

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده‌ی مهندسی مکانیک و مکاترونیک
رشته‌ی مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد

مدل‌سازی و بهینه‌سازی ربات تنسگریتی با محرکه‌های نیوماتیکی بر پایه‌ی

باندگراف

نگارنده: شهریار شاهد

استاد راهنما:

مهدی بامداد

مهر ۱۳۹۹

تقدیم بہ

پدر و مادر مہربان و شکونما کہ ہمیشہ یار و یاورم بودہ

اند۔

سپاس گزاری:

نخست، سپاس خداوند متعال را که به انسان آن چه را که نمی دانست، آموخت و هر آن چه که هست در سیطره ی قدرت لایتناهی

اوست.

سزاوار است از استاد دانشمند و فرهیخته، جناب آقای دکتر مهدی باداد که انجام این پایان نامه بدون زحمات و رهنمودهای ایشان

میسرن بود، نهایت قدردانی و سپاس گزاری را بجا میاورم.

و در پایان زبانم قاصر است که از پدر و مادر عزیز و مهربانم که در مسیرهای سخت زندگی، همواره دویا و روپشتیان صبور برای من بوده اند،

آنگونه که شایسته است، مراتب تقدیر و تشکر را بجا میاورم.

تعهدنامه

اینجانب **شهريار شاهد** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک دانشکده مکانیک

دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه با موضوع **مدل سازی و بهینه سازی ربات تنسگریتی با**

محرکه های نیوماتیکی بر پایه ی باندگراف تحت راهنمایی دکتر مهدی بامداد متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام **دانشگاه صنعتی شاهرود** و یا **Shahrood University of Technology** به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آن ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ :

امضاء دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات، مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

بر خلاف اغلب ربات‌های رایج امروزی، ربات با ساختار تنسگریتی که ترکیبی از اجزای صلب و نرم است، می‌تواند سبک و انعطاف‌پذیر باشد و در محیط‌های نامقید به خوبی حرکت کند. در این پایان‌نامه، به بررسی یک ربات تنسگریتی صفحه‌ای پرداخته شده است. ابتدا با بررسی ساختارهای گوناگون موجود و با توجه به انتظارات مورد نظر، یک ساختار مناسب برای ربات پیشنهاد می‌گردد. سپس مدل باندگراف این ربات استخراج شده و با استخراج مدل دینامیک لاگرانژی آن، صحت معادله‌ی باندگراف بدست آمده، ارزیابی می‌شود. در آخر، بهینه‌سازی برای یافتن مسیر مناسب برای حرکت ربات مذکور انجام می‌گیرد؛ با توجه به اهمیت پایداری ساختاری در این ربات، مسیر بدست آمده کم‌ترین انرژی پتانسیل و در نتیجه بیش‌ترین پایداری را در طول حرکت دارد.

کلمات کلیدی: ربات تنسگریتی، محرکه‌ی نیوماتیکی، مدل‌سازی باندگراف، دینامیک لاگرانژی،

بهینه‌سازی.

فهرست

۱- فصل اول:	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۲-۱- معرفی ساختارهای تنسگریتی	۲
۳-۱- مروری بر پژوهش‌های پیشین	۳
۴-۱- ساختار پایان‌نامه	۱۴
۲- فصل دوم:	۱۵
۱-۲- مقدمه	۱۶
۲-۲- ویژگی‌ها و مزایای روش باندگراف	۱۶
۳-۲- مبانی باندگراف	۱۸
۱-۳-۲- عناصر باندگراف	۱۸
۲-۳-۲- علیت در باندگراف	۲۰
۴-۲- توصیف ربات تنسگریتی	۲۲
۵-۲- استخراج مدل دینامیکی به روش ترسیم باندگراف	۲۳
۱-۵-۲- ترسیم باندگراف	۲۳
۶-۲- استخراج باندگراف جک نیوماتیکی	۳۳
۷-۲- استخراج مدل باندگراف موتور الکتریکی دوار	۳۵
۸-۲- مدل باندگراف نهایی	۳۶

۳۹	۹-۲- ترسیم باندگراف ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم محرکه‌ی نیوماتیکی
۴۲	۳- فصل سوم:
۴۳	۳-۱- استخراج مدل سینماتیکی
۴۴	۳-۲- محاسبه‌ی موقعیت مجری نهایی
۴۶	۳-۳- بدست آوردن سرعت مجری نهایی
۴۸	۳-۴- استخراج دینامیک لاگرانژی
۵۲	۳-۵- استخراج دینامیک لاگرانژی ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم محرکه‌ی نیوماتیکی
۵۴	۳-۶- تعریف مسئله‌ی بهینه‌سازی
۵۴	۳-۶-۱- تعریف تابع هزینه
۵۵	۳-۶-۲- تعریف مسیر حرکت و قیود
۵۸	۴- فصل چهارم:
۵۹	۴-۱- مقدمه
۵۹	۴-۲- شبیه‌سازی و نتایج مدل باندگراف محرکه‌ی نیوماتیکی
۶۱	۴-۳- شبیه‌سازی مدل باندگراف ربات تنسگریتی
۶۳	۴-۴- شبیه‌سازی و نتایج روش دینامیک لاگرانژی ربات تنسگریتی
۶۹	۴-۵- مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی ربات تنسگریتی به روش باندگراف و دینامیک لاگرانژی
۷۰	۴-۶- بهینه‌سازی
۷۵	۴-۷- پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آینده

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲- بانداگراف پایه ۱۸
- شکل ۲-۲- نمایش علیت در بانداگراف ۲۰
- شکل ۳-۲- نمای کلی ربات تنسگریتی صفحه‌ای موازی ۲۳
- شکل ۴-۲- المان‌های منبع جریان بانداگراف ۲۵
- شکل ۵-۲- انشعاب جریان‌های ورودی به طور یکسان در نقطه‌ی اتصال یکی ۲۶
- شکل ۶-۲- ایجاد خروجی xCI در بانداگراف ۲۸
- شکل ۷-۲- ایجاد خروجی $\dot{\theta}_2$ در بانداگراف ۲۹
- شکل ۸-۲- ایجاد خروجی yCI در بانداگراف ۳۰
- شکل ۹-۲- ایجاد سرعت نقاط D_2 و D_3 مثلث $D_1D_2D_3$ در بانداگراف Δ ۳۲
- شکل ۱۰-۲- تصویر کلی بانداگراف ربات تنسگریتی صفحه‌ای موازی ۳۳
- شکل ۱۱-۲- طرحواره‌ی محرکه‌ی نیوماتیکی ۳۴
- شکل ۱۲-۲- مدل بانداگراف جک نیوماتیکی بدون در نظر گرفتن اصطکاک ۳۴
- شکل ۱۳-۲- مدل بانداگراف جک نیوماتیکی با در نظر گرفتن اصطکاک ۳۵
- شکل ۱۴-۲- بخش الکتریکی مدل بانداگراف موتور الکتریکی دوار ۳۵
- شکل ۱۵-۲- بخش مکانیکی مدل بانداگراف موتور الکتریکی دوار ۳۶
- شکل ۱۶-۲- مدل کلی بانداگراف موتور الکتریکی دوار ۳۶
- شکل ۱۷-۲- مدل بانداگراف نهایی ۳۷
- شکل ۱۸-۲- تقسیم‌بندی مدل بانداگراف نهایی ۳۹
- شکل ۱۹-۲- نمای کلی ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم جک نیوماتیکی ۴۰

- شکل ۲-۲۰- باندگراف کلی ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم جک نیوماتیکی ۴۱
- شکل ۳-۱- ربات تنسگریتی صفحه‌ای موازی مورد بررسی ۴۳
- شکل ۳-۲- مشتق دوم انرژی پتانسیل نسبت به θ_2 بر حسب زمان ۴۶
- شکل ۳-۳- نمای کلی ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم جک نیوماتیکی ۵۳
- شکل ۴-۱- مدل باندگراف جک نیوماتیکی در نرم‌افزار 20sim ۶۰
- شکل ۴-۲- تغییرات سرعت جک نیوماتیکی بر حسب زمان به ازای ضرایب اصطکاک مختلف ۶۱
- شکل ۴-۳- مدل باندگراف ربات تنسگریتی در نرم‌افزار 20sim ۶۱
- شکل ۴-۴- تغییرات گشتاور موتور الکتریکی دوار و نیروی جک نیوماتیکی بر حسب زمان بدست آمده از باندگراف ۶۲
- شکل ۴-۵- حرکت صفحه‌ی متحرک $D_1D_2D_3$ و جک نیوماتیکی در یک بازه‌ی زمانی Δ ۶۳
- شکل ۴-۶- تغییرات زاویه‌ی θ_2 بر حسب زمان ۶۴
- شکل ۴-۷- تغییرات مختصه‌های سرعت نقطه‌ی D_3 بر حسب زمان ۶۵
- شکل ۴-۸- تغییرات گشتاور موتور الکتریکی و نیروی جک نیوماتیکی بر حسب زمان ۶۶
- شکل ۴-۹- تغییرات طول جک بر حسب زمان ۶۷
- شکل ۴-۱۰- تغییرات سرعت جک بر حسب زمان ۶۸
- شکل ۴-۱۱- تغییرات زاویه‌ی موتور دورانی بر حسب زمان ۶۸
- شکل ۴-۱۲- تغییرات سرعت زاویه‌ای موتور دورانی بر حسب زمان ۶۸
- شکل ۴-۱۳- مقایسه‌ی تغییرات گشتاور موتور الکتریکی و نیروی جک نیوماتیکی بر حسب زمان ۶۹
- بدست آمده از مدل باندگراف و دینامیک لاگرانژی ۶۹
- شکل ۴-۱۴- خطای بین روش باندگراف و روش دینامیک لاگرانژی بر حسب زمان ۷۰
- شکل ۴-۱۵- مسیر بهینه‌ی حرکت جک نیوماتیکی و موتور الکتریکی با استفاده از تابع مرتبه‌ی

سوم ۷۱

شکل ۴-۱۶- میزان انرژی پتانسیل مسیر خطی و مسیر بهینه بدست آمده ۷۲

شکل ۴-۱۷- مسیر بهینه ی حرکت جک نیوماتیکی و موتور الکتریکی با استفاده از تابع مرتبه ی

چهار ۷۳

شکل ۴-۱۸- تغییرات تابع هدف بر حسب تعداد تکرار برای مسیر مرتبه ی سوم و مسیر مرتبه ی

چهارم ۷۴

فهرست جداول

- جدول ۱-۱- مجموعه‌ی تصاویر پژوهش‌های پیشین ۱۰
- جدول ۱-۲- علیت عناصر باندگراف ۲۰
- جدول ۱-۴- مقایسه‌ی انرژی پتانسیل در مسیرهای متنوع ۷۴

فصل اول

مقدمه

سازه‌ها و مکانیزم‌های^۱ تنسگریتی^۲ ساختارهایی دو یا سه بعدی هستند که از شبکه‌ی پیوسته‌ای از اعضای کششی و مجموعه‌ای از اعضای گسسته‌ی فشاری، تشکیل شده‌اند. پایداری این ساختارها مستلزم تعادل تنش داخلی اعضای کششی آن است. این ساختارها به نسبت سایر ساختارهای مهندسی قرابت بیشتری به سیستم‌های طبیعی دارند که این خود مزایای بسیاری را برای این ساختارها ایجاد کرده است؛ بخشی از این مزایا عبارتند از سبکی، انعطاف‌پذیری و قابلیت تحرک در محیط‌های نامقید که در نتیجه کارایی آن‌ها را نسبت به سایر ساختارها افزایش می‌دهد. مزایای ساختارهای تنسگریتی در سال‌های اخیر سبب علاقه‌ی مهندسان رشته‌های گوناگون اعم از مکانیک، عمران، معماری، رباتیک و ... به تحقیق و پژوهش در این حوزه شده است.

۱-۲- معرفی ساختارهای تنسگریتی

تنسگریتی یا کش‌بستی واژه‌ای نوین و ترکیبی از دو واژه‌ی لاتین به معنای کشش^۳ و تمامیت^۴ است که برای سازه‌ها و مکانیزم‌هایی با ساختارهای خاص به کار می‌رود. به تعبیر فولر^۵ که یکی از نخستین تعاریف را برای این ساختارها ارائه کرده است، ساختارهای تنسگریتی جزایری از فشار در داخل دریایی از کشش هستند. تنسگریتی یک سیستم ساختار محور است که با عناصر فشاری شناور در یک شبکه‌ی کششی، شناخته شده است. پایداری مکانیکی این ساختارها نه به دلیل استقامت تک تک اعضا، بلکه به سبب شکل توزیع کل ساختار و تعادل آن است که از اعضای ساخته شده است که هر یک می‌توانند کششی یا فشاری باشند؛ مانند گنبد‌های ژئودزیک^۶ (گنبد‌های متشکل از سطوح

^۱ Mechanism

^۲ Tensegrity

^۳ Tension

^۴ Integrity

^۵ R. Fuller

^۶ Geodesic Dome

هندسی) ابداعی فولر [۱].

نخستین بار ساختارهای تنسگریتی، در سال ۱۹۴۸، توسط اسنلسون^۱ ابداع گردید. دیدگاه اسنلسون به این ساختارها صرفاً یک نگاه هنری بود. امروزه سازه‌ای که توسط اسنلسون طراحی شده است، به عنوان نخستین سازه‌ی تنسگریتی در نظر گرفته می‌شود [۲]. ساختارهای تنسگریتی نخستین بار در سال ۱۹۷۵، توسط فولر با رویکرد مهندسی بررسی شده‌اند. ایده‌های فولر هنوز در معماری مورد استفاده قرار می‌گیرد. فولر ساختارهای تنسگریتی را مجموعه‌ی ناپیوسته‌ای از اعضای فشاری که در سیستمی پیوسته از اعضای کششی قرار گرفته‌اند، تعریف کرده است.

در بیانی دیگر، پیو^۲، ساختارهای تنسگریتی را به گونه‌ای تعریف نمود که هنگامی یک سیستم تنسگریتی ایجاد می‌شود که مجموعه‌ای از اجزای ناپیوسته‌ی فشاری در اثر متقابل با اجزای پیوسته‌ی کششی قرار گیرند و یک حجم پایدار در فضا ایجاد کنند. این تعریف عام‌ترین تعریف ارائه شده در منابع و مراجع تنسگریتی است [۳]. هانور^۳ [۴] ساختارهای تنسگریتی را شبکه‌هایی از مفاصل پینی همراه با کشش اولیه‌ی داخلی و خود ایستا توصیف نمود که در آن‌ها مجموعه‌ای از ریسمان‌ها یا کابل‌های کششی، در تقابل با مجموعه‌ای از میله‌ها یا تیرهای فشاری قرار داده شده‌اند.

۱-۳- مروری بر پژوهش‌های پیشین

ساختارهای تنسگریتی به دلیل داشتن ویژگی‌های منحصربه‌فرد، سبب شده‌اند تا انواع گوناگونی از این سیستم‌ها ساخته شود و منجر به انجام پژوهش‌های فراوانی در حوزه‌های طراحی، تحلیل و کنترل این سیستم‌ها گردد. از طرفی گسترش استفاده از ربات‌ها و مکانیزم‌ها در رشته‌های مختلف دانش‌بنیان، کاربردی و صنعتی، نیاز به ربات‌هایی کارآمد و بهینه را افزایش می‌دهد. مکانیزم‌هایی که با ساختار تنسگریتی ساخته شده‌اند، به دلیل سبکی، انعطاف پذیری و توانایی حرکت در محیط‌های

^۱ K. Snelson

^۲ A. Pugh

^۳ A. Hanaor

نامقید، مزایای فراوانی بر سایر مکانیزم‌ها و ربات‌های مشابه دارند. هابر^۱ و آبل^۲ [۵] به قابل تعمیم بودن برخی از پارامترهای طراحی سازه‌های پوسته‌ای به ساختارهای تنسگریتی پی برده و نتایج را اثبات کرده اند. پارامترهای قابل تعمیم شامل هندسه، نیروهای داخلی، نیروهای خارجی و موقعیت قیود هندسی، می‌شود. از دیدگاه هندسی فولر [۱] و پیو [۳] اولین پژوهش‌ها را بر ساختارهای تنسگریتی انجام داده اند. پیشرفت نظریه‌های استاتیکی ساختارهای تنسگریتی مدیون تحقیقات ارزشمند افرادی چون کالادین^۳ [۶]، موترو^۴ [۷]، پلگرینو^۵ [۸] و سلطان^۶ [۹] می‌باشد. حل مسائل استاتیکی ساختارهای تنسگریتی با استفاده از روش‌های عددی در نتایج پژوهش‌های سلطان [۹]، موراکی^۷ و نیشیمورا^۸ [۱۰، ۱۱]، هانور [۱۲] و کبیچه^۹ [۱۳] به خوبی پرداخته شده است. تحقیقات بسیاری در حوزه‌های هندسی و استاتیک ساختارهای تنسگریتی صورت گرفته است ولی پژوهش در حوزه دینامیک و کنترل این ساختارها، بسیار جدید است و زمینه‌ای باز پیش روی پژوهشگران است. دینامیک ساختارهای تنسگریتی با پژوهشی که توسط موترو [۷] صورت پذیرفت، آغاز شد و توسط افرادی مانند موراکی [۱۰] و سلطان و هم‌کاران [۱۴] ادامه پیدا کرد و معادلات تعدادی از ساختارهای مشهور تنسگریتی به دست آمد. بررسی کنترل ساختارهای تنسگریتی به‌طور سطحی و مختصر توسط اشخاصی چون اسکلتون^{۱۰} و سلطان [۱۵]، موترو [۱۶] و کانچاناساراتول^{۱۱} و ویلیامسن^۱

^۱ R. Haber

^۲ J. Abel

^۳ C. Calladine

^۴ R. Motro

^۵ S. Pellegrino

^۶ C. Sultan

^۷ H. Murakami

^۸ Y. Nishimura

^۹ K. Kebiche

^{۱۰} R. T. Skelton

^{۱۱} N. Kanchanasaratool

ویلیامسن^۱ [۱۷] انجام شده است. آلدريچ^۲ [۱۸]، بامداد [۱۹] و اسلام پور [۲۰] با کمینه کردن انرژی و زمان به طراحی مسیر بهینه برای ربات‌های موازی و ربات‌هایی با ساختار تنسگریتی اقدام کرده اند. نافع [۲۱] با استفاده از قوای محرکه، ارتعاشات یک ربات تنسگریتی را کمینه کرده است. جلایر [۲۲] برای یک مکانیزم تنسگریتی مسیر حرکت بدون برخورد طراحی کرده است. فاروقی و هم‌کاران [۲۳] تحلیل دینامیک غیرخطی ساختارهای تنسگریتی را با مطالعه‌ی اثر روش هم‌چرخشی در این گونه از ساختارها، انجام داده اند. فاروقی و هم‌کاران [۲۴] در پژوهشی دیگر به تحلیل ساختارهای تنسگریتی تحت بار دینامیکی با استفاده از روش فضای حالت پرداخته اند.

تنسگریتی منشوری^۳ در مقایسه با دیگر خانواده‌های تنسگریتی فضایی، دارای هندسه‌ی ساده‌تری است. ساختار اساسی این تنسگریتی‌ها از دو چند ضلعی با تعداد اضلاع یکسان، که الزاماً هم اندازه نیست، تشکیل شده است که گوشه‌های آن‌ها توسط عضوهایی به یکدیگر متصل شده‌اند. یکی از ساده‌ترین تنسگریتی‌های منشوری، تنسگریتی T-3 است که در ردیف ۱ جدول ۱-۱ نمایش داده شده است. پیناد^۴ و هم‌کاران با ارائه‌ی یک مکانیزم تنسگریتی جدید که مرکب از دو تنسگریتی ساده‌ی منشوری T-3 است، دینامیک این سیستم را بررسی کرده است. این مکانیزم در ردیف ۲ جدول ۱-۱ نمایش داده شده است [۲۵].

بیات [۲۶] سه ساختار تنسگریتی صفحه‌ای را که از دو میله، تعدادی ریسمان منعطف و تعدادی ریسمان غیرقابل انعطاف تشکیل شده است، ارائه کرد و به تحلیل ترکیب‌بندی آن‌ها در حالت‌های پایدار پرداخت. بیات با این فرض که به سیستم‌های مورد مطالعه، هیچ نیروی خارجی وارد نمی‌شود، برای مکانیزم دو فنره حل تحلیلی ارائه کرد ولی برای دو مکانیزم دیگر که سه و چهار فنر داشتند، به سبب پیچیدگی حل تحلیلی از روش حل تعقیبی استفاده نمود.

^۱ D. Williamson

^۲ J. Aldrich

^۳ Prismatic Tensegrity

^۴ J. P. Pinaud

آرسنو^۱ و جاسلین^۲ [۲۷] تحلیل استاتیکی و سینماتیکی یک مکانیزم صفحه‌ای را با یک درجه‌ی آزادی و با استفاده از شیوه‌های رایج علم رباتیک به انجام رساندند. سپس آرسنو و جاسلین [۲۸] به بررسی استاتیکی، سینماتیکی و دینامیکی یک مکانیزم صفحه‌ای با دو درجه‌ی آزادی پرداختند. مکانیزم آن‌ها از دو عضو فشاری و چهار عضو کششی تشکیل شده است. دو عضو فشاری میله‌های صلب، دو عضو کششی فنر و دو عضو کششی دیگر ریسمان‌هایی هستند که نقش محرکه‌های مکانیزم را ایفا می‌کنند. ردیف ۳ جدول ۱-۱ این مکانیزم را نمایش می‌دهد. در نهایت با استفاده از مکانیزم فضایی T-3، آرسنو و جاسلین دو مکانیزم فضایی جدید ارائه نمودند. مکانیزم اول که در ردیف ۴ جدول ۱-۱ نشان داده شده است، از سه محرکه به عنوان اعضای فشاری، سه کابل کششی و شش فنر کششی تشکیل شده است [۲۹]. این مکانیزم شش درجه‌ی آزادی دارد و محرکه‌ها حرکت صفحه‌ی صلب فوقانی را فراهم می‌کنند. مکانیزم دوم از سه میله‌ی فشاری و نه فنر کششی تشکیل شده است. این مکانیزم سه درجه‌ی آزادی دارد و با تغییر طول سه محرکه‌ی خود، موقعیت یک گره را تغییر می‌دهد [۳۰].

تران^۳ [۳۱] بر پایه‌ی مکانیزم تنسگریتی منشوری T-3، یک مکانیزم فضایی نو ارائه کرد که در ردیف ۵ جدول ۱-۱ نشان داده شده است. در این مکانیزم سه جزء کششی جانبی در تنسگریتی منشوری T-3 را می‌توان با سه فنر که به شکل سری با سه کابل می‌باشند، تعویض کرد. طول کابل‌ها و طول میله‌های فشاری را می‌توان با کنترل شکل مکانیزم دست‌خوش تغییر نمود. سایر اعضای کششی در صفحه‌ی فوقانی و تحتانی، کابل هستند.

مارشال^۴ [۳۲] با استنتاج علمی ثابت کرد که به دلیل غیرمنعطف و تغییر ناپذیر بودن اعضای کششی صفحات بالایی و پایینی مکانیزم تران، می‌توان آن‌ها را با صفحات صلب جایگزین نمود و به

^۱ M. Arsenault

^۲ C. Gosselin

^۳ T. M. Tran

^۴ M. Q. Marshall

این شکل یک مکانیزم موازی با شش درجه ی آزادی ارائه نمود که در ردیف ۶ جدول ۱-۱ نمایان است. در این مکانیزم محرکه‌ها توسط مفاصل کروی به صفحات ثابت و متحرک متصل شده اند و برای این که عضوهای منعطف همواره کششی باشند نیاز به اعمال نیروهای خارجی است.

شکرفروش [۳۳] با وارونه کردن مکانیزم مارشال، مکانیزمی ارائه کرد که به دلیل وارد شدن نیروهای گرانشی به آن، اجزای منعطف آن بدون نیاز به اعمال نیروی خارجی همواره تحت کشش قرار دارند.

در مراجع [۳۴-۳۸] به بررسی ربات‌هایی با ساختار تنسگریتی اقدام شده است که ویژگی مشترک همه‌ی آن‌ها تعداد کم میله‌های به کار رفته در هندسه‌ی ربات است. نقطه‌ی اشتراک دیگر همه‌ی این پژوهش‌ها این است که محصول تحقیقات میراتس تور^۱ و هم‌کارانش که در دانشگاه بارسلونا فعالیت می‌کنند، است.

میراتس تور و هم‌کاران [۳۴] در پژوهشی یک ربات تنسگریتی منشوری سه میله‌ای T-3 را بررسی و معادلات دینامیکی آن را با استفاده از دیدگاه لاگرانژین برای ربات‌هایی با شکل‌ها و اندازه‌های آزاد استخراج کرده اند.

خوان^۲ و میراتس تور [۳۵] به بررسی یک ابزار بنیادی برای طراحی مسیر و شکل ربات‌های تنسگریتی از دیدگاه عدم برخورد و تداخل اعضای ربات با یکدیگر و جلوگیری از تداخل و برخورد با محیط اطراف پرداخته اند.

هرناندز^۳ و هم‌کاران [۳۶] یک رویکرد دینامیکی برای مکانیزم‌های تنسگریتی از شکل نخستین تا رسیدن به شکل پایدار مطلوب ارائه کرده اند. این روش برای حفظ پایداری دائم و جلوگیری از تداخل‌های داخلی و خارجی مطلوب است.

^۱ J. M. Mirats Tur

^۲ S. H. Juan

^۳ J. S. Hernandez

آلبرت رویرا^۱ و همکاران [۳۷] با استفاده از مکانیزم پراکارد فضایی T-3 کنترل پذیری این مکانیزم را که متشکل از سه میله و نه فنر فعال است، بررسی کرده است؛ کنترل موقعیت گره های مکانیزم، با استفاده از تغییر طول قسمت کابلی اعضای منعطف، صورت گرفته است.

