

بسم الله الرحمن الرحيم



دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی تبدیل انرژی

مطالعه عددی ناپایداری سافمن-تیلور حرارتی در محیط متخلخل برای سیالات غیرنیوتنی

نگارنده: محمدرضا رحیمزاده

اساتید راهنما

دکتر محمود نوروزی

دکتر محمد محسن شاه مردان

اسفند ۱۴۰۰

در این صفحه صورت جلسه دفاع را قرار دهید. لازم است پس از صحافی این صفحه مجدداً توسط دانشکده مهر گردد و استاد راهنما با امضای خود اصلاحات پایان نامه را تایید کند.

تقدیم ہے:

پدر و مادر بزرگوارم و ہمسر مہربانم

شکر و قدردانی

در ابتدا از خداوند متعال سپاسگزارم که به من توفیق علم آموزی را عطا فرمود تا بتوانم این مرحله از تحصیل را با موفقیت پشت سر بگذارم. از خانواده مهربانم بابت تمام محبت هایی که نسبت به من داشته اند کمال شکر را دارم. از اساتید ارجمندم جناب آقای دکتر نوروزی و جناب آقای دکتر شاه مردان بابت راهنمایی های ارزشمندشان در کلیه مراحل تحقیق و تدوین پایان نامه کمال تقدیر را دارم.

و در آخر از تمامی اساتید گروه مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود کمال شکر را دارم و از خداوند منان سلامتی و موفقیت روزافزون را برایشان خواستارم.

محمد رضا رحیم زاده

اسفند ۱۴۰۰

تهدنامه

اینجانب محمدرضا رحیمزاده دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته تبدیل انرژی دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه مطالعه عددی ناپایداری سافمن-تیلور حرارتی در محیط متخلخل برای سیالات غیرنیوتنی تحت راهنمایی دکتر محمود نوروزی و دکتر محمدحسن شاه مردان متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود . استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

ناپایداری حرارتی سافمن-تیلور یکی از انواع ناپایداری‌ها در محیط متخلخل می‌باشد که در سطح مشترک دو سیال جابه‌جاشونده و جابه‌جاکننده که با یکدیگر اختلاف دما و ویسکوزیته دارند، رخ می‌دهد. این پدیده به علت پدیدار شدن در هنگام استخراج ثانویه از مخازن نفت مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفت. اکثر مطالعات قبلی در رابطه با این ناپایداری در سلول هل-شاو و برای سیالات نیوتنی صورت گرفته است. در مطالعه حاضر این ناپایداری در محیط متخلخل و برای یک سیال جابه‌جاکننده غیرنیوتنی گرم و یک سیال جابه‌جاشونده نیوتنی سرد بررسی شده است. استفاده از سیالات غیرنیوتنی و مواد پلیمری کمک زیادی به ازدیاد برداشت از مخازن نفت می‌کند. نسبت ویسکوزیته، مشخصات سیال غیرنیوتنی نظیر ثابت زمانی، شاخص توانی، وابستگی خواص به دما و ناهمسانگردی محیط بر ناپایداری انگشتی حرارتی لزج اثر گذار هستند که در این مطالعه مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در جریان‌های هم‌دما در سیالات نیوتنی تغییرات ویسکوزیته ناشی از تغییرات در غلظت اجزای شیمیایی موجود در سیال می‌باشد اما در جریان‌های غیر هم‌دما تغییرات ویسکوزیته ناشی از تغییر در دما و غلظت است. در جریان سیالات غیرنیوتنی این پارامتر علاوه بر دما، به نرخ برش نیز بستگی دارد. وابستگی ویسکوزیته به دما و نرخ برش تفاوت‌های زیادی بین جریان‌های هم‌دما و غیر هم‌دما در سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی به وجود می‌آورد. مسئله حاضر بر اساس جابه‌جایی‌های مخلوط‌شدنی است و سیال غیرنیوتنی نیز از نوع سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان بوده لذا از مدل کاریو-یاسودا استفاده شده است.

نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ثابت زمانی سیال جابه‌جاکننده، جریان کانالیزه شده و راندمان جاروبی کاهش می‌یابد. در هنگام کانالیزه شدن جریان، سیال جابه‌جاکننده از کانال ایجاد شده خارج می‌شود و تمایلی برای جابه‌جایی سیال دوم ندارد. این اتفاق در جابه‌جایی مخلوط‌شدنی دو سیال نیوتنی رخ نخواهد داد.

بررسی شاخص توانی سیال جابه‌جاکننده نشان می‌دهد که در مقادیر بسیار کوچک این عدد جریان پایدارتر بوده و نمودارهای طول اختلاط پستی‌وبلندی‌های کمتری دارند. سیالات غیرنیوتنی با شاخص توانی کوچک جریان پایدارتری را ایجاد می‌کنند.

بالا بودن دما نیز باعث کاهش ویسکوزیته سیالات می‌شود که این کاهش ویسکوزیته در سیال جابه‌جاشونده به علت ویسکوزیته بالاتر آن، شدت بیشتری دارد و در نتیجه آن، نسبت تحرک R کاهش می‌یابد و از شدت رشد انگشتی‌ها کم می‌شود. در نتیجه راندمان جاروبی افزایش و طول اختلاط کاهش می‌یابد. در اعداد برینکمن پایین دما دیرتر کاهش می‌یابد در نتیجه جریان پایدارتر می‌باشد.

بررسی عدد پکلت نمایش می‌دهد که با کاهش این عدد، قدرت نفوذ سیال در محیط افزایش یافته در نتیجه ناحیه مرزی بین دو سیال گسترش پیدا کرده و دو سیال در یکدیگر بیشتر پخش می‌شوند؛ لذا انگشتی‌ها دیرتر به مرز انتهایی جبهه می‌رسند و جریان پایدارتر خواهد بود.

نتایج بررسی ناپایداری در محیط متخلخل ناهمسانگرد بیانگر این است که با افزایش نفوذپذیری در راستای افقی به نفوذپذیری در راستای عمودی، پایداری جریان بیشتر شده و جریان پایدارتری به دست می‌آید. همچنین افزایش زاویه ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری محیط به ناپایداری جریان کمک می‌کند.

کلمات کلیدی: ناپایداری حرارتی انگشتی لزج، ناهمسانگرد، ناپایداری سافمن-تیلور حرارتی، سیال غیرنیوتنی، محیط متخلخل، مدل کاریو-یاسودا

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱-

۲-

۳-

فهرست مطالب

م	فهرست جداول
ن	فهرست اشکال
ف	فهرست علائم
ف	علائم یونانی
ص	زیر نویس ها
۱	فصل ۱: مقدمه و پیشینه پژوهش
۲.....	۱-۱ مقدمه
۶.....	۲-۱ تعاریف
۷.....	۳-۱ پیشینه تحقیق
۸.....	۱-۳-۱ ناپایداری انگشتی لزج در جریان سیالات نیوتنی
۱۳.....	۲-۳-۱ ناپایداری انگشتی لزج در جریان سیالات غیرنیوتنی
۱۸.....	۴-۱ معرفی مطالعه حاضر و تشریح نوآوری
۱۹.....	۱-۴-۱ اهمیت موضوع
۱۹.....	۲-۴-۱ نگاه اجمالی بر فصل های پژوهش حاضر
۲۲	فصل ۲: روابط فیزیکی حاکم بر مسئله
۲۳.....	۱-۲ مقدمه
۲۳.....	۲-۲ روابط فیزیکی در محیط متخلخل
۲۵.....	۳-۲ شرایط مرزی و شرایط اولیه در مسئله حاضر
۲۶.....	۴-۲ معرفی پارامترهای بی بعد

۵-۲ سیالات غیرنیوتنی ۲۹

۱-۵-۲ جابه‌جایی مخلوط‌شدنی غیر هم‌دمای سیال نیوتنی توسط سیال غیرنیوتنی ۳۱

۶-۲ جریان در محیط متخلخل ناهمسانگرد ۳۵

فصل ۳: حل عددی ۴۰

۱-۳ مقدمه ۴۱

۲-۳ حل معادلات در نرم‌افزار ۴۱

۱-۲-۳ حلگر BDF ۴۱

۳-۳ فرایند حل مسئله ۴۲

۴-۳ معادلات مربوط به فیزیک‌های انتخاب شده در نرم‌افزار ۴۳

۵-۳ شرح روش حل ۴۵

۶-۳ بررسی هندسه مطالعه شده ۴۶

۷-۳ شبکه‌بندی و بررسی استقلال حل از آن ۴۷

فصل ۴: نتایج شبیه‌سازی ۵۰

۱-۴ مقدمه ۵۱

۲-۴ اعتبار سنجی ۵۲

۳-۴ معرفی پارامترهای بررسی نتایج ۵۲

۱-۳-۴ کانتورهای جبهه غلظت و جبهه دما ۵۳

۲-۳-۴ منحنی‌های میانگین دمای عرضی و غلظت عرضی ۵۴

۳-۳-۴ منحنی طول اختلاط ۵۴

۴-۳-۴ نمودار راندمان جارویی ۵۵

۴-۴ ارزیابی نتایج ۵۵

۱-۴-۴ بررسی اثر ثابت زمانی سیال جابه‌جاکننده (λ) ۵۵

۲-۴-۴ بررسی اثر شاخص توانی سیال جابه‌جاکننده (n) ۵۹

۳-۴-۴ بررسی اثر تلفات ویسکوز و عدد برینکمن (Br) ۶۲

۴-۴-۴ بررسی اثر ضریب تأخیر حرارتی (λ_T) ۶۵

۵-۴-۴ بررسی اثر عدد لوئیس (Le) ۶۹

۶-۴-۴ بررسی اثر تغییرات عدد پکلت جرمی (Pe_C) ۷۴

۷-۴-۴ بررسی اثر نسبت تحرک (R) ۷۸

۸-۴-۴ بررسی اثر پراکندگی ناهمسانگرد محیط ۸۱

۹-۴-۴ بررسی نفوذپذیری ناهمسانگرد محیط متخلخل ۸۶

فصل ۵: نتیجه‌گیری و پیشنهادات ۹۳

۱-۵ مقدمه ۹۴

۲-۵ نتیجه‌گیری ۹۴

۳-۵ پیشنهادات جهت ادامه موضوع ۹۵

مراجع ۹۷

فهرست جداول

جدول ۱-۳. مقایسه تعداد انگشتی‌های پدیدار شده در شبکه‌بندی‌های مختلف ۴۷

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱. تصویری از ناپایداری انگشتی در مطالعه سافمن و تیلور [۱] ۳
- شکل ۲-۱. تصویری از جبهه غلظت و جبهه حرارت در مسئله حاضر ۴
- شکل ۳-۱. نخستین مرحله، دومین مرحله و سومین مرحله برداشت نفت از مخازن ۵
- شکل ۴-۱. مکانیزم‌های رشد انگشتی در مطالعه مالوترا و همکاران [۱۳] ۹
- شکل ۵-۱. جبهه‌های غلظت و دما برای ضرایب تأخیر حرارتی مختلف در مطالعه انجام‌شده توسط نوروزی و همکاران [۲۹] ۱۲
- شکل ۶-۱. بخشی از نتایج سینگ و همکاران [۳۰] ۱۳
- شکل ۷-۱. انگشتی‌های مشاهده شده توسط سانکت و همکاران [۴۱] ۱۶
- شکل ۱-۲. شماتیک مسئله حاضر در محیط متخلخل ۲۴
- شکل ۲-۲. منحنی‌های تنش برشی در برابر نرخ برش برای سیالات غیر نیوتنی مستقل از زمان ۳۰
- شکل ۱-۳. دیاگرام ارتباط بین روابط در مطالعه حاضر ۴۵
- شکل ۲-۳. نمایی از ناحیه محاسباتی و شرایط مرزی آن ۴۶
- شکل ۳-۳. شبکه‌بندی M3 ۴۸
- شکل ۱-۴. مقایسه نتایج نوروزی و همکاران [۲۹] با مطالعه حاضر ۵۲
- شکل ۲-۴. تأثیر ثابت زمانی بر جبهه‌های جرمی و حرارتی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$) ۵۶
- شکل ۳-۴. تأثیر ثابت زمانی بر مقادیر میانگین غلظت و دمای عرضی ($Br = 10^{-9}$, $t^* = 800$, $Le = \lambda_T = 1$) ۵۷
- شکل ۴-۴. تأثیر ثابت زمانی بر مقادیر میانگین غلظت عرضی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$) ۵۷
- شکل ۵-۴. تأثیر ثابت زمانی بر راندمان جاروبی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$) ۵۸
- شکل ۶-۴. تأثیر ثابت زمانی بر طول اختلاط ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$) ۵۹
- شکل ۷-۴. تأثیر شاخص توانی بر جبهه‌های جرمی و حرارتی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$) ۶۰
- شکل ۸-۴. تأثیر شاخص توانی بر مقادیر میانگین غلظت و دمای عرضی ($Br = 10^{-9}$, $t^* = 800$, $Le = \lambda_T = 1$) ۶۱
- شکل ۹-۴. تأثیر شاخص توانی بر راندمان جاروبی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$) ۶۱
- شکل ۱۰-۴. تأثیر شاخص توانی بر طول اختلاط ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$) ۶۲
- شکل ۱۱-۴. تأثیر عدد برینکمن بر جبهه‌های غلظت و دما ($Le = 1$, $\lambda_T = 0.75$) ۶۳
- شکل ۱۲-۴. تأثیر عدد برینکمن بر طول اختلاط ($Le = 1$, $\lambda_T = 0.75$) ۶۴
- شکل ۱۳-۴. تأثیر عدد برینکمن بر راندمان جاروبی ($Le = 1$, $\lambda_T = 0.75$) ۶۴
- شکل ۱۴-۴. تأثیر عدد برینکمن بر مقادیر میانگین غلظت و دمای عرضی ($Le = 1$, $t^* = 800$, $\lambda_T = 0.75$) ۶۵

- شکل ۴-۱۵. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر جبهه‌های جرمی و حرارتی ($Le=1, Br=10^{-9}$) ۶۶
- شکل ۴-۱۶. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر جبهه حرارتی ($Le=1, Br=10^{-9}$) ۶۷
- شکل ۴-۱۷. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر طول اختلاط ($Le=1, Br=10^{-9}$) ۶۸
- شکل ۴-۱۸. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر راندمان جاروبی ($Le=1, Br=10^{-9}$) ۶۸
- شکل ۴-۱۹. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر میانگین دمای عرضی ($Le=1, t^*=800, Br=10^{-9}$) ۶۹
- شکل ۴-۲۰. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر میانگین غلظت عرضی ($Le=1, t^*=800, Br=10^{-9}$) ۶۹
- شکل ۴-۲۱. تأثیر عدد لوئیس بر جبهه‌های جرمی و حرارتی ($\lambda_T = 1, Br=10^{-9}$) ۷۰
- شکل ۴-۲۲. تأثیر عدد لوئیس بر جبهه جرمی ($\lambda_T = 1, Br=10^{-9}$) ۷۱
- شکل ۴-۲۳. تأثیر عدد لوئیس بر جبهه حرارتی ($\lambda_T = 1, Br=10^{-9}$) ۷۲
- شکل ۴-۲۴. تأثیر عدد لوئیس بر میانگین غلظت و دمای عرضی ($Br=10^{-9}, t^*=800, \lambda_T = 1$) ۷۳
- شکل ۴-۲۵. تأثیر عدد لوئیس بر راندمان جاروبی ($\lambda_T = 1, Br=10^{-9}$) ۷۳
- شکل ۴-۲۶. تأثیر عدد لوئیس بر طول اختلاط ($\lambda_T = 1, Br=10^{-9}$) ۷۴
- شکل ۴-۲۷. تأثیر عدد پکلت بر جبهه‌های غلظت و حرارت ($Br=10^{-9}, Le=\lambda_T=1$) ۷۵
- شکل ۴-۲۸. تأثیر عدد پکلت بر میانگین غلظت عرضی ($Br=10^{-9}, t^*=800, Le=\lambda_T=1$) ۷۶
- شکل ۴-۲۹. تأثیر عدد پکلت بر میانگین دمای عرضی ($Br=10^{-9}, t^*=800, Le=\lambda_T=1$) ۷۶
- شکل ۴-۳۰. تأثیر عدد پکلت بر راندمان جاروبی ($Br=10^{-9}, Le=\lambda_T=1$) ۷۷
- شکل ۴-۳۱. تأثیر عدد پکلت بر طول اختلاط ($Br=10^{-9}, Le=\lambda_T=1$) ۷۷
- شکل ۴-۳۲. تأثیر عدد R بر جبهه‌های جرمی و حرارتی ($Br=10^{-9}, Le=\lambda_T=1$) ۷۸
- شکل ۴-۳۳. تأثیر عدد R بر میانگین غلظت عرضی ($Br=10^{-9}, t^*=800, Le=\lambda_T=1$) ۷۹
- شکل ۴-۳۴. تأثیر عدد R بر راندمان جاروبی ($Br=10^{-9}, Le=\lambda_T=1$) ۸۰
- شکل ۴-۳۵. تأثیر عدد R بر طول اختلاط ($Br=10^{-9}, Le=\lambda_T=1$) ۸۰
- شکل ۴-۳۶. تأثیر α_D بر جبهه‌های جرمی و حرارتی ($\beta_D = \beta_K = 0, \alpha_K = 1$) ۸۲
- شکل ۴-۳۷. تأثیر α_D بر راندمان جاروبی ($\beta_D = \beta_K = 0, \alpha_K = 1$) ۸۳
- شکل ۴-۳۸. تأثیر α_D بر میانگین غلظت عرضی ($\beta_D = \beta_K = 0, t^*=800, \alpha_K = 1$) ۸۳
- شکل ۴-۳۹. تأثیر α_D بر میانگین دمای عرضی ($\beta_D = \beta_K = 0, t^*=800, \alpha_K = 1$) ۸۴
- شکل ۴-۴۰. تأثیر α_D بر طول اختلاط ($\beta_D = \beta_K = 0, \alpha_K = 1$) ۸۴
- شکل ۴-۴۱. تأثیر α_D و β_D بر جبهه‌های جرمی ($\beta_K = 0, \alpha_K = 1$) ۸۵
- شکل ۴-۴۲. تأثیر α_D و β_D بر میانگین غلظت عرضی ($\beta_K = 0, t^*=800, \alpha_K = 1$) ۸۶
- شکل ۴-۴۳. تأثیر α_K بر جبهه‌های جرمی و حرارتی ($\beta_D = \beta_K = 0, \alpha_D = 1$) ۸۷
- شکل ۴-۴۴. تأثیر α_K بر جبهه‌های جرمی و حرارتی ($\alpha_D = 1, t^*=800, \beta_D = \beta_K = 0$) ۸۸
- شکل ۴-۴۵. تأثیر α_K بر راندمان جاروبی ($\beta_D = \beta_K = 0, \alpha_D = 1$) ۸۸
- شکل ۴-۴۶. تأثیر α_K بر طول اختلاط ($\beta_D = \beta_K = 0, \alpha_D = 1$) ۸۹

- شکل ۴-۴۷. تأثیر α_K و β_K بر جبهه‌های جرمی ($\beta_D = 0, \alpha_D = 1$) ۹۰
- شکل ۴-۴۸. تأثیر α_K و β_K بر رانده‌مان جاروبی ($\beta_D = 0, \alpha_D = 1$) ۹۱
- شکل ۴-۴۹. تأثیر α_K و β_K بر میانگین غلظت عرضی ($\beta_D = 0, t^*=800, \alpha_D = 1$) ۹۱
- شکل ۴-۵۰. تأثیر β_K بر میانگین غلظت عرضی ($\beta_D = 0, t^*=800, \alpha_D = 1$) ۹۲

فهرست علائم

عدد برینکمن	Br
غلظت	C
پراکندگی مولکولی ($\frac{m^2}{s}$)	D_C
پراکندگی حرارتی ($\frac{m^2}{s}$)	D_T
عدد لوئیس	Le
شاخص توانی سیال	n
عدد پکلت جرمی	Pe _C
عدد پکلت حرارتی	Pe _T
نسبت تحرک	R
دما (°C)	T
سرعت در جهت محور طولی ($\frac{m}{s}$)	u
سرعت در جهت محور عمودی ($\frac{m}{s}$)	v

علائم یونانی

نسبت پراکندگی طولی به عرضی	α_D
نسبت نفوذپذیری طولی به عرضی	α_K
زاویه ناهمسانگردی تانسور پراکندگی	β_D
زاویه ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری	β_K
نرخ برش تعمیم یافته ($\frac{1}{s}$)	$\dot{\gamma}$
نفوذپذیری محیط (m^2)	κ
دمای بدون بعد	θ^*
ثابت زمانی سیال (s)	λ

ضریب تأخیر حرارتی	λ_T
لزجت دینامیکی (Pa.s)	μ
چگالی ($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)	ρ
ضریب تخلخل محیط	ε

زیر نویس ها

سیال جابه جاکننده	۱
سیال جابه جاشونده	۲
وابسته به جرم	C
وابسته به دما	T

فصل 1 : مقدمه و پیشینه پژوهش

۱-۱ مقدمه

در مکانیک سیالات مسائل زیادی وجود دارند که یک سیال، یک یا چند سیال دیگر را جابه‌جا می‌کند. معمولاً در جریان دوفازی سیالات نیروی فشار وارد شده به سیال جابه‌جاشونده که حاصل از اختلاف چگالی و یا ویسکوزیته دو سیال و یا نیروی گرانش می‌باشد، می‌تواند موجب شروع ناپایداری جریان در مرز مشترک دو سیال شود. این اتفاق معمولاً در مراحل ازدیاد برداشت نفت از مخازن زیاد دیده می‌شود. در برداشت اولیه نفت از مخازن^۱، مقداری از نفت موجود در مخزن به دلیل فشار داخل مخزن خارج می‌شود و بخش دیگری درون مخزن و درون حفره‌های محیط باقی می‌ماند. یکی از روش‌ها برای استخراج نفت باقی‌مانده این است که سیال دیگری با ویسکوزیته کمتر از ویسکوزیته نفت را به داخل مخزن تزریق می‌کنند. به این عمل برداشت ثانویه نفت از مخزن^۲ می‌گویند. این سیال وظیفه حمل نفت باقی‌مانده در مخزن به بیرون را برعهده دارد. در سطح مشترک سیال تزریق شده با نفت داخل مخزن ناپایداری‌هایی انگشت‌مانند تشکیل می‌شوند که به آن‌ها ناپایداری انگشتی لزج^۳ و یا ناپایداری سافمن-تیلور^۴ می‌گویند. این ناپایداری بازده خروجی نفت را کاهش می‌دهد. از همین رو و با توجه به اهمیت موضوع نفت، دانشمندان و محققان برآن شدند تا مطالعات گسترده‌ای را در رابطه با شناخت این ناپایداری و راه‌های کاهش آن انجام دهند. آن‌ها این ناپایداری را عموماً در جابه‌جایی سیالی با ویسکوزیته بیشتر توسط سیالی با ویسکوزیته کمتر در محیط متخلخل^۵ و یا سلول هل-شاو^۶ بررسی کردند.

مطالعه سافمن و تیلور [۱] از نخستین مطالعات صورت گرفته در این حوزه می‌باشد که اطلاعات جامعی را از این پدیده ارائه می‌دهد. آن‌ها این پدیده را در سلول هل-شاو بررسی کردند. تصویری از انگشتی‌های پدیدار شده در مطالعه آن‌ها در شکل ۱-۱ برای جابه‌جایی گلیسرین توسط هوا ارائه شده

^۱Primary oil recovery

^۲Secondary oil recovery

^۳Viscous fingering

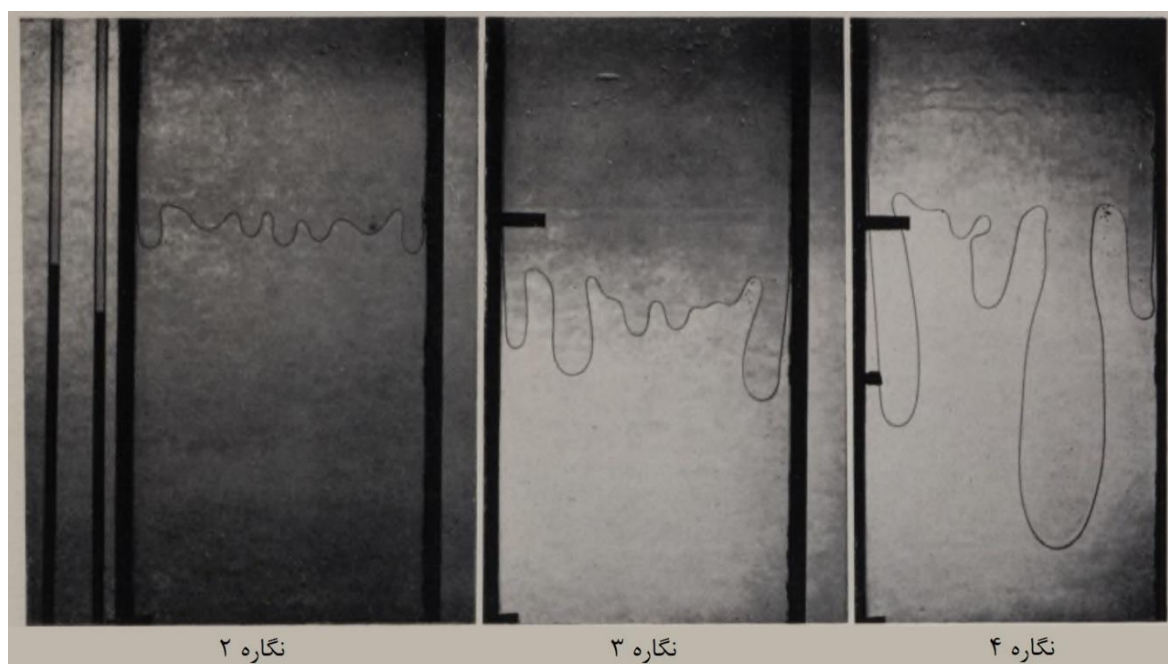
^۴Saffman-Taylor

^۵Porous media

^۶Hele-Shaw

است.

رشد ناپایداری با گذشت زمان در نگاره ۳ و نگاره ۴ مشهود می‌باشد. این ناپایداری هم در جابه‌جایی‌های مخلوط‌شدنی^۱ و هم در جابه‌جایی‌های مخلوط‌نشدنی^۲ قابل مشاهده است. در جابه‌جایی‌های مخلوط‌شدنی اثر نیروهای موینگی در نظر گرفته نمی‌شود.



شکل ۱-۱. تصویری از ناپایداری انگشتی در مطالعه سافمن و تیلور [۱]

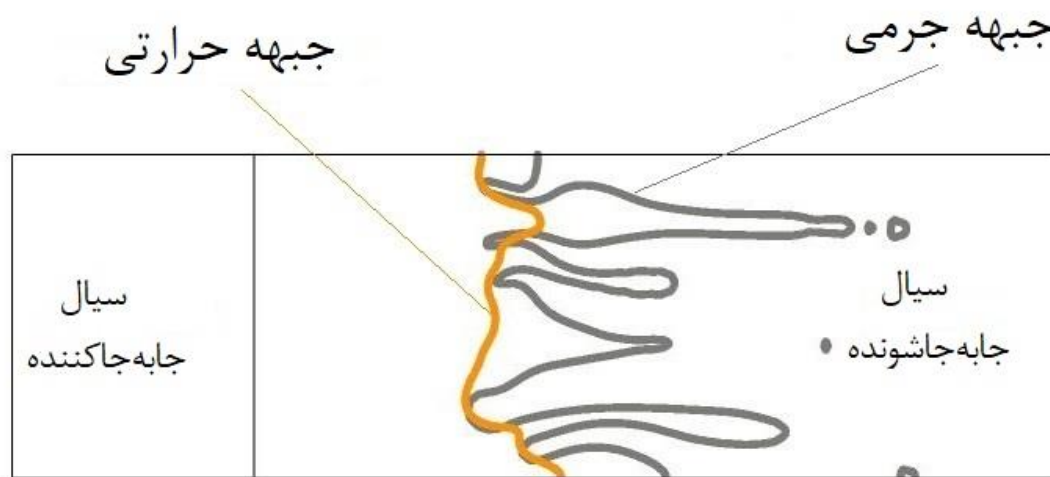
یکی از راه‌های کاهش این ناپایداری استفاده از روش‌های حرارتی می‌باشد. زمانی که سیال جابه‌جاشونده با سیال جابه‌جاکننده هم‌دما نباشد، اختلاف دمای بین دو سیال باعث تغییر کردن لزجت آن‌ها خواهد شد. در نتیجه ویسکوزیته تابعی از غلظت و دما خواهد بود و ناپایداری به‌وجود آمده در مرز مشترک دو سیال به‌عنوان ناپایداری انگشتی حرارتی لزج^۳ شناخته می‌شود. یکی دیگر از راه‌های کاهش ناپایداری استفاده از مواد پلیمری و سیالات غیرنیوتنی است. در سیالات غیرنیوتنی غیرهم‌دما، ویسکوزیته تابعی از نرخ برش نیز می‌باشد. پس در این حالت ویسکوزیته تابعی از غلظت، دما و نرخ برش خواهد بود. با توجه به اینکه نرخ نفوذ جرم و حرارت متفاوت است، در این جابه‌جایی دو جبهه شکل خواهد گرفت.

^۱Miscible

^۲Immiscible

^۳Thermal viscous fingering

جبهه غلظت^۱ و جبهه حرارت^۲ غالباً جبهه حرارت، به دلیل انتقال حرارت بین محیط و سیال، عقب‌تر از جبهه غلظت خواهد بود. تصویری از این دو جبهه در شکل ۱-۲ نمایش داده شده است.



شکل ۱-۲. تصویری از جبهه غلظت و جبهه حرارت در مسئله حاضر

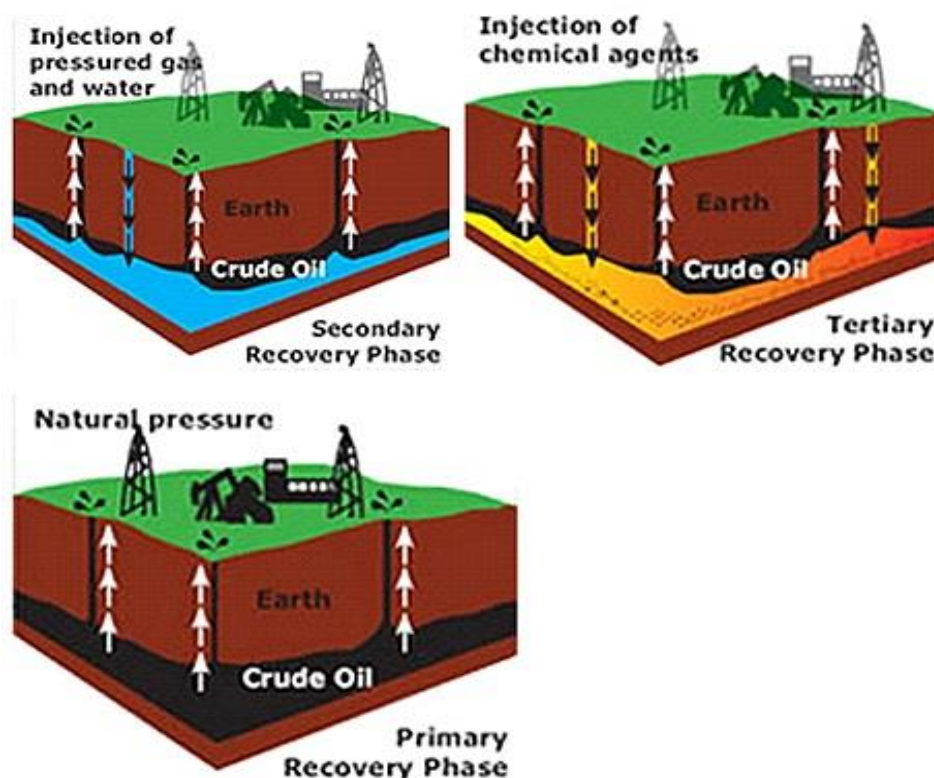
ناپایداری انگشتی حرارتی لزج کاربردهای دیگری نیز در صنایع و مسائل طبیعی دارد. به عنوان مثال می‌توان به فیلتراسیون، پروژه‌های آسیب شناختی، علوم مربوط به سفره‌های آب زیرزمینی و ... اشاره کرد. در ابتدا مطالعات مربوط به ناپایداری سافمن-تیلور فقط به جریان‌های نیوتنی محدود می‌شد. وجود این ناپایداری باعث می‌شود که در مراحل استخراج به جای نفت، آب تزریق شده از مخزن خارج گردد. بعد از آن مهندسين و محققين فعال در زمینه استخراج نفت، از مواد پلیمری اضافه شده در آب برای افزایش بازده استخراج نفت و کاهش ناپایداری در این جریان کمک گرفتند. یکی از آن‌ها باویر [۲] بود که روش‌هایی با هدف افزایش برداشت نهایی نفت با تزریق موادی که در حالت عادی در مخزن وجود ندارند مثل مواد شیمیایی، حلال‌ها و حامل‌های حرارتی برای بهبود شرایط جابه‌جایی نفت پیشنهاد نمود. این عمل که به منظور کاهش پدیده انگشتی در مخازن صورت می‌گرفت، یکی از روش‌های ازدیاد برداشت نفت^۳ می‌باشد. بعد از آن به دلیل اینکه این پلیمرها در دسته سیالات غیرنیوتنی طبقه‌بندی می‌شدند،

^۱Concentration Front

^۲Temperature Front

^۳Enhanced Oil Recovery(EOR)

بررسی ناپایداری انگشتی برای سیالات غیرنیوتنی نیز اهمیت پیدا کرد. این پلیمرها با کاهش پدیده انگشتی باعث بالارفتن راندمان استخراج نفت می‌شدند. با توجه به اینکه روش‌های تزریق حلال‌های شیمیایی و یا حامل‌های حراری معمولاً بعد از دومین مرحله برداشت نفت انجام می‌گیرند، به سومین مرحله برداشت نفت نیز شهرت دارند. تصویر ۱-۳ نشان‌دهنده سه مرحله مختلف برداشت نفت می‌باشد. همان‌طور که گفته شد، یکی دیگر از روش‌های بالا بردن راندمان برداشت نفت، استفاده از روش‌های وابسته به حرارت می‌باشد. در این شیوه‌ها از انرژی حرارتی برای تغییر بعضی از ویژگی‌های محیط و سیال داخل آن استفاده می‌کنند و فرایند خروج نفت از مخزن را آسان‌تر می‌نمایند. تزریق سیال گرم جابه‌جا کننده به مخزن و ایجاد حرارت در داخل مخزن توسط اشتعال ماده سوختنی از جمله این روش‌ها هستند.



شکل ۱-۳. نخستین مرحله، دومین مرحله و سومین مرحله برداشت نفت از مخازن

روش‌های حرارتی با تأثیر بر خواص سیال مثل کاهش ویسکوزیته خصوصاً در نفت‌های سنگین، کاهش نیروی کشش سطحی، تغییر میزان تر شوندگی سیال و ... باعث ازدیاد برداشت نفت می‌شوند.

مطالعات انجام شده بیانگر این است که هم روش‌های حرارتی و هم روش‌های تزریق مواد شیمیایی و پلیمری هر دو روش‌های بسیار مؤثری در ازدیاد برداشت از مخازن نفت هستند. یکی از جدیدترین مطالعات صورت گرفته در این زمینه مطالعه انجام شده توسط مساوات و همکاران [۳] می‌باشد. آن‌ها تزریق گاز دی اکسید کربن تولید شده توسط کارخانجات به داخل چاه‌های نفت را یک راه حل برای کنترل آلودگی هوا و افزایش بازده برداشت نفت دانستند. آن‌ها تزریق آب‌نمک اشباع شده با دی اکسید کربن به داخل چاه نفت را یک روش سودمند هم در جهت مهار تغییرات آب و هوایی و هم ازدیاد برداشت نفت دانستند.

در ادامه این فصل به معرفی برخی از تعاریف و مفاهیم استفاده شده در ناپایداری انگشتی در محیط متخلخل پرداخته شده و همچنین مروری بر مطالعات انجام شده در گذشته در زمینه ناپایداری‌ها ارائه و اهداف مطالعه حاضر نیز بیان شده است.

۲-۱ تعاریف

اصطلاحات معمول بکار رفته برای جریان سیال در محیط متخلخل که در مطالعه حاضر به کار برده شده‌اند، به شرح زیر می‌باشد:

۱. **تخلخل!** این پارامتر نشان‌دهنده میزان خلل و فرج مربوط به محیط متخلخل می‌باشد که

برابر با نسبت حجم منافذ و سوراخ‌های موجود در ماده به حجم کل است. عبارتی به نام تخلخل مؤثر نیز وجود دارد که فقط محدود به فضایی می‌شود که سیال در آن حرکت می‌کند.

۲. **نفوذپذیری!** این پارامتر خاصیتی از محیط متخلخل می‌باشد که به سیال اجازه می‌دهد،

بدون اینکه تأثیری از محیط بپذیرد، از محیط متخلخل عبور کند. هرچه مقدار نفوذپذیری بیشتر باشد عبور سیال از محیط آسان تر است. این ویژگی مربوط به محیط متخلخل می‌باشد

^۱Porosity

^۲Permeability

و به خواص سیال وابسته نیست.

۳. قابلیت تحرک! نسبت نفوذپذیری محیط به ویسکوزیته سیال را در محیط متخلخل قابلیت

تحرک می نامند:

$$M = \frac{\kappa}{\mu} \quad (1-1)$$

۴. نسبت تحرک! نسبت قابلیت تحرک سیال جابه‌جاکننده به قابلیت تحرک سیال

جابه‌جاشونده را نسبت تحرک می گویند. در بررسی ناپایداری انگشتی این پارامتر به صورت زیر

تعریف می شود که برای گزارش نتایج به دست آمده در این مطالعه از آن استفاده شده است.

$$MR = \frac{M_1}{M_2} = \frac{\left(\frac{\kappa}{\mu_1}\right)}{\left(\frac{\kappa}{\mu_2}\right)} \quad (2-1)$$

در این روابط اندیس ۱ و ۲ به ترتیب مربوط به سیال جابه‌جاکننده و سیال جابه‌جاشونده می باشد. اگر

نفوذپذیری محیط متخلخل مقداری ثابت فرض شود، رابطه نسبت تحرک به صورت ساده تری قابل بیان

خواهد بود که برابر است با نسبت ویسکوزیته سیال جابه‌جاشونده به ویسکوزیته سیال جابه‌جاکننده:

$$R = \ln \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (3-1)$$

۳-۱ پیشینه تحقیق

برخی از مطالعات و پژوهش‌های انجام شده در زمینه ناپایداری انگشتی در این قسمت مرور می شوند. در

ادامه این مطالعات را در قالب بررسی ناپایداری انگشتی برای جریان سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی

دسته‌بندی خواهیم کرد. این مطالعات شامل بررسی به روش‌های تحلیلی، آزمایشگاهی و عددی این

^۱Mobility

^۲Mobility ratio

پدیده ارائه شده است.

هومسی^۱ [۴] اطلاعات موجود در زمینه ناپایداری انگشتی را در سلول هل-شاو شعاعی و مستطیلی هم در جریان‌های مخلوط‌شدنی و هم مخلوط‌نشدنی جمع‌آوری و مورد مطالعه قرار داد که کمک شایانی به پیشبرد علم در زمینه این ناپایداری در محیط متخلخل کرده است. در این قسمت ابتدا به بررسی جریان سیالات نیوتنی و سپس غیرنیوتنی پرداخته می‌شود.

۱-۳-۱ ناپایداری انگشتی لزج در جریان سیالات نیوتنی

مطالعات مربوط به این قسمت در رابطه با پژوهش‌های صورت‌گرفته در زمینه این ناپایداری در جریان سیالات نیوتنی می‌باشد که به دو دسته آزمایشگاهی و مطالعات عددی تقسیم‌بندی شده است.

