

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک
گروه حرارت و سیالات

بررسی عددی تأثیر خواص رئولوژیک بر حرکت مایع مخاطی درون نای

دانشجو: محمد هادی صداقت

استاد راهنما:

دکتر محمد محسن شاه مردان

اساتید مشاور:

دکتر محمود نوروزی

دکتر محسن نظری

رساله جهت اخذ درجه دکتری

دی ماه ۱۳۹۴



مدیریت تحصیلات تکمیلی

باسمه تعالی

شماره:

تاریخ:

ویرایش:

فرم شماره ۱۱: صورت جلسه دفاع از رساله دکتری (Ph.D)

بدینوسیله گواهی می شود آقای محمد هادی صداقت دانشجوی دکتری رشته مهندسی مکانیک به شماره دانشجویی ۸۹۱۸۰۲۵ ورودی مهر ماه سال ۱۳۸۹ در تاریخ ۹۴/۱۰/۱۷ از رساله خود با عنوان : بررسی عددی تأثیر خواص رئولوژیک بر حرکت مایع مخاطی درون

نای

دفاع و با اخذ نمره ۱۹۹۵ به درجه : عالی نائل گردید.

☐ الف) درجه عالی: نمره ۱۹-۲۰	☒ ب) درجه بسیار خوب: نمره ۱۸/۹۹ - ۱۷
☐ ج) درجه خوب: نمره ۱۶/۹۹ - ۱۵	☐ د) غیر قابل قبول و نیاز به دفاع مجدد دارد
☐ ه) رساله نیاز به اصلاحات دارد	

ردیف	هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱	دکتر محمد محسن شاه مردان	استاد راهنما	دانشیار	
۲	دکتر محمود نوروزی	مشاورین	استادیار	
	دکتر محسن نظری		دانشیار	
۳	دکتر محمد حسن کیهانی	استاد مدعو داخلی	استاد	
۴	دکتر علی جبباری مقدم	استاد مدعو داخلی	دانشیار	
۵	دکتر کاظم هجران فر	استاد مدعو خارجی	استاد	
۶	دکتر علی اشرفی زاده	استاد مدعو خارجی	دانشیار	
۷	دکتر علی خالقی	سرپرست (نماینده) تحصیلات تکمیلی دانشکده	استادیار	

مدیر محترم تحصیلات تکمیلی دانشگاه:

ضمن تأیید مراتب فوق مقرر فرمائید اقدامات لازم بعمل آید.

رئیس دانشکده و رئیس هیأت داوران:

تاریخ و امضاء:

تقدیم به

خانواده ام

و

تمام عزیزانی

که من را در این مسیر همراهی کردند.

تشکر و قدردانی

بابت تشکر از خداوند مهربان و عرض ادب به پیشگاه تمامی مؤلفان و اساتید محترم که در تمامی مراحل زندگی و تحصیل از آثار ارزشمندشان بهره‌مند شده‌ام.

از استاد بزرگوار، جناب آقای دکتر محمد محسن شاه مردان و جناب آقای دکتر محمود نوروزی که با راهنمایی‌های ارزشمندشان مراد تمام مراحل انجام این تحقیق یاری نمودند، کمال تشکر و برای ایشان آرزوی توفیق روز-افزون دارم. همچنین از راهنمایی‌های ارزشمند دکتر مجتبی حیدری (عضو هیأت علمی دانشگاه علوم پزشکی شیراز) و دکتر پاهلا جایتلیک (محقق دانشگاه نوکاسل انگلیس) در جهت بهبود کیفی این پایان نامه تشکر می‌نمایم. در پایان از پدر و مادر عزیز و همسر مهربانم که همواره باعث ایجاد انگیزه در من برای ادامه تحصیل و تلاش در این راه بوده‌اند و همچنین از همه اساتید که انقدر تشکر و قدردانی نموده، توفیق و عزت همه را از خداوند منان مسئلت می-نمایم.

تعهد نامه

اینجانب محمد هادی صداقت دانشجوی دوره دکتری رشته مهندسی مکانیک- گرایش تبدیل انرژی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه بررسی عددی تأثیر خواص رئولوژیک بر حرکت مایع مخاطی درون نای تحت راهنمایی آقای دکتر محمد محسن شاه مردان متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ: ۹۴/۱۱/۱۰

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

لیست مقالات مستخرج

- 1- **M.H. Sedaghat**, M.M. Shahmardan, M. Norouzi, M. Nazari, P. G. Jayathilake, On the effect of mucus rheology on the muco-ciliary transport, *Mathematical Biosciences*, Accepted for Publication, (Journal Information: Publisher: Elsevier, IF=1.303, H-Index=61)
- 2- M.M. Shahmardan, **M.H. Sedaghat**, M. Norouzi, M. Nazari, Immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulation of muco-ciliary transport: Effect of mucus depth at various amounts of cilia beat frequency, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 100, 012065, 2015, (Journal Information: Publisher: Institute of Physics (IOP), Scopus indexed)
- 3- **M.H. Sedaghat**, M.M. Shahmardan, M. Norouzi, M. Heydari, On the Effect of Cilia Beat Frequency on the Muco-ciliary Clearance, *Journal of Biomedical Physics and Engineering (JBPE)*, Accepted for Publication, (Journal Information: Publisher: Shiraz University of Medical Sciences, PubMed Central & ISC indexed)
- 4- **M.H. Sedaghat**, M.M. Shahmardan, M. Norouzi, M. Nazari, Numerical investigation of the effect of ASL depth on the mucociliary transport, *Modares Mechanical Engineering*, 15(9), 161-169, 2015 (In Persian). (Journal Information: Publisher: Tarbiat Modares University, ISC indexed)
- 5- **M.H. Sedaghat**, M.M. Shahmardan, M. Norouzi, M. Nazari, Immersed boundary - lattice Boltzmann method for modeling non-Newtonian fluid flow around curved boundaries, *Modares Mechanical Engineering*, 14(8), 146-156, 2014 (In Persian). (Journal Information: Publisher: Tarbiat Modares University, ISC indexed)

لیست مقالات کنفرانسی

- 1- M.M. Shahmardan, **M.H. Sedaghat**, M. Norouzi, M. Nazari, Immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulation of muco-ciliary transport: Effect of mucus depth at various amounts of cilia beat frequency, *3rd International Conference on Mechanical Engineering Research*, August 18-19, 2015, Kuanian, Pehang, Malaysia.
- 2- **M.H. Sedaghat**, M.M. Shahmardan, M. Heydari, Numerical simulation of mucus depth on the muco-ciliary transport: Immersed boundary - lattice Boltzmann method, *23rd International Mechanical Engineering Conference*, May 2015, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran. (in Persian)
- 3- **M.H. Sedaghat**, M.M. Shahmardan, M. Nazari, M. Norouzi, Hybrid lattice Boltzmann-finite difference method for simulation of non-Newtonian fluid in channels, *23rd International Mechanical Engineering Conference*, May 2015, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran. (in Persian)
- 4- **M.H. Sedaghat**, M.M. Shahmardan, M. Norouzi, M. Nazari, Hybrid pressure based lattice Boltzmann-finite difference method for simulation of viscoelastic Poiseuille flow, *2nd National Conference on Applied Researches in Electrical, Mechanical and Mechatronics Engineering*, February 2015, Tehran University, Tehran, Iran. (in Persian)

چکیده

افزایش ذرات معلق موجود در هوا که ناشی از دود خروجی از وسایط نقلیه و فعالیت صنعتی کارخانه‌ها و مراکز صنعتی است و همچنین استعمال دخانیات، سبب افزایش روز افزون بیماری‌های تنفسی شده است. یکی از مهمترین راه‌های تصفیه هوای ورودی به شش‌ها، مایعی مخاطی است که سرتاسر نای را پوشانیده است که به علت چسبندگی زیاد لایه خارجی این مایع، سبب به دام افتادن ذرات معلق موجود در هوا می‌گردد. افزایش میزان آلودگی هوا، سبب اشباع شدن این مایع و از دست دادن خاصیت جذب ذرات معلق موجود در هوا می‌شود. یکی از راه‌های اصلی پیشگیری و درمان بیماری‌های تنفسی، تخلیه سریعتر این مایع و جایگزینی آن توسط مایع تمیز است که به عنوان یکی از دغدغه‌های اصلی پزشکان مرتبط با سیستم تنفسی بدن انسان مطرح بوده است و به همین جهت تاکنون تحقیقات بسیار زیادی بصورت عددی، تحلیلی و آزمایشگاهی در خصوص با این موضوع انجام شده است. عکس‌برداری و آزمایش‌های دقیق از نای انسان نشان می‌دهد که مایع مخاطی موجود در نای انسان از دو لایه تشکیل شده، لایه زیرین یا لایه اطراف مژک‌ها با نام ¹PCL، که در آنجا تعداد بسیار زیادی مژه با حرکت نوسانی در حرکتند یک لایه سیال نیوتنی با ویسکوزیته تقریباً برابر با ویسکوزیته آب در نظر گرفته می‌شود. لایه خارجی مایع مخاطی ناحیه‌ای است به نام موکوس، یک سیال چسبنده با ویسکوزیته زیاد بوده که نتایج آزمایشگاهی خواص یک سیال ویسکوالاستیک را برای آن گزارش کرده‌اند.

در پژوهش حاضر، با در نظر گرفتن خواص ویسکوالاستیک برای لایه موکوس و همچنین با در نظر گرفتن معادله مناسب اولدروید-بی به عنوان معادله متشکله آن به بررسی عددی تأثیر خواص رئولوژیک این سیال (نظیر زمان رهایی از تنش و نسبت ویسکوزیته) بر روی سرعت تخلیه آن پرداخته شده است. همچنین در این تحقیق به مقایسه اثرات خواص رئولوژیک با هم و با عوامل دیگر نظیر تغییر در فرکانس مژه‌ها، تغییر در ضخامت ناحیه PCL و موکوس، تغییر در طول مژه‌ها، تغییر

¹ periciliary liquid (PCL)

در کشش سطحی ناحیه بین موکوس و PCL و تغییر در ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف خواص رئولوژیک موکوس پرداخته شده است تا با ارائه راهکاری مناسب به درمان بیماری‌های رایج مرتبط با دستگاه تنفسی پرداخته شود. در این تحقیق برای حل میدان جریان یک روش جدید عددی که ترکیبی از روش شبکه بولتزمن^۱ و تفاضل محدود^۲ است ارائه شده است و جهت مدلسازی دقیق نیروهای وارده از طرف مژه‌ها به سیال و همچنین نیرو و مکان صحیح سطح مشترک دو سیال، روش مرز غوطه‌ور^۳ به روش فوق اضافه شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد در حالت استاندارد و در یک انسان سالم، نسبت ویسکوزیته موکوس بیشترین تأثیر را بر روی سرعت تخلیه موکوس دارد و پس از آن فرکانس مژه‌ها دومین عامل مؤثر بر روی سرعت متوسط تخلیه موکوس بوده و تأثیر دیگر عوامل در حالت استاندارد قابل ملاحظه نیست. در ادامه جهت بررسی بیشتر اثرات خواص، به بررسی اثر پارامترهای مختلف در نسبت ویسکوزیته متفاوت موکوس پرداخته شد. نتایج این قسمت نیز نشان می‌دهد که اثرات ویسکوزیته موکوس به خصوص در نسبت ویسکوزیته‌های کمتر، بر روی افزایش سرعت تخلیه موکوس بسیار مؤثر است. همچنین اثرات دیگر پارامترها نظیر ضخامت ناحیه PCL و موکوس و همچنین فرکانس زاویه ای مژه‌ها و طول مژه‌ها نیز در این حالت از عوامل تأثیر گذار بر سرعت تخلیه موکوس به شمار می‌رود. در انتهای این تحقیق به بررسی چند عامل تأثیر گذار در فرکانس زاویه ای مژه‌ها بر روی سرعت تخلیه موکوس پرداخته شده است. نتایج این بخش نیز نشان می‌دهد اثرات ویسکوزیته و زمان رهایی از تنش موکوس در نسبت ویسکوزیته کمتر و فرکانس بالاتر تأثیر چشمگیری بر سرعت تخلیه موکوس دارد. همچنین طول مژه‌ها در این بخش نیز تأثیرات مناسبی بر روی سرعت تخلیه موکوس به خصوص در فرکانس‌های بالاتر مژه‌ها نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: تخلیه مخاطی درون نای، روش ترکیبی تفاضل محدود-شبکه بولتزمن، روش مرز-

غوطه‌ور، خواص رئولوژیک موکوس

¹ Lattice Boltzmann Method

² Finite Difference Method

³ Immersed Boundary Method

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱.....	۱- مقدمه.....
۲.....	۱-۱- مقدمه.....
۲.....	۲-۱- اجزای مختلف نای انسان.....
۶.....	۳-۱- تخلیه موکوس.....
۷.....	۴-۱- مروری بر تحقیقات گذشته.....
۷.....	۱-۴-۱- مژه‌ها و حرکت متناوب آن‌ها.....
۱۰.....	۲-۴-۱- حرکت سیال در اثر نیروی حاصل از مژه‌ها.....
۱۴.....	۳-۴-۱- تخلیه موکوس.....
۲۰.....	۱-۳-۴-۱- تخلیه موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک.....
۲۶.....	۴-۴-۱- اثرات گرانش بر حرکت مایع مخاطی.....
۲۷.....	۵-۴-۱- بیماری‌های مرتبط با دستگاه تنفسی بدن انسان.....
۳۰.....	۵-۱- تحقیق حاضر.....
۳۰.....	۱-۵-۱- مشخصات کلی.....
۳۲.....	۲-۵-۱- ضرورت و کاربردها.....
۳۳.....	۳-۵-۱- جنبه‌های نوآوری.....
۳۴.....	۴-۵-۱- ساختار کلی.....
۳۷.....	۲- روابط فیزیکی.....
۳۸.....	۱-۲- مقدمه.....
۳۸.....	۲-۲- دامنه محاسباتی.....
۴۱.....	۳-۲- معادلات حاکم بر جریان.....
۴۱.....	۴-۲- معادله متشکله.....
۴۲.....	۱-۴-۲- خانواده مدل‌های اولدروید.....
۴۴.....	۲-۴-۲- مدل اولدروید-بی.....
۴۶.....	۵-۲- صورت معادلات مومنتوم برای نواحی PCL و موکوس.....
۴۷.....	۶-۲- شرایط مرزی.....
۴۹.....	۳- مدلسازی محاسباتی.....
۵۰.....	۱-۳- مقدمه.....
۵۰.....	۲-۳- دیدگاه‌های مختلف جهت حل معادلات انتقال.....

۵۰	۱-۲-۳ دیدگاه ماکروسکوپیک
۵۱	۲-۲-۳ دیدگاه میکروسکوپیک
۵۲	۳-۲-۳ روش‌های شبکه‌ای
۵۳	۳-۳ روش شبکه بولتزمن
۵۵	۱-۳-۳ آرایش شبکه
۵۶	۱-۳-۳ معادلات شبکه
۶۰	۴-۳ روش شبکه بولتزمن-تفاضل محدود جهت حل جریان سیال غیرنیوتنی
۶۰	۱-۴-۳ جریان اینرسی سیالات غیرنیوتنی تعمیم‌یافته
۶۴	۱-۱-۴-۳ جریان پویزوله سیال توانی
۶۷	۲-۴-۳ جریان اینرسی سیالات ویسکوالاستیک
۷۲	۱-۲-۴-۳ جریان پایا پویزوله سیال ویسکوالاستیک
۷۷	۲-۲-۴-۳ جریان ناپایا ومرسلی سیال ویسکوالاستیک
۸۴	۵-۳ روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن جهت مدلسازی اجسام غوطه‌ور در سیال غیرنیوتنی
۹۰	۱-۵-۳ جریان پایا سیال توانی بر روی یک سیلندر در داخل کانال
۱۰۰	۲-۵-۳ جریان غیر دائم سیال توانی بر روی یک سیلندر در داخل کانال
۱۰۴	۳-۵-۳ جریان سیال ویسکوالاستیک بر روی یک سیلندر در داخل کانال
۱۰۹	۴-۵-۳ جریان سیال نیوتنی بر روی یک سیلندر متحرک در داخل کانال
۱۱۵	۶-۳ مزایا و معایب روش عددی ارائه‌شده
۱۱۸	۷-۳ روش عددی مورد استفاده در تحقیق حاضر
۱۱۸	۱-۷-۳ نیروی مژه‌ها
۱۱۹	۲-۷-۳ نیروی الاستیک مرز دو لایه
۱۲۰	۳-۷-۳ نیروی تنش الاستیک
۱۲۲	۴-۷-۳ شرایط مرزی معادلات شبکه بولتزمن
۱۲۳	۱-۴-۷-۳ شرط مرزی دیواره پایین
۱۲۴	۲-۴-۷-۳ شرط مرزی دیواره بالا
۱۲۴	۳-۴-۷-۳ شرط مرزی دیواره‌های سمت چپ و راست
۱۲۶	۵-۷-۳ الگوریتم حل
۱۲۹	۴- نتایج عددی
۱۳۰	۱-۴ مقدمه
۱۳۰	۲-۴ پارامترهای استاندارد تحلیل جریان
۱۳۳	۳-۴ مطالعه استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی
۱۳۴	۴-۴ شرایط و الگوی همگرایی

۱۳۵	۴-۵- ارزیابی صحت نتایج.....
۱۳۷	۴-۶- بررسی تأثیر پارامترهای مختلف در حالت استاندارد.....
۱۳۷	۴-۶-۱- تأثیر ویسکوزیته موکوس.....
۱۳۸	۴-۶-۱-۱- تأثیر بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس.....
۱۳۹	۴-۶-۲- تأثیر زمان رهایی از تنش موکوس.....
۱۴۰	۴-۶-۳- تأثیر فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها.....
۱۴۱	۴-۶-۴- تأثیر طول مژه‌ها.....
۱۴۲	۴-۶-۵- تأثیر ضخامت ناحیه PCL.....
۱۴۳	۴-۶-۶- تأثیر ضخامت ناحیه موکوس.....
۱۴۴	۴-۶-۷- تأثیر ضریب سختی بین دو لایه PCL و موکوس.....
۱۴۵	۴-۷- بررسی تأثیر پارامترهای مختلف در مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته موکوس.....
۱۴۶	۴-۷-۱- تأثیر زمان رهایی از تنش موکوس.....
۱۴۸	۴-۷-۲- تأثیر ویسکوزیته موکوس.....
۱۵۰	۴-۷-۳- تأثیر ضخامت ناحیه PCL.....
۱۵۲	۴-۷-۴- تأثیر ضخامت ناحیه موکوس.....
۱۵۴	۴-۷-۵- تأثیر فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها.....
۱۵۵	۴-۷-۶- تأثیر طول مژه‌ها.....
۱۵۶	۴-۸- بررسی تأثیر پارامترهای مختلف در مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها.....
۱۵۷	۴-۸-۱- تأثیر ضخامت ناحیه PCL.....
۱۵۸	۴-۸-۲- تأثیر ضخامت ناحیه موکوس.....
۱۶۰	۴-۸-۳- تأثیر طول مژه‌ها.....
۱۶۱	۴-۸-۴- تأثیر ویسکوزیته موکوس.....
۱۶۵	۴-۸-۵- تأثیر زمان رهایی از تنش موکوس.....
۱۶۹	۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادات.....
۱۷۰	۵-۱- مقدمه.....
۱۷۰	۵-۲- روش عددی ارائه‌شده در تحقیق حاضر.....
۱۷۱	۵-۲-۱- جریان سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته.....
۱۷۲	۵-۲-۲- جریان سیالات ویسکوالاستیک.....
۱۷۳	۵-۲-۳- جریان سیال غیرنیوتنی تعمیم یافته بر روی اجسام غوطه‌ور.....
۱۷۴	۵-۲-۴- جریان سیال ویسکوالاستیک بر روی اجسام غوطه‌ور.....
۱۷۵	۵-۲-۵- جریان پایا سیال نیوتنی بر روی اجسام غوطه‌ور متحرک.....
۱۷۵	۵-۳- حرکت مایع مخاطی درون نای.....

- ۱-۳-۵- اثرات پارامترهای مختلف در حالت استاندارد..... ۱۷۶
- ۲-۳-۵- اثرات پارامترهای مختلف به ازای نسبت ویسکوزیته موکوس..... ۱۷۸
- ۳-۳-۵- اثرات پارامترهای مختلف به ازای فرکانس مژه‌ها..... ۱۸۴
- ۴-۵- پیشنهادات..... ۱۸۷
- مراجع..... ۱۸۹

فهرست اشکال

عنوان	صفحه
شکل (۱-۱) اندام‌های مرتبط با سیستم تنفسی بدن انسان	۳
شکل (۲-۱) طرح شماتیک قسمتی از نای انسان [۴]	۴
شکل (۳-۱) طرح شماتیک نمای صفحه‌ای قسمتی از نای انسان [۹]	۵
شکل (۴-۱) مدلسازی حرکت مژه‌ها بر اساس نتایج الف: ساندرسون و اسلی [۱۳] ب: اسلی [۲۱]	۱۰
شکل (۵-۱) هندسه مورد مطالعه در تحقیق لی و همکاران [۱۷]	۱۶
شکل (۶-۱) تغییرات سرعت تخلیه موکوس بر حسب فرکانس مژه‌ها در تحقیق لی و همکاران [۱۷]	۱۹
شکل (۷-۱) طرح مدل سه لایه‌ای اسمیت و همکاران [۳]	۲۲
شکل (۸-۱) اثرات پارامترهای مختلف بر سرعت تخلیه موکوس در تحقیق اسمیت و همکاران [۳]	۲۴
شکل (۹-۱) طرح شماتیک سیستم تنفسی بدن انسان الف) ریه ب) قطاعی صفحه‌ای از نای [۵]	۳۲
شکل (۱-۲) دامنه محاسباتی حرکت مایع مخاطی نای انسان در تحقیق حاضر	۳۸
شکل (۲-۲) مکان حرکت مژه‌ها در تحقیق حاضر با استفاده از داده‌های فالفورد و بلیک [۵]	۳۹
شکل (۳-۲) نحوه قرارگیری مژه‌ها در دو زمان مختلف در تحقیق حاضر	۴۰
شکل (۱-۳) روش‌های مختلف شبیه‌سازی جریان [۸۶]	۵۴
شکل (۲-۳) نحوه ارتباط یک گره با گره‌های مجاور در شبکه D_2Q_9	۵۶
شکل (۳-۳) مولفه‌های گسسته شبکه بولتزمن در حالت دو بعدی D_2Q_9	۶۰
شکل (۴-۳) هندسه مورد بررسی در جریان پویزوله سیال توانی	۶۴
شکل (۵-۳) نمونه‌هایی از تاریخچه همگرایی سرعت افقی در جریان سیال توانی در داخل کانال در حالت $Re=20$ و $n=1$	۶۵
شکل (۶-۳) مقایسه نتایج روش عددی ارائه‌شده و حل تحلیلی سرعت بی‌بعد جریان پویزوله سیال توانی در مقطع کانال	۶۶
شکل (۷-۳) سرعت بی‌بعد در خط مرکزی کانال بر حسب مکان بی‌بعد برای سه سیال مختلف	۶۷
شکل (۸-۳) برازش مقادیر سرعت و تنش از روی نودهای شبکه اصلی به فرعی و برعکس در تحقیق زو و همکاران [۹۹]	۶۹
شکل (۹-۳) هندسه مورد بررسی در جریان پویزوله سیال ویسکوالاستیک	۷۳

- شکل (۳-۱۰) مقایسه توزیع سرعت بی بعد جریان پویزوله سیال اولدروید-بی بر اساس روش عددی حاضر و حل تحلیلی ۷۴
- شکل (۳-۱۱) توزیع σ_{xy}^E جریان پویزوله سیال اولدروید-بی بر اساس حل عددی حاضر و مقایسه آن با حل تحلیلی ۷۵
- شکل (۳-۱۲) توزیع σ_{xx}^E جریان پویزوله سیال اولدروید-بی بر اساس حل عددی حاضر و مقایسه آن با حل تحلیلی ۷۶
- شکل (۳-۱۳) توزیع سرعت بی بعد جریان ومرسلی سیال نیوتنی بر اساس حل عددی حاضر و مقایسه آن با حل تحلیلی ۷۸
- شکل (۳-۱۴) توزیع سرعت بی بعد جریان ومرسلی سیال اولدروید-بی بر حسب Y^* در اعداد وایزنبرگ متفاوت ۷۹
- شکل (۳-۱۵) توزیع سرعت بی بعد جریان ومرسلی سیال اولدروید-بی بر حسب Y^* و β در سه زمان مختلف ۸۰
- شکل (۳-۱۶) توزیع σ_{xx}^E جریان ومرسلی سیال اولدروید-بی بر حسب Y^* در اعداد وایزنبرگ و β مختلف ۸۱
- شکل (۳-۱۷) توزیع σ_{yy}^E جریان ومرسلی سیال اولدروید-بی بر حسب Y^* در اعداد وایزنبرگ و β مختلف ۸۲
- شکل (۳-۱۸) توزیع σ_{xy}^E جریان ومرسلی سیال اولدروید-بی بر حسب Y^* در اعداد وایزنبرگ و β مختلف ۸۳
- شکل (۳-۱۹) شماتیکی از ناحیه محاسباتی در روش مرز غوطه‌ور ۸۵
- شکل (۳-۲۰) هندسه مورد بررسی در جریان سیال توانی بر روی یک سیلندر داخل کانال ۹۱
- شکل (۳-۲۱) نمونه‌هایی از تاریخچه همگرایی سرعت افقی در جریان سیال توانی بر روی یک سیلندر دایروی در داخل کانال در حالت $Re=20$ و $n=1$ ۹۲
- شکل (۳-۲۲) نمونه‌هایی از تاریخچه همگرایی سرعت‌های افقی و عمودی مرز غوطه‌ور در جریان سیال توانی بر روی یک سیلندر دایروی در داخل کانال در حالت $Re=20$ و $n=1$ ۹۳
- شکل (۳-۲۳) مقایسه مقادیر ضریب درگ سطحی فشاری جریان سیال توانی بر روی سیلندر دایروی نسبت به زاویه در تحقیق حاضر با نتایج بهارتی و همکاران [۱۰۸] ۹۴
- شکل (۳-۲۴) مقیاسه ضریب درگ جریان سیال توانی بر روی سیلندر دایروی در تحقیق حاضر با نتایج بهارتی و همکاران [۱۰۸] ۹۵
- شکل (۳-۲۵) خطوط جریان سیال توان در اطراف سیلندر دایروی به ازای مقادیر مختلف n و Re ۹۶

- شکل (۳-۲۶) تغییرات ضریب درگ کل بر حسب Re و n در جریان سیال توانی بر روی سیلندر دایروی..... ۹۸
- شکل (۳-۲۷) خطوط جریان سیال توانی اطراف سیلندر بیضوی با دو نسبت تناسب متفاوت..... ۹۹
- شکل (۳-۲۸) تغییرات ضریب درگ کل بر حسب Re و n در جریان سیال توانی بر روی سیلندر بیضوی در دو نسبت تناسب..... ۱۰۰
- شکل (۳-۲۹) خطوط جریان سیال توانی اطراف سیلندر بیضوی با نسبت تناسب $\alpha=0.5$ به ازای اعداد رینولدز مختلف در $n=1.5$ ۱۰۱
- شکل (۳-۳۰) خطوط جریان سیال توانی اطراف سیلندر بیضوی با نسبت تناسب $\alpha=0.5$ به ازای مقادیر مختلف n در $Re=30$ ۱۰۲
- شکل (۳-۳۱) توزیع ضریب درگ و همچنین سرعت افقی در یک نقطه از پشت سیلندر بیضوی با $\alpha=0.5$ بر حسب زمان در حالت $Re=30$ و $n=0.5$ ۱۰۳
- شکل (۳-۳۲) هندسه مورد بررسی جریان خزشی سیال اولدروید-بی بر روی سیلندر دایروی در تحقیق دو و فن تین [۱۰۹]..... ۱۰۵
- شکل (۳-۳۳) مقایسه توزیع سرعت بیبعد افقی و عمودی جریان سیال خزشی اولدروید-بی بر روی سیلندر دایروی حاصل از نتایج تحقیق دو و فن تین [۱۰۹] و تحقیق حاضر در حالت $We=0.4$ ۱۰۶
- شکل (۳-۳۴) مقایسه خطوط جریان سیال خزشی اولدروید-بی بر روی سیلندر دایروی حاصل از نتایج تحقیق دو و فن تین [۱۰۹] و تحقیق حاضر در حالت $We=0.4$ ۱۰۶
- شکل (۳-۳۵) مقایسه توزیع سرعت بی بعد افقی جریان سیال خزشی اولدروید-بی بر روی سیلندر بیضوی در سه نسبت تناسب در حالت $We=0.4$ ۱۰۸
- شکل (۳-۳۶) مقایسه توزیع سرعت بی بعد عمودی جریان سیال خزشی اولدروید-بی بر روی سیلندر بیضوی در سه نسبت تناسب در حالت $We=0.4$ ۱۰۸
- شکل (۳-۳۷) هندسه مورد بررسی جریان سیال بر روی سیلندر چرخان در داخل کانال..... ۱۰۹
- شکل (۳-۳۸) مقایسه مقادیر ضریب فشار بر روی دیواره پایین کانال بین تحقیق حاضر و تحقیق چامپمارتین و همکاران [۱۱۰] در حالت $\varepsilon=10/7$ ۱۱۰
- شکل (۳-۳۹) خطوط جریان و بردارهای سرعت اطراف سیلندر به ازای مقادیر مختلف Re و Ω_c ۱۱۱
- شکل (۳-۴۰) بردارهای سرعت بر روی سیلندر دایروی چرخان در داخل کانال در سه زمان مختلف در حالت $Re=20$ و $\Omega_c=20 \text{ rad/s}$ ۱۱۲
- شکل (۳-۴۱) هندسه مورد بررسی جریان بر روی سیلندر دارای حرکت نوسانی در داخل کانال..... ۱۱۳
- شکل (۳-۴۲) خطوط جریان و بردارهای سرعت اطراف سیلندر با حرکت نوسانی در سه زمان مختلف..... ۱۱۴
- شکل (۳-۴۳) بررسی اثرات دامنه نوسانی حرکت سیلندر در داخل کانال..... ۱۱۵
- شکل (۳-۴۴) مقادیر مجهول توابع توزیع (خطوط هاشور خورده) در ناحیه محاسباتی [۸۶]..... ۱۲۳

- شکل (۳-۴۵) شرط مرزی بازگشت به عقب کامل [۹۱]..... ۱۲۳
- شکل (۳-۴۶) شرط مرزی لغزش آزاد برای مرز روی خطوط شبکه [۹۱]..... ۱۲۴
- شکل (۳-۴۷) شماتیک اعمال شرط مرزی تناوبی در مرزهای سمت چپ و راست [۹۱]..... ۱۲۵
- شکل (۴-۱) بردارهای سرعت در حرکت مایع مخاطی درون نای در دو زمان مختلف در حالت استاندارد..... ۱۳۶
- شکل (۴-۲) کانتور توزیع سرعت افقی در حالت استاندارد در زمان $t=0$ ۱۳۷
- شکل (۴-۳) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس در حالت استاندارد..... ۱۳۹
- شکل (۴-۴) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به فرکانس حرکت مژه‌ها در حالت استاندارد..... ۱۴۱
- شکل (۴-۵) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به طول مژه‌ها در حالت استاندارد..... ۱۴۲
- شکل (۴-۶) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به ضخامت ناحیه PCL در حالت استاندارد..... ۱۴۳
- شکل (۴-۷) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به ضخامت ناحیه موکوس در حالت استاندارد..... ۱۴۴
- شکل (۴-۸) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به ویسکوزیته موکوس..... ۱۴۶
- شکل (۴-۹) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به زمان رهایی از تنش موکوس به ازای مقادیر مختلف β ۱۴۸
- شکل (۴-۱۰) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف β ۱۴۹
- شکل (۴-۱۱) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به ضخامت ناحیه PCL به ازای مقادیر مختلف β ۱۵۱
- شکل (۴-۱۲) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به ضخامت ناحیه PCL به ازای مقادیر مختلف β ۱۵۳
- شکل (۴-۱۳) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به فرکانس زوایه‌ای مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف β ۱۵۵
- شکل (۴-۱۴) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به طول مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف β ۱۵۶
- شکل (۴-۱۵) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به ضخامت PCL به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها..... ۱۵۸

- شکل (۴-۱۶) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به ضخامت موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها..... ۱۵۹
- شکل (۴-۱۷) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به طول مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها..... ۱۶۱
- شکل (۴-۱۸) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به ویسکوزیته آن به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها در سه نسبت ویسکوزیته ۱۶۴
- شکل (۴-۱۹) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به زمان رهایی از تنش آن به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها در دو نسبت ویسکوزیته..... ۱۶۷

فهرست جداول

عنوان	صفحه
جدول (۱-۱) مشخصات کلی مژه‌ها و لایه موکوس [۵].....	۵
جدول (۲-۱) ضرایب سری فوریه برای حرکت مژه‌ها با استفاده از نتایج اسلی [۲۲].....	۸
جدول (۳-۱) ضرایب سری فوریه برای حرکت مژه‌ها با استفاده از نتایج ساندرسون و اسلی [۱۴].....	۹
جدول (۴-۱) نتایج سرعت تخلیه مایع مخاطی به ازای مقادیر مختلف ویسکوزیته لایه موکوس در تحقیق لی و همکاران [۱۸].....	۱۷
جدول (۵-۱) نتایج سرعت تخلیه مایع مخاطی به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها در تحقیق لی و همکاران [۱۸].....	۱۷
جدول (۶-۱) نتایج سرعت تخلیه مایع مخاطی به ازای مقادیر مختلف تعداد مژه‌ها در یک مقطع خاص در تحقیق لی و همکاران [۱۸].....	۱۸
جدول (۷-۱) نتایج سرعت تخلیه مایع مخاطی به ازای مقادیر مختلف ضخامت ناحیه PCL (H_p) در تحقیق لی و همکاران [۱۸].....	۱۸
جدول (۱-۳) مقایسه اندازه طول بی‌بعد گردابه‌های تولیدی در پشت سیلندر دایروی بین تحقیق حاضر و تحقیق بهارتی و همکاران [۱۰۸].....	۹۳
جدول (۲-۳) بررسی اثرات شاخص توانی (n) بر مقادیر رینولدز بحرانی (Re_{cr}) و استروهاال بحرانی (St_{cr}) در شروع ناپایداری تولید گردابه‌های فن کارمن.....	۱۰۴
جدول (۳-۳) مقایسه ضریب درگ بر روی سیلندر دایروی به ازای مقادیر مختلف عدد We بر اساس نتایج تحقیق دو و فن تین [۱۰۹] و تحقیق حاضر.....	۱۰۷
جدول (۴-۳) مقادیر ضریب درگ بر روی سیلندر بیضوی در سه نسبت ابعادی به ازای مقادیر مختلف عدد We	۱۰۹
جدول (۱-۴) مقادیر پارامترهای استاندارد در تحقیق حاضر.....	۱۳۲
جدول (۲-۴) مقادیر ضرایب تبدیل متغیرهای محیط فیزیکی به محیط شبکه بولتزمن.....	۱۳۳
جدول (۳-۴) مقادیر سرعت متوسط تخلیه موکوس به ازای شبکه‌های مختلف.....	۱۳۴
جدول (۴-۴) مقادیر سرعت متوسط تخلیه موکوس به ازای سه دوره تناوب.....	۱۳۴
جدول (۵-۴) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب تغییرات ویسکوزیته موکوس در حالت استاندارد.....	۱۳۷
جدول (۶-۴) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب تغییرات بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس در حالت $\eta_M=0.0482 \text{ Pa.s}$	۱۳۸

جدول (۴-۷) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب تغییرات ویسکوزیته موکوس در حالت استاندارد.....	۱۴۰
جدول (۴-۸) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب تغییرات ویسکوزیته موکوس در حالت استاندارد.....	۱۴۰
جدول (۴-۹) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب تغییرات طول مژه‌ها در حالت استاندارد ۱۴۱	
جدول (۴-۱۰) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب ضخامت ناحیه PCL در حالت استاندارد	۱۴۳
جدول (۴-۱۱) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب ضخامت ناحیه موکوس در حالت استاندارد	۱۴۴
جدول (۴-۱۲) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب ضریب سختی بین دو لایه PCL و موکوس در حالت استاندارد	۱۴۵
جدول (۴-۱۳) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب زمان رهایی از تنش موکوس به ازای مقادیر مختلف β	۱۴۷
جدول (۴-۱۴) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف β	۱۴۸
جدول (۴-۱۵) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ضخامت ناحیه PCL به ازای مقادیر مختلف β	۱۵۱
جدول (۴-۱۶) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ضخامت ناحیه موکوس به ازای مقادیر مختلف β	۱۵۳
جدول (۴-۱۷) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف β	۱۵۴
جدول (۴-۱۸) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب طول مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف β	۱۵۵
جدول (۴-۱۹) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ضخامت ناحیه PCL به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها.....	۱۵۷
جدول (۴-۲۰) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ضخامت ناحیه موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها.....	۱۵۹
جدول (۴-۲۱) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب طول مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها.....	۱۶۰
جدول (۴-۲۲) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها در $\beta = 0.1$	۱۶۲
جدول (۴-۲۳) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها در $\beta = 0.3$	۱۶۲
جدول (۴-۲۴) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها در $\beta = 0.7$	۱۶۲
جدول (۴-۲۵) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب زمان رهایی از تنش موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها به ازای $\beta = 0.1$	۱۶۶

جدول (۴-۲۶) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب زمان رهایی از تنش موکوس به ازای مقادیر مختلف
 فرکانس مژه‌ها به ازای $\beta = 0.3$ ۱۶۶

جدول (۴-۲۷) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب زمان رهایی از تنش موکوس به ازای مقادیر مختلف
 فرکانس مژه‌ها به ازای $\beta = 0.7$ ۱۶۶

فهرست علائم اختصاری

A	دامنه گرایان فشار در جریان و مرسلی (Pa/m) دامنه حرکت نوسانی سیلندر در داخل کانال (m)
C	ضرایب تبدیل محیط فیزیکی به شبکه بولتزمن و برعکس
C_D	ضریب درگ
c	سرعت در مقیاس شبکه بولتزمن
c_s	سرعت صوت در مقیاس شبکه بولتزمن
D	تانسور نرخ برش (1/s)
d	فاصله بین مژه‌ها (μm)
H	ضخامت (m)
h	اندازه شبکه اوپلری
$\vec{e}_a$	سرعت موضعی ذرات در روش شبکه بولتزمن
$\vec{f}$	بردار نیروی خارجی (N)
f_a	تابع توزیع سرعت
f_s	فرکانس حرکت گردابه‌ها و مژه‌ها (1/s)
f_f	تابع فیلتری
$\vec{F}$	بردار نیروی خارجی در دستگاه لاگرانژی (N)
F_D	نیروی درگ
F_i	ترم نیرو در روش شبکه بولتزمن
K	ضریب درگ جریان سیال ویسکوالاستیک بر روی سیلندر داخل کانال
L	طول (m)
L_i	ضخامت کل مایع مخاطی
m	ضریب سازگاری در مدل توانی
M	عدد ماخ
n	شاخص مدل توانی
p	فشار (Pa)
Re	عدد رینولدز

s	طول کمان در دستگاه لاگرانژی (m)
s_0	طول کمان در دستگاه لاگرانژی در زمان اولیه (m)
St	عدد استروهل
t	زمان (s)
T_0	ضریب سختی بین دو لایه PCL و موکوس (N/m)
T_c	دوره تناوب حرکت مژه‌ها (s)
T	دوره تناوب گرادیان فشار در جریان و مرسلی (s)
$\vec{u}$	بردار سرعت (m/s)
$\vec{U}$	بردار سرعت در دستگاه مختصات لاگرانژی (m/s)
u	مولفه افقی سرعت (m/s)
u_0	سرعت متوسط استاندارد تخلیه موکوس ($\mu\text{m/s}$)
v	مولفه عمودی سرعت (m/s)
We	عدد وایزنبرگ
x	مولفه افقی مکان (m)
y	مولفه عمودی مکان (m)
نمادهای یونانی	
Ω	دستگاه مختصات اویلری
Ω_c	سرعت زاویه‌ای حرکت سیلندر چرخان در داخل کانال (rad/s)
Γ	دستگاه مختصات اویلری
Φ	عدد بی‌بعد جهت بررسی اثر گرانش بر سرعت مایع مخاطی
Ψ	اختلاف تنش نرمال (Pa)
$\Re$	بخش حقیقی
Δx	گام مکانی در راستای x
Δy	گام مکانی در راستای y
Δt	گام زمانی
$\Delta \vec{u}$	بردار تصحیح سرعت در روش مرز غوطه‌ور (m/s)
α	نسبت ابعادی بیضی

β	نسبت ویسکوزیته مدل اولدروید-بی
γ	نرخ برش (1/s)
δ	تابع دلتا جهت تبدیل نقاط اوپلری به لاگرانژی و برعکس
ε	نسبت انسداد کانال
ζ	پارامتر ومرسلی
ξ	طول بی‌بعدی گردابه‌های تولیدی در پشت سیلندر
η	ویسکوزیته دینامیکی (kg/m.s)
η_0	ویسکوزیته دینامیکی کل در مدل اولدروید-بی (kg/m.s)
θ	مولفه زاویه‌ای مکان (rad)
κ	بردار یکه در راستای مرز بین دو لایه PCL و موکوس
λ	زمان رهایی از تنش (s)
ν	ویسکوزیته سینماتیکی (m ² /s)
ρ	چگالی (kg/m ³)
ρ_0	چگالی مرجع (kg/m ³)
σ	تانسور تنش (Pa)
τ	زمان آسودگی مربوط به سرعت در روش شبکه بولتزمن
ω	فرکانس گرادیان فشار در جریان ومرسلی (1/s)
ω_a	ضریب وزنی
زیر نویس‌ها	
<i>ave</i>	متوسط
<i>Cilia</i>	مربوط به مژه‌ها
<i>cr</i>	بحرانی
<i>eff</i>	مؤثر
<i>E</i>	مربوط به بخش الاستیک تنش
<i>f</i>	سیال
<i>h</i>	گرم
<i>a</i>	اندیس جهت حرکت ذره در شبکه بولتزمن
max	بیشینه

M	ناحیه موکوس
Mem	مربوط به مرز بین دو لایه
PCL	ناحیه PCL
ref	مرجع
بالانویس ها	
eq	تعادلی
E	بخش الاستیک
lb	محیط شبکه بولتزمن
N	بخش نیوتنی
Phy	محیط فیزیکی
T	ترانهاده
*	مقادیر بی بعد

فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

دود خروجی از وسایل نقلیه، فعالیت کارگاه‌های صنعتی و کارخانه‌ها و همچنین وجود ریزگردها در هوا به علت تغییر در شرایط جوی، در سال‌های اخیر سبب رشد روز افزون بیماری‌های تنفسی شده است. بسته به جثه افراد و میزان فعالیت روزانه، در هر ۲۴ ساعت بین ۱۰۰۰ تا ۲۱۰۰۰ لیتر هوا از طریق نای وارد شش‌ها و از آنها خارج می‌شود. شکل (۱-۱) یک طرح کلی از سیستم تنفسی بدن انسان و اندام‌های مرتبط را نشان می‌دهد.

یکی از مهمترین راه‌های جلوگیری از ورود آلودگی‌های موجود در هوا به شش‌ها، یک لایه مایع مخاطی است که سرتاسر نای، نایژه‌ها و شاخه‌های آن را پوشانیده است. این مایع به علت غلظت و چسبندگی بالای خود توانایی به دام انداختن ذرات معلق در هوا که شامل ذرات گرد و غبار، باکتری‌ها، ویروس‌ها و دود ناشی از استعمال دخانیات است را دارد [۱]. در ادامه به معرفی تفصیلی این مایع و شیوه تخلیه آن پرداخته می‌شود.

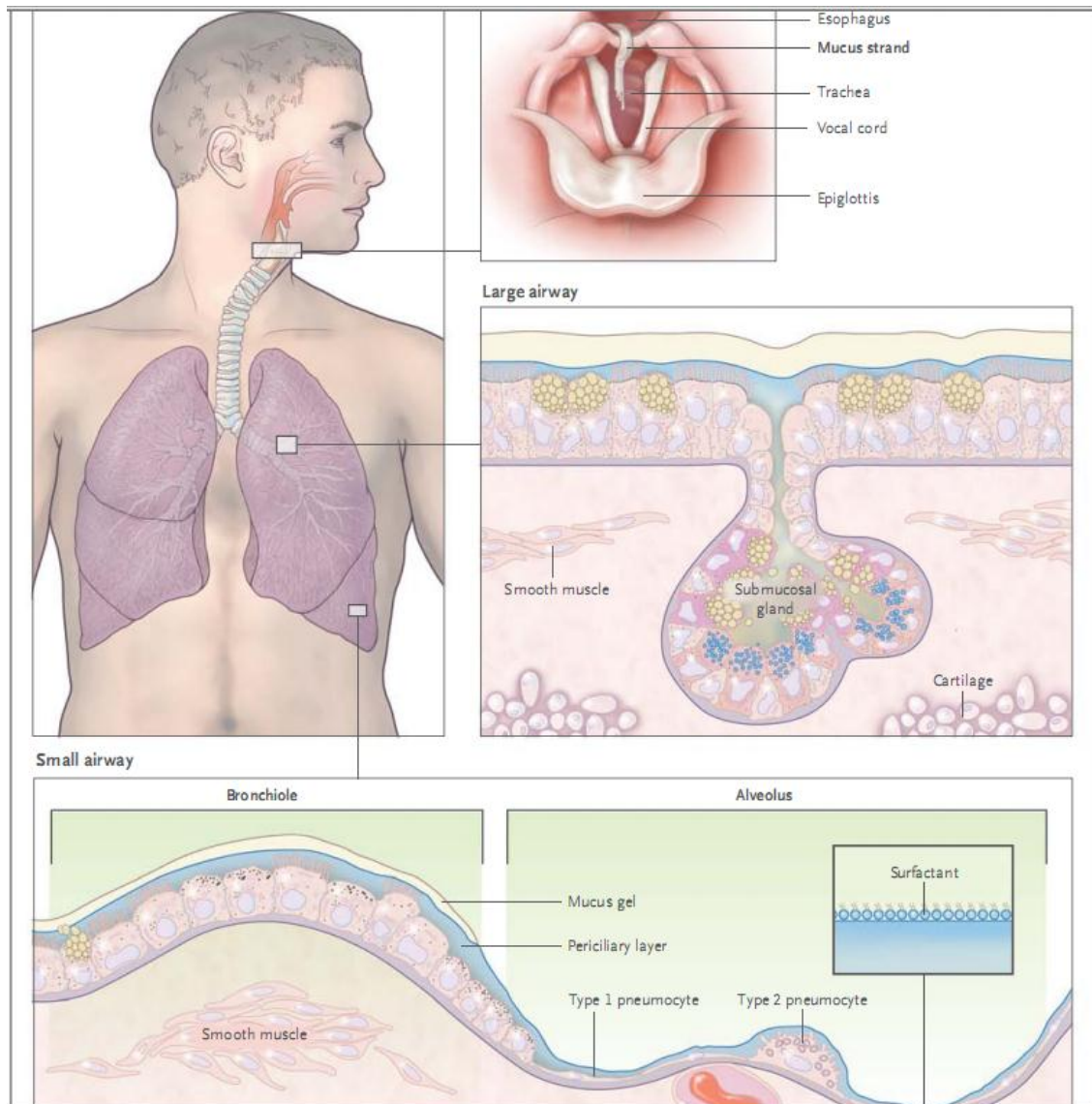
۱-۲- اجزای مختلف نای انسان

شکل (۱-۲) طرح شماتیک قسمتی از نای انسان را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل نشان داده شده بخش اعظم نای انسان مربوط به عبور هوا است و قسمت داخلی آن را یک لایه مایع مخاطی پوشانیده است. بر روی دیواره نای تعداد بسیار زیادی مژه^۱ وجود دارد که با حرکت نوسانی با یک فرکانس تقریباً ثابت حرکت می‌کنند [۲]. از آنجا که تعداد این مژه‌ها بسیار زیاد است و درون مایع مخاطی یک حرکت نوسانی دارند این مایع را به دو ناحیه تقسیم کرده است. ناحیه اطراف مژک‌ها به نام PCL^۲ که در آنجا مژه‌ها دارای یک حرکت نوسانی هستند. این ناحیه یک سیال نیوتنی با ویسکوزیته اندک و تقریباً به اندازه ویسکوزیته آب (۰/۰۰۱ Pa.s) در نظر گرفته می‌شود [۳]. اما ناحیه

^۱ cilia

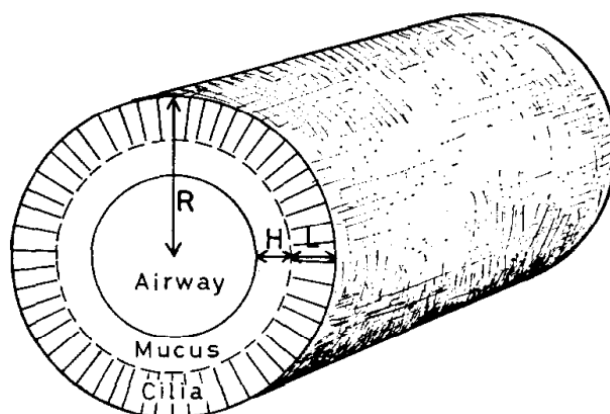
^۲ periciliary liquid (PCL)

فوقانی این مایع، که موکوس^۱ نام دارد و مژه‌ها به آن نفوذ نمی‌کنند، یک ناحیه چسبنده با ویسکوزیته زیاد (۰/۰۴۸۲ Pa.s) بوده [۳] که به علت چسبندگی زیاد این ناحیه ذرات معلق موجود در هوا، به آن می‌چسبند.



شکل (۱-۱) اندام‌های مرتبط با سیستم تنفسی بدن انسان

¹ mucus



شکل (۱-۲) طرح شماتیک قسمتی از نای انسان [۴].

این سیال از زنجیرهای بلند ماده گلیکوپروتئین^۱ و نمک که در آب حل شده‌اند تشکیل شده است [۵] و یک سیال ویسکوالاستیک در نظر گرفته می‌شود [۳]. لی^۲ و همکاران [۶] در یک تحقیق جامع به بررسی خواص موکوس در انسان و حیوانات مختلف در آزمایشگاه پرداختند. آنها بیان داشتند که موکوس یک پلیمر زیستی است و رفتار آن شبیه یک سیال پیچیده است که هم شامل خواص ویسکوز و هم الاستیک است. موکوس یکی از پیچیده‌ترین سیالات موجود در بدن جانداران است که شامل مولکول‌های بسیار سنگین وزن مایع مخاطی^۳ بوده که خواص ویسکوالاستیک را به آن اضافه می‌کند [۷]. تمام خواص ویسکوالاستیک این سیال در حال حاضر در دسترس نیست اما یک تحقیق جامع در مورد خواص رئولوژیک این سیال بر روی یک ریه مجازی در دانشگاه کارولینای شمالی^۴ در حال انجام است. با در نظر گرفتن حدود ۲٪ از جرم مولکولی موکوس به عنوان مایع بزاقتی، زمان رهایی از تنش^۵ برای این ماده را تا ۳ ثانیه گزارش کرده‌اند. این زمان یک پارامتر مهم در معادلات سیال ویسکوالاستیک است. همچنین با این درصد جرمی مقدار ویسکوزیته موکوس در ابعاد 10^{-2} Pa.s بوده و چگالی آن در حدود $\rho = 1010 \text{ kg/m}^3$ گزارش شده است [۸].

¹ Glycoproteins

² Lai

³ Mucin

⁴ University of North Carolina

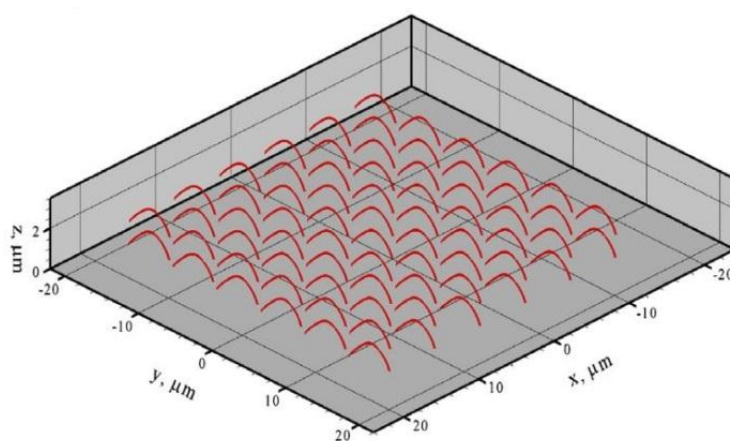
⁵ Relaxation time

افزایش میزان آلودگی هوا، سبب اشباع شدن این مایع و از دست دادن خاصیت جذب ذرات معلق موجود در هوا می‌گردد. جدول (۱-۱) یک سری اطلاعات کلی در مورد مشخصات مژه‌ها و موکوس را نشان می‌دهد [۴].

جدول (۱-۱) مشخصات کلی مژه‌ها و لایه موکوس [۴]

Cilia			
Length	5-8 μm	Diameter	0.15-0.3 μm
Frequency of beat	10-20/sec	Wavelength λ metachronal wave	20-40 μm
Cilia spacing	0.3-0.4 μm	Average area	30-40 / (μm) ²
Density of cilia	6-10/(μm) ²	Number/cell	200-400
Depth of fluid	5-500 μm	Average velocity of mucus	5-10 mm/min
Mucus			
water 95-97%, Mucin 2.5-3.0%, Salt 1-2% Contents:			

با توجه به شکل (۲-۱) در یک انسان سالم مرتبه بزرگی H/R و L/R در نایچه‌های منتهی به شش‌ها، کوچک و کمتر از مرتبه 10^{-2} است [۴]. بنابراین جهت مدلسازی نای می‌توان از شعاع انحنای آن صرف نظر کرده و نای را به صورت صفحه‌ای مطابق شکل (۳-۱) در نظر گرفت [۴، ۹-۱۱].



شکل (۳-۱) طرح شماتیک نمای صفحه‌ای قسمتی از نای انسان [۹].

نیروی مورد نیاز برای حرکت مژه‌ها از یک سری اندام‌های داخلی نای^۱ تأمین می‌شود [۱۲]. نیروی

^۱ Microtubules

وارده از طرف هر مژه بر طبق یک حرکت نوسانی، شامل دو مرحله، بازیافت نیرو^۱ و حرکت موثر^۲ است [۱۳]. حرکت موثر مژه‌ها، سبب حرکت ناحیه PCL شده و به علت وجود کشش سطحی بین دو ناحیه PCL و موکوس، در ناحیه موکوس، گرادیان فشار ایجاد شده که سبب حرکت موکوس می‌گردد [۳]. مژه‌ها برای انجام حرکت موثر زمان کمتری را طی می‌کنند بنابراین نیرویی که مژه‌ها در مرحله نیروی موثر بر روی سیال انجام می‌دهند چندین برابر نیرویی است که در هنگام بازیافت نیرو در جهت عکس بر روی سیال انجام می‌گیرد [۱۴]. بنابراین مژه‌ها در مرحله حرکت موثر می‌توانند سبب حرکت مثبت PCL و در نتیجه حرکت موکوس شوند.

۱-۳- تخلیه موکوس

در مناطق آلوده که ذرات معلق موجود در هوا زیاد است و یا در افراد سیگاری، به علت افزایش چگالی این ذرات، باکتری‌های بیشتری به موکوس می‌چسبند که سبب افزایش غلظت این مایع شده که خود سبب بروز مشکلات زیر می‌شود [۱]:

- ۱- باکتری‌های مانده ایجاد عفونت می‌کند.
 - ۲- تجمع موکوس باعث تحریک گیرنده راه‌های هوایی و ایجاد سرفه می‌شود.
 - ۳- تجمع موکوس در راه‌های هوایی انتهایی تر باعث اختلال در تهویه گازها می‌شود.
 - ۴- با تغییر تدریجی خواص فیزیکی و شیمیایی موکوس، خاصیت آنتی اکسیدانی و میزان جذب فیزیکی ذرات در آن کاهش می‌یابد.
- بنابراین این مایع باید سریعتر تخلیه شود تا مایع جدید توسط غددی که در آن ناحیه قرار دارند ترشح شود و جایگزین این مایع گردد.

با توجه به مشخصات ذکر شده برای نای انسان، عوامل متعددی بر سرعت تخلیه موکوس تأثیر می‌گذارند که از آن جمله می‌توان به کاهش تعداد و یا بی‌حرکی مژه‌ها به علت برخی از بیماری‌ها

¹ Recovery

² Effective Stroke

[۱۵]، تغییر در فرکانس مژه‌ها [۱۶]، تغییر در ضخامت ناحیه PCL و موکوس [۱۷]، تغییر در کشش سطحی ناحیه بین موکوس و PCL [۱۸] و یا تغییر در ویسکوزیته موکوس [۱۹] نام برد. همچنین با توجه به گزارش خواص ویسکوالاستیک برای موکوس توسط بسیاری از مراجع، تغییر در خواص رئولوژیک موکوس [۳] یکی دیگر از راه‌های افزایش سرعت تخلیه موکوس است که به نظر می‌رسد تجویز دارو برای تغییر این خواص به مراتب آسان‌تر از تغییر در دیگر عوامل است.

۴-۱- مروری بر تحقیقات گذشته

تاکنون تحقیقات متعددی به بررسی عوامل موثر بر تخلیه مایع مخاطی نای انسان انجام شده است که در این بخش به بررسی اجمالی آن پرداخته شده است.

۴-۱-۱- مژه‌ها و حرکت متناوب آنها

برای تحلیل درست حرکت مایع مخاطی، ابتدا باید مکان و سرعت حرکت مژه‌ها را تخمین زد. این تخمین باید بتواند علاوه بر اینکه با طبیعت حرکت متناوب‌گونه مژه‌ها مطابقت داشته باشد، نتایج مشاهدات آزمایشگاهی بر روی مژه‌ها را نیز تصدیق نماید که در آنها در مرحله حرکت مؤثر همانند یک میله صلب نیروی زیادی را به سیال وارد نماید و در مرحله برگشت به عقب بتواند موازی جریان حرکت کرده و کمترین انرژی را از سیال بگیرد. بلیک^۱ [۲۰] مکان حرکت سیکلی مژه‌ها ξ در هر زمان t را به کمک یک سری فوریه ناقص صورت زیر بیان کرد:

$$\xi(s, t) = \frac{1}{2}a_0(s) + \sum_{n=1}^{N_0} [a_n(s) \cos(n\sigma t) + b_n(s) \sin(n\sigma t)] \quad (1-1)$$

در رابطه (۱-۱) s طول کمانی است که از انتهای مژه اندازه‌گیری می‌شود و σ فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها است. ضرایب a_n و b_n ضرایب سری فوریه هستند که به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$a_n = \sum_{m=1}^{M_0} A_{mn} s^m \quad \text{and} \quad b_n = \sum_{m=1}^{M_0} B_{mn} s^m \quad (2-1)$$

¹ Blake

که در آنها A_{mn} و B_{mn} ضرایبی هستند که مقادیر آنها در هر تناوب حرکت مژه‌ها که شامل $2N_0+1$ بازه زمانی یکسان و تعداد تقسیمات (M_0) با اندازه مساوی که بر روی هر مژه است گزارش می‌شود. بلیک [۲۰] ادعا کرد که می‌توان این ضرایب را به کمک آنالیز فوریه و روش حداقل مربعات خطا دست آورد. اسلی^۱ [۲۱] یک مدل صفحه‌ای دو بعدی برای حرکت مژه‌ها درون ریه پیشنهاد نمود که در آن کمترین شعاع انحنای مژه‌ها $1/25 \mu m$ است. فولفورد^۲ و بلیک [۵] با استفاده از داده‌های اسلی و با توجه به رابطه (۱-۱) برای حالتی که $N_0=6$ و $M_0=3$ مقادیر A_{mn} و B_{mn} را محاسبه نمودند. جدول (۲-۱) این مقادیر را نشان می‌دهد.

جدول (۲-۱) ضرایب سری فوریه برای حرکت مژه‌ها با استفاده از نتایج اسلی [۲۱]

		A_{mn}					
$n =$	0	1	2	3	4	5	6
$m = 1$	-0.654	0.393	-0.097	0.079	0.119	0.119	0.009
	1.895	-0.018	0.158	0.010	0.003	0.013	0.040
$m = 2$	0.787	-1.516	0.032	-0.302	-0.252	-0.015	0.035
	-0.552	-0.126	-0.341	0.035	0.006	-0.029	-0.068
$m = 3$	0.202	0.716	-0.118	0.142	0.110	-0.013	-0.043
	0.096	0.263	0.186	-0.067	-0.032	-0.002	0.015

		B_{mn}					
$n =$	1	2	3	4	5	6	
$m = 1$	0.284	0.006	-0.059	0.018	0.053	0.009	
	0.192	-0.050	0.012	-0.007	-0.014	-0.017	
$m = 2$	1.045	0.317	0.226	0.004	-0.082	-0.040	
	-0.499	0.423	0.138	0.125	0.075	0.067	
$m = 3$	-1.017	-0.276	-0.196	-0.037	0.025	0.023	
	0.339	-0.327	-0.114	-0.105	-0.057	-0.055	

ساندرسون^۳ و اسلی^۴ [۱۳] به کمک یک دوربین عکسبرداری سرعت بالا در ۱۳ بازه زمانی مساوی از حرکت مژه‌های یک خرگوش عکسبرداری کردند (فرکانس حرکت مژه‌ها در این تحقیق حدود ۱۵ Hz بود). آنها مشاهده کردند که مژه‌ها در بعضی از بازه‌های زمانی مرحله حرکت مؤثر به ناحیه موکوس نفوذ می‌کنند. متأسفانه در مرحله بازیافت نیرو به راحتی نمی‌توان مکان مژه‌ها را تشخیص داد و

¹ Sleight

² Fulford

³ Sanderson

⁴ Sleight

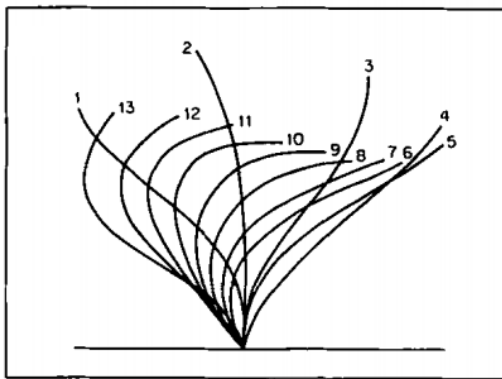
حرکت مژه‌ها در این مرحله سه بعدی است. با این وجود برای بیان حرکت مژه‌ها بر طبق رابطه (۱-۱) باید حرکت آنها را به صورت صفحه‌ای در نظر گرفت. داده‌های آنها توسط فولفورد و بلیک [۵] به کمک روش حداقل مجموع مربعات خطا به صورت ضرایب A_{mn} و B_{mn} در آمد تا بتوان از آنها در روابط (۱-۱) و (۲-۱) استفاده نمود. مقادیر مربوط به این ضرایب در جدول (۳-۱) آمده است.

جدول (۳-۱) ضرایب سری فوریه برای حرکت مژه‌ها با استفاده از نتایج ساندرسون و اسلی [۱۳]

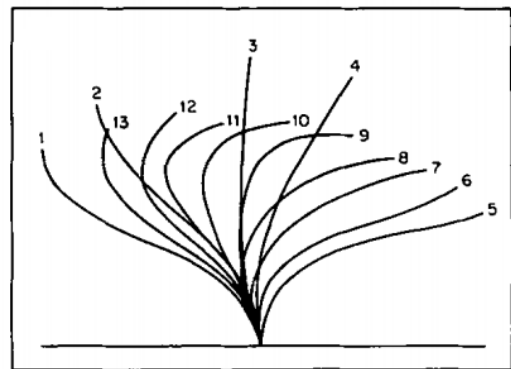
A_{mn}							
$n=$	0	1	2	3	4	5	6
$m=1$	-0.449	0.130	-0.169	0.063	-0.050	-0.040	-0.068
	2.076	-0.003	0.054	0.007	0.026	0.022	0.010
$m=2$	-0.072	-1.502	0.260	-0.123	0.011	-0.009	0.196
	-1.074	-0.230	-0.305	-0.180	-0.069	0.001	-0.080
$m=3$	0.658	0.793	-0.251	0.049	0.009	0.023	-0.111
	0.381	0.331	0.193	0.082	0.029	0.002	0.048

B_{mn}						
$n=$	1	2	3	4	5	6
$m=1$	-0.030	-0.093	0.037	0.062	0.016	-0.065
	0.080	-0.044	-0.017	0.052	0.007	0.051
$m=2$	1.285	-0.036	-0.244	-0.093	-0.137	0.095
	-0.298	0.513	0.004	-0.222	0.035	-0.128
$m=3$	-1.034	0.050	0.143	0.043	0.098	-0.054
	0.210	-0.367	0.009	0.120	-0.024	0.102

مکان حرکت مژه‌ها در ۱۳ بازه زمانی مساوی برای داده‌های ساندرسون و اسلی [۱۳] و اسلی [۲۱] با استفاده از ضرایب ارائه‌شده توسط فولفورد و بلیک [۵] در شکل (۴-۱) نشان داده شده است. برای نتایج داده‌های ساندرسون و اسلی [۱۳] مرحله حرکت مؤثر شامل مراحل ۱ تا ۵ است و مرحله بازیافت نیرو از ۶ تا ۱۳ شماره گذاری شده است اما در نتایج اسلی [۲۱] مراحل ۱ تا ۴ شامل حرکت مؤثر و بقیه در مرحله بازیافت نیروست. تحقیقات مشابه دیگری [۲۲، ۲۳] جهت بررسی مکان مژه‌ها انجام گرفته که همگی نتایج آزمایشگاهی ساندرسون و اسلی [۱۳] را تصدیق می‌کنند.



(ب)



(الف)

شکل (۴-۱) مدلسازی حرکت مژه‌ها بر اساس نتایج الف: ساندرسون و اسلی [۱۳] ب: اسلی [۲۱].

متأسفانه اطلاعات زیادی در مورد حرکت سه بعدی مژه‌ها در تحقیقات گذشته وجود ندارد و بررسی این موضوع توسط تعداد اندکی از محققان به صورت کلی صورت گرفته است. جایاتیلیک و همکاران [۹] بیان کردند اگر مکان حرکت هر مژه در مختصات لاگرانژی را با بردار $\vec{X}$ نشان داده شود با دانستن سرعت اولیه مژه‌ها $\vec{U}(\vec{X})$ که از داده‌های آزمایشگاهی تحقیق ساندرسون و اسلی [۱۳] استخراج شده است، سرعت آن مژه در بازه زمانی بعدی در مکان شبکه (i, j, k) از رابطه (۳-۱) محاسبه می‌شود.

$$\vec{U}_{i,j,k}^{n+1} = \Lambda(i, j, k, \vec{X}) \cdot \vec{U}(\vec{X}) \quad (۳-۱)$$

تابع Λ یک تابع فیلتری است که برای برازش سرعت مژه به نودهای اوپلری اطراف آن معرفی شده است و از رابطه (۴-۱) محاسبه می‌شود [۹].

$$\Lambda(i, j, k, \vec{X}) = \frac{1 - \tanh((r-1)/0.5)}{2}; \quad r = \left| \frac{\vec{X}_{i,j,k} - \vec{X}}{h} \right| \quad (۴-۱)$$

در رابطه فوق h اندازه شبکه اوپلری و $\vec{X}$ بردار مکان نود i, j, k است.

۱-۴-۲- حرکت سیال در اثر نیروی حاصل از مژه‌ها

به طور کلی برای حرکت یک سیال که توسط نیروی حاصل از یک سری مژه انجام می‌گیرد، تحقیقات گسترده‌ای انجام گرفته است. بارتون^۱ و رینور^۲ [۲۲] جهت اعمال نیروی حاصل از مژه‌ها بر حرکت مایع مخاطی درون نای، مژه‌ها را به صورت میله‌های صلبی در نظر گرفتند که هنگام حرکت بازیافت نیرو به صورت خود به خود کوتاه می‌شوند. اشکال عمده این تحقیق برای تخمین نیروی حاصل از مژه‌ها در نظر گرفتن زمان برابر برای طی کردن آنها در مراحل بازیافت نیرو و حرکت موثر است. لاردنر^۳ و شاک^۴ [۲۴] مدلی را برای حرکت سیال درون مجرای تناسلی مردها با استفاده از حرکت مژه‌ها پیشنهاد کردند. آنها یک مدل پوششی^۵ را مطرح و به کمک آن حرکت سیکلی مژه‌ها و نیروی وارده از طرف آنها بر سیال را محاسبه کردند. مدل پوششی به طور همزمان توسط بلیک [۲۵، ۲۶] برای حرکت سیال در اندام‌های ریز که توسط مژه‌ها پوشیده شده‌اند توسعه پیدا کرد. در این مدل مژه‌ها به صورت یک حرکت نوسانی صفحه‌ای پیوسته درون سیال جایگزین می‌شوند. همچنین رز^۶ [۲۷] توانست با استفاده از این مدل به حرکت یک سیال ویسکوالاستیک توسط نیروهای حاصل از مژه‌ها بپردازد. بلیک در تحقیق دیگری [۲۰] مدل جدیدی را پیشنهاد نمود. در این مدل ناحیه‌ای که شامل مژه‌ها می‌باشد با آرایه‌ای از بینهایت جسم جامد نازک تخمین زده می‌شود. او در تحقیق بعدی خود [۴] همین مدل را گسترش داده و جسم‌های جامد مدل قبل را انعطاف پذیر در نظر گرفته تا بتواند حرکت مژه‌ها را به درستی تخمین بزند و توزیع سرعت سیال را با مدل جدید به دست آورد. او در ادامه [۲۸] توانست با استفاده از این مدل، پروفیل سرعت، نیرو و گشتاور خمشی وارده از طرف مژه‌ها به سیال را با حرکت سه بعدی مژه‌ها مدل‌سازی نماید. او در پژوهش دیگری [۲۹] با در نظر گرفتن ناحیه تأثیر مژه‌ها به عنوان یک محیط متخلخل توانست توزیع سرعت دیگری را برای حرکت

¹ Barton

² Raynor

³ Lardner

⁴ Shack

⁵ Envelope Approach

⁶ Ross

سیال در این ناحیه پیدا نماید. لائوگا^۱ [۳۰] در تحقیق جامعی به کمک روش حساب اختلالات^۲ به بررسی حرکت یک سیال ویسکوالاستیک توسط نیروی حاصل از مژه‌ها پرداخت. او تحقیق خود را با مدل‌های اولدروید-بی^۳، فن-پی^۴ (برای اعداد دبورای^۵ بالا) و سیال مرتبه دو^۶ برای سیال ویسکوالاستیک انجام داد و به این نتیجه رسید سرعت حرکت سیال ویسکوالاستیک در این محیط از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\frac{U}{U_N} = \frac{1 + De^2 \frac{\eta_s}{\eta}}{1 + De^2} \quad (۵-۱)$$

در رابطه (۵-۱) سرعت سیال نیوتنی در همان محیط، η_s ویسکوزیته حلال نیوتنی، η ویسکوزیته در نرخ برش صفر محلول پلیمیری و De عدد دبورا در حرکت نوسانی مژه‌ها بوده که از ضرب زمان رهایی از تنش سیال در فرکانس حرکت مژه‌ها بدست می‌آید. نکته جالب در تحقیق او مستقل بودن رابطه فوق از مدل انتخابی برای سیال ویسکوالاستیک است.

