



دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی طراحی کاربردی

تحلیل غیرخطی کمانش ترمومکانیکی پنل استوانهای نازک تقویتشده هدفمند بر بستر الاستیک

نگارنده: سارا کرمیان دهکردی

استاد راهنما

دكتر عليرضا شاطرزاده

دی ماه ۱۳۹۶

تقديم به

خانواده خوب و مهربانم آنان که همیشه دوستشان دارم و همواره مشوق و راهنمای من برای ادامه تحصیل بوده و از هیچ گونه کمک و همراهی در این راه دریغ نداشتهاند. همچنین تقدیم به اساتید ارجمندی که چراغ هدایت این راه بودهاند.

تقدیر و سپاس

ضمن سپاس و ستایش به درگاه ایزد منان که به من توانایی داد که با استعانت از او بتوانم پژوهش کارشناسی ارشد را به پایان برسانم. بر خود لازم می بینم از استاد محترم، جناب آقای دکتر علیرضا شاطرزاده که پیوسته در انجام مراحل مختلف این پژوهش نقش به سزایی داشتند، قدردانی نموده و توفیق روزافزون ایشان را در امر خطیر آموزش به فرزندان این مرز و بوم از ایزد متعال خواستارم.

تعهد نامه

- اینجانب سارا کرمیان دهکردی دانشجوی دوره کار شنا سی ار شد ر شته مهند سی مکانیک دانشکده مهند سی مکانیک
 دان شگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایاننامه تحلیل غیرخطی کمانش ترمومکانیکی پنل ا ستوانهای نازک تقویت شده
 هدفمند بر بستر الاستیک تحت راهنمائی دکتر علیرضا شاطرزاده متعهد می شوم:
 - تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
 - در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون تو سط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می با شد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در بهدست آمدن نتایح اصلی پایاننامه تأثیر گذار بودهاند در مقالات مستخرج از پایاننامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایاننامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول
 اخلاقی رعایت شده است.
 - در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده
 است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاريخ

امضاى دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامههای رایانهای، نرمافزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود میباشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
 - استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایاننامه بدون ذکر مرجع مجاز نمیباشد.

چکیدہ

در پایاننامه حاضر یک روش تحلیلی به منظور بررسی کمانش غیرخطی پنلهای استوانهای نازک هدفمند تقویتشده با تقویت کنندههای مایل بر بستر الاستیک تحت بارگذاریهای مکانیکی، حرارتی، ترمومکانیکی و هیگروترمومکانیکی ارائه شده است. پنل دارای نقص هندسی اولیه و خواص وابسته به دما میباشد. شرایط مرزی پنل چهار لبه ساده و بستر الاستیک بر اساس مدل پیشنهادی وینکلر و پسترناک فرض شده است. جنس تقویت کنندهها از فلز بوده و تحلیل حاضر بر پایه روش تقویت کننده-های تکهای لخنیتسکی میباشد. روابط کرنش-جابه جایی با توجه به روابط غیرخطی فن کارمن-دانل و تئوری کلاسیک پوستهها بهدست آمده است. برای تحلیل استاتیکی غیرخطی مسأله از تابع تنش و

تأثیر زاویه تقویت کننده، پارامترهای هندسی از قبیل نسبت طول کمان به ضخامت پنل و نسبت طول کمان به ضخامت پنل و نسبت طول کمان به شعاع انحنا، شاخص کسر حجمی، نقص هندسی اولیه، سفتی بستر الاستیک و درصد رطوبت بر پس کمانش پنل هدفمند برای بارگذاریهای ذکرشده، بررسی شده است. در بارگذاری ترمومکانیکی تأثیر وجود گرادیان دما در ضخامت پنل و تأثیر شرایط مرزی مختلف نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

كلمات كليدى

پنل استوانهای تقویت شده هدفمند، تحلیل استاتیکی غیر خطی، پس کمانش، بستر الاستیک، بار ترمو-مکانیکی، روش تحلیلی

مقاله مستخرج از پایاننامه

Karamian S., Shaterzadeh A.; "Nonlinear hygro-thermo-mechanical buckling analysis of eccentrically stiffened thin FG cylindrical panel on elastic foundations", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 02, pp. 73-83, 2018 (in Persian)

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
	فصل او ّل: مقدمه
	۱–۱ مقدمه
,	۲-۱ مواد هدفمند
	۱-۲-۱ تاریخچه
	۱–۲–۲ معرفی مواد هدفمند
	۱–۳ تقویت کنندهها
	۱-۳-۱ روش تقویت کنندههای تکهای
	۲-۳-۱ تقویتکنندههای مایل
	۴-۱ بستر الاستیک
•	۱-۵ تعاریف بنیادی رفتار سیستمهای مکانیکی
·	۱-۵-۱ تعادل پایدار
•	۲-۵-۱ ناپایداری
۱	۱-۵-۱ بار کمانش
۱	۱-۶ مروری بر کارهای انجام شده
۴	۱-۷ معرفی پایاننامه حاضر
	فصل دوم: استخراج روابط حاکم بر مسأله
٨	۱-۲ مقدمه
٨	l:
	۱-۲ مستصاف پین
······	

۲۲	۲-۴ روابط بنیادی و معادلات حاکم
	فصل سوم: تحلیل پس کمانش پنل استوانهای
٣۴	۱–۳ مقدمه
٣۴	۳-۲ تحلیل کمانش مکانیکی
۳۸	۳-۲-۱ پنل استوانهای تحت فشار خارجی یکنواخت
۴۰	۳-۲-۲ پنل استوانهای تحت فشار محوری
۴۱	۳-۳ تحليل كمانش هيگروترمال
۴۴	۳-۴ تحلیل کمانش هیگروترمومکانیکی
۴۴	۳-۴-۳ توزیع دمای یکنواخت در راستای ضخامت
۴۷	۳-۴-۳ توزیع دمای خطی در راستای ضخامت
	فصل چهارم: نتایج
۵۰	۱–۴ مقدمه
۵۱	۴–۲ معتبرسازی رهیافت حاضر
۵۴	۴-۴ نتایج تحلیل استاتیکی پنل برای زوایای مختلف تقویتکنندهها
۵۴	۴-۳-۴ پنل استوانهای تحت فشار محوری۴
۵۶	۴-۳-۴ پنل استوانهای تحت بار فشاری یکنواخت
ΔΥ	۴-۳-۴ پنل استوانهای تحت بارگذاری حرارتی
۵۸	۴-۳-۴ پنل استوانهای تحت بارگذاری ترمومکانیکی
۶۱	۴-۴ بررسی تأثیر سایر پارامترها
	فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادها

٧۶	۵–۲ چکیده نتایج
ΥΥ	۵-۳ پیشنهادهایی برای ادامه کار
٧٩	پيوست
λ٠	مراجع

فهرست شكلها

کل (۱-۱) تصویر شماتیک ریزساختاری یک ماده هدفمند متشکل از سرامیک-فلز و یک لمینیت
کل (۱-۲) عکسبرداری از مقطع یک ماده هدفمند از جنس (Al/Sic) توسط میکروسکوپ نوری
کل (۱-۳) تغییر خواص در برش عرضی پوسته یک صدف۶
کل (۱-۴) پنلهای استوانهای پوششدهنده سیستم پرتاب موشک۷
کل (۱-۵) مخزن هیدروژن مایع۷
کل (۱-۶) قسمتی از بدنه هواپیمای بویینگ ۷۸۷۸
کل (۱-۷) توپ صلب درون یک ظرف
کل (۱–۸) توپ صلب بر روی یک تپه
کل (۲-۱) نمایش پنل استوانهای شامل تقویتکننده همراه با بستر الاستیک
كل (۲-۲) دوران مختصات مستطيلي
کل (۲–۳) شبکه تقویت کننده مایل
کل (۴-۱) مقایسه منحنی های غیرخطی خیز-بار پنل استوانهای هدفمند بدون تقویت کننده تحت فشار محوری
کل (۴–۲) مقایسه منحنی های خیز-بار پنل استوانهای هدفمند بدون تقویت کننده تحت فشار یکنواخت
کل (۴–۳) مقایسه منحنی خیز-بار پنل استوانهای هدفمند بدون تقویت کننده تحت بار ترمومکانیکی (۴ لبه ثابت)
کل (۴-۴) مقایسه منحنی خیز-بار پنل استوانهای هدفمند بدون تقویت کننده تحت بار ترمومکانیکی (۲ لبه ثابت)
کل (۴-۵) مقایسه منحنی خیز-بار پنل استوانهای هدفمند بدون تقویت کننده تحت بار ترمومکانیکی
کل (۴-۶) مقایسه منحنی خیز-بار پنل استوانهای تقویتشده هدفمند تحت بار حرارتی
کل (۴-۷) منحنی پس کمانش پنل برای زوایای مختلف تقویت کننده تحت فشار محوری
کل (۴-۸) منحنی پس کمانش پنل برای زوایای مختلف تقویت کننده تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک) ۵۷
کل (۴-۹) منحنی پس کمانش پنل برای زوایای مختلف تقویت کننده تحت بار حرارتی
کل (۴–۱۰) منحنی پس کمانش پنل برای زوایای مختلف تقویت کننده تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۴ لبه
بت)
کل (۴–۱۱) منحنی پس کمانش پنل برای زوایای مختلف تقویت کننده تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۲ لبه
بت)
کل (۴–۱۲) منحنی پسکمانش پنل برای زوایای مختلف تقویتکننده تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای خطی در راستای
خامت پنل (۴ لبه ثابت)

۶۱	شکل (۴–۱۳) تأثیر شاخص کسر حجمی بر پس کمانش پنل تحت فشار محوری
۶۲	شکل (۴-۱۴) تأثیر شاخص کسر حجمی بر پس کمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)
۶۲	شکل (۴–۱۵) تأثیر شاخص کسر حجمی بر پس کمانش پنل تحت بار حرارتی
لبه ثابت)	شکل (۴-۱۶) تأثیر شاخص کسر حجمی بر پس کمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۴
۶۳	شکل (۴–۱۷) تأثیر سفتی بسترهای الاستیک بر پس کمانش پنل تحت فشار محوری
۶۴	شکل (۴–۱۸) تأثیر سفتی بسترهای الاستیک بر پسکمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک
عت (۴ لبه ثابت)	شکل (۴–۱۹) تأثیر سفتی بسترهای الاستیک بر پسکمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با افزایش دمای یکنواخ
۶۴	
۶۴	شکل (۴-۲۰) تأثیر سفتی بسترهای الاستیک بر پسکمانش پنل تحت بار حرارتی
۶۵	شکل (۴–۲۱) تأثیر تقویتکنندهها بر پسکمانش پنل تحت فشار محوری
۶۵	شکل (۴-۲۲) تأثیر تقویتکنندهها بر پسکمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)
<i>99</i>	شکل (۴–۲۳) تأثیر تقویتکنندهها بر پسکمانش پنل تحت بار حرارتی
بت)	شکل (۴–۲۴) تأثیر تقویتکنندهها بر پسکمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۴ لبه ثا
۶۷	شکل (۴-۲۵) تأثیر افزایش دما بر پس کمانش پنل تحت فشار محوری
۶۷	شکل (۴-۲۶) تأثیر افزایش دما بر پس کمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)
۶۷	شکل (۴–۲۷) تأثیر افزایش دما بر پس کمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۴ لبه ثابت)
۶۸	شکل (۴–۲۸) تأثیر نسبت <i>b/h</i> بر پسکمانش پنل تحت فشار محوری
۶۸	شکل (۴–۲۹) تأثیر نسبت <i>b/h</i> بر پسکمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)
۶۹	شکل (۴-۴۰) تأثیر نسبت b/h بر پسکمانش پنل تحت بار حرارتی
٤٩	شکل (۴–۳۱) تأثیر نسب <i>ت b/h</i> بر پسکمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با افزایش دمای یکنواخت (۴ لبه ثابت
٧٠	شکل (۴-۳۲) تأثیر نسبت $b/\!R$ بر پس کمانش پنل تحت فشار محوری
۷۰	شکل (۴–۳۳) تأثیر نسبت b/R بر پس کمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)
٧٠ (شکل (۴-۳۴) تأثیر نسبت b/R بر پس کمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۴ لبه ثابت
۷۱	شکل (۴–۳۵) تأثیر نسبت <i>b/a</i> بر پسکمانش پنل تحت فشار محوری
۷۱	شکل (۴–۳۶) تأثیر نسبت b/a بر پس کمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)
۷۲ (شکل (۴–۳۷) تأثیر نسبت <i>b/a</i> بر پسکمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۴ لبه ثابت)
نواخت۷۲	شکل (۴–۳۸) اثر شرایط مرزی مختلف بر پس کمانش پنل استوانهای تقویتشده هدفمند تحت فشار عرضی یک
۷۳	شکل (۴–۳۹) اثر گرادیان دما در ضخامت پنل بر پاسخ غیرخطی پنل تحت فشار یکنواخت (۴ لبه ثابت)

۲۴	شکل (۴-۴۰) تأثیر درصد رطوبت بر پس کمانش پنل تحت بار هیگروترمال
۷۴	شکل (۴-۴۱) تأثیر درصد رطوبت بر پس کمانش پنل تحت بار هیگروترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت
۷۴	شکل (۴–۴۲) تأثیر درصد رطوبت بر پس کمانش پنل تحت بار هیگروترمومکانیکی با توزیع دمای خطی

فهرست جدولها

۵۰	جدول (۴–۱) پارامترهای استفادهشده برای تحلیل پسکمانش پنل استوانهای تقویتشده هدفمند
۵١	جدول (۴-۲) خواص مکانیکی پنل استوانهای تقویتشده هدفمند

فصل او ّل مقدمه

پنلهای کامپوزیتی معمولاً در کاربردهای مهندسی، بهدلیل وزن سبک، استحکام و سفتی بالا و ویژگیهای حرارتی مناسب، استفاده میشوند. در عمل بهمنظور تقویت سازه جهت تحمل بارهای اعمالی از تقویت کنندههایی^۱با وزن کم استفاده میشود. پنلهای استوانهای تقویت شده، در صنایع هوافضا، مکانیک و سازههای دریایی کاربرد زیادی دارند. در دماهای بالا، این پنلها بدون حضور بارهای مکانیکی نیز کمانش می کنند. بنابراین، کمانش و پس کمانش این سازهها باید به خوبی بررسی شود.

مطالعه بر روی مواد جدید همواره قابل توجه محققان بوده است و مرزهای جدیدی را فراروی آنها گشوده است. هدف از این مطالعات استفاده از مواد با عملکرد بهتر در طراحی سازه و در نتیجه، بهینه-سازی طراحی میباشد. اخیراً، دستهی جدیدی از مواد کامپوزیتی شناخته شده با عنوان مواد هدفمند (FGM)^۲بهطور خاص مورد توجه بسیاری از پژوه شگران قرار گرفته اند. مواد هدفمند نسل جدیدی از مواد کامپوزیتی هستند که در آنها خواص مکانیکی به طور پیوسته و به آرامی از سطحی به سطح دیگر تغییر می کنند. یکی از مزایای مواد هدفمند نسبت به مواد مرکب لایه ای،^۳ عدم گسستگی در محل اتصال لایه ها می باشد، زیرا همان طور که گفته شد در مواد هدفمند ترکیب عناصر پیوسته و تدریجی می باشد [۱].

از جمله کاربردهای اصلی این مواد می توان استفاده در راکتورهای هستهای (مواد تشکیل دهنده دیوار داخلی راکتور)، استفاده در صنایع شیمیایی (غشاها و کاتالیستها)، استفاده در مهندسی پزشکی (کاشت دندان مصنوعی، استخوانها یا اندامهای مصنوعی) و سایر فناوریهای نوین مانند موتورهای سرامیکی و پوشش در برابر خوردگی و حرارت را نام برد. همچنین این مواد در ساخت صفحات و پوستههای

¹ Stiffeners

² Functionally graded materials

³ Laminated composite materials

مخازن-راکتورها، توربینها و دیگر اجزای ماشینها نیز کاربرد زیادی دارند؛ زیرا این قطعات دارای مقاومت بالایی در برابر کمانش حرارتی میباشند. از دیگر مزایای مواد هدفمند میتوان به استفاده از آنها در ساخت پوشش عایقهای حرارتی نیز اشاره نمود [۱].

۲-۱ مواد هدفمند

۱-۲-۱ تاریخچه

نیاز بشر برای یافتن موادی که دارای ویژگیهای بهتری نسبت به مواد خالص و مرکب موجود در صنایع بودند دانشمندان را به سمت تولید FGM هدایت نمود. هر چند اولین پیشنهاد در مورد ساخت و تولید مواد دارای تغییرات تابعی در خواص را سال ۱۹۷۲ بور و دووز ^۲ارائه کردند و قبل از آن هم یکسری تحقیقات در مورد آن به صورت گسسته صورت گرفته بود ولی برای اولین بار نام FGM توسط محققان ژاپنی در دهه ۱۹۸۰ به این مواد داده شد و پس از آن بهتدریج این مواد در سطح بینالمللی ساخته شدند. نینو⁷و کویزومی ^۱از جمله افرادی بودند که در آن زمان در ژاپن مأمور تحقیق در مورد مواد جدید شدند و بهعلت نیاز این کشور به این مواد برای توسعه صنایع هوایی این تحقیقات بهصورت جدی دنبال

۱–۲–۲ معرفی مواد هدفمند

مواد هدفمند مواد کامپوزیتی با ریزساختار ناهمگنی میباشند که خواص مکانیکی آنها بهطور ملایم و پیوسته از یک سطح به سطح دیگر تغییر میکند. این خاصیت ویژه بهوسیله تغییر یکنواخت در نسبت حجمی مواد تشکیلدهنده آنها بهدست میآید. در سالهای اخیر، با توسعه موتورهای پرقدرت الکتریکی، توربینها، راکتورها، و تجهیزات صنایع هوافضا و دیگر ماشینآلات صنعتی، استفاده از موادی با مقاومت حرارتی بالا و مقاوم از لحاظ مکانیکی یک نیاز ضروری بهشمار میرود. مواد هدفمند یکی از

¹ Bever

² Duwez

³ Nino

⁴ Koizumi

کاربردی ترین مواد در صنعت به ویژه جهت استفاده در محیط هایی با درجه حرارت بسیار بالا مانند راکتورهای هسته ای به شمار می روند و پیش بینی می گردد با توجه به ویژگی های منحصر به فرد این مواد، کاربردهای صنعتی آن ها در طی سال های آتی توسعه یابد. در سال های قبل، در صنایع هوافضا از مواد سرامیکی خالص جهت پوشش دهی و روکش نمودن قطعات تحت اثر دمای کاری بالا استفاده می شد. این مواد عایق های بسیار خوبی بودند ولی مقاومت زیادی در برابر تنش های اعمالی نداشتند. به ویژه تنش های پسماند در این مواد مشکلات زیادی از جمله حفره و ترک ایجاد می نمود. بعدها برای رفع این مشکل از مواد کامپوزیت لایه ای استفاده شد. تنش های حرارتی در این مواد نیز موجب پدیده لایه لایه شدن می گردید. با توجه به این مشکلات، طرح ماده ای مرکب که هم استحکام حرارتی و مکانیکی بالا داشته و هم مشکل لایه لایه شدن را نداشته باشد ضرورت پیدا کرد. به این ترتیب با توجه به مشکلاتی که در صنایع مختلف برای مواد تحت تنش های حرارتی بالا وجود داشت، دانشمندان علم مواد برای اولین بار مواد هدفمند را به عنوان ماده ای با تحمل حرارتی بالا پیشنهاد نمودند و نخستین نمونه از این

نوع رایج این مواد ترکیب پیوستهای از فلزات و سرامیکها میباشد که از مخلوط نمودن پودر آنها بهدست میآید بهطوری که تغییر فلز و سرامیک از یک سطح به سطح دیگر کاملا پیوسته میباشد. به گونهای که مثلا یک سطح از جنس سرامیک خالص و سطح دیگر از جنس فلز خالص است و بین دو سطح ترکیب پیوستهای از هر دو ماده میباشد. از اینرو خواص مکانیکی نیز با توجه به نوع ترکیب، تغییرات پیوستهای در جهت ضخامت دارد. این مواد با توجه به پیوستگی ترکیب اجزای تشکیل دهنده-شان دارای خواص مکانیکی مؤثرتری نسبت به مواد کامپوزیت لایهای میباشند. نسبت این ترکیب در راستای ضخامت جسم متغیر بوده و چگالی ذرات فلز معلق در بستر سرامیک از سطح فلزی تا سطح سرامیکی توسط یک تابع معین که میتواند خطی، غیرخطی یا نمایی باشد کاهش یا افزایش مییابد.

