

سَلَامٌ عَلَيْكَ يَا خَلِيلَ



دانشکده مهندسی مکانیک

رشته مکانیک گرایش طراحی کاربردی

پایان نامه کارشناسی ارشد

تحلیل و کنترل پرش در حرکت پانتوگراف سه درجه آزادی غیرخطی روی تیر غیرخطی

نگارنده: سوسن یوسفی

استاد راهنما

دکتر حبیب احمدی

استاد مشاور

دکتر اردشیر کرمی محمدی

شهریور ۹۵



شماره:

تاریخ:

باسمه تعالی

ویرایش:

مدیریت تحصیلات تکمیلی

دانشکده : مهندسی مکانیک

گروه : طراحی کاربردی

پایان نامه کارشناسی ارشد خانم سوسن یوسفی به شماره دانشجویی: ۹۲۴۱۲۲۴

تحت عنوان: تحلیل و کنترل پرش در حرکت پانتوگراف سه درجه آزادی غیرخطی روی تیر غیرخطی

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :

شکر و سپاس بی کران پروردگار یکتا را که بزرگترین امید و یاور در محطه محطه زندگیست.

باد و دفر اوان به روح پر فتوح پدر بزرگوارم

تقدیم به

مادر عزیزم

به پاس تعبیر عظیم و انسانی اش از کلمه اثار و از خودگذشتگی

به پاس عاطفه ی سرشار

به پاس قلب بزرگش

و به پاس محبت بی دریغش که هرگز فروکش نمی کند.

و تقدیم به همسرم

که سایه مهربانش سایه ساز زندگیم می باشد، او که اسوه صبر و تحمل بوده و مشکلات مسیر را برایم تسهیل نمود.

تشکر و قدردانی

سپاس بی پایان خود را به استاد فرزانه و دلسوز، جناب آقای دکتر حبیب احمدی، که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از پیچ کُلی در این عرصه بر من دریغ ننمودند ابراز می‌نمایم و بر خود واجب می‌دانم در تمام دوران حیاتم خود را مدیون زحمات و دلسوزی هایشان بدانم.

تعهد نامه

اینجانب سوسن یوسفی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مکانیک دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه تحلیل و کنترل پرش در حرکت پانتوگراف سه درجه آزادی غیرخطی روی تیر غیرخطی تحت راهنمایی دکتر حبیب احمدی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا یافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده:

در این پایان‌نامه، معادلات حرکت برای تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی براساس اصل همیلتون برحسب منته‌های تنش استخراج می‌شود. با استفاده از منته‌ها، معادلات خطی و غیرخطی برای دو حالت تماس و جدایش تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی به‌دست می‌آید. بعد از بی‌بعد کردن معادلات، متغیرها با استفاده از روش گالرکین جدا شده و معادلات زمانی با روش رانگ کوتا مرتبه ۴ حل می‌گردد. تحلیل خطی و غیرخطی برای تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی صورت گرفته و نتایج با هم مقایسه می‌شوند و اثر پارامترهای تأثیرگذار (سرعت، کشش طولی تیر، ضریب فنر سوم پانتوگراف) بر آن‌ها بررسی می‌شود. کنترلر فیدبک خطی‌ساز به سیستم سه درجه آزادی اعمال می‌گردد تا مقدار جدایش کاهش داده شود و به حداقل مقدارش برسد. سپس پانتوگراف را به‌صورت سیستم یک درجه آزادی (جرم، فنر خطی و دمپر خطی) در نظر گرفته و کنترلر به پانتوگراف اعمال می‌گردد و نتایج مورد بررسی، نشان می‌دهد که با استفاده از کنترلر فیدبک خطی‌ساز جدایش به صورت قابل توجهی کاهش می‌یابد.

کلمات کلیدی:

ارتعاشات تیر، جرم و فنر و دمپر محرک، تماس دینامیکی، روش گالرکین

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول: تاریخچه و مرور مقالات.....	۱
۱-۱- مقدمه.....	۲
۲-۱- پانتوگراف.....	۲
۳-۱- روش‌های برق‌رسانی به قطار.....	۳
۱-۳-۱- شبکه بالاسری.....	۳
۱-۱-۳-۱- مزایای شبکه بالاسری.....	۴
۲-۱-۳-۱- معایب شبکه بالاسری.....	۴
۲-۳-۱- ریل سوم.....	۴
۱-۲-۳-۱- مزایای ریل سوم.....	۴
۲-۲-۳-۱- معایب ریل سوم.....	۴
۴-۱- تجهیزات شبکه بالاسری.....	۵
۵-۱- ضوابط انتخاب روش‌های برق‌رسانی.....	۶
۶-۱- مقایسه بین روش‌های برق‌رسانی.....	۶
۷-۱- مروری بر مقاله‌های انجام شده.....	۸
۸-۱- جمع‌بندی.....	۱۷
فصل دوم: استخراج معادلات حرکت.....	۱۹
۱-۲- مقدمه.....	۲۰
۲-۲- تعریف مسأله.....	۲۰
۳-۲- محاسبه انرژی پتانسیل.....	۲۲
۴-۲- محاسبه انرژی جنبشی.....	۲۴
۵-۲- کار نیروهای خارجی.....	۲۴
۶-۲- تعیین معادلات حرکت با استفاده از اصل همپلتون.....	۲۴
۷-۲- قید تماس دینامیکی.....	۲۵
۸-۲- جمع‌بندی.....	۲۷
فصل سوم: معادلات خطی و حل.....	۲۹
۱-۳- مقدمه.....	۳۰

۳۰	۲-۳- معادلات حرکت خطی.....
۳۱	۳-۳- بی‌بعدسازی.....
۳۳	۴-۳- روش گالرکین.....
۳۶	۵-۳- تابع گالرکین.....
۳۶	۶-۳- حل معادلات معمولی.....
۳۸	۷-۳- جمع‌بندی.....
۳۹	فصل چهارم: معادلات غیرخطی و حل آن‌ها.....
۴۰	۱-۴- مقدمه.....
۴۰	۲-۴- معادلات حرکت غیرخطی.....
۴۱	۳-۴- معادلات بی‌بعد غیرخطی.....
۴۲	۴-۴- روش گالرکین.....
۴۵	۵-۴- حل معادلات معمولی.....
۴۶	۶-۴- جمع‌بندی.....
۴۷	فصل پنجم: شبیه‌سازی و نتایج.....
۴۸	۱-۵- مقدمه.....
۴۸	۲-۵- داده‌ها و اطلاعات.....
۴۹	۱-۳-۵- تحلیل خطی.....
۵۱	۱-۱-۳-۵- تأثیر متغیرها بر حل مسأله تماس دینامیکی خطی.....
۵۱	۱-۱-۳-۵- تغییرات سرعت.....
۵۴	۲-۱-۳-۵- تغییرات کشش طولی تیر.....
۵۶	۳-۱-۳-۵- تغییرات ضریب فنریت سوم پانتوگراف.....
۵۹	۲-۳-۵- تحلیل غیرخطی.....
۶۰	۱-۲-۳-۵- تأثیر متغیرها بر حل مسأله تماس دینامیکی غیرخطی.....
۶۰	۱-۱-۲-۳-۵- تغییرات سرعت.....
۶۳	۲-۱-۲-۳-۵- تغییرات کشش طولی تیر.....
۶۴	۳-۱-۲-۳-۵- تغییرات ضریب فنریت سوم پانتوگراف.....
۶۶	۳-۳-۵- مقایسه تحلیل خطی با غیرخطی.....
۶۸	۴-۵- جمع‌بندی.....
۶۹	فصل ششم: اعمال کنترلر.....
۷۰	۱-۶- مقدمه.....

۶-۲-معادلات کنترلر فیدبک خطی ساز	۷۲
۶-۳-تحلیل اثر کنترلر فیدبک خطی ساز	۷۱
۶-۴-تحلیل اثر کنترلر فیدبک خطی ساز بر روی سیستم یک درجه آزادی	۷۳
۶-۴-۱- پانتوگراف یک درجه آزادی بدون کنترلر	۷۳
۶-۴-۲- پانتوگراف یک درجه آزادی با اعمال کنترلر	۷۵
۶-۵- جمع بندی	۷۷
فصل هفتم: نتایج و پیشنهادها	۷۹
۷-۱- مقدمه	۸۰
۷-۲- نتیجه گیری	۸۰
۷-۳- پیشنهادها	۸۱
منابع	۸۳

فهرست شکل‌ها

- شکل (۱-۱) یک نوع زنجیره ساده از خطوط تماس بالاسری راه‌آهن ۲
- شکل (۲-۱) پانتوگراف ۳
- شکل (۳-۱) الف) پانتوگراف در شبکه بالاسری ب) ریل سوم ۳
- شکل (۴-۱) قوس الکتریکی ۷
- شکل (۱-۲) مدل‌سازی مسأله تماس دینامیکی ۲۱
- شکل (۱-۵) مقدار خیز بی‌بعد تیر خطی و سیستم سه درجه آزادی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۰
- شکل (۲-۵) مقدار جدایش بی‌بعد تیر خطی و سیستم سه درجه آزادی بر حسب زمان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۰
- شکل (۳-۵) مقدار نیروی تماسی بی‌بعد بین تیر خطی و سیستم سه درجه آزادی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۱
- شکل (۴-۵) اثر تغییرات سرعت بر روی خیز تیر خطی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۲
- شکل (۵-۵) اثر تغییرات سرعت بر مقدار نیروی تماسی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۳
- شکل (۶-۵) اثر تغییرات سرعت بر مقدار جدایش بی‌بعد تیر خطی در حال کشش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۳
- شکل (۷-۵) اثر تغییرات کشش طولی تیر بر روی مقدار خیز تیر خطی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۵
- شکل (۸-۵) اثر تغییرات کشش طولی تیر بر مقدار نیروی تماسی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۵
- شکل (۹-۵) اثر تغییرات کشش طولی تیر بر مقدار جدایش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۶
- شکل (۱۰-۵) اثر تغییرات ضریب فنر سوم بر روی مقدار خیز تیر بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۷
- شکل (۱۱-۵) اثر تغییرات ضریب فنر سوم پانتوگراف بر روی مقدار نیروی تماسی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۸
- شکل (۱۲-۵) اثر تغییرات ضریب فنر سوم پانتوگراف بر مقدار جدایش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۸
- شکل (۱۳-۵) مقدار خیز بی‌بعد تیر غیرخطی و سیستم سه درجه آزادی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده ۵۹
- شکل (۱۴-۵) مقدار نیروی تماسی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده بین تیر غیرخطی و سیستم سه درجه آزادی ۶۰

- شکل (۵-۱۵) اثر تغییرات سرعت بر روی خیز بی‌بعد تیر غیرخطی در حال کشش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۶۱
- شکل (۵-۱۶) اثر تغییرات سرعت بر روی نیروی تماسی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۶۲
- شکل (۵-۱۷) اثر تغییرات سرعت بر روی مقدار جدایش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۶۲
- شکل (۵-۱۸) اثر تغییرات کشش طولی تیر غیرخطی بر روی خیز بی‌بعد تیر بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۶۳
- شکل (۵-۱۹) اثر تغییرات کشش طولی تیر بر روی مقدار نیروی تماسی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۶۴
- شکل (۵-۲۰) اثر تغییرات ضریب فنر سوم پانتوگراف بر روی مقدار خیز بی‌بعد تیر غیرخطی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۶۵
- شکل (۵-۲۱) اثر تغییرات ضریب فنر سوم پانتوگراف بر روی مقدار نیروی تماسی بی‌بعد تیر غیرخطی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۶۵
- شکل (۵-۲۲) مقایسه خیز تیر خطی و غیرخطی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۶۶
- شکل (۵-۲۳) مقایسه نیروی تماسی تیر خطی و غیرخطی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۶۷
- شکل (۵-۲۴) مقایسه مقدار جدایش بین پانتوگراف و تیر در حال کشش خطی و غیرخطی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۶۷
- شکل (۶-۱) اثر کنترل فیدبک خطی‌ساز بر روی خیز تیر خطی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۷۲
- شکل (۶-۲) اثر کنترلر فیدبک خطی‌ساز بر روی مقدار نیروی تماسی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۷۲
- شکل (۶-۳) اثر کنترلر فیدبک خطی‌ساز بر مقدار جدایش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۷۳
- شکل (۶-۴) مقدار خیز تیر خطی و مقدار خیز سیستم یک درجه آزادی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۷۴
- شکل (۶-۵) مقدار نیروی تماسی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۷۴
- شکل (۶-۶) مقدار جدایش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده..... ۷۵
- شکل (۶-۷) مقدار خیز تیر خطی بی‌بعد و خیز پانتوگراف یک درجه آزادی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده با اعمال کنترلر..... ۷۵
- شکل (۶-۸) مقدار نیروی تماسی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده با اعمال کنترلر..... ۷۶
- شکل (۶-۹) مقدار جدایش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده با اعمال کنترلر..... ۷۶

فهرست جدول‌ها

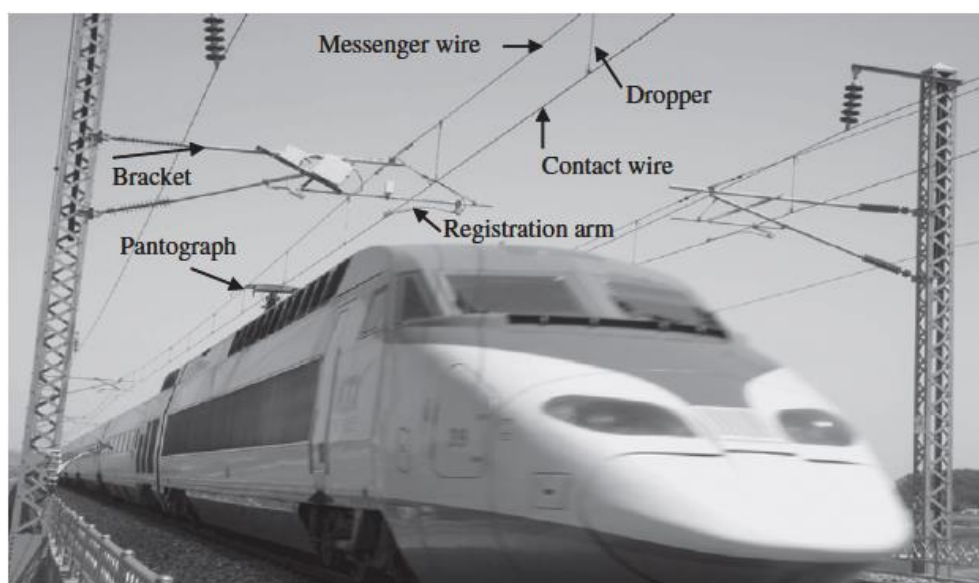
جدول (۱-۵) داده‌های تیر و سیستم سه درجه آزادی.....	۴۸
جدول (۲-۵) مقادیر تقریبی بی‌بعد.....	۴۹
جدول (۳-۵) تغییرات سرعت در حالت خطی.....	۵۲
جدول (۴-۵) تغییرات کشش طولی تیر.....	۵۴
جدول (۵-۵) تغییرات ضریب فنریت سوم پانتوگراف.....	۵۷
جدول (۶-۵) تغییرات سرعت در حالت غیرخطی.....	۶۱

فصل اول

تاریخچه و مرور مقالات

۱-۱-مقدمه

امروزه توسعه و پیشرفت راه آهن بدون استفاده از قطارهای مسافربری سریع و پر قدرت میسر نیست. نیاز آینده و بهره برداران، حمل و نقل بین شهری را به استفاده از قطارهای برقی رهنمون می- سازد که با محدودیت های فنی کمتر قابلیت کار در شرایط سخت تر را دارند. از طرف دیگر توجه روزافزون به کاهش آلودگی هوای شهرهای بزرگ و پرتراфик مسئولین حمل و نقل شهری را به استفاده از سیستم های شهری برقی و مترو تشویق می سازد. قطارهای مسافربری، برق مورد نیازشان را از سیم های کابل می گیرند. سیستم برق رسانی قطار برقی باید قدرت حرکت یک قطار را فراهم سازد و این قدرت باید از پانتوگراف به لکوموتیو تحویل داده شود.



شکل (۱-۱) یک نوع زنجیره ساده از خطوط تماس بالاسری راه آهن

۱-۲-پانتوگراف

پانتوگراف دستگاهی است که بر روی سقف قطارهای برقی، ترامواها و متروها نصب می شوند و برق مورد نیاز را از سیم جمع می کند. انرژی الکتریکی به وسیله پانتوگراف از شبکه بالاسری یا ریل سوم دریافت و به مصرف ترکشن موتورهای می رسد.



شکل (۱-۲) پانتوگراف

۱-۳-۲- روش‌های برق‌رسانی به قطار

۱. شبکه بالاسری

۲. ریل سوم



ب



الف

شکل (۱-۳) الف) پانتوگراف در شبکه بالاسری ب) ریل سوم

۱-۳-۱- شبکه بالاسری

در این روش به کمک شبکه‌ای که در بالای سر قطار ایجاد می‌شود، انرژی قطار تأمین

می‌شود.

۱-۳-۱-۱- مزایای شبکه بالاسری

- در پست‌ها تنظیم‌کننده‌ها لازم نیست زیاد حساس باشند.
- ساییدگی پانتوگراف نسبت به جاروبک در ریل سوم کمتر است.
- صدا در شبکه بالاسری نسبت به ریل سوم کمتر است.
- برای تعمیرات ریل نیاز به قطع کردن برق نیست.
- خطرات جانی برای افرادی که از روی ریل حرکت می‌کنند بسیار کم است.

۱-۳-۱-۲- معایب شبکه بالاسری

- دشواری در تنظیمات اولیه شبکه
- دشواری در ترمیم شبکه بعد از سوانح
- خطرات رعد و برق و شاخ و برگ درختان محیط‌های باز

۱-۳-۲- ریل سوم

در این روش به کمک یک ریل هادی که در کنار دو ریل دیگر نصب می‌شود، انرژی قطار تأمین می‌شود.

۱-۳-۲-۱- مزایای ریل سوم

- نصب شدن در قطعات کوچک با بهترین فاصله جدا کننده
- استفاده از برق متناوب محلی در شهر برای پست‌های حمل و نقل
- ساده بودن سیستم

۱-۳-۲-۲- معایب ریل سوم

- برای حفاظت بیشتر باید در مسیرهای مستقیم استفاده شود.
- پیچیدگی در نصب کلیدها

- خطر برق گرفتگی برای پرسنلی که روی خط حرکت می کنند و برای حفاظت پرسنل لازم است از روکش های عایق استفاده شود.
- چون سطح جریان در این سیستم بالاست، در ابتدای راه اندازی، قطار جریان زیادی طلب می کند و بار زیاد است و در جریان کم ممکن است بعضی اوقات اتصال کوتاه رخ دهد.
- تنظیمات زیاد و حساس کلیدها در پست

۱-۴- تجهیزات شبکه بالاسری

۱. پایه های نصب تجهیزات؛ پایه های شبکه بالاسری با توجه به محلی که قرار می گیرند، دارای انواع مختلفی است.
۲. سیم حمال؛ وظیفه اصلی آن نگهداشتن سیم اتصال جهت جلوگیری از هرگونه افتادگی می باشد.
۳. سیم اتصال؛ وظیفه آن انتقال انرژی الکتریکی به پانتوگراف قطار است.
۴. سیم تار؛ وظیفه آن نگهداشتن سیم اتصال با کمک گرفتن سیم حمال می باشد.
۵. عایق ها یا ایزولاتورها؛ این عایق ها دو وظیفه دارند:
الف- تحمل وزن سیم های حمال
ب- عایق کردن این سیم ها
۶. پست های مختلف؛ برای بستن سیم حمال بر روی بازوها و بستن آنها به وزنه ها مورد استفاده قرار می گیرند.
۷. کلیدها؛ در شبکه بالاسری دو نوع کلید وجود دارد:
الف- کلیدهای فیدری: برق پست کشش را به شبکه بالاسری منتقل می کند.
ب- کلیدهای سکسیونری: وظیفه اتصال با پارالل کردن دو بلوک را به عهده دارد.
۸. برق گیرها؛ بر روی کلیدهای فیدری نصب می شود.

۹. وزنه‌ها؛ در ابتدا و انتهای بلوک برای صاف نگه داشتن سیم در مقابل انقباض و انبساط استفاده می‌گردد.

۱۰. چرخ وزنه‌ها؛ این چرخ‌ها واسطه بین سیم و وزنه می‌باشند و نسبت نیروی کشش سیم را تغییر می‌دهند.

۱۱. میل مهارها؛ به پایه‌های شبکه در ابتدا و انتهای بلوک، نیروی زیادی وارد می‌شود، برای مقابله با این نیرو باید آن‌ها را از طرف دیگر مهار کرد و این کار توسط میل مهارها صورت می‌گیرند.

۱-۵- ضوابط انتخاب روش‌های برق‌رسانی

برای خطوط جدید ریلی که ساخته می‌شوند، روش برق‌رسانی بیشتر وابسته به ناوگانی است که در آن خط حرکت می‌کنند. اگر مسیر حرکت ناوگان مستقیم نباشد از شبکه بالاسری و در خط‌هایی که کاملاً مستقیم هستند از ریل سوم می‌توان استفاده کرد و همچنین برای مسافت‌های طولانی از شبکه بالاسری استفاده می‌شود.

۱-۶- مقایسه بین روش‌های برق‌رسانی

- در توان‌های بالا استفاده از شبکه بالاسری مناسب نیست چون باعث سنگین شدن شبکه و قطور شدن پایه‌ها می‌شود و تنظیمات شبکه مشکل خواهد بود.
- ریل سوم در اتصال جاروبک به ریل، نسبت به شبکه بالاسری انعطاف کمتری دارد به همین دلیل در سرعت‌های بالا از ریل سوم نمی‌توان استفاده کرد.
- در شبکه بالاسری، پانتوگراف به علت زیگزآگ بودن شبکه، سایش کمتری دارد اما در ریل سوم به دلیل ثابت بودن محل جاروبک سایش در آن زیاد است و به همین دلیل جاروبک‌ها مداوم باید تعویض شوند؛ بنابراین هزینه نگهداری ریل سوم نسبت به شبکه بالاسری زیاد است.

- در شبکه بالاسری بیشتر سوانح مربوط به قطع شدن سیم بر اثر سایش و خوردگی است، تعمیر چنین سوانحی به ساعت‌ها وقت نیاز دارد به همین دلیل تعمیرات و نگهداری در شبکه بالاسری حساس‌تر است.

- هزینه احداث، نگهداری و تعمیرات ریل سوم کمتر از شبکه بالاسری می‌باشد.
- در خطوط ریلی که قوس آن‌ها کمتر است از ریل سوم نمی‌توان استفاده کرد.
- در محل سوزن‌ها و قوسی‌ها معمولاً سیستم ریل سوم دچار مشکل می‌شود و قطار با سرعت بسیار پایین در این نقاط باید حرکت کند.

- به علت این که ریل سوم در پایین و در مجاورت خطوط نصب می‌گردد، بروز حوادث طبیعی مانند سیل، آب‌گرفتگی، برف و باران، خطر برق‌گرفتگی را زیاد می‌کند و باعث از کار افتادن سیستم انتقال می‌شود؛ بنابراین بعد از هر آب‌گرفتگی حتماً کل ایزولاتورها باید نظافت شود.

- با خارج شدن قطار از ریل، اولین جایی که آسیب می‌بیند ریل سوم است و پس از این حادثه اتصال کوتاه شدید رخ می‌دهد و جرقه‌های شدید به وجود می‌آید که در اکثر موارد باعث آتش‌سوزی در قطار می‌شود در حالی که این موضوع در شبکه بالاسری وجود ندارد.

تماس بین شبکه بالاسری و پانتوگراف باید بدون وقفه برقرار باشد، زیرا فاصله هوایی موجب ایجاد قوس الکتریکی در میان شبکه بالاسری و پانتوگراف شده و ایجاد نقطه جوش در سیم تماس می‌شود؛ این نقطه جوش‌ها مانع لغزش پانتوگراف روی هادی می‌شود.



شکل (۱-۴) قوس الکتریکی

بنابراین پانتوگراف باید دائماً در تماس با شبکه بالاسری باشد تا انرژی مورد نیاز را به صورت یکنواخت تأمین کند، همچنین پانتوگراف باید کمترین ارتعاش را در حین حرکت داشته باشد و باید مقاومت آیرودینامیکی پایینی داشته باشد و سیم تماس را خراش ندهد.

۱-۷- مروری بر مقاله‌های انجام شده

مطالعه‌های زیادی در سطح جهان با موضوع تیر در حال کشش انعطاف‌پذیر یا بار مربوط به سامانه‌های راه‌آهن با سرعت‌های بالا انجام شده است.