۱-۳-۱-۱ مطالعات آزمایشگاهی

ابتدا در این بخش مطالعات آزمایشگاهی صورت‌گرفته برای جریان‌های هم‌دما و غیر هم‌دما در حالت نیوتنی بررسی خواهد شد. هیل^۲ و همکاران [۵] نخستین مطالعه را در زمینه ناپایداری انگشتی شروع کردند. آن‌ها این ناپایداری را بر اساس نیرویی بر پایه اختلاف فشار و اغتشاش در سطح مشترک میان دو سیال مورد آزمایش قرار دادند. آن‌ها نتیجه گرفتند که اگر سرعت جریان از یک مقدار سرعت بحرانی عبور کند، یک کانال درون جریان ایجاد خواهد شد. نامی^۳ و همکاران [۶] این پدیده را برای جابجایی محلول گلیسرین توسط آب در محیط آزمایشگاهی انجام دادند. آن‌ها از یک محیط متخلخل عمودی از جنس سنگ برای این آزمایش استفاده کردند. انگشتی‌های ناهمگن در مطالعه آن‌ها مشاهده شد. بنهام^۴ و همکاران [۷] با استفاده از محلول سولفات سدیم در جابه‌جایی محلول گلیسرین رفتار ناپایداری انگشتی در این جریان را بررسی کردند. سربی^۵ و همکاران [۸] نیز مطالعه‌ای آزمایشگاهی برای این دو محلول با

^۱Homsy

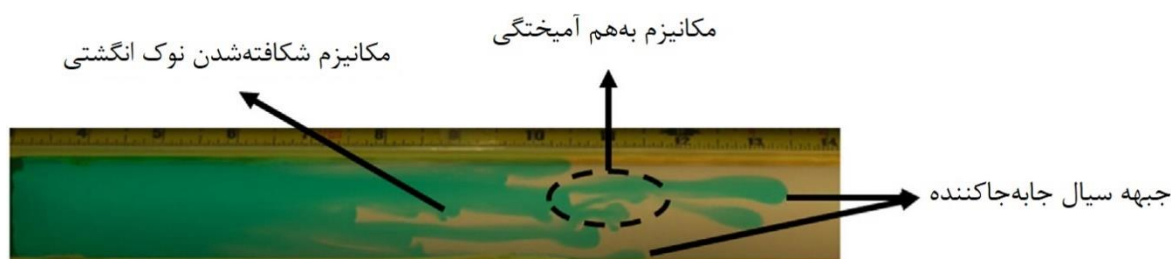
^۲Hill

^۳Naami

^۴Benham

^۵Sorbie

خلوص‌های متفاوت در یک سلول کارماتوگرافی در نسبت تحرک‌های متفاوت انجام دادند. نتایج آن‌ها با نتایج مطالعات قبلی صورت‌گرفته مطابقت خوبی داشت. در ادامه اسلوباد و توماس^۱ [۹] به بررسی اثر نسبت تحرک در اندازه و شکل انگشتی‌ها بوسیله اشعه ایکس پرداختند. همچنین بررسی تأثیرات نیروی جاذبه زمین بر تشکیل و سرعت رشد انگشتی‌ها توسط آن‌ها انجام گرفت. با کمک گرفتن از روش آن‌ها پرکینس^۲ و همکاران [۱۰] فرایند پخش انگشتی‌ها در جابه‌جایی مخلوط‌شدنی را مورد مطالعه قرار دادند. در بخش سیالات مخلوط‌نشده نیز پرکینس و جانستون^۳ [۱۱] مطالعاتی را به همان روش انجام دادند. احمدی و همکاران [۱۲] تزریق آب به درون یک میکرومدل شیشه‌ای حاوی نفت را به‌صورت آزمایشگاهی بررسی کردند. میکرومدل آن‌ها شامل سه لایه با نفوذپذیری متفاوت بوده است. آن‌ها با توجه به زاویه شکست محیط اثر گرادیان فشار و زاویه نیروها را بر راندمان جاروبی مهم دانستند. اگر زاویه شکست محیط با نیروی گرادیان فشار در یک راستا باشد راندمان جاروبی حداقل خواهد بود. مالوترا^۴ و همکاران [۱۳] مکانیزم‌های رشد انگشتی را در سلول هل-شاو مستطیلی نشان دادند که در شکل ۱-۴ قسمتی از نتایج آن‌ها آمده است. آن‌ها از آب برای جابه‌جایی گلیسرین استفاده کردند.



شکل ۱-۴. مکانیزم‌های رشد انگشتی در مطالعه مالوترا و همکاران [۱۳]

۱-۳-۲ مطالعات عددی

مطالعات زیادی برای شبیه‌سازی عددی ناپایداری انگشتی صورت گرفته است که از جمله اولین آن‌ها

^۱Slobad&Thomas

^۲Perkins

^۳Perkins&Johnston

^۴Malhotra

می‌توان به مطالعه چوک و همکاران [۱۴] اشاره کرد. آن‌ها این ناپایداری را در جریان‌های مخلوط نشدنی بررسی کردند. آن‌ها نتایج حاصل از شبیه سازی خود را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه و به بررسی صحت نتایج پرداختند. تحلیل‌های انجام شده در این دوره معمولاً با ساده‌سازی‌های زیاد و تحت شرایط فیزیکی خاص می‌توانستند به نتایج جزئی در رابطه با ناپایداری انگشتی برسند. تنویر^۱ و همکاران [۱۵] پدیده ناپایداری انگشتی را در یک سلول هل-شاو مستطیلی تحت تأثیر نیروی کشش سطحی در حالت پایا و ناپایا بررسی کردند. مستقیمی و همکاران [۱۶] شبکه‌بندی بدون ساختار و هزینه‌های محاسباتی حاصل از شبکه‌بندی‌های مختلف را بر روی یک سلول مستطیلی در جریان مخلوط‌شدنی بررسی کردند. قسمت ۲ و همکاران [۱۷] تحلیل پایداری خطی را در محیطی با تانسور پراکندگی ناهمسانگرد وابسته به سرعت جریان انجام دادند و طول موج‌های بحرانی این ناپایداری را در حالت‌های خاص معرفی و بررسی کردند. کانگ^۳ و همکاران [۱۸] اولین مطالعات را در زمینه ناپایداری انگشتی لزج حرارتی انجام دادند. مطالعه آن‌ها جابه‌جایی نفت سنگین را توسط بخار آب در سلول هل-شاو عمودی و افقی بررسی می‌کرد. نتایج آن‌ها حاکی از آن بود که به دلیل تلفات حرارتی و تماس بخار با نفت سرد، بخار به سرعت متراکم می‌شود. آن‌ها این مطالعه را برای حالت هم‌دما نیز انجام دادند و نتایج را با حالت غیر هم‌دما بررسی و تفاوت‌های ساختاری متعددی را گزارش کردند. جکسون^۴ و همکاران [۱۹] با بررسی ناپایداری انگشتی حرارتی مخلوط‌نشدنی در یک سلول هل-شاو شعاعی نشان دادند که تزریق آب گرم باعث شدت یافتن ناپایداری و تزریق آب سرد باعث کاهش ناپایداری می‌شود. شئوری^۵ و همکاران [۲۰] یک جابه‌جایی مخلوط‌نشدنی را برای نفت و آب برای هر دو حالت هم‌دما و غیر هم‌دما بررسی کردند که نتایجی شبیه به مطالعه صغیر و همکاران [۲۱] دست یافتند. آن‌ها الگوهای جریان را برای حالت هم‌دما و غیر هم‌دما در مخازن همگن مطالعه کردند. اولین مطالعه‌ای که ناپایداری سافمن-تیلور را در دو جبهه غلظت و دما

^۱Tanveer

^۲Ghesmat

^۳Kong

^۴Jackson

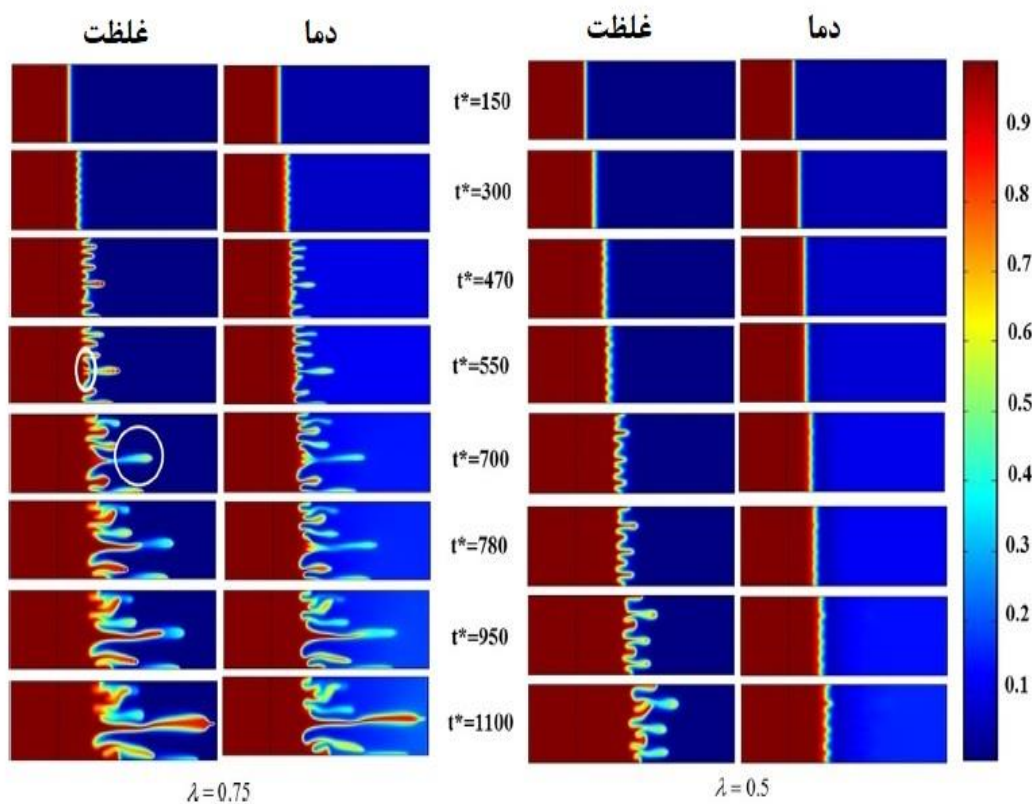
^۵Sheorey

بررسی کرد، مطالعه پریچارد و همکاران [۲۲] بود. آن‌ها با یک تحلیل پایداری خطی در سلول هل-شاو شعاعی به این مطالعه پرداختند. اسلام و عزایز^۱ [۲۳] به تحلیل پایداری خطی برای ناپایداری انگشتی حرارتی لزج در یک سلول هل-شاو مستطیلی پرداختند. همچنین آن‌ها این مسئله را مورد شبیه‌سازی غیرخطی قرار دادند [۲۴] که نتایج آن‌ها تایید کننده نتایج حاصل از تحلیل پایداری خطی است. آن‌ها به این نکته بسیار مهم دست یافتند که تبادل حرارت بین سیال و محیط، باعث ایجاد تأخیر بین جبهه حرارتی و جبهه جرمی می‌شود و جبهه دمایی پشت جبهه غلظت قرار می‌گیرد. در مطالعه دیگری [۲۵] آن‌ها به بررسی ناپایداری انگشتی حرارتی لزج برای یک محیط دارای چشمه و چاه پرداختند که به نتایج مشابهی با نتایج مطالعه‌ی قبلی خود رسیدند. عزایز و سجادی [۲۶] ناپایداری را برای جابه‌جایی سیالات مخلوط شدنی در محیط متخلخل بررسی کردند. در مطالعه دیگری سجادی و عزایز [۲۷] دو حالت را برای عدد لوئیس‌های ۱ و ۱۰۰ بررسی کردند. نتایج برای عدد لوئیس ۱۰۰ نشان داد زمانی که یک سیال با دمای بیشتر و لزجت کمتر سیالی با دمای کمتر و لزجت بیشتر را جابه‌جا می‌کند عدد لوئیس بالا جریان را پایدارتر و در حالتی که جای دو سیال با هم عوض شود، عدد لوئیس بالا جریان را ناپایدارتر می‌کند. در حالت لوئیس برابر با ۱ نیز گرادیان غلظت به پایداری جریان کمک می‌کند، اما گرادیان دما به ناپایداری جریان قوت می‌بخشد. هولوی و بروین^۲ [۲۸] انگشتی‌ها را برای حالتی که گلیسرین داغ محلول گلیسرین با دمای کمتر و میزان خلوص بیشتر را جابه‌جا می‌کند، در سلول هل-شاو شعاعی مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آن‌ها با نتایج آزمایشگاهی که خود به دست آورده بودند مطابقت بسیار خوبی داشت. نتایج آن‌ها نشان داد که طول انگشتی‌ها وابسته به ضخامت سلول هل-شاو می‌باشد اما به دلیل آن‌که سطح سلول آن‌ها آدیاباتیک نبود، نسبت ویسکوزیته در طی فرایند جابه‌جایی تغییر می‌کرد. چرا که ویسکوزیته تابعی از دما است و دما در حال کاهش بود. نوروزی و همکاران [۲۹] با استفاده از مدل

^۱Islam&Ozaiez

^۲Holloway&Bruyn

دوفازی داری به بررسی ناپایداری انگشتی حرارتی لزج در محیط متخلخل با احتساب تلفات ویسکوز^۱ پرداختند. آن‌ها از آب گرم به عنوان سیال جابه‌جاکننده و از گلیسرین سرد به عنوان سیال جابه‌جا شونده استفاده کردند. نتایج آن‌ها برای ضریب تأخیر حرارتی به وضوح تأخیر جبهه حرارتی نسبت به جبهه جرمی را به نمایش می‌گذارد. بخشی از نتایج آن‌ها در شکل ۵-۱ آمده است. احمدی و همکاران [۱۲] اثر زاویه گرادیان فشار و شکست محیط را بر راندمان جابجایی به صورت عددی بررسی کردند که به نتایجی مشابه به مطالعه آزمایشگاهی خود رسیدند.



شکل ۵-۱. جبهه‌های غلظت و دما برای ضرایب تأخیر حرارتی مختلف در مطالعه انجام‌شده توسط نوروزی و همکاران

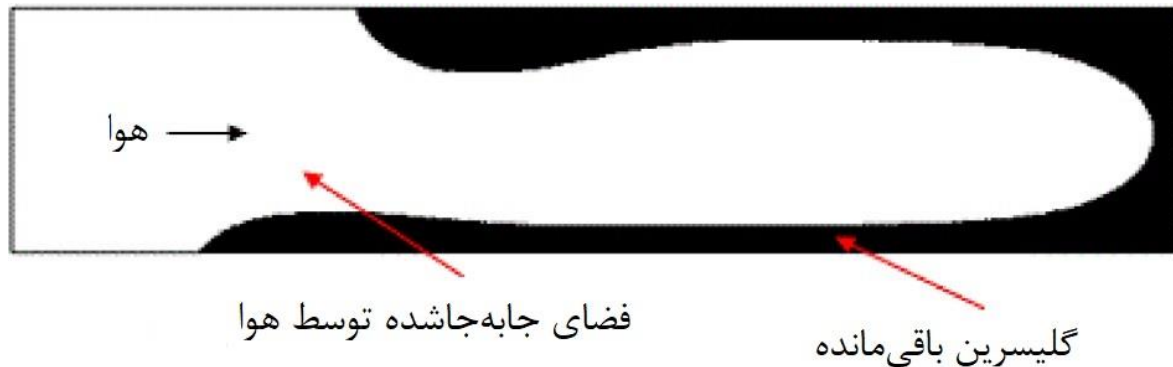
[۲۹]

سینگ^۲ و همکاران [۳۰] این ناپایداری را برای هوا به عنوان سیال جابه‌جاکننده با ویسکوزیته پایین و گلیسرین را به عنوان سیال جابه‌جاشونده با ویسکوزیته بسیار بیشتر در یک جابه‌جایی مخلوط‌نشده در

^۱Viscous dissipation

^۲Singh

یک سلول هل-شاو مستطیلی بررسی کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که هوا در نهایت ۷۴/۱۵ درصد از کل گلیسرین را خارج می‌کند. در مطالعه آن‌ها تنها یک انگشتی به وجود آمد که در تصویر ۶-۱ شماتیک آن آورده شده است.



شکل ۶-۱. بخشی از نتایج سینگ و همکاران [۳۰]

پینیلا^۱ و همکاران [۳۱] تاثیر شبکه‌بندی‌های مختلف را بر روی این ناپایداری در یک لوله عمودی برای جابه‌جایی روغن توسط آب مطالعه کردند. آن‌ها دریافتند که شبکه‌بندی شش وجهی بیشترین تطابق را با داده‌های تجربی دارد.

۱-۳-۲ ناپایداری انگشتی لزج در جریان سیالات غیرنیوتنی

در این بخش مطالعات پیرامون ناپایداری انگشتی لزج برای جریان سیالات غیرنیوتنی مرور خواهند شد. مطالعات عددی انجام شده برای ناپایداری سافمن-تیلور در جریان سیالات غیرنیوتنی به مراتب کمتر از مطالعات آزمایشگاهی می‌باشد.

۱-۳-۲-۱ مطالعات آزمایشگاهی

مارشال^۲ و همکاران [۳۲] جریان سیالات ویسکوالاستیک در محیط‌های متخلخل را بررسی کردند. مطالعات آن‌ها از جمله نخستین مطالعات در این مبحث بوده است. همچنین آن‌ها نقش گرانش در رشد

^۱Pinilla

^۲Marshall

انگشتی‌ها را نیز مورد بررسی قرار دادند. هامیدا [۳۳] تاثیر امواج فراصوت با فرکانس بالا را بر ناپایداری سافمن-تیلور در یک سلول استوانه‌ای برای جابه‌جایی سیالات مختلف نظیر جابه‌جایی نفت توسط محلول آب نمک، جابه‌جایی نفت توسط محلول پلیمری و ... بررسی کردند.

داکرد^۱ و همکاران [۳۴] نخستین پژوهش آزمایشگاهی در سلول‌های شعاعی را انجام دادند که به مطالعه جریان برای سیالات غیرنیوتنی می‌پرداخت. آن‌ها جابه‌جایی یک سیال غیرنیوتنی توسط یک سیال نیوتنی را مورد بررسی قرار دادند و تشکیل انگشتی‌های زیاد را گزارش کردند. همچنین آن‌ها نتیجه گرفتند که در این حالت انگشتی‌ها شکافته می‌شوند. جمالویی و همکاران [۳۵] اثر تزریق یک سیال پلیمری را در مخازن نفت سنگین بررسی کردند. آن‌ها تعداد انگشتی‌ها را بر اساس نسبت طول بی‌بعد به زمان بی‌بعد گزارش کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که عرض انگشتی با اندازه منافذ محیط ارتباط دارد. همچنین آن‌ها نتیجه گرفتند که میانگین محلی غلظت سیال جابه‌جاشونده با نسبت طول بی‌بعد به زمان بی‌بعد ارتباط خطی دارد. بان^۲ و همکاران [۳۶] پهنای انگشتی‌ها را در جریان مخلوط‌نشده‌ی مورد مطالعه قرار دادند. در مطالعه آن‌ها این پارامتر تابعی از سرعت رشد انگشتی‌ها در جهت افقی بود. در این پژوهش نقش نیروهای موئینگی و ویسکوزیته بر میزان ناپایداری‌ها مورد مطالعه قرار گرفت. آن‌ها با استفاده از سورفکتانت^۳ و مواد پلیمری به بررسی تفاوت‌های جریان‌های ایجاد شده در این مواد پرداختند. این محققین در بخشی از تحقیقات خود از یک محلول پلیمری رقیق‌شونده^۴ به‌عنوان سیال جابه‌جاکننده و از هوا به‌عنوان سیال جابه‌جاشونده استفاده کردند. آن‌ها مشاهده کردند که در سرعت بالا انگشتی‌های پهن و با نوک تقریباً گرد به‌وجود می‌آید اما در سرعت‌های کمتر انگشتی‌هایی باریک با نوک تیز قابل مشاهده هستند. آن‌ها با اضافه کردن سورفکتانت‌ها و مقایسه با حالت پلیمری به این نتیجه رسیدند که نیروهای موئینگی تأثیر بسیار کمی بر شکل انگشتی‌ها دارند. احمدی و همکاران [۳۷] ناپایداری انگشتی را در یک

^۱Daccord

^۲Bonn

^۳Surfactant

^۴Shear-thinning

سلول هل-شاو شعاعی برای جابه‌جایی گلیسرین توسط یک محلول پلیمری-سورفکتانت و یک محلول نیوتنی-سورفکتانت بررسی کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که عرض انگشتی‌ها در محلول پلیمری-سورفکتانت بیشتر از محلول نیوتنی-سورفکتانت می‌باشد. لیندner^۱ و همکاران [۳۸] رفتار یک سیال باریک‌شونده را در سلول هل-شاو مستطیلی با صرف‌نظر از اثر الاستیک به‌صورت آزمایشگاهی بررسی کردند. آن‌ها رابطه داری را برای سیالات با خاصیت باریک‌شوندگی ضعیف تعمیم دادند. از سری مطالعات دیگری که به‌وسیله مواد شیمیایی مخصوص به بررسی ناپایداری انگشتی پرداخته‌اند می‌توان به آزمایش‌های کاواگوچی^۲ و همکاران [۳۹] اشاره کرد. آن‌ها از هیدروکسی پروپیل متیل سلولز^۳ به‌عنوان سیال غیرنیوتنی و از محلول گلیسرین به‌عنوان سیال نیوتنی استفاده نمودند. آن‌ها از هوا به‌عنوان سیال جابه‌جاکننده و از سیالات ذکرشده به‌عنوان سیال جابه‌جاشونده استفاده کردند و نتیجه گرفتند که اگر هوا محلول نیوتنی را جابه‌جا کند، انگشتی‌هایی تقریباً مشابه به هم مشاهده می‌شود در حالی که اگر هوا محلول غیرنیوتنی هیدروکسی پروپیل متیل سلولز را جابه‌جا کند، انگشتی‌هایی چند شاخه پدیدار می‌شد. مطالعه مالسجه^۴ و همکاران [۴۰] از مطالعات دیگر در این زمینه می‌باشد. آن‌ها صفحه ای مشبک را به‌عنوان محیط متخلخل در نظر گرفته و با دوربینی با دقت بالا پدیدار شدن انگشتی‌ها را مشاهده کردند. آن‌ها نحوه پیشرفت انگشتی‌ها را برای تفاوت ویسکوزیته های مختلف بررسی کردند. مطالعه آن‌ها نشان داد که نیروهای ویسکوالاستیک باعث حرکت آرام‌تر مرز مشترک دو سیال می‌شوند. دوکر^۵ و همکاران [۴۱] از پلاستیک بینگهام در سلول هل-شاو با صفحه لیفت شونده^۶ برای مشاهده الگوی انگشتی‌های به‌وجود آمده استفاده کردند. آن‌ها تغییرات ابعاد هندسی انگشتی‌ها را با سرعت لیفت صفحه گزارش کردند که تصویر ۱-۷ ناپایداری به‌وجود آمده در مطالعه آن‌ها را نمایش می‌دهد. در مطالعه‌ای

^۱Lindner

^۲Kawaguchi

^۳Hydoxyl Propyl Methyl Cellulose(HPMC)

^۴Malsche

^۵Devkare

^۶(LHSC) Lifting plate Hele-Shaw Cell

دیگر سینگ و همکاران [۴۲] ناپایداری انگشتی لزج را در سلول هل-شاو شعاعی برای سیال باریک‌شونده بررسی کردند. آن‌ها طول و عرض انگشتی‌ها را به‌عنوان تابعی از دبی اندازه‌گیری کردند. آن‌ها برای انجام این مطالعه از یک سرنگ تزریق با فشار بالا و یک دوربین با دقت کمک گرفتند.



شکل ۱-۷. انگشتی‌های مشاهده شده توسط سانکت و همکاران [۴۱]

۱-۳-۲ مطالعات عددی

بیشتر مطالعات صورت گرفته راجع به سیالات غیرنیوتنی به‌صورت آزمایشگاهی بوده و مطالعات عددی این سیالات بسیار محدود می‌باشد. در ادامه به برخی از این مطالعات می‌پردازیم.

نیتمن^۱ و همکاران [۴۳] اثر ضخامت سلول هل-شاو را بر ناپایداری انگشتی در جابه‌جایی سیالات پلیمری بررسی کردند. مک دونالد^۲ [۴۴] به شبیه‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی توانی در سلول هل-شاو شعاعی پرداخت. او نتیجه گرفت زمانی که از سیالی با مشخصات نفت خام استفاده می‌کند نتایج دقیق‌تری نسبت به حالتی که سیال توانی استفاده می‌کند خواهد داشت. پاسکال [۴۵] یک روش تحلیلی برای جریان ناپایدار سیال توانی در محیط متخلخل ارائه کرد که در آن به ارائه اثر رئولوژیکی سیال بر نرخ جریان و فشار پرداخته است. او رفتار جریان را با اعداد بی‌بعدی جدیدی تحلیل کرد. مورا و مانا [۴۶]

^۱Nittmann

^۲Mc Donald

جابه‌جایی سیال ماکسول در سلول هل-شاو را بررسی کردند. در مطالعه آن‌ها اثر الاستیک و نرخ رشد اغتشاشات توسط یک پارامتر خاص کنترل می‌شد. این پارامتر ارتباطی با زمان آسایش سیال غیرنیوتنی، ضخامت سلول هل-شاو و نیروی کشش سطحی داشت. شی و تانگ [۴۷] ناپایداری‌های پدیدار شده در جریان سیالات باریک‌شونده را متأثر از هندسه محیط، نسبت ویسکوزیته، ترشوندگی و شاخص توانی سیال دانستند. آن‌ها از روش شبکه بولتزمن برای این امر استفاده کردند. در ادامه نیز یک تحلیل پایداری با استفاده از تقریب شبه خطی برای سیال غیرنیوتنی باریک‌شونده توسط عزایز و سینگ^۱ [۴۸] انجام شد. نوروزی و شوقی [۴۹] ناپایداری انگشتی را در محیط متخلخل با خواص ناهمسانگرد مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها این ناپایداری را برای سیال نیوتنی به عنوان سیال جاجاشونده و سیال غیرنیوتنی مستقل از زمان به‌عنوان سیال جابه‌جاکننده بررسی کردند. بررسی آن‌ها نشان داد که با افزایش نرخ نفوذپذیری و کاهش نرخ پراکندگی جریان پایدارتر خواهد شد. شکری و همکاران [۵۰] این ناپایداری را برای سیال ویسکوالاستیک مطالعه کردند. نتایج نشان می‌دهد که خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک نقش مهمی در ناپایداری دارد. شکری و همکاران [۵۱] جابه‌جایی سیال نیوتنی توسط سیال اولدریوید-بی^۲ را در محیط متخلخل ناهمسانگرد نیز مطالعه کردند. نتایج این مطالعه نشان داد که هرچه نسبت نفوذپذیری در جهت عمود بر جریان نسبت به نفوذپذیری در جهت جریان کمتر شود، ناپایداری افزایش می‌یابد. و همچنین هرچه پراکندگی محیط در جهت عمود بر جریان نسبت به پراکندگی در جهت جریان افزایش یابد، ناپایداری جریان کمتر خواهد شد. نوروزی و همکاران [۵۲] ناپایداری سافمن-تیلور را برای جابه‌جایی سیالات ویسکوالاستیک و نیوتنی بررسی کردند. آن‌ها سیال ویسکوالاستیک را به‌عنوان سیال جابه‌جاکننده و سیال نیوتنی را به‌عنوان سیال جابه‌جاشونده در سلول هل-شاو در نظر گرفتند. آن‌ها در مطالعه خود به بررسی اثر اعداد بی‌بعدی همچون نسبت ویسکوزیته، عدد الاستیسیته و عدد کپیلاری^۳ بر

^۱Azaiez&Singh

^۲Oldroyd BC

^۳Capillary number

روی ناپایداری انگشتی پرداختند. عباسی و نوروزی [۵۳] به مطالعه این ناپایداری در سلول هل-شاو برای سیال غیرنیوتنی پرداختند. آن‌ها نتیجه گرفتند که افزایش عدد الاستیسیته سیال و عدد کپیلاری آن شدت ناپایداری را کاهش می‌دهد. مطالعه جریان دوفازی غیرنیوتنی در محیط متخلخل دارای چشمه و چاه توسط شنده^۱ و همکاران [۵۴] صورت پذیرفت. نتایج آن‌ها نشان داد که ناهمگن بودن محیط متخلخل می‌تواند منجر به یک جبهه جریان ناپایدار شود. حتی استفاده از بعضی پلیمرها نیز در این رابطه تأثیر چندانی ندارد.

۴-۱ معرفی مطالعه حاضر و تشریح نوآوری

در مطالعه حاضر به شبیه‌سازی ناپایداری سافمن-تیلور حرارتی برای سیال غیرنیوتنی مستقل از زمان پرداخته خواهد شد. تأثیر ناهمسانگردی محیط، نسبت ویسکوزیته، مشخصات سیال غیرنیوتنی نظیر شاخص توانی، وابستگی خواص به دما در این مطالعه مورد بررسی قرار خواهند گرفت. در جریان‌های غیر هم‌دما تغییرات ویسکوزیته ناشی از تغییرات دما و غلظت می‌باشد. وابستگی ویسکوزیته به دما، غلظت و نرخ برش تفاوت‌هایی را بین جریان‌های هم‌دما و غیر هم‌دما و همچنین نیوتنی و غیرنیوتنی به وجود می‌آورد که در این مطالعه قابل مشاهده خواهد بود. همچنین مسئله حاضر بر اساس جابه‌جایی‌های مخلوط‌شدنی است و سیال غیرنیوتنی از نوع سیالات مستقل از زمان بوده و لذا استفاده از مدل کاریو-یاسودا^۲ مدنظر است. همچنین مطالعات گذشته در زمینه بررسی ناپایداری انگشتی برای سیالات نیوتنی و اکثراً در حالت هم‌دما برای این دسته از سیالات بوده است. تأثیر پارامترهای مربوط به سیال غیرنیوتنی نظیر ثابت زمانی و همچنین تأثیر اختلاف دما در این ناپایداری‌ها بسیار مهم و قابل ملاحظه می‌باشد که در این پژوهش بررسی شده است. در بیشتر مطالعات گذشته نفوذپذیری و پراکندگی به عنوان مقادیری عددی و ثابت در نظر گرفته شده است که از دقت محاسبات مربوطه می‌کاهد. در نظر گرفتن مقادیر مختلفی برای جهت‌های مختلف می‌تواند شرایط واقعی‌تری را برای شبیه‌سازی فراهم کند که در این

^۱Shende

^۲Carreau-Yasuda

مطالعه به آن پرداخته شده است. مطالعه در محیط متخلخل اختلاف کمتری با بستر زمین، نسبت به سلول هل-شاو دارد. در این مطالعه جریان سیال در محیط دوبعدی متخلخل بررسی شده است.

۱-۴-۱ اهمیت موضوع

امروزه با توجه به کم شدن منابع نفتی و رشد روز افزون جمعیت و رشد استفاده از مواد نفتی، موضوع نفت از موضوعهای پراهمیت می باشد. به علت بالا بودن ویسکوزیته در مخازن نفت سنگین و فوق سنگین بازیافت اولیه قابل توجهی نخواهیم داشت. از این جهت با کاهش ویسکوزیته نفت با استفاده از روشهایی نظیر تزریق سیالات غیرنیوتنی گرم به داخل مخازن می توانیم به برداشت بیشتری از چنین مخازنی دست یابیم. در این مرحله ناپایداری سافمن-تیلور در مرز مشترک بین سیال تزریق شده و نفت دیده می شود. امروزه این ناپایداری علاوه بر فرایندهای ازدیاد برداشت نفت، در سایر حوزه های علوم و صنایع نیز کاربردهای زیادی دارد. شناخت و کنترل این ناپایداری می تواند به بهبود شرایط در صنایع استخراج نفت، آلودگی منابع آب های زیرزمینی، صنایع شیمیایی نظیر کروماتوگرافی^۱ و ... کمک شایانی کند. در صورت کنترل این ناپایداری در برداشت ثانویه از مخازن نفتی، می توان با رعایت نکاتی نظیر خواص سیال تزریق شونده به داخل مخزن، تا حدود زیادی راندمان برداشت از مخازن را افزایش داد و هزینه های مربوط به این فرایند را کاهش داد.

۱-۴-۲ نگاه اجمالی بر فصل های پژوهش حاضر

در فصل دوم ابتدا معادلات مربوط به ناپایداری انگشتی در محیط متخلخل معرفی خواهد شد. در این فصل شرایط مرزی و اولیه و همچنین بی بعدسازی معادلات نیز مورد بحث قرار می گیرند. سپس رابطه ویسکوزیته مورد نظر استخراج خواهد شد.

در فصل سوم روش عددی استفاده شده در شبیه سازی غیرخطی توسط نرم افزار بررسی شده است.

^۱Chromatography

در فصل چهارم نتایج حاصل از شبیه‌سازی به ازای مقادیر مختلفی از پارامترهای مؤثر در مسئله خصوصاً ویژگی‌های سیال غیرنیوتنی نمایش داده می‌شوند. مکانیزم‌های رشد انگشتی‌ها معرفی و نشان داده می‌شوند. منحنی‌های غلظت عرضی، دمای عرضی، طول اختلاط و بازده جاروبی مورد بررسی قرار می‌گیرند.

در انتها در فصل پنجم به جمع‌بندی فعالیت‌های صورت‌گرفته در این مطالعه و بیان کلی نتایج به‌دست‌آمده پرداخته خواهد شد. پیشنهاداتی برای پیشبرد مطالعات آتی در این زمینه نیز ارائه خواهد شد.

فصل 2 : روابط فنریکی حاکم بر مسند

۱-۲ مقدمه

یکی از بخش‌های مهم در هر مطالعه بررسی روابط حاکم بر مسئله می‌باشد. در این بخش معادلات حاکم بر ناپایداری سافمن-تیلور حرارتی بیان می‌شود. ابتدا این معادلات برای حالت نیوتنی و سپس با معرفی مدل کاریو-یاسودا برای سیالات غیرنیوتنی بسط داده خواهد شد. بعد از آن معادلات مربوطه برای بررسی اثر ناهمسانگردی پراکندگی و نفوذپذیری محیط بازنویسی خواهند شد. فرضیات مسئله حاضر نیز به شرح زیر می‌باشد:

- هم سیال جابه‌جاکننده و هم سیال جابه‌جاشونده تراکم‌ناپذیر می‌باشند.
- مسئله حاضر وابسته به زمان می‌باشد.
- از اثر نیروی گرانش صرف‌نظر شده است.
- مسئله حاضر برای محیط متخلخل همسانگرد و ناهمسانگرد بررسی خواهد شد.

۲-۲ روابط فیزیکی در محیط متخلخل

یکی از قوانین بسیار کاربردی و شناخته شده که جریان سیالات در محیط متخلخل را بررسی می‌کند را هنری دارسی ارائه داد. او با مطالعات تجربی زیادی مثل محاسبه اثر سرعت جریان بر روی ساختار تصادفی محیط متخلخل که انجام داده بود، رابطه‌ای خطی بین میدان سرعت و گرادیان فشار را برای نفوذ سیال در محیط متخلخل معرفی کرد. این رابطه که به نام قانون دوفازی دارسی معروف است به شرح زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial(\varepsilon\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (1-2)$$

معادله سرعت در محیط متخلخل نیز با عبارت زیر تعریف می‌شود.

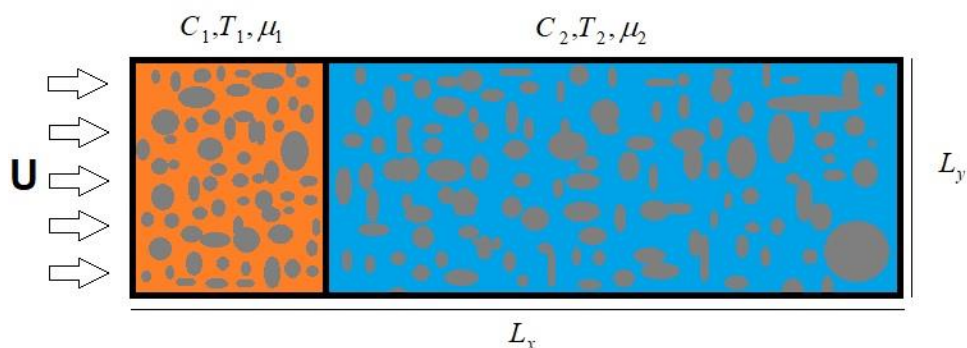
$$\vec{V} = \frac{-\kappa}{\mu} \nabla(p - \rho g) \quad (2-2)$$

در روابط فوق $\vec{V}$ بردار سرعت سیال در محیط متخلخل، κ نفوذپذیری یا همان تراوایی محیط با واحد

$[m^2]$ ، g شتاب گرانش با واحد $[\frac{m}{s^2}]$ ، μ ویسکوزیته دینامیکی سیال با واحد $[Pa.s]$ ، ρ چگالی سیال

با واحد $[\frac{kg}{m^3}]$ ، p فشار $[Pa]$ و ε ضریب تخلخل بستر است.

در این مطالعه یک سیال غیرنیوتنی گرم با ویسکوزیته μ_1 و دمای T_1 سیالی نیوتنی با ویسکوزیته μ_2 و دمای T_2 را جابه‌جا می‌کند که $(\mu_1 < \mu_2)$ و $(T_1 > T_2)$ می‌باشد. نمایی از شماتیک این جابه‌جایی در شکل ۱-۲ آورده شده است.



شکل ۱-۲. شماتیک مسئله حاضر در محیط متخلخل

در جریان سیالات تراکم‌ناپذیر، قانون بقای جرم به صورت معادله پیوستگی به شکل زیر قابل بیان است.

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (3-2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

معادله جابه‌جایی-نفوذ^۱ برای تغییرات غلظت به صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} \left(u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} \right) = D_c \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_c \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (4-2)$$

در معادله اخیر ε بیانگر تخلخل محیط، D_c پراکندگی محیط متخلخل و C غلظت می‌باشد. پارامترهای

مسئله وابسته به دو فاز سیال می‌باشند و با روابطی شامل مقدار اشباعیت (S_1 : مقدار اشباع شدگی توسط

^۱Convection-Diffusion

فاز ۱ و s_2 : مقدار اشباع شدگی توسط فاز ۲) و تراوایی به خواص هر یک از سیالات ربط داده می‌شوند. این روابط در زیر آمده است.

$$\rho = \rho_1 s_1 + \rho_2 s_2 \quad (۵-۲)$$

$$\frac{1}{\mu} = s_1 \frac{\kappa}{\mu_1} + s_2 \frac{\kappa}{\mu_2} \quad (۶-۲)$$

$$s_1 + s_2 = 1 \quad (۷-۲)$$

الهدرامی و همکاران [۵۵] با احتساب ترم تلفات ویسکوز، معادله انرژی را برای محیط متخلخلی با نفوذپذیری $\kappa \rightarrow 0$ (مدل دارسی) ارائه کردند. این معادله به شکل زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\lambda_T}{\varepsilon} (u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}) = D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + D_c \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\kappa(\rho C_p)_{eff}} (u^2 + v^2) \quad (۸-۲)$$

در معادله (۸-۲) D_T پراکندگی حرارتی، μ ویسکوزیته تابعی از دما و غلظت است، κ نفوذپذیری محیط متخلخل و λ_T که نشان دهنده نسبت سرعت جبهه گرمایی به سرعت جبهه جرمی است، ضریب تأخیر حرارتی نام دارد. رابطه λ_T که توسط اسلام و عزیز [۲۳] به دست آمد، به شکل زیر می‌باشد.

$$\lambda_T = \frac{\varepsilon \rho_f C_{Pf}}{\varepsilon \rho_f C_{Pf} + (1 - \varepsilon) \rho_s C_{Ps}} \quad (۹-۲)$$

در رابطه فوق ρ_f و C_{Pf} به ترتیب چگالی سیال و ظرفیت گرمایی ویژه سیال و ρ_s و C_{Ps} چگالی و ظرفیت گرمایی ویژه مربوط به قالب جامد می‌باشند. ضمناً به دلیل تلفات حرارتی محیط، جبهه گرمایی پشت جبهه جرمی قرار می‌گیرد و مقدار λ_T همواره کوچک‌تر و یا مساوی یک می‌باشد.

۳-۲ شرایط مرزی و شرایط اولیه در مسئله حاضر

برای حل مسئله شرایط مرزی و شرایط اولیه‌ای لازم است که به شرح زیر تعریف می‌شوند.

$$T(x=0, y, t) = T_1 \quad C(x=0, y, t) = C_1 \quad (10-2)$$

$$u(x=0, y, t) = U \quad v(x=0, y, t) = 0$$

$$p(x=L_x, y, t) = 0 \quad (11-2)$$

$$(12-2)$$

$$\begin{cases} y=0 \\ y=L_y \end{cases} \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial y} = 0$$

$$C(x, y, t=0) = C_0, T(x, y, t=0) = T_0 \quad (13-2)$$

در معادله (۱۰-۲) شرایط مرزی غلظت، دما و سرعت در ورودی مشخص شده است. در معادله (۱۱-۲) شرط مرزی فشار معلوم در خروجی قرار داده شده است که در خروجی فشار ثابت و برابر با فشار اتمسفر می‌باشد، در نتیجه، فشار نسبی برابر با صفر است. در معادله (۱۲-۲) شرط تقارن مرز بالا و مرز پایین نشان داده شده است. در شرط تقارن کمیت‌های اسکالر اکستریم نسبی می‌باشند و مؤلفه مماسی کمیت‌های برداری نیز، اکستریم نسبی است. شرط اولیه دما و غلظت نیز در معادله (۱۳-۲) بیان شده است. در لحظه $t=0$ برای غلظت یک توزیع دوبعدی در جهت y و x و یک دمای اولیه در نظر گرفته شده است. طبق این شرط غلظت و دمای اولیه هر سلول از مسئله، برابر با غلظت و دمای سیالی است که آن سلول را در آن لحظه پر کرده است. در مسئله حاضر به علت مخلوط‌شدنی بودن جریان، در مرز مشترک دو سیال مقدار غلظت همواره برابر با میانگین غلظت دو سیال در لحظه اولیه می‌باشد.