¹ Layering ² Sendai تصویر شماتیک یک ماده هدفمند متشکل از سرامیک-فلز در شکل (۱-۱) مشاهده می گردد. در شکل (۲-۱) تصاویر عکسبرداری شده توسط میکروسکوپ نوری از مقطع یک ماده هدفمند از جنس الماس-آلومینیوم (Al/Sic) مشاهده می شود.



شکل (۱-۱) تصویر شماتیک ریزساختاری یک ماده هدفمند متشکل از سرامیک-فلز و یک لمینیت



شکل (۱-۲) عکسبرداری از مقطع یک ماده هدفمند از جنس (Al/Sic) توسط میکروسکوپ نوری

همان گونه که اشاره شد یکی از امتیازهای مواد هدفمند مقاومت بسیار بالای آنها در برابر محیطهایی با درجه حرارت بالا (تغییرات دمایی بالا) میباشد، به گونهای که مؤلفه سرامیکی ماده بهدلیل ضریب هدایت حرارتی پایین باعث مقاومت در برابر دماهای بسیار بالا می گردد. از سوی دیگر مؤلفه فلزی باعث جلوگیری از رشد ترک و شکست ماده در اثر تنشهای حرارتی ایجادشده می شود. هم چنین پیوستگی تغییرات ریزساختاری باعث امتیاز ماده هدفمند نسبت به انواع مواد مرکب لایهای گردیده است. همانند دیگر مواد ساخته شده به دست بشر که نمونه ای در طبیعت دارند، مواد هدفمند نیز نمونه هایی در طبیعت دارند. شکل (۱–۳) برش عرضی از پوسته یک صدف میباشد. تغییر پیوسته این ماده در سطح این پوسته کاملاً در شکل ظاهری آن مشخص است.



شکل (۱-۳) تغییر خواص در برش عرضی پوسته یک صدف

دندانها، صدفها، استخوانها و درختان بامبو، مثالهایی هستند از این که نشان داده شود چگونه طبیعت به ساختمان میکروسکوپی مواد با قرار دادن عناصر قوی تر در جایی که تنش و کرنش در بالاترین حد خود میباشند، نظم میدهد. ساختارهای بیولوژیکی برای این که قدرت یکسانی را در تمام حالات فراهم نمایند، خلق شدهاند تا از تنش زیاد جلوگیری کرده و شانس باقیماندن را بهوسیله کاهشدادن امکان شکست ساختاری در حالت شوک حرارتی و یا ضربه گسترش دهند [۱].

۱-۳ تقویت کنندهها

پنلهای استوانهای تقویتشده، بهطور گسترده در صنعت هوافضا و سازههای هوایی و دریایی کاربرد دارند. برای نمونه، در شکلهای (۱–۴) تا (۱–۶) پنلهای استوانهای با انواع تقویت کنندههای طولی-حلقوی و مایل'نشان داده شده است. شکل (۱–۴) استفاده از پنلهای استوانهای تقویتشده جهت پوشش دادن به قسمتهای مختلف سیستم پرتاب موشک را نشان می دهد. در شکل (۱–۵) مشاهده می شود که از اتصال پنلهای استوانهای تقویت شده جهت ساخت مخزن هیدروژن مایع برای سیستم پرتاب موشک استفاده می شود [۲]. هم چنین کاربرد پنل های تقویت شده در قسمت بدنه هواپیمای بوینگ ۷۸۷٬ جهت تحمل تنش های اعمالی بالا، در شکل (۱-۶) نمایش داده شده است [۳].



شکل (۱-۴) پنلهای استوانهای پوششدهنده سیستم پرتاب موشک [۲]



شکل (۱-۵) مخزن هیدروژن مایع [۲]



شکل (۱-۶) قسمتی از بدنه هواپیمای بویینگ ۷۸۷ [۳]

۱-۳-۱ روش تقویت کننده های تکه ای

روش تقویت کنندههای تکهای، مناسب ترین و سریع ترین روش برای تحلیل کمانش سازههای تقویت-شده می باشد. از آنجا که در مدل سازی روش تقویت کنندههای تکهای، صفحه معادل صفحه ار تو تروپیک می باشد، تئوری استاندارد برای صفحات ار تو تروپیک می تواند بدون هیچ گونه مطالعه اضافی، برای صفحات تقویت شده تکه ای نیز به کار رود. در این صورت با این مدل، می توان یک صفحه تقویت شده را معادل صفحه ار تو تروپیک در نظر گرفت و خواص این مدل می تواند، برای هر برنامه تجاری که با صفحات ار تو تروپیک سر و کار دارد، تخمین زده شود. روش تقویت کنندههای تکه ای در سال ۱۹۷۰ توسعه داده شد. به روش تقویت کنندههای تکه ای روش سیلارد^۲نیز گفته می شود [۴].

۱-۳-۲ تقویت کننده های مایل

در تمامی مقالات، به تحلیل پنل استوانهای هدفمند با تقویت کنندههای طولی، حلقوی و یا هر دو پرداخته شده است. هرچند مزیت شکل هندسی سادهی تقویت کنندههای طولی و حلقوی از منظر

¹ Smeared stiffeners technique

² Szilard's technique

مهندسی واضح است، اما در بحث تقویت کننده ها، وزن کمتر حائز اهمیت زیادی می باشد. تقویت کننده-های طولی وحلقوی به منظور مقاومت در برابر تغییر شکل در جهت محوری و محیطی طراحی شده اند، اما در صورتی که مد بار کمانشی بحرانی برای یک حالت خاص بارگذاری به گونه ای باشد که تغییر شکل هایی در راستای متقاطع با جهت های اصلی ایجاد کند این تقویت کننده ها دیگر مؤثر نیستند. مثال واضح این موضوع، پوسته ی استوانه ای تقویت شده طولی تحت بار شعاعی یا پوسته ی استوانه ای تقویت-شده ی حلقوی تحت بار محوری و یا پوسته ی استوانه ای تقویت شده طولی حر مولی حر مان پیچشی شده ی حلقوی تحت بار محوری و یا پوسته ی استوانه ای تقویت شده طولی حلقوی تحت بار پیچشی فضایی، آرایش تقویت کننده ها باید به شکلی باشد که دستیابی به این مهم امکان پذیر باشد. در این می باشند [۵].

1-۴ بستر الاستيک

یکی از رایج ترین شیوههای مدلسازی و آنالیز شمعها، شالودهها و روسازی راه و راهآهن، استفاده از تئوری فنرهای ارتجاعی وینکلر میباشد که این تئوری، خاک را به صورت مجموعهای از فنرهای مجزا در نظر گرفته و بدین صورت تغییر مکان نقطه اثر بار را متناسب با بار اعمالی در نظر می گیرد. امروزه با وجود مدلهای رفتاری پیشرفته، این روش هنوز هم رایج ترین مدل مورد استفاده در بین طراحان است. محبوبیت مدل وینکلر به علت سهولت کاربرد آن در روشهای تحلیلی و نیز امکان اعمالی آن در برنامه- محبوبیت محبوبیت مدل وینکلر به علت سهولت کاربرد آن در روشهای تحلیلی و نیز امکان اعمال آن در برنامه- محبوبیت مدل وینکلر به علت سهولت کاربرد آن در روشهای تحلیلی و نیز امکان اعمال آن در برنامه- محبوبیت مدل وینکلر به علت سهولت کاربرد آن در روشهای تحلیلی و نیز امکان اعمال آن در برنامه- مای کامپیوتری موجود برای طراحی میباشد. وینکلر در مدل پیشنهادی خود، برای هر نقطه از پی یک محبوبیت مدان و یک تغییر مکان Δ در نظر می گیرد، در نتیجه رفتار خاک مشابه فنرهایی با سختی k که طبق رابطه $\binom{q}{h}$ قابل محاسبه میباشد، مدل می گردد. در این مدل خاک به صورت

¹ Piles

² Foundations

³ Winkler

فنرهای کاملاً مجزا با سختی یکسان در سطح پی تقریب زده می شود یعنی از انتقال برش در توده خاک صرفنظر گردیده و خاک با مدول برشی صفر فرض می شود. روش تحلیل تیر بر روی بستر ارتجاعی پیوسته، نخستین بار توسط وینکلر در سال ۱۸۶۷ ارائه گردیده و سپس در سال ۱۸۸۷ توسط زیمرمن توسعه یافت [۶].

۵–۱ تعاریف بنیادی رفتار سیستمهای مکانیکی

1–۵–۱ تعادل پایدار

یک سازه یا سیستم مکانیکی زمانی در حالت تعادل پایدار قرار دارد که اگر کمی از وضعیت تعادل اولیهاش خارج شود دوباره به آن وضعیت بازگردد. مثال ساده این حالت یک توپ صلب است که درون یک ظرف، مطابق شکل (۱–۷)، قرار دارد. هرگاه توپ از وضعیت تعادل اولیهاش با ضربه زدن خارج گردد دوباره به کف ظرف بازمی گردد [۷].

شکل (۱-۷) توپ صلب درون یک ظرف

۱–۵–۲ ناپایداری

یک سازه یا سیستم مکانیکی هنگامی در حالت تعادل ناپایدار قرار دارد که اگر کمی از حالت تعادل اولیهاش خارج شود دیگر به حالت قبلی بازنگردد و در حالت جدید باقی بماند. مثال ساده این موضوع یک توپ صلب است که در بالای یک تپه، مطابق شکل (۱–۸)، قرار گرفته است. اگر توپ اندکی هل داده شود فوراً از تپه پایین میغلتد و دیگر هیچگاه به بالای تپه بازنمی گردد. در این حالت گفته می شود که جسم در حالت تعادل ناپایدار قرار دارد [۷].



شکل (۱–۸) توپ صلب بر روی یک تپه

۱-۵-۳ بار کمانش

بار کمانش باری است که در آن وضعیت یک جسم یا یک سازه مکانیکی به طور ناگهانی از حالت تعادل پایدار به ناپایدار تغییر می کند و یا باری است که در آن وضعیت یک جسم از یک حالت تعادل پایدار به یک حالت تعادل پایدار دیگر تغییر پیدا می کند. بنابراین بار کمانش، بزرگترین باری است که در آن یک جسم در حالت تعادل پایدار اولیه (قبلی) خود باقی می ماند. به طور کلی زمانی گفته می شود یک جسم کمانش پیداکرده که این جسم تغییر شکل در حالت تعادل اولیه اش متوقف شده و شروع به تغییر شکل در یک حالت تعادل جدید می کند. مسیر منحنی های خیز -بار تحت بار کمانشی، تغییر پیدا می کند.

- ۱. تغییر در شکل مد خیز
- ۲. پدیده ناگهانی (تحت یک بار خاص)
 - ۳. تغییر در مسیر منحنی خیز-بار

۱-۶ مروری بر کارهای انجام شده

شن و وانگ [۸] تحلیل پس کمانش حرارتی پنلهای استوانهای هدفمند بر بستر الاستیک را ارائه کردند. آنها [۹] همچنین تحلیل خمش غیرخطی پنلهای استوانهای تقویتشده از جنس مواد هدفمند با تکیه گاه ساده بر بستر الاستیک در محیطهای حرارتی را انجام دادند. لی و همکاران [۱۰] رفتار ترمو-مکانیکی پنلهای هدفمند در جریان هوای مافوق صوت را بررسی کردند. علیبیگلو و چن [۱۱] حل الاستیسیتهی سه بعدی برای تحلیل استاتیکی یک پنل استوانهای تقویتشده با شرایط مرزی ساده و پیزوالکتریک در لبهها را توسعه دادند. تانگ و داک [۱۲] به مطالعه یحل غیرخطی پنلهای ضخیم هدفمند و کمعمق با دو انحنا بر بستر الاستیک تحت بارگذاریهای ترمومکانیکی پرداختند. آنها [۱۳] همچنین حل غیرخطی پنلهای استوانه ای هدفمند تحت بارگذاری فشاری با اثرات دما را مورد بررسی قرار دادند. اقدم و همکاران [۱۴] خمش پنلهای مخروطی نسبتاً ضخیم از جنس مواد هدفمند تحت توزیع بار یکنواخت و غیریکنواخت را بررسی کردند. یک حل نیمه تحلیلی برای پاسخ استاتیکی پنلهای هدفمند کاملاً مقید با درنظر گرفتن اثرات تغییر شکلهای برشی توسط شاهمنصوری و همکاران [۱۵] ارائه شد. بیچ و همکاران [۱۶] در زمینه یکانش خطی پنلهای مخروطی هدفمند تحت فشار محوری، فشار خارجی و ترکیبی از این بارها پژوهش هایی را به انجام رساندند.

پایداری استاتیکی و دینامیکی پنلهای هدفمند تحت بارگذاریهای حرارتی و آیرودینامیکی بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبهی اول در کار سون و کیم [۱۷] مورد بررسی قرار گرفت. یانگ و همکاران [۱۸] نتایج تحلیل پس کمانش ترمومکانیکی پنلهای استوانهای از جنس مواد هدفمند با خواص وابسته به دما را ارائهکردند. تانگ [۱۹] یک روش تحلیلی بهمنظور بررسی اثرات قیود مماس بر لبه در رفتار کمانش و پس کمانش پنلهای مسطح و استوانهای هدفمند بر بستر الاستیک تحت بارگذاری ترمو-مکانیکی را معرفی کرد.

با این حال، از آنجا که این زمینهی کاری نسبتاً جدید است، تحقیقات بسیار کمی در مسائل استاتیکی غیرخطی پنلها و پوستههای استوانهای تقویتشده هدفمند وجود دارد. داک و کوان [۲۰] به بررسی پاسخ غیرخطی پنلهای استوانهای تقویتشدهی هدفمند بر بستر الاستیک تحت بارگذاریهای مکانیکی پرداختند. داک و همکاران [۲۱] تحلیل پس کمانش پنلهای استوانهای هدفمند بر بستر الاستیک همراه با نقص هندسی اولیه ⁽تحت بارگذاری ترمومکانیکی را ارائه دادند.

¹ Initial imperfection

تحلیل پس کمانش غیر خطی پوسته های استوانه ای تقویت شده هدفمند تحت فشار خارجی در کار دانگ و هؤا [۲۲] ارائه شده است. شن [۲۳] کمانش پوستههای نازک استوانهای هدفمند کامل و ناقص در محیطهای حرارتی تحت فشار جانبی را ارائه داده است. هوانگ و هان [۲۴-۲۷] به مطالعه کمانش و پس کمانش پوسته های استوانه ای هدفمند بدون تقویت کننده تحت بار پیچشی، فشار محوری، فشار شعاعي، تركيب فشار محوري و شعاعي بر اساس تئوري پوسته دانل و روابط غيرخطي كرنش-جابهجايي برای تغییر شکلهای بزرگ پرداختهاند. شن [۲۸] کمانش پیچشی و پس کمانش پوستههای استوانهای هدفمند در محیطهای حرارتی را بررسی نموده است. صوفیه [۲۹] تأثیر نقص هندسی اولیه بر کمانش غیرخطی پوستههای مخروطی هدفمند را بررسی نمود. زوزولیا و ژانگ [۳۰] رفتار پوستههای استوانهای متقارن هدفمند بر اساس تئوری مرتبه بالا را مورد مطالعه قرار دادهاند. پس کمانش پوستههای استوانهای هدفمند شامل بستر الاستیک تحت فشار محوری داخلی، توسط شن [۳۱] مورد مطالعه قرار گرفته است. نجفی زاده و همکاران [۳۲] کمانش الاستیک پوسته های استوانه ای هدفمند با تقویت کننده های طولی و حلقوی تحت فشار محوری را بررسی کردند. دانگ و همکاران [۳۳] کمانش و پس کمانش پوستههای استوانهای دایروی نازک تقویت شده از جنس مواد هدفمند، احاطه شده توسط بستر الاستیک در محیط-های حرارتی و تحت بار پیچشی را تحلیل کردند. بیچ و همکاران [۳۴] یک روش تحلیلی برای بررسی کمانش غیرخطی استاتیکی و دینامیکی پوستههای نازک استوانهای هدفمند با نقص هندسی تحت فشار محوری را ارائه کردند. داک و همکاران [۳۵-۳۶] به بررسی پس کمانش صفحات ناز ک و پوستههای استوانهای تقویت شده از جنس مواد هدفمند و احاطه شده توسط بسترالاستیک در محیطهای حرارتی پرداختند. دانگ و همکاران [۳۷] پس کمانش پوسته های کم عمق با دو انحنا و تقویت کننده های هدفمند با خواص وابسته به دما براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبهی سوم را بررسی کردند.

سونگ [۵] تحلیل کمانش پوستههای استوانهای با تقویت کنندههای مایل را ارائه داد. کمانش پوستههای استوانهای با تقویت کنندههای مایل تحت بار فشاری و پیچشی یکنواخت در کار ین [۳۸] مورد بررسی قرار گرفت. شاطرزاده و فروتن [۳۹] پس کمانش پوستههای استوانهای با تقویت کنندههای مایل بر بستر الاستیک را بررسی کردند.

از دیگر عوامل مؤثر بر کمانش سازهها عامل رطوبت میباشد. زنکور [۴۰] به بررسی اثر هیگروترمو-مکانیکی بر روی صفحات مدرج تابعی بر بستر الاستیک پرداخت. او [۴۱] همچنین حل دقیق مسئله تنش حرارتی برای یک سیلندر توخالی ناهمگن پیزوالکتریک هیگروترمال را ارائه کرد. شن [۴۲] اثرات هیگروترمال را بر پس کمانش پنلهای استوانهای تحت بار محوری بررسی کرد.

۱-۷ معرفی پایاننامه حاضر

در این پایاننامه تحلیل غیرخطی کمانش هیگروترمومکانیکی پنل استوانهای نازک تقویتشده هدفمند بر بستر الاستیک مورد بررسی قرارگرفته است. روابط کرنش-جابهجایی با توجه به روابط غیرخطی فنکارمن-دانل و تئوری کلاسیک پوستهها^۳بهدست آمده است. همچنین برای حل استاتیکی غیرخطی مسأله از روش تقویت کنندههای تکهای، تابع تنش و روش گالرکین استفاده شده است.

نوآوری کار حاضر را بهطور خلاصه بهصورت زیر میتوان بیان نمود:

۱. استفاده از تقویت کنندههای مایل

۲. بررسی کمانش پنل تحت بارگذاری هیگروترمومکانیکی

در ادامه کار، در فصل دوم روابط حاکم بر پنل استوانهای تقویت شده هدفمند بر بستر الاستیک تحت بارگذاری هیگروترمومکانیکی استخراج شده است.