در [۱] تیر اویلر برنولی در حال کشش را بدون در نظر گرفتن وزن تیر، که تحت حرکت جرم و فنر بوده بررسی کرده و ارتعاشات طولی را ناچیز دانسته و معادلات را خطی و با استفاده از اجزا محدود و چندجمله‌ای‌های لاگرانژ حل کردند و نیروی تماسی را محاسبه نمودند. ایشان به این نتیجه رسیدند که زمانی که سرعت جرم محرک از سرعت موج (۱۴۹.۹) بیشتر شود، مقدار نیروی تماسی بین تیر و جرم محرک نیز افزایش می‌یابد. نوسان نیروی تماسی به علت برخورد جرم محرک و موج منعکس شده، ممکن است سبب جدایی بین تیر و جرم محرک شود. زمانی که نسبت سرعت جرم محرک به سرعت موج در یک محدوده خاص باشد، جدایش نزدیک مرزهای تیر رخ می‌دهد. به منظور به دست آوردن شرایط امن تماس، افزایش کشش طولی و افزایش مقدار سختی سیستم جرم و فنر مطلوب می‌باشد. در [۲] معادلات گاورنر، برای یک پانتوگراف که به دانه‌های زنجیر تشبیه شده است را بررسی کرده‌اند و در حالت خطی و استاتیک معادلات آن‌ها را برای یک خیز بهینه با استفاده از اجزا محدود حل کرده‌اند. در تحلیل نشان داده‌اند که استفاده از خیز بهینه می‌تواند تغییرات نیروی تماسی، در محدوده سرعت‌های متوسط را کاهش دهد. طبق فرمول خیز بهینه مقدار خیز با افزایش سرعت قطار باید کاهش یابد. طبق نتایج المان محدود، با افزایش خیز بهینه، تغییرات نیروی تماسی باید افزایش یابد. بنابراین؛ استفاده از خیز بهینه به منظور کاهش تغییرات نیروی تماسی یک استراتژی مفید به نظر نمی‌رسد. آنالیز توسط المان محدود نشان می‌دهد که خیز بهینه در محدوده سرعت‌های

بالا کوچک‌تر از محدوده سرعت‌های متوسط است. در [۳] به دسته‌بندی پانتوگراف با توجه به نوع و کاربردشان پرداخته‌اند و به این نتیجه رسیده‌اند که مدل سه درجه آزادی غیرخطی، بیان دینامیکی از یک پانتوگراف نامتقارن را توسعه می‌دهد و مدل سه درجه آزادی اعتبار بیشتری نسبت به مدل دو درجه آزادی دارد. در [۴] معادلات را برای یک پانتوگراف که به دانه‌های زنجیر تشبیه شده، بررسی کرده و در حالت استاتیکی و دینامیکی معادلات آن‌ها را با استفاده از اجزا محدود حل کرده‌اند و نیروی تماسی بین جرم محرک و پانتوگراف را وقتی که سرعت جرم محرک 50 m/s و 100 m/s است، به‌دست آورده‌اند. در [۵] آنالیز نیروهای محوری بر تیر را برای زمانی که جرم محرک شروع به جدا شدن از آن می‌کند، بررسی کرده‌اند. ایشان جدایی بین جرم و تیر و اثرگذاری نیروی محوری را بر این مسئله بررسی کرده و معادلات گاورنر برای تیر در حال کشش را به‌دست آورده‌اند. ایشان به این نتیجه رسیده‌اند که جدایش جرم از تیر در حالت دو سر گیردار زمانی اتفاق می‌افتد که جرم خیلی کوچک و سرعت نسبتاً کم باشد و همچنین دریافت جدایی جرم از تیر برای این نمونه می‌تواند متوقف شود اگر نیروی محوری کششی عملکرد مناسبی داشته باشد. در [۶-۷] تیر در حال کشش با جرم محرک در زمینه سیستم‌های راه آهن با سرعت بالا مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله‌ها تیر اوپلر- برنولی در نظر گرفته شده و معادلات حاکم تیر در حال کشش به روش تفاضل محدود در [۶] و به روش اجزا محدود در [۷] بررسی شده است. در [۶] روش‌های عددی در این زمینه توسعه یافته است. در این مقاله پیشنهاد می‌شود که روش‌های عددی ممکن است برای مدل‌هایی که شامل اثرات الاستیک در فرکانس‌های بالا هستند، خیلی بهتر باشند. در [۷] سیستم دینامیکی پیچیده از پانتوگراف و زنجیره بیان می‌شود، تعامل دینامیکی پیچیده مانع از سرعت زیاد، سایش کمتر و ایمنی عملیاتی بالاتر می‌شود و نیز نویز را کاهش می‌دهد. فهم کامل از پدیده‌های فیزیکی، مدل‌سازی ریاضی دقیق و نیز شناسایی پارامترهای بحرانی برای آنالیز سیستم حاضر و نیز طراحی و بررسی مفاهیم جدید الزامی است. در [۸] روش ماتریس عملیاتی برنولی را برای حل معادلات پانتوگراف تعمیم یافته با ضرایب متغیر و شرایط اولیه را ارائه داده‌اند. خطای آنالیز از روش پیشنهادی نیز نشان داده شده

است. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که روش حاضر یک ابزار قدرتمند ریاضی برای یافتن راه‌حل عددی از یک معادله پانتوگراف تعمیم یافته است. اگرچه از این الگوریتم برای معادله پانتوگراف خطی استفاده شده است ولی نشان داده می‌شود که این الگوریتم می‌تواند برای حل معادلات تأخیر با ترم-های غیرخطی همچون معادلات ریکاتی استفاده شود. این الگوریتم برای معادلات پانتوگراف بسیار مؤثر و پایدار است. نتایج عددی ارائه شده، نشان دهنده دقت و صحت بالای الگوریتم می‌باشد. در [۹] یک ابزار کامپیوتری برای شبیه‌سازی تعامل دینامیکی پانتوگراف- زنجیره را آماده کرده‌اند و رفتار پانتوگراف را در حین فرایند انتقال انرژی مورد مطالعه قرار داده‌اند. این ابزار جدید شامل دو بخش است: یک محیط برای ورودی داده‌های گرافیکی توسط کاربر و دیگری مجموعه‌ای از الگوریتم‌های محاسباتی با عملکرد بالا. این ابزار تنها یک مطالعه علمی نیست، اما در حال حاضر در صنعت موجود مورد استفاده قرار می‌گیرد. شرکت راه‌آهن اسپانیایی و شرکت عمومی Adif از این ابزار برای طراحی خطوط راه‌آهن با سرعت‌های بالا استفاده می‌کنند. در [۱۰] عواملی همچون مسیر و شرایط محیطی را که کیفیت بالا بردن تماس پانتوگراف- زنجیره را تحت تأثیر قرار می‌دهند، مورد بررسی قرار داده‌اند. دو پانتوگراف بر روی قطار نصب می‌شود؛ نتایج نشان می‌دهد که پانتوگراف جلویی در قطار، در سرعت‌های بالاتر با پانتوگراف عقبی تداخل پیدا می‌کند. زمانی که پانتوگراف جلویی عبور می‌کند باعث تحریک سیم تماس بالاسری می‌شود و زمانی که پانتوگراف عقبی از آن عبور می‌کند، نیروی تماسی بالاتری به وجود می‌آید که باعث تخریب شرایط بر هم کنش می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که پانتوگراف عقبی مانع تماس در چندین آزمایش می‌شود. با چند بار جدایش پانتوگراف و زنجیره، برق قطع می‌شود و موجب قوس الکتریکی بین بازوی جمع کننده پانتوگراف و سیم تماس از زنجیره می‌شود که این حالت منجر به بدتر شدن شرایط عملکردی می‌شود. نیروی تماسی میانگین به موقعیت پانتوگراف‌ها (جلویی یا عقبی) یا به فاصله بین پانتوگراف‌ها در مجموعه قطارها بستگی ندارد. از سوی دیگر، دامنه تغییرات نیروهای تماسی و جدایش بین پانتوگراف بستگی به رفتار زنجیره بعد از عبور اولین پانتوگراف دارد. نیروی بار، تمایل به بالا بردن پانتوگراف دارد که نیروی تماسی را افزایش می‌-

دهد، افزایش نیروی تماسی باعث افزایش سایش محدوده تماس می‌شود؛ برعکس همین عمل، جدایش در پانتوگراف عقبی را کاهش می‌دهد. در [۱۱-۱۳] تیرهای در حال کشش با جرم در حال حرکت در سیستم‌های راه‌آهن با سرعت بالا را مورد بررسی قرار داده و معادلات حاکم بر تیرهای در حال کشش را مطرح کرده‌اند. در [۱۲] ویژگی‌های دینامیکی از سیستم زنجیره با استفاده از روش المان محدود تجزیه و تحلیل می‌شوند. به منظور داشتن پانتوگراف مناسب برای سیستم راه‌آهن با سرعت‌های بالا، محاسبه نیروی تماسی نقش بسیار مهمی در ویژگی‌های دینامیکی پانتوگراف دارد. پانتوگراف قسمت‌های زیادی دارد که می‌توانند با جرم، فنر و دمپر معادل، معادل‌سازی شوند. پانتوگراف به‌صورت سه درجه آزادی خطی (جرم، فنر و دمپر) مدل شده است و همچنین تیر در حال کشش، نیروی کششی و سختی خمشی دلخواهی دارد. در [۱۳] مدل‌های ریاضی و روش‌های عددی برای محاسبه تعادل استاتیکی و نوسانات دینامیکی از زنجیره راه‌آهن تجزیه و تحلیل شده است. برای محاسبه تعادل استاتیکی و حل تحلیلی، تیر یا نخ مورد استفاده قرار گرفته شده است. در [۱۴-۱۷] بسیاری از محققان از روش پنالتی برای حل مسائل تماس مانند پانتوگراف- زنجیره برای خطوط راه-آهن با سرعت بالا استفاده می‌کنند. در [۱۴] یک مدل ریاضی از تعامل پانتوگراف- زنجیره ارائه شده است. علاوه بر این، اهداف معمول از کیفیت جمع‌کننده جریان و ارزیابی طرح‌های مختلف پانتوگراف- زنجیره شناسایی می‌شود. مدل به‌طور خاص برای مطالعه شکل منظم و نامنظم سایش در سطح تماس در نظر گرفته می‌شود. برای این منظور، برخی از ویژگی‌های خاص مورد مطالعه قرار می‌گیرند تا محدوده فرکانس را تا ۱۰۰ هرتز بالا ببرند، همه این ویژگی‌ها مربوط به نمایش پانتوگراف هستند. معادلات با المان محدود حل شده است و اختلالات عددی را با در نظر گرفتن سیم تماس به-صورت گسسته کاهش می‌دهند. مدل را با داده‌های تجربی مقایسه کرده و اعتبار سنجی را انجام داده-اند و حل عددی با تجربی تطابق خوبی با هم داشته‌اند. همچنین در این مقاله، اثر سایش بر سیم تماس بررسی شده است. در [۱۵] حرکت یک سیم بالاسری قطار که با فاصله‌های یکسان توسط فنر آویزان شده، در پاسخ به حرکت قطار با سرعت ثابت تجزیه و تحلیل شده است. پانتوگراف دو درجه

آزادی با جرم و فنر و دمپر در نظر گرفته شده است. الاستیسیته و اینرسی پانتوگراف ناچیز در نظر گرفته شده است و یک حل ساده از جابه‌جایی سیم و پانتوگراف به‌دست آمده است. در [۱۶] شل شدن سیم آویزان شده بررسی شده است. شل شدن سیم آویزان شده، به‌طور قابل توجهی تحت تأثیر پاسخ سیم تماسی بالاسری از راه‌آهن، از حرکت پانتوگراف است. در این مقاله، نیروی داخلی سیم آویزان شده در هر مرحله از زمان به منظور نظارت بر شل شدن سیم محاسبه می‌شود. نیروهای داخلی شبیه‌سازی شده بر روی سیم آویزان به‌خوبی با نیروهای اندازه‌گیری شده در این زمینه تطابق داشته است. هنگامی که پانتوگراف از سیم آویزان شده عبور می‌کند دو محدودیت در آن نقطه رخ می‌دهد: یکی تماس بین پانتوگراف و سیم تماسی و دیگری شل شدن سیم آویزان شده است. در این حالت مشکلات عددی ممکن است ناشی از شبیه‌سازی پانتوگراف و سیم تماس بالاسری باشد اما فرمول‌بندی به روش این مقاله با مشکلات عددی مواجه نخواهد شد؛ حتی زمانی که پانتوگراف مستقیم از زیر سیم آویزان شده عبور کند و زمانی که فرکانس افزایش یابد، سرعت انتشار موج نیز افزایش پیدا خواهد کرد. در [۲۸-۱۸] تعامل دینامیکی بین پانتوگراف و زنجیره شبیه‌سازی شده است. شبیه‌سازی تعامل دینامیکی بین پانتوگراف و زنجیره، ابزار مفید در طراحی کارآمد سیستم‌های زنجیره‌ای است. با این ابزار طراحان می‌توانند برای مثال، اثر هندسی زنجیره یا اثر کابل در نیروی تماسی بین پانتوگراف- زنجیره را تجزیه و تحلیل کنند. یکی از عوامل مهم، شبیه‌سازی پانتوگراف- زنجیره است. یکی از ویژگی‌های مشترک بسیاری از مقالات این است که زنجیره را با کابل مدل کرده و با روش المان محدود حل می‌کنند و یا برخی دیگر از تیرهای اوپلر- برنولی و تیموشنکو برای مدل- سازی استفاده کرده‌اند. در [۱۸] مدل جرم مجموع برای نشان دادن پانتوگراف استفاده می‌شود و دو سطح دیگر، مدل‌سازی زنجیره را نشان می‌دهند. سطح اول شامل مدل تحلیلی تک بعدی است که برای تجزیه جابه‌جایی در سری سینوسی استفاده می‌شود. سطح دوم شامل مدل المان محدود سه بعدی است که برای خط بالاسری استفاده می‌شود. در [۱۹] تعامل پانتوگراف- زنجیره بررسی می‌شود و از روش ارائه شده برای شناسایی نقص استفاده شده است. توسط دو مدل عددی رفتار دینامیکی

پانتوگراف- زنجیره شبیه‌سازی شده است که شامل ساختار غیرخطی انعطاف‌پذیر همراه با یک سیستم مکانیکی محرک است. ابتدا مدل براساس تجزیه جابه‌جایی سری سینوسی ساده شده است. تنوع و پیچیدگی هندسه سیم بالاسری سه بعدی، نیازمند استفاده از روش المان محدود و استفاده از یک نرم‌افزار است که انعطاف‌پذیری بیشتری ارائه می‌کند. در این مقاله، برخی از راه‌حل‌ها که جدایش را کاهش می‌دهند و بر نتیجه نیروی تماسی اثر می‌گذارند، مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. اثر شرایط مخرب بر رفتار پانتوگراف- زنجیره مدل شده و مورد بررسی قرار گرفته است. هم‌چنین نقص عمده زنجیره مانند شل شدن سیم آویزان و نقص هندسی، در شبیه‌سازی مدل گنجانده شده است. در [۲۱] یک مدل نیرو، برای مدل کردن نیروی تماسی بین پانتوگراف و زنجیره که تماس و جدایش را شرح می‌دهد، به کار گرفته شده است. تجزیه و تحلیل با استفاده از دو کد مستقل در محیط شبیه-سازی انجام شده است. کد المان محدود خطی برای مدل و تجزیه و تحلیل رفتار زنجیره استفاده شده در حالی که کد چند جسمی برای توصیف دینامیک پانتوگراف استفاده می‌شود. در [۲۲] روش شبیه-سازی برای المان محدود، روش دینامیکی چند جسمی و ابزار محاسباتی در مرحله اجرا را برای تجزیه و تحلیل تعامل پانتوگراف- زنجیره ارائه می‌دهند. هدف از کاربرد آن شناسایی ویژگی‌های اصلی مدل پانتوگراف است که بر کیفیت تماس بالاسری و بالا بردن زنجیره تأثیر می‌گذارد. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که افزایش جرم سر پانتوگراف باعث افزایش خطا می‌شود، شرایط تماسی را وخیم‌تر می‌کند، پتانسیل را افزایش می‌دهد و نیروی تماسی را به حداقل مقدار خود می‌رساند. افزایش میزان سختی سر پانتوگراف، خطای نیروی تماسی را کاهش می‌دهد، باعث بهبود پایداری تماس می‌شود و پتانسیل را کاهش می‌دهد. افزایش دمپر پایینی پانتوگراف باعث کاهش خطای نیروی تماسی می‌شود و پتانسیل و جدایش را نیز کاهش می‌دهد. هدف از [۲۳] برجسته کردن تأثیر موده‌های تغییر شکل‌پذیر پانتوگراف با سرعت بالا بر روی کیفیت جمع‌کننده جریان است. این مطالعه با بررسی تجربی بر روی چند جمع‌کننده قطار با سرعت بالا به منظور تعیین پارامترهای مودال و پاسخ دینامیکی در ارتباط با ساختارشان انجام شده است. یک مقایسه با مدل‌سازی المان محدود برای محاسبه فرکانس-

های طبیعی و شکل مودها با مقدار اندازه‌گیری شده، انجام گرفته است. در نهایت، تأثیر مودهای تغییر شکل پذیر بر روی تعامل دینامیکی بین پانتوگراف و زنجیره تجزیه و تحلیل شده است. در [۲۴] اثر متقابل باد بر روی کیفیت تماس دینامیکی پانتوگراف- زنجیره را بررسی کرده‌اند. در این کار، تعامل دینامیکی پانتوگراف- زنجیره با توجه به ورودی خارجی برای مدل‌های پانتوگراف- زنجیره همانند نیروهای باد وارد شده بر سیستم، مورد مطالعه قرار می‌گیرد. هدف از مدل‌سازی و مطالعه، اثر نیروهای آیرودینامیکی بر رفتار تعامل دینامیکی پانتوگراف- زنجیره است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهند که نیروهای باد تمایل دارند تا پانتوگراف را بالا ببرند و نیروهای تماسی را افزایش دهند. همه اجزای سیستم برق‌رسانی بالاسری سهم بزرگی در افزایش نیروهای تماسی به‌علت نیروهای باد دارند. هم- چنین مشاهده گردید که محدوده تغییرات نیروهای تماس، در شرایطی که نیروهای باد وجود دارد بسیار گسترده‌تر از زمانی است که نیروهای باد وجود نداشته باشد. یک ارزیابی دقیق از نیروهای باد بر روی پانتوگراف- زنجیره مورد نیاز است تا شرایط جدایش و نیروهای تماسی را بهبود بخشد. توسط شبیه‌سازی در [۲۵] طرح جدید سیستم جمع‌آوری جریان ریل سوم بالاسری موجب بهبود رفتار دینامیکی نسبت به راه‌آهن‌های قبلی می‌شود. با اجرای این طرح می‌توان سرعت قطار را با افزایش فاصله تکیه‌گاه افزایش داد. نتیجه‌ای که از این کار به‌دست می‌آید باعث صرفه‌جویی در مواد و زمان نصب و راه‌اندازی می‌شود. در [۲۶] دو الگوریتم برای محاسبه جریان الکتریکی برای خطوط راه‌آهن ارائه داده شده است، در اولی؛ وزن دقیق حامل و در دومی؛ وزن یکنواخت توزیع شده در امتداد طول افقی در نظر گرفته شده است و شبیه‌سازی را برای هر دو حالت انجام داده‌اند. دومی در اجرا سریع‌تر از اولی می‌باشد. البته بهترین شرایط در پانتوگراف برای به‌دست آوردن انرژی الکتریکی از خطوط، زمانی است که سیم تماس با زمین موازی باشد. در [۲۷] یک روش برای تجزیه و تحلیل بین سیستم زنجیره و سیستم جمع‌کننده جریان پانتوگراف برای قطار با سرعت‌های بالا بررسی شده است. یک روش آنالیز دینامیکی، استفاده از مختصات گرهی مطلق به منظور توضیح پدیده تغییر شکل از سیستم زنجیره است. با استفاده از روش ارائه شده، خواص دینامیکی سیستم زنجیره می‌تواند تجزیه و

تحلیل شود. با استفاده از مدل دینامیکی چند جسمی می‌توان تنش دینامیکی در زنجیره را محاسبه کرد، اما در حالت واقعی برای قطارهای با سرعت بالا، چون جریان و ولتاژ در سیستم زیاد است، نمی‌توان تنش دینامیکی را اندازه‌گیری کرد. در [۲۸] عملکرد فرمول‌بندی براساس مختصات گرهی مطلق در مورد سازه‌های نازک و سفت مورد بررسی قرار گرفته است. در [۳۰] مدل‌های دینامیکی مختلفی برای تجزیه و تحلیل تماس تیر در حال کشش با یک نوسان‌ساز محرک ارائه شده است. بسته به این-که آیا تنش و کرنش مورد استفاده برای استخراج معادلات حرکت غیرخطی هستند یا نه، چهار مدل برای تجزیه و تحلیل تیر تغییر شکل‌پذیر و نیروی تماسی بین تیر و نوسان‌ساز محرک وجود دارد. در این مقاله، تفاوت در نیروهای تماسی و انحراف محاسبه شده با انواع مدل‌ها مورد بررسی قرار گرفته‌اند و به این نتیجه رسیده‌اند مدلی بهتر است که سرعت تیر در حال کشش و محرک در آن کاهش یابد و نسبت فرکانس طبیعی نوسان‌ساز به تیر افزایش یابد. در نتیجه، مدل غیرخطی به‌دست آمده با تنش و کرنش غیرخطی برای تجزیه و تحلیل دقیق مناسب است. در [۳۱] آنالیز دینامیکی غیرخطی از حرکت انتقالی تیر در حالت تکیه‌گاه دو سر ساده با توجه به برهم‌کنش بین تیر و تغییر شکل انعطاف‌پذیر ارائه شده است. با استفاده از اصل همپلتون معادلات ارتعاشات طولی و عرضی تیر تحت تئوری تغییر شکل محدود که غیرخطی هستند، به‌دست آورده می‌شود. از روش رانگ کوتا برای حل معادلات غیرخطی حاکم استفاده شده است. نتایج عددی، پاسخ بین تیر گسترش یافته و تغییر شکل انعطاف‌پذیر را توصیف می‌کنند. علاوه بر این، آنالیز عددی نشان می‌دهد که نتیجه پاسخ مجزا تحت تئوری تغییر شکل کوچک و تئوری تغییر شکل محدود متفاوت است و تحت تئوری تغییر شکل کوچک یک سرعت بحرانی وجود دارد. وقتی که سرعت بیشتر از سرعت بحرانی شود، سیستم به‌دلیل واگرایی یا لرزش ناپایدار می‌شود. با این حال، براساس تئوری تغییر شکل محدود، سیستم همیشه پایدار است. تجزیه و تحلیل نشان می‌دهد که با توجه به اثر حرکت محوری در تغییر شکل تیر، تئوری هندسی تیر غیرخطی باید مورد استفاده قرار گیرد حتی اگر خمش خیلی کوچک باشد. هم‌چنین در این مقاله، پاسخ بین ارتعاشات طولی و عرضی بررسی شده است. در [۳۴] پاسخ دینامیکی از نیروی

تماسی و جابه‌جایی برای تیر در حال کشش با یک نوسان‌ساز در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده تجزیه و تحلیل شده است. دو نوع مدل گیردار در این مقاله مطالعه شده است: مدل نرم و سخت. مدل نرم می‌تواند سختی محوری را زمانی که تکیه‌گاه گیردار در معرض نیروی کششی قرار می‌گیرد، داشته باشد. در حالی که مدل سخت می‌تواند سختی محوری را برای هر دو حالت نیروی کششی و فشاری داشته باشد. با استفاده از روش المان محدود و تعمیم روش انتگرال‌گیری، پاسخ دینامیکی از نیروی تماسی و جابه‌جایی جرم محرک محاسبه می‌شود و اثرات مدل تکیه‌گاه گیردار و پارامترهای سیستم بر روی پاسخ مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مقاله، به این نتیجه رسیده‌اند که تکیه‌گاه گیردار نرم برای کاهش نیروی تماسی دینامیکی بین تیر در حال کشش و نوسان‌ساز مفید است. این مقاله نشان می‌دهد که نیروی تماسی با مدل نرم که مقدار کوچک‌تر و نوسانات کم‌تر از مدل سخت دارد، محاسبه می‌شود. در [۳۶] سیستم‌های کنترل HIL را به چارچوب پانتوگراف اعمال کرده و از کنترل کننده PID برای پلنت استفاده کرده‌اند و از روش اجزا محدود معادلات را حل کرده‌اند. در [۳۷] مدل جدید برای پانتوگراف که آن را به دانه‌های زنجیر تشبیه کرده‌اند، پیشنهاد داده شده است و قابلیت استفاده از کنترل فازی تطبیقی برای پانتوگراف که به دانه‌های زنجیر تشبیه شده را نشان داده‌اند و نتایج را شبیه‌سازی کرده‌اند. شبیه‌سازی نشان می‌دهد کنترل فازی تطبیقی بهتر از PI و کنترل کننده منطق فازی است. در [۳۸] تکنیک‌های کنترل را شرح داده و دو کنترل کننده PID و FPD+I را به پانتوگراف که به دانه‌های زنجیر تشبیه کرده‌اند، اعمال نموده و شبیه‌سازی را برای هر دو انجام داده‌اند. نتایج به‌دست آمده برای هر دو کنترل کننده یکسان می‌باشد. در [۳۹] یک قانون کنترل LMI برای حفظ نیروی تماسی بین پانتوگراف که به دانه‌های زنجیر تشبیه شده، در موقعیت‌های عملکردی متفاوت را پیشنهاد داده‌اند.