۲-۴ معرفی پارامترهای بی‌بعد

معمولاً در اکثر مطالعات حوزه مکانیک سیالات از L برای بی‌بعدسازی طول و $\frac{L}{U}$ برای بی‌بعدسازی زمان استفاده می‌شود. اما در بی‌بعدسازی معادلات مربوطه به ناپایداری انگشتی به دلیل تعداد زیاد عوامل دخیل

در مسئله برای مشاهده و بررسی این مسئله، همانند مطالعه نوری و همکاران [۲۹] زمان بوسیله

$\frac{D_c \varepsilon^2}{U^2}$ و طول با $\frac{D_c \varepsilon}{U}$ بی بعدسازی می شوند. برای بی بعدسازی غلظت و ویسکوزیته از پارامترهای

مربوط به سیال جابه جاکنده یا همان C_1, μ_1 ، برای نفوذپذیری از $\frac{D_c^2 \varepsilon^2}{U^2}$ و برای فشار از $\frac{\mu_1 U^2}{D_c \varepsilon}$

استفاده می شود. در نهایت باتوجه به رابطه های مذکور پارامترهای بی بعد مسئله به شکل زیر می باشند.

$$(x^*, y^*) = \frac{(x, y)}{\frac{D_c \varepsilon}{U}} \quad t^* = \frac{t}{\frac{D_c \varepsilon^2}{U^2}} \quad (۱۴-۲)$$

$$p^* = \frac{p}{\frac{\mu_1 U^2}{D_c \varepsilon}} \quad \kappa^* = \frac{\kappa}{\frac{D_c^2 \varepsilon^2}{U^2}}$$

$$C^* = \frac{C}{C_1} \quad \mu^* = \frac{\mu}{\mu_1} \quad \theta^* = \frac{T - T_2}{T_1 - T_2}$$

در نتیجه، معادلات حاکم پس از بی بعدسازی به صورت زیر نوشته می شوند.

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (۱۵-۲)$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial x^*} = -\frac{\mu^* u^*}{\kappa^*} \quad (۱۶-۲)$$

$$(۱۷-۲)$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial y^*} = -\frac{\mu^* v^*}{\kappa^*}$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial C^*}{\partial y^*} = \left(\frac{\partial^2 C^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (۱۸-۲)$$

$$\left(\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} \right) + \lambda_T (u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*}) = Le \left(\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) + BrLe \frac{\mu^*}{K^*} (u^{*2} + v^{*2}) \quad (۱۹-۲)$$

در معادلات فوق $Le = \frac{Pe_c}{Pe_T} = \frac{D_T}{D_c}$ نسبت نفوذ حرارتی به نفوذ جرمی را بیان می‌کند که عدد لوئیس نام

دارد. $Pe_c = \frac{U.L}{D_c}, Pe_T = \frac{U.L}{D_T}$ به ترتیب عدد پکلت حرارتی و عدد پکلت جرمی هستند و در زمینه

انتقال گرمایی و انتقال جرمی مورد بحث قرار می‌گیرند. Br نشان دهنده عدد برینکمن است که نسبت گرمای تولیدی از طریق تلفات ویسکوز به گرمای تولیدی از طریق رسانش را نشان می‌دهد. عدد برینکمن به صورت رابطه زیر نشان داده می‌شود که در آن k ضریب رسانایی حرارتی می‌باشد.

$$Br = \frac{\mu U^2}{k(T_1 - T_2)} \quad (20-2)$$

در جابه‌جایی‌های مخلوط‌شدنی ویسکوزیته تابعی از غلظت می‌باشد. رابطه بی‌بعد شده بین ویسکوزیته و غلظت به صورت زیر گزارش می‌شود. در این رابطه نسبت تحرک (R) مطابق رابطه ۱-۳ محاسبه می‌شود.

$$\mu^* = \exp(R(1 - C^*)) \quad (21-2)$$

۲-۵ سیالات غیر نیوتنی

در سیالات نیوتنی تنش برشی تابعی خطی از نرخ برش می‌باشد. بر این اساس سیال غیر نیوتنی را می‌توان به عنوان سیالی که فاقد رفتار نیوتنی است، تعریف نمود. در سیال نیوتنی تراکم‌ناپذیر، تنش برشی به وسیله معادله زیر به صورت تابعی از نرخ برش معرفی می‌شود.

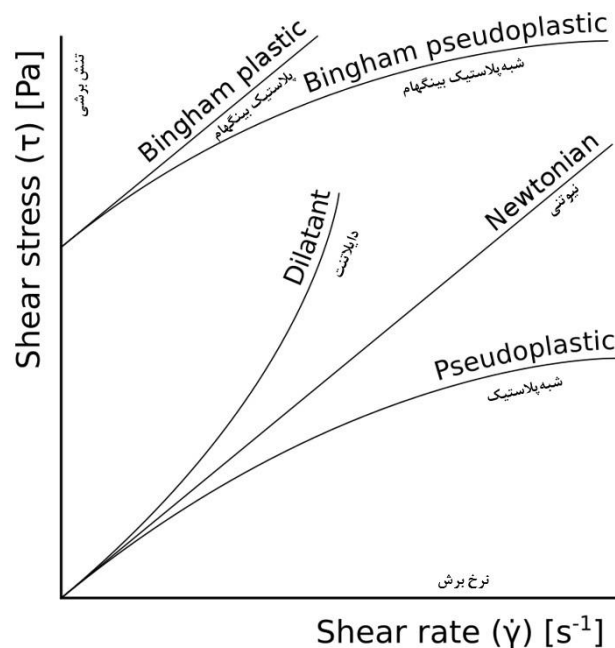
$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (2-22)$$

در رابطه اخیر μ ویسکوزیته سیال و $\dot{\gamma}$ نرخ برش است. در سیالات نیوتنی ویسکوزیته در دما و فشار ثابت مقداری ثابت دارد. اگر ویسکوزیته وابسته به نرخ برش باشد، این معادله اصلاح می‌شود و رابطه‌ای برای سیال نیوتنی تعمیم یافته به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\tau = \mu(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} \quad (2-23)$$

با توجه به چگونگی تغییرات ویسکوزیته ظاهری با نرخ برش، سیالات به دو نوع ضخیم شونده و یا باریک شونده تقسیم بندی می‌شوند. این سیالات از نوع سیالات غیر نیوتنی مستقل از زمان هستند که خود به دو دسته دارای تنش تسلیم و فاقد تنش تسلیم دسته‌بندی می‌شوند. در سیالات دارای تنش تسلیم شرط جریان ماده، رسیدن تنش به حد مشخصی برای سیلان آن است. از نمونه این سیالات می‌توان به سیال هرشل باکلی و سیال بینگهام اشاره کرد. سیال شبه پلاستیک و سیال دایلاتانت^۱ نیز از نوع سیالات فاقد تنش تسلیم هستند. شکل ۲-۲ نمودارهای تنش برشی در برابر نرخ برش برای سیالات غیر نیوتنی مستقل زمان و نیوتنی را نمایش می‌دهد.

^۱Dilatant



شکل ۲-۲. منحنی های تنش برشی در برابر نرخ برش برای سیالات غیر نیوتنی مستقل از زمان

مدل های زیادی به عنوان پایه برای سیالات مستقل از زمان ارائه شده است که پرکاربردترین و ساده ترین مدل حاکم بر آن ها مدل پاورلو^۱ یا مدل توانی می باشد که در آن تنش برشی تابعی از توان n نرخ برش است.

$$\mu = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (24-2)$$

در رابطه فوق، n شاخص پاورلو و K فاکتوری ثابت است که واحد آن Pa.s^n می باشد. یکی از بزرگ ترین اشکالات این مدل، پیش بینی ویسکوزیته صفر در نرخ برش بی نهایت برای سیالات شبه پلاستیک است. در مطالعه حاضر از مدل کاریو-یاسودا استفاده شده است که تطابق بسیار خوبی با داده های آزمایشگاهی ای دارد که در آن ها ویسکوزیته با نرخ برش تغییر می کند. این رابطه به صورت زیر نمایش داده می شود.

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = [1 + (\lambda \dot{\gamma})^a]^{\frac{(n-1)}{a}} \quad (25-2)$$

در این معادله μ_0 ویسکوزیته در نرخ برش صفر، μ_{∞} ویسکوزیته در نرخ برش بی نهایت، λ ثابت زمانی و n

^۱Power-law

شاخص توانی است که شیب نمودار تغییرات $\mu(\dot{\gamma})$ را نشان می‌دهد. این نمودار در شکل ۲-۲ نشان داده شده است. همچنین در این رابطه a پارامتر بی‌بعدی است که انتقال از ناحیه نرخ برش صفر به ناحیه توانی را نشان می‌دهد. برای اکثر محلول‌های پلیمری به ازای $a = 2$, $\mu_{\infty} = 0$ ، معادله کاریو-یاسودا، بسیار تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی به دست آمده دارد. پس با در نظر گرفتن مقادیر فوق، معادله کاریو-یاسودا به شکل زیر تغییر می‌یابد.

$$\mu_1 = \mu_0 [1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (26-2)$$

در این معادله اگر $n=1$ باشد، معادله تبدیل به حالت نیوتنی خواهد شد.

۲-۵-۱ جابه‌جایی مخلوط‌شدنی غیر هم‌دمای سیال نیوتنی توسط سیال غیر نیوتنی

پس از آشنایی با سیالات غیر نیوتنی به بررسی معادلات حاکم بر ناپایداری انگشتی این مسئله می‌پردازیم. در این مسئله یک سیال نیوتنی با دمای کمتر و ویسکوزیته μ_2 توسط یک سیال غیر نیوتنی با دمای بیشتر و ویسکوزیته μ_1 جابه‌جا می‌شود. ابتدا تابعیت ویسکوزیته از غلظت و نرخ برش و سپس تابعیت آن از دما و نرخ برش و در آخر رابطه ویسکوزیته به‌عنوان تابعی از دما، غلظت و نرخ برش معرفی می‌شود. ویسکوزیته سیال غیر نیوتنی به‌صورت معادله (۲۶-۲) ارائه می‌شود.

ویسکوزیته هر دو سیال با ویسکوزیته در نرخ برش صفر یعنی μ_0 بی‌بعد می‌شود. در نتیجه، معادلات ویسکوزیته بی‌بعد به‌صورت زیر خواهند بود.

$$\mu_1^* = (1 + (\lambda \dot{\gamma})^2)^{\frac{(n-1)}{2}} ; \quad \mu_2^* = \frac{\mu_2}{\mu_0} \quad (27-2)$$

رابطه بی‌بعد بین ویسکوزیته و غلظت به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\mu_c^* = A_1 \exp(W (1 - C^*)) \quad (28-2)$$

در رابطه فوق μ_c^* ویسکوزیته بی‌بعد تابع غلظت می‌باشد.

با اعمال شرایط مرزی مسئله مجهولات A_1 و W به دست خواهد آمد.

(۲۹-۲)

$$\begin{cases} \text{for } C^* = 1; \mu_C^* = \mu_1^* = A_1 = (1 + (\lambda\dot{\gamma})^2)^{\frac{(n-1)}{2}} \\ \text{for } C^* = 0; \mu_C^* = \mu_2^* = A_1 \exp(W) = \frac{\mu_2}{\mu_0} \end{cases}$$

$C^* = 1$ نشان دهنده میزان حضور سیال غیرنیوتنی در محیط به صورت ۱۰۰٪ است و $C^* = 0$ نشان دهنده

حضور سیال نیوتنی در محیط به صورت ۱۰۰٪ است یا به عبارت دیگر $C^* = 0$ نشان دهنده عدم حضور

سیال غیرنیوتنی در محیط می باشد. با توجه به معادله (۲۹-۲) معادله μ_C^* به دست می آید.

$$A_1 = (1 + (\lambda\dot{\gamma})^2)^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (۳۰-۲)$$

(۳۱-۲)

$$\mu_2^* = \frac{\mu_2}{\mu_0} = A_1 \exp(W) = (1 + (\lambda\dot{\gamma})^2)^{\frac{(n-1)}{2}} e^W$$

(۳۲-۲)

$$\ln \frac{\mu_2}{\mu_0} = \left(\frac{n-1}{2}\right) \ln(1 + (\lambda\dot{\gamma})^2) + W, \ln \frac{\mu_2}{\mu_0} = R$$

$$W = R - \left(\frac{n-1}{2}\right) \ln(1 + (\lambda\dot{\gamma})^2) \quad (۳۳-۲)$$

با توجه به رابطه (۳۳-۲) رابطه μ_C^* به شکل زیر بازنویسی می شود.

(۳۴-۲)

$$\mu_C^* = (1 + (\lambda\dot{\gamma})^2)^{\frac{(n-1)}{2}} \cdot \exp\left[\left(R - \left(\frac{n-1}{2}\right) \ln(1 + (\lambda\dot{\gamma})^2)\right)(1 - C^*)\right]$$

(۳۵-۲)

$$\mu_C^* = (1 + (\lambda\dot{\gamma})^2)^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} e^{R(1-C^*)} e^{\ln(1+(\lambda\dot{\gamma})^2)^{-(1-C^*)\left(\frac{n-1}{2}\right)}}$$

$$\mu_C^* = (1 + (\lambda\dot{\gamma})^2)^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \cdot [(1 + (\lambda\dot{\gamma})^2)^{-(1-C^*)\left(\frac{n-1}{2}\right)}] e^{R(1-C)} \quad (۳۶-۲)$$

(۳۷-۲)

$$\mu_C^* = (1 + (\lambda\dot{\gamma})^2)^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \cdot [(1 + (\lambda\dot{\gamma})^2)^{-(1-C^*)\left(\frac{n-1}{2}\right)}] e^{R(1-C^*)}$$

مشاهده می‌شود که رابطه ویسکوزیته فوق تابعی از نرخ برش و غلظت می‌باشد که به ازای $n=1$ و یا $C^*=0$ به معادله ویسکوزیته سیال نیوتنی تبدیل می‌شود. در جریان‌های غیر هم‌دما ویسکوزیته تابعی از دما می‌باشد و با افزایش دما میزان ویسکوزیته کمتر خواهد شد. برای معادله ویسکوزیته تابعی از دما همانند روش ذکر شده برای غلظت عمل می‌شود و در نهایت معادله μ_T^* که ویسکوزیته تابع دما است، به شکل زیر به دست خواهد آمد.

$$\theta^* = \frac{T - T_2}{T_1 - T_2} ; \quad T_1 > T_2 \quad (۳۸-۲)$$

$$\mu_T^* = A_2 \exp(B(1 - \theta^*)) \quad (۳۹-۲)$$

(۴۰-۲)

$$\begin{cases} \text{for } C^*=1, T = T_1 \Rightarrow \theta^* = 1; \mu_T^* = \mu_1^* = A_2 = (1 + (\lambda\dot{\gamma})^2)^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \\ \text{for } C^*=0, T = T_2 \Rightarrow \theta^* = 0; \mu_T^* = \mu_2^* = A_2 \exp(B) = \frac{\mu_2}{\mu_0} \end{cases}$$

(۴۱-۲)

$$\ln \frac{\mu_2}{\mu_0} = \left(\frac{n-1}{2}\right) \ln(1 + (\lambda \dot{\gamma})^2) + B, \ln \frac{\mu_2}{\mu_0} = R$$

در نهایت برای ویسکوزیته تابع دما رابطه زیر به دست می آید.

$$\mu_T^* = (1 + (\lambda \dot{\gamma})^2)^{\theta^* \left(\frac{n-1}{2}\right)} e^{R(1-\theta^*)} \quad (۴۲-۲)$$

با توجه به روابط (۳۷-۲) و (۴۲-۲) رابطه ویسکوزیته نهایی برای جریان سیال در این مسئله بازنویسی خواهد شد.

برای جابه جایی غیر همدمای مخلوط شدنی سیال نیوتنی توسط سیال غیرنیوتنی طبق معادله کاریو- یاسودا رابطه زیر بیان می شود.

$$\mu^* = \sqrt{\mu_T^* \cdot \mu_C^*} \quad (۴۳-۲)$$

(۴۴-۲)

$$\mu^* = \sqrt{(1 + (\lambda \dot{\gamma})^2)^{(\theta^* + C^*) \left(\frac{n-1}{2}\right)} \cdot \exp[R((1-\theta^*) + (1-C^*))]}$$

در رابطه (۴۴-۲) مشاهده می شود که اگر $C^*=1$ و $\theta^*=1$ باشد، رابطه ی فوق به رابطه اصلی کاریو- یاسودا تبدیل می شود و اگر این مقادیر برابر با صفر باشند و یا $n=1$ باشد، به رابطه ویسکوزیته سیال نیوتنی تبدیل می شود. رابطه اخیر تابعی از نرخ برش، غلظت و دما می باشد. لازم به ذکر است که در معادلات فوق $\dot{\gamma}$ نرخ برش تعمیم یافته می باشد که با توجه به دوبعدی بودن مسئله از رابطه (۴۵-۲) پیروی می کند.

(۴۵-۲)

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2 * \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2 * \left(\frac{1}{2} * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right)^2 + 2 * \left(\frac{1}{2} * \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)\right)^2 + 2 * \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2}$$

(۴۶-۲)

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2 * \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 4 * \left(\frac{1}{4} * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\right) + 2 * \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2}$$

در نهایت رابطه $\dot{\gamma}$ به شکل زیر خواهد بود.
(۴۷-۲)

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2 * \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + 2 * \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2}$$

۲-۶ جریان در محیط متخلخل ناهمسانگرد

معادله دارسی در محیط متخلخل با خواص ناهمسانگرد، رابطه بین سرعت و گرادیان فشار را به صورت زیر نشان می‌دهد. این رابطه توسط نوروزی و همکاران [۲۹] نیز استفاده شده است.

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \end{Bmatrix} = \frac{-1}{\mu} \begin{pmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (۴۸-۲)$$

در رابطه اخیر q دبی، μ ویسکوزیته سیال، p فشار استاتیک و K_{ij} اجزاء تانسور نفوذپذیری می‌باشد، با توجه به قانون تقابل^۱ تانسور نفوذپذیری متقارن می‌باشد و رابطه (۴۹-۲) بر آن حاکم است.

$$K_{ij} = K_{ji} \quad (۴۹-۲)$$

عموماً در پژوهش‌هایی که ناهمسانگردی یک پدیده را بررسی می‌کنند، از دو دستگاه مختصات روشن^۲ و خاموش^۳ استفاده می‌شود. در مطالعه حاضر برای بررسی رفتار ناهمسانگردی نفوذپذیری و پراکندگی بر ناپایداری انگشتی حرارتی، مطابق شکل جهت‌های سیستم مختصات روشن (x_1, x_2, x_3) ، جهت‌هایی

^۱Reciprocity law

^۲On-axis Coordinate

^۳Off-axis Coordinate

هستند که در آن‌ها مقادیر فوق با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی به‌طور مستقیم به دست می‌آیند. در نتیجه ترم‌های غیر قطری این خواص در سیستم مختصات روشن صفر می‌باشد. بنابراین قانون داری این مختصات به‌صورت زیر بیان خواهد شد.

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \end{Bmatrix}_{on} = \frac{-1}{\mu} \begin{pmatrix} \bar{\kappa}_{11} & 0 \\ 0 & \bar{\kappa}_{22} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x_1} \\ \frac{\partial p}{\partial y_2} \end{Bmatrix} \quad (50-2)$$

بنابراین تعریف، سیستم مختصات خاموش به‌صورت هر سیستم مختصاتی که با یک زاویه‌ای نسبت به سیستم روشن قرار بگیرد، تعیین می‌شود. این سیستم به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$[T(\theta)]_{q_{off}} = \frac{-1}{\mu} \kappa_{on} [T(-\theta)] \nabla p_{off} \quad (51-2)$$

که در آن $[T(\theta)]$ تانسور دوران می‌باشد. تانسور دوران به شکل رابطه زیر است.

$$[T(\theta)] = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (52-2)$$

با استفاده از معادله (51-2) معادله داری در سیستم مختصات خاموش به‌صورت زیر نشان داده می‌شود.

$$q_{off} = \frac{-1}{\mu} [T(-\theta)]^{-1} \kappa_{on} [T(-\theta)] \nabla p_{off} \quad (53-2)$$

به بیان ساده‌تر معادله زیر حاصل می‌شود.

$$q_{off} = \frac{-1}{\mu} \kappa_{off} \nabla p_{off} \quad (54-2)$$

با استفاده از خواص تعامد در تانسور دوران $[T(-\theta)]^{-1}$ و معادلات (52-2) و (54-2) معادله زیر به دست می‌آید.

$$\kappa_{off} = [T(\theta)] \kappa_{on} [T(-\theta)] \quad (55-2)$$

در نهایت با استفاده از معادلات (52-2) و (55-2) اجزاء تانسور نفوذپذیری در سیستم مختصات خاموش

به صورت معادله (۵۶-۲) خواهد بود.

(۵۶-۲)

$$\begin{pmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} \end{pmatrix} = \frac{-1}{\mu} \begin{pmatrix} \bar{\kappa}_{11} \cos^2 \theta + \bar{\kappa}_{22} \sin^2 \theta & (\bar{\kappa}_{11} - \bar{\kappa}_{22}) \sin \theta \cos \theta \\ (\bar{\kappa}_{11} - \bar{\kappa}_{22}) \sin \theta \cos \theta & \bar{\kappa}_{22} \cos^2 \theta + \bar{\kappa}_{11} \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

در رابطه اخیر $\bar{\kappa}_{ij}$ ، κ_{ij} به ترتیب اجزاء تانسور نفوذپذیری در جهت‌های روشن و خاموش می‌باشند. در مطالعه حاضر از قانون اول فیک^۱ برای مدل کردن انتقال جرم استفاده می‌شود. این قانون در جهت سیستم اصلی به شکل زیر می‌باشد.

(۵۷-۲)

$$\begin{Bmatrix} j_1 \\ j_2 \end{Bmatrix} = -\rho \begin{pmatrix} \bar{D}_{c_{11}} & 0 \\ 0 & \bar{D}_{c_{22}} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial C^*}{\partial x_1} \\ \frac{\partial C^*}{\partial y_2} \end{Bmatrix}$$

در رابطه فوق j جریان جرمی مولکولی، $\bar{D}_c$ ضریب تانسور پراکندگی در سیستم مختصات روشن، C کسر جرمی و ρ چگالی می‌باشد. قانون اول فیک در مختصات فرعی به شکل معادله (۵۵-۲) خواهد بود.

(۵۸-۲)

$$\begin{Bmatrix} j_x \\ j_y \end{Bmatrix} = -\rho \begin{pmatrix} D_{c_{11}} & D_{c_{21}} \\ D_{c_{21}} & D_{c_{22}} \end{pmatrix}_{off} \begin{Bmatrix} \frac{\partial C^*}{\partial x} \\ \frac{\partial C^*}{\partial y} \end{Bmatrix}_{off}$$

که در این رابطه D_c ضریب پراکندگی در سیستم مختصات خاموش می‌باشد. برای به دست آوردن روابط مربوط به تانسور پراکندگی خاموش و روشن باید طبق روابط مربوط به تانسور نفوذپذیری عمل شود. در نتیجه طبق معادله (۵۶-۲) اجزاء تانسور پراکندگی در سیستم مختصات روشن به صورت زیر بیان می‌شود.

^۱Fick's first law

$$\begin{pmatrix} D_{c_{11}} & D_{c_{21}} \\ D_{c_{21}} & D_{c_{22}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{D}_{c_{11}} \cos^2 \theta + \bar{D}_{c_{22}} \sin^2 \theta & (\bar{D}_{c_{11}} - \bar{D}_{c_{22}}) \sin \theta \cos \theta \\ (\bar{D}_{c_{11}} - \bar{D}_{c_{22}}) \sin \theta \cos \theta & \bar{D}_{c_{22}} \cos^2 \theta + \bar{D}_{c_{11}} \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (59-2)$$

در این حالت معادلات حاکم نسبت به حالت همسانگرد تغییر کمی دارد و با در نظر گرفتن شرایط

ناهمسانگردی بی بعد می شوند. در اینجا از $\frac{D_{c_0} \varepsilon}{U}$ برای بی بعد کردن طول، از $\frac{D_{c_0} \varepsilon^2}{U^2}$ بی بعد کردن زمان

و از $\frac{\mu U^2}{D_{c_0} \varepsilon}$ برای بی بعدسازی فشار استفاده می شود. همچنین برای خاصیت های نفوذپذیری و پراکندگی

از روابط $K_x = K_0 K_1$, $K_y = K_0 K_2$ و $D_{c_x} = D_{c_0} D_{c_1}$, $D_{c_y} = D_{c_0} D_{c_2}$ استفاده می شود که در آن ها K_0

و D_{c_0} میانگین نفوذپذیری و میانگین پراکندگی هستند. سایر روابط بی بعدسازی مثل حالت همسانگرد

می باشد. در نتیجه برای معادلات حاکم، معادلات به صورت زیر خواهند بود.

$$\nabla \vec{V}^* = 0 \quad (60-2)$$

$$\nabla p^* = \frac{-\mu^*}{\kappa^*} u^* \quad (61-2)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial t^*} + \vec{V}^* \nabla C^* = \nabla (D_c^* \nabla C^*) \quad (62-2)$$

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + \lambda_T (\vec{V}^* \nabla \theta^*) = \nabla (Le.D_c^* \nabla C^*) \quad (63-2)$$

$$(64-2)$$

$$\kappa = \kappa_0 \begin{pmatrix} \kappa_{11}^* \cos^2 \theta + \kappa_{22}^* \sin^2 \theta & (\kappa_{11}^* - \kappa_{22}^*) \sin \theta \cos \theta \\ (\kappa_{11}^* - \kappa_{22}^*) \sin \theta \cos \theta & \kappa_{22}^* \cos^2 \theta + \kappa_{11}^* \sin^2 \theta \end{pmatrix} = \kappa_0 \kappa^*$$

$$(65-2)$$

$$D_c = D_{c_0} \begin{pmatrix} D_{c_{11}}^* \cos^2 \theta + D_{c_{22}}^* \sin^2 \theta & (D_{c_{11}}^* - D_{c_{22}}^*) \sin \theta \cos \theta \\ (D_{c_{11}}^* - D_{c_{22}}^*) \sin \theta \cos \theta & D_{c_{22}}^* \cos^2 \theta + D_{c_{11}}^* \sin^2 \theta \end{pmatrix} = D_{c_0} D_c^*$$

فصل 3 : حل عددی

۳-۱ مقدمه

پس از به دست آوردن معادلات حاکم بر مسئله گسسته سازی معادلات با روش های عددی مناسب صورت می پذیرد. در این مطالعه از نرم افزار کامسول مولتی فیزیک^۱ برای این امر استفاده شده است. در این بخش مختصری از مراحل انجام کار بیان می شود.

۳-۲ حل معادلات در نرم افزار

برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی از حلگرهایی با روش حل المان محدود استفاده می شود. در نرم افزار کامسول با توجه به شرایط مسئله حلگر معینی محاسبات مسئله را انجام می دهد. در این مسئله با توجه به وابسته به زمان^۲ بودن آن، شرایط وابسته به زمان برای معادلات انتخاب شده است که شبیه سازی با دقت بیشتری انجام شود.

۳-۲-۱ حلگر BDF

حلگر BDF^۳ از فرمولاسیون تفاضل پس رو با مرتبه دقت های متفاوت در پنج مرتبه از یک تا پنج بر اساس روش اویلر پس رو^۴ استفاده می کند. این روش مدت زیادی است که استفاده می شود و به علت پایداری آن شناخته شده است. روش اویلر پس رو می تواند هر فرکانس بالایی را میرا کند. حتی در مواقعی که انتظار نمی رود، با استفاده از این روش ممکن است به پاسخ های بسیار همواری دست یافت. روش BDF نسبت به روش هایی مثل آلفا تعمیم یافته^۵ با ثبات تر و کارا تر است. این حلگر برای کاربردهایی مانند انتقال جرم به صورت پیش فرض توسط نرم افزار کامسول انتخاب می شود.

^۱COMSOL Multiphysics

^۲Time dependent

^۳Backward Differentiation Formula(BDF)

^۴Backward Euler

^۵Generalized Alpha

۳-۳ فرایند حل مسئله

در نرم‌افزار کامسول ابتدا بعد مسئله انتخاب می‌شود. برای مسئله حاضر حالت دو بعدی انتخاب شده است. بعد از انتخاب بعد، با توجه به پوشش‌دهی وسیع این نرم‌افزار از فیزیک‌های مسائل مختلف، سرفصل مربوط به مسئله مورد نظر انتخاب شده است. در این مطالعه از سرفصل انتقال حرارت در سیالات و جریان سیالات در محیط متخلخل استفاده شده است. در قسمت فیزیک مورد مطالعه نیز، انتقال حرارت در محیط متخلخل^۱ و قانون دوفازی داری^۲ در محیط متخلخل انتخاب شده است. در گام بعدی نحوه بررسی مدل مورد نظر انتخاب می‌شود. در این مسئله گزینه‌ی وابسته به زمان انتخاب شده است تا بتوان مدل را به صورت دقیق‌تری بررسی کرد. بعد از این مرحله نرم‌افزار وارد محیط اصلی آن می‌شود. پس از تعریف پارامترها^۳ و متغیرهای^۴ مورد نیاز برای حل مسئله در بخش‌های کلی^۵ و محلی^۶ نرم‌افزار، هندسه^۷ مسئله مورد نظر ایجاد می‌شود. در این مسئله از هندسه مستطیل شکل دارای دو ناحیه ۱ و ۲ استفاده شده است. پس از ساخت هندسه مسئله، سیالات مورد نظر برای هر ناحیه انتخاب می‌شوند. با توجه به نیازهای مسئله، خواص سیالات مثل ویسکوزیته، چگالی و ... به مسئله داده می‌شوند.

با انتخاب گزینه تعریف شده توسط کاربر^۸ در این بخش، می‌توان رابطه ویسکوزیته به دست آمده در فصل قبل را برای سیالات انتخاب شده وارد نمود. در این مرحله با توجه به اینکه نرخ برش وابسته به حل می‌باشد و با توجه به سرعت در هر سلول محاسبه می‌شود، باید یک مقدار اولیه برای آن در نظر گرفته شود که در این مطالعه مقدار اولیه آن $0.01 \frac{1}{s}$ در نظر گرفته شده است. رابطه مربوط به نرخ برش نیز که در فصل قبل مشخص شد، در قسمت پارامترهای کلی تعریف می‌شود. در گام بعدی شرایط مرزی و

^۱Heat Transfer in Porous media

^۲Two Phase Darcy Law

^۳Parameters

^۴Variables

^۵Global

^۶Local

Geometry^۷

User defined

شرایط اولیه مسئله تعریف می‌شوند. پس از تکمیل مشخصات هندسی و فیزیکی مسئله، شبکه محاسباتی باید انتخاب شود. در این مطالعه از شبکه مستطیلی استفاده شده است. در بخش حلگر وابسته به زمان، بعد از مشخص کردن زمان محاسبه و گام زمانی خروجی های مسئله و انتخاب گزینه محاسبه^۱ فرایند حل آغاز خواهد شد.

۳-۴ معادلات مربوط به فیزیک‌های انتخاب شده در نرم‌افزار

در این مطالعه مدل دوفازی داری و انتقال حرارت در محیط متخلخل برای شبیه‌سازی انتخاب شده است. معادلات استفاده شده در این مطالعه به شرح زیر می‌باشند.

$$\frac{\partial \varepsilon_p}{\partial t} + \nabla \cdot \rho u = 0 \quad (۱-۳)$$

$$u = -\frac{\kappa}{\mu} \nabla p \quad (۲-۳)$$

$$\rho = \rho_1 s_1 + \rho_2 s_2 \quad (۳-۳)$$

$$\frac{1}{\mu} = s_1 \frac{\kappa_{r1}}{\mu_1} + s_2 \frac{\kappa_{r2}}{\mu_2} \quad (۴-۳)$$

$$s_1 + s_2 = 1 \quad (۵-۳)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_p C_1}{\partial t} + \nabla \cdot (C_1 u) = \nabla \cdot (D_c \nabla C_1) \quad (۶-۳)$$

$$d_z (\rho C_p)_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} + d_z \rho C_p u \cdot \nabla T = \nabla \cdot (d_z K_{eff} \nabla T) + Q_{vd} \quad (۷-۳)$$

$$(\rho C_p)_{eff} = \varepsilon_p \rho_f C_{p,f} + (1 - \varepsilon_p) \rho_s C_{p,s} \quad (۸-۳)$$

$$K_{eff} = \varepsilon_p K_f + (1 - \varepsilon_p) K_s \quad (۹-۳)$$

در این معادلات ε_p ضریب تخلخل محیط، K نفوذپذیری محیط متخلخل و $C_1 = \rho_1 s_1$ می‌باشد. برای

s_j ، $j=1,2$ کسر جرمی سیال j می‌باشد و K_{rj} نسبت نفوذپذیری سیال j به کل میزان نفوذپذیری

^۱Compute

می‌باشد. اگر مسئله در حالت پایا باشد، ترم اول در معادله انتقال حرارت (۷-۳) برابر با صفر خواهد بود اما در این مطالعه از حالت وابسته به زمان برای شبیه‌سازی استفاده می‌کنیم و این ترم صفر نخواهد بود. با توجه به اینکه در این مسئله دو فاز وجود دارد، خواص سیال خود شامل دو بخش است که در معادلات (۷-۳) و (۸-۳) مشخص می‌باشند. در این معادلات زیروندهای f و s به ترتیب نشان‌دهنده مایع و جامد می‌باشند. همچنین ضریب هدایت حرارتی موثر از رابطه (۹-۳) محاسبه می‌شود.

با فرض $(\rho_1 = \rho_2 = \rho)$ معادله (۳-۳) و (۵-۳) از هم استخراج می‌شوند. معادله (۵-۳) از تعریف اشباع تبعیت می‌کند، معادله (۱-۳) بیانگر قانون بقای جرم است. با توجه به ثابت در نظر گرفتن تخلخل و تراکم‌ناپذیر بودن سیالات به معادله (۳-۲) تغییر می‌یابد. معادلات (۲-۳) و (۲-۲) نشان‌دهنده قانون داریسی هستند. معادله (۶-۳) همان معادله (۲-۳) است اگر $D_C = \varepsilon_p D$ باشد. معادله (۴-۳) رابطه ویسکوزیته با غلظت و دما است که با فرض $\kappa_{ij} = 1$ و با استفاده از معادله (۵-۳) همان معادله (۴۴-۲) پدیدار می‌شود. معادله (۷-۳) معادله انرژی می‌باشد. این معادله با فرض d_z برابر با یک برای محیط دوبعدی و قراردادن روابط (۸-۳) و (۳-۹) در (۷-۳) و استفاده از معادله (۵-۳) به همان معادله (۸-۲) خواهد رسید. Q_{vd} جمله تلفات ویسکوز است که طبق معادله به‌دست آمده در فصل قبل یا همان معادله (۸-۲) در قسمت پارامترها تعریف می‌شود.

در این مسئله یک شرط مرزی ورودی، یک شرط مرزی خروجی و یک شرط مرزی در دیواره‌ها استفاده شده است. شرط مرزی در مرزهای بالا و پایین مسئله طبق رابطه (۱۰-۳) می‌باشد. در این رابطه n بردار یکه‌ای است که جهت ورود سیال به محیط متخلخل را نمایش می‌دهد. این شرط بیانگر این است که سرعت در دیواره‌ها صفر می‌باشد.

$$n \cdot \rho u = 0 \quad (10-3)$$

شرط مرزی در ورودی مسئله به شرح زیر می‌باشد.

$$n \cdot \rho u = \rho U_0 = (\rho_1 s_1 + \rho_2 s_2) U_0 \quad (11-3)$$

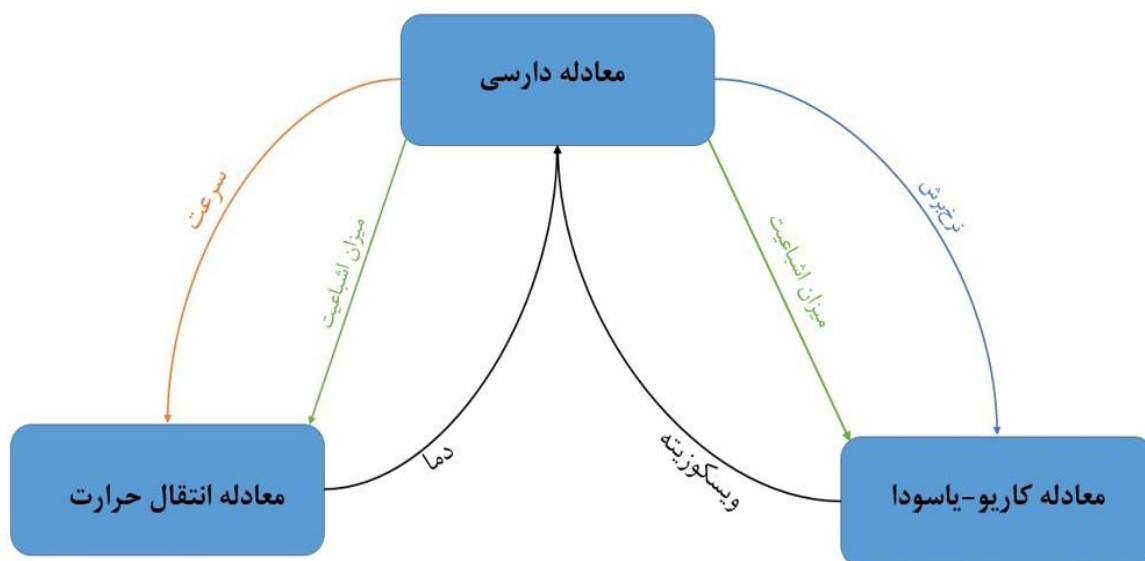
این رابطه مشخص می‌کند که سرعت در مرز ورودی برابر با سرعت اولیه است که در اینجا با U_0 نمایش داده شده است. در مرز خروجی نیز شرط زیر برقرار است.

$$n.D_c \nabla C_1 = 0 \quad (۱۲-۳)$$

این معادله مشخص می‌کند که در مرز خروجی هیچ‌گونه نفوذی وجود ندارد و همچنین n بردار یکه‌ای است که جهت خروج سیال از محیط را نمایش می‌دهد.

۳-۵ شرح روش حل

با توجه به آن‌که در این شبیه‌سازی از سیال غیرنیوتنی استفاده شده است، روابط بین معادلات کمی پیچیده می‌باشد. برای فهم بهتر و روان‌تر این روابط از یک دیاگرام استفاده شده است. این دیاگرام در شکل ۳-۱ آمده است.