میراتس تور و کمپس^۲ [۳۸] به بررسی یک ربات تنسگریتی منشوری شکل متقارن سه میله ای و متصل به زمین پرداخته اند که در ردیف ۷ جدول ۱-۱ نشان داده شده است. استاتیک، سینماتیک و فضای کاری ربات مورد مطالعه قرار گرفته و بعضی از مسیرهای این فضای کاری مورد تجزیه و تحلیل واقع شده است. در پایان به طراحی محرکه ها و سنسورها برای تولید حرکت اقدام شده است.

شای^۳ و همکاران [۳۹ و ۴۰] طراحی و ساخت رباتی با ساختار تنسگریتی را انجام دادند که یک نمونه ی دوطبقه ی آن در ردیف ۸ جدول ۱-۱ نشان داده شده است. هر طبقه از این مکانیزم دارای سه محرکه ی منشوری و سه کابل می باشد. با کنترل نیروی یکی از فنرها می توان صلبیت در ساختار ربات را در ضمن جابه جایی از یک موقعیت به موقعیت دیگر، تضمین نمود.

مون^۴ و کرین^۵ یک مکانیزم تنسگریتی سه بعدی ارائه نمودند که در آن صفحه ی متحرک با هفت بازو به پایه ی ربات متصل شده است. هر بازو حاصل سری بستن یک فنر به یک پیستون است که محرکه های این ربات همان پیستون است. در این تحقیق صرفاً به استاتیک ربات پرداخته شده است [۴۱].

هیرای^۶ و ایموتا^۷ [۴۲] شبیه سازی دینامیکی یک ربات تنسگریتی غلتان را ارائه نموده اند. این ربات از شش میله و بیست و چهار محرکه ی نیوماتیکی تشکیل شده است. در ابتدا، نمونه ی اولیه ی

^۱ A. G. Rovira

^۲ J. Camps

^۳ O. Shai

^۴ Y. Moon

^۵ C. D. Crane

^۶ S. Hirai

^۷ R. Imuta

ربات نمایش داده شده و هندسه و توپولوژی ربات توصیف گردیده است؛ سپس دینامیک هر میله و قیود ناشی از پایداری، فرموله و پس از شبیه‌سازی نتایج تئوری و عملی تشریح شده است. این ربات در ردیف ۹ جدول ۱-۱ نمایش داده شده است.

پول^۱ و هم‌کاران [۴۳] ایده‌ی ربات‌های پادار را بر اساس ساختار تنسگریتی بررسی کرده و دینامیک این ساختارها را جهت متحرک‌سازی استخراج نموده است. تصویر ردیف ۱۰ جدول ۱-۱ نمونه‌ی ساخته شده‌ی این ربات را نمایش می‌دهد.

شیباتا^۲ و هم‌کاران [۴۴] به طراحی یک ربات متحرک با ساختار تنسگریتی که قابلیت خزیدن دارد، پرداخته اند و نتایج آزمایشگاهی این پژوهش را نیز بررسی کرده اند. نمونه‌ی آزمایشگاهی این ربات را در ردیف ۱۱ جدول ۱-۱ می‌توان دید.

کومندرا^۳ [۴۵] یک مدل‌سازی محاسباتی برای بدست آوردن دینامیک و کنترل ربات‌های تنسگریتی ارائه کرده است و هم‌چنین سعی در ادغام رباتیک نرم با رباتیک تنسگریتی کرده است. فریزن^۴ و هم‌کاران [۴۶] ربات متحرک تنسگریتی مجراندرد^۵ DuCTT را در این پژوهش معرفی کرده اند و با استفاده از استراتژی کنترلی سینماتیک معکوس متحرک‌سازی کرده و نتایج شبیه‌سازی برای بررسی قابلیت‌های کنترلی ارائه نموده اند. در نهایت نتایج شبیه‌سازی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. تصویر ردیف ۱۲ جدول ۱-۱ این ربات را نمایش می‌دهد.

بروس^۶ و هم‌کاران [۴۷] یک ربات متحرک تنسگریتی را برای کاوش‌های سیاره‌ای به نام SUPERball^۷ ساخته و بررسی کرده اند که در تصویر ردیف ۱۳ جدول ۱-۱ قابل مشاهده است.

^۱ C. Paul

^۲ M. Shibata

^۳ E. Komendera

^۴ J. Friesen

^۵ Duct Climbing Tensegrity Robot

^۶ J. Bruce

^۷ Spherical Underactuated Planetary Exploration Robot ball

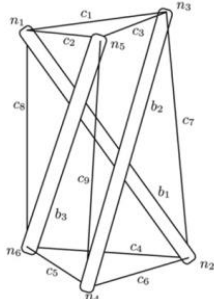
کالووارتز^۱ و هم‌کاران [۴۸] به توسعه‌ی یک ابزار برای طراحی و کنترل ربات‌های متحرک تنسگریتی پرداخته‌اند. در این روش استراتژی‌های کنترلی مختلفی، هم به صورت شبیه‌سازی و هم بر روی یک نمونه‌ی شش میله‌ای اجرا شده است. تمام این روش‌ها جهت تولید حرکت غلتکی است.

فریزن و هم‌کاران [۴۹] ربات متحرک تنسگریتی مجراندرد DuCTT که در سال ۲۰۱۴ معرفی شده بود، مجدداً بررسی نموده و برای نخستین بار در این پژوهش سرعت ربات تنسگریتی را مورد توجه قرار داده‌اند.

چن^۲ و هم‌کاران [۵۰] استفاده از یک شبکه‌بندی الاستیک خاص برای اعضای کششی پیشنهاد نموده‌اند که زمان مورد نیاز جهت ساخت و سرهم کردن آن را به شدت کاهش می‌دهد. این ساختار در تصویر ردیف ۱۴ جدول ۱-۱ نمایش داده شده است.

کارنیو^۳ و پست^۴ [۵۱] به مقایسه‌ی ساختارهای متفاوت تنسگریتی از دیدگاه امکان موبایل ربات بودن آن‌ها پرداخته‌اند و اقدام به طراحی رباتی به صورت ترکیبی از تنسگریتی‌های متحرک و موبایل ربات‌های معمول کرده‌اند. این تلاش‌ها منجر به تولید نخستین تنسگریتی چرخ‌دار جهت حرکت در داکت‌های هوا شده است. مدل ساخته شده‌ی این ربات در تصویر ردیف ۱۵ جدول ۱-۱ نمایان است.

جدول ۱-۱- مجموعه‌ی تصاویر پژوهش‌های پیشین

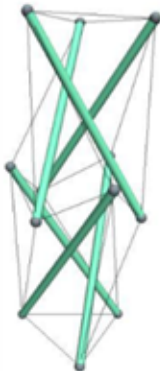
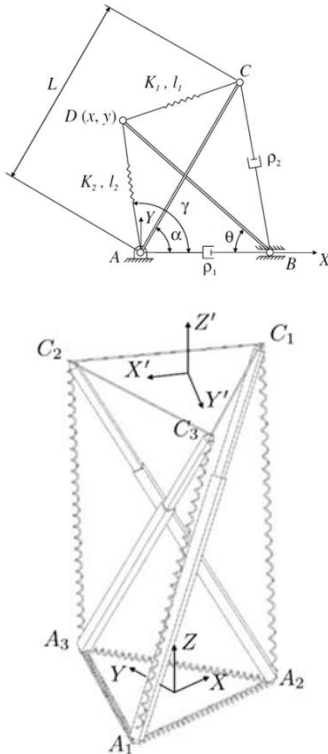
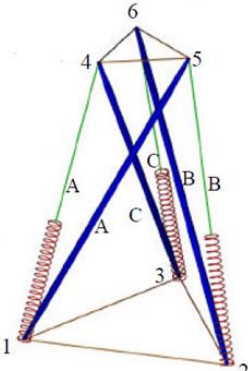
ردیف	توضیحات	تصاویر
۱	تنسگریتی منشوری T-3 [۳۷-۳۴]	

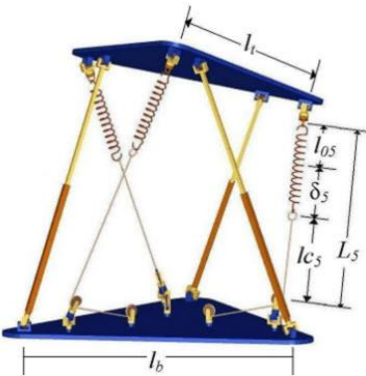
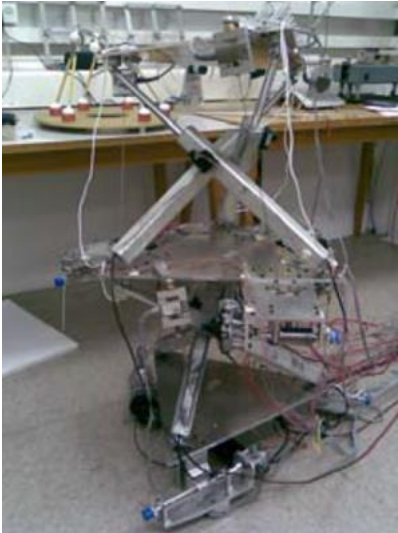
^۱ A. Caluwaerts

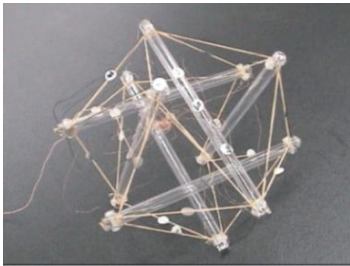
^۲ L. Chen

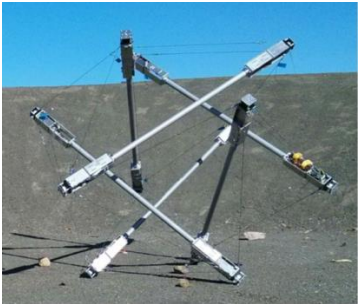
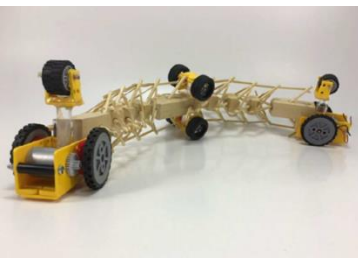
^۳ F. Carreño

^۴ M. A. Post

	۲ تسگریتی مرکب از دو تسگریتی منشوری T-3 [۲۵]
	۳ تسگریتی صفحه‌ای دو درجه‌ی آزادی [۲۸] ۴ مکانیزم تسگریتی فضایی شش درجه آزادی [۲۹]
	۵ مکانیزم تسگریتی [۳۱]

	۶ مکانیزم تنسگریتی [۳۲]
	۷ ربات تنسگریتی منشوری و متقارن [۳۸]
	۸ ربات تنسگریتی منشوری دو طبقه [۳۹ و ۴۰]

 	ربات تنسگریتی غلتان [۴۲]	۹
	ربات تنسگریتی [۴۳]	۱۰
 	ربات تنسگریتی خزنده [۴۴]	۱۱
	ربات تنسگریتی [۴۶] DuCTT	۱۲

	۱۳ ربات تنسگریتی [۴۷] SUPERball
	۱۴ ربات تنسگریتی با شبکه‌بندی الاستیک خاص [۵۰]
	۱۵ ربات تنسگریتی چرخ‌دار [۵۱]

۴-۱- ساختار پایان‌نامه

با توجه به مروری که در این مقدمه بر کارهای گذشته صورت گرفت، هدف پژوهش پیش رو، بررسی و تحلیل یک تنسگریتی رباتیکی است که محرکه‌های خطی امکان حرکت را برای آن فراهم می‌سازند. آنچه در این پایان‌نامه مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است، به شرح زیر است:

- بررسی یک تنسگریتی رباتیکی با یک محرکه‌ی نیوماتیکی و یک محرکه‌ی الکتریکی دوار.
- ترسیم مدل باندگراف ربات تنسگریتی و محرکه‌ی نیوماتیکی آن و شبیه‌سازی آن‌ها در محیط نرم‌افزاری.
- استخراج معادلات سینماتیکی و دینامیکی ربات تنسگریتی و تحلیل نرم‌افزاری آن‌ها.
- بدست آوردن یک مسیر بهینه که در هر وضعیت پایداری تنسگریتی را تضمین کند.
- بررسی و تحلیل نتایج بدست آمده.

فصل دوم

طراحی مدل باندگراف

۲-۱- مقدمه

بررسی حرکت اجسام در مکانیک کلاسیک با استفاده از سینماتیک و دینامیک مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. سینماتیک به بررسی حرکت بدون در نظر گرفتن عامل ایجاد کننده‌ی حرکت می‌پردازد. در دینامیک حرکت همراه با عامل ایجاد کننده‌ی آن، یعنی نیرو مورد بررسی قرار می‌گیرد. دینامیک، جسم را همراه با ارتباط و تاثیر پذیرفتن از و تاثیر گذاشتن بر پیرامونش مورد ارزیابی قرار می‌دهد.

ترسیم باندگراف^۱ و استفاده از آن برای رسیدن به دینامیک مسئله، یکی از روش‌های نوینی است که مورد توجه پژوهشگران واقع شده است. در روش باندگراف معادلات سینماتیکی پایه استخراج شده و با استفاده از آن‌ها و قواعد ترسیم باندگراف، باندگراف رسم می‌شود. پس از رسم باندگراف، نتایج شبیه‌سازی، دینامیک مسئله را آشکار می‌سازد.

در این فصل، ابتدا باندگراف ربات تنسگریتی صفحه‌ای موازی منتخب، با استفاده از روابط سینماتیکی استخراج می‌گردد، سپس باندگراف محرکه‌ی نیوماتیکی^۲ و محرکه‌ی الکتریکی دوار آن رسم شده و پس از آن باندگراف کل مجموعه حاصل می‌شود.

۲-۲- ویژگی‌ها و مزایای روش باندگراف

روش باندگراف در دهه‌ی ۱۹۶۰ میلادی برای نخستین بار توسط پینتر^۳ مطرح گردید [۵۲]. این روش بر مبنای تبادل انرژی بین دامنه‌های مختلف فیزیکی ایجاد شده است. باندگراف به صورت هم‌زمان دامنه‌های فیزیکی متفاوت را با تبادل انرژی به یکدیگر مرتبط می‌سازد و در یک نمودار^۴ و زبان واحد

^۱ Bond Graph

^۲ Pneumatic Actuator

^۳ H. M. Paynter

^۴ Graph

به نمایش می‌گذارد. این ویژگی برجسته‌ی باندگراف باعث شده است که برای مواردی همانند سیستم‌های مکاترونیکی^۱ که از چند دامنه‌ی مختلف فیزیکی تشکیل شده‌اند، بسیار کاربردی باشد؛ برای مثال یک سیستم مکاترونیکی می‌تواند شامل بخش‌های مکانیکی، الکترونیکی، نیوماتیکی و ... باشد که به کمک باندگراف همه‌ی این زیرسیستم‌ها در یک گراف واحد و با یک زبان یکسان به نمایش در می‌آیند. در بررسی، تحلیل و شبیه‌سازی باندگراف، مدل‌سازی عناصر و روابط فیزیکی هر دامنه‌ی فیزیکی بر پایه‌ی معادلات مرتبط با همان دامنه است ولیکن مدل‌سازی توسط باندگراف یک توصیف تصویری از دینامیک داخلی سیستم‌های خطی و غیرخطی ارائه می‌کند که امکان مشاهده‌ی تراکنش‌ها و تبادلات انرژی بین عناصر سیستم را هم‌زمان با تحلیل عددی یک شبیه‌سازی فراهم می‌کند. ایجاد تغییرات و مشاهده‌ی متغیرهای سیستم در باندگراف همانند معادلات فضای حالت^۲ امکان‌پذیر است با این تفاوت که مشاهده‌ی نتیجه‌ی تغییر متغیرهای سیستم در باندگراف بسیار واضح‌تر و آسان‌تر از پیگیری آن‌ها در معادلات است. مدل‌هایی مانند باندگراف به مدل شیء‌گرا^۳ معروف‌اند که امروزه بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. یکی از دلایل اقبال پژوهش‌گران به سیستم‌های شیء‌گرا این است که تحلیل حساسیت در سیستم‌های مبتنی بر شیء‌گرایی بسیار راحت‌تر صورت می‌گیرد؛ برای نمونه عیب‌یابی این سیستم‌ها سهل‌تر است.

هم‌چنین نرم‌افزارهای تحلیل دینامیکی سیستم نمی‌توانند اثرات فیزیکی غیرعمومی را مدل‌سازی و تحلیل کنند؛ برای نمونه مدل‌های ویژه‌ای از اصطکاک که تا به حال مدل‌سازی نشده‌اند و یا مدل مورد بررسی در نرم‌افزارهای کنونی موجود نیست را می‌توان با عناصر محدود باندگراف مدل‌سازی کرد.

^۱ Mechatronic System

^۲ State Space Equations

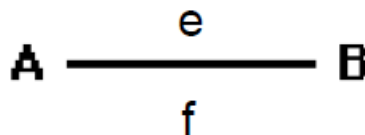
^۳ Object-Oriented Model

۳-۲- مبانی باندگراف

باند^۱ به معنی پیوند و رابطه است و به دلیل اینکه در باندگراف ارتباط میان عناصر را با یک خط رابط نشان می‌دهند، به این نام خوانده می‌شود. این خط رابط همان انتقال انرژی میان عناصر باندگراف است. متغیرهای اصلی باندگراف که تلاش^۲ و جریان^۳ نام دارند از طریق این پیوند منتقل می‌شوند. در شکل ۱-۲ پیوند بین عناصر نشان داده شده است. جهت تلاش و جریان خلاف یکدیگر است؛ به این شکل که وقتی تلاش وارد عنصری از باندگراف می‌شود، جریان از آن خارج می‌گردد و بالعکس. حاصل-ضرب تلاش در جریان برابر با توان^۴ است و با انتگرال‌گیری از توان انرژی^۵ حاصل می‌شود. در رابطه‌ی ۱-۲ ارتباط بین تلاش، جریان، توان و انرژی نشان داده شده است؛ برای مثال تلاش و جریان در حوزه‌ی مکانیکی به ترتیب نیرو و سرعت و در حوزه‌های مرتبط با سیالات به ترتیب اختلاف فشار بین دو نقطه و دبی حجمی^۶ سیال است.

$$\text{Power} = \text{Effort} \times \text{Flow} \quad (1-2)$$

$$\text{Energy} = \int (\text{Power}) dt$$



شکل ۱-۲- باندگراف پایه

۳-۲-۱- عناصر باندگراف

یکی از عناصر باندگراف عنصر اتلاف‌کننده^۷ انرژی است که با حرف R نشان داده می‌شود؛ برای نمونه این عنصر در حوزه‌ی مکانیکی، اصطکاک است.

¹ Bond

² Effort

³ Flow

⁴ Power

⁵ Energy

⁶ Volume Flow Rate

⁷ Dissipative

دو عنصر به عنوان عناصر ذخیره کننده‌ی انرژی شناخته می‌شوند که یکی عنصر اینرسی^۱ و دیگری عنصر ذخیره کننده^۲ نام دارد که به ترتیب با حروف I و C نشان داده می‌شوند؛ برای مثال عنصر اینرسی در حوزه‌ی مکانیکی، جرم و ممان اینرسی و عنصر ذخیره کننده، فنر است.

دو عنصر با نام‌های منبع تلاش^۳ و منبع جریان^۴ به عناصر منبع مشهور هستند که به ترتیب با S_e و S_f نشان داده می‌شوند. همان‌طور که از نام آن‌ها مشخص است، منابع ورود تلاش یا جریان به باندگراف هستند که بسته به نوع هر حوزه‌ی فیزیکی می‌تواند متفاوت باشد؛ برای مثال منبع تلاش در حوزه‌ی مکانیکی نیرو و منبع جریان در حوزه‌ی نیوماتیکی دبی حجمی را وارد باندگراف می‌کند.

عناصر اتصال^۵ که اتصال یکی^۶ و اتصال صفری^۷ هستند به ترتیب با 1 و 0 نشان داده می‌شوند. در باندگراف چند باند به این نقاط اتصال وصل می‌گردد. در اتصال یکی، تمامی جریان‌های ورودی و خروجی برابرند ولی مجموع تلاش‌های ورودی و خروجی صفر است. در اتصال صفری، تمامی تلاش‌های ورودی و خروجی با یکدیگر برابر ولی مجموع جریان‌های ورودی و خروجی معادل صفر است.

آخرین عناصر باندگراف که در این بخش به آن‌ها اشاره می‌گردد مبدل‌ها هستند که به دو دسته‌ی کلی ترنسفورمر^۸ و جایریتور^۹ تقسیم می‌شوند و به ترتیب با TF و GY نشان داده می‌شوند. ترنسفورمر ضریبی را در تلاش یا جریان ورودی به خود ضرب کرده و به ترتیب تلاش یا جریان خروجی را حاصل می‌کند اما در جایریتور ضریبی در تلاش یا جریان ورودی به این مبدل ضرب شده و بر خلاف ترنسفورمر به ترتیب جریان یا تلاش خروجی را تولید می‌کند؛ برای مثال در واقعیت ترنسفورمر الکتریکی و اهرم، ترنسفورمر و موتور الکتریکی و پمپ سانتریفیوژی، جایریتور هستند. در جدول ۱-۲ عملکرد ترنسفورمر

¹ Inertia

² Capacitor

³ Source of Effort

⁴ Source of Flow

⁵ Junction

⁶ One-Junction

⁷ Zero-Junction

⁸ Transformer

⁹ Gyrator

و جایرتور نشان داده شده است.

۲-۳-۲- علیت^۱ در باندگراف

علیت در باندگراف با یک خط تیره‌ی کوچک که به صورت عمود بر باند در یکی از دو انتهای باند قرار می‌گیرد، نشان داده می‌شود. در شکل ۲-۲ نحوه‌ی ترسیم علیت نشان داده شده است. کاربرد این علامت نشان دادن جهت تلاش و جریان است.



شکل ۲-۲- نمایش علیت در باندگراف

تلاش به عنصری که در مجاورت خط تیره‌ی علیت است وارد می‌شود و جریان از سمت بدون خط تیره خارج می‌گردد. برای مثال در شکل ۲-۲ تلاش به B و جریان به A وارد می‌شود. از بین عناصر باندگراف تنها I، C، S_e و S_f دارای علیت از پیش تعیین‌شده اند. در اتصال یکی، همه‌ی باندها به جز یکی از آن‌ها در مجاورت اتصال دارای خط تیره‌ی علیت اند ولی در اتصال صفری، فقط یکی از باندها در مجاورت اتصال دارای خط تیره‌ی علیت است که این به سبب ماهیت خود این اتصالات است. علیت بقیه‌ی عناصر به ویژه R با توجه به عناصر معلوم و قانون علیت اتصالات، مشخص می‌گردد. البته هر کدام از مبدل‌ها می‌توانند دو حالت داشته باشند. تمامی عناصر و علیت‌هایشان در جدول ۱-۲ نمایش داده شده است.

جدول ۱-۲- علیت عناصر باندگراف

شماره ردیف	عنصر باندگراف	علیت متناظر با هر عنصر
۱	I	
۲	C	

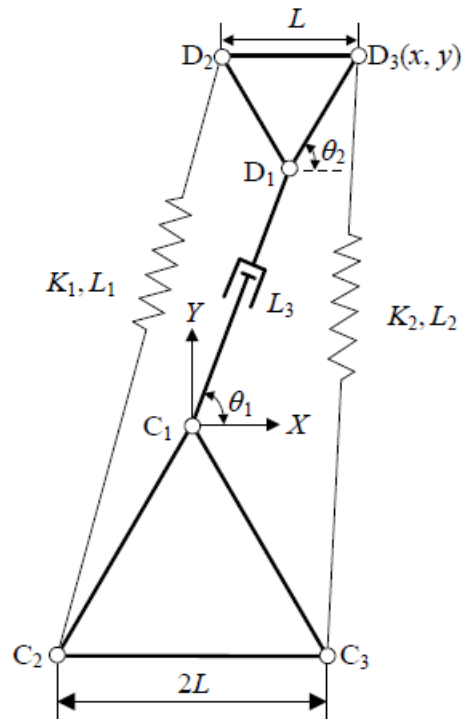
^۱ Causality

	S_e	۳
	S_f	۴
	R	۵
	TF	۶
	TF	۶
	GY	۷
	GY	۷
	1	۸
	0	۹

برای ترسیم باندگراف یک سیستم علاوه بر اصولی که پیش تر به آن ها اشاره شد به معادلات پایه نیز نیاز است؛ برای مثال در یک سیستم مکانیکی معادلات پایه روابط سینماتیکی یا همان روابط سرعت ها است. در بخش های بعدی طریقه ی رسم باندگراف بیشتر بسط داده خواهد شد.