۸-۱- جمع‌بندی

در این فصل، ابتدا دلیل استفاده از پانتوگراف تشریح داده شد. سپس در مورد پانتوگراف و روش‌های برق‌رسانی به قطار توضیح داده شد و مزایا و معایب هر روش بیان گردید. در قسمت بعد، ضوابط انتخاب روش‌های برق‌رسانی بیان و مقایسه‌ای بین روش‌ها انجام شد و در نهایت به مرور مقالات مرتبط با پایان‌نامه پرداخته شد. در ادامه این، در فصل دوم، تحقیق با استفاده از اصل همیلتون معادلات حرکت برای تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی براساس منته‌های تنش استخراج می‌گردد. نیروی تماسی توسط قید تماس برای حالت جدایش و تماس محاسبه می‌شود. در فصل سوم و چهارم به ترتیب معادلات خطی و غیرخطی حاکم بر مسأله به‌دست آمده و بعد از بی‌بعد کردن معادلات، متغیرهای مکان و زمان از هم جدا می‌شوند. تابع گالرکین به‌دست آمده شرایط مرزی هندسی و طبیعی مسأله را ارضا می‌نماید. در فصل پنجم، تحلیل خطی و غیرخطی انجام می‌شود و مقدار خیز، نیروی تماسی و مقدار جدایش مشاهده می‌شود و اثر سرعت، کشش طولی تیر و نسبت ضریب فنر سوم پانتوگراف بر رفتار مسأله تماس دینامیکی مشخص می‌شود و نهایتاً تحلیل خطی با غیرخطی مقایسه می‌شود. در فصل ششم، ابتدا کنترلر فیدبک خطی‌ساز به سیستم سه درجه آزادی در حالت خطی اعمال شده و نتایج مشاهده خواهد شد، سپس پانتوگراف به شکل یک درجه آزادی مدل گردیده و در حالت تیر خطی کنترلر فیدبک خطی‌ساز به پانتوگراف اعمال می‌گردد. نتیجه و پیشنهادها نیز در فصل هفتم بیان می‌گردد. با توجه به بررسی مقالات مرتبط با موضوع، مشخص می‌شود که در سیستم‌های پانتوگراف، بیش‌تر شبکه بالاسری را با کابل مدل کرده و آن را تحت حرکت جرم یا بار محرک مورد بررسی قرار داده‌اند. در تحقیقات اخیر این شبکه با استفاده از تیر اوپلر-برنولی مدل شده اما در حالت خطی، معادلات با استفاده از اجزا محدود و روش آلفا تایم حل شده‌اند؛ اما به دلیل این‌که فرم مستطیلی مقطع کابل، در انتقال انرژی الکتریکی از شبکه بالاسری به موتور با کیفیت بهتری عمل می‌کند، استفاده از مدل تیر اوپلر-برنولی که طول آن نسبت به سطح مقطع بزرگ‌تر است، برای سیستم‌های پانتوگراف در تحقیقات، مورد توجه قرار گرفته است. به طور خلاصه

می‌توان گفت، تحقیقات گذشته پانتوگراف را به صورت سیستم یک درجه آزادی با جرم و فنر خطی، شبیه سازی کرده‌اند. اما در این تحقیق، پانتوگراف به صورت سیستم سه درجه آزادی با جرم و دمپر و فنر غیرخطی مدل شده و تیر به صورت اویلر- برنولی غیرخطی در نظر گرفته شده است. معادلات حاکم از اصل همیلتون و نیوتن استخراج شده و به روش گالرکین حل و مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور کاهش فاصله هوایی و کاهش زمان جدایش بین شبکه بالاسری و پانتوگراف (کم کردن جدایش بین سیستم جرم و دمپر و فنر غیرخطی با شبکه بالاسری) یک سیستم کنترلی به مجموعه اضافه شده است. بنابراین نوآوری‌های مدنظر در این تحقیق به صورت زیر می‌باشد:

۱. مدل پانتوگراف در آنالیز تماسی به صورت سه درجه آزادی در نظر گرفته شده است.
۲. فنر بکار رفته در پانتوگراف در آنالیز تماسی برخلاف اکثر مقاله‌ها غیرخطی فرض شده است.
۳. جهت آنالیز تماسی دمپر به سیستم اضافه شده است.
۴. یک سیستم کنترلی به منظور کاهش فاصله هوایی و کاهش زمان جدایش بین شبکه بالاسری و پانتوگراف به سیستم اضافه شده است.

فصل دوم

استخراج معادلات حرکت

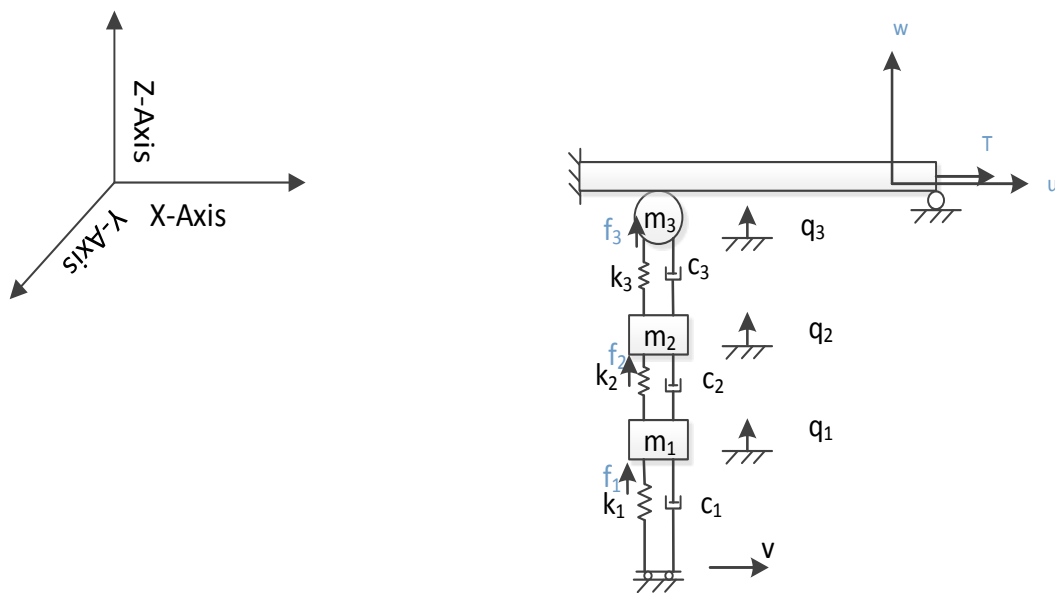
۲-۱- مقدمه

در ارتعاشات تیرها، معادلات حرکت و شرایط مرزی را می‌توان با قانون دوم نیوتن و یا اصل همیلتون تعیین کرد. در این فصل، معادلات حرکت با اصل همیلتون تعیین می‌شود و جابه‌جایی‌ها توسط تئوری اویلر برنولی به‌دست می‌آید. برای به‌دست آوردن معادلات حرکت فرض‌های زیر در نظر گرفته می‌شود.

- تیر همگن و همسانگرد است.
- جابه‌جایی‌ها نسبتاً بزرگ و رابطه‌های کرنش-جابه‌جایی غیرخطی هستند.
- ارتعاشات طولی تیر نسبت به ارتعاشات عرضی ناچیز در نظر گرفته می‌شود.
- از اتلاف تماس و ضربه در هنگام بازگشت جرم، فنر و دمپر صرف‌نظر می‌شود.
- سطح مقطع تیر نسبت به طول آن کوچک در نظر گرفته می‌شود.

۲-۲- تعریف مسأله

در شکل (۱-۲) تیر در حال کشش تحت سیستم سه درجه آزادی (جرم، فنر غیرخطی و دمپر) نشان داده شده است که طول تیر L ، مساحت جانبی A ، مدول الاستیسیته E ، چگالی ρ ، کشش در تیر T ، سرعت v ، جرم بازوهای پانتوگراف به‌ترتیب m_1 ، m_2 ، m_3 ، ثابت‌های فنر به‌ترتیب k_1 ، k_2 ، k_3 و دمپرها به‌ترتیب c_1 ، c_2 ، c_3 در نظر گرفته شده است.



شکل (۱-۲) مدل سازی مسأله تماس دینامیکی

از سیستم مختصات کارتزین (x, y, z) برای به دست آوردن معادلات استفاده می شود که x جهت محوری تیر، y در جهت عمق تیر و z در راستای عرض تیر می باشد. f_1 ، f_2 و f_3 نیروهای وارد بر بازوهای پانتوگراف را نشان می دهند که با استفاده از کنترلر، کنترل خواهند شد، f_c نیروی تماسی بین تیر و پانتوگراف را در لحظه ی تماس نشان می دهد. q_1 ، q_2 و q_3 جابه جایی جرم ها را نشان می دهد. جابه جایی ها در x, y, z به ترتیب با $u_0(x, y, z, t)$ ، $v_0(x, y, z, t)$ و $w_0(x, y, z, t)$ بیان می شود؛ چون حرکت به صورت صفحه ای در نظر گرفته شده است، از مؤلفه جابه جایی در راستای y صرف نظر خواهد شد. مؤلفه ی جابه جایی به صورت معادله (۱-۲) می باشند.

$$u_x = u_0(x, z, t) = u(x, t) - z \frac{dw(x, t)}{dx}$$

$$u_y = v_0(x, z, t) = 0$$

$$u_z = w_0(x, z, t) = w(x, t)$$

(۱-۲)

برای استفاده از اصل همیلتون، نیاز به استخراج انرژی کرنشی، انرژی جنبشی و کار نیروهای خارجی می‌باشد. برای انرژی کرنشی نیاز به مؤلفه‌های کرنش است که براساس روابط کرنش - جابه‌جایی فن - کارمن به‌دست خواهند آمد [۲۹]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 & \gamma_{xy} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 & \gamma_{yz} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right] \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & \gamma_{xz} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right]\end{aligned}\quad (2-2)$$

با جاگذاری معادله (۱-۲) در معادله (۲-۲) مؤلفه‌های میدان کرنش به‌صورت معادله (۳-۲) تعیین می‌شوند.

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 & \gamma_{xy} &= 0 \\ \varepsilon_y &= 0 & \gamma_{yz} &= 0 \\ \varepsilon_z &= 0 & \gamma_{xz} &= \frac{1}{2} \left[-\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \right] = 0\end{aligned}\quad (3-2)$$

مؤلفه‌ی میدان تنش به‌صورت رابطه (۴-۲) تعیین می‌شود:

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \quad (4-2)$$

۳-۲- محاسبه انرژی پتانسیل

چگالی انرژی کرنشی به‌صورت رابطه (۵-۲) تعریف می‌گردد:

$$u^* = \frac{1}{2} [\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{xz} \gamma_{xz} + \tau_{yz} \gamma_{yz}] \quad (5-2)$$

با جاگذاری روابط (۳-۲) در (۵-۲)، چگالی انرژی کرنشی به‌صورت معادله (۶-۲) خواهد شد.

$$u^* = \frac{1}{2} \sigma_x \varepsilon_x \quad (۶-۲)$$

با جاگذاری رابطه‌ی (۴-۲) در (۶-۲)، رابطه (۷-۲) را داریم:

$$u^* = \frac{1}{2} E \varepsilon_x^2 \quad (۷-۲)$$

بنابراین تغییرات انرژی کرنشی به صورت رابطه (۸-۲) به دست می‌آید:

$$\delta u^* = E \varepsilon_x \delta \varepsilon_x = \sigma_x \delta \varepsilon_x \quad (۸-۲)$$

با جایگزینی مؤلفه کرنش (۳-۲) در (۸-۲) و افزودن انرژی پتانسیل سیستم سه درجه آزادی، تغییرات انرژی کرنشی به صورت معادله (۹-۲) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} \delta u = \int_0^l \sigma_x \left[\delta \frac{\partial u}{\partial x} - z \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial w}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] dA dx + (k_1 q_1 + k_{10} q_1^3) \delta q_1 \\ + k_2 (q_2 - q_1) \delta q_2 + k_{20} (q_2 - q_1)^3 \delta q_2 - k_2 (q_2 - q_1) \delta q_1 \\ - k_{20} (q_2 - q_1)^3 \delta q_1 + k_3 (q_3 - q_2) \delta q_3 + k_{30} (q_3 - q_2)^3 \delta q_3 \\ - k_3 (q_3 - q_2) \delta q_2 - k_{30} (q_3 - q_2)^3 \delta q_2 \end{aligned} \quad (۹-۲)$$

انرژی کرنشی تیر در حال کشش با انتگرال گیری چگالی انرژی کرنشی بر روی حجم به دست می‌آید. المان حجم که به صورت $(dv = dA dx)$ در نظر گرفته می‌شود که در آن محدوده تغییرات مؤلفه‌های محورهای مختصات به صورت $0 \leq x \leq L$ ، $-b/2 \leq y \leq b/2$ و $-h/2 \leq z \leq h/2$ می‌باشد.

$$\begin{aligned} \delta u = \int_0^l \left[N_x \left(\delta \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) - M_x \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] dx + (k_1 q_1 + k_{10} q_1^3) \delta q_1 \\ + k_2 (q_2 - q_1) \delta q_2 + k_{20} (q_2 - q_1)^3 \delta q_2 - k_2 (q_2 - q_1) \delta q_1 \\ - k_{20} (q_2 - q_1)^3 \delta q_1 + k_3 (q_3 - q_2) \delta q_3 + k_{30} (q_3 - q_2)^3 \delta q_3 \\ - k_3 (q_3 - q_2) \delta q_2 - k_{30} (q_3 - q_2)^3 \delta q_2 \end{aligned} \quad (۱۰-۲)$$

در انرژی کرنشی منتجه‌های تنش به صورت رابطه (۱۱-۲) تعريف می‌شوند:

$$N_x = \int \sigma_x dA \quad M_x = \int \sigma_x z dA \quad (11-2)$$

۲-۴- محاسبه انرژی جنبشی

انرژی جنبشی تیر و سیستم سه درجه آزادی به صورت رابطه (۱۲-۲) بیان می‌شود:

$$k = \frac{1}{2} \rho A \int_0^l \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} m_1 (\dot{q}_1^2 + v^2) + \frac{1}{2} m_2 (\dot{q}_2^2 + v^2) + \frac{1}{2} m_3 (\dot{q}_3^2 + v^2) \quad (12-2)$$

بنابراین تغییرات انرژی جنبشی به صورت رابطه (۱۳-۲) می‌باشد:

$$\delta k = \rho A \int_0^l \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \delta \frac{\partial u}{\partial t} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \delta \frac{\partial w}{\partial t} \right) \right] dx + m_1 \dot{q}_1 \delta \dot{q}_1 + m_2 \dot{q}_2 \delta \dot{q}_2 + m_3 \dot{q}_3 \delta \dot{q}_3 \quad (13-2)$$

۲-۵- کار نیروهای خارجی

تغییرات نیروی خارجی به صورت رابطه (۱۴-۲) تعیین می‌گردد:

$$\delta w_{nc} = \int_0^l \{ [-\rho g A + f_c \delta(x - vt)] \delta w + T \delta(x - l) \delta u \} dx + Q_1 \delta q_1 + Q_2 \delta q_2 + Q_3 \delta q_3 - f_c \delta q_3 \quad (14-2)$$

که Q_1 ، Q_2 و Q_3 عبارت‌اند از:

$$Q_1 = c_2 (\dot{q}_2 - \dot{q}_1) - c_1 \dot{q}_1 + f_1$$

$$Q_2 = c_3 (\dot{q}_3 - \dot{q}_2) + c_2 (\dot{q}_1 - \dot{q}_2) + f_2$$

$$Q_3 = c_3 (\dot{q}_2 - \dot{q}_3) + f_3$$

(۱۵-۲)

۲-۶- تعیین معادلات حرکت با استفاده از اصل همیلتون

اصل همیلتون در بازه ی $[t_1, t_2]$ محاسبه می‌شود.

براساس اصل همیلتون رابطه (۱۶-۲) را داریم [۲۹]:

$$\delta H = \int_{t_1}^{t_2} [\delta k - \delta u + \delta w_{nc}] dt = 0 \quad (16-2)$$

با جاگذاری روابط (۱۰-۲)، (۱۳-۲) و (۱۴-۲) در (۱۶-۲) و محاسبه انتگرال جزءبه‌جزء، معادلات

حرکت به‌صورت روابط (۱۷-۲) تا (۲۱-۲) به‌دست می‌آیند:

$$\rho A \frac{d^2 u}{dt^2} - \frac{dN_x}{dx} = 0 \quad (17-2)$$

$$\rho A \frac{d^2 w}{dt^2} - \frac{d^2 M_x}{dx^2} - \frac{d}{dx} \left(N_x \frac{dw}{dx} \right) = -\rho g A + f_c \delta(x - vt) \quad (18-2)$$

$$m_1 \ddot{q}_1 - k_2(q_2 - q_1) - k_{20}(q_2 - q_1)^3 + (k_1 q_1 + k_{10} q_1^3) = Q_1 \quad (19-2)$$

$$m_2 \ddot{q}_2 + k_2(q_2 - q_1) + k_{20}(q_2 - q_1)^3 - k_3(q_3 - q_2) - k_{30}(q_3 - q_2)^3 = Q_2 \quad (20-2)$$

$$m_3 \ddot{q}_3 + k_3(q_3 - q_2) + k_{30}(q_3 - q_2)^3 + f_c = Q_3 \quad (21-2)$$

معادله‌های (۱۷-۲) و (۱۸-۲) به‌ترتیب نشان دهنده‌ی ارتعاشات طولی و عرضی تیر و معادلات

(۱۹-۲)، (۲۰-۲) و (۲۱-۲) مربوط به سیستم سه درجه آزادی می‌باشد. شرایط مرزی مسأله برای

حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده براساس نتیجه‌های تنش به‌صورت روابط (۲۲-۲) می‌باشد:

$$u = 0 \quad \text{at} \quad x = 0, \quad N_x = T \quad \text{at} \quad x = l$$

$$w = 0 \quad \text{at} \quad x = 0, \quad w = 0 \quad \text{at} \quad x = l$$

$$\frac{dw}{dx} = 0 \quad \text{at} \quad x = 0, \quad \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad \text{at} \quad x = l \quad (22-2)$$

۷-۲- قید تماس دینامیکی

فاصله‌ی نسبی بین تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی مسأله بسیار مهمی است که

می‌تواند بر رفتارهای دینامیکی مسأله تأثیر بگذارد. جابه‌جایی‌های جرم محرک و تیر را با یک پارامتر

فاصله بین جرم و تیر به‌نام G نشان می‌دهند.

$$G(x, t) = w(x, t)_{x=vt} - q_3(t) \quad (23-2)$$

زمانی که $G(x, t)$ بزرگتر از صفر شود، تماس اتفاق نخواهد افتاد چون تیر در موقعیتی بالاتر از سیستم سه درجه آزادی قرار دارد ولی زمانی که $G(x, t)$ مساوی صفر شود تماس رخ خواهد داد و نیروی تماسی به صورت رابطه (24-2) تعریف می شود:

$$f_c = \begin{cases} F_c, & G(x, t) = 0 \\ 0, & G(x, t) > 0 \end{cases} \quad (24-2)$$

که در رابطه (24-2)، F_c مقداری معادل با f_c در لحظات تماس دارد.

با در نظر گرفتن نیروی تماسی به صورت رابطه (24-2) معادلات حرکت به صورت دو دسته معادله، روابط (27-2) و (28-2) تعریف می شود:

$$1. \text{ زمانی که } G(x, t) = 0:$$

$$G(x, t) = 0 \rightarrow q_3(t) = w(x, t)_{x=vt} \quad (25-2)$$

با استفاده از معادله (23-2)، سرعت و شتاب جرم سوم به صورت رابطه (26-2) به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{q}_3(t) &= \frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial x} \\ \ddot{q}_3(t) &= \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{x=vt} \end{aligned} \quad (26-2)$$

با جاگذاری (25-2) و (26-2) در (21-2) نیروی تماسی در زمان تماس به صورت معادله (27-2) به دست می آید:

$$\begin{aligned} m_3 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + k_3(w - q_2) + k_{30}(w - q_2)^3 \\ - c_3 \left(\dot{q}_2 - \left(\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) - f_3 = -f_c \end{aligned} \quad (27-2)$$

۲. زمانی که $G(x,t) > 0$:

زمانی که تماس رخ نمی‌دهد نیروی تماسی بین تیر و سیستم سه درجه آزادی صفر خواهد شد.

بنابراین معادله (۲۱-۲) به صورت معادله (۲۸-۲) بازنویسی خواهد شد:

$$m_3 \ddot{q}_3 + k_3(q_3 - q_2) + k_{30}(q_3 - q_2)^3 - c_3(\dot{q}_2 - \dot{q}_3) - f_3 = 0 \quad (28-2)$$

۲-۸- جمع بندی

در این فصل، با استفاده از اصل همیلتون معادلات حرکت برای تیر در حال کشش و سیستم سه

درجه آزادی براساس منته‌های تنش استخراج گردید. نیروی تماسی توسط قید تماس برای حالت

جدایش و تماس محاسبه شد. در فصل بعد، معادلات خطی استخراج می‌شود و این معادلات بعد از

بی‌بعدسازی، با استفاده از روش گالرکین و جدایش متغیرها حل می‌شود.

فصل سوم

معادلات خطی و حل

۳-۱- مقدمه

در فصل قبل، معادلات حرکت برای تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی براساس اصل همپلتون برحسب منته‌های تنش استخراج شد. در این فصل، با استفاده از منته‌ها، معادلات خطی برای دو حالت تماس و جدایش تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی به‌دست می‌آید. بعد از بی‌بعد کردن معادلات، متغیرها با استفاده از روش گالرکین جدا شده و معادلات زمانی با روش رانگ کوتا مرتبه ۴ حل خواهد شد.

۳-۲- معادلات حرکت خطی

منته‌های تنش در حالت خطی به صورت رابطه (۳-۱) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} N_x &= \iint \sigma_x dA = \iint E \varepsilon_x dA = EA \left(\frac{du}{dx} \right) \\ M_x &= \iint \sigma_x z dA = \iint E z \varepsilon_x dA = -EI \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right) \end{aligned} \quad (۳-۱)$$

با جاگذاری رابطه (۳-۱) در (۲-۱۷) و (۲-۱۸) معادلات خطی حاکم بر مسأله به‌صورت روابط (۳-۲) و (۳-۳) به‌دست خواهند آمد.

$$\rho A \frac{d^2 u}{dt^2} - EA \left(\frac{d^2 u}{dx^2} \right) = 0 \quad (۳-۲)$$

$$\rho A \frac{d^2 w}{dt^2} + EI \frac{d^4 w}{dx^4} - EA \frac{d}{dx} \left(\frac{du}{dx} \frac{dw}{dx} \right) = -\rho g A + f_c \delta(x - vt) \quad (۳-۳)$$

معادله‌های (۳-۲) و (۳-۳) به‌ترتیب نشان دهنده‌ی ارتعاشات طولی و عرضی تیر خطی می‌باشند؛ شرایط مرزی مسأله نیز برای حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده با جاگذاری منته‌های تنش به‌صورت روابط (۳-۴) می‌باشد:

$$\begin{aligned} u &= 0 \quad \text{at} \quad x = 0 \quad , \quad EA \frac{du}{dx} = T \quad \text{at} \quad x = l \\ w &= 0 \quad \text{at} \quad x = 0 \quad , \quad w = 0 \quad \text{at} \quad x = l \end{aligned}$$

$$\frac{dw}{dx} = 0 \quad \text{at} \quad x = 0, \quad \frac{d^2w}{dx^2} = 0 \quad \text{at} \quad x = l \quad (4-3)$$

اگر مقدار $EA \frac{du}{dx} = T$ (کشش طولی تیر) در طول تیر ثابت فرض شود، آنگاه ارتعاشات طولی تیر نسبت به ارتعاشات عرضی ناچیز بوده، با جاگذاری کشش طولی تیر در (3-3) معادله حرکت سیستم به صورت معادله (5-3) بازنویسی خواهد شد.

$$\rho A \frac{d^2w}{dt^2} + EI \frac{d^4w}{dx^4} - T \left(\frac{d^2w}{dx^2} \right) = -\rho g A + f_c \delta(x - vt) \quad (5-3)$$

معادله (5-3) ارتعاشات تیر در زمان تماس را نشان می‌دهد که با جاگذاری معادله (2-27) در آن به صورت معادله (6-3) بازنویسی خواهد شد.

$$\begin{aligned} \rho A \frac{d^2w}{dt^2} + EI \frac{d^4w}{dx^4} - T \left(\frac{d^2w}{dx^2} \right) + [m_3 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ + k_3(w - q_2) + k_{30}(w - q_2)^3 - (c_3 \left(\dot{q}_2 - \frac{\partial w}{\partial t} - v \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ + f_3)] \delta(x - vt) = -\rho g A \end{aligned} \quad (6-3)$$

در زمان جدایش، با توجه به معادله (2-24)، معادله (5-3) به صورت معادله (7-3) بازنویسی خواهد شد.

$$\rho A \frac{d^2w}{dt^2} + EI \frac{d^4w}{dx^4} - T \left(\frac{d^2w}{dx^2} \right) = -\rho g A \quad (7-3)$$

۳-۳- بی‌بعدسازی

برای حل معادلات در زمان تماس و جدایش برای تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی ابتدا معادلات بی‌بعد می‌شوند، برای بی‌بعد سازی ابتدا پارامترهای بی‌بعد زیر تعریف می‌شود [30]:

$$x^* = \frac{x}{l} \quad \delta^*(0) = l \delta(0)$$

$$t^* = \frac{t}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad v^* = vl \sqrt{\frac{\rho A}{EI}} \quad w^* = \frac{w}{l} \quad (۸-۳)$$

x^* و t^* به ترتیب مکان و زمان بی بعد، w^* جابه جایی عرضی بی بعد تیر که مربوط به w بوده و $\delta^*(\cdot)$ تابع دلتای دیراک بی بعد و v^* سرعت حرکت سیستم سه درجه آزادی بی بعد شده را نشان می دهد. با توجه به پارامترهای بی بعد فوق اپراتورهای مشتق بی بعد شده به صورت رابطه (۹-۳) تعیین می گردد.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial x^*} & \frac{\partial^2}{\partial t^2} &= \frac{EI}{\rho Al^4} \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \frac{1}{l^2} \frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} &= \frac{1}{l^3} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \frac{\partial^2}{\partial x^* \partial t^*} \\ \frac{\partial^4}{\partial x^4} &= \frac{1}{l^4} \frac{\partial^4}{\partial x^{*4}} \end{aligned} \quad (۹-۳)$$

با جاگذاری معادلات (۸-۳) و (۹-۳) در معادلات (۶-۳) و (۷-۳) پارامترهای بی بعد زیر نیز تعریف

می گردند.

$$\begin{aligned} \beta &= \sqrt{\frac{TI^2}{EI}} & R &= \frac{c_3}{m_3} l^2 \sqrt{\frac{\rho A}{EI}} & G &= \frac{k_{30} \rho Al^3}{m_3 EI} \\ \Phi &= \frac{\rho Al}{m_3} & f_c^* &= \frac{f_c l^2}{EI} & f_3^* &= \frac{f_3 l^2}{EI} \\ \alpha &= \sqrt{\frac{Al^2}{I}} & R' &= l \sqrt{\frac{\rho A}{EI}} \\ \gamma &= \frac{\rho g Al^3}{EI} & \omega &= \frac{\sqrt{\frac{k_3}{m_3}}}{\sqrt{\frac{EI}{\rho Al^4}}} \end{aligned} \quad (۱۰-۳)$$

با جاگذاری معادله‌های (۸-۳)، (۹-۳) و (۱۰-۳) در معادله (۶-۳)، معادله حرکت در زمان تماس تیر خطی در حال کشش با سیستم سه درجه آزادی را می‌توان به صورت بی‌بعد طبق رابطه (۱۱-۳) بیان کرد.

$$\begin{aligned} \Phi \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} - \beta^2 \Phi \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \Phi \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} \\ + \left[\left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} + 2v^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^* \partial t^*} + v^{*2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \right) + \left(\omega^2 w^* - q_2 \frac{w^2}{l} \right) \right. \\ \left. + G(w^* l - q_2)^3 + R \left(\frac{\partial w^*}{\partial t^*} + v^* \frac{\partial w^*}{\partial x^*} - R' q_2 \right) - f_3^* \Phi \right] \delta^*(x^* - v^* t^*) = -\gamma \Phi \end{aligned} \quad (11-3)$$

با جاگذاری معادلات (۸-۳)، (۹-۳) و (۱۰-۳) در معادله (۲۷-۲) نیروی تماسی بی‌بعد شده به صورت رابطه (۱۲-۳) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} -f_c^* \Phi = \left[\left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} + 2v^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^* \partial t^*} + v^{*2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \right) + \left(\omega^2 w^* - q_2 \frac{w^2}{l} \right) \right. \\ \left. + G(w^* l - q_2)^3 + R \left(\frac{\partial w^*}{\partial t^*} + v^* \frac{\partial w^*}{\partial x^*} - R' q_2 \right) - f_3^* \Phi \right] \end{aligned} \quad (12-3)$$

با جاگذاری معادلات (۸-۳)، (۹-۳) و (۱۰-۳) در معادله (۷-۳) معادله حرکت بی‌بعد برای تیر خنثی در زمان جدایش به دست می‌آید.

$$\frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} - \beta^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} = -\gamma \quad (13-3)$$

۳-۴- روش گالرکین

روش گالرکین دقت خوبی برای حل معادلات دارد و هم شرایط مرزی طبیعی و هم هندسی را در نظر می‌گیرد و هم از معادله‌های حرکت استفاده می‌کند. روش گالرکین برای به دست آوردن قسمت مکانی استفاده می‌شود. برای استفاده از این روش باید ابتدا متغیرهای زمان و مکان را در معادله‌های حرکت از هم جدا نمود [۳۱].

$$w^*(x^*, t^*) = \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i(x^*) \quad (۱۴-۳)$$

در معادله (۱۴-۳)، $\varphi_i(x^*)$ تابع شکل و $H_i(t^*)$ به عنوان پارامتر تابع زمان تعریف می‌گردد. با قرار دادن معادله (۱۴-۳) در (۱۱-۳) برای زمان تماس دینامیکی بین تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی داریم:

$$\begin{aligned} & \Phi \sum_{i=1}^n \ddot{H}_i(t^*) \varphi_i(x^*) - \beta^2 \Phi \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i''(x^*) + \Phi \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i^{(4)}(x^*) + \\ & \left[\left(\sum_{i=1}^n \ddot{H}_i(t^*) \varphi_i(x^*) + 2v^* \sum_{i=1}^n \dot{H}_i(t^*) \varphi_i'(x^*) + v^{*2} \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i''(x^*) \right) + \right. \\ & \left. \left(\omega^2 \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i(x^*) - q_2 \frac{\omega^2}{1} \right) + G(l \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i(x^*) - q_2)^3 + \right. \\ & \left. R \left(\sum_{i=1}^n \dot{H}_i(t^*) \varphi_i(x^*) + v^* \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i'(x^*) - R' \dot{q}_2 \right) - f_3^* \Phi \right] \delta^*(x^* - v^* t^*) = \\ & -\gamma \Phi \end{aligned} \quad (۱۵-۳)$$

معادله (۱۵-۳) در تابع $j = 1, 2, \dots, N$ ضرب شده و در بازه $x^* = [0, 1]$ انتگرال - گیری می‌شود؛ نتیجه به صورت رابطه (۱۶-۳) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} & \int_0^1 [\Phi \sum_{i=1}^n \ddot{H}_i(t^*) \varphi_i(x^*) \varphi_j(x^*)] dx^* - \\ & \int_0^1 [\beta^2 \Phi \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i''(x^*) \varphi_j(x^*)] dx^* + \\ & \int_0^1 [\Phi \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i^{(4)}(x^*) \varphi_j(x^*)] dx^* + \int_0^1 \left[\left(\sum_{i=1}^n \ddot{H}_i(t^*) \varphi_i(x^*) + \right. \right. \\ & \left. \left. 2v^* \sum_{i=1}^n \dot{H}_i(t^*) \varphi_i'(x^*) + v^{*2} \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i''(x^*) \right) + \left(\omega^2 \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i(x^*) - \right. \right. \\ & \left. \left. q_2 \frac{\omega^2}{1} \right) + G(l \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i(x^*) - q_2)^3 + R \left(\sum_{i=1}^n \dot{H}_i(t^*) \varphi_i(x^*) + \right. \right. \\ & \left. \left. v^* \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i'(x^*) - R' \dot{q}_2 \right) - f_3^* \Phi \right] \varphi_j(x^*) \delta^*(x^* - v^* t^*) dx^* = \\ & \int_0^1 [-\gamma \Phi \varphi_j(x^*)] dx^* \end{aligned} \quad (۱۶-۳)$$

می‌توان معادله (۱۶-۳) که مربوط به حالت تماس تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی است را به صورت رابطه (۱۷-۳) بیان نمود:

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j=1}^n M_{ij} \ddot{H}_i(t^*) + \sum_{i,j=1}^n C_{ij} \dot{H}_i(t^*) + \sum_{i,j=1}^n K_{ij} H_i(t^*) + \sum_{i,j=1}^n g_{ij} q_i^3(t^*) - \\ & RR' \dot{q}_2 \varphi_j(v^* t^*) - G q_2^3 \varphi_j(v^* t^*) - 3Gl^2 q_2 \varphi_i^2(v^* t^*) \varphi_j(v^* t^*) H_i^2(t^*) + \end{aligned}$$

$$3Glq_2^2\varphi_i(v^*t^*)\varphi_j(v^*t^*)H_i(t^*) - q_2\frac{\omega^2}{l}\varphi_j(v^*t^*) = p_j \quad (۱۷-۳)$$

در معادله (۱۷-۳) ضرایب متغیر معادله به صورت معادلات (۱۸-۳) می باشد:

$$M_{ij} = \delta_{ij} \int_0^1 \Phi[\varphi_i(x^*)\varphi_i(x^*)] dx^* + \varphi_i(v^*t^*)\varphi_j(v^*t^*)$$

$$C_{ij} = 2v^*\varphi_i'(v^*t^*)\varphi_j(v^*t^*) + R\varphi_i(v^*t^*)\varphi_j(v^*t^*)$$

$$K_{ij} = v^{*2}\varphi_i''(v^*t^*)\varphi_j(v^*t^*) + Rv^*\Phi\varphi_i'(v^*t^*)\varphi_j(v^*t^*) \\ + \omega^2\Phi\varphi_i(v^*t^*)\varphi_j(v^*t^*) \\ + \int_0^1 \Phi[\beta^2\varphi_i'(x)\varphi_j'(x) + \varphi_i''(x)\varphi_j''(x)] dx^*$$

$$g_{ij} = Gl^3\varphi_i^3(v^*t^*)\varphi_j(v^*t^*)$$

$$p_j = \int_0^1 [-\gamma\Phi\varphi_j(x^*)] dx^* + f_3^*\Phi\varphi_j(v^*t^*) \quad (۱۸-۳)$$

برای زمان جدایش؛ اگر در معادله (۱۷-۳) اثر حرکت جرم و فنر و دمپر در نظر گرفته نشود،

معادله (۱۹-۳) برقرار خواهد بود:

$$\sum_{i,j=1}^n M'_{ij}\ddot{H}_i(t^*) + \sum_{i,j=1}^n K'_{ij}H_i(t^*) = p'_j \quad (۱۹-۳)$$

که ضرایب معادله (۱۹-۳) به صورت روابط (۲۰-۳) خواهد بود:

$$M'_{ij} = \delta_{ij} \int_0^1 [\varphi_i(x^*)\varphi_i(x^*)] dx^*$$

$$K'_{ij} = \int_0^1 [\beta^2\varphi_i'(x^*)\varphi_j'(x^*) + \varphi_i''(x^*)\varphi_j''(x^*)] dx^*$$

$$p'_j = \int_0^1 [-\gamma\varphi_j(x^*)] dx^* \quad (۲۰-۳)$$

۳-۵- تابع گالرکین

تابع گالرکین برای چند حالت از شرایط مرزی به دست آورده شده است [۳۲].

- حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

$$B_i = \frac{(4i + 1)}{4}$$

$$\varphi_i(x^*) = \cosh(B_i x^*) - \cos(B_i x^*) - \cot(B_i) (\sinh(B_i x^*) - \sin(B_i x^*)) \quad i = 1, 2, \dots, N$$

(۲۱-۳)

- حالت تکیه‌گاه ساده- ساده

$$\varphi_i(x^*) = \sin(i\pi x^*) \quad i = 1, 2, \dots, N$$

(۲۲-۳)

- حالت تکیه‌گاه گیردار- گیردار

$$B_i = \frac{(2i + 1)}{2} \pi$$

$$\varphi_i(x^*) = (\cosh(B_i x^*) - \cos(B_i x^*)) - \left[\frac{\sinh(B_i) - \sin(B_i)}{\cosh(B_i) - \cos(B_i)} \right] (\sinh(B_i x^*) - \sin(B_i x^*)) \quad i = 1, 2, \dots, N$$

(۲۳-۳)

در ادامه معادله (۲۱-۳) در ضرایب (۱۸-۳) و (۲۰-۳) قرار می‌گیرد تا انتگرال‌ها محاسبه شوند.

۳-۶- حل معادلات معمولی

برای ساده‌سازی فرم ماتریسی معادلات حرکت می‌توان در معادلات حرکت، ضرایب متغیر و تابع شکل؛ مقدار i و j را برابر ۱ قرار داد، که بعد از قرار دادن معادلات به صورت زیر به دست می‌آیند [۳۰]:

معادله حرکت در زمان تماس برای تیر خطی به صورت رابطه (۲۴-۳) بیان می‌شود:

$$M_{11} \ddot{H}_1(t^*) + C_{11} \dot{H}_1(t^*) + K_{11} H_1(t^*) + g_{11} H_1^3(t^*) - RR' \dot{q}_2 \varphi_1(v^* t^*) - Gq_2^3 \varphi_1(v^* t^*) - 3Gl^2 q_2 \varphi_1^3(v^* t^*) H_1^2(t^*) + 3Glq_2^2 \varphi_1^2(v^* t^*) H_1(t^*) -$$

$$q_2 \frac{\omega^2}{1} \varphi_1(v^* t^*) = p_1 \quad (24-3)$$

ضرایب متغیر معادله (24-3) به صورت روابط (25-3) می باشد:

$$M_{11} = \Phi + \varphi_1^2(v^* t^*)$$

$$C_{11} = 2v^* \varphi_1'(v^* t^*) \varphi_1(v^* t^*) + R \varphi_1^2(v^* t^*)$$

$$K_{11} = \int_0^1 \Phi [\beta^2 \varphi_1'^2(x^*) + \varphi_1''^2(x^*)] dx^* + v^{*2} \varphi_1''(v^* t^*) \varphi_1(v^* t^*) +$$

$$\omega^2 \varphi_1^2(v^* t^*) + R v^* \varphi_1'(v^* t^*) \varphi_1(v^* t^*)$$

$$g_{11} = G l^3 \varphi_1^4(v^* t^*)$$

$$p_1 = \int_0^1 [-\gamma \Phi \varphi_1(x^*)] dx^* + f_3^* \Phi \varphi_1(v^* t^*) \quad (25-3)$$

معادله حرکت سیستم در زمان جدایش برای تیر خطی به صورت معادله (26-3) می باشد:

$$M'_{11} \ddot{H}_1(t^*) + K'_{11} H_1(t^*) = p'_1 \quad (26-3)$$

ضرایب ثابت معادله (26-3) به صورت رابطه (27-3) می باشد:

$$M'_{11} = 1$$

$$K'_{11} = \int_0^1 [\beta^2 \varphi_1'^2(x^*) + \varphi_1''^2(x^*)] dx^*$$

$$p'_1 = \int_0^1 [-\gamma \varphi_1(x^*)] dx^* \quad (27-3)$$

توابع گالرکین:

• حالت تکیه گاه گیردار - ساده

$$B_1 = \frac{5}{4} \pi \approx 3.927$$

$$\varphi_1(x^*) = \cosh(B_1 x^*) - \cos(B_1 x^*) - \cot(B_1) (\sinh(B_1 x^*) - \sin(B_1 x^*)) \quad (28-3)$$

- حالت تکیه‌گاه ساده- ساده

$$\varphi_1(x^*) = \sin(\pi x^*) \quad (۲۹-۳)$$

- حالت تکیه‌گاه گیردار- گیردار

$$B_1 = \frac{3}{2} \pi \approx 4.73$$

$$\varphi_1(x^*) = (\cosh(B_1 x^*) - \cos(B_1 x^*)) - \left[\frac{\sinh(B_1) - \sin(B_1)}{\cosh(B_1) - \cos(B_1)} \right] (\sinh(B_1 x^*) - \sin(B_1 x^*)) \quad (۳۰-۳)$$

۳-۷- جمع‌بندی

در این فصل، ابتدا معادلات حاکم بر تیر خطی در حال کشش و سیستم پانتوگراف سه درجه آزادی به‌دست آمد، بعد از بی‌بعد کردن معادلات، متغیرهای مکان و زمان از هم جدا گردید. تابع گالرکین به‌دست آمده شرایط مرزی هندسی و طبیعی مسأله را ارضا نمود. در فصل بعد، معادلات غیرخطی به‌دست می‌آیند.

فصل چهارم

معادلات غیرخطی و حل آنها

۴-۱- مقدمه

در فصل قبل، معادلات حرکت برای تیر خطی در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی استخراج شد. در این فصل، با استفاده از نتیجه‌ها، معادلات غیرخطی برای دو حالت تماس و جدایش تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی به دست می‌آید. بعد از بی‌بعد کردن معادلات، متغیرها با استفاده از روش گالرکین جدا شده و معادلات زمانی با روش رانگ کوتا مرتبه ۴ حل خواهد شد.

۴-۲- معادلات حرکت غیرخطی

نتیجه‌های تنش در حالت غیرخطی به صورت رابطه (۴-۱) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} N_x &= \iint \sigma_x dA = \iint E \varepsilon_x dA = EA \left(\frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right) \\ M_x &= \iint \sigma_x z dA = \iint E z \varepsilon_x dA = -EI \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right) \end{aligned} \quad (4-1)$$

با جاگذاری رابطه (۴-۱) در (۲-۱۷) و (۲-۱۸) معادلات غیرخطی حاکم بر مسأله به صورت روابط (۴-۲) و (۴-۳) به دست خواهند آمد.

$$\rho A \frac{d^2 u}{dt^2} - EA \left(\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{dw}{dx} \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right) \right) = 0 \quad (4-2)$$

$$\rho A \frac{d^2 w}{dt^2} + EI \frac{d^4 w}{dx^4} - EA \frac{d}{dx} \left(\frac{du}{dx} \frac{dw}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^3 \right) = -\rho g A + f_c \delta(x - vt) \quad (4-3)$$

معادله‌های (۴-۲) و (۴-۳) به ترتیب نشان دهنده‌ی ارتعاشات طولی و عرضی تیر غیرخطی می‌باشند؛ شرایط مرزی مسأله همانند معادله (۳-۴) می‌باشد. اگر مقدار $EA \frac{du}{dx} = T$ (کشش طولی تیر) در طول تیر ثابت فرض شود، آنگاه ارتعاشات طولی تیر نسبت به ارتعاشات عرضی ناچیز بوده و با جاگذاری کشش طولی تیر در (۴-۳) معادله حرکت سیستم به صورت (۴-۴) بازنویسی خواهد شد.

$$\rho A \frac{d^2 w}{dt^2} + EI \frac{d^4 w}{dx^4} - T \frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{3}{2} EA \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right) \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 = -\rho g A + f_c \delta(x - vt) \quad (4-4)$$

معادله (۴-۴) ارتعاشات تیر در زمان تماس را نشان می‌دهد که با جاگذاری معادله (۲-۲۷) در آن به صورت رابطه (۵-۴) بازنویسی خواهد شد.

$$\begin{aligned} \rho A \frac{d^2 w}{dt^2} + EI \frac{d^4 w}{dx^4} - T \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right) - \frac{3}{2} EA \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right) \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \\ + [m_3 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + k_3(w - q_2) \\ + k_{30}(w - q_2)^3 - (c_3 \left(\dot{q}_2 - \frac{\partial w}{\partial t} - v \frac{\partial w}{\partial x} \right) + f_3)] \delta(x - vt) \\ = -\rho g A \end{aligned} \quad (۵-۴)$$

در زمان جدایش، با توجه به معادله (۲-۲۴)، معادله (۴-۴) به صورت معادله (۴-۶) بازنویسی خواهد شد.

$$\rho A \frac{d^2 w}{dt^2} + EI \frac{d^4 w}{dx^4} - T \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right) - \frac{3}{2} EA \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right) \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 = -\rho g A \quad (۴-۶)$$

۳-۴- معادلات بی‌بعد غیرخطی

با جاگذاری معادله‌های (۳-۸)، (۳-۹) و (۳-۱۰) در معادله (۵-۴)، معادله حرکت، در زمان تماس تیر غیرخطی در حال کشش با سیستم سه درجه آزادی، به صورت بی‌بعد طبق رابطه (۴-۷) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} \Phi \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} - \beta^2 \Phi \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \Phi \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} - \frac{3}{2} \alpha^2 \Phi \frac{d^2 w^*}{dx^{*2}} \left(\frac{dw^*}{dx^*} \right)^2 \\ + \left[\left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} + 2v^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^* \partial t^*} + v^{*2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \right) + \left(\omega^2 w^* - q_2 \frac{w^2}{l} \right) \right. \\ \left. + G(w^* l - q_2)^3 + R \left(\frac{\partial w^*}{\partial t^*} + v^* \frac{\partial w^*}{\partial x^*} - R' q_2 \right) - f_3^* \Phi \right] \delta^*(x^* - v^* t^*) = -\gamma \Phi \end{aligned} \quad (۷-۴)$$

نیروی تماسی بی بعد همانند معادله (۱۲-۳) می باشد. با جاگذاری معادلات (۸-۳)، (۹-۳) و (۳-۳) در معادله (۶-۴) معادله حرکت بی بعد برای تیر غیرخطی در زمان جدایش طبق رابطه (۸-۴) به دست می آید.

$$\frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} - \beta^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} - \frac{3}{2} \alpha^2 \frac{d^2 w^*}{dx^{*2}} \left(\frac{dw^*}{dx^*} \right)^2 = -\gamma \quad (۸-۴)$$

۴-۴- روش گالرکین

روش گالرکین برای به دست آوردن قسمت مکانی استفاده می شود. با قرار دادن معادله (۱۴-۳) در معادله (۷-۴) در زمان تماس، معادله (۹-۴) به دست می آید:

$$\begin{aligned}
& \Phi \sum_{i=1}^n \ddot{H}_i(t^*) \varphi_i(x^*) \\
& - \beta^2 \Phi \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i''(x^*) \\
& + \Phi \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i^{(4)}(x^*) \\
& - \frac{3}{2} \alpha^2 \Phi \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{n_k} \sum_{m=1}^{n_m} H_i(t^*) H_k(t^*) H_m(t^*) \varphi_i''(x^*) \varphi_k'(x^*) \varphi_m'(x^*) \\
& + \left[\left(\sum_{i=1}^n \ddot{H}_i(t^*) \varphi_i(x^*) \right. \right. \\
& + 2v^* \sum_{i=1}^n \dot{H}_i(t^*) \varphi_i'(x^*) + v^{*2} \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i''(x^*) \left. \right) \\
& + \left(\omega^2 \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i(x^*) - q_2 \frac{\omega^2}{l} \right) \\
& + G \left(l \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i(x^*) - q_2 \right)^3 \\
& + R \left(\sum_{i=1}^n \dot{H}_i(t^*) \varphi_i(x^*) + v^* \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i'(x^*) - R' \dot{q}_2 \right) \\
& \left. - f_3^* \Phi \right] \delta^*(x^* - v^* t^*) = -\gamma \Phi
\end{aligned} \tag{۹-۴}$$

معادله (۹-۴) را در تابع $\varphi_j(x^*)$ ضرب کرده و در بازه $x^* = [0,1]$ انتگرال

می گیریم؛ نتیجه به صورت رابطه (۱۰-۴) خواهد بود:

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 \left[\Phi \sum_{i=1}^n \ddot{H}_i(t^*) \varphi_i(x^*) \varphi_j(x^*) \right] dx^* - \int_0^1 [\beta^2 \Phi \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i''(x^*) \varphi_j(x^*)] dx^* \\
& + \int_0^1 [\Phi \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i^{(4)}(x^*) \varphi_j(x^*)] dx^* \\
& - \int_0^1 [\alpha^2 \Phi (\frac{3}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{n_k} \sum_{m=1}^{n_m} H_i(t^*) H_k(t^*) H_m(t^*) \varphi_i''(x^*) \varphi_k'(x^*) \varphi_m'(x^*)) \varphi_j(x^*)] dx^* \\
& + \int_0^1 \left[\left(\sum_{i=1}^n \ddot{H}_i(t^*) \varphi_i(x^*) + 2v^* \sum_{i=1}^n \dot{H}_i(t^*) \varphi_i'(x^*) + v^{*2} \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i''(x^*) \right) \right. \\
& + \left(\omega^2 \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i(x^*) - q_2 \frac{\omega^2}{l} \right) + G \left(l \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i(x^*) - q_2 \right)^3 \\
& + R \left(\sum_{i=1}^n \dot{H}_i(t^*) \varphi_i(x^*) + v^* \sum_{i=1}^n H_i(t^*) \varphi_i'(x^*) - R' \dot{q}_2 \right) - f_3^* \Phi \left. \right] \varphi_j(x^*) \delta^*(x^*) \\
& - v^* t^*) dx^* = \int_0^1 [-\gamma \Phi \varphi_j(x^*)] dx^* \tag{۱۰-۴}
\end{aligned}$$

می‌توان معادله (۱۰-۴) که مربوط به حالت تماس تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی،

را به صورت رابطه (۱۱-۴) بیان نمود:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i,j=1}^n M_{ij} \ddot{H}_i(t^*) + \sum_{i,j=1}^n C_{ij} \dot{H}_i(t^*) + \sum_{i,j=1}^n K_{ij} H_i(t^*) + \sum_{i,j=1}^n g_{ij} q_i^3(t^*) \\
& - RR' \dot{q}_2 \varphi_j(v^* t^*) - G q_2^3 \varphi_j(v^* t^*) \\
& - 3Gl^2 q_2 \varphi_i^2(v^* t^*) \varphi_j(v^* t^*) H_i^2(t^*) \\
& + 3Gl q_2^2 \varphi_i(v^* t^*) \varphi_j(v^* t^*) H_i(t^*) - q_2 \frac{\omega^2}{l} \varphi_j(v^* t^*) \\
& + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{n_k} \sum_{m=1}^{n_m} S_{ikm} H_i(t^*) H_k(t^*) H_m(t^*) = p_j \tag{۱۱-۴}
\end{aligned}$$

ضرایب متغیر معادله (۱۱-۴) همانند معادله (۱۸-۳) می باشد و ضریب غیرخطی به صورت رابطه (۱۲-۴) می باشد.

$$S_{ikm} = \int_0^1 \left[-\frac{3}{2} \alpha^2 \Phi \varphi_i''(x^*) \varphi_k'(x^*) \varphi_m'(x^*) \varphi_j(x^*) \right] dx^* \quad (12-4)$$

برای زمان جدایش نیز خواهیم داشت:

$$\sum_{i,j=1}^n M'_{ij} \ddot{q}_i(t^*) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{n_k} \sum_{m=1}^{n_m} S'_{ikm} q_i(t^*) q_k(t^*) q_m(t^*) + \sum_{i,j=1}^n K'_{ij} q_i(t^*) = p_j \quad (13-4)$$

ضرایب ثابت معادله (۱۳-۴) همانند معادله (۲۰-۳) می باشد و ضریب غیرخطی آن به صورت رابطه (۱۴-۴) است.

$$S'_{ikm} = \int_0^1 \left[-\frac{3}{2} \alpha^2 \Phi \varphi_i''(x^*) \varphi_k'(x^*) \varphi_m'(x^*) \varphi_j(x^*) \right] dx^* \quad (14-4)$$

تابع گالرکین همانند روابط (۲۱-۳)، (۲۲-۳) و (۲۳-۳) می باشد.

۴-۵- حل معادلات معمولی

برای ساده سازی فرم ماتریسی معادلات حرکت می توان در معادلات حرکت، ضرایب متغیر و تابع شکل؛ مقدار i و j را برابر ۱ قرار داد که بعد از قرار دادن معادلات به صورت رابطه (۱۵-۴) به دست می آید [۳۰]:

$$\begin{aligned} M_{11} \ddot{H}_1(t^*) + C_{11} \dot{H}_1(t^*) + K_{11} H_1(t^*) + g_{11} H_1^3(t^*) - RR' \dot{q}_2 \varphi_1(v^* t^*) \\ - Gq_2^3 \varphi_1(v^* t^*) - 3Gl^2 q_2 \varphi_1^3(v^* t^*) H_1^2(t^*) \\ + 3Glq_2^2 \varphi_1^2(v^* t^*) H_1(t^*) - q_2 \frac{\omega^2}{1} \varphi_1(v^* t^*) + S_{111} q_1^3(t^*) = p_1 \end{aligned} \quad (15-4)$$

ضرایب متغیر معادله (۱۵-۴) همانند معادله (۲۴-۳) می باشد و ضریب غیرخطی به صورت معادله (۱۶-۴) می باشد.

$$S_{111} = \int_0^1 \left[-\frac{3}{2} \alpha^2 \Phi \varphi_1''(x^*) \varphi_1'^2(x^*) \varphi_1(x^*) \right] dx^* \quad (۱۶-۴)$$

معادله حرکت سیستم در زمان جدایش برای تیر غیرخطی به صورت رابطه (۱۷-۴) می باشد:

$$M'_{11} \ddot{H}_1(t^*) + S'_{111} q_1^3(t^*) + K'_{11} H_1(t^*) = p'_1 \quad (۱۷-۴)$$

ضرایب ثابت معادله (۱۷-۴) همانند معادله (۲۷-۳) است و ضریب غیرخطی، به صورت رابطه (۴)-

(۱۸) می باشد.

$$S'_{111} = \int_0^1 \left[-\frac{3}{2} \alpha^2 \Phi \varphi_1''(x^*) \varphi_1'^2(x^*) \varphi_1(x^*) \right] dx^* \quad (۱۸-۴)$$

توابع گالرکین همانند معادله های (۲۸-۳)، (۲۹-۳) و (۳۰-۳) است.

۴-۶- جمع بندی

در این فصل، ابتدا معادلات حاکم بر تیر غیرخطی در حال کشش و سیستم پانتوگراف سه درجه آزادی به دست آمد، بعد از بی بعد کردن معادلات، متغیرهای مکان و زمان از هم جدا گردید. تابع گالرکین به دست آمده شرایط مرزی هندسی و طبیعی مسأله را ارضا نمود. در فصل بعد، نتایج حاصل از این تحقیق مانند مقایسه نیروی تماسی، خیز و جدایش معادلات حرکت در حالت خطی و غیرخطی مورد بررسی قرار می گیرد و با اعمال کنترلر فیدبک خطی ساز مقدار جدایش مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

فصل پنجم

شبیه‌سازی و نتایج

۵-۱- مقدمه

در دو فصل قبل، معادلات حاکم بر تیر و سیستم سه درجه آزادی در زمان تماس و جدایش استخراج گردید و بعد از بی‌بعدسازی معادلات حل گردید. در این فصل، تحلیل خطی و غیرخطی برای تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی صورت می‌گیرد و نتایج با هم مقایسه می‌شوند.

۵-۲- داده‌ها و اطلاعات

برای تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی داده‌ها به صورت جدول (۵-۱) بیان می‌شود.

جدول (۵-۱) داده‌های تیر و سیستم سه درجه آزادی

نوع پارامتر	اندازه	مرجع
طول تیر L	50 (m)	[۳۳]
سطح مقطع جانبی تیر A	$1.5 \times 10^{-4} \text{ (m}^2\text{)}$	[۳۳]
ممان اینرسی سطح مقطع I	$9.64 \times 10^{-10} \text{ (m}^4\text{)}$	[۳۳]
کشش طولی تیر T	$2.8 \times 10^4 \text{ (N)}$	[۳۳]
چگالی ρ	$8900 \text{ (kgm}^{-3}\text{)}$	[۳۴]
مدول الاستیسیته E	$1.34 \times 10^{11} \text{ (Nm}^{-2}\text{)}$	[۳۴]
جرم محرک اول m_1	31.5 (kg)	[۳]
جرم محرک دوم m_2	25.2 (kg)	[۳]
جرم محرک سوم m_3	13.5 (kg)	[۳]
سختی فنر اول k_1	$180000 \text{ (Nm}^{-1}\text{)}$	[۳]
سختی فنر دوم k_2	$44640 \text{ (Nm}^{-1}\text{)}$	[۳]
سختی فنر سوم k_3	$2250 \text{ (Nm}^{-1}\text{)}$	[۳]
ضریب غیرخطی فنر اول k_{10}	$180000 \times 9 \text{ (Nm}^{-3}\text{)}$	-
ضریب غیرخطی فنر دوم k_{20}	$44640 \times 9 \text{ (Nm}^{-3}\text{)}$	-
ضریب غیرخطی فنر سوم k_{30}	$2250 \times 9 \text{ (Nm}^{-3}\text{)}$	-

ضریب دمپر اول C1	$0.9 \text{ (Nsm}^{-1}\text{)}$	[۳]
ضریب دمپر دوم C2	$0.45 \text{ (Nsm}^{-1}\text{)}$	[۳]
ضریب دمپر سوم C3	$0.45 \text{ (Nsm}^{-1}\text{)}$	[۳]
سرعت V	$50.8 \text{ (ms}^{-1}\text{)}$	[۳۵]
شتاب جاذبه زمین g	$9.81 \text{ (ms}^{-2}\text{)}$	-

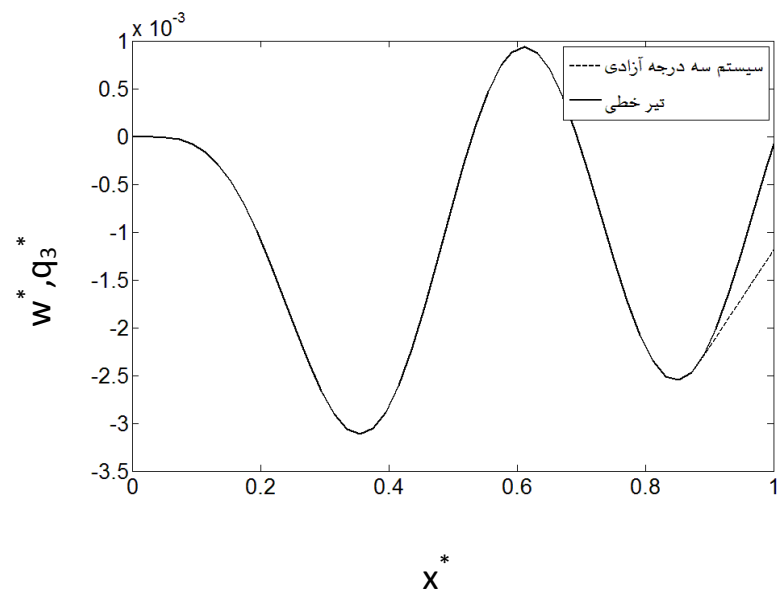
با جاگذاری داده‌های جدول (۱-۵) در معادلات (۸-۳)، (۹-۳) و (۱۰-۳) مقادیر ضرایب بی‌بعد با تقریب به صورت جدول (۲-۵) به دست می‌آیند.

جدول (۲-۵) مقادیر تقریبی بی‌بعد

نام ضریب	اندازه
نسبت وزن تیر به جرم محرک Φ	۶۷
نسبت طول تیر به سطح مقطع آن α	۱۹۷۲۳
نسبت بی‌بعد شده جرم تیر γ	۱۲۶۷۳
کشش بی‌بعد β	۷۳۶
سرعت سیستم سه درجه آزادی بی‌بعد v^*	۲۵۸
نسبت ضریب فنریت بی‌بعد به جرم محرک بی‌بعد Ω	۷۸۸۶

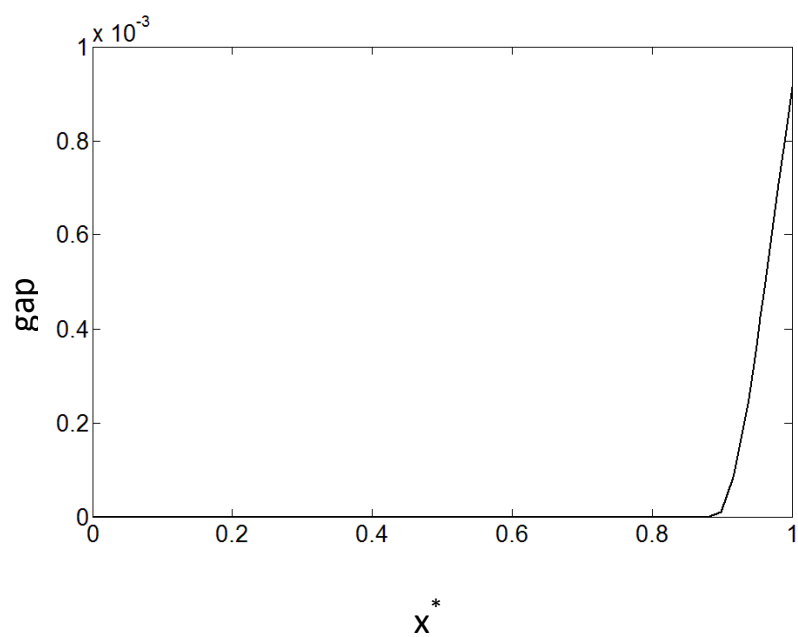
۵-۳-۱- تحلیل خطی

برای حل معادلات خطی از معادله (۲۴-۳) برای زمان تماس و از معادله (۲۶-۳) برای زمان جدایش استفاده می‌شود. با توجه به جدول (۲-۵) نتایج برای خیز، جدایش و نیروی تماسی تیر خطی در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده و سیستم سه درجه آزادی به ترتیب در شکل‌های (۱-۵)، (۲-۵) و (۳-۵) نشان داده می‌شود.



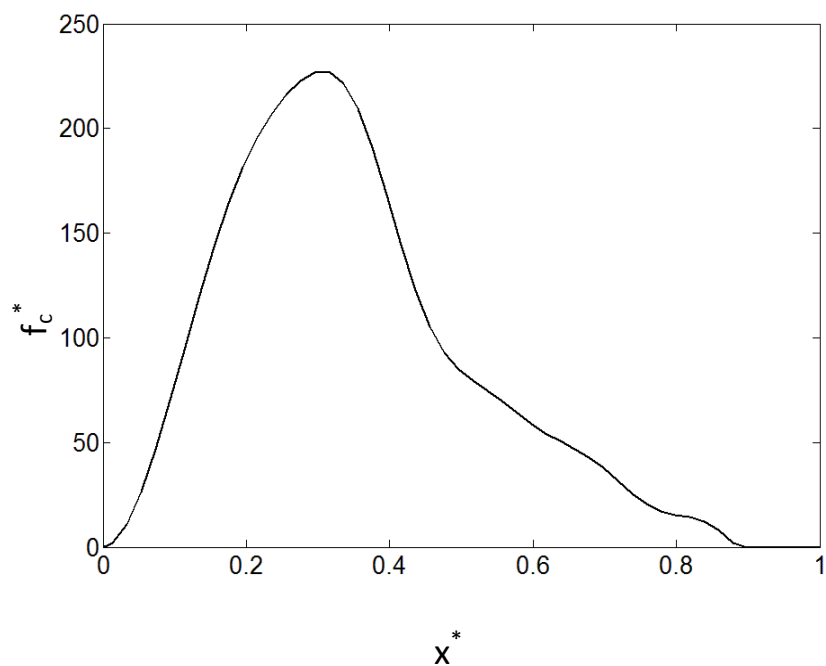
شکل (۵-۱) مقدار خیز بی‌بعد تیر خطی و سیستم سه درجه آزادی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-

ساده



شکل (۵-۲) مقدار جدایش بی‌بعد تیر خطی و سیستم سه درجه آزادی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه

گیردار- ساده



شکل (۳-۵) مقدار نیروی تماسی بی‌بعد بین تیر خطی و سیستم سه درجه آزادی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت

تکیه‌گاه گیردار- ساده

۵-۳-۱-۱- تأثیر متغیرها بر حل مسأله تماس دینامیکی خطی

در این قسمت متغیرهای سرعت، کشش طولی تیر و ضریب فنر سوم پانتوگراف را تغییر داده و با توجه به کاهش یا افزایش این متغیرها، تغییرات بر روی خیز تیر خطی در حال کشش، نیروی تماسی و جدایش مشاهده می‌شود.

۵-۳-۱-۱- تغییرات سرعت

با توجه به آنچه گفته شد؛ جدایش پانتوگراف و تیر در حال کشش و نیروی تماسی در قطارهای با سرعت بالا اهمیت بسیار زیادی دارد؛ از این رو تغییرات سرعت بررسی خواهد شد.

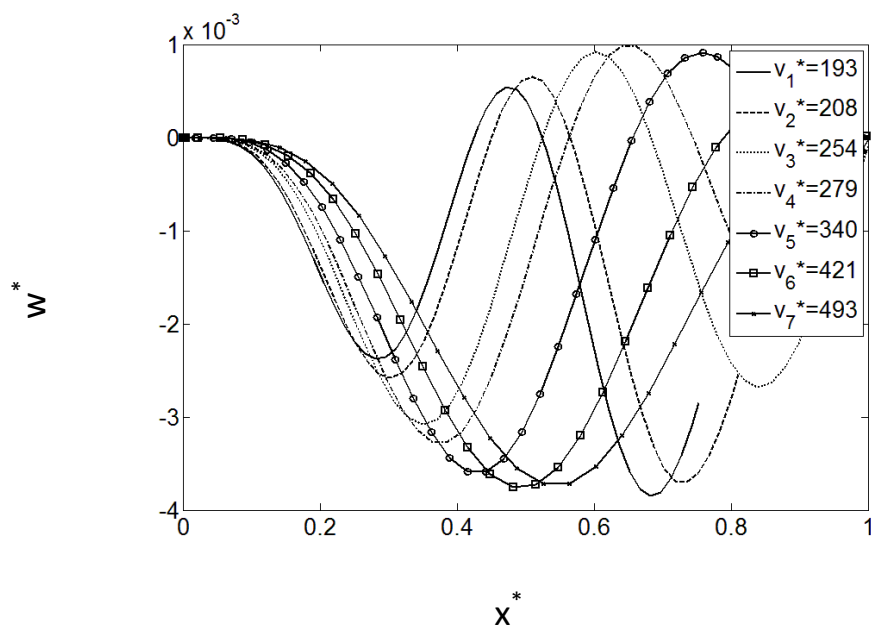
جدول (۳-۵) تغییرات سرعت در حالت خطی

حالت	V مقدار سرعت با بعد (ms^{-1})	سرعت پانتوگراف بی بعد V^*
۱	۳۸	۱۹۳
۲	۴۱	۲۰۸
۳	۵۰	۲۵۴
۴	۵۵	۲۷۹
۵	۶۷	۳۴۰
۶	۸۳	۴۲۱
۷	۹۷	۴۹۳

پارامترهای دیگر همانند جدول (۲-۵) می باشند.

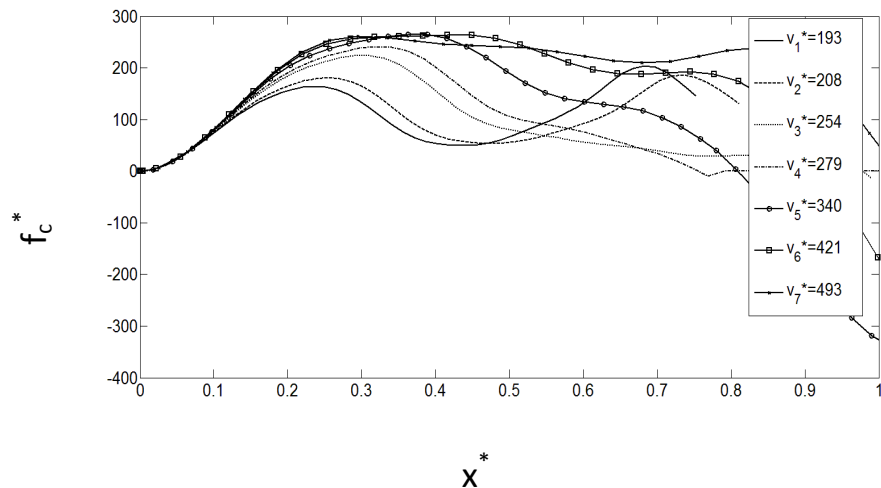
در شکل های (۴-۵)، (۵-۵) و (۶-۵) به ترتیب تأثیر تغییرات سرعت بر روی خیز تیر خطی، مقدار

نیروی تماسی و جدایش مشاهده می شود.



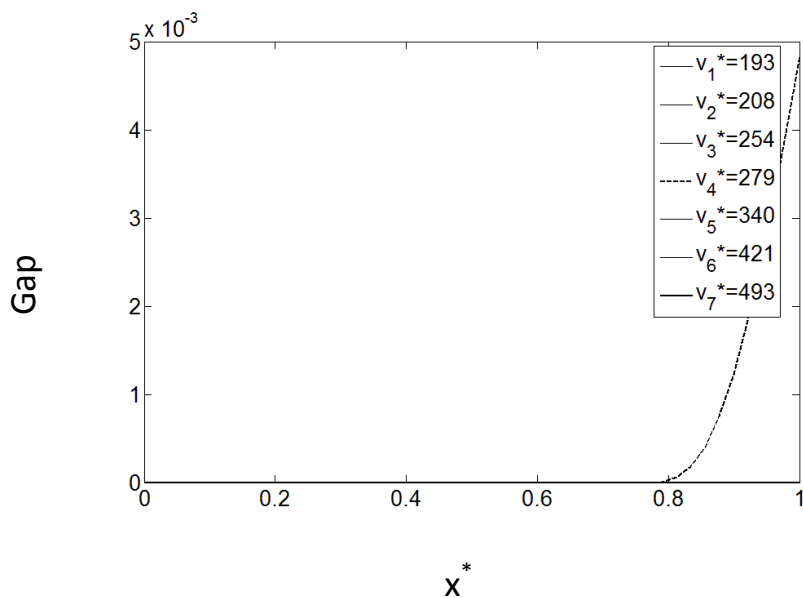
شکل (۴-۵) اثر تغییرات سرعت بر روی خیز تیر خطی بر حسب مکان بی بعد در حالت تکیه گاه گیردار- ساده

با توجه به شکل (۴-۵) مشاهده می‌شود که مقدار بیشینه خیز تیر خطی در حال کشش با افزایش سرعت تغییر چندانی نمی‌کند.



شکل (۵-۵) اثر تغییرات سرعت بر مقدار نیروی تماسی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار-ساده

با توجه به شکل (۵-۵) مشاهده می‌شود؛ با افزایش سرعت، مقدار بیشینه نیروی تماسی بی‌بعد افزایش پیدا می‌کند.



شکل (۶-۵) اثر تغییرات سرعت بر مقدار جدایش بی‌بعد تیر خطی در حال کشش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت

تکیه‌گاه گیردار-ساده

با توجه به شکل (۵-۶) مشاهده می‌شود؛ در سرعت‌های پایین و بالا جدایشی رخ نخواهد داد.

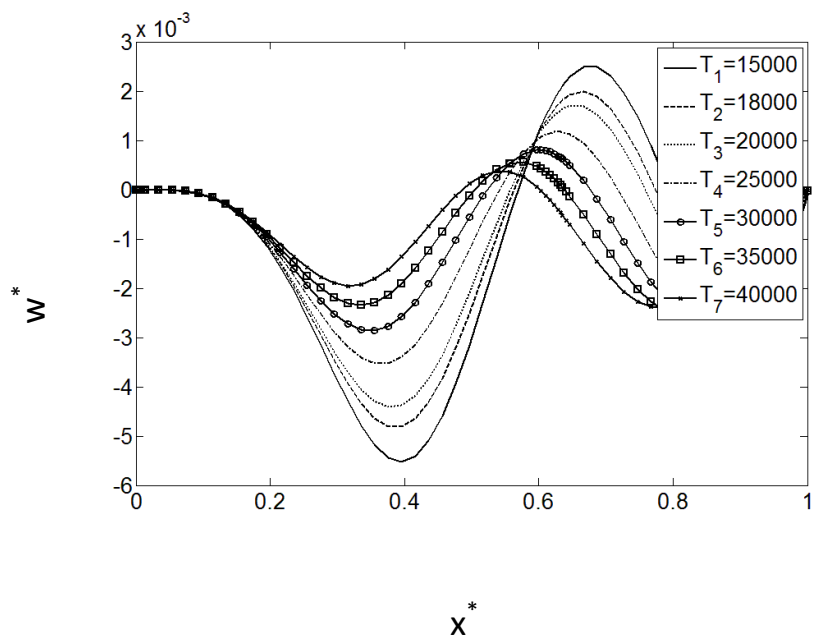
۵-۳-۱-۲- تغییرات کشش طولی تیر

کابل اتصال پانتوگراف در شبکه بالاسری با استفاده از فاصله‌هایی از یکدیگر قرار گرفته‌اند. با قرار دادن وزنه‌هایی در این محل کشش طولی در کابل ایجاد می‌شود. مقدار کشش طولی در کابل یک مقدار بسیار مهم است؛ که برای مقدارهایی از کشش طولی در سیم اتصال که بیشتر مورد استفاده قرار گرفته بر طبق جدول (۵-۴) بیان می‌شود.