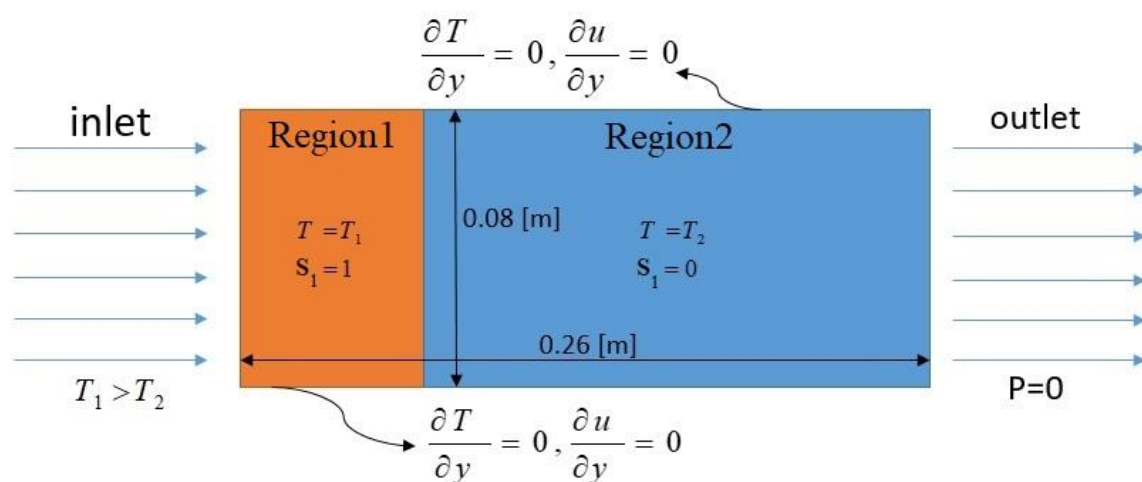
شکل ۳-۱. دیاگرام ارتباط بین روابط در مطالعه حاضر

حل فیزیک دارسی سرعت و میزان اشباعیت در هر سلول را مشخص می‌کند. از سوی دیگر خود معادله دارسی برای به‌دست آوردن خواص سیال از جمله چگالی نیاز به دما و برای به‌دست آوردن ویسکوزیته نیاز به معادله کاریو-یاسودا دارد. مقدار دما نیز از معادله انتقال حرارت و مقدار ویسکوزیته از معادله کاریو-یاسودا به‌دست می‌آید. همچنین، معادله انتقال حرارت نیز به اشباعیت و سرعت برای محاسبه دما

نیاز دارد. در نهایت خود معادله کاریو-یاسودا برای محاسبه ویسکوزیته به نرخ برش و میزان اشباعیت نیاز دارد که این ترم با توجه به سرعت، از معادله دارسی به دست می آید. در نتیجه، برای شروع حل باید مقادیر اولیه ای برای پارامترهای سرعت، نرخ برش، دمای اولیه دو سیال و میزان اشباعیت هر سلول تعریف کرد.

۳-۶ بررسی هندسه مطالعه شده

دامنه محاسباتی و شرایط مرزی این مسئله در شکل ۳-۲ نشان داده شده است. در این مطالعه طول محیط متخلخل برابر با $L_x = 0.26m$ و عرض آن برابر با $L_y = 0.08m$ است. در لحظه $t=0$ سیال غیرنیوتنی کاملاً ناحیه ۱ را پر کرده است. در این ناحیه $s_1=1$ می باشد. همچنین در این لحظه ناحیه ۲ توسط سیال نیوتنی پر شده و مقدار $s_1=0$ در این ناحیه صدق می کند و یا به عبارت دیگر با توجه به رابطه (۲-۷) در این ناحیه $s_2=1$ می باشد. در مرز ورودی نیز $s_1=1$ می باشد. سیال ۱ یک سیال غیرنیوتنی می باشد که از رابطه کاریو-یاسودا پیروی می کند و برای سیال ۲ از محلول گلیسرین ۸۰٪ استفاده شده است. نرخ برش اولیه نیز در لحظه $t=0$ برابر با $\dot{\gamma} = 0.01[\frac{1}{s}]$ می باشد.



شکل ۳-۲. نمایی از ناحیه محاسباتی و شرایط مرزی آن

۷-۳ شبکه‌بندی و بررسی استقلال حل از آن

در بحث شبکه‌بندی، دو نوع شبکه‌بندی با ساختار و بی‌ساختار معمولاً استفاده می‌شود. انتخاب نوع شبکه‌بندی با توجه به شرایط و هندسه مسئله انجام می‌شود. در شبکه‌بندی با ساختار، ساختار اطلاعاتی در شبکه واضح بوده و همسایگی‌ها در آن مشخص و قانونمند است. از این رو حجم محاسبات در این نوع شبکه‌بندی کمتر می‌باشد. استفاده از شبکه‌بندی با ساختار در هندسه‌های پیچیده معمولاً ممکن نیست و با سختی زیادی همراه است. لذا اغلب در این نوع هندسه‌ها از شبکه‌بندی بی‌ساختار استفاده می‌شود. در این مطالعه از یک شبکه‌بندی مستطیلی با ساختار و یکنواخت استفاده شده است که با فصل مشترک بین دو سیال حرکت نمی‌کند.

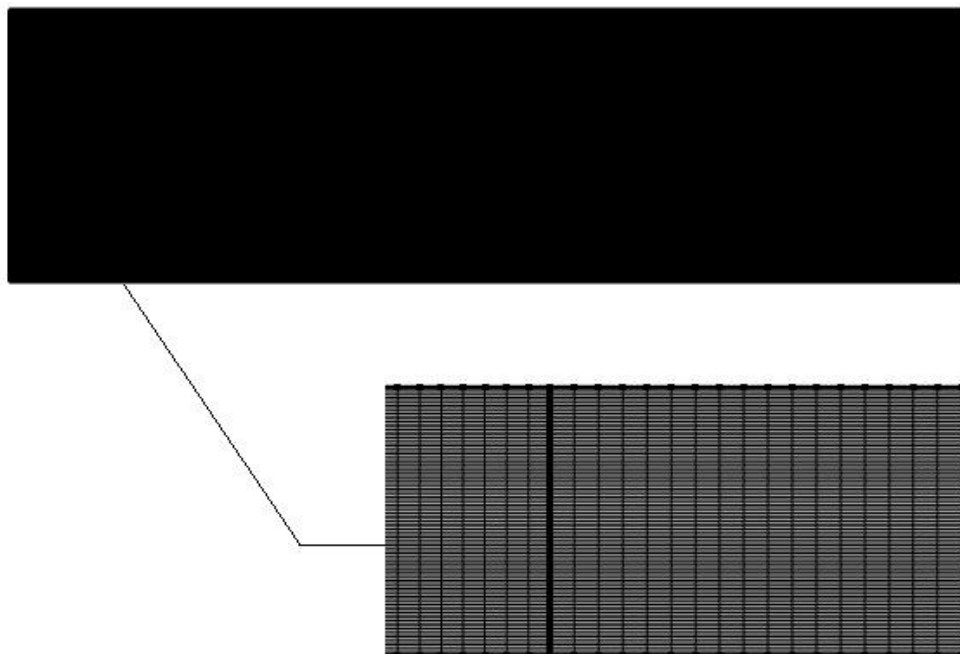
به‌طور کلی هرچه تعداد سلول‌های شبکه‌بندی بیشتر باشد، پاسخ‌ها دقیق‌تر خواهند بود اما از طرف دیگر هزینه محاسبات افزایش می‌یابد. به‌منظور انتخاب شبکه‌بندی مناسب در این مسئله، شش شبکه‌بندی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج حاصل از مقایسه این شبکه‌بندی‌ها با یکدیگر در جدول ۱-۳ آمده است. برای بررسی استقلال حل از شبکه‌بندی از تعداد انگشتی‌های پدیدار شده قبل از وقوع مکانیزم‌های رشد استفاده شده است.

جدول ۱-۳. مقایسه تعداد انگشتی‌های پدیدار شده در شبکه‌بندی‌های مختلف

نام شبکه‌بندی	تعداد سلول در ناحیه ۱	تعداد سلول در ناحیه ۲	تعداد کل سلول‌ها	تعداد انگشتی پدیدار شده
M1	۲۴۰۰	۳۶۰۰	۸۰۰۰	۵
M2	۴۷۵۰	۱۰۸۷۵	۱۵۶۲۵	۹
M3	۸۱۰۰	۲۷۹۰۰	۳۶۰۰۰	۱۰
M4	۹۳۰۰	۲۹۷۰۰	۳۹۰۰۰	۱۰
M5	۱۰۵۰۰	۳۱۵۰۰	۴۲۰۰۰	۱۰
M6	۱۹۸۰۰	۴۶۲۰۰	۶۶۰۰۰	۱۰

همان‌طور که در جدول ۱-۳ مشاهده می‌شود، تغییرات تعداد انگشتی‌ها از شبکه‌بندی M3 به بعد تفاوتی

ندارد. با توجه به افزایش شدید زمان و حجم محاسبات در شبکه‌بندی‌های ریزتر، شبکه M3 انتخاب می‌شود. نمایی از این شبکه‌بندی در شکل ۳-۳ نشان داده شده است.



شکل ۳-۳. شبکه‌بندی M3

فصل 4 : نتایج شبیه سازی

۴-۱ مقدمه

در این قسمت نتایج حاصل از شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی حرارتی لزج در جریان دوفازی سیال غیرنیوتنی-نیوتنی در محیط متخلخل توسط نرم‌افزار کامسول بررسی خواهد شد. در نگاه کلی این بررسی را می‌توان به دو قسمت تقسیم کرد که بعد از توضیحات مختصری در مورد پارامترها به بررسی آن‌ها پرداخته خواهد شد:

- بررسی کانتورهای غلظت و دما و مکانیزم‌های رشد برای حالت‌های مختلف
- بررسی نمودارهای راندمان جاروبی، طول اختلاط، میانگین غلظت و دمای عرضی برای حالت‌های مختلف

در هرکدام از این دو قسمت نتایج برای محیط متخلخل همسانگرد و ناهمسانگرد بررسی خواهد شد. در تمام شبیه‌سازی‌های غیرخطی صورت گرفته برای ناپایداری انگشتی، یک اغتشاش کوچک تصادفی به جریان اعمال شده تا سبب تحریک اولیه برای شروع ناپایداری شود. این اغتشاشات با گذشت زمان رشد کرده و کل دامنه محاسباتی را در بر می‌گیرد. در ادامه ابتدا از کانتورهای غلظت و دما برای بررسی و تحلیل نتایج استفاده خواهد شد. مکانیزم‌های مختلف رشد معرفی و نشان داده خواهند شد. سپس نمودارهای میانگین غلظت و دمای عرضی در حالت‌های مختلف شبیه‌سازی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. طول اختلاط و چگونگی تغییر آن و همچنین پارامتری به نام راندمان جاروبی که کاربرد بسیار زیادی در صنایع مختلف دارد معرفی و بررسی خواهند شد.

در تمام نمودارها و کانتورهای نشان داده در این فصل $\lambda = 0.05[s]$ ، $\lambda_T = 1$ ، $Le = 1$ ، $Br = 10^{-9}$ ،

$$\varepsilon = 0.4, \quad \kappa = 10^{-12}[m^2], \quad D_C = 3.54 \times 10^{-7}[\frac{m^2}{s}], \quad U = 0.00177[\frac{m}{s}], \quad R = 3, n = 0.5$$

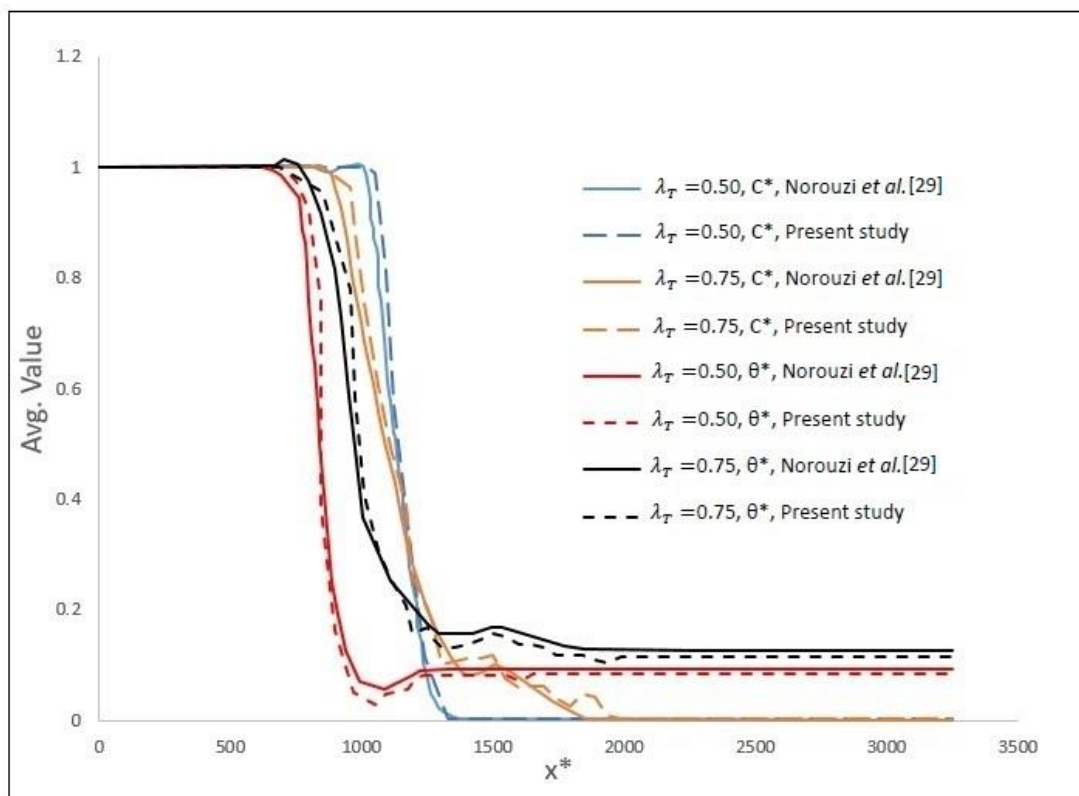
$\alpha_K = \alpha_D = 1$ و $\beta_K = \beta_D = 0$ ، $T_2 = 293.15[K]$ ، $T_1 = 363.15[K]$ ، $Pe = 1300$ می‌باشد مگر آن‌که

خلاف این ذکر شود.

۴-۲ اعتبار سنجی

در این قسمت مقادیر میانگین غلظت عرضی و دمای عرضی در حالت نیوتنی برای دو حالت و حاصل از این مطالعه با مقادیر به دست آمده توسط نوروزی و همکاران [۲۹] مقایسه شده است.

در شکل ۴-۱ مقادیر بی‌بعد میانگین غلظت عرضی و دمای عرضی بر حسب طول بی‌بعد شده رسم شده است. خطوط ممتد در این تصویر مقادیر به دست آمده توسط نوروزی و همکاران [۲۹] و خط چین‌ها مقادیر به دست آمده در مطالعه حاضر را نمایش می‌دهند. میزان خطای میانگین در نمودار C^* , $\lambda_T = 0.50$ کمتر از یک درصد، در نمودار C^* , $\lambda_T = 0.75$ برابر با ۷/۲۶ درصد، در نمودار θ^* , $\lambda_T = 0.50$ مساوی با ۵/۵۶ درصد و در نمودار θ^* , $\lambda_T = 0.75$ برابر با ۳/۳۷ درصد می‌باشد.



شکل ۴-۱. مقایسه نتایج نوروزی و همکاران [۲۹] با مطالعه حاضر

۴-۳ معرفی پارامترهای بررسی نتایج

در این بخش پارامترهایی که برای بررسی و تحلیل نتایج از آن‌ها استفاده شده است، شرح داده خواهد

شد.

۴-۳-۱ کانتورهای جبهه غلظت و جبهه دما

در این فصل کانتورهای دما و غلظت برای زمان‌های مختلف نشان داده خواهند شد و مکانیزم‌های رشد انگشتی‌ها بررسی می‌شود. انواع مختلفی از مکانیزم‌های رشد در مطالعات پیشین توسط محققین مختلف بررسی و معرفی شده است. تن و هومسی [۵۶] اولین بار به این امر پرداختند. آن‌ها این مکانیزم‌ها را برای جابه‌جایی مخلوط‌شدنی در محیط متخلخل همسانگرد بررسی کردند. پس از آن‌ها زیمرمن و هومسی [۵۷] این موضوع را برای محیط متخلخل ناهمسانگرد بررسی کردند. عزایز و سینگ [۴۸] مطالعات مربوطه را برای جریان سیال باریک‌شونده ادامه دادند. در ادامه بخشی از مهمترین مکانیزم‌های مطرح شده در تحقیقات گذشته توضیح و در کانتورهای مختلف این شبیه‌سازی نشان داده خواهند شد.

انتشار^۱ یکی از پدیده‌های معمول در الگوی انگشتی‌ها پدیده‌ی انتشار است. این پدیده زمانی رخ می‌دهد که یکی از انگشتی‌ها سریع‌تر از بقیه شروع به رشد در جهت جریان کرده و با گذشت زمان سرعت رشد آن در جهت جریان کم می‌شود و در راستای عرضی رشد می‌کند. این پدیده تا زمانی که انگشتی در سیال دوم حل شود پیش خواهد رفت.

به هم پیوستگی^۲ این مکانیزم رشد باعث می‌شود که جابه‌جایی سیالات با سرعت بیشتری انجام شود. چرا که در این فرایند یک انگشتی در انگشتی کناری نفوذ کرده و یک انگشتی بزرگ‌تری را به وجود می‌آورند. این مکانیزم توسط زیمرمن و هومسی [۵۷] معرفی شد.

دنباله جداشده^۳ پس از اینکه مکانیزم به هم پیوستگی اتفاق افتاد، بین دو انگشتی مخلوط شده فضایی ایجاد می‌شود که سیال با ویسکوزیته بیشتر در آن حبس می‌شود. این فضا معمولاً به شکل قطره ظاهر می‌شود. با گذشت زمان این بخش از سیال جابه‌جا شونده به آرامی در سیال جابه‌جاکننده پخش می‌شود.

^۱Spreading

Coalescence

Trailing Lobe Detachment

این مکانیزم نخستین بار توسط راجرسون [۵۸] بررسی شد.

محوشدگی^۱ در این مکانیزم یک انگشتی به تنهایی با سرعت در جهت جریان حرکت کرده و توسط انگشتی‌های مجاور تغذیه نمی‌شود و آهسته آهسته در سیال جابه‌جاشونده پخش می‌شود. زیمرمن و هومسی [۵۷] این مکانیزم را معرفی کردند.

به هم پیوستگی دوسویه^۲ در این مکانیزم دو انگشتی کم‌کم به سمت یک انگشتی میانی میل کرده و در آن نفوذ می‌کنند. این پدیده اولین بار توسط عزایز و سینگ [۴۸] معرفی شد.

شکافته شدن نوک انگشتی^۳ زمانی که پدیده انتشار در یکی از انگشتی‌ها رخ دهد، باعث پهن‌تر شدن نوک آن انگشتی می‌شود. اگر قبل از کم شدن غلظت این انگشتی، به دلیل ناپایداری در نوک آن، دو یا چند انگشتی جدید پدیدار شوند مکانیزم شکافت نوک انگشتی رخ داده است.

۴-۳-۲ منحنی‌های میانگین دمای عرضی و غلظت عرضی

بررسی منحنی‌های میانگین دمای عرضی و غلظت عرضی یکی از متداول‌ترین مطالعات در بررسی ناپایداری‌های انگشتی می‌باشد. زیمرمن و هومسی [۵۷] این منحنی‌ها را برای محیط متخلخل ناهمسانگرد رسم و برای عددهای پکلت مختلف بررسی کردند.

۴-۳-۳ منحنی طول اختلاط

این پارامتر میزان پیشرفت سیال جابه‌جاکننده در سیال جابه‌جاشونده را نشان می‌دهد. در واقع بیشترین مقدار طول اختلاط نشان دهنده طول بزرگ‌ترین انگشتی در محیط و ناحیه مورد مطالعه می‌باشد. در جابه‌جایی‌های پایدار این طول متناسب با $t^{\frac{1}{2}}$ می‌باشد اما در جابه‌جایی‌های ناپایدار، با گذشت زمان این طول تابع پیچیده‌ای از زمان خواهد بود. در این مطالعه طول اختلاط برابر با طول بزرگ‌ترین انگشتی در هر گام زمانی می‌باشد. یعنی برای محاسبه‌ی آن در هر گام زمانی بزرگ‌ترین مقدار طول که دارای کسر

^۱Fading

^۲Double Coalescence

^۳Tip-Splitting

حجمی ۰/۵ است انتخاب شده است.

۴-۳-۴ نمودار راندمان جاروبی

این پارامتر پرکاربرد در صنعت، نشان دهنده میزان تأثیر جابه‌جایی می‌باشد. در این مطالعه این پارامتر برابر با مقدار مساحت سیال جابه‌جاشده به مساحت کل سیال موجود در محیط تعریف می‌شود. به عبارت دیگر تقسیم تعداد گره‌ها با غلظت بزرگ‌تر یا برابر با ۰/۵ به تعداد کل گره‌های موجود در محیط محاسباتی مقدار راندمان جاروبی را نشان خواهد داد. این روش توسط قسمت و عزایز [۱۷] و نوروزی و همکاران [۲۹] استفاده شده است.

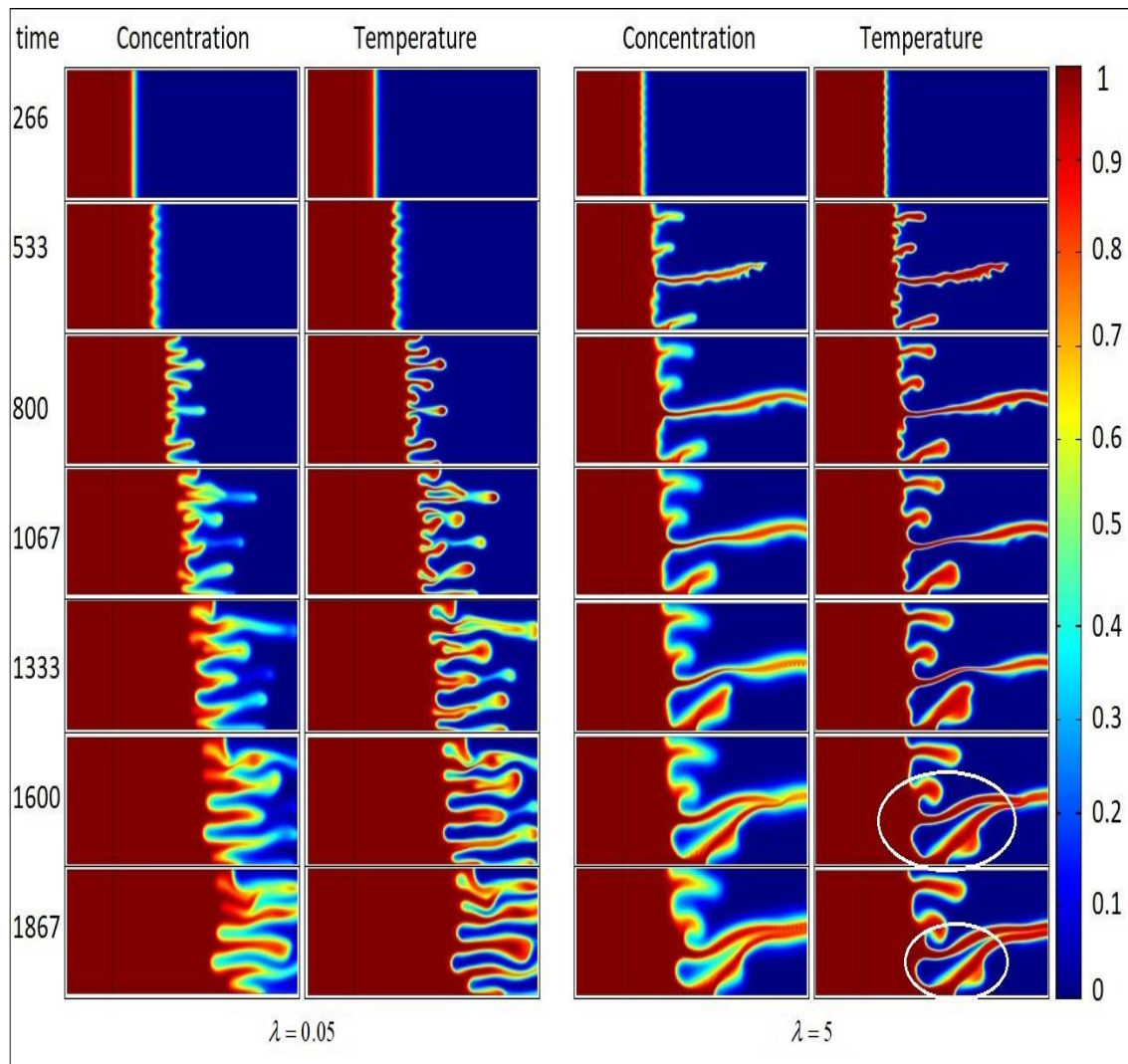
۴-۴ ارزیابی نتایج

در این بخش ابتدا کانتورهای غلظت و دما ارائه خواهند شد و پس از توضیحات مختصری در رابطه با شرایط مسئله و معرفی مکانیزم‌های رشد دیده شده در کانتورها به بررسی نمودارهای طول اختلاط، راندمان جاروبی و مقادیر میانگین غلظت و دما پرداخته خواهد شد.

۴-۴-۱ بررسی اثر ثابت زمانی سیال جابه‌جاکننده (λ)

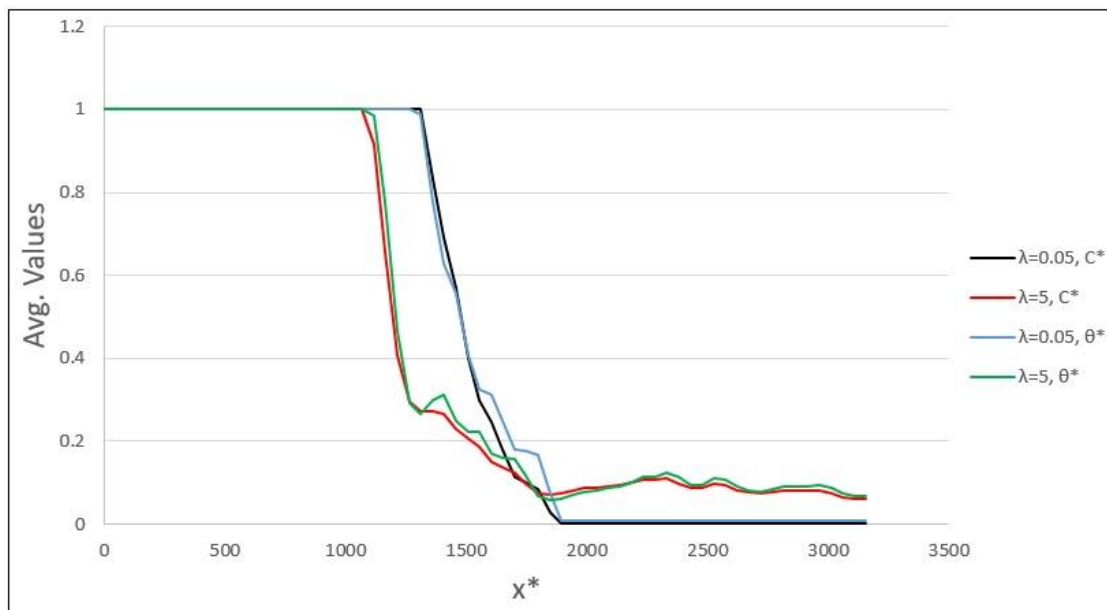
در تصویر ۴-۲ کانتورهای مربوط به جبهه‌های جرمی و حرارتی برای ثابت‌های زمانی ۰/۵ و ۵ نمایش داده شده است. زمانی که $\lambda=5$ است، یک انگشتی با سرعت بسیار بیشتری نسبت به سیار انگشتی‌ها رشد کرده و به انتهای ناحیه محاسباتی می‌رسد. به این اتفاق کانالیزه شدن جریان می‌گویند. زمانی که جریان کانالیزه می‌شود، سیال جابه‌جاکننده از میان کانال ایجاد شده در انگشتی بزرگ‌تر عبور کرده و دیگر سیال دوم را جابه‌جا نخواهد کرد. ناپایداری این جریان شدیدتر بوده و با گذشت زمان انگشتی‌های دیگر به سمت انگشتی بزرگ ایجاد شده میل کرده و راندمان جاروبی را کاهش می‌دهند. اگر جبهه جرمی $\lambda=5$ با جبهه جرمی $\lambda=0.05$ در یک فریم زمانی خاص مثل ۱۸۶۷ مقایسه شود، کاملاً وضعیت جاروبی مشخص است که در λ بزرگتر، جبهه سیال جابه‌جاکننده عقب‌تر است و میزان خروج سیال جابه‌جاشونده

بسیار کمتر است. همچنین در $\lambda=5$ در زمان‌های ۱۶۰۰ و ۱۸۶۷ پدیده دنباله جدا شده، انتشار و به هم پیوستگی قابل مشاهده است.



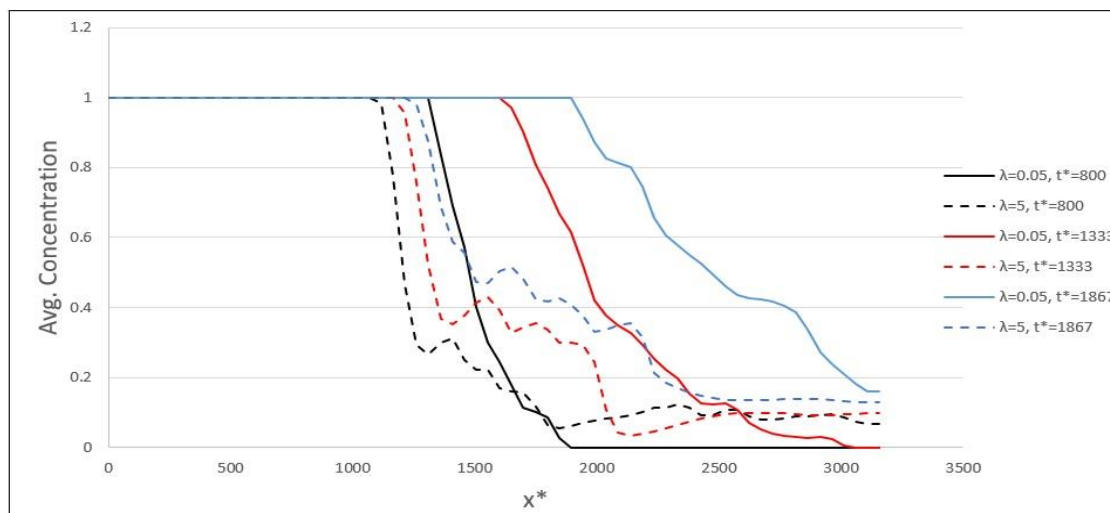
شکل ۴-۲. تأثیر ثابت زمانی بر جبهه‌های جرمی و حرارتی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)

مقادیر میانگین دما و غلظت عرضی برای $\lambda=5$ و $\lambda=0.05$ در شکل ۴-۳ آورده شده است. میزان ناپایداری جریان در $\lambda=5$ خیلی بیشتر از حالت دیگر می‌باشد. از طرفی شروع ناپایداری نیز در $\lambda=5$ خیلی سریع‌تر از $\lambda=0.05$ می‌باشد.



شکل ۳-۴. تأثیر ثابت زمانی بر مقادیر میانگین غلظت و دمای عرضی ($Br = 10^{-9}$, $t^* = 800$, $Le = \lambda_T = 1$)

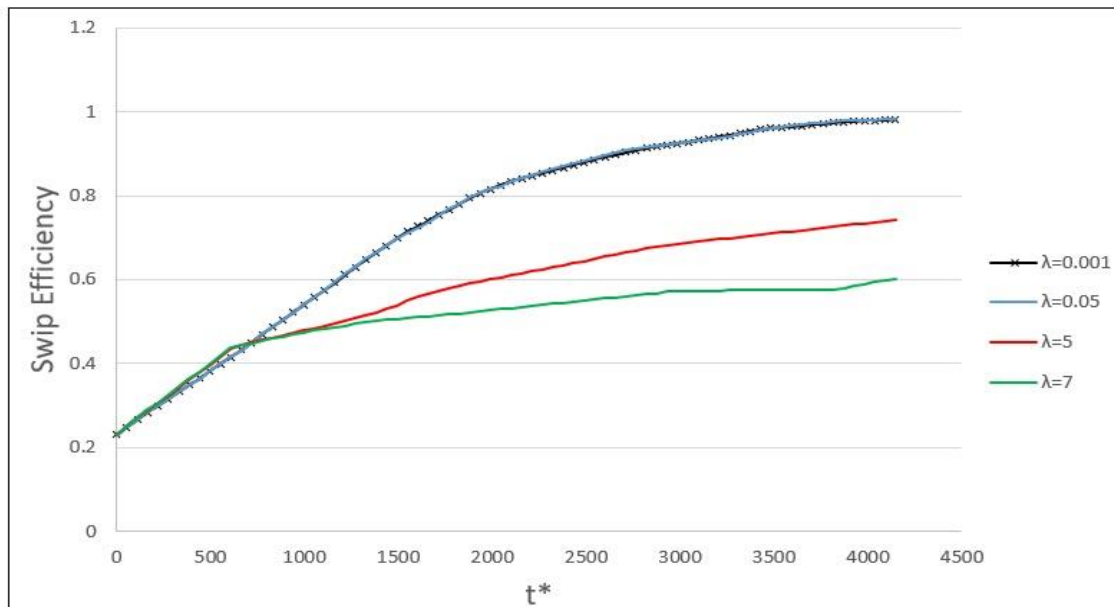
شکل ۴-۴ میانگین غلظت عرضی برای ثابت‌های زمانی ۵ و ۰/۵ را در زمان‌های ۸۰۰، ۱۳۳۳ و ۱۸۶۷ نمایش می‌دهد. این تصویر هم ناپایداری جریان و هم میزان ورود سیال جابه‌جاکننده را به خوبی نشان می‌دهد که در ثابت زمانی ۰/۵ جریان پایدارتر می‌باشد.



شکل ۴-۴. تأثیر ثابت زمانی بر مقادیر میانگین غلظت عرضی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)

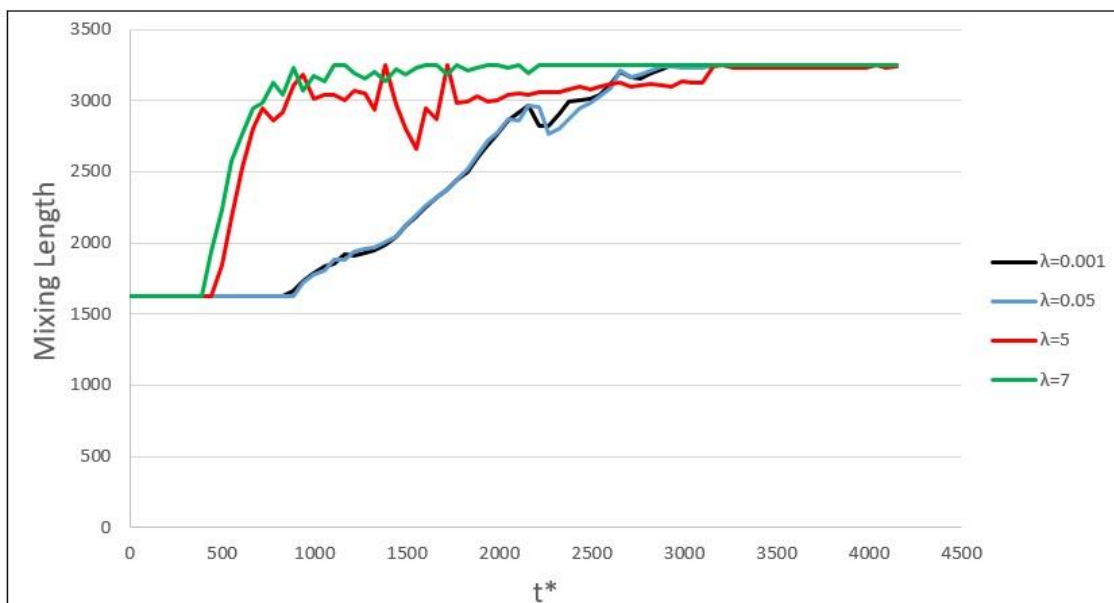
راندمان جاروبی نیز همان‌طور که قبلاً گفته شد، در ثابت‌های زمانی کوچک‌تر وضعیت بهتری نسبت به ثابت‌های زمانی بزرگ‌تر دارد. شکل ۴-۵ این وضعیت را نشان می‌دهد. طبق این نمودار در ابتدای جریان، ثابت‌های زمانی بزرگ‌تر راندمان جاروبی بهتری دارند که به دلیل همان رشد انگشتی بزرگ‌تر است. اما با

گذشت زمان و کانالیزه شدن جریان، دیگر سیال جابه‌جاکننده رغبتی برای جابه‌جایی سیال دوم ندارد و از کانال ایجاد شده بدون هیچ مقاومتی خارج می‌گردد.



شکل ۴-۵. تأثیر ثابت زمانی بر راندمان جارویی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)

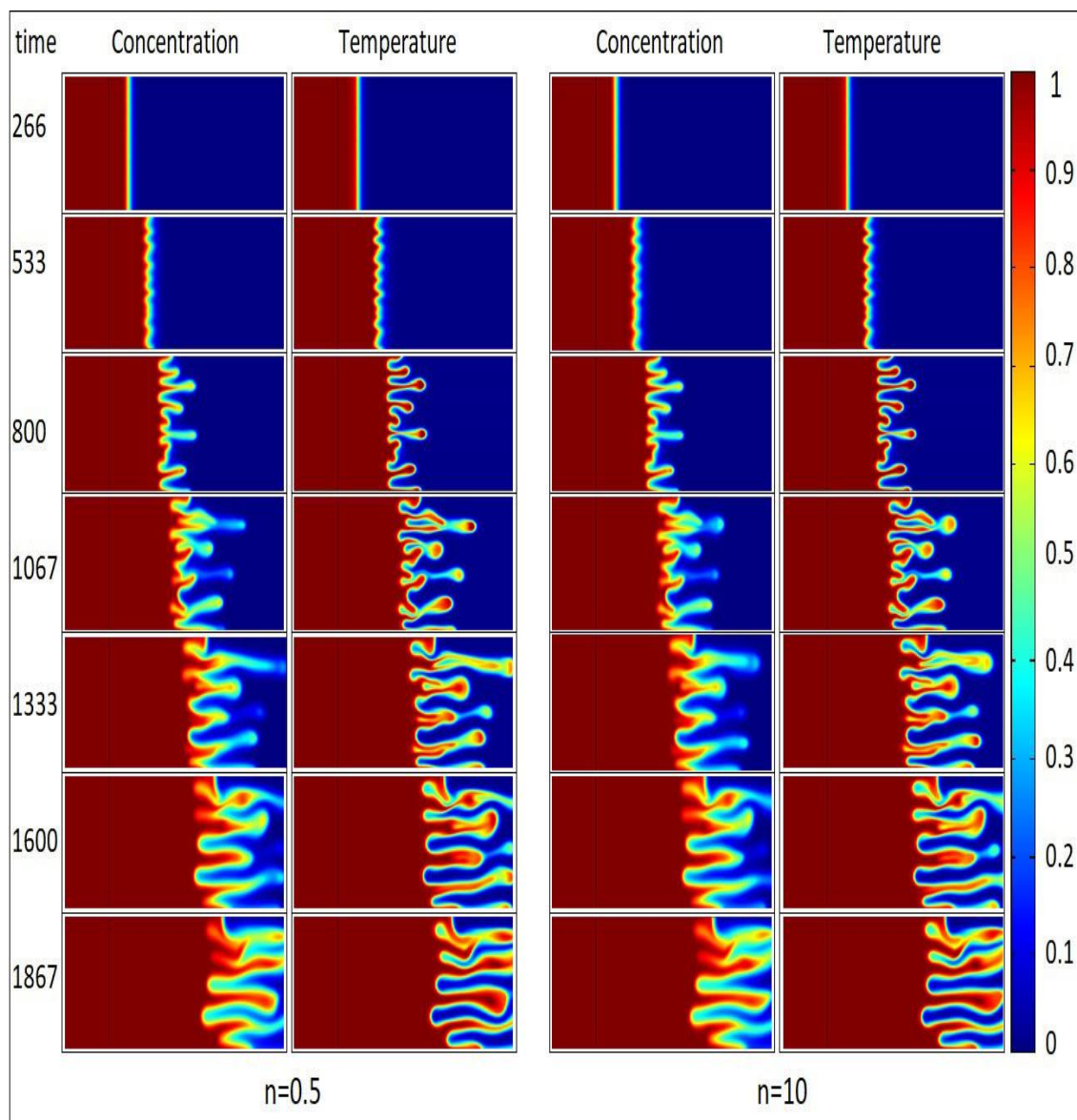
در انتهای این بخش نمودار طول اختلاط در تصویر ۴-۶ آورده شده است. زمان شروع ناپایداری در λ های بزرگ‌تر، بسیار کمتر است. در این حالت ناپایداری با سرعت زیادی رشد کرده که شیب نمودار، نشان دهنده این موضوع می‌باشد. همچنین میزان ناپایداری یا همان پستی و بلندی‌های نمودار نیز در ثابت‌های زمانی بزرگ‌تر بیشتر می‌باشد.