با پیشرفت تکنولوژی و استفاده از کامپیوترهای پر سرعت در حل معادلات مهندسی، روش‌های عددی جدیدی برای مدلسازی اجسام غوطه‌ور در سیالات پیشنهاد شده است. روش‌های عددی موجود برای حل اینگونه مسائل به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند: رویکرد شبکه متحرک^۷ و رویکرد شبکه ثابت^۸. در رویکرد شبکه متحرک، دامنه محاسباتی مورد نظر بر روی جسم متحرک ثابت شده و با حرکت ذره در داخل سیال به هنگام می‌شود [۳۱-۳۳]. در رویکرد شبکه ثابت، روش‌های مختلف عددی ارائه شده است [۳۴-۳۷]. از جمله روش‌های موجود در این رویکرد می‌توان به روش مرز

¹ Lauga

² Perturbation method

³ OLDROYD-B

⁴ FENE-P

⁵ Deborah number

⁶ Second-order fluid

⁷ Moving mesh method

⁸ Fixed mesh method

غوطه‌ور اشاره کرد که اولین بار توسط پسکین^۱ [۳۸، ۳۹] ارائه گردید و از آن جهت مدل‌سازی جریان خون در قلب استفاده نمود [۴۰]. جهت مدل‌سازی مناسب در این روش، از نقاط اویلری و لاگرانژی استفاده می‌گردد. نقاط اویلری در کل دامنه محاسباتی و مختصات کارتیزین ثابت در نظر گرفته شده و جهت مدل‌سازی فاز سیال به کار گرفته می‌شوند. جهت مدل‌سازی صحیح در مرز جسم غوطه‌ور و اعمال شرط مرزی از نقاط لاگرانژی که بر روی مرز جسم در نظر گرفته می‌شوند، استفاده می‌گردد. ایده اصلی در این روش بر این منطق استوار است که جسم غوطه‌ور در سیال به عنوان یک جسم با مرز انعطاف پذیر ولی با صلبیت بالا در نظر گرفته می‌شود. جریان سیال بر روی این جسم سبب تغییر شکل‌های کوچک در مرز آن می‌گردد ولی تمایل جسم صلب در برگرداندن مرز به حالت اولیه باعث به وجود آمدن نیرویی در مرز بین سیال و جسم صلب می‌گردد. پس از محاسبه این نیرو در نقاط لاگرانژی بر روی مرز جسم، میزان اثر این نیرو بر روی نقاط اویلری محاسبه می‌گردد تا اثرات ناشی از حضور جسم در سیال مدل‌سازی شود. بنابراین می‌بایست معادله ممثوم در حضور ترم نیرو ناشی از حضور جسم صلب در سیال، در کل ناحیه محاسباتی حل شود [۳۷]. به تدریج روش مرز غوطه‌ور جهت مدل‌سازی جریان سیال در اطراف سطوح منحنی مورد توجه قرار گرفت. فادلون^۲ و همکاران [۴۱] روش ترکیبی تفاضل محدود مرز غوطه‌ور را برای مدل‌سازی جریان سیال در اطراف جسم صلب، ارائه نمودند. همچنین اولمن^۳ [۴۲] با بهبود روش مرز غوطه‌ور ارائه‌شده توسط پسکین [۳۹]، به بررسی جریان سیال در اطراف اجسام صلب دو بعدی و سه بعدی پرداخت. از روش مرز غوطه‌ور در تحقیقات زیادی برای مدل‌سازی اجسام غوطه‌ور در سیالات استفاده شده است [۴۳-۴۸]. از این روش در سال‌های اخیر جهت مدل‌سازی نیروی حاصل از مژه‌ها بر سیالات در هندسه‌های متفاوت مورد استفاده قرار گرفته است [۹، ۱۵-۱۷، ۴۹-۵۳]. همچنین میتران^۴ [۸] در یک پژوهش عددی به بررسی سه بعدی حرکت مژه‌ها در یک سیال ویسکوالاستیک پرداخت. او مدل شبکه ثابت و متحرک

¹ Peskin

² Fadlun

³ Uhlmann

⁴ Mitran

روی هم افتاده^۱ را به عنوان مدل پیشنهادی برای تخمین نیروی حاصل از مژه‌ها ارائه کرد. او در مدل خود، دامنه محاسباتی به کمک روش حجم محدود^۲ گسسته سازی کرده و مژه‌ها را همانند تیرهای الاستیک خمیده به روش المان محدود^۳ مدل سازی نمود. او مدل فوق همرفتی ماکسول^۴ (UCM) را به عنوان معادله متشکله برای توزیع تنش سیال ویسکوالاستیک انتخاب نمود. در تحقیق حاضر با استفاده از روش مرز غوطه‌ور ارائه شده توسط وو و شو [۳۷] که در ترکیب با دیگر روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی مورد استفاده قرار می‌گیرد، جهت مدلسازی نیروی حاصل از مژه‌ها و همچنین نیروی وارده از مرز بین دو سیال استفاده شده است. مزیت بارز روش ارائه شده توسط وو و شو [۳۷] نسبت به دیگر روش‌ها، ضمنی بودن آن است که موجب پایین آمدن هزینه‌های محاسباتی به خصوص جهت حل مسائل ناپایا می‌گردد. جزییات مربوط به این روش در فصل سوم بحث خواهد شد.

۱-۴-۳- تخلیه موکوس

همانطور که قبلاً ذکر شد مایع مخاطی نای انسان شامل دو ناحیه PCL و موکوس می‌باشد که بر اساس آزمایش‌های انجام گرفته ناحیه زیرین (PCL) که در آنجا مژه‌ها حرکت می‌کنند یک لایه سیال نیوتنی است و ناحیه فوقانی (موکوس) یک سیال با خواص غیرنیوتنی است. تحقیقات زیادی درباره حرکت مایع مخاطی درون نای انسان انجام گرفته که با توجه به پیچیدگی مسأله، هر یک با ساده-سازی معادلات حاکم به بررسی این موضوع پرداخته‌اند. همانطور که ذکر شد، موکوس یک سیال ویسکوالاستیک است و خواص الاستیک آن تأثیر زیادی در حرکت آن دارد [۶]، اما به دلیل پیچیدگی مدلسازی این نوع از سیالات، در بسیار از تحقیقات گذشته اثرات الاستیک موکوس در نظر گرفته نشده است. همچنین به علت ضخامت کم ناحیه PCL و موکوس در مقایسه با ناحیه عبور هوا در نای (در حالت عادی)، بسیاری از تحقیقات گذشته در این زمینه فرض صفحه‌ای بودن جریان را در

¹ Overlapping Fixed-moving Grid Formulation

² Finite Volume

³ Finite Element

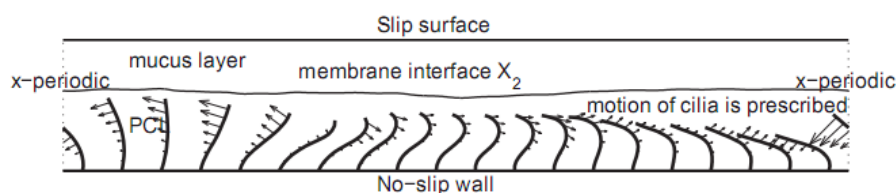
⁴ Upper Convected Maxwell

نظر گرفته‌اند. اولین تحقیق تحلیلی درباره این موضوع توسط بارتون^۱ و رینور^۲ [۲۲] انجام گرفت. آنها با ارائه یک مدل ریاضی به بررسی عوامل مختلف از جمله چگالی، ویسکوزیته و ضخامت موکوس و همچنین قطر، طول و فرکانس مژه‌ها و فاصله بین آنها بر حرکت موکوس پرداختند. آنها برای اعمال نیروی حاصل از مژه‌ها به معادلات خود، مژه‌ها را به صورت سیلندری با طول متغیر در نظر گرفتند و با وجود اینکه تأثیرات حرکت سیکلی مژه‌ها را به خوبی در نظر نگرفته بودند و نمایش واقعی از حرکت مژه درون سیال را در نظر گرفته نشده بود، نتایج نسبتاً قابل قبولی برای سرعت موکوس به دست آوردند که با نتایج آزمایشگاهی مطابقت خوبی داشت. از عمده معایب این تحقیق علاوه بر در نظر گرفتن موکوس به عنوان یک سیال نیوتنی می‌توان به در نظر گرفتن زمان برابر برای طی کردن مژه‌ها در حرکت موثر و بازیافت نیرو اشاره نمود. همچنین مدل ارائه‌شده به درستی نمی‌توانست نیروی حاصل از مژه‌ها را تخمین بزند. بلیک [۴] در ادامه، نیروی حاصل از مژه‌ها را با یک آرایه از بینهایت جسم انعطاف‌پذیر مدلسازی کرده و به بررسی حرکت مایع مخاطی درون نای پرداخت. او با استفاده از این مدل برای موکوس سرعت ۱-۳ cm/min را به دست آورد که این سرعت با سرعت موکوس درون ریه پستانداران مطابقت خوبی داشت. او همچنین دریافت که نرخ سرعت جریان یک وابستگی خطی با فرکانس مژه‌ها و طول آنها دارد. او در تحقیق دیگری [۵۴] با استفاده از همین مدل برای تخمین نیروی مژه‌ها، تخلیه موکوس را با سه مکانیزم حرکت، که شامل نیروی مژه‌ها، گرانش و تقابل با هوا است بررسی نمود. نتایج او نشان داد که ویسکوزیته و ضخامت ناحیه PCL، تأثیر زیادی در تخلیه موکوس در دو مکانیزم گرانش و تقابل با هوا دارد. او در پژوهش دیگری [۵۵] به صورت تحلیلی به بررسی توزیع سرعت در PCL و موکوس و نرخ سرعت تخلیه موکوس در یک نسبت ویسکوزیته و توزیع سرعت مشخص مژه‌ها پرداخت. او توانست با استفاده از مدل مورد استفاده خود، برای نیروی حاصل از مژه‌ها و سطح مشترک بین دو لایه، یک توزیع غیر خطی بدست آورد. فولفورد و بلیک [۵]

^۱ Barton

^۲ Raynor

به بررسی اثرات نفوذ مژه‌ها به ناحیه موکوس پرداختند به طوری که ویسکوزیته موکوس بسیار بزرگتر از ویسکوزیته PCL است. آنها نتایج خود را برای حالتی که مژه‌ها به لایه موکوس نفوذ نمی‌کنند و حالتی که نفوذ می‌کنند ارائه نمودند و به این نتیجه رسیدند که در حالت عادی برای تخلیه موکوس لزومی به نفوذ مژه‌ها با این ناحیه نیست ولی برای حالتی که مژه‌ها غیر فعال می‌شوند (مثلاً ۹۰٪ آنها فعالیت خود را از دست می‌دهند) برای تخلیه مناسب موکوس، نفوذ مژه‌ها به این ناحیه ضروری است. لوکنز^۱ و همکاران [۵۶] با در نظر گرفتن مژه‌ها به صورت یک المان الاستیک خطی و به کمک روش جدید مرز غوطه‌ور^۲ به بررسی حرکت سیال با استفاده از نیروی حاصل از مژه‌ها پرداختند. آنها رژیم جریان اطراف مژه‌ها را برای حالتی که مژه‌ها به لایه موکوس نفوذ می‌کنند و بار لایه موکوس وجود دارد و حالتی که مژه‌ها به این ناحیه نفوذ نمی‌کنند مقایسه کردند. در نهایت لی^۳ و همکاران [۱۷] در یک تحقیق کامل عددی به کمک روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - تفاضل محدود به بررسی عوامل موثر بر حرکت موکوس پرداختند. آنها به کمک این روش توانستند با تخمین بسیار بهتری نیروی وارده از طرف مژه‌ها به سیال و همچنین سطح مشترک بین دو سیال را مدل‌سازی نمایند (جزئیات مربوط به این روش در فصل دوم ذکر می‌شود). هندسه مورد مطالعه در این تحقیق [۱۷] قسمتی از نای انسان است که در شکل (۵-۱) نشان داده شده است.



شکل (۵-۱) هندسه مورد مطالعه در تحقیق لی و همکاران [۱۷].

با توجه به شکل (۵-۱) مشخصات استاندارد برای این دامنه محاسباتی به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۱۷]:

¹ Lukens

² Immerse Boundary Method

³ Lee

تعداد مژه‌ها در این مقطع از نای ۲۰، ارتفاع مژه‌ها ۶ μm ، فاصله بین مژه‌ها ۳ μm ، ضخامت ناحیه PCL و موکوس به ترتیب ۶ μm و ۴ μm ، ویسکوزیته ناحیه PCL و موکوس به ترتیب $\mu_P=0.1$ P و $\mu_M=0.482$ P، ضریب سختی کشش سطحی بین دو سیال $T_0=32$ dyn/cm و فرکانس زاویه ای مژه‌ها برابر $\sigma=60$ rad/s در نظر گرفته شده است. جداول (۴-۱) تا (۸-۱) نتایج سرعت تخلیه در این تحقیق را نشان می‌دهند. در این جداول U_M متوسط سرعت ناحیه موکوس، U_P متوسط سرعت ناحیه PCL و U_D متوسط سرعت کل ناحیه است. این مقادیر متوسط از رابطه (۶-۱) قابل محاسبه است:

$$U = \frac{1}{T(H_2 - H_1)} \int_0^{T_C} \int_{H_1}^{H_2} u dy dt \quad (6-1)$$

در رابطه فوق T_C دوره تناوب حرکت مژه‌ها و H_2-H_1 ضخامت ناحیه ای است که متوسط گیری در آن انجام می‌گیرد. لازم به ذکر است که در هر جدول تغییرات متوسط سرعت، فقط برای یک پارامتر بیان شده است و مقدار مابقی پارامترها با حالت استاندارد برابر است.

همانطور که مقادیر این جداول نشان می‌دهد تغییر در فرکانس مژه‌ها تأثیر بیشتری بر سرعت تخلیه موکوس نسبت به دیگر عوامل نظیر تغییر در ویسکوزیته موکوس، ضخامت ناحیه PCL، تعداد مژه‌ها در یک مقطع و کشش سطحی بین دو سیال دارد.

جدول (۴-۱) نتایج سرعت تخلیه مایع مخاطی به ازای مقادیر مختلف ویسکوزیته لایه موکوس در تحقیق لی و همکاران [۱۷]

μ_P (P)	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
μ_M (P)	0.05	0.1	0.2	0.482	0.75	1	2	5	10
u_M ($\mu\text{m/s}$)	58.13	55.50	50.77	44.38	41.69	40.12	37.04	34.55	33.60
u_P ($\mu\text{m/s}$)	15.13	13.87	11.93	9.41	8.22	7.52	6.13	5.01	4.58
u_D ($\mu\text{m/s}$)	32.73	30.84	27.71	23.56	21.76	20.69	18.61	16.94	16.30

جدول (۵-۱) نتایج سرعت تخلیه مایع مخاطی به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها در تحقیق لی و همکاران [۱۷]

Frequency	20 rad/s	40 rad/s	60 rad/s	80 rad/s	100 rad/s	120 rad/s	140 rad/s
u_M ($\mu\text{m/s}$)	14.78	29.86	44.38	59.36	73.75	88.77	103.62
u_P ($\mu\text{m/s}$)	3.10	6.36	9.41	12.62	15.64	18.82	21.88
u_D ($\mu\text{m/s}$)	7.83	15.85	23.56	31.51	39.16	47.13	54.98

جدول (۶-۱) نتایج سرعت تخلیه مایع مخاطی به ازای مقادیر مختلف تعداد مژه‌ها در یک مقطع خاص در تحقیق لی و همکاران [۱۷]

n	10	12	14	16	18	20	22	24
u_M ($\mu\text{m/s}$)	26.82	30.59	34.59	38.18	41.39	44.38	46.99	49.53
u_P ($\mu\text{m/s}$)	7.27	7.82	8.55	9.03	9.28	9.41	9.40	9.33
u_D ($\mu\text{m/s}$)	15.18	17.03	19.09	20.83	22.27	23.56	24.60	25.60

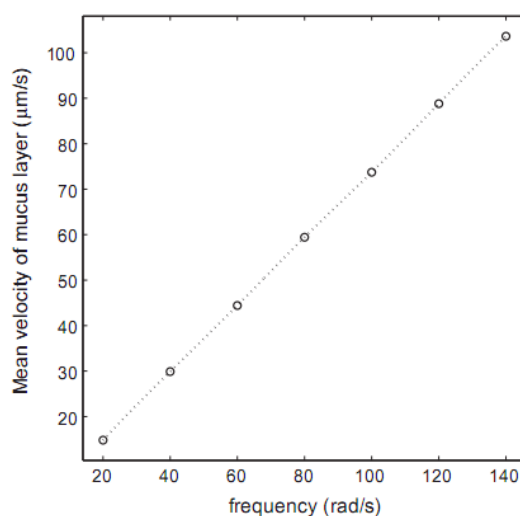
جدول (۷-۱) نتایج سرعت تخلیه مایع مخاطی به ازای مقادیر مختلف ضخامت ناحیه PCL (H_P) در تحقیق لی و همکاران [۱۷]

H_P (μm)	4.4	4.8	5.2	5.6	6	6.4	6.8	7.2	7.6	8
u_M ($\mu\text{m/s}$)	6.58	15.87	27.58	37.68	44.38	47.88	48.70	47.78	46.56	45.93
u_P ($\mu\text{m/s}$)	-2.36	-1.08	1.87	5.68	9.41	12.69	15.38	17.45	19.19	20.91
u_D ($\mu\text{m/s}$)	1.91	6.68	13.15	19.15	23.56	26.39	27.89	28.45	28.79	29.40

جدول (۸-۱) نتایج سرعت تخلیه مایع مخاطی به ازای مقادیر مختلف ضریب سختی کشش سطحی بین دو لایه (T_0) در تحقیق لی و همکاران [۱۷]

T_0 (dyn/cm)	10^{-4}	10^{-2}	1	32	80	10^2	10^4
u_M ($\mu\text{m/s}$)	44.3821	44.3821	44.3821	44.3827	44.3819	44.3832	44.3819
u_P ($\mu\text{m/s}$)	9.4092	9.4092	9.4092	9.4093	9.4091	9.4094	9.4091
u_D ($\mu\text{m/s}$)	23.5583	23.5582	23.5583	23.5586	23.5582	23.5589	23.5582

نتایج جدول (۵-۱) نشان می‌دهد، با افزایش میزان فرکانس مژه‌ها از 60 rad/s به 140 rad/s ، سرعت ناحیه موکوس از $44/38 \mu\text{m/s}$ به $103/62 \mu\text{m/s}$ افزایش یافته که یک افزایش حدوداً ۶۰ درصدی داشته است که این افزایش نسبت به تغییر در دیگر پارامترها بسیار چشمگیر است. برای بررسی بهتر این موضوع تغییرات متوسط سرعت تخلیه موکوس نسبت به فرکانس زاویه ای مژه‌ها در شکل (۶-۱) نشان داده شده است. همانطور که مقادیر این شکل نیز نشان می‌دهد، تغییرات سرعت تخلیه موکوس با فرکانس زاویه ای مژه‌ها یک رابطه نسبتاً خطی دارد. دلیل این موضوع را به این صورت می‌توان بیان نمود که به علت ناچیز بودن بخش اینرسی معادله ممنتوم در ناحیه موکوس، از ترم جابجایی در این معادله می‌توان صرف‌نظر نمود و سرعت به صورت خطی با عامل افزایش آن تغییر می‌کند. مقادیر جدول (۴-۱) نشان می‌دهد که افزایش ویسکوزیته موکوس باعث کاهش سرعت تخلیه آن می‌شود. این موضوع با نتایج تحقیق تحلیلی که در آن موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک در نظر گرفته شده [۳] و همچنین تحقیق حاضر تناقض دارد.



شکل (۱-۶) تغییرات سرعت تخلیه موکوس بر حسب فرکانس مژه‌ها در تحقیق لی و همکاران [۱۷].

مقادیر جدول (۱-۸) نشان می‌دهد که تغییر در کشش سطحی بین دو لایه PCL و موکوس تغییر چندانی در سرعت تخلیه موکوس ندارد. جایاتیلیک^۱ و همکاران [۹] در یک تحقیق عددی به کمک همین روش، به بررسی سه بعدی اثرات فرکانس و طول و اختلاف فاز مژه‌ها و همچنین ویسکوزیته و ضخامت PCL بر روی حرکت PCL پرداختند. نتایج این تحقیق حاکی از آن است که اختلاف فاز بین مژه‌ها بیشترین تأثیر را بر روی حرکت ناحیه PCL دارد. آنها [۱۵] در تحقیق مشابه دیگری به کمک روش مرز غوطه‌ور- تفاضل محدود، اثرات طول، مکانیزم حرکت سیکلی و بی حرکتی مژه‌ها بر حرکت موکوس را مورد بررسی قرار دادند. نتایج این تحقیق نشان داد حرکت صفحه‌ای صلب‌گونه^۲ مژه‌ها تأثیر زیادی در کاهش سرعت تخلیه موکوس و حتی ثابت شدن آن دارد. نتایج این تحقیق همچنین نشان داد تغییر در دامنه حرکت مژه‌ها و طول آنها نسبت به حالت استاندارد آن، سبب کاهش سرعت تخلیه موکوس می‌گردد و بیشترین سرعت موکوس زمانی است که طول آن به اندازه طول ناحیه PCL باشد. چاتلین^۳ و پونست^۴ [۵۷] به کمک یک روش عددی ترکیبی که در آن دیدگاه اوپلری برای بیان

^۱ Jayathilake

^۲ Rigid Planar Motion

^۳ Chatelin

^۴ Poncet

معادلات خزشی و دیدگاه لاگرانژی برای بیان معادلات انتقال استفاده می‌شود به بررسی معادلات جریان سه بعدی خزشی با ویسکوزیته متغیر پرداختند. آنها با در نظر گرفتن خواص غیرنیوتنی برای ویسکوزیته موکوس (بدون در نظر گرفتن خواص الاستیک برای آن) به بررسی عوامل مؤثر بر حرکت مایع مخاطی درون نای پرداختند. تحقیقات مشابه دیگری به کمک این روش با در نظر گرفتن ویسکوزیته متغیر برای موکوس برای بیان حرکت مایع مخاطی درون نای صورت گرفته است [۵۸-۶۰]. این در حالی است که به سرعت کم حرکت موکوس، ویسکوزیته موکوس تقریباً ثابت در نظر گرفته می‌شود و تغییرات چندانی ندارد [۳]. ماوری^۱ و همکاران [۶۱] با در نظر گرفتن موکوس به عنوان یک پلاستیک بینگهام به بررسی خواص فیزیکی موکوس بر سرعت تخلیه آن پرداختند. آنها نشان دادند که تنش تسلیم موکوس و ویسکوزیته آن نقش مهمی بر سرعت تخلیه موکوس بازی می‌کنند. این در حالیست که در هیچ کدام از تحقیقات گذشته خاصیت پلاستیک بینگهام برای موکوس گزارش نشده است.

اگرچه در تحقیقات عددی مذکور به کمک روش‌های عددی جدید مدل‌سازی مناسبی از نیروی حاصل از مژه‌ها به سیال و لایه بین دو سیال انجام گرفته است، اما در آنها اثرات خواص الاستیک موکوس بر سرعت تخلیه آن مورد بررسی قرار نگرفته است. چنانچه در تحقیقات گذشته ذکر گردیده [۶] و در تحقیق حاضر نیز نشان داده خواهد شد هر دو خواص ویسکوز و الاستیک به طور توأمان تأثیر چشمگیری بر سرعت تخلیه موکوس دارند. همچنین به علت در نظر نگرفتن خاصیت ویسکوالاستیک برای موکوس اثرات برخی از پارامترها (همانند تغییر در ویسکوزیته موکوس در تحقیق لی و همکاران [۱۷]) در این نتایج به درستی گزارش نشده است.

۱-۳-۴-۱ - تخلیه موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک

¹ Mauroy

با وجود نتایج آزمایشگاهی مبنی بر خواص ویسکوالاستیک سیال ناحیه موکوس، به علت پیچیدگی معادلات حاکم بر این نوع از سیالات، تعداد محدودی از تحقیقات گذشته به بررسی این پدیده با در نظر گرفتن خواص ویسکوالاستیک برای موکوس پرداختند. یکی از قدیمی‌ترین تحقیقات در این زمینه توسط رز [۲۷] انجام گرفت که از مدل ماکسول غیر خطی جهت مدلسازی موکوس استفاده نموده و به بررسی عوامل مختلف بر حرکت موکوس پرداخت. از اشکالات عمده این تحقیق می‌توان به مدل نکردن ناحیه PCL اشاره نمود. همچنین در این تحقیق مرز بین دو لایه به صورت یک دیواره متحرک در نظر گرفته شده بود. در حالی بلیک [۲۰] در تحقیق خود بیان کرد که در حالت حرکت موثر، مژه‌ها به ناحیه موکوس نفوذ می‌کنند و در نظر گرفتن شرط مرزی عدم لغزش برای مرز بین دو لایه مناسب نیست. رز و کرسین^۱ [۶۲] در یک تحقیق تقریبی به کمک روش حساب اختلالات و با در نظر گرفتن مدل ماکسول خطی برای موکوس توانستند یک مدل ریاضی برای حل این جریان پیشنهاد کنند که در آن ناحیه حرکت مژه‌ها با یک دیواره پیوسته نفوذناپذیر جایگزین شده است. نتایج آنها نشان می‌دهد که موکوس شبیه یک جسم الاستیک حرکت می‌کند. همچنین آنها نشان دادند که تغییر در ویسکوزیته موکوس تأثیر چندانی بر سرعت تخلیه آن ندارد در حالی که تغییر در ویسکوزیته ناحیه PCL تأثیر چشمگیری بر سرعت حرکت موکوس دارد. برای یک ضخامت خاص از سیال، نرخ تخلیه موکوس با افزایش ویسکوزیته ناحیه PCL و افزایش زمان رهایی از تنش موکوس و با کاهش عمق ناحیه PCL، کاهش می‌یابد. کینگ^۲ و همکاران [۱۱] به کمک یک روش تحلیلی به حل جریان مایع مخاطی پرداختند. نتایج تحقیق آنها نشان داد که با کاهش ضریب الاستیسیته سیال، سرعت تخلیه موکوس بیشتر می‌شود. در این تحقیق سرعت تخلیه ناحیه PCL تقریباً برابر صفر محاسبه گردید. این در حالی است که نتایج آزمایشگاهی ماتسوی^۳ و همکاران [۶۳] بر روی قسمتی از نای که به کمک کشت سلولی انجام گرفت نشان داد که سرعت تخلیه ناحیه PCL در حالت استاندارد

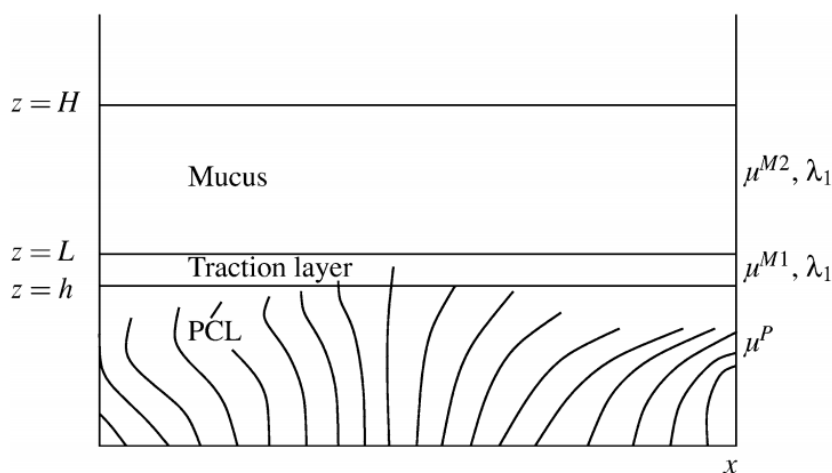
¹ Corrsin

² King

³ Matsui

تقریباً برابر سرعت تخلیه موکوس است. کینگ و همکاران [۱۱] همچنین در مدلسازی خود یک مرز بین ناحیه PCL و موکوس در نظر گرفتند در حالی که در تحقیق پاچله^۱ و همکاران [۶۴] نشان داده شد که مژه‌ها می‌توانند به ناحیه موکوس بدون هیچ مانعی رخنه نمایند.

اسمیت^۲ و همکاران [۳] در یک تحقیق تحلیلی با در نظر گرفتن موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک خطی به بررسی حرکت مایع مخاطی درون نای انسان پرداختند. آنها [۳] برای در نظر گرفتن نفوذ مژه‌ها به ناحیه موکوس، مطابق شکل (۷-۱) مایع مخاطی را به سه ناحیه تقسیم بندی کردند.



شکل (۷-۱) طرح مدل سه لایه ای اسمیت و همکاران [۳].

ناحیه زیرین، ناحیه PCL است که یک لایه سیال نیوتنی با ویسکوزیته کم μ^P (که تقریباً برابر با ویسکوزیته آب است)، ناحیه میانی قسمتی از موکوس است که مژه‌ها می‌توانند به آن نفوذ کنند همانند یک سیال ویسکوالاستیک با مدل ماکسول^۳ خطی با ویسکوزیته μ^{M1} و زمانی رهایی از تنش λ_1 مدلسازی شده است. لایه فوقانی نمایانگر قسمتی از موکوس است که مژه‌ها به آنجا نفوذ نمی‌کنند. آنها این ناحیه را نیز با یک سیال ویسکوالاستیک با مدل ماکسول خطی با ویسکوزیته μ^{M2} و همان

¹ Puchelle

² Smith

³ Maxwell

زمانی رهایی از تنش (λ_1) در نظر گرفته شده است. در حالت کلی $\mu^{M1} < \mu^{M2}$ است چون موکوس یک سیال باریک شونده است و نیروهای برشی در ناحیه میانی سبب کاهش ویسکوزیته آن نسبت به لایه فوقانی می‌گردد. در این تحقیق [۳] ناحیه شامل مژه‌ها به عنوان یک لایه متخلخل^۱ در نظر گرفته شده است. همچنین جهت مدلسازی نیروی جلو برنده سیال، مژه‌ها به عنوان یک نیروی تابع زمان که در ناحیه میانی بین لایه‌های PCL و موکوس وارد می‌شود در نظر گرفته شدند. آنها [۳] با حل معادلات جریان خزشی حاکم بر سیال به کمک آنالیز فوریه نهایتاً روابط زیر را برای سرعت لایه‌های PCL، میانی و موکوس در حالت پایا بر حسب y بدست آوردند:

$$u^P = -\frac{U_{int} f_0 \alpha_x \theta_1 (1 + \cos(\pi h)) \sinh(\alpha_x y)}{\pi \sin(\pi h) \cosh(\alpha_x h)} \quad (1-7-1)$$

$$u^{M1} = -\frac{U_{int} f_0 \alpha_x^2}{\pi \sin(\pi h)} \left[\frac{\theta_1}{\alpha} \tanh(\alpha_x h) (1 + \cos(\pi h)) + l(y) - l(h) \right] \quad (2-7-1)$$

$$u^{M2} = -\frac{U_{int} f_0 \alpha_x^2}{\pi \sin(\pi h)} \left[\frac{\theta_1}{\alpha} \tanh(\alpha_x h) (1 + \cos(\pi h)) + l(1) - l(h) \right] \quad (3-7-1)$$

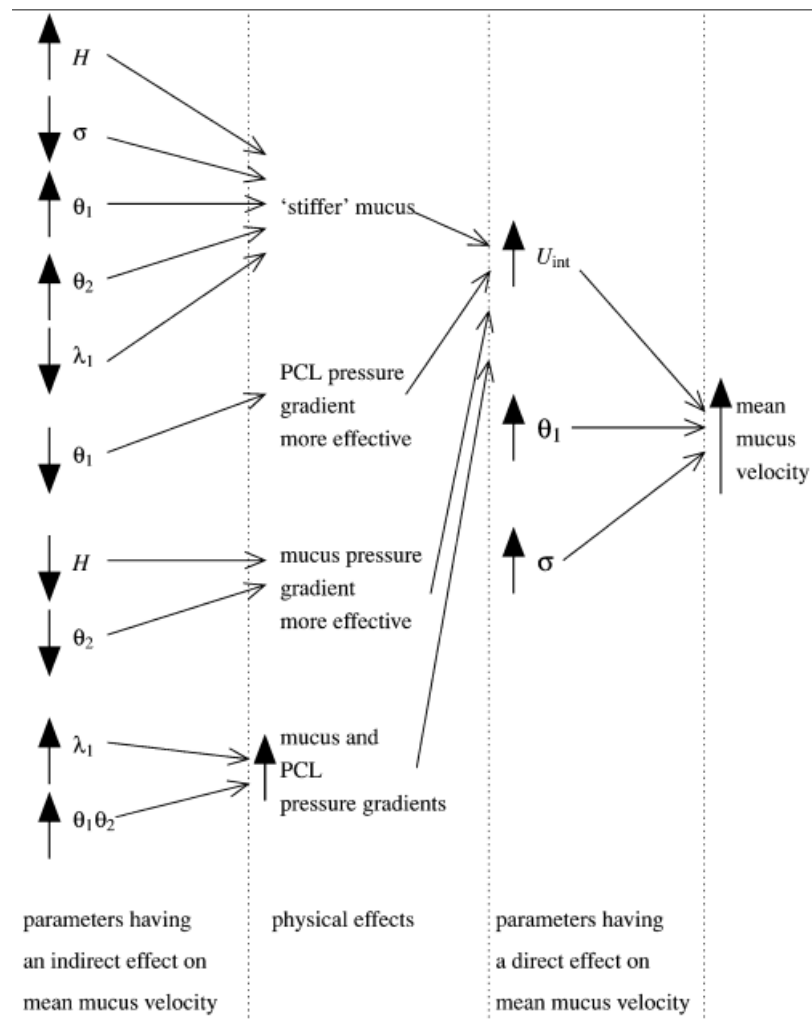
در روابط فوق $l(y) = y + \sin(\pi y) / \pi$ بوده و همچنین h ضخامت ناحیه PCL، σ فرکانس مژه‌ها، θ_1 و θ_2 به ترتیب نسبت ویسکوزیته ناحیه میانی و موکوس به ناحیه PCL، λ_1 زمان رهایی از تنش موکوس و U_{int} سرعت متوسط تخلیه که وابسته به مقادیر λ_1 و θ_2 در این تحقیق است. همچنین ثوابت f_0 و α_x در جداولی با توجه به مقادیر مختلف زمان رهایی از تنش گزارش شده است. آنها [۳] با انتگرال‌گیری از این سرعت‌ها در راستای y ، سرعت تقریبی متوسط تخلیه نواحی PCL و موکوس را به صورت روابط زیر محاسبه نمودند:

$$\int_0^h u dy \sim \frac{-U_{int} f_0 (1 + \cos(\pi h))}{2\pi \sin(\pi h)} \quad (1-8-1)$$

¹ Porous Medium

$$\int_h^H u dy \sim \frac{-U_{\text{int}} f_0}{2\pi \sin(\pi h)} \left[\frac{1}{2} (1-h)(2H-h-1) + \frac{1+\cos(\pi h)}{\pi^2} - \frac{\sin(\pi h)}{\pi} (H-h) + O\left(\frac{1}{\alpha_x}\right) \right] \quad (2-8-1)$$

با توجه به روابط فوق، در این تحقیق [۳] اثرات پارامترهای مختلفی را بر روی سرعت تخلیه موکوس بررسی شده است. نتایج این تحقیق حاکی از این واقعیت است که تغییر فرکانس مژه‌ها تأثیر چشمگیری بر سرعت تخلیه موکوس دارد، در صورتی که تغییر در بقیه پارامترها به اندازه تغییر در فرکانس مژه‌ها در تخلیه موکوس تأثیر ندارد. در شکل (۸-۱) اثرات افزایش و یا کاهش پارامترهای مختلف بر افزایش سرعت تخلیه موکوس نشان داده شده است.



شکل (۸-۱) اثرات پارامترهای مختلف بر سرعت تخلیه موکوس در تحقیق اسمیت و همکاران [۳].

در این شکل H ضخامت کل ناحیه مایع مخاطی، ستون اول این شکل از سمت راست پارامترهایی را نشان می‌دهد که به صورت مستقیم بر افزایش سرعت تخلیه موکوس تأثیر گذارند. این پارامترها شامل U_{int} ، σ و θ_1 هستند. افزایش U_{int} خود تابع سفت شدن موکوس و یا ایجاد گرادیان فشار در ناحیه موکوس و PCL است که در ستون میانی شکل (۱-۸) نشان داده شده است. در این شکل ستون سوم از سمت راست پارامترهایی را نشان می‌دهد که به صورت غیر مستقیم بر افزایش سرعت تخلیه موکوس موثر است. ستون دوم تأثیرات فیزیکی پارامترهای ستون اول را نشان می‌دهد. برای مثال با توجه به این شکل افزایش توأمان H ، θ_1 و θ_2 و کاهش σ و λ_1 باعث سفت شدن موکوس گردیده و سبب افزایش سرعت ناحیه میانی و در پی آن افزایش سرعت تخلیه موکوس می‌گردد. و یا کاهش ویسکوزیته ناحیه میانی (θ_1) باعث ایجاد گرادیان فشار در ناحیه PCL شده و سبب افزایش U_{int} می‌گردد.

از اشکالات عمده تحقیق ارائه‌شده توسط اسمیت و همکاران [۳] می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

۱- در این تحقیق [۳] از یک مدل ویسکوالاستیک خطی جهت مدلسازی موکوس استفاده شده است. اما همانطور که قبلاً اشاره شد، خواص ویسکوالاستیک موکوس یکی از خواص بسیار مؤثر در مدلسازی آن است [۶] و مدلسازی سیالاتی که خواص الاستیک غالب دارند به کمک مدل‌های ویسکوالاستیک خطی، خطای زیادی را در محاسبات وارد می‌کنند [۶۵]. همچنین مدل‌های ویسکوالاستیک خطی به خوبی نمی‌توانند سیالات ویسکوالاستیک را در تغییر شکل‌های بزرگ مدلسازی نمایند و از آن بیشتر جهت مدلسازی جامدات الاستیک استفاده می‌شود [۶۶].

۲- با استفاده از مدل ماکسول خطی جهت مدلسازی موکوس در این تحقیق [۳]، فقط می‌توان اثرات زمان‌رهایی از تنش موکوس به عنوان تنها پارامتر خواص الاستیک سیال را بر روی نتایج مشاهده نمود و این مدل نمی‌تواند به درستی بقیه خواص رئولوژیک سیال را نشان دهد.

۳- در این تحقیق [۳] همچنین یک سطح کاملاً صاف جهت بررسی سطح مشترک بین لایه PCL و موکوس در نظر گرفته شده است. این در حالی است که در تحقیق آزمایشگاهی پاچله و همکاران [۶۴] نشان داده شده که هیچ گونه غشای مادی بین دو لایه وجود ندارد و سطح مشترک دو لایه می تواند تغییر شکل دهد.

۱-۴-۴- اثرات گرانش بر حرکت مایع مخاطی

با توجه به بالا بودن جرم مولکولی موکوس، یکی از عواملی که به نظر می رسد بتواند بر سرعت تخلیه موکوس تأثیر گذار باشد اثرات گرانش است. به همین منظور در این بخش، به بررسی اثرات گرانش بر حرکت مایع مخاطی درون نای انسان پرداخته می شود. برای بررسی این موضوع، سرعت نواحی موکوس و PCL به عنوان پارامترهای موثر در این پدیده مورد بررسی قرار گرفته است. اگر طول مژه ها را L_{Cilia} و فرکانس زاویه ای مژه ها را f_s در نظر بگیریم بزرگی سرعت موکوس از مرتبه $f_s \cdot L_{Cilia}$ می باشد [۶۷]. جهت بررسی اثرات گرانش، ضخامت ناحیه PCL (L_{PCL}) به عنوان طول مشخصه در نظر گرفته شده است. با تخصیص مقدار g برای شتاب گرانش و η_{PCL} جهت معرفی ویسکوزیته PCL، سرعت مشخصه ناحیه PCL از رابطه زیر محاسبه می شود [۵۴].

$$u_{PCL} = \frac{gL_{PCL}^2}{\eta_{PCL}} \quad (9-1)$$

با استفاده از سرعت های تعریف شده برای موکوس و PCL پارامتر بی بعد Φ مطابق رابطه (۱۰-۱) تعریف می شود [۵۴].

$$\Phi = \frac{\eta_{PCL} \cdot f_s \cdot L_{Cilia}}{g \cdot L_{PCL}^2} \quad (10-1)$$

پارامتر بی بعد Φ ، سرعت ایجاد شده حاصل از نیروی مژه ها را با سرعت حاصل از گرانش مقایسه می کند. اگر $\Phi \gg 1$ باشد، عامل اصلی حرکت مایع مخاطی در اثر نیروی مژه ها بوده و نیروی جاذبه در مقابل نیروی حاصل از مژه ها قابل چشم پوشی است [۵۴].

با استفاده از مشخصه های ارائه شده برای نای در حالت استاندارد [۱۷]، مقدار پارامتر بی بعد Φ برابر

۱۰۱۹ محاسبه می‌شود که نشان از ناچیز بودن اثرات گرانش در برابر نیروی حاصل از حرکت مژه‌ها است.

۱-۴-۵- بیماریهای مرتبط با دستگاه تنفسی بدن انسان

در این قسمت به معرفی برخی از بیماریهای رایج دستگاه تنفسی و تحقیقات مرتبط با آنها و عوامل مؤثر بر تشدید و یا بهبود این بیماری‌ها پرداخته می‌شود.

یکی از عواملی که سبب بروز بیماریهای تنفسی می‌شود، اختلال و بی نظمی در حرکت مژه‌ها است. این اختلال می‌تواند به صورت ژنتیکی باشد (مانند بیماری ^۱PCD) و یا در اثر عوامل خارجی نظیر وجود آلودگی در هوای ورودی به نای ایجاد شود [۶۸]. PCD نوعی از بیماری است که در آن به علت اختلال ژنتیکی در سلولهای داخلی نای، مژه‌ها به صورت غیرطبیعی نوسان می‌کنند و یا آرام حرکت کرده و در برخی از موارد بدون حرکت می‌شوند [۶۹]. به علت این اختلال در حرکت مژه‌ها، سرعت موکوس کاهش می‌یابد و موکوس ناحیه هوایی را پر کرده و سبب انسداد حرکت هوا در نای و همچنین باعث ایجاد عفونت در نای می‌گردد [۷۰]. بیماری PCD منجر به اختلال در فرکانس مژه‌ها (^۲CBF) و یا بی نظمی در الگوی حرکت مژه‌ها (^۳CBP) و یا بیماریهایی نظیر ^۴NO می‌شود که در تحقیقات گذشته به آنها اشاره شده است [۱۵]. رزمن^۵ و همکاران [۷۱] دو نوع اختلال در الگوی حرکت مژه‌ها که شامل حرکت نوسانی و چرخشی مژه‌ها است را گزارش کردند. نتایج این تحقیق [۷۱] در این بیماری نشان داد، این اختلالات در حدود ۴۰ درصد از سلول‌ها رخ می‌دهند و بقیه تقریباً بی حرکت می‌شوند. نوع دیگری از اختلال در الگوی حرکت مژه‌ها که در اثر بیماری PCD بروز پیدا می‌کند به حرکتی با عنوان "ویند اسکرین وایپر"^۶ معروف است که در تحقیق رولند^۷ و همکاران

^۱ Primary Ciliary Dyskinesia

^۲ Cilia Beat Frequency

^۳ Cilia Beat Pattern

^۴ Nitric Oxide

^۵ Rossman

^۶ Windscreen Wiper

^۷ Rutland

[۷۲] گزارش شده است. چیلورس^۱ و همکاران [۷۳] بیان کردند که بی نظمی در فرکانس نوسان مژه‌ها (CBF) ناشی از گرفتگی بینی و یا سرفه‌های مرطوب است. تعدادی از تحقیقات گذشته [۷۴-۷۶] نشان دادند که عوارض بیماری NO در بیماران دارای PCD کمتر است. تغییرات فرکانس مژه‌ها یکی از عواملی است که تأثیر زیادی بر سرعت تخلیه موکوس دارد [۳، ۱۷]. اگرچه استعمال سیگار بر روی فرکانس مژه‌ها تأثیر خاصی ندارد [۷۷] و یا حداقل تأثیر اندکی دارد [۷۲] اما مصرف اتانول سبب افزایش میزان فرکانس مژه‌ها می‌گردد [۷۷]. همچنین خواص ناحیه PCL، نظیر PH، ویسکوزیته، رطوبت نسبی و فشار بر روی تغییرات فرکانس مژه‌ها مؤثر هستند [۶۸]. جایاتیلیک و همکاران [۱۵] در یک تحقیق عددی به بررسی اثرات الگوی حرکت، طول، بی حرکتی، دامنه حرکت و ناهماهنگی حرکت مژه‌ها بر روی فرایند تخلیه موکوس پرداختند. نتایج این تحقیق نشان داد حرکت "ویند اسکرین وایپر" و حرکت صلب گونه صفحه ای مژه‌ها به شدت سبب کاهش سرعت موکوس و حتی متوقف کردن آن می‌شود. نتایج این تحقیق [۱۵] همچنین نشان داد با کاهش دامنه حرکت مژه‌ها و یا تغییر در طول مژه‌ها از حالت استاندارد سرعت تخلیه موکوس کاهش می‌یابد. این یعنی بیشینه سرعت تخلیه موکوس زمانی اتفاق می‌افتد که طول مژه‌ها به اندازه طول استاندارد آنها ($6\mu m$) است.

بیماری سیستیک فیبروزیس^۲ و یا CF یکی از بیماری‌های ژنتیکی رایج مرتبط با دستگاه تنفسی است که به علت افزایش مقدار DNA و اکتین^۳ در موکوس است که خود ناشی از افزایش میزان باکتری‌های موجود در هوا و ضایعات سلولی است که سبب افزایش بی رویه ویسکوزیته موکوس می‌گردد. سیستیک فیبروزیس همچنین یک بیماری ارثی مادرزادی در کودکان است که به صورت عفونت و درگیری سیستم‌های مختلف بدن خود را نشان می‌دهد. علت بروز علائم این بیماری اختلالاتی است که در ارگانهای ترشح کننده موکوس بوجود می‌آید، شایعترین عضو درگیر در این بیماری، سیستم تنفسی است که بصورت سرفه‌های اولیه خود را نشان می‌دهد. به مرور سرفه‌های

¹ Chilvers

² Cystic fibrosis

³ Actin

بیمار شدید تر شده و حالت عفونی و چرکی پیدا می‌کند، گروهی از بیماران به تناوب دچار عفونت‌های حاد تنفسی می‌شوند. در کودکان تکرار این عفونت‌ها باعث تنگی نفس، اختلال رشد و ناتوانی در وزن می‌شود. با بدتر شدن و تشدید علائم عفونت، کودک نیاز به بستری جهت درمان دارد. این بیماری همچنین باعث تخلیه ناحیه PCL می‌گردد [۷۸].

کرونیک برونچیتیس^۱ یکی دیگر از بیماری‌هایی است که بیشتر در افراد سیگاری اتفاق می‌افتد و در آن غدد مربوط به ترشح موکوس بیش از اندازه ترشح می‌کنند و سبب انسداد نای می‌گردد. این بیماری در اثر التهاب مزمن و تخریب لوله‌های نایژه‌ای، با یا بدون حضور عفونت فعال ناشی می‌شود. در این بیماری تحریک یا عفونت مکرر لوله‌های نایژه‌ای، موجب می‌شود لوله‌های نایژه‌ای ضخم شده، فضای درون آنها که محل عبور هوا است باریکتر شده، و خاصیت ارتجاعی آنها کاهش یابد. مواد تحریک‌کننده این بیماری عبارتند از موارد آلرژی‌زا، آلودگی هوا و دود سیگار [۱].

بیماری آسم^۲ نوعی دیگری از بیماری‌های ریوی بوده که بر مسیر جریان هوا که وظیفه حمل هوا به داخل ریه را برعهده دارد تاثیر گذاشته، باعث نازک شدن و تورم این مسیر شده، مخاط این ناحیه را افزایش می‌دهد و تنفس فرد مبتلا را سخت کرده و وی را دچار تنگی نفس، خس خس و سرفه می‌کند. نماید که به سه‌گانه‌ی آسم معروف است [۷۹]. در بعضی از افراد آسم فقط کمی باعث ناراحتی آنها می‌شود در حالیکه در دیگر افراد این بیماری شدید بوده و آنها را دچار مشکلات جدی و همچنین حملات شدید آسم می‌کند. تصور بر این است که آسم از ترکیبی از عوامل ژنتیکی و عوامل محیطی ایجاد می‌شود [۸۰]. هرچند درمان کامل بیماری آسم کشف نشده است اما می‌شود با راهکارهایی این بیماری را کنترل کرد و شدت آن را کم نمود.

علاوه بر بیماری‌های ذکرشده در این بخش که عمدتاً ژنتیکی بودند، وجود آلودگی در هوا و یا استعمال دخانیات سبب کاهش میزان چسبندگی موکوس و حتی افزایش ضخامت آن می‌شود. به

¹ Chronic bronchitis

² Asthma

همین منظور جهت جلوگیری از ورود آلودگی به شش‌ها و همچنین درمان بیماری‌های ذکر شده در این بخش، تخلیه سریعتر مایع مخاطی درون نای یکی از دغدغه‌های اصلی پزشکان و پژوهشگران مرتبط با این حوزه بوده‌است.

۱-۵- تحقیق حاضر

در این بخش، پژوهش حاضر معرفی شده و مشخصات کلی، اهداف، کاربردها و موارد نوآوری آن مورد بحث قرار می‌گیرد.

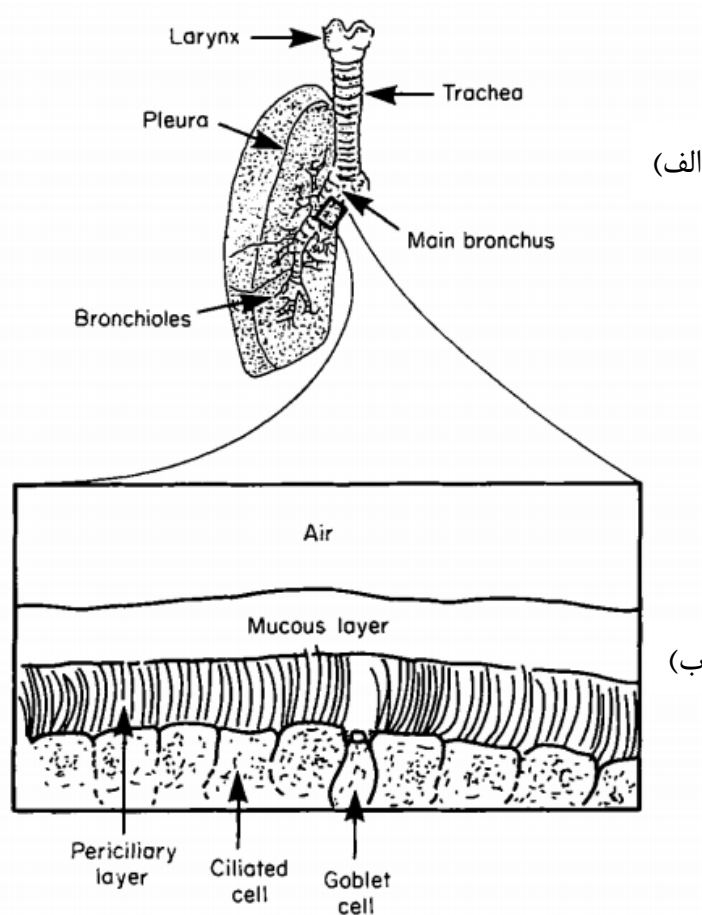
۱-۵-۱- مشخصات کلی

تحقیق حاضر به بررسی عوامل مؤثر بر حرکت مایع مخاطی درون نای انسان می‌پردازد. نکته قابل توجه در تحقیق حاضر در نظر گرفتن موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک بوده و با انتخاب یک مدل مناسب از سیال ویسکوالاستیک برای مدلسازی موکوس، به صورت مفصل به بررسی خواص رئولوژیک این سیال (نظیر زمان رهایی از تنش و نسبت ویسکوزیته) بر روی سرعت تخلیه آن پرداخته می‌شود. همچنین در این تحقیق به مقایسه اثرات خواص رئولوژیک با هم و با عوامل دیگر نظیر تغییر در فرکانس مژه‌ها، تغییر در طول آنها، تغییر در ضخامت ناحیه PCL و موکوس و تغییر در کشش سطحی ناحیه بین موکوس و PCL و تغییر در ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف خواص رئولوژیک موکوس و همچنین فرکانس مژه‌ها پرداخته می‌شود تا با ارائه راهکاری مناسب به درمان بیماری‌های رایج مرتبط با دستگاه تنفسی که در بخش ۱-۴-۴- معرفی شدند پرداخته‌شود.

همانطور که در قسمت ۱-۴-۳- ذکر شد لی و همکاران [۱۷] در یک تحقیق عددی جامع به بررسی عوامل مؤثر بر حرکت مایع مخاطی پرداختند. در این تحقیق با استفاده از یک روش عددی مناسب (روش مرز غوطه‌ور) نیروی حاصل از مژه‌ها و سطح مشترک بین دو سیال به طور مناسبی تخمین زده شد. نتایج این تحقیق نسبت به مابقی تحقیقات پیشین که از مدل‌های متفاوتی برای تخمین نیروی مژه‌ها استفاده کردند و عمدتاً سطح مشترک بین دو سیال را صاف در نظر گرفتند

دارای اعتبار بیشتری است. همانطور که ذکر شد یکی از اشکالات عمده این تحقیق در نظر گرفتن موکوس به عنوان یک سیال نیوتنی است. در پژوهش حاضر نیز همانند تحقیق لی و همکاران [۱۷] از روش عددی مرز غوطه‌ور برای تخمین نیروی حاصل از مژه‌ها و سطح مشترک بین دو لایه استفاده شده است و با در نظر گرفتن موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک قسمتی از نای انسان به صورت صفحه ای (در راستای r و z) به صورت عددی مدلسازی شده است. مدل مناسب اولدرویڈی^۱ جهت مدلسازی معادله متشکله موکوس در نظر گرفته شده تا بتوان به خوبی اثرات خواص رئولوژیک موکوس را بر روی حرکت آن بررسی کرده و با دیگر عوامل حرکت آن که از آن جمله می‌توان به تغییر در ویسکوزیته موکوس، فرکانس و طول مژه‌ها، ضخامت لایه PCL و موکوس و کشش سطحی موجود بین دو لایه مقایسه نمود. شکل (۹-۱)-الف طرح شماتیک ریه انسان و اندام‌های مرتبط با آن را نشان می‌دهد. همچنین در شکل (۹-۱)-ب قطاعی بزرگ شده از قسمتی از نای انسان در راستای r و z نشان داده شده است. در این شکل ناحیه زیرین مربوط با سلول‌های نای است که وظیفه عمده آنها حرکت دادن مژه‌ها و ترشح مایع مخاطی است. اما مایع مخاطی شامل دو لایه است، که شامل یک لایه سیال نیوتنی به نام PCL است که تعداد معینی مژه در فواصل مشخص در این ناحیه با یک حرکت نوسانی با فرکانس ثابت حرکت کرده و یک نیروی تابع زمان به این ناحیه وارد می‌کنند و ناحیه فوقانی یک لایه سیال ویسکوالاستیک است به نام موکوس، که ویسکوزیته آن بسیار بیشتر از ناحیه زیرین بوده همچنین دارای خواص الاستیک نیز می‌باشد. در فضای بین این دو ناحیه نیروی کشش سطحی اعمال می‌گردد.

¹ Oldroyd-B



شکل (۹-۱) طرح شماتیک سیستم تنفسی بدن انسان (الف) ریه (ب) قطاعی صفحه‌ای از نای [۵].

۱-۵-۲- ضرورت و کاربردها

در مناطق آلوده که ذرات معلق موجود در هوا زیاد است و یا در افراد سیگاری، تخلیه مایع مخاطی درون نای انسان و جایگزینی آن توسط مایع تمیز، یکی از دغدغه‌های اصلی پزشکان مرتبط با سیستم تنفسی بدن انسان بوده است و به همین جهت تاکنون تحقیقات بسیار زیادی بصورت عددی، تحلیلی و آزمایشگاهی در خصوص با این موضوع انجام شده‌است. عمده این تحقیقات محدود به جریان سیالات نیوتنی بوده‌اند و سهم بسیار اندکی از این تحقیقات متوجه سیالات غیرنیوتنی و به ویژه سیالات ویسکوالاستیک است. بطور کلی دلیل اصلی مربوط به تعداد اندک مطالعات مربوط به سیالات غیرنیوتنی در مقابل سیالات نیوتنی، متعدد بودن خانواده‌های سیالات غیرنیوتنی و پیچیدگی رفتاری

(فقدان معادله متشکله مناسب و ساختار پیچیده، تنوع، مرتبه غیرخطی و احیاناً کثرت معادلات متشکله موجود)، سبب بروز دشواری در مطالعات مربوط به این سیالات شده است. با توجه به مطالب ذکر شده در مورد بیماری‌های مرتبط با دستگاه تنفسی، یکی از راه‌های تخلیه سریعتر موکوس تغییر در خواص رئولوژیک آن است که به نظر می‌رسد پیدا نمودن و تجویز دارو در تغییر این خواص بسیار آسان‌تر از تغییر در دیگر پارامترها نظیر فرکانس مژه‌ها و یا ضخامت ناحیه PCL و موکوس است. بنابراین مهمترین کاربرد تحقیق حاضر استفاده از نتایج آن در صنایع داروسازی است.

۱-۵-۳- جنبه‌های نوآوری

به طور خلاصه جنبه‌های نوآوری حاصل از تحقیق حاضر عبارتند از:

- تحقیقات انگشت شماری در خصوص تخلیه مایع مخاطی درون نای انسان با در نظر گرفتن موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک انجام شده است. اما پژوهش حاضر نخستین تحقیقی محسوب می‌شود که در آن با در نظر گرفتن یک مدل مناسب جهت مدلسازی خواص ویسکوالاستیک برای موکوس، مفصلاً به بررسی تغییر در خواص رئولوژیک بر حرکت موکوس و مقایسه با دیگر عوامل حرکت آن نظیر تغییر در فرکانس مژه‌ها، ضخامت ناحیه موکوس و PCL، طول مژه‌ها، ویسکوزیته موکوس و میزان کشش سطحی ناحیه بین دو لایه خواهد پرداخت.
- در این تحقیق برای اولین بار روش ترکیبی شبکه بولتزمن- تفاضل محدود^۱ جهت مدلسازی جریان غیر قابل تراکم سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته و سیالاتی ویسکوالاستیک معرفی شده است و از آن جهت مدلسازی هندسه مورد مطالعه استفاده شده است.

¹ Hybrid Lattice Boltzmann-Finite Difference Method

- از دیگر جنبه‌های جدید تحقیق حاضر، تعمیم روش جدید شبکه بولتزمن- مرز غوطه‌ور^۱ (ارائه‌شده توسط وو و همکاران [۳۷]) جهت مدل‌سازی مناسب جریان سیال غیرنیوتنی تعمیم یافته و سیالات ویسکوالاستیک بر روی مرزهای منحنی بوده و از آن جهت مدل‌سازی جریان سیال و همچنین نیروی حاصل از مژه‌ها و سطح مشترک بین دو لایه در تحقیق حاضر استفاده شده‌است.

۱-۵-۴- ساختار کلی

به طور خلاصه ساختار کلی تحقیق حاضر به صورت زیر قابل بیان است:

- در فصل دوم، با معرفی هندسه مورد مطالعه در تحقیق حاضر به معرفی معادلات حاکم بر مسأله پرداخته شده است. همچنین با توجه به خواص ویسکوالاستیک جهت مدل‌سازی موکوس به معرفی معادله متشکله اولدرویڈ-بی^۲ جهت مدل‌سازی موکوس پرداخته شده‌است.
- در فصل سوم دیدگاه‌های مختلف جهت بررسی جریان سیال معرفی می‌شود در مورد مزایا و معایب هر روش به طور مختصر بحث می‌شود. همچنین روش شبکه بولتزمن به عنوان روش عددی به کار گرفته شده در پژوهش حاضر معرفی می‌شود. به علاوه با ارائه روش ترکیبی شبکه بولتزمن-تفاضل محدود به بررسی جریان سیال غیرنیوتنی تعمیم یافته و سیالات ویسکوالاستیک با این روش پرداخته شده‌است. در ادامه با اضافه کردن روش مرز غوطه‌ور به روش فوق روش جدیدی ارائه شده است که بتوان جریان سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته و سیالات ویسکوالاستیک بر روی مرزهای منحنی را با این روش حل نمود. سپس روش فوق با ارائه یک الگوریتم عددی جهت بررسی هندسه مورد مطالعه در فصل دوم پیاده سازی شده- است.

¹ Immersed boundary-lattice Boltzmann Method

² Oldroyd-B

- در فصل چهارم پس از معرفی پارامترهای استاندارد حل، نتایج حاصل از حل عددی ارائه شده است. در این فصل در ابتدا استقلال پاسخهای عددی از شبکه ارزیابی شده و صحت نتایج حاصل از حل عددی تحقیق می‌شود. در ادامه به بررسی اثر پارامترهای مختلف بر سرعت تخلیه موکوس در حالت استاندارد و همچنین به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته موکوس و فرکانس مژه‌ها پرداخته می‌شود.
- در فصل پنجم نتیجه‌گیری از تحقیق اخیر و پیشنهادهایی جهت ادامه تحقیق حاضر ارائه می‌شود.

فصل دوم

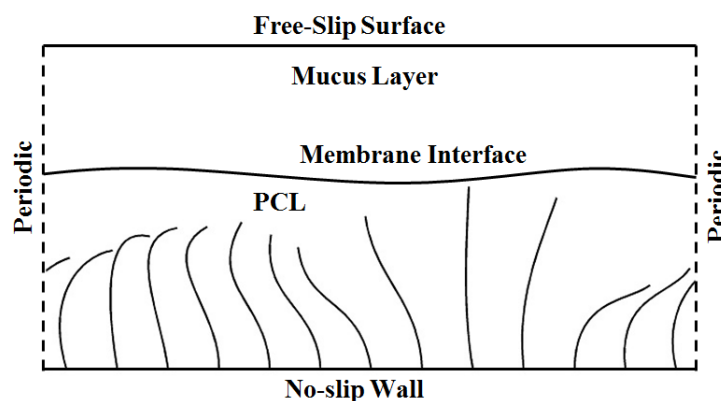
روابط فیزیکی

۲-۱- مقدمه

در این فصل ابتدا به معرفی دامنه محاسباتی پرداخته شده است و در ادامه معادلات حاکم بر جریان سیال مایع مخاطی درون نای بر طبق دامنه محاسباتی معرفی شده و همچنین شرایط مرزی حاکم بر جریان معرفی می‌گردد. در ادامه به معرفی معادله متشکله برای موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک پرداخته شده است.

۲-۲- دامنه محاسباتی

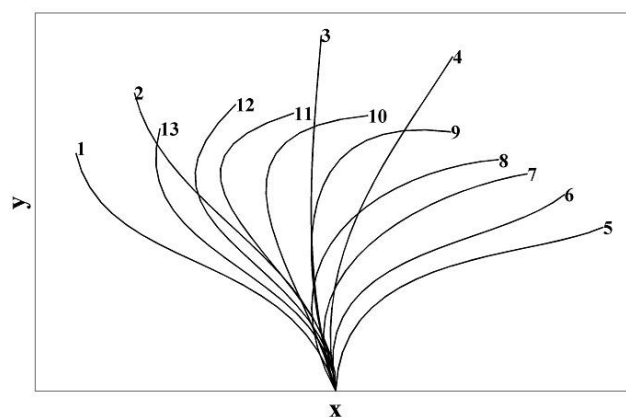
طرح شماتیک قسمتی از نای انسان به صورت صفحه‌ای به عنوان دامنه محاسباتی تحقیق حاضر در شکل (۱-۲) نشان داده شده است.



شکل (۱-۲) دامنه محاسباتی حرکت مایع مخاطی نای انسان در تحقیق حاضر.

همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، مایع مخاطی نای شامل دو ناحیه است. ناحیه زیرین، لایه مایع اطراف مژک‌ها به نام PCL بوده که در آنجا تعداد زیادی مژه با فرکانس ثابت دارای حرکت نوسانی هستند و یک نیروی تابع زمان به این ناحیه وارد می‌کنند. آزمایش‌های انجام شده بر روی این لایه نشان می‌دهد که این ناحیه را می‌توان یک سیال نیوتنی با ویسکوزیته اندک (تقریباً به اندازه ویسکوزیته آب) در نظر گرفت [۳]. ناحیه فوقانی یک سیال ویسکوالاستیک به نام موکوس با ویسکوزیته زیاد بوده که به علت چسبندگی بالای آن ذرات گرد و غبار به راحتی به آن می‌چسبند.

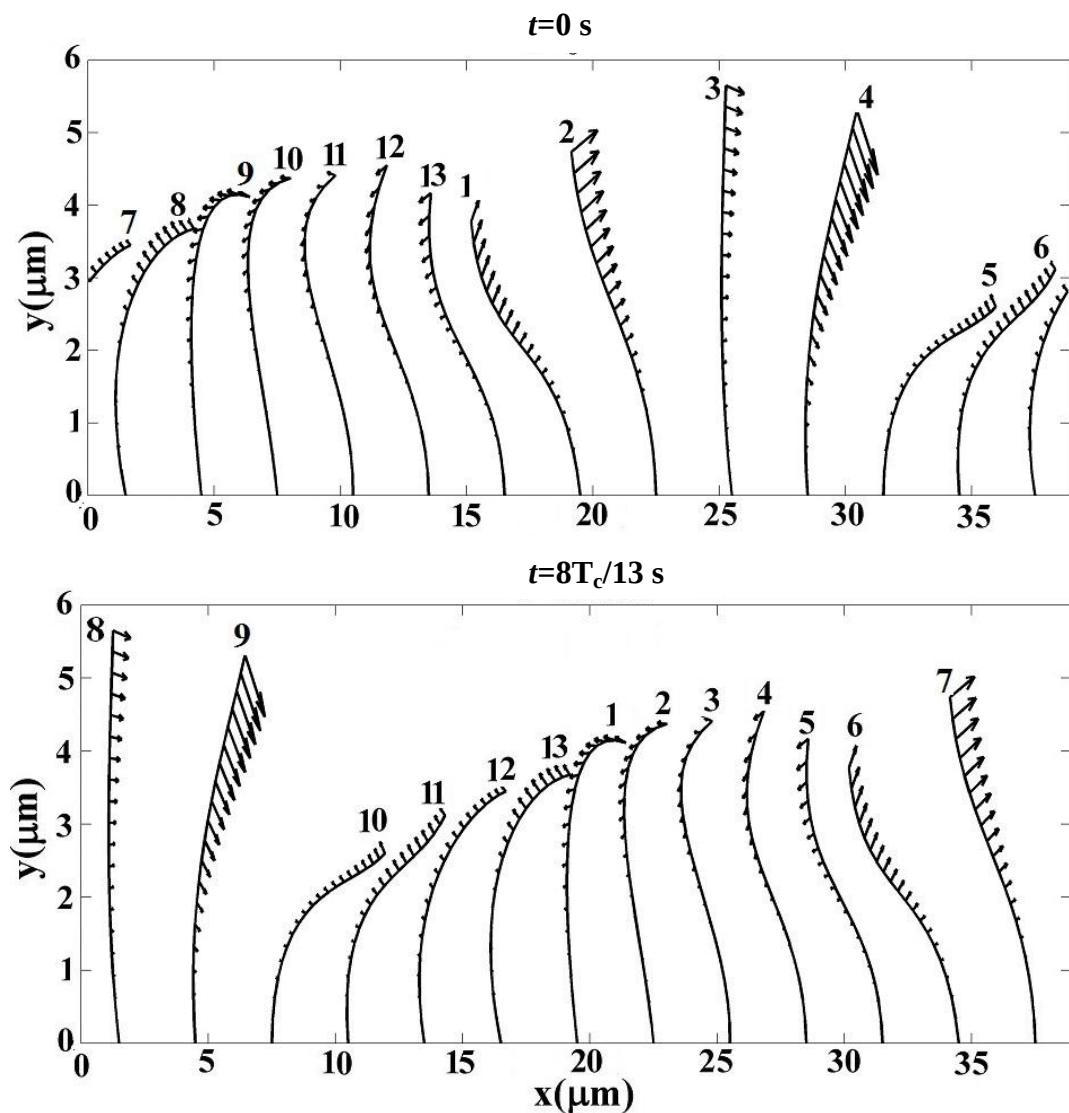
بین دو لایه سیال، به علت اختلاف ویسکوزیته و کشش سطحی یک نیروی الاستیک در نظر گرفته می‌شود. همان طور که اشاره شد مژه‌هایی که در ناحیه PCL قرار دارند با حرکت نوسانی خود سبب حرکت مایع این ناحیه می‌شود و اختلاف ویسکوزیته و کشش سطحی موجود بین دو لایه PCL و موکوس سبب حرکت موکوس می‌گردد. مکان حرکت این مژه‌ها در تحقیق حاضر، با استفاده از روابط فیزیکی ارائه‌شده در تحقیق فالفورد و بلیک [۵] که با استفاده از روابط (۱-۱) و (۲-۱) و همچنین داده‌های جدول (۳-۱) برای حرکت دو بعدی مژه‌ها ارائه‌شده در ۱۳ بازه زمانی مساوی در شکل (۲-۲) ترسیم شده است.



شکل (۲-۲) مکان حرکت مژه‌ها در تحقیق حاضر با استفاده از داده‌های فالفورد و بلیک [۵].

همانطور که در فصل اول ذکر شد مژه‌ها در دو فرآیند نیروی مؤثر و بازیافت نیرو حرکت می‌کنند. در شکل (۲-۲) حالت‌های ۱ تا ۴ که مژه سرعت بیشتری دارد فرآیند نیروی مؤثر است که باعث حرکت رو به جلو PCL می‌گردد. حالت‌های ۵ تا ۱۳ که در آنها در یک بازه زمانی ثابت مژه‌ها مکان کوچکتري را جاروب می‌کنند و سرعت کمتری دارند حالت بازیافت نیروی مژه‌ها است. در این حالت نیروی کمتری به PCL وارد شده و در جهت عکس حرکت می‌کند. برای اینکه بتوان یک قطاع متقارن از نای را در محاسبات در نظر گرفت، برای دامنه محاسباتی نشان داده‌شده در شکل (۱-۲) تعداد ۱۳ مژه که هر کدام دارای ۱۳ حرکت با دوره تناوب T_c هستند در شکل (۲-۲) در نظر گرفته شده است. چیدمان قراگیری مژه‌ها در دو زمان مختلف در تحقیق حاضر در شکل (۳-۲) نشان داده

شده است. نحوه قرارگیری مژه‌ها بدین صورت است که در لحظه $t=0$ s مژه دارای مکان ۱ در وسط قرار گرفته و ۶ مژه با مکان‌های بعدی و قبلی، به ترتیب در سمت راست و چپ این مژه قرار دارند. در زمان $t=T_c/13$ s مژه وسط مکانش به ۲ تغییر می‌کند و بقیه مژه‌ها هم به همین منوال تغییر حالت می‌دهند. با این تغییر مکان، سرعت هر مژه محاسبه شده و به کمک آن می‌توان مکان هر مژه را در هر بازه زمانی بین $t=0$ s تا $t=T_c/13$ s بدست آورد. با طی شدن یک سیکل کامل، سرعت و مکان کلیه مژه‌ها در هر بازه زمانی محاسبه می‌گردد و از این سرعت‌ها و مکان‌ها برای محاسبه نیروی حاصل از مژه‌ها به سیال در روش مرز غوطه‌ور استفاده خواهد شد.



شکل (۲-۳) نحوه قرارگیری مژه‌ها در دو زمان مختلف در تحقیق حاضر.

