

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مکانیک

رساله دکتری مهندسی مکانیک گرایش دینامیک، ارتعاشات و کنترل

دینامیک غیرخطی و کنترل غیرفعال ارتعاشات ورق مستطیلی تحت جریان آیرودینامیک و با استفاده از جاذب غیرخطی انرژی

دانشجو: حسن اسدی گرجی

استاد راهنما

دکتر اردشیر کرمی محمدی

اسفند ۹۹

تقدیم اثر

به پدر و مادر عزیز و مهربانم

که در سختی ها و دشواری های زندگی، همواره یاری دلسوز و فداکار

و پشتیبانی محکم و مطمئن برایم بوده اند

نمی توانم معنایی بالاتر از تقدیر و منکر بر زبانم جاری سازم و سپاس خود را در

وصف استاد خویش آشکار نمایم، که هر چه گویم و سراپیم، کم گفته ام.

تعمدنامه

اینجانب حسن اسدی گرجی دانشجوی دوره دکتری رشته مهندسی مکانیک گرایش دینامیک، ارتعاشات و کنترل دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه دینامیک غیرخطی و کنترل غیرفعال ارتعاشات ورق مستطیلی تحت جریان آیرودینامیک تحت راهنمایی آقای دکتر اردشیر کرمی محمدی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

۱۴۰۰/۰۶/۰۳

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود . استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

تمامی اجزای هواپیماها، موشک‌ها و به طور کلی تمامی وسایل پرنده با سرعت بالا که در جریان هوا حرکت می‌کنند، ممکن است مشکلات رفتاری شدیدی مانند فلاتر را بروز دهند. تغییر شکل‌های بزرگ ایجاد شده در اثر نیروهای آیرودینامیک به دلیل وجود عوامل غیرخطی در ساختار و ذات سازه منجر به وقوع پدیده‌های ایروالاستیک پیچیده‌ای می‌گردند. استفاده از سیستم جرم، فنر و میرگرا تحت عنوان جاذب پویای ارتعاشات و همچنین استفاده از ورق ویسکوالاستیک تاثیر بسزایی در کاهش نوسانات و تغییر رفتار پیچیده ورق الاستیک ایفا می‌کنند.

مدل ورق مورد بررسی یک ورق مستطیلی همگن و همسانگرد می‌باشد. برای به دست آوردن معادلات ورق از تئوری ورق کلاسیک و برای در نظر گرفتن اثر غیرخطی هندسی از روابط کرنش-جابجایی فن کارمن استفاده شد. مدل‌سازی جریان آیرودینامیکی برای جریان مافوق صوت بر پایه‌ی "تئوری شبه پایای پیستون مرتبه اول" صورت پذیرفت که جهت جریان نیز قابل تغییر می‌باشد. سپس معادلات از روش لاگرانژ و گسسته سازی رایلی ریتز به دست آمد و در نهایت حل از روش عددی با تعداد مود کافی برای همگرایی پاسخ انجام شد. نتایج نشان می‌دهد، استفاده از چاه انرژی غیرخطی در بسیاری مواقع باعث بهبود رفتار دینامیکی ورق می‌شود، به طوری که فلاتر را به تاخیر می‌اندازد و رفتارهای پیچیده غیرخطی را به رفتارهای ساده‌تر مانند پریودیک با پریودهای پایین‌تر تبدیل می‌کند، یکی از نکات محل جاذبه‌ی چاه انرژی غیرخطی روی ورق می‌باشد که به آن پرداخته شد. با در نظر گرفتن ورق ویسکوالاستیک رفتارهای پیچیده غیرخطی ورق الاستیک نظیر حرکات آشوبناک در فشارهای آیرودینامیکی بالا به رفتارهای ساده‌تر نظیر حرکات پریودیک تبدیل می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد که برای نسبت‌های منظر پائین، چاه انرژی و برای نسبت منظر بالاتر، ورق ویسکوالاستیک مناسب‌ترند.

کلمات کلیدی: دینامیک غیرخطی، ورق الاستیک، ورق ویسکوالاستیک، چاه انرژی غیرخطی،

جریان مافوق صوت، چندشاخگی، شبیه سازی عددی

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱- مقاله علمی پژوهشی با عنوان:

"استفاده از چاه انرژی غیرخطی، برای بهبود رفتار دینامیکی ورق مستطیلی تحت جریان آیرودینامیکی

ما فوق صوت با زوایای مختلف"-نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر- شناسه دیجیتال

(DOI): 10.22060/MEJ.2021.18666.6874

۲- مقاله علمی پژوهشی با عنوان:

"تحلیل و مقایسه رفتار دینامیکی غیرخطی ورق مستطیلی ویسکوالاستیک و الاستیک تحت جریان

آیرودینامیک ما فوق صوت"-نشریه علمی پژوهشی روشهای عددی در مهندسی-دانشگاه صنعتی

اصفهان.

۳-مقاله کنفرانسی با عنوان:

"Passive Control of Flutter in Rectangular Plate in Supersonic Flow with an Attached Local Nonlinear Energy Sink"

هفتمین کنفرانس بین المللی آکوستیک و ارتعاشات دانشگاه صنعتی شریف در تاریخ ۷ و ۸ آذر ۱۳۹۶.

4-Effect of Nonlinear Energy Sink on Stability and Bifurcation of Plate. In Supersonic Flow, Journal of "wind & structure", under review.

5-Use of Nonlinear Energy Sink to Improve the Dynamic Behaviour of the Plate in Supersonic Flow, Journal of "International Journal of Nonlinear Science and Numerical Simulation", under review.

فهرست مطالب

ک	فهرست جدول‌ها
ل	فهرست شکل‌ها
۱	۱ : مقدمه
۲	۱-۱ آبرو الاستیسیته
۴	۲-۱ دینامیک غیرخطی
۵	۱-۲-۱ رفتار پریودیک
۶	۲-۲-۱ رفتار شبه پریودیک
۷	۳-۲-۱ رفتار آشوبناک
۹	۳-۱ پدیده‌های خطی و غیرخطی در آبرو الاستیسیته
۱۲	۱-۳-۱ فلاتر ورق
۱۴	۱-۴ ابزارهای تحلیل
۱۷	۲ بیان مساله، اهداف، و پیشینه تحقیق
۱۸	۲-۱ بیان مساله
۱۸	۲-۲ اهداف
۱۹	۳-۲ پیشینه تحقیق
۲۰	۱-۳-۲ مروری بر پیشینه آبرو الاستیسیته ورق
۲۶	۲-۳-۲ پدیده‌های خطی و غیرخطی در آبرو-ویسکوالاستیسیته
۳۱	۳-۳-۲ جاذب‌های ارتعاشی

۳ مدل و بیان ریاضی مساله ۳۹

- ۳-۱ تعریف مساله ۴۰.....
- ۳-۲ فرضیات ۴۰.....
- ۳-۳ بیان ریاضی ۴۱.....
- ۳-۴ مقدمه‌ای بر مدل ریاضی ۴۱.....
- ۳-۴-۱ بی‌بعد سازی معادلات حرکت ۴۳.....
- ۳-۴-۲ مدل سازی فشار آیرودینامیکی ۴۳.....
- ۳-۵ روش مد مفروض ۴۵.....
- ۳-۶ جهت جریان ۴۵.....
- ۳-۷ معادلات حرکت ورق ۴۶.....
- ۳-۷-۱ ورق الاستیک ۴۶.....
- ۳-۷-۲ ورق ویسکوالاستیک ۴۷.....
- ۳-۷-۳ معادلات جاذب ارتعاشی ۴۹.....
- ۳-۸ توابع مفروض مورد نیاز برای توصیف شرایط مرزی هندسی ورق ۶۰.....
- ۳-۹ روش حل ۶۳.....

۴ نتایج ۶۵

- ۴-۱ مقدمه ۶۶.....
- ۴-۲ صحت سنجی ۶۷.....
- ۴-۲-۱ بررسی همگرایی ۶۷.....
- ۴-۲-۲ بررسی صحت معادلات آیرودینامیک ۶۹.....
- ۴-۳ ورق الاستیک با چاه انرژی برای شرایط مرزی متفاوت با زاویه آزمون صفر ۷۲.....
- ۴-۳-۱ مدل های مختلف چاه انرژی ۷۲.....

۲-۳-۴	ورق الاستیک با چهارلبه لولا	۷۶
۳-۳-۴	ورق چهار لبه گیردار	۱۰۵
۴-۳-۴	ورق سه لبه گیردار یک لبه لولا	۱۰۸
۵-۳-۴	ورق دولبه گیردار دولبه لولا	۱۱۰
۶-۳-۴	ورق یک لبه گیردار سه لبه لولا	۱۱۶
۴-۴	ورق با چاه در جریان آیرودینامیک با زاویه آزیموس غیر صفر	۱۲۰
۱-۴-۴	ورق با چهار لبه لولا با نسبت منظر $\varphi = 1$	۱۲۰
۲-۴-۴	ورق با چهار لبه لولا برای نسبت منظر $\varphi = 2$	۱۲۵
۳-۴-۴	ورق با چهار لبه لولا برای نسبت منظر $\varphi = 4$	۱۲۶
۵-۴	ورق ویسکوالاستیک	۱۲۷
۱-۵-۴	زاویه آزیموس $\Lambda = 0^\circ$ ورق چهارلبه لولا	۱۲۸
۲-۵-۴	زاویه آزیموس $\Lambda = 15^\circ$ ورق چهارلبه لولا	۱۴۶
۳-۵-۴	زاویه آزیموس $\Lambda = 30^\circ$ ورق چهارلبه لولا	۱۴۹

۵ نتیجه گیری و پیشنهادها ۱۵۳

۱-۵ نتیجه گیری ۱۵۴

۲-۵ پیشنهادات ۱۵۶

پیوست ها ۱۵۷

مراجع ۱۶۳

فهرست جدول‌ها

جدول ۱-۴	مشخصات هندسی و مکانیکی ورق	۶۶
جدول ۲-۴	تغییر رفتار ورق با جایگذاری جاذب درموقعیت های مختلف	۸۹
جدول ۳-۴	تغییر رفتار ورق در فشارهای آیرودینامیک مختلف	۱۳۲

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱. زمینه‌های علمی مختلف آیرودالاستیسیته [۱]..... ۳
- شکل ۱-۲. برخورد فضای فازی با مقطع پوانکاره (الف) پریود یک (ب) پریود دو [۳]..... ۵
- شکل ۱-۳. (الف) فضای فازی (ب) مقطع پوانکاره حرکت شبه پریودیک [۳]..... ۶
- شکل ۱-۴. پل تاکوما [۱۵]..... ۱۲
- شکل ۱-۵. فلاتر پنل در بال هواپیما [۱۸]..... ۱۳
- شکل ۱-۶. اجزای مختلف هواپیما [۱۹]..... ۱۴
- شکل ۱-۷. مقطع پوانکاره [۳]..... ۱۵
- شکل ۳-۱. نمای شماتیک ورق همراه با جاذب ارتعاشی تحت جریان آیرودینامیک..... ۴۰
- شکل ۳-۲. جهت جریان آیرودینامیک..... ۴۵
- شکل ۳-۳. جاذب ارتعاشی مدل مکسول [۹۴]..... ۵۰
- شکل ۳-۴. جاذب ارتعاشی مدل کلین ویت [۹۴]..... ۵۲
- شکل ۳-۵. جاذب ارتعاشی مدل مکسول ویت [۹۴]..... ۵۴
- شکل ۳-۶. جاذب ارتعاشی مدل دو درجه آزادی [۹۴]..... ۵۷
- شکل ۳-۷. شکل مدهای طبیعی ارتعاشات عرضی تیر دولبه لولا..... ۶۱
- شکل ۳-۸. شکل مدهای طبیعی ارتعاشات عرضی تیر یک لبه گیردار و لبه دیگر لولا..... ۶۲
- شکل ۳-۹. شکل مدهای طبیعی ارتعاشات عرضی تیر یک لبه گیردار و لبه دیگر لولا..... ۶۳
- شکل ۴-۱. دامنه سیکل حدی برای ورق با لبه‌های مفصلی با تعداد شکل مدهای متفاوت در راستای جریان $\Lambda = 0^\circ$ ۶۸
- شکل ۴-۲. دامنه سیکل حدی برای ورق با لبه‌های مفصلی با تعداد شکل مدهای متفاوت عمود بر راستای جریان $\Lambda = 0^\circ$ ۶۸
- شکل ۴-۳. دامنه سیکل حدی برای ورق با لبه‌های مفصلی با تعداد شکل مدهای متفاوت در راستای جریان $\Lambda = 15^\circ$ ۶۹
- شکل ۴-۴. دامنه سیکل حدی برای ورق با لبه‌های مفصلی با تعداد شکل مدهای متفاوت در راستای جریان $\Lambda = 30^\circ$ ۶۹
- شکل ۴-۵. قسمت حقیقی مقادیر ویژه بر حسب فشار آیرودینامیکی بی‌بعد..... ۷۰
- شکل ۴-۶. قسمت موهومی مقادیر ویژه بر حسب فشار آیرودینامیکی بی‌بعد..... ۷۰
- شکل ۴-۷. دامنه نوسانات سیکل حدی بر حسب موقعیت بی‌بعد در راستای جریان با زاویه آزیموس $\Lambda = 0^\circ$ برای سه فشار آیرودینامیک بی‌بعد $\lambda = 600$ ، $\lambda = 800$ و $\lambda = 1000$ ۷۱
- شکل ۴-۸. دامنه نوسانات سیکل حدی بر حسب تغییرات فشار آیرودینامیک بی‌بعد برای ورق با لبه‌های مفصلی مربعی و زاویه آزیموس $\Lambda = 0^\circ$ در..... ۷۲
- شکل ۴-۹. دامنه نوسانات سیکل حدی بر حسب تغییرات فشار آیرودینامیک بی‌بعد برای ورق با لبه‌های مفصلی مربعی و زاویه آزیموس $\Lambda = 15^\circ$ در..... ۷۲
- شکل ۴-۱۰. مقایسه تاریخچه زمانی نوسانات سیکل حدی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک با چهار مدل جاذب ارتعاشی در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 550$ ۷۳
- شکل ۴-۱۱. مقایسه تاریخچه زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک با چهار مدل جاذب ارتعاشی در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 580$ ۷۴

- شکل ۴-۱۲. ماکزیمم دامنه بی بعد نوسانات سیکل حدی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 600$ با و بدون چاه انرژی ۶۰۰ غیرخطی با جرم‌های متفاوت..... ۷۷
- شکل ۴-۱۳. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد..... ۷۷
- شکل ۴-۱۴. ماکزیمم دامنه بی بعد نوسانات سیکل حدی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 600$ با و بدون چاه انرژی غیرخطی با جرم‌های متفاوت مقطع A و B..... ۷۸
- شکل ۴-۱۵. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد..... ۷۹
- شکل ۴-۱۶. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد..... ۷۹
- شکل ۴-۱۷. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد..... ۷۹
- شکل ۴-۱۸. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد..... ۷۹
- شکل ۴-۱۹. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 600$ با چاه انرژی غیرخطی با میرایی‌های متفاوت..... ۸۰
- شکل ۴-۲۰. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد..... ۸۰
- شکل ۴-۲۱. دامنه بی بعد نوسانات سیکل حدی تمامی نقاط ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 600$ با و بدون چاه انرژی غیرخطی در موقعیت الف) $[0.5-0.5]$ ب) $[0.4-0.6]$ ج) $[0.4-0.6]$ د) $[0.4-0.6]$ ۸۱
- شکل ۴-۲۲. رفتار ورق الاستیک مربعی بدون چاه غیرخطی در فشار آیرودینامیک بی بعد $\lambda = 1280$ و..... ۸۲
- شکل ۴-۲۳. تغییر رفتار ورق الاستیک مربعی با چاه غیرخطی در تمامی موقعیت‌های ورق در فشار آیرودینامیک بی بعد $\lambda = 1280$ و $\Lambda = 0^\circ$ ۸۳
- شکل ۴-۲۴. ماکزیمم دامنه بی بعد نوسانات سیکل حدی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک با و بدون چاه انرژی غیرخطی در فشار آیرودینامیکی بی بعد الف) $\lambda = 600$ ب) $\lambda = 700$ ج) $\lambda = 800$ د) $\lambda = 900$ ه) $\lambda = 1000$ و $\lambda = 1100$ و جهت جریان $\Lambda = 0^\circ$ ۸۴
- شکل ۴-۲۵. الف) پاسخ زمانی ب) فضای فاز ج) مقطع پوانکاره د) طیف توانی در فشار آیرودینامیکی بی بعد ۱۵۲۰..... ۸۶
- شکل ۴-۲۶. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی با $\delta = 0.5$ در موقعیت جاذب $[0.5-0.5]$ ۹۱
- شکل ۴-۲۷. فضای فاز و مقطع پوانکاره در ورق چهارلبه لولا با و بدون چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[0.5-0.5]$ در فشار آیرودینامیکی بی بعد الف) $\lambda = 540$ ۹۲
- شکل ۴-۲۸. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی با $\delta = 0.5$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$ ۹۶
- شکل ۴-۲۹. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی با $\delta = 0.5$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$ ۹۸
- شکل ۴-۳۰. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مستطیلی با نسبت منطری $\varphi = 0.5$ و $\delta = 0.5$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$ ۱۰۰
- شکل ۴-۳۱. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مستطیلی با نسبت منطری $\varphi = 2$ و $\delta = 0.5$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$ ۱۰۱
- شکل ۴-۳۲. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مستطیلی با نسبت منطری $\varphi = 4$ و $\delta = 0.5$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$ ۱۰۲
- شکل ۴-۳۳. تاریخچه زمانی، فضای فاز، مقطع پوانکاره و طیف توانی ورق چهارلبه لولا با نسبت منطری..... ۱۰۳
- شکل ۴-۳۴. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه گیردار مربعی با $\delta = 0.5$ در موقعیت جاذب $[0.5-0.5]$ ۱۰۵
- شکل ۴-۳۵. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه گیردار مربعی با $\delta = 0.5$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$ ۱۰۶
- شکل ۴-۳۶. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه گیردار مربعی با $\delta = 0.5$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$ ۱۰۷

- شکل ۴-۳۷. دیاگرام انشعابات برای ورق سه لبه گیردار یک لبه لولای مربعی با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$ ۱۰۸
- شکل ۴-۳۸. دیاگرام انشعابات برای ورق سه لبه گیردار یک لبه لولای مربعی با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.5-0.5]$ ۱۰۹
- شکل ۴-۳۹. دیاگرام انشعابات برای ورق سه لبه گیردار یک لبه لولای مربعی با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$ ۱۱۰
- شکل ۴-۴۰. دیاگرام انشعابات برای ورق دولبه گیردار و دولبه لولای مربعی (CCSS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.5-0.5]$ ۱۱۱
- شکل ۴-۴۱. دیاگرام انشعابات برای ورق دولبه گیردار و دولبه لولای مربعی (CCSS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$ ۱۱۲
- شکل ۴-۴۲. دیاگرام انشعابات برای ورق دولبه گیردار و دولبه لولای مربعی (CCSS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.6-0.4]$ ۱۱۳
- شکل ۴-۴۳. دیاگرام انشعابات برای ورق دولبه گیردار و دولبه لولای مربعی (CSCS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت چاه انرژی غیرخطی $[0.5-0.5]$ ۱۱۴
- شکل ۴-۴۴. دیاگرام انشعابات برای ورق دولبه گیردار و دولبه لولای مربعی (CSCS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت چاه انرژی غیرخطی $[0.4-0.6]$ ۱۱۵
- شکل ۴-۴۵. دیاگرام انشعابات برای ورق دولبه گیردار و دولبه لولای مربعی (CSCS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت چاه انرژی غیرخطی $[0.6-0.4]$ ۱۱۶
- شکل ۴-۴۶. دیاگرام انشعابات برای ورق یک لبه گیردار و سه لبه لولای مربعی (CSSS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت چاه انرژی غیرخطی $[0.5-0.5]$ ۱۱۷
- شکل ۴-۴۷. دیاگرام انشعابات برای ورق یک لبه گیردار و سه لبه لولای مربعی (CSSS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت چاه انرژی غیرخطی $[0.4-0.6]$ ۱۱۸
- شکل ۴-۴۸. دیاگرام انشعابات برای ورق یک لبه گیردار و سه لبه لولای مربعی (CSSS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت چاه انرژی غیرخطی $[0.6-0.4]$ ۱۱۹
- شکل ۴-۴۹. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی با و بدون چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[0.4-0.6]$ ، $\delta = 0.05$ ، $\varphi = 1$ ، $A = 15^\circ$ ۱۲۱
- شکل ۴-۵۰. پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی در فشار آیرودینامیک بی‌بعد، (الف) $\lambda = 120.5$ (ب) $\lambda = 160.0$ برای ورق چهارلبه لولای الاستیک مربعی، با و بدون چاه انرژی در $A = 15^\circ$ ۱۲۲
- شکل ۴-۵۱. (الف) دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی، با و بدون چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[0.4-0.6]$ (ب) پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی در فشار آیرودینامیک بی‌بعد $\lambda = 160.0$ در ورق چهارلبه لولای الاستیک مربعی با و بدون چاه انرژی و $A = 30^\circ$ ، $\varphi = 1$ ، $\delta = 0.05$ ۱۲۳
- شکل ۴-۵۲. (الف) دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی بدون چاه انرژی غیرخطی و با چاه در موقعیت $[0.4-0.6]$ (ب) پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی در فشار آیرودینامیک بی‌بعد $\lambda = 150.0$ در ورق چهارلبه لولای الاستیک مربعی با و بدون چاه انرژی و $A = 45^\circ$ ، $\varphi = 1$ ، $\delta = 0.05$ ۱۲۴
- شکل ۴-۵۳. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی بدون چاه انرژی غیرخطی و با چاه در موقعیت $[0.4-0.6]$ و $A = 15^\circ$ ، $\varphi = 2$ ، $\delta = 0.05$ ۱۲۶
- شکل ۴-۵۴. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی بدون چاه انرژی غیرخطی و با چاه در موقعیت $[0.4-0.6]$ و $A = 15^\circ$ ، $\varphi = 4$ ، $\delta = 0.05$ ۱۲۷

- شکل ۴-۵۵. دیاگرام چندشاخگی برای ورقهای با لبه‌های مفصلی مربعی با $\delta = 0.05$ ، رنگ سیاه مربوط به ورق الاستیک و رنگ قرمز مربوط به ورق ویسکوالاستیک با پارامترهای ویسکوز الف) $TC = 0.00001$ ۱۲۹
- شکل ۴-۵۶. دیاگرام چندشاخگی برای ورقهای با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک مستطیلی با $\delta = 0.05$ و نسبت منظری $\varphi = 0.5$ ، با پارامترهای ویسکوز الف) $TC = 0.00001$ ۱۳۳
- شکل ۴-۵۷. مقطع پوانکاره و فضای فاز برای ورقهای با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک ۱۳۶
- شکل ۴-۵۸. دیاگرام چندشاخگی برای ورقهای با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک مستطیلی با $\delta = 0.05$ و نسبت منظر $\varphi = 2$ و پارامترهای ویسکوز الف) $TC = 0.00001$ ۱۳۹
- شکل ۴-۵۹. الف) پاسخ زمانی، ب) فضای فاز، ج) مقطع پوانکاره، د) طیف توانی، در فشار آیرودینامیک بی‌بعد ۴۶۲۵
- λ در ورقهای با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک ۱۴۱
- شکل ۴-۶۰. دیاگرام چندشاخگی برای ورقهای با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک مستطیلی با $\delta = 0.05$ و نسبت منظر $\varphi = 2$ و پارامترهای ویسکوز الف) $TC = 0.00001$ ۱۴۴
- شکل ۴-۶۱. دیاگرام چندشاخگی برای ورقهای با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک مستطیلی با $\delta = 0.05$ و نسبت منظر $\varphi = 1$ و پارامترهای ویسکوز برای زاویه آزیموس $\Lambda = 15$ الف) $TC = 0.00001$ ۱۴۷
- شکل ۴-۶۲. دیاگرام چندشاخگی برای ورقهای با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک مستطیلی با $\delta = 0.05$ و نسبت منظر $\varphi = 1$ و پارامترهای ویسکوز برای زاویه آزیموس $\Lambda = 30$ الف) $TC = 0.00001$ ۱۵۰

فهرست علائم

a	طول ورق	b	عرض ورق
H	ضخامت ورق	m_w, n_w	تعداد مدها در جهت x, y
x, y, z	مختصات	$\varsigma, \eta, \bar{w}$	مختصات بی بعد
D	انعطاف خمشی ورق	E	مدول الاستیسیته ورق
K	ماتریس سفتی	ρ	دانسیته هوا
$L = T - U$	لاگرانژین	Ma	عدد ماخ
ΔP	فشار آیرودینامیکی، در جهت مثبت محور	Q	نیروی آیرودینامیک تعمیم یافته
q	فشار آیرودینامیک $\rho_\infty V_\infty^2 / 2$	$\mu = \frac{\rho_\infty a}{\rho h}$	نسبت بی بعد جرم سیال به ساختار
T	انرژی جنبشی	U	انرژی پتانسیل
V_∞	سرعت جریان	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$	اجزای کرنش
u, v	جابجایی درون صفحه ای در طول و عرض	w	جابجایی عرضی
β	فاکتور تصحیح تراکم پذیری $\sqrt{Ma^2 - 1}$	μ	نسبت جرمی بی بعد سیال به ساختار $\rho a / \rho_m h$
ρ, ρ_m	چگالی هوا، چگالی ساختار	τ	زمان بی بعد $t \sqrt{D / \rho_m h a^4}$
M	ماتریس جرمی	$\lambda = \frac{\rho_\infty V_\infty^2 a^3}{\beta D}$	نیروی آیرودینامیک بی بعد
NL	غیرخطی	ν	نسبت پواسن
$\bar{C} = \frac{C}{m} \sqrt{\frac{a^2}{\mu V_\infty^2}}$	ضریب بی بعد غیرخطی میرایی جاذب	$\bar{K}^3 = \frac{K^3 h^2}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2}$	ضریب بی بعد غیرخطی فنریت جاذب
$\bar{K} = \frac{K}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2}$	ضریب بی بعد خطی فنریت جاذب	$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{\rho_p h a^4}}$	فرکانس بی بعد

١ :مقدمه

۱-۱ آیروالاستیسیته

آیروالاستیسیته علمی است که به بررسی فعل و انفعالات بین تغییرشکل‌های یک سازه‌ی الاستیک در جریان هوا و نیروی آیرودینامیک و پدیده‌های فیزیکی که ناشی از تعامل بین نیروهای اینرسی، الاستیک و آیرودینامیک می‌باشد، می‌پردازد. آیروالاستیسیته ابتدا بر کاربرد هوایی متمرکز بوده است اما در سال‌های اخیر بحث آیروالاستیسیته علاوه بر کاربرد هوا و فضا در زمینه‌های مختلف نظیر جریان هوا حول سازه‌ها بزرگ مانند پل‌ها و توربین‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است [۱]، [۲]. آیرودینامیک علمی است که به بررسی جریان هوا در اطراف اجسام می‌پردازد. آیرودینامیک علمی است مبتنی بر دینامیک سیالات و معمولاً بر اساس رژیم جریان به صورت زیر دسته‌بندی می‌شود [۱].

- آیرودینامیک مادون‌صوت^۱: سرعت جریان در کل جسم کمتر از سرعت صوت است. (جریان مادون صوت در هواپیماهای با سرعت کم، هواپیماهای با سرعت بالا که با سرعت کم به پرواز در می‌آیند، توربین‌های بادی، اجسام موجود در جریان‌های محیطی و غیره کاربرد دارند [۱].

- آیرودینامیک در حد صوت^۲: سرعت جریان در برخی قسمت‌های بدنه برابر یا بیشتر از سرعت صوت می‌باشد ولی در برخی قسمت‌های بدنه کمتر از سرعت صوت می‌باشد. از مهمترین کاربردهای جریان‌های در حد صوت، پره‌های چرخان بالگرد و هواپیماهایی که در نزدیکی سرعت صوت پرواز می‌کنند می‌باشد [۱].

¹ Subsonic

² Transonic

- آیرودینامیک مافوق صوت^۱: سرعت جریان در کل بدنه بیشتر از سرعت صوت است.

(کاربرد جریان مافوق صوت نیز در پره‌های موتورهای توربینی و هواپیماهایی می‌باشد که

با سرعتی بیشتر از سرعت صوت پرواز می‌کنند) [۱].

- آیرودینامیک ماوراء صوت^۲: سرعت جریان حداقل چهار برابر سریعتر از سرعت صوت در

کل بدنه است. (جریان ماوراء صوت در فضاپیماها، هواپیماهای آزمایشی ماوراء صوت،

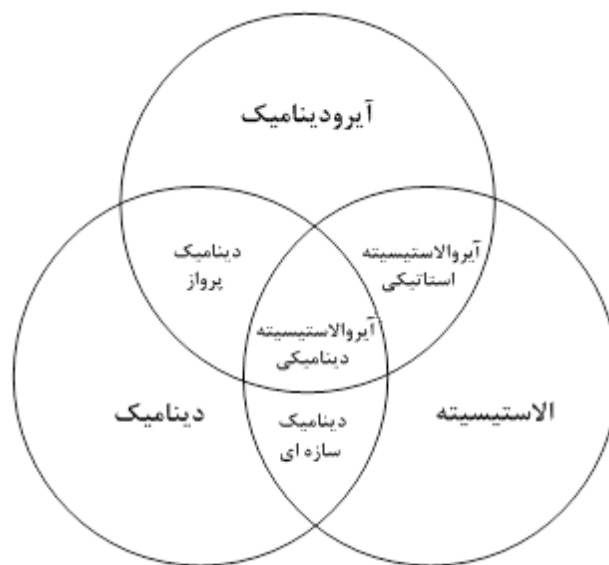
گلوله‌ها، موشک‌های بالستیک و وسائل پرتاب شونده به فضا^۳ کاربرد دارند) [۱].

ارتباط آیرودینامیک با سایر علوم را می‌توان در شکل ۱-۱ مشاهده نمود که متشکل از

زمینه‌های آیرودینامیک، دینامیک و الاستیسیته می‌باشد [۱]. پیش‌بینی نیروهای وارده از طرف سیال بر

جسم مورد نظر به واسطه آیرودینامیک، بررسی تغییر شکل جسم الاستیک تحت نیروهای اعمالی با

استفاده از الاستیسیته، و تاثیر نیروهای اینرسی ناشی از حرکت نیز در حوزه دینامیک صورت می‌پذیرد.



شکل ۱-۱. زمینه‌های علمی مختلف آیروالاستیسیته [۱].

پدیده‌های آیروالاستیک به دو دسته تقسیم‌بندی می‌شوند:

¹ Supersonic

² Hypersonic

³ Space launch vehicles

پدیده‌های آیروالاستیک استاتیک: پدیده‌هایی هستند که در آن‌ها تنها نیروهای آیرودینامیکی و الاستیک شرکت دارند و نیروهای دینامیکی نقشی ندارند. از این قبیل پدیده‌ها می‌توان به "واگرایی" و "معکوس شدن سطح کنترلی" اشاره نمود [۲].

پدیده‌های آیروالاستیک دینامیک، پدیده‌هایی هستند که در آن‌ها هر سه نیروی آیرودینامیکی، الاستیکی و دینامیکی نقش دارند و اثرات حاصله شامل تعامل این سه نیرو می‌باشند. در آیروالاستیسیته دینامیک به مباحثی نظیر ناپایداری دینامیکی یا "فلاتر"^۱ پرداخته می‌شود. فلاتر نوعی ناپایداری دینامیکی وسایل پرنده که از برهم‌کنش نیروهای اینرسی، الاستیکی و آیرودینامیکی به وجود می‌آید. فلاتر، مهمترین پدیده‌ی آیروالاستیکی بوده و پیش‌بینی آن کار مشکلی است. این پدیده یک نوع ارتعاشات ناپایدار خودتحریک است که در آن سازه انرژی مورد نیاز خود را از جریان هوا دریافت می‌کند و معمولاً منجر به شکست اتفاقی سازه می‌گردد.

موضوعات مورد بحث در این رساله نیز در حوزه آیروالاستیسیته دینامیکی خواهد بود.

۱-۲ دینامیک غیر خطی

در ریاضیات و علوم، سیستم غیرخطی سیستمی است که از دو اصل همگن بودن و جمع آثار پیروی نمی‌کند. مشکلات غیرخطی مورد توجه مهندسان، زیست‌شناسان، فیزیکدانان، ریاضیدانان و بسیاری دیگر از دانشمندان است زیرا ماهیت اکثر سیستم‌ها ذاتاً غیرخطی است. سیستم‌های دینامیکی غیرخطی، ممکن است رفتارهای غیر قابل پیش‌بینی و آشوبناک داشته باشند، در صورتی که سیستم‌های خطی بسیار ساده‌تر رفتار می‌کنند.

¹ Flutter

۱-۲-۱ رفتار پریودیک

اگر جسمی حرکت خود را در یک مسیر مشخص، در حوالی یک نقطه خاص و در یک بازه زمانی مشخص تکرار کند، حرکت چنین جسمی به عنوان حرکت دوره‌ای شناخته می‌شود. حرکت پاندولی، حرکت فنر، لرزش سیم گیتار، چرخش زمین بر روی محور خود، چرخش زمین به دور خورشید، چرخش خورشید به دور مرکز کهکشان و غیره.

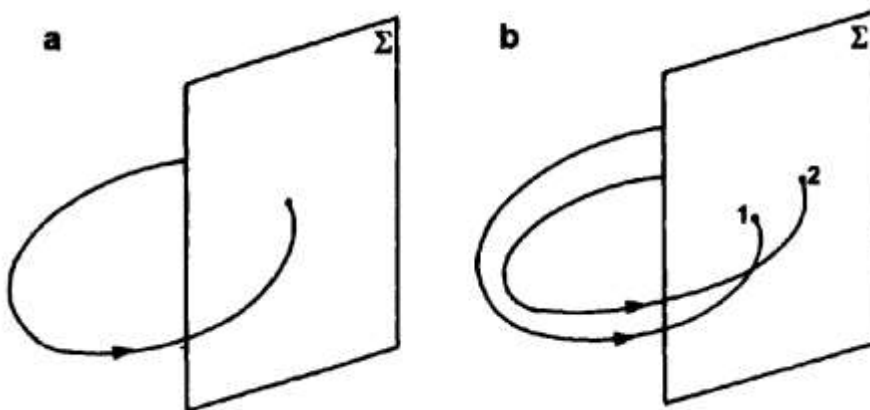
مدت زمانی که برای تکرار یکی از این حرکات لازم است، دوره تناوب (T) نامیده می‌شود. از نظر ریاضی، تعریف به شرح زیر است:

اگر موقعیت $\vec{r} = \vec{r}(t)$ تابعی از زمان قرار گیرد. سپس می‌توان گفت $\vec{r} = \vec{r}(t)$ یک تابع پریودیک است هرگاه بازای $T > 0$ برای هر مقدار از t عنوان گردد:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = \vec{r} = \vec{r}(t + T)$$

کمترین مقدار ممکن برای T پریود تابع نامیده می‌شود.

در فضای فازی اگر مقطعی را قرار دهیم که مدار با آن برخورد کند می‌توان پریود حرکت را به دست آورد بطور مثال همانطوری که در شکل ۱-۲ نشان داده شده است یک برخورد با مقطع پوانکاره نشان دهنده حرکت پریود یک و دوبار برخورد حرکت با پریود دو را نشان می‌دهد [۳].



شکل ۱-۲. برخورد فضای فازی با مقطع پوانکاره (الف) پریود یک (ب) پریود دو [۳]

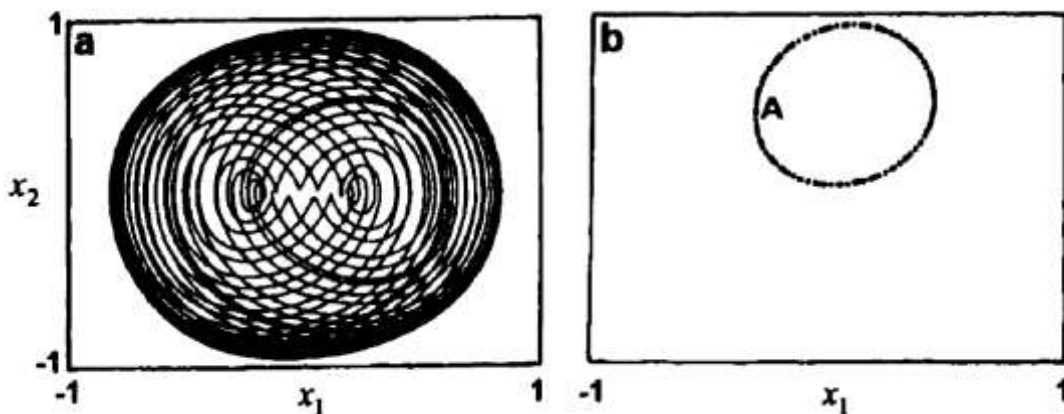
۲-۲-۱ رفتار شبه پریودیک

تناوب شبه پریودیک مشخصه‌ای از سیستم است که تناوب نامنظم را نمایش می‌دهد به طوری که رفتار تناوبی در فواصل منظم رخ می‌دهند.

یک حل شبه پریودیک، حل دینامیکی است که با دو یا چندین فرکانس بی‌تناسب^۱ مشخص شده است. دو فرکانس ω_1 و ω_2 بی‌تناسب خوانده می‌شوند اگر ω_1/ω_2 یک عدد گنگ باشد. با گسترش این نکته می‌توان گفت فرکانس‌های $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ بی‌تناسب هستند اگر

$$n_1\omega_1 + n_2\omega_2 + \dots + n_m\omega_m = 0$$

تنها زمانی که تمامی n_i ها برابر صفر باشند ارضا گردد (n_i ها اعداد صحیح هستند). یک حل شبه-پریودیک، حل k -period نامیده می‌شود اگر با k فرکانس بی‌تناسب $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k$ مشخص گردد. [۴, ۳] در نمودار مقطع پوانکاره نیز برخورد مدارها به مقطع تشکیل سیکل بسته می‌دهد که مانند شکل ۳-۱ نشان دهنده حرکت شبه پریودیک می‌باشد [۳].



شکل ۳-۱ الف) فضای فازی ب) مقطع پوانکاره حرکت شبه پریودیک [۳]

¹ Incommensurate

۳-۲-۱ رفتار آشوبناک

آشوب^۱ در لغت به معنی درهم ریختگی، آشفتگی و بی‌نظمی است و مترادف آن در مکانیک سیالات توربولانس^۲ یا تلاطم می‌باشد. این واژه به معنی فقدان هرگونه ساختار یا نظم است و معمولاً در محاورات روزمره آشوب و آشفتگی نشانه بی‌نظمی و سازمان نیافتگی تلقی می‌شود و جنبه منفی دارد. اما در واقع با پیدایش نگرش جدید و روشن شدن ابعاد علمی و نظری آن امروزه دیگر بی‌نظمی و آشوب به مفهوم سازمان نیافتگی، ناکارایی، و درهم ریختگی تلقی نمی‌شود بلکه بی‌نظمی وجود جنبه‌های غیرقابل پیش‌بینی و اتفاقی در پدیده‌های پویاست که ویژگی خاص خود را داراست. بی‌نظمی نوعی نظم غائی در عین بی‌نظمی است.

هیلز در ۱۹۹۰ آشوب یا بی‌نظمی را اینگونه تعریف می‌کند، "بی‌نظمی و آشوب نوعی بی‌نظمی منظم^۳ یا نظم در بی‌نظمی است. بی‌نظم از آن رو که نتایج آن غیر قابل پیش‌بینی است و منظم بدان جهت که از نوعی قطعیت برخوردار است".

بی‌نظمی در مفهوم علمی یک مفهوم ریاضی محسوب می‌شود که شاید نتوان خیلی دقیق آن را تعریف کرد اما می‌توان آن را نوعی اتفاقی بودن همراه با قطعیت دانست. قطعیت آن بخاطر آن است که بی‌نظمی منشا درونی دارد و به علت اختلالات خارجی رخ نمی‌دهد و اتفاقی بودن بدلیل آن که رفتار بی-نظمی، بی‌قاعده و غیرقابل پیش‌بینی دقیق است.

بدلیل این که آشوب از توابع ریاضی استاندارد به دست نمی‌آید، تعریف دقیقی برای حل آشوبناک وجود ندارد. بهر حال حل آشوبناک یک حل غیرپریودیک محسوب می‌شود. از دید کاربردی، آشوب می‌تواند بصورت رفتار حالت پایای محدود شده تعریف گردد که آن حل تعادل، پریودیک یا شبه‌پریودیک نمی‌باشد. جذب‌کننده^۴، وابسته به حرکت آشوبناک در فضای حالت، یک شکل ساده شبیه نقاط محدود یا

¹ Chaos

² Turbulance

³ Orderly Disorder

⁴ Attractor

منحنی بسته نمی‌باشد. در مقابل طیف حرکات پریودیک و شبه‌پریودیک که شامل چند خیزک^۱ می‌باشند، طیف آشوبناک دارای سیگنال‌های پیوسته می‌باشد. بعلاوه در طیف پیوسته، خیزک‌هایی وجود دارد که فرکانس‌های غالب را نشان می‌دهد. حرکت آشوبناک متشکل از تعداد بسیار زیادی از حرکات‌های پریودیک می‌باشد. سیستم آشوبناک ممکن است برای زمان کوتاهی نزدیک پریودیک متوقف گردد و سپس ممکن است به حرکت پریودیک دیگری که k -پریودیک حرکت قبلی است تبدیل شود. سیستم‌های آشوبناک همچنین بوسیله حساسیت به شرایط اولیه مشخص می‌گردند، که با تغییر بسیار کوچک در ورودی می‌توان تغییر بسیار بزرگ را در خروجی ایجاد کرد. به این پدیده اثر پروانه‌ای^۲ می‌گویند (یک تغییر جزئی ایجاد شده توسط بال پروانه در هوای امروز پکن می‌تواند منجر به طوفان و سیل در ماه بعد کالیفرنیا گردد) [۳].

۱-۳-۲-۱ اهمیت بررسی پدیده آشوب

اهمیت و لزوم دینامیک غیرخطی از آن جهت می‌باشد که باعث روشن شدن زمینه‌های حضور و ظهور پدیده‌هایی مانند آشوب و همچنین تاثیرات آن‌ها بر عملکرد سیستم‌ها خواهد شد. تحقیق در زمینه آشوب نه تنها امکان شناخت هر چه بیشتر از سیستم‌ها را فراهم می‌نماید بلکه سبب تحقق موارد ذیل نیز می‌گردد:

- فراهم گشتن امکان توضیح و کشف علل بسیاری از حوادث یا پدیده‌های طبیعی

- امکان جلوگیری از برخی سوانح و خطرات

- تصحیح رفتار و عملکرد برخی از سیستم‌ها در جهت مطلوب

- ایجاد آشوب در محدوده‌ای مشخص و تحت شرایطی کنترل شده

- تشخیص علت پاره‌ای از بی‌نظمی‌ها و تصحیح قوانین علمی و کشف قوانین جدید

¹ Spike

² Butterfly effect

- درمان برخی بیماری‌ها و ایجاد محیطی بهتر و سالم تر

۱-۳ پدیده‌های خطی و غیرخطی در آیروالاستیسیته

در مطالعاتی که در شرایط تحلیلی و تجربی بر روی سیستم‌های آیروالاستیک صورت پذیرفته است به این نتیجه رسیدند که این سیستم ذاتاً غیرخطی است. از پدیده‌های غیرخطی که در سازه ایجاد می‌گردد می‌توان به رفتار فلاتر، واگرایی، سیکل حدی و آشوب اشاره کرد [۵]، [۶].

در آزمایشات واقعی صورت پذیرفته در هواپیماهای پیشرفته، پاسخ‌های غیرخطی مشاهده شده است. برای نمونه با آزمایشهای صورت گرفته در برخی از مدل‌های هواپیما با تغییر تجهیزات نصب شده به بال، نوسانات سیکل حدی مشاهده شده است [۷]. همچنین در برخی آزمایش‌های انجام گرفته در تونل باد بر روی برخی ساختارهای بال، یک تشدید داخلی مشاهده شده است [۸]. این تشدید داخلی در نتیجه غیرخطی‌هایی است که مدهای حرکت را به یکدیگر کوپل می‌کنند و منجر به معاوضه انرژی مابین مدهای سیستم می‌گردد.

برخی پژوهشگران، غیرخطی‌های ذاتی در مدل‌های سازه‌ای را مورد بررسی قرار داده‌اند که در برخی مقالات، رفتارهای سیکل حدی این سازه‌های صفحه‌مانند، مورد بررسی قرار گرفته است. سازه دارای یک سفتی غیرخطی در نتیجه کشش القاء شده توسط کشش صفحه میانی است که از خمش جانبی آن ناشی می‌شود. این نوع رفتار در پدیده‌هایی که اغلب فلاتر پنل نامیده می‌شود، مشاهده می‌گردد که در آن یک المان موضعی از بال یا پوسته بدنه، با فلاتر و سپس سیکل حدی و بعد از آن با رفتارهای پیچیده غیرخطی دیگر مواجه می‌گردد. مواردی چند از این نوع پدیده در موشک V-2 جنگ جهانی دوم، X-15، موشک حامل در برنامه آپولو و غیره گزارش شده است. برخی از اینها توسط داوول [۹]، [۱۰]، گزارش شده‌اند.

مکانیزم فیزیکی که منجر به ناپایداری غیرخطی نظیر حرکات پرئودیک، شبه پرئودیک یا آشوب می‌گردد به درستی شناخته شده نیست اما کاملاً مشخص شده است که این عوامل غیرخطی دارای اثرات

بسیار مهمی روی پایداری آیرولاستیک هستند و برای پیش‌بینی دقیق و اجتناب از ناپایداری فلاتر، به دقت مورد ملاحظه قرار گیرند [۱۱]، [۱۲]، [۱۳].

پدیده فلاتر در زمینه آیرولاستیسیته از مخرب‌ترین عوامل در شکست سازه‌های انعطاف‌پذیر می‌باشد. این ساختارها شامل هواپیما، ساختمان‌ها، سیم‌های تلگراف، تابلوهای راهنمایی و رانندگی و پل‌ها می‌شود. در سرعت‌های پایین، نیروهای آیرودینامیکی باعث کاهش دامنه‌ی ارتعاشات سازه و در سرعت‌های بالاتر از یک سرعت مشخص، نیروهای آیرودینامیکی موجب تقویت ارتعاش می‌شوند. به عبارت دیگر، با افزایش سرعت، مشخصه‌ی میرایی سیستم تغییر کرده و یک نوع میرایی منفی در سیستم ایجاد می‌شود که موجب ناپایداری آن می‌گردد. در این حالت به جای کاسته شدن از دامنه‌ی ارتعاش، دامنه‌ی آن افزایش می‌یابد و در صورتی که در سیستم، به اندازه کافی میرایی وجود نداشته باشد، سیستم تا مرز تخریب پیش می‌رود.

اولین مورد فلاتر مشاهده شده در هواپیما در سال ۱۹۱۶ اتفاق افتاد. در آن سال نوسانات شدیدی در ناحیه دم هواپیمای بمبافکن هندلی^۱ مشاهده شد. فلاتر هواپیماها یکی از مهمترین دغدغه‌های طراحان در طول جنگ جهانی اول تاکنون شده است. یکی دیگر از اثرات نامطلوب نیروهای آیرودینامیک در سال ۱۹۲۷ در هواپیمای جنگنده‌ی انگلیسی دو موتوره‌ی بریستل باگشات^۲ رخ داد. با افزایش سرعت هواپیما، تغییر جهت قسمت‌های متحرک روی بال‌ها^۳ که از اجزای سیستم کنترلی حرکت هواپیما^۴ می‌باشند معکوس می‌شد و کنترل هواپیما را دچار مشکل می‌نمود [۱۴].

این رویداد در سال ۱۹۳۰ مورد بررسی و طراحی مجدد توسط رکسبی ککس^۵ و پاگسلی^۱ در موسسه‌ی نظامی هواپیمایی رویال^۲ قرار گرفت و موفقیت آمیز بود. اگرچه برگشت قسمت‌های متحرک روی بال‌ها بطور کلی منجر به شکست فاجعه‌بار نمی‌شد، اما تا حدودی خطرناک بود و نیاز به طراحی مناسب داشت.

¹ Handly Page O/400 bomber

² Bristol Bagshot

³ Aileron

⁴ Aircraft flight control system

⁵ Roxbee Cox

نام آیرودینامیک در سال ۱۹۳۰ توسط رکسبی ککس و پاگسلی برای حوزه بررسی این قبیل پدیده‌ها انتخاب شد [۱۴].

پایداری از مهم‌ترین و معمول‌ترین دغدغه‌های محققان این حوزه می‌باشد. با اینکه مدل الاستیک عضو مورد نظر مستقل از سرعت هواپیما می‌باشد، اما نیروهای آیرودینامیکی به شدت به آن وابسته‌اند. بنابراین پیش‌بینی این که نیروهای آیرودینامیکی تحت شرایطی بر نیروهای الاستیکی غلبه کنند دور از ذهن نیست. وقتی که این غلبه به صورتی رخ دهد که نیروهای اینرسی تاثیر کمی داشته باشند به آن ناپایداری آیرودینامیکی استاتیکی یا واگرایی^۳ گفته می‌شود. در مقابل، هنگامی که نیروهای دینامیکی مهم باشند ناپایداری آیرودینامیکی ایجاد شده را فلاتر می‌نامند. هم واگرایی و هم فلاتر می‌توانند فاجعه‌بار باشند و منجر به تخریب سازه شوند. بنابراین، دانستن چگونگی طراحی سازه‌هایی چون بال، پره‌های کمپرسور و بدنه‌ی هواپیما که عاری از این مشکل‌ها باشند برای طراحان ضروری است.

فلاتر انواع مختلفی دارد بطور مثال الف) فلاتر تاختی^۴ یا فلاتر گردابه‌ای^۵، که در وزش شدید جریان هوا که نمونه این نوع فلاتر در خطوط تلفن و برق و همچنین حرکت تازیانه‌ای آنتن خودرو که در یک سرعت مشخص از حرکت شروع می‌شود، مشاهده می‌گردد [۱۵]. ب) فلاتر استال^۶، در جریان‌های هوا نزدیک سرعت صوت که یک حالت فلاتر پیچشی است و در بال هواپیماها و پره‌ی بالگرد رخ می‌دهد [۱۶]. ج) فلاتر پیچشی-خمشی^۷ زمانی که نیروی آیرودینامیک بر بال اثر می‌کند، در اثر خمش و پیچش ناشی از جریان هوا روی می‌دهد [۱۷]. در شکل ۱-۴ یک نمونه مشهور از قدرت تخریب این نوع فلاتر خمش پیچش در پل "تاکوما نارو" مشاهده می‌شود که در سال ۱۹۴۰ توسط بادی با سرعت ۴۰ مایل در ساعت (۶۴ کیلومتر در ساعت) تخریب شد [۱۵]. بررسی‌های دقیق از محل نشان داد که خرپای عرشه

¹ Pugsley

² Royal Aircraft Establishment

³ Divergence

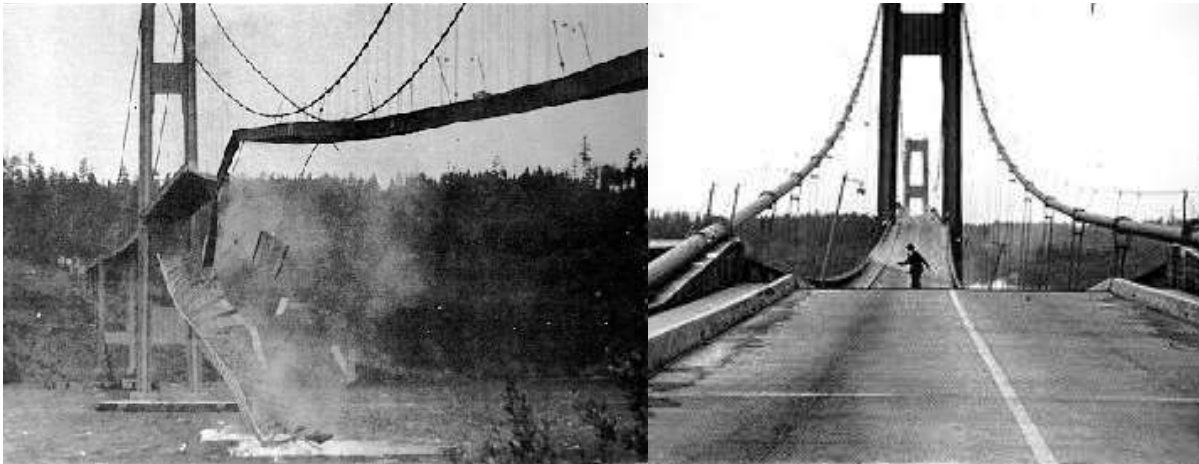
⁴ Galloping flutter

⁵ Wake vortex flutter

⁶ Stall

⁷ Torsional flexural flutter

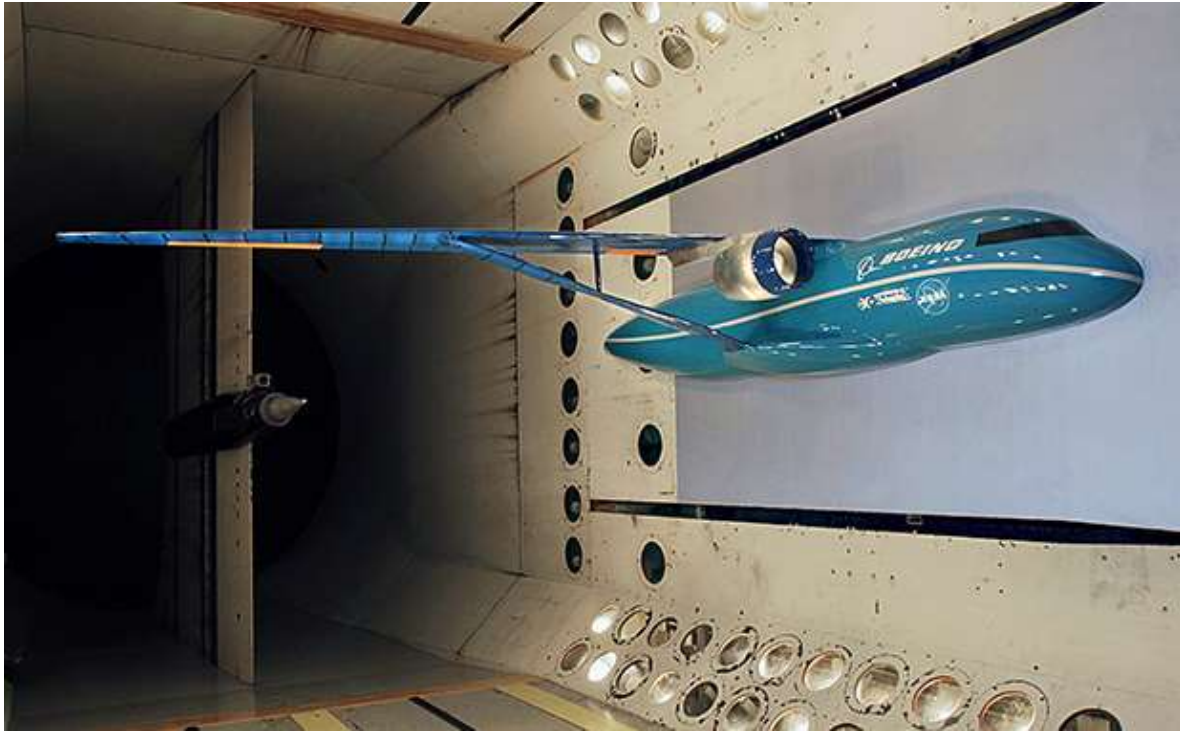
ناکارآمد بوده ولی با این حال عامل اصلی فروریزی پل نبوده است. در آن روز باد با سرعت به پل ضربه زده و با برخورد قائم به پل باعث ایجاد این نوع فلاتر گردیده است. این بادهای متوالی لرزش و ارتعاش را افزایش داده تا آنجا که این امواج توانستند پل را فرو ریزند و درنهایت فلاتر رخ داده است.



شکل ۱-۴. پل تاکوما [۱۵]

۱-۳-۱ فلاتر ورق

فلاتر ورق به دلیل عبور جریان‌های سرعت بالای هوا در طول ورق ایجاد می‌شود بنابراین در سازه‌های مهندسی مثل پل‌ها و ساختمان‌ها که در جریان باد قرار دارند ظاهر نمی‌شود. فلاتر پرچم و یا نوسانات پوسته‌ی طبل شباهت زیادی به فلاتر ورق دارند.

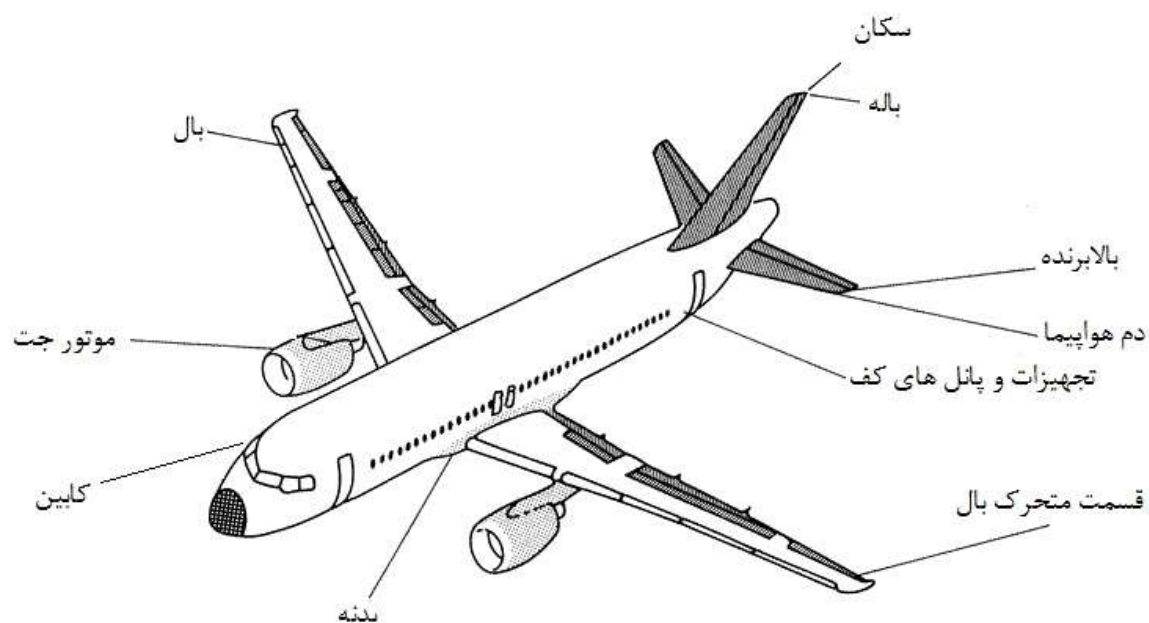


شکل ۵-۱. فلاتر پنل در بال هواپیما [۱۸]

ورق‌ها کاربرد زیادی در اجزای تشکیل دهنده هواپیما دارند مانند بدنه، بال‌ها، دم، پایدارسازها^۱، قسمت متحرک بال، سکان^۲ و غیره (شکل ۵-۱ و شکل ۶-۱) که کلیه این قسمت‌ها به لحاظ احتمال وقوع فلاتر باید بررسی شوند.

^۱ Stabilizers

^۲ Rudder



شکل ۱-۶. اجزای مختلف هواپیما [۱۹]

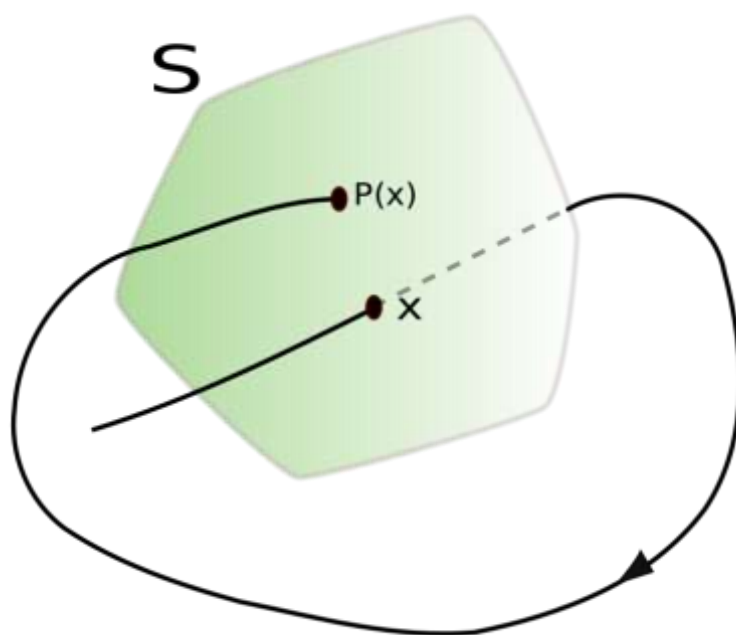
از میان تمام مسایل آیروداستیک غیرخطی، فلاتر ورق بیشترین توجه را به خود اختصاص داده است. در کار لی و همکارانش [۲۰]، یک مرور جامع از تحلیل غیرخطی‌ها برای یک مقطع بال ارائه شده است.

۴-۱ ابزارهای تحلیل

برای تحلیل دینامیک غیرخطی ابزارهای گوناگونی مورد استفاده قرار می‌گیرد، از جمله تصویر فازی^۱، نمودار انشعابات^۲، مقطع پوانکاره^۳، طیف توانی^۴ و غیره. هر کدام از این ابزارها در شناخت رفتار دینامیک غیرخطی مفهوم و کاربرد خاص خود را دارد.

¹ Phase portrait
² Bifurcation diagram
³ Poincare
⁴ Power Spectrum

تصویر فازی یک نمایش هندسی از مسیرهایی^۱ از سیستم دینامیکی در فضای فازی است، که توسط محققان بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. مقطع پوانکاره، همانند شکل ۷-۱، صفحه‌ای در فضا است که مسیر با آن برخورد دارد و بطور مثال برای حرکت پریودیک با پریود یک می‌توان با نمونه‌برداری در فواصل زمانی منظم نمودار پوانکاره را به دست آورد [۳].



شکل ۷-۱. مقطع پوانکاره [۳]

سیگنالهای پریودیک خیزک‌هایی در پایه و هارمونیک‌هایش دارند، در سیگنالهای شبه‌پریودیک خیزک‌هایی از ترکیب خطی غیرگویای دو یا چند فرکانس یا بیشتر به دست می‌آیند، و دینامیک آشوب یک طیف پیوسته‌ای از خیزک‌ها را نشان می‌دهد. در این تحقیق، شناسایی رفتارهای پریودیک با پریودهای متفاوت، شبه‌پریودیک و دیگر پدیده‌های دینامیک‌های غیرخطی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

¹ Trajectories

۲ بیان مساله، اهداف، و پیشینه تحقیق

۲-۱ بیان مساله

تمامی اجزای هواپیماها، موشک‌ها و به طور کلی تمامی وسایل پرنده که با سرعت بالا حرکت می‌کنند، به دلیل وجود عوامل غیرخطی در ساختار و ذات سازه منجر به وقوع پدیده‌های ایروالاستیک پیچیده‌ای می‌گردند. رفتارهای پیچیده غیرخطی ممکن است ورق را به مرز شکست برساند و سیستم را دچار سانحه کند. بنابراین راه کارهایی برای اجتناب از اثرات نامطلوب باید مد نظر قرار گیرد. استفاده از سیستم جرم، فنر و میرگرا که تحت عنوان جاذب پویای ارتعاشات شناخته می‌شود، یکی از ساده‌ترین و مهم‌ترین ابزار است که می‌تواند کارایی دینامیکی سازه را بهبود بخشد. این جاذب‌ها در کنترل پدیده‌های دینامیکی نقش مهمی را ایفا می‌کنند؛ آنها همچنین با وجود عدم استفاده از منبع خارجی کارایی بالایی دارند، روی هم رفته جاذب‌های ارتعاشی یکی از محبوب‌ترین راه‌های کنترل ارتعاشات در کاربردهای مختلف می‌باشد. یکی دیگر از راه‌های بهبود رفتار ورق استفاده از ورق ویسکوالاستیک می‌باشد.

۲-۲ اهداف

در این رساله به بررسی فلاتر، سیکل حدی و رفتارهای پریودیک و شبه‌پریودیک و دیگر رفتارهای غیرخطی ورق ایروالاستیک با غیرخطی‌های هندسی و بار ناشی از فشار آیرودینامیک پرداخته می‌شود. در این بررسی از تئوری ورق کلاسیک استفاده می‌شود. برای جریان آیرودینامیکی از مدل آیرودینامیک مافوق صوت شبه پایای تراکم‌ناپذیر برای جریان مافوق صوت استفاده شده است. پایداری سیستم نیز از مباحثی بسیار مهمی است که در این رساله به آن پرداخته می‌شود و رفتار سیستم در حضور جاذب ارتعاشی با رفتار بدون جاذب مقایسه می‌گردد و همچنین رفتار ورق ویسکوالاستیک بواسطه میرایی که سیستم دارد از اهمیت زیادی برخوردار است و به بررسی آن در حضور جاذب ارتعاشی نیز پرداخته خواهد

شد. برای مدل سازی جاذب ارتعاشی از چند مدل یک و دو درجه آزادی استفاده خواهد شد و به بررسی هر کدام از مدل ها برای یافتن مدل مناسب برای کاهش ارتعاش سیستم خواهیم پرداخت.