۴-۲- توصیف ربات تنسگریتی

ربات مذکور یک ربات تنسگریتی صفحه‌ای موازی می‌باشد که در شکل ۲-۳ نشان داده شده است. به سبب این که حرکت ربات تنسگریتی مورد بررسی در صفحه‌ی افقی در نظر گرفته شده است از اثرات نیروی وزن صرف نظر شده است. صفحه‌ی متحرک ربات، مثلث متساوی الاضلاع $D_1D_2D_3$ ، که همه‌ی اضلاع آن به طول L است و صفحه‌ی ثابت نیز مثلث متساوی الاضلاع $C_1C_2C_3$ ، که طول هر ضلع آن $2L$ می‌باشد. اجزای سازنده‌ی ربات از طریق مفاصل دورانی دو بعدی و بدون اصطکاک به یکدیگر متصل شده‌اند. تمام اجزای ربات در یک صفحه قرار دارد. صفحه‌ی متحرک نسبت به صفحه‌ی ثابت از طریق یک موتور الکتریکی که در نقطه‌ی C_1 نصب می‌شود و جک نیوماتیکی با طول متغیر L_3 که به نقاط D_1 و C_1 به ترتیب از صفحات ثابت و متحرک متصل می‌شود، حرکت می‌کند. همچنین دو فنر خطی با ثابت فنر K_1 و K_2 به ترتیب نقاط D_2 و D_3 را به نقاط C_2 و C_3 متصل می‌کند. طول فنرهای K_1 و K_2 به ترتیب با L_1 و L_2 نشان داده می‌شود. دستگاه مختصات در نقطه‌ی C_1 نصب می‌شود. زاویه‌ی بین راستای مثبت محور x و جک نیوماتیکی با θ_1 و زاویه‌ی بین راستای مثبت محور x و ضلع D_1D_3 با θ_2 نشان داده می‌شوند. مجری نهایی ربات نقطه‌ی D_3 در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۲-۳- نمای کلی ربات تنسگریتی صفحه‌ای موازی

۲-۵- استخراج مدل دینامیکی به روش ترسیم باندگراف

در این بخش ترسیم باندگراف ربات تنسگریتی مذکور، مورد بررسی قرار می‌گیرد و در نهایت نتایج شبیه‌سازی آن با نتایج شبیه‌سازی مدلی که توسط روش دینامیک لاگرانژی^۱ در فصل بعد استخراج شده، مقایسه خواهد شد و صحت باندگراف بدست آمده مورد سنجش قرار می‌گیرد.

۲-۵-۱- ترسیم باندگراف

در این ربات دو ورودی توان وجود دارد. یکی گشتاور و سرعت زاویه‌ای است که موتور الکتریکی به ربات اعمال می‌کند. در این جا از یک المان SF استفاده شده است که ورودی سرعت زاویه‌ای از آن خارج شده و گشتاور متناظر با آن به این المان وارد می‌شود. ورودی دیگر نیروی جک خطی می‌باشد که برای نشان دادن آن از یک المان SF دیگر استفاده شده است که مقدار سرعت خطی جک که با $\dot{L}_3$ نشان داده می‌شود، از آن خارج می‌گردد و نیروی خطی جک به آن وارد می‌شود. با توجه به سه

^۱ Lagrangian Dynamics

درجه‌ی آزادی که صفحه‌ی متحرک بالایی دارد، برای هر یک از آن‌ها یک نقطه‌ی اتصال یکی در نظر گرفته شده است. مختصه‌های سرعت خطی مرکز جرم صفحه‌ی متحرک با توجه به هندسه‌ی ربات استخراج می‌گردد. زمانی که تنسگریتی در تعادل است، انرژی پتانسیل در یک اکسترمم محلی قرار می‌گیرد و فرض می‌شود که ربات در هر وضعیتی که قرار می‌گیرد با تنظیم زاویه‌ی θ_2 ، تعادل خود را حفظ می‌کند؛ در نتیجه $\partial U / \partial \theta_2 = 0$ است و زاویه‌ی θ_2 و سرعت دورانی $\dot{\theta}_2$ از همین رابطه حاصل می‌گردد؛ شرح این محاسبات در فصل بعد آمده است. با توجه به معادلات سینماتیک می‌توان رابطه‌ی بین ورودی‌ها، سرعت خطی و دورانی مرکز جرم صفحه‌ی متحرک را به صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{CI} &= \eta_1 \dot{L}_3 + \eta_2 \dot{\theta}_1 + \eta_3 \dot{\theta}_2 \\ \dot{y}_{CI} &= \eta_4 \dot{L}_3 + \eta_5 \dot{\theta}_1 + \eta_6 \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_2 &= \kappa_1 \dot{L}_3 + \kappa_2 \dot{\theta}_1\end{aligned}\quad (2-2)$$

که ثوابت عبارتند از:

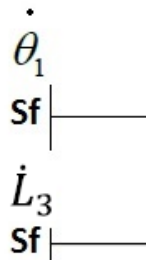
$$\begin{aligned}\eta_1 &= \cos \theta_1 \\ \eta_2 &= -L_3 \sin \theta_1 \\ \eta_3 &= -L_{CI} \sin(\theta_2 + 30^\circ) \\ \eta_4 &= \sin \theta_1 \\ \eta_5 &= L_3 \cos \theta_1 \\ \eta_6 &= L_{CI} \cos(\theta_2 + 30^\circ) \\ \kappa_1 &= \cos \theta_2^2 \frac{\left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial L_3} \zeta_2 - \frac{\partial \zeta_2}{\partial L_3} \zeta_1 \right)}{\zeta_2^2} \\ \kappa_2 &= \cos \theta_2^2 \frac{\left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial \theta_1} \zeta_2 - \frac{\partial \zeta_2}{\partial \theta_1} \zeta_1 \right)}{\zeta_2^2}\end{aligned}\quad (3-2)$$

روابط فوق از طریق نوشتن روابط هندسی حاکم بر ربات و مشتق‌گیری از آن‌ها حاصل می‌شود. در

معادلات (۳-۲) مقدار $L_{CI} = L/\sqrt{3}$ است و مقادیر زیر را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
\zeta_1 &= (K_1 + 2K_2)L_3 \sin \theta_1 - \sqrt{3}K_1L_3 \cos \theta_1 + 2\sqrt{3}K_2L \\
\zeta_2 &= 2(2K_1 - K_2)L + (K_1 + 2K_2)L_3 \cos \theta_1 + \sqrt{3}K_1L_3 \sin \theta_1 \\
\frac{\partial \zeta_1}{\partial L_3} &= (K_1 + 2K_2) \sin \theta_1 - \sqrt{3}K_1 \cos \theta_1 \\
\frac{\partial \zeta_2}{\partial L_3} &= (K_1 + 2K_2) \cos \theta_1 + \sqrt{3}K_1 \sin \theta_1 \\
\frac{\partial \zeta_1}{\partial \theta_1} &= (K_1 + 2K_2)L_3 \cos \theta_1 + \sqrt{3}K_1L_3 \sin \theta_1 \\
\frac{\partial \zeta_2}{\partial \theta_1} &= -(K_1 + 2K_2)L_3 \sin \theta_1 + \sqrt{3}K_1L_3 \cos \theta_1
\end{aligned} \tag{۴-۲}$$

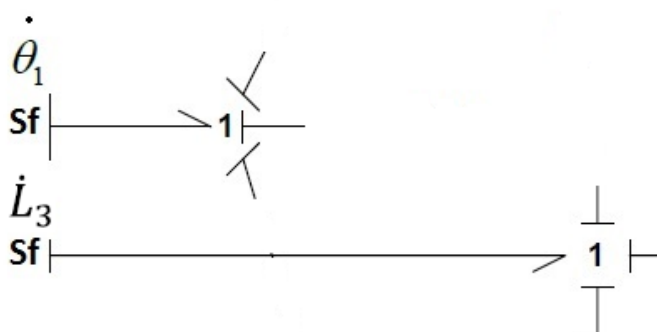
نحوه‌ی ترسیم باندگراف به این صورت است که سرعت زاویه‌ای موتور الکتریکی و سرعت خطی جک به عنوان ورودی در نظر گرفته می‌شوند. چون هر دوی این‌ها از جنس سرعت هستند، بنابراین ورودی جریان محسوب شده و همان‌طور که در شکل ۲-۴ نمایش داده شده است، با SF نشان داده می‌شوند که المان منبع جریان در باندگراف است و سرعت یا جریان از آن خارج شده و نیرو یا تلاش به آن وارد می‌شود. در دو المان در نظر گرفته شده برای دو ورودی مختلف، برای المان SF که مرتبط با سرعت زاویه‌ای موتور الکتریکی می‌باشد، سرعت زاویه‌ای از المان خارج شده و گشتاور به آن وارد می‌شود. برای المان SF مرتبط با سرعت خطی جک، سرعت خطی از آن خارج و نیروی جک به آن وارد می‌گردد. به عبارت دیگر، وجود چنین المانی در باندگراف این موضوع را بیان می‌کند که مقدار جریان یا سرعت معلوم بوده و مقدار تلاش یا نیرو بعد از محاسبه در باندگراف، به این المان باز می‌گردد. در این المان سرعت معلوم بوده و تلاش یا نیرو مجهول است و یا به عبارت دیگر از باندگراف محاسبه می‌شود.



شکل ۲-۴- المان‌های منبع جریان باندگراف

در ادامه‌ی هر یک از این مسیرها یک نقطه‌ی اتصال یکی قرار دارد. همان‌طور که در شکل ۲-۵ مشخص است در المان اتصال یکی مقدار جریان تمامی مسیرهای متصل به المان، یکسان است ولی جمع ورودی و خروجی نیروها در این المان صفر می‌باشد. استفاده از این المان به این خاطر است که سرعت خطی در راستای x و y و همچنین سرعت زاویه‌ای صفحه‌ی متحرک طبق معادلات به دست

آمده هر کدام تابعی از سرعت خطی جک $\dot{L}_3$ و سرعت زاویه‌ای موتور الکتریکی $\dot{\theta}_1$ می‌باشد؛ بنابراین با استفاده از این المان سه انشعاب از هر کدام از ورودی‌ها گرفته می‌شود و سه جریان مشابه از هر یک از این المان‌ها خارج می‌شوند. همان‌طور که از نحوه‌ی جهت‌بندی مشخص است، یک جریان وارد و سه جریان دقیقاً برابر جریان ورودی از آن خارج می‌شود. در مقابل نیرو یا گشتاور از سه مسیر مختلف محاسبه شده و وارد این المان‌ها شده و در خروجی مقدار نیروی خطی جک و گشتاور موتور را نتیجه می‌دهد. در ادامه هر یک از مسیرها به صورت جداگانه تشریح می‌گردد.

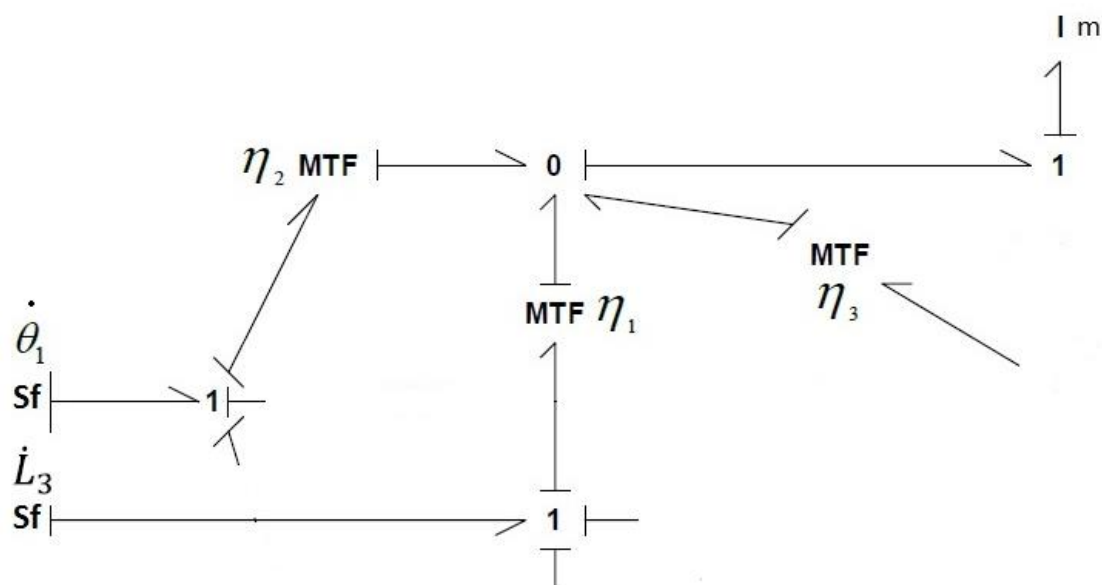


شکل ۲-۵- انشعاب جریان‌های ورودی به طور یکسان در نقطه‌ی اتصال یکی

برای محاسبه‌ی سرعت خطی در راستای x در باندگراف، مسیری مطابق شکل ۲-۶ ترسیم می‌شود. در این مسیر ابتدا سرعت زاویه‌ای موتور الکتریکی $\dot{\theta}_1$ که خروجی المان اتصال یکی است، در المان MTF ضرب می‌شود که این المان یک ترنسفورمر تنظیم شونده^۱ است؛ تفاوت آن با TF در این است که مقدار آن قابل تغییر می‌باشد. مقدار این ضریب با توجه به معادله‌ی ۲-۲ برابر η_2 می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با توجه به رابطه‌ی ۲-۳ این ضریب وابسته به θ_1 می‌باشد. در ادامه یک المان اتصال صفری قرار دارد. در این المان خروجی نیرو یا تلاش برابر بوده ولی مجموع جریان‌های وارده شده یا خارج شده برابر صفر است. به عبارت دقیق‌تر، مقدار جریان خارج شده از آن برابر مجموع جریان‌های وارد شده به آن است. در نتیجه در این جا با استفاده از این المان، مقدار سرعت خطی مرکز جرم در راستای محور x تعیین می‌شود. یک جریان ورودی از مسیری که توضیح

^۱ Modulated Transfer Function

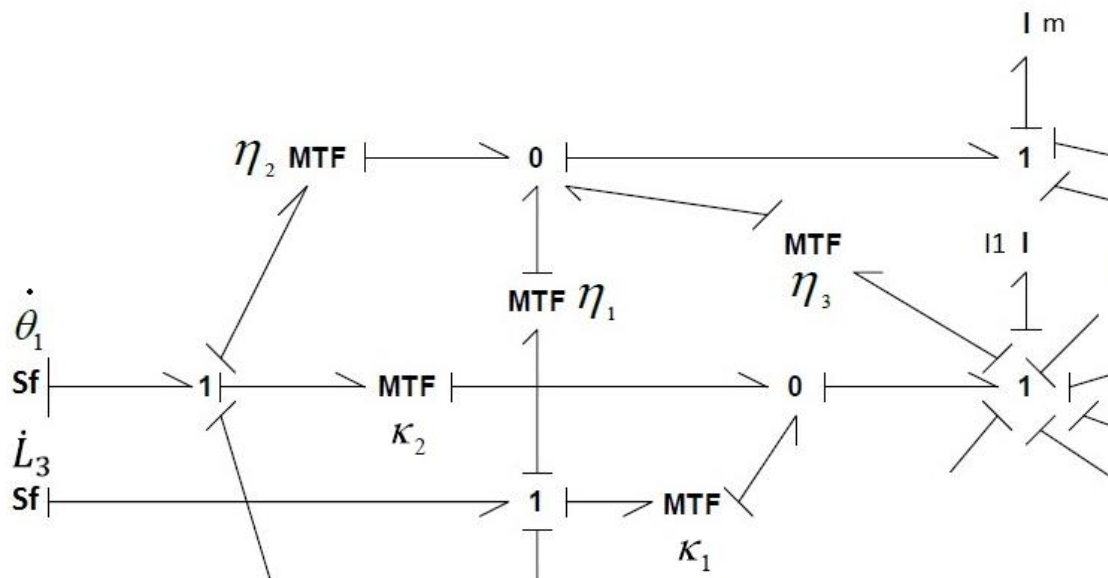
داده شده وارد این المان می‌گردد. جریان دیگری از ورودی جریان سرعت خطی جک در MTF که مقدار آن برابر η_1 است، ضرب شده و وارد این المان می‌شود و با جریان قبلی جمع می‌گردد. همچنین جریان دیگری که سرعت خطی صفحه‌ی متحرک به آن وابسته است و برای محاسبه‌ی مقدار نهایی باید با آن جمع شود، جریانی است که از طریق سرعت زاویه‌ای صفحه‌ی متحرک یعنی $\dot{\theta}_2$ در یک المان ترنسفورمر تنظیم شونده یا MTF که ضریب آن برابر η_3 می‌باشد، به ورودی المان اتصال صفری وارد می‌شود و با این سه ورودی، خروجی مقدار سرعت خطی صفحه‌ی متحرک در راستای x که با $\dot{x}_{CI}$ نشان داده شده است، نتیجه می‌شود. همان‌طور که در شکل ۲-۶ مشخص است در این قسمت هنوز المان مرتبط با $\dot{\theta}_2$ وجود ندارد و در ادامه این قسمت ترسیم می‌شود و نمودار تکمیل می‌گردد. در ادامه‌ی این مسیر یک المان اتصال یکی قرار گرفته است که همان معادله‌ی دینامیک صفحه‌ی متحرک در راستای x است که بر روی آن چهار المان اعمال می‌شود که یک المان همان نیروی اینرسی است که وارد می‌شود و با I نشان داده شده است. در این‌جا جریان وارد این المان شده و با مشتق‌گیری نیرو محاسبه می‌شود. نیرویی که از طرف جک وارد می‌شود که در حقیقت در این المان خروجی است و همچنین دو نیروی دیگر که از سمت راست وارد این المان می‌شود و در این شکل نشان داده نشده اند، نیروهای فنر است که بر دو گوشه وارد می‌شود و تصویر این نیروها در راستای x وارد این المان می‌شود. مسیری که برای در نظر گرفتن اثر فنرها می‌باشد در ادامه تشریح خواهد شد.



شکل ۲-۶- ایجاد خروجی $\dot{x}_{CI}$ در باندگراف

مسیر دیگری که در نهایت به معادله‌ی دینامیکی حرکت دورانی صفحه‌ی متحرک منتج می‌شود، در این قسمت تشریح می‌گردد. انتخاب این مسیر به این دلیل است که همان‌طور که در قسمت قبل تشریح گردید، برای تکمیل باندگراف نیاز به سرعت زاویه‌ای صفحه‌ی متحرک می‌باشد. در این مسیر، ابتدا باید متغیر θ_2 محاسبه شود. طبق معادله‌ی شماره ۲-۲ این متغیر یک متغیر وابسته است که با ضرایب تعیین شده و با استفاده از متغیرهای مستقل یا ورودی محاسبه می‌شود. بنابراین برای مشخص نمودن آن نیاز به یک المان اتصال صفری و دو المان ترنسفورمر تنظیم شونده است. ابتدا متغیر سرعت زاویه‌ای موتور در MTF که مقدار آن برابر κ_1 است، ضرب شده و همچنین متغیر سرعت خطی جک در المان MTF که مقدار آن برابر κ_2 است ضرب می‌شود و هر دوی آن‌ها وارد المان اتصال صفری می‌شوند که خروجی آن سرعت زاویه‌ای صفحه‌ی متحرک می‌باشد. در ادامه این جریان ورودی وارد المان اتصال یکی می‌شود که در حقیقت همان معادله‌ی حرکت زاویه‌ای صفحه‌ی متحرک می‌باشد که هشت ورودی و خروجی دارد. یک خروجی آن همان گشتاوری است که از طریق نیروی جک حول مرکز جرم وارد می‌شود. یک نیروی اینرسی دورانی نیز به این المان وارد می‌شود و با المان I نمایش داده شده است که ورودی آن جریان و خروجی آن گشتاور است. همچنین چهار گشتاور حول مرکز

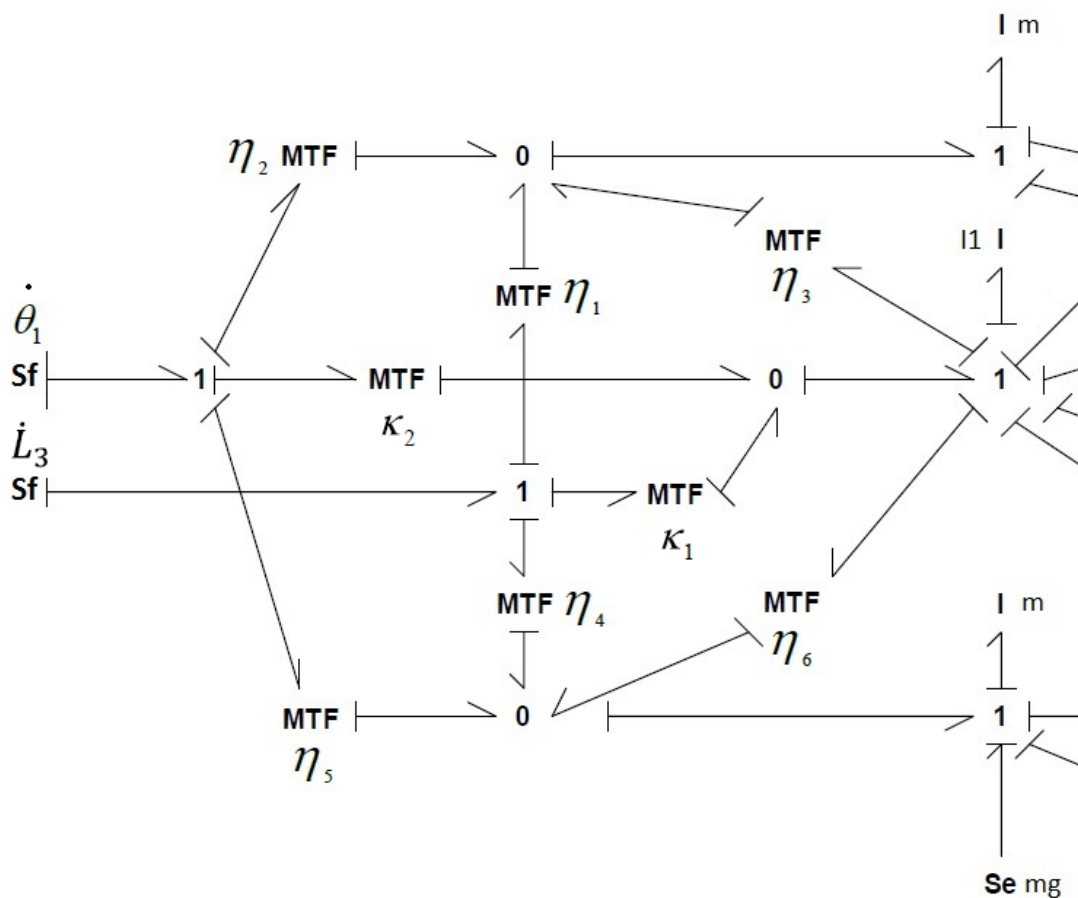
جرم که اثر هر یک از نیروهای فنر در راستاهای x و y حول مرکز جرم است، به این المان وارد می‌شود. در شکل ۷-۲ بانداگراف ترسیم شده تا این مرحله نشان داده شده است. قابل ذکر است که اثر گشتاورهای حاصل شده از فنر در ادامه توضیح داده می‌شود و بر روی بانداگراف نمایش داده می‌شود.



شکل ۷-۲-۱ ایجاد خروجی $\dot{\theta}_2$ در بانداگراف

در ادامه‌ی مسیر، محاسبه‌ی سرعت خطی مرکز جرم صفحه‌ی متحرک در راستای محور y در بانداگراف ترسیم می‌شود. با ضرب سرعت زاویه‌ای موتور الکتریکی در المان ترنسفورمر تنظیم شونده یعنی η_5 و جمع این جریان با دو جریان دیگر در یک المان اتصال صفری می‌توان سرعت خطی مرکز جرم صفحه‌ی متحرک در راستای y را که با $\dot{y}_{CI}$ نمایش داده می‌شود، محاسبه نمود. دو جریان دیگر از ضرب سرعت خطی جک در المان تابع تبدیل تنظیم شونده η_4 و همچنین سرعت زاویه‌ای صفحه‌ی متحرک در η_6 حاصل می‌شود. سپس این جریان وارد یک المان اتصال یکی می‌شود که همان معادله‌ی دینامیکی حاکم بر صفحه‌ی متحرک در راستای y می‌باشد. به این المان نیرویی که اثر نیروی اعمال شده از جک و موتور است اعمال می‌شود و همچنین یک نیروی اینرسی نیز اعمال می‌گردد که با المان I نشان داده شده است و مقدار آن برابر جرم صفحه است. در این المان جریان یا همان سرعت خطی صفحه‌ی متحرک وارد می‌شود و با مشتق‌گیری از آن نیروی متناظر محاسبه می‌گردد. همچنین

یک نیروی وزن در راستای y نیز در نظر گرفته می‌شود که به عنوان المان منبع نیرو یا Se به این المان وارد می‌شود و مقدار آن برابر mg است که در این جا برابر با صفر است. همچنین دو تصویر نیروی وارد شده از طرف فنرها بر صفحه متحرک در راستای y نیز به این المان وارد می‌شود که در ادامه تشریح خواهد شد. شمای کلی باندگراف بدون لحاظ نمودن اثر نیروی فنر در شکل ۸-۲ نشان داده شده است.