۲-۳- معادلات حاکم بر جریان

معادلات ساختاری حاکم بر جریان هندسه نشان داده شده در شکل (۲-۱) به قرار زیر است:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (۱-۱-۲)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \sigma + \vec{f} \quad (۲-۱-۲)$$

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = \int_{\Gamma} \vec{F}(s, t) \delta(\vec{x} - \vec{X}(s, t)) ds \quad (۳-۱-۲)$$

$$\frac{\partial \vec{X}(s, t)}{\partial t} = \vec{U}(\vec{X}(s, t), t) = \int_{\Omega} \vec{u}(\vec{x}, t) \delta(\vec{x} - \vec{X}(s, t)) d\vec{x}. \quad (۴-۱-۲)$$

در معادلات (۱-۲)، $\vec{x}, t, p, \rho, \vec{u}, \sigma$ و $\vec{f}$ به ترتیب زمان، مکان، فشار، چگالی، بردار سرعت، تانسور تنش و نیروی وارده بر میدان سیال به دلیل حضور جسم غوطه‌ور در دستگاه مختصات اویلری می‌باشد. بعلاوه $\vec{X}, \vec{F}$ و $\vec{U}$ به ترتیب نشانگر مکان، نیروی وارده به مرزها و سرعت نقاط لاگرانژی است. معادله (۱-۱-۲) معادله پیوستگی، معادله (۲-۱-۲) معادلات ممنتوم با وجود ترم نیروی اضافی به دلیل حضور جسم در سیال (در روش مرز غوطه‌ور) است. برای اعمال روش مرز غوطه‌ور و ارتباط بین دو دستگاه مختصات اویلری (Ω) و لاگرانژی (Γ)، معادلات (۳-۱-۲) و (۴-۱-۲) در نظر گرفته می‌شود. در معادله (۳-۱-۲) نیروهای مرزی محاسبه شده در مختصات لاگرانژی، توسط تابع دلتا (δ) به نیروهای وارد بر سیال در مختصات اویلری تبدیل می‌شود و در معادله (۴-۱-۲) سرعت نودهای اویلری به نودهای لاگرانژی برازش می‌گردد. در مورد معرفی روش مرز غوطه‌ور و سرعت و نیروی محاسبه شده با استفاده از این روش در فصل سوم به صورت مفصل بحث خواهد شد.

۲-۴- معادله متشکله

با توجه به خاصیت ویسکوالاستیک موکوس، در این قسمت به معرفی معادله متشکله جهت بررسی این ماده پرداخته می‌شود که بتوان اثرات خواص رئولوژیک در این سیال را نشان دهد.

مدل‌های ویسکوالاستیک خطی به دلیل ساده بودن در مدلسازی در اکثر تحقیقاتی که به

خصوص دارای هندسه‌های پیچیده‌ای هستند مورد استفاده قرار می‌گیرند. اگر چه بسیاری از مواد موجود در طبیعت به ازای تغییر شکل‌های کوچک (کمتر از ۲ تا ۳ درصد) انتظار می‌رود دارای خواص خطی باشند، اما این مواد در نرخ برش‌های بزرگ رفتار غیر خطی از خود نشان می‌دهند [۶۶]. به همین منظور در این تحقیق با معرفی یک مدل ویسکوالاستیک مناسب شبه خطی که بتوان اثرات خواص مختلف رئولوژیک سیال را در آن مدلسازی نمود استفاده شده است. در ادامه به معرفی این مدل پرداخته می‌شود.

۲-۴-۱- خانواده مدل‌های اولدروید^۱

یکی از معروفترین مدل‌های شبه خطی سیالات ویسکوالاستیک، خانواده مدل‌های اولدروید است. اصولاً این مدل یک بسط خطی از تانسور تنش است که حاوی ترم‌های کوادراتیک گرادیان سرعت است. این مدل بر اساس یک فرض خاص از کرنل رفتار ویسکوالاستیک بدست آمده و یک مدل تجربی محسوب می‌شود. خانواده مدل‌های اولدروید مبحث مفصلی از مکانیک محیط‌های پیوسته است که پرداختن به آن از حوصله این بحث خارج است و در اینجا تنها به نتایج حاصل از آن (معادلات متشکله‌ای که در زمینه مدل سازی جریان سیالات ویسکوالاستیک کاربرد دارند) پرداخته می‌شود. مدل‌های اولدروید نیاز به محاسبه مشتق زمانی همرفتی^۲ و نیز مشتق زمانی همرفتی پاد همبسته تانسور تنش^۳ دارند که این مشتقات بترتیب در روابط (۲-۲) و (۳-۲) آمده‌اند [۶۵].

$$\sigma^{(1)} = \frac{D\sigma}{Dt} + \left\{ (\nabla \bar{u}) \cdot \sigma + \sigma \cdot (\nabla \bar{u})^T \right\} \quad (1-2-2)$$

⋮

$$\sigma^{(n)} = \frac{D\sigma^{(n-1)}}{Dt} + \left\{ (\nabla \bar{u}) \cdot \sigma^{(n-1)} + \sigma^{(n-1)} \cdot (\nabla \bar{u})^T \right\} \quad (2-2-2)$$

¹ Oldroyd

2. Covariant convected time derivative of the stress tensor

3. Contravariant convected time derivative of the stress tensor

$$\sigma_{(1)} = \frac{D\sigma}{Dt} - \left\{ (\nabla \bar{u})^T \cdot \sigma + \sigma \cdot (\nabla \bar{u}) \right\} \quad (1-3-2)$$

⋮

$$\sigma_{(n)} = \frac{D\sigma_{(n-1)}}{Dt} - \left\{ (\nabla \bar{u})^T \cdot \sigma_{(n-1)} + \sigma_{(n-1)} \cdot (\nabla \bar{u}) \right\} \quad (2-3-2)$$

در روابط (۲-۲) و (۳-۲)، σ تانسور تنش، $\bar{u}$ بردار سرعت و T نیز نماد ترانهاده تانسور است.

همچنین مشتقات زمانی همرفتی همبسته^۱ و مشتقات زمانی همرفتی پاد همبسته نرخ برش^۲ نیز به

ترتیب به شکل زیر تعریف می‌شوند [۶۵]:

$$\gamma^{(1)} = \nabla \bar{u} + (\nabla \bar{u})^T \quad (1-4-2)$$

$$\gamma^{(2)} = \frac{D\gamma^{(1)}}{Dt} + \left\{ (\nabla \bar{u}) \cdot \gamma^{(1)} + \gamma^{(1)} \cdot (\nabla \bar{u})^T \right\} \quad (2-4-2)$$

⋮

$$\gamma^{(n)} = \frac{D\gamma^{(n-1)}}{Dt} + \left\{ (\nabla \bar{u}) \cdot \gamma^{(n-1)} + \gamma^{(n-1)} \cdot (\nabla \bar{u})^T \right\} \quad (3-4-2)$$

$$\gamma_{(1)} = \nabla \bar{u} + (\nabla \bar{u})^T \quad (1-5-2)$$

$$\gamma_{(2)} = \frac{D\gamma_{(1)}}{Dt} - \left\{ (\nabla \bar{u})^T \cdot \gamma_{(1)} + \gamma_{(1)} \cdot (\nabla \bar{u}) \right\} \quad (2-5-2)$$

⋮

$$\gamma_{(n)} = \frac{D\gamma_{(n-1)}}{Dt} - \left\{ (\nabla \bar{u})^T \cdot \gamma_{(n-1)} + \gamma_{(n-1)} \cdot (\nabla \bar{u}) \right\} \quad (3-5-2)$$

در میان مدل‌های اولدروید، دو مدل اولدروید-ای^۳ و اولدروید-بی^۴ از همه معروفتر هستند که معادله

متشکله این دو مدل به ترتیب در روابط (۶-۲) و (۷-۲) آمده است [۶۵]:

$$\sigma + \lambda_1 \sigma^{(1)} = \eta_0 (\gamma^{(1)} + \lambda_2 \gamma^{(2)}) \quad (6-2)$$

$$\sigma + \lambda_1 \sigma_{(1)} = \eta_0 (\gamma_{(1)} + \lambda_2 \gamma_{(2)}) \quad (7-2)$$

1. Covariant convected derivative of the shear rate tensor

2. Contravariant convected derivative of the shear rate tensor

³ Oldroyd-A

⁴ Oldroyd-B

هرچند این دو مدل بخوبی اصول مکانیک محیط‌های پیوسته را ارضا می‌کنند اما در زمینه تعیین اختلاف تنش نرمال دوم دارای ضعف‌هایی هستند. رابطه (۲-۶)، معادله متشکله مدل اولدروید-بی بوده که در آن ثابت تنش نرمال دوم قرینه ثابت تنش نرمال اول است ($\Psi_2 = -\Psi_1$)، درحالی‌که در مدل اولدروید-بی ثابت اختلاف تنش نرمال اول وجود داشته اما ثابت تنش نرمال دوم برابر صفر است ($\Psi_1 > 0$ و $\Psi_2 = 0$). از آنجا که در اکثر سیالات ویسکوالاستیک اختلاف تنش نرمال دوم دارای مقداری نسبتاً کوچک و حداکثر ۲۰٪ اختلاف تنش نرمال اول است بنابراین به نظر می‌رسد که پاسخ-های مدل اولدروید-بی به واقعیت نزدیکتر است. به همین دلیل استفاده از مدل اولدروید-بی چندان رایج نبوده، حال آنکه تحقیقات عددی و تحلیلی فراوانی بر اساس مدل اولدروید-بی انجام شده است. مدل اولدروید-بی به مدل همرفتی جفریز^۱ نیز معروف است. این مدل یکی از ساده ترین مدل‌های شبه خطی سیالات ویسکوالاستیک است و به خاطر شبه خطی بودن آن و داشتن زمانی رهایی از تنش و نیز خاصیت غیر دائم بودن آن بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲-۴-۲- مدل اولدروید-بی

همانطور که اشاره شد، مدل اولدروید-بی یکی از مناسب‌ترین مدل‌های شبه خطی برای مدلسازی جریان غیر دائم سیالات ویسکوالاستیک است. مدل اولدروید-بی را می‌توان از تئوری مولکولی بدست آورد که در آن بخش الاستیک سیال را به صورت یک فنر ایده‌آل تخمین می‌زنند [۶۵]. این مدل به خصوص برای تخمین جریان‌های برشی ساده که تطابق خوبی با سیالات بوگر دارد مورد استفاده قرار می‌گیرد [۸۱]. این مدل به علت وجود مشتقات همرفتی در تانسور تنش، خواص مواد به خوبی در مدلسازی وارد شده و حتی قابلیت وارد نمودن سابقه دمایی سیال برای در نظر گرفتن اثرات دمایی سیال را دارد.

در تحقیق حاضر نیز از مدل اولدروید-بی جهت مدلسازی موکوس استفاده شده است. به همین

1. Convected Jeffreys Model

منظور در ادامه به معرفی معادله متشکله موکوس به عنوان یک سیال اولدروید-بی پرداخته می‌شود. علاوه بر رابطه ارائه‌شده در رابطه (۷-۲) جهت معرفی معادله متشکله سیال اولدروید-بی، مدل اولدروید-بی را می‌توان به صورت مجموع دو تنش نیوتنی و الاستیک مطابق رابطه زیر بیان نمود:

$$\sigma = \sigma^N + \sigma^E \quad (۸-۲)$$

σ^N بخش نیوتنی تانسور تنش و σ^E سهم الاستیک آن است. سهم نیوتنی سیال به صورت معادله (۹-۲) تعریف می‌شود:

$$\sigma^N = 2\eta_M^N D \quad (۹-۲)$$

در رابطه (۹-۲)، D تانسور نرخ تغییر شکل^۱ ماده است که از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$D = \frac{1}{2}(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T) \quad (۱۰-۲)$$

بخش الاستیک تانسور تنش بر طبق مدل فوق همرفتی ماکسول^۲ (UCM) به صورت زیر قابل بیان است:

$$\sigma^E + \lambda \sigma_{(1)}^E = 2\eta_M^E D \quad (۱۱-۲)$$

در روابط (۹-۲) و (۱۱-۲)، η_M^N ویسکوزیته بخش نیوتنی و η_M^E ویسکوزیته سهم ویسکوالاستیک موکوس است و ویسکوزیته کل ناحیه موکوس (η_M) و نسبت ویسکوزیته (β) از رابطه (۱۲-۲) قابل محاسبه است:

$$\eta_M = \eta_M^N + \eta_M^E, \quad \beta = \frac{\eta_M^E}{\eta_M} \quad (۱۲-۲)$$

همچنین در معادله (۱۱-۲) λ زمان رهایی از تنش سیال بوده و مشتق زمانی همرفتی پاد همبسته بخش الاستیک تانسور تنش ($\sigma_{(1)}^E$) بر طبق رابطه (۱-۳-۲) به صورت رابطه (۱۳-۲) قابل بیان است:

^۱ Rate of deformation

^۲ Upper Convected Maxwell

$$\sigma_{(1)}^E = \frac{\partial \sigma^E}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \sigma^E - \sigma^E \cdot \nabla \vec{u} - \nabla \vec{u}^T \cdot \sigma^E \quad (۱۳-۲)$$

با جایگذاری روابط (۱۳-۲) و (۱۰-۲) در رابطه (۱۱-۲)، بخش الاستیک تانسور تنش موکوس در حالت دو بعدی در دستگاه مختصات دکارتی به صورت روابط (۱۴-۲) قابل بیان است:

$$\sigma_{xx}^E + \lambda \left(\frac{\partial \sigma_{xx}^E}{\partial t} + u \frac{\partial \sigma_{xx}^E}{\partial x} + v \frac{\partial \sigma_{xx}^E}{\partial y} - 2 \frac{\partial u}{\partial x} \sigma_{xx}^E - 2 \frac{\partial u}{\partial y} \sigma_{xy}^E \right) = 2\eta_M^E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (۱-۱۴-۲)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}^E + \lambda \left(\frac{\partial \sigma_{xy}^E}{\partial t} + u \frac{\partial \sigma_{xy}^E}{\partial x} + v \frac{\partial \sigma_{xy}^E}{\partial y} - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \sigma_{xy}^E - \frac{\partial u}{\partial y} \sigma_{yy}^E - \frac{\partial v}{\partial x} \sigma_{xx}^E \right) \\ = \eta_M^E \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (۲-۱۴-۲)$$

$$\sigma_{yy}^E + \lambda \left(\frac{\partial \sigma_{yy}^E}{\partial t} + u \frac{\partial \sigma_{yy}^E}{\partial x} + v \frac{\partial \sigma_{yy}^E}{\partial y} - 2 \frac{\partial v}{\partial x} \sigma_{xy}^E - 2 \frac{\partial v}{\partial y} \sigma_{yy}^E \right) = 2\eta_M^E \frac{\partial v}{\partial y} \quad (۳-۱۴-۲)$$

۲-۵- صورت معادلات مومنتوم برای نواحی PCL و موکوس

با محاسبه تانسور تنش و جایگذاری معادلات (۸-۲) تا (۱۴-۲) در معادله (۲-۱-۲)، معادلات مومنتوم برای دو ناحیه PCL (به عنوان یک سیال نیوتنی) و موکوس (به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک) در حالت دو بعدی و در دستگاه مختصات دکارتی در راستاهای x و y به ترتیب بر طبق روابط (۱۵-۲) و (۱۶-۲) بیان می‌شوند:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \eta_{PCL} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f_{x-PCL} \right] \quad (۱-۱۵-۲)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \left[-\frac{\partial p}{\partial y} + \eta_{PCL} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + f_{y-PCL} \right] \quad (۲-۱۵-۲)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \eta_M^N \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial \sigma_{xx}^E}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}^E}{\partial y} + f_{x-M} \right] \quad (۱-۱۶-۲)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \left[-\frac{\partial p}{\partial y} + \eta_M^N \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial \sigma_{xy}^E}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}^E}{\partial y} + f_{y-M} \right] \quad (2-16-2)$$

در روابط فوق u و v به ترتیب سرعت در راستای x و y دامنه محاسباتی بوده و η_{PCL} ویسکوزیته ناحیه PCL است. همچنین f_x و f_y نیروهای حاصل از حرکت مژه‌ها در سیال و همچنین مرز بین دو سیال است که از روش مرز غوطه‌ور محاسبه شده و به معادلات مومنوم در راستای x و y اضافه می‌گردند. در مورد چگونگی محاسبه این نیروها در فصل سوم به طور مفصل بحث خواهد شد.

۲-۶- شرایط مرزی

با توجه به هندسه نشان داده‌شده در شکل (۲-۱) مرز پایین همان دیواره نای است که شرط مرزی دیوار ثابت^۱ (سرعت صفر) برای آن در نظر گرفته شده است و مرز بالا محل عبور هوا بوده که شرط مرزی لغزش آزاد^۲ برای آن می‌توان اعمال نمود. به علت سادگی در محاسبات مرز بالا همانند تحقیق انجام‌شده توسط لی و همکاران [۱۷] و جایاتیلیک و همکاران [۹، ۱۵] به صورت مسطح در نظر گرفته شده است. هرچند که در روش عددی مورد استفاده در تحقیق حاضر امکان اعمال شرط مرزی غیر مسطح برای این ناحیه وجود دارد. همچنین از آنجا که دامنه محاسباتی حاضر قسمتی متقارنی از نای است و حرکت مژه‌ها در نای یک حرکت متناوب است شرط مرزی دیواره‌های سمت چپ و راست شرط مرزی متناوب^۳ قرار داده شده است. شرایط مرزی فوق باید در محیط شبکه بولتزمن اعمال گردد که در فصل سوم درباره آنها بحث خواهد شد.

با توجه به اینکه معادله تنش الاستیک فقط برای ناحیه موکوس حل می‌شود شرط مرزی تنش الاستیک برای دیواره پایین این ناحیه که شامل دیواره بالایی ناحیه PCL است به صورت رابطه (۲-۱۷) است:

¹ No-slip wall

² Free-slip surface

³ Periodic

$$\sigma_{xx}^E = 0, \sigma_{xy}^E = 0, \sigma_{yy}^E = 0 \quad (۱۷-۲)$$

در دیواره بالایی با توجه به شرط مرزی لغزش آزاد، با حل معادلات جریان و معلوم شدن مقدار سرعت، می‌توان تنش الاستیک را در این مرز از حل معادلات (۲-۱۴) محاسبه نمود.

در دیواره‌های سمت چپ و راست شرط مرزی متناوب برای تنش نیز برقرار است که در آن تنش‌های الاستیک در دیواره سمت چپ با دیواره سمت راست برابر است.

فصل سوم

مدلسازی محاسباتی

۳-۱- مقدمه

در ابتدای این فصل به معرفی روش عددی شبکه بولتزمن^۱ جهت مدلسازی معادلات حاکم بر جریان سیال نیوتنی پرداخته می‌شود و در ادامه روش جدید ترکیبی شبکه بولتزمن-تفاضل محدود^۲ جهت بررسی جریان سیال غیرنیوتنی تعمیم یافته و سیالات ویسکوالاستیک ارائه شده است. در ادامه روش ارائه شده توسط چند هندسه ساده معتبرسنجی شده است. سپس با اضافه کردن روش مرز غوطه‌ور به روش فوق، روش جدیدی ارائه شده است که به کمک آن بتوان جریان سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته و سیالات ویسکوالاستیک را حول اجسام غوطه‌ور مدلسازی نمود. به کمک این روش، جریان سیال درون نای بر اساس هندسه معرفی شده در فصل دوم حل می‌گردد. در پایان ضمن تشریح روش عددی به کار گرفته شده و روند روآوری به آن، نحوه اعمال شرایط مرزی و الگوریتم عددی تحلیل نیز بحث شده است.

۳-۲- دیدگاه‌های مختلف جهت حل معادلات انتقال

جهت تحلیل میدان جریان و بررسی انتقال حرارت در سیالات، روش‌های عددی متنوعی وجود دارد. بطور کلی دو رویکرد اصلی در خصوص شبیه سازی معادلات انتقال (حرارت، جرم و مومنتوم) به کار گرفته می‌شوند که عبارتند از دیدگاه ماکروسکوپی و دیدگاه میکروسکوپی. در ادامه دیدگاه‌های مختلف به اختصار توصیف و مقایسه‌ای اجمالی بر روی آن‌ها انجام خواهد شد.

۳-۲-۱- دیدگاه ماکروسکوپی

در دیدگاه ماکروسکوپی معادلات دیفرانسیل جزئی یا معمولی با اعمال قانون بقای انرژی، جرم و اندازه حرکت در یک حجم کنترل بسیار کوچک که شامل تعداد زیادی از ذرات (شامل مولکول و یا اتم) است تعریف می‌شود. در این دیدگاه همواره فرض مهم پیوسته بودن محیط سیال در نظر گرفته

¹ Lattice Boltzmann method

² Hybrid lattice Boltzmann-finite difference method

می‌شود و به جزئیات رفتاری هر مولکول یا ذره به تنهایی توجهی نمی‌شود. در واقع در این دیدگاه به دلیل پیچیدگی شکل این معادلات، همواره نمی‌توان با استفاده از روش‌های تحلیلی به حل آن‌ها پرداخت. بنابراین برای حل این معادلات، از روش‌هایی مانند تفاضل محدود، حجم محدود و المان محدود برای تبدیل معادلات دیفرانسیل به سیستم معادلات جبری استفاده می‌شود [۸۲]. بطور کلی می‌توان گفت در این دیدگاه پس از شناسایی معادلات حاکم، دامنه حل به حجم کنترل، شبکه یا المان مطابق با روش حل معادله حاکم تجزیه می‌شود بطوریکه هر بخش حجمی یا گره و یا المان شامل مجموعه بزرگی از ذرات می‌باشد. سپس این معادلات جبری به طور مکرر حل می‌شود تا همگرایی حاصل شده و کمیت‌های میکروسکوپی مانند فشار، دما و سرعت در هر گره از شبکه محاسباتی مشخص شوند. اما ناکارآمدی روش‌های سنتی ذکر شده در حل مسائلی مانند مدلسازی جریان‌های چند فازی و مدلسازی سیال در مرزهای پیچیده آشکار می‌شود.

۳-۲-۲- دیدگاه میکروسکوپی

به منظور حل مشکلات ذکر شده در دیدگاه میکروسکوپی، روش‌های جدیدی که بر اساس دیدگاه میکروسکوپی بودند، مطرح شد. در این دیدگاه فرض پیوسته بودن سیال نادیده گرفته شده و فرض می‌شود که سیال از ذرات کوچک (اتم، مولکول) تشکیل شده‌است. از اینرو، باید نیروی بین ذرات (بین مولکولی) در نظر گرفته شود و یک معادله دیفرانسیل ساده مطابق قانون دوم نیوتن (بقاء اندازه حرکت) حل شود. بنابراین به کمک بررسی حرکت و برخورد این ذرات می‌توان جریان سیال را شبیه‌سازی کرد. به عبارتی در هر گام زمانی، باید موقعیت و سرعت ذرات در هر لحظه بررسی شود و خط سیر هر ذره را شناسایی کرد. به عنوان مثال در این سطح، خواص ترمودینامیکی مانند دما و فشار به ترتیب به انرژی سینتیک ذرات (جرم و سرعت) و فرکانس برخورد ذرات به مرزها مربوط می‌شوند. این روش، شبیه سازی دینامیک مولکولی^۱ نام دارد و اغلب در تحقیقات زیست شناسی و علوم بیولوژیک

^۱ Molecular dynamics simulations

مورد استفاده قرار می‌گیرد [۸۳-۸۵]. اما نکته قابل توجه در این روش تعداد ذرات تشکیل دهنده سیال است که باید رصد شوند. به عنوان مثال هوا در شرایط اتاق دارای 3×10^{22} (molecule/cm³) می‌باشد [۸۶] که تحلیل میکروسکوپیک چنین سیستمی با این تعداد ذرات تقریباً غیرممکن است. همچنین باید به این نکته توجه کرد که آیا سرعت و موقعیت تمام ذرات، جهت مدلسازی با استفاده از روش دینامیک مولکولی مهم است یا خیر؟ به عنوان مثال، در این اتاق میلیاردها مولکول وجود دارند که با سرعت بالای ۴۰۰ m/s به ما برخورد می‌کنند. اما ما آن‌ها را احساس نمی‌کنیم؛ زیرا جرم (اندازه حرکت) آن‌ها بسیار کوچک است. بنابراین اثر ناشی از حرکت آن‌ها قابل چشم پوشی می‌باشد. بنابراین رفتار هر ذره به تنهایی موضوع مهمی در مقیاس ماکروسکوپی نیست بلکه آثار حاصل از آن رفتار جمعی ذرات مهم می‌باشد [۸۶]. بنابراین هرچند روش دینامیک مولکولی روش ساده‌ای است و می‌تواند مسائل دارای تغییر فاز و شکل‌های هندسی پیچیده را بدون مشکل تحلیل کند اما یکی از مشکلات آن رصد تمام ذرات و در نتیجه هزینه محاسباتی بالای آن است.

۳-۲-۳- روش‌های شبکه‌ای

در سال ۱۹۸۶، فریش^۱ و همکاران [۸۷]، موضوعی شگفت انگیز را بیان کردند: ایجاد یک ماشین سلولی ساده که تنها از قوانین بقا در سطح میکروسکوپی پیروی می‌کند و قادر به بازسازی جریان سیال واقعی است. این کشف موجب تحولی بزرگ در بحث دینامیک سیال شده و روش‌های جدیدی مانند روش شبکه گاز و روش شبکه بولتزمن بر همین اساس شکل گرفتند. دو روش ذکر شده برای کاهش هزینه محاسباتی در روش دینامیک مولکولی دارای دو مشخصه کلی هستند: اول اینکه به جای رصد تک ذرات در دیدگاه میکروسکوپی، سیال را محیطی تشکیل شده از تعداد زیادی بسته-های کوچک مولکولی که دارای دما و سرعت تقریباً یکسانی هستند، در نظر می‌گیرند. این دیدگاه که

¹ Frisch

دیدگاهی بین مقیاس میکروسکوپی و مقیاس ماکروسکوپی می‌باشد، دیدگاه مزوسکوپی^۱ نام دارد. در واقع این بسته‌های کوچک مولکولی نماینده ذرات مجازی می‌باشند. دومین مشخصه این روش‌ها برای کاهش هزینه محاسباتی، محدود کردن درجات آزادی حرکت ذرات مجازی می‌باشد. به عبارتی این ذرات تنها می‌توانند بر روی مسیرهای مشخصی حرکت کنند. نوع ذرات و قواعد برخورد در سطح میکروسکوپی منطبق بر واقعیت فیزیکی نیست و تنها قانون بقای جرم و بقای مومنتوم را ارضا می‌کنند ولی الگوریتم‌های آن‌ها در سطح ماکروسکوپی منجر به ارضای معادلات بقای جرم و مومنتوم می‌گردند. روش شبکه بولتزمن بر اساس روش شبکه گاز بوده که با استفاده از مباحث مکانیک آماری و تئوری‌های جنبشی ارتقا یافته است [۸۸، ۸۹].

به این ترتیب برای شبیه سازی جریان سیال و بررسی انتقال حرارت سه دیدگاه متفاوت به کار گرفته می‌شود که عبارتند از:

۱- روش دینامیک مولکولی در مقیاس میکروسکوپی

۲- روش شبکه بولتزمن در مقیاس مزوسکوپی

۳- روش‌های تفاضل محدود، حجم محدود و المان محدود و ... در سطح ماکروسکوپی.

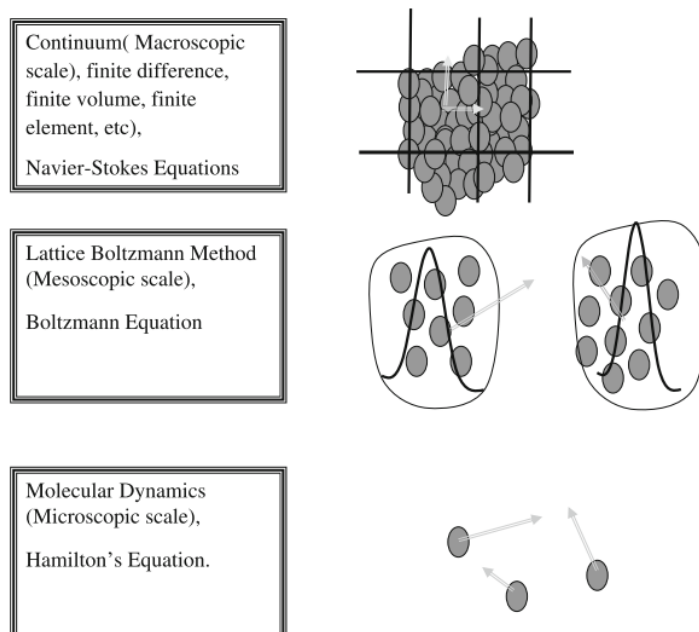
در شکل (۱-۳) شماتیک روش‌های مختلف شبیه سازی جریان نشان داده شده است.

۳-۳- روش شبکه بولتزمن

در سال‌های اخیر روش شبکه بولتزمن (LBM) به عنوان یک طرح عددی مطلوب جهت شبیه‌سازی جریان سیال و بررسی انتقال حرارت مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. همانطور که ذکر شد، برخلاف روش‌های رایج در دینامیک سیالات محاسباتی که بر پایه گسسته‌سازی معادلات بقایی ماکروسکوپی است، روش شبکه بولتزمن با بهینه‌سازی مدل‌های میکروسکوپی و به کمک مباحث مکانیک آماری به مدلسازی جریان سیال در مقیاس مزوسکوپی می‌پردازد بطوریکه خواص

¹ Mesoscopic

ماکروسکوپیک حاصل از این مدل‌ها از معادلات ماکروسکوپیک حاکم بر مسأله تبعیت می‌کند. این روش به ویژه برای مدل‌سازی شرایط مرزی پیچیده، دینامیک فصل مشترک جریان‌های چندفازی و جریان‌های مغشوش مناسب است [۹۰-۹۲].



شکل (۱-۳) روش‌های مختلف شبیه‌سازی جریان [۸۶]

طبیعت جنبشی LBM خصوصیات مهمی را معرفی می‌کند که باعث می‌شود این روش از دیگر روش‌های عددی متمایز شود از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد [۹۱]:

- ۱- عملگر جابه‌جایی (فرآیند جاری شدن^۱ در روش LBM) در فضای فازی (یا در فضای سرعتی) خطی است. این خاصیت از تئوری جنبشی بدست آمده است و با جملات جابه‌جایی غیرخطی که در روش‌های رایج دینامیک سیالات محاسباتی که از بیان ماکروسکوپی استفاده می‌کنند، مقایسه می‌شود. جابه‌جایی ساده‌ی ترکیب شده با فرآیند آسودگی^۲ (یا عملگر برخورد^۳) اجازه‌ی بازیابی جابه‌جایی ماکروسکوپی غیرخطی را از طریق بسط‌های چندمقیاسی می‌دهد.
- ۲- به دلیل وجود عملگرهای خطی در معادلات LBM، شبیه‌سازی عددی این معادلات نسبت

¹ Streaming
² Relaxation
³ Collision

به روش‌های رایج دینامیک سیالات محاسباتی آسان تر بوده و کد نویسی بر روی شبکه های یکنواخت انجام می‌گیرد. در صورتی که در روش‌هایی نظیر تفاضل محدود و یا حجم محدود، جهت پایداری حل، شبکه محاسباتی باید در راستای مختلف جابجا شود که پیچیدگی‌های فراوانی را به همراه دارد.

۳- معادلات ناویراستوکس (NS) تراکم‌ناپذیر به راحتی به کمک روش LBM قابل حل است. در این روش فشار LBM با استفاده از یک معادله‌ی حالت محاسبه می‌شود. در صورتی که در شبیه‌سازی عددی معادلات NS تراکم‌ناپذیر به روش‌های با دیدگاه میکروسکوپی، فشار با حل معادله‌ی پوآسون^۱ تعیین می‌شود. حل این معادله برای فشار اغلب مشکلات عددی ایجاد می‌کند که به راه حل‌های ویژه‌ای مانند تکرار^۲ یا آسودگی^۳ احتیاج دارد.

۴- LBM کمترین دسته سرعت را در فضای فازی به کار می‌برد. در تئوری جنبشی معمولی با توزیع تعادلی ماکسول-بولتزمن، فضای فازی یک فضای تابعی کامل است. در این فضا فرآیند متوسط‌گیری شامل اطلاعات فضای فازی سرعتی کامل است. به این دلیل که در LBM تنها یک یا دو سرعت و جهات حرکت کمی به کار می‌رود، روابط مربوط‌کننده‌ی تابع توزیع میکروسکوپی و کمیات میکروسکوپی بسیار ساده بوده، و شامل محاسبات عددی ساده‌ای است.

۳-۳-۱- آرایش شبکه

همانطور که ذکر شد، در روش شبکه بولتزمن ذرات تنها می‌توانند بر روی مسیرهای خاصی حرکت کنند. بر همین اساس آرایش‌های مختلفی برای شبکه مورد نظر در این روش ارائه شده است. یکی از آرایش‌هایی که در جریان‌های دو بعدی بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد، مدل D_2Q_9 می‌باشد. این

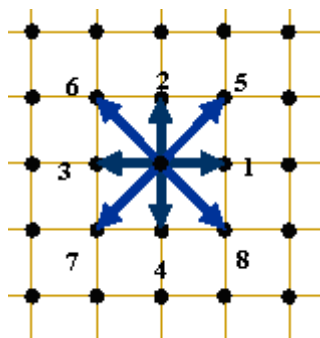
¹ Poisson

² iteration

³ relaxation

مدل برای نخستین بار توسط کیان^۱ [۹۳] معرفی گردید. این شبکه و یک سلول از آن در شکل (۳-۲) نشان می‌دهد. در این مدل D_2 نشان دهنده دو بعدی بودن مسأله و Q_9 نشان دهنده این است که ذره می‌تواند در ۸ مسیر حرکت کند و یا در جای خود ثابت بماند.

غالباً در روش شبکه بولتزمن برای حالت‌های دوبعدی، شبکه‌ی D_2Q_9 مورد استفاده قرار می‌گیرد.



شکل (۳-۲) نحوه ارتباط یک گره با گره‌های مجاور در شبکه D_2Q_9

ملاحظه می‌شود که در شبکه هر گره می‌تواند از هشت مسیر مختلف با گره‌های مجاورش ارتباط برقرار کند. احتمال حضور ذره در مرکز هر گره با f_0 نشان داده می‌شود. در این مدل، سرعت ذراتی که در مسیرهای عمودی و افقی حرکت می‌کنند برابر با $c = \Delta x^{lb} / \Delta t^{lb}$ و سرعت ذراتی که در مسیرهای قطری در حرکتند برابر با $\sqrt{2}c$ در نظر گرفته می‌شود که Δx^{lb} و Δt^{lb} به ترتیب گام مکانی و گام زمانی شبکه هستند. ذره مقیم در مرکز هر گره، ساکن و سرعت صفر دارد. احتمال حضور یک مولکول اطراف موقعیت $\vec{x}$ در زمان t با سرعت $\vec{e}$ را تابع توزیع احتمال $f(\vec{x}^{lb}, \vec{e}, t^{lb})$ می‌نامیم.

۳-۳-۲- معادلات شبکه

از آنجا که در تحقیق حاضر تمامی متغیرها و مقادیر خواص سیال در محیط فیزیکی تعریف شده‌اند در ابتدا و پیش از بررسی معادلات شبکه بولتزمن جهت حل معادلات به این روش، لازم است به کمک ضرایب تبدیل، رابطه بین پارامترهای محیط فیزیکی و پارامترهای روش شبکه بولتزمن مشخص شود.

¹ Qian

² distribution function

برای این منظور ضرایب تبدیل در رابطه (۱-۳)، رابطه بین مکان، زمان و چگالی از محیط فیزیکی به محیط بولتزمن را تبیین می‌کند:

$$C_{h-x} = \frac{\Delta x^{phy}}{\Delta x^{lb}}, C_{h-y} = \frac{\Delta y^{phy}}{\Delta y^{lb}}, C_t = \frac{\Delta t^{phy}}{\Delta t^{lb}}, C_\rho = \frac{\rho^{phy}}{\rho_0^{lb}} \quad (1-3)$$

در رابطه (۱-۳) Δx^{phy} و Δy^{phy} گام‌های مکانی شبکه در راستاهای x و y ، Δt^{phy} گام زمانی شبکه و ρ^{phy} چگالی در محیط فیزیکی هستند همچنین Δx^{lb} و Δy^{lb} گام شبکه، Δt^{lb} گام زمانی و ρ_0^{lb} چگالی مرجع در محیط شبکه بولتزمن هستند. به علاوه C_{h-x} ، C_{h-y} ، C_t و C_ρ به ترتیب ضرایب تبدیل برای مکان در راستاهای x و y ، زمان و چگالی می‌باشند. لازم به ذکر است که از این پس در پژوهش حاضر، بالا نویس lb مربوط به متغیرهای شبکه بولتزمن می‌باشد و برای اختصار بیشتر، متغیرهای محیط فیزیکی بدون بالا نویس نوشته شده‌اند.

در رابطه (۱-۳)، با فرض $\Delta x = \Delta y$ و $\Delta x^{lb} = \Delta y^{lb}$ می‌توان نوشت $C_{h-x} = C_{h-y} = C_h$. همچنین مابقی ضرایب تبدیل متغیرهای مسأله به صورت زیر (در رابطه (۲-۳)) قابل محاسبه هستند:

$$C_u = \frac{\vec{u}}{\vec{u}^{lb}} = \frac{C_h}{C_t}, C_v = \frac{v^N}{v^{lb}} = \frac{C_h^2}{C_t^2}, C_p = \frac{P}{P^{lb}} = C_\rho \left(\frac{C_h}{C_t} \right)^2 \quad (2-3)$$

در رابطه (۲-۳)، v^N ویسکوزیته سینماتیک فیزیکی بخش نیوتنی سیال، P فشار استاتیک فیزیکی، C_u و v^{lb} به ترتیب ویسکوزیته سینماتیک و فشار در محیط شبکه بولتزمن است. همچنین C_p و C_v به ترتیب ضرایب تبدیل برای سرعت، ویسکوزیته و فشار می‌باشند.

تعریف ضرایب تبدیل فوق در تحقیق حاضر دارای مزیت‌های زیر است:

۱- به کمک این ضرایب می‌توان خواص واقعی بخش الاستیک سیال نظیر ویسکوزیته و زمان رهایی از تنش را که در محیط شبکه بولتزمن قابل تعریف نیستند به نحوی به این محیط تبدیل و در معادلات از آنها استفاده نمود.

۲- از آنجا که در تحقیق حاضر معادله متشکله سیال ویسکوالاستیک به روش تفاضل محدود حل

می‌شود به کمک پارامترهای تبدیل باید تنش‌ها و نیروهای الاستیک در محیط فیزیکی محاسبه شده و به محیط شبکه بولتزمن تبدیل شوند تا بتوان در آن معادلات از این نیروها استفاده نمود.

۳- ابعاد واقعی جسم در محیط فیزیکی را به راحتی می‌توان به کمک ضرایب تبدیل فوق به ابعاد هندسه مورد بررسی در محیط شبکه بولتزمن تبدیل نمود.

۴- چنانچه در ادامه ذکر می‌گردد به علت برخی از محدودیت‌ها در روش شبکه بولتزمن (نظیر محدودیت در عدد ماخ و زمان آسودگی) مقادیر سرعت و ویسکوزیته محیط شبکه بولتزمن دارای محدودیت می‌باشد. با تعریف مناسب ضرایب تبدیل فوق به راحتی با داشتن مقادیر دلخواه متغیرهای فیزیکی می‌توان محدودیت‌های مذکور را مرتفع نمود.

با معرفی ضرایب تبدیل محیط فیزیکی به شبکه بولتزمن در ادامه به معرفی معادلات حاکم بر شبکه بولتزمن برای حل جریان سیال پرداخته می‌شود. در سال ۱۸۷۲ دانشمند بزرگ اتریشی لودویگ بولتزمن^۱ توانست معادله‌ای برای توصیف تغییرات f به صورت جملات برهم‌کنش میکرودینامیکی به دست آورد که به افتخار او، معادله‌ی بولتزمن نامیده شد و یکی از دستاوردهای فیزیک نظری در قرن گذشته است [۹۱]. بدون اشاره به جزئیات ریاضی این معادلات، معادله بولتزمن برای سیالات تراکم ناپذیر، با گسسته‌سازی زمان به شکل زیر در می‌آید [۹۴]:

$$f_{\alpha}(\vec{x}^{lb} + \vec{e}_{\alpha} \Delta t^{lb}, t^{lb} + \Delta t^{lb}) - f_{\alpha}(\vec{x}^{lb}, t^{lb}) = -\frac{1}{\tau} \left(f_{\alpha}(\vec{x}^{lb}, t^{lb}) - f_{\alpha}^{eq}(\vec{x}^{lb}, t^{lb}) \right) \quad (3-3)$$

در رابطه فوق زمان آسودگی τ یک متغیر تابعی^۲ پیچیده از تابع توزیع f_a است. همچنین تابع توزیع f_a^{eq} به صورت یک تابع صریح از زمان نوشته شده، این وابستگی زمانی، منحصرأ در متغیرهای هیدرودینامیکی ρ و $\bar{u}$ نهفته است. بنابراین قبل از تعیین تابع توزیع تعادلی باید این متغیرها محاسبه گردند و محاسبه‌ی آنها یکی از مهمترین مراحل گسسته سازی معادله‌ی بولتزمن خواهد بود.

¹ Ludwig Boltzmann

²functional

با انجام محاسبه‌ی عددی بر روی متغیرهای ماکروسکوپی نهایتاً روابط زیر برای مومنتم‌های هیدرودینامیکی (چگالی و سرعت در محیط شبکه بولتزمن) به دست خواهد آمد:

$$\rho^{lb} = \sum_{\alpha} \bar{e}_{\alpha} f_{\alpha} \quad (4-3)$$

$$\rho^{lb} \vec{u}^{lb} = \sum_{\alpha} \bar{e}_{\alpha} f_{\alpha} \quad (5-3)$$

در رابطه (۳-۳) f_{α} مقدار تابع توزیع در جهت $\bar{e}_{\alpha}$ است. همچنین تابع توزیع تعادلی با استفاده از تقریب عدد ماخ کوچک ($M \approx |\vec{u}|/c \leq 0.1$) برای شبکه‌ی مربعی ۹ سرعت، D_2Q_9 ، به صورت زیر است [۹۴]:

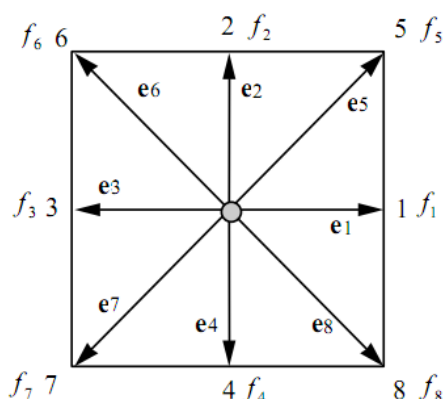
$$f_{\alpha}^{eq} = \rho^{lb} \omega_{\alpha} \left[1 + \frac{3(\bar{e}_{\alpha} \cdot \vec{u}^{lb})}{c^2} + \frac{9(\bar{e}_{\alpha} \cdot \vec{u}^{lb})^2}{2c^4} - \frac{3|\vec{u}^{lb}|^2}{2c^2} \right] \quad (6-3)$$

در روابط فوق $c = \Delta x^{lb} / \Delta t^{lb}$ سرعت شبکه در محیط شبکه بولتزمن می‌باشد. همچنین مولفه‌های گسسته سرعت $\bar{e}_{\alpha}$ برای مدل D_2Q_9 (مدل دو بعدی شامل ۹ سرعت مطابق شکل (۳-۳)) از رابطه (۷-۳) محاسبه می‌گردد:

$$\bar{e}_{\alpha} = \begin{cases} [0, 0] & \alpha=0 \\ c[\cos(\frac{(\alpha-1)\pi}{2}), \sin(\frac{(\alpha-1)\pi}{2})] & \alpha=1-4 \\ \sqrt{2}c[\cos(\frac{(\alpha-5)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}), \sin(\frac{(\alpha-1)\pi}{2} + \frac{\pi}{4})] & \alpha=5-8 \end{cases} \quad (7-3)$$

در رابطه (۶-۳) ω_{α} ضرایب وزنی بوده که از رابطه (۸-۳) قابل محاسبه است:

$$\omega_{\alpha} = \begin{cases} \frac{4}{9} & \alpha=0 \\ \frac{1}{9} & \alpha=1-4 \\ \frac{1}{36} & \alpha=5-8 \end{cases} \quad (8-3)$$



شکل (۳-۳) مولفه های گسسته شبکه بولتزمن در حالت دو بعدی D_2Q_9

همچنین زمان آسودگی (τ)، در روش شبکه بولتزمن مطابق با رابطه (۹-۳) تعریف می گردد:

$$\tau = \frac{\nu^{lb}}{c_s^2 \Delta t^{lb}} + 0.5 \quad (9-3)$$

۳-۴- روش شبکه بولتزمن-تفاضل محدود جهت حل جریان سیال غیرنیوتنی

همانطور که در فصل اول ذکر گردید یکی از نوآوری های تحقیق حاضر ارائه روش ترکیبی شبکه بولتزمن-تفاضل محدود جهت بررسی جریان سیالات غیرنیوتنی است. در این قسمت به ارائه تفصیلی روش فوق در دو حالت حل جریان سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته^۱ و سیالات ویسکوالاستیک پرداخته می شود.

۳-۴-۱- جریان اینرسی سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته

سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته نوعی از سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان هستند که در آنها تنش برشی تنها تابعی غیر خطی از نرخ برش است. به عبارت دیگر در این سیالات ویسکوزیته تابعی از نرخ برش می باشد. این نوع از سیالات که فاقد تنش تسلیم هستند، به دو دسته سیالات شبه پلاستیک^۲ و سیالات دایلاتنت^۳ تقسیم می شوند [۹۵]. تاکنون مدل های متعددی به عنوان قانون پایه برای این مواد

^۱ Generalized Newtonian Fluid (GNF)

۲. Pseudoplastic

۳. Dilatant

ارائه شده است، اما پرکاربردترین و ساده ترین مدل حاکم بر آنها مدل توانی^۱ است که در آن تنش برشی تابعی از توان n ام نرخ برش است. یکی از اشکالات این مدل، پیش بینی ویسکوزیته صفر در نرخ برش بی نهایت برای سیالات شبه پلاستیک است. از جمله مدل هایی که این مشکل مدل توانی را بر طرف می نمایند می توان به مدل کراس^۲، مدل کاریو-یاسودا^۳ و راینر-فیلیپوف^۴ اشاره نمود [۶۵].

شایان ذکر است که با ازدیاد ثابت های این مدل ها رفتار وابستگی تنش به نرخ برش بهتر مدل می شود. در سیالات شبه پلاستیک، ویسکوزیته در نرخ های برش کوچک و بسیار زیاد تقریباً خطی است. شیب منحنی تنش در برابر نرخ کرنش در شدت های برش زیاد، به ویسکوزیته در برش بینهایت (η_∞) و در شدت های برش کم به ویسکوزیته در برش صفر (η_0) موسوم است. در این مواد، نرخ افزایش تنش در برابر شدت برش، مقداری منفی است (ویسکوزیته تابعی نزولی از شدت برش است). به عبارت دیگر چنانچه از مدل توانی به عنوان قانون پایه برای مواد شبه پلاستیک استفاده شود، در این صورت n مقداری کوچکتر از یک خواهد بود [۶۵].

همانطور که ذکر شد ویسکوزیته در این نوع از سیالات با مدل های مختلفی بیان می شود و ثابت های بسیاری از این مدل ها به کمک داده های آزمایشگاهی بر روی سیالات واقعی بدست آمده است. تبدیل این مدل ها به مدل های مورد استفاده در معادلات شبکه بولتزمن که بتوان با آن کلیه ثابت ها را در نظر گرفت فرایندی پیچیده و در بعضی از موارد غیرممکن است. در این تحقیق روش جدیدی ارائه شده است که به کمک این روش می توان به راحتی کلیه مدل های سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته را در محیط شبکه بولتزمن مدلسازی نمود. ایده اصلی این روش بر این منطق استوار است که به کمک متغیرهای فیزیکی، ویسکوزیته بر روی تک تک نودهای سیال بر اساس مدل ارائه شده برای سیال و به کمک روش تفاضل محدود محاسبه می گردد. سپس به کمک ضریب تبدیل ویسکوزیته، ویسکوزیته کلیه نودهای شبکه بولتزمن محاسبه و به کمک آن زمان آسودگی و بقیه

1. Power-Law
 2. Cross
 3. Carreau-Yasuda
 4. Reiner-Philippoff

متغیرهای شبکه بولتزمن به دست می‌آید. به علت سادگی و در دسترس بودن حل تحلیلی جریان سیال توانی، در ادامه روش ارائه شده برای این مدل توضیح داده خواهد شد اما همان طور که ذکر شد این روش ترکیبی برای مدلسازی کلیه مدل‌های سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته قابل استفاده است. در مدل توانی ویسکوزیته هر نقطه از سیال از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\eta = m \left(\frac{I_2}{2} \right)^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (10-3)$$

در رابطه (۱۰-۳)، m ضریب سازگاری^۱ بوده که در واقع ویسکوزیته سیال در نرخ برش صفر است و n شاخص مدل توانی^۲ است. در این مدل، $n < 1$ مربوط به سیال باریک شونده^۳، $n = 1$ مربوط به سیال نیوتنی و $n > 1$ مربوط به سیال ضخیم شونده^۴ می‌باشد. همچنین I_2 نامتغیر دوم^۵ تانسور نرخ برش D (رابطه (۱۰-۲)) است که از رابطه (۱۱-۳) قابل محاسبه است:

$$I_2 = 2 \left(D_{xx}^2 + D_{yy}^2 + D_{xy}^2 + D_{yx}^2 \right) \quad (11-3)$$

در معادله (۱۱-۳)، مولفه‌های تانسور نرخ برش در مختصات کارتزین از رابطه (۱۲-۳) محاسبه می‌گردد:

$$D_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1-12-3)$$

$$D_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2-12-3)$$

$$D_{xy} = D_{yx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3-12-3)$$

الگوریتم زیر روش ترکیبی تفاضل محدود-شبکه بولتزمن را جهت مدلسازی سیال توانی در هندسه‌های مختلف ارائه می‌کند:

¹ Consistency index

² Power-law index

³ Shear thinning

⁴ Shear thickening

⁵ Second invariant

۱- با داشتن مشخصات فیزیکی مسأله مانند Δx ، Δy و Δt و همچنین اندازه دامنه فیزیکی و

با در نظر گرفتن $\Delta x^{lb} = \Delta y^{lb} = 1$ و $\Delta t^{lb} = 1$ با استفاده از رابطه (۱-۳) می‌توان ضرایب

تبدیل مکان و زمان را محاسبه نمود.

۲- با دانستن ضرایب تبدیل مکان و زمان، ضرایب تبدیل سرعت و ویسکوزیته از رابطه (۲-۳)

محاسبه می‌گردد.

۳- با داشتن مقادیر سرعت فیزیکی (در لحظه $t=0$ s شرایط اولیه مسأله) و با استفاده از روابط

(۱۰-۳) تا (۱۲-۳) و به کمک روش تفاضل محدود مقدار ویسکوزیته فیزیکی در هر نود از

سیال محاسبه می‌شود.

۴- با استفاده از ضریب تبدیل ویسکوزیته در مرحله ۲، و با استفاده از رابطه (۲-۳) مقدار

ویسکوزیته سیال در محیط شبکه بولتزمن در هر نقطه محاسبه می‌شود.

۵- با استفاده از رابطه (۹-۳) زمان آسودگی شبکه بولتزمن (τ) برای هر نقطه از سیال محاسبه

می‌گردد.

۶- به کمک ضریب تبدیل سرعت، سرعت فیزیکی نقاط مختلف سیال به سرعت در محیط شبکه

بولتزمن تبدیل و با استفاده از زمان آسودگی محاسبه شده در مرحله قبل و روابط (۳-۳) تا

(۸-۳)، تابع توزیع، چگالی و سرعت کلیه نقاط سیال در محیط شبکه بولتزمن در زمان جدید

محاسبه می‌گردد.

۷- به کمک ضریب تبدیل سرعت، از سرعت محاسبه شده در محیط شبکه بولتزمن در مرحله ۵،

سرعت فیزیکی سیال در زمان جدید محاسبه می‌شود.

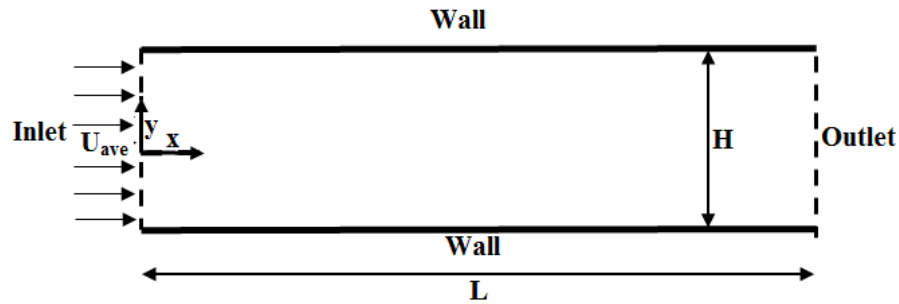
۸- مراحل ۳ تا ۷ تکرار می‌شوند تا همگرایی حاصل شود.

در ادامه با حل جریان سیال توانی در یک هندسه ساده و مقایسه آن با حل تحلیلی صحت نتایج روش

ارائه شده بررسی می‌گردد.

۳-۴-۱-۱- جریان پویزوله^۱ سیال توانی

در این قسمت، با استفاده از روش عددی ارائه شده در بخش ۳-۴-۱-، به بررسی جریان سیال توانی درون یک کانال پرداخته می شود (شکل (۳-۴)). با توجه به تقارن هندسه جریان، می توان تنها نیمی از دامنه محاسباتی مورد بررسی قرار گیرد.



شکل (۳-۴) هندسه مورد بررسی در جریان پویزوله سیال توانی

مقادیر سرعت بیشینه و عدد رینولدز در جریان سیال توانی درون کانال، به صورت زیر قابل تعریف است [۹۶]:

$$U_{\max} = \left(\frac{2n+1}{n+1} \right) U_{\text{ave}} \quad (۳-۱۳)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho U_{\text{ave}}^{(2-n)} H^n}{m} \quad (۳-۱۴)$$

با توجه به شکل (۳-۴) شرایط مرزی فیزیکی هندسه مورد مطالعه به صورت معادلات (۳-۱۵) تا (۳-۱۷) قابل بیان است.

در ورودی شرط مرزی سرعت یکنواخت به صورت زیر مشخص شده است:

$$u = U_{\text{ave}}, \quad v = 0 \quad (۳-۱۵)$$

در مرز خروجی شرط مرزی توسعه یافتگی سرعت افقی به صورت معادلات (۳-۱۶) قابل بیان است.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad v = 0 \quad (۳-۱۶)$$

در دیواره های کانال شرط مرزی عدم لغزش قابل اعمال است:

¹ Poiseuille flow

$$u=0, \quad v=0 \quad (۱۷-۳)$$

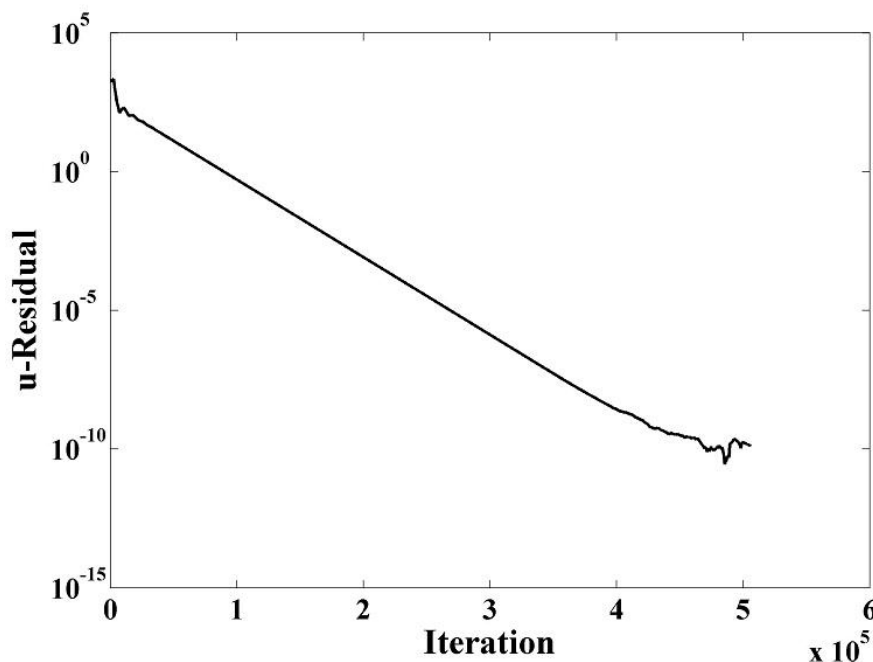
توزیع سرعت تحلیلی جریان سیال توانی درون کانال از رابطه زیر بدست می‌آید [۹۷]:

$$u(y) = U_{\max} \left[1 - \left(\frac{2|y|}{H} \right)^{\left(1 + \frac{1}{n}\right)} \right] \quad (۱۸-۳)$$

شرایط همگرایی معادلات حاکم بر جریان در این بخش بر اساس رابطه زیر قابل بیان است:

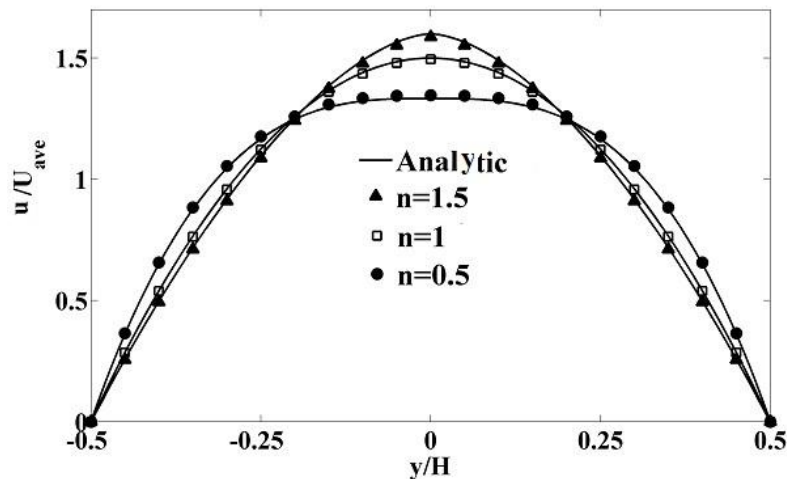
$$\text{Residual} = \max \left\{ \left| \frac{\vec{u}^{\text{new}} - \vec{u}^{\text{old}}}{\Delta t} \right| \right\} \quad (۱۹-۳)$$

بر اساس رابطه فوق، تاریخچه همگرایی سرعت افقی در کانال در حالت $Re=20$ و $n=1$ در شکل (۳-۳) ترسیم شده است. همانطور که این شکل نشان می‌دهد، پس از گذشت تعداد گام محاسباتی کافی، مقادیر باقیمانده سرعت افقی به سمت مقدار ثابت بسیار کوچکی میل می‌کند. مطابق شکل، پس از ثابت شدن باقیمانده ها در مقادیر گام های زمانی بسیار بزرگ، مقدار حداکثر باقیمانده معادلات حاکم از مرتبه 10^{-10} است.



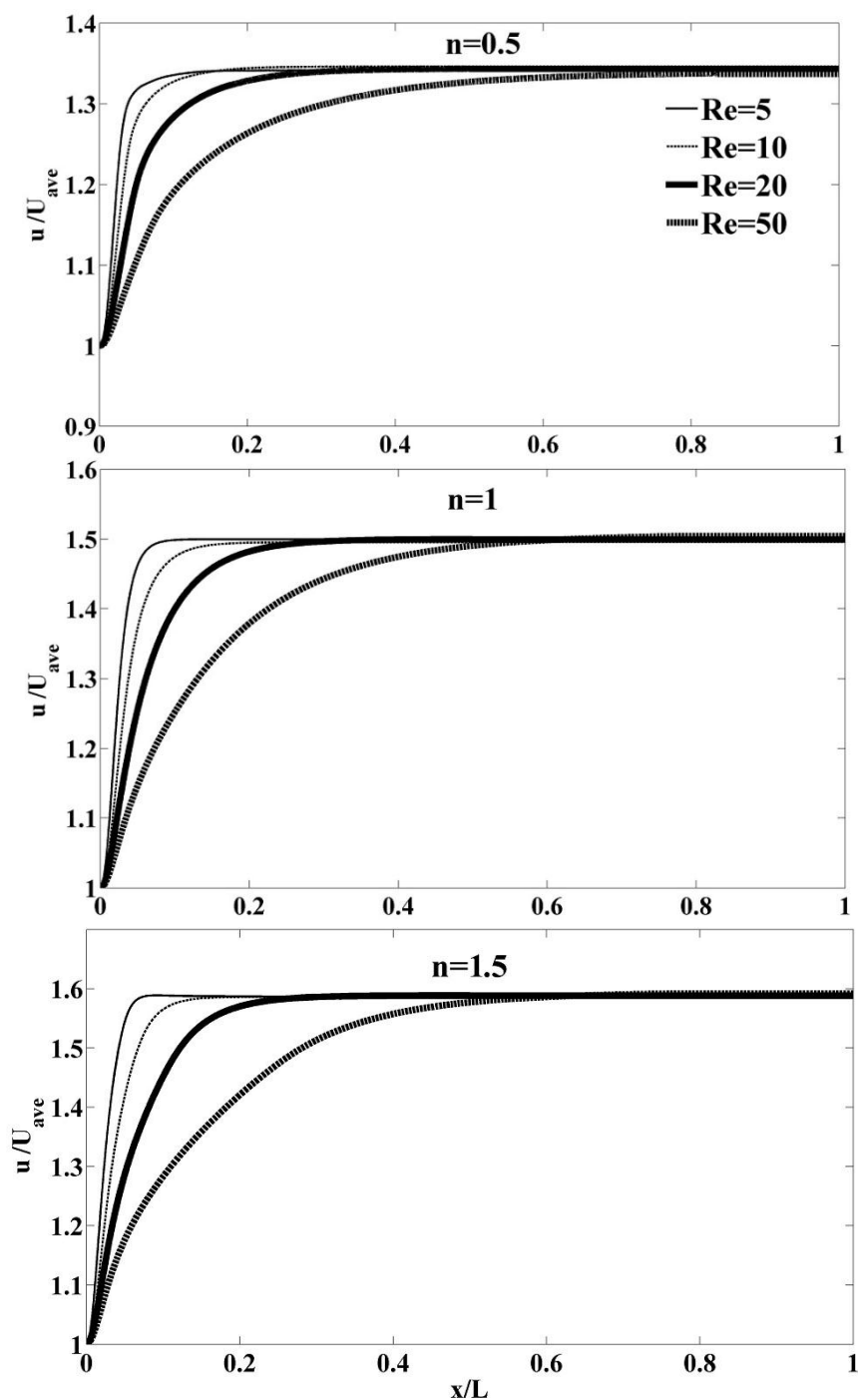
شکل (۳-۵) نمونه هایی از تاریخچه همگرایی سرعت افقی در جریان سیال توانی در داخل کانال در حالت $Re=20$ و $n=1$

شکل (۶-۳) توزیع سرعت توسعه یافته بی بعد در مقطع انتهایی کانال بر حسب فاصله بی بعد برای سه نوع سیال باریک شونده ($n < 1$)، نیوتنی ($n = 1$) و ضخیم شونده ($n > 1$) را نشان می دهد.



شکل (۶-۳) مقایسه نتایج روش عددی ارائه شده و حل تحلیلی سرعت بی بعد جریان پویزوله سیال توانی در مقطع کانال

همانطور که این شکل نشان می دهد، تطابق خوبی بین نتایج روش عددی ارائه شده با حل تحلیلی برای هر سه نوع سیال وجود دارد. در شکل (۷-۳) طول ناحیه توسعه یافتگی برای هر سه نوع سیال باریک شونده، نیوتنی و ضخیم شونده به ازای اعداد رینولدز متفاوت ترسیم شده است. این شکل نشان می دهد افزایش عدد رینولدز تأثیر زیادی در طول ناحیه در حال توسعه دارد در حالی که در یک عدد رینولدز خاص افزایش n سبب کاهش اندک طول ناحیه در حال توسعه می گردد.



شکل (۷-۳) سرعت بی‌بعد در خط مرکزی کانال بر حسب مکان بی‌بعد برای سه سیال مختلف

۳-۴-۲- جریان اینرسی سیالات ویسکوالاستیک

سیالات ویسکوالاستیک موادی هستند که به طور توأمان خواص ویسکوز و الاستیک را دارا می‌باشند. از آنجا که در سیالات تنش تابعی از نرخ برش و در جامدات تابعی از خود برش است، لذا این مواد دارای خواص همزمان جامد و سیال هستند. یکی از مهمترین تفاوت‌های سیالات

ویسکوالاستیک با سایر سیالات، وجود اختلاف تنش‌های نرمال اول و دوم در این مواد است. به عنوان نمونه در جریان کوئت یک سیال معمولی تنش‌های نرمال همواره ثابت و برابر فشار استاتیکی است اما در جریان کوئت یک سیال ویسکوالاستیک اختلافی بین تنش‌های نرمال مشاهده می‌شود [۹۸]. به طور کلی جریان برشی این مواد، آرایش و موقعیت مولکول‌ها را تحت تاثیر قرار می‌دهد و کشیدگی و همراستا شدن مولکول‌های طویل پلیمری در راستای خطوط جریان را در پی دارد که این امر سبب بروز خواص غیرایزوتروپیک در سیال می‌شود. لذا جهت حفظ این انحراف، میدان تنش نیز تحت تاثیر قرار گرفته و اختلاف تنش‌های نرمال پدید می‌آیند [۹۵].

پس از معرفی اجمالی از سیالات ویسکوالاستیک در این بخش به معرفی روش جدیدی پرداخته می‌شود که بتوان به کمک آن جریان اینرسی سیالات ویسکوالاستیک را حل نمود. این روش که از ترکیب روش تفاضل محدود و شبکه بولتزمن حاصل شده است در مورد سیالات ویسکوالاستیکی کاربرد دارد که بتوان تنش آنها را به صورت مجموع دو بخش نیوتنی و الاستیک بیان نمود. ایده اصلی این روش بر این منطق استوار است که بخش نیوتنی تانسور تنش به همراه ترم جابجایی معادله مومنوم همانند معادلات ناویراستوکس به کمک روش شبکه بولتزمن حل می‌گردد و دیورژانس بخش الاستیک تانسور تنش که به یکی از روش‌های مرسوم عددی حل شده به صورت یک ترم نیرو^۱ به معادلات شبکه بولتزمن اضافه می‌گردد. این ایده اولین بار در تحقیق زو^۲ و همکاران [۹۹] استفاده شده است. در این تحقیق [۹۹]، روش ترکیبی حجم محدود-شبکه بولتزمن جهت مدلسازی سیالات ویسکوالاستیک معرفی گردید. آنها با ترکیب دو نرم افزار کد باز اپن فوم^۳ و اپن ال بی^۴ به ترتیب به حل معادله متشکله سیال ویسکوالاستیک و بخش نیوتنی معادله مومنوم پرداختند. این تحقیق [۹۹] دارای اشکالات عمده ای است که عبارتند از:

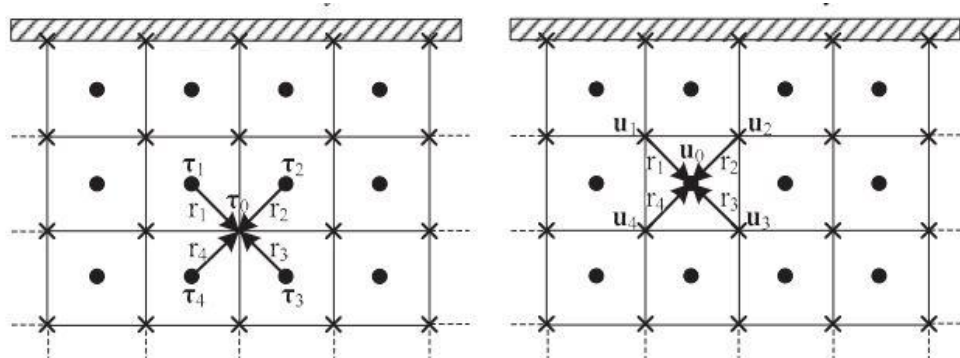
¹ Force term

² Zou

³ OpenFOAM

⁴ OpenLB

۱- از آنجا که در این تحقیق از دو نرم افزار جهت حل معادلات متشکله و مومنتوم استفاده شده است که این فوم معادلات را بر روی شبکه جابجا شده^۱ و این ال بی معادلات را بر روی شبکه جابجا نشده حل می نماید، برای تطابق این دو نرم افزار با هم، مطابق شکل (۳-۸) در تمامی مراحل تکرار حل معادلات، مقادیر سرعت و تنش باید از روی نقاط شبکه های اصلی بر روی شبکه های فرعی و برعکس برآزش نمود. که این خود باعث افزایش چشمگیر هزینه محاسباتی می گردد.



شکل (۳-۸) برآزش مقادیر سرعت و تنش از روی نودهای شبکه اصلی به فرعی و بر عکس در تحقیق زو و همکاران [۹۹]

۲- استفاده از نرم افزار برای حل معادلات حرکت در این تحقیق [۹۹] باعث ایجاد محدودیت های آن نرم افزارها می گردد. یکی از این محدودیت ها، استفاده کردن این نرم افزارها از یک شبکه محاسباتی معین برای حل معادلات است. اما چنانچه در ادامه ذکر می گردد در روش ارائه شده در تحقیق حاضر که با استفاده از یک کد محاسباتی انجام گرفته است امکان استفاده از شبکه های محاسباتی اویلری و لاگرانژی برای حل جریان سیال ویسکوالاستیک بر روی اجسام غوطه ور پیچیده نیز وجود دارد. این در صورتی است که در تحقیق ارائه شده توسط زو و همکاران [۹۹] این امکان وجود ندارد.

¹ Staggered Grid

۳- نتایج ارائه شده در تحقیق زو و همکاران [۹۹] برای اعداد رینولدز کم ($Re < 10$) معتبر سازی شده است.

جهت برطرف نمودن محدودیت‌های تحقیق زو و همکاران [۹۹] در تحقیق حاضر روش عددی جدیدی معرفی شده است که با ترکیب روش عددی شبکه بولتزمن-تفاضل محدود به بررسی جریان اینرسی سیال ویسکوالاستیک پرداخته شود. در این روش بخش الاستیک تانسور تنش به صورت یک ترم نیروی اضافه به معادلات شبکه بولتزمن اضافه می‌گردد. بنابراین در ابتدا معادلات روش شبکه بولتزمن با وجود ترم نیروی اضافی به صورت روابط (۲۰-۳) معرفی گردد [۱۰۰]:

$$f_{\alpha}(\vec{x}^{lb} + \vec{e}_{\alpha} \Delta t^{lb}, t^{lb} + \Delta t^{lb}) - f_{\alpha}(\vec{x}^{lb}, t^{lb}) = -\frac{1}{\tau} \left(f_{\alpha}(\vec{x}^{lb}, t^{lb}) - f_{\alpha}^{eq}(\vec{x}^{lb}, t^{lb}) \right) + \vec{F}_{\alpha} \Delta t^{lb} \quad (۱-۲۰-۳)$$

$$F_{\alpha} = \omega_{\alpha} \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) \left(\frac{\vec{e}_{\alpha} - \vec{u}^{lb}}{c_s^2} + \frac{\vec{e}_{\alpha} \cdot \vec{u}^{lb}}{c_s^4} \vec{e}_{\alpha} \right) \cdot \vec{f}^{lb} \quad (۲-۲۰-۳)$$

$$\rho^{lb} \vec{u}^{lb} = \sum_{\alpha} \vec{e}_{\alpha} f_{\alpha} + \frac{\rho^{lb}}{2} \vec{f}^{lb} \Delta t^{lb} \quad (۳-۲۰-۳)$$

در روابط فوق مقادیر ρ^{lb} ، f_{α}^{eq} ، $\vec{e}_{\alpha}$ و ω_{α} به ترتیب از روابط (۴-۳) و (۶-۳) تا (۹-۳) قابل محاسبه است. همچنین c_s سرعت صوت بوده که برای شبکه دو بعدی D_2Q_9 مقدار آن از رابطه زیر بدست می‌آید [۱۰۱]:

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3}} \quad (۲۱-۳)$$

در روابط (۲-۲۰-۳) و (۳-۲۰-۳) مقدار $\vec{f}^{lb}$ همان ترم نیروی اضافی معادلات مومنتوم است که باید به معادلات شبکه بولتزمن اضافه شود.

برای مدل‌هایی از سیالات ویسکوالاستیک که بتوان تانسور تنش را مطابق رابطه (۸-۲) مجموع بخش نیوتنی (σ^N) و بخش الاستیک (σ^E) نوشت معادله مومنتوم را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\underbrace{\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\eta^N}{\rho} \nabla^2 (\vec{u})}_{LBM} + \vec{f}^E \quad (22-3)$$

همانطور که در رابطه فوق نشان داده شده است در این روش ترکیبی، بخش نیوتنی معادله ممنتوم به کمک روش شبکه بولتزمن حل شده و بخش الاستیک تانسور تنش که به کمک روش تفاضل محدود حل شده است به عنوان یک ترم نیروی اضافی مطابق رابطه زیر به معادلات مومنتوم اضافه می‌شود:

$$\vec{f}^E = \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \sigma_M^E \quad (23-3)$$

از آنجا که در رابطه (23-3) $\vec{f}_E$ بر اساس متغیرهای فیزیکی تعریف شده است، برای استفاده از این نیرو در معادلات شبکه بولتزمن، باید در ضریب تبدیل نیرو ضرب گردد. بنابراین ترم نیرو اضافی در روش شبکه بولتزمن ($\vec{f}^{lb}$) که در روابط (20-3) مورد استفاده قرار می‌گیرد از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\vec{f}^{lb} = \vec{f}^E \frac{C_t^2}{C_h} \quad (24-3)$$

در این تحقیق روش ترکیبی شبکه بولتزمن-تفاضل محدود برای یک مدل شبه خطی از سیال ویسکوالاستیک (مدل اولدروید-بی) توضیح داده می‌شود. اما همانطور که قبلاً هم ذکر گردید این روش برای کلیه مدل‌های سیالات ویسکوالاستیکی که بتوان تانسور تنش آنها را مجموع بخش ویسکوز و بخش الاستیک آن تانسور تعریف کرد قابل استفاده است. الگوریتم کلی این روش به طور خلاصه به صورت زیر قابل بیان است:

۱- با داشتن مشخصات فیزیکی مسأله مانند Δx ، Δy و Δt و همچنین اندازه دامنه فیزیکی و با در نظر گرفتن $\Delta x^{lb} = \Delta y^{lb} = 1$ و $\Delta t^{lb} = 1$ با استفاده از رابطه (1-3) می‌توان ضرایب تبدیل مکان و زمان را محاسبه نمود.

۲- با دانستن ضرایب تبدیل مکان و زمان، ضرایب تبدیل سرعت و ویسکوزیته از رابطه (2-3)

محاسبه می‌گردد.

۳- با داشتن مقادیر اولیه سرعت فیزیکی و ویسکوزیته سینماتیک بخش نیوتنی سیال (V^N) و با استفاده از ضرایب تبدیل سرعت و ویسکوزیته محاسبه شده در قسمت ۲، مقادیر سرعت و ویسکوزیته شبکه بولتزمن و همچنین ضریب آسودگی این روش با استفاده از رابطه (۳-۹) محاسبه می‌شود.

۴- با دانستن مقدار $\vec{f}^{lb}$ و $\vec{F}_\alpha$ (که در شرایط اولیه برابر صفر است) و با استفاده از روابط (۳-۲۰) مقدار سرعت سیال به کمک روش شبکه بولتزمن در هر نقطه محاسبه می‌شود.

۵- سرعت محاسبه شده از مرحله قبل را به کمک ضرایب تبدیل سرعت، به سرعت فیزیکی تبدیل کرده و با استفاده از آن و به کمک روابط مربوط به بخش الاستیک تانسور تنش (همانند رابطه (۲-۱۴) برای مدل اولدروید-بی) به روش تفاضل محدود، مقدار تنش الاستیک روی نقاط شبکه محاسباتی محاسبه می‌شود.

۶- با استفاده از مقدار تنش محاسبه شده از مرحله ۵، مقدار نیروی الاستیک از رابطه (۳-۲۳) محاسبه شده و به کمک رابطه (۳-۲۴) مقدار $\vec{f}^{lb}$ برای استفاده در مرحله ۴، محاسبه می‌گردد.

۷- به کمک ضریب تبدیل سرعت، سرعت محیط شبکه بولتزمن به محیط فیزیکی تبدیل می‌شود.

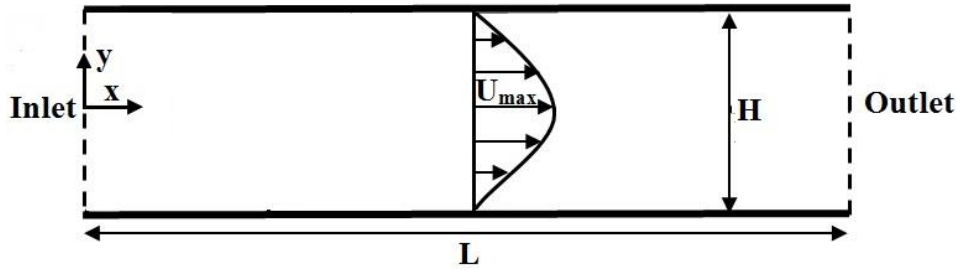
۸- مراحل ۳ تا ۷ تکرار می‌شود تا همگرایی حاصل شود.

در ادامه، جهت ارزیابی صحت روش ارائه‌شده، جریان سیال ویسکوالاستیک در دو حالت پایا و ناپایا برای یک هندسه ساده مورد بررسی و با حل تحلیلی آن مقایسه می‌شود.

۳-۴-۲-۱- جریان پایا پویزوله سیال ویسکوالاستیک

در این بخش با توجه به روش ارائه‌شده در بخش قبل به بررسی جریان اینرسی سیال اولدروید-بی

درون یک کانال مطابق شکل (۹-۳) پرداخته شده است.



شکل (۹-۳) هندسه مورد بررسی در جریان پویزوله سیال ویسکوالاستیک

مقادیر پارامترهای بی بعد مسأله مطابق زیر قابل تعریف است:

$$\begin{aligned} \vec{u}^* &= \frac{\vec{u}}{U_{ref}} & \vec{x}^* &= \frac{\vec{x}}{L_{ref}} & \sigma^E &= \frac{\sigma^E L_{ref}}{\eta_0 U_{ref}} \\ \text{Re} &= \frac{\rho U_{ref} L_{ref}}{\eta_0} & \text{We} &= \frac{\lambda U_{ref}}{L_{ref}} & \beta &= \frac{\eta^E}{\eta_0} \end{aligned} \quad (۲۵-۳)$$

در روابط فوق λ زمان رهایی از تنش سیال و η^E و η_0 به ترتیب ویسکوزیته بخش الاستیک و ویسکوزیته کل سیال است. همچنین با توجه به هندسه نشان داده شده در شکل (۹-۳) مقادیر $U_{ref} = U_{max}$ و $L_{ref} = H$ در نظر گرفته شده اند.

در ورودی کانال مطابق رابطه (۲۶-۳) شرط مرزی سرعت سهموی جریان سیال نیوتنی توسعه یافته در کانال در نظر گرفته شده است. همچنین مقدار تنش های الاستیک در ورودی صفر در نظر گرفته شده است.

$$u = U_{max} \left(1 - \left(\frac{y}{H/2} \right)^2 \right), \quad v = 0, \quad \sigma_{xx}^E = 0, \quad \sigma_{xy}^E = 0, \quad \sigma_{yy}^E = 0 \quad (۲۶-۳)$$

در خروجی شرط مرزی توسعه یافتگی برای کلیه متغیرها به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{xx}^E}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}^E}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{yy}^E}{\partial x} = 0 \quad (۲۷-۳)$$

بر روی دیواره های کانال نیز شرط مرزی عدم لغزش برای سرعت و گرایان صفر برای تنش های

الاستیک در نظر گرفته شده است.

$$u=0, \quad v=0, \quad \frac{\partial \sigma_{xx}^E}{\partial y}=0, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}^E}{\partial y}=0, \quad \frac{\partial \sigma_{yy}^E}{\partial y}=0 \quad (28-3)$$

روابط زیر توزیع سرعت و تنش در شرایط پایا جریان سیال ویسکوالاستیک درون کانال را نشان می-دهد [۱۰۲]:

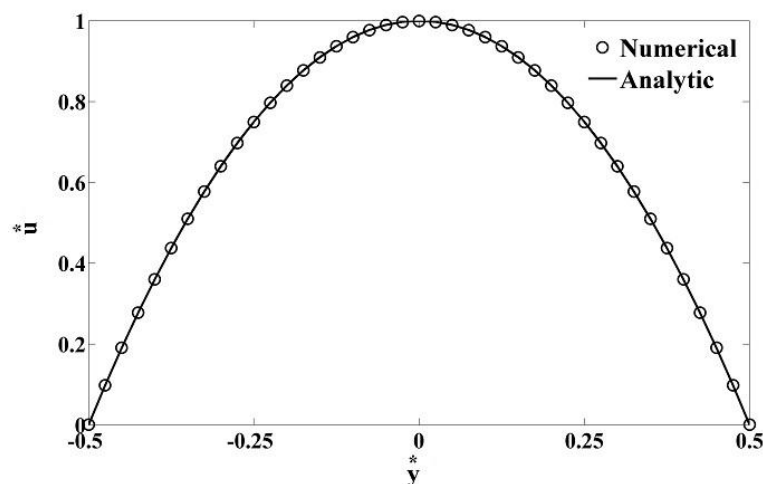
$$u^* = \left(1 - \left(2y^* \right)^2 \right) \quad (29-3)$$

$$\sigma_{xy}^{*E} = \beta \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \quad (30-3)$$

$$\sigma_{xx}^{*E} = 2We\beta \left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 \quad (31-3)$$

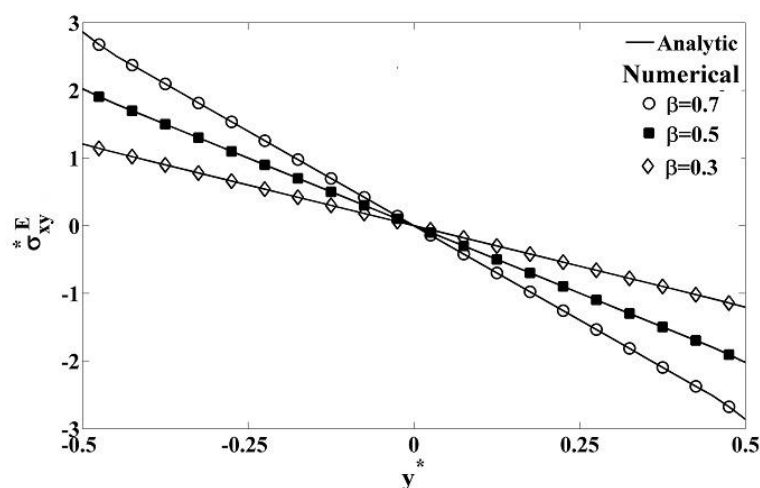
$$\sigma_{yy}^{*E} = 0 \quad (32-3)$$

شکل (۱۰-۳) توزیع سرعت بی‌بعد بر حسب فاصله بی‌بعد بر اساس روش عددی ارائه‌شده و حل تحلیلی را در حالت $Re = 45$ ، $We = 0.6$ و $\beta = 0.7$ نشان می‌دهد. همانطور که مقادیر این شکل نشان می‌دهد تطابق قابل قبولی بین حل روش عددی حاضر و روش تحلیلی وجود دارد.



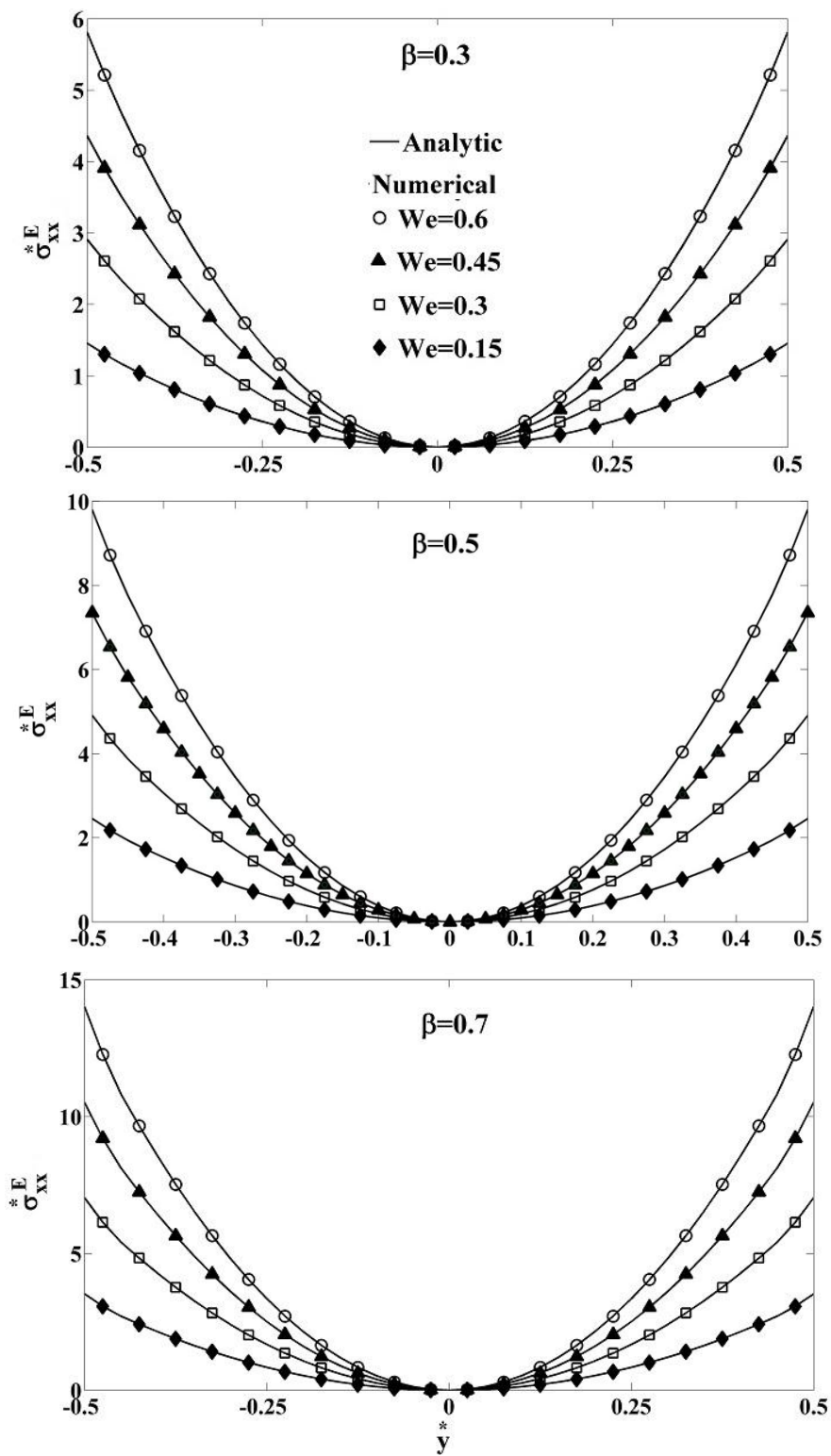
شکل (۱۰-۳) مقایسه توزیع سرعت بی‌بعد جریان پویزوله سیال اولدروید-بی بر اساس روش عددی حاضر و حل تحلیلی

در شکل (۱۱-۳) توزیع تنش برشی الاستیک بی‌بعد (σ_{xy}^E) بر حسب فاصله بی‌بعد برای حالت $We = 0.6$ و $Re = 45$ در سه نسبت ویسکوزیته متفاوت در مقطع کانال بر اساس نتایج روش عددی حاضر و حل تحلیلی را نشان می‌دهد.



شکل (۱۱-۳) توزیع σ_{xy}^E جریان پویزوله سیال اولدروید-بی بر اساس حل عددی حاضر و مقایسه آن با حل تحلیلی

همچنین مقایسه ای بین نتایج توزیع تنش نرمال الاستیک بی‌بعد در راستای x (σ_{xx}^E) بین حل عددی موجود و حل تحلیلی برای $Re = 45$ و در اعداد وایزنبرگ متفاوت و در سه سیال مختلف در شکل (۱۲-۳) نشان داده شده است. نتایج فوق نشان می‌دهد تطابق بسیار خوبی بین نتایج حل عددی حاضر با حل تحلیلی این مسأله وجود دارد. بنابراین روش عددی حاضر به خوبی توانایی مدلسازی جریان سیال پایا و اینرسی سیال ویسکوالاستیک در داخل کانال را دارد.



شکل (۳-۱۲) توزیع σ_{xx}^E جریان پویزوله سیال اولدروید-بی بر اساس حل عددی حاضر و مقایسه آن با حل تحلیلی

۳-۴-۲- جریان ناپایا و مرسلی^۱ سیال ویسکوالاستیک

جهت بررسی بیشتر روش عددی ترکیبی ارائه شده جهت حل جریان سیالات ویسکوالاستیک، در این قسمت به بررسی جریان غیر دائم و مرسلی سیال اولدروید-بی پرداخته شده است. با توجه به عدم وجود حل تحلیلی جریان و مرسلی سیال اولدروید-بی نتایج حاصل از حل عددی حاضر با حل نیوتنی این جریان معتبرسنجی و در ادامه به ارائه نتایج حاصل از جریان و مرسلی سیال اولدروید-بی پرداخته می شود. هندسه مورد مطالعه جهت بررسی جریان و مرسلی دو بعدی (جریان پالسی در داخل کانال دو بعدی) همانند هندسه مورد استفاده در جریان پویزوله است با این تفاوت که سیال به کمک یک گرادیان فشار متناوب با دامنه A و فرکانس ω که در مقطع ورودی کانال همانند رابطه (۳-۳۳) اعمال می شود حرکت می کند.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -A \cos(\omega t) \quad (۳-۳۳)$$

با توجه به رابطه فوق، ماکزیمم سرعت در مرکز کانال در زمان های $t = 2k\pi/\omega$ (به ازای مقادیر صحیح k) اتفاق می افتد و مقدار آن برای جریان سیال نیوتنی برابر است با:

$$U_{\max} = \frac{A}{8\nu^N} H^2 \quad (۳-۳۴)$$

با جاگذاری توزیع فشار رابطه (۳-۳۳) در معادلات ناویر استوکس، توزیع سرعت جریان و مرسلی سیال نیوتنی در یک کانال دو بعدی از رابطه زیر محاسبه می شود [۱۰۳]:

$$u = \Re \left\{ \frac{A}{i\omega\rho} \left[1 - \frac{\cosh \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\zeta + i\zeta) \frac{2y}{H} \right]}{\cosh \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\zeta + i\zeta) \right]} \right] e^{i\omega t} \right\} \quad (۳-۳۵)$$

در رابطه (۳-۳۵) عملگر $\Re$ نماد بخش حقیقی جواب است. همچنین ζ پارامتر و مرسلی است که از رابطه زیر محاسبه می شود [۱۰۳]:

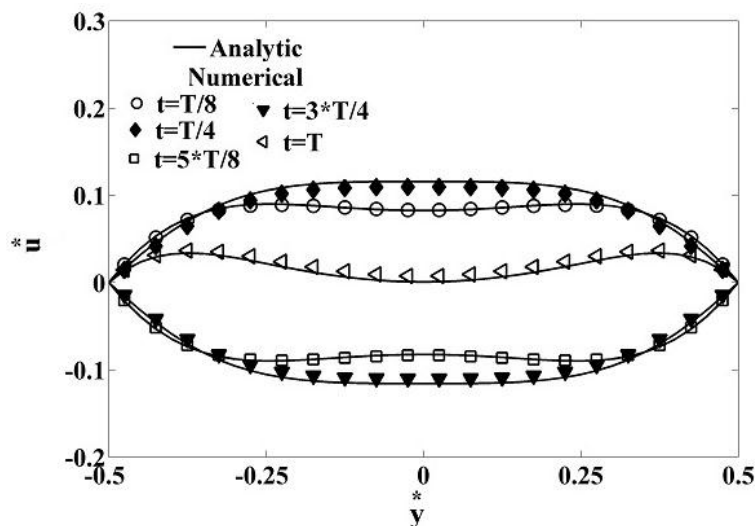
^۱ Womersley

$$\zeta = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \quad (3-36)$$

به کمک روش عددی ارائه شده جهت حل معادلات (۳-۲۰) تا (۳-۲۴) در ادامه به ارائه نتایج حاصل از حل جریان سیال غیر دائم و مرسلی پرداخته می شود. شرط همگرایی حل عددی موجود برای بررسی جریان ناپایا به صورت زیر قابل بیان است:

$$\text{Max} \left(\left| \frac{u(x_i, t+T) - u(x_i, t)}{u(x_i, t+T)} \right| \right) < 10^{-6} \quad (3-37)$$

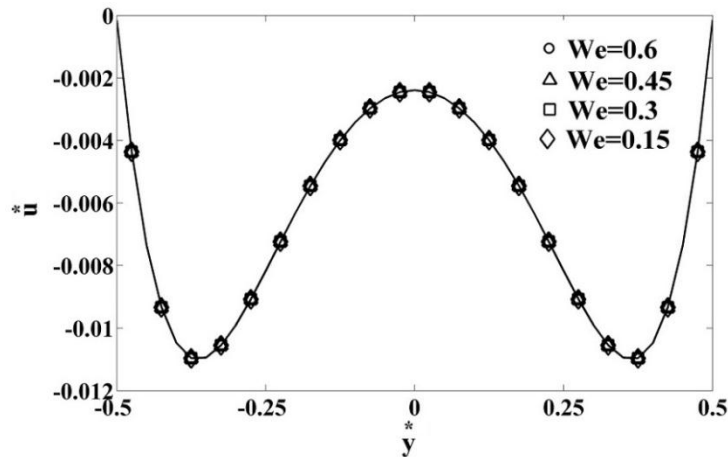
شکل (۳-۱۳) توزیع سرعت بی بعد جریان و مرسلی سیال نیوتنی در پنج زمان مختلف بر حسب مقطع بی بعد کانال برای حالت $\beta=0.7$ و $Re=30$ بر اساس نتایج روش عددی حاضر نشان داده شده و با حل تحلیلی ارائه شده در رابطه (۳-۳۵) مقایسه شده است. در این شکل T نشان دهنده دوره تناوب گرادیان فشار در مقطع ورودی کانال است. همانطور که شکل (۳-۱۳) نشان می دهد، تطابق قابل قبولی بین نتایج حل عددی موجود و حل تحلیلی وجود دارد.



شکل (۳-۱۳) توزیع سرعت بی بعد جریان و مرسلی سیال نیوتنی بر اساس حل عددی حاضر و مقایسه آن با حل تحلیلی

در این تحقیق با استفاده از روش عددی ارائه شده، برای اولین بار به بررسی جریان و مرسلی سیال اولدرویید-بی در داخل کانال دوبعدی پرداخته شده است. شکل (۳-۱۴) توزیع سرعت بی بعد این

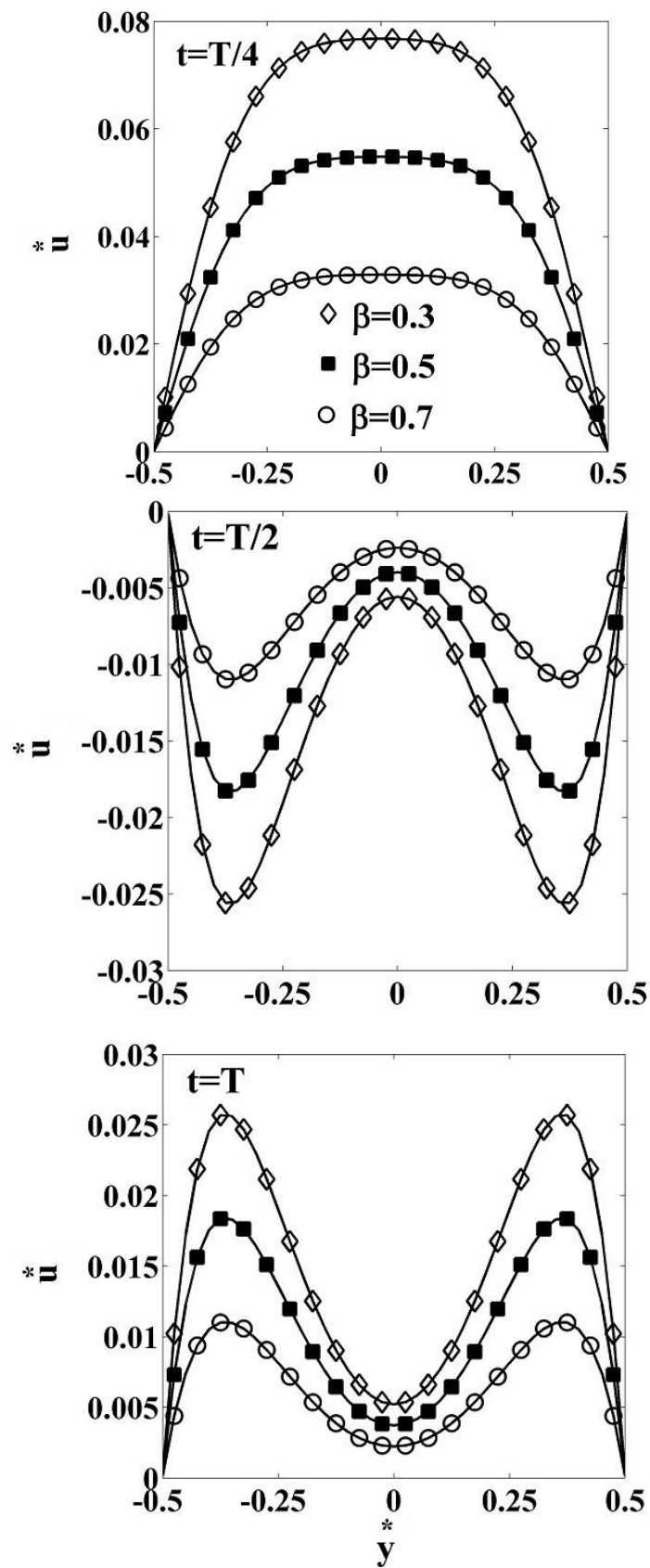
جریان بر حسب فاصله بی‌بعد به ازای اعداد وایزنبرگ متفاوت در حالت $Re=30$ در زمان $t=T/2$ s ترسیم شده است. همانطور که در این شکل نشان داده شده است تغییر عدد وایزنبرگ (We) تأثیری بر پروفیل سرعت داخل کانال ندارد. در حالی که همانطور که در شکل (۳-۱۵) نشان داده شده است تغییر در نسبت ویسکوزیته (β) تأثیر زیادی در توزیع سرعت در مقطع کانال دارد.



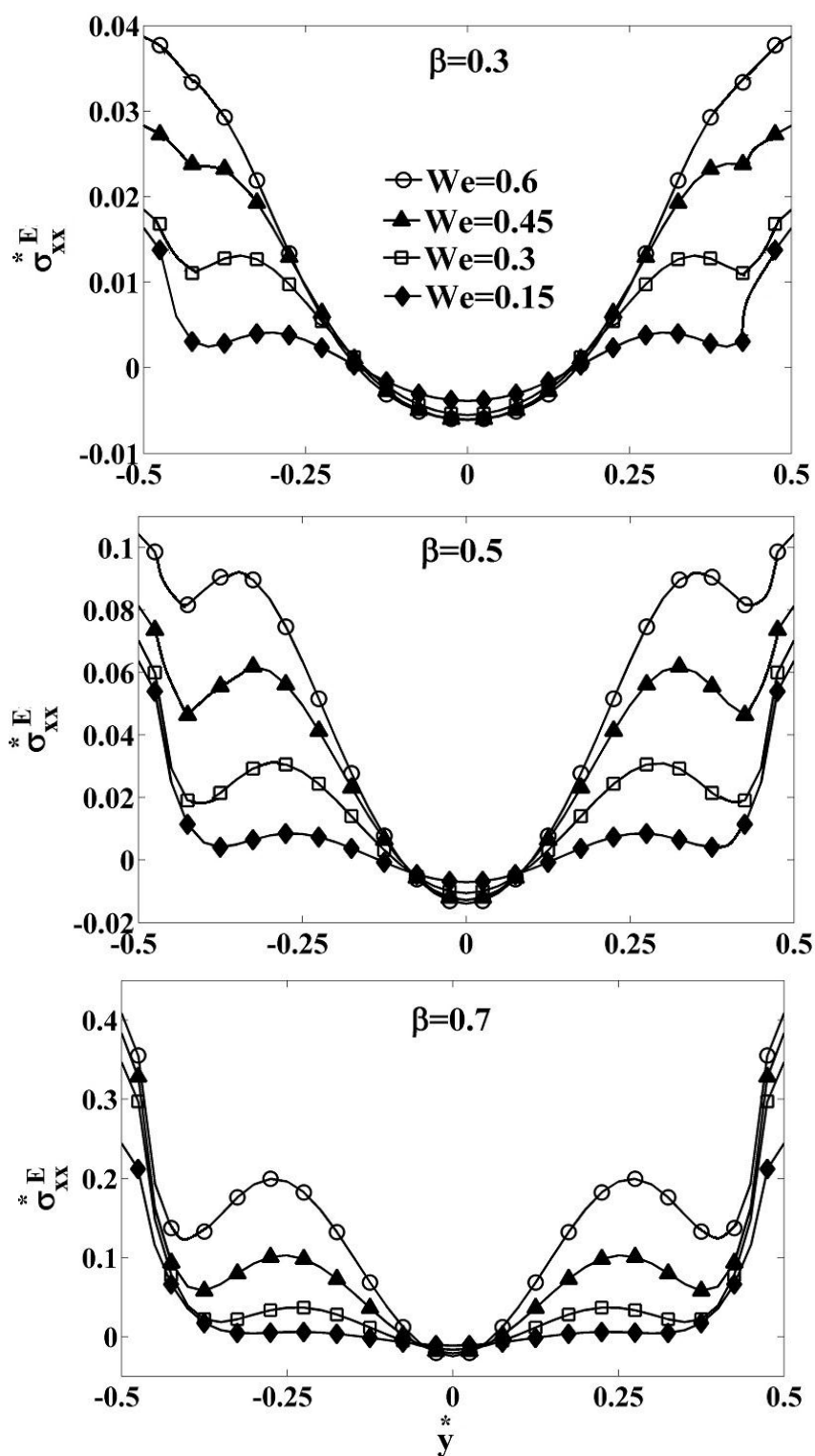
شکل (۳-۱۴) توزیع سرعت بی‌بعد جریان و مرسلی سیال اولدروید-بی بر حسب y^* در اعداد وایزنبرگ متفاوت

شکل‌های (۳-۱۶) تا (۳-۱۸) توزیع تنش‌های برشی و نرمال الاستیک بر حسب y^* در اعداد وایزنبرگ و نسبت ویسکوزیته‌های مختلف در حالت $Re=30$ در زمان $t=T/4$ را نشان می‌دهند. همانطور که در این شکل‌ها نشان داده شده است، بر خلاف جریان پویزوله سیال اولدروید-بی که در آن مقدار تنش σ_{yy}^E برابر صفر و σ_{xy}^E فقط تابعی از β بود در جریان و مرسلی سیال اولدروید-بی هر سه نوع تنش الاستیک σ_{xx}^E ،

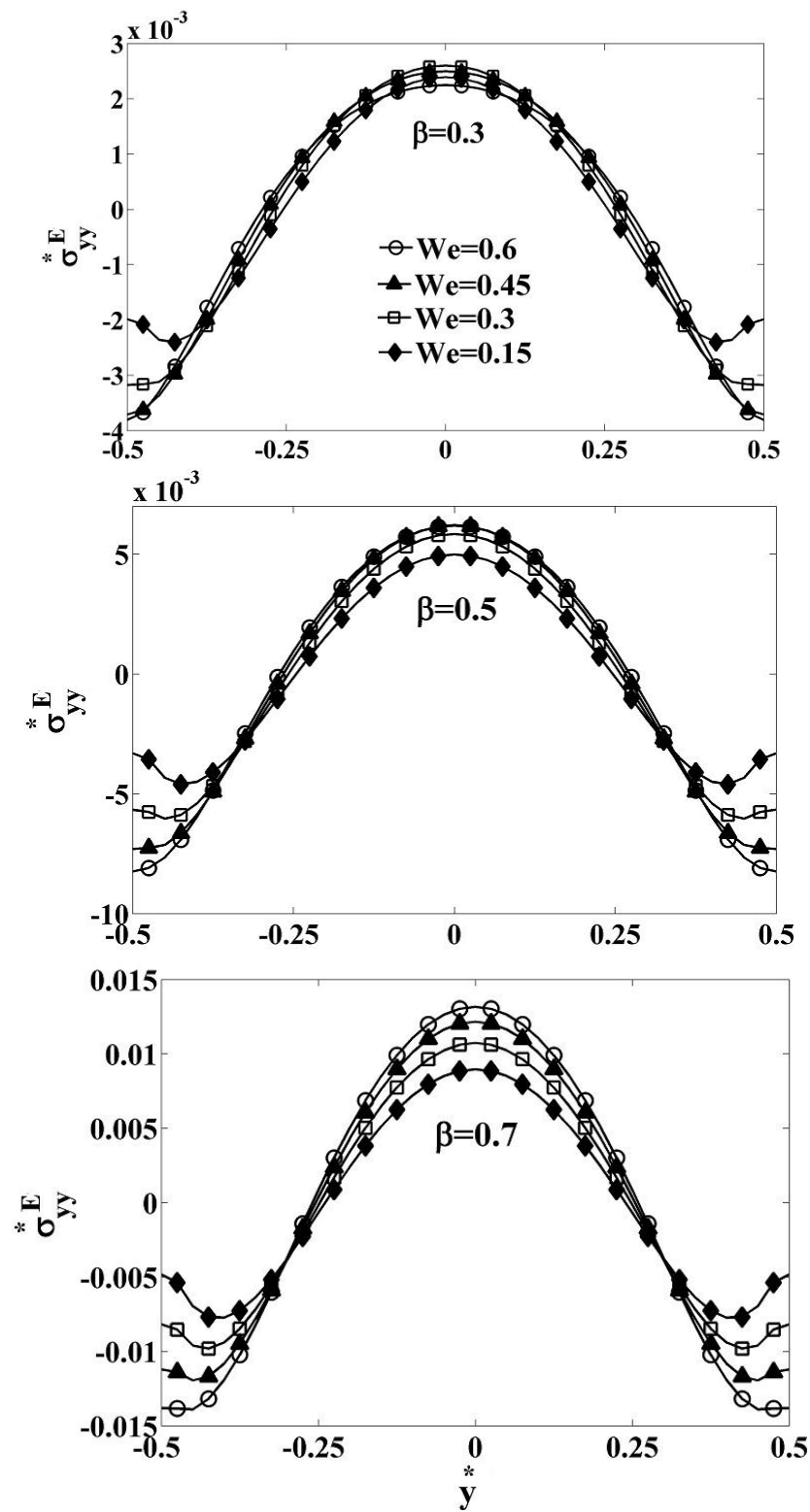
σ_{xy}^E و σ_{yy}^E موجود و هر سه تابعی از We و β می‌باشند.



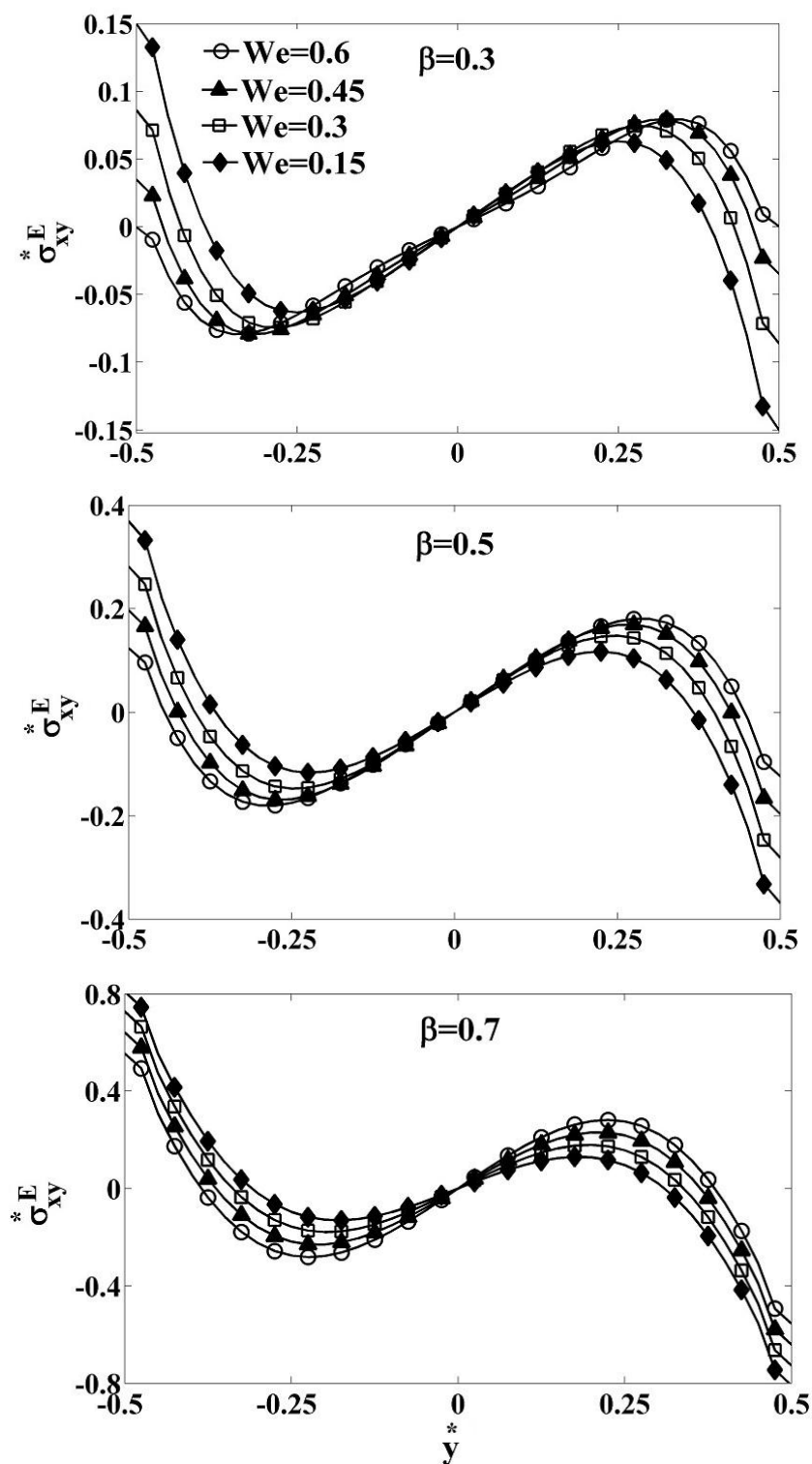
شکل (۳-۱۵) توزیع سرعت بی بعد جریان و مرسلی سیال اولدروید-بی بر حسب y^* و β در سه زمان مختلف



شکل (۳-۱۶) توزیع σ_{xx}^E جریان و مرسلی سیال اولدرویدی بر حسب y^* در اعداد وایزنبرگ و β مختلف



شکل (۳-۱۷) توزیع σ_{yy}^E جریان و مرسلی سیال اولدروید-بی بر حسب *y در اعداد وایزنبرگ و β مختلف



شکل (۳-۱۸) توزیع $^*\sigma_{xy}^E$ جریان و مرسلی سیال اولدرویدی بر حسب *y در اعداد وایزنبرگ و β مختلف

۳-۵- روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن^۱ جهت مدلسازی اجسام غوطه‌ور در

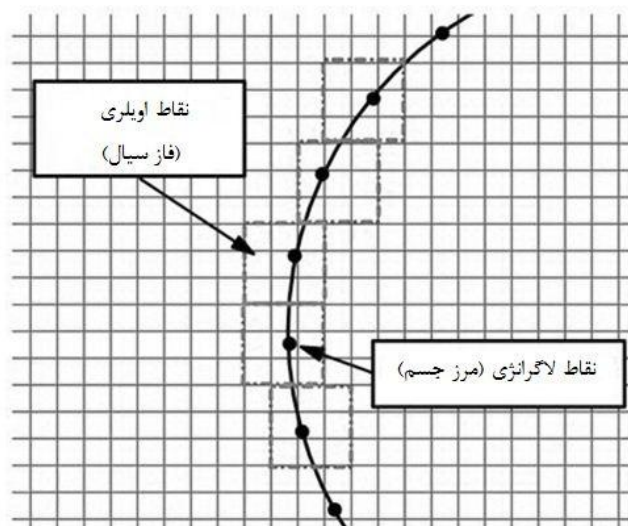
سیال غیرنیوتنی

در این قسمت با اضافه کردن روش مرز غوطه‌ور به روش توضیح داده‌شده در بخش‌های قبل به ارائه روش جدیدی پرداخته شده است که به کمک آن بتوان جریان سیال غیرنیوتنی را حول اجسام غوطه‌ور در آن‌ها مدلسازی نمود. قبل از معرفی این روش ترکیبی در ابتدا لازم است روش مرز غوطه‌ور معرفی شود.

مطابق شکل (۳-۱۹)، جسمی با مرز منحنی که در داخل فاز سیال قرار گرفته است را در نظر بگیرید. همانطور که در این شکل نشان داده شده است، جهت مدلسازی جریان به روش مرز غوطه‌ور نقاط اویلری در مختصات کارتزین در داخل فاز سیال و نقاط لاگرانژی بر روی مرز جسم غوطه‌ور، در ناحیه محاسباتی در نظر گرفته می‌شود. بعلاوه نقاط لاگرانژی بر روی مرز جسم می‌توانند در هر زمان با جسم مورد نظر حرکت کنند. در روش مرز غوطه‌ور، ابتدا معادلات مومنتوم و پیوستگی، بدون در نظر گرفتن جسم غوطه‌ور، توسط یکی از روش‌های مرسوم عددی بر روی نقاط اویلری حل می‌گردد. سپس با تعریف یک تابع دلتای پسکین می‌توان سرعت نقاط اویلری محاسبه‌شده از سیال را بر روی نقاط لاگرانژی برازش کرد. اگر سرعت جسم بر روی مرز مشخص باشد، از اختلاف سرعت به دست آمده از برازش مقادیر نقاط اویلری بر نقاط لاگرانژی و سرعت واقعی جسم (در مرز)، می‌توان یک نیروی اضافی به صورت ترم نیرو به معادلات مومنتوم اضافه نمود. حال معادلات برای نقاط اویلری تا زمانی که سرعت به دست آمده از برازش مذکور با سرعت واقعی جسم غوطه‌ور برابر شود، مجدداً حل می‌گردد.

پس از توضیح کلی در مورد روش مرز غوطه‌ور، در ادامه به معرفی روش ترکیبی شبکه بولتزمن - مرز غوطه‌ور برای مدلسازی سیالات غیرنیوتنی حول اجسام غوطه‌ور پرداخته می‌شود.

¹ Immersed boundary - lattice Boltzmann method



شکل (۳-۱۹) شماتیکی از ناحیه محاسباتی در روش مرز غوطه‌ور

در مدلسازی جریان سیالات بر روی اجسام صلب، برای اعمال شرط مرزی در فصل مشترک سیال و مرز جسم، مطابق با اصل عدم لغزش، می‌بایست سرعت نقاط مرزی بدست آمده از حل عددی (روش شبکه بولتزمن یا هر روش دیگر) با سرعت مرز جسم برابر باشد. همانطور که توضیح داده شد در این تحقیق از روش مرز غوطه‌ور جهت ارضای این شرط و مدلسازی جریان در مرز جسم استفاده شده است. در این تحقیق جهت استفاده از مزایای روش مرز غوطه‌ور برای مدلسازی جریان سیال غیرنیوتنی در اطراف اجسام با مرزهای پیچیده، روش شبکه بولتزمن در ترکیب با روش مرز غوطه‌ور جهت سهولت در اعمال شرط مرزی مناسب در مرز بین سیال و جامد مورد استفاده قرار گرفت.

روش ترکیبی شبکه بولتزمن-مرز غوطه‌ور اولین بار توسط فنگ^۱ و میچالیدس^۲ [۱۰۴، ۱۰۵] در سال ۲۰۰۴ معرفی گردید. در ادامه نیو^۳ و همکاران [۱۰۶] با مطرح کردن روش تبدیل مومنتوم^۴ بر پایه روش شبکه بولتزمن-مرز غوطه‌ور به مدلسازی جریان بر روی ذرات ساکن و متحرک پرداختند. وو^۵ و شو^۶ [۱۰۷] با معرفی شرایط مرزی بر پایه روش شبکه بولتزمن-مرز غوطه‌ور به توسعه این روش

^۱ Feng

^۲ Michaelides

^۳ Niu

^۴ Momentum Exchange

^۵ Wu

^۶ Shu

پرداختند. در نهایت آنها [۳۷] با ارائه یک روش مناسب ضمنی^۱ برای محاسبه نیروی حاصل از جسم غوطه‌ور به بررسی حرکت ذرات معلق در یک سیال نیوتنی پرداختند. در این روش نیروی حاصل از جسم غوطه‌ور بدون تکرار و فقط در یک مرحله با حل یک دستگاه معادلات محاسبه می‌گردد. به همین منظور استفاده از این روش برای حل مسائل ناپایا بسیار مناسب است. در تحقیق حاضر نیز با اضافه کردن ترم‌های غیرنیوتنی به روش ارائه‌شده توسط وو و شو [۳۷] به ارائه روش جدیدی پرداخته شده است که در آن جریان سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته و ویسکوالاستیک بر روی اجسام غوطه‌ور را به خوبی مدلسازی نماید. در ادامه به معرفی این روش پرداخته شده است.

در این روش، سرعت نقاط مرزی که با استفاده از یک نگاشت مناسب از مقادیر سرعت بدست آمده در نقاط اویلری (نقاط سیال) محاسبه شده است، به گونه‌ای تصحیح می‌شوند که با سرعت نقاط لاگرانژی که بر روی مرز جسم قرار دارند برابر شوند. بنابراین سرعت نقاط اویلری از یک سرعت واسط $(\vec{u}^{lb,**})$ و یک تصحیح سرعت $(\Delta \vec{u}^{lb})$ (به خاطر وجود جسم غوطه‌ور) مطابق رابطه (۳۸-۳) محاسبه می‌شود [۳۷]:

$$\vec{u}^{lb} = \vec{u}^{lb,**} + \Delta \vec{u}^{lb} \quad (38-3)$$

معادلات شبکه بولتزمن بر روی جریان سیال با وجود یک جسم غوطه‌ور همانند معادلات (۳۰-۳) است با این تفاوت که ترم نیروی اضافی در این حالت به علت وجود جسم غوطه‌ور در سیال است. با مقایسه رابطه (۳۸-۳) و (۲۰-۳) می‌توان نوشت:

$$\vec{u}^{lb,**} = \frac{1}{\rho^{lb}} \sum_{\alpha} \vec{e}_{\alpha} f_{\alpha} \quad (1-39-3)$$

$$\Delta \vec{u}^{lb} = \frac{1}{2} \vec{f}^{lb} \Delta t^{lb} \quad (2-39-3)$$

همانطور که توضیح داده شد در این روش به کمک یک نگاشت مناسب می‌توان کلیه متغیرها بر روی نقاط اویلری (سیال) را بر روی نقاط لاگرانژی (مرز جسم) و بر عکس تصویر کرد. بنابراین به کمک

¹ Implicit

این نگاشت همانند رابطه (۳-۴۰) می‌توان مقادیر تصحیح سرعت نقاط اوپلری را هم با استفاده از مقادیر تصحیح سرعت نقاط لاگرانژی بدست آورد:

$$\Delta \vec{u}^{lb}(\vec{x}^{lb}, t^{lb}) = \int_{\Gamma} \Delta \vec{U}^{lb}(\vec{X}, t^{lb}) \delta(\vec{x}^{lb} - \vec{X}^{lb}(s^{lb}, t^{lb})) ds^{lb} \quad (۳-۴۰)$$

در رابطه (۳-۴۰) تابع δ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta(\vec{x}^{lb} - \vec{X}^{lb}(s^{lb}, t^{lb})) = D_{ij}(x_{ij}^{lb} - X_i^{lb}) = \delta(x_{ij}^{lb} - X_i^{lb}) \delta(y_{ij}^{lb} - Y_i^{lb}) \quad (۳-۴۱)$$

تابع δ که تابع دلتای پسکین نام دارد در مراجع به صورت روابط متفاوتی ارائه شده است. وو و شو [۳۷] این تابع را به صورت زیر گزارش نمودند:

$$\delta(r) = \begin{cases} \frac{1}{h} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi r}{2}\right) \right), & |r| \leq 2 \\ 0, & |r| > 2 \end{cases} \quad (۳-۴۲)$$

در رابطه (۳-۴۲)، h فاصله بین نقاط اوپلری در فاز سیال است. با جایگذاری رابطه (۳-۴۱) در رابطه (۳-۴۰) می‌توان نوشت:

$$\Delta \vec{u}^{lb}(\vec{x}^{lb}, t^{lb}) = \sum_i \Delta \vec{U}^{lb}(\vec{X}_i^{lb}, t^{lb}) D_{ij}(x_{ij}^{lb} - X_i^{lb}) \Delta s_i^{lb} \quad (۳-۴۳)$$

در رابطه (۳-۴۳)، Δs_i^{lb} طول کمان المان‌های مرزی (لاگرانژی) است. همچنین برای ارضای شرط عدم لغزش بر روی مرز باید با اعمال نگاشت معرفی شده بر روی سرعت نقاط سیال، این سرعت برابر سرعت نقاط متناظر در مرز باشند. به عبارتی:

$$\vec{U}_i^{lb}(X_i^{lb}, t^{lb}) = \sum_{i,j} \vec{u}_i^{lb}(x_{ij}^{lb}, t^{lb}) D_{ij}(x_{ij}^{lb} - X_i^{lb}) \Delta x^{lb} \Delta y^{lb} \quad (۳-۴۴)$$

با جایگذاری معادلات (۳-۳۸) و (۳-۴۳) در رابطه (۳-۴۴) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \vec{U}_i^{lb}(X_i^{lb}, t^{lb}) &= \sum_{i,j} \vec{u}^{lb,*}(x_{ij}^{lb}, t^{lb}) D_{ij}(x_{ij}^{lb} - X_i^{lb}) \Delta x^{lb} \Delta y^{lb} + \\ &\sum_{i,j} \sum_l \Delta \vec{U}_l^{lb}(X_l^{lb}, t^{lb}) D_{ij}(X_l^{lb} - x_{ij}^{lb}) \Delta s_l^{lb} D_{ij}(x_{ij}^{lb} - X_l^{lb}) \Delta x^{lb} \Delta y^{lb} \end{aligned} \quad (۳-۴۵)$$

با تعریف $\delta_{ij}^B = D_{ij}(x_{ij}^{lb} - X_l^{lb})\Delta s_l^{lb}$ و $\delta_{ij} = D_{ij}(x_{ij}^{lb} - X_l^{lb})\Delta x^{lb}\Delta y^{lb}$ می‌توان به صورت ماتریسی مطابق زیر بیان نمود:

$$A\vec{X} = \vec{B} \quad (۴۶-۳)$$

که در این رابطه:

$$X = \{\Delta\vec{U}_1^{lb}, \Delta\vec{U}_2^{lb}, \dots, \Delta\vec{U}_m^{lb}\}^T \quad (۱-۴۷-۳)$$

$$A = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1} & \delta_{m2} & \dots & \delta_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{11}^B & \delta_{12}^B & \dots & \delta_{1m}^B \\ \delta_{21}^B & \delta_{22}^B & \dots & \delta_{2m}^B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n1}^B & \delta_{n2}^B & \dots & \delta_{nm}^B \end{bmatrix} \quad (۲-۴۷-۳)$$

$$B = \left\{ \begin{bmatrix} \vec{U}_1^{lb} \\ \vec{U}_2^{lb} \\ \vdots \\ \vec{U}_m^{lb} \end{bmatrix} \right\} - \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1} & \delta_{m2} & \dots & \delta_{mn} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \vec{u}_1^{lb,*} \\ \vec{u}_2^{lb,*} \\ \vdots \\ \vec{u}_n^{lb,*} \end{bmatrix} \right\} \quad (۳-۴۷-۳)$$

در روابط (۴۷-۳) m تعداد نقاط لاگرانژی (مرزی) و n تعداد نقاط اویلری است. از حل دستگاه معادله (۴۶-۳) می‌توان مقادیر تصحیح سرعت نقاط لاگرانژی ($\Delta\vec{U}_l^{lb}$) را محاسبه نمود و به کمک آن با استفاده از رابطه (۴۳-۳) مقادیر تصحیح سرعت نقاط اویلری محاسبه می‌شود.

همچنین با استفاده از مقادیر تصحیح سرعت نقاط لاگرانژی، نیروی اعمالی از طرف سیال (نقاط اویلری) بر مرز غوطه‌ور (نقاط لاگرانژی) را طبق رابطه (۳۹-۳) مطابق رابطه زیر محاسبه نمود:

$$\vec{F}^{lb} = \frac{2\Delta\vec{U}_l^{lb}}{\Delta t^{lb}} \quad (۴۸-۳)$$

بنابراین با توجه به نگاشت معرفی شده همانند رابطه (۴۳-۳) این نیرو قابل انتقال به نقاط اویلری (سیال) و اضافه شدن به معادلات شبکه بولتزمن می‌باشد:

$$\vec{f}^{lb}(\vec{x}^{lb}, t^{lb}) = \sum_l \vec{F}^{lb}(\vec{X}_l^{lb}, t^{lb}) D_{ij}(x_{ij}^{lb} - X_l^{lb}) \Delta s_l^{lb} \quad (۴۹-۳)$$

در ادامه الگوریتم این روش جهت حل جریان سیال توانی ارائه شده و برای نمونه دو جریان سیال

توانی پایا و ناپایا بر روی یک جسم غوطه‌ور با این روش حل می‌گردد. اما همانطور که قبلاً هم اشاره شد این روش قابل تعمیم برای کلیه مدل‌های سیال غیرنیوتنی تعمیم یافته و سیالات ویسکوالاستیکی که بتوان تانسور تنش آنها را مجموع بخش ویکسوز و الاستیک دانست، است.

الگوریتم کلی روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن جهت مدلسازی جریان سیال توانی بر روی اجسام غوطه‌ور به صورت زیر بیان می‌شود:

۱- با داشتن مشخصات فیزیکی مسأله مانند Δx ، Δy و Δt و همچنین اندازه دامنه فیزیکی و با در نظر گرفتن $\Delta x^{lb} = \Delta y^{lb} = 1$ و $\Delta t^{lb} = 1$ با استفاده از رابطه (۳-۱) می‌توان ضرایب تبدیل مکان و زمان را محاسبه نمود.

۲- با دانستن ضرایب تبدیل مکان و زمان، ضرایب تبدیل سرعت و ویسکوزیته از رابطه (۳-۲) محاسبه می‌گردد.

۳- به کمک نقاط اولیه و لاگرانژی در محیط شبکه بولتزمن و با استفاده از رابطه (۳-۴۷) ماتریس A و معکوس آن (A^{-1}) محاسبه می‌گردد.

۴- با داشتن مقادیر سرعت فیزیکی (در لحظه $t=0$ شرایط اولیه مسأله) و با استفاده از روابط (۳-۹) تا (۳-۱۳) و به کمک روش تفاضل محدود مقدار ویسکوزیته فیزیکی در هر نود از سیال محاسبه می‌شود و به کمک ضریب تبدیل ویسکوزیته مقدار ویسکوزیته سیال در محیط شبکه بولتزمن در هر نقطه محاسبه می‌شود.

۵- با استفاده از رابطه (۳-۹) زمان آسودگی شبکه بولتزمن (τ) برای هر نقطه از سیال محاسبه می‌گردد.

۶- به کمک ضریب تبدیل سرعت، سرعت فیزیکی نقاط مختلف سیال به سرعت در محیط شبکه بولتزمن تبدیل و با استفاده از زمان آسودگی محاسبه شده در مرحله قبل و روابط (۳-۳) تا (۳-۸) تابع توزیع (که در شرایط اولیه $F_\alpha = 0$)، چگالی و سرعت واسط ($\vec{u}^{lb,*}$) کلیه نقاط

سیال در محیط شبکه بولتزمن در زمان جدید محاسبه می‌گردد.

۷- با استفاده از مقادیر سرعت واسط بدست آمده از مرحله قبل و حل دستگاه معادلات (۳-۳۶)

مقادیر تصحیح سرعت نقاط لاگرانژی ($\Delta \vec{U}_l^{lb}$) محاسبه شده و به کمک آن با استفاده از

رابطه (۳-۴۳) مقادیر تصحیح سرعت نقاط اویلری محاسبه می‌شود.

۸- به کمک رابطه (۳-۳۸) مقادیر سرعت کلیه نقاط اویلری تصحیح می‌شوند.

۹- با استفاده از روابط (۳-۴۸) و (۳-۴۹) ترم نیروی اضافی ($\vec{f}^{lb}$) محاسبه شده و از آن در

معادلات شبکه بولتزمن با وجود نیروی اضافی (روابط (۳-۲۰)) استفاده می‌شود.

۱۰- به کمک ضریب تبدیل سرعت، از سرعت محاسبه شده در محیط شبکه بولتزمن در مرحله

۵، سرعت فیزیکی سیال در زمان جدید محاسبه می‌شود.

۱۱- مراحل ۴ تا ۱۰ تکرار می‌شوند تا همگرایی حاصل شود.

در ادامه به بررسی جریان سیال توانی بر روی سیلندر دایروی و بیضوی داخل کانال در دو حالت پایا و

ناپایا و همچنین جریان پایای سیال ویسکوالاستیک بر روی سیلندر دایروی و بیضوی در داخل کانال

پرداخته می‌شود.

۳-۵-۱- جریان پایا سیال توانی بر روی یک سیلندر در داخل کانال

در ابتدای این بخش، با استفاده از روش عددی ارائه شده در بخش ۳-۵، به بررسی جریان سیال توانی

بر روی یک سیلندر دایروی درون یک کانال پرداخته می‌شود و نتایج عددی با نتایج ارائه شده توسط

بهارتی^۱ و همکاران [۱۰۸] معتبرسازی شده است. در ادامه جهت بررسی توانایی روش ارائه شده به

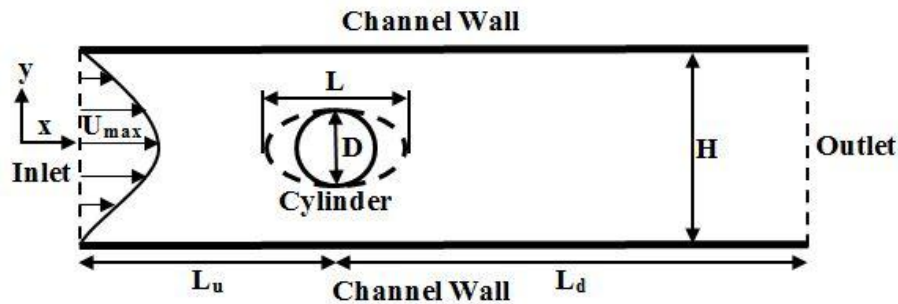
بررسی جریان سیال توانی بر روی سیلندر با مقطع بیضوی در سه نسبت ابعادی پرداخته شده و اثرات

تغییرات خواص غیرنیوتنی سیال و همچنین عدد رینولدز بر رژیم حاکم بر جریان و نیز ضریب درگ

بر روی سیلندر بررسی شده است. هندسه مورد استفاده در این تحقیق همانند هندسه مورد استفاده

¹ Bharti

در مطالعه بهارتی و همکاران [۱۰۸] در شکل (۳-۲۰) نشان داده شده است.



شکل (۳-۲۰) هندسه مورد بررسی در جریان سیال توانی بر روی یک سیلندر داخل کانال

با توجه به شکل (۳-۲۰) مشخصات هندسی مسأله به صورت زیر قابل بیان هستند:

(۳-۵۰-۱)

$$\frac{L_u}{D} = 10, \quad \frac{L_d}{D} = 40$$

(۳-۵۰-۲)

$$\varepsilon = \frac{H}{D} = 4$$

(۳-۵۰-۲)

$$\alpha = \frac{L}{D}$$

(۳-۵۰-۳)

$$\xi = \frac{L_r}{D}$$

در روابط فوق ε نسبت انسداد^۱ و α نسبت ابعادی^۲ هستند. همچنین L_r طول گردابه های تولیدی در پشت سیلندر و ξ طول بی بعد این گردابه ها است. با توجه به هندسه مورد نظر عدد رینولدز و ضریب درگ صفحه ای فشاری و ضریب درگ کل بر روی سیلندر به ترتیب از روابط زیر قابل محاسبه هستند [۱۰۸]:

(۳-۵۱-۱)

$$Re = \frac{\rho U_{ave}^{(2-n)} D^n}{m}$$

^۱ Blockage ratio

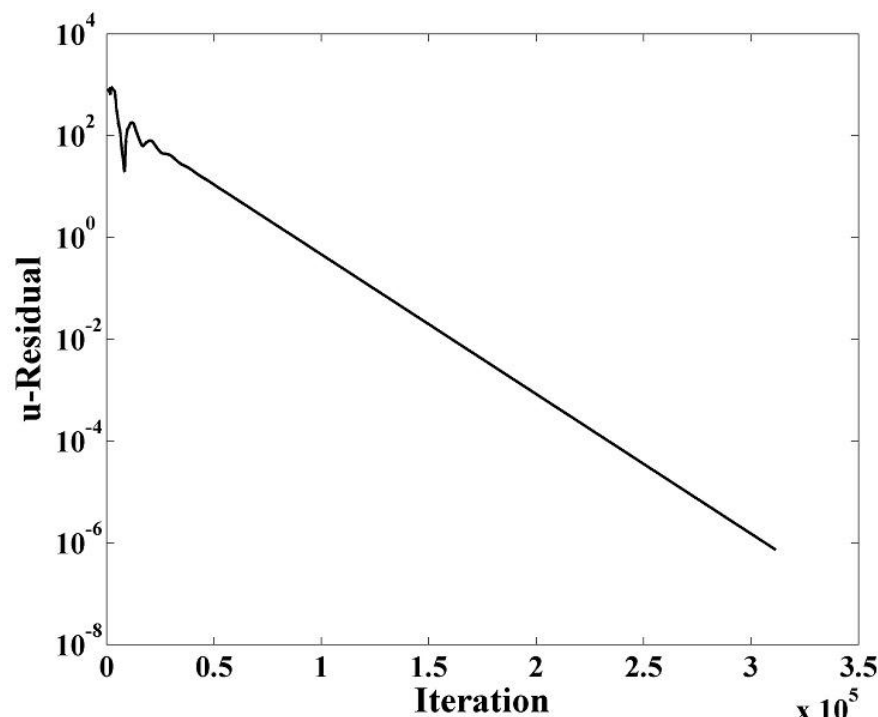
^۲ Aspect ratio

$$C_p = \frac{\text{Static Pressure}}{\text{Dynamic Pressure}} = \frac{P(\theta) - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_{\max}^2} \quad (۲-۵۱-۳)$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} U_{\max}^2 D} \quad (۳-۵۱-۳)$$

در روابط فوق P_∞ فشار در مقطع خروجی کانال و $U_{\max}$ مقدار سرعت بیشینه در داخل کانال است که در مدل سیال توانی از رابطه (۱۳-۳) قابل محاسبه است.

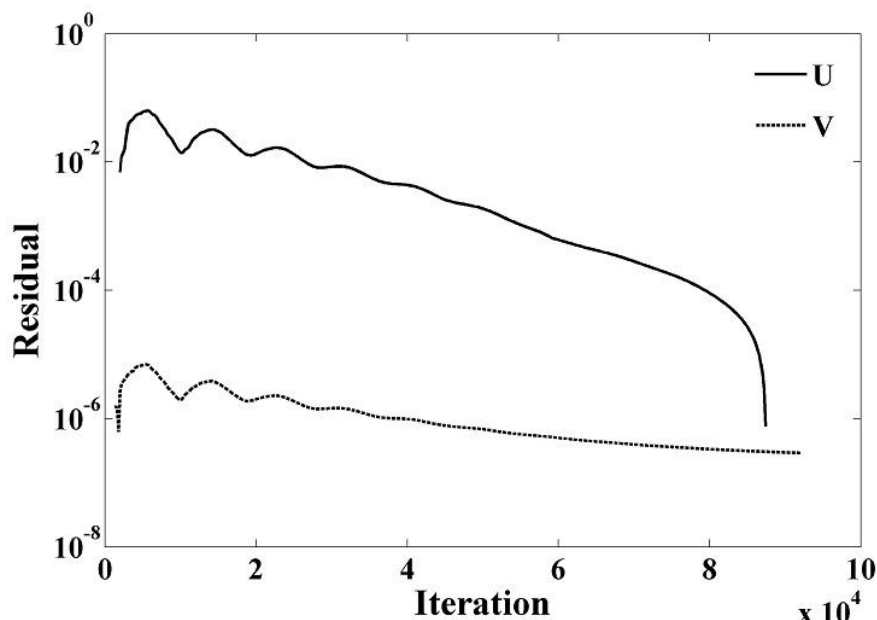
در این قسمت جهت معتبر سازی روش عددی ارائه شده به بررسی جریان سیال غیرنیوتنی با مدل توانی بر روی یک سیلندر دایروی درون کانال مطابق شکل (۲۰-۳) پرداخته می شود در ابتدا جهت بررسی همگرایی کد عددی محاسباتی، بر اساس رابطه (۱۹-۳)، تاریخچه همگرایی سرعت افقی جریان سیال بر روی یک سیلندر دایروی در حالت $Re=20$ و $n=1$ در شکل (۲۱-۳) ترسیم شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می شود دقت همگرایی سرعت افقی از مرتبه 10^{-6} است.



شکل (۲۱-۳) نمونه هایی از تاریخچه همگرایی سرعت افقی در جریان سیال توانی بر روی یک سیلندر دایروی در داخل کانال در حالت $Re=20$ و $n=1$

همچنین جهت بررسی شرط همگرایی روش مرز غوطه ور، تاریخچه همگرایی سرعت های افقی و

عمودی برازش شده بر روی نقاط لاگرانژی (که در اینجا نقاط واقع بر روی سیلندر دایروی هستند) نسبت به سرعت واقعی این نقاط برای حالت در $Re=20$ و $n=1$ در شکل (۳-۲۲) ترسیم شده است. این شکل نیز نشان می‌دهد شرط همگرایی حل به روش مرز غوطه‌ور نیز از مرتبه 10^{-6} است.



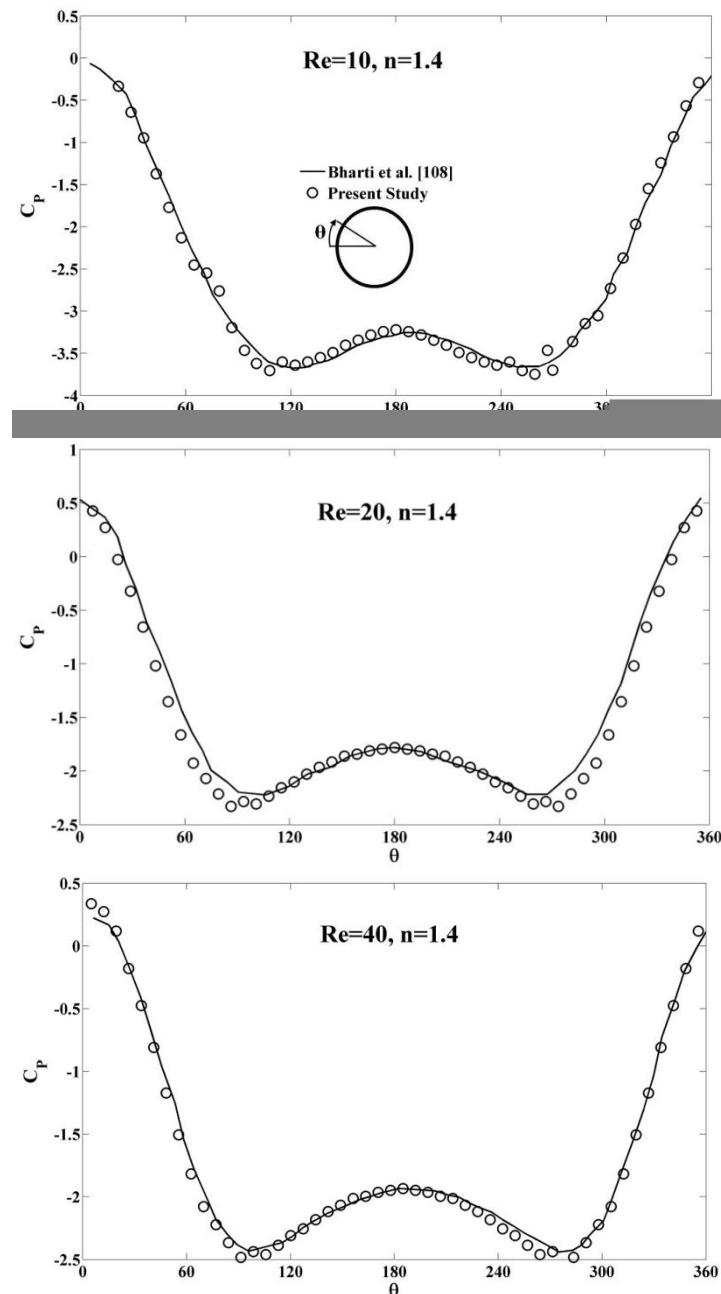
شکل (۳-۲۲) نمونه‌هایی از تاریخچه همگرایی سرعت‌های افقی و عمودی مرز غوطه‌ور در جریان سیال توانی بر روی یک سیلندر دایروی در داخل کانال در حالت $Re=20$ و $n=1$

جهت معتبرسازی نتایج بدست آمده، طول گردابه‌های بی‌بعد تولیدی در پشت سیلندر دایروی با نتایج تحقیق بهارتی و همکاران [۱۰۸] به ازای دو عدد رینولدز و سه n مختلف در جدول (۳-۱) مقایسه شده است. نتایج این جدول تطابق مناسب نتایج حل عددی حاضر با تحقیق بهارتی و همکاران [۱۰۸] را نشان می‌دهد.