از آنجایی که رفتار سیستم دینامیکی با افزایش پارامترهای کنترلی تغییر می کند و امکان دارد رفتار پیچیده غیرخطی از خود نشان دهد کنترل غیرفعال آن بسیار مفید و کم هزینه به نظر می رسد. با توجه به اثر میرایی ورق ویسکوالاستیک و جاذب ارتعاشی می توانند باعث میرا شدن انرژی گردند و این امر باعث کاهش رفتار پیچیده غیرخطی ورق الاستیک خواهد شد. امکان دارد رفتار پیچیده غیرخطی در ورق الاستیک با اضافه شدن جاذب ارتعاشی به رفتار شبه پروردیک یا پروردهای پائین تر تبدیل گردد و حتی امکان میرا شدن ارتعاشات نیز وجود خواهد داشت اما بررسی جامع این رفتارها از اهمیت بسیار بالایی در صنایع هوایی و فضایی دارد.

۳-۲ پیشینه تحقیق

آیروالاستیسیته تحت دو عنوان مشخص در دو حالت استاتیکی و دینامیکی مورد مطالعه قرار می گیرد. هرچقدر میزان انعطاف پذیری و الاستیک بودن سازه هواپیما بیشتر باشد، تغییر شکل خارجی سطوح کنترل و در نتیجه تغییر بارهای آیرو دینامیکی افزایش می یابد و امکان پیدایش پدیده آیروالاستیک بیشتر می شود.

در ادامه، کارهای انجام شده در زمینه آیروالاستیسیته مورد بررسی قرار می گیرد. ابتدا پیشینه تحقیق در مورد ورق الاستیک، سپس ویسکوالاستیک و بعد از آن استفاده از جاذب ارتعاشی مورد مطالعه قرار می گیرد.

۲-۳-۱ مروری بر پیشینه آبروالاستیسیته ورق

مطالعات بر روی ورق‌های دو بعدی و سه بعدی که تحت جریان آیرودینامیکی خطی قرار دارند توسط داول^۱ [۲۱]، [۲۲]. انجام شده است که از روش گالرکین معادلات دیفرانسیل غیرخطی با مشتقات جزئی به معادلات دیفرانسیل با مشتقات معمولی تبدیل و با انتگرال‌گیری عددی آن را حل نمود. او به کمک تئوری تغییر شکل‌های بزرگ صفحه‌ای فن کارمن و به کار بردن تئوری‌های آیرودینامیکی متفاوت به بررسی فلاتر ورق با نوسانات غیرخطی پرداخته است. همچنین داول و همکاران [۲۳]، فلاتر مادون صوت ورق مستطیلی شکل روی بستر الاستیک را مورد بررسی قرار دادند. نتایج به صورت تجربی و تئوری استخراج گردید و نشان داد که در توافق خوب در پیش بینی فلاتر می باشد. ویلیانگ و داول [۲۴]، به بررسی فلاتر و سیکل حدی بال مستطیلی در جریان مافوق صوت با استفاده از تئوری فن کارمن و تئوری جریان مافوق صوت شبه پایا^۲ پرداختند و از روش رایلی-ریتز برای حل نوسانات غیرخطی فلاتر صفحه استفاده نمودند.

می^۳ و همکارانش [۲۵]، مروری بر مقالات روی فلاتر غیرخطی ورق در جریان‌های مافوق صوت و ماوراء صوت با روش‌های گالرکین با انتگرال‌گیری عددی، هارمونیک بالانس، تئوری اغتشاشات، روش المان محدود و تجربی انجام دادند و اثر پارامترهای مختلف (نیروی درون صفحه‌ای، نیروی دمایی، جهت جریان و خمیدگی اولیه) را روی فلاتر بررسی کردند. تانگ^۴ و داول^۵ [۲۶]، سیکل حدی ورق یکسرگیردار دو بعدی را در جریان مادون صوت کم را با روش تئوری و آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. غیرخطی ساختار مربوط به سفتی خمشی و اینرسی سیستم بود. آنها نشان دادند که مد فلاتر با استفاده از مد دوم خمشی ورق که با استفاده از تئوری خطی به دست آمد چیره می‌شود. و سیکل حدی زمانی که سرعت جریان از مرز فلاتر خطی فراتر می‌رود در سیستم اتفاق می‌افتد. با افزایش سرعت جریان دامنه نوسانات

¹ Dowell

² Quasi-steady

³ Mei

⁴ Tang

⁵ Dowell

سیکل حدی افزایش می‌یابد اما در مقابل فرکانس سیکل حدی کاهش می‌یابد. هر دو غیرخطی هندسی، سفتی و اینرسی منجر به سیکل حدی می‌شوند اما غیرخطی اینرسی نسبتاً با اهمیت‌تر است. اپورئانو^۱ و همکاران [۲۷]، با تغییرات پارامتری در سیستم آیروالاستیک با روش‌های تفاضل محدود، گالرکین و تجزیه متعامد مناسب^۲، به بررسی سیکل حدی و آشوب در ورق تحت نیروی آیرودینامیکی با استفاده از نمودار انشعابات^۳، نمودار فازی و طیف توانی پرداختند. آتار^۴ [۲۸]، رفتار غیرخطی ساختار تحت جریان آیرودینامیک را با روش المان محدود بررسی کرد و فلاتر و سیکل حدی را در زاویه حمله صفر و غیرصفر به دست آورد. گوو^۵ [۲۹]، به روش المان محدود به بررسی فلاتر ورق در دمای بالا پرداخت و منطقه پایداری برحسب دما و فشار آیرودینامیکی را به دست آورد. نوازی و حدادپور [۳۰]، پایداری ورق با خصوصیات مدرج تابعی وابسته به موقعیت عرضی و دمایی ورق، را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها از تئوری ورق کلاسیک برای مدل‌سازی ورق و از تئوری شبه پایای پیستون برای مدل‌سازی جریان آیرودینامیکی و از تابع ساده‌نمایی برای مدل‌سازی خصوصیات مدرج تابعی استفاده نمودند و اثرات نیروهای درون صفحه‌ای و دمایی مورد بررسی قرار گرفت. از اصل همپلتون برای به دست آوردن معادلات حرکت با مشتقات جزئی استفاده شد و با روش گالرکین معادلات با مشتقات جزئی به معادلات با مشتقات معمولی تبدیل شدند و سپس بصورت عددی حل انجام گردید. آن‌ها نشان دادند که استفاده از مواد مدرج می‌تواند باعث افزایش و یا کاهش در پایداری سیستم آیروالاستیک در جریان مافوق صوت گردد.

ژنگ^۶ و یانگ^۷ [۳۱]، به بررسی آشوب و سیکل حدی بال دوبعدی در جریان مافوق صوت به روش رانگ کوتای مرتبه چهار پرداختند و تاثیر پارامترهای مختلف روی سرعت فلاتر را بررسی کردند و دریافتند با تغییر سرعت آیرودینامیک تعداد نقاط تعادل پایدار تغییر می‌کند. ژنگ^۸ و همکاران [۳۱]،

¹ Epureanu

² Proper orthogonal decomposition

³ Bifurcation

⁴ Attar

⁵ Guo

⁶ Zheng

⁷ Yang

⁸ Zheng

براساس تئوری پیستون در جریان با سرعت بالا و با روش انرژی، معادله حرکت دوبعدی ایرفویل را مورد مطالعه قرار دادند. تئوری انشعابات هوپف^۱ برای آنالیز سرعت فلاتر سیستم بکار رفته و اثر پارامترهای سیستم روی سرعت فلاتر مورد بررسی قرار گرفت. روش رانگ کوتای مرتبه چهار برای محاسبه سیکل حدی پایدار و حرکات آشوبناک سیستم آیرودینامیک بکار رفت. نتایج نشان می‌دهد تعداد و پایداری نقاط تعادل سیستم با افزایش سرعت جریان متفاوت خواهد بود و همچنین آشوب زمانی که سرعت جریان بالاتر از سرعت خطی و اگرایی باشد در سیستم رخ خواهد داد. هو^۲ و همکارانش [۳۲]، به آنالیز غیرخطی ورق مستطیلی یکسرگردار مدرج تحت تحریک عرضی در محیط دمایی پرداختند. خصوصیات مواد تابعی از دما در نظر گرفته شد. معادلات غیرخطی با استفاده از اصل همیلتون و برپایه تئوری مرتبه سوم ورق ردی به دست آمد. روش گالرکین برای تبدیل معادلات با مشتقات جزئی به معادلات با مشتقات معمولی استفاده شد سپس با روش رانگ کوتای مرتبه چهار به حل معادله پرداختند. آنها پی‌بردند که حرکات پریودیک، شبه پریودیک و آشوبناک ورق تحت شرایط خاصی وجود دارد و همچنین نیروهای تحریک می‌تواند شکل حرکت ورق را تغییر دهد. لی^۳ و همکاران [۳۳]، با روش ملنیکو، آشوب ورق دوبعدی نازک را در جریان مادون صوت با تحریک خارجی مورد بررسی قرار دادند. معادلات حاکم ورق در جریان مادون صوت با استفاده از روش گالرکین گسسته شد. آنها پی‌بردند پارامتر بحرانی به دست آمده با آنالیز تئوری با نتایج عددی کاملاً همخوانی دارند. پایداری نقاط تعادل بعد از فشار دینامیکی بحرانی تغییر می‌کند سپس چرخه هوموکلینیک رخ می‌دهد. لی^۴ [۳۴]، فلاتر آیرودینامیک برای ورق، تحت جریان مافوق صوت با استفاده از مواد پیزوالکتریک را مورد مطالعه قرار داد. در این مطالعه به بررسی بهبود ویژگی‌های فلاتر در صفحات تحت جریان مافوق صوت پرداخته شده است. معادلات حاکم بر حرکت و معادلات پیزوالکتریک با روش همیلتون به دست آمده‌اند و برای فشار آیرودینامیک از تئوری پیستون استفاده شده

¹ Hopf Bifurcation

² Hao

³ Li

⁴ Li

است. این تحقیق نشان می‌دهد با اضافه شدن سفتی و جرمی فعال به واسطه پیزوالکتریک، رخ داد فلاتر تا حد زیادی بهبود می‌یابد.

گیبس^۱ و همکاران [۳۵]، به روش تئوری و تجربی به بررسی فلاتر یک ورق مستطیلی شکل یکسرگیردار یا پین شده تحت جریان محوری سه بعدی پرداخته‌اند. در این مقاله به بررسی تغییر خصوصیات فلاتر با تغییر نسبت منظری ورق و نسبت جرمی جریان پرداخته‌اند که نتایج تئوری به دست آمده با نتایج صورت گرفته در آزمایشگاه دانشگاه دوک کاملاً هم خوانی دارد. ژوو^۲ و همکاران [۳۶]، به روش تجربی و المان محدود به بررسی دینامیک ورق یکسرگیردار تحت جریان آیرودینامیک پرداختند و رفتار پریرودیک و آشوبناک در آزمایشات مشاهده شد و دریافتند نتایج تئوری و تجربی در تعیین فلاتر کاملاً همسان هستند. ژیان^۳ و همکاران [۳۷]، به بررسی آنالیز پایداری آیروالاستیک ورق گرمادیده با نیروی آیرودینامیکی در دو سطح با روش‌های گالرکین همراه با مدل کاهش مرتبه براساس روش تجزیه متعامد مناسب^۴ پرداختند که دریافتند وقتی دو سر ورق تحت نیرو است ناپایدارتر خواهد بود. آنها تاثیرات عدد ماخ و ضخامت ورق را روی مرز پایداری مشخص کردند و با این روش محاسبات را کاهش دادند. منگ^۵ و همکاران [۳۸]، انشعابات و حرکت آشوبناک ورق نازک چهارسرلولای مستطیلی تحت جریان مادون صوت و تحریک عرضی هارمونیک را مورد بررسی قرار دادند. طبق تئوری تغییرات بزرگ فن کارمن، معادله دیفرانسیل حرکت با مشتقات جزئی با استفاده از اصل همیلتون استخراج گردید و با روش گالرکین معادلات به مشتقات معمولی تبدیل شده‌اند. جریان با استفاده از تئوری پتانسیل جریان مدل گردید. نتایج اثرات جریان و تحریک هارمونیک روی حرکت آشوبناک ورق را نشان می‌دهد. نتایج عددی برای به دست آوردن دیاگرام انشعابات، جابجایی برحسب زمان، فضای فازی، نگاشت پوانکاره مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان داد که وقتی جریان افزایش می‌یابد ورق ناپایدار شده و حرکت آشوبناک

¹ Gibbs

² Zhao

³ Z Jian

⁴ POD method

⁵ Meng

در ورق اتفاق خواهد افتاد. لی^۱ و یانگ^۲ [۳۹]، رفتار دینامیک غیرخطی ورق یکسرگیردار با محدودیت حرکت تحت جریان مادون صوت را مورد بررسی قرار دادند. معادلات با مشتقات جزئی با استفاده از روش گالرکین به معادلات با مشتقات معمولی تبدیل شد. نقاط تعادل و پایداری سیستم در فضای پارامتری براساس آنالیز کیفی و عددی مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد حرکت سیکل حدی متقارن و غیر متقارن بعد از بی‌ثباتی دینامیکی اتفاق خواهد افتاد. مسیر از حرکت پریودیک به آشوب با انشعاب دابل شدن پریود اتفاق می‌افتد. حرکت پریود سه و پریود شش متقارن و غیرمتقارن همراه با حرکت آشوبناک ظاهر می‌شود. حرکت متفاوت و واگرایی آشوبناک با افزایش فشار دینامیکی اتفاق می‌افتد.

ژیه و همکاران [۴۰]، سیر تکاملی به سمت حرکت آشوبناک برای ورق یکسرگیردار در جریان مافوق صوت را مورد بررسی قرار دادند. تحقیقات قبلی مربوط به شرایط مرزی چهارسرلولا بوده یا تنها سیکل حدی مورد بررسی قرار گرفته بود اما ایشان آشوب در ورق را مورد مطالعه قرار دادند. آنها معادلات حاکم را با تئوری ورق فن کارمن و تئوری پیستون مرتبه اول به دست آوردند و از روش رابلی ریتز برای گسسته سازی معادلات با مشتقات جزئی و تبدیل آن به معادلات با مشتقات معمولی استفاده کردند و در نهایت با روش عددی رانگ کوتای مرتبه چهار به حل معادله پرداختند. نتایج نشان می‌دهد که سیر تکاملی به سمت آشوب خیلی پیچیده است و مسیر به سمت آشوب وابسته به نسبت طول به عرض ورق می‌باشد. در نسبت $a/b = 1$ قبل از آشوب دابل شدن پریود^۳ اتفاق می‌افتد و برای نسبت $a/b = 2$ بعد از شبه پریودیک آشوب اتفاق می‌افتد. مهمترین الگوی قبل و بعد از آشوب مربوط به نسبت $a/b = 0.5$ می‌باشد که نشان می‌دهد درون آشوب پنجره‌هایی با حرکت پریودیک وجود خواهد داشت. آنها با استفاده از ابزارهای جابجایی عرضی برحسب زمان، فضای فازی، نگاشت پوانکاره و طیف توانی به شناسایی حرکات پریودیک و آشوبناک پرداختند.

¹ Li

² Yang

³ Period doubling

لی و همکاران [۴۱]، پایداری و انشعابات ورق یکسرگیردار با حرکت محدود غیرخطی تحت جریان مادون صوت را مورد بررسی قرار دادند. از روش گالرکین برای گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل جزئی استفاده شد. نقاط تعادل و پایداری آنها در فرم فضایی با استفاده از روش تحلیلی و عددی مورد بررسی قرار گرفت. آنها نشان دادند سیستم پایداری خود را با فلاتر و سیکل حدی بدلیل غیرخطی از دست می‌دهد. ژیه^۱ [۴۲]، به بررسی آنالیز غیرخطی فلاتر ورق با اثرات دمایی در جریان مافوق صوت به روش تجزیه متعامد مناسب پرداخت و به این نتیجه رسید که روش تجزیه متعامد مناسب برای بررسی آشوب همانند پریودیک کارا می‌باشد و دریافت پارامتر دما و نسبت طول به پهنا نقش مهمی در فلاتر ورق دارد. رضایی و جهانگیری [۴۳]، به مطالعه غیرخطی و آشوبناک ارتعاشات و آنالیز پایداری ورق چهارسر لولای مدرج ویسکو الاستیک با لایه‌های پیزوالکتریک متصل به آن تحت تحریک آیرودینامیک پرداختند. آنها فرض کردند که ورق بطور همزمان تحت نیروی درون صفحه‌ای هارمونیک و تحریک عرضی پیزوالکتریک و نیروی آیرودینامیک می‌باشد. جریان آیرودینامیک با استفاده از تئوری مرتبه اول پیستون مدل گردید. روابط کرنش-جابجایی غیرخطی فن کارمن برای در نظر گرفتن غیرخطی هندسی مورد استفاده قرار گرفت. براساس تئوری ورق کلاسیک و در نظر گرفتن اصل همیلتون معادلات کوپل غیرخطی با مشتقات جزئی استخراج گردید. روش گالرکین برای کاهش معادلات حرکت به معادلات مشتق معمولی متو استفاده گردید. نتایج ایشان برای بررسی اثرات تحریک نیرو/پیزوالکتریک و فشار آیرودینامیکی روی دینامیک غیرخطی و رفتار آشوبناک ورق مدرج می‌باشد. این آشکار شد که در شرایط خاص بدلیل وجود منطقه دو پایدار^۲ از حل غیر بدیهی، سیستم رفتار هیستریک را نشان می‌دهد. بعلاوه در غیاب جریان هوا، مشاهده می‌شود که تغییرات در پارامتر کنترلی منجر به پدیده‌های پریودیک از مرتبه بالا و آشوبناک می‌شود. چن^۳ و همکاران [۴۴]، پاسخ پسا فلاتر^۴ ورق یکسرگیردار انعطاف پذیر تحت جریان مادون صوت

¹ Xie

² Bi-stable region

³ Chen

⁴ Post flutter

کم را مورد بررسی قرار دادند. آنها پی بردند حرکت آشوبناک ممکن است در ورق سه بعدی تحت جریان مادون صوت کم اتفاق بیافتد. برای شناسایی رفتار دینامیکی سیستم از نمودار تاریخچه زمانی، فضای فازی، پوانکاره و طیف توانی استفاده شد. آنها نشان دادند که ورق تحت پریود یک، پریود سه و حرکات غیر پریودیک با افزایش سرعت جریان در سیستم اتفاق می افتد.

۲-۳-۲ پدیده های خطی و غیر خطی در آبرو-ویسکوالاستیسیته

ورق از مواد نرم ساخته شده است که سبب خصوصیات اتلافی ویسکوالاستیک می شود. مواد ویسکوالاستیک و لایه های ویسکوالاستیک برای افزایش میرایی سازها کاربرد دارند.

ارتعاشات ورق های ویسکوالاستیک همگن تحت بار درون صفحه ای پریودیک در کار ابودی^۱ و همکاران [۴۵] مورد توجه قرار گرفت، رفتار ویسکوالاستیک ورق در جمله اصل برهم نهی بولتزمن داده شد. روش پیشنهادی برپایه بسط لیابانوف بوده که پایداری یا ناپایداری قابل تعیین می باشد. اما وقتی به سمت ارتعاشات غیر خطی ورق ویسکوالاستیک رفت، مساله کم، مورد توجه آنها قرار گرفت. مدل ویسکوالاستیک کلون-ویت توسط ژیا^۲ و لوکازویچ^۳ [۴۶] [۴۷] در سال ۱۹۹۴ و ۱۹۹۵ برای مدل کردن ارتعاشات غیر خطی اجباری و آزاد ورق مستطیلی ساندویچ با تکیه گاه های لولای قابل حرکت استفاده شد. آنها دو لایه خارجی الاستیک را با هسته میانی ویسکوالاستیک در نظر گرفتند. حل عددی با انتگرال گیری مستقیم از معادلات حرکت به روش رانگ-کوتای به دست آمد. کمانش دینامیکی و آشوب ورق های ویسکوالاستیک با روابط کرنش-جابجایی غیر خطی توسط سان^۴ و ژنگ^۵ [۴۸] مورد مطالعه قرار گرفت. ورق بعنوان مواد ویسکوالاستیک نوع جامد خطی استاندارد مدل شده که ساختار را به یک معادله دینامیکی انتگرالی-دیفرانسیلی یک درجه آزادی تبدیل می کند. پورتکدوست و فاضل زاده [۴۹]، به

¹ Aboudi

² Xia

³ Lukasiewicz

⁴ Sun

⁵ Zhang

بررسی رفتار غیرخطی ورق ویسکوالاستیک تحت جریان مافوق صوت پرداختند. ایشان از تئوری تغییر شکل بزرگ در ورق ایزوتروپیک و مدل کلوین برای خاصیت ویسکوالاستیک استفاده شد. جریان آیرودینامیک در کار ایشان با مدل شبه پایای پیستون مدل شد. سپس معادلات با مشتقات جزئی با استفاده از روش گالرکین به معادلات با مشتقات معمولی تبدیل شده است سپس با استفاده از روش رانگ-کوتا-فلبرگ مرتبه چهار و پنج به حل معادله پرداختند. واگرایی و انشعاب هوف برای سطح‌های مختلف میرایی ویسکوالاستیک بررسی شدند. نتایج، اهمیت تاثیر میرایی بر دامنه رژیم آشوبناک را نشان می‌دهد.

خدایاروف^۱ [۵۰]، فلاتر غیرخطی ورق‌ها را در جریان مافوق صوت به دست آورد. تئوری شبه پایای پیستون برای مدل‌سازی جریان آیرودینامیک استفاده شده است. معادلات با مشتقات جزئی با روش گالرکین-بونو به معادلات دیفرانسیلی معمولی تبدیل شد. وی سرعت فلاتر بحرانی را برای ورق در کار خود محاسبه کرد. کریگ^۲، مرت^۳ و هیلتون^۴ [۵۱]، به روش تحلیلی به بررسی فلاتر ورق الاستیک و ویسکوالاستیک در جریان‌های مادون و مافوق صوت پرداختند. همگرایی سری گالرکین و تاثیر آن روی سرعت و فرکانس فلاتر بررسی شد. بیلان^۵ و همکاران [۵۲]، ارتعاشات خطی و غیرخطی ورق مستطیلی سه لایه با شرایط مرزی متفاوت با نادیده گرفتن اثرات درون صفحه‌ای و اینرسی دورانی مورد مطالعه قرار دادند. هسته مرکزی ویسکوالاستیک در نظر گرفته شده بود و توسط مدل کلوین-ویت مدل گردید. نتایج عددی برای ضریب استهلاک‌های معین، یا برای مشخصه مواد وابسته به زمان داده شده است. اثرات مواد هسته متفاوت، همچنین اثر دمایی به روش المان محدود با کوپل کردن تکنیک هارمونیک بالانس به روش مد مختلط گالرکین، مورد بررسی قرار گرفت. ساکسا^۶ و همکاران [۵۳]، پایداری و رفتار دینامیکی ورق‌های ویسکوالاستیک متحرک را با استفاده از تئوری ورق کلاسیک بررسی کردند. مدل کلوین-ویت

¹ Khudayarov

² Craig

³ Merrett

⁴ Hilton

⁵ Bilasse

⁶ Saksa

برای ویسکوالاستیسیته در نظر گرفته شد. آنها نشان دادند زمانی که ویسکوزیته افزایش می‌یابد سرعت فلاتر نیز افزایش می‌یابد.

ژنگ^۱ [۵۴]، پایداری و انشعاب ورق ویسکوالاستیک غیرخطی دوبعدی را در جریان مادون صوت با روش‌های تحلیلی و عددی بررسی کرد. وی نشان داد در این مدل ممکن است انشعاب نوع هوپف اتفاق بیافتد. نتایج عددی نشان می‌دهد با نتایج تحلیلی هم‌خوانی دارد. محمودخانی و حدادپور [۵۵]، ارتعاشات ورق‌های ساندویچ با هسته ویسکوالاستیک تحت تحریک‌های تصادفی در محدوده کم را مورد بررسی قرار دادند. برای مدل‌سازی هسته کرنش برشی و چرخشی متوسط در نظر گرفته شد و میدان جابجایی در جهت ضخامت برای حرکات درون صفحه‌ای خطی و برای حرکات برون صفحه‌ای غیرخطی در نظر گرفته شد. بواسطه کرنش برشی و چرخشی متوسط، مدل ویسکوالاستیک غیرخطی تک انتگرالی برای مدل‌سازی سازه هسته استفاده شد همچنین روش اغتشاش^۲ مرتبه پنج با روش گالرکین برای تبدیل مشتقات جزئی به مشتقات معمولی بکار رفت و به روش المان محدود به حل پرداختند. ایشان نشان دادند اثر تصادفی در صفحات ساندویچ با لایه‌های بالایی نازک‌تر و خواص میرایی پایین‌تر که رفتار سخت‌کننده آن قابل توجه‌تر است بارز می‌باشد. محمودخانی و همکاران [۵۶]، ارتعاشات آزاد و اجباری غیرخطی خمشی ورق‌های ساندویچ با هسته ویسکوالاستیک تراکم‌ناپذیر توسط مدل ویسکوالاستیک غیرخطی تک انتگرال را مورد مطالعه قرار دادند. روش مقیاس‌های چندگانه^۳ تا آوردن پنج برای حل معادلات حرکت بکار رفته است. بالکان^۴ و مسیتوقلو^۵ [۵۷]، مساله دینامیک غیرخطی ورق‌های کامپوزیت ساندویچ تحت نیروی انفجاری را مورد بررسی قرار دادند. اثر ویسکوز با مدل کلوین-ویت مدل گردید و لبه‌ها گیردار در نظر گرفته شد. تنها هسته برای تحمل برش ویسکوالاستیک در نظر گرفته شد، که با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و با غیرخطی‌های فن کارمن مدل گردید. حل توسط روش

¹ Zhang

² Perturbation method

³ Multiple scales

⁴ Balkan

⁵ Mecitoğlu

گالرکین به دست آمد و انتگرال گیری مستقیم زمانی سیستم گسسته، با پنج درجه آزادی انجام شد و نتایج عددی و تجربی با یکدیگر مقایسه گردیدند.

آمابیلی^۱ [۵۸]، ارتعاشات غیرخطی ورق های مستطیلی نازک ویسکوالاستیک تحت تحریک هارمونیک نرمال حوالی کوچکترین رزونانس مورد بررسی قرار داد. روابط کرنش-جابجایی فن کارمن برای نقص هندسی مورد استفاده قرار گرفت و مواد ویسکوالاستیک جامد کلونین-ویت با در نظر گرفتن تمامی غیرخطی ها در نظر گرفت. گسسته سازی روابط غیرخطی با استفاده از پیوستگی طول کمان^۲ و روش کالوکیشن انجام شد. نتایج عددی برای مد پایه ورق مربعی چهارسر لولا با شانزده و بیست و دو درجه آزادی به دست آمد و نشان داد به همگرایی مناسب رسیده است. در مقایسه با میرایی ویسکوز و اثر نادیده گرفتن غیرخطی، جمله های میرایی ویسکوالاستیک نشان داده شده است. تغییر پاسخ فرکانسی با پارامتر عقب افتادگی زمان همانند نقص هندسی مورد مطالعه قرار گرفت. یونسین و نوروزی [۵۹]، آنالیز فرکانسی ورق ویسکوالاستیک غیرخطی تحت جریان مادون صوت و تحریک خارجی را مورد بررسی قرار دادند. ورق فن کارمن در نظر گرفته شد و معادلات حاکم بر حرکت ورق با در نظر گرفتن مدل میرا کننده ساختار کلونین استخراج گردید. از روش گالرکین برای گسسته سازی معادلات با مشتقات جزئی استفاده شد. پایداری حل مورد آنالیز قرار گرفت و اثرات پارامترهای مختلف روی پاسخ فرکانسی بررسی شد. یونسین و نوروزی [۶۰]، به پیش بینی آشوب در ورق غیرخطی ویسکوالاستیک تحت جریان مادون-صوت و نیروی خارجی با استفاده از روش ملنیکو^۳ پرداختند. معادلات با استفاده از تئوری فن کارمن به دست آمد و از رویکرد گالرکین برای حل استفاده شد. انتگرال گسترش یافته ملنیکو برای سیستم غیر همبسته با استفاده از روش عددی و تحلیلی به دست آمد. آنها اثرات پارامترهای مختلف از جمله سفتی خطی و غیرخطی و میرایی سازه را بر رفتار آشوبناک بر سیستم دینامیکی را مورد بررسی قرار دادند و

¹ Amabili

² Arc Length

³ Melnikov's Method

آستانه آشوب به دست آمد. ان^۱ و چن^۲ [۶۱]، با استفاده از تئوری ورق کلاسیک به بررسی انشعاب و آشوب ورق ویسکوالاستیک غیرخطی تحت نیروی خارجی و جریان مادون صوت پرداختند. غیر خطی‌های سازه‌ای را توسط روابط کرنش جابجایی فن کارمن به دست آورد. معادلات به روش ملنیکو، روش گالرکین به معادلات با مشتقات جزئی تبدیل گردد و به روش رانگ کوتای مرتبه چهار مساله حل شد. آنها پی بردند با تغییر تحریک خارجی رفتار غیرخطی و آشوبناک ورق غیرخطی ویسکوالاستیک تغییر می‌کند. و همچنین براساس روش ملنیکو آشوب سیستم می‌تواند با کاهش اندازه نیروی خارجی و افزایش دمپینگ ویسکوز و دمپینگ سازه‌ای تقریباً سرکوب گردد. ینگ^۳ و همکاران [۶۲]، فلاتر پنل ورق کامپوزیت با لایه میانی ویسکوالاستیک در جریان مافوق صوت مورد بررسی قرار گرفت. اصل همیلتون برای به دست آوردن معادلات حاکم بکار برده شد و با روش گالرکین معادلات با مشتقات جزئی به معادلات با مشتقات معمولی تبدیل گردید. آنها پی بردند که در حضور میرایی آیرودینامیک و میرایی ویسکوالاستیک آستانه فلاتر به تاخیر می‌افتد و همچنین همگرایی سری گالرکین مورد بررسی قرار گرفت. فیلهو^۴ و همکاران [۶۳]، به بررسی از بین بردن فلاتر با استفاده از لایه‌های ویسکوالاستیک مقید غیرفعال پرداختند. معادلات به روش عددی حل شد و به این نتیجه رسیدند که افزایش ضخامت لایه‌های ویسکوز میزان قابل توجهی میرایی ایجاد می‌گردد و این باعث تغییر شکل برشی بیشتر در هسته ویسکوز می‌شود و در نهایت فشار آیرودینامیک بحرانی کاهش می‌یابد. منگ^۵ و همکاران [۶۴]، اثر جریان مادون صوت روی ارتعاشات ورق کامپوزیت و تحت تحریک هارمونیک عرضی را مورد بررسی قرار دادند. از معادلات کرنش جابجایی فن کارمن برای غیرخطی هندسی بکار رفت و از اصل همیلتون برای استخراج معادلات با مشتقات جزئی استفاده شده و طبق روش گالرکین معادلات با مشتقات جزئی به معادلات با مشتقات معمولی تبدیل شده است. جریان آیرودینامیک از تئوری پتانسیل جریان خطی مدل شده است. برای حل از روش ملنیکو و

¹ An

² Chen

³ Yang

⁴ Filho

⁵ Meng

عددی برای بررسی تاثیر جریان روی حرکت آشوبناک ورق برای تحریک هارمونیک خارجی مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان داد وقتی سرعت جریان افزایش می‌یابد ورق ناپایدار می‌شود و حرکت آشوبناک در ورق کامپوزیت اتفاق می‌افتد. رابینسون و ادلی [۶۵]، به پایداری دینامیک ورق ویسکوالاستیک یکسرگیردار تحت جریان محوری با روش مربع دیفرانسیل^۱ پرداختند. معادله حرکت ورق ویسکوالاستیک با مدل کلون-ویت به دست آمد. هدف در تحقیق بررسی پایداری دینامیکی ورق می‌باشد. یو^۲ و همکاران [۶۶]، دینامیک آشوبناک ورق کامپوزیت با لایه آزاد با رفتار میراکننده در جریان مادون صوت با یک تا دو تشدید داخلی مورد بررسی قرار دادند. تئوری پتانسیل جریان لزج برای مدل‌سازی جریان آیرودینامیک و مدل کلون برای توصیف مشخصه ویسکوالاستیک لایه میراکننده مورد استفاده قرار گرفت. با اصل همیلتون، معادلات حاکم ورق کامپوزیت به دست آمد. سپس معادلات با مشتقات جزئی با استفاده از مد مفروض سپس روش گالرکین به معادلات با مشتقات معمولی تبدیل شدند. ایشان نشان دادند با تغییر پارامترها منجر به حرکت آشوبناک در سیستم خواهد شد.

۳-۳-۲ جاذب‌های ارتعاشی

عملکرد دینامیکی سازه‌ها در شرایط متنوع کاری از جمله پارامترهای مهم در طراحی سازه‌های مهندسی است. استفاده از سیستم جرم، فنر و میرگرا که تحت عنوان جاذب پویای ارتعاشات^۳ شناخته می‌شود، یکی از ساده‌ترین و مهم‌ترین تجهیزاتی است که می‌تواند کارایی دینامیکی سازه را بهبود بخشد. این جاذب‌ها در کنترل پدیده‌هایی همچون تشدید و خستگی نقش مهمی ایفا می‌کنند. همچنین با وجود عدم استفاده از منبع خارجی کارایی بالایی دارند. این دلایل آنها را به یکی از محبوب‌ترین راه‌های کنترل ارتعاشات در صنایع گوناگون مبدل کرده است.

^۱ Differential quadrature method

^۲ Yu

^۳ Dynamic Vibration Absorbers (DVA)

میراگر جرمی تنظیم شده (TMD)، برای پایدارسازی حرکت شدید بواسطه ارتعاش هارمونیک بکار می‌رود. دمپر تنظیم شده ارتعاش سیستم را با یک جزء نسبتاً سبک وزن کاهش می‌دهد، بنابراین بدترین حالت ارتعاشات شدت کمی خواهد داشت. بطور خلاصه، سیستم‌های عملیاتی تنظیم می‌شوند که از مد اصلی دور از دروسرهای فرکانس تحریک باشند یا میرا کننده را به رزونانس اضافه می‌کنند که بسیار سخت یا گران برای دمپ مستقیم می‌باشد. میراگر جرمی تنظیم شده برای ارتعاشات اجباری مناسب می‌باشد اما یک سری فرکانس‌هایی به سیستم اضافه می‌کند که برای حذف چنین رفتارهایی چاه انرژی غیرخطی (NES) معرفی شدند، NES با فنر غیرخطی و میرایی و جرم ناچیز ارتعاشات گذرا را می‌گیرد و مهمترین استفاده از این سیستم برای از بین بردن فرکانس‌های جدید می‌باشد.

انتقال انرژی بین سیستم‌ها یک پروسه طبیعی است، که از راه‌های مختلف ظهور می‌کند. در مهندسی انرژی قابل انتقال می‌تواند خواسته یا ناخواسته باشد. به خصوص در سیستم‌های مکانیکی، انتقال انرژی می‌تواند بعنوان ارتعاشات ناخواسته رخ دهد، که از منبع به دریافت کننده انتقال می‌یابد.

چاه انرژی غیرخطی (NES)، یک جاذب ارتعاشات می‌باشد که بصورت غیرفعال و محلی ارتعاشات مکانیکی را در سیستم اولیه از بین می‌برد. جرم، فنر و دمپر شامل سفتی غیرخطی یک چاه انرژی غیرخطی که می‌تواند انرژی ارتعاشی را محلی سازی کند و بواسطه میرایی ارتعاشات را از بین ببرد.

یک چاه انرژی غیرخطی با مشخصه برداشت انرژی^۱، با سفتی غیرخطی درجه سه می‌باشد. برداشت انرژی قدرت جذب ارتعاش چاه انرژی غیرخطی را ندارد. رفتار سیستم هم در حالت گذرا و هم تحریک هارمونیک تغییر خواهد کرد.

سیستم‌های مکانیکی غیرفعال^۲، نیمه فعال و فعال برای کنترل ارتعاشات مورد استفاده قرار گرفتند اما از میان آنها دستگاه‌های غیرفعال بیشتر مورد استقبال قرار گرفتند. میراگر جرمی تنظیم شده^۱ یا

¹ Energy harvesting

² Passive

جاذب‌های ارتعاش دینامیکی^۲ که توسط فراهم^۳ [۶۷] در سال ۱۹۰۹ ثبت شده‌اند دستگاه‌های غیرفعال برای کنترل حرکت نامطلوب (پیک تشدید) سیستم‌ها هستند. این سیستم‌ها ارتعاشات نامطلوب سیستم میزبان را در فرکانس‌های طبیعی جذب می‌کنند، اما یک سری خصوصیات نامطلوب دارند. آنها یک سری فرکانس تشدید جدید با پهنای باند باریک، حدود فرکانس‌های رزونانس اصلی ایجاد می‌کنند. اضافه کردن دمپر به میراگر جرمی تنظیم شده توسط هارتوگ^۴ برای داشتن محدوده وسیع از کاهش فرکانسی ساختار میزبان پیشنهاد شد [۶۸]. اما یک میراگر جرمی تنظیم شده بادمپر کمبودهایی دارد. در مقابل میراگر جرمی تنظیم شده، ارتعاشات سیستم میزبان در فرکانس رزونانس اولیه نمی‌تواند جذب شود و پهنای باند سیستم میزبان با جاذب متصله به آن به اندازه کافی گسترده نیست. از این رو تلاش‌های زیادی برای بهبود مشخصه‌ی میراگر جرمی تنظیم شده با اضافه شدن کنترل (هیبرید، نیمه فعال و سیستم‌های فعال) شده است [۶۹] [۷۰].

مفهوم جدید جاذب انرژی غیرخطی به امید حذف اشکالات ذکر شده معرفی گردید. [۷۱، ۷۲] [۷۳] در این مفهوم جدید، فنر خطی میراگر جرمی تنظیم شده با فنر غیرخطی جابجا شد. در چاه انرژی غیرخطی (*NES*) مکانیزم پمپاژ انرژی از ساختار میزبان به سیستم غیرخطی متصله اتفاق می‌افتد. این یکی از مکانیزم‌های یک طرفه برای استخراج ارتعاش ناخواسته از یک سیستم برای کاهش اندازه ارتعاش آن می‌باشد. گندلمن^۵ و همکاران [۷۴] برای اولین بار انتقال انرژی غیرخطی را مورد مطالعه قرار دادند. شواهد عددی از پمپاژ برگشت ناپذیر انرژی نوسانگر مکانیکی غیرخطی مربوط به انرژی خارجی از قسمت خطی به قسمت غیرخطی سیستم به شرط آنکه انرژی بیش از حد بحرانی باشد حکایت دارد. ایشان برای درک بهتر از پدیده پمپاژ انرژی، به آنالیز دینامیک سیستم همیلتونین پرداختند. لی^۶ و همکاران [۷۵] که جاذب ارتعاشی را به بال هواپیما برای کاهش ارتعاشات سیکل حدی متصل کردند. تحریک هارمونیک

¹ TMD

² DVA

³ Frahm

⁴ Hartog

⁵ Gendelman

⁶ Lee

خطی زیر سیستم کوپل شده ضعیف با نوسان ساز اساساً غیرخطی در کار خدایاروف [۷۶] مورد توجه قرار گرفت. نتایج چاه انرژی غیرخطی در افزایش اندازه ارتعاش زیر سیستم خصوصاً برای میرایی پایین در نظر گرفته شد.

چاه انرژی غیرخطی یک درجه آزادی می‌تواند بعنوان از بین برنده ارتعاشات بیش از میراگر جرمی تنظیم شده موثر باشد [۷۶]. بعلاوه بدلیل سفتی غیرخطی، چاه انرژی غیرخطی می‌تواند روی رنج‌های باند فرکانسی عمل کند [۷۷]. بهر حال چاه انرژی غیرخطی یک درجه آزادی تنها بر روی باند نسبتاً باریک برای نیروی خارجی موثر می‌باشد. بنابراین، استفاده از NES چند درجه آزادی به منظور به دست آوردن تاثیر بهتر در باند نسبتاً بزرگتر از انتقال انرژی هدفمند^۱ ارائه شد [۷۸]، [۷۹]، [۸۰].

جورجیدس^۲ و واکاکیس^۳ [۸۱]، دینامیک غیرخطی تیر با یک چاه انرژی غیرخطی متصل به آن را مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند چاه انرژی غیرخطی انرژی شوک را یک طرفه به روش غیرقابل تغییر و از هم پاشیدن انرژی محلی جذب می‌کند. محل قرار گرفتن جاذب در جذب شک اهمیت بسیاری دارد. آنها در مورد پیاده سازی مفهوم چاه انرژی غیرخطی برای محدود کردن شک در ساختارهای مهندسی و دیگر کاربردها بحث کردند. لی و همکاران [۷۵]، مدل ایرفویل دو درجه آزادی کوپل با چاه انرژی غیرخطی یک درجه آزادی را در نظر گرفتند. با استفاده از روش عددی به تجزیه و تحلیل انشعاب برای وابستگی به حساسیت به شرایط اولیه و سپس به سرکوب بی‌ثباتی پرداختند. نوسرا^۴ [۸۲] از چاه انرژی غیرخطی در قاب چند طبقه برای کاهش ارتعاش استفاده کرد.

جورجیدس^۵ و واکاکیس^۶ [۸۱]، بصورت عددی انتقال انرژی غیرفعال را در تیر انعطاف پذیر تحت تحریک شک با استفاده از چاه انرژی غیرخطی مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند چاه انرژی غیرخطی می‌تواند شک را جذب کند. همچنین آنها نشان دادند طراحی مناسب و جایگذاری چاه انرژی

¹ TET

² Georgiades

³ Vakakis

⁴ Nucera

⁵ Georgiades

⁶ Vakakis

غیرخطی می‌تواند بصورت غیرفعال و محلی قسمت عظیمی از انرژی شوک را در حالت بهینه تا ۸۷ درصد در تیر کاهش دهد.

جورجیدس و واکاکیس [۸۳]، انتقال انرژی هدفمند غیرفعال و فعل و انفعالات مُودال قوی در دینامیک ورق نازک با غیرخطی متصله به آن را مورد بررسی قرار دادند. آنها موقعیت قرارگیری مناسب برای جاذب را بررسی کردند و نشان دادند استفاده از جرم و میراکننده تنظیم شده زمانی که چند شک همزمان به سیستم اعمال می‌گردد نامناسب می‌باشد. اثر چاه انرژی غیرخطی با جرم نسبتاً کوچک، روی سیستم کوپل شده تحت نیروی پریودیک در حوالی رزونانس اصل بصورت تئوری و تجربی در کار [۸۴] ارائه شد. آنها ذکر کردند که پاسخ رژیم شبه‌پریودیک کاهش ارتعاش موثری نسبت به جاذب خطی در بهترین تنظیم با همان جرم را نشان می‌دهد. نوسان ساز غیرخطی به تحریک هارمونیک و متصل به چاه انرژی غیرخطی با میراکننده غیرخطی در کار [۸۵] مورد توجه قرار گرفت. در این کار نشان داده شده که چاه انرژی غیرخطی بدرستی تنظیم شده با مشخصه‌های میرایی درجه دو، قادر است بطور کامل رژیم خطرناک پریودیک برخواسته از غیرخطی سیستم را نابود کند. نحوه کار چاه انرژی غیرخطی با مشخصه‌های میرایی درجه دو با میراگر جرمی تنظیم شده مقایسه گردید.

ینگ^۱ و همکاران [۸۶]، ورق با چندین جاذب ارتعاشی را فرموله کردند. با استفاده از حل تحلیلی کنترل مکانیزم جاذب ارتعاشی در پهنای باند فرکانسی مختلف مورد مطالعه قرار گرفت. مشخصه‌های کوپلینگ بدلیل معرفی جاذب به ساختار میزبان مورد تحلیل قرار گرفت و اجرای کنترل جاذب در پهنای باند کنترلی مختلف با توجه به میرایی و موقعیت آن در نظر گرفته شد. نتایج عددی براساس ورق چهارسرلولا در نظر گرفته شد و با نتایج تحلیلی کاملاً مطابقت دارد. احمدآبادی و خادم [۸۷]، اثرات چاه انرژی غیرخطی بر تیر یکسرگیردار تحت تحریک ضربه را مورد بررسی قرار دادند. جاذب متصل به زمین و آویزان به تیر مورد مطالعه قرار گرفت و اجرای آن با تغییر پارامترهای مختلف بهینه شد. سماني^۲ و

¹ Yang

² Samani

پلیکانو^۱ [۸۸]، کاهش ارتعاشات تیر تحت بار متحرک با استفاده از جاذب‌های دینامیکی خطی و غیرخطی را مورد بررسی قرار دادند. سفتی غیرخطی می‌تواند منجر به دینامیک مختلط مانند شبه پریودیک، آشوب و پاسخ‌های زیر هارمونیک^۲ شود. بعلاوه با در نظر گرفتن جاذب کاهش بزرگی در پاسخ تیر مشاهده کردند و نتایج برای جاذب‌های غیرخطی بهتر از جاذب‌های خطی بوده است.

پارسه و همکاران [۸۹]، دینامیک حالت پایای تیر دوسر لولای غیرخطی کوپل با چاه انرژی غیرخطی را تحت تحریک هارمونیک مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان می‌دهد نحوه عمل چاه انرژی غیرخطی وابسته به اندازه نیروی طراحی شده دارد. برای اندازه‌های کم نیرو چاه انرژی غیرخطی بهتر از میراگر جرمی تنظیم شده عمل می‌کند اما برای اندازه‌های بزرگتر نیرو، میراگر جرمی تنظیم شده بهتر عمل می‌کند. برای این که چاه انرژی غیرخطی بهتر عمل کند باید برای ماکزیمم نیروی تحریک طراحی شود. تقی پور و دردل [۹۰]، رفتار دینامیکی حالت پایایی سیستم دو درجه آزادی تحت تحریک هارمونیک با چاه انرژی غیرخطی یک درجه آزادی^۳ در مقایسه با رفتار چاه انرژی غیرخطی دو درجه آزادی^۴ مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که سیستم با یک چاه انرژی غیرخطی نیرومندی کمی برای تغییر پارامترها و نیروی خارجی دارد. با اضافه کردن یک درجه آزادی به سیستم اولیه، رفتار حالت پایای سیستم سه درجه آزادی منتهی به بررسی قرار گرفت و نتیجه شده با افزایش درجه آزادی چاه انرژی غیرخطی نیرومندی سیستم برای تغییر پارامترها و اندازه نیروی خارجی را افزایش می‌دهد. لئونگو^۵ و زولی^۶ [۹۱] از جاذب ارتعاشی برای کنترل طناب الاستیک استفاده کردند. آنها اثرات بهبودبخش استفاده از چاه انرژی غیرخطی برای کاهش اندازه ارتعاش را به دست آوردند.

¹ Pellicano

² Sub harmonic

³ NES single – DOF

⁴ NES two – DOF

⁵ Luongo

⁶ Zulli

ژنگ^۱ و همکاران [۹۲]، سرکوب ارتعاشات ورق کامپوزیت با استفاده از چاه انرژی غیرخطی را مورد بررسی قرار دادند. معادلات کوپل حاکم با مشتقات جزئی با استفاده از اصل همیلتون استخراج می‌گردد. معادلات با مشتقات جزئی توسط روش گسسته‌سازی گالرکین مرتبه چهار به معادلات با مشتقات معمولی تبدیل گردید. نتایج نشان می‌دهد چاه انرژی غیرخطی می‌تواند بطور قابل توجهی ارتعاشات شدید ورق کامپوزیت را سرکوب کند و تنها تاریخچه زمانی مورد بررسی قرار گرفت. پارسه و همکاران [۹۳]، تیر دوسر لولای غیرخطی تحت تحریک هارمونیک کوپل با چاه انرژی غیرخطی را مورد بررسی قرار دادند. چاه انرژی غیرخطی سفتی غیرخطی از درجه سه دارد. دینامیک حالت پایای تیر با دو تئوری اویلر برنولی و تیموشنکو در نظر گرفته شد. نتایج نشان می‌دهد کاهش قابل توجهی در اندازه ارتعاشات سیستم اولیه در هر دو تئوری به وجود می‌آید. و همچنین نحوه عمل چاه انرژی غیرخطی در مقایسه با دیگر جاذب ارتعاشی غیرخطی با هم مقایسه شد. ابراهیم زاده و همکاران [۹۴]، به بررسی مشخصه‌های آیروالاستیک ایرفویل با مقایسه چاه انرژی خطی و غیرخطی پرداختند. آنها یک مدل ایرفویل تحت جریان آیرودینامیک شبه پایا را در نظر گرفتند. نتایج نشان می‌دهد چاه انرژی خطی با پارامترهای یکسان با چاه انرژی غیرخطی منجر به مشخصه‌های بهتر پایداری می‌گردد و رفتار غیرخطی در مقایسه با چاه انرژی غیرخطی و با بهینه سازی مقدار پارامترهای جاذب خطی همراه است. آنها با هر دو چاه انرژی غیرخطی یک درجه و چند درجه آزادی رفتار مناسبی دارند. این نحوه عمل در رفتار سیکل حدی مشاهده شد. تالشی و همکاران [۹۵]، انتقال انرژی هدفمند غیرفعال در دینامیک حالت پایای ورق چهارسر لولای نازک تحت تحریک هارمونیک با چاه انرژی غیرخطی مورد مطالعه قرار دادند. با تغییر پارامترها و موقعیت چاه انرژی غیرخطی، انتقال انرژی هدفمند غیرفعال بهینه^۲ از ورق به سیستم متصل به آن را مورد اجرا قرار دادند. علاوه بر آن نحوه عمل چاه انرژی غیرخطی و میراگر جرمی تنظیم شده خطی مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد چاه انرژی غیرخطی طراحی شده برای اندازه مشخصی از تحریک نسبت

¹ Zhang

² TETs

به میراگر جرمی تنظیم شده رفتار بهتری نشان می‌دهد اما با افزایش اندازه نیروی تحریک چاه انرژی غیرخطی نیرومندی پایی نسبت به میراگر جرمی تنظیم شده دارد.

ژنگ^۱ و همکاران [۹۲] کاهش ارتعاشات ورق کامپوزیت را با استفاده از جاذب‌های ارتعاشی مورد بررسی قرار دادند. آنها پی بردند چاه انرژی غیرخطی بطور معنی داری ارتعاشات شدید ورق کامپوزیتی را در اثر نیروی جریان باد کاهش می‌دهد. ینگ^۲ و همکاران [۹۶]، سیستم دودرجه آزادی همراه با چاه انرژی غیرخطی متصله به آن برای کاهش ارتعاشات را مورد بررسی قرار دادند. آنها پاسخ فرکانسی را مد نظر قرار دادند. نتایج نشان می‌دهد با افزایش نسبت میرایی و جرمی یا با کاهش سفتی غیرخطی مکعب، ساختار دودرجه آزادی با چاه انرژی غیرخطی در حدود تمامی مناطق رزونانسی کاهش می‌یابد.

ورق الاستیک و ویسکوالاستیک مستطیلی تحت جریان آیرودینامیک در بسیاری از کارهای گذشته مورد استفاده قرار گرفته و محققان بسیاری با استفاده از روش‌های مختلف به بررسی رفتارهای غیرخطی ورق پرداختند. برای بهبود رفتار ورق روش‌های مختلفی مورد توجه قرار گرفت.

در کار حاضر استفاده از چاه انرژی غیرخطی به عنوان کنترل غیرفعال برای بهبود رفتار ورق الاستیک در فشارهای آیرودینامیک بالا مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت. همچنین رفتار ورق ویسکوالاستیک در مقایسه با ورق الاستیک بررسی شد. اثر نسبت منظر و نیز زاویه آزیموس نیز به طور گسترده مورد بحث قرار گرفت. ابزارهایی چون پرتره فازی، نگاشت پوانکاره، طیف توانی و نمودار چندشاخگی مورد استفاده قرار گرفت. شرایطی مرزی مختلف نیز مورد بحث و بررسی قرار گرفت.

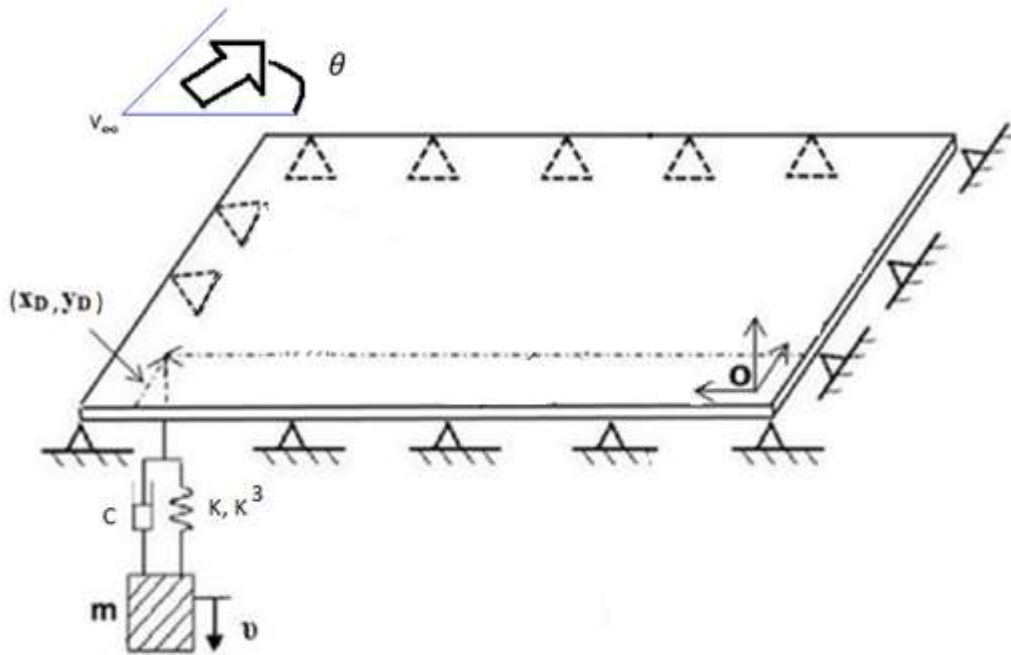
¹ Zhang

² Yang

۳ مدل و بیان ریاضی مساله

۳-۱ تعریف مساله

در شکل ۳-۱ ورق با طول a و عرض b و ضخامت ورق H مشاهده می‌شود که تحت جریان آیرودینامیک مافوق صوت موازی با صفحه xy قرار دارد. جاذب ارتعاشی را نیز می‌توان برای کاهش اثرات نامطلوب در نقطه‌ای مانند (x_D, y_D) به سیستم اضافه کرد.



شکل ۳-۱. نمای شماتیک ورق همراه با جاذب ارتعاشی تحت جریان آیرودینامیک

۳-۲ فرضیات

فرضیات کلی حاکم بر مسئله به صورت زیر می‌باشد.

- ورق مستطیلی همگن و همسانگرد
- مدل‌سازی سازه‌ای بر اساس مدل خیز بزرگ فن کارمن بر اساس تئوری ورق کلاسیک
- در نظر گرفتن مدل آیرودینامیک تئوری پیستون در ناحیه جریان مافوق صوت
- برای مدل‌سازی ورق ویسکوالاستیک از مدل کلونین ویت استفاده خواهد شد.
- جاذب‌های ارتعاشی با مدل کلونین ویت، مکسول، مکسول ویت و دو درجه آزادی

۳-۳ بیان ریاضی

معادلات حاکم بر رفتار ورق مستطیلی شامل جملات غیرخطی ناشی از روابط کرنش-جابجایی غیرخطی می‌باشند که از معمول‌ترین نوع عوامل غیرخطی هستند. برای مدل‌سازی ورق از تئوری ورق کلاسیک یا تئوری کیرشهف استفاده خواهد شد. معادلات حرکت ورق، بر اساس گسسته‌سازی رایلی-ریتز و به کمک معادلات اولر-لاگرانژ^۱ به دست می‌آید. مطابق با این روش جابه‌جایی‌های سیستم بر اساس حاصل ضرب برخی مدهای مفروض^۲ و مختصه‌های عمومی مربوطه بیان می‌شوند. این مدها باید شرایط هندسی مسئله را برآورده نمایند. می‌توان نشان داد با افزایش تعداد مدهای مفروض پاسخ سیستم به سمت پاسخی دقیق میل می‌نماید. برای به دست آوردن معادلات حرکت با این روش ابتدا باید انرژی‌های جنبشی و الاستیک سازه‌ای ورق و کار انجام‌شده توسط نیروهای آیرودینامیک تعیین گردند. سپس با قرار دادن در معادله لاگرانژ، معادلات حاکم بر حرکت استخراج می‌شود و با استفاده از روش مد مفروض گسسته‌سازی انجام می‌گیرد و به شکل ماتریسی نوشته می‌شوند.

۳-۴ مقدمه‌ای بر مدل ریاضی

در تئوری ورق کلاسیک از اثرات اینرسی دورانی و تغییرشکل برشی صرف‌نظر شده است. مولفه‌های جابجایی هر نقطه از سطح مقطع با فرض این که مقاطع عرضی عمود بر خط مرکزی ورق بعد از تغییرشکل نیز عمود بر آن باقی بماند به دست آمده است. معادلات کرنش جابجایی با توجه به تئوری ورق کلاسیک برابر است با [۹۷]:

¹ Euler-Lagrange

² Assumed Mode

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \quad (۱-۳)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$K_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad K_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad K_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

تنش‌های σ_x, σ_y و τ_{xy} مربوط به کرنش برای مواد همگن همسانگرد (در حالت تنش صفحه‌ای،

$\sigma_z = 0$) با استفاده از مدل ویسکوالاستیک کلونین ویت بصورت زیر است [۹۸]

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) + \tau_c \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} + \nu \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial t} \right) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) + \tau_c \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial \varepsilon_y}{\partial t} + \nu \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} \right) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} + \tau_c \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t} \end{aligned} \quad (۲-۳)$$

که E مدول یانگ، ν نسبت پواسن و τ_c پارامتر تاخیر زمانی ویسکوالاستیک در مدل کلونین ویت

می‌باشد که برحسب ثانیه اندازه‌گیری می‌شود. کمیت $\eta = \tau_c E$ ، مربوط به ویسکوزیته است و با

$(N s m^{-2})$ اندازه‌گیری می‌شود که بجای τ_c می‌تواند بکار رود.

با توجه به فرض نازک بودن ورق، تنها تنش‌های σ_x, σ_y و τ_{xy} غیر صفر می‌باشند. در نتیجه، انرژی

کرنشی ورق طبق تئوری کلاسیک برابر است با [۵۸]:

$$\begin{aligned} U &= \overbrace{U_{SE} + U_{BE}}^{U_E} + \overbrace{U_{SV} + U_{BV}}^{U_V} \\ U_{SE} &= \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \iint \left(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2\nu \varepsilon_x \varepsilon_y + \frac{1-\nu}{2} \gamma_{xy}^2 \right) dx dy \\ U_{BE} &= \frac{D}{2} \iint \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \\ U_{SV} &= \tau_c \frac{Eh}{1-\vartheta^2} \int_0^a \int_0^b \left(\varepsilon_x \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} + \varepsilon_y \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial t} + \vartheta \varepsilon_x \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial t} + \vartheta \varepsilon_y \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1-\vartheta}{2} \gamma_{xy} \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t} \right) dx dy \\ U_{BV} &= \tau_c \frac{Eh^3}{12(1-\vartheta^2)} \int_0^a \int_0^b \left(K_x \frac{\partial K_x}{\partial t} + K_y \frac{\partial K_y}{\partial t} + \vartheta K_x \frac{\partial K_y}{\partial t} + \vartheta K_y \frac{\partial K_x}{\partial t} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1-\vartheta}{2} K_{xy} \frac{\partial K_{xy}}{\partial t} \right) dx dy \end{aligned} \quad (۳-۳)$$

که U_E انرژی قسمت الاستیک و U_V مربوط قسمت ویسکو می باشد. انرژی جنبشی ورق کلاسیک نیز عبارت است از [۹۷]:

$$T = \frac{1}{2} \iint \rho_m h \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right\} dx dy \quad (۴-۳)$$

۱-۴-۳ بی بعد سازی معادلات حرکت

از تعاریف زیر برای بی بعد سازی معادلات استفاده می شود.

$$\zeta = \frac{x}{a}, \quad \bar{w}_{gh} = \frac{w_{gh}}{H}, \quad \bar{u}_{gh} = \frac{u_{gh}}{H}, \quad \bar{v}_{gh} = \frac{v_{gh}}{H}, \quad \eta = \frac{y}{b}, \quad \delta = \frac{h}{a}, \quad \varphi = \frac{a}{b} \quad (۵-۳)$$

پارامتر زمان بی بعد τ به صورت زیر معرفی می شود:

$$\tau = \sqrt{\frac{D}{\rho_m H a^4}} t \quad (۶-۳)$$

که $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$ مدول انعطاف پذیری خمشی^۱ و ρ چگالی ورق می باشد.

۲-۴-۳ مدل سازی فشار آیرودینامیکی

مدل های آیرودینامیک به محدوده ی جریان وابسته هستند. در حالت کلی محدوده های جریان برای آیروالاستیک پرواز بر حسب سرعت جسم پرنده دسته بندی می شوند که در فصل اول به آن ها اشاره شده است.

۱-۲-۴-۳ جریان مافوق صوت

فشار آیرودینامیکی که به علت جریان هوا با سرعت بالا ایجاد می شود به صورت نیروی خارجی عمل می کند. این فشار را می توان بر اساس تئوری مرتبه ی اول پیستون تقریب زد که برای $\sqrt{2} < M_\infty$ دارای اعتبار می باشد [۹۹]. فشار آیرودینامیکی برای جریان مافوق صوت با استفاده از تئوری مرتبه ی اول پیستون به صورت زیر تقریب زده می شود [۹]:

^۱Bending Rigidity

$$P_a(x, y, t) = -\frac{\rho_a V_\infty^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \left\{ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \left(\frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \right) \frac{1}{V_\infty} \frac{\partial w_0}{\partial t} \right\} \quad (۷-۳)$$

$$= -\left(\lambda \frac{D}{a^3} \frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{g_a}{\omega_0} \frac{D}{a^4} \frac{\partial w_0}{\partial t} \right)$$

در رابطه فوق V_∞ , M_∞ و ρ_a به ترتیب سرعت جریان هوا، عدد ماخ و چگالی هوا می باشند. همچنین:

$$\lambda = \frac{\rho_a V_\infty^2 a^3}{\beta D}, \quad \beta = \sqrt{M_\infty^2 - 1}, \quad D = \frac{EH^3}{12(1 - \nu^2)}, \quad (۸-۳)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D_p}{\rho H a^4}}, \quad g_a = \frac{\rho_a V_\infty (M_\infty^2 - 2)}{\beta^3 \rho H \omega_0}, \quad \mu = \frac{\rho_\infty a}{\rho h}$$

که λ , D , ω_0 , g_a و μ به ترتیب نمایانگر پارامتر فشار آیرودینامیک بی بعد، مدول انعطاف پذیری

خمشی ورق، فرکانس مرجع، پارامتر میرایی آیرودینامیک بی بعد و نسبت جرمی هوا به ورق می باشد. کار

خارجی ناشی از فشار آیرودینامیکی به صورت زیر می باشد:

$$W_{FAero} = \iint_A P_a w_0 dx dy \quad (۹-۳)$$

با در نظر گرفتن پارامترهای بی بعد، فشار آیرودینامیکی معادله ی (۷-۳) به صورت بی بعد زیر در می آید:

$$P_a(\zeta, \eta, \tau) = -\left(\lambda \frac{\partial \bar{w}}{\partial \zeta} + g_a \frac{\partial \bar{w}}{\partial \tau} \right) \quad (۱۰-۳)$$

اگر از تقریب زیر که برای $M_\infty > ۱$ معقول می باشد استفاده شود:

$$\left(\frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \right)^2 \left(\frac{\mu}{\sqrt{M_\infty^2 - 2}} \right) \approx \frac{\mu}{M_\infty} \quad (۱۱-۳)$$

در این صورت میرایی آیرودینامیکی بی بعد به صورت زیر تقریب زده می شود [۱۰۰]:

$$g_a = \sqrt{\frac{\mu}{M_\infty}} \lambda \quad (۱۲-۳)$$

مقدار μ / M_∞ نیز برابر با 0.01 در نظر گرفته می شود [9].

