





دانشگاه صنعتی شهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه مکانیک جامدات

پایان نامه کارشناسی ارشد

تحلیل کمانش و ارتعاشات میکروتیوب نانو کامپوزیتی چرخان تحت فشار،
تقویت شده با نانولوله کربنی تحت میدان های حرارتی و مغناطیسی

رسول رستمی

استادان راهنما:

دکتر مهدی قناد

دکتر مهدی محمدی مهر

استاد مشاور:

دکتر امیر جلالی

۱۳۹۴ دی ماه

دانشگاه شهرورد

دانشکده: مهندسی مکانیک

گروه: گروه مکانیک جامدات

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای رسول رستمی به شماره دانشجویی: ۹۲۰۶۸۴۴

تحت عنوان: تحلیل کمانش و ارتعاشات میکروتیوب تحت فشار چرخان نانو کامپوزیتی، تقویت شده با نانولوله
کربنی تحت میدان های حرارتی و مغناطیسی

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد
مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی: دکتر امیر جلالی		نام و نام خانوادگی: دکتر مهدی قناد کهتوئی
	نام و نام خانوادگی:		نام و نام خانوادگی: دکتر مهدی محمدی مهر
امضاء	نماينده تحصيلات تمكيلي	امضاء	اساتيد داور
	نام و نام خانوادگی: دکتر مهدی گردوبی		نام و نام خانوادگی: دکتر حمیدرضا ایپکچی
			نام و نام خانوادگی: دکتر اردشیر کرمی محمدی
			نام و نام خانوادگی:
			نام و نام خانوادگی:

تقدیم به

پدر و مادر عزیز و مهربانم

که در سختی‌ها و دشواری‌های زندگی همواره یاوری دلسوز

و فداکار

و پشتیبانی محکم و مطمئن برایم بوده‌اند.

تشکر و قدردانی:

از تمامی عزیزانی که مرا در ارائه این مطالب یاری نمودند به خصوص استادان گرامی جناب آقای دکتر مهدی قناد، دکتر مهدی محمدی‌مهر و دکتر امیر جلالی و همچنین کلیه استادانی که در این دوره اینجانب را راهنمایی و هدایت کردند، تشکر و قدردانی می‌کنم.

تعهد نامه

اینجانب رسول رستمی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک دانشکده مکانیک دانشگاه شاهروド نویسنده پایان نامه "تحلیل کمانش و ارتعاشات میکروتیوب چرخان تحت فشار نانوکامپوزیتی، تقویت شده با نانولوله کربنی تحت میدان های حرارتی و مغناطیسی" تحت راهنمائی دکتر مهدی قناد کهتویی و دکتر مهدی محمدی مهر متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهروド می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه شاهروド» و یا «Shahrood University» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهروド می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.

* متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه‌های تکثیر شده پایان نامه وجود داشته باشد.

چکیده

در این تحقیق به بررسی کمانش و ارتعاشات میکروتیوب نانوکامپوزیتی، جدار نازک بلند چرخان تقویت-شده با نanolوله‌های کربنی^۱ پرداخته شده است. برای بررسی و تحلیل این میکروتیوب از تئوری‌های تنش کوپل اصلاح شده^۲ و تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن^۳ استفاده شده و نتایج آن‌ها با هم مقایسه شده است. نتایج تحقیق تأثیر پارامترهای مختلف از جمله سرعت زاویه‌ای، اختلاف دما و فشار در سطح داخل و خارج، اندازه میدان مغناطیسی، پارامتر غیر محلی ارینگن، پارامتر مقیاس طول و درصد حجمی نanolوله را بر روی فرکانس طبیعی، بار کمانش بحرانی، شکل مودهای ارتعاشی و پاسخ سیستم نشان می‌دهد. نتایج به دست آمده، نشان می‌دهد که با افزایش درصد حجمی نanolوله، ضخامت و پارامتر مقیاس طول فرکانس طبیعی و بار کمانش افزایش، ولیکن دامنه پاسخ سیستم کاهش می‌یابد. اختلاف بین دو تئوری در نتایج حاصل شده نشان می‌دهد که تئوری تنش کوپل اصلاح شده رفتار میکروتیوب را بهتر از تئوری غیر محلی توجیه می‌کند. زیرا پارامتر غیر محلی ارینگن تأثیری بر روی نتایج ندارد و برای توجیه رفتار میکروتیوب مناسب نیست اما تغییر پارامتر مقیاس طول ماده به خوبی اضافه شدن تقویت‌کننده را نشان می‌دهد. نتایج این تحقیق در بحث بهینه‌سازی میکروساختارها برای ساخت سنسورها، جابه‌جایی سیالات و دارورسانی در بدن انسان مفید و مؤثر خواهد بود.

کلمات کلیدی: کمانش، ارتعاشات، میکروتیوب نانوکامپوزیتی، نanolوله کربنی، تئوری تنش کوپل اصلاح

شده، تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن

-
1. Carbon Nano Tubes (CNT)
 2. Modify Couple Stress Theory (MCST)
 3. Eringen Nonlocal Elasticity Theory (NT)

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
۱.....	۱.....
۲.....	۱-۱- مقدمه‌ای بر نانوفناوری۱
۲.....	۱-۱-۱- تاریخچه فناوری نانو۱
۴.....	۱-۲- مقدمه‌ای بر نانو کامپوزیت‌ها۱
۴.....	۱-۲-۱- نانو کامپوزیت‌ها از لحاظ جنس زمینه۱
۵.....	۱-۲-۲- نانو کامپوزیت‌ها از لحاظ بُعد فاز تقویت‌کننده۱
۵.....	الف) نانوکامپوزیت با تقویت‌کننده نانوذره۱
۵.....	ب) نانوکامپوزیت با تقویت‌کننده نانو رشته‌ای۱
۶.....	ج) نانوکامپوزیت با تقویت‌کننده نانولایه‌ای۱
۶.....	۱-۳- روش‌های ساخت نانوکامپوزیت‌های زمینه پلیمری۱
۶.....	۱-۳-۱- روش مخلوطسازی مستقیم۱
۷.....	۱-۳-۲- روش فرآوری محلول۱
۷.....	۱-۳-۳- روش پلیمریزاسیون در جا۱
۸.....	۱-۴- پیشینه و هدف تحقیق۱

۱۲	۱-۵- معرفی مسائل
۱۳	فصل دوم
۱۴	۱-۲- هندسه میکروتیوب نانوکامپوزیتی تحت فشار و چرخان تقویت شده با نانولوله کربنی تحت میدان حرارتی و مغناطیسی
۱۵	۲-۲- معادلات میدان جابه جایی
۱۶	۳-۲- خواص مکانیکی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی
۱۷	۴-۲- معادلات تعادل حاکم با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده
۱۷	۴-۲-۱- تansور کرنش بر اساس مؤلفه‌های جابه جایی
۱۸	۴-۲-۲- سینماتیک تئوری تنش کوپل اصلاح شده
۲۰	۴-۲-۳- روابط تنش-کرنش
۲۰	۴-۲-۴- اعمال اصل همیلتون بر روی تابع لگراژ
۲۱	۴-۲-۵- تغییرات انرژی جنبشی
۲۲	۴-۲-۶- تغییرات انرژی کرنشی
۲۳	۴-۲-۷- تغییرات انرژی ناشی از کار نیروهای خارجی
۲۳	۴-۲-۷-۱- تغییرات انرژی ناشی از کار نیروی میدان مغناطیسی
۲۴	۴-۲-۷-۲- تغییرات انرژی ناشی از کار نیروی سطح
۲۴	۴-۲-۷-۳- تغییرات انرژی ناشی از کار نیروی حجمی
۲۵	۴-۲-۸- منتجه‌های تنش

۲-۴-۹- استخراج معادلات تعادل با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده.....	۲۶
۲-۵- معادلات تعادل حاکم با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن	۲۷
۲-۵-۱- اعمال اصل همیلتون.....	۲۷
۲-۵-۲- تغییرات انرژی کرنشی	۲۸
۳-۵-۲- منتجه‌های تنش	۲۹
۴-۵-۲- به دست آوردن معادلات تعادل با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن	۲۹
فصل سوم	۳۱
۱-۳- حل به روش ناویر	۳۲
۲-۳- شرایط مرزی حاکم بر مسأله	۳۲
۲-۳-۱- انتخاب سری فوریه بر اساس شرایط مرزی	۳۲
۲-۳-۲- بسط معادلات تعادل با استفاده از سری‌های فوریه	۳۳
۲-۳-۳- بسط معادلات تعادل به دست آمده با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده	۳۳
۲-۳-۴- گسترش معادلات تعادل به دست آمده با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن	۳۴
۴-۳- ماتریس جرم و سختی، میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی	۳۴
۴-۳-۱- ضرایب ماتریس جرم و سختی به دست آمده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده.....	۳۴
۴-۳-۲- ضرایب ماتریس جرم و سختی به دست آمده از تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن ..	۳۵
۴-۳-۳- مواد استفاده شده در میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویتشده با نانولوله کربنی	۳۶

۳-۶- تحلیل ارتعاشات آزاد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویتشده با نanolوله کربنی.....	۳۸
۳-۶-۱- مقایسه فرکانس طبیعی بی بعد نانوتیوب کربنی همگن.....	۳۹
۳-۶-۲- تحلیل کمانش میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی.....	۴۶
۳-۶-۳- تحلیل خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی	۵۲
۳-۶-۴- تحلیل ارتعاشات اجباری میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی.....	۵۸
۳-۶-۵- تحلیل شکل مُد طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی	۷۰
فصل چهارم	۷۳
۴-۱- بررسی نتایج به دست آمده از تحلیل کمانش و ارتعاشات میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی	۷۴
۴-۱-۱- نتایج بررسی ارتعاشات آزاد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی	۷۴
۴-۱-۲- نتایج بررسی کمانش میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی	۷۵
۴-۱-۳- نتایج بررسی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی	۷۶
۴-۱-۴- نتایج بررسی ارتعاشات اجباری میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی	۷۷
۴-۱-۵- نتایج بررسی شکل مُدهای طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی	۷۷
۴-۲- پیشنهاد برای ادامه تحقیق	۷۸
۵ مراجع	۷۹

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲ هندسه میکروتیوب نانوکامپوزیتی تحت فشار و چرخان تقویتشده با نanolوله کربنی تحت میدانهای حرارتی و مغناطیسی ۱۵
- شکل ۱-۳ مقایسه فرکانس طبیعی بی بعد $\bar{\omega}_n = \omega_n R \sqrt{\frac{\rho}{E}}$ نanolوله کربنی همگن با شرایط مرزی دو انتها ۳۹
- شکل ۲-۳ بررسی تأثیر نسبت (R/h) بر روی فرکانس ببعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویتشده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ ۴۲
- شکل ۳-۳ بررسی تأثیر اندازه میدان مغناطیسی بر روی فرکانس ببعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویتشده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ ۴۳
- شکل ۴-۳ بررسی تأثیر ضریب حجمی نanolوله کربنی بر روی فرکانس ببعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویتشده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ ۴۳
- شکل ۵-۳ بررسی تأثیر دما بر روی فرکانس ببعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویتشده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ ۴۴
- شکل ۶-۳ بررسی تأثیر عدد موج بر روی فرکانس ببعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویتشده با نanolوله کربنی ۴۴

شکل ۷-۳ بررسی تأثیر پارامتر غیر محلی ارینگن بر روی فرکانس بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی ($Vcnt=0.12, R/h=50, T_0=300K, Hx=0, \omega=400rad/s, m=1$)

شکل ۸-۳ بررسی تأثیر پارامتر مقیاس طول بر روی فرکانس بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی ($Vcnt=0.12, R/h=50, T_0=300K, Hx=0, \omega=400rad/s, m=1$)

شکل ۹-۳ بررسی تأثیر نسبت (R/h) بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی ($Vcnt=0.12, T_0=300K, Hx=0, MCST=NT$ و $\omega=600rad/s, e_0a=1nm, l/h=10, m=1$)

شکل ۱۰-۳ بررسی تأثیر اندازه میدان مغناطیسی بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ ($R/h=50, \omega=600rad/s, e_0a=1nm, l/h=25, m=1$)

شکل ۱۱-۳ بررسی تأثیر ضریب حجمی نanolوله کربنی بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ ($R/h=50, T_0=300K, Hx=0, \omega=600rad/s, e_0a=1nm, l/h=25, m=1$)

شکل ۱۲-۳ بررسی تأثیر دما بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ ($Vcnt=0.12, R/h=50, Hx=0, \omega=600rad/s, e_0a=1nm, l/h=25, m=1$)

شکل ۱۳-۳ بررسی تأثیر پارامتر غیر محلی ارینگن بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی ($Vcnt=0.12, R/h=50, T_0=300K, Hx=0, \omega=600rad/s, m=1$)

شکل ۱۴-۳ بررسی تأثیر پارامتر مقیاس کوچک طول بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب

نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی (

۵۱ ($m=1$)

شکل ۱۵-۳ بررسی تأثیر نسبت (R/h) بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله

($V_{cnt}=0.12, \Delta T=5, Hx=0, \omega=600rad/s, P_i/P_o=2, e_0a=1nm, MCST$ و NT کربنی با استفاده از

۵۵ $l/h=10$)

شکل ۱۶-۳ بررسی تأثیر اندازه میدان مغناطیسی بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی

($V_{cnt}=0.12, \Delta T=5, R/h=5, \omega=600rad/s, MCST$ و NT تقویت شده با نانولوله کربنی با استفاده از

۵۵ $P_i/P_o=2, e_0a=1nm, l/h=10$)

شکل ۱۷-۳ بررسی تأثیر ضریب حجمی نانولوله کربنی بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی

$R/h=50, \Delta T=5, Hx=0, \omega=600, e_0a=1nm, MCST$ و NT تقویت شده با نانولوله کربنی با استفاده از

۵۶ $l/h=10$)

شکل ۱۸-۳ بررسی تأثیر دما بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی با

($V_{cnt}=0.12, R/h=50, \Delta T=5, Hx=0, \omega=600rad/s, P_i/P_o=2, e_0a=1nm, MCST$ و NT استفاده از

۵۶ $l/h=10$)

شکل ۱۹-۳ بررسی تأثیر نسبت فشار خارج به داخل بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی

($V_{cnt}=0.12, R/h=50, \Delta T=5, Hx=0, \omega=600, MCST$ و NT تقویت شده با نانولوله کربنی با استفاده از

۵۷ $e_0a=1nm, l/h=5$)

شکل ۲۰-۳ بررسی تأثیر سرعت زاویه‌ای بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با

($V_{cnt}=0.12, R/h=50, \Delta T=5, Hx=0, P_i/P_o=2, MCST$ و NT نانولوله کربنی با استفاده از

۵۷ $(e_0a=1nm, l/h=5$)

شکل ۲۱-۳ بررسی تأثیر ضریب حجمی نanolوله کربنی بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی
 $(L/R=80, R/h=50, Hx=0, T_0=300K, \Delta T=0, MCST$ تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از
 $\omega=600rad/s, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10, n=10)$

شکل ۲۲-۳ بررسی تأثیر نسبت فشار داخل به خارج بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی
 $(L/R=80, R/h=50, Vcnt=0.12, Hx=0, T_0=300K, MCST$ تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از
 $\Delta T=0, \omega=600rad/s, l/h=10, n=10)$

شکل ۲۳-۳ بررسی تأثیر نسبت اختلاف دما سطح داخل به خارج بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب
 نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از
 $(L/R=80, R/h=50, Vcnt=0.12, MCST$ تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از
 $Hx=0, \Delta T=0, \omega=600rad/s, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10, n=10)$

شکل ۲۴-۳ بررسی تأثیر نسبت سرعت زاویه‌ای بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی
 $(L/R=80, R/h=50, Vcnt=0.12, Hx=0, T_0=300K, MCST$ تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از
 $\Delta T=0, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, T_{s2}/T_{s1}=1, l/h=10, n=10)$

شکل ۲۵-۳ بررسی تأثیر میدان مغناطیسی بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با
 $(L/R=80, R/h=50, Vcnt=0.12, MCST$ تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به ضریب ω/Ω_m ، با استفاده از
 $T_0=300K, \Delta T=0, \omega=600rad/s, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10)$

شکل ۲۶-۳ بررسی تأثیر ضریب حجمی نanolوله کربنی بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی
 $(L/R=80, R/h=50, Hx=0, MCST$ تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به پارامتر ω/Ω_m ، با استفاده از
 $\omega=600rad/s, T_0=300K, \Delta T=0, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10)$

شکل ۲۷-۳ بررسی تأثیر نسبت اختلاف فشار داخل به خارج بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب
 نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به ضریب ω/Ω_m ، با استفاده از
 $(L/R=80, MCST$

۶۶ $R/h=50, V_{cnt}=0.12, H_x=0.5 \text{ MA/m}, T_0=300K, \Delta T=0, \omega=600\text{rad/s}, l/h=10$)

شکل ۲۸-۳ بررسی تأثیر نسبت اختلاف دما داخل به خارج بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به ضریب ω_m/Ω ، با استفاده از $(L/R=80, R/h=50, MCST=0.12, H_x=0.5 \text{ MA/m}, \Delta T=0, \omega=600\text{rad/s}, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10)$

۶۷ $V_{cnt}=0.12, H_x=0.5 \text{ MA/m}, \Delta T=0, \omega=600\text{rad/s}, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10$)

شکل ۲۹-۳ بررسی تأثیر اختلاف سرعت زاویه ای بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به ضریب ω_m/Ω ، با استفاده از $(L/R=80, R/h=50, MCST=0.12, H_x=0.5 \text{ MA/m}, T_0=300K, \Delta T=0, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10)$

شکل ۳۰-۳ بررسی تأثیر پارامتر مقیاس طول بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به ضریب ω_m/Ω ، با استفاده از $(L/R=10, R/h=50, V_{cnt}=0.12, MCST=0.12, H_x=0.5 \text{ MA/m}, T_0=300K, \Delta T=0, \omega=600\text{rad/s}, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4)$

شکل ۳۱-۳ بررسی تأثیر نسبت (R/h) بر روی شکل مُد طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از $(L/R=100, V_{cnt}=0.12, \omega=0, T_0=300K, \Delta T=0, H_x=0, l/h=10) MCST$

شکل ۳۲-۳ بررسی تأثیر ضریب حجمی نanolوله کربنی بر روی شکل مُد طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از $(L/R=100, R/h=20, \omega=0, T=300K, \Delta T=0, MCST=0.12, H_x=0, l/h=10)$

شکل ۳۳-۳ بررسی تأثیر اندازه میدان مغناطیسی بر روی شکل مُد طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از $(L/R=100, R/h=20, \omega=0, T_0=300K, \Delta T=0, MCST=0.12, H_x=0, l/h=10)$

شکل ۳۴-۳ بررسی تأثیر دما بر روی شکل مُد طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از $(L/R=100, R/h=20, \omega=0, \Delta T=0, H_x=0, l/h=10) MCST$

فهرست جداول

عنوان	صفحه
جدول ۱-۳ وابستگی خواص مکانیکی نanolوله کربنی به دما برای نanolوله تک‌جداره (طول لوله nm)	۳۷.....۹.۲۶
جدول ۲-۳ وابستگی پارامتر بازده نanolوله به ضریب حجمی نanolوله [۱۳]	۴۰.....۳۸
جدول ۳-۳ مقایسه فرکانس طبیعی بی بعد [۱۳]	۴۰.....۴۰
جدول ۴-۳ مقایسه فرکانس طبیعی بی بعد بین تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن و تنش کوپل اصلاح شده	۴۰.....۴۰
جدول ۵-۳ مقایسه بار کمانش بحرانی بی بعد بین تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن و تنش کوپل اصلاح شده	۴۷.....۴۷
جدول ۶-۳ مقایسه خیز بی بعد بین تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن و تنش کوپل اصلاح شده	۵۳.....۵۹
جدول ۷-۳ معرفی پارامترهای وابسته به زمان	۵۹.....۵۹

فهرست علائم و اختصارات

MCST	تئوری تنش کوپل اصلاح شده
NT	تئوری غیر محلی
FGM	مواد متغیر تابعی
PMMA	پلی‌متیل متاکریلات
CNT	نانولوله کربنی
L	طول میکروتیوب
R	شعاع میکروتیوب
h	ضخامت میکروتیوب
ω	سرعت زاویه‌ای
T_{s1}	دمای سطح داخل
T_{s2}	دمای سطح خارج
P_i	فشار سطح داخل
P_o	فشار سطح خارج
r_i	شعاع داخلی
r_o	شعاع خارجی
x	مختصات در راستای طول
z	مختصات در راستای ضخامت
t	زمان
$U(x,t)$	مؤلفه جابه‌جایی در راستای طول
ص	

$W(x,t)$	مؤلفه جابه‌جایی در راستای ضخامت
E_{ij}	مدول یانگ
ϑ_{ij}	ضریب پواسون
E_{ij}^{cn}	مدول یانگ نانولوله کربنی
E^m	مدول یانگ فاز زمینه
V_{cn}	ضریب حجمی نانولوله کربنی
V_m	ضریب حجمی فاز زمینه
α_i^{cn}	ضریب انبساط حرارتی نانوتیوب
α^m	ضریب انبساط حرارتی فاز زمینه
ε_{ij}	مؤلفه تانسور کرنش
χ_{ij}	مؤلفه تانسور خمیدگی
θ_i	مؤلفه تانسور چرخش
m_i	مؤلفه تانسور تنش کوپل اصلاح شده
l	مقیاس طول ماده
μ	مدول برشی
σ_{ij}	مؤلفه تانسور تنش
H_x	مؤلفه بردار میدان مغناطیسی
η_L	ثابت نفوذپذیری مغناطیسی
$e_0 a$	پارامتر مقیاس کوچک طول
S_{ij}	ضرایب ماتریس سختی

ق

ضرایب ماتریس جرم

پارامتر بازده نانولوله کربنی

بیشینه مقدار خمث

عدد موج

فصل اول

مقدّمه و پیشینه تحقیق

۱-۱- مقدمه‌ای بر نانوفناوری

فناوری نانو یا نانوتکنولوژی رشته‌ای از دانش کاربردی و فناوری است که موضوع‌های گسترهای را پوشش می‌دهد. نانوفناوری فهم و به کارگیری خواص جدیدی از مواد و سیستم‌هایی در این ابعاد است که اثرات فیزیکی جدیدی- بیشتر متأثر از غلبه خواص کوانتومی بر خواص کلاسیک - از خود نشان می‌دهند. نانوفناوری یک دانش به شدت میان رشته‌ای است و به رشته‌هایی چون پزشکی، دامپزشکی، زیست‌شناسی، فیزیک کاربردی، مهندسی مواد، ابزارهای نیم رسانا، شیمی ابرمولکول و حتی مهندسی مکانیک، مهندسی برق و مهندسی شیمی نیز مربوط می‌شود. نانو تکنولوژی می‌تواند به عنوان ادامه‌ی دانش کنونی به ابعاد نانو یا طرح‌ریزی دانش کنونی بر پایه‌هایی جدیدتر و امروزی‌تر باشد.

۱-۱-۱- تاریخچه فناوری نانو

در طول تاریخ بشر از زمان یونان باستان، مردم و به خصوص دانشمندان آن دوره بر این باور بودند که مواد را می‌توان آن قدر به اجزا کوچک تقسیم کرد تا به ذراتی رسید که خرد ناشدنی هستند و این ذرات بنیان مواد را تشکیل می‌دهند. شاید بتوان دموکریتوس^۱ فیلسوف یونانی را پدر فناوری و علوم نانو دانست چرا که در حدود ۴۰۰ سال قبل از میلاد، او اولین کسی بود که واژه‌ی اتم را که به معنی تقسیم نشدنی در زبان یونانی است، برای توصیف ذرات سازنده مواد به کار برد. با تحقیق‌ها و آزمایش‌های بسیار، دانشمندان تاکنون ۱۰۸ نوع اتم و تعداد زیادی ایزوتوپ کشف کرده‌اند. آن‌ها همچنین پی‌برده‌اند که اتم‌ها از ذرات کوچک‌تری مانند کوارک‌ها و لپتون‌ها تشکیل شده‌اند. با این حال این کشف‌ها در تاریخ پیدایش این فناوری پیچیده زیاد مهم نیست. نقطه شروع و توسعه اولیه فناوری نانو به طور دقیق مشخص نیست. شاید بتوان گفت که اولین نانوتکنولوژی‌ست‌ها شیشه‌گران قرون وسطی‌ای بوده‌اند که از قالب‌های قدیمی^۲ برای

1. Democritus

1. Medieval forges

شکل دادن شیشه‌هایشان استفاده می‌کرده‌اند. البته این شیشه‌گران نمی‌دانستند که چرا با اضافه کردن طلا به شیشه رنگ آن تغییر می‌کند. در آن زمان برای ساخت شیشه‌های کلیساها قرون وسطایی از ذرات نانومتری طلا استفاده می‌کردند و با این کار شیشه‌های رنگی بسیار جذابی به دست می‌آمد. این قبیل شیشه‌ها هم‌اکنون در بین شیشه‌های بسیار قدیمی یافت می‌شوند. رنگ به وجود آمده در این شیشه‌ها بر پایه این حقیقت استوار است که مواد با ابعاد نانو دارای همان خواص مواد با ابعاد میکرو نمی‌باشند. در واقع یافتن مثال‌هایی برای استفاده از نانو ذرات فلزی چندان سخت نیست. رنگدانه‌های تزیینی جام مشهور لیکرگوس^۱ در روم باستان نمونه‌ای از آن‌هاست. این جام هنوز در موزه بریتانیا قرار دارد و بسته به جهت نور تابیده به آن رنگ‌های متفاوتی دارد. نور انعکاس یافته از آن سبز است ولی اگر نوری از درون آن بتابد، به رنگ قرمز دیده می‌شود. آنالیز این شیشه حکایت از وجود مقادیر بسیار اندکی از بلورهای فلزی ریز ۷۰۰ نانومتری دارد که حاوی نقره و طلا با نسبت مولی تقریباً ۱۴ به ۱ است حضور این نانoblورها باعث رنگ ویژه جام لیکرگوس شده است. در سال ۱۹۵۹ ریچارد فاینمن^۲ مقاله‌ای را درباره قابلیت‌های فناوری نانو در آینده منتشر ساخت. با وجود موقعیت‌هایی که توسط بسیاری تا آن زمان کسب شده بود، فاینمن را به عنوان پایه گذار این علم می‌شناسند. فاینمن که بعدها جایزه نوبل را در فیزیک دریافت کرد در آن سال در یک مهمانی شام که توسط انجمن فیزیک آمریکا برگزار شده بود، سخنرانی کرد و ایده فناوری نانو را برای عموم مردم آشکار ساخت. سخنرانی او شامل این مطلب بود که می‌توان تمام دایره‌المعارف بریتانیا را بر روی یک سنجاق نگارش کرد. یعنی ابعاد آن به اندازه ۰...۰۰۰۰۴ ابعاد واقعیش کوچک می‌شود. او همچنین از دوتایی کردن اتم‌ها برای کاهش ابعاد کامپیوترها سخن گفت در آن زمان ابعاد کامپیوترها بسیار بزرگتر از ابعاد کنونی بودند اما او احتمال می‌داد که ابعاد آن‌ها را بتوان حتی از ابعاد کامپیوترهای کنونی نیز کوچک‌تر کرد. او همچنین در آن سخنرانی توسعه بیشتر فناوری نانو را

2. Licker gous

- 2. Eicker gous
- 3. Richard Feynman

پیش‌بینی نمود.

