

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مکاترونیک

طراحی کنترل کننده به روش مودلغزشی مرتبه دوم کسری برای ربات‌ها

نگارنده: مهناز شریف‌نیا

استاد راهنما

دکتر حبیب احمدی

شهریور ۱۳۹۹

شماره: ۲۹۹/۱۲۶
تاریخ: ۹۹/۹/۱۲

باسمه تعالی



فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای مهناز شریف‌نیا با شماره دانشجویی ۹۷۰۹۶۹۴ رشته مهندسی مکانیک گرایش مکاترونیک تحت عنوان طراحی کنترل‌کننده مود لغزشی مرتبه دوم کسری برای ربات‌ها که در تاریخ ۱۳۹۹-۷-۲۷ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می‌گردد:

الف) درجه عالی: نمره ۱۹-۲۰ ☒	ب) درجه خیلی خوب: نمره ۱۸/۹۹ - ۱۸ ☐
ج) درجه خوب: نمره ۱۶-۱۷/۹۹ ☐	د) درجه متوسط: نمره ۱۴-۱۵/۹۹ ☐
ه) کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول و نیاز به دفاع مجدد دارد ☐	
نوع تحقیق: نظری ☒ عملی ☐	

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	دکتر حبیب احمدی	دانشیار	
۲- استاد راهنمای دوم	—	—	—
۳- استاد مشاور	—	—	—
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر سید محسنی واری کولابی	استادیار	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر مصطفی نظری	استادیار	
۶- استاد ممتحن دوم	دکتر علیرضا الفی	استاد	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: دکتر مهدی گردویی

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

۹۹/۹/۱۲

تقدیم اثر

ماحصل آموختہ ہائیم را تقدیم می کنم بہ آنمان کہ مہر آسمانی شان آرام بخش آلام زمینی ام است

بہ استوارترین ملکہ کاہم، دستان پر مہر پدرم

بہ سبزترین مگاہ زندگی ام، چشمان مادرم

کہ ہرچہ آموختم در مکتب عشق شما آموختہ ام و ہرچہ بلو شتم قہرہای است از دیہای یکران مہربانی تان

امروز بستی ام بہ امید شاست و فردا کلید باغ بہشتم، رضای شما

کران سگہ ترا از این ارزان نہ داشتم تا بہ خاک پیمان نہار کنم باشد کہ حاصل تلاشم نسیم کوز غبار محنتی تان را بزوداید

بوسہ بردستان پر مہر تان

مکرمه و قدردانی

پاس خدای را که مخفوران، در ستودن او بماند و شمارندگان، شمردن نعمت های او ندانند و کوشندگان، حق او را گزارش ندهند. و سلام و دوروبر محمد و خاندان پاک او، طاهران معصوم، هم آمان که وجودمان

ولدار وجودشان است؛ و نفرین پیوسته بر دشمنان ایشان تا روز رستاخیز...

از آنجایی که تجلیل از معلم، پاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تائیم می کند و سلامت امانت بلی را که به دستش سپرده اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب "من لم یسکر المنعم من

المخلوقین لم یسکر الله عزوجل":

اندر مواد عزیزم... این دو معلم بزرگوارم... که همواره بر کوتاهی و درستی من، قلم عنو کشیده و گریانه از کنار غفلت یادم گذشته اند و در تمام عرصه های زندگی یار و یاور بی چشم داشت برای من بوده اند؛

از استاد با کالات و شایسته؛ جناب آقای دکتر حبیب احمدی که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ گلی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت را بهمانی این پیمان نامه را بر عهده گرفتند که بدون

مساعدت ایشان، این پروژه به نتیجه مطلوب نمی رسید؛

و از اساتید فرزانه و دلسوز؛ جناب آقای دکتر مصطفی نظری و جناب دکتر علیرضا الهی که زحمت داوری این پیمان نامه را متقبل شدند؛ کمال مکرمه و قدردانی را دارم

باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آمان را پاس گوید

تهدنامه

اینجانب مهناز شریف‌نیا دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکترونیک دانشکده مهندسی مکانیک و مکترونیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه طراحی کنترل‌کننده به روش مودلغزشی مرتبه‌دوم کسری برای ربات‌ها تحت راهنمایی دکتر حبیب احمدی متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود . استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

حکیده

در این تحقیق از یکی از روش‌های کنترل مود لغزشی مرتبه بالا به همراه تعریف سطح لغزش به صورت ترمینال غیر منفرد مودلغزشی با استفاده از حسابان مرتبه کسری، استفاده می‌شود. در کنترل به روش مود لغزشی مبتنی بر حسابان کسری، در تعریف سطح لغزش و توابع کلیدزنی و همچنین در تعریف قوانین کنترلی، از مشتقات و انتگرال‌های مرتبه کسری استفاده می‌شود. بدین منظور در این تحقیق طراحی روش مود لغزشی مرتبه بالاتر مبتنی بر حسابان کسری جهت بهبود عملکرد در سیستم‌های رباتیک مورد استفاده قرار می‌گیرد. در نتیجه نوآوری کار انجام‌شده، استفاده از کنترل‌کننده مودلغزشی مرتبه بالاتر با استفاده از الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ و ترمینال غیر منفرد مود لغزشی مرتبه کسری برای ربات سری دو لینکی می‌باشد. طراحی کنترل‌کننده مورد استفاده به گونه‌ایست که مستقل از مدل ربات بوده و بر اساس خطای سیستم شکل می‌گیرد. همچنین طراحی کنترل‌کننده مودلغزشی مرتبه اول کسری نیز در این تحقیق انجام گرفته و نتایج آن بیان می‌شود. به منظور بررسی رفتار کنترل‌کننده‌های طراحی‌شده، نتایج کنترل‌کننده پیشنهادی با کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر و همچنین کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر-انتگرال‌گیر مقایسه می‌گردد. تجزیه و تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از روش لیاپانوف انجام می‌گیرد. طراحی صورت گرفته به‌منظور دستیابی به دقت بالا و همگرایی سریع و مقاوم بودن سیستم حلقه بسته است.

کلمات کلیدی: ربات، مودلغزشی مرتبه بالاتر، الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ، حسابان کسری، کنترل مودلغزشی ترمینال غیر منفرد.

پیش‌گفتار

حسابان کسری، به عنوان تعمیمی برای حسابان کلاسیک، از آن دسته از مباحث ریاضیات است که در سال‌های اخیر در مهندسی کنترل مورد توجه قرار گرفته است. با نگاهی اجمالی به تحقیقات صورت گرفته در این سال‌ها می‌توان این‌طور نتیجه گرفت که استفاده از این ابزار نوظهور در مدل‌سازی و طراحی می‌تواند موجب بهبود کارایی سیستم‌ها در مقایسه با سیستم‌های کنترلی سنتی شود.

کنترل، یک شاخه بین رشته‌ای از مهندسی و ریاضیات است که با اصلاح دینامیک سیستم‌ها بر اساس مجموعه‌ای از اطلاعات و یا بر حسب مدل سیستم به منظور رسیدن به رفتار مطلوب به کار می‌رود. با این هدف، کنترل‌کننده طراحی شده عملکرد سیستم را دریافت کرده و آن را با رفتار مطلوب، مورد قیاس قرار می‌دهد. در ادامه، عملیات اصلاح را با توجه به اطلاعات و یا مشخصات مدل شده سیستم، به سیستم اعمال می‌کند تا تغییر مطلوب حاصل شود. در نتیجه برای عملکرد هرچه بهتر کنترل‌کننده طراحی شده، همچنین مدل‌سازی سیستم و یا برای تحلیل مدل و ارائه راهکاری برای تحلیل رفتار مطلوب مورد نظر، شبیه‌سازی روش‌های طراحی کنترل‌کننده و ابزار پیاده‌سازی آن مورد نیاز است. از آن‌جا که ابزار لازم برای مدل‌سازی سیستم‌ها، حداقل در حالت رفتار خطی، استفاده از عملگرهای انتگرال و مشتق می‌باشد، لذا الگوریتم‌های مورد استفاده به منظور پیاده‌سازی سیستم‌ها، ترکیبی از این ابزارها خواهد بود. با در نظر گرفتن مفاهیم فوق، استفاده از تعاریف مرتبه کسری به منظور توسعه و بهبود عملکرد سیستم دور از ذهن نخواهد بود.

در کنترل به روش مقاوم، یکی از مهم‌ترین مسائل در سیستم‌های دارای نامعینی‌ها، مواجهه با پدیده چترینگ می‌باشد. در این راستا، استفاده از روش‌ها و الگوریتم‌های موجود در استراتژی مودل‌گزشی، از جمله: مودل‌گزشی انتگرالی، مودل‌گزشی ترمینال، مودل‌گزشی غیرمنفرد و مودل‌گزشی مرتبه بالا، به صورت ترکیبی و یا مستقل به بهبود عملکرد سیستم کمک بسزایی کرده و منجر به کاهش چترینگ سیستم می‌شود.

طراحی کنترل‌کننده با استفاده از حسابان کسری، یکی از روش‌های استفاده از تعاریف کسری در موضوعات گفته شده است. در همین راستا، در این پژوهش سعی شده است که با بهره‌گیری از حسابان کسری در طراحی کنترل‌کننده مودل‌گزشی مرتبه بالا، عملکرد سیستم به رفتار مطلوب نزدیک شود.

محتوای پایان‌نامه حاضر در پنج فصل تنظیم شده است. در فصل اول، سعی شده است تا اهمیت مسئله و اهداف تحقیق مرور گردد. فصل دوم، مروری بر ادبیات موضوع و بیان تحقیقات انجام شده با موضوعات مشابه است که در آن، مفاهیم ابتدایی مورد نیاز در فصل‌های آتی، آورده شود. فصل سوم پایان‌نامه، طراحی کنترل‌کننده با استفاده از استراتژی مودل‌گزشی و حسابان کسری است. در این فصل، روش تحقیق و جزئیات لازم در طراحی انجام شده، به تفصیل بیان شود. در فصل چهارم، کنترل‌کننده مودل‌گزشی مرتبه بالا با استفاده از حسابان کسری طراحی شده و مشخصات مربوط به آن بیان گردیده است. در

فصل پنج، نتایج شبیه‌سازی و تحلیل آن مورد بحث قرار گرفته‌است و در فصل ششم نتیجه‌گیری کلی صورت گرفته و پیشنهاد کارهای آینده برای این تحقیق بیان شده‌است.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

- ۱- عنوان مقاله: کنترل کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه کسری با استفاده از الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ برای ربات دو درجه آزادی، عنوان مجله: مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها.

فهرست مطالب

ج	فهرست جداول
د	فهرست اشکال
۱	فصل ۱ : مقدمه
۲	۱-۱ بیان مسئله.....
۲	۲-۱ مروری بر ادبیات موضوع.....
۲	۱-۲-۱ حسابان کسری.....
۳	۲-۲-۱ پیدایش حسابان کسری.....
۴	۳-۲-۱ معرفی توابع ویژه در حسابان کسری.....
۴	۴-۲-۱ معرفی عملگرهای مرتبه کسری.....
۸	۵-۲-۱ کاربرد حسابان کسری در کنترل ابزار.....
۸	۶-۲-۱ استراتژی مودلغزشی و حسابان کسری.....
۹	۳-۱ مروری بر پیشینه تحقیق.....
۱۰	۱-۳-۱ کنترل به روش مودلغزشی مرتبه بالا.....
۱۲	۱-۳-۲ مدل سازی با استفاده از حسابان کسری.....
۱۶	۱-۳-۳ طراحی کنترل کننده تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر با استفاده از حسابان کسری.....
۱۸	۴-۳-۱ طراحی کنترل کننده به روش مودلغزشی مرتبه اول با استفاده از حسابان کسری.....
۲۰	۵-۳-۱ طراحی کنترل کننده به روش مودلغزشی مرتبه بالا با استفاده از حسابان کسری.....
۲۱	۴-۱ اهمیت موضوع و ضرورت تحقیق.....
۲۲	۵-۱ روش تحقیق.....

فصل ۲: طراحی کنترل کننده مودلغزشی مرتبه اول با استفاده از حسابان کسری ۲۳

۱-۲ مدل دینامیکی ربات..... ۲۴

۲-۲ کنترل کننده مودلغزشی غیرمنفرد ترمینال مرتبه کسری..... ۲۶

۳-۲ تحلیل پایداری..... ۲۸

فصل ۳: طراحی کنترل کننده مودلغزشی مرتبه بالاتر با استفاده از حسابان کسری ۳۳

۱-۳ کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم بر اساس الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ..... ۳۴

۲-۳ کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم کسری..... ۳۵

۳-۳ تحلیل پایداری..... ۳۶

فصل ۴: نتایج شبیه سازی ۴۱

۱-۴ اعتبار سنجی..... ۴۲

۲-۴ تجزیه و تحلیل نتایج شبیه سازی..... ۷۰

۱-۲-۴ نتایج کنترل کننده به روش مودلغزشی مرتبه اول با استفاده از حسابان کسری..... ۷۱

۲-۲-۴ نتایج کنترل کننده به روش مودلغزشی مرتبه بالا با استفاده از حسابان کسری..... ۷۷

فصل ۵ خلاصه، نتیجه گیری و پیشنهادها ۸۹

۱-۵ خلاصه و نتیجه گیری..... ۹۰

۲-۵ پیشنهادها..... ۹۰

۹۱ پست

۹۲ مراجع

فهرست جداول

جدول ۱-۱. کنترل کننده‌های بازخورد و اثرات آنها.....	۸
جدول ۱-۲. مقادیر پارامترهای مدل دینامیکی ربات دو درجه آزادی.....	۲۶
جدول ۱-۴. مقادیر ضرایب کنترل کننده تناسبی مشتق‌گیر.....	۴۲
جدول ۲-۴. مقادیر ضرایب کنترل کننده تناسبی مشتق‌گیر انتگرال‌گیر.....	۴۳
جدول ۳-۴. محدوده‌ی خطای حالت ماندگار.....	۶۳
جدول ۴-۴. مقادیر ابتدا و انتهای هر قسمت از مسیر مطلوب طراحی شده.....	۶۴
جدول ۵-۴. محدوده‌ی خطای حالت ماندگار.....	۷۰
جدول ۶-۴. مقادیر ضرایب کنترل کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه اول کسری.....	۷۱
جدول ۷-۴. مقادیر ضرایب کنترل کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه دوم کسری.....	۸۶
جدول ۸-۴. محدوده‌ی خطای حالت ماندگار.....	۸۷
جدول ۱-۲. کنترل کننده‌های بازخورد و اثرات آنها.....	۸
جدول ۱-۲. مقادیر پارامترهای مدل دینامیکی ربات دو درجه آزادی.....	۲۶
جدول ۱-۴. مقادیر ضرایب کنترل کننده تناسبی مشتق‌گیر.....	۴۲
جدول ۲-۴. مقادیر ضرایب کنترل کننده تناسبی مشتق‌گیر انتگرال‌گیر.....	۴۳
جدول ۳-۴. محدوده‌ی خطای حالت ماندگار.....	۶۳
جدول ۴-۴. مقادیر ابتدا و انتهای هر قسمت از مسیر مطلوب طراحی شده.....	۶۴
جدول ۵-۴. محدوده‌ی خطای حالت ماندگار.....	۷۰
جدول ۶-۴. مقادیر ضرایب کنترل کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه اول کسری.....	۷۱
جدول ۷-۴. مقادیر ضرایب کنترل کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه دوم کسری.....	۸۶
جدول ۸-۴. محدوده‌ی خطای حالت ماندگار.....	۸۷

فهرست اشکال

- شکل ۱-۲ شماتیک ربات دو درجه آزادی..... ۲۵
- شکل ۲-۲. شماتیک کنترل کننده مودلغزشی منفرد غیر منفرد مرتبه کسری..... ۲۸
- شکل ۱-۳. شماتیک کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم با استفاده از حسابان کسری طراحی شده..... ۳۶
- شکل ۱-۴. شماتیک کنترل کننده مودلغزشی منفرد غیر منفرد مرتبه کسری مرجع [۳۹] به منظور..... ۴۴
- اعتبارسنجی..... ۴۴
- شکل ۲-۴. نتایج شبیه سازی با اعمال کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر در حالت دستیابی به نقطه مطلوب..... ۴۷
- $q = 30$ درجه..... ۴۷
- شکل ۳-۴. نتایج شبیه سازی با اعمال کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر-انتگرال گیر در حالت دستیابی به نقطه مطلوب $q = 30$ درجه..... ۵۰
- شکل ۴-۴. نتایج شبیه سازی با اعمال کنترل کننده مرتبه کسری مودلغزشی مرتبه اول ارائه شده در مرجع در حالت دستیابی به نقطه مطلوب $q = 30$ درجه..... ۵۳
- شکل ۵-۴. نتایج شبیه سازی با اعمال کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر در حالت ردیابی مسیر سینوسی..... ۵۶
- شکل ۶-۴. نتایج شبیه سازی با اعمال کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر-انتگرال گیر در حالت ردیابی مسیر سینوسی..... ۵۹
- شکل ۷-۴. نتایج شبیه سازی با اعمال کنترل کننده مرتبه کسری مودلغزشی مرتبه اول ارائه شده در مرجع در حالت ردیابی مسیر سینوسی..... ۶۲
- شکل ۸-۴. نتایج شبیه سازی با اعمال کنترل کننده مرتبه کسری مودلغزشی مرتبه بالا پیشنهادی در حالت ردیابی مسیر مرتبه پنج..... ۶۷
- شکل ۹-۴. نتایج شبیه سازی با اعمال کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر-انتگرال گیر در حالت ردیابی مسیر درجه پنج..... ۷۰
- شکل ۱۰-۴. نتایج شبیه سازی با اعمال کنترل کننده مرتبه کسری مودلغزشی مرتبه اول در حالت دستیابی به نقطه مطلوب $q = 30$ درجه..... ۷۴
- شکل ۱۱-۴. نتایج شبیه سازی با اعمال کنترل کننده مرتبه کسری مودلغزشی مرتبه اول در حالت ردیابی مسیر سینوسی..... ۷۷
- شکل ۱۲-۴. شبیه سازی انجام شده در محیط سیمولینک متلب..... ۷۸
- شکل ۱۳-۴. شبیه سازی انجام شده در محیط سیمولینک متلب-ساختار درون بخش مدل ربات..... ۷۸
- شکل ۱۴-۴. شبیه سازی انجام شده در محیط سیمولینک متلب-ساختار درون بخش کنترل کننده..... ۷۹
- شکل ۱۵-۴. شبیه سازی انجام شده در محیط سیمولینک متلب-ساختار درون بخش خطا..... ۷۹
- شکل ۱۶-۴. شبیه سازی انجام شده در محیط سیمولینک متلب-ساختار درون بخش مقادیر مطلوب..... ۷۹

- شکل ۴-۱۷. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده مرتبه کسری مودلغزشی مرتبه بالای پیشنهادی در
حالت دستیابی به نقطه مطلوب $q = 30$ درجه ۸۲
- شکل ۴-۱۸. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده مرتبه کسری مودلغزشی مرتبه بالا پیشنهادی در
حالت ردیابی مسیر سینوسی ۸۵

فصل ۱ : مقدمه

۱-۱ بیان مسئله

استفاده از راه کارهای جدید در تعریف کنترل کننده و توصیف سیستم‌ها به منظور کنترل کارآمدتر، یکی از چالش‌های همیشگی در کنترل ربات‌هاست. با توجه به افزایش کاربرد ربات‌ها در صنعت و زندگی روزمره مسئله کنترل آن‌ها موضوع چالش برانگیز و پراهمیتی تلقی می‌شود. یکی از تازه‌ترین روش‌ها در کنترل ابزار، بکارگیری از حسابان کسری است. حسابان کسری دارای تاریخچه‌ای همانند حسابان مرتبه صحیح می‌باشد اما استفاده از آن در کنترل ابزار از جمله ربات‌ها، دارای سابقه کوتاهی است. حسابان کسری بعد از تکامل در کنترل، به دو طریق عمده در راستای بهبود عملکرد کنترل کننده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد که به شرح زیر است:

- ارتقا کیفیت مدل سازی

- ارتقای کارایی کنترل کننده.

بدیهی است که با در دست داشتن مدل دقیق تر از ربات، می‌توان کنترل کننده مناسب تر و کارآمدتری برای بهبود عملکرد ربات طراحی کرد. در نتیجه مسئله مورد مطالعه در این تحقیق، استفاده از حسابان کسری برای روش‌های مود لغزشی مرتبه بالا جهت بهبود عملکرد در سیستم‌های رباتیک می‌باشد. در ادامه مروری مختصر بر ادبیات موضوع و بیان تعاریف استفاده شده در فصل‌های آتی آورده شده است. همچنین، تحقیقات پیشین انجام شده نیز مرور شده است. در انتهای این بخش، اهمیت تحقیق انجام شده و روش تحقیق بیان شده است.

۲-۱ مروری بر ادبیات موضوع

در این بخش، ابتدا تاریخچه و تعاریف مربوط به حسابان کسری بیان شده است و در ادامه آن، توضیحاتی در خصوص استراتژی مود لغزشی و کاربرد حسابان کسری در آن آورده شده است.

۱-۲-۱ حسابان کسری

در قرن هجدهم، اویلر^۱ و لاگرانژ^۲ اولین نظریه درباره حسابان کسری را مطرح کردند. اینطور بنظر می‌رسد که اولین مطالعات منسجم در این حوزه، توسط لیوویل^۳، ریمان^۴ و هولمگرن صورت گرفته است. لیوویل، اولین کسی بود که مشتق مرتبه n -ام را به صورت مشتق گیری جمله به جمله با فرض صحیح و

^۱ Leonhard Euler

^۲ Joseph-Louis Lagrange

^۳ Joseph Liouville

^۴ Bernhard Riemann

مثبت بودن n گسترش داد. ریمان تعریفی متفاوت را با استفاده از انتگرال معین، بر روی سری‌های توانی با توان‌های غیر صحیح، پیشنهاد نمود. گرونوالد^۱ و گراک^۲، اولین کسانی بودند که نتایج حاصل از تحقیقات ریمان و لیوویل را ترکیب نمودند. گرونوالد با مراجعه به منابع اصلی و استفاده از تعریف حدی مشتق و همچنین رسیدن به روابط انتگرال معین، مشتق مرتبه n -ام را فرموله کرد.

اِبل^۳، در سال ۱۸۲۳ اولین کاربرد حسابان کسری را ارائه کرد. او کشف کرد که حل معادله انتگرالی برای مسئله هم‌زمانی^۴، از طریق انتگرال به شکل مشتق مرتبه نیم، به دست می‌آید. بعدها در قرن نوزدهم، به منظور حل معادلات دیفرانسیلی خطی با ضرایب ثابت، برای حل مشکلات خاص در نظریه الکترومغناطیسی مثل خطوط انتقال، استفاده از حسابان کسری مطرح شد. در قرن بیستم، دانشمندان سرشناسی به نظریه و کاربردهای حسابان کسری پرداختند. از جمله آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره نمود: دانشمندان ویل و هاردی در خواص دیفرانسیل و انتگرال‌ها، اردلی در معادلات انتگرالی، رایسز در توابع دارای بیش از یک متغیر، اسکات بلر در علم جریان و تغییر شکل ماده و

در دهه‌های پایانی قرن گذشته، استفاده از حسابان کسری بیشتر به منظور کاربرد در حوزه‌های مدل‌سازی، پردازش سیگنال‌ها و کنترل بازخورد بوده است. در ادامه با بیان مختصری از چگونگی پیدایش حسابان کسری، به معرفی توابع ویژه در حسابان کسری و همچنین عمل‌گرهای مرتبه کسری که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است، می‌پردازیم.

۱-۲-۲ پیدایش حسابان کسری

جی فون نویمان^۵ درباره کشف حسابان کسری چنین اظهار نظر کرده است: " حسابان، اولین دستاورد ریاضیات مدرن بود و ارزیابی بیش از اندازه‌ی اهمیت این موضوع کار دشواری است. حسابان، اصل تحلیل ریاضیات مدرن که یک تحول منطقی است را به طور اختصاصی تر نسبت به هر چیزی توصیف می‌کند. اصل تحلیل ریاضیات مدرن، هنوز بزرگ‌ترین پیشرفت فنی در تفکر عینی است. " نامه‌ای از هوپیتال^۶ به لایب نیتس^۷ در سپتامبر ۱۶۹۵ در مورد مشتقات مرتبه $\frac{1}{2}$ ، منشأ حسابان کسری محسوب می‌شود. امروزه حسابان کسری می‌تواند مشکلاتی را حل کند که تئوری‌های موجود در حسابان عادی نتوانسته‌اند نتایج مطلوبی در آن زمینه داشته باشند، مانند پدیده‌های فیزیکی و مهندسی و ... [۱، ۲]

^۱ Grünwald

^۲ Francis Harry Compton Crick

^۳ Niels Henrik Abel

^۴ Tautochrone

^۵ J. Von. Neumann

^۶ L'Hôpital

^۷ Leibniz

۳-۲-۱ معرفی توابع ویژه در حسابان کسری

از جمله توابع ویژه و پرکاربرد در حسابان کسری می‌توان به تابع گاما^۱، تابع بتا^۲ و تابع میتگ-لفلر^۳ اشاره کرد. با در نظر گرفتن این مسئله که در این تحقیق از تابع گاما بهره گرفته شده‌است، لذا تنها این تعریف در ادامه بیان خواهد شد. سایر تعاریف در مراجع [۴، ۳] آمده و به تفصیل توضیح داده شده‌اند.

۱-۳-۲-۱ تابع گاما

یکی از توابع اصلی در مبحث حسابان کسری تابع گاما است. این تابع با نماد $\Gamma(\bullet)$ نشان داده می‌شود. تابع گاما، در واقع تعمیمی برای تابع فاکتوریل است که از آن برای بسط تابع فاکتوریل به حوزه اعداد حقیقی و مختلط استفاده می‌شود. تعریف ۱-۱. تابع گاما را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\Gamma(z) \triangleq \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad (1-1)$$

که انتگرال موجود در رابطه (۱-۱) به ازای مقادیری از متغیر z که قسمت حقیقی آن مثبت باشد همگرا می‌شود. همچنین می‌توان ثابت کرد که تابع $\Gamma(z)$ به ازای تمامی مقادیر z که قسمت حقیقی آن‌ها مثبت باشد، تحلیلی است.

اگر $z = x + iy$ باشد که در آن $x = \text{Re}(z)$ و $y = \text{Im}(z)$ است، با توجه به رابطه (۱-۱) میتوان نوشت:

$$\Gamma(x + iy) \triangleq \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} e^{iy \ln(t)} dt, \quad (2-1)$$

تساوی (۲-۱) چنین بازنویسی می‌شود:

$$\Gamma(x + iy) \triangleq \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} \{ \cos(y \ln t) + j \sin(y \ln t) \} dt, \quad (3-1)$$

از تساوی (۳-۱) به سادگی استنباط می‌شود که $\bar{\Gamma}(z) = \Gamma(\bar{z})$. بنابراین حاصل عبارت $\Gamma(z)\Gamma(\bar{z})$ همواره یک عدد حقیقی خواهد بود.

۴-۲-۱ معرفی عمل‌گرهای مرتبه کسری

در این بخش ابتدا به بیان تعریف انتگرال مرتبه کسری پرداخته می‌شود. در ادامه عمل‌گرهای مشتق با

^۱ Gamma function

^۲ Beta function

^۳ Mittag-Leffler function

تعاریف ریمان-لیوویل، کاپوتو^۱ و گرانوالد-لتنیکوف^۲ به ترتیب آورده شده‌اند.

۱-۴-۲-۱ انتگرال مرتبه کسری

تعریف انتگرال تکراری از مرتبه n با فرمول کوشی برای تابع $f(t)$ به صورت زیر می‌باشد:

$${}_a I_t^n f(t) \triangleq \int_a^t \int_a^{t_1} \dots \int_a^{t_{n-1}} f(t_n) dt_n \dots dt_2 dt_1 \quad (۴-۱)$$

تعریف (۴-۱) به گونه‌ای است که به راحتی نمی‌توان از آن به صورت مستقیم برای تعمیم مفهوم انتگرال به مرتبه‌های غیر طبیعی استفاده نمود. بر خلاف این تعریف، فرمول کوشی مطابق رابطه (۵-۱) فرم معادلی برای تعریف انتگرال تکراری از مرتبه n ارائه می‌دهد.

$${}_a I_t^n f(t) = \frac{1}{(n-1)!} \int_a^t (t-\tau)^{n-1} f(\tau) d\tau, \quad (۵-۱)$$

تعریف رابطه (۵-۱) قابلیت گسترش به مرتبه‌های غیر طبیعی را دارد. راهکار این تعمیم در بازنویسی فرمول کوشی بر اساس تابع گاما به عنوان تعمیمی از تابع فاکتوریل می‌باشد. در واقع با توجه به تساوی $\Gamma(n) = (n-1)!$ ، فرمول کوشی را می‌توان به صورت رابطه زیر نوشت:

$${}_a I_t^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_a^t (t-\tau)^{n-1} f(\tau) d\tau, \quad (۶-۱)$$

حال با در نظر داشتن رابطه (۶-۱) می‌توان انتگرال مرتبه کسری تابع $f(t)$ از مرتبه α رادر بازه a تا t چنین تعریف نمود:

$${}_a I_t^\alpha f(t) \triangleq \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau, \quad (۷-۱)$$

عمل گر ${}_a I_t^n$ که به صورت رابطه (۷-۱) تعریف می‌شود، را عمل گر انتگرال کسری ریمان-لیوویل می‌نامند. همچنین به عنوان یک قرارداد فرض می‌شود که انتگرال مرتبه صفر هر تابع برابر خود تابع است. به عبارتی داریم:

$${}_a I_t^0 f(t) = f(t) \quad (۸-۱)$$

به بیان دیگر، ${}_a I_t^n$ به ازای $\alpha = 0$ یک عمل گر همانی است.

انتگرال مرتبه کسری یک عمل گر خطی است، لذا می‌توان نوشت:

$${}_a I_t^\alpha {}_a I_t^\beta f(t) = {}_a I_t^\beta {}_a I_t^\alpha f(t) = {}_a I_t^{\alpha+\beta} f(t), \quad (۹-۱)$$

لازم به ذکر است که عمل گر انتگرال مرتبه کسری مانند عمل گر انتگرال تکراری از مرتبه‌های طبیعی،

^۱ Caputo (C)

^۲ Grunwald-Letnikov (GL)

نسبت به مرتبه انتگرال گیری خواص جمع پذیری و جابجایی را داراست.

۱-۲-۴-۲ مشتق مرتبه کسری با تعریف ریمان-لیوویل

تا به اینجای کار با کمک فرمول کوشی مفهوم انتگرال به مرتبه های غیر طبیعی بسط داده شده است. در ادامه، از مفهوم تعمیم داده شده انتگرال در تعریف مشتق مرتبه کسری استفاده می شود. به منظور درک بهتر ایده بکار گرفته شده، می توان آن را با یک مثال ساده روشن کرد. فرض کنید هدف تعریف مشتق از مرتبه کسری ۰,۸ باشد. برای تعریف این عمل گر می توان از عمل گر انتگرال با مرتبه کسری ۰,۲ بهره گرفت و مشتق مرتبه کسری از مرتبه ۰,۸ را اینطور تعریف کرد: مشتق مرتبه ۰,۸ یک تابع برابر است با مشتق مرتبه اول انتگرال از مرتبه ۰,۲ آن تابع. این ایده در حالت کلی منجر به تعریف ریمان-لیوویل از مشتق مرتبه کسری می شود و آن را می توان به صورت زیر نوشت:

$${}^{RL}D_t^\alpha f(t) \triangleq \frac{d^m}{dt^m} \left({}_a I_t^{m-\alpha} f(t) \right), \quad (10-1)$$

که در آن $m = \lceil \alpha \rceil$ یا به عبارتی m برابر کوچک ترین عدد صحیح بزرگ تر مساوی α است. چنانچه رابطه (۱۰-۱) بیان می کند، برای محاسبه مشتق مرتبه α از یک تابع ابتدا انتگرال گیری کسری از مرتبه $m - \alpha$ و سپس m مرتبه مشتق گیری از مرتبه صحیح انجام می شود. چنانچه در رابطه (۱۰-۱) $\alpha = n \in \mathbb{N}$ قرار دهیم، این رابطه به تعریف کلاسیک مشتق مرتبه n تبدیل می گردد. با جایگذاری تعریف انتگرال مرتبه کسری در رابطه (۱۰-۱) مشتق کسری ریمان-لیوویل به صورت زیر تعریف می شود:

$${}^{RL}D_t^\alpha f(t) \triangleq \frac{d^m}{dt^m} \left(\frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-m+\alpha}} d\tau \right), \quad (11-1)$$

در تعریف عمل گر مشتق ریمان-لیوویل نماد ${}^{RL}D_t^\alpha$ مورد استفاده قرار می گیرد که α و t به ترتیب نشان دهنده کران پایین و کران بالای انتگرال کسری در تعریف این عمل گر می باشد.

۱-۲-۴-۳ مشتق مرتبه کسری با تعریف کاپوتو

ایده تعریف کاپوتو از مشتق مرتبه کسری، بسیار مشابه به ایده بکار گرفته شده در تعریف ریمان-لیوویل است. در این تعریف نیز، مانند تعریف ریمان-لیوویل، مشتق براساس مفهوم انتگرال مرتبه کسری توسعه پیدا می کند. تفاوت این دو تعریف در واقع توالی عمل گرهای مشتق مرتبه صحیح و عمل گر انتگرال مرتبه کسری است. در مشتق کسری کاپوتو برعکس مشتق کسری ریمان-لیوویل، ابتدا مشتق مرتبه صحیح از تابع گرفته می شود و سپس انتگرال گیری مرتبه کسری انجام می گیرد. لذا برای بکار گیری از تعریف کاپوتو در مشتق کسری باید شرط انتگرال پذیری مشتق مرتبه m تابع برقرار باشد.

اگر α عدد مثبت غیر صحیح بوده و $m = \lceil \alpha \rceil$ باشد، مشتق کسری کاپوتو از مرتبه α به صورت زیر تعریف می شود:

$${}_a^C D_t^\alpha f(t) \triangleq {}_a I_t^{m-\alpha} \left(\frac{d^m}{dt^m} f(t) \right), \quad (12-1)$$

که با جایگذاری تعریف عملگر انتگرال مرتبه کسری در رابطه (۱۲-۱) تعریف معادل برای مشتق کسری کاپوتو به صورت زیر تعریف می شود:

$${}_a^C D_t^\alpha f(t) \triangleq \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{m-\alpha-1} \frac{d^m}{dt^m} f(\tau) d\tau, \quad (13-1)$$

ارتباط بین مشتق مرتبه کسری کاپوتو و ریمان-لیوویل برای یک تابع مانند $f(t)$ توسط رابطه (۱۴-۱) قابل توصیف است.

$${}_a^C D_t^\alpha f(t) = {}_a^{RL} D_t^\alpha f(t) - \sum_{k=0}^{m-1} \frac{\frac{d^m}{dt^m} f(a)}{\Gamma(k-\alpha+1)} (t-a)^{k-\alpha} \quad (14-1)$$

در نتیجه تعریف (۱۴-۱) می توان نتیجه گرفت که مشتق مرتبه کسری کاپوتو یک تابع برابر است با مشتق کسری ریمان-لیوویل آن تابع اگر و تنها اگر به ازای $k = 0, 1, \dots, [a]-1$ داشته باشیم $f^{(k)}(a) = 0$.

۴-۲-۱ مشتق مرتبه کسری با تعریف گرانوالد-لتنیکوف

تعریف مشتق مرتبه کسری گرانوالد-لتنیکوف در واقع یک تعمیم مبتنی بر تعریف حدی مشتق است. مشتق مرتبه n -ام برای یک تابع مانند $f(t)$ را می توان بر اساس رابطه حدی زیر تعریف کرد:

$$\frac{d^n}{dt^n} f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \frac{n!}{k!(n-k)!} f(t-kh), \quad (15-1)$$

که $\frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n!}{r!\Gamma(n-r+1)}$ است. بدین ترتیب مشتق کسری طبق تعریف گرانوالد-لتنیکوف را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$${}_a^{GL} D_t^\alpha = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=0}^N (-1)^k \frac{\alpha!}{k!(\alpha-k)!} f(t-kh)}{h^\alpha}, \quad (16-1)$$

اگر داشته باشیم که تابع $f(t)$ دارای مشتقات مرتبه اول تا مرتبه $m-1$ پیوسته باشد و مشتق مرتبه m -ام انتگرال پذیر باشد، در این صورت مشتق مرتبه α با تعریف گرانوالد-لتنیکوف با تعریف ریمان-لیوویل برابر خواهد بود. بنابراین خواص مشتق مرتبه کسری ریمان-لیوویل برای تعریف گرانوالد-لتنیکوف نیز صدق می کند. لازم به ذکر است مشتق کسری گرانوالد-لتنیکوف در روش های عددی محاسبه مشتق کسری و همچنین گسسته سازی معادلات مورد استفاده قرار می گیرد. مباحث پایه ای در زمینه عمل گرهای مرتبه کسری را می توان اغلب در کتاب های حسابان کسری مانند [5-7] یافت.

در ادامه این بخش، به مباحث کاربرد حسابان کسری در کنترل ابزار و در استراتژی مود لغزشی پرداخته شده است.

۱-۲-۵ کاربرد حسابان کسری در کنترل ابزار

در طراحی کنترل کننده به روش بازخورد، استفاده از کنترل کننده های تناسبی، مشتق گیر و انتگرال گیر بسیار مرسوم است. هر یک از این روش ها، تاثیرات بسزایی بر روی رفتار سیستم تحت کنترل دارد. این تاثیرات در جدول ۱-۱ به اختصار بیان شده است.

جدول ۱-۱. کنترل کننده های بازخورد و اثرات آنها

کنترل کننده	اثر کنترل کننده بر روی رفتار سیستم
کنترل کننده تناسبی	افزایش سرعت پاسخ، کاهش خطای حالت ماندگار و پایداری نسبی
کنترل کننده مشتق گیر	افزایش پایداری نسبی و حساسیت به نویز
کنترل کننده انتگرال گیر	کاهش خطای حالت ماندگار و کاهش پایداری نسبی

با توجه به این نکته، می توان نتیجه گرفت که عمل گرهای مشتق و انتگرال تاثیر زیادی در رفتار سیستم دارند. لذا استفاده از حسابان کسری در تعریف این عمل گرها، می تواند اثرات مطلوبی بر طراحی کنترل کننده از لحاظ مقاوم بودن و انعطاف پذیری داشته باشد. ابزار حسابان کسری با بکارگیری عمل گرهای مشتق گیر و انتگرال گیر مرتبه کسری در مهندسی کنترل، به دو حالت استفاده می شود: در طراحی قانون کنترل و مدل سازی ریاضی پدیده ها. در مدل سازی ریاضی پدیده ها با استفاده از حسابان کسری، از ویژگی حافظه دار بودن اپراتورهای کسری در مدل سازی پدیده های فیزیکی استفاده می شود. همچنین با در نظر داشتن این نکته که کنترل کننده های سنتی حالت خاصی از کنترل کننده های مرتبه کسری هستند، استفاده از حسابان کسری در طراحی کنترل کننده می تواند باعث ارتقاء کارایی سیستم های کنترلی و همچنین انعطاف بیش تر این سیستم ها گردد. در بخش ۱-۳ کاربرد حسابان کسری در کنترل و اهمیت این موضوع در سال های اخیر بیان شده است.

۱-۲-۶ استراتژی مودلغزشی و حسابان کسری

استراتژی مودلغزشی در طراحی کنترل کننده را می توان حالت خاصی از سیستم های کنترلی با ساختار متغیر به منظور تحریک و سپس مقید نمودن حالت سیستم ها برای واقع شدن در همسایگی قانون تعمیم یا همان تابع کلیدزنی در نظر گرفت. روش مودلغزشی، روشی مقاوم در برابر اغتشاشات و تغییرات پارامترهای ناشناخته سیستم می باشد. از سوی دیگر، کنترل مرتبه کسری به معنای استفاده از مشتقات و انتگرال های مرتبه کسری در قوانین کنترلی برای کمک به حل مسائل با روش کنترل مقاوم است [۳]. استفاده از حسابان

کسری در طراحی کنترل کننده مودلغزشی به دو صورت طراحی تابع کلیدزنی و انتخاب قانون کنترل می باشد. در نتیجه حسابان کسری با استفاده از سطح لغزش های مرتبه کسری و یا تعریف قوانین کنترلی با استفاده از مشتقات و انتگرال های مرتبه کسری وارد کنترل مودلغزشی می شود. در تعریف قانون کنترل در کنترل کننده مودلغزشی از تابع علامت استفاده می شود که به واسطه آن، نامعینی های دینامیکی سیستم مقید می شود. به بیان ریاضی در کنترل به روش مودلغزشی سطح لغزش را به صورت کلی می توان اینطور بیان کرد:

$$S = \left(\frac{d}{dx} + \lambda\right)^{n-1} e \quad (17-1)$$

که در آن n درجه متغیرهای حالت و e خطای حالت سیستم است و λ ضریب مثبت قابل تنظیم می باشد. با یک بار مشتق گیری از سطح لغزش دینامیک سیستم وارد $\dot{S}$ می شود که شامل قسمت معین و نامعین مدل دینامیکی سیستم می باشد. در ادامه با معرفی تابع لیاپانوف پایداری سیستم حلقه بسته مورد بررسی قرار گرفته و اثبات می شود و در نهایت قانون کنترل با استفاده از این تعارف نوشته می شود. به عنوان نمونه قانون کنترل برای یک سیستم مرتبه یک به صورت رابطه (18-1) می باشد:

$$u \triangleq -\hat{f} + \ddot{x}_d - \lambda \dot{e} - k \operatorname{sgn}(S) \quad (18-1)$$

که در آن $\hat{f}$ قسمت معین و شناخته شده مدل دینامیکی سیستم، $\ddot{x}_d$ مقدار مطلوب مشتق دوم حالت سیستم و k ضریب کنترلی مثبت قابل تنظیم است. عبارت $-k \operatorname{sgn}(S)$ در اصل برای جبران نامعینی های سیستم اضافه می شود. در این قانون کنترل عبارت $\operatorname{sgn}(S)$ باعث پدیده چترینگ می شود. در تعریف سطح لغزش، ممکن است رد پای ورودی کنترلی سیستم u در مشتق مرتبه اول سطح لغزش دیده نشود، لذا از مودلغزشی مرتبه بالا و سایر روش های کنترل مودلغزشی استفاده می شود. جهت اطلاعات بیش تر و توضیحات تکمیلی به [۸] مراجعه فرمائید. همچنین به منظور کاهش پدیده چترینگ از مودلغزشی مرتبه بالا بجای عبارت $-k \operatorname{sgn}(S)$ استفاده می شود که نقش بسزایی در کاهش این پدیده دارد. بعد از تعریف مفاهیم مورد نیاز در این تحقیق در قسمت های قبل، در ادامه به مطالعه تحقیقات انجام شده در حوزه تعریف این پایان نامه پرداخته می شود.

۳-۱ مروری بر پیشینه تحقیق

با توجه به تعریف مسئله، تحقیقات مرتبط انجام شده در ادبیات موضوع را می توان در دسته بندی های: کنترل به روش مودلغزشی مرتبه بالا، مدل سازی با استفاده از حسابان کسری، طراحی کنترل کننده تناسبی-انتگرال گیر-مشتق گیر با استفاده از حسابان کسری، طراحی کنترل کننده به روش مودلغزشی مرتبه اول با استفاده از حسابان کسری و طراحی کنترل کننده به روش مودلغزشی مرتبه بالا با استفاده از حسابان کسری، قرار داد. در ادامه مروری بر کارهای انجام شده در سال های اخیر در این حوزه ها پرداخته شده است.

۱-۳-۱ کنترل به روش مودلغزشی مرتبه بالا

استفاده از استراتژی مودلغزشی مرتبه بالا در سال‌های اخیر مورد توجه و استقبال محققین و مهندسی زیادی قرار گرفته‌است. از جمله آن‌ها می‌توان به کارهای زیر اشاره نمود: الت و همکاران در [۹] کنترل‌کننده‌ای مبتنی بر روش مودلغزشی مرتبه دوم طراحی کرده‌اند؛ بدین صورت که محرک رباتیکی روی ترمز و شتاب‌دهنده (یا پدال کلاچ) سوار شده و با طناب به سطح کابین راننده وصل می‌شود. اگر درایو $PM-DC^1$ ربات درگیر باشد، ترکیب پدال و محرک به پایین حرکت می‌کند و اگر درایو خاموش باشد، پدال به حالت اولیه خود باز می‌گردد. هنگامی که راننده وسیله نقلیه را به صورت دستی هدایت می‌کند، فاصله بین پدال و زمین کابین راننده با یک سنسور نوری اندازه‌گیری می‌شود که این سیگنال به عنوان سیگنال مرجع به یک موقعیت زاویه‌ای از درایو تبدیل می‌شود. از دیدگاه کنترلی، این بدان معناست که این کنترل‌کننده موقعیت باید علی‌رغم هرگونه عدم اطمینان مدل و گشتاور بار ناشناخته که ناشی از حرکت برگشتی مداوم پدال می‌باشد، رفتار ردیابی خوب و خاصیت مقاوم‌بودن مناسبی را نشان دهد. برای این منظور، یک کنترل‌کننده به روش مودلغزشی مرتبه دوم با الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ برای ربات موجود در خودرو استفاده می‌شود. شبیه‌سازی‌های غیرخطی و نتایج تجربی اثربخشی و ویژگی مقاوم‌بودن روش کنترل پیشنهادی را به وضوح نشان می‌دهد. کروز اورتیز و همکاران [۱۰] یک ربات بیونیک به نام $Gecko Bot^2$ با استفاده از تکنیک چاپ سه بعدی تولید کرده‌اند؛ در این مدل، از لیوان خلاء برای اتصال روبات به سطح عمودی استفاده شده‌است. به‌منظور حل مشکل توقف در راه‌رفتن ربات‌هایی که از GBRDs الهام گرفته‌اند، تیم تحقیقاتی از کنترل‌کننده سوپرتوئیسیتینگ به عنوان اساس الگوریتم طراحی ردیابی مسیر استفاده کرده‌است. خطای ردیابی و تخمین مشتق خطای ردیابی توسط الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ محاسبه می‌شود؛ به گونه‌ای که هر کنترل‌کننده بر مبنای الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ به عنوان یک تفکیک‌کننده مقاوم و دقیق پیاده‌سازی می‌شود. در نهایت، با استفاده از سرعت‌های زاویه‌ای تخمین زده‌شده توسط کنترل‌کننده، چرخه راه‌رفتن ربات تنظیم می‌شود. ربات توسعه‌یافته در این مطالعه، پیشرفت کار را در مقایسه با دستگاه‌های مشابه نشان می‌دهد، زیرا تمام جنبه‌های مورد نیاز برای حل مشکل راه رفتن را در دو جهت افقی و عمودی ادغام می‌کند. مجموعه‌ای از اعتبارسنجی‌های تجربی، مقاوم بودن و قابلیت اطمینان کنترل‌کننده پیشنهادی را در مقایسه با عملکرد کنترل‌کننده‌های بازخورد خروجی (OFB^3) کلاسیک، تأیید می‌کنند. کلی و همکاران در [۱۱] یک روش مودلغزشی مرتبه دوم به همراه تاخیر زمانی 4 ارائه داده‌اند. هدف طراحی انجام‌شده، ردیابی مسیر مطلوب ربات n -درجه آزادی با وجود دینامیک ناشناخته و اغتشاشات خارجی می‌باشد. طبق گفته محققان در این تحقیق، انگیزه استفاده از روش مودلغزشی مرتبه دوم 5 (SOSM) عمدتاً به ویژگی‌های قابل ملاحظه این کنترل‌کننده، مانند دقت بالا و حذف پدیده چترینگ متکی است. علاوه

¹ Permanent Magnet DC

² Gecko Bio-inspired Robotic Devices

³ Output Feedback

⁴ Time Delay Estimate (TDE)

⁵ Second order sliding mode

براین، روش پیشنهادی مقاوم بودن را نیز تضمین می‌کند. با این حال، چالش تحقیق انجام شده، دینامیک ناشناخته و اغتشاشات خارجی است که در حین کنترل سیستم تقویت می‌شوند و در نهایت باعث عدم پایداری سیستم می‌گردند. در این تحقیق، با استفاده از تخمین تأخیر زمانی توانسته‌اند از مقاوم بودن روش مودلغزشی مرتبه دوم اطمینان حاصل نمایند. همچنین با استفاده از تئوری لیاپونف، پایداری و مقاوم بودن کنترل کننده پیشنهادی را تأیید نموده‌اند. کنترل کننده پیشنهادی بر روی بازوی ربات هفت درجه آزادی ANAT پیاده سازی شده و نتایج تجربی به دست آمده نشان می‌دهد که عملکرد خوبی از نقطه نظر ردیابی، تخمین دینامیک ناشناخته، رد اغتشاشات خارجی و اجتناب از پدیده چترینگ با استفاده از این روش بدست می‌آید. یک برنامه کنترل ردیابی بازخورد مقاوم برای کنترل حرکت ربات‌هایی که دارای نامعینی هستند، توسط ون و همکاران در [۱۲] ارائه شده است. این طراحی بدون اندازه گیری سرعت مفصل و براساس یک مشاهده گر مودلغزشی مرتبه دوم (SOSM) می‌باشد. دو مشاهده گر مودلغزشی مرتبه دوم با همگرایی در زمان محدود برای برآورد سرعت و همچنین شناسایی عدم قطعیت در نظر گرفته شده است. به ترتیب، اولین مشاهده گر مودلغزشی مرتبه دوم بدون فیلتر، برای تخمین بردار حالت در زمان محدود استفاده شده است. به منظور شناسایی عدم قطعیت، که مقادیری از فرکانس‌های بالای سوئیچینگ در نظر گرفته شده‌اند، سیستم نیازمند استفاده از فیلتر می‌باشد. استفاده از فیلتر باعث ایجاد تأخیر و خطای زمانی است که باعث کاهش عملکرد سیستم می‌گردد، در نتیجه برای به دست آوردن تخمین دقیق عدم قطعیت‌ها بدون استفاده از فیلتر، یک مشاهده گر غیر خطی مبتنی بر مودلغزشی مرتبه دوم طراحی شده است که دومین مشاهده گر طراحی شده در این تحقیق می‌باشد. با ادغام دو مشاهده گر مودلغزشی مرتبه دوم، توانسته‌اند که نتیجه را به صورت نظری تخمین دقیقی از سرعت و عدم قطعیت بدست آورند. پایداری و همگرایی مشاهده گر پیشنهادی با نظریه لیاپونوف ثابت شده است. در نهایت، یک کنترل ردیابی بازخورد خروجی بر اساس سرعت و عدم قطعیت ارائه گردیده است. نتایج شبیه سازی با استفاده از یک ربات PUMA560 برای نمایش اثربخشی استراتژی پیشنهادی، بیان شده است. فرارا و اینکرونا در [۱۳] با تدوین الگوریتم کنترل به روش مودلغزشی مرتبه دوم انتگرالی بهینه زمانی^۱ جهت حل مشکل در کنترل حرکت برای ربات‌ها تحقیقاتی را انجام داده‌اند. آنها با در نظر گرفتن حضور عدم قطعیت در مدل سازی و اغتشاشات خارجی مؤثر بر سیستم‌ها الگوریتم پیشنهادی خود را در این تحقیق بیان کرده‌اند. این طرح به گونه ای طراحی شده است که فاز دستیابی^۲ در آن به حداقل برسد. علاوه بر این، از آنجا که درجه نسبی خروجی سیستم به واسطه استفاده از انتگرال گیر افزوده می‌شود، کنترل کننده ای که بر روی سیستم ربات تأثیر می‌گذارد، پیوسته است و باعث کاهش پدیده چترینگ می‌گردد. تأیید و اعتبارسنجی طرح کنترل کننده پیشنهادی در این مطالعه، با شبیه سازی آن بر روی ربات COMAU SMART3-S2 انجام گرفته است. کیسانی و فرارا [۱۴] یک رویکرد مؤثر برای در نظر گرفتن موانع در فضای کاری و حتی تعامل با آنها، با استفاده از رویکرد کنترل ترکیبی ارائه داده‌اند. با این حال روش ارائه شده در این تحقیق، به هندسه کار که با استفاده از روش طراحی

¹ Integral Suboptimal Second Order Sliding Modes

² Reaching phase

مسیر برنامه ریزی شده^۱ انجام می‌گیرد، نیاز دارد. در نتیجه برای رسیدن به نقطه هدف از پیش تعریف‌شده، یک استراتژی برنامه‌ریزی مسیر خاص بر اساس کنترل ترکیبی نیز ارائه داده‌اند. این استراتژی، قبل از برقراری تماس بین ربات و مانع به اطلاعاتی در مورد شکل موانع نیاز ندارد؛ بدین‌صورت که در ابتدا، یک مسیر پیش‌بینی‌شده بدون در نظر گرفتن حضور موانع طراحی می‌شود. هنگامی که ربات با موانع در تعامل قرار می‌گیرد، این مسیر بلادرنگ^۲ اصلاح می‌شود. این طرح با تکیه بر دینامیک معکوس و رویکردهای سینماتیک معکوس، خطی‌سازی و جداکردن سیستم دینامیکی در رباتیک ارائه شده‌است. علاوه‌براین، پیشبردهای عملی برای جداسازی و خطی‌کردن تعامل بین ربات و مانع نیز معرفی شده‌است. در این سیستم، دو حلقه فیدبک در نظر گرفته‌شده‌است بدین صورت که اولین حلقه، اختصاص داده‌شده‌است تا موقعیت/جهت‌یابی مجری نهایی ربات، به دنبال مسیر مرجع قرار گیرد، درحالی‌که حلقه‌دوم برای کنترل بزرگی نیروی تماس در نظر گرفته‌شده‌است. در این طرح، از هر کنترل‌کننده‌ای که قابلیت پیاده‌سازی بر روی سیستم‌های مرتبه‌دوم را داراست، می‌توان استفاده کرد. ترکیب سه عملگر که دو مورد از آن‌ها بر اساس روش کنترل مودل‌غزشی مرتبه‌دوم می‌باشد در این تحقیق، مورد بررسی و آزمایش قرار گرفته‌است. نتایج به دست‌آمده از لحاظ تجربی با نتایج کنترل‌کننده کلاسیک مشتق‌گیر-تناسبی^۳ نیز مقایسه‌شده‌است. آزمایشات روی یک ربات COMAU SMART3-S2 انجام‌شده و نتایج نشان می‌دهد که کنترل انجام‌شده، نتایج مطلوبی را ارائه داده‌است.

۱-۳-۲ مدل‌سازی با استفاده از حسابان کسری

مدل‌سازی با استفاده از حسابان کسری توسط محققین مختلفی موردتوجه قرار گرفته است، به‌عنوان نمونه، دیوید و همکاران در [۱۵]، به منظور به‌دست‌آوردن معادلات دینامیکی غیرخطی یک ربات دولینکی با استفاده از حسابان کسری، از روش ریمان-لیوویل^۴ و معادلات اوایلر-لاگرانژ^۵ مرتبه کسری استفاده کرده‌اند. در این تحقیق، معادلات ذکرشده در دو حالت مرتبه‌صحیح و غیرصحیح و همچنین با در نظر گرفتن سیستم تحت اثرگذاری نیروی خارجی و بدون اثرگذاری نیروی خارجی، و نیز با لحاظ کردن شرایط اولیه متفاوت، شبیه‌سازی شده‌است. همچنین با این هدف که اثر مدل‌سازی مرتبه‌کسری دیده‌شود، نمودار موقعیت زاویه‌ای بر حسب زمان و همچنین نمودار فاز سیستم در شرایط گفته‌شده ترسیم شده‌است. نتایج به‌دست‌آمده از این تحقیق نشان می‌دهد که مدل ربات مرتبه‌کسری-غیرخطی می‌تواند رفتاری نادر و متفاوت از آنچه با سیستم دینامیکی استاندارد به‌دست‌آمده به نمایش بگذارد که برای درک بهتر سیستم و همچنین کنترل سیستم‌های غیرخطی می‌تواند مفید واقع‌شود. مدل مرتبه‌کسری ربات اسکارا^۶ با استفاده

^۱ Trajectory planning

^۲ Real-time

^۳ Proportional-derivative (PD)

^۴ Riemann-Liouville (RL)

^۵ Euler-Lagrange

^۶ SCARA

از محاسبات مشتقات کسری با رویکردهای ریمان-لیوویل و گرونوالد-لتنیکوف^۱ در دامنه صفر و یک، توسط اسکامیا و همکاران در [۱۶] مورد استفاده قرار گرفته است. در استخراج مدل از فرمولاسیون اوایلر-لاگرانژ مرتبه کسری^۲ و همیلتون کسری^۳ استفاده شده است. همچنین برای دقت بیشتر در مدل سازی، مدل کسری برای هر موتور القایی سه فاز فرموله شده و با ربات اسکارا منطبق گردیده است. برای مقایسه عملکرد ربات از کنترل کننده تناسبی-انتگرال گیر (PI) و کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر (PD) و کنترل کننده های مرتبه کسری متناظر با آن ها استفاده شده است. بدین صورت که هر موتور القایی با استفاده از کنترل کننده تناسبی-انتگرال گیر و همچنین کنترل کننده تناسبی-انتگرال گیر مرتبه کسری کنترل می شود و برای کنترل ردیابی مسیر از کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر و کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر کسری استفاده شده است و در انتها نتایج شبیه سازی ها با یکدیگر مقایسه شده اند. برای تنظیم کنترل کننده ها از الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات (PSO)^۴ استفاده شده که در آن، شاخص انتگرال خطای مطلق در زمان (ITAE)^۵ به عنوان یک تابع هزینه در نظر گرفته شده است. شبیه سازی ها نشان می دهد که اجرای کنترل کننده مرتبه کسری از نظر مقاوم بودن به کنترل کننده کلاسیک برتر است. موجودمدار و همکاران، طراحی و پیاده سازی کنترل به روش مودلغزشی مرتبه کسری^۶ را بر روی یک مدل مرتبه کسری از یک ربات انعطاف پذیر تک لینیکی SFLM در [۱۷] پیشنهاد داده اند. نوآوری مطالعه انجام شده در مدل سازی ربات، استفاده از دینامیک مرتبه کسری غیر متناسب^۷ است. سیستم SLFM یک سیستم غیر خطی تحریک شده است. پایداری کنترل کننده مودلغزشی مرتبه کسری نیز در این تحقیق اثبات شده است. اثربخشی روش پیشنهادی با استفاده از محیط شبیه سازی سیمولینک در نرم افزار MATLAB نشان داده شده و همچنین عملکرد و مقاوم بودن آن با وجود عدم قطعیت پارامتری و اغتشاشات خارجی مورد آزمایش قرار گرفته است. طراحی و پیاده سازی کنترل کننده مودلغزشی به همراه تعریف یک سطح لغزش مرتبه کسری، باعث کاهش چشمگیر ارتعاشات لینک و همچنین کاهش پدیده چترینگ می گردد. نتایج شبیه سازی ثابت می کند که مدل کسری می تواند برای به دست آوردن یک طرح کنترل کارآمد مناسب باشد. ونزونگ و همکاران در [۱۸] به منظور پیش بینی مسیر حرکت یک هدف شناور در فضای خارج از جو زمین، یک مدل مجتمع مرتبه کسری غیرمتعادل^۸ برای ربات فضایی مبتنی بر دید^۹ ارائه داده اند. این ربات فضایی نوعی ربات هوشمند است که قادر به شناسایی بصری و کنترل حرکت می باشد. این کار با استفاده از یک دستگاه اندازه گیری جدید انجام گرفته است. هدف این اندازه گیری شبیه سازی مداری و تست توانایی ربات در پیش بینی مسیر می باشد. این ربات معمولاً در ایستگاه فضایی-مداری، ردیاب فضایی و برخی فضاپیماهای دیگر نصب می شود. تیم تحقیقاتی در مرحله اول، نقاط گسسته اولیه یک مسیر حرکت را به صورت بلادرنگ جمع آوری کرده است.

¹ Grünwald-Letnikov (GL)

² Fractional Euler-Lagrange model

³ Fractional Hamilton model

⁴ Particle swarm optimization

⁵ Integral of Time multiplied by Absolute Error

⁶ Fractional-order Sliding mode control

⁷ Fractional order dynamics in non-commensurate order

⁸ Non-Equidistant Fractional order Accumulation (NEFA)

⁹ Visual based

این کار با استفاده از دستورالعمل مرتبه کسری عملیات تولید مجتمع برای بزرگ‌نمایی مسیر نمونه انجام می‌گیرد. این روش، یک روش برون‌یابی اصلاح‌شده مبتنی بر $GM(1,1)$ برای پیش‌بینی مسیر است. در مرحله دوم، وزن‌های تکراری با فاصله نابرابر بین هر دو نقطه مجاور، اندازه‌گیری می‌شوند. در مرحله سوم، مدل تکراری دیفرانسیلی مرتبه کسری مسیر با بسط دادن نمونه‌های مسیر و وزن تکراری مربوط به آن ساخته می‌شود. سرانجام برای پیش‌بینی مسیر، یک استراتژی بازیابی اطلاعات دینامیکی با استفاده از روش باقی‌مانده نسبی برای این مدل دیفرانسیلی طراحی شده‌است. هرچند در این مطالعه مجموعه نقاط گسسته اولیه از یک هدف حرکتی محدود و غیر مساوی است، اما مدل مجتمع مرتبه کسری غیرمتعادل می‌تواند مسیر آینده خود را که برای سایر الگوریتم‌هایی که در مدل‌های مرسوم غیرقابل دست‌یابی هستند، پیش‌بینی کند. بر اساس نتایج، با افزایش مرتبه کسری می‌توان وزن داده‌های قدیمی را افزایش داد، در حالی که با کاهش آن می‌توان باعث افزایش وزن داده‌های جدید شد. در نتیجه مدل مجتمع مرتبه کسری غیرمتعادل می‌تواند با تغییر مرتبه کسری، نرخ به روزرسانی اطلاعات خود را تنظیم کند. علاوه بر این، دقت مدل مجتمع مرتبه کسری غیرمتعادل با مرتبه $0.1-NEFA$ ، در حدود سی برابر بیش‌تر از مدل‌های مرتبه اول مرسوم (مدل خاکستری) با استفاده از تخمین حداقل مربعات^۱ است. در نتیجه این تحقیق، مدل $NEFA-0.1$ از مدل خاکستری مرتبه اول مرسوم و روش تخمین حداقل مربعات برتر است. هرچند، این تحقیق تنها با ده مدل مجتمع مرتبه کسری غیرمتعادل با r در بازه $(0.1, 1)$ انجام شده‌است که روشی بهینه در مقیاس عمومی نخواهد بود. الصغاف و همکاران در [۱۹] یک الگوریتم مرتبه کسری برای سیستم‌های غیرخطی مرتبه کسری پیشنهاد داده‌اند. این کنترل‌کننده برای هر دو حالت سیستم‌های تناسبی کسری^۲ و سیستم‌های غیرتناسبی مرتبه کسری^۳ توسعه یافته‌است. بر این اساس، یک مشاهده‌گر مودل‌غزشی مرتبه دوم با ورودی نامعلوم برای دو حالت طراحی شده‌است. از جمله کاربردهای طرح پیشنهادی، می‌توان به همگام‌سازی سیستم‌های آشوب‌ناک مرتبه کسری^۴ اشاره کرد. در این تحقیق مدعی شده‌اند که این طراحی می‌تواند برای یک طرح ارتباط دیتا امن^۵ مبتنی بر آشوب کسری، مفید باشد. چن و همکاران در [۲۰] برای همگام‌سازی یک کلاس از سیستم‌های آشوب‌ناک مرتبه کسری با وجود عدم قطعیت مدل و اغتشاشات خارجی یک کنترل‌کننده به روش مودل‌غزشی مرتبه دوم پیشنهاد داده‌اند. بر اساس ساختار کنترل‌کننده مرتبه دوم می‌توان اثبات کرد که دینامیک خطای همگام‌سازی^۶ دارای پایداری سراسری لیاپانوف است. در انتهای این مطالعه، یک مثال عددی ساده برای نشان دادن اثربخشی رویکرد کنترلی مورد بررسی قرار گرفته‌است. سبزیلیان و همکاران در [۲۱] یک روش کنترل‌فازی^۷ برای یک کلاس از سیستم‌های آشوب‌ناک مرتبه کسری ارائه داده‌اند. در طرح کنترلی پیشنهادی، دینامیک سیستم نامعلوم بوده و تحت تاثیر اغتشاش خارجی است. همچنین مقدار مرتبه کسری نیز ناشناخته می‌باشد. سیستم فازی نوع دو برای

¹ Least Square Estimation (LSE)

² Commensurate fractional-order systems

³ Incommensurate fractional-order systems

⁴ Synchronization of fractional-order chaotic system

⁵ Fractional chaotic-based secure data communication

⁶ Synchronization error

⁷ Type-2 fuzzy systems (T2FSs)

تخمین عملکرد ناشناخته در دینامیک سیستم در نظر گرفته شده و یک فیلتر کالمن خنثی^۱ (بدون اثرگذاری)، مقدار مرتبه کسری را تخمین می‌زند. حد بالای خطای تقریب به صورت نلاین تخمین زده شده و یک جبران کننده مرتبه کسری جدید برای حذف اثر عدم قطعیت‌ها و همچنین تضمین پایداری حلقه بسته طراحی شده است. تاثیر روش پیشنهادی در کنترل سیستم‌های فوق آشوبناک لورنز، چن و نوول نشان داده شده است. نتایج شبیه سازی و مقایسه آن با برخی روش‌های دیگر نشان می‌دهد که این روش باعث عملکرد بهتر در حضور دینامیک آشوبناک ناشناخته و مرتبه کسری ناشناخته است. از جمله مزیت های رویکرد پیشنهادی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: (۱) مقدار مرتبه کسری در این رویکرد ناشناخته است. (۲) در اینجا ساختار غیر خطی سیستم حفظ شده است. (۳) اثر خطای تخمین نیز در نظر گرفته شده است. و همچنین (۴) یک جبران کننده مرتبه کسری تطبیقی برای تضمین پایداری حلقه بسته ارائه شده است. گودواین در [۲۲] نشان می‌دهد که یک معادله دیفرانسیل با مرتبه کسری ممکن است به طور دقیق رابطه دینامیکی بین اولین و آخرین ناوگان را در یک گروه از ربات‌های هماهنگ نشان دهد، حتی اگر ربات‌ها و اتصالات داخلی آنها از دینامیک مرتبه صحیح برخوردار باشند. این مدل مرتبه کسری در انواع مختلفی از ربات‌ها می‌تواند به کار گرفته شود. چنین سیستم‌هایی تمایل به نظم بسیار بالایی دارند بنابراین کاهش مدل، در مدل سازی، شبیه سازی و کنترل می‌تواند مفید باشد. نتایج برای سیستم در نظر گرفته شده نشان می‌دهد که مدل مرتبه کسری به مقدار قابل توجهی محاسبات کمتری نسبت به شبیه سازی سیستم کامل در برمی‌گیرد. در این تحقیق نشان داده شده است که حتی برای یک سیستم نسبتاً کوچک متشکل از عناصر ساده با دینامیک مرتبه صحیح، رابطه حاصل بین اولین و آخرین ناوگان ربات‌ها اثر به سزایی از مرتبه کسری را به نمایش می‌گذارد. در یک تجزیه و تحلیل پاسخ فرکانسی و همچنین شبیه سازی طرح، مدل مرتبه صحیح و تقریب مرتبه کسری نشان داده شده است. یکی از نتایج به دست آمده از این تحلیل این مهم است که، صرف حضور دینامیک مرتبه کسری برای درک کامل مسئله از اهمیت زیادی برخوردار است و اگر بخواهیم چنین سیستم‌هایی را به طور مؤثر کنترل کنیم، ترکیب اثرات مرتبه کسری در طراحی کنترل ضروری است. این تحقیق نشان می‌دهد که اثرات مرتبه کسری می‌تواند به سادگی از اتصالات ناشی شود و سیستم‌های فیزیکی پیچیده و سایر فیزیکی^۲ به طور کلی با چنین ساختاری قابل مشخص شدن هستند. اگر چنین تأثیراتی نسبتاً متداول باشد، بنابراین مدل سازی مرتبه کسری می‌تواند تأثیر به سزایی داشته و به طور قابل توجهی توسط جوامع اصلی مهندسی مهم شناخته شود.

¹ Unscented Kalman filter

² Cyber-physical

۳-۳-۱ طراحی کنترل کننده تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر با استفاده از حسابان

کسری

در طراحی کنترل کننده های بازخورد استفاده از حسابان کسری (همانطور که در بخش ۱-۲-۵ گفته شد) کمک بسزایی در بهبود عملکرد سیستم دارد، لذا استفاده از آن مورد توجه محققین قرار گرفته است. در [۲۳] فرح و همکاران، یک کنترل کننده مرتبه کسری برای ربات سری n-درجه آزادی به منظور ردیابی مسیرهای مورد نظر در فضای مفصل^۱ پیشنهاد داده اند. روش کنترل پیشنهادی از دو بخش اصلی تشکیل شده است. ابتدا، یک کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر-انتگرال گیر مرتبه کسری^۲ با استفاده از پنج پارامتر ایجاد می شود. با افزودن تعداد پارامترهای کنترلی در کنترل کننده مرتبه کسری، کنترل کننده می تواند عملکرد کنترلی بهتری نسبت به کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر-انتگرال گیر معمولی داشته باشد. کنترل کننده پیشنهادی قسمت اول به خطای بین مقادیر مطلوب و مقادیر واقعی بستگی دارد، در صورتی که بخش دوم طراحی وابسته به مدل دینامیکی غیر خطی ربات است. پایداری سیستم با استفاده از تئوری لیاپونوف ثابت شده است. استراتژی کنترل بر روی یک ربات دو درجه آزادی آزمایش و نتایج شبیه سازی آن با رویکرد کنترل گشتاور محاسبه شده است. نتایج، اثربخشی این روش را به خوبی نشان می دهد. در [۲۴] پنداری و همکاران، از کنترل کننده مرتبه کسری تناسبی-مشتق گیر-انتگرال گیر برای کنترل موقعیت سه مفصل اول بازوی ربات PUMA 560 استفاده کرده اند تا بتواند مسیر چند جمله ای مرتبه پنج^۳ را به خوبی با حداقل خطا و همچنین پس زنی خوب اغتشاشات طی کند. نتایج با تنظیم کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر-انتگرال گیر با استفاده از الگوریتم بهینه سازی ژنتیک (GA)^۴ مقایسه شده است. از نتایج شبیه سازی نتیجه گرفته اند که: ۱- با مقایسه خطای حالت پایدار و خطای جذر میانگن مربعات (RMS)، کنترل موقعیت سه مفصل کنترل شده با استفاده از کنترل کننده مرتبه کسری تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر (FOPID) دارای خطای حالت پایدار و خطای جذر میانگن مربعات کمتر نسبت به کنترل تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر با استفاده از الگوریتم بهینه سازی ژنتیک است. ۲- پس از تنظیم کنترل کننده مرتبه کسری تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر با استفاده از الگوریتم ژنتیک با تعداد ۴۵۰ دوره و حداقل مقدار تناسبی $4.600648e^{-5}$ حالت بهینه پدید آمده، در مقایسه با کنترل کننده تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر که تعداد ۷۰۰ دوره و حداقل مقدار تناسبی 0.00207247 برای بهینه سازی مورد نیاز است. ۳- پاسخ سیستم نشان داده است که کنترل کننده مرتبه کسری تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر نسبت به کنترل کننده های تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر معمولی بسیار سریع تر پاسخ می دهد. این دو کنترل کننده با شبیه سازی تحت شرایط یکسان با استفاده از محیط شبیه سازی سیمولینک در نرم افزار متلب، مورد آزمایش قرار گرفته اند. ربات، یک سیستم چند

¹ Joint Space

² Fractional-order Proportional-integral-derivative

³ Quintic

⁴ Genetic algorithm

ورودی-چند خروجی ($MIMO^1$) بسیار غیرخطی و کوپل شده است؛ بنابراین، طراحی یک کنترل کننده کارآمد برای این سیستم یک کار چالش برانگیز برای مهندسان کنترل به حساب می آید. در [۲۵] محمد و همکاران، کنترل کننده مرتبه کسری فازی تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر^۲ برای سه مفصل اول بازوی ربات PUMA 560 به منظور رفع مشکل ردیابی مسیری از درجه پنج^۳ را مورد بررسی قرار داده اند. برای بررسی تأثیر کنترل کننده مرتبه کسری فازی تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر، عملکرد آن با سه کنترل کننده مدل نشده دیگر یعنی کنترل کننده فازی تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر، کنترل کننده مرتبه کسری تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر و کنترل کننده تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر معمولی مقایسه شده است. تنظیم بهینه سازی با الگوریتم ژنتیک برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده استفاده شده است. در نهایت همه کنترل کننده ها با استفاده از محیط شبیه سازی سیمولینک در نرم افزار متلب تحت شرایط مشابه مورد آزمایش قرار گرفته اند. از شبیه سازی انجام شده نتایج زیر بدست آمده است: ۱- کنترل موقعیت سه مفصل اول که با استفاده از کنترل کننده مرتبه کسری فازی تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر کنترل می شوند دارای حالت پایداری بهتر و خطای جذر میانگین مربعات کمتر نسبت به سه کنترل کننده مدل نشده دیگر، یعنی کنترل کننده فازی تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر، کنترل کننده مرتبه کسری تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر و کنترل کننده تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر تنظیم شده توسط الگوریتم ژنتیک است. ۲- کنترل کننده مرتبه کسری تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر با تعداد دوره کمتر و حداقل تناسب در الگوریتم ژنتیک در مقایسه با کنترل کننده تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر همگرا می شود. ۳- پاسخ های سیستم نشان داده اند که کنترل کننده کنترل کننده مرتبه کسری فازی تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر پاسخ بسیار سریع تری نسبت به سایر کنترل کننده های این تحقیق دارد. روکاس مورو و جارا ساندووال در [۲۶] پیاده سازی دو سیستم کنترل را به منظور کنترل موقعیت انجام داده اند. کنترل کننده مرتبه کسری تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر و کنترل کننده مرتبه کسری تناسبی مشتق گیر برای کنترل همزمان موقعیت های زاویه ای پایه، بازو و ساعد ربات زاویه ای با ۳ درجه آزادی مورد استفاده قرار گرفته است. شبیه سازی با استفاده از مدل دینامیکی غیرخطی ربات زاویه ای انجام گرفته است. در این شبیه سازی، قوانین کنترل طراحی شده مجاز به تعیین مقادیر اولیه برای تنظیم پارامتر کنترلی برای پیاده سازی بلادرنگ می باشند. نتایج نشان می دهد که انتخاب مناسب پارامترهای تنظیم کننده می تواند مشکلات تنظیم و مقاوم بودن یک سیستم کنترل را برطرف کند. انجل و ویولا در [۲۷] برای ربات موازی دلتا سه درجه آزادی، یک کنترل کننده مرتبه کسری تناسبی مشتق-گیر انتگرال گیر با استراتژی کنترل گشتاور با هدف کنترل ردیابی ارائه داده اند. بدین منظور، ابتدا مدل سینماتیک و دینامیک ربات را به دست آورده، سپس با توجه به ابعاد فیزیکی نمونه ساخته شده در آزمایشگاه UPB بوکارامانگا^۴، مدل تحلیلی آن در نرم افزارهای SOLIDWORKS / MSC-ADAMS / MATLAB طراحی شده است. از این مدل برای شناسایی، طراحی و اعتبارسنجی استراتژی کنترلی پیشنهادی استفاده شده است. شناسایی مدل دینامیکی ربات با استفاده از الگوریتم حداقل مربعات انجام شده است. همچنین با

¹ Multi-input multi-output

² Fractional-Order-Fuzzy- Proportional-integral-derivative

³ Quintic

⁴ Universidad Pontificia Bolivariana, Seccional Bucaramanga (UPB Bucaramanga)

استفاده از مدل خطی ربات دلتا، کنترل کننده‌های مرتبه‌کسری و مرتبه‌صحیح تناسبی مشتق‌گیر انتگرال‌گیر طراحی شده‌اند. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که کنترل کننده مرتبه‌کسری تناسبی مشتق‌گیر انتگرال‌گیر، خطای مکانی کمتر و همچنین خطای ردیابی کوچکتری نسبت به کنترل کننده مرتبه‌صحیح تناسبی مشتق‌گیر انتگرال‌گیر را به همراه داشته‌است. در آخر، به منظور بررسی و مقایسه رفتار ردیابی ربات در هر دو حالت، رفتار کنترل کننده‌ها در حضور نویز تصادفی در حلقه فیدبک و با وجود اغتشاشات خارجی در گشتاور اعمال شده به مفصل و همچنین با بارگذاری بحرانی روی سیستم رباتیک مورد بررسی قرار گرفته‌است. مطابق نتایج بدست آمده کنترل کننده مرتبه‌کسری تناسبی مشتق‌گیر انتگرال‌گیر عملکرد بهتری با شرایط ذکر شده، از خود نشان داده‌است.

۱-۳-۴ طراحی کنترل کننده به روش مودلغزشی مرتبه اول با استفاده از حسابان

کسری

استفاده از حسابان کسری در طراحی کنترل کننده‌های مودلغزشی مرتبه اول، در تعریف سطح لغزش و همچنین قانون کنترل استفاده می‌شود. این امر منجر به تضمین همگرایی سریع به مقدار مطلوب موقعیت و مقاوم بودن سیستم در حضور عدم قطعیت‌ها، اغتشاشات و نامعینی در مدل دینامیکی می‌گردد. لذا مروری بر کارهای انجام شده در این زمینه در ادامه آمده‌است.

روش کنترل طراحی شده توسط دوملو در [۲۸] از ترکیب روش حسابان کسری و روش مودلغزشی است. این روش منجر به تضمین همگرایی سریع به مقدار مطلوب موقعیت و مقاوم بودن سیستم در حضور عدم قطعیت‌ها، اغتشاشات و نامعینی‌ها در مدل دینامیکی می‌گردد. برای اعتبارسنجی و نشان دادن عملکرد روش کنترلی از یک ربات صنعتی ۶ درجه آزادی با بارگذاری خارجی استفاده شده‌است. نتایج نشان می‌دهد که کنترل کننده پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به مدل کلاسیک مودلغزشی از لحاظ مقاوم بودن، سرعت همگرایی، دقت و همچنین مواجهه با پدیده چترینگ را داراست. با توجه به میانگین عملکرد ردیابی موقعیت لینک‌ها، مقدار خطای حالت ماندگار مودلغزشی کلاسیک حدود سه برابر بیشتر از مدل مودلغزشی مرتبه کسری است. همچنین، مصرف انرژی در مودلغزشی مرتبه‌کسری پیشنهادی به طور متوسط ۲۰ درصد کمتر از مودلغزشی کلاسیک می‌باشد. فرح در [۲۹] برای طراحی سطح لغزش در روش کنترلی مودلغزشی از حسابان کسری استفاده کرده‌است. در نتیجه استراتژی کنترل ارائه شده از خاصیت مقاوم بودن کنترل کننده مرتبه کسری و روش کنترل مودلغزشی بهره می‌برد. فرح تئوری لیاپونوف را به منظور اثبات پایداری سیستم حلقه بسته مورد استفاده قرار داده‌است. کنترل کننده پیشنهادی با کنترل کننده کلاسیک تناسبی-مشتق‌گیر مقایسه شده‌است. روش کنترلی پیشنهادی، باعث افزایش مقاوم بودن و پارامترهای بیشتر (μ, α) در فضای جستجو نسبت به کنترل کننده کلاسیک تناسبی-مشتق‌گیر می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی در این تحقیق، نشان می‌دهد که سطح لغزش پیشنهادی دارای خطای کوچک‌تر و خاصیت مقاوم بودن بیشتری در مقایسه با

کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر معمولی است. یکی از ویژگی های جالب استراتژی طراحی شده، اورشوت کنترل شده سیستم، مستقل از جرم مجری نهایی ربات است. سیستم کنترل پیشنهادی شامل سه حلقه کنترل تودرتو می باشد که پس از جبران تأثیرات رفتار غیرخطی، حلقه داخلی مسئولیت پاسخ سریع موتور را دارد. حلقه میانی پیچیدگی دینامیک سیستم را کاهش می دهد و تابع انتقال آن را به انتگرال دوگانه کمینه می کند. سرانجام از یک کنترل کننده مشتق گیر مرتبه کسری برای شکل دادن به حلقه بیرونی به فرم یک انتگرال گیر مرتبه کسری استفاده شده است. یک مدل جدید از روش مود لغزشی مبتنی بر کنترل یادگیری تکراری مرتبه کسری (ILC) برای سیستم های غیرخطی در حضور عدم قطعیت توسط قاسمی و همکاران در [۳۰] ارائه شده است. در این طرح، یک کنترل کننده مود لغزشی با الگوریتم یادگیری تکراری مرتبه کسری ترکیب می شود. روش مود لغزشی ارائه شده مبتنی بر D^α و PD^α از نوع یادگیری تکراری مرتبه کسری بر روی یک ربات غیرخطی نیز اعمال گردیده است. همگرایی روش پیشنهادی و اثبات پایداری آن در این مطالعه مورد بررسی قرار گرفته است. در روش مطرح شده، سیگنال کنترل هر دوره در دو بخش تولید می شود: بخش اول مربوط به کنترل کننده مود لغزشی است و بخش دوم خروجی الگوریتم کنترلی یادگیری تکراری مرتبه کسری می باشد. سیگنال دوم با استفاده از مقدار قبلی خود و سیگنال خطای مود لغزشی ارزیابی می شود. اغتشاشات مکرر در این طرح، توسط بخش یادگیری تکراری از بین می رود. همچنین اثر عدم قطعیت های ناپایدار توسط کنترل کننده مود لغزشی بهبود می یابد. در ابتدا، روش مود لغزشی مبتنی بر D^α از نوع یادگیری تکراری مرتبه کسری (به عنوان یک قانون کنترل تطبیقی) برای کنترل یک ربات بازوی تک لینکی پیشنهاد شده است. مدل کنترل در حالت اول، نتوانسته است شرایط لحاظ شده در تحقیق که شامل شرط $e_{m1} < 1^\circ/s$ و $e_{m2} < 2^\circ/s$ می باشد را رعایت کند، بنابراین طرح کنترلی این پژوهش، به منظور بهبود عملکرد سیستم کنترل پیشنهاد شده است. در نتیجه، طرح کنترل کننده به کنترل کننده مود لغزشی مبتنی بر PD^α از نوع یادگیری تکراری مرتبه کسری بهبود یافته است. اثربخشی روش پیشنهادی مجدداً با استفاده از شبیه سازی بر روی یک ربات تک لینکی بررسی شده است. نشان داده شده است که کنترل کننده به ازای $\alpha = 1.75$ پاسخ سریع تر به همراه دقت بیش تر نسبت به کنترل از نوع یادگیری تکراری معمولی داراست. رحمانی و رحمان در [۳۱] یک کنترل کننده به روش مود لغزشی انتگرالی مرتبه کسری تطبیقی برای ژیرسکوپ های میکرو-الکترو-مکانیکی^۱ پیشنهاد داده اند. هدف از طراحی این کنترل کننده، ردیابی بالا و مقاوم بودن در برابر اغتشاشات خارجی بوده است. لازم به ذکر است که قانون تطبیقی استفاده شده در این طرح به منظور به روزرسانی ردیابی بوده است و نتیجه ی آن بهبود عملکرد سیستم در ردیابی می باشد. همچنین از تئوری لیاپونوف برای نشان دادن پایداری کنترل کننده پیشنهادی، استفاده شده است. اثربخشی طرح کنترلی پیشنهادی توسط نتایج شبیه سازی اعتبارسنجی شده است.

^۱ MEMS

۱-۳-۵ طراحی کنترل کننده به روش مودلغزشی مرتبه بالا با استفاده از حسابان

کسری

در طراحی کنترل کننده مودلغزشی مرتبه بالاتر علاوه بر اینکه همانند مودلغزشی مرتبه اول، از حسابان کسری می توان در تعریف سطح لغزش استفاده کرد، می توان در مشتق گیری از سطح لغزش نیز از آن بهره مند شد. استفاده از حسابان مرتبه کسری برای سیستم های مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است. در ادامه برخی دیگر از تحقیقات انجام شده مرور شده است.

سنهجوئی و همکاران در [۳۲] با ترکیب حساب دیفرانسیل کسری و کنترل مودلغزشی مرتبه دوم، یک نوع جدید از استراتژی کنترلی برای یک کلاس از سیستم های دینامیکی غیرخطی با در نظر گرفتن عدم قطعیت معرفی کرده اند. بدین منظور، یک سطح سوئیچینگ مرتبه کسری تناسبی-مشتق گیر-انتگرال گیر ($PID\alpha$) که انعطاف پذیری بیشتری در طراحی کنترل کننده ارائه می دهد، معرفی شده و قانون کنترل براساس تئوری لیاپانوف فرمول بندی شده است. همچنین، یک الگوریتم تطبیقی به منظور اطمینان از ردیابی کامل، کاهش اثر پدیده چترینگ مورد استفاده قرار گرفته است. خطای حالت ماندگار نیز جهت تخمین پارامترهای سوئیچ شده کنترل کننده، مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج شبیه سازی عددی با استفاده از مدل دینامیکی سیستم تانک آب های دوقلوی متصل بهم، برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی ارائه شده است. مونوز-وزکوز و همکاران در [۳۳] یک کنترل کننده مودلغزشی مرتبه کسری پیشنهاد داده اند. این طراحی به منظور مشاهده دقیق اغتشاشاتی که قابل تشخیص نیستند اما می دانیم که دارای پیوستگی می باشند، انجام گرفته است. در این طراحی، انحراف مقدار واقعی نسبت به مدل ایده آل به عنوان اغتشاش در نظر گرفته می شود. سپس مشاهده گر برای جبران این اختلاف مقدار، با استفاده از کنترل کننده آن را تخمین می زند. در این تحقیق یک کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم سوپرتوئیسیتینگ با استفاده از یک انتگرال مرتبه کسری برای پس زنی اثر اغتشاشات قابل تشخیص، با مرتبه نامشخص و عدم قطعیت دینامیکی ارائه شده است. مرتبه اغتشاشات می تواند از مرتبه صحیح نباشد. تحلیل پایداری برای نشان دادن عملکرد در زمان محدود حرکت لغزشی انجام شده است و همچنین آزمایش هایی برای نشان دادن مقاوم بودن ردیابی ارائه شده است. سهم اصلی تحقیق انجام شده، اصلاح ساختار کنترل کننده سوپرتوئیسیتینگ است که امکان مواجهه با اغتشاشات قابل تشخیص، با مرتبه نامشخص را فراهم می کند. همچنین این اصلاح ساختار شامل استفاده از انتگرال مرتبه کسری در تعریف کنترل کننده می باشد. علاوه بر این، ویژگی های ذاتی عملگرهای کسری از جمله حافظه، باعث بهبود پایداری سیستم حلقه بسته و همچنین عملکرد بهتر در ردیابی می شود. کاپونتو و همکاران در [۳۴] برای کنترل حرکت محرک کامپوزیت پلیمریونی-فلزی (IPMC) از استراتژی اصلاح شده کنترل سوپرتوئیسیتینگ مرتبه کسری استفاده کرده اند. بدین منظور، یک روش کنترل مودلغزشی مرتبه کسری برای یک محرک کامپوزیت پلیمریونی-فلزی ارائه شده است. در این تحقیق، محرک کامپوزیت پلیمریونی-فلزی به عنوان یک سیستم مرتبه کسری در نظر گرفته شده است. کنترل کننده پیشنهادی تعمیمی برای تنظیم مرتبه کسری در یک کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم سوپرتوئیسیتینگ بوده که

در [۳۵] توسط لوانت^۱ پیشنهاد شده است. این تحقیق، جنبه نظری استراتژی کنترلی پیشنهادی را مورد بررسی قرار داده است. همچنین عملکرد استراتژی کنترل با استفاده از یک آزمایش موردی، برای یک محرک کامپوزیت پلیمریونی-فلزی تایید می شود. پتل در [۳۶] مسئله سیستم تنظیم (رگولاریسیون^۲) موقعیت برای همگام سازی موتورهای رلوکتانسی^۳ را در با وجود عدم قطعیت ها و اغتشاشات خارجی مورد بررسی قرار داده است. وی یک کنترل کننده مود لغزشی مرتبه دوم ترمینال چندبخشی غیرمنفرد مرتبه کسری^۴ برای اطمینان از هم گرایی سریع و زمان محدود سیستم همگام سازی موتورهای رلوکتانسی پیشنهاد داده است. طرح ارائه شده شامل یک قانون کنترل سویچینگ می باشد تا به وسیله آن وضعیت های سیستم به سطح لغزشی طراحی شده هدایت شود و متعاقباً وضعیت های سیستم به سطح بعد^۵ محدود گردد. در عین حال، پایداری در زمان محدود با استفاده از نظریه لیاپانوف مرتبه کسری^۶ در این تحقیق ثابت شده است. علاوه بر این، یک مشاهده گر اغتشاش چندبخشی مود لغزشی^۷ به کار گرفته شده است تا عدم قطعیت ها و اغتشاشات را برآورد و جبران نماید. در نهایت، نتایج شبیه سازی صحت خوبی و هم گرایی سریع روش کنترل مرتبه کسری پیشنهادی توسط پتل را تایید می کند.