¹ Hygro-thermo-mechanical

² Von Karman-Donnell

³ Classical shell theory

⁴ Galerkin method

در فصل سوم به تحلیل استاتیکی پنل استوانهای تقویتشده بر بستر الاستیک تحت بارگذاریهای مذکور پرداختهشده است.

در فصل چهارم نتایج حاصل از تحلیل پنل استوانهای مورد بررسی قرار گرفته است.

فصل دوم استخراج روابط حاکم بر مسأله

۲-۱ مقدمه

در این فصل معادلات تعادل پنل استوانهای نازک تقویت شده هدفمند بر بستر الاستیک، تحت بارگذاری هیگروترمومکانیکی ارائه شده است. خصوصیات مواد وابسته به دما بوده و در راستای ضخامت، به صورت قانون توزیع توانی ساده در نظر گرفته شده است. محیط الاستیک بر حسب دو پارامتر بستر الاستیک مدل پیشنهادی وینکلر و پاسترناک فرض شده است. روابط اساسی و معادلات تعادل بر اساس روش تقویت کننده های تکه ای لخنیت سکی و تئوری کلاسیک پوسته ها و با توجه به روابط غیر خطی فن کارمن-دانل، استخراج شده است.

۲-۲ مشخصات پنل

یک پنل استوانهای نازک تقویتشده هدفمند با شعاع انحنای R ضخامت h طول a و طول کمان d بر بستر الاستیک خطی ($_1k_1 e^2$) در نظر گرفته میشود. پنل دارای تقویت کنندههای مایل با زوایای $\theta e \eta$ میباشد. شکل (1-1) نشان دهنده هندسه پنل استوانهای تقویت شده هدفمند بر بستر الاستیک میباشد. در شکل (الف) پنل با تقویت کنندههای مایل بر بستر الاستیک نشان داده شده است. شکل (-) نشان-دهنده زاویه قرار گرفتن تقویت کنندههای مایل میباشد. یک حالت خاص از پنل با تقویت کنندههای مایل در شکل (\pm) نمایش داده شده است که در این حالت پنل دارای تقویت کننده طولی و حلقوی میباشد یعنی $0 = \theta e^{0} = \eta$ حالت خاص دیگر زمانی است که پنل تنها دارای تقویت کننده طولی یعنی $0 = \theta e^{0} = \eta$ و یا تقویت کننده حلقوی یعنی $00 = \theta e^{0} = \eta$ میباشد. k_s به ترتیب عرض، ضخامت تقویت کننده ها و گاصله ی بین دو تقویت کننده میباشد. مختصات اصلی که به ترتیب در راستای محوری، محیطی و شعاعی است.

¹ Simple power law distribution

² Pasternak

³ Lekhnitsky



(الف) پنل استوانهای با تقویت کننده های مایل بر بستر الاستیک



(ب) نمایش زاویه قرار گرفتن تقویت کنندههای مایل



(ج) پنل استوانه ای با تقویت کننده های طولی و حلقوی بر بستر الاستیک
 شکل (۲-۱) نمایش پنل استوانه ای شامل تقویت کننده همراه با بستر الاستیک

۲-۲-۱ فرضیات حاکم بر مسأله

تحلیل حاضر بر مبنای فرضیات زیر میباشد:

۱- تئوری به کاربرده شده تئوری کلاسیک پوسته ها میباشد.

۲- پنل استوانهای، نازک میباشد. با توجه به تئوری کلاسیک پوستهها نسبت h/R<1/20 در نظر گرفته شده است [۴۳].

- ۳- پنل از جنس مواد هدفمند میباشد.
- ۴- تقویت کنندهها از جنس فلز میباشند.
- ۵- بستر الاستیک خطی شامل بستر وینکلر و سفتی لایه برشی بر اساس مدل پسترناک میباشد.
 - ۶- خصوصیات مواد وابسته به دما میباشد.
 - ۷- ضریب پواسون ثابت در نظر گرفته شده است.
 - ۸- توزیع دما در راستای ضخامت به صورت خطی و یکنواخت می باشد.

۹- با توجه به این که تئوری به کار رفته تئوری کلاسیک پوستهها میباشد بنابراین از جملات کرنش برشی در تنشهای نرمال و جملات کرنش نرمال در تنش برشی پنل و تقویت کنندهها صرفنظر شده است [۱۳ و ۲۱].

۱۰- از آنجایی که تنشهای حرارتی و رطوبتی تقویت کنندهها جزئی بوده و بهطور یکنواخت در تمام پنل توزیع میشود، میتوان از آن صرفنظر کرد.

¹ Poisson's ratio

۲-۲ مشخصات قانون توانی مواد هدفمند

پنل از جنس مواد هدفمند، شامل فلز و سرامیک میباشد. با اعمال قانون توانی، کسر حجمی به صورت رابطه (۲-۱) میباشد [۲۱]:

$$V_m(z) = \left(\frac{2z+h}{2h}\right)^N$$
, $V_c(z) = 1 - V_m(z)$ (1-7)

h/2 و h/2 - h/2 و h/2 - b مختصات ضخامت که بین h/2 - b/2 و h/2 - b/2 مختصات ضخامت که بین h/2 - b/2 و h/2 میباشد؛ زیرنویس m و r به ترتیب فلز و سرامیک را نشان میدهد.

خواص مؤثر (
$$Pr_{eff})^{1}$$
پنل هدفمند به عنوان مثال مدول یانگ E ، ضریب انبساط حرارتی $lpha$ و ضریب
نبساط رطوبتی eta بر اساس قانون ترکیب خطی بهصورت رابطه (۲-۲) تعیین میشود [۲۱]:

$$Pr_{eff}(z) = Pr_c V_c(z) + Pr_m V_m(z)$$
(Y-Y)

که Pr نشان دهنده یک خاصیت ماده وابسته به دما می باشد. خواص مؤثر پنل هدفمند از قرار دادن رابطه (۲-۱) در رابطه (۲-۲) به صورت رابطه (۲-۳) به دست می آید:

$$Pr_{eff}(z) = Pr_c + Pr_{mc} \left(\frac{2z+h}{2h}\right)^N \tag{(Y-Y)}$$

که Pr_{mc} به شکل رابطه (۲-۴) میباشند:

$$Pr_{mc} = Pr_m - Pr_c \tag{(f-T)}$$

خواص مؤثر
$$Pr$$
 به صورت یک تابع غیرخطی از دما در رابطه (۲–۵) تعریف می شود [۸–۹ و ۱۸]:
 $Pr = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3)$
(۵-۲)

¹ Effective properties

که
$$T = T_0 + \Delta T$$
 مقدار افزایش دمای محیطی است که پنل در آن قرار دارد و T_0 دمای محیط و برابر با 300 میباشد. P_1 ، P_1 ، P_1 ، P_2 و P_3 ضرایب دمایی هستند که برای هر ماده مشخص میبایست از جداول استخراج گردد.

نیروی بستر الاستیک با توجه به مدل پسترناک مطابق با رابطه (۲-۶) میباشد [۲۱]:
$$q_e = k_1 w - k_2 \nabla^2 w \tag{5-7}$$

که در این رابطه $k_2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ خیز پنل، k_1 مدول بستر وینکلر و k_2 سفتی لایه برشی بر اساس مدل پسترناک میباشد.

۲-۴ روابط بنیادی و معادلات حاکم

بر اساس روابط غیرخطی کرنش-جابهجایی فن کارمن-دانل، مؤلفههای کرنش بر روی سطح میانی پنل استوانهای به شکل رابطه (۲-۷) میباشد [۴۴-۴۶]:

$$\varepsilon_{x}^{0} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w^{*}}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{y}^{0} = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^{2} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w^{*}}{\partial y}$$

$$\gamma_{xy}^{0} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w^{*}}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w^{*}}{\partial y}$$

$$k_{x} = -\frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}}, k_{y} = -\frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}}, k_{xy} = -\frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y}$$
(V-Y)

 $k_{xy} e_{xy} e_{xy}$

کرنشها در راستای ضخامت پنل در فاصله z از سطح میانی به فرم رابطه (۲–۸) میباشد:
$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^{\ 0} + zk_x, \ \varepsilon_y = \varepsilon_y^{\ 0} + zk_y, \ \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^{\ 0} + 2zk_{xy}$$
 (۸-۲)
رابطه تنش-کرنش برای پنل استوانهای با در نظر گرفتن تنشهای حرارتی و رطوبتی بهشکل رابطه
(۲-۹) بیان میشود [۲۱ و ۴۰]:

$$\begin{cases} \sigma_x^{sh} \\ \sigma_y^{sh} \end{cases} = \frac{E(z,T)}{1-v^2} \begin{bmatrix} 1 & v \\ v & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_x - \alpha(z,T)\Delta T - \beta(z,T)\Delta C \\ \varepsilon_y - \alpha(z,T)\Delta T - \beta(z,T)\Delta C \end{cases}$$
$$\tau_{xy}^{sh} = \frac{E(z,T)}{2(1+v)} \gamma_{xy} \tag{(9-7)}$$

که ضریب پواسون v ثابت فرض میشود، σ_x^{sh} ، σ_x^{sh} تنش نرمال در مختصات x، y روی پنل بدون تقویت کننده و τ_{xy}^{sh} تنش برشی روی پنل بدون تقویت کننده میباشد. مقدار افزایش درصد رطوبت بقویت کننده و τ_{xy}^{sh} تنش برشی روی پنل بدون تقویت کننده میباشد. مقدار افزایش درصد رطوبت به مکل رابطه $\Delta C = C - C_0$ میباشد. که در آن C درصد رطوبت ورودی بوده و 0 درصد رطوبت اولیه و برابر با 0% میباشد.

روابط تنش-کرنش تقویت کننده های مایل با زوایای نامتقارن، با چرخش منحنی کرنش ها با زاویه θ از محور xy به محور روابط (۲-۲) نشان داده شده است، به صورت روابط (۲-۱۰) و (۲–۱۱) می باشد [۳۹]:

$$\varepsilon_{1}' = \varepsilon_{x} \cos^{2} \theta + 2\gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta + \varepsilon_{y} \sin^{2} \theta$$
$$\varepsilon_{2}' = \varepsilon_{x} \sin^{2} \theta - 2\gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta + \varepsilon_{y} \cos^{2} \theta \qquad (1 \cdot -7)$$

$$\varepsilon_{1}^{"} = \varepsilon_{x} \cos^{2} \eta - 2\gamma_{xy} \sin \eta \cos \eta + \varepsilon_{y} \sin^{2} \eta$$
$$\varepsilon_{2}^{"} = \varepsilon_{x} \sin^{2} \eta + 2\gamma_{xy} \sin \eta \cos \eta + \varepsilon_{y} \cos^{2} \eta \qquad (11-7)$$



شکل (۲-۲) دوران مختصات مستطیلی

روابط بار و کرنش تقویت کننده ها بر اساس قانون هوک تکمحوری به صورت رابطه (۲-۱۲) می باشد [۳۹]:

$$\varepsilon_1' = \frac{P'}{h_s d_s E_s}, \ \varepsilon_1^" = \frac{P''}{h_s d_s E_s} \tag{11-1}$$

که P' e P' e میباشد. E_s مدول یانگ تقویت-کنندهها میباشد، به منظور برقراری پیوستگی بین پنل و تقویت کنندهها، جنس تقویت کنندهها کاملاً فلزی فرض شده است.

با توجه به شکل (۲-۳) طول شبکه تقویت کننده به صورت رابطه (۲-۱۳) قابل بیان است:



شکل (۲–۳) شبکه تقویتکننده مایل

$$l_S = \frac{S}{\sin(\theta + \eta)} \tag{17-7}$$

که S فاصله عمودی دو تقویت کننده از یکدیگر میباشد.

$$\sigma_x^s = \frac{P'\cos\theta}{l_s h_s(\sin\theta + \sin\eta)} + \frac{P''\cos\eta}{l_s h_s(\sin\theta + \sin\eta)}$$
$$= \frac{P'\cos\theta + P''\cos\eta}{l_s h_s(\sin\theta + \sin\eta)} = \frac{h_s d_s E_s}{l_s h_s} \frac{(\varepsilon_1'\cos\theta + \varepsilon_1^{"}\cos\eta)}{(\sin\theta + \sin\eta)}$$
$$= \frac{h_s d_s E_s}{Sh_s} \frac{(\varepsilon_1'\cos\theta + \varepsilon_1^{"}\cos\eta)}{(\sin\theta + \sin\eta)} \sin(\theta + \eta)$$
$$= Z_1 E_s [\varepsilon_x(\cos^3\theta + \cos^3\eta) + 2\gamma_{xy}(\sin\theta\cos^2\theta - \sin\eta\cos^2\eta)$$
$$+ \varepsilon_y(\sin^2\theta\cos\theta + \sin^2\eta\cos\eta)]$$

(14-7)

$$\sigma_y^s = \frac{h_s d_s E_s}{Sh_s} \frac{\left(\varepsilon_1' \sin \theta + \varepsilon_1^{"} \sin \eta\right)}{\left(\cos \theta + \cos \eta\right)} \sin(\theta + \eta)$$

= $Z_2 E_s \left[\varepsilon_x (\sin \theta \cos^2 \theta + \sin \eta \cos^2 \eta) + 2\gamma_{xy} (\sin^2 \theta \cos \theta - \sin^2 \eta \cos \eta) + \varepsilon_y (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta)\right]$

(10-7)

$$\tau_{xy}^{s} = \frac{h_{s}d_{s}E_{s}}{2Sh_{s}} (\varepsilon_{1}' - \varepsilon_{1}'')\sin(\theta + \eta)$$
$$= Z_{3}E_{s} [\varepsilon_{x}(\cos^{2}\theta - \cos^{2}\eta) + 2\gamma_{xy}(\sin\theta\cos\theta + \sin\eta\cos\eta) + \varepsilon_{y}(\sin^{2}\theta - \sin^{2}\eta)]$$
(19-7)

که در روابط بالا، σ_x^s و σ_y^s ، τ_{xy}^s به ترتیب تنشهای نرمال، تنش برشی تقویت کنندهها میباشد. مقادیر ضرایب Z_2 ، Z_2 عبارت است از:

$$Z_1 = \frac{d_s}{S} \frac{\sin(\theta + \eta)}{(\sin\theta + \sin\eta)}, \ Z_2 = \frac{d_s}{S} \frac{\sin(\theta + \eta)}{(\cos\theta + \cos\eta)}, \ Z_3 = \frac{d_s}{2S} \sin(\theta + \eta)$$
(1V-Y)

با توجه به فرضیات، از آنجا که تئوری به کار رفته، تئوری کلاسیک پوستهها میباشد بنابراین از جملات کرنش برشی در تنشهای نرمال و جملات کرنش نرمال در تنش برشی پنل و تقویت کنندهها صرفنظر شده است. برای لحاظ کردن اثر تقویت کنندهها بر پنل از روش تقویت کنندههای تکهای استفاده می شود. روابط تنش-کرنش برای تقویت کنندههای مایل با در نظر گرفتن تنشهای حرارتی و رطوبتی و با توجه به رابطههای (۲–۱۴) تا (۲–۱۶) به شکل رابطه (۲–۱۸) خواهد بود:

$$\sigma_x^{st} = Z_1 E_s(T) \left[\varepsilon_x (\cos^3\theta + \cos^3\eta) + \varepsilon_y (\sin^2\theta \cos\theta + \sin^2\eta \cos\eta) \right] - \frac{E_s(T)}{1 - 2v} \left[\alpha_s(T) \Delta T + \beta_s(T) \Delta C \right]$$

 $\sigma_{y}^{st} = Z_{2}E_{s}(T) \left[\varepsilon_{x}(\sin\theta\cos^{2}\theta + \sin\eta\cos^{2}\eta) + \varepsilon_{y}(\sin^{3}\theta + \sin^{3}\eta) \right]$ $-\frac{E_{s}(T)}{1 - 2\nu} \left[\alpha_{s}(T)\Delta T + \beta_{s}(T)\Delta C \right]$

$$\tau_{xy}^{st} = Z_3 E_s(T) \left[2\gamma_{xy} (\sin\theta\cos\theta + \sin\eta\cos\eta) \right] - \frac{E_s(T)}{1 - 2\nu} \left[\alpha_s(T)\Delta T + \beta_s(T)\Delta C \right]$$
(1A-7)

 $F_s(T)$ و T_{xy}^{st} , T_{xy}^{st} , r_{yy}^{st} , r_{xy}^{st} , r_{xy}^{st} , σ_{y}^{st} و σ_{x}^{st} و و σ_{x}^{st} σ_{x}^{s

روابط نیروها و ممانهای منتجه برای پنل استوانهای با استفاده از رابطه (۲–۱۹) بهدست میآیند:

$$\begin{pmatrix} N_x^{sh}, N_y^{sh}, N_{xy}^{sh} \end{pmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_x^{sh}, \sigma_y^{sh}, \tau_{xy}^{sh}) dz$$

$$\begin{pmatrix} M_x^{sh}, M_y^{sh}, M_{xy}^{sh} \end{pmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_x^{sh}, \sigma_y^{sh}, \tau_{xy}^{sh}) z dz$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$(19-7)$$

$$\begin{split} M_{x} &= A_{14}\varepsilon_{x}^{0} + A_{15}\varepsilon_{y}^{0} + A_{41}k_{x} + A_{42}k_{y} + \varphi_{2} \\ M_{y} &= A_{24}\varepsilon_{x}^{0} + A_{25}\varepsilon_{y}^{0} + A_{51}k_{x} + A_{52}k_{y} + \varphi_{2} \\ M_{xy} &= A_{36}\gamma_{xy}^{0} + 2A_{63}k_{xy} \end{split} \tag{(Y7-7)} \\ A_{ij} A_{$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{E_1}{1 - v^2} + Z_1 E_s h_s^T (\cos^3 \theta + \cos^3 \eta) \\ A_{12} &= \frac{E_1 v}{1 - v^2} + Z_1 E_s h_s^T (\sin^2 \theta \cos \theta + \sin^2 \eta \cos \eta) \\ A_{14} &= \frac{E_2}{1 - v^2} + Z_1 E_s h_s^T z^T (\cos^3 \theta + \cos^3 \eta) \\ A_{15} &= \frac{E_2 v}{1 - v^2} + Z_1 E_s h_s^T z^T (\sin^2 \theta \cos \theta + \sin^2 \eta \cos \eta) \\ A_{21} &= \frac{E_1 v}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T (\sin^2 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{22} &= \frac{E_1}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{24} &= \frac{E_2 v}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{25} &= \frac{E_2}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{33} &= \frac{E_1}{2(1 + v)} + 2Z_3 E_s h_s^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{36} &= \frac{E_2}{2(1 + v)} + 2Z_3 E_s h_s^T Z^T (\sin \theta \cos \theta + \sin \eta \cos \eta) \\ A_{41} &= \frac{E_3 v}{1 - v^2} + Z_1 E_s h_s^T I^T (\cos^3 \theta + \cos^3 \eta) \\ A_{42} &= \frac{E_3 v}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T I^T (\sin^2 \theta \cos \theta + \sin^2 \eta \cos \eta) \\ A_{51} &= \frac{E_3 v}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T I^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{52} &= \frac{E_3}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T I^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{53} &= \frac{E_3 v}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T I^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{54} &= \frac{E_3 v}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T I^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{54} &= \frac{E_3 v}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T I^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{54} &= \frac{E_3 v}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T I^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{55} &= \frac{E_3}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T I^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{56} &= \frac{E_3}{2(1 + v)} + 2Z_3 E_s h_s^T I^T (\sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^2 \eta \cos^2 \eta) \\ A_{56} &= \frac{E_3}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T I^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{56} &= \frac{E_3}{2(1 + v)} + 2Z_3 E_s h_s^T I^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{57} &= \frac{E_3}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T I^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{57} &= \frac{E_3}{1 - v^2} + Z_2 E_s h_s^T I^T (\sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^2 \eta \cos^2 \eta) \\ A_{56} &= \frac{E_3}{2(1 + v)} + 2Z_3 E_s h_s^T I^T (\sin^3 \theta + \sin^3 \eta) \\ A_{57} &= \frac{E_3}{2(1 + v)} + 2Z_3 E_s h_s^T I^T (\sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^2 \eta \cos^2 \eta) \\ A_{57} &= \frac{E_3}{2(1 + v)} + 2Z_3 E_s h_s^T I^T (\sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^2 \eta \cos^2 \eta) \\ A_{57} &= \frac{E_3}{2(1 + v)} + 2Z_3 E_s h_s^T I^T (\sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^2 \eta \cos^2 \eta) \\ A_{57} &= \frac{E_3}{2(1 + v)} + 2Z_3 E_s h_s^T I^T (\sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^2 \eta \cos^2 \eta) \\ A_{57} &= \frac{E_3}{2(1 + v)} + 2Z_3 E_s h_s^T I^T (\sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^2 \eta \cos^2 \eta$$