۱-۲- مقدمه‌ای بر نانو کامپوزیت‌ها

در سال‌های اخیر استفاده از تکنولوژی نانو به یکی از چالش‌های اصلی علوم مهندسی تبدیل شده است. نانوتکنولوژی، علم طراحی و کاربرد نانوساختارها و همچنین ارتباط بین خواص مختلف آن‌ها در مقیاس نانو می‌باشد. با توجه به تنوع گسترده نانوکامپوزیت‌ها، کاربردهای بسیار زیادی برای آن‌ها است [۱]. نانوکامپوزیت‌ها شامل مواد چند فازی هستند که حداقل یکی از اجزای آن در یک بعد، اندازه کمتر از ۱۰۰ نانومتر داشته باشد [۲]. نانوکامپوزیت‌ها از دو قسمت اصلی زمینه^۱ و تقویت‌کننده^۲ تشکیل شده است. زمینه از لحاظ جنس می‌تواند پلیمری، فلزی و سرامیکی باشد که با توجه به خواص متفاوت هر کدام از این مواد کاربردهای مختلفی برای آن‌ها وجود دارد. اندازه ذرات نانو و پراکندگی آن‌ها در فاز زمینه کامپوزیت از جمله راه‌های رسیدن به خواص مورد نظر در نانوکامپوزیت‌ها می‌باشد. با توجه به ابعاد نانومتری ذرات تقویت‌کننده در نانوکامپوزیت‌ها، نیروی بین مولکولی بین فاز زمینه و تقویت‌کننده نسبت به کامپوزیت‌های معمولی بسیار بیشتر است، همین امر موجب بهبود خواص نانوکامپوزیت‌ها شده است [۳].

۱-۲-۱- نانو کامپوزیت‌ها از لحاظ جنس زمینه

زمینه از لحاظ جنس می‌تواند پلیمری، فلزی و سرامیکی باشد، کامپوزیت‌های زمینه پلیمری، از یک رزین پلیمری (پلاستیک تقویت‌شده مولکول درشت) به عنوان زمینه با رشته‌ای به عنوان عامل تقویت‌کننده تشکیل شده است. از ویژگی‌های این دسته از کامپوزیت‌ها، کاربرد متنوع و گسترده، خواص خوب در دمای محیط، سهولت ساخت و هزینه کم است. در کامپوزیت‌های زمینه فلزی زمینه دارای یک

1. matrix
2. inclusion

فلز انعطاف‌پذیر می‌باشد. برتری‌های این نوع کامپوزیت نسبت به کامپوزیت‌های زمینه پلیمری دمای عملکرد بالاتر، عدم اشتعال و مقاومت بیشتر در برابر تهاجم سیالات آلی است. البته لازم به ذکر است این نوع کامپوزیت‌ها نسبت به کامپوزیت‌های زمینه پلیمری هزینه تولید بیشتری داشته و در نتیجه استفاده از آن‌ها نیز محدودتر است. دسته سوم کامپوزیت‌های زمینه سرامیکی می‌باشد. این دسته از کامپوزیت‌ها به دلیل مقاومت عالی در برابر اکسید شدن در دمای بالا، با وجود احتمال شکست ترد، بهترین گزینه برای استفاده در دماهای زیاد و تنש‌های شدید هستند. به ویژه در قطعات مهندسی که می‌بایست استحکام در دمای بالا داشته باشند. کامپوزیت‌های زمینه سرامیکی تنها کامپوزیت‌هایی هستند که تا بیش از ۹۰۰ درجه‌ی سانتی‌گراد استحکام خود را حفظ می‌کنند^[۳].

۱-۲-۲- نانو کامپوزیت‌ها از لحاظ بُعد فاز تقویت‌کننده

نانوکامپوزیت‌ها بر اساس نوع ماده تقویت‌کننده در آن‌ها، در سه دسته قرار می‌گیرند، نانوکامپوزیت با تقویت‌کننده نانوذره، نانوکامپوزیت با تقویت‌کننده نانورشته‌ای و نانوکامپوزیت با تقویت‌کننده نانو لایه‌ای که هر کدام یک از آن‌ها خواص و کاربردهای خاص خود را دارند^[۳].

الف) نانوکامپوزیت با تقویت‌کننده نانوذره

نانوذره عبارت است از نانومادهای که می‌تواند آشکال هندسی مختلفی داشته باشد؛ ولی طول، عرض و ارتفاع نانومتری دارد. برای نمونه، نانوذرات رس که با انواع مواد پلیمری ترکیب می‌شود و موجب افزایش طول عمر و کاهش ساییدگی می‌شوند.

ب) نانوکامپوزیت با تقویت‌کننده نانورشته‌ای

نانورشته‌ها دسته‌ای از نانومواد هستند که در راستای طول دارای اندازه‌ای بزرگ‌تر از ۱۰۰ نانومتر هستند و شامل نانومیله‌ها، نانوسیم‌ها، نانوالیاف و نانولوله می‌باشد. نمونه‌ی نانوکامپوزیت فولاد-نانولوله‌های کربنی

هستند. پژوهشگران برای بهبود خواص مکانیکی از جمله افزایش استحکام کششی انواع فولاد از نanolلهای کربنی به عنوان تقویت‌کننده استفاده می‌کنند. نانوللهای کربنی دارای استحکام کششی ۱۰۰ گیگاپاسکال هستند.

ج) نانوکامپوزیت با تقویت‌کننده نanolایهای

نانولایهای از نانومواد هستند که دارای ضخامت نانومتری می‌باشند و با پوشش آن‌ها بر روی سطوح می‌توان خواص مورد نظر را تغییر داد. برای مثال با پوشش nanolایهای دی‌اکسید‌تیتانیم بر روی سطوح، می‌توان باعث ایجاد خاصیت جذب آب شد.^[۳]

۱-۳- روش‌های ساخت نانوکامپوزیت‌های زمینه پلیمری

نانوکامپوزیت‌ها با داشتن آرایش‌های مولکولی متفاوت، کاربردهای وسیع‌تر و جدیدتری را تجربه خواهند کرد. از جمله خواص مهم نانوکامپوزیت‌های پلیمری، استحکام زیاد در عین وزن کم، مقاومت بالا در برابر خوردگی و خاصیت جذب امواج راداری است.^[۲] به طور کلی نانوکامپوزیت‌ها می‌توانند خواص بهبود یافته‌ی مکانیکی، الکتریکی، نوری، الکترشیمیایی، کاتالیستی و ساختاری از خود نشان دهند. بهبود خواص رابطه مستقیمی با آرایش مولکولی و همچنین روش ساخت نانوکامپوزیت‌ها دارد، این مواد معمولاً به روش‌های مختلفی تولید می‌شوند.

۱-۳-۱- روش مخلوط‌سازی مستقیم

در این روش ابتدا نانوذرات تهیه شده به صورت سوسپانسیون در یک حلال حل شده و سپس به محلول پلیمری اضافه می‌شود و مخلوط حاصل توسط یک پرس هیدرولیک در یک قالب اکسترود می‌شود و درنهایت صفحات نازک به دست می‌آیند. در این روش انتخاب بستر پلیمری، انتخاب نوع ذارت و سازگاری این دو گونه با یک دیگر و نحوه توزیع ذرات از نکات حائز اهمیت است. معمولاً برای تولید

نانوکامپوزیت‌های زمینه پلیمری حاوی نانوالیاف کربنی از این روش استفاده می‌شود. محدودیت این روش میزان فاز تقویت‌کننده یا همان مواد پرکننده است. به عنوان مثال برای تولید نانوکامپوزیت سیلیکا-پلی‌پروپیلن حداقل میزان نانوذرات سیلیکا ۲۰ درصد وزنی می‌تواند باشد. البته به نظر می‌رسد به هم چسبیدن ذرات نیز از دیگر محدودیت‌های این روش باشد[۴].

۲-۳-۱- روش فرآوری محلول

با استفاده از این روش می‌توان بر بعضی از محدودیت‌های روش مخلوط سازی مستقیم غلبه کرد، ضمن آن که می‌توان میزان چسبندگی و کلوخه‌ای شدن نانوذرات در ماده پلیمری را کاهش داد. در این روش به دو صورت می‌توان نانوکامپوزیت‌های پلیمری را تولید کرد. اگر ماده‌ی زمینه پلیمری و نانوذرات تقویت‌کننده آن در یکدیگر قابل حل شدن باشند، محلول حاصل را می‌توان در یک قالب ریخته‌گری کرده و نانوکامپوزیت تولید نمود. در غیر این صورت مخلوط مواد نانوکامپوزیت در یک حلال حل شده و در نهایت با تبخیر حلال، نانوکامپوزیت مورد نظر به دست می‌آید[۴].

۲-۳-۲- روش پلیمریزاسیون درجا

در این روش پلیمریزاسیون بستر پلیمری در حضور نانوذرات انجام می‌شود و منومر در حین رشد، ذرات پرکننده را در بر می‌گیرد. نکته‌ی کلیدی در این روش نحوه‌ی توزیع ذرات نانو در منومر است. با کنترل پیوند بین ذرات نانو و ماده زمینه، می‌توان توزیع مورد نظر را به دست آورد. بسیاری از نانوکامپوزیت‌های زمینه پلیمری را می‌توان با این روش تولید کرد. به طور مثال نانوکامپوزیت‌های حاوی نانولایه‌های گرافیت که دارای هدایت الکتریکی بالا و نفوذ پذیری کمی هستند، از این روش تولید می‌شوند. برای تولید این نانوکامپوزیت‌ها ابتدا با امواج مافق صوت لایه‌های گرافیت در منومر به صورت یکنواخت توزیع می‌شوند و در نهایت با پلیمریزاسیون درجا نانوکامپوزیت به دست

می‌آید [۴].

۱-۴- پیشینه و هدف تحقیق

وانگ [۵] ارتعاشات میکروتیوب حاوی جریان سیال را با استفاده از مدل تیر اویلر-برنولی و بهره‌گیری از تئوری تنش کوپل اصلاح شده بررسی کرد. نتایج کار او نشان می‌دهد که با افزایش سرعت عبور جریان سیال فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد. ژی و همکاران [۶] بر اساس تئوری ورق ون کارمن ارتعاشات غیر خطی ورق اورتروپیک را مطالعه کرده و نتایج عددی آن‌ها تأثیر میدان مغناطیسی، اندازه ضخامت ورق و خواص مواد اورتروپیک را بر روی فرکانس اصلی نشان داد. بیات و همکاران [۷] تحلیل کرده جدار ضخیم ساخته شده از مواد تحت میدان‌های حرارتی و مکانیکی را انجام دادند. از نتایج آن‌ها می‌توان دریافت که شاخص توان مواد متغیر تابعی تأثیر زیادی بر روی طراحی هندسه کرده دارد. قربان‌پور و همکاران [۸] تأثیر نسبت نانوتیوب‌های کربنی بر روی رفتار مغناطیسی، الکتریکی، دمایی و مکانیکی استوانه نانوکامپوزیتی را بررسی کردند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان می‌دهد که تأثیر فشار داخل بر روی تنש شعاعی بیشتر از میدان مغناطیسی، الکتریکی و دمایی بوده و این نتایج برای بهینه‌سازی ساختارهای نانو کامپوزیتی بسیار مفید می‌باشد. کیم و ردی [۹] از روش حل ناوي برای تحلیل خمش، کمانش و ارتعاشات ورق FGM استفاده نمودند. بررسی آن‌ها نشان می‌دهد که با افزایش شاخص توان مواد FG بار کمانش بحرانی و فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد. لابتین و موروزو [۱۰] تحلیل کمانش استوانه کامپوزیتی از نوع اورتروپیک دو سر گیردار را با استفاده از روش گلرکین مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها تأثیر پارامترهای هندسی و جنس مواد استفاده شده را بر روی بار کمانش بحرانی بررسی و نتایج کار خود را با روش المان محدود نیز مقایسه کردند. شن و ژیانگ [۱۱] به بررسی پس کمانش استوانه نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی تحت فشار محوری و شعاعی در میدان دمایی پرداختند. نتایج به دست آمده از کار آن‌ها نشان می‌دهد که بازه منحنی اثر متقابل کمانش استوانه با افزایش دما کاهش می‌یابد. قناد و قارونی [۱۲]

با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول، جابه‌جایی و تنش در استوانه FGM دوار تحت فشار داخل و خارج را بررسی نمودند. آن‌ها همچنین نتایج به دست آمده از کار خود را با روش المان محدود نیز مقایسه کردند. ژانگ و لی [۱۳] به بررسی کمانش و ارتعاشات پوسته استوانه‌ای FGM تحت میدان الکتریکی، مغناطیسی و دمایی پرداختند. آن‌ها با استفاده از تئوری برشی مرتبه سوم معادلات حاکم را به دست آورده و سپس با اعمال اصل همیلتون و روش حل عددی فرکانس‌های طبیعی را محاسبه کردند. از نتایج آن‌ها می‌توان دریافت که با افزایش تغییرات میدان مغناطیسی و الکتریکی بار کمانش بحرانی بی‌بعد نیز افزایش می‌یابد. محمدی‌مهر و رحمتی [۱۴] تأثیر پارامتر مقیاس طول را بر روی تحلیل ارتعاشات نانومیله نیترید بور تک جداره تحت میدان‌های مغناطیسی و مکانیکی مورد بررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که با افزایش پارامتر مقیاس کوچک طول فرکانس طبیعی کاهش و همچنین با افزایش دما مقدار جابه‌جایی نیز افزایش می‌یابد. لی و همکاران [۱۵] با استفاده از تئوری غیر محلی به تحقیق در مورد کمانش و ارتعاشات نانو ورق تحت میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی پرداختند. از نتایج کار آن‌ها می‌توان دریافت که با افزایش نیروی جانبی و پارامتر مقیاس کوچک طول بار کمانش بحرانی و فرکانس طبیعی کاهش می‌یابند. رحمانی و پدرام [۱۶] از تئوری غیر محلی تیر تیموشنکو برای بررسی تأثیر اندازه بر روی ارتعاشات نانوتیر استفاده کردند. نتایج مشخص می‌کند که شاخص توان مواد FG نقش مهم و برجسته‌ای را در پاسخ ارتعاشی نانوتیر از خود نشان می‌دهند. ژانگ و همکاران [۱۷] با استفاده از روش ریتز ارتعاشات آزاد ورق مثلثی FG نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانو لوله‌های کربنی را تجزیه و تحلیل نمودند. آن‌ها با اعمال تئوری برشی مرتبه اول معادلات حاکم را به دست آورده و سپس به کمک روش‌های عددی به حل آن پرداختند. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ضریب حجمی نانولوله کربنی فرکانس طبیعی افزایش می‌یابد. رحمتی و محمدی‌مهر [۱۸] ارتعاشات نانو میله نیترید بور را با استفاده از روش مربع‌سازی دیفرانسیلی^۱ بررسی

1. Differential Quadrature Method (DQM)

نمودند. نتایج آن‌ها تأثیر پارامترهای مختلف بر روی فرکانس طبیعی را نشان می‌دهد. نتایج حاصل از بررسی آن‌ها برای طراحی و کنترل ابزار و وسایل در ابعاد میکرو و نانو بسیار مفید و کارآمد خواهد بود.

سوفیه و کوروقلو [۱۹] پوسته استوانه‌ای FGM اورتروپیک تحت فشار خارجی را از نظر کمانش و ارتعاشات مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با استفاده از تئوری برشی مرتبه بالاتر معادلات تعادل را به دست آورده و سپس با استفاده از روش گالرکین معادلات حاکم را حل کردند. نتایج تحقیقات آن‌ها نشان می‌دهد که با افزایش نسبت شعاع به ضخامت بار کمانش بحرانی کاهش می‌یابد. شن و ژیانگ [۲۰] به بررسی ارتعاشات غیرخطی استوانه نانوکامپوزیتی تحت میدان حرارتی بر روی بستر الاستیک، پرداختند، آن‌ها معادلات حرکت را با استفاده از تئوری برشی مرتبه سوم به دست آورده و با روش‌های عددی آن‌ها را حل کردند. از نتایج آن‌ها می‌توان دریافت که با افزایش دما فرکانس طبیعی کاهش ولی نسبت فرکانس خطی به غیر خطی افزایش می‌یابد. نامی و همکاران [۲۱] با استفاده از تئوری غیر محلی برشی مرتبه سوم کمانش حرارتی و آنالیز ارتعاشی نانو ورق مستطیلی FGM را تجزیه و تحلیل کردند. آن‌ها تأثیر پارامتر غیر محلی و ضخامت لایه پیزوالکتریک را بر روی فرکانس طبیعی نانو ورق بررسی کردند. انصاری و همکاران [۲۲] با استفاده از تئوری گرادیان کرنشی خم، کمانش و ارتعاشات آزاد میکرو ورق حلقوی FG را بررسی نمودند. با اعمال تئوری ذکر شده و استفاده از اصل همیلتون معادلات حرکت به دست می‌آید، با استفاده از روش عددی معادلات به دست آمده حل شده و تأثیر ضخامت بر روی بار بحرانی و فرکانس طبیعی سیستم بررسی شده است. محمدی‌مهر و همکاران [۲۳] با به کاربردن تئوری تنش کوپل اصلاح شده به تحلیل کمانش و ارتعاشات ورق پیزوالکتریک نانوکامپوزیتی کوپله شده پرداختند. بررسی آن‌ها نشان می‌دهد که با افزایش پارامتر بی‌بعد مقیاس طول ماده بار کمانش بحرانی بی‌بعد افزایش می‌یابد. دو و همکاران [۲۴] با استفاده از تئوری لاغرانژ به بررسی ارتعاشات اجباری غیر خطی استوانه FGM پرداخته است. آن‌ها با روش انرژی معادلات حاکم بر مسئله را به دست آورده، سپس با استفاده از

روش عددی، پاسخ اجباری سیستم را به دست آوردند. نتایج آن‌ها تأثیر شاخص توان مواد FG را بر روی دامنه ارتعاشی سیستم نشان می‌دهد. ما و همکاران [۲۵] با بهره‌گیری از روش اصلاح شده ریتز به تحلیل ارتعاشات آزاد و اجباری یک پوسته استوانه‌ای مخروطی شکل با شرایط مرزی دلخواه پرداختند. آن‌ها همچنین نتایج خود را با روش المان محدود نیز مقایسه کردند. قربان‌پور و همکاران [۲۶] با استفاده از مدل تیر اویلر-برنولی به بررسی ارتعاشات نانوتیوب کوپل شده حامل جریان سیال، تحت میدان مغناطیسی با در نظر گرفتن اثر سطح پرداختند. نتایج کار آن‌ها می‌تواند در ساخت و طراحی ابزار و وسایل پرکاربرد در بیومکانیک استفاده شود. کی و وانگ [۲۷] با بهره‌گیری از تئوری غیر محلی به بررسی ارتعاشات نانوتیر تحت میدان‌های الکتریکی، مغناطیسی و دمایی پرداختند. آن‌ها تأثیر افزایش دما، اندازه میدان الکتریکی و مغناطیسی بر روی فرکانس طبیعی به دست آمده از روش عددی نشان دادند. تادی و همکاران [۲۸] با به کارگیری تئوری تنش کوپل اصلاح شده تحلیل ارتعاشات آزاد استوانه FGM را بررسی کردند. آن‌ها با اعمال اصل همیلتون معادلات حرکت حاکم بر مسئله را به دست آورده و با روش ناویر حل کرده‌اند، در انتها نیز تأثیر پارامترهای مختلف از جمله طول، ضخامت و خواص FG را بر روی فرکانس طبیعی سیستم نشان دادند. انصاری و همکاران [۲۹] ارتعاشات اجباری غیرخطی ورق کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله کربنی FG را تحلیل کردند. آن‌ها برای به دست آوردن معادلات تعادل از تئوری برشی مرتبه اول، رابطه ون کارمن و اصل همیلتون استفاده کردند. با استفاده از روش عددی این معادلات را حل کرده و تأثیر پراکندگی نانولوله‌ها را بر روی سفتی سیستم و فرکانس طبیعی بررسی کردند. زمانی-نژاد و همکاران [۳۰] با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول استوانه FGM دوار جدار ضخیم، با ضخامت متغیر را تحت فشار غیر یکنواخت تحلیل و بررسی کردند، آن‌ها با اعمال اصل حداقل انرژی پتانسیل، معادلات حاکم بر مسئله را به دست آورده و سپس به حل عددی آن پرداختند. از جمله نتایج کار آن‌ها این است که با افزایش سرعت زاویه‌ای جابه‌جایی و تنش شعاعی نیز افزایش می‌یابد. لو و همکاران [۳۱]

ارتعاشات اجباری نانوتیوب دو جداره تحریک شده با حرکت نانو ذره داخل آن را بررسی کردند. آن‌ها معادلات تعادل به دست آمده را با روش گالرکین حل کردند، نتایج حاکی از آن است که تأخیر زمانی می‌تواند باعث کاهش بیشینه خیز شود. حسینی هاشمی و همکاران [۳۲] با اعمال اثرات سطح به بررسی ارتعاشات غیر خطی نانوتیر پرداخته است. آن‌ها با استفاده از مدل تیر اویلر-برنولی روابط معادلات تعادل را استخراج کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که اثرات سطح شامل تنشهای سطحی فرکانس طبیعی نانوتیر را افزایش می‌دهد.

۱-۵- معرفی مسئله

در این تحقیق به بررسی کمانش، ارتعاشات و خمش میکروتیوب توحالی تحت فشار و چرخان نانوکامپوزیتی، تقویت شده با نانولوله کربنی تحت میدان‌های حرارتی و مغناطیسی پرداخته شده است. از تنش کوپل اصلاح شده و تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن برای بررسی و تحلیل میکروتیوب استفاده شده است. هدف از انجام این تحقیق بررسی تأثیر پارامترهای مختلف از جمله فشار، اختلاف دما، اثر میدان مغناطیسی، سرعت زاویه‌ای، پارامتر غیر محلی ارینگن، اثر پارامتر مقیاس طول و درصد حجمی نانولوله را بر روی فرکانس طبیعی، بار کمانش بحرانی، شکل مود و پاسخ سیستم است.

معادلات تعادل با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده و الاستیسیته غیر محلی ارینگن به طور جداگانه در فصل دوم محاسبه خواهد شد. در فصل سوم دستگاه معادلات دیفرانسیل به دست آمده، با استفاده از روش ناویر به دستگاه معادلات جبری تبدیل خواهد شد و سپس تأثیر پارامترهای مختلف روی فرکانس طبیعی، بار کمانش بحرانی، خیز، پاسخ سیستم و شکل مُدهای طبیعی بررسی می‌شود. در فصل چهارم نیز خلاصه‌ای از نتایج به دست آمده همراه با پیشنهاد ادامه کار ارائه خواهد شد.

فصل دوم

معادلات حاکم بر کمانش و ارتعاشات میکروتیوب نانو کامپوزیتی

۱-۲- هندسه میکروتیوب نانو کامپوزیتی تحت فشار و چرخان تقویت شده با

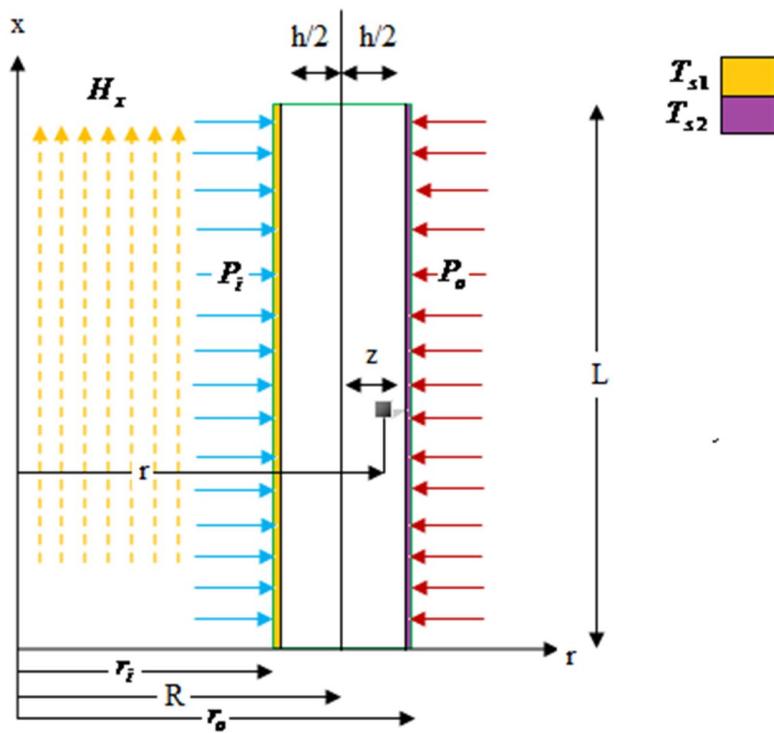
نانولوله کربنی تحت میدان حرارتی و مغناطیسی

میکروتیوب مورد بررسی یک میکروتیوب جدار نازک بلند است. فرض بر آن است که میکروتیوب با سرعت زاویه‌ای ω حول محور خود در حال چرخش است. میدان دمایی به گونه‌ای است که اختلاف دما فقط در راستای ضخامت استوانه برقرار است. دما در سطح داخلی استوانه T_{s1} و در سطح خارجی T_{s2} است. بار مکانیکی به صورت فشار داخل P_i ، فشار خارج P_o و میدان مغناطیسی به میکروتیوب مورد بررسی وارد می‌شود. راستای میدان مغناطیسی به نحوی است که جهت نیروی ناشی از این میدان به صورت عمود بر ضخامت میکروتیوب خواهد بود.

r_0 و L به ترتیب شعاع داخلی، شعاع صفحه میانی و شعاع خارجی میکروتیوب خواهد بود. x و z به ترتیب مختصات میکروتیوب در راستای طول، فاصله از صفحه میانی، طول و ضخامت میکروتیوب خواهند بود.

$$r = R + z \quad (1-2)$$

$$0 \leq x \leq L \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \quad (2-2)$$



شکل ۱-۲ هندسه میکروتیوب نانوکامپوزیتی تحت فشار و چرخان تقویت شده با نانولوله کربنی تحت میدان های حرارتی و مغناطیسی

۲-۲- معادلات میدان جابه جایی

برای مدل کردن هندسه های مختلف پوسته می توان بسته به این که نازک و یا ضخیم باشد، از تئوری های مختلف استفاده کرد. برای هندسه های ضخیم و نازک به ترتیب از تئوری برشی مرتبه سه ردي، تئوری مرتبه یک میندلین و تئوری کلاسیک کیرشهف می توان استفاده کرد.

بر اساس عناصر اصلی و پایه در تئوری تغییر شکل، خطوط راست عمود بر محور مرکزی استوانه بعد از بارگذاری الزاماً دچار تغییر شکل نمی شود؛ بنابراین تغییر شکل، متقارن در نظر گرفته می شود. با توجه به این نکته که میکروتیوب مورد بررسی، استوانه ای بلند، جدار نازک و تحت شرایط بارگذاری متقارن است، مؤلفه جابه جایی در راستای طولی و شعاعی میکروتیوب به صورت زیر در نظر

گرفته می‌شود[۲۶]:

$$U_x = u(x, t) - z \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad (3-2)$$

$$U_\theta = 0 \quad (4-2)$$

$$U_z = w(x, t) \quad (5-2)$$

$w(x, t)$ و $u(x, t)$ مؤلفه جابه‌جایی در راستای x و z روی صفحه میانی هستند.