شکل ۴-۶. تأثیر ثابت زمانی بر طول اختلاط ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)

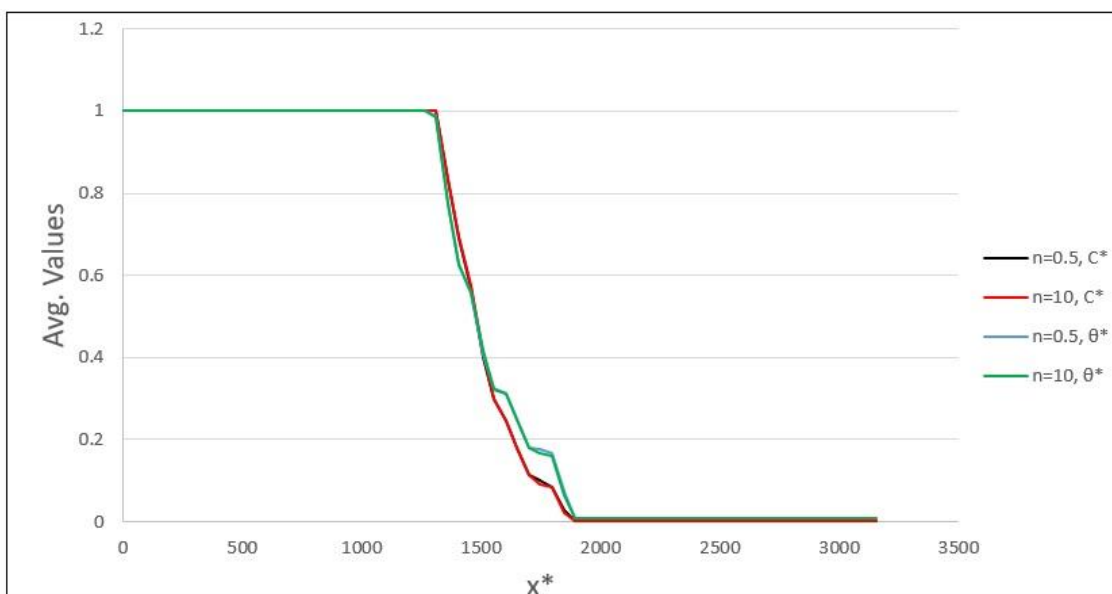
۴-۴-۲ بررسی اثر شاخص توانی سیال جابه‌جاکننده (n)

در این بخش به بررسی شاخص توانی سیال جابه‌جاکننده پرداخته خواهد شد. شکل ۴-۷ جبهه‌های جرمی و حرارتی را برای $n=0.5$ و $n=10$ نشان می‌دهد. در این دو حالت تفاوت‌های محسوسی بین جبهه‌های جرمی هر حالت احساس نمی‌شود. در فریم ۱۳۳۳ مشخص می‌شود که برای $n=0.5$ اولین انگشتی زودتر به مرز خروجی رسیده است.

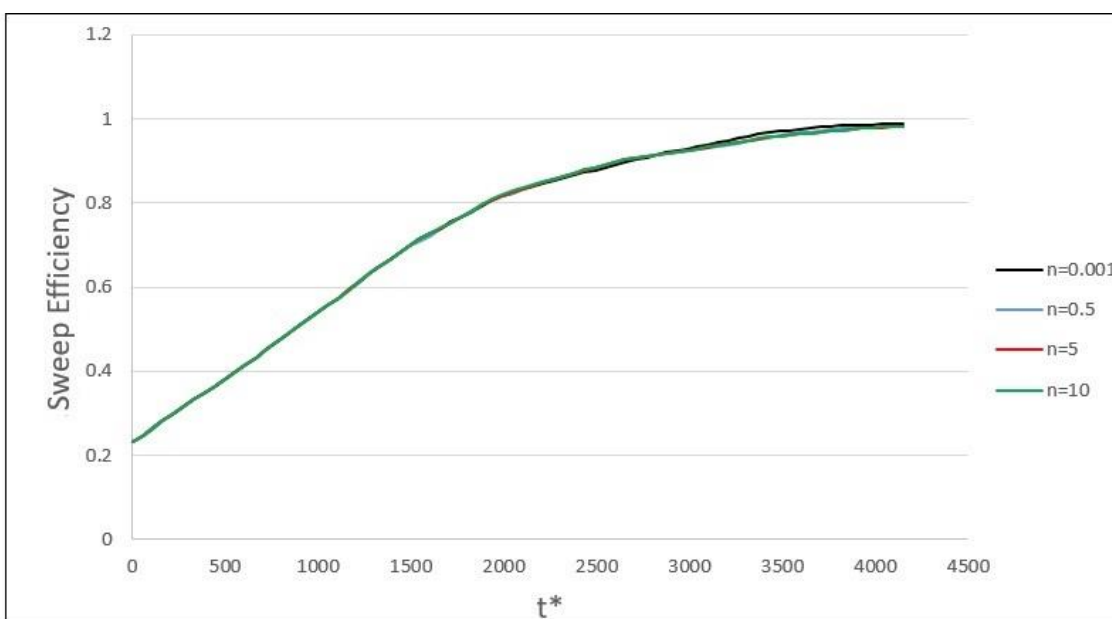


شکل ۴-۷. تأثیر شاخص توانی بر جبهه‌های گرمی و حرارتی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)

تصویر ۴-۸ مقادیر میانگین غلظت و دمای عرضی را برای n ها متفاوت در زمان ۸۰۰ نشان می‌دهد. وضعیت پایداری جریان، بر اساس این نمودار، در n های کوچک‌تر تفاوت چندانی با n های بزرگ‌تر ندارد. این موضوع در رابطه با راندمان جاروبی نیز صادق است که شکل ۴-۹ بیانگر آن است.

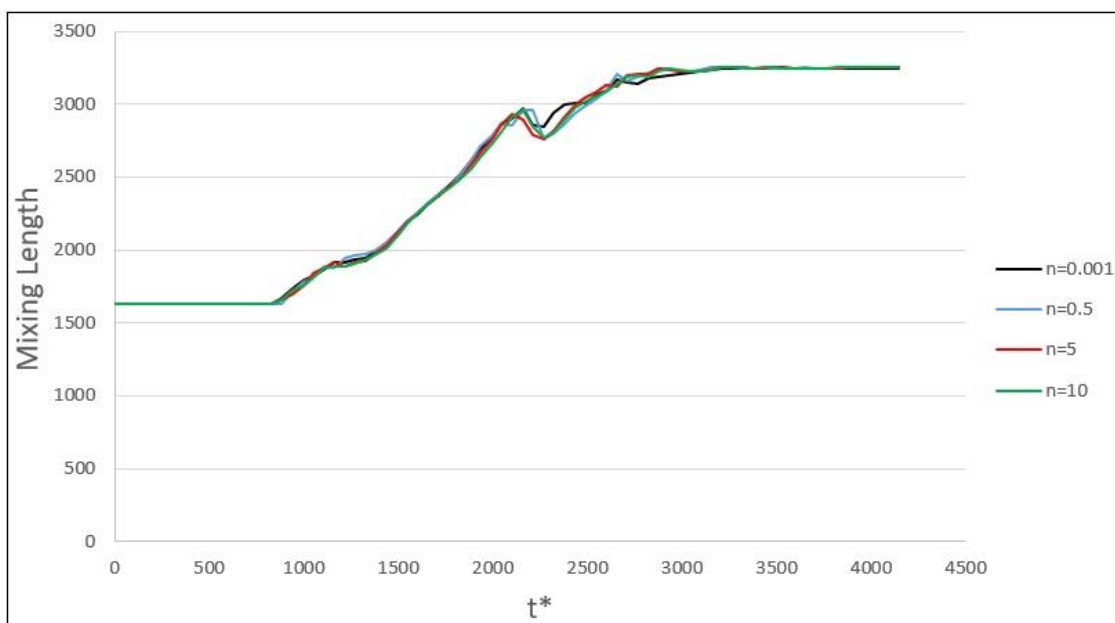


شکل ۴-۸. تأثیر شاخص توانی بر مقادیر میانگین غلظت و دمای عرضی ($Br = 10^{-9}$, $t^* = 800$, $Le = \lambda_T = 1$)



شکل ۴-۹. تأثیر شاخص توانی بر راندمان جارویی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)

اما نمودار طول اختلاط که در تصویر ۴-۱۰ آمده است، بیانگر جریان پایدارتر در n های خیلی کوچک می باشد.

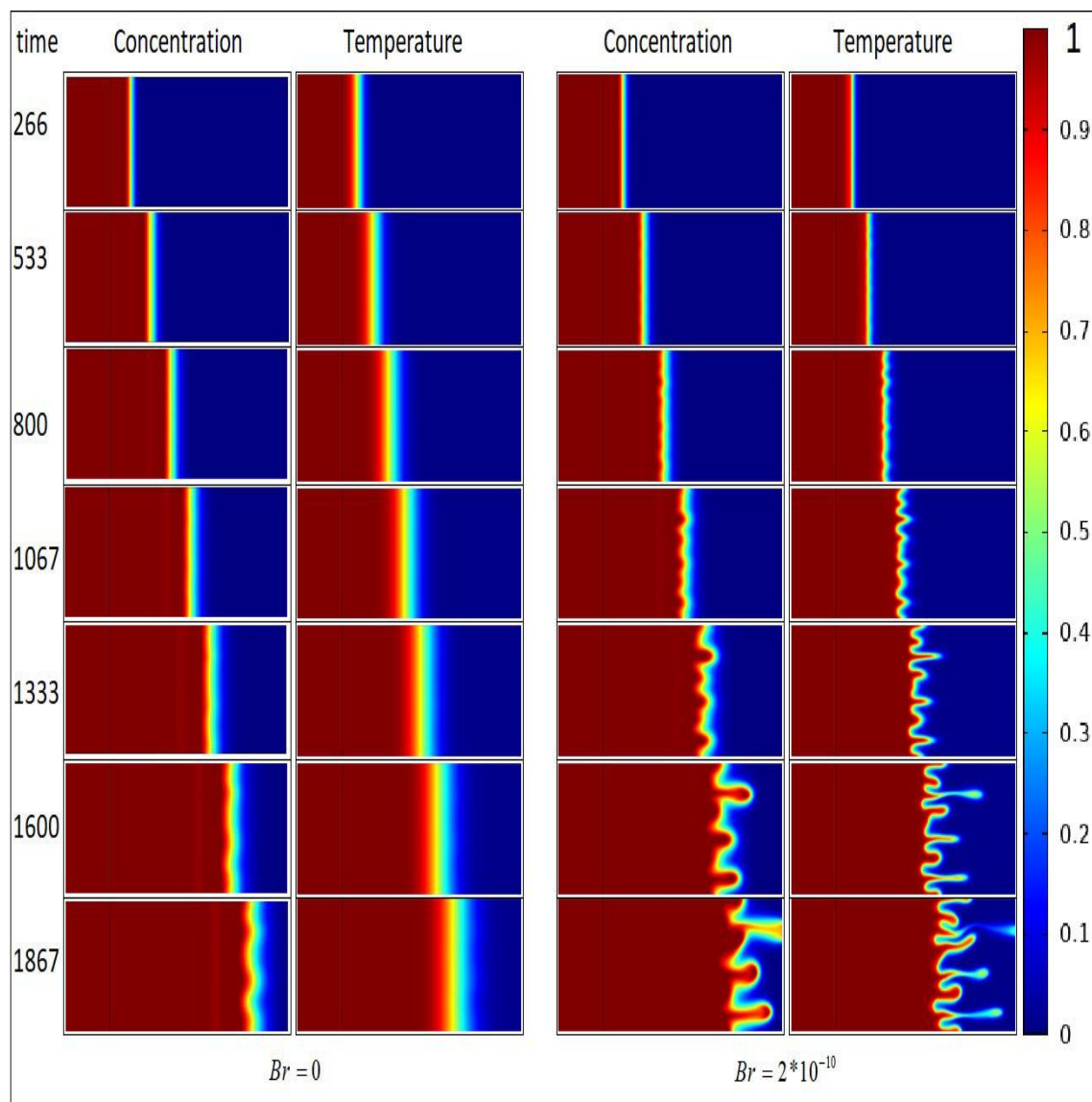


شکل ۴-۱۰. تأثیر شاخص توانی بر طول اختلاط ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)

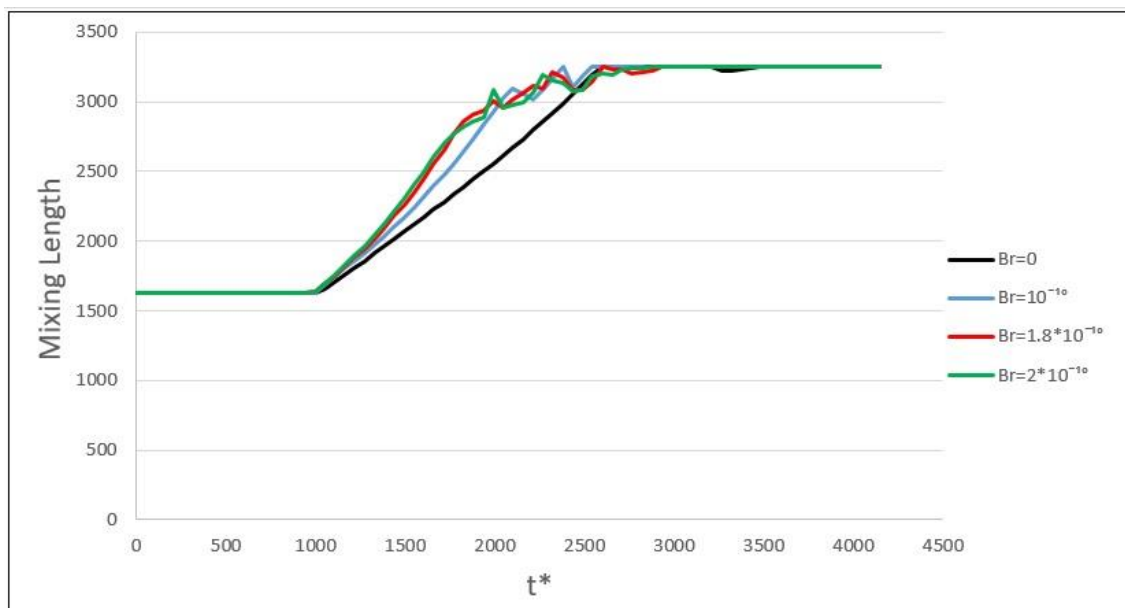
۴-۳-۴ بررسی اثر تلفات ویسکوز و عدد برینکمن (Br)

در ابتدا نقش تلفات ویسکوز بر رشد ناپایداری‌ها بررسی می‌شود. برای این منظور نتایج برای دو حالت $Br = 0$ و $Br = 2 \times 10^{-10}$ بررسی خواهند شد. بررسی کانتورهای غلظت در یک زمان ثابت برای این دو حالت نشان می‌دهد که در حالت $Br = 0$ جریان پایدارتر بوده و پخش‌شوندگی سیال در یکدیگر بیشتر می‌باشد. این بررسی در تصویر ۴-۱۱ نشان داده شده است. همچنین در این تصویر مشخص می‌شود که ناپایداری جبهه حرارت از جبهه غلظت بیشتر می‌باشد.

نمودار طول اختلاط برای عدد برینکمن‌های مختلف در شکل ۴-۱۲ آورده شده است. پستی بلندی‌های نشان داده شده در این نمودارها نشان دهنده میزان ناپایداری جریان در هر حالت می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش عدد برینکمن ناپایداری جریان نیز افزایش می‌یابد.

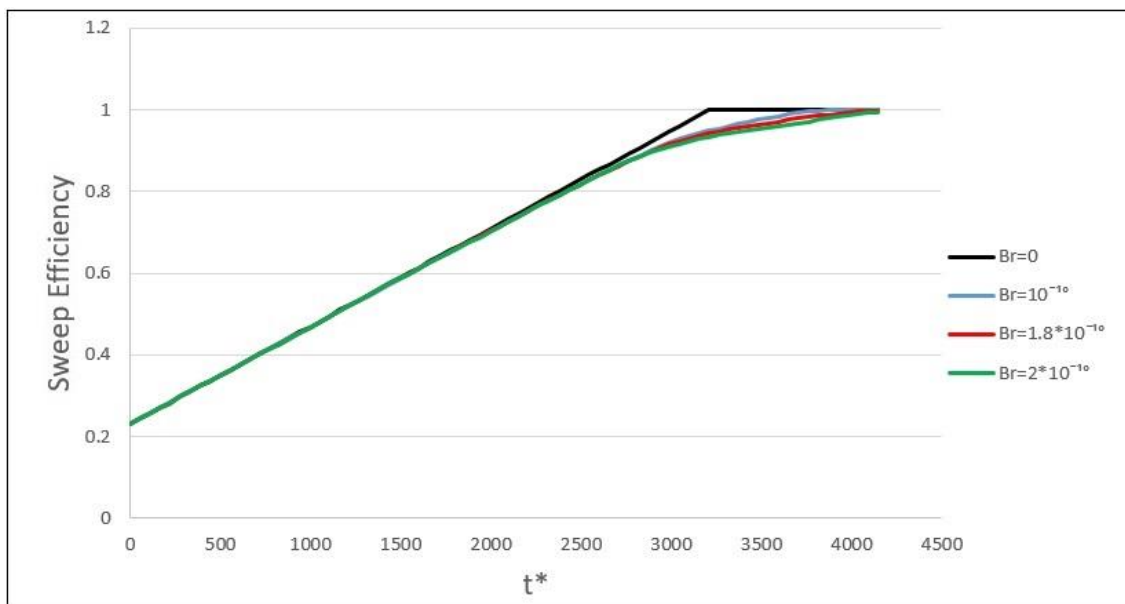


شکل ۴-۱۱. تأثیر عدد برینکمن بر جبهه‌های غلظت و دما ($Le=1$, $\lambda_T = 0.75$)



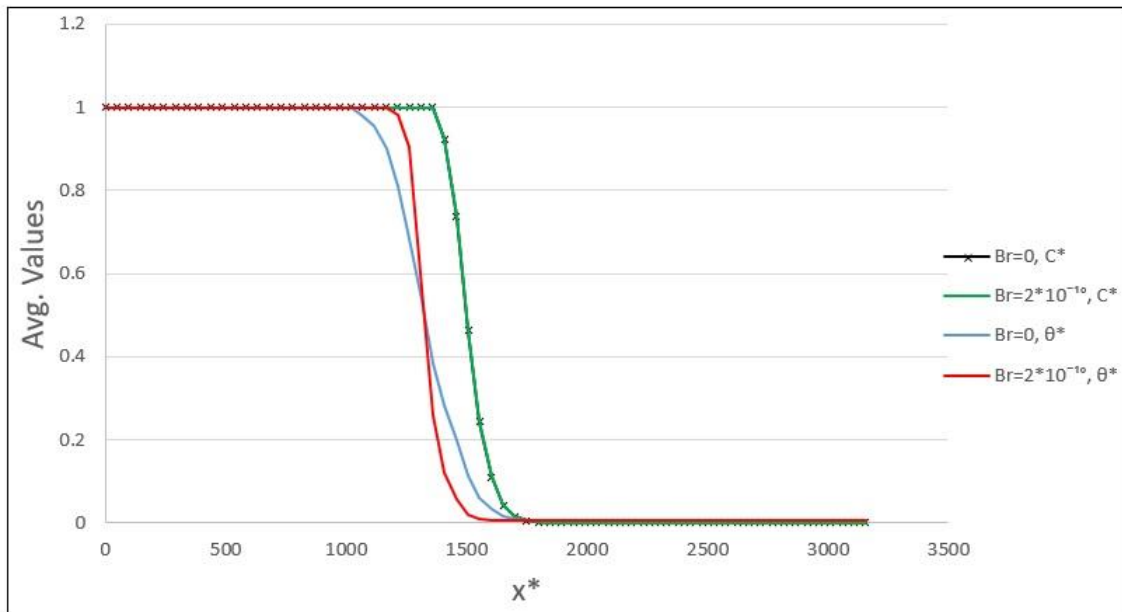
شکل ۱۲-۴. تأثیر عدد برینکمن بر طول اختلاط ($Le=1$, $\lambda_T = 0.75$)

راندمان جاروبی برای اعداد برینکمن مختلف در تصویر ۴-۱۳ آمده است. راندمان جاروبی برای تلفات کمتر وضعیت بهتری را دارد. خروج سیال جابه‌جاشونده در حالت $Br=0$ سریع‌تر از سایر حالت‌ها اتفاق افتاده است.



شکل ۱۳-۴. تأثیر عدد برینکمن بر راندمان جاروبی ($Le=1$, $\lambda_T = 0.75$)

در شکل ۴-۱۴ مقادیر میانگین غلظت و دمای عرضی در زمان ۸۰۰ برای برینکمن‌های $Br = 0$ و $Br = 2 \times 10^{-10}$ نشان داده شده است. اثر تلفات ویسکوز بر میانگین دمای عرضی به وضوح قابل مشاهده می‌باشد. در $Br = 0$ کاهش دما با سرعت کمتری اتفاق داده است، در نتیجه تأثیر دما بر ویسکوزیته سیال دوم و کاهش ویسکوزیته این سیال مدت زمان بیشتری اعمال شده و در نهایت جریان پایدارتر شده است.

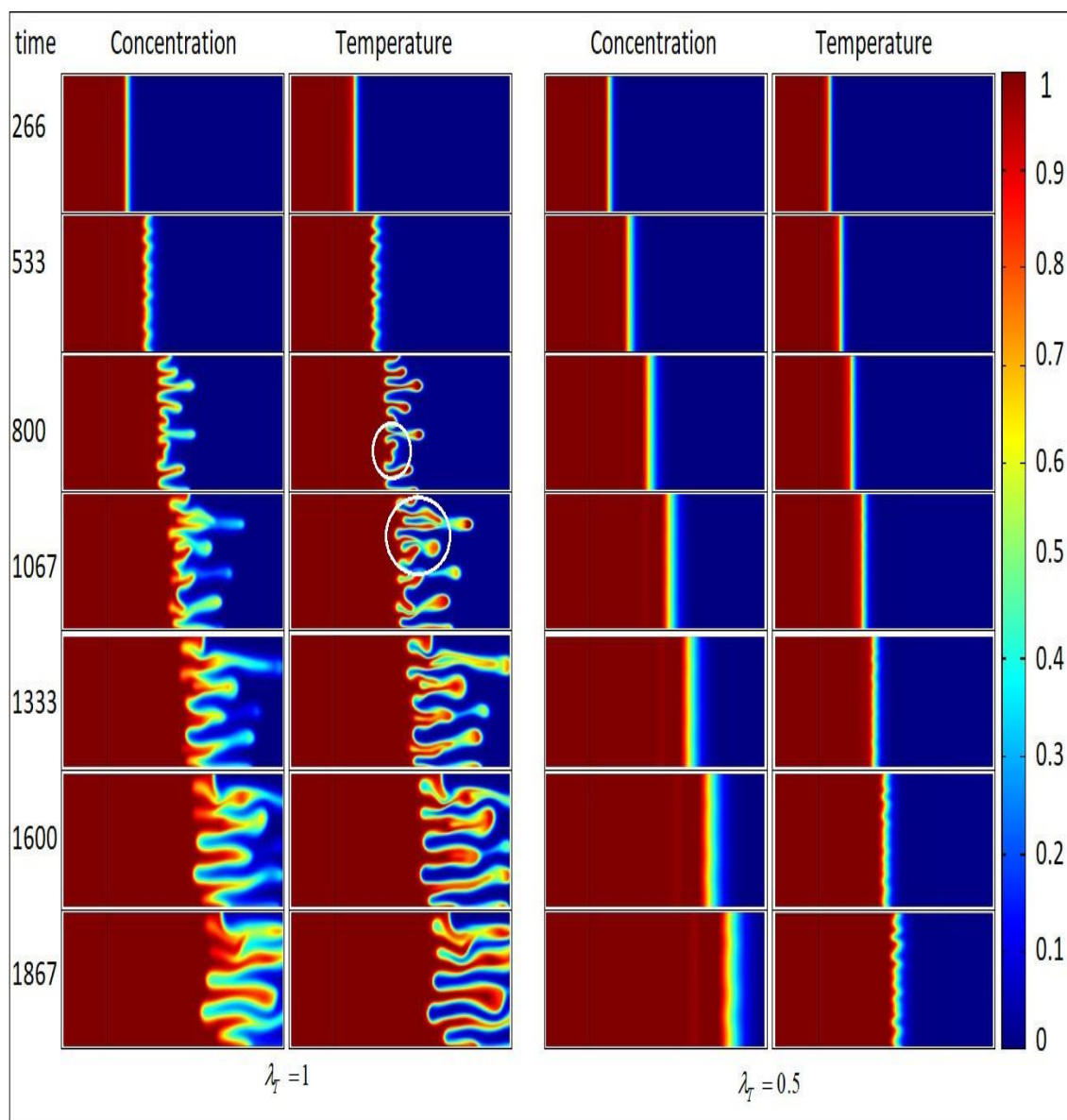


شکل ۴-۱۴. تأثیر عدد برینکمن بر مقادیر میانگین غلظت و دمای عرضی ($Le=1, t^*=800, \lambda_T = 0.75$)

۴-۴-۴ بررسی اثر ضریب تأخیر حرارتی (λ_T)

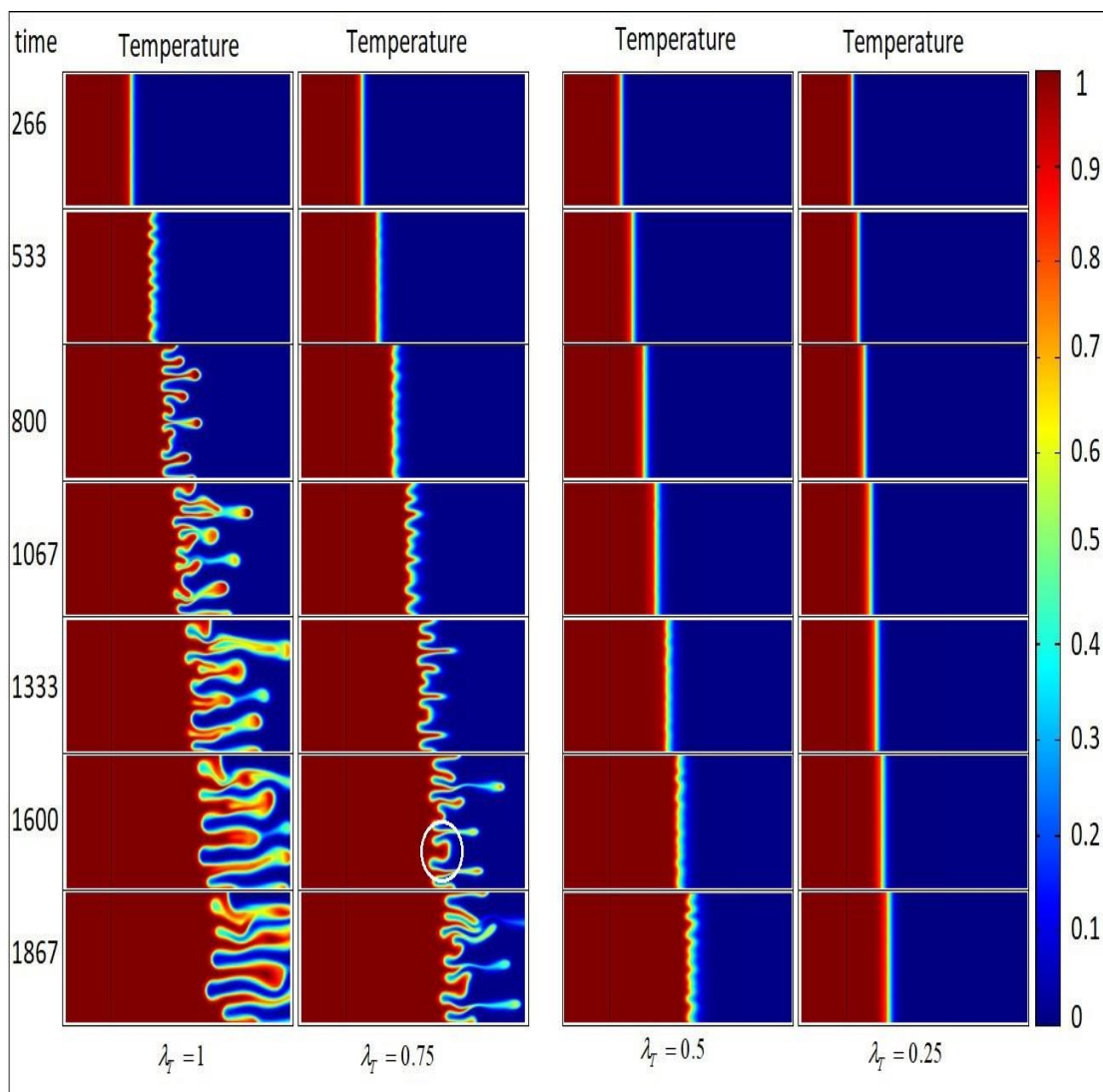
در شکل ۴-۱۴ همانند شکل ۴-۱۱ مشخص می‌شود که جبهه حرارت از جبهه جرمی عقب‌تر می‌باشد. این عقب ماندگی به دلیل ضریب تأخیر حرارتی می‌باشد که در این قسمت برابر با $\lambda_T = 0.75$ بوده است. سرعت جبهه حرارتی برابر با $U_T = \lambda_T U$ می‌باشد. به عبارت دیگر برای $\lambda_T < 1$ به دلیل تبادل حرارت بین سیالات و محیط سرعت جبهه حرارتی کمتر می‌شود. به همین دلیل با کاهش این ضریب ناپایداری جریان کاهش پیدا می‌کند چرا که میزان ناپایدار کنندگی جبهه حرارت در جبهه غلظت کاهش پیدا کرده است. در شکل ۴-۱۵ این موضوع قابل درک‌تر می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای $\lambda_T = 1$ جبهه جرمی و جبهه حرارتی کاملاً منطبق بر یکدیگر می‌باشند. چرا که در این حالت معادلات جابه‌جایی-پخش و انرژی (معادلات (۲-۴) و (۲-۸)) یکسان اثر می‌کنند. اما در $\lambda_T = 0.5$ جبهه حرارتی

عقب تر از جبهه ی جرمی می باشد.



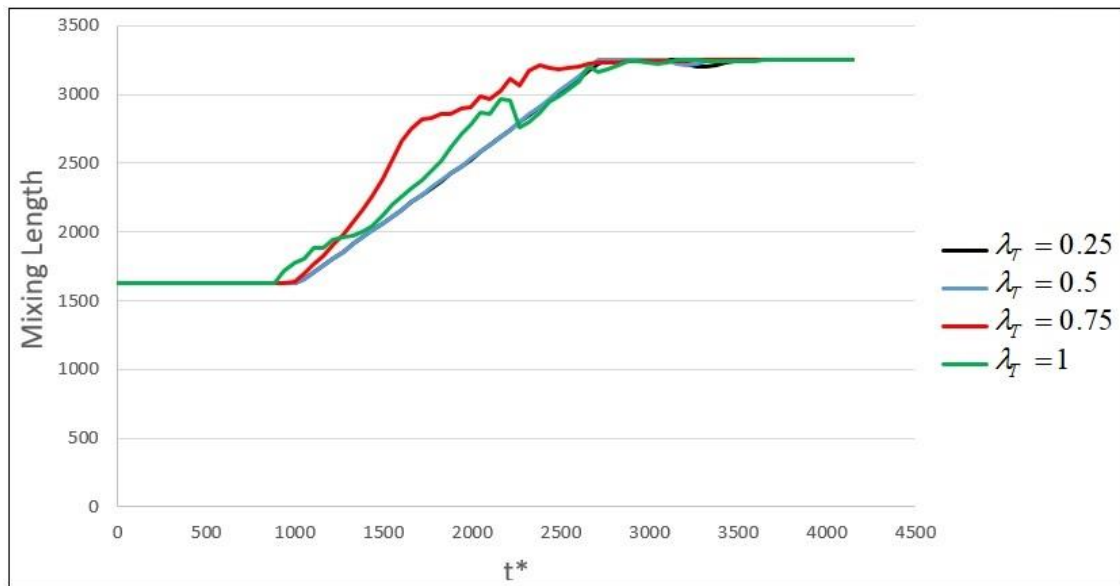
شکل ۴-۱۵. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر جبهه های جرمی و حرارتی ($Le=1$, $Br=10^{-9}$)

همچنین در حالت $Le=1$ و در زمان ۸۰۰ مکانیزم شکافته شدن نوک انگشتی پدیدار شده است. در زمان ۱۰۶۷ نیز مکانیزم به هم پیوستگی قابل مشاهده است. در این حالت دو انگشتی کناری در هم نفوذ کرده و همان طور که در زمان ۱۳۳۳ مشخص است تشکیل یک انگشتی بزرگ تر را داده اند. در تصویر ۴-۱۶ جبهه های حرارتی برای ضرایب تأخیر حرارتی مختلف نمایش داده شده است.

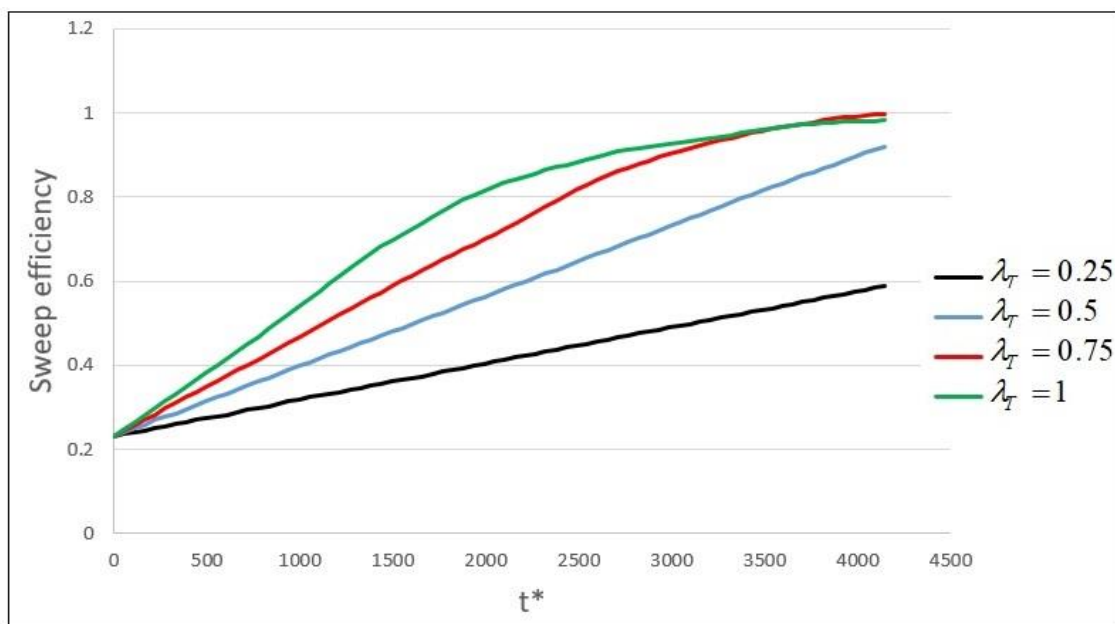


شکل ۴-۱۶. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر جبهه حرارتی ($Le=1$, $Br=10^{-9}$)

در این تصویر تأخیر جبهه حرارتی به ازای ضرایب کوچک‌تر به وضوح قابل مشاهده می‌باشد. برای $\lambda_T = 0.75$ و در زمان ۱۶۰۰ مکانیزم انتشار دیده می‌شود. یکی از انگشتی‌ها در این حالت ابتدا در راستای طول حرکت کرده و سپس حرکت طولی آن متوقف شده و حرکت عرضی داشته است. نمودار طول اختلاط برای ضرایب مختلف که در شکل ۴-۱۷ آورده شده است نیز پایداری جریان در ضرایب کوچک‌تر را نشان می‌دهد. شکل ۴-۱۸ راندمان جاروبی را برای ضرایب تأخیر حرارتی مختلف نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود منحنی مربوط به ضرایب کوچک‌تر، به شکل یک خط راست می‌باشد که نشان‌دهنده پایداری جریان می‌باشد.

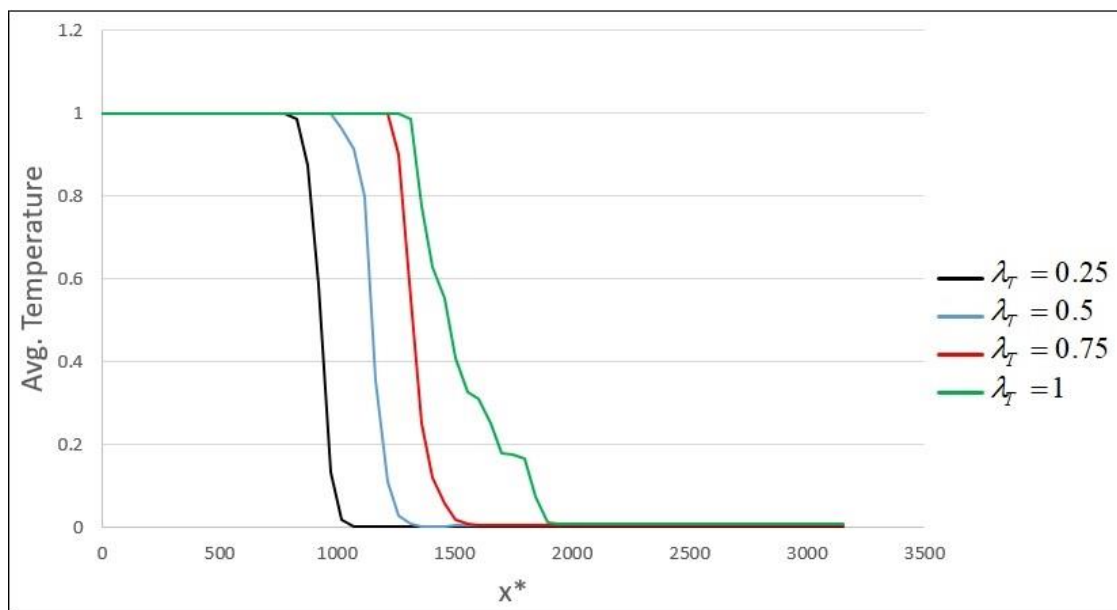


شکل ۴-۱۷. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر طول اختلاط ($Le=1$, $Br=10^{-9}$)

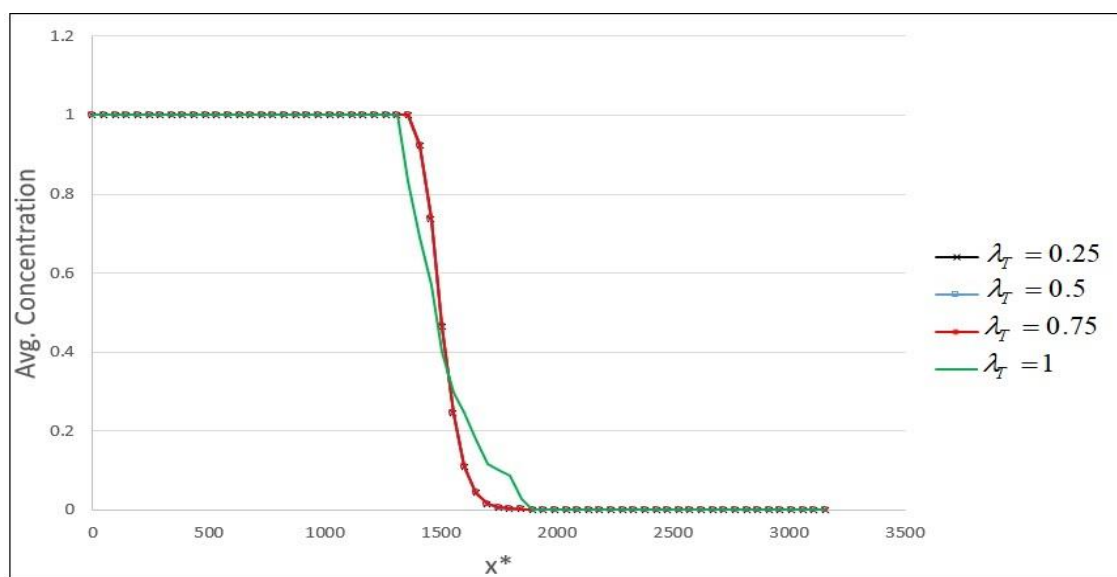


شکل ۴-۱۸. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر راندمان جارویی ($Le=1$, $Br=10^{-9}$)

در شکل های ۴-۱۹ و ۴-۲۰ مقادیر میانگین دما و غلظت عرضی مشخص شده است. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر جبهه حرارتی نسبت به جبهه جرمی در این دو تصویر مشخص است.