(77-7)

که در روابط بالا E_1 ، E_2 و E_3 به صورت رابطه (۲–۲۴) میباشد:

$$E_{1} = E_{c}h + \frac{E_{mc}h}{N+1}, \quad E_{2} = E_{mc}h^{2}\left[\frac{1}{N+2} - \frac{1}{2(N+1)}\right]$$
$$E_{3} = \frac{E_{c}h^{3}}{12} + E_{mc}h^{3}\left[\frac{1}{N+3} - \frac{1}{N+2} + \frac{1}{4(N+1)}\right]$$
(14)

ساير پارامترها عبارتند از:

$$z^{T} = \left(\frac{h_{s}^{T} + h^{T}}{2}\right), I^{T} = \left(\frac{1}{4}h^{T^{2}} + \frac{1}{2}h^{T}h_{s}^{T} + \frac{1}{3}h^{T^{2}}\right)$$

$$h^{T} = h\left(1 + \alpha_{m}T(z)\right), h_{s}^{T} = h_{s}(1 + \alpha_{m}T(z))$$

$$(\varphi_{1}, \varphi_{2}) = -\frac{1}{1 - \nu} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(z)[\alpha(z)\Delta T(1, z) + \beta(z)\Delta C(1, z)]dz$$

$$(\Upsilon\Delta - \Upsilon)$$

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \qquad (interpretequation)$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \qquad (interpretequation)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + N_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} \right) + \frac{N_y}{R} \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left[N_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial x} \right) + N_{xy} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w^*}{\partial y} \right) \right] \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[N_y \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w^*}{\partial y} \right) + N_{xy} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial x} \right) \right] \\ + q - k_1 w + k_2 \nabla^2 w = 0 \end{aligned}$$

$$(z^{-} \Upsilon F^{-} \Upsilon)$$

و فشار خارجی است که بهصورت یکنواخت بر سطح پنل توزیع شده است. و همچنین در رابطه بالا
$$q$$
 $p^2=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2$ میباشد.

معادله سازگاری بهشکل رابطه (۲-۲۷) میباشد [۴۴-۴۶]:

$$\frac{\partial^{2} \varepsilon_{x}^{0}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} \varepsilon_{y}^{0}}{\partial x^{2}} - \frac{\partial^{2} \gamma_{xy}^{0}}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{R} \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} + \left(\frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y}\right)^{2} - \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} - \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} \frac{\partial^{2} w^{*}}{\partial y^{2}} + 2\frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^{2} w^{*}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}}$$

$$(\Upsilon - \Upsilon)$$

با توجه به دو معادله اول تعادل (۲-۲۶-الف) و (۲-۲۶-ب)، تابع تنش (f(x,y) بهصورت رابطه (۲-۲۸) تعريف می شود:

$$N_x = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, N_y = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, N_{xy} = -\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$
(YA-Y)

با مرتبسازی رابطه (۲-۲۱) بر حسب کرنشها رابطه (۲-۲۹) حاصل میشود:

$$\varepsilon_{x}^{0} = A_{22}^{*}N_{x} - A_{12}^{*}N_{y} + B_{11}^{*}k_{x} + B_{12}^{*}k_{y} + C_{11}^{*}\varphi_{1}$$

$$\varepsilon_{y}^{0} = A_{11}^{*}N_{y} - A_{21}^{*}N_{x} + B_{21}^{*}k_{x} + B_{22}^{*}k_{y} + C_{21}^{*}\varphi_{1}$$

$$\gamma_{xy}^{0} = A_{33}^{*}N_{xy} - 2B_{36}^{*}k_{xy}$$
(19-7)

ضرایب رابطه (۲–۲۹) بهصورت رابطه (۲–۳۰) میباشد:

$$\Delta = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}, A_{11}^* = \frac{A_{11}}{\Delta}, A_{22}^* = \frac{A_{22}}{\Delta}$$

$$A_{21}^* = \frac{A_{21}}{\Delta}, A_{12}^* = \frac{A_{12}}{\Delta}, A_{33}^* = \frac{1}{A_{33}}, B_{36}^* = \frac{A_{36}}{A_{33}}$$

$$B_{11}^* = A_{24}A_{12}^* - A_{14}A_{22}^*, B_{12}^* = A_{25}A_{12}^* - A_{15}A_{22}^*$$

$$B_{21}^* = A_{14}A_{21}^* - A_{24}A_{11}^*, B_{22}^* = A_{15}A_{21}^* - A_{25}A_{11}^*$$

$$C_{21}^* = A_{21}^* - A_{11}^*, C_{11}^* = A_{12}^* - A_{22}^*$$

$$(\Upsilon \cdot -\Upsilon)$$

از جای گذاری رابطه (۲۸–۲) در معادله (۲۹–۲) رابطه (۳۱–۲) به شکل زیر به دست خواهد آمد:

$$\varepsilon_{x}^{0} = A_{22}^{*} \frac{\partial^{2} f}{\partial y^{2}} - A_{12}^{*} \frac{\partial^{2} f}{\partial x^{2}} - B_{11}^{*} \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} - B_{12}^{*} \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} + C_{11}^{*} \varphi_{1}$$

$$\varepsilon_{y}^{0} = A_{11}^{*} \frac{\partial^{2} f}{\partial x^{2}} - A_{21}^{*} \frac{\partial^{2} f}{\partial y^{2}} - B_{21}^{*} \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} - B_{22}^{*} \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} + C_{21}^{*} \varphi_{1}$$

$$\gamma_{xy}^{0} = -A_{33}^{*} \frac{\partial^{2} f}{\partial x \partial y} + 2B_{36}^{*} \frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y}$$
(۳1–۲)

با جای گذاری معادلات (۲۹–۲) در معادلات (۲۲–۲)، رابطه (۲۲–۳) به صورت زیر حاصل می شود:

$$M_x = B_{11}^{**}N_x + B_{21}^{**}N_y + D_{11}^*k_x + D_{12}^*k_y + C_{11}^{**}\varphi_1 + \varphi_2$$

$$M_y = B_{12}^{**}N_x + B_{22}^{**}N_y + D_{21}^*k_x + D_{22}^*k_y + C_{21}^{**}\varphi_1 + \varphi_2$$

$$M_{xy} = B_{36}^{**}N_{xy} - 2D_{36}^*k_{xy}$$
(۳۲–۲)

$$B_{11}^{**} = A_{14}A_{22}^{*} - A_{15}A_{21}^{*}, B_{21}^{**} = A_{15}A_{11}^{*} - A_{14}A_{12}^{*}$$

$$B_{12}^{**} = A_{24}A_{22}^{*} - A_{25}A_{21}^{*}, B_{22}^{**} = A_{25}A_{11}^{*} - A_{24}A_{12}^{*}$$

$$D_{12}^{*} = A_{14}B_{12}^{*} + A_{15}B_{22}^{*} + A_{42}, D_{22}^{*} = A_{24}B_{12}^{*} + A_{25}B_{22}^{*} + A_{52}$$

$$D_{21}^{*} = A_{24}B_{11}^{*} + A_{25}B_{21}^{*} + A_{51}, D_{36}^{*} = A_{36}B_{36}^{*} - A_{63}$$

$$C_{11}^{**} = A_{14}C_{11}^{*} + A_{15}C_{21}^{*}, C_{21}^{**} = A_{24}C_{11}^{*} + A_{24}C_{21}^{*}$$

$$(\Upsilon T - \Upsilon)$$

از جای گذاری معادله (۲–۲۸) در معادله (۲–۳۲) و سپس جای گذاری معادله بهدست آمده در معادله

$$B_{21}^{**} \frac{\partial^4 f}{\partial x^4} + B_{12}^{**} \frac{\partial^4 f}{\partial y^4} + (B_{11}^{**} + B_{22}^{**} - 2B_{36}^{*}) \frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2} - D_{11}^{*} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - D_{22}^{*} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - (D_{12}^{*} + D_{21}^{*} - 4D_{36}^{*}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} \right) - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial x \partial y} \right)$$

$$+\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + q - k_1 w + k_2 \nabla^2 w = 0$$
 (1°F-T)

$$A_{11}^{*}\frac{\partial^{4}f}{\partial x^{4}} + A_{22}^{*}\frac{\partial^{4}f}{\partial y^{4}} + (A_{33}^{*} - A_{12}^{*} - A_{21}^{*})\frac{\partial^{4}f}{\partial x^{2}\partial y^{2}} - B_{21}^{*}\frac{\partial^{4}w}{\partial x^{4}} - B_{12}^{*}\frac{\partial^{4}w}{\partial y^{4}}$$
$$-\left(\frac{\partial^{2}w}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}}\frac{\partial^{2}w}{\partial y^{2}} + 2\frac{\partial^{2}w}{\partial x\partial y}\frac{\partial^{2}w^{*}}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^{2}w^{*}}{\partial x^{2}}\frac{\partial^{2}w}{\partial y^{2}} - \frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}}\frac{\partial^{2}w^{*}}{\partial y^{2}} - \frac{1}{R}\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}}\right)$$
$$-(B_{11}^{*} + B_{22}^{*} + 2B_{36}^{*})\frac{\partial^{4}w}{\partial x^{2}\partial y^{2}} = 0$$
(7.6)

معادلات (۲–۳۴) و (۲–۳۵) معادلات غیرخطی بر حسب دو پارامتر مجهول
$$w$$
 و f میباشند. که برای تحلیل پایداری غیرخطی پنلهای استوانهای تقویت شده هدفمند بر بستر الاستیک مورد استفاده قرار می گیرند.

فصل سوم

تحلیل پسکمانش پنل استوانهای

۳-۱ مقدمه

در این فصل، یک روش عددی برای تحلیل کمانش غیرخطی پنل استوانهای نازک تقویتشده هدفمند بر بستر الاستیک تحت بارهای مکانیکی، هیگروترمال و هیگروترمومکانیکی ارائه شده است. از روابط (۲-۳۴) و (۲–۳۵)، که معادلات غیرخطی بر حسب دو پارامتر مجهول w و f میباشند به منظور تحلیل پایداری غیرخطی پنل استفاده شده است. با در نظر گرفتن شرایط مرزی مسئله یک عبارت مناسب جهت تقریب خیز پنل انتخاب شده است. روابط صریح منحنی خیز-فشار برای پنل استوانهای هدفمند با استفاده از تابع تنش و روش گالرکین بهدست آمده است.

۲-۳ تحلیل کمانش مکانیکی

شرایط تکیه گاهی پنل، ساده میباشد. بسته به شرایط لبه ها، شرایط مرزی با سه حالت زیر تعریف می شوند [۱۳ و ۲۱]:

حالت اول:

چهار لبه پنل استوانهای دارای تکیه گاه ساده بوده و متحرک^۲می باشند. در این حالت شرایط مرزی به شکل رابطه (۳–۱) می باشد:

 $w = 0, N_{xy} = 0, M_x = 0, N_x = N_{x0} \quad at \ x = 0, a$ $w = 0, N_{xy} = 0, M_y = 0, N_y = N_{y0} \quad at \ y = 0, b,$ (1-7)

چهار لبه پنل استوانهای دارای تکیه گاه ساده بوده و ثابت ^۳میباشند. در این حالت شرایط مرزی به شکل رابطه (۳-۲) می باشد:

 $w = 0, u = 0, M_x = 0, N_x = N_{x0}$ at x = 0, a

¹ Simply support

² Freely movable (FM)

³ Immovable (IM)

$$w = 0, v = 0, M_y = 0, N_y = N_{y0}$$
 at $y = 0, b$, $(\Upsilon - \Upsilon)$

حالت سوم:

تمامی لبههای پنل استوانهای دارای تکیهگاه ساده میباشد. دو لبه در x = 0, a متحرک هستند و دو لبه دیگر در d, b بنات میباشند. در این حالت شرایط مرزی بهصورت رابطه (۳-۳) تعریف میشود: $w = 0, n_{xy} = 0, M_x = 0, n_x = N_{x0}$ at x = 0, a $w = 0, v = 0, M_x = 0, n_x = N_{x0}$ at x = 0, a $w = 0, v = 0, M_y = 0, n_y = N_{y0}$ at y = 0, b, (۳-۳) (۳-۳) $\Delta x_{0} x = 0, n_y = 0, n_y = 0, n_y = 0, n_y = 0, b$ $\Delta x_{0} x = 0, n_y = 0, n$

که $\delta_n = n\pi/b$ ، $\lambda_m = m\pi/a$ و m, n = 1, 2, ... و به ترتیب نشان دهنده تعداد $\delta_n = n\pi/b$ ، $\lambda_m = m\pi/a$ نیم موج ⁷در جهت x و y می باشند. W دامنه خیز ⁷می باشد.

هم چنین نقص هندسی اولیه *w با رابطهای مشابه با فرم معادله خیز پنل w، به شکل زیر تعریف می شود [۲۱]:

$$w^*(x, y) = \mu h \sin \lambda_m x \sin \delta_n y \tag{(a-r)}$$

که در این رابطه ضریب µ نشاندهنده اندازه نقص ٔبوده و دارای مقداری بین ۰ و ۱ میباشد.

¹ In-plane compressive loads

² Half waves

³ Amplitude of deflection

⁴ Imperfection size

با جای گذاری معادلات (۳-۴) و (۳-۵) در معادله (۲-۳۵)، معادلهای با مشتقات جزئی از مرتبه ۴ به شکل رابطه (۳-۶) به دست می آید:

$$2A_{11}^{*} \frac{\partial^{4} f}{\partial x^{4}} + 2A_{22}^{*} \frac{\partial^{4} f}{\partial y^{4}} + 2(A_{33}^{*} - A_{12}^{*} - A_{21}^{*}) \frac{\partial^{4} f}{\partial x^{2} \partial y^{2}}$$

= $(\lambda_{m}^{2} \delta_{n}^{2}) W(W + 2\mu h) \cos 2\lambda_{m} x + (\lambda_{m}^{2} \delta_{n}^{2}) W(W + 2\mu h) \cos 2\delta_{n} y$
+ $2 \left[B_{21}^{*} \lambda_{m}^{4} + B_{12}^{*} \delta_{n}^{4} + (B_{11}^{*} + B_{22}^{*} + 2B_{36}^{*}) \lambda_{m}^{2} \delta_{n}^{2} + \frac{1}{R} \lambda_{m}^{2} \right] W \sin \lambda_{m} x \sin \delta_{n} y$
(\mathcal{F} - \mathcal{F})

رابطه (۳-۶) یک معادله با مشتقات جزئی ناهمگن است. برای حل این معادله یک جواب، مشابه با جمله ناهمگن رابطه (۳-۶) با ضرایب مجهول حدس زده می شود و با جای گذاری در معادله، ضرایب مجهول به صورت رابطه (۳-۷) به دست می آیند:

$$f = A_1 \cos 2\lambda_m x + A_2 \cos 2\delta_n y + A_3 \sin \lambda_m x \sin \delta_n y + \frac{1}{2}N_{x0}y^2 + \frac{1}{2}N_{y0}x^2$$
(Y-Y)

باید توجه نمود که دو جمله آخر اضافهشده به تابع تنش برای ارضا نمودن رابطه (۲–۲۸) میباشند. ضرایب A_i بهشکل رابطه (۳–۸) میباشند:

$$\begin{split} A_{1} &= \frac{\delta_{n}^{2}}{32A_{11}^{*}\lambda_{m}^{2}}W(W+2\mu h) \\ A_{2} &= \frac{\lambda_{m}^{2}}{32A_{22}^{*}\delta_{n}^{2}}W(W+2\mu h) \\ A_{3} &= \frac{\left(B_{21}^{*}\lambda_{m}^{4} + (B_{11}^{*} + B_{22}^{*} + 2B_{36}^{*})\lambda_{m}^{2}\delta_{n}^{2} + B_{12}^{*}\delta_{n}^{4} + \frac{1}{R}\lambda_{m}^{2}\right)}{(A_{11}^{*}\lambda_{m}^{4} + (A_{33}^{*} - A_{12}^{*} - A_{21}^{*})\lambda_{m}^{2}\delta_{n}^{2} + A_{22}^{*}\delta_{n}^{4})}W \end{split}$$
(A-\vec{v})

 1 PDE

$$\left[(\alpha_{11}\lambda_m^4 + \alpha_{12}\lambda_m^2\delta_n^2 + \alpha_{13}\delta_n^4) \sin \lambda_m x \sin \delta_n y - A_3^* \left(\alpha_{14}\lambda_m^4 + \alpha_{15}\lambda_m^2\delta_n^2 - \alpha_{16}\delta_n^4 + \frac{\lambda_m^2}{R} \right) \sin \lambda_m x \sin \delta_n y - \left(k_1 + k_2(\lambda_m^2 + \delta_n^2) \right) \sin \lambda_m x \sin \delta_n y \right] W$$

$$+\left[A_1^*\left(16\alpha_{14}\lambda_m^4-\frac{4}{R}\lambda_m^2\right)\cos 2\lambda_m x+16\alpha_{16}A_2^*\delta_n^4\cos 2\delta_n y\right]W(W+2\mu h)$$

+[
$$(4\lambda_m^2\delta_n^2A_2^*\cos 2\delta_n y\sin\lambda_m x\sin\delta_n y)$$

+ $(4\lambda_m^2\delta_n^2A_1^*)\cos 2\lambda_m x\sin\lambda_m x\sin\delta_n y]W(W + \mu h)(W + 2\mu h)$

 $+[(2A_3^*\lambda_m^2\delta_n^2\sin^2\lambda_mx\sin^2\delta_ny)-(2A_3^*\lambda_m^2\delta_n^2\cos^2\lambda_mx\cos^2\delta_ny)]W(W+\mu h)$

$$-\left[\left(N_{x0}\lambda_m^2 + N_{y0}\delta_n^2\right)\sin\lambda_m x\sin\delta_n y\right](W+\mu h) + \frac{N_{y0}}{R} + q = 0 \tag{9-7}$$