۳-۲- خواص مکانیکی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی

میکروتیوب مورد نظر از نوع کامپوزیت اورتروپیک است که الیاف مورد استفاده در آن نanolوله کربنی است که به صورت صفر و ۹۰ درجه و به صورت یکنواخت^۱ در فاز زمینه مورد نظر توزیع شدند. ضرایب ماتریس سختی برای میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی به صورت روابط زیر تعریف شده است.[۱۱]

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - v_{12}v_{21}} \quad (6-2)$$

$$Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - v_{12}v_{21}} \quad (7-2)$$

$$Q_{12} = \frac{v_{12}E_{22}}{1 - v_{12}v_{21}} \quad (8-2)$$

v_{12} و v_{21} مدول یانگ و ضریب پواسون نانوکامپوزیت تقویت شده با نanolوله کربنی است؛ که این ثوابت با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شوند[۱۱].

$$E_{11} = \eta V_{CN} E_{11}^{CN} + V_m E^m \quad (9-2)$$

1. UD: Uniformly Distributed

$$\frac{\eta_2}{E_{11}} = \frac{V_{CN}}{E_{22}^{CN}} + \frac{V_m}{E^m} \quad (10-2)$$

$$V_{12} = V_{CN} V_{12}^{CN} + V_m V^m \quad (11-2)$$

E^m , E_{22}^{CN} , E_{11}^{CN} به ترتیب مدول یانگ فاز تقویت‌کننده (نانولوله کربنی) و فاز زمینه هستند. همچنین

در روابط بالا پارامتر η , راندمان نanolوله کربنی نیز استفاده شده است که این ثابت مطابق با مدول الاستیسیته نanolوله کربنی در بحث نتایج عددی محاسبه خواهد شد. V_{CN} و V_m کسر حجمی نانوتیوب و فاز زمینه هستند و با یکدیگر رابطه مستقیم دارند.

$$V_{CN} + V_m = 1 \quad (12-2)$$

ضریب انبساط حرارتی در راستای طولی و عرضی با استفاده از روابط زیر محاسبه خواهد شد [11].

$$\alpha_x = \frac{V_{CN} E_{11}^{CN} \alpha_x^{CN}}{V_{CN} E_{11}^{CN} + V_m E^m} \quad (13-2)$$

$$\alpha_\theta = (1 + V_{12}^{CN}) V_{CN} \alpha_\theta^{CN} + (1 + V^m) V_m \alpha^m - V_{12} \alpha_x \quad (14-2)$$

α^m و α_θ^{CN} , α_x^{CN} ضرایب انبساط حرارتی نانوتیوب و فاز زمینه هستند.

۴-۲- معادلات تعادل حاکم با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده

معادلات تعادل میکروتیوب تحت فشار چرخان نانوکامپوزیتی تقویت‌شده با نanolوله کربنی، با استفاده از مؤلفه‌های تانسور کرنش، خمیدگی و تنش کوپل اصلاح شده و همچنین اعمال اصل همیلتون به دست خواهد آمد.

۴-۱- تانسور کرنش بر اساس مؤلفه‌های جابه‌جای

مؤلفه‌های تانسور کرنش با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شوند [23].

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U_x}{\partial x} = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (15-2)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{U_z}{r} = \frac{w(x,t)}{r} = \frac{w(x,t)}{R+z} \quad (16-2)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0 \quad (17-2)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} = - \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (18-2)$$

$$\gamma_{x\theta} = \frac{\partial U_x}{\partial \theta} + \frac{\partial U_\theta}{\partial x} = 0 \quad (19-2)$$

$$\gamma_{\theta z} = \frac{\partial U_\theta}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial \theta} = 0 \quad (20-2)$$

۲-۴-۲- سینماتیک تئوری نش کوپل اصلاح شده

مُؤلفه‌های تانسور خمیدگی با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۳].

$$\chi_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_1}{\partial x} + \frac{\partial \theta_1}{\partial x} \right) = \frac{\partial \theta_1}{\partial x} \quad (21-2)$$

$$\chi_\theta = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_2}{R \partial \theta} + \frac{\partial \theta_2}{R \partial \theta} \right) = \frac{\partial \theta_2}{R \partial \theta} \quad (22-2)$$

$$\chi_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_3}{\partial z} + \frac{\partial \theta_3}{\partial z} \right) = \frac{\partial \theta_3}{\partial z} \quad (23-2)$$

$$\chi_{x\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_1}{R \partial \theta} + \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \right) \quad (24-2)$$

$$\chi_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_1}{\partial z} + \frac{\partial \theta_3}{\partial x} \right) \quad (25-2)$$

$$\chi_{\theta z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_2}{\partial z} + \frac{\partial \theta_3}{R \partial \theta} \right) \quad (26-2)$$

در روابط بالا θ_i مُؤلفه‌های بردار چرخش هستند و به نحو زیر قابل محاسبه می‌باشند [۲۳].

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_z}{R \partial \theta} - \frac{\partial U_\theta}{\partial z} \right) = 0 \quad (37-2)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} - \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right) = -w(x,t)_{,x} \quad (38-2)$$

$$\theta_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_\theta}{\partial x} - \frac{\partial U_x}{R \partial \theta} \right) = 0 \quad (39-2)$$

با جایگذاری روابط (27-2) تا (29-2) در روابط (26-2) تا (21-2) مؤلفه‌های تانسور خمیدگی به دست می‌آید [23].

$$\chi_x = \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = 0 \quad (40-2)$$

$$\chi_\theta = \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta} = 0 \quad (41-2)$$

$$\chi_z = \frac{\partial \theta_3}{\partial z} = 0 \quad (42-2)$$

$$\chi_{x\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_1}{R \partial \theta} + \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \right) = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right) = -\frac{1}{2} w(x,t)_{xx} \quad (43-2)$$

$$\chi_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_1}{\partial z} - \frac{\partial \theta_3}{\partial x} \right) = 0 \quad (44-2)$$

$$\chi_{\theta z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_2}{\partial z} - \frac{\partial \theta_3}{R \partial \theta} \right) = 0 \quad (45-2)$$

مؤلفه‌های تانسور تنش کوپل شده با جایگذاری روابط (30-2) - (35-2) در روابط (36-2) - (41-2) به دست می‌آیند [23].

$$m_x = 2\mu l^2 \chi_x = 0 \quad (36-2)$$

$$m_\theta = 2\mu l^2 \chi_\theta = 0 \quad (37-2)$$

$$m_z = 2\mu l^2 \chi_z = 0 \quad (38-2)$$

$$m_{x\theta} = 2\mu l^2 \chi_{x\theta} = 2\mu l^2 (-\frac{1}{2}w(x,t)_{,xx}) = -\mu l^2 w(x,t)_{,xx} \quad (39-2)$$

$$m_{xz} = 2\mu l^2 \chi_{xz} = 0 \quad (40-2)$$

$$m_{\theta z} = 2\mu l^2 \chi_{\theta z} = 0 \quad (41-2)$$

در روابط (36-2) تا (41-2)، l و μ به ترتیب مقیاس طول ماده و مدول برشی است.

۴-۳-۲- روابط تنش-کرنش

با جایگذاری روابط (13-2) تا (18-2) در رابطه (40-2)، تنش طولی و محیطی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \end{Bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_\theta \end{Bmatrix} \Delta T \right) \quad (42-2)$$

$$\sigma_x = (Q_{11}(u_{,x} - zw_{,xx}) + Q_{12}(\frac{w}{R+z}) - Q_{11}\alpha_x \Delta T - Q_{12}\alpha_\theta \Delta T) \quad (43-2)$$

$$\sigma_\theta = (Q_{12}(u_{,x} - zw_{,xx}) + Q_{22}(\frac{w}{R+z}) - Q_{12}\alpha_x \Delta T - Q_{22}\alpha_\theta \Delta T) \quad (44-2)$$

۴-۴-۲- اعمال اصل همیلتون بر روی قابع لاغرانژ

تابع لاغرانژ برای میکروتیوب نانوکامپوزیتی تحت فشار چرخان تقویت شده با نانولوله کربنی را می‌توان به صورت زیر نوشت [۲۳].

$$\Pi = T - (U + W) \quad (45-2)$$

در رابطه (45-2)، T ، U و W به ترتیب نشان دهنده انرژی جنبشی، انرژی کرنشی و کار ناشی از نیروهای خارجی هستند.

اصل همیلتون با به کار گیری رابطه (43-2) به صورت زیر بیان می‌شود [۲۶]:

$$\int_0^t \delta T - (\delta U + \delta W) dt = 0 \quad (46-2)$$

۴-۵-۲- تغییرات انرژی جنبشی

تغییرات انرژی جنبشی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \delta T = & \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho \frac{\partial U_x}{\partial t} \delta \left(\frac{\partial U_x}{\partial t} \right) (R+z) dz dx d\theta \\ & + \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho \frac{\partial U_\theta}{\partial t} \delta \left(\frac{\partial U_\theta}{\partial t} \right) (R+z) dz dx d\theta \\ & + \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho \frac{\partial U_z}{\partial t} \delta \left(\frac{\partial U_z}{\partial t} \right) (R+z) dz dx d\theta \end{aligned} \quad (47-2)$$

با جایگذاری روابط (۳-۲) تا (۴۵-۲) در رابطه (۴۵-۲) تغییرات انرژی جنبشی محاسبه خواهد شد.

$$\begin{aligned} \frac{\delta T}{2\pi} = & R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho (\dot{u} - z \dot{w}_{,x}) \delta (\dot{u} - z \dot{w}_{,x}) (1 + \frac{z}{R}) dz dx \\ & + R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho (\dot{w}) \delta (\dot{w}) (1 + \frac{z}{R}) dz dx = R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho (\dot{u}) \delta (\dot{u}) (1 + \frac{z}{R}) dz dx \\ & - R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho (\dot{u}) \delta (z \dot{w}_{,x}) (1 + \frac{z}{R}) dz dx - R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho (z \dot{w}_{,x}) \delta (\dot{u}) (1 + \frac{z}{R}) dz dx \\ & + R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho (z \dot{w}_{,x}) \delta (z \dot{w}_{,x}) (1 + \frac{z}{R}) dz dx + R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho (\dot{w}) \delta (\dot{w}) (1 + \frac{z}{R}) dz dx \end{aligned} \quad (48-2)$$

تغییرات انرژی جنبشی با محاسبه هر یک از جمله‌های رابطه (۴۸-۲) و ساده کردن آن‌ها، برای میکروتیوب جدار نازک نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \frac{\delta T}{2\pi} = & R \int_0^L I_0 \frac{d}{dt} \dot{u} \delta u dx - R \int_0^L I_1 \frac{d}{dt} \dot{u} \delta w_{,x} dx + R \int_0^L I_1 \frac{d}{dx} \ddot{u} \delta w dx \\ & - R \int_0^L I_1 \frac{d}{dt} \dot{w}_{,x} \delta u dx + \int_0^L I_2 \frac{d}{dt} \dot{w}_{,x} \delta w_{,x} dx - R \int_0^L I_2 \frac{d}{dx} \ddot{w}_{,x} \delta w dx \\ & + R \int_0^L I_0 \frac{d}{dt} \dot{w} \delta w dx - \int_0^L (I_0 \ddot{u} - I_1 \ddot{w}_{,x}) \delta u + (I_0 \ddot{w} - I_2 \ddot{w}_{,xx} + I_1 \ddot{u}_{,x}) \delta w dx \end{aligned} \quad (49-2)$$

در روابط فوق به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\{I_0, I_1, I_2\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(1 + \frac{z}{R}) \{1, z, z^2\} dz \quad (50-2)$$

۶-۴-۲- تغییرات انرژی کرنشی

بر اساس تئوری ننش کوپل اصلاح شده تغییرات انرژی کرنشی همانند رابطه (۵۱-۲) محاسبه خواهد شد [۵].

$$\delta U = \int_V (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + m_{ij} \delta \chi_{ij}) dV \quad (51-2)$$

σ_{ij} و ε_{ij} به ترتیب مؤلفه‌های تانسور ننش و کرنش می‌باشند. اگر i و j برابر با x و z باشد، رابطه (۵۱-۲) به صورت زیر خواهد شد.

$$\begin{aligned} \delta U &= R \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_\theta \delta \varepsilon_\theta + m_{x\theta} \delta \chi_{x\theta})(1 + \frac{z}{R}) dz dx d\theta \\ \frac{\delta U}{2\pi} &= R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x \delta \varepsilon_x (1 + \frac{z}{R}) dz dx + R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_\theta \delta \varepsilon_\theta (1 + \frac{z}{R}) dz dx \\ &\quad + R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} m_{x\theta} \delta \chi_{x\theta} (1 + \frac{z}{R}) dz dx \end{aligned} \quad (52-2)$$

با محاسبه هر یک از جمله‌های رابطه (۵۲-۲)، تغییرات انرژی کرنشی برای میکروتیوب نانو کامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \frac{\delta U}{2\pi} &= R(N_x \delta u - M_x \delta w)_0^L + \frac{R}{2} \left(\frac{d}{dx} (Q_{x\theta} \delta w) \right)_0^L - R \int_0^L N_{x,x} \delta u dx \\ &\quad + R \int_0^L M_{x,xx} \delta w dx + \int_0^L N_\theta \delta w dx - \frac{R}{2} \int_0^L Q_{x\theta,xx} \delta w dx \end{aligned} \quad (53-2)$$

شرایط مرزی میکرو تیوب نانو کامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از رابطه (۵۳-۲ الف) به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \delta u &= 0 \text{ or } N_x = 0, \\ \delta w &= 0 \text{ or } M_x = 0, \quad \text{at } 0, L \\ \delta w_x &= 0 \text{ or } Q_{x\theta,x} = 0, \end{aligned} \quad (54-2)$$

در رابطه‌ی (۵۳-۲) منتجه‌های تنش هستند و به صورت روابط زیر تعریف می‌شوند.

$$\left\{ \frac{N_x}{M_x} \right\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x \left\{ \frac{1}{z} \right\} \left(1 + \frac{z}{R} \right) dz \quad (55-2)$$

$$\left\{ N_\theta \right\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_\theta \left(1 + \frac{z}{R} \right) dz \quad (56-2)$$

$$\left\{ Q_{x\theta} \right\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} m_{x\theta} \left(1 + \frac{z}{R} \right) dz \quad (57-2)$$

۷-۴-۲- تغییرات انرژی ناشی از کار نیروهای خارجی

کار انجام شده به وسیله نیروهای خارجی از قبیل نیروی لرنتس^۱ ناشی از میدان مغناطیسی، فشار وارد شده به سطح داخل و خارج و همچنین چرخش میکروتیوب حول محور خود، در ادامه محاسبه شده است.

۷-۴-۱- تغییرات انرژی ناشی از کار نیروی میدان مغناطیسی

میدان مغناطیسی در راستای طولی میکروتیوب وارد می‌شود. معادله الکترو-دینامیکی ماکسول^۲ برای استوانه نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی به صورت روابط زیر خواهد بود.

$$\vec{h} = \nabla \times (\vec{U} \times \vec{H}) \quad (58-2)$$

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{h} \quad (59-2)$$

$$f_{Lorenz}^{\rightarrow} = \eta_L (\vec{J} \times \vec{H}) \quad (60-2)$$

U ، H و η_L به ترتیب میدان جابه‌جایی، میدان مغناطیسی و ثابت نفوذپذیری مغناطیسی^۳ هستند. با فرض اعمال میدان مغناطیسی در راستای طولی میکروتیوب نیروی لرنتس به صورت زیر محاسبه می‌شود[۲۶].

1. Lorentz forces

1. Electro-dynamic Maxwell's equations

2. Magnetic permeability

$$\vec{H} = (0, 0, H_x), \vec{U} = (U_z, 0, U_x)$$

$$\vec{h} = \nabla \times (\vec{U} \times \vec{H}) = \nabla \times \begin{vmatrix} e_z & e_\theta & e_x \\ U_z & 0 & U_x \\ 0 & 0 & H_x \end{vmatrix} = \nabla \times (0, -H_x U_z, 0) = (H_x \frac{\partial U_z}{\partial x}, 0, -H_x \frac{U_z}{r}) \quad (61-2)$$

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{h} = (0, H_x \frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} + H_x \frac{U_z}{r^2}, 0) \quad (62-2)$$

$$\vec{f}_{Lorentz} = \eta_L \vec{J} \times \vec{H} = \eta_L (H_x^2 \frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} + H_x^2 \frac{U_z}{r^2}) \hat{e}_z + 0 \hat{e}_\theta + 0 \hat{e}_x \quad (63-2)$$

تغییرات انرژی ناشی از نیروی لرنتس به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \delta W_{Lorentz} &= \int_V f_{Lorentz} \delta w dV = \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\eta_L H_x^2 w_{,xx} + \eta_L \frac{H_x^2 w}{(R+z)^2}) \delta w (R+z) dz dx d\theta \\ \frac{\delta W_{Lorentz}}{2\pi} &= R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \eta_L H_x^2 w_{,xx} (1 + \frac{z}{R}) \delta w dz dx + \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \eta_L H_x^2 \frac{w}{R+z} \delta w dz dx \end{aligned} \quad (64-2)$$

۴-۲-۷-۲- تغییرات انرژی ناشی از کار نیروی سطح

کار ناشی از نیروی سطحی وارد بر میکروتیوب با استفاده از رابطه‌ی (۶۲-۲) محاسبه می‌شود [۱۲].

$$W_{sf} = (\vec{f}_{sf} \cdot \vec{U}_z) dS = (P_i r_i - P_o r_o) U_z dx d\theta \quad (65-2)$$

تغییرات انرژی ناشی از کار نیروی سطح به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \delta W_{sf} &= \int_0^{2\pi} \int_0^L [P_i (R - \frac{h}{2}) - P_o (R + \frac{h}{2})] \delta w dx d\theta \\ \frac{\delta W_{sf}}{2\pi} &= \int_0^L [P_i (R - \frac{h}{2}) - P_o (R + \frac{h}{2})] \delta w dx \end{aligned} \quad (66-2)$$

۴-۲-۷-۳- تغییرات انرژی ناشی از کار نیروی حجمی

کار ناشی از نیروی حجمی وارد بر میکروتیوب با استفاده از رابطه‌ی (۶۴-۲) محاسبه می‌شود [۳۳].

$$W_{bf} = \frac{1}{2} \int N^R \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx, \quad N^R = \int \rho(R+z) \omega^2 dA, \quad (67-2)$$

$$dA = (R+z) dz d\theta$$

تغییرات انرژی ناشی از کار نیروی حجمی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\delta W_{bf} = \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(R+z)^2 \omega^2 \frac{\partial w}{\partial x} \delta \frac{\partial w}{\partial x} dz dx d\theta \quad (68-2)$$

$$\frac{\delta W_{bf}}{2\pi} = \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(R+z)^2 \omega^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta w dz dx$$

۸-۴-۲- منتجه‌های تنش

با جایگذاری روابط (۳۹-۲)، (۴۳-۲) و (۴۵-۲) در روابط (۵۴-۲) و (۵۶-۲) منتجه‌های تنش محاسبه می‌شود.

$$N_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x (1 + \frac{z}{R}) dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q_{11}(u_{,x} - zw_{,xx}) + Q_{12}(\frac{w}{R+z}) - Q_{11}\alpha_x \Delta T - Q_{12}\alpha_\theta \Delta T] (1 + \frac{z}{R}) dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{11}u_{,x} (1 + \frac{z}{R}) dz - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{11}w_{,xx} z (1 + \frac{z}{R}) dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{12}\frac{w}{R} dz - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{11}\alpha_x \Delta T (1 + \frac{z}{R}) dz - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{12}\alpha_\theta \Delta T (1 + \frac{z}{R}) dz = [Q_{11}hu_{,x} - Q_{11}\frac{h^3}{12R}w_{,xx} + Q_{12}\frac{h}{R}w - h(Q_{11}\alpha_x + Q_{12}\alpha_\theta)\Delta T]$$

$$(69-2)$$

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z (1 + \frac{z}{R}) dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q_{11}(u_{,x} - zw_{,xx}) + Q_{12}(\frac{w}{R+z}) - Q_{11}\alpha_x \Delta T - Q_{12}\alpha_\theta \Delta T] z (1 + \frac{z}{R}) dz = [\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{11}u_{,x} z (1 + \frac{z}{R}) dz - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{11}w_{,xx} z^2 (1 + \frac{z}{R}) dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{12}\frac{w}{R} z dz - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{11}\alpha_x \Delta T z (1 + \frac{z}{R}) dz - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{12}\alpha_\theta \Delta T z (1 + \frac{z}{R}) dz = [Q_{11}\frac{h^3}{12R}u_{,x} - Q_{11}\frac{h^3}{12R}w_{,xx} - (Q_{11}\alpha_x + Q_{12}\alpha_\theta)(\Delta T \frac{h^3}{12R})]$$

$$(70-2)$$

$$Q_{x\theta} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} m_{x\theta} (1 + \frac{z}{R}) dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} -\mu l^2 w_{,xx} (1 + \frac{z}{R}) dz = -\mu l^2 h w_{,xx} \quad (71-2)$$

$$\begin{aligned}
N_\theta &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_\theta (1 + \frac{z}{R}) dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q_{12}(u_{,x} - zw_{,xx}) + Q_{22}(\frac{w}{R+z}) - Q_{21}\alpha_x \Delta T \\
&\quad - Q_{22}\alpha_\theta \Delta T] (1 + \frac{z}{R}) dz = [\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{12}u_{,x} (1 + \frac{z}{R}) dz - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{12}w_{,xx} z (1 + \frac{z}{R}) dz \\
&\quad + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{22} \frac{w}{R} dz - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{21}\alpha_x \Delta T dz - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{22}\alpha_\theta \Delta T dz = \\
&[Q_{12}hu_{,x} - Q_{12} \frac{h^3}{12R} w_{,xx} + Q_{22} \frac{h}{R} w - h(Q_{21}\alpha_x + Q_{22}\alpha_\theta) \Delta T]
\end{aligned} \tag{72-2}$$

۱-۹-۴-۲ استخراج معادلات تعادل با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده

با استفاده از روابط (۴۹-۲)، (۵۳-۲)، (۶۳-۲)، (۶۵-۲) و (۶۷-۲) معادلات تعادل حاکم بر میکروتیوب نانوکامپوزیتی تحت فشار چرخان تقویت شده با نانولوله کربنی تحت میدان های حرارتی و مغناطیسی با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده به دست می آید.

$$\delta u : N_{x,x} = I_0 \ddot{u} - I_1 \ddot{w}_{,x} \tag{73-2}$$

$$\begin{aligned}
\delta w : &-M_{x,xx} - \frac{N_\theta}{R} + \frac{1}{2} Q_{x\theta,xx} - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \eta_L H_x^2 w_{,xx} (1 + \frac{z}{R}) dz - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \eta_L H_x^2 \frac{w}{R+z} dz \\
&- \frac{1}{R} [P_i(R - \frac{h}{2}) - P_o(R + \frac{h}{2})] - \frac{1}{R} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho (R + z)^2 \omega^2 w_{,xx} dz = I_0 \ddot{w} - I_2 \ddot{w}_{,xx} + I_1 \ddot{u}_{,x}
\end{aligned} \tag{74-2}$$

با جایگذاری روابط (۶۸-۲) تا (۷۱-۲) در روابط (۷۲-۲) و (۷۳-۲) معادلات تعادل به صورت زیر به دست می آید.

$$\begin{aligned}
\delta u : &Q_{11}hu_{,xx} - Q_{11} \frac{h^3}{12R} w_{,xx} + Q_{12} \frac{h}{R} w_{,x} = I_0 \ddot{u} - I_1 \ddot{w}_{,x} \\
\delta w : &-Q_{11} \frac{h^3}{12R} u_{,xxx} + Q_{11} \frac{h^3}{12R} w_{,xxxx} - Q_{12} \frac{h}{R} u_{,x} + Q_{12} \frac{h^3}{12R^2} w_{,xx} - Q_{22} \frac{h}{R^2} w \\
&- \frac{1}{2} \mu l^2 h w_{,xxxx} - \eta_L H_x^2 h w_{,xx} - \frac{1}{R} \eta_L H_x^2 \ln \frac{2R+h}{2R-h} w - \rho \omega^2 (Rh + \frac{h^3}{12R}) w_{,xx} \\
&+ \frac{h}{R} Q_{21}\alpha_x \Delta T + \frac{h}{R} Q_{22}\alpha_\theta \Delta T - \frac{1}{R} [P_i(R - \frac{h}{2}) - P_o(R + \frac{h}{2})] = I_0 \ddot{w} - I_2 \ddot{w}_{,xx} + I_1 \ddot{u}_{,x}
\end{aligned} \tag{75-2}$$

۲-۵- معادلات تعادل حاکم با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن

مدل الاستیسیته غیر محلی توسط ارینگن در سال ۱۹۳۸ ارائه شد [۳۴]. بر طبق نظریه ارینگن تنش وارد شده در یک نقطه در ابعاد میکرو و نانو وابسته به کرنش در تمام نقاط مدل است و به صورت رابطه زیر بیان می‌شود.

$$(1 - (e_0 a)^2 \nabla^2) \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (77-2)$$

در این رابطه C_{ijkl} مدول الاستیسیته و σ_{ij} و ε_{kl} به ترتیب تانسورهای تنش و کرنش می‌باشند و $e_0 a$ ضریب پارامتر اثر مقیاس کوچک طول است. با اعمال نظریه ارینگن، رابطه کرنش کرنش به صورت روابط زیر خواهد بود [۸].

$$A \{ \sigma_{ij} \} = [C_{ijkl}] (\{ \varepsilon_{kl} \} - [\alpha] \Delta T), \quad A = 1 - (e_0 a)^2 \nabla^2, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (78-2)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \end{Bmatrix} = \frac{1}{A} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \end{bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_\theta \end{bmatrix} \Delta T \right) \quad (79-2)$$

با جایگذاری روابط (۷۸-۲) تا (۷۹-۲) در رابطه (۳-۲) روابط تنش-کرنش به شکل روابط زیر خواهد شد.

$$\sigma_x = \frac{1}{A} (Q_{11}(u_{,x} - z w_{,xx}) + Q_{12}(\frac{w}{R+z}) - Q_{11}\alpha_x \Delta T - Q_{12}\alpha_\theta \Delta T) \quad (80-2)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{A} (Q_{12}(u_{,x} - z w_{,xx}) + Q_{22}(\frac{w}{R+z}) - Q_{12}\alpha_x \Delta T - Q_{22}\alpha_\theta \Delta T) \quad (81-2)$$

۱-۵-۱- اعمال اصل همیلتون

معادلات تعادل با اعمال اصل همیلتون همانند رابطه (۴۶-۲) حاصل می‌شود. در این رابطه تغییرات انرژی جنبشی و تغییرات انرژی ناشی از کار نیروهای خارجی است با استفاده از روابط (۴۹-۲)، (۶۳-۲)، (۶۷-۲) و (۶۵-۲) به دست می‌آید.