شکل ۸-۲- ایجاد خروجی $\dot{y}_{CI}$ در باندگراف

حال باید المان فنر در باندگراف وارد شود. بدین منظور باید سرعت‌های $\dot{L}_1$ و $\dot{L}_2$ محاسبه شوند. برای محاسبه‌ی این سرعت‌ها ابتدا باید سرعت نقاط D_2 و D_3 با توجه به معلوم بودن سرعت مرکز جرم تعیین گردند که از روابط ۵-۲ به دست خواهند آمد:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{D_3} &= \dot{x}_{CI} + \eta_7 \dot{\theta}_2 \\
\dot{y}_{D_3} &= \dot{y}_{CI} + \eta_8 \dot{\theta}_2 \\
\dot{x}_{D_2} &= \dot{x}_{CI} + \eta_9 \dot{\theta}_2 \\
\dot{y}_{D_2} &= \dot{y}_{CI} + \eta_{10} \dot{\theta}_2
\end{aligned}
\tag{۵-۲}$$

با در نظر گرفتن $L_f = L/\sqrt{3}$ ، ضرایب معادلات ۵-۲ عبارتند از:

$$\begin{aligned}
\eta_7 &= -L_f \sin(\theta_2 - 30^\circ) \\
\eta_8 &= L_f \cos(\theta_2 - 30^\circ) \\
\eta_9 &= -L_f \sin(\theta_2 + 90^\circ) \\
\eta_{10} &= L_f \cos(\theta_2 + 90^\circ)
\end{aligned}
\tag{۶-۲}$$

حال می‌توان سرعت‌های $\dot{L}_2$ و $\dot{L}_1$ را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\begin{aligned}
\dot{L}_2 &= T_1 \dot{x}_{D_3} + T_2 \dot{y}_{D_3} \\
\dot{L}_1 &= T_3 \dot{x}_{D_2} + T_4 \dot{y}_{D_2}
\end{aligned}
\tag{۷-۲}$$

ضرایب دو معادله‌ی ۷-۲ عبارتند از:

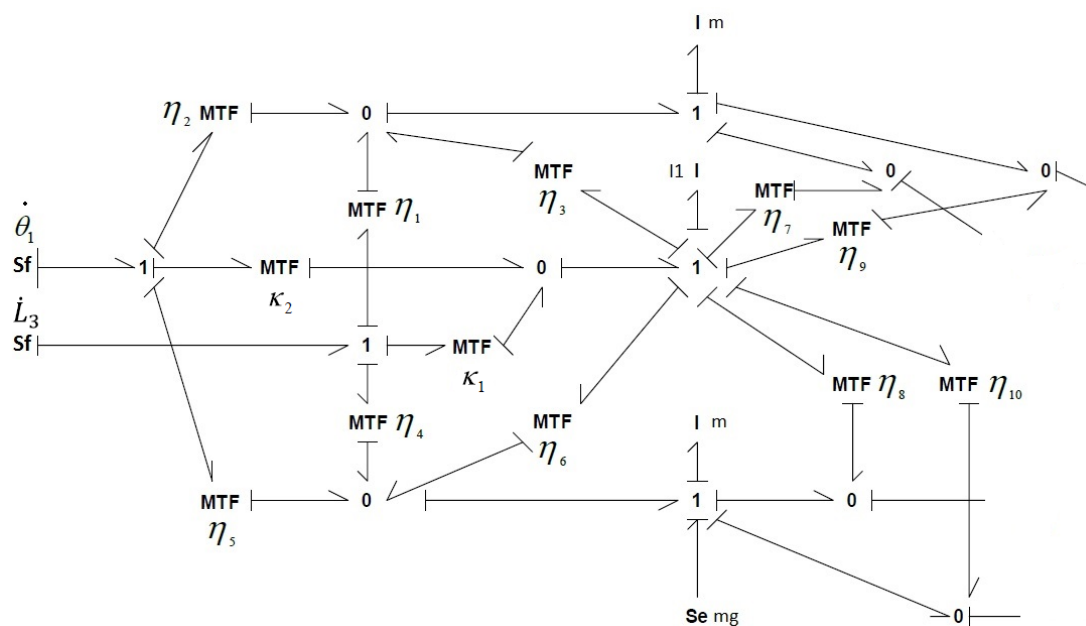
$$\begin{aligned}
T_1 &= \frac{(x_{D_3} - L)}{L_2} \\
T_2 &= \frac{(y_{D_3} + \sqrt{3}L)}{L_2} \\
T_3 &= \frac{(x_{D_2} + L)}{L_1} \\
T_4 &= \frac{(y_{D_2} + \sqrt{3}L)}{L_1}
\end{aligned}
\tag{۸-۲}$$

در رابطه‌ی ۸-۲، L_1 و L_2 از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$\begin{aligned}
L_1 &= \sqrt{(x_{D_2} + L)^2 + (y_{D_2} + \sqrt{3}L)^2} \\
L_2 &= \sqrt{(x_{D_3} - L)^2 + (y_{D_3} + \sqrt{3}L)^2}
\end{aligned}
\tag{۹-۲}$$

بعد از شناخت معادلات حاکم بر فنرها همان‌گونه که مشخص گردید برای اعمال نیروهای فنر باید مقادیر $\dot{L}_2$ و $\dot{L}_1$ در باندگراف ایجاد شده و با در نظر گرفتن المان C بتوان اثر فنر را در باندگراف مشخص

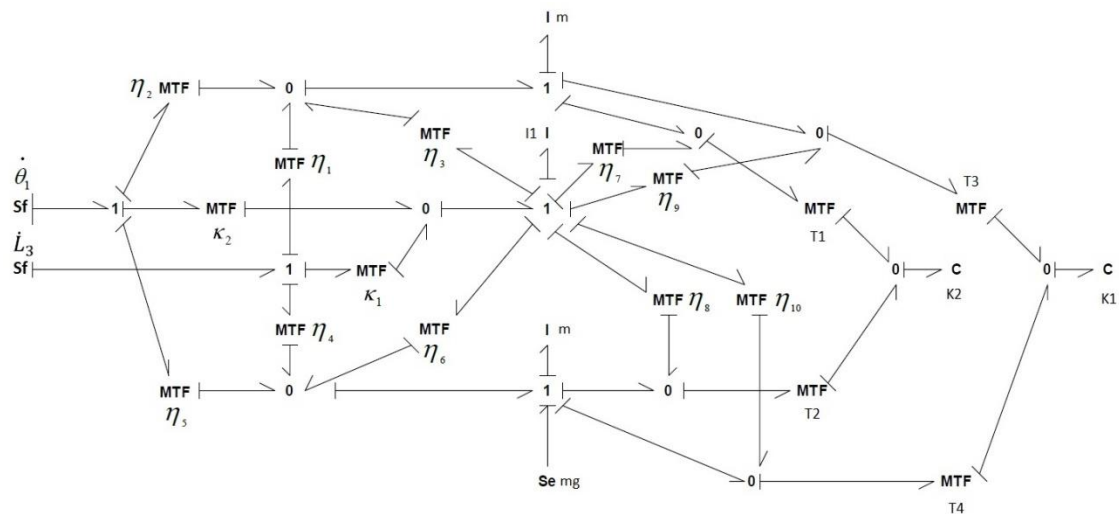
نمود. روابط ۲-۵ تا ۲-۹ با توجه به هندسه ی ربات تنسگریتی مذکور استخراج شده است. با توجه به معلوم بودن جریان های $\dot{x}_{CI}$ ، $\dot{y}_{CI}$ و $\dot{\theta}_2$ که به ترتیب مرتبط با سرعت خطی مرکز جرم در راستاهای x ، y و سرعت زاویه ای صفحه ی متحرک است، می توان با استفاده از روابط ۲-۵ سرعت گوشه های صفحه ی متحرک یعنی نقاط D_2 و D_3 را با استفاده از یک اتصال صفری محاسبه نمود. در نتیجه همان طور که در شکل زیر مشخص است، چهار المان اتصال صفری استفاده شده است که خروجی آن ها $\dot{x}_{D_3}$ ، $\dot{y}_{D_3}$ ، $\dot{x}_{D_2}$ و $\dot{y}_{D_2}$ است. به عنوان نمونه برای ایجاد $\dot{x}_{D_3}$ یک ورودی از $\dot{x}_{CI}$ و یک ورودی که از حاصل ضرب $\dot{\theta}_2$ در یک المان MTF، که ضریب آن η_7 است، ایجاد می گردد و وارد اتصال صفری می شود. در شکل ۲-۹ نحوه ی ایجاد سرعت های مربوط به باندگراف نشان داده شده است.



شکل ۲-۹- ایجاد سرعت نقاط D_2 و D_3 مثلث $D_1D_2D_3$ در باندگراف Δ

در ادامه با محاسبه ی سرعت های محل اتصال فنر به صفحه ی متحرک در راستاهای x و y می توان سرعت خطی فنرهای مورد استفاده یعنی $\dot{L}_1$ و $\dot{L}_2$ را محاسبه نمود. بدین منظور با استفاده از روابط ۲-۷ و با بهره گیری از یک المان اتصال صفری و همچنین MTF می توان مقدار تغییرات طول فنر را محاسبه نمود. به عنوان نمونه، برای محاسبه ی تغییرات طول فنر، برای مثال $\dot{L}_2$ ، ابتدا مقدار سرعت نقطه D_3 در راستای x در یک MTF که ضریب آن برابر T_1 است، ضرب می شود و در ادامه مقدار

سرعت این نقطه در راستای y در یک المان MTF که ضریب آن برابر T_2 است ضرب می‌گردد و حاصل این دو جریان وارد یک المان اتصال صفری می‌شود که خروجی آن تغییرات طول فنر دوم یعنی $\dot{L}_2$ است و این جریان به یک المان C که به یک المان اتصال صفری متصل است، وارد می‌شود و خروجی آن محاسبه‌ی نیروی فنر است. برای فنر اول نیز مشابه حالت قبل عمل می‌شود. شمای کلی باندگراف در شکل ۱۰-۲ نشان داده شده است.

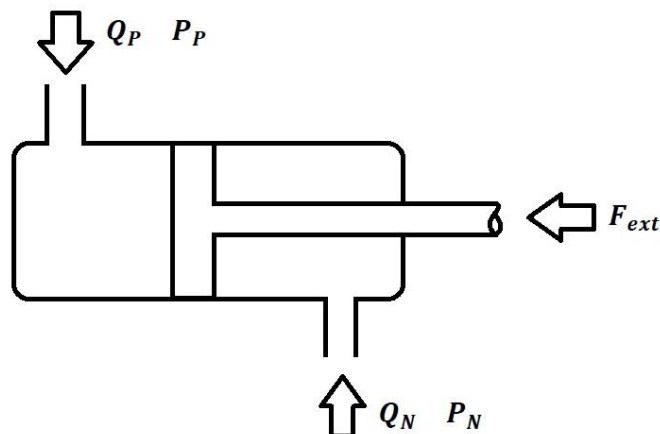


شکل ۱۰-۲- تصویر کلی باندگراف ربات تنسگیتی صفحه‌ای موازی

۲-۶- استخراج باندگراف جک نیوماتیکی

طرحواره‌ی محرکه‌ی نیوماتیکی (جک) که در شکل ۱۱-۲ نمایش داده شده است. در این جا فرض

می‌شود نیروی عملگری مورد نیاز F_{ext} است که بر روی محور خروجی جک اعمال می‌شود.



شکل ۱۱-۲- طرحواره‌ی محرکه‌ی نیوماتیکی

معادله‌ی دینامیکی محرکه‌ی نیوماتیکی بدون در نظر گرفتن ضریب اصطکاک به صورت معادله‌ی ۱۰-۲ است.

$$m \frac{dv}{dt} = P_P S_P - F_{ext} - P_N S_N \quad (۱۰-۲)$$

که پارامترهای رابطه‌ی ۱۰-۲ بیانگر موارد زیر هستند:

m: جرم پیستون

v: سرعت خطی حرکت پیستون جک

t: زمان

S_N: مساحت پیستون در سمت راست جک نیوماتیکی

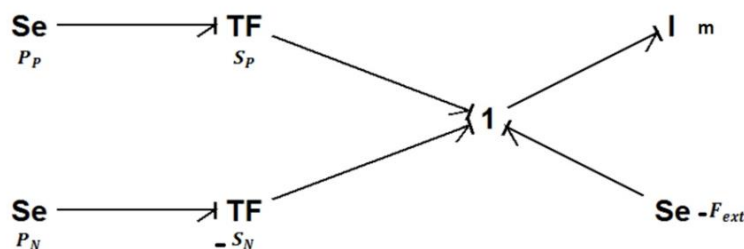
S_P: مساحت پیستون در سمت چپ جک نیوماتیکی

F_{ext}: نیروی عملگری مورد نیاز برای حرکت دادن جسم متصل به جک نیوماتیکی

P_N و **Q_N**: به ترتیب فشار و دبی وارد شده و یا خارج شده از سمت راست جک نیوماتیکی

P_P و **Q_P**: به ترتیب فشار و دبی وارد شده و یا خارج شده از سمت چپ جک نیوماتیکی

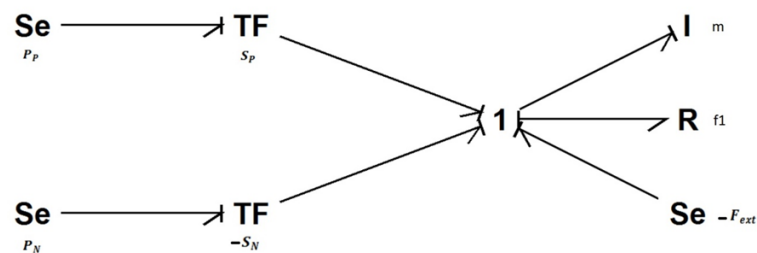
مدل باندگراف جک نیوماتیکی که بدون در نظر گرفتن ضریب اصطکاک رسم شده است، مطابق شکل ۱۲-۲ است:



شکل ۱۲-۲- مدل باندگراف جک نیوماتیکی بدون در نظر گرفتن ضریب اصطکاک

مدل باندگراف جک نیوماتیکی که با لحاظ کردن ضریب اصطکاک است، در شکل ۱۳-۲ نمایش داده

شده است:

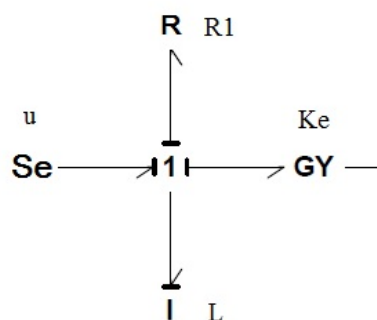


شکل ۲-۱۳- مدل باندگراف جک نیوماتیکی با در نظر گرفتن ضریب اصطکاک

۲-۷- استخراج مدل باندگراف موتور الکتریکی دوار

موتور الکتریکی از دو بخش الکتریکی و مکانیکی تشکیل شده است. در شکل ۲-۱۴ مدل باندگراف

بخش الکتریکی موتور الکتریکی نمایش داده شده است.



شکل ۲-۱۴- بخش الکتریکی مدل باندگراف موتور الکتریکی دوار

عناصر باندگراف بخش الکتریکی عبارتند از:

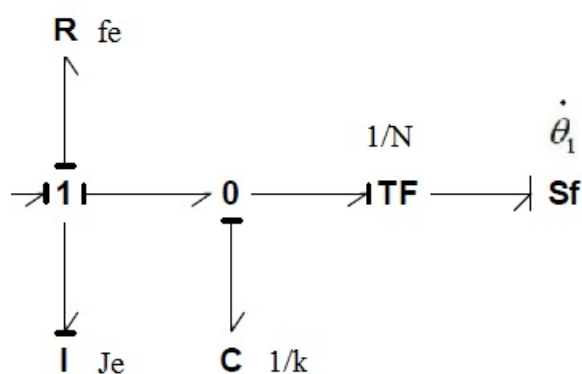
u : ولتاژ ورودی به موتور الکتریکی

$R1$: مقاومت الکتریکی موتور الکتریکی

L : ضریب القایی موتور الکتریکی

Ke : ضریب موتور که ارتباط بین بخش الکتریکی و مکانیکی موتور الکتریکی دوار را ایجاد می‌کند.

در شکل ۲-۱۵ مدل باندگراف بخش مکانیکی موتور الکتریکی دوار نمایش داده شده است.



شکل ۱۵-۲- بخش مکانیکی مدل باندگراف موتور الکتریکی دوار

عناصر باندگراف بخش مکانیکی عبارتند از:

fe : ضریب اصطکاک موتور الکتریکی یا ضریب اتلاف بلبرینگ‌ها

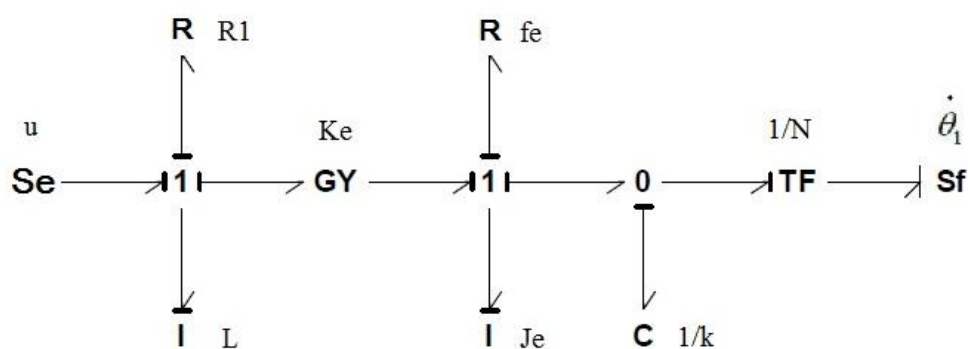
Je : ممان اینرسی موتور الکتریکی

1/k : ضریب فنریت موتور الکتریکی

1/N : ضریب گیربکس موتور الکتریکی که ارتباط دهنده‌ی موتور الکتریکی و ربات است.

$\dot{\theta}_1$: سرعت دورانی خروجی موتور الکتریکی

در نهایت مدل کلی باندگراف موتور الکتریکی دوار در شکل ۱۶-۲ نشان داده شده است.

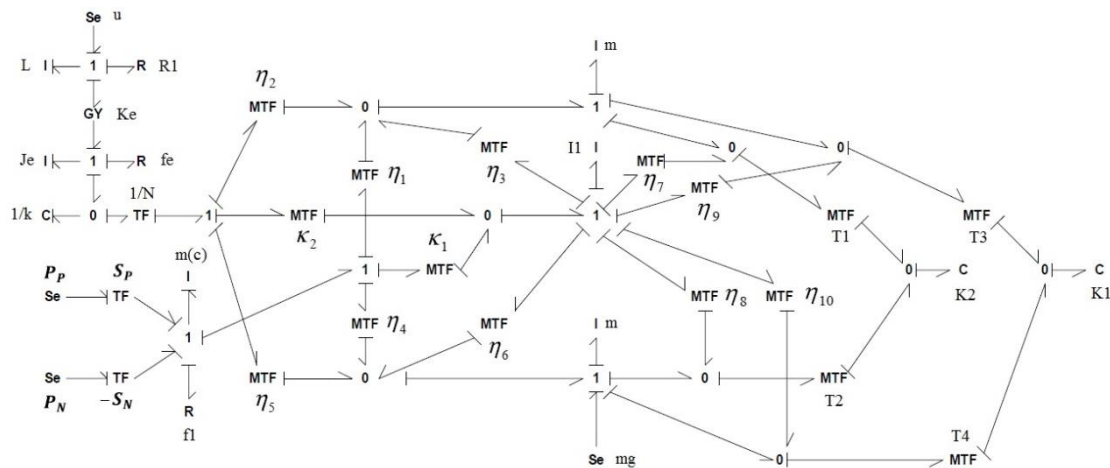


شکل ۱۶-۲- مدل کلی باندگراف موتور الکتریکی دوار

۸-۲- مدل باندگراف نهایی

در پایان مدل باندگراف جک نیوماتیکی به مدل باندگراف ربات تنسگیتی متصل شده و مدل

باندگراف نهایی که در شکل ۱۷-۲ نمایش داده شده است، ترسیم می‌گردد. در این جا توانایی یک پارچه‌سازی باندگراف برای سیستم‌هایی که شامل چند دامنه‌ی فیزیکی هستند، کاملاً مشهود است.



شکل ۱۷-۲- مدل باندگراف نهایی

در شکل ۱۸-۲ هر قسمت از باندگراف نهایی با یک کادر رنگی مشخص شده است. کادر قرمز، موتور الکتریکی دوار، کادر سبز رنگ، جک نیوماتیکی، کادر آبی، ربات تنسگریتی مذکور، کادر زرد،

صفحه‌ی متحرک صلب Δ_{D1D2D3} ، کادرهای صورتی سرعت مرتبط با اتصال یکی مجاور آن و کادرهای بنفش، فنرهای K_1 و K_2 را نشان می‌دهند. عناصر باندگراف نهایی به شرح زیر است:

Δ_{D1D2D3} : جرم صفحه‌ی متحرک

Δ_{D1D2D3} : ممان اینرسی صفحه‌ی متحرک

Δ_{D1D2D3} : وزن صفحه‌ی متحرک

K_1 : سفتی فنر

K_2 : سفتی فنر

Δ_{D1D2D3} : سرعت مرکز جرم صفحه‌ی Δ_{D1D2D3} در راستای x

Δ
 $\dot{y}_{CI}$: سرعت مرکز جرم صفحه ی $D_1D_2D_3$ در راستای y

Δ
 $\dot{\theta}_2$: سرعت دورانی صفحه ی $D_1D_2D_3$

$\dot{\theta}_1$: سرعت دورانی خروجی موتور الکتریکی دوار

$\dot{L}_3$: سرعت خروجی جک نیوماتیکی

m_c : جرم جک نیوماتیکی

f_1 : ضریب اصطکاک پیستون با سیلندر

S_N : مساحت پیستون در سمت راست جک نیوماتیکی

S_P : مساحت پیستون در سمت چپ جک نیوماتیکی

P_N : فشار وارد شده و یا خارج شده از سمت راست جک نیوماتیکی

P_P : فشار وارد شده و یا خارج شده از سمت چپ جک نیوماتیکی

u : ولتاژ ورودی به موتور الکتریکی دوار

R_1 : مقاومت الکتریکی موتور الکتریکی دوار

L : ضریب القایی موتور الکتریکی دوار

K_e : ضریب موتور الکتریکی دوار (ارتباط دهنده ی بخش الکتریکی و مکانیکی موتور الکتریکی دوار)

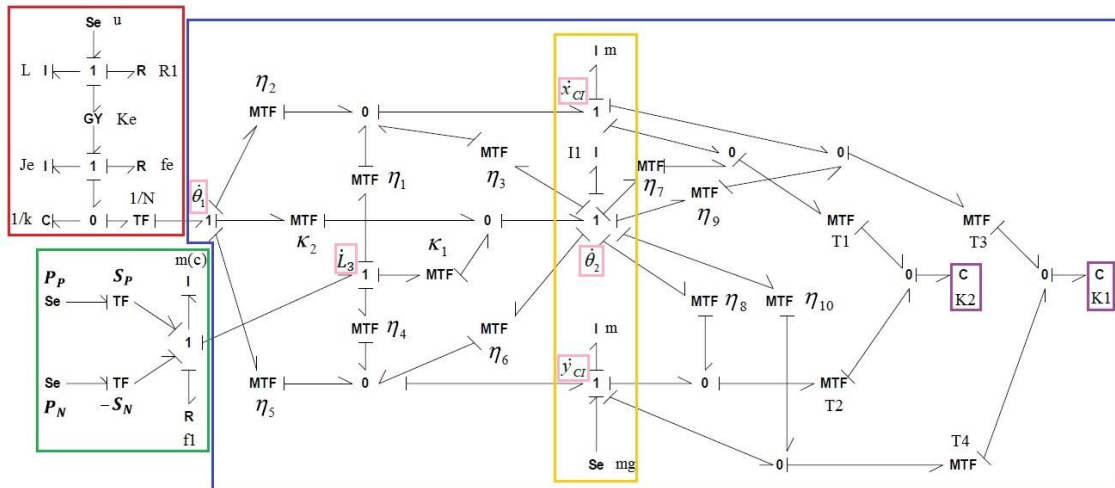
f_e : ضریب اصطکاک موتور الکتریکی دوار یا ضریب اتلاف بلبرینگ ها

J_e : ممان اینرسی موتور الکتریکی دوار

$1/k$: ضریب فنریت موتور الکتریکی دوار

$1/N$: ضریب گیربکس موتور الکتریکی (ارتباط دهنده ی موتور الکتریکی و ربات)

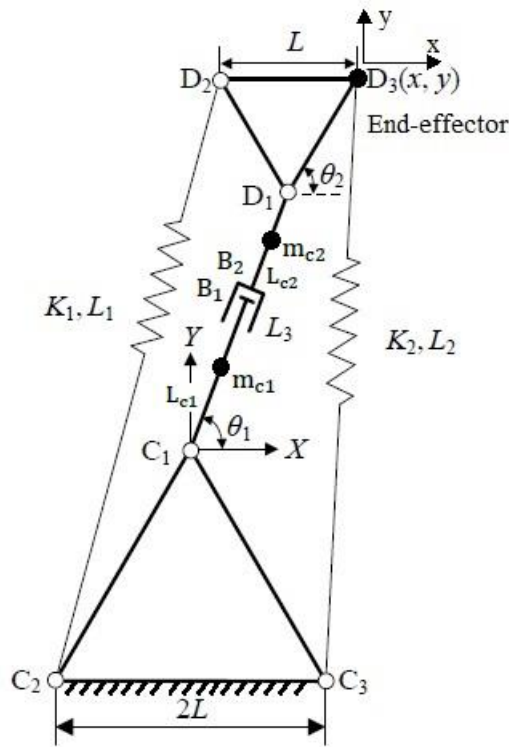
ضرایب MTF های موجود در باندگراف نهایی در روابط ۲-۳، ۲-۶ و ۲-۸ تشریح شده اند.



شکل ۲-۱۸- تقسیم‌بندی مدل باندگراف نهایی

۲-۹- ترسیم باندگراف ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم محرکه‌ی نیوماتیکی

برای این که جرم جک نیوماتیکی در باندگراف لحاظ شود، بهتر است تغییراتی در باندگراف ایجاد گردد. همان‌طور که در شکل ۲-۱۹ مشهود است، در این‌جا جرم میله‌ی فوقانی جک نیوماتیکی با m_{c2} و میله‌ی تحتانی آن با m_{c1} نشان داده شده است. هم‌چنین فاصله‌ی نقطه‌ی C_1 تا مرکز جرم m_{c1} با L_{c1} و فاصله‌ی نقطه‌ی B_2 تا مرکز جرم m_{c2} با L_{c2} نمایش داده شده است. طول میله‌ی C_1B_1 با L_1 و طول میله‌ی B_2D_1 با L_2 نشان داده شده است.