جدول (۳-۱) مقایسه اندازه طول بی‌بعد گردابه‌های تولیدی در پشت سیلندر دایروی بین تحقیق حاضر و تحقیق بهارتی و همکاران [۱۰۸]

	Bharti et al. [108]	Present Study
$Re=20, n=0.6$	1.37	1.34
$Re=20, n=1$	1.23	1.25
$Re=20, n=1.4$	1.06	1.03
$Re=40, n=0.6$	2.57	2.54
$Re=40, n=1$	2.17	2.16
$Re=40, n=1.4$	1.81	1.83

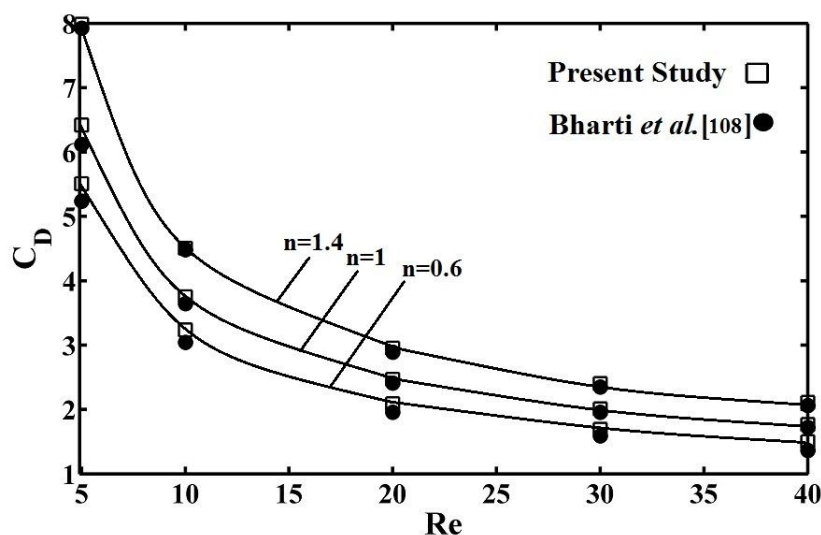
در ادامه جهت معتبرسازی مناسبتر نتایج حاصل از تحقیق حاضر، تغییرات ضریب درگ سطحی فشاری بر روی سیلندر نسبت به زاویه به ازای سه عدد رینولدز مختلف و $n=1.4$ در شکل (۳-۲۳) ترسیم شده است. مقادیر این شکل نیز تطابق قابل قبول نتایج تحقیق حاضر را با نتایج تحقیق بهارتی و همکاران [۱۰۸] نشان می‌دهد.



شکل (۳-۲۳) مقایسه مقادیر ضریب درگ سطحی فشاری جریان سیال توانی بر روی سیلندر دایروی نسبت به زاویه در تحقیق حاضر با نتایج بهارتی و همکاران [۱۰۸]

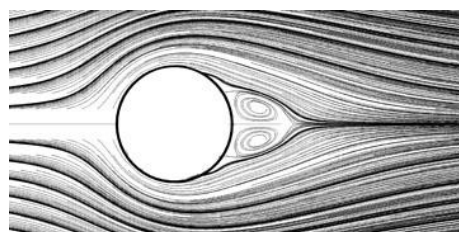
همچنین جهت بررسی بهتر این موضوع، نتایج ضریب درگ کل محاسبه شده از روش عددی

حاضر، در اعداد رینولدز ۵، ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ برای سه سیال مختلف با مشخصات ($n=0.6, 1, 1.4$) با نتایج بهارتی و همکاران [۱۰۸] در شکل (۳-۲۴) مقایسه شده است. همانطور که در این شکل نیز مشاهده می‌شود، تطابق خوبی بین نتایج بدست آمده از روش عددی حاضر و نتایج بهارتی و همکاران [۱۰۸] وجود دارد.

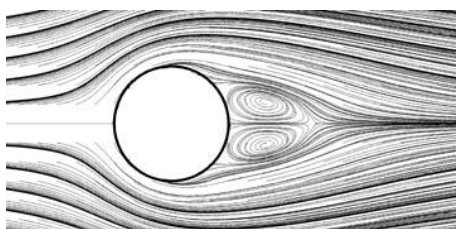
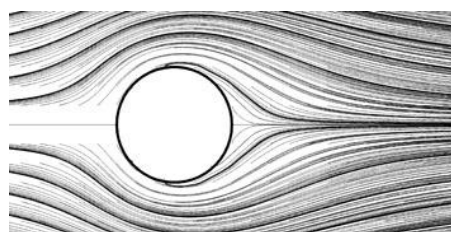


شکل (۳-۲۴) مقایسه ضریب درگ جریان سیال توانی بر روی سیلندر دایروی در تحقیق حاضر با نتایج بهارتی و همکاران [۱۰۸]

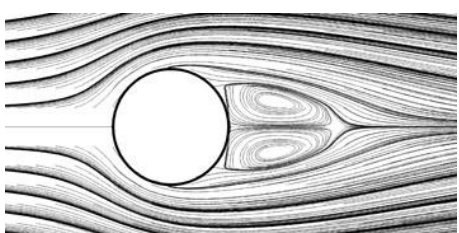
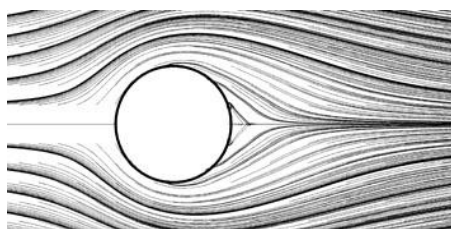
در ادامه به بررسی جریان سیال توانی بر روی یک سیلندر دایروی و یک سیلندر بیضوی در دو نسبت ابعادی ($\alpha=1.5, 2$) برای $5 \leq Re \leq 40$ و برای پنج سیال مختلف با مشخصات $n=0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5$ پرداخته شده است. در شکل (۳-۲۵)، خطوط جریان سیال توانی بر روی سیلندر دایروی در اعداد رینولدز متفاوت و برای سه نوع سیال ضخیم شونده ($n=1.5$)، نیوتنی ($n=1$) و باریک شونده ($n=0.5$) ترسیم شده است. در این شکل اثرات عدد رینولدز و همچنین خواص غیرنیوتنی سیال بر روی جریان قابل مشاهده می‌باشد. همانطور که در این شکل مشاهده می‌گردد، در اعداد رینولدز کم ($Re=10$) فارغ از نوع سیال و تغییرات n به علت کم بودن اثرات نیروی اینرسی در مقابل نیروی ویسکوز، جدایش سیال از روی استوانه رخ نمی‌دهد اما با افزایش عدد رینولدز در $Re=20$ جریان سیال از روی استوانه به تدریج جدا شده و به علت بازایی مومنتم ورودی به مقدار



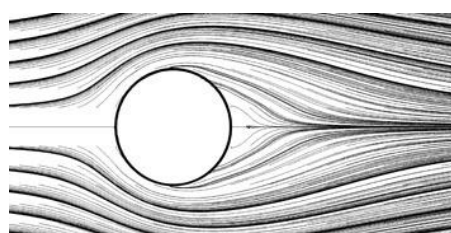
$n=1.5$



$n=1$

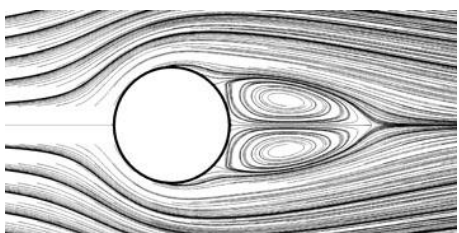


$n=0.5$

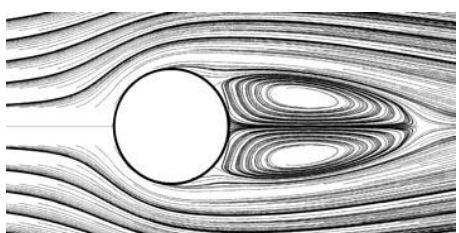
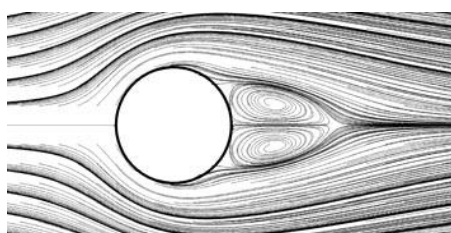


$Re=20$

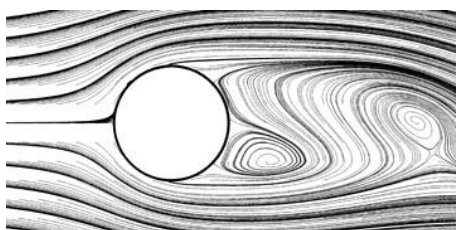
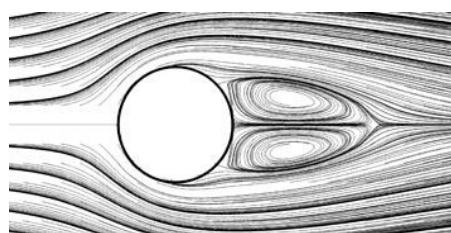
$Re=10$



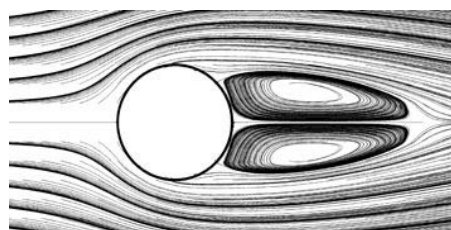
$n=1.5$



$n=1$



$n=0.5$

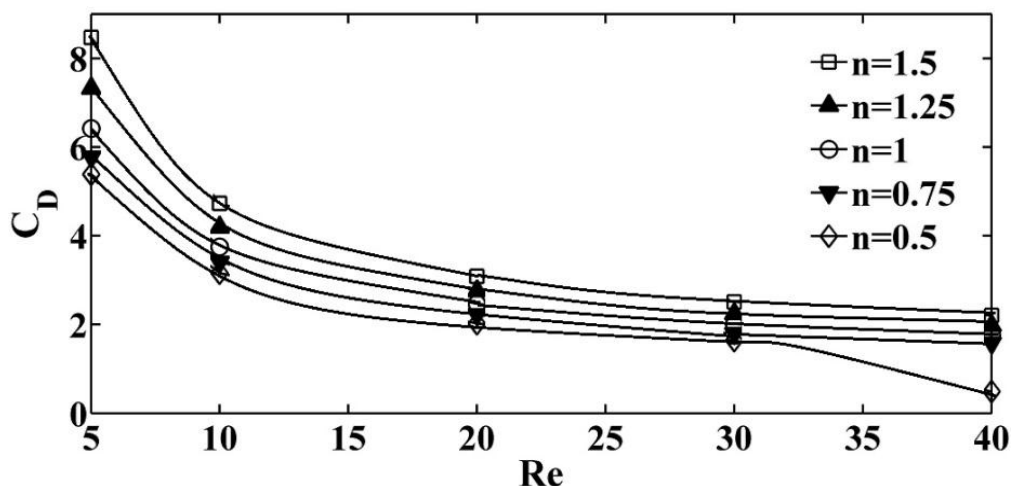


$Re=40$

$Re=30$

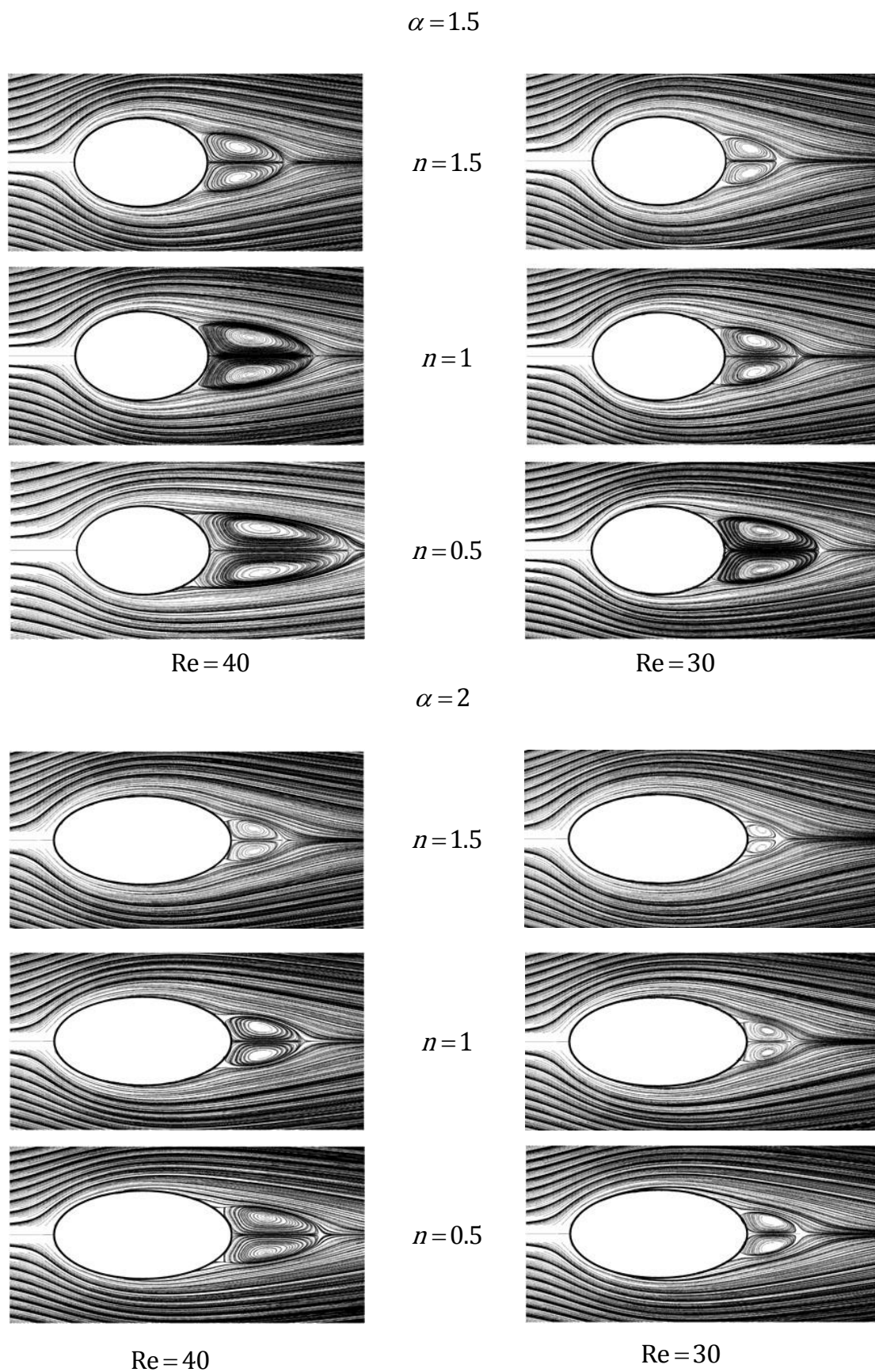
شکل (۳-۲۵) خطوط جریان سیال توان در اطراف سیلندر دایروی به ازای مقادیر مختلف n و Re

اولیه، دو گردابه در پشت استوانه شروع به تشکیل شدن می‌کند. این گردابه‌ها با تغییر خواص سیال از سیال ضخیم شونده ($n > 1$) به سیال باریک شونده ($n < 1$) به علت کاهش ویسکوزیته سیال و کمتر شدن اثرات نیروی اصطکاک در مقابل نیروی اینرسی شروع به بزرگ شدن می‌کنند. همچنین با افزایش عدد رینولدز در یک n خاص، طول گردابه‌های تولید شده افزایش یافته و نقطه جدایش در زاویه کمتری نسبت به نقطه سکون اتفاق می‌افتد. به علاوه چنانچه ذکر شد در یک عدد رینولدز مشخص با کاهش مقدار شاخص مدل توانی (n)، زاویه جدایش نسبت به نقطه سکون کمتر شده و اندازه گردابه‌ها بزرگتر می‌گردد. تا آن حد که در $Re = 40$ با کاهش میزان شاخص مدل توانی (n) از ۱ به ۰/۵ گردابه‌ها تا آن حد بزرگ شده که از حالت تقارن خارج گشته و شروع به حرکت در پشت سیلندر می‌کنند. که این حالت شروع ناحیه ناپایداری در جریان آرام در پشت سیلندر به علت بزرگ شدن گردابه‌ها است. این گردابه‌ها در واقع شروع گردابه‌های فن کارمن است که به صورت تناوبی و ناپایا در پشت سیلندر تشکیل می‌گردند. در بخش بعد در مورد جریان‌های ناپایا در پشت سیلندر به طور مفصل بحث خواهد شد. برای بررسی بیشتر این موضوع اثرات عدد رینولدز و خواص غیرنیوتنی سیال، بر روی تغییرات ضریب درگ کل در شکل (۳-۲۶) ترسیم شده است. نکته جالب توجه در این نمودار کاهش چشمگیر ضریب درگ در عدد رینولدز ۴۰ با کاهش مقدار n از ۰/۷۵ به ۰/۵ است. این کاهش همانطور که توضیح داده شد ناشی از شروع ناپایداری گردابه‌های تولیدی در پشت سیلندر و شروع گردابه‌های فن کارمن است. در مورد این جریان ناپایا در بخش بعد به صورت مفصل بحث خواهد شد. در ادامه به بررسی جریان سیال غیرنیوتنی بر روی سیلندر بیضوی در داخل کانال پرداخته شده است.

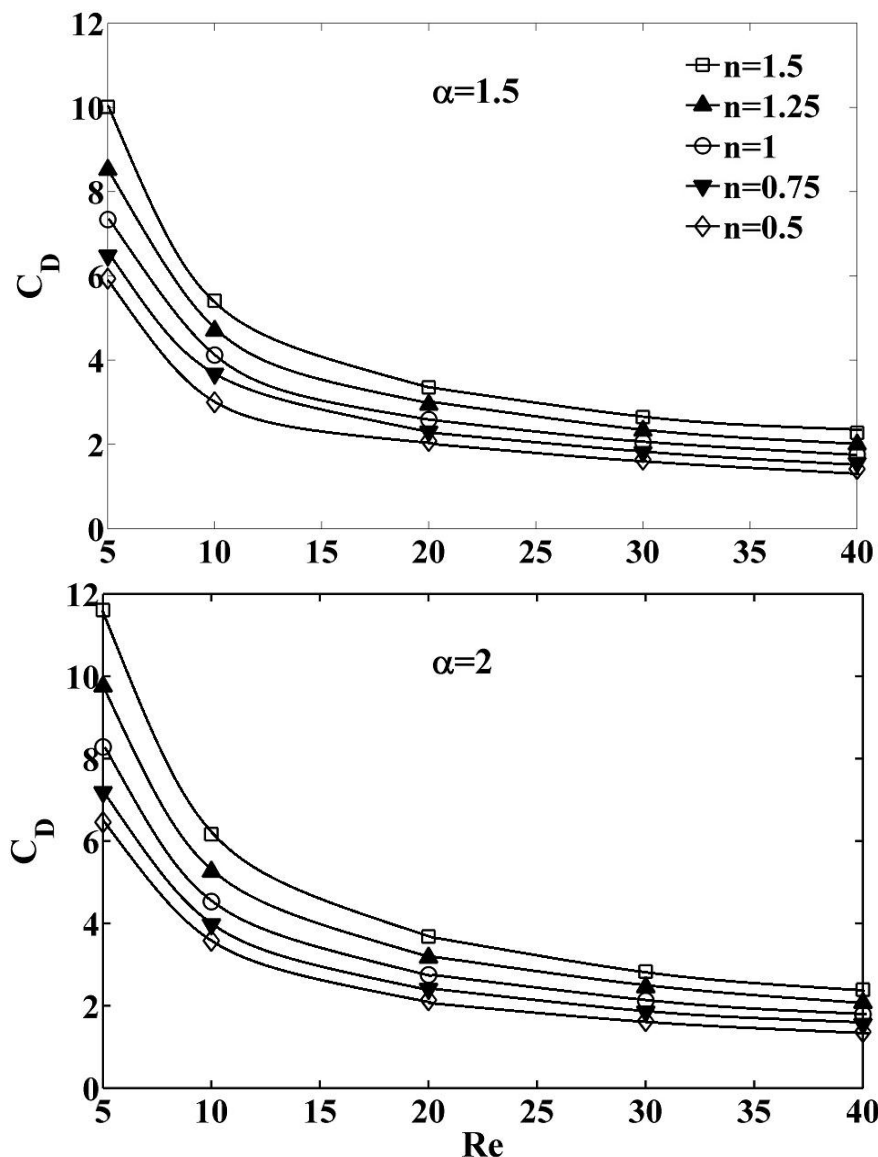


شکل (۲۶-۳) تغییرات ضریب درگ کل بر حسب Re و n در جریان سیال توانی بر روی سیلندر دایروی

شکل (۲۷-۳) خطوط جریان سیال توانی بر روی سیلندر بیضوی در دو نسبت تناسب $\alpha = 1.5, 2$ و در دو عدد رینولدز $Re = 30, 40$ به ازای $n = 0.5, 1.5, 2$ را نشان می‌دهد. همان طور که در این شکل مشاهده می‌گردد، بر خلاف سیلندر دایروی که گردابه‌های پشت سیلندر از $Re = 10$ به بعد شروع به تولید شدن می‌کنند، در این حالت گردابه‌ها در اعداد رینولدز بالاتری تولید و با کاهش میزان n به تدریج شروع به بزرگ شدن می‌کنند. این شکل همچنین نشان می‌دهد که در یک عدد رینولدز و یک n ثابت با افزایش میزان نسبت ابعادی از $1/5$ به 2 گردابه‌های تولیدی در پشت سیلندر کوچکتر می‌شود. علت این امر را می‌توان به افزایش درگ اصطکاکی در مقابل درگ فشاری به علت افزایش سطح مقطع نسبت داد. این شکل نشان می‌دهد همانند جریان بر روی سیلندر دایروی، با افزایش عدد رینولدز و همچنین کاهش میزان n جدایی از سطح در زوایای کمتری نسبت به نقطه سکون اتفاق افتاده و گردابه‌های تولیدی در پشت سیلندر بزرگتر می‌شوند اما این بار گردابه‌های تولیدی در پشت سیلندر در تمامی حالات همچنان متقارن بوده و جریان سیال پایدار است. بنابراین با تبدیل سیلندر دایروی به سیلندر بیضوی می‌توان ناپایداری در جریان را حتی بر اثر افزایش عدد رینولدز و یا کاهش n به تعویق انداخت. در شکل (۲۸-۳) تغییرات ضریب درگ بر حسب عدد رینولدز و توان مدل توانی برای دو نسبت تناسب سیلندر بیضوی نشان داده شده است.



شکل (۳-۲۷) خطوط جریان سیال توانی اطراف سیلندر بیضوی با دو نسبت تناسب متفاوت

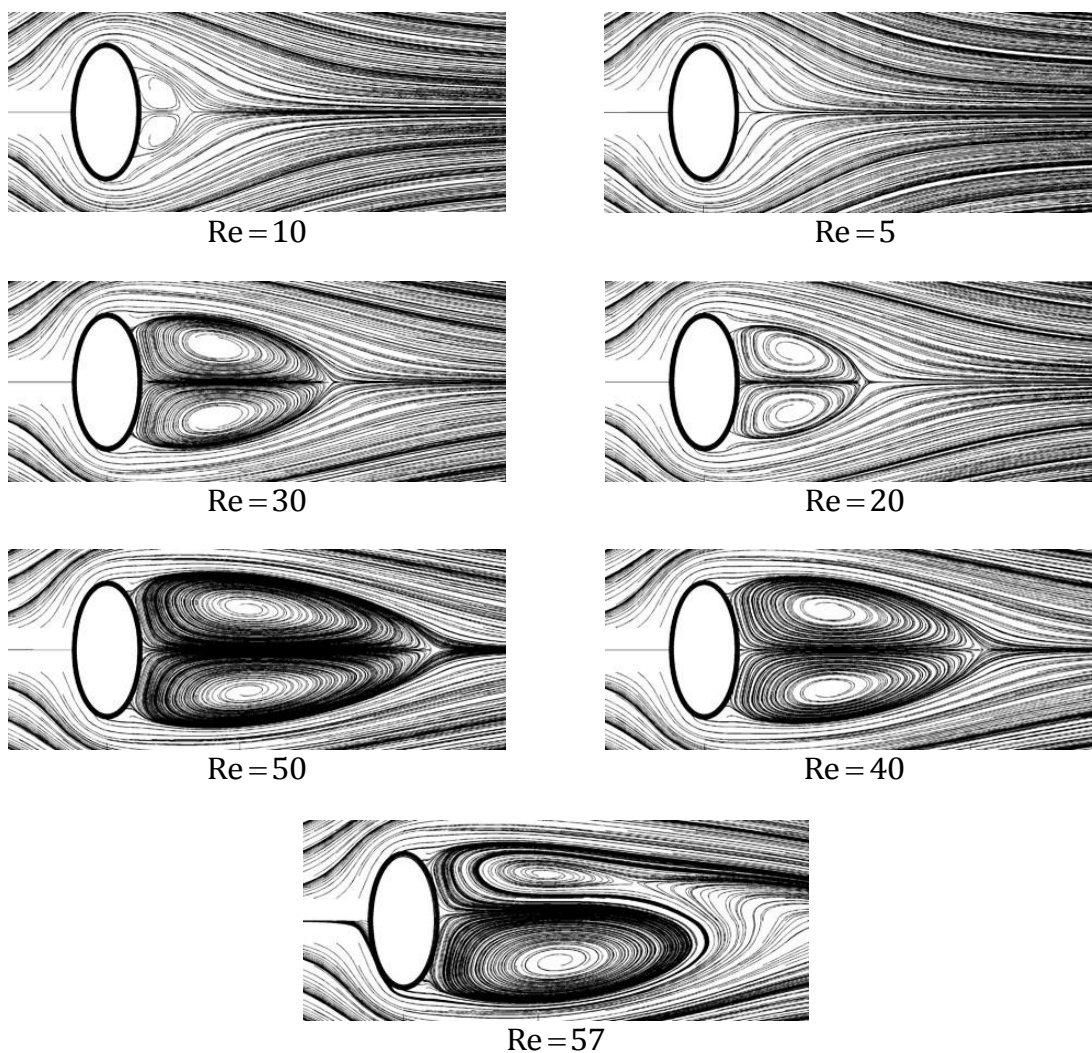


شکل (۳-۲۸) تغییرات ضریب درگ کل بر حسب Re و n در جریان سیال توانی بر روی سیلندر بیضوی در دو نسبت تناسب

۳-۵-۲- جریان غیر دائم سیال توانی بر روی یک سیلندر در داخل کانال

همانطور که در بخش قبل مشاهده شد در حالت جریان بر روی یک سیلندر دایروی در داخل کانال با افزایش عدد رینولدز و کاهش n گردابه‌ها از حالت تقارن خارج شده و یک جریان ناپایا در پشت سیلندر ایجاد می‌شود. برای نمایان شدن بهتر این جریان ناپایا، در این بخش به بررسی جریان سیال توانی بر روی یک سیلندر بیضوی با نسبت ابعادی $\alpha=0.5$ درون کانال نشان داده شده در شکل (۳-۳۰) با نسبت انسداد $\varepsilon=4$ پرداخته شده است. شکل (۳-۲۹) خطوط جریان اطراف این سیلندر را

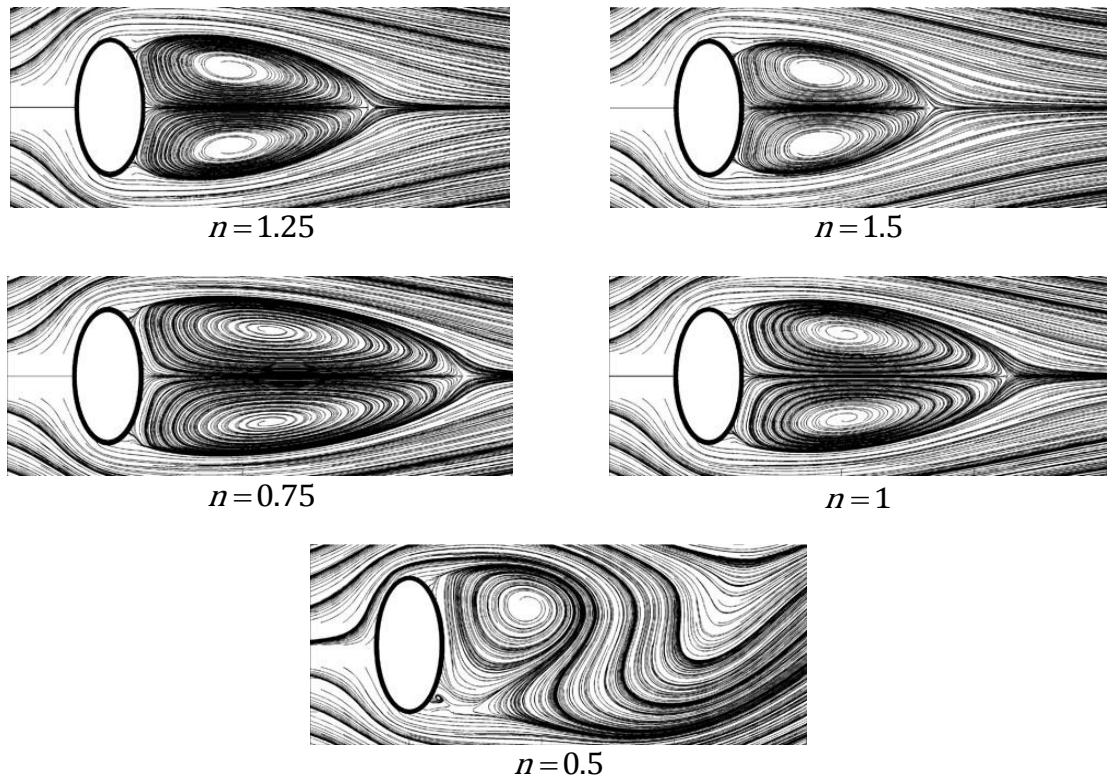
در اعداد رینولدز مختلف در حالت $n=1.5$ نشان می‌دهد. همان طور که این شکل نشان می‌دهد با افزایش عدد رینولدز گردابه‌های تولید شده در پشت سیلندر بزرگتر شده تا در $Re=57$ این گردابه‌ها از حالت تقارن خارج شده و جریان شروع به ناپایدار شدن می‌کند. بنابراین افزایش عدد رینولدز یکی از عوامل ناپایدار کننده جریان است.



شکل (۳-۲۹) خطوط جریان سیال توانی اطراف سیلندر بیضوی با نسبت تناسب $\alpha=0.5$ به ازای اعداد رینولدز مختلف در $n=1.5$

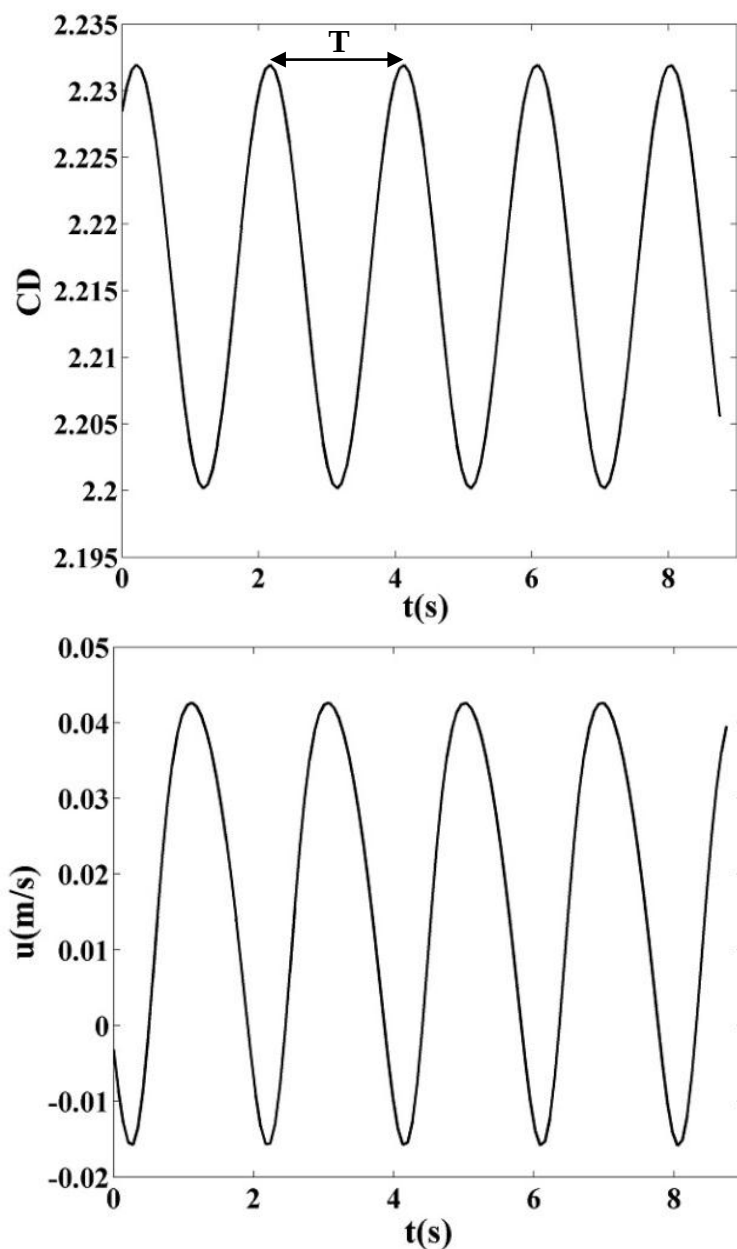
همچنین در شکل (۳-۳۰) اثرات کاهش ثابت مدل توانی (n) را بر روی گردابه‌های تولیدی در پشت سیلندر بیضوی در حالت $Re=30$ نشان داده شده است. همان طور که در این شکل نیز نشان داده شده است این بار با کاهش مقدار n به 0.5 گردابه‌ها از حالت تقارن خارج شده و جریان در پشت سیلندر

ناپایدار می‌شود. بنابراین کاهش ثابت توانی یکی دیگر از عواملی است که باعث ناپایدار شدن جریان می‌شود.



شکل (۳-۳۰) خطوط جریان سیال توانی اطراف سیلندر بیضوی با نسبت تناسب $\alpha=0.5$ به ازای مقادیر مختلف n در $Re=30$

جهت بررسی دقیقتر این موضوع، توزیع ضریب درگ بر روی سیلندر و همچنین توزیع سرعت افقی (u) در یک نقطه در پشت سیلندر (در فاصله $1.2D$ در پشت سیلندر) نسبت به زمان در حالت $Re=30$ و $n=0.5$ در شکل (۳-۳۱) ترسیم شده است. همان طور که این نمودار نشان می‌دهد در پشت سیلندر مقادیر ضریب درگ و سرعت این نقطه خاص به صورت ناپایا بوده و به شکل نوسانی با دوره تناوب ثابت T نسبت به زمان تغییر می‌کند. که این دوره تناوب با دوره تناوب سرعت کلیه نقاط و گردابه های تولیدی در پشت سیلندر نیز برابر است.



شکل (۳-۳۱) توزیع ضریب درگ و همچنین سرعت افقی در یک نقطه از پشت سیلندر بیضوی با $\alpha = 0.5$ بر حسب زمان در حالت $n=0.5$ و $Re=30$

با توجه به طبیعت حرکت نوسانی گردابه‌ها در پشت سیلندر عدد بی‌بعد استروهل^۱ مطابق با

فرکانس حرکت گردابه‌ها به صورت زیر تعریف قابل تعریف است:

$$St = \frac{f_s D}{U_{ave}} \quad (۳-۵۲)$$

^۱ Strouhal Number

در رابطه فوق f_s فرکانس حرکت گردابه‌ها بوده که از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$f_s = \frac{2\pi}{T} \quad (3-53)$$

در جدول (۳-۲) مقادیر عدد رینولدزی که به ازای آن جریان شروع به ناپایدار شدن می‌کند (Re_{cr}) و همچنین عدد استروهل مربوط به این حالت (St_{cr}) به ازای مقادیر مختلف شاخص مدل توانی (n) ذکر شده است.

جدول (۳-۲) بررسی اثرات شاخص توانی (n) بر مقادیر رینولدز بحرانی (Re_{cr}) و استروهل بحرانی (St_{cr}) در شروع ناپایداری تولید گردابه‌های فن کارمن

n	Re_{cr}	St_{cr}
0.5	25	2.756
0.75	36	2.856
1	41	3.142
1.25	45	3.142
1.5	57	3.206

۳-۵-۳- جریان سیال ویسکوالاستیک بر روی یک سیلندر در داخل کانال

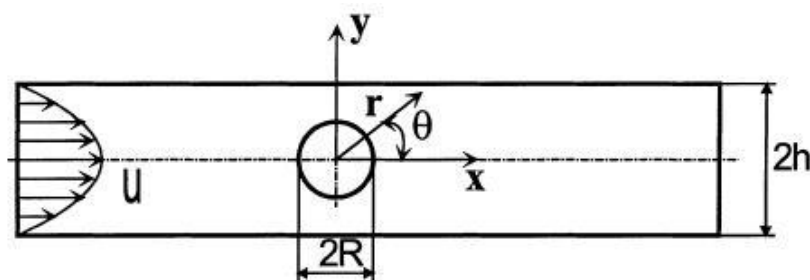
در ادامه این بخش به بررسی جریان سیال ویسکوالاستیک بر روی یک سیلندر در داخل کانال پرداخته می‌شود. با توجه به تحقیقات بسیار اندک صورت گرفته بر روی جریان سیال ویسکوالاستیک بر روی سیلندر دایروی در داخل کانال که به دلایلی از قبیل پیچیدگی در شبکه بندی هندسه و حل معادلات جریان سیال ویسکوالاستیک بر روی این هندسه می‌باشد، در ابتدای این بخش نتایج روش عددی تحقیق حاضر با نتایج ارائه شده برای جریان خزشی سیال اولدرویید-بی بر روی یک سیلندر دایروی در داخل کانال انجام شده توسط دو^۱ و فن تین^۲ [۱۰۹] مقایسه گردیده و در ادامه برای اولین بار به بررسی نتایج جریان سیال اولدرویید-بی بر روی سیلندر بیضوی در دو نسبت تناسب در کانال پرداخته می‌شود.

¹ Dou

² Phan-Thien

شکل (۳-۳۲) هندسه مورد مطالعه در تحقیق دو و فن تین [۱۰۹] را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشخصات هندسی و خواص سیال در این تحقیق به صورت زیر ارائه شده اند [۱۰۹]:

شعاع سیلندر $R=3.188 \times 10^{-3}$ m، نسبت انسداد $\varepsilon=2h/2R=2$ ، طول کانال برابر $20R$ و مرکز سیلندر در مکان $13R$ نسبت به ورودی کانال قرار دارد. همچنین سیال ویسکوالاستیک با مدل اولدروید-بی با چگالی $\rho=8.7534 \times 10^{-3}$ kg/m³، ویسکوزیته کل $\eta_0=13.76$ Pa.s، نسبت ویسکوزیته $\beta=0.41$ و زمان رهایی از تنش $\lambda=0.794$ s در نظر گرفته شده‌اند.



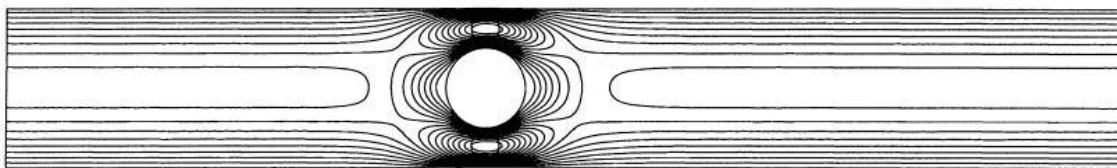
شکل (۳-۳۲) هندسه مورد بررسی جریان خزشی سیال اولدروید-بی بر روی سیلندر دایروی در تحقیق دو و فن تین [۱۰۹]

اعداد رینولدز و وایزنبرگ در این تحقیق به صورت زیر تعریف شده‌اند:

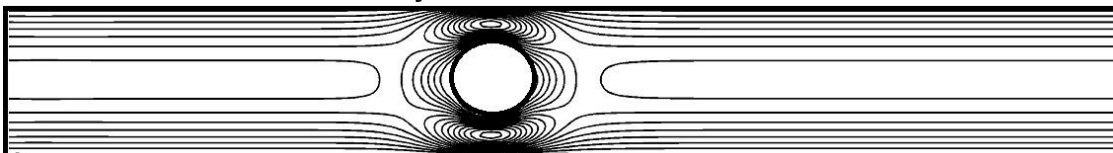
$$Re = \frac{\rho U_{ave} R}{\eta_0}, \quad We = \frac{\lambda U_{ave}}{R} \quad (۳-۵۴)$$

با استفاده از مشخصات سیال و هندسه مورد مطالعه در این تحقیق مقدار عدد رینولدز در کلیه حالت‌ها کمتر از ۰/۰۱ است و می‌توان شرط خزشی بودن جریان را برای آن در نظر گرفت. شکل (۳-۳۳) مقایسه ای از توزیع سرعت بی‌بعد افقی و عمودی جریان خزشی سیال اولدروید-بی بر روی یک سیلندر دایروی بین نتایج تحقیق دو و فن تین [۱۰۹] و تحقیق حاضر در حالت $We=0.4$ را نشان می‌دهد. توزیع این سرعت‌ها و مقادیر ماکسیمم و مینیمم سرعت‌های بی‌بعد نشان دهنده تطابق مناسب نتایج حل عددی حاضر با نتایج تحقیق دو و فن تین [۱۰۹] را نشان می‌دهد. همچنین شکل (۳-۳۴) مقایسه ای از خطوط جریان اطراف سیلندر را بین تحقیق حاضر و تحقیق دو و فن تین [۱۰۹] نشان می‌دهد.

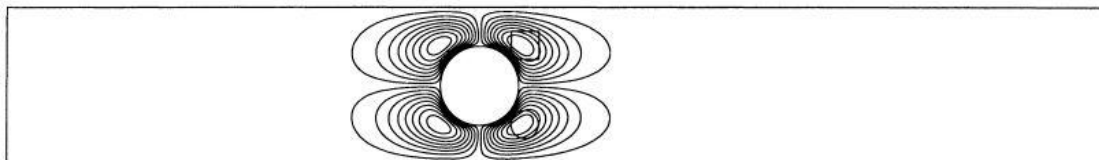
Dou and Phan-Thien [109], u/U_{ave} : min=0.0000, max= 2.9915



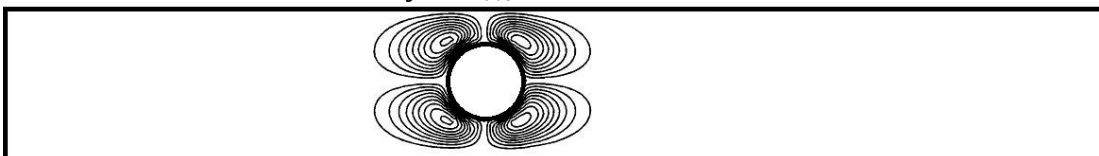
Present study, u/U_{ave} min=0.0000, max= 3.0944



Dou and Phan-Thien [109], v/U_{ave} : min=-0.9178, max= 0.9178

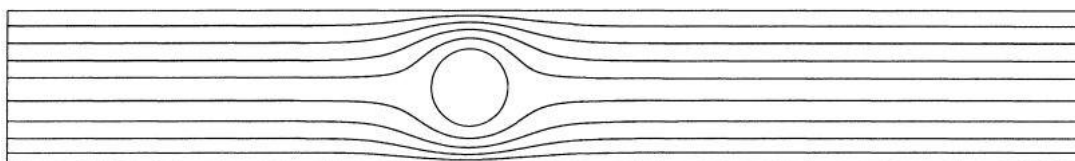


Present study, v/U_{ave} min=-0.9576, max= 0.9576

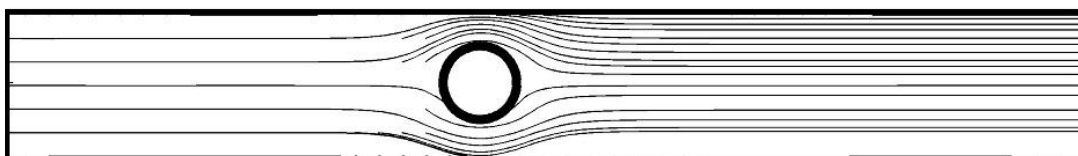


شکل (۳-۳) مقایسه توزیع سرعت بی بعد افقی و عمودی جریان سیال خزشی اولدرویید-بی بر روی سیلندر دایروی
حاصل از نتایج تحقیق دو و فن تین [۱۰۹] و تحقیق حاضر در حالت $We=0.4$

Dou and Phan-Thien [109]



Present study



شکل (۳-۴) مقایسه خطوط جریان سیال خزشی اولدرویید-بی بر روی سیلندر دایروی حاصل از نتایج تحقیق
دو و فن تین [۱۰۹] و تحقیق حاضر در حالت $We=0.4$

در تحقیق دو و فن تین [۱۰۹] ضریب درگ به صورت زیر تعریف شده است:

$$K = \frac{F_D}{4\pi\eta_0 U_{ave}} \quad (۵۵-۳)$$

در رابطه فوق F_D نیروی درگ وارد بر استوانه است که ناشی از نیروی فشار، تنش الاستیک و تنش ویسکوز وارد بر سیلندر است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۰۹]:

$$F_D = \int_0^{2\pi} \left[\left(-p + \sigma_{xx}^E + 2\eta^N D_{xx} \right) \cos\theta + \left(\sigma_{xy}^E + 2\eta^N D_{xy} \right) \sin\theta \right] R d\theta \quad (۵۶-۳)$$

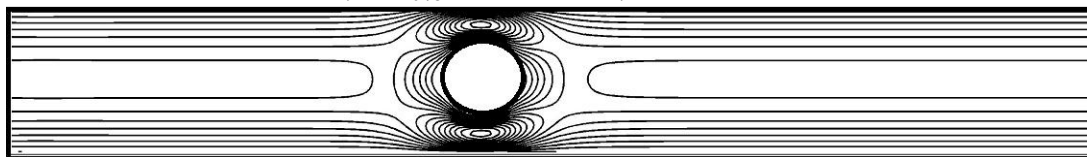
با توجه به روابط فوق مقادیر ضریب درگ بر اساس رابطه (۵۵-۳) به ازای مقادیر مختلف اعداد وایزنبرگ بر اساس حل عددی حاضر و تحقیق دو و فن تین [۱۰۹] در جدول (۳-۳) با هم مقایسه شده است. نتایج این جدول نیز نشان می‌دهد تطابق قابل قبولی بین ضریب درگ محاسبه شده بر روی سیلندر بر اساس تحقیق مذکور و روش عددی حاضر وجود دارد.

جدول (۳-۳) مقایسه ضریب درگ بر روی سیلندر دایروی به ازای مقادیر مختلف عدد We بر اساس نتایج تحقیق دو و فن تین [۱۰۹] و تحقیق حاضر

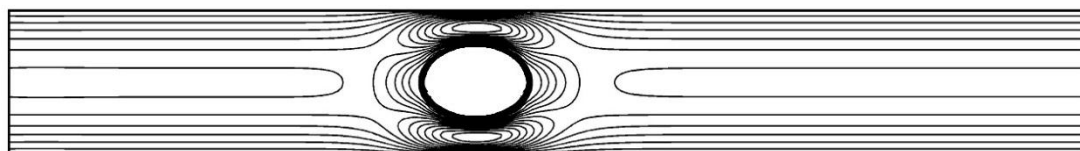
We	Dou and Phan-Thien [109]	Present Study
0.1	10.3230	10.3039
0.2	10.0591	10.1871
0.3	9.8290	9.6814
0.4	9.6736	9.4768
0.5	9.5952	9.0584
1	10.0972	9.8841
1.4	11.2959	11.8380

در ادامه در این تحقیق به بررسی جریان خزشی سیال ویسکوالاستیک بر روی یک سیلندر بیضوی در دو نسبت ابعادی $\alpha=1.5, 2$ در داخل کانال پرداخته شده است. شکل (۳-۳۵) و شکل (۳-۳۶) توزیع سرعت‌های بی‌بعد افقی و عمودی جریان خزشی اولدرویو-بی حول سیلندر دایروی و بیضوی در دو نسبت ابعادی را نشان می‌دهد.

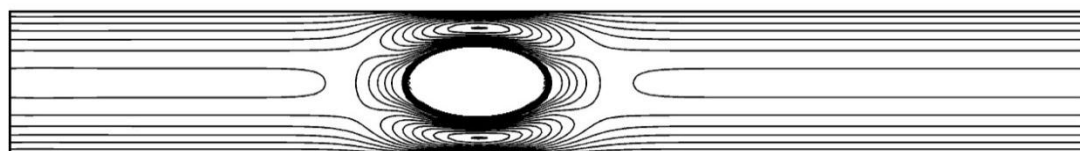
$\alpha=1, u/U_{ave}: \min=0.0000, \max= 3.0944$



$\alpha=1.5, u/U_{ave}: \min=0.0000, \max= 3.1144$

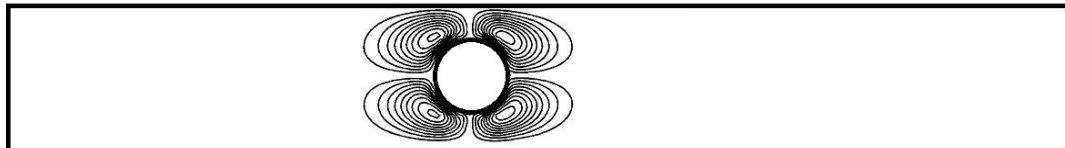


$\alpha=2, u/U_{ave}: \min=0.0000, \max= 3.1379$

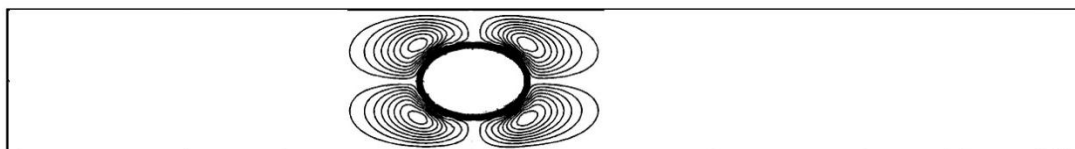


شکل (۳-۳۵) مقایسه توزیع سرعت بی‌بعد افقی جریان سیال خزشی اولدرویڈ-بی بر روی سیلندر بیضوی در سه نسبت تناسب در حالت $We=0.4$

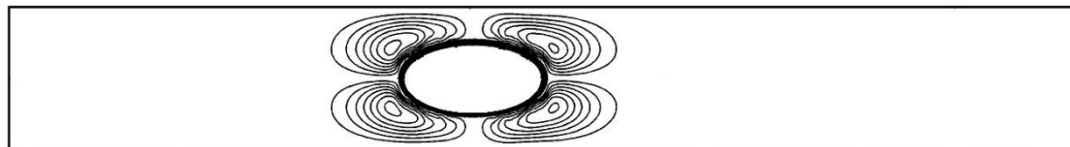
$\alpha=1, v/U_{ave}: \min=-0.9576, \max= 0.9576$



$\alpha=1.5, v/U_{ave}: \min=-0.8822, \max= 0.8822$



$\alpha=2, v/U_{ave}: \min=-0.7404, \max= 0.7404$



شکل (۳-۳۶) مقایسه توزیع سرعت بی‌بعد عمودی جریان سیال خزشی اولدرویڈ-بی بر روی سیلندر بیضوی در سه نسبت تناسب در حالت $We=0.4$

همچنین جدول (۳-۴) مقادیر ضریب درگ جریان خزشی سیال اولدرویڈ-بی بر روی سیلندر دایروی و بیضوی در دو نسبت تناسب متفاوت به ازای مقادیر مختلف عدد وایزنبرگ را نشان می‌دهد. نتایج

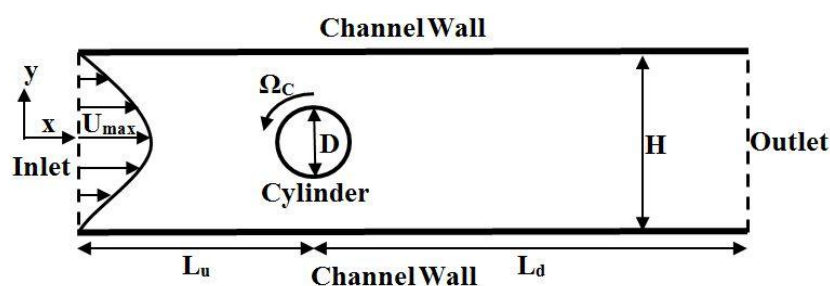
این جدول افزایش قابل ملاحظه ضریب درگ بر روی سیلندر را با افزایش نسبت تناسب آن نشان می-دهد.

جدول (۳-۴) مقادیر ضریب درگ بر روی سیلندر بیضوی در سه نسبت ابعادی به ازای مقادیر مختلف عدد We

We	$\alpha=1$	$\alpha=1.5$	$\alpha=2$
0.1	10.3039	12.6146	15.1885
0.2	10.1871	12.3127	14.8435
0.3	9.6814	12.0714	14.5762
0.4	9.4768	11.9975	14.5454
0.5	9.0584	11.8645	14.4078

۳-۵-۴- جریان سیال نیوتنی بر روی یک سیلندر متحرک در داخل کانال

در ادامه این بخش جهت معتبرسازی کد عددی حاضر، جریان سیال نیوتنی بر روی یک سیلندر متحرک در داخل کانال مورد بررسی قرار می-گیرد. در ابتدا جریان سیال پایا بر روی یک سیلندر دایروی چرخان در داخل کانال مورد بررسی قرار می-گیرد. هندسه مورد مطالعه در این بخش در شکل (۳-۳۷) نشان داده شده است. که در آن سیلندر دایروی در ارتفاع میانی کانال قرار گرفته و با سرعت زاویه‌ای ثابت Ω_C در خلاف جهت عقربه‌های ساعت حرکت می-کند. مابقی مشخصات هندسه مورد مطالعه در این قسمت همانند بخش ۳-۵-۱ است که در روابط (۳-۵۰) آمده است.



شکل (۳-۳۷) هندسه مورد بررسی جریان سیال بر روی سیلندر چرخان در داخل کانال

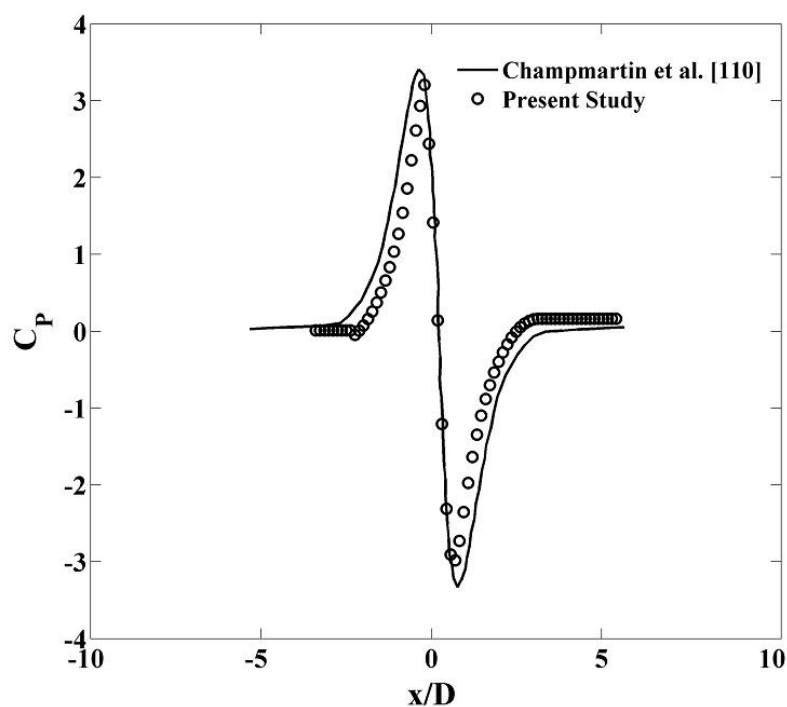
به علت پیچیدگی در شبکه بندی محاسباتی و ناپایداری حل در این نوع از جریان‌ها، تحقیقات اندکی در این زمینه انجام گرفته است. چامپمارتین^۱ و همکاران [۱۱۰] به بررسی جریان سیال بر روی یک

^۱ Champmartin

استوانه چرخان در داخل کانال با نسبت تناسب‌های متفاوت پرداختند. در شکل (۳-۳۸) مقادیر ضریب فشار (C_P) بر روی دیواره پایین کانال در نسبت ابعادی $\varepsilon = \frac{H}{D} = \frac{10}{7}$ در تحقیق حاضر و تحقیق چامپمارتین^۱ و همکاران [۱۱۰] ترسیم شده است. در این شکل مقدار C_P از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۱۰]:

$$C_P = \frac{P - P_\infty}{\eta \Omega_C} \quad (۳-۵۷)$$

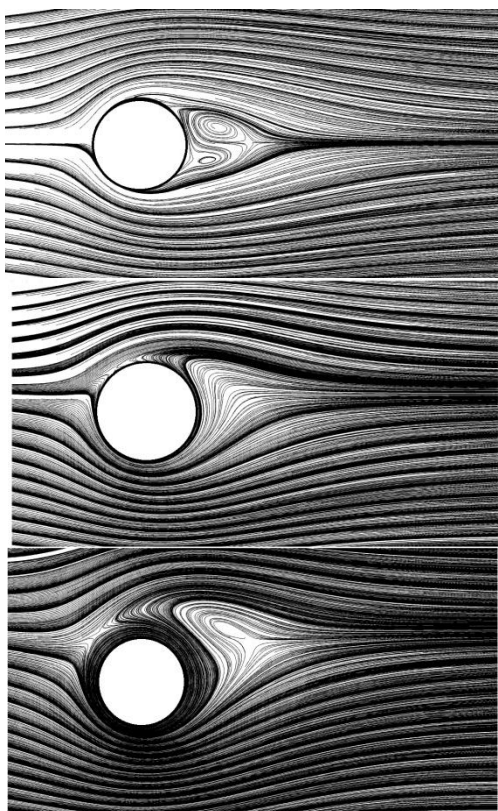
در رابطه فوق P_∞ فشار در مقطع خروجی کانال و η ویسکوزیته سیال است.



شکل (۳-۳۸) مقایسه مقادیر ضریب فشار بر روی دیواره پایین کانال بین تحقیق حاضر و تحقیق چامپمارتین و همکاران [۱۱۰] در حالت $\varepsilon = 10/7$

شکل (۳-۳۸) تطابق مناسب بین نتایج کد عددی حاضر و تحقیق چامپمارتین و همکاران [۱۱۰] را نشان می‌دهد. در ادامه جهت بررسی بیشتر این موضوع خطوط جریان و بردارهای سرعت به ازای اعداد رینولدز $Re = 20, 30$ و مقادیر مختلف Ω_C در ترسیم شده است. این شکل‌ها نشان می‌دهند با افزایش سرعت زاویه‌ای اطراف سیلندر گردابه‌های تولیدی در پشت سیلندر بزرگتر شده و تقارن خود

¹ Champmartin

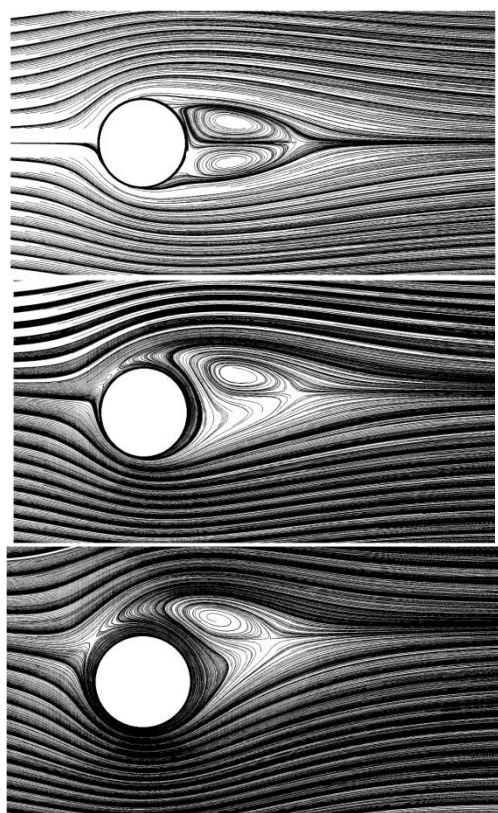
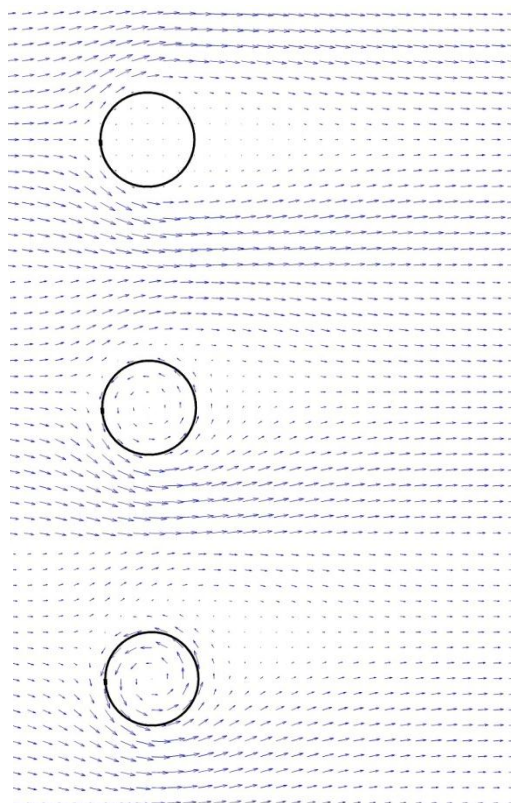


$$\Omega_c = 0.2$$

$$\Omega_c = 4$$

$$\Omega_c = 10$$

$$\text{Re} = 20$$

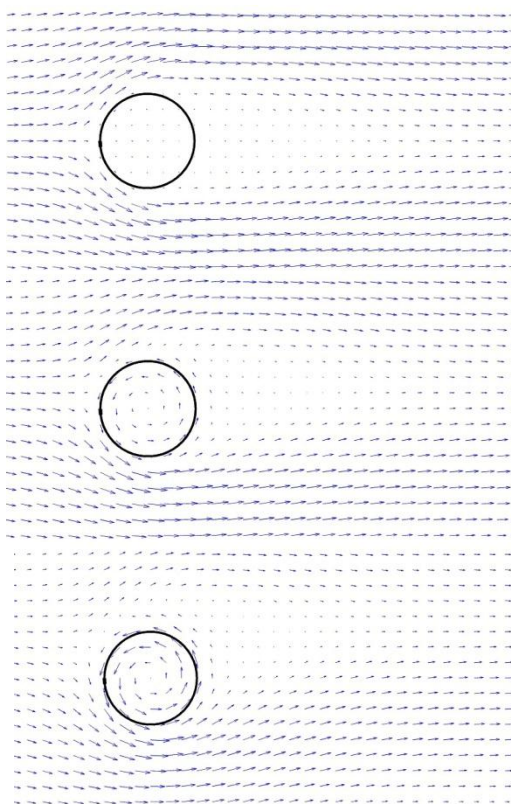


$$\Omega_c = 0.2$$

$$\Omega_c = 4$$

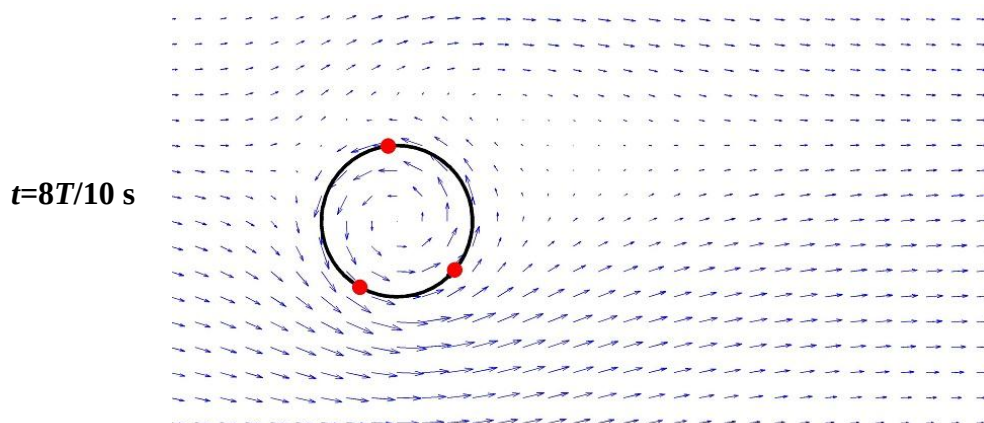
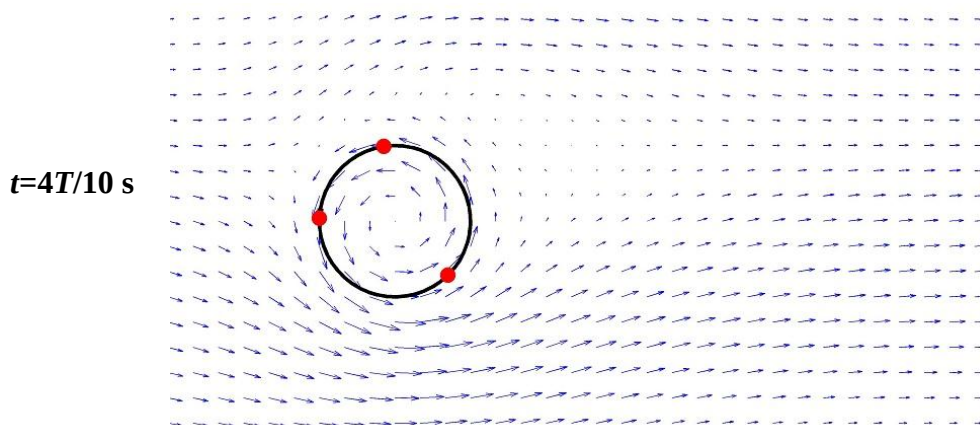
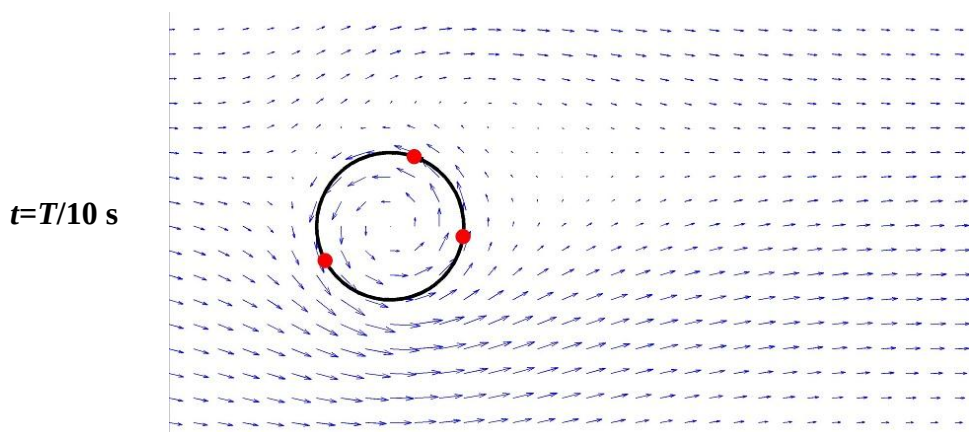
$$\Omega_c = 10$$

$$\text{Re} = 30$$



شکل (۳-۳۹) خطوط جریان و بردارهای سرعت اطراف سیلندر به ازای مقادیر مختلف Re و Ω_c

را در پشت سیلندر از دست می‌دهند. همچنین در شکل (۳-۴۰) بردارهای سرعت به همراه مکان سه نقطه بر روی سیلندر را در سه زمان مختلف در حالت $Re=20$ و $\Omega_c = 20 \text{ rad/s}$ ترسیم شده است.

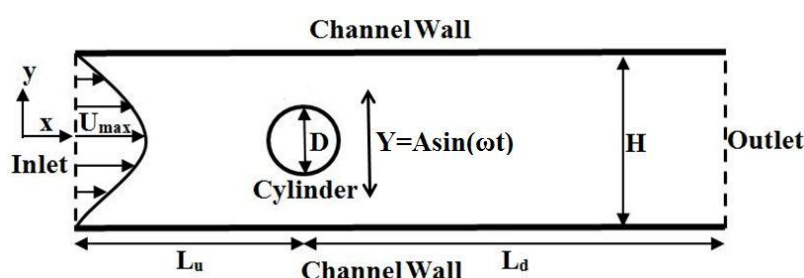


شکل (۳-۴۰) بردارهای سرعت بر روی سیلندر دایروی چرخان در داخل کانال در سه زمان مختلف در حالت $Re=20$ و $\Omega_c = 20 \text{ rad/s}$

این شکل حرکت سیلندر (نقاط لاگرانژی) در سیال (نقاط اویلری) را به خوبی نشان می‌دهد.

به عنوان نمونه دوم جهت ارزیابی بهتر کد عددی ارائه شده، جریان ناپایای سیال نیوتنی بر روی

یک سیلندر دایروی دارای حرکت نوسانی است درون یک کانال مورد بررسی قرار گرفته است. هندسه مورد مطالعه در این بخش در شکل (۳-۴۱) نشان داده شده است که در آن مکان سیلندر با رابطه $Y = A \sin(\omega t)$ در داخل کانال نسبت به زمان تغییر می‌کند. که در آن A دامنه حرکت و ω فرکانس زاویه‌ای حرکت سیلندر در داخل کانال است. مابقی مشخصات هندسه مورد مطالعه در این قسمت همانند بخش ۳-۵-۱ است که در روابط (۳-۵۰) آمده است.



شکل (۳-۴۱) هندسه مورد بررسی جریان بر روی سیلندر دارای حرکت نوسانی در داخل کانال

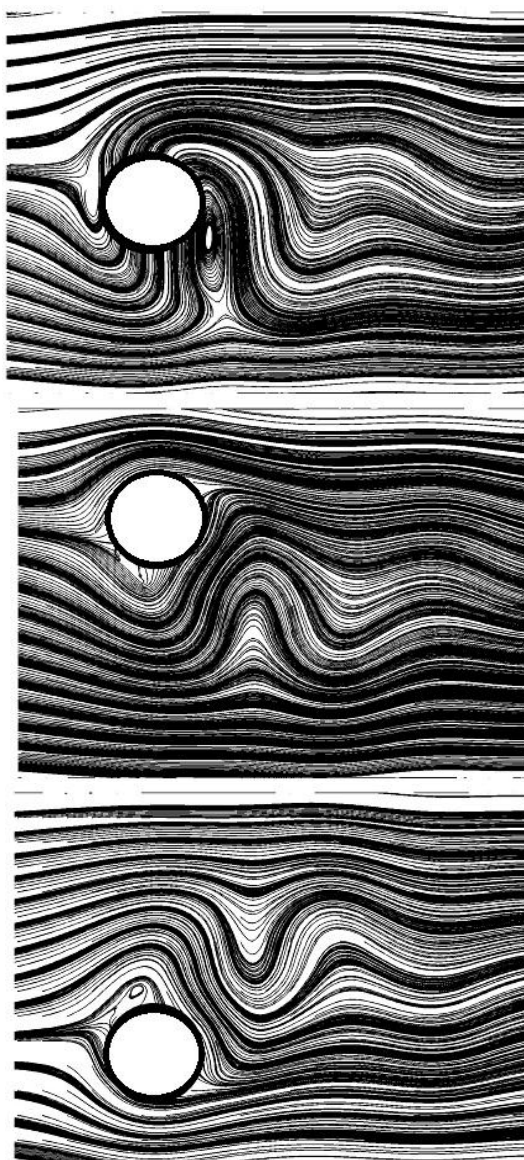
سرعت نوسانی حرکت سیلندر در داخل کانال از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$V = A\omega \cos(\omega t) \quad (۳-۵۸)$$

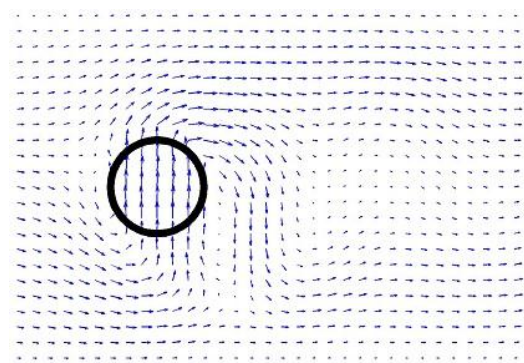
شکل (۳-۴۲) بردارهای سرعت و خطوط جریان حول سیلندر با حرکت نوسانی در حالت $Re=20$ ، $\omega=2\pi \text{ rad/s}$ و با دامنه نوسان $A=0.8 D$ در زمان‌های $t=0, T/4, 3T/4 \text{ s}$ را نشان می‌دهد. در این شکل T دامنه تناوب است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$T = 2\pi / \omega \quad (۳-۵۹)$$

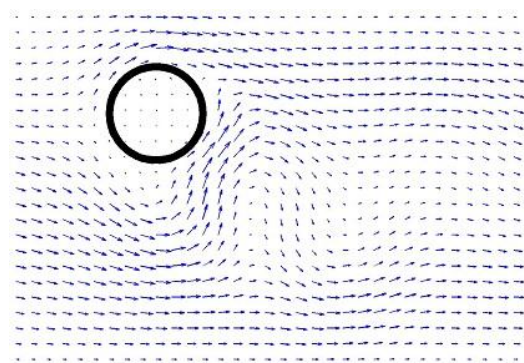
این شکل به خوبی حرکت ناپایای سیلندر را در سیال نشان می‌دهد. جهت بررسی اثرات دامنه نوسان سیلندر بر جریان حول سیلندر در شکل (۳-۴۳) خطوط جریان و بردارهای سرعت حول سیلندر در حالت $Re=20$ ، $\omega=2\pi \text{ rad/s}$ و در زمان $t = T/4 \text{ s}$ به ازای مقادیر مختلف دامنه نوسان ترسیم شده است.



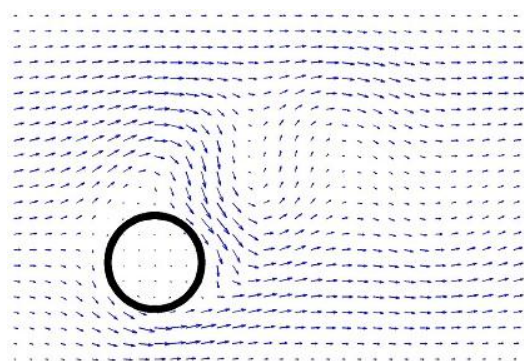
$t = 0 \text{ s}$



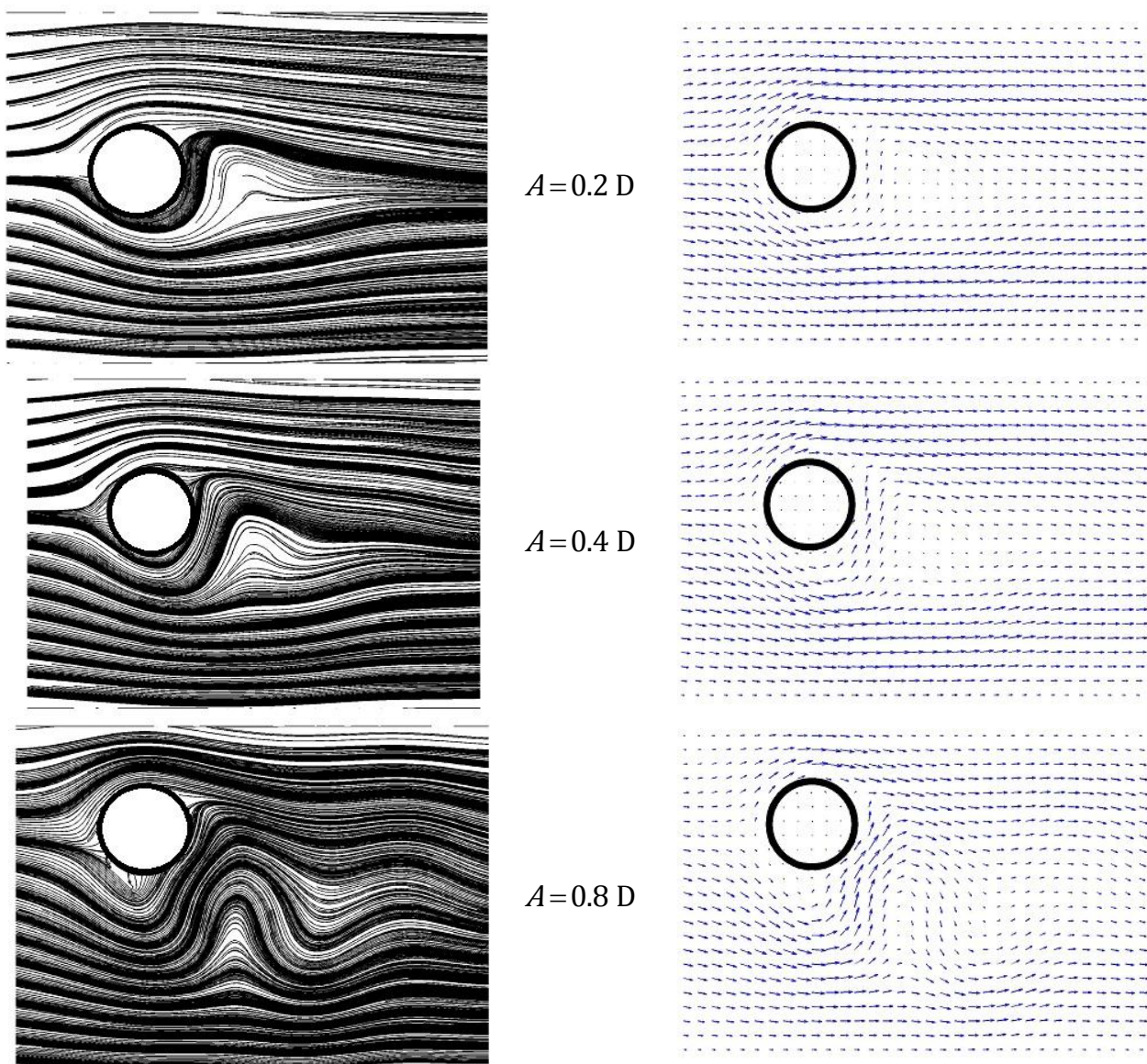
$t = T/4 \text{ s}$



$t = 3T/4 \text{ s}$



شکل (۳-۴۲) خطوط جریان و بردارهای سرعت اطراف سیلندر با حرکت نوسانی در سه زمان مختلف



شکل (۳-۴۳) بررسی اثرات دامنه نوسانی حرکت سیلندر در داخل کانال

۳-۶- مزایا و معایب روش عددی ارائه شده

پس از معرفی روش‌های عددی متفاوت در این فصل جهت بررسی جریان‌های سیال غیرنیوتنی در هندسه‌های ساده و همچنین بر روی مرزهای غوطه‌ور به کمک روش ترکیبی شبکه بولتزمن- تفاضل محدود در بخش‌های قبل و حل مثال‌های مختلف به کمک این روش‌ها، در این قسمت به مزایا و معایب روش‌های عددی ارائه شده پرداخته می‌شود.

روش‌های عددی ارائه شده دارای مزیت‌های زیر است:

۱- از آنجا که بخش اعظم معادلات مومنتوم نظیر ترم‌های جابجایی که ترم‌های غیر خطی این معادلات هستند در این روش به کمک روش شبکه بولتزمن حل شده‌اند این روش دارای مزیت‌های روش شبکه بولتزمن نظیر همگرایی حل، ساده بودن کد محاسباتی، عدم نیاز به جابجایی شبکه و ... را دارا می‌باشد.

۲- به کمک تعریف ویسکوزیته به روش تفاضل محدود در این روش، می‌توان به راحتی در سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته مقدار واقعی ویسکوزیته و ثوابت ویسکوزیته به ازای مدل‌های مختلف را وارد معادلات نمود. همچنین مدل‌های متفاوتی از سیالات غیرنیوتنی، همانند مدل توانی، کراس^۱، کاریاسودا^۲ و ... را با این روش به راحتی جهت بررسی هندسه‌های مختلف مورد بررسی قرار داد.

۳- به علت استفاده از روش تفاضل محدود در حل معادله متشکله سیالات ویسکوالاستیک در این روش، به راحتی می‌توان خواص واقعی رئولوژی سیال نظیر زمان رهایی از تنش و یا ویسکوزیته واقعی بخش الاستیک سیال را در معادلات وارد نمود. همچنین روش فوق به راحتی قابل تعمیم به مدل‌های دیگر سیال ویسکوالاستیک است و بسیاری از محدودیت‌هایی که در روش شبکه بولتزمن معمولی و روش تفاضل محدود برای حل جریان سیال ویسکوالاستیک دارد را دارا نمی‌باشد.

۴- انتخاب ضرایب تبدیل محیط فیزیکی به محیط شبکه بولتزمن در این روش دارای مزایای زیر است:

I. با تعریف ضریب تبدیل ویسکوزیته بخش نیوتنی سیال به ویسکوزیته شبکه بولتزمن (C_v) ، ویسکوزیته فیزیکی بخش نیوتنی سیال را می‌توان در مدل‌سازی وارد نمود. در

¹ Cross

² Carreau-Yasuda

صورتی که در روش شبکه بولتزمن معمولی، به علت محدودیت در انتخاب زمان آسودگی ($0.5 < \tau < 1$) امکان انتخاب هر ویسکوزیته ای وجود ندارد.

II. با تعریف ضریب تبدیل مکان فیزیکی به شبکه بولتزمن (C_h) می توان ابعاد واقعی هندسه مورد بررسی را مدل سازی نمود.

III. با انتخاب مناسب ضریب تبدیل زمان می توان ضریب تبدیل سرعت فیزیکی به سرعت نقاط شبکه بولتزمن (C_u) را محاسبه و سرعت واقعی سیال را در مدلسازی وارد نمود. در صورتی که در روش شبکه بولتزمن معمولی به علت وجود محدودیت در عدد ماخ ($Ma < 0.15$) در بسیاری از مواقع این امکان وجود ندارد.

۵- استفاده از روش مرز غوطه ور در ترکیب با روش فوق این امکان را به این روش می دهد تا بدون محدودیت شبکه بندی، جریان سیال غیرنیوتنی بر روی جسم های با هندسه پیچیده را مدلسازی نمود. همچنین شرط مرزی عدم لغزش که در روش های معمول محاسباتی بر روی مرزهای منحنی و پیچیده به سختی اعمال می شود، در این روش به علت تعریف نقاط لاگرانژی بر روی مرز، به راحتی قابل اعمال است.

پس از ذکر مزیت های روش عددی ارائه شده در ادامه به ذکر معایب این روش پرداخته می شود. یکی از معایب این روش، متفاوت بودن گام زمانی حل روش شبکه بولتزمن و روش تفاضل محدود است که این به خاطر ماهیت متفاوت دو روش است که یکی در مقیاس مزوسکوپی و دیگری در مقیاس ماکروسکوپی است. در روش عددی مورد استفاده در تحقیق حاضر، ابتدا معادلات مومنتوم بدون در نظر گرفتن ترم های تنش الاستیک، با استفاده از روش شبکه بولتزمن و با ثابت زمانی این روش در یک بازه زمانی حل می گردد. سپس جهت بدست آوردن ترم نیروی اضافی حاصل از تنش الاستیک، معادلات متشکله سیال ویسکوالاستیک با ثابت زمانی روش تفاضل محدود به صورت تکراری حل می شوند تا معادله متشکله تنش های الاستیک با استفاده از سرعت های فیزیکی بدست آمده از میدان سرعت همگرا شوند. این فرآیند باعث کند شدن کد محاسباتی می گردد که یکی از معایب

روش عددی ارائه شده می باشد.

۳-۷- روش عددی مورد استفاده در تحقیق حاضر

در این بخش به کمک روش های ارائه شده در بخش های قبل به حل هندسه نشان داده شده در شکل (۲-۱) پرداخته می شود. معادلات حاکم بر این جریان همان معادلات شبکه بولتزمن با وجود ترم نیروی اضافی (رابطه (۳-۲۰)) است با این تفاوت که در این روابط $\vec{f}^{lb}$ از سه نیروی متفاوت تشکیل شده است. نیروی حاصل از مژه ها ($\vec{f}_{Cilia}^{lb}$) که در اثر حرکت مژه ها در سیال به وجود می آید، نیروی حاصل از کشش سطحی بین دو لایه PCL و موکوس ($\vec{f}_{Mem}^{lb}$) که به علت اختلاف ویسکوزیته، کشش سطحی و حرکت مرز بین دو لایه تولید می شود و نیروی حاصل از اثرات تنش بخش الاستیک موکوس ($\vec{f}_E^{lb}$) که به واسطه در نظر گرفتن موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک باید به سیال اضافه گردد. در ادامه نحوه محاسبه هر سه نیرو توضیح داده می شود:

۳-۷-۱- نیروی مژه ها

همانطور که قبلاً توضیح داده شد، مژه ها در ناحیه PCL دارای یک حرکت تناوبی هستند و با نیرویی که به این ناحیه وارد می کنند سبب حرکت ناحیه PCL و در پی آن حرکت ناحیه موکوس می شوند. در این تحقیق برای محاسبه نیروی حاصل از مژه ها از روش مرز غوطه ور استفاده شده است. در این روش، از اختلاف سرعت نقاط برازش شده از روی نقاط سیال (نقاط اویلری) بر روی مژه ها (نقاط لاگرانژی) و سرعت واقعی مژه ها یک بردار تصحیح سرعت محاسبه شده و از آن برای محاسبه نیروی اضافی که قرار است به معادلات ممنتوم اضافه گردد استفاده می شود. این بردار تصحیح سرعت از حل دستگاه معادلات رابطه (۳-۴۶) حاصل شده و به کمک آن مقدار تصحیح سرعت نقاط مختلف مژه ها ($\Delta \vec{U}_{Cilia}^{lb}$) محاسبه می شود و به کمک رابطه (۳-۶۰) نیروی حاصل از مژه ها به سیال در محل نقاط مژه ها محاسبه می گردد:

$$\vec{F}_{Cilia}^{lb} = \frac{2\Delta\vec{U}_{Cilia}^{lb}}{\Delta t^{lb}} \quad (۶۰-۳)$$

به کمک رابطه زیر می توان این نیرو را به نقاط سیال منتقل نمود:

$$\vec{f}_{Cilia}^{lb}(\vec{x}^{lb}, t^{lb}) = \sum_l \vec{F}_{Cilia}^{lb}(\vec{X}_{Cilia}^{lb}, t^{lb}) D_{ij}(x_{ij}^{lb} - X_{Cilia}^{lb}) \Delta s_{Cilia}^{lb} \quad (۶۱-۳)$$

در رابطه (۶۱-۳)، Δs_{Cilia}^{lb} طول کمان و X_{Cilia}^{lb} نقاط مشخص شده بر روی مژه ها می باشد. جزییات مربوط به نحوه محاسبه روابط فوق در بخش ۳-۵ ذکر شده است.

۳-۷-۲- نیروی الاستیک مرز دو لایه

دومین نیرویی که به معادلات ممنتوم باید اضافه شود نیروی الاستیک حاصل از اختلاف ویسکوزیته و کشش سطحی دو لایه PCL و موکوس است. این نیرو از رابطه (۶۲-۳) قابل محاسبه است [۱۷]:

$$F_{Mem} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial s} [T(s)\kappa(s)] \quad (۶۲-۳)$$

در رابطه (۶۲-۳) $T(s)$ و $\kappa(s)$ از روابط بدست می آیند

$$T(s) = T_0 \left(\frac{\partial X_{Mem}}{\partial s_0} - 1 \right) \quad (۱-۶۱-۳)$$

$$\kappa(s) = \frac{\partial X_{Mem}}{\partial s} \bigg/ \left| \frac{\partial X_{Mem}}{\partial s} \right| \quad (۲-۶۱-۳)$$

در روابط (۶۳-۳)، $\kappa(s)$ بردار یکه در راستای مرز بین دو لایه PCL و موکوس است. مقادیر s و s_0 طول کمان نقاط لاگرانژی بر روی مرز دو سیال به ترتیب در زمان کنونی و زمان اولیه می باشد. همچنین T_0 یک ضریب سختی است که میزان الاستیک بودن مرز را مشخص می کند.

با توجه به اینکه برخی خواص نیروی F_{Mem} همانند T_0 در محیط شبکه بولتزن قابل تعریف نیستند، این نیرو به کمک خواص فیزیکی تعریف شده اند و از ضرایب تبدیل نیرو مطابق رابطه (۶۴-۳) برای تبدیل این نیرو از محیط فیزیکی به محیط شبکه بولتزن باید استفاده نمود:

$$F_{Mem}^{lb} = F_{Mem} \frac{C_t^2}{C_h} \quad (۶۴-۳)$$

همچنین با برازش این نیرو از روی نقاط لاگرانژی (مرز بین دو سیال) بر روی نقاط اویلری (سیال) بر طبق رابطه (۶۵-۳) می‌توان در هر نقطه از سیال نیروی حاصل از مرز بین دو سیال را محاسبه نمود:

$$\vec{f}_{Mem}^{lb} = \sum_l \vec{F}_{Mem}^{lb} D_{ij} (x_{ij}^{lb} - X_{Mem}^{lb} \Delta s_{Mem}^{lb}) \quad (۶۵-۳)$$

۳-۷-۳- نیروی تنش الاستیک

از آنجا که موکوس یک سیال ویسکوالاستیک است جهت حل جریان این ناحیه، از روش ترکیبی شبکه بولتزمن-تفاضل محدود که در بخش ۳-۴-۲- توضیح داده شد استفاده شده است. همان طور که در این روش ذکر شد بخش نیوتنی تانسور تنش در لایه موکوس توسط روش شبکه بولتزمن حل می‌گردد و بخش الاستیک آن به عنوان ترم نیروی اضافه به معادلات جریان باید اضافه گردد. برای این منظور ابتدا به کمک روش شبکه بولتزمن معادلات جریان بدون در نظر گرفتن ترم نیروی اضافه حاصل از تنش الاستیک در زمان $t=t_n$ حل می‌گردند و با استفاده از سرعت‌های بدست آمده و تبدیل آنها به سرعت فیزیکی، بخش الاستیک تانسور تنش که شامل معادلات (۱۴-۲) است به کمک روش تفاضل محدود حل می‌گردد.

در اینجا از فرمولبندی تفاضل محدود پیشرو مرتبه اول برای مشتق زمان و تقریب تفاضل محدود مرکزی مرتبه دوم برای مشتقات مکان استفاده شده است. بر این اساس صورت گسسته معادله متشکله موکوس به شکل زیر خواهد بود:

$$\sigma_{xx_{i,j}}^E + \lambda \left[\frac{\sigma_{xx_{i,j}}^{E^{n+1}} - \sigma_{xx_{i,j}}^E}{\Delta t} + u_{i,j} \frac{\sigma_{xx_{i+1,j}}^E - \sigma_{xx_{i-1,j}}^E}{2\Delta x} + v_{i,j} \frac{\sigma_{xx_{i,j+1}}^E - \sigma_{xx_{i,j-1}}^E}{2\Delta y} - 2 \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} \sigma_{xx_{i,j}}^E - 2 \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta y} \sigma_{xy_{i,j}}^E \right] = 2\eta_M^E \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (۱-۶۴-۳)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xy,i,j}^E + \lambda \left[\frac{\sigma_{xy,i,j}^{E^{n+1}} - \sigma_{xy,i,j}^E}{\Delta t} + u_{i,j} \frac{\sigma_{xy,i+1,j}^E - \sigma_{xy,i-1,j}^E}{2\Delta x} + v_{i,j} \frac{\sigma_{xy,i,j+1}^E - \sigma_{xy,i,j-1}^E}{2\Delta y} \right. \\ \left. - \left(\frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} + \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j-1}}{2\Delta y} \right) \sigma_{xy,i,j}^E - \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta y} \sigma_{yy,i,j}^E - \frac{v_{i+1,j} - v_{i-1,j}}{2\Delta x} \sigma_{xx,i,j}^E \right] \\ = \eta_M^E \left(\frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta y} + \frac{v_{i+1,j} - v_{i-1,j}}{2\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (3-64-2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy,i,j}^E + \lambda \left[\frac{\sigma_{yy,i,j}^{E^{n+1}} - \sigma_{yy,i,j}^E}{\Delta t} + u_{i,j} \frac{\sigma_{yy,i+1,j}^E - \sigma_{yy,i-1,j}^E}{2\Delta x} + v_{i,j} \frac{\sigma_{yy,i,j+1}^E - \sigma_{yy,i,j-1}^E}{2\Delta y} \right. \\ \left. - 2 \frac{v_{i+1,j} - v_{i-1,j}}{2\Delta x} \sigma_{xy,i,j}^E - 2 \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j-1}}{2\Delta y} \sigma_{yy,i,j}^E \right] = 2\eta_M^E \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j-1}}{2\Delta y} \end{aligned} \quad (3-64-3)$$

با حل سه معادله فوق، تنش‌های الاستیک $\sigma_{xx,i,j}^{E^{n+1}}$ ، $\sigma_{xy,i,j}^{E^{n+1}}$ و $\sigma_{yy,i,j}^{E^{n+1}}$ در زمان جدید محاسبه شده و مطابق رابطه (3-23) نیروی الاستیک حاصل از تنش‌های الاستیک در فضای فیزیکی ($\vec{F}_E$) که باید به معادلات مومنتوم اضافه شوند، محاسبه می‌شوند. سپس برای تبدیل این نیرو از محیط فیزیکی به محیط شبکه بولتزمن و استفاده از آن در معادلات شبکه بولتزمن باید در ضریب تبدیل نیرو ضرب گردد. بنابراین نیروی حاصل از تنش الاستیک ناحیه موکوس ($\vec{F}_E^{lb}$) از رابطه (3-67) محاسبه می‌شود.

$$\vec{F}_E^{lb} = \vec{F}_E \frac{C_t^2}{C_h} \quad (3-67)$$

پس از محاسبه سه نیروی فوق، نیروی کلی که باید به معادلات جریان در معادلات شبکه بولتزمن (روابط (3-20)) اضافه شوند به قرار رابطه (3-68) است:

$$\vec{F}^{lb} = \vec{F}_{Cilia}^{lb} + \vec{F}_{Mem}^{lb} + \vec{F}_E^{lb} \quad (3-68)$$

همچنین به کمک رابطه (3-44)، با برازش سرعت نقاط سیال بر روی مرز بین دو لایه PCL و موکوس، می‌توان سرعت نقاط بر روی این مرز را محاسبه نمود و به کمک این سرعت و رابطه (3-69)

مکان جدید نقاط مرز را پیدا نمود.

$$\frac{\partial X_{Mem}}{\partial t} = U_{Mem} \quad (3-69)$$

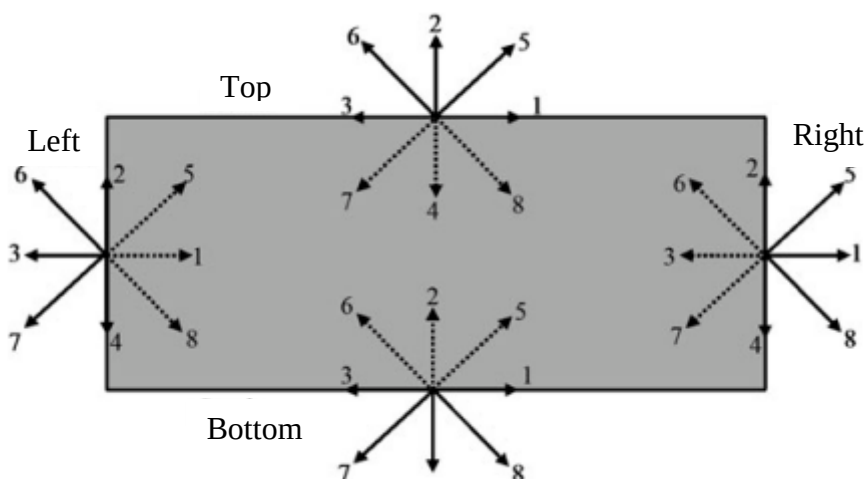
۳-۷-۴- شرایط مرزی معادلات شبکه بولتزمن

پس از معرفی معادلات و نیروهای وارد بر سیال، در این قسمت به معرفی شرایط مرزی که در محیط شبکه بولتزمن باید بر مرزهای هندسه نشان داده شده در شکل (۲-۱) وارد شود پرداخته می شود.

با توجه به اینکه روش شبکه بولتزمن، روش عددی در مقیاس مزوسکوپیک می باشد و خواص ماکروسکوپیک نظیر سرعت و فشار از توابع توزیع که دارای معادلات مربوط به خود می باشند بدست می آید، بنابراین نمی توان مانند روش های مرسوم در دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)، شرایط مرزی را توسط کمیت های ماکروسکوپیک اعمال کرد. به عنوان مثال شرط مرزی عدم لغزش در CFD با صفر قرار دادن سرعت ماکروسکوپی در دیواره اعمال می گردد اما در روش شبکه بولتزمن می بایست تابع توزیع ذره در دیواره طوری تعیین گردد که منجر به صفر شدن سرعت ماکروسکوپی در آن گردد.

با توجه به اینکه در روش شبکه بولتزمن، در مرحله جاری شدن تنها توابع توزیع به سمت خارج محدوده حل می شوند، بنابراین مقادیر توابع توزیع به سمت داخل ناحیه محاسباتی مجهول می باشند.

به طور مثال همانطور که در شکل (۳-۴۴) نشان داده شده است، در مرز شمالی توابع توزیع f_4 و f_7 و f_9 مجهول می باشند. در این شکل توابع توزیع مجهول با خط چین نشان داده شده است. در این بخش به بررسی شرایط مرزی متناسب با روش شبکه بولتزمن می پردازیم تا مقادیر مجهول تابع توزیع در مرزها به درستی تعیین شوند.

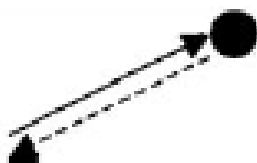


شکل (۳-۴۴) مقادیر مجهول توابع توزیع (خطوط هاشور خورده) در ناحیه محاسباتی [۸۶]

۳-۷-۴-۱- شرط مرزی دیواره پایین

با توجه به هندسه نشان داده شده در شکل (۲-۱) مرز پایین، دیواره نای است که شرط مرزی عدم لغزش برای آن در نظر گرفته شده است. برای اعمال شرط مرزی عدم لغزش در دیواره‌ها در روش شبکه بولتزن طرح‌های متفاوتی به کار گرفته شده است. زمانی که دیوار روی گره‌های شبکه قرار دارد، از طرح بازگشت به عقب^۱ استفاده می‌شود [۸۶]. بر اساس این طرح، تابع توزیع ذره که از گره سیال، در امتداد لینک شبکه جریان می‌یابد بعد از برخورد با گره دیوار همانند شکل (۳-۴۵) در همان امتداد در جهت مخالف بازمی‌گردد.

نمایش ماتریسی شرط مرزی عدم لغزش برای این مرز به صورت رابطه (۳-۷۰) بیان می‌شود:



شکل (۳-۴۵) شرط مرزی بازگشت به عقب کامل [۹۱]

¹ Bounce back scheme

$$\begin{bmatrix} f_5(x,1) \\ f_2(x,1) \\ f_6(x,1) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} f_7(x,1) \\ f_4(x,1) \\ f_8(x,1) \end{bmatrix} \quad (۷۰-۳)$$

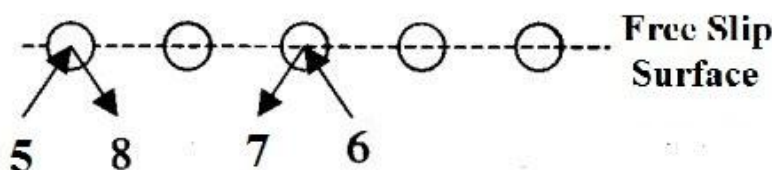
این انعکاس کامل، صفر شدن هر دو مؤلفه‌ی عمودی و مماسی سرعت روی مرز را نشان می‌دهد.

۳-۷-۴-۲ شرط مرزی دیواره بالا

با توجه به شکل (۱-۲) مرز بالا محل عبور هوا است که شرط مرزی لغزش آزاد برای آن در نظر گرفته شده است. این شرط مرزی در روش شبکه بولتزمن برای مرزهای صاف با اصطکاک ناچیز یا سطوح متقارن به کار می‌رود که در تماس با جریان مایع یا گاز قرار دارد. ساده‌ترین بیان از این شرط مرزی به صورت پراکنش الاستیک روی دیوار است. برای مرز شمالی در حالتی که دیوار روی گره‌های شبکه قرار داشته باشد، داریم [۹۱]:

$$\begin{bmatrix} f_7(x, n_y) \\ f_4(x, n_y) \\ f_8(x, n_y) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} f_5(x, n_y) \\ f_2(x, n_y) \\ f_6(x, n_y) \end{bmatrix} \quad (۷۱-۳)$$

که در آن n_y آخرین نود در راستای محور y است که بر روی مرز فوقانی قرار دارد. این رابطه به صورت شماتیک در شکل (۴۶-۳) نشان داده شده است.

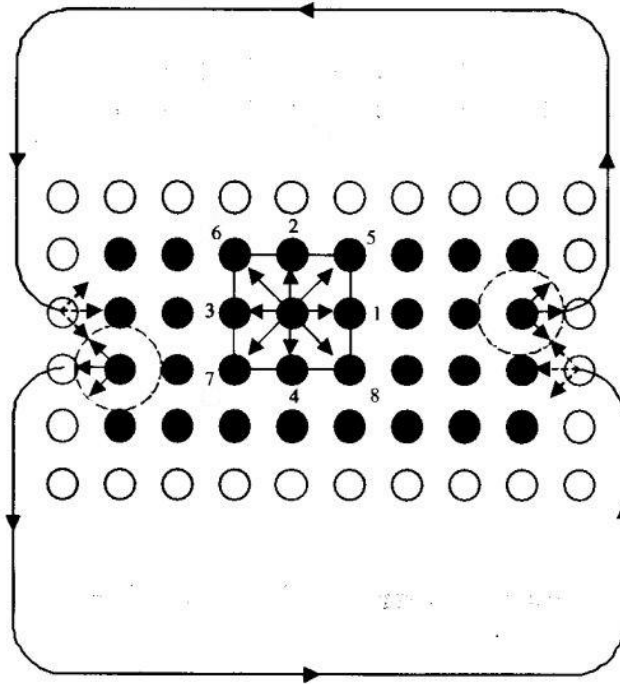


شکل (۴۶-۳) شرط مرزی لغزش آزاد برای مرز روی خطوط شبکه [۹۱]

۳-۷-۴-۳ شرط مرزی دیواره‌های سمت چپ و راست

همانطور که در فصل دوم توضیح داده شد به علت حرکت تناوبی مژه‌ها در نای و در نظر گرفتن ناحیه‌ای متقارن از نای به عنوان دامنه محاسباتی که کلیه مژه‌ها بتوانند در آن یک تناوب کامل را طی کنند، شرط مرزی سمت چپ و راست دامنه محاسباتی نشان داده شده در شکل (۱-۲) شرط مرزی

تناوبی قرار داده شده است. اعمال این شرط مرزی در روش شبکه بولتزمن یکی از ساده‌ترین شرط-های مرزی در کد محاسباتی به حساب می‌آید. در شرط مرزی تناوبی همانند شکل (۳-۴۷) گره‌های همسایه‌ی گره مرزی روی مرز مخالف قرار دارند [۹۱].



شکل (۳-۴۷) شماتیک اعمال شرط مرزی تناوبی در مرزهای سمت چپ و راست [۹۱]

بدین ترتیب همسایه‌های سمت چپ گره‌ای واقع بر مرز سمت چپ $(1, y)$ ، با در نظر گرفتن شرط مرزی تناوبی، روی مرز سمت راست (n_x, y) قرار می‌گیرند. به این ترتیب برای دیواره سمت چپ می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} f_1(1, y) \\ f_5(1, y) \\ f_8(1, y) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} f_1(n_x, y) \\ f_5(n_x, y) \\ f_8(n_x, y) \end{bmatrix} \quad (۳-۷۲)$$

در رابطه (۳-۷۲)، n_x آخرین نود در راستای محور x می‌باشد که بر روی مرز سمت راست قرار می‌گیرد. همچنین برای مرز سمت راست می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} f_3(n_x, y) \\ f_6(n_x, y) \\ f_7(n_x, y) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} f_3(1, y) \\ f_6(1, y) \\ f_7(1, y) \end{bmatrix} \quad (73-3)$$

۳-۷-۵- الگوریتم حل

الگوریتم کلی حل روش ارائه شده جهت بررسی جریان مایع مخاطی در نای به صورت زیر بیان می گردد:

۱- با داشتن مشخصات فیزیکی مسأله مانند Δx ، Δy و Δt و همچنین اندازه دامنه فیزیکی و با در نظر گرفتن $\Delta x^{lb} = \Delta y^{lb} = 1$ و $\Delta t^{lb} = 1$ با استفاده از رابطه (۳-۱) می توان ضرایب تبدیل مکان و زمان را محاسبه نمود.

۲- با دانستن ضرایب تبدیل مکان و زمان، ضرایب تبدیل سرعت و ویسکوزیته از رابطه (۳-۲) محاسبه می گردد.

۳- با داشتن مقادیر سرعت فیزیکی (در لحظه $t=0$ شرایط اولیه مسأله) (در صورت غیریوتنی بودن سیال با استفاده از روابط محاسبه ویسکوزیته) مقدار ویسکوزیته فیزیکی در هر نود از سیال محاسبه می شود و به کمک ضریب تبدیل ویسکوزیته مقدار ویسکوزیته سیال در محیط شبکه بولتزمن و با استفاده از رابطه (۳-۹) زمان آسودگی شبکه بولتزمن (τ) در هر نقطه محاسبه می شود.

۴- به کمک ضریب تبدیل سرعت، سرعت فیزیکی نقاط مختلف سیال به سرعت در محیط شبکه بولتزمن تبدیل و با استفاده از زمان آسودگی محاسبه شده در مرحله قبل و روابط (۳-۳) تا (۳-۸)، تابع توزیع (که در شرایط اولیه $F_\alpha = 0$)، چگالی و سرعت واسط کلیه نقاط سیال در محیط شبکه بولتزمن در زمان جدید محاسبه می گردد.

۵- با دانستن مقادیر سرعت واسط نقاط شبکه بولتزمن و حل دستگاه معادلات رابطه (۳-۴۶) و با استفاده از روابط (۳-۶۰) و (۳-۶۱) مقدار نیروی حاصل از مژه ها بر سیال ($\vec{f}_{Cilia}^{lb}$) محاسبه

می‌شود.

۶- با استفاده از روابط (۳-۶۲) تا (۳-۶۵) مقدار نیروی حاصل از مرز بین دو سیال ($\vec{f}_{Mem}^{lb}$) که بر

کلیه نقاط سیال وارد می‌شود، محاسبه می‌گردد.

۷- با استفاده از مقادیر سرعت فیزیکی، معادله متشکله سیال ویسکوالاستیک (که در تحقیق

حاضر مدل اولدروید-بی که شامل معادلات (۲-۱۴) است) به کمک روش تفاضل محدود و به

صورت تکراری حل شده تا همگرایی حاصل شود و مقادیر صحیح تنش الاستیک در همان

لحظه محاسبه شود. سپس به کمک رابطه (۳-۲۳) نیروی الاستیک در محیط فیزیکی و

رابطه (۳-۶۷) نیروی الاستیک در محیط شبکه بولتزمن ($\vec{f}_E^{lb}$) محاسبه می‌شود.

۸- سه نیروی محاسبه شده همانند رابطه (۳-۶۸) با هم جمع شده و نیروی کلی ($\vec{f}^{lb}$) که باید

به معادلات جریان در شبکه بولتزمن در روابط (۳-۲۰) اضافه شوند، محاسبه می‌گردد.

۹- به کمک ضریب تبدیل سرعت، از سرعت محاسبه شده در محیط شبکه بولتزمن در مرحله ۸،

سرعت فیزیکی سیال در زمان جدید محاسبه می‌شود.

۱۰- به کمک رابطه (۳-۴۴)، با برازش سرعت فیزیکی نقاط سیال بر روی مرز بین دو لایه PCL

و موکوس سرعت این مرز (U_{Mem}) و با استفاده از رابطه (۳-۶۹) مکان جدید مرز بین دو لایه (

X_{Mem}) در زمان جدید محاسبه می‌شود.

فصل چہارم

نتیجہ حدی

۴-۱- مقدمه

در این فصل، با استفاده از روش عددی ارائه شده در فصل سوم، به بررسی نتایج حاصل از یک تحلیل عددی دو بعدی جهت شبیه سازی جریال مایع مخاطی درون نای بر اساس هندسه نشان داده شده در شکل (۱-۲) پرداخته شده است. در حقیقت، این فصل مهمترین بخش پژوهش حاضر محسوب می-شود که در آن به بررسی اثرات پارامترهای مختلف نظیر خواص رئولوژیک موکوس بر سرعت تخلیه آن پرداخته و با دیگر عوامل مؤثر همانند فرکانس و اندازه مژه‌ها، ضخامت نواحی PCL و موکوس و کششی سطحی بین این دو لایه مقایسه شده است.

در ابتدای این فصل پس از معرفی حالت استاندارد خواص مایع مخاطی و هندسه نای، به بررسی استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی پرداخته شده است. در ادامه جهت معتبرسازی نتایج این تحقیق، سرعت تخلیه مایع مخاطی در حالت استاندارد با تحقیقات آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی انجام شده در این زمینه مقایسه شده است. پس از آن به صورت مفصل به بررسی عوامل مؤثر بر سرعت تخلیه موکوس در سه حالت مختلف پرداخته شده است.

۴-۲- پارامترهای استاندارد تحلیل جریان

در این بخش با توجه به هندسه نشان داده شده در شکل (۱-۲)، جهت مدلسازی مناسب، ابعاد واقعی قسمتی از نای انسان و خواص مایع مخاطی درون آن در حالت استاندارد (در حالت طبیعی یک انسان سالم) معرفی می‌گردد:

- همانطور که در بخش ۲-۲- توضیح داده شد در تحقیق حاضر جهت مدلسازی حرکت مژه‌ها از داده‌های ارائه شده در تحقیق فالفورد و بلیک [۵] استفاده شده است که در ۱۳ بازه زمانی مساوی در شکل (۲-۲) ترسیم شده است. با توجه به اینکه این داده‌ها در ۱۳ بازه زمانی ارائه شده است، برای شبیه سازی یک قطاع متقارن از نای که تمام مژه‌ها در آن بتوانند یک دوره تناوب را جاروب کنند، در تحقیق حاضر تعداد ۱۳ عدد مژه در هندسه مورد مطالعه در

حالت استاندارد استفاده شده است.

- اسمیت و همکاران [۳] طول مژه‌ها در نای را حدود $6 \mu\text{m}$ گزارش دادند. همچنین کینگ^۱ و همکاران [۱۱۱] بیان داشتند که طول مژه‌ها بین $5 \mu\text{m}$ تا $7 \mu\text{m}$ است. در تحقیق حاضر نیز طول مژه‌ها $L_{Cilia} = 6 \mu\text{m}$ در نظر گرفته شده است.
- فاصله بین دو مژه در راستای دیواره نای $d = 3 \mu\text{m}$ قرار داده شده است [۱۵، ۱۷].
- پدرس^۲ و همکاران [۱۱۲] ضخامت ناحیه PCL را در قسمت‌های بالای نای را بین $5 \mu\text{m}$ تا $10 \mu\text{m}$ گزارش دادند. در تحقیق حاضر همانند شبیه سازی انجام شده توسط اسمیت و همکاران [۳] و لی و همکاران [۱۷]، ضخامت این ناحیه $L_{PCL} = 6 \mu\text{m}$ در نظر گرفته شده است.
- ضخامت ناحیه موکوس در تحقیق حاضر با توجه به داده‌های ارائه شده توسط اسمیت و همکاران [۳] $L_M = 4 \mu\text{m}$ در نظر گرفته شده است.
- ویسکوزیته ناحیه PCL تقریباً به اندازه ویسکوزیته آب و مقدار $\eta_{PCL} = 0.001 \text{ Pa.s}$ در نظر گرفته شده است [۱۱۳، ۳].
- با توجه به آزمایش‌های انجام گرفته بر روی موکوس، ویسکوزیته کل موکوس برابر $\eta_M = 0.0482 \text{ Pa.s}$ گزارش شده است [۳]. اما از آنجا که تحقیق حاضر اولین تحقیقی محسوب می‌شود که در آن موکوس به عنوان یک سیال اولدریوید-بی در نظر گرفته شده که ویسکوزیته آن شامل دو بخش نیوتنی و الاستیک است، در اینجا ویسکوزیته بخش نیوتنی موکوس به اندازه ویسکوزیته ناحیه PCL یعنی $\eta_M^N = 0.001 \text{ Pa.s}$ و ویسکوزیته بخش الاستیک موکوس $\eta_M^E = 0.0472 \text{ Pa.s}$ در نظر گرفته شده است. بنابراین نسبت ویسکوزیته در این حالت $\beta = \eta_M^E / \eta_M = 0.98$ اندازه گیری می‌شود.

¹ King

² Pedersen

- نتایج آزمایشگاهی زمان رهایی از تنش موکوس $\lambda = 0.034 \text{ s}$ را گزارش کرده‌اند [۳].
 - مقدار چگالی هر دو لایه PCL و موکوس برابر $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ است [۳].
 - ضریب ثابت کشش سطحی بین دو لایه PCL و موکوس $T_0 = 32 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ در نظر گرفته شده است [۱۱۴].
 - فرکانس حرکت مژه‌ها در حالت استاندارد مقدار $f_s = 60 \text{ rad/s}$ تنظیم شده است [۳].
- با بررسی دقیق تحقیقات گذشته، مقادیر استاندارد پارامترهای مختلف مورد استفاده در تحقیق حاضر به طور خلاصه در جدول (۱-۴) ذکر شده است.

جدول (۱-۴) مقادیر پارامترهای استاندارد در تحقیق حاضر

مشخصات هندسی		خواص سیال	
L_{Cilia} طول مژه‌ها	6 (μm)	(ρ) چگالی	1000 (Kg/m^3)
تعداد مژه‌ها	13	(T_0) ضریب کشش سطحی بین دو لایه	32 (dyn/cm)
(f_s) فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها	6 (rad/s)	(η_{PCL}) ویسکوزیته PCL	0.001 (Pa.s)
(d) فاصله بین مژه‌ها	0.4 (μm)	(η_M) ویسکوزیته موکوس	0.0482 (Pa.s)
(L_{PCL}) ضخامت PCL	6 (μm)	(β) نسبت ویسکوزیته موکوس	0.98
(L_M) ضخامت موکوس	4 (μm)	(λ) زمان رهایی از تنش موکوس	0.034 (s)

همچنین مقادیر ضرایب تبدیل متغیرهای محیط فیزیکی به محیط شبکه بولترمن در حالت استاندارد در جدول (۲-۴) مشاهده می‌شود.

جدول (۴-۲) مقادیر ضرایب تبدیل متغیرهای محیط فیزیکی به محیط شبکه بولتزمن

مقدار	نماد	ضریب تبدیل
3.51×10^{-7}	$C_h \text{ (m)}$	مکان
8.5×10^{-7}	$C_t \text{ (s)}$	زمان
333.33	$C_p \text{ (Kg/m}^3\text{)}$	چگالی
0.413	$C_u \text{ (m/s)}$	سرعت
1.45×10^{-7}	$C_v \text{ (m}^2\text{/s)}$	ویسکوزیته نیوتنی
56.95	$C_p \text{ (N/m}^2\text{)}$	فشار

۴-۳- مطالعه استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی

در این بخش، استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی، مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور، به بررسی سرعت تخلیه موکوس در نای انسان در دو حالت پرداخته شده است. در حالت اول کلیه پارامترهای مورد مطالعه در حالت استاندارد در نظر گرفته شده‌اند و در حالت دوم با ثابت بودن کلیه پارامترها در حالت استاندارد موکوس به عنوان یک سیال نیوتنی در نظر گرفته شده است. از آنجا که برای بررسی اثرات نیروهای مژه‌ها و سطح مشترک دو لایه PCL و موکوس از روش مرز غوطه‌ور استفاده شده است علاوه بر تعداد نقاط اویلری موجود بر روی شبکه، تعداد نقاط لاگرانژی موجود بر روی مژه‌ها و سطح مشترک دو لایه نیز بر روی متوسط سرعت تخلیه موکوس تأثیر گذار است. به همین منظور در جدول (۴-۳) علاوه بر تعداد نقاط شبکه اویلری، تعداد نقاط شبکه‌های لاگرانژی (که شامل مژه‌ها و سطح مشترک دو لایه است) نیز در نظر گرفته شده است. در این جدول مقادیر متوسط ارائه‌شده سرعت تخلیه موکوس از رابطه (۴-۱) محاسبه می‌شود.

$$u_M = \frac{1}{T_C L_M} \int_0^{T_C} \int_{L_{PCL}}^{L_t} u dy dt \quad (4-1)$$

در رابطه فوق T_C دوره تناوب حرکت مژه‌ها و L_t ضخامت کل مایع مخاطی بوده که شامل ناحیه PCL و موکوس است. همچنین در جدول (۴-۳) و Δx و Δy گام‌های مکانی و n_x و n_y تعداد گره‌های

شبکه محاسباتی در راستاهای x و y می‌باشند. n_{Cilia} و n_{Mem} به ترتیب تعداد تقسیمات هر مژه و مرز دو لایه می‌باشند.

جدول (۳-۴) مقادیر سرعت متوسط تخلیه موکوس به ازای شبکه‌های مختلف

$\Delta x = \Delta y (\mu m)$		0.45	0.4	0.35	0.325
$n_x \times n_y$		88×23	98×25	112×29	121×31
n_{Cilia}		16	18	20	22
n_{Mem}		90	100	105	110
u_M ($\mu m/s$)	Standard	51.76	45.22	44.07	43.47
	Newtonian	50.97	42.65	33.45	32.64

با توجه به مقادیر جدول (۳-۴) به ازای تعداد سلول‌های بیشتر از 112×29 متوسط سرعت تخلیه موکوس تقریباً ثابت شده و افزایش تعداد شبکه‌ها تأثیر چندانی بر تغییرات آن ندارد. بنابراین در تحقیق حاضر از این شبکه به عنوان شبکه مرجع برای ارائه نتایج استفاده شده است.

۴-۴- شرایط و الگوی همگرایی

از آنجا که جریان سیال مایع مخاطی درون نای در تحقیق حاضر در هندسه نشان داده شده در شکل (۱-۲) یک جریان غیر دائم متناوب است، شرط همگرایی در این بخش همانند شرط ارائه شده در رابطه (۳۷-۳) است. بدین معنی که سرعت همه نقاط در تمامی زمان‌ها و مکان‌ها در یک دوره تناوب با دوره تناوب قبل مقایسه شده و در صورت ارضای شرط همگرایی، مقادیر مربوط به همان دوره تناوب جواب مسأله می‌باشند. جدول (۴-۴) مقادیر سرعت متوسط تخلیه موکوس به ازای سه دوره تناوب در دو حالت استاندارد و در حالتی که موکوس به عنوان یک سیال نیوتنی در نظر گرفته شده است را نشان می‌دهد. مقادیر این جدول نشان می‌دهد که در هر دو حالت اختلاف سرعت متوسط تخلیه موکوس بین تناوب دوم و سوم ناچیز است. و این سرعت تقریباً ثابت مانده است. بنابراین در تحقیق حاضر کلیه نتایج بر مبنای تناوب دوم حل مورد ارزیابی قرار گرفته شده است.

جدول (۴-۴) مقادیر سرعت متوسط تخلیه موکوس به ازای سه دوره تناوب

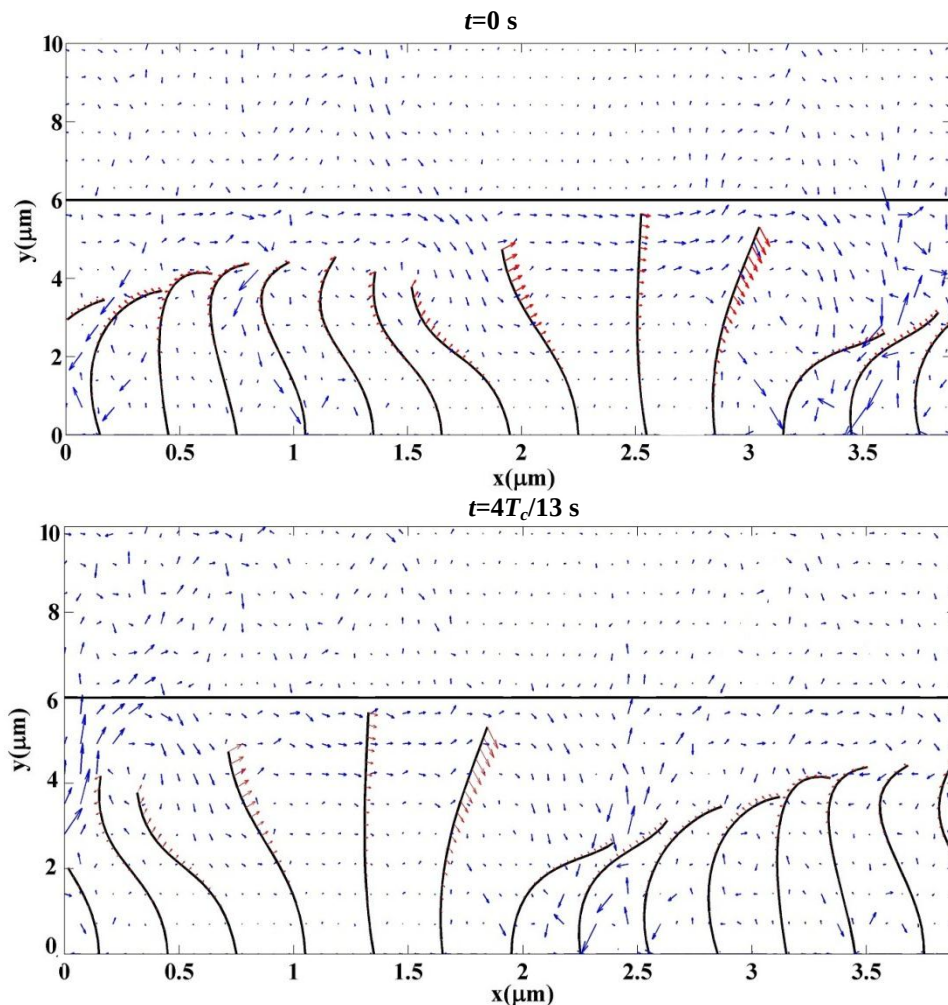
		دوره تناوب اول	دوره تناوب دوم	دوره تناوب سوم
u_M ($\mu m/s$)	Standard	44.795	44.078	44.003
	Newtonian	30.710	33.450	33.664

۴-۵- ارزیابی صحت نتایج

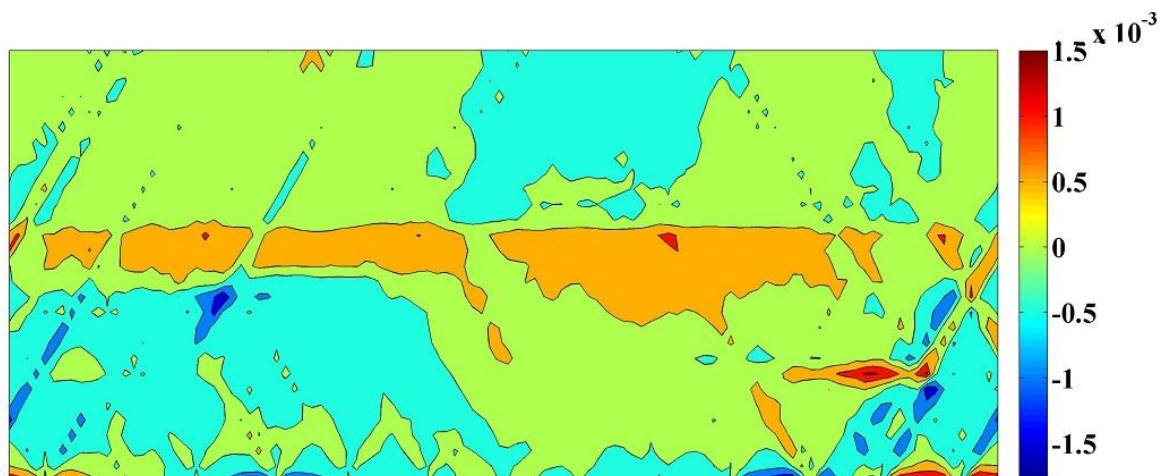
در این بخش به بررسی صحت نتایج حاصل از حل عددی ارائه شده پرداخته می‌شود. برای این منظور، نتایج به دست آمده از حل عددی حاضر برای هندسه نشان داده شده در شکل (۲-۱) در حالت استاندارد با نتایج تحقیقات آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی گذشته مقایسه می‌شود. نتایج تعدادی از تحقیقات گذشته بر روی سرعت متوسط تخلیه موکوس در حالت استاندارد به طور خلاصه به صورت زیر بیان شده است:

- ICRP [۱۱۵] در یک تحقیق آزمایشگاهی با توجه به جثه افراد و شرایط محیطی مختلف، بازه وسیعی از سرعت تخلیه موکوس را گزارش کرده‌اند. این نتایج نشان می‌دهد در حالت طبیعی سرعت تخلیه موکوس در نایچه‌ها حدود $70 \mu\text{m/s}$ تا $92 \mu\text{m/s}$ و در قسمت‌های ضخیم نای حدود $40 \mu\text{m/s}$ می‌باشد.
- نتایج آزمایشگاهی که بر روی کشت سلولی درون نای توسط ماتسوی و همکاران [۶۳] انجام شده، سرعت متوسط تخلیه موکوس را $39/2 \mu\text{m/s}$ گزارش کرده‌اند.
- اسمیت و همکاران [۳] در تحقیق تحلیلی خود با در نظر گرفتن موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک خطی، سرعت متوسط تخلیه موکوس در حالت استاندارد را $38/3 \mu\text{m/s}$ گزارش کردند.
- در نتایج تحقیق عددی که توسط لی و همکاران [۱۷] و جایاتیلیک و همکاران [۱۵] با در نظر گرفتن موکوس به عنوان یک سیال نیوتنی به روش ترکیبی مرز غوطه‌ور-تفاضل محدود انجام شد، سرعت متوسط تخلیه موکوس در حالت استاندارد $44/38 \mu\text{m/s}$ گزارش شد.
- در تحقیق عددی حاضر که به روش ترکیبی مرز غوطه‌ور- شبکه بولترمن انجام گرفته و در آن موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک شبه خطی با مدل اولدروید-بی مدل سازی شده است سرعت متوسط تخلیه موکوس در حالت استاندارد $44/07 \mu\text{m/s}$ محاسبه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود این مقدار تطابق قابل قبولی با تحقیقات آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی انجام شده بر

روی این موضوع دارد. در ادامه این تحقیق از این سرعت به عنوان یک سرعت مرجع با نام u_0 استفاده شده است. در شکل (۱-۴) بردارهای سرعت حرکت مایع مخاطی درون نای در حالت استاندارد با استفاده از نتایج بدست آمده از تحقیق حاضر در دو زمان مختلف نشان داده شده‌اند. همانطور که این شکل نشان می‌دهد، سرعت نقاطی از سیال که در اطراف مژه‌هایی قرار دارند که در حالت نیروی موثر هستند بیشتر است. این شکل همچنین نشان می‌دهد که بیشترین انتقال موکوس در مرز بین دو لایه اتفاق می‌افتد. همچنین در شکل (۲-۴) کانتور توزیع سرعت افقی در این حالت در زمان $t=0$ را نشان می‌دهد. این شکل نیز نشان می‌دهد به طور میانگین در مرز بین دولایه سرعت تخلیه موکوس نسبت به مقاطع دیگر بیشتر است. در ادامه به بررسی اثرات عوامل مختلف بر تخلیه موکوس پرداخته می‌شود.



شکل (۱-۴) بردارهای سرعت در حرکت مایع مخاطی درون نای در دو زمان مختلف در حالت استاندارد



شکل (۴-۲) کانتور توزیع سرعت افقی در حالت استاندارد در زمان $t=0$ s

۴-۶- بررسی تأثیر پارامترهای مختلف در حالت استاندارد

در این قسمت به بررسی اثرات تغییر پارامترهای مختلف در حالت استاندارد بر متوسط سرعت تخلیه موکوس پرداخته شده است. لازم به ذکر است که در این بخش فقط اثرات یک پارامتر مورد بررسی قرار می‌گیرد و بقیه پارامترها در حالت استاندارد در نظر گرفته می‌شوند. در این بخش تغییرات پارامترهای مختلف بر سرعت تخلیه موکوس و درصد تغییرات آن نسبت به حالت استاندارد را نشان داده شده است. علامت منفی در قسمت درصد تغییرات در جداول این بخش، نشان از کم شدن سرعت نسبت به حالت استاندارد است.

۴-۶-۱- تأثیر ویسکوزیته موکوس

جدول (۴-۵) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب ویسکوزیته موکوس را نشان می‌دهد.

جدول (۴-۵) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب تغییرات ویسکوزیته موکوس در حالت استاندارد

η_M (Pa.s)	0.002	0.005	0.01	0.02	0.0482	0.06	0.08	0.1	0.2
u_M ($\mu\text{m/s}$)	44	44	44	44.03	44.07	44.07	44.07	44.07	44.07
% change	-0.16	-0.16	-0.16	-0.09	0	0	0	0	0

مقادیر این جدول نشان می‌دهد که تغییرات ویسکوزیته موکوس از 0.002 Pa.s تا 0.2 Pa.s

تغییرات چندانی بر سرعت تخلیه موکوس ندارد. علت این امر را می‌توان زیاد بودن سهم الاستیک

ویسکوزیته موکوس نسبت به بخش ویسکوز آن و زیاد بودن جرم مولکولی موکوس در این حالت دانست ($\beta=0.98$).

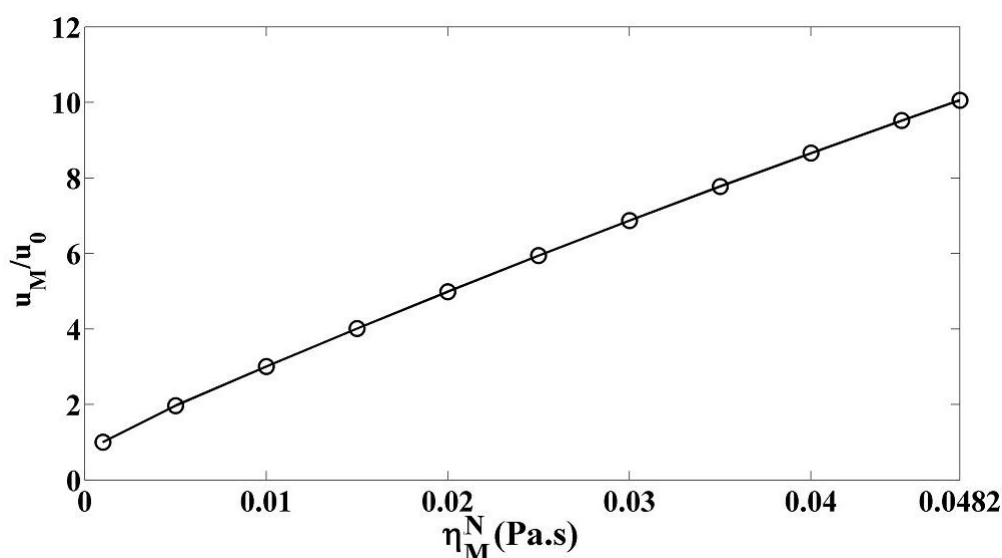
۴-۶-۱- تأثیر بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس

برای بررسی بیشتر اثرات ویسکوزیته موکوس، تغییرات سرعت متوسط موکوس نسبت به بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس در حالتی که ویسکوزیته موکوس ثابت و مقدار آن $\eta_M=0.0482 \text{ Pa.s}$ است در جدول (۴-۶) نشان داده شده است.

جدول (۴-۶) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب تغییرات بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس در حالت $\eta_M=0.0482 \text{ Pa.s}$

$\eta_M^N (\text{Pa.s})$	0.001	0.005	0.01	0.015	0.02
$u_M (\mu\text{m/s})$	44.07	86.72	132.4	176.7	219.8
% change	0	96.8	200.4	300.9	398.7
$\eta_M^N (\text{Pa.s})$	0.025	0.03	0.035	0.04	0.0482
$u_M (\mu\text{m/s})$	261.8	302.7	342.6	381.5	443.3
% change	494	586.9	677.4	765.7	905.9

مقادیر این جدول پدیده جالبی را نشان می‌دهد که در آن در ویسکوزیته ثابت موکوس، افزایش سهم نیوتنی ویسکوزیته موکوس تأثیر بسیار چشمگیری بر سرعت تخلیه آن دارد. برای بررسی بهتر این موضوع، نمودار سرعت متوسط بی‌بعد موکوس (سرعت متوسط موکوس نسبت به سرعت مرجع آن در حالت استاندارد (u_0)) نسبت به بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس در شکل (۴-۳) نشان داده شده است. همانطور که مقادیر این شکل نشان می‌دهد، سرعت متوسط تخلیه موکوس با بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس تقریباً به صورت خطی تغییر می‌کند و با افزایش سهم نیوتنی ویسکوزیته موکوس از حالت استاندارد خود ($\eta_M^N = 0.001 \text{ Pa.s}$) تا زمانی که کل ویسکوزیته موکوس نیوتنی شود ($\eta_M^N = 0.0482 \text{ Pa.s}$) سبب ۱۰ برابر شدن سرعت تخلیه موکوس نسبت به حالت استاندارد آن می‌شود.



شکل (۴-۳) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس در حالت استاندارد

رفتار ویسکوزیته در سیالات ویسکوالاستیک همانند رشته‌های شبکه ای بلند از مولکولها مدل می‌شود و با شکستن این رشته‌ها رفتار سیال به سیال نیوتنی نزدیک می‌گردد [۵۷]. علت افزایش سرعت تخلیه موکوس، در اثر افزایش بخش نیوتنی موکوس را نیز می‌توان به شکسته شدن رشته‌های مولکولی و کاهش وزن مولکولی موکوس با کاهش سهم الاستیک ویسکوزیته آن دانست. با توجه به شکل (۴-۳) می‌توان از تغییر در بخش نیوتنی موکوس به عنوان یکی از عوامل بسیار تأثیرگذار بر سرعت تخلیه موکوس در حالت استاندارد ذکر کرد.

۴-۶-۲- تأثیر زمان رهایی از تنش موکوس

در این بخش به بررسی زمان رهایی از تنش موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک بر سرعت تخلیه آن در حالت استاندارد پرداخته می‌شود. جدول (۴-۷) تغییرات سرعت متوسط تخلیه موکوس بر حسب زمان رهایی از تنش موکوس را نشان می‌دهد. مقادیر این جدول نشان می‌دهد اثرات زمان رهایی از تنش بر سرعت تخلیه موکوس زیاد نیست. این جدول نشان می‌دهد، با کاهش میزان زمان رهایی از تنش موکوس، سرعت تخلیه موکوس کاهش می‌یابد. علت این امر را می‌توان چنین توجیه کرد که با کاهش زمان رهایی از تنش موکوس، از خاصیت الاستیک آن کم شده و سیال به سمت

نیوتنی شدن پیش می‌رود و در این حالت موکوس همانند یک سیال نیوتنی بر روی ناحیه PCL قرار می‌گیرد و ناحیه PCL نمی‌تواند آن را به خوبی پیش ببرد. نتایج این جدول همچنین نشان می‌دهد با افزایش میزان زمان رهایی از تنش از حالت استاندارد آن ($\lambda = 0.034$ s) تغییری در سرعت تخلیه موکوس ایجاد نمی‌کند. به این علت که در این حالت موکوس به مقدار کافی خاصیت الاستیک پیدا کرده و ناحیه PCL می‌تواند آن را به راحتی بر روی خود شبیه یک جسم جامد حمل کند.

جدول (۷-۴) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب تغییرات ویسکوزیته موکوس در حالت استاندارد

λ (s)	0.001	0.002	0.005	0.01	0.02	0.034	0.1	0.5	1
u_M ($\mu\text{m/s}$)	39.4	43.18	43.78	43.96	44.04	44.07	44.07	44.07	44.07
% change	-10.6	-2.02	-0.66	-0.25	-0.07	0	0	0	0

۴-۶-۳- تأثیر فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها

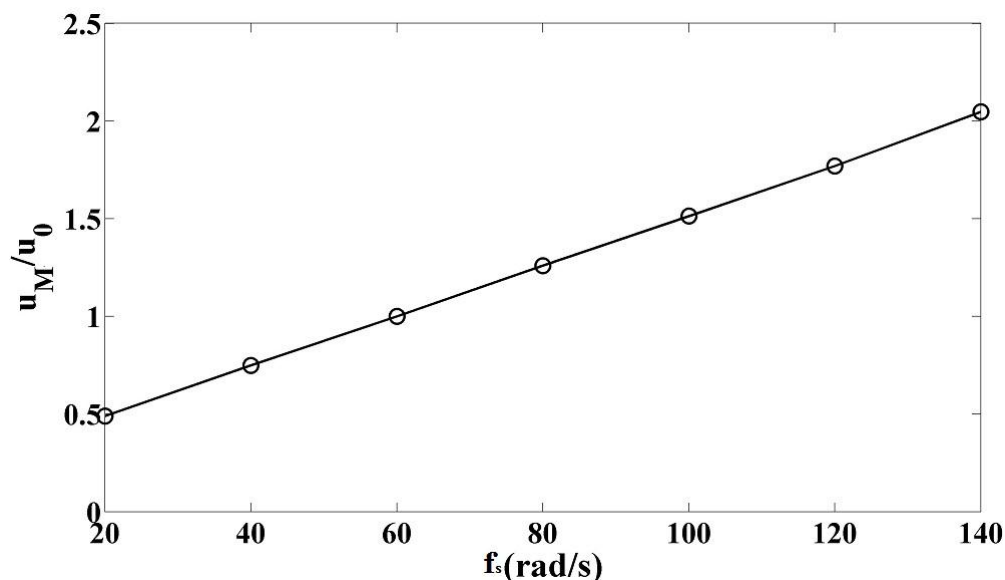
در این بخش به بررسی اثرات فرکانس مژه‌ها بر سرعت تخلیه موکوس در حالت استاندارد پرداخته می‌شود. جدول (۸-۴) تغییرات متوسط سرعت تخلیه موکوس بر حسب فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها را نشان می‌دهد.

جدول (۸-۴) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب تغییرات ویسکوزیته موکوس در حالت استاندارد

f_s (rad/s)	20	40	60	80	100	120	140
u_M ($\mu\text{m/s}$)	21.59	33.28	44.07	55.52	66.69	77.99	90.22
% changes	-51.01	-25.12	0	25.98	51.32	76.97	104.71

مقادیر این جدول نشان می‌دهد که فرکانس مژه‌ها تأثیر نسبتاً زیادی بر روی سرعت تخلیه موکوس ایجاد می‌کند که افزایش آن باعث افزایش سرعت تخلیه موکوس می‌گردد. علت این موضوع را می‌توان به افزایش نیروی حاصل از مژه‌ها بر ناحیه PCL در اثر افزایش سرعت آنها دانست. برای بررسی بهتر این تغییرات، سرعت متوسط بی‌بعد موکوس نسبت به فرکانس حرکت مژه‌ها در شکل (۴-۴) ترسیم شده است. شکل (۴-۴) نشان می‌دهد، با افزایش فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها تا 140 rad/s می‌توان سرعت تخلیه موکوس را تا دو برابر حالت استاندارد رسانید. این شکل همچنین نشان می‌دهد، سرعت تخلیه موکوس نسبت به فرکانس مژه‌ها به صورت خطی تغییر می‌کند. این روند تغییرات خطی در تحقیق لی

و همکاران [۱۷] و اسمیت و همکاران [۳] نیز مشاهده گردید. این روند را می‌توان به خطی بودن معادله مومنوم در اعداد رینولدز پایین اشاره کرد که در آن ترم جابجایی قابل صرف نظر کردن است.



شکل (۴-۴) تغییرات سرعت بی‌بعد متوسط موکوس نسبت به فرکانس حرکت مژه‌ها در حالت استاندارد

۴-۶-۴ تأثیر طول مژه‌ها

در این بخش به بررسی اثرات طول مژه‌ها بر سرعت تخلیه موکوس در حالت استاندارد می‌پردازیم.

جدول (۹-۴) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب طول مژه‌ها و درصد تغییرات آن را نشان

می‌دهد. مقادیر این جدول نشان می‌دهد در حالتی که طول مژه‌ها کمتر از $4/5 \mu m$ است سرعت متوسط تخلیه موکوس منفی است.

جدول (۹-۴) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب تغییرات طول مژه‌ها در حالت استاندارد

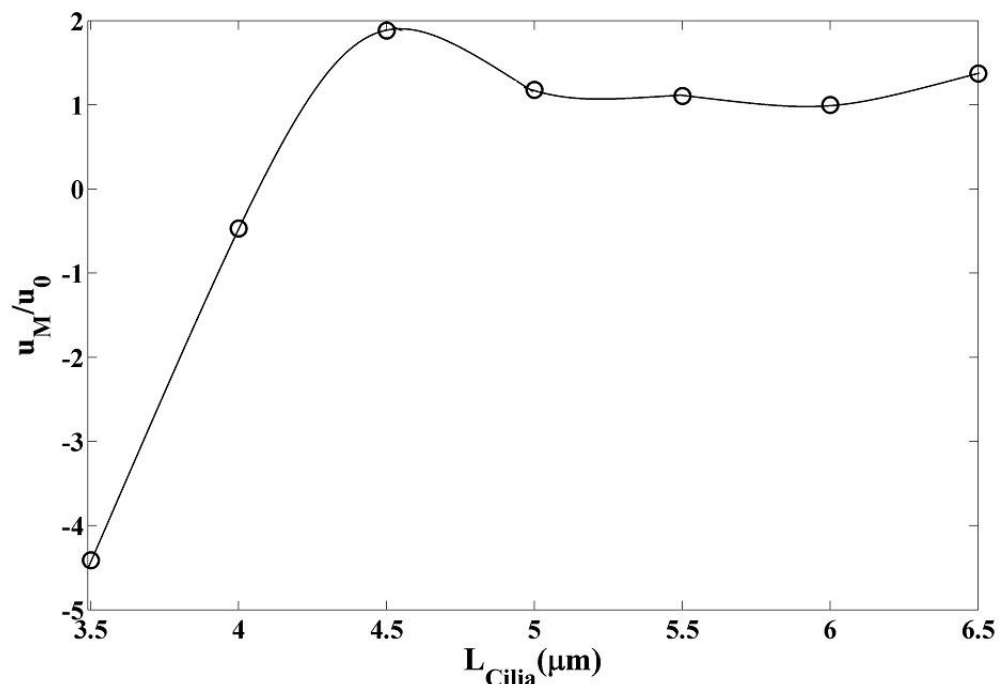
$L_{Cilia} (\mu m)$	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5
$u_M (\mu m/s)$	-194.4	-20.64	82.96	51.99	48.81	44.07	60.43
% changes	-541.1	-146.8	88.24	17.97	10.76	0	37.12

این یعنی موکوس در جهت عکس حرکت می‌کند. در این حالت به علت کوتاه شدن مژه‌ها، نیروی

وارد شده از طرف مژه‌ها بر سیال در حالت حرکت مؤثر کم شده و نمی‌تواند اثر نیروی بازگشت به

عقب مژه‌ها که بخش اعظم حرکت آنها را شامل می‌شود (حالت‌های ۵ تا ۱۳ در شکل (۲-۲)) جبران

نماید. برای بررسی بهتر این موضوع تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به تغییرات طول مژه‌ها در شکل (۵-۴) ترسیم شده است. این شکل نشان می‌دهد که $L_{Cilia} = 4.5 \mu m$ طول بهینه‌ای است که در آن سرعت تخلیه موکوس بیشترین مقدار خود را دارد و تقریباً دو برابر سرعت استاندارد موکوس است. در این طول بهینه نیروی حاصل از حرکت مؤثر مژه‌ها بر سیال بیشترین مقدار را دارا می‌باشد.



شکل (۵-۴) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به طول مژه‌ها در حالت استاندارد

با افزایش طول مژه‌ها از $5 \mu m$ تا $6 \mu m$ سرعت تخلیه موکوس تقریباً ثابت می‌ماند. اما با افزایش طول مژه‌ها از طول استاندارد آنها ($6 \mu m$)، سرعت تخلیه موکوس شروع به افزایش می‌کند. علت این امر را می‌توان چنین بیان نمود که در این حالت مژه‌ها به ناحیه موکوس نفوذ کرده نوک مژه‌ها به موکوس برخورد کرده و علاوه بر PCL خود مژه‌ها عامل حرکت موکوس می‌شوند.

۴-۶-۵- تأثیر ضخامت ناحیه PCL

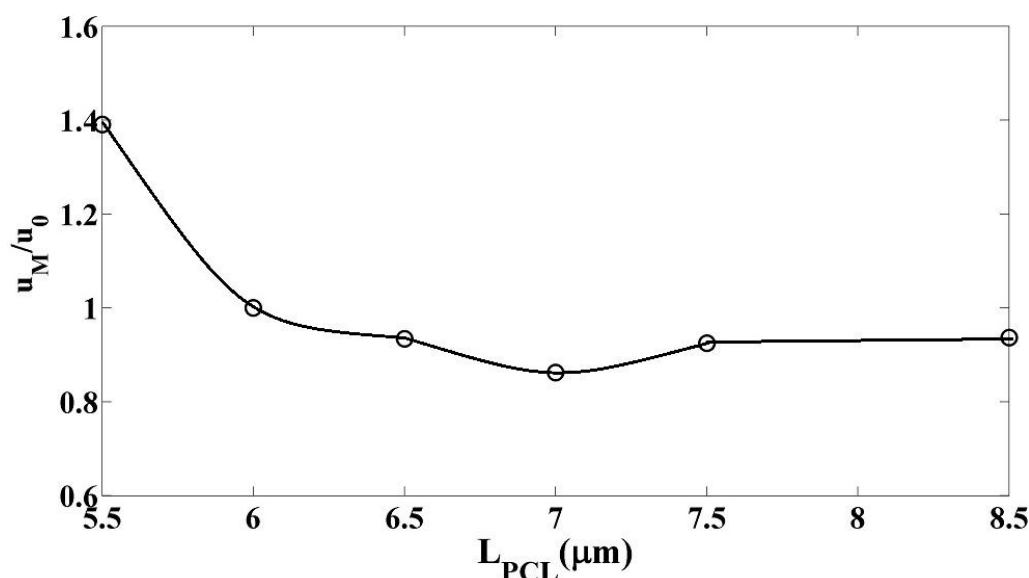
یکی دیگر از عواملی که در ایجاد برخی از بیماری‌های مرتبط با دستگاه تنفسی نقش زیادی دارد تغییر

در ضخامت ناحیه PCL است. جدول (۴-۱۰) تغییرات سرعت متوسط تخلیه موکوس بر حسب ضخامت ناحیه PCL در حالت استاندارد را نشان می‌دهد. مقادیر این جدول نشان می‌دهد در حالتی که $L_{PCL} = 5.5 \mu m$ است، سرعت متوسط موکوس به اندازه ۳۹٪ افزایش می‌یابد.

جدول (۴-۱۰) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب ضخامت ناحیه PCL در حالت استاندارد

$L_{PCL} (\mu m)$	5.5	6	6.5	7	7.5	8.5
$u_M (\mu m/s)$	61.29	44.07	41.18	38.01	40.77	41.3
% changes	39.08	0	-6.56	-13.75	-7.49	-6.28

برای بررسی بیشتر این تغییرات، سرعت بی‌بعد تخلیه موکوس بر حسب ضخامت ناحیه PCL، در شکل (۴-۶) ترسیم شده است. همان‌طور که شکل (۴-۶) نشان می‌دهد، زمانی که طول ناحیه PCL از طول استاندارد آن ($6 \mu m$) کمتر است، سرعت تخلیه موکوس افزایش می‌یابد. علت این موضوع را می‌توان نفوذ مژه‌ها به ناحیه موکوس و کمک به حرکت دادن آن نسبت داد. همچنین این شکل نشان می‌دهد با افزایش ضخامت ناحیه PCL تا $7 \mu m$ ، به علت افزایش حجم سیال بالای مژه‌ها، سرعت تخلیه موکوس کاهش یافته و بعد از آن این روند تقریباً ثابت می‌ماند.



شکل (۴-۶) تغییرات سرعت بی‌بعد متوسط موکوس نسبت به ضخامت ناحیه PCL در حالت استاندارد

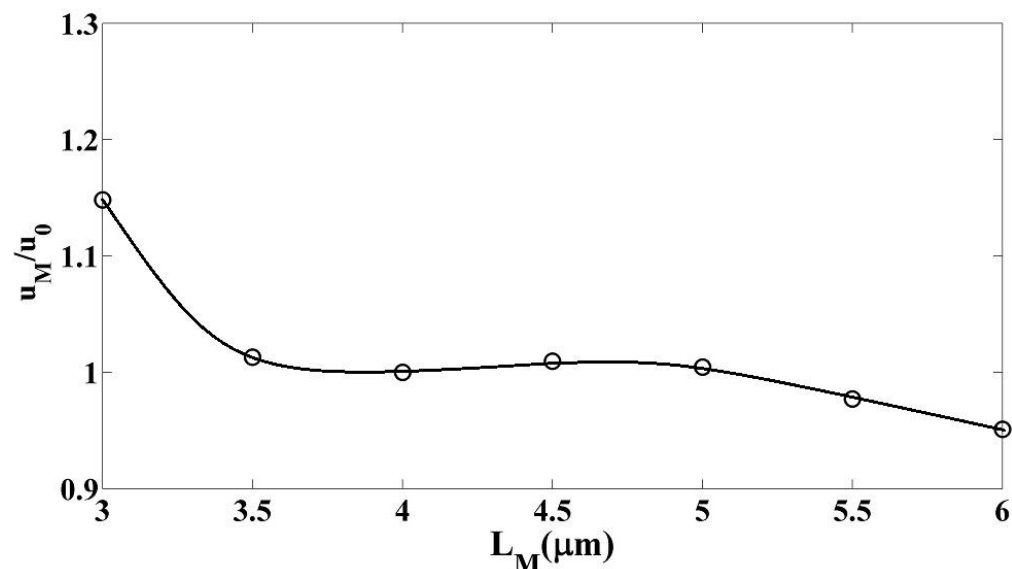
۴-۶-۶- تأثیر ضخامت ناحیه موکوس

یکی دیگر از پارامترهایی که به خصوص در نای افراد سیگاری بیشتر نمایان می‌شود، افزایش ضخامت ناحیه موکوس است. جدول (۱۱-۴) تغییرات سرعت تخلیه موکوس نسبت به ضخامت موکوس را نشان می‌دهد.

جدول (۱۱-۴) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب ضخامت ناحیه موکوس در حالت استاندارد

$L_M (\mu m)$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
$u_M (\mu m / s)$	50.6	44.64	44.07	44.49	44.27	43.06	41.91
% changes	14.82	1.29	0	0.95	0.45	-2.29	-4.9

همان طور که مقادیر این جدول نشان می‌دهد با افزایش ضخامت موکوس به علت افزایش حجم سیال بالای ناحیه PCL، سرعت تخلیه موکوس کاهش می‌یابد. روند تغییرات سرعت متوسط بی‌بعد موکوس نسبت به ضخامت آن در شکل (۷-۴) نشان داده شده است. شکل (۷-۴) نشان می‌دهد با افزایش ضخامت موکوس از $3 \mu m$ تا $3.5 \mu m$ سرعت تخلیه موکوس به شدت کاهش می‌یابد. سپس با افزایش این ضخامت از $3.5 \mu m$ تا $5 \mu m$ تغییر چندانی در سرعت تخلیه موکوس ایجاد نمی‌شود اما بعد از آن با افزایش ضخامت موکوس سرعت آن کاهش می‌یابد.



شکل (۷-۴) تغییرات سرعت بی‌بعد متوسط موکوس نسبت به ضخامت ناحیه موکوس در حالت استاندارد

۷-۶-۴- تأثیر ضریب سختی بین دو لایه PCL و موکوس

با توجه به وارد نمودن نیروی حاصل از مرز بین دو لایه PCL و موکوس در معادلات جریان، در این بخش به بررسی اثرات ضریب سختی بین این دو لایه بر نیروی مذکور و اثرات آن بر سرعت تخلیه موکوس پرداخته می‌شود. جدول (۴-۱۲) تأثیر ضریب سختی بین دو لایه (T_0 در معادله (۳-۶۳)) بر روی سرعت تخلیه موکوس را نشان می‌دهد. مقادیر این جدول نشان می‌دهد با تغییر این ضریب تغییری در سرعت تخلیه موکوس ایجاد نمی‌شود. دلیل اصلی این پدیده آن است که تغییرات مکان سطح مشترک دو لایه که عامل اصلی ایجاد این نیرو است ناچیز است. اثرات اندک T_0 بر سرعت تخلیه موکوس در تحقیق لی و همکاران [۱۷] نیز مورد بررسی قرار گرفته بود و آنها نیز به این نتیجه رسیدند که تغییر در این پارامتر عاملی تأثیر گذار بر روی تخلیه موکوس نیست.

جدول (۴-۱۲) تغییرات سرعت متوسط موکوس بر حسب ضریب سختی بین دو لایه PCL و موکوس در حالت استاندارد

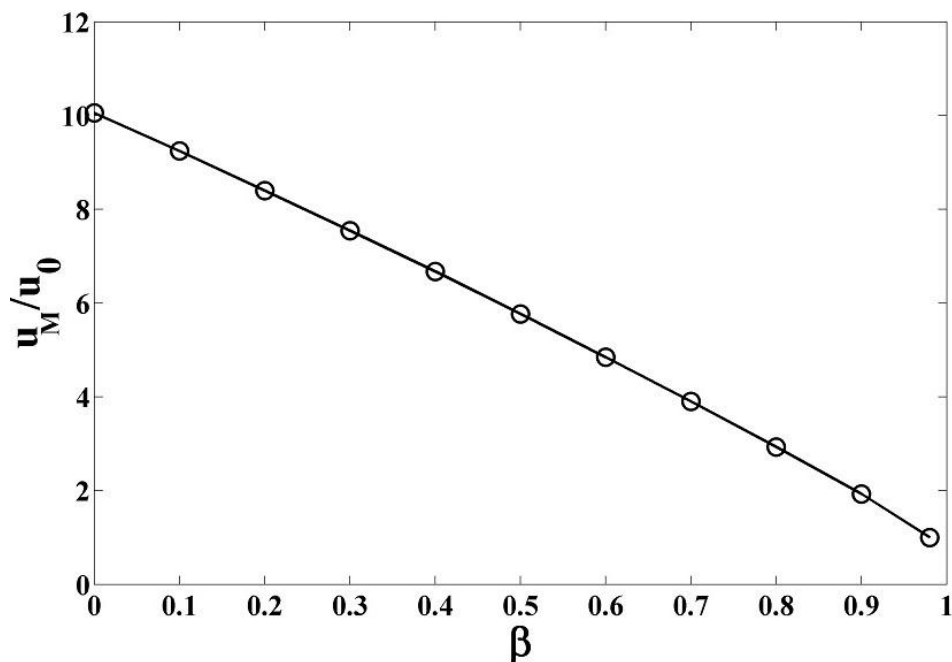
$T_0 (\text{Dyn} / \text{m})$	10^{-4}	0.01	1	32	80	100	10^4
$u_M (\mu\text{m} / \text{s})$	44.07	44.07	44.07	44.07	44.27	44.07	44.07
% changes	0	0	0	0	0	0	0

۴-۷- بررسی تأثیر پارامترهای مختلف در مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته

موکوس

همانطور که در بخش ۴-۶-۱-۱ ذکر شد، بخش نیوتنی و الاستیک ویسکوزیته موکوس یکی از پارامترهای بسیار تأثیر گذار بر سرعت تخلیه موکوس است. به همین منظور در این بخش با معرفی یک پارامتر بی‌بعد به نام نسبت ویسکوزیته که حاصل تقسیم ویسکوزیته بخش الاستیک موکوس به ویسکوزیته کل موکوس است ($\beta = \eta_M^E / \eta_M$) به بررسی اثرات پارامترهای مختلف به ازای مقادیر مختلف β بر روی سرعت تخلیه موکوس پرداخته می‌شود. قبل از بررسی اثرات پارامترهای مختلف لازم است اثرات β بر روی سرعت تخلیه موکوس مورد بررسی قرار گیرد. شکل (۴-۸) نشان می‌دهد که افزایش نسبت ویسکوزیته موکوس که ناشی از افزایش سهم الاستیک ویسکوزیته موکوس است باعث کاهش سرعت تخلیه موکوس می‌گردد و همانطور که در بخش ۴-۶-۱-۱ ذکر شد این روند

کاهش خطی سرعت موکوس ناشی از افزایش وزن مولکولی موکوس است.



شکل (۴-۸) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به نسبت ویسکوزیته موکوس

همانطور که مقادیر این شکل نشان می دهد نسبت ویسکوزیته یکی از عوامل تأثیر گذار در فرآیند تخلیه موکوس است و با تغییر اندک آن از حالت استاندارد $\beta=0.98$ تا $\beta=0.9$ سرعت تخلیه موکوس تقریباً دو برابر می شود و همانطور که در شکل (۴-۳) نیز نشان داده شد، این افزایش با کاهش نسبت ویسکوزیته تقریباً به صورت خطی تغییر می کند. در حالتی که کل ویسکوزیته موکوس نیوتنی است سرعت تخلیه موکوس به ۱۰ برابر سرعت استاندارد آن می رسد. به همین منظور در ادامه، به بررسی اثرات پارامترهای تأثیر گذار بر سرعت تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته موکوس پرداخته می شود.

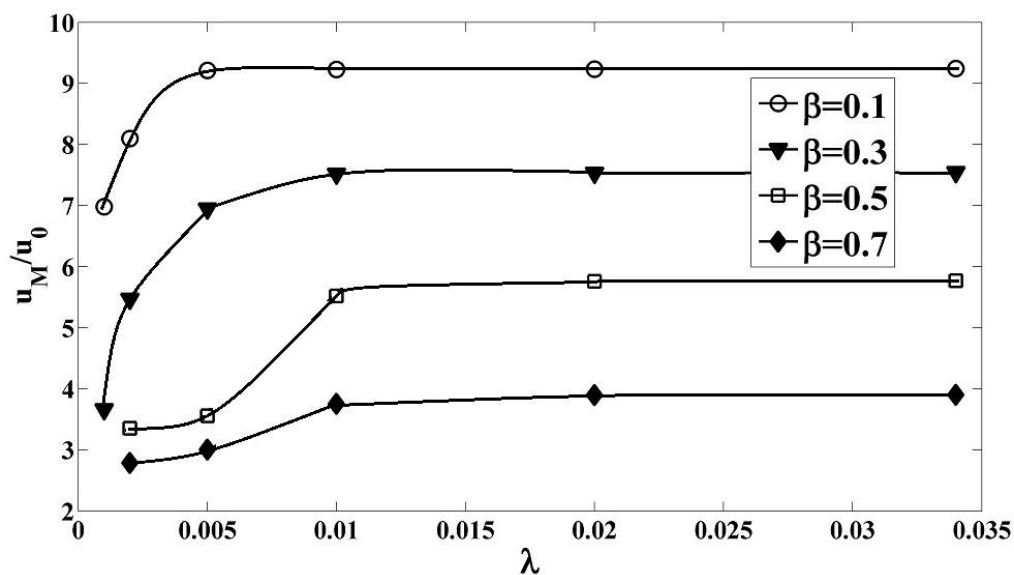
۴-۷-۱- تأثیر زمان رهایی از تنش موکوس

در این بخش به بررسی زمان رهایی از تنش موکوس بر سرعت تخلیه آن به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته پرداخته می شود. جدول (۴-۱۳) تغییرات سرعت متوسط تخلیه موکوس بر حسب زمان رهایی از تنش موکوس به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته را نشان می دهد.

جدول (۴-۱۳) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب زمان رهایی از تنش موکوس به ازای مقادیر مختلف β

$\beta \backslash \lambda(s)$	0.002	0.005	0.01	0.02	0.034	0.1	0.5	1	2
0.1	356.8	405.9	406.6	406.9	407.3	407.3	407.3	407.3	407.3
0.3	240.9	306	331.2	331.8	332.3	332.4	332.5	332.5	332.5
0.5	147.8	156.8	243.1	253.8	254.3	254.3	254.3	254.4	254.4
0.7	122.9	132.4	165.5	171.9	172	172	172	172	172

مقادیر این جدول نشان می‌دهد، که بر خلاف حالت استاندارد که با تغییر در زمان رهایی از تنش موکوس، تغییرات جزئی در سرعت تخلیه آن ایجاد می‌شد با کاهش نسبت ویسکوزیته، به علت کاهش جرم مولکولی موکوس، تغییر در خاصیت الاستیک سیال تأثیر بیشتری بر روی سرعت تخلیه موکوس را نشان می‌دهد. این جدول همچنین نشان می‌دهد، با افزایش زمان رهایی از تنش در یک نسبت ویسکوزیته خاص، سرعت تخلیه موکوس افزایش می‌یابد. علت این موضوع را می‌توان افزایش خاصیت الاستیک در موکوس دانست که سبب می‌شود موکوس سفت‌تر شده و لایه PCL راحت‌تر بتواند آنرا جابجا کند. مقادیر این جدول همچنین نشان می‌دهد با افزایش زمان رهایی از تنش از حالت استاندارد آن ($\lambda \geq 0.034$ s) تأثیری بر روی سرعت تخلیه موکوس ندارد. علت این موضوع نیز چنین قابل بیان است که با افزایش زمان رهایی از تنش تا حالت استاندارد موکوس به قدر کافی الاستیک شده که PCL بتواند آن را همانند یک جسم جامد جابجا کند و افزایش خاصیت الاستیک موکوس تأثیری بر روی حرکت آن ندارد. اسمیت و همکاران [۳] نیز با مشاهده همین روند در تحقیق خود به بحث مختصری در این باره پرداختند. برای بررسی بیشتر این موضوع تغییرات سرعت بی‌بعد متوسط موکوس بر حسب زمان رهایی از تنش در شکل (۴-۹) ترسیم شده است. این شکل نیز نشان می‌دهد در مقادیر زیاد زمان رهایی از تنش، فارغ از اندازه نسبت ویسکوزیته، افزایش زمان رهایی از تنش به علت به حد الاستیک رسیدن موکوس بر روی سرعت تخلیه موکوس تأثیر چندانی ندارد.



شکل (۹-۴) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت زمان رهایی از تنش موکوس به ازای مقادیر مختلف β

۴-۷-۲- تأثیر ویسکوزیته موکوس

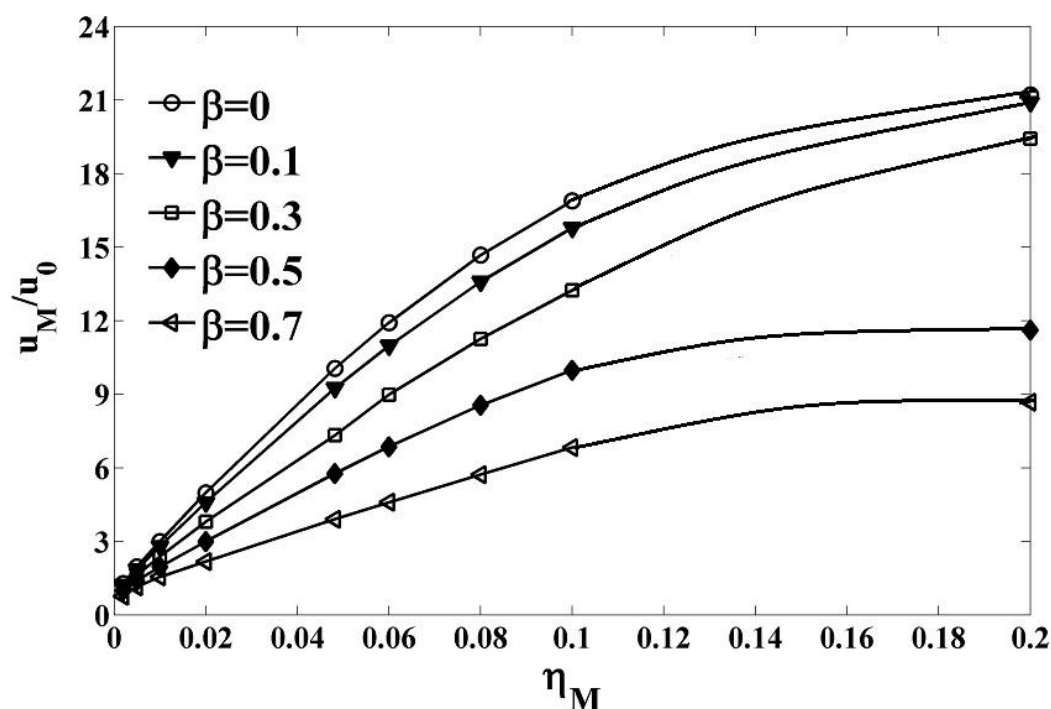
در این بخش به بررسی اثرات ویسکوزیته موکوس بر سرعت تخلیه آن به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته موکوس پرداخته می شود. جدول (۴-۱۴) این تغییرات را نشان می دهد.

جدول (۴-۱۴) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف β

$\eta_M (Pa.s) \backslash \beta$	0.002	0.005	0.01	0.02	0.0482	0.06	0.08	0.1	0.2
0	56.21	86.50	132.2	219.5	443.3	525.3	646.5	744.1	934.8
0.1	53.89	81.70	123.2	202.15	407.4	483.8	598.9	695.6	920.9
0.3	49.08	71.91	104.9	167.4	322.6	395.9	495.9	583.5	856
0.5	43.95	61.69	86.49	132.2	254.3	302.3	376.6	440	511.5
0.7	33.91	50.38	68.17	95.97	172	202.4	252.3	301	382.1

مقادیر جدول فوق نشان می دهد که بر خلاف حالت استاندارد، ویسکوزیته موکوس یکی از پارامترهای تأثیرگذار بر سرعت تخلیه موکوس به خصوص در نسبت ویسکوزیته های پایین است. مقادیر این جدول همچنین نشان می دهد که تغییرات سرعت تخلیه موکوس در مقادیر کمتر نسبت ویسکوزیته بیشتر است. برای مثال با تغییر ویسکوزیته موکوس از مقدار $0.002 Pa.s$ تا $0.2 Pa.s$ مقدار سرعت متوسط تخلیه موکوس در حالت $\beta=0$ از $56/21 \mu m/s$ به $934/8 \mu m/s$ افزایش می یابد اما این تغییر در حالت $\beta=0.7$ از $33/91 \mu m/s$ به $382/1 \mu m/s$ است. برای بررسی بهتر این موضوع، شکل

(۴-۱۰) اثرات تغییرات ویسکوزیته بر سرعت بی بعد تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف β را نشان می دهد.



شکل (۴-۱۰) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف β

همانطور که در این شکل نیز نشان داده شده است علاوه بر β ، ویسکوزیته موکوس نیز تأثیر زیادی بر سرعت تخلیه آن دارد. تا آنجا که در حالت $\beta = 0$ و زمانی که $\eta_M = 0.2$ Pa.s است، سرعت تخلیه موکوس تقریباً به اندازه ۲۱ برابر حالت استاندارد آن است که مقدار بسیار قابل توجهی است. این شکل نشان می دهد که با افزایش ویسکوزیته موکوس سرعت تخلیه آن هم بیشتر می شود. علت این موضوع را بدین صورت می توان بیان نمود که افزایش ویسکوزیته سیال سبب می شود که مولکول های موکوس چسبندگی بیشتری پیدا کنند و PCL بتواند آن را راحت تر جابجا نماید. این روند در تحقیق اسمیت و همکاران [۳] نیز مشاهده و گزارش شده بود. شکل (۴-۱۰) همچنین نشان می دهد تغییرات سرعت تخلیه موکوس با ویسکوزیته آن در مقادیر کوچکتر β بیشتر است. علت این امر را می توان به اثرات توأمان چسبنده شدن موکوس در اثر افزایش ویسکوزیته آن و کم شدن جرم مولکولی موکوس در اثر کاهش سهم الاستیک آن نسبت داد. یکی دیگر از دیگر نکات موجود در

شکل (۴-۱۰) داشتن یک مقدار حدی برای ویسکوزیته موکوس در هر نسبت ویسکوزیته خاص است که بعد از آن با افزایش ویسکوزیته، سرعت تخلیه موکوس تغییر چندانی نمی‌کند. علت این موضوع را چنین می‌توان بیان نمود که با افزایش ویسکوزیته موکوس از یک مقدار خاص، موکوس به قدر کافی چسبندگی دارد که PCL بتواند آن را به آسانی جابجا نماید و افزایش ویسکوزیته موکوس تأثیری بر این جابجایی توسط PCL ندارد. شکل (۴-۱۰) همچنین نشان می‌دهد که این مقدار حدی در مقادیر بیشتر β مقدار کمتری است. برای مثال در حالت $\beta = 0.7$ این مقدار حدی ۹ برابر حالت استاندارد و در حالت $\beta = 0.5$ برابر ۱۲ برابر حالت استاندارد است و با کاهش نسبت ویسکوزیته این مقدار حدی نیز افزایش می‌یابد. این بدان معنی است که در مقادیر بزرگ نسبت ویسکوزیته و ویسکوزیته موکوس، تغییر هر یک از این دو عامل تأثیر چندانی بر سرعت تخلیه موکوس ندارد.

نکته قابل توجه در این قسمت این است که افزایش سرعت تخلیه موکوس در اثر افزایش ویسکوزیته موکوس با این فرض در این تحقیق انجام گرفته که مژه‌ها نمی‌توانند به ناحیه موکوس نفوذ کنند. اما در واقعیت نوک مژه‌ها با ناحیه موکوس نفوذ می‌کند و افزایش ویسکوزیته موکوس باعث می‌شود که سرعت مژه‌ها کم شده و حتی می‌تواند موجب کاهش سرعت تخلیه موکوس گردد.

۴-۷-۳- تأثیر ضخامت ناحیه PCL

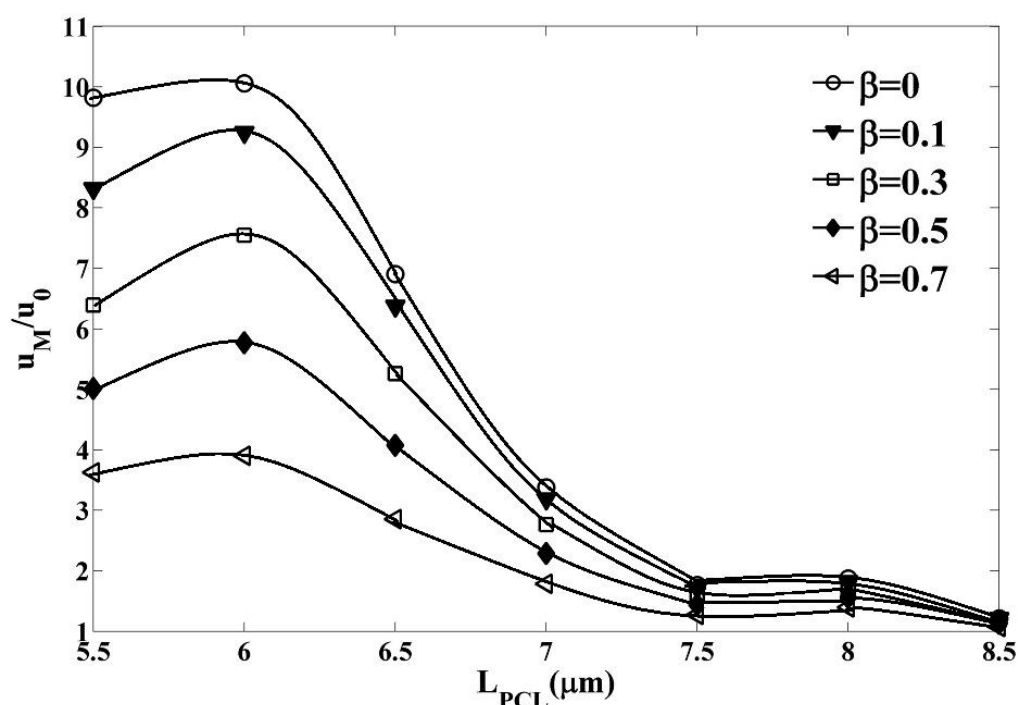
همانطور که قبلاً اشاره شد یکی از عواملی که در سرعت تخلیه موکوس تأثیر می‌گذارد تغییر در ضخامت ناحیه PCL است. در این قسمت به بررسی اثرات ضخامت ناحیه PCL بر سرعت تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف β پرداخته می‌شود. جدول (۴-۱۵) تغییرات سرعت تخلیه موکوس را بر حسب ضخامت ناحیه PCL، به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته نشان می‌دهد. مقادیر این جدول نشان می‌دهد که ضخامت ناحیه PCL تأثیر نسبتاً زیادی به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته بر سرعت متوسط تخلیه موکوس دارد.

جدول (۴-۱۵) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ضخامت ناحیه PCL به ازای مقادیر مختلف β

$\beta \backslash L_{PCL} (\mu m)$	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5
0	432.7	443.3	304.3	148.8	77.78	82.39	53.53
0.1	366.5	407.4	280.8	140.3	75.38	80.07	53.17
0.3	281.6	332.6	231.6	121.6	69.9	74.83	51.92
0.5	221	254.3	179.7	100.8	63.37	68.63	49.89
0.7	159.7	172	125.7	78.66	56.08	61.45	47.32

برای بهتر نشان دادن این تغییرات، سرعت بی بعد تخلیه موکوس نسبت به ضخامت ناحیه PCL

در مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته در شکل (۴-۱۱) ترسیم شده است.

شکل (۴-۱۱) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به ضخامت ناحیه PCL به ازای مقادیر مختلف β

همان طور که ذکر شد و در این شکل نیز نشان داده شده است سرعت تخلیه موکوس با افزایش

ضخامت PCL کاهش نسبتاً شدیدی می کند. برای مثال در حالت $\beta = 0$ با افزایش ضخامت PCL از

حالت استاندارد ($6 \mu m$) تا $8/5 \mu m$ سرعت متوسط تخلیه موکوس از حدود ۱۰ برابر حالت استاندارد

تقریباً برابر حالت استاندارد آن می شود و این تغییرات با افزایش نسبت ویسکوزیته کاهش می یابد.

شکل (۴-۱۱) همچنین نشان می دهد سرعت موکوس در حالت طبیعی ضخامت ناحیه PCL ($6 \mu m$)

دارای بیشترین مقدار است و با افزایش و یا کاهش این ضخامت سرعت تخلیه موکوس کاهش می یابد.

از آنجا که بخش زیادی از حرکت سیکلی مژه‌ها مربوط به بازیافت نیرو است (مراحل ۵ تا ۱۳ در شکل (۲-۲)) بنابراین با کاهش نسبت ویسکوزیته و وزن مولکولی موکوس در ضخامت‌های کمتر از حالت طبیعی، مژه‌ها به ناحیه موکوس نفوذ کرده و سبب باز گرداندن موکوس در مراحل بیشتری به عقب می‌شوند و این سبب کاهش سرعت متوسط موکوس می‌گردد. شکل (۴-۱۱) نشان می‌دهد با افزایش مقدار β این اثر کاهش می‌یابد و چنانچه در بخش ۴-۶-۵ ذکر شد در حالت استاندارد کاهش ضخامت ناحیه PCL از حالت استاندارد حتی باعث افزایش سرعت تخلیه موکوس گردید. این شکل همچنین نشان می‌دهد با افزایش ضخامت ناحیه PCL از حالت طبیعی آن سرعت تخلیه موکوس کاهش می‌یابد. علت این امر را می‌توان بدین صورت بیان نمود که با افزایش حجم سیال اطراف مژه‌ها، توانایی مژه‌ها برای حرکت ناحیه PCL کم شده که این باعث کند شدن سرعت تخلیه موکوس نیز می‌گردد. شکل (۴-۱۱) همچنین نشان می‌دهد با افزایش ضخامت ناحیه PCL از $7/5 \mu m$ ، تغییرات سرعت موکوس نسبت به β کم شده و با افزایش ضخامت این ناحیه از $8/5 \mu m$ عملاً تغییر در ضخامت ناحیه PCL و مقدار β تأثیری در سرعت تخلیه موکوس ندارد و مقدار آن با سرعت متوسط موکوس در حالت استاندارد برابر می‌شود ($u_M/u_0 \sim 1$).

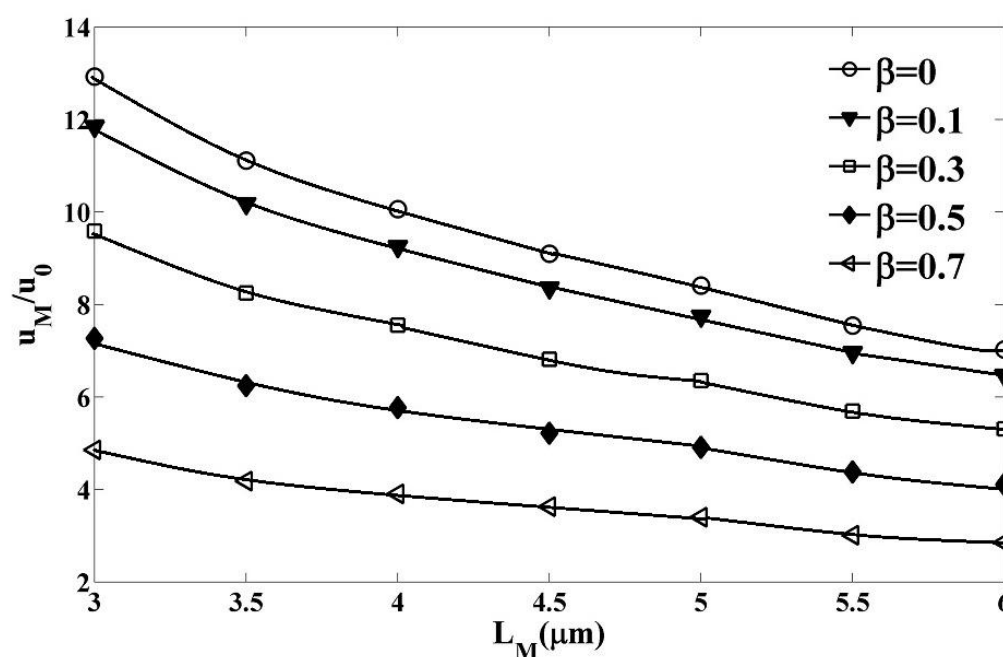
۴-۷-۴- تأثیر ضخامت ناحیه موکوس

وجود آلودگی‌های محیطی در هوا موجب افزایش ضخامت ناحیه موکوس و ایجاد تغییر در خواص آن شود. در این بخش به بررسی تغییرات ضخامت لایه موکوس به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته (که یکی از خواص ماده به شمار می‌آید) بر سرعت تخلیه موکوس پرداخته می‌شود. جدول (۴-۱۶) این تغییرات را نشان می‌دهد. مقادیر این جدول نشان می‌دهد همانطور که انتظار می‌رود با افزایش ضخامت لایه موکوس سرعت تخلیه موکوس نیز کاهش یابد. برای بهتر نشان دادن این تغییرات، سرعت بی‌بعد تخلیه موکوس بر حسب ضخامت ناحیه موکوس در شکل (۴-۱۲) ترسیم شده است.

جدول (۴-۱۶) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ضخامت ناحیه موکوس به ازای مقادیر مختلف β

$\beta \backslash L_M (\mu m)$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
0	569.8	489.6	443.3	400.9	370.5	332.3	309.5
0.1	521.8	448.4	407.4	368	341.1	306.5	285
0.3	422.5	363.2	332.6	300.1	280	250.7	234.1
0.5	320.1	275.3	254.3	229.6	216.3	192.9	181
0.7	213.8	184.1	172	156.3	149.8	132.6	125.7

این شکل نشان می‌دهد کاهش سرعت تخلیه موکوس با افزایش ضخامت موکوس یک رابطه نسبتاً خطی دارد. علت این کاهش سرعت را می‌توان به افزایش حجم سیال بالای ناحیه PCL و کمتر شدن قدرت مژه‌ها و PCL برای حرکت دادن موکوس نسبت داد. این شکل همچنین نشان می‌دهد که تغییرات سرعت تخلیه موکوس در مقادیر کمتر نسبت ویسکوزیته بیشتر است. برای مثال هنگامی که ضخامت موکوس از $3 \mu m$ تا $6 \mu m$ افزایش می‌یابد در حالت $\beta = 0.1$ نسبت u/u_0 از ۱۲ برابر به حدود $6/5$ برابر می‌رسد که این تغییرات در حالت $\beta = 0.7$ از $4/8$ برابر به حدود $2/8$ برابر است. علت این امر را نیز می‌توان به کمتر شدن جرم مولکولی موکوس در اثر کاهش نسبت ویسکوزیته دانست که سبب می‌شود تغییرات سرعت تخلیه موکوس نسبت به تغییر در ضخامتش بیشتر نمایان شود.

شکل (۴-۱۲) تغییرات سرعت بی‌بعد متوسط موکوس نسبت به ضخامت ناحیه PCL به ازای مقادیر مختلف β

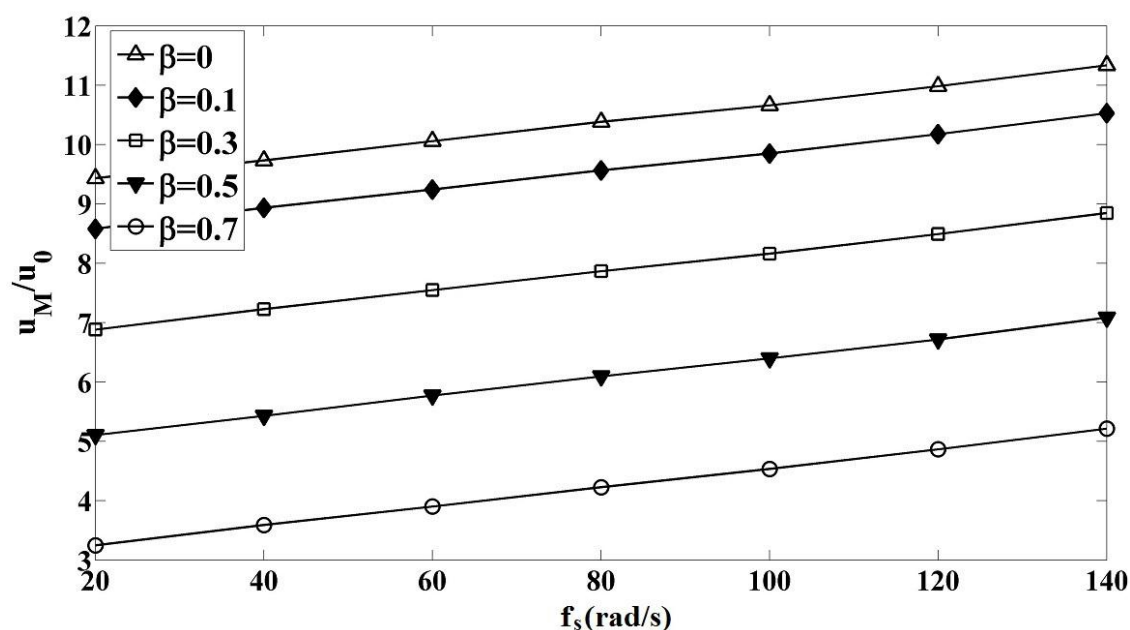
۴-۷-۵- تأثیر فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها

همانطور که در بررسی پارامترهای مختلف در حالت استاندارد ذکر شد بعد از نسبت ویسکوزیته، تغییر در فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها دومین پارامتر مؤثر بر سرعت تخلیه موکوس در حالت استاندارد است. در این بخش به بررسی اثرات تغییر در فرکانس مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته بر روی سرعت متوسط تخلیه موکوس پرداخته می‌شود. جدول (۴-۱۷) مقادیر سرعت متوسط تخلیه موکوس بر حسب فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف β را نشان می‌دهد. مقادیر این جدول نشان می‌دهد که با افزایش فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها (به علت افزایش نیروی حاصل از مژه‌ها) و کاهش نسبت ویسکوزیته موکوس (به علت کاهش جرم مولکولی موکوس) سرعت تخلیه موکوس افزایش مضاعفی می‌یابد.

جدول (۴-۱۷) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف β

$\beta \backslash f_s (rad/s)$	20	40	60	80	100	120	140
0	415.8	428.9	443.3	457.6	469.8	484	499.6
0.1	378.2	393.8	407.4	421.6	434.1	448.4	464
0.3	303.3	318.5	332.6	346.7	359.7	374.2	389.9
0.5	225	239.2	254.3	268.6	281.9	296.1	312.2
0.7	143.2	158.2	172	186.3	199.9	214.4	229.8

جهت بررسی بیشتر این موضوع، تغییرات سرعت بی‌بعد متوسط موکوس بر حسب فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها در مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته در شکل (۴-۱۳) ترسیم شده است. این شکل نشان می‌دهد، تغییرات سرعت تخلیه موکوس نسبت به فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها در مقادیر مختلف β شبیه به هم بوده و خطی است. خطی بودن این تغییرات همان طور که قبلاً هم ذکر شد به علت پایین بودن عدد رینولدز در معادله مومنوم و کم شدن اثر ترم‌های جابجایی این معادله است. این شکل نشان می‌دهد که بیشترین مقدار سرعت تخلیه موکوس در حالت $\beta = 0$ و $f_s = 140$ اتفاق می‌افتد که سرعت تخلیه موکوس تقریباً $11/5$ برابر سرعت استاندارد است.



شکل (۴-۱۳) تغییرات سرعت بی‌بعد متوسط موکوس نسبت به فرکانس زوایه‌ای مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف β

۴-۷-۶- تأثیر طول مژه‌ها

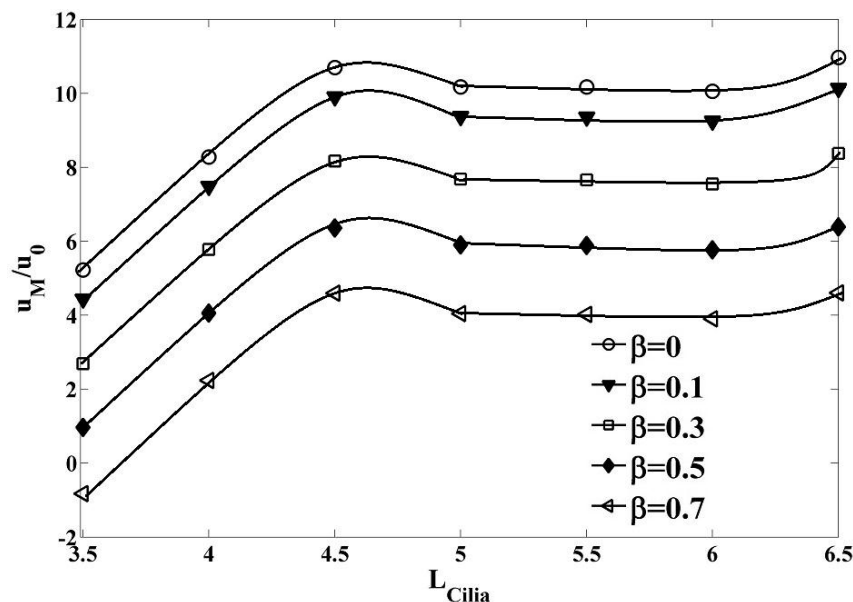
در این بخش به بررسی اثرات طول مژه‌ها بر سرعت تخلیه موکوس به ازای تغییر در یکی از خواص (نسبت ویسکوزیته) موکوس پرداخته می‌شود. روند این تغییرات در جدول (۴-۱۸) نشان داده شده است.

جدول (۴-۱۸) تغییرات u_M ($\mu\text{m/s}$) بر حسب طول مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف β

$\beta \backslash L_{Cilia} (\mu\text{m})$	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5
0	230.3	364.9	471.4	448.5	448.3	443.3	483.5
0.1	195.4	329.6	436.4	412.8	412.4	407.4	446.3
0.3	118.3	254.5	359.9	338.4	337.6	332.7	369
0.5	42.84	178.8	280.3	260.1	259.5	254.3	281.5
0.7	-36.44	98.72	202.5	178.1	177.4	172	203

مقادیر این جدول نشان می‌دهد که با افزایش β و کاهش طول مژه‌ها از حالت استاندارد سرعت تخلیه موکوس کاهش می‌یابد و حتی در حالت $\beta=0.7$ و $L_{Cilia}=3.5 \mu\text{m}$ سرعت تخلیه موکوس منفی شده و موکوس در جهت عکس حرکت می‌کند. حرکت کردن موکوس در جهت عکس همانطور که در جدول (۴-۹) نیز نشان داده شد، در حالت استاندارد در مقادیر بیشتری از طول مژه‌ها هم اتفاق

می‌افتاد. علت این موضوع هم همانطور که قبلاً توضیح داده شد کمتر شدن نیروی حرکت مؤثر مژه‌ها نسبت به حرکت بازگشت به عقب آنها با کاهش طول مژه‌ها است. برای بررسی بیشتر داده‌های ارائه شده در جدول (۴-۱۸)، مقادیر سرعت بی‌بعد متوسط موکوس به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته در شکل (۴-۱۴) نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد تغییرات سرعت تخلیه موکوس نسبت به طول مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته تقریباً یکسان است. این شکل همچنین نشان می‌دهد با افزایش طول مژه‌ها از $3/5 \mu\text{m}$ سرعت تخلیه موکوس افزایش می‌یابد تا در طول $4/5 \mu\text{m}$ که نقطه بهینه است و در این طول، تفاضل نیروی حاصل از حرکت مؤثر مژه‌ها از نیروی حاصل از بازگشت به عقب آنها بیشترین مقدار خود را داراست و سرعت تخلیه موکوس در این طول مقدار بیشینه خود را دارد. این شکل همچنین نشان می‌دهد افزایش طول مژه‌ها از $5 \mu\text{m}$ تا حالت استاندارد آن ($6 \mu\text{m}$) تغییری در سرعت تخلیه موکوس ندارد اما با افزایش طول مژه‌ها از $6 \mu\text{m}$ به علت نفوذ مژه‌ها به ناحیه موکوس سرعت تخلیه موکوس افزایش می‌یابد.



شکل (۴-۱۴) تغییرات سرعت بی‌بعد متوسط موکوس نسبت به طول مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف β

۴-۸- بررسی تأثیر پارامترهای مختلف در مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها

همانطور که در بخش‌های قبل ذکر شد فرکانس مژه‌ها یکی از عوامل مؤثر در تخلیه موکوس به شمار

می‌رود و شکل (۴-۴) نشان داد که با تغییر فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها از 20 rad/s تا 140 rad/s در حالی که بقیه پارامترها در حال استاندارد قرار داشته باشند، سرعت متوسط تخلیه موکوس از نصف تا حدود ۲ برابر سرعت استاندارد خود می‌رسد. به همین منظور در این بخش به بررسی تغییر چند پارامتر تأثیرگذار بر سرعت تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها پرداخته می‌شود.

۴-۸-۱- تأثیر ضخامت ناحیه PCL

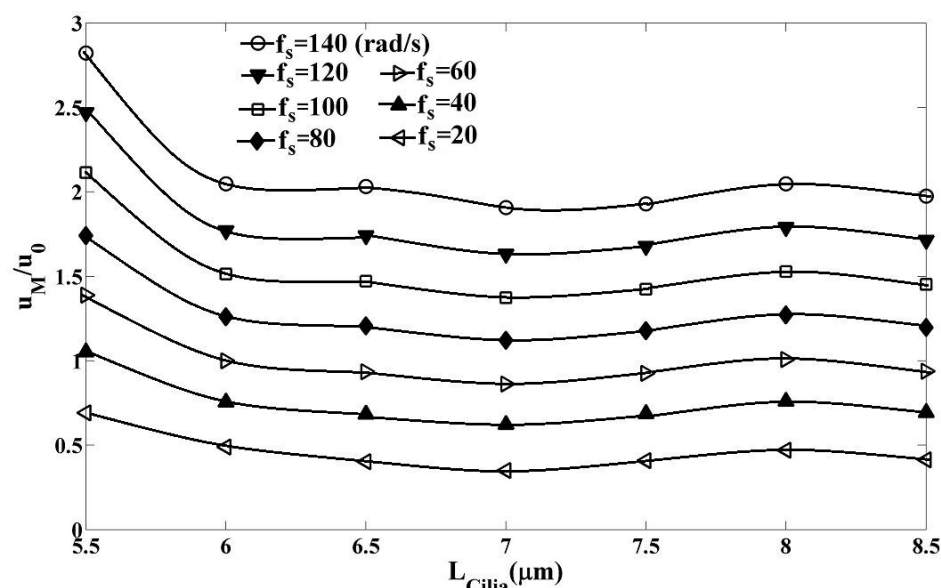
در این بخش به بررسی اثرات ضخامت ناحیه PCL بر روی سرعت متوسط تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها پرداخته می‌شود. جدول (۴-۱۹) مقادیر این تغییرات را نشان می‌دهد. همانطور که انتظار می‌رود و مقادیر این جدول نشان می‌دهد با افزایش فرکانس مژه‌ها سرعت تخلیه موکوس افزایش می‌یابد

جدول (۴-۱۹) تغییرات $u_M (\mu\text{m/s})$ بر حسب ضخامت ناحیه PCL به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها

$L_{PCL} (\mu\text{m}) \backslash f_s (\text{rad/s})$	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5
20	30.47	21.59	17.72	15.42	17.99	20.72	18.19
40	46.34	33.28	30.11	27.43	30.28	33.46	30.56
60	61.21	44.08	41.19	38.01	40.77	44.43	41.32
80	76.73	55.52	53.18	49.42	51.92	56.02	52.78
100	93.2	66.67	64.81	60.52	62.73	67.29	64.01
120	108.8	77.99	76.68	71.84	73.86	78.79	75.5
140	124.4	90.21	89.53	84.05	85.01	90.22	87.07

برای بررسی بهتر اثرات ضخامت ناحیه PCL بر سرعت تخلیه موکوس در شکل (۴-۱۵) تغییرات سرعت متوسط بی‌بعد تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها ترسیم شده است. این شکل نشان می‌دهد در مقادیر کمتر از حالت استاندارد ($L_{PCL} < 6 \mu\text{m}$) به این علت که مژه‌ها می‌توانند در ناحیه موکوس نفوذ کنند و خودشان موکوس را حرکت دهند سرعت تخلیه موکوس افزایش می‌یابد. با افزایش مقدار ضخامت این ناحیه از مقدار استاندارد خود، سرعت تخلیه موکوس تغییر چندانی نکرده و تقریباً ثابت می‌ماند. این شکل همچنین نشان می‌دهد تغییر سرعت تخلیه موکوس

نسبت به ضخامت ناحیه PCL در فرکانس‌های بالاتر بیشتر است. برای مثال با تغییر ضخامت ناحیه PCL از $5/5 \mu\text{m}$ تا $8/5 \mu\text{m}$ در فرکانس زاویه‌ای 140 rad/s سرعت تخلیه موکوس از حدود $2/9$ حالت استاندارد به حدود 2 برابر کاهش می‌یابد در حالی که این تغییرات در فرکانس زاویه‌ای 20 rad/s از حدود $0/7$ حالت استاندارد به حدود $0/4$ کاهش می‌یابد. علت این موضوع را چنین می‌توان بیان نمود که در فرکانس‌های بالاتر به علت افزایش نیروی حاصل از مژه‌ها اینرسی سیال بیشتر شده و تغییر در حجم سیال بالای مژه‌ها اثرات بیشتری از خود را نشان می‌دهد.



شکل (۴-۱۵) تغییرات سرعت بی‌بعد متوسط موکوس نسبت به ضخامت PCL به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها

۴-۸-۲- تأثیر ضخامت ناحیه موکوس

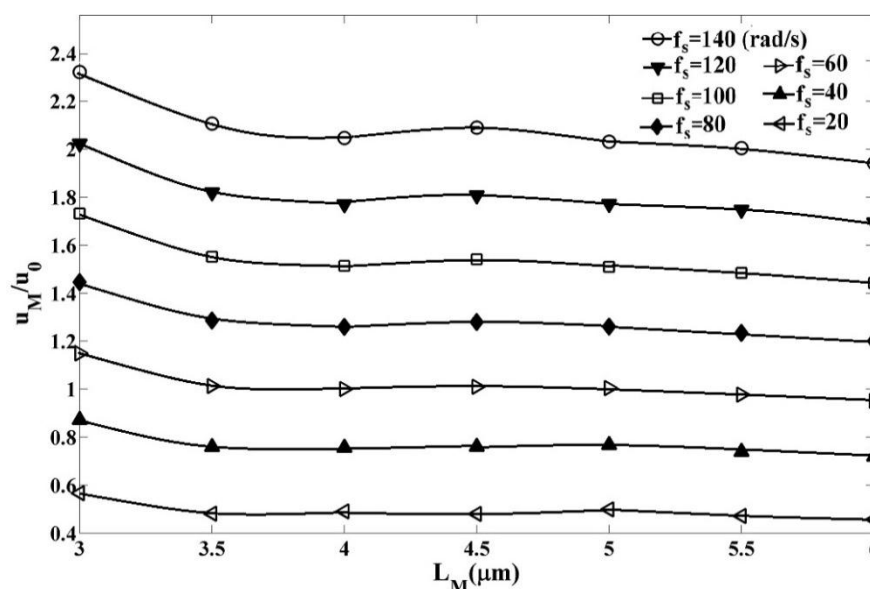
در این بخش به بررسی اثرات ضخامت ناحیه موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها بر سرعت متوسط تخلیه موکوس پرداخته می‌شود. مقادیر جدول (۴-۲۰) نشان می‌دهد با افزایش ضخامت ناحیه موکوس (به علت افزایش حجم سیال بالای مژه‌ها) و همچنین با کاهش فرکانس مژه‌ها (به علت کاهش نیروی حاصل از مژه‌ها به سیال) سرعت تخلیه موکوس کاهش می‌یابد.

جدول (۴-۲۰) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ضخامت ناحیه موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها

$L_M (\mu m) \backslash f_s (rad/s)$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
20	24.96	21.16	21.59	21.15	21.95	20.75	20.09
40	38.41	33.46	33.28	33.48	33.79	32.55	31.66
60	50.6	44.64	44.08	44.49	44.28	43.06	41.91
80	63.71	56.67	55.52	56.36	55.56	54.38	52.88
100	76.32	68.37	66.69	67.89	66.51	65.39	63.52
120	89.12	80.16	77.99	79.58	78.04	76.95	74.63
140	102.3	92.85	90.21	92.10	89.5	88.35	85.56

برای بررسی بهتر این تغییرات، سرعت بی‌بعد تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها در

شکل (۴-۱۶) نشان داده شده است.



شکل (۴-۱۶) تغییرات سرعت بی‌بعد متوسط موکوس نسبت به ضخامت موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها

این شکل نشان می‌دهد با کاهش ضخامت ناحیه موکوس از حالت استاندارد ($L_M = 4 \mu m$) به علت کم شدن حجم سیال بالای ناحیه PCL سرعت تخلیه موکوس افزایش می‌یابد. البته این افزایش در مقادیر بالاتر فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها به علت افزایش اینرسی سیال نمایان تر است و با کاهش فرکانس مژه‌ها این افزایش سرعت به تدریج محو می‌شود. شکل (۴-۱۶) همچنین نشان می‌دهد که با افزایش ضخامت موکوس از حالت استاندارد طول بهینه ضخامت موکوس که به ازای آن سرعت تخلیه موکوس

بیشینه می‌شود $L_M = 4.5 \mu m$ است. این موضوع در فرکانس‌های بالاتر مژه‌ها که اثر اینرسی در سیال بیشتر است بهتر نشان داده می‌شود. این شکل همچنین نشان می‌دهد تغییر سرعت تخلیه موکوس نسبت به ضخامت موکوس در فرکانس‌های پایین ناچیز است.

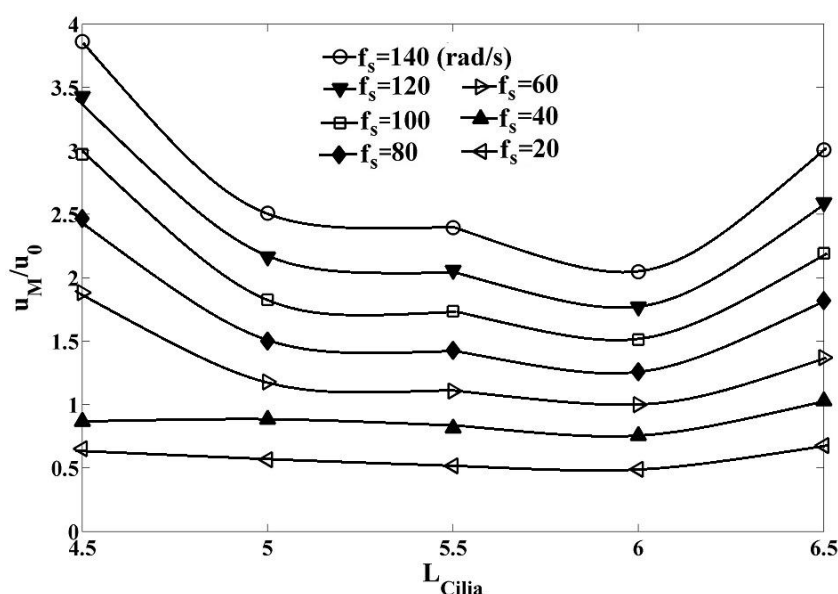
۴-۸-۳- تأثیر طول مژه‌ها

در این بخش به بررسی اثرات طول مژه‌ها بر سرعت متوسط تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها پرداخته می‌شود. مقادیر جدول (۴-۲۱) نشان می‌دهد که به ازای مقادیر $L_{Cilia} < 4.5 \mu m$ به خصوص در فرکانس‌های پایین تر، سرعت تخلیه موکوس منفی شده و موکوس در جهت عکس حرکت می‌کند. علت این امر همانطور که قبلاً هم ذکر شد می‌توان به کمتر شدن نیروی حاصل از حرکت مؤثر مژه‌ها در برابر نیروی بازگشت به عقب آنها به علت کوتاه شدن طول مژه‌ها دانست.

جدول (۴-۲۱) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب طول مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها

$L_{Cilia} (\mu m) \backslash f_s (rad/s)$	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5
20	-96.4	-0.52	28.79	24.96	22.78	21.59	29.83
40	-173.6	-18.85	38.21	38.94	35.93	33.28	45.36
60	-194.4	-20.64	82.96	51.99	48.81	44.07	60.43
80	-71.84	-0.88	108.7	66.2	62.89	55.52	80.19
100	-163.7	12.28	131	80.47	76.47	66.68	96.61
120	-126.4	39.36	151.1	95.37	90.65	77.99	114.17
140	-80.4	70.47	170.2	110.6	105.6	90.22	132.54

برای بررسی بهتر این تغییرات، سرعت متوسط بی‌بعد تخلیه موکوس بر حسب طول مژه‌ها در فرکانس‌های متفاوت مژه‌ها به ازای مقادیر مثبت سرعت موکوس ($L_{Cilia} \geq 4.5 \mu m$) در شکل (۴-۱۷) ترسیم شده است. همانطور که این شکل نشان می‌دهد در فرکانس‌های بالاتر تغییرات سرعت تخلیه موکوس با فرکانس مژه‌ها بیشتر است. در حالت $L_{Cilia} = 4.5 \mu m$ طول مژه‌ها حالت بهینه خود را دارند و به ازای آن سرعت تخلیه موکوس بیشینه است. در این حالت نیروی مؤثر مژه‌ها نسبت به نیروی بازگشت به عقب آنها تأثیر بیشتری بر حرکت موکوس دارد.



شکل (۴-۱۷) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به طول مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها

با افزایش طول مژه‌ها سرعت تخلیه موکوس کاهش یافته و در حالت استاندارد ($L_{Cilia} = 6 \mu m$) به کمترین مقدار خود می‌رسد. با افزایش طول مژه‌ها از این مقدار به علت نفوذ مژه‌ها به ناحیه موکوس و حرکت دادن موکوس توسط خود مژه‌ها سرعت تخلیه موکوس دوباره افزایش می‌یابد. شکل (۴-۱۷) همچنین نشان می‌دهد تغییرات سرعت تخلیه موکوس با طول مژه‌ها در مقادیر زیاد فرکانس مژه‌ها زیاد است. برای مثال در حالت $f_x = 140 \text{ rad/s}$ سرعت تخلیه موکوس با تغییر طول مژه‌ها از $4/5 \mu m$ تا $6 \mu m$ از حدود ۴ برابر حالت استاندارد به حدود ۲ برابر کاهش می‌یابد. اما این تغییرات با کاهش مقدار فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها کم شده و در حالت $f_x = 20 \text{ rad/s}$ تغییرات سرعت تخلیه موکوس با افزایش طول مژه‌ها تقریباً قابل صرف نظر کردن است.

۴-۸-۴- تأثیر ویسکوزیته موکوس

در این قسمت به بررسی اثر ویسکوزیته موکوس بر روی سرعت تخلیه آن به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها پرداخته می‌شود. همانطور که در بخش ۴-۶-۱ ذکر شد در حالت استاندارد به علت زیاد بودن بخش الاستیک موکوس، اثرات ویسکوزیته موکوس بر روی سرعت تخلیه آن قابل ملاحظه نبود. به همین منظور در این بخش به بررسی اثرات ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف

فرکانس مژه ها در نسبت های ویسکوزیته پایین تر پرداخته شده تا بتوان اثرات آن را به خوبی مشاهده نمود. جداول (۲۲-۴) تا (۲۴-۴) تغییرات سرعت متوسط تخلیه موکوس با ویسکوزیته آن به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه ها در سه نسبت ویسکوزیته ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۷ نشان داده شده است. مقادیر این جداول نشان می دهند که افزایش ویسکوزیته موکوس در نسبت ویسکوزیته و فرکانس های پایین تر تأثیر بیشتری بر روی سرعت تخلیه موکوس دارد.

جدول (۲۲-۴) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه ها در

$$\beta = 0.1$$

$\eta_M (\text{Pa.s}) \backslash f_s (\text{rad/s})$	0.002	0.005	0.01	0.02	0.0482	0.08
20	29.45	54.63	94.84	173.1	378.2	569.1
40	43.11	68.82	109.7	188.5	393.8	586
60	53.9	81.7	123.2	202.2	407.4	599.6
80	66.35	95.42	137.4	216.7	421.6	613.3
100	78.43	108.6	151	230.3	434.1	624.6
120	90.78	122.2	165.3	244.8	448.4	638.4
140	104.4	136.9	180.5	260.5	464	653.6

جدول (۲۳-۴) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه ها در

$$\beta = 0.3$$

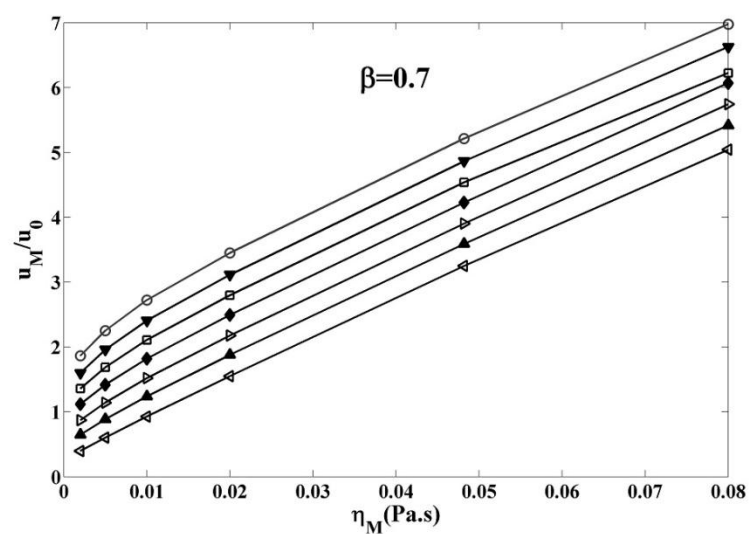
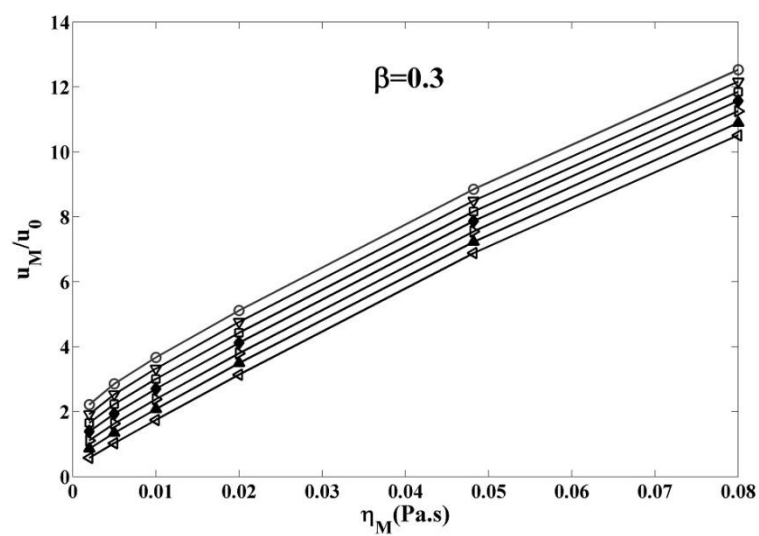
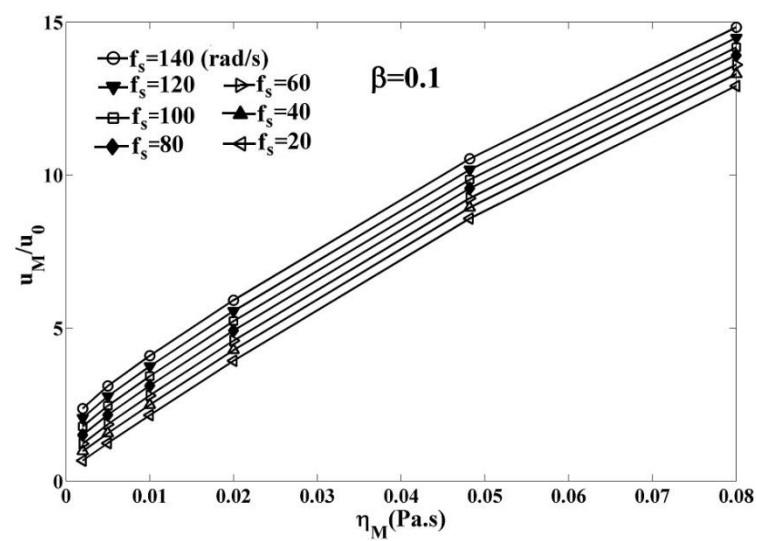
$\eta_M (\text{Pa.s}) \backslash f_s (\text{rad/s})$	0.002	0.005	0.01	0.02	0.0482	0.08
20	25.47	45.44	76.99	138.4	303.3	463.2
40	37.78	59.23	91.55	154.0	318.5	480.0
60	49.08	71.91	105	167.4	332.7	496
80	61.13	85.3	119.0	181.7	346.8	509.9
100	72.82	98.25	132.5	195.3	359.7	521.9
120	84.74	111.6	146.6	209.8	374.2	536.0
140	97.6	125.9	161.7	225.4	389.9	552.1

جدول (۲۴-۴) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه ها در

$$\beta = 0.7$$

$\eta_M (\text{Pa.s}) \backslash f_s (\text{rad/s})$	0.002	0.005	0.01	0.02	0.0482	0.08
20	17.51	26.54	40.94	68.29	143.2	222.2
40	28.46	39.01	54.57	82.74	158.2	238.7
60	38.49	50.38	66.98	95.97	172.0	253.1
80	49.31	62.52	80.16	109.9	186.3	267.5
100	59.89	74.34	92.96	123.3	200	274.3
120	70.49	86.36	106.1	137.2	214.4	292
140	82.22	99.3	120.1	152.1	229.8	307.5

برای بررسی بیشتر این تغییرات، سرعت بی بعد متوسط موکوس بر حسب ویسکوزیته آن به ازای فرکانس‌های مختلف مژه‌ها در سه نسبت ویسکوزیته مذکور در شکل (۴-۱۸) ترسیم شده است. این شکل یک روند خطی برای تغییرات سرعت تخلیه موکوس با ویسکوزیته را به ازای تمامی مقادیر فرکانس در هر سه نسبت ویسکوزیته را نشان می‌دهد. مقادیر این شکل همچنین نشان می‌دهد که افزایش فرکانس مژه‌ها (به علت افزایش اینرسی سیال)، کاهش نسبت ویسکوزیته موکوس (به علت کاهش جرم مولکولی آن) و افزایش ویسکوزیته موکوس در یک فرکانس و نسبت ویسکوزیته مشخص (به علت افزایش چسبندگی موکوس و آسان تر حمل شدن توسط PCL) سبب افزایش سرعت تخلیه موکوس می‌گردد. این شکل همچنین نشان می‌دهد با افزایش نسبت ویسکوزیته در یک فرکانس خاص، تغییرات سرعت تخلیه موکوس با ویسکوزیته موکوس کمتر می‌شود. برای مثال برای $f_s = 140 \text{ rad/s}$ در حالت $\beta = 0.1$ با تغییر ویسکوزیته موکوس از 0.001 Pa.s تا 0.008 Pa.s سرعت متوسط تخلیه موکوس از حدود ۲ برابر حالت استاندارد تا ۱۵ برابر تغییر می‌کند در حالی که این تغییرات در حالت $\beta = 0.3$ از حدود ۲ برابر تا ۱۲ برابر و در حالت $\beta = 0.7$ از حدود ۲ برابر تا ۷ برابر حالت استاندارد است. علت این موضوع را می‌توان به کاهش اثرات اینرسی سیال با افزایش جرم مولکولی موکس مرتبط دانست.



شکل (۴-۱۸) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به ویسکوزیته آن به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه ها در سه نسبت ویسکوزیته

۴-۸-۵- تأثیر زمان رهایی از تنش موکوس

در این قسمت به بررسی اثر زمان رهایی از تنش موکوس بر روی سرعت تخلیه آن به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها پرداخته می‌شود. جدول (۴-۷) نشان داد که زمان رهایی از تنش موکوس نیز از جمله خواصی است که تغییر در آن در حالت استاندارد تغییر زیادی بر سرعت تخلیه موکوس ندارد. به همین دلیل در این بخش نیز همانند بخش قبل، به بررسی تغییرات سرعت متوسط تخلیه موکوس با زمان رهایی از تنش به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها در سه نسبت ویسکوزیته ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۷ پرداخته شده است. در جداول (۴-۲۵) تا (۴-۲۷) مقادیر این تغییرات نشان داده شده است. مقادیر این جداول و همچنین شکل (۴-۱۹) نشان می‌دهند که تغییرات سرعت تخلیه موکوس با تغییرات زمان رهایی از تنش آن به ازای مقادیر مختلف نسبت فرکانس مژه‌ها در سه نسبت ویسکوزیته روند تقریباً مشابهی دارد و با افزایش زمان رهایی از تنش موکوس از 0.002 s تا 0.005 s سرعت تخلیه موکوس افزایش قابل ملاحظه‌ای دارد اما با افزایش زمان رهایی از تنش از 0.005 s سرعت متوسط تخلیه موکوس تقریباً ثابت می‌ماند. علت این موضوع را می‌توان به افزایش سهم الاستیک موکوس و حمل آسان‌تر آن توسط PCL دانست.

جدول (۴-۲۵) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب زمان رهایی از تنش موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس

مژه‌ها به ازای $\beta = 0.1$

$f_s (rad/s) \backslash \lambda(s)$	0.002	0.005	0.01	0.02	0.034
20	367.7	373.8	375.9	376.9	378.2
40	388.5	391.6	392.1	393.1	393.4
60	358.3	405.9	406.6	407	407.4
80	366.3	420.4	421	421.2	421.6
100	412.9	433.2	432.5	433.8	434.1
120	426.8	447.7	448.0	448.2	448.4
140	442	463.4	463.7	463.9	464.0

جدول (۴-۲۶) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب زمان رهایی از تنش موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس

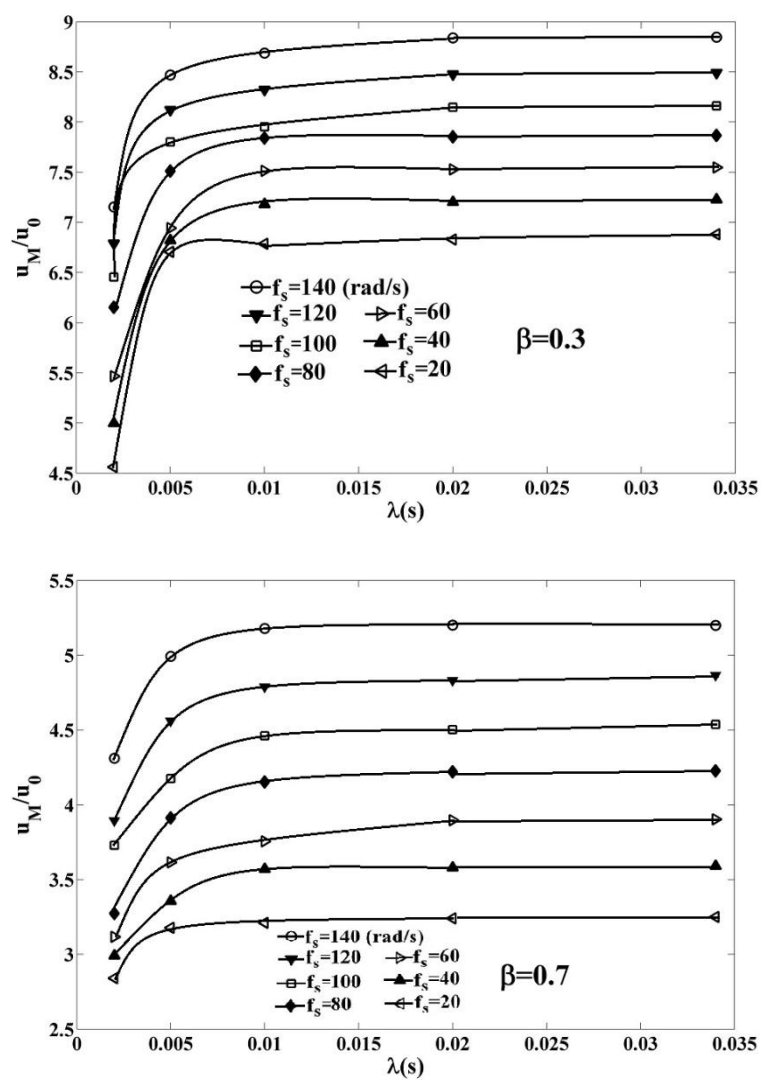
مژه‌ها به ازای $\beta = 0.3$

$f_s (rad/s) \backslash \lambda(s)$	0.002	0.005	0.01	0.02	0.034
20	201.0	295.5	299.1	301	303.3
40	220.2	300.6	316.4	317.4	318.5
60	240.9	306.0	331.2	331.8	332.6
80	271.2	331.1	345.6	346.1	346.7
100	284.5	343.8	350.5	359.1	359.7
120	299.2	357.9	366.8	373.6	374.2
140	315.3	373.3	382.9	389.6	389.9

جدول (۴-۲۷) تغییرات $u_M (\mu m/s)$ بر حسب زمان رهایی از تنش موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس

مژه‌ها به ازای $\beta = 0.7$

$f_s (rad/s) \backslash \lambda(s)$	0.002	0.005	0.01	0.02	0.034
20	125.2	140.0	141.5	142.8	143.2
40	131.8	147.9	157.3	157.7	158.2
60	137.4	159.3	165.5	171.7	172.0
80	144.3	172.4	183	186.0	186.3
100	164.3	184.0	196.6	198.4	199.9
120	171.6	201	211.0	212.9	214.4
140	190	220	228.2	229.2	229.1



شکل (۴-۱۹) تغییرات سرعت بی بعد متوسط موکوس نسبت به زمان رهایی از تنش آن به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها در دو نسبت ویسکوزیته

فصل پنجم

نتیجہ گیری و پیشہادات

۵-۱- مقدمه

در این پژوهش، با ارائه یک روش جدید به بررسی جریان سیال غیرنیوتنی بر روی جسم‌های غوطه‌ور بر مبنای روش تفاضل محدود- شبکه بولتزمن-مرز غوطه‌ور پرداخته شده است و با حل جریان سیال در هندسه‌های مختلف، نتایج حاصل از این روش معتبرسازی شده است. در ادامه با استفاده از روش عددی ارائه‌شده، به شبیه‌سازی دو بعدی جریان سیال مخاطی درون نای پرداخته شده است. نکته قابل ذکر در این شبیه‌سازی، در نظر گرفتن موکوس به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک و استفاده از مدل اولدروید-بی جهت بررسی آن برای اولین بار است. مدل اولدروید-بی به عنوان یک مدل شبه خطی برای مدل‌سازی سیالات ویسکوالاستیک شناخته می‌شود و به علت وجود مشتقات همرفتی در آن قابلیت مدل‌سازی سیالات ویسکوالاستیک با تغییر شکل‌های بزرگ را دارد [۶۶]. همچنین با استفاده از این مدل، اثرات خواص رئولوژیک سیال در مدل‌سازی نسبت به مدل‌های خطی سیالات ویسکوالاستیک بسیار بهتر نشان داده می‌شود [۶۵]. هدف اصلی این تحقیق بررسی خواص رئولوژیک موکوس بر سرعت تخلیه آن و مقایسه بقیه پارامترهای تأثیرگذار بر سرعت تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف خواص موکوس است.

در ابتدای این فصل به بررسی اجمالی روش عددی ارائه‌شده و ذکر مزایا و معایب آن پرداخته و در ادامه با استفاده از این روش به بررسی پارامترهای تأثیرگذار بر سرعت تخلیه موکوس در سه حالت متفاوت پرداخته شده است. در پایان نیز پیشنهاداتی جهت ادامه این تحقیق جهت بررسی بیشتر حرکت مایع مخاطی درون نای ارائه می‌شود.

۵-۲- روش عددی ارائه‌شده در تحقیق حاضر

در تحقیق حاضر با ترکیب روش‌های عددی تفاضل محدود و شبکه بولتزمن به ارائه روشی جدید برای حل جریان سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته و سیالات ویسکوالاستیک پرداخته شده است. در ادامه با اضافه کردن روش مرز غوطه‌ور به روش فوق، روشی نوین برای حل جریان سیالات غیرنیوتنی بر روی

جسم‌های غوطه‌ور پیشنهاد شده است. در ادامه این بخش به طور خلاصه به معرفی روش‌های ذکر شده و شیوه معتبرسنجی هر کدام پرداخته شده است.

۵-۲-۱- جریان سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته

در سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته، ویسکوزیته تابعی از نرخ برش است و برای استفاده از آن در مدلسازی، مدل‌های مختلفی برای معرفی آن بیان می‌شود و ثابت‌های بسیاری از این مدل‌ها به کمک داده‌های آزمایشگاهی بر روی سیالات واقعی بدست آمده است. از طرف دیگر تبدیل این مدل‌ها به مدل‌های مورد استفاده در معادلات شبکه بولتزمن که بتوان با آن کلیه ثابت‌ها را در نظر گرفت فرایندی پیچیده و در بعضی از موارد غیرممکن است. به همین منظور در این تحقیق با ارائه روشی جدید که از ترکیب روش‌های تفاضل محدود و شبکه بولتزمن حاصل شده است، به بررسی جریان سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته پرداخته شده است. در این روش با معرفی ضرایب تبدیل محیط فیزیکی به محیط شبکه بولتزمن و برعکس، قابلیت تبدیل متغیرها بین این دو محیط فراهم می‌شود. ایده اصلی در این روش بر این منطق استوار است که ابتدا به کمک روش تفاضل محدود ویسکوزیته فیزیکی ماده را در تک تک نقاط دامنه محاسباتی محاسبه و به کمک ضرایب تبدیل ویسکوزیته، ویسکوزیته تک تک نقاط در محیط شبکه بولتزمن محاسبه می‌گردد. در ادامه با محاسبه زمان آسودگی برای نقاط مختلف سیال با استفاده از ویسکوزیته نقاط شبکه بولتزمن به حل معادلات این روش پرداخته می‌شود. از آنجا که در این روش ویسکوزیته در محیط فیزیکی و با استفاده از روش تفاضل محدود با در نظر گرفتن تابعیت نرخ برش برای کلیه نقاط سیال محاسبه می‌گردد، و ویسکوزیته محاسبه شده در نقاط مختلف به کمک ضرایب تبدیل در محیط شبکه بولتزمن استفاده می‌گردد، این روش هیچ گونه محدودیتی برای استفاده از مدل‌های متفاوت سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته را ندارد و کلیه مدل‌های ارائه‌شده برای بررسی ویسکوزیته این سیالات در این روش قابل استفاده است.

برای بررسی صحت نتایج روش عددی ارائه شده، جریان سیال توانی در داخل کانال به ازای مقادیر مختلف عدد رینولدز و برای سه نوع سیال باریک شونده، نیوتنی و ضخیم شونده با این روش حل شده و نتایج حاصل از آن با روابط تحلیلی مقایسه شده است. نتایج ارائه شده در بخش ۳-۴-۱-۱ تطابق قابل قبول نتایج حاصل از روش عددی ارائه شده و حل تحلیلی را نشان می‌دهند.

۵-۲-۲- جریان سیالات ویسکوالاستیک

در سیالات ویسکوالاستیک به علت داشتن خاصیت توأمان ویسکوز و الاستیک توسط سیال، بر خلاف سیالات نیوتنی، تنش یک رابطه خطی با نرخ برش ندارد و رابطه بین تنش و نرخ برش با توجه به نوع سیال و هندسه مورد مطالعه بر اساس یک سری معادلات پیچیده بیان می‌شود. از آنجا که معادلات روش شبکه بولتزمن در مقیاس مزوسکوپیک تعریف شده‌اند و تبدیل معادلات تنش از مقیاس ماکروسکوپیک به مقیاس مزوسکوپیک برای استفاده در روش شبکه بولتزمن فرآیند بسیار پیچیده و زمان‌بری است، در این تحقیق با ارائه یک روش ترکیبی جدید بسیاری از این مشکلات برطرف شده است. در این روش معادلات تنش الاستیک در محیط فیزیکی به کمک روش تفاضل محدود حل شده و با استفاده از آنها نیروی حاصل از این تنش‌های الاستیک محاسبه می‌گردد. سپس به کمک ضرایب تبدیل محیط فیزیکی به محیط شبکه بولتزمن این نیرو به محیط شبکه بولتزمن تبدیل و به عنوان یک ترم نیروی اضافی به معادلات روش شبکه بولتزمن اضافه می‌گردد.

روش عددی ارائه شده در تحقیق حاضر به ازای دو جریان دائم و غیر دائم سیال ویسکوالاستیک با معادله متشکله اولدروید-بی مورد بررسی قرار گرفت. در مثال اول جریان پایا پویزوله سیال اولدروید-بی با استفاده از روش عددی ارائه شده مورد بررسی قرار گرفت و نتایج حاصل از آن با نتایج تحلیلی مقایسه گردیده است. توزیع سرعت و تنش‌های الاستیک بی‌بعد تطابق بسیار مناسب روش عددی ارائه شده با حل تحلیلی را در بخش ۳-۴-۲-۱ نشان می‌دهد. در مثال دوم جریان ناپایا ومرسلی سیال اولدروید-بی که در آن سیال با یک گرادیان فشار متناوب حرکت می‌کند مورد بررسی قرار گرفت.

نتایج بخش ۳-۴-۲ نشان از تطابق مناسب نتایج روش عددی حاضر با حل تحلیلی جریان و مرسلی سیال نیوتنی دارد و در این تحقیق برای اولین بار توزیع سرعت و تنش جریان و مرسلی سیال اولدریوید-بی ارائه شده است.

از مزایای روش ارائه‌شده در این بخش می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- سادگی در کد نویسی به علت حل معادلات خطی روش شبکه بولتزمن به جای معادلات غیر خطی روش‌های ماکروسکوپی
 - عدم نیاز به جابجایی شبکه محاسباتی و پیچیدگی‌های مربوط به آن
 - عدم نیاز به حل معادله فشار
 - همگرایی بهتر کد محاسباتی
 - توانایی مدل‌سازی کلیه مدل‌های سیالات ویسکوالاستیک که بتوان در آنها تنش را به دو بخش نیوتنی و الاستیک جدا نمود.
 - توانایی اعمال خواص رئولوژی واقعی سیال در معادلات به علت حل معادلات تنش در محیط فیزیکی
 - رفع محدودیت‌های روش شبکه بولتزمن (نظیر محدودیت در عدد ماخ و زمان آسودگی) به کمک تعریف ضرایب تبدیل محیط فیزیکی به شبکه بولتزمن
- یکی از معایب روش عددی حاضر در نظر گرفتن دو بازه زمانی متفاوت برای حل معادله تنش و حل معادله جریان به کمک روش شبکه بولتزمن در حل مسائل ناپایا است که باعث کند شدن روند حل مسأله می‌گردد.

۵-۲-۳- جریان سیال غیرنیوتنی تعمیم یافته بر روی اجسام غوطه‌ور

روش مرز غوطه‌ور یک روش عددی جدید است که به کمک آن می‌توان جریان سیال بر روی اجسام غوطه‌ور در آن سیال بدون نیاز به شبکه بندی پیچیده اطراف مرزهای جسم را حل نمود. در این روش

ابتدا معادلات مومنتوم و پیوستگی، بدون در نظر گرفتن جسم غوطه‌ور، توسط یکی از روش‌های مرسوم عددی بر روی نقاط اوپلری حل می‌گردد. سپس با تعریف یک تابع دلتای می‌توان سرعت نقاط اوپلری (نقاط سیال) محاسبه شده را بر روی نقاط لاگرانژی (مرز جسم) برازش کرد. اگر سرعت جسم بر روی مرز مشخص باشد، از اختلاف سرعت به دست آمده از برازش مقادیر نقاط اوپلری بر نقاط لاگرانژی و سرعت واقعی جسم (در مرز)، می‌توان یک نیروی اضافی به صورت ترم نیرو به معادلات مومنتوم اضافه نمود. در این تحقیق با تعمیم روش ارائه‌شده توسط وو و شو [۳۷] که در آن روش ترکیبی مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن را به صورت ضمنی برای جریان سیال نیوتنی ارائه کرده بودند، با استفاده از روش عددی معرفی شده در بخش ۳-۴-۱ به ارائه روشی جدید برای حل جریان سیالات غیرنیوتنی تعمیم یافته بر روی اجسام غوطه‌ور پرداخته شده است. روش ارائه‌شده توسط جریان سیال توانی بر روی سیلندر دایروی در داخل کانال با تحقیقات گذشته در بخش ۳-۵-۱ مقایسه و معتبرسنجی شده است. در ادامه به کمک این روش برای اولین بار جریان پایا سیال توانی بر روی سیلندر بیضوی با نسبت‌های تناسب متفاوت در داخل کانال مورد بررسی قرار گرفت و خطوط جریان و ضرایب درگ برای حالت‌های مختلف ترسیم شده است. همچنین در ادامه جریان ناپایا سیال توانی بر روی سیلندر بیضوی در بخش ۳-۵-۲ مورد بررسی قرار گرفت و اعداد رینولدز و استروهل بحرانی که در آنها شروع ناپایداری در پشت سیلندر اتفاق می‌افتد به ازای مقادیر مختلف ضریب توانی گزارش شده است.

روش ارائه‌شده در این بخش علاوه بر مزیت‌های ذکر شده در بخش قبل نیز دارای این مزیت نیز است که به کمک آن جریان سیالات غیرنیوتنی بر روی اجسام پیچیده بدون محدودیت در نوع هندسه و شبکه‌بندی حل نمود.

۵-۲-۴- جریان سیال ویسکوالاستیک بر روی اجسام غوطه‌ور

با اضافه کردن روش مرز غوطه‌ور به روش عددی معرفی شده در بخش ۳-۴-۲ به معرفی روشی

جدید پرداخته شده است که به کمک آن می‌تون جریان سیال ویسکوالاستیک بر روی مرزهای غوطه‌ور را بدون نیاز به حل معادلات سیالات ویسکوالاستیک اطراف آن مرزها با داشتن شبکه‌های محاسباتی پیچیده بررسی نمود. این روش به طور کامل با جریان سیال اولدرویید-بی بر روی یک سیلندر دایروی در داخل کانال در بخش ۳-۵-۳ به کمک تحقیقات گذشته متعبر سنجی شده است و برای اولین بار جریان سیال اولدرویید-بی بر روی یک سیلندر بیضوی در داخل کانال مورد بررسی قرار گرفت.

۵-۲-۵- جریان سیال نیوتنی بر روی اجسام غوطه‌ور متحرک

در ادامه این بررسی جهت معتبرسازی نتایج کد عددی موجود بر روی اجسام غوطه‌ور متحرک به بررسی جریان سیال پایای نیوتنی بر روی یک سیلندر چرخان در داخل کانال به همین منظور در بخش ۳-۵-۴ نتایج کد عددی ارائه‌شده با نتایج تحقیقات گذشته معتبرسنجی گردیده و خطوط جریان و بردارهای سرعت جریان سیال نیوتنی بر روی یک سیلندر دایروی در داخل کانال به ازای مقادیر مختلف اعداد رینولدز و سرعت زاویه‌ای سیلندر گزارش شده است. همچنین در ادامه به بررسی جریان ناپایای سیال نیوتنی بر روی یک سیلندر با حرکت نوسانی در داخل کانال پرداخته شده است و خطوط جریان و بردارهای سرعت بر روی سیلندر ترسیم گردیده است.

۵-۳- حرکت مایع مخاطی درون نای

همانطور که در بخش مقدمه این فصل ذکر شد، هدف اصلی در تحقیق حاضر بررسی عوامل مؤثر بر حرکت مایع مخاطی درون نای انسان است. به همین منظور با توجه به هندسه نشان داده‌شده در شکل (۱-۲) و همچنین به کمک روش عددی ارائه‌شده در فصل سوم این تحقیق به بررسی این موضوع پرداخته شده است. با توجه به گستردگی پارامترهای تأثیر گذار بر سرعت تخلیه موکوس نتایج حاصل از این تحقیق در سه بخش کلی ارائه‌شده است.

۵-۳-۱- اثرات پارامترهای مختلف در حالت استاندارد

در ابتدا به بررسی اثرات پارامترهای مختلف بر سرعت تخلیه موکوس در حالت استاندارد (یک انسان سالم) مورد بررسی قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است که نتایج این قسمت فقط با تغییر یک پارامتر بدست آمده است و مقادیر بقیه پارامترها در حالت استاندارد (مقادیر جدول (۴-۱)) در نظر گرفته شده‌اند. نتایج بدست آمده از تغییر این پارامترها در حالت استاندارد نشان می‌دهند:

۱- تغییرات ویسکوزیته موکوس در حالت استاندارد به علت زیاد بودن سهم الاستیک موکوس نسبت به سهم ویسکوز آن و زیاد بودن جرم مولکولی موکوس تأثیر چندانی بر سرعت تخلیه موکوس ندارد.

۲- بر خلاف ویسکوزیته موکوس، افزایش بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس تأثیر زیادی بر سرعت تخلیه موکوس دارد به طوریکه افزایش بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس از حالت استاندارد خود ($\eta_M^N = 0.001 \text{ Pa.s}$) تا زمانی که کل ویسکوزیته موکوس نیوتنی شود ($\eta_M^N = 0.0482 \text{ Pa.s}$) سبب ۱۰ برابر شدن سرعت تخلیه موکوس نسبت به حالت استاندارد آن می‌شود. علت این موضوع را می‌توان به شکسته شدن رشته‌های مولکولی و کاهش وزن مولکولی موکوس با کاهش سهم الاستیک ویسکوزیته آن دانست.

۳- تغییرات زمان رهایی از تنش موکوس به علت زیاد بودن وزن مولکولی موکوس تأثیر زیادی بر سرعت تخلیه آن ندارد. اما کاهش این پارامتر (که خاصیت الاستیک سیال را نشان می‌دهد) از حالت استاندارد، باعث کاهش سرعت تخلیه موکوس می‌گردد. علت این موضوع را می‌توان بدین صورت بیان کرد که با کاهش زمان رهایی از تنش موکوس، خاصیت نیوتنی این ماده افزایش پیدا کرده و PCL نمی‌تواند به خوبی لایه موکوس را جابجا کند. اما با افزایش خاصیت الاستیک سیال، جابجایی موکوس توسط ناحیه PCL راحت تر انجام می‌گیرد.

۴- فرکانس مژه‌ها از دیگر عواملی است که تأثیر نسبتاً زیادی بر سرعت تخلیه موکوس دارد. به

طوری‌که با افزایش فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها از 20 rad/s تا 140 rad/s سرعت تخلیه موکوس از حدود نصف حالت استاندارد به ۲ برابر آن افزایش می‌یابد. نکته قابل توجه تغییرات خطی سرعت تخلیه موکوس با فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها است که می‌توان به خطی بودن معادله مومنوم در اعداد رینولدز پایین اشاره کرد که در آن ترم جابجایی قابل صرف نظر کردن است.

۵- تغییر در طول مژه‌ها که یکی از عوارض بیماری ^۱PCD است نیز از دیگر پارامترهایی است که تغییر در آن، باعث تغییر در سرعت تخلیه موکوس می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد که در حالتی که طول مژه‌ها برابر $4/5 \mu\text{m}$ است سرعت تخلیه موکوس بیشترین مقدار خود را دارد و حدوداً دو برابر مقدار استاندارد سرعت متوسط موکوس است. با کاهش طول مژه‌ها از این مقدار به علت کاهش نیروی مؤثر حاصل از مژه‌ها بر ناحیه PCL سرعت تخلیه موکوس کم شده و حتی منفی می‌شود. با افزایش طول مژه‌ها از $4/5 \mu\text{m}$ تا طول استاندارد مژه‌ها ($6 \mu\text{m}$) سرعت تخلیه موکوس تقریباً ثابت می‌ماند. با افزایش طول مژه‌ها از حالت استاندارد به علت برخورد مستقیم مژه‌ها به موکوس سبب افزایش سرعت تخلیه موکوس می‌گردد.

۶- با کاهش ضخامت ناحیه PCL از حالت استاندارد آن ($6 \mu\text{m}$) به این دلیل که مژه‌ها می‌توانند به ناحیه موکوس نفوذ کرده و به حرکت رو به جلوی آن کمک کنند سبب افزایش سرعت تخلیه موکوس می‌گردد. اما نتایج نشان می‌دهد افزایش ضخامت ناحیه PCL از حالت استاندارد خود تأثیر چندانی بر سرعت تخلیه موکوس ندارد.

۷- تغییر در سرعت تخلیه موکوس، به علت افزایش ضخامت آن در بسیاری از افراد سیگاری اتفاق می‌افتد. نتایج نشان می‌دهد در حالت کلی افزایش ضخامت ناحیه موکوس به علت افزایش حجم سیال بالای ناحیه PCL باعث کاهش سرعت تخلیه موکوس می‌گردد که این کاهش در مقادیر کمتر ضخامت ناحیه موکوس (از $3 \mu\text{m}$ تا $3/5 \mu\text{m}$) شدیدتر است.

¹ Primary Ciliary Dyskinesia

۸- نتایج این تحقیق اثرات ناچیز تغییر در ضریب سختی بین دو لایه PCL و موکوس را بر روی

سرعت تخلیه نشان می‌دهند. علت این موضوع تغییرات ناچیز مکان مرز بین دو لایه است که

عامل اصلی به وجود آمدن نیروی الاستیک بین این دو لایه را شامل می‌شود.

نتایج بررسی اثرات پارامترهای مختلف در حالت استاندارد بر روی سرعت تخلیه موکوس نشان می‌دهد

که افزایش بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس بیشترین تأثیر را بر روی سرعت تخلیه موکوس دارد و

می‌تواند سرعت تخلیه موکوس را تا ۱۰ برابر حالت استاندارد آن افزایش دهد. عامل تأثیر گذار بعدی

فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها است که تغییرات خطی با سرعت تخلیه موکوس دارد. سومین عامل تأثیر گذار

بر سرعت تخلیه موکوس در حالت استاندارد، طول مژه‌ها است که می‌تواند سرعت متوسط تخلیه

موکوس را تا ۲ برابر حالت استاندارد افزایش دهد. تغییر در ضخامت نواحی PCL و موکوس نیز از

عوامل بعدی مؤثر بر سرعت تخلیه موکوس در حالت استاندارد هستند. نتایج تحقیق حاضر نشان می‌-

دهد در حالت استاندارد، زمان رهایی از تنش موکوس اثرات اندک و ویسکوزیته موکوس و ضریب

سختی بین PCL و لایه موکوس تأثیرات ناچیزی بر سرعت متوسط تخلیه موکوس دارند.

با توجه به تأثیر قابل ملاحظه ویسکوزیته بخش نیوتنی موکوس و فرکانس مژه‌ها در حالت استاندارد

در ادامه به بررسی اثر پارامترهای مؤثر بر سرعت تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف این دو پارامتر

پرداخته شده است.

۵-۳-۲- اثرات پارامترهای مختلف به ازای نسبت ویسکوزیته موکوس

جهت بررسی بهتر اثرات پارامترهای مختلف به ازای مقادیر مختلف بخش نیوتنی ویسکوزیته

موکوس، با تعریف یک پارامتر بی‌بعد به نام نسبت ویسکوزیته (β) که نسبت بخش الاستیک

ویسکوزیته موکوس به ویسکوزیته کل آن بوده و ضریبی از بخش نیوتنی ویسکوزیته موکوس است به

بررسی اثرات پارامترهای مؤثر بر سرعت تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته

پرداخته شده است. نتایج این بخش نشان می‌دهند:

۱- تغییر در زمان رهایی از تنش موکوس به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته آن نتایج زیر را بر سرعت تخلیه موکوس دارد:

- با کاهش نسبت ویسکوزیته از حالت استاندارد، تغییرات سرعت تخلیه موکوس با زمان رهایی از تنش آن، شدت بیشتری پیدا می‌کند. علت این موضوع را می‌توان به کاهش جرم مولکولی موکوس نسبت داد که در این شرایط خواص ویسکوز و الاستیک سیال اثرات خود را بهتر می‌توانند نشان دهند.
- نتایج این بخش همچنین نشان می‌دهند، با افزایش زمان رهایی از تنش موکوس در یک نسبت ویسکوزیته خاص، سرعت تخلیه موکوس افزایش نسبتاً زیادی می‌یابد. علت این موضوع را می‌توان افزایش خاصیت الاستیک در موکوس دانست که سبب می‌شود موکوس سفت‌تر شده و لایه PCL راحت‌تر بتواند آنرا جابجا کند.
- نتایج همچنین نشان می‌دهند به ازای کلیه مقادیر نسبت ویسکوزیته، با افزایش زمان رهایی از تنش از حالت استاندارد، سرعت تخلیه موکوس تقریباً ثابت می‌ماند. علت این موضوع را می‌توان بدین صورت بیان کرد که در این حالت موکوس به قدر کافی الاستیک شده که PCL بتواند آن را به راحتی جابجا نماید و افزایش خاصیت الاستیک موکوس تأثیری بر جابجایی آن توسط PCL ندارد.

۲- با تغییر در ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته تغییرات زیر در سرعت تخلیه موکوس ایجاد می‌شود:

- بر خلاف حالت استاندارد، با کاهش نسبت ویسکوزیته، تغییر ویسکوزیته موکوس یکی از پارامترهای بسیار تأثیر گذار بر سرعت تخلیه موکوس به خصوص در مقادیر کم نسبت ویسکوزیته است و می‌تواند سرعت تخلیه موکوس را تا ۲۱ برابر حالت استاندارد آن افزایش دهد.
- در یک نسبت ویسکوزیته خاص، با افزایش ویسکوزیته، سرعت تخلیه موکوس افزایش

می‌یابد. علت این موضوع را می‌توان به افزایش چسبندگی لایه موکوس و جابجایی آسان تر آن توسط PCL دانست.

- افزایش سرعت تخلیه موکوس به علت افزایش ویسکوزیته موکوس در مقادیر کمتر نسبت ویسکوزیته بیشتر است. این افزایش سرعت به علت اثرات توأمان چسبنده شدن موکوس و کاهش جرم مولکولی آن در مقادیر کم نسبت ویسکوزیته است.

- با افزایش ویسکوزیته موکوس، سرعت تخلیه موکوس به یک مقدار حدی میل می‌کند که با افزایش ویسکوزیته، سرعت تخلیه موکوس تقریباً ثابت می‌ماند. این بدان معنی است که با افزایش مقدار ویسکوزیته از یک مقدار خاص افزایش در ویسکوزیته موکوس تأثیری بر سرعت تخلیه آن ندارد. علت این موضوع را می‌توان این گونه بیان نمود که با افزایش ویسکوزیته موکوس از یک مقدار خاص، چسبندگی موکوس به حدی می‌رسد که PCL بتواند به راحتی آن را جابجا نماید و افزایش در ویسکوزیته آن در این حالت تأثیری بر جابجایی موکوس توسط PCL ندارد.

- نتایج همچنین نشان می‌دهد که این مقدار حدی با کاهش نسبت ویسکوزیته افزایش می‌یابد برای مثال در حالت $\beta = 0.7$ این مقدار حدی ۹ برابر حالت استاندارد و در حالت $\beta = 0.5$ برابر ۱۲ برابر حالت استاندارد است.

- نتایج بدست آمده در این بخش با این فرض انجام گرفته که مژه‌ها نمی‌توانند به ناحیه موکوس نفوذ کنند. اما در واقعیت در برخی از زمان‌ها نوک مژه‌ها می‌توانند به ناحیه موکوس نفوذ کنند و در این حالت افزایش ویسکوزیته موکوس می‌تواند باعث کم شدن سرعت مژه‌ها و حتی کاهش سرعت تخلیه موکوس گردد.

۳- یکی دیگر از عواملی که در حالت استاندارد هم تأثیر نسبتاً زیادی بر سرعت تخلیه موکوس داشت تغییر در ضخامت ناحیه PCL بود. نتایج تغییر ضخامت در این ناحیه به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته نشان می‌دهد:

- ضخامت ناحیه PCL تأثیر نسبتاً زیادی بر سرعت تخلیه موکوس به ویژه در مقادیر کمتر نسبت ویسکوزیته دارد. برای مثال در حالت $\beta = 0$ با افزایش ضخامت PCL از حالت استاندارد ($6 \mu\text{m}$) تا $8/5 \mu\text{m}$ سرعت متوسط تخلیه موکوس از حدود ۱۰ برابر حالت استاندارد به حدود یک برابر حالت استاندارد می‌رسد. البته این تغییرات با افزایش نسبت ویسکوزیته کاهش می‌یابد.

- سرعت موکوس در حالت استاندارد ضخامت ناحیه PCL به ازای همه مقادیر نسبت ویسکوزیته دارای بیشترین مقدار است و با افزایش و یا کاهش این ضخامت از حالت استاندارد سرعت تخلیه موکوس کاهش می‌یابد.

- با کاهش ضخامت ناحیه PCL از حالت استاندارد به خصوص در مقادیر کم نسبت ویسکوزیته که جرم مولکولی موکوس کم است، سبب می‌شود که مژه‌ها به ناحیه موکوس نفوذ کرده و سبب بازگرداندن موکوس در مراحل بیشتری از حرکت سیکیلی مژه‌ها می‌شود. این اثر با افزایش نسبت ویسکوزیته موکوس کاهش یافته و همانطور که در حالت استاندارد ذکر شد حتی موجب افزایش سرعت تخلیه موکوس می‌شود.

- با افزایش ضخامت ناحیه PCL از حالت استاندارد به علت افزایش حجم سیال اطراف مژه‌ها و توانایی کمتر آنها برای حرکت PCL سرعت تخلیه موکوس نیز به تبع آن کاهش می‌یابد.

- با افزایش ضخامت PCL از $7/5 \mu\text{m}$ تغییرات سرعت تخلیه موکوس نسبت به نسبت ویسکوزیته و ضخامت PCL کم شده و در $L_{Cilia} = 8.5 \mu\text{m}$ سرعت تخلیه موکوس به ازای همه مقادیر نسبت ویسکوزیته با سرعت استاندارد تخلیه موکوس برابر می‌شود.

۴- همانطور که ذکر گردید، افزایش ضخامت ناحیه موکوس نیز یکی از عوامل مؤثر بر سرعت تخلیه موکوس در حالت استاندارد به شمار می‌رود. به همین منظور اثرات تغییرات ضخامت

این ناحیه بر سرعت تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این بخش نشان می‌دهند:

- افزایش ضخامت ناحیه موکوس به علت افزایش حجم سیال بالای PCL و کمتر شدن توانایی ناحیه PCL برای حرکت دادن موکوس سبب کاهش سرعت تخلیه موکوس می‌گردد و این کاهش، روند نسبتاً خطی با افزایش ضخامت موکوس دارد.
- روند کاهشی سرعت تخلیه موکوس با افزایش ضخامت آن به ازای مقادیر کمتر نسبت ویسکوزیته بیشتر است برای مثال در حالت $\beta = 0$ با افزایش ضخامت موکوس از مقدار $3 \mu\text{m}$ تا $6 \mu\text{m}$ سرعت متوسط تخلیه موکوس از حدود ۱۲ برابر حالت استاندارد به حدود $6/5$ برابر حالت استاندارد می‌رسد اما این تغییرات در در حالت $\beta = 0.7$ از حدود $4/8$ به $2/8$ حالت استاندارد می‌رسد. علت این موضوع را می‌توان به کمتر شدن جرم مولکولی موکوس در اثر کاهش نسبت ویسکوزیته دانست که سبب می‌شود تغییرات سرعت تخلیه موکوس نسبت به تغییر در ضخامتش بیشتر نمایان شود.

۵- تغییر در فرکانس زاویه ای مژه‌ها یکی از عواملی است که بعد از نسبت ویسکوزیته، بیشترین تأثیر را بر روی سرعت تخلیه موکوس در حالت استاندارد دارد. در ادامه نتایج حاصل از تغییر فرکانس زاویه ای مژه‌ها به ازای مقادیر متفاوت نسبت ویسکوزیته به صورت زیر ارائه می‌گردد:

- افزایش فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها به علت افزایش اینرسی سیال از یک سو و کاهش نسبت ویسکوزیته موکوس به علت کاهش جرم مولکولی آن از سوی دیگر تأثیر مضاعفی بر سرعت تخلیه موکوس دارد تا جایی که در حالت $\beta = 0$ و $f_s = 140 \text{ rad}$ سرعت تخلیه موکوس به حدود $11/5$ برابر حالت استاندارد خود می‌رسد.

- تغییرات سرعت تخلیه موکوس بر حسب فرکانس زاویه‌ای مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته شبیه به هم بوده و خطی است. خطی بودن این تغییرات همانطور که قبلاً نیز ذکر گردید به علت کم بودن عدد رینولدز در این جریان و کم شدن اثر ترم

جابجایی در معادلات مومنتوم است.

۶- نتایج تغییر در طول مژه‌ها به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته بر سرعت متوسط تخلیه

موکوس نشان می‌دهند:

- سرعت تخلیه موکوس به ازای طول $4/5 \mu m$ مژه‌ها دارای بیشترین مقدار خود است. در

این طول بهینه نیروی مؤثر حاصل از مژه‌ها بیشترین اثر را در مقابل نیروی بازگشت به

عقب آنها بر روی موکوس اعمال می‌کنند.

- با کاهش طول مژه‌ها از مقدار بهینه خود ($4/5 \mu m$) و همچنین افزایش نسبت

ویسکوزیته موکوس، اثر نیروی مؤثر مژه‌ها در برابر نیروی بازگشت به عقب آنها کمتر

شده و تا جایی که در حالت $\beta = 0.7$ و $L_{Cilia} = 3.5 \mu m$ سرعت تخلیه موکوس منفی

شده و موکوس در جهت عکس حرکت می‌کند. البته چنانچه ذکر شد این موضوع در

حالت استاندارد در طول بیشتری از مژه‌ها هم اتفاق می‌افتد.

- با افزایش طول مژه‌ها از $5 \mu m$ تا حالت استاندارد آن ($6 \mu m$) تغییری چندانی در

سرعت تخلیه موکوس مشاهده نمی‌شود اما با افزایش طول مژه‌ها از $6 \mu m$ به علت نفوذ

مژه‌ها به ناحیه موکوس و کمک به حرکت آن، سرعت تخلیه موکوس افزایش می‌یابد.

نتایج این بخش نشان می‌دهد که پارامترهایی که در حالت استاندارد تأثیر چندانی بر سرعت تخلیه

موکوس نداشتند (نظیر ویسکوزیته و زمان رهایی از تنش موکوس) با تغییر یکی از خواص موکوس

(نسبت ویسکوزیته) تأثیر چشمگیری بر سرعت تخلیه موکوس ایجاد می‌کنند. بیشترین تأثیر بر روی

سرعت تخلیه موکوس در این بخش را ویسکوزیته موکوس داشت که در حالت $\beta = 0$ و

$\eta_M = 0.2 \text{ Pa.s}$ سرعت تخلیه موکوس را تا ۲۱ برابر حالت استاندارد آن افزایش می‌دهد بعد از آن

فرکانس مژه‌ها است که در حالت $\beta = 0$ و $f_s = 140 \text{ rad/s}$ سرعت تخلیه موکوس به حدود

$11/5$ برابر حالت استاندارد خود می‌رسد. طول مژه‌ها نیز در حالت $\beta = 0$ و $L_{Cilia} = 4.5 \mu m$ سرعت

تخلیه موکوس را تا حدود ۱۱ برابر می‌تواند افزایش دهد. ضخامت ناحیه PCL چهارمین عامل مؤثر بر

سرعت تخلیه موکوس است که در حالت $\beta = 0$ و $L_{PCL} = 6 \mu m$ سرعت تخلیه موکوس به حدود ۱۰ برابر حالت استاندارد آن می‌رسد. افزایش ۹ برابری سرعت تخلیه موکوس نسبت به حالت استاندارد در حالت $\beta = 0.1$ و $\lambda \geq 0.01$ نشان از تأثیر زیاد زمان رهایی از تنش بر سرعت تخلیه موکوس به ازای مقادیر کم نسبت ویسکوزیته است.

۵-۳-۳- اثرات پارامترهای مختلف به ازای فرکانس مژه‌ها

همانطور که در بخش ۵-۳-۱ ذکر گردید فرکانس مژه‌ها دومین عامل مؤثر بر سرعت تخلیه موکوس در حالت استاندارد است. به همین منظور در این بخش به ارائه نتایج حاصل از بررسی چند پارامتر مؤثر بر سرعت تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها پرداخته می‌شود.

۱- با تغییر در ضخامت ناحیه PCL در مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها تغییرات زیر بر سرعت تخلیه موکوس ایجاد می‌شود:

- در مقادیر کمتر از حالت استاندارد ($L_{PCL} < 6 \mu m$) به این علت که مژه‌ها می‌توانند در ناحیه موکوس نفوذ کنند و خودشان موکوس را حرکت دهند سرعت تخلیه موکوس افزایش می‌یابد.
- با افزایش ضخامت PCL از حالت استاندارد به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها، سرعت تخلیه موکوس تغییر چندانی نکرده و تقریباً ثابت می‌ماند.
- تغییرات سرعت تخلیه موکوس نسبت به ضخامت ناحیه PCL به ازای مقادیر بیشتر فرکانس مژه‌ها بیشتر است. علت این موضوع را می‌توان به افزایش اثرات اینرسی سیال با افزایش فرکانس مژه‌ها نسبت داد که با افزایش اینرسی ناحیه PCL می‌گردد.

۲- تغییر در ضخامت لایه موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها بر سرعت تخلیه موکوس نتایج زیر را نشان می‌دهد:

- با کاهش ضخامت موکوس از حالت استاندارد به علت کاهش حجم سیال بالای ناحیه

PCL سرعت تخلیه موکوس افزایش می‌یابد و این افزایش در مقادیر بیشتر فرکانس مژه-

ها بیشتر بوده و با کاهش مقدار فرکانس این تغییرات نیز کم می‌شود.

- با افزایش ضخامت موکوس از حالت استاندارد طول بهینه ای که به ازای آن مقدار سرعت تخلیه موکوس بیشترین مقدار خود را دارا می‌باشد $4/5 \mu m$ است. که این مقدار بهینه در مقادیر بیشتر فرکانس مژه‌ها بر روی سرعت تخلیه موکوس نمایان تر است.
- تغییرات سرعت متوسط تخلیه موکوس نسبت به افزایش ضخامت ناحیه موکوس در مقادیر کم فرکانس مژه‌ها ($f_s = 20 \text{ rad/s}$) ناچیز است.

۳- نتایج حاصل از تغییر طول مژه‌ها بر سرعت تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف نسبت ویسکوزیته نشان می‌دهد:

- به ازای مقادیر $L_{Cilia} < 4.5 \mu m$ به خصوص در فرکانس‌های پایین ، سرعت تخلیه موکوس به علت کاهش نیروی مؤثر مژه‌ها در برابر نیروی بازگشت به عقب آنها منفی شده و موکوس در جهت عکس حرکت می‌کند. اما این روند با افزایش فرکانس مژه‌ها بهبود پیدا می‌کند.

- طول بهینه مژه‌ها که در آن سرعت تخلیه موکوس بیشینه است $4/5 \mu m$ است و با افزایش طول مژه‌ها تا حالت استاندارد آن ($6 \mu m$) متوسط سرعت تخلیه موکوس به کمترین مقدار خود می‌رسد و با افزایش طول مژه‌ها از حالت استاندارد به علت نفوذ مژه-ها به ناحیه موکوس و حرکت دادن مستقیم آن سرعت تخلیه موکوس افزایش می‌یابد.
- تغییرات سرعت تخلیه موکوس با طول مژه‌ها به ازای مقادیر بالاتر فرکانس زیاد است و با کاهش فرکانس مژه‌ها تغییرات سرعت تخلیه موکوس با طول مژه‌ها کمتر شده و در حالت $f_s = 20 \text{ rad/s}$ این تغییرات تقریباً قابل صرف نظر کردن است.

۴- از آنجا که در این بخش نسبت ویسکوزیته موکوس حدود ۹۸٪ است و همانطور که در بخش

۵-۳-۱ ذکر شد تغییر در ویسکوزیته موکوس در این شرایط به علت زیاد بودن بخش

الاستیک موکوس تغییر چندانی بر سرعت تخلیه موکوس ایجاد نمی‌کند، در این حالت به ارائه نتایج حاصل از تغییرات ویسکوزیته موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها در سه نسبت ویسکوزیته ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۷ پرداخته شده است:

- نتایج این بخش یک روند خطی برای تغییرات سرعت تخلیه موکوس با ویسکوزیته را به ازای تمامی مقادیر فرکانس در هر سه نسبت ویسکوزیته را نشان می‌دهد.
- با افزایش نسبت ویسکوزیته در یک فرکانس خاص، تغییرات سرعت تخلیه موکوس با ویسکوزیته موکوس کمتر می‌شود. برای مثال برای $f_s = 140 \text{ rad/s}$ در حالت $\beta = 0.1$ با تغییر ویسکوزیته موکوس از 0.001 Pa.s تا 0.008 Pa.s سرعت متوسط تخلیه موکوس از حدود ۲ برابر حالت استاندارد تا ۱۵ برابر تغییر می‌کند در حالی که این تغییرات در حالت $\beta = 0.3$ از حدود ۲ برابر تا ۱۲ برابر و در حالت $\beta = 0.7$ از حدود ۲ برابر تا ۷ برابر حالت استاندارد است. علت این موضوع را می‌توان به کاهش اثرات اینرسی سیال با افزایش جرم موکولی موکس مرتبط دانست.

- تغییرات سرعت تخلیه موکوس در یک نسبت ویسکوزیته مشخص، نسبت به افزایش ویسکوزیته موکوس بیشتر از تأثیر افزایش در فرکانس مژه‌ها است.

۵- به علت اینکه در حالت استاندارد که نسبت ویسکوزیته موکوس همانند این حالت برابر ۹۸٪

است، اثرات زمان رهایی از تنش موکوس بر روی سرعت تخلیه آن زیاد نیست در این بخش نیز همانند بخش قبل به ارائه نتایج اثرات زمان رهایی از تنش موکوس بر روی سرعت تخلیه آن به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها در سه نسبت ویسکوزیته ۰/، ۰/۳ و ۰/۷ پرداخته شده است. نتایج این بخش نشان می‌دهد، تغییرات سرعت تخلیه موکوس با تغییرات زمان رهایی از تنش آن به ازای مقادیر مختلف نسبت فرکانس مژه‌ها در سه نسبت ویسکوزیته روند تقریباً مشابهی دارد و با افزایش زمان رهایی از تنش موکوس از 0.002 s تا 0.005 s سرعت تخلیه موکوس افزایش قابل ملاحظه‌ای دارد اما با افزایش زمان رهایی از تنش از 0.005 s به

علت افزایش سهم الاستیک موکوس به حد کافی و حمل آسان آن توسط PCL سرعت تخلیه موکوس تغییرات چندانی نمی‌کند.

نتایج این بخش نیز نشان می‌دهد ویسکوزیته موکوس به خصوص در نسبت ویسکوزیته کمتر و فرکانس‌های بالاتر تأثیر چشمگیری بر سرعت تخلیه موکوس دارد و می‌تواند سرعت تخلیه موکوس را تا ۱۵ برابر حالت استاندارد آن در حالت $\beta = 0.1$ و $f_s = 140 \text{ rad/s}$ بالا ببرد. همچنین زمان رهایی از تنش موکوس نیز می‌تواند در نسبت‌های ویسکوزیته کم و فرکانس‌های بالا برای مثال در حالت $\beta = 0.1$ و $f_s = 140 \text{ rad/s}$ تا حدود ۱۰ برابر حالت استاندارد بالا ببرد اما اثرات این دو پارامتر به ازای مقادیر زیاد نسبت ویسکوزیته و در حالت استاندارد حتی با تغییر فرکانس مژه‌ها ناچیز است. طول مژه‌ها از دیگر عواملی است که می‌تواند به خصوص در فرکانس‌های بالا تأثیر مناسبی بر روی افزایش سرعت تخلیه موکوس داشته باشد و در حالت $L_{Cilia} = 4.5 \mu m$ و $f_s = 140 \text{ rad/s}$ سرعت متوسط تخلیه موکوس تقریباً به ۴ برابر حالت استاندارد خود می‌رسد. نتایج این بخش تأثیرات ناچیز تغییر در ضخامت دو لایه PCL و موکوس را بر روی سرعت تخلیه موکوس به ازای مقادیر مختلف فرکانس مژه‌ها نشان می‌دهند.

۵-۴- پیشنهادات

- با توجه به مراحل صورت گرفته در این پایان نامه، به طور کلی موارد زیر را می‌توان برای ادامه تحقیق در زمینه بررسی عوامل مختلف بر حرکت مایع مخاطی درون نای انسان پیشنهاد نمود:
- استفاده از مدل‌های پیچیده تر سیالات ویسکوالاستیک نظیر مدل گزیکس^۱ جهت بررسی موکوس که بتوان اثرات خواص رئولوژیک موکوس را بهتر بررسی و با دیگر عوامل مقایسه نمود.
 - استفاده از مدل سه بعدی حرکت مژه‌ها و حل سه بعدی جریان

¹ Giesekus Model

- در نظر گرفتن اثرات دما بر خواص و حرکت مایع مخاطی

مراجع

- [1] A. Wanner, M. Salathé, and T. G. O'Riordan, "Mucociliary clearance in the airways," *American journal of respiratory and critical care medicine*, vol. 154, pp. 1868-1902, 1996.
- [2] J. Blake, "Flow in tubules due to ciliary activity," *Bulletin of mathematical biology*, vol. 35, pp. 513-523, 1973.
- [3] D. Smith, E. Gaffney, and J. Blake, "A viscoelastic traction layer model of muco-ciliary transport," *Bulletin of mathematical biology*, vol. 69, pp. 289-327, 2007.
- [4] J. Blake, "Mucus flows," *Mathematical Biosciences*, vol. 17, pp. 301-313, 1973.
- [5] G. Fulford and J. Blake, "Muco-ciliary transport in the lung," *Journal of theoretical Biology*, vol. 121, pp. 381-402, 1986.
- [6] S. K. Lai, Y. Y. Wang, D. Wirtz, and J. Hanes, "Micro-and macrorheology of mucus," *Advanced drug delivery reviews*, vol. 61, pp. 86-100, 2009.
- [7] S. Kirkham, J. Sheehan, D. Knight, P. Richardson, and D. Thornton, "Heterogeneity of airways mucus: variations in the amounts and glycoforms of the major oligomeric mucins MUC5AC and MUC5B," *Biochem. J*, vol. 361, pp. 537-546, 2002.
- [8] S. M. Mitran, "Metachronal wave formation in a model of pulmonary cilia," *Computers & structures*, vol. 85, pp. 763-774, 2007.
- [9] P. Jayathilake, Z. Tan, D. Le, H. Lee, and B. Khoo, "Three-dimensional numerical simulations of human pulmonary cilia in the periciliary liquid layer by the immersed boundary method," *Computers & Fluids*, vol. 67, pp. 130-137, 2012.
- [10] D. Smith, E. Gaffney, and J. Blake, "Modelling mucociliary clearance," *Respiratory physiology & neurobiology*, vol. 163, pp. 178-188, 2008.
- [11] M. King, M. Agarwal, and J. Shukla, "A planar model for mucociliary transport: effect of mucus viscoelasticity," *Biorheology*, vol. 30, pp. 49-61, 1992.
- [12] M. Murase, *The dynamics of cellular motility*: John Wiley & Sons, 1992.
- [13] M. Sanderson and M. Sleight, "Ciliary activity of cultured rabbit tracheal epithelium: beat pattern and metachrony," *Journal of Cell Science*, vol. 47, pp. 331-347, 1981.

- [14] S. Gueron and K. Levit-Gurevich, "Energetic considerations of ciliary beating and the advantage of metachronal coordination," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 96, pp. 12240-12245, 1999.
- [15] P. Jayathilake, D. Le, Z. Tan, H. Lee, and B. Khoo, "A numerical study of muco-ciliary transport under the condition of diseased cilia," *Computer methods in biomechanics and biomedical engineering*, vol. 18, pp. 944-951, 2015.
- [16] X. Yang, R. H. Dillon, and L. J. Fauci, "An integrative computational model of multiciliary beating," *Bulletin of mathematical biology*, vol. 70, pp. 1192-1215, 2008.
- [17] W. L. Lee, P. G. Jayathilake, Z. Tan, D. V. Le, H. P. Lee, and B. C. Khoo, "Muco-ciliary transport: Effect of mucus viscosity, cilia beat frequency and cilia density," *Computers & Fluids*, vol. 49, pp. 214-221, 10// 2011.
- [18] E. Puchelle, J. Zahm, and C. Duvivier, "Spinability of bronchial mucus. Relationship with viscoelasticity and mucous transport properties," *Biorheology*, vol. 20, pp. 239-249, 1982.
- [19] L. Gheber, A. Korngreen, and Z. Priel, "Effect of viscosity on metachrony in mucus propelling cilia," *Cell motility and the cytoskeleton*, vol. 39, pp. 9-20, 1998.
- [20] J. Blake, "A model for the micro-structure in ciliated organisms," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 55, pp. 1-23, 1972.
- [21] M. Sleight, "The nature and action of respiratory tract cilia," in *Respiratory defense mechanisms*. vol. 1, ed: Marcel Dekker New York, 1977, pp. 247-288.
- [22] C. Barton and S. Raynor, "Analytical investigation of cilia induced mucous flow," *The Bulletin of mathematical biophysics*, vol. 29, pp. 419-428, 1967.
- [23] J. Blake and H. Winet, "On the mechanics of muco-ciliary transport," *Biorheology*, vol. 17, p. 125, 1980.
- [24] T. Lardner and W. Shack, "Cilia transport," *The Bulletin of mathematical biophysics*, vol. 34, pp. 325-335, 1972.
- [25] J. Blake, "A spherical envelope approach to ciliary propulsion," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 46, pp. 199-208, 1971.
- [26] J. Blake, "Infinite models for ciliary propulsion," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 49, pp. 209-222, 1971.
- [27] S. M. Ross, *A wavy wall analytical model of muco-ciliary pumping*: Johns Hopkins University, 1971.

- [28] J. Blake, "Hydrodynamic calculations on the movements of cilia and flagella I. Paramecium," *Journal of theoretical biology*, vol. 45, pp. 183-203, 1974.
- [30] J. Blake, "Fluid flow in fields of resistance," *Bulletin of the Australian Mathematical Society*, vol. 13, pp. 129-145, 1975.
- [30] E. Lauga, "Propulsion in a viscoelastic fluid," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 19, p. 083104, 2007.
- [31] H. H. Hu, "Direct simulation of flows of solid-liquid mixtures," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 22, pp. 335-352, 1996.
- [32] B. Maury, "Direct simulations of 2D fluid-particle flows in biperiodic domains," *Journal of computational physics*, vol. 156, pp. 325-351, 1999.
- [33] H .H. Hu, N. A. Patankar, and M. Zhu, "Direct numerical simulations of fluid–solid systems using the arbitrary Lagrangian–Eulerian technique," *Journal of Computational Physics*, vol. 169, pp. 427-462, 2001.
- [34] R. Glowinski, T. W. Pan, T. I. Hesla, and D. D .Joseph, "A distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 25, pp. 755-794, 1999.
- [35] R. Glowinski, T. W. Pan, T. I. Hesla, D. D. Joseph, and J. Periaux, "A distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for flows around moving rigid bodies: application to particulate flow," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 30, pp. 1043-1066, 1999.
- [36] Z. Yu, N. Phan-Thien, Y. Fan, and R. I. Tanner, "Viscoelastic mobility problem of a system of particles," *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, vol. 104, pp. 87-124, 2002.
- [37] J. Wu and C. Shu, "Particulate flow simulation via a boundary condition-enforced immersed boundary-lattice Boltzmann scheme", *Communications in Computational Physics*, vol. 7, pp. 793, 2010.
- [38] C. S. Peskin, "Numerical analysis of blood flow in the heart," *Journal of computational physics*, vol. 25, pp. 220-252, 1977.
- [39] C. S. Peskin, "The immersed boundary method," *Acta numerica*, vol. 11, pp. 479-517, 2002.
- [40] D. M. McQueen and C. S. Peskin, "Heart simulation by an immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity," in *Mechanics for a New Mellennium*, ed: Springer, 2002, pp. 429-444.

- [41] E. Fadlun, R. Verzicco, P. Orlandi, and J. Mohd-Yusof, "Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations," *Journal of Computational Physics*, vol. 161, pp. 35-60, 2000.
- [42] M. Uhlmann, "An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows," *Journal of Computational Physics*, vol. 209, pp. 448-476, 2005.
- [43] D. V. Le, B. C. Khoo, and J. Peraire, "An immersed interface method for viscous incompressible flows involving rigid and flexible boundaries," *Journal of Computational Physics*, vol. 220, pp. 109-138, 2006.
- [44] D. Le, B. Khoo, and K. Lim, "An implicit-forcing immersed boundary method for simulating viscous flows in irregular domains," *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 197, pp. 2119-2130, 2008.
- [45] Z. Tan, D. V. Le, Z. Li, K. Lim, and B. C. Khoo, "An immersed interface method for solving incompressible viscous flows with piecewise constant viscosity across a moving elastic membrane," *Journal of Computational Physics*, vol. 227, pp. 9955-9983, 2008.
- [46] Z. Tan, K. Lim, and B. Khoo, "An immersed interface method for Stokes flows with fixed/moving interfaces and rigid boundaries," *Journal of Computational Physics*, vol. 228, pp. 6855-6881, 2009.
- [47] X. Wang and W. K. Liu, "Extended immersed boundary method using FEM and RKPM," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, pp. 1305-1321, 2004.
- [48] Z. Wang, J. Fan, and K. Luo, "Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 34, pp. 283-302, 2008.
- [49] A. Dauptain, J. Favier, and A. Bottaro, "Hydrodynamics of beating cilia," in *Proceedings of IUTAM Symposium on Unsteady Separated Flows and their Control, Corfu, Greece, June, 2007*, pp. 18-22.
- [50] A. Dauptain, J. Favier, and A. Bottaro, "Hydrodynamics of ciliary propulsion," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 24, pp. 1156-1165, 2008.
- [51] R. H. Dillon and L. J. Fauci, "An integrative model of internal axoneme mechanics and external fluid dynamics in ciliary beating," *Journal of Theoretical Biology*, vol. 207, pp. 415-430, 2000.
- [52] R. Dillon, L. Fauci, and X. Yang, "Sperm motility and multiciliary beating: an integrative mechanical model," *Computers and mathematics with applications*, vol. 52, pp. 749-758, 2006.

- [53] R. H. Dillon, L. J. Fauci, C. Omoto, and X. Yang, "Fluid dynamic models of flagellar and ciliary beating," *Annals of the New York Academy of Sciences*, vol. 1101, pp. 494-505, 2007.
- [54] J. Blake, "On the movement of mucus in the lung," *Journal of biomechanics*, vol. 8, pp. 179-190, 1975.
- [55] J. Blake, "Mechanics of muco-ciliary transport," *IMA journal of applied mathematics*, vol. 32, pp. 69-87, 1984.
- [56] S. Lukens, X. Yang, and L. Fauci, "Using Lagrangian coherent structures to analyze fluid mixing by cilia," *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 20, p. 017511, 2010.
- [57] R. Chatelin and P. Poncet, "A hybrid grid-particle method for moving bodies in 3D Stokes flow with variable viscosity," *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 35, pp. B925-B949, 2013.
- [58] R. Chatelin, P. Poncet, and M. Tokman, "Computational aspects of mucus propulsion by ciliated epithelium," in *Proceedings of 2nd European Microfluidics Conference, Toulouse*, 2010.
- [59] R. Chatelin, P. Poncet, A. Didier, M. Murriss-Espin, D. Anne-Archard, and M. Thiriet, "Mucus and ciliated cells of human lung: Splitting strategies for particle methods and 3D stokes flows," in *IUTAM Symposium on Particle Methods in Fluid Mechanics, Lingby, Denmark*, 2012.
- [60] R. Chatelin and P. Poncet, "Hybrid grid-particle methods and Penalization: A Sherman-Morrison-Woodbury approach to compute 3D viscous flows using FFT," *Journal of Computational Physics*, vol. 269, pp. 314-328, 2014.
- [61] B. Mauroy, C. Fausser, D. Pelca, J. Merckx, and P. Flaud, "Toward the modeling of mucus draining from the human lung: role of the geometry of the airway tree," *Physical biology*, vol. 8, p. 056006, 2011.
- [62] S. Ross and S. Corrsin, "Results of an analytical model of mucociliary pumping," *Journal of applied physiology*, vol. 37, pp. 333-340, 1974.
- [63] H. Matsui, S. H. Randell, S. W. Peretti, C. W. Davis, and R. C. Boucher, "Coordinated clearance of periciliary liquid and mucus from airway surfaces," *Journal of Clinical Investigation*, vol. 102, p. 1125, 1998.
- [64] E. Puchelle, A. L. Herard, and J. M. Zahm, "Airway mucociliary epithelium injury and repair," *Cilia, Mucus, and Mucociliary Interactions. Dekker, New York*, pp. 203-217, 1998.

- [65] R. B. Bird, R. C. Armstrong, and O. Hassager, *Dynamics of polymeric liquids. Vol. 1: Fluid mechanics*: John Wiley & Sons 1987.
- [66] J. Funk, G. Hall, J. Crandall, and W. Pilkey, "Linear and quasi-linear viscoelastic characterization of ankle ligaments," *Journal of biomechanical engineering*, vol. 122, pp. 15-22, 2000.
- [67] J. Blake, "A note on mucus shear rates," *Respiration physiology*, vol. 17, pp. 394-399, 1973.
- [68] B. Thomas, A. Rutman, R. A. Hirst, P. Haldar, A. J. Wardlaw, J. Bankart, *et al.*, "Ciliary dysfunction and ultrastructural abnormalities are features of severe asthma," *Journal of Allergy and Clinical Immunology*, vol. 126, pp. 722-729. e2, 2010.
- [69] M. W. Leigh, J. E. Pittman, J. L. Carson, T. W. Ferkol, S. D. Dell, S. D. Davis, *et al.*, "Clinical and genetic aspects of primary ciliary dyskinesia/Kartagener syndrome," *Genetics in Medicine*, vol. 11, pp. 473-487, 2009.
- [70] A. Bush, P. Cole, M. Hariri, I. Mackay, G. Phillips, C. O'callaghan, *et al.*, "Primary ciliary dyskinesia: diagnosis and standards of care," *European Respiratory Journal*, vol. 12, pp. 982-988, 1998.
- [71] C. Rossman, J. B. Forrest, R. Lee, and M. Newhouse, "The dyskinetic cilia syndrome. Ciliary motility in immotile cilia syndrome," *CHEST Journal*, vol. 78, pp. 580-582, 1980.
- [72] J. Rutland and P. Cole, "Non-invasive sampling of nasal cilia for measurement of beat frequency and study of ultrastructure," *The Lancet*, vol. 316, pp. 564-565, 1980.
- [73] M. A. Chilvers, A. Rutman, and C. O'Callaghan, "Ciliary beat pattern is associated with specific ultrastructural defects in primary ciliary dyskinesia," *Journal of Allergy and Clinical Immunology*, vol. 112, pp. 518-524, 2003.
- [74] I. Narang, R. Ersu, N. Wilson, and A. Bush, "Nitric oxide in chronic airway inflammation in children: diagnostic use and pathophysiological significance," *Thorax*, vol. 57, pp. 586-589, 2002.
- [76] T. Wodehouse, S. Kharitonov, I. Mackay, P. Barnes, R. Wilson, and P. Cole, "Nasal nitric oxide measurements for the screening of primary ciliary dyskinesia," *European Respiratory Journal*, vol. 21, pp. 43-47, 2003.
- [76] R. Corbelli, B. Bringolf-Isler, A. Amacher, B. Sasse, M. Spycher, and J. Hammer, "Nasal nitric oxide measurements to screen children for primary ciliary dyskinesia," *CHEST Journal*, vol. 126, pp. 1054-1059, 2004.

- [77] P. Stanley, R. Wilson, M. Greenstone, L. MacWilliam, and P. Cole, "Effect of cigarette smoking on nasal mucociliary clearance and ciliary beat frequency," *Thorax*, vol. 41, pp. 519-523, 1986.
- [78] I. Kukavica-Ibrulj and R. Levesque, "Animal models of chronic lung infection with *Pseudomonas aeruginosa*: useful tools for cystic fibrosis studies," *Laboratory animals*, vol. 42, pp. 389-412, 2008.
- [79] B. T. S. S. I. G. Network, "British guideline on the management of asthma," *Thorax*, vol. 63, pp. iv1, 2008.
- [80] F. Martinez, "Genes, environments, development and asthma: a reappraisal," *European Respiratory Journal*, vol. 29, pp. 179-184, 2007.
- [81] M. E. Mackay and D. V. Boger, "An explanation of the rheological properties of Boger fluids," *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, vol. 22, pp. 235-243 , 1978.
- [82] J. Boussinesq, *Théorie analytique de la chaleur: Problèmes généraux*: Gauthier-Villars, 1901.
- [83] D. J. Evans and G. Morriss, "Nonequilibrium molecular-dynamics simulation of Couette flow in two-dimensional fluids," *Physical review letters*, vol. 51 ,pp. 1776, 1983.
- [84] J. Goodfellow, "Molecular Dynamics: An Overview of Applications in Molecular Biology," ed: CRC Press, LLC, USA, 1991.
- [85] D. C. Rapaport, *The art of molecular dynamics simulation*: Cambridge university press, 2004.
- [86] A. A. Mohamad, *Lattice Boltzmann method: fundamentals and engineering applications with computer codes*: Springer Science & Business Media, 2011.
- [87] U. Frisch, B. Hasslacher, and Y. Pomeau, "Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation," *Physical review letters*, vol. 56, p. 1505, 1986.
- [88] L. Li-shi, "The lattice-gas and lattice Boltzmann methods: past, present, and future," in *International Conference on Applied Computational Fluid Dynamics*, Beijing, China, 2000, pp. 52-83.
- [89] K. Huang, "Statistical Mechanics, 18.3," ed: Wiley, 1987.
- [90] S. Chen and G. D. Doolen, "Lattice Boltzmann method for fluid flows," *Annual review of fluid mechanics*, vol. 30, pp. 329-364, 1998.

- [91] S. Succi, *The lattice Boltzmann equation: for fluid dynamics and beyond*: Oxford university press, 2001.
- [92] M. Sukop and D.T. Thorne Jr, *Lattice Boltzmann Modeling* :Springer, 2006.
- [93] Y. Qian, D. d'Humières, and P. Lallemand, "Lattice BGK models for Navier-Stokes equation," *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 17, p. 479, 1992.
- [94] X. He and L.-S. Luo, "Theory of the lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation," *Physical Review E*, vol. 56, p. 6811, 1997.
- [95] M. Norouzi, "Investigation of viscoelastic flow and heat transfer in stationary and rotating curved rectangular ducts," *Ph.D. thesis, Shahrood University of Technology*, 2009.
- [96] J. Boyd, J. Buick, and S. Green, "A second-order accurate lattice Boltzmann non-Newtonian flow model," *Journal of physics A: Mathematical and General*, vol. 39, p. 14241, 2006.
- [97] S. Sullivan, L. Gladden, and M. Johns, "Simulation of power-law fluid flow through porous media using lattice Boltzmann techniques," *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 133, pp. 91-98, 2006.
- [98] N. P. Thien, "Understanding Viscoelasticity: Basics of Rheology," ed: Springer, Berlin, 2002.
- [99] S. Zou, X. F. Yuan, X. Yang, W. Yi, and X. Xu, "An integrated lattice Boltzmann and finite volume method for the simulation of viscoelastic fluid flows," *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 211, pp. 99-113, 2014.
- [100] Z. Guo, C. Zheng, and B. Shi, "Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method," *Physical Review E*, vol. 65, p. 046308, 2002.
- [101] X. He and L. S. Luo, "Lattice Boltzmann model for the incompressible Navier-Stokes equation," *Journal of statistical Physics*, vol. 88 ,pp. 927-944, 1997.
- [102] K. Yapici, B. Karasozen, and Y. Uludag, "Finite volume simulation of viscoelastic laminar flow in a lid-driven cavity," *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 164, pp. 51-65, 2009.
- [103] J. Cosgrove, J. Buick, S. Tonge, C .Munro, C. Greated, and D. Campbell, "Application of the lattice Boltzmann method to transition in oscillatory channel flow," *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 36, p. 2609, 2003.
- [104] Z. G. Feng and E. E. Michaelides, "The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems," *Journal of Computational Physics*, vol. 195, pp. 602-628, 2004.

- [105] Z. G. Feng and E. E. Michaelides, "Proteus: a direct forcing method in the simulations of particulate flows," *Journal of Computational Physics*, vol. 202, pp. 20-51, 2005.
- [106] X. Niu, C. Shu, Y. Chew, and Y. Peng, "A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating incompressible viscous flows," *Physics Letters A*, vol. 354, pp. 173-182, 2006.
- [107] J. Wu and C. Shu, "Implicit velocity correction-based immersed boundary-lattice Boltzmann method and its applications," *Journal of Computational Physics*, vol. 228, pp. 1963-1979, 2009.
- [108] R. P. Bharti, R. Chhabra, and V. Eswaran, "Two-dimensional steady Poiseuille flow of power-law fluids across a circular cylinder in a plane confined channel: wall effects and drag coefficients," *Industrial & engineering chemistry research*, vol. 46, pp. 3820-3840, 2007.
- [109] H. S. Dou and N. Phan-Thien, "The flow of an Oldroyd-B fluid past a cylinder in a channel: adaptive viscosity vorticity (DAVSS- ω) formulation," *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 87, pp. 47-73, 1999.
- [110] S. Champmartin, A. Ambari, and N. Roussel, "Flow around a confined rotating cylinder at small Reynolds number," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 19, p. 103101, 2007.
- [111] M. King, A. Gilboa, F. Meyer, and A. Silberberg, "On the Transport of Mucus and Its Rheologic Simulants in Ciliated Systems 1, 2," *American Review of Respiratory Disease*, vol. 110, pp. 740-745, 1974.
- [112] P. S. Pedersen, N. H. Holstein-Rathlou, P. L. Larsen, K. Qvortrup, and O. Frederiksen, "Fluid absorption related to ion transport in human airway epithelial spheroids," *American Journal of Physiology-Lung Cellular and Molecular Physiology*, vol. 277, pp. L1096-L1103, 1999.
- [113] A. Aleksandrov and M. Trakhtengerts, "Viscosity of water at temperatures of 20 to 150 C," *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, vol. 27, pp. 1235-1239, 1974.
- [114] V. Im Hof, P. Gehr, V. Gerber, M. Lee, and S. Schürch, "In vivo determination of surface tension in the horse trachea and in vitro model studies," *Respiration physiology*, vol. 109, pp. 81-93, 1997.
- [115] I. C. o. R. Protection and ICRP, *ICRP Publication 66: Human Respiratory Tract Model for Radiological Protection*: Elsevier Health Sciences, 1995.

Abstract

Air which passes from the airway into the lungs is often polluted with a variety of particles, fungi and bacteria that may become deposited in the airways. The airway surface liquid (ASL), is a thin layer of fluid covering the luminal surface that plays an important defensive role against foreign particles and chemicals entering the lung. Indeed, the ASL exhibits a two-layer structure. The upper layer consists of highly viscous and non-Newtonian mucus, which is a nonhomogeneous, viscoelastic fluid containing water, salt and glycosylated mucin proteins and the lower layer is a watery lubricating fluid, or ‘periciliary liquid’ (PCL). The cilia, which are hair-like structures, are embedded in PCL with only the tips of the cilia contacting mucus layer. In this study, two dimensional numerical model based on hybrid Finite difference-lattice Boltzmann method is used to study the muco-ciliary transport process. Immersed boundary method is used to study the propulsive effect of the cilia and also the effects of mucus–periciliary layer interface. The main contribution of this study is on elucidating the role of the viscoelastic behavior of mucus on the muco-ciliary transport and for this purpose an Oldroyd-B model is used as the constitutive equation of mucus for the first time. Numerical simulations have been performed to investigate the effects of mucus viscosity, viscosity ratio, relaxation time, depth of cilia, cilia beat frequency, depth of PCL and mucus and surface tension of the PCL-mucus interface on muco-ciliary transport process. For the standard parameters set, at the specific value of mucus viscosity, mucus viscosity ratio has a great effect on the mean mucus velocity. Enhancing cilia beat frequency is the second parameter that can increase mucus flow. Other parameters do not have a great effect on the mucus flow in this condition. The results also show that at the lower values of viscosity ratio, viscosity of mucus has a great effect on the muco-ciliary transport process and also mucus velocity is affected by mucus relaxation time when its value is less than 0.002 s. Results also indicate that the variation of these properties on the mucus velocity at lower values of viscosity ratio is more significant.

Key words: Muco-ciliary Transport, Hybrid Lattice Boltzmann-Finite Difference Method, Immersed Boundary Method, Mucus rheology Properties



Shahrood University of Technology
Faculty of Mechanical Engineering

**Numerical investigation the effect of rheologic properties on
Muco-ciliary transport**

Mohammad Hadi Sedaghat

Supervisor:

Dr. Mohammad Mohsen Shahmardan

Advisers:

Dr. Mahmood Norouzi
Dr. Mohsen Nazari

January, 2016