۴-۵-۲- تغییرات انرژی کرنشی

بر اساس تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن تغییرات انرژی کرنشی همانند رابطه (۸۱-۲) محاسبه خواهد شد.

$$\delta U = R \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_\theta \delta \varepsilon_\theta) \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz dx d\theta \quad (82-2)$$

با جایگذاری روابط (۱۳-۲) و (۱۴-۲) در رابطه‌ی فوق هر یک از ترم‌های این رابطه به صورت زیر خواهد بود.

$$R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x \delta \varepsilon_x \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz dx = R (N_x \delta u - M_x \delta w) \\ - R \int_0^L N_{x,x} \delta u dx + R \int_0^L M_{x,xx} \delta w dx \quad (83-2)$$

$$R \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_\theta \delta \varepsilon_\theta \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz dx = \int_0^L N_\theta \delta w dx \quad (84-2)$$

با استفاده از روابط فوق، تغییرات انرژی کرنشی برای میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت‌شده با نanolوله کربنی به شکل رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\delta U}{2\pi} = R(N_x \delta u - M_x \delta w)_0^L - R \int_0^L N_{x,x} \delta u dx + R \int_0^L M_{x,xx} \delta w dx + \int_0^L N_\theta \delta w dx \quad (85-2 \text{ الف})$$

شرایط مرزی میکرو تیوب نانو کامپوزیتی تقویت‌شده با نanolوله کربنی با استفاده از رابطه (۸۴-۲ الف) به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\delta u = 0 \text{ or } N_x = 0, \quad (84-2 \text{ ب}) \\ \delta w = 0 \text{ or } M_x = 0, \quad \text{at } 0, L$$

در رابطه‌ی (۸۴-۲) منتجه‌های تنش هستند و به صورت روابط (۵۴-۲) و (۵۵-۲) محاسبه می‌شوند.

۳-۵-۲- منتجه‌های تنش

با جایگذاری روابط (۷۹-۲) و (۸۰-۲) در روابط (۵۴-۲) و (۵۶-۲) منتجه‌های تنش محاسبه می‌شود.

$$N_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x (1 + \frac{z}{R}) dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{1}{A} [Q_{11}(u_{,x} - zw_{,xx}) + Q_{12}(\frac{w}{R+z}) - Q_{11}\alpha_x \Delta T - Q_{12} \alpha_\theta \Delta T] (1 + \frac{z}{R}) dz = \frac{1}{A} [Q_{11}hu_{,x} - Q_{11} \frac{h^3}{12R} w_{,xx} + Q_{12} \frac{h}{R} w - h(Q_{11}\alpha_x + Q_{12}\alpha_\theta) \Delta T] \quad (۸۶-۲)$$

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z (1 + \frac{z}{R}) dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{1}{A} [Q_{11}(u_{,x} - zw_{,xx}) + Q_{12}(\frac{w}{R+z}) - Q_{11}\alpha_x \Delta T - Q_{12}\alpha_\theta \Delta T] z (1 + \frac{z}{R}) dz = \frac{1}{A} [Q_{11} \frac{h^3}{12R} u_{,x} - Q_{11} \frac{h^3}{12R} w_{,xx} - (Q_{11}\alpha_x + Q_{12}\alpha_\theta)(\Delta T \frac{h^3}{12R})] \quad (۸۷-۲)$$

$$N_\theta = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_\theta (1 + \frac{z}{R}) dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{1}{A} [Q_{12}(u_{,x} - zw_{,xx}) + Q_{22}(\frac{w}{R+z}) - Q_{11}\alpha_x \Delta T - Q_{12}\alpha_\theta \Delta T] (1 + \frac{z}{R}) dz = \frac{1}{A} [Q_{12}hu_{,x} - Q_{12} \frac{h^3}{12R} w_{,xx} + Q_{22} \frac{h}{R} w - h(Q_{21}\alpha_x + Q_{22}\alpha_\theta) \Delta T] \quad (۸۸-۲)$$

۴-۵-۲- به دست آوردن معادلات تعادل با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن

با استفاده از روابط (۴۹-۲)، (۶۵-۲)، (۶۷-۲)، (۶۹-۲) و (۸۴-۲) معادلات تعادل حاکم بر میکروتیوب نانوکامپوزیتی تحت فشار چرخان تقویت شده با نانولوله کربنی تحت میدان حرارتی و مغناطیسی با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن به دست می‌آید.

$$\delta u : N_{x,x} = I_0 \ddot{u} - I_1 \ddot{w}_{,x} \quad (۸۹-۲)$$

$$\delta w : -M_{x,xx} - \frac{N_\theta}{R} - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \eta_L H_x^2 w_{,xx} (1 + \frac{z}{R}) dz - \frac{1}{R} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \eta_L H_x^2 \frac{w}{R+z} dz - \frac{1}{R} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho (R+z)^2 \omega^2 w_{,xx} dz - \frac{1}{R} [P_i(R - \frac{h}{2}) - P_o(R + \frac{h}{2})] = I_0 \ddot{w} - I_2 \ddot{w}_{,xx} + I_1 \ddot{u}_x \quad (۹۰-۲)$$

با جایگذاری روابط (۸۵-۲) تا (۸۷-۲) معادلات تعادل به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\delta u : Q_{11} h u_{,xx} - Q_{11} \frac{h^3}{12R} w_{,xx} + Q_{12} \frac{h}{R} w_{,x} = I_0 (\ddot{u} - e_0^2 a^2 \ddot{u}_{,xx}) - I_1 (\ddot{w}_{,x} - e_0^2 a^2 \ddot{w}_{,xxx}) \quad (91-2)$$

$$\begin{aligned} \delta w : & -\frac{1}{A} (Q_{11} \frac{h^3}{12R} u_{,xxx} - Q_{11} \frac{h^3}{12R} w_{,xxxx}) - \frac{1}{A} (Q_{12} \frac{h}{R} u_{,x} - Q_{12} \frac{h^3}{12R^2} w_{,xx} \\ & + Q_{22} \frac{h}{R^2} w - h(Q_{21}\alpha_x + Q_{22}\alpha_\theta)\Delta T) - \eta H_x^2 h w_{,xx} - \frac{1}{R} \eta_L H_x^2 \ln \frac{2R+h}{2R-h} w \\ & - \rho \omega^2 (Rh + \frac{h^3}{12R}) w_{,xx} - \frac{1}{R} [P_i(R - \frac{h}{2}) - P_o(R + \frac{h}{2})] = -Q_{11} \frac{h^3}{12R} u_{,xxx} \\ & + Q_{11} \frac{h^3}{12R} w_{,xxxx} - Q_{12} \frac{h}{R} u_{,x} + Q_{12} \frac{h^3}{12R^2} w_{,xx} - Q_{22} \frac{h}{R^2} w + \frac{h}{R} (Q_{21}\alpha_x + Q_{22}\alpha_\theta)\Delta T \\ & - \frac{1}{R} \eta_L H_x^2 R h w_{,xx} + \frac{1}{R} e_0^2 a^2 \eta H_x^2 R h w_{,xxxx} - \frac{1}{R} \eta H_x^2 \ln \frac{2R+h}{2R-h} w \\ & + \frac{1}{R} e_0^2 a^2 \eta H_x^2 \ln \frac{2R+h}{2R-h} w_{,xx} - \rho \omega^2 (Rh + \frac{h^3}{12R}) w_{,xx} + \rho \omega^2 (Rh + \frac{h^3}{12R}) e_0^2 a^2 w_{,xxxx} \\ & - \frac{1}{R} [P_i(R - \frac{h}{2}) - P_o(R + \frac{h}{2})] = I_0 (\ddot{w} - e_0^2 a^2 \ddot{w}_{,xx}) - I_2 (\ddot{w}_{,xx} - e_0^2 a^2 \ddot{w}_{,xxxx}) \\ & + I_1 (\ddot{u}_{,x} - e_0^2 a^2 \ddot{u}_{,xxx}) \end{aligned} \quad (92-2)$$

فصل سوم

نتائج عددي و بحث

۳-۱- حل به روش ناویر

حل معادلات تعادل برای یک میکروتیوب نانو کامپوزیتی تحت فشار چرخان تقویت شده با نانولوله کربنی که در دو انتهای دارای تکیه گاه ساده می باشد، با استفاده از روش ناویر^۱ انجام می شود. مجھولات وابسته (مؤلفه های جابه جایی عمومی) u و w با استفاده از سری فوریه گسترش داده می شوند، این سری ها با توجه به شرایط مرزی حاکم بر مسأله انتخاب می شوند. برای گسترش روابط جبری مسأله، باید سری های فوریه انتخاب شده، در معادلات حاکمه تعادل به دست آمده در فصل قبل جایگذاری شوند.

۳-۲- شرایط مرزی حاکم بر مسأله

میکروتیوب مورد بررسی در دو انتهای خود دارای تکیه گاه ساده می باشد. از همین رو شرایط مرزی به دست آمده در روابط (۵۳-۲ ب) و (۸۴-۲ ب) به ترتیب برای میکروتیوب نانو کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی برای تئوری های تنش کوپل اصلاح شده و غیر محلی ارینگن به شرح ذیل می آید:

$$\begin{aligned} \delta u = 0 \text{ or } N_x = 0, \\ \delta w = 0 \text{ or } M_x = 0, & \quad \text{at } 0, L \\ \delta w_{,x} = 0 \text{ or } Q_{x\theta,x} = 0, \end{aligned} \tag{۱-۳ الف}$$

$$\begin{aligned} \delta u = 0 \text{ or } N_x = 0, \\ \delta w = 0 \text{ or } M_x = 0, & \quad \text{at } 0, L \end{aligned} \tag{۲-۳ ب}$$

۳-۲-۱- انتخاب سری فوریه بر اساس شرایط مرزی

جابه جایی در راستای x و z با استفاده از سری ها به شکلی تخمین زده می شود که شرایط مرزی میکروتیوب نانو کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی برای تئوری های تنش کوپل اصلاح شده و غیر

1. Navier solution technique

محلى ارينگن اشاره شده در روابط (۳-۱ الف) و (۳-۱ ب) را ارضا کنند.

$$u(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} U_m \cos \lambda_m x e^{i \omega_m t} \quad (3-3)$$

$$w(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} W_m \sin \lambda_m x e^{i \omega_m t} \quad (4-3)$$

ضرایب جابه‌جایی عمومی U_m و W_m به صورت متغیرهای مستقل از زمان در خمین و کمانش میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین در روابط فوق

$$\lambda_m = \frac{m\pi}{L} \text{ است.}$$

۳-۳-۳- بسط معادلات تعادل با استفاده از سری‌های فوریه

با جایگذاری سری‌های حدس زده شده در روابط (۷۴-۲)، (۷۵-۲)، (۹۰-۲) و (۹۱-۲) دستگاه معادلات دیفرانسیل به دستگاه معادلات جبری تبدیل خواهد شد.

۳-۳-۱- بسط معادلات تعادل به دست آمده با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده
با جایگذاری روابط (۳-۲) و (۳-۳) در رابطه (۷۴-۲) و (۷۵-۲) معادلات تعادل حاکم به صورت زیر خواهند شد.

$$\begin{aligned} \delta u : & [U_m (-Q_{11}Rh\lambda_m^2) + W_m (Q_{11}\frac{h^3}{12}\lambda_m^3 + Q_{12}h\lambda_m)] \cos \lambda_m x e^{i \omega_m t} = -\omega_m^2 [U_m (RI_0) \\ & - W_m (RI_1\lambda_m)] \cos \lambda_m x e^{i \omega_m t} \end{aligned} \quad (5-3)$$

$$\begin{aligned} & [U_m (-Q_{11}\frac{h^3}{12}\lambda_m^3 + Q_{12}h\lambda_m) + W_m (Q_{11}\frac{h^3}{12}\lambda_m^4 - Q_{12}\frac{h^3}{12R}\lambda_m^2 - Q_{22}\frac{h}{R} + \frac{R}{2}\mu l^2 h\lambda_m^4 \\ & + \eta H_x^2 Rh\lambda_m^2 - \eta H_x^2 \ln \frac{2R+h}{2R-h} + \lambda_m^2 \rho \omega^2 (Rh + \frac{h^3}{12R})] \sin \lambda_m x e^{i \omega_m t} \\ & = -\omega_n^2 [U_m (-RI_1\lambda_m) + W_m (RI_0 + RI_2\lambda_m^2)] \sin \lambda_m x e^{i \omega_m t} + F \end{aligned} \quad (6-3)$$

$$F = [P_i(R - \frac{h}{2}) - P_o(R + \frac{h}{2})] - \frac{h}{R} \Delta T (Q_{21}\alpha_x + Q_{22}\alpha_\theta) \quad \text{که}$$

۳-۲-۲- گسترش معادلات تعادل به دست آمده با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر محلی

ارینگن

با جایگذاری روابط (۳-۲) و (۲-۳) در رابطه (۹۰-۲) و (۹۱-۲) معادلات تعادل حاکم به صورت زیر خواهند شد.

$$\delta u : [U_m (-Q_{11}Rh \lambda_m^2) + W_m (Q_{11} \frac{h^3}{12} \lambda_m^3 + Q_{12}h \lambda_m)] \cos \lambda_m x e^{i \omega_m t} = -\omega_n^2 [U_m (RI_0 + RI_0 (e_0 a)^2 \lambda_m^2) - W_m (RI_1 \lambda_m + RI_1 (e_0 a)^2 \lambda_m^3)] \cos \lambda_m x e^{i \omega_m t} \quad (7-3)$$

$$\begin{aligned} \delta w : & [U_m (-Q_{11} \frac{h^3}{12} \lambda_m^3 + Q_{12}h \lambda_m) + W_m (Q_{11} \frac{h^3}{12} \lambda_m^4 - Q_{12} \frac{h^3}{12R} \lambda_m^2 - Q_{22} \frac{h}{R} + \eta H_x^2 Rh \lambda_m^2 \\ & + \eta H_x^2 Rh (e_0 a)^2 \lambda_m^4 - \eta H_x^2 \ln \frac{2R+h}{2R-h} - \eta H_x^2 \ln \frac{2R+h}{2R-h} (e_0 a)^2 \lambda_m^2 \\ & + \rho \omega^2 (Rh + \frac{h^3}{12R}) ((e_0 a)^2 \lambda_m^4 - \lambda_m^2)] \sin \lambda_m x e^{i \omega_m t} = -\omega_n^2 [U_m (-RI_1 \lambda_m - RI_1 (e_0 a)^2 \lambda_m^3) \\ & + W_m (RI_0 (1 + (e_0 a)^2 \lambda_m^2) + RI_2 (\lambda_m^2 + (e_0 a)^2 \lambda_m^4))] \sin \lambda_m x e^{i \omega_m t} + F \end{aligned} \quad (8-3)$$

۴-۳- ماتریس جرم و سختی، میکروتیوب نانوکامپوزیتی

تقویت شده با نانولوله کربنی

ضرایب متغیرهای U_m و W_m در سمت چپ و راست روابط (۴-۳) تا (۷-۳) به ترتیب به عنوان ضرایب ماتریس سختی و ضرایب ماتریس جرم خواهند بود.

۴-۱- ضرایب ماتریس جرم و سختی به دست آمده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده

با جداسازی ضرایب متغیرهای U_m و W_m در سمت چپ و راست روابط (۳-۵)، ماتریس جرم و سختی به صورت زیر خواهد بود.

$$[m] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}, \quad [S] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \quad (9-3)$$

که ضرایب ماتریس جرم و سختی در رابطه (۸-۳) به صورت زیر خواهد بود.

$$S_{11} = -Q_{11} Rh \lambda_m^2 \quad (9-3)$$

$$S_{12} = Q_{11} \frac{h^3}{12} \lambda_m^3 + Q_{12} h \lambda_m \quad (10-3)$$

$$S_{21} = -Q_{11} \frac{h^3}{12} \lambda_m^3 + Q_{12} h \lambda_m \quad (10-3)$$

$$\begin{aligned} S_{22} = & Q_{11} \frac{h^3}{12} \lambda_m^4 - Q_{12} \frac{h^3}{12R} \lambda_m^2 - Q_{22} \frac{h}{R} + \frac{R}{2} \mu l^2 h \lambda_m^4 + \eta H_x^2 R h \lambda_m^2 \\ & - \eta H_x^2 \ln\left(\frac{2R+h}{2R-h}\right) + \lambda_m^2 \rho \omega^2 \left(Rh + \frac{h^3}{12R}\right) \end{aligned} \quad (11-3)$$

$$m_{11} = -RI_0 \quad (12-3)$$

$$m_{12} = RI_1 \lambda_m \quad (13-3)$$

$$m_{21} = RI_1 \lambda_m \quad (14-3)$$

$$m_{22} = -RI_0 - RI_2 \lambda_m^2 \quad (15-3)$$

۲-۴-۳- ضرایب ماتریس جرم و سختی به دست آمده از تئوری الاستیسیته غیر محلی

ارینگن

ضرایب ماتریس جرم و سختی با جداسازی ضرایب متغیرهای U_m و W_m در سمت چپ و راست روابط (۳-۳) و (۷-۳)، به صورت زیر خواهد بود.

$$S_{11} = -Q_{11} Rh \lambda_m^2 \quad (16-3)$$

$$S_{12} = Q_{11} \frac{h^3}{12} \lambda_m^3 + Q_{12} h \lambda_m \quad (17-3)$$

$$S_{21} = -Q_{11} \frac{h^3}{12} \lambda_m^3 + Q_{12} h \lambda_m \quad (18-۳)$$

$$\begin{aligned} S_{22} = & Q_{11} \frac{h^3}{12} \lambda_m^4 - Q_{12} \frac{h^3}{12R} \lambda_m^2 - Q_{22} \frac{h}{R} + \eta H_x^2 R h (\lambda_m^2 + (e_0 a)^2 \lambda_m^4) \\ & - \eta H_x^2 \ln(\frac{2R+h}{2R-h}) (1 + (e_0 a)^2 \lambda_m^2) + \rho \omega^2 (R h + \frac{h^3}{12R}) ((e_0 a)^2 \lambda_m^4 - \lambda_m^2) \end{aligned} \quad (19-۳)$$

$$m_{11} = -R I_0 (1 + (e_0 a)^2 \lambda_m^2) \quad (20-۳)$$

$$m_{12} = R I_1 (\lambda_m + (e_0 a)^2 \lambda_m^3) \quad (21-۳)$$

$$m_{21} = R I_1 (\lambda_m + (e_0 a)^2 \lambda_m^3) \quad (22-۳)$$

$$m_{22} = -R I_0 (1 + (e_0 a)^2 \lambda_m^2) - R I_2 (\lambda_m^2 + (e_0 a)^2 \lambda_m^4) \quad (23-۳)$$

۳-۵-۳- مواد استفاده شده در میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله

کربنی

برای ارائه نتایج عددی میکروتیوب نانوکامپوزیتی چرخان تحت فشار تقویت شده با نانولوله کربنی تحت میدان مغناطیسی و حرارتی، ابتدا نیاز به محاسبه تأثیر خواص مواد مورد استفاده می‌باشد. ماده مورد استفاده در فاز زمینه پلی‌متیل متاکریلات معروف به ¹PMMA است. این ماده یکی از سخت‌ترین و محکم‌ترین پلیمرها با شفافیتی بالاتر از شیشه و سطحی صیقلی و براق و مقاوم در برابر عوامل جوی است. صفحات پلی‌متیل متاکریلات مقاومت قابل توجهی در برابر عوامل جوی و پرتو نور خورشید دارند. از خواص اپتیکال و سطح شفاف فوق العاده‌ای برخوردارند و در عین حال از نظر استحکام در برابر ضربه از شیشه مقاوم‌تر هستند. علاوه بر آن درصد جذب رطوبت بسیار کم و مقاومت کششی و الکتریکی خوبی دارند. حدود ۴۰ تا ۵۰ درصد تولید این پلیمر در صنایع اتومبیل سازی، ۳۳ درصد در ساختمان سازی و صنایع روشنایی و بقیه در تولید و طراحی CD، اسباب بازی، لوازم التحریر مثل خودکار، تزئینات و ساخت

1. Polymethyl Methacrylate

تندیس و صنایع الکتریکی به کار می‌روند. خواص مکانیکی پلی متیل متاکریلات تابعی از دمای محیط می‌باشد. رابطه‌های زیر وابستگی خواص مکانیکی به دما را نشان می‌دهد [۱۳].

$$E^m = (3.52 - .0034T) \quad (24-3)$$

$$T = T_0 + \Delta T \quad (25-3)$$

$$\alpha^m = 45(1 + .0005\Delta T) \times 10^{-6} \quad (26-3)$$

در رابطه‌های فوق T_0 و ΔT به ترتیب دمای اتاق بر حسب کلوین و تغییر دما است. همچنین مقدار ضریب پواسون برای پلی متیل متاکریلات به صورت $\nu^m = .34$ ارائه شده است.

ماده استفاده شده به عنوان تقویت‌کننده، نانولوله‌های کربنی می‌باشد که خواص مکانیکی آن وابسته به دما است. یکی از مسائلهای مهم برای کاربرد موفقیت‌آمیز نانولوله‌های کربنی، قانون مخلوط کردن آن‌ها است که تأثیر مستقیم بر روی ضریب بازده نانولوله می‌گذارد. از آنجا که ضریب بازده نانولوله در محاسبه مدول یانگ در راستای طولی و عرضی اهمیت دارد، درصد حجمی نانولوله تأثیر بسیار زیادی بر روی استحکام سازه دارد. در جدول‌های ۱-۳ و ۲-۳ وابستگی خواص مکانیکی به دما و درصد حجمی نانولوله ارائه شده است [۱۳].

جدول ۱-۳ وابستگی خواص مکانیکی نانولوله کربنی به دما برای نانولوله تک‌جداره (طول لوله ۹.۲۶ nm، شعاع لوله ۰.۰۶۸ nm، ضخامت لوله ۰.۶۸ nm) [۱۳]

$T (^{\circ}K)$	$E_{11}^{CN} (TPa)$	$E_{22}^{CN} (TPa)$	$\alpha_{11}^{CN} (\times 10^{-6}/K)$	$\alpha_{22}^{CN} (\times 10^{-6}/K)$
۳۰۰	۵/۶۴۶۶	۷/۰۸۰۰	۳/۴۵۸۴	۵/۱۶۸۲
۴۰۰	۵/۵۶۷۹	۶/۹۸۱۴	۴/۱۴۹۶	۵/۰۹۰۵
۵۰۰	۵/۵۳۰۸	۶/۹۳۴۸	۴/۰۳۶۱	۵/۰۱۸۹

جدول ۲-۳ وابستگی پارامتر بازده نانولوله به ضریب حجمی نانولوله [۱۳]

V_{CN}	η_1	η_2	η_3
۰/۱۲	۰/۱۳۷	۱/۰۲۲	۰/۷۱۵
۰/۱۷	۰/۱۴۲	۱/۶۲۶	۱/۱۳۸
۰/۲۸	۰/۱۴۱	۱/۵۸۵	۱/۱۰۹

مسئله مهم در مورد استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده مقدار پارامتر مقیاس طول می‌باشد که با استفاده از نتایج آزمایشگاهی محاسبه می‌شود. لام و همکاران [۳۵] رابطه‌ای برای محاسبه این پارامتر ارائه داده‌اند.

$$l = \frac{b_h}{\sqrt{3(1-\nu)}} \quad (27-3)$$

در این رابطه b_h پارامتر بیشترین مقدار خمش خواهد بود. مقدار b_h در [۳۵] حدود $24 \mu m$ در نظر گرفته شده و مقدار پارامتر مقیاس طول بر این اساس محاسبه خواهد شد.

۳-۶- تحلیل ارتعاشات آزاد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله

کربنی

برای محاسبه فرکانس طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی، تقویت شده با نانولوله کربنی از معادله‌ی ارتعاشی سیستم به شکل زیر استفاده خواهد شد.

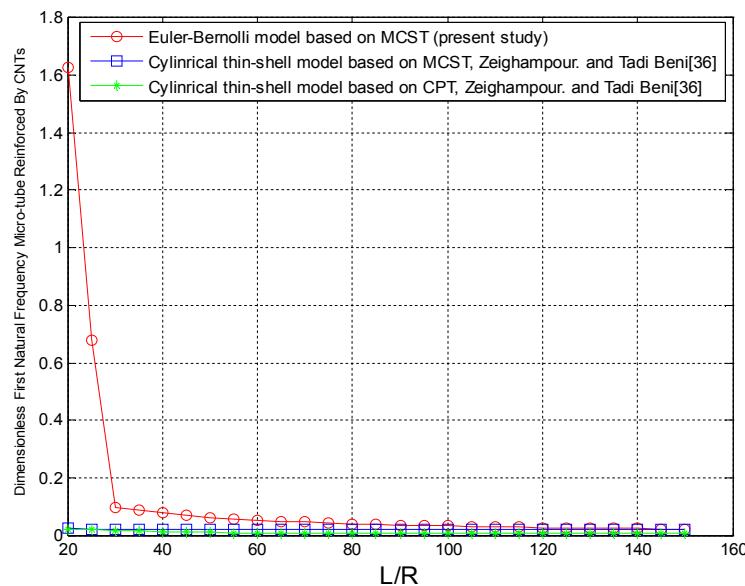
$$\{[S] - \omega_n^2[M]\}\{U\} = 0 \quad (28-3)$$

در رابطه‌ی فوق $[S]$ ماتریس سختی، $[M]$ ماتریس جرم و U بردار جابه‌جایی عمومی هستند.

۳-۱-۶- مقایسه فرکانس طبیعی بی بعد نانوچیوب کربنی همگن

به منظور بررسی قابلیت اطمینان و دقت مدل ارائه شده، مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از مطالعه‌های گذشته با تحقیق حاضر انجام شده است. داده‌های اتخاذ شده برای محاسبه فرکانس طبیعی نanolوله کربنی به صورت زیر هستند [۳۶].

$$R = 12\text{ nm} \quad E = 1\text{ GPa} \quad v = 0.25 \quad h = 0.34\text{ nm} \quad \rho = 2300\text{ Kg/m}^3 \quad m = 1$$



شکل ۳-۱ مقایسه فرکانس طبیعی بی بعد نanolوله کربنی همگن با شرایط مرزی دو انتهای ساده

همان طور که از نمودار شکل ۳-۱ مشخص است، مدل تیر اویلر-برنولی ارائه شده برای استوانه‌های بلند و جدار نازک اختلاف چندانی با مدل صفحه استوانه‌ای نازک ندارد اما برای استوانه کوتاه و جدار ضخیم مدل قابل اطمینانی نخواهد بود. واضح است که با افزایش نسبت L/R اختلاف بین این دو تئوری کاهش می‌یابد.

$$\bar{\omega}_n = \omega_n R \sqrt{\frac{\rho}{E}}$$

L/R	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰	۵۵
مدل تیر اویلر برنولی بر اساس <i>MCST</i>	۱.۶۲۸۵	۰.۶۷۷۲	۰.۰۹۶۳	۰.۰۸۷۹	۰.۰۷۷۸	۰.۰۶۹۴	۰.۰۶۲۶	۰.۰۵۷
مدل صفحه استوانه‌ای بر اساس <i>CPT</i>	.02	0.018	.016	.015	.013	.01	.009	.008

فرکانس طبیعی بی بعد در این بررسی به صورت زیر تعریف شده است [۹].

$$\bar{\omega} = \omega_n \sqrt{\frac{\rho L^4}{E_{11} h^2}} \quad (30-3)$$

اختلاف فرکانس بین تئوری غیر محلی و تنش کوپل اصلاح شده، در جدول ۳-۳ بررسی می‌شود.