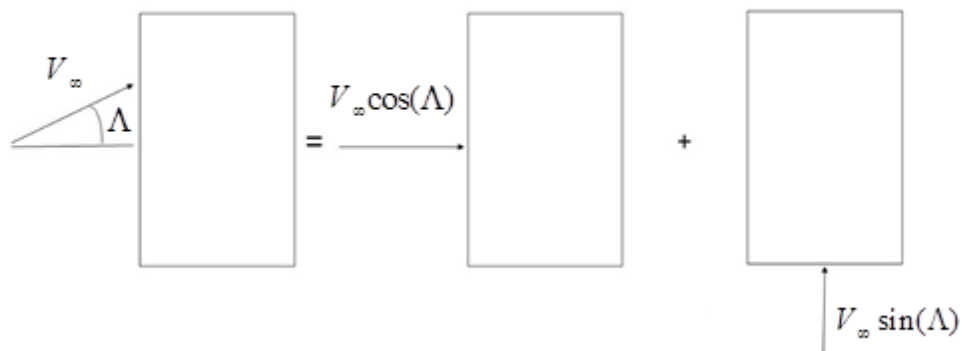
۳-۵ روش مد مفروض

مطابق با روش مد مفروض، جابه‌جایی‌ها به صورت حاصل‌ضربی از مختصه‌های عمومی حرکت وابسته به زمان و توابعی وابسته به مختصات (شکل مد) که شرایط مرزی هندسی را برآورده نمایند، بیان می‌شوند. برای جابجایی‌های درون صفحه‌ای و عرضی بی‌بعد مطابق با روش مد مفروض خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij}(\tau) u_i(\xi) v_j(\eta) \\ \bar{v} &= \sum_{r=1}^R \sum_{s=1}^S b_{rs}(\tau) u_r(\xi) v_s(\eta) \\ \bar{w} &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn}(\tau) \phi_m(\xi) \psi_n(\eta)\end{aligned}\quad (۱۳-۳)$$

۳-۶ جهت جریان

جهت جریان آیرودینامیکی اثر مهمی بر انتخاب تعداد شکل‌دها دارد، با تجزیه جریان آیرودینامیک در راستای محوره‌های x, y ، مولفه‌های سرعت در هر دو جهت طبق شکل ۳-۲ به وجود خواهد آمد.



شکل ۳-۲. جهت جریان آیرودینامیک

با در نظر گرفتن جهت جریان آیرودینامیک بصورت شکل ۳-۲ فشار آیرودینامیکی معادله‌ی (۳-۷) بصورت زیر خواهد بود [۱۰۱].

$$P_a = \frac{\rho q}{\beta} [w_{,x} \cos(\Lambda) + w_{,y} \sin(\Lambda) + \frac{M_\infty^2 - 1}{M_\infty^2 - 1} \frac{1}{V_\infty} w_{,t}] \quad (۳-۱۴)$$

۳-۷ معادلات حرکت ورق

معادلات حاکم برای جریان آیرودینامیک مافوق صوت و برای ورق الاستیک تعریف می‌گردد سپس جمله‌های مربوط به ویسکو و جاذب ارتعاشی ورق به درایه‌های ماتریس اضافه می‌گردند.

۳-۷-۱ ورق الاستیک

با جایگذاری انرژی‌های سازه‌ای، جنبشی، و کار نیروی آیرودینامیک در رابطه لاگرانژ، معادلات آیروالاستیک حرکت ورق مطابق با تئوری ورق کلاسیک در شکل بی‌بعد به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_u^u & 0 & 0 \\ 0 & M_v^v & 0 \\ 0 & 0 & M_w^w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_a \times C_{Aero} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} K_u^u & K_u^v & 0 \\ K_v^u & K_v^v & 0 \\ 0 & 0 & K_w^w + \lambda \times K_{Aero} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} NL_u^w \\ NL_v^w \\ NL_w^u + NL_w^v + NL_w^w \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (۳-۱۵)$$

که هر کدام از درایه‌های ماتریس بالا را بصورت زیر خواهد بود:

$$M_u^u = Mu$$

$$K_u^u = 12 \frac{1}{\delta^2} K_{uu12} + 6 \frac{\varphi^2}{\delta^2} (1 - \nu) K_{uu34} \quad (۳-۱۶)$$

$$K_u^v = 12 \nu \frac{\varphi}{\delta^2} K_{uv12} + 6 \frac{\varphi}{\delta^2} (1 - \nu) K_{uv34}$$

$$NL_u^w = 6 \frac{1}{\delta} NL_{uw1} + 6 \nu \frac{\varphi^2}{\delta} NL_{uw2} + 6(1 - \nu) \frac{\varphi^2}{\delta} NL_{uw3}$$

$$M_v^v = Mv$$

$$K_v^u = 12v \frac{\varphi}{\delta^2} Kvu12 + 6(1-v) \frac{\varphi}{\delta^2} Kvu34$$

$$K_v^v = 12 \frac{\varphi^2}{\delta^2} Kvv12 + 6(1-v) \frac{1}{\delta^2} Kvv34$$

$$NL_v^w = 6 \frac{\varphi^3}{\delta} NLvw1 + 6v \frac{\varphi}{\delta} NLvw2 + 6(1-v) \frac{\varphi}{\delta} NLvw3$$

$$M_w^w = Mww1$$

$$K_w^w = \varphi^4 Kww1 + Kww2 + \varphi^2 v (Kww3 + \varphi^2 Kww4) + 2(1-v) \varphi^2 Kww5$$

$$NL_w^u = 12 \frac{1}{\delta} NLwu1 + 12v \frac{\varphi^2}{\delta} NLwu2 + 6(1-v) \frac{\varphi^2}{\delta} (NLwu3 + NLwu4)$$

$$NL_w^v = 12 \frac{\varphi^3}{\delta} NLwv1 + 12v \frac{\varphi}{\delta} NLwv2 + 6(1-v) \frac{\varphi}{\delta} (NLwv3 + NLwv4)$$

$$NL_w^w = 6NLww1 + 6\varphi^4 NLww2 + 6v\varphi^2 (NLww3 + NLww4) \\ + (1-v)6\varphi^2 (NLww5 + NLww6)$$

$$K_{Aero} = \cos(\theta) Fw1 + \delta \sin(\theta) Fw2$$

$$C_{Aero} = Cw$$

به طوری که فشار آیرودینامیکی بی بعد λ در رابطه (۳-۸) آورده شد. مولفه‌های معادلات بالا در

پیوست ۱ آمده است.

۲-۷-۳ ورق ویسکوالاستیک

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} E_{term} & 0 & 0 \\ 0 & E_{term} & 0 \\ 0 & 0 & E_{term} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_u^u & C_u^v & 0 \\ C_v^u & C_v^v & 0 \\ 0 & 0 & C_w^w + Aero_{term} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} E_{term} & E_{term} & 0 \\ E_{term} & E_{term} & 0 \\ 0 & 0 & E_{term} + Aero_{term} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} E_{term} + NLC_u^w \\ E_{term} + NLC_v^w \\ E_{term} + NLC_w^u q + NLC_w^u a + NLC_w^v q + NLC_w^v b + NLC_{ww} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (۱۷-۳)$$

در این قسمت از تکرار روابط قسمت الاستیک و قسمت مربوط به جریان آیرودینامیک خودداری

می‌شود و بترتیب به صورت E_{term} و $Aero_{term}$ نوشته شده‌اند. بنابراین درایه‌های نوشته شده در معادله

بالا بصورت زیر خواهند بود.

$$\begin{aligned}
C_u^u &= 12\tau_c \frac{a^2}{h^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h^3}} \left(\frac{h}{a^2} C_{uu12} + \frac{1-\vartheta}{2} \left\{ \frac{h}{b^2} C_{uu34} \right\} \right) \\
C_u^v &= 12\tau_c \frac{a^2}{h^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h^3}} \left(\vartheta \left\{ \frac{h}{ab} C_{uv12} \right\} + \frac{1-\vartheta}{2} \left\{ \frac{h}{ab} C_{uv34} \right\} \right) \\
NLC_u^w &= 12\tau_c \frac{a^2}{h^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h^3}} \left(\frac{h^2}{a^3} NLC_{uw1} + \vartheta \left\{ \frac{h^2}{ab^2} NLC_{uw2} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1-\vartheta}{2} \left\{ \frac{h^2}{ab^2} NLC_{uw3} + \frac{h^2}{ab^2} NLC_{uw4} \right\} \right) \\
C_v^v &= 12\tau_c \frac{a^2}{h^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h^3}} \left(\frac{h}{b^2} C_{vv12} + \frac{1-\vartheta}{2} \left\{ \frac{h}{a^2} C_{vv34} \right\} \right) \\
C_v^u &= 12\tau_c \frac{a^2}{h^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h^3}} \left(\vartheta \left\{ \frac{h}{ab} C_{vu12} \right\} + \frac{1-\vartheta}{2} \left\{ \frac{h}{ab} C_{vu34} \right\} \right) \\
NLC_v^w &= 12\tau_c \frac{a^2}{h^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h^3}} \left(\left[\frac{h^2}{b^3} NLC_{vw1} \right] + \vartheta \left\{ \left[+ \frac{h^2}{a^2 b} NLC_{vw2} \right] \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1-\vartheta}{2} \left\{ \left[+ \frac{h^2}{a^2 b} NLC_{vw3} + \frac{h^2}{a^2 b} NLC_{vw4} \right] \right\} \right) \quad (\text{18-3}) \\
C_w^w &= \tau_c \sqrt{\frac{D}{\rho h^3}} \left(\frac{h}{a^2} C_{WW1} + \frac{a^2 h}{b^4} C_{WW2} + \vartheta \frac{h}{b^2} C_{WW3} + \vartheta \frac{h}{b^2} C_{WW4} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1-\vartheta}{2} \frac{h}{b^2} C_{WW5} \right) \\
NLC_w^u q &= \tau_c \frac{a^2}{h^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h^3}} \left(\frac{h^2}{a^3} NLC_{wu1q} + \vartheta \left\{ \frac{h^2}{ab^2} NLC_{wu3q} \right\} \right) \\
&\quad + \frac{1-\vartheta}{2} \left\{ \frac{h^2}{ab^2} NLC_{wu5q} + \frac{h^2}{ab^2} NLC_{wu6q} \right\} \\
NLC_w^u a &= \tau_c \frac{a^2}{h^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h^3}} \left(\frac{h^2}{a^3} NLC_{wu2a} + \vartheta \left\{ \frac{h^2}{ab^2} NLC_{wu4a} \right\} \right) \\
&\quad + \frac{1-\vartheta}{2} \left\{ \frac{h^2}{ab^2} NLC_{wu8a} + \frac{h^2}{ab^2} NLC_{wu9a} \right\} \\
NLC_w^v q &= 12\tau_c \frac{a^2}{h^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h^3}} \left(\frac{h^2}{b^3} NLC_{wv1q} + \vartheta \left\{ \frac{h^2}{a^2 b} NLC_{wv4q} \right\} \right) \\
&\quad + \frac{1-\vartheta}{2} \left\{ \frac{h^2}{a^2 b} NLC_{wv5q} + \frac{h^2}{a^2 b} NLC_{wv6q} \right\}
\end{aligned}$$

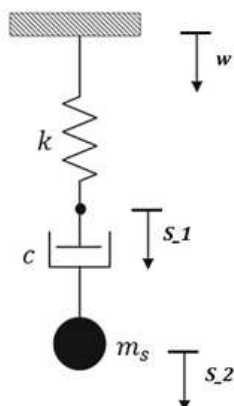
$$\begin{aligned}
NLC_{wb}^v &= 12\tau_c \frac{a^2}{h^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h^3}} \left(\frac{h^2}{b^3} NLC_{wv2b} + \vartheta \left\{ \frac{h^2}{a^2 b} NLC_{wv3b} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1-\vartheta}{2} \left\{ \frac{h^2}{a^2 b} NLC_{wv7b} + \frac{h^2}{a^2 b} NLC_{wv8b} \right\} \right) \\
NLC_{ww} &= 12\tau_c \frac{a^2}{h^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h^3}} \left(\frac{3h^3}{2a^4} NLC_{ww1} + \frac{3h^3}{2b^4} NLC_{ww2} \right. \\
&\quad + \vartheta \left\{ \frac{h^3}{a^2 b^2} NLC_{ww3} + \frac{1}{2} \frac{h^3}{a^2 b^2} NLC_{ww4} + \frac{h^3}{a^2 b^2} NLC_{ww5} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \frac{h^3}{a^2 b^2} NLC_{ww6} \right\} \\
&\quad + \frac{1-\vartheta}{2} \left\{ \frac{h^3}{a^2 b^2} NLC_{ww7} + 2 \frac{h^3}{a^2 b^2} NLC_{ww8} + \frac{h^3}{a^2 b^2} NLC_{ww9} \right. \\
&\quad \left. + 2 \frac{h^3}{a^2 b^2} NLC_{ww10} \right\} \Bigg)
\end{aligned}$$

مولفه‌های تعریف شده دز معادله بالا در پیوست ۲ قرار دارند.

۳-۷-۳ معادلات جاذب ارتعاشی

در این بخش معادلات جاذب‌های ارتعاشی خطی و غیرخطی یک درجه آزادی و دو درجه آزادی مورد توجه قرار می‌گیرد و کلیه درایه‌ها در پیوست ۳ آمده است. با توجه به شکل ۱-۳ جاذب ارتعاشی در موقعیتی معینی به ورق متصل می‌باشد. و معادلات جاذب‌های مختلف در بخش‌های بعدی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۱-۳-۷-۳ مدل مکسول



شکل ۳-۳. جاذب ارتعاشی مدل مکسول [۹۴]

مدل ماکسول بصورت شکل ۳-۳ می‌باشد بنابراین انرژی های سیستم بصورت زیر خواهد بود [۶۸].

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m \dot{q}_{s_2}^2 \\ U &= \frac{1}{2} K \left(w(x_e, y_e, t) - q_{s_1}(t) \right)^2 \\ Q_{nc} &= \frac{1}{2} C \left(\dot{q}_{s_1}(t) - \dot{q}_{s_2}(t) \right)^2 \end{aligned} \quad (۱۹-۳)$$

و با قرار دادن در معادله لاگرانژ

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{s_1}} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_{s_1}} + Q_{s_1} &= 0 \rightarrow \frac{\partial U}{\partial q_{s_1}} + Q_{s_1} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{s_2}} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_{s_2}} + Q_{s_2} &= 0 \rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{s_2}} \right) + Q_{s_2} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{plate}}{\partial \dot{q}_w} \right) + \frac{\partial U_{plate}}{\partial q_w} + \frac{\partial U}{\partial q_w} + Q &= 0 \rightarrow P_{terms} + \frac{\partial U_s}{\partial q} = 0 \end{aligned} \quad (۲۰-۳)$$

به طوری که

$$\begin{aligned} Q_{s_1} &= \frac{\partial Q_{nc}}{\partial \dot{q}_{s_1}} = C \left(\dot{q}_{s_1}(t) - \dot{q}_{s_2}(t) \right) = C \dot{q}_{s_1}(t) - C \dot{q}_{s_2}(t) \\ Q_{s_2} &= \frac{\partial Q_{nc}}{\partial \dot{q}_{s_2}} = -C \left(\dot{q}_{s_1}(t) - \dot{q}_{s_2}(t) \right) = -C \dot{q}_{s_1}(t) + C \dot{q}_{s_2}(t) \end{aligned} \quad (۲۱-۳)$$

معادله حاکم برای مدل مکسول خطی بصورت زیر به دست می‌آید. (P_{term} مربوط به مشخصات ورق

می‌باشد و معادلات مربوط به جاذب ارتعاشی به جمله‌های ورق اضافه می‌گردد)

(۲۲-۳)

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} P_{term} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \\ \ddot{q}_{s_1} \\ \ddot{q}_{s_2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C}{m} \sqrt{\frac{\mu V_{\infty}^2}{a^2 \beta \lambda}} & -\frac{C}{m} \sqrt{\frac{\mu V_{\infty}^2}{a^2 \beta \lambda}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{C}{m} \sqrt{\frac{a^2 \beta \lambda}{\mu V_{\infty}^2}} & \frac{C}{m} \sqrt{\frac{a^2 \beta \lambda}{\mu V_{\infty}^2}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{q}_{s_1} \\ \dot{q}_{s_2} \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} + K \frac{\lambda}{b} \frac{1}{\rho_{\infty} V_{\infty}^2} K w s_1 & -K \frac{\lambda}{b} \frac{1}{\rho_{\infty} V_{\infty}^2} K s_1 w & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K}{m} K s_1 w & \frac{K}{m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ q_{s_1} \\ q_{s_2} \end{Bmatrix} \\
& = \begin{Bmatrix} P_{term} - \frac{K^3 h^2 \lambda}{m b \rho_{\infty} V_{\infty}^2} ([NLwww] q_{mn} q_{mn} q_{mn} - 3[NLwwq] q_{mn} q_{mn} q_{s_1} + 3[NLwqq] q_{mn} q_{s_1} q_{s_1} - [NLqqq] q_{s_1} q_{s_1} q_{s_1}) \\ \frac{K^3 h^2}{m} ([NLwww] q_{mn} q_{mn} q_{mn} - 3[NLwwq] q_{mn} q_{mn} q_{s_1} + 3[NLwqq] q_{mn} q_{s_1} q_{s_1} - [NLqqq] q_{s_1} q_{s_1} q_{s_1}) \\ 0 \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

با تعریف پارامترهای بی بعد مربوط به ثابت فنریت، ثابت میرایی و مولفه بی بعد جرم بصورت زیر

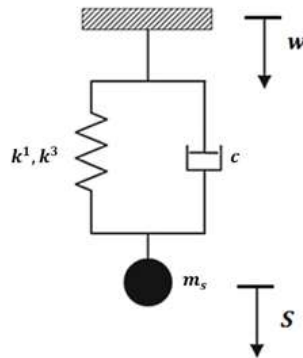
$$\begin{aligned}
\bar{K} &= \frac{K}{m} \frac{a^2}{\mu V_{\infty}^2} \\
\bar{C} &= \frac{C}{m} \sqrt{\frac{a^2}{\mu V_{\infty}^2}} \\
\bar{K}^3 &= \frac{K^3 h^2}{m} \frac{a^2}{\mu V_{\infty}^2} \\
Y &= \frac{m}{\rho_{\infty} a^2 b}
\end{aligned}
\tag{۲۳-۳}$$

خواهیم داشت

(۲۴-۳)

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} P_{term} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \\ \ddot{q}_{s_1} \\ \ddot{q}_{s_2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}\sqrt{\beta\lambda} & -\bar{C}\sqrt{\beta\lambda} \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{C}\sqrt{\beta\lambda} & \bar{C}\sqrt{\beta\lambda} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{q}_{s_1} \\ \dot{q}_{s_2} \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} + \bar{K}\mu\gamma\beta\lambda \times Kws & -\bar{K}\mu\gamma\beta\lambda \times Ks_1w & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{K}\beta\lambda \times Ks_1w & \bar{K}\beta\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ q_{s_1} \\ q_{s_2} \end{Bmatrix} \\
& = \begin{Bmatrix} P_{term} - \bar{K}^3\mu\gamma\beta\lambda \times ([NLwww]q_{mn}q_{mn}q_{mn} - 3[NLwwq]q_{mn}q_{mn}q_{s_1} + 3[NLwqq]q_{mn}q_{s_1}q_{s_1} - [NLqqq]q_{s_1}q_{s_1}q_{s_1}) \\ \bar{K}^3\beta\lambda \times ([NLwww]q_{mn}q_{mn}q_{mn} - 3[NLwwq]q_{mn}q_{mn}q_{s_1} + 3[NLwqq]q_{mn}q_{s_1}q_{s_1} - [NLqqq]q_{s_1}q_{s_1}q_{s_1}) \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

۲-۳-۷-۳ مدل کلین-ویت



شکل ۳-۴. جاذب ارتعاشی مدل کلین ویت [۹۴]

مدل کلین-ویت بصورت شکل ۳-۴ می باشد بنابراین انرژی های سیستم بصورت زیر خواهد بود [۶۸].

$$\begin{aligned}
T &= \frac{1}{2} m \dot{q}_s^2 \\
U &= \frac{1}{2} K^1 (w(x_e, y_e, t) - q_s(t))^2 + \frac{1}{4} K^3 (w(x_e, y_e, t) - q_s(t))^4 \\
Q_{nc} &= \frac{1}{2} C (\dot{w}(x_e, y_e, t) - \dot{q}_s(t))^2
\end{aligned} \tag{۲۵-۳}$$

و با قرار دادن در معادله لاگرانژ

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_s} + Q_s &= 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{plate}}{\partial \dot{q}_w} \right) + \frac{\partial U_{plate}}{\partial q_w} + \frac{\partial U}{\partial q_w} + Q &= 0 \rightarrow P_{terms} + \frac{\partial U_s}{\partial q} + Q_{smn} = 0
\end{aligned} \tag{۲۶-۳}$$

به طوری که

$$Q_s = \frac{\partial Q_{nc}}{\partial \dot{q}_s} = -C(\dot{w}(x_e, y_e, t) - \dot{q}_s(t)) = -C\dot{w}(x_e, y_e, t) + C\dot{q}_s(t) \quad (27-3)$$

$$Q_{smn} = \frac{\partial Q_{nc}}{\partial \dot{q}_{mn}} = C \frac{\partial \dot{w}(x_e, y_e, t)}{\partial \dot{q}_{mn}} (\dot{w}(x_e, y_e, t) - \dot{q}_s(t))$$

معادله حاکم برای مدل کلین-ویت غیرخطی بصورت زیر به دست می آید.

$$(28-3)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \\ \ddot{q}_s \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} + \frac{C}{m} \sqrt{\frac{a^2}{\mu V_\infty^2 \rho_\infty a^2 b}} \mu \sqrt{\beta \lambda} C_{ws} & -\frac{C}{m} \sqrt{\frac{a^2}{\mu V_\infty^2 \rho_\infty a^2 b}} \mu \sqrt{\beta \lambda} C_{sw} \\ 0 & 0 & -\frac{C}{m} \sqrt{\frac{a^2}{\mu V_\infty^2}} \sqrt{\beta \lambda} C_{sw} & \frac{C}{m} \sqrt{\frac{a^2}{\mu V_\infty^2}} \sqrt{\beta \lambda} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{q}_s \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} + \frac{K}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2 \rho_\infty a^2 b} \mu \beta \lambda K_{ws} & -\frac{K}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2 \rho_\infty a^2 b} \mu \beta \lambda K_{sw} \\ 0 & 0 & -\frac{K}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2} \beta \lambda K_{sw} & \frac{K}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2} \beta \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ q_s \end{Bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} \\ P_{term} & P_{term} \\ P_{term} - \frac{K^3 h^2 a^2}{m \mu V_\infty^2 \rho_\infty a^2 b} \mu \beta \lambda ([NLwww] q_{mn} q_{mn} q_{mn} - 3[NLwwq] q_{mn} q_{mn} q_s + 3[NLwqq] q_{mn} q_s q_s - [NLqqq] q_s q_s q_s) \\ + \frac{K^3 h^2 a^2}{m \mu V_\infty^2} \beta \lambda ([NLswww] q_{mn} q_{mn} q_{mn} - 3[NLswwq] q_{mn} q_{mn} q_s + 3[NLswqq] q_{mn} q_s q_s - q_s q_s q_s) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

با تعریف پارامترهای بی بعد مربوط به ثابت فنریت، ثابت میرایی و مولفه بی بعد جرم بصورت زیر

$$\bar{K} = \frac{K}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2}$$

$$\bar{C} = \frac{C}{m} \sqrt{\frac{a^2}{\mu V_\infty^2}}$$

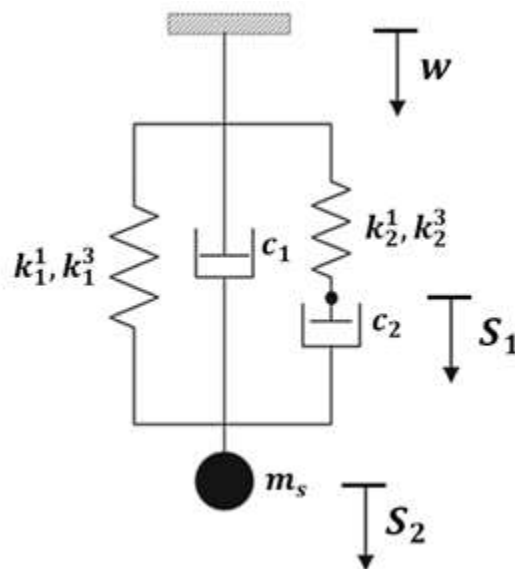
$$\bar{K}^3 = \frac{K^3 h^2 a^2}{m \mu V_\infty^2}$$

$$\Upsilon = \frac{m}{\rho_\infty a^2 b} \quad (29-3)$$

خواهیم داشت
(۳۰-۳)

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \\ \ddot{q}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} + \bar{C}\bar{\gamma}\mu\sqrt{\beta\lambda}Cws & -\bar{C}\bar{\gamma}\mu\sqrt{\beta\lambda}Csw \\ 0 & 0 & -\bar{C}\sqrt{\beta\lambda}Csw & \bar{C}\sqrt{\beta\lambda} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{q}_s \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} + \bar{K}\bar{\gamma}\mu\beta\lambda Kws & -\bar{K}\bar{\gamma}\mu\beta\lambda Ksw \\ 0 & 0 & -\bar{K}\beta\lambda Ksw & \bar{K}\beta\lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ q_s \end{Bmatrix} \\
 & = \left\{ \begin{array}{l} P_{term} \\ P_{term} \\ P_{term} - \bar{K}^3\bar{\gamma}\mu\beta\lambda([NLwww]q_{mn}q_{mn}q_{mn} - 3[NLwwq]q_{mn}q_{mn}q_s + 3[NLwqq]q_{mn}q_sq_s - [NLqqq]q_sq_sq_s) \\ + \bar{K}^3\beta\lambda([NLswww]q_{mn}q_{mn}q_{mn} - 3[NLswwq]q_{mn}q_{mn}q_s + 3[NLswqq]q_{mn}q_sq_sq_s - q_sq_sq_sq_s) \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

۳-۳-۷-۳ مدل مکسول ویت



شکل ۳-۵. جاذب ارتعاشی مدل مکسول ویت [۹۴]

مدل ماکسول ویت بصورت شکل ۳-۵ می‌باشد بنابراین انرژی های سیستم بصورت زیر خواهد بود [۶۸].

$$\begin{aligned}
T &= \frac{1}{2} m \dot{q}_{s_2}^2 \\
U &= \frac{1}{2} K_1 \left(w(x_e, y_e, t) - q_{s_2}(t) \right)^2 + \frac{1}{2} K_2 \left(w(x_e, y_e, t) - q_{s_1}(t) \right)^2 \\
&\quad + \frac{1}{4} K_1^3 \left(w(x_e, y_e, t) - q_{s_2}(t) \right)^4 \\
&\quad + \frac{1}{4} K_2^3 \left(w(x_e, y_e, t) - q_{s_1}(t) \right)^4 \\
Q_{nc} &= \frac{1}{2} C_1 \left(\dot{w}(x_e, y_e, t) - \dot{q}_{s_2}(t) \right)^2 + \frac{1}{2} C_2 \left(\dot{q}_{s_1}(t) - \dot{q}_{s_2}(t) \right)^2
\end{aligned} \tag{۳۱-۳}$$

و با قرار دادن در معادله لاگرانژ

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{s_1}} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_{s_1}} + Q_{s_1} &= 0 \rightarrow \frac{\partial U}{\partial q_{s_1}} + Q_{s_1} = 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{s_2}} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_{s_2}} + Q_{s_2} &= 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{plate}}{\partial \dot{q}_w} \right) + \frac{\partial U_{plate}}{\partial q_w} + \frac{\partial U}{\partial q_w} + Q_w &= 0
\end{aligned} \tag{۳۲-۳}$$

به طوری که

$$\begin{aligned}
Q_{s_1} &= \frac{\partial Q_{nc}}{\partial \dot{q}_{s_1}} = C_2 \left(\dot{q}_{s_1}(t) - \dot{q}_{s_2}(t) \right) = C_2 \dot{q}_{s_1}(t) - C_2 \dot{q}_{s_2}(t) \\
Q_{s_2} &= \frac{\partial Q_{nc}}{\partial \dot{q}_{s_2}} = -C_1 \left(\dot{w}(x_e, y_e, t) - \dot{q}_{s_2}(t) \right) - C_2 \left(\dot{q}_{s_1}(t) - \dot{q}_{s_2}(t) \right) \\
&= -C_1 \dot{w}(x_e, y_e, t) + C_1 \dot{q}_{s_2}(t) - C_2 \dot{q}_{s_1}(t) + C_2 \dot{q}_{s_2}(t) \\
Q_w &= \frac{\partial Q_{nc}}{\partial \dot{q}_w} = C_1 \frac{\partial \dot{w}(x_e, y_e, t)}{\partial \dot{q}_w} \left(\dot{w}(x_e, y_e, t) - \dot{q}_{s_2}(t) \right)
\end{aligned} \tag{۳۳-۳}$$

معادله حاکم برای مدل مکسول-ویت غیرخطی بصورت زیر به دست می‌آید.

(۳۴-۳)

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} P_{term} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \\ \ddot{q}_{s_1} \\ \ddot{q}_{s_2} \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} + C_1 \frac{1}{\rho_\infty V_\infty a b} \sqrt{\mu \beta \lambda} Kws & 0 & -C_1 \frac{1}{\rho_\infty V_\infty a b} \sqrt{\mu \beta \lambda} Ksw \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_2}{m} \sqrt{\frac{a^2 \beta \lambda}{\mu V_\infty^2}} & -\frac{C_2}{m} \sqrt{\frac{a^2 \beta \lambda}{\mu V_\infty^2}} \\ 0 & 0 & -\frac{C_1}{m} \sqrt{\frac{a^2 \beta \lambda}{\mu V_\infty^2}} Ksw & -\frac{C_2}{m} \sqrt{\frac{a^2 \beta \lambda}{\mu V_\infty^2}} & \frac{(C_1 + C_2)}{m} \sqrt{\frac{a^2 \beta \lambda}{\mu V_\infty^2}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{q}_{s_1} \\ \dot{q}_{s_2} \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} + \frac{\beta \lambda}{\rho_\infty V_\infty^2 b} (K_1 + K_2) Kws & -K_2 \frac{\beta \lambda}{\rho_\infty V_\infty^2 b} Ksw & -K_1 \frac{\beta \lambda}{\rho_\infty V_\infty^2 b} Ksw \\ 0 & 0 & -\frac{K_2 a^2 \beta \lambda}{m \mu V_\infty^2} Ksw & \frac{K_2 a^2 \beta \lambda}{m \mu V_\infty^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_1 a^2 \beta \lambda}{m \mu V_\infty^2} Ksw & 0 & \frac{K_1 a^2 \beta \lambda}{m \mu V_\infty^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ q_{s_1} \\ q_{s_2} \end{Bmatrix} \\
& = \left\{ \begin{aligned} & P_{term} - K_1^3 h^2 \frac{\beta \lambda}{\rho_\infty V_\infty^2 b} - K_2^3 h^2 \frac{\beta \lambda}{\rho_\infty V_\infty^2 b} \left([NLwww] q_{mn} q_{mn} q_{mn} - 3[NLwwq] q_{mn} q_{mn} q_{s_2} + 3[NLwqq] q_{mn} q_{s_2}^2 - [NLqqq] q_{s_2}^3(\tau) \right) \dots \\ & \frac{K_2^3 h^2 a^2 \beta \lambda}{m \mu V_\infty^2} \left([NLswww] q_{mn} q_{mn} q_{mn} - 3[NLswwq] q_{mn} q_{mn} q_{s_1} + 3[NLswqq] q_{mn} q_{s_1}^2 - q_{s_1}^3(t) \right) \\ & \frac{K_1^3 h^2 a^2 \beta \lambda}{m \mu V_\infty^2} \left([NLswww] q_{mn} q_{mn} q_{mn} - 3[NLswwq] q_{mn} q_{mn} q_{s_2} + 3[NLswqq] q_{mn} q_{s_2}^2 - q_{s_2}^3(t) \right) \end{aligned} \right\}
\end{aligned}$$

با تعریف پارامترهای بی بعد مربوط به ثابت فنریت، ثابت میرایی و مولفه بی بعد جرم بصورت زیر

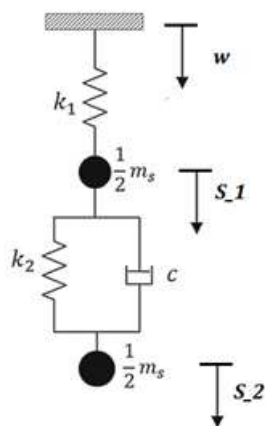
$$\begin{aligned}
\bar{K}_1 &= \frac{K_1}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2}, \bar{K}_2 = \frac{K_2}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2} \\
\bar{C}_1 &= \frac{C_1}{m} \sqrt{\frac{a^2}{\mu V_\infty^2}}, \bar{C}_2 = \frac{C_2}{m} \sqrt{\frac{a^2}{\mu V_\infty^2}} \\
\bar{K}_1^3 &= \frac{K_1^3 h^2}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2}, \bar{K}_2^3 = \frac{K_2^3 h^2}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2} \\
Y &= \frac{1}{\rho_\infty a^2 b}
\end{aligned} \tag{۳۵-۳}$$

خواهیم داشت

(۳۶-۳)

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} P_{term} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \\ \ddot{q}_{s_1} \\ \ddot{q}_{s_2} \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} + \bar{C}_1 \gamma \mu \sqrt{\beta \lambda} \times C_{sw} & 0 & -\bar{C}_1 \gamma \mu \sqrt{\beta \lambda} \times C_{sw} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_2 \sqrt{\beta \lambda} & -\bar{C}_2 \sqrt{\beta \lambda} \\ 0 & 0 & -\bar{C}_1 \sqrt{\beta \lambda} \times C_{sw} & -\bar{C}_2 \sqrt{\beta \lambda} & (\bar{C}_1 + \bar{C}_2) \sqrt{\beta \lambda} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{q}_{s_1} \\ \dot{q}_{s_2} \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} + (\bar{K}_1 + \bar{K}_2) \mu \gamma \beta \lambda \times K_{sw} & \bar{K}_2 \mu \gamma \beta \lambda \times K_{sw} & \bar{K}_1 \mu \gamma \beta \lambda \times K_{sw} \\ 0 & 0 & -\bar{K}_2 \beta \lambda \times K_{sw} & \bar{K}_2 \beta \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{K}_1 \beta \lambda \times K_{sw} & 0 & \bar{K}_1 \beta \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ q_{s_1} \\ q_{s_2} \end{Bmatrix} \\
 & = \begin{Bmatrix} P_{term} - \bar{K}_1^3 \mu \gamma \beta \lambda \left([NLwww] q_{mn} q_{mn} q_{mn} - 3[NLwwq] q_{mn} q_{mn} q_{s_2} + 3[NLwqq] q_{mn} q_{s_2}^2 - [NLqqq] q_{s_2}^3(\tau) \right) \dots \\ -\bar{K}_2^3 \mu \gamma \beta \lambda \left([NLwww] q_{mn} q_{mn} q_{mn} - 3[NLwwq] q_{mn} q_{mn} q_{s_1} + 3[NLwqq] q_{mn} q_{s_1}^2 - [NLqqq] q_{s_1}^3(\tau) \right) \\ \bar{K}_1^3 \beta \lambda \left([NLswww] q_{mn} q_{mn} q_{mn} - 3[NLswwq] q_{mn} q_{mn} q_{s_1} + 3[NLswqq] q_{mn} q_{s_1}^2 - q_{s_1}^3(t) \right) \\ \bar{K}_1^3 \beta \lambda \left([NLswww] q_{mn} q_{mn} q_{mn} - 3[NLswwq] q_{mn} q_{mn} q_{s_2} + 3[NLswqq] q_{mn} q_{s_2}^2 - q_{s_2}^3(t) \right) \end{Bmatrix}
 \end{aligned}$$

۴-۳-۷-۳ مدل دو درجه آزادی



شکل ۳-۶. جاذب ارتعاشی مدل دو درجه آزادی [۹۴]

مدل دو درجه آزادی بصورت شکل ۳-۶ می‌باشد بنابراین انرژی‌های سیستم بصورت زیر خواهد بود [۶۸].

$$\begin{aligned}
T &= \frac{1}{2} \frac{m}{2} \dot{q}_{s_1}^2 + \frac{1}{2} \frac{m}{2} \dot{q}_{s_2}^2 \\
U &= \frac{1}{2} K_1 \left(w(x_e, y_e, t) - q_{s_1}(t) \right)^2 + \frac{1}{4} K_1^3 \left(w(x_e, y_e, t) - q_{s_1}(t) \right)^4 \\
&\quad + \frac{1}{2} K_2 \left(q_{s_1}(t) - q_{s_2}(t) \right)^2 + \frac{1}{4} K_2^3 \left(q_{s_1}(t) - q_{s_2}(t) \right)^4 \\
Q_{nc} &= \frac{1}{2} C \left(\dot{q}_{s_1}(t) - \dot{q}_{s_2}(t) \right)^2
\end{aligned} \tag{۳۷-۳}$$

و با قرار دادن در معادله لاگرانژ

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{s_1}} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_{s_1}} + Q_{s_1} &= 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{s_2}} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_{s_2}} + Q_{s_2} &= 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_E}{\partial \dot{q}} \right) + \frac{\partial U_E}{\partial q} + \frac{\partial U_S}{\partial q} + Q &= 0 \rightarrow E_{terms} + \frac{\partial U_S}{\partial q} = 0
\end{aligned} \tag{۳۸-۳}$$

به طوری که

$$\begin{aligned}
Q_{s_1} &= \frac{\partial Q_{nc}}{\partial \dot{q}_{s_1}} = C \left(\dot{q}_{s_1}(t) - \dot{q}_{s_2}(t) \right) = C \dot{q}_{s_1}(t) - C \dot{q}_{s_2}(t) \\
Q_{s_2} &= \frac{\partial Q_{nc}}{\partial \dot{q}_{s_2}} = -C \left(\dot{q}_{s_1}(t) - \dot{q}_{s_2}(t) \right) = -C \dot{q}_{s_1}(t) + C \dot{q}_{s_2}(t)
\end{aligned} \tag{۳۹-۳}$$

معادله حاکم برای مدل دو درجه آزادی خطی بصورت زیر به دست می آید.

(۴۰-۳)

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} P_{term} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \\ \ddot{q}_{s_1} \\ \ddot{q}_{s_2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +\frac{2C}{m}\sqrt{\frac{a^2\beta\lambda}{\mu V_\infty^2}} & -\frac{2C}{m}\sqrt{\frac{a^2\beta\lambda}{\mu V_\infty^2}} \\ 0 & 0 & 0 & -2\frac{C}{m}\sqrt{\frac{a^2\beta\lambda}{\mu V_\infty^2}} & 2\frac{C}{m}\sqrt{\frac{a^2\beta\lambda}{\mu V_\infty^2}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{q}_{s_1} \\ \dot{q}_{s_2} \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} + K_1 \frac{\beta\lambda}{\rho_\infty V_\infty^2 b} K_{ws} & -K_1 \frac{\beta\lambda}{\rho_\infty V_\infty^2 b} K_{s_1 w} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2K_1}{m} \frac{a^2\beta\lambda}{\mu V_\infty^2} K_{sw} & \frac{2}{m} (K_1 + K_2) \frac{a^2\beta\lambda}{\mu V_\infty^2} & -\frac{2K_2}{m} \frac{a^2\beta\lambda}{\mu V_\infty^2} \\ 0 & 0 & 0 & -2\frac{K_2}{m} \frac{a^2\beta\lambda}{\mu V_\infty^2} & 2\frac{K_2}{m} \frac{a^2\beta\lambda}{\mu V_\infty^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ q_{s_1} \\ q_{s_2} \end{Bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} \\ P_{term} - K^3 h^2 \frac{\beta\lambda}{b} \frac{1}{\rho_\infty V_\infty^2} ([NLwww]q_{mn}q_{mn}q_{mn} - 3[NLwwq]q_{mn}q_{mn}q_{s_1} + 3[NLwqq]q_{mn}q_{s_1}q_{s_1} - [NLqqq]q_{s_1}q_{s_1}q_{s_1}) \\ 2\frac{K_1^3 h^2}{m} \frac{a^2\beta\lambda}{\mu V_\infty^2} ([NLswww]q_{mn}q_{mn}q_{mn} - 3[NLswwq]q_{mn}q_{mn}q_{s_1} + 3[NLswqq]q_{mn}q_{s_1}q_{s_1} - q_{s_1}q_{s_1}q_{s_1}) \\ -2\frac{K_2^3 h^2}{m} \frac{a^2\beta\lambda}{\mu V_\infty^2} (q_{s_1}q_{s_1}q_{s_1} - 3q_{s_1}q_{s_1}q_{s_2} + 3q_{s_2}q_{s_2}q_{s_1} - q_{s_2}q_{s_2}q_{s_2}) \\ 2\frac{K_2^3 h^2}{m} \frac{a^2\beta\lambda}{\mu V_\infty^2} (q_{s_1}q_{s_1}q_{s_1} - 3q_{s_1}q_{s_1}q_{s_2} + 3q_{s_2}q_{s_2}q_{s_1} - q_{s_2}q_{s_2}q_{s_2}) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

با تعریف پارامترهای بی بعد مربوط به ثابت فنریت، ثابت میرایی و مولفه بی بعد جرم بصورت زیر

$$\begin{aligned}
\bar{K}_1 &= \frac{K_1}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2}, \bar{K}_2 = \frac{K_2}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2} \\
\bar{K}_1^3 &= \frac{K_1^3 h^2}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2}, \bar{K}_2^3 = \frac{K_2^3 h^2}{m} \frac{a^2}{\mu V_\infty^2} \\
\bar{C} &= \frac{C}{m} \sqrt{\frac{a^2}{\mu V_\infty^2}}, \gamma = \frac{m}{\rho_\infty a^2 b}
\end{aligned} \tag{۴۱-۳}$$

خواهیم داشت

$$\tag{۴۲-۳}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} P_{term} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \\ \ddot{q}_{s_1} \\ \ddot{q}_{s_2} \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +2\bar{C}\sqrt{\beta\lambda} & -2\bar{C}\sqrt{\beta\lambda} \\ 0 & 0 & 0 & -2\bar{C}\sqrt{\beta\lambda} & 2\bar{C}\sqrt{\beta\lambda} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{q}_{s_1} \\ \dot{q}_{s_2} \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ P_{term} & P_{term} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{term} + \bar{K}_1\mu\gamma\beta\lambda \times Kws & -\bar{K}_1\mu\gamma\beta\lambda \times Ks_1w & 0 \\ 0 & 0 & -2\bar{K}_1\beta\lambda \times Ksw & 2(\bar{K}_1 + \bar{K}_2)\beta\lambda & -2\bar{K}_2\beta\lambda \\ 0 & 0 & 0 & -2\bar{K}_2\beta\lambda & 2\bar{K}_2\beta\lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ q_{s_1} \\ q_{s_2} \end{Bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} P_{term} & P_{term} \\ P_{term} & P_{term} \\ P_{term} - \bar{K}^3\mu\gamma\beta\lambda \left([NLwww]q_wq_wq_w - 3[NLwwq]q_wq_wq_{s_1} + 3[NLwqq]q_wq_{s_1}q_{s_1} - [NLqqq]q_{s_1}q_{s_1}q_{s_1} \right) \\ 2\bar{K}_1^3\beta\lambda \left([NLswww]q_wq_wq_w - 3[NLswwq]q_wq_wq_{s_1} + 3[NLswqq]q_wq_{s_1}q_{s_1} - q_{s_1}q_{s_1}q_{s_1} \right) \\ -2\bar{K}_2^3\beta\lambda \left(q_{s_1}q_{s_1}q_{s_1} - 3q_{s_1}q_{s_1}q_{s_2} + 3q_{s_2}q_{s_2}q_{s_1} - q_{s_2}q_{s_2}q_{s_2} \right) \\ 2\bar{K}_2^3\beta\lambda \left(q_{s_1}q_{s_1}q_{s_1} - 3q_{s_1}q_{s_1}q_{s_2} + 3q_{s_2}q_{s_2}q_{s_1} - q_{s_2}q_{s_2}q_{s_2} \right) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

۳-۸ توابع مفروض مورد نیاز برای توصیف شرایط مرزی هندسی

ورق

یافتن توابعی که بتوانند همه‌ی شرایط مرزی هندسی و طبیعی ورق با قابلیت تغییر شکل‌های

بزرگ را ارضا نمایند، سخت و مشکل خواهد بود. از این رو، مطابق با روش مد مفروض باید به دنبال

توابعی بود که فقط شرایط مرزی هندسی را ارضا نمایند.

برای تعیین توابع مجاز مورد نیاز برای توصیف جابه‌جایی‌های درون صفحه‌ای ورق، می‌توان از توابع

شکل مد ارتعاشات طولی میله‌ها استفاده کرد. برای شرط مرزی ساده یا گیردار برای ورق لبه‌ها در امتداد

درون صفحه‌ای ثابت‌اند پس [۱۰۲].

$$u_i(x) = C_i \sin\left(\frac{i\pi x}{l}\right), \quad i = 1, 2, \dots \quad (43-3)$$

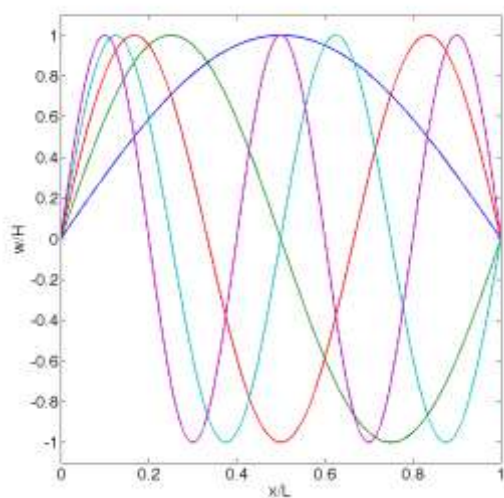
$$v_j(y) = C_j \sin\left(\frac{j\pi y}{l}\right), \quad i = 1, 2, \dots$$

اما برای توصیف حرکت‌های برون‌صفحه‌ای می‌توان از تئوری تیرها بهره گرفت. با در نظر گرفتن

خیز و گشتاور صفر در دو سر لولا داریم [۱۰۲].

$$\phi_m(x) = C_m \sin\left(\frac{m\pi x}{l}\right), \quad m = 1, 2, \dots \quad (۴۴-۳)$$

پنج شکل مد اول در شکل ۷-۳ رسم شده است.



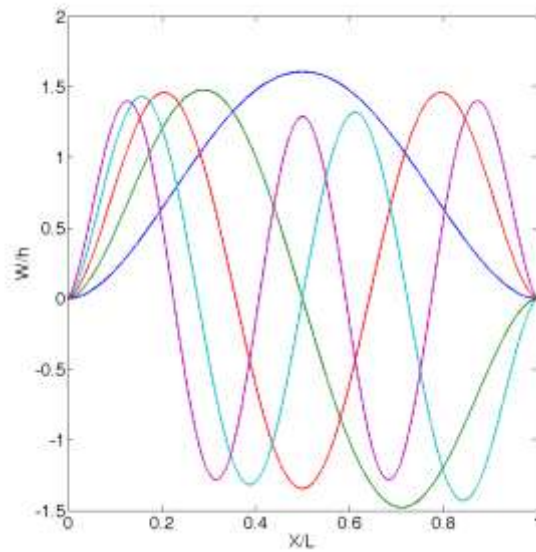
شکل ۷-۳. شکل مدهای طبیعی ارتعاشات عرضی تیر دولبه لولا.

همچنین با در نظر گرفتن خیز و شیب صفر در تیر دو سر گیر [۱۰۲].

$$\phi_n(x) = C_n \left[(\cos \beta_n x - \cosh \beta_n x) - \frac{\cos \beta_n l - \cosh \beta_n l}{\sin \beta_n l - \sinh \beta_n l} (\sin \beta_n x - \sinh \beta_n x) \right] \quad (۴۵-۳)$$

$$\beta_1 l = 4.7300, \beta_2 l = 7.8532, \beta_3 l = 10.9956, \beta_4 l = 14.1372, \dots$$

پنج شکل مد اول در شکل ۸-۳ رسم شده است.



شکل ۳-۸. شکل مدهای طبیعی ارتعاشات عرضی تیر یک لبه گیردار و لبه دیگر لولا.

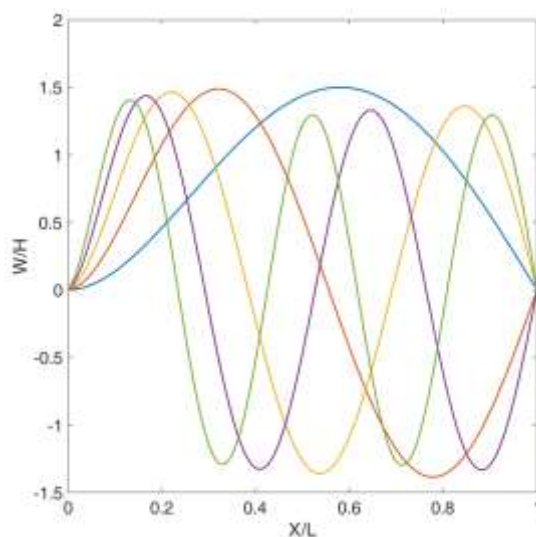
همچنین با صفر در نظر گرفتن خیز و شیب در سر گیر و خیز و گشتاور در سر لولا، برای حالت

یک سر گیر و یک سر ساده داریم [۱۰۲].

$$\phi_n(x) = C_n \left[(\cos \beta_n x - \cosh \beta_n x) - \frac{\cos \beta_n l - \cosh \beta_n l}{\sin \beta_n l - \sinh \beta_n l} (\sin \beta_n x - \sinh \beta_n x) \right] \quad (۳-۴۶)$$

$$\beta_1 l = 3.9266, \beta_2 l = 7.0686, \beta_3 l = 10.2102, \beta_4 l = 13.3518, \dots$$

پنج شکل مد اول در شکل ۳-۹ رسم شده است.



شکل ۹-۳. شکل مدهای طبیعی ارتعاشات عرضی تیر یک لبه گیردار و لبه دیگر لولا.

شرایط مرزی چهار لبه لولا (SSSS)، چهار لبه گیردار (CCCC)، سه لبه گیردار یک لبه لولا (CCCS)، دوبله گیردار دوبله لولا (CCSS)، دوبله گیردار دوبله لولا (CSCS) و همچنین یک لبه گیردار و سه لبه لولا (CSSS) در این رساله مورد توجه قرار گرفته دو حرف اول در نامگذاری ورق، مربوط به شرایط مرزی در جهت جریان و دو حرف بعدی مربوط به شرایط مرزی در جهت عمود بر جریان می‌باشند.

۹-۳ روش حل

معادلات حاکم بر دینامیک سیستم، براساس روش رایلی-ریتز و به کمک معادلات اویلر-لاگرانژ^۱ به دست آورده شده است. مطابق با این روش جابه‌جایی‌های سیستم بر اساس حاصل ضرب برخی مدهای مفروض^۲ و مختصه‌های عمومی مربوطه بیان می‌شوند. با این روش معادلات با مشتقات جزئی به معادلات با مشتقات معمولی تبدیل می‌گردد. از آنجا که هدف از این رساله بررسی رفتارهای پیچیده غیرخطی ورق الاستیک و کنترل غیرفعال ارتعاشات با استفاده از جاذب ارتعاشی و ورق ویسکوالاستیک می‌باشد که

¹ Euler-Lagrange

² Assumed Mode

فراتر از رفتار پریودیک و شبه پریودیک است حل معادله حاکم بصورت عددی خواهد بود. تمامی معادلات حرکت بصورت زیر می‌توانند بصورت خلاصه ارائه گردید.

(۴۷-۳)

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = NL$$

به طوری که M ماتریس جرمی قطری، C ماتریس میرایی، K ماتریس سفتی و NL بخش غیرخطی معادلات می‌باشد. به منظور به دست آوردن شکل مناسب معادلات برای روش عددی، رابطه (۴۷-۳) در معکوس ماتریس جرمی ضرب شده و سپس در شکل فضای حالت به صورت رابطه (۴۸-۳) نوشته می‌شود.

(۴۸-۳)

$$\begin{aligned}\dot{q} &= y \\ \dot{y} &= M^{-1}[-C\dot{q} - Kq + NL]\end{aligned}$$

که y بردار سرعت است. در نتیجه با داشتن معادلات با مشتقات معمولی، معادلات حاکم را با روش عددی رانگ کوتای مرتبه ۴ حل می‌نماییم و در نهایت نمودارهای انشعابات، فضای فاز، نمودار پوانکاره و طیف توانی را به دست خواهیم آورد.

باید ذکر گردد تمامی درایه‌های ماتریس‌ها مربوط به معادلات حاکم بر حرکت در پیوست آورده شده است.

۴. نتایج

۴-۱ مقدمه

در این فصل ابتدا صحت معادلات سازه‌ای به دست آمده برای مدل ورق چهار لبه لولا مورد بررسی قرار می‌گیرد. این معادلات در فصل سوم بررسی شده‌اند. معادلات، برای تحلیل پاسخ‌ها به منظور بررسی صحت جواب‌های به دست آمده و مقایسه‌ی آن با سایر کارهای صورت‌پذیرفته، استفاده می‌شود. برای بررسی صحت معادلات، به بررسی دامنهی نوسانات سیکل حدی و سرعت شروع فلاتر و مقایسه آن با نتایج به دست آمده در مراجع پرداخته می‌شود. پس از بررسی صحت معادلات، تاثیر موقعیت جاذب، مدل‌های مختلف جاذب در شرایط مرزی متفاوت بر روی محدوده‌ی پایداری و دامنهی نوسانات سیکل حدی ورق و حرکات پیچیده غیرخطی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

معادلات برای ورق با شرایط مرزی دلخواه، برای آلومینیوم که مشخصات آن در جدول ۴-۱ مشخص گردیده است، مورد بررسی قرار می‌گیرد. تمامی نمودارهای این قسمت برای ورق چهارلبه لولا، و برای پاسخ در نقطه‌ای به طول 0.75 m و عرض 0.5 m رسم شده‌اند. تعداد مدهای انتخاب شده برای نتایج نیز در ادامه با بررسی همگرایی پاسخ‌ها صورت می‌پذیرد.

جدول ۴-۱ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق

آلومینیوم	
مدول الاستیسیته E , (GPa)	۶۸,۲
چگالی ρ , (kg/m^3)	۲۶۸۹
نسبت پواسون ν	۰,۳۳
طول a (mm)	۱۰۰۰
پهنای b (mm)	۱۰۰۰
ضخامت ورق H (mm)	۵۰

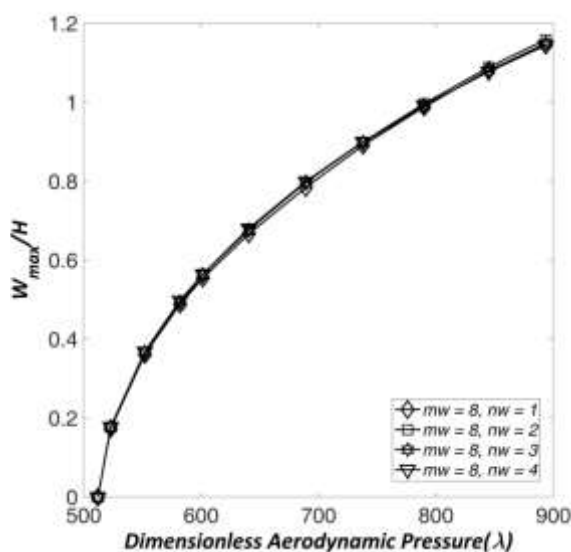
۴-۲ صحت سنجی

در این قسمت، صحت معادلات آیرودینامیک با مقایسه‌ی آن با مقالات مشابه قبلی انجام می‌شود. برای این منظور، سرعت فلاتر و دامنه‌ی نوسانات سیکل حدی حرکت عرضی ورق با لبه‌های مفصلی، در فشارهای آیرودینامیکی مختلف مورد توجه قرار گرفت. در ابتدا همگرایی سپس نتایج کار حاضر، با نتایج به دست آمده در مرجع [۲۱]، مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

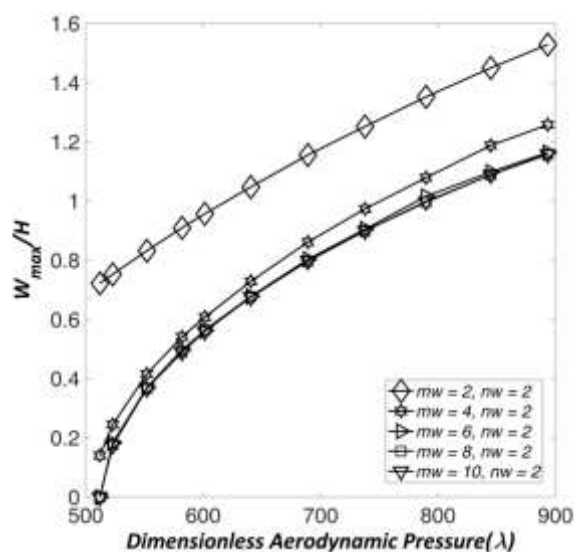
۴-۲-۱ بررسی همگرایی

در این بخش با توجه به تغییر تعداد شکل مد به بررسی همگرایی پاسخ ورق با لبه‌های پرداخته شد. ابتدا به همگرایی در زاویه آزمون صفر می‌پردازیم سپس همگرایی در زاویه آزمون غیرصفر نیز مورد توجه قرار می‌گیرد.

شکل ۴-۱ و شکل ۴-۲ دامنه‌ی نوسانات سیکل حدی بی‌بعد ورق با توجه به تعداد مختلف شکل مد به ترتیب برای راستاهای در جهت و عمود بر جهت جریان با زاویه آزمون صفر نشان می‌دهند. همان‌طور که در این شکل‌ها مشخص است، با افزایش شکل مدها در راستای جریان به بیش از شش مد و در راستای عمود بر جهت جریان به بیش از دو مد تغییرات محسوسی وجود ندارد. لازم به ذکر است انتخاب تعداد مدهای بیشتر جواب صحیح‌تری را پیش‌بینی می‌کند، اما زمان اجرای برنامه هم فاکتور مهمی در این انتخاب می‌باشد، یعنی با افزایش تعداد شکل مدها زمان اجرای برنامه نیز افزایش می‌یابد. لذا هشت شکل مد در راستای جریان برای دقت بیشتر نتایج و دو شکل مد عمود بر راستای جریان ورق برای بررسی پاسخ‌ها در نظر گرفته شده است.

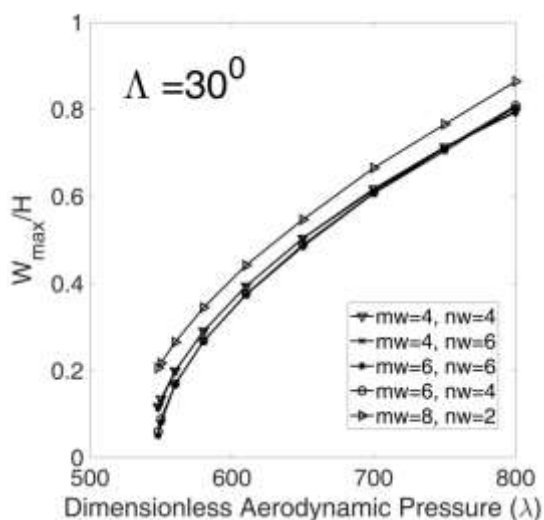


شکل ۴-۲. دامنه سیکل حدی برای ورق با لبه‌های مفصلی با تعداد شکل مدهای متفاوت عمود بر راستای جریان $\Lambda = 0^\circ$

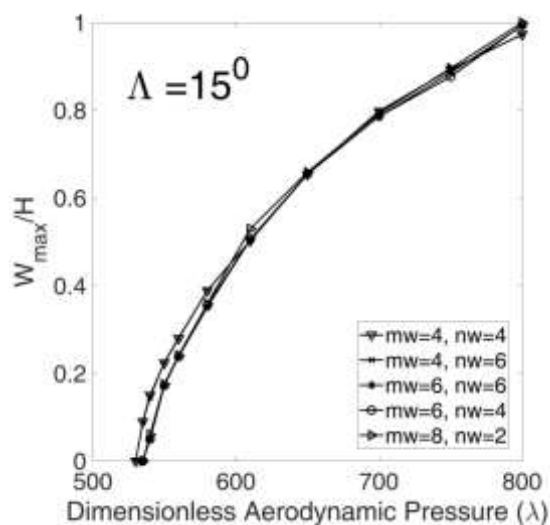


شکل ۴-۱. دامنه سیکل حدی برای ورق با لبه‌های مفصلی با تعداد شکل مدهای متفاوت در راستای جریان $\Lambda = 30^\circ$

در شکل ۴-۳ و شکل ۴-۴ دامنه‌ی نوسانات سیکل حدی بی‌بعد ورق با توجه به تغییر تعداد مختلف شکل مد را به ترتیب برای راستاهای در جهت و عمود بر جهت جریان به ترتیب برای زوایه آزمون $\Lambda = 15^\circ$ و $\Lambda = 30^\circ$ نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل‌ها مشخص است، با افزایش شکل مدها در راستای جریان به بیش از شش مد و در راستای عمود بر جهت جریان به بیش از چهار مد تغییرات محسوسی وجود ندارد. لذا، شش مد در راستای جریان و چهار مد عمود بر راستای جریان ورق برای بررسی پاسخ‌ها در نظر گرفته شده است.



شکل ۴-۴. دامنه سیکل حدی برای ورق با لبه‌های مفصلی با تعداد شکل مدهای متفاوت در راستای جریان $\Lambda = 30^\circ$



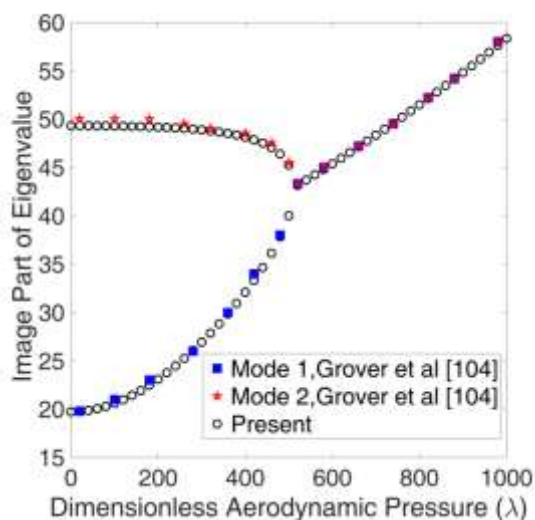
شکل ۴-۳. دامنه سیکل حدی برای ورق با لبه‌های مفصلی با تعداد شکل مدهای متفاوت در راستای جریان $\Lambda = 15^\circ$

۲-۲-۴ بررسی صحت معادلات آیرودینامیک

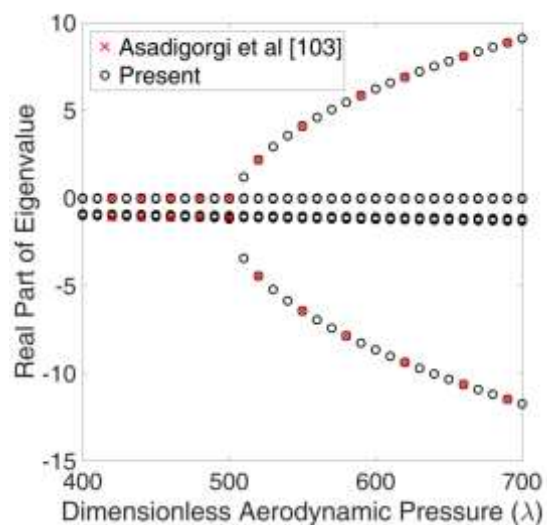
صحت سنجی نتایج با توجه به کارهای انجام شده در سال‌های گذشته انجام شده است. در این قسمت آستانه وقوع فلاتر و دامنه نوسانات سیکل حدی برحسب فشار آیرودینامیکی بی‌بعد رسم و مقایسه شده است.

به‌منظور صحت‌سنجی حل و نتایج، در شکل ۴-۵ و شکل ۴-۶، به‌ترتیب قسمت حقیقی و موهومی مقادیر ویژه، برحسب فشار آیرودینامیک بی‌بعد رسم شده است. با توجه به شکل ۴-۶ نمودار قسمت موهومی مقادیر ویژه از دو شاخه تشکیل شده که یکی مربوط به مد خمشی و دیگری مربوط به مد پیچشی می‌باشد، زمانی که این دو مد به هم می‌رسند فلاتر رخ می‌دهد.

با توجه به دو شکل ذکر شده نتایج با مقالات اسدی گرجی و همکاران [۱۰۳] و گروور و همکاران [۱۰۴] مقایسه شده است و توافق کامل در بحث فلاتر مشهود است.

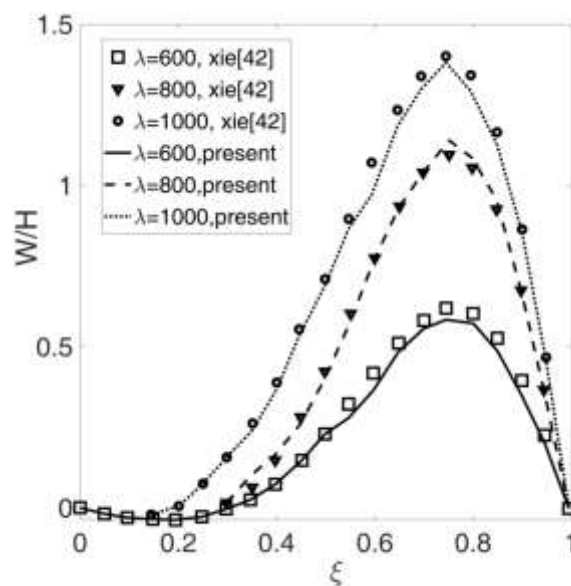


شکل ۴-۶. قسمت موهومی مقادیر ویژه بر حسب فشار آیرودینامیکی بی بعد



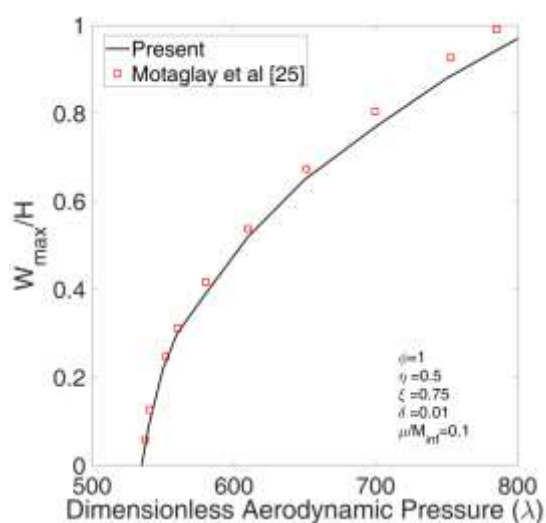
شکل ۴-۵. قسمت حقیقی مقادیر ویژه بر حسب فشار آیرودینامیکی بی بعد

در شکل ۴-۷، دامنه نوسانات سیکل حدی ورق در جهت جریان برای سه فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 600$ ، $\lambda = 800$ و $\lambda = 1000$ رسم شده و با نتایج مقاله ژیه و همکاران [۴۲] مقایسه شده است. مشاهده می شود که دامنه نوسانات سیکل حدی در موقعیت بی بعد ۰/۷۵ در راستای جریان بیشترین مقدار خود را دارد. نتایج در توافق کامل با مرجع [۴۲] می باشد. همچنین در دامنه نوسانات سیکل حدی بر حسب فشار آیرودینامیک بی بعد برای نسبت منظری یک رسم شده و با نتایج داوول [۲۱] و عبدل موتاگلای و همکاران [۲۵] و اسدی گرجی و همکاران [۱۰۳] مقایسه شد، که توافق خوبی بین نتایج قابل مشاهده است.

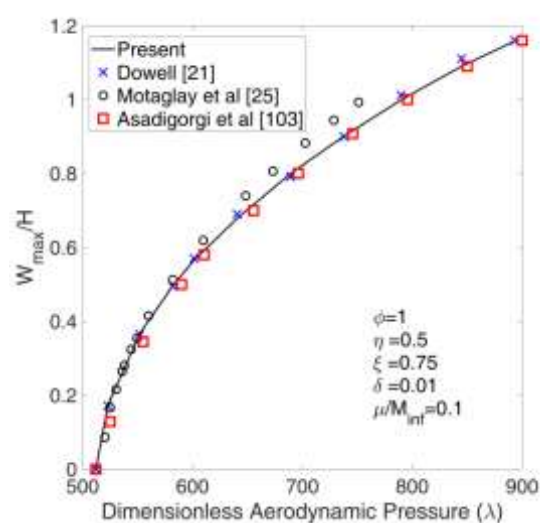


شکل ۷-۴. دامنه نوسانات سیکل حدی بر حسب موقعیت بی بعد در راستای جریان با زاویه آزیموس $\Lambda = 0^\circ$ برای سه فشار آبرودینامیک بی بعد $\lambda = 600$ ، $\lambda = 800$ و $\lambda = 1000$

علاوه بر زاویه آزیموس $\Lambda = 0^\circ$ که نتایج حاضر در [۲۱]، [۲۵] و [۱۰۳] با مقالات معتبر مورد مقایسه قرار گرفت در زاویه آزیموس $\Lambda = 15^\circ$ نتایج به دست آمده در شکل ۹-۴ نیز با مقالات معتبر [۲۵] مورد مقایسه گردید و توافق در نتایج بصورت قابل قبولی مشاهده می گردد.



شکل ۴-۹. دامنه نوسانات سیکل حدی بر حسب تغییرات فشار آیرودینامیک بی بعد برای ورق با لبه‌های مفصلی مربعی و زاویه آزیموس $\Lambda = 15^\circ$ در $\delta = 0.01$ و $\mu/M_\infty = 0.1$



شکل ۴-۸. دامنه نوسانات سیکل حدی بر حسب تغییرات فشار آیرودینامیک بی بعد برای ورق با لبه‌های مفصلی مربعی و زاویه آزیموس $\Lambda = 0^\circ$ در $\delta = 0.01$ و $\mu/M_\infty = 0.1$

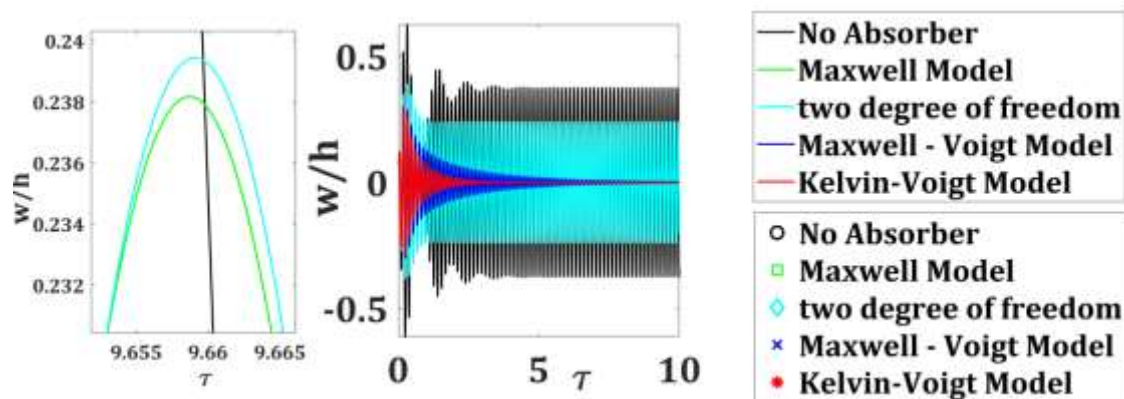
۳-۴ ورق الاستیک با چاه انرژی برای شرایط مرزی متفاوت با زاویه آزیموس صفر

در این بخش به بررسی ورق الاستیک با چند شرط مرزی کاربردی می‌پردازیم و رفتارهای تمامی آنها را در قالب نمودار چندشاخگی مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۱-۳-۴ مدل‌های مختلف چاه انرژی

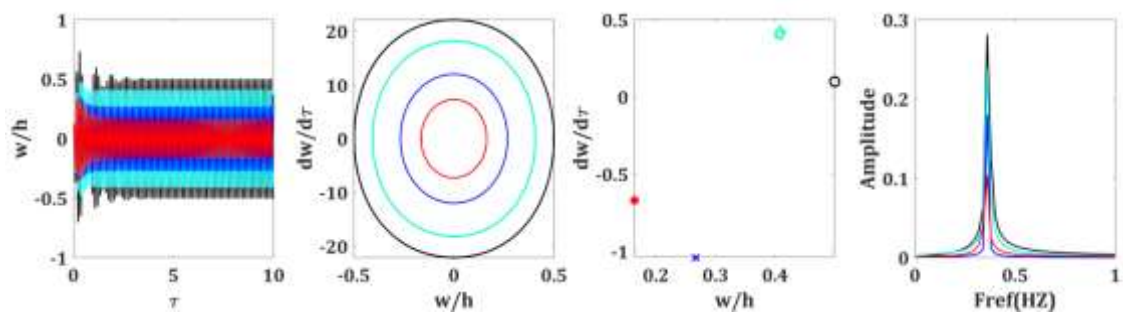
مدل‌های مختلف چاه انرژی غیرخطی می‌توانند رفتار ورق بدون چاه انرژی را بهبود دهند از این رو انتخاب چاه انرژی مناسب می‌تواند رفتارهای نامطلوب ورق بدون چاه را به رفتارهای ساده‌تر تبدیل کند. بنابراین در این رساله چهار مدل چاه انرژی کلوین-ویت، ماکسول، ماکسول-ویت و دو درجه آزادی مورد بررسی قرار گیرد و مدل مناسب انتخاب می‌شود.

شکل ۴-۱۰، در فشار آیرودینامیک $\lambda = 550$ رسم شده است. در این فشار آیرودینامیک ورق بدون چاه انرژی غیرخطی دارای رفتار پریودیک می‌باشد اما با قرار دادن چاه انرژی با مدل‌های ذکر شده رفتار ورق تغییر می‌کند. همانطور که در تاریخچه زمانی نشان داده شده است دو مدل کلین-ویت و ماکسول-ویت نوسانات را از بین می‌برند اما وجود دو مدل ماکسول و دو درجه آزادی، دامنه نوسانات را به مقدار مساوی نسبت به ورق بدون جاذب ارتعاشی کم می‌کنند. برای نشان دادن بهتر این موضوع تاریخچه زمانی در زمان مشخص در سمت چپ شکل رسم شده است که این تفاوت جزئی را نشان می‌دهد.

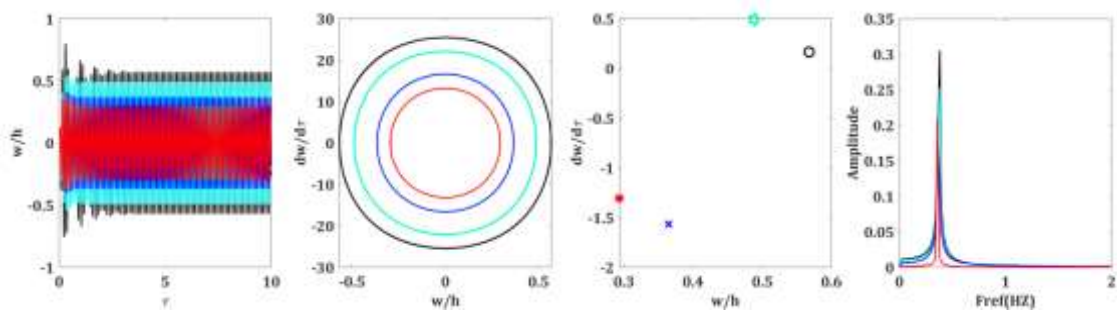


شکل ۴-۱۰. مقایسه تاریخچه زمانی نوسانات سیکل حدی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک با چهار مدل جاذب ارتعاشی در فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 550$

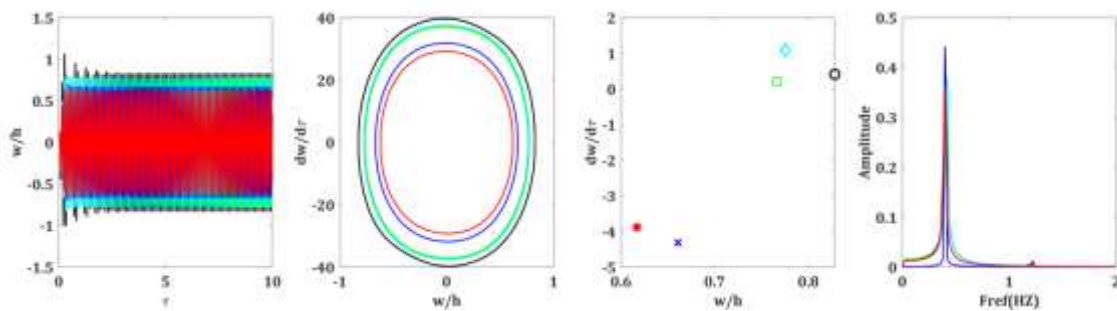
قابل ذکر است که در شکل‌های بعدی علائم و رنگ‌ها برای مدل‌های مختلف جاذب ارتعاشی به مانند شکل ۴-۱۰ خواهد بود.



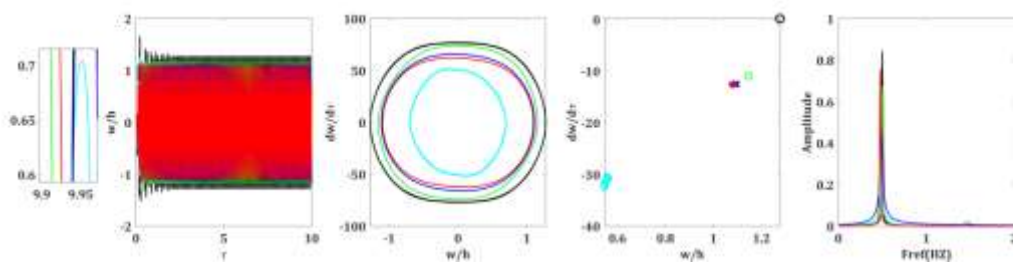
شکل ۴-۱۱. مقایسه تاریخچه زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک با چهار مدل جاذب ارتعاشی در فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 580$



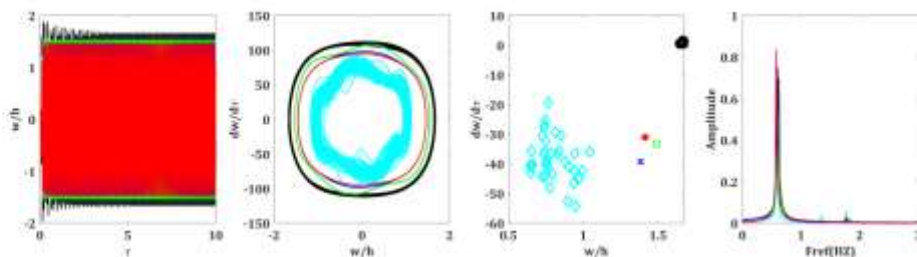
$\lambda = 600$



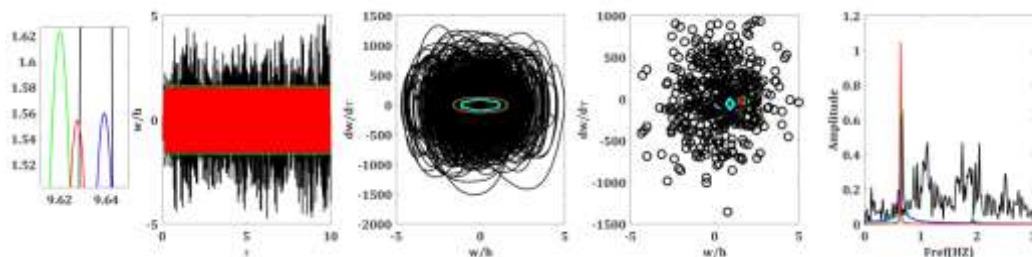
$\lambda = 700$



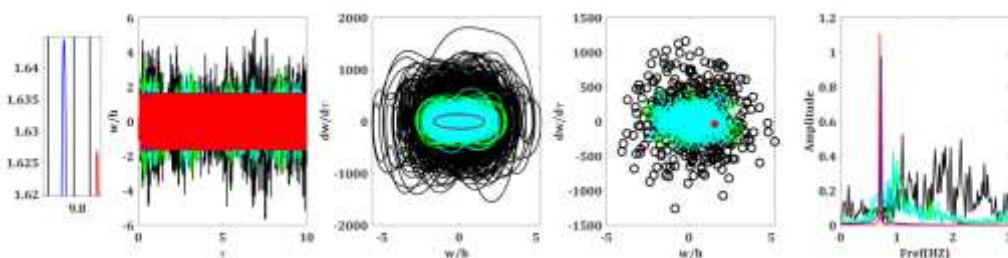
$$\lambda = 1000$$



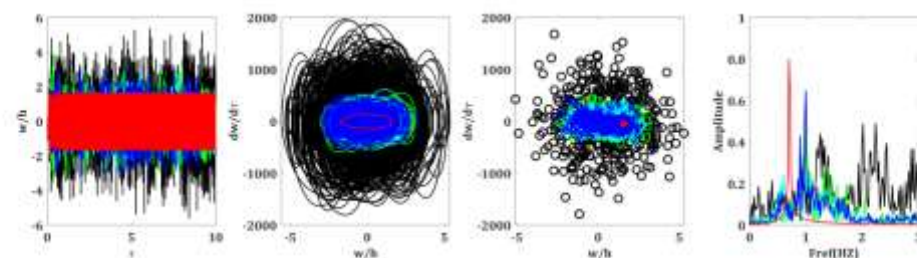
$$\lambda = 1400$$



$$\lambda = 1600$$



$$\lambda = 1800$$



$$\lambda = 1820$$

ادامه شکل

با افزایش فشار آیرودینامیک بی‌بعد، ورق با چاه انرژی غیرخطی شروع به نوسان می‌کند. به طوری که در شکل ۴-۱۱ الف برای فشار آیرودینامیک $\lambda = 580$ مشاهده می‌شود، تمامی مدل‌ها دامنه نوسانات ورق بدون چاه انرژی را به میزان قابل توجه کاهش داده‌اند اما مدل کلون-ویت تاثیر بیشتری بر کاهش نوسانات داشته است. در فشار آیرودینامیک $\lambda = 600$ و $\lambda = 700$ تمامی مدل‌ها با توجه به نمودار

پوانکاره و طیف توانی (شکل ۴-۱۱-ب و ج) دارای رفتار پریودیک با پریود یک می‌باشند که نشان می‌دهد مدل ماکسول-ویت نیز مانند مدل کلین-ویت می‌تواند مدل مناسبی باشد. عملکرد مدل دو درجه آزادی در فشار آیرودینامیک $\lambda = 1000$ در شکل ۴-۱۱-د نشان داده شده است که به این معنی است که استفاده از این مدل بسیار نامطلوب می‌باشد زیرا رفتار پریود یک ورق بدون چاه را به رفتار با پریودهای بالاتر تغییر داده است. با افزایش فشار آیرودینامیک به $\lambda = 1400$ رفتار ورق با چاه انرژی دو درجه آزادی به رفتار آشوبناک نزدیک می‌شود در حالی که ورق بدون چاه دارای رفتار شبه پریودیک می‌باشد (شکل ۴-۱۱-ه)، اما مدل‌های دیگر رفتار مطلوبی را فراهم می‌سازند. در سه شکل بعدی رفتار ورق آشوبناک می‌باشد و در هر فشار آیرودینامیکی یکی از مدل‌ها به رفتار آشوبناک میل می‌کند اما در هر سه "شکل ۴-۱۱-و، ز و ح" مدل کلین-ویت رفتار ورق به صورت پریودیک خواهد بود.

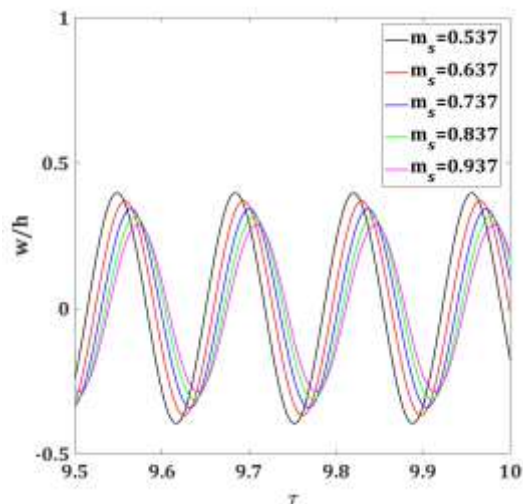
با توجه به تحلیل بالا انتخاب مدل کلین-ویت بعنوان مدل مناسب برای کاهش دامنه نوسانات سیکل حدی ورق و همچنین تغییر رفتار آن بسیار مفید می‌باشد بنابراین از این پس از مدل کلین-ویت برای کنترل غیر فعال ارتعاشات استفاده می‌شود.

۴-۳-۲ ورق الاستیک با چهارلبه لولا

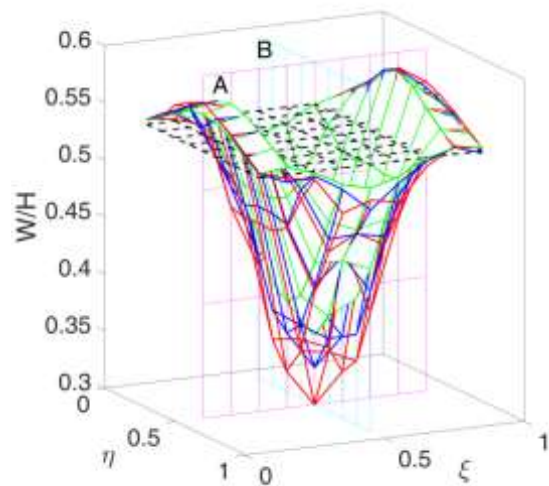
۴-۳-۲-۱ انتخاب مشخصه مناسب چاه انرژی غیرخطی

برای انتخاب مشخصه مناسب برای چاه انرژی از کار واکادیس و همکاران [۱۰۵] استفاده می‌شود. با توجه به نتایج این مقاله، جرم چاه انرژی غیرخطی کمتر از پنج درصد جرم ورق انتخاب شود و سپس در محدوده قابل قبولی جرم را تغییر داده و رفتار ورق در فشارهای آیرودینامیک مختلف بررسی کرد. در شکل ۴-۱۲، در فشار آیرودینامیک $\lambda = 600$ دامنه نوسانات سیکل حدی ورق با و بدون چاه انرژی غیرخطی در سه جرم متفاوت مقایسه شده است. در این شکل دو مقطع در شکل سه بعدی مشخص شده است. مقطع A در جهت جریان و مقطع B عمود بر جهت جریان که نوسانات در این مقاطع در

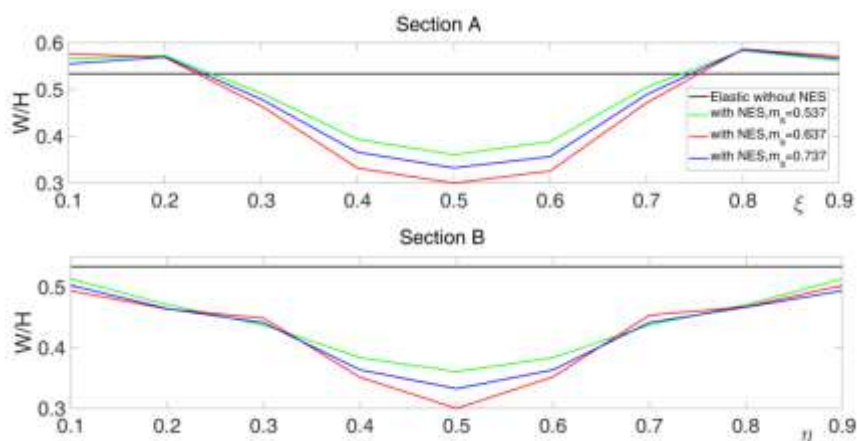
شکل ۴-۱۴ بوضوح آمده است. همانطور که نشان داده شده است، با توجه به شکل ۴-۱۳ با افزایش جرم چاه انرژی غیرخطی، میزان نوسانات بطور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد اما با افزایش فشار آیرودینامیکی بی‌بعد به طوری که حرکت ورق آشوبناک شود، افزایش جرم چاه انرژی غیرخطی، ورق را به سمت ناپایداری هدایت می‌کند.



شکل ۴-۱۳. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 600$ با چاه انرژی غیرخطی با جرم‌های متفاوت



شکل ۴-۱۲. ماکزیمم دامنه بی‌بعد نوسانات سیکل حدی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار $\lambda = 600$ بدون چاه انرژی غیرخطی با جرم‌های متفاوت



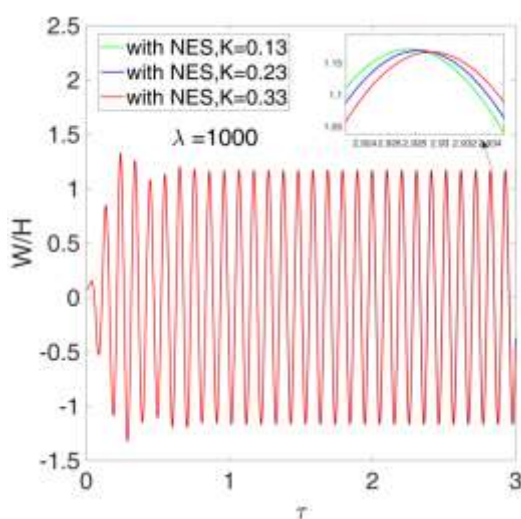
شکل ۴-۱۴. ماکزیمم دامنه بی بعد نوسانات سیکل حدی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار

آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 600$ با و بدون چاه انرژی غیرخطی با جرم‌های متفاوت مقطع A و B

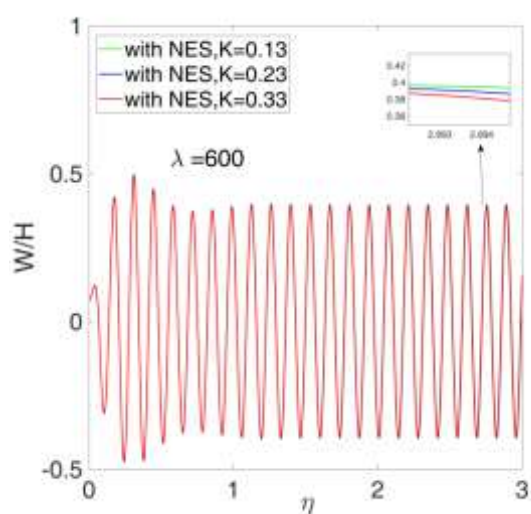
در شکل ۴-۱۲

در شکل ۴-۱۵ تا شکل ۴-۱۸ تاریخچه زمانی برای فشارهای آیرودینامیک $\lambda = 600$ و $\lambda = 1000$ با تغییر مشخصه‌های فنر و میرایی چاه رسم شده و رفتار ورق مورد بررسی قرار گرفته است بطور مثال شکل ۴-۱۵ و شکل ۴-۱۶ با تغییر ضریب سفتی رسم شده‌اند که برای این دو فشار آیرودینامیکی تغییر محسوسی در نتایج مشاهده نمی‌شود.

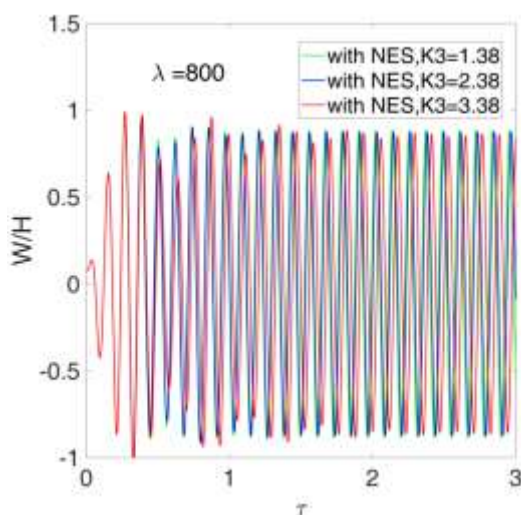
شکل ۴-۱۷ و شکل ۴-۱۸ نیز با تغییر ضریب سفتی غیرخطی رسم شده‌اند که برای فشار آیرودینامیک $\lambda = 600$ تغییر محسوسی در نتایج مشاهده نمی‌شود اما وقتی فشار آیرودینامیک به $\lambda = 800$ افزایش یابد سیستم با اضافه شدن سفتی غیرخطی به مقدار بسیار جزئی تغییر می‌کند.



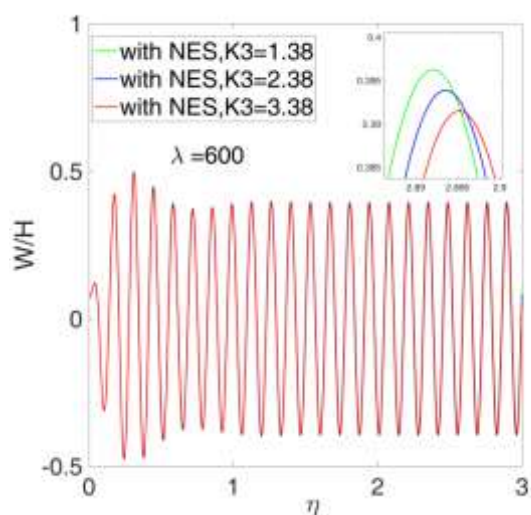
شکل ۴-۱۶. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه
لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد
 $\lambda = 1000$ با چاه انرژی غیرخطی با سفتی‌های خطی
متفاوت



شکل ۴-۱۵. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه
لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد
 $\lambda = 600$ با چاه انرژی غیرخطی با سفتی‌های خطی
متفاوت

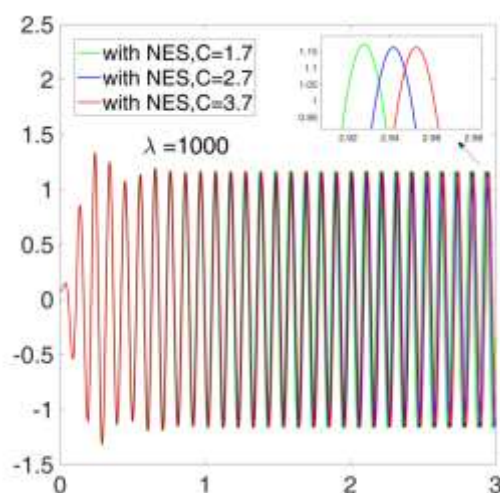


شکل ۴-۱۸. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه
لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد
 $\lambda = 800$ با چاه انرژی غیرخطی با سفتی‌های
غیرخطی متفاوت

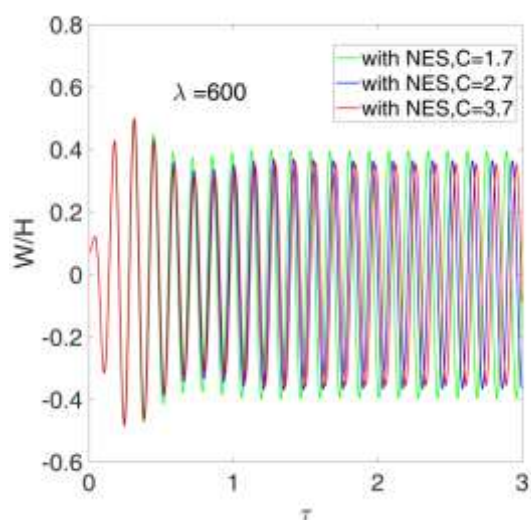


شکل ۴-۱۷. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه
لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد
 $\lambda = 600$ با چاه انرژی غیرخطی با سفتی‌های
غیرخطی متفاوت

شکل ۴-۱۹ و شکل ۴-۲۰ با تغییر ضریب میرایی رسم شده‌اند که برای فشار آیرودینامیک $\lambda = 600$ با افزایش ضریب میرایی دامنه نوسانات کاهش می‌یابد اما با افزایش فشار آیرودینامیک به $\lambda = 1000$ تغییر محسوسی در نتایج مشاهده نمی‌شود.



شکل ۴-۲۰. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 1000$ با چاه انرژی غیرخطی با میرایی‌های متفاوت



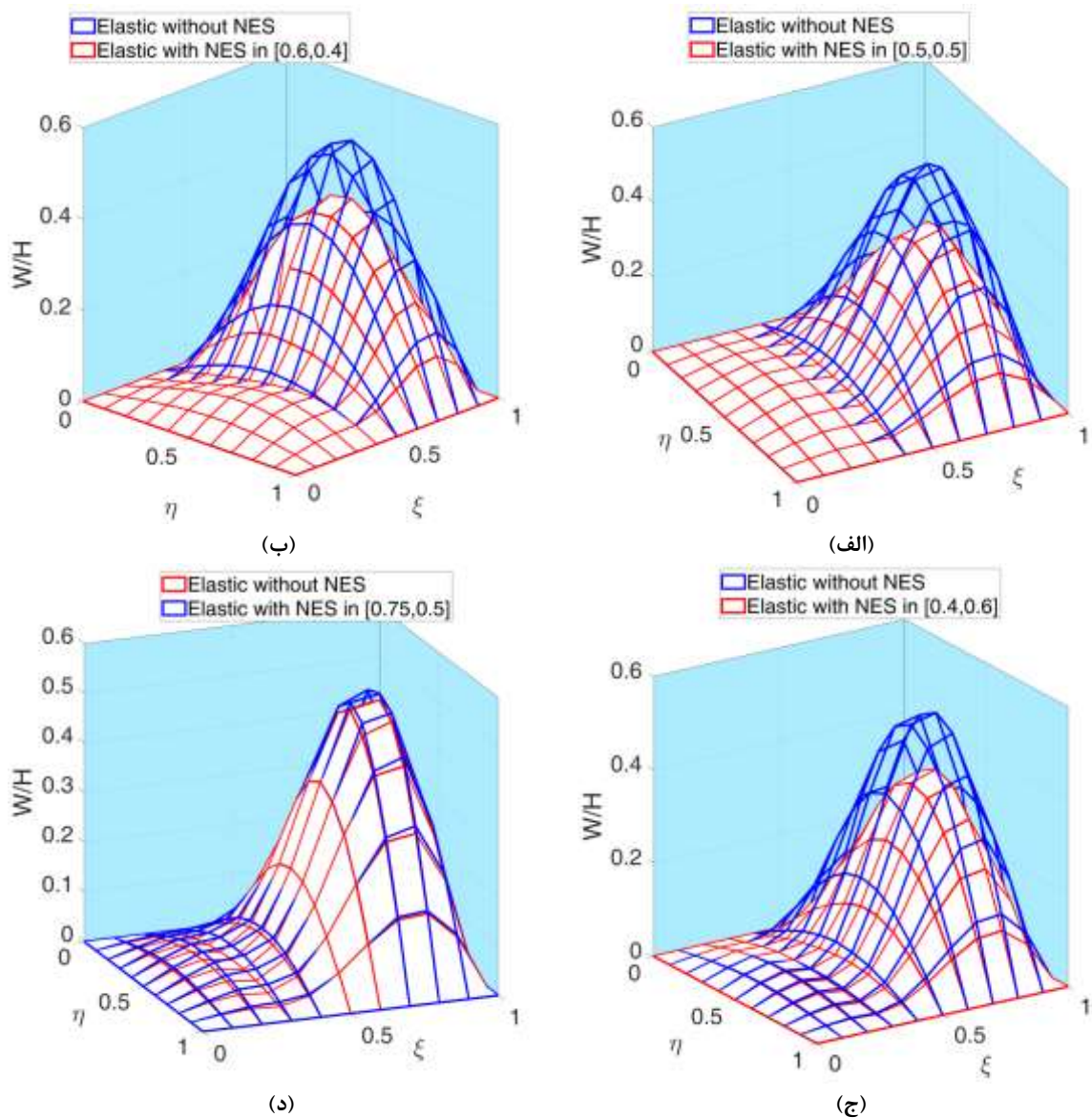
شکل ۴-۱۹. تاریخچه زمانی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 600$ با چاه انرژی غیرخطی با میرایی‌های متفاوت

۴-۲-۳-۲ انتخاب موقعیت مناسب چاه انرژی غیرخطی

در این بخش استفاده از چاه انرژی غیرخطی در شرایط مرزی چهارلبه لولا، چهارلبه گیردار، سه لبه گیردار-یک لبه لولا و دو لبه لولا-دو لبه گیردار مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در ابتدا انتخاب مشخصه‌های مناسب برای چاه انرژی غیرخطی مورد مطالعه قرار می‌گیرد سپس رفتار ورق با جایگذاری چاه انرژی غیرخطی در موقعیت‌های متفاوت مورد بررسی قرار می‌گیرد و موقعیت مناسب شناسایی می‌گردد.

با توجه به شکل ۴-۲۱ در فشار آیرودینامیک بی‌بعد $\lambda = 600$ جابجایی‌های عرضی تمامی نقاط ورق بدون در نظر گرفتن چاه انرژی غیرخطی و با چاه انرژی غیرخطی در چهار موقعیت مورد بررسی قرار

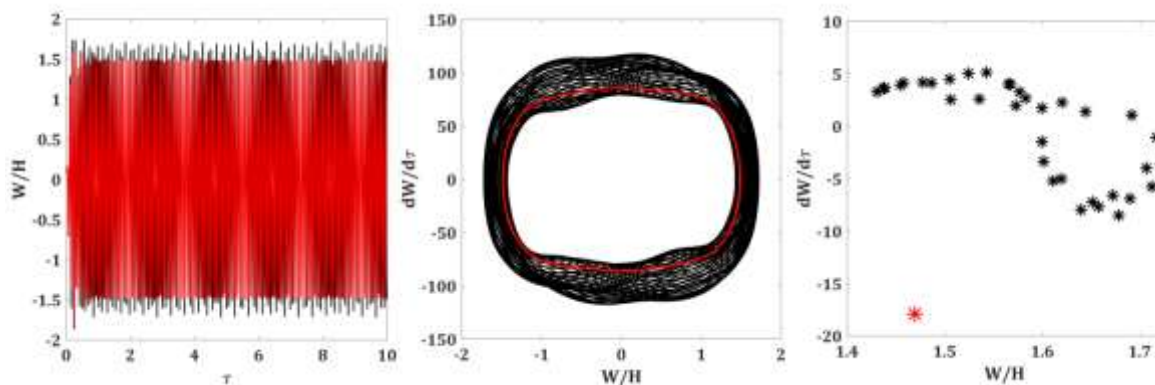
گرفت. خطوط آبی مربوط به ورق بدون چاه انرژی غیرخطی است که نشان می‌دهد در جهت جریان آیرودینامیک در نقطه‌ای به طول 0.75 و عرض 0.5 جابجایی عرضی ماکزیمم است بنابراین از این پس موقعیت $[0.75-0.5]$ را برای تعیین رفتار ورق مورد مطالعه قرار می‌دهیم.



شکل ۴-۲۱. دامنه بی بعد نوسانات سیکل حدی تمامی نقاط ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 600$ با و بدون چاه انرژی غیرخطی در موقعیت الف) $[0.5-0.5]$ ب) $[0.5-0.4]$ ج) $[0.6-0.4]$ د) $[0.75-0.5]$ و جهت جریان $\Lambda = 0$

حال با استفاده از چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[0/5-0/5]$ ، $[0/6-0/4]$ و $[0/4-0/6]$ طبق شکل ۴-۲۱ (الف-ج) جابجایی عرضی بطور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. با توجه به شکل ۴-۲۱-د با در نظر موقعیت چاه انرژی غیرخطی در نقطه $[0/75-0/5]$ بعنوان محل وقوع ماکزیمم دامنه نوسانات ورق تفاوت چندانی با ارتعاشات ورق بدون چاه ندارد. بنابراین اطراف جابجایی ماکزیمم ورق بطور مثال موقعیت $[0/6-0/4]$ و $[0/4-0/6]$ می‌تواند برای جایگذاری چاه انرژی غیرخطی مناسب باشد.

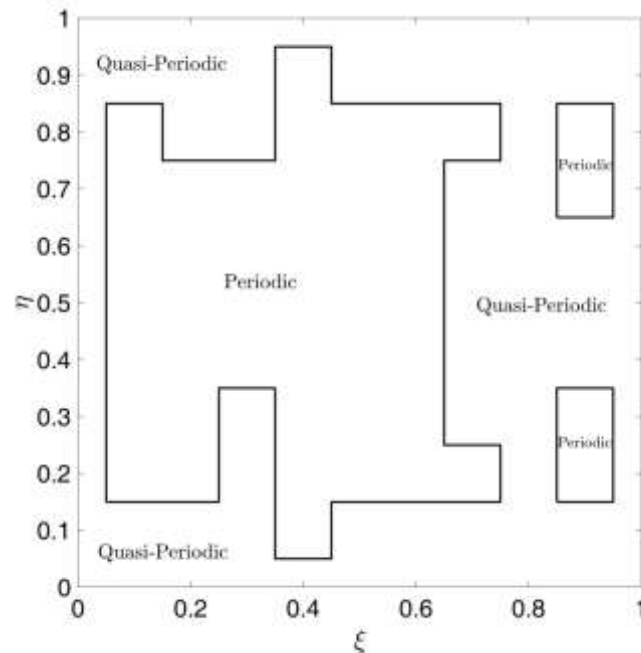
در شکل ۴-۲۲ نمودار تاریخچه زمانی، فضای فازی و مقطع پوانکاره در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 1280$ رسم شده است. رنگ مشکی مربوط به ورق بدون چاه و رنگ قرمز مربوط به ورق با چاه در موقعیت $[0/6-0/4]$ می‌باشد. همانطوری که مشخص است، ورق الاستیک بدون چاه انرژی غیرخطی، رفتاری شبه پریودیک دارد، اما با استفاده از چاه انرژی غیرخطی رفتار ورق، پریودیک با پریود یک خواهد شد. بنابراین این تغییر رفتار برای موقعیت‌های مختلف قرارگیری چاه انرژی غیرخطی در ورق حائز اهمیت است که این تغییر رفتار در شکل ۴-۲۳ مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۴-۲۲. رفتار ورق الاستیک مربعی بدون چاه غیرخطی در فشار آیرودینامیک بی‌بعد $\lambda = 1280$ و $\Lambda = 0^\circ$ و مقایسه با رفتار ورق با چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[0/6-0/4]$

با توجه به رفتار ورق بدون چاه که شبه پریودیک می‌باشد، تغییر رفتار ورق با جایگذاری چاه انرژی غیرخطی با مشخصه‌های ثابت و در موقعیت‌های مختلف مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد. جهت جریان آیرودینامیکی مافوق صوت از چپ به راست و با زاویه آزمون $\Lambda = 0^\circ$ بوده است. بنابراین

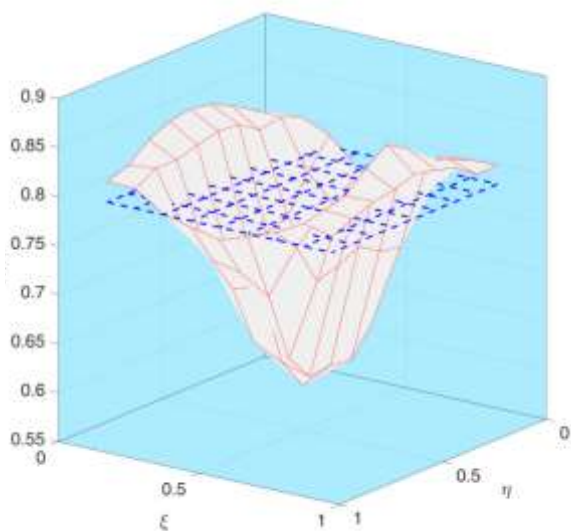
جایگذاری چاه در هر کدام از نقاط رفتار ورق را یا تبدیل به پریودیک کرده است یا بدون تغییر رفتار باقی مانده است. بنابر اطلاعات شکل ۴-۲۳، موقعیت در نزدیکی مرکز ورق جزء این تغییر رفتار بوده و می‌تواند موقعیت مناسب برای قرار گرفتن چاه انرژی می‌باشد.



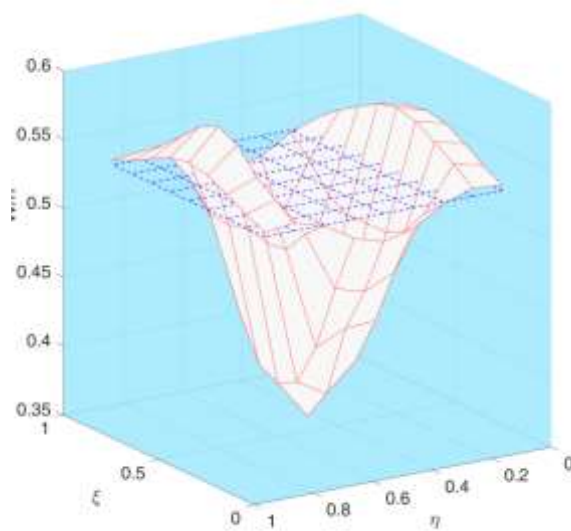
شکل ۴-۲۳. تغییر رفتار ورق الاستیک مربعی با چاه غیرخطی در تمامی موقعیت‌های ورق در فشار آیرودینامیک بی‌بعد $\lambda = 1280$ و $\Lambda = 0^\circ$

برای بررسی بیشتر، در شش فشار آیرودینامیک بی‌بعد $\lambda = 600$ در شکل ۴-۲۴ (الف)، $\lambda = 700$ در شکل ۴-۲۴ (ب)، $\lambda = 800$ در شکل ۴-۲۴ (ج)، $\lambda = 900$ در شکل ۴-۲۴ (د)، $\lambda = 1000$ در شکل ۴-۲۴ (ه) و $\lambda = 1100$ در شکل ۴-۲۴ (و) که رفتار ورق الاستیک پریودیک با پریودیک می‌باشد، دامنه بی‌بعد نوسانات سیکل حدی رسم شده است. در این شکل‌ها خط چین آبی مربوط به اندازه دامنه نوسانات سیکل حدی در فشار آیرودینامیک بی‌بعد مربوطه می‌باشد و با نصب چاه انرژی در موقعیت‌های مختلف، دامنه نوسانات سیکل حدی تغییر می‌کند که با خط قرمز مشخص شده است. با توجه به شکل‌های شکل ۴-۲۴، هر چه محل نصب به میانه ورق نزدیک می‌شود، اندازه نوسانات

کاهش می‌یابد. بنابراین در نمودارهای چندشاخه‌گی پیش رو، محل نصب چاه انرژی در همین ناحیه انتخاب خواهد شد.

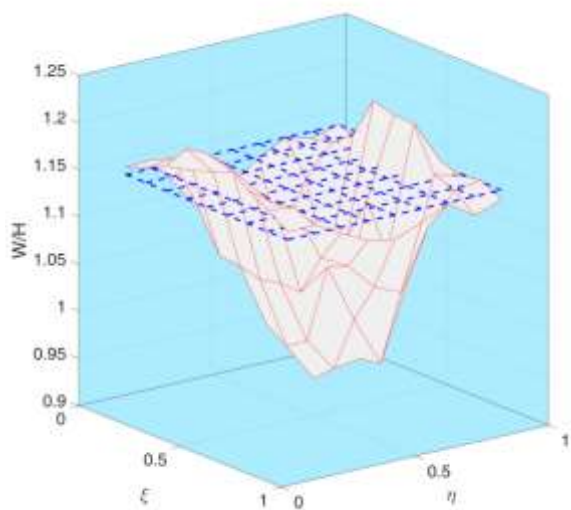


(ب)

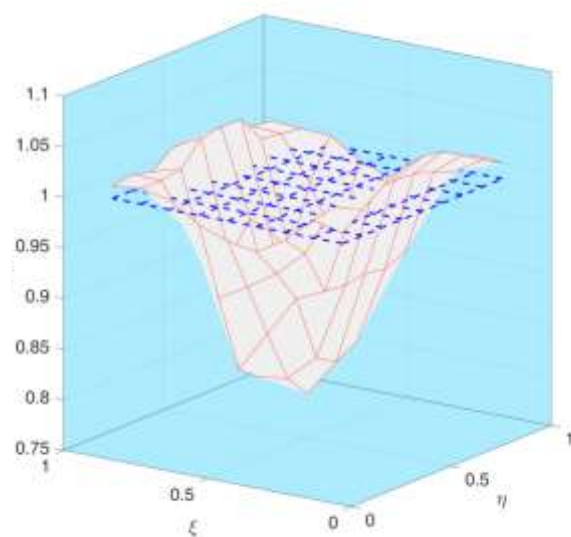


(الف)

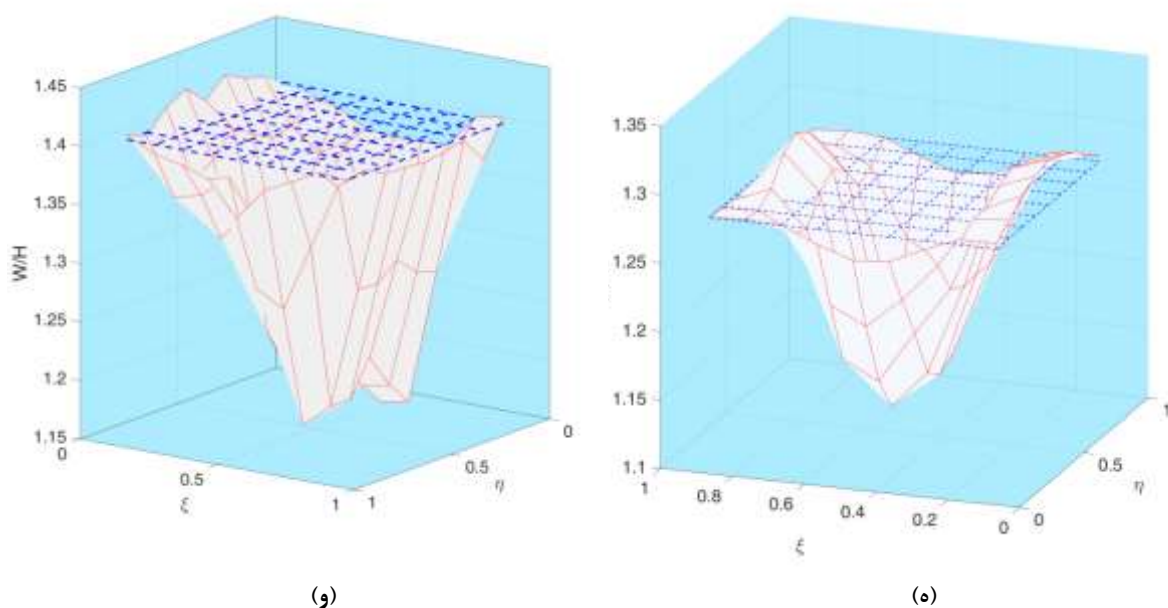
شکل ۴-۲۴. ماکزیمم دامنه بی بعد نوسانات سیکل حدی ورق مربعی چهارلبه لولای الاستیک با و بدون چاه انرژی غیرخطی در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد الف) $\lambda = 600$ ب) $\lambda = 700$ ج) $\lambda = 800$ د) $\lambda = 900$ ه) $\lambda = 1000$ و $\lambda = 1100$ و جهت جریان $\Lambda = 0$



(د)



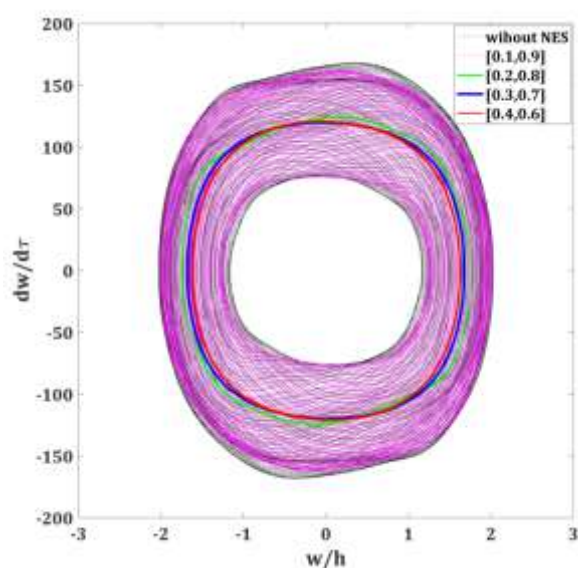
(ج)



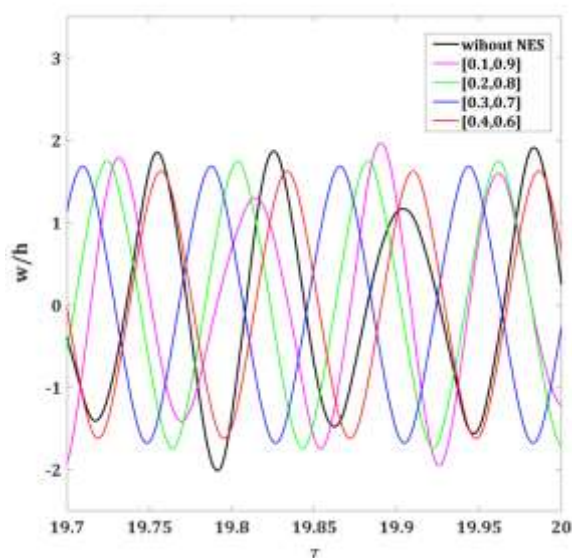
ادامه شکل

تا اینجا با در نظر گرفتن رفتار سیکل حدی به انتخاب موقعیت مناسب برای جایدهی چاه انرژی غیرخطی پرداخته شد اما تغییر رفتار ورق از حالات پیچیده به رفتارهای ساده‌تر نیز می‌تواند ملاک انتخاب موقعیت مناسب باشد، بنابراین در شکل ۴-۲۵ چهار موقعیت متفاوت چاه انرژی غیرخطی و همچنین در جدول ۴-۲، شانزده نقطه در ده فشار آیرودینامیکی بی‌بعد مورد بررسی قرار گرفت و تغییر رفتار آنها نسبت به حالت بدون چاه انرژی غیرخطی مقایسه گردید.

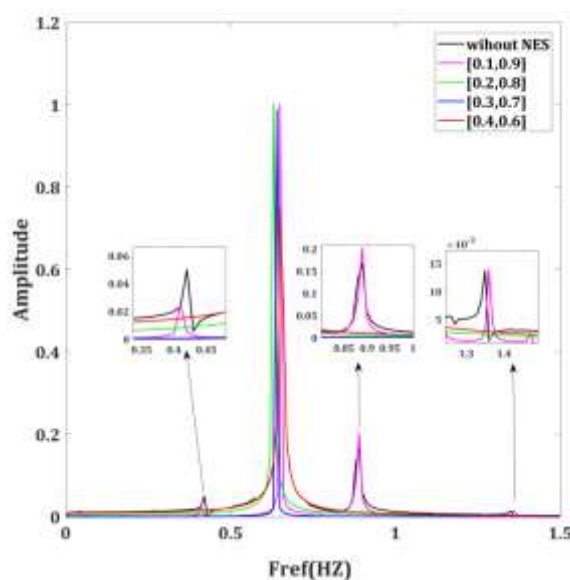
در شکل ۴-۲۵ برای این منظور چهار موقعیت متفاوت برای جایدهی چاه انتخاب شده است که به ترتیب نقاط $[0/1-0/9]$ (رنگ ارغوانی)، $[0/2-0/8]$ (رنگ سبز)، $[0/3-0/7]$ (رنگ آبی) و $[0/4-0/6]$ (رنگ قرمز) می‌باشند و تغییر رفتارهای آنها نسبت به ورق بدون چاه انرژی غیرخطی مقایسه گردید.



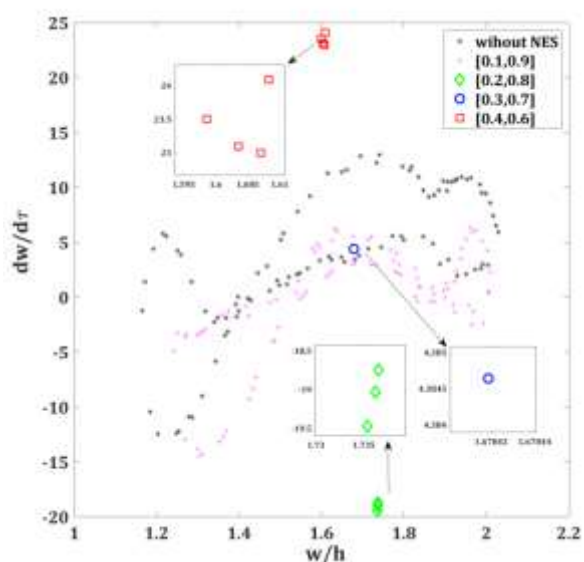
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل ۴-۲۵. الف) پاسخ زمانی (ب) فضای فازی (ج) مقطع پوانکاره (د) طیف توانی در فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 1520$ در ورق چهارلبه لولا با و بدون چاه انرژی غیرخطی در موقعیت‌های مختلف

در شکل ۴-۲۵ در فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 1520$ رفتار ورق چهارلبه لولا با و بدون چاه انرژی غیرخطی مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل ۴-۲۵ الف تاریخچه زمانی رسم شده که نشان می‌دهد دامنه نوسانات ورق بدون چاه انرژی غیرخطی بیشتر از زمانی که چاه انرژی غیرخطی استفاده شده

می‌باشد. موقعیت $[0/1-0/9]$ برای چاه انرژی غیرخطی رفتاری نزدیک به رفتار ورق بدون چاه انرژی غیرخطی را نشان می‌دهد اما برای موقعیت $[0/2-0/8]$ ، $[0/3-0/7]$ و $[0/4-0/6]$ رفتار ورق به رفتار با پریود پایین‌تر تغییر یافته است.

در شکل ۴-۲۵ ب نمودار فضای فازی رسم شده است که تغییر رفتار توضیح داده شده را بهتر نشان می‌دهد. در شکل ۴-۲۵ ج مقطع پوانکاره نشان دهنده این است که تغییر رفتار سیستم از رفتار شبه پریودیک به رفتار با پریود سه در ورق با چاه در موقعیت $[0/2-0/8]$ و به رفتار با پریود یک در موقعیت $[0/3-0/7]$ و به رفتار با پریود چهار در $[0/4-0/6]$ می‌باشد. همانطوری که مشاهده می‌شود موقعیت $[0/1-0/9]$ برای چاه انرژی غیرخطی تغییر رفتاری را در ورق به وجود نیاورده است.

در شکل ۴-۲۵ د، خیزک‌هایی که در نمودار طیف توانی ورق بدون چاه انرژی غیرخطی و با چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[0/1-0/9]$ مشاهده می‌شود نشان دهنده حرکت شبه پریودیک است اما این خیزک‌ها در موقعیت‌های دیگر چاه انرژی غیرخطی وجود ندارد بنابراین رفتار ورق به رفتارهای ساده‌تر تغییر می‌یابد.

با توجه به جدول ۴-۲ در فشار آیرودینامیکی $\lambda = 540$ ، چهار موقعیت چاه انرژی غیرخطی $\{[0/4-0/4], [0/4-0/6], [0/6-0/4], [0/6-0/6]\}$ رفتار سیستم را از پریود یک به حالت پایدار تغییر می‌دهند. با توجه به دامنه ارتعاشات بیشتر در وسط ورق انتظار می‌رفت هر چه به وسط ورق نزدیک‌تر می‌شویم چاه انرژی غیرخطی عملکرد بهتری داشته باشد که اینطور شد.

در فشارهای آیرودینامیکی $\lambda = 900$ و $\lambda = 1000$ تغییر رفتار مشاهده نمی‌شود اما دامنه نوسانات کاهش یافته است. در فشار $\lambda = 1110$ حرکت پریود چهار ورق بدون چاه انرژی غیرخطی در بسیاری نقاط بجز $\{[0/4-0/2], [0/4-0/8]\}$ به پریود یک تغییر می‌یابد اما در این نقاط حرکت به شبه پریودیک تبدیل می‌شود که این تغییر رفتار اثر نامطلوب قرارگیری چاه انرژی غیرخطی در این فشار آیرودینامیکی در این نقاط را نشان می‌دهد.

در فشار آیرودینامیکی $\lambda = 1275$ ، حرکت شبه پریودیک زمانی که چاه انرژی غیرخطی در موقعیت‌های $\{[0.2-0.2], [0.2-0.8]\}$ قرار می‌گیرد به حرکت با پریود دو و در چهار موقعیت $\{[0.8-0.2], [0.8-0.4], [0.8-0.6], [0.8-0.8]\}$ به حرکت شبه پریودیک و در باقی نقاط به پریود یک تبدیل می‌گردد. این فشار آیرودینامیکی نشان می‌دهد که وقتی موقعیت چاه در جهت جریان آیرودینامیکی تغییر یابد در انتها که موقعیت $\xi = 0.8$ می‌باشد رفتار سیستم به رفتار ورق بدون چاه انرژی غیرخطی نزدیک می‌گردد اما با این وجود دامنه نوسانات کاهش می‌یابد.

در فشار آیرودینامیک $\lambda = 1500$ ، حرکت شبه پریودیک در ورق بدون چاه، با استفاده از چاه در بیشتر نقاط مزبور به حرکت پریود یک تبدیل می‌شود، که بجز در موقعیت‌های $\{[0.4-0.2], [0.4-0.8]\}$ تغییر رفتاری مشاهده نمی‌شود.

با افزایش فشار آیرودینامیکی بی‌بعد رفتار ورق بدون چاه به حرکت آشوبناک تبدیل می‌گردد و تغییر رفتار به وجود آمده بواسطه وجود چاه انرژی غیرخطی بسیار چشم گیر می‌باشد. در فشار آیرودینامیکی $\lambda = 1570$ ، حرکت آشوبناک ورق بدون چاه با استفاده از چاه در موقعیت‌های $\{[0.8-0.2], [0.8-0.4], [0.8-0.6], [0.8-0.8]\}$ بدون تغییر باقی می‌ماند اما برای موقعیت‌های $\{[0.6-0.2], [0.6-0.4], [0.6-0.6], [0.6-0.8]\}$ به پریود یک تبدیل می‌شود و در باقی موقعیت‌های چاه انرژی غیرخطی به حرکت شبه پریودیک تبدیل می‌شود.

در فشار آیرودینامیکی $\lambda = 1645$ ، حرکت آشوبناک در حالت بدون چاه و در بسیاری از نقاط آشوبناک می‌باشد اما با نصب چاه در موقعیت‌های $\{[0.6-0.4], [0.6-0.6]\}$ به رفتار پریود یک و در نقاط $\{[0.2-0.4], [0.2-0.6], [0.4-0.4], [0.4-0.6], [0.6-0.2], [0.6-0.8]\}$ به رفتار شبه پریودیک تبدیل می‌شود. در فشار آیرودینامیک $\lambda = 1900$ ، در رفتار ورق با وجود چاه انرژی غیرخطی تغییری ایجاد نمی‌شود.

جدول ۴-۲ تغییر رفتار ورق با جایگذاری جاذب در موقعیت های مختلف

موقعیت چاه انرژی	فشار آیرودینامیک بی بعد (λ)									
	$\lambda = 54.0$	$\lambda = 90.0$	$\lambda = 100.0$	$\lambda = 111.0$	$\lambda = 127.5$	$\lambda = 140.0$	$\lambda = 150.0$	$\lambda = 157.0$	$\lambda = 164.5$	$\lambda = 190.0$
بدون چاه	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود چهار	شبه پریودیک	پریود یک	شبه پریودیک	شبه آشوبناک	آشوبناک	آشوبناک
[۰/۲-۰/۲]	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود دو	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	آشوبناک	آشوبناک
[۰/۲-۰/۴]	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	شبه پریودیک	آشوبناک
[۰/۲-۰/۶]	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	شبه پریودیک	آشوبناک
[۰/۲-۰/۸]	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود دو	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	آشوبناک	آشوبناک
[۰/۴-۰/۲]	پریود یک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	شبه پریودیک	آشوبناک	آشوبناک
[۰/۴-۰/۴]	پایا	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	شبه پریودیک	آشوبناک
[۰/۴-۰/۶]	پایا	پریود یک	پریود یک	پریود دو	پریود یک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	شبه پریودیک	آشوبناک
[۰/۴-۰/۸]	پریود یک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	شبه پریودیک	آشوبناک	آشوبناک
[۰/۶-۰/۲]	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	آشوبناک
[۰/۶-۰/۴]	پایا	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	آشوبناک
[۰/۶-۰/۶]	پایا	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	آشوبناک
[۰/۶-۰/۸]	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	آشوبناک
[۰/۸-۰/۲]	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	پریود یک	پریود یک	آشوبناک	آشوبناک	آشوبناک
[۰/۸-۰/۴]	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	پریود یک	پریود یک	آشوبناک	آشوبناک	آشوبناک
[۰/۸-۰/۶]	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	پریود یک	پریود یک	آشوبناک	آشوبناک	آشوبناک
[۰/۸-۰/۸]	پریود یک	پریود یک	پریود یک	پریود یک	شبه پریودیک	پریود یک	پریود یک	آشوبناک	آشوبناک	آشوبناک

بنابراین طبق موارد ذکر شده انتخاب چاه انرژی غیرخطی در موقعیت [۰/۶-۰/۴] می تواند بسیار

مفید باشد.

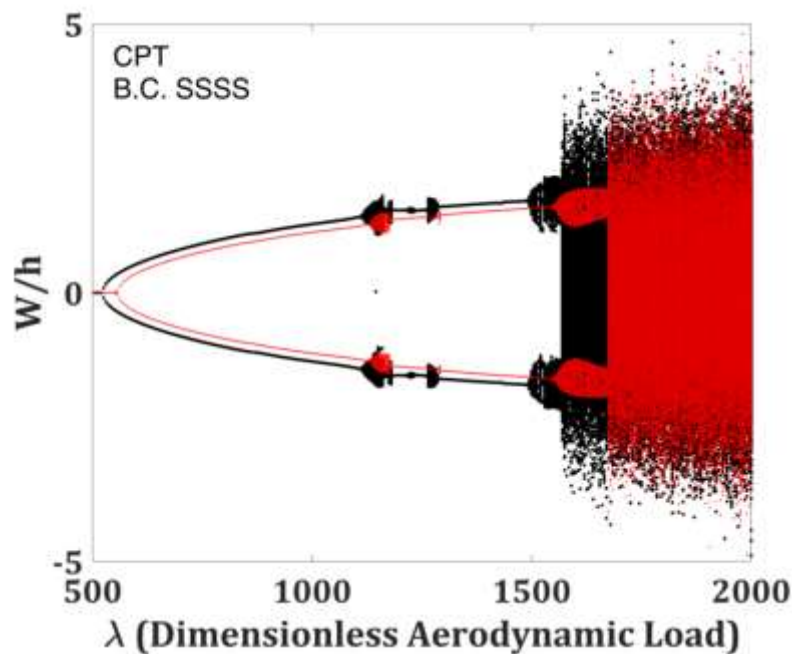
۳-۲-۳-۴ نمودار انشعابات

در این دیاگرام انشعابات بطور تدریجی از فشار آیرودینامیکی بی‌بعد ۵۰۰ تا ۲۰۰۰ و با بازه‌ای به‌اندازه ۵ برای رفتار دینامیکی ورق با شرایط مرزی چهارلبه لولا رسم شده است. خط سیاه رنگ مربوط به ورق بدون چاه انرژی غیرخطی و خط قرمز رنگ مربوط به ورق با چاه انرژی غیرخطی می‌باشد. نسبت منظری یک، برای فشار آیرودینامیکی بی‌بعد از $\lambda = 5$ تا $\lambda = 2000$ برای نسبت منظر $\varphi = 0.5$ با بازه‌های $\Delta\lambda = 5$ ، برای فشار آیرودینامیکی بی‌بعد از $\lambda = 1000$ تا $\lambda = 6000$ برای نسبت منظر $\varphi = 2$ با بازه‌های $\Delta\lambda = 25$ ، برای فشار آیرودینامیکی بی‌بعد از $\lambda = 4000$ تا $\lambda = 8000$ با بازه‌های $\Delta\lambda = 20$ برای نسبت منظر $\varphi = 4$ رسم شده است.