شکل ۱۹-۲- نمای کلی ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم جک نیوماتیکی

مختصات مراکز جرم m_{c1} و m_{c2} از رابطه‌ی ۱۱-۲ بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned} x_{mc1} &= L_{c1} \cos \theta_1 \\ y_{mc1} &= L_{c1} \sin \theta_1 \\ x_{mc2} &= (L'_1 + L_3 + L_{c2}) \cos \theta_1 \\ y_{mc2} &= (L'_1 + L_3 + L_{c2}) \sin \theta_1 \end{aligned} \quad (11-2)$$

با مشتق‌گیری از عبارات فوق، سرعت کلی جک در راستای x و y به صورت روابط ۱۲-۲ حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= \lambda_1 \dot{\theta}_1 + \lambda_3 \dot{\theta}_1 + \lambda_4 \dot{L}_3 \\ \dot{y}_c &= \lambda_2 \dot{\theta}_1 + \lambda_5 \dot{\theta}_1 + \lambda_6 \dot{L}_3 \end{aligned} \quad (12-2)$$

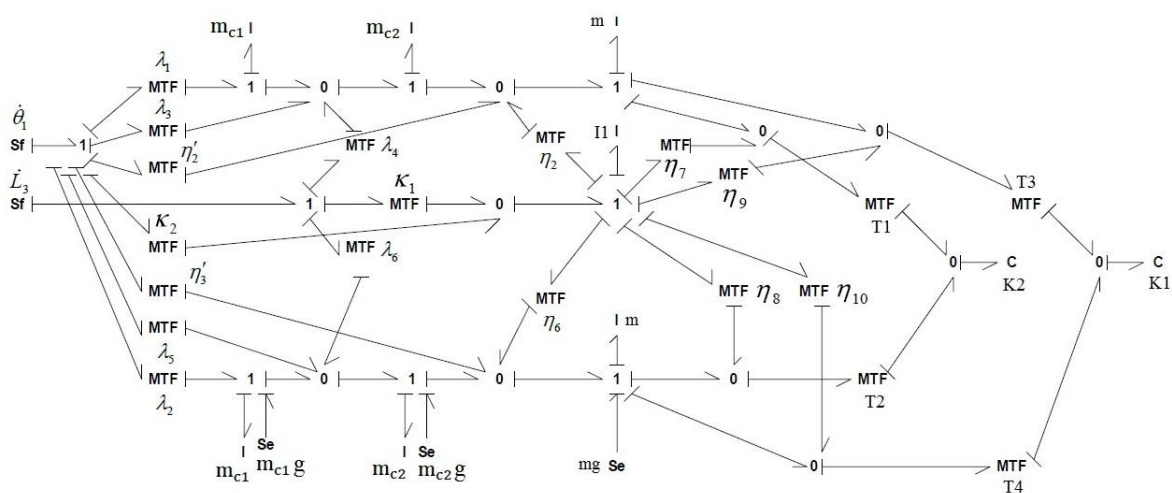
در نهایت مختصه‌های سرعت مرکز جرم صفحه‌ی متحرک از رابطه‌ی ۱۳-۲ محاسبه می‌گردد.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl} &= \dot{x}_c + \eta'_2 \dot{\theta}_1 + \eta_2 \dot{\theta}_2 \\ \dot{y}_{cl} &= \dot{y}_c + \eta'_3 \dot{\theta}_1 + \eta_6 \dot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (13-2)$$

ثوابت عبارات ۱۲-۲ و ۱۳-۲ در رابطه‌ی ۱۴-۲ تشریح شده است.

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= -L_{c1} \sin \theta_1 \\
 \lambda_2 &= L_{c1} \cos \theta_1 \\
 \lambda_3 &= -(L'_1 + L_3 + L_{c2}) \sin \theta_1 \\
 \lambda_4 &= \cos \theta_1 \\
 \lambda_5 &= (L'_1 + L_3 + L_{c2}) \cos \theta_1 \\
 \lambda_6 &= \sin \theta_1 \\
 \eta'_2 &= -(L'_2 - L_{c2}) \sin \theta_1 \\
 \eta'_3 &= (L'_2 - L_{c2}) \cos \theta_1
 \end{aligned}
 \tag{۱۴-۲}$$

باقی باندگراف مانند قبل قابل محاسبه است. در شکل ۲۰-۲ باندگراف کلی ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم جک نیوماتیکی نمایش داده شده است.



شکل ۲۰-۲- باندگراف کلی ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم جک نیوماتیکی

فصل سوم

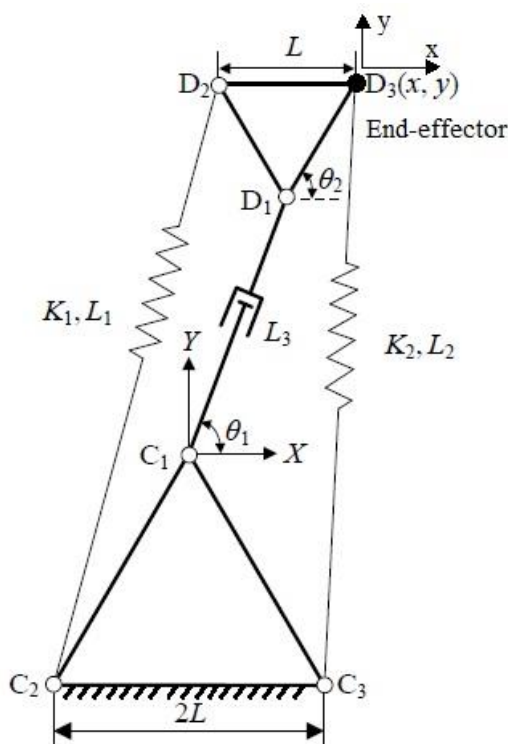
تحلیل و بهینه‌سازی

دینامیکی بر پایه‌ی روش

لاگرانژ

۳-۱- استخراج مدل سینماتیکی

در این بخش، هدف، بدست آوردن معادلاتی است که بتواند موقعیت و سرعت نقطه‌ی D_3 که مجری نهایی ربات تنسگریتی است و در شکل ۳-۱ نشان داده شده است، برحسب متغیرهای ورودی مسئله که در اینجا فرض می‌شود، L_3 ، $\dot{L}_3$ ، θ_1 و $\dot{\theta}_1$ است، بدست آورد. ربات تنسگریتی زیر دارای سه درجه‌ی آزادی است و به سبب در نظر گرفتن قید $\partial U / \partial \theta_2 = 0$ که در بخش بعد تشریح خواهد شد، یکی از درجات آزادی آن کم شده و به دو درجه‌ی آزادی کاهش می‌یابد. صفحه‌ی $D_1 D_2 D_3^\Delta$ نسبت به صفحه‌ی ثابت $C_1 C_2 C_3^\Delta$ از طریق یک موتور الکتریکی دوار که در نقطه‌ی C_1 نصب می‌شود و جک نیوماتیکی خطی با طول متغیر L_3 که به نقاط C_1 و D_1 به ترتیب از صفحات ثابت و متحرک متصل می‌شود، حرکت می‌کند. دستگاه مختصات ثابت X-Y بر روی نقطه‌ی C_1 و دستگاه مختصات متحرک x-y بر روی نقطه‌ی D_3 قرار داد شده است.



شکل ۳-۱- ربات تنسگریتی صفحه‌ای موازی مورد بررسی

۳-۲- محاسبه‌ی موقعیت مجری نهایی

فرض می‌شود که نقطه‌ی D_3 مجری نهایی ربات باشد که مسیر آن برای ما از اهمیت برخوردار است. با توجه به ساختار ربات تنسگریتی مورد بررسی، موقعیت نقطه‌ی D_3 از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} x_{D_3} &= L_3 \cos \theta_1 + L \cos \theta_2 \\ y_{D_3} &= L_3 \sin \theta_1 + L \sin \theta_2 \end{aligned} \quad (۱-۳)$$

برای تعیین موقعیت مجری نهایی، سه مجهول وجود دارد که عبارت اند از L_3 ، θ_1 و θ_2 که دو متغیر اول ورودی مسئله هستند و مقادیر آن‌ها معلوم است، اما متغیر سوم باید تعیین گردد. برای یافتن مقدار θ_2 فرض می‌شود که ربات در هر وضعیتی که قرار می‌گیرد، موقعیت خود را با تغییر این زاویه طوری تنظیم می‌کند که در تعادل باشد. برای این که ربات در هر وضعیتی در تعادل باشد، باید انرژی پتانسیل^۱ در یک مینیمم یا ماکزیمم محلی قرار بگیرد. انرژی پتانسیل ربات مورد نظر با توجه به در نظر گرفتن انرژی پتانسیل فنر از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} k_1 L_1^2 + \frac{1}{2} k_2 L_2^2 \quad (۲-۳)$$

برای محاسبه‌ی انرژی پتانسیل، L_1 و L_2 باید محاسبه شوند. با توجه به شکل ۱-۳ مقدار آن‌ها از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} L_1 &= \|P_{D_2} - P_{C_2}\| \\ L_2 &= \|P_{D_3} - P_{C_3}\| \end{aligned} \quad (۳-۳)$$

که P_{D_2} ، P_{C_2} ، P_{D_3} و P_{C_3} به ترتیب مختصات نقاط D_2 ، C_2 ، D_3 و C_3 هستند. مختصات این نقاط به شرح زیر است:

^۱ Potential Energy

$$P_{c2} = \begin{bmatrix} \frac{L}{2} \\ -\sqrt{3}L \end{bmatrix}, P_{c3} = \begin{bmatrix} \frac{-L}{2} \\ -\sqrt{3}L \end{bmatrix}$$

$$P_{d2} = \begin{bmatrix} L_3 \cos \theta_1 + L \cos(\theta_2 + 60^\circ) \\ L_3 \sin \theta_1 + L \sin(\theta_2 + 60^\circ) \end{bmatrix}, P_{d3} = \begin{bmatrix} L_3 \cos \theta_1 + L \cos \theta_2 \\ L_3 \sin \theta_1 + L \sin \theta_2 \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

با جای گذاری روابط ۴-۳ در معادلات ۳-۳ مقادیر زیر بدست می آید:

$$L_2 = \sqrt{(L_3 \cos \theta_1 + L \cos \theta_2 - L/2)^2 + (L_3 \sin \theta_1 + L \sin \theta_2 + \sqrt{3}L)^2} \quad (5-3)$$

$$L_1 = \sqrt{(L_3 \cos \theta_1 + L \cos(\theta_2 + 60^\circ) + L/2)^2 + (L_3 \sin \theta_1 + L \sin(\theta_2 + 60^\circ) + \sqrt{3}L)^2}$$

با جای گذاری روابط ۵-۳ در معادله ۲-۳ انرژی پتانسیل ربات مذکور از رابطه ی زیر حاصل

می گردد:

$$U = \frac{k_1 + k_2}{2} (5L^2 + L_3^2 + 2\sqrt{3}LL_3 \sin \theta_1) + (k_1 - k_2)LL_3 \cos \theta_1$$

$$+ \left[(2k_1 - k_2)L^2 + (k_1/2 + k_2)LL_3 \cos \theta_1 + \sqrt{3}/2 k_1LL_3 \sin \theta_1 \right] \cos \theta_2 \quad (6-3)$$

$$+ \left[(k_1/2 + k_2)LL_3 \sin \theta_1 - \sqrt{3}/2 k_1LL_3 \cos \theta_1 + \sqrt{3}k_2L^2 \right] \sin \theta_2$$

برای تعادل ربات در موقعیتی تعیین شده باید رابطه ی $\frac{\partial U}{\partial \theta_2} = 0$ برقرار باشد. اگر در اکسترمم

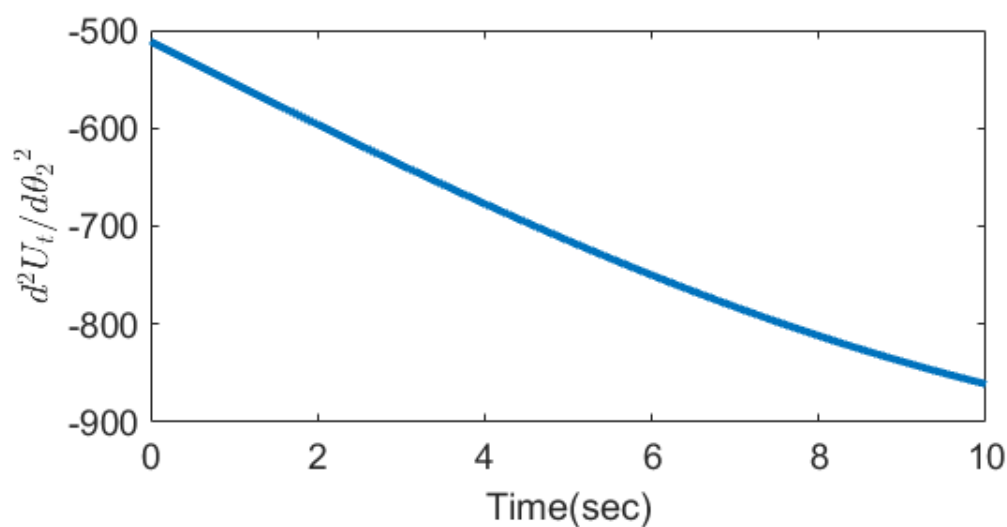
بدست آمده، مشتق دوم انرژی پتانسیل نسبت به θ_2 کوچکتر از صفر باشد، اکسترمم از نوع ماکزیمم

محلی و تعادل ناپایدار است و اگر بزرگتر از صفر باشد، اکسترمم از نوع مینیمم محلی و تعادل پایدار

است. در شکل ۲-۳ نمودار مشتق دوم انرژی پتانسیل نسبت به θ_2 بر حسب زمان، نمایش داده شده

است؛ مشتق دوم انرژی پتانسیل نسبت به θ_2 کوچکتر از صفر است، لذا اکسترمم از نوع ماکزیمم

محلی و تعادل ناپایدار است.



شکل ۲-۳- مشتق دوم انرژی پتانسیل نسبت به θ_2 بر حسب زمان

با جای گذاری رابطه‌ی انرژی پتانسیل ۳-۶ در معادله‌ی $\frac{\partial U}{\partial \theta_2} = 0$ و ساده سازی روابط حاصل شده،

می توان به رابطه‌ای برای θ_2 به صورت $\tan \theta_2 = \frac{\zeta_1}{\zeta_2}$ دست یافت.

که ζ_1 و ζ_2 به منظور خلاصه نویسی در رابطه‌ی $\tan \theta_2 = \frac{\zeta_1}{\zeta_2}$ به کار رفته اند و برابر با عبارات

زیر هستند:

$$\begin{aligned}\zeta_1 &= (k_1 + 2k_2)L_3 \sin \theta_1 - \sqrt{3}k_1L_3 \cos \theta_1 + 2\sqrt{3}k_2L \\ \zeta_2 &= 2(2k_1 - k_2)L + (k_1 + 2k_2)L_3 \cos \theta_1 + \sqrt{3}k_1L_3 \sin \theta_1\end{aligned}\quad (7-3)$$

بنابراین برای تعیین موقعیت نقطه‌ی D_3 از ربات مذکور که همان مجری نهایی است، با توجه به

معلوم بودن θ_1 و L_3 به عنوان ورودی مسئله، می توان از رابطه‌ی $\tan \theta_2 = \frac{\zeta_1}{\zeta_2}$ ، θ_2 را بدست آورد. با

معلوم بودن θ_1 ، L_3 و θ_2 با استفاده از رابطه‌ی ۳-۱ می توان موقعیت نقطه‌ی D_3 را محاسبه نمود.

۳-۳- بدست آوردن سرعت مجری نهایی

در این بخش به بررسی روابط مربوط به سرعت پرداخته می شود. برای محاسبه‌ی سرعت نقطه‌ی

D_3 ، ارتباط آن با سرعت‌های $\dot{L}_3$ ، $\dot{\theta}_1$ و محاسبه‌ی ماتریس ژاکوبین^۱ باید از رابطه‌ی ۱-۳ مشتق گرفت:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{D3} \\ \dot{y}_{D3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{D3}}{\partial L_3} & \frac{\partial x_{D3}}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial y_{D3}}{\partial L_3} & \frac{\partial y_{D3}}{\partial \theta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{L}_3 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (۸-۳)$$

اگر رابطه‌ی ۸-۳ به صورت زیر نوشته شود، J در رابطه‌ی زیر همان ماتریس ژاکوبین است.

$$\dot{P}_{D3} = J \begin{bmatrix} \dot{L}_3 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (۹-۳)$$

برای محاسبه‌ی هر یک از درایه‌های ماتریس ژاکوبین، باید از روابط ۱-۳ نسبت به ورودی‌های ربات مشتق‌گیری کرد. هر یک از این درایه‌ها در ذیل محاسبه شده است:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_{D3}}{\partial L_3} &= \cos \theta_1 - L \sin \theta_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial L_3} \\ \frac{\partial x_{D3}}{\partial \theta_1} &= -L_3 \sin \theta_1 - L \sin \theta_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial y_{D3}}{\partial L_3} &= \sin \theta_1 + L \cos \theta_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial L_3} \\ \frac{\partial y_{D3}}{\partial \theta_1} &= L_3 \cos \theta_1 + L \cos \theta_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_1} \end{aligned} \quad (۱۰-۳)$$

برای محاسبه‌ی هر یک از عبارت‌های رابطه‌ی ۱۰-۳، باید $\frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_1}$ و $\frac{\partial \theta_2}{\partial L_3}$ محاسبه شود. بدین

منظور از رابطه‌ی ۶-۳ مشتق گرفته می‌شود و روابط زیر حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned} (1 + \tan^2 \theta_2) \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_1} &= \frac{\frac{\partial \zeta_1}{\partial \theta_1} \zeta_2 - \frac{\partial \zeta_2}{\partial \theta_1} \zeta_1}{\zeta_2^2} \\ (1 + \tan^2 \theta_2) \frac{\partial \theta_2}{\partial L_3} &= \frac{\frac{\partial \zeta_1}{\partial L_3} \zeta_2 - \frac{\partial \zeta_2}{\partial L_3} \zeta_1}{\zeta_2^2} \end{aligned} \quad (۱۱-۳)$$

^۱ Jacobian Matrix

با ساده سازی روابط ۱۱-۳ نتیجه ی زیر حاصل می شود:

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_1} = \cos \theta_2^2 \frac{\frac{\partial \zeta_1}{\partial \theta_1} \zeta_2 - \frac{\partial \zeta_2}{\partial \theta_1} \zeta_1}{\zeta_2^2} \quad (12-3)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial L_3} = \cos \theta_2^2 \frac{\frac{\partial \zeta_1}{\partial L_3} \zeta_2 - \frac{\partial \zeta_2}{\partial L_3} \zeta_1}{\zeta_2^2}$$

برای محاسبه ی روابط ۱۲-۳ باید مشتق های ζ_1 و ζ_2 نسبت به L_3 و θ_1 محاسبه شوند. بنابراین با

مشتق گیری از روابط ۷-۳ نتایج زیر حاصل می شود:

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial L_3} = (k_1 + 2k_2) \sin \theta_1 - \sqrt{3} k_1 L_3 \cos \theta_1$$

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial \theta_1} = (k_1 + 2k_2) L_3 \cos \theta_1 + \sqrt{3} k_1 L_3 \sin \theta_1 \quad (13-3)$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial L_3} = (k_1 + 2k_2) \cos \theta_1 + \sqrt{3} k_1 \sin \theta_1$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial \theta_1} = -(k_1 + 2k_2) L_3 \sin \theta_1 + \sqrt{3} k_1 L_3 \cos \theta_1$$

حال می توان ماتریس ژاکوبین را با جای گذاری روابط ۱۳-۳ در معادلات ۱۲-۳ و سپس قرار دادن

مقادیر حاصل شده در روابط ۱۰-۳ ، محاسبه نمود.

۳-۴- استخراج دینامیک لاگرانژی

هدف این بخش این است که رابطه ای بین گشتاور τ_1 که در نقطه ی C_1 اعمال می شود و همچنین

نیروی خطی جک F_d با تغییرات سرعت و شتاب صفحه ی متحرک $D_1 D_2 D_3^\Delta$ بدست آورده شود.

برای استخراج معادلات دینامیکی از روش لاگرانژ استفاده می شود زیرا که به دست آوردن سرعت به

سهولت صورت می پذیرد. بدین منظور از رابطه ی زیر استفاده می شود:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial V}{\partial q} = Q \quad (14-3)$$

در رابطه‌ی ۳-۱۴، T انرژی جنبشی^۱، V انرژی پتانسیل، q بردار متغیرهای تعمیم یافته^۲ و Q

بردار نیروهای تعمیم یافته^۳ است که q و Q در این مسئله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$q = \begin{bmatrix} L_3 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (۱۵-۳)$$

$$Q = \begin{bmatrix} F_d \\ \tau_1 \end{bmatrix} \quad (۱۶-۳)$$

برای محاسبه‌ی معادلات دینامیکی، ابتدا باید انرژی جنبشی ربات محاسبه شود. انرژی جنبشی

ربات مورد بررسی از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$T = \frac{1}{2} \sum [m_i v_{ci}^T v_{ci} + \omega_i^T I_{ci} \omega_i] \quad (۱۷-۳)$$

در این بخش می‌توان به جای استفاده‌ی مستقیم از روابط لاگرانژ از معادلاتی که در ادامه آورده

خواهد شد، استفاده نمود. برای استخراج این معادلات از روش لاگرانژ استفاده شده است. در این حالت

معادلات دینامیکی به صورت ذیل [۵۳] است:

$$M\ddot{q} + C(q)[\dot{q}^2] + B(q)[\dot{q}\dot{q}] + g + f_k = Q \quad (۱۸-۳)$$

$[\dot{q}\dot{q}]$ یک بردار است که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$[\dot{q}\dot{q}] = [\dot{q}_1\dot{q}_2 \quad \dot{q}_1\dot{q}_3 \quad \dots \quad \dot{q}_{n-1}\dot{q}_n]^T \quad (۱۹-۳)$$

$[\dot{q}^2]$ یک بردار است که از رابطه‌ی زیر حاصل می‌گردد:

$$[\dot{q}^2] = [\dot{q}_1^2 \quad \dot{q}_2^2 \quad \dots \quad \dot{q}_n^2]^T \quad (۲۰-۳)$$

و در ادامه هر یک از ترم‌های معادله‌ی دینامیکی استخراج خواهند شد. در رابطه‌ی ۳-۱۸، M

ماتریس جرمی است که برای ربات مذکور از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$M = m_1 J_{C_1} J_{C_1}^T + I_1 J_{\omega_1} J_{\omega_1}^T \quad (۲۱-۳)$$

^۱ Kinetic Energy

^۲ Generalized Parameters

^۳ Generalized Forces

که m_1 جرم صفحه‌ی متحرک $D_1D_2D_3^\Delta$ و I_1 ممان اینرسی جرم این صفحه‌ی مثلثی حول محور عمود بر صفحه‌ی گذرنده از مرکز جرم آن است. در این جا تنها جرم صفحه‌ی مثلثی در نظر گرفته شده است و از جرم جک صرف نظر شده است. اگر بردار سرعت خطی و دورانی مرکز جرم به صورت زیر نوشته شود، می‌توان ژاکوبین را محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} v_{c_1} &= J_{c_1} \dot{q} \\ \omega_1 &= J_{\omega_1} \dot{q} \end{aligned} \quad (22-3)$$

ژاکوبین J_{c_1} از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد:

$$J_{c_1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{c_1}}{\partial L_3} & \frac{\partial x_{c_1}}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial y_{c_1}}{\partial L_3} & \frac{\partial y_{c_1}}{\partial \theta_1} \end{bmatrix} \quad (23-3)$$

در رابطه‌ی ۲۳-۳، x_{c_1} و y_{c_1} موقعیت افقی و عمودی مرکز جرم صفحه‌ی مثلثی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} x_{c_1} &= L_3 \cos \theta_1 + \frac{L}{\sqrt{3}} \cos(\theta_2 + 30^\circ) \\ y_{c_1} &= L_3 \sin \theta_1 + \frac{L}{\sqrt{3}} \sin(\theta_2 + 30^\circ) \end{aligned} \quad (24-3)$$

هر یک از درایه‌های ماتریس ۲۳-۳ با مشتق‌گیری از رابطه‌ی ۲۴-۳ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_{c_1}}{\partial L_3} &= \cos \theta_1 - \frac{L}{\sqrt{3}} \sin(\theta_2 + 30^\circ) \frac{\partial \theta_2}{\partial L_3} \\ \frac{\partial x_{c_1}}{\partial \theta_1} &= -L_3 \sin \theta_1 - \frac{L}{\sqrt{3}} \sin(\theta_2 + 30^\circ) \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial y_{c_1}}{\partial L_3} &= \sin \theta_1 + \frac{L}{\sqrt{3}} \cos(\theta_2 + 30^\circ) \frac{\partial \theta_2}{\partial L_3} \\ \frac{\partial y_{c_1}}{\partial \theta_1} &= L_3 \cos \theta_1 + \frac{L}{\sqrt{3}} \cos(\theta_2 + 30^\circ) \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_1} \end{aligned} \quad (25-3)$$

با جای‌گذاری روابط ۱۲-۳ در معادلات ۲۵-۳، می‌توان درایه‌های ماتریس ژاکوبین خطی مرکز

جرم را بدست آورد. برای بدست آوردن ماتریس ژاکوبین دورانی مرکز جرم صفحه‌ی مثلثی از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$\omega_1 = \dot{\theta}_2 = \frac{\partial \theta_2}{\partial L_3} \dot{L}_3 + \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_1} \dot{\theta}_1 \quad (26-3)$$

$$\omega_1 = J_{\omega_1} \begin{bmatrix} \dot{L}_3 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix}$$

$$J_{\omega_1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_2}{\partial L_3} & \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_1} \end{bmatrix} \quad (27-3)$$

J_{ω_1} ژاکوبین دورانی است که از معادله‌ی ۲۷-۳ بدست می‌آید. با جای‌گذاری روابط ۱۲-۳ در معادله‌ی ۲۷-۳ می‌توان ژاکوبین دورانی را استخراج کرد. با جای‌گذاری ژاکوبین‌های خطی و دورانی یعنی روابط ۲۳-۳ و ۲۷-۳ در رابطه‌ی ۲۱-۳ می‌توان ماتریس جرمی را محاسبه نمود.