شکل ۴-۱۹. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر میانگین دمای عرضی ($Le=1$, $t^*=800$, $Br=10^{-9}$)



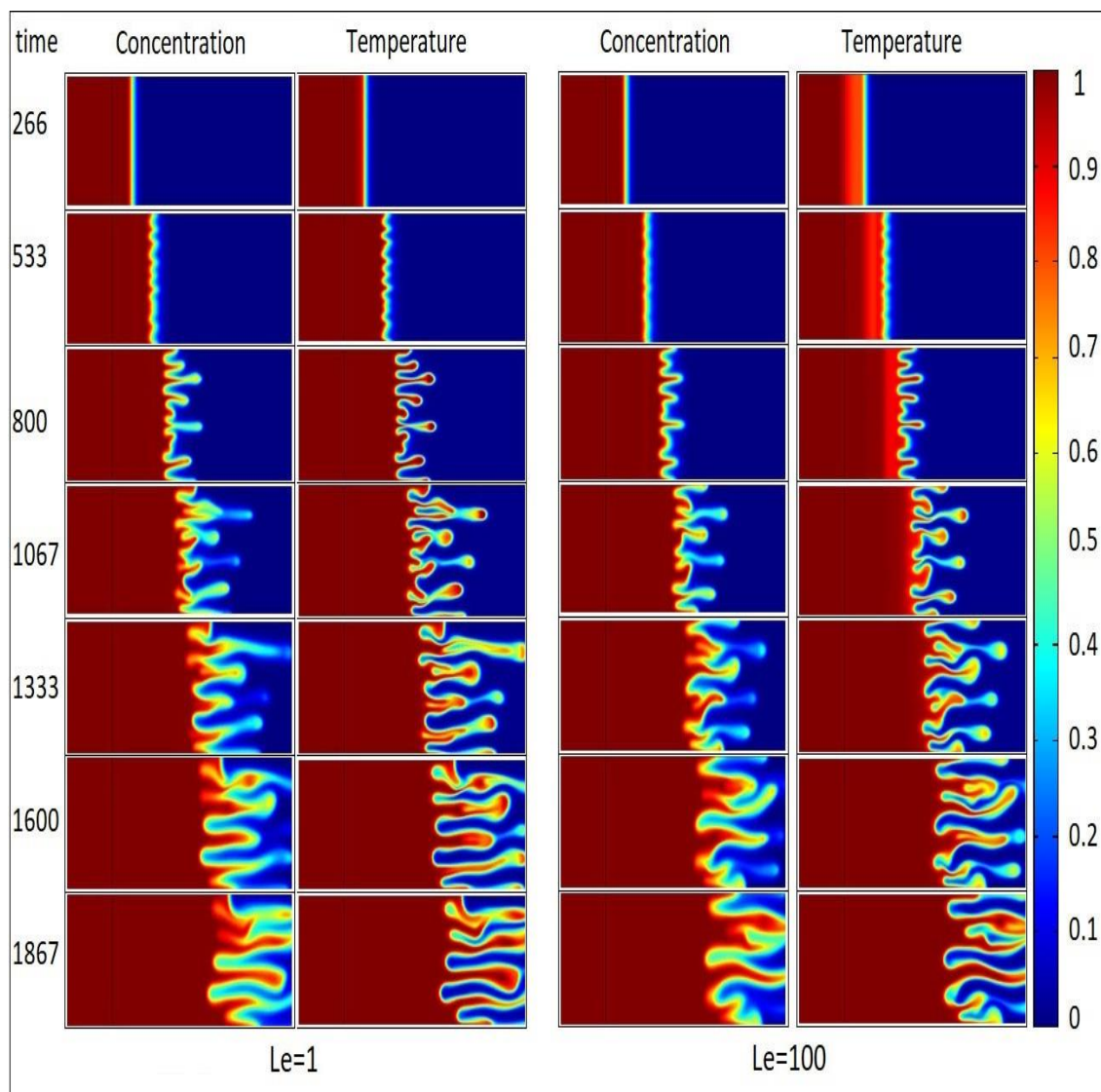
شکل ۴-۲۰. تأثیر ضریب تأخیر حرارتی بر میانگین غلظت عرضی ($Le=1$, $t^*=800$, $Br=10^{-9}$)

۴-۴-۵ بررسی اثر عدد لوئیس (Le)

عدد لوئیس بیان کننده نسبت نفوذ گرمایی به نفوذ مولکولی می باشد. رابطه عدد لوئیس همان طور که در

فصل دوم نیز گفته شد به صورت $Le = \frac{Pe_c}{Pe_T} = \frac{D_T}{D_c}$ می باشد. در تصویر ۴-۲۱ جبهه های جرمی و حرارتی

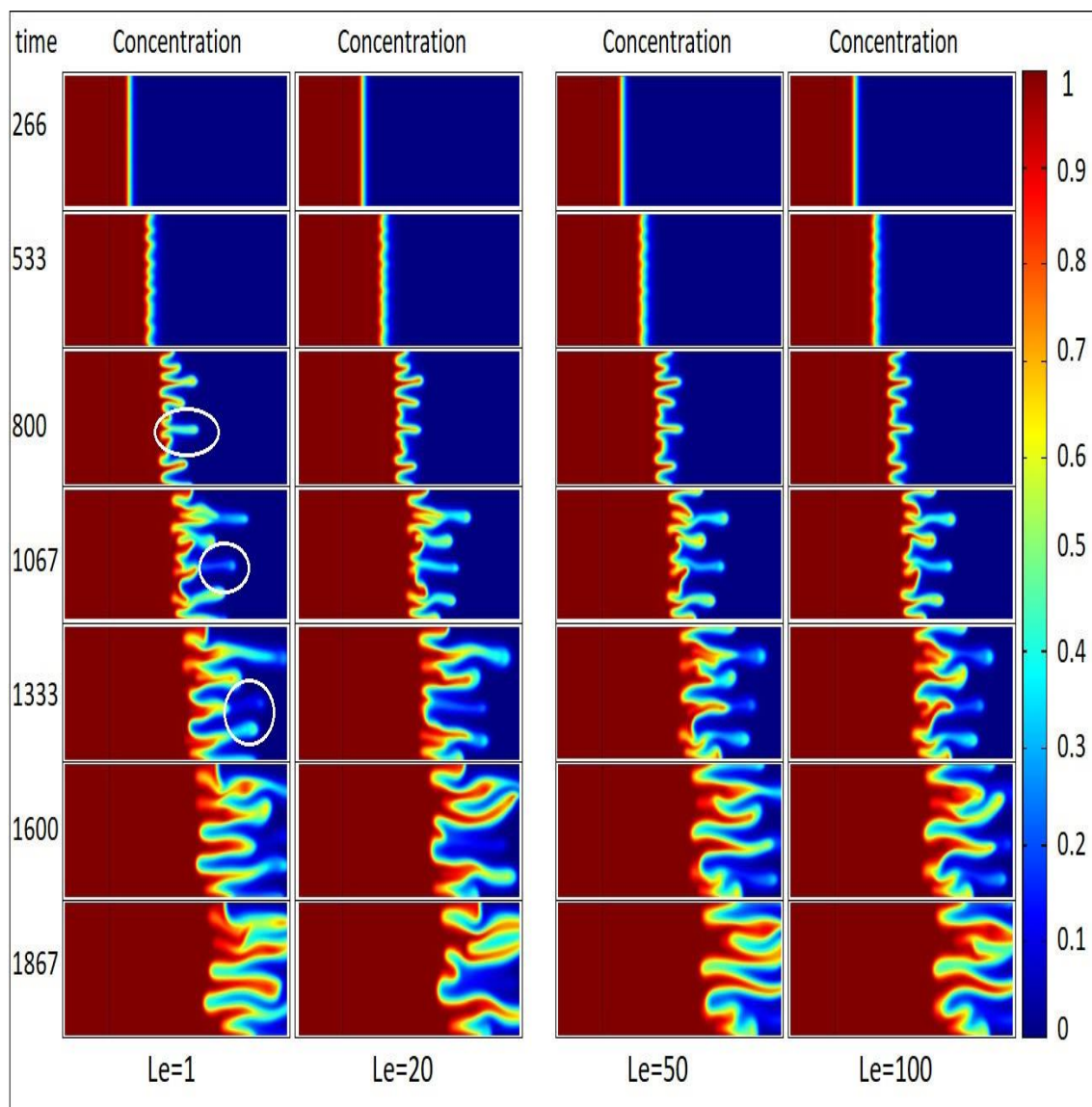
برای $Le=1$ و $Le=100$ نشان داده شده است.



شکل ۴-۲۱. تأثیر عدد لوئیس بر جبهه‌های جرمی و حرارتی ($\lambda_T = 1$, $Br = 10^{-9}$)

در این شکل مشخص است که موج شروع کننده جبهه ناپایداری حرارت در مقادیر بزرگ‌تر عدد لوئیس ضعیف‌تر می‌باشد چرا که میزان نفوذ حرارتی در اعداد لوئیس بالا بیشتر است. طول انگشتی‌ها در لوئیس بزرگ‌تر کوتاه‌تر است اما ضخامت آن‌ها بیشتر از لوئیس کوچک‌تر می‌باشد. همچنین با دقت در جبهه غلظت مشخص است که تعداد انگشتی‌ها در زمان‌های ابتدایی بیشتر بوده اما ضخامت کمتری داشته‌اند اما با گذشت زمان از تعداد آن‌ها کاسته و به ضخامتشان افزوده شده است که مکانیزم‌های رشد

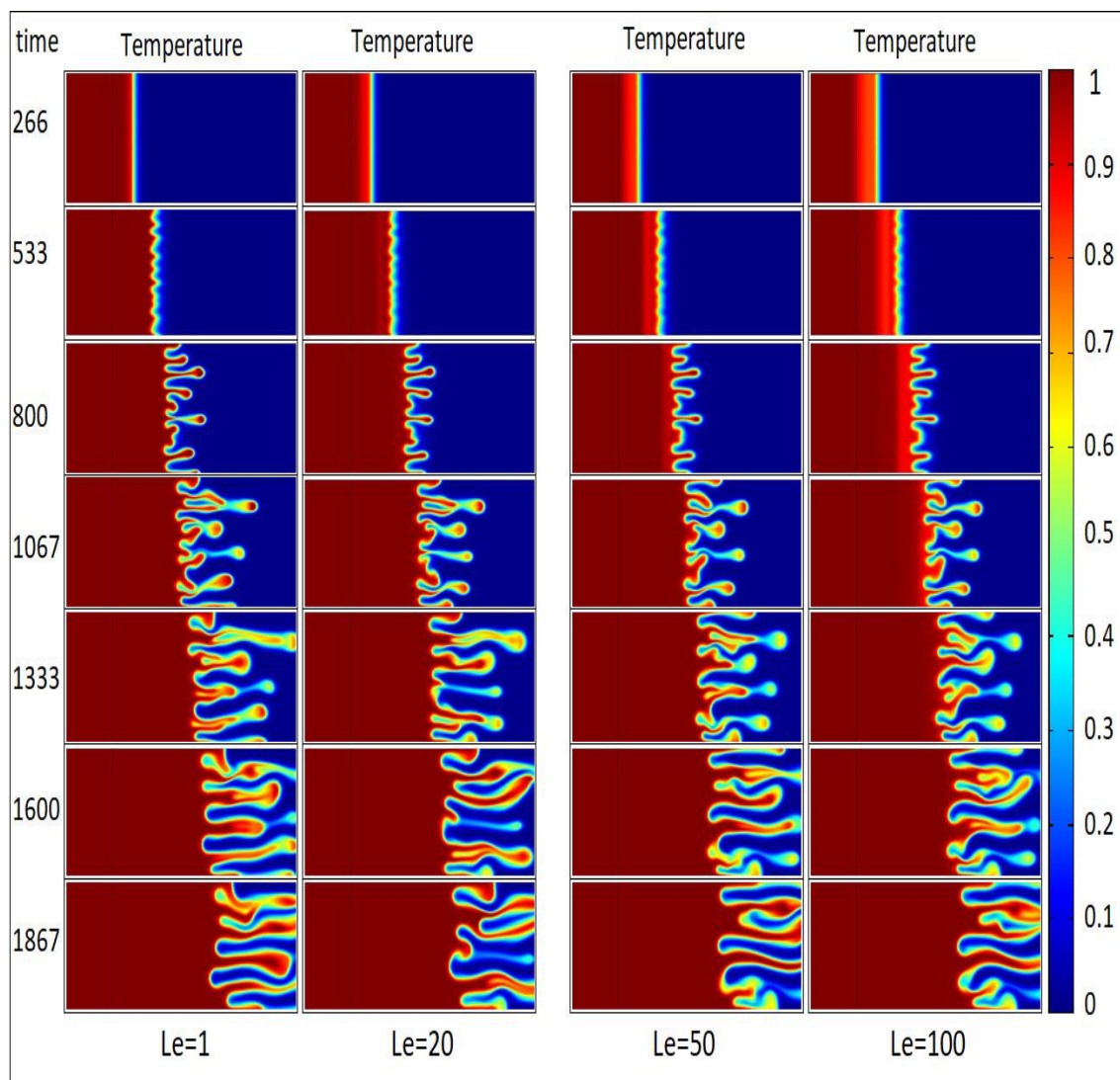
از دلایل تقویت کننده این امر هستند. در تصویر ۲۲-۴ جبهه‌های جرمی برای لوئیس‌های متفاوت نشان داده شده‌اند. در زمان‌های ۸۰۰، ۱۰۶۷ و ۱۳۳۳ برای $Le=1$ مکانیزم محو شونده‌ی انگشتی مشخص شده است. این انگشتی از سایر انگشتی‌های جدا شده و کم‌کم با گذشت زمان در سیال جابه‌جاشونده حل شده است.



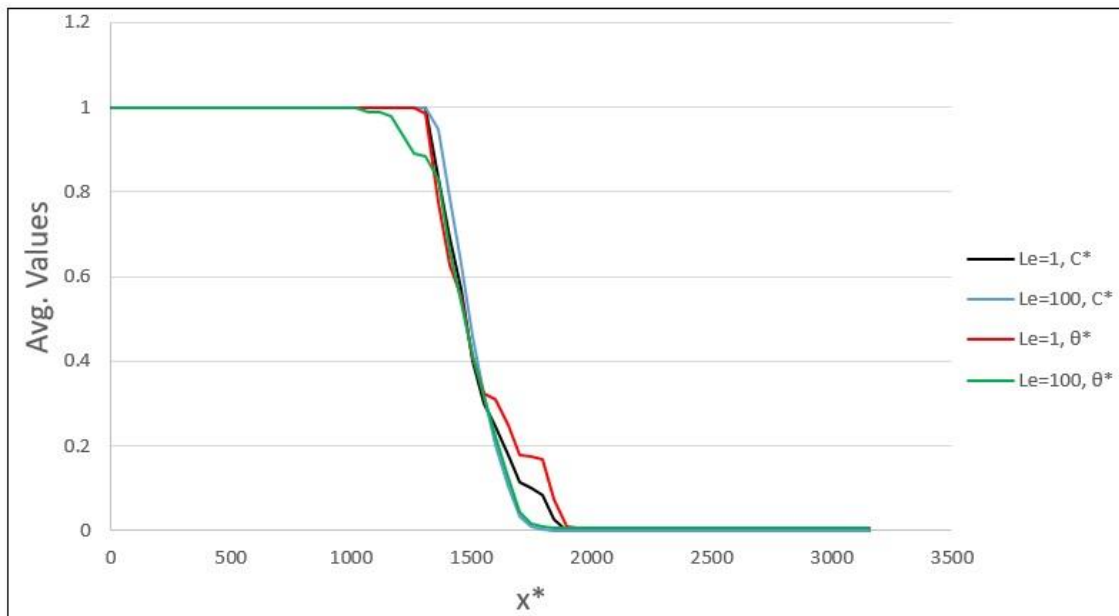
شکل ۲۲-۴. تأثیر عدد لوئیس بر جبهه جرمی ($\lambda_T = 1, Br = 10^{-9}$)

در تصویر ۲۳-۴ میزان انتقال حرارت بیشتر برای لوئیس‌های بزرگ‌تر در جبهه‌های حرارتی سیال شماره یک قابل مشاهده می‌باشد. این موضوع که به دلیل ضریب نفوذ حرارتی بیشتر است، باعث می‌شود

جبهه حرارتی پیشروی بیشتری داشته باشد و با انتقال حرارت بیشتر به سیال دوم موجب کاهش نسبت تحرک شده و جریان پایدارتر خواهد بود. شکل ۴-۲۴ مقادیر میانگین غلظت و دمای عرضی را در لوئیس‌های ۱ و ۱۰۰ نمایش می‌دهد. با مقایسه این دو تصویر با یکدیگر می‌توان نتیجه گرفت که عدد لوئیس در جبهه حرارتی بیشتر از جبهه جرمی ناپایداری ایجاد می‌کند و این ناپایداری در مقادیر کوچک‌تر عدد لوئیس بیشتر از مقادیر بزرگ‌تر است.

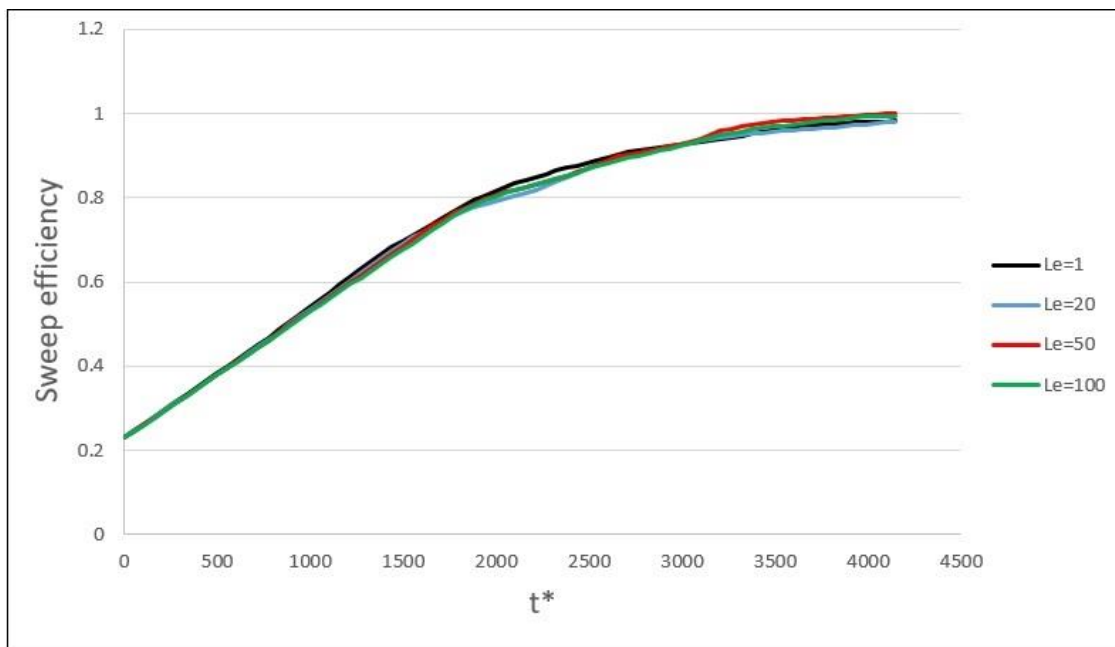


شکل ۴-۲۳. تأثیر عدد لوئیس بر جبهه حرارتی ($\lambda_T = 1, Br = 10^{-9}$)



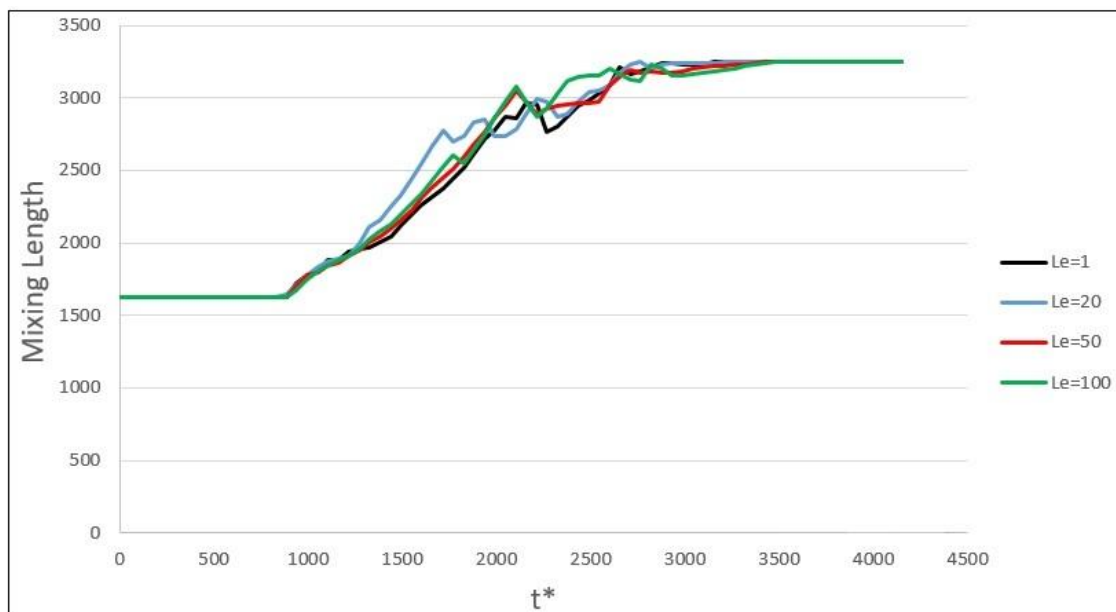
شکل ۴-۲۴. تأثیر عدد لوئیس بر میانگین غلظت و دمای عرضی ($Br=10^{-9}$, $t^*=800$, $\lambda_T = 1$)

مقایسه نمودارهای راندمان جارویی در تصویر ۴-۲۵ نشان می‌دهد که عدد لوئیس تأثیر چندانی بر این پارامتر ندارد.



شکل ۴-۲۵. تأثیر عدد لوئیس بر راندمان جارویی ($\lambda_T = 1$, $Br=10^{-9}$)

تصویر ۴-۲۶ طول اختلاط را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در ابتدا ناپایداری در عدد لوئیس‌های ۲۰ و ۱۰۰ به ترتیب بیشتر از لوئیس‌های ۱ و ۵۰ رشد کرده است اما با گذشت زمان رشد ناپایداری در لوئیس ۵۰ از لوئیس ۲۰ پیشی می‌گیرد اما همچنان در لوئیس ۱۰۰ جریان پایدارتر از حالت‌های دیگر است. همچنین در عدد لوئیس ۱۰۰ انگشتی‌ها دیرتر به مرز خروجی محیط می‌رسند.



شکل ۴-۲۶. تأثیر عدد لوئیس بر طول اختلاط ($\lambda_T = 1$, $Br = 10^{-9}$)

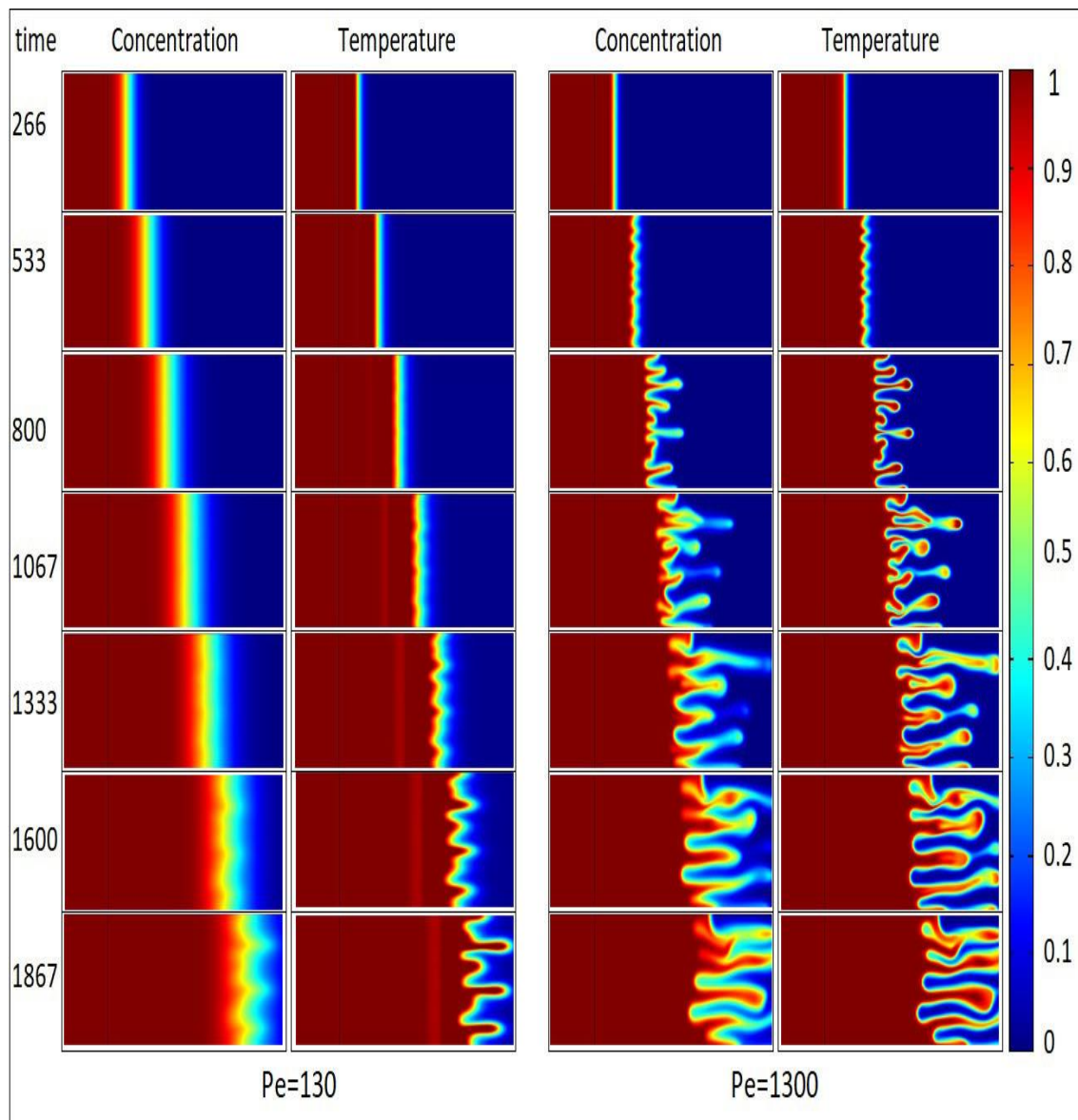
۴-۴-۶ بررسی اثر تغییرات عدد پکلت جرمی (Pe_C)

در این قسمت اثر تغییرات عدد پکلت حاصل از تغییر ضریب پخش و حاصل تغییر سرعت بررسی خواهد شد.

رابطه عدد پکلت جرمی به صورت $Pe_C = \frac{UL_x}{D_C}$ می‌باشد. در تصویر ۴-۲۷ جبهه‌های جرمی و حرارتی

برای اعداد پکلت ۱۳۰ و ۱۳۰۰ نمایش داده شده است. در این تصویر تأثیر عدد پکلت بر ناپایداری جریان کاملاً مشهود است. در $Pe_C = 130$ ناپایداری در جبهه جرمی با موج ضعیفی شروع می‌شود. به‌طوری‌که شکل و حالت هندسی انگشتی در ناپایداری کاملاً مشخص نیست. اما در $Pe_C = 1300$ انگشتی‌ها از زمان ۵۳۳ کاملاً نمایان شده و با گذشت زمان رشد کرده‌اند. همچنین مقایسه جبهه حرارتی در زمان‌های بعد

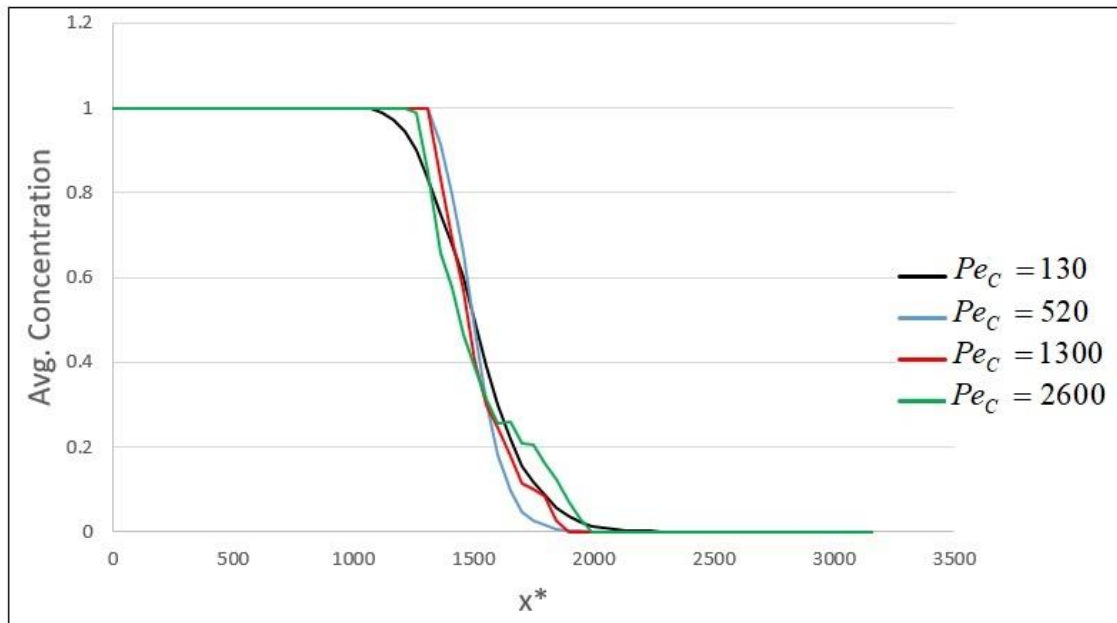
از ۵۳۳ نشان می‌دهد که جبهه حرارتی به ازای $Pe_C = 1300$ ناپایدارتر می‌باشد.



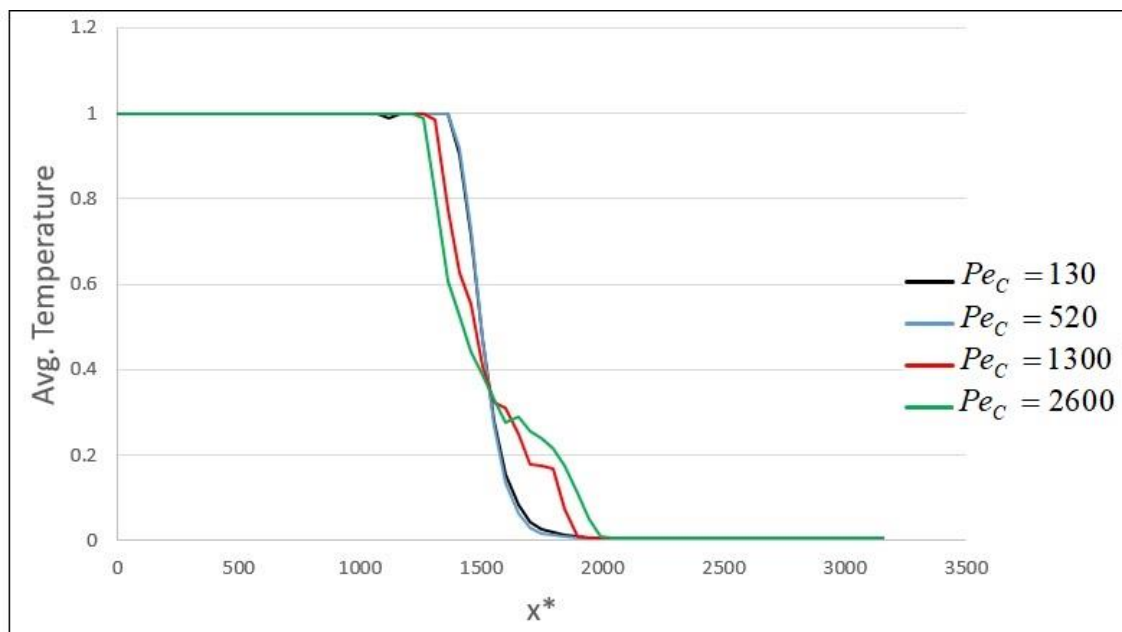
شکل ۴-۲۷. تأثیر عدد پکلت بر جبهه‌های غلظت و حرارت ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)

تصاویر ۴-۲۸ و ۴-۲۹ به ترتیب مقادیر میانگین غلظت و دمای عرضی را نشان می‌دهند. تصویر ۴-۲۸ برای $Pe_C = 130$ و $Pe_C = 520$ جریان جرمی پایدارتری را نشان می‌دهد و نمودارهای مربوطه پستی و بلندی‌های کمتری را دارند. تصویر ۴-۲۹ برای $Pe_C = 130$ و $Pe_C = 520$ جبهه حرارتی نسبتاً شبیه به یکدیگر را نشان می‌دهد. در این تصویر مشهود است که جریان حرارتی همانند جریان جرمی در اعداد پکلت بالاتر ناپایدارتر است. این نشان دهنده این است که در محیط‌های با ضریب پخش بزرگ‌تر جریان

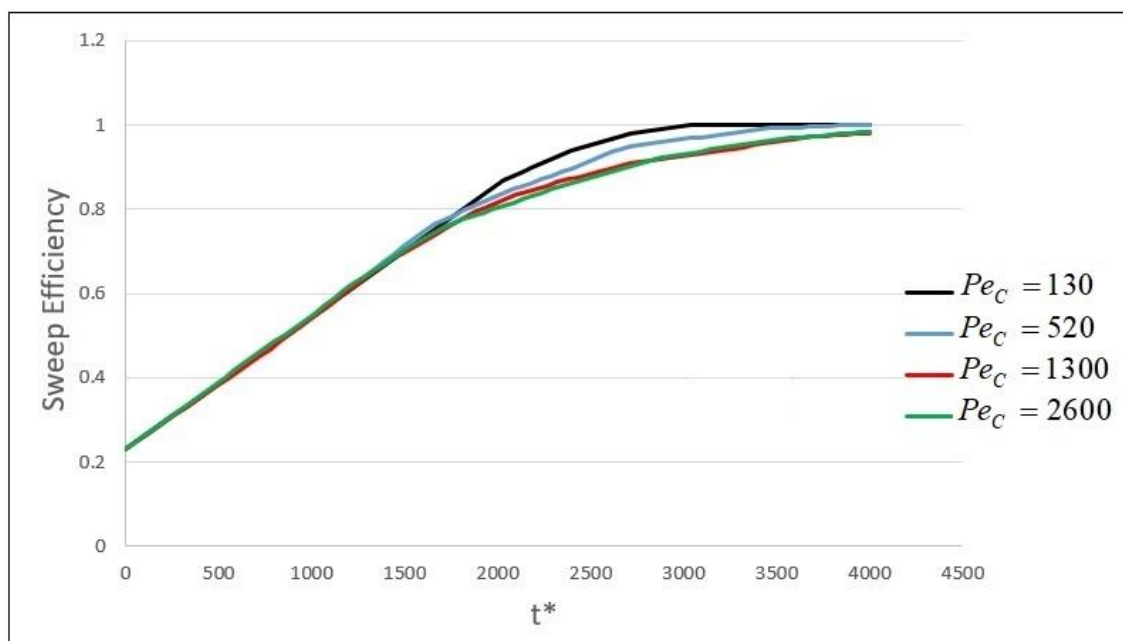
پایدارتر خواهد بود. همچنین راندمان جارویی در این محیطها وضعیت بهتری نسبت به محیطهایی با ضریب پخش کوچکتر دارد که در شکل ۴-۳۰ قابل مشاهده است.



شکل ۴-۲۸. تأثیر عدد پکلت بر میانگین غلظت عرضی ($Br = 10^{-9}$, $t^* = 800$, $Le = \lambda_T = 1$)

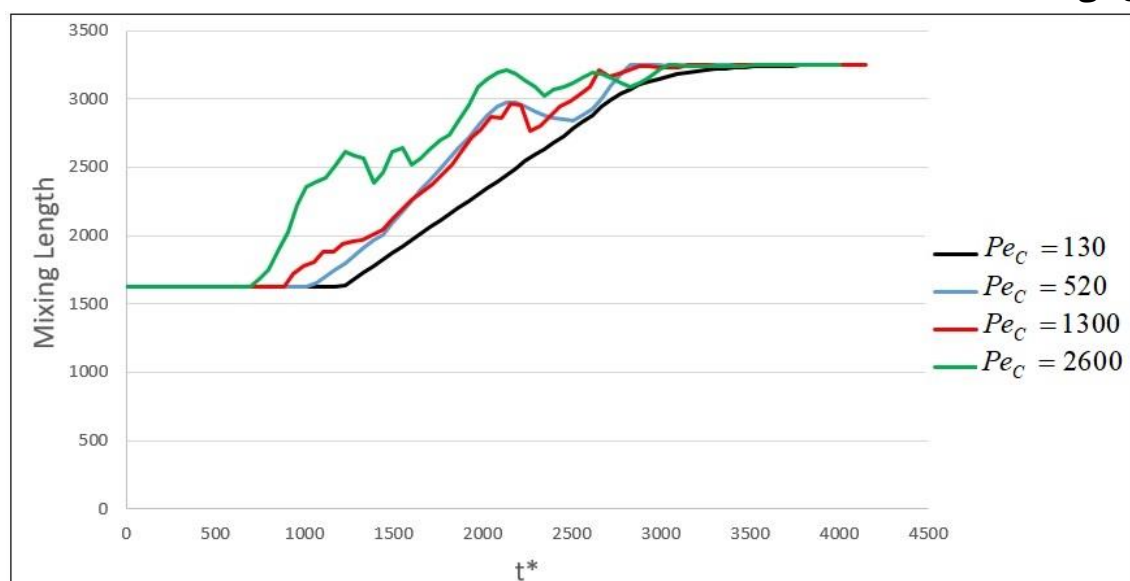


شکل ۴-۲۹. تأثیر عدد پکلت بر میانگین دمای عرضی ($Br = 10^{-9}$, $t^* = 800$, $Le = \lambda_T = 1$)



شکل ۳۰-۴. تأثیر عدد پکلت بر راندمان جارویی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)

تصویر ۳۱-۴ که نشان‌دهنده طول اختلاط می‌باشد، شدت ناپایداری در $Pe_C = 2600$ را به خوبی نشان می‌دهد.



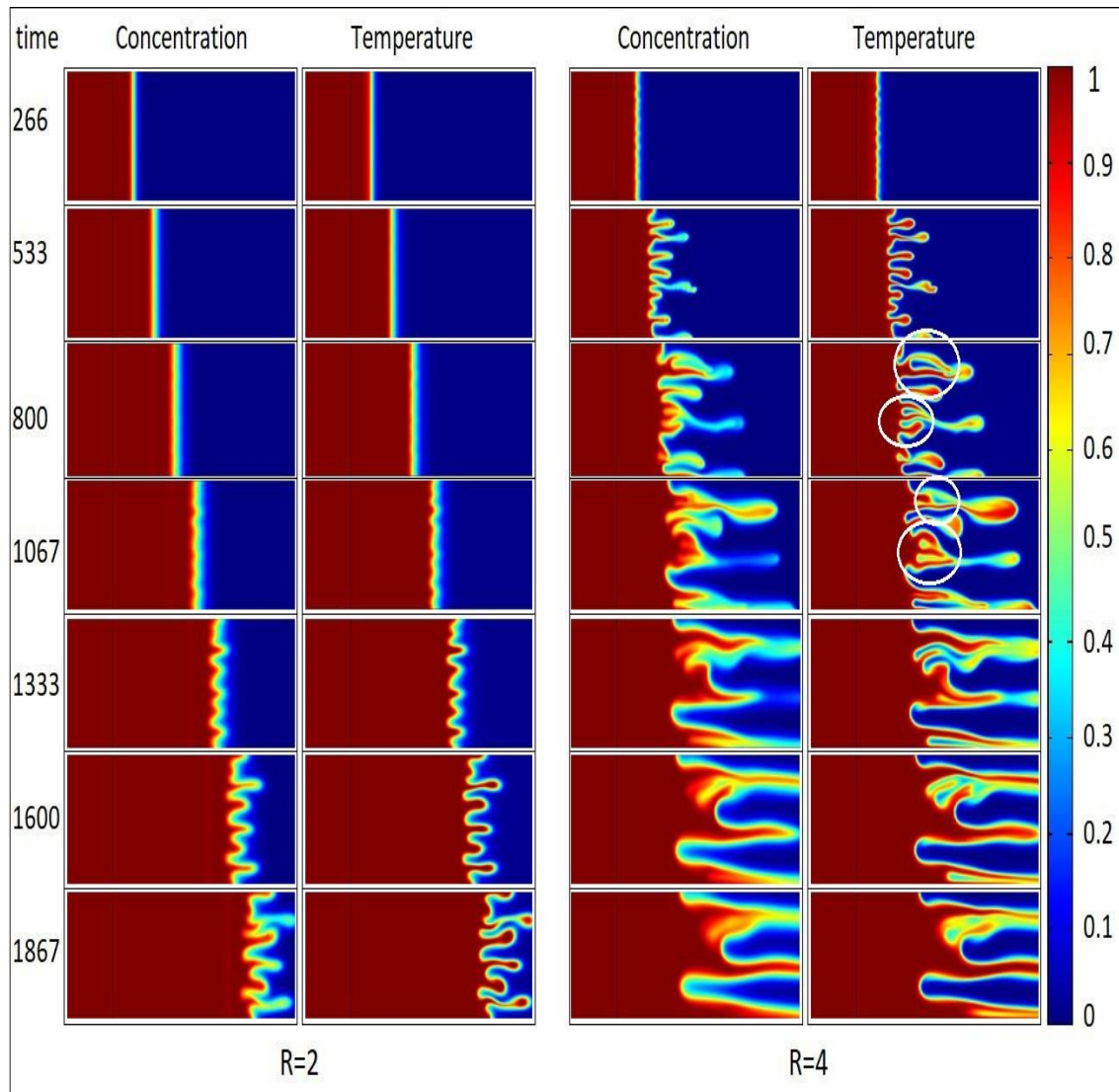
شکل ۳۱-۴. تأثیر عدد پکلت بر طول اختلاط ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)

همان‌طور که مشاهده می‌شود جریان در اعداد پکلت کوچک‌تر پایدارتر می‌باشد.

۷-۴-۴ بررسی اثر نسبت تحرک (R)

بررسی عدد R که حاصل از نسبت ویسکوزیته دو سیال می‌باشد در این قسمت انجام خواهد شد. رابطه R

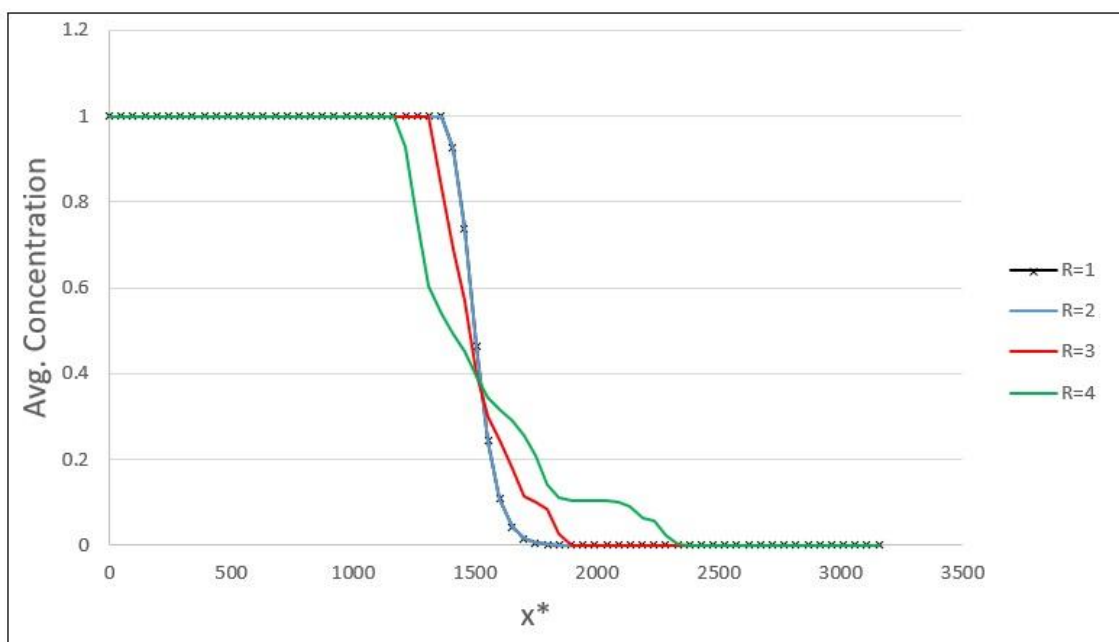
همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد، به صورت $R = \ln \frac{\mu_2}{\mu_0}$ می‌باشد.



شکل ۳۲-۴. تأثیر عدد R بر جبهه‌های گرمی و حرارتی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)

در تصویر ۳۲-۴ اثر R بر جبهه‌های گرمی و حرارتی نمایش داده شده است. برای $R=4$ رشد ناپایداری‌ها بیشتر از $R=2$ بوده است. اما تفاوت محسوسی بین جبهه گرمی و جبهه حرارتی در یک زمان ثابت احساس نمی‌شود. برای $R=4$ در زمان‌های ۸۰۰ و ۱۶۰۰ مکانیزم‌های دنباله جدا شده و به هم

پیوستگی دوسویه مشاهده می‌شود. در این فریم‌ها مشخص است که مقداری از سیال جابه‌جاشونده در میان دو انگشتی حبس شده است. این بخش از سیال شکل یک قطره را به خود گرفته است که به آن مکانیزم دنباله جدا شده می‌گویند. در مکانیزم دیگر و در همین فریم زمانی دو مورد از انگشتی‌ها به انگشتی بین خود نفوذ کرده و یک انگشتی بزرگ‌تر را تشکیل داده‌اند. به این مکانیزم، مکانیزم به هم پیوستگی دوسویه می‌گویند. در دل این مکانیزم نیز، بین انگشتی بالا و انگشتی میانی و همچنین بین انگشتی پایینی و انگشتی میانی مکانیزم دنباله جدا شده رخ داده است.

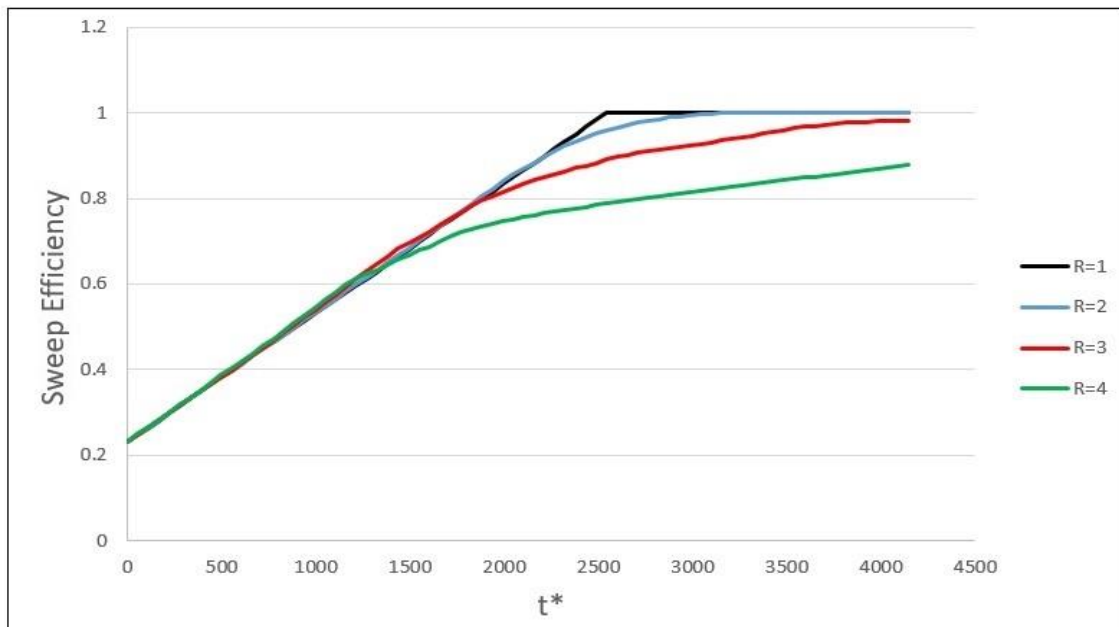


شکل ۴-۳۳. تأثیر عدد R بر میانگین غلظت عرضی ($Br = 10^{-9}$, $t^* = 800$, $Le = \lambda_T = 1$)

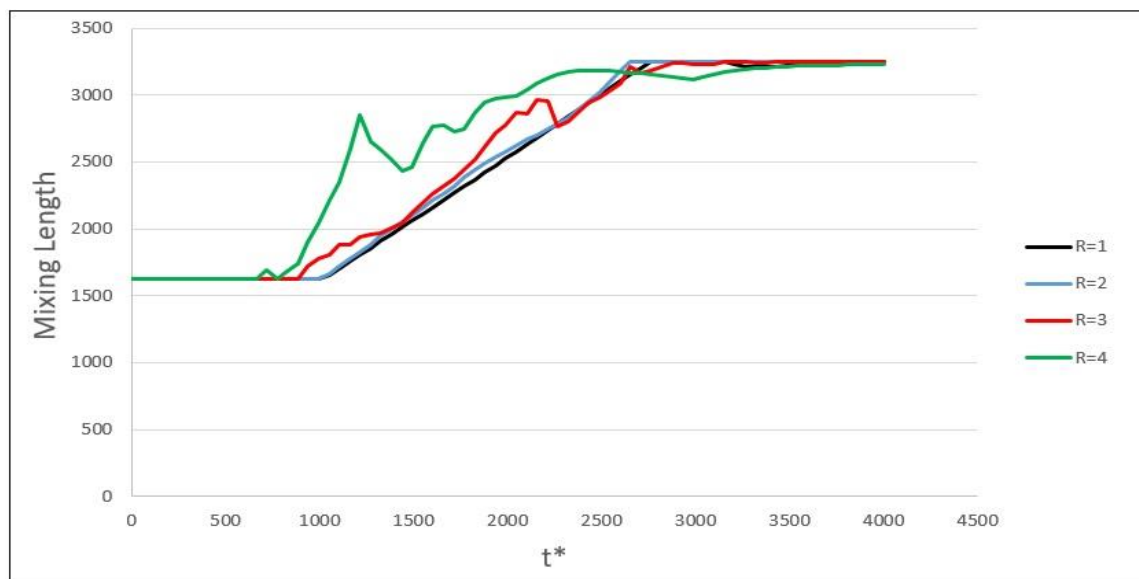
تصویر ۴-۳۳ مقادیر میانگین غلظت عرضی را برای R های مختلف نمایش می‌دهد. طبق این نمودارها در $R=4$ شروع ناپایداری‌ها سریع‌تر اتفاق افتاده و مدت زمان بیشتری ادامه داشته است. همچنین میزان ناپایداری و پستی و بلندی‌های نمودارهای مربوط به $R=3$ و $R=4$ بیشتر می‌باشد. نمودارهای $R=2$ و $R=1$ تقریباً منطبق بر یکدیگر بوده و جریان تقریباً مشابهی را داشته‌اند.

راندمان جاروبی نیز در R های کوچک‌تر وضعیت بهتری دارد که در تصویر ۴-۳۴ نشان داده شده است. در $R=4$ بعد از گذشت از زمان ۴۰۰۰ هنوز حدود ۱۷٪ از سیال جابه‌جاشونده در محیط باقی است که این مقدار در $R=1$ و $R=2$ تقریباً نزدیک به صفر است. شروع ناپایداری و میزان رشد انگشتی‌ها در

زمان واحد نیز در R های بزرگتر بیشتر است. این مورد در تصویر ۴-۳۵ که نمودار طول اختلاط می‌باشد، نشان داده شده است. در $R=4$ ناپایداری‌ها حدوداً از زمان ۶۰۰، در $R=3$ حدوداً از زمان ۸۵۰ و در $R=1$ و $R=2$ تقریباً از زمان ۱۰۵۰ شروع به رشد کرده‌اند.



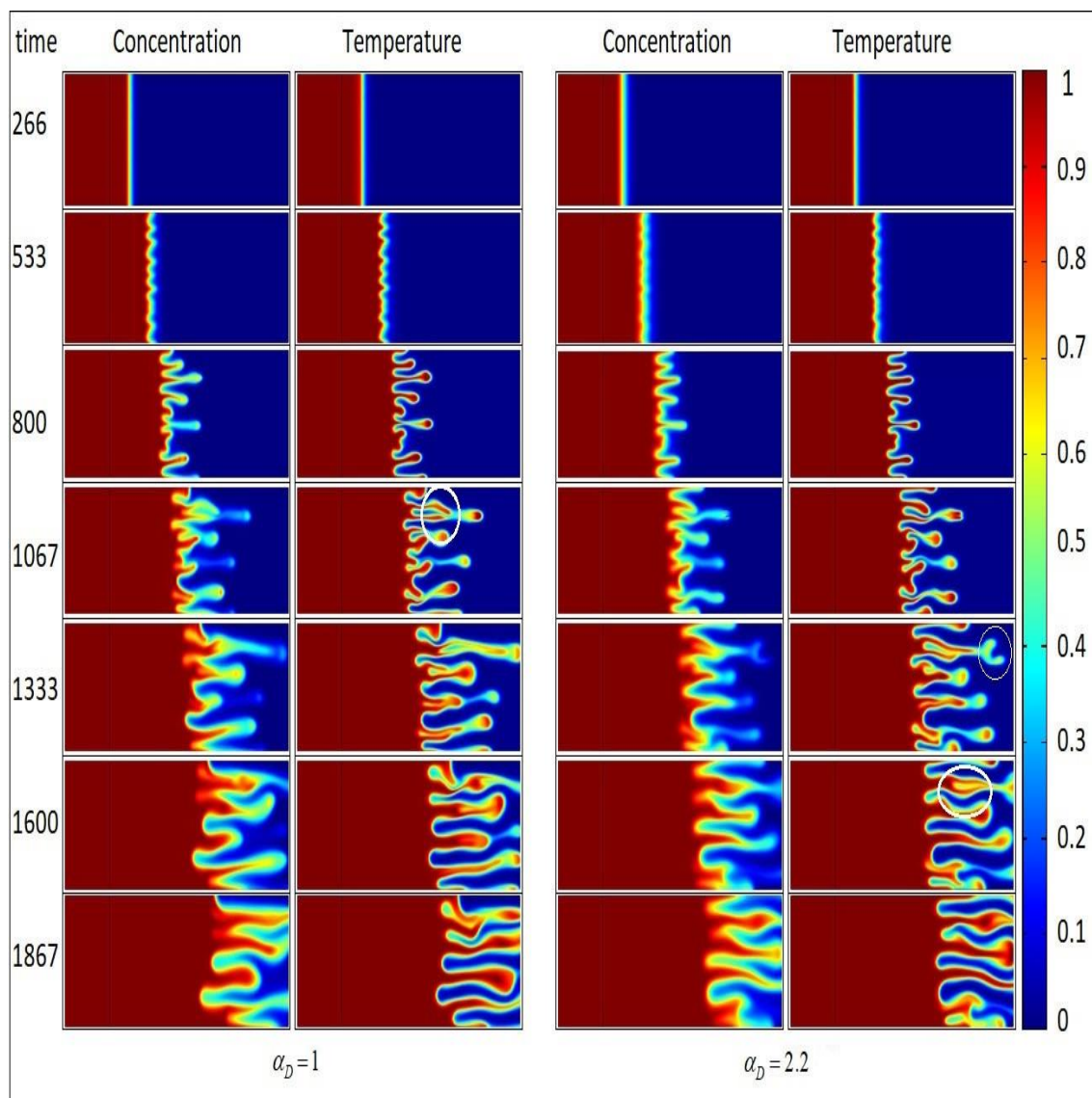
شکل ۴-۳۴. تأثیر عدد R بر راندمان جارویی ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)



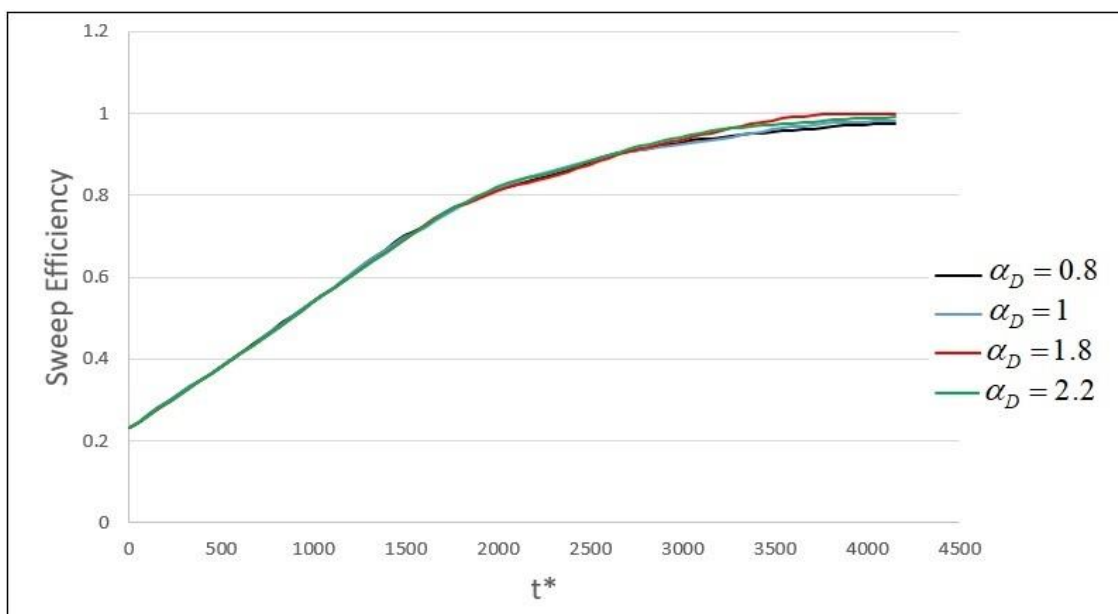
شکل ۴-۳۵. تأثیر عدد R بر طول اختلاط ($Br = 10^{-9}$, $Le = \lambda_T = 1$)

۴-۴-۸ بررسی اثر پراکندگی ناهمسانگرد محیط

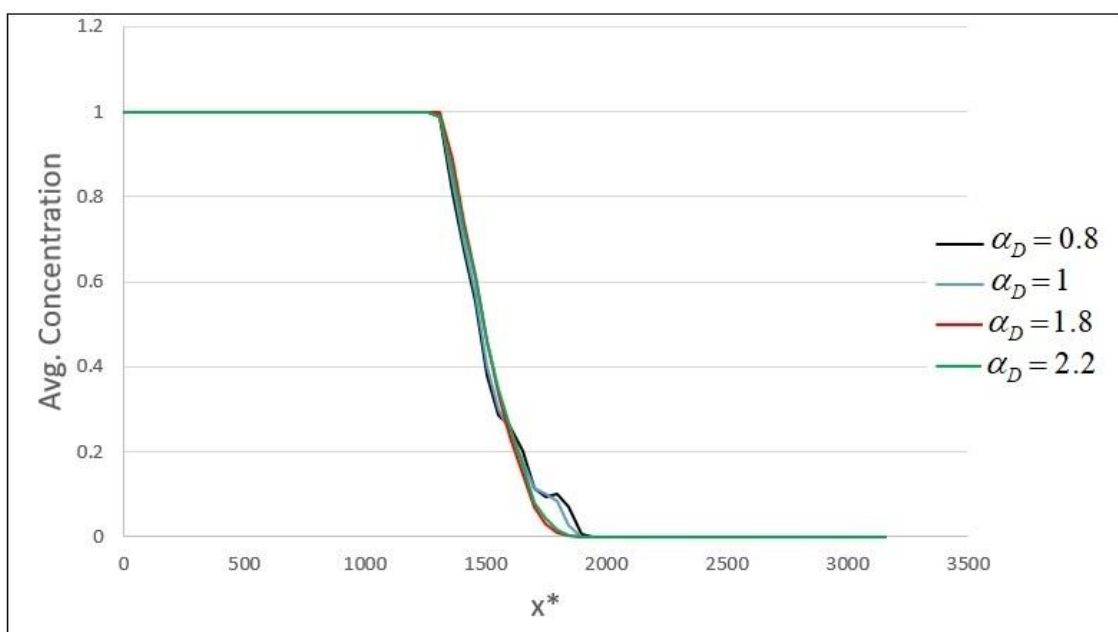
در این بخش جریان برای مقادیر مختلف ضریب ناهمسانگردی پراکندگی ($\alpha_D = \frac{\bar{D}_{c_{11}}}{\bar{D}_{c_{22}}}$) و زاویه ناهمسانگردی پراکندگی (β_D) بررسی و اثر این پارامترها بر جریان مشاهده خواهد شد. در شکل ۴-۳۶ نتایج حاصل از شبیه‌سازی غیرخطی برای ضرایب ناهمسانگردی ۱ و ۲/۲ نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، انگشتی‌های مربوط به هر دو حالت در ابتدای جریان هندسه‌ای شبیه به یکدیگر دارند اما با گذشت زمان، رشد انگشتی‌های حالت $\alpha_D = 2.2$ در راستای عرضی بیشتر صورت می‌گیرد. در این حالت انگشتی‌ها نازک و بلندتر نسبت به حالت $\alpha_D = 1$ هستند. در فریم زمانی ۱۰۶۷ برای جبهه حرارتی مربوط به $\alpha_D = 1$ مکانیزم دنباله جدا شده قابل مشاهده می‌باشد. همچنین این مکانیزم و مکانیزم شکافته شدن نوک انگشتی به ترتیب در فریم‌های زمانی ۱۶۰۰ و ۱۳۳۳ در جبهه حرارتی مربوط به $\alpha_D = 2.2$ مشخص شده‌اند. نمودار راندمان جاروبی از شرایطی ایده‌آل‌تر در $\alpha_D = 1.8$ خبر می‌دهد. البته تفاوت مقادیر در این نمودار بسیار کوچک می‌باشند. این نمودار در تصویر ۴-۳۷ آمده است. در نمودارهای میانگین غلظت و دمای عرضی که در تصاویر ۴-۳۸ و ۴-۳۹ آمده‌اند، مشخص می‌شود که جریان به ازای ضرایب بزرگ‌تر پایدارتر می‌باشد.



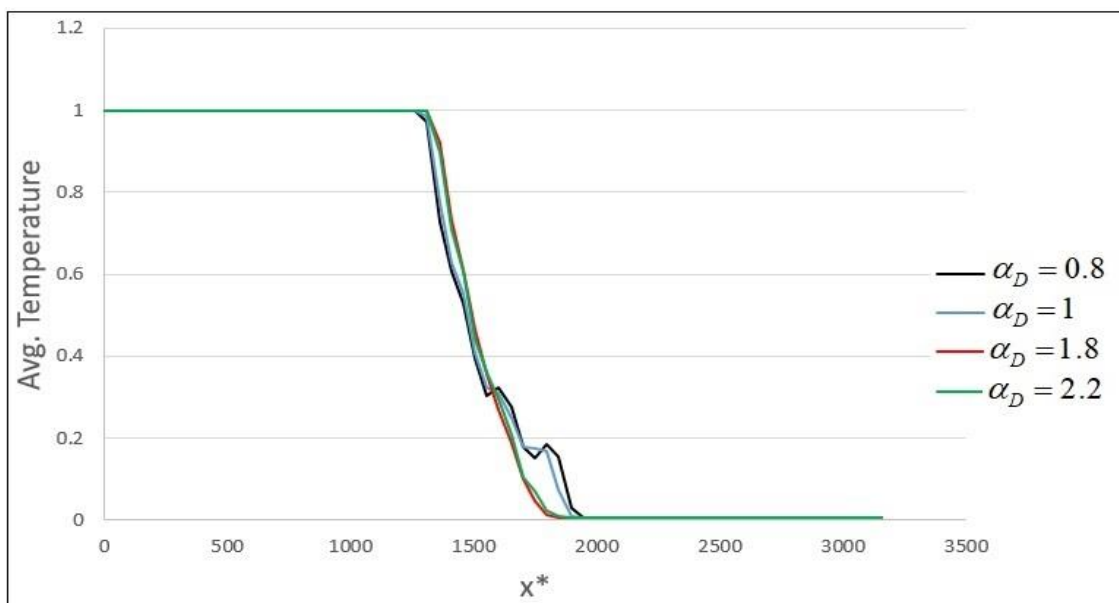
شکل ۴-۳۶. تأثیر α_D بر جبهه‌های گرمی و حرارتی ($\beta_D = \beta_K = 0$, $\alpha_K = 1$)



شکل ۴-۳۷. تأثیر α_D بر راندمان جارویی ($\beta_D = \beta_K = 0, \alpha_K = 1$)

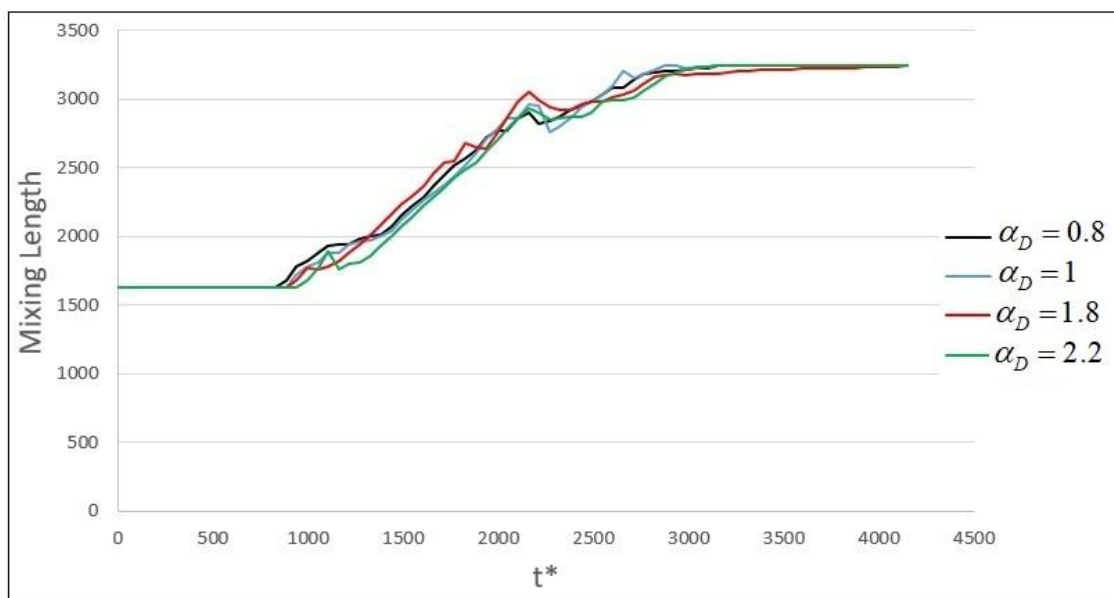


شکل ۴-۳۸. تأثیر α_D بر میانگین غلظت عرضی ($\beta_D = \beta_K = 0, t^* = 800, \alpha_K = 1$)



شکل ۴-۳۹. تأثیر α_D بر میانگین دمای عرضی ($\beta_D = \beta_K = 0, t^*=800, \alpha_K = 1$)

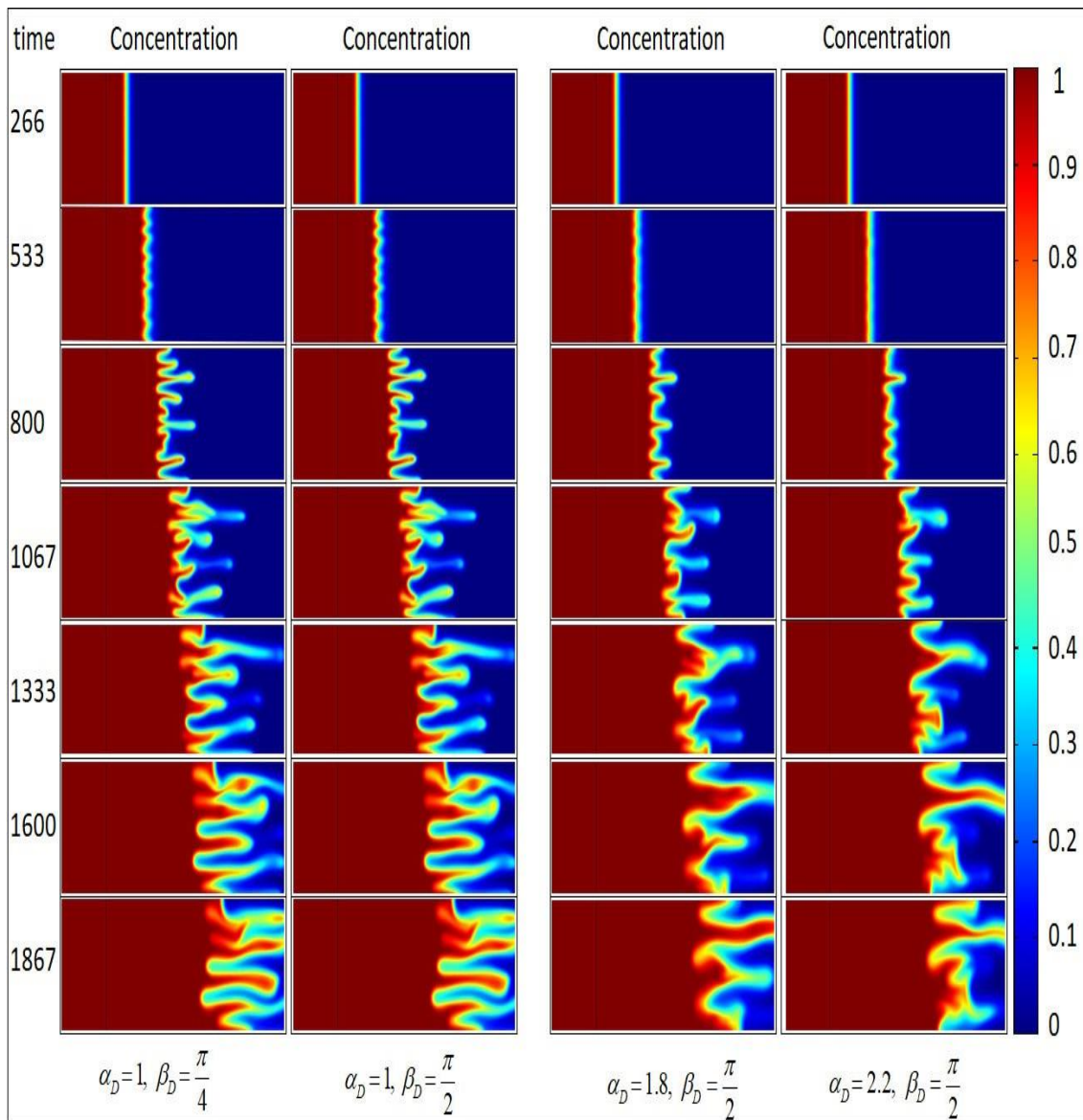
شکل ۴-۴۰ که مشخص کننده طول اختلاط می‌باشد، نشان می‌دهد که طول انگشتی‌ها در $\alpha_D = 1.8$ بلندتر از حالت‌های دیگر بوده است. همچنین این نمودار، پایدارتر بودن جریان در ضرایب بزرگ‌تر را تصدیق می‌نماید.



شکل ۴-۴۰. تأثیر α_D بر طول اختلاط ($\beta_D = \beta_K = 0, \alpha_K = 1$)

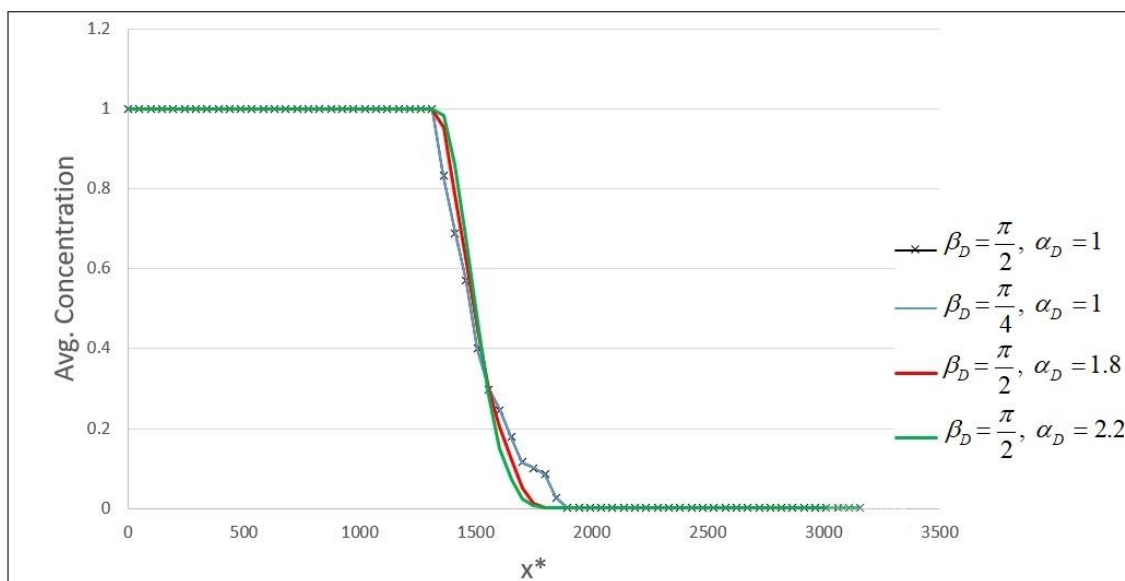
تصویر ۴-۴۱ تأثیر زاویه ناهمسانگردی را بر کانتورهای غلظت نمایش می‌دهد. تشکیل انگشتی‌ها یا به

عبارت دیگر شروع ناپایداری جریان در $\alpha_D = 2.2, \beta_D = \frac{\pi}{2}$ دیرتر اتفاق افتاده است.



شکل ۴-۴۱. تأثیر α_D و β_D بر جبهه‌های جرمی ($\beta_K = 0, \alpha_K = 1$)

تصویر ۴-۴۲ که نمودار میانگین غلظت عرضی می‌باشد، پایداری جریان به ازای ضرایب بزرگ‌تر را نشان می‌دهد. در این نمودار، زوایای ناهمسانگردی اثر قابل توجهی بر مقادیر میانگین غلظت عرضی نگذاشته، و در $\alpha_D = 1$ این مقادیر بر یکدیگر منطبق شده‌اند. همچنین در این نمودار مشخص است که شروع اغتشاشات در یک زمان بوده است اما شدت رشد آن‌ها در α_D کوچک‌تر، بیشتر می‌باشد.



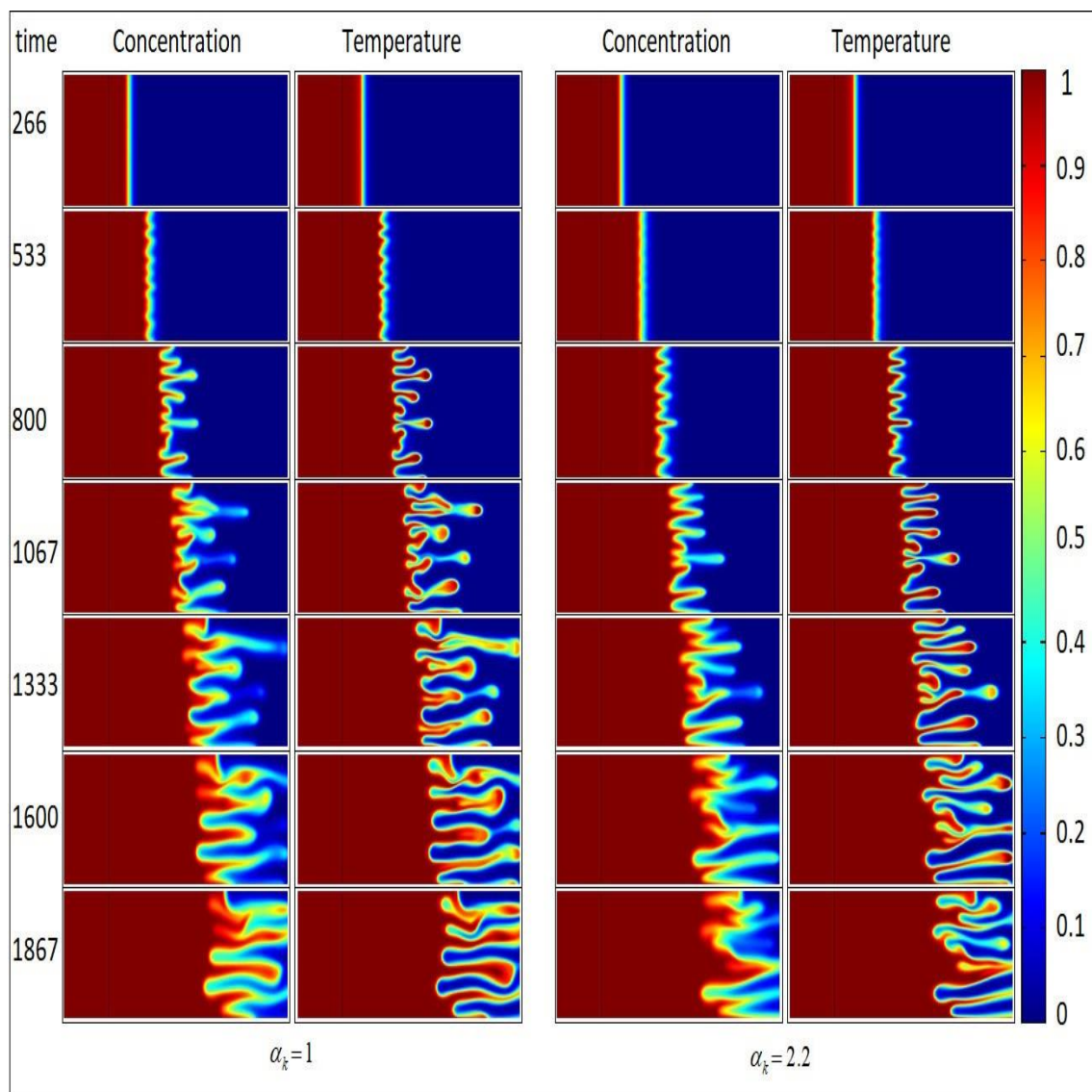
شکل ۴-۴۲. تأثیر β_D و α_D بر میانگین غلظت عرضی ($\beta_K = 0, t^* = 800, \alpha_K = 1$)

در مقایسه دو تصویر ۴-۴۲ و ۴-۳۸ مشخص می‌شود که افزایش زاویه ناهمسانگردی موجب پایدارتر شدن جریان می‌شود.

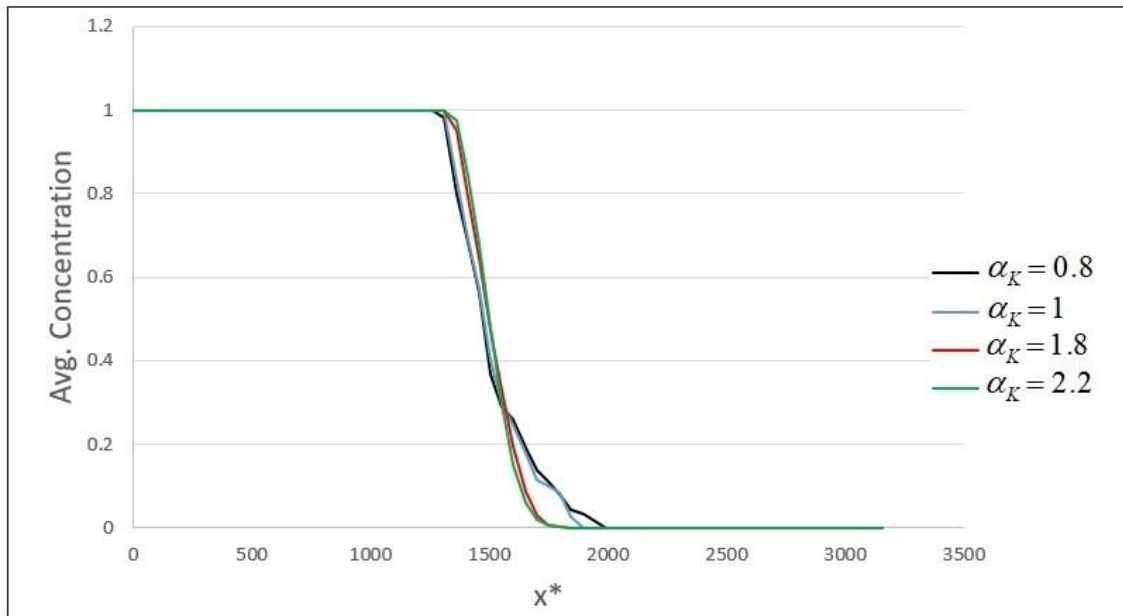
۴-۴-۹ بررسی نفوذپذیری ناهمسانگرد محیط متخلخل

در این بخش اثر ضریب نفوذپذیری ناهمسانگرد محیط ($\alpha_K = \frac{\bar{K}_{11}}{\bar{K}_{22}}$) و زاویه آن (β_K) بر جریان بررسی

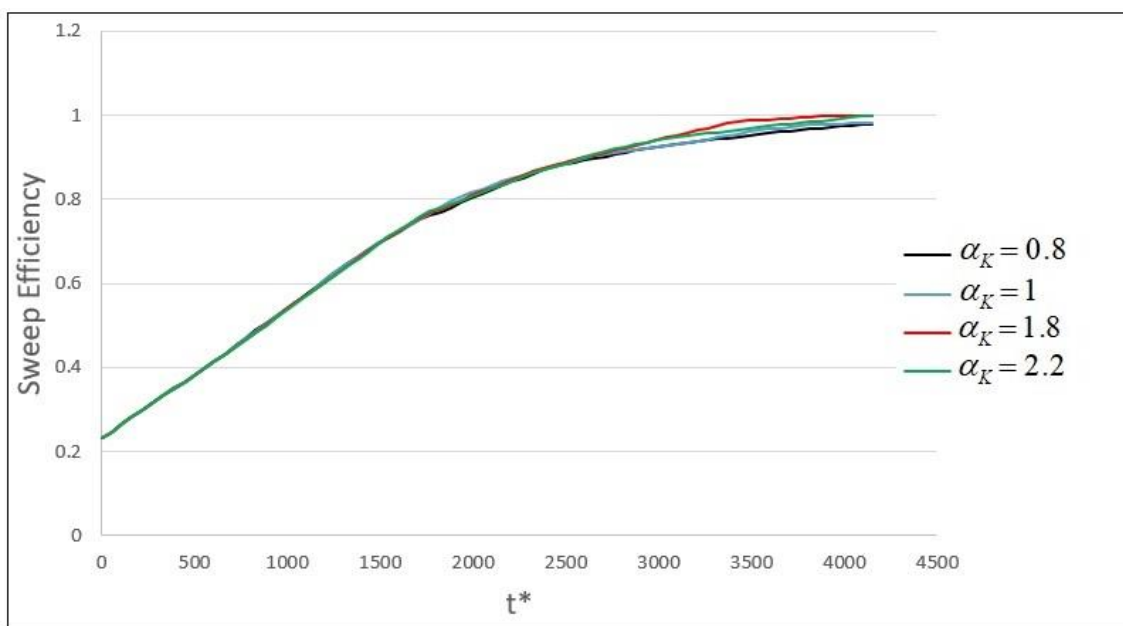
خواهد شد. در تصویر ۴-۴۳ کانتورهای غلظت و دما برای $\alpha_K = 1$ و $\alpha_K = 2.2$ آورده شده است. در $\alpha_K = 1$ اولین انگشتی در زمان ۱۳۳۳ به انتهای جبهه رسیده است اما در $\alpha_K = 2.2$ این اتفاق در زمان ۱۶۰۰ رخ داده است که نشان از پایدارتر بودن جریان در $\alpha_K = 2.2$ می‌دهد. در هر دو حالت، یک جبهه جرمی خیلی ضعیفتر از جبهه اصلی در جلو قرار گرفته است که در این جبهه دو سیال در حال پخش در یکدیگر هستند. این جبهه در $\alpha_K = 2.2$ بزرگتر می‌باشد. شکل و حالت انگشتی‌ها نیز در هر حالت با حالت دیگر تفاوت‌هایی دارد. در α_K های کوچکتر اغتشاشات بیشتری دیده می‌شود که این امر در تصویر ۴-۴۴ قابل مشاهده می‌باشد. همچنین نقطه شروع ناپایداری‌ها نیز در α_K های کوچکتر، جلوتر است. نمودارهای راندمان جاروبی در این حالت‌ها تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند اما در α_K های بزرگتر راندمان بیشتر می‌باشد. تصویر ۴-۴۵ این نمودارها را به نمایش گذاشته است.



شکل ۴-۴۳. تأثیر α_K بر جبهه‌های جرمی و حرارتی ($\beta_D = \beta_K = 0$, $\alpha_D = 1$)

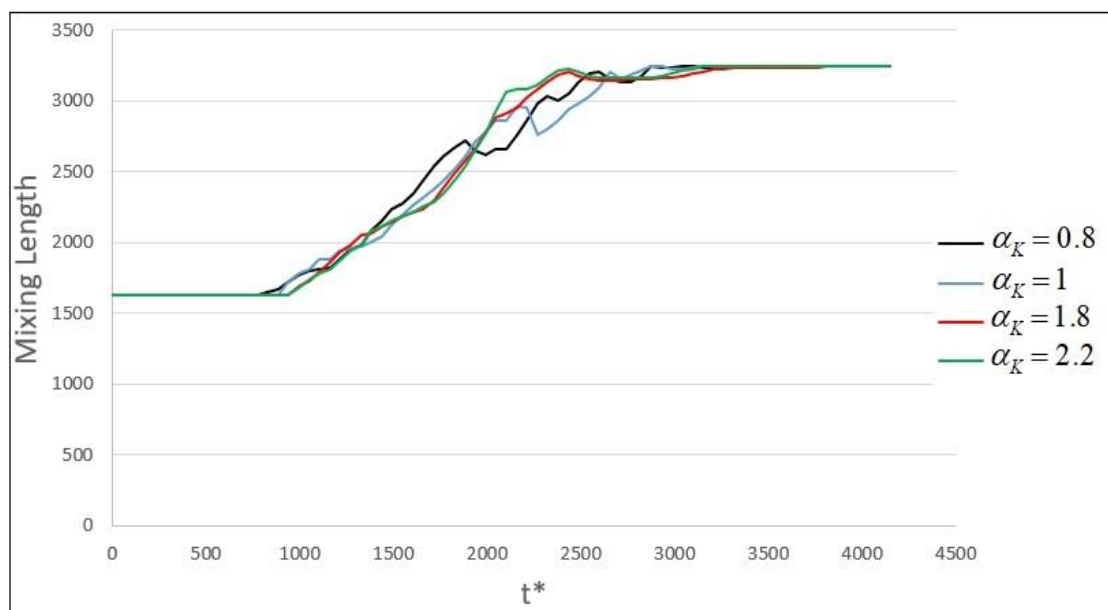


شکل ۴-۴۴. تأثیر α_K بر جبهه‌های جرمی و حرارتی ($\alpha_D = 1, t^* = 800, \beta_D = \beta_K = 0$)



شکل ۴-۴۵. تأثیر α_K بر راندمان جارویی ($\beta_D = \beta_K = 0, \alpha_D = 1$)

در شکل ۴-۴۶ نمودار طول اختلاط آورده شده است. این نمودار نشان دهنده این است که در α_K های بزرگ‌تر انگشتی‌ها دیرتر به انتهای جبهه رسیده‌اند که نشان از پایداری بیشتر بودن جریان می‌باشد.



شکل ۴-۴۶. تأثیر α_K بر طول اختلاط ($\beta_D = \beta_K = 0, \alpha_D = 1$)

کانتورهای غلظت مربوط به ضرایب و زوایای مختلف ناهمسانگردی نفوذپذیری در تصویر ۴-۴۷ آمده

است. طول انگشتی‌ها در $\alpha_K = 1.8, \beta_K = \frac{\pi}{2}$ کوتاهتر از سایر حالات می‌باشد که در زمان ۱۳۳۳ مشخص

است. اما در این حالت ضخامت انگشتی از هر دو حالت $\alpha_K = 1$ بیشتر می‌باشد. با مقایسه این کانتورها در

یک زمان خاص می‌توان نتیجه گرفت که انگشتی‌ها در α_K های بزرگ‌تر عرض و ضخامت بیشتری

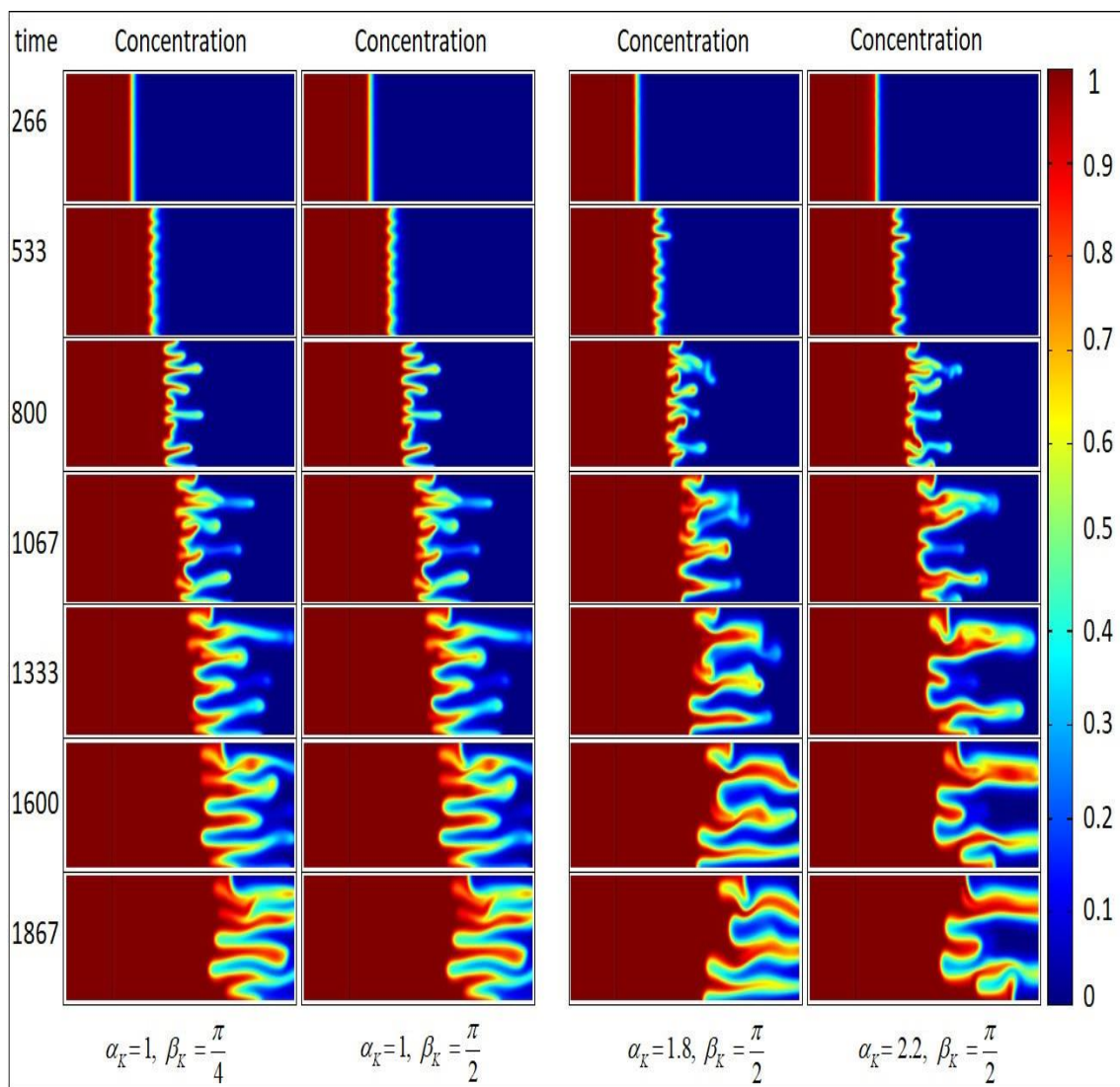
خواهند داشت. نمودار راندمان جاروبی برای $\alpha_K = 1$ که در شکل ۴-۴۸ آورده شده است، بیانگر تأثیر

ناچیز زاویه ناهمسانگردی بر این پارامتر، در این حالت می‌باشد، چرا که نمودارهای $\alpha_K = 1, \beta_K = \frac{\pi}{4}$ و

$\alpha_K = 1, \beta_K = \frac{\pi}{2}$ بریکدیگر منطبق می‌باشند. اما نمودار راندمان جاروبی برای $\alpha_K = 1.8$ و

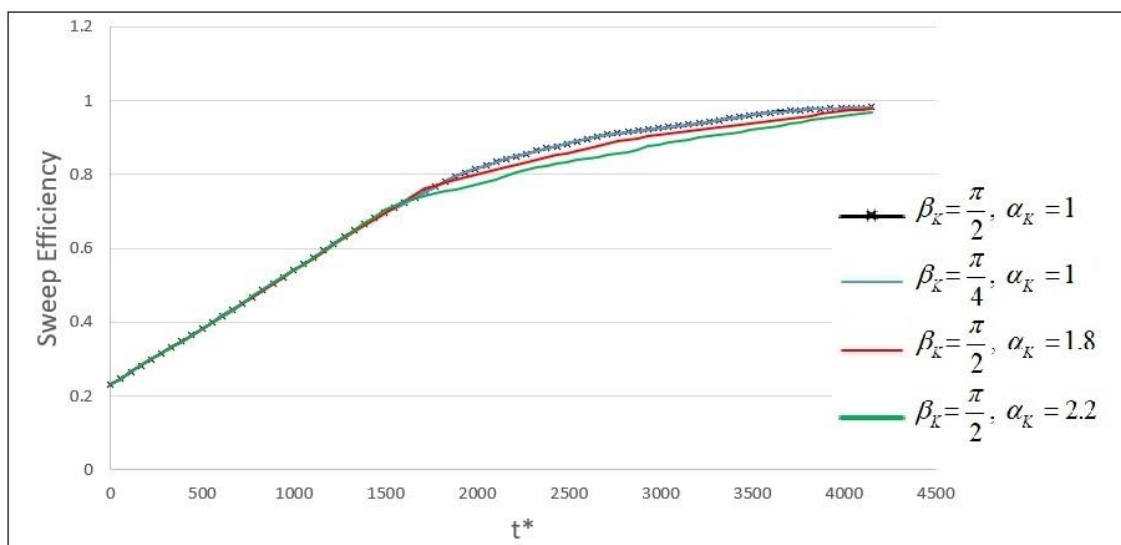
$\alpha_K = 2.2$ در مقایسه با نمودارهای مربوط به این دو پارامتر در تصویر ۴-۴۵ نشان می‌دهد که افزایش

زاویه ناهمسانگردی باعث کاهش راندمان جاروبی خواهد شد.

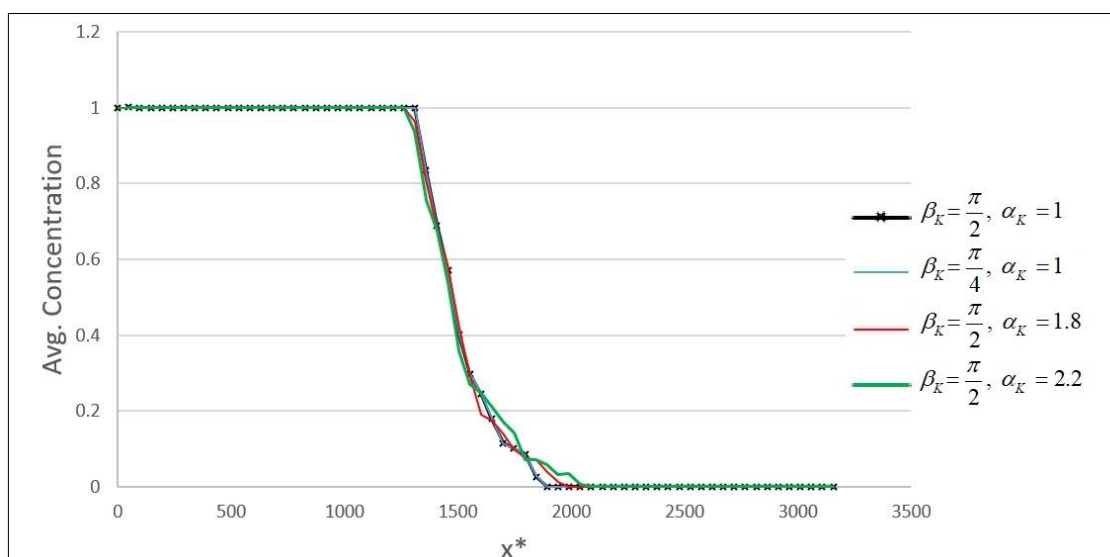


شکل ۴-۴۷. تأثیر α_K و β_K بر جبهه‌های جرمی ($\beta_D = 0, \alpha_D = 1$)

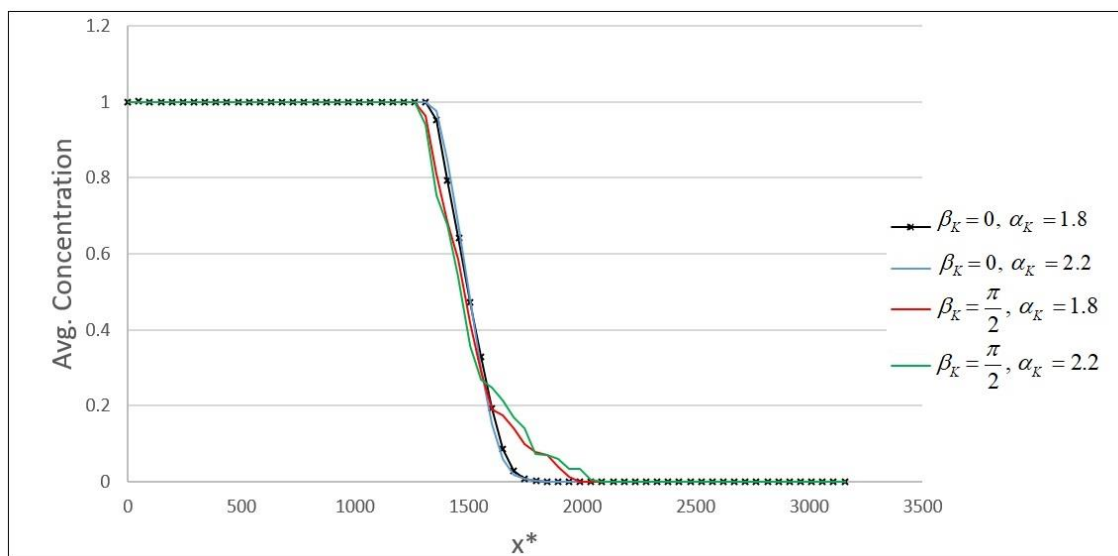
در انتها تصویر ۴-۴۹ میانگین غلظت عرضی را برای حالت‌های مختلف نشان می‌دهد. این نمودار بیانگر این است که شروع ناپایداری در α_K های بزرگ‌تر زودتر اتفاق افتاده است. در مقایسه این نمودار با نمودارهای تصویر ۴-۴۴ مشخص می‌شود که افزایش زاویه ناهمسانگردی باعث افزایش ناپایداری در عرض جریان شده است. جهت مقایسه بهتر، این نمودار در تصویر ۴-۵۰ آورده شده است.



شکل ۴-۴۸. تأثیر β_K و α_K بر راندمان جارویی ($\beta_D = 0, \alpha_D = 1$)



شکل ۴-۴۹. تأثیر β_K و α_K بر میانگین غلظت عرضی ($\beta_D = 0, t^*=800, \alpha_D = 1$)



شکل ۴-۵. تأثیر β_K بر میانگین غلظت عرضی ($\beta_D = 0, t^*=800, \alpha_D = 1$)

فصل 5 : نتیجه گیری و پیشنهادات

۵-۱ مقدمه

در این فصل ابتدا به نتیجه‌گیری از موارد بحث شده در این مطالعه پرداخته خواهد شد و سپس پیشنهاداتی برای ادامه تحقیقات در این زمینه ارائه خواهد شد.

۵-۲ نتیجه‌گیری

در این مطالعه شبیه‌سازی جریان دوفازی داری در محیط متخلخل توسط نرم‌افزار کامسول انجام شده است. با استفاده از این شبیه‌سازی رفتار ناپایداری انگشتی به‌وجود آمده در این جریان در شرایط مختلف بررسی شده است.

افزایش ثابت زمانی سیال جابه‌جاکننده موجب افزایش ناپایداری جریان شده و جریان را کانالیزه می‌کند. با کانالیزه شدن جریان، تمامی سیال جابه‌جاکننده از کانال ایجاد شده خارج می‌شود و مقدار قابل توجهی از سیال جابه‌جاشونده در محیط باقی خواهد ماند.

به ازای مقادیر بسیار کوچک، شاخص توانی سیال جابه‌جاکننده به پایداریتر شدن جریان کمک خواهد کرد.

بررسی کانتورهای غلظت و دما، نمودارهای میانگین غلظت و دمای عرضی و همچنین طول اختلاط و راندمان جاروبی نشان می‌دهد که تلفات ویسکوز باعث افزایش انتقال حرارت و کاهش سریع‌تر دما شده و در نتیجه ویسکوزیته سیالات بیشتر شده است. از طرفی چون ویسکوزیته سیال دوم بیشتر است، در این سیال افزایش ویسکوزیته شدیدتر بوده و باعث افزایش نسبت تحرک می‌شود که در نهایت موجب افزایش ناپایداری جریان شده است.

جریان به ازای اعداد پکلت کوچک‌تر یا به عبارت دیگر قدرت نفوذ بیشتر سیال در محیط پایداریتر بوده و راندمان جاروبی وضعیت بهتری را دارد.

افزایش عدد لوئیس و همچنین کاهش ضریب تأخیر حرارتی موجب کاهش ناپایداری در جریان خواهد شد. این موضوع در نمودارهای طول اختلاط به خوبی قابل مشاهده است.

افزایش نسبت تحرک نیز به رشد بیشتر ناپایداری‌ها و کاهش راندمان جارویی کمک می‌کند. در R های بزرگ‌تر انگشتی‌ها بلندتر بوده و سریع‌تر به انتهای جبهه می‌رسند.

بررسی جریان در محیط ناهمسانگرد نشان داد که افزایش میزان نفوذپذیری در راستای افقی نسبت به راستای عمود بر جریان باعث پایدارتر شدن جریان خواهد شد. افزایش زاویه ناهمسانگردی در تانسور نفوذپذیری محیط، جریان را ناپایدارتر خواهد کرد اما افزایش زاویه ناهمسانگردی در تانسور پراکندگی جرمی موجب پایدارتر شدن جریان خواهد شد.

۳-۵ پیشنهادات جهت ادامه موضوع

- استفاده از روابط دیگر جهت بیان ارتباط بین ویسکوزیته با غلظت و دما و بررسی اثر آن بر نتایج
- استفاده از سیالات غیرنیوتنی دیگر مثل سیالات ویسکوالاستیک و بررسی اثر آن‌ها و اثر پارامترهای رئولوژیکی وابسته به این سیالات بر این ناپایداری‌ها
- در نظر گرفتن محیط سه بعدی و یا احتساب اثر گرانش و وابستگی خواص ناهمسانگرد به پارامترهایی نظیر سرعت، دما و ...
- بررسی جریان تابع دما و غلظت، برای سیالات مخلوط‌نشده نیوتنی و غیرنیوتنی

مراجع

- [1] Saffman, Philip Geoffrey, and Geoffrey Ingram Taylor. "The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 245.1242 (1958): 312-329
- [2] M. Bavière, "Basic concepts in enhanced oil recovery processes," vol. 33: Springer, 1991.
- [3] N. Mosavat, S. Al-Riyami, P. Pourafshary, Y. Al-Wahaibi, and S. Rudyk, "Recovery of viscous and heavy oil by CO₂-saturated brine," *Energy Clim. Chang.*, vol. 1, no. August, p. 100009, 2020, doi: 10.1016/j.egycc.2020.100009.
- [4] G. M. Homsy, "Viscous fingering in porous media," *Annual review of fluid mechanics*, vol. 19, pp. 271-311, 1987.
- [5] S. Hill and F. I. P, "Channeling in packed columns," *Chem. Eng. Sci.*, vol. 1, no. 6, pp. 247–253, 1952, doi: 10.1016/0009-2509(52)87017-4.
- [6] A. M. Naami, P. Catania, and M. R. Islam, "Numerical and experimental modeling of viscous fingering in two-dimensional consolidated porous medium," *Tech. Meet. / Pet. Conf. South Saskatchewan Sect.* 1999, no. 99, 1999, doi: 10.2118/99-118.
- [7] A. L. Benham and R. W. Olson, "A model study of viscous fingering," *Soc. Pet. Eng. J.*, vol. 3, no. 02, pp. 138–144, 1963, doi: 10.2118/513-pa.
- [8] K. S. Sorbie, N. B. Tsibuklis, and A. Dwebi, "Experimental testing of mobility predictions in averaged models of viscous fingering," *Paper presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas, October, 1991*, doi: 10.2118/22617-ms.
- [9] R. L. Slobod and R. A. Thomas, "Effect of transverse diffusion on fingering in miscible-phase displacement," *Soc. Pet. Eng. J.*, vol. 3, no. 01, pp. 9–13, 1963, doi: 10.2118/464-pa.
- [10] T. K. Perkins, O. C. Johnston, and R. N. Hoffman, "Mechanics of viscous fingering in miscible systems," *Soc. Pet. Eng. J.*, vol. 5, no. 04, pp. 301–317, 1965, doi: 10.2118/1229-pa.
- [11] T. K. Perkins and O. C. Johnston, "A study of immiscible fingering in linear models," *Soc. Pet. Eng. J.*, vol. 9, no. 01, pp. 39–46, 1969, doi: 10.2118/2230-pa.
- [12] P. Ahmadi, E. Ghandi, M. Riazi, and M. R. Malayeri, "Experimental and CFD studies on determination of injection and production wells location considering reservoir heterogeneity and capillary number," *Oil Gas Sci. Technol.*, vol. 74, 2019, doi: 10.2516/ogst/2018078.
- [13] S. Malhotra, M. M. Sharma, and E. R. Lehman, "Experimental study of the growth of mixing zone in miscible viscous fingering," *Phys. Fluids*, vol. 27, no. 1, pp. 1–15, 2015, doi: 10.1063/1.4905581.
- [14] R. L. Chuoke, P. van Meurs, and C. van der Poel, "The instability of slow, immiscible, viscous liquid-liquid displacements in permeable media," *Trans. AIME*, vol. 216, no. 01, pp. 188–194, 1959, doi: 10.2118/1141-g.
- [15] S. Tanveer, "Surprises in viscous fingering," *J. Fluid Mech.*, vol. 409, pp. 273–308, 2000, doi: 10.1017/S0022112099007788.
- [16] P. Mostaghimi, F. Kamali, M. D. Jackson, A. H. Muggeridge, and C. C. Pain, "Adaptive mesh optimization for simulation of immiscible viscous fingering," *SPE*

- J., vol. 21, no. 6, pp. 2250–2259, 2016, doi: 10.2118/173281-PA.
- [17] K. Ghesmat and J. Azaiez, “Viscous fingering instability in porous media: Effect of anisotropic velocity-dependent dispersion tensor,” *Transp. Porous Media*, vol. 73, no. 3, pp. 297–318, 2008, doi: 10.1007/s11242-007-9171-y.
 - [18] X. Kong, M. Haghighi, and Y. C. Yortsos, “Visualization of steam displacement of heavy oils in a Hele-Shaw cell,” *Fuel*, vol. 71, no. 12, pp. 1465–1471, 1992, doi: 10.1016/0016-2361(92)90220-I.
 - [19] S. J. Jackson, H. Power, and D. Giddings, “Immiscible thermo-viscous fingering in Hele-Shaw cells,” *Comput. Fluids*, vol. 156, pp. 621–641, 2017, doi: 10.1016/j.compfluid.2017.04.004.
 - [20] S. Tanuja, M. Krishnamurthy, and P. M. Partha, “Numerical experiments in the Simulation of Enhanced Oil Recovery from a Porous Media,” *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 0729, no. 17, pp. 981–997, 2001.
 - [21] M. Z. Saghir, O. Chaalal, and M. R. Islam, “Numerical and experimental modeling of viscous fingering during liquid-liquid miscible displacement,” *J. Pet. Sci. Eng.*, vol. 26, no. 1–4, pp. 253–262, 2000, doi: 10.1016/S0920-4105(00)00039-5.
 - [22] D. Pritchard, “The instability of thermal and fluid fronts during radial injection in a porous medium,” *J. Fluid Mech.*, vol. 508, no. 508, pp. 133–163, 2004, doi: 10.1017/S0022112004009000.
 - [23] M. N. Islam and J. Azaiez, “Miscible thermo-viscous fingering instability in porous media. Part 1: Linear stability analysis,” *Transp. Porous Media*, vol. 84, no. 3, pp. 821–844, 2010, doi: 10.1007/s11242-010-9555-2.
 - [24] M. N. Islam and J. Azaiez, “Miscible thermo-viscous fingering instability in porous media. Part 2: Numerical simulations,” *Transp. Porous Media*, vol. 84, no. 3, pp. 845–861, 2010, doi: 10.1007/s11242-010-9542-7.
 - [25] M. N. Islam and J. Azaiez, “Thermo-viscous fingering in quarter five-spot miscible displacements,” *Eur. J. Mech. B/Fluids*, vol. 30, no. 1, pp. 107–119, 2011, doi: 10.1016/j.euromechflu.2010.07.004.
 - [26] J. Azaiez and M. Sajjadi, “Stability of double-diffusive double-convective miscible displacements in porous media,” *Phys. Rev. E - Stat. Nonlinear, Soft Matter Phys.*, vol. 85, no. 2, pp. 1–10, 2012, doi: 10.1103/PhysRevE.85.026306.
 - [27] M. Sajjadi and J. Azaiez, “Dynamics of fluid flow and heat transfer in homogeneous porous media,” *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 91, no. 4, pp. 687–697, 2013, doi: 10.1002/cjce.21749.
 - [28] K. E. Holloway and J. R. De Bruyn, “Viscous fingering with a single fluid,” *Can. J. Phys.*, vol. 83, no. 5, pp. 551–564, 2005, doi: 10.1139/P05-024.
 - [29] M. Norouzi, S. Dorrani, H. Shokri, and O. Anwar Bég, “Effects of viscous dissipation on miscible thermo-viscous fingering instability in porous media,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 129, pp. 212–223, 2019, doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.09.048.
 - [30] A. Singh, K. M. Pandey, and Y. Singh, “CFD analysis of viscous fingering in Hele-Shaw cell for air-glycerin system,” *Mater. Today Proc.*, vol. 45, no. 7, pp. 6381–6385, 2020, doi: 10.1016/j.matpr.2020.11.069.
 - [31] A. Pinilla, L. Ramirez, M. Asuaje, and N. Ratkovich, “Modelling of 3D viscous fingering: Influence of the mesh on coreflood experiments,” *Fuel*, vol. 287, no. May, 2020, doi: 10.1016/j.fuel.2020.119441.
 - [32] R. J. Marshall and A. B. Metzner, “Flow of viscoelastic fluids through porous media,” *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, vol. 6, no. 3, pp. 393–400, 1967, doi:

- 10.1021/i160023a012.
- [33] T. Hamida, "Analysis of capillary interaction and oil recovery under ultrasonic waves," *Transp. Porous Media*, vol. 70, no. 2, pp. 231–255, 2007, doi: 10.1007/s11242-006-9097-9.
 - [34] G. Daccord, J. Nittmann, and H. E. Stanley, "Radial viscous fingers and diffusion-limited aggregation: Fractal dimension and growth sites," *Physical review letters*, vol. 56, p. 336, 1986.
 - [35] B. Y. Jamaloei, R. Kharrat, and F. Torabi, "Analysis and correlations of viscous fingering in low-tension polymer flooding in heavy oil reservoirs," *Energy & fuels*, vol. 40, no. 3, pp. 6384–6392, 2010, doi: 10.1021/ef101061b.
 - [36] D. Bonn, H. Kellay, M. Bräunlich, M. Ben Amar, and J. Meunier, "Viscous fingering in complex fluids," *Phys. A Stat. Mech. its Appl.*, vol. 220, no. 1–2, pp. 60–73, 1995, doi: 10.1016/0378-4371(95)00114-M.
 - [37] S. Ahmadikhamsi, F. Golfier, C. Oltean, E. Lefèvre, and S. A. Bahrani, "Impact of surfactant addition on non-Newtonian fluid behavior during viscous fingering in Hele-Shaw cell Impact of surfactant addition on non-Newtonian fluid behavior during viscous fingering in Hele-Shaw cell," *Physics of Fluids*, vol. 32, 012103, no. January, 2020, doi: 10.1063/1.5128589.
 - [38] A. Lindner, D. Bonn, and J. Meunier, "Viscous fingering in a shear-thinning fluid," *Phys. Fluids*, vol. 12, no. 2, pp. 256–261, 2000, doi: 10.1063/1.870303.
 - [39] M. Kawaguchi, K. Makino, and T. Kato, "Viscous fingering patterns in polymer solutions," *Phys. D Nonlinear Phenom.*, vol. 109, no. 3–4, pp. 325–332, 1997, doi: 10.1016/S0167-2789(97)00069-9.
 - [40] W. De Malsche, J. Op De Beeck, H. Gardeniers, and G. Desmet, "Visualization and quantification of the onset and the extent of viscous fingering in micro-pillar array columns," *J. Chromatogr. A*, vol. 1216, no. 29, pp. 5511–5517, 2009, doi: 10.1016/j.chroma.2009.04.098.
 - [41] S. S. Devkare, K. S. Bhole, B. S. Kale, and C. Sharma, "Control of viscous fingering of Bingham plastic fluid in lifting plate Hele-Shaw cell," *Mater. Today Proc.*, vol. 28, pp. 1920–1926, 2020, doi: 10.1016/j.matpr.2020.05.314.
 - [42] P. Singh, R. Lalitha, and S. Mondal, "Saffman-Taylor instability in a radial Hele-Shaw cell for a shear-dependent rheological fluid," *J. Nonnewton. Fluid Mech.*, vol. 294, no. May, p. 104579, 2021, doi: 10.1016/j.jnnfm.2021.104579.
 - [43] J. Nittmann, G. Daccord, and H. E. Stanley, "Fractal Growth of Viscous fingers," *Nature*, vol. 314, no. 14, p. 141, 1985.
 - [44] A. E. McDonald, "Approximate solutions for flow on non-Newtonian power laws fluids through porous media," in *SPE Reservoir Simulation Symposium*, 1979.
 - [45] H. Pascal, "Nonsteady flow of non-Newtonian through a porous medium," vol. 21, no. 3, pp. 199–210, 1983.
 - [46] S. Mora and M. Manna, "Saffman-Taylor instability of viscoelastic fluids: From viscous fingering to elastic fractures," *Phys. Rev. E - Stat. Nonlinear, Soft Matter Phys.*, vol. 81, no. 2, 2010, doi: 10.1103/PhysRevE.81.026305.
 - [47] Y. Shi and G. H. Tang, "Simulation of Newtonian and non-Newtonian rheology behavior of viscous fingering in channels by the lattice Boltzmann method," *Comput. Math. with Appl.*, vol. 68, no. 10, pp. 1279–1291, 2014, doi: 10.1016/j.camwa.2014.08.024.
 - [48] J. Azaiez and B. Singh, "Stability of miscible displacements of shear thinning fluids in a Hele-Shaw cell," *Phys. Fluids*, vol. 14, no. 5, pp. 1557–1571, 2002, doi:

- 10.1063/1.1462030.
- [49] M. R. Shoghi and M. Norouzi, “Linear stability analysis and nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in heterogeneous porous media,” *Rheol. Acta*, vol. 54, no. 11–12, pp. 973–991, 2015, doi: 10.1007/s00397-015-0887-2.
 - [50] H. Shokri, M. H. Kayhani, and M. Norouzi, “Nonlinear simulation and linear stability analysis of viscous fingering instability of viscoelastic liquids,” *Phys. Fluids*, vol. 29, no. 3, 2017, doi: 10.1063/1.4977443.
 - [51] H. Shokri, M. H. Kayhani, and M. Norouzi, “Saffman–Taylor instability of viscoelastic fluids in anisotropic porous media,” *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 135, pp. 1–13, 2018, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2017.11.008.
 - [52] M. Norouzi, A. A. Yazdi, and A. K. Birjandi, “A numerical study on Saffman–Taylor instability of immiscible viscoelastic–Newtonian displacement in a Hele–Shaw cell,” *J. Nonnewton. Fluid Mech.*, vol. 260, no. October 2017, pp. 109–119, 2018, doi: 10.1016/j.jnnfm.2018.06.007.
 - [53] A. A. Yazdi and M. Norouzi, “Numerical study of Saffman–Taylor instability in immiscible nonlinear viscoelastic flows,” *Rheol. Acta*, vol. 57, no. 8–9, pp. 575–589, 2018, doi: 10.1007/s00397-018-1101-0.
 - [54] T. Shende, V. Niasar, and M. Babaei, “Pore-scale simulation of viscous instability for non-Newtonian two-phase flow in porous media,” *J. Nonnewton. Fluid Mech.*, vol. 296, no. August, p. 104628, 2021, doi: 10.1016/j.jnnfm.2021.104628.
 - [55] A. K. Al-Hadhrani, L. Elliott, and D. B. Ingham, “A new model for viscous dissipation in porous media across a range of permeability values,” *Transp. Porous Media*, vol. 53, no. 1, pp. 117–122, 2003, doi: 10.1023/A:1023557332542.
 - [56] C. T. Tan and G. M. Homsy, “Simulation of nonlinear viscous fingering in miscible displacement,” *Phys. Fluids*, vol. 31, no. 6, p. 1330, 1988, doi: 10.1063/1.866726.
 - [57] W. B. Zimmerman and G. M. Homsy, “Nonlinear viscous fingering in miscible displacement with anisotropic dispersion,” *Phys. Fluids A*, vol. 3, no. 8, pp. 1859–1872, 1991, doi: 10.1063/1.857916.
 - [58] A. Rogerson and E. Meiburg, “Numerical simulation of miscible displacement processes in porous media flows under gravity,” *Phys. Fluids A*, vol. 5, no. 11, pp. 2644–2660, 1992, doi: 10.1063/1.858728.

Abstract

Thermal Saffman-Taylor instability is a type of instability in a porous medium that occurs at the interface between two moving fluids that differ in temperature and viscosity. This phenomenon has attracted the attention of many researchers due to its occurrence during secondary oil recovery. Most previous studies have been performed on this instability in the Hele-Shaw cell for Newtonian fluids. In the present study, this instability was investigated in a porous medium for a hot non-Newtonian displacing fluid and a cold Newtonian displaced fluid. The use of non-Newtonian fluids and polymeric materials helps to increase the recovery of oil. Viscosity ratio, non-Newtonian fluid characteristics such as time constant, power index, temperature dependence and environmental anisotropy affect the viscous thermal finger instability that will be investigated in this study. In isothermal flows in Newtonian fluids, changes in viscosity are due to changes in the concentration of chemical components in the fluid, but in non-isothermal flows, changes in viscosity are due to changes in temperature and concentration. In non-Newtonian fluids, this parameter depends also on the shear rate. The dependence of viscosity on temperature and shear rate makes some differences between isothermal and non-isothermal flows in Newtonian and non-Newtonian fluids. The present problem is based on miscible displacements and the non-Newtonian fluid is an independent of time fluid, so the Carreau-Yasuda model is used.

The results show that by increasing time constant of the displacing fluid, the flow will be canalized and the sweep efficiency decrease. When the flow is canalized, the displacing fluid leaves from the generated channel and has no tendency to move the second fluid. This will not happen in the flow of two Newtonian fluids.

Examination of the non-Newtonian fluid power index shows that in very small values of this number, the flow is more stable and the mixing length diagrams have lower oscillations. Non-Newtonian fluids with smaller power indices produce a more stable flow.

The results show that high temperature reduces the viscosity of fluids, which is more intense in the second fluid due to its higher viscosity, and as a result, the mobility ratio decreases and the intensity of finger growth decreases. As a result, the sweep efficiency increases and the mixing length decreases. At lower Brinkman numbers, the temperature decreases later and resulting more stable flow.

Examining Peclet number shows that by decreasing this number, the penetration power of the fluid in the environment increases, as a result of which the boundary area between the two fluids expands and the two fluids are more distributed in each other; Therefore, the fingers will reach the end border of the geometry later and the flow will be more stable.

The results of the study of instability in an anisotropic porous medium indicate that by increasing the permeability of the medium and mass in the direction of flow

to permeability in the direction perpendicular to the flow, the instability decreases and a more stable flow is obtained. Increasing the anisotropy angles also contributes to the instability of the flow.

Keywords: Thermal Viscous Fingering Instability, viscous dissipation, fingering growth mechanism, Saffman-Taylor instability, non-Newtonian flow in porous medium



Shahrood University of Technology
Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering
M.Sc. Thesis in Energy Conversion Engineering

A numerical study on thermal Saffman-Taylor instability in porous media for non-Newtonian fluids

By:

Mohammadreza Rahimzadeh

Supervisor:

Dr. Mahmood Norouzi

Dr. Mohammad Mohsen Shahmardan

February 2022