۳-۲-۳-۴-۱ نسبت منظری $\varphi = 1$

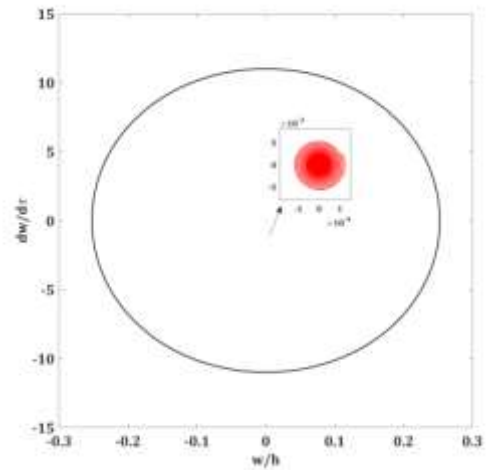
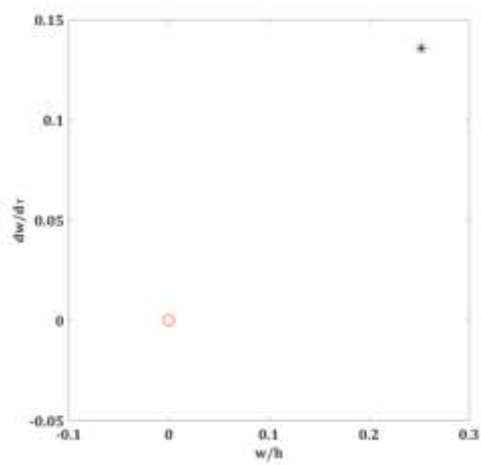
برای ورق با نسبت منظری یک در حضور چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[0.5-0.5]$ ، $[0.4-0.6]$ و $[0.4-0.6]$ نمودار انشعابات رسم شد.

در شکل ۴-۲۶ نمودار انشعابات ورق مربعی ایزوتروپیک را مشاهده می‌شود که چاه انرژی غیرخطی در موقعیت وسط ورق متصل شده است. شمای کلی نمودار تاخیر در وقوع فلاتر و حرکت آشوبناک در ورق با استفاده از چاه انرژی غیرخطی را نشان می‌دهد. با افزایش پارامتر کنترلی به ۵۱۲ $\lambda =$ در ورق الاستیک انشعاب هوف (فلاتر) رخ داده است. با افزایش تدریجی پارامتر کنترلی میزان نوسانات افزایش یافته تا $\lambda = 1110$ تغییر رفتار در ورق رخ می‌دهد. این تغییر رفتار از حرکات ساده پریودیک به حرکات پیچیده نظیر شبه پریودیک و آشوبناک تا $\lambda = 1180$ ادامه می‌یابد، سپس در محدوده $1260 < \lambda < 1185$ حرکت پریودیک خواهد شد اما دوباره تا $\lambda = 1290$ نوع حرکت از پریود ساده خارج می‌گردد. در بازه $1485 < \lambda < 1290$ حرکت با پریود یک می‌باشد که پس از آن ورق شروع به حرکت شبه پریودیک و بعد از آن آشوبناک خواهد بود.

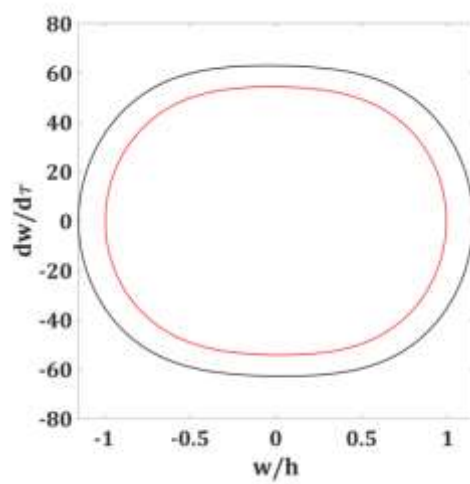
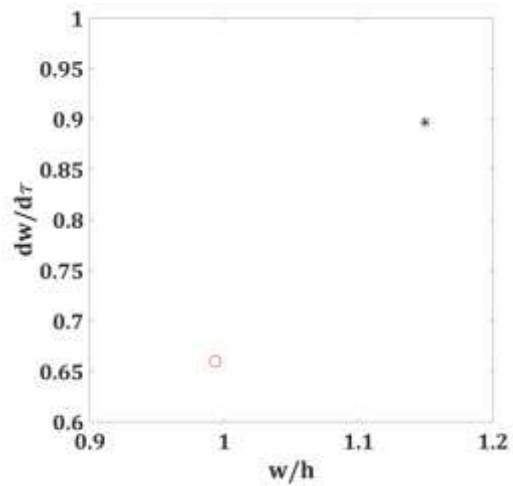


شکل ۴-۲۶. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.5-0.5]$

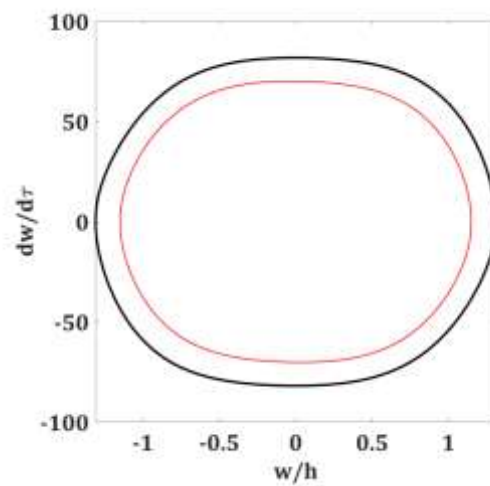
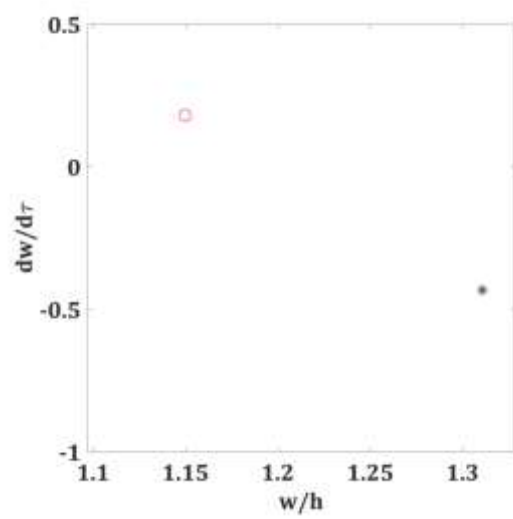
با توجه به چاه انرژی غیرخطی متصل به وسط ورق تغییر رفتارها را با نمودار فضای فازی و مقطع پوانکاره به ترتیب مورد توجه قرار گرفت. بطور مثال در فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 540$ همانطور که در نمودار فضای فازی در شکل ۴-۲۷ الف مشاهده می شود ارتعاشات میرا شده است. با افزایش بیشتر پارامتر کنترلی در $\lambda_{cr} = 555$ ورق با چاه انرژی غیرخطی دچار فلاتر می گردد. در فشار آیرودینامیکی بالاتر از فشار آیرودینامیک بحرانی تا $\lambda = 1125$ رفتار ورق با چاه انرژی غیرخطی بصورت حرکت پریودیک ساده می باشد. برای نشان دادن رفتار ورق در حضور چاه انرژی غیرخطی، در این محدوده در شکل ۴-۲۷ (ب و ج) فضای فازی و مقطع پوانکاره بترتیب برای فشارهای آیرودینامیکی $\lambda = 900$ و $\lambda = 1030$ رسم شده است که حرکت با پریودیک را نشان می دهد.



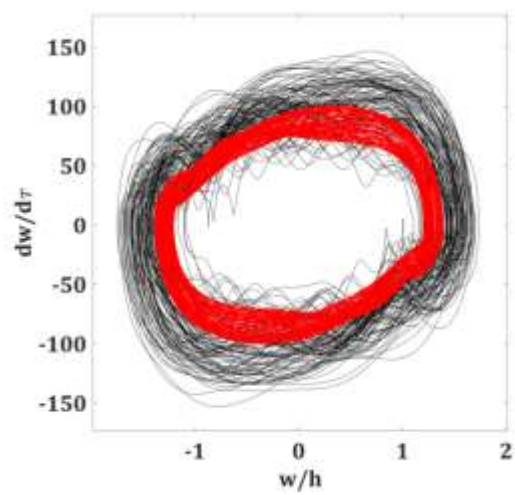
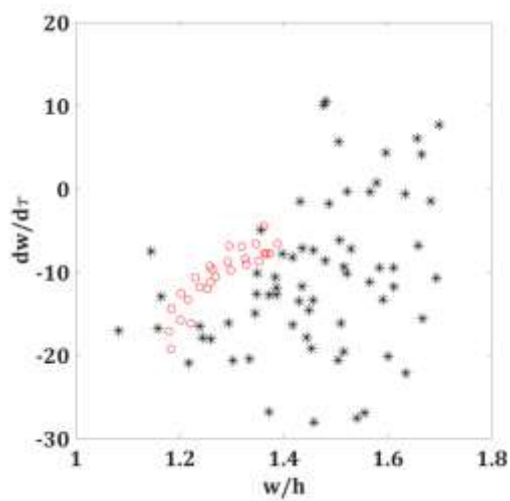
شکل ۴-۲۷. فضای فازی و مقطع پوانکاره در ورق چهارلبه لولا با و بدون چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $\lambda = 540$ (الف) در فشار آیرودینامیکی بی بعد الف) $[0.5 - 0.5]$



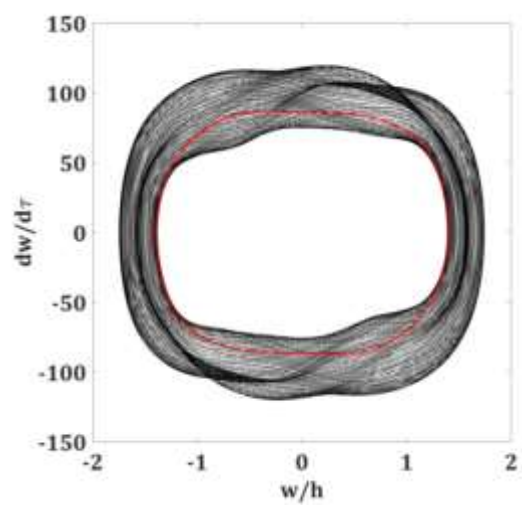
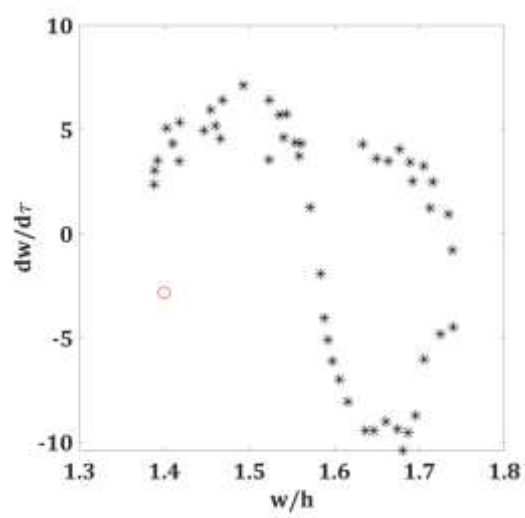
ب) $\lambda = 900$



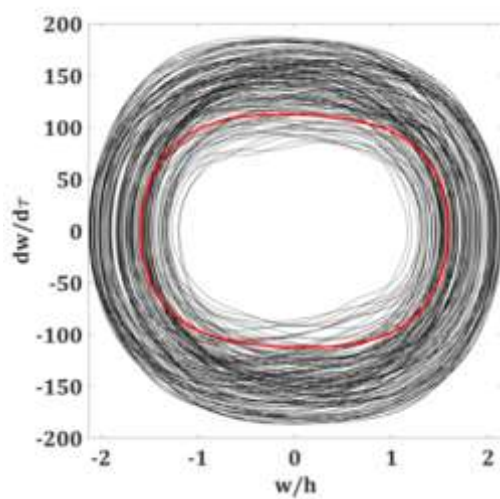
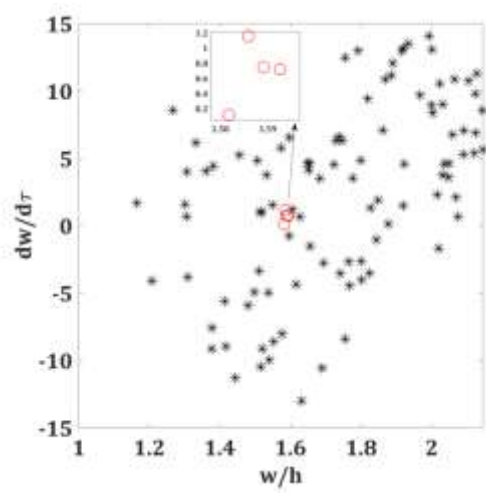
$$\lambda = 1.30 \text{ (c)}$$



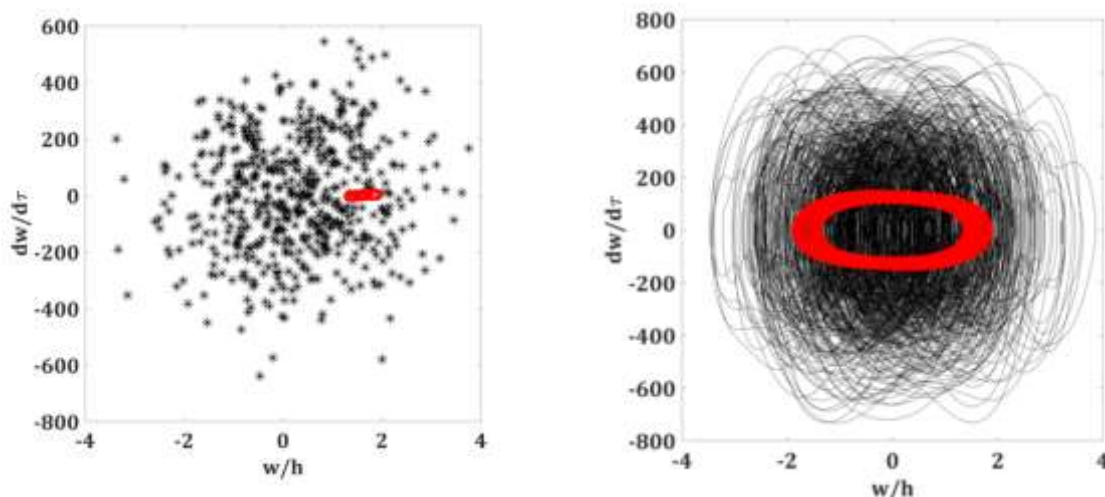
$$\lambda = 1.15 \text{ (c)}$$



$$\lambda = 1275.6$$



$$\lambda = 1540.9$$



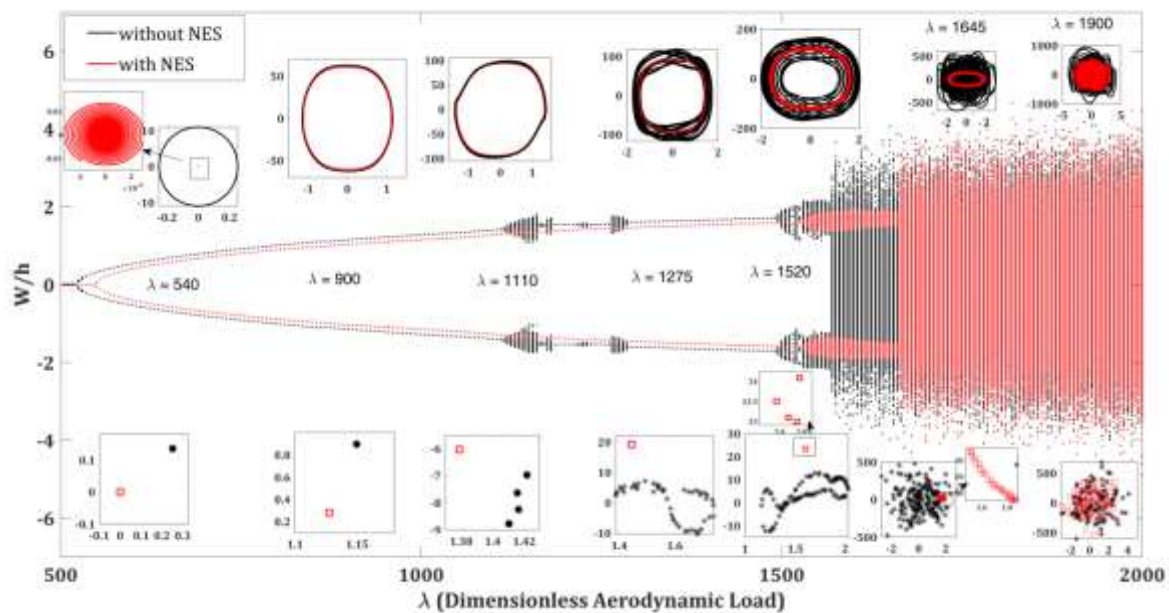
$$\lambda = 1685 \text{ (ز)}$$

حرکت ورق در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد در بازه $1175 < \lambda < 1125$ با چاه انرژی، شبه پریودیک یا آشوبناک خواهد بود به طوری که در مقابل، ورق بدون چاه در دامنه بیشتری از فشارهای آیرودینامیکی دارای رفتار شبه پریودیک می‌باشد. برای نمونه شکل ۴-۲۷-د نشان می‌دهد که حرکت آشوبناک در ورق بدون چاه در فشار آیرودینامیک $\lambda = 1150$ با حضور چاه انرژی غیرخطی به رفتار شبه پریودیک تبدیل می‌شود.

سپس دوباره رفتار ورق با حضور چاه انرژی غیرخطی بصورت پریود ساده می‌شود در حالی که در برخی نقاط حرکت شبه پریودیک در ورق بدون چاه مشهود است. شکل ۴-۲۷-ه مؤید این موضوع است، به طوری که در فشار آیرودینامیک $\lambda = 1275$ سیکل بسته از نقاط در مقطع پوانکاره که نشان دهنده حرکت شبه پریودیک ورق بدون چاه است به یک نقطه در ورق با چاه تبدیل می‌شود که نشان دهنده حرکت با پریود یک می‌باشد.

با افزایش پارامتر کنترلی به غیر از $\lambda = 1290$ تا $\lambda = 1550$ حرکت ورق بدون چاه پریودیک می‌باشد. تاخیر در وقوع حرکت شبه پریودیک و آشوبناک در شکل مشهود است. بطور مثال در شکل ۴-۲۷-و، در فشار آیرودینامیک بی‌بعد $\lambda = 1540$ نمودار پوانکاره و فضای فازی حرکت آشوبناک را در ورق بدون چاه انرژی را نشان می‌دهند که تبدیل به حرکت پریودیک با پریود چهار در حضور چاه انرژی

غیرخطی شده است. در نهایت با افزایش پارامتر کنترلی بیشتر از $\lambda = 1550$ سیستم دچار نوسانات شبه پریودیک و آشوبناک می‌باشد اما باز در این وضعیت با توجه به شکل ۴-۲۷، حرکت آشوبناک در ورق بدون چاه به حرکت شبه پریودیک در ورق با چاه تبدیل می‌شود.



شکل ۴-۲۸. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$

در دو نمودار انشعابات بعدی برای خلاصه شدن و بررسی بهتر شکل‌ها، نمودار فضای فازی در بالای نمودار انشعابات و مقطع پوانکاره همان پارامتر کنترلی در زیر نمودار انشعابات برای برخی فشارهای آیرودینامیک بی‌بعد رسم شده است. بسیاری از نمودارهای انشعابات دیگر برای شرایط مرزی مختلف نیز به همین صورت رسم شده است.

با توجه به شکل ۴-۲۸ دیاگرام انشعابات ورق مربعی بدون چاه و با چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[0.4-0.6]$ مورد مقایسه قرار گرفتند. با افزایش پارامتر کنترلی تا $\lambda = 512$ ورق بدون چاه انرژی غیرخطی شروع به ارتعاش می‌کند اما ورق با چاه انرژی غیرخطی بدون تغییر رفتار ارتعاشات را حذف می‌کند. برای روشن شدن موضوع همانطوری که در شکل نشان داده شده است در $\lambda = 540$ فضای فازی و مقطع پوانکاره ورق بدون چاه انرژی غیرخطی رفتار حرکت پریودیک با پریود یک را نشان

می‌دهد در صورتی که ورق با چاه انرژی غیرخطی ارتعاشات را کامل محو می‌کند و به سمت نقطه پایدار به صورت مارپیچ^۱ حرکت می‌کند.

حدود پارامتر کنترلی $\lambda = 545$ ورق با وجود چاه انرژی غیرخطی شروع به ارتعاش می‌کند. با افزایش بیشتر پارامتر کنترلی تا $\lambda = 1105$ رفتار ورق با و بدون چاه انرژی غیرخطی بصورت هارمونیک ساده می‌باشد. بطور مثال در فشار $\lambda = 900$ مشاهده می‌شود که فضای فازی و مقطع پوانکاره برای ورق با چاه انرژی غیرخطی دامنه نوسانات را کاهش می‌دهد.

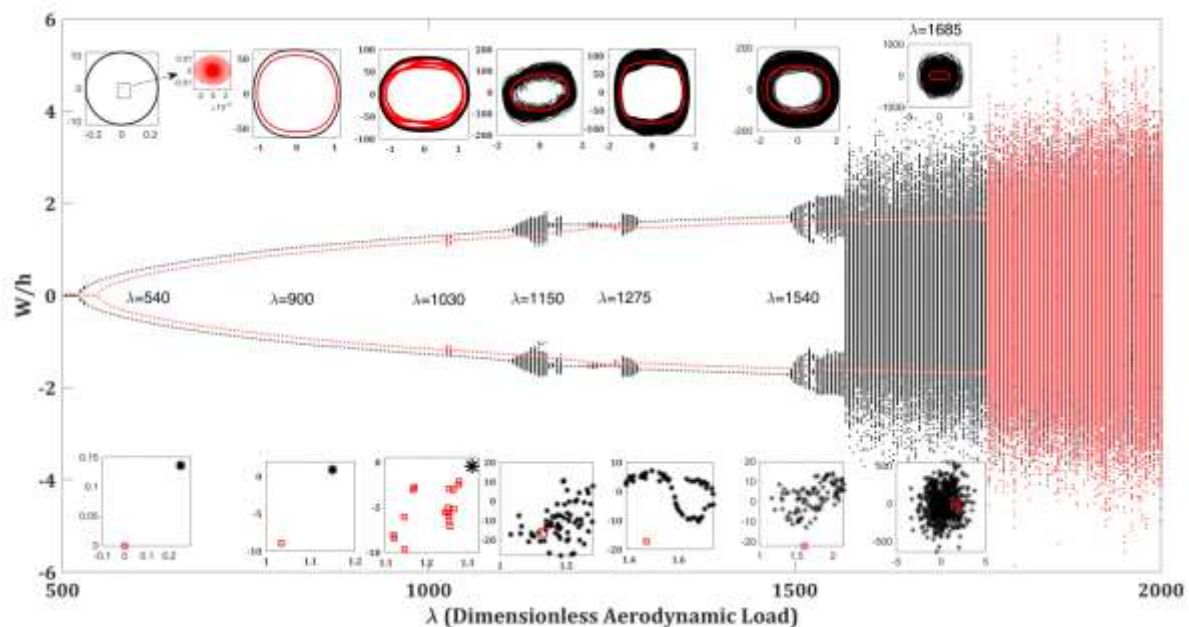
در ورق بدون چاه انرژی غیرخطی در بازه $1110 < \lambda < 1180$ رفتار ورق از پریود یک به رفتارهای پیچیده تغییر می‌کند در صورتی که ورق با چاه انرژی غیرخطی بجز در $\lambda = 1130$ رفتار ورق کماکان همان پریود یک می‌باشد. برای روشن شدن این موضوع در $\lambda = 1110$ فضای فازی و مقطع پوانکاره ترسیم شده است. همانطوری که در مقطع پوانکاره مشاهده می‌گردد حرکت ورق از پریود چهار در ورق بدون چاه انرژی غیرخطی به پریود یک در ورق با چاه انرژی غیرخطی تغییر می‌کند.

ورق بدون چاه انرژی غیرخطی بعد از یک رفتار پیچیده در بازه $1210 < \lambda < 1185$ و $1485 < \lambda < 1290$ پنجره‌ای از رفتار ورق هارمونیک ساده را نشان می‌دهد. اما در بازه $1285 < \lambda < 1215$ رفتار ورق به رفتارهای پیچیده‌تر تغییر یافته است. بطور مثال در $\lambda = 1275$ همانطوری که در نمودار فضای فازی و مقطع پوانکاره آمده است حرکت ورق بدون چاه انرژی غیرخطی از حرکت شبه پریودیک به حرکت پریودیک با پریود یک تغییر یافته است.

برای $\lambda > 1490$ رفتار ورق بدون چاه انرژی غیرخطی دوباره به رفتارهای پیچیده غیرخطی تغییر یافته است. بطور مثال در $\lambda = 1520$ ، $\lambda = 1645$ و $\lambda = 1900$ با در نظر گرفتن نمودار فازی و مقطع پوانکاره رفتار ورق بدون چاه انرژی غیرخطی بترتیب از شبه پریودیک، آشوبناک و آشوبناک بترتیب به

¹ spiral point

رفتارهای پریودیک با پریود چهار، شبه پریودیک و آشوبناک با محدوده نوسانی کمتر در ورق با چاه انرژی غیرخطی تبدیل می‌گردد.



شکل ۴-۲۹. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.4 - 0.6]$

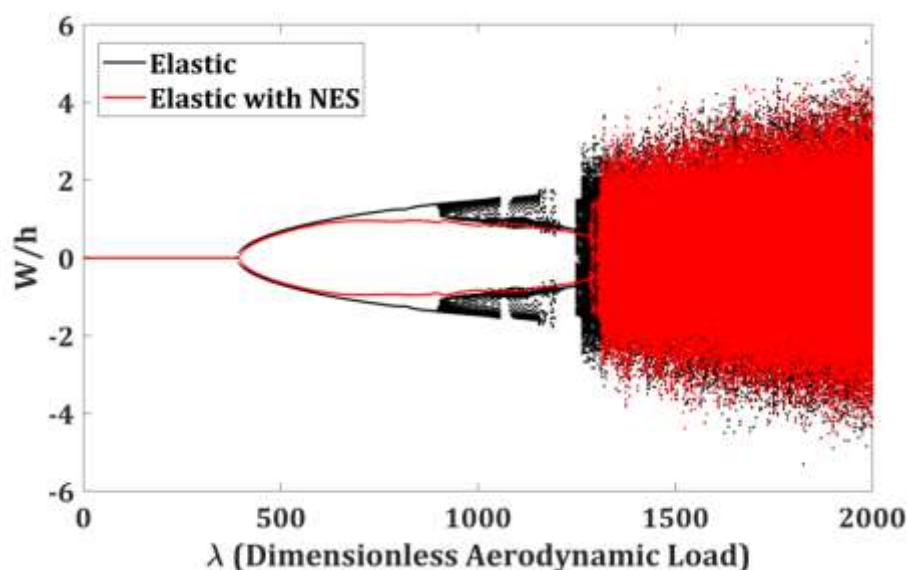
در شکل ۴-۲۹، ورق با موقعیت جدید چاه انرژی غیرخطی، قبل از فشار آیرودینامیکی بحرانی $\lambda_{cr} = 545$ که بالاتر در آن رخ می‌دهد پایدار است برای مثال در $\lambda = 540$ فضای فازی ترسیم شده است که نشان می‌دهد ارتعاشات از بین رفته است. پس از آن تا فشار آیرودینامیکی $\lambda = 1020$ حرکت ورق با چاه انرژی غیرخطی به صورت پریودیک می‌باشد. همانطور که در $\lambda = 900$ مشاهده می‌شود مقطع پوانکاره یک نقطه را نشان می‌دهد. در بازه $1020 < \lambda < 1030$ نوسانات ورق پریودهای بالاتر را نشان می‌دهد که بطور نمونه در $\lambda = 1030$ فضای فازی و مقطع پوانکاره این امر را نشان می‌دهند اما پس از آن دوباره تا فشار آیرودینامیکی $\lambda = 1220$ حرکت با پریودیک است. در $\lambda = 1150$ با توجه به مقطع پوانکاره رسم شده حرکت پیچیده غیرخطی به حرکت پریودیک تبدیل شده است. دوباره در بازه $1225 < \lambda < 1255$ حرکت ورق با چاه انرژی غیرخطی پریودهای بالاتر را نشان می‌دهد به طوری که

در این پارامتر کنترلی رفتار ورق بدون چاه انرژی غیرخطی پیچیده‌تر بوده است. بعد از آن تا فشار آیرودینامیکی $\lambda = 1765$ پنجره‌ای از حرکت پریودیک وجود دارد به طوری که نسبت به ورق بدون چاه انرژی غیرخطی حرکت آشوبناک را به تاخیر انداخته است. بطور مثال مقطع پوانکاره و فضای فازی سه فشار آیرودینامیکی $\lambda = 1275$ ، $\lambda = 1540$ و $\lambda = 1685$ نشان می‌دهد حرکت پیچیده غیر خطی در ورق الاستیک به حرکت پریودیک در ورق با چاه تبدیل شد. در نهایت حرکت آشوبناک در فشارهای آیرودینامیکی $\lambda > 1770$ اتفاق می‌افتد.

با توجه به سه نمودار انشعابات گذشته که مربوط به سه موقعیت متفاوت چاه انرژی غیرخطی برای نسبت منظری یک بوده است نشان می‌دهد موقعیت قرارگیری $[0/6-0/4]$ برای به تاخیر انداختن حرکات شبه پریودیک و آشوبناک در ورق بسیار مناسب می‌باشد.

$$\varphi = 0/5 \text{ نسبت منظری } 1-1-3-2-3-4$$

با تغییر نسبت منظری دیاگرام انشعابات بطور کلی عوض می‌شود بنابراین بررسی نسبت‌های منظری مختلف برای شناسایی رفتار ورق بسیار مفید می‌باشد. طبق بخش قبلی که موقعیت مناسب برای قرارگیری چاه انرژی غیرخطی، $[0/6-0/4]$ در نظر گرفته شده بود برای نسبت‌های منظری مختلف این نقطه را بعنوان نقطه مورد نظر جهت اتصال چاه انرژی غیرخطی در نظر گرفته‌ایم.

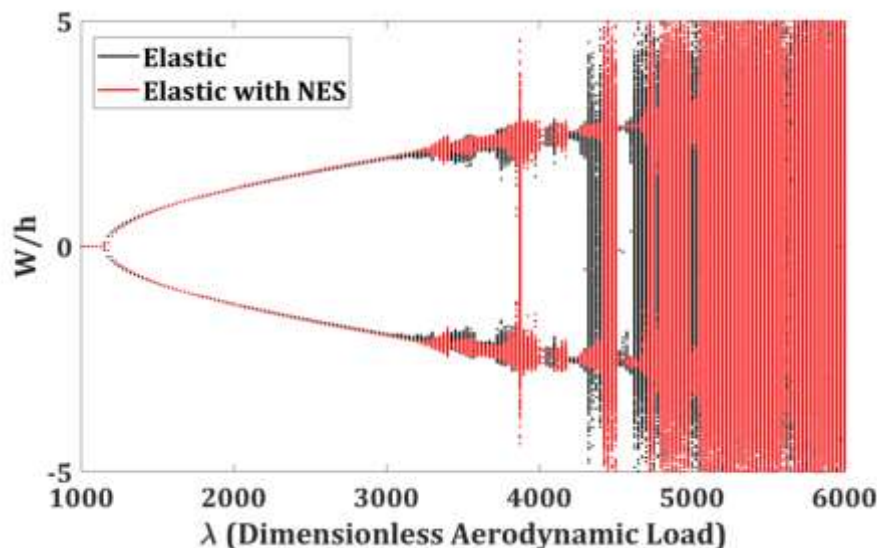


شکل ۳۰-۴. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مستطیلی با نسبت منطری $\varphi = 0.5$ و $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$

در شکل ۳۰-۴ نمودار انشعابات ورق با نسبت منطری نیم مورد بررسی قرار گرفت. در ابتدا نشان داده شده است در فشار آیرودینامیکی بحرانی $\lambda = 395$ در ورق بدون چاه انرژی غیرخطی فلاتر رخ داده است در صورتی که حضور چاه تاثیر چندانی در وقوع فلاتر ندارد. با افزایش فشار آیرودینامیک تا $\lambda = 900$ ورق بدون چاه دارای حرکت پریودیک با پریود یک می باشد که ناگهان تا فشار آیرودینامیکی $\lambda = 1215$ حرکت ورق بدون چاه از نوع شبه پریودیک می باشد. سپس در بازه $1245 < \lambda < 1215$ دوباره ورق دارای حرکت پریودیک می باشد اما برای $\lambda > 1250$ حرکت ورق بدون چاه انرژی غیرخطی آشوبناک است. با در نظر گرفتن چاه انرژی غیرخطی حرکت ورق تا فشار آیرودینامیک $\lambda = 1285$ پریودیک می باشد اما پس از آن حرکت آشوبناک خواهد شد.

۴-۳-۲-۳-۲ نسبت منظری $\varphi = 2$

وجود چاه انرژی غیرخطی برای نسبت منظری دو بسیار مفید نیست چرا که با نگاه اجمالی به شکل ۴-۳۱ می‌توان پی‌برد فلاتر به میزان جزئی به تاخیر می‌افتد و همچنین رفتارهای پیچیده غیرخطی نیز به میزان جزئی به تاخیر افتاد.

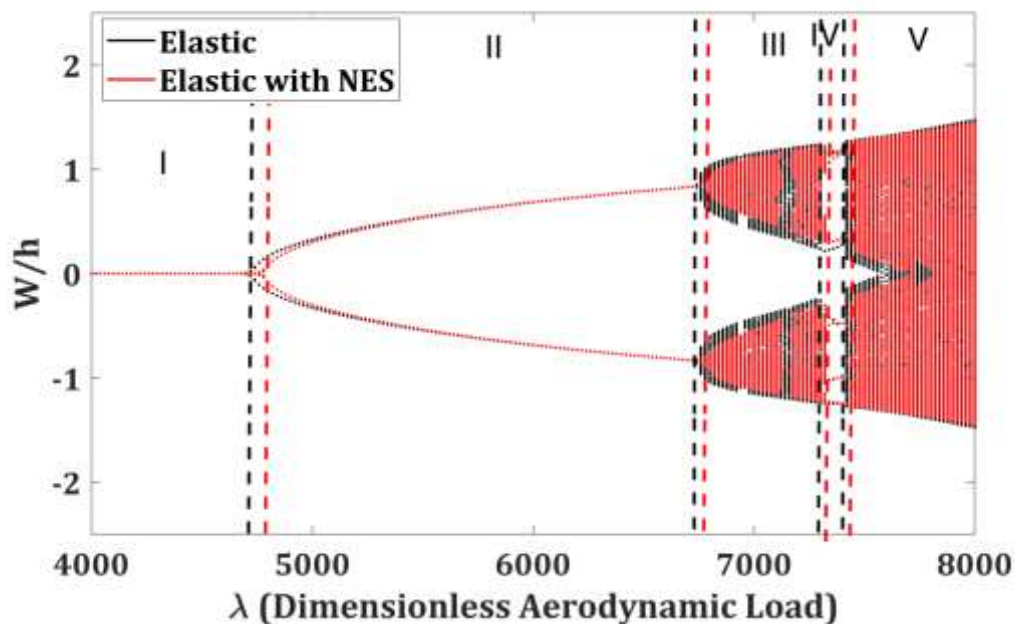


شکل ۴-۳۱. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مستطیلی با نسبت منظری $\varphi = 2$ و $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب [۰/۴-۰/۶]

فلاتر در ورق بدون چاه انرژی غیرخطی در فشار آیرودینامیک $\lambda = 1125$ رخ داده است به طوری که پس از آن رفتار ورق تا فشار آیرودینامیک $\lambda = 3025$ از نوع پریودیک می‌باشد پس از آن ورق انواع حرکات پریودیک با پریودهای بالاتر و شبه پریودیک و آشوبناک را تجربه می‌کند، بطوریکه در مقابل آن ورق با چاه انرژی غیرخطی در موقعیت [۰/۴-۰/۶] تا فشار آیرودینامیک $\lambda = 3175$ دارای رفتار پریودیک با پریودیک می‌باشد. در بازه $4400 < \lambda < 4575$ پنجره‌ای از حرکت پریودیک در ورق بدون چاه مشاهده می‌شود و دوباره پس از آن حرکت آشوبناک می‌گردد. وجود چاه انرژی غیرخطی تنها بصورت جزئی تغییر رفتار ایجاد می‌کند و مقدار جزئی تغییر رفتار را به تاخیر می‌اندازد.

۴-۳-۲-۳-۳ نسبت منظری $\varphi = 4$

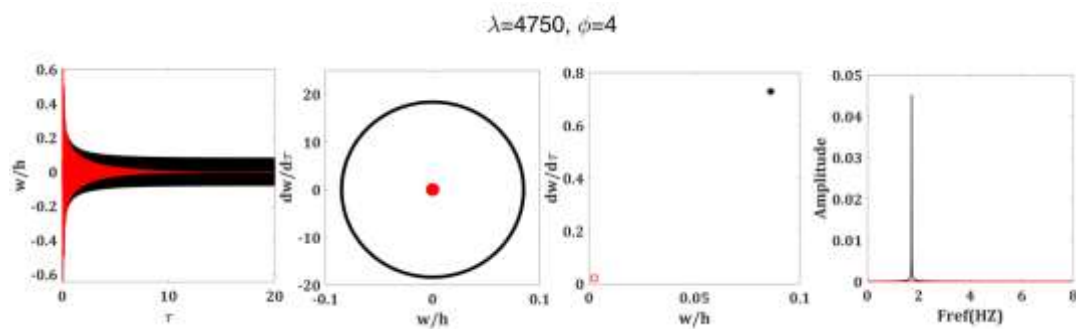
استفاده از چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[0.4-0.6]$ برای نسبت منظری چهار نیز مانند نسبت منظری دو بسیار تغییر فاحشی وجود ندارد. اما به تاخیر افتادن رفتار دینامیکی بوضوح در شکل ۴-۳۲ در نمودار انشعابات قابل توجه است.



شکل ۴-۳۲. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مستطیلی با نسبت منظری $\varphi = 4$ و $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$

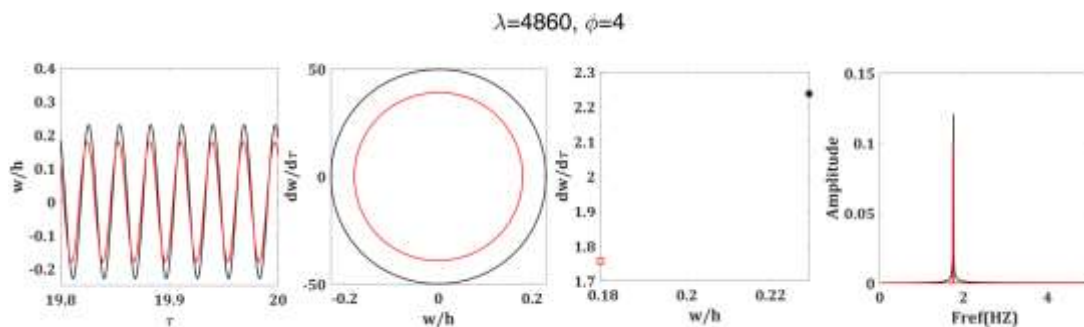
فلاتر در ورق با نسبت منظری چهار در فشار آیرودینامیک $\lambda = 4700$ رخ می‌دهد، در شکل ۴-۳۳ الف تاریخچه زمانی، فضای فاز، مقطع پوانکاره و طیف توانی مشخص شده است که نشان می‌دهد ارتعاشات در ورق با چاه انرژی غیرخطی حتی تا $\lambda = 4750$ میرا می‌شود. با افزایش تدریجی پارامتر کنترلی میزان دامنه نوسانات سیکل حدی افزایش پیدا می‌کند (شکل ۴-۳۳ ب و ج) تا در فشار آیرودینامیک $\lambda = 6740$ تغییر رفتار به حرکات شبه پریودیک و آشوبناک رخ می‌دهد. بطور مثال در شکل ۴-۳۳ د در فشار آیرودینامیک $\lambda = 6760$ حرکت شبه پریودیک را بواسطه سیکل بسته در مقطع پوانکاره و خیزک‌هایی در نمودار طیف توانی است که بواسطه چاه انرژی غیرخطی به حرکت به پریودیک تبدیل می‌شود. با افزایش فشار آیرودینامیک بی‌بعد حتی با وجود چاه انرژی غیرخطی حرکت شبه پریودیک

باقی می‌ماند (شکل ۴-۳۳ ه). سپس غیر از پنجره‌ای از حرکت پریودیک که در فشار آیرودینامیک $7420 < \lambda < 7300$ ایجاد می‌شود باقی پارامترهای کنترلی حرکات پیچیده غیرخطی را نشان می‌دهند. در شکل ۴-۳۳ و، در فشار آیرودینامیک $\lambda = 7400$ که ورق بدون چاه در پنجره‌ای از حرکت پریودیک است، نمودار تاریخچه زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی رسم شده است که مقطع پوانکاره نشان از حرکت با پریود سه می‌باشد. استفاده از چاه انرژی غیرخطی تغییر رفتاری در سیستم به وجود نمی‌آورد و همچنین شکل ۴-۳۳ ز، حرکت شبه پریودیک را نشان می‌دهد اما تغییر رفتاری بواسطه چاه انرژی غیرخطی مشاهده نگردید. در نتیجه با استفاده از چاه انرژی غیرخطی می‌توان تغییر رفتارهای محسوسی که در شکل ۴-۳۲ بصورت خط چین ایجاد شده است مشاهده گردد.

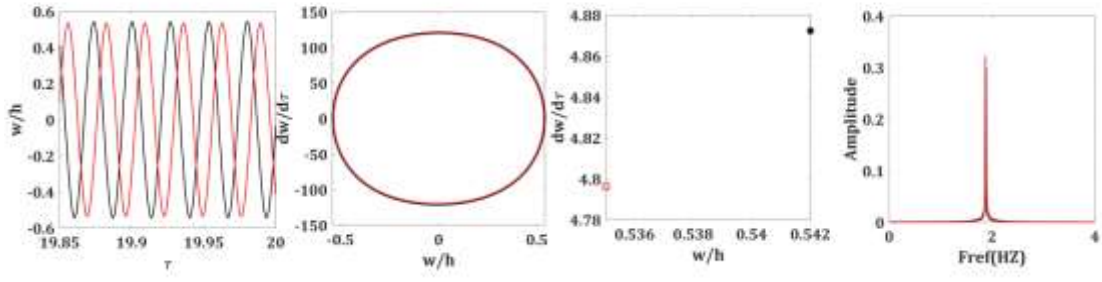


شکل ۴-۳۳. تاریخچه زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی ورق چهارلبه لولا با نسبت منظری $\phi = 4$ و بدون چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[-0.5/0.5]$ در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد

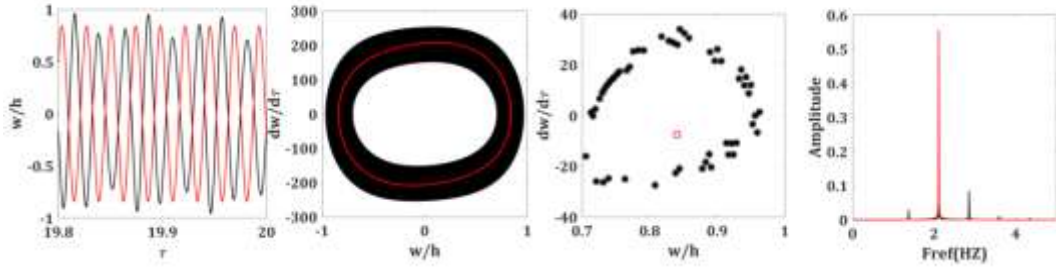
$\lambda = 4750$ (الف)



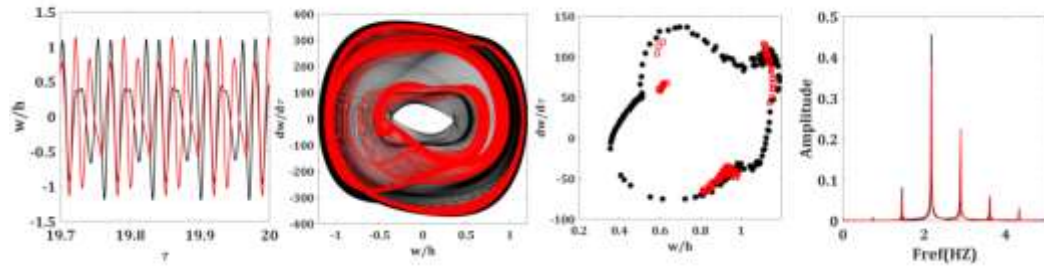
$\lambda=5500, \phi=4$



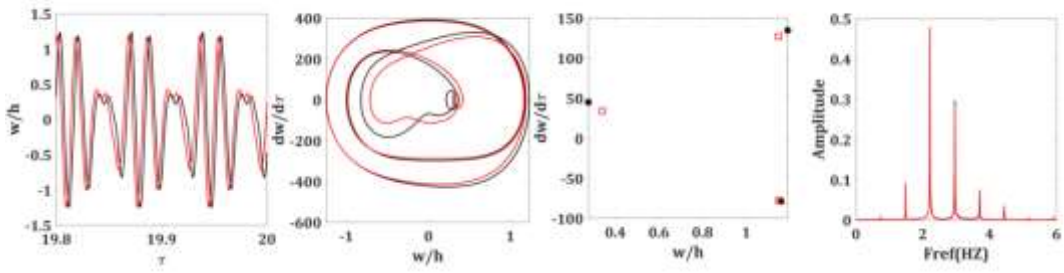
$\lambda=6760, \phi=4$

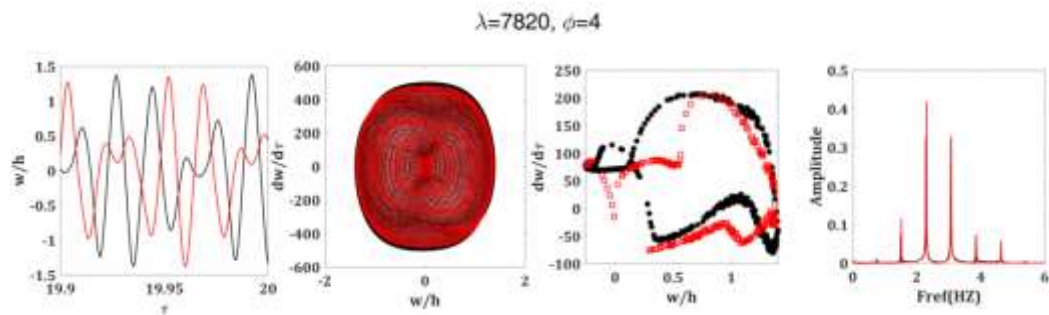


$\lambda=7120, \phi=4$



$\lambda=7400, \phi=4$

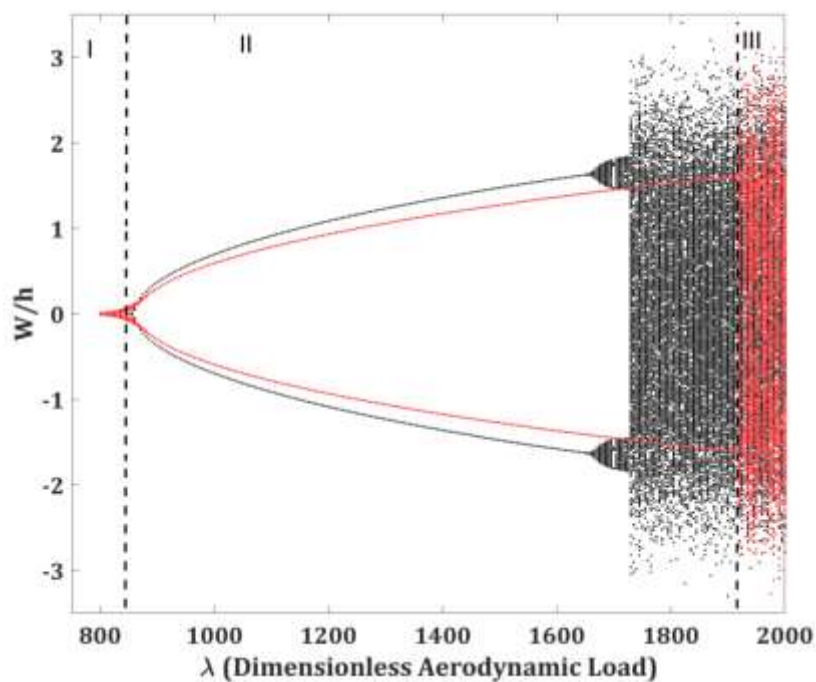




ادامه شکل

۳-۳-۴ ورق چهار لبه گیردار

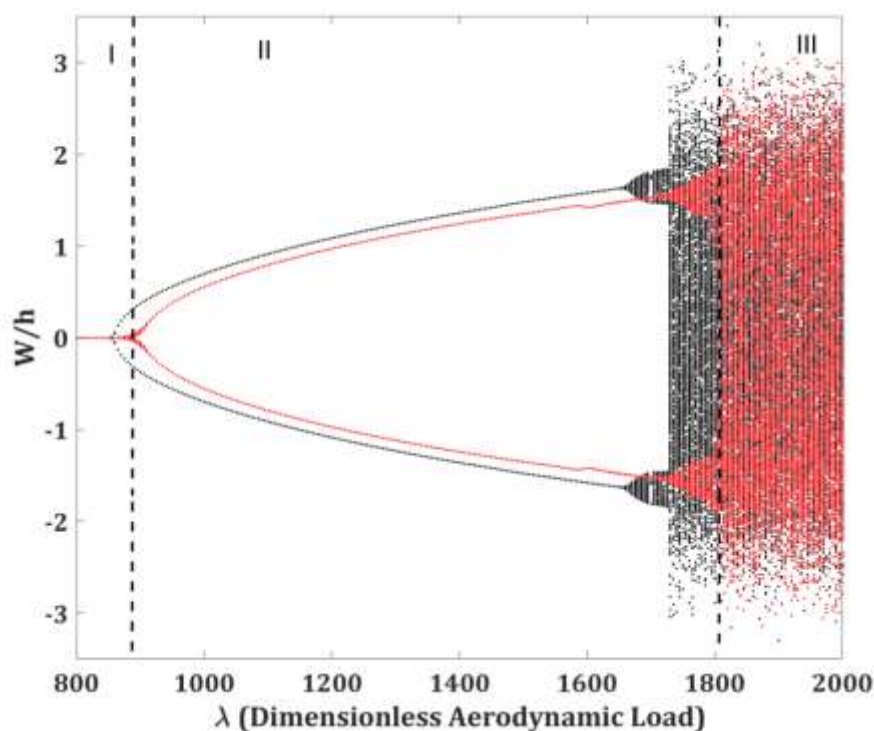
برای ورق چهار لبه گیردار برای نسبت منظری یک، سه موقعیت چاه انرژی غیرخطی مورد نظر بوده است. باید ذکر گردد که در تمامی نمودارهای انشعابات سه ناحیه مشخص شده است که حرکت پایدار، پریودیک و آشوبناک را در ورق با چاه انرژی غیرخطی از هم جدا می کند.



شکل ۳-۴-۴. دیاگرام انشعابات برای ورق چهار لبه گیردار مربعی با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[-0.5, 0.5]$

در شکل ۴-۳۴ چاه انرژی غیرخطی به وسط ورق متصل گردید. در ابتدا همانطور که مشخص شده است فلاتر در ورق با چاه مقداری زودتر از ورق بدون چاه انرژی غیرخطی رخ می‌دهد. ورق بدون چاه در بازه $۸۵۵ < \lambda < ۱۶۵۵$ دارای حرکت با پریود یک می‌باشد با افزایش پارامتر کنترلی ورق سیر تکاملی خود به سمت حرکت آشوبناک را از حرکت شبه پریودیک آغاز می‌کند به طوری که برای $\lambda > ۱۷۳۵$ رفتار ورق بدون چاه آشوبناک می‌گردد.

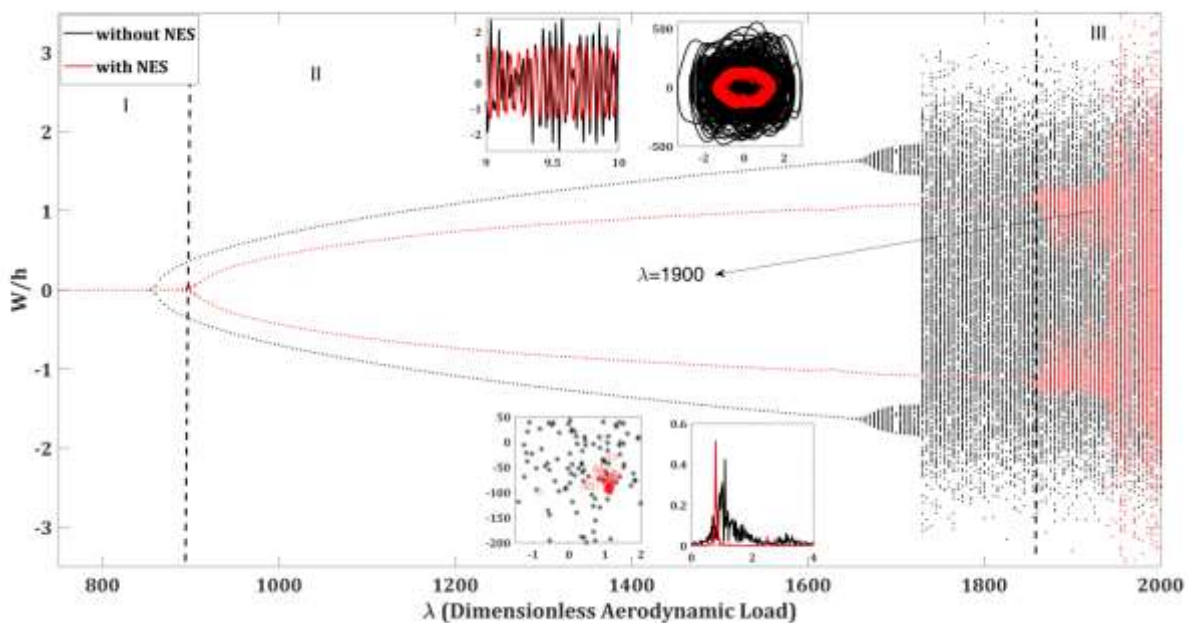
استفاده از چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[۰/۵-۰/۵]$ سبب می‌گردد ورق تا $\lambda = ۱۹۱۵$ دارای حرکت پریودیک با پریود یک باشد (ناحیه II). اما پس از این فشار آیرودینامیک ورق دچار حرکت آشوبناک می‌گردد.



شکل ۴-۳۵. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه گیردار مربعی با $\delta = ۰/۵$ در موقعیت جاذب $[۰/۴-۰/۶]$

با تغییر موقعیت چاه انرژی غیرخطی به موقعیت $[۰/۴-۰/۶]$ همانطوری که در شکل ۴-۳۵ نشان داده شده است منطقه II در نمودار کوچکتر شده است اما نکته قابل ملاحظه تاخیر وقوع فلاتر نسبت به

موقعیت چاه انرژی قبل می‌باشد. در بازه $900 < \lambda < 1700$ ورق با چاه انرژی مورد نظر در وضعیت پریودیک با پریود یک می‌باشد اما پس از آن حرکت شبه پریودیک و آشوبناک خواهد افتاد. با توجه به نمودار برای $\lambda < 850$ حالت پایدار برای ورق بدون چاه انرژی غیرخطی می‌باشد در فشار آیرودینامیکی بحرانی $\lambda_{cr} = 850$ فلاتر رخ می‌دهد در صورتی که با استفاده چاه انرژی غیرخطی در ورق فلاتر به تاخیر می‌افتد و همانطوری که مشخص شده است در فشار آیرودینامیکی بحرانی $\lambda_{cr} = 885$ در آن فلاتر رخ می‌دهد و در محدوده $\lambda < 885$ (ناحیه I در شکل ۴-۳۶) پایدار می‌باشد



شکل ۴-۳۶. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه گیردار مربعی با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.4 - 0.6]$

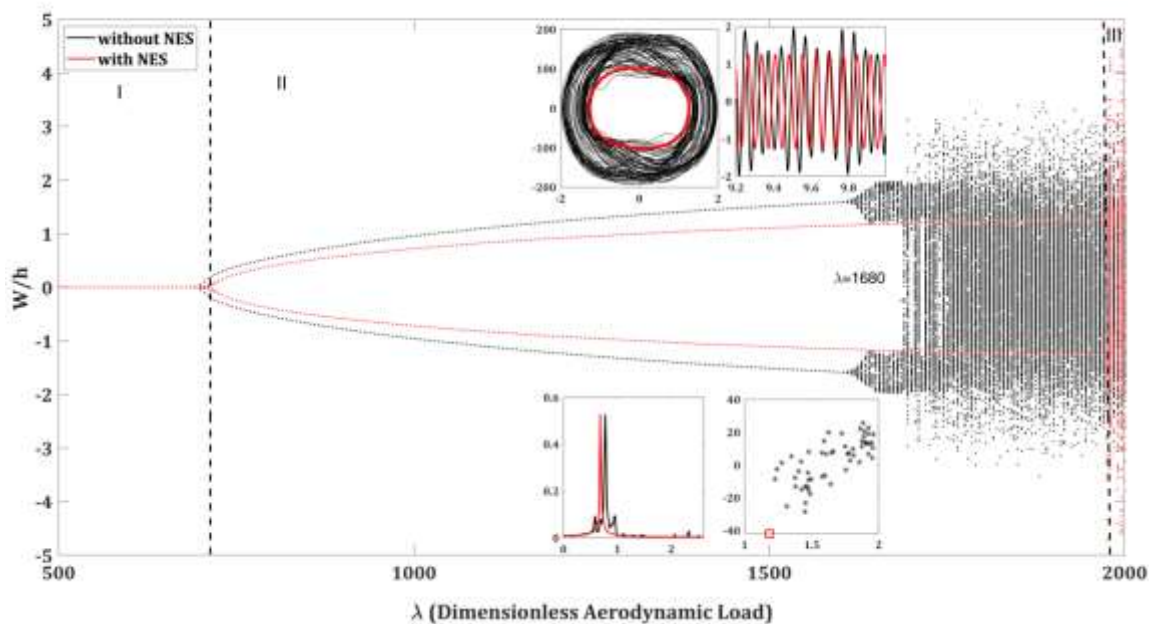
رفتار ورق بدون چاه انرژی غیرخطی در محدوده $850 < \lambda < 1660$ رفتار پریودیک است اما زمانی که چاه انرژی غیرخطی استفاده شده این محدوده در بازه $885 < \lambda < 1880$ (ناحیه II در شکل ۴-۳۶) رفتار پریودیک را نشان می‌دهد این موضوع نشان می‌دهد با توجه به این که در $\lambda > 1660$ برای ورق بدون چاه انرژی غیرخطی رفتار ورق پیچیده غیرخطی می‌باشد، اما این رفتار در محدوده‌ای به حرکت پریودیک تغییر می‌یابد.

در ورق بدون چاه انرژی غیرخطی در فشار آیرودینامیکی $\lambda > 1665$ رفتار ورق شبه پریودیک و

آشوبناک بوده که با استفاده از چاه انرژی غیرخطی این رفتار نیز به تاخیر افتاده و در محدوده $\lambda > 1885$ (ناحیه III در شکل ۴-۳۶) اینچنین رفتاری رخ می‌دهد. به عنوان مثال در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 1900$ ، تاریخچه زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی ترسیم گردید که این تغییر رفتار قابل توجه است.

۴-۳-۴ ورق سه‌لبه گیردار یک لبه لولا

موقعیت $[0.4-0.6]$ برای چاه انرژی غیرخطی در شرط مرزی سه لبه گیردار و یک لبه لولا (CCCS)، برای تغییر رفتار ورق چشمگیر می‌باشد. در این موقعیت چاه انرژی غیرخطی نمی‌تواند فلاتر را به مقدار زیادی به تاخیر بیاندازد اما رفتار آشوبناک در ورق بدون چاه انرژی غیرخطی در بسیاری از فشارهای آیرودینامیکی به رفتار پریودیک تبدیل می‌گردد.

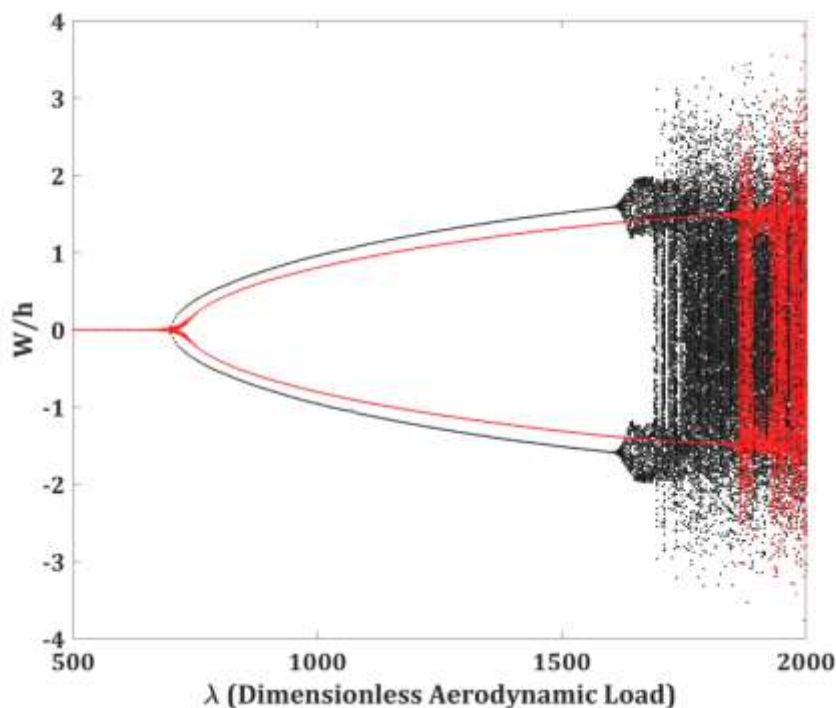


شکل ۴-۳۷. دیاگرام انشعابات برای ورق سه لبه گیردار یک لبه لولای مربعی با $\delta = 0.5$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$

در ورق بدون چاه انرژی غیرخطی فلاتر در فشار بحرانی $\lambda_{cr} = 690$ رخ می‌دهد، در بازه $690 < \lambda < 1620$ رفتار آن بصورت پریودیک و برای $\lambda > 1620$ حرکت شبه پریودیک و آشوبناک

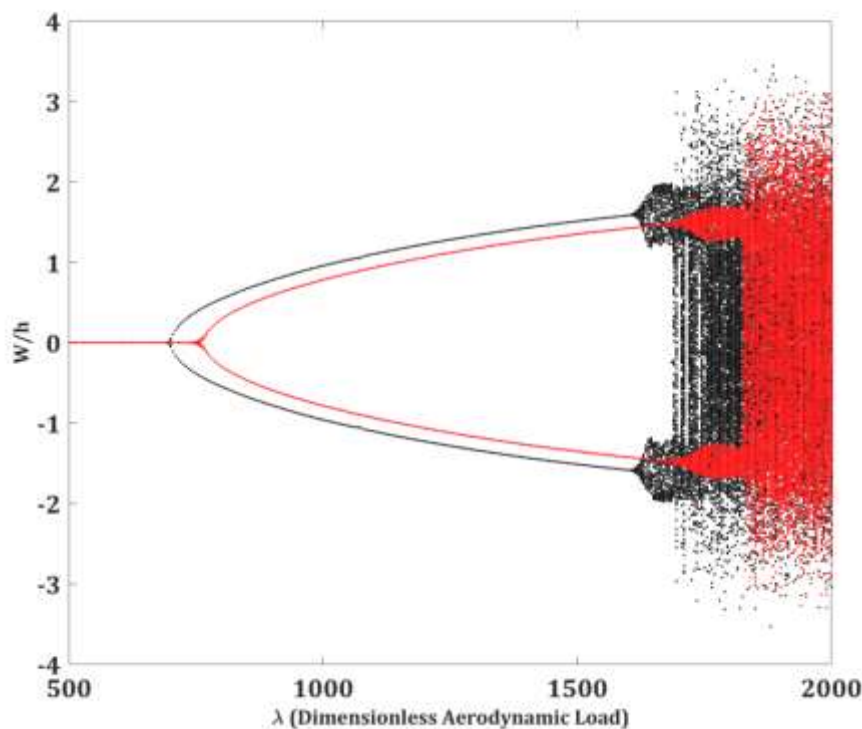
می‌باشد. با استفاده چاه انرژی غیرخطی در $\lambda < 700$ (ناحیه I در شکل ۴-۳۷) ورق در حالت پایدار قرار دارد و سپس فلاتر در فشار بحرانی $\lambda_{cr} = 700$ رخ می‌دهد. در محدوده $700 < \lambda < 1970$ (ناحیه II در شکل ۴-۳۷) حرکت ورق پریودیک می‌باشد و در نهایت برای $\lambda > 1970$ (ناحیه III در شکل ۴-۳۷) حرکت ورق آشوبناک می‌شود. بطور مثال در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 1680$ ، تاربخچه زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی رسم گردید که تغییر رفتار ورق بدون چاه انرژی غیرخطی از حرکت پیچیده غیرخطی به حرکت پریودیک می‌باشد.

در شکل ۴-۳۸ موقعیت چاه انرژی غیرخطی را در مرکز ورق در نظر گرفتیم. تفاوت انتخاب این موقعیت با موقعیت قبلی بسیار فاحش است. همانطوری که ملاحظه می‌گردد ورق $720 < \lambda < 1845$ در ناحیه حرکت پریودیک می‌باشد اما پس از آن وارد رفتار شبه پریودیک و آشوبناک می‌گردد.



شکل ۴-۳۸. دیاگرام انشعابات برای ورق سه لبه گیردار یک لبه لولای مربعی با $\delta = 0.5$ در موقعیت جاذب $[0.5-0.5]$

در شکل ۴-۳۹ چاه انرژی غیرخطی در نقطه $[0.6-0.4]$ به ورق متصل شد. همانطوری که مشاهده می‌گردد فلاتر نسبت به دو موقعیت قبلی بیشتر به تاخیر می‌افتد اما مشکل انتخاب این موقعیت بعنوان موقعیت ایده‌آل چاه انرژی غیرخطی تغییر رفتار کم در فشارهای آیرودینامیک بالا می‌باشد.



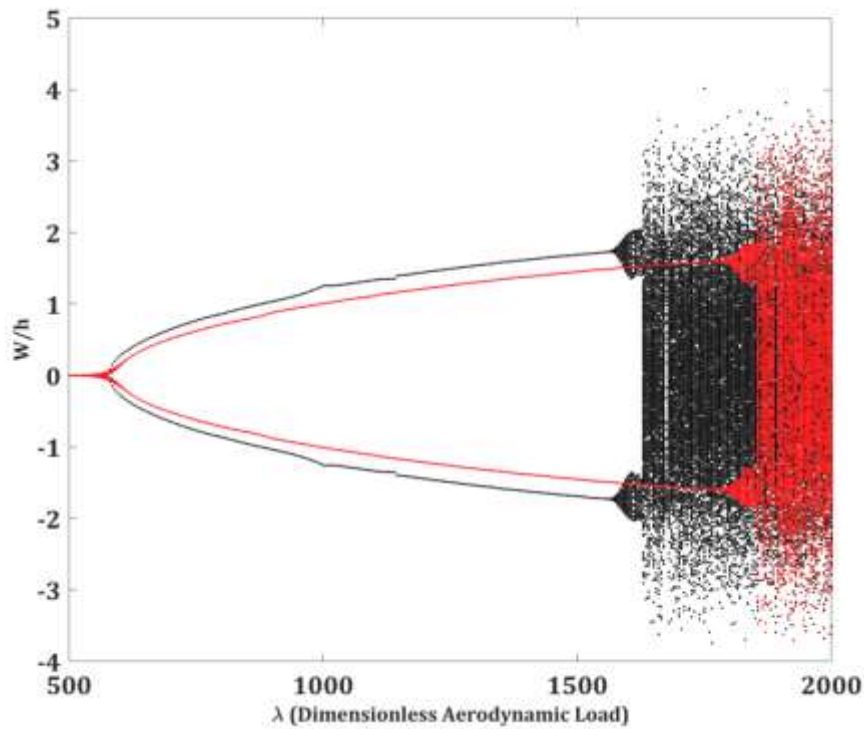
شکل ۴-۳۹. دیاگرام انشعابات برای ورق سه لبه گیردار یک لبه لولای مربعی با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.6-0.4]$

۴-۳-۵ ورق دولبه گیردار دولبه لولا

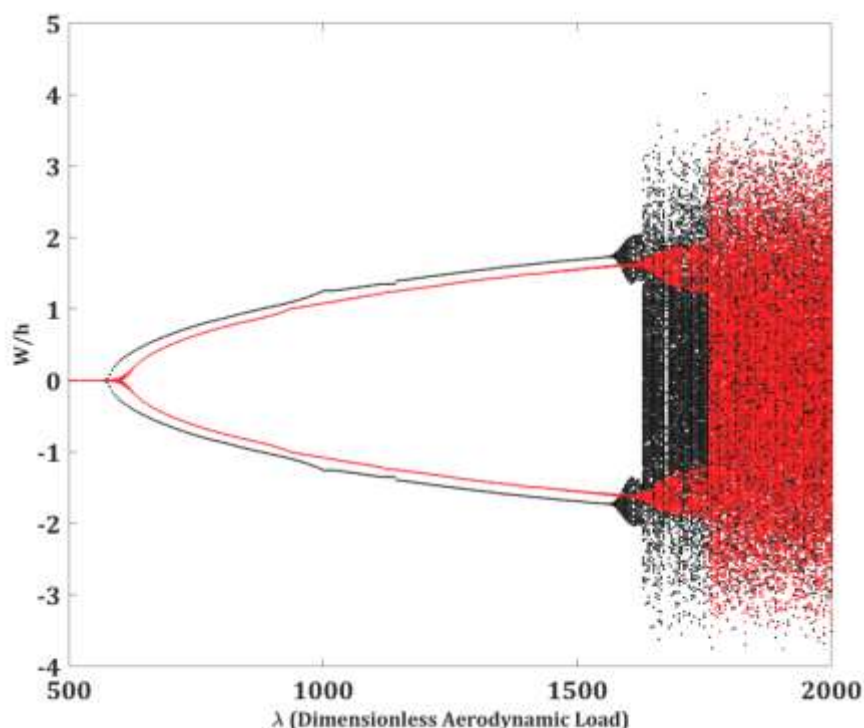
الف) ورق دولبه گیردار دولبه لولا (CCSS)، در فشار آیرودینامیکی $\lambda < 570$ حالت پایدار دارد و در فشار بحرانی $\lambda_{cr} = 570$ فلاتر در آن رخ می‌دهد، از $\lambda = 570$ تا $\lambda = 1575$ رفتار ورق پریودیک می‌باشد و پس از آن رفتار ورق شبه پریودیک و آشوبناک می‌گردد این چنین رفتاری با وجود چاه انرژی غیرخطی تغییر محسوسی می‌کند.

انتخاب موقعیت مرکز ورق بعنوان موقعیت مناسب برای قرارگیری چاه انرژی غیرخطی می‌تواند به اندازه نسبتاً زیاد رفتار آشوبناک ورق بدون چاه را به تاخیر بباندازد (شکل ۴-۴۰)، به طوری که در $\lambda = 1780$

حرکت شبه پریودیک و پس از آن برای $\lambda > 1860$ حرکت آشوبناک است. فلاتر در این موقعیت تغییر محسوسی ندارد.



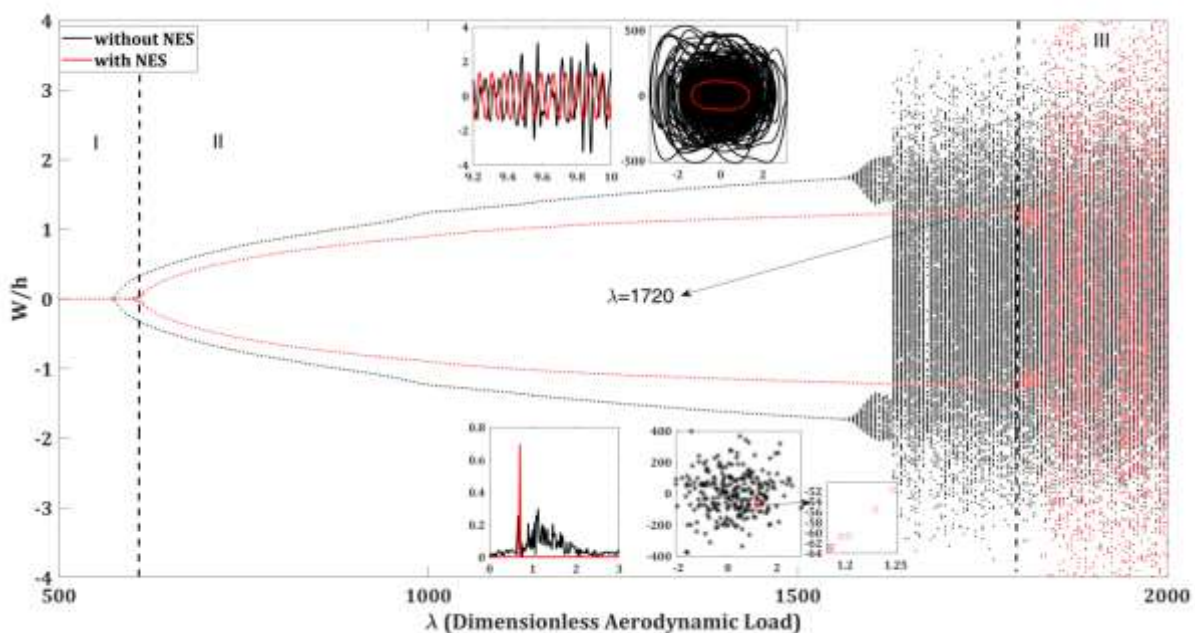
شکل ۴-۴۰. دیاگرام انشعابات برای ورق دولبه گیردار و دولبه لولای مربعی (CCSS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.5 - 0.5]$ با انتخاب موقعیت $[0.4 - 0.6]$ ، فلاتر در موقعیت $\lambda_{cr} = 605$ رخ می‌دهد به طوری که فلاتر بصورت جزئی به تاخیر افتاده است (شکل ۴-۴۱). برای فشارهای آیرودینامیک بالا نیز این موقعیت حرکات نامطلوب را به تاخیر می‌اندازد به طوری که در $\lambda > 1760$ حرکت ورق آشوبناک می‌گردد.



شکل ۴-۴۱. دیاگرام انشعابات برای ورق دولبه گیردار و دولبه لولای مربعی (CCSS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$

با انتخاب چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[0.4-0.6]$ در فشار آیرودینامیکی $\lambda < 605$ (ناحیه I در شکل ۴-۴۲) ورق با چاه انرژی غیرخطی در حالت پایدار می‌باشد. در فشار بحرانی $\lambda_{cr} = 605$ فلاتر رخ داده و تا فشار $\lambda = 1790$ (ناحیه II در شکل ۴-۴۲) ورق رفتار پریودیک دارد و بعد از آن (ناحیه III در شکل ۴-۴۲) حرکت ورق شبه پریودیک و آشوبناک می‌گردد که این تغییر رفتار بطور قابل ملاحظه‌ای قابل تشخیص است.

به عنوان مثال در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 1720$ ، تاریخچه زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی رسم گردید که تبدیل حرکت آشوبناک در ورق بدون چاه انرژی غیرخطی به رفتار پریودیک در این فشار آیرودینامیکی را نشان می‌دهد.

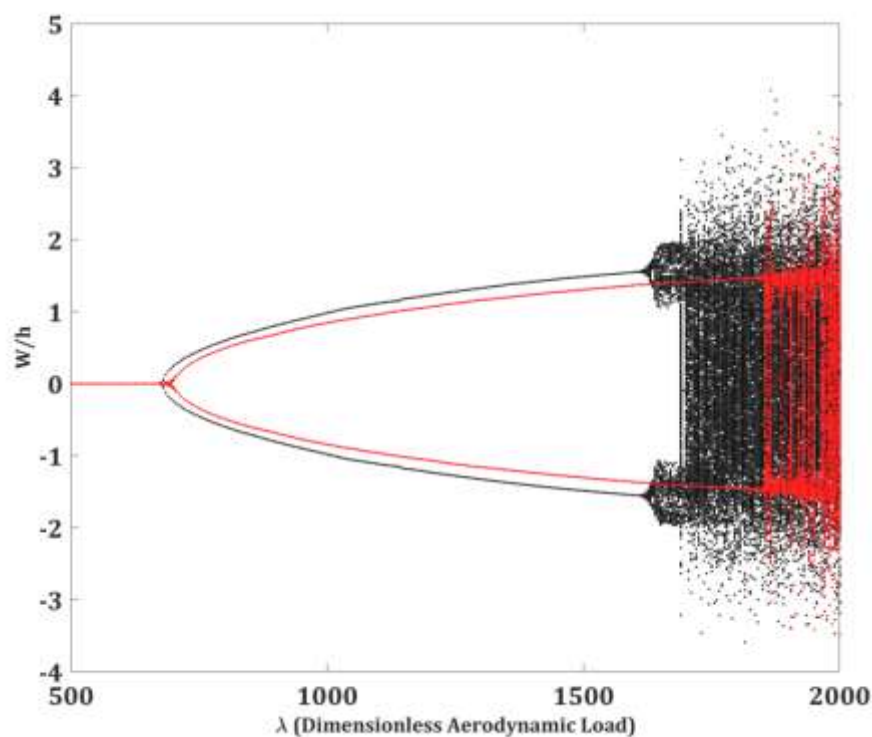


شکل ۴-۴۲. دیاگرام انشعابات برای ورق دولبه گیردار و دولبه لولای مربعی (CCSS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت جاذب $[0.4-0.6]$

همانند ورق چهارلبه لولا در این شرط مرزی نیز موقعیت مناسب می‌تواند موقعیت $[0.4-0.6]$ باشد به طوری که میزان فلاتر را تا حد قابل قبولی به تاخیر می‌اندازد و همچنین در فشارهای آیرودینامیک بالا میزان به تاخیر انداختن رفتار نامطلوب حرکت آشوبناک چشمگیر می‌باشد.

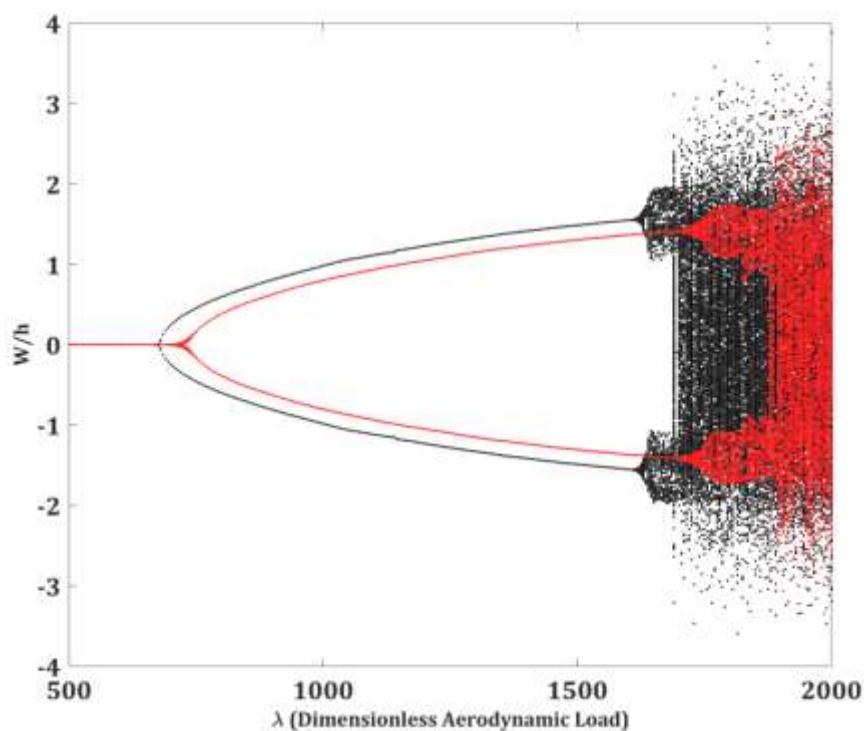
ب) تغییر رفتار در ورق دو سر لولا و گیردار (CSCS): ورق بدون چاه انرژی غیرخطی تا فشار آیرودینامیکی $\lambda_{cr} = 675$ پایدار می‌باشد بعد از وقوع فلاتر در این فشار بحرانی تا فشار $\lambda = 1620$ حرکت ورق پریودیک می‌باشد و پس از آن به حرکت شبه پریودیک و آشوبناک تغییر می‌کند.

حال اگر موقعیت مرکز ورق را بعنوان نقطه مناسب برای اتصال چاه انرژی غیرخطی در نظر قرار گیرد فلاتر تا $\lambda_{cr} = 700$ به تاخیر می‌افتد (شکل ۴-۴۳)، سپس تا $\lambda = 1845$ ورق دارای حرکت پریودیک با پریود یک می‌باشد. پس از آن رفتار ورق شبه پریودیک و آشوبناک خواهد شد.



شکل ۴-۴۳. دیاگرام انشعابات برای ورق دولبه گیردار و دولبه لولای مربعی (CSCS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت چاه انرژی غیرخطی $[0.5-0.5]$

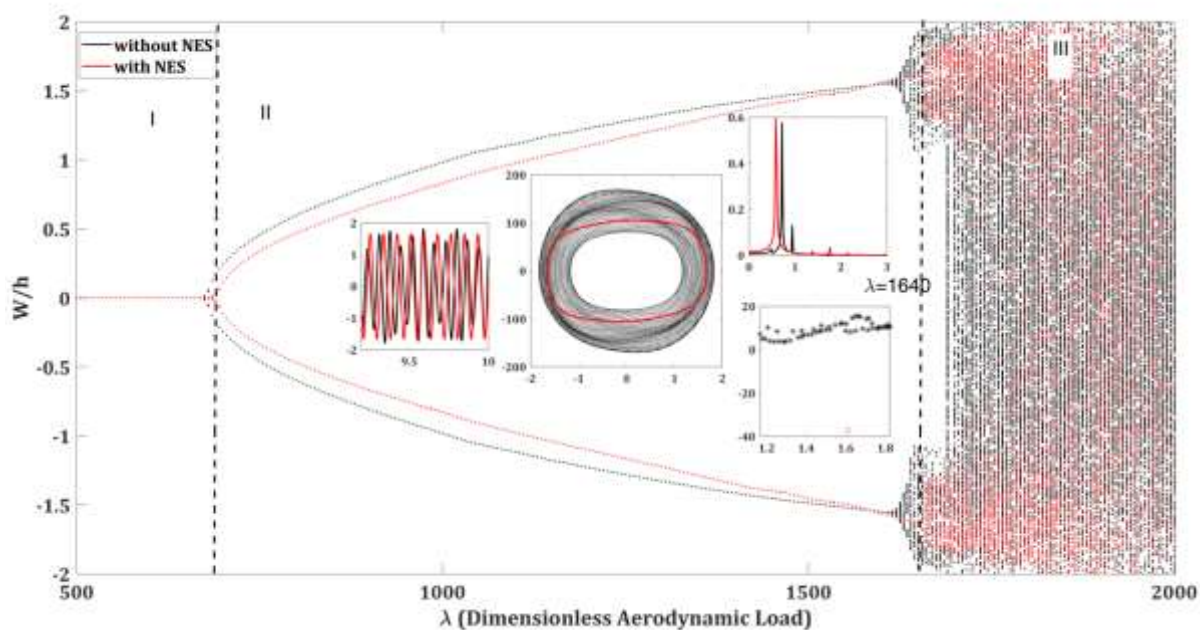
در فشارهای آیرودینامیک پایین انتخاب موقعیت $[0.4-0.6]$ برای چاه انرژی غیرخطی مناسب می‌باشد به طوری که فلاتر تا $\lambda_{cr} = 730$ به تاخیر می‌افتد (شکل ۴-۴۴)، سپس تا $\lambda = 1710$ ورق دارای رفتار پریودیک با پریود یک می‌باشد. پس از آن شروع رفتار شبه پریودیک و آشوبناک برای $\lambda > 1710$ ایجاد می‌شود.



شکل ۴-۴۴. دیاگرام انشعابات برای ورق دولبه گیردار و دولبه لولای مربعی (CSCS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت چاه انرژی غیرخطی [۰/۴-۰/۶]

با انتخاب چاه انرژی غیرخطی در موقعیت [۰/۴-۰/۶] در ورق با چاه فلاتر به فشار بحرانی $\lambda_{cr} = 685$ منتقل می‌شود و قبل آن در ناحیه I در شکل ۴-۴۵ حرکت پایدار می‌باشد و پس از آن تا فشار آیرودینامیکی $\lambda = 1640$ (ناحیه II در شکل ۴-۴۵) حرکت پریودیک می‌باشد و برای $\lambda > 1640$ (ناحیه III در شکل ۴-۴۵) حرکت شبه پریودیک و آشوبناک می‌شود.

بطور مثال در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 1640$ ، تاریخچه زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی رسم گردید که تغییر رفتار را از حرکت شبه پریودیک به حرکت پریود نشان می‌دهد.



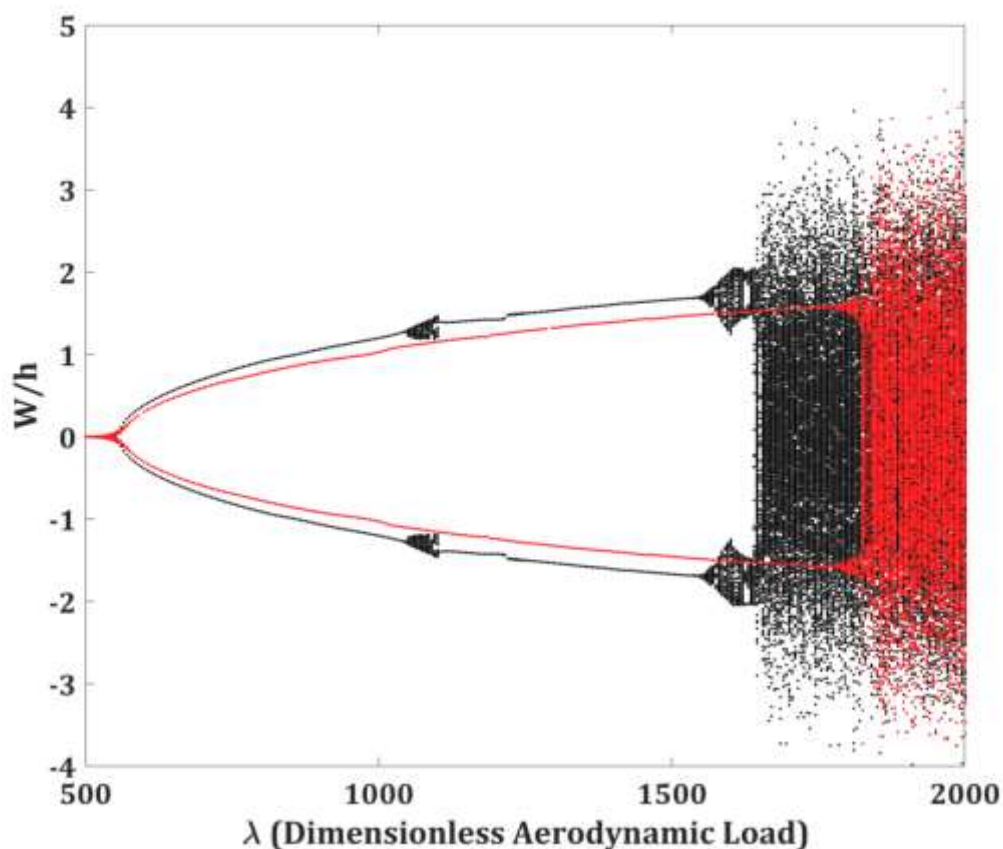
شکل ۴-۴۵. دیاگرام انشعابات برای ورق دولبه گیردار و دولبه لولای مربعی (CSCS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت چاه انرژی غیرخطی [۰/۶-۰/۴]

در این شرط مرزی با توجه به نتایج ذکر شده مرکز ورق موقعیت مناسب برای اتصال چاه انرژی غیرخطی در ورق می‌باشد.

۴-۳-۶ ورق یک لبه گیردار سه لبه لولا

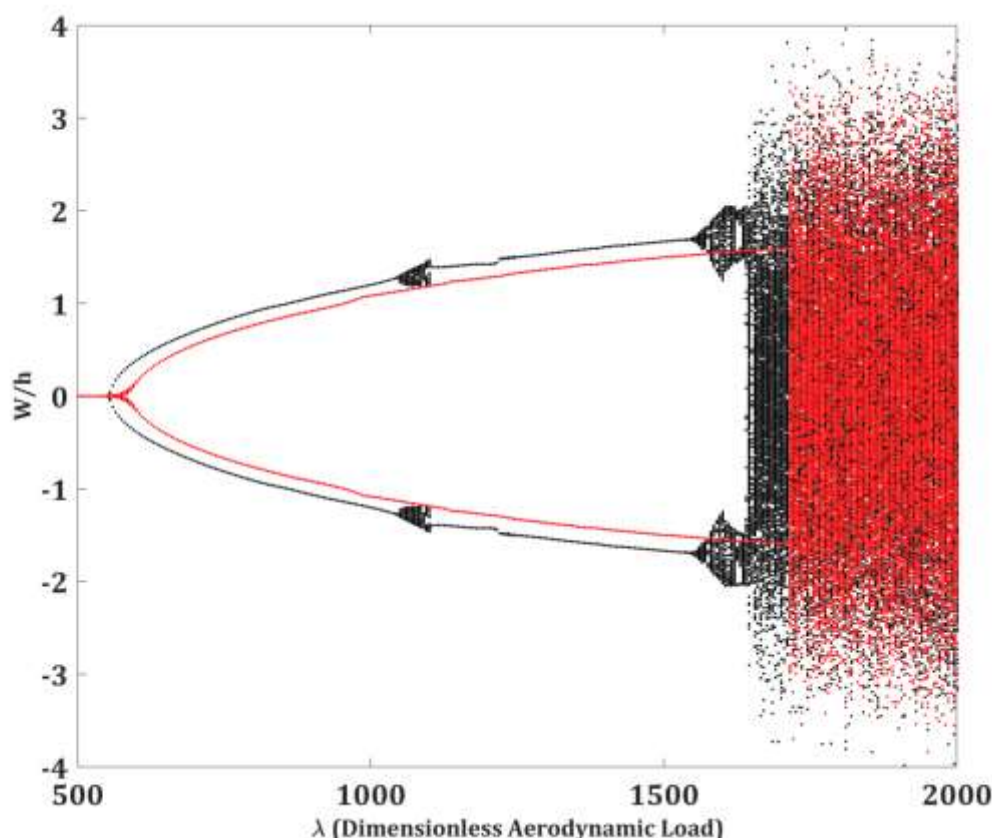
در ورق یک لبه گیردار و سه لبه لولا تغییر رفتار ورق بسیار قابل توجه می‌باشد. در ورق بدون چاه انرژی غیرخطی در فشار آیرودینامیکی $\lambda_{cr} = 555$ فلاتر رخ می‌دهد. در محدوده $555 < \lambda < 1045$ حرکت با پریودیک می‌باشد پس از آن در محدوده $1045 < \lambda < 1100$ حرکت پریودهای بالاتر و حتی شبه پریودیک نیز می‌باشد، سپس در بازه $1100 < \lambda < 1545$ پنجره‌ای را مشاهده می‌شود که حرکت پریودیک می‌باشد و در نهایت در $\lambda > 1545$ حرکت ورق به شبه پریودیک و حرکت آشوبناک تبدیل می‌گردد.

با انتخاب موقعیت چاه انرژی غیرخطی در مرکز ورق در وقوع فلاتر تغییر محسوسی ایجاد نمی‌گردد (شکل ۴-۴۶). اما تا فشار آیرودینامیک $\lambda = 1775$ رفتار ورق پریودیک با پریود یک می‌باشد به طوری که در فشارهای آیرودینامیکی $1100 < \lambda < 1045$ حرکات پیچیده غیرخطی در این موقعیت چاه انرژی غیرخطی، به پریود یک تبدیل شده است. پس از $\lambda > 1775$ رفتار ورق شبه پریودیک و آشوبناک می‌گردد به طوری که در شکل نشان داده شده است میزان به تاخیر انداختن رفتارهای نامناسب غیرخطی قابل توجه می‌باشد.



شکل ۴-۴۶. دیاگرام انشعابات برای ورق یک لبه گیردار و سه لبه لولای مربعی (CSSS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت چاه انرژی غیرخطی $[0.5 - 0.5]$

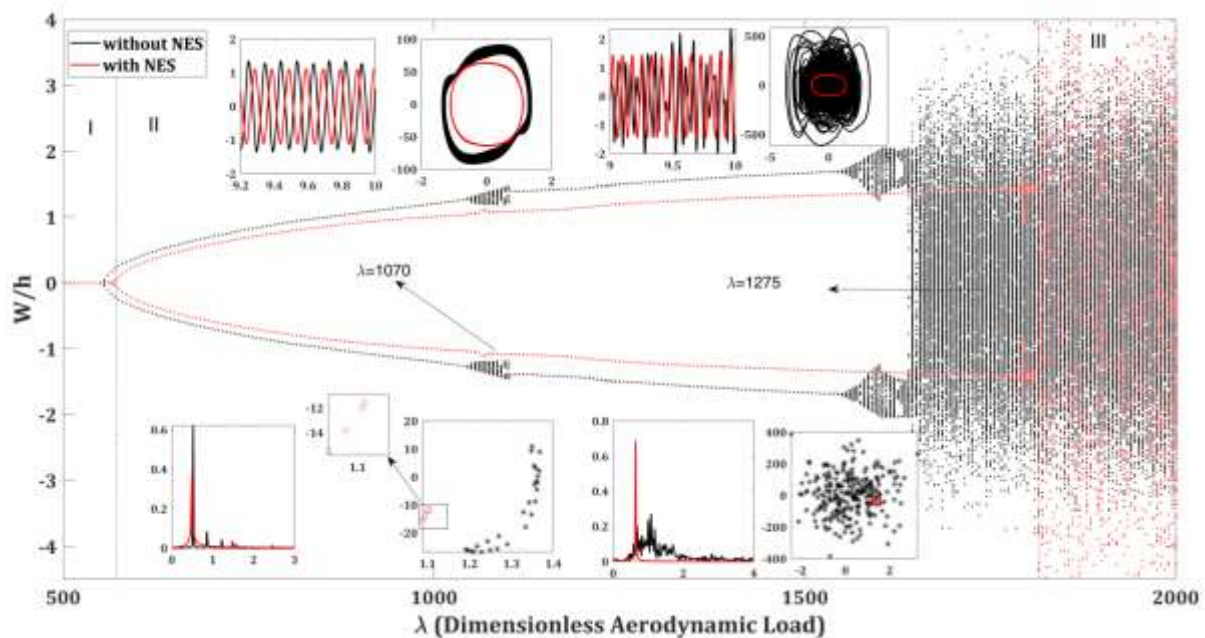
با انتخاب موقعیت $[0.4-0.6]$ فلاتر به میزان جزئی تا $\lambda_{cr} = 585$ به تاخیر می‌افتد (شکل ۴-۴۷). پس از آن تا فشار آیرودینامیک $\lambda = 1720$ رفتار ورق پریودیک با پریود یک می‌باشد اما به یکباره برای $\lambda > 1720$ رفتار ورق به سمت حرکات آشوبناک میل می‌کند.



شکل ۴-۴۷. دیاگرام انشعابات برای ورق یک لبه گیردار و سه لبه لولای مربعی (CSSS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت چاه انرژی غیرخطی $[0.4-0.6]$

در ورق با چاه انرژی غیرخطی در فشار $\lambda < 565$ (ناحیه I در شکل ۴-۴۸) حرکت ورق پایدار می‌باشد. بعد از وقوع فلاتر در فشار بحرانی $\lambda_{cr} = 565$ تا $\lambda = 1810$ (ناحیه II در شکل ۴-۴۸) حرکت پریودیک می‌باشد و پس از آن برای $\lambda > 1810$ (ناحیه III در شکل ۴-۴۸) حرکت ورق آشوبناک می‌گردد. به عنوان مثال در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 1070$ ، تاریخچه زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی ترسیم گردید که وقوع تغییر رفتار از حرکت شبه پریودیک به حرکت با پریود چهار را نشان

می‌دهد و همچنین در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 1275$ تغییر رفتار ورق از حرکت آشوبناک به حرکت با پریود یک می‌باشد.



شکل ۴-۴۸. دیاگرام انشعابات برای ورق یک لبه گیردار و سه لبه لولای مربعی (CSSS) با $\delta = 0.05$ در موقعیت چاه انرژی غیرخطی [۰/۶-۰/۴]

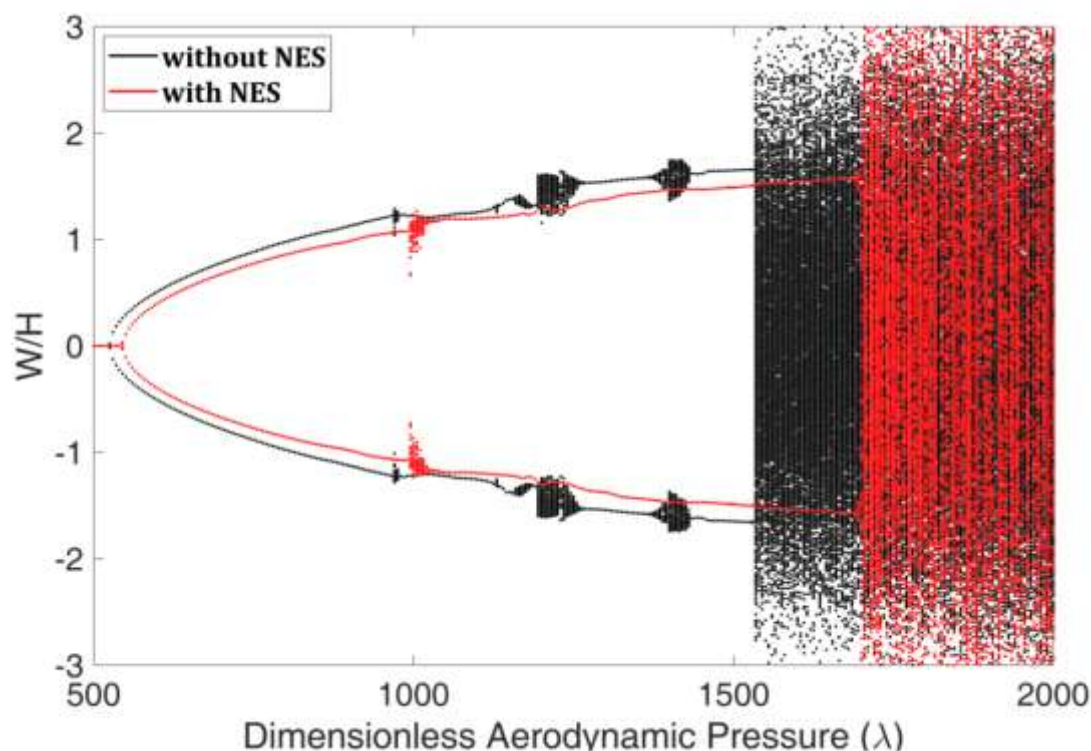
در این شرط مرزی هم مانند ورق چهار لبه لولا موقعیت مناسب برای جایگیری چاه انرژی غیرخطی موقعیت [۰/۶-۰/۴] می‌باشد.

۴-۴ ورق با چاه در جریان آیرودینامیک با زاویه آزمون غیر صفر

۱-۴-۴ ورق با چهار لبه لولا با نسبت منظر $\varphi=1$

در شکل ۴-۴۹، شکل ۴-۵۱ و شکل ۴-۵۲، نمودارهای چندشاخگی، به ترتیب برای زوایای آزمون در شکل ۴-۴۹، $A = 15^\circ$ ، $A = 30^\circ$ و $A = 45^\circ$ و برای فشار آیرودینامیکی بی‌بعد، از $\lambda = 500$ تا $\lambda = 2000$ در نسبت منظری $\varphi=1$ رسم شده است.

در شکل ۴-۴۹ مشاهده می‌شود که استفاده از چاه انرژی برای جریان در زاویه آزمون $A = 15^\circ$ بسیار مناسب می‌باشد، به طوری که فلاتر را از $\lambda = 530$ به $\lambda = 545$ به تاخیر می‌اندازد. در ورق بدون چاه انرژی، قبل از وقوع رفتار آشوبناک، در سه بازه $985 < \lambda < 965$ و $1270 < \lambda < 1150$ و $1375 < \lambda < 1440$ رفتار پیچیده غیرخطی مشاهده می‌شود، اما استفاده از چاه تمام اثرات نامطلوب را به جز در بازه $1040 < \lambda < 995$ حذف می‌شود. ورق بدون چاه انرژی در $\lambda > 1535$ رفتار آشوبناک را بروز می‌دهد در حالی که چنین رفتاری برای ورق با چاه انرژی در $\lambda > 1700$ اتفاق می‌افتد.

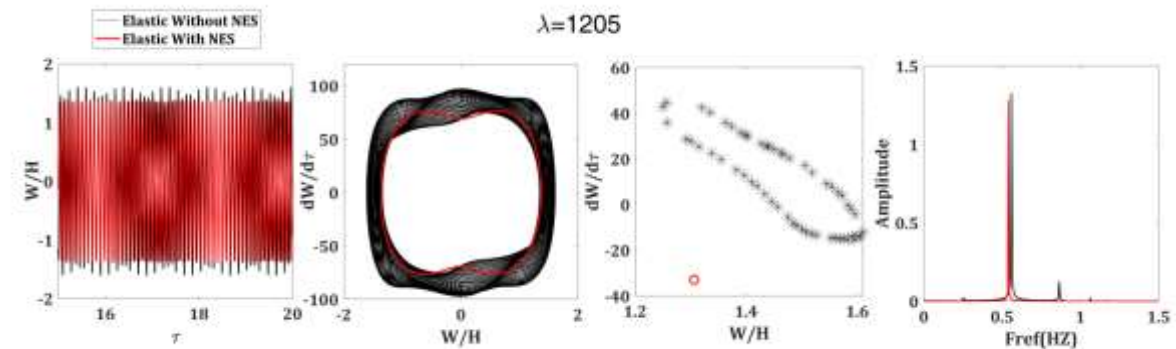


شکل ۴-۴۹. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی با و بدون چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $\delta = 0.05$ ، $\varphi = 1$ ، $A = 15^\circ$ ، $[0.6-0.4]$

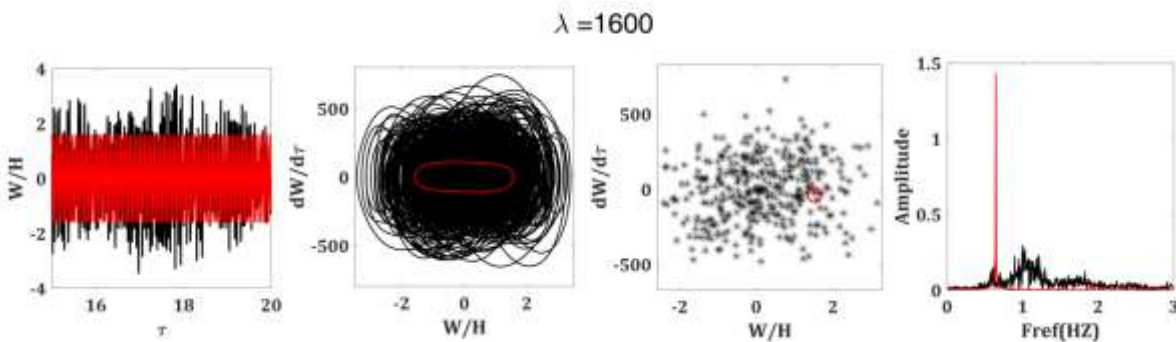
برای روشن شدن بهتر این موضوع، در شکل ۴-۵۰ نمودار پاسخ زمانی، فضای فازی، نگاشت پوانکاره و طیف توانی برای فشارهای آیرودینامیک بی بعد $\lambda = 1205$ و $\lambda = 1600$ رسم شده است. در شکل ۴-۵۰ الف، تغییر رفتار ورق از حالت شبه پریودیک به رفتار پریودیک با استفاده از چاه انرژی و در شکل ۴-۵۰ ب چنین تغییر رفتاری از حرکت آشوبناک به پریودیک مشهود است.

حال با افزایش زاویه آزمون به تغییر رفتار ورق در نمودار چندشاخگی می پردازیم. همان طور که در شکل ۴-۵۱ الف برای جریان با زاویه آزمون $A = 30^\circ$ نشان داده شده است، فلاتر در ورق بدون چاه در فشار آیرودینامیکی $\lambda = 530$ رخ می دهد اما با استفاده از چاه انرژی فلاتر در $\lambda = 550$ اتفاق می افتد. استفاده از چاه انرژی در حذف رفتارهای نامطلوب ورق در بازه های $1245 < \lambda < 1195$ و $1280 < \lambda < 1260$ و $1585 < \lambda < 1320$ پاسخ بسیار مناسبی دارد و رفتار پیچیده را به رفتار پریودیک یک تبدیل می کند. اما در بازه $970 < \lambda < 1000$ رفتار ورق با چاه انرژی از رفتار ورق بدون چاه

نامناسب‌تر است. در فشارهای آیرودینامیک $\lambda > 1590$ هر دو ورق با و بدون انرژی، رفتار آشوبناک را بروز خواهند داد. برای نمونه همانطوری که در شکل ۴-۵۱-ب در فشار آیرودینامیکی $\lambda = 1600$ پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی ترسیم شده است که نشان می‌دهد رفتار ورق از حالت آشوبناک در ورق بدون چاه انرژی غیرخطی به رفتار پریودیک با پریود دو در ورق با چاه تبدیل شده است.

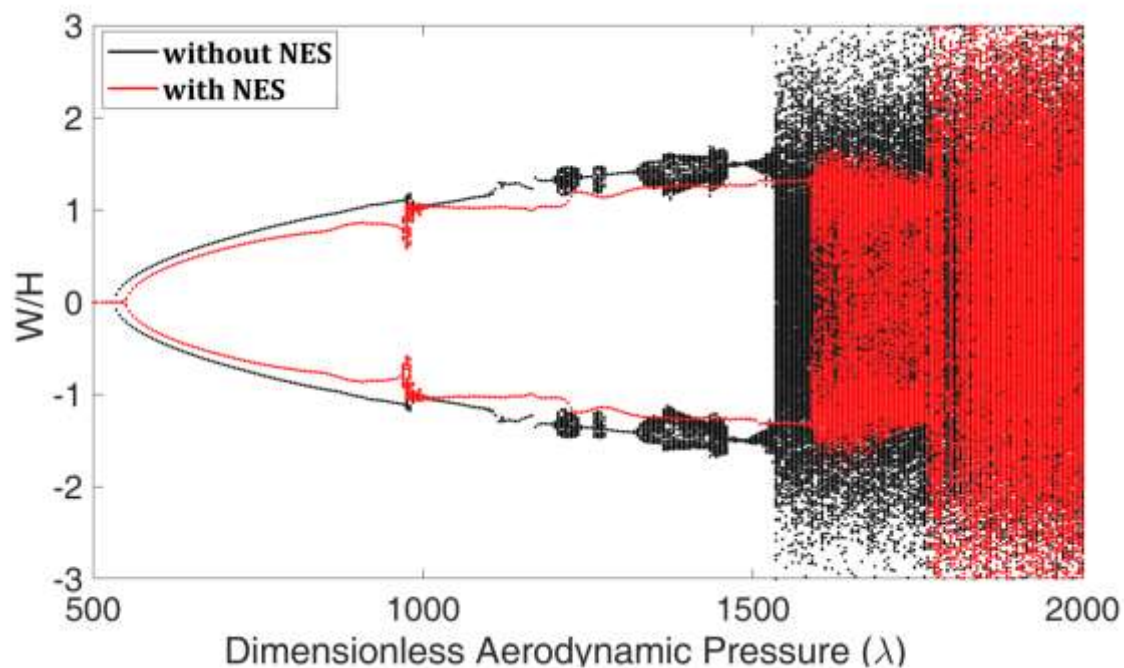


(الف)

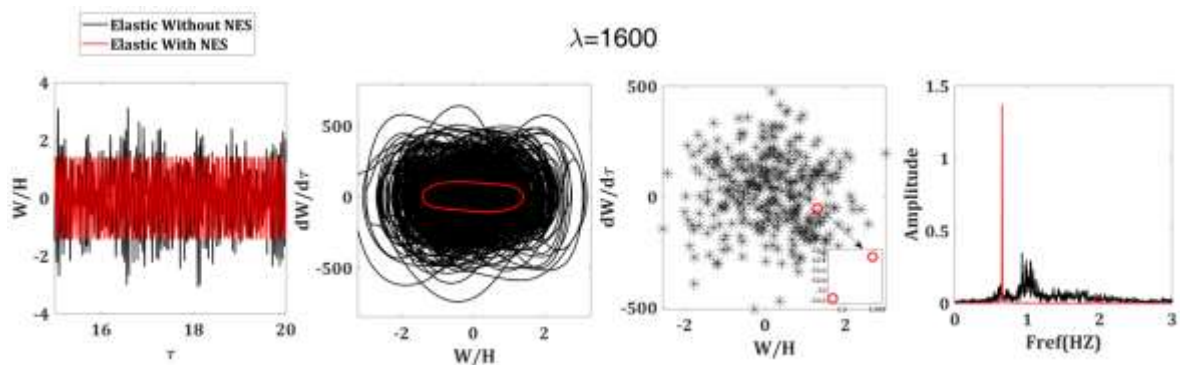


(ب)

شکل ۴-۵۰. پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی در فشار آیرودینامیک بی‌بعد، (الف) $\lambda = 1205$ (ب) $\lambda = 1600$ ، برای ورق چهارلبه لولای الاستیک مربعی، با و بدون چاه انرژی در $\lambda = 15^\circ$



(الف)

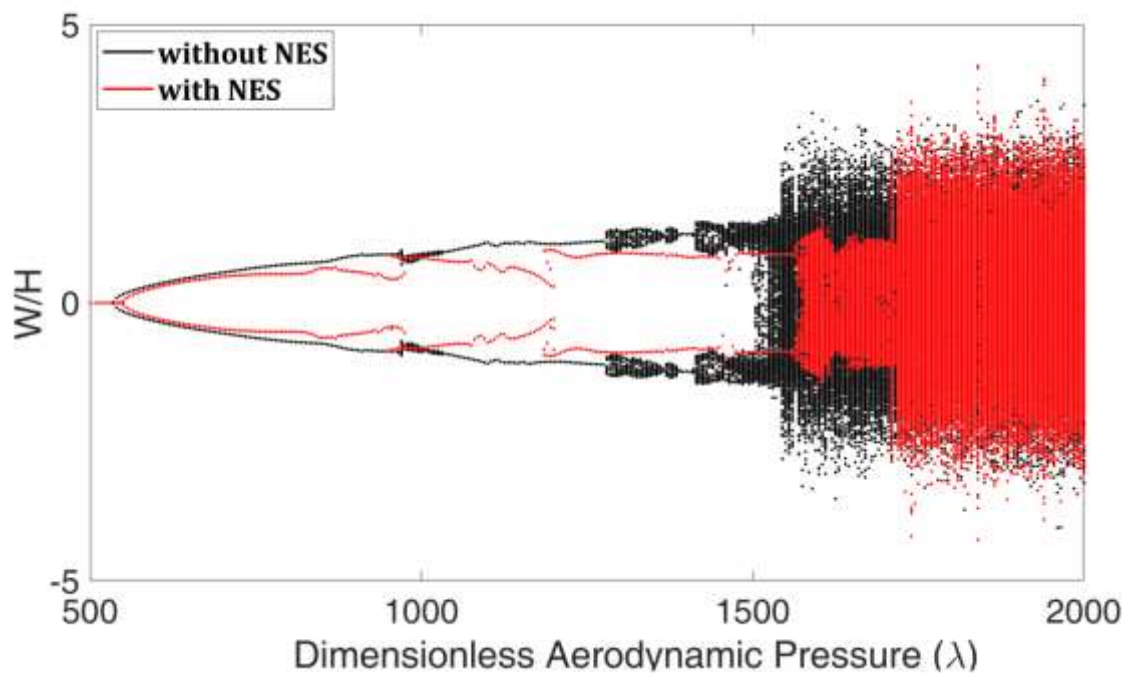


(ب)

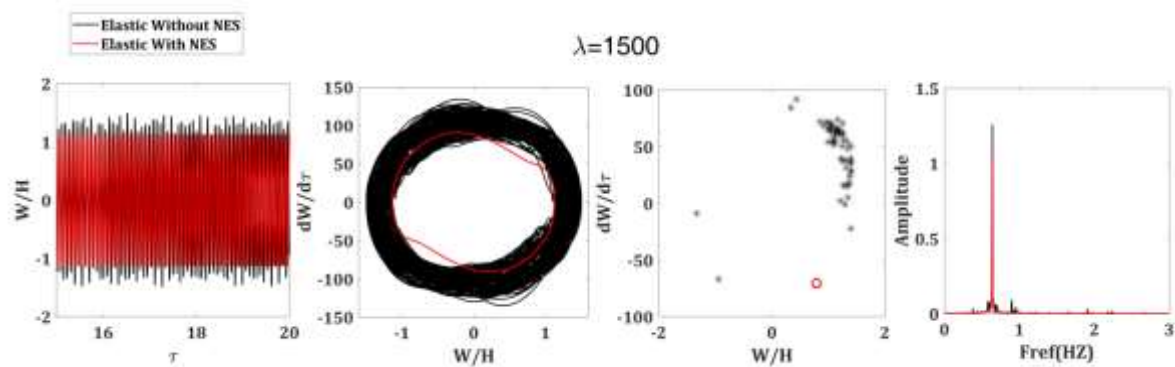
شکل ۴-۵۱-الف) دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی، با و بدون چاه انرژی غیرخطی در موقعیت $[0.4-0.6]$ ، ب) پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی در فشار آیرودینامیک بی بعد $\lambda = 1600$ در ورق چهارلبه لولا الاستیک مربعی با و بدون چاه انرژی و $\delta = 0.05$ ، $\varphi = 1$ ، $A = 30^\circ$

همان طور که در شکل ۴-۵۲-الف برای جریان با زاویه آزمون $A = 45^\circ$ نشان داده شده است، در ورق بدون چاه فلاتر در $\lambda = 540$ رخ می دهد، در بازه $540 < \lambda < 960$ رفتار ورق پریودیک است، در فشارهای آیرودینامیک ذکر شده استفاده از چاه انرژی از دامنه نوسان می کاهد و همچنین فلاتر را تا $\lambda = 555$ به تاخیر می اندازد. در بازه $965 < \lambda < 1035$ رفتار ورق بدون چاه پیچیده است اما با چاه

انرژی پریودیک خواهد بود. در بازه $1040 < \lambda < 1280$ حرکت ورق بدون چاه دوباره پریودیک خواهد شد. حرکت ورق با چاه نیز پریودیک است اما دامنه نوسانات کاهش چشمگیری نسبت به ورق بدون چاه دارد.



(الف)



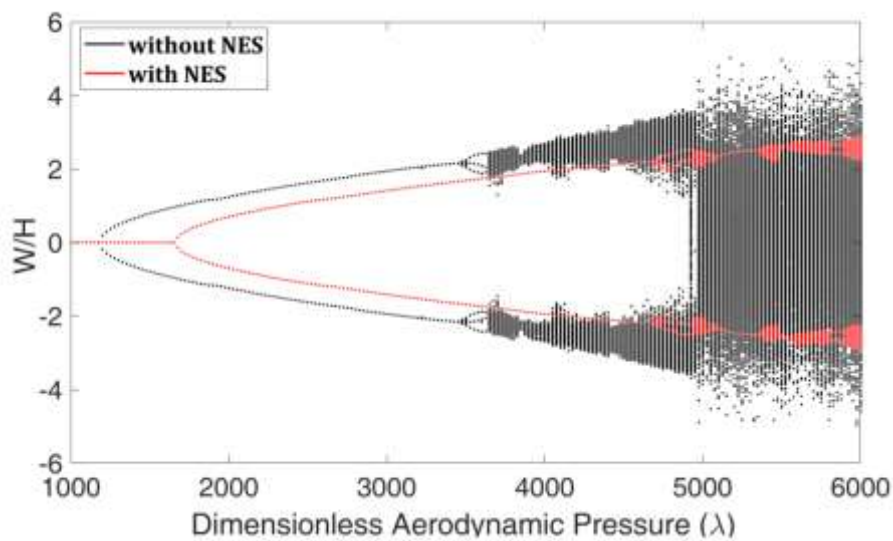
(ب)

شکل ۴-۵۲. الف) دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی بدون چاه انرژی غیرخطی و با چاه در موقعیت $[0.4 - 0.6]$ ، ب) پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی در فشار آیرودینامیک بی بعد $\lambda = 1500$ در ورق چهارلبه لولای الاستیک مربعی با و بدون چاه انرژی $\delta = 0.05$ ، $\varphi = 1$ ، $A = 45^\circ$

در بازه $1395 < \lambda < 1285$ حرکت ورق بدون چاه پیچیده است و در بازه $1415 < \lambda < 1400$ پنجره‌ای از حرکت پریودیک باز می‌شود و بعد از آن حرکت ورق به سمت رفتار آشوبناک میل می‌کند. اما با استفاده از چاه رفتار ورق تا $\lambda = 1560$ پریودیک خواهد بود، سپس برای $\lambda > 1565$ به رفتار آشوبناک نزدیک می‌شود. برای نمونه همانند قبل در شکل ۴-۵۲-ب تغییر رفتار ورق در $\lambda = 1500$ از حالت آشوبناک به حرکت پریودیک با پریود یک مشهود است.

۲-۴-۴ ورق با چهار لبه لولا برای نسبت منظر $\varphi = 2$

شکل ۴-۵۳، نمودار چندشاخگی، برای زاویه آزیموس $\alpha = 15^\circ$ و فشار آیرودینامیکی بی بعد از $\lambda = 1000$ تا $\lambda = 1600$ ، برای نسبت منظر $\varphi = 2$ رسم شده است. همان‌طور که در شکل پیداست، استفاده از چاه انرژی غیرخطی اثر مطلوبی دارد. فلاتر در ورق بدون چاه در $\lambda = 1175$ رخ می‌دهد و رفتار آن در بازه $1175 < \lambda < 3450$ پریودیک با پریود یک باقی می‌ماند. در بازه $3450 < \lambda < 3500$ رفتار پریودیک با پریود سه در ورق بدون چاه مشهود است سپس برای $\lambda > 3650$ رفتار ورق پیچیده می‌شود.



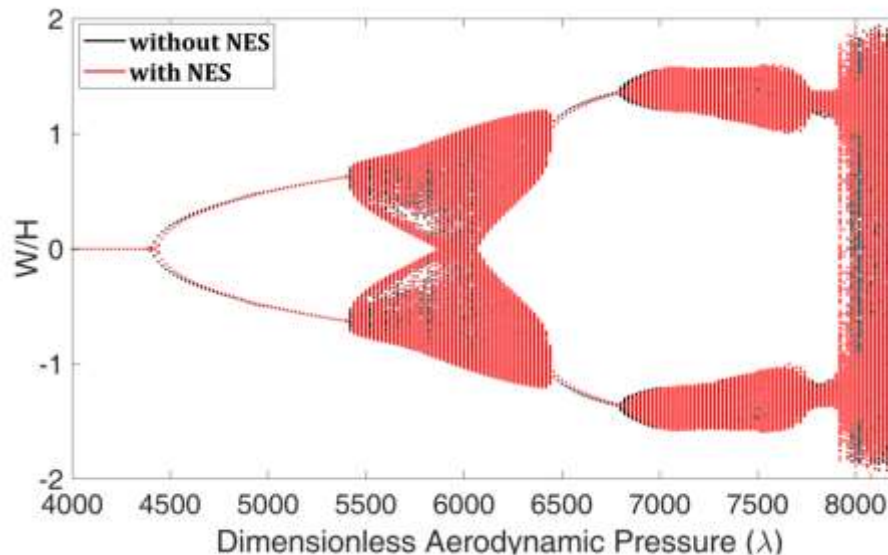
شکل ۵۳-۴. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی بدون چاه انرژی غیرخطی و با چاه در موقعیت $\delta = 0.05$ ، $\varphi = 2$ ، $A = 15^\circ$ و $[0.6-0.4]$

اما با استفاده از چاه انرژی غیرخطی، هم فلاتر تا $\lambda = 1650$ به تاخیر می‌افتد و هم حرکت پریودیک با پریود یک تا $\lambda = 4675$ ادامه خواهد داشت. ورق با چاه در بازه $4725 < \lambda < 4925$ رفتار پریودیک با پریود سه را نشان می‌دهد سپس در بازه $4950 < \lambda < 5100$ حرکت پریودیک با پریود متفاوت تبدیل می‌شود و دوباره در بازه $5125 < \lambda < 5350$ به حرکت پریودیک با پریود یک تبدیل می‌شود. بعد از آن به جز در بازه $5825 < \lambda < 5875$ که حرکت پریودیک با پریود سه می‌باشد در باقی فشارهای آیرودینامیک رفتار ورق پیچیده می‌شود.

۳-۴-۴ ورق با چهار لبه لولا برای نسبت منظر $\varphi = 4$

در شکل ۵۴-۴، نمودار چندشاخگی، برای زاویه آزیموس $A = 15^\circ$ و فشار آیرودینامیکی بی‌بعد از $\lambda = 4000$ تا $\lambda = 8200$ ، برای نسبت منظر $\varphi = 4$ رسم شده است. با توجه به شکل، تغییر رفتار محسوسی با استفاده از چاه انرژی غیرخطی مشاهده نمی‌شود، به طوری که آستانه فلاتر را از $\lambda = 4400$

در ورق بدون چاه به $\lambda = 4420$ در ورق با چاه تغییر می‌دهد. هر دو ورق تا $\lambda = 5400$ رفتار پریودیک، سپس تا $\lambda = 6640$ رفتار پیچیده غیرخطی را بروز می‌دهند.



شکل ۴-۵۴. دیاگرام انشعابات برای ورق چهارلبه لولای مربعی بدون چاه انرژی غیرخطی و با چاه در موقعیت $\delta = 0.05$ ، $\varphi = 4$ ، $A = 15^\circ$ و $[0.6 - 0.4]$

ورق بدون چاه در بازه $6660 < \lambda < 6780$ رفتار پریودیک را نشان می‌دهد و ورق با چاه تا $\lambda = 6820$ همین رفتار را دارد. سپس برای $\lambda > 6780$ در ورق بدون چاه و $\lambda > 6820$ در ورق با چاه، رفتار ورق پیچیده و نزدیک به حرکت آشوبناک می‌باشد.

۴-۵ ورق ویسکوالاستیک

با تغییر جنس ماده به مواد انعطاف پذیر رفتار سیستم تغییر محسوسی می‌کند به طوری که در فشارهای آیرودینامیک پایین در برخی نسبت‌های منظری رفتار ورق الاستیک بهتر از رفتار ورق ویسکوالاستیک می‌باشد اما در فشارهای آیرودینامیک بالا رفتارهای پیچیده غیرخطی به سمت رفتارهای ساده‌تر میل می‌کند این رفتارها را در نتایج می‌باشد.

۴-۵-۱ زاویه آزمون $\alpha = 0^\circ$ ورق چهارلبه لولا

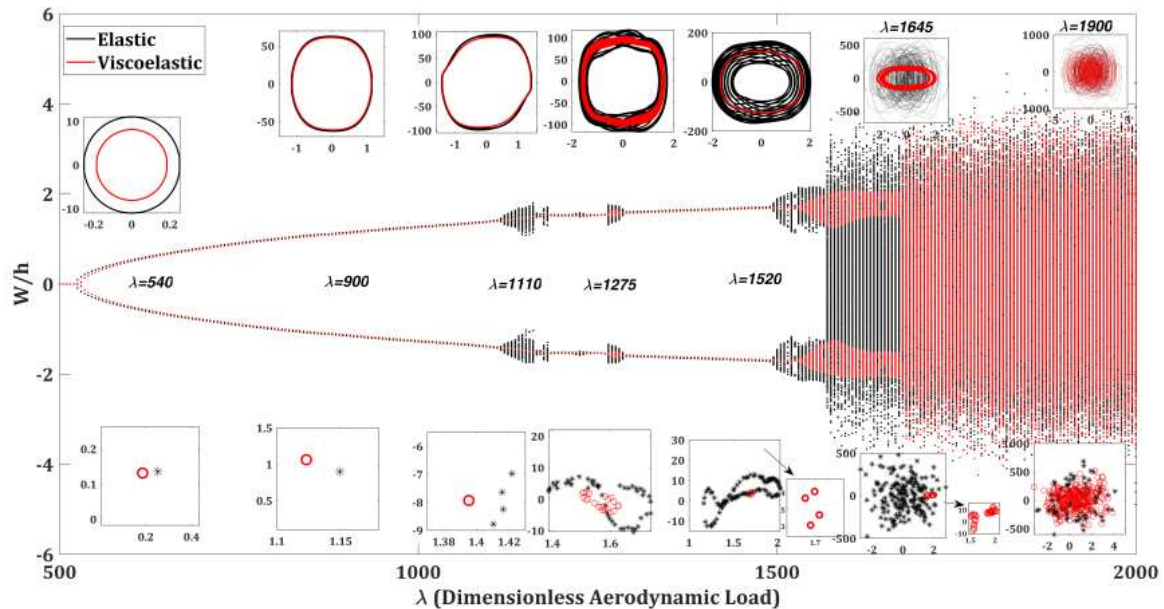
۴-۵-۱-۱ نمودار انشعابات

در این بخش نمودارهای رفتار دینامیکی ورق الاستیک و ویسکوالاستیک برای چهار نسبت منظر 0.5 ، $\varphi = 1$ ، $\varphi = 2$ و $\varphi = 4$ به دست آمده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. قابل ذکر است که نمودار چندشاخگی برحسب پارامتر کنترلی λ رسم شده و در نمودارها رنگ قرمز مربوط به ورق ویسکوالاستیک و رنگ سیاه مربوط به ورق الاستیک است. در تمامی نمودارها با افزایش تدریجی فشار آیرودینامیک بی‌بعد به‌عنوان پارامتر کنترلی، ابتدا فلاتر رخ می‌دهد سپس با افزایش پارامتر کنترلی، دامنه نوسانات زیاد شده و رفتار سیستم به حرکت با پریودهای بالاتر یا شبه‌پریودیک و بعد از آن به حرکت آشوبناک تغییر می‌یابد.