ماتریس‌های B و C که در رابطه‌ی ۱۸-۳ موجود است، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$V = C \begin{bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \dot{q}_1 & \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (28-3)$$

که ماتریس‌های B و C به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$B = \begin{bmatrix} 2b_{112} \\ 2b_{212} \end{bmatrix} \quad (29-3)$$

$$C = \begin{bmatrix} b_{111} & b_{122} \\ b_{211} & b_{222} \end{bmatrix}$$

برای محاسبه‌ی درایه‌های ماتریس‌های B و C از b_{ijk} استفاده شده است:

$$b_{ijk} = \frac{1}{2} (m_{ijk} + m_{ikj} - m_{jki}) \quad (30-3)$$

که در آن m_{ijk} از رابطه‌ی زیر حاصل می‌گردد:

$$m_{ijk} = \frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} \quad (31-3)$$

که در معادله‌ی ۳۱-۳، m_{ij} درایه‌ی سطر i ام و ستون j ام ماتریس جرم است. برای محاسبه‌ی

بردار نیروی گرانش^۱ که در رابطه‌ی ۳-۲۱ وجود دارد، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

$$\mathbf{g} = -J_{C_1}^T m_1 \bar{\mathbf{g}} \quad (3-32)$$

$\bar{\mathbf{g}}$ بردار گرانش است که در این ربات با توجه به حرکت صفحه‌ای مجری نهایی ربات، این بردار به

صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-33)$$

در نهایت برای محاسبه‌ی نیروی کشسانی فنر f_k که در معادله‌ی ۳-۱۸ موجود است از روابط زیر

استفاده می‌گردد:

$$f_k = \begin{bmatrix} K_1(L_1 - L_{1,0}) \frac{\partial L_1}{\partial L_3} + K_2(L_2 - L_{2,0}) \frac{\partial L_2}{\partial L_3} \\ K_1(L_1 - L_{1,0}) \frac{\partial L_1}{\partial \theta_1} + K_2(L_2 - L_{2,0}) \frac{\partial L_2}{\partial \theta_1} \end{bmatrix} \quad (3-34)$$

حال که تمامی عبارات معادله‌ی ۳-۱۸ محاسبه شده است می‌توان به تحلیل دینامیکی ربات

تنسگریتی مورد نظر پرداخت.

۳-۵- استخراج دینامیک لاگرانژی ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم محرکه‌ی

نیوماتیکی

همان‌گونه که در شکل ۳-۲ مشهود است، در این جا جرم میله‌ی فوقانی جک نیوماتیکی با m_{c2} و میله‌ی تحتانی آن با m_{c1} نشان داده شده است. همچنین فاصله‌ی نقطه‌ی C_1 تا مرکز جرم m_{c1} با L_{c1} و فاصله‌ی نقطه‌ی B_2 تا مرکز جرم m_{c2} با L_{c2} نمایش داده شده است. طول میله‌ی C_1B_1 با $\bar{L}_1$ و طول میله‌ی B_2D_1 با $\bar{L}_2$ نشان داده شده است.

^۱ Gravity

در نتیجه، به سبب در نظر گرفتن جرم جک نیوماتیکی، عبارات ۳-۳۷ نیز به معادلاتی که در بخش قبل بدست آمد افزوده می‌شود.

$$F_{mc} = \begin{pmatrix} m_{c2} & 0 \\ 0 & m_{c1}L_{c1}^2 + m_{c2}(L_1' + L_3 + L_{c2})^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{L}_3 \\ \ddot{\theta}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -m_{c2}(L_1' + L_3 + L_{c2})\dot{\theta}_1^2 \\ 2m_{c2}(L_1' + L_3 + L_{c2})\dot{L}_3\dot{\theta}_1 \end{pmatrix} \quad (37-3)$$

۳-۶- تعریف مسئله‌ی بهینه‌سازی

در این بخش به بهینه‌سازی ربات تنسگریتی مذکور که در شکل ۳-۱ نشان داده شده است، پرداخته شده است. هدف اصلی در این مسئله‌ی بهینه‌سازی، یافتن مسیری است که کم‌ترین انرژی پتانسیل را داشته باشد. در بهینه‌سازی‌های رایج، گشتاور ورودی موتور یا نیروی جک‌ها کمینه می‌شود ولی در ربات‌های تنسگریتی به دلیل اهمیت پایداری در هر وضعیت، کم‌ترین انرژی پتانسیل مطلوب است. همان‌گونه که در فصول قبل تشریح گردید، هرچه میزان انرژی پتانسیل ربات کمتر باشد، ربات در وضعیت پایداری قرار دارد [۵۴].

۳-۶-۱- تعریف تابع هزینه^۱

در بهینه‌سازی اولین گام، تعریف تابع هزینه است. تابع هزینه همان چیزی است که در ربات مورد بررسی باید کمینه شود. با توضیحات ارائه شده در قسمت قبل، تابع هدف در ربات تنسگریتی، انرژی پتانسیل ربات است که به صورت رابطه‌ی ۳-۳۸ تعریف می‌گردد:

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T U_s^2(t) dt \quad (38-3)$$

در ربات مورد بررسی $U_s(t)$ انرژی پتانسیل ربات در لحظه t و T زمان کل حرکت است. در حقیقت مجموع مربعات انرژی پتانسیل کل ربات به عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود و انرژی پتانسیل در طول مسیر حرکت ربات کمینه می‌گردد. کمینه شدن انرژی پتانسیل کل مجموعه، سبب افزایش

^۱ Cost's Function

پایداری ربات می شود. انرژی پتانسیل ربات تنسگریتی از رابطه‌ی ۳-۳۹ حاصل می گردد:

$$U_s(t) = \frac{K_1 + K_2}{2} (5L^2 + L_3^2 + 2\sqrt{3}LL_3 \sin(\theta_1)) + (K_1 - K_2)LL_3 \cos(\theta_1) \\ \left((2K_1 - K_2)L^2 + \left(\frac{K_1}{2} + K_2\right)LL_3 \cos(\theta_1) + \frac{\sqrt{3}}{2}K_1LL_3 \sin(\theta_1) \right) \cos(\theta_2) \\ + \left(\left(\frac{K_1}{2} + K_2\right)LL_3 \sin(\theta_1) - \frac{\sqrt{3}}{2}K_1LL_3 \cos(\theta_1) + \sqrt{3}K_2L^2 \right) \sin(\theta_2) \quad (39-3)$$

تمام متغیرهای رابطه‌ی ۳-۳۹ در بخش‌های پیشین توضیح داده شده اند و فرض شده است که ربات در صفحه حرکت کند و بنابراین از انرژی پتانسیل ناشی از وزن چشم‌پوشی شده است.

۳-۶-۲- تعریف مسیر حرکت و قيود

هدف اصلی بدست آوردن یک مسیر برای ربات تنسگریتی مورد نظر است که کم‌ترین انرژی پتانسیل را داشته باشد. در این بخش مسیر به صورت یک تابع چندجمله‌ای^۱ زمانی از مرتبه‌ی سوم به صورت روابط ۳-۴۰ در نظر گرفته شده است:

$$L_3(t) = a_1t^3 + a_2t^2 + a_3t + a_4 \\ \theta_1(t) = a_5t^3 + a_6t^2 + a_7t + a_8 \quad (40-3)$$

ضرایب این چند جمله‌ای‌ها باید به نحوی بدست آورده شوند که مسیر بهینه حاصل گردد. بنابراین مجهول مسئله‌ی بهینه‌سازی ضرایب این چند جمله‌ای‌ها است. لازم است برخی شرایط مرزی که در روابط ۳-۴۱ نشان داده شده است نیز در مسئله لحاظ گردد:

$$L_3(t_0) = L_{3,0}, L_3(t_f) = L_{3,f} \\ \theta_1(t_0) = \theta_{1,0}, \theta_1(t_f) = \theta_{1,f} \quad (41-3)$$

هم‌چنین فرض می‌شود که طول جک در طول مسیر همیشه مثبت باشد و یا از یک مقدار مشخص بیشتر باشد این دو فرض در روابط ۳-۴۲ نمایان است:

^۱ Polynomial Function

$$L_3(t) \geq L_{3,\min} \geq 0 \quad t_0 \leq t \leq t_f \quad (42-3)$$

جهت حل مسئله، مسیر زمانی حرکت گسسته‌سازی شده و در این نقاط مسیر حرکت با حدس اولیه از ضرایب چند جمله‌ای‌ها مشخص می‌گردد و با جای‌گذاری در رابطه‌ی ۳-۳۸ که مرتبط با تابع هدف است، مقدار آن در این نقاط محاسبه می‌گردد. اگر میزان تغییرات تابع هدف از یک مقدار معین کوچک‌تر باشد، تابع هدف به کم‌ترین مقدار خود رسیده است و نتیجه نهایی حاصل می‌شود و مسیر حرکت مشخص می‌گردد. به طور کلی می‌توان این مسئله‌ی بهینه‌سازی را به صورت رابطه‌ی ۳-۴۳ خلاصه‌سازی نمود.

$$\begin{aligned} & \text{Min } I(a_1, a_2, \dots, a_8, t) \\ & \text{subject to} \\ & L_3(a_1, a_2, \dots, a_8, t) > L_{3,\min} \\ & \theta_1(a_1, a_2, \dots, a_8, t_0) = \theta_{1,0}, \theta_1(a_1, a_2, \dots, a_8, t_f) = \theta_{1,f} \\ & L_3(a_1, a_2, \dots, a_8, t_0) = L_{3,0}, L_3(a_1, a_2, \dots, a_8, t_f) = L_{3,f} \end{aligned} \quad (43-3)$$

اگر درجه‌ی تابع چندجمله‌ای زمانی افزایش یابد و از تابع چندجمله‌ای زمانی مرتبه‌ی چهارم استفاده شود، مسیر مورد نظر به صورت رابطه‌ی ۳-۴۴ تعریف شود.

$$\begin{aligned} L_3(t) &= a_1 t^4 + a_2 t^3 + a_3 t^2 + a_4 t + a_5 \\ \theta_1(t) &= a_6 t^4 + a_7 t^3 + a_8 t^2 + a_9 t + a_{10} \end{aligned} \quad (44-3)$$

تمامی قیود مسئله مانند حالت قبل یعنی روابط ۳-۴۱ و ۳-۴۲ تعریف می‌شوند؛ در نتیجه می‌توان این مسئله‌ی بهینه‌سازی را به صورت رابطه‌ی ۳-۴۵ خلاصه‌سازی کرد.

$$\begin{aligned} & \text{Min } I(a_1, a_2, \dots, a_{10}, t) \\ & \text{subject to} \\ & L_3(a_1, a_2, \dots, a_{10}, t) > L_{3,\min} \\ & \theta_1(a_1, a_2, \dots, a_{10}, t_0) = \theta_{1,0}, \theta_1(a_1, a_2, \dots, a_{10}, t_f) = \theta_{1,f} \\ & L_3(a_1, a_2, \dots, a_{10}, t_0) = L_{3,0}, L_3(a_1, a_2, \dots, a_{10}, t_f) = L_{3,f} \end{aligned} \quad (45-3)$$

در معادلات ۳-۴۳ و ۳-۴۵ نیازی به اعمال معادلات دینامیکی نیست زیرا ربات تنسگریتی مذکور دارای دو درجه‌ی آزادی است و در این‌جا ورودی‌های سیستم تعیین می‌گردند. یک مقدار بهینه برای

ورودی‌های سیستم که مقدار تغییر طول جک و میزان حرکت دورانی موتور است، محاسبه می‌گردد و این ورودی‌ها با فرض رسیدن به کم‌ترین انرژی پتانسیل محاسبه می‌شوند تا بتوان به پایداری بیشتری در طول مسیر حرکت دست یافت.

فصل چهارم

شبیه‌سازی و نتیجه‌گیری

۴-۱- مقدمه

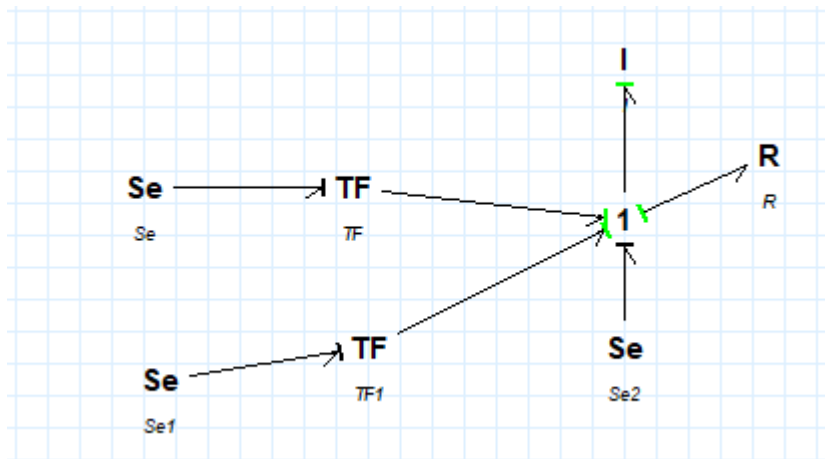
در این فصل، ابتدا به ترسیم باندگراف جک نیوماتیکی در نرم‌افزار 20sim و شبیه‌سازی آن پرداخته شده است و تغییرات سرعت جک بر حسب زمان و با در نظر گرفتن ضرایب اصطکاک مختلف بررسی شده است. سپس، مدل باندگراف ربات تنسگ‌ریتی مورد بررسی در نرم‌افزار 20sim پیاده‌سازی می‌گردد و نمودار تغییرات نیروی جک نیوماتیکی بر حسب زمان و تغییرات گشتاور موتور الکتریکی دوار بر حسب زمان استخراج می‌گردد. در بخش بعدی، با پیاده‌سازی معادلات فصل دینامیک لاگرانژی در نرم‌افزار متلب^۱ به ترتیب نمودار مسیر حرکت نقطه‌ی D_3 ، تغییرات زاویه‌ی θ_2 بر حسب زمان، تغییرات مختصه‌های سرعت نقطه‌ی D_3 بر حسب زمان، تغییرات گشتاور موتور الکتریکی دوار و نیروی جک نیوماتیکی بر حسب زمان، تغییرات طول و سرعت جک نیوماتیکی بر حسب زمان و تغییرات زاویه و سرعت زاویه‌ای موتور الکتریکی دوار بر حسب زمان حاصل می‌گردد. در نهایت، تغییرات نیروی جک نیوماتیکی و گشتاور موتور الکتریکی دوار بر حسب زمان بدست آمده از مدل باندگراف در نرم‌افزار 20sim و دینامیک لاگرانژی در نرم‌افزار متلب با یکدیگر مقایسه شده و صحت‌سنجی صورت می‌پذیرد. در بخش آخر، با استفاده از بهینه‌سازی در نرم‌افزار متلب، مسیر بهینه‌ی حرکت جک نیوماتیکی و مسیر بهینه‌ی حرکت دورانی موتور الکتریکی دوار یک بار با استفاده از تابع درجه‌ی سوم و یک بار با استفاده از تابع درجه‌ی چهارم حاصل می‌گردد و مقدار انرژی پتانسیل در مسیرهای مختلف مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

۴-۲- شبیه‌سازی و نتایج مدل باندگراف محرکه‌ی نیوماتیکی

در این قسمت ابتدا مدل باندگراف جک نیوماتیکی که در بخش ۲-۶ ترسیم گردید، در نرم‌افزار 20sim شبیه‌سازی می‌گردد. نمای مدل در این نرم‌افزار مطابق شکل ۴-۱ است. در این باندگراف، دو

^۱ MATLAB

منبع تلاش که نشان‌دهنده‌ی ورودی فشار به دو طرف جک است، به کار رفته است که با نماد Se نمایش داده شده است. همچنین TF نیز نشان‌دهنده‌ی ترنسفورمر است که در این‌جا دارای مقادیر ثابت است. همچنین نیروی خارجی وارده به جک نیز با Se₂ نمایش داده شده است.



شکل ۱-۴- مدل باندگراف جک نیوماتیکی در نرم‌افزار 20sim

مقادیر متغیرهای در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی مطابق مقادیر ۱-۴ است:

$$P_p = 6 \text{ Bar}$$

$$P_N = 1 \text{ Bar}$$

$$S_p = 0.0008042 \text{ m}^2$$

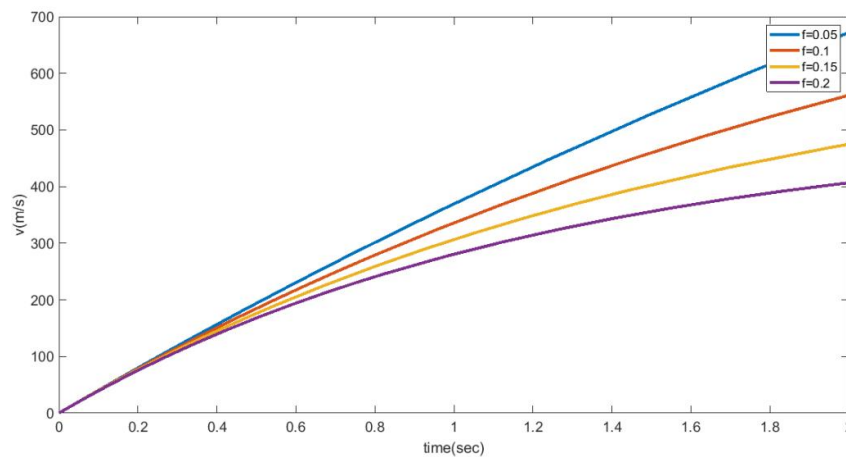
$$S_N = 0.0007257 \text{ m}^2$$

$$F_{ext} = 300 \text{ N}$$

$$M = 0.25 \text{ Kg}$$

(۱-۴)

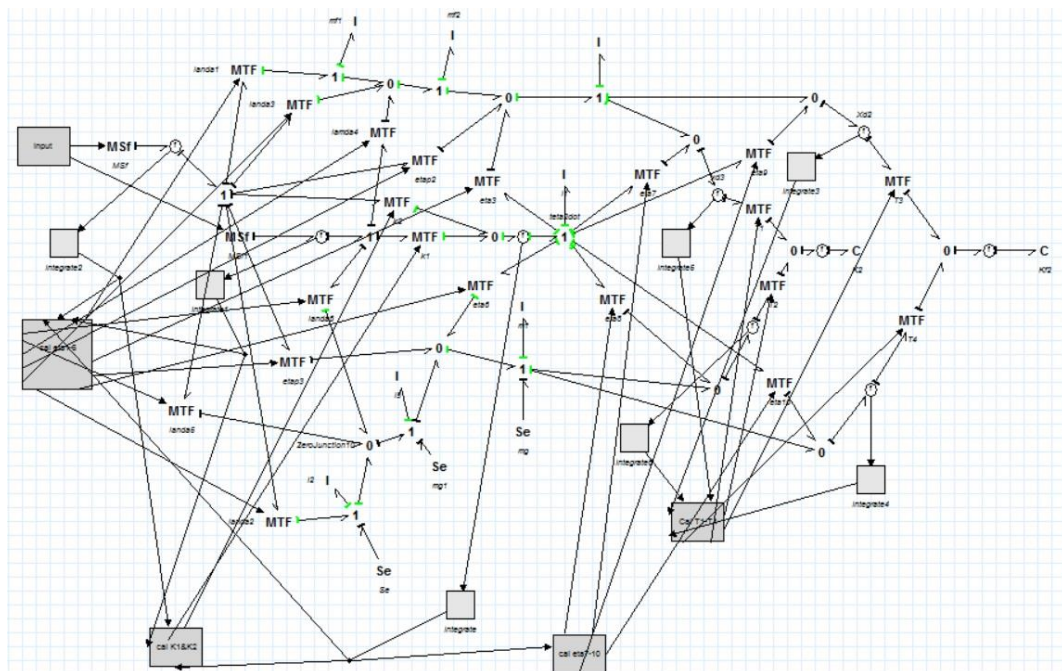
تغییرات سرعت خطی جک بر حسب زمان به ازای ضرایب اصطکاک متفاوت در نمودار شکل ۲-۴ نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل ۲-۴ نمایش داده شده است، ضریب اصطکاک در جک نیوماتیکی سبب خطی نشدن منحنی سرعت و کاهش مقدار سرعت می‌گردد زیرا مقداری از انرژی وارده توسط اصطکاک تلف می‌شود و بنابراین تمامی انرژی وارده صرف حرکت نمی‌شود.



شکل ۴-۲- تغییرات سرعت جک نیوماتیکی بر حسب زمان به ازای ضرایب اصطکاک مختلف

۴-۳- شبیه سازی مدل باندگراف ربات تنسگریتی

اکنون مدل باندگراف ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم جک نیوماتیکی که در شکل ۲-۲۰ نمایش داده شد، در نرم افزار 20sim پیاده سازی می شود. نمای کلی مدل باندگراف ربات تنسگریتی رسم شده در محیط نرم افزار مطابق شکل ۴-۳ است.

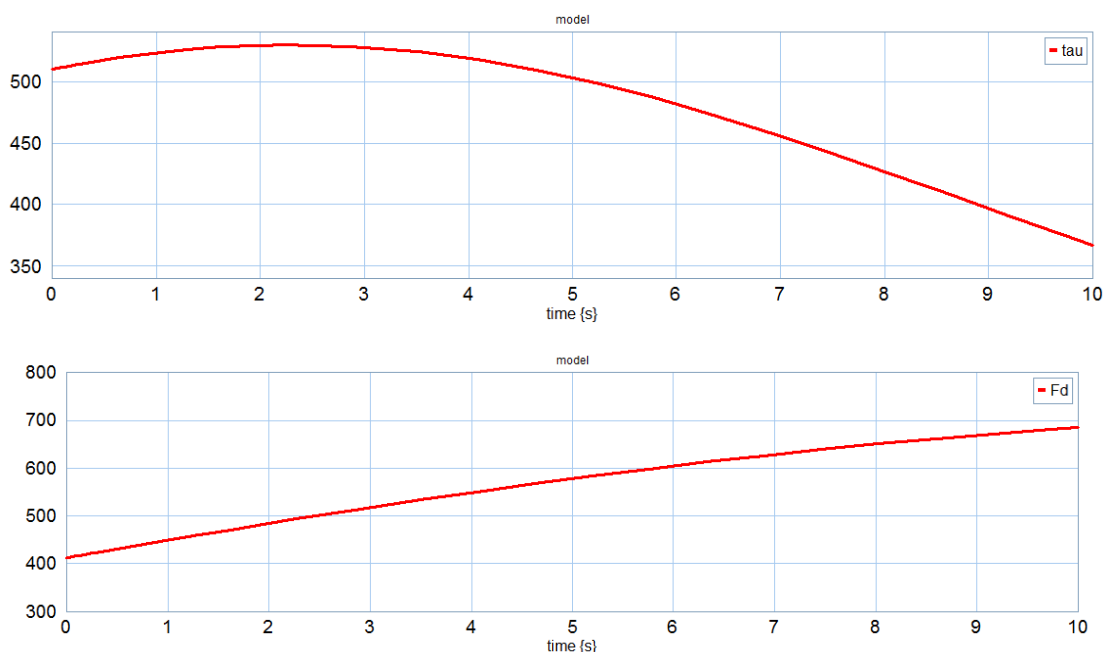


شکل ۴-۳- مدل باندگراف ربات تنسگریتی در نرم افزار 20sim

با فرض مقادیر ۲-۴ برای مدل باندگراف ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم جک نیوماتیکی در نرم افزار 20sim، شبیه سازی انجام می گردد.

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_1 &= \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{t}{10}\right), \theta_1(0) = \frac{\pi}{6} \\ \dot{L}_3 &= 0.2 \cos\left(\frac{t}{10}\right), L_3(0) = 0 \\ L &= 1m, K_1 = K_2 = 50 N/m, L_{1,0} = 3m, L_{2,0} = 4m \\ L_{c1} &= L_{c2} = 0.05m, L'_1 = L'_2 = 0.1m \\ m_1 &= 5kg, m_{c1} = m_{c2} = 0.5kg, I = \frac{5}{48} mL^2\end{aligned}\quad (2-4)$$

نمودار تغییرات گشتاور موتور الکتریکی دوار بر حسب زمان در نرم افزار 20sim و نمودار تغییرات نیروی جک نیوماتیکی بر حسب زمان در نرم افزار 20sim به ترتیب در بالا و پایین شکل ۴-۴ نشان داده شده است و این دو نمودار به طور مستقیم از باندگراف ربات تنسگریتی حاصل شده است. در بخش بعدی نمودارهای بدست آمده از شبیه سازی باندگراف با نمودارهای بدست آمده از شبیه سازی دینامیک لاگرانژی مقایسه می گردد و فرآیند صحت سنجی انجام می گردد.



شکل ۴-۴- تغییرات گشتاور موتور الکتریکی دوار و نیروی جک نیوماتیکی بر حسب زمان بدست آمده از باندگراف

۴-۴- شبیه‌سازی و نتایج روش دینامیک لاگرانژی ربات تنسگریتی

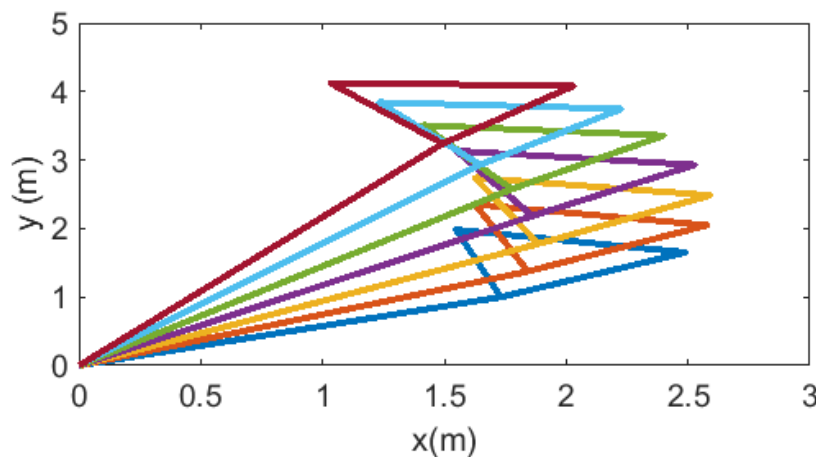
اکنون به شبیه‌سازی معادلات بدست آمده از بخش ۳-۲ در نرم‌افزار متلب پرداخته خواهد شد. فرض می‌شود روابط ۳-۴ برقرار باشد:

$$L = 1m$$

$$L_3 = 2 + 2 \sin\left(\frac{t}{10}\right) \quad (3-4)$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{t}{10}\right), K_1 = 100 N/m, K_2 = 200 N/m$$

با استفاده از رابطه‌ی ۱-۳، نمودار بدست آمده برای حرکت صفحه‌ی متحرک $D_1D_2D_3$ و جک نیوماتیکی در یک بازه‌ی زمانی، مطابق نمودار شکل ۵-۴ خواهد بود. در نمودار ۵-۴ مشاهده می‌گردد که با افزایش مقدار زاویه‌ی θ_1 و همچنین طول جک، صفحه به سمت بالا حرکت کرده و با کاهش آن صفحه دوباره به سمت پایین حرکت می‌کند. وضعیت تعادلی ربات تنسگریتی نیز در شکل ۵-۴ مشهود است.

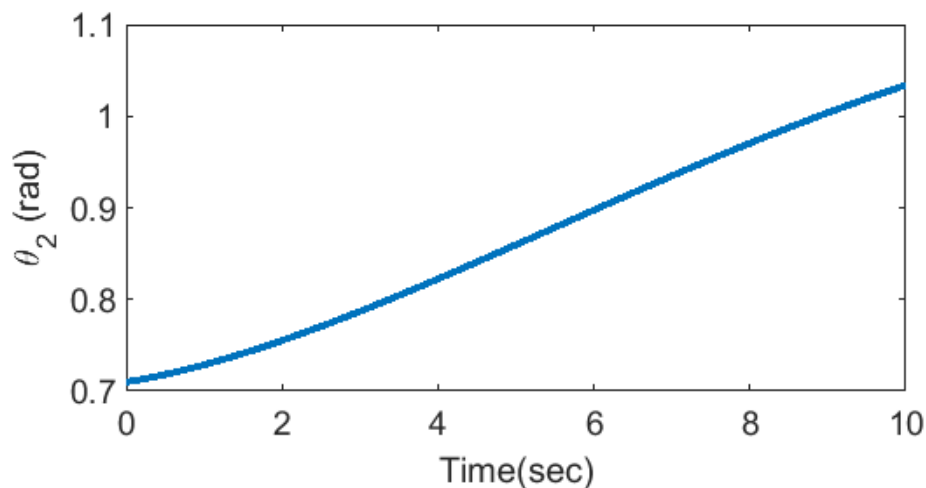


شکل ۵-۴- حرکت صفحه‌ی متحرک $D_1D_2D_3$ و جک نیوماتیکی در یک بازه‌ی زمانی

همچنین نمودار تغییرات زاویه‌ی θ_2 بر حسب زمان مطابق شکل ۶-۴ است. این زاویه با در نظر

گرفتن معادله‌ی $\tan \theta_2 = \frac{\eta_1}{\eta_2}$ و رابطه‌ی ۷-۳، محاسبه شده است. زاویه‌ای که صفحه‌ی متحرک با افق

تشکیل می‌دهد، در طول حرکت، حین باز شدن و جمع شدن ربات، افزایش می‌یابد. سبب افزایش را این‌گونه می‌توان توجیه کرد که با افزایش زاویه‌ی دوران صفحه، با توجه به موقعیت دورانی میله‌ی اول و طول جک که افزایشی می‌باشد، انرژی پتانسیل دو فنر کمتر می‌شود.



شکل ۴-۶- تغییرات زاویه‌ی θ_2 بر حسب زمان

در ادامه به شبیه‌سازی معادلات بدست آمده از بخش ۳-۳ پرداخته شده است. در این حالت مشخصات هندسی و هم‌چنین سرعت‌های $\dot{\theta}_1$ و $\dot{L}_3$ به صورت ذیل فرض شده اند:

$$L = 1m, K_1 = 100 N/m, K_2 = 200 N/m$$

$$L_3 = 2 + 2 \sin\left(\frac{t}{10}\right)$$

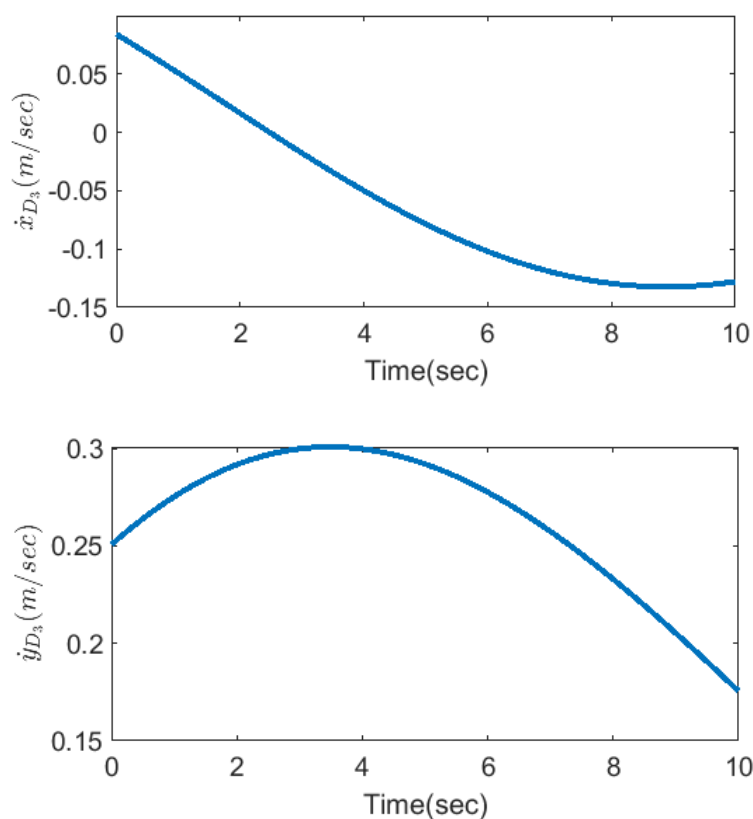
$$\dot{L}_3 = \frac{2}{10} \cos\left(\frac{t}{10}\right) \quad (4-4)$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{t}{10}\right)$$

$$\dot{\theta}_1 = \frac{\pi}{40} \cos\left(\frac{t}{10}\right)$$

با استفاده از رابطه‌ی ۳-۸، نمودار تغییرات مختصه‌های سرعت نقطه‌ی D_3 بر حسب زمان در نمودار

شکل ۴-۷ نشان داده شده است.



شکل ۴-۷- تغییرات مختصه‌های سرعت نقطه‌ی D_3 بر حسب زمان

در ادامه به شبیه‌سازی معادلات دینامیکی ربات تنسگریتی که در بخش ۳-۴ آمده است، پرداخته می‌شود. در ابتدا با تحلیل دینامیک معکوس نیروهای لازم برای یک حرکت خاص بدست می‌آید. جهت شبیه‌سازی متغیرهای سیستم به صورت روابط ۴-۵ در نظر گرفته می‌شوند:

$$L = 1m$$

$$K_1 = K_2 = 50$$

$$L_{1,0} = 3, L_{2,0} = 4$$

$$L_{c1} = L_{c2} = 0.05m$$

$$L'_1 = L'_2 = 0.1m$$

$$m_1 = 5kg$$

$$m_{c1} = m_{c2} = 0.5kg$$

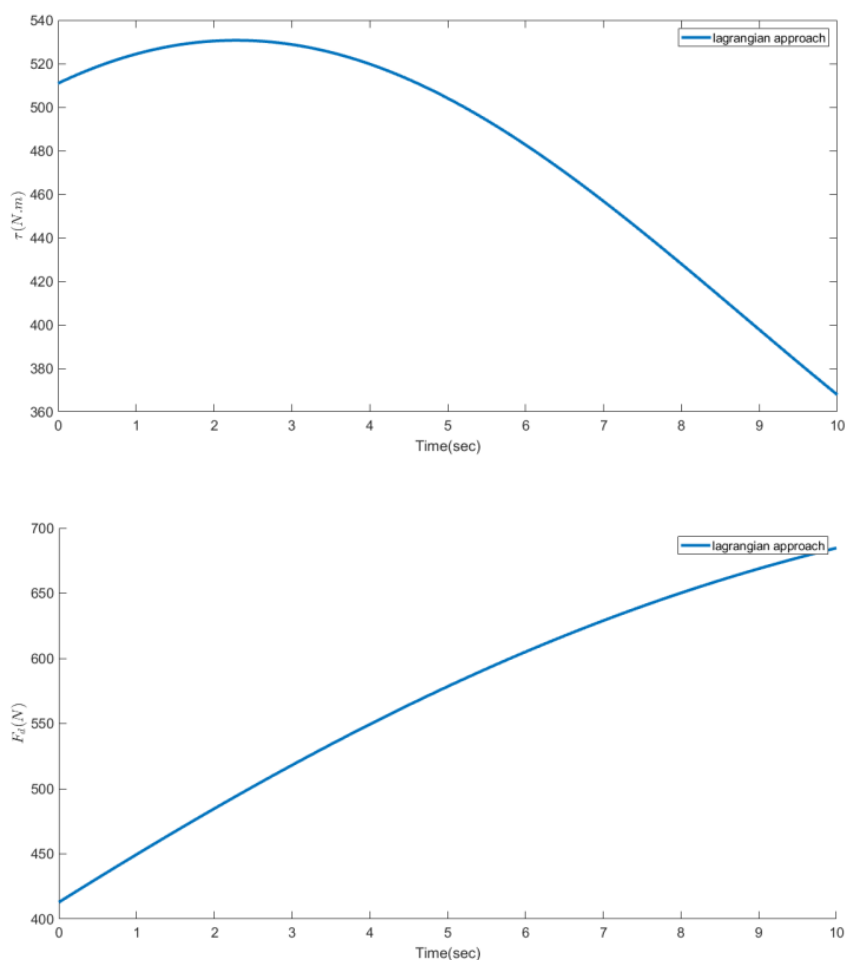
(۴-۵)

$$I = \frac{5}{48} mL^2$$

$$L_3 = 2 + 2\sin\left(\frac{t}{10}\right), \dot{L}_3 = \frac{2}{10}\cos\left(\frac{t}{10}\right), \ddot{L}_3 = -\frac{2}{100}\sin\left(\frac{t}{10}\right)$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{t}{10}\right), \dot{\theta}_1 = \frac{\pi}{40}\cos\left(\frac{t}{10}\right), \ddot{\theta}_1 = -\frac{\pi}{400}\sin\left(\frac{t}{10}\right)$$

نمودار تغییرات گشتاور موتور الکتریکی دوار و نیروی جک نیوماتیکی بر حسب زمان برای ربات تنسگریتی با در نظر گرفتن جرم جک نیوماتیکی با استفاده از رابطه‌ی ۳-۱۸ و ۳-۳۷ برای چنین حرکتی به صورت نمودارهای شکل ۴-۸ است. همان‌طور که قابل انتظار است، با حرکت جک به سمت بالا، نیروی جک افزایش می‌یابد. همچنین گشتاور موتور نیز با توجه به مسیر تعریف شده، که در آن مقدار زاویه‌ی دورانی θ_1 زیاد می‌شود، افزایشی است اما از جایی به بعد، با توجه به نیروی فنر اعمالی بر ربات گشتاور کاهش می‌یابد.



شکل ۴-۸- تغییرات گشتاور موتور الکتریکی و نیروی جک نیوماتیکی بر حسب زمان

همچنین در ادامه دینامیک مستقیم ربات مورد بررسی قرار گرفته است. در این جا فرض می‌شود که مشخصات هندسی و داده‌های ورودی به صورت مقادیر روابط ۴-۵ باشد:

$$L = 1m$$

$$K_1 = K_2 = 30 N / m$$

$$L_{1,0} = 3m, L_{2,0} = 4m$$

$$L_{c1} = L_{c2} = 0.05m$$

$$L'_1 = L'_2 = 0.1m$$

$$m_1 = 5kg$$

$$m_{c1} = m_{c2} = 0.5kg$$

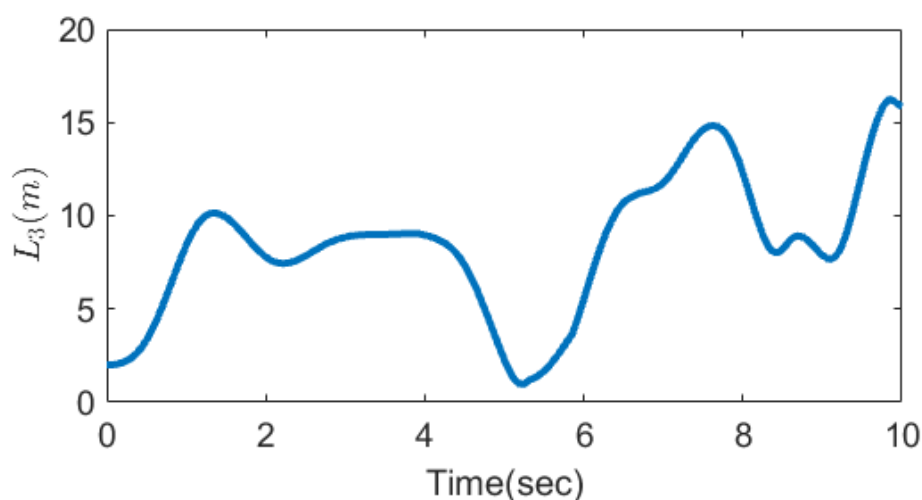
$$I = \frac{5}{48} mL^2$$

$$F_d = 300N, \tau_1 = 100N.m$$

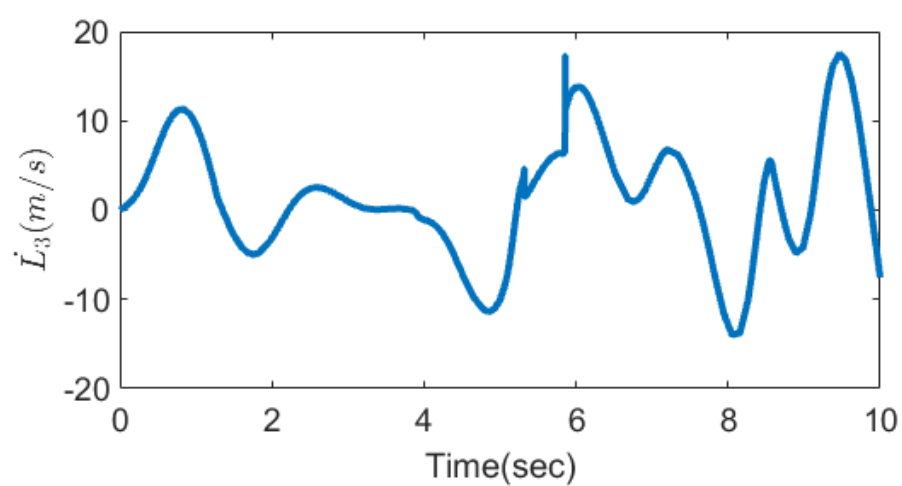
$$L_3(0) = 2, \dot{L}_3(0) = 0, \theta_1(0) = \frac{\pi}{6}, \dot{\theta}_1(0) = 0$$

(۶-۴)

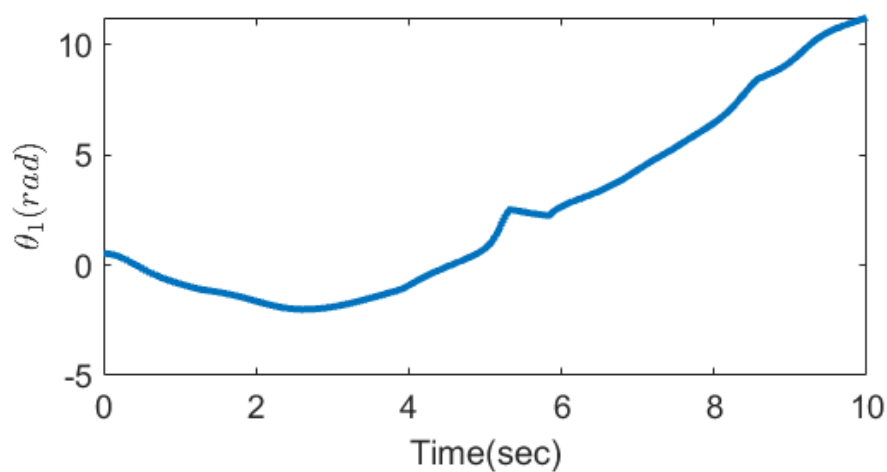
حال با استفاده از رابطه‌ی ۳-۱۸، ۳-۳۷ و شبیه‌سازی، نمودارهای ۴-۹ که تغییرات طول جک بر حسب زمان، نمودار ۴-۱۰ تغییرات سرعت جک بر حسب زمان، نمودار ۴-۱۱ تغییرات زاویه‌ی موتور دورانی بر حسب زمان و نمودار ۴-۱۲ تغییرات سرعت زاویه‌ای موتور دورانی بر حسب زمان را نمایش می‌دهند، بدست آمده‌اند. همان‌طور که از شکل‌ها برداشت می‌گردد، نیروی اعمال شده باعث حرکت غیر قابل پیش بینی جک و همچنین دوران میله اول از ربات می‌شود. در طول حرکت در جاهایی که کاهش طول جک دیده می‌شود، مکان‌هایی هست که نیروی فنر بر نیروی‌های خارجی غالب می‌شود و از حرکت بیشتر آن جلوگیری می‌کند.



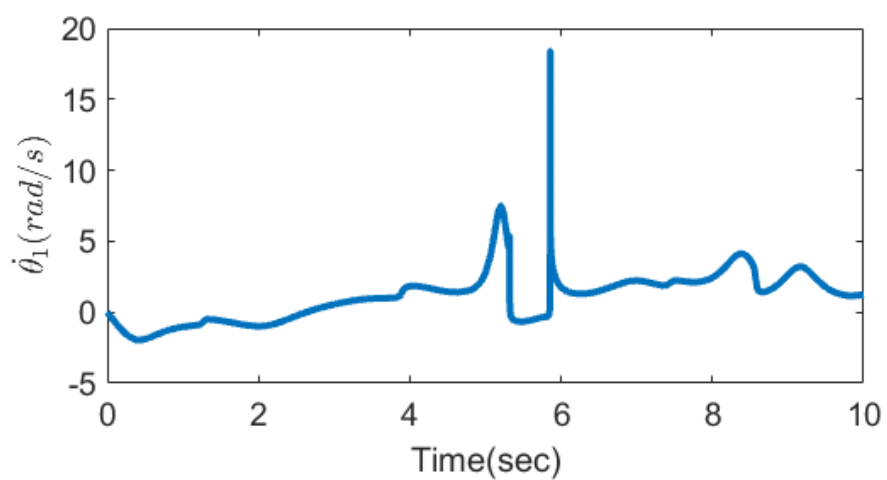
شکل ۴-۹- تغییرات طول جک بر حسب زمان



شکل ۴-۱۰- تغییرات سرعت جک بر حسب زمان



شکل ۴-۱۱- تغییرات زاویه‌ی موتور دورانی بر حسب زمان

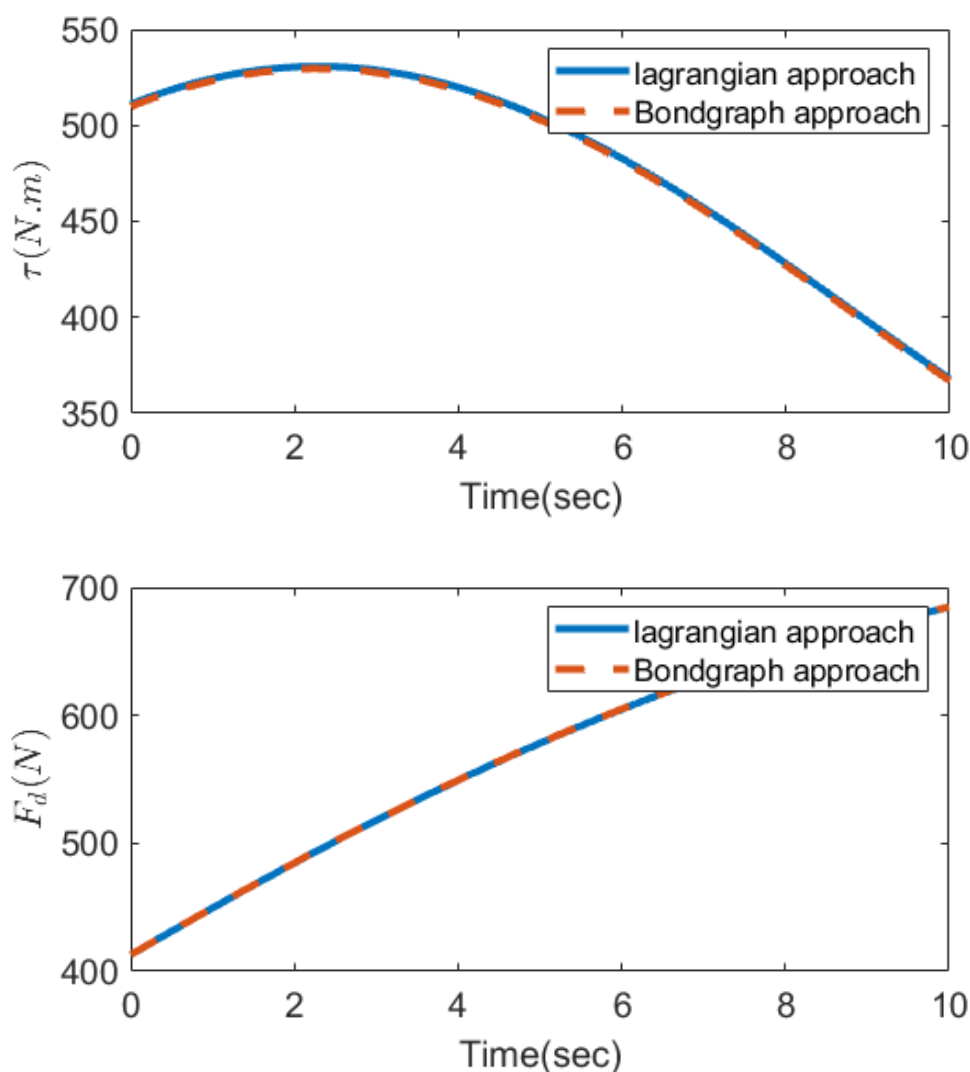


شکل ۴-۱۲- تغییرات سرعت زاویه‌ای موتور دورانی بر حسب زمان

۴-۵- مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی ربات تنسگریتی به روش باندگراف و دینامیک

لاگرانژی

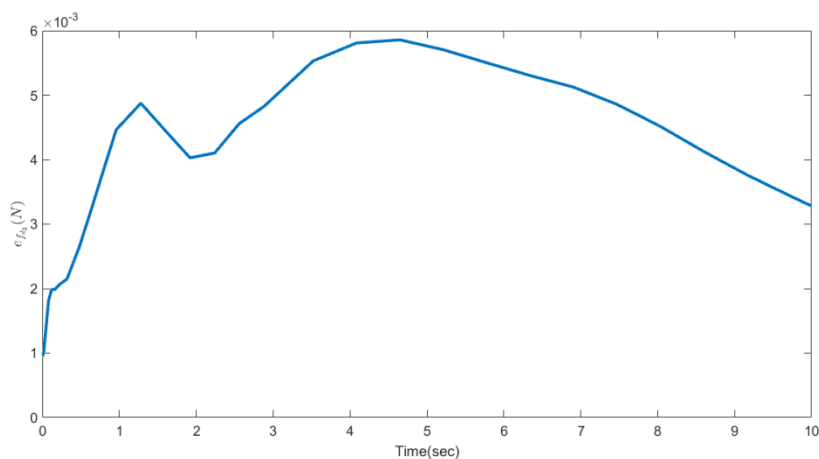
حال خروجی مدل باندگراف و مدل دینامیک لاگرانژی که نمودارهای تغییرات گشتاور موتور الکتریکی دوار و نیروی جک نیوماتیکی بر حسب زمان است، به ترتیب در بالا و پایین شکل ۴-۱۳ نشان داده شده و با یکدیگر مقایسه شده اند.



شکل ۴-۱۳- مقایسه‌ی تغییرات گشتاور موتور الکتریکی و نیروی جک نیوماتیکی بر حسب زمان بدست آمده از مدل باندگراف و دینامیک لاگرانژی

همان‌طور که از نمودار ۴-۱۳ پیدا است، خروجی گشتاور و نیروی جک برای حرکت صفحه، مطابق با مسیر مشخص شده، چه از روش لاگرانژ و چه از روش مدل‌سازی باندگراف بر یکدیگر منطبق می‌باشند و این بیانگر صحت معادلات از دو روش است. این نمودارها نمایانگر این است که صحت‌سنجی معادلات به درستی انجام پذیرفته است.

در شکل ۴-۱۴ نمودار خطای بین روش باندگراف و روش دینامیک لاگرانژی بر حسب زمان برای جک نیوماتیکی نمایش داده شده است.



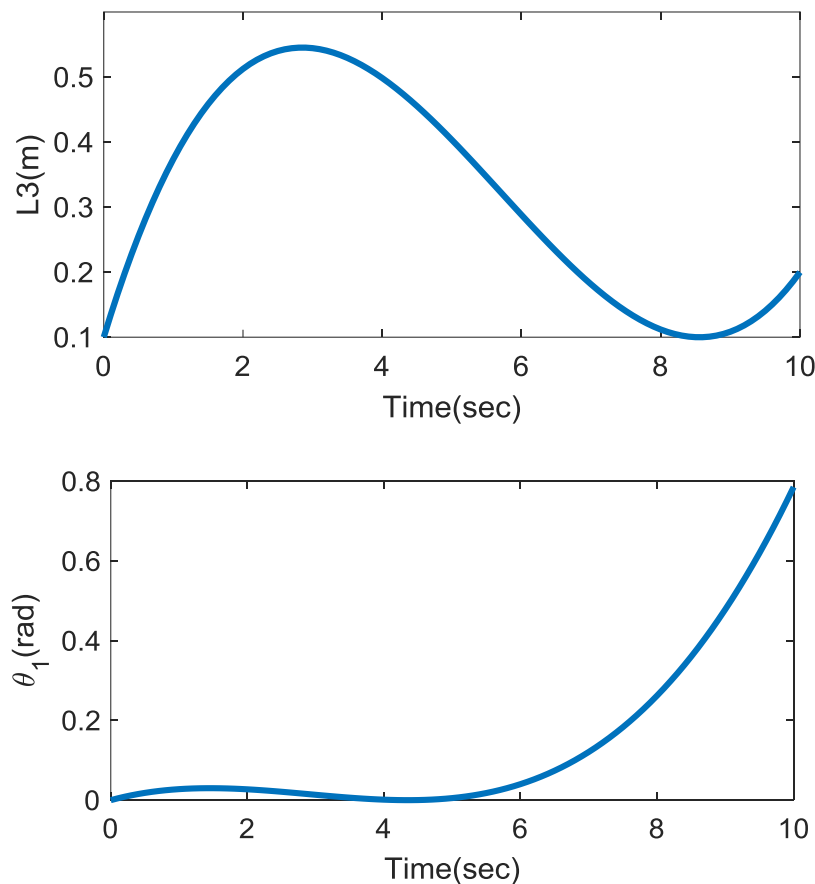
شکل ۴-۱۴- خطای بین روش باندگراف و روش دینامیک لاگرانژی بر حسب زمان

۴-۶- بهینه‌سازی

در این قسمت یک مسیر بهینه با استفاده از روابط ۳-۴۰، ۳-۴۱ و ۳-۴۲ برای ربات تنسگریتی مذکور تعیین می‌گردد. پارامترهای مسیر به صورت زیر در نظر گرفته شده و در روابط ۴-۷ نمایش داده شده است:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= 100 \frac{N}{m}, K_2 = 200 \frac{N}{m} \\
 L &= 1m \\
 L_3(0) &= 0.1, L_3(t_f = 10) = 0.2 \\
 \theta_1(t_0 = 0) &= 0, \theta_1(t_f = 10) = \frac{\pi}{4}
 \end{aligned}
 \tag{۴-۷}$$

با استفاده از تابع $fmincon$ نرم افزار متلب مسئله ی بهینه سازی حل می گردد و نمودار مسیر بهینه ی حرکت جک نیوماتیکی و نمودار مسیر بهینه ی حرکت دورانی موتور الکتریکی دوار که به ترتیب در بالا و پایین شکل ۴-۱۵ نمایش داده شده است حاصل می شود. برای این که کم ترین انرژی پتانسیل برای ربات بدست آید و همچنین شرایط مورد نظر را ارضا نماید، ابتدا طول جک زیاد می شود و سپس طول آن کاهش می یابد تا به مقدار مورد نظر برسد؛ برای دوران میله ی اول نیز همین شرایط برقرار است.

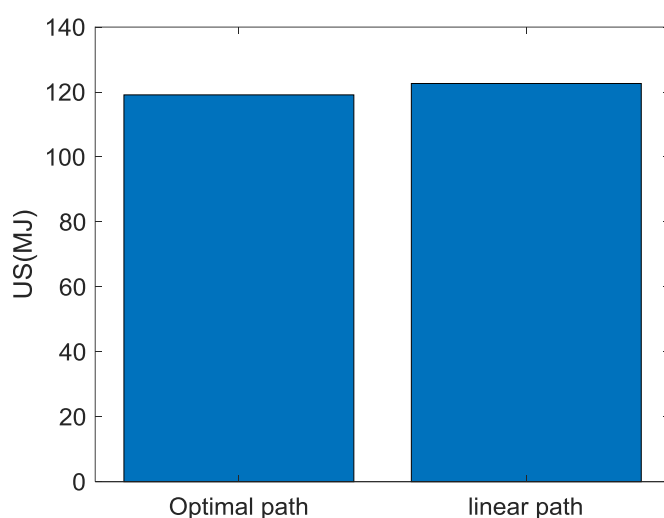


شکل ۴-۱۵- مسیر بهینه ی حرکت جک نیوماتیکی و موتور الکتریکی با استفاده از تابع مرتبه ی سوم

ضرایب مسیرهای بهینه ی مرتبه ی سوم که از بهینه سازی حاصل شده اند در رابطه ی ۴-۸ نشان داده شده است.

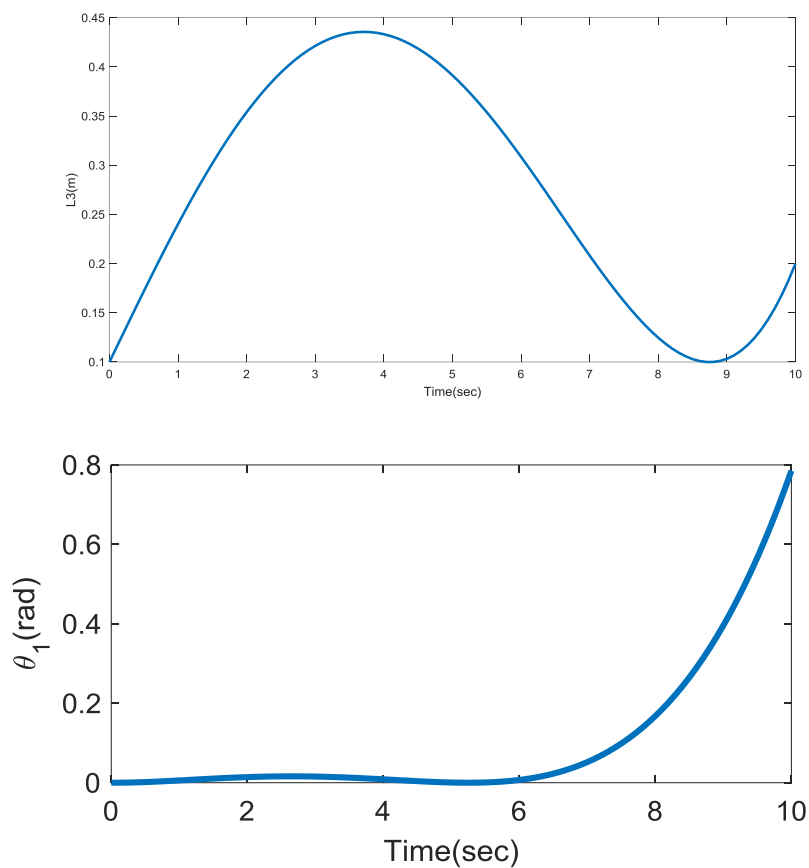
$$\begin{array}{ll}
 a_1 = 0.0048 & a_5 = 0.0025 \\
 a_2 = -0.0821 & a_6 = -0.0214 \\
 a_3 = 0.3513 & a_7 = 0.0466 \\
 a_4 = 0.1000 & a_8 = 0.0000
 \end{array} \quad (4-8)$$

همچنین میزان اختلاف انرژی پتانسیل مسیر بهینه و انرژی پتانسیل مسیر با تابع زمانی خطی در نمودار نمایان در شکل ۴-۱۶ مشهود است. این نمودار بیانگر این است که بهینه‌سازی محقق شده است زیرا انرژی پتانسیل کمتری نسبت به مسیر خطی حاصل شده است.



شکل ۴-۱۶- میزان انرژی پتانسیل مسیر خطی و مسیر بهینه بدست آمده

اگر درجه‌ی چند جمله‌ای زمانی افزایش یابد و از تابع درجه‌ی چهار استفاده شود، مسیر به صورت رابطه‌ی ۳-۴۴ تعریف می‌شود. تمامی قیود مسئله مانند حالت قبل یعنی روابط ۳-۴۱ و ۳-۴۲ تعریف می‌شوند و در نتیجه نمودار مسیر بهینه‌ی حرکت جک نیوماتیکی و نمودار مسیر بهینه‌ی حرکت دورانی موتور الکتریکی که در شکل ۴-۱۷ نمایش داده شده است، حاصل می‌گردد.

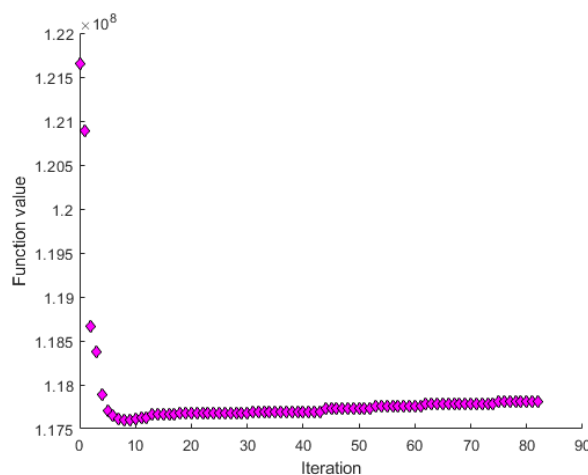
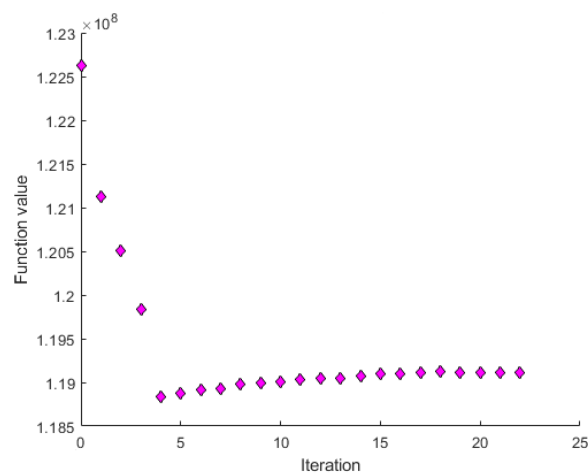


شکل ۴-۱۷- مسیر بهینه‌ی حرکت جک نیوماتیکی و موتور الکتریکی با استفاده از تابع مرتبه‌ی چهار

ضرایب مسیرهای بهینه‌ی مرتبه‌ی چهارم که از بهینه‌سازی حاصل شده‌اند در رابطه‌ی ۴-۹ نشان داده شده است.

$$\begin{array}{ll}
 a_1 = 0.0005 & a_6 = 0.0004 \\
 a_2 = -0.0060 & a_7 = -0.0037 \\
 a_3 = 0.0017 & a_8 = 0.0101 \\
 a_4 = 0.1441 & a_9 = -0.0010 \\
 a_5 = 0.1000 & a_{10} = 0.0000
 \end{array} \quad (4-9)$$

در شکل ۴-۱۸ تغییرات تابع هدف بر حسب تعداد تکرار در مدت زمان بهینه‌سازی، به ترتیب برای مسیر مرتبه‌ی سوم و مسیر مرتبه‌ی چهارم، در بالا و پایین شکل نمایش داده شده است.



شکل ۴-۱۸- تغییرات تابع هدف بر حسب تعداد تکرار برای مسیر مرتبه‌ی سوم و مسیر مرتبه‌ی چهارم

هم‌چنین مقایسه‌ی انرژی پتانسیل در هنگامی که از تابع خطی زمانی استفاده می‌شود و برای حالتی که از تابع درجه‌ی سه استفاده شده و حالتی که از تابع درجه‌ی چهار استفاده شده است در جدول ۴-۱ نشان داده شده است.

جدول ۴-۱- مقایسه‌ی انرژی پتانسیل در مسیرهای متنوع

نوع مسیر انتخاب شده	مسیر خطی	مسیر بهینه مرتبه سوم	مسیر بهینه مرتبه چهارم
مقدار انرژی (MJ)	۱۲۱,۵	۱۱۹	۱۱۷,۵

مسیر درجه‌ی چهارم در مقایسه با مسیر درجه‌ی سوم، دوران میله‌ی اول مشابهی دارد، اما طول جک مقدار کمتری افزایش می‌یابد و همین سبب کاهش انرژی پتانسیل کلی ربات می‌گردد.

۷-۴- پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آینده

با توجه به این که مدل‌سازی به روش باندگراف و هم‌چنین ربات‌های تنسگریتی، زمینه‌های مطالعات تازه‌ای پیش روی پژوهشگران گشوده اند، چه جداگانه و چه از ترکیب این دو با هم می‌توان بیشمار نوآوری ایجاد نمود. لیکن در اینجا و برای ربات تنسگریتی مورد بررسی تعدادی پیشنهاد برای مطالعات آینده ارائه می‌گردد:

- افزودن پیچیدگی‌های ساختاری مانند افزودن فنرهای بیشتر، صفحات متحرک بیشتر با پیکربندی‌های متفاوت جهت بهبود عملکرد ربات.
- بررسی مدل سه بعدی ربات تنسگریتی ارائه شده.
- بررسی پایداری وضعیتی مدل سه بعدی ربات تنسگریتی ارائه شده در فضا.
- بررسی ربات تنسگریتی با پایه‌ی متحرک که توانایی جابه‌جایی در دو بعد یا سه بعد را داشته باشد.

- [1] B. Fuller, 1962, Tensile-integrity structures, *United States Patent 3,063,521*.
- [2] K. Snelson, 1965, Continuous tension, discontinuous compression structures, *United States Patent 316,961,116*.
- [3] A. Pugh, 1976, An Introduction to Tensegrity, *University of California Press, Berkeley*.
- [4] A. Hanaor, 1994, Geometrically rigid double-layer tensegrity grids, *International Journal of Space Structures*, vol. 9, no. 4, pp. 227-238.
- [5] R. Haber, J. Abel, 1982, Initial equilibrium solution methods for cable reinforced membranes part I: formulations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 30, no. 3, pp. 263-284.
- [6] C. Calladine, 1978, Buckminster Fuller's tensegrity structures and Clerk Maxwell's rules for the construction of stiff frames, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 14, no. 2, pp. 161-172.
- [7] R. Motro, S. Najari, P. Jouanna, 1986, Static and dynamic analysis of tensegrity systems, *Proceedings of the International Symposium on Shell and Spatial Structures: Computational Aspects*, Springer, pp. 270-279, NY, USA.
- [8] S. Pellegrino, C.R. Calladine, 1986, Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 22, no. 4, pp. 409-428.
- [9] C. Sultan, M. Corless, R.E. Skelton, 2001, The prestressability problem of tensegrity structures: some analytical solutions, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 38, no. 30, pp. 5223-5252.
- [10] H. Murakami, Y. Nishimura, 2001, Initial shape finding and modal analyses of cyclic right-cylindrical tensegrity moduls, *Computers & Structures*, vol. 79, no. 9, pp. 891-917.
- [11] H. Murakami, Y. Nishimura, 2001, Static and dynamic characterization of regular truncated icosahedral and dodecahedral tensegrity moduls, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 38, no. 50, pp. 9359-9381.
- [12] A. Hanaor, 1988, Prestressed pin-jointed structures flexibility analysis and prestress design: some analytical solutions, *Computers & structures*, vol. 28, no. 6, pp. 757-769.

[13] K. Kebiche, M. Kazi-Aoual, R. Motro, 1999, Geometrical non-linear analysis of tensegrity systems, *Engineering structures*, vol. 21, no. 9, pp. 864-876.

[14] C. Sultan, M. Corless, R.E. Skelton, 2002, Linear dynamics of tensegrity structures, *Engineering Structures*, vol. 24, no. 6, pp. 671-685.

[15] R.E. Skelton, C. Sultan, 1997, Controllable tensegrity: a new class of smart structures, *Smart Structures and Materials, Proc. SPIE 3039, Smart Structures and Materials 1997: Mathematics and Control in Smart Structures*, pp. 166-177, San Diego, CA, USA.

[16] S. Djouadi, R. Motro, J.C. Pons, B. Crosnier, 1998, Active control of tensegrity systems, *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 11, no. 2, pp. 37-44.

[17] N. Kanchanasaratool, D. Williamson, 2002, Modelling and control of class NSP tensegrity structures, *Int. J. Control*, vol. 75, no. 2, pp. 123-139.

[18] J.B. Aldrich, R.E. Skelton, 2005, Time-energy optimal control of hyper-actuated mechanical systems with geometric path constraints, *Decision and Control 2005 and 2005 European Control Conference (CDC-ECC'05), 44th IEEE Conference on*, pp. 8246-8253, Seville, Spain.

[19] M. Bamdad, 2013, Time-energy optimal trajectory planning of cable-suspended manipulators, *Cable-Driven Parallel Robots*, Springer, Berlin, Germany, pp. 41-51.

[۲۰] ح. اسلام‌پور، ۱۳۹۲، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، طراحی مسیر بهینه با کمینه‌سازی زمان و انرژی برای یک ربات تنسگریتی، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

[۲۱] ج. نافع، ۱۳۹۴، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، کمینه کردن ارتعاشات یک ربات تنسگریتی با استفاده از قوای محرکه، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

[۲۲] م. جلایر، ۱۳۹۶، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، طراحی مسیر بدون برخورد مکانیزم تنسگریتی (کش‌بستی)، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

[۲۳] ش. فاروقی، م. بامداد، ۲۰۱۴، استفاده از روش هم-چرخشی برای تحلیل غیرخطی دینامیکی سازه تنسگریتی، *مهندسی مکانیک مدرس*، جلد ۱۴، شماره ۱۴، صفحه ۲۴۵-۲۵۰.

[۲۴] ش. فاروقی، م. بامداد، س.ح. حسینی، ۲۰۱۵، تحلیل سازه تنسگریتی تحت بار دینامیکی با استفاده از روش فضای حالت، *مهندسی مکانیک مدرس*، جلد ۱۵، شماره ۵، صفحه ۲۶۱-۲۶۸.

[25] J.P. Pinaud, M. Masic, R.E. Skelton, 2003, Path planning for the deployment of tensegrity structures, *Smart Structures and Materials 2003: Modeling, Signal Processing and Control*, vol. 5049, pp. 436-447.

[26] J.B. Bayat, 2006, Ph.D. dissertation, Position analysis of planar tensegrity structures, Center for Intelligent Machines and Robotics, University of Florida, Gainesville, FL.

[27] M. Arsenault, C.M. Gosselin, 2004, Development and analysis of a planar 1-DOF tensegrity mechanism, in: *Proceedings of the 2004 Canadian Society of Mechanical Engineering (CSME) Forum*.

[28] M. Arsenault, C.M. Gosselin, 2005, Kinematic, static and dynamic analysis of a planar 2-DOF tensegrity mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 41, no. 9, pp. 1072-1089.

[29] M. Arsenault, C.M. Gosselin, 2008, Kinematic and static analysis of 3-PUPS spatial tensegrity mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 44, no. 1, pp. 162-179.

[30] M. Arsenault, C.M. Gosselin, 2005, Kinematic, static and dynamic analysis of a spatial three-degree-of-freedom tensegrity mechanism, *Journal of Mechanical Design*, vol. 128, no. 5, pp. 1061-1069.

[31] T.M. Tran, 2002, Master of Science Thesis, Reverse displacement analysis for tensegrity structures, Center for Intelligent Machine and Robotics, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Florida, Gainesville, FL.

[32] M.Q. Marshall, 2003, Master of Science Thesis, Analysis of tensegrity-based parallel platform devices, Center for Intelligent Machine and Robotics, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Florida, Gainesville, FL.

[33] S.M.M. Shekarforoush, M. Eghtesad, M. Farid, 2009, Design of statically balanced six-degree-of-freedom parallel mechanisms based on tensegrity system, *Proceedings of the ASME 2009 International Mechanical Engineering Congress & Exposition (IMECE2009)*, pp. 245-253, Lake Buena Vista, Florida, USA.

[34] J.M. Mirats-Tur, S.H. Juan, A.G. Rovira, 2007, Dynamic equations of motion for a 3-bar tensegrity based mobile robot, *Proc. 12th IEEE Conf Emerging Technologies and Factory Automation*, pp. 1340-1345, Patras, Greece.

[35] S.H. Juan, J.M. Mirats-Tur, 2008, A method to generate stable collision free configurations for tensegrity based robots, *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3769-3774, Acropolis Convention Center, Nice, France.

[36] S.H. Juan, R. Skelton, J.M. Mirats-Tur, 2009, Dynamically stable collision avoidance for tensegrity based robots, *Reconfigurable Mechanisms and Robots 2009 (ReMAR 2009)*, *ASME/IFTOMM International Conference on*, pp. 315-322, London, UK.

[37] A.G. Rovira, J.M. Mirats-Tur, 2009, Control and simulation of a tensegrity based mobile robot, *Robotics and Autonomous Systems (RAS)*, vol. 57, no. 5, pp. 526-535.

[38] J.M. Mirats-Tur, J. Camps, 2011, A 3-DOF actuated robot: a minimal tensegrity configuration, *IEEE Robot*, vol. 18, no. 3, pp. 96-113.

[39] O. Shai, I. Tehori, A. Bronfeld, M. Slavutin, U. Ben-Hanan, 2009, Adjustable tensegrity robot based on assur graph principle, *Proceeding of the ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, pp. 257-261, Lake Buena Vista, Florida, USA.

[40] O. Orki, O. Shai, I. Tehori, M. Slavutin, U. Ben-Hanan, 2010, Employing Assur Tensegrity Structures Methods for Simulating a Caterpillar Locomotion, *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, pp. 101-106, Montreal, Quebec, Canada.

[41] Y. Moon, C. D. Crane, R.G. Roberts, 2011, Analysis of a Spatial Tensegrity-based Compliant Mechanism, *13th World Congress in Mechanism and Machine Science*, pp. 19-25, Guanajuato, Mexico.

[42] S. Hirai, R. Imuta, 2012, Dynamic Simulation of Six-strut Tensegrity Robot Rolling, *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, pp. 198-204, Guangzhou, China.

[43] C. Paul, J.W. Roberts, H. Lipson, F.J. Valero-Cuevas, 2005, Gait production in a tensegrity based robot, *in: Proc. Int. Conf. on Advanced Robotics*, pp. 216-222, Seattle, WA, USA.

[44] M. Shibata, F. Saijyo, S. Hirai, 2009, Crawling by Body Deformation of Tensegrity Structure Robots, *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp.4375-4380, Kobe International Conference Center, Kobe, Japan.

[45] E. Komendera, 2012, A survey of the computational modeling and control of tensegrity robots, Ph.D. Prelim Exam in Computational Modeling Of Complex Systems, pp. 1-36, University of Colorado Department of Computer Science, Fort Collins, Colorado, USA.

[46] J. Friesen, A. Pogue, T. Bewley, M. De Oliveira, R. Skelton and V. SunSpiral, 2014, DuCTT: A tensegrity robot for exploring duct systems, *ICRA*, pp. 4222-4228, Hong Kong Convention and Exhibition Center, Hong Kong, China.

[47] J. Bruce, A.P. Sabelhaus, Y. Chen, D. Lu, K. Morse, S. Milam, et al., 2014, SUPERball: Exploring tensegrities for planetary probes, *12th International Symposium on Artificial Intelligence Robotics and Automation in Space (i-SAIRAS)*, Montreal, Canada.

[48] K. Caluwaerts, J. Despraz, A. Iscen, A.P. Sabelhaus, J. Bruce, B. Schrauwen, et al., 2014, Design and control of compliant tensegrity robots through simulation and hardware validation, *Journal of The Royal Society Interface*, vol. 11, no. 98.

[49] J.M. Friesen, P. Glick, M. Fanton, P. Manovi, A. Xydes, T. Bewley, et al., 2016, The second generation prototype of a duct climbing tensegrity robot ducttv2, *Robotics and Automation (ICRA) 2016 IEEE International Conference on*, pp. 2123-2128, Stockholm, Sweden.

[50] L.H. Chen, M.C. Daly, A.P. Sabelhaus, L.A.J. van Vuuren, H.J. Garnier, M.I. Verdugo, et al., 2017, Modular Elastic Lattice Platform for Rapid Prototyping of Tensegrity Robots, *Proceedings of the ASME 2017 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2017*, Cleveland, Ohio, USA.

[51] F. Carreño, M.A. Post, 2018, Design of a novel wheeled tensegrity robot: a comparison of tensegrity concepts and a prototype for travelling air ducts, *Robotics and Biomimetics*, vol. 5, no. 1.

[52] S. Das, 2009, *Mechatronic modeling and simulation using bond graphs*, 1st Edition, CRC Press, New York, pp. 13.

[53] J.J. Craig, 1989, *Introduction to robotics: mechanics and control*, 2nd Edition, Addison Wesley, Boston, Massachusetts, USA, pp. 206.

[54] Z. Ji, T. Li, M. Lin, 2014, Kinematics and stiffness of a planar tensegrity parallel mechanism, *Periodica Polytechnica, Mechanical Engineering*, vol. 58, no. 2, pp. 101-111.

Abstract

Unlike most common robots today, a robot with a tensegrity structure which is a combination of rigid and soft components, can be light and flexible and can move well in unrestricted environments. In this thesis, a planar tensegrity robot is investigated. First, by studying various available structures according to the desired expectations, an appropriate structure for the robot is proposed. Then, the bondgraph model of this robot is extracted and by extracting its Lagrangian dynamic model, the accuracy of the obtained bondgraph model is evaluated. Finally, optimization is done to find the appropriate path for the robot's moving; Due to the importance of structural stability in this robot, the resulting path has the least potential energy and therefore the most stability during movement.

Keywords: tensegrity robot, pneumatic actuator, bond graph modeling, lagrangian dynamics, optimization.



Shahrood University of Technology
Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering
Department of Mechanical Engineering

**Bond graph based modeling and optimization of tensegrity
robot with pneumatic actuators**

By:

Shahriyar Shahed

Supervisor:

Dr.Mahdi Bamdad

October 2020