جدول ۴-۳ مقایسه فرکانس طبیعی بی بعد بین تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن و تنش کوپل اصلاح شده

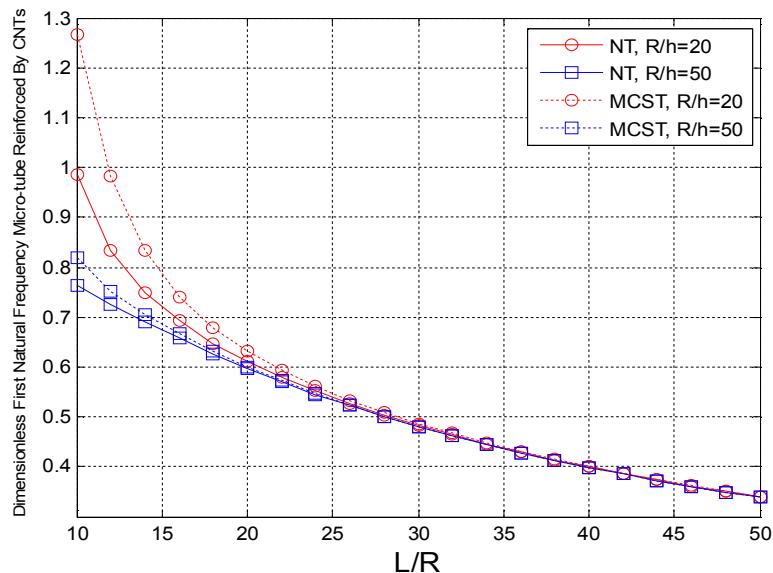
پارامتر	مقدار پارامتر	NT ($e_0 a=1 \text{ nm}$)	MCST ($l/h=25$)
R/h (L/R=20, R=50μm, Hx=0 Vcnt=0.12, T=300k, ω=0)	۱۰	۰.۸۷۰۵	۰.۹۱۹۸
	۲۵	۰.۸۳۵۴	۰.۸۴۳۸
	۵۰	۰.۸۳۰۲	۰.۸۳۲۴
H _x (MA/m) (L/R=20, R=5μm, R/h=50 Vcnt=0.12, T=300k, ω=0)	۱۰	۰.۸۲۵۳	۰.۸۳۱۳
	۲۰	۰.۸۱۰۵	۰.۸۱۶۵
	۳۰	۰.۷۸۵۱	۰.۷۹۱۳
V _{cnt} (L/R=20, R=5μm, R/h=50 Hx=0, T=300k, ω=0)	۰.۱۲	۰.۸۳۰۲	۰.۸۳۶۱
	۰.۱۷	۰.۸۷۵۵	۰.۸۸۰۲

	۰.۲۸	۱.۰۱۶۳	۱.۰۱۹۷
T (k) (L/R=20, R=5μm, R/h=50 Vcent=0.12, Hx=0, ω=0)	۳۰۰	۰.۸۳۰۲	۰.۸۳۶۱
	۴۰۰	۰.۸۴۲۲	۰.۸۴۸۰
	۵۰۰	۰.۸۵۶۵	۰.۸۶۲۳

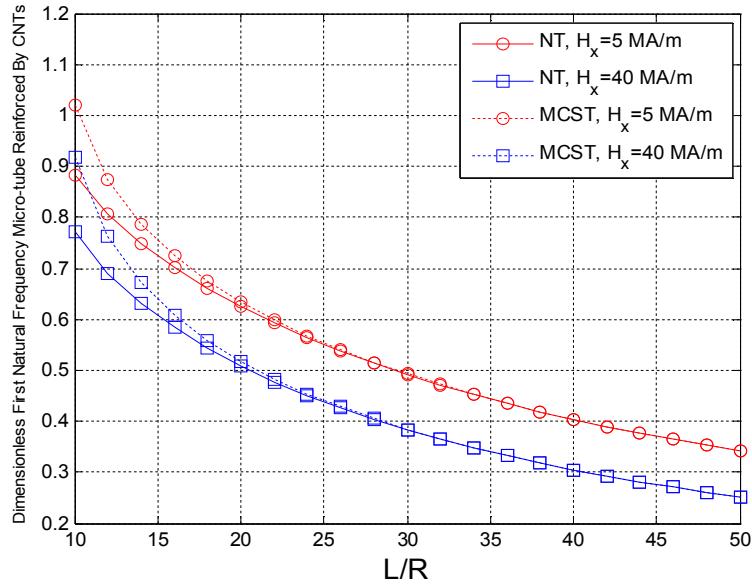
همان طور که از جدول ۳-۴ مشخص است با افزایش نسبت R/h اختلاف فرکانس بی بعد بین دو تئوری ذکر شده کاهش می یابد ولی تغییرات میدان مغناطیسی، ضریب حجمی نanolوله و دما تغییری در این اختلاف ایجاد نمی کنند.

از نمودار شکل ۲-۳ می توان دریافت که با افزایش نسبت (R/h) مقدار فرکانس بی بعد کاهش می یابد. زیرا با افزایش این نسبت، ضخامت میکروتیوب کاهش می یابد و باعث کاهش سفتی سیستم می شود. همچنین مشخص است که شبیه تغییرات فرکانس بی بعد نسبت به (L/R) ، با افزایش نسبت (R/h) کاهش می یابد. نمودار شکل ۳-۳ نشان می دهد که اعمال میدان مغناطیسی بر روی میکروتیوب باعث تغییر فرکانس طبیعی می شود. با اعمال میدان مغناطیسی فرکانس سیستم کاهش می یابد. نمودار شکل ۴-۳ تأثیر ضریب حجمی نanolوله کربنی را بر روی فرکانس بی بعد میکروتیوب نشان می دهد. از این نمودار می توان دریافت که با افزایش ضریب حجمی نanolوله کربنی فرکانس افزایش می یابد. همچنین نمودار شکل ۵-۳ تغییرات فرکانس بی بعد میکروتیوب را در برابر تغییر دما نشان می دهد. با افزایش دما مدول الاستیسیته فاز زمینه و تقویت کننده میکروتیوب کاهش می یابد که همین امر موجب کاهش فرکانس می شود. نمودار شکل ۶-۳ تأثیر عدد موج در راستای طولی را بر روی فرکانس بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی نشان می دهد. با افزایش عدد موج فرکانس بی بعد و همچنین اختلاف بین دو تئوری غیر محلی و تنش کوپل اصلاح شده افزایش می یابد. از نظر فیزیکی در میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده

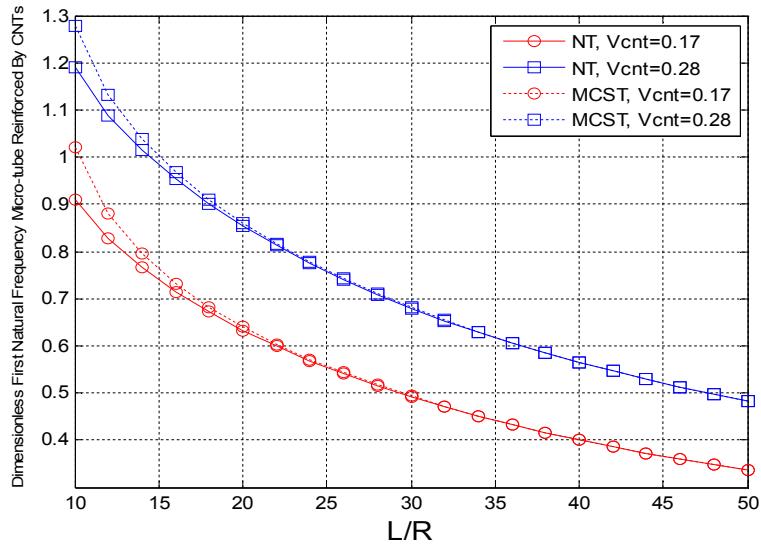
با نانولوله کربنی زمانی که عدد موج در راستای طولی افزایش می‌یابد، طول موج کوتاه‌تر می‌شود و فاصله بین اتمها در نانولوله به هم نزدیک‌تر خواهد شد که باعث افزایش فرکانس بی‌بعد خواهد شد. در نمودار شکل‌های ۷-۳ و ۸-۳ تأثیر پارامترهای غیر محلی ارینگن و مقیاس طول ماده را بر روی فرکانس بی‌بعد میکروتیوب نشان داده است. همان طور که مشخص است پارامتر غیر محلی تأثیری بر روی فرکانس بی‌بعد میکروتیوب ندارد اما با افزایش پارامتر مقیاس طول ماده فرکانس بی‌بعد میکروتیوب افزایش می‌یابد، زیرا افزایش این پارامتر باعث افزایش سفتی سیستم می‌شود. همچنین می‌توان دریافت که تئوری غیر محلی رفتار میکروتیوب را نمی‌تواند به خوبی تئوری تنش کوپل اصلاح شده نشان دهد زیرا اضافه شدن تقویت‌کننده در بُعد نانو سفتی سیستم را افزایش می‌دهد که تئوری تنش کوپل اصلاح شده این موضوع را نشان می‌دهد.



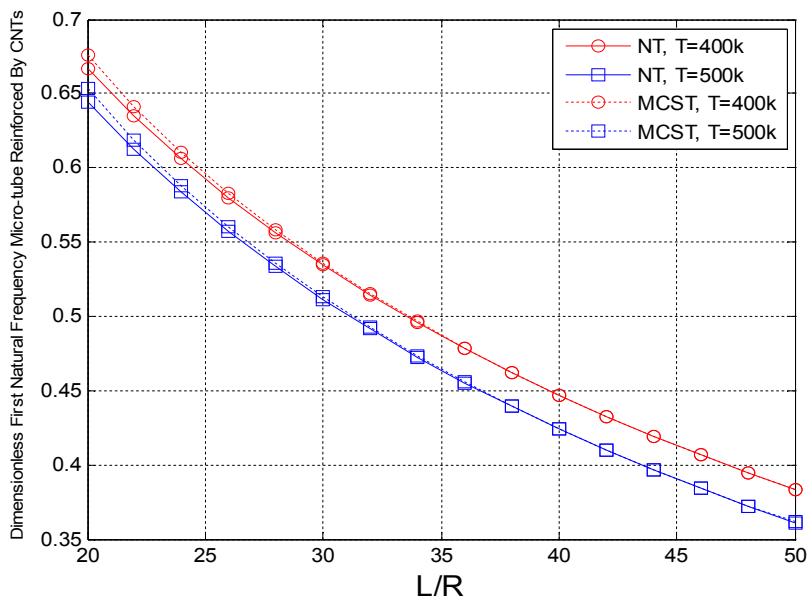
شکل ۲-۳ بررسی تأثیر نسبت (R/h) بر روی فرکانس بی‌بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله کربنی با ($V_{cnt}=0.12$, $T_0=300K$, $H_x=0$, $\omega=400rad/s$, $e_0a=1nm$, $l/h=15$, $m=1$) MCST و NT



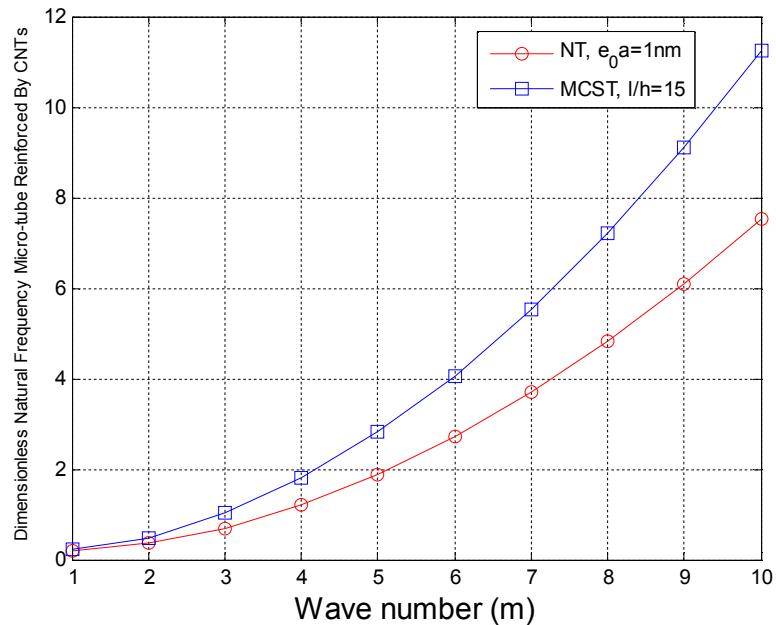
شکل ۳-۳ بررسی تأثیر اندازه میدان مغناطیسی بر روی فرکانس بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ و $V_{cnt}=0.12$, $T_0=300K$, $R/h=50$, $\omega=400rad/s$, $e_0a=1nm$, $l/h=25$, $m=I$)



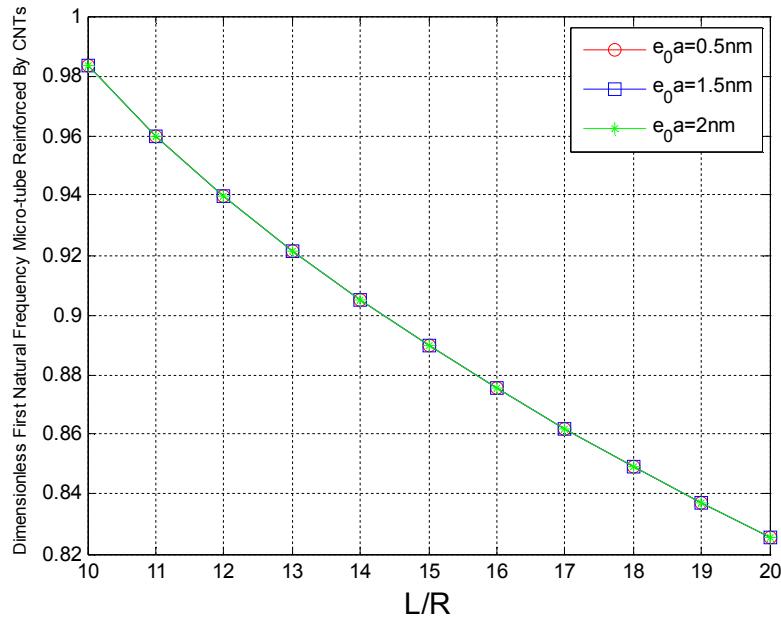
شکل ۴-۳ بررسی تأثیر ضریب حجمی نanolوله کربنی بر روی فرکانس بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ و $R/h=50$, $T_0=300K$, $H_x=0$, $\omega=400rad/s$, $e_0a=1nm$, $l/h=25$, $m=I$)



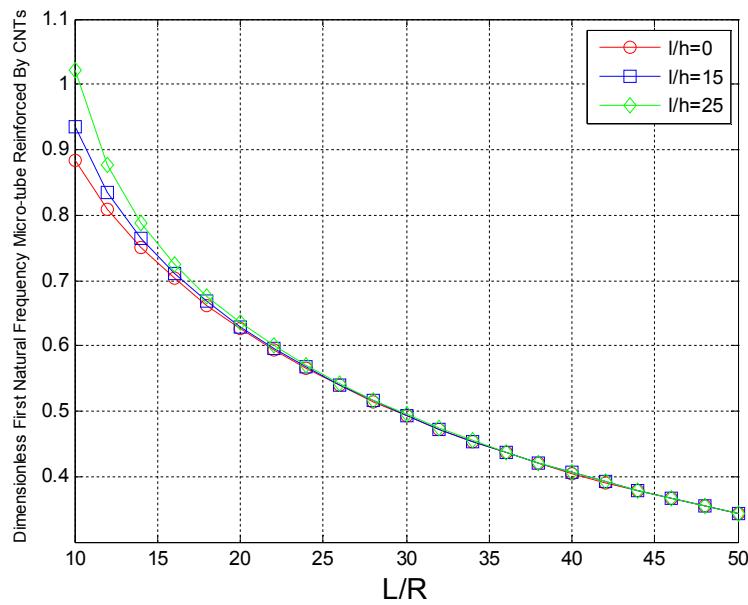
شکل ۳-۵ بررسی تأثیر دما بر روی فرکانس بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی با استفاده از NT ($V_{cnt}=0.12$, $R/h=50$, $H_x=0$, $\omega=400rad/s$, $e_0a=1nm$, $l/h=25$, $m=1$) MCST،



شکل ۳-۶ بررسی تأثیر عدد موج بر روی فرکانس بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی
($V_{cnt}=0.12$, $L/R=10$, $R/h=50$, $T_0=300K$, $H_x=0$, $\omega=400rad/s$)



شکل ۷-۳ بررسی تأثیر پارامتر غیر محلی ارینگن بر روی فرکانس بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله
 $(V_{cnt}=0.12, R/h=50, T_0=300K, Hx=0, \omega=400rad/s, m=1)$ کربنی



شکل ۸-۳ بررسی تأثیر پارامتر مقیاس طول بر روی فرکانس بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی
 $(V_{cnt}=0.12, R/h=50, T_0=300K, Hx=0, \omega=400rad/s, m=1)$

۳-۷-۳- تحلیل کمانش میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی

با فرض این که نیروی فشاری در راستای طولی بر میکروتیوب وارد می‌شود، ترم $N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ در طرف راست رابطه‌ی (۷۶-۲) و (۹۲-۲) اضافه می‌شود. که N_x نیروی فشاری وارد بر میکروتیوب در راستای طولی می‌باشد، معادلات تحلیل کمانش میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله کربنی به صورت رابطه زیر خواهد بود [۹].

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} - N_x (\lambda^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_m \\ W_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (29-3)$$

بار کمانش بحرانی برای میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله کربنی با استفاده از روابط زیر به دست خواهد آمد.

$$\{U_m\} = [\bar{C}] \{S_{12}\} \{W_m\} \quad (30-3)$$

$$[\bar{C}] = [S_{11}]^{-1} \quad (31-3)$$

$$N_x = \frac{1}{\lambda^2} (S_{22} - \{S_{21}\}^T [\bar{C}] \{S_{12}\}) \quad (32-3)$$

بار کمانش بحرانی بی‌بعد به صورت زیر تعریف می‌شود [۹].

$$\bar{N} = N_x \frac{h^2}{E_{11} R^3} \quad (33-3)$$

جدول ۳-۵ اختلاف بار کمانش بحرانی بی‌بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی را بین تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن و تنش کوپل اصلاح شده نشان می‌دهد.

جدول ۵-۳ مقایسه بار کمانش بحرانی بی بعد بین تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن و تنش کوپل اصلاح شده

پارامتر	مقدار پارامتر	NT ($e_0 a = 1 \text{ nm}$)	MCST ($I/h = 10$)
R/h ($L/R=30$, $R=50\mu\text{m}$, $H_x=0$ $V_{cnt}=0.12$, $T=300\text{k}$, $\omega=0$)	۱۰	۱۶.۷۲۹۲	۱۶.۹۷۴۷
	۲۵	۶.۵۴۷۲	۶.۵۵۷۴
	۵۰	۳.۲۶۰۲	۳.۲۶۸۷
$H_x (\text{MA/m})$ ($L/R=30$, $R=50\mu\text{m}$, $R/h=50$ $V_{cnt}=0.12$, $T=300\text{k}$, $\omega=0$)	۱۰	۳.۲۰۸۰	۳.۲۰۹۹
	۲۰	۳.۰۵۱۳	۳.۰۵۳۳
	۳۰	۲.۷۹۰۳	۲.۷۹۲۳
V_{cnt} ($L/R=30$, $R=5\mu\text{m}$, $R/h=50$ $H_x=0$, $T=300\text{k}$, $\omega=0$)	۰.۱۲	۳.۲۶۰۲	۳.۲۷۷۸
	۰.۱۷	۴.۱۰۲۴	۴.۱۲۰۱
	۰.۲۸	۶.۶۷۰۶	۶.۶۸۸۳
$T (\text{k})$ ($L/R=30$, $R=50\mu\text{m}$, $R/h=50$ $V_{cnt}=0.12$, $H_x=0$, $\omega=0$)	۳۰۰	۳.۵۰۸۵	۳.۵۲۰۵
	۴۰۰	۳.۳۶۷۷	۳.۳۷۹۴
	۵۰۰	۳.۲۶۰۲	۳.۲۷۷۳

تغییر هندسه میکروتیوب تأثیر بیشتری در اختلاف بین دو تئوری تنش کوپل اصلاح شده و تئوری غیر

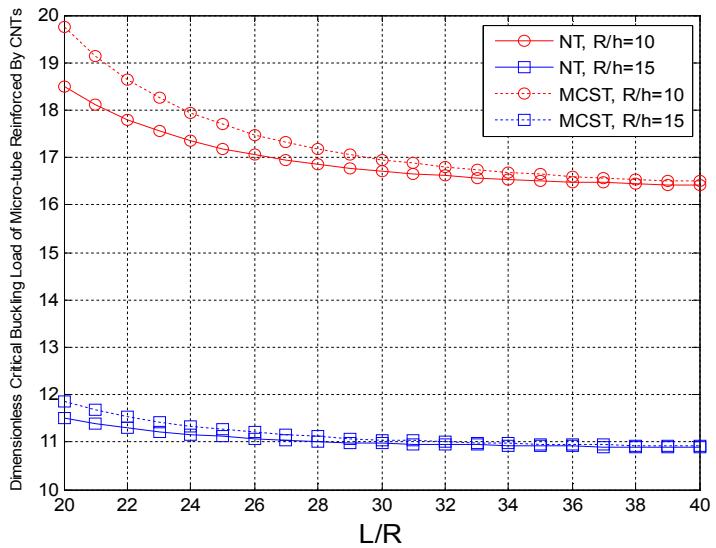
محلي نسبت به تغییر دما، میدان مغناطیسی و ضریب حجمی نanolole کربنی دارد.

تأثیر پارامترهای مختلف بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب نانو کامپوزیتی تقویت شده با نanolole

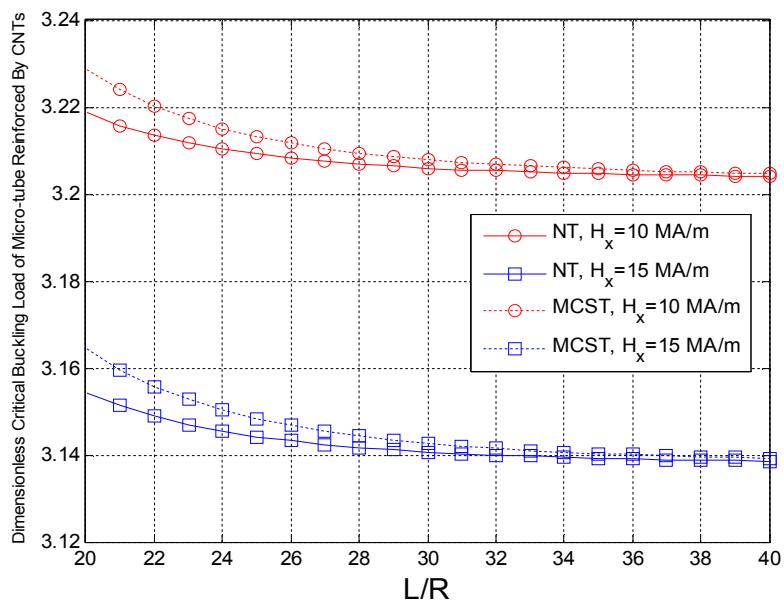
کربنی با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده و الاستیسیته غیر محلی ارینگن در نمودار شکل های

زیر مورد بررسی قرار گرفته است.

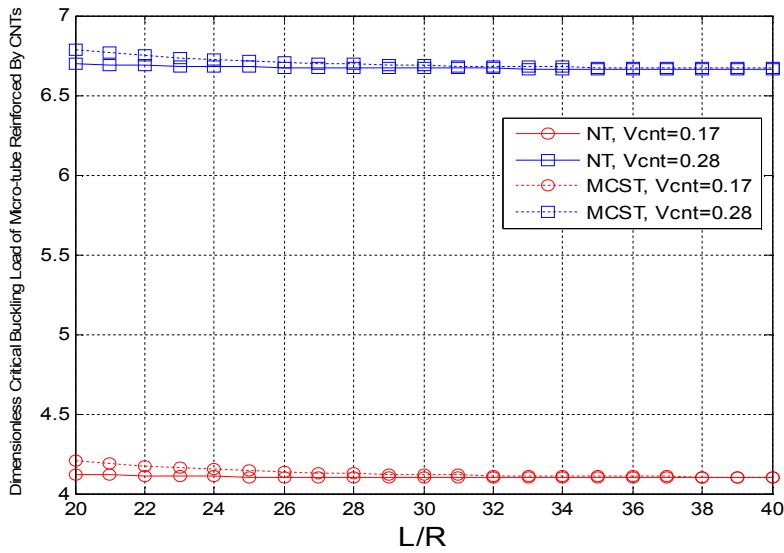
از نمودار شکل ۳-۹ می‌توان دریافت که با افزایش نسبت (R/h) اندازه تغییرات بار کمانش بحرانی بی‌بعد میکروتیوب نسبت به پارامتر بی‌بعد (L/R) کاهش می‌یابد. همچنین مشخص است که با افزایش نسبت (L/R) نتایج به دست آمده از دو تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن و تنش کوپل اصلاح شده بر هم منطبق می‌شود. نمودار شکل ۳-۱۰ نشان می‌دهد که با افزایش میدان مغناطیسی بر روی میکروتیوب بار کمانش بحرانی بی‌بعد کاهش می‌یابد زیرا با افزایش میدان مغناطیسی سفتی سیستم کمتر می‌شود. نمودار شکل ۳-۱۱ تأثیر ضریب حجمی نanolوله کربنی را بر روی بار کمانش بحرانی نشان می‌دهد. از این نمودار می‌توان دریافت که با افزایش ضریب حجمی نanolوله کربنی بار کمانش بحرانی افزایش می‌یابد. علت افزایش این است که با افزایش ضریب حجمی نanolوله مدول الاستیسیته در راستای طولی و شعاعی میکروتیوب افزوده می‌شود که این امر باعث افزایش سفتی سیستم خواهد شد. نمودار شکل ۳-۱۲ تأثیر دما بر روی بار کمانش بی‌بعد را به تصویر کشیده است. همانطور که از این نمودار مشخص است با افزایش دما، مدول الاستیسیته فاز زمینه و تقویت‌کننده میکروتیوب کاهش می‌یابد. این کاهش سبب می‌شود تا سفتی سیستم و به تبع آن بار کمانش بحرانی بی‌بعد کاهش یابد. از نمودار شکل ۳-۱۳ می‌توان دریافت که پارامتر غیر محلی ارینگن تأثیر بر روی بار کمانش بحرانی میکروتیوب ندارد. نمودار شکل ۳-۱۴ تأثیر پارامتر مقیاس طول ماده در تئوری تنش کوپل اصلاح شده بر روی بار کمانش بحرانی بی‌بعد نشان داده شده است. همان طوری که از نمودار مشخص است با افزایش این پارامتر به علت افزایش سفتی سیستم، بار کمانش بحرانی بی‌بعد میکروتیوب افزایش می‌یابد.



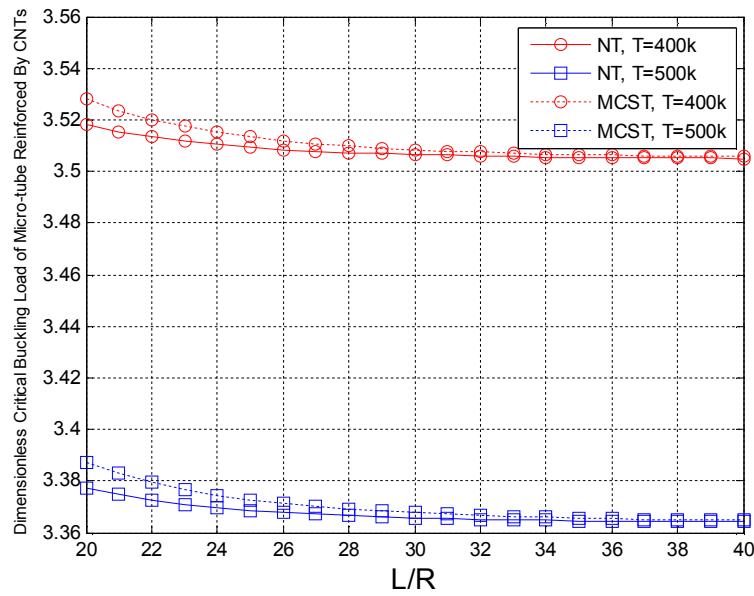
شکل ۹-۳ بررسی تأثیر نسبت (R/h) بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ ($V_{cnt}=0.12$, $T_0=300K$, $H_x=0$, $\omega=600rad/s$, $e_0a=1nm$, $l/h=10$, $m=I$)



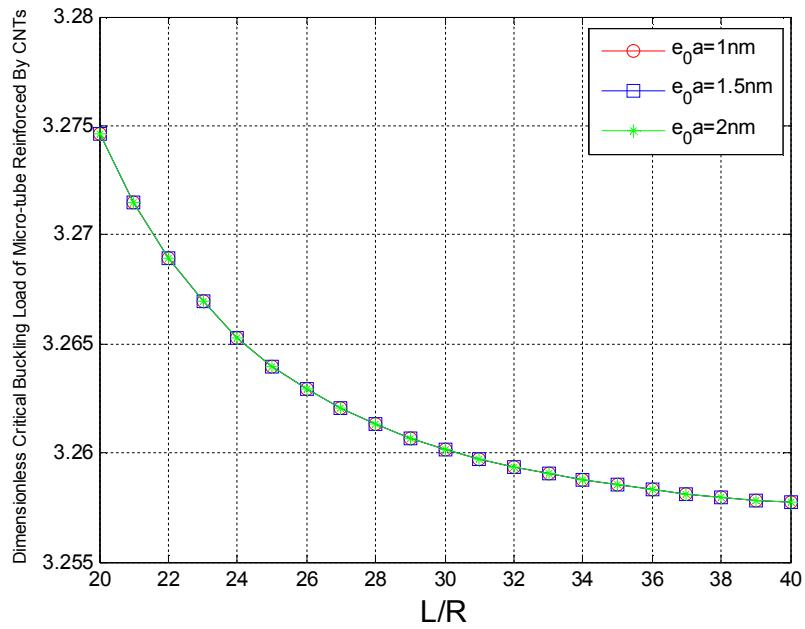
شکل ۱۰-۳ بررسی تأثیر اندازه میدان مغناطیسی بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ ($V_{cnt}=0.12$, $T_0=300K$, $R/h=50$, $\omega=600rad/s$, $e_0a=1nm$, $l/h=25$, $m=I$)



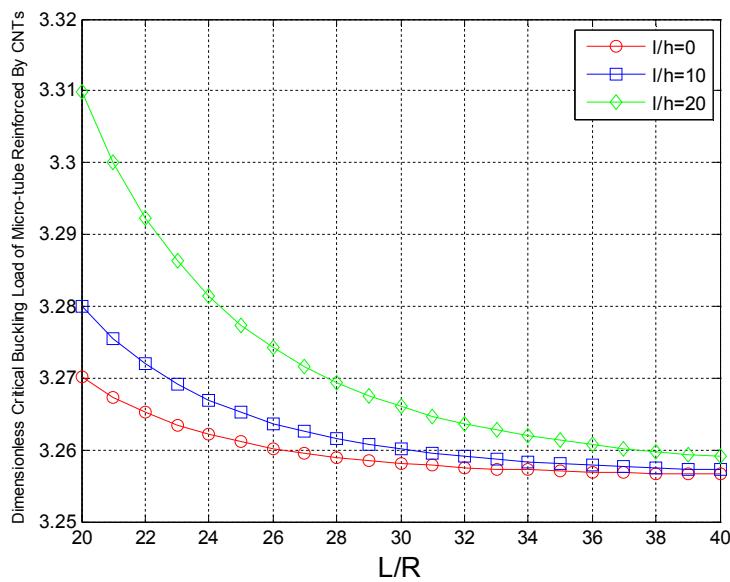
شکل ۱۱-۳ بررسی تأثیر ضریب حجمی نانولوله کربنی بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت-شده با نانولوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ ($R/h=50$, $T_0=300K$, $Hx=0$, $\omega=600rad/s$, $e_0a=1nm$, $l/h=25$, $m=1$)



شکل ۱۲-۳ بررسی تأثیر دما بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی با ($Vcnt=0.12$, $R/h=50$, $Hx=0$, $\omega=600rad/s$, $e_0a=1nm$, $l/h=25$, $m=1$) $MCST$ و NT



شکل ۱۳-۳ بررسی تأثیر پارامتر غیر محلی ارینگن بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی ($V_{cnt}=0.12$, $R/h=50$, $T_0=300K$, $Hx=0$, $\omega=600rad/s$, $m=1$)



شکل ۱۴-۳ بررسی تأثیر پارامتر مقیاس کوچک طول بر روی بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی ($V_{cnt}=0.12$, $R/h=50$, $T_0=300K$, $Hx=0$, $\omega=600rad/s$, $m=1$)

۳-۸- تحلیل خیز بی بعد میکروتیوب نانو کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله

کربنی

بار خارجی مجموع، وارد بر میکروتیوب نانو کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی، که از فشار وارد بر سطح داخل و خارج میکروتیوب و چرخش میکروتیوب حول محور خود ناشی می‌شود، با F نمایش داده می‌شود. این بار مجموع را می‌توان با استفاده از سری مثلثاتی به شکل زیر نمایش داد.

$$F = \sum_{m=1}^{\infty} Q_m \sin \lambda x \quad (34-3)$$

$$Q_m = \frac{2}{L} \int_0^L F \sin \lambda x \, dx \quad (35-3)$$

معادلات جبری برای محاسبه جابه‌جایی میکروتیوب به صورت زیر است.

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_m \\ W_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ Q_m \end{Bmatrix} \quad (36-3)$$

خیز بی بعد میکروتیوب به صورت زیر تعریف می‌شود [۹].

$$\bar{w} = w \frac{E_{11} h^3}{P_o R^4} \quad (37-3)$$

جدول ۳-۶ مقایسه خیز بی بعد بین تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن و تنش کوپل اصلاح شده را نشان می‌دهد. همچنین در این جدول تأثیر پارامترهای ضخامت، میدان مغناطیسی، ضریب حجمی نانولوله کربنی و دما بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانو کامپوزیتی نشان داده شده است. با افزایش نسبت R/h و میدان مغناطیسی اختلاف نتایج خیز بین دو تئوری تنش کوپل اصلاح شده و الاستیسیته غیر محلی ارینگن افزایش می‌یابد. در صورتی که با تغییر دما و ضریب حجمی نانولوله این اختلاف تغییر

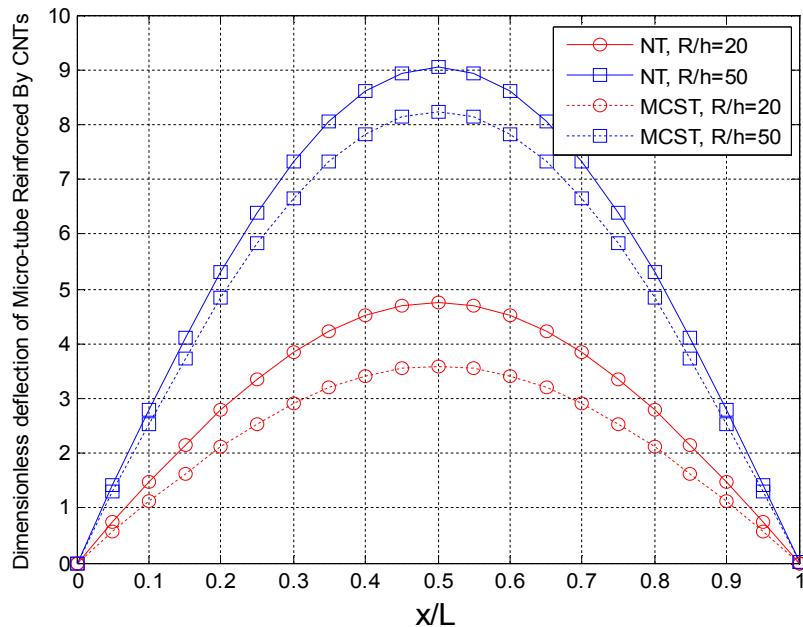
چندانی نمی‌کند.

جدول ۳-۶ مقایسه خیز بی بعد بین تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن و تنش کوپل اصلاح شده

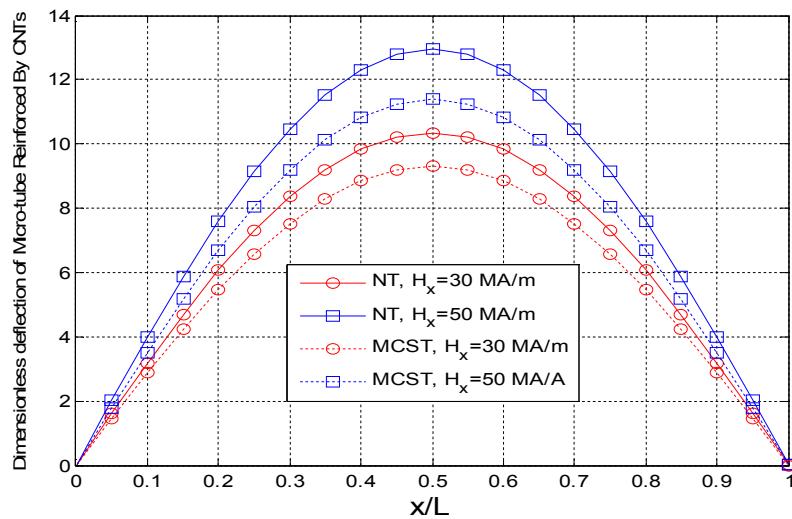
پارامتر	مقدار پارامتر	NT ($e_0a=1\text{ nm}$)	MCST ($l/h=10$)
R/h ($L/R=30$, $R=50\mu\text{m}$, $H_x=0$ $V_{cnt}=0.12$, $T=300\text{k}$)	۱۰	۰.۲۴۶۱	۰.۱۶۸۰
	۲۰	۱.۱۹۱۱	۰.۹۰۴۷
	۵۰	۵.۳۲۶۰	۴.۸۵۰۵
$H_x (\text{MA/m})$ ($L/R=30$, $R=50\mu\text{m}$, $R/h=20$ $V_{cnt}=0.12$, $T=300\text{k}$)	۱۰	۵.۳۸۶۷	۴.۹۰۰۸
	۲۰	۵.۵۷۷۳	۵.۰۵۸۱
	۳۰	۵.۹۲۷۰	۵.۳۴۴۰
V_{cnt} ($L/R=30$, $R=50\mu\text{m}$, $R/h=50$ $H_x=0$, $T=300\text{k}$)	۰.۱۲	۵.۱۲۳	۴.۸۶۴۵
	۰.۱۷	۴.۱۸۶۶	۳.۸۹۱۴
	۰.۲۸	۲.۵۷۹۱	۲.۴۶۱۳
$T (\text{k})$ ($L/R=30$, $R=50\mu\text{m}$, $R/h=50$ $V_{cnt}=0.12$, $H_x=0$)	۳۰۰	۵.۴۳۵۷	۴.۹۷۸۴
	۴۰۰	۵.۴۶۸۶	۴.۹۹۰۹
	۵۰۰	۵.۴۷۳۰	۵.۰۰۸۹

تأثیر پارامترهای مختلف بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده و الاستیسیته غیر محلی ارینگن در نمودار شکل های زیر مورد بررسی قرار گرفته است.

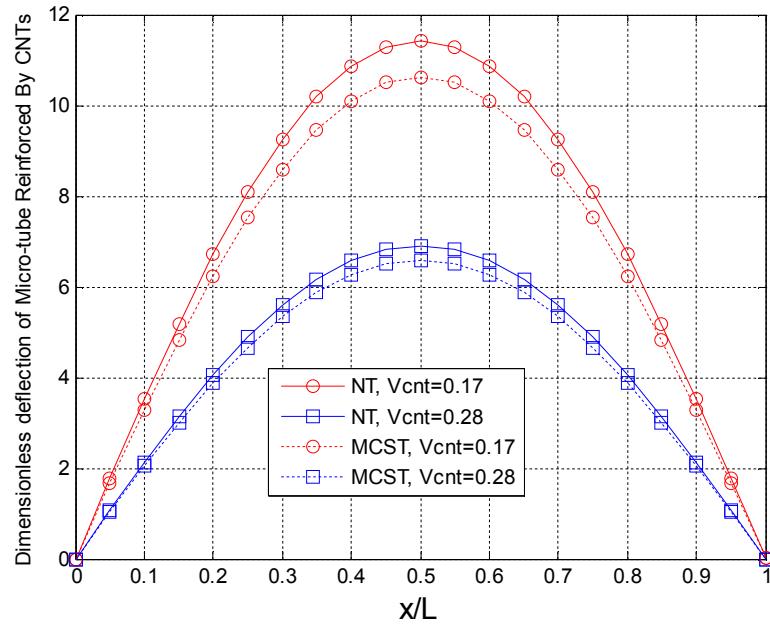
با توجه به نمودار شکل ۳-۱۵ مشخص است که با کاهش نسبت (R/h) ، خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی نیز کاهش می‌یابد. زیرا کاهش این نسبت سبب افزایش ضخامت میکروتیوب شده و همین امر باعث افزایش سفتی سیستم خواهد شد. نمودار شکل ۳-۱۶ نشان می‌دهد که با اعمال میدان مغناطیسی بر روی میکروتیوب خیز بی بعد افزایش خواهد یافت. تأثیر درصد حجمی نanolوله کربنی بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی در نمودار شکل ۳-۱۷ نشان داده شده است. همان طور که از نمودار مشخص است با افزایش درصد حجمی نanolوله کربنی خیز بی بعد کاهش می‌یابد، زیرا با افزایش درصد حجمی نanolوله بر سفتی سیستم افزوده خواهد شد. از نمودار شکل ۳-۱۸ می‌توان دریافت که با افزایش دما در سطح داخل و خارج میکروتیوب نانوکامپوزیتی خیز بی بعد آن افزایش خواهد یافت. این افزایش به این علت است که با افزایش دما در سطح داخل و خارج، بر میانگین دمایی میکروتیوب افزوده خواهد شد. این امر سبب می‌شود تا خواص مکانیکی وابسته به دما در میکروتیوب یعنی مدول الاستیسیته فاز زمینه و تقویت‌کننده کاهش و به تبع آن خیز افزایش یابد. نمودار شکل ۳-۱۹ تأثیر نسبت فشار خارج به داخل را بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی نشان می‌دهد. با افزایش این نسبت بر فشار خارج افزوده که باعث کاهش خیز می‌شود. تأثیر سرعت زاویه‌ای بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی را می‌توان در نمودار شکل ۳-۲۰ مشاهده کرد. همان طور که از نمودار مشخص است با افزایش سرعت زاویه‌ای خیز بی بعد میکروتیوب افزایش می‌یابد، زیرا با افزایش سرعت زاویه‌ای سفتی سیستم کاهش می‌یابد.



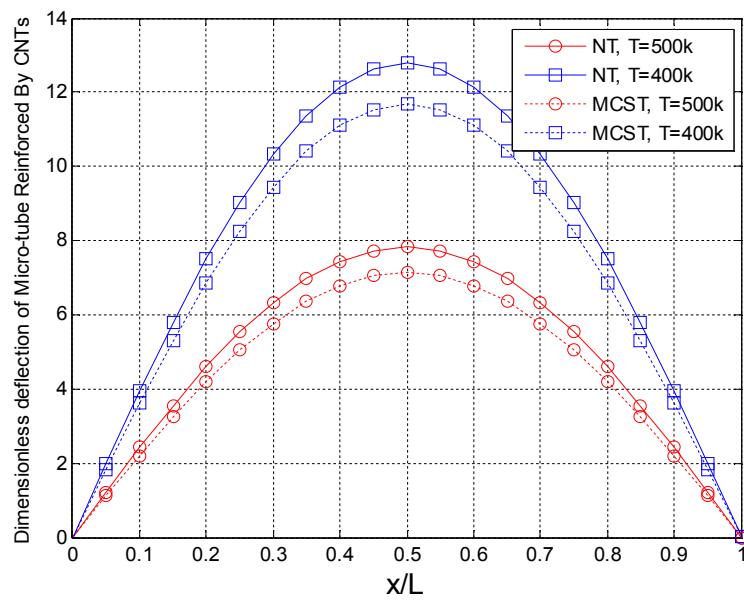
شکل ۱۵-۳ بررسی تأثیر نسبت (R/h) بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانو کامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از ($V_{cnt}=0.12$, $\Delta T=5$, $H_x=0$, $\omega=600rad/s$, $P_i/P_o=2$, $e_0a=1nm$, $l/h=10$) MCST و NT



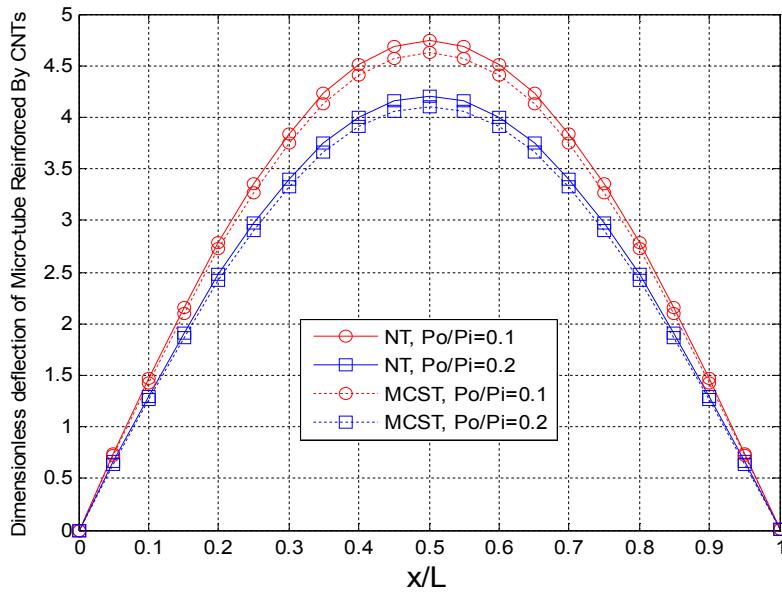
شکل ۱۶-۳ بررسی تأثیر اندازه میدان مغناطیسی بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانو کامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از ($V_{cnt}=0.12$, $\Delta T=5$, $R/h=5$, $\omega=600rad/s$, $P_i/P_o=2$, $e_0a=1nm$, $l/h=10$) MCST و NT



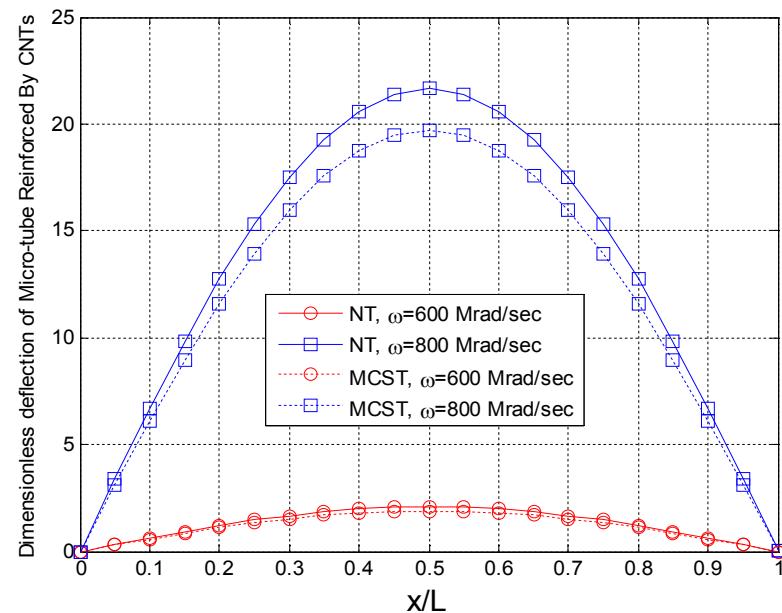
شکل ۱۷-۳ بررسی تأثیر ضریب حجمی نanolوله کربنی بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ ($R/h=50$, $\Delta T=5$, $Hx=0$, $\omega=600$, $e_0a=1nm$, $l/h=10$)



شکل ۱۸-۳ بررسی تأثیر دما بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از NT و $MCST$ ($Vcnt=0.12$, $R/h=50$, $\Delta T=5$, $Hx=0$, $\omega=600rad/s$, $P_i/P_o=2$, $e_0a=1nm$, $l/h=10$)



شکل ۱۹-۳ بررسی تأثیر نسبت فشار خارج به داخل بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از MCST و NT ($V_{cnt}=0.12, R/h=50, \Delta T=5, Hx=0, \omega=600, e_0a=1nm, l/h=5$)



شکل ۲۰-۳ بررسی تأثیر سرعت زاویه‌ای بر روی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از MCST و NT ($V_{cnt}=0.12, R/h=50, \Delta T=5, Hx=0, Pi/Po=2, e_0a=1nm, l/h=5$)

۳-۹- تحلیل ارتعاشات اجباری میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله

کربنی

برای بررسی تأثیر پارامترهای مختلف از جمله نسبت فشار خارج به داخل، اندازه میدان معناطیسی، دما، سرعت زاویه‌ای و ضریب حجمی نانولوله کربنی بر روی پاسخ سیستم، کل نیروی خارجی وارد بر میکروتیوب را F در نظر بگیرید. کل نیروی خارجی وارد بر میکروتیوب تابعی از زمان است، این وابستگی به گونه‌ای است که اندازه آن به صورت پله‌ای افزایش می‌یابد.

$$F(t) = \begin{cases} F_1 & 0 \leq t \leq t_1 \\ F_2 & t_1 \leq t \leq t_2 \end{cases}, \quad t_2/t_1 = 2 \quad (40-3)$$

کل نیروی خارجی با استفاده از سری فوریه سینوسی به صورت زیر بسط داده می‌شود.

$$\begin{aligned} F(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\Omega t, \quad \Omega = \frac{\pi}{t_2} \\ b_n &= \frac{2}{t_2} \int_0^{t_2} F(t) \sin n\Omega t dt = \frac{2}{t_2} \int_0^{t_1} F_1 \sin n\Omega t dt + \frac{2}{t_2} \int_{t_1}^{t_2} F_2 \sin n\Omega t dt \\ \Rightarrow b_n &= \frac{2F_1}{n\Omega t_2} (1 - \cos n\Omega t_1) + \frac{2F_2}{n\Omega t_2} (\cos n\Omega t_1 - \cos n\Omega t_2) \end{aligned} \quad (38-3)$$

در رابطه ۳-۹، $\Omega = n$ فرکانس تحریک سیستم است، که رابطه مستقیمی با t_1 و t_2 دارد. به بیان دیگر می‌توان گفت تحریک سیستم به طول زمان انجام تغییرات فشار بستگی دارد، هر چه زمان انجام این تغییرات کوتاه‌تر باشد، فرکانس تحریک بیشتر خواهد شد.

شکل ماتریسی پاسخ سیستم برای میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی به صورت زیر است.

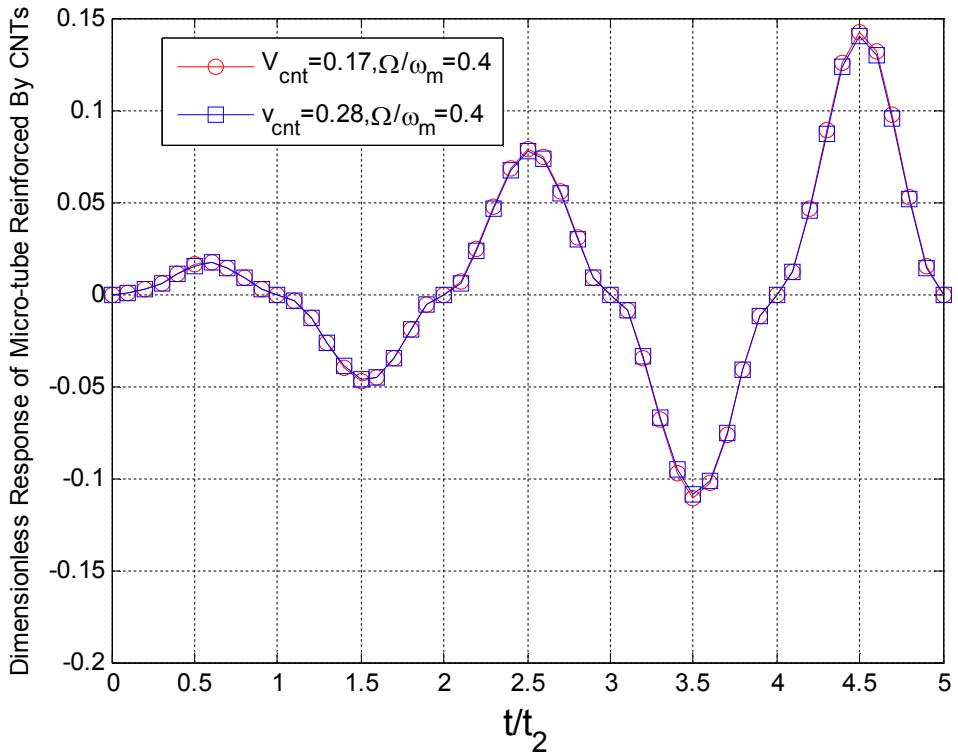
$$\begin{Bmatrix} U_m \\ W_m \end{Bmatrix} = \frac{[M]^{-1} [F]}{(\omega_m^2 - (n\Omega)^2)} \quad (39-3)$$

در این بررسی پارامتر فشار در بازه‌های زمانی مختلف مقدار متفاوتی دارند. به همین علت در جدول زیر این پارامتر در هر بازه به صورت زیر تعریف می‌شوند.

جدول ۷-۳ معرفی پارامترهای وابسته به زمان

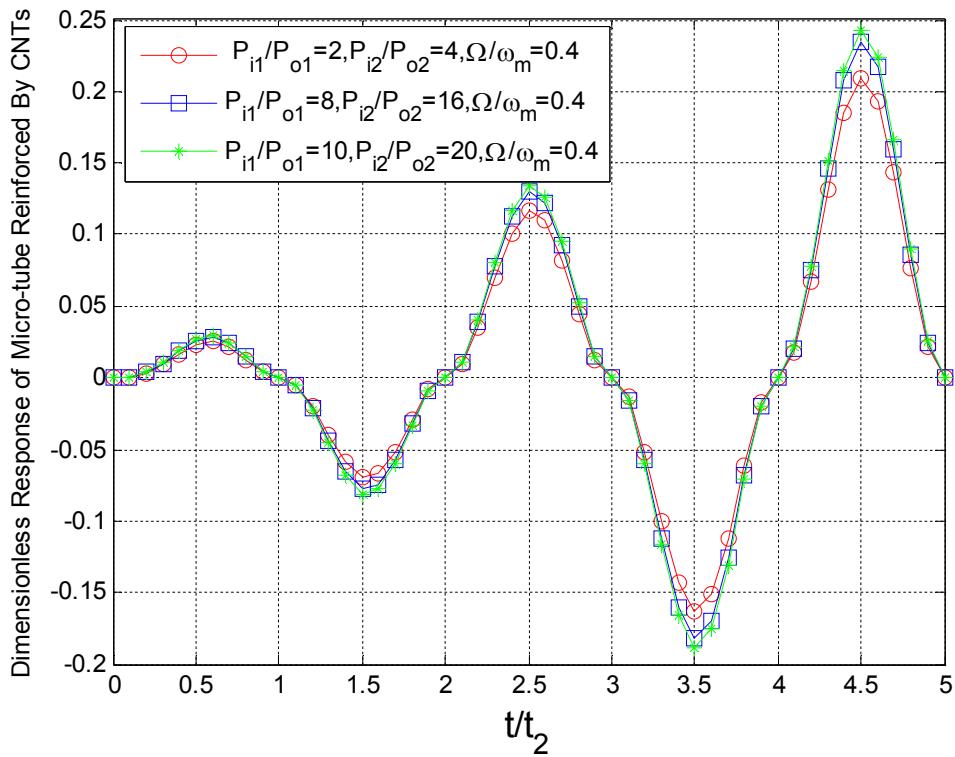
پارامتر	بازه زمانی	
	$0 \leq t \leq t_1$	$t_1 \leq t \leq t_2$
فشار داخلی	P_{i1}	P_{i2}
فشار خارجی	P_{o1}	P_{o2}

تأثیر پارامترهای مختلف بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی در نمودار شکل‌های زیر مورد بررسی قرار گرفته است. در بحث بررسی دامنه پاسخ سیستم کلیه جابه‌جایی‌ها حول نقطه تعادل استاتیکی خواهد بود، در صورتیکه اگر جابه‌جایی‌ها حول حالت تعادل اولیه (خنثی) ترسیم شوند تمام نمودارها به اندازه یک جابه‌جایی استاتیکی به سمت بالا شیفت پیدا خواهند کرد.



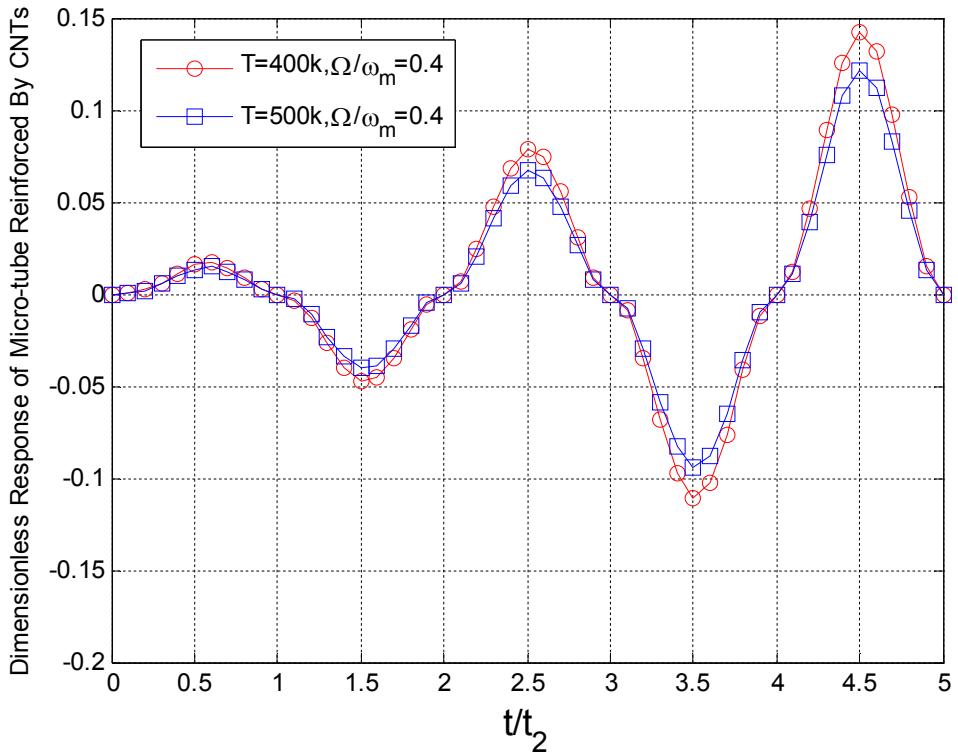
شکل ۲۱-۳ بررسی تأثیر ضریب حجمی نanolوله کربنی بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از $(L/R=80, R/h=50, Hx=0, T_0=300K, \Delta T=0, \omega=600rad/s, P_{i1}/P_{o1}=2, MCST P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10, n=10)$

نمودار شکل ۲۱-۳ تأثیر ضریب حجمی نanolوله کربنی را بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نشان می دهد. با توجه به این که با افزایش ضریب حجمی نanolوله فرکانس طبیعی افزایش می یابد و در این نمودار فرکانس تحریک رابطه مستقیمی با فرکانس طبیعی دارد، با افزایش ضریب حجمی نanolوله کربنی فرکانس تحریک افزایش می یابد اما از طرف دیگر سفتی سیستم نیز افزایش قابل ملاحظه ای خواهد داشت، در نتیجه دامنه پاسخ سیتم تغییر چندانی نخواهد داشت.



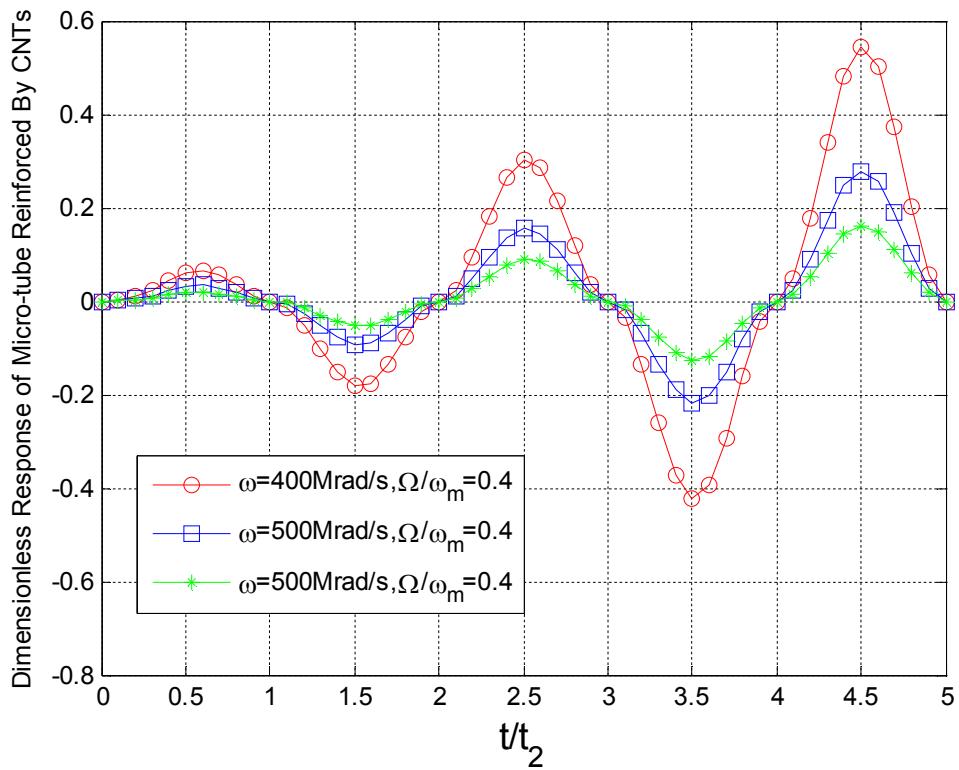
شکل ۲۲-۳ بررسی تأثیر نسبت فشار داخل به خارج بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله ($L/R=80$, $R/h=50$, $V_{cnt}=0.12$, $Hx=0$, $T_0=300K$, $\Delta T=0$, $\omega=600rad/s$, $MCST$, $l/h=10$, $n=10$)

نمودار ۲۲-۳ تأثیر نسبت اختلاف فشار داخل به خارج را بر روی پاسخ بی بعد شده میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کریبی نشان می دهد. عامل ایجاد تحریک در سیستم تغییر فشار در سطح داخل و خارج میکروتیوب خواهد بود. با توجه به این که فرکانس طبیعی و تحریک در هر سه حالت رسم شده در نمودار با هم برابراند، دامنه پاسخ سیستم تنها با افزایش مقدار نیروی خارجی سیستم، دامنه پاسخ سیستم افزایش می یابد.



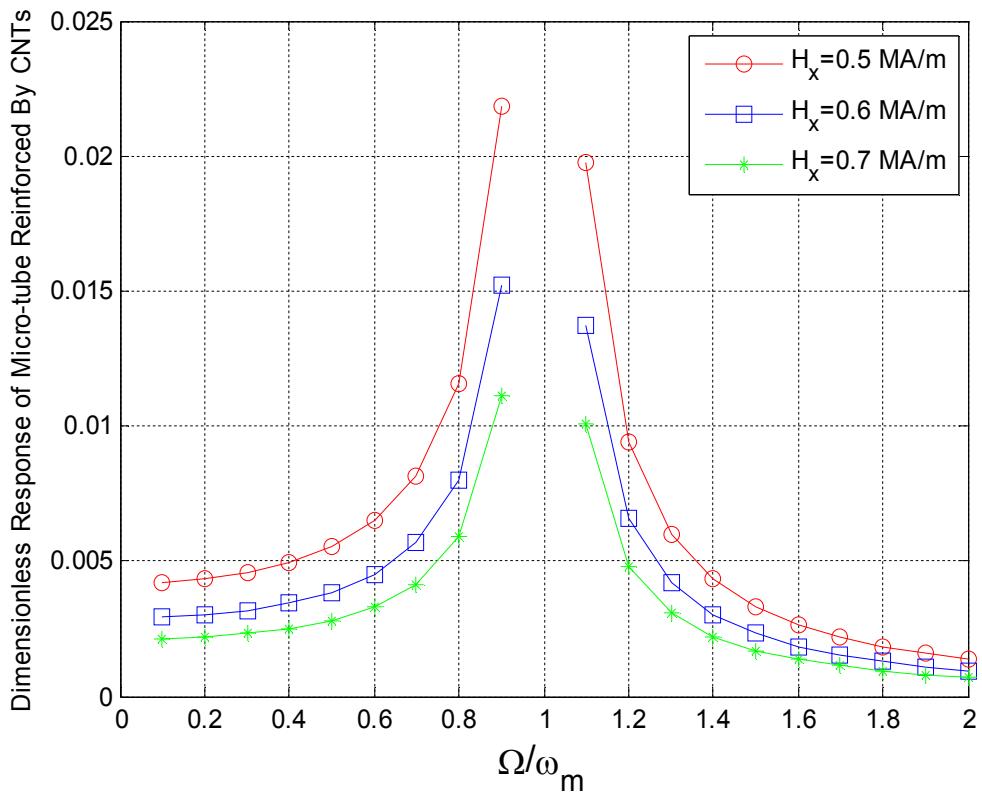
شکل ۲۳-۳ بررسی تأثیر نسبت اختلاف دما سطح داخل به خارج بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از $(L/R=80, R/h=50, Vcnt=0.12, Hx=0, \Delta T=0, \omega=600rad/s, MCST, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10, n=10)$

نمودار ۲۳-۳ تأثیر دما را بر روی پاسخ بی بعد شده میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نشان می دهد. با افزایش میانگین دما میکروتیوب مدول یانگ نanolوله کربنی در راستای طولی و شعاعی کاهش می یابد که در نتیجه آن سفتی سیستم کاهش می یابد، اما با افزایش دما فرکانس تحریک سیستم نیز کاهش می یابد. در نهایت با در نظر گرفتن دو عامل ذکر شده مشاهده می کنیم که با افزایش دما دامنه پاسخ سیستم کاهش می یابد.



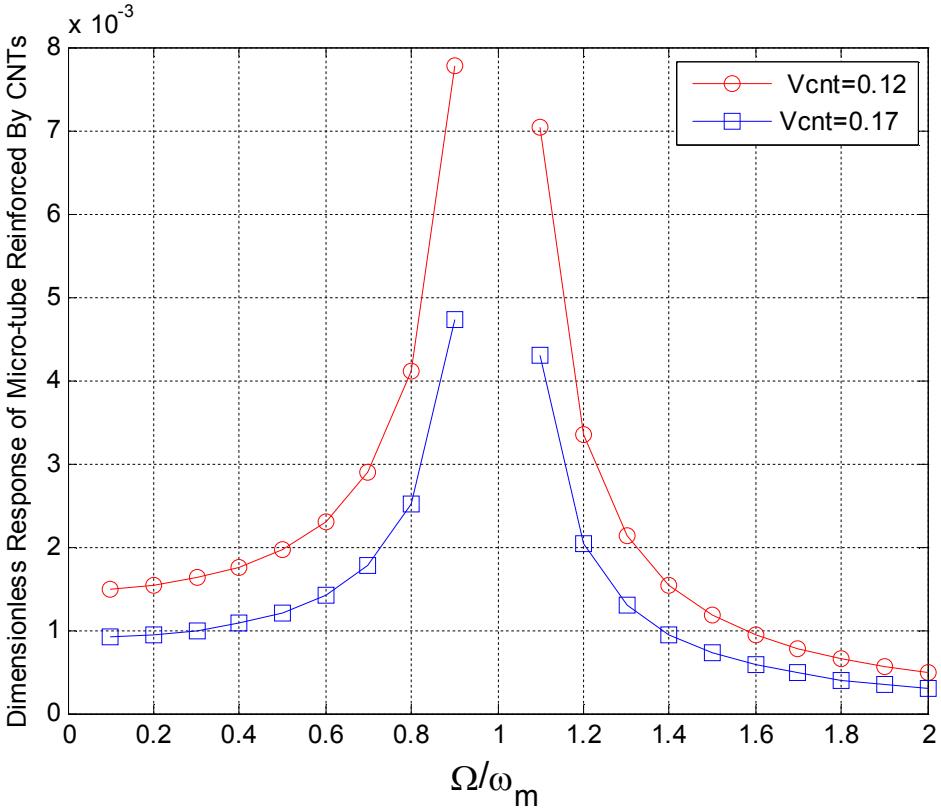
شکل ۲۴-۳ بررسی تأثیر نسبت سرعت زاویه‌ای بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از $(L/R=80, R/h=50, V_{cnt}=0.12, Hx=0, T_0=300K, \Delta T=0, P_{i1}/P_{o1}=2, MCST, P_{i2}/P_{o2}=4, T_{s2}/T_{sl}=1, l/h=10, n=10)$

نمودار ۲۴-۳ تأثیر سرعت زاویه‌ای را بر روی پاسخ بی بعد شده میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نشان می‌دهد. با توجه به این که با افزایش سرعت زاویه‌ای فرکانس طبیعی کاهش و در نتیجه فرکانس تحریک نیز کاهش می‌یابد و دامنه پاسخ سیستم کاهش می‌یابد.



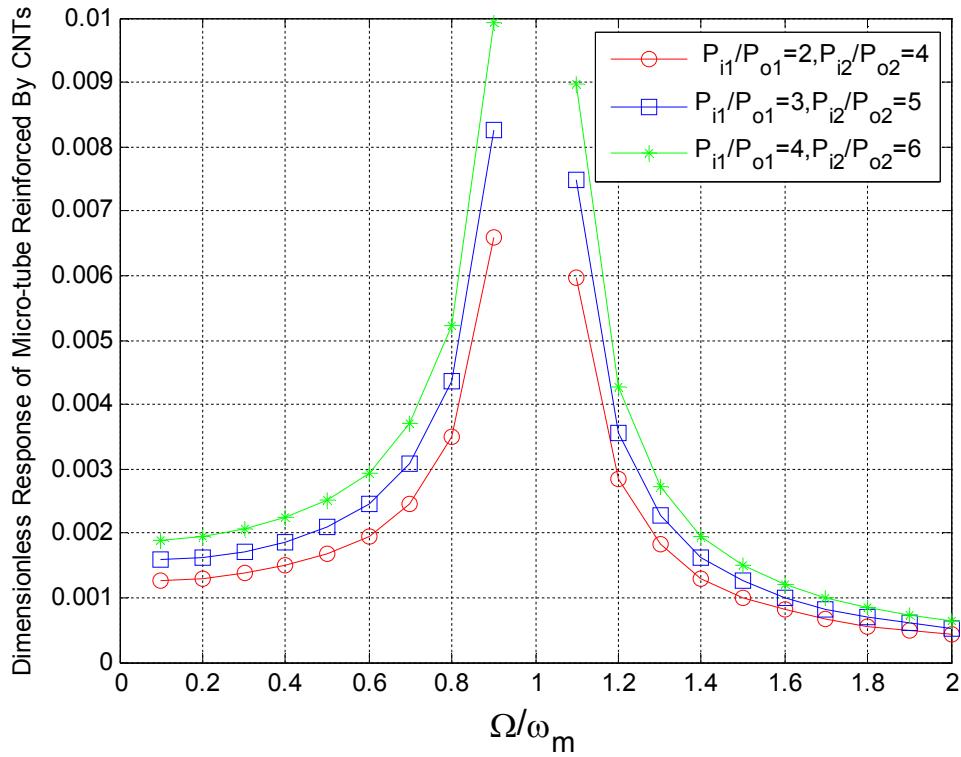
شکل ۲۵-۳ بررسی تأثیر میدان مغناطیسی بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به ضریب Ω/ω_m ، با استفاده از $(L/R=80, R/h=50, V_{cnt}=0.12, T_0=300K, \Delta T=0, MCST=\omega=600rad/s, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10)$

نمودار شکل ۲۵-۳ تأثیر میدان مغناطیسی را بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به Ω/ω_m نشان می دهد. عامل ایجاد تحریک در سیستم تغییر فشار در سطح داخل و خارج میکروتیوب خواهد بود. با افزایش میدان مغناطیسی در یک نسبت ثابت Ω/ω_m دامنه پاسخ میکروتیوب کاهش می یابد زیرا با افزایش میدان مغناطیسی، فرکانس تحریک و همچنین سفتی سیستم کاهش می یابد.



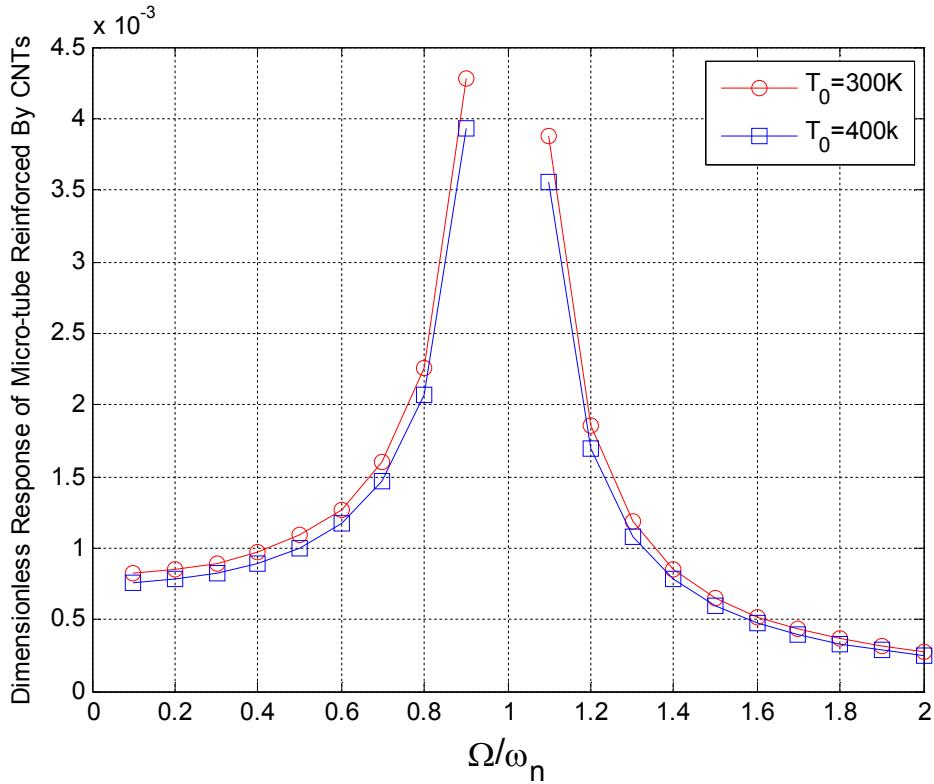
شکل ۲۶-۳ بررسی تأثیر ضریب حجمی نانولوله کربنی بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی نسبت به پارامتر Ω/ω_m ، با استفاده از $(L/R=80, R/h=50, Hx=0, \omega=600\text{rad/s}, T_0=300K, MCST=\Delta T=0, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10)$

نمودار شکل ۲۶-۳ تأثیر ضریب حجمی نانولوله کربنی را بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی نسبت به Ω/ω_m نشان می دهد. عامل ایجاد تحریک در سیستم تغییر فشار در سطح داخل و خارج میکروتیوب خواهد بود. با افزایش ضریب حجمی نانولوله کربنی در یک نسبت ثابت Ω/ω_m دامنه پاسخ میکروتیوب کاهش می یابد. زیرا با افزایش ضریب حجمی نانولوله کربنی مقدار سفتی سیستم بیشتر می شود.



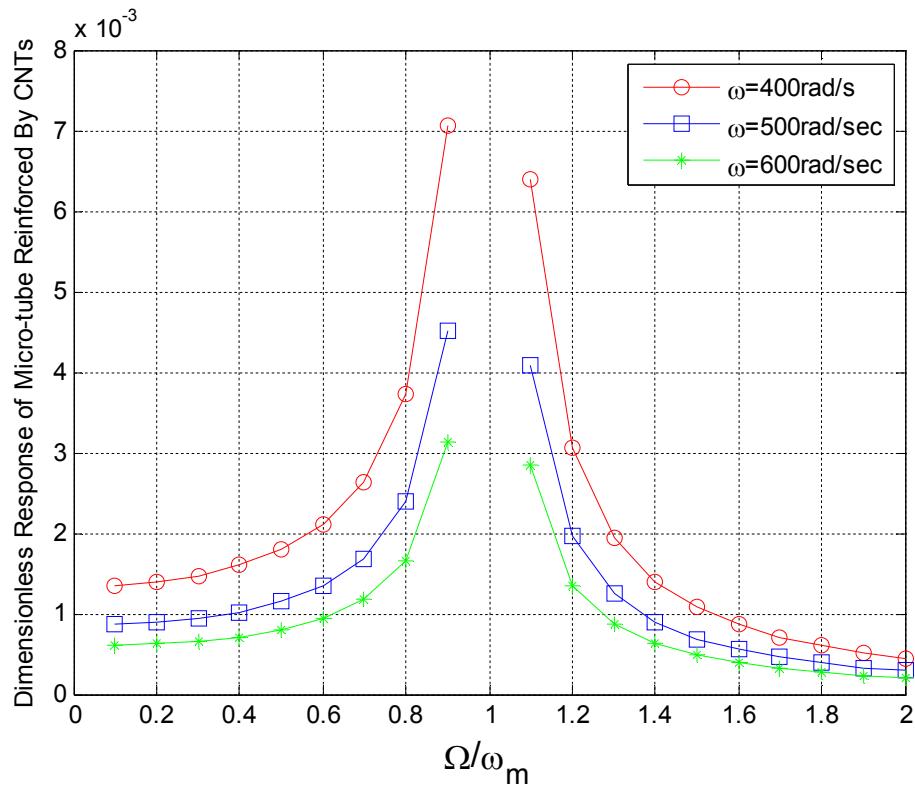
شکل ۲۷-۳ بررسی تأثیر نسبت اختلاف فشار داخل به خارج بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به ضریب Ω/ω_m ، با استفاده از $(L/R=80, R/h=50, V_{CNT}=0.12, Hx=0.5, MCST=MA/m, T_0=300K, \Delta T=0, \omega=600rad/s, l/h=10)$

نمودار شکل ۲۷-۳ تأثیر نسبت اختلاف فشار داخل به خارج را برابر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به Ω/ω_m نشان می‌دهد. عامل ایجاد تحریک در سیستم تغییر فشار در سطح داخل و خارج میکروتیوب خواهد بود. زمانی که فرکانس تحریک سیستم با فرکانس طبیعی برابر می‌شود پدیده تشدید صورت می‌گیرد و دامنه پاسخ به بینهایت میل می‌کند. افزایش نسبت اختلاف فشار در بازه‌های زمانی مختلف در یک نسبت ثابت Ω/ω_m دامنه پاسخ میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی را افزایش می‌دهد.



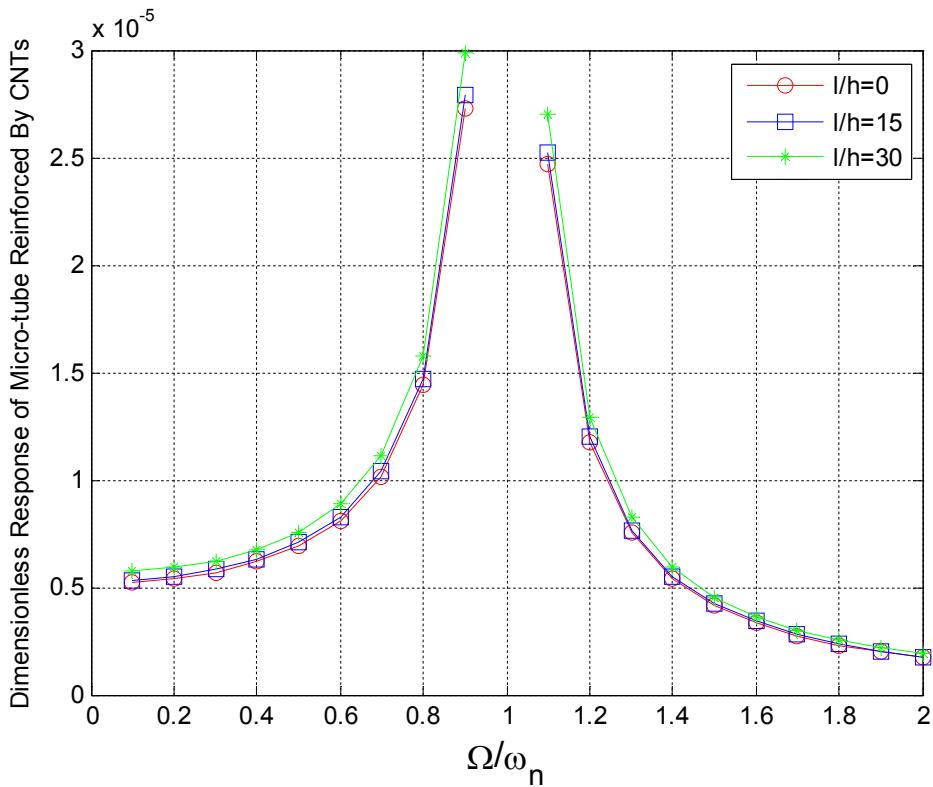
شکل ۲۸-۳ بررسی تأثیر نسبت اختلاف دما داخل به خارج بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی نسبت به ضریب Ω/ω_m ، با استفاده از $(L/R=80, R/h=50, V_{cnt}=0.12, MCST=Hx=0.5 \text{ MA/m}, \Delta T=0, \omega=600 \text{ rad/s}, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10)$

نمودار شکل ۲۸-۳ تأثیر نسبت اختلاف دما در سطح داخل به خارج را بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی نسبت به Ω/ω_m نشان می‌دهد. عامل ایجاد تحریک در سیستم تغییر فشار در سطح داخل و خارج میکروتیوب خواهد بود. از این نمودار مشخص است که با افزایش دما در یک نسبت ثابت Ω/ω_m دامنه پاسخ میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی کاهش می‌یابد.



شکل ۲۹-۳ بررسی تأثیر اختلاف سرعت زاویه‌ای بر روی پاسخ بی‌بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به ضریب Ω/ω_m ، با استفاده از $(L/R=80, R/h=50, V_{cnt}=0.12, H_x=0.5 \text{ MA/m}, MCST=0, T_0=300K, \Delta T=0, P_{i1}/P_{o1}=2, P_{i2}/P_{o2}=4, l/h=10)$

نمودار شکل ۲۹-۳ تأثیر نسبت سرعت زاویه‌ای در بازه زمانی مختلف را بر روی پاسخ بی‌بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به Ω/ω_m نشان می‌دهد. عامل ایجاد تحریک در سیستم تغییر فشار در سطح داخل و خارج میکروتیوب خواهد بود. از این نمودار مشخص است که با افزایش نسبت سرعت زاویه‌ای در بازه‌های زمانی مختلف در یک نسبت ثابت Ω/ω_m دامنه پاسخ میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی کاهش می‌یابد. زیرا با افزایش سرعت زاویه‌ای، فرکانس تحریک و همچنین سفتی سیستم کاهش می‌یابد.



شکل ۳۰-۳ بررسی تأثیر پارامتر مقیاس طول بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به ضریب Ω/ω_m ، با استفاده از $(L/R=10, R/h=50, V_{cnt}=0.12, Hx=0.5 \text{ MA/m}, MCST=300K, \Delta T=0, \omega=600 \text{ rad/s}, P_{il}/P_{ol}=2, P_{i2}/P_{o2}=4)$

نمودار شکل ۳۰-۳ تأثیر پارامتر مقیاس طول ماده در بازه زمانی مختلف را بر روی پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی نسبت به Ω/ω_m نشان می دهد عامل ایجاد تحریک در سیستم تغییر فشار در سطح داخل و خارج میکروتیوب خواهد بود. با افزایش پارامتر مقیاس طول ماده در یک نسبت ثابت Ω/ω_m دامنه پاسخ میکروتیوب افزایش می یابد. زیرا با افزایش این مقدار فرکانس تحریک سیستم افزایش می یابد.

۳-۱۰- تحلیل شکل مُد طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله

کربنی

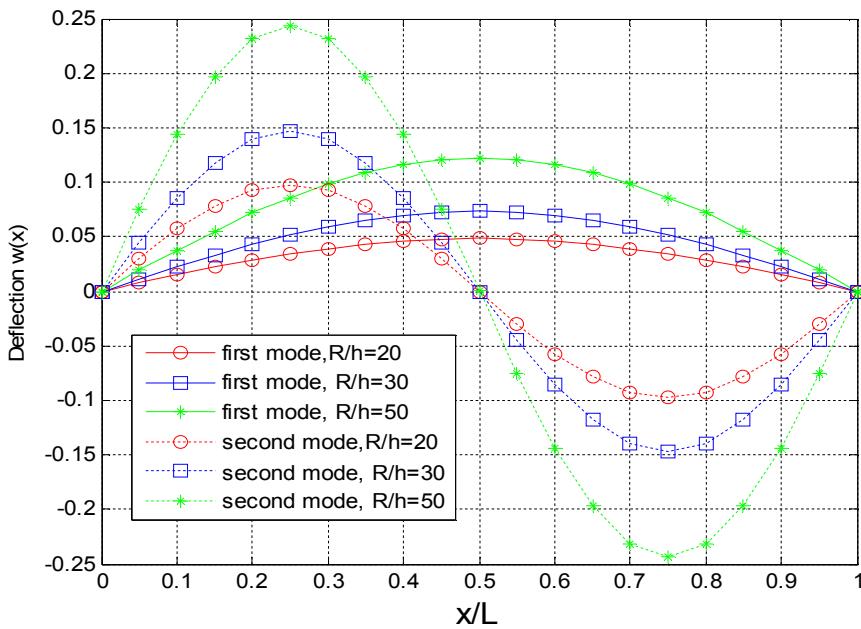
در بررسی شکل مُد طبیعی از روابط زیر برای به دست آوردن نسبت دامنه نوسانات استفاده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} S_{11} - \omega_n^2 m_{11} & S_{12} - \omega_n^2 m_{12} \\ S_{21} - \omega_n^2 m_{21} & S_{22} - \omega_n^2 m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_m \\ W_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (40-3)$$

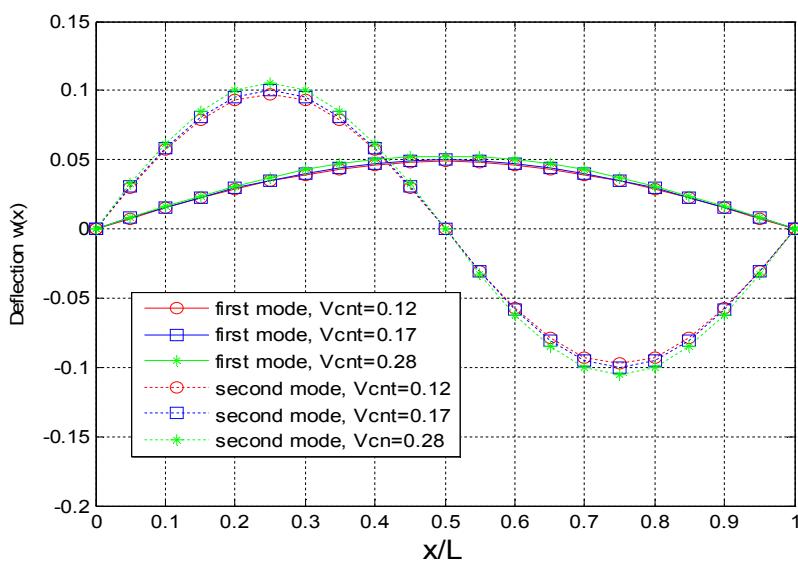
$$\left\{ \frac{U_m}{W_m} \right\}^{(n)} = \frac{S_{12} - \omega_n^2 m_{12}}{S_{11} - \omega_n^2 m_{11}} \quad (41-3)$$

با جایگذاری هر یک از فرکانس‌های طبیعی در رابطه (۴۳-۳) نسبت دامنه‌ها به دست خواهد آمد. با توجه به این که در این رابطه فقط نسبت دامنه محاسبه شده است، اگر یکی از دامنه‌ها مساوی ۱ انتخاب شود، نسبت دامنه طبیعی شده، مُد طبیعی نامیده می‌شود. در نمودار شکل‌های زیر مُدهای طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی به تصویر کشیده شده است.

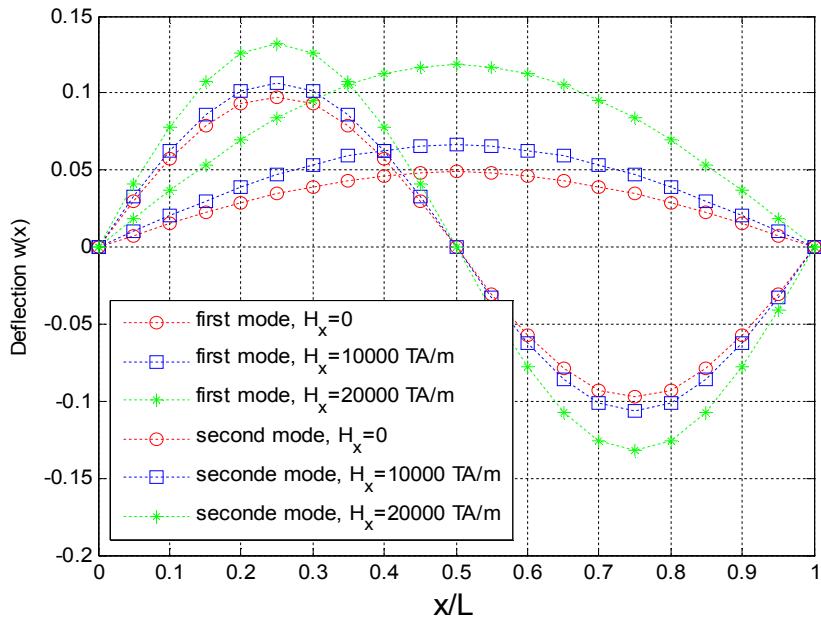
از نمودار شکل ۳-۳۰ می‌توان دریافت که تأثیر نسبت (R/h) در شکل مُد دوم بیشتر از شکل مُد اول است. تأثیر ضریب حجمی نانولوله کربنی بر روی شکل مُد طبیعی در نمودار شکل ۳-۳۱ نشان داده شده است. ضریب حجمی نانولوله کربنی تأثیر بیشتری در شکل مُد دوم نسبت به شکل مُد اول دارد. نمودار شکل-های ۳-۳۲ و ۳-۳۳ تأثیر میدان مغناطیسی و دما را بر روی شکل مُد طبیعی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است میدان مغناطیسی تأثیر بیشتری در شکل مُد دوم نسبت به اول دارد اما دما تأثیر زیادی در شکل مُدهای اول و دوم ندارد.



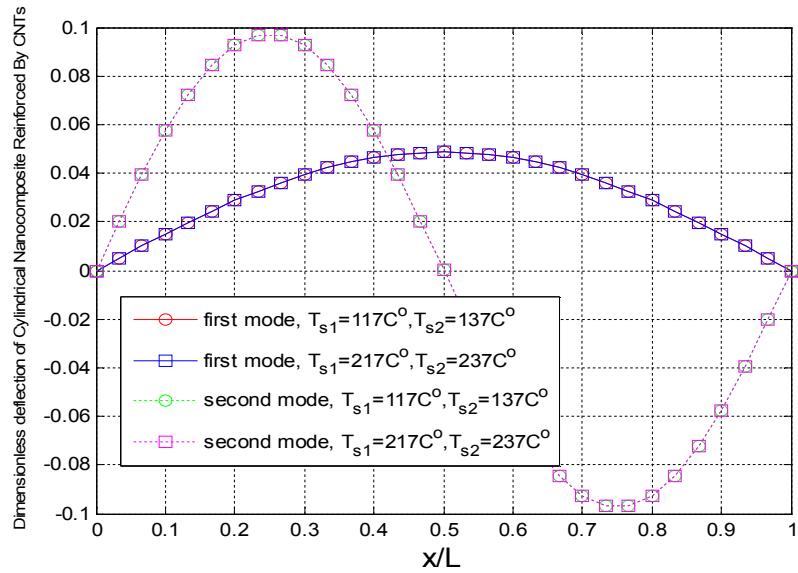
۳۱-۳ بررسی تأثیر نسبت (R/h) بر روی شکل مُد طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از $(L/R=100, Vcnt=0.12, \omega=0, T_0=300K, \Delta T=0, H_x=0, l/h=10) MCST$



شکل ۳۲-۳ بررسی تأثیر ضریب حجمی نanolوله کربنی بر روی شکل مُد طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی با استفاده از $(L/R=100, R/h=20, \omega=0, T=300K, \Delta T=0, H_x=0, MCST l/h=10)$



شکل ۳۳-۳ بررسی تأثیر اندازه میدان مغناطیسی بر روی شکل مُد طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی با استفاده از $(L/R=100, R/h=20, \omega=0, T_0=300K, \Delta T=0, H_x=0, l/h=10) \text{ MCST}$



شکل ۳۴-۳ بررسی تأثیر دما بر روی شکل مُد طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی با استفاده از $(L/R=100, R/h=20, \omega=0, \Delta T=0, H_x=0, l/h=10) \text{ MCST}$

فصل چهارم

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۴-۱- بررسی نتایج به دست آمده از تحلیل کمانش و ارتعاشات میکروتیوب

نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی

خلاصه مهمترین نتایج به دست آمده از تحلیل کمانش و ارتعاشات میکروتیوب تحت میدان حرارتی و مغناطیسی در ادامه مطلب ارائه شده است.

۴-۱-۱- نتایج بررسی ارتعاشات آزاد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله

کربنی

همان طور که اشاره شده است، نتایج با استفاده از دو تئوری تنش کوپل اصلاح شده و الاستیسیته غیر محلی ارینگن ارائه شده است. نتایج به دست آمده در بحث فرکاس طبیعی به شرح زیر میباشد:

الف) با افزایش نسبت (R/h) مقدار فرکанс بی بعد کاهش مییابد. دلیل این امر این است که با افزایش این نسبت، ضخامت میکروتیوب کاهش مییابد و باعث کاهش سفتی سیستم میشود.

ب) با تغییر نسبت R/h بزرگتر از ۲۵ فرکанс بی بعد تغییر چندانی نخواهد کرد.

ج) با اعمال میدان مغناطیسی فرکанс سیستم کاهش مییابد، که علت آن کاهش سفتی سیستم خواهد بود.

د) با افزایش ضریب حجمی نانولوله کربنی فرکанс افزایش مییابد.

ه) افزایش دما، مدول الاستیسیته فاز زمینه و تقویت کننده میکروتیوب را کاهش میدهد که همین امر موجب کاهش فرکанс میشود.

و) افزایش یا کاهش پارامتر غیر محلی فرکانس طبیعی را تغییر چندانی نمی‌دهد.

ز) با افزایش نسبت (l/h) فرکانس بی‌بعد افزایش می‌یابد، زیرا با افزایش این پارامتر بر سفتی سیستم افزوده می‌شود.

ح) تئوری غیر محلی رفتار میکروتیوب را نمی‌تواند به خوبی تئوری تنش کوپل اصلاح شده نشان دهد زیرا اضافه شدن تقویت‌کننده در بُعد نانو سفتی سیستم را افزایش می‌دهد که تئوری تنش کوپل اصلاح شده این موضوع را نشان می‌دهد.

۴-۱-۲- نتایج بررسی کمانش میکروتیوب نانو کامپوزیتی تقویت‌شده با نanolوله کربنی

نتایج به دست آمده در بحث بار کمانش بحرانی به شرح زیر می‌باشد:

الف) با افزایش نسبت (R/h) اندازه تغییرات بار کمانش بحرانی بی‌بعد میکروتیوب نسبت به پارامتر بی‌بعد (L/R) کاهش می‌یابد.

ب) با افزایش میدان مغناطیسی بر روی میکروتیوب بار کمانش بحرانی بی‌بعد کاهش می‌یابد. همچنین بیشترین اختلاف بین دو تئوری در بررسی متغیر میدان مغناطیسی خواهد بود. زیرا میدان مغناطیسی دارای جمله‌ای است که اختلاف بین دو تئوری را در بار کمانش بحرانی تشدید می‌کند.

ج) با افزایش ضریب حجمی نanolوله کربنی بار کمانش بحرانی افزایش می‌یابد. علت این افزایش این است که با افزایش ضریب حجمی نanolوله مدول الاستیسیته در راستای طولی و شعاعی میکروتیوب افزوده می‌شود که این امر باعث افزایش سفتی سیستم خواهد شد.

د) با افزایش دما، مدول الاستیسیته فاز زمینه و تقویت‌کننده میکروتیوب کاهش می‌یابد. این کاهش سبب

می شود تا سفتی سیستم و به تبع آن بار کمانش بحرانی بی بعد کاهش یابد.

۵) پارامتر غیر محلی ارینگن تأثیر چندانی بر روی بار کمانش بحرانی میکروتیوب ندارد. به بیان دیگر با افزایش یا کاهش این پارامترها بار کمانش بحرانی بی بعد میکروتیوب تغییر چندانی نخواهد کرد.

و) با افزایش پارامتر مقیاس کوچک طول بار کمانش بحرانی سیستم افزایش می یابد.

۴-۱-۳- نتایج بررسی خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی

نتایج به دست آمده در بحث خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی به شرح زیر می باشد:

الف) با کاهش نسبت (R/h), خیز بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی نیز کاهش می یابد. زیرا کاهش این نسبت سبب افزایش ضخامت میکروتیوب شده و همین امر باعث افزایش سفتی سیستم خواهد شد.

ب) با اعمال میدان مغناطیسی بر روی میکروتیوب خیز بی بعد افزایش خواهد یافت.

ج) با افزایش درصد حجمی نanolوله کربنی خیز بی بعد کاهش می یابد، زیرا با افزایش درصد حجمی نanolوله بر سفتی سیستم افزوده خواهد شد.

د) با افزایش دما و فشار در سطح داخل و خارج میکروتیوب نانوکامپوزیتی خیز بی بعد آن افزایش خواهد یافت.

ه) با افزایش سرعت زاویه‌ای خیز بی بعد میکروتیوب افزایش می یابد، زیرا با افزایش سرعت زاویه‌ای سفتی سیستم کاهش می یابد.

۴-۱-۴- نتایج بررسی ارتعاشات اجباری میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله

کربنی

نتایج به دست آمده در بحث پاسخ بی بعد میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی به شرح

زیر می باشد:

الف) با افزایش ضریب حجمی نanolوله فرکانس طبیعی افزایش می یابد و در این نمودار فرکانس تحریک رابطه مستقیمی با فرکانس طبیعی دارد، با افزایش ضریب حجمی نanolوله کربنی فرکانس تحریک افزایش می یابد اما از طرف دیگر سفتی سیستم نیز افزایش قابل ملاحظه ای خواهد داشت، در نتیجه دامنه پاسخ سیتم تغییر چندانی نخواهد داشت.

ب) با افزایش نسبت فشار داخل به خارج در بازه زمانی مختلف تنها دامنه پاسخ سیستم افزایش می یابد.

ج) افزایش میدان مغناطیسی در یک نسبت ثابت ω/Ω دامنه پاسخ میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی را کاهش می دهد.

د) افزایش نسبت اختلاف فشار و پارامتر مقیاس طول ماده در بازه های زمانی مختلف مقدار دامنه پاسخ میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی را افزایش می دهد.

۴-۱-۵- نتایج بررسی شکل مدهای طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با

نانولوله کربنی

نتایج به دست آمده در بحث شکل مدهای طبیعی میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نanolوله کربنی به شرح زیر می باشد:

- الف) تأثیر نسبت (R/h) در شکل مُد دوم بیشتر از شکل مُد اول است.
- ب) ضریب حجمی نانولوله کربنی و اندازه میدان مغناطیسی تأثیر بیشتری در شکل مُد دوم نسبت به شکل مُد اول دارد.
- ج) تغییر دما در بازه‌های مورد بررسی تأثیر زیادی بر روی شکل مُد ندارد.

۴-۲-۴- پیشنهاد برای ادامه تحقیق

بررسی تجربی کمانش و ارتعاشات میکروتیوب نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی و همچنین استفاده از تئوری‌های مرتبه بالاتر و مقایسه آن با تحقیق انجام شده می‌تواند برای ادامه تحقیق پیشنهاد داده شود.

مراجع

- [1] Guozhong C. (2004) "Nanostructure & nanomaterials synthesis properties & applications", Imperial College Press, London.
- [2] Ajayan P.M., Schadler L.S. and Braun P.V. (2003) "Nanocomposite Science and Technology" Wiley-vch Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim.
- [3] Wessel J. (2004) "Handbook of advanced materials: Enabling new designs", Wiley & Sons.
- [4] <http://shimidl.ir/cat/7>.
- [5] Wang L. (2010) "Size-dependent vibration characteristics of fluid-conveying microtubes" J Fluid Strcut, 26, pp. 675-684.
- [6] Xue C.X., Pan E., Han Q.K., Zhang S.Y. and Chu H.J. (2011) "Non-linear principal resonance of an orthotropic and magnetoelastic rectangular plate" Int J Nonlinear Mech, 46, pp. 703-710.
- [7] Bayat Y., Ghannad M. and Torabi H. (2012) "Analytical and numerical analysis for the FGM thick sphere under combined pressureand temperature loading" Arch Appl Mech, 82, pp. 229-242.
- [8] Ghorbanpour Arani A., Rahnama Mobarakeh M., Shams S. and Mohammadimehr M. (2012) "The effect of CNT volume fraction on the magneto-thermo-electro-mechanical behavior of smart nanocomposite cylinder" J Mech Sci Tech, 26, 8, pp. 2565-2572.
- [9] Kim J. and Reddy J.N. (2013) "Analytical solutions for bending, vibration, and buckling of FGM platesusing a couple stress-based third-order theory" Compos Struct, 103, pp. 86-98.
- [10] Lopatin A.V. and Morozov E.V. (2013) "Buckling of the composite orthotropic clamped-clamped cylindrical shell loadedby transverse inertia force" Compos Struct, 95, pp. 471-478.
- [11] Shen H. and Xiang Y. (2013) "Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells under combined axial and radial mechanical loads in thermal environment" Compos Part B-Eng, 52, pp. 311-322.
- [12] Ghannad M. and Gharooni H. (2013) "Displacements and stresses in rotating FGM

pressurized thick hollow cylinder with exponentially varying properties based on FSDT" Tech J Eng Appl Sci, 16, 3, pp. 1790-1799.

[13] Lang Z. and Xuewu L. (2013) "Buckling and vibration analysis of functionally graded magneto-electro-thermo-elastic circular cylindrical shells" Appl Math Model, 37, pp. 2279-2292.

[14] Mmohammadimehr M. and Rahmati A. H. (2013) "small scale effect on electro-thermo-mechanical vibration analysis of single-walled born nitride nanorods under electric excitation" Turk J Eng Env Sci, 37, pp. 1-15.

[15] Li Y.S., Cai Z.Y. and Shi S.Y. (2014) "Buckling and Free Vibration of magnetoelectroelastic Nanoplate Based on Nonlocal Theory", Compos Struct, 11, pp. 522-529.

[16] Rahmani O. and Pedram O. (2014) "Analysis and modeling the size effect on vibration of functionally graded nanobeams based on nonlocal Timoshenko beam theory", Int J Eng, 77, pp. 55-70.

[17] Zhang L.W., Lei Z.X. and Liew K.M. (2014) "Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite triangular plates using the FSDT and element-free IMLS-Ritz method" Compos Struct, 120, pp. 189-199.

[18] Rahmati A.H. and Mohammadimehr M. (2014) "Vibration analysis of non-uniform and non-homogeneous boron nitride nanorods embedded in an elastic medium under combined loadings using DQM", Physica B, 440, pp. 88-98.

[19] Sofiyev A.H. and Kuruoglu N. (2014) "Buckling and vibration of shear deformable functionally graded orthotropic cylindrical shells under external pressures" Thin Wall Struct, 78, pp. 121-130.

[20] Shen H. and Xiang Y. (2014) "Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments" Compos Struct, 101, pp. 291-300.

[21] Nami M.R., Janghorban M. and Damadam M. (2014) "Thermal buckling analysis of

functionally graded rectangular nanoplates based on nonlocal third order shear deformation theory" Aero Sci Technol, 41, pp. 7-15.

[22] Ansari R., Gholami R., Shojaei M.F., Mohammadi V. and Sahmani S. (2014) "Bending, buckling and free vibration analysis of size-dependent functionally graded circular/annular microplates based on the modified strain gradient elasticity theory" Eur J Mech A-Solid, 49, pp. 251-267.

[23] Mohammadimehr M., Mohandes M. and Moradi M. (2014) "Size dependent effect on the buckling and vibration analysis of double-bonded nanocomposite piezoelectric plate reinforced by boron nitride nanotube based on modified couple stress theory" J Vib Control, 23, pp. 1-16.

[24] Du C., Li Y. and Jin X. (2014) "Nonlinear forced vibration of functionally graded cylindrical thin shells" Thin Wall Struct, 78, pp. 26-36.

[25] Ma X., Jin G., Xiong Y. and Liu Z. (2014) "Free and forced vibration analysis of coupled conical-cylindrical shells with arbitrary boundary conditions" Int J Mech, 88, pp. 122-137.

[26] Ghorbanpour Arani A., Amir S., Dashti P. and Yousefi M. (2014) "Flow-induced vibration of double bonded visco-CNTs under magneticfields considering surface effect" Comp Mater Sci, 86, pp. 144-154.

[27] Ke L. and Wang S. (2014) "Free vibration of size-dependent magnetoelectro-elastic nanobeams based on the nonlocaltheory" Pyhsica E, 63, pp. 52-61.

[28] Tadi Beni Y., Mehralian F. and Razavi H. (2015) "Free vibration analysis of size dependent shear deformable functionally graded cylindrical shell on the basis of modified couple stress theory" Compos Struct, 120, pp. 65-78.

[29] Ansari R., Hasrati E., Faghah Shojaei M., Gholami R. and Shahabodini A. (2015) "Forced vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using a numerical strategy" Pyhsica E, 69, pp. 294-305.

[30] Zamani Nejad M., Jabbari M. and Ghannad M. (2015) "Elastic analysis of axially functionally graded rotating thick cylinder with variable thickness under non-uniform arbitrarily pressure loading" Int J Eng Sci, 89, pp. 86-99.

- [31] Lu L., Hu Y. and Wang X. (2015) "Forced vibration of two coupled carbon nanotubes conveying lagged moving nano-particles" Eur J Mech A-Solid, 68, pp. 72-80.
- [32] Hosseini Hashemi S., Nazemnezhad R. and Rokni H. (2015) "Nonlocal nonlinear free vibration of nanobeams with surface" Eur J Mech A-Solid, 52, pp. 44-53.
- [33] Ghadiri M. and Shafiei N. (2016) "Vibration analysis of rotating functionally graded Timoshenko microbeam based on modified couple stress theory under different temperature distributions" Acta Astronautica, 121, pp. 221-240.
- [34] Eringen A.C. (1983) "On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves" J Appl Phys, 54, 9, pp. 4703-4710.
- [35] Lam D.C.C., Yang F., Chong A.C.M., Wang J. and Tong P. (2003) "Experiments and theory in strain gradient elasticity" J Mech Phys Solids, 51, pp. 1477-1508.
- [36] Zeighampour H. and Tadi Beni Y. (2014) "Cylindrical thin-shell model based on modified strain gradient theory" Int J Eng Sci, 78, pp. 27-47.

Abstract

In this study, the buckling and vibration pressurized rotating nano-composite long thin micro-tube, reinforced by CNTs are presented. For analyses of the micro-tube are used modify couple stress theory and Eringen nonlocal elasticity theory, and the results with each other are compared. The results show the effect of various parameters such as angular velocity, temperature and pressure differences between of the inside and outside, the size of the magnetic field, Eringen non-local parameter, material length scale parameter and volume fraction of nano-tubes; on the natural frequency, the critical buckling load, mode shapes vibration and response system. The results obtained show that with increasing volume fraction of nanotubes, thickness, material length scale parameter and magnetic fields, natural frequency and critical buckling load increased but the amplitude responses of system decreases. The difference between two theoretical results show that the modify couple stress theory explains behavior of microtube better than non-local theory. Because non-local parameter has no effect on the results and doesn't fit to justify the behavior of micro tubes, but changing the material length scale parameter shows addition of the reinforcing as good. The results in the optimization of micro-structures for manufacturing sensors, displacement fluid and drug delivery will be very useful.

Keywords: Buckling, Vibration, Nano-composite of Micro-tube, Carbon nano-tube, modify couple stress theory, Eringen nonlocal elasticity theory.



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical Engineering

**Buckling and vibration analysis of a pressurized rotating nano-composite
micro-tube, reinforced by CNTs under magneto-thermal field**

Student:

Rasoul Rostami

Supervisors:

Dr. M. Ghannad, Dr. M. Mohammadimehr

Cosupervisor:

Dr. A. Jalali

December, 2015