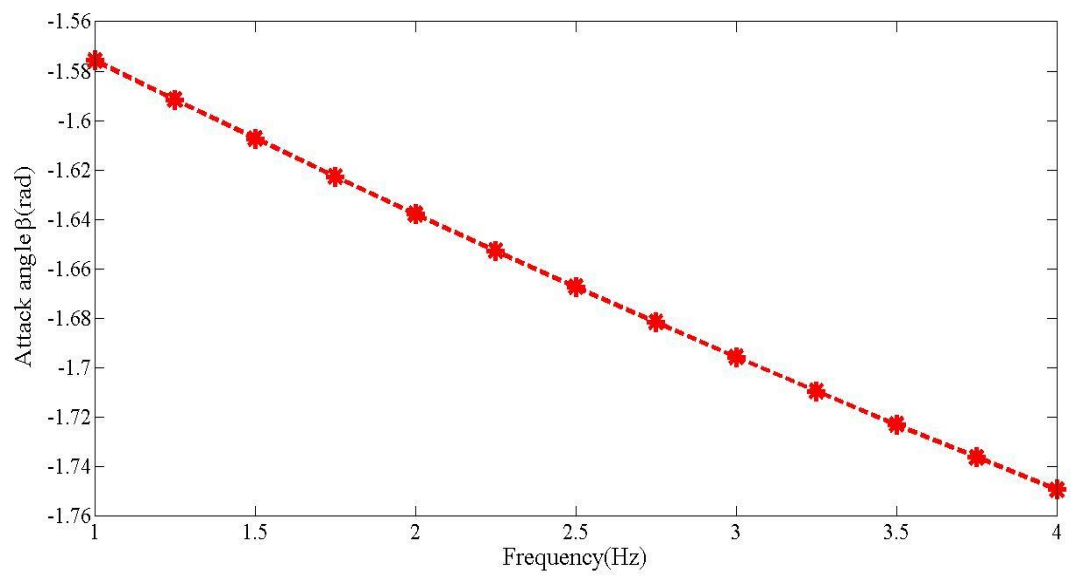
شکل ۶-۲۴. اثر زاویه بایاس بر زمان چرخش.



شکل ۶-۲۵. شعاع چرخش بر حسب فرکانس تحریک باله.



شکل ۶-۲۶. زمان چرخش بر حسب فرکانس تحریک باله.



شکل ۶-۲۷. زاویه حمله بر حسب فرکانس باله.

فصل ۷

نتیجه گیری

۷-۱ جمع بندی

مدلسازی ربات‌های پیوسته‌ی نرم، باتوجه به ساختار انعطاف‌پذیر، پیچیده و غیرخطی آنها، همواره مسئله‌ای چالش برانگیز بوده است. از طرفی داشتن یک مدل دقیق در این ربات‌ها، لازمه‌ی شناسایی و کنترل این سیستم‌ها می‌باشد. در واقع، مدل‌های دقیق دارای مشکل حجم بالای محاسباتی می‌باشند، که منجر به عدم کارایی آنها در کاربردهایی مانند کنترل برخط می‌گردد. به عبارت دیگر همواره مدلسازی ربات‌های پیوسته، با دو چالش دقت و زمان محاسبات روبرو است. در این تحقیق به دنبال حل این چالش با ارائه مدلسازی دقیق غیرخطی و روش حل معادلات هستیم. به این منظور ابتدا ربات پیوسته با سیستم عملگری بر اساس جریان سیال به عنوان یک مدل عمومی که در حوزه رباتیک نرم کاربرد فراوانی دارد پیشنهاد شد. مزیت‌های این عملگر نسبت به سایر عملگرها در قسمت قبل توضیح داده شد. سرعت بالا، فرآیند ساخت ارزان، قابلیت اطمینان و انطباق‌پذیری مناسب برای سیستم‌های رباتیک از جمله این مزایای سیستم عملگری پیشنهادی می‌باشد.

برای حل هم زمان مشکل دقت مدلسازی و زمان حل دو راه حل کلی وجود دارد یکی مربوط به نحوه مدلسازی است یعنی معادلات حرکت را به روشی بدست آوریم که در عین دقت کافی دارای هزینه محاسباتی بالایی نباشند و راه حل دیگر این است که معادلات به دست آمده را به روشی حل کنیم که زمان حل مناسب باشد یعنی به دنبال یک روش ریاضی برای حل معادلات باشیم.

در این تحقیق، ربات نرم به صورت یک سیستم پیوسته (تیر اویلر-برنولی) با تغییر شکل بزرگ و کرنش غیرخطی مدلسازی شد تا ماهیت پیوسته بازوی رباتیک حفظ گردد. از آنجا که ربات پیوسته دارای بی نهایت درجه آزادی است لذا به منظور دستیابی به یک مدل دقیق، از روش مد مفروض در بدست آوردن معادلات دینامیکی استفاده شد تا بتوان سیستم را به صورت چند مد در نظر گرفت که ماهیتا به سیستم پیوسته شبیه تر است. همچنین مدلسازی در حوزه سیال با استفاده از معادلات ناویر استوکس، به صورت دقیق صورت گرفت (برخلاف اغلب تحقیقات قبلی که به صورت تقریبی یا تجربی مدلسازی انجام می‌شد). در قدم بعدی با استفاده از روش ترکیبی میانگین‌گیری مختلط و روش پیوسته

طول کمان، راه حلی برای حل نیمه تحلیلی معادلات حرکت در حالت پایا ارائه گشت تا ضمن حفظ دقت در مدلسازی سیستم، هزینه محاسباتی مناسب باشد و ابزاری برای تجزیه و تحلیل ربات‌های پیوسته فراهم گشت. همچنین به کمک این روش حل می‌توان تمام جواب‌های معادلات حرکت غیرخطی را بدون نیاز به خطی سازی حول نقاط تعادل مختلف بدست آورد. یکی از مزایای این روش فعلی امکان دستیابی به پاسخ فرکانسی سیستم می باشد که موجب می شود شناخت جامعی از سیستم برای طراحی، بهینه سازی و کنترل در اختیار قرار می‌دهد.

در مرحله اعتبار سنجی روش پیشنهادی، با سه روش عددی (رانگ کوتا مرتبه ۴)، المان محدود غیرخطی و نرم افزار انسیس مقایسه گردید. در این مقایسه علاوه بر تایید نتایج مشخص شد که زمان لازم برای حل معادلات به شدت کاهش یافت. زمان حل در روش عددی حدود ۲۳ ثانیه، روش المان محدود ۲۸ ثانیه، نرم افزار انسیس ۵۱۸۴۹۵ ثانیه اما در روش پیشنهادی ۳ ثانیه می باشد. همچنین یکی از مزیت های این روش که با افزایش تعداد مدها هزینه محاسباتی در روش های دیگر افزایش چشمگیری داشت اما در روش پیشنهادی این چالش تا حد مناسبی بهبود یافت مثلاً زمان حل در روش عددی برای حالت تک مد حدود ۲۳ ثانیه و در حالت سه مد ۷۵ ثانیه می باشد ولی در روش پیشنهادی در حالت تک مد ۳ ثانیه و در حالت سه مد ۷,۱ ثانیه است.

در ادامه به کمک پاسخ فرکانسی اثر مدلسازی غیرخطی و افزایش تعداد مدها نشان داده شد. در مدل غیر خطی نسبت به مدل خطی علاوه بر کاهش چشمگیر تغییر شکل به علت افزایش سفتی، در برخی از فرکانس‌ها بیش از یک پاسخ وجود داشت که برخی از آنها ناپایدار بودند. همچنین فرکانس رزونانس در حالت غیرخطی افزایش قابل توجهی داشت.

در ادامه به کاربرد عملگر سیال پیشنهادی به عنوان باله نرم در ربات ماهی پرداخته شد و به کمک روش پیشنهادی ربات ماهی مدلسازی و تحلیل شد. همچنین اثر پارامترهای مختلف بر عملکرد ربات ماهی و مانورپذیری ربات بررسی گردید. در این بررسی مشخص شد عدد استروهاال ربات ماهی با عملگر سیال پیشنهادی در محدوده ماهی‌های واقعی است و نسبت به ربات‌های پیشنهادی در منابع بهبود

یافته بود. همچنین مشاهده شد در یک فرکانس دلخواه، با افزایش چگالی باله، دامنه تغییر شکل، تراست و سرعت سیال افزایش می یابد. همچنین با افزایش چگالی باله فرکانس های رزونانس کاهش یافته اما در رزونانس سوم و چهارم این اثر بیشتر بوده است.

با افزایش مدول الاستیسیته باله، H_R در رزونانس اول و دوم کاهش می یابد و در رزونانس سوم و چهارم تغییر چندانی ندارد اما بیشینه سرعت ماهی (U_R) و نیروی تراست (T_R) در تمام رزونانس ها با افزایش مدول الاستیسیته، افزایش می یابند. همچنین با افزایش مدول الاستیسیته باله، فرکانس های رزونانس افزایش یافته اما در رزونانس سوم و چهارم این اثر بیشتر بوده است.

با افزایش سرعت سیال H_R ، U_R و T_R در تمام رزونانس ها کاهش می یابند اما میزان این کاهش در رزونانس سوم شدید تر است. همچنین با افزایش سرعت سیال، فرکانس های رزونانس کاهش یافته اما در رزونانس سوم این اثر بیشتر بوده است.

در بررسی اثر چگالی کانال های سیال مشخص شد که برای دستیابی به بیشینه تغییر شکل، سرعت ماهی یا نیروی تراست لازم است از چگالی کانال کمتر استفاده نمود و فرکانس کاری را در فرکانس رزونانس دوم تنظیم نمود.

در انتها مانور پذیری ربات ماهی بررسی گردید و شعاع چرخش در زوایای بایاس و فرکانس های مختلف باله بدست آمد. نتایج نشان داد که با افزایش زاویه بایاس و فرکانس باله، شعاع و پریود حرکت کاهش می یابد.

۷-۲ پیشنهاد برای کارهای آینده

هرچند سعی بر این شد تا این رساله یک روش کامل و جامع برای ربات های پیوسته نرم باشد، اما با توجه به وسعت این حوزه، فعالیت ها و تحقیقات زیادی در این زمینه باقی مانده که می تواند به صورت زیر دسته بندی شود:

۱. در روش میانگین گیری مختلط تنها یک فرکانس برای حرکت در حالت پایا در نظر گرفته شده

است درحالی که ممکن است برخی سیستم در حالت پایا دارای پریود بیش از یک باشند، لذا

پیشنهاد می شود حل انجام شده در این تحقیق به ازای افزایش تعداد پریودها بررسی گردد.

۲. در الگوریتم روش پیوسته طول کمان، نقطه بعدی بر اساس اطلاعات نقطه قبل به دست می آیند

و این امر هم ممکن است میزان خطا در برخی مسائل را افزایش دهد و هم می توان کلی بودن حل

را محدود سازد مثلاً جواب الگوریتم شبه کمان در فرکانس ۵ زمانی صحیح است که در فرکانس

۴/۵ همین عدد فعلی باشد و نمی توان از جواب در فرکانس ۵ به طور مطلق نتیجه گرفت که به

ازای هر شرایط اولیه ای در فرکانس ۵ همین دامنه جابجایی را داریم. لذا بهبود این روش پیشنهاد

می شود.

۳. ساخت یک مدل آزمایشگاهی برای اعتبارسنجی روش ها و راهبردهای پیشنهادی ساخته شود.

۴. بحث مانورپذیری و کنترل مسیر ربات ماهی بر اساس روش پیشنهادی می تواند بیشتر بررسی

گردد.

۵. استفاده از منابعی مانند پیزوالکتریک در باله به عنوان جاذب و مولد انرژی می تواند بررسی گردد.

۶. استفاده ترکیبی از چند عملگر به صورت سری یا موازی برای بهبود کارایی ربات یا استفاده در

سایر کاربردها مانند بازوی رباتیک می تواند مورد توجه قرار گیرد.

۷. روش پیشنهادی برای غیرخطی از نوع مرتبه ۲ با چالش هایی نظیر حذف برخی از عوامل مواجه

می باشد. گسترش روش برای حل این چالش می تواند تکمیل کننده روش پیشنهادی باشد.

۸. مفهوم ناحیه فرکانس غالب که در فصل ۶ ارائه شد قابلیت بسط بیشتر و انجام تست های

آزمایشگاهی به خصوص برای سیستم های غیرخطی دارد.

۹. روش بیان شده در این رساله می تواند در سیستم های سه بعدی گسترش و توسعه پیدا کند.

فصل ۸

پیوست ها

پیوست الف: مدل سازی در حوزه الاستیک

$$v_{xf} = \dot{u}_x + V = V - z \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x}, \quad v_{yf} = 0, \quad v_{zf} = \dot{u}_z + V \frac{\partial w}{\partial x}$$

انرژی جنبشی کل برابر است با :

$$T = T_b + T_f = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} c \int_0^L m_f \left(V^2 + 2 \dot{u}_x V + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + V^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2V \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx$$

انرژی پتانسیل:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_v \sigma_{xx} \epsilon_{xx} dv = \frac{1}{2} \iiint_v E \epsilon_{xx}^2 dv = \frac{1}{2} \iiint_v E \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]^2 dv$$

$$= \frac{1}{2} E \left[\int_0^L \iint_A \frac{1}{4} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^4 dA dx + \int_0^L \iint_A z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dA dx - \int_0^L \iint_A z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dA dx \right]$$

از طرفی: $\iint_A z dA = 0$, $\iint_A z^2 dA = I$ در نتیجه:

$$U = \frac{1}{8} EA \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^4 dx + \frac{1}{2} EI \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx$$

$$\delta U = \frac{1}{2} EA \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^3 \frac{\partial}{\partial x} (\delta w) dx + EI \int_0^L \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\delta w) dx$$

$$= \frac{1}{2} EA \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^3 \delta w \Big|_0^L - \int_0^L \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^3 \right) \delta w dx \right]$$

$$+ EI \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial x} (\delta w) \Big|_0^L - \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta w \Big|_0^L + \int_0^L \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \delta w dx \right]$$

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} T_b dt = - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dx dt$$

برای انرژی جنبشی سیال داریم:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} T_f dt = c \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^l m_f \left(\frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} (\delta w) + V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (\delta w) + V \frac{\partial}{\partial t} (\delta w) \frac{\partial w}{\partial x} + V \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x} (\delta w) \right) dt$$

$$T_f = \frac{1}{2} c \int_0^l m_f \left(V^2 + 2 \dot{u}_x V + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + V^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2V \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx$$

هر یک از جملات عبارت فوق را جداگانه بدست می‌آوریم:

$$\delta \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} (\delta w) dt dx = \left[\frac{\partial w}{\partial t} \delta w \right]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dt$$

$$= - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dt dx$$

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (\delta w) dx dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \delta w \right]_0^L - \int_0^L V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta w dx \Big] dt$$

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L V \frac{\partial}{\partial t} (\delta w) \frac{\partial w}{\partial x} dx dt$$

$$= \int_0^L \left[(1-z) V \frac{\partial w}{\partial x} \delta w \right]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} (1-z) V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \delta w dt \Big] dx$$

$$= - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \delta w dt dx$$

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L V \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x} (\delta w) dx dt$$

$$= \int_{t_1}^{t_2} \left[(1-z) V \frac{\partial w}{\partial t} \delta w \right]_0^L - \int_0^L V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \delta w dt \Big] dx$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} T_f dt = m_f c \left(- \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dt dx + \int_{t_1}^{t_2} \left[V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \delta w \right]_0^L - \int_0^L V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta w dx \Big] dt - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \delta w dt dx + \int_{t_1}^{t_2} \left[(1-z) V \frac{\partial w}{\partial t} \delta w \right]_0^L - \int_0^L V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \delta w dt \Big] dx \right)$$

بر اساس قانون همیلتون خواهیم داشت:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W_{nc}) dt$$

در رابطه فوق W_{nc} کار نیروهای غیر پایستار می باشد.

$$\begin{aligned} \delta w: (\rho A + m_f c) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m_f c V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f c V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} - \frac{3}{2} EA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ + (EI + \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}) = 0 \\ (\rho A + m_f c) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m_f c V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f c V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} - \frac{3}{2} EA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \\ = 0 \end{aligned}$$

عبارت $\frac{3}{2} EA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2$ به علت در نظر گرفتن کرنش غیر خطی در رابطه گرین می باشد:

پیوست ب: مدل سازی در حوزه سیال

سرعت سیال ناشی از سرعت ناشی از فشار سیال و نیز تغییر شکل تیر می باشد.

$$v = v_b + v_{pr}$$

در رابطه فوق v سرعت مطلق سیال، v_b سرعت ناشی از جابجایی تیر و v_{pr} سرعت سیال ناشی از

فشار می باشد که با توجه به تغییر شکل خواهیم داشت:

$$v_{pr} = V((1 + u')i + v'j + w'k)$$

که در رابطه فوق داریم:

$$u' = \frac{\partial u}{\partial x} = 0, v' = \frac{\partial v}{\partial x} = 0, w' = \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$v_{xf} = \dot{u}_x + V = V - zV \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x}, v_{yf} = 0, v_{zf} = \frac{\partial w}{\partial t} + V \frac{\partial w}{\partial x}$$

v_{xf} ، v_{yf} و v_{zf} به ترتیب سرعت مطلق سیال در جهت محور x ، y و z می باشند.

معادله اندازه حرکت به صورت زیر می باشد:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla) v \right) = -\nabla P + \mu \nabla^2 v + B$$

B : نیروهای حجمی، μ : ویسکوزیته سیال، V : سرعت سیال، ρ_f : چگالی سیال، P : فشار سیال

در جهت x ، y و z خواهیم داشت:

در جهت x

$$\begin{aligned} \rho_f \left(\frac{\partial v_{xf}}{\partial t} + v_{xf} \frac{\partial v_{xf}}{\partial x} + v_{yf} \frac{\partial v_{xf}}{\partial y} + v_{zf} \frac{\partial v_{xf}}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_{xf}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{xf}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{xf}}{\partial z^2} \right) \end{aligned}$$

در جهت y

$$\begin{aligned} \rho_f \left(\frac{\partial v_{yf}}{\partial t} + v_{xf} \frac{\partial v_{yf}}{\partial x} + v_{yf} \frac{\partial v_{yf}}{\partial y} + v_{zf} \frac{\partial v_{yf}}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_{yf}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{yf}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{yf}}{\partial z^2} \right) \end{aligned}$$

در جهت z

$$\begin{aligned} \rho_f \left(\frac{\partial v_{zf}}{\partial t} + v_{xf} \frac{\partial v_{zf}}{\partial x} + v_{yf} \frac{\partial v_{zf}}{\partial y} + v_{zf} \frac{\partial v_{zf}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_{zf}}{\partial x^2} + \right. \\ \left. \frac{\partial^2 v_{zf}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{zf}}{\partial z^2} \right) \end{aligned}$$

با توجه به میدان سرعت، در جهت x خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} v_{xf} = \dot{u}_x + V = V - zV \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x}, \quad v_{yf} = 0, \quad v_{zf} = \dot{u}_z + V \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial t} + \\ V \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \dot{u}_x \sim O(\epsilon^2) \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} = -z \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial x} \\ \frac{\partial v_{xf}}{\partial x} = -z \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} \\ v_{xf} \frac{\partial v_{xf}}{\partial x} = \left(-z \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V \right) \left(-z \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} \right) = -zV \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} - z^2 V \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} \\ \cong -zV \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} \end{aligned}$$

در عبارت فوق از عبارت‌هایی که دارای مرتبه $O(\epsilon^2)$ و کوچکتر هستند صرف نظر شده است.

$$v_{yf} \frac{\partial v_{xf}}{\partial y} = V \frac{\partial}{\partial y} \left(-z \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V - zV \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

با توجه به اینکه $w = w(x, t)$ لذا خواهیم داشت:

$$v_{yf} \frac{\partial v_{xf}}{\partial y} = 0$$

$$v_{zf} \frac{\partial v_{xf}}{\partial z} = \left(\frac{\partial w}{\partial t} + V \frac{\partial w}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial z} \left(-z \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V \right) = - \left(\frac{\partial w}{\partial t} + V \frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} \right) \\ \cong - \left(V \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$\frac{\partial^2 v_{xf}}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-z \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} \right) = -z \frac{\partial^4 w}{\partial t \partial x^3}$$

$$\frac{\partial^2 v_{xf}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(-z \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V \right) = 0$$

$$\frac{\partial^2 v_{xf}}{\partial z^2} = - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} \right) = 0$$

در عبارات فوق نیز از عبارت‌هایی که دارای مرتبه $O(\epsilon^2)$ و کوچکتر هستند صرف نظر شده است.

با جایگذاری روابط فوق در معادله اندازه حرکت در جهت x خواهیم داشت:

$$\rho_f \left(-zV \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x}$$

در رابطه فوق اگر از عبارت‌هایی که دارای مرتبه $O(\epsilon^2)$ و کوچکتر هستند صرف نظر کنیم خواهیم

داشت:

$$\rho_f \left(zV \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} \right) = \frac{\partial P}{\partial x}$$

در جهت y

$$\rho_f \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right)$$

با توجه به میدان سرعت، در جهت y خواهیم داشت :

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0$$

در جهت z

$$\rho_f \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right)$$

با توجه به میدان سرعت، در جهت z خواهیم داشت :

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + V \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} \right)$$

$$v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} = \left(-z \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \cong V \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

در عبارت فوق از عبارتهایی که دارای مرتبه $O(\epsilon^2)$ و کوچکتر هستند صرف نظر شده است.

$$v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} = v_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + V \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0$$

$$v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = v_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + V \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0$$

با توجه به اینکه $w = w(x, t)$ است حاصل عبارتهای فوق صفر شده است.

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = \left(\frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + V \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)$$

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} = 0$$

$$\rho \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + V \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)$$

با انتگرالگیری از رابطه فوق خواهیم داشت:

$$p = -\rho_f z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\mu}{\rho_f} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \right)$$

پیوست ج: حل معادلات حرکت در حالت دو مد به کمک روش میانگین گیری مختلط

معادلات حرکت در حالت دو مد به صورت زیر می باشند:

$$\begin{cases} m_{11}\ddot{\eta}_1 + m_{12}\ddot{\eta}_2 + k_{11}\eta_1 + k_{12}\eta_2 + NL_{1111}\eta_1^3 + NL_{1112}\eta_1^2\eta_2 + NL_{1122}\eta_1\eta_2^2 + NL_{1222} \\ \quad = f_{11}\sin(\omega t) + f_{21}\cos(\omega t) \\ m_{21}\ddot{\eta}_1 + m_{22}\ddot{\eta}_2 + k_{21}\eta_1 + k_{22}\eta_2 + NL_{2111}\eta_1^3 + NL_{2112}\eta_1^2\eta_2 + NL_{2122}\eta_1\eta_2^2 + NL_{2222} \\ \quad = f_{21}\sin(\omega t) + f_{22}\cos(\omega t) \end{cases}$$

تغییر متغیرهای مختلف به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\psi_1 = \eta_1 + i\omega\eta_1, \dot{\eta}_1 = \frac{\psi_1 + \psi_1^*}{2}, \eta_1 = \frac{\psi_1 - \psi_1^*}{2i\omega}, \dot{\eta}_1 = \dot{\psi}_1 - \frac{i\omega(\psi_1 + \psi_1^*)}{2}$$

$$\psi_2 = \eta_2 + i\omega\eta_2, \dot{\eta}_2 = \frac{\psi_2 + \psi_2^*}{2}, \eta_2 = \frac{\psi_2 - \psi_2^*}{2i\omega}, \dot{\eta}_2 = \dot{\psi}_2 - \frac{i\omega(\psi_2 + \psi_2^*)}{2}$$

حال روابط فوق را در معادلات حرکت جایگزین می کنیم:

$$\begin{aligned}
 m_{11} \left(\dot{\psi}_1 - \frac{i\omega(\psi_1 + \psi_1^*)}{2} \right) + m_{12} \left(\dot{\psi}_2 - \frac{i\omega(\psi_2 + \psi_2^*)}{2} \right) + k_{11} \left(\frac{\psi_1 - \psi_1^*}{2i\omega} \right) \\
 + k_{12} \left(\frac{\psi_2 - \psi_2^*}{2i\omega} \right) + NL_{1111} \left(\frac{\psi_1 - \psi_1^*}{2i\omega} \right)^3 \\
 + NL_{1222} \left(\frac{\psi_2 - \psi_2^*}{2i\omega} \right)^3 + NL_{1112} \left(\frac{\psi_1 - \psi_1^*}{2i\omega} \right)^2 \left(\frac{\psi_2 - \psi_2^*}{2i\omega} \right) \\
 + NL_{1122} \left(\frac{\psi_1 - \psi_1^*}{2i\omega} \right) \left(\frac{\psi_2 - \psi_2^*}{2i\omega} \right)^2 = f_1 \cos(\omega t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_{21} \left(\dot{\psi}_1 - \frac{i\omega(\psi_1 + \psi_1^*)}{2} \right) + m_{22} \left(\dot{\psi}_2 - \frac{i\omega(\psi_2 + \psi_2^*)}{2} \right) + k_{21} \left(\frac{\psi_1 - \psi_1^*}{2i\omega} \right) \\
 + k_{22} \left(\frac{\psi_2 - \psi_2^*}{2i\omega} \right) + NL_{2111} \left(\frac{\psi_1 - \psi_1^*}{2i\omega} \right)^3 \\
 + NL_{2222} \left(\frac{\psi_2 - \psi_2^*}{2i\omega} \right)^3 + NL_{2112} \left(\frac{\psi_1 - \psi_1^*}{2i\omega} \right)^2 \left(\frac{\psi_2 - \psi_2^*}{2i\omega} \right) \\
 + NL_{2122} \left(\frac{\psi_1 - \psi_1^*}{2i\omega} \right) \left(\frac{\psi_2 - \psi_2^*}{2i\omega} \right)^2 = f_2 \cos(\omega t)
 \end{aligned}$$

حال در رابطه فوق $\psi_1 = A_1(t)e^{i\Omega t}$ و $\psi_2 = A_2(t)e^{i\Omega t}$ را جایگزین می کنیم:

$$\begin{aligned}
& m_{11} \left(\dot{\phi}_1 e^{i\omega t} + i\omega \phi_1 e^{i\omega t} - \frac{i\omega(\phi_1 e^{i\omega t} + \phi_1^* e^{-i\omega t})}{2} \right) \\
& + m_{12} \left(\dot{\phi}_2 e^{i\omega t} + i\omega \phi_2 e^{i\omega t} - \frac{i\omega(\phi_2 e^{i\omega t} + \phi_2^* e^{-i\omega t})}{2} \right) \\
& + k_{11} \left(\frac{\phi_1 e^{i\omega t} + \phi_1^* e^{-i\omega t}}{2i\omega} \right) + k_{12} \left(\frac{\phi_2 e^{i\omega t} - \phi_2^* e^{-i\omega t}}{2i\omega} \right) \\
& + \frac{iNL_{1111}}{8\omega^3} (\phi_1^3 e^{i3\omega t} - \phi_1^{*3} e^{-i3\omega t} - 3|\phi_1|^2 \phi_1 e^{i\omega t} \\
& + 3|\phi_1|^2 \phi_1^* e^{-i\omega t}) + \frac{iNL_{1222}}{8\omega^3} (\phi_2^3 e^{i3\omega t} - \phi_2^{*3} e^{-i3\omega t} \\
& - 3|\phi_2|^2 \phi_2 e^{i\omega t} + 3|\phi_2|^2 \phi_2^* e^{-i\omega t}) + \frac{iNL_{1112}}{8\omega^3} (\phi_1^2 \phi_2 e^{i3\omega t} \\
& + \phi_1^{*2} \phi_2 e^{-i\omega t} - 2|\phi_1|^2 \phi_2 e^{i\omega t} - \phi_1^2 \phi_2^* e^{i\omega t} - \phi_1^{*2} \phi_2^* e^{-i3\omega t} \\
& + 2|\phi_1|^2 \phi_2^* e^{-i\omega t}) + \frac{iNL_{1122}}{8\omega^3} (\phi_2^2 \phi_1 e^{i3\omega t} + \phi_2^{*2} \phi_1 e^{-i\omega t} \\
& - 2|\phi_2|^2 \phi_1 e^{i\omega t} - \phi_2^2 \phi_1^* e^{i\omega t} - \phi_2^{*2} \phi_1^* e^{-i3\omega t} + 2|\phi_2|^2 \phi_1^* e^{-i\omega t}) \\
& = f_1 \left(\frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_{21} \left(\dot{\phi}_1 e^{i\omega t} + i\omega \phi_1 e^{i\omega t} - \frac{i\omega(\phi_1 e^{i\omega t} + \phi_1^* e^{-i\omega t})}{2} \right) \\
& + m_{22} \left(\dot{\phi}_2 e^{i\omega t} + i\omega \phi_2 e^{i\omega t} - \frac{i\omega(\phi_2 e^{i\omega t} + \phi_2^* e^{-i\omega t})}{2} \right) \\
& + k_{21} \left(\frac{\phi_1 e^{i\omega t} + \phi_1^* e^{-i\omega t}}{2i\omega} \right) + k_{22} \left(\frac{\phi_2 e^{i\omega t} - \phi_2^* e^{-i\omega t}}{2i\omega} \right) \\
& + \frac{iNL_{2111}}{8\omega^3} (\phi_1^3 e^{i3\omega t} - \phi_1^{*3} e^{-i3\omega t} - 3|\phi_1|^2 \phi_1 e^{i\omega t} \\
& + 3|\phi_1|^2 \phi_1^* e^{-i\omega t}) + \frac{iNL_{2222}}{8\omega^3} (\phi_2^3 e^{i3\omega t} - \phi_2^{*3} e^{-i3\omega t} \\
& - 3|\phi_2|^2 \phi_2 e^{i\omega t} + 3|\phi_2|^2 \phi_2^* e^{-i\omega t}) + \frac{iNL_{2112}}{8\omega^3} (\phi_1^2 \phi_2 e^{i3\omega t} \\
& + \phi_1^{*2} \phi_2 e^{-i\omega t} - 2|\phi_1|^2 \phi_2 e^{i\omega t} - \phi_1^2 \phi_2^* e^{i\omega t} - \phi_1^{*2} \phi_2^* e^{-i3\omega t} \\
& + 2|\phi_1|^2 \phi_2^* e^{-i\omega t}) + \frac{iNL_{2122}}{8\omega^3} (\phi_2^2 \phi_1 e^{i3\omega t} + \phi_2^{*2} \phi_1 e^{-i\omega t} \\
& - 2|\phi_2|^2 \phi_1 e^{i\omega t} - \phi_2^2 \phi_1^* e^{i\omega t} - \phi_2^{*2} \phi_1^* e^{-i3\omega t} + 2|\phi_2|^2 \phi_1^* e^{-i\omega t}) \\
& = f_2 \left(\frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} \right)
\end{aligned}$$

با ضرب در رابطه فوق در $e^{-i\Omega t}$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
& m_{11} \left(\dot{\phi}_1 + i\omega\phi_1 - \frac{i\omega(\phi_1 + \phi_1^* e^{-i2\omega t})}{2} \right) \\
& + m_{12} \left(\dot{\phi}_2 + i\omega\phi_2 - \frac{i\omega(\phi_2 + \phi_2^* e^{-i2\omega t})}{2} \right) \\
& + k_{11} \left(\frac{\phi_1 + \phi_1^* e^{-i2\omega t}}{2i\omega} \right) + k_{12} \left(\frac{\phi_2 - \phi_2^* e^{-i2\omega t}}{2i\omega} \right) \\
& + \frac{iNL_{1111}}{8\omega^3} (\phi_1^3 e^{i2\omega t} - \phi_1^{*3} e^{-i4\omega t} - 3|\phi_1|^2 \phi_1 \\
& + 3|\phi_1|^2 \phi_1^* e^{-i2\omega t}) + \frac{iNL_{1222}}{8\omega^3} (\phi_2^3 e^{i2\omega t} - \phi_2^{*3} e^{-i4\omega t} \\
& - 3|\phi_2|^2 \phi_2 + 3|\phi_2|^2 \phi_2^* e^{-i2\omega t}) + \frac{iNL_{1112}}{8\omega^3} (\phi_1^2 \phi_2 e^{i2\omega t} \\
& + \phi_1^{*2} \phi_2 e^{-i2\omega t} - 2|\phi_1|^2 \phi_2 - \phi_1^2 \phi_2^* - \phi_1^{*2} \phi_2^* e^{-i4\omega t} \\
& + 2|\phi_1|^2 \phi_2^* e^{-i2\omega t}) + \frac{iNL_{1122}}{8\omega^3} (\phi_2^2 \phi_1 e^{i2\omega t} + \phi_2^{*2} \phi_1 e^{-i2\omega t} \\
& - 2|\phi_2|^2 \phi_1 - \phi_2^2 \phi_1^* - \phi_2^{*2} \phi_1^* e^{-i4\omega t} + 2|\phi_2|^2 \phi_1^* e^{-i2\omega t}) \\
& = f_1 \left(\frac{1 + e^{-i2\omega t}}{2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_{21} \left(\dot{\phi}_1 + i\omega\phi_1 - \frac{i\omega(\phi_1 + \phi_1^* e^{-i2\omega t})}{2} \right) \\
& + m_{22} \left(\dot{\phi}_2 + i\omega\phi_2 - \frac{i\omega(\phi_2 + \phi_2^* e^{-i2\omega t})}{2} \right) \\
& + k_{21} \left(\frac{\phi_1 + \phi_1^* e^{-i2\omega t}}{2i\omega} \right) + k_{22} \left(\frac{\phi_2 - \phi_2^* e^{-i2\omega t}}{2i\omega} \right) \\
& + \frac{iNL_{2111}}{8\omega^3} (\phi_1^3 e^{i2\omega t} - \phi_1^{*3} e^{-i4\omega t} - 3|\phi_1|^2 \phi_1 \\
& + 3|\phi_1|^2 \phi_1^* e^{-i2\omega t}) + \frac{iNL_{2222}}{8\omega^3} (\phi_2^3 e^{i2\omega t} - \phi_2^{*3} e^{-i4\omega t} \\
& - 3|\phi_2|^2 \phi_2 + 3|\phi_2|^2 \phi_2^* e^{-i2\omega t}) + \frac{iNL_{2112}}{8\omega^3} (\phi_1^2 \phi_2 e^{i2\omega t} \\
& + \phi_1^{*2} \phi_2 e^{-i2\omega t} - 2|\phi_1|^2 \phi_2 - \phi_1^2 \phi_2^* - \phi_1^{*2} \phi_2^* e^{-i4\omega t} \\
& + 2|\phi_1|^2 \phi_2^* e^{-i2\omega t}) + \frac{iNL_{2122}}{8\omega^3} (\phi_2^2 \phi_1 e^{i2\omega t} + \phi_2^{*2} \phi_1 e^{-i2\omega t} \\
& - 2|\phi_2|^2 \phi_1 - \phi_2^2 \phi_1^* - \phi_2^{*2} \phi_1^* e^{-i4\omega t} + 2|\phi_2|^2 \phi_1^* e^{-i2\omega t}) \\
& = f_2 \left(\frac{1 + e^{-i2\omega t}}{2} \right)
\end{aligned}$$

با در نظر گرفتن تغییرات آرام خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
& m_{11} \left(\dot{\phi}_1 + \frac{i\omega}{2} \phi_1 \right) + m_{12} \left(\dot{\phi}_2 + \frac{i\omega}{2} \phi_2 \right) - ik_{11} \frac{\phi_1}{2\omega} - ik_{12} \frac{\phi_2}{2\omega} \\
& - \frac{i3NL_{1111}}{8\omega^3} |\phi_1|^2 \phi_1 - \frac{i3NL_{1222}}{8\omega^3} |\phi_2|^2 \phi_2 \\
& + \frac{iNL_{1112}}{8\omega^3} (-2|\phi_1|^2 \phi_2 - \phi_1^2 \phi_2^*) + \frac{iNL_{1122}}{8\omega^3} (-2|\phi_2|^2 \phi_1 \\
& - \phi_2^2 \phi_1^*) = \frac{f_1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_{21} \left(\dot{\phi}_1 + \frac{i\omega}{2} \phi_1 \right) + m_{22} \left(\dot{\phi}_2 + \frac{i\omega}{2} \phi_2 \right) - ik_{21} \frac{\phi_1}{2\omega} - ik_{22} \frac{\phi_2}{2\omega} \\
& - \frac{i3NL_{2111}}{8\omega^3} |\phi_1|^2 \phi_1 - \frac{i3NL_{2222}}{8\omega^3} |\phi_2|^2 \phi_2 \\
& + \frac{iNL_{2112}}{8\omega^3} (-2|\phi_1|^2 \phi_2 - \phi_1^2 \phi_2^*) + \frac{iNL_{2122}}{8\omega^3} (-2|\phi_2|^2 \phi_1 \\
& - \phi_2^2 \phi_1^*) = \frac{f_2}{2}
\end{aligned}$$

حال در رابطه فوق $\phi_1(t) = (a_1(t) + ib_1(t))$ و $\phi_2(t) = (a_2(t) + ib_2(t))$ را جایگزین می کنیم:

$$\begin{aligned} m_{11} \left(\dot{a}_1 + i\dot{b}_1 + \frac{i\omega}{2}(a_1 + ib_1) \right) + m_{12} \left(\dot{a}_2 + i\dot{b}_2 + \frac{i\omega}{2}(a_2 + ib_2) \right) - \frac{ik_{11}}{2\omega}(a_1 + ib_1) \\ - \frac{ik_{12}}{2\omega}(a_2 + ib_2) - \frac{i3NL_{1111}}{8\omega^3}(a_1^2 + b_1^2)(a_1 + ib_1) - \frac{i3NL_{1222}}{8\omega^3}(a_2^2 \\ + b_2^2)(a_2 + ib_2) + \frac{iNL_{1112}}{8\omega^3}[-2(a_1^2 + b_1^2)(a_2 + ib_2) \\ - (a_1^2 - b_1^2 + 2ia_1b_1)(a_2 - ib_2)] + \frac{iNL_{1122}}{8\omega^3}[-2(a_2^2 + b_2^2)(a_1 + ib_1) \\ - (a_2^2 - b_2^2 + 2ia_2b_2)(a_1 - ib_1)] = \frac{f_1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{21} \left(\dot{a}_1 + i\dot{b}_1 + \frac{i\omega}{2}(a_1 + ib_1) \right) + m_{22} \left(\dot{a}_2 + i\dot{b}_2 + \frac{i\omega}{2}(a_2 + ib_2) \right) - \frac{ik_{21}}{2\omega}(a_1 + ib_1) \\ - \frac{ik_{22}}{2\omega}(a_2 + ib_2) - \frac{i3NL_{2111}}{8\omega^3}(a_1^2 + b_1^2)(a_1 + ib_1) - \frac{i3NL_{2222}}{8\omega^3}(a_2^2 \\ + b_2^2)(a_2 + ib_2) + \frac{iNL_{2112}}{8\omega^3}[-2(a_1^2 + b_1^2)(a_2 + ib_2) \\ - (a_1^2 - b_1^2 + 2ia_1b_1)(a_2 - ib_2)] + \frac{iNL_{2122}}{8\omega^3}[-2(a_2^2 + b_2^2)(a_1 + ib_1) \\ - (a_2^2 - b_2^2 + 2ia_2b_2)(a_1 - ib_1)] = \frac{f_2}{2} \end{aligned}$$

حال با جداسازی قسمت حقیقی و موهومی داریم:

Image part:

$$\begin{aligned} m_{11}\dot{a}_1 + m_{12}\dot{a}_2 - \frac{\omega}{2}m_{11}b_1 - \frac{\omega}{2}m_{12}b_2 + \frac{k_{11}}{2\omega}b_1 + \frac{k_{12}}{2\omega}b_2 + \frac{3B_{11}}{8\omega^3}(a_1^2 + b_1^2)b_1 \\ + \frac{3B_{12}}{8\omega^3}(a_2^2 + b_2^2)b_2 + \frac{D_{11}}{4\omega^3}(a_1^2 + b_1^2)b_2 - \frac{D_{11}}{8\omega^3}(a_1^2 - b_1^2)b_2 \\ + \frac{D_{11}}{4\omega^3}a_1b_1a_2 + \frac{D_{12}}{4\omega^3}(a_2^2 + b_2^2)b_1 - \frac{D_{12}}{8\omega^3}(a_2^2 - b_2^2)b_1 + \frac{D_{12}}{4\omega^3}a_2b_2a_1 \\ = \frac{f_1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_{21}\dot{a}_1 + m_{22}\dot{a}_2 - \frac{\omega}{2}m_{21}b_1 - \frac{\omega}{2}m_{22}b_2 + \frac{k_{21}}{2\omega}b_1 + \frac{k_{22}}{2\omega}b_2 + \frac{3NL_{2111}}{8\omega^3}(a_1^2 + b_1^2)b_1 \\
& + \frac{3NL_{2222}}{8\omega^3}(a_2^2 + b_2^2)b_2 + \frac{NL_{2112}}{4\omega^3}(a_1^2 + b_1^2)b_2 - \frac{NL_{2112}}{8\omega^3}(a_1^2 - b_1^2)b_2 \\
& + \frac{NL_{2112}}{4\omega^3}a_1b_1a_2 + \frac{NL_{2122}}{4\omega^3}(a_2^2 + b_2^2)b_1 - \frac{NL_{2122}}{8\omega^3}(a_2^2 - b_2^2)b_1 \\
& + \frac{NL_{2122}}{4\omega^3}a_2b_2a_1 = \frac{f_2}{2}
\end{aligned}$$

Real part:

$$\begin{aligned}
& m_{11}\dot{b}_1 + m_{12}\dot{b}_2 + \frac{\omega}{2}m_{11}a_1 + \frac{\omega}{2}m_{12}a_2 - \frac{k_{11}}{2\omega}a_1 - \frac{k_{12}}{2\omega}a_2 - \frac{3NL_{1111}}{8\omega^3}(a_1^2 + b_1^2)a_1 \\
& - \frac{3NL_{1222}}{8\omega^3}(a_2^2 + b_2^2)a_2 - \frac{NL_{1112}}{4\omega^3}(a_1^2 + b_1^2)a_2 - \frac{NL_{1112}}{8\omega^3}(a_1^2 - b_1^2)a_2 \\
& - \frac{NL_{1112}}{4\omega^3}a_1b_1b_2 - \frac{NL_{1122}}{4\omega^3}(a_2^2 + b_2^2)a_1 - \frac{NL_{1122}}{8\omega^3}(a_2^2 - b_2^2)a_1 \\
& - \frac{NL_{1122}}{4\omega^3}a_2b_2b_1 = 0 \\
& m_{21}\dot{b}_1 + m_{22}\dot{b}_2 + \frac{\omega}{2}m_{21}a_1 + \frac{\omega}{2}m_{22}a_2 - \frac{k_{21}}{2\omega}a_1 - \frac{k_{22}}{2\omega}a_2 - \frac{3NL_{2111}}{8\omega^3}(a_1^2 + b_1^2)a_1 \\
& - \frac{3NL_{2222}}{8\omega^3}(a_2^2 + b_2^2)a_2 - \frac{NL_{2112}}{4\omega^3}(a_1^2 + b_1^2)a_2 - \frac{NL_{2112}}{8\omega^3}(a_1^2 - b_1^2)a_2 \\
& - \frac{NL_{2112}}{4\omega^3}a_1b_1b_2 - \frac{NL_{2122}}{4\omega^3}(a_2^2 + b_2^2)a_1 - \frac{NL_{2122}}{8\omega^3}(a_2^2 - b_2^2)a_1 \\
& - \frac{NL_{2122}}{4\omega^3}a_2b_2b_1 = 0
\end{aligned}$$

حال با حل معادلات فوق با استفاده از الگوریتم پیوسته شبه کمان، دامنه و فاز متغیرهای تعمیم یافته

به صورت زیر به دست می آیند:

$$\begin{aligned}
\eta_1(t) &= \frac{1}{\omega} \sqrt{a_1^2(t) + b_1^2(t)} \sin(\omega t + \beta_1(t)) \quad , \beta_1(t) = \tan^{-1} \left(\frac{b_1(t)}{a_1(t)} \right) \\
\eta_2(t) &= \frac{1}{\omega} \sqrt{a_2^2(t) + b_2^2(t)} \sin(\omega t + \beta_2(t)) \quad , \beta_2(t) = \tan^{-1} \left(\frac{b_2(t)}{a_2(t)} \right)
\end{aligned}$$

فصل ۹

مراجع

1. Robinson G. and Davies J. B. C., "Continuum robots - a state of the art", *Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1999, pp. 2849-2854 vol.4, doi: 10.1109/ROBOT.1999.774029.

۲. امیر پاگلی، مهدی کشمیری، محمد دانش، "تجزیه و تحلیل دینامیک و کنترل یک ربات پیوسته‌ی سه قطعه‌ای ساخته شده از آلیاژهای سوپر الاستیک"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۹۰.

3. Walker I. D., "Continuous Backbone "Continuum" Robot Manipulators", *ISRN Robotics*, Vol. 2013, 2013.

4. Dehghani M., Mahjoob M., "A Modified Serpenoid Equation for Snake Robots", in *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, Bangkok, Thailand , pp.1647-1652,2009.

5. Hirose H. Y. S., "Snake-like robots, *IEEE Robotics and Automation Magazine*", Vol. 16, No. 1, pp. 88-98, 2009.

6. Chirikjian G. S., "Hyper-redundant manipulator dynamics: A continuum approximation", *Advanced Robotics*, Vol. 9, No. 3, pp. 217 -243.1995.

7. Trivedi D., Rahn C. D., Kier W. M. , Walker I. D., "Soft robotics: Biological inspiration, state of the art, and future research", *Applied Bionics and Biomechanics*, Vol. 5, No. 3, pp. 99-117, 2008.

8. Robert B. A. J. and Webster J., "Design and Kinematic Modeling of Constant Curvature Continuum Robots: A Review", *The International journal of robotics research* , pp. 1661-1683, 2010.

9. Sabetian P., Feizollahi A., cheraghpour F., Moosavian S.A.A., "A compound robotic hand with two under-actuated fingers and a continuous finger", in *Safety and Recurity and Rescue Robotics(SSRR)*, IEEE, pp.238-244, 2011.

10. Lee C., Kim M., Kim Y. J., Hong N., Ryu S., Kim H. J. and Kim S., "Soft Robot Review", *International Journal of Control, Automation and Systems* 15(1) (2017) 1-13, doi.org/10.1007/s12555-016-0462-3

11. Giri, Nivedhitha, "A New Approach to Dynamic Modeling of Continuum Robots".*Clemson University,All Theses*.Paper 1227, 2011.

12. Kahrs J. B., Rucker D. C. and Choset H., "Continuum Robots for Medical Applications: A Survey", 1552-3098, IEEE,2015,DOI: 10.1109/TRO.2015.2489500.

13. Marchese A. D., Katzschmann R. K., and Rus D., "A Recipe for Soft Fluidic Elastomer Robots", *Soft robotics*, Volume 2, Number 1, 2015, DOI: 10.1089/soro.2014.0022.

14. Boyraz P., Runge G. and Raatz A., "An Overview of Novel Actuators for Soft Robotics", *Actuators* 2018, 7, 48; doi:10.3390/act7030048.

15. Marchese A. D., “Design, Fabrication, and Control of Soft Robots with Fluidic Elastomer Actuators”, Massachusetts Institute of Technology 2015, Phd thesis.
16. Zhang Y. and Wang D., Wang Z., Wang Y., Wen L., “A two-fingered force feedback glove using soft actuators”, *2018 IEEE Haptics Symposium (HAPTICS)*, 2018, pp. 186-191, doi: 10.1109/HAPTICS.2018.8357174.
17. Polygerinos P., Wang Z., Overvelde J. T. B., Galloway K. C., Wood R. J., Bertoldi K., and Walsh C. J., “Modeling of Soft Fiber-Reinforced Bending Actuators”, *IEEE Transactions on robotics*, Vol. 31, No. 3, June 2015.
18. Suzumori K., Iikura S. and Tanaka H., “Development of flexible microactuator and its applications to robotic mechanisms,” in *Proc. 1991 IEEE,Int. Conf. Robot. Autom.*, 1991, pp. 1622–1627.
19. Ilievski F., Mazzeo A. D., Shepherd R. F., Chen X., and Whitesides G. M., “Soft robotics for chemists,” *Angewandte Chemie*, vol. 123, no. 8, pp. 1930–1935, 2011.
20. Suzumori K., “Elastic materials producing compliant robots,” *Robot. Auton. Syst.*, vol. 18, no. 1, pp. 135–140, 1996.
21. Onal C. D. and Rus D., “Autonomous undulatory serpentine locomotion utilizing body dynamics of a fluidic soft robot,” *Bioinspiration & Biomimetics*, vol. 8, no. 2, 2013, Art. no. 026003.
22. Suzumori K., Endo S., Kanda T., Kato N. and Suzuki H., “A bending pneumatic rubber actuator realizing soft-bodied manta swimming robot,” in *Proc. 2007 IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, 2007, pp. 4975–4980.
23. Shepherd R. F., “Multigait soft robot,” *Proc. Nat. Acad. Sci.*, vol. 108, no. 51, pp. 20 400–20 403, 2011.
24. Wehner M., “An integrated design and fabrication strategy for entirely soft, autonomous robots”, *Nature*, vol. 536, no. 7617, pp. 451–455, 2016.
25. Marchese A. D., Onal C. D. and Rus D., “Autonomous soft robotic fish capable of escape maneuvers using fluidic elastomer actuators,” *Soft Robot.*, vol. 1, no. 1, pp. 75–87, 2014.
26. Giri, Nivedhitha, “A New Approach to Dynamic Modeling of Continuum Robots” (2011). *All Theses*. Paper 1227.
27. Dehghani M., Moosavian S. A., “Dynamics Modeling of Continuum Manipulators by Constant-Curvature Elements without Numerical Singularities”, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 231-240, 2015 (In Persian).
28. R. K. Katzschmann, “Building and Controlling Fluidically Actuated Soft Robots: From Open Loop to Model-based Control”, Phd thesis, Karlsruhe Institute of Technology, 2018.
29. Wang Z., Polygerinos P., Overvelde J. T. B., Galloway K. C., Bertoldi K. and Walsh C. J., “Interaction Forces of Soft Fiber Reinforced Bending Actuators”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 22, NO. 2, 2017.
30. Rone W. S. and Tzvi P. B., “Mechanics modeling of multisegment rod-driven continuum robots”, *J. Mech. Robot*, vol. 6, no. 4, p. 041006, 2014.

31. Dehghani M. and Moosavian S. A. A., "Modeling of continuum robots with twisted tendon actuation systems", in *Proc. RSI/ISM Int. Conf. Robot. Mechatron*, pp. 14–19, 2013.
32. Webster R. J., Romano J. M. and Cowan N. J., "Mechanics of precurved-tube continuum robots", *IEEE Trans. Robot*, vol. 25, no. 1, pp. 67–78, Feb. 2009.
33. Dupont P. E., Lock J., Itkowitz B. and Butler E., "Design and control of concentric-tube robots", *IEEE Trans. Robot*, vol. 26, no. 2, pp. 209–225, 2010.
34. Zhang L., Bao G., Yang Q., Ruan H. and Qi L., "Static model of flexible pneumatic bending joint," in *Proc. 9th IEEE Int. Conf. Control, Autom., Robot. Vis.*, 2006, pp. 1–5.
35. Deng M., Wang A., Wakimoto S. and T. Kawashima, "Characteristic analysis and modeling of a miniature pneumatic curling rubber actuator," in *Proc. Int. Conf. Adv. Mechatron. Syst.*, 2011, pp. 534–539.
36. Kelasidi E., Andrikopoulos G., Nikolakopoulos G., and Manesis S., "A survey on pneumatic muscle actuators modeling," *J. Energy Power Eng.*, vol. 6, pp. 1442–1452, 2012.
37. Xydas N., Bhagavat M. and Kao I., "Study of soft-finger contact mechanics using finite elements analysis and experiments." In *Robotics and Automation. Proceedings. ICRA'00. IEEE International Conference on*(Vol.3, pp. 2179-2184). *IEEE* (2000).
38. Ilievski F., Mazzeo A. D., Shepherd R.F., Chen X. and Whitesides G. M. "Soft robotics for chemists." *Angewandte Chemie*, 123(8), 1930-1935. (2011).
39. Moseley P., Florez J. M., Sonar H. A., Agarwal G., Curtin W. and Paik J. "Modeling, design, and development of soft pneumatic actuators with finite element method." *Advanced Engineering Materials* (2015).
40. Polygerinos P., Wang Z., Overvelde J. T., Galloway K. C., Wood R. J., Bertoldi K. and Walsh C. J., "Modeling of soft fiber-reinforced bending actuators." *IEEE Transactions on Robotics*, 31(3), 778-789 (2015).
41. Moser J. B., Krishnan G. and Kota S. "Force and hydraulic displacement amplification of fiber reinforced soft actuators." In *ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* (pp. V06AT07A031 V06AT07A031). *American Society of Mechanical Engineers* (2013).
42. Krishnan G., Moser J. B., Kim C. and Kota S. "Evaluating mobility behavior of fluid filled fiber reinforced elastomeric enclosures." In *ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* (pp. 1089-1099). *American Society of Mechanical Engineers* (2012).
43. Tsagarakis N. and Caldwell D. G., "Improved modelling and assessment of pneumatic muscle actuators. In *Robotics and Automation, Proceedings.*" *ICRA'00. IEEE International Conference on* (Vol. 4, pp. 3641-3646). *IEEE*(2000).
44. Luo M., Skorina E. H., Tao W., Chen F. and Onal C. D. "Optimized design of a rigid kinematic module for antagonistic soft actuation." In *Technologies for*

- Practical Robot Applications (TePRA)*, 2015 IEEE International Conference on ,(pp. 1-6). IEEE (2015).
45. Ming Luo, “Pressure-Operated Soft Robotic Snake Modeling, Control, and Motion Planning”, phd thesis, The Worcester Polytechnic Institute, 2017.
 46. Cacucciolo V., Renda F., Poccia E., Laschi C. and Cianchetti M., “Modelling the nonlinear response of fibrereinforced bending fluidic actuators”, *Smart Mater. Struct.* 25 (2016) 105020 (12pp), doi:10.1088/0964-1726/25/10/105020.
 47. Chirikjian G. S., “Hyper-redundant manipulator dynamics: A continuum approximation”, *Advanced Robotics*, Vol. 9, No.3, pp.217-243, 1995.
 48. Chirikjian G.S., “A modal approach to hyper-redundant manipulator kinematics”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.10, No.3, pp.343-354., 1994.
 49. Chirikjian G.S., “A Continuum Approach to Hyper-Redundant Manipulator Dynamics”, in *proceeding of IROS, Yoko-hama*, 1993.
 50. Matsuno F., Sato H., “Trajectory tracking control of snake robots based on dynamic model”, in *proceeding of IEEE*, pp.3029-3034, 2005.
 51. Penning R. S. and Zinn M. R., "A combined modal-joint space control approach for continuum manipulators", *Advanced Robotics*, 1091-1108, 2014 DOI:10.1080/01691864.2014.913503.
 52. Gravagne I. A., Rahn C. D. and Walker I. D., “A Vibration Damping Setpoint Controller for Continuum Robots”, *Proceedings of the IEEE, International Conference on Robotics & Automation Seoul, Korea, May 21-26, 2001*.
 53. Gravagne I. A., Rahn C. D. and Walker I. D., “Large Deflection Dynamics and Control for Planar Continuum Robots”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 8, No. 2, June 2003.
 54. Mochiyama H., Suzuki T., “Kinematics and dynamics of a cable-like hyper flexible manipulator”, in *Proceeding of, IEEE*, pp.3672-3677, 2003.
 55. Tatlicioglu E., Walker I. D. and Dawson D. M., “Dynamic modeling for planar extensible continuum robot manipulators”, in *Proceeding of IEEE*, pp.1357-1362, 2007.
 56. Farzin T., “Optimal trajectory planning of modified crane considering external load uncertainty”, Master Thesis, Department of Mechanical Engineering, shahrood University, shahrood, 2014.
 57. Rucker D. C. and Webster R. J., “Statics and Dynamics of Continuum Robots With General Tendon Routing and External Loading”, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol.27, No.6, pp.1033-1044, 2011.
 58. Dehghani M. and Moosavian A., “Modeling and Control of a Planar Continuum Robot” *Proceedings of the IEEE International Conference on Intel- ligent Mechatronics*, Budapest, Hungary, pp. 966–971, 2011.

59. Jones B. A., Walker I. D., "Kinematics for multisection continuum robots", *IEEE Transactions on Robotics*, vol.22, No.1, pp.43-55, Feb, 2006.
60. Giri N. and Walker I. D., "Three Module Lumped Element Model of a Continuum Arm Section", *Proceedings IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Francisco, 2011.
61. Mochiyama H. and Suzuki T., "Dynamics modeling of a hyper flexible manipulator", in *Proc. Of the 41st SICE Annual Conference*, Osaka, Japan, pp.1505-1510, 2002.
62. Mochiyama H. and Suzuki T., "Hyper-flexible robotic manipulators", in *Proc. IEEE, International Symposium on Micro-NanoMechatronics and Human Science*, Nagoya, Japan, .pp.41-46, 2005.
63. Tatlicioglu and D. M. Dawson, "New dynamic models for planar extensible continuum robot manipulators", in *Proceeding of 2007 IEEE/RSJ, International Conference on Intelligent Robots and systems*, pp.1485-1490, 2007.
64. Dehghani M. and Moosavian S. A., "Compact modeling of spatial continuum robotic arms towards real-time control", *Advanced Robotics*, Vol. 28, No. 1, pp. 15-26, 2014 .
65. Dehghani M. and Moosavian S. A., "Modeling of Continuum robots with twisted tendon actuation systems", in *Robotics and Mechatronics(ICROM), 2013 First RSI/ISM International Conference on Tehran, Iran*, pp. 14-19, 2013..
66. Dehghani M. and Moosavian S. A., "Characteristics identification of continuum robots for exact modeling" , in *Robotics and Mechatronics(ICROM), First RSI/ISM International Conference on Tehran, Iran, 2013*, pp. 26-31.
67. Dehghani M. and Moosavian S. A., "A new approach for orientation determination", in *Robotics and Mechatronics(ICROM), First RSI/ISM International Conference on Tehran, Iran, 2013*, pp. 20-25.
68. Jones B. A., Gray R. L. and Turlapati K., "Three dimensional statics for continuum robotics", in *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst. St. Louis, MO, USA*, pp. 2659–2664, 2009.
69. Renda F., Cianchetti M., Giorelli M., Arienti A., and Laschi C., "A 3-D steady-state model of a tendon-driven continuum soft manipulator inspired by the octopus arm", *Bioinspir & Biomim.*, vol.7, art. ID 025006, 2012.
70. Rucker D. C., Webster R. J., Chirikjian G. S. and Cowan N. J., "Equilibrium conformations of concentric tube continuum robots", *Int. J. Robot. Res.*, vol. 29, no. 10, pp. 1263–1280, Sep. 2010.
71. Spillmann J. and Teschner M., "CORDE: Cosserat rod elements for the dynamic simulation of one dimensional elastic objects", in *Proc. Eurographics/ACM SIGGRAPH Symp. Comput. Animat*, pp. 63–72, 2007.

72. Lang H., Linn J. and Arnold M., "Multi-body dynamics simulation of geometrically exact Cosserat rods", *Multibody Syst. Dyn.*, vol. 25, no. 3, pp. 285–312, Nov. 2010.
73. Zheng T., Branson D. T., "Dynamic continuum arm model for use with underwater robotic manipulators inspired by octopus vulgaris", in *Robotics and Actuation (ICRA)*, 2012 IEEE International Conference on, 2012, pp. 5289–5294.
74. Jones B. A., Walker I. D., "Kinematics for multisection continuum robots", *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 22, No. 1, pp. 43–55, Feb, 2006.
75. Dehghani M., Moosavian S. A., "Static Modeling of continuum robots by circular Elements", in *Iranian Conference on Electronic Engineering (ICEE 2013)*, Mashhad, Iran, 2013.
76. Rone W.S., Tzvi P.B., "Continuum Robot Dynamics Utilizing the Principle of Virtual Power", *IEEE Transaction on Robotics*, Vol. 30, No. 1, pp. 275–287, 2014.
77. I. S. Godage, D. T. Branson, "Dynamics for biomimetic continuum arms: A modal approach in Robotics and Biomimetic (ROBIO)", *2011 IEEE International Conference*, pp. 104–109, 2011.
78. M. Dehghani and S. A. A. Moosavian, "Statics Modeling of Planar Continuum Robots Using Virtual Energy Method", in *Robotics and Mechatronics (ICRoM)*, 2014 Second RSI/ISM International Conference on, Tehran, Iran.
79. Bernzen W., "Active Vibration Control of Flexible Robots Using Virtual Spring-damper Systems", *Journal of Intelligent and Robotic Systems* **24**: 69–88, 1999.
80. Rone W. S., Tzvi P. B., "Mechanics Modeling of Multi segment Rod-Driven Continuum Robots", *Journal of Mechanisms and Robotics*, Vol. 6, 2014, DOI: 10.1115/1.4027235.
81. Onal C. D. and Rus D. "A Modular Approach to Soft Robots", *The Fourth IEEE RAS/EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics*, 2012.
82. Luo M., Agheli M., "Theoretical Modeling Of a Pressure-Operated Soft Snake Robot", *ASME* 2014.
83. Andrew D. Marchese, Konrad Komorowski, Cagdas D. Onal, and Daniela Rus, "Design and Control of a Soft and Continuously Deformable 2D Robotic Manipulation System", *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (May 2014).
84. Akbari S. and Guran A., "Shape Control of Smart Structures using Fluidic Actuators", *AIAA Journal*, Vol. 37, No. 5, pp. 572–578, 1999.
85. Gamus B., Salem L., Haim E. B., Gat A. D. and Or Y., "Interaction Between Inertia, Viscosity, and Elasticity in Soft Robotic Actuator With Fluidic Network", *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 34, No. 1, 2018.
86. S. Rao, "Vibration of Continuous Systems", John Wiley & Sons Inc 2017.

87. T. Zhang , H. Ouyang, Y.O. Zhang, B.L. Lv, "Nonlinear dynamics of straight fluid-conveying pipes with general boundary conditions and additional springs and masses", *Applied Mathematical Modelling* 40(17-18) , 2016.
88. Reddy J. N., "Mechanics of laminated composite plates and shells, theory and analysis", 2nd edition, CRC Press LLC 2114.
89. Zhang W. M., Yan H., Jiang H. M., Hu K. M., Peng Z. K., Meng G., "Dynamics of suspended microchannel resonators conveying opposite internal fluid flow: Stability, frequency shift and energy dissipation", *Journal of Sound and Vibration*, January 2016.
90. Hajghayesh M., "Dynamics of Fluid-Conveying Pipes", a thesis submitted to McGill University in partial fulfillment of the requirements of the degree of Doctor of Philosophy, 2012.
91. Feldman, "Nonlinear system vibration analysis using the Hilbert transform- I. Free vibration analysis method 'FREEVIB'", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 8, pp. 119-127, 1994.
92. Kerschen G., Vakakis A.F., Lee Y.S., McFarland D.M. and Bergman L.A., "Nonlinear targeted energy transfers in mechanical and structural systems", *Journal of Vibration and Control* 2118; 14; 77, DOI:11.1177/1177546317179381.
93. Croisier H., "Continuation and bifurcation analyses of a periodically forced slow-fast system", *Phd thesis, Academie Wallonie-Europe, Université de Liege*, 2009.
94. L. Eugene. Allgower and K. Georg, "Introduction to Numerical Continuation Methods", *Colorado State University*, 1990.
95. Sracic M. W. and Allen M. S., "Numerical Continuation of Periodic Orbits for Harmonically Forced Nonlinear Systems", *University of Wisconsin-Madison*, 2011.
96. Zhang W.M., Yan H., Jiang H.M., Hu K.M., Peng Z. K. and Meng G., "Dynamics of suspended micro channel resonators conveying opposite internal fluid flow: Stability, frequency shift and energy dissipation", *Journal of Sound and Vibration*, 2016, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2016.01.029>.
97. Rajinder P., "Teaching Fluid Mechanics and Thermodynamics Simultaneously through Pipeline Flow Experiments", *Fluids*, 2019, 4, 103; doi:10.3390/fluids4020103.
98. Wen L, Wang T. M., Wu G, Liang J, Wang C. *Novel method for the modeling and control investigation of efficient swimming for robotic fish. IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59, 3176-3188.
99. Wen L, Wang T. M., Wu G, Liang J, Wang C. "Novel method for the modeling and control investigation of efficient swimming for robotic fish". *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59, 3176-3188.
100. Phamduy P, Cheong J, Porfiri M. "An autonomous charging system for a robotic fish". *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2016, 21, 2953-2963.

101. Li L, Wang C, Xie G. “Modeling of a carangiform-like robotic fish for both forward and backward swimming: Based on the fixed point”. *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2014, Hong Kong, China, 800-805.
102. Yu J, Su Z, Wu Z, Tan M. “Development of a fast-swimming dolphin robot capable of leaping”. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2016, **21**, 2307-2316.
103. Triantafyllou M. S., Triantafyllou G. S., Yue D. K. P. “Hydrodynamics of fishlike swimming”. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2000, **32**, 33-53.
104. Jiang H. Z., Liu Y. “Nonlinear analysis of compliant robotic fish locomotion”. *Journal of Vibration and Control*, 2021, <https://doi.org/10.1177/1077546321997608>.
105. Chen Z, Shatara S, Tan X. “Modeling of biomimetic robotic fish propelled by an ionic polymer–metal composite caudal fin”. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2010, **15**, 3448-459.
106. Tan X. “An autonomous robotic fish for mobile sensing”. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2006, Beijing, China, 5424-5429.
107. Wang Z, Hang G, Wang Y, Li J, Du W. “Embedded SMA wire actuated biomimetic fin: a module for biomimetic underwater propulsion”. *Smart Materials and Structures*, 2008, **17**, 025039.
108. Low K. H., Yang J, Pattathil A. P., Zhang Y. “Initial prototype design and investigation of an undulating body by SMA”. *IEEE International Conference on Automation Science and Engineering*, 2006, Shanghai, China, 472-477.
109. Katzschmann R K, Maille A d, Dorhout D L, Rus D. “Cyclic hydraulic actuation for soft robotic devices”. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2016, Daejeon, Korea (South), 3048-3055.
110. Marchese D, Katzschmann K and Rus D. “A recipe for soft fluidic elastomer robots”. *Soft Robotics*, 2015, **23**, 22-37.
111. Shintake J, Caccuciolo V, Shea H, Floreano D, “Soft biomimetic fish robot made of dielectric elastomer actuators”. *Soft Robotics*, 2018, **5**, 466-474.
112. Zhong Y, Li Z, Du R. “A novel robot fish with wire-driven active body and compliant tail”. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, **22**, 1633-1643.
113. y Alvarado V, Alvaro P. “*Design of Biomimetic Compliant Devices for Locomotion in Liquid Environments*”, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, USA, 2007.
114. Epps B P, y Alvarado V, Youcef-Toumi K. “Swimming performance of a biomimetic compliant fish-like robot”. *Experiments in Fluids*, 2009, **47**, 927-939.
115. Daou H. E., Salum T, Chambers T, Megill W. M., Kruusmaa M. “Modelling of a biologically inspired robotic fish driven by compliant parts”. *Bioinspiration & Biomimetics*, 2014, **9**, <https://doi.org/10.1088/1748-3182/9/1/016010> .
116. Aureli M, Kopman V, Porfiri M. “Free-locomotion of underwater vehicles actuated by ionic polymer metal composites”. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* . 2010, **15**, 603–614.

117. Wang J, Tan X.” A dynamic model for tail-actuated robotic fish with drag coefficient adaptation”. *Mechatronics*, 2013, **23**, 659–668.
118. Wang J, Tan X. “Averaging tail-actuated robotic fish dynamics through force and moment scaling”. *IEEE Transactions on Robotics*, 2015, **31**, 906-917.
119. Duraisamy P, Sidharthan R. K., Santhanakrishnan M. N. “Design, modeling, and control of biomimetic fish robot: A review”. *Journal of Bionic Engineering*, 2019, **16**, 967–993.
120. Nguyen P. L., Lee B. R., Ahn K. K. “Thrust and swimming speed analysis of fish robot with non-uniform flexible tail”. *Journal of Bionic Engineering*, 2016, **13**, 73–83.
121. Williams T. L., McMillen T. “Strategies for swimming: explorations of the behavior of a neuro-musculo-mechanical model of the lamprey”. *Biology Open*, 2015, **4**, 253–258.
122. Rohr J. J. and F. E. Fish, “Strouhal numbers and optimization of swimming by odontocete cetaceans”, *The Journal of Experimental Biology*, 207, 1633-1642, 2004, doi:10.1242/jeb.00948.
123. Shintake J., Cacucciolo V., Shea H. and Floreano D., “Soft Biomimetic Fish Robot Made of Dielectric Elastomer Actuators”, *Soft robotics*, 5(4), 2018, doi: 10.1089/soro.2017.0062.

Abstract

This thesis aims to develop a suitable method for accurate modeling and dynamic analysis of this nonlinear compliant robot with large deformation. It is essential to pay attention to the computation time and accuracy in the modeling toward the control implementation. The issue arises here because computation complexity at the cost of interpretability increases as model accuracy increases. The goal is to offer an appropriate strategy for solving nonlinear motion equations of a precise model at a low computational cost. The internal channel networks embedded within a soft structure can be a fruitful mechanism for creating and activate actuators in the research fields of soft robotics. The deformation of the supporting elastic structure from the pressurized viscous fluid into the channels needs an accurate investigation. In this modeling, the compliant actuator is considered the Euler-Bernoulli beam with large deflection and nonlinear strain. After implementing Hamilton's principle, the assumed mode method is used to achieve the mathematical model in terms of the multi-mode system that is more similar to the flexible nature of the actuation system. Steady-state dynamics is investigated by combining the complex averaging method with arc-length continuation. The accuracy of the proposed modeling is validated by comparing simulation results to those obtained with a nonlinear finite element method, numerical method, and Ansys software. It shows that only one-third of the DOFs used for the FEM are sufficient to obtain equivalent converged solutions with the proposed model. The effect of nonlinear strain and multi-mode consideration in the analysis of the proposed modeling is investigated. It is advantageous to analyze the system performance by looking into the geometrical parameters and fluid properties.

Comparing the results of the present dissertation with other results shows that the proposed method can be used with good accuracy and low computational cost for dynamic modeling of compliant robots with large deformations.

Then we study the modeling and analysis of a compliant tail-propelled fish-like robot by the proposed method and use a fluidic actuator as a fish tail. Because of the advantage of low computation cost despite nonlinear model characteristics, this approach can provide essential guidelines for the motion control of the compliant robotic fish.

Keywords: Soft fluidic actuator, Nonlinear continuous model, complex averaging method, Assume mode method, Continuation method, Compliant robotic fish.



*Faculty of Mechanical Engineering
And Mechatronics*

Modeling and dynamic analysis of soft robot with fluidic actuation

Ph.D. Thesis

In mechanical engineering, applied design orientation

By

Behzad Janizadeh Haji

Supervisor:

Dr. Mahdi Bamdad

March 2022