که در رابطه بالا:

$$A_{1}^{*} = \frac{\delta_{n}^{2}}{32A_{11}^{*}\lambda_{m}^{2}}, A_{2}^{*} = \frac{\lambda_{m}^{2}}{32A_{22}^{*}\delta_{n}^{2}}$$

$$A_{3}^{*} = \frac{\left(B_{21}^{*}\lambda_{m}^{4} + (B_{11}^{*} + B_{22}^{*} + 2B_{36}^{*})\lambda_{m}^{2}\delta_{n}^{2} + B_{12}^{*}\delta_{n}^{4} + \frac{1}{R}\lambda_{m}^{2}\right)}{(A_{11}^{*}\lambda_{m}^{4} + (A_{33}^{*} - A_{12}^{*} - A_{21}^{*})\lambda_{m}^{2}\delta_{n}^{2} + A_{22}^{*}\delta_{n}^{4})}$$

$$\alpha_{11} = -D_{11}^{*}, \alpha_{12} = -(D_{12}^{*} + D_{21}^{*} - 4D_{36}^{*}), \alpha_{13} = -D_{22}^{*}$$

$$\alpha_{14} = B_{21}^{**}, \alpha_{15} = B_{11}^{**} + B_{22}^{**} - 2B_{36}^{*}, \alpha_{16} = B_{12}^{**}$$

$$(1 \cdot -\nabla)$$

با اعمال روش گالرکین بر معادله (۳–۹) در بازه $x \le a \ge 0$ و $b \ge y \ge 0$ ، تحلیل کمانش غیرخطی پنل استوانهای تقویتشده هدفمند بر بستر الاستیک حاصل خواهد شد (توضیح روش گالرکین در پیوست ارائه شده است):

$$\begin{aligned} \frac{mn\pi^2}{4\lambda_m\delta_n} \bigg[-\frac{\lambda_m^2}{R} \frac{(M_1+M_2)}{M_3} - \frac{M_1M_2}{M_3} - \frac{\lambda_m^4}{R^2} \frac{1}{M_3} - D_{11}^*\lambda_m^4 - (D_{12}^* + D_{21}^* - 4D_{36}^*)\lambda_m^2\delta_n^2 \\ &- D_{22}^*\delta_n^4 - k_2(\lambda_m^2 + \delta_n^2) - k_1 \bigg] W \\ &+ \frac{8\lambda_m\delta_n}{3} \bigg[\frac{M_1}{M_3} + \frac{\lambda_m^2}{R} \frac{1}{M_3} \bigg] W(W + \mu h) \\ &+ \bigg[\frac{\delta_n}{6A_{11}^*R\lambda_m} - \frac{2}{3} \bigg(\frac{B_{21}^{**}}{A_{11}^*} + \frac{B_{12}^{**}}{A_{22}^*} \bigg) \lambda_m\delta_n \bigg] W(W + 2\mu h) \\ &- \frac{mn\pi^2}{64\lambda_m\delta_n} \bigg(\frac{\lambda_m^4}{A_{22}^*} + \frac{\delta_n^4}{A_{11}^*} \bigg) W(W + \mu h) (W + 2\mu h) \\ &- \frac{mn\pi^2}{4\lambda_m\delta_n} \big(N_{x0}\lambda_m^2 + N_{y0}\delta_n^2 \big) (W + \mu h) + \frac{4}{\lambda_m\delta_n} \frac{N_{y0}}{R} + \frac{4}{\lambda_m\delta_n} q = 0 \end{aligned}$$

در رابطه بالا m و n اعداد فرد هستند و عبارات M_1 M_2 و M_3 بهصورت رابطه (۳–۱۲) میباشند:

$$M_{1} = [B_{21}^{*}\lambda_{m}^{4} + (B_{11}^{*} + B_{22}^{*} + 2B_{36}^{*})\lambda_{m}^{2}\delta_{n}^{2} + B_{12}^{*}\delta_{n}^{4}]$$

$$M_{2} = [B_{21}^{**}\lambda_{m}^{4} + (B_{11}^{**} + B_{22}^{**} - 2B_{36}^{*})\lambda_{m}^{2}\delta_{n}^{2} - B_{12}^{**}\delta_{n}^{4}]$$

$$M_{3} = [A_{11}^{*}\lambda_{m}^{4} + (A_{33}^{*} - A_{12}^{*} - A_{21}^{*})\lambda_{m}^{2}\delta_{n}^{2} + A_{22}^{*}\delta_{n}^{4}]$$
(1Y-Y)

۳-۲-۱ پنل استوانهای تحت فشار خارجی یکنواخت

پنل استوانه ای با لبه های متحرک که فشار خارجی یکنواخت بر روی سطح بالایی آن اعمال می شود در نظر گرفته شده است. در این حالت از جای گذاری $N_{x0} = N_{y0} = 0$ در معادله (۳–۱۱)، رابطه (۳–۱۳) به دست می آید:

$$q = b_1^1 \bar{W} + b_2^1 \bar{W} (\bar{W} + \mu) + b_3^1 \bar{W} (\bar{W} + 2\mu) + b_4^1 \bar{W} (\bar{W} + \mu) (\bar{W} + 2\mu)$$
(17-7)

ضرایب رابطه (۳-۱۳) بهشکل رابطه (۳-۱۴) میباشد:

$$\begin{split} b_{1}^{1} &= \left[\frac{mn\pi^{6}}{16B_{h}^{4}} \frac{\overline{M_{1}M_{2}}}{\overline{M_{3}}} + \frac{m^{3}nB_{a}^{2}R_{b}\pi^{4}}{16B_{h}^{3}} \frac{(\overline{M_{1}} + \overline{M_{2}})}{\overline{M_{3}}} + \frac{m^{5}nB_{a}^{4}R_{b}^{2}\pi^{2}}{16B_{h}^{2}} \frac{1}{\overline{M_{3}}} \right. \\ &+ \frac{\left[m^{5}n\pi^{6}B_{a}^{4}\overline{D_{11}^{*}} + m^{3}n^{3}\pi^{6}B_{a}^{2}(\overline{D_{12}^{*}} + \overline{D_{21}^{*}} - 4\overline{D_{36}^{*}}) + mn^{5}\pi^{6}\overline{D_{22}^{*}} \right]}{16B_{h}^{4}} \\ &+ \frac{mn\pi^{2}B_{a}^{4}\overline{D_{11}^{*}}K_{1}}{16B_{h}^{4}} + \frac{mn\pi^{4}K_{2}B_{a}^{2}\overline{D_{11}^{*}}}{16B_{h}^{4}} (m^{2}B_{a}^{2} + n^{2}) \right] \\ b_{2}^{1} &= -\frac{2m^{2}n^{2}\pi^{4}B_{a}^{2}}{3B_{h}^{4}} \frac{\overline{M_{1}}}{\overline{M_{3}}} - \frac{2m^{4}n^{2}\pi^{2}B_{a}^{4}R_{b}}{3B_{h}^{3}} \frac{1}{\overline{M_{3}}} \\ b_{3}^{1} &= -\frac{n^{2}\pi^{2}R_{b}}{24\overline{A_{11}^{*}}B_{h}^{3}} + \frac{m^{2}n^{2}\pi^{4}B_{a}^{2}}{6B_{h}^{4}} \left(\frac{\overline{B_{21}^{**}}}{\overline{A_{11}^{*}}} + \frac{\overline{B_{12}^{**}}}{\overline{A_{22}^{*}}} \right) \\ b_{4}^{1} &= \frac{mn\pi^{6}}{256B_{h}^{4}} \left(\frac{m^{4}B_{a}^{4}}{\overline{A_{22}^{*}}} + \frac{n^{4}}{\overline{A_{11}^{*}}} \right) \end{split}$$

که در رابطه بالا:

$$\begin{split} &K_{1} = \frac{k_{1}a^{4}}{D_{11}^{*}}, K_{2} = \frac{k_{2}a^{2}}{D_{11}^{*}}, \overline{A_{11}^{*}} = hA_{11}^{*}, \overline{A_{22}^{*}} = hA_{22}^{*}, \overline{A_{12}^{*}} = hA_{12}^{*}, \overline{A_{21}^{*}} = hA_{21}^{*}, \\ &\overline{A_{33}^{*}} = hA_{33}^{*}, \overline{B_{11}^{*}} = \frac{B_{11}^{*}}{h}, \overline{B_{22}^{*}} = \frac{B_{22}^{*}}{h}, \overline{B_{12}^{*}} = \frac{B_{12}^{*}}{h}, \overline{B_{21}^{*}} = \frac{B_{21}^{*}}{h}, \overline{B_{36}^{*}} = \frac{B_{36}^{*}}{h}, \\ &\overline{B_{11}^{**}} = \frac{B_{11}^{**}}{h}, \overline{B_{22}^{**}} = \frac{B_{22}^{**}}{h}, \overline{B_{12}^{**}} = \frac{B_{12}^{**}}{h}, \overline{B_{21}^{**}} = \frac{B_{21}^{**}}{h}, \overline{D_{11}^{*}} = \frac{D_{11}^{*}}{h^{3}}, \overline{D_{22}^{*}} = \frac{D_{22}^{*}}{h^{3}}, \\ &\overline{D_{12}^{*}} = \frac{D_{12}^{*}}{h^{3}}, \overline{D_{21}^{*}} = \frac{D_{21}^{*}}{h^{3}}, \overline{D_{36}^{*}} = \frac{D_{36}^{*}}{h^{3}}, B_{h} = \frac{b}{h}, B_{a} = \frac{b}{a}, R_{b} = \frac{b}{R}, \overline{W} = \frac{W}{h} \end{split}$$
(10-7)

$$&e^{-\overline{M_{1}}} = [\overline{B_{21}^{*}}m^{4}B_{a}^{4} + (\overline{B_{11}^{*}} + \overline{B_{22}^{*}} + 2\overline{B_{36}^{*}})m^{2}n^{2}B_{a}^{2} + \overline{B_{12}^{*}}n^{4}] \\ &\overline{M_{2}} = [\overline{B_{21}^{**}}m^{4}B_{a}^{4} + (\overline{B_{11}^{**}} + \overline{B_{22}^{**}} - 2\overline{B_{36}^{*}})m^{2}n^{2}B_{a}^{2} - \overline{B_{12}^{**}}n^{4}] \end{split}$$

$$\overline{M_3} = \left[\overline{A_{11}^*}m^4B_a^4 + \left(\overline{A_{33}^*} - \overline{A_{12}^*} - \overline{A_{21}^*}\right)m^2n^2B_a^2 + \overline{A_{22}^*}n^4\right]$$
(19-7)

رابطه (۳–۱۳) برای ترسیم منحنیهای خیز-فشار پس کمانش پنلهای استوانهای تقویتشده هدفمند بر بستر الاستیک تحت فشار خارجی یکنواخت مورد استفاده قرار می گیرد.

۲-۲-۳ پنل استوانهای تحت فشار محوری

بار محوری فشاری F_x در غیاب فشار خارجی و بارهای حرارتی، بهطور یکنواخت بر روی دو لبه انحنادار پنل اعمال شده است. در این حالت منتجههای پنل اعمال شده است. در این حالت منتجههای نیروی پیش از کمانش 7 عبارتند از:

$$q = 0, \ N_{y0} = 0, \ N_{x0} = -F_x h \tag{17-Y}$$

با جای گذاری رابطه (۳-۱۷) در رابطه (۳-۱۱)، معادله (۳-۱۸) حاصل می شود:

$$F_x = b_1^2 \frac{\overline{W}}{\overline{W} + \mu} + b_2^2 \overline{W} + b_3^2 \frac{\overline{W}(\overline{W} + 2\mu)}{\overline{W} + \mu} + b_4^2 \overline{W}(\overline{W} + 2\mu)$$
(1A- \mathcal{V})

ضرایب رابطه (۳-۱۸) عبارتند از:

$$\begin{split} b_{1}^{2} &= \frac{\pi^{2}}{m^{2}B_{a}^{2}B_{h}^{2}} \frac{\overline{M_{1}M_{2}}}{\overline{M_{3}}} + \frac{R_{b}}{B_{h}} \frac{(\overline{M_{1}} + \overline{M_{2}})}{\overline{M_{3}}} + \frac{m^{2}B_{a}^{2}R_{b}^{2}}{\pi^{2}} \frac{1}{\overline{M_{3}}} \\ &+ \frac{\pi^{2}}{m^{2}B_{a}^{2}B_{h}^{2}} \left[m^{4}B_{a}^{4}\overline{D_{11}^{*}} + m^{2}n^{2}B_{a}^{2} (\overline{D_{12}^{*}} + \overline{D_{21}^{*}} - 4\overline{D_{36}^{*}}) \right. \\ &+ n^{4}\overline{D_{22}^{*}} \right] + \frac{K_{1}\overline{D_{11}^{*}}B_{a}^{2}}{B_{h}^{2}m^{2}\pi^{2}} + \frac{K_{2}\overline{D_{11}^{*}}}{m^{2}B_{h}^{2}} (m^{2}B_{a}^{2} + n^{2}) \\ \\ b_{2}^{2} &= -\frac{32n}{3mB_{h}^{2}} \frac{\overline{M_{1}}}{\overline{M_{3}}} - \frac{32mnB_{a}^{2}R_{b}}{3\pi^{2}B_{h}} \frac{1}{\overline{M_{3}}} \\ \\ b_{3}^{2} &= \frac{8n}{3mB_{h}^{2}} \left(\frac{\overline{B_{21}^{**}}}{\overline{A_{11}^{**}}} + \frac{\overline{B_{12}^{**}}}{\overline{A_{22}^{*}}} \right) - \frac{2nR_{b}}{3m^{3}\pi^{2}B_{h}B_{a}^{2}\overline{A_{11}^{**}}} \\ \\ b_{4}^{2} &= \frac{\pi^{2}}{16m^{2}B_{a}^{2}B_{h}^{2}} \left(\frac{m^{4}B_{a}^{4}}{\overline{A_{22}^{**}}} + \frac{n^{4}}{\overline{A_{11}^{**}}} \right) \end{split}$$

¹ Axial compressive load

² prebuckling

۳-۳ تحلیل کمانش هیگروترمال

در این حالت پنل در معرض محیط حرارتی و رطوبتی قرار دارد. شرایط عدم حرکت در لبهها با اعمال شرایط 0 = u در u = 0 و 0 = v در 0, b = v، در رابطه (۳-۲۰) برقرار خواهد شد [۱۲]: $\int_{0}^{b} \int_{0}^{a} \frac{\partial u}{\partial x} dx dy = 0, \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \frac{\partial v}{\partial y} dy dx = 0$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = A_{22}^* \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - A_{12}^* \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - B_{11}^* \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - B_{12}^* \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + C_{11}^* \varphi_1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w^*}{\partial x}$$
$$\frac{\partial v}{\partial y} = A_{11}^* \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - A_{21}^* \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - B_{21}^* \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - B_{22}^* \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + C_{21}^* \varphi_1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w^*}{\partial y} + \frac{w}{R}$$
$$(\Upsilon 1 - \Upsilon)$$

$$N_{x0} = \varphi_1 + \frac{4}{mn\pi^2} \left\{ \frac{\lambda_m^2 \delta_n^2}{R} \frac{1}{M_3} + \delta_n^2 \frac{M_1}{M_3} - \frac{1}{A_{11}^* A_{22}^* - A_{21}^* A_{12}^*} \Big[(B_{11}^* A_{11}^* + B_{21}^* A_{12}^*) \lambda_m^2 + (B_{12}^* A_{11}^* + B_{22}^* A_{12}^*) \delta_n^2 + \frac{A_{12}^*}{R} \Big] \right\} W + \frac{1}{8(A_{11}^* A_{22}^* - A_{21}^* A_{12}^*)} (A_{11}^* \lambda_m^2 - A_{12}^* \delta_n^2) W(W + 2\mu h)$$

(77-77)

$$\begin{split} N_{y0} &= \varphi_1 + \frac{4}{mn\pi^2} \left\{ \frac{\lambda_m^4}{R} \frac{1}{M_3} + \lambda_m^2 \frac{M_1}{M_3} \right. \\ &- \frac{1}{A_{11}^* A_{22}^* - A_{21}^* A_{12}^*} \Big[(B_{11}^* A_{21}^* + B_{21}^* A_{22}^*) \lambda_m^2 + (B_{12}^* A_{21}^* + B_{22}^* A_{22}^*) \delta_n^2 \\ &+ \frac{A_{22}^*}{R} \Big] \Big\} W + \frac{1}{8(A_{11}^* A_{22}^* - A_{21}^* A_{12}^*)} (A_{21}^* \lambda_m^2 - A_{22}^* \delta_n^2) W(W + 2\mu h) \end{split}$$
(YT-T)

$$\begin{split} \varphi_{1} &= \frac{1}{\lambda_{m}^{2}} \bigg[-\frac{\lambda_{m}^{2}}{R} \frac{(M_{1} + M_{2})}{M_{3}} - \frac{M_{1}M_{2}}{M_{3}} - \frac{\lambda_{m}^{4}}{R^{2}} \frac{1}{M_{3}} - D_{11}^{*} \lambda_{m}^{4} - (D_{12}^{*} + D_{21}^{*} - 4D_{36}^{*}) \lambda_{m}^{2} \delta_{n}^{2} \\ &- D_{22}^{*} \delta_{n}^{4} - k_{2} (\lambda_{m}^{2} + \delta_{n}^{2}) - k_{1} \bigg] \frac{W}{W + \mu h} \\ &+ \bigg\{ \frac{20}{3mn\pi^{2}} \frac{\lambda_{m}^{2} \delta_{n}^{2}}{R} \frac{1}{M_{3}} + \frac{20\delta_{n}^{2}}{3mn\pi^{2}} \frac{M_{1}}{M_{3}} \\ &+ \frac{4}{mn\pi^{2}} \frac{1}{A_{11}^{*} A_{22}^{*} - A_{21}^{*} A_{12}^{*}} \bigg[(B_{11}^{*} A_{11}^{*} + B_{21}^{*} A_{12}^{*}) \lambda_{m}^{2} \\ &+ (B_{12}^{*} A_{11}^{*} + B_{22}^{*} A_{12}^{*}) \delta_{n}^{2} + \frac{A_{12}^{*}}{R} \bigg] \bigg\} W \\ &+ \frac{4}{mn\pi^{2}} \bigg[\frac{\delta_{n}^{2}}{(6A_{11}^{*} \lambda_{m}^{2} R} - \frac{2}{3} \bigg(\frac{B_{21}^{*}}{A_{11}^{*}} + \frac{B_{12}^{*}}{A_{22}^{*}} \bigg) \delta_{n}^{2} \bigg] \frac{W(W + 2\mu h)}{(W + \mu h)} \\ &- \bigg[\frac{1}{16\lambda_{m}^{2}} \bigg(\frac{A_{11}^{*} \lambda_{m}^{4} + A_{22}^{*} \delta_{n}^{4}}{A_{11}^{*} A_{22}^{*}} \bigg) + \frac{1}{8} \bigg(\frac{A_{11}^{*} \lambda_{m}^{2} + A_{12}^{*} \delta_{n}^{2}}{A_{11}^{*} A_{12}^{*}} \bigg) \bigg] W(W + 2\mu h) \end{aligned}$$

پارامتر حرارتی-رطوبتی
$$arphi_1$$
 با توجه به رابطه (۲-۲۵) بهصورت معادله (۳-۲۵) بیان می شود:

$$\varphi_1 = -Ph\Delta T - Fh\Delta C \tag{Y\Delta-Y}$$

$$(P,F) = \frac{1}{1-\nu} \left[E_c(\alpha_c,\beta_c) + \frac{E_{mc}(\alpha_c,\beta_c) + E_c(\alpha_{mc},\beta_{mc})}{N+1} + \frac{E_{mc}(\alpha_{mc},\beta_{mc})}{2N+1} \right]$$
(79-57)

$$\Delta T = b_1^3 \frac{\overline{W}}{\overline{W} + \mu} + b_2^3 \overline{W} + b_3^3 \frac{\overline{W}(\overline{W} + 2\mu)}{\overline{W} + \mu} + b_4^3 \overline{W}(\overline{W} + 2\mu) - \frac{F}{P} \Delta C$$
(YV-Y)

$$\begin{split} b_{1}^{3} &= -\frac{1}{P} \Biggl\{ -\frac{\pi^{2}}{m^{2}B_{a}^{2}B_{h}^{2}} \frac{\overline{M_{1}M_{2}}}{\overline{M_{3}}} - \frac{R_{b}}{B_{h}} \frac{(\overline{M_{1}} + \overline{M_{2}})}{\overline{M_{3}}} - \frac{m^{2}B_{a}^{2}R_{b}^{2}}{\pi^{2}} \frac{1}{\overline{M_{3}}} \\ &- \frac{\pi^{2}}{m^{2}B_{a}^{2}B_{h}^{2}} \Bigl[m^{4}B_{a}^{4}\overline{D_{11}^{*}} + m^{2}n^{2}B_{a}^{2} \Bigl(\overline{D_{12}^{*}} + \overline{D_{21}^{*}} - 4\overline{D_{36}^{*}} \Bigr) + n^{4}\overline{D_{22}^{*}} \Bigr] \\ &- \frac{K_{1}\overline{D_{11}^{*}}B_{a}^{2}}{B_{h}^{2}m^{2}\pi^{2}} - \frac{K_{2}\overline{D_{11}^{*}}}{m^{2}B_{h}^{2}} (m^{2}B_{a}^{2} + n^{2}) \Biggr\} \end{split}$$

$$b_{2}^{3} = -\frac{1}{P} \left\{ \frac{20mnB_{a}^{2}R_{b}}{3\pi^{2}B_{h}} \frac{1}{\overline{M_{3}}} + \frac{20n}{3mB_{h}^{2}} \frac{\overline{M_{1}}}{\overline{M_{3}}} + \frac{4}{mn\pi^{2}} \frac{\overline{A_{12}^{*}}R_{b}}{B_{h}(\overline{A_{11}^{*}A_{22}^{*}} - \overline{A_{21}^{*}A_{12}^{*}})} \right. \\ \left. + \frac{4}{mnB_{h}^{2}} \frac{1}{(\overline{A_{11}^{*}A_{22}^{*}} - \overline{A_{21}^{*}A_{12}^{*}})} \left[\left(\overline{B_{11}^{*}A_{11}^{*}} + \overline{B_{21}^{*}A_{12}^{*}}\right)m^{2}B_{a}^{2} \right. \\ \left. + \left(\overline{B_{12}^{*}A_{11}^{*}} + \overline{B_{22}^{*}A_{12}^{*}}\right)n^{2} \right] \right\}$$

$$b_{3}^{3} = -\frac{1}{P} \left[\frac{2nR_{b}}{3m^{3}\pi^{2}B_{h}B_{a}^{2}\overline{A_{11}^{*}}} - \frac{8n}{3mB_{h}^{2}} \left(\frac{\overline{B_{21}^{**}}}{\overline{A_{11}^{*}}} + \frac{\overline{B_{12}^{*}}}{\overline{A_{22}^{*}}} \right) \right]$$

$$b_{4}^{3} = \frac{1}{P} \left[\frac{\pi^{2}}{16m^{2}B_{a}^{2}B_{h}^{2}} \left(\frac{\overline{A_{11}^{*}}m^{4}B_{a}^{4} + \overline{A_{22}^{*}}n^{4}}{\overline{A_{11}^{*}}A_{22}^{*}} \right) + \frac{\pi^{2}}{8B_{h}^{2}} \left(\frac{\overline{A_{11}^{*}}m^{2}B_{a}^{2} + \overline{A_{12}^{*}}n^{2}}{\overline{A_{11}^{*}}A_{22}^{*}} \right) \right] \qquad (\Upsilon \wedge - \Upsilon)$$
aslete on the second of the second

به دما میباشد که این امر، مسئله را بسیار پیچیده کرده است. الگوریتم تکرار ^۱برای تعیین روابط خیز-بار در یک دوره کمانش پنل استفاده میشود. برای توضیح بهتر، با ورود اطلاعاتی چون شاخص کسر حجمی *N*، پارامترهای هندسی (*N/a, b/h, b/k*) و مقدار *W/h*، میتوان *TL* را از معادله (۳–۲۷) بهدست آورد. در ابتدا با فرض 0 = TL یعنی (*N/a*, 200 K) و مقدار اولیه برای *ILL* در سمت راست معادله در نظر گرفته میشود. در مرحله بعد *TL* بهدست آمده از مرحله قبل را در سمت راست معادله جایگزین می کنیم تا *ITL* مشخص شود. در صورت برقراری شرایط $3 \ge |AT - \Delta T_k|$ ، فرآیند تکرار در *X* امین مرحله متوقف خواهد شد. در اینجا *TL* پاسخ دلخواه دما و *3* تلورانس مراحل تکرارمیباشد.

۴-۳ تحلیل کمانش هیگروترمومکانیکی

کمانش هیگروترمومکانیکی پنل استوانهای برای دو حالت زیر بررسی می شود (توزیع رطوبت در هر دو حالت یکنواخت می باشد):

۳-۴-۲ توزیع دمای یکنواخت در راستای ضخامت

در این حالت دمای محیط بهطور یکنواخت از دمای اولیه T_i تا دمای نهایی T_f افزایش پیدا می کند و اختلاف دما $\Delta T = T_f - T_i$ مقداری ثابت میباشد.

برای پنل با شرایط مرزی حالت دوم (چهار لبه ثابت)، هنگامی که در معرض افزایش دمای یکنواخت Δ*T*، توزیع رطوبت یکنواخت Δ*C* و فشار یکنواخت *q* قرار گیرد از جای گذاری معادله (۳–۲۵) در روابط (۳–۲۲) و (۳–۲۲) و سپس جای گذاری نتیجه حاصل در معادله (۳–۱۱) رابطه (۳–۲۹) حاصل می شود:

$$q = b_1^4 \overline{W} + b_2^4 \overline{W} (\overline{W} + \mu) + b_3^4 \overline{W} (\overline{W} + 2\mu) + b_4^4 \overline{W} (\overline{W} + \mu) (\overline{W} + 2\mu)$$
$$+ b_5^4 (P\Delta T + F\Delta C) (\overline{W} + \mu) + b_6^4 (P\Delta T + F\Delta C)$$
(Y9-Y)

ضرایب معادله (۳-۲۹) در رابطه (۳-۳۰) ارائه شده است:

¹ Iterative algorithm

$$\begin{split} b_{1}^{4} &= \frac{mn\pi^{6}}{16B_{h}^{4}} \frac{\overline{M_{1}M_{2}}}{\overline{M_{3}}} + \frac{m^{3}nB_{a}^{2}R_{b}\pi^{4}}{16B_{h}^{3}} \frac{(\overline{M_{1}} + \overline{M_{2}})}{\overline{M_{3}}} \\ &+ \frac{1}{\overline{M_{3}}} \left(\frac{m^{5}nB_{a}^{4}R_{b}^{2}\pi^{2}}{16B_{h}^{2}} - \frac{4m^{3}B_{a}^{4}R_{b}^{2}}{n\pi^{2}B_{h}^{2}} \right) - \frac{4mR_{b}B_{a}^{2}}{nB_{h}^{3}} \frac{\overline{M_{1}}}{\overline{M_{3}}} \\ &+ \frac{mn\pi^{6}}{16B_{h}^{4}} \left[m^{4}B_{a}^{4}\overline{D_{11}} + m^{2}n^{2}B_{a}^{2}(\overline{D_{12}} + \overline{D_{21}} - 4\overline{D_{36}}) + n^{4}\overline{D_{22}} \right] \\ &+ \frac{mn\pi^{2}B_{a}^{4}\overline{D_{13}}K_{1}}{16B_{h}^{4}} + \frac{mn\pi^{4}K_{2}B_{a}^{2}\overline{D_{11}}}{16B_{h}^{4}} (m^{2}B_{a}^{2} + n^{2}) \\ &+ \frac{4R_{b}}{mnB_{h}^{2}} \frac{1}{(\overline{A_{11}}A_{22}^{*} - \overline{A_{21}^{*}A_{12}^{*}})} \left[(\overline{B_{11}}A_{21}^{*} + \overline{B_{21}^{*}A_{22}^{*}})m^{2}B_{a}^{2} + (\overline{B_{12}}A_{21}^{*}) \\ &+ \overline{B_{22}^{*}A_{22}^{*}} \right)n^{2} \right] + \frac{4R_{b}^{2}}{mn\pi^{2}B_{h}^{2}} \left(\frac{\overline{A_{22}^{*}}}{\overline{A_{11}^{*}A_{22}^{*}} - \overline{A_{21}^{*}A_{12}^{*}}} \right) \\ b_{2}^{4} = -\frac{m^{2}n^{2}\pi^{4}B_{a}^{2}}{6B_{h}^{4}} \frac{\overline{M_{1}}}{\overline{M_{3}}} - \frac{m^{4}n^{2}n^{2}n^{2}R_{b}B_{h}^{4}}{\overline{M_{3}^{*}}} \frac{1}{\overline{M_{3}^{*}}} \\ &- \frac{\pi^{4}}{4B_{h}^{4}} \frac{1}{(\overline{A_{11}^{*}A_{22}^{*}} - \overline{A_{21}^{*}A_{12}^{*}})} \left[(\overline{B_{11}^{*}A_{11}^{*} + \overline{B_{21}^{*}A_{22}^{*}})m^{4}B_{a}^{4} \\ &+ (\overline{B_{12}^{*}A_{12}^{*}} - \overline{A_{21}^{*}A_{12}^{*}}) \left[\overline{A_{21}^{*}} \overline{M_{22}^{*}} - \overline{A_{22}^{*}} \overline{A_{22}^{*}} \right] \\ b_{2}^{4} = \frac{m^{2}n^{2}\pi^{4}B_{a}^{2}}{(\overline{B_{11}^{*}} + \overline{B_{22}^{*}} - \overline{A_{21}^{*}A_{12}^{*}})} \left[(\overline{A_{21}^{*}} m^{2}B_{a}^{2} + \overline{A_{22}^{*}} n^{2}) \right] \\ b_{3}^{4} = \frac{m^{2}n^{2}\pi^{4}B_{a}^{2}}{(\overline{A_{11}^{*}} + \overline{A_{22}^{*}})^{-1} \frac{1}{24}\frac{n^{2}n^{2}R_{b}}}{(\overline{A_{11}^{*}A_{22}^{*}} - \overline{A_{21}^{*}}A_{12}^{*})} \left[(\overline{A_{21}^{*}} m^{2}B_{a}^{2} + \overline{A_{22}^{*}} n^{2}) \right] \\ b_{4}^{4} = \frac{mn\pi^{6}}{256B_{h}^{4}} \left(\frac{m^{4}B_{a}^{4}} + \frac{n^{4}}{A_{11}^{*}} \right) + \frac{mn^{3}n^{4}}{128B_{h}^{4}} \left(\frac{\overline{A_{11}^{*}} m^{2}B_{a}^{2} + \overline{A_{22}^{*}} n^{2}) \right] \\ \\ b_{4}^{4} = \frac{mn\pi^{6}}{16B_{h}^{2}} \left(\frac{m^{4}B_{a}^{4}} + \frac{n^{4}}{A_{11}^{*}} \right) + \frac{mn^{3}n^{3}}{128B_{h}^{6}} \left(\frac{\overline{A_{11}^{*}} m^{2}B_{a}^{2} + \overline{A_{22}^{*}$$

برای حالتی که پنل در
$$y = 0, b$$
 دارای دو لبه ثابت بوده و دو لبه دیگر آن در $x = 0, a$ متحرک باشند
(حالت سوم از شرایط مرزی)، از جایگذاری معادله (۳–۲۵) در رابطه (۳–۲۳) و سپس جایگذاری
نتیجه حاصل در معادله (۳–۱۱)، تحلیل دیگری از کمانش هیگروترمومکانیکی، با توزیع دما و رطوبت
یکنواخت، حاصل میشود که بهصورت رابطه (۳–۳۱) بهدست میآید:

$$q = b_1^5 \overline{W} + b_2^5 \overline{W} (\overline{W} + \mu) + b_3^5 \overline{W} (\overline{W} + 2\mu) + b_4^5 \overline{W} (\overline{W} + \mu) (\overline{W} + 2\mu)$$
$$+ b_5^5 (P\Delta T + F\Delta C) (\overline{W} + \mu) + b_6^5 (P\Delta T + F\Delta C)$$
(71-7)

:ضرایب b_1^5 تا b_6^5 در رابطه (۳۲-۳) ارائه شده است

$$\begin{split} b_1^5 &= b_1^4 \\ b_2^5 &= -\frac{5}{12} \frac{m^2 n^2 \pi^4 B_a^2}{B_h^4} \frac{\overline{M_1}}{\overline{M_3}} - \frac{5}{12} \frac{m^4 n^2 \pi^2 R_b B_a^4}{B_h^3} \frac{1}{\overline{M_3}} \\ &- \frac{\pi^4}{4B_h^4} \frac{1}{(\overline{A_{11}^* A_{22}^*} - \overline{A_{21}^* A_{12}^*})} \left[\left(\overline{B_{11}^* A_{21}^*} + \overline{B_{21}^* A_{22}^*} \right) m^2 n^2 B_a^2 \\ &+ \left(\overline{B_{12}^* A_{21}^*} + \overline{B_{22}^* A_{22}^*} \right) n^4 \right] - \frac{\pi^2 n^2 R_b}{4B_h^3} \frac{\overline{A_{22}^*}}{(\overline{A_{11}^* A_{22}^*} - \overline{A_{21}^* A_{12}^*})} \end{split}$$

$$b_{3}^{5} = b_{3}^{4}$$

$$b_{4}^{5} = \frac{mn\pi^{6}}{256B_{h}^{4}} \left(\frac{m^{4}B_{a}^{4}}{\overline{A_{22}^{*}}} + \frac{n^{4}}{\overline{A_{11}^{*}}}\right) + \frac{mn^{3}\pi^{6}}{128B_{h}^{4}} \frac{(\overline{A_{21}^{*}}m^{2}B_{a}^{2} + \overline{A_{22}^{*}}n^{2})}{(\overline{A_{11}^{*}A_{22}^{*}} - \overline{A_{21}^{*}A_{12}^{*}})}$$

$$b_{5}^{5} = -\frac{\pi^{4}mn^{3}}{16B_{h}^{2}}$$

$$b_{6}^{5} = \frac{R_{b}}{B_{h}}$$
(\mathcal{Y}\mathcal{T}\mathcal{Y})

۳-۴-۳ توزیع دمای خطی در راستای ضخامت

در این حالت دما در راستای ضخامت پنل از معادله یکبعدی فوریه ^۱در شرایط حالت پایدار ^۲پیروی می کند [۱۳].

$$\frac{d}{dz} \left[K(z) \frac{dT}{dz} \right] = 0, \quad T(z = h/2) = T_c, \quad T(z = -h/2) = T_m$$
So T_c

$$T(z) = T_m + \Delta T \frac{r \sum_{k=0}^{5} \frac{(-r^N K_{cm}/K_m)^k}{kN+1}}{\sum_{k=0}^{5} \frac{(-K_{cm}/K_m)^k}{kN+1}}$$
(٣۴-٣)

که در این رابطه $T_c - T_m = T_c - T_h$ اختلاف دما بین سطح سرامیکی و فلزی پنل هدفمند میباشد. r و K_{cm} بهصورت معادله (۳–۳۵) بیان میشوند:

r = (2z + h)/2h $K_{cm} = K_c - K_m$ (۳۵-۳) و K_m به ترتیب ضرایب هدایت حرارتی سرامیک و فلز میباشند.

با در نظر گرفتن دمای سطح فلزی به عنوان دمای مرجع و جایگذاری معادله (۳–۳۴) در معادله (۳–۳۴) در معادله (۲–۲۲) با فرض 0 = 2، رابطه (۳–۳۶) به شکل زیر حاصل می شود:

 $\varphi_1 = Hh\Delta T$,

¹ Fourier

² Steady state

$$H = \frac{\sum_{k=0}^{5} \frac{(-K_{cm}/K_m)^k}{kN+1} \left[\frac{E_m \alpha_m}{kN+2} + \frac{E_m \alpha_{cm} + E_{cm} \alpha_m}{(k+1)N+2} + \frac{E_{cm} \alpha_{cm}}{(k+2)N+2} \right]}{\sum_{k=0}^{5} \frac{(-K_{cm}/K_m)^k}{kN+1}}$$
(٣۶-٣)

فصل چهار م نتايج

بعد از تکمیل فرمول بندی مسأله و نوشتن کدهای مربوط در نرمافزار متلب^۱ در این فصل به بررسی نتایج به دست آمده از تحلیل استاتیکی پنل نازک استوانه ای هدفمند بر بستر الاستیک، پرداخته شده است. نتایج حاصل، با توجه به نوع بارگذاری، برای تحلیل کمانش مکانیکی، حرارتی، ترمو-مکانیکی و هیگروترمومکانیکی به طور مجزا بررسی شده است. اندازه کلیه پارامترهای مورد نیاز برای تحلیل کمانش پنل در جدول های (۴–۱) و (۴–۲) بیان شده است، در صورتی که اندازه پارامتری با اندازه پارامترهای موجود در جدول های ذکر شده، متفاوت باشد، اندازه آن پارامتر بیان می شود. هم چنین با توجه به این که حل کمانش و پس کمانش پنل های استوانه ای اغلب در مدهای کمانش n=m=m بیان می شوند [۱۹]، در کار حاضر نیز نتایج بر اساس همین مقادیر حاصل شده اند.

نام	نماد	مقدار
- ضخامت پنل	<i>h</i> (m)	•/•۴
نسبت طول کمان به طول محوری پنل	b/a	١
نسبت طول کمان به ضخامت پنل	b/h	۵۰
نسبت طول کمان به شعاع انحنای پنل	b/R	•/۵
ضخامت تقويت كنندهها	$h_{s}(\mathbf{m})$	• / • ٣
عرض تقويت كنندهها	$d_{s}\left(\mathrm{m} ight)$	•/• ۵
فاصله بين تقويت كنندهها	<i>S</i> (m)	•/۴
شاخص کسر حجمی	Ν	١
اندازه نقص	μ	• / \
مدول بستر وینکلر (بیبعدشده)	K_{I}) • •
مدول سفتی لایه برشی پسترناک (بیبعدشده)	K_2	٣.
نسبت پواسون	ν	• /٣
دمای محیط	$T_{0}(\mathbf{K})$	۳

جدول (۴-۱) پارامترهای استفاده شده برای تحلیل پس کمانش پنل استوانهای تقویت شده هدفمند

پنل هدفمند، شامل ترکیبی از سیلیسیم نیترید (Si₃N4) و فولاد ضدزنگ SUS304 میباشد که خواص مکانیکی این دو ماده در جدول (۲-۴) نشان داده شده است.