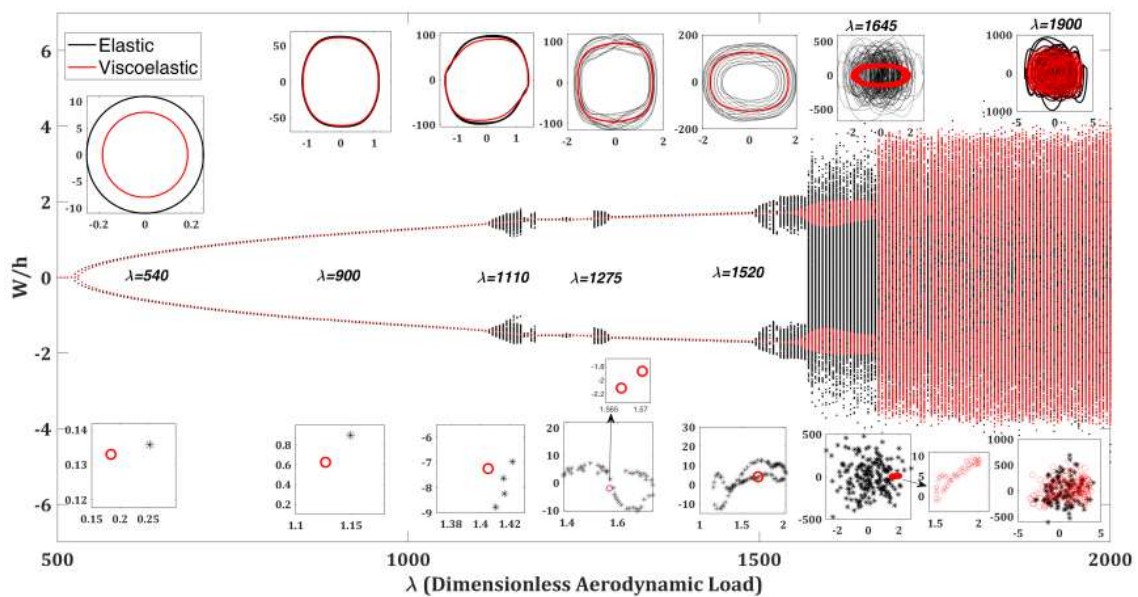
۴-۵-۱-۱-۱ نسبت منظر $\varphi = 1$

در شکل ۴-۵۵، نمودارهای چندشاخگی، برای فشار آیرودینامیک بی‌بعد از $\lambda = 500$ تا $\lambda = 2000$ برای نسبت منظر یک، $\varphi = 1$ با بازه‌های $\Delta\lambda = 5$ رسم شده است. با افزایش تدریجی پارامتر کنترلی از فشارهای آیرودینامیک بی‌بعد کم، ورق الاستیک شروع به ارتعاش می‌کند و در $\lambda = 512$ فلاتر رخ می‌دهد. ورق ویسکوالاستیک با پارامتر ویسکوز کوچک نیز با توجه به شکل ۴-۵۵-الف تا ج رفتار تقریباً مشابه با ورق الاستیک دارد، یعنی در نزدیکی همین مقدار از پارامتر کنترلی فلاتر رخ می‌دهد. اما همان‌طور که در شکل ۴-۵۵-د مشاهده می‌شود با افزایش پارامتر ویسکوز به $\tau_c = 0.001$ فلاتر زودتر رخ می‌دهد یعنی در $\lambda = 512$ رفتار ورق ویسکوالاستیک با $\tau_c = 0.001$ از نوع نوسانات سیکل حدی است در حالی که در این شرایط در ورق الاستیک فلاتر رخ داده است. برای روشن شدن بیشتر این موضوع، برای $\lambda = 540$ نمودارهای فضای فازی و مقطع پوانکاره برای ورق الاستیک و ورق ویسکوالاستیک در شکل ۴-۵۵-د در کنار نمودار چندشاخه‌گی رسم شده، که رفتار حرکت پریودیک با

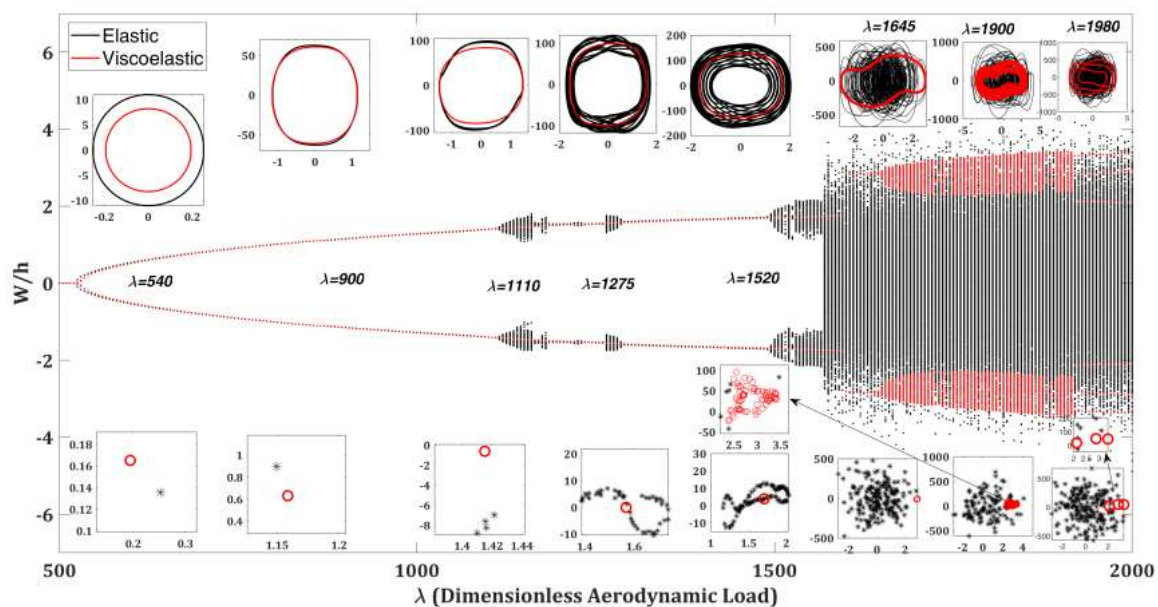
پریود یک را برای هر دو ورق نشان می‌دهد، به‌طوری‌که دامنه نوسانات برای ورق ویسکوالاستیک از ورق الاستیک بیشتر می‌باشد.



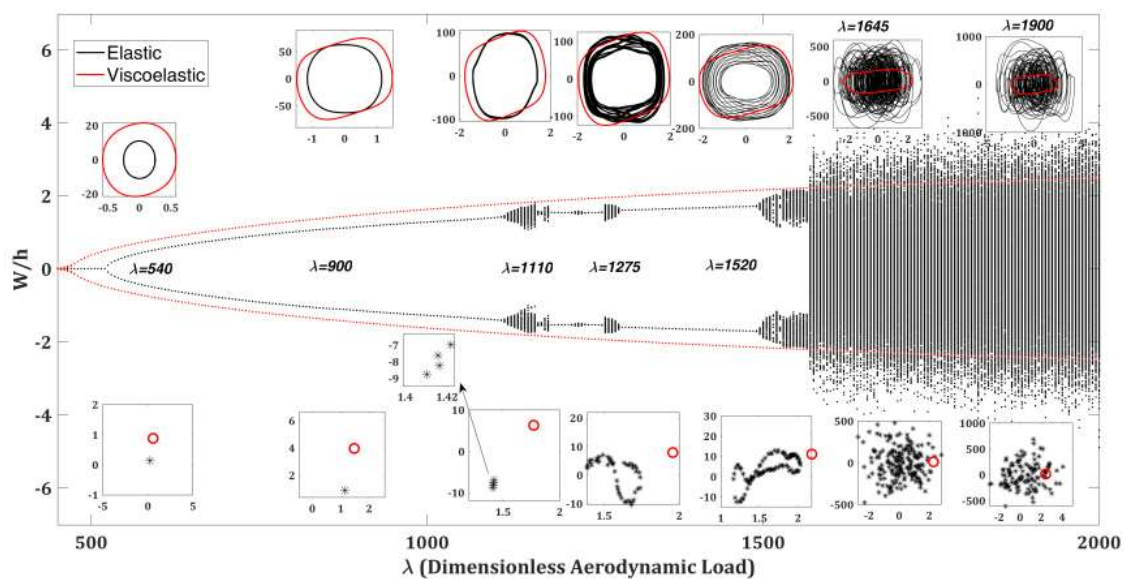
شکل ۴-۵۵. دیاگرام چندشاخگی برای ورق‌های با لبه‌های مفصلی مربعی با $\delta = 0.05$ ، رنگ سیاه مربوط به ورق الاستیک و رنگ قرمز مربوط به ورق ویسکوالاستیک با پارامترهای ویسکوز الف) $\tau_c = 0.00001$



ب) $\tau_c = 0.00001$



$$\tau_c = 0.001 \text{ (ج)}$$



$$\tau_c = 0.01 \text{ (د)}$$

ادامه شکل

با افزایش بیشتر پارامتر کنترلی تا $\lambda = 1105$ رفتار ورق الاستیک و ویسکوالاستیک به صورت هارمونیک ساده خواهد بود. به طور مثال در فشار آیرودینامیک بی بعد $\lambda = 900$ ورق ویسکوالاستیک با پارامتر

ویسکوز کوچک رفتاری نزدیک به رفتار ورق الاستیک دارد اما اگر پارامتر ویسکوز برابر با $\tau_c = 0/001$ باشد دامنه نوسانات عرضی ورق ویسکوالاستیک نسبت به ورق الاستیک بزرگتر خواهد بود (شکل ۴-۵۵-د).

در بازه $1110 < \lambda < 1180$ رفتار ورق الاستیک از پیوند یک به رفتارهای پیچیده غیرخطی تغییر می‌کند، در حالی که ورق ویسکوالاستیک همچنان از نوع پیوند یک می‌باشد. به‌عنوان نمونه، در $\lambda = 1110$ نمودارهای فضای فازی و مقطع پوانکاره برای ورق الاستیک و ورق ویسکوالاستیک رسم شده و مشاهده می‌شود که رفتار ورق الاستیک از نوع پیوند چهار و ورق ویسکوالاستیک از نوع پیوند یک می‌باشد.

جابجایی عرضی ورق الاستیک در بازه‌های $1210 < \lambda < 1285$ و $1485 < \lambda < 1490$ ، پنجره‌ای را نشان می‌دهد که در آن رفتار از نوع هارمونیک ساده است، اما در بازه $1215 < \lambda < 1285$ رفتار ورق به رفتارهای پیچیده‌تر تغییر می‌یابد. به‌طور مثال در $\lambda = 1275$ همان‌طور که در نمودار فضای فازی و مقطع پوانکاره مشاهده می‌شود، با در نظر گرفتن پارامتر ویسکوز $\tau_c = 0/000001$ نوع رفتار ورق ویسکوالاستیک نسبت به الاستیک تغییر نمی‌کند اما دامنه نوسانات کاهش می‌یابد (شکل ۴-۵۵-الف). همچنین مشاهده می‌شود با افزایش پارامتر ویسکوز، رفتار ورق ویسکوالاستیک از شبه پیوندیک به پیوند دو (شکل ۴-۵۵-ب) و پیوند یک (شکل ۴-۵۵-ج و د) تغییر می‌یابد.

برای $\lambda > 1490$ رفتار ورق الاستیک تغییر کرده و به رفتار آشوبناک نزدیک می‌شود. با در نظر گرفتن نمودار فضای فازی و مقطع پوانکاره مشاهده می‌شود که رفتار ورق الاستیک به‌طور مثال در $\lambda = 1520$ ، شبه پیوندیک، و در $\lambda = 1645$ و $\lambda = 1900$ آشوبناک خواهد بود. اما رفتار ورق ویسکوالاستیک روند دیگری دارد، به‌طوری‌که در $\lambda = 1520$ با $\tau_c = 0/000001$ (شکل ۴-۵۵-الف) پیوندیک با پیوند چهار، و با $\tau_c = 0/00001$ (شکل ۴-۵۵-ب) و $\tau_c = 0/0001$ (شکل ۴-۵۵-ج) $\tau_c = 0/001$ (شکل ۴-۵۵-د) پیوند یک است، در $\lambda = 1645$ (شکل ۴-۵۵-الف تا ج) شبه پیوندیک و (شکل ۴-۵۵-د) پیوند یک، و در

$\lambda = 1900$ با $\tau_c = 0/000001$ و $\tau_c = 0/000001$ (شکل ۴-۵۵-الف و ب) آشوبناک و با $0/00001$.

$\tau_c =$ (شکل ۴-۵۵-ج) شبه پریودیک و در $\tau_c = 0/001$ (شکل ۴-۵۵-د) پریودیک می‌باشد.

نکته مهمی در شکل ۴-۵۵-ج در $2000 < \lambda < 1920$ مشاهده می‌شود، برای نمونه در $\lambda = 1980$ در ورق الاستیک حرکت آشوبناک، و در ورق ویسکوالاستیک با پارامتر ویسکوز فلاتر در ورق ویسکوالاستیک با پارامتر ویسکوز بالاتر، رفتار آن نسبت به ورق الاستیک ناپایدارتر است اما هرچه فشار آیرودینامیک بی‌بعد افزایش یابد ورق ویسکوالاستیک رفتارهای ساده‌تری نسبت به ورق الاستیک خواهد داشت. در جدول ۳-۴، خلاصه نتایج مهم آمده است.

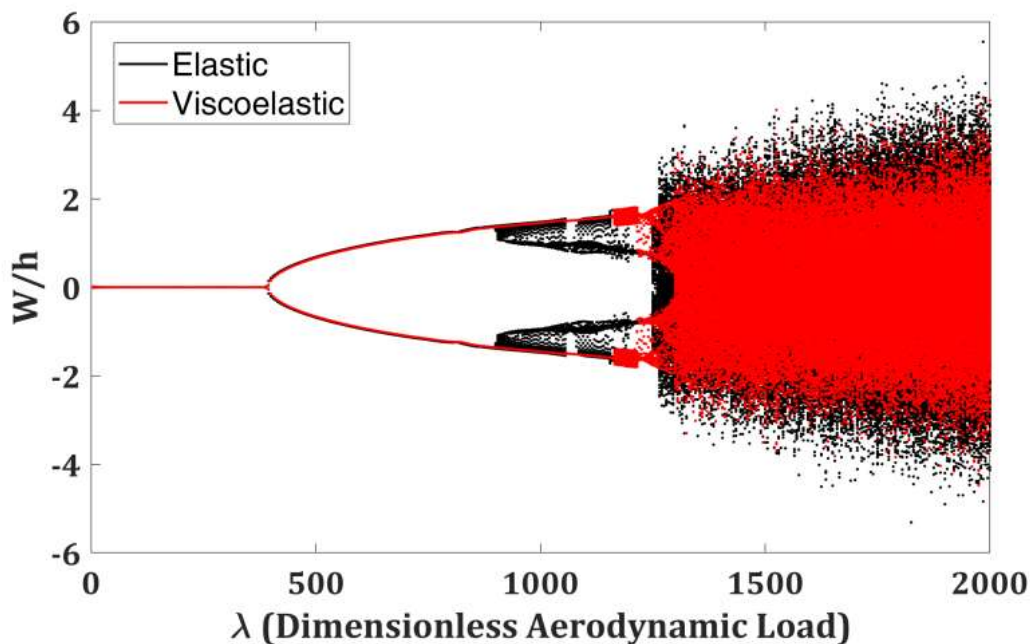
جدول ۳-۴ تغییر رفتار ورق در فشارهای آیرودینامیک مختلف

	$\lambda = 540$	$\lambda = 900$	$\lambda = 1110$	$\lambda = 1275$	$\lambda = 1520$	$\lambda = 1645$	$\lambda = 1900$
آشوبناک	آشوبناک	شبه پریودیک	شبه پریودیک	پریودیک ۴	پریودیک ۱	پریودیک ۱	پریودیک ۱
آشوبناک	آشوبناک	شبه پریودیک	شبه پریودیک	شبه پریودیک	پریودیک ۴	پریودیک ۱	پریودیک ۱
آشوبناک	آشوبناک	شبه پریودیک	شبه پریودیک	پریودیک ۲	پریودیک ۱	پریودیک ۱	پریودیک ۱
شبه پریودیک	شبه پریودیک	شبه پریودیک	پریودیک ۱	پریودیک ۱	پریودیک ۱	پریودیک ۱	پریودیک ۱
پریودیک ۱	پریودیک ۱	پریودیک ۱	پریودیک ۱	پریودیک ۱	پریودیک ۱	پریودیک ۱	پریودیک ۱

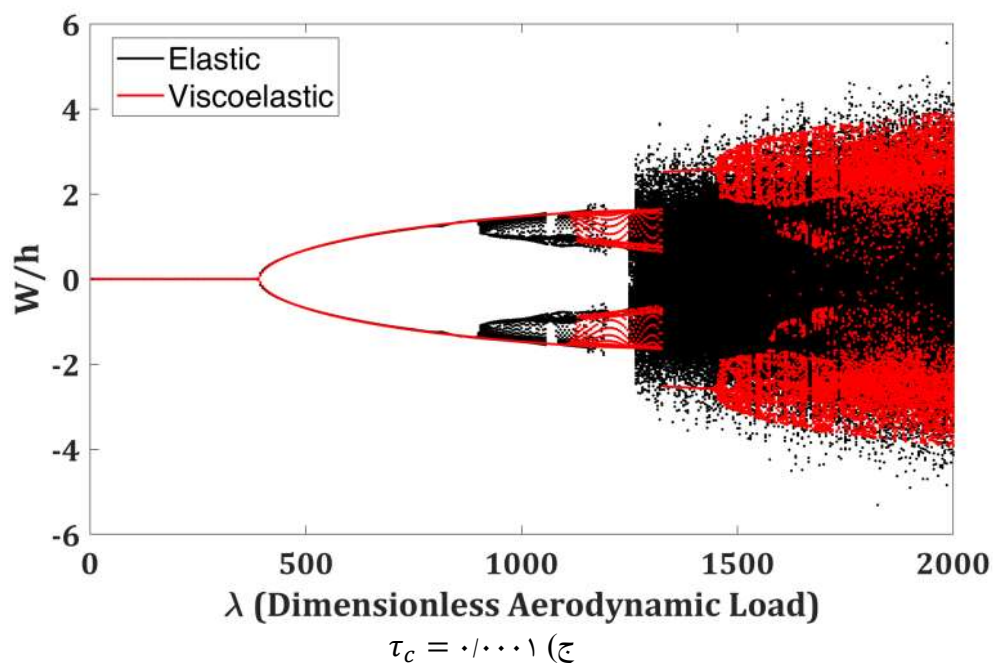
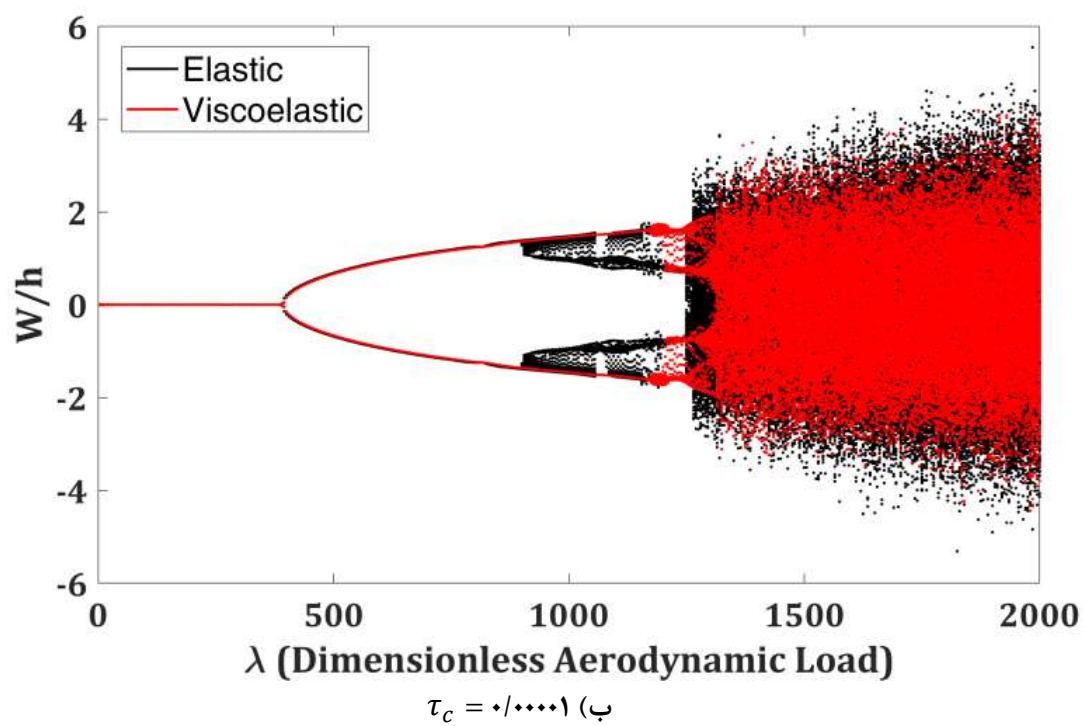
۴-۵-۱-۱-۲ نسبت منظر $\varphi = 0/5$

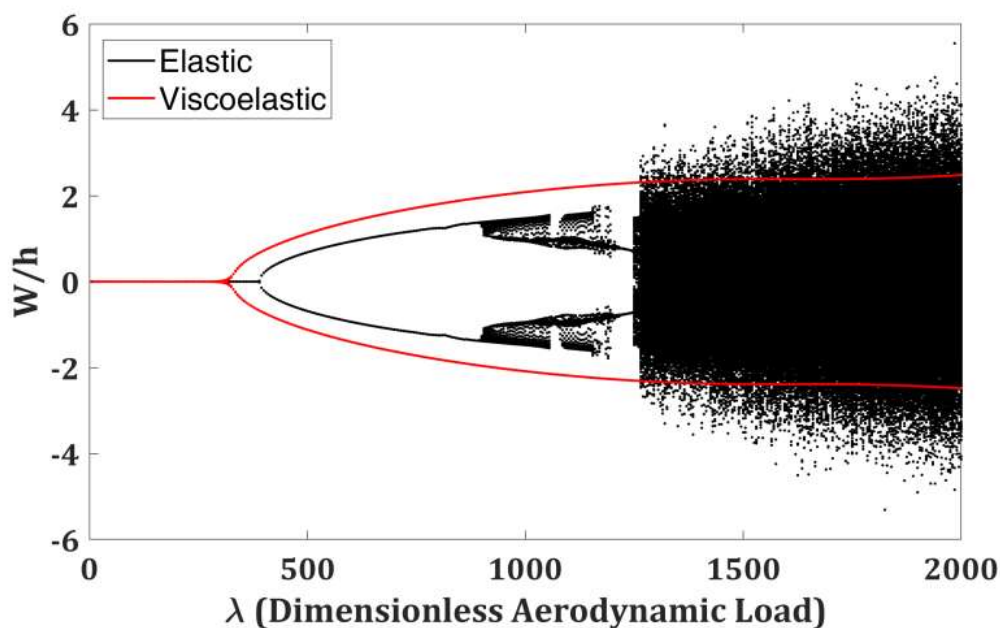
در شکل ۴-۵۶، نمودارهای چندشاخگی، برای فشار آیرودینامیکی بی‌بعد از $\lambda = 5$ تا $\lambda = 2000$ برای نسبت منظر $\varphi = 0/5$ با بازه‌های $\Delta\lambda = 5$ رسم شده است. با توجه به نمودارها، ورق الاستیک در بازه $895 < \lambda < 390$ رفتار پریودیک با پریودیک دارد که در بازه $1195 < \lambda < 895$ به رفتارهای

پیچیده غیرخطی تبدیل شده و بعد از آن در بازه $1245 < \lambda < 1200$ دوباره رفتار پریودیک مشاهده می‌شود، و سرانجام برای $\lambda > 1250$ به حرکت آشوبناک تبدیل می‌شود. مطابق شکل ۵۶-۴ الف، ورق ویسکوالاستیک با $\tau_c = 0.00001$ در بازه $1155 < \lambda < 395$ رفتاری پریودیک با پریود یک دارد، که با افزایش خاصیت ویسکوز به $\tau_c = 0.00001$ بازه این حرکت پریودیک به بازه $1160 < \lambda < 395$ تغییر می‌یابد (شکل ۵۶-۴ ب). نکته مهم در شکل ۵۶-۴ ج اتفاق می‌افتد به‌طوری‌که رفتار ورق ویسکوالاستیک با $\tau_c = 0.00001$ در بازه $1100 < \lambda < 395$ و $1435 < \lambda < 1330$ پریودیک است و بعد از آن آشوبناک خواهد شد. مطابق شکل ۵۶-۴ د، ورق ویسکوالاستیک با $\tau_c = 0.0001$ در محدوده فشار آیرودینامیکی ذکر شده از نوع پریود یک می‌باشد.



شکل ۵۶-۴. دیاگرام چندشاخگی برای ورق‌های لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک مستطیلی با $\delta = 0.05$ و نسبت منظری $\varphi = 0.5$ ، با پارامترهای ویسکوز الف) $\tau_c = 0.000001$

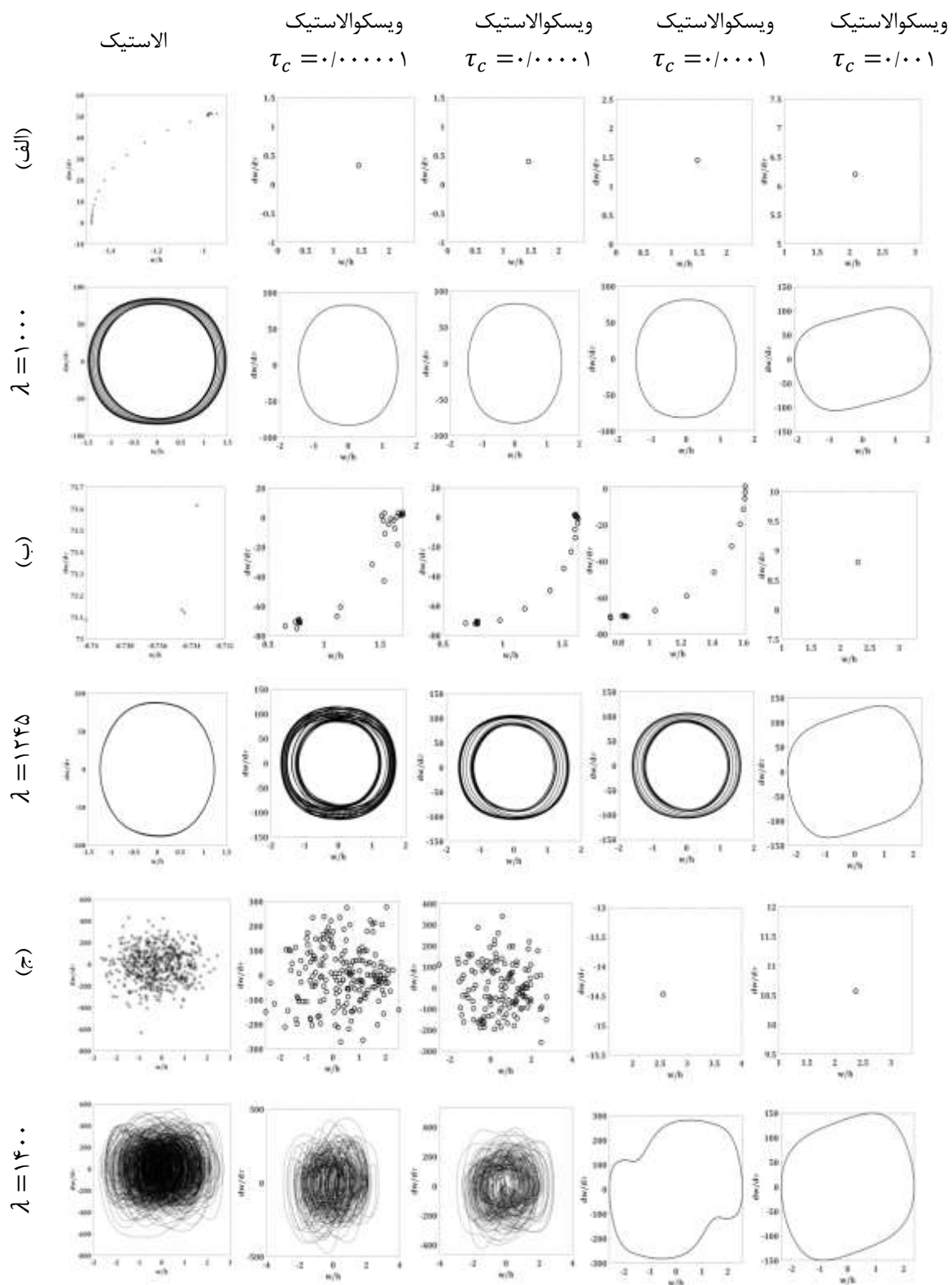




$$\tau_c = 0.001 \text{ (د)}$$

ادامه شکل

در شکل ۴-۵۷ نمودارهای فضای فازی و مقطع پوانکاره برای ورق الاستیک، و ورق ویسکوالاستیک با چهار خاصیت ویسکوز، در سه فشار مختلف آیرودینامیک بی بعد (λ) نشان داده شده است. مشاهده می شود که اگر خاصیت ویسکوز به اندازه کافی بزرگ باشد حرکت آشوبناک را در ورق ویسکوالاستیک نسبت به ورق الاستیک به تاخیر می اندازد. به طور مثال در $\lambda = 1000$ رفتار شبه پریودیک ورق الاستیک به رفتار پریودیک در ورق ویسکوالاستیک تغییر می یابد. در $\lambda = 1245$ ، ورق ویسکوالاستیک با ضرایب ویسکوز پایین رفتار پیچیده تری نسبت به ورق الاستیک دارد یعنی از نوع پریود سه می باشد، اما با افزایش ضریب ویسکوز ورق ویسکوالاستیک به $\tau_c = 0.001$ ، رفتار ورق ویسکوالاستیک ساده تر و از نوع پریود یک خواهد بود. بنابراین ورق ویسکوالاستیک با پارامتر ویسکوز کوچک ممکن است مناسب نباشد و در برخی فشارهای آیرودینامیک رفتار پیچیده تری نسبت به ورق الاستیک نشان دهد.



شکل ۴-۵۷. مقطع پوانکاره و فضای فازی ورقهای با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک

در فشار آیرودینامیک بی‌بعد $\lambda = 1400$ در ورق الاستیک و نیز ورق ویسکوالاستیک با ضرایب

ویسکوز پایین، رفتار آشوبناک رخ می‌دهد، اما با افزایش پارامتر ویسکوز به $\tau_c = 0/0001$ ، رفتار ورق ویسکوالاستیک از نوع پریود یک خواهد بود. به‌طوری که مشاهده می‌شود.

در تمامی نمودارها رفتار برای ورق ویسکوالاستیک با پارامتر ویسکوز $\tau_c = 0/001$ از نوع پریود یک می‌باشد.

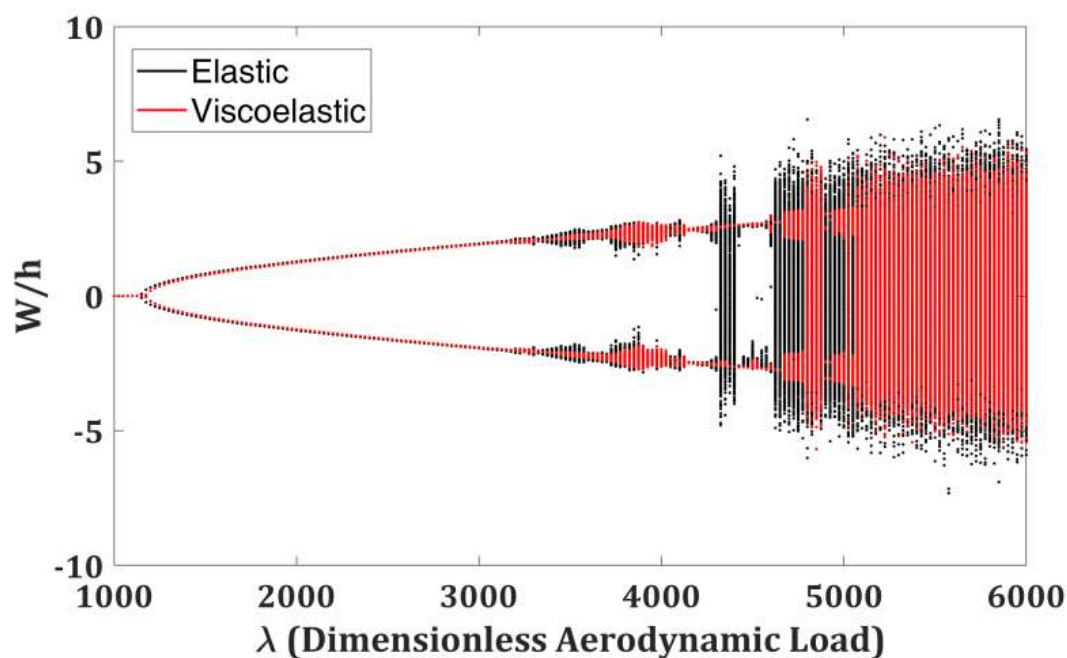
بنابراین در این نسبت منطقی، استفاده از ورق ویسکوالاستیک مفید می‌باشد. ورق ویسکوالاستیک با پارامتر ویسکوز پایین در برخی فشارهای آیرودینامیک بی‌بعد دچار رفتارهای پیچیده غیرخطی می‌شود اما در بسیاری از فشارهای آیرودینامیک، رفتارهای پیچیده غیرخطی که در ورق الاستیک رخ می‌دهد با استفاده از خاصیت ویسکوز به تاخیر می‌افتد. این رفتارهای پیچیده غیرخطی در ورق ویسکوالاستیک با افزایش پارامتر ویسکوز به‌طور کامل محو می‌گردد و در فشارهای آیرودینامیکی نسبتاً بالاتری دچار رفتارهای پیچیده می‌شود.

۴-۵-۱-۱-۳ نسبت منظر $\varphi = 2$

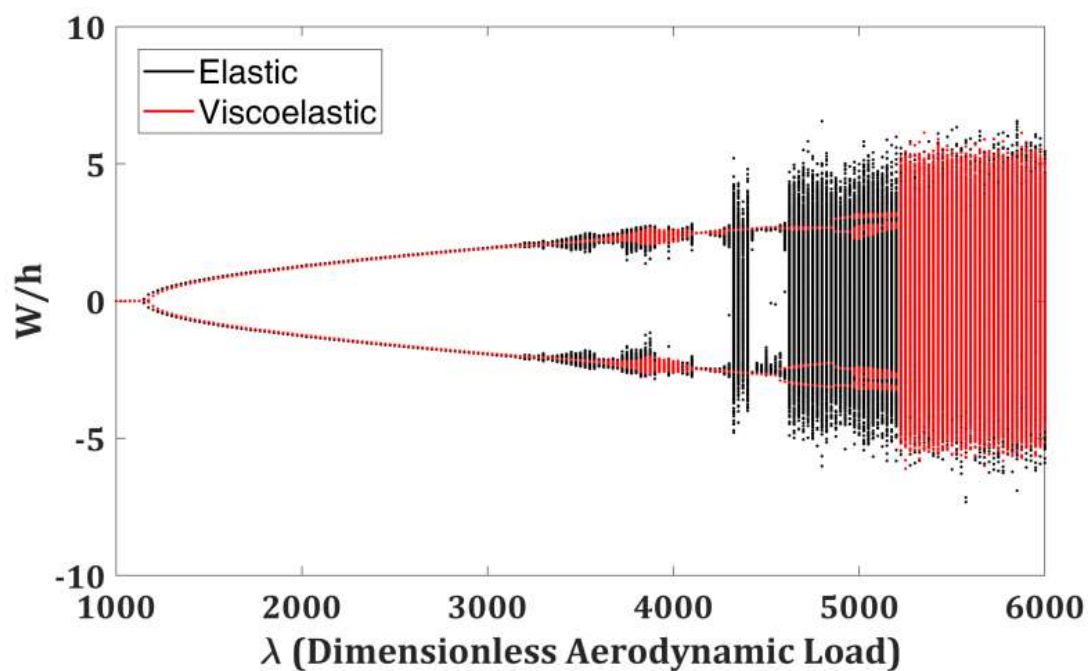
در شکل ۴-۵۸، نمودارهای چندشاخگی، برای فشار آیرودینامیکی بی‌بعد از $\lambda = 1000$ تا $\lambda = 6000$ برای نسبت منظر $\varphi = 2$ با بازه‌های $\lambda = 25$ رسم شده است. ورق الاستیک در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 1125$ دچار ناپایداری شده و در این فشار بحرانی، فلاتر رخ می‌دهد. حرکت پریودیک با پریود یک در بازه $3025 < \lambda < 1125$ ادامه دارد تا رفتار ورق در بازه $4100 < \lambda < 3050$ از حالت پریود یک پیچیده‌تر گردد. ورق الاستیک در بازه $4175 < \lambda < 4125$ پنجره‌ای از حرکت پریودیک با پریود یک را نشان می‌دهد اما بعد از آن در بازه $4400 < \lambda < 4200$ رفتار ورق از نوع آشوبناک خواهد بود. بار دیگر در بازه $4600 < \lambda < 4425$ تغییر رفتاری به‌صورت حرکت پریودیک با پریودهای بالا و نیز شبه‌پریودیک مشاهده می‌شود. پس از این فشار آیرودینامیکی، حرکت ورق الاستیک به‌طور کامل آشوبناک می‌شود. اما در ورق ویسکوالاستیک، برای نمونه ورق ویسکوالاستیک با پارامتر ویسکوز $\tau_c = 0/000001$ همان‌طور که در شکل ۴-۵۸-الف نشان داده شده، فلاتر در فشار بحرانی $\lambda = 1175$

رخ داده است. پس از آن در بازه $1175 < \lambda < 3175$ رفتار ورق از نوع پریودیک با پریود یک می باشد اما در بازه $3200 < \lambda < 4350$ حرکت با پریودهای بالاتر رخ می دهد، و نیز پنجره ای از حرکت پریودیک در بازه $4325 < \lambda < 4575$ مشاهده می شود. نکته قابل توجه این که در بازه های $4400 < \lambda < 4325$ و $4925 < \lambda < 4900$ رفتار ورق ویسکوالاستیک در این نسبت ویسکوز، پریودیک است در حالی که حرکت ورق الاستیک از نوع آشوبناک خواهد بود. در بازه $6000 < \lambda < 4950$ ورق ویسکوالاستیک نیز دچار رفتار آشوبناک می شود. رفتار در ورق ویسکوالاستیک با افزایش پارامتر ویسکوز بهبود می یابد، به طوری که در شکل ۴-۵۸-ب برای پارامتر ویسکوز $\tau_c = 0/0001$ با وجود این که فلاتر نسبت به پارامتر ویسکوز قبل تغییر محسوسی نکرده، اما تغییر رفتار فاحش در فشارهای آیرودینامیکی بالاتر مشاهده می شود. در بازه $3475 < \lambda < 1175$ رفتار ورق ویسکوالاستیک از پریود یک می باشد اما در بازه $4100 < \lambda < 3500$ رفتار ورق ویسکوالاستیک پریودیک با پریودهای بالا و شبه پریودیک می باشد. در بازه $4175 < \lambda < 4125$ رفتار ورق دوباره از نوع پریود یک بوده و با افزایش تدریجی فشار آیرودینامیکی رفتار ورق دوباره تغییر کرده و پریودهای حرکتی مختلف در بازه $4275 < \lambda < 4200$ مشاهده می شود تا بار دیگر در بازه $4600 < \lambda < 4300$ که رفتار ورق از نوع پریود یک گردد. ورق ویسکوالاستیک در بازه $5225 < \lambda < 4625$ تنوعی از رفتارهای پریودیک و شبه پریودیک را نشان می دهد در حالی که رفتار ورق الاستیک در این بازه ها آشوبناک می باشد. ورق ویسکوالاستیک پس از فشار آیرودینامیک ذکر شده دارای رفتار آشوبناک می شود. به طوری که در شکل ۴-۵۸-ج نشان داده شده است با افزایش پارامتر ویسکوز به $\tau_c = 0/0001$ در فشار آیرودینامیک $\lambda = 1175$ فلاتر رخ داده و پس از آن تا $\lambda = 5575$ دامنه حرکت پریودیک با پریود یک افزایش یافته است. بنابراین اثرات نامطلوبی که در ورق الاستیک در فشارهای آیرودینامیک بالا رخ می دهد، در ورق ویسکوالاستیک با چنین پارامتر ویسکوزی برطرف شده و به حرکت پریودیک ساده تبدیل می گردد. شکل ۴-۵۸-د حذف کامل اثرات نامطلوب ورق با پارامتر ویسکوز $\tau_c = 0/001$ در فشارهای آیرودینامیک ذکر

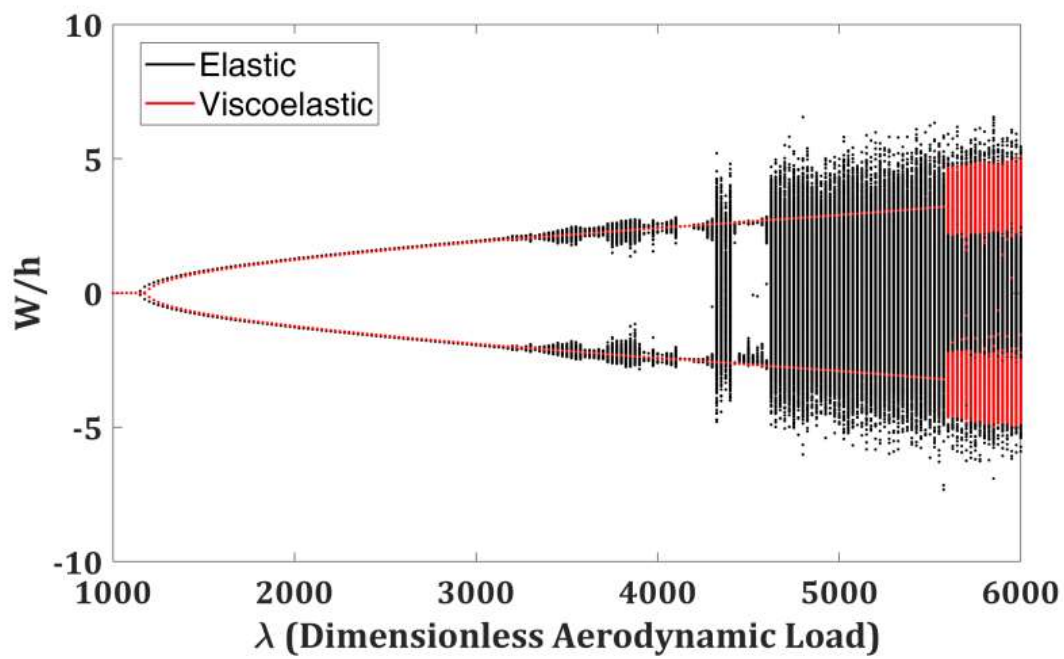
شده را نسبت به ورق الاستیک نشان می‌دهد. همچنین فلاتر در $\lambda = 1225$ رخ داده، که در مقایسه با ورق الاستیک به تاخیر افتاده است.



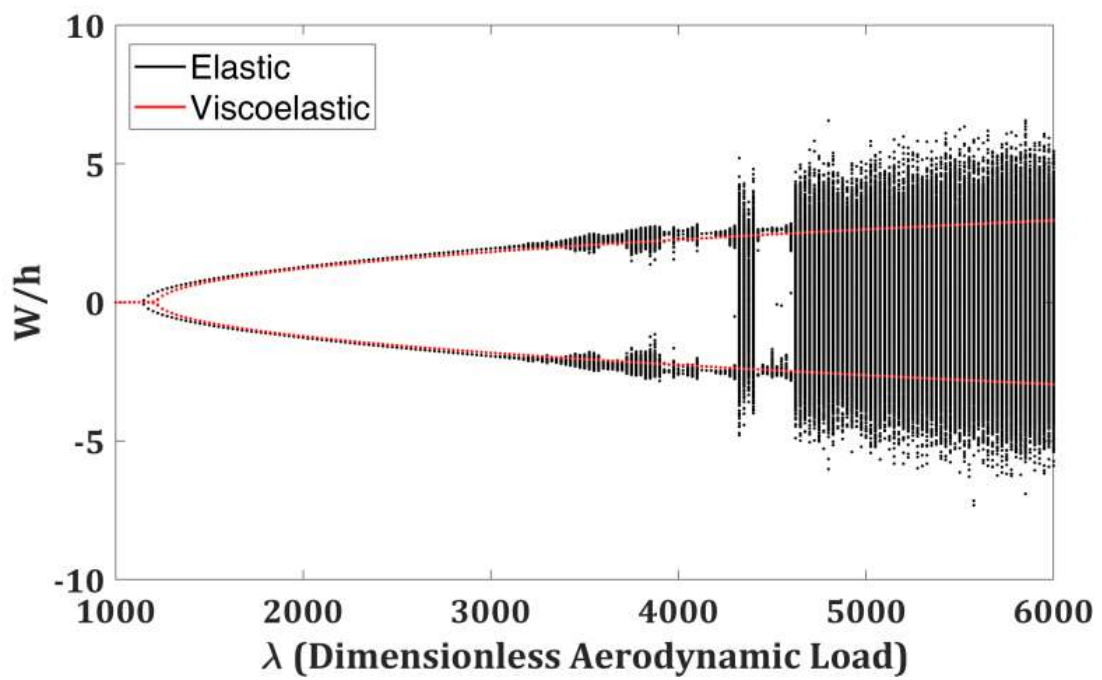
شکل ۴-۵۸. دیاگرام چندشاخگی برای ورق‌های با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک مستطیلی با $\delta = 0.5$ و نسبت منظر $\varphi = 2$ و پارامترهای ویسکوز الف) $\tau_c = 0.00001$



ب) $\tau_c = 0.0001$



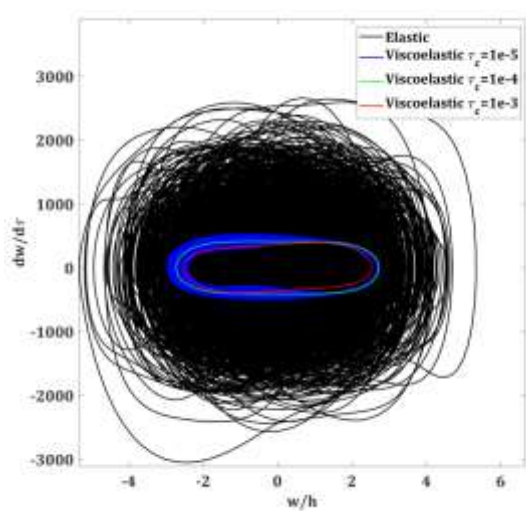
$$\tau_c = 0.001 \text{ (c)}$$



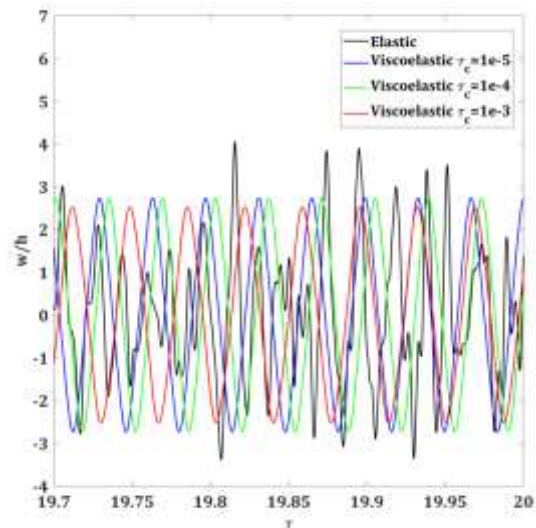
$$\tau_c = 0.01 \text{ (d)}$$

ادامه شکل

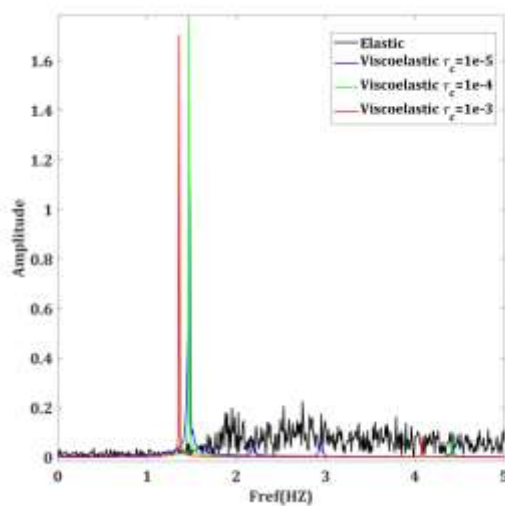
در شکل ۴—۵۹، نمودارهای پاسخ زمانی، فضای فازی، مقطع پوانکاره و طیف توانی برای ورق الاستیک و ورق ویسکوالاستیک با سه خاصیت ویسکوز در فشار آیرودینامیک بی بعد $\lambda = 4625$ نشان داده شده است.



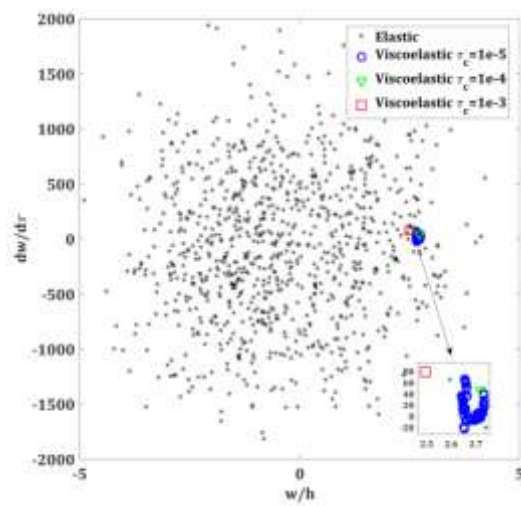
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

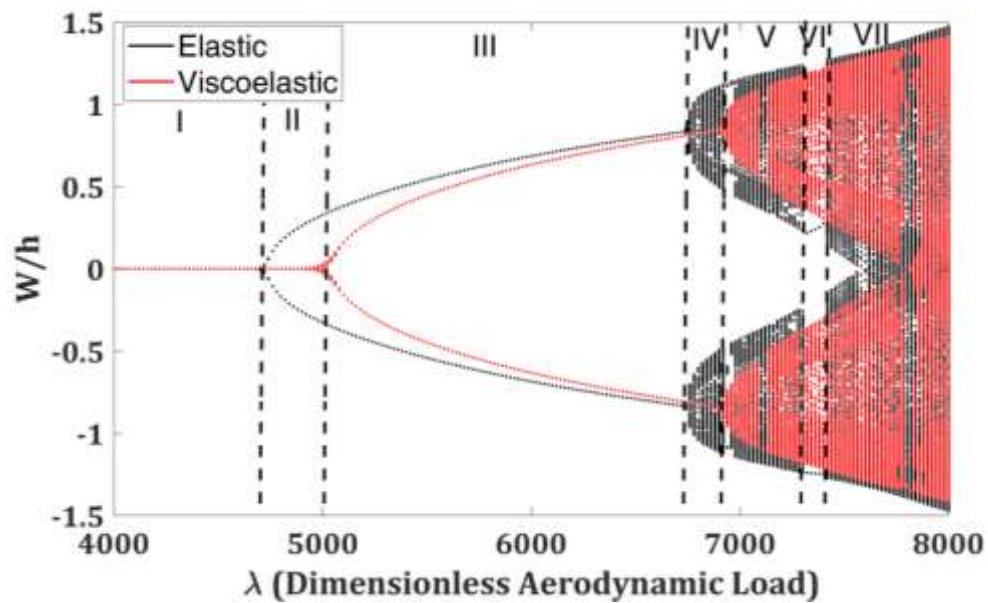
شکل ۴—۵۹. (الف) پاسخ زمانی، (ب) فضای فازی، (ج) مقطع پوانکاره، (د) طیف توانی، در فشار آیرودینامیک بی بعد $\lambda = 4625$ در ورقهای با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک

در این نمودارها، حرکت آشوبناک در ورق الاستیک به طور کامل قابل مشاهده است، اما با افزایش پارامتر ویسکوز در ورق ویسکوالاستیک به $\tau_c = 0.0001$ رفتار ورق با توجه به نمودار پوانکاره که سیکل بسته‌ای از نقاط را نشان می‌دهد، به حرکت شبه پریودیک تغییر می‌کند. افزایش پارامتر ویسکوز به $\tau_c = 0.001$ و $\tau_c = 0.01$ طبق نمودار پوانکاره یک نقطه در نمودار نشان می‌دهد که مؤید تغییر رفتار ورق به حرکت پریودیک می‌باشد.

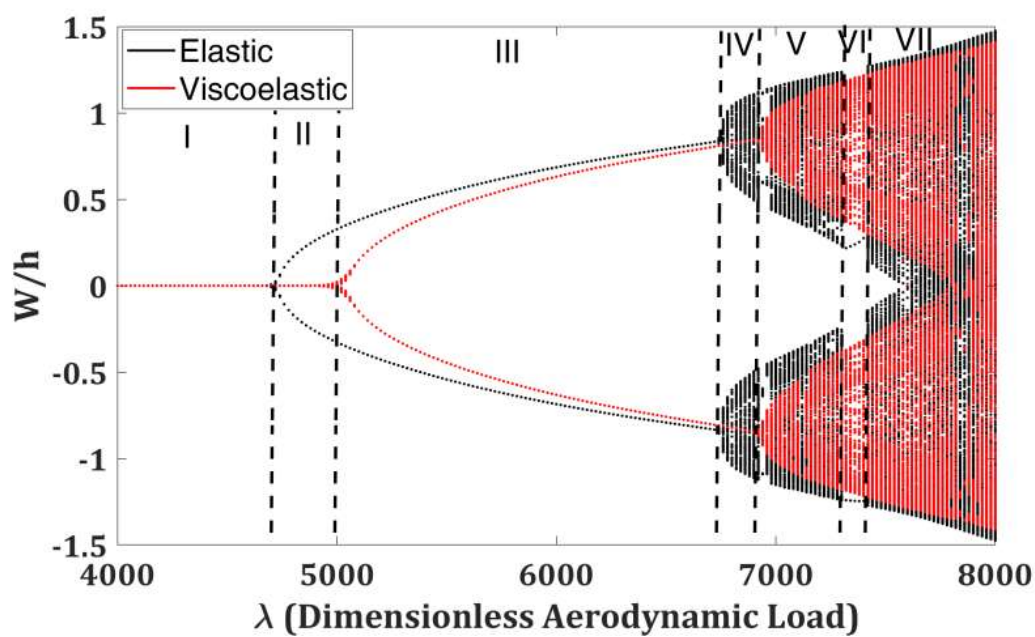
۴-۱-۱-۵-۴ نسبت منظر $\varphi = 4$

آخرین نسبت منظری که مورد بررسی قرار می‌گیرد، نسبت منظر $\varphi = 4$ است. در این نسبت منظر، خاصیت ویسکوز موجب تاخیر فلاتر می‌شود. این برخلاف رفتار نشان داده شده در نسبت منظر $\varphi = 1$ ، در بخش قبل می‌باشد. شکل ۴-۶۰، نمودارهای چندشاخگی، برای فشار آیرودینامیکی بی‌بعد از $\lambda = 400$ تا $\lambda = 800$ با بازه‌های $\Delta\lambda = 20$ رسم شده است. فلاتر در ورق الاستیک در فشار آیرودینامیک بحرانی $\lambda = 4720$ رخ می‌دهد، سپس در بازه $4760 < \lambda < 4720$ حرکت از نوع پریودیک بوده که ناگهان بعد از $\lambda = 6720$ به جز پنجره‌ای در بازه $7400 < \lambda < 7320$ که حرکت ورق، پریودیک با پریود سه می‌باشد، رفتار ورق الاستیک شبه پریودیک و آشوبناک می‌گردد. استفاده از خاصیت ویسکوز با پارامتر ویسکوز $\tau_c = 0.000001$ در ورق همان‌طور که در شکل ۴-۶۰-الف نشان داده شده است بسیار مفید است. اولین مزیت آن تاخیر در وقوع فلاتر تا فشار آیرودینامیک بی‌بعد $\lambda = 5000$ است، اما مزیت بعدی افزایش دامنه حرکت پریودیک با پریود یک تا فشار آیرودینامیک بی‌بعد $\lambda = 6900$ می‌باشد، در حالی که ورق الاستیک در بازه $6900 < \lambda < 6760$ دارای رفتار آشوبناک می‌باشد. در شکل ۴-۶۰-ب با افزایش پارامتر ویسکوز به $\tau_c = 0.00001$ رفتاری مشابه با نسبت ویسکوز قبل مشاهده می‌شود به طوری که در فشار آیرودینامیکی بی‌بعد $\lambda = 5020$ فلاتر رخ داده و رفتار پریودیک تا $\lambda = 6920$ ادامه پیدا می‌کند و پس از آن رفتار ورق ویسکوالاستیک آشوبناک خواهد شد. با افزایش مجدد پارامتر ویسکوز به $\tau_c = 0.0001$ نیز مطابق شکل ۴-۶۰-ج، مانند دو

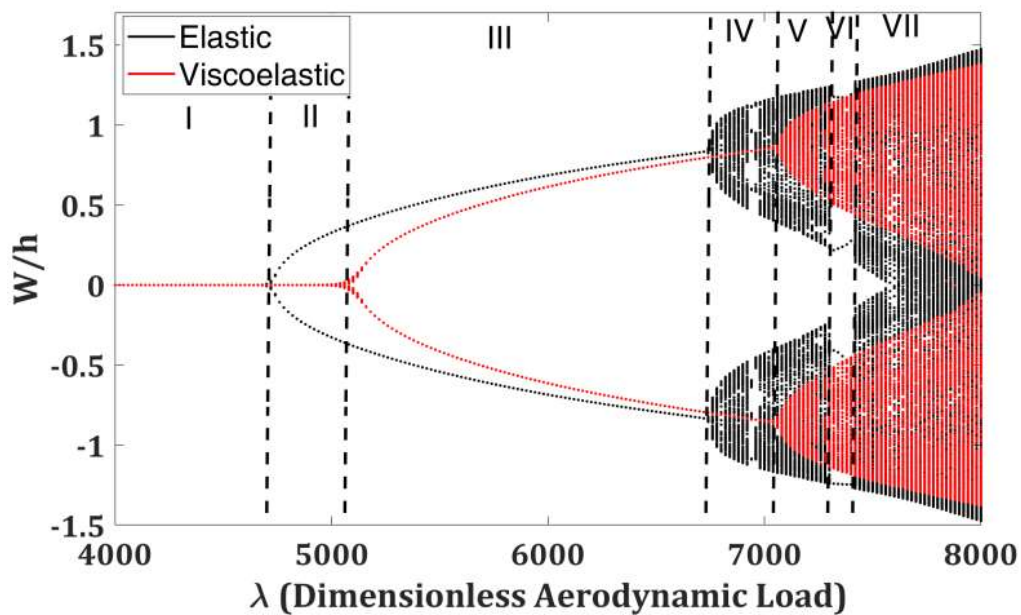
پارامتر ویسکوز ذکر شده، فلاتر در فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 5100$ رخ می دهد، سپس تا $\lambda = 7040$ رفتار از نوع پریود یک می باشد، اما پس از آن رفتار ورق به طور کامل آشوبناک می گردد. برخلاف شکل های قبل آنچه در شکل ۴-۶۰-۴ مشاهده می شود نشان می دهد که استفاده از پارامتر ویسکوز بالاتر تا $\tau_c = 0.01$ وقوع فلاتر و رفتار آشوبناک را به شدت به تاخیر می اندازد. فلاتر در این حالت در در فشار آیرودینامیکی بی بعد $\lambda = 5740$ رخ می دهد.



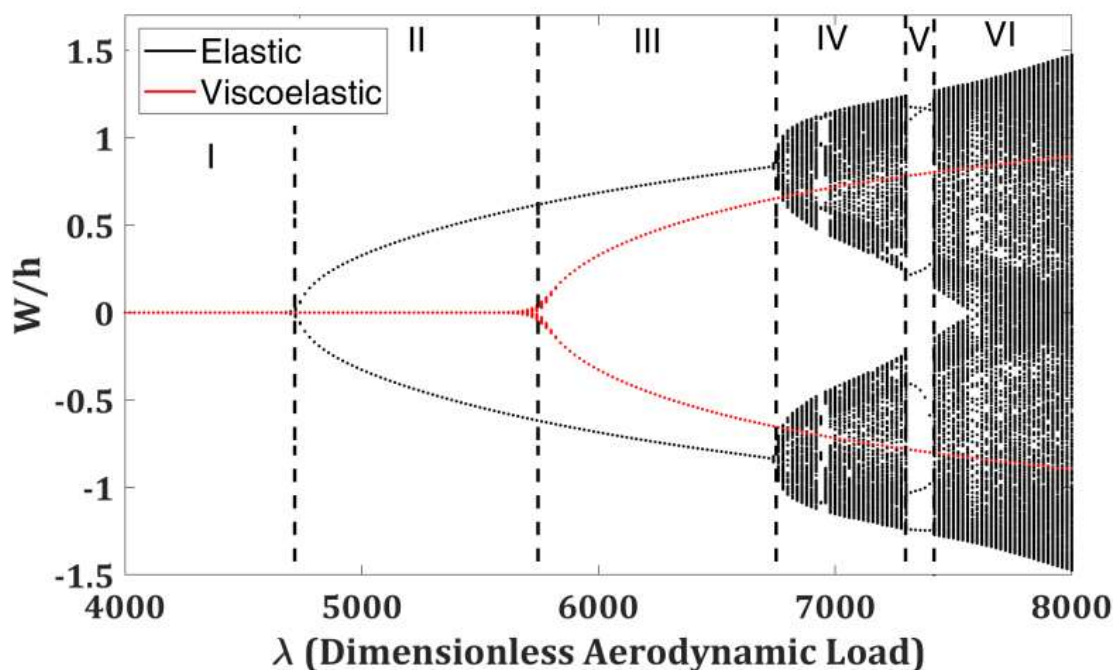
شکل ۴-۶. دیاگرام چندشاخگی برای ورق‌های با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک مستطیلی با $\delta = 0.5$ و نسبت منظر $\varphi = 2$ و پارامترهای ویسکوز الف) $\tau_c = 0.00001$



ب) $\tau_c = 0.0001$



ج) $\tau_c = 0.001$



$$\tau_c = 0.001 \text{ (د)}$$

ادامه شکل

به طور خلاصه می توان گفت نواحی مختلف، در شکل ۴-۶۰-الف تا ج) با شش خط چین و در شکل ۴-۶۰-د) با پنج خط چین جدا شده اند. در منطقه (I) ارتعاشات میرا و پایدار است. در منطقه (II) ورق الاستیک دارای حرکت پریودیک و ورق ویسکوالاستیک هنوز در شرایط پایدار است. گستره منطقه (II) برای ورق ویسکوالاستیک با $\tau_c = 0.001$ از دیگر نسبت های ویسکوز بزرگ تر است. در منطقه (III) ورق الاستیک و ورق ویسکوالاستیک هر دو دارای حرکت هارمونیک هستند. در منطقه (IV) رفتار ورق الاستیک آشوبناک، اما رفتار ورق ویسکوالاستیک هارمونیک است. در منطقه (V) رفتار ورق ویسکوالاستیک با خاصیت ویسکوز پایین مانند شکل ۴-۶۰-الف تا ج) آشوبناک، اما برای $\tau_c = 0.001$ ، شکل ۴-۶۰-د)، و تا $\lambda = 8000$ ساده و از نوع پریودیک می باشد.

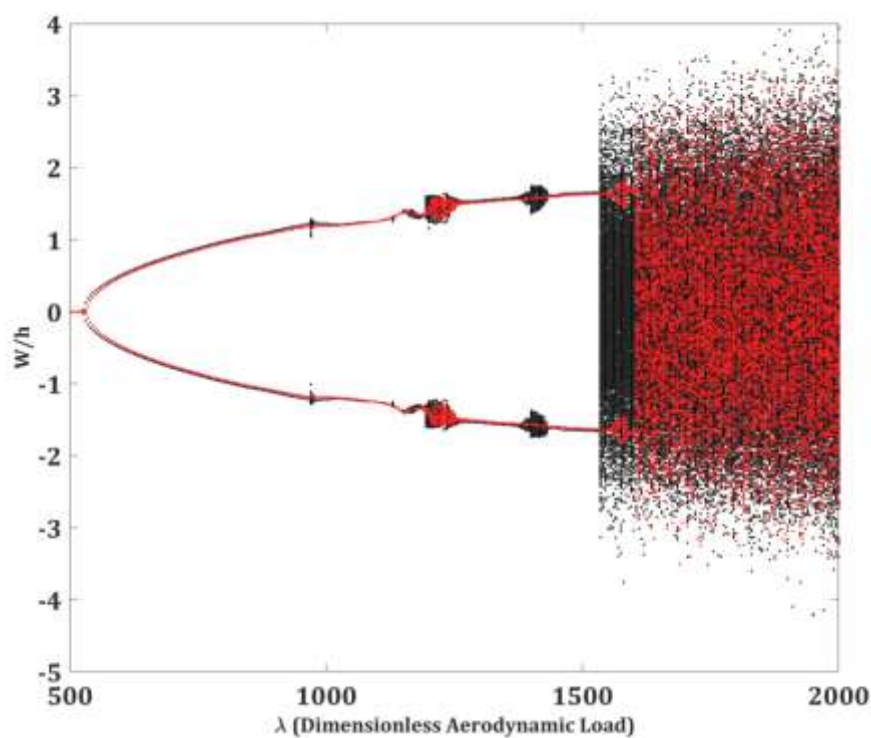
۴-۵-۲ زاویه آزیموس $\Lambda = 15$ ورق چهارلبه لولا

با تغییر زاویه جریان آیرودینامیک رفتار ورق ویسکوالاستیک همانند ورق الاستیک تغییر می‌کند به طوری که با توجه به شکل ۴-۶۱، در ورق الاستیک فلاتر در $\lambda_{cr} = 530$ رخ می‌دهد. قبل از وقوع رفتار آشوبناک، در سه بازه $985 < \lambda < 965$ و $1270 < \lambda < 1150$ و $1440 < \lambda < 1375$ رفتار پیچیده غیرخطی مشاهده می‌شود، و سپس برای $\lambda > 1535$ رفتار آشوبناک می‌باشد.

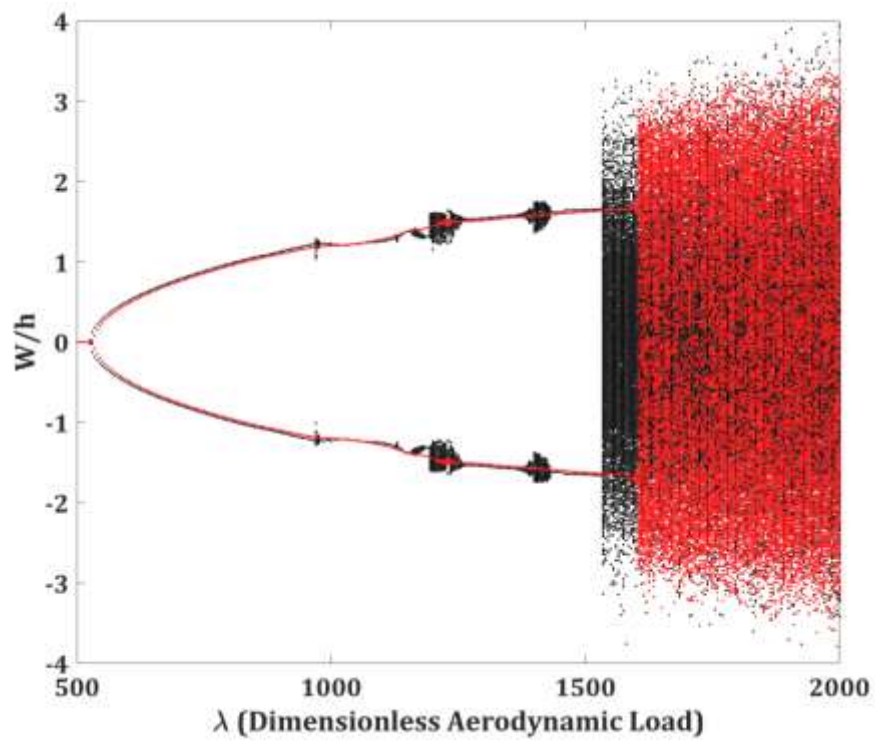
در شکل ۴-۶۱ الف تا د چهار نسبت ویسکوز را برای ورق ویسکوالاستیک به دست آمد و با ورق الاستیک مقایسه گردید. در شکل ۴-۶۱ الف ویسکوز کم مد نظر بوده اما با همین ویسکوزیته کم فلاتر به اندازه جزئی دیرتر رخ خواهد داد ولی نکته قابل ملاحظه این است که در دو بازه $985 < \lambda < 965$ و $1440 < \lambda < 1375$ ورق ویسکوالاستیک دارای رفتار پریودیک با پریود یک می‌باشد. ورق ویسکوالاستیک در بازه $1600 < \lambda < 1555$ دارای حرکت شبه پریودیک می‌باشد به طوری که در ورق الاستیک در این بازه ورق دارای حرکت آشوبناک می‌باشد. و سرانجام پس از $\lambda > 1605$ ورق ویسکوالاستیک با نسبت ویسکوز $\tau_c = 0.00001$ نیز دچار حرکت آشوبناک خواهد شد.

با افزایش میزان ویسکوز در ورق ویسکوالاستیک به $\tau_c = 0.00001$ همانطوری که در شکل ۴-۶۱ ب نشان داده شده است در بازه‌هایی که ورق الاستیک دچار حرکت پیچیده غیرخطی بوده است رفتار ورق پریودیک می‌باشد. در بسیاری نقاط حرکت از نوع پریودیک با پریود یک می‌باشد اما در بازه $1270 < \lambda < 1150$ رفتار ورق ویسکوالاستیک از نوع پریودهای بالاتر می‌باشد. در نهایت ورق ویسکوالاستیک برای $\lambda > 1600$ دارای حرکت آشوبناک می‌باشد، بنابراین در وقوع حرکت آشوبناک تاخیر ایجاد شد. در شکل ۴-۶۱ ج رفتار ورق ویسکوالاستیک با نسبت $\tau_c = 0.001$ است. همانطوری که مشاهده می‌شود تمامی رفتارهای نامطلوب ورق الاستیک تا $\lambda = 1925$ تبدیل به حرکت پریودیک با پریود یک شده است و پس از آن رفتار ورق ویسکوالاستیک به سمت شبه پریودیک و آشوبناک میل می‌کند. در شکل ۴-۶۱ د ورق ویسکوالاستیک با $\tau_c = 0.01$ است که در این نسبت ویسکوز، در ورق

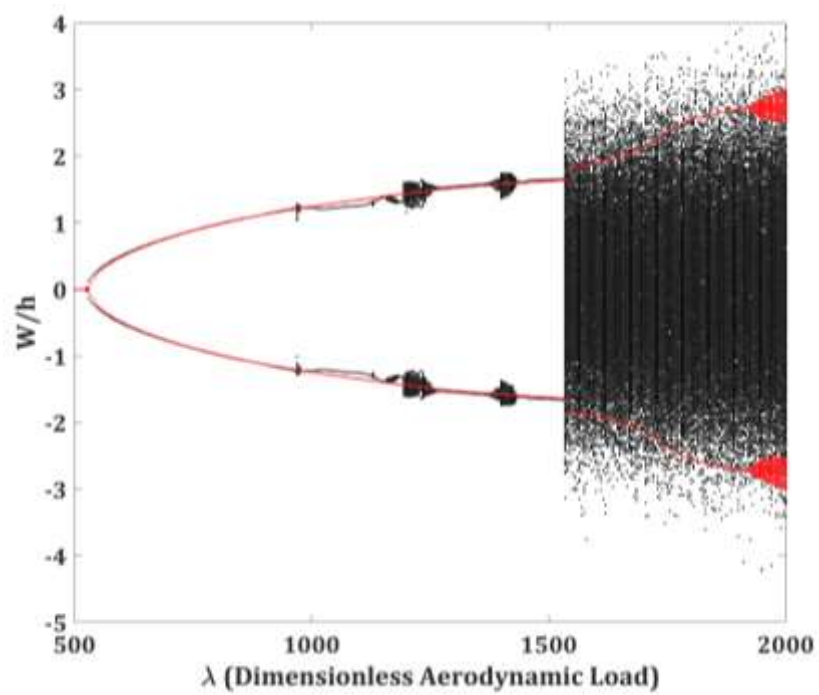
ویسکوالاستیک فلاتر زودتر در فشار آیرودینامیکی $\lambda = 465$ رخ می‌دهد ولی پس از آن رفتار ورق تا $\lambda = 2000$ پریودیک از پریودیک می‌باشد.



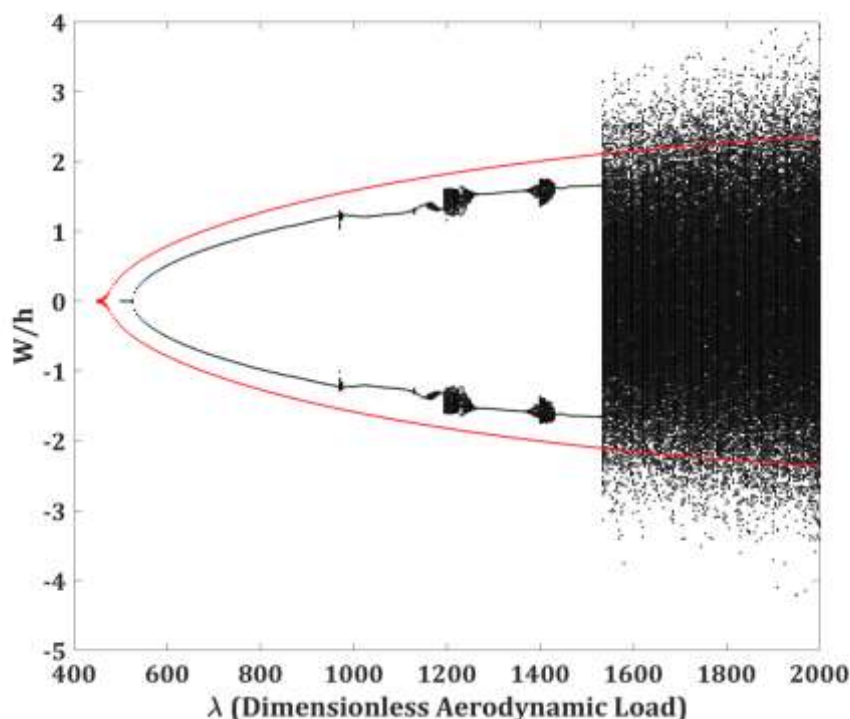
شکل ۴-۶۱. دیاگرام چندشاخگی برای ورقهای با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک مستطیلی با 0.05 . $\delta =$ و نسبت منظر $\varphi = 1$ و پارامترهای ویسکوز برای زاویه آزیموس $\Lambda = 15$ (الف) $\tau_c = 0.000001$



$$\tau_c = 0.0001 \text{ (ب)}$$



$$\tau_c = 0.0001 \text{ (ج)}$$



$$\tau_c = 0.001 \text{ (د)}$$

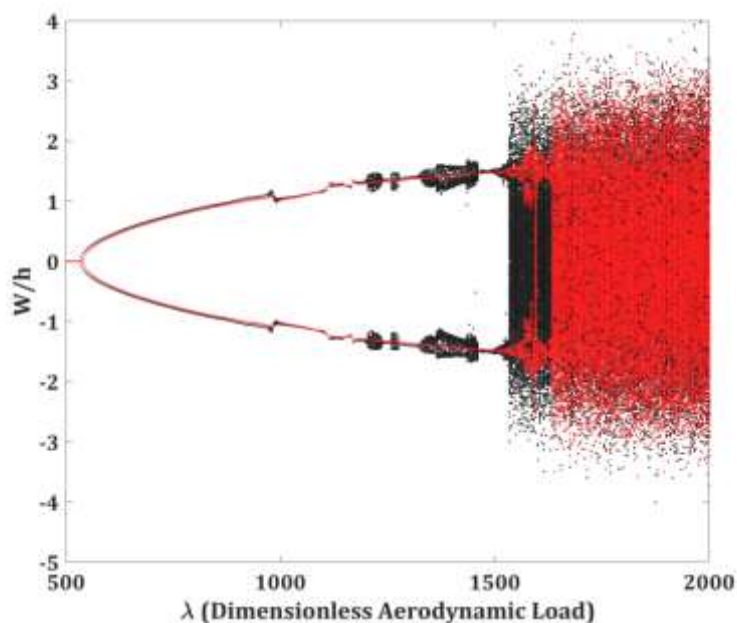
ادامه شکل

۳-۵-۴ زاویه آزمون $\Lambda = 30^\circ$ ورق چهارلبه لولا

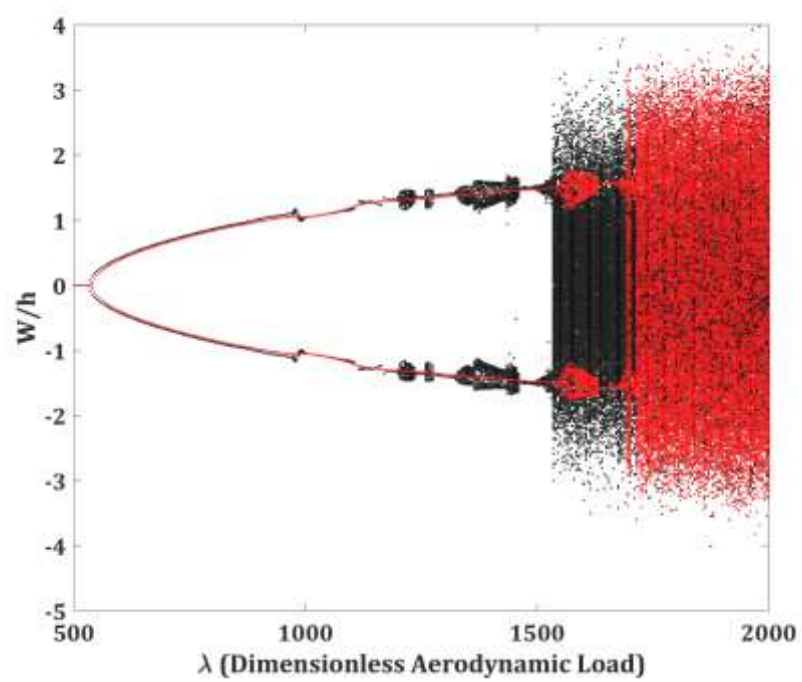
حال با افزایش زاویه آزمون تغییر رفتار ورق با نمودار چندشاخگی مورد توجه قرار گرفت. همان طور که در شکل ۴-۶۲-الف برای جریان با زاویه آزمون $\Lambda = 30^\circ$ نشان داده شده است، فلاتر در ورق الاستیک در فشار آیرودینامیکی $\lambda = 530$ رخ می‌دهد. ورق در بازه‌های $1195 < \lambda < 1245$ و $1240 < \lambda < 1260$ و $1275 < \lambda < 1285$ و $1465 < \lambda < 1325$ دارای رفتارهای پیچیده غیرخطی. در فشارهای آیرودینامیک $\lambda > 1525$ ورق الاستیک، رفتار آشوبناک را بروز خواهند داد.

حال با در نظر گرفتن خاصیت ویسکوز و افزایش آن به مقایسه رفتار ورق ویسکوالاستیک و الاستیک پرداخته شد. در شکل ۴-۶۲-الف برای نسبت $\tau_c = 0.000001$ رفتار ورق ویسکوالاستیک را رسم شد همانطوری که مشاهده می‌گردد کل رفتارهای نامطلوب ورق الاستیک تا $\lambda = 1525$ حذف گردیده و پریودیک با پریود یک شده هست. علاوه بر آن رفتار آشوبناک ورق در برخی نقاط به رفتارهای شبه

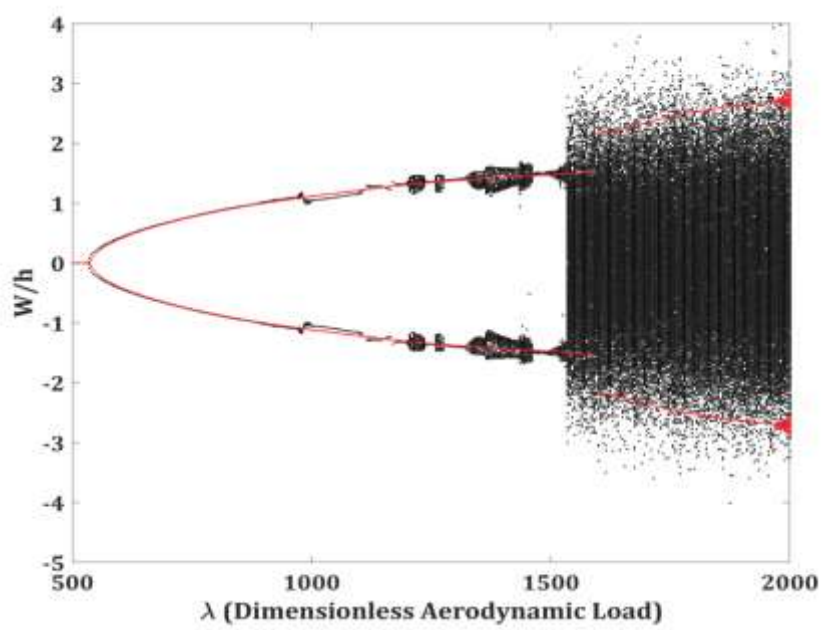
پریودیک تبدیل شده است. در شکل ۴-۶۲-ب با افزایش میزان میرایی بطور قابل توجهی اثرات نامطلوب تا $\lambda = 1540$ حذف شده است. نکته قابل توجه دیگر این است که در بازه $1635 < \lambda < 1695$ رفتار ورق ویسکوالاستیک پریودیک شده است در صورتی که ورق الاستیک دارای رفتار آشوبناک بوده است. در نهایت برای $\lambda > 1700$ حرکت آشوبناک در ورق ویسکوالاستیک رخ خواهد داد. در شکل ۴-۶۲-ج ورق ویسکوالاستیک با نسبت $\tau_c = 0/0001$ در نظر گرفته شده است. افزایش میزان میرایی در ورق ویسکوالاستیک سبب وقوع رفتار پریودیک تا $\lambda = 1975$ شده است در صورتی که ورق الاستیک در بسیاری فشار آیرودینامیک بی بعد دارای رفتار شبه پریودیک و آشوبناک بوده است. همانطوری که در شکل ۴-۶۲-د نشان داده شده است فلاتر در ورق ویسکوالاستیک با نسبت $\tau_c = 0/001$ زودتر از ورق الاستیک در $\lambda = 455$ رخ داده است اما پس از آن تا فشار آیرودینامیک $\lambda = 2000$ تمامی رفتارهای نامطلوب ورق به پریودیک تبدیل شده‌اند.



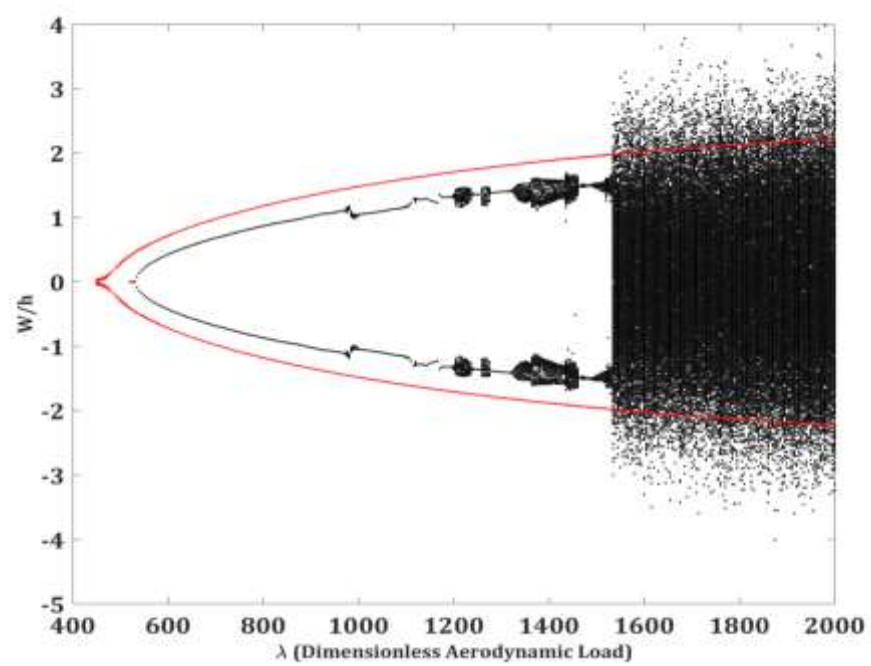
شکل ۴-۶۲. دیاگرام چندشاخگی برای ورقهای با لبه‌های مفصلی الاستیک و ویسکوالاستیک مستطیلی با $\delta = 0/05$ و نسبت منظر $\varphi = 1$ و پارامترهای ویسکوز برای زاویه آزمون $\Lambda = 30$ الف) $\tau_c = 0/000001$



$$\tau_c = 0.0001 \text{ (ب)}$$



$$\tau_c = 0.001 \text{ (ج)}$$



$$\tau_c = 0.001 \text{ (د)}$$

ادامه شکل

۵ نتیجه گیری و پیشنهادها

۵-۱ نتیجه گیری

رفتارهای غیرخطی نامطلوب نظیر حرکات شبه پریودیک و آشوبناک در سازه‌های هوایی عامل مخربی می‌باشد. این رفتارها سبب بروز ارتعاشات نامنظم در سیستم می‌گردد. اضافه کردن چاه انرژی غیرخطی به ورق یا استفاده از خاصیت ویسکوز به ورق می‌تواند رفتار ارتعاشی را تغییر دهد.

این ارتعاشات در سازه‌های هوایی که در جریان با سرعت‌های بیشتر از سرعت صوت حرکت می‌کنند دارای اهمیت بیشتری می‌باشد. بررسی خصوصیات آیرودلاستیک از جمله سرعت فلاتر و دامنه‌ی نوسانات سیکل حدی، رفتارهای شبه پریودیک و آشوبناک با وجود چاه انرژی غیرخطی در مقابل ورق بدون چاه انرژی غیرخطی و همچنین ورق ویسکوالاستیک برای شناخت رفتار این سازه‌ها اجتناب‌ناپذیر و حیاتی می‌باشد.

در ابتدا نشان داده شده است که چاه انرژی غیرخطی کلوین ویت می‌تواند ابزار مناسب برای کاهش نوسانات و تغییر رفتار ورق الاستیک بدون چاه باشد. سپس به بررسی نقطه جابجایی چاه انرژی پرداخته شده است که نشان داده شد هر چه موقعیت چاه به موقعیت مرکز ورق نزدیکتر باشد باعث بهبود رفتارهای دینامیکی ورق می‌گردد. در صورتی که چاه انرژی غیرخطی در نقاطی نزدیک به مرزها قرار گیرد رفتار آن تقریباً همانند ورق الاستیک بدون چاه خواهد بود نکته قابل توجه این می‌باشد که جابجایی چاه انرژی غیرخطی در موقعیت جابجایی ماکزیمم عرضی ورق تحت جریان آیرودینامیک مناسب نمی‌باشد. برای چند شرط مرزی کاربردی، استفاده از چاه در تغییر رفتار ورق مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده شد که فلاتر به تاخیر افتاده و رفتار دینامیکی نامطلوب نیز به رفتارهای ساده‌تر نظیر شبه پریودیک و پریودیک تبدیل شد. دیاگرام چندشاخگی رسم شده برای موقعیت جابجایی چاه انرژی غیرخطی در ورق چهار لبه لولا نشان می‌دهد موقعیت $[0.4-0.6]$ می‌تواند رفتار نامطلوب پیچیده غیرخطی در ورق بدون چاه را به میزان قابل توجهی نسبت به باقی موقعیت‌های جابجایی چاه به تاخیر اندازد. در ورق چهار لبه

گیردار نیز این موقعیت جایدھی مناسب می باشد زیرا هم وقوع آستانه فلاتر به نسبت دیگر موقعیت های جایدھی چاه بیشتر به تاخیر می افتد، هم رفتارهای نامطلوب را در فشارهای دینامیکی بالا می تواند به رفتارهای ساده تر تبدیل نماید. دیاگرام چندشاخگی برای ورق سه لبه گیردار یک لبه لولا در موقعیت چاه [۰/۶-۰/۴] نشان می دهد که چاه انرژی غیرخطی در محدوده بزرگتری نسبت به شرط های مرزی دیگر رفتارهای نامطلوب ورق الاستیک را به رفتار پریودیک با پریود یک تبدیل می کند. موقعیت مناسب چاه برای ورق دو لبه گیردار دو لبه لولا ($CCSS$) و ورق یک لبه گیردار سه لبه لولا نیز به مانند قبل [۰/۴-۰/۶] می باشد اما برای شرط مرزی دو لبه گیردار دو لبه لولا ($CSCS$)، مرکز ورق برای جایدھی چاه انرژی غیرخطی پیشنهاد می گردد.

تغییر نسبت منظری رفتار دینامیکی ورق را تغییر می دهد بنابراین وجود چاه انرژی با تغییر نسبت منظری نیز مورد بررسی قرار گرفت و نشان داد که وجود چاه انرژی برای برخی نسبت های منظری بسیار مفیدتر است. به طوری که وجود چاه برای نسبت های منظری کم بسیار کاراست اما برای نسبت های منظری بیشتر، تغییرات قابل ملاحظه ای را نشان نمی دهد. همچنین تغییر زاویه جریان آیرودینامیک بر رفتار دینامیکی ورق موثر می باشد بنابراین اثرات تغییر زاویه مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده شد که وجود چاه انرژی غیرخطی می تواند در بهبود رفتار ورق الاستیک مفید باشد.

ورق ویسکوالاستیک نیز بعنوان یکی از راه های بهبود رفتار دینامیکی برای ورق با نسبت های منظری متفاوت مورد استفاده قرار گرفت. در برخی نسبت های منظری وقوع فلاتر با استفاده از ورق ویسکوالاستیک نسبت به ورق الاستیک پیش می افتد، اما نکته قابل توجه تغییر رفتارهایی از رفتارهای پیچیده غیرخطی به رفتارهای ساده تر نظیر رفتار پریودیک است که در همه نسبت های منظری در فشارهای آیرودینامیکی بالا رخ می دهد. با تغییر زاویه جریان آیرودینامیک، رفتار ورق ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که همانند رفتار ورق در جریان با زاویه صفر، با تغییر زاویه در فشارهای آیرودینامیک بالا نیز استفاده از مواد ویسکوالاستیک موثر است. نکته قابل توجه این است که در

نسبت‌های منظری پایین با افزایش پارامتر ویسکوز آستانه وقوع فلاتر پیش می‌افتد اما با تغییر نسبت منظری به سمت اعداد بزرگتر آستانه وقوع فلاتر نیز به تاخیر می‌افتد

بطور کلی استفاده از چاه انرژی غیرخطی یا مواد ویسکوالاستیک در بهبود رفتار موثر است و کم و کیف آن بستگی به پارامترهایی دارد که به طور مفصل در رساله شرح داده شد.

۲-۵ پیشنهادات

- با توجه به کارهای صورت پذیرفته در این رساله و در راستای شناخت بیشتر رفتار جاذب‌های ارتعاشی و خاصیت ویسکوز در سازه‌های فضایی پیشنهادات زیر ارائه می‌گردد:
- کنترل فعال رفتار آیروالاستیک ورق با استفاده از جاذب‌های فعال ارتعاشی.
 - کنترل فعال رفتار آیروالاستیک ورق با استفاده از میله‌های هوشمند^۱
 - تحلیل دینامیک غیرخطی ورق الاستیک و کنترل غیر فعال ارتعاشات ورق با استفاده از جاذب-های ارتعاشی در جریان مادون صوت در زاویه های آزیموس مختلف.
 - تحلیل دینامیک غیرخطی ورق الاستیک و مقایسه رفتار آن با ورق ویسکوالاستیک در جریان مادون صوت در زاویه های آزیموس مختلف
 - در نظر گرفتن نیروی هارمونیک و بررسی رفتار غیرخطی در ورق الاستیک و ویسکوالاستیک در جریان مادون صوت.

¹ Shape Memory Alloy

Elastic terms

$$\begin{aligned}
 Mu &= \sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H \ddot{a}_{gh}(\tau) \int_0^1 u_i u_g d\xi \int_0^1 v_j v_h d\eta, Ku12 = \sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H a_{gh}(\tau) \int_0^1 u'_i u'_g d\xi \int_0^1 v_j v_h d\eta \\
 Ku34 &= \sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H a_{gh}(\tau) \int_0^1 u_i u_g d\xi \int_0^1 v'_j v'_h d\eta, Kuv12 = \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D b_{fd}(\tau) \int_0^1 u'_i u'_f d\xi \int_0^1 v_j v'_d d\eta \\
 Kuv34 &= \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D b_{fd}(\tau) \int_0^1 u_i u'_f d\xi \int_0^1 v'_j v_d d\eta \\
 NLuw1 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u'_i \phi'_o \phi_{o_1}' d\xi \int_0^1 v_j \psi_p \psi_{p_1} d\eta \\
 NLuw2 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u'_i \phi_o \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v_j \psi'_p \psi'_{p_1} d\eta \\
 NLuw3 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u_i \phi'_o \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v'_j \psi_p \psi'_{p_1} d\eta \\
 Mv &= \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D \ddot{b}_{fd}(\tau) \int_0^1 u_r u_f d\xi \int_0^1 v_s v_d d\eta, Kvv12 = \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D b_{fd}(\tau) \int_0^1 u_r u_f d\xi \int_0^1 v'_s v'_d d\eta \\
 Kvv34 &= \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D b_{fd}(\tau) \int_0^1 u'_r u'_f d\xi \int_0^1 v_s v_d d\eta, Kvu12 = \sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H a_{gh}(\tau) \int_0^1 u'_g u_r d\xi \int_0^1 v_h v'_s d\eta \\
 Kvu34 &= \sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H a_{gh}(\tau) \int_0^1 u'_r u_g d\xi \int_0^1 v_s v'_h d\eta, \\
 NLvw1 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u_r \phi_o \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v'_s \psi'_p \psi'_{p_1} d\eta \\
 NLvw2 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 \phi'_o \phi_{o_1}' u_r d\xi \int_0^1 \psi_p \psi_{p_1} v'_s d\eta \\
 NLvw3 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u'_r \phi'_o \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v_s \psi_p \psi'_{p_1} d\eta \\
 Mww1 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \ddot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p d\eta, Kww1 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o d\xi \int_0^1 \psi''_n \psi''_p d\eta
 \end{aligned}$$

$$Kww2 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \int_0^1 \phi_m'' \phi_o'' d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p d\eta, Kww3 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \int_0^1 \phi_m'' \phi_o d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p' d\eta$$

$$Kww4 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o'' d\xi \int_0^1 \psi_n' \psi_p d\eta, Kww5 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \int_0^1 \phi_m' \phi_o' d\xi \int_0^1 \psi_n' \psi_p' d\eta$$

$$NLwu1 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H a_{gh}(\tau) \int_0^1 \phi_m' \phi_o' u_g' d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p v_h d\eta$$

$$NLwu2 = \sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H a_{gh}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} q_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 u_g' \phi_m \phi_{o_2} d\xi \int_0^1 v_h \psi_n' \psi_{p_2}' d\eta$$

$$NLwu3 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H a_{gh}(\tau) \int_0^1 \phi_m' \phi_o u_g d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p' v_h' d\eta$$

$$NLwv1 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D b_{fd}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o u_f d\xi \int_0^1 \psi_n' \psi_p' v_d' d\eta$$

$$NLwv2 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D b_{fd}(\tau) \int_0^1 \phi_m' \phi_o' u_f d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p v_d' d\eta$$

$$NLwv3 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D b_{fd}(\tau) \int_0^1 \phi_m' \phi_o u_f' d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p' v_d d\eta$$

$$NLww1 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} q_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi_m' \phi_o' \phi_{o_1}' \phi_{o_2}' d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p \psi_{p_1} \psi_{p_2} d\eta$$

$$NLww2 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} q_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o \phi_{o_1} \phi_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi_n' \psi_p' \psi_{p_1}' \psi_{p_2}' d\eta$$

$$NLww3 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} q_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi_o' \phi_{o_1}' \phi_m \phi_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi_p \psi_{p_1} \psi_n' \psi_{p_2}' d\eta$$

$$NLww4 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} q_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi_o \phi_{o_1}' \phi_m' \phi_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi_p' \psi_{p_1} \psi_n \psi_{p_2}' d\eta$$

$$NLww5 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} q_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi_m' \phi_o \phi_{o_1}' \phi_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p' \psi_{p_1} \psi_{p_2}' d\eta$$

$$NLww6 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} q_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi_o \phi_{o_1}' \phi_m' \phi_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi_p' \psi_{p_1} \psi_n \psi_{p_2}' d\eta$$

Supersonic terms

$$Fw1 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o' d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p d\eta, Fw2 = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p' d\eta$$

$$Cw = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p d\eta$$

پیوست ۲

Visco terms

$$\begin{aligned} C_{uu12} &= \sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H \dot{a}_{gh}(\tau) \int_0^1 u'_i u'_g d\xi \int_0^1 v_j v_h d\eta, C_{uu34} = \sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H \dot{a}_{gh}(\tau) \int_0^1 u_i u_g d\xi \int_0^1 v'_j v'_h d\eta \\ C_{uv12} &= \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D \dot{b}_{fd}(\tau) \int_0^1 u'_i u'_f d\xi \int_0^1 v_j v'_d d\eta \\ C_{uv34} &= \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D \dot{b}_{fd}(\tau) \int_0^1 u_i u'_f d\xi \int_0^1 v'_j v_d d\eta \\ NLC_{uw1} &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} \dot{q}_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u'_i \phi'_o \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v_j \psi_p \psi_{p_1} d\eta \\ NLC_{uw2} &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} \dot{q}_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u'_i \phi_o \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v_j \psi'_p \psi_{p_1} d\eta \\ NLC_{uw3} &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u_i \phi'_o \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v'_j \psi_p \psi_{p_1} d\eta \\ NLC_{uw4} &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} \dot{q}_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u_i \phi'_o \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v'_j \psi_p \psi_{p_1} d\eta \\ C_{vv12} &= \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D \dot{b}_{fd}(\tau) \int_0^1 u_r u'_f d\xi \int_0^1 v'_s v'_d d\eta, C_{vv34} = \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D \dot{b}_{fd}(\tau) \int_0^1 u'_r u'_f d\xi \int_0^1 v_s v_d d\eta \\ C_{vu12} &= \sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H \dot{a}_{gh}(\tau) \int_0^1 u_r u'_g d\xi \int_0^1 v'_s v_h d\eta, C_{vu34} = \sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^H \dot{a}_{gh}(\tau) \int_0^1 u'_r u_g d\xi \int_0^1 v_s v'_h d\eta \\ NLC_{vw1} &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} \dot{q}_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u_r \phi_o \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v'_s \psi_p \psi_{p_1} d\eta \\ NLC_{vw2} &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} \dot{q}_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u_r \phi'_o \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v'_s \psi_p \psi_{p_1} d\eta \\ NLC_{vw3} &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u'_r \phi'_o \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v_s \psi_p \psi_{p_1} d\eta \\ NLC_{vw4} &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} \dot{q}_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u'_r \phi'_o \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v_s \psi_p \psi_{p_1} d\eta \\ C_{WW1} &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 \phi''_m \phi''_o d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p d\eta, C_{WW2} = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o d\xi \int_0^1 \psi''_n \psi''_p d\eta \\ C_{WW3} &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 \phi''_m \phi_o d\xi \int_0^1 \psi_n \psi'_p d\eta, C_{WW4} = \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi''_o d\xi \int_0^1 \psi''_n \psi_p d\eta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
CWW5 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 \phi'_m \phi'_o d\xi \int_0^1 \psi'_n \psi'_p d\eta \\
NLCwu1q &= \sum_{\substack{g=1 \\ G}}^G \sum_{\substack{h=1 \\ H}}^H a_{gh}(\tau) \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 u'_g \phi'_m \phi'_o d\xi \int_0^1 v_h \psi_n \psi_p d\eta \\
NLCwu3q &= \sum_{\substack{g=1 \\ G}}^G \sum_{\substack{h=1 \\ H}}^H a_{gh}(\tau) \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 u'_g \phi_m \phi_o d\xi \int_0^1 v_h \psi'_n \psi'_p d\eta \\
NLCwu5q &= \sum_{\substack{g=1 \\ G}}^G \sum_{\substack{h=1 \\ H}}^H a_{gh}(\tau) \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 u_g \phi'_o \phi_m d\xi \int_0^1 v'_h \psi_p \psi'_n d\eta \\
NLCwu6q &= \sum_{\substack{g=1 \\ G}}^G \sum_{\substack{h=1 \\ H}}^H a_{gh}(\tau) \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 u_g \phi'_m \phi_o d\xi \int_0^1 v'_h \psi_n \psi'_p d\eta \\
NLCwu2a &= \sum_{\substack{o=1 \\ O}}^O \sum_{\substack{p=1 \\ P}}^P q_{op}(\tau) \sum_{\substack{g=1 \\ G}}^G \sum_{\substack{h=1 \\ H}}^H \dot{a}_{gh}(\tau) \int_0^1 \phi'_m \phi'_o u'_g d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p v_h d\eta \\
NLCwu4a &= \sum_{\substack{o=1 \\ O}}^O \sum_{\substack{p=1 \\ P}}^P q_{op}(\tau) \sum_{\substack{g=1 \\ G}}^G \sum_{\substack{h=1 \\ H}}^H \dot{a}_{gh}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o u'_g d\xi \int_0^1 \psi'_n \psi'_p v_h d\eta \\
NLCwu8a &= \sum_{\substack{o=1 \\ O}}^O \sum_{\substack{p=1 \\ P}}^P q_{op}(\tau) \sum_{\substack{g=1 \\ G}}^G \sum_{\substack{h=1 \\ H}}^H \dot{a}_{gh}(\tau) \int_0^1 \phi'_m \phi_o u_g d\xi \int_0^1 \psi_n \psi'_p v'_h d\eta \\
NLCwu9a &= \sum_{\substack{o=1 \\ O}}^O \sum_{\substack{p=1 \\ P}}^P q_{op}(\tau) \sum_{\substack{g=1 \\ G}}^G \sum_{\substack{h=1 \\ H}}^H \dot{a}_{gh}(\tau) \int_0^1 \phi'_o \phi_m u_g d\xi \int_0^1 \psi_p \psi'_n v'_h d\eta \\
NLCwv1q &= \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D b_{fd}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} \dot{q}_{o_1 p_1}(\tau) \int_0^1 u_f \phi_m \phi_{o_1} d\xi \int_0^1 v'_d \psi'_n \psi'_{p_1} d\eta \\
NLCwv4q &= \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D b_{fd}(\tau) \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 u_f \phi'_m \phi'_o d\xi \int_0^1 v'_d \psi_n \psi_p d\eta \\
NLCwv5q &= \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D b_{fd}(\tau) \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 u'_f \phi'_o \phi_m d\xi \int_0^1 v_d \psi_p \psi'_n d\eta \\
NLCwv6q &= \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D b_{fd}(\tau) \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P \dot{q}_{op}(\tau) \int_0^1 u'_f \phi'_m \phi_o d\xi \int_0^1 v_d \psi_n \psi'_p d\eta \\
NLCwv2b &= \sum_{\substack{o=1 \\ O}}^O \sum_{\substack{p=1 \\ P}}^P q_{op}(\tau) \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D \dot{b}_{fd}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o u_f d\xi \int_0^1 \psi'_n \psi'_p v'_d d\eta \\
NLCwv3b &= \sum_{\substack{o=1 \\ O}}^O \sum_{\substack{p=1 \\ P}}^P q_{op}(\tau) \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D \dot{b}_{fd}(\tau) \int_0^1 \phi'_m \phi'_o u_f d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p v'_d d\eta \\
NLCwv7b &= \sum_{\substack{o=1 \\ O}}^O \sum_{\substack{p=1 \\ P}}^P q_{op}(\tau) \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D \dot{b}_{fd}(\tau) \int_0^1 \phi'_m \phi_o u'_f d\xi \int_0^1 \psi_n \psi'_p v_d d\eta \\
NLCwv8b &= \sum_{\substack{o=1 \\ O}}^O \sum_{\substack{p=1 \\ P}}^P q_{op}(\tau) \sum_{f=1}^F \sum_{d=1}^D \dot{b}_{fd}(\tau) \int_0^1 \phi'_o \phi_m u'_f d\xi \int_0^1 \psi_p \psi'_n v_d d\eta \\
NLCww1 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} \dot{q}_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi'_m \phi'_o \phi'_{o_1} \phi'_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p \psi_{p_1} \psi_{p_2} d\eta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
NLCww2 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} \dot{q}_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o \phi_{o_1} \phi_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi'_n \psi'_p \psi'_{p_1} \psi'_{p_2} d\eta \\
NLCww3 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} \dot{q}_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi'_m \phi'_o \phi_{o_1} \phi_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi_n \psi_p \psi'_{p_1} \psi'_{p_2} d\eta \\
NLCww4 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} \dot{q}_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi'_o \phi'_{o_1} \phi_m \phi_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi_p \psi_{p_1} \psi'_n \psi'_{p_2} d\eta \\
NLCww5 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} \dot{q}_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi_o \phi'_{o_1} \phi'_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi'_n \psi'_p \psi_{p_1} \psi_{p_2} d\eta \\
NLCww6 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} \dot{q}_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi_o \phi_{o_1} \phi'_m \phi'_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi'_p \psi'_{p_1} \psi_n \psi_{p_2} d\eta \\
NLCww7 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} \dot{q}_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi'_m \phi_o \phi_{o_1} \phi'_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi_n \psi'_p \psi'_{p_1} \psi_{p_2} d\eta \\
NLCww8 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} \dot{q}_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi'_o \phi_m \phi_{o_1} \phi'_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi_p \psi'_n \psi'_{p_1} \psi_{p_2} d\eta \\
NLCww9 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} \dot{q}_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi_m \phi'_o \phi'_{o_1} \phi_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi'_n \psi_p \psi_{p_1} \psi'_{p_2} d\eta \\
NLCww10 &= \sum_{o=1}^O \sum_{p=1}^P q_{op}(\tau) \sum_{o_1=1}^{O_1} \sum_{p_1=1}^{P_1} q_{o_1 p_1}(\tau) \sum_{o_2=1}^{O_2} \sum_{p_2=1}^{P_2} \dot{q}_{o_2 p_2}(\tau) \int_0^1 \phi_o \phi'_m \phi'_{o_1} \phi_{o_2} d\xi \int_0^1 \psi'_p \psi_n \psi_{p_1} \psi'_{p_2} d\eta
\end{aligned}$$

پیوست ۳

LES and NES Terms

I) Maxwell model

$$\begin{aligned}
Kws_1 &= \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^T q_{mn}(\tau) \phi_m(\xi_e) \phi_r(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_t(\eta_e), \\
Kws_1 &= \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^T q_{rt}(t) \phi_m(\xi_e) \phi_r(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_t(\eta_e), Ks_1w = q_{s_1}(t) \phi_m(\xi_e) \psi_n(\eta_e)
\end{aligned}$$

II) Kelvin-Voigt model

$$\begin{aligned}
Ksw &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn}(\tau) \phi_m(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \\
NLswww &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=1}^M \sum_{n_1=1}^N \sum_{m_2=1}^M \sum_{n_2=1}^N q_{mn}(\tau) q_{m_1 n_1}(\tau) q_{m_2 n_2}(\tau) \phi_m(\xi_e) \phi_{m_1}(\xi_e) \phi_{m_2}(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_{n_1}(\eta_e) \psi_{n_2}(\eta_e) \\
NLswwq &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=1}^M \sum_{n_1=1}^N q_{mn}(\tau) q_{m_1 n_1}(\tau) q_s(\tau) \phi_m(\xi_e) \phi_{m_1}(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_{n_1}(\eta_e) \\
NLswqq &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn}(\tau) q_s^2(\tau) \phi_m(\xi_e) \psi_n(\eta_e), Csw = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \dot{q}_{mn}(\tau) \phi_m(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \\
NLwww &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=1}^M \sum_{n_1=1}^N \sum_{m_2=1}^M \sum_{n_2=1}^N q_{mn}(\tau) q_{m_1 n_1}(\tau) q_{m_2 n_2}(\tau) \phi_m(\xi_e) \phi_{m_1}(\xi_e) \phi_{m_2}(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_{n_1}(\eta_e) \psi_{n_2}(\eta_e)
\end{aligned}$$

$$NLwwq = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=1}^M \sum_{n_1=1}^N q_{mn}(\tau) q_{m_1 n_1}(\tau) q_s(\tau) \phi_m(\xi_e) \phi_m(\xi_e) \phi_{m_1}(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_n(\eta_e) \psi_{n_1}(\eta_e)$$

$$NLwqq = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn}(\tau) q_s^2(\tau) \phi_m(\xi_e) \phi_m(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_n(\eta_e), NLqqq = q_s^3(\tau) \phi_m(\xi_e) \psi_n(\eta_e)$$

III) Maxwell–Voigt model

$$NLswwww = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=1}^M \sum_{n_1=1}^N \sum_{m_2=1}^M \sum_{n_2=1}^N q_{mn}(\tau) q_{m_1 n_1}(\tau) q_{m_2 n_2}(\tau) \phi_m(\xi_e) \phi_{m_1}(\xi_e) \phi_{m_2}(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_{n_1}(\eta_e) \psi_{n_2}(\eta_e)$$

$$NLswwq = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=1}^M \sum_{n_1=1}^N q_{mn}(\tau) q_{m_1 n_1}(\tau) q_{s_1}(t) \phi_m(\xi_e) \phi_{m_1}(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_{n_1}(\eta_e)$$

$$NLswqq = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn}(\tau) q_{s_1}^2(t) \phi_m(\xi_e) \psi_n(\eta_e)$$

$$NLwww = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=1}^M \sum_{n_1=1}^N \sum_{m_2=1}^M \sum_{n_2=1}^N q_{mn}(\tau) q_{m_1 n_1}(\tau) q_{m_2 n_2}(\tau) \phi_m(\xi_e) \phi_m(\xi_e) \phi_{m_1}(\xi_e) \phi_{m_2}(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_n(\eta_e) \psi_{n_1}(\eta_e) \psi_{n_2}(\eta_e)$$

$$NLwwq = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=1}^M \sum_{n_1=1}^N q_{mn}(\tau) q_{m_1 n_1}(\tau) q_{s_2}(t) \phi_m(\xi_e) \phi_m(\xi_e) \phi_{m_1}(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_n(\eta_e) \psi_{n_1}(\eta_e)$$

$$NLwqq = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn}(\tau) q_{s_2}^2(t) \phi_m(\xi_e) \phi_m(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_n(\eta_e), NLqqq = q_{s_1}^3(\tau) \phi_m(\xi_e) \psi_n(\eta_e)$$

IV) two degree of freedom model

$$Ksw = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn}(\tau) \phi_m(\xi_e) \psi_n(\eta_e), Kws = \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^T q_{rt}(\tau) \phi_m(\xi_e) \phi_m(\xi_e) \psi_n(\eta_e) \psi_n(\eta_e)$$

$$Ks_1w = q_{s_1}(\tau) \phi_m(\xi_e) \psi_n(\eta_e)$$



- [1]D.H. Hodges, G.A. Pierce, Introduction to structural dynamics and aeroelasticity, cambridge university press, 2011.
- [2]E.H. Dowell, H.C. Curtiss, R.H. Scanlan, F. Sisto, A modern course in aeroelasticity, Springer, 1989.
- [3]A.H. Nayfeh, B. Balachandran, Applied nonlinear dynamics: analytical, computational, and experimental methods, John Wiley & Sons, 2008.
- [4]Applied Nonlinear Dynamics: Analytical, Computational and Experimental Methods, Wiley-VCH verlag GmbH & Co.KGaA, March 1995.
- [5]D. Tang, E. Dowell, Flutter and stall response of a helicopter blade with structural nonlinearity, Journal of Aircraft, 29(5) (1992) 953-960.
- [6]C. Ventres, E. Dowell, Comparison of theory and experiment for nonlinear flutter of loaded plates, AIAA Journal, 8(11.2030-2022 (1970) (
- [7]R.O. Stearman, E. Powers, J. Schwartz, R. Yurkovich, Aeroelastic system identification of advanced technology aircraft through higher order signal processing, in: International Modal Analysis Conference(IMAC), 9 th, Florence, Italy ,Proceedings., 1991, pp. 1607-1616.
- [8]A.H. Nayfeh, D.T. Mook, P. Holmes, Nonlinear oscillations, (1980.(
- [9]E.H. Dowell, Aeroelasticity of plates and shells, Springer Science & Business Media, 1974.
- [10]E.H. Dowell, Panel flutter-A review of the aeroelastic stability of plates and shells, AIAA journal, 8(3) (1970) 385-399.
- [11]E. Dowell, J. Edwards, T. Strganac, Nonlinear aeroelasticity, Journal of aircraft, 40(5) (2003) 857-874.
- [12]E.H. Dowell, Nonlinear Aeroelasticity, in: AIAA- 90-1031, Structures, Structural Dynamics, and Materials, Washington, DC, 1990.

- [13]E.H. Dowell, M. Ilgamov, Studies in nonlinear aeroelasticity, Springer Science & Business Media, 2012.
- [14]G.A.P. D. H. Hodges, O. A. Bauchau and M. J. Smith, ABE 6200: Aeroelasticity Class Notes, Atlanta, Georgia, USA.
- [15]R.P. Selvam, S. Govindaswamy, H.R. Bosch, A REPORT ON AEROELASTIC ANALYSIS OF BRIDGE GIRDER SECTION USING COMPUTER MODELING, 2001.
- [16]M. Yamasaki, K. Isogai, T. Uchida, I. Yukimura, Shock-stall flutter of a two-dimensional airfoil, AIAA journal, 42(2) (2004) 215-219.
- [17]P.J. Swatton, Principles of flight for pilots, John Wiley & Sons, 2011.
- [18]W. Zhao, R.K. Kapania, J.A. Schetz, J.M. Coggin, Nonlinear aeroelastic analysis of SUGAR truss-braced wing (TBW) wind-tunnel model (WTM) under in-plane loads, in: 56th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2015, pp. 1173.
- [19]G. Eckold, Design and manufacture of composite structures, Woodhead publishing, 1994.
- [20]B. Lee, S. Price ,Y. Wong, Nonlinear aeroelastic analysis of airfoils: bifurcation and chaos, Progress in aerospace sciences, 35(3) (1999) 205-334.
- [21]E.H. Dowell, Nonlinear oscillations of a fluttering plate, AIAA journal, 4(7) (1966) 1267-1275.
- [22]E.H. Dowell, Nonlinear oscillations of a fluttering plate. II, AIAA journal, 5(10) (1967) 1856-1862.
- [23]J. Dugundji, E. Dowell, B. Perkin, Subsonic flutter of panels on continuous elastic foundations, AIAA journal, 1(5) (1963) 1146-1154.
- [24]Y. Weiliang, E. Dowell, Limit cycle oscillation of a fluttering cantilever plate, AIAA journal, 29(11) (1991) 1929-1936.
- [25]C. Mei, K. Abdel-Motagaly, R. Chen, Review of nonlinear panel flutter at supersonic and hypersonic speeds, (1999.)

- [26]D. Tang, E.H. Dowell, Limit cycle oscillations of two-dimensional panels in low subsonic flow, *International journal of non-linear mechanics*, 37(7) (2002) 1199-1209.
- [27]B.I. Epureanu, L.S. Tang, M.P. Paidoussis, Coherent structures and their influence on the dynamics of aeroelastic panels, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 39(6) (2004) 977-991.
- [28]P.J. Attar, E.H. Dowell, A reduced order system ID approach to the modeling of nonlinear structural behavior in aeroelasticity, in: *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 2005, pp. 1271-1279.
- [29]X. Guo, C. Mei, Application of aeroelastic modes on nonlinear supersonic panel flutter at elevated temperatures, *Computers & structures*, 84(24-25) (2006) 1619-1628.
- [30]H. Navazi, H. Haddadpour, Aero-thermoelastic stability of functionally graded plates, *Composite Structures*, 80(4) (2007) 580-587.
- [31]G. Zheng, Y. Yang, Chaotic motions and limit cycle flutter of two-dimensional wing in supersonic flow, *Acta Mechanica Sinica*, 21(5) (2008) 441-448.
- [32]Y. Hao, W. Zhang, J. Yang, Nonlinear oscillation of a cantilever FGM rectangular plate based on third-order plate theory and asymptotic perturbation method, *Composites Part B: Engineering*, 42(3) (2011) 402-413.
- [33]P. Li, Y. Yang, M. Zhang, Melnikov's method for chaos of a two-dimensional thin panel in subsonic flow with external excitation, *Mechanics Research Communications*, 38(7) (2011) 524-528.
- [34]F.-M. Li, Active aeroelastic flutter suppression of a supersonic plate with piezoelectric material, *International Journal of Engineering Science*, 51 (2012) 190-203.
- [35]S.C. Gibbs, I. Wang, E. Dowell, Theory and experiment for flutter of a rectangular plate with a fixed leading edge in three-dimensional axial flow, *Journal of Fluids and Structures*, 34 (2012) 68-83.

- [36]W. Zhao, M.P. Païdoussis, L. Tang, M. Liu, J. Jiang, Theoretical and experimental investigations of the dynamics of cantilevered flexible plates subjected to axial flow, *Journal of Sound and Vibration*, 331(3) (2012) 575-587.
- [37]J. Zhou, Z. Yang, Y. Gu, Aeroelastic stability analysis of heated panel with aerodynamic loading on both surfaces, *Science China Technological Sciences*, 55(10) (2012) 2720-2726.
- [38]L.-C. Meng, F.-M. Li, G. Yao, W. Zhang, Nonlinear dynamics analysis of a thin rectangular plate in subsonic airflow, *Mathematics and Mechanics of Solids*, 21(10) (2016) 1184-1197.
- [39]P. Li, Y. Yang, On the stability and chaos of a plate with motion constraints subjected to subsonic flow, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 59 (2014) 28-36.
- [40]D. Xie, M. Xu, H. Dai, E.H. Dowell, Observation and evolution of chaos for a cantilever plate in supersonic flow, *Journal of Fluids and Structures*, 50 (2014) 271-291.
- [41]P. Li, Y. Yang, H. Shi, Hopf and two-multiple semi-stable limit cycle bifurcations of a restrained plate subjected to subsonic flow, *Journal of Sound and Vibration*, 335 (2015) 286-303.
- [42]D. Xie, M. Xu, H. Dai, E.H. Dowell, Proper orthogonal decomposition method for analysis of nonlinear panel flutter with thermal effects in supersonic flow, *Journal of Sound and Vibration*, 337 (2015) 263-283.
- [43]M. Rezaee, R. Jahangiri, Nonlinear and chaotic vibration and stability analysis of an aero-elastic piezoelectric FG plate under parametric and primary excitations, *Journal of Sound and Vibration*, 344 (2015) 277-296.
- [44]T. Chen, M. Xu, D. Xie, X. An, Post-flutter response of a flexible cantilever plate in low subsonic flows, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 127-113 (2017) 91 ,
- [45]J. Aboudi, G. Cederbaum, I. Elishakoff, Dynamic stability analysis of viscoelastic plates by Lyapunov exponents, *Journal of Sound and Vibration*, 139(3) (1990) 459-467.

- [46]Z. Xia, S. Łukasiewicz, Non-linear, free, damped vibrations of sandwich plates, *Journal of sound and vibration*, 175(2) (1994) 219-232.
- [47]Z. Xia, S. Łukasiewicz, Nonlinear damped vibrations of simply-supported rectangular sandwich plates, *Nonlinear Dynamics*, 8(4) (1995) 417-433.
- [48]Y. Sun, S. Zhang, Chaotic dynamic analysis of viscoelastic plates, *International Journal of Mechanical Sciences*, 43(5) (2001) 1195-1208.
- [49]S. Pourtakdoust, S. Fazelzadeh, Chaotic analysis of nonlinear viscoelastic panel flutter in supersonic flow, *Nonlinear Dynamics*, 32(4) (2003) 404-387 (003
- [50]B. Khudayarov, INVESTIGATION OF THE NONLINEAR FLUTTER OF VISCOELASTIC PLATES IN A SUPERSONIC FLOW, *International Journal of Computing*, 4(1) (2014) 42-45.
- [51]C.G. Merrett, H.H. Hilton, Elastic and viscoelastic panel flutter in incompressible, subsonic and compressible flows, *Journal of Aeroelasticity and Structural Dynamics*, 2(1) (2010).
- [52]M. Bilasse, L. Azrar, E. Daya, Complex modes based numerical analysis of viscoelastic sandwich plates vibrations, *Computers & Structures*, 89(7-8) 555-539 (2011) (
- [53]T. Saksa, N. Banichuk, J. Jeronen, M. Kurki, T. Tuovinen, Dynamic analysis for axially moving viscoelastic panels, *International Journal of Solids and Structures*, 49(23-24) (2012) 3355-3366.
- [54]X. Zhang, Local bifurcations of nonlinear viscoelastic panel in supersonic flow, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 18(8) (2013) 1931-1938.
- [55]S.H. Mahmoudkhani, H. Haddadpour, Nonlinear vibration of viscoelastic sandwich plates under narrow-band random excitations, *Nonlinear Dynamics*, 74(1-2) (2013) 165-188.
- [56]S. Mahmoudkhani, H. Haddadpour, H. Navazi, The effects of nonlinearities on the vibration of viscoelastic sandwich plates, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 62 (2014) 41-57.

- [57]D. Balkan, Z. Mecitoğlu, Nonlinear dynamic behavior of viscoelastic sandwich composite plates under non-uniform blast load: Theory and experiment, *International journal of impact engineering*, 72 (2014) 85-104.
- [58]M. Amabili, Nonlinear vibrations of viscoelastic rectangular plates, *Journal of Sound and Vibration*, 362 (2016) 142-156.
- [59]D. Younesian, H. Norouzi, Frequency analysis of the nonlinear viscoelastic plates subjected to subsonic flow and external loads, *Thin-Walled Structures*, 92 (2015) 65-75.
- [60]D. Younesian, H. Norouzi, Chaos prediction in nonlinear viscoelastic plates subjected to subsonic flow and external load using extended Melnikov's method, *Nonlinear Dynamics*, 84(3) (2016) 1163-1179.
- [61]F. An, F. Chen, Bifurcations and chaos of the nonlinear viscoelastic plates subjected to subsonic flow and external loads, *Chaos, Solitons & Fractals*, 91 (2016) 78-85.
- [62]X.-D. Yang, T.-J. Yu, W. Zhang, Y.-J. Qian, M.-H. Yao, Damping effect on supersonic panel flutter of composite plate with viscoelastic mid-layer, *Composite Structures*, 137 (2016) 105-113.
- [63]A. Cunha-Filho, A. De Lima, M. Donadon, L. Leão, Flutter suppression of plates using passive constrained viscoelastic layers, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 79 (2016) 99-111.
- [64]L.-C. Meng, F.-M. Li, W. Zhang, The Effects of Subsonic Airflow on the Nonlinear Vibration Properties of a Composite Laminated Plate, in: *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, American Society of Mechanical Engineers, 2016, pp. V006T009A037.
- [65]M.T.A. Robinson, S. Adali, Dynamic stability of viscoelastic plates under axial flow by differential quadrature method, *Engineering Computations*, (2017).
- [66]T.-J. Yu, S. Zhou, X.-D. Yang, W. Zhang, Homoclinic orbits and chaos of a supercritical composite panel with free-layer damping treatment in subsonic flow, *Composite Structures*, 159 (2017) 288-298.

- [67]H. Frahm, Device for damping vibrations of bodies, in, Google Patents, 1911.
- [68]J. Den Hartog, J. Ormondroyd, Theory of the dynamic vibration absorber, ASME J. Appl. Mech, 50(7) (1928) 11-22.
- [69]R. Eason, C. Sun, A. Dick, S. Nagarajaiah, Attenuation of a linear oscillator using a nonlinear and a semi-active tuned mass damper in series, Journal of Sound and Vibration, 332(1) (2013) 154-166.
- [70]L. Chung, L. Wu, K. Lien, H. Chen, H. Huang, Optimal design of friction pendulum tuned mass damper with varying friction coefficient, Structural control and health monitoring, 20(4) (2013) 544-559.
- [71]O.V. Gendelman, Transition of energy to a nonlinear localized mode in a highly asymmetric system of two oscillators, Nonlinear dynamics, 25(1) (2001) 237-253.
- [72]A.F. Vakakis, O. Gendelman, Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators: part II—resonance capture, J. Appl. Mech., 68(1) (2001) 42-48.
- [73]F. Georgiadis, A.F. Vakakis, D.M. McFarland, L. Bergman, Shock isolation through passive energy pumping caused by nonsmooth nonlinearities, International journal of bifurcation and chaos, 15(06) (2005) 1.2001-989
- [74]O. Gendelman, L. Manevitch, A.F. Vakakis, R. M'closkey, Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators: part I—dynamics of the underlying Hamiltonian systems, J. Appl. Mech., 68(1) (2001) 34-41.
- [75]Y.S. Lee, A.F. Vakakis, L.A. Bergman, D.M. McFarland, G. Kerschen, Suppression aeroelastic instability using broadband passive targeted energy transfers, part 1: Theory, AIAA journal, 45(3) (2007) 693-711.
- [76]P. Malatkar, A.H. Nayfeh, Steady-state dynamics of a linear structure weakly coupled to an essentially nonlinear oscillator, Nonlinear Dynamics, 47(1) (2007) 167-179.
- [77]A.F. Vakakis, O.V. Gendelman, L.A. Bergman, D.M. McFarland, G. Kerschen, Y.S. Lee, Nonlinear targeted energy transfer in mechanical and structural systems, Springer Science & Business Media, 2008.

- [78]S. Tsakirtzis, P.N. Panagopoulos, G. Kerschen, O. Gendelman, A.F. Vakakis, L.A. Bergman, Complex dynamics and targeted energy transfer in linear oscillators coupled to multi-degree-of-freedom essentially nonlinear attachments, *Nonlinear Dynamics*, 48(3) (2007) 285-318.
- [79]E. Gourdon, C.-H. Lamarque, Energy pumping for a larger span of energy, *Journal of Sound and Vibration*, 285(3) (2005) 711-720.
- [80]S. Tsakirtzis, G. Kerschen, P.N. Panagopoulos, A.F. Vakakis, Multi-frequency nonlinear energy transfer from linear oscillators to mdof essentially nonlinear attachments, *Journal of Sound and Vibration*, 285(1-2) (2005) 483-490.
- [81]F. Georgiades, A. Vakakis, Dynamics of a linear beam with an attached local nonlinear energy sink, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 12(5) (2007) 643-651.
- [82]F. Nucera, F.L. Iacono, D. McFarland, L. Bergman, A. Vakakis, Application of broadband nonlinear targeted energy transfers for seismic mitigation of a shear frame: Experimental results, *Journal of sound and vibration*, 313(1-2) (2008) 57-76.
- [83]F. Georgiades, A.F. Vakakis, Passive targeted energy transfers and strong modal interactions in the dynamics of a thin plate with strongly nonlinear attachments, *International Journal of Solids and Structures*, 46(11-12) (2009) 2330-2353.
- [84]T. Sapsis, A.F. Vakakis, O.V. Gendelman, L.A. Bergman, G. Kerschen, D. Quinn, Efficiency of targeted energy transfers in coupled nonlinear oscillators associated with 1: 1 resonance captures: Part II, analytical study, *Journal of Sound and Vibration*, 325(1-2) (2009) 297-320.
- [85]Y. Starosvetsky, O. Gendelman, Vibration absorption in systems with a nonlinear energy sink: nonlinear damping, *Journal of Sound and Vibration*, 324(3.939-916 (2009) (5-
- [86]C. Yang, D. Li, L. Cheng, Dynamic vibration absorbers for vibration control within a frequency band, *Journal of Sound and Vibration*, 330(8) (2011) 1582-1598.

- [87]Z.N. Ahmadabadi, S. Khadem, Nonlinear vibration control of a cantilever beam by a nonlinear energy sink, *Mechanism and Machine Theory*, 50 (2012) 134-149.
- [88]F.S. Samani, F. Pellicano, Vibration reduction of beams under successive traveling loads by means of linear and nonlinear dynamic absorbers, *Journal of Sound and Vibration*, 331(10) (2012) 2272-2290.
- [89]M. Parseh, M. Dardel, M.H. Ghasemi, Performance comparison of nonlinear energy sink and linear tuned mass damper in steady-state dynamics of a linear beam, *Nonlinear Dynamics*, 81(4) (2015) 1981-2002.
- [90]J. Taghipour, M. Dardel, Steady state dynamics and robustness of a harmonically excited essentially nonlinear oscillator coupled with a two-DOF nonlinear energy sink, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 62 (2015) 164-182.
- [91]A. Luongo, D. Zulli, Nonlinear energy sink to control elastic strings: the internal resonance case, *Nonlinear Dynamics*, 81(1) (2015) 425-435.
- [92]Y.-W. Zhang, H. Zhang, S. Hou, K.-F. Xu, L.-Q. Chen, Vibration suppression of composite laminated plate with nonlinear energy sink, *Acta Astronautica*, 123 (2016) 109-115.
- [93]M. Parseh, M. Dardel, M.H. Ghasemi, M.H. Pashaei, Steady state dynamics of a non-linear beam coupled to a non-linear energy sink, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 79 (2016) 48-65.
- [94]N. Ebrahimzade, M. Dardel, R. Shafaghat, Performance comparison of linear and nonlinear vibration absorbers in aeroelastic characteristics of a wing model, *Nonlinear Dynamics*, 86(2) (2016) 1075-1094.
- [95]M. Taleshi, M. Dardel, M.H. Pashaie, Passive targeted energy transfer in the steady state dynamics of a nonlinear plate with nonlinear absorber, *Chaos, Solitons & Fractals*, 92 (2016) 56-72.

- [96]K. Yang, Y.-W. Zhang, H. Ding, L.-Q. Chen, The transmissibility of nonlinear energy sink based on nonlinear output frequency-response functions, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 44 (2017) 184-192.
- [97]J.N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*, CRC press, 2003.
- [98]R. Lakes, R.S. Lakes, *Viscoelastic materials*, Cambridge university press, 2009.
- [99]H. Ashley, G. Zartarian, Piston theory-a new aerodynamic tool for the aeroelastician, *Journal of the Aeronautical Sciences*, 23(12) (1956) 1109-1118.
- [100]D.Y. Xue, Finite element frequency domain solution of nonlinear panel flutter with temperature effects and fatigue life analysis, (1991).
- [101]G. Sander, C. Bon, M. Geradin, Finite element analysis of supersonic panel flutter, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 7(3) (1973) 379-394.
- [102]S.S. Rao, *Vibration of continuous systems*, Wiley Online Library, 2007.
- [103]H. AsadiGorgi, M. Dardel, M.H. Pashaei, Effects of all-over part-through cracks on the aeroelastic characteristics of rectangular panels, *Applied Mathematical Modelling*, 39(23-24.7536-7513 (2015) (
- [104]N. Grover, D. Maiti, B. Singh, Flutter characteristics of laminated composite plates subjected to yawed supersonic flow using inverse hyperbolic shear deformation theory, *Journal of Aerospace Engineering*, 29(2) (2016) 04015038.
- [105]Simulation and testing of a 6-story structure incorporating a coupled two mass, in: *American Society of Mechanical Engineers.*, 2012, August. .

Abstract

Complex nonlinear behaviors such as chaotic motion have devastating effects on the dynamic system. In this thesis, the effect of nonlinear energy sink on vibration control of plates in supersonic flow is investigated. The system consists of a thin plate with different boundary conditions, over which a supersonic air flow is established, and is connected to a nonlinear energy sink. The aim is to improve the behavior of the system by changing the parameters and location of the non-linear energy sink. Also, the nonlinear behavior of rectangular viscoelastic plate, over which a supersonic air flow is established was examined with different boundary conditions and compared with the nonlinear elastic plate.

Classical plate theory was used to obtain plate equations, and Von-Kármán strain-displacement relations were used to consider the nonlinear geometric effect. The Kelvin Voight model was also used to describe the viscoelastic properties and the “first-order piston theory” was used for supersonic aerodynamic flow. The equations of motion of the rectangular plates were extracted from the Lagrange method, and Rayleigh-Ritz discretization process. Solving the equations was done using fourth order Runge Kutta method. To investigate the dynamic behavior of the plates, the eigenvalues of the system, as well as diagrams such as Time history curves, phase portraits, Poincaré maps, and bifurcation diagrams were studied and analyzed. The results show that using nonlinear energy sinks, the behavior of the plates, which in some cases is very complex, can be changed to a simpler behavior.

The effects of aspect ratio and azimuth angle were also investigated. The results show that the use of energy sink is more suitable for smaller aspect ratios, but for larger aspect ratios, viscoelastic plate performs better.

Keywords: Nonlinear dynamics, Elastic plate, Viscoelastic plate, Nonlinear energy sink, Supersonic flow, Bifurcation, numerical simulation.



Shahrood University of
Technology

Faculty of Mechanic

Ph.D. Thesis in Mechanical engineering in field of Dynamic, Vibration and Control

Nonlinear Dynamic and Passive Vibration Control of Rectangular Plate under Aerodynamic Load

By Hassan Asadigorji

Supervisor:
Dr. Ardeshir Karami Mohammadi

Month, Year
Jan 2021