۴-۱ اهمیت موضوع و ضرورت تحقیق

بررسی تحقیقات گذشته در خصوص کاربرد الگوریتم سوپرتوئیستینگ بروری ربات ها نشان می دهد که تاکنون، الگوریتم تلفیقی سوپرتوئیستینگ و ترمینال غیر منفرد مود لغزشی مرتبه کسری، برای ربات سری دو لینکی تاکنون در ادبیات موضوع ارائه نشده است. لذا در این تحقیق، کنترل کننده مود لغزشی مرتبه بالا کسری با استفاده از الگوریتم سوپرتوئیستینگ و ترمینال غیر منفرد مود لغزشی مرتبه کسری برای ربات سری دو لینکی ارائه شده است. علاوه بر این طراحی کنترل کننده مورد استفاده به گونه ایست که مستقل از مدل ربات بوده و بر اساس خطای سیستم کنترل شکل گرفته است. در این رابطه، به منظور بهبود بیشتر عملکرد کنترل، یک حالت کنترل کننده مود لغزشی ترمینال غیر منفرد^۸، پیشنهاد شده است.

با در نظر گرفتن این مسئله که کنترل کننده های کلاسیک حالت خاصی از کنترل کننده های مرتبه کسری هستند، استفاده از کنترل کننده های مرتبه کسری می تواند باعث بهبود عملکرد سیستم های کنترلی طراحی شده باشد. در کنترل به روش مقاوم در ربات ها یکی از مهم ترین مسائل مواجهه با پدیده چترینگ است. یکی از روش های حل مشکل فوق، استفاده از حسابان کسری در تعریف سطح لغزش و توابع کلیدزنی و همچنین در تعریف قوانین کنترلی با استفاده از مشتقات و انتگرال های مرتبه کسری است. استفاده از

¹ Levant

² Regulation

³ Synchronous Reluctance Motor (SRM)

⁴ Fractional second-order nonsingular terminal Multi segment sliding mode control (F2NTMSMC)

⁵ Hereafter

⁶ Fractional Lyapunov theory

⁷ Multi-segment Sliding Mode Disturbance Observer (MSMDO)

⁸ Fractional-order Super-twisting Non-singular Terminal sliding mode (ST-FONTSM)

حسابان کسری در روش مود لغزشی اثر بسزایی در تضعیف این پدیده دارد. لذا در این تحقیق سعی شده- است تا با استفاده ترکیبی از مفاهیم فوق، رفتار سیستم به رفتار مطلوب نزدیک گردد. بدین منظور در این تحقیق طراحی روش مود لغزشی مرتبه بالاتر مبتنی بر حسابان کسری مد نظر خواهد بود. لذا نوآوری در این تحقیق به صورت می باشد.

طراحی کنترلر مود لغزشی مرتبه بالا مبتنی بر حسابان کسری برای یک سیستم رباتیک

۵-۱ روش تحقیق

با توجه به موارد ذکر شده، در این تحقیق، ابتدا رفتار سیستم مورد نظر مدل سازی شده است. در ادامه به منظور بهبود رفتار سیستم در حالت حلقه بسته، روش کنترلی مود لغزشی مرتبه اول با استفاده از حسابان کسری، روی سیستم فوق اجرا شده و عملکرد سیستم مورد ارزیابی قرار گرفته است. در ادامه طراحی فوق به حالت مود لغزشی مرتبه بالا ارتقاء یافته و عملکرد آن بررسی شده است. در نهایت، نقاط ضعف و یا فرصت های بهبود برای روش ارائه شده شناسایی گردیده است. لذا گام های انجام شده در این تحقیق عبارت است از:

- ۱- بررسی ادبیات موضوع برای مسئله تعریف شده
- ۲- مدلسازی سیستم رباتیک مورد مطالعه
- ۳- طراحی کنترلر مود لغزشی مرتبه اول بر مبنای حسابان کسری
- ۴- اعتبارسنجی طراحی کنترل کننده مود لغزش مرتبه اول بر مبنای حسابان کسری
- ۵- توسعه روش کنترلی فوق برای مراتب بالا مود لغزشی بر مبنای حسابان کسری
- ۶- نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات

با مروری بر ادبیات موضوع و کارهای انجام شده در این زمینه، در دو فصل آتی، روش طراحی کنترل کننده مود لغزشی مرتبه اول کسری و همچنین طراحی کنترل کننده مرتبه دوم کسری پیشنهادی مطرح شده است و نتایج مربوط به آن و همچنین اعتبارسنجی تحقیق انجام شده، در فص زیل چهار بیان خواهد شد.

فصل ۲ : طراحی کنترل کننده مود لغزشی مرتبه اول با استفاده از حسابان کسری

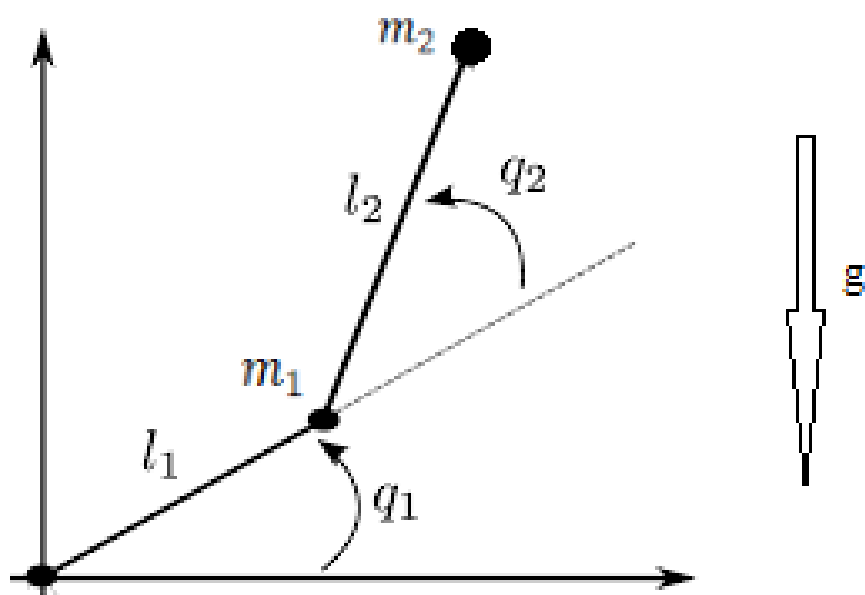
در این بخش، یک کنترل کننده دقیق و مستقل از مدل ارائه شده و مورد بررسی قرار گرفته است. کنترل کننده به صورت کلی دارای دو مؤلفه است: یک سطح ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه کسری به منظور اطمینان از همگرایی در زمان محدود و یک قانون دستیابی سریع از نوع ترمینال مودلغزشی که برای دستیابی به پایداری در زمان محدود مورد استفاده قرار گرفته است. بنابراین، کنترل کننده ارائه شده می تواند پایداری در زمان محدود را به دست آورد که منجر به عملکرد کنترل بهتری در مقایسه با روش استفاده از کنترل کننده های مشابه بدون استفاده از حسابان کسری می شود. بر این اساس، قسمت هایی که در این بخش آورده شده است به شرح زیر است. در ابتدا، کنترل کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه کسری را با یک قانون رسیدن سریع از نوع ترمینال مودلغزشی ترکیب شده است و منجر به یک کنترل کننده جدید شده است. در آخر، تجزیه و تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته که با استفاده از تئوری لیاپانوف انجام گرفته است.

۲-۱ مدل دینامیکی ربات

برای توصیف دینامیک ربات با n -درجه آزادی، می توان معادله زیر را بیان کرد:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + Fr(q, \dot{q}) + \tau_d = \tau \quad (۱-۲)$$

که در آن $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ به ترتیب نمایانگر موقعیت، سرعت و شتاب زاویه ای لینک ها می باشند. همچنین $M(q) \in R^{n \times n}$ بیانگر ماتریس اینرسی، $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$ ماتریس شتاب کوریولیس و سانتریفیوژ، $G(q) \in R^n$ بردار گرانشی، $Fr(q, \dot{q}) \in R^n$ نیروی اصطکاک، $\tau_d \in R^n$ بردار اغتشاشات محدود و در نهایت $\tau \in R^n$ بردار گشتاور لینک ها می باشد.



شکل ۱-۲ شماتیک ربات دو درجه آزادی

بردارها و ماتریس‌های فوق برای ربات دو درجه آزادی به صورت رابطه (۲-۲) در نظر گرفته شده است [۳۷]:

$$M(q) = \begin{bmatrix} M(q)_{11} & M(q)_{12} \\ M(q)_{21} & M(q)_{22} \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

$$M(q)_{11} = l_2^2 m_2 + 2l_1 l_2 m_2 c_2 + l_1^2 (m_1 + m_2)$$

$$M(q)_{12} = M(q)_{21} = l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 c_2$$

$$M(q)_{22} = l_2^2 m_2$$

$$C(q, \dot{q})\dot{q} = \begin{bmatrix} -l_1 l_2 m_2 s_2 \dot{q}_2^2 - 2l_1 l_2 m_2 s_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ l_1 l_2 m_2 s_2 \dot{q}_2^2 \end{bmatrix}$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} l_2 m_2 g c_{12} + (m_1 + m_2) l_1 g c_2 \\ l_2 m_2 g c_{12} \end{bmatrix}$$

$$Fr(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} f_{v1} \dot{q}_1 \\ f_{v2} \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

جدول ۱-۲. مقادیر پارامترهای مدل دینامیکی ربات دو درجه آزادی

شماره لینک	پارامتر	مقدار عددی	واحد
۱	m_1	۱,۰	kg
	l_1	۱,۰	m
	f_{v1}	۵,۰	$N.m$
۲	m_2	۱,۰	kg
	l_2	۱,۰	m
	f_{v2}	۵,۰	$N.m$

پارامترهای فیزیکی و هندسی ربات مطابق جدول ۱-۲ در نظر گرفته شده است. در این تحقیق با در نظر گرفتن $\bar{M}$ به عنوان عدم قطعیت در ماتریس اینرسی سیستم، می توان توصیف دینامیک سیستم را به صورت رابطه (۳-۲) بازنویسی نمود.

$$\bar{M}\ddot{q} + d = \tau \quad (۳-۲)$$

$$d = (M - \bar{M})\ddot{q} + C\dot{q} + G + Fr + \tau_d \quad (۴-۲)$$

در بخش های بعد، طراحی کنترل کننده مودلغزشی مرتبه اول کسری و تحلیل پایداری آن به ترتیب آورده شده است.

۲-۲ کنترل کننده مودلغزشی غیرمنفرد ترمینال مرتبه کسری

در روش کنترل مودلغزشی غیرمنفرد ترمینال با استفاده از قانون دستیابی ترمینال مودلغزشی تعریف سطح لغزش بدین صورت است که:

$$S = \dot{e} + C_1 \text{sign}(e)^{\beta_1} \quad (۵-۲)$$

که در آن $C_1 \in R^{n \times n}$ ضریب کنترلی ثابت و مثبت است و S تعریف سطح لغزش می باشد. همچنین $0 < \beta_1 < 1$ می باشد. در طراحی کنترل کننده مودلغزشی به منظور همگرایی سریع و همچنین دقت بالا، با استفاده از تعاریف مشتق و انتگرال در حسابان مرتبه کسری، در این تحقیق از تعریف سطح لغزش غیر منفرد ترمینال مرتبه کسری ($FONTSM$) استفاده شده است [۳۸]. در نتیجه، با استفاده از حسابان مرتبه کسری تعریف سطح لغزش به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$S = \dot{e} + C_1 D^{\alpha_1 - 1} \left[\text{sign}(e)^{\beta_1} \right] \quad (۶-۲)$$

که در آن $0 < \alpha_1 < 1$ مرتبه کسری مشتق ریمان-لیوویل می باشد. همچنین قانون دستیابی ترمینال مودلغزشی در صفحه فاز $(S - \dot{S})$ بدین صورت تعریف می شود:

$$\dot{S} = -k_1 S - k_2 \text{sign}(S)^b \quad (7-2)$$

که عبارت $0 < b < 1$ و $k_1, k_2 \in R^{n \times n}$ ضرایب کنترلی ثابت و مثبت هستند. همچنین $e = (q - q_d) \in R^n$ نشان‌دهنده خطای هر مفصل است. باتوجه به ویژگی‌های تابع علامت، می‌توان نوشت:

$$\text{sign}(x)^z = |x|^z \text{sign}(x) \quad (8-2)$$

کاربرد مشتق و انتگرال مرتبه کسری در کنترل ابزار بیشتر با سه تعریف ریمان-لیوویل، کاپوتو^۱ و گرانوالد-لتنیکوف^۲ شناخته می‌شوند. با در نظر گرفتن توضیحات گفته شده در بخش‌های ۱-۲-۴ و ۱-۲-۴-۳ و ۲-۴-۴، از تعریف ریمان-لیوویل برای انتگرال و مشتق مرتبه کسری در این تحقیق بهره گرفته شده است. برای توضیحات بیشتر به مرجع [۴] مراجعه شود. طبق تعریف ریمان-لیوویل، عملگرهای $D^a(x)$ به ازای $0 < a < 1$ بیانگر مشتق مرتبه کسری هستند. به صورت کلی مشتق و انتگرال مرتبه کسری ریمان-لیوویل از مرتبه n بر روی تابع $f(t)$ ، با مقدار اولیه معلوم t_0 ، به صورت زیر تعریف می‌شود [۴]:

$$D^n f(t) = \frac{d^m}{dt^m} \left(\frac{1}{\Gamma(m-n)} \int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-m+n}} d\tau \right) \quad (9-2)$$

$$\mathcal{I}_{t_0 \rightarrow t}^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-n}} d\tau \quad (10-2)$$

که در آن $\Gamma(\bullet)$ تابع گاما بوده است. توضیحات مربوط به تابع گاما در زیربخش ۱-۳-۲-۱ آورده شده است. همچنین شرط زیر برای مرتبه n برقرار است:

$$m-1 < n < m \quad \forall \quad m \in N$$

با توجه به تعاریف فوق، کنترل‌کننده مودلغزشی ترمینال غیر منفرد مرتبه کسری به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\bar{M}u + d = \tau \quad (11-2)$$

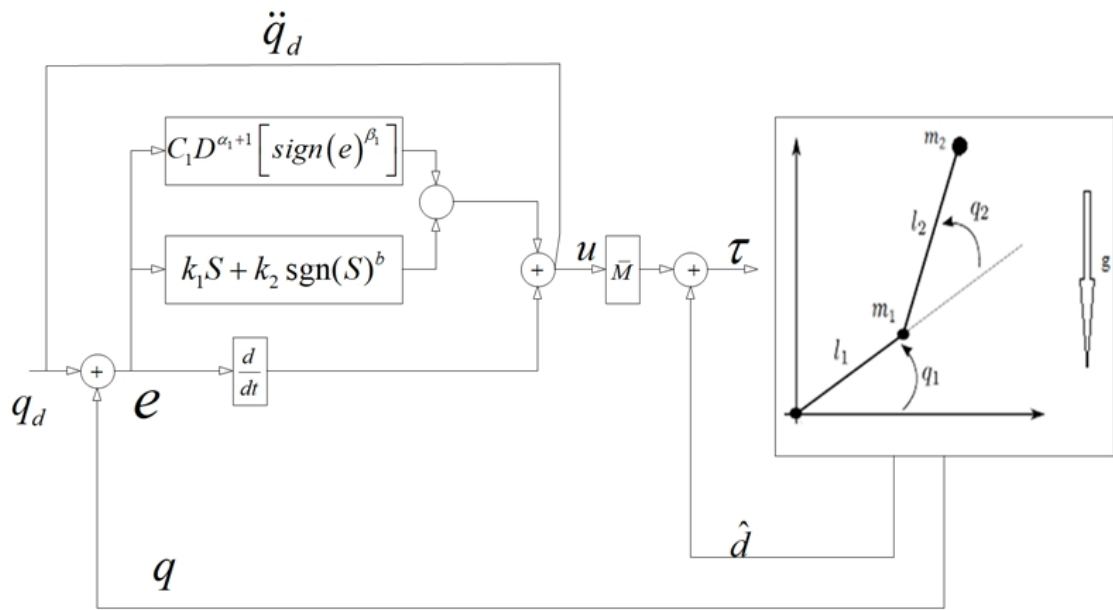
که در آن، خروجی کنترل‌کننده مطابق رابطه زیر می‌باشد.

$$u = \ddot{q}_d + C_1 D^{\alpha_1+1} [\text{sign}(e)^{\beta_1}] + k_1 S + k_2 \text{sgn}(S)^b \quad (12-2)$$

که در آن، پارامتر d در رابطه (۳-۳)، طبق رابطه (۴-۲) تعریف شده است. همان‌طور که در روابط (۴-۳) و (۵-۳) قابل مشاهده است، کنترل‌کننده طراحی شده مستقل از مدل می‌باشد. بدین صورت که با مشتق‌گیری از سطح لغزش تعریف شده در رابطه (۲-۳) و ترکیب آن با مدل دینامیکی استفاده شده طبق رابطه (۳-۲) رابطه کنترل‌کننده به صورت مستقل از مدل به دست خواهد آمد. شماتیک کلی عملکرد کنترل‌کننده طراحی شده در شکل ۲-۲ آورده شده است.

^۱ Caputo (C)

^۲ Grunwald-Letnikov (GL)



شکل ۲-۲. شماتیک کنترل کننده مودلغزشی منفرد غیر منفرد مرتبه کسری

۳-۲ تحلیل پایداری

اثبات پایداری کنترل کننده بیان شده، در دو قسمت مجزا بررسی می شود. ابتدا با جایگذاری رابطه (۲-۱۲) در رابطه (۳-۲) میتوان نوشت:

$$\bar{M}\ddot{q} + d = \bar{M}(\ddot{e} + C_1 D^{\alpha_1+1} [\text{sign}(e)^{\beta_1}] + k_1 S + k_2 \text{sgn}(S)^b) \quad (۲-۱۳)$$

$$\rightarrow \bar{M}(\ddot{e} + C_1 D^{\alpha_1+1} [\text{sign}(e)^{\beta_1}] + k_1 S + k_2 \text{sgn}(S)^b) = \varepsilon \quad (۲-۱۴)$$

که در آن، ε خطای نامعینی مدل بوده و به صورت $\varepsilon = \bar{M} \times d \in \mathbb{R}^n$ تعریف می شود. عبارت ε به صورت $|\varepsilon| \leq \theta$ کران دار در نظر گرفته شده است [۳۹]. جهت اثبات پایداری، تابع لیپانوف به صورت رابطه (۲-۱۵) معرفی می شود:

$$V(x) = \frac{1}{2} S^T S \quad (۲-۱۵)$$

لم ۲-۱. در عملگرهای انتگرال کسری با مرتبه کسری C و $R(c)$ شرط زیر برقرار است:

$$\mathcal{I}_{a_+}^c Y_p \leq K y_p \quad (۲-۱۶)$$

$$\mathcal{I}_{b_+}^c Y_p \leq K y_p$$

که در آن $1 \leq p \leq \infty$ ، $L_p(a, b)$ و داریم:

$$K = \frac{(b-a)^{R(c)}}{R(c) |\Gamma(c)|} \quad (۲-۱۷)$$

که در آن $R(c)$ مثبت بوده و به $L_p(a, b)$ کران دار است و $\Gamma(c)$ تابع گاما می باشد. [۳۹]
 لم ۲-۲. برای تابع لیپانوف $V(x)$ با در نظر گرفتن عبارت V_0 به عنوان مقدار اولیه، زمان نشست را می توان با توجه به این که:

$$\dot{V}(x) + \alpha V(x) + \beta V^\gamma(x) \leq 0 \quad (۱۸-۲)$$

$$\alpha, \beta > 0$$

$$0 < \gamma < 1$$

به صورت زیر محاسبه کرد:

$$T \leq \alpha^{-1} (1 - \gamma)^{-1} \ln(1 + \alpha \beta^{-1} V_0^{1-\gamma}) \quad (۱۹-۲)$$

با مشتق گیری از تابع لیپانوف در رابطه (۱۵-۲) و در نظر داشتن رابطه (۱۴-۲) می توان نوشت:

$$\dot{V} = S^T (\ddot{e} + C_1 D^{\alpha_1+1} [\text{sign}(e)^{\beta_1}]) = -S^T (k_1 S + k_2 \text{sgn}(S)^b - \varepsilon) \quad (۲۰-۲)$$

رابطه (۲۰-۲) را می توان به دو صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{V} = -S^T ((k_1 - \text{diag}(\varepsilon) \times \text{diag}^{-1}(S)) S + k_2 \text{sign}(S)^b) \quad (۲۱-۲)$$

$$\dot{V} = -S^T (k_1 S + (k_2 - \text{diag}(\varepsilon) \times \text{diag}^{-1}(\text{sign}(S)^b)) \text{sign}(S)^b) \quad (۲۲-۲)$$

با بازنویسی رابطه (۲۱-۲) می توان نوشت:

$$\dot{V} = -S^T ((\bar{k}_1 S + \bar{k}_2 \text{sign}(S)^b)) \quad (۲۳-۲)$$

که $\bar{k}_2 = k_2$ و $\bar{k}_1 = k_1 - \text{diag}(\varepsilon) \times \text{diag}^{-1}(S)$ خواهد بود. با در نظر گرفتن تعریف زیر

$$(b_1^2 + \dots + b_n^2)^a \leq (b_1^a + \dots + b_n^a)^2$$

$$0 < a < 1$$

$$b_i > 0$$

و با جایگذاری رابطه (۱۵-۲) در رابطه (۱۸-۲)، می توان مشروط بر اینکه $\lambda_{\min}(\bar{k}_1) > 0$ و $\lambda_{\min}(\bar{k}_2) > 0$

می توان رابطه (۲۴-۲) را نوشت:

$$\dot{V} \leq -2\lambda_{\min}(\bar{k}_1)V \leq -2^{(1+b)/2} \lambda_{\min}(\bar{k}_2)V^{(1+b)/2} \quad (۲۴-۲)$$

با توجه به این که $\lambda_{\min}(\bar{k}_1)$ و $\lambda_{\min}(\bar{k}_2)$ مقادیر کمینه $\bar{k}_1$ و $\bar{k}_2$ هستند، زمان پایداری تابع لیپانوف

تعریف شده با توجه به لم ۳-۲ به صورت زیر است:

$$T \leq \frac{1}{\lambda_{\min}(\bar{k}_1)(1-b)} \ln\left(1 + \frac{2\lambda_{\min}(\bar{k}_1)V_{t_0}^{(1-b)/2}}{2^{(1+b)/2} \lambda_{\min}(\bar{k}_2)}\right)$$

با اثبات پایداری با استفاده از تابع لیپانوف معرفی شده، می توان نتیجه گرفت S کران دار است و می توان

نوشت:

$$|S| \leq \Delta = \min(\Delta_1, \Delta_2) \quad (25-2)$$

$$\Delta_1 = \|\varepsilon\| / \lambda_{\min}(k_1)$$

$$\Delta_2 = (\|\varepsilon\| / \lambda_{\min}(k_2))^{\frac{1}{b}}$$

در ادامه با استفاده از نتیجه به دست آمده می توان برای اثبات پایداری قسمت دوم اینطور نوشت:

$$S_i = \dot{e}_i + C_{li} D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right], \quad (26-2)$$

$$|S_i| \leq \Delta$$

برای $D^{\alpha_{2i}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}} \right] \neq 0$ می توان رابطه (26-2) را به دو صورت زیر می توان بازنویسی کرد:

$$\dot{e}_i + (C_{li} - S_i (D^{\alpha_{li}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{li}} \right])^{-1}) D^{\alpha_{li}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{li}} \right] = 0 \quad (27-2)$$

در رابطه (27-2) هنگامی که ضریب $D^{\alpha_{li}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{li}} \right]$ مثبت باشد، عبارت همچنان براساس تعریف سطح لغزش $FONTSM$ خواهد بود. لذا، همچنان ردیابی سیستم (2-3) بر سطح لغزش تا زمانی که شرط زیر برقرار باشد منطبق خواهد ماند.

$$\left| D^{\alpha_{li}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{li}} \right] \right| \leq C_{li}^{-1} \Delta \quad (28-2)$$

با توجه به لم 2-2 و رابطه (2-17)، با قرار دادن مقدار $p = \infty$ میتوان نوشت:

$$\text{ess sup} \left| D^{\alpha_{li}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{li}} \right] \right| \leq K \text{ess sup} |e_i|^{\beta_{li}}$$

که بیان گر مقدار بیشینه اصلی¹ عبارت $D^{\alpha_{li}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{li}} \right]$ است و در نتیجه آن رابطه (2-29) حاصل

می شود:

$$\left| D^{\alpha_{li}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{li}} \right] \right| \leq \text{ess sup} \left| D^{\alpha_{li}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{li}} \right] \right| \leq K \text{ess sup} |e_i|^{\beta_{li}} \quad (29-2)$$

با استفاده از متغیر $\phi \geq 1$ به عنوان ضریب ثابت می توان نامساوی رابطه (2-19) را به صورت رابطه (2-30)

بازنویسی کرد:

$$\left| D^{\alpha_{li}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{li}} \right] \right| = \phi^{-1} K \text{ess sup} |e_i|^{\beta_{li}} \quad (30-2)$$

با توجه به رابطه (2-29) رابطه (2-31) را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\phi^{-1} K \text{ess sup} |e_i|^{\beta_{li}} \leq C_{li}^{-1} \Delta \quad (31-2)$$

با توجه به رابطه (2-31) می توان اینطور بیان کرد که:

$$|e_i| \leq \text{ess sup} |e_i| \leq (C_{li}^{-1} \Delta \phi K^{-1})^{\frac{1}{\beta_{li}}} \quad (32-2)$$

¹ Essential maximum value of function (ess)

در نتیجه می توان گفت که خطای سیستم با توجه به (۳۱-۲) در زمان محدود همگرا خواهد بود. به همین ترتیب می توان اثبات کرد که در رابطه (۲۸-۲) داریم:

$$\left\| D^{\alpha_{li}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{li}} \right] \right\| \leq C_{li}^{-1} \Delta \quad (۳۳-۲)$$

با توجه به تحلیل انجام شده، کران دار بودن خطای سیستم را به صورت رابطه (۳۴-۲) می توان بیان کرد:

$$|\dot{e}_i| \leq |S_i| + \left\| C_{li} D^{\alpha_{li}-1} \left[\text{sign}(e_i)^{\beta_{li}} \right] \right\| = 2\Delta \quad (۳۴-۲)$$

با توجه به ثابت بودن پارامتر Δ ، بدین ترتیب ردیابی سیستم طبق تعریف کنترل کننده طراحی شده در زمان محدود قابل انجام بوده و مشتق خطای سیستم به سمت صفر همگرا خواهد بود. با توجه به تعاریف آورده شده از ابتدا تا این فصل، در فصل بعد به تعریف و تحلیل پایداری طراحی کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم کسری پیشنهادی پرداخته شده است.

فصل ۳ : طراحی کنترل کننده مود لغزشی مرتبه بالاتر با استفاده از حسابان کسری

در سال‌های اخیر به‌منظور بهبود بیشتر عملکرد کنترل سیستم‌ها، محققان طرح ترمینال کنترل‌کننده مودلغزشی^۱ و ترمینال غیر منفرد مودلغزشی^۲ و ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه کسری^۳ را برای انواع سیستم‌ها از جمله ربات‌ها پیشنهاد داده‌اند [۴۰-۴۲]. به عنوان نمونه در [۲۶] به منظور دستیابی سریع تر به پاسخ و همچنین کاهش پدیده چترینگ از کنترل‌کننده مودلغزشی ترمینال سریع استفاده شده است. به همین منظور در [۲۷] و [۲۸] نیز به منظور کاهش خطای ردیابی و همچنین کنترل عدم قطعیت مدل نشده، از استراتژی مودلغزشی در کنترل سوئیچینگ استفاده شده است. همچنین، تلاش‌های زیادی برای برطرف کردن پدیده چترینگ در کنترل‌کننده مودلغزشی انجام شده است و محققین نیز روش‌های مختلفی در این حوزه ارائه داده‌اند، از جمله: روش لایه‌مرزی [۴۳]، استفاده از منطق فازی در کنترل‌کننده، [۴۴] روش‌های تطبیقی و استفاده از قانون تطبیق [۴۵] و کنترل با استفاده از کنترل‌کننده مودلغزشی مرتبه بالا. الگوریتم سوپرتوئیس‌تینگ، یکی از موفق‌ترین روش‌های مودلغزشی مرتبه بالاتر است که به دلیل عملکرد مناسب خود مورد توجه واقع شده است [۴۶].

الگوریتم سوپرتوئیس‌تینگ می‌تواند منجر به کاهش پدیده چترینگ شده و عملکرد کنترلی مطلوبی نیز داشته باشد. اگرچه با روش‌های فوق تاکنون نتایج مورد قبولی حاصل شده است، اما در آن‌ها هنوز هم نیاز به مدل دینامیکی سیستم یا الگوریتم تخمین دینامیک وجود دارد که تحقق آن در کاربردهای عملی بسیار دشوار است و کار را برای محققان سخت خواهد کرد.

در این تحقیق، با تخمین عدم قطعیت موجود در ماتریس اینرسی، سیستم کنترل‌کننده پیشنهادی یک ماهیت مستقل از مدل خواهد داشت. از حسابان کسری و کنترل‌کننده مودلغزشی نیز استفاده شده است تا نتیجه طراحی صورت گرفته از دقت بالا و همگرایی سریع و مقاوم بودن بالا در مقابل نامعینی‌های مدل و همچنین نویز و اغتشاشات برخوردار باشد.

کنترل‌کننده مودلغزشی از جمله کنترل‌کننده‌های مقاوم است که برای طراحی نیاز به مدل دینامیکی سیستم دارد لذا در ادامه ابتدا مدل دینامیکی ربات ارائه شده و سپس به ادبیات ساختاری کنترل‌کننده و اثبات پایداری طراحی، پرداخته شده است.

۳-۱ کنترل‌کننده مودلغزشی مرتبه دوم بر اساس الگوریتم سوپرتوئیس‌تینگ

در روش کنترل مودلغزشی مرتبه دوم با استفاده از الگوریتم سوپرتوئیس‌تینگ، قانون دستیابی در صفحه فاز $(\dot{S} - S)$ بدین صورت تعریف می‌شود [۴۷]:

^۱ Terminal sliding mode (TSM)

^۲ Non-singular Terminal sliding mode (NTSM)

^۳ Fractional-order Non-singular Terminal sliding mode (FONTSM)

$$\begin{aligned}\dot{S} &= -\mu_1 \text{sign}(S)^{0.5} + \gamma \\ \dot{\gamma} &= -\mu_2 \text{sign}(S)\end{aligned}\quad (1-3)$$

که در آن $\mu_1, \mu_2 \in R^{n \times n}$ ضرایب کنترلی ثابت و مثبت هستند و S تعریف سطح لغزش می باشد که متناسب با توضیحات بخش ۱-۲-۶ در ادامه تشریح خواهد شد.

۲-۳ کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم کسری

در طراحی کنترل کننده مودلغزشی به منظور همگرایی سریع و همچنین دقت بالا، با استفاده از تعاریف مشتق و انتگرال در حسابان مرتبه کسری، در این تحقیق از تعریف سطح لغزش غیر منفرد ترمینال مرتبه کسری (FONTSM) استفاده شده است [۳۸]:

$$S = \dot{e} + C_1 D^{\alpha_1} [\text{sign}(e)^{\beta_1}] + C_2 D^{\alpha_2-1} [\text{sign}(e)^{\beta_2}] \quad (2-3)$$

که در آن $\beta_1, \beta_2, \alpha_1, \alpha_2 \in R^n$ ماتریس هایی با مقادیر مثبت هستند و طبق تعریف حسابان کسری هرکدام در بازه $(0,1)$ قابل انتخاب می باشند. همچنین C_1 و $C_2 \in R^n$ ضرایب کنترلی مثبت هستند. با توجه به تعاریف فوق، کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم کسری بر اساس الگوریتم سوپر توئیستینگ به صورت زیر پیشنهاد می شود:

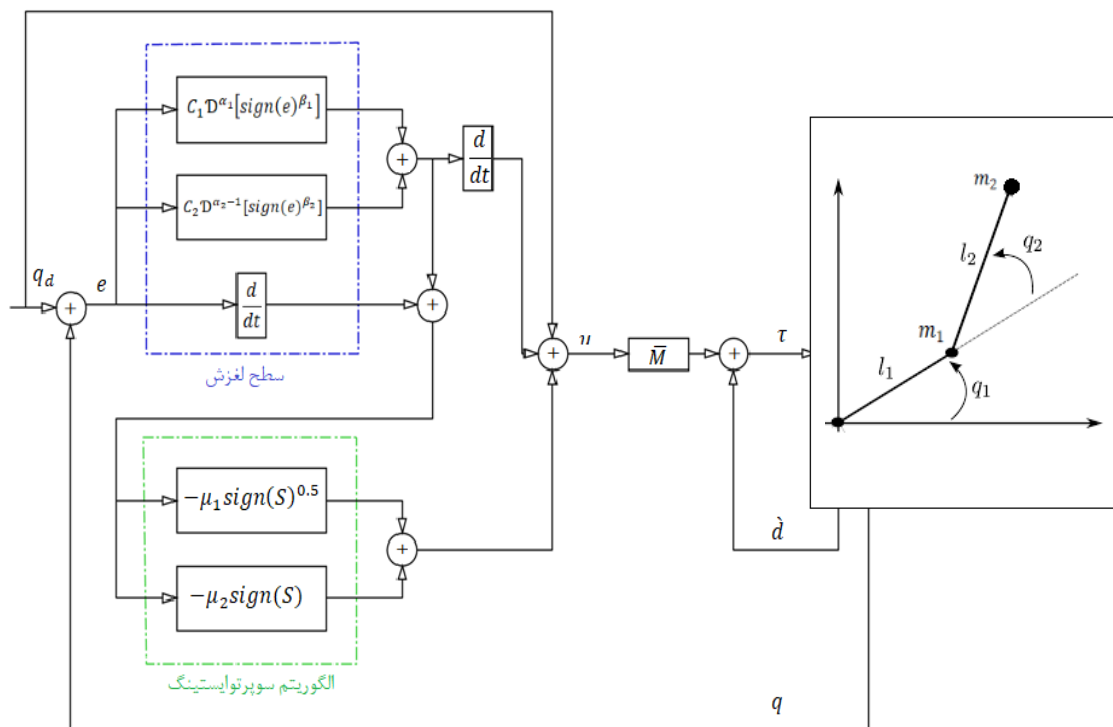
$$\bar{M} \cdot u + d = \tau \quad (3-3)$$

که در آن، خروجی کنترل کننده به صورت $u = u_1 + u_2$ تعریف می شود که در آن u_1 و u_2 مطابق روابط (۴-۳) و (۵-۳) می باشد.

$$u_1 = u_{FO} = \ddot{q}_d + C_1 D^{\alpha_1+1} [\text{sign}(e)^{\beta_1}] + C_2 D^{\alpha_2} [\text{sign}(e)^{\beta_2}] \quad (4-3)$$

$$u_2 = u_{STA} = \mu_1 \text{sign}(S)^{0.5} + \mu_2 \int_0^t \text{sign}(S) dt \quad (5-3)$$

که در آن، پارامتر d در رابطه (۳-۳)، طبق رابطه (۴-۲) تعریف شده است. همان طور که در روابط (۴-۳) و (۵-۳) قابل مشاهده است، کنترل کننده طراحی شده مستقل از مدل می باشد. بدین صورت که با مشتق گیری از سطح لغزش تعریف شده در رابطه (۲-۳) و ترکیب آن با مدل دینامیکی استفاده شده طبق رابطه (۳-۲) رابطه کنترل کننده به صورت مستقل از مدل به دست خواهد آمد. شماتیک کلی عملکرد کنترل کننده طراحی شده در شکل ۱-۳ آورده شده است.



شکل ۳-۱. شماییک کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم با استفاده از حسابان کسری طراحی شده

۳-۳ تحلیل پایداری

اثبات پایداری کنترل کننده بیان شده، در دو قسمت مجزا بررسی می شود. در قسمت اول مشابه بخش ۳-۲ عمل می کنیم. لذا ابتدا با جایگذاری رابطه (۳-۳) در رابطه (۳-۲) میتوان نوشت:

$$\bar{M}\ddot{q} + d = \bar{M}(\ddot{q}_d + C_1 D^{\alpha_1} [\text{sign}(e)^{\beta_1}] + C_2 D^{\alpha_2-1} [\text{sign}(e)^{\beta_2}]) \quad (۶-۳)$$

$$+ \mu_1 \text{sign}(S)^{0.5} + \mu_2 \int_0^t \text{sign}(S) dt + d$$

$$\rightarrow \bar{M}(\ddot{e} + C_1 D^{\alpha_1} [\text{sign}(e)^{\beta_1}] + C_2 D^{\alpha_2-1} [\text{sign}(e)^{\beta_2}]) + \mu_1 \text{sign}(S)^{0.5} + \mu_2 \int_0^t \text{sign}(S) dt = \varepsilon \quad (۷-۳)$$

که در آن، ε خطای نامعینی مدل بوده و به صورت $\varepsilon = \bar{M} \times d \in \mathbb{R}^n$ تعریف می شود. عبارت ε به صورت $|\varepsilon| \leq \theta$ کران دار در نظر گرفته شده است [۳۹]. جهت اثبات پایداری، تابع لیاپانوف به صورت رابطه (۸-۳) معرفی می شود:

$$V(x) = \frac{1}{2} S^T S \quad (۸-۳)$$

با مشتق گیری از تابع لیاپانوف در رابطه (۸-۳) و در نظر داشتن رابطه (۷-۳) می توان نوشت:

$$\dot{V} = S^T (\ddot{e} + C_1 D^{\alpha_1} [\text{sign}(e)^{\beta_1}] + C_2 D^{\alpha_2-1} [\text{sign}(e)^{\beta_2}]) \quad (9-3)$$

$$= -S^T (\mu_1 \text{sign}(S)^{0.5} + \mu_2 \int_0^t \text{sign}(S) dt - \varepsilon)$$

رابطه (۹-۳) را می توان به دو صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{V} = S^T (\mu_1 - \text{diag}(\varepsilon) \times \text{diag}^{-1}(\text{sign}(S)^{0.5}) \text{sign}(S)^{0.5} + \mu_2 \int_0^t \text{sign}(S) dt) \quad (10-3)$$

$$\dot{V} = -S^T (\mu_1 \text{sign}(S)^{0.5} + \mu_2 - \text{diag}(\varepsilon) \times \text{diag}^{-1}(\int_0^t \text{sign}(S) dt)) \int_0^t \text{sign}(S) dt \quad (11-3)$$

با بازنویسی رابطه (۱۰-۳) می توان نوشت:

$$\dot{V} = S^T (\bar{k}_1 \text{sign}(S)^{0.5} + \bar{k}_2 \int_0^t \text{sign}(S) dt) \quad (12-3)$$

که $(\bar{k}_1 = \mu_1 - \text{diag}(\varepsilon) \times \text{diag}^{-1}(\text{sign}(S)^{0.5})$ و $\bar{k}_2 = \mu_2$ خواهد بود. با در نظر گرفتن تعریف زیر

$$(b_1^2 + \dots + b_n^2)^a \leq (b_1^a + \dots + b_n^a)^2$$

$$0 < a < 1$$

$$, b_i > 0$$

و با جایگذاری رابطه (۸-۳) در رابطه (۱۰-۳)، می توان مشروط بر اینکه $\lambda_{\min}(\bar{k}_1) > 0$ و $\lambda_{\min}(\bar{k}_2) > 0$ می توان رابطه (۱۳-۳) را نوشت:

$$\dot{V} \leq -2\lambda_{\min}(\bar{k}_1)V \leq -2^{(1+b)/2} \lambda_{\min}(\bar{k}_2)V^{(1+b)/2} \quad (13-3)$$

با توجه به این که $\lambda_{\min}(\bar{k}_1)$ و $\lambda_{\min}(\bar{k}_2)$ مقادیر کمینه $\bar{k}_1$ و $\bar{k}_2$ هستند، زمان پایداری تابع لیپانوف تعریف شده با توجه به لم ۳-۱ به صورت زیر است:

$$T \leq \frac{1}{\lambda_{\min}(\bar{k}_1)(1-b)} \ln(1 + \frac{2\lambda_{\min}(\bar{k}_1)V_{t_0}^{(1-b)/2}}{2^{(1+b)/2} \lambda_{\min}(\bar{k}_2)})$$

با اثبات پایداری با استفاده از تابع لیپانوف معرفی شده، می توان نتیجه گرفت S کران دار است و می توان

نوشت:

$$|S| \leq \Delta = \min(\Delta_1, \Delta_2) \quad (14-3)$$

$$\Delta_1 = \|\varepsilon\| / \lambda_{\min}(k_1)$$

$$\Delta_2 = (\|\varepsilon\| / \lambda_{\min}(k_2))^{1/b}$$

در ادامه با استفاده از نتیجه به دست آمده می توان برای اثبات پایداری قسمت دوم اینطور نوشت:

$$S_i = \dot{e}_i + C_{1i} D^{\alpha_{1i}} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{1i}}] + C_{2i} D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}] , \quad (15-3)$$

$$|S_i| \leq \Delta$$

رابطه (۱۵-۳) را به دو صورت زیر می توان بازنویسی کرد:

$$\dot{e}_i + C_{1i} D^{\alpha_{1i}} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{1i}}] + (C_{2i} - S_i (D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}])^{-1}) D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}] = 0 \quad (16-3)$$

$$\dot{e}_i + (C_{1i} - S_i (D^{\alpha_{1i}} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{1i}}])^{-1} D^{\alpha_{1i}} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{1i}}] + C_{2i} D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}]) = 0 \quad (17-3)$$

در رابطه (۱۶-۳) هنگامی که ضریب $D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}]$ مثبت باشد، عبارت همچنان براساس تعریف سطح لغزش $FONTSM$ خواهد بود. لذا، همچنان ردیابی سیستم (۳-۲) بر سطح لغزش تا زمانی که شرط زیر برقرار باشد منطبق خواهد ماند.

$$\left| D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}] \right| \leq C_{2i}^{-1} \Delta \quad (18-3)$$

با توجه به لم ۲-۳ و رابطه (۱۰-۳)، با قرار دادن مقدار $p = \infty$ میتوان نوشت:

$$\text{ess sup} \left| D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}] \right| \leq K \text{ess sup} |e_i|^{\beta_{2i}}$$

که بیانگر مقدار بیشینه اصلی^۱ عبارت $D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}]$ است و در نتیجه آن رابطه (۱۹-۳) حاصل می‌شود:

$$\left| D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}] \right| \leq \text{ess sup} \left| D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}] \right| \leq K \text{ess sup} |e_i|^{\beta_{2i}} \quad (19-3)$$

با استفاده از متغیر $\phi \geq 1$ به عنوان ضریب ثابت می‌توان نامساوی رابطه (۱۹-۳) را به صورت رابطه (۲۰-۳) بازنویسی کرد:

$$\left| D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}] \right| = \phi^{-1} K \text{ess sup} |e_i|^{\beta_{2i}} \quad (20-3)$$

با توجه به رابطه (۱۸-۳) رابطه (۲۰-۳) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\phi^{-1} K \text{ess sup} |e_i|^{\beta_{2i}} \leq C_{2i}^{-1} \Delta \quad (21-3)$$

با توجه به رابطه (۲۱-۳) می‌توان اینطور بیان کرد که:

$$|e_i| \leq \text{ess sup} |e_i| \leq (C_{2i}^{-1} \Delta \phi K^{-1})^{\frac{1}{\beta_{2i}}} \quad (22-3)$$

در نتیجه می‌توان گفت که خطای سیستم با توجه به (۲۲-۳) در زمان محدود همگرا خواهد بود. به همین ترتیب می‌توان اثبات کرد که در رابطه (۱۷-۳) داریم:

$$\left| D^{\alpha_{1i}} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{1i}}] \right| \leq C_{1i}^{-1} \Delta \quad (23-3)$$

با توجه به تحلیل انجام شده، کران‌دار بودن خطای سیستم را به صورت رابطه (۲۴-۳) می‌توان بیان کرد:

$$|\dot{e}_i| \leq |S_i| + \left| C_{1i} D^{\alpha_{1i}} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{1i}}] \right| + \left| C_{2i} D^{\alpha_{2i}-1} [\text{sign}(e_i)^{\beta_{2i}}] \right| = 3\Delta \quad (24-3)$$

با توجه به ثابت بودن پارامتر Δ ، بدین ترتیب ردیابی سیستم طبق تعریف کنترل‌کننده طراحی شده در زمان محدود قابل انجام بوده و مشتق خطای سیستم به سمت صفر همگرا خواهد بود. در فصل پنج، به بررسی نتایج بدست آمده از طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی و کنترل‌کننده مودل‌غزشی

¹ Essential maximum value of function (ess)

مرتبه اول کسری پرداخته شده است. همچنین به منظور مقایسه نتایج و نمایش بهبود عملکرد آن‌ها، نتایج مربوط به کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر و کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر-انتگرال‌گیر نیز آورده شده است.

فصل ۴ : نتایج شبیه سازی

به منظور پیاده سازی محاسبات مرتبه کسری در کنترل کننده با وجود محاسبات پیچیده مربوط به حسابان کسری و حجم محاسبات بیشتر نسبت به سایر حسابان مرتبه معمولی، نتایج نمایان گر رفتار مطلوب کنترل کننده ارائه شده می باشند که با وجود محاسبات پیچیده و گسترده تر، باعث افزایش ضرایب قابل تنظیم کنترل کننده و در نتیجه آن بهبود رفتار سیستم، کاهش خطا و همچنین کاهش پدیده چترینگ نیز می باشد. به منظور استفاده از حسابان کسری در برنامه متلب از جعبه ابزار FOMCON استفاده شده است. در این بخش نتایج بدست آمده در دو قسمت مجزا ارائه شده است. قسمت اول تحت عنوان اعتبار سنجی، کنترل کننده ارائه شده با یکی از مراجع موجود مورد مقایسه قرار گرفته و نتایج آن بررسی شده است. در قسمت دوم نتایج مربوط به این تحقیق آورده شده اند.

۴-۱ اعتبار سنجی

در شبیه سازی انجام شده در این تحقیق از آن رو که طرح کنترلی پیشنهادی مستقل از مدل سیستم بوده و نیازی به داشتن خصوصیات مکانیکی سیستم نبوده است، لذا به منظور بررسی عملکرد کنترل کننده طراحی شده علاوه بر مقایسه با یکی از مراجع، نتایج با کنترل کننده تناسبی-انتگرال گیر-مشتق گیر و همچنین کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر مقایسه شده است تا بدین وسیله بتوان عملکرد سیستم را ارزیابی نمود. ضرایب تنظیم در کنترل کننده مودلغزشی ترمینال غیر منفرد سوپر توئیستینگ مرتبه کسری با در نظر گرفتن شرط های به دست آمده در بخش اثبات پایداری سیستم، در جدول ۴-۷ ستون ردیابی مسیر آورده شده اند. همچنین ضرایب کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر در جدول ۴-۱ و ضرایب کنترل کننده تناسبی-انتگرال گیر-مشتق گیر در جدول ۴-۲ ارائه شده است.

جدول ۴-۱. مقادیر ضرایب کنترل کننده تناسبی مشتق گیر

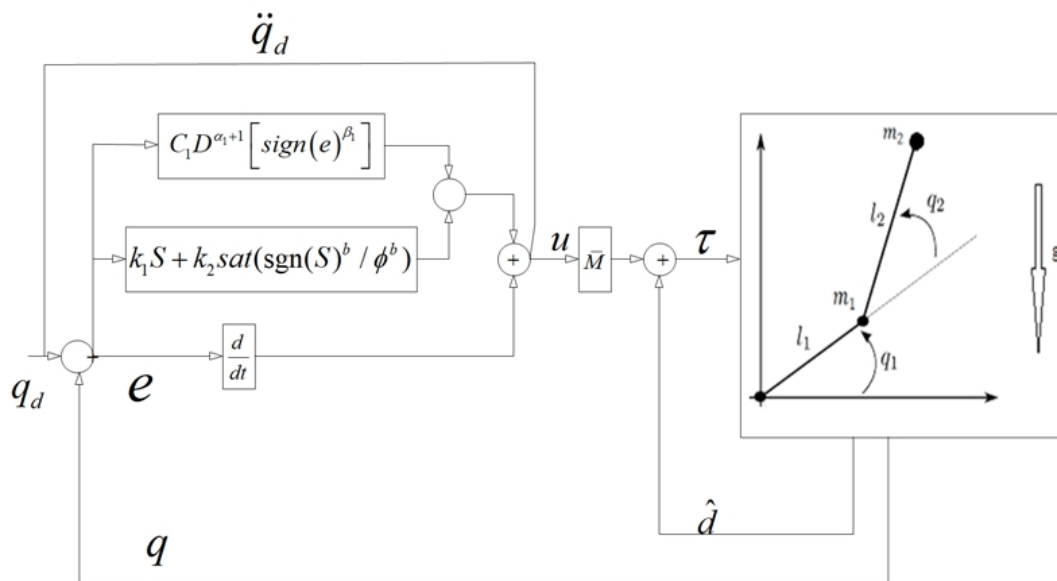
شماره لینک	ضرایب	رسیدن به نقطه مطلوب	ردیابی مسیر
۱	k_p	۱۶۵۰	۱۰۰۰۰
	k_d	۱۰۰	۸۰۰
۲	k_p	۱۷۰۰	۱۰۰۰۰
	k_d	۱۲۰	۸۰۰

جدول ۴-۲. مقادیر ضرایب کنترل کننده تناسبی مشتق گیر انتگرال گیر

شماره لینک	ضرایب	رسیدن به نقطه مطلوب	ردیابی مسیر	ردیابی مسیر مطابق جدول ۴-۴
۱	k_p	۱۶۵۰	۱۶۵۰	۱۶۵۰
	k_d	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
	k_i	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
۲	k_p	۱۷۰۰	۱۷۰۰	۱۷۰۰
	k_d	۱۲۰	۱۲۰	۱۲۰
	k_i	۱۲۰	۱۲۰	۱۲۰

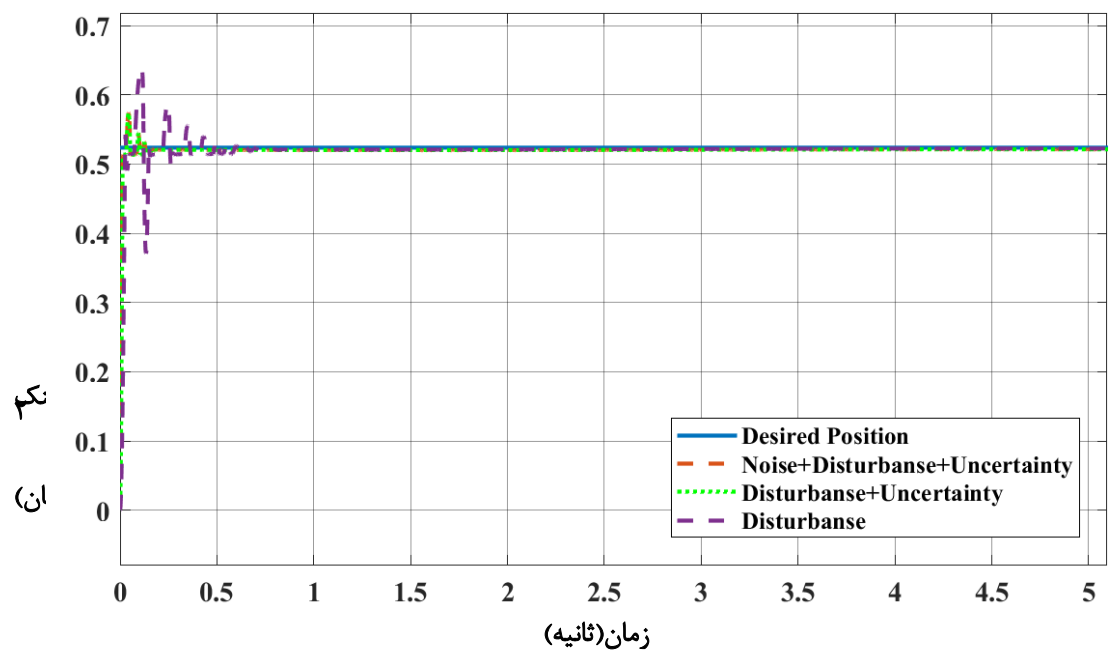
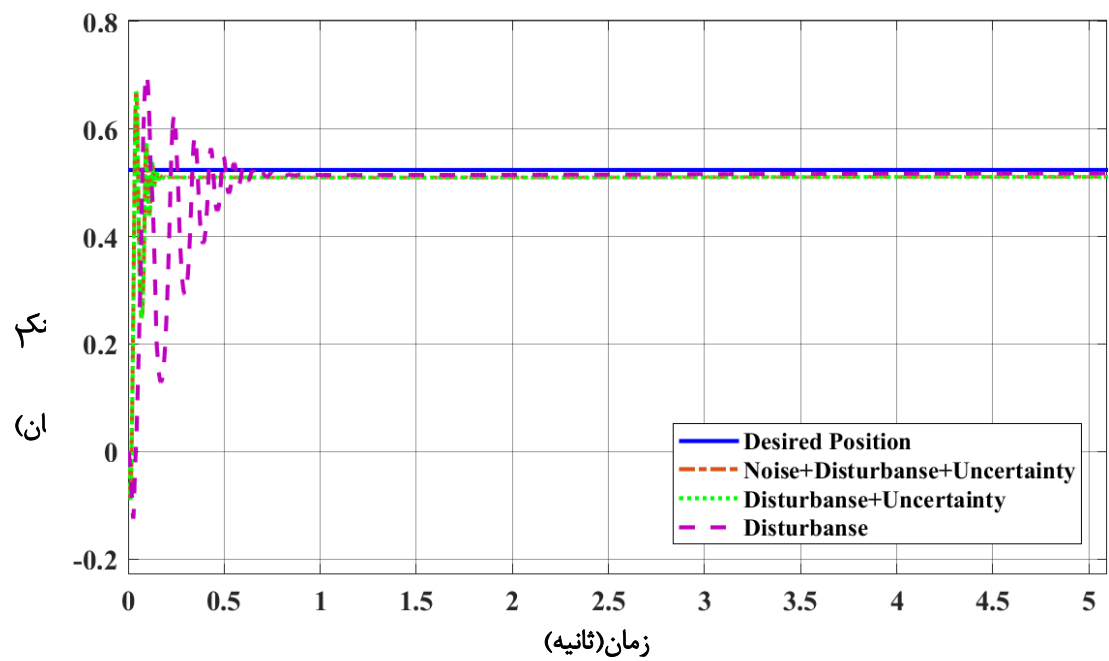
پارامترهای فیزیکی و هندسی مربوط به ربات مورد بررسی نیز مطابق جدول ۲-۱ در نظر گرفته شده است و مقدار g در همه‌ی محاسبات ۹,۸۱ متر بر مجذور ثانیه لحاظ شده است. لازم به ذکر است که مقدار شرایط اولیه موقعیت در این بخش، $[0,0]^T$ رادیان می‌باشد. همچنین اغتشاشات در سیستم به صورت تابع سینوسی با دامنه ۱ و فرکانس π در مدل سیستم به صورت گشتاور τ_d لحاظ شده است. به منظور بررسی عملکرد سیستم حلقه بسته در حضور نویز با اعمال نویز سفید کران دار^۱ در هر دو مفصل ربات با مشخصات توان 4×10^{-8} و نرخ نمونه برداری ۰,۰۰۱ مورد بررسی قرار گرفته است. نویز از یک فیلتر $\frac{1}{0.1s+1}$ نیز عبور می‌کند. این شرایط به منظور قیاس عملکرد کنترل کننده طراحی شده با مطالعات اخیر در مرجع [۳۹] بوده است و با شرایط مورد مطالعه در آن مطابقت دارد. شماتیک مربوط به کنترل کننده طراحی شده در این مرجع در شکل ۴-۱ قابل مشاهده است.

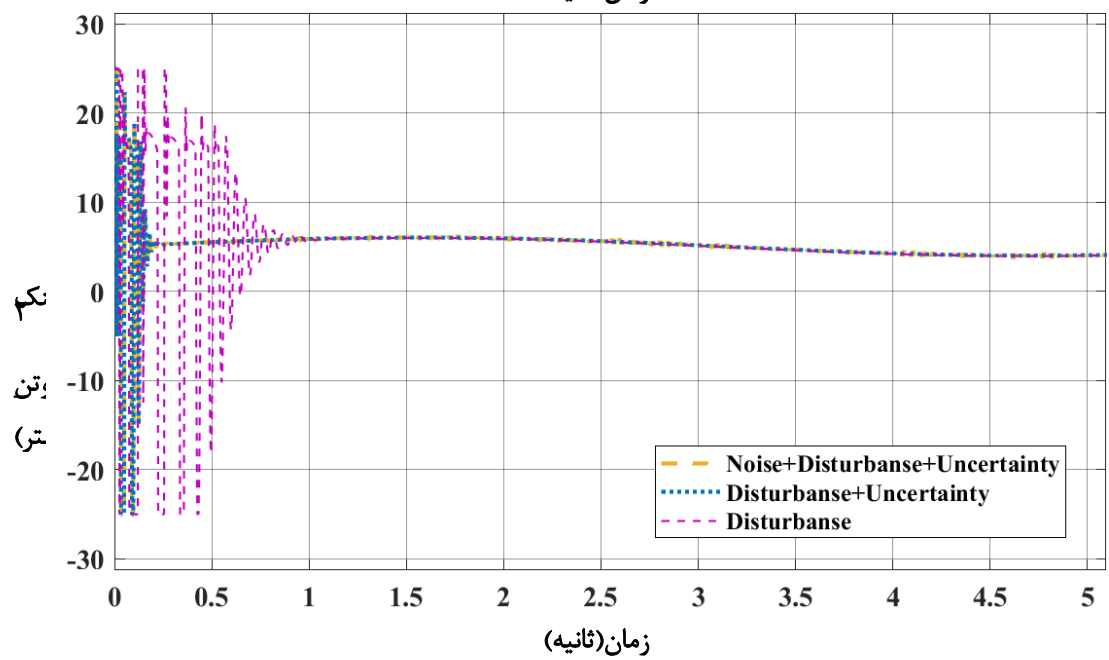
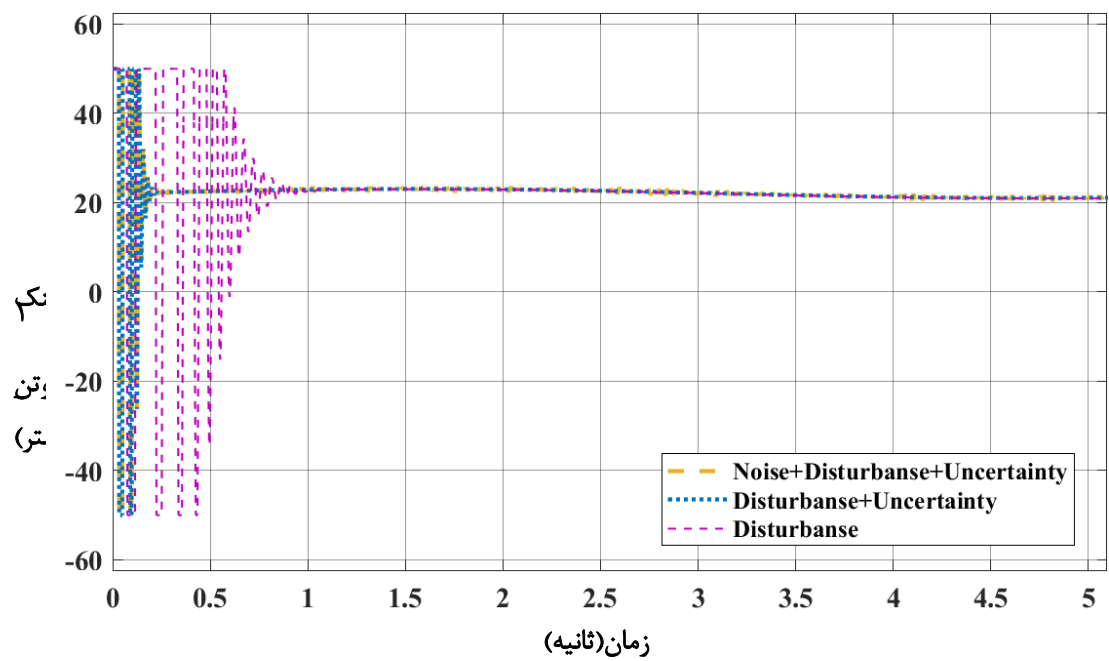
^۱ Band-Limited White Noise

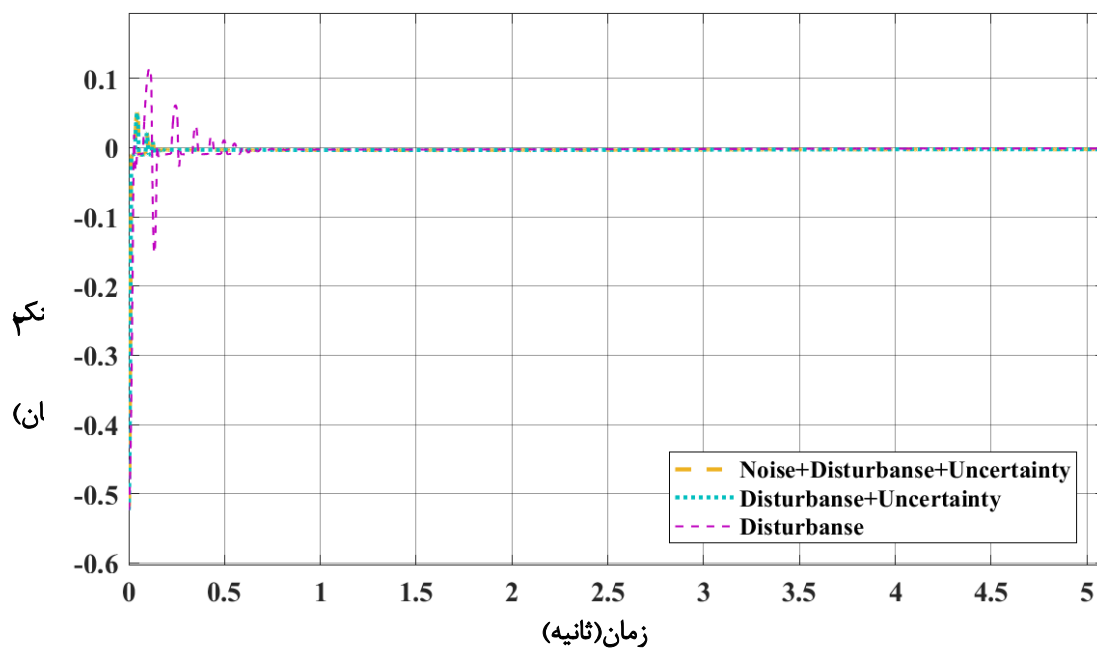
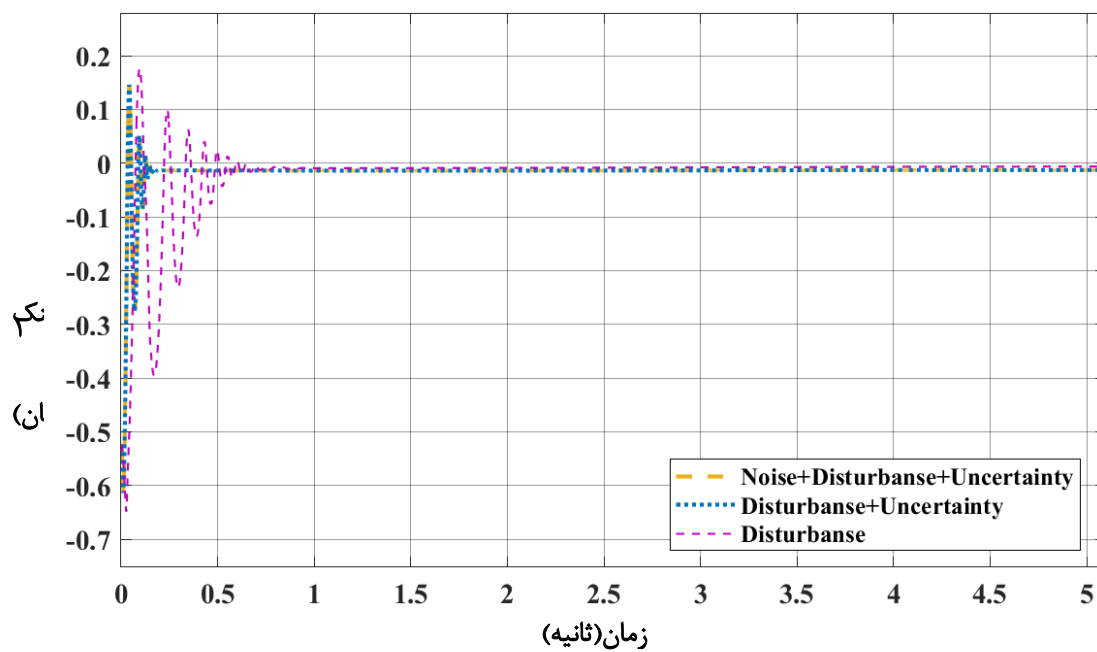


شکل ۴-۱. شمایینک کنترل‌کننده مودلغزشی منفرد غیر منفرد مرتبه کسری مرجع [۳۹] به‌منظور اعتبارسنجی

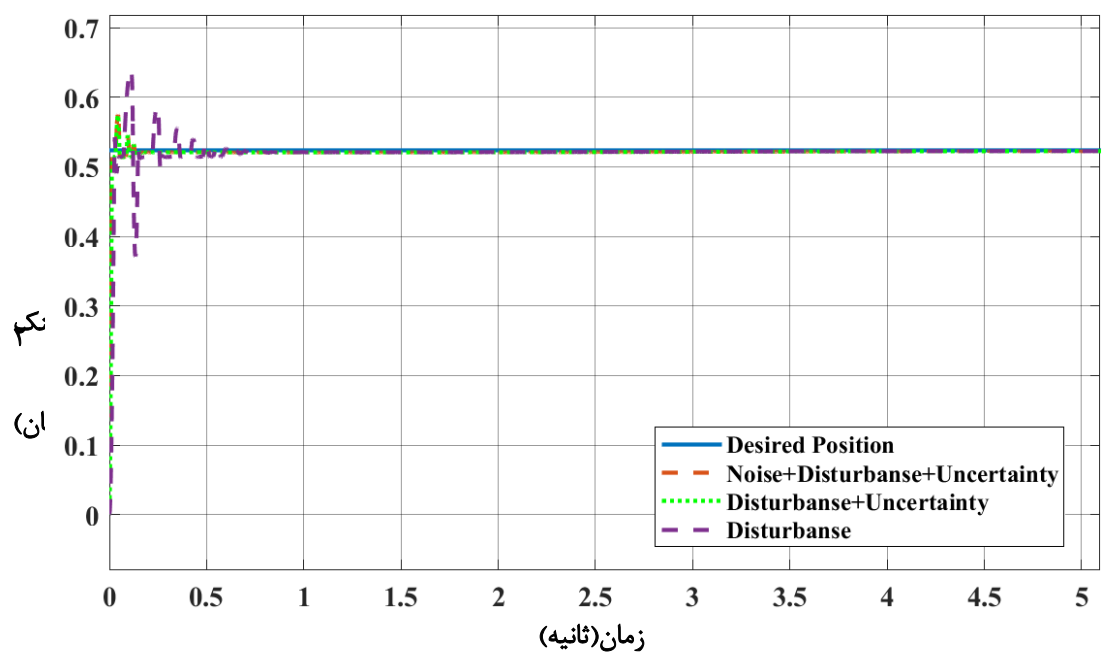
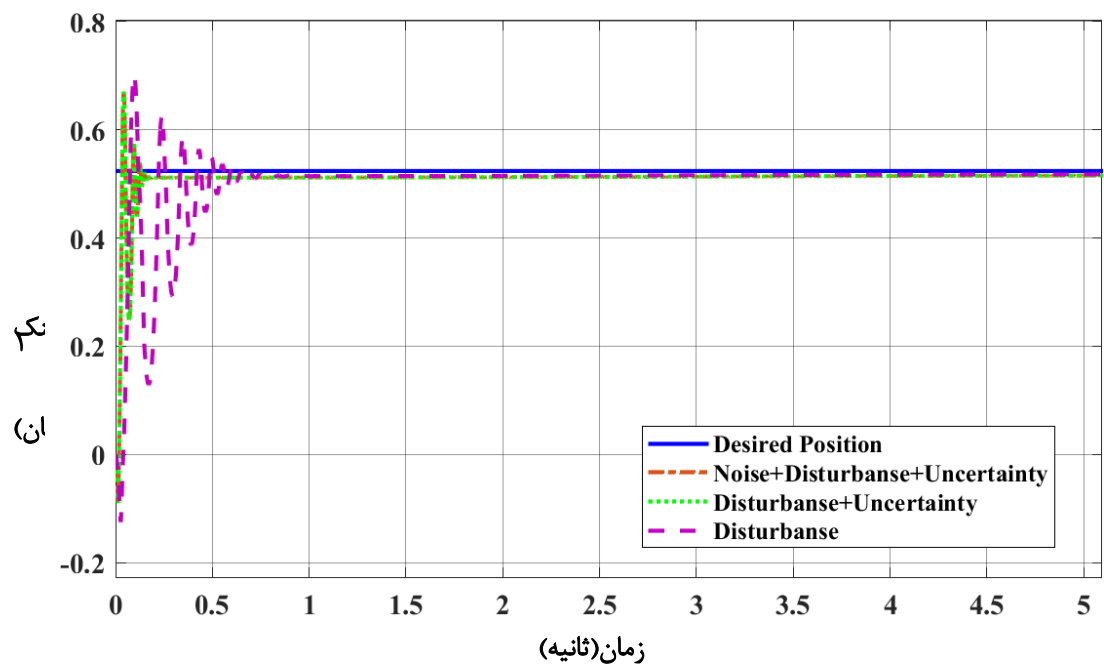
با توجه به شکل ۴-۲، با استفاده از کنترل‌کننده مشتق‌گیر-تناسبی لینک ۱ در کمتر از ۱ ثانیه به حالت ماندگار با مقدار خطای حالت ماندگار در -0.03 رادیان رسیده‌است که معادل 1.7° درجه می‌باشد. لینک ۲ نیز در کمتر از ۱ ثانیه به حالت ماندگار با مقدار خطای حالت ماندگار -0.02 رسیده‌است که این مقدار معادل 1.1° درجه خطایی حالت ماندگار است که مقدار زیادی می‌باشد و در ادامه به‌بررسی رفتار سیستم با اعمال کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر-انتگرال‌گیر در حالت دستیابی به نقطه مطلوب پرداخته می‌شود. در شکل ۴-۳، نتایج مربوط به کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر-انتگرال‌گیر بیان شده‌است. مقدار خطای حالت ماندگار برای لینک ۱ در محدوده‌ی $(-0.1, 0.1)$ رادیان و برای لینک دوم در محدوده‌ی $(-5, 5) \times 10^{-3}$ رادیان می‌باشد. از مقایسه نتایج فوق عملکرد عبارت انتگرال‌گیر در کاهش خطای حالت ماندگار قابل مشاهده‌است.

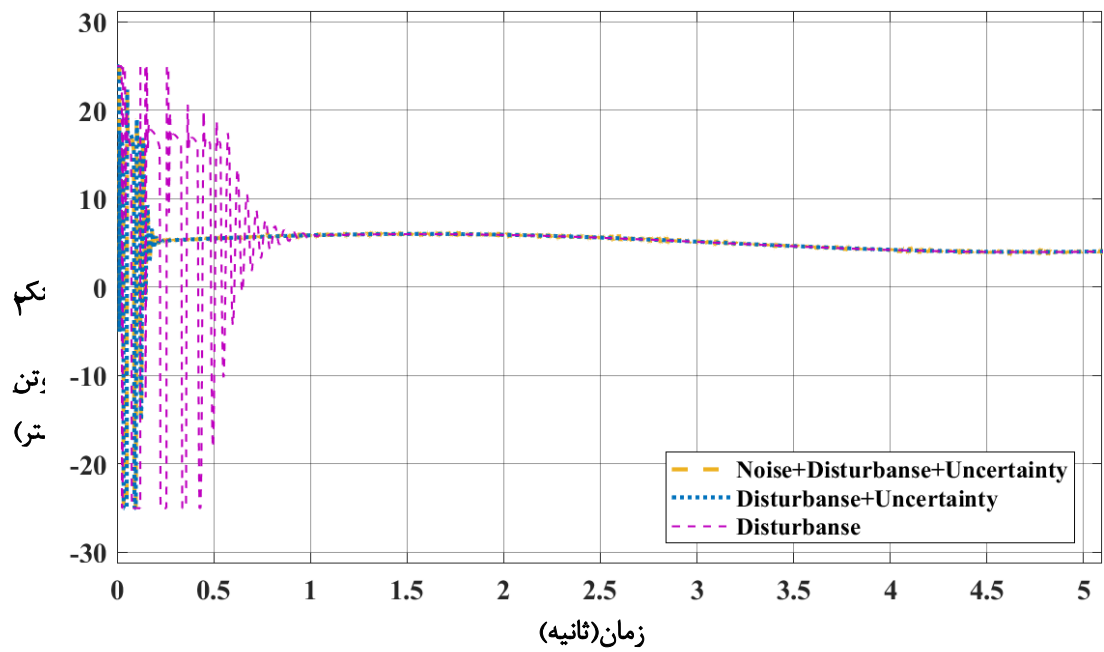
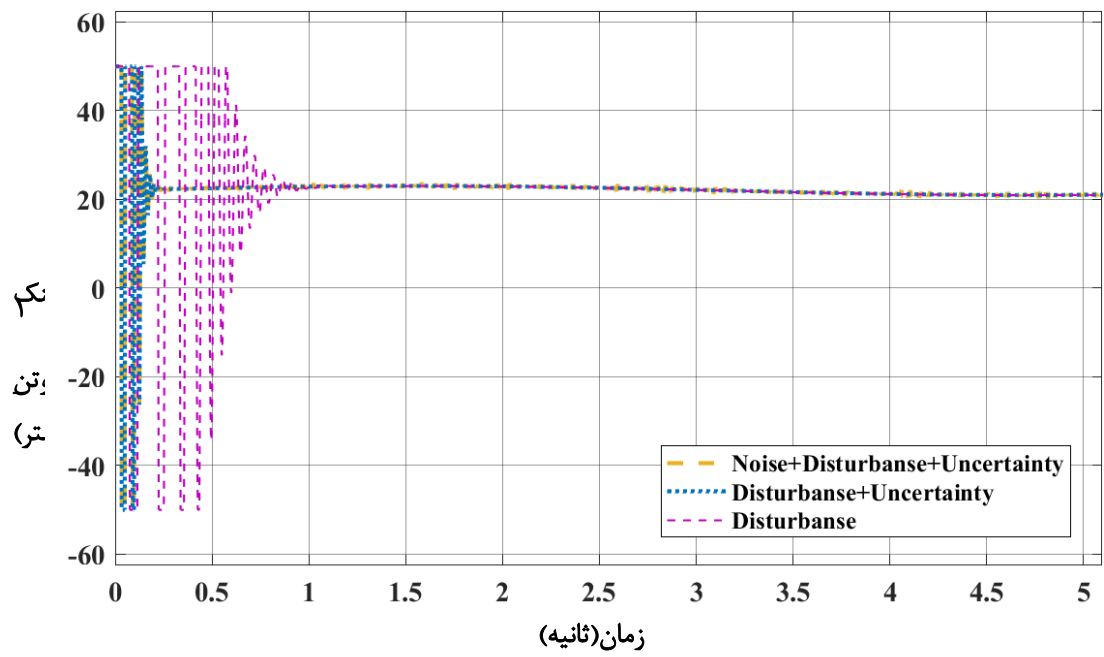


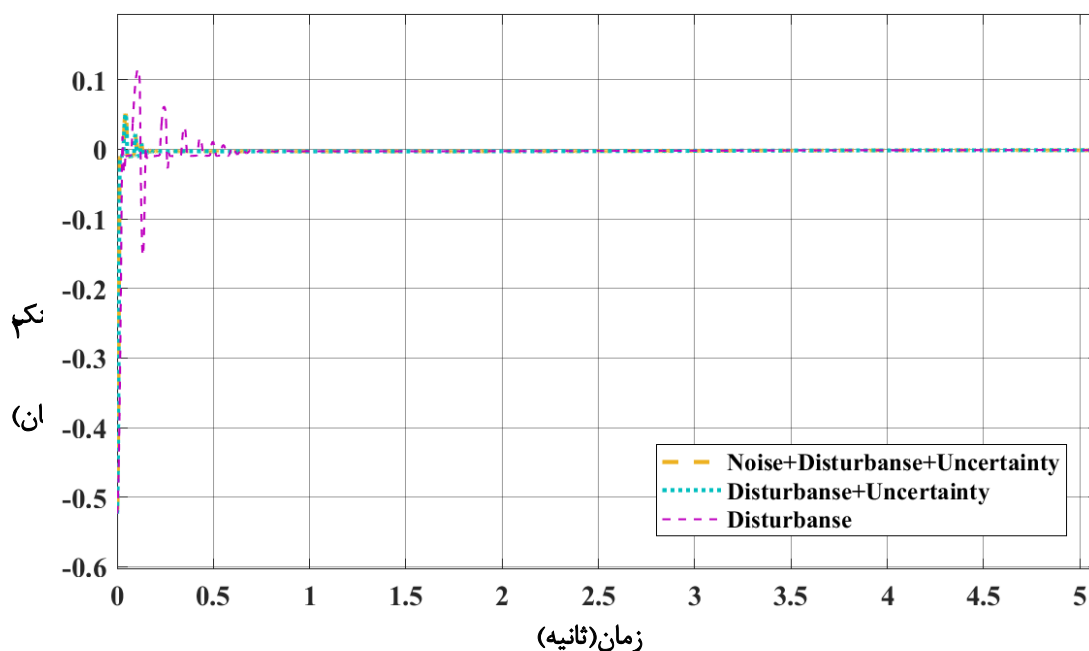
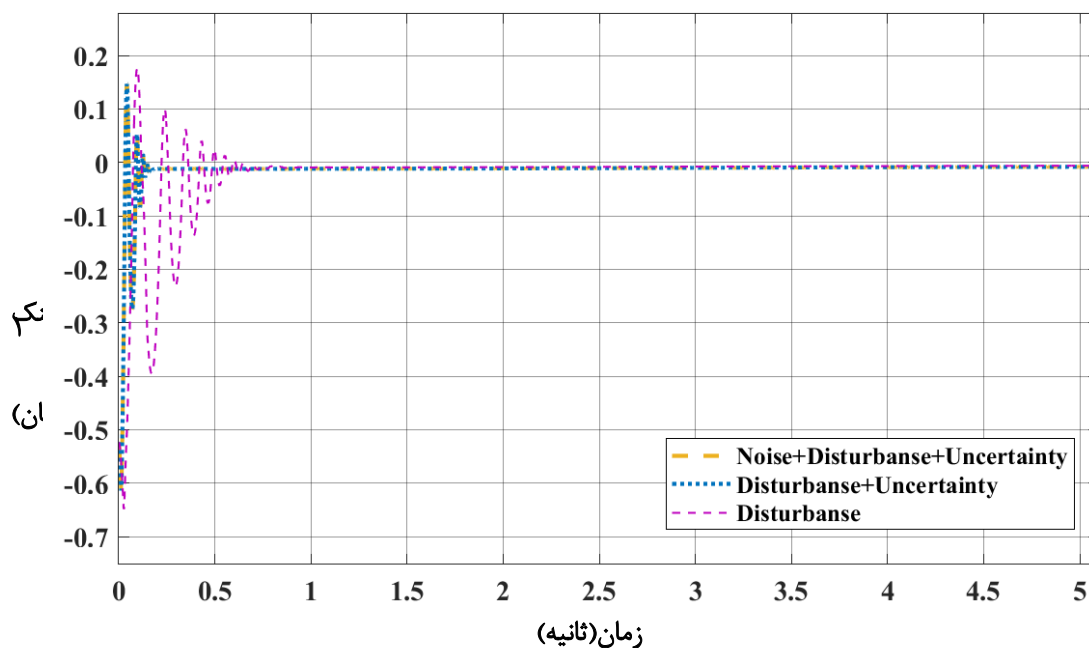




شکل ۴-۲. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر در حالت دستیابی به نقطه مطلوب $q = 30$ درجه

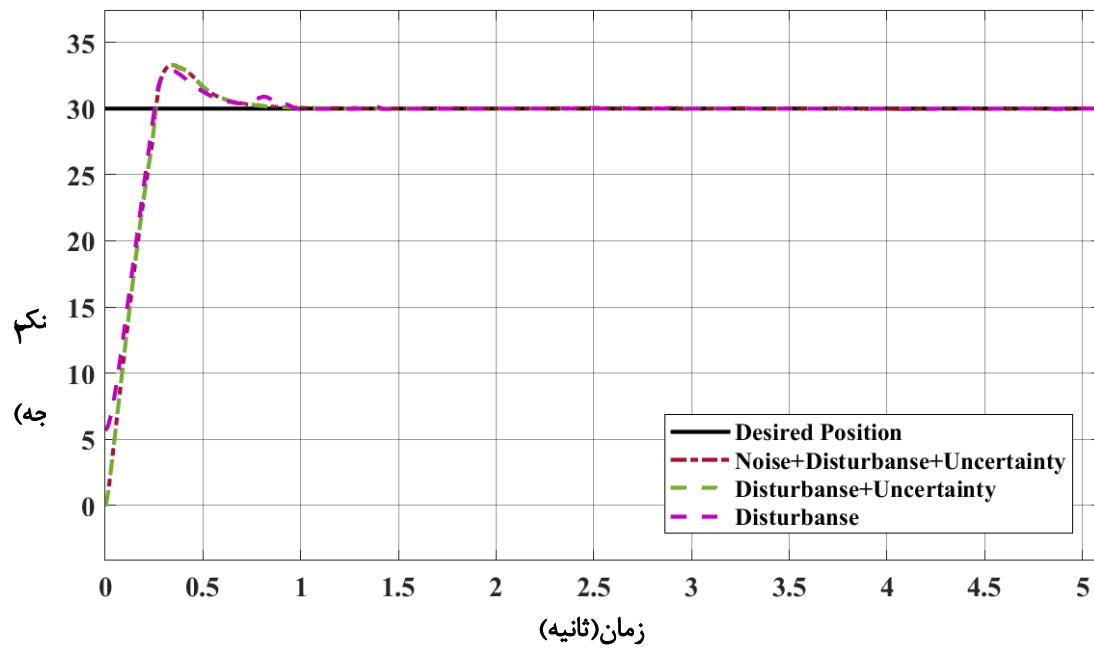
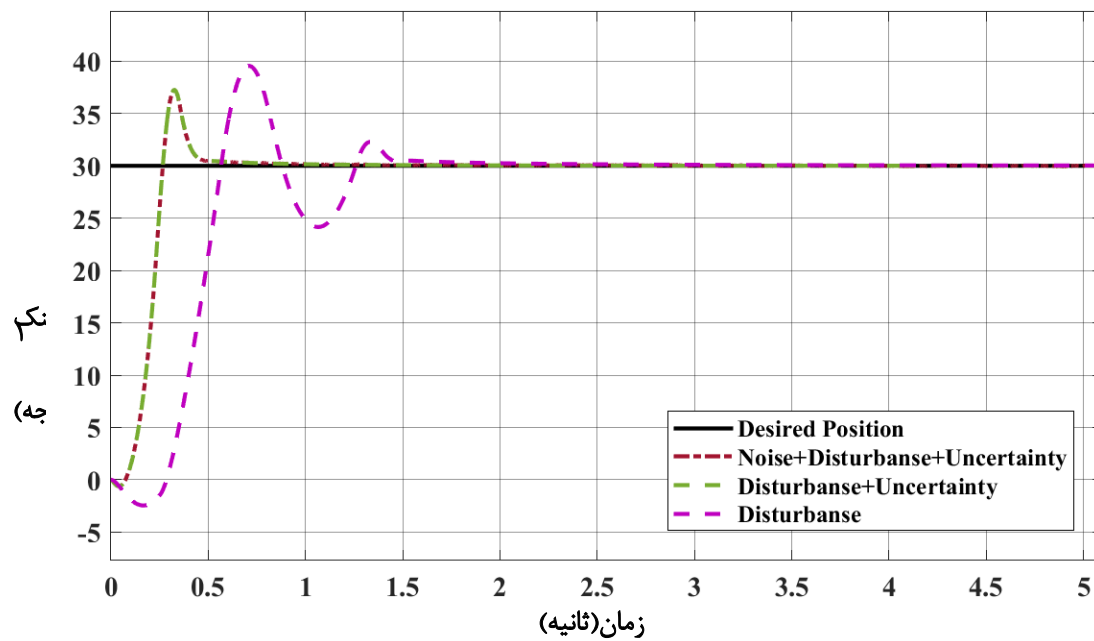


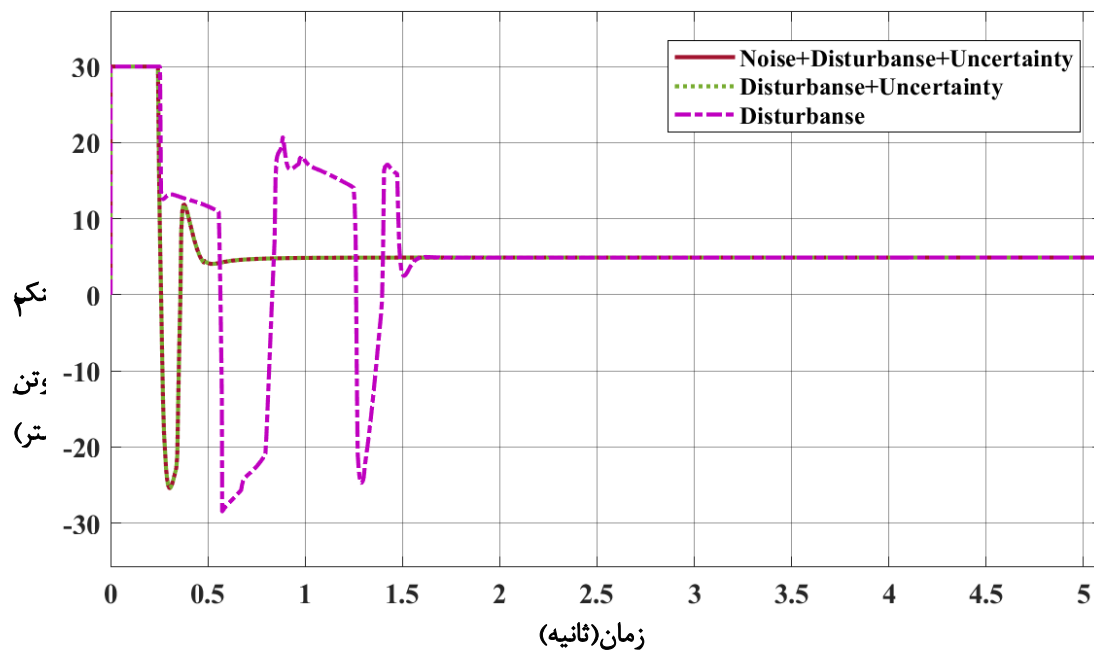
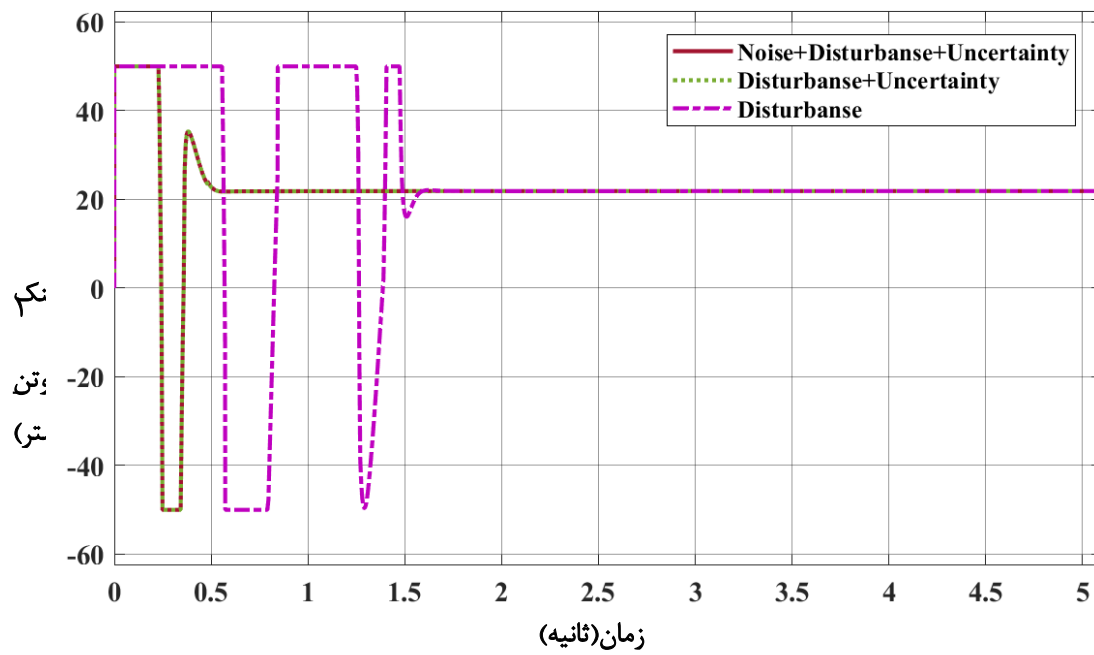


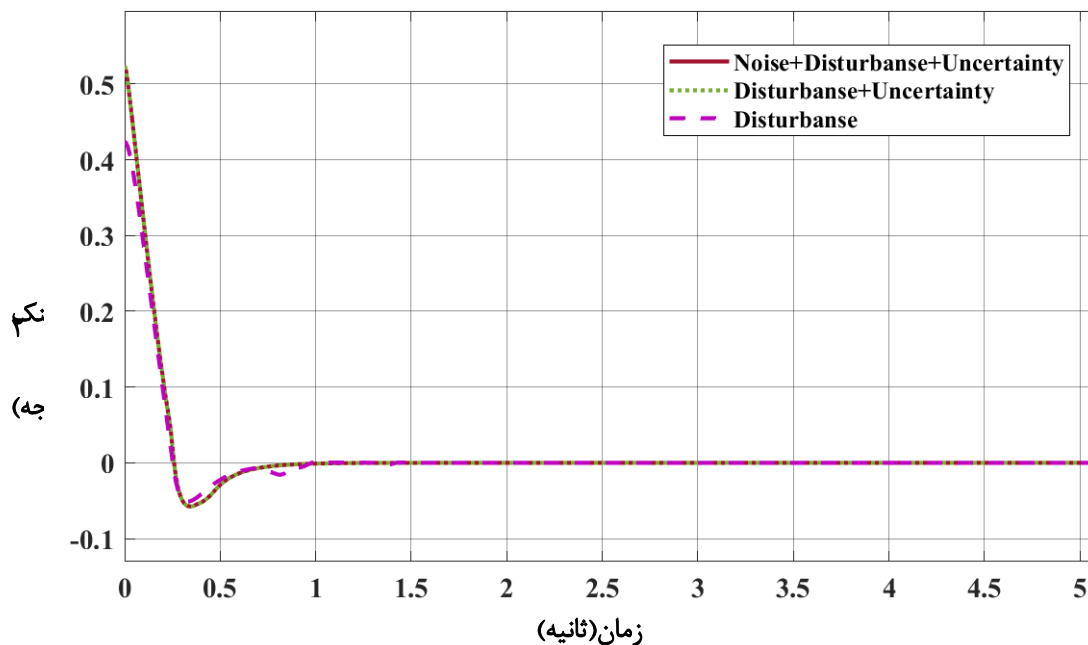
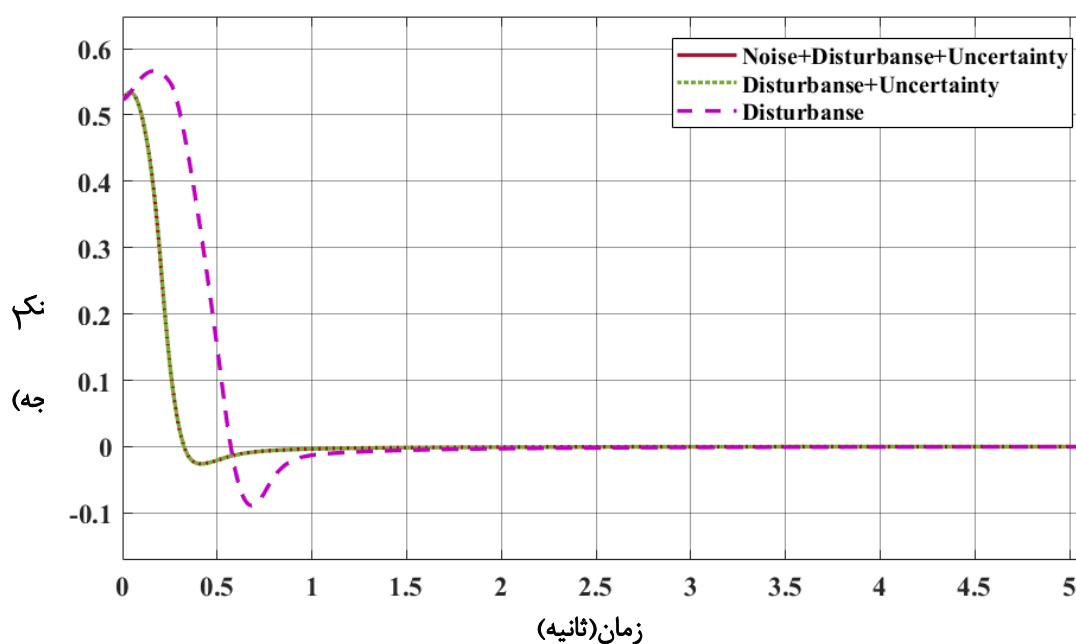


شکل ۴-۳. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل کننده تناسبی-مشتق-گیر-انتگرال گیر در حالت دستیابی به نقطه مطلوب $q = 30$ درجه

در شکل ۴-۴، نتایج مربوط به رفتار سیستم با اعمال کنترل کننده ارائه شده در مرجع [۳۹] مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به شکل، لینک ۱ در کمتر از ۲ ثانیه به حالت پایدار رسیده و مقدار خطای حالت ماندگار لینک ۱، ۰,۰۰۱ رادیان می‌باشد. این مقدار معادل ۰,۰۵ درجه است. لینک ۲، در حدود ۱ ثانیه پایدار شده است و خطای حالت ماندگار در حدود ۰,۰۰۱ می‌باشد.

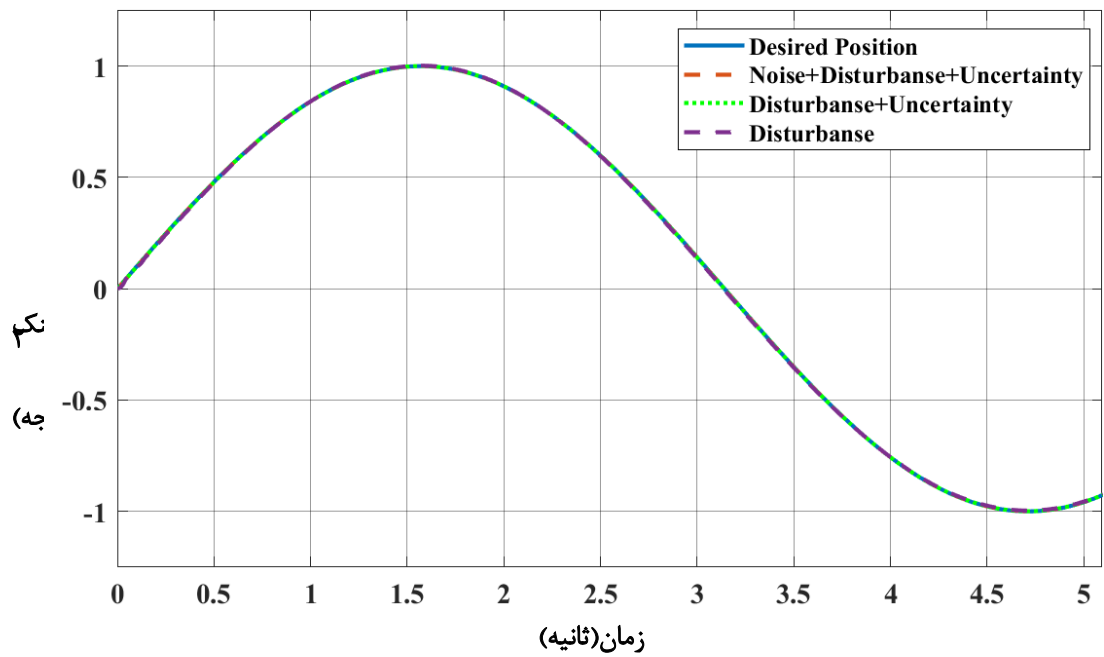
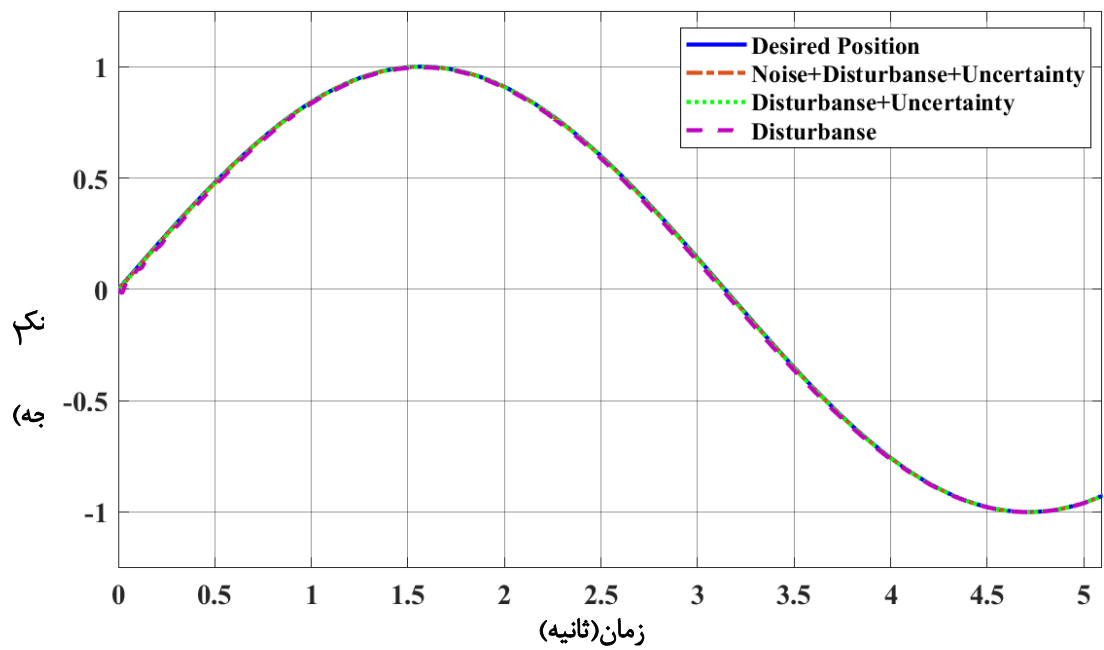


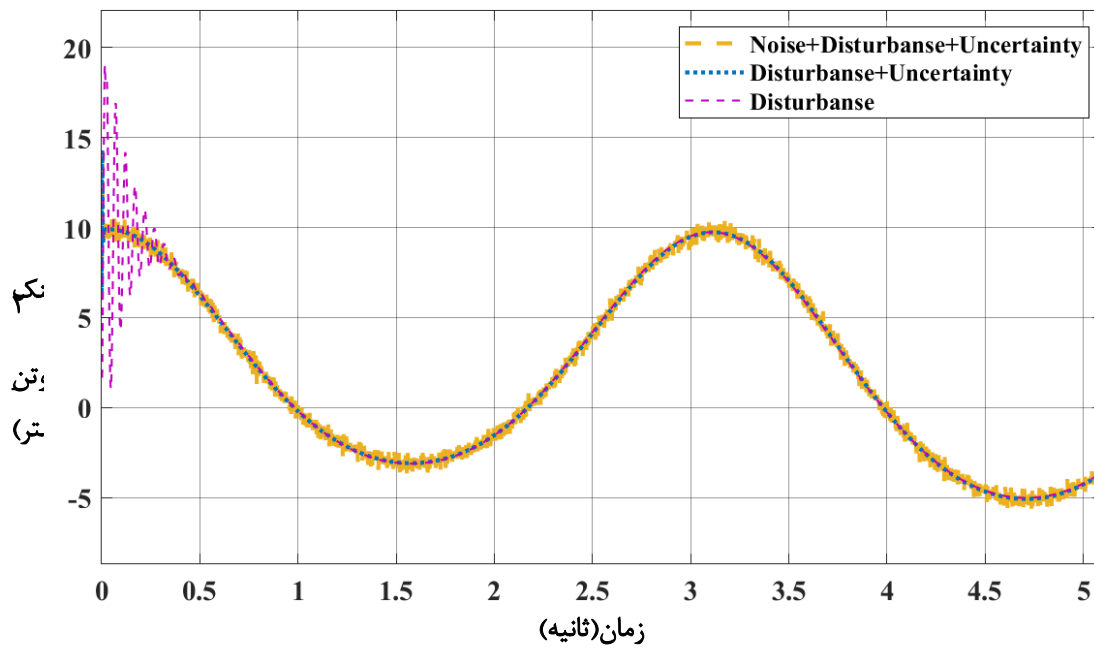
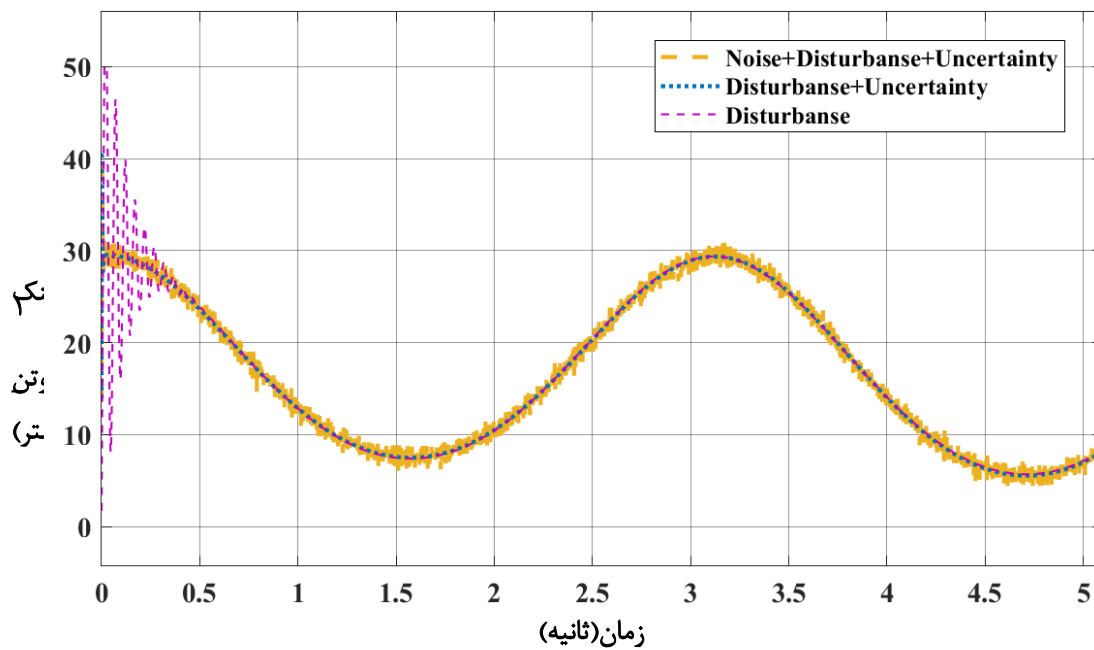


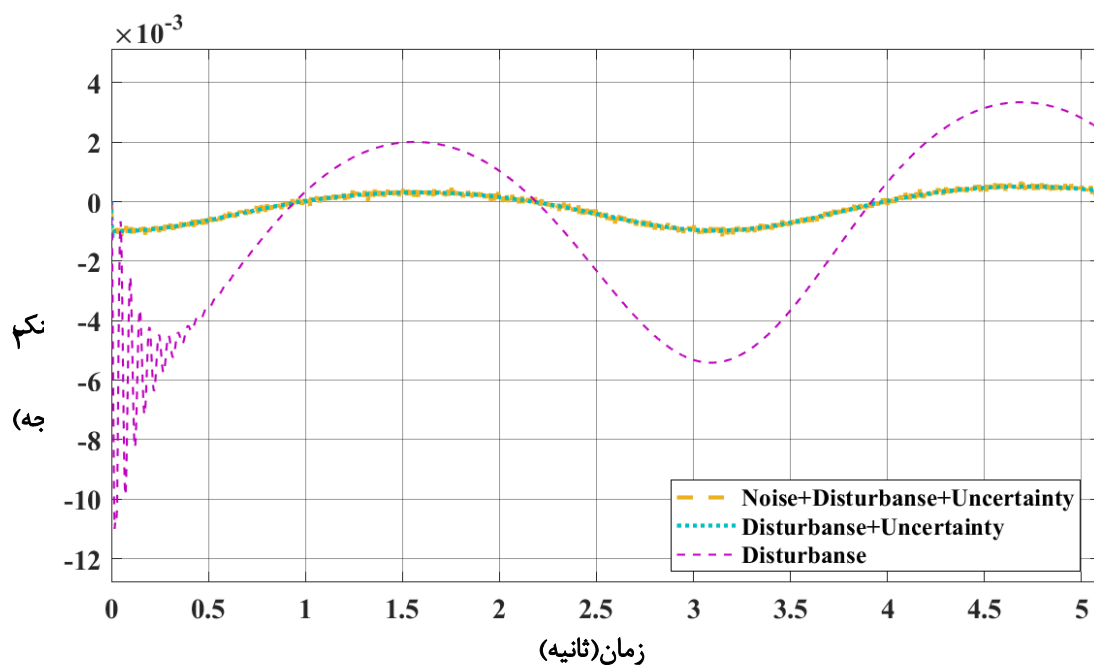
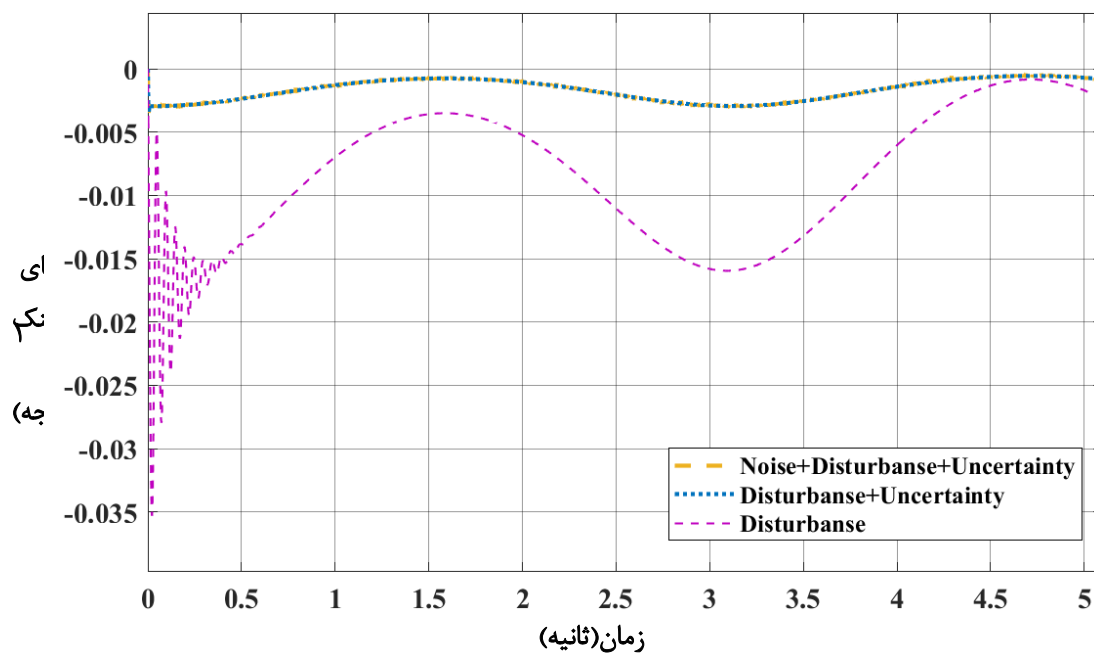


شکل ۴-۴. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده مرتبه کسری مودلفزشی مرتبه اول ارائه شده در مرجع در حالت دستیابی به نقطه مطلوب $q = 30$ درجه

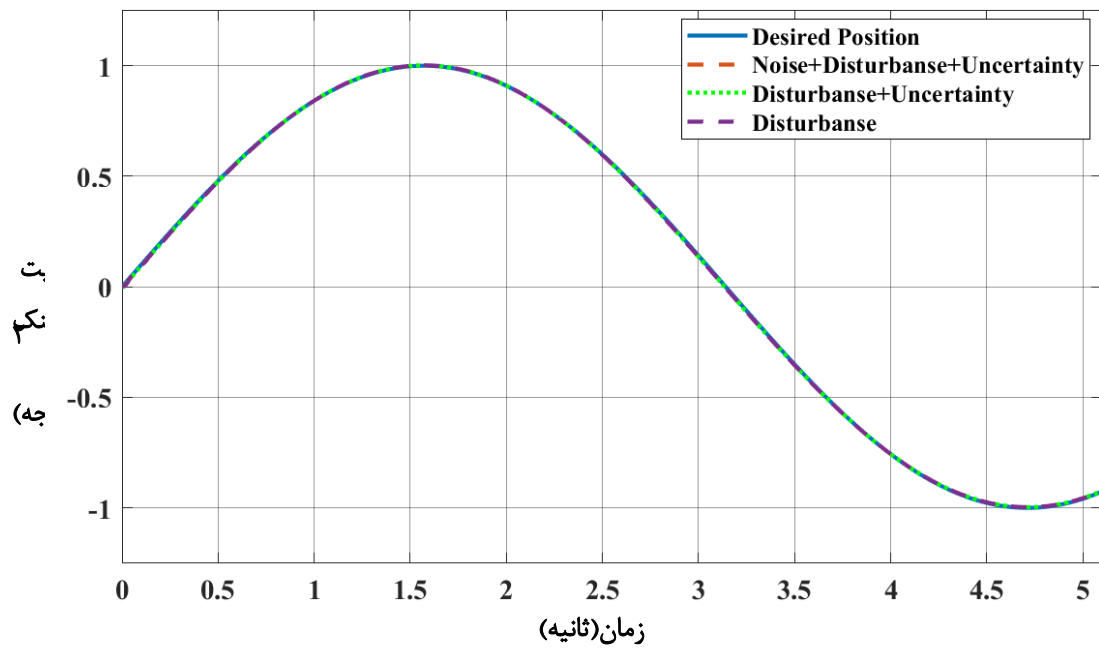
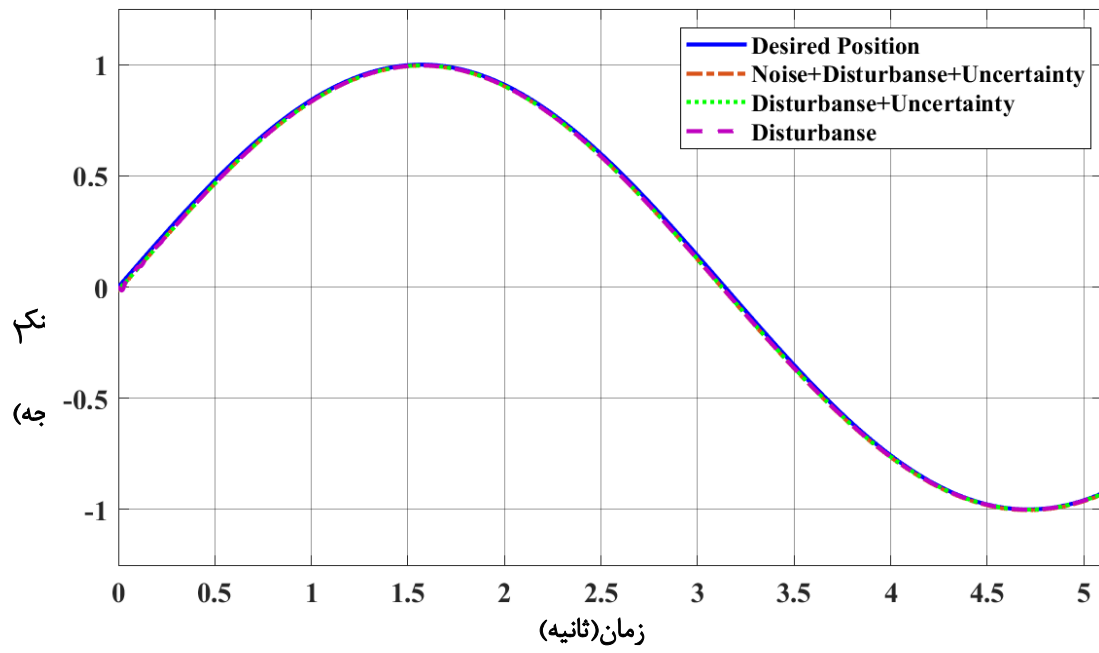
در ادامه به بررسی رفتارسیستم در حالت ردیابی مسیر سینوسی پرداخته شده‌است. در این حالت ابتدا مطابق شکل ۴-۵ و شکل ۴-۶، با اعمال کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر و همچنین کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر-انتگرال‌گیر ربات ردیابی مسیر سینوسی را به‌خوبی انجام داده‌است و خطای حالت ماندگار با گذشت زمان به سمت صفر میل می‌کند. جریات مربوط به مقادیر خطا در جدول ۴-۳ بیان شده‌است.

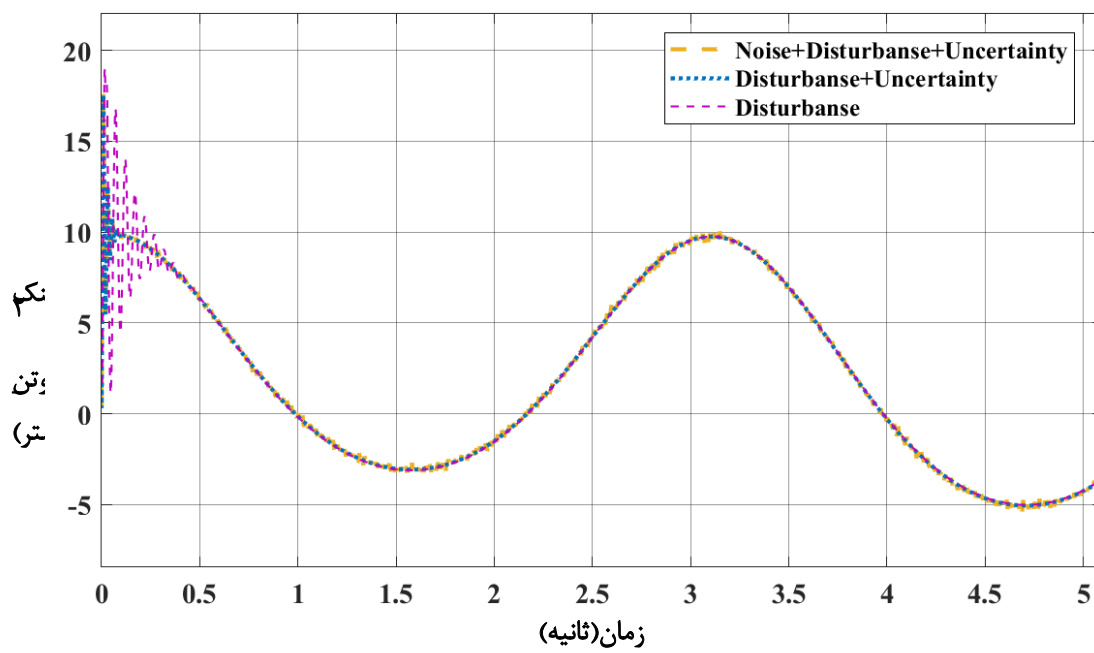
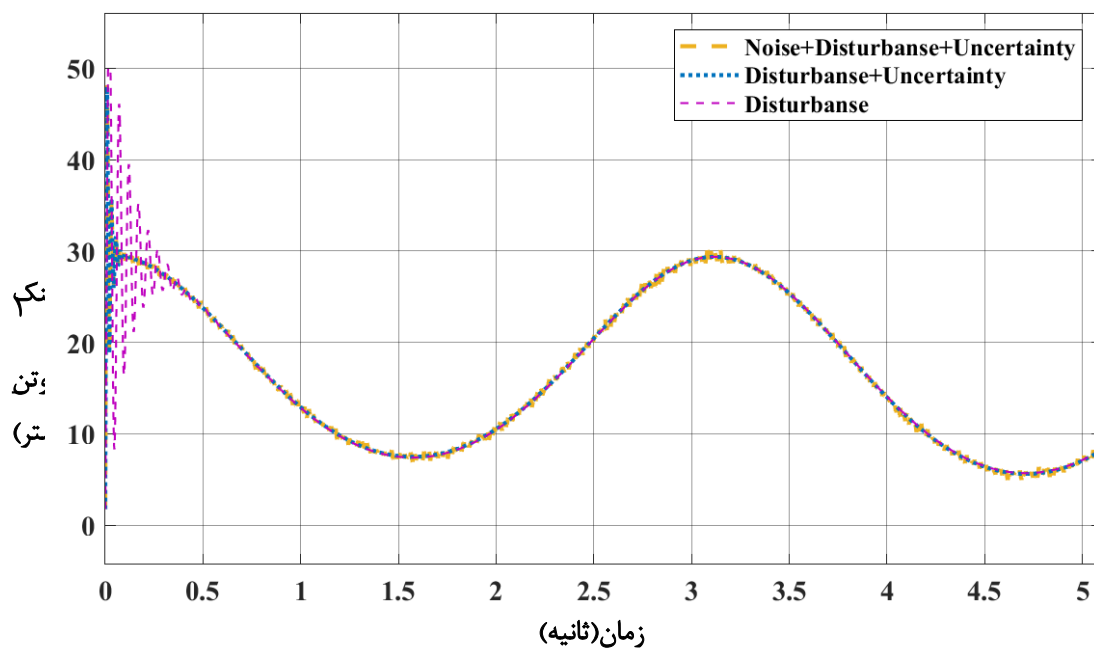


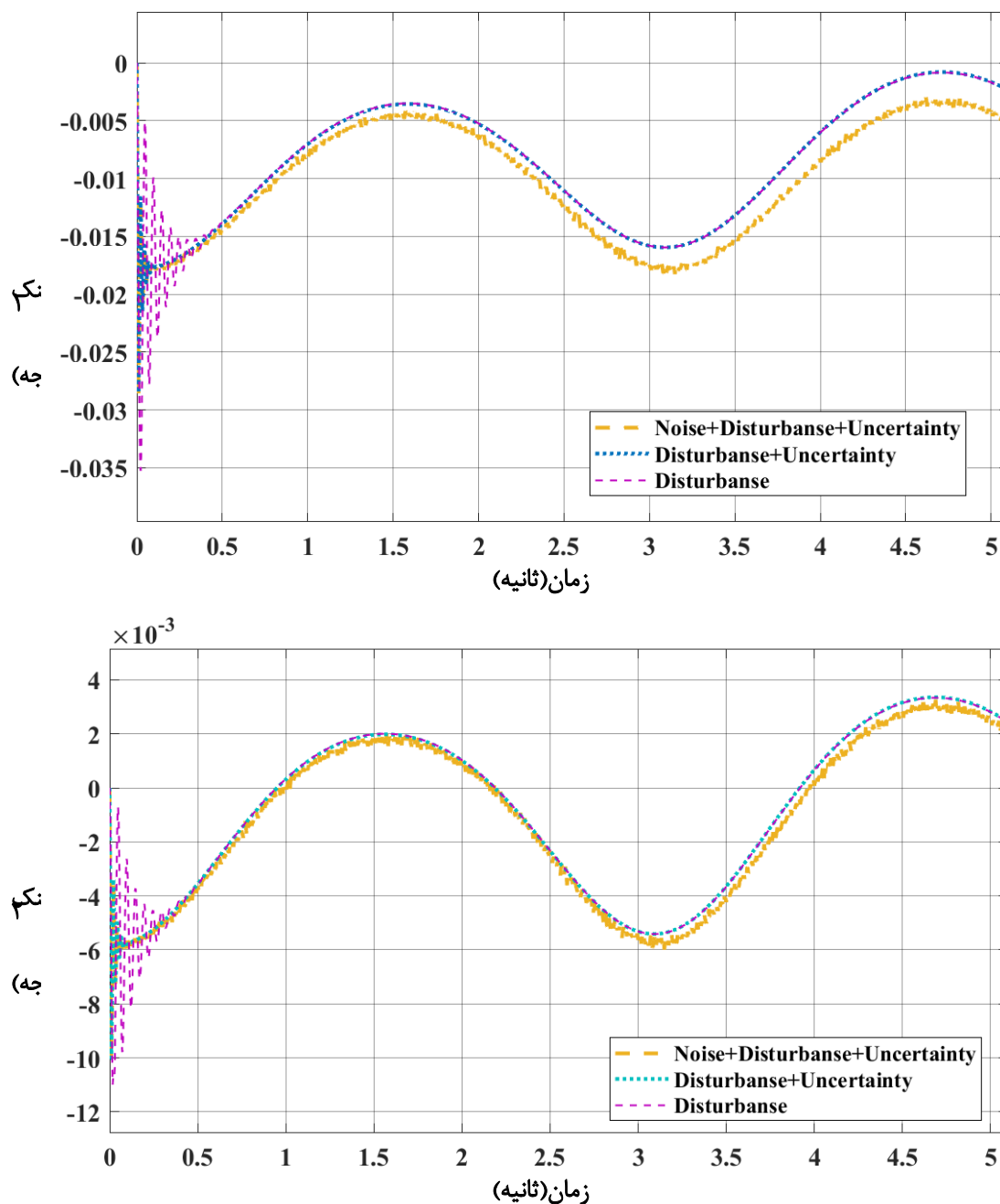




شکل ۴-۵. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر در حالت ردیابی مسیر سینوسی

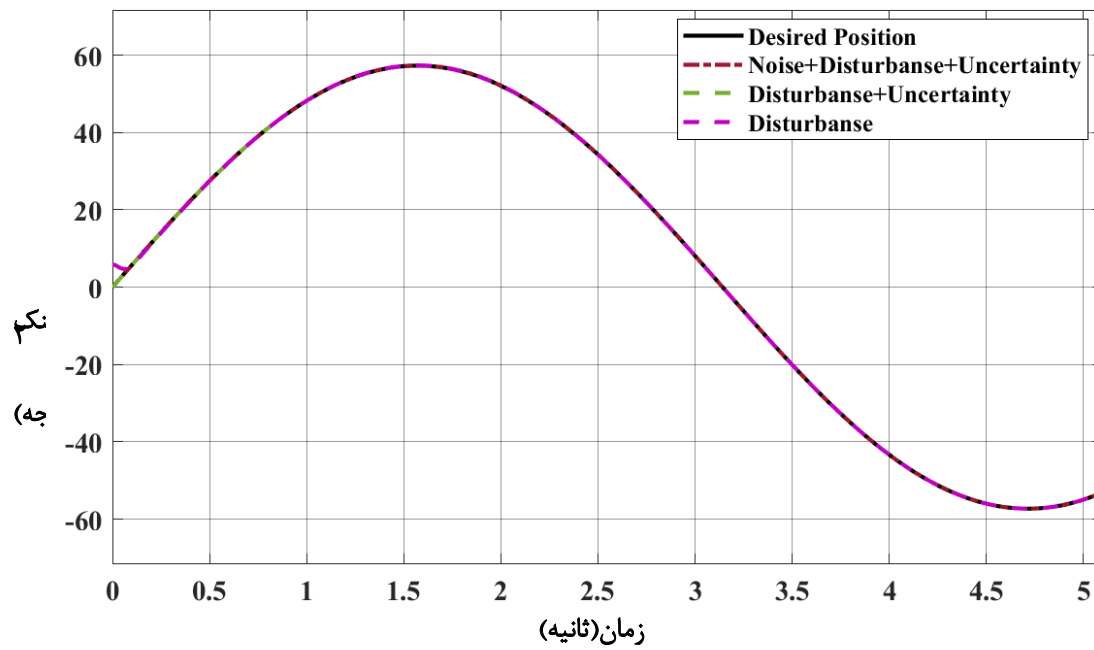
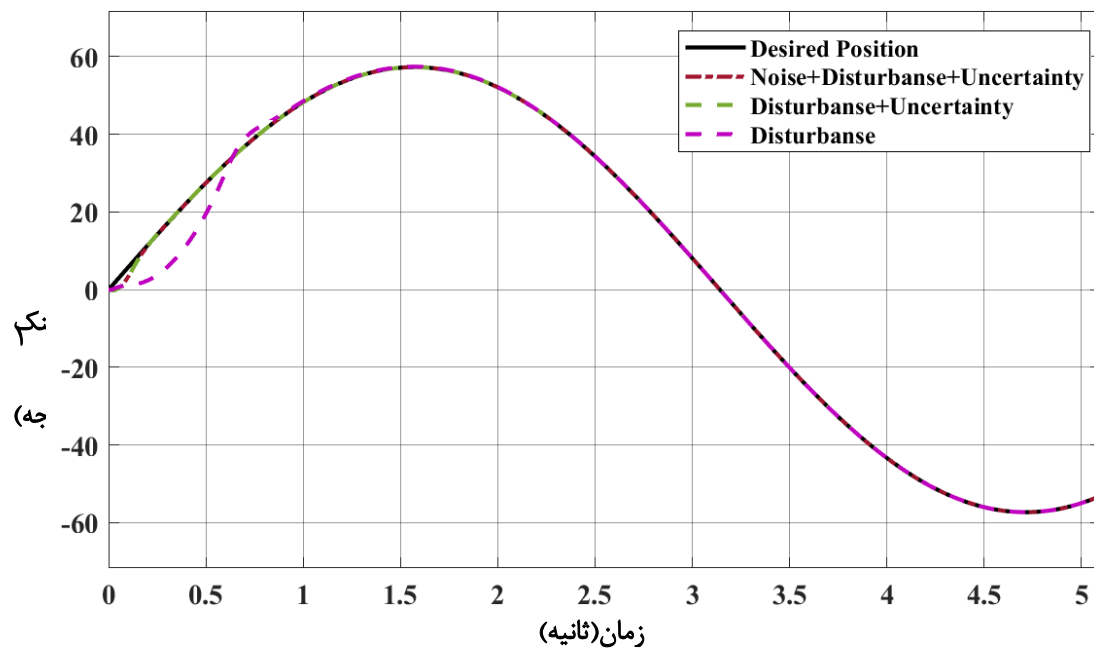


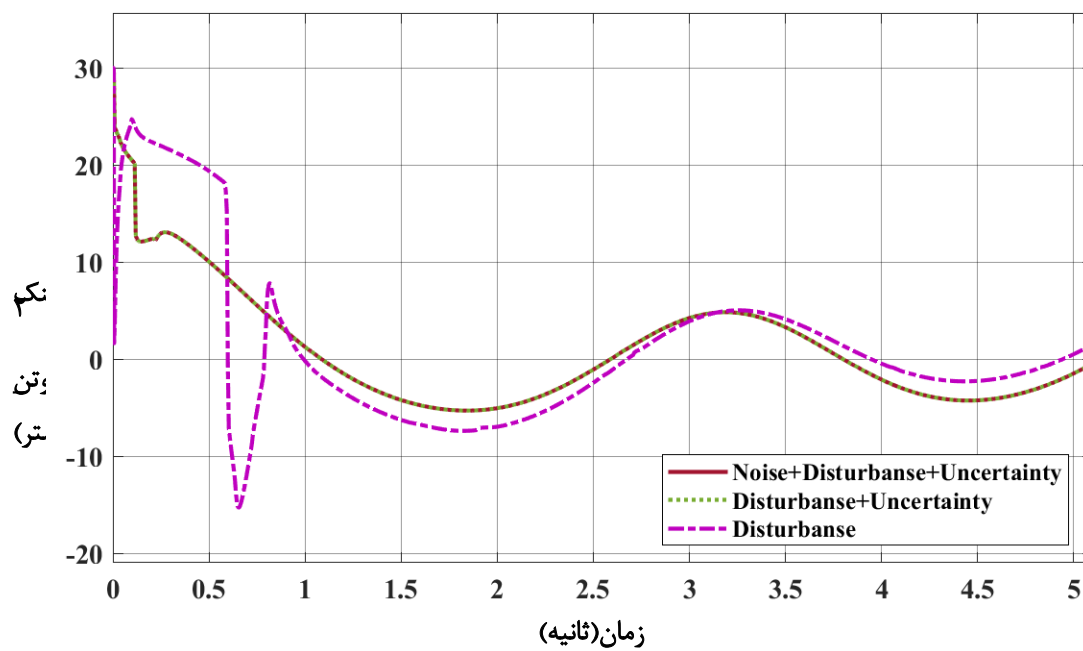
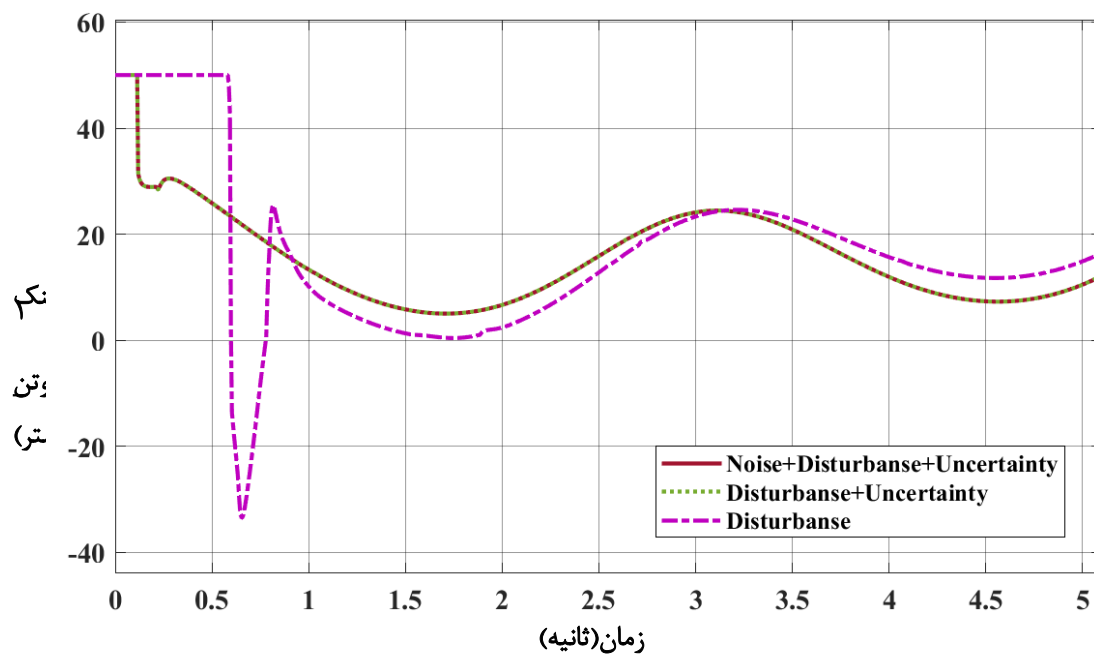


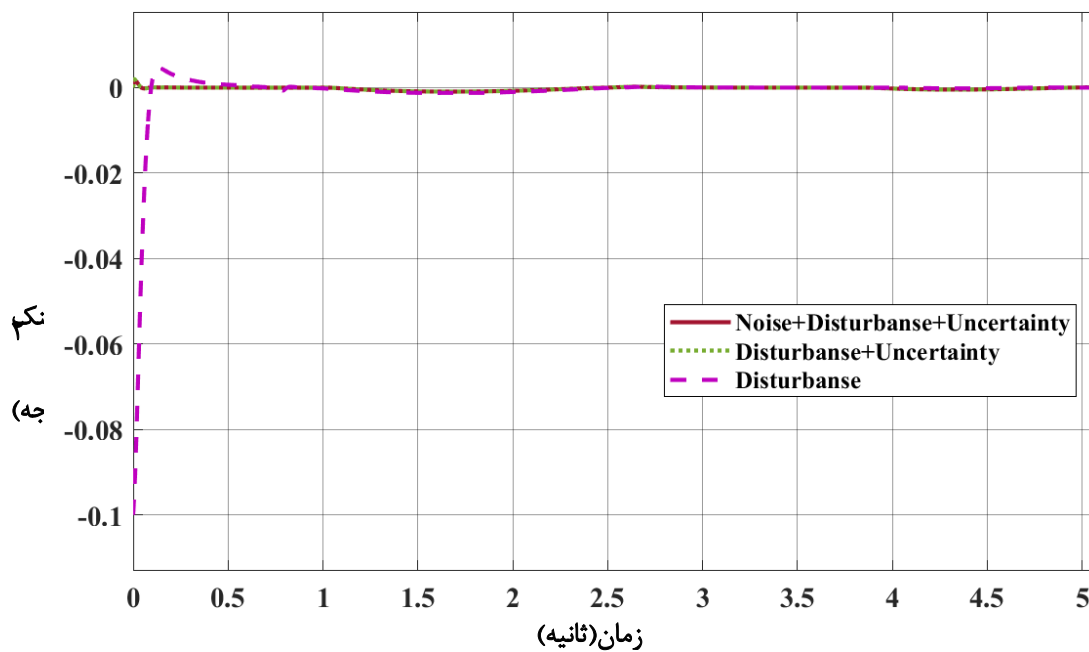
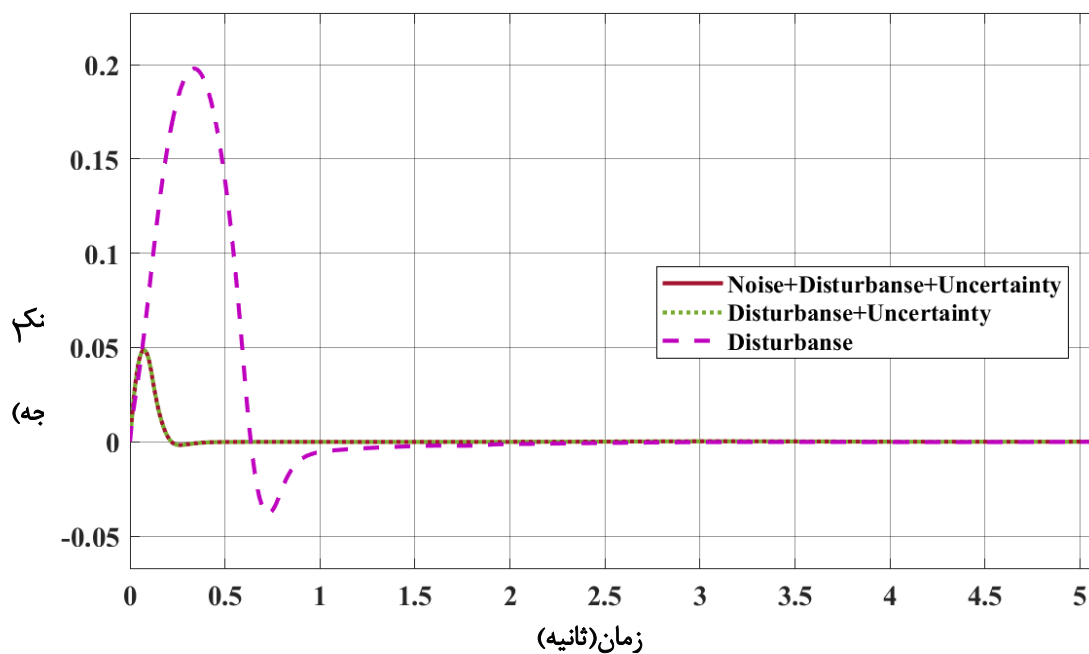


شکل ۴-۶. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر-انتگرال‌گیر در حالت ردیابی مسیر سینوسی

در شکل ۴-۷، نتایج مربوط به کنترل‌کننده مودل‌گزشی مورتابه اول کسری ارائه‌شده در مرجع [۳۹] بیان شده‌است. لینک ۱ در کمتر از ۱ ثانیه بر مسیر سینوسی منطبق شده و مقدار خطای حالت ماندگار در محدوده‌ی 0.005 و -0.005 قرار گرفته‌است. لینک ۲ در کمتر از 0.2 ثانیه بر مسیر حرکت منطبق شده و خطای حالت ماندگار در محدوده‌ی 0.005 و -0.005 قرار گرفته‌است.







شکل ۴-۷. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده مرتبه کسری مودلغزشی مرتبه اول ارائه شده در مرجع در حالت ردیابی مسیر سینوسی

بطور خلاصه نتایج مربوط به کنترل‌کننده مرجع [۳۹]، کنترل‌کننده PID و کنترل‌کننده PD در جدول ۴-۳ ارائه شده است. رفتار سیستم در ادامه قابل مشاهده می‌باشد.

جدول ۳-۴. محدوده‌ی خطای حالت ماندگار

شماره لینک	ضرایب	خطای حالت ماندگار
۱	کنترل کننده مرجع [۳۹]	$(-0.03, 0.03)$
	کنترل کننده PID	$(-0.1, 0.1)$
	کنترل کننده PD	$(-0.1, 0.1)$
	کنترل کننده پیشنهادی	$(-1.5, 2.5) \times 10^{-3}$
۲	کنترل کننده مرجع [۳۹]	$(-0.02, 0.02)$
	کنترل کننده PID	$(-5, 5) \times 10^{-3}$
	کنترل کننده PD	$(-0.1, 0.1)$
	کنترل کننده پیشنهادی	$(-5, 5) \times 10^{-4}$

در ادامه نتایج به منظور بررسی عملکرد سیستم در شرایط مشابه به مرجع [۳۹] پارامترهای فیزیکی و هندسی مربوط به ربات مورد بررسی نیز مطابق جدول ۱-۲ در نظر گرفته شده‌است و مقدار g در همه‌ی محاسبات ۹٫۸۱ متر بر مجذور ثانیه لحاظ شده‌است. لازم به ذکر است که مقدار شرایط اولیه موقعیت در این بخش، $[0, 0]^T$ رادیان می‌باشد. همچنین اغتشاشات در سیستم به صورت تابع سینوسی با دامنه ۱ و فرکانس π در مدل سیستم به صورت گشتاور τ_d لحاظ شده‌است. به منظور بررسی عملکرد سیستم حلقه بسته در حضور نویز با اعمال نویز سفید کران‌دار^۱ در هر دو مفصل ربات با مشخصات توان 4×10^{-8} و نرخ نمونه برداری ۰٫۰۰۱ مورد بررسی قرار گرفته‌است. نویز از یک فیلتر $\frac{1}{0.1s + 1}$ نیز عبور می‌کند. این شرایط به‌همراه مسیر ردیابی طراحی شده متناسب با جدول ۴-۴ به منظور قیاس عملکرد کنترل کننده طراحی شده با مطالعات اخیر در مرجع [۳۹] بوده‌است و با شرایط مورد مطالعه در آن مطابقت دارد. شماتیک مربوط به کنترل کننده طراحی شده در این مرجع در شکل ۴-۱ قابل مشاهده‌است. طراحی مسیر به‌صورتی انجام شده‌است که شامل چهار قسمت بوده که هر قسمت از یک معادله‌ی مرتبه پنج^۲ مجزا پیروی می‌کنند. برای طراحی مسیر سرعت و شتاب اولیه و نهایی مربوط به هر قسمت مسیر برابر صفر در نظر گرفته شده‌است. روش حل معادله مربوط به طراحی مسیر در بخش پیوست آمده‌است.

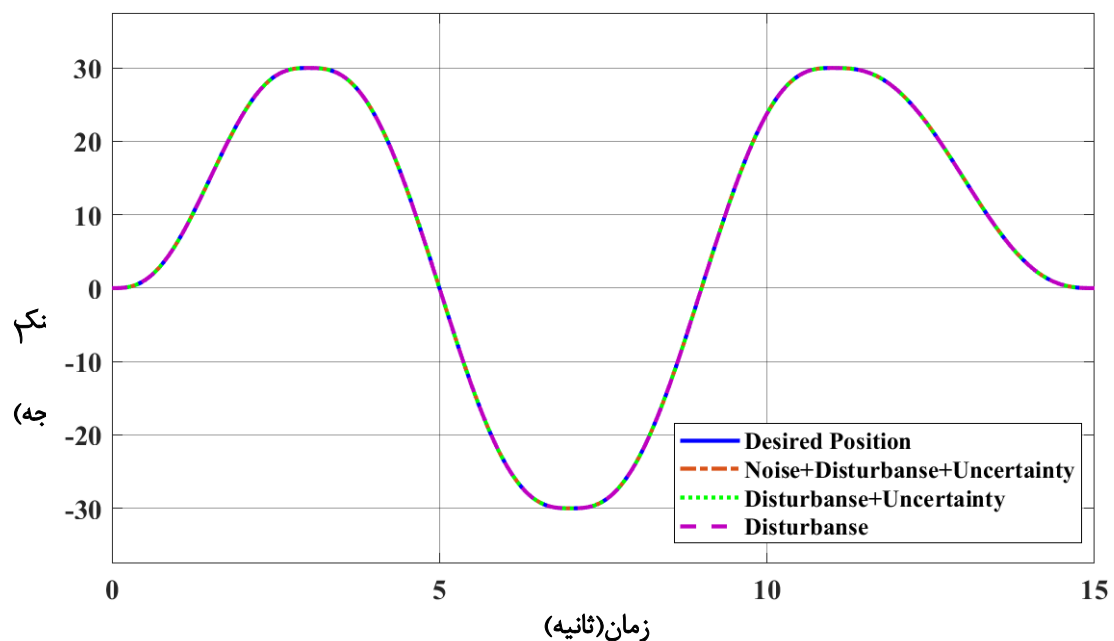
^۱ Band-Limited White Noise

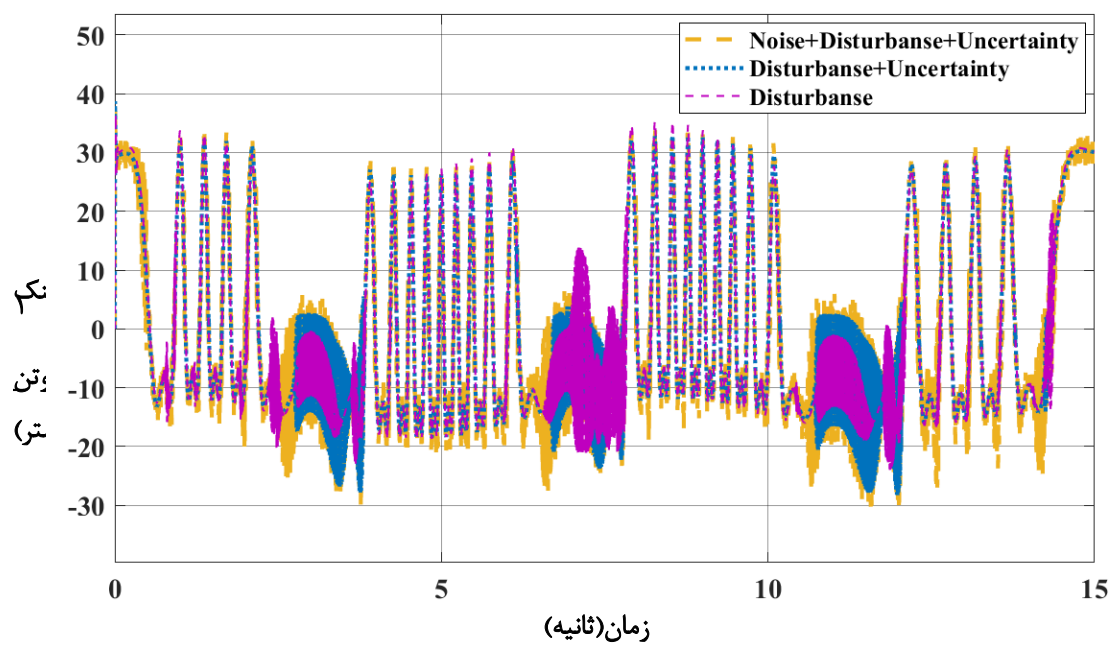
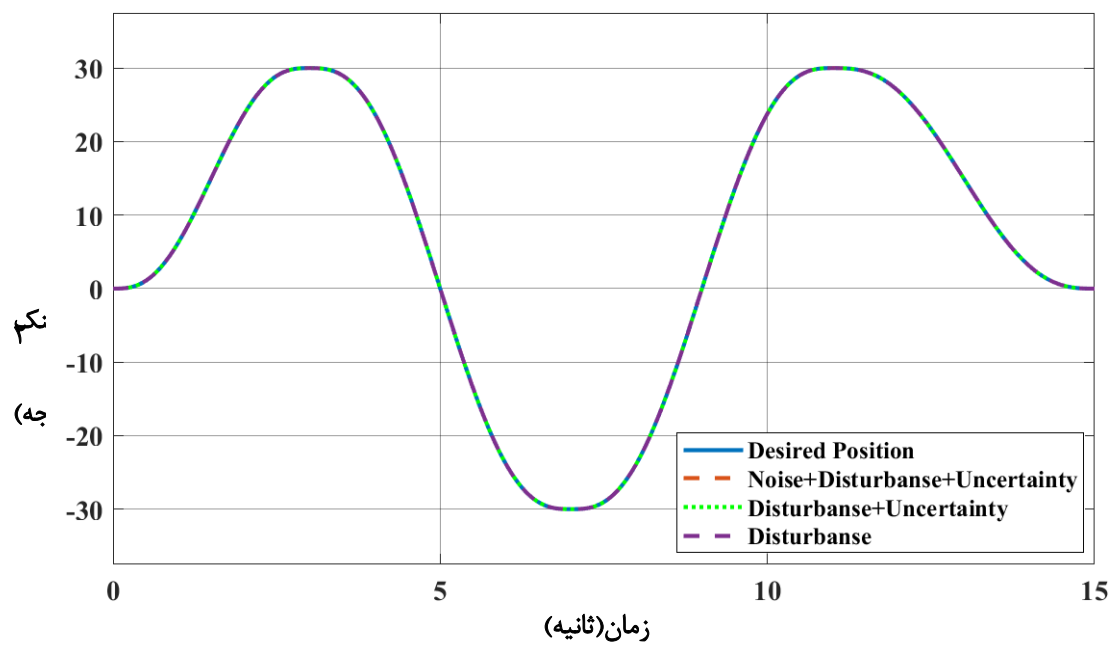
^۲ Quintic Trajectory

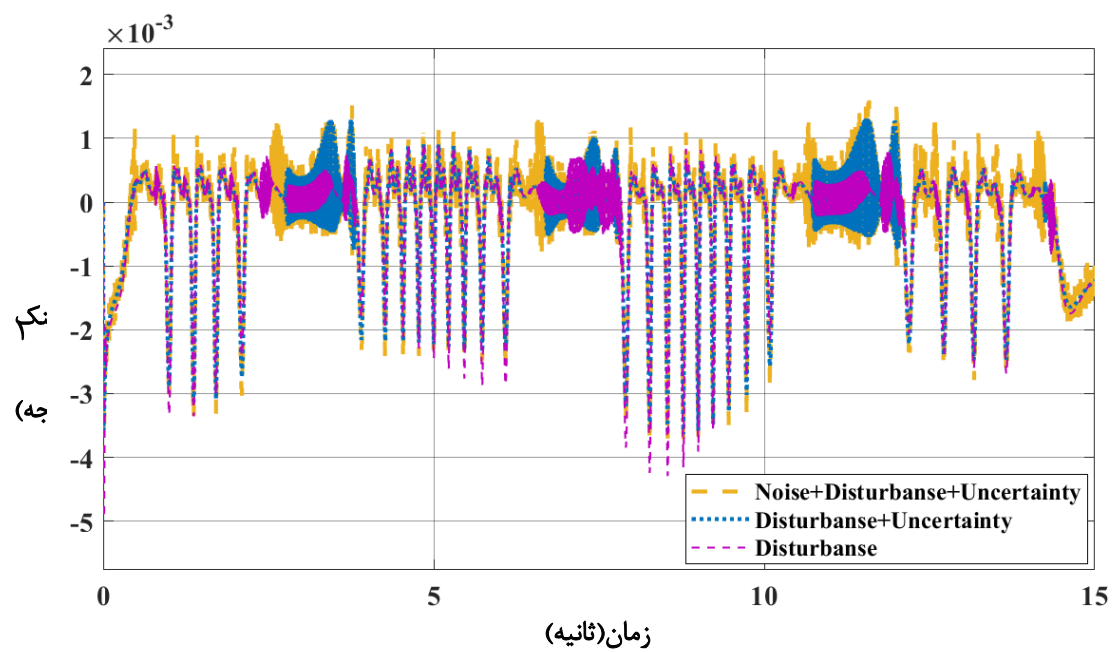
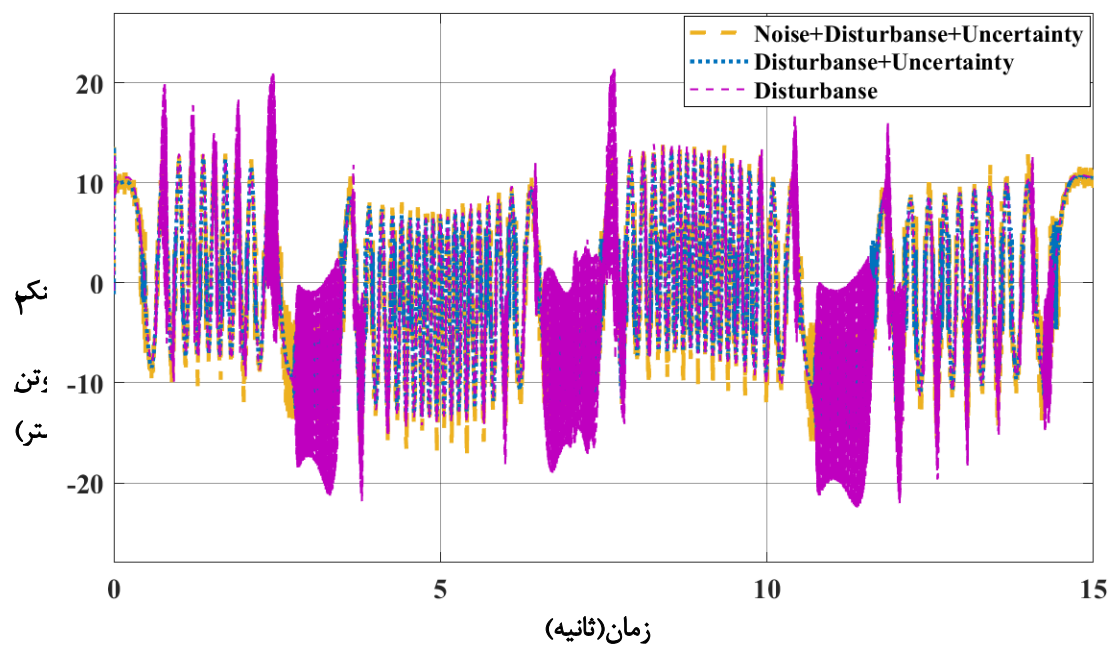
جدول ۴-۴. مقادیر ابتدا و انتهای هر قسمت از مسیر مطلوب طراحی شده

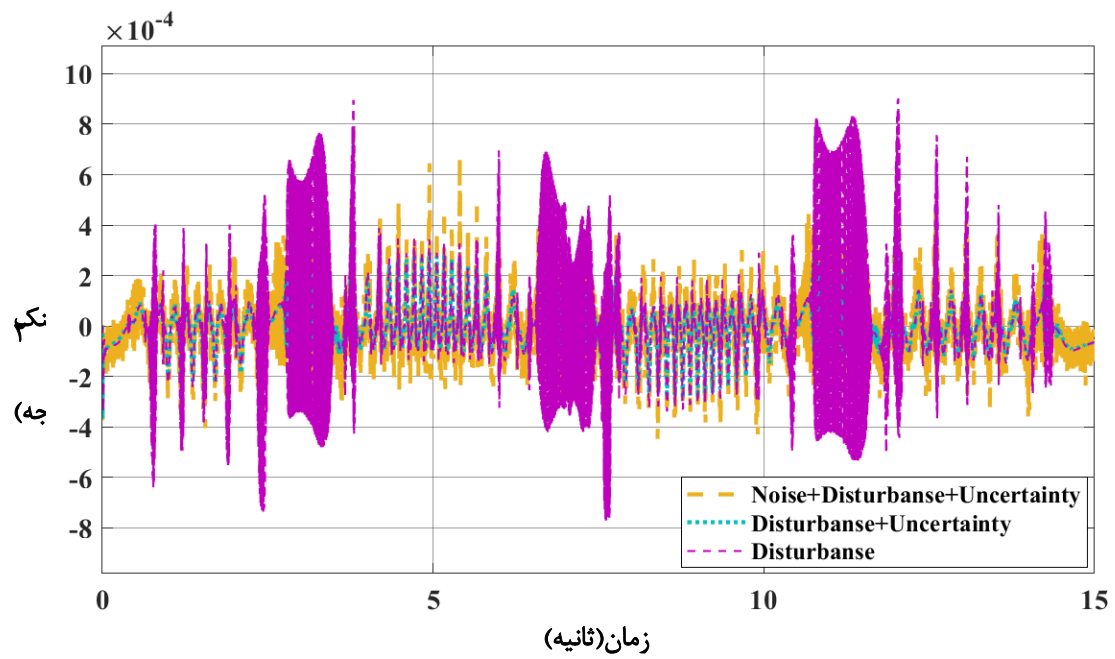
شماره لینک	زمان (ثانیه)	موقعیت (درجه)
۱	۰	۰
	۳	۳۰
	۷	-۳۰
	۱۱	۳۰
	۱۵	۰
۲	۰	۰
	۳	۳۰
	۷	-۳۰
	۱۱	۳۰
	۱۵	۰

با توجه به شکل می‌توان مشاهده کرد که در طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی، مقدار خطای لینک ۱ در حالت ماندگار در محدوده $(-4, 2) \times 10^{-3}$ و برای لینک دوم خطای حالت ماندگار در محدوده $(-8, 8) \times 10^{-4}$ می‌باشد. این نتایج برای کنترل‌کننده PID برای لینک ۱ در محدوده $(-0.2, 0.1)$ و برای لینک دوم در محدوده $(-7, 7) \times 10^{-3}$ می‌باشد. لازم به ذکر است که عدم قطعیت‌ها و نامعینی‌های مدل در سه حالت به صورت تصادفی در نظر گرفته شده‌اند.

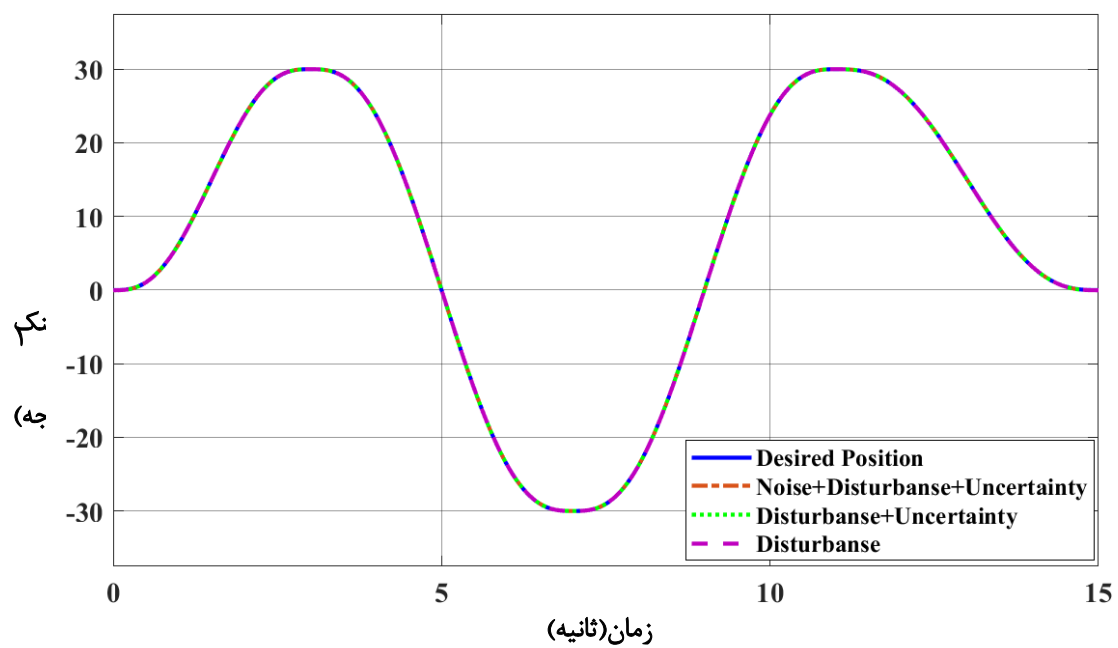


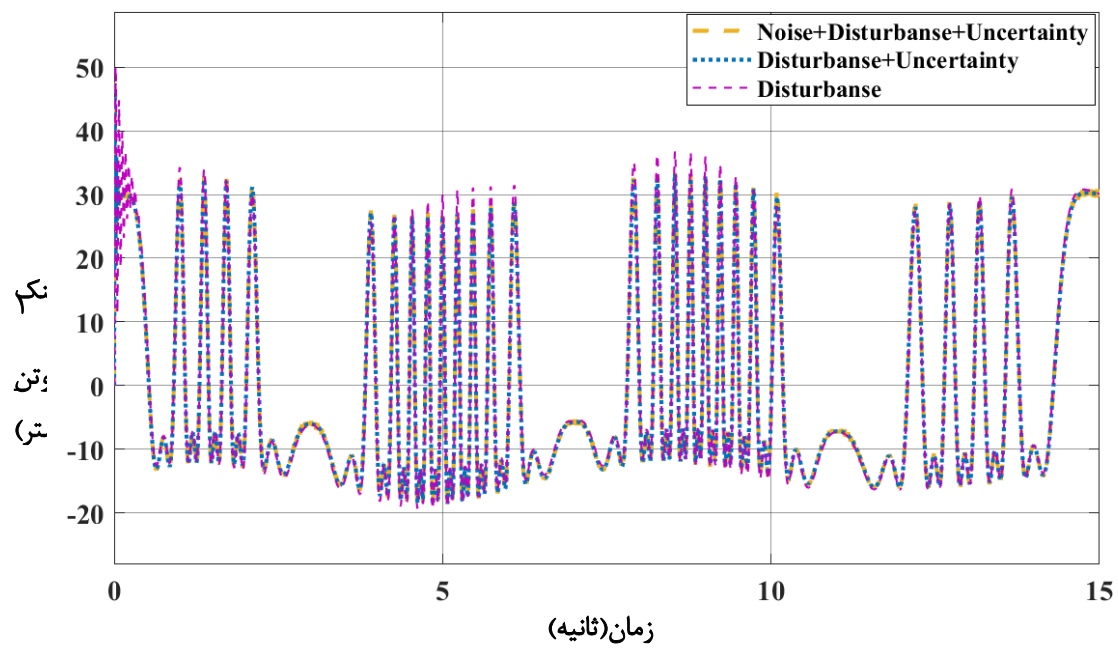
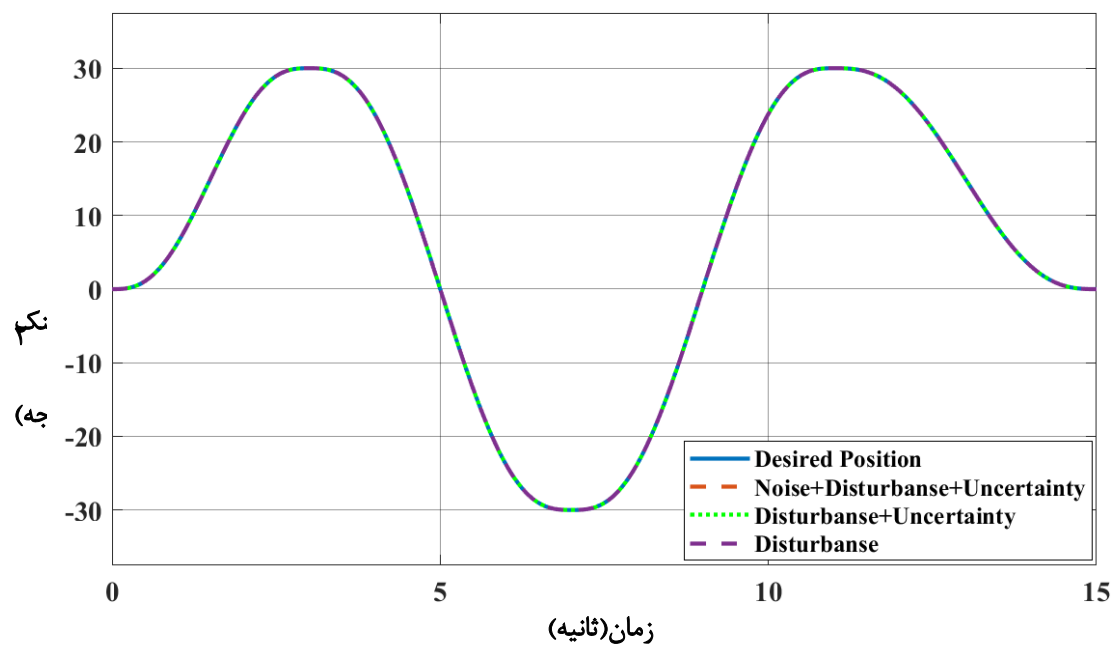


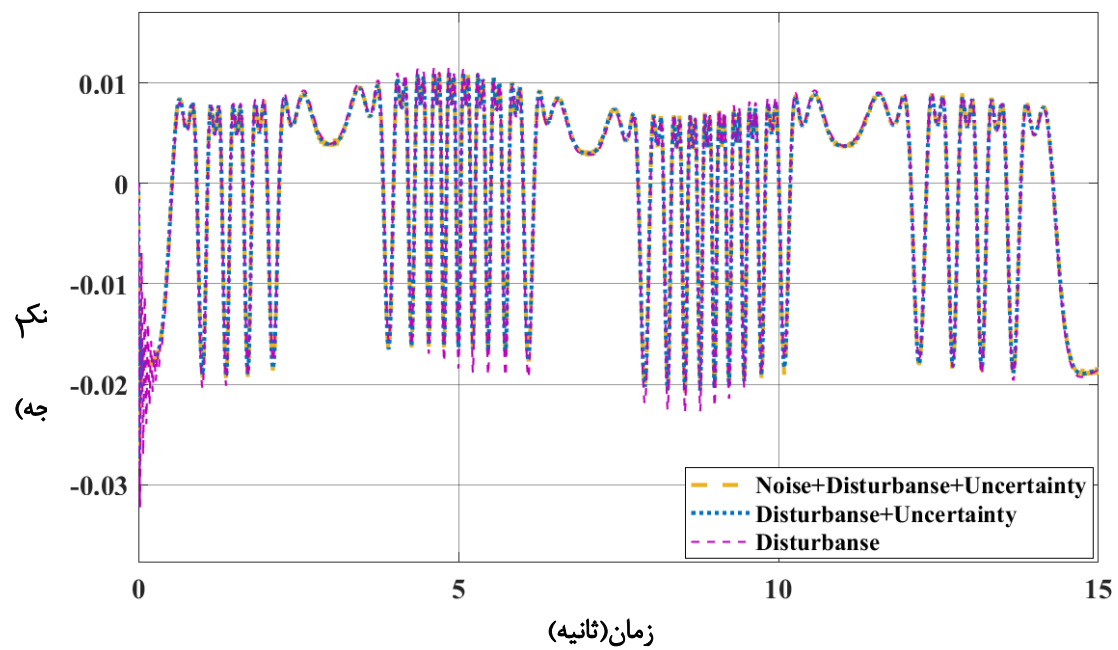
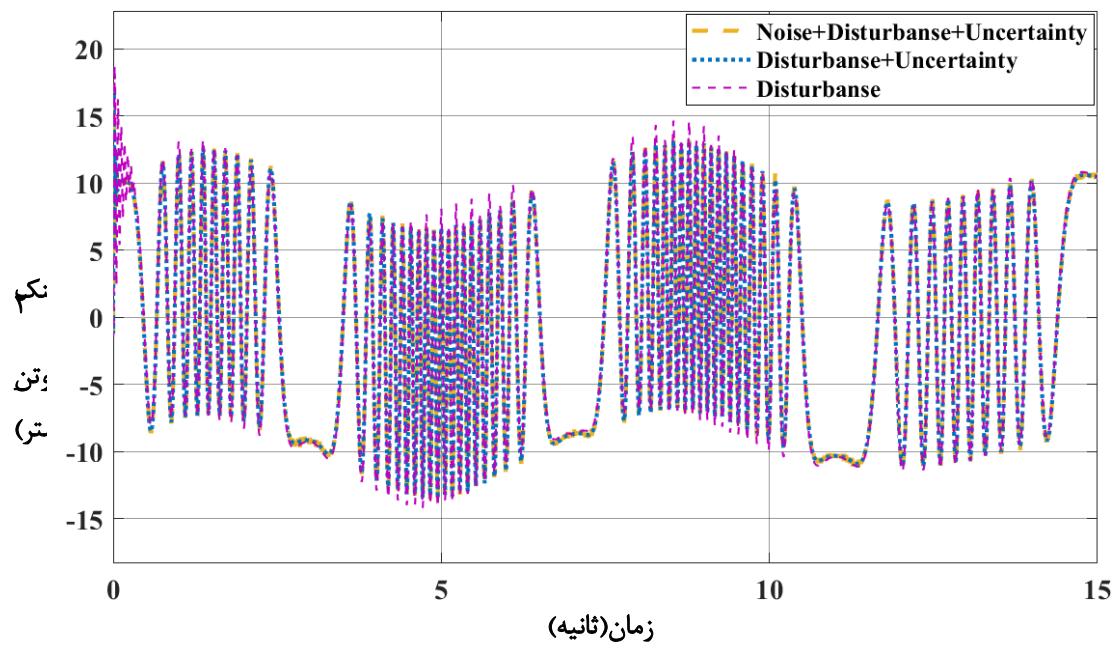


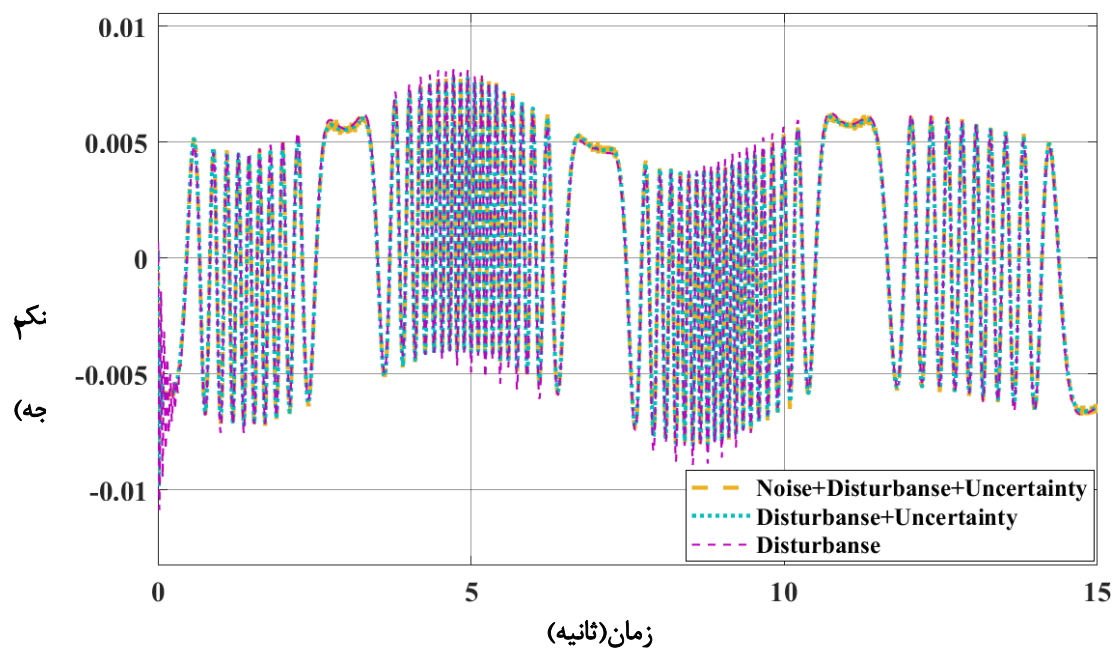


شکل ۴-۸. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده مرتبه کسری مدل‌غزشی مرتبه بالا پیشنهادی در حالت ردیابی مسیر مرتبه پنج









شکل ۴-۹. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر-انتگرال‌گیر در حالت ردیابی مسیر درجه پنج

نتایج مربوط به ردیابی مسیر مرتبه پنج بطور خلاصه در جدول ۴-۵ قابل مشاهده است. بررسی نتایج نشان می‌دهد که نتایج ارائه شده در این تحقیق اختلاف ناچیزی با نتایج ارائه شده در ادبیات موضوع داشته و لذا نتایج ارائه شده در این مقاله دارای اعتبار و صحت می‌باشد.

جدول ۴-۵. محدوده‌ی خطای حالت ماندگار

شماره لینک	ضرایب	خطای حالت ماندگار
۱	کنترل‌کننده مرجع [۳۹]	$(-0.03, 0.03)$
	کنترل‌کننده PID	$(-0.2, 0.1)$
	کنترل‌کننده پیشنهادی	$(-4, 2) \times 10^{-3}$
۲	کنترل‌کننده مرجع [۳۹]	$(-0.02, 0.02)$
	کنترل‌کننده PID	$(-7, 7) \times 10^{-3}$
	کنترل‌کننده پیشنهادی	$(-8, 8) \times 10^{-4}$

۲-۴ تجزیه و تحلیل نتایج شبیه‌سازی

در این بخش به ترتیب، نتایج مربوط به طراحی کنترل‌کننده مودل‌غزشی مرتبه اول کسری مورد بررسی قرار گرفته است، سپس نتایج مربوط به کنترل‌کننده مودل‌غزشی مرتبه بالای کسری بیان گردیده است.

۴-۲-۱ نتایج کنترل کننده به روش مودلغزشی مرتبه اول با استفاده از حسابان

کسری

در این قسمت، ابتدا نتایج کنترل کننده مودلغزشی مرتبه اول کسری با استفاده از قانون دستیابی مودلغزشی ترمینال بیان شده است. به منظور بررسی رفتار سیستم با اعمال کنترل کننده پیشنهادی، رفتار سیستم در دو حالت دستیابی به نقطه مطلوب و ردیابی مسیر، مورد بررسی قرار گرفته است. ضرایب مربوط به کنترل کننده مودلغزشی مرتبه اول در جدول ۴-۶ آورده شده است.

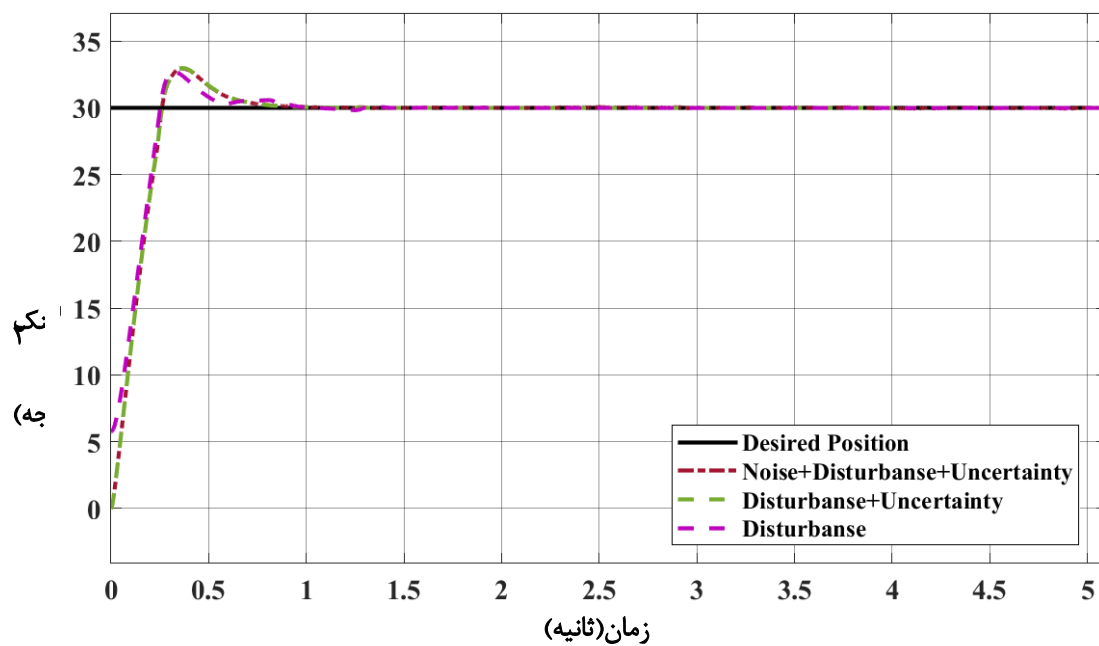
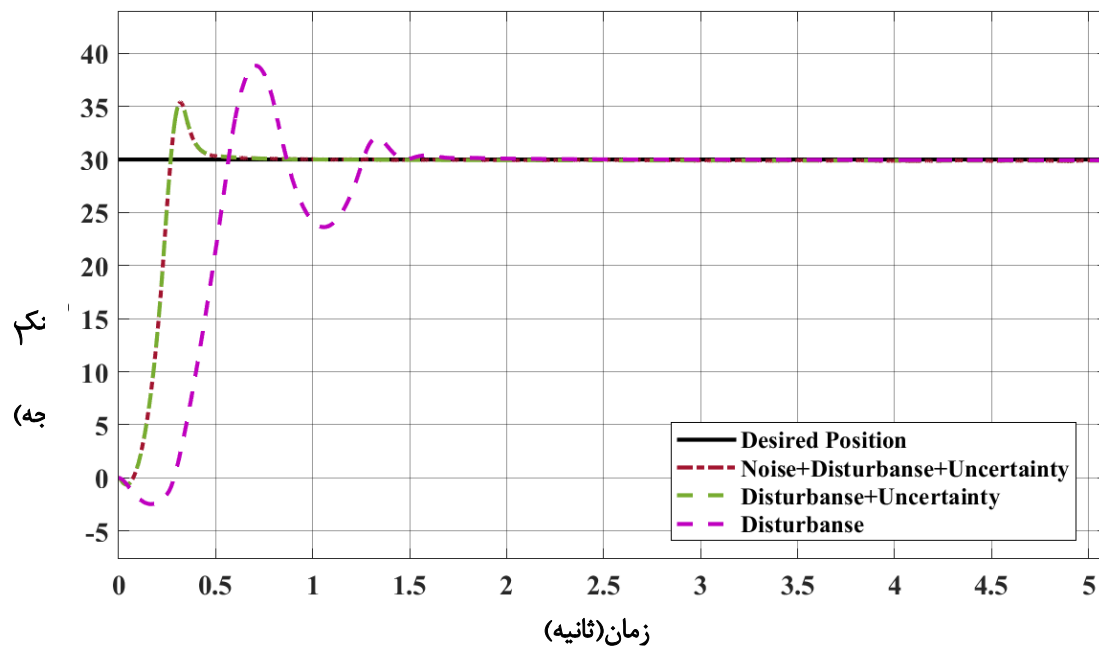
جدول ۴-۶. مقادیر ضرایب کنترل کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه اول کسری

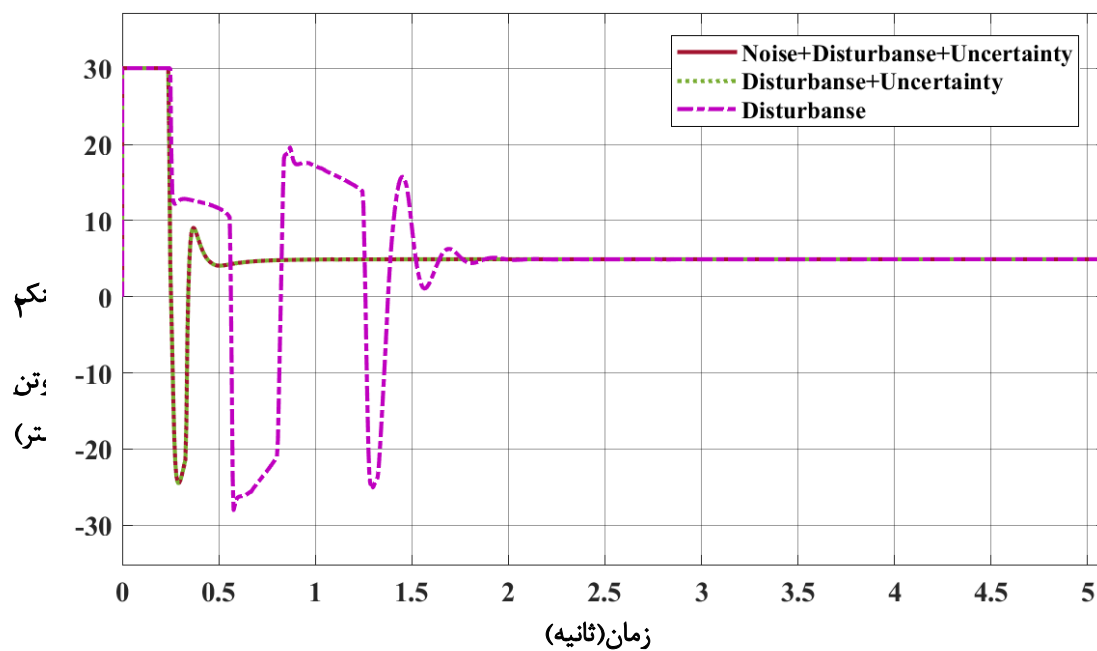
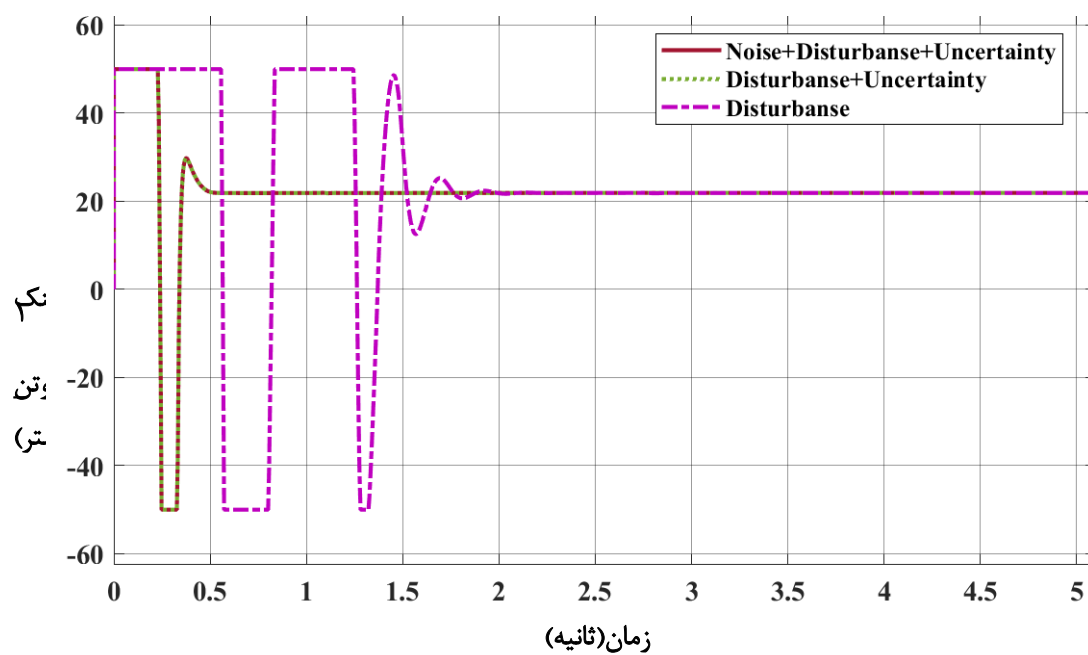
شماره لینک	ضرایب	رسیدن به نقطه مطلوب	ردیابی مسیر
۱	C_1	۰,۰۱	۰,۰۰۱
	β_1	۰,۷	۰,۷
	b	۰,۷	۰,۷
	k_1	۱۰۰	۱۰۰
	k_2	۰,۱	۰,۱
	α_1	۰,۹	۰,۹
۲	C_1	۰,۰۱	۰,۰۰۱
	β_1	۰,۷	۰,۷
	b	۰,۷	۰,۷
	k_1	۱۰۰	۱۰۰
	k_2	۰,۱	۰,۱
	α_1	۰,۹	۰,۹

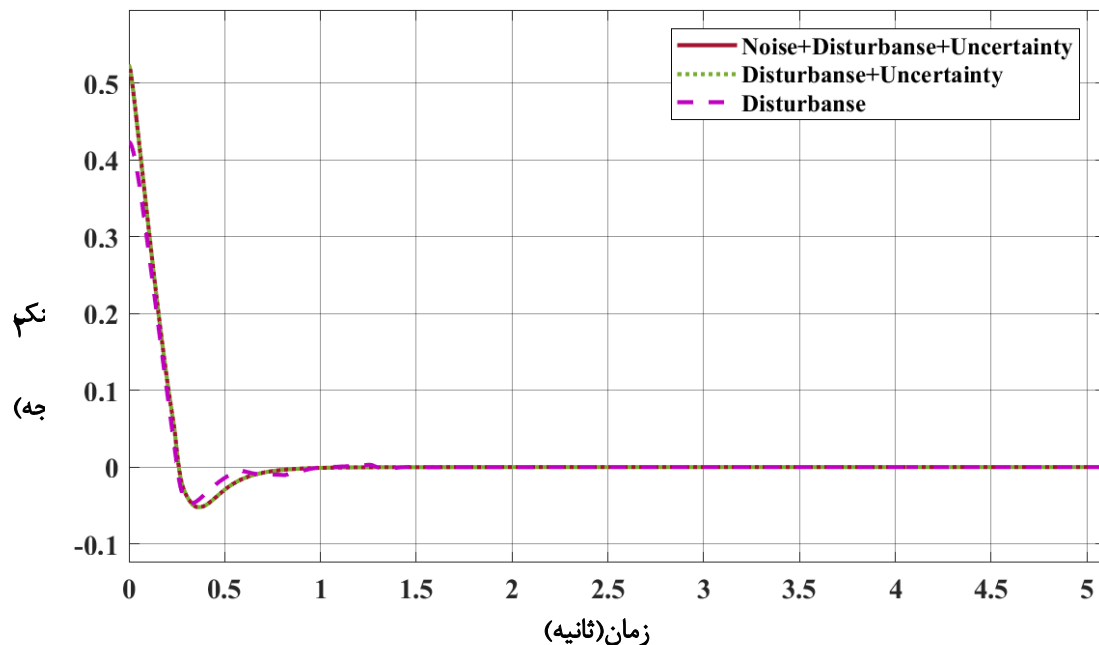
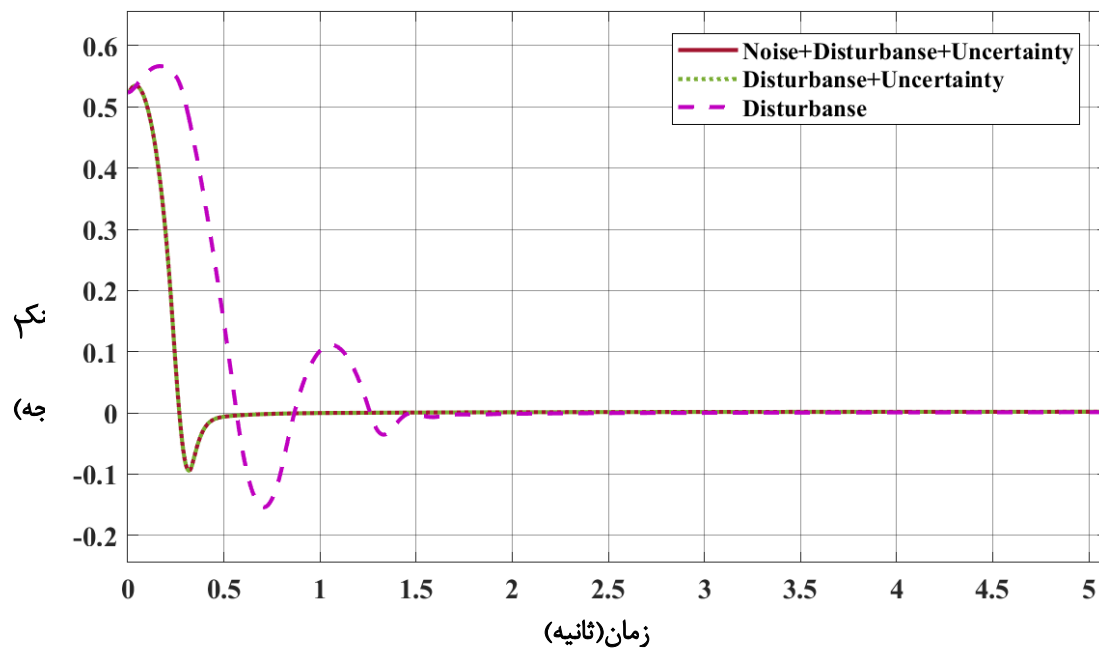
پارامترهای فیزیکی و هندسی ربات نیز مطابق جدول ۲-۱، در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که مقدار شرایط اولیه موقعیت، در شکل‌ها $[0, 0]^T$ رادیان می‌باشد. همچنین اغتشاشات در سیستم به صورت تابع سینوسی با دامنه ۱ و فرکانس π در مدل سیستم به صورت گشتاور τ_d لحاظ شده است. همچنین با اعمال نویز سفید کران‌دار^۱ در هر دو مفصل ربات با مشخصات توان 4×10^{-8} و نرخ نمونه برداری ۰,۰۰۱ رفتار سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به شکل ۴-۱۰، موقعیت لینک ۱ در کمتر از ۲ ثانیه به مقدار مطلوب رسیده است، همچنین موقعیت لینک ۲ نیز در حدود ۱,۵ ثانیه به مقدار مطلوب ۳۰ درجه

^۱ Band-Limited White Noise

رسیده‌است. همچنین خطای موقعیت لینک ۱، کمتر ۰,۶ در ابتدا بوده و در حالت ماندگار در محدوده‌ی ۰,۰۱ و ۰,۰۱- واقع شده است. خطای لینک ۲، در ابتدا کمتر از ۰,۵ بوده و در محدوده‌ی ۰,۰۰۵ و ۰,۰۰۵- در حالت ماندگار واقع شده‌است.



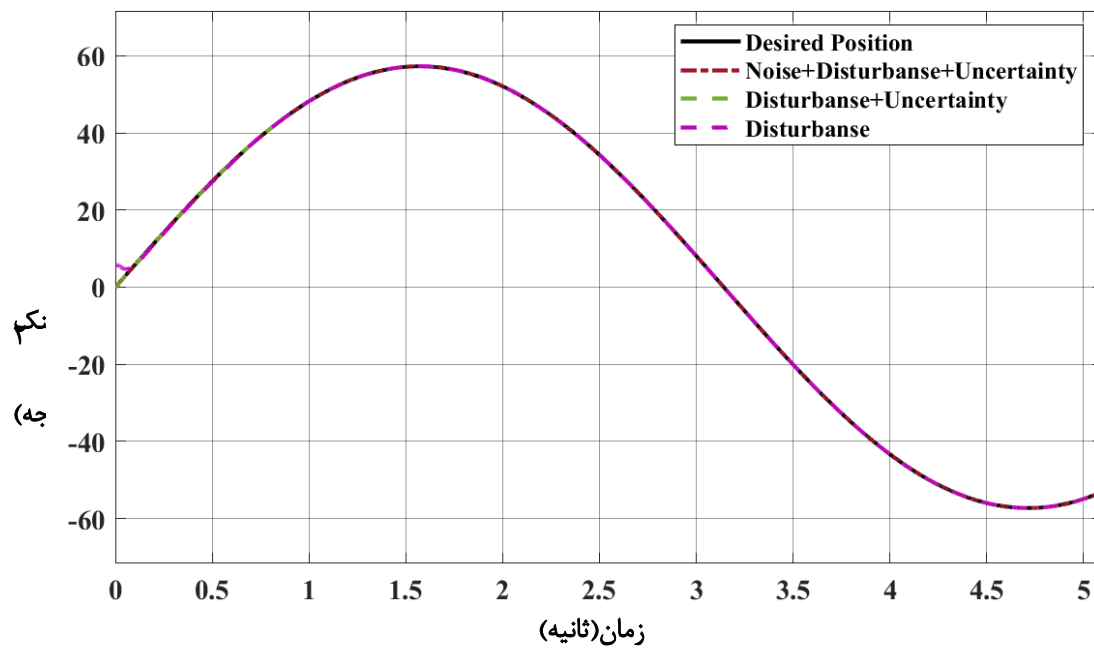
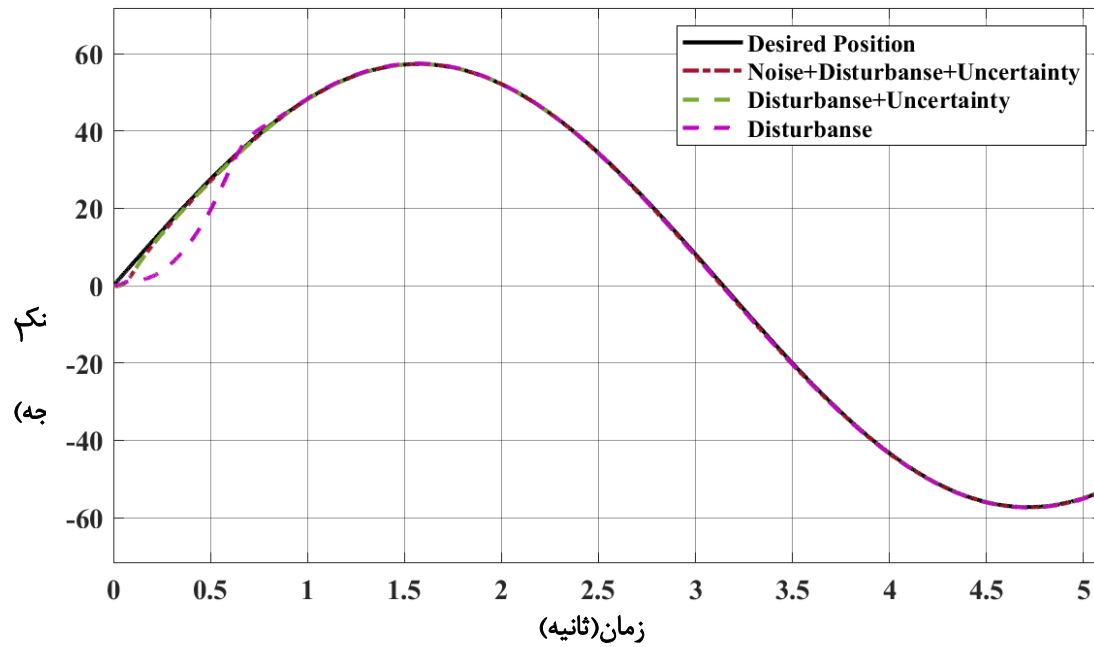


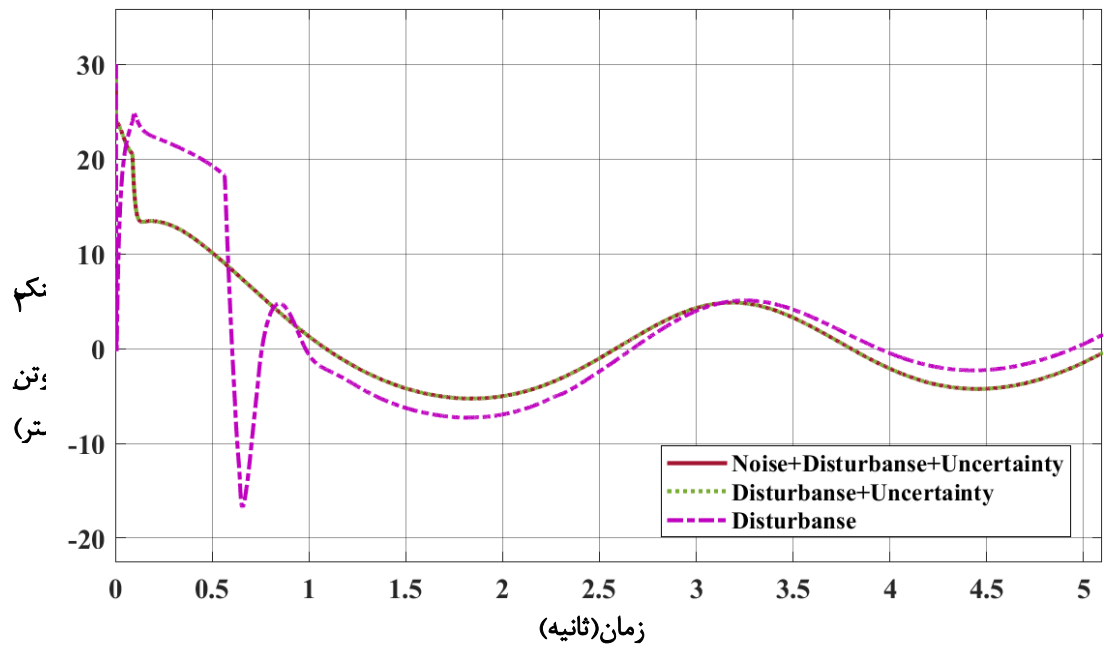
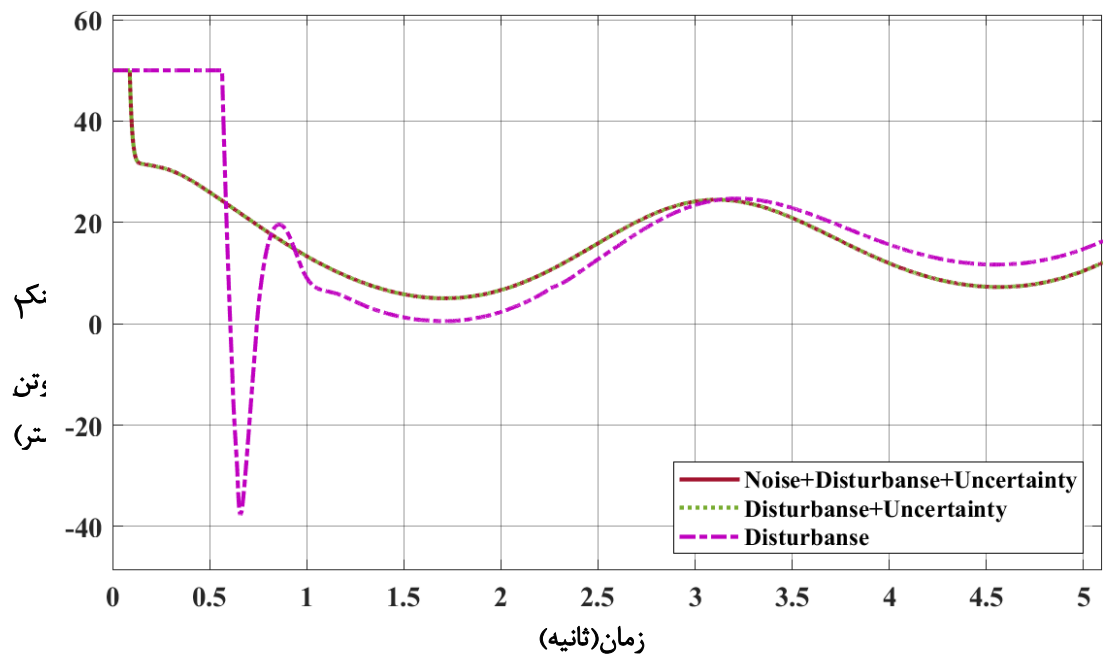


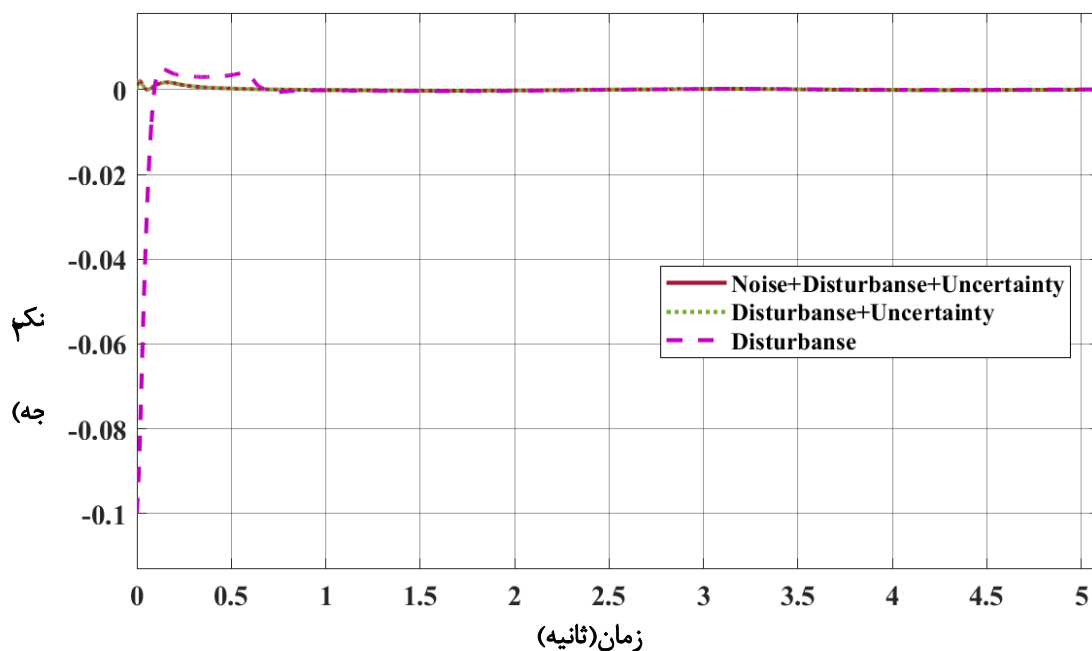
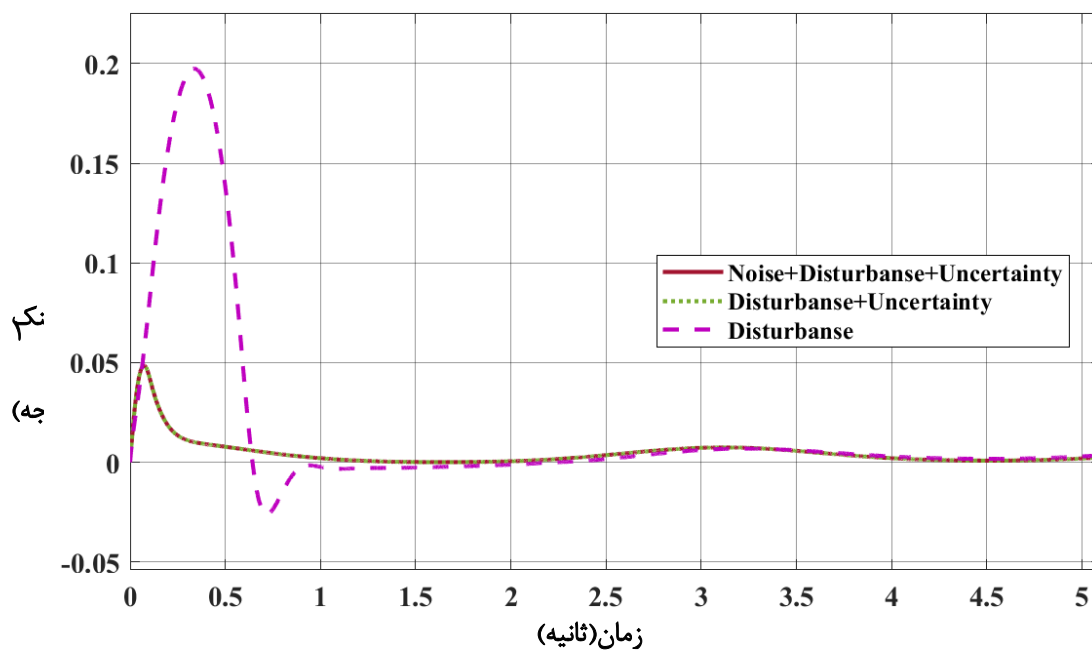
شکل ۴-۱۰. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده مرتبه کسری مدل‌غزشی مرتبه اول در حالت دستیابی به نقطه مطلوب $q = 30$ درجه

همانطور که در شکل ۴-۱۱ قابل مشاهده‌است، ادامه نتایج مربوط به رفتار سیستم در حالت ردیابی مسیر سینوسی بیان می‌شود: در ردیابی مسیر سینوسی لینک ۱ در کمتر از ۱ ثانیه و لینک دوم در کمتر از ۰,۲ ثانیه منطبق بر مسیر حرکت قرار گرفته‌اند. خطای لینک ۱، در ابتدا حدود ۰,۲ درجه بوده و در حالت ماندگار در محدوده‌ی ۰,۰۲ و -۰,۰۲ قرار گرفته‌است. خطای لینک ۲، در ابتدا ۰,۱- بوده اما در کمتر از ۱ ثانیه به حالت ماندگار در بازه‌ی ۰,۰۰۱ و -۰,۰۰۱ رسیده‌است. همانطور که در نتایج قابل مشاهده‌است مقدار خطای سیستم در ابتدا زیاد بوده و در حالت ماندگار به مقدار صفر نزدیک‌تر شده‌است. به منظور

بهبود عملکرد کنترل کننده، در ادامه از الگوریتم سوپرتوئیسیتینگ به منظور بهبود عملکرد سیستم استفاده شده است.







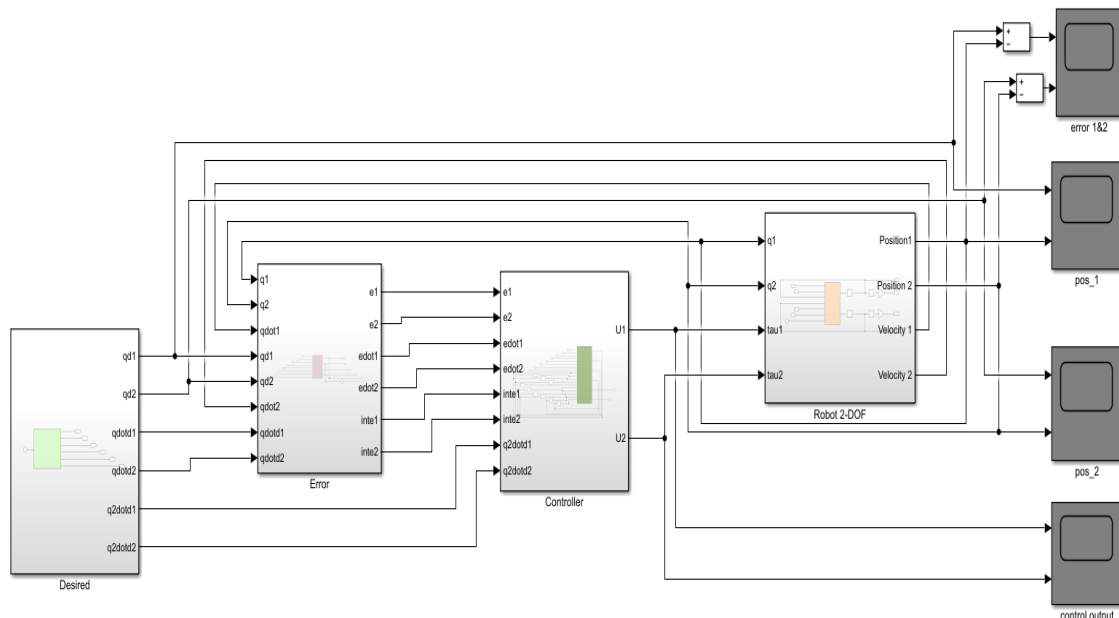
شکل ۴-۱۱. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده مرتبه کسری مودلغزشی مرتبه اول در حالت ردیابی مسیر سینوسی

۴-۲-۲ نتایج کنترل‌کننده به روش مودلغزشی مرتبه‌بالا با استفاده از حسابان

کسری

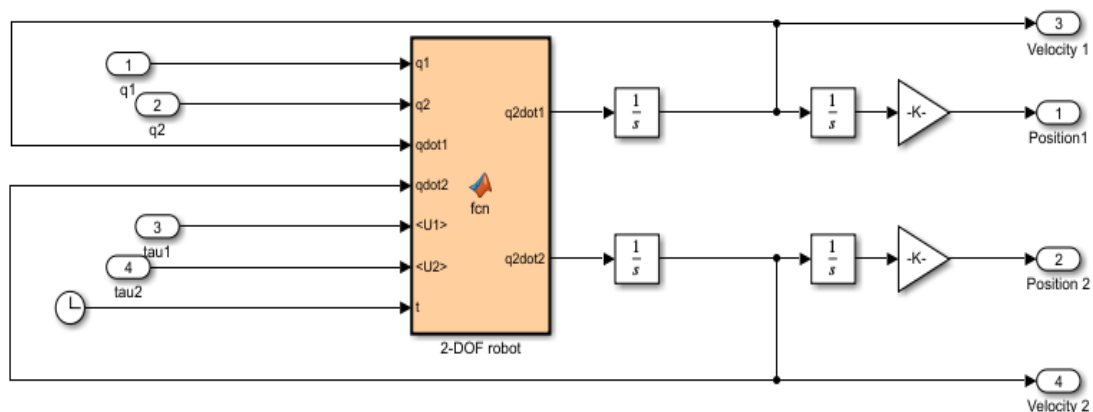
در این بخش، ابتدا نتایج مربوط به کنترل‌کننده مودلغزشی مرتبه اول کسری که با استفاده از قانون دستیابی مودلغزشی با بهره‌گیری از الگوریتم سوپرتوئیس‌تنگ به مودلغزشی مرتبه بالا ارتقاء داده‌شده، بیان

شده است. به منظور بررسی رفتار سیستم با اعمال کنترل کننده پیشنهادی، نتایج کنترل کننده طراحی شده، در دو حالت دستیابی به نقطه مطلوب و ردیابی مسیر، بیان شده است. شبیه سازی انجام شده مربوط به کنترل کننده طراحی شده در نرم افزار متلب به صورت شکل ۴-۱۲ می باشد.

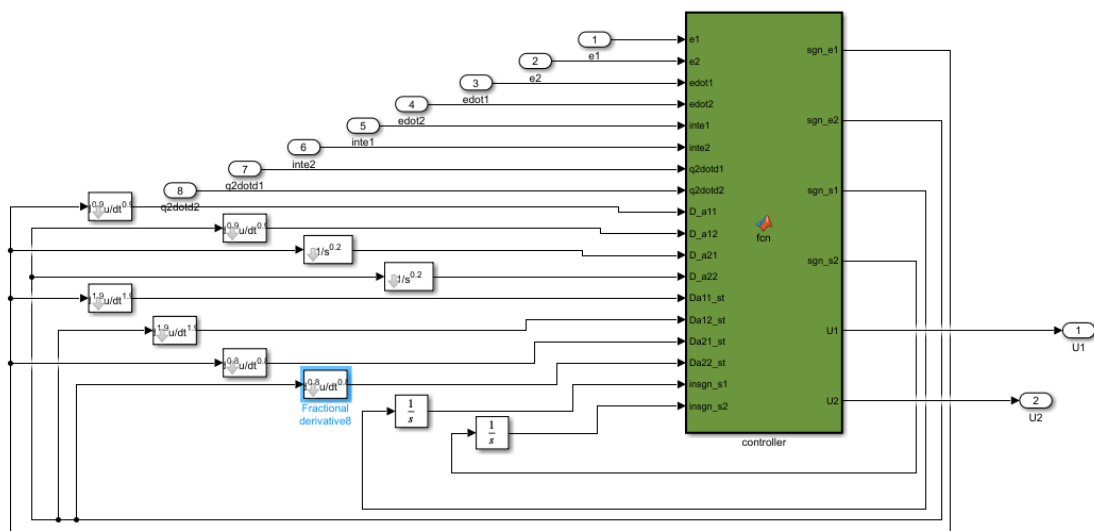


شکل ۴-۱۲. شبیه سازی انجام شده در محیط سیمولینک متلب

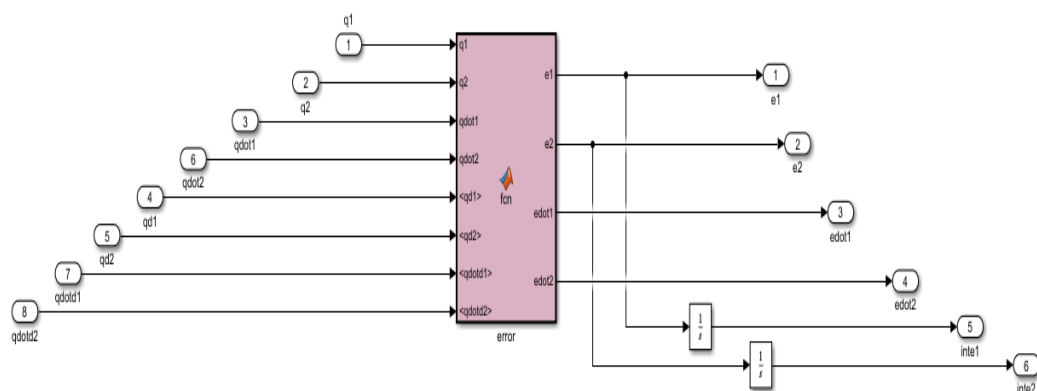
همچنین در ادامه، در شکل ۴-۱۳، شکل ۴-۱۴، شکل ۴-۱۵ و شکل ۴-۱۶ ساختار هر قسمت از شبیه سازی به صورت مجزا آورده شده است.



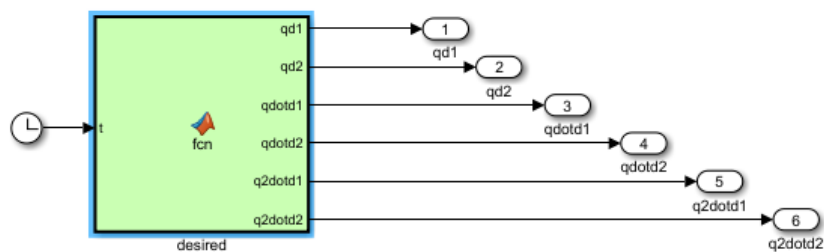
شکل ۴-۱۳. شبیه سازی انجام شده در محیط سیمولینک متلب-ساختار درون بخش مدل ربات



شکل ۴-۱۴. شبیه‌سازی انجام‌شده در محیط سیمولینک متلب-ساختر درون بخش کنترل‌کننده

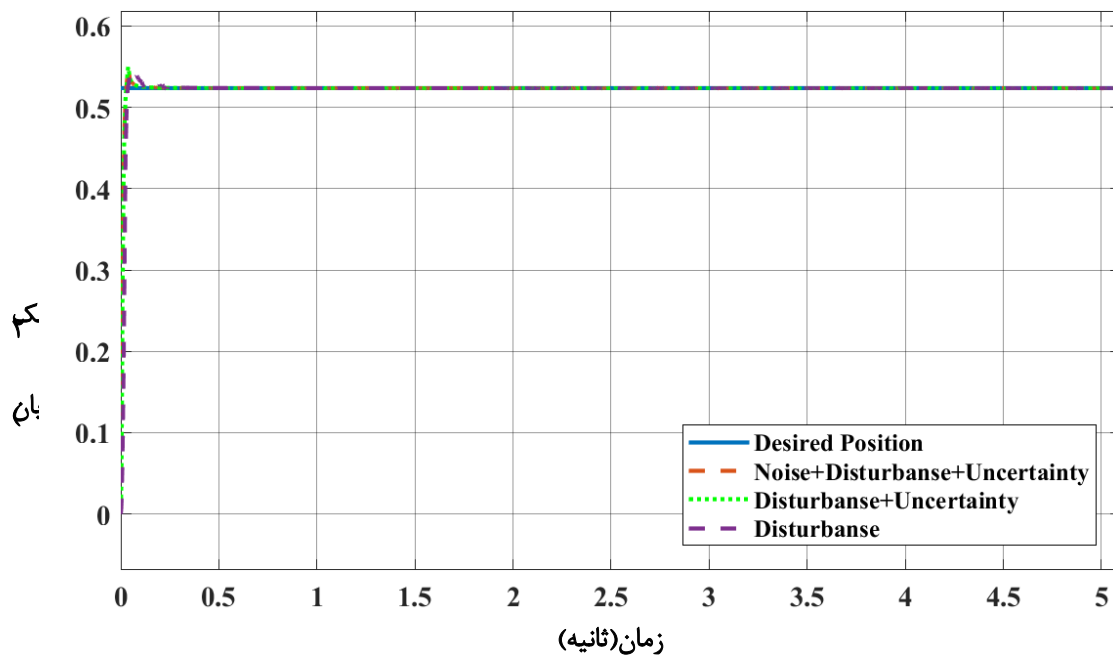
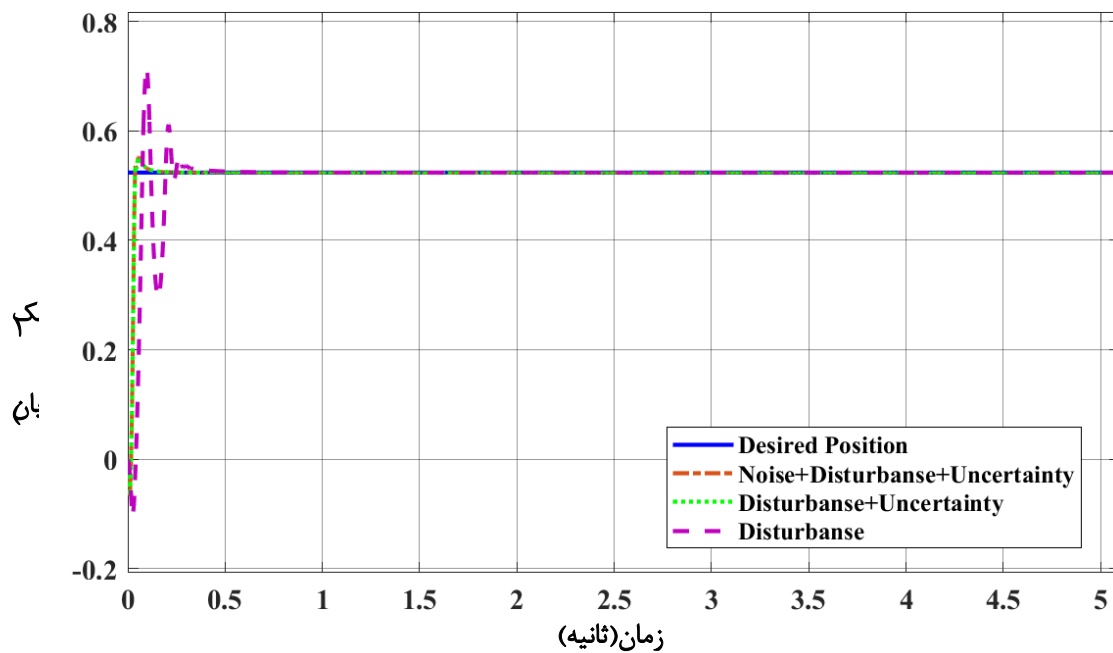


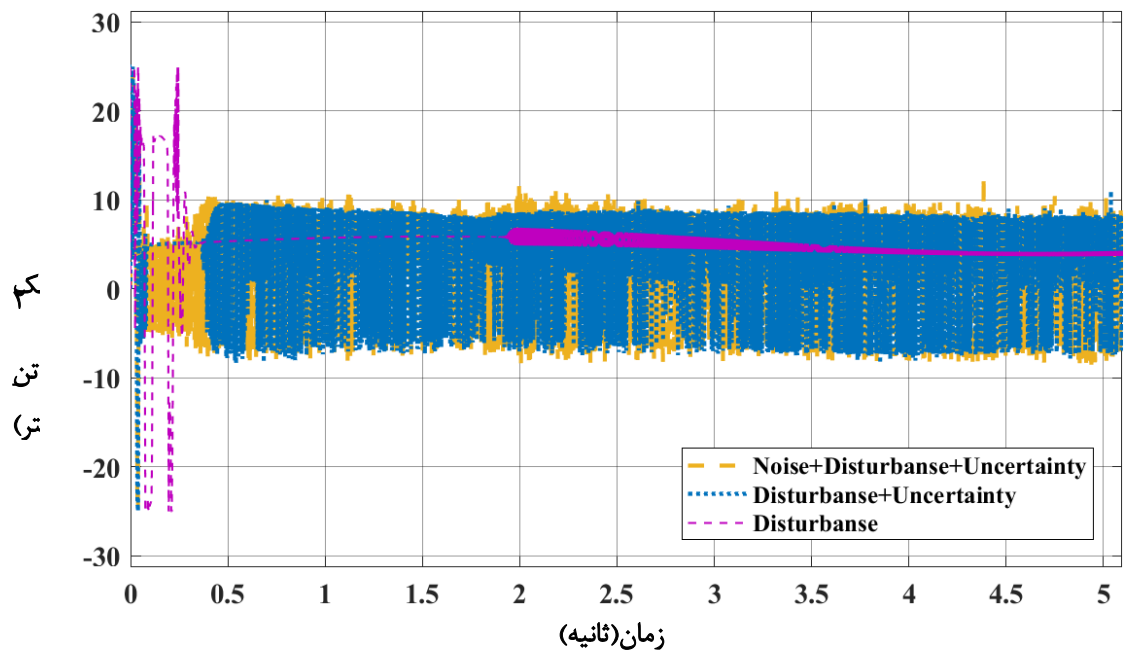
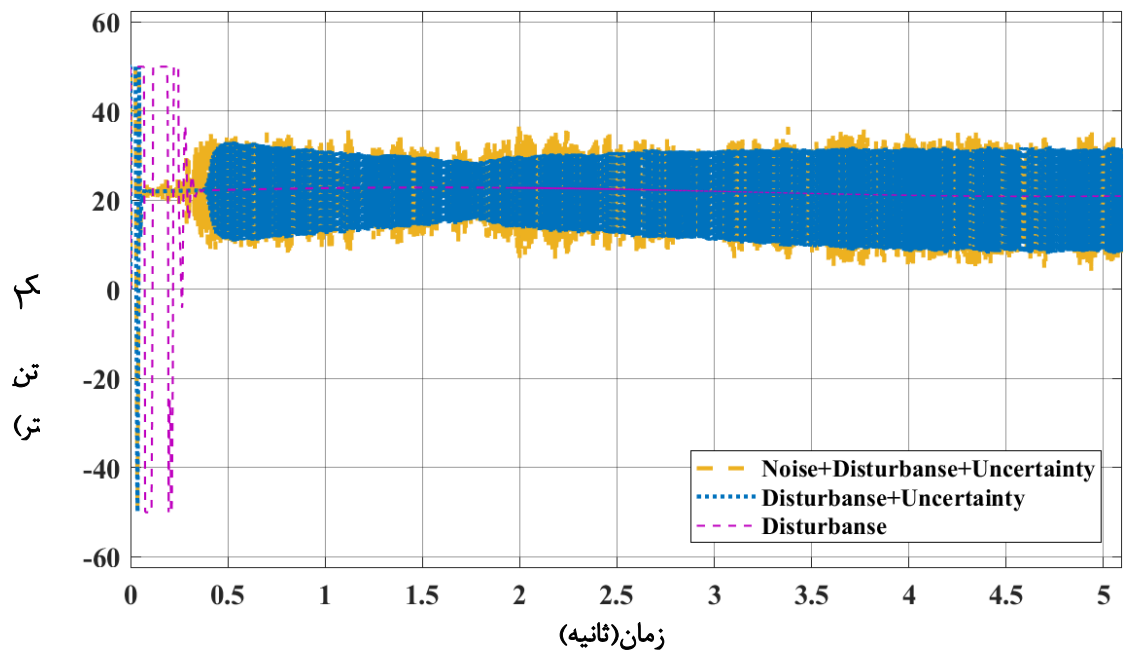
شکل ۴-۱۵. شبیه‌سازی انجام‌شده در محیط سیمولینک متلب-ساختر درون بخش خطا

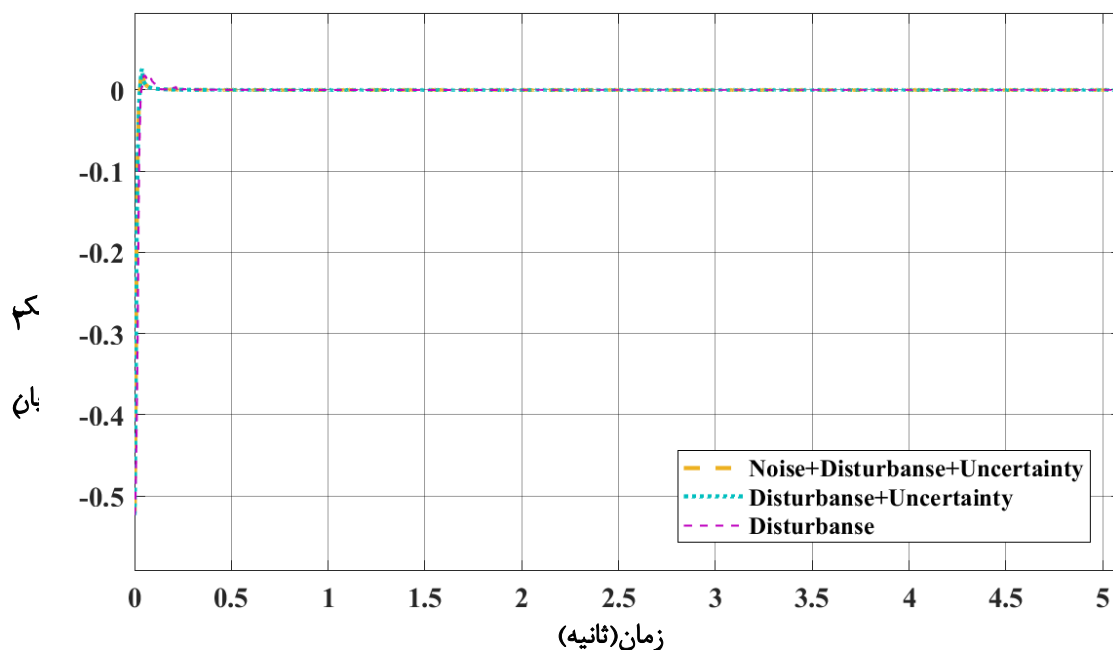
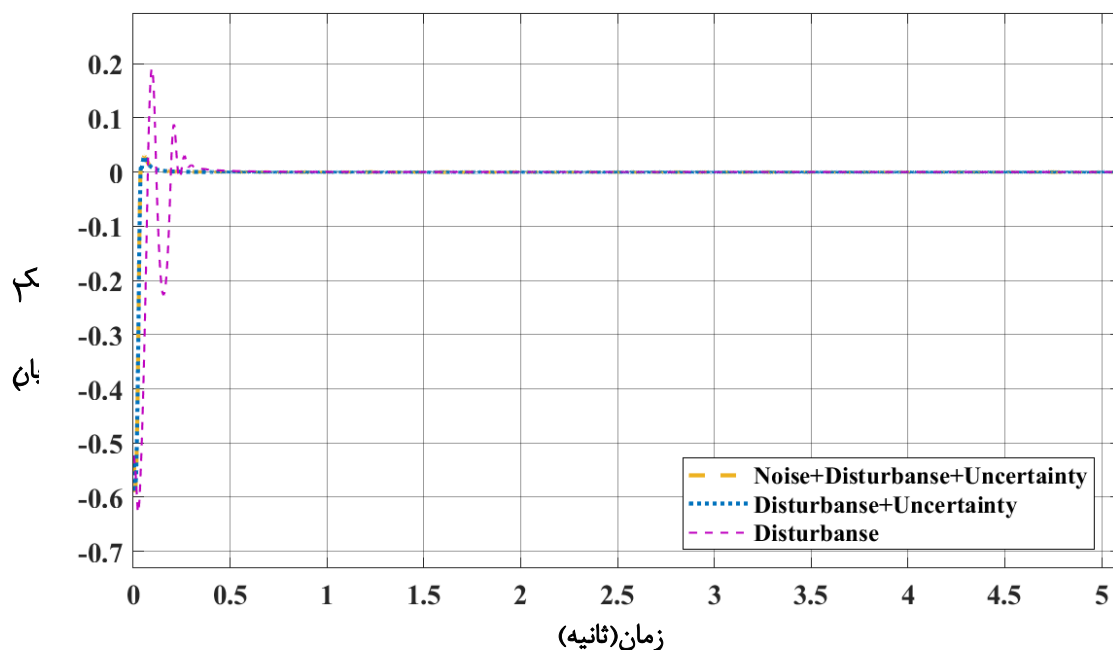


شکل ۴-۱۶. شبیه‌سازی انجام‌شده در محیط سیمولینک متلب-ساختر درون بخش مقادیر مطلوب

نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده مرتبه کسری مودلغزشی مرتبه بالا برای بررسی رفتار سیستم در دستیابی به نقطه مطلوب $q = 30$ درجه به ترتیب در شکل ۴-۱۷، برای موقعیت لینک‌ها، رفتار کنترل-کننده و خطای سیستم آورده شده‌است. این نتایج، با در نظر گرفتن اغتشاشات، عدم قطعیت و نویز، در نظر گرفته شده‌اند.



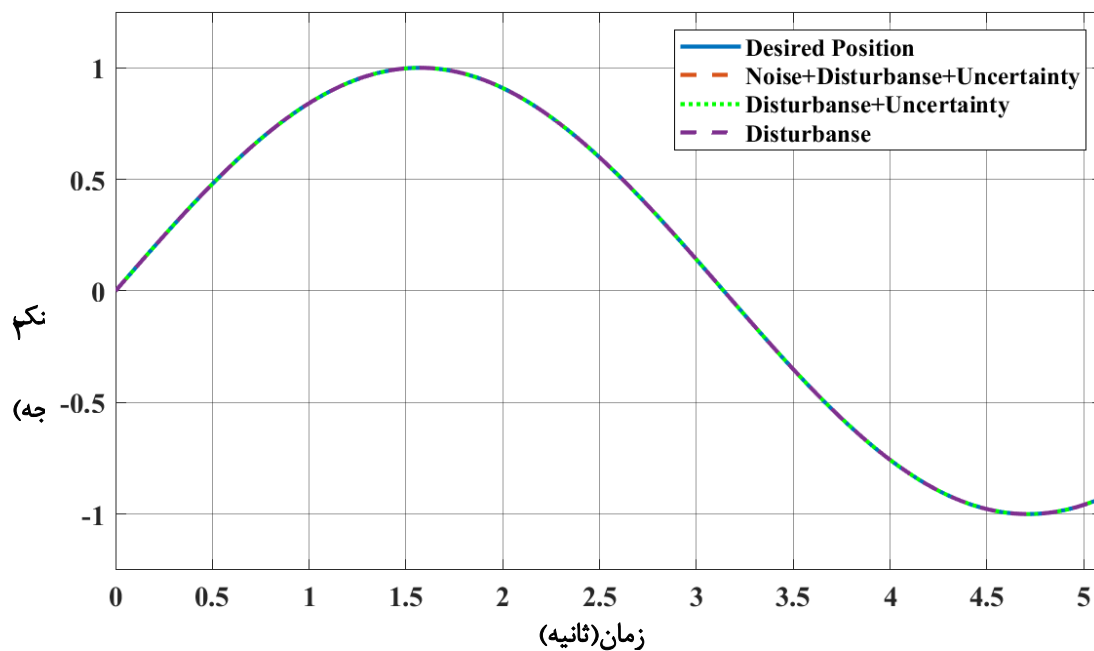
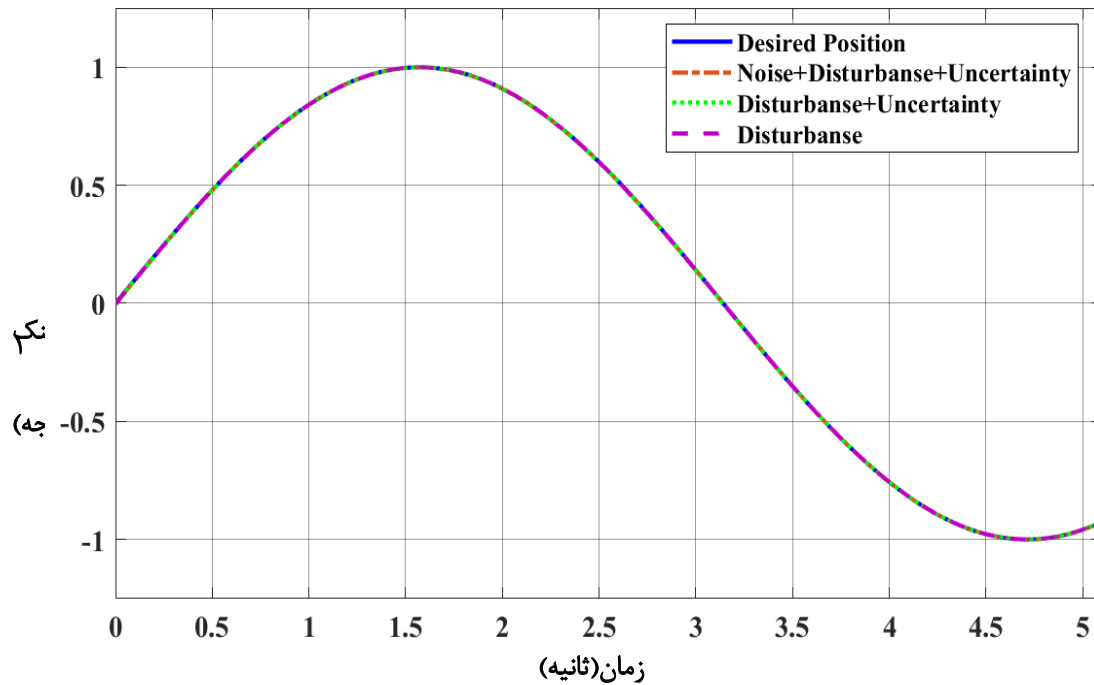


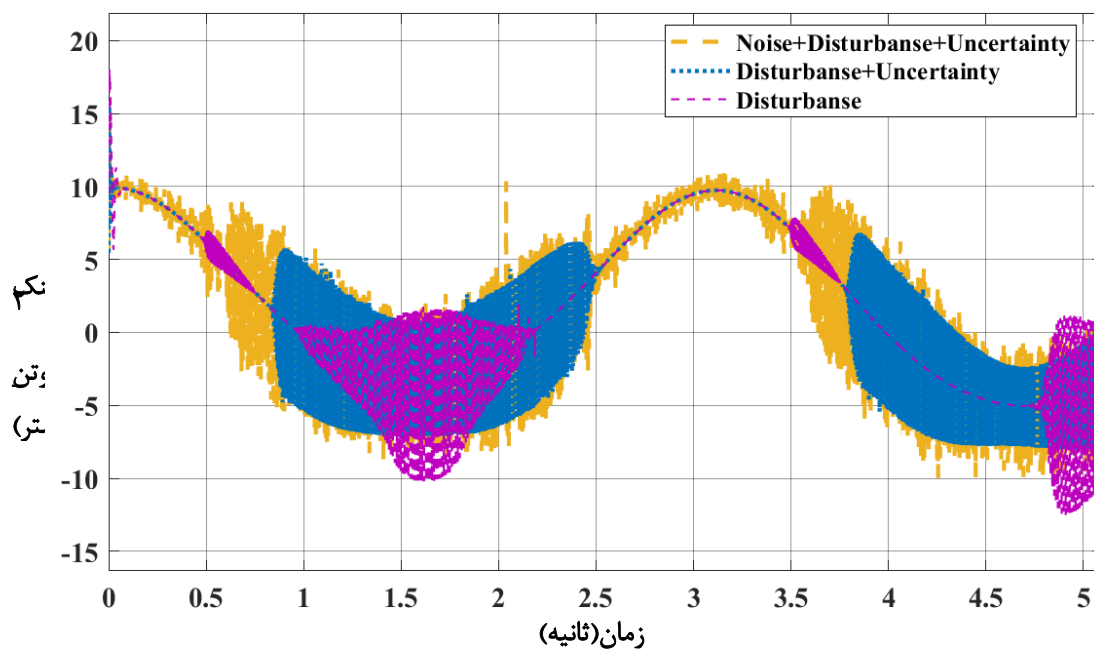
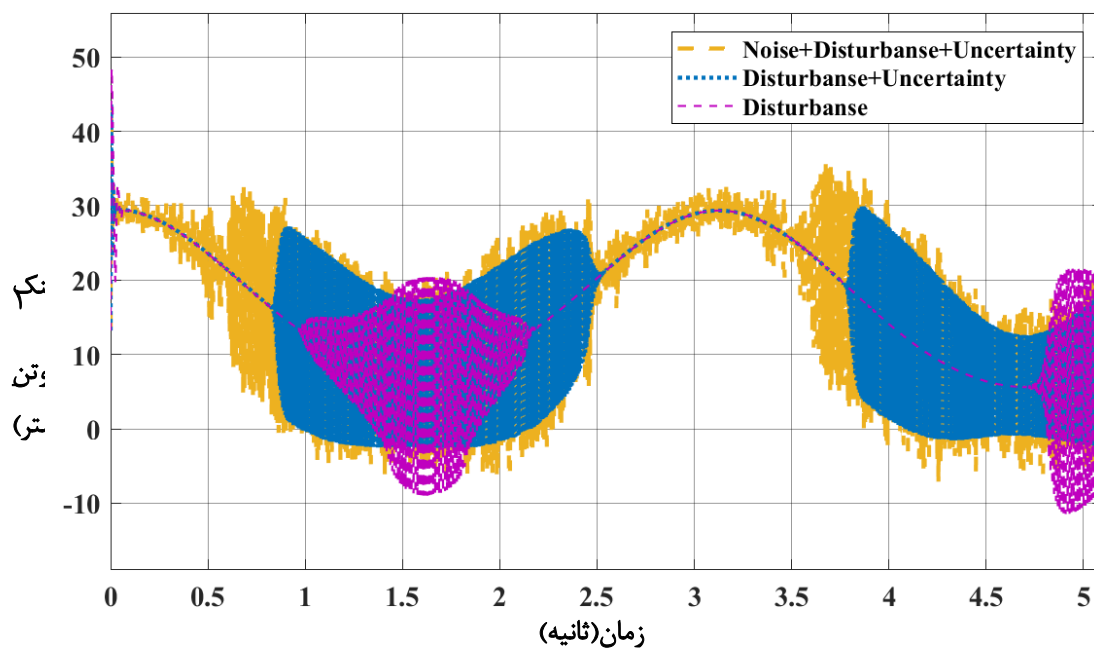


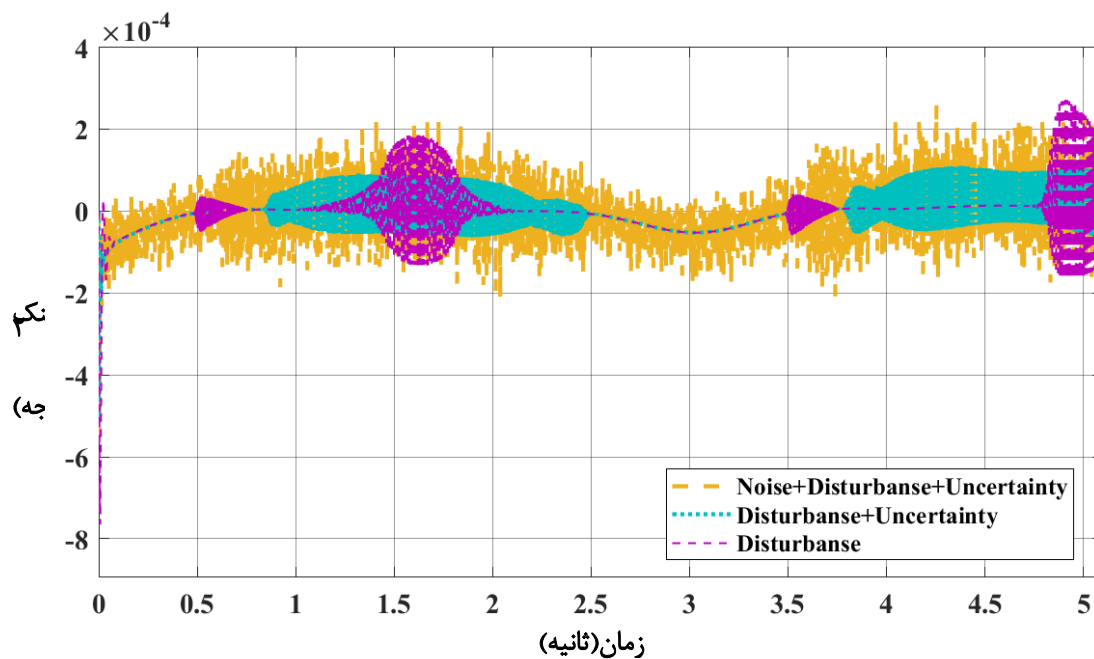
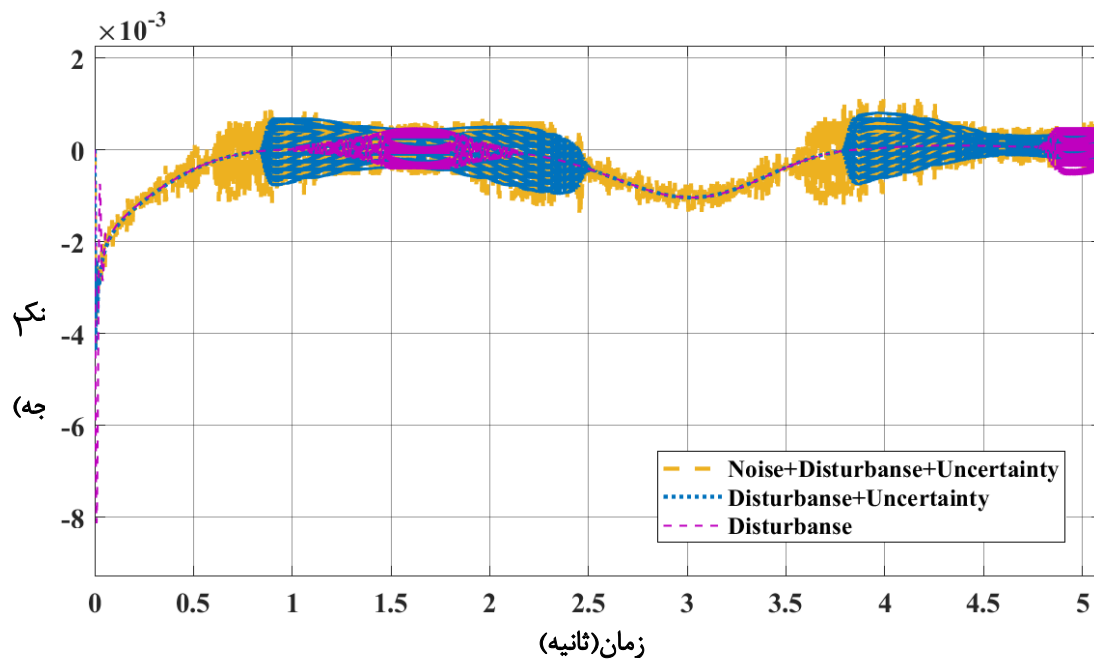
شکل ۴-۱۷. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده مرتبه کسری مدل‌غزشی مرتبه بالای پیشنهادی در حالت دستیابی به نقطه مطلوب $q = 30$ درجه

همانطور که در شکل ۴-۱۷ قابل مشاهده می‌باشد، موقعیت لینک ۱ در کمتر از ۰٫۵ ثانیه به حالت مطلوب (۳۰ درجه که معادل ۰٫۵۲ رادیان مطابق شکل می‌باشد) رسیده‌است. همچنین لینک ۲، در کمتر از ۰٫۲ ثانیه به مقدار مطلوب دست یافته‌است. خطای لینک ۱ در ۰٫۵ ثانیه اول با بیشتر مقدار ۰٫۰۶- بوده و سپس در محدوده‌ی ۰٫۲ و ۰٫۳- قرار گرفته‌است. در حالت ماندگار به بازه‌ی ۰٫۰۰۱ و ۰٫۰۰۱- محدود شده‌است. خطای لینک دوم در ابتدا، حدود ۰٫۵- بوده اما در کمتر از ۰٫۲ ثانیه در محدوده‌ی ۰٫۰۰۱ و ۰٫۰۰۱- به حالت

ماندگار رسیده‌است. این حالت در مقایسه با حالت قبل، در سرعت همگرایی برتر بوده و مقدار خطای حالت ماندگار سیستم نیز کاهش یافته‌است. هرچند سرعت کلیدزنی کنترل‌کننده افزایش چشم‌گیری داشته‌است.







شکل ۴-۱۸. نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده مرتبه کسری مودل‌غزشی مرتبه بالا پیشنهادی در حالت ردیابی مسیر سینوسی

در ادامه به بررسی رفتار سیستم در حالت ردیابی مسیر سینوسی می‌پردازیم: مطابق نتایج شکل ۴-۱۸، هر دو لینک ۱ و ۲، در کمتر از ۰٫۱ ثانیه و در همان ابتدای مسیر منطبق بر مسیر سینوسی حرکت کرده‌اند و در حضور اغتشاشات و نویز و نامعینی‌ها رفتار مطلوبی از خود نشان داده‌اند. لذا مقاوم بودن کنترل‌کننده طراحی‌شده در برابر عدم قطعیت و اغتشاشات و نویز به وضوح قابل مشاهده‌است. خطای لینک ۱ در ابتدای حرکت ۰٫۰۰۸- بوده و در حالت ماندگار به بازه‌ی ۰٫۰۰۱ و ۰٫۰۰۱- محدود شده‌است. همچنین خطای لینک ۲، در ابتدا ۰٫۰۰۰۸- بوده اما در حالت ماندگار در محدوده‌ی ۰٫۰۰۰۳ و ۰٫۰۰۰۲- به حالت ماندگار

رسیده است که این مقدار در مقایسه با کنترل کننده مودلغزشی مرتبه اول کسری به مقدار مطلوب نزدیک است.

ضرایب تنظیم در کنترل کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه دوم کسری مطابق با جدول ۷-۴ در دو حالت ردیابی مسیر و دستیابی به نقطه مطلوب، انتخاب شده است. در انتخاب ضرایب در این بخش، ضرایب مربوط به مرتبه کسری، سعی شده است که با توجه به بهترین عملکرد سیستم ضرایب انتخاب گردد. بدین صورت که هر چه مقدار α_1 به عدد یک نزدیک تر باشد، خطای ماندگار سیستم کاهش پیدا می کند و همینطور برای انتخاب ضریب α_2 هر چه مقدار آن به یک نزدیک تر باشد مقدار خطای اولیه، که ناشی از سرعت همگرایی سیستم است، کاهش می یابد. لذا با کاهش مرتبه کسری سیستم مقدار خطای اولیه و حالت ماندگار سیستم قابل تغییر می باشد.

جدول ۷-۴. مقادیر ضرایب کنترل کننده ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه دوم کسری

شماره لینک	ضرایب	رسیدن به نقطه مطلوب	ردیابی مسیر
۱	C_1	۰,۰۱	۰,۰۰۱
	C_2	۱۰	۱۰
	β_1	۰,۷	۰,۷
	β_2	۰,۷	۰,۷
	μ_1	۱۰۰	۱۰۰
	μ_2	۰,۱	۰,۱
	α_1	۰,۹	۰,۹
	α_2	۰,۲	۰,۸
۲	C_1	۰,۰۱	۰,۰۰۱
	C_2	۱۰	۱۰
	β_1	۰,۷	۰,۷
	β_2	۰,۷	۰,۷
	μ_1	۱۰۰	۱۰۰
	μ_2	۰,۱	۰,۱
	α_1	۰,۹	۰,۹
	α_2	۰,۲	۰,۸

در انتهای این فصل، نتایج بدست آمده به صورت خلاصه در جدول ۸-۴ بیان شده است.

جدول ۸-۴. محدوده‌ی خطای حالت ماندگار

خطای حالت ماندگار در حالت دستیابی به نقطه مطلوب	خطای حالت ماندگار در حالت ردیابی مسیر	کنترل کننده	شماره لینک
$(-1,1) \times 10^{-2}$	$(-2,2) \times 10^{-2}$	کنترل کننده مودلغزشی مرتبه اول کسری	۱
$(-1,1) \times 10^{-3}$	$(-1,1) \times 10^{-3}$	کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم کسری پیشنهادی	
$(-1.5,2.5) \times 10^{-3}$	$(-1,1) \times 10^{-3}$	کنترل کننده مودلغزشی مرتبه اول کسری	۲
$(-5,5) \times 10^{-4}$	$(-2,3) \times 10^{-4}$	کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم کسری پیشنهادی	

فصل ۵ خلاصه، نتیجه گیری و پیشنهادها

۵-۱ خلاصه و نتیجه گیری

در این تحقیق، استفاده از الگوریتم سوپر توئیستینگ به همراه تعریف سطح لغزش به صورت ترمینال غیر منفرد مودلغزشی مرتبه کسری مورد بررسی قرار گرفته است. طراحی کنترل کننده مورد استفاده به گونه ای است که مستقل از مدل می باشد و بر اساس خطای سیستم، کنترل و ارزیابی رفتار سیستم صورت گرفته است، لذا به منظور بررسی عملکرد کنترل کننده مودلغزشی مرتبه بالای کسری نتایج آن با نتایج کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر و همچنین کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر-انتگرال گیر مقایسه شده است. همچنین نتایج مربوط به طراحی کنترل کننده مودلغزشی مرتبه اول کسری نیز بیان شده است و با نتایج فوق مقایسه گردیده است. به صورت کلی در حالت دستیابی به نقطه مطلوب، کنترل کننده مودلغزشی مرتبه اول کسری در کمتر ۲ ثانیه و کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم کسری در کمتر از ۰,۵ ثانیه به مقدار مطلوب دست یافته اند و همچنین خطای حالت ماندگار نیز در طرح کنترلی مرتبه دوم کسری مودلغزشی کاهش یافته است؛ هرچند سرعت کلیدزنی کنترل کننده افزایش چشم گیری داشته است. در حالت ردیابی مسیر سینوسی نیز، کنترل کننده مودلغزشی مرتبه اول در کمتر از ۱ ثانیه بر مسیر منطبق شده است. این در حالی است که کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم کسری پیشنهادی توانسته در حدود ۰,۱ ثانیه بر مسیر منطبق گردد. همچنین مقدار خطای حالت ماندگار در کنترل کننده مودلغزشی مرتبه دوم کسری پیشنهادی حدود ۱۰ برابر نسبت به کنترل کننده مودلغزشی مرتبه اول کسری بهبود داشته و به مسیر مطلوب نزدیک تر می باشد. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که عملکرد کنترل کننده پیشنهادی با وجود عدم قطعیت در مدل و اغتشاشات خارجی مقاوم بوده و سیستم دارای خطای کمتری نسبت به کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر و کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر-انتگرال گیر و همچنین کنترل کننده مودلغزشی مرتبه اول کسری می باشد. لذا، کنترل کننده پیشنهادی از دقت بالا و همگرایی سریع و مقاوم بودن در برابر نامعینی ها برخوردار است.

۵-۲ پیشنهادها

به منظور بررسی عملکرد کنترل کننده بر روی ربات در محیط آزمایشگاهی و امکان پیاده سازی آن با وجود حسابان کسری در طراحی انجام شده که لازمه آن ایجاد فرکانس کلیدزنی متناسب با مرتبه کسری است، نیاز به بهبود عملکرد کنترل کننده و کاهش فرکانس کلیدزنی می باشد. در همین راستا امید است که بتوان با استفاده از منطق فازی و یا قانون تطبیق مناسب و یا دیگر ابزار تلفیقی، این عملکرد را در حالت ردیابی مسیر و دستیابی به نقطه مطلوب بهبود بخشید. همچنین برای انجام آزمایش های دیگر و استخراج مدل دینامیکی سایر ربات ها، با توجه به ساختار فیزیکی ربات های موجود در آزمایشگاه ها، با استفاده از حسابان کسری به منظور شناخت بهتر رفتار سیستم و همچنین پیاده سازی کنترل کننده مرتبه کسری بر روی آن ها از جمله تحقیقاتی می باشد که تحقیق انجام شده می تواند زمینه ساز این تحقیقات گردد.

نوشته

در این قسمت طریقه طراحی مسیر مرتبه پنج مطابق مشخصات گفته شده در جدول ۴-۴ بیان خواهد شد. در این تحقیق، مسیر طراحی شده از ۴ مسیر مجزا که هر کدام از مرتبه پنج می باشند تشکیل شده است. در روش طراحی مسیر مرتبه پنج با داشتن مشخصات نقطه شروع و پایان مسیر می توان طراحی را انجام داد. این مشخصات شامل ۶ مقدار، موقعیت اولیه و نهایی، سرعت اولیه و نهایی و شتاب اولیه و نهایی، می باشد:

$$\begin{aligned} q(t_0) &= q_0 & \dot{q}(t_0) &= q'_0 & \ddot{q}(t_0) &= q''_0 \\ q(t_f) &= q_f & \dot{q}(t_f) &= q'_f & \ddot{q}(t_f) &= q''_f \end{aligned}$$

بدین ترتیب با در نظر گرفتن معادله (۱-۰) و شرایط اولیه گفته شده طراحی انجام می شود.

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \quad (۱-۰)$$

با استفاده از شرایط اولیه و نهایی می توان شش معادله نوشت. این معادلات به صورت ماتریس زیر می -

باشند:

$$\begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q'_0 \\ q''_0 \\ q_f \\ q'_f \\ q''_f \end{bmatrix} \quad (۲-۰)$$

با حل معادله فوق، ضرایب مجهول رابطه که شامل $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ می باشد، به دست می آید.

- [1] S. Das, 2008, "Functional Fractional Calculus for System Identification and Controls," Springer, Berlin, Heidelberg.
- [2] Edmundo Capelas de Oliveira, 2019, "Solved Exercises in Fractional Calculus," Springer, Cham.
- [3] B. M. Vinagre and Y. Chen, 2002, "Lecture notes on fractional calculus applications in automatic control and robotics," in The 41st IEEE CDC2002 Tutorial Workshop, pp. 1-310.
- [4] A. A. Kilbas, H. M. Srivastava, and J. J. Trujillo, 2006, Theory and applications of fractional differential equations vol. 204: elsevier.
- [5] K. Diethelm and N. J. Ford, 2002, "Analysis of fractional differential equations," Journal of Mathematical Analysis and Applications, vol. 265, pp. 229-248.
- [6] A. Kilbas and J. Trujillo, 2001, "Differential equations of fractional order: methods results and problem—I," Applicable Analysis, vol. 78, pp. 153-192.
- [7] Y. Zhou, J. Wang, and L. Zhang, 2016, Basic theory of fractional differential equations: World scientific.
- [8] A. Levant, 1993, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control," International journal of control, vol. 58, pp. 1247-1263.
- [9] E. H. a. F. S. Benedikt Alt 2013, "Second order sliding modes control for rope winch based automotive driver robot,".
- [10] M. B.-E. David Cruz-Ortiz , Isaac Chairez , Alberto Luviano, 2019, "Output Second-order Sliding-mode Control for a Gecko Biomimetic Climbing Robot,".
- [11] K. B. Yassine Kali, Abdelilah Fatemi, Maarouf Saad and Mohammed Benbrahim, 2016, "Second Order Sliding Mode with Time Delay Control for Uncertain Robot Manipulators,".
- [12] H.-J. K. Mien Van, and Young-Soo Suh, 2013, "Second Order Sliding Mode-Based Output Feedback Tracking Control for Uncertain Robot Manipulators,".
- [13] A. F. a. G. P. Incremona, 2013, "Robust Motion Control of a Robot Manipulator via Integral Suboptimal Second Order Sliding Modes,".
- [14] M. Luca Massimiliano Capisani, IEEE, and Antonella Ferrara, Senior Member, IEEE, 2011, "Trajectory Planning and Second-Order Sliding Mode Motion/Interaction Control for Robot Manipulators in Unknown Environments,".
- [15] J. M. B. S. A. David , B.H.S.Julio ,C.Oliveira 2012, "The Fractional-Nonlinear Robotic Manipulator: Modeling and Dynamic Simulations,".
- [16] J. F. G.-A. A. Coronel-Escamilla · F. Torres, R.F. Escobar-Jiménez, G.V. Guerrero-Ramírez, 2018, "On the trajectory tracking control for an SCARA robot manipulator in a fractional model driven by induction motors with PSO tuning,".
- [17] B. T. a. S. K. Amruta Mujumdar 2014, "Fractional order modeling and control of a flexible manipulator using sliding modes,".
- [18] W. Z. JIANG Wensong, and Zissimos P. Mourelatos, 2016, "Application of Non-Equidistant Fractional Order Accumulation Model on Trajectory Prediction of Space Manipulator,".

- [19] M. B. Ubaid Muhsen Al-Saggaf, Said Djennoune, 2017, "Super Twisting Algorithm Based Sliding Mode Observer for Synchronization of Nonlinear Incommensurate Fractional Order Chaotic Systems Subject to Unknown Inputs,".
- [20] W. C. Hua Chen, Binwu Zhang, and Haitao Cao, 2013 "Robust Synchronization of Incommensurate Fractional Order Chaotic Systems via Second Order Sliding Mode Technique,".
- [21] A. M. Mohammad Hosein Sabzalian, Shuyi Lin and Weidong Zhang, 2019, "Robust fuzzy control for fractional-order systems with estimated fraction-order,".
- [22] B. Goodwine, 2014, "Modeling a multi-robot system with fractional-order differential equations," in 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pp. 1763-1768.
- [23] M. B. Raouf Fareh, and Mohammad H. Rahman, 2018, "Control of Serial Link Manipulator Using a Fractional Order Controller,".
- [24] K. E. Fahmy Bendary, Mahmoud Soliman and Reham Hassen, 2015, "Trajectory Tracking Control for Robot Manipulator Using Fractional-Order ".
- [25] F. B. a. K. E. Reham H. Mohammed, 2016, "Trajectory Tracking Control for Robot Manipulator using Fractional Order-Fuzzy-PID Controller,".
- [26] A. R. M. a. V. Jara-Sandoval, 2013, "Fractional Order PD and PID Position Control of an Angular Manipulator of 3DOF,".
- [27] J. V. L. Angel 2018, "Fractional order PID for tracking control of a parallel robotic manipulator type delta,".
- [28] A. Dumlu, 2018, "Practical Position Tracking Control of a Robotic Manipulator Based on Fractional Order Sliding Mode Controller,".
- [29] R. Fareh, 2019, "Sliding Mode Fractional Order Control for a Single Flexible Link Manipulator,".
- [30] A. R. N. Iman Ghasemi, Jalil Sadati 2016, "Sliding mode based fractional-order iterative learning control for a nonlinear robot manipulator with bounded disturbance,".
- [31] M. H. R. Mehran Rahmani 2019, "A new adaptive fractional sliding mode control of a MEMS gyroscope".
- [32] M. F. Danial Senejohnny , and Hadi and Delavari, 2014, "ADAPTIVE SECOND-ORDER FRACTIONAL SLIDING MODE CONTROL WITH APPLICATION TO WATER TANKS LEVEL CONTROL,".
- [33] J. D. S. n.-T. Aldo Jonathan Muñoz-Vázquez , Vicente Parra-Vega, Anand Sa'nchez-Orta and Fernando Martí'nez-Reyes, 2019, "A fractional super twisting control of electrically driven mechanical systems,".
- [34] S. G. Riccardo Caponetto , Vincenzo Tomasello , Alessandro Pisano 2015, "IDENTIFICATION AND FRACTIONAL SUPER TWISTING ROBUST CONTROL OF IPMC ACTUATORS,".
- [35] A. Levant, 1993, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control ".
- [36] A.T.Patel, 2016, "OBSERVER BASED FRACTIONAL SECOND ORDER NONSINGULAR TERMINAL MULTISEGMENT SLIDING MODE CONTROL OF SRM POSITION REGULATION SYSTEM,".
- [37] M. Jin, J. Lee, P. H. Chang, and C. Choi, 2009, "Practical nonsingular terminal sliding-mode control of robot manipulators for high-accuracy tracking control," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 56, pp. 3593-3601.

- [38] Y. Wang, S. Jiang, B. Chen, and H. Wu, 2018, "A new continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode control for cable-driven manipulators," *Advances in Engineering Software*, vol. 119, pp. 21-29.
- [39] Y. Wang, L. Gu, Y. Xu, and X. Cao, 2016, "Practical tracking control of robot manipulators with continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, pp. 6194-6204.
- [40] S. Yu, X. Yu, B. Shirinzadeh, and Z. Man, 2005, "Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode," *Automatica*, vol. 41, pp. 1957-1964.
- [41] Y.-y. Wang, J.-w. Chen, L.-y. Gu, and X.-d. Li, 2020, "Time delay control of hydraulic manipulators with continuous nonsingular terminal sliding mode," *Journal of Central South University*, vol. 22, pp. 4616-4624.
- [42] X. Ma, Y. Zhao, and Y. Di, 2020, "Trajectory Tracking Control of Robot Manipulators Based on U-Model," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2020.
- [43] Y. Wang, L. Gu, M. Gao, and K. Zhu, 2016, "Multivariable output feedback adaptive terminal sliding mode control for underwater vehicles," *Asian Journal of Control*, vol. 18, pp. 247-265.
- [44] S. D. Nguyen, H. D. Vo, and T.-I. Seo, 2017, "Nonlinear adaptive control based on fuzzy sliding mode technique and fuzzy-based compensator," *ISA transactions*, vol. 70, pp. 309-321.
- [45] W. Deng, J. Yao, and D. Ma, 2017, "Robust adaptive precision motion control of hydraulic actuators with valve dead-zone compensation," *ISA transactions*, vol. 70, pp. 269-278.
- [46] R. Sadeghi, S. M. Madani, M. Ataei, M. A. Kashkooli, and S. Ademi, 2018, "Super-twisting sliding mode direct power control of a brushless doubly fed induction generator," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, pp. 9147-9156.
- [47] Y. Kali, M. Saad, K. Benjelloun, and C. Khairallah, 2018, "Super-twisting algorithm with time delay estimation for uncertain robot manipulators," *Nonlinear Dynamics*, vol. 93, pp. 557-569.

Abstract

In this research, one of the methods of higher-order sliding mode control, along with defining the sliding surface as a nonsingular terminal sliding mode has been used using fractional-order calculus. In sliding mode control based on fractional calculations, in defining the sliding surface and switching functions and also in defining the control laws, fractional-order derivatives and integrals are used. For this purpose, in this research, the design of a higher-order sliding mode method based on fractional calculations has been used to improve the performance of robotic systems. Utilizing a higher-order sliding mode controller using the super-twisting algorithm and the fractional-order non-single terminal sliding mode for the two-link serial robot is the novelty of the presented research. The design of the suggested controller is such that it is independent of the robotic manipulators model and is based on system errors. Also, the design of the first-order fractional sliding mode controller has been done in this research and its results have been stated. In order to investigate the behavior of the designed controllers, the results of the proposed controller are compared with the proportional-derivative controller as well as the proportional-derivative-integral controller. Stability analysis of the close-loop system has performed using Lyapunov's method. The purposed of this research is achive to high accuracy, fast convergence, and high robustness in the closed-loop system.

Keywords : Robotics manipulator, Higher-order sliding mode, Super-twisting algorithm, Fractional calculus, Non-singular Terminal Sliding Mode Control.



Shahrood University of
Technology

Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering

M.Sc Thesis in Mechatronics Engineering

A fractional second-order sliding mode control of robot manipulators

By: Mahnaz Sharifnia

Supervisor:
Dr. Habib Ahmadi

September, 2020