P_3	P_2	P_1	<i>P</i> -1	P_0	خاصيت	مادہ
- \/9 46×1+->>	۲/۱۶۰×۱۰ ^{-۷}	٣/٧×١٠ ^{-۴}	•	847/42×1 • 1	E_c (Pa)	سرامیک
•	•	9/•9&×1• ⁻⁴	•	۵/۸۷۲۳×۱۰ ^{-۶}	α_c (K ⁻¹)	
•	•	•	•	13/77	K_c (W/mK)	
•	•	•	•	•	$\beta_c (1/\text{wt\%H}_2\text{O})$	
	-8/234×1.•-4	٣/•٧٩×١• ^{-۴}	•	۲۰۱/۰۴×۱۰ ^۹	E_m (Pa)	فلز
•	•	۸/• ۸۶ ×۱• ^{-۴}	•	۲/۳۳•×۱۰ ^{-۶}	α_m (K ⁻¹)	
•	•	•	•	10/379	K_m (W/mK)	
•	•	•	•	۵×۱۰ ^{-۴}	$\beta_m (1/\text{wt\%H}_2\text{O})$	

جدول (۴-۲) خواص مکانیکی پنل استوانهای تقویت شده هدفمند [۲۱ و ۴۸]

۲-۴ معتبرسازی رهیافت حاضر

به منظور اعتبارسنجی فرمول بندی موجود در پایان نامه حاضر، در شکلهای (۴–۱) تا (۴–۶) نتایج حاصل، با نتایج سایر مراجع مقایسه شده اند. جهت ترسیم منحنیهای خیز –بار برای بارهای حرارتی و ترمومکانیکی، کافی است در روابط (۳–۲)، (۳–۹۲) و (۳–۱۳) مقدار تغییرات درصد رطوبت (Δ) برابر با صفر قرار داده شود. در شکل (۴–۱) نتایج پس کمانش پنل استوانه ای بدون تقویت کننده تحت فشار محوری با نتایج تانگ [۱۹] برای مقادیر مختلف سفتی بسترهای الاستیک ا K_2 و K_1 مقایسه شده است. در شکل (۴–۱) نتایج پس کمانش پنل استوانه ای بدون تقویت کننده تحت فشار محوری با نتایج تانگ [۱۹] برای مقادیر مختلف سفتی بسترهای الاستیک ا K_1 و K_2 مقایسه شده است. در شکل (۴–۲) نتایج پس کمانش پنل استوانه ای بدون تقویت کننده تحت فشار در شکل (۴–۲) نتایج پس کمانش پنل استوانه ای بوین تقویت کننده و نقص هندسی اولیه تحت فشار در شکل (۴–۲) نتایج پس کمانش پنل استوانه ای بدون تقویت کننده و نقص هندسی اولیه تحت فشار در شکل (۴–۲) نتایج موجود در کار داک و تانگ [۱۳] برای دو مقدار مختلف K_2 مقایسه شده است. (۴–۳) و (۴–۴) نشان دهنده مقایسه نتایج مطالعه حاضر با نتایج داک و تانگ [۱۳] برای دو مقدار مختلف K_2 مقایسه شده است. شکل میکن (۴–۲) نشان دهنده مقایسه نتایج مطالعه حاضر با نتایج داک و تانگ [۱۳] برای دو مقدار مختلف K_2 مقایسه شده است. شکل بر می استوانه ای با دان و دو به ثابت، بدون تقویت کننده تر مقایسه شده است. شکل بر می موجود در کار داک و تانگ [۱۳] برای دو مقدار مختلف K_2 مقایسه شده است. شکل بر می موجود در کار داک و تانگ [۱۳] برای دو مقدار مختلف K_2 مقایسه شده است. شکل بر می موجود در کار داک و تانگ [۱۳] برای دو مقدار مختلف میا مقایسه شده است. شکل بر می موجود در کار داک و تانگ [۱۳] برای دو مقدار مختلف می مانه می موجود در کار داک و تانگ (۲–۴) برای دو مقدار مختلف می مولیسه شده است. شکل در شکل (۱–۴) نشان دهنده مقایسه نتایج مطالعه حاضر با نتایج داک و تانگ (۲–۱] برای برای پس کمانش پنل استوانهای با چهار لبه ثابت و دو لبه ثابت، بدون تقویت کننده تحت بار گذاری

ترمومکانیکی میباشد. در شکل (۴–۵) نتایج مطالعه حاضر با نتایج شن و همکاران [۴۹] برای پس-کمانش پنل استوانهای بدون تقویت کننده مقایسه شده است. و در نهایت نتایج پس کمانش پنل استوانه-ای با تقویت کننده های طولی و حلقوی تحت بار گذاری حرارتی، با نتایج داک و همکاران [۲۱] در شکل (۴–۶) مقایسه شده است. در مراجع [۱۹،۱۳ و ۲۱] تئوری به کار رفته، تئوری کلاسیک پوسته ها میباشد و فرمول بندی مسأله دقیقاً مشابه با روش استفاده شده در پایان نامه میباشد. هم چنین، به منظور اعتبار-سنجی مطالعه حاضر با سایر تئوری ها و فرمول بندی ها، مطالعه حاضر با مرجع [۴۹] مقایسه شده است. تئوری به کار رفته در مرجع [۴۹]، تئوری مرتبه بالای ردی بوده و فرمول بندی استفاده شده، متفاوت با پایان نامه حاضر میباشد. از بررسی نتایج فوق میتوان دریافت که نتایج حاصل، با سایر مراجع هم خوانی مناسبی دارد.



شکل (۴-۱) مقایسه منحنیهای غیرخطی خیز-بار پنل استوانهای هدفمند بدون تقویت کننده تحت فشار محوری



شکل (۴-۲) مقایسه منحنی های خیز-بار پنل استوانه ای هدفمند بدون تقویت کننده تحت فشار یکنواخت



شکل (۴–۳) مقایسه منحنی خیز-بار پنل استوانهای هدفمند بدون تقویت کننده تحت بار ترمومکانیکی (۴ لبه ثابت)



شکل (۴-۴) مقایسه منحنی خیز-بار پنل استوانهای هدفمند بدون تقویت کننده تحت بار ترمومکانیکی (۲ لبه ثابت)



شکل (۴–۵) مقایسه منحنی خیز-بار پنل استوانهای هدفمند بدون تقویت کننده تحت بار ترمومکانیکی



شکل (۴–۶) مقایسه منحنی خیز-بار پنل استوانهای تقویت شده هدفمند تحت بار حرارتی

۴-۳ نتایج تحلیل پسکمانش پنل برای زوایای مختلف تقویت کنندهها

در این قسمت به بررسی نتایج تحلیل پس کمانش پنل استوانهای هدفمند با تقویت کنندههای مایل برای زوایای مختلف تحت بار گذاریهای مکانیکی، حرارتی و ترمو-مکانیکی پرداختهشده است. برای بررسی نتایج حاصل، در هر بار گذاری ابتدا با تغییر زوایای تقویت کنندههای مایل زاویههایی که در آنها بهترین نتایج حاصلشده است را یافته و سپس به بررسی اثر سایر پارامترها در آن زوایا پرداختهشده است.

۴–۳–۱ پنل استوانهای تحت فشار محوری

شکل (۴–۷) تأثیر زوایای مختلف بر منحنی پس کمانش پنل استوانهای هدفمند با تقویت کنندههای مایل تحت فشار محوری F_x را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود با افزایش زاویه ی تقویت کننده ها، ظرفیت تحمل بار مربوط به پنل با تقویت کننده های طولی ($0 = \theta$ و $0 = \eta$) و کمترین ظرفیت تحمل بار، مربوط به پنل با تقویت کننده های طولی ($0 = \theta = 0$ و $0 = \eta$) و کمترین ظرفیت تحمل بار، مربوط به پنل با تقویت کننده های حلقوی ($00 = \theta = 0$ و $0 = \eta$) می باشد که این موضوع با توجه به نوع بار گذاری محوری دور از انتظار می باشد.



شکل (۴-۷) منحنی پس کمانش پنل برای زوایای مختلف تقویت کننده تحت فشار محوری

۴–۳–۲ پنل استوانهای تحت بار فشاری یکنواخت

شکل (۴–۸) تأثیر زوایای مختلف بر منحنی پس کمانش پنل استوانهای هدفمند با تقویت کنندههای مایل تحت بار فشاری یکنواخت p را نشان میدهد. همان طور که مشاهده می شود بیشترین ظرفیت تحمل بار مربوط به پنل با تقویت کننده طولی ($0 = \theta$ و 0 = 0) و کمترین ظرفیت تحمل بار مربوط به پنل با تقویت کننده حلقوی ($0 = \theta = 0$) می باشد.





شکل (۴-۸) منحنی پس کمانش پنل برای زوایای مختلف تقویت کننده تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)

۴-۳-۴ پنل استوانهای تحت بارگذاری حرارتی

شکل (۴–۹) تأثیر زوایای مختلف بر منحنی پس کمانش پنل استوانهای هدفمند با تقویت کنندههای مایل تحت بارگذاری حرارتی را نشان میدهد. مشاهده می شود که در بارگذاری حرارتی نیز پنل با تقویت کنندههای طولی بیشترین و با تقویت کنندههای حلقوی کمترین ظرفیت تحمل بار را دارد.





شکل (۴-۹) منحنی پس کمانش پنل برای زوایای مختلف تقویت کننده تحت بار حرارتی

۴-۳-۴ پنل استوانهای تحت بارگذاری ترمومکانیکی

شکل (۴–۱۰) و (۴–۱۱) به ترتیب تأثیر زوایای مختلف بر منحنی پس کمانش پنل استوانهای هدفمند با چهار و دو لبه ثابت تحت بار گذاری ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت را نشان میدهد. در شکل (۴–۱۱) به دلیل تشابه در نتایج حاصل، از ارائه همه آنها خودداری شده و تنها چند منحنی شاخص از بین این نتایج ارائه شده است.


شکل (۴–۱۰) منحنی پس کمانش پنل برای زوایای مختلف تقویت کننده تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۴ لبه ثابت)



شکل (۴–۱۱) منحنی پس کمانش پنل برای زوایای مختلف تقویت کننده تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۲ لبه ثابت)

شکل (۴–۱۲) تأثیر زوایای مختلف بر منحنی پس کمانش پنل استوانهای هدفمند با تقویت کنندههای مایل تحت بارگذاری ترمومکانیکی با توزیع دمای خطی در راستای ضخامت پنل را نشان میدهد. از آنجایی که نتایج بهدست آمده در این حالت نیز مشابه نتایج سایر بارگذاریها میباشد از ارائه همه آنها خودداری شده است.



شکل (۴–۱۲) منحنی پس کمانش پنل برای زوایای مختلف تقویت کننده تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای خطی در راستای ضخامت پنل (۴ لبه ثابت)

با توجه به شکلهای (۴–۱۰) تا (۴–۱۲) به نظر میرسد که در بارگذاری ترمومکانیکی نیز پنل با تقویتکنندههای طولی بیشترین و با تقویتکنندههای حلقوی کمترین ظرفیت تحمل بار را دارد.

۴–۴ بررسی تأثیر سایر پارامترها

در بخش ۴–۳ به بررسی تأثیر زوایای مختلف تقویت کنندهها بر تحلیل نتایج پس کمانش پنل استوانهای تقویت شده هدفمند پرداخته شد. مشاهده می شود که در هر سه نوع بار گذاری مکانیکی، حرارتی و ترمومکانیکی بهترین نتایج در شرایطی حاصل می شود که تقویت کننده ها طولی باشند. در ادامه، بررسی تأثیر سایر پارامترها بر پس کمانش پنل با تقویت کننده های طولی تحت بار گذاری های ذکر شده ارائه می گردد.

شکلهای (۴–۱۳) تا (۴–۱۶) به ترتیب بیانگر تأثیر شاخص کسر حجمی بر منحنی پس کمانش پنل استوانهای تحت فشار محوری، فشار یکنواخت، بار حرارتی و بار ترمو-مکانیکی میباشد. 0=N نشان-دهنده پنل فلزی و $\infty=N$ نشاندهنده پنل سرامیکی است. همانطور که مشاهده میشود با افزایش شاخص کسر حجمی، بار بحرانی کمانش افزایش پیدا میکند. پنل استوانهای سرامیکی در برابر بار کمانش مقاومت به مراتب بالاتری نسبت به پنل استوانهای فلزی دارد که با توجه به سفتی پایینتر فلزات، مورد انتظار است. اما در تمام حالات، رفتار نمودار بار حبابه ایی مشابه میباشد.



شکل (۴-۱۳) تأثیر شاخص کسر حجمی بر پس کمانش پنل تحت فشار محوری



شکل (۴-۱۴) تأثیر شاخص کسر حجمی بر پس کمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)



شکل (۴-۱۶) تأثیر شاخص کسر حجمی بر پس کمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۴ لبه

ثابت)

شکلهای (۴–۱۷) تا (۴–۲۰) به ترتیب به بررسی تأثیر بستر الاستیک بر پاسخ غیرخطی پنل استوانهای تحت بارگذاریهای ذکرشده می پردازد. با توجه به شکلها، ظرفیت تحمل بار پنل به طور قابل ملاحظه-ای در حضور بسترهای الاستیک افزایش می یابد. به علاوه مشاهده می شود که تأثیر مثبت بستر الاستیک پسترناک بر پس کمانش پنل بیشتر از بستر الاستیک وینکلر می باشد. اثر نقص هندسی اولیه با ضریب μ بر پس کمانش نیز در این شکلها بررسی شده است. شکلهای (۴–۱۷) تا (۴–۱۹) نشان دهنده منحنی-های پس کمانش نیز در این شکلها بررسی شده است. شکلهای (۴–۱۷) تا (۴–۱۹) نشان دهنده منحنی-های پس کمانش پنل با نقص اولیه و بدون نقص می باشد. مشاهده می شود که پنل استوانهای بدون نقص میندسی اولیه ظرفیت تحمل بار مکانیکی بهتری نسبت به پنل ناقص دارد. هم چنین در شکل (۴–۲۰) نشان داده شده است که افزایش نقص هندسی اولیه سبب کاهش ظرفیت تحمل بار پنل می گردد. در شکل (۴–۱۷) مشاهده می شود که آغاز کمانش برای 0 = μ و 1.0 = μ متفاوت است. زیرا زمانی که 0 = μ است یعنی نقص هندسی اولیه نداریم و شروع نمودار از نقطه کمانش است یعنی مدل سازه از نظر هندسی کاملاً بدون نقص هندسی اولیه نداریم و شروع نمودار از نقطه کمانش است یعنی مدل سازه از نظر هندسی کاملاً بدون نقص هندسی اولیه نداریم و شروع نمودار از نقطه کمانش است یعنی مدل سازه از نظر هندسی کاملاً بدون نقص هندسی اولیه نداریم و شروع نمودار از نقطه کمانش است یعنی مدل سازه از نظر هندسی کاملاً بدون نقص فرض شده است و رفتار تئوری، کمی با واقعیت فاصله دارد اما با انتخاب افزایش در جابه جایی اتفاق می افتد.



شکل (۴–۱۷) تأثیر سفتی بسترهای الاستیک بر پسکمانش پنل تحت فشار محوری



شکل (۴–۱۸) تأثیر سفتی بسترهای الاستیک بر پس کمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)



شکل (۴–۱۹) تأثیر سفتی بسترهای الاستیک بر پس کمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با افزایش دمای یکنواخت (۴ لبه ثابت)



شکل (۴-۲۰) تأثیر سفتی بسترهای الاستیک بر پس کمانش پنل تحت بار حرارتی

تأثیر تقویت کننده ها و نقص هندسی اولیه بر پس کمانش پنل استوانه ای هدفمند در شکل های (۴–۲۱) تا (۴–۲۴) نشان داده شده است. مشاهده می شود که ظرفیت تحمل بار پنل تقویت شده بیشتر از پنل بدون تقویت کننده می باشد. به عبارت دیگر، تقویت کننده ها می توانند میزان مقاومت پنل را نسبت به بار گذاری صورت گرفته افزایش دهند. علاوه بر این، با توجه به شکل ها نقص هندسی اولیه به طور قابل ملاحظه ای باعث کاهش بار کمانش پنل تقویت شده و تقویت نشده می گردد.



شکل (۴-۲۱) تأثیر تقویت کننده ها بر پس کمانش پنل تحت فشار محوری



شکل (۴-۲۲) تأثیر تقویت کننده ها بر پس کمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبه های متحرک)



شکل (۴–۲۳) تأثیر تقویتکنندهها بر پسکمانش پنل تحت بار حرارتی



شکل (۴-۲۴) تأثیر تقویت کننده ابر پس کمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۴ لبه ثابت) شکلهای (۴–۲۵) تا (۴–۲۷) نشان دهنده تأثیر افزایش دمای Δ*Δ* بر پاسخ غیرخطی پنل استوانه ای هدفمند می باشد. مشاهده می شود که افزایش دما سبب کاهش ظرفیت تحمل بار پنل می گردد. هم-چنین، ظرفیت تحمل بار پنل با خواص مستقل از دما بیشتر از پنل با خواص وابسته به دما می باشد. با این وجود در نظر گرفتن خواص وابسته به دما برای پنل سبب دستیابی به تحلیل رفتار آن با شرایطی نزدیک تر به واقعیت می گردد.



شکل (۴–۲۵) تأثیر افزایش دما بر پس کمانش پنل تحت فشار محوری



شکل (۴-۲۶) تأثیر افزایش دما بر پس کمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)



شکل (۴–۲۷) تأثیر افزایش دما بر پس کمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۴ لبه ثابت)

شکلهای (۴–۲۸) تا (۴–۳۷) نتایج تأثیر پارامترهای هندسی بر پس کمانش پنل را نشان میدهد.

در شکلهای (۴–۲۸) تا (۴–۳۱) مشاهده می شود که با افزایش نسبت طول کمان به ضخامت پنل (*b/h)* ظرفیت تحمل بار پنل کاهش می یابد. به عبارت دیگر، هرچه پنل نازکتر شود ظرفیت تحمل بار آن کمتر می شود. در شکلهای (۴–۲۸)، (۴–۲۹) و (۴–۳۱) هم چنین به بررسی اثر نقص هندسی اولیه بر ظرفیت بار پنل پرداخته شده است که نتایج هم چون گذشته می باشد.



شکل (۴–۲۸) تأثیر نسبت b/h بر پس کمانش پنل تحت فشار محوری



شکل (۴–۲۹) تأثیر نسبت b/h بر پس کمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)



شکل (۴-۳۰) تأثیر نسبت b/h بر پس کمانش پنل تحت بار حرارتی



شکل (۴–۳۱) تأثیر نسبت b/h بر پس کمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با افزایش دمای یکنواخت (۴ لبه ثابت)

در شکلهای (۴–۳۲) تا (۴–۳۴) نتایج تأثیر نسبت طول کمان به شعاع انحنا (*b/R)* بر پس کمانش پنل استوانهای بررسی شده است. مشاهده می شود که افزایش این نسبت سبب افزایش ظرفیت تحمل بار پنل می شود.



شکل (۴–۳۲) تأثیر نسبت b/R بر پسکمانش پنل تحت فشار محوری



شکل (۴-۳۳) تأثیر نسبت b/R بر پس کمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)



شکل (۴–۳۴) تأثیر نسبت b/R بر پس کمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۴ لبه ثابت)

در شکلهای (۴–۳۵) تا (۴–۳۷) نتایج تأثیر نسبت طول کمان به طول محوری (*۵/۵)*، بر پس کمانش پنل استوانهای بررسی شده است. همان طور که مشاهده می شود با افزایش این نسبت، ظرفیت تحمل بار پنل افزایش می یابد. در این شکل ها تأثیر نقص هندسی اولیه نیز مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل (۴–۳۵) تأثیر نسبت *b/a* بر پسکمانش پنل تحت فشار محوری



شکل (۴–۳۶) تأثیر نسبت b/a بر پس کمانش پنل تحت فشار خارجی یکنواخت (لبههای متحرک)



شکل (۴–۳۷) تأثیر نسبت b/a بر پس کمانش پنل تحت بار ترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت (۴ لبه ثابت)

اثر شرایط مرزی مختلف بر پاسخ غیرخطی پنل استوانهای تقویت شده هدفمند تحت فشار عرضی یکنواخت در شکل (۴–۳۸) نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود ظرفیت تحمل بار پنل با چهار لبه متحرک با چهار لبه ثابت بیشتر از پنل با دو لبه ثابت است. همچنین ظرفیت تحمل بار پنل با چهار لبه متحرک از همه کمتر است. این نمودار برای $0 = T \Delta$ رسم شده است.



شکل (۴–۳۸) اثر شرایط مرزی مختلف بر پس کمانش پنل استوانهای تقویت شده هدفمند تحت فشار عرضی یکنواخت

در شکل (۴–۳۹) اثر گرادیان دما در ضخامت پنل بر پاسخ غیرخطی پنل تحت فشار یکنواخت مشاهده می شود. دمای سطح فلزی K 300 در نظر گرفته شده است. به نظر می رسد، که وجود گرادیان دما در ضخامت پنل سبب ایجاد خیز کمتر و رفتار پس کمانش پایدارتر در پنل می شود. هم چنین، در این شکل $T_c=300 \text{ K}$ توزیع دمای خطی و یکنواخت نیز مقایسه شده است. به طوری که منحنی خیز –بار که برای $\Delta T = 0$ رسم شده است نشان دهنده توزیع یکنواخت دما در راستای ضخامت پنل با $0 = T \Delta$ می باشد و دو منحنی دیگر نشان دهنده توزیع دمای خطی هستند. مشاهده می شود که توزیع دمای خطی سبب ایجاد رفتار پس کمانش پایدارتر در پنل می شود.



شکل (۴–۳۹) اثر گرادیان دما در ضخامت پنل بر پاسخ غیرخطی پنل تحت فشار یکنواخت (۴ لبه ثابت)

در شکلهای (۴-۴۰) و (۴-۴۱) نتایج تأثیر رطوبت بر پاسخ غیرخطی پنل تحت بار هیگروترمال و هیگروترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت نشان داده شده است. مشاهده میشود که افزایش درصد رطوبت سبب کاهش ظرفیت تحمل بار پنل میگردد. همچنین در شکل (۴-۴۲) نتایج تأثیر رطوبت بر پس کمانش پنل تحت بار هیگروترمومکانیکی برای پنل با توزیع دمای خطی و یکنواخت بررسی شده است. همان طور که در شکل (۴–۳۹) نیز مشاهده شد، وجود گرادیان دما در ضخامت پنل سبب ایجاد خیز کمتر و رفتار پس کمانش پایدارتر میشود. همچنین افزایش درصد رطوبت سبب کاهش ظرفیت تحمل بار پنل در هر دو نوع توزیع دمای خطی و یکنواخت میگردد. (در شکلهای (۴–۴۱) و (۴–۴۲)



شکل (۴-۴) تأثیر درصد رطوبت بر پس کمانش پنل تحت بار هیگروترمومکانیکی با توزیع دمای یکنواخت



شکل (۴-۴۲) تأثیر درصد رطوبت بر پسکمانش پنل تحت بار هیگروترمومکانیکی با توزیع دمای خطی

فصل پنجم نتیجه گیری و پیشنهادها

۵–۱ مقدمه

در پایاننامه حاضر، یک روش تحلیلی برای بررسی پنلهای نازک استوانهای هدفمند با تقویت کنندههای مایل بر بستر الاستیک تحت بارگذاریهای مکانیکی، حرارتی، ترمومکانیکی و هیگروترمومکانیکی ارائه شده است. معادلات حاکم براساس تئوری کلاسیک پوستهها، روابط غیرخطی فنکارمن-دانل، نقص هندسی اولیه، روش تقویت کنندههای تکهای و مدل پیشنهادی بسترهای الاستیک وینکلر و پسترناک استخراج شده است. یک عبارت مناسب جهت تقریب خیز پنل استفاده شده است. روابط صریح و منحنیهای خیز-بار با استفاده از تابع تنش و روش گالرکین بهدست آمده است. در این فصل، گزیدهای از نتایج بهدست آمده، ارائه شده است.

۲-۵ چکیده نتایج

بعضی از نتایج بهدست آمده از مطالعه حاضر برای تحلیل پس کمانش پنل عبارتند از:

۱. پنل تقویت شده ظرفیت تحمل بار بیشتری نسبت به پنل بدون تقویت کننده دارد. همچنین برای پنل استوانهای تقویت شده با تقویت کننده های مایل تحت بار گذاری های ذکر شده در این پایان نامه، بیشترین ظرفیت تحمل بار، مربوط به پنل با تقویت کننده های طولی و کمترین ظرفیت تحمل بار، مربوط به پنل با تقویت کننده های حلقوی می باشد. اما احتمال این که در انواع دیگر بار گذاری تأثیر زاویه تقویت کننده-های مایل بیشتر باشد، وجود دارد.

۲. با افزایش شاخص کسر حجمی ظرفیت تحمل بار مکانیکی و حرارتی پنل افزایش مییابد. ۳. همواره طی فرآیندهای ساخت یک سازه نقصهای هندسی اولیه در آن بهوجود میآید. ظرفیت تحمل بار مکانیکی و حرارتی پنل بدون نقص از پنل با نقص هندسی اولیه بیشتر است و هرچه اندازه نقص افزایش یابد ظرفیت تحمل بار کاهش مییابد. ۴. ظرفیت تحمل بار در پنل با بستر الاستیک از پنل بدون بستر الاستیک بیشتر است. همچنین تأثیر مثبت بستر الاستیک پسترناک بر پس کمانش پنل بیشتر از بستر الاستیک وینکلر می باشد.

۵. ظرفیت تحمل بار پنل با خواص مستقل از دما بیشتر از پنل با خواص وابسته به دما میباشد. با این وجود در نظر گرفتن خواص وابسته به دما برای پنل سبب دستیابی به تحلیل رفتار آن با شرایطی نزدیکتر به واقعیت میگردد. همچنین افزایش دما سبب کاهش مقاومت در برابر بار کمانشی میشود. ۶. وجود گرادیان دما در ضخامت پنل سبب ایجاد خیز کمتر و رفتار پس کمانش پایدارتر در پنل میشود. همچنین توزیع دمای خطی نیز سبب ایجاد رفتار پس کمانش پایدارتر نسبت به توزیع دمای یکنواخت

۷. هرچه ضخامت پنل بیشتر باشد، یا به عبارتی نسبت (*b/h)* بزرگتر باشد ظرفیت تحمل بار افزایش می یابد. با افزایش نسبت طول کمان به شعاع انحنا (*b/R)*، مییابد. با افزایش نسبت طول کمان به شعاع انحنا (*b/k)*، مقاومت پنل در برابر بار کمانشی افزایش مییابد.

۸. با ثابت کردن لبههای پنل میتوان مقاومت آن را نسبت به بار کمانشی افزایش داد.

۹. افزایش درصد رطوبت سبب کاهش ظرفیت تحمل بارهای هیگروترمال و هیگروترمومکانیکی پنل می گردد.

۵-۳ پیشنهادهایی برای ادامه کار

با توجه به اهمیت این بحث و کاربرد آن در صنایع مکانیک و هوافضا نیاز به کارهای بیشتر در این زمینه امری ضروری به نظر میرسد. بنابراین موضوعات زیر برای ادامه کار پیشنهاد می گردند: ۱. بررسی پس کمانش پنل استوانهای با روش های حل عددی و مقایسه نتایج با حل حاضر ۲. بررسی پس کمانش ترمومکانیکی پنل های کروی ۴. بررسی پسکمانش پنل استوانهای با تئوریهای برشی

۵. بررسی پس کمانش پنلهای سوراخدار با روشهای عددی و تحلیلی

پيوست

باتوجه به این که رابطه خیز حدس زده شده به صورت زیر می باشد:

$$w(x, y) = W \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \tag{1-1}$$

بنابراین حل معادله (۳-۹) حاصل انتگرال دوگانه زیر میباشد:

$$\int_{0}^{b} \int_{0}^{a} \left((9 - 7) \operatorname{sin} \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \, dx dy \right)$$
 (1)

که از حل انتگرال (الف-۲)، رابطه (۳-۱۱) حاصل می شود.

[۱] حسنی سعدی م.؛ "مواد Functionally Graded Materials) FGM) و روش ساخت آن "، مجله فنی مهندسی ساخت و تولید، شماره ۴۵، ص ۲۸–۳۹، ۱۳۹۲.

- [2] https://www.nasa.gov/exploration/systems/sls/multimedia/AMRO-fabricating-corp-lining-up-panels-for-sls.html.
- [3] Slätte F., Jovanov K. Master's Thesis "Structural health monitoring for aerospace composite structures-an investigation of the potential using the finite element method", depart of appl mech, Chalmers university of technology, 2012.
- [4] Luan Y., PhD. Thesis, "Modeling structural acoustic properties of louspeaker cabinets", Elec. Eng. depart, Denmark technical university, 2011.
- [5] Soong T. C.; "Buckling of cylindrical shells with eccentric spiral-type stiffenrs", *AIAA. J.*, Vol. 7, No. 1, pp. 65-72, 1969.

[۶] ذاکری ج. ع.، بختیاری آ.، کسرایی ا.؛ "مقایسه عددی و آزمایشگاهی مقاومت جانبی تراورسهای بتنی و اصطکاکی"، *چهاردهمین همایش بین المللی حمل و نقل ریلی*، تهران، ۱۳۹۱.

- [7] Jones R. M.; Buckling of bars, plates and shells, Virginia: Bull ridge, 2006.
- [8] Shen H. S., Wang H.; "Thermal postbuckling of FGM cylindrical panels resting on elastic foundations", *Aero Sci. Technol*, Vol. 38, pp. 9-19, 2014.
- [9] Shen H. S., Wang H.; "Nonlinear bending of FGM cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments", *Eur. J. Mech. A/Solis*, Vol. 49, pp. 49-59, 2015.
- [10] Lee C. Y., Kim J. H.; "Thermal post-buckling and snap-through instabilities of FGM panels in hypersonic flows", *Aero Sci. Technol*, Vol. 30, pp. 175-182, 2013.
- [11] Alibeigloo A., Chen W. Q.; "Elasticity solution for an FGM cylindrical panel in-tegrated with piezoelectric layers", *Eur. J. Mech. A/Solids*, Vol. 29, pp. 714-723, 2010.
- [12] Tung H. V., Duc N. D.; "Nonlinear response of shear deformable FGM curved panels resting on elastic foundations subjected to mechanical an thermal loading conditions", *Appl. Math. Model*, Vol. 38, pp. 2848-2866, 2014.
- [13] Duc N. D., Tung H. V.; "Nonlinear response of pressure-loaded functionally graded cylindrical panels with temperature effects", *Compos. Struct*, Vol. 92, pp. 1664-1672, 2010.
- [14] Agham M. M., Shahmansouri N., Bigeli K.; "Bending analysis of moderately thick functionally graded conical panels", *Compos. Struct*, Vol. 93, pp. 1376-1384, 2011.
- [15] Aghdam M. M., Bigdeli K., Shahmansouri N.; "A semi-analytical solution for bending of moderately thick curved functionally graded panels", *Mech. Adv. Mater. Struct*, Vol. 17, pp. 320-327, 2010.

- [16] Bich D. H., Phuong N. T., Tung H. V.; "Buckling of functionally graded panels under mechanical loads", *Compos. Struct*, Vol. 94, pp. 1379-1384, 2012.
- [17] Sohn K. J., Kim J. H.; "Structural stability of functionally graded panels subjected to aerothermal loads", *Compos. Struct*, Vol. 82, pp. 317-325, 2008.
- [18] Yang J., Liew K. M., Wu Y. F., Kitipornchai S.; "Thermo-mechanical post-buckling of FGM cylindrical panels with temperatur-depenent properties", *Int. J. Solis Struct*, Vol. 43, pp. 307-324, 2006.
- [19] Tung H. V.; "Postbuckling behavior of functionally graded cylindrical panels with tangential edge constraints and resting on elastic foundations", *Compos. Struct*, Vol. 100, pp. 532-541, 2013.
- [20] Duc N. D., Quan T. Q.; "Nonlinear response of imperfect eccentrically stiffened FGM cylindrical panels on elastic foundation subjected to mechanical loads", *Eur. J. Mech. A/Solids*, Vol. 46, pp. 60-71, 2014.
- [21] Duc N. D., Tuan N. D., Quan T. Q., Quyen N. V., Anh T. V.; "Nonlinear mechanical, thermal and thermo-mechanical postbuckling of imperfect eccentrically stiffened thin FGM cylinrical panels on elastic foundations", *Thin Wall Struct*, Vol. 96, pp. 155-168, 2015.
- [22] Dung D. V., Hoa L. K.; "Nonlinear buckling and post-buckling analysis of eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical shells under external pressure", *Thin Wall Struct*, Vol. 63, pp. 117-124, 2013.
- [23] Shen H. S.; "Postbuckling analysis of pressure-loaded functionally graded cylindrical shells in thermal environments", *Eng Struct*, Vol. 25, pp. 487-497, 2003.
- [24] Huang H., Han Q.; "Nonlinear elastic buckling an postbuckling of axially compressed functionally graded cylindrical shells", *Int. J. Mech. Sci*, Vol. 51, pp. 500-507, 2009.
- [25] Huang H., Han Q.; "Buckling of imperfect functionally graded cylindrical shells under axial compression", *Eur. J. Mech. A/Solids*, Vol. 27, pp. 1026-1036, 2008.
- [26] Huang H., Han Q.; "Nonlinear buckling and postbuckling of heated functionally graded cylindrical shells under combined axial compression and radial pressure", *Int. J. Non-Linear Mech*, Vol. 44, pp. 209-218, 2009.
- [27] Huang H., Han Q.; "Research on nonlinear postbuckling of FGM cylindrical shells under radial loads", *Compos. Struct*, Vol. 92, pp. 1352-1357, 2010.
- [28] Shen H. S.; "Torsional buckling and postbuckling of FGM cylindrical shells in thermal environments", *Int. J. Non-Linear Mech*, Vol. 44, pp. 644-657, 2009.
- [29] Sofiyev A. H.; "Influence of the initial imperfection on the non-linear buckling response of FGM truncated conical shells", *Int. J. Mech. Sci*, Vol. 53, pp. 753-761, 2011.
- [30] Zozulya V. V., Zhang C.; "A high order theory for functionally graded axisymmetric cylindrical shells", *Int. J. Mech. Sci*, Vol. 60, pp. 12-22, 2012.

- [31] Shen H. S.; "Postbuckling of shear deformable FGM cylindrical shells surrounded by an elastic medium", *Int. J. Mech. Sci*, Vol. 51, pp. 372-383, 2009.
- [32] Najafizadeh M. M., Hasani A., Khazaeinejad P.; "Mechanical stability of functionally graded stiffened cylindrical shells", *Appl. Math. Model*, Vol. 33, pp. 1151-1157, 2009.
- [33] Dung D. V., Hoa L. K.; "Nonlinear torsional buckling and postbuckling of eccentrically stiffened FGM cylindrical shells in thermal environment", *Compos. Part B*, Vol. 69, pp. 378-388, 2015.
- [34] Bich D. H., Dung D. V., Nam V. H., Phuong N. T.; "Nonlinear static and dynamic buckling analysis of imperfect eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical thin shells uner axial compression", *Int. J. Mech. Sci*, Vol. 74, pp. 190-200, 2013.
- [35] Duc N. D., Cong P. H.; "Nonlinear postbuckling of an eccentrically stiffened thin FGM plate resting on elastic foundation in thermal environments"; *Thin Wall Struct*, Vol. 75, pp. 103-112, 2014.
- [36] Duc N. D., Thang P. T.; "Nonlinear buckling of imperfect eccentrically stiffened metalceramic-metal S-FGM thin circular cylindrical shells with temperature-depenent properties in thermal environments", *Int. J. Mech. Sci*, Vol. 81, pp. 17-25, 2014.
- [37] Dung D. V., Dong D. T.; "Post-buckling analysis of functionally graded doubly curved shallow shells reinforced by FGM stiffeners with temperature-depenent material and stiffener properties based on TSDT", *Mech. Res. Commun. Part A*, Vol. 78, pp. 28-41, 2016.
- [38] Yen S. W.; "Buckling of cylindrical shells with spiral stiffeners under uniform compression and torsion", *Comput. Struct*, Vol. 11, pp. 587-595, 1979.
- [39] Shaterzadeh A., Foroutan K.; "Post-buckling of cylindrical shells with spiral stiffeners under elastic foundation", *Struct. Eng. Mech*, Vol. 60, No. 4, pp. 615-631, 2016.
- [40] Zenkour A. M.; "Hygro-thermo-mechanical effects on FGM plates resting on elastic foundations", *Compos Struct*, vol. 93, pp. 234-238, 2010.
- [41] Zenkour A. M.; "Exact solution of thermal stress problem of an inhomogeneous hygrothermal piezoelectric hollow cylinder", *Appl. Math. Model*, Vol. 38, pp. 6133-6143, 2014.
- [42] Shen H. S.; "Hygrothermal effects on the postbuckling of axially loaded shear deformable laminated cylindrical panels", *Compos Struc*, Vol. 56, pp. 73-85, 2007.
- [43] Ugural A. C.; Stresses in plates and shells, New York: McGraw-Hill, 1981.
- [44] Brush D. D., Almorth B. O.; Buckling of bars, plates and shells, Mc. Graw-Hill, 1975.
- [45] Reddy J. N.; Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and analysis, Boca Raton: CRC Press, 2004.
- [46] Amabili M.; Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and Plates, New York: Cambridge University Press, 2008.

- [47] Sheinman I., Jabareen M.; "Postbuckling of laminated cylindrical shells in different formulations", *AIAA. j*, Vol. 43, No. 5, pp. 1117-1123, 2005.
- [48] Nguyen T. K., Nguyen B. D., Vo T. P., Thai H. T.; "Hygro-thermal effects on vibration and thermal buckling behaviours of functionally graded beams", *Compos Struct*, Vol. 176, pp. 1050-1060, 2017.
- [49] Shen H. S., ASCE M., Leung A. Y. T.; "Postbuckling of pressure-loaded functionally graded cylindrical panels in thermal environments", *J. Eng. Mech*, Vol. 129, pp. 414-425, 2003.

Abstract

The eccentrically stiffened cylindrical panels are extremely used in aerospace and mechanics industries. Careful and numerical analysis of eccentrically stiffened panels in the industry is a major step forward in the design of these structures. This thesis presents an analytical approach to investigate the nonlinear buckling analysis of eccentrically stiffened thin FG cylindrical panels with spiral stiffeners on elastic foundations subjected to mechanical, thermal, thermo-mechanical and hygro-thermo-mechanical loads. The panel has the initial geometrical imperfection and the material properties are assumed to be temperature-dependent. The edges of eccentrically stiffened FG cylindrical panel are assumed to be simply supported and the elastic foundation is considered based on Winkler and Pasternak proposed model. Stiffeners are made of full metal and the present study is based on the Lekhnitsky smeared stiffeners technique. The strain-displacement relations are obtained according to the Von Karman-Donnell geometrical nonlinearity terms and the classical thin shell theory. The nonlinear static problem is solved by applying stress function and Galerkin method. The effects of stiffener's angel, geometrical parameters such as arc length to thickness of panel ratio and arc length to radii of curvature ratio, volume fraction index, initial geometrical imperfection, the stiffness of elastic foundation and moisture concentration on the postbuckling of FG panel for mentioned loadings are investigated. Also effects of temperature gradient through the thickness and effects of different boundary conditions are investigated for thermo-mechanical loading. At the end, suggestions are presented to continue the work.

Keywords: Eccentrically stiffened FG cylindrical panel, nonlinear static analysis, postbuckling, spiral stiffeners, elastic foundation



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering

M.Sc. Thesis in Applied Mechanics Engineering

Nonlinear thermo-mechanical buckling analysis of eccentrically stiffened thin FG cylindrical panel on elastic foundations

By: Sara Karamian Dehkordi

Supervisor:

Dr. Alireza Shaterzadeh

January 2018