جدول (۵-۴) تغییرات کشش طولی تیر

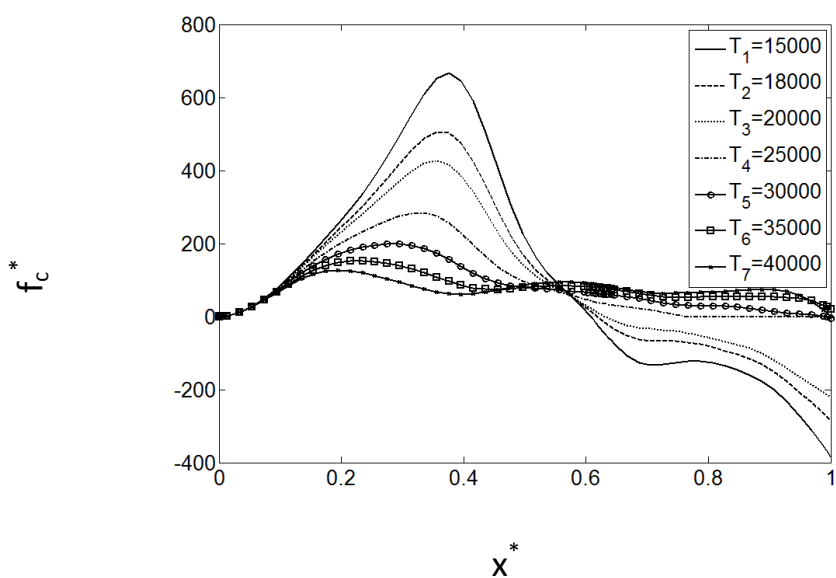
حالت	T مقدار کشش طولی (KN)	کشش بی‌بعد β
۱	۱۵	۵۳۸
۲	۱۸	۵۹۰
۳	۲۰	۶۲۲
۴	۲۵	۶۹۵
۵	۳۰	۷۶۱
۶	۳۵	۸۲۳
۷	۴۰	۸۷

پارامترهای دیگر همانند جدول (۵-۲) است؛ بنابراین اثر تغییرات کشش طولی تیر، بر روی خیز تیر خطی، مقدار نیروی تماسی و مقدار جدایش به‌ترتیب در شکل‌های (۵-۷)، (۵-۸) و (۵-۹) بررسی می‌شود.



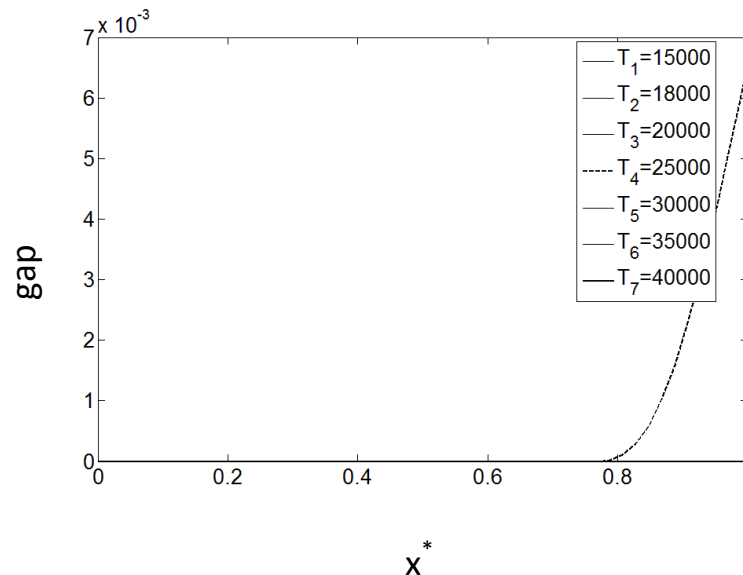
شکل (۷-۵) اثر تغییرات کشش طولی تیر بر روی مقدار خیز تیر خطی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

با توجه به شکل (۷-۵) مشاهده می‌شود؛ با افزایش مقدار کشش طولی تیر، مقدار خیز بی‌بعد تیر خطی کاهش می‌یابد.



شکل (۸-۵) اثر تغییرات کشش طولی تیر بر مقدار نیروی تماسی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

با توجه به شکل (۸-۵) مشاهده می‌شود؛ با افزایش کشش طولی تیر، مقدار نیروی تماسی بی‌بعد کاهش می‌یابد.



شکل (۹-۵) اثر تغییرات کشش طولی تیر بر مقدار جدایش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

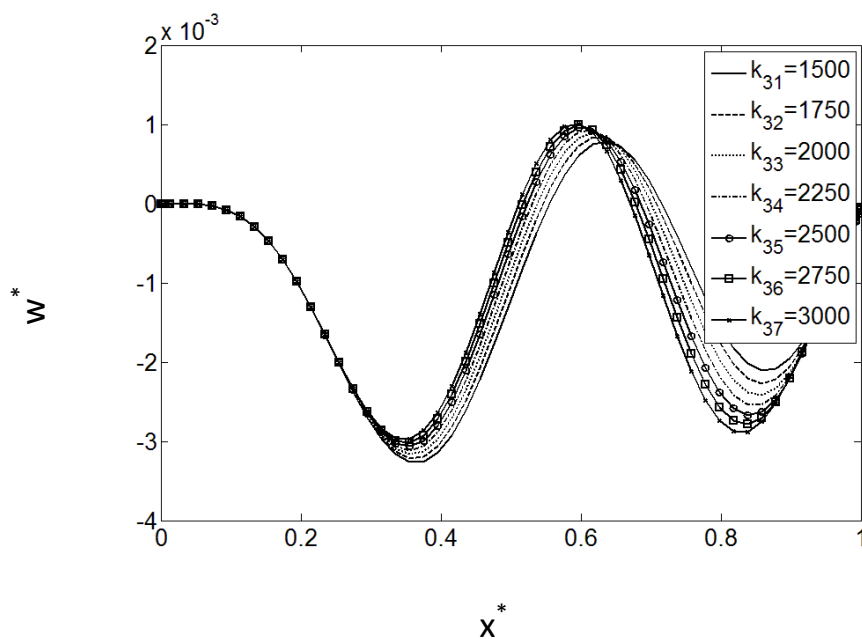
با توجه به شکل (۹-۵) مشاهده می‌شود؛ مقدار جدایش در مقادیر پایین و بالا کشش طولی تیر برابر صفر می‌باشد.

۵-۳-۱-۳- تغییرات ضریب فنر سوم پانتوگراف

مقدار ضریب فنر می‌تواند با توجه به نوع فنر تغییر یابد؛ با استفاده از ضریب فنرهای جدول (۵-۵) و با توجه به بقیه پارامترها از جدول (۲-۵)، اثر ضریب فنر سوم پانتوگراف بر روی مقدار خیز تیر خطی، نیروی تماسی و جدایش به‌ترتیب در شکل‌های (۵-۱۰)، (۵-۱۱) و (۵-۱۲) مشاهده می‌شود.

جدول (۵-۵) تغییرات ضریب فنر سوم پانتوگراف

حالت	k_3 ثابت فنر جرم سوم (Nm^{-1})	نسبت ضریب فنر سوم بی‌بعد به جرم محرک سوم بی‌بعد (ω)
۱	۱۵۰۰	۲۷۰۳
۲	۱۷۵۰	۲۹۱۹
۳	۲۰۰۰	۳۱۲۰
۴	۲۲۵۰	۳۳۱۰
۵	۲۵۰۰	۳۴۸۹
۶	۲۷۵۰	۳۶۶۰
۷	۳۰۰۰	۳۸۲۲

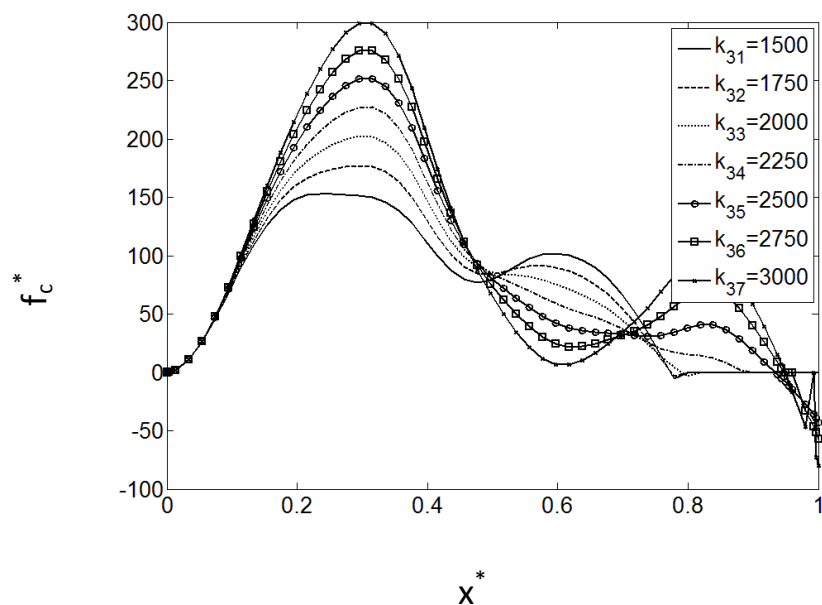


شکل (۵-۱۰) اثر تغییرات ضریب فنر سوم بر روی مقدار خیز تیر بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه

گیردار- ساده

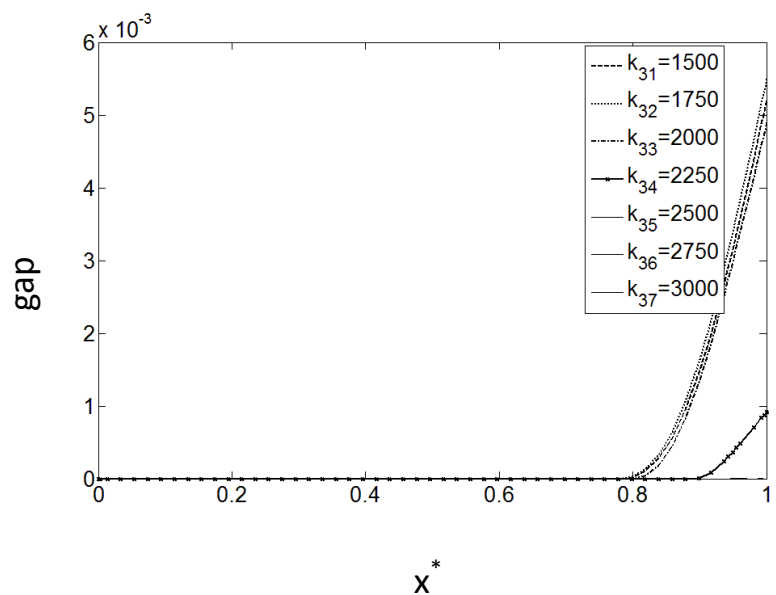
با توجه به شکل (۵-۱۰) مشاهده می‌شود؛ اثر تغییرات ضریب فنر سوم بر روی مقدار خیز بی‌بعد

شده بسیار ناچیز می‌باشد.



شکل (۵-۱۱) اثر تغییرات ضریب فنر سوم پانتوگراف بر روی مقدار نیروی تماسی بی بعد بر حسب مکان بی بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

با توجه به شکل (۵-۱۱) مشاهده می‌شود؛ با افزایش ضریب فنر سوم پانتوگراف، مقدار بیشینه نیروی تماسی بی بعد افزایش می‌یابد.

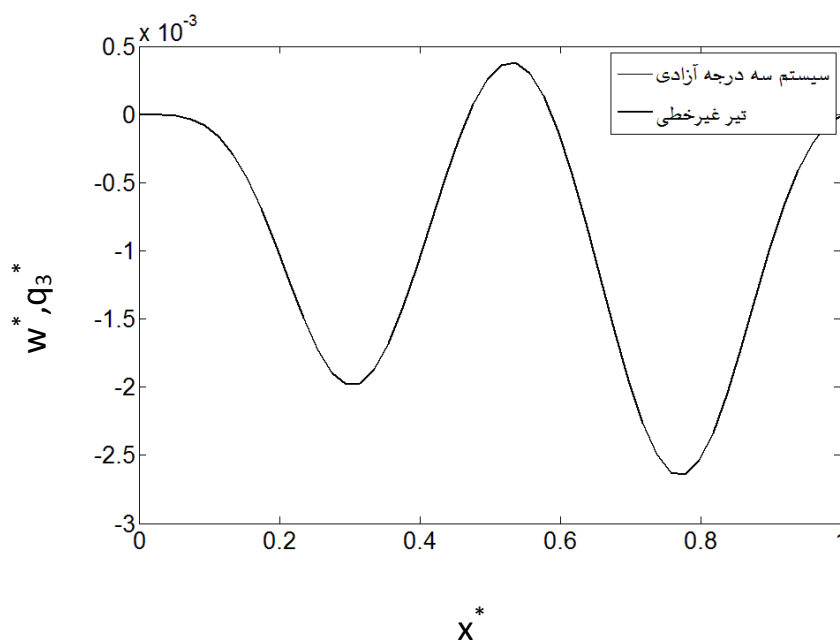


شکل (۵-۱۲) اثر تغییرات ضریب فنر سوم پانتوگراف بر مقدار جدایش بر حسب مکان بی بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

با توجه به شکل (۵-۱۲) مشاهده می‌شود؛ افزایش ضریب فنر سوم باعث کاهش مقدار جدایش می‌شود.

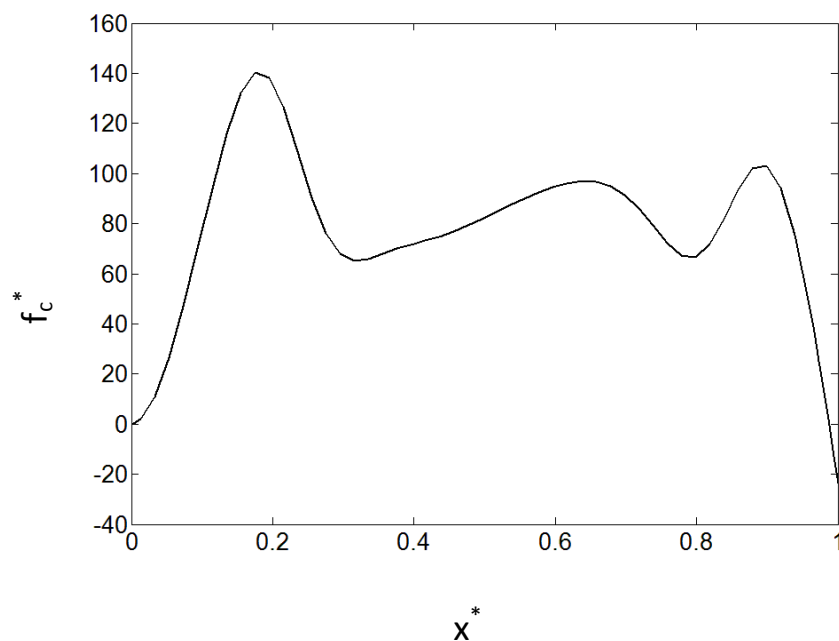
۵-۳-۲- تحلیل غیرخطی

برای حل معادلات غیرخطی از معادله (۴-۱۵) برای زمان تماس و از معادله (۴-۱۷) برای زمان جدایش استفاده می‌شود. با توجه به جدول (۵-۲) نتایج برای خیز و نیروی تماسی تیر غیرخطی در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده و سیستم سه درجه آزادی به ترتیب در شکل‌های (۵-۱۳) و (۵-۱۴) نشان داده می‌شود و مقدار جدایش برای این حالت تقریباً برابر صفر می‌شود.



شکل (۵-۱۳) مقدار خیز بی‌بعد تیر غیرخطی و سیستم سه درجه آزادی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

با توجه به شکل‌های (۵-۱۳) مشاهده می‌شود که در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده بین تیر غیرخطی و سیستم سه درجه آزادی جدایشی وجود ندارد.



شکل (۵-۱۴) مقدار نیروی تماسی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده بین تیر غیرخطی و سیستم سه درجه آزادی

۵-۳-۲-۱- تأثیر متغیرها بر حل مسأله تماس دینامیکی غیرخطی

در این قسمت متغیرهای سرعت، کشش طولی تیر و ضریب فنر سوم پانتوگراف را تغییر داده و با توجه به کاهش یا افزایش این متغیرها، تغییرات بر روی خیز تیر غیرخطی در حال کشش، نیروی تماسی و جدایش مشاهده می‌شود.

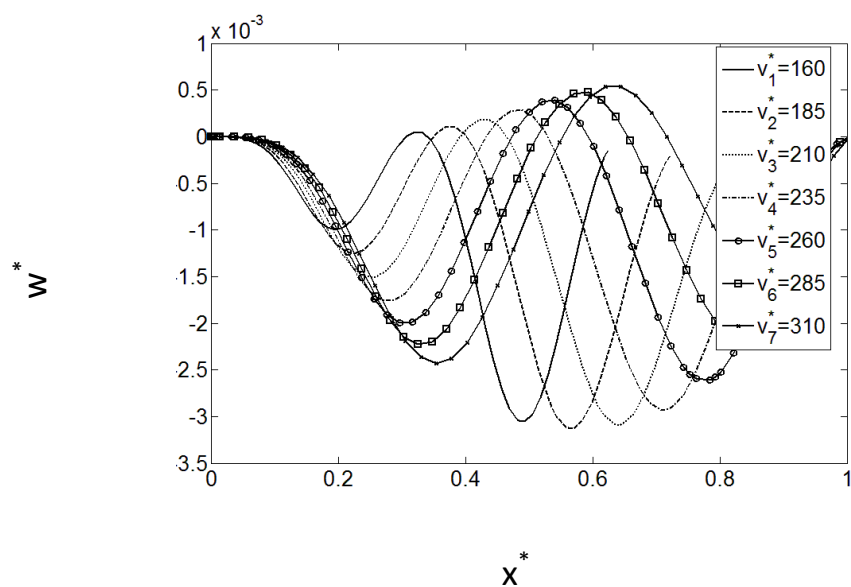
۵-۳-۲-۱- تغییرات سرعت

با توجه به آنچه گفته شد؛ جدایش پانتوگراف و تیر در حال کشش و نیروی تماسی در قطارهای با سرعت بالا اهمیت بسیار زیادی دارد؛ از این‌رو تأثیر تغییرات سرعت بررسی خواهد شد. جدول (۵-۶) تغییرات سرعت در حالت غیرخطی را نشان می‌دهد.

جدول (۵-۶) تغییرات سرعت در حالت غیرخطی

حالت	V مقدار سرعت با بعد (ms^{-1})	سرعت پانتوگراف بی بعد V^*
۱	۳۱.۵	۱۶۰
۲	۳۶.۴	۱۸۵
۳	۴۱.۳	۲۱۰
۴	۴۶.۲	۲۳۵
۵	۵۱.۱	۲۶۰
۶	۵۶	۲۸۵
۷	۶۱	۳۱۰

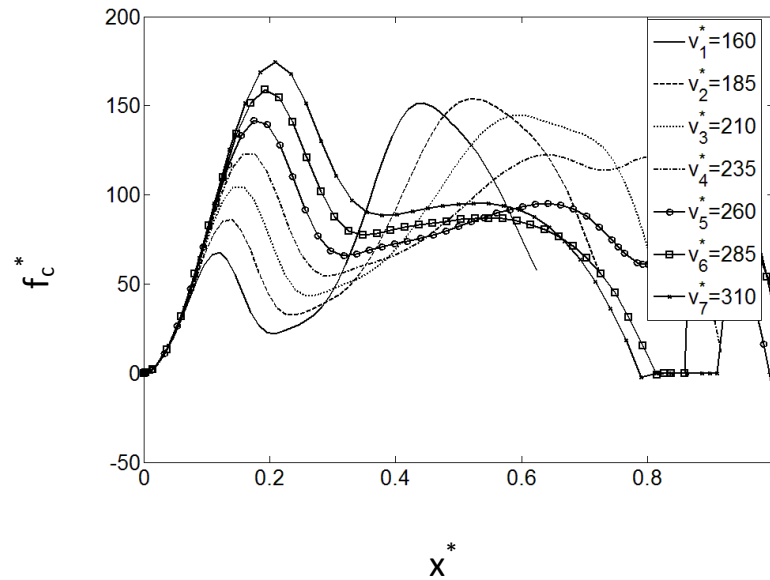
با توجه به جدول (۵-۶) و جدول (۵-۲) برای بقیه پارامترها؛ اثر تغییرات سرعت بر روی خیز تیر غیرخطی، مقدار نیروی تماسی و مقدار جدایش به ترتیب در شکل‌های (۵-۱۵)، (۵-۱۶) و (۵-۱۷) نشان داده شده است.



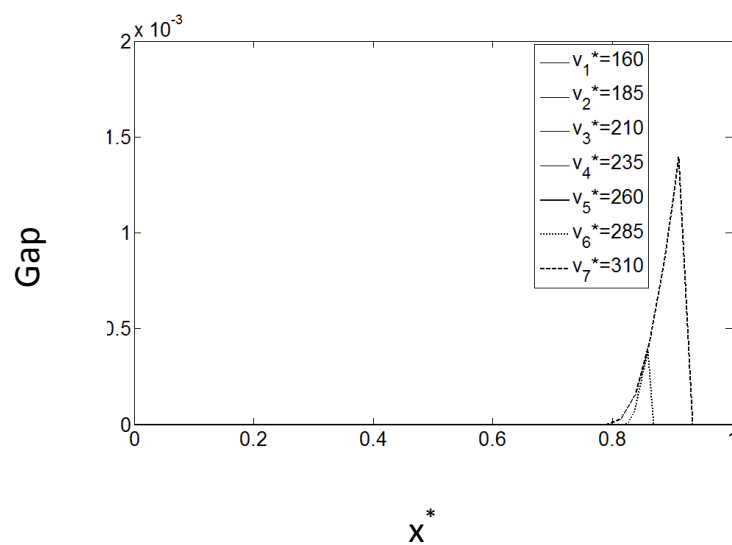
شکل (۵-۱۵) اثر تغییرات سرعت بر روی خیز بی بعد تیر غیرخطی در حال کشش بر حسب مکان بی بعد در حالت

تکیه‌گاه گیردار- ساده

با توجه به شکل (۵-۱۵) مشاهده می‌شود، با افزایش سرعت، مقدار بیشینه خیز تیر غیرخطی تغییر زیادی نمی‌کند.



شکل (۵-۱۶) اثر تغییرات سرعت بر روی نیروی تماسی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده با توجه به شکل (۵-۱۶) مشاهده می‌شود؛ با افزایش سرعت مقدار بیشینه نیروی تماسی زیاد می‌شود.

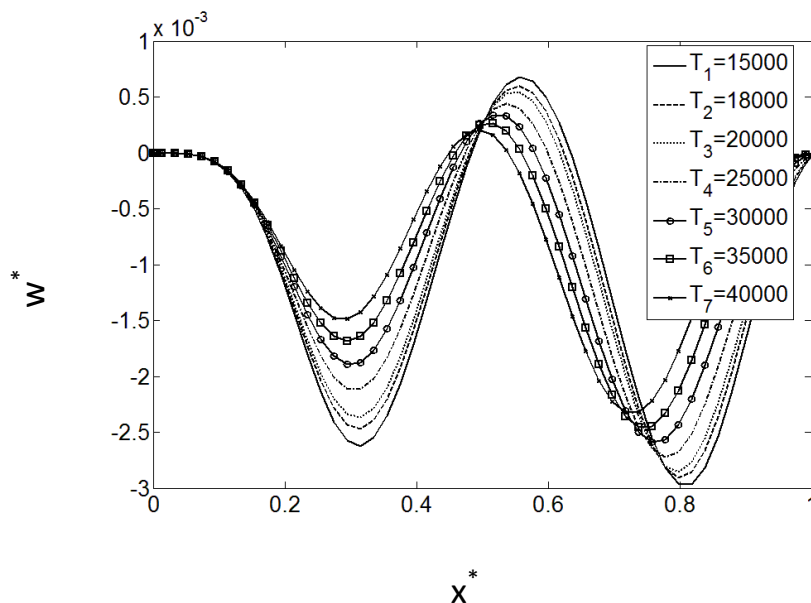


شکل (۵-۱۷) اثر تغییرات سرعت بر روی مقدار جدایش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

با توجه به شکل (۵-۱۷) مشاهده می‌شود در سرعت‌های پایین جدایش وجود ندارد ولی در سرعت‌های بالا مقداری جدایش مشاهده می‌شود.

۵-۳-۲-۱-۲- تغییرات کشش طولی تیر

کابل اتصال پانتوگراف در شبکه بالاسری با استفاده از فاصله‌هایی از یکدیگر قرار گرفته‌اند. با قرار دادن وزنه‌هایی در این محل کشش طولی در کابل ایجاد می‌شود. مقدار کشش طولی در کابل یک مقدار بسیار مهم است که برای مقدارهایی از کشش طولی در سیم اتصال که بیشتر مورد استفاده قرار گرفته بر طبق جدول (۵-۴) بیان می‌شود و بقیه پارامترها همانند جدول (۵-۲) می‌باشد. بنابراین اثر تغییرات کشش طولی تیر بر خیز تیر غیرخطی و نیروی تماسی به‌ترتیب در شکل‌های (۵-۱۸) و (۵-۱۹) مشاهده می‌شود. نتایج نشان می‌دهد تغییر مقدار کشش طولی تیر تأثیری بر روی مقدار جدایش ندارد و مقدار جدایش برای تمامی مقادیر کشش طولی تیر تقریباً برابر صفر می‌باشد.

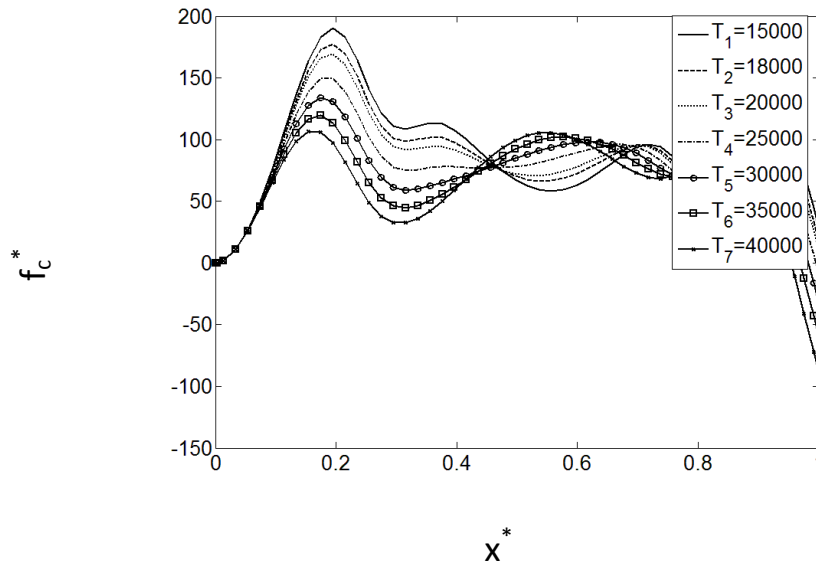


شکل (۵-۱۸) اثر تغییرات کشش طولی تیر غیرخطی بر روی خیز بی‌بعد تیر بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه

گیردار- ساده

با توجه به شکل (۵-۱۸) مشاهده می‌شود؛ با افزایش کشش طولی تیر، مقدار بیشینه خیز بی‌بعد

تیر غیرخطی کاهش پیدا می‌کند.



شکل (۵-۱۹) اثر تغییرات کشش طولی تیر بر روی مقدار نیروی تماسی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه

گیردار- ساده

با توجه به شکل (۵-۱۹) مشاهده می‌شود؛ با افزایش کشش طولی تیر، مقدار بیشینه نیروی

تماسی کاهش می‌یابد.

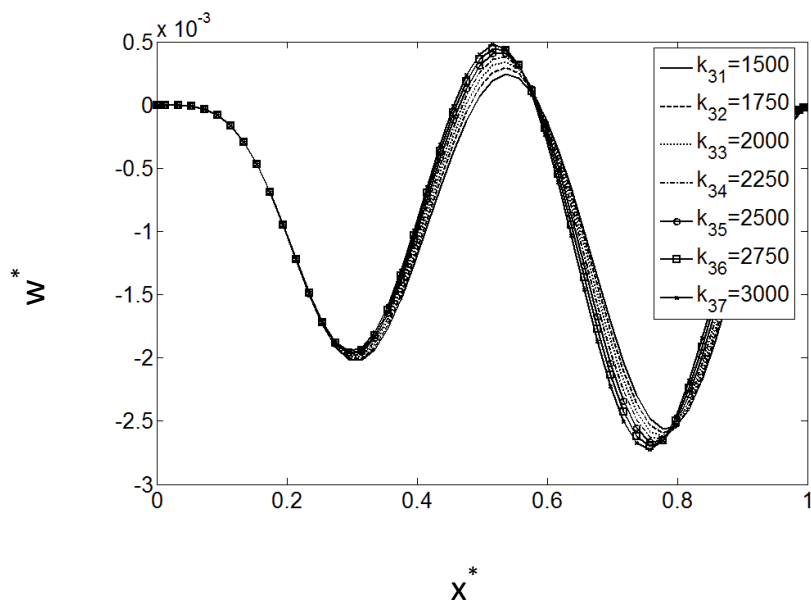
۵-۳-۱-۳- تغییرات ضریب فنر سوم پانتوگراف

مقدار ضریب فنر می‌تواند با توجه به نوع فنر تغییر یابد؛ با استفاده از ضریب فنرهای جدول (۵-۵)

و با توجه به بقیه پارامترها از جدول (۵-۲)، اثر ضریب فنر سوم پانتوگراف بر روی مقدار خیز تیر

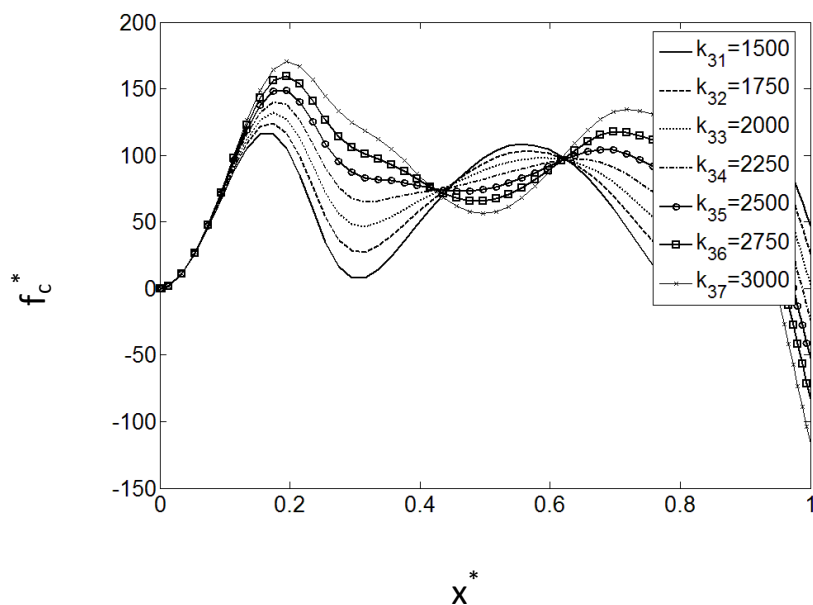
خطی و نیروی تماسی به ترتیب در شکل‌های (۵-۲۰) و (۵-۲۱) مشاهده می‌شود. نتایج نشان می‌دهد؛

مقدار جدایش در هر مقدار ضریب فنر سوم پانتوگراف تقریباً برابر صفر می‌باشد.



شکل (۲۰-۵) اثر تغییرات ضریب فنر سوم پانتوگراف بر روی مقدار خیز بی بعد تیر غیرخطی بر حسب مکان بی بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

با توجه به شکل (۲۰-۵) مشاهده می‌شود؛ با افزایش ضریب فنر سوم پانتوگراف، مقدار خیز بی بعد تیر غیرخطی تغییر چندانی نمی‌کند.

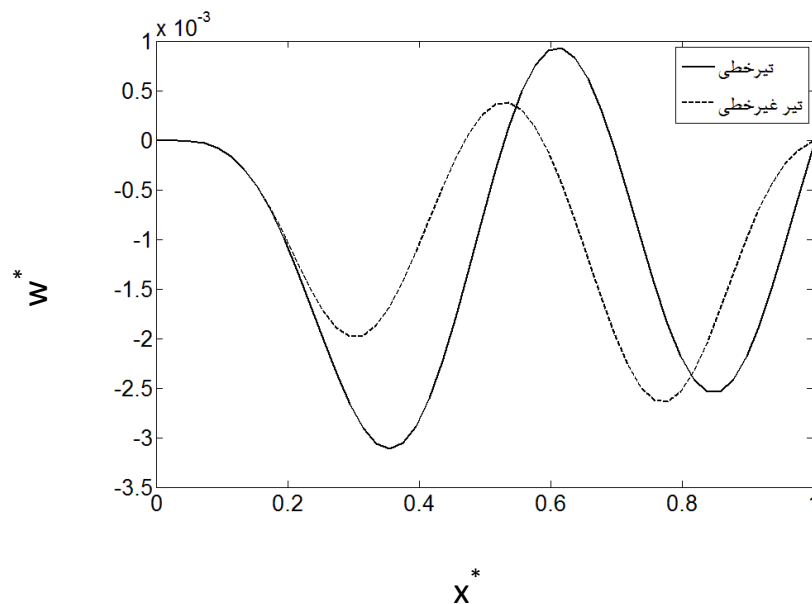


شکل (۲۱-۵) اثر تغییرات ضریب فنر سوم پانتوگراف بر روی مقدار نیروی تماسی بی بعد تیر غیرخطی بر حسب مکان بی بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

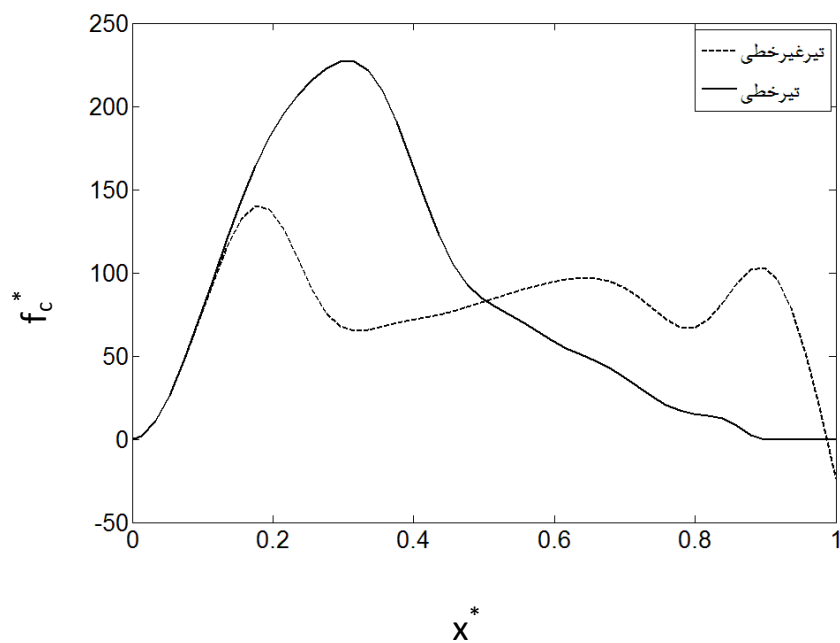
با توجه به شکل (۵-۲۱) مشاهده می‌شود؛ با افزایش ضریب فنر سوم پانتوگراف، مقدار بیشینه نیروی تماسی افزایش می‌یابد.

۵-۳-۳- مقایسه تحلیل خطی با غیر خطی

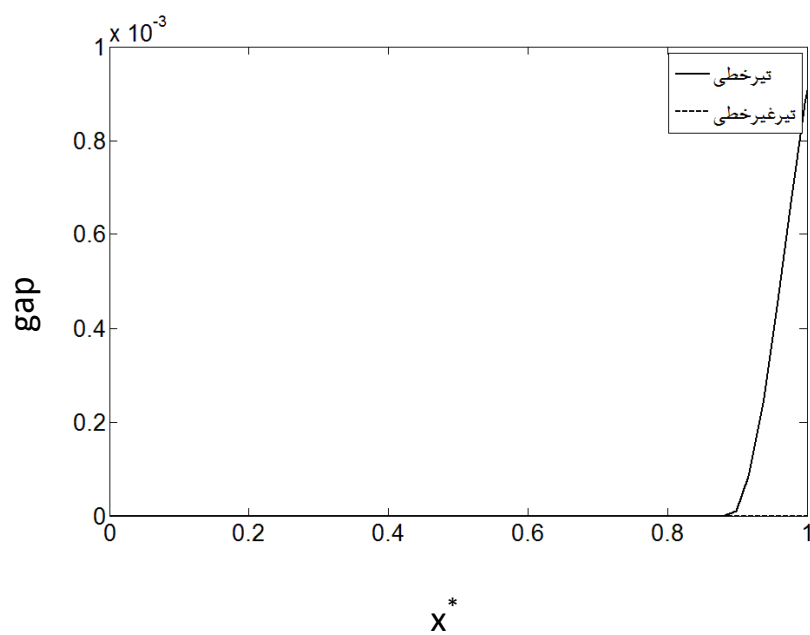
برای دقت در تأثیر غیرخطی بودن تیر بر مسأله تماس دینامیکی؛ مقدار خیز تیر، نیروی تماسی و جدایش بین تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی در حالت خطی و غیرخطی مقایسه شده‌اند و به ترتیب در شکل‌های (۵-۲۲)، (۵-۲۳) و (۵-۲۴) نشان داده می‌شوند.



شکل (۵-۲۲) مقایسه خیز تیر خطی و غیرخطی بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار - ساده



شکل (۲۳-۵) مقایسه نیروی تماسی تیر خطی و غیر خطی بر حسب مکان بی بعد در حالت تکیه گاه گیردار - ساده



شکل (۲۴-۵) مقایسه مقدار جدایش بین پانتوگراف و تیر در حال کشش خطی و غیر خطی بر حسب مکان بی بعد در حالت تکیه گاه گیردار - ساده

در شکل (۲۲-۵)، (۲۳-۵) و (۲۴-۵) به ترتیب مقدار خیز، نیروی تماسی و مقدار جدایش در حالت خطی و غیر خطی مقایسه شده است. به دلیل وجود جمله غیر خطی کننده مسأله تماس دینامیکی

مقدار خیز و نیروی تماسی کمتر بوده و جدایش در حالت غیرخطی اتفاق نمی‌افتد. براساس شکل‌های (۲۲-۵)، (۲۳-۵) و (۲۴-۵) مشاهده می‌شود که حالت غیرخطی به واقعیت مسأله تماس دینامیکی نزدیک‌تر است.

۵-۴- جمع‌بندی

در این فصل، تحلیل خطی و غیرخطی انجام شد و مقدار خیز، نیروی تماسی و مقدار جدایش مشاهده گردید و اثر سرعت، کشش طولی تیر و نسبت ضریب فنر سوم پانتوگراف بر رفتار مسأله تماس دینامیکی مشخص شد و نهایتاً تحلیل خطی با غیرخطی مقایسه گردید. نتایج نشان می‌دهد که مقادیر خیلی بالا و پایین سرعت و کشش طولی و همچنین افزایش ضریب فنر سوم پانتوگراف باعث کاهش مقدار جدایش می‌شود. چون حالت غیرخطی به واقعیت مسأله نزدیک است؛ جدایش در حالت غیرخطی وجود ندارد.

فصل ششم

اعمال کنترلر

۱-۶- مقدمه

در فصل قبل، تحلیل خطی و غیرخطی برای مسأله تماس دینامیکی انجام شد و مسأله جدایش در وضعیت‌های مختلف برای تیر در حال کشش و سیستم پانتوگراف مورد بررسی قرار گرفت. مشاهدات نشان داد که پدیده نامطلوب جدایش با توجه به شرایط مسأله برای سیستم مورد مطالعه ایجاد می‌شود؛ لذا در این فصل، برای کاهش زمان و مقدار جدایش، کنترلر فیدبک خطی‌ساز به سیستم تحت بررسی اعمال می‌شود تا مقدار جدایش کاهش یابد و به حداقل مقدار خود برسد.

۲-۶- معادلات کنترلر فیدبک خطی‌ساز

می‌توان معادلات (۲-۱۹)، (۲-۲۰) و (۲-۲۱) که مربوط به پانتوگراف هستند را به صورت ماتریسی به فرم رابطه (۱-۶) بیان نمود:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_2 + k_1 + 3k_{20}q_2^2 & -k_2 - 3k_{20}q_1^3 & 0 \\ -k_2 - 3k_{20}q_2^2 & k_2 + k_3 + 3k_{30}q_1^2 + 3k_{30}q_3^2 & -k_3 - 3k_{30}q_2^2 \\ 0 & -k_3 - 3k_{30}q_3^2 & k_3 + 3k_{30}q_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{20} + k_{10} & -k_{20} & 0 \\ -k_{20} & k_{20} + k_{30} & -k_{30} \\ 0 & -k_{30} & k_{30} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1^3 \\ q_2^3 \\ q_3^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \quad (۱-۶)$$

رابطه (۱-۶) را می‌توان به صورت رابطه (۲-۶) خلاصه کرد:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq + K_0q^3 = F \quad (۲-۶)$$

که در رابطه (۲-۶)، M ، C ، K و K_0 به صورت رابطه (۳-۶) است:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_2 + k_1 + 3k_{20}q_2^2 & -k_2 - 3k_{20}q_1^3 & 0 \\ -k_2 - 3k_{20}q_2^2 & k_2 + k_3 + 3k_{30}q_1^2 + 3k_{30}q_3^2 & -k_3 - 3k_{30}q_2^2 \\ 0 & -k_3 - 3k_{30}q_3^2 & k_3 + 3k_{30}q_2^2 \end{bmatrix}$$

$$K_0 = \begin{bmatrix} k_{20} + k_{10} & -k_{20} & 0 \\ -k_{20} & k_{20} + k_{30} & -k_{30} \\ 0 & -k_{30} & k_{30} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

(۳-۶)

حال طبق روش فیدبک خطی ساز، کنترلر به فرم رابطه (۴-۶) پیشنهاد می شود:

$$F = M[\ddot{q}_d + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_p(q_d - q)] + C\dot{q} + Kq + K_0q^3 \quad (۴-۶)$$

با در نظر گرفتن $e = q_d - q$ و با جایگذاری معادله (۴-۶) در (۲-۶)، معادله خطا به صورت رابطه (۵-۶) بیان می شود.

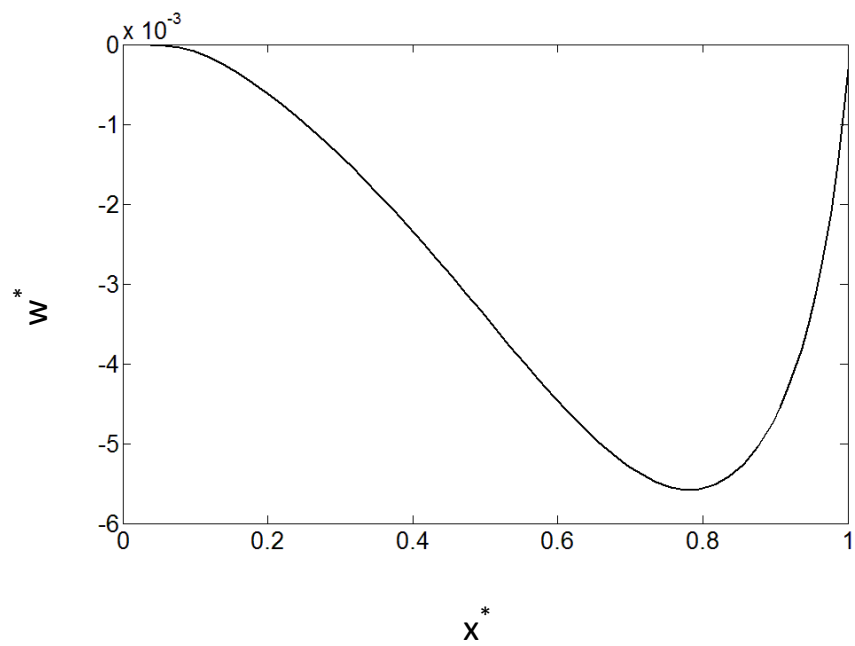
$$\ddot{e} + k_v\dot{e} + k_p e = 0 \quad (۵-۶)$$

که با توجه به معادله (۵-۶) با انتخاب K_p و K_v ، ماتریس قطری مثبت معین می توان نتیجه گرفت با گذشت زمان خطا به سمت صفر میل می نماید.

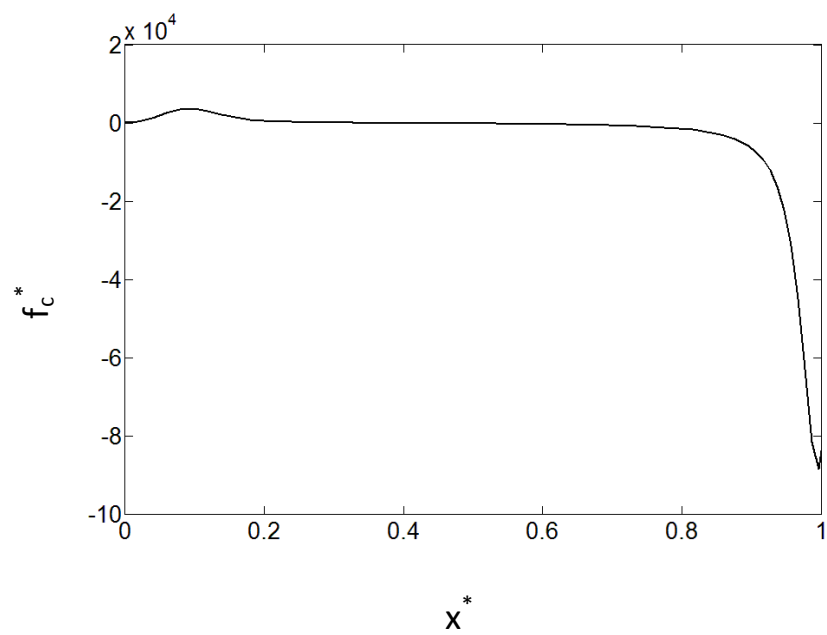
در ادامه سیستم مورد مطالعه طبق رابطه (۲-۶) با اعمال کنترلر (۴-۶) شبیه سازی شده و نتایج ارائه می شود.

۳-۶- تحلیل اثر کنترلر فیدبک خطی ساز

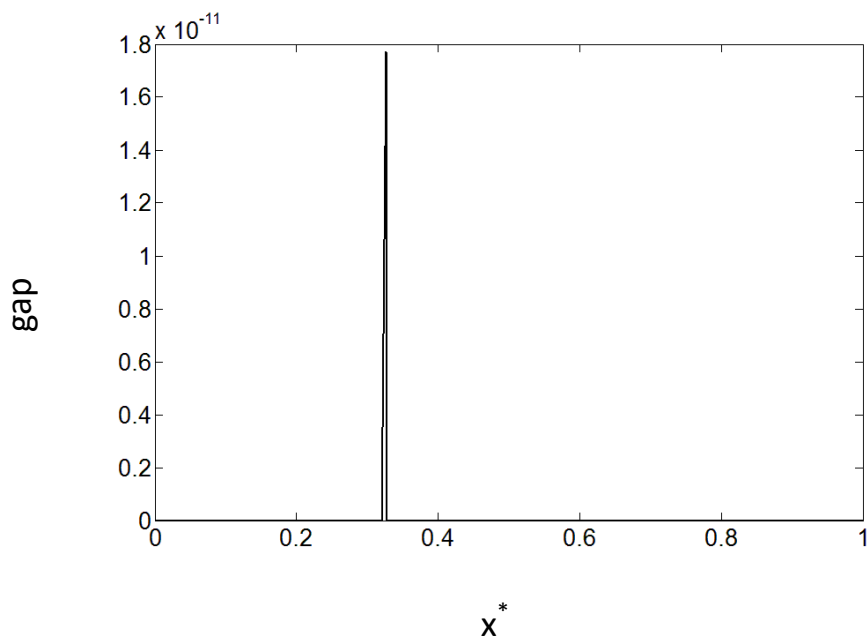
کنترلر فیدبک خطی ساز به حالت تیر خطی اعمال می شود. با اعمال کنترلر به پانتوگراف و با در نظر گرفتن مقادیر قطر اصلی به میزان ۲ و ۳ برای ماتریس های K_p و K_v ، مقدار خیز، نیروی تماسی و جدایش، به ترتیب در شکل های (۱-۶)، (۲-۶) و (۳-۶) نشان داده شده است.



شکل (۶-۱) اثر کنترل فیدبک خطی ساز بر روی خیز تیر خطی بر حسب مکان بی بعد در حالت تکیه گاه گیردار - ساده



شکل (۶-۲) اثر کنترلر فیدبک خطی ساز بر روی مقدار نیروی تماسی بر حسب مکان بی بعد در حالت تکیه گاه گیردار - ساده



شکل (۳-۶) اثر کنترلر فیدبک خطی ساز بر روی مقدار جدایش بر حسب مکان بی بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

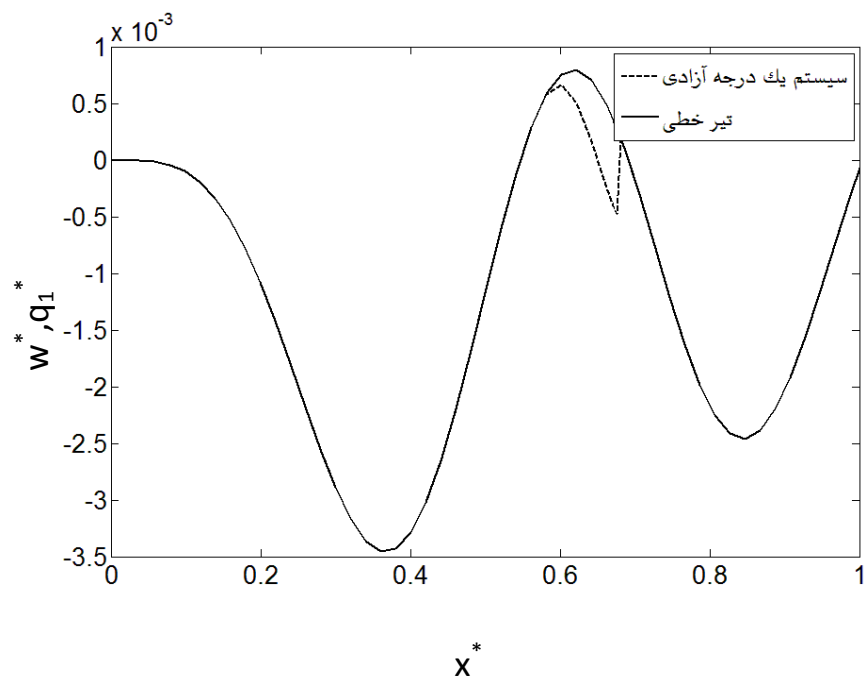
با توجه به شکل (۲-۶) مشاهده می‌شود؛ که با اعمال کنترلر فیدبک خطی ساز مقدار جدایش به حداقل مقدار خود می‌رسد.

۴-۶- تحلیل اثر کنترلر فیدبک خطی ساز بر روی سیستم یک درجه آزادی

در این قسمت، ابتدا پانتوگراف را به صورت سیستم یک درجه آزادی (جرم، فنر خطی و دمپر خطی) مدل کرده و مقدار خیز تیر خطی، نیروی تماسی و مقدار جدایش محاسبه می‌شود. سپس به پانتوگراف یک درجه آزادی کنترلر فیدبک خطی ساز اعمال می‌شود.

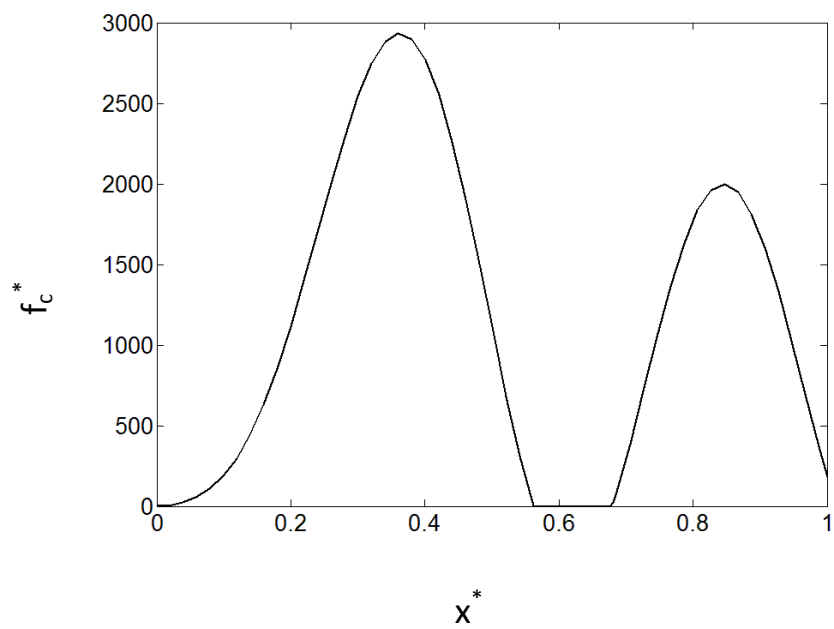
۴-۶-۱- پانتوگراف یک درجه آزادی بدون کنترلر

مقدار خیز تیر خطی، نیروی تماسی و مقدار جدایش برای پانتوگراف یک درجه آزادی بدون اعمال کنترلر به ترتیب در شکل‌های (۴-۶)، (۵-۶) و (۶-۶) نشان داده می‌شود.

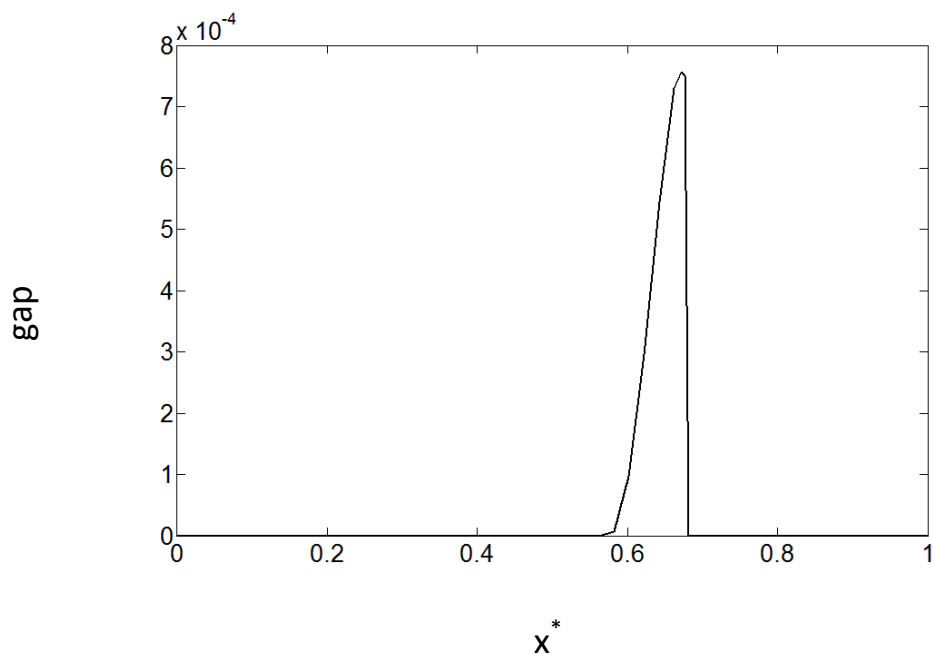


شکل (۴-۶) مقدار خیز تیر خطی و مقدار خیز سیستم یک درجه آزادی بر حسب مکان بی بعد در حالت تکیه‌گاه

گیردار- ساده



شکل (۵-۶) مقدار نیروی تماسی بی بعد بر حسب مکان بی بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

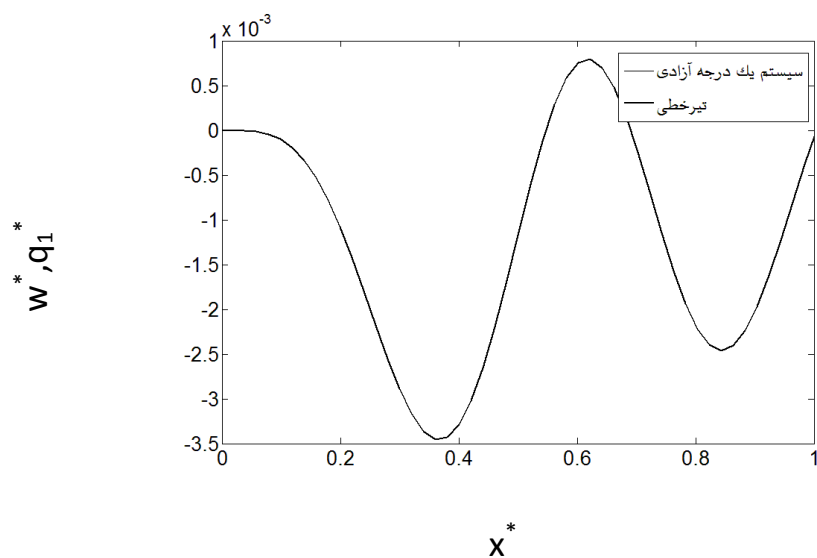


شکل (۶-۶) مقدار جدایش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده

۶-۴-۲- پانتوگراف یک درجه آزادی با اعمال کنترلر

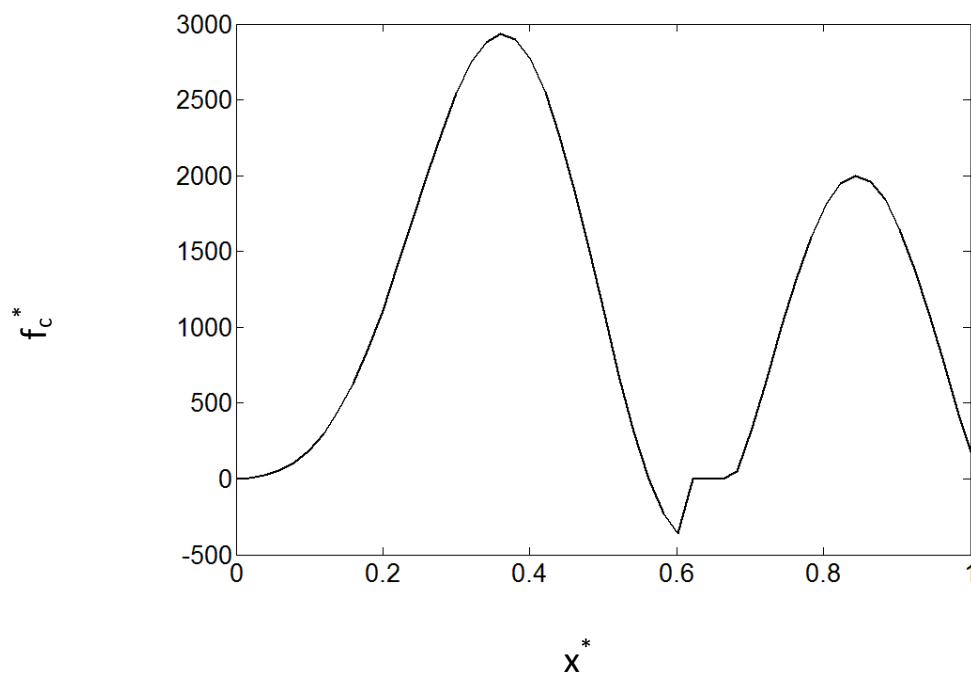
در این قسمت؛ مقدار خیز تیر خطی، نیروی تماسی و مقدار جدایش، برای پانتوگراف یک درجه

آزادی با اعمال کنترلر در شکل‌های (۶-۷)، (۶-۸) و (۶-۹) نشان داده شده است.

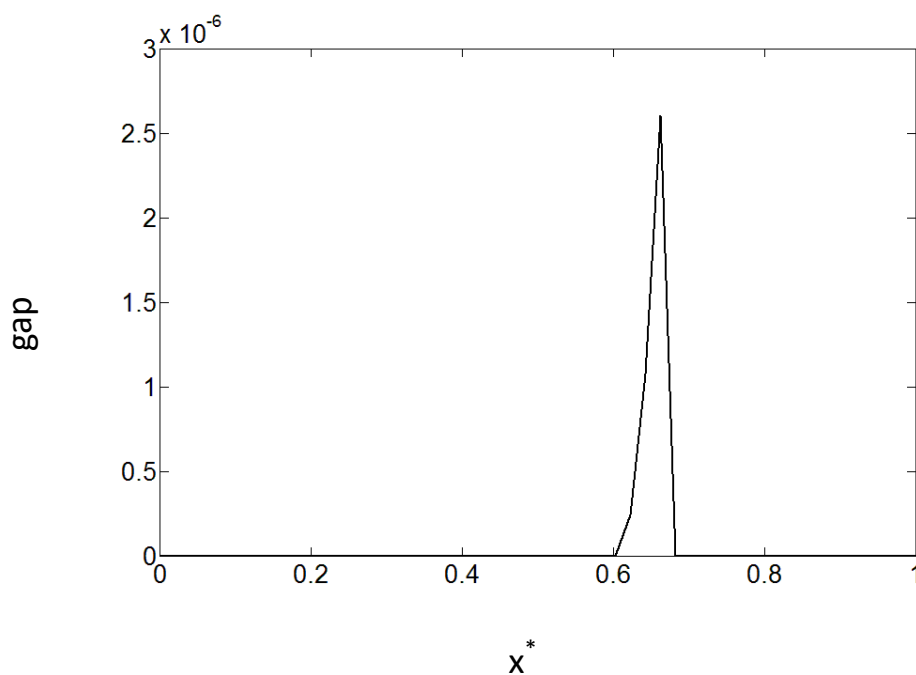


شکل (۶-۷) مقدار خیز تیر خطی بی‌بعد و خیز پانتوگراف یک درجه آزادی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت

تکیه‌گاه گیردار- ساده با اعمال کنترلر



شکل (۸-۶) مقدار نیروی تماسی بی‌بعد بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده با اعمال کنترلر



شکل (۹-۶) مقدار جدایش بر حسب مکان بی‌بعد در حالت تکیه‌گاه گیردار- ساده با اعمال کنترلر

با توجه به شکل (۹-۶) مشاهده می‌شود مقدار جدایش خیلی کاهش یافته است به‌طوری‌که حتی

در شکل (۷-۶) جدایش مشاهده نمی‌شود.

۶-۵- جمع‌بندی

در این فصل، ابتدا کنترلر فیدبک خطی‌ساز به تیر خطی اعمال گردید و نتایج مشاهده شد، سپس پانتوگراف به شکل یک درجه آزادی مدل گردیده و در حالت تیر خطی کنترلر فیدبک خطی‌ساز به پانتوگراف اعمال گردید و طبق شکل‌ها مشاهده شد که جدایش به کمترین مقدار خود رسیده است.

فصل هفتم

نتایج و پیشنهادها

۷-۱- مقدمه

در این پایان نامه معادلات حرکت برای تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی براساس اصل همپلتون برحسب منته‌های تنش استخراج شد. با استفاده از منته‌ها، معادلات خطی و غیرخطی برای دو حالت تماس و جدایش تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی به دست آمد. بعد از بی-بعد کردن معادلات، متغیرها با استفاده از روش گالرکین جدا شده و معادلات زمانی با روش رانگ کوتا مرتبه ۴ حل گردید. تحلیل خطی و غیرخطی برای تیر در حال کشش و سیستم سه درجه آزادی صورت گرفته و نتایج با هم مقایسه شدند و اثر پارامترهای تأثیرگذار بر آن‌ها بررسی شد. کنترلر فیدبک خطی ساز به سیستم سه درجه آزادی اعمال گردید تا مقدار جدایش کاهش یابد و به حداقل مقدار خود برسد. سپس پانتوگراف به صورت سیستم یک درجه آزادی (جرم، فنر خطی و دمپر خطی) در نظر گرفته شد و کنترلر به پانتوگراف اعمال شد و نتایج مورد بررسی قرار گرفت که باعث ایجاد رفتار مناسب تری در پدیده جدایش می‌شود.

۷-۲- نتیجه گیری

نتیجه‌های این پایان نامه به صورت زیر بیان می‌شود.

- در شرایط یکسان مقدار خیز بی بعد تیر در حالت غیرخطی کمتر از حالت خطی است.
- مقدار نیروی تماسی ابتدا در حالت غیرخطی کمتر از حالت خطی بوده سپس در حالت خطی کمتر از غیرخطی می‌شود. ولی در حالت کلی مقدار بیشینه نیروی تماسی در حالت غیرخطی کمتر از خطی می‌باشد.
- مقدار جدایش در حالت غیرخطی نسبت به حالت خطی کمتر است به طوری که در حالت غیرخطی این مقدار برابر صفر می‌باشد.
- با افزایش سرعت، مقدار بیشینه خیز بی بعد تیر تغییر چندانی نمی‌کند.
- با افزایش سرعت مقدار نیروی تماسی بی بعد تیر افزایش می‌یابد.

- در سرعت‌های خیلی پایین و بالا جدایش رخ نمی‌دهد.
- با افزایش کشش طولی تیر مقدار بیشینه خیز بی‌بعد تیر و مقدار بیشینه نیروی تماسی بی‌بعد تیر کاهش می‌یابد.
- در مقادیر خیلی پایین و بالای کشش طولی تیر مقدار جدایش تیر برابر صفر می‌باشد.
- افزایش ضریب فنر سوم پانتوگراف بر روی مقدار خیز بی‌بعد بسیار ناچیز می‌باشد.
- با افزایش ضریب فنر سوم پانتوگراف، مقدار بیشینه نیروی تماسی بی‌بعد افزایش می‌یابد.
- افزایش ضریب فنر سوم پانتوگراف باعث کاهش مقدار جدایش می‌شود.

۷-۳- پیشنهادها

جهت مطالعه کامل‌تر در مورد تماس دینامیکی موارد زیر قابل بررسی هستند:

- مدل کردن پانتوگراف به صورت سیستم سه درجه آزادی با دمپرهای غیرخطی؛
- بررسی تیر با ضخامت متغیر؛
- تعیین حل با در نظر گرفتن چند جمله از تابع گالرکین؛
- در نظر گرفتن ماده به صورت ویسکوالاستیک؛
- در نظر گرفتن زمانی که نیروی تماسی عرضی عمود باقی نمی‌ماند.
- استفاده از کنترلر مقاوم و تطبیقی؛

منابع

- [1] Lee K. and Cho Y. and Chung J. (2012) "Dynamic contact analysis of a tensioned beam with a moving mass-spring system", **J. of Sound and Vibration**, 331, pp. 2520-2531.
- [2] Cho Y. H. and Lee K. and Park Y. and Kang B. and Kim K. (2010) "Influence of contact wire pre-sag on the dynamics of pantograph-railway catenary", **I. J. of Mechanical Science**, 52, pp. 1471-1490.
- [3] Eppinger S. D. and O'Connor D. N. and Seering W. P. and Wormley D. N. (1988) "Modeling and experimental evaluation of asymmetric pantograph dynamics", **J. of Dynamic Systems, Measurement and Control**, 110, pp. 168-174.
- [4] Farhangdoust S. and Farahbakhsh M. and Shahravi M. (2013) "Modeling of pantograph-catenary dynamic stability", **Technical Journal of Engineering and Applied Sciences**, 3, 14, pp. 1486-1491.
- [5] Lee H. P. (1995) "On the separation of a mass travelling on a beam with axial forces", **Mechanics Research Communications**, 22, 4, pp. 371-376.
- [6] Arnold M. and Simeon B. (2000) "Pantograph and catenary dynamics: a benchmark problem and its numerical solution", **Applied Numerical Mathematics**, 34, pp. 345-362.
- [7] Poetsch G. and Evans J. and Meisinger R. and Kortum W. and Baldauf W. and Veitl A. and wallaschek J. (1997) "Pantograph/catenary dynamics and control", **Vehicle System Dynamics**, 28, pp. 159-195.
- [8] Tohidi E. and Bhrawy A. H. and Erfani K. (2013) "A collocation method based on Bernoulli operational matrix for numerical solution of generalized pantograph equation", **Applied Mathematical Modelling**, 37, pp. 4283-4294.
- [9] Alberto A. and Benet J. and Arias E. and Cebrian D. and Rojo T. and Cuartero F. (2008) "A high performance tool for the simulation of the dynamic pantograph–catenary interaction", **Mathematics and Computers in Simulation**, 79, pp. 652-667.

- [10] Pombo J. and Ambrosio J. (2013) "Environmental and track perturbations on multiple pantograph interaction with catenaries in high-speed trains", **Computers and Structures**, **124**, pp. **88-101**.
- [11] Harell P. and Drugge L. and Reijm M. (2005) " Study of critical sections in catenary systems during multiple pantograph operation", **J. Of Rail and Rapid Transit**, **219**, **4**, pp. **203-211**.
- [12] Park T. and Kim B. and Waug Y. (2002) "A Catenary System Analysis for Studying the Dynamic Characteristics of a High Speed Rail Pantograph", **KSME International Journal**, **16**, **4**, pp. **436-447**.
- [13] Teichelmann G. and Schaub M. and Simeon B. (2005) "Modelling and simulation of railway cable systems", **ZAMM · Z. Angew. Math. Mech.**, **85**, **12**, pp. **864-877**.
- [14] Collina A. and Bruni S. (2002) "Numerical Simulation of Pantograph- Overhead Equipment Interaction", **Vehicle System Dynamics**, **38**, **4**, pp. **261-291**.
- [15] Ockendon J. R. and Tayler A. B. (1971) " The Dynamics of a Current Collection System for an Electric Locomotive", **Proceedings of the Royal Society A**, **322**, pp. **447-468**.
- [16] Cho Y. H. (2008) "Numerical simulation of the dynamic responses of railway overhead contact lines to a moving pantograph, considering a nonlinear dropper ", **Journal of Sound and Vibration**, **315**, pp. **433–454**.
- [17] Massat J. (2007) " Modélisation du comportement dynamique du couple pantographecaténaire", **Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes**.
- [18] Massat J. P. and Laine J. P. and Bobillot A. (2006) " Pantograph–catenary dynamics Simulation", **Vehicle System Dynamics**, **44**, pp. **551-559**.
- [19] Massat J. P. and Laine J. P. and Bobillot A. (2006) " Robust methods for detecting defects in overhead contact line based on simulation results", **European Conference on Computational Mechanics**, pp. **770**.

- [20] Ambrosio J. and Pombo J. (2012) " Multiple pantograph interaction with catenaries in high speed trains", **J. Computer Nonlinear Dyn.**, 7, 4, pp. 1415-1555.
- [21] Rauter F. G. and Pombo J. and Ambrósio J. and Chalansonnet J. and Bobillot A. and Pereira M. S. (2007)" Contact model for the pantograph–catenary interaction", **J. of system design and dynamics**, 1, 3, pp. 447-457.
- [22] Pombo J. and Ambrósio J. (2012) " Influence of pantograph suspension characteristics on the contact quality with the catenary for high speed trains", **Computers and Structures**, 110, 111, pp. 32-42.
- [23] Collina A. and Carnevale M. and Lo Coonte A. (2008) " Effect of collector deformable modes in pantograph- catenary dynamic interaction", **J. of Rail and Rapid Transit**, 223, 1, pp. 1-14.
- [24] Pombo J. and Ambrosio J. and Pereira M. and Rauter F. and Collina A. and Facchinetti A. (2009) " Influence of the aerodynamic forces on the pantograph- catenary system for high-speed trains", **Vehicle System Dynamics**, 47, 11, pp. 1327–1347.
- [25] Vera C. and Suarez B. and Paulin J. and Rodriguez P. (2006) " Simulation model for the study of overhead rail current collector systems dynamics focused on the design of a new conductor rail", **Vehicle System Dynamics**, 44, 8, pp. 595-614.
- [26] Benet J. and Cuartero F. and Rojo T. (2000) " A tool to calculate mechanical forces on railway Catenary", **Seventh international conference on computer in railways**, pp. 535-544.
- [27] Seo J. and Kim S. and Jung I. and Kim Y. and Park T. and Mok J. and Chai J. (2006) " Dynamic analysis of a pantograph-catenary system using absolute nodal coordinates", **Vehicle System Dynamics**, 44, 8, pp. 615-630.
- [28] Gerstmayr J. and Shabana A. (2006) " Analysis of thin beams and cables using the absolute nodal co-ordinate formulation", **Nonlinear Dyn.**, 45, 1, pp. 109-130.
- [29] Reddy J.N. (1999) "Energy principles and variational method in applied mechanics", **Department mechanic and engineering**, Texas am university.

- [30] Lee K. and Chung J. (2013) "Dynamic models for the contact analysis of a tensioned beam with a moving oscillator", Proc. Of the Ins. Of Mech. Engineers PartC: **Journal of Mechanical Engineering Science published**, 228, 4, pp. 676-689.
- [31] Wang L. and Hu Z. and Zhong Z. (2013) "Non-linear dynamical analysis for an axially moving beam with finite deformation", **International Journal of Non-linear Mechanics**, 54, pp. 5-21.
- [32] Fryba L. (1996), "Dynamics of Raileay Bridges", **Academi Apaha**, Czech Republic.
- [33] Zimmert G. (2011) "Overview of HSR in China with a Focus on the Overhead Contact Line System for the Wuhan Guangzhou HSR, the Fastest Railway in the World", **A technical journal by Parsons Brinckerhof employes and colleagues**, 73, pp. 37-41.
- [34] Lee K. and Chung J. (2013) "Dynamic analysis of a hanger-supported beam with a moving ocillator", **J. of Sound and Vibration**, 332, pp. 3177-3189.
- [35] Jensen C.N. (1997), PhD. Thesis, "Nonlinear systems with discrete and continuous elements", **Technical University**, IMM, Denmark.
- [36] Sanchez-Rebollo C. and Jimenez-Octavio J. R. and Carnicero A. (2013) " Active control strategy on a catenary-pantograph validated model", **Vehicle System Dynamics**, 51, 4, pp. 554-569.
- [37] Karaköse E. and Gençoğlu M. T. (2012) "Adaptive fuzzy control approach for dynamics pantograph-catenary interaction", **Electrical and Electronics Engineering Department Elazig**.
- [38] Walters S. and Rachid A. and Mpanda A. (2011) " On modeling and control of pantograph catenary systems".
- [39] Rachid A. (2011) " Pantograph catenary control and observation using the LMI approach", **50th IEEE conference on Design and Control and European Control Conference (CDC-ECC)**, Orlando, FL,USA, pp. 2287-2292.

Abstract

In the research, the equations of motion of a tensioned beam and 3 degrees of freedom system based on the principle of Hamilton has derived from the stress. Using that resultant, linear and nonlinear equations for both the contact and separation of a tensioned beam is obtained for 3 degree of freedom system. After making equations dimensionless, variables are isolated using Galerkin method and time equations are solved using Runge-kutta method subsequently. The linear and nonlinear analysis for a tensioned beam and 3 degrees of freedom are accomplished and the results were compared and the effect of efficacious parameters were studied. The linearize feedback controller were applied to 3 degrees of freedom to reduce the separation and reach to it's minimum value. Then, pantograph was considered with 1 degree of freedom (mass, linear spring and linear damper) and controller applied to the pantograph. The results of the study indicate that using linear feedback control significantly reduces separation.

Keywords: Beam vibration, moving mass-spring and damper system, Dynamic contact, Galerkin procedure



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical Engineering

Msc Thesis in Mechanical Engineering Application Design

Analysis and control of a nonlinear 3-dof pantograph moving on a nonlinear beam

By:

Susan Yusefi

Supervisor:

Dr. Habib Ahmadi

September 2016