



# مطالعه تشکیل قطرات غیرنیوتنی در رژیم دریپینگ

امیر کمیلی بیرجندی

اساتيد راهنما :

دكتر محمدحسن كيهانى

دكتر محمود نوروزى

شهريور ۱۳۹۴

شماره:		
تاريخ:	باسمه تعالى	دانتگاه ثابرود
ويرايش:		ديريت تحصيلات تكميلى
		فرم شماره (۶)

### فرم صورت جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) نتیجه ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای ا<mark>میر کمیلی بیرجندی</mark> رشته مهندسی مکانیک گرایش **تبدیل انرژی** تحت عنوان **مطالعه تشکیل قطرات غیر نیوتنی در رژیم دریپینگ** 

که در تاریخ<u>۲۸ به ۲۸ میکما</u> با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

مردود 🗌	دفاع مجدد 🗌	ياز 19_) [	بول ( با درجه : <b>عالی</b> امت
	خوب ( ۱۸/۹۹ ـ ۱۸ )	۲_ بسیار	۱_ عالی (۲۰ _ ۱۹ )

٣\_ خوب (١٧/٩٩ \_١٤) ٢ ٤ = قابل قبول ( ١٥/٩٩ \_ ١٤ )

امضاء	مرتبة علمي	نام ونام خانوادگی	عضو هيأت داوران
TTI	استاد	۱ -دکتر محمد حسن کیهانی	۱_استادراهنما
10 t	استاديار	۲-دکتر محمود نوروزی	
VI	) -	-	۲_ استاد مشاور
	استاديلو	دکتر احمد مددی	۳_نماینده شورای تحصیلات تکمیلی
50	81		
(Xo	دانشيار	دکتر محسن نظری	۴_ استاد ممتحن
-	استاديار	دكتر پوريا اكبرزاده	۵ ـ استاد ممتحن

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

امضاء رئیس دانشکده: all

•••• لھارتکم ہے ••

يدر ومادرم پ

به پا*س محبت یکی کر*انشان بر پ

تشکر و قدردانی

نخستین سپاس و ستایش از آن خداوندی است که بنده کوچکش را در دریای بیکران اندیشه، قطرهای ساخت تا وسعت آن را از دریچه اندیشههای ناب آموزگارانی بزرگ به تماشا نشیند. لذا اکنون که در سایه سار بنده نوازیهایش پایان نامه حاضر به انجام رسیده است، بر خود لازم میدانم تا مراتب سپاس را از بزرگوارانی به جا آورم که اگر دست یاریگرشان نبود، هرگز این پایاننامه به انجام نمیرسید.

از جناب آقایان دکتر محمد حسن کیهانی و دکتر محمود نوروزی اساتید بزرگوارم، به پاس همراهی صمیمانه، نکتهسنجیهای علمی و از همه مهمتر، رفتار و برخورد نیکویشان و همچنین فراهم آوردن محیطی مناسب و آرام برای فعالیت کمال سپاس را دارم.

همچنین از آقایان دکتر محسن نظری و دکتر پوریا اکبرزاده که زحمت داوری این رساله را پذیرفتند صمیمانه تشکر میکنم.

سپاس آخر را به مهربان ترین همراهان زندگیم، به پدر، مادر و برادران عزیزم تقدیم می کنم که حضورشان در فضای زندگیم مصداق بیریای سخاوت بوده است.

# تعهد نامه

اینجانب **امیر کمیلی بیرجندی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک- گرایش تبدیل انرژی دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه با عنوان **مطالعه تشکیل قطرات غیرنیوتنی در رژیم دریپینگ** تحت راهنمائی **دکتر محمد** حسن کیهانی و دکتر محمود نوروزی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
  - در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایح اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده ( یا بافتهای آنها ) استفاده شده است ضوابط و اصول
   اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است
   اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

### تاريخ

### امضای دانشجو

### مالکیت نتای<del>ج</del> و حق نش*ر*

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است ) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
  - استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیدہ

تشکیل و جدایش قطره در حال سقوط درون سیالی دیگر از جمله موضوعات پیچیده و جذاب در علم دینامیک سیالات به شمار میرود. کاربردهای فراوان این پدیده در زمینههایی نظیر تولید دارو، پوششدهی سطوح، خنککاری، اتمی شدن و … توجه بسیاری از پژوهشگران را در جهت بهبود و افزایش بازده فرآیندهای صنعتی به خود جلب کرده است. در این راستا در تحقیق حاضر، نحوه تشکیل قطره ویسکوالاستیک به درون سیال هوا به روش عددی مطالعه شده است. در این مطالعه، از روش حجم سیال جهت تعیین سطح مشترک میان دو فاز و مدل غیرخطی گزیکس برای شبیهسازی استفاده شده است. معادلات حاکم بر مساله در یک محدوده محاسباتی متقارن محوری با استفاده از نرمافزار اپن فوم حل شدهاند و تأثیر اعداد بیبعدی همچون، عدد بوند (Bo)، عدد مویینگی (Ca)، نسبت لزجت (β)، ضریب تحرک (α) و عدد وایزنبرگ (Wi) بر تشکیل قطره ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. با مقایسه نتایج حاصل از حل عددی با دادههای آزمایشگاهی و عددی موجود، مشخص شده است که نتایج به دست آمده از دقت و صحت کافی برخوردار میباشند. در مراحل ابتدایی تشکیل قطره، مادامی که نیروهای ویسکوز ضعیف می باشند، دینامیک تشکیل قطره توسط تعادل بین نیروهای اینرسی و مویینگی کنترل می شود و نیروهای الاستیک تأثیری بر روند تشکیل قطره از خود نشان نمیدهند. این در حالی است که در مراحل نهایی از تشکیل قطره تغییرات ضریب تحرک، نسبت لزجت و عدد وایزنبرگ تأثیر بسزایی بر دینامیک تشکیل قطره دارند. تحقیقات صورت گرفته نشان میدهند که با افزایش اعداد بیبعد وایزنبرگ، ضریب تحرک و نسبت لزجت، باريک شدن فيلامان قطره سريعتر رخ داده، جدايش سريعتر صورت پذيرفته و طول جدايش قطره و حجم قطره اوليه نيز كاهش مييابد. همچنين بر اساس نتايج به دست آمده ميتوان بيان نمود كه تغييرات طول جدایش قطره با اعداد بیبعد بوند و مویینگی رابطه مستقیمی دارد ولیکن حجم قطره اولیه با اعداد بیبعد بوند و مویینگی رابطه معکوس دارد.

کلمات کلیدی: روش حجم سیال، طول جدایش قطره، قطره ویسکوالاستیک، مدل گزیکس، عدد بوند، عدد مویینگی، عدد وایزنبرگ، نسبت لزجت، ضریب تحرک، فیلامان قطره، قطره اولیه

## فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه
۲ – ۱ – مقدمه
۲–۱– رژیمهای تشکیل قطره۲
۵-۳-۱ مکانیزم تشکیل قطره نیوتنی در رژیم چکهکردن۵
۱–۴– رشد، تشکیل و جدایش قطره ۹
۱–۵– پژوهشهای اخیر
۱–۶– گزیده پژوهشها
۲۹۲۹ معرفی تحقیق حاضر
فصل دوم: روابط فیزیکی
۳۶
۲-۲- اعداد بیبعد
۲-۳- فرضیات فیزیکی
۲-۴- معادلات حاکم بر جریان
۲-۵- معادله ساختاری سیال ویسکوالاستیک
۲-۶- شرایط مرزی و شرایط اولیه
فصل سوم: روش عددی
۴۴
۳-۲- شبکهبندی دامنه محاسباتی
۳-۳- گسستهسازی معادلات حاکم
۳-۴- روشهای مدلسازی جریانهای دوفازی۴۷
۵۰-۵- روش حجم سیال
۳-۶- الگوريتم حل عددی

۵۸۴ – مقدمه
۴-۲- محدوده محاسباتی و شرایط مرزی
۴–۳- استقلال از شبکهبندی
۴-۴- بررسی توسعهیافتگی جریان سیال در نازل۴
۴–۵– اعتبار سنجی مدل مسأله
۴-۶- نتایج حاصل از مدلسازی تشکیل قطره ویسکوالاستیک
فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادات
۹۲۹۲ مقدمه
۵-۲- نتیجه گیری
۳-۵– پیشنهادات
پيوستھا
پيوست الف
پيوست ب

## فهرست جداول

جدول ۱–۱– مروری بر برخی از پژوهشهای پیشین۲۸
جدول ۱–۲– (ادامه) مروری بر برخی از پژوهشهای پیشین
جدول ۴-۱- مشخصات شبکههای محاسباتی
جدول ۴-۲- مقایسه طول بیبعد قطره بیبعد به ازای شبکههای مختلف
جدول ۴-۳- خواص فیزیکی و رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک۶۰
جدول ۴–۴– مقایسه نتایج مدلسازی با دادههای تجربی [۵۶] و دادههای عددی [۱۳]
جدول ۴–۵- اعداد بی بعد در نظر گرفته شده در شبیه سازی پارامتر ۵
جدول ۴-۶- اعداد بی بعد در نظر گرفته شده در شبیه سازی عدد Wi
جدول ۴-۷- تغییرات نسبت تنش با عدد Wi
مدول ۴-۸- اعداد بی بعد در نظر گرفته شده در شبیه سازی عدد $eta$
جدول ۴-۹- اعداد بی بعد در نظر گرفته شده در شبیه سازی عدد Bo
جدول ۴–۱۰- اعداد بیبعد در نظر گرفته شده در شبیهسازی عدد Ca

## فهرست اشكال

شکل ۱-۱- حالتهای مختلف قطره به هنگام خروج از نازل. a) چکه کردن، b) جت غیردائم و c) جت پیوسته [۱]۳
شکل ۱-۲- مشاهدات آزمایشگاهی تناوب دو گانه در رژیم جت غیر دائم [۲]
شکل ۱-۳- نمایش واژگونی فصل مشترک با گذشت زمان برای قطرهای از محلول ٪۵۰ گلیسیرین در آب [۱۳]۱۳
شکل ۱-۴- دنباله عکسهای (الف) محلول ٪۵۰ گلیسرول در آب و (ب) یک محلول پلی اتیلن اکسید در طی مراحل مختلف
رشد، طویل شدن و جدایش قطره (زمان برحسب میلی ثانیه است) [۷]
شکل ۱-۵- ضخامت کمینه گلویی hmin برای قطره آب خالص (لوزی) و قطره محلول پلیمری (دایره) [۲۱]
شکل ۱-۶- پدیده جدایی در سقوط قطرهای از یک محلول آبی معین [۲۲]
شکل ۱-۷- مقایسه مشاهدات آزمایشگاهی و پیش بینی شکل قطره با حل عددی (خطهای قرمز رنگ) [۲۶]
شکل ۱-۸- تغییرات کمینه ضخامت گلویی با زمان، تغییر شکل قطره و توزیع نرخ برش برای یک سیال بینگهام معین [۲۹]
۲۴
شکل ۱-۹- تصاویر تغییرشکل فیلامانهای ویسکوالاستیک به ازای غلظت بی بعد تقریباً یکسان و دو وزن مولکولی پلیمر [۳۴]
۲۶
شکل ۱–۱۰– شماتیکی از تشکیل قطره از انتهای نازل عمودی با دبی ثابت۳۰
شکل ۳-۱- دو روش کلی تعیین مرز مشترک [۵۲]، (الف) روش اویلری و (ب) روش لاگرانژی
شکل ۳-۲- نمونهای از توزیع تابع کسر حجمی در سطح مشترک بین دو سیال۵۱
شکل ۳-۳- تقریب مرز مشترک به روشهای PLIC و PLIC
شکل ۳-۴- شماتیک الگوریتم محاسبات عددی جهت مدلسازی فرآیند تشکیل قطره
شکل ۴-۱- نمایش محدودهی محاسباتی و شرایط مرزی در پژوهش حاضر (ابعاد به میلیمتر)۵۹
شکل ۴-۲- نمایش شبکه بندیهای مختلف محدوده محاسباتی،۶۱
شکل ۴–۳- بزرگنمایی شبکههای محاسباتی
شکل ۴-۴- بررسی تأثیر تعداد نقاط شبکهبندی بر تغییرات طول قطرهی ویسکوالاستیک در زمانهای مختلف

شکل ۴-۶- منحنی سرعت محوری بر حسب موقعیت در راستای نازل
شکل ۴-۷- منحنی مولفههای مختلف تنش بر حسب موقعیت در راستای نازل۶۴
شکل ۴–۸- مقایسه نتایج مطالعه حاضر (سطر پایین) و دادههای آزمایشگاهی [۳۴] (سطر بالایی) برای مخلوط ۵۰٪ آب و
گلیسرین. زمانهای اندازه گیری شده بر حسب میلی ثانیه از چپ به راست عبارت است از : ۱۰-، ۶- ، ۳- ، ۲-، ۱-، ۲، ۲.
ین زمان نسبت به زمان جدایش <i>td</i> بیان شده است ( <i>t-td</i> )
شکل ۴-۹- مقایسه نتایج مطالعه حاضر و دادههای حل عددی [۱۳] برای مخلوط ۸۵٪ آب و گلیسرین۶۷
شکل ۴-۱۰- نمایی از شبیهسازی انجام شده برای بررسی تأثیر ضریب تحرک۶۹
شکل ۴–۱۱- نمودار تغییرات طول قطره بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف α
شکل ۴–۱۳- نمودار تغییرات طول جدایش قطره بر حسب $lpha$
شکل ۴–۱۴– نمودار تغییرات مینیمم شعاع گلویی بیبعد بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف α
شکل ۴–۱۵- نمودار تغییرات حجم نهایی بیبعد قطره اولیه بر حسب $lpha$ بعد از جدایش
شکل ۴–۱۶- نمودار تغییرات طول قطره بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف Wi
شکل ۴–۱۷- نمودار تغییرات طول جدایش قطره بر حسب Wi
شکل ۴–۱۸- نمودار تغییرات مینیمم شعاع گلویی بیبعد بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف Wi
شکل ۴–۱۹– پروفیل سرعت محوری در فیلامان قطره ویسکوالاستیک بر روی محور تقارن به همراه پروفیل شکل قطره به ازای
عداد وایزنبرگ ۱۵/۶، ۳۱/۲۵ و ۶۲/۵ در ۰/۰۰۱ ثانیه پیش از جدایش
شکل ۴-۲۰- نمودار تغییرات حجم نهایی بیبعد قطره اولیه بر حسب Wi بعد از جدایش
۸۰ شکل ۴-۲۱- نمودار تغییرات طول قطره بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف $eta$
شکل ۴-۲۲- نمودار تغییرات طول جدایش قطره بر حسب β
شکل ۴-۲۳- نمودار تغییرات مینیمم شعاع گلویی بیبعد بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف β
شکل ۴-۲۴- نمودار تغییرات حجم نهایی بیبعد قطره اولیه بر حسب β بعد از جدایش
شکل ۴–۲۵- نمایی از شبیهسازیهای صورت گرفته برای بررسی عدد Bo

شکل ۴-۲۶- نمودار تغییرات طول قطره بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف عدد بیبعد Bo
شکل ۴-۲۷- نمودار تغییرات طول جدایش قطره بر حسب عدد بیبعد Bo
شکل ۴-۲۸- نمودار تغییرات مینیمم شعاع گلویی بیبعد بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف عدد بیبعد BoBo
شکل ۴-۲۹- نمودار تغییرات حجم نهایی بیبعد قطره اولیه بر حسب عدد بیبعد Bo بعد از جدایش
شکل ۴-۳۰- نمودار تغییرات طول قطره بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف عدد بیبعد Ca
شکل ۴–۳۱- نمودار تغییرات طول جدایش قطره بر حسب عدد بیبعد Ca
شکل ۴-۳۲- نمودار تغییرات مینیمم شعاع گلویی بیبعد بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف عدد بیبعد Ca ۹۰
شکل ۴–۳۳- نمودار تغییرات حجم نهایی بیبعد قطره بر حسب عدد بیبعد Ca بعد از جدایش۹۰
شکل ب-۱- منحنی تنش برشی بر حسب نرخ برش برای سیالات مستقل از زمان [۵۷]
شکل ب-۲- نمایش اثر حافظهدار بودن سیالات ویسکوالاستیک
شکل ب-۳- نمایش پدیده آماسیدگی جت سیال، برای سیال نیوتنی (سمت چپ) و سیال پلیمری (سمت راست)
شکل ب-۴- نمایش پدیدهی بالاروی از میله چرخان در سیال ویسکوالاستیک

Ca	عدد موئينگى
Ro	شعاع نازل
$U_0$	سرعت ورودی
$R_{min}$	کمینه شعاع
$\sigma$	كششسطحي
$\overrightarrow{g}$	شتاب گرانش
ρ	چگالی
L	طول قطره
Во	عدد بوند
$\eta_s$	لزجت بخش نيوتني قطره
$\eta_{_{p}}$	لزجت بخش پلیمری قطرہ
Wi	عدد وايزنبرگ
Wi D	عدد وایزنبرگ تانسور نرخ تغییر شکل
Wi <b>D</b> β	عدد وایزنبرگ تانسور نرخ تغییر شکل نسبت لزجت
Wi           D           β           α	عدد وایزنبرگ تانسور نرخ تغییر شکل نسبت لزجت ضریب تحرک
Wi           D           β           α           λ	عدد وایزنبرگ تانسور نرخ تغییر شکل نسبت لزجت ضریب تحرک ثابت زمانی رهایی از تنش
$\begin{array}{c} Wi \\ D \\ \beta \\ \hline \alpha \\ \lambda \\ Re \end{array}$	عدد وایزنبرگ تانسور نرخ تغییر شکل نسبت لزجت ضریب تحرک ثابت زمانی رهایی از تنش عدد رینولدز
$Wi$ $D$ $\beta$ $\alpha$ $\lambda$ Re $\dot{\gamma}$	عدد وایزنبرگ تانسور نرخ تغییر شکل نسبت لزجت ضریب تحرک ثابت زمانی رهایی از تنش عدد رینولدز نرخ برش جریان
WiD $\beta$ $\alpha$ $\lambda$ Re $\dot{\gamma}$ $\tau_s$	عدد وایزنبرگ تانسور نرخ تغییر شکل نسبت لزجت ضریب تحرک ثابت زمانی رهایی از تنش عدد رینولدز نرخ برش جریان تنش حلال نیوتنی
Wi $D$ $\beta$ $\alpha$ $\lambda$ Re $\dot{\gamma}$ $\tau_s$ $\tau_p$	عدد وایزنبرگ تانسور نرخ تغییر شکل نسبت لزجت ضریب تحرک ثابت زمانی رهایی از تنش عدد رینولدز نرخ برش جریان تنش حلال نیوتنی
Wi $D$ $\beta$ $\alpha$ $\lambda$ Re $\dot{\gamma}$ $\tau_s$ $\tau_p$ $t_d$	عدد وایزنبرگ تانسور نرخ تغییر شکل نسبت لزجت ضریب تحرک ثابت زمانی رهایی از تنش عدد رینولدز نرخ برش جریان تنش حلال نیوتنی تنش پلیمری زمان جدایش قطره

$\boldsymbol{\tau}_{xx} - \boldsymbol{\tau}_{yy}$	اختلاف تنش نرمال اول
$ au_{xy}$	تنش برشی
$L_d$	طول جدایش قطرہ
γ	کسر حجمی
d	اپراتور مشتق همرفتی
Ι	ماتریس یکه قطری
$\vec{u}$	بردار سرعت
k	ضريب تناسب
G	مدول الاستيك
$P_s$	افزایش فشار ناشی از کشش سطحی
K	انحنای محلی سطح آزاد
Р	فشار
$P_{v}$	فشار بخار

# فصل اول مقدمه

### ۱–۱– مقدمه

نقش سیالات در پدیدههای طبیعی زندگی روزمره و به عنوان عاملی تأثیرگذار در کاربردهای صنعتی بر کسی پوشیده نیست. بهرهوری از خواص سیالات در زمینههای گوناگون موجب شده است تلاش-های فراوانی برای شناخت ویژگیهای این مواد صورت گیرد. در این میان جریان سیالات غیر نیوتنی در علم مکانیک سیالات از اهمیتی ویژه برخوردار گردیده است. کاربردهای فراوان سیالات ویسکوالاستیک در فناوری صنعت و نمونههایی عینی در پیرامون ما نشان دهنده لزوم توجه به این پدیده در پیشبرد دانش سیالات است. جریان سیال انواع متفاوتی دارد که پدیدهی تشکیل قطره از انتهای نازل مثالی آشنا از آنها میباشد.

در این فصل مروری بر تحقیقات گذشته در خصوص رشد، تشکیل و جدایش قطره صورت می گیرد. به این ترتیب ضمن بیان رژیمهای تشکیل قطره، مکانیزم تشکیل قطره و تاریخچه مربوط به تحقیقات پیشین، اهمیت تحقیق در این زمینه بیان خواهد شد. در ادامه، تحقیق حاضر معرفی شده و به بیان مشخصات کلی، اهداف، موارد نوآوری و کاربردهای این پدیده پرداخته خواهد شد. در پایان مروری اجمالی بر ساختار کلی تحقیق حاضر صورت می گیرد.

## ۱–۲– رژیمهای تشکیل قطره

به طور کلی سه رژیم جریان در تشکیل قطره وجود دارد که عمدتاً با موقعیت جدا شدن قطره، حالت تناوبی تشکیل قطره و اندازه قطره تعیین میشوند. نمایی از سه رژیم چکهکردن، جت غیردائم و جت پیوسته در شکل ۱-۱ آمده است.



شکل ۱-۱- حالتهای مختلف قطره به هنگام خروج از نازل. ۵) چکه کردن، d) جت غیردائم و c) جت پیوسته [۱] در نخستین رژیم از تشکیل قطره (چکه کردن)، قطره از طریق تزریق تدریجی سیال بواسطهی نازل، تشکیل شده و در معرض نیروهای کشش سطحی، گرانش، مویینگی و اینرسی در یک حالت شبه تعادلی میباشد. در یک زمان خاص، این تعادل از بین میرود و قطره ها شروع به شتاب گرفتن و جدا شدن می کنند. در این حالت، تشکیلِ گلویی و لیگامنت<sup>1</sup> را نیز شاهد خواهیم بود. هنگامیکه قطرهی اصلی از نازل جدا میشود، طولِ گلویی در حالی که عرض آن کاهش می یابد، افزایش خواهد یافت و پس از جدا شدنِ قطرهی اصلی، لیگامنت سیال با بازگشت به حالت اولیه به سمت بالاحرکت خواهد پس از جدا شدنِ قطرهی اصلی، لیگامنت سیال با بازگشت به حالت اولیه به سمت بالاحرکت خواهد وجود در اعداد وبر کوچک یا در سرعتهای پایین، گلویی بسیار نازک شده و به قطرههای ریزی؛ که قطرههای پیرو<sup>۲</sup> نامیده میشوند، تجزیه می گردد. قطرههای پیرو از افزایش ناپایداریها در گلویی به وجود می آیند. در واقع بعد از جدا شدنِ قطرهی اصلی، امواجی در سطح لیگامنت ایجاد شده و دامنهی آنها افزایش می بابد و منجر به ناپایداری می شوند. این پدیده که به تشکیل قطرههای پیرو کمک می-

<sup>1-</sup> Ligament

<sup>2-</sup> Satellite drops

<sup>3-</sup> Plateau Rayleigh instability

در رژیم چکه کردن، تشکیل قطرههای پیرو بعد از جدا شدنِ قطرهی اولیه همیشه مشاهده نمی شود. تشکیل قطرههای پیرو در این رژیم رابطهی نزدیکی با سرعت سیال ورودی دارد. با افزایش سرعت ورودی تزریق، سیال بیشتری وارد ستون مایع (که جرم معلق را به بخش اصلی متصل می سازد) می-شود و در نتیجه گلویی ضخیم تر شده و به قطرههای پیرو تجزیه نمی شود.

از آنجایی که سرعت سیال ورودی در رژیم چکه کردن در مقایسه با سایر رژیمهای تشکیل قطره بسیار کمتر است، سیال لبههای نازل را نیز خیس می کند و قطرههای با حجم بزرگتری را تشکیل میدهد. از اینرو میتوان نتیجه گرفت که قطر خارجی نازل به عنوان یک پارامتر هندسی موثر بر مسأله میباشد.

در رژیم دوم از تشکیل قطره، سرعت جریان ورودی اندکی بیشتر است و با تشکیل قطرههای بزرگتر که به دنبال آن قطرههای کوچکتری تشکیل میشود همراه است. شکل ۱–۲ تشکیل قطرههایی با اندازههای مختلف را به خوبی نشان میدهد. به طور کلی، این رژیم از جریان حالت گذاری بین رژیم چکه کردن و جت پیوسته بوده و دارای شاخههای تناوبی چندگانه<sup>۲</sup> است. به بیان دیگر ممکن است این رژیم برای تشکیل قطره، دو، سه یا تعداد بیشتری دوره تناوب داشته باشد. در این رژیم قطرههای متوالی سایزهای متفاوتی دارند و بسته به تعداد تناوبها یک الگوی تکراری در سایز قطرهها مشاهده و سوم هماندازه و قطرههای دوم و چهارم یکسان خواهند بود. همچنین نقطهی جدایش قطرههای اول قطره به قطرهی دیگر تغییر میکند ولیکن موقعیت آن همیشه نزدیک به نوک سوزن باقی میماند. این رژیم از جریان دارای دوره تناوب زمانی نبوده و قطرهها در بازههای زمانی منظم جدا نمیشوند.

<sup>1-</sup> Liquid bridge

<sup>2-</sup> Multiple periodic bifurcations

شکل ۱-۲- مشاهدات آزمایشگاهی تناوب دو گانه در رژیم جت غیر دائم [۲] آخرین رژیم از تشکیل قطره، رژیم جت سیال است. سرعت تزریق سیال در این رژیم از سایر رژیمهای جریان بیشتر است. اندازه قطرهها در این رژیم رابطهای نزدیکی با سرعت تزریق دارد. موقعیت نقطهای که جدایش در آن رُخ میدهد تا زمانی که قطرهها از انتهای جت پیوستهی بلند از سیال تشکیل شوند، تغییر میکند. مکانیزم تشکیل قطره در این رژیم از جریان بسیار پیچیده بوده و مورد بحث در این تحقیق نمیباشد.

### **۱–۳– مکانیزم تشکیل قطره نیوتنی در رژیم چکهکردن**

تشکیل قطره در رژیم چکه کردن از سرعت پایینی برخوردار است. در این حالت نقطهی جدایش بسیار به خروجی نازل نزدیک بوده و قطرهها در بازههای زمانی منظم و ثابتی تشکیل میشوند. حجم قطرها در این رژیم از جریان تغییری نمی کند و قطرهها از ظاهری خوش تعریف و کروی برخوردار هستند.

در نازلهایی با سطح خروجی تخت، قطر خروجی نازل در دبیهای پایین، تَر میشود و مایع به لبههای نازل میرسد. در نتیجه، قطر سیال خروجی از نازل، با قطر خارجی نازل برابر خواهد شد. با خارج شدن سیال از نازل نیروی کشش سطحی تمایل به کاهش سطح دارد و مایع خروجی شکلی کروی به خود می گیرد. در واقع نیروی کشش سطحی، نیروی جاذبهای است که بین مولکولهای هم-نوع شکل می گیرد و از نیروهای مولکولی نامتعادل بر روی سطح مایع به وجود می آید. با ادامه جریان سیال به داخل قطره، حجم قطره افزایش مییابد و شکل آن از حالت کروی به گلابی مانند تغییر خواهد کرد. در چنین حالتی قطر قطره افزایش مییابد و از قطر خروجی نازل بزرگ تر میشود. در حالی که نیروی اینرسی، قطره را به بیرون از نازل هُل میدهد، نیروی گرانش تمایل به کشیدن قطره در راستای محور تقارن به سمت پایین را دارد. مادامی که نیروهای اینرسی، کشش سطحی و گرانش در تعادلاند، قطره در حالی که به نازل متصل است همچنان رشد میکند. زمانی که حجم قطره به یک مقدار بحرانی و معینی برسد، این تعادل دیگر نمیتواند حفظ شود و زمانی که حجم قطره به یک مقدار بحرانی و معینی برسد، این تعادل دیگر نمیتواند حفظ شود و نیروهای گرانش و اینرسی شتابی رو به پایین را به وجود میآورند. در چنین وضعیتی نیروی کشش سطحی به مقابله با نیروهای گرانش و اینرسی میپردازد و قطرهی اولیه را شکل میدهد. با از بین رفتن تعادل، ناحیه با سطح مقطع کوچکتر، بین قطره اولیه و نازل، آسیبپذیر میگردد. از آنجایی که قطرهی اولیه وزن بیشتری دارد، موجب کشش در بخش میانی و افزایش فشار در این ناحیه میشود. با افزایش سرعت حرکت قطره به سمت پایین، قطر ناحیهی میانی کاهش یافته و این کاهش تا زمانی که ایگامنت طویل و لاغری را تشکیل دهد ادامه مییابد. این مرحله از تشکیل قطره، گلویی شدن<sup>۱</sup> نام دارد.

به طور کلی با شروع گلویی شدن، در سیال خروجی از نازل سه بخش متمایز مشاهده می شود. بخش اول جرمی از مایع که هنوز هم به نازل متصل است، بخش دوم لیگامنتی از سیال و آخری قطرهای تقریباً شکل گرفته است. با ادامه گلویی شدن فشار در ناحیه میانی افزایش می یابد و از فشار در سایر قسمتها بیشتر می شود. بنابراین در جایی که شعاع کم ترین مقدار خود را داراست، بیشینه فشار را خواهیم داشت. از آنجایی که شعاع با انحنا نسبت عکس دارد، هر چه شعاع کم تر باشد، انحنا بیشتر است و انحنای بیشتر، فشار بیشتری را تولید می کند. معادله ی یانگ لاپلاس رابطه ی بین فشار و انحنای محلی را به خوبی بیان می کند.

1- Necking

$$P_S \equiv P - P_V = \sigma K \tag{1-1}$$

در رابطه بالا  $P_S$  افزایش فشار ناشی از کشش سطحی در سطح،  $P_{V}$  فشار بخار،  $\sigma$  ضریب کشش سطحی سیال و K انحنای محلی سطح آزاد است.

با توجه به اینکه جدایش قطره کمی بعد از شروع گلویی شدن رخ میدهد، گلویی شدن به یکباره آغاز شده و مایعی وارد لیگامنت نمیشود. در چنین حالتی، نه تنها مایعی وارد گلویی نمیشود بلکه گرادیان بالای فشار در این ناحیه سعی در فشرده کردن مایع و خروج آن از ناحیه گلویی را دارد. سرعت و فشار در این مرحله بیشینه مقدار خود را دارند. در نهایت شعاع به کمترین مقدار ممکن رسیده و جدایش رخ میدهد و قطره اولیه از باقیماندهی سیال خروجی از نازل، جدا می شود. قطرهی اولیه در جایی که از گلویی جدا می شود از سطحی کاملاً صاف برخوردار است. این سطح صاف حاکی از آن است که نیروی اینرسی بر سایر نیروهای وارد بر قطره غالب می شود. لحظهای بعد، شکل قطره در اثر نیروی کشش سطحی به حالت کروی بر می گردد و قطره در اثر نیروی گرانش سقوط می کند. بعد از جدا شدن قطرهی اولیه، باقیماندهی مایع در اثر نیروی کشش سطحی که همواره تمایل به كاهش سطح دارد، به حالت اول بازمي گردد. از اينرو، نوك ليگامنت از جايي كه جدايش رّخ مي دهد، گرد شده و به سمت بالا شروع به حرکت میکند. در حقیقت پس از جدایش، عدم تعادل در نیروها در این بخش، سبب شتابی رو به بالا میشود. بسته به شرایط خاصی، رشتهی باریک سیال میتواند از بخشی از سیال که به نازل متصل است جدا شده و قطرههای ریزی به نام قطرههای پیرو را تشکیل دهد. در چنین وضعیتی دو حالت ممکن است رَخ دهد. حالت اول تشکیل قطره بدون قطرههای پیرو و دیگری تشکیل قطره به همراه قطرههای پیرو میباشد. یکی از پارامتر اصلی و مهمی که در تشکیل قطرههای پیرو نقش بسزایی ایفا می کند عدد بی بعد وبر ان مام دارد. این عدد بیانگر اهمیت نسبی نيروي اينرسي به كشش سطحي بوده و در واقع به جاي پارامتر سرعت به كار ميرود. دليل اين امر

آن است که مفهوم کم یا زیاد بودن سرعت یک مفهوم نسبی است و بسته به قطر نازل، یک سرعت معین، ممکن است کم یا زیاد به شمار آید.

در رژیم چکه کردن و در اعداد وبر پایین، شاهد تشکیل قطرههای پیرو پس از جدایش قطره اولیه خواهیم بود. در برخی موارد فیلمان سیال که در طی گلویی شدن بسیار باریک و نازک شده است پس از جدا شدنِ قطرهی اصلی، آشفتگیهایی بر روی سطح آن به وجود میآید. چنانچه آشفتگیهای ایجاد شده بر روی سطح لیگامنت ناپایدار شوند، سبب تجزیهی رشتهی سیال به یک یا چندین قطرهی پیرو میشوند. برخلاف جدایشِ قطرهی اولیه، که در اثر از بین رفتن تعادل نیروها رُخ میداد، جدایش لیگامنت از سیستم اصلی، از آشفتگیهای ایجاد شده از اولین شکست ناشی میشود. هندرسان و همکارانش [۳] سیر تکامل لیگامنتهای سیال را مورد مطالعه قرار دادند و نشان دادند که فروپاشی آنها در اثر رشد ناپایداریها رخ میدهد.

قطرههای پیرو بسته به اندازهای که دارند تحت تأثیر نیروی کشش سطحی و گرانش ممکن است شروع به حرکت به سمت بالا یا پایین کنند. حجم قطرههای پیرو تعیین میکنند که کدام نیرو اثر بیشتری دارد. در صورتی که قطرهی پیرو حجمی نسبتاً کوچک داشته باشد، نیروی کشش سطحی پیروز میشود و قطرهی پیرو به سمت بالاحرکت خواهد کرد و با بخشی از مایع که به نازل متصل است، ادغام می گردد. همچنین اگر قطرهی پیرو از حجم زیادی برخوردار باشد، نیروی گرانش غالب گشته و قطرهی پیرو به دنبال قطرهی اصلی به سمت پایین در جهت شتاب گرانش حرکت خواهد کرد.

در رژیم چکه کردن چنانچه عدد وبر افزایش یابد، قطرههای پیرو تشکیل نمی شوند. در حقیقت با افزایش سرعت تزریق، سیال بیشتری در لیگامنت جریان یافته و نوک لیگامنت ضخیم تر شده و دیگر شاهد جدایش در اثر ناپایداریها نخواهیم بود.

## ۱-۴- رشد، تشکیل و جدایش قطره

### ۱-۴-۱ سیالات نیوتنی

مطابق پژوهشهای پیشین درباره سیالات نیوتنی، دینامیک جدایش قطره به خواص غیرخطی معادلات حرکت مربوط میشود [۴]. سطح آزاد یک سیال معین با نزدیک شدن به نقطه جدایی<sup>۲</sup> همواره شکلی تقریباً یکسان دارد که به کلی از شرایط اولیه مانند شعاع نازل مستقل است [۴–۶]. با شتاب گیری جریان در نزدیکی نقطه جدایش<sup>۳</sup>، تنها بخشی از سیال که در داخل ناحیه جدایی یا نزدیک به آن قرار دارد قادر به ادامه حرکت است و بنابراین، جدایش پدیدهای موضعی در زمان و مکان است و این تکینی<sup>4</sup> مستقل است [۴].

شی<sup>۵</sup> و همکاران [۵] با کمک آزمایش و شبیهسازی رایانهای نشان دادهاند که شکل قطره بهشدت به لزجت سیال وابسته است. همچنین، رخداد پیاپی گلویی شدن در پژوهش این محققان مشاهده شدهاست. جدا شدن قطرات ریز از جت مایع، موضوع آزمایشهای کوالوفسکی<sup>۶</sup> [۶] بودهاست. او با در نظر گرفتن لزجت سیال و قطر جت، شکل گلویی مایعی را که قطره را به حجم اصلی سیال متصل میکند مطالعه کردهاست. با افزایش لزجت، گلویی به سرعت طویل میشود و رشتهای بلند تشکیل میدهد که قطر نهایی آن قبل از گسیختگی<sup>۷</sup> حدود μ ۱ است. کوالوفسکی [۶] همچنین جدایش این رشته ظریف را در یک یا چند نقطه مشاهده کردهاست که به ایجاد قطرات ریز پیرو<sup>۸</sup> میانجامد.

در مقاله مروری اِگرز<sup>۹</sup> [۴]، دینامیک غیرخطی و جدایش جریانهای سطح آزاد مورد بحث قرار گرفتهاست. در این مقاله مفصل به آزمایشهای جت، چکه کردن و ستون مایع و شبیهسازیهای

- 2- Pinch point
- 3- Break-up
- 4- Singularity
- 5- Shi
- 6- Kowalewski
- 7- Rupture
- 8- Micro-satellites
- 9- Eggers

<sup>1-</sup> Newtonian fluids

ناویراستوکس<sup>۱</sup>، جریان استوکس و جریان غیرچرخشی غیرلزج اشاره شده است. برای رژیمهای جریان سیالات نیوتنی، حلهای تشابهی بهخوبی فرایند تشکیل قطره را در هنگام نزدیک شدن سیال به ناحیه جدایی نشان میدهند [۷]. در این زمینه، حل تشابهی معادلات ناویر-استوکس برای حرکت سیالات غیرلزج (عدد رینولدز<sup>۲</sup> بینهایت) [۸ و ۹]، سیالات با لزجت کم (عدد رینولدز متناهی) [۱۰] و با لزجت زیاد (عدد رینولدز صفر) [۱۱] موجود است.

در سیالات نیوتنی، ممکن است دینامیک تشکیل قطره از چند رژیم عبور کند: وابسته به لزجت سیال، دینامیک میتواند در آغاز در یکی از دو رژیم «رشته ویسکوز» (با غلبه لزجت) یا «جریان پتانسیل» (با غلبه اینرسی) باشد. اما با نزدیک شدن جدایش، باید هم اینرسی و هم لزجت را در نظر گرفت. این، رژیم «اینرسی-ویسکوز<sup>۳</sup>» است که در آن، دینامیک با تعادل میان مقاومت مویینگی، اینرسی و ویسکوز سیال توصیف میشود. به علاوه، رژیم چهارمی نیز نزدیک به جدایش پیشنهاد شده-گرفته شود [۷].

یلدیریم و باساران [۱۲] برای یک سیال نیوتنی با لزجت کم، گذار از جریان متقارن (رژیم جریان پتانسیل) را به جریان نامتقارن اینرسی-ویسکوز پیشبینی کردهاند. مطابق این پیشبینی که با روش عددی صورت گرفتهاست کمینه شعاع فیلامان در رژیم جریان پتانسیل، با زمان باقیمانده تا جدایش به توان دوسوم متناسب است و در رژیم اینرسی-ویسکوز، با نزدیک شدن زمان باقیمانده تا جدایش به صفر، کمینه شعاع فیلامان با این زمان متناسب است. این دو محقق برای سیالات نیوتنی با لزجت زیاد، تناسب کمینه شعاع فیلامان را با زمان باقیمانده تا جدایش، تا زمانهای با زمان باقیمانده تا جدایش پیشبینی کردهاند که هر دو رژیم جریان رشته ویسکوز و اینرسی-ویسکوز را در بر می گیرد [۱۲].

1- Navier-Stokes

<sup>2-</sup> Reynolds number

<sup>3-</sup> Inertial-viscous regime

برای حالت رشته ویسکوز، میتوان تغییر کمینه شعاع را در سیال گلویی چنین نوشت:

$$R_{\min} = \kappa \frac{\sigma}{\eta_s} \tau \tag{(Y-1)}$$

در معادله (۲–۱)،  $\sigma$ ،  $\tau$ ،  $R_{\min}$  و  $\sigma$ ،  $\tau$ ،  $R_{\min}$  بهترتیب، کمینه شعاع، زمان باقیمانده تا جدایش و کشش سطحی و لزجت سیال هستند. هنگامی که بتوان از آثار اینرسی چشمپوشی کرد مقدار ضریب تناسب K برابر با ۲۰۷۹، تعیین شدهاست [۱۱]. چنانچه نتوان از آثار اینرسی صرفنظر کرد؛ مثلاً وقتی که فرایند گلویی شدن به سرعت به جدایش میانجامد  $K = \gamma_{1}$ ۰۳۰۴ پیشبینی شدهاست [۷].

شکل دقیق قطره در نزدیکی نازل پیش از ناحیه جدایی وابستگی شدیدی به ویسکوریته سیال دارد. همه سیالات با لزجت کم مثل آب، نوکی مخروطی دارند که به یک پیشانی تیز در محل جدایی چسبیدهاست حال آن که بهازای لزجتهای زیاد (تقریباً بیش از ۸۰ برابر لزجت آب) رشتههایی بلند و باریک با اتصالی عریضتر و صافتر ایجاد میشوند. تشکیل این رشتههای استوانهای ویژگی مراحل پایانی رشد فیلامان قبل از آغاز جدایی است و معادلات روانسازی به خوبی این پدیده را توصیف می-کنند [۴ و ۷].

در فرایند تشکیل و جدایش قطره، اندازه نسبی نیروهای گرانش، اینرسی، مویینگی و لزج بهشدت با خواص سیال، متغیر است. اغلب چندین عبارت ریاضی برای مقایسه اندازه این نیروهای متضاد به کار میرود. عدد بوند<sup>۱</sup> نسبت آثار گرانشی به آثار مویینگی را مشخص می کند و تنها در مراحل ابتدایی تشکیل قطره اهمیت دارد. عدد رینولدز تعادل میان نیروهای اینرسی و ویسکوز را نشان می دهد. برای مطالعات جدایش جت و تشکیل قطره یک عدد رینولدز ذاتی ارائه شدهاست که برابر با نسبت زمان مویینگی<sup>۲</sup> به زمان انتقال مومنتم در داخل سیستم است. آخرین عبارت، زمان مویینگی است که اهمیت نسبی نیروهای ویسکوز و مویینگی را نشان می دهد. انتخاب این سه عبارت به گونهای است که

1- Bond number

<sup>2-</sup> Capillary time

تنها خواص ذاتی سیالات و یک مقیاس طولی فیزیکی در نظر گرفته شود؛ این انتخاب بهطور کامل از نوع فرایند جدایش و در نتیجه، از سرعت آن مستقل است. از اینرو، مقیاس سرعت خارجی در هنگام نزدیک شدن به جدایش تأثیری ندارد چراکه سیال، دینامیک این فرایند را تعیین میکند [۷].

ویلکز<sup>۱</sup> و همکاران [۱۳] برای یک سیال نیوتنی، دینامیک تشکیل قطره را از لوله مویین به داخل فاز گازی محیط تحلیل کردهاند. در این مطالعه سیستم کامل غیرخطی و گذرای ناویر –استوکس با شرایط مرزی و اولیه مناسب در دو بعد حل شدهاست تا دینامیک آن بهازای اعداد رینولدز متناهی تحلیل شود. محاسبات موفق این پژوهش بر اساس یک الگوریتم اجزاء محدود صورت گرفتهاست که دارای یک شبکهبندی چندناحیهای هماهنگ و متغیر با شکل قطره است. با کمک الگوریتم ارائهشده، ویژگیهای بارز پدیده مانند طول حدی<sup>۲</sup> قطره در هنگام جدایش و حجم قطره اولیه قابل مطالعه است. این تحقیق نشان دادهاست که فصل مشترک قطره «ویسکوز» میتواند پیش از جدایش دچار واژگونی<sup>۳</sup> شود (شکل ۱–۳) [۱۳].

محلول گلیسیرین در آب با غلظتهای مختلف در پژوهش ویلکز و همکاران [۱۳] در نظر گرفته شدهاست و بهازای غلظتهای کمتر از ٪۲۰، واژگونی سطح قطره ویسکوز ملاحظه شدهاست. همچنین با افزایش غلظت گلیسیرین، طول رشته سیال به میزان قابل توجهی افزایش و شعاع متوسط رشته در سراسر طول آن کاهش یافته است [۱۳].

<sup>1-</sup> Wilkes

<sup>2-</sup> Limiting length

<sup>3-</sup> Overturning



شکل ۱-۳- نمایش واژگونی فصل مشترک با گذشت زمان برای قطرمای از محلول ٪۵۰ گلیسیرین در آب [۱۳]

۱-۴-۲ سیالات غیرنیوتنی

افزودن مقدار بسیار کمی پلیمر با وزن مولکولی زیاد به یک حلال نیوتنی میتواند بر رفتار جریان سیال تأثیری قابلملاحظه بگذارد. پلیمری با این ویژگی، یک رفتار غیرخطی ذاتی در سیستم -که پیشتر خطی بودهاست- ایجاد میکند [۴]. مدلهای یک بعدی متعددی برای مطالعه آثار ویسکوالاستیک افزودن پلیمر بر تشکیل قطره، جتها و ستونهای مایع ارائه شدهاند اما تحلیل این مسائل که به شدت غیرخطی هستند با کمک آنها دشوار است. یلدیریم و باساران [۱۲] بدون در نظر گرفتن آثار الاستیک، مدلهای یک بعدی و دوبعدی سیالات نیوتنی و رقیق شونده با برش<sup>۲</sup> را مقایسه کردهاند.

<sup>1-</sup> Non-Newtonian fluids

<sup>2-</sup> Shear-thinning

در فرایند جدایش قطره، مهمترین نتیجه افزودن پلیمر به حلالهای نیوتنی با لزجت کم، ایجاد پایداری در دینامیک جریان است [۱۲ و ۱۴–۱۶]. بدین ترتیب، معمولاً در هنگام تشکیل فیلامان اولیه و نیز در نزدیکی و در داخل ناحیه جدایی، زنجیرههای پلیمری تحت اثر جریانهای کشسانی کشیده میشوند و در نتیجه، تنش ویسکوز افزایش قابلتوجهی دارد که منجر به بیشتر شدن پایداری فیلامان میشود [۷].

مون<sup>۱</sup> و همکاران [۱۴] برای تعدادی محلول رقیق و نیمهرقیق پلیاتیلن اکسید<sup>۲</sup>، جدایش جتهای ویسکوالاستیک را مطالعه کردهاند. ترکیب حلال تغییر داده شدهاست تا برای همه سیالات، لزجت و کشش سطحی تقریباً ثابت بماند و لزجت کشسانی ظاهری<sup>۲</sup> با بیشتر شدن وزن مولکولی افزایش یافتهاست. نتایج این پژوهش نشان دادهاست که برای سیالات با لزجت کشسانی ظاهری کم، طول جدایش قطره در جتهای آهسته<sup>۴</sup> مشابه مقدار متناظر با آن در سیال نیوتنی با همان لزجت و کشش سطحی است. بهازای سرعتهای بیشتر، طول جدایش قطره در مقایسه با سیال نیوتنی کاهش یافتهاست. برای سیالات با لزجت کشسانی زیاد، طول جدایش قطره با افزایش وزن مولکولی بیشتر شدهاست (۱۴].

غلیظ شوندگی کشسانی<sup>۵</sup> یا کرنش سختی محلول های پلیمری موجب می شود ساختار «مهرههای هم رشته<sup>ع</sup>» در جتهای پلیمری شکل گیرد. وزن مولکولی پلیمر و غلظت آن هر دو بر دینامیک جدایش تأثیر گذار هستند و محلول هایی که لزجت کشسانی و زمان رهایی از تنش<sup>۷</sup> بیشتری دارند در به تأخیر انداختن جدایش مؤثر ترند [۷].

5- Extensional thickening

<sup>1-</sup> Mun

<sup>2-</sup> Poly(ethylene oxide)

<sup>3-</sup> Apparent extensional viscosity

<sup>4-</sup> Low-velocity

<sup>6-</sup> Beads-on-a-string

<sup>7-</sup> Relaxation time

اِنتف<sup>۱</sup> و هینچ<sup>۲</sup> [۱۷] برای سیالات الاستیک با لزجت ثابت و زیاد، توصیفی کلی از مراحل کاهش شعاع فیلامان در ستون مایع ارائه کردهاند. این کاهش شعاع در آزمایشهای جدایش مویین نیز مشاهده شدهاست [۱۷ و ۱۸]. میتوان دینامیک جدایش فیلامان را به سه مرحله مجزا تقسیم کرد: در آغاز، تنشهایی ویسکوز که منشأ آنها حلال نیوتنی است غالب هستند؛ در مرحله دوم، تنشهایی الاستیک حاکم اند که از کشش پیچههای پلیمری موجود در محلول نشأت میگیرند و در مرحله آخر، فرض میشود که کشش رشتههای پلیمری و تنشهای کشسانی بیشینه شوند؛ از اینرو میتوان سیال را نیوتنی و با لزجت بیشتر در نظر گرفت و دوباره تنشهای ویسکوز غالب هستند [۷]. در ناحیه تنش الاستیک، شعاع فیلامان با افزایش زمان، به طور نمایی کاهش مییابد و با زمان رهایی محلول از تنش رابطه معکوس دارد [۱۸]:

$$R_{\min} = \left(\frac{GR_0^4}{\sigma}\right)^{\frac{1}{3}} \exp\left(\frac{-t}{3\lambda_c}\right) \tag{(7-1)}$$

در معادله (۲-۲)،  $\lambda_c$  زمان مشخصه رهایی از تنش سیال است، G مدول الاستیک است و  $R_0$  شعاع فیلامان پس از جدا شدن صفحات انتهایی در آزمایشهای جدایش مویین است.

برای چندین محلول پلیمری رقیق، حاوی حلالهایی نیوتنی با لزجتهای کم و زیاد، مطالعاتی آزمایشگاهی و تحلیلی درباره تشکیل قطره و کشیده شدن فیلامانی که پس از آن شکل می گیرد صورت گرفتهاست [۱۹ و ۲۰]. جونز<sup>۳</sup> و ریس<sup>۴</sup> [۱۹] تعادل نیروهای محوری را که شامل آثار گرانش، کشش سطحی، تنش سیال و اینرسی در داخل فیلامان در حال رشد سیال است توصیف کردهاند.

کوپروایت<sup>۵</sup> و همکاران [۷] با به کار گیری مجموعهای از سیالات الاستیک ایده آل با لزجت کم و یک محلول نیوتنی معادل -تشکیل شده از آب و گلیسرول- دینامیک تشکیل قطره را تحت اثر گرانش به

<sup>1-</sup> Entov

<sup>2-</sup> Hinch

<sup>3-</sup> Jones

<sup>4-</sup> Rees

<sup>5-</sup> Cooper-White

عنوان تابعی از الاستیسیته مطالعه کردهاند. در پژوهش یادشده همه محلولها لزجت برشی، کشش سطحی تعادلی و چگالی یکسانی داشتهاند اما الاستیسیته آنها اختلاف بسیار زیادی داشتهاست. کمینه شعاع قطره در مراحل ابتدایی تشکیل قطره (گلویی شدن) مطابق نظریه جریان پتانسیل تغییر کردهاست و مستقل از الاستیسیته محلولها بودهاست. بنابراین، در این مرحله از تشکیل قطره که کردهاست و مستقل از الاستیسیته محلولها بودهاست. بنابراین، در این مرحله از تشکیل قطره که کردهاست و مستقل از الاستیسیته محلولها بودهاست. بنابراین، در این مرحله از تشکیل قطره که کردهاست و مستقل از الاستیسیته محلولها بودهاست. بنابراین، در این مرحله از تشکیل قطره که نیروی ویسکوز همچنان ضعیف است تعادل میان نیروهای اینرسی و مویینگی دینامیک را کنترل می-کند و سهمی از تنشهای الاستیک پلیمر وجود ندارد. اما با تشکیل ناحیههای جدایی، رشد قطره تا جدایش در محلولهای مختلف تفاوت زیادی داشتهاست. زمان و طول جدایش قطره با افزایش جدایش در محلولها بیشتر شدهاست اما طول فیلامان در همه محلولهای پلیمری آزمایش شده –با الاستیسیته محلولها بیشتر شدهاست اما طول فیلامان در همه محلولهای پلیمری آزمایش شده –با در خارش در الاستیسیته محلولهای پلیمری آزمایش شده با وجود اختلاف در الاستیسیته با شکل و فرم یکسانی تغییر کردهاست. این عدم همبستگی بین نرخ رشد فیلامان و زمان جدایش (یا بهطور معادل، طول نهایی فیلامان در هنگام جدایش) توجیه شده –

نسخه اصلاحشده موازنه نیرویی که جونز و ریس [۱۹] ارائه کردهاند قادر است در غیاب هر گونه اثر الاستیک ناشی از کشش پلیمر در داخل فیلامان طویل شونده، رشد فیلامان این سیالات الاستیک با لزجت کم را به درستی پیش بینی کند. طویل شدن ناحیه گلویی سیال (که به فیلامان تبدیل می-شود) تحت تأثیر اینرسی قطره است و از الاستیسیته محلول، مستقل است. اما الاستیسیته بر مقاومت ناحیههای جدایی در برابر جدایش به شدت تأثیر می گذارد و گلویی شدن سریع، انقباض سطح را با سرعت بسیار زیاد در نزدیکی نقطه جدایی در پی دارد که سبب می شود کشش زنجیرههای پلیمری در داخل ناحیههای جدایی آغاز گردد. این پدیده عدم همبستگی، ویژه سیالات الاستیک با لزجت کم است که در آنها پیش از شکل گیری نقاط جدایی (یعنی دقیقاً قبل از جدایش) کشش رخ نمی دهد. در سوی مقابل، ممکن است در سیالات متناظری که لزجت زیاد دارند کشش پلیمرهای موجود در محلول حتی در هنگام گلویی شدن رخ دهد. وقتی که کشش پلیمرها در محل جدایی به ازای نرخهای زیاد کشش به حالت پایا برسد با غلبه مجدد مویینگی بر نیروهای ویسکوالاستیک، رشته دچار جدایش میشود [۷].

شکل ۱-۴ مقایسهای را میان رفتار سیال نیوتنی و محلول پلیمری نشان میدهد. چنان که ملاحظه می شود دینامیک فرایندی که قطره سیال نیوتنی طی می کند در قیاس با قطره محلول پلیمری تفاوتهایی قابل توجه دارد که یکی از آشکارترین آنها تشکیل قطره ثانویه در فاصله میان قطره اولیه و حجم اصلی سیال است [۷].





شکل ۱-۴- دنباله عکسهای (الف) محلول ٪۵۰ گلیسرول در آب و (ب) یک محلول پلیاتیلن اکسید در طی مراحل مختلف رشد، طویل شدن و جدایش قطره (زمان برحسب میلی ثانیه است) [۷]

نتایجی که آماروچن<sup>۱</sup> و همکاران [۲۱] برای محلولهای رقیق و نیمهرقیق پلیاتیلن اکسید درباره تشکیل قطره بهدست آوردهاند با پژوهش کوپروایت و همکاران [۷] ارتباطی ویژه دارد. وزن مولکولی

1- Amarouchene

پلیمر محلول در آب زیاد بودهاست و شعاع فیلامانهای تشکیلشده با افزایش زمان، بهطور نمایی کاهش یافتهاست. همچنین، مشاهده شدهاست که دقیقاً پیش از تشکیل فیلامان، یک نرخ کشش زیاد و بحرانی وجود دارد که با توجه به نقطه عطف منحنی شعاع تعیین میشود (شکل ۱–۵). وجود این نرخ کشش بحرانی برای کشیده شدن پلیمرهای خاص آزمایششده در محلول، ضروری است چراکه زمان رهایی آنها از تنش کم است. پس از شکل گرفتن فیلامان و در هنگام رشد آن، نرخ کشش یک مرتبه بزرگی کاهش مییابد اما الاستیسیته محلول همچنان فیلامان را حفظ می کند [۲۱].

اسمولکا<sup>۱</sup> و بلمونته<sup>۲</sup> [۲۲] با آزمایش بر روی دو محلول آبی استاندارد حاوی میسلهای کرممانند<sup>۳</sup>، سقوط قطره را در هوا مشاهده کردهاند. این محققان دریافتهاند که ناپایداری منجر به جدایش قطره-های آزمایش شده ناشی از پدیدهای موضعی است که با ناپایداریهای سیالات نیوتنی (از نوع رایلی<sup>†</sup>) و محلولهای پلیمری (از نوع مهرههای همرشته) بسیار متفاوت است. همچنین، با جدایش سیالات یادشده، قطره پیرو ایجاد نشدهاست [۲۲].



(۲۱] شکل ۱–۵- ضخامت کمینه گلویی  $h_{\min}$  برای قطره آب خالص (لوزی) و قطره محلول پلیمری (دایره)

- 2- Belmonte
- 3- Wormlike micelles
- 4- Rayleigh-type

<sup>1-</sup> Smolka

بهازای غلظتهای بیشتر عامل سطحفعال<sup>۱</sup>، آثار الاستیک این محلولها برجستهتر میشود. در آزمایش مشاهده شدهاست که ممکن است قطره در حال سقوط، کُند یا حتی دچار واماندگی<sup>۲</sup> (توقف) شود؛ پس از جدایی، انتهاهای آزاد فیلامان با بازگشتی<sup>۳</sup> ناقص پسگرد<sup>۴</sup> میکنند و در سطح فیلامان، تاول سطحی<sup>۵</sup> رشد میکند. این مشاهدات گواه آناند که در حین کشیده شدن فیلامان به سمت پایین، سیال میتواند به فازی ژلمانند تبدیل شود [۲۲]. پژوهش اسمولکا و بلمونته [۲۲] درباره سقوط قطره ویسکوالاستیک نشان دادهاست که واماندگی در محدوده لزجت کم حلال، الاستیسیته زیاد و وزن مولکولی زیاد رخ میدهد. شکل ۱–۶ جدایش قطره یک محلول استاندارد و معین را نشان میدهد. در تصویر سمت راست شکل، دو انتهای آزاد فیلامان خم میشوند که بیانگر رفتاری شبهجامد در سیال دقیقاً پس از جدایی است [۲۲].



شکل ۱-۶- پدیده جدایی در سقوط قطرهای از یک محلول آبی معین [۲۲]

- 1- Surfactant
- 2- Stall
- 3- Retraction
- 4- Recoil
- 5- Surface blistering

## ۱-۵- پژوهشهای اخیر

### 1-0-1- سيالات نيوتني

دُنگ<sup>۱</sup> و کار<sup>۲</sup> [۲۳] با آزمایش، تشکیل قطره را برحسب نیاز<sup>۳</sup> مطالعه کردهاند. در این تحقیق، اثر تغییر خواص سیال شامل لزجت و کشش سطحی بررسی شدهاست. نتایج نشان میدهد که با افزایش کشش سطحی و/یا کاهش لزجت، اندازه قطره اولیه کمی بیشتر میشود. بهعلاوه، مراحل اصلی تشکیل قطره برحسب نیاز، تحلیل شدهاند. تشکیل قطره اولیه و قطرات پیرو و ترکیب دوباره آنها بخشی از تحلیل یادشده را به خود اختصاص دادهاست و بنا بر مشاهدات آزمایشگاهی، یک شرط لازم برای ترکیب دوباره قطرات اولیه و پیرو ارائه شدهاست [۲۳].

سوبرامانی<sup>۴</sup> و همکاران [۲۴] با کمک آزمایش و محاسبه، توضیحی جامع درباره اثر پارامترهای حاکم بر دینامیک غیرخطی چکه کردن ارائه کردهاند. این پژوهش نشان دادهاست که کاهش عدد بوند سبب میشود چکه کردن قطرات مایعی نیوتنی و تراکمناپذیر از یک لوله مویین قائم به داخل هوای محیط، پیچیدگی کمتری داشته باشد. بهدلیل آن که سادهترین روش برای کاهش عدد بوند، کمتر کردن شعاع لوله است چنانچه شعاع لوله به اندازه کافی کوچک و/یا لزجت سیال به میزان کافی بزرگ باشد ممکن است تمام رویدادهای جالب دینامیکی که در چکه کردن رخ میدهند از بین بروند. باشد مستقل از عدد اوهنسورگ<sup>۵</sup> (نسبت نیروی لزجت به نیروی کشش سطحی) به اندازه کافی بزرگ باشد مستقل از عدد بوند، سیال چکهکننده به جت تبدیل میشود. از سوی دیگر، افزایش عدد بوند میتواند پیچیدگی چکه کردن را بسیار تقویت کند. اگر ویژگیهای غیرخطی مسأله بیشتر شوند رفتار

1- Dong

<sup>2-</sup> Carr

<sup>3-</sup> Drop-on-demand

<sup>4-</sup> Subramani

<sup>5-</sup> Ohnesorge number
سطحی بهدلیل وجود عاملهای سطحفعال، کنش میدانهای خارجی مانند میدان الکتریکی و وجود ذره در سیال تشکیلدهنده قطره هستند [۲۴].

دینامیک تشکیل و جدا شدن قطره از لوله مویین بهازای دبی کم جریان با به کارگیری شبیهسازی عددی مطالعه شدهاست. این فرایند گذرا با حل معادلات ناویر –استوکس بر مبنای روش حجم محدود شبیهسازی شدهاست. نتایج بهدستآمده نشان میدهد که میتوان فصل مشترک گاز–مایع را با روش حجم سیال بهخوبی دنبال کرد و جریان در داخل قطره ریز پیچیده <sup>۱</sup> است. در فرایند تشکیل و جدا شدن قطره، حلقههای گردابهای بهطور منظم شکل میگیرند، نابود میشوند، با یکدیگر ترکیب می-شوند و از یکدیگر جدا میگردند. میتوان با مطالعه تغییراتی که در منحنیهای سرعت محوری در زمانهای مختلف وجود دارد به تعداد و حرکت حلقههای گردابهای در قطره ریز پی برد. فشار در راستای خط محوری، در گلویی و رشته قطره ریز بهسرعت تغییر میکند. مقدار فشار در محل جدایی قطره ریز بیشینه موضعی است [۲۵].

چانگ<sup>۲</sup> و همکاران [۲۶] تشکیل قطره را از یک نازل ترشونده مطالعه کردهاند. در آزمایشهای این محققان، قطرات در حال شکلگیری ابتدا بهدلیل کشش سطحی از دیوارههای بیرونی نازل بالا رفتهاند و سپس با افزایش تدریجی وزن قطرات سرانجام، سقوط قطره تحت اثر گرانش رخ دادهاست. با تغییر دادن پارامترهایی مانند اندازه نازل و دبی جریان سیال، رفتارهایی متفاوت از قطرات ریز مشاهده شدهاست. معادلهای متشکل از نیروی مویینگی، نیروی پسای ویسکوز و گرانش چنین رفتاری را که نوسانی است توصیف می کند. چانگ و همکاران [۲۶] دو حل مجانبی برای مراحل ابتدایی و بعدی تشکیل قطره بهدست آوردهاند که با مشاهدات آزمایشگاهی مطابقتی خوب دارند. همچنین، شکل ۱–۷

1- Complex

<sup>2-</sup> Chang

تشکیل و جدایش قطرات مرکب آویخته <sup>۱</sup> از نوک لوله مویین شیشهای و اثر آن بر نوسان سرعت بالادست جریان با کمک آزمایش مطالعه شدهاست. قطرات مرکب آویخته از جنس آب با حباب هوا در داخل آن بودهاند و در مواردی، یک عامل سطحفعال به آب اضافه شدهاست. در هنگام تشکیل و جدایش قطره مرکب آویخته که به تناوب رخ میدهد بهدلیل تغییر فشار لاپلاس<sup>۲</sup> در نوک لوله مویین، سرعت بالادست جریان نوسانهایی نامنظم دارد. با افزودن عامل سطحفعال به آب، نوسان سرعت بالادست جریان کاهش یافتهاست. بهعلاوه، نتایج این پژوهش نشان میدهد که میتوان قطراتی مرکب با اندازه یکنواخت تولید کرد [۲۷].

حساسیت مشخصات گوناگون جدایش به خواص سوخت مایع با شبیهسازی مکانیزمی ایدهآل برای جدایش لیگامنت مطالعه شدهاست. برای سوختهایی که عدد اوهنسورگ آنها تقریباً ۰٫۱ بودهاست حساسیتی قابلتوجه در زمان جدایش و اندازه قطرات ریز پیرو<sup>۳</sup> ملاحظه شدهاست. مقدار ۰٫۱ برای عدد اوهنسورگ به عنوان مرزی میان رفتارهای ویسکوز و غیرلزج در مراحل پایانی کشیده شدن ستون مایع تفسیر شدهاست [۲۸].



شکل ۱-۷- مقایسه مشاهدات آزمایشگاهی و پیش بینی شکل قطره با حل عددی (خطهای قرمز رنگ) [۲۶]

2- Laplace pressure

<sup>1-</sup> Compound pendant drops

<sup>3-</sup> Satellite droplets

### 1-۵-۲- سيالات غير نيوتني

دیویدسن<sup>۱</sup> و کوپروایت [۲۹] برای مایعات رقیقشونده با برش، دینامیک تشکیل قطره را از یک اریفیس گِرد در هوا پیشبینی کردهاند. این دو محقق در پژوهش خود یک روش عددی حجم سیال بهکار بردهاند، آن را برای مایعی نیوتنی صحتسنجی کردهاند و مدل عددی ارائهشده را ابزاری بالقوه برای اصلاح رئولوژی سیال با هدف کنترل رفتار تشکیل قطره دانستهاند. بهازای مقادیری خاص از عدد وبر<sup>7</sup> و عدد فرود<sup>۳</sup>، پیشبینیها نشان دادهاند که با افزایش رقیقشوندگی با برش، جدایی سریعتر رخ می دهد و تعداد قطرات ریز ثانویه کمتر است. همچنین بهازای کوچکترین عدد وبر، با تغییر لزجت در برش صفر<sup>†</sup> مقداری کمینه برای طول حدی قطره حاصل شدهاست. طول قطره با بیشترین لزجت به-دلیل رقیقشوندگی با برش کاهش یافتهاست حال آن که بهازای لزجتهای کمتر، اثر چندانی از رقیق-شوندگی با برش وجود نداشتهاست. بهعلاوه، تشکیل قطره در یک سیال بینگهام <sup>۵</sup> که دارای تنش تسلیم است بررسی شدهاست. برخلاف سیالات رقیقشونده با برش، سیال بینگهام قبل از گلویی شدن، جریانی قالبی یا توپی<sup>۶</sup> داشتهاست؛ ضخامت گلویی آن نزدیک به لحظه جدایی تقریباً بهصورت پلهای (ناگهانی) تغییر کردهاست و طول گلویی آن بسیار کمتر بودهاست. قطره سیال بینگهام در هنگام (ناگهانی) تغییر کردهاست و طول گلویی آن بسیار کمتر بودهاست. قطره سیال بینگهام در هنگام

جدایی به شکل اژدر بودهاست (شکل ۱–۸) و قطره ثانویه تشکیل نشدهاست [۲۹].

- 1- Davidson
- 2- Weber number
- 3- Froude number
- 4- Zero-shear viscosity
- 5- Bingham fluid
- 6- Plug flow



شکل ۱-۸- تغییرات کمینه ضخامت گلویی با زمان، تغییر شکل قطره و توزیع نرخ برش برای یک سیال بینگهام معین [۲۹]

یلدیریم و باساران [۳۰] برای مایعات غیرنیوتنی، دینامیک تشکیل قطره را از لولههای مویین با روش محاسباتی مطالعه کردهاند. در این پژوهش، رئولوژی مایعات تشکیل دهنده قطره با رابطهای ساختاری توصیف شدهاست که شامل رقیقشوندگی با نرخ تغییرشکل و غلیظشوندگی با نرخ تغییرشکل<sup>۱</sup> میشود. نتایج نشان دادهاست که غلیظشوندگی موجب میشود با نزدیک شدن به جدایی، ساختار مهرههای همرشته در طول رشتههای باریک سیال شکل گیرد که این پدیده معمولاً به آثار ویسکوالاستیک نسبت داده میشود. در نقطه مقابل، ملاحظه شدهاست که رقیقشوندگی طول این رشتههای باریک را کاهش میدهد. همچنین، شبیهسازیهایی صورت گرفتهاست تا شرایطی که ممکن

آیتونا<sup>۲</sup> و همکاران [۳۱] دینامیک جدایی را در قطرات ریز دو نوع سیال غیرنیوتنی مطالعه کردهاند که یکی دارای تنش تسلیم و دیگری رقیقشونده با برش بودهاست. محققان یادشده برای تفکیک این دو اثر غیرنیوتنی، مادهای دارای تنش تسلیم به کار بردهاند که می توان تنش تسلیم آن را بدون ایجاد

<sup>1-</sup> Deformation-rate-thickening

<sup>2-</sup> Aytouna

تغییر در رفتار رقیقشوندگی با برش تنظیم کرد و سیستمی رقیقشونده با برش (بدون تنش تسلیم) که میتوان برای آن بدون وارد کردن الاستیسیته بیش از حد به سیستم، رقیقشوندگی با برش را در گسترهای وسیع کنترل کرد [۳۱].

#### 1-۵-۳- سيالات ويسكوالاستيک

شور<sup>۱</sup> و هَریسن<sup>۲</sup> [۳۲] برای مایعات الاستیک با لزجت کم، اثر الاستیسیته را بر تشکیل قطره از نازل برحسب نیاز مطالعه کردهاند. در این تحقیق مشاهده شدهاست که با افزودن پلیمرهایی با وزن مولکولی کافی به سیال میتوان از تشکیل قطرههایی پیرو جلوگیری کرد که در هندسه یکسان، برای سیالات نیوتنی با همان لزجت برشی غالباً ایجاد میشوند. بهعلاوه، سیالات حاوی پلیمر در مقایسه با سیالات نیوتنی با لزجت برشی مشابه، رشته ای بلندتر، زمان جدایی<sup>۳</sup> بیشتر و سرعتی کمتر دارند [۳۲].

دیویدسن و همکاران [۳۳] برای یک مایع ویسکوالاستیک، تشکیل قطره آویخته را از نازل گِرد در هوا شبیهسازی کردهاند. این محققان روش اصلاحشده حجم سیال را به کار گرفتهاند تا دینامیک قطرهای از یک محلول پلیمری رقیق با لزجت کم را پیشبینی کنند. نتایج این پژوهش تأیید کرده-است که تا نزدیکی زمان جدایی نیوتنی، تغییرشکل عملاً نیوتنی است و بهدلیل بیشتر بودن جریان کشسانی در ناحیه جدایی، تنش الاستیک در ناحیه مزبور زیاد میشود [۷ و ۳۳].

تیرتاتماجا<sup>۴</sup> و همکاران [۳۴] برای سیالات الاستیک با لزجت کم، دینامیک تشکیل قطره را مطالعه کردهاند. این سیالات لزجت برشی و کشش سطحی بسیار مشابهی داشتهاند اما خواص ویسکوالاستیک در آنها تفاوت زیادی داشتهاست. محققان یادشده نشان دادهاند که مولکولهای پلیمر موجود در سیال حتی در غلظتهای خیلی کم میتوانند در هنگام نزدیک شدن به ناحیه جدایی بسیار

<sup>1-</sup> Shore

<sup>2-</sup> Harrison

<sup>3-</sup> Time to separation

<sup>4-</sup> Tirtaatmadja

کشیده شوند بدون آن که آثار ویسکوز مهم باشد. بر اثر این کشش قابل ملاحظه مولکولی، تنش الاستیک بیشتر می شود تا با فشار مویینگی برابری کند و بدین ترتیب برخلاف سیال مشابه نیوتنی، از جدایش گلویی جلوگیری می شود. پایدار شدن ناحیه جدایی موجب تشکیل دو فیلامان استوانهای می شود که در دو سوی یک قطره ثانویه بین نازل و قطره اولیه شکل می گیرند. در حالت دیگر -وابسته به وزن مولکولی پلیمر و غلظت- ممکن است ناحیه جدایی تنها یک فیلامان استوانهای بدون قطره ثانویه تشکیل دهد. شکل ۱–۹ نشان می دهد که به ازای غلظت بی بعد معین، با افزایش وزن مولکولی پلیمر در محلولهای پلی اتیلن اکسید، قطره ثانویه مشاهده نشده است [۳۴].



اسمولکا و بلمونته [۳۵] با آزمایش، دینامیک فیلامان قطرههایی غیرنیوتنی را مطالعه کردهاند که بر اثر جاذبه در هوا سقوط میکنند. نتایج این پژوهش، اثر غلظت صمغ زانتان را به عنوان یک پلیمر پلیالکترولیت که در مخلوط گلیسرول-آب نیمهرقیق شدهاست نشان دادهاست. بهعلاوه، مخلوط گلیسرول-آب حاوی پتاسیم کلرید با غلظتهایی متغیر بودهاست. اسمولکا و بلمونته [۳۵] دریافتهاند که افزودن ۷۸۰ ppm صمغ زانتان به حلال گلیسرول-آب سبب میشود طول قطره دقیقاً قبل از جدایی، دو مرتبه بزرگی افزایش یابد. این طول با اضافه شدن پتاسیم کلرید تا یک مرتبه بزرگی کاهش پیدا کردهاست. همچنین، دینامیک کیفی تشکیل مهره روی فیلامان به نمک اضافه شده بسیار حساس بودهاست.

بهات<sup>۱</sup> و همکاران [۳۶] برای مایعات ویسکوالاستیک با کرنش سختی ضعیف، دینامیک تغییر شکل-های کشسانی را در فیلامان با رابطه های ساختاری گزیکس<sup>۲</sup>، FENE-CR و FENE-CR مدل کرده-اند و بهازای اعداد مویینگی کوچک، با کمک محاسبات عددی به مطالعه مدل ها پرداخته اند. این پژوهش نشان داده است که از میان مدل های مزبور، فیلامان هایی که از نوع گزیکس هستند شدیدترین باریک شوند گی را دارند.

<sup>1-</sup> Bhat

<sup>2-</sup> Giesekus

# ۱-۶- گزیده پژوهشها

روش/مدل	نوع سيال	دستاورد/يافته پژوهشى		
آزمایش و شبیهسازی رایانهای	نيوتنى	توصيف رفتار سقوط قطره		
مدل جت باریک ۱	نيوتنى	توصيف ديناميک جدايش براي رشته سيال	[11]	
آزمايش	نيوتنى	جزئیات جدایش قطرات ریز از جت مایع	[۶]	
سیال FENE با چند مود <sup>۲</sup>	ويسكوالاستيك	توصيف باريک شدن فيلامان	[17]	
آزمايش	ويسكوالاستيك	شناخت تأثير پليمر بر جدايش جت	[14]	
آزمایش و محاسبه	نيوتنى	محاسبه تغییرشکل قطره و میدان جریان داخل آن	[17]	
محاسبه	نيوتني و غيرنيوتني	اعتبارسنجی مدلهای یکبعدی برای ستون مایع	[17]	
آزمايش	نيوتني و غيرنيوتني	جلوگیری از جدایش بر اثر وجود پلیمر در محلول	[71]	
آزمايش	نيوتني و ويسكوالاستيك	توصيف ديناميك تشكيل قطره	[γ]	
آزمایش و شبیهسازی عددی	ويسكوالاستيك	توصيف ديناميک فيلامان و جدايي قطره	[77]	
آزمايش	نیوتنی و غیرنیوتنی	جلوگیری از تشکیل قطرات پیرو	[٣٢]	
آزمايش	نيوتنى و غيرنيوتنى	شناخت اثر پليمر و نمک بر ديناميک فيلامان	[۳۵]	
محاسبه	غيرنيوتنى	توصيف ديناميک تشکيل قطره و چکه کردن	[٣٠]	
آزمایش و محاسبه	نيوتنى	شناخت اثر پارامترهای حاکم بر دینامیک چکه کردن	[74]	
آزمایش و مدلسازی	ويسكوالاستيك	توصيف ديناميك جدايش قطره	[74]	
روش عددی حجم سیال	غيرنيوتنى	ابزاري بالقوه براي كنترل رفتار تشكيل قطره	[٢٩]	
مدل Oldroyd-B	ويسكوالاستيك	پیشبینی تغییرشکل قطرہ	[77]	
آزمايش	نيوتنى	توصيف تشكيل قطره برحسب نياز	[77]	
محاسبه	نيوتنى	تشخیص باز شدن گلویی در لیگامنت آزاد مایع	[٣٧]	
محاسبه	نيوتنى	تشكيل قطره برحسب نياز وابسته به عدد وبر	[٣٨]	
گزیکس، FENE-P و FENE-CR	ويسكوالاستيك	توصيف باريكشوندكي فيلامان	[٣۶]	

جدول ۱-۱- مروری بر برخی از پژوهشهای پیشین

<sup>1-</sup> Slender jet model

<sup>2-</sup> Multi-mode FENE fluid

روش/مدل	نوع سيال	دستاورد/يافته پژوهشی		
شبیەسازى عددى	نيوتنى	تشخیص حلقههای گردابهای در قطره ریز	[٢۵]	
آزمایش، محاسبه و حل مجانبی	نيوتنى	توصيف ديناميک تشکيل قطره از نازل ترشونده	[79]	
آزمایش	نيوتنى	قابليت توليد قطرات مركب با اندازه يكنواخت	[۲۷]	
آزمایش	غيرنيوتنى	شباهت زیاد در جدایش سیالات غیرنیوتنی و نیوتنی	[٣١]	
محاسبه	نيوتنى	توصیف فرایند جدایش لیگامنت در سوختهای مایع	[۲۸]	
روش اغتشاشی ۱	ویسکوالاستیک و نیوتنی	حل تحلیلی برای سقوط قطره در داخل سیال	[٣٩]	

جدول ۱-۲- (ادامه) مروری بر برخی از پژوهشهای پیشین

۱-۷- معرفی تحقیق حاضر

در این بخش ابتدا به معرفی تحقیق حاضر و بیان مشخصات کلی آن خواهیم پرداخت. سپس به بیان اهمیت، کاربردها و موارد نوآوری موضوع پرداخته میشود و در پایان مروری اجمالی بر ساختار کلی تحقیق حاضر صورت می گیرد.

۱-۷-۱ مشخصات کلی پژوهش

در این تحقیق تشکیل قطره ویسکوالاستیک از انتهای نازل به داخل هوا مورد بحث و بررسی قرار می گیرد. در اینجا جریان به صورت توسعه یافته وارد محیط هوا می شود. همچنین جریان مورد بررسی جریانی متقارن محوری، آرام، ناپایا از دو سیال غیرقابل اختلاط می باشد. علاوه بر این فرض می شود جریان تراکم ناپذیر، تحت اثر نیروی گرانش و هم دما می باشد و از تغییرات خواص فیزیکی از جمله چگالی، لزجت و کشش سطحی، صرف نظر شده است. در این تحقیق فرض شده است که کشش-سطحی موجود در مرز مشترک مایع-گاز، مقداری ثابت بوده و با زمان تغییر نمی کند. در این مطالعه از روش حجم سیال<sup>۲</sup> (VOF) جهت تعیین سطح مشترک میان دو فاز و مدل غیر خطی گزیکس به

<sup>1-</sup> Perturbation method

<sup>2-</sup> Volume of Fluid

قطره از انتهای نازل نشان داده شده است. مطابق شکل، جریان سیال ویسکوالاستیک با سرعتی ثابت e و یکنواخت وارد نازل با شعاع  $R_o$  شده و طول قطره از انتهای خروجی نازل تا انتهای قطره در نظر گرفته می شود.

یکی از موارد مورد بررسی در تحقیق حاضر مشاهده اثرات متفاوت اعداد بیبعد حاکم بر مسأله، بر دینامیک تشکیل قطره ویسکوالاستیک است. به طور خلاصه در این تحقیق، اثر پارامترهایی نظیر ضریب تحرک، نسبت لزجت قطره، عدد وایزنبرگ، عدد بوند، عدد مویینگی به روش عددی مورد بررسی قرار می گیرد. گزارش کاملی از نتایج عددی در فصل چهارم ارائه شده است.



شکل ۱-۱۰- شماتیکی از تشکیل قطره از انتهای نازل عمودی با دبی ثابت

### ۱-۷-۲ ضرورت، اهمیت و کاربرد موضوع

مطالعهی جنبههای گسترده و متنوع تشکیل قطره به علت کاربرد روزافزون آن در زمینههای مختلف بسیار مورد توجه قرار گرفته است. وجود کاربردهای وسیع و متنوعی که با تشکیل، حرکت و برخورد قطرات سر و کار دارند، تأثیر مهمی در توجه به این موضوعات و پیشرفت آنها داشته است.

فرآیندهای صنعتی بسیاری وجود دارند که چگونگی تشکیل و حرکت قطره در آنها از اهمیت بسزایی برخوردار است، بطور مثال میتوان به پاشش سوخت انژکتور در موتورهای احتراق داخلی و برخورد قطرات جوهر با سطح کاغذ در پرینترها اشاره کرد.

فرآیندهای پوششدهی سطوح در تولید محصولاتی نظیر شیرآلات، چسبها و سیدیها [۴۰]، خنککاری، اتمی شدن <sup>۱</sup> [۴۱]، پاشش رنگ بر روی سطوح و نیز رسوبگذاری قطرات حاوی ذرات و نحوهی گسترش و رسوبگذاری قطرات مذاب فلزات بر روی سطوح جامد گوناگون، از جمله دیگر فرآیندهای صنعتی پرکاربرد به شمار میروند. به طور کلی تولید قطره در تمامی کاربرهای ذکر شده، با تغییر شکل و رشد فیلمان سیال که بین قطره اولیه و خروجی نازل در مقیاس طولی چند مایکرومتر و مقیاس زمانی چند میکرو ثانیه شکل میگیرد رابطهای مستقیم دارد.

در طول دو دههی گذشته نقش این پدیده در توسعهی رئومترهای کشسانی<sup>۲</sup> برای اندازه گیری لزجت کششی محلولهای پلیمری، افزایش یافته است [۴۵-۴۲]. از معتبرترین ویسکومترهای کشسانی می توان به ویسکومتر فیشر<sup>۳</sup> ارائه شده توسط ماتا و تایتس<sup>۴</sup> و اسریدهار<sup>۵</sup> [۴۶] اشاره کرد.

در این نوع ویسکومتر، ستونی عمودی از مایع بین دو صفحه مدور نگه داشته شده و این ستون مایع با حرکت یکی از دو صفحه بالایی و یا پایینی تا لحظه جدایش کشیده می شود. صفحات بصورت

- **3-** FISERs
- 4- Matta and Tytus

<sup>1-</sup> Atomization

<sup>2-</sup> Extensional rheometers

<sup>5-</sup> Sridhar et al.

تابعی نمایی از یکدیگر دور میشوند و نرخ کشش در طول فرآیند ثابت میماند. برای اندازه گیری نرخ باریک شدن فیلمان در ناحیه بین دو صفحه، از تجهیزات لیزری و دوربینهای سرعت بالا استفاده میشود و نیروی وارده بر صفحه ساکن برای محاسبه تغییرات تنش در فیلمان اندازه گیری می گردد. در نهایت لزجت کششی با توجه به تغییرات شعاع و تنش در فیلمان مایع، اندازه گیری میشود [۴۷ و ۴۸]. از آنجایی که دینامیک کشش و جدایش نهایی فیلمان سیال در ویسکومتر فیشر بسیار شبیه به فرآیند جدایش و تشکیل قطره می باشد، لذا مطالعات عددی بر روی فرآیند جدایش و تشکیل قطره به ما در شناخت بهتر و تجزیه و تحلیل دادههای ویسکومتر فیشر کمک خواهد کرد.

نمونههای دیگری از تولید قطرات غیر نیوتنی از نازل های کوچک را میتوان در مرجع [۷] جستجو کرد. علاوه بر موارد یاد شده، وجود کاربردهای فراوان این پدیده در زمینههایی نظیر پزشکی، بیومکانیک و نانو تکنولوژی و نقش آن در تحولات فیزیکی و شیمیایی، سبب افزایش اهمیت این موضوع در زندگی روزمره و تکنولوژی روز دنیا گردیده است.

## ۱-۷-۳- جنبههای نوآوری

در این پژوهش، با توجه به جایگاه و اهمیت موضوع، بررسی و مطالعهی عددی تشکیل قطره ویسکوالاستیک، مدنظر قرار گرفته است. پدیدهی تشکیل قطره از نازل به داخل هوا به طور جامع از دیدگاه تئوری و تجربی مورد مطالعه قرار گرفته، اما کمتر به بررسی تشکیل قطره ویسکوالاستیک پرداخته شده است. از آنجایی که تشکیل، سقوط، تغییر شکل و نوسان قطرهی ویسکوالاستیک در یک سیال دیگر نتیجهی بر هم کنش چندین نیرو ( نیروی لزجت، شناوری، گرانش، اینرسی، کشش سطحی و نیروی الاستیک) را نشان میدهد؛ از جمله مسائل پیچیده و جذاب در علم مکانیک سیالات بوده و از اهمیت ویژهای برخوردار گردیده و امروزه مورد توجه بسیاری از پژوهشگران واقع شده است. در پژوهشهای قبلی تأثیر پارامترهای مؤثر در مسأله به طور همزمان در قالب اعداد بدون بعد بررسی نشده است. لذا یکی از اهداف موجود در این تحقیق یافتن رابطهی میان نحوهی تشکیل قطره ویسکوالاستیک با تمرکز بر اعداد بدون بعد معرفی شده است، که بدین طریق میتوان مستقل از نوع مایعات و یا شرایط محیطی، به پیشبینی این پدیدهها پرداخت.

## ۱-۷-۴ مروری بر فصول پایاننامه

به طور خلاصه ساختار کلی تحقیق حاضر به صورت زیر است:

در فصل دوم، روابط حاکم بر جریان، معادله ساختاری مورد نظر در تشکیل قطره ویسکوالاستیک و شرایط اولیه و مرزی ارائه می شود.

در فصل سوم روش عددی به کار گرفته شده در تحقیق حاضر معرفی شده و نحوهی گسستهسازی معادلات ارائه می گردد. در نهایت الگوریتم حل به کار رفته در شبیهسازی بیان می شود.

در فصل چهارم نتایج حاصل از شبیهسازی ارائه شده است. در این فصل پس از بررسی استقلال از شبکه، صحت نتایج بهدست آمده از حل عددی ارزیابی می شود. در ادامه اثر برخی از پارامترهای مهم حاکم بر جریان مورد بررسی قرار می گیرد.

نهایتاً در فصل پنجم، نتیجه گیری از تحقیق اخیر و پیشنهاداتی جهت ادامه تحقیق حاضر ارائه می شود.

در بخش پیوست این تحقیق، روند بی بعدسازی معادلات حاکم شرح داده شده و مروری اجمالی بر سیالات غیرنیوتنی به خصوص منشأ رفتار ویسکوالاستیک در محلول ها و مذاب های پلیمری صورت می گیرد.

فصل دوم

روابط فيزيكي

#### ۲-۱- مقدمه

در این فصل معادلات حاکم بر تشکیل قطرهی ویسکوالاستیک به همراه فرضیات فیزیکی، شرایط اولیه و مرزی به کار رفته در شبیهسازی ارائه می گردد. معادلات حاکم بر جریان در واقع همان معادلات کامل نویراستوکس، شامل معادلات بقای جرم در سیستمهای چندفازی و بقای ممنتوم حاکم بر هر فاز و نیز معادله ساختاری هستند. شایان ذکر است که در تحقیق حاضر کلیه پارامترهای جریان بصورت بیبعد بررسی شدهاند.

## ۲-۲- اعداد بیبعد

اغلب پدیدههایی که در طبیعت و علم مکانیک سیالات با آنها مواجه می شویم به متغیرهای زیادی وابستهاند. این پیچیدگی سبب می شود که تجزیه و تحلیل این پدیدهها کاری دشوار بوده و نیازمند صرف هزینه و زمان زیادی گردد. آنالیز ابعادی راهی برای رهایی از این مشکل است، که با کمک آن می توانیم به جای استفاده از تک تک پارامترها، و بررسی تاثیرات فیزیکی آنها بر مسأله، اعداد بی بعد مربوطه را شناسایی کرده و از آنها در تجزیه و تحلیل نتایج بهرهمند گردید. در همین راستا در پژوهش حاضر نیز از اعداد بی بعد جهت تحلیل نتایج استفاده شده است که در ادامه به توضیح آنها می پردازیم.

از جمله معروف ترین این اعداد عدد رینولدز <sup>۱</sup> است که برابر با نسبت نیروی های اینرسی به نیروهای لزجتی<sup>۲</sup> می باشد و مقدار آن برابر خواهد بود با:

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho u R}{\eta} \tag{1-7}$$

که R، u،  $\rho$  و  $\eta$  به ترتیب بیانگر چگالی، سرعت، شعاع و لزجت سیال هستند. عدد رینولدز در این پژوهش بر حسب خواص سیال قطره و شعاع نازل تعریف شده است.

1- Reynolds

<sup>2-</sup> Viscous

عدد گرانشی بوند<sup>۱</sup>، نشاندهندهی نیروی گرانش قطره نسبت به نیروی کشش سطحی میباشد و به صورت زیر تعریف میشود:

$$Bo = \frac{\rho g R^2}{\sigma}$$
(Y-Y)

. در رابطهی بالا شتاب گرانش و  $\sigma$  بیانگر ضریب کشش سطحی میان دو فاز است. g

از دیگر پارامترهای مهم در فرآیندهای مرتبط با کشش سطحی عدد موئینگی<sup>۲</sup> است. این عدد که اهمیت نیروی لزجتی به کشش سطحی را بیان میکند به صورت زیر میباشد.

$$Ca = \frac{\eta u}{\sigma} \tag{(T-T)}$$

عدد بیبعد وایزنبرگ<sup>۳</sup> که در سیالات ویسکوالاستیک از اهمیتی ویژه برخوردار میباشد از دیگر پارامترهای حاکم بر مسأله است. این عدد که نسبت نیروهای الاستیک به نیروهای ویسکوز را نشان میدهد به صورت زیر تعریف می شود.

$$Wi = \lambda \dot{\gamma}$$
 (4-1)

. در رابطه بالا،  $\lambda$  زمان رهایی از تنش و  $\dot{\gamma}$  نرخ برش جریان میباشد.

## ۲-۳- فرضیات فیزیکی

در تحقیق پیشرو تشکیل قطره سیال ویسکوالاستیک به عنوان فاز گسسته در فاز پیوسته هوا مورد مطالعه قرار می گیرد. جریان مورد بررسی جریانی متقارن محوری، آرام، ناپایا از دو سیال غیرقابل اختلاط میباشد. علاوه بر این فرض می شود جریان تراکمناپذیر، تحت اثر نیروی گرانش و هم دما میباشد و از تغییرات خواص فیزیکی از جمله چگالی، لزجت و کشش سطحی، صرفنظر شده است.

<sup>1-</sup> Gravitational Bond number

<sup>2-</sup> Capillary number

<sup>3-</sup> Wiesenberg number

در این تحقیق فرض شده است که کشش سطحی موجود در مرز مشترک مایع-گاز، مقداری ثابت بوده و با زمان تغییر نمی کند.

# ۲-۴- معادلات حاکم بر جریان

تشکیل قطره در محیط پیوسته یکی از نمونههای جریانهای دوفازی میباشد، که معادلات حاکم بر آن همان معادلات حاکم بر جریانهای دوفازی میباشد. کمیت q در دامنه دلخواه  $\Omega$  را در نظر بگیرید. براساس قانون بقا بایستی سرعت تغییرات q با شار نرمال خروجی از تمام سطوح دامنه برابر باشد. با در نظر گرفتن تاثیر هر گونه افزایش یا کاهش به واسطه وجود چشمه  $\overline{Q}_s$  یا چاه  $Q_s$ ، تابع ریاضی موازنه که بقای q را توصیف می کند به صورت زیر بیان میگردد:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} q d\Omega = -\int_{\Omega} \nabla . \vec{qud}\Omega + \int_{\Omega} Q_{\nu} d\Omega - \int_{\Omega} \nabla . \vec{Q_s} d\Omega \qquad (\Delta - \Upsilon)$$

چنانچه در رابطه بالا کمیت q با چگالی  $\rho$  جانشین گردد، قانون بقای جرم به دست می آید. با فرض ایزوله بودن سیستم، عبارتهای چشمه و چاه حذف شده و معادله دیفرانسیلی پیوستگی حاصل می شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla .(\rho \vec{u}) = 0 \tag{9-1}$$

همچنین با جایگذاری کمیت q با چگالی انتقال داده شده با میدان سرعت ( $\rho u$ )، قانون بقای ممنتوم بدست میآید. از آنجایی که در داخل میدان، ممنتوم توسط نیروهای حجمی  $\overline{F}$  (معمولاً نیروی گرانش) و روی سطح به وسیله فشار (p) و تنش برشی  $(\tau)$  تولید میگردد، رابطه دیفرانسیلی بقای ممنتوم به صورت زیر تعریف میشود:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \vec{u} \right) = -\nabla \left( \rho \vec{u} \vec{u} \right) + \vec{F} + \nabla \left( -p \boldsymbol{I} + \boldsymbol{\tau} \right) \tag{Y-T}$$

که در رابطه بالا **I** بیانگر ماتریس یکه قطری می باشد. چنانچه جریان مورد نظر، جریانی آرام، تراکمناپذیر و هم دما باشد، معادلات حاکم بر جریان سیالات ویسکوالاستیک به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$\nabla_{\cdot}(\vec{u}) = 0 \tag{A-T}$$

$$\frac{d(\rho \vec{u})}{dt} + \nabla .(\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla .\boldsymbol{\tau}_{s} + \nabla .\boldsymbol{\tau}_{p} + \rho \vec{g}$$
(9-Y)

که در آن 
$$\overline{g}$$
 شتاب گرانش،  $\tau_p$  و  $\tau_s$  بهترتیب بیانگر تانسور تنش پلیمری و حلال نیوتنی میباشد.  
از آنجایی که اعداد بی بعد نقش بسزایی در شناسایی پارامترهای موثر بر فیزیک مسأله ایفا می کند،  
متغیرهای موجود در معادلات ناویر استوکس و معادله ساختاری را با استفاده از پارامترهای اصلی و  
ثابت مسأله، همچون شعاع نازل و سرعت ورودی بیبعد کرده و این معادلات را به صورت زیر بیان  
می کنیم.

$$\nabla^* . u^* = 0 \tag{1.17}$$

$$\frac{du^{*}}{dt^{*}} + \nabla^{*}.(u^{*}u^{*}) = \frac{1}{\text{Re}} [-\nabla^{*}p^{*} + \nabla^{*}.\boldsymbol{\tau}_{s}^{*} + \nabla^{*}.\boldsymbol{\tau}_{p}^{*}] + \frac{\text{Bo}}{\text{Re.Ca}} \vec{e}_{z}$$
(1)-7)

در رابطه فوق Ro، Re، Bo، Re به ترتیب بیانگر اعداد بیبعد رینولدز، گرانش و موئینگی هستند. روند بی بعدسازی این معادلات به طور کامل در پیوست آمده است. باید توجه داشت که این روند منحصر به فرد نبوده و با توجه به کاربرد مسأله در موارد مشخص، میتوان معادله بقای ممنتوم را برحسب گروههای بیبعد دیگری همچون عدد وبر، اوهنسورگ و بوند نیز بیان نمود.

# ۲-۵- معادله ساختاری سیال ویسکوالاستیک

در این تحقیق به منظور شبیه سازی تشکیل قطره ویسکوالاستیک از مدل گزیکس استفاده شده است. این مدل از دیدگاه مولکولی بدست آمده و از جمله مدل های غیر خطی به شمار می رود [۴۹]. از امتیازات اصلی این مدل میتوان به توانایی آن به ارائه رفتار پاورلو برای لزجت و ثابتهای اختلاف $m{ au}_p$  تنشهای نرمال اشاره کرد. تنشهای مدل گزیکس براساس جمع آثار از دو قسمت تنش پلیمری  $m{ au}_p$  و تنش حلال نیوتنی  $m{ au}_s$  برای فاز قطره ویسکوالاستیک تشکیل شده و به صورت زیر میباشد.

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_p \tag{117-1}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{s} = 2\boldsymbol{\eta}_{s}\boldsymbol{D} \tag{117-1}$$

که در آن  $\eta_s$  لزجت حلال نیوتنی و  $oldsymbol{D}$  تانسور نرخ تغییر شکل بوده و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\boldsymbol{D} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T) \tag{14-1}$$

فرم ساختاری مدل گزیکس به صورت زیر بیان میشود:

$$\boldsymbol{\tau}_{p} + \lambda \boldsymbol{d} \boldsymbol{\tau}_{p} + \alpha \frac{\lambda}{\eta_{p}} (\boldsymbol{\tau}_{p} \cdot \boldsymbol{\tau}_{p}) = 2\eta_{p} \boldsymbol{D}$$
(10-7)

در رابطه بالا، 
$$\lambda$$
 زمان رهایی از تنش،  $lpha$  ضریب حرکت تحرک (این ضریب همواره کوچکتر یا  
مساوی یک میباشد.) و  $d$  اپراتور مشتق همرفتی میباشد که به صورت زیر قابل تعریف است.

$$\boldsymbol{d}(\Box) = \left(\frac{d}{dt} + \vec{u}.\nabla\right)(\Box) - \left[\left(\nabla \vec{u}\right)^{T}.(\Box)\right] - \left[\left(\Box\right).\nabla \vec{u}\right]$$
(19-7)

چنانچه  $\alpha = 0$  در این صورت، مدل گزیکس به مدل اولدروید-بی تبدیل می شود. همچنین با برابر صفر قرار دادن ضرایب  $\alpha$  و  $\lambda$ ، معادله ساختاری به مدل سیال نیوتنی تبدیل می گردد.

صورت بیبعد معادله گزیکس برای قطره ویسکوالاستیک، با توجه به پارامترهای اصلی و ثابت مسأله به صورت زیر میباشد:

$$\boldsymbol{\tau}_{s}^{*} = 2(1-\beta)\boldsymbol{D}^{*} \tag{1V-Y}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{p}^{*} + \operatorname{Wi} \boldsymbol{d} \boldsymbol{\tau}_{p}^{*} + \frac{\alpha}{\beta} \operatorname{Wi}(\boldsymbol{\tau}_{p}^{*} \cdot \boldsymbol{\tau}_{p}^{*}) = 2\beta \boldsymbol{D}^{*}$$
(1A-Y)

پارامتر  $\,eta\,$  در معادله فوق به صورت زیر تعریف میشود:

$$\beta = \frac{\eta_p}{\eta_p + \eta_s} \tag{19-T}$$

روند بیبعدسازی معادلات ساختاری نیز به صورت کامل در پیوست الف آمده است.

## ۲-۶- شرایط مرزی و شرایط اولیه

با توجه به شکل ۱۰–۱۰، شرایط اولیه و مرزی به کار رفته جهت حل معادلات حاکم بر مسأله به شرح زیر میباشد. در لحظه *1=t* ، نازل حاوی سیال ویسکوالاستیک میباشد و با گذشت زمان با توجه به شرط مرزی سرعت در ابتدای نازل و در نظر گرفتن طول توسعهیافتگی برای جریان سیال در نازل، قطره در اثر نیروی اینرسی شروع به حرکت و شکل گیری میکند.

ورودی جریان (Inlet): در مرز ورودی، جریان با سرعت یکنواخت وارد می شود و گرادیان فشار، گرادیان تنش و همچنین مود اول تنش، برابر صفر در نظر گرفته شده است. از آنجایی که نازل در ابتدا حاوی سیال می باشد، مقدار کسر حجمی در این مرز برابر یک می باشد.

دیواره نازل (Wall): بر روی دیواره نازل شرط عدم لغزش اعمال می شود، بنابراین سرعت سیال بر روی این مرز برابر صفر بوده و گرادیانهای فشار، تنش و مود اول تنش نیز برابر صفر می باشند. گرادیان کسر حجمی در این مرز نیز برابر صفر لحاظ گردیده است.

خروجی جریان (Outlet): در مرز خروجی جریان، گرادیانهای سرعت، فشار، تنش، مود اول تنش و همچنین گرادیان کسر حجمی برابر صفر میباشد. اتمسفر (Atmosphere): فشار در این مرز برابر فشار اتمسفر میباشد و مقادیر تنش و مود اول تنش بر روی این مرز برابر صفر است. همچنین مقادیر سرعت و کسر حجمی بر روی این مرز صفر در نظر گرفته شده است.

محور تقارن(AxiSymmetry): بر روی این مرز از شرط مرزی متقارن محوری استفاده شده است.

فصل سوم

روش عددی

#### ۳–۱– مقدمه

در این تحقیق، تشکیل و حرکت قطره با بهره گیری از روش دینامیک سیالات محاسباتی و نرمافزار منبع باز اُپن فوم <sup>۱</sup> مورد مطالعه قرار گرفته است. در این فصل نحوه ی مدل سازی تشکیل قطره ی ویسکوالاستیک ارائه می گردد. در این مطالعه، از روش حجم سیال جهت تعیین سطح مشترک میان دو فاز و از روش نیروی سطحی پیوسته برای اعمال نیروی کشش سطحی استفاده شده است. در نهایت، جهت ارتباط میان مؤلفه های فشار و سرعت از الگوریتم پیزو<sup>۲</sup> استفاده شده است. الگوریتم مورد استفاده در مدل سازی عددی حاضر در انتهای این فصل ارائه شده است.

## ۲-۲- شبکهبندی دامنه محاسباتی

همانطوری که میدانید اولین قدم در حل مناسب معادلات، شبکهبندی مناسب دامنه محاسباتی است. در دینامیک سیالات محاسباتی از دو نوع شبکهبندی باساختار و بیساختار استفاده میکنیم که بسته به هندسه و شرایط مسأله مورد نظر هر یک از این نوع شبکهبندیها دارای معایب و مزایایی میباشند. شبکههای باساختار در هندسههای ساده مناسبتر بوده و نیازمند اطلاعات کمتری برای انجام محاسبات میباشند. ولیکن در شبکههای بیساختار که در هندسههای پیچیده از کارایی بیشتری برخوردار است، نیازمند حجم بالای ذخیرهسازی اطلاعات برای حل معادلات میباشد.

از آنجایی که در این تحقیق از روش حجم سیال که بر پایه کسر حجمی استوار است استفاده گردیده، برای ردگیری مرز میانی از شبکه ثابت (کارتزین) استفاده شده است که در آن شبکهبندی با مرز مشترک حرکت نمیکند. همچنین با توجه به اینکه مسأله تشکیل قطره دارای تقارن محوری میباشد در تحقیق حاضر از شبکه متقارن دوبعدی استفاده شده است. در شبکهبندی به کار رفته، نواحی نزدیک به محور تقارن که قطره در حین تشکیل و سقوط از آن عبور مینماید از اهمیت

<sup>1-</sup> OpenFoam

<sup>2-</sup> PISO

بیشتری برخوردار میباشد. لذا در این نواحی به منظور رسیدن به حل دقیق تر به ایجاد شبکهبندی ریزتر پرداختهایم و در نواحی دور از محور تقارن که از اهمیت کم تری برخوردار است از شبکهبندی درشت تر استفاده شده، تا زمان و حجم محاسبات لازم نیز کاهش یابد.

## ۳-۳- گسستهسازی معادلات حاکم

در این تحقیق برای مدلسازی تشکیل قطره ویسکوالاستیک از حل گر viscoelasticInterFoam استفاده شده است. نحوه گسستهسازی معادلات در این تحقیق به همراه کد مربوطه در زیر آورده شده است.

```
معادلات غیرخطی حاکم بر مسأله در حوزهی زمانی با استفاده از روش اویلر (رانجکوتای مرتبه اول)
گسستهسازی شدهاند.
```

```
ddtSchemes
{
default Euler;
}
در گسستهسازی جملات شامل گرادیان سرعت و کسر حجمی از روش گوسین خطی استفاده شده
است.
```

```
gradSchemes
    default
                      Gauss linear;
                      Gauss linear;
    qrad(U)
    grad(alpha)
                     Gauss linear;
      در گسستهسازی جملاتی که شامل عملگر دیورژانس می باشند به صورت زیر عمل شده است.
divSchemes
{
    div(rho*phi,U)
                                Gauss limitedLinearV 1;
    div(phi,alpha)
                                Gauss vanLeer;
    div(phirb,alpha)
                                Gauss interfaceCompression;
    div(phi,taufirst)
                                Gauss upwind;
    div(phi,tau)
                                Gauss upwind;
    div(tau)
                                Gauss linear;
}
در گسستهسازی جملات شامل عملگر لاپلاس از روش گوسین خطی تصحیح شده استفاده شده است.
```

```
laplacianSchemes
{
    default Gauss linear corrected;
    laplacian(etaPEff,U) Gauss linear corrected;
    laplacian(etaPEff+etaS,U) Gauss linear corrected;
    laplacian((1|A(U)),p) Gauss linear corrected;
}
and the set of the set of
```

```
توليد جريان به صورت زير مي باشد.
```

```
interpolationSchemes
    default
                        linear;
}
snGradSchemes
{
    default
                        corrected;
}
fluxRequired
{
    default
                        no;
    pd;
    pcorr;
    alpha;
}
یس از گسستهسازی معادلات لازم است تا دستگاه معادلات حاصل از گسستهسازی حل شود.در زیر
             نحوهی حل دستگاه معادلات مربوط به هر یک از میدانهای حل توصیف شده است.
```

به منظور حل دستگاه معادلات در میدانهای فشار از روش گرادیان مزدوج پیششرط 'PCG استفاده استفاده شده است. برای حل دستگاه معادلات حاصل برای میدان سرعت از روش 'PBiCG استفاده شده است. همچنین برای حل دستگاه معادلات در تمام میدانهای تنش نیز از روش BICGStab استفاده گردیده است. در نهایت جهت ارتباط میان مؤلفههای فشار و سرعت از الگوریتم پیزو استفاده شده است.

<sup>1-</sup> Preconditioned Conjugated Gradient

<sup>2-</sup> Preconditioned Bi-Conjugated Gradient

## ۳-۴- روشهای مدلسازی جریانهای دوفازی

مطالعه جریانهای چندفازی موضوع بسیاری از تحقیقات آزمایشگاهی و صنعتی بوده است. این قبیل جریانها در محدودهی وسیعی از مقیاسها، از جتهای باریک میکروسکوپیک و پاشش سوخت انژکتور تا سیستمهای خنککننده و خطوط انتقال رُخ میدهند. عملکرد مناسب این قبیل سیستمها و بهبود آنها به شدت به شناخت بهتر پدیدههای با جریانهای چندفازی دارد. به طوری که عدم شناخت کافی در برخی موارد ممکن است به سادگی مانعی برای بهرهوری و یا عوارض جانبی گردند، که جلوگیری از آنها میتواند بیش از حد گران باشد. در هر صورت درک کامل چنین جریانهایی و بررسی رفتار آنها از مهمترین مسائل برای طراحی کارآمد این قبیل سیستمها به شمار میرود.

در گذشته مطالعه و درک رژیم های جریان های چندفازی در صنعت، محدود به مشاهدات آزمایشگاهی بوده است. به همین دلیل مطالعه و بررسی این قبیل پدیده ها نیازمند تجهیزات مانیتورینگ گران قیمت بوده که در مواردی بسیار خطرناک بوده و یا سبب اختلالاتی در عملیات متعارف کارآمد می گردید. همچنین طراحی چنین سیستم هایی نیازمند مطالعات تجربی در مقیاس کوچکتر و جایگزینی مناسب برای سیال به کار رفته می باشد که در برخی موارد با محدودیت های بسیاری همراه است [۵۰]. علاوه بر آن، چنین مطالعاتی غالباً زمان بر بوده و نیازمند سرمایه گذاری اولیه و هزینه عملیاتی بالایی می باشد، در حالی که تنها تصویری کلی از جریان را بیان می کند و در ارائه مشخصه های محلی از آنچه رُخ می دهد ناتوان است. به همین دلیل استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی در پیش بینی این پدیده ها و دستیابی به جزئیات کاملی از میدان جریان در کل دامنه بسیار

یکی از مهم ترین و پیچیده ترین مراحل در مدل سازی عددی سیستمهای دو یا چندفازی، تعیین و ردیابی مرز مشترک دو فاز است. تکنیکهای عددی متنوعی جهت تعیین موقعیت مرز میان دوفاز ارائه گردیدهاند، که می توان آنها را به دو دیدگاه لاگرانژی و اویلری دسته بندی نمود. در دیدگاه لاگرانژی مرز مشترک به صورت صریح ردگیری میشود، به این معنی که شبکه المان کاملاً منطبق بر مرز میباشد (شکل۳–۱). لذا در روشهای لاگرانژی از تکنیک مشمتحرک<sup>۱</sup> برای ردگیری مرز بین دوفاز استفاده میشود. درصورتی که شیب سلولها و المانهای شبکه در این روش افزایش چشم گیری پیدا کند، جهت جلوگیری از خطاهای محاسباتی، ضروری است که محدوده محاسباتی مجدداً شبکهبندی شود؛ به همین دلیل اعمال آن بسیار پر هزینه و الگوریتم آن پیچیده میباشد. در این روش، بر خلاف روشهای اویلرین که در آن مرز میانی از ضخامت محدود با تغییراتی هموار در خواص تشکیل شده، در واقع مرز میانی سطحی با ضخامت صفر میباشد. از ویژگیهای منحصر به فرد این روش میتوان به توصیف دقیق انحنای مرز میانی اشاره کرد، که اجازه میدهد تا محاسبات کشش سطحی با درجه بالایی از دقت انجام شود و بقای جرم را نیز تضمین کند. این دیدگاه محاسبات کشش سطحی با درجه بالایی از دقت انجام شود و بقای جرم را نیز تضمین کند. این دیدگاه محاسبات کشش میتوان به خوبی حفظ میکند، ولیکن توانایی شبیه سازی تغییر شکلهای زیاد و از تعریف مرز میانی تیز را به خوبی حفظ میکند، ولیکن توانایی شبیه مازی تغییر شکلهای زیاد و از

در دیدگاه اویلری از یک شبکهبندی ثابت استفاده میشود و مرز میانی میتواند سلولها را به صورت دلخواه قطع کند (شکل ۳–۱). در این روش تغییر شکل زیاد و جدا شدن مرز میانی به راحتی شبیه سازی می شود و از نقطه نظر محاسباتی و کاربردی بیشتر مورد پسند است. از معایب این روش میتوان به دقیق نبودن مرز میانی اشاره کرد، که برای افزایش دقت در مرز مشترک لازم است از شبکه ریزتری نسبت به روشهای لاگرانژی استفاده شود. روشهای تعیین مرز میانی اویلرین میتواند به دو دستهی زیر تقسیم شوند:

تکنیک گرفتن مرز میانی<sup>۲</sup>: در این روش موقعیت مرز میانی با کمک اطلاعات بدست آمده از شبکه ثابت تعیین می گردد. این قبیل اطلاعات می تواند شامل کسر حجمی، میدان فازی و توابع فاصله

<sup>1-</sup> Moving mesh technique

<sup>2-</sup> Capturing method

گردند. روشهایی نظیر نشانه گذاری ذرات، حجم سیال، تعیین سطح و پراکندگی سطح مشترک<sup>۱</sup> مثالهایی از تکنیک گرفتن مرز مشترک هستند.

تکنیک ردگیری مرز میانی<sup>۲</sup>: روشهای ردگیری مرز میانی اویلرین، موقعیت سطح آزاد را توسط یک سری از نقاط یا به کمک تعریف تابع فاصله از مرز مشترک به صورت مستقیم تعیین میکنند.

به طور کلی روشهای گرفتن مرز مشترک، ناحیه حد فاصل دو فاز را آسان تر و سریع تر پیش بینی کرده؛ درحالی که روشهای ردیابی مرز مشترک به دلیل طبیعت لاگرانژی خود، سطح مشترک را دقیق تر مکان یابی می کنند [۵۱].

روشهای بسیار دیگری نیز همانند، انتگرال مرزی<sup>۳</sup>، تناسب سطح مشتر<sup>4</sup> و روشهای لاگرانژی المان محدود وجود دارد که در اغلب این روشها دیدگاه حل، لاگرانژی و یا ترکیب روشهای لاگرانژی-اویلری خواهد بود. در ادامه روش حجم سیال و چگونگی اعمال آن برای شبیهسازی مرز میانی توضیح داده می شود.





<sup>1-</sup> Diffuse interface

3- Boundary integral method

<sup>2-</sup> Tracking method

<sup>4-</sup> Interface fitting

# ۵-۳ روش حجم سیال

بر اساس بررسیهای مقدماتی مذکور و با توجه به تغییر شکل قابل توجه مرز مشترک فازها حین تشکیل قطره، در پژوهش حاضر از تکنیک گرفتن مرز مشترک و روش حجم سیال جهت مدلسازی تشکیل، جدایش و حرکت یک قطره انحلالناپذیر استفاده شده است. این روش یکی از محبوب ترین روشها در مدلسازی جریانهای دوفازی با سطح آزاد در چارچوب روشهای اویلری میباشد. در سه دهه ی اخیر، روش حجم سیال اولین بار توسط هیرت و نیکولز برای ردگیری مرز میانی به صورت ضمنی با کمک تابع کسر حجمی ایداع اولین بار توسط هیرت و نیکولز برای ردگیری مرز میانی به صورت شمنی با کمک تابع کسر حجمی ابداع شد (۳۵]. در این روش سطح آزاد بر روی یک شبکهبندی ضمنی با کمک تابع کسر حجمی ابداع شد (۳۵]. در این روش سطح آزاد بر روی یک شبکهبندی منی با تعیین می گردد. اساس روش حجم سیال بر تابع کسر حجمی استوار است. بدین صورت که ناحیه مربوط به هر سیال توسط تابع کسر حجمی در هر سلول  $Y_{vol} = Y_{vol}$  مشخص می گردد. که در آن گروچکتر از یک باشد، بیانگر آنست که مرز بین دو فاز در این حجم محدود قرار دارد. همچنین جمع کموکتر از یک باشد، بیانگر آنست که مرز بین دو فاز در این حجم محدود قرار دارد. همچنین جمع کموچکتر از یک باشد، بیانگر آنست که مرز بین دو فاز در این حجم محدود قرار دارد. همچنین جمع ممان مقادیر کسرهای مروش محمی در یک محمی در این حجم محدود قرار دارد. همچنین جمع مرز بین دو فاز در این حجم محدود قرار دارد. همچنین جمع معادی رو بین دو سیال در یک حجم کنترل به کار می ود.

همانطوری که در شکل ۳-۲ مشاهده میکنید، با حرکت سطح آزاد، مقدار کسر حجمی در هر سلول بین صفر تا یک تغییر میکند.

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0.95	0.45	0.1	0	0	0	0	0
1	1	0.97	0.35	0	0	0	0
1	1	1	1	0.45	0	0	0
1	1	1	1	0.97	<b>0.1</b>	0	0
1	1	1	1	1	<b>0.</b> 6	0	0
1	1	1	1	1	<b>0.8</b> 5	0	0

شکل ۳-۲- نمونه ای از توزیع تابع کسر حجمی در سطح مشترک بین دو سیال

مقدار  $\gamma$  در هر سلولی که توسط سیال اشغال شده باشد، برابر با یک و در غیر این صورت صفر خواهد بود و در نواحی مرزی بین دو سیال شکل و موقعیت سطح آزاد بر حسب زمان از طریق معادله زیر مشخص می شود:

$$\frac{d\gamma}{dt} + \nabla .(\gamma \vec{u}_r) + \nabla .(\gamma (1 - \gamma) \vec{u}_r) = 0$$
(1- $\gamma$ )

که در آن u<sub>r</sub> میدان سرعت واقع شده در مرز بین دو سیال است [۵۴].

در روش حجم سیال، جریان دو سیال مختلف مخلوط نشدنی برای هر سیال مورد محاسبه قرار می گیرد، به بیان دیگر معادلات حاکم بر جریان هر دو سیال، یکسان بوده و تنها تفاوت در خواص فیزیکی و رئولوژیکی به کار رفته برای هر یک از دو سیال میباشد. در واقع این مدل با به کار بردن خواص فیزیکی و رئولوژیکی در هر حجم کنترل از دامنه حل، که با کسر حجمی مایع در آن حجم کنترل متناسب است، این امر را ممکن میسازد. بیان ریاضی این عبارت با در نظر گرفتن خاصیت کلی  $\emptyset$  به صورت زیر تعریف می

$$\omega = \gamma \omega_{fluid1} + (1 - \gamma) \omega_{fluid2} \tag{(7-7)}$$

در این روش مرز مشترک بین دو فاز از مجموعهای از پارهخطها تشکیل می شود، لذا با ریزتر شدن شبکهی محاسباتی شکل مرز بین دو فاز بهتر نمایش داده می شود. باید توجه داشت که معادله (۱–۳) به تنهایی قادر به تعیین دقیق شکل مرز مشترک نمی باشد. بطور مثال چنانچه مقدار کسر حجمی در یک حجم کنترل برابر ۰/۲ باشد، به صورتهای مختلف می توان ۲۰ درصد از فضای حجم کنترل را اشغال نمود. از این رو با گذشت زمان روشهای متعددی جهت تعیین مرز مشترک پدید آمد.

یکی از رویکردهای اساسی در تعیین مرز مشترک بین دوسیال، روش 'SLIC ارائه شده توسط نوح و داوود<sup>۲</sup> است [۵۵]. براساس این روش سطح مشترک بین دو سیال به صورت خطوط عمودی یا افقی در نظر گرفته میشود (شکل ۳–۳). اگرچه این رویکرد بقای حجم را رعایت کرده و سطح گذار بین فازها را در یک حجم کنترل نگه میدارد، اما روش ذکر شده از دقت مرتبه اول برخوردار بوده و توانایی بسیار محدودی در ارائه شکل دقیق مرز مشترک از خود نشان میدهد. در واقع این روش انحنای محلی را حفظ نمیکند و محدود بودن آن به شبکههای دکارتی از دیگر معایب این روش به

از دیگر روشهای ردگیری مرز میانی میتوان روش "PLIC را نام برد که از دقت و کارایی بالایی نسبت به سایر روشها برخودار است. این روش که توسط یانگز [۵۵] ارائه گردید سطح مشترک بین دو فاز را با یک خط شیبدار تقریب میزند. شیب این خط توسط دادههای به دست آمده از سلولهای مجاور تعیین میگردد. در شکل ۳-۳ نمونهای از تقریب مرز مشترک دایرهای با استفاده از دو روش SLIC و SLIC نشان داده شده است. در تحقیق حاضر نیز با توجه به دقت بالای روش PLIC نسبت به سایر روشها، از این روش جهت تعیین مرز مشترک استفاده شده است.

<sup>1-</sup> Simple Line Interface Construction

<sup>2-</sup> Noh and Woodward

<sup>3-</sup> Piecewise Linear Interface Calculation



شکل ۳-۳- تقریب مرز مشترک به روشهای PLIC و SLIC

از مهمترین مزیتهای روش حجم سیال نسبت به سایر روشها، میتوان به کمترین میزان اطلاعات ذخیره شده اشاره نمود. از دیگر مزایای این روش نسبت به سایر روشها، مدلسازی برخورد و تکه تکه شدن قطرات بدون هیچ عملیات خاصی میباشد. این روش قانون بقای جرم را به طور کامل تضمین میکند، اما به دلیل اینکه از یک میدان کسر حجمی متوسط استفاده میکند، اطلاعات دقیقی در مورد مرز میانی وجود ندارد.

## ۳-۶- الگوريتم حل عددي

پس از انتخاب روش مورد نظر، معادلات حاکم و شبکه محاسباتی، گسستهسازی خواهد شد و مسأله در هر گام زمانی حل می گردد و این روند تا همگرا شدن پاسخ ادامه مییابد. الگوریتم محاسباتی انجام شده در هر گام زمانی، به شرح زیر میباشد:

۱. با استفاده از مقادیر اولیه برای  $\gamma$  و سرعت، معادله (۳–۱) حل شده و خواص فیزیکی و رئولوژیکی سیال براساس \* جدید تعیین می گردد.

۲. گرادیان فشار و دیورژانس تنش با استفاده از مقادیر اولیه سرعت u، فشار p و تنش  $\tau$ ، به طور صریح محاسبه می گردد، سپس معادله ممنتوم به طور ضمنی برای هر مؤلفه از بردار سرعت حل می-شود و میدان سرعت جدید  $u^*$  تخمین زده می شود.

۳. ازآنجایی که سرعتهای بدست آمده در مرحله پیشین لزوماً معادله بقای جرم را ارضا نمی کنند؛ لازم است که یک معادله جهت تصحیح فشار تعریف گردد. سپس این معادله حل شده و میدان فشار، سرعت و شار جرمی بگونهای اصلاح میشوند که معادله پیوستگی برای هر فاز ارضا شود. در این مرحله از هر دو الگوریتم سیمپل<sup>۱</sup> و پیزو میتوان استفاده کرد. مطالعات نشان میدهد که برای جریان پایا هیچ تفاوتی میان این دو الگوریتم وجود ندارد، در حالی که در مسائل ناپایا همانند مساله حاضر الگوریتم پیزو نسبت به سیمپل عملکرد بهتری دارد.

۴. معادله ساختاری با استفاده از میدان سرعت تصحیح شده در مرحله قبلی، حل می شود و مقادیر  $^*$  برای میدان تانسور تنش محاسبه می *گ*ردد.

۵. به منظور دستیابی به حل دقیقتر، مراحل قبلی در هر گام زمانی تکرار میشود.

1- SIMPLE



شكل ٣-۴- شماتيك الكوريتم محاسبات عددي جهت مدلسازي فرآيند تشكيل قطره
# فصل چهارم بحث و بررسی نتایج

#### ۴–۱– مقدمه

در این بخش به مطالعه عددی رفتار تشکیل قطره ویسکوالاستیک با استفاده از الگوریتم ارائه شده در فصل قبل پرداخته میشود. همچنین نتایج بهدست آمده از حل عددی از سقوط قطره ویسکوالاستیک در هوا ارائه می گردد. روش عددی که در فصل ۳ به صورت مفصل بیان شد، استفاده از روش حجم سیال برای هر دو جریال داخل و خارج بوده و از معادله ساختاری گزیکس استفاده شده است.

در ابتدای این فصل به بیان شرایط مرزی و بررسی استقلال از شبکه پرداخته می شود سپس نتایج به دست آمده از حل عددی مورد اعتبارسنجی قرار می گیرد. در ادامه اثر تغییرات اعداد بی بعد حاکم بر مسأله بر تشکیل قطره ویسکوالاستیک در حال سقوط مورد بررسی قرار می گیرد.

#### ۲-۴- محدوده محاسباتی و شرایط مرزی

در تحقیق پیشرو تشکیل قطره سیال ویسکوالاستیک به عنوان فاز گسسته در فاز پیوسته هوا مورد مطالعه قرار می گیرد. جریان مورد بررسی جریانی متقارن محوری، آرام، ناپایا از دو سیال غیرقابل اختلاط میباشد. علاوه بر این فرض میشود جریان تراکمناپذیر، تحت اثر نیروی گرانش و هم دما میباشد و از تغییرات خواص فیزیکی از جمله چگالی، لزجت و کشش سطحی، صرفنظر شده است. در این تحقیق فرض شده است که کشش سطحی موجود در مرز مشترک مایع – گاز، مقداری ثابت بوده و با زمان تغییر نمی کند.

محدوده محاسباتی در نظر گرفته شده در این پژوهش به همراه شرایط مرزی موجود، در شکل ۴-۱ نمایش داده شده است (نیروی گرانش در جهت مثبت محور x است). در اینجا  $R_o$  بیانگر شعاع نازل میباشد، که برابر ۱/۶ میلیمتر در نظر گرفته شده است. در لحظه t=0 ، نازل حاوی سیال ویسکوالاستیک میباشد و با گذشت زمان با توجه به شرط مرزی سرعت در ابتدای نازل و در نظر گرفتن طول توسعهیافتگی برای جریان سیال در نازل، قطره در اثر نیروی اینرسی شروع به حرکت و شکل گیری می کند.



شکل ۴-۱- نمایش محدودهی محاسباتی و شرایط مرزی در پژوهش حاضر (ابعاد به میلیمتر)

#### ۴-۳- استقلال از شبکهبندی

یکی از مواردی که تاثیر به سزایی در نتایج می گذارد نوع شبکه انتخابی است که از آن جمله می توان به شبکههای مثلثی و مربعی اشاره کرد. در مواردی در تحلیلهای اولیه مشاهده شد که با وجود تقارنی که در مسأله وجود دارد به دلیل عدم تقارن شبکه مثلثی جوابی که نرمافزار ارائه می کرد متقارن نبود، لذا در پژوهش حاضر شبکه مربعی انتخاب گردیده است. مشخصات شبکههای به کار رفته در جدول ۴–۱ آمده است. در شکل ۴–۲، نمایی کلی از شبکههای محاسباتی به کار رفته جهت دستیابی به شبکهای مطلوب آورده شده است. همچنین در شکل ۴–۳ نیز نمایی بزر گ تر از شبکههای به کار رفته در هر یک از شبکههای محاسباتی آورده شده است.

به منظور بررسی استقلال از شبکه در محدوده محاسباتی، تغییرات طول قطرهی یک قطره ویسکوالاستیک از لحظه شروع شبیهسازی تا لحظه جدایش به ازای شبکههای M-3، M-2، M-1 و M-3، M-2، M-1 در شکل ۴-۴ رسم شده است. برای این منظور، سرعت سیال ورودی برابر ۶/۵۴ میلیمتر بر شانیه در نظر گرفته شده و از سیالی با خواص فیزیکی و رئولوژیکی ذکر شده در جدول ۴-۳ استفاده

گردیده است. همانطور که مشاهده می گردد، با افزایش تعداد شبکه، اختلاف مقادیر طول قطره بر حسب زمان کاهش مییابد و نمودارها با دقت خوبی روی یکدیگر منطبق می شوند. از آنجایی که افزایش تعداد سلولهای محاسباتی، تنها هزینه و زمان محاسبات را افزایش می دهد و تأثیری بر کیفیت نتایج ندارد، لذا شبکه M-3 جهت شبیه سازی انتخاب گردیده است. در جدول ۴-۲ نیز مقایسه طول بی بعد جدایش قطره در لحظه جدایش به ازای شبکههای مختلف آمده است.

	تعداد سلولها در	تعداد سلولها در	تعداد سلولها در	
تعداد کل سلولھا	ناحيه ۳	ناحيه ۲	ناحیه ۱	نوع شبكه
۵۲۲۴	184	4180	۲۰۰	M-1
۲۰۲۰۸	2047	1824.	٨٨٠	M-2
84960	4080	<i>ç</i>	۳۰۰۰	M-3
1.0721	1.444	9.774	4970	M-4

جدول ۴-۱- مشخصات شبکههای محاسباتی

جدول ۴-۲- مقایسه طول بیبعد قطره بیبعد به ازای شبکههای مختلف

میزان خطای نسبی با M-4	طول بیبعد جدایش قطرہ (L <sub>d</sub> /R <sub>o</sub> )	نوع شبكه
۲. <b>۲</b> /۲۳	۵/۴۸۷۶	M-1
۲. ۳/۰ <b>۲</b>	۵/۷۶۴۳	M-2
۰/۳۱	۵/۹۲۸۷	M-3
·/. •	۵/۹۴۷۲	M-4

$\lambda(s)$	α	$\eta_p(pa.s)$	$\eta_s(pa.s)$	$\sigma(N/m)$	$\rho(Kg/m^3)$
•/•۴	۰ /٣	•/•۴	•/••٢	• / • ¥ •	11

جدول ۴-۳- خواص فیزیکی و رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک



(الف)



(ب)







شکل ۴-۲- نمایش شبکهبندیهای مختلف محدوده محاسباتی، الف) M-1 ، ب) M-2 ، ج) M-3 و د) M-4









شکل ۴-۴- بررسی تأثیر تعداد نقاط شبکهبندی بر تغییرات طول قطرهی ویسکوالاستیک در زمانهای مختلف

## ۴-۴- بررسی توسعه یافتگی جریان سیال در نازل

یکی از مواردی که باید در شبیه سازی توجه داشت، تعیین طولی از نازل است که به ازای آن جریان در داخل نازل توسعه یافته می شود. از این رو جهت اطمینان از توسعه یافتگی جریان، تغییرات پارامترهای مختلف در راستای محور X مورد بررسی قرار گرفته اند. به طور نمونه، مقادیر مولفه های سرعت و تنش در راستای محور X برای شبکه 3-M در شکل 4-7 و شکل 4-7 نمایش داده شده است. همانطوری که مشاهده می شود، مقادیر تنش و سرعت محوری توسعه یافته گردیده و مستقل از طول نازل می گردند.



شکل ۴-۷- منحنی مولفههای مختلف تنش بر حسب موقعیت در راستای نازل

## ۴–۵– اعتبارسنجی مدل مسأله

به طور کلی میتوان اعتبارسنجی مدلسازی صورت گرفته در این تحقیق را شامل سه مرحله دانست: در مرحله نخست تشکیل و جدایش یک قطره نیوتنی، حاوی مخلوط ۵۰ ٪ آب و گلیسرین مورد بررسی قرار می گیرد. همانطور که در شکل ۴–۸ مشاهده می شود، تمامی جزئیات تشکیل قطره، شامل گلویی شدن و تشکیل قطرات پیرو به خوبی نمایان شده است و تطابق کیفی بسیار خوبی میان نتایج حاصل از حل عددی با دادههای آزمایشگاهی و پیشبینیهای محاسباتی وجود دارد.



شکل ۴–۸- مقایسه نتایج مطالعه حاضر (سطر پایین) و دادههای آزمایشگاهی [۳۴] (سطر بالایی) برای مخلوط ۵۰٪ آب و گلیسرین. زمانهای اندازه گیری شده بر حسب میلی ثانیه از چپ به راست عبارت است از : ۱۰-، ۶-، ۳-، ۲-، ۱-، ۰، ۱، ۲. این زمان نسبت به زمان جدایش t<sub>d</sub> بیان شده است (*t-td*).

در مرحله دوم، جهت ارزیابی دقیق تر صحت نتایج بدست آمده، ماکزیمم طولی از قطره که به ازای آن جدایش رُخ می دهد برای درصد گلیسیرین های مختلفی از مخلوط آب و گلیسیرین مورد مطالعه قرار گرفت. در جدول ۴-۴ نتایج مطالعه حاضر، با داده های تجربی [۵۶] و عددی [۱۳] موجود مورد مقایسه قرار گرفته اند و میزان خطای نسبی با داده های موجود محاسبه شده است. همانطوری که مشاهده می شود، حداکثر خطا بین داده های تجربی و مدل حاضر حدود ۷/۵ ٪ و همچنین بین داده های عددی و مدل حاضر حدود ۸/۸ ٪ می باشد. این میزان خطا بیان گر آن است که نتایج

میزان خطای نسبی با	میزان خطای نسبی با	طول قطرہ	طول قطره	طول قطره	درصد گليسرين مخلوط آب-	آبا م
دادەھاى عددى	دادەھاى تجربى	عددی [۱۳]	تجربی [۵۶]	مطالعه حاضر	گلیسرین در دمای C°۲	ازمایش
΄/. ۵/λ	'/. Δ/Y	۵/۶۵	۵/۶۴	۵/۳۲	7. ∙	١
7. 1/λ	_	۵/۶۲	_	۵/۵۲	۲. ۲۰	٢
'/. •/•V	-	۵/۵۴۶	-	۵/۵۵	۲.۵۰	٣
7. 379	-	۵/۶۲	-	۵/۸۴	'/. <b>%</b> •	k
7. N	-	۵/۷۳	-	۵/۲۹	'∕. <b>Y</b> ∙	۵
7. ۴/۵	-	۵/۹۰	-	۶/۱۲	΄/. ΥΔ	۶
7. Υ/λ	-	۶/۳۴	-	۶/۵۲	∵/. ۸۰	٧
΄/. Δ/Υ	7. 1/5	٧/٧٢	٧/٣٣	۷/۳۲	΄/. ۸۵	٨

جدول ۴–۴– مقایسه نتایج مدلسازی با دادههای تجربی [۵۶] و دادههای عددی [۱۳]

در مرحله سوم، تغییرات مینیمم شعاع گلویی شدن بیبعد (*R*<sub>m</sub>) بر حسب زماناندازه گیری شدهی وارونه از لحظه جدایش، برای مخلوط ۸۵ ٪ آب و گلیسیرین از نازلی با شعاع ۱/۶ میلیمتر و دبی ورودی یک میلیلیتر بر دقیقه، جهت ارزیابی صحت نتایج مدلسازی مورد مطالعه قرار گرفت. همانطور که در شکل ۴–۹ مشاهده میکنید نتایج بهدست آمده از مدلسازی با دادههای به دست آمده از کار ادوارد ویلکس [۱۳] و همکارانش از تطابق خوبی برخوردار است.



شکل ۴-۹- مقایسه نتایج مطالعه حاضر و دادههای حل عددی [۱۳] برای مخلوط ۸۵ ٪ آب و گلیسرین

دلیل اعتبارسنجی با دادههای سیال نیوتنی در این پژوهش، عدم دسترسی به اطلاعات کافی در مقالات موجود جهت بهدست آوردن ضرایب معادله ساختاری گزیکس در سیال ویسکوالاستیک بوده است.

## ۴-۶- نتایج حاصل از مدلسازی تشکیل قطره ویسکوالاستیک

پس از اطمینان از صحت روش بکارگیری شده، به مدلسازی تشکیل قطره ویسکوالاستیک در حالات مختلف پرداخته میشود. بدین منظور تشکیل قطره ویسکوالاستیک به واسطهی نیروی اینرسی از نازلی با شعاع ۱/۶ میلیمتر در محیط هوا مورد بررسی قرار میگیرد. به منظور بررسی پارامترهای مورد نظر در مسأله، حالاتهای مختلفی با خواص فیزیکی و رئولوژیکی مختلف مورد مطالعه قرار میگیرد. نتایج بهدستآمده از مدلسازی در قالب اعداد بدون بعد بیان شده است تا بتوان دادههای حاصل از حالات مختلف را با یکدیگر مقایسه نمود. به این صورت که برای بررسی تأثیر مجزای پارامترها بر روند تشکیل قطره، معمولاً یک یا دو پارامتر تغییر کرده و سایر پارامترها ثابت نگه داشته میشوند. در ادامه به بررسی تأثیر پارامترهایی نظیر ضریب تحرک، نسبت لزجت، عدد وایزنبرگ، عدد بوند و عدد مویینگی بر روند تشکیل قطره ویسکوالاستیک پرداخته خواهد شد.

#### ۴-۶-۱- تأثیر پارامتر ضریب تحرک بر تشکیل قطره ویسکوالاستیک

ضریب تحرک یا پویایی α که از پارامترهای مهم در مدل غیرخطی گزیکس به شمار میرود، از جمله متغیرهای تأثیر گذار بر تشکیل قطره ویسکوالاستیک میباشد. این ضریب رفتار غیرایزوتروپیک در هیدرودینامیک مولکولی ماده ویسکوالاستیک را لحاظ میکند و پارامتری بیبعد و همواره مثبت است.

تأثیر تغییرات این ضریب روی طول قطره، شعاع گلویی و حجم قطره ویسکوالاستیک به ازای اعداد بیبعد گزارش شده در جدول ۴–۵ مورد بررسی قرار گرفته است. نمایی از شبیهسازیهای انجام شده برای بررسی تأثیر پارامتر ضریب تحرک در شکل ۴–۱۰ آمده است.

β	Wi	Во	Ca	Re
• /AQV 1	۲/۵	•/٣٨۶۴	•/•۶۴۶١	•/•١٣٧١۴

lpha جدول ۴–۵– اعداد بیبعد در نظر گرفته شده در شبیه سازی پارامتر



شکل ۴–۱۰- نمایی از شبیهسازی انجام شده برای بررسی تأثیر ضریب تحرک

تأثیر تغییرات ضریب تحرک بر طول قطرهی ویسکوالاستیک بر حسب زمان بیبعد در شکل ۴–۱۱ به نمایش در آمده است. مشاهده میشود قطره در زمانهای ابتدایی (حدوداً پیش از زمان E=\*1) به ازای مقادیر مختلف  $\alpha$  با سرعتی تقریباً یکسان کشیده شده و رشد میکند، با شروع گلویی شدن و با افزایش ضریب  $\alpha$  زمان رسیدن به نقطهی جدایش کاهش مییابد و قطره در مدت زمان کوتاهتری جدا میشود. چرا که با افزایش  $\alpha$  مقاومت ماده در برابر کشش کاهش مییابد و فیلامان سیال سریعتر باریک میشود [77]. این اثر را نیز میتوان با کمک نمودار ۴–۱۲ نیز توجیه نمود. همانطوری که مشاهده میکنید با افزایش  $\alpha$ ، مقدار لزجت کشسانی در مدل گزیکس، کاهش مییابد و این امر سبب میشود تا فیلامان سیال در مدت زمان کوتاهتری جدا شود.



lpha شکل ۴–۱۱– نمودار تغییرات طول قطره بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف



(۵۷) شکل ۴–۱۲- نمودار تغییرات لزجت کشسانی با عدد وایزنبرگ بهازای مقادیر مختلف lpha در مدل گزیکس (۵۷)

همانطوری که در شکل ۴–۱۳ مشاهده میشود، با افزایش ضریب  $\alpha$  طول جدایش قطره کاهش می ابد. همچنین با توجه به نمودار مذکور میتوان دریافت که شیب تغییرات طول جدایش قطره به ازای مقادیر کوچکتر  $\alpha$  بسیار زیاد بوده و با افزایش مقادیر  $\alpha$  شیب نمودار کاهش می ابد. لذا می توان گفت که در  $\alpha$  کوچکتر تاثیر این ضریب بر طول قطره بیشتر خواهد بود. این روند در کاهش می توان گفت که در  $\alpha$  کوچکتر، تأثیر این ضریب بر طول قطره بیشتر خواهد بود. این روند در کاهش می توان می توان گفت که در  $\alpha$  کوچکتر، تأثیر این ضریب بر طول قطره بیشتر خواهد بود. این روند در کاهش می توان می توان گفت که در  $\alpha$  کوچکتر، تأثیر این ضریب بر طول قطره بیشتر خواهد بود. این روند در کاهش می توان می توان گفت که در  $\alpha$  کوچکتر، تأثیر این ضریب بر طول قطره بیشتر خواهد بود. این مودار با افزایش مقادیر  $\alpha$  با افزایش مقادیر  $\alpha$  می توان با کمک نمودار شکل ۴–۱۲ نیز توجیه نمود. در این نمودار با افزایش مقادیر  $\alpha$  با افزایش مقادیر  $\alpha$ ، ازجت کشسانی کاهش می یابد. ولیکن افت ازجت کشسانی در  $\alpha$ های کوچکتر، بیشتر بوده و با افزایش مقادیر  $\alpha$ ، میزان تغییرات در ازجت کشسانی کاهش می یابد.



lpha شکل ۴–۱۳ نمودار تغییرات طول جدایش قطره بر حسب

در شکل ۴–۱۴ به بررسی تأثیرات ضریب تحرک بر مینیمم شعاع گلویی بیبعد بر حسب زمان پرداخته شده است. در این جا نیز به وضوح میتوان دید که به ازای تمامی  $\alpha$ ها، گلویی شدن تقریباً در زمان  $t^{*}=3$  شروع شده و تا پیش از این لحظه ضریب تحرک تأثیری بر روند تشکیل قطره نداشته است. از آنجایی که با افزایش ضریب تحرک مقاومت ماده در برابر کشش کاهش مییابد، در زمانهای بیشتر از  $t^*=3$  ، گلویی در فیلامان سیالی که دارای ضریب تحرک بیشتری است، سریعتر رخ میدهد و به تدریج با افزایش پارامتر  $\alpha$  تأثیر آن بر زمان گلویی شدن کاهش مییابد.



lpha شکل ۴–۱۴– نمودار تغییرات مینیمم شعاع گلویی بیبعد بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف

در شکل ۴–۱۵ می توان اثر تغییرات پارامتر  $\alpha$  را بر حجم بی بعد قطره مشاهده نمود. همانطوری که مشاهده می شود با افزایش ضریب تحرک در محدودهی اعداد بی بعد گزارش شده در جدول ۴–۴، حجم قطرههای تشکیل شده به صورت خطی به میزان ۲/۳ درصد کاهش می یابد.



شکل ۴–۱۵– نمودار تغییرات حجم نهایی بی بعد قطره اولیه بر حسب lpha بعد از جدایش

همچنین با کمی دقت به نمودارهای شکل ۴–۱۳ و ۴–۱۵ میتوان دریافت که با افزایش  $\alpha$  از ۰/۰۵ تا  $\alpha$ . میتوان دریافت که با افزایش  $\alpha$  از ۰/۰۵ تا  $\alpha$ . اول جدایش قطره به میزان ۵۵/۶ درصد کاهش مییابد، این در حالی است که حجم قطره ی اولیه تنها به میزان ۲/۳ درصد کاهش مییابد. لذا میتوان نتیجه گرفت که طول قطره به تغییرات  $\alpha$  حساس تر است تا حجم قطره اولیه.

۲−۶−۴ تأثیر عدد Wi بر تشکیل قطره ویسکوالاستیک

عدد بیبعد وایزنبرگ از دیگر پارامترهای موثر در تشکیل قطره ویسکوالاستیک میباشد. این عدد نشاندهندهی خاصیت الاستیک سیال میباشد و به صورت نسبت نیروی الاستیک به نیروی ویسکوز تعریف میشود. برای یک سرعت ورودی و نازلی با قطر مشخص، هر چه عدد وایزنبرگ بیشتر شود نشاندهندهی این واقعیت است که سیال مورد نظر دارای خاصیت الاستیک بیشتری میباشد. این خاصیت با زمان رهایی از تنش  $\lambda$  مشخص می گردد. شبیه سازی های صورت گرفته جهت بررسی این پارامتر به ازای اعداد بی بعد گزارش شده در جدول ۴-۶ بوده است.

β	α	Во	Ca	Re
• /Y )	• / )	•/&•	•/• ۲٨	•/•78

جدول ۴-۶- اعداد بی بعد در نظر گرفته شده در شبیه سازی عدد Wi

فیلامان سیال گزیکس در اعداد وایزنبرگ مختلف، رفتاری متفاوت از خود نشان میدهد به طوری که فیلامان با افزایش عدد وایزنبرگ ، تغییر شکل بیشتری از خود نشان داده و باریک شدن در آن سریعتر رخ میدهد. این افزایش سرعت باریک شدن فیلامان با عدد وایزنبرگ، از افزایش تخلیه الاستیک (بازگشت الاستیک) در این ناحیه سرچشمه میگیرد [۳۶]. همانطوری که در شکل ۴–۱۶ مشاهده میکنید، افزایش عدد وایزنبرگ تا پیش از شروع گلویی، تأثیری بر روند طول قطره نداشته و با شروع گلویی، سبب افزایش سرعت گلویی شدن و در نتیجه کاهش طول قطره میگردد. شکل ۴– ۱۷ روند کاهش طول جدایش قطره بر حسب عدد وایزنبرگ را به خوبی نشان میدهد. همانطوری که مشاهده میشود عمده تغییرات در اعداد وایزنبرگ کوچکتر بوده و با افزایش وایزنبرگ میزان تغییرات در طول جدایش قطره، کاهش مییابد.



شکل ۴-۱۶- نمودار تغییرات طول قطره بر حسب زمان بی بعد بهازای مقادیر مختلف Wi



شکل ۴-۱۷- نمودار تغییرات طول جدایش قطره بر حسب Wi

شکل ۴–۱۸ تأثیر تغییرات عدد وایزنبرگ بر مینیمم شعاع گلویی بی بعد را نشان می دهد. همانطوری که پیش ر نیز بیان شد، با افزایش وایزنبرگ خاصیت الاستیک ماده افزایش می یابد که این امر سبب می شود تا با شروع گلویی شدن، تخلیه الاستیک (باز گشت الاستیک) در ناحیه گلویی سریع تر صورت پذیرد و مینیمم شعاع فیلامان با سرعت بیشتری کاهش یافته و شیب نمودار به ازای اعداد وایزنبرگ بزرگتر، کاهش شدیدتری از خود نشان دهد. در اینجا نیز به خوبی می توان دید که تغییرات عدد وایزنبرگ تأثیری بر زمان شروع گلویی شدن نداشته و به ازای تمامی اعداد وایزنبرگ گلویی شدن در یک زمان مشخص رخ می دهد. لذا می توان نتیجه گرفت که خاصیت الاستیک سیال، در ناحیه گلویی از اهمیتی ویژه برخوردار گردیده و تا پیش از آن تأثیری بر روند تشکیل قطره از خود نشان نمی دهد.



شکل ۴-۱۸- نمودار تغییرات مینیمم شعاع گلویی بیبعد بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف Wi

یکی از راههای اندازه گیری الاستیسیته در یک سیال معین، بهدست آوردن نسبت تنش  $(\tau_{xx} - \tau_{yy})/\tau_{xy}$ ) است [۵۷]. این کسر که بیان گر نسبت تنشهای الاستیک به تنشهای برشی در

سیال میباشد، برای سیالات نیوتنی و همچنین سیالات غیرنیوتنی در نرخهای برش کوچک برابر صفر میباشد.

به منظور روشنتر شدن اثر افزایش خاصیت الاستیک سیال بر تشکیل قطره ویسکوالاستیک نسبت اختلاف تنش نرمال اول به تنش برشی در ناحیه گلویی، در ۲۰۰۱ ثانیه پیش از جدایش در اعداد وایزنبرگ مختلف در جدول ۴–۷ نمایش داده شده است. افزایش نسبت اختلاف تنش نرمال اول به تنش برشی با عدد وایزنبرگ در این نقطه حاکی از آن است که تنشهای الاستیک رو به افزایش بوده و سبب می گردد تا تخلیه الاستیک در این ناحیه سریعتر صورت پذیرد. در واقع افزایش تنشهای الاستیک در این ناحیه سبب می گردد تا سیال ناحیه گلویی را سریعتر ترک کند. شکل ۴–۱۹ پروفیل سرعت محوری در فیلامان قطره بر روی محور تقارن به همراه پروفیل شکل قطره در اعداد وایزنبرگ مشاهده می کنید با افزایش عدد وایزنبرگ شیب پروفیلهای سرعت و نیز سرعت خروج سیال از فیلامان سیال ویسکوالاستیک افزایش یافته است و با دور شدن از ناحیه گلویی مقادیر سرعت کاهش می اید.

$\frac{\boldsymbol{\tau}_{xx} - \boldsymbol{\tau}_{yy}}{\boldsymbol{\tau}_{xy}}$	Wi
37/28	•
۸۲/۷۴	۰/۳۱
۸۵/۱۶	۱۵/۶
144/•9	۳۱/۲۵
917/40	۶۲/۵

جدول ۴-۷- تغییرات نسبت تنش با عدد Wi



شکل ۴–۱۹- پروفیل سرعت محوری در فیلامان قطره ویسکوالاستیک بر روی محور تقارن به همراه پروفیل شکل قطره به ازای اعداد وایزنبرگ ۱۵/۶، ۳۱/۲۵ و ۶۲/۵ در ۰/۰۰۱ ثانیه پیش از جدایش

در شکل ۴-۲۰ تغییرات حجم بیبعد قطره با عدد وایزنبرگ نشان داده شده است. همانطوری که مشاهده میکنید با افزایش عدد وایزنبرگ در محدودهی اعداد بیبعد گزارش شده در جدول مربوطه حجم قطرات به صورت غیرخطی کاهش مییابد. این کاهش در حجم قطرات، در اعداد وایزنبرگ کوچک محسوستر بوده و با افزایش عدد وایزنبرگ تغییرات در حجم قطرات کاهش مییابد.



شکل ۴-۲۰- نمودار تغییرات حجم نهایی بیبعد قطره اولیه بر حسب Wi بعد از جدایش

در اینجا نیز با مقایسه نمودارهای شکل ۴–۱۷ و ۴–۲۰ میتوان دریافت که تغییرات عدد وایزنبرگ، تأثیر بیشتری بر طول قطره ویسکوالاستیک دارد تا حجم آن و با افزایش عدد وایزنبرگ از ۳۱/۲۵ بیشتر دامنه تغییرات طول جدایش قطره و حجم قطره با عدد وایزنبرگ بسیار کاهش مییابد.

# ا ج-8- $\pi$ -8 تأثیر پارامتر eta بر تشکیل قطرہ ویسکوالاستیکeta

یکی دیگر از پارامترهای مهم و تأثیر گذار بر تشکیل قطره ویسکوالاستیک نسبت لزجت  $\beta$  می،اشد. همانطوری که پیشتر بیان شد، این عدد بیانگر نسبت لزجت بخش پلیمری سیال قطره ویسکوالاستیک به لزجت کل سیال قطره ویسکوالاستیک تعریف میشود. لذا چنانچه  $\beta = \beta$  باشد سیال قطره نیوتنی بوده و با افزایش مقدار  $\beta$ ، سهم بخش پلیمری سیال قطره افزایش یافته و از سهم بخش نیوتنی سیال قطره کاسته میشود. در اینجا شبیهسازیهای صورت گرفته برای بررسی اثر این پارامتر به ازای اعداد بی بعد گزارش شده در جدول ۴–۸ می باشد.

α	Wi	Во	Ca	Re
• /٢	۵/۶۲۵	•/٣٨۶۴	•/•۵۵۳۸	•/• 18

eta جدول ۴-۸- اعداد بی بعد در نظر گرفته شده در شبیه سازی عدد

در شکل ۴–۲۱ میتوان اثر این پارامتر را روی طول قطره بر حسب زمان بیبعد مشاهده کرد. همانطوری که مشاهده میکنید با افزایش نسبت لزجت، قطرهی ویسکوالاستیک سریعتر جدا میشود. زیرا با افزایش β، در واقع سهم الاستیک قطره افزایش مییابد و با رشد این ترم، فیلامان مدل گزیکس خاصیت باریکشوندگی شدیدتری از خود نشان داده و جدایش سریعتر صورت میپذیرد. با توجه به شکل ۴–۲۲ مشاهده میشود که با افزایش نسبت لزجت از ۰/۱ تا ۰/۹، طول جدایش قطره، به صورت خطی از مقدار ۱۳/۹ به ۸/۹ کاهش مییابد.





eta شکل ۴-۲۲- نمودار تغییرات طول جدایش قطره بر حسب

در شکل ۴-۲۳ تغییرات مینیمم شعاع گلویی بی بعد بر حسب زمان بی بعد به نمایش در آمده است. همانطوری که مشاهده می کنید، در اینجا نیز نسبت لزجت تا پیش از شروع گلویی تأثیری بر روند تشکیل قطره نداشته و با شروع گلویی شدن، جدایش در فیلامان سیال با نسبت لزجت بیشتر، سریعتر اتفاق می افتد. لذا می توان نتیجه گرفت که تغییرات نسبت لزجت نیز تا پیش از شروع باریک شدن گلویی تأثیری بر روند تشکیل قطره نداشته است.



eta شکل ۴-۲۳- نمودار تغییرات مینیمم شعاع گلویی بی بعد بر حسب زمان بی بعد بهازای مقادیر مختلف

همانطوری که در شکل ۴–۲۴ مشاهده می شود با افزایش نسبت لزجت از ۰/۱ تا ۹/ ۰، در محدودهی اعداد بی بعد گزارش شده در جدول مربوطه، حجم قطرهی اولیه به میزان ۴/۷ درصد به صورت خطی اُفت خواهد کرد.



شکل ۴-۲۴- نمودار تغییرات حجم نهایی بیبعد قطره اولیه بر حسب eta بعد از جدایش

با توجه به شکلهای ۴-۲۲ و ۴-۲۴ مشاهده می شود که با تغییر نسبت لزجت از ۰/۱ تا ۰/۹، طول جدایش قطره و حجم قطره اولیه به ترتیب به میزان ۳۵/۹ و ۴/۷ درصد، هر دو به صورت خطی کاهش می یابد. لذا به وضوح می توان دریافت که تغییرات طول قطره با نسبت لزجت محسوس تر از تغییرات حجم قطره با نسبت لزجت می باشد.

#### Bo الماح-۴- تأثير عدد Bo بر تشكيل قطره ويسكوالاستيك

عدد بیبعد بوند از پارامترهای دیگری است که نقش بسزایی در تشکیل قطره دارد. این عدد بیان گر نسبت نیروی گرانش قطره به نیروی کشش سطحی میباشد. به منظور بررسی تأثیر این پارامتر بر روند تشکیل قطره، شبیه سازی هایی در محدوده ی اعداد بیبعد گزارش شده در جدول ۴–۹ صورت گرفته است. نمایی از شبیه سازی های صورت گرفته برای بررسی عدد بوند در شکل ۴–۲۵ آمده است.

α	Wi	β	Ca	Re
• / ١	•/٣١٢۵	•/٧١۴	•/• ۲٨	•/• 788

جدول ۴-۹- اعداد بی بعد در نظر گرفته شده در شبیه سازی عدد Bo



شکل ۴-۲۵- نمایی از شبیهسازیهای صورت گرفته برای بررسی عدد Bo

در شکل ۴–۲۶ تغییرات طول قطره بر حسب زمان بی بعد به نمایش در آمده است. مشاهده می کنید که با افزایش عدد بوند، قطره تمایل دارد تا زودتر از نازل جدا شود. همچنین همانطوری که انتظار می رود طول قطره در لحظه جدایش می بایست با افزایش عدد بوند افزایش یابد، اما این روند تغییرات به یک عدد بوند بحرانی نیز بستگی دارد [۱۳]. مقدار این عدد بوند بحرانی در رینولدزهای مختلف متفاوت می باشد. به عنوان مثال در سیالات نیوتنی در ۲۰/۳ = Re، از عدد بوند بحرانی بیشتر از ۳/۰، طول جدایش قطره افزایش می یابد [۱۳]. در محاسبات انجام شده در این پژوهش تغییرات عدد بوند از ۳/۰ تا ۲/۰ بوده است بنابراین همانطوری که در شکل ۴–۲۷ مشاهده می کنید با افزایش عدد بوند طول جدایش قطره نیز افزایش می یابد.



شکل ۴-۲۶- نمودار تغییرات طول قطره بر حسب زمان بی بعد بهازای مقادیر مختلف عدد بی بعد Bo



شکل ۴-۲۷- نمودار تغییرات طول جدایش قطره بر حسب عدد بی بعد Bo

در شکل ۴-۲۸ تغییرات مینیمم شعاع باریک شدن فیلامان قطره ویسکوالاستیک بر حسب زمان بی بعد نشان داده شده است. افزایش عدد بوند نه تنها سبب می گردد تا جدایش سریعتر صورت پذیرد بلکه زمان شروع گلویی شدن را نیز کاهش می دهد. به بیان دیگر با افزایش عدد بوند گلویی شدن در فیلامان قطره سریعتر شروع می شود.



شکل ۴-۲۸- نمودار تغییرات مینیمم شعاع گلویی بیبعد بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف عدد بیبعد Bo

شکل ۴–۲۹ تغییرات حجم بیبعد قطره اولیه بر حسب عدد بوند نمایش میدهد. نتیجه مهم دیگری که میتوان گرفت آن است که با افزایش عدد بوند در محدودهی اعداد بیبعد گزارش شده، حجم قطره اولیه کاهش مییابد. این روند کاهش در حجم قطره اولیه با افزایش عدد بوند، همانند سیالات نیوتنی میباشد [۱۳].



شکل ۴-۲۹- نمودار تغییرات حجم نهایی بیبعد قطره اولیه بر حسب عدد بیبعد Bo بعد از جدایش

### ۲-۶-۴- تأثیر عدد Ca بر تشکیل قطره ویسکوالاستیک

از متغیرهای دیگری که میتواند تأثیر بسزایی در تشکیل قطره داشته باشد عدد بیبعد مویینگی میباشد. این عدد در فرآیندهای مرتبط با کشش سطحی از اهمیتی ویژه برخوردار است. در اینجا شبیه سازی های صورت گرفته جهت بررسی این پارامتر، به ازای اعداد بیبعد گزارش شده در جدول ۴-۱۰ بوده و افزایش عدد مویینگی به واسطهی کاهش میزان کشش سطحی صورت گرفته است.

α	Wi	β	Re
• /٢	١/٧۵	• / <b>\</b> •	•/•۴۵

جدول ۴-۱۰- اعداد بی بعد در نظر گرفته شده در شبیه سازی عدد Ca

شکل ۴–۳۰ تغییرات طول قطره بر حسب زمان را نشان میدهد. مشاهده میشود که با افزایش عدد مویینگی جدایش سریعتر رُخ میدهد. از آنجایی که کشش سطحی با مویینگی رابطه معکوس دارد، لذا افزایش مویینگی به معنای کاهش کشش سطحی میباشد که موجب می شود تا جدایش سریعتر اتفاق بیافتد.



شکل ۴-۳۰- نمودار تغییرات طول قطره بر حسب زمان بی بعد بهازای مقادیر مختلف عدد بی بعد Ca

همانطوری که در شکل ۴–۳۱ مشاهده می کنید با افزایش عدد مویینگی طول جدایش قطره به میزان ۴۲ ٪ افزایش می یابد. این روند در تغییرات طول جدایش قطره با عدد مویینگی همانند سیالات نیوتنی است [۱۳].

نکتهی دیگری که باید به آن توجه داشت آن است که افزایش مویینگی زمان شروع گلویی شدن را کاهش میدهد. و همانطوری که در نمودار ۴–۳۰ و ۴–۳۲ میبینید از بعد از شروع گلویی شدن شیب نمودار ها تقریبا یکسان بوده که حاکی از آن است که سرعت گلویی شدن به ازای مقادیر مختلف مویینگی تا لحظه رخ داد جدایش یکسان است.



شكل ۴-۳۱- نمودار تغييرات طول جدايش قطره بر حسب عدد بى بعد Ca

شکل ۴-۳۲ روند تغییرات مینیمم شعاع گلویی با عدد مویینگی را برای قطره ویسکوالاستیک به خوبی نشان میدهد. همانطوری که مشاهده میکنید با افزایش عدد مویینگی جدایش سریعتر رُخ میدهد. از آنجایی که در عدد مویینگی بیشتر، کشش سطحی کمتر است گلویی شدن سریعتر اتفاق می افتد.

همچنین تغییرات عدد مویینگی در محدودهی اعداد بیبعد گزارش شده سبب کاهش حجم قطرهی اولیه به میزان ۷۲٪ می شود (شکل ۴–۳۳).

بنابراین می توان نتیجه گرفت که تغییرات عدد مویینگی تأثیر بسزایی در تغییرات طول قطره و حجم قطره اولیه دارد ولیکن تأثیر آن بر تغییرات حجم قطره بیشتر می باشد.



شکل ۴-۳۲- نمودار تغییرات مینیمم شعاع گلویی بیبعد بر حسب زمان بیبعد بهازای مقادیر مختلف عدد بیبعد Ca



شکل ۴-۳۳- نمودار تغییرات حجم نهایی بیبعد قطره بر حسب عدد بیبعد Ca بعد از جدایش

فصل پنجم نتیجه گیری و پیشنهادات

#### ۵–۱– مقدمه

در تحقیق حاضر به منظور بررسی تأثیر عوامل مختلف بر تشکیل قطره ویسکوالاستیک و تعیین پارامترهای مؤثر بر عملکرد فرآیندهای مرتبط، به مطالعه عددی این پدیده پرداخته شده است. جهت مدلسازی این پدیده از روش حجم سیال در فضای متقارن محوری و با بهره گیری از نرمافزار اُپنفوم استفاده شده است. معادله ساختاری به کار رفته در مطالعه حاضر مدل گزیکس میباشد. در این بخش به جمعبندی کلی نتایج بدست آمده و ارائه پیشنهاداتی جهت ادامه تحقیق پرداخته میشود.

#### ۵-۲- نتیجه گیری

در این تحقیق تأثیر برخی پارامترها و خواص فیزیکی و رئولوژی بر روند تشکیل قطره ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار گرفت. در گام اول پس از بررسی استقلال از شبکهبندی، شبیهسازی صورت گرفته مورد اعتبارسنجی قرار گرفت و تطابق قابل قبولی میان دادههای حاصل با دادههای عددی و آزمایشگاهی موجود دیده شد.

سپس به منظور مطالعه تأثیر اعداد بدون بعد وایزنبرگ، ضریب تحرک، نسبت لزجت، عدد مویینگی و عدد بوند، نتایج به دست آمده در غالب این اعداد بیان گردید. با بررسی پارامترهای تأثیرگذار بر دینامیک تشکیل قطره و حجم قطرات در محدودهی اعداد بی بعد گزارش شده مشخص گردید که:

- با افزایش ضریب تحرک لزجت کشسانی افت میکند و در نتیجه طول جدایش قطره کاهش مییابد، باریک شدن فیلامان قطره سریعتر رُخ میدهد و حجم قطره اولیه نیز کاهش مییابد. همچنین بررسیها نشان داد تغییرات ضریب تحرک تأثیر بیشتری بر طول قطره دارد تا حجم قطره اولیه.
- با افزایش عدد وایزنبرگ تنشهای الاستیک در فیلامان سیال افزایش می یابد که سبب
  می شود تا تخلیه الاستیک (بازگشت الاستیک) در فیلامان افزایش یافته و سیال سریع تر از
این ناحیه خارج گردد. در نتیجه طول جدایش قطره کاهش مییابد و باریک شدن فیلامان قطره سریعتر رُخ میدهد. همچنین حجم قطره اولیه نیز با افزایش عدد وایزنبرگ کاهش مییابد.

- با افزایش نسبت لزجت، سهم بخش پلیمری قطره ویسکوالاستیک افزایش مییابد و در نتیجه طول جدایش قطره کاهش مییابد و فیلامان قطره خاصیت باریک شوندگی بیشتری از خود نشان خواهد داد. حجم قطره اولیه با افزایش نسبت لزجت به صورت خطی کاهش مییابد. در اینجا نیز تغییرات نسبت لزجت تأثیر بیشتری بر طول قطره دارد تا حجم قطره اولیه.
- با افزایش عدد بوند، قطره تمایل دارد تا زودتر از نازل جدا شود، لذا باریک شدن در فیلامان قطره سریعتر رُخ میدهد. همچنین با افزایش عدد بوند در محدودهی اعداد بیبعد گزارش شده، طول جدایش قطره افزایش یافته و حجم قطره اولیه همانند سیالات نیوتنی کاهش مییابد.
- افزایش عدد مویینگی سبب می شود تا جدایش سریع تر رُخ دهد. در اینجا نیز همانند سیالات نیوتنی، طول جدایش قطره با عدد مویینگی رابطهی مستقیم دارد. حجم قطره اولیه نیز با افزایش عدد مویینگی کاهش می یابد.

## ۵–۳– پیشنهادات

برای ادامهی تحقیق و تکمیل مطالعه حاضر موارد زیر پیشنهاد داده می شود:

- مدلسازی عددی جریان مذکور به کمک سایر مدلهای غیر خطی ویسکوالاستیک و مقایسه نتایج بهدست آمده با پژوهش حاضر.
- بررسی اثر هندسه نوک نازل (برش با زاویه ۴۵ درجه یا ۹۰ درجه) و ضخامت نازل بر تشکیل
   قطره ویسکوالاستیک

- بررسی عددی شکل و حرکت پایای قطره ویسکوالاستیک در سیال دیگر
  - برخورد قطره ويسكوالاستيك به سطح شكافدار
  - شبیه سازی برخورد یک قطره ویسکوالاستیک به سطح صاف و خشک
    - بررسی فرآیند انتقال حرارت از قطره به محیط اطراف
- بررسی آزمایشگاهی و مدلسازی انتقال جرم از قطره ویسکوالاستیک در سیستمهای استخراج مایع-مایع

پيوستھا

پيوست الف

همان طور که ذکر گردید، با فرض جریان آرام و سیال تراکم ناپذیر، معادلات بقای جرم و ممنتوم به صورت زیر نوشته می شوند:

$$(1-i) = 0$$

$$\frac{d(\vec{\rho u})}{dt} + \nabla .(\vec{\rho u u}) = -\nabla p + \nabla . \boldsymbol{\tau}_{s} + \nabla . \boldsymbol{\tau}_{p} + \rho \vec{g}$$
(1)

به منظور بیبعدسازی معادلات از پارامترهای زیر استفاده میشود:

$$t^* = \frac{U}{R}t$$
  $u^* = \frac{\vec{u}}{U}$   $Bo = \frac{\rho g R^2}{\sigma}$   
 $p^* = \frac{R}{\eta U}p$   $Re = \frac{\rho R U}{\eta}$   $\nabla^* = R\nabla$  (٣-نانف)  
 $\tau^* = \frac{R}{\eta U}\tau$   $Ca = \frac{\eta U}{\sigma}$ 

با جایگذاری پارامترهای بالا در معادلات (الف-۱) و (الف-۲)، خواهیم داشت:

$$(\frac{1}{R}\nabla^*).(Uu^*) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{d(\rho U u^*)}{d(t^* \frac{R}{U})} + \frac{1}{R} \nabla^* .(\rho U^2 u^* u^*) = -\frac{1}{R} \frac{\eta U}{R} \nabla^* p^* + \frac{1}{R} \frac{\eta U}{R} \nabla^* . \boldsymbol{\tau}_s^* + \frac{1}{R} \frac{\eta U}{R} \nabla^* . \boldsymbol{\tau}_p^* + \rho \vec{g} \qquad (\Delta - \Delta u)$$

$$\nabla^* . u^* = 0$$
 (الف-۶)

$$\frac{\rho U U}{R} (\frac{du^*}{dt^*} + \nabla^* . (u^* u^*)) = \frac{1}{R} \frac{\eta U}{R} (-\nabla^* p^* + \nabla^* . \boldsymbol{\tau}_s^* + \nabla^* . \boldsymbol{\tau}_p^*) + \rho \vec{g}$$
(Y-i))

در نهایت با ضرب طرفین معادله (الف-۷) در 
$$rac{R^2}{\sigma}$$
 و کمی ساده سازی و با توجه به گروه های بی بعد

موجود خواهیم داشت:

$$abla^* = 0$$
(الف-٨)

$$\frac{du^*}{dt^*} + \nabla^* . (u^* u^*) = \frac{1}{\operatorname{Re}} [-\nabla^* p^* + \nabla^* . \boldsymbol{\tau}_s^* + \nabla^* . \boldsymbol{\tau}_p^*] + \frac{\operatorname{Bo}}{\operatorname{Re.Ca}} \vec{e}_z$$
(9)

بیبعدسازی معادله ساختاری گزیکس

$$\boldsymbol{\tau}_{s} = 2\eta_{s}\boldsymbol{D}$$
 (الف-۱۰)

$$\boldsymbol{\tau}_{p} + \lambda \boldsymbol{d} \boldsymbol{\tau}_{p} + \alpha \frac{\lambda}{\eta_{p}} (\boldsymbol{\tau}_{p} \cdot \boldsymbol{\tau}_{p}) = 2\eta_{p} \boldsymbol{D}$$
(1)-ili

پارامترهای مشخصه برای بیبعدسازی معادله ساختاری در زیر آمده است:

 $u^* = \frac{\vec{u}}{U}$   $\tau^* = \frac{R}{\eta U} \tau$   $\text{Wi} = \lambda \dot{\gamma} = \lambda \frac{U}{R}$  (۱۲-الف)  $D^* = \frac{DR}{U}$   $d^* = \frac{dR}{U}$   $\beta = \frac{\eta_p}{\eta_p + \eta_s}$ 

با جایگذاری این پارامترها در معادلات (الف-۱۰) و (الف-۱۱) خواهیم داشت:

$$\frac{\eta U}{R} \boldsymbol{\tau}_s^* = 2\eta_s \frac{U}{R} \boldsymbol{D}^*$$

$$(10^{-100}) (10^{-10$$

$$\boldsymbol{\tau}_{s}^{*} = 2 \frac{\eta_{s}}{\eta} \boldsymbol{D}^{*}$$
 (الف-١٥)

$$\boldsymbol{\tau}_{p}^{*} + (\lambda \frac{U}{R})\boldsymbol{d}^{*}\boldsymbol{\tau}_{p}^{*} + \alpha(\frac{\lambda U}{R})(\frac{\eta}{\eta_{p}})(\boldsymbol{\tau}_{p}^{*}.\boldsymbol{\tau}_{p}^{*}) = 2\frac{\eta_{p}}{\eta}\boldsymbol{D}^{*}$$
(1)

با توجه به گروههای بیبعد موجود خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{\tau}_{s}^{*} = 2(1-\beta)\boldsymbol{D}$$
 (الف-۱۷)

$$\boldsymbol{\tau}_{p}^{*} + \operatorname{Wi} \boldsymbol{d} \boldsymbol{\tau}_{p}^{*} + \frac{\alpha}{\beta} \operatorname{Wi}(\boldsymbol{\tau}_{p}^{*} \cdot \boldsymbol{\tau}_{p}^{*}) = 2\beta \boldsymbol{D}^{*}$$
(1)

پيوست ب

در این بخش ابتدا مروری کوتاه بر مکانیک سیالات غیرنیوتنی وخصوصاً سیالات ویسکوالاستیک خواهیم داشت. در ادامه ضمن طبقهبندی سیالات غیرنیوتنی، در مورد برخی رفتارهای خاص سیالات ویسکوالاستیک و منشأ بروز آنها بحث می شود.

نقش سیالات در پدیدههای طبیعی زندگی روزمره و به عنوان عاملی تاثیرگذار در کاربردهای صنعتی بر کسی پوشیده نیست. بهرهوری از خواص سیالات در زمینههای گوناگون موجب شده است تلاشهای فراوانی برای شناخت ویژگیهای مواد صورت گیرد.

سیالات به دو دستهی کلی نیوتنی و غیرنیوتنی تقسیم میشوند. سیال نیوتنی گونهای از سیال است که در آن تنش برشی بدون رفتار تسلیم گونه تنها تابع خطی از نرخ برش است. در نقطهی مقابل، سیال غیرنیوتنی خواص گونهی نیوتنی را بروز نمی دهد و تنش برشی در آنها رابطهای غیرخطی با گرادیان سرعت دارد. این دسته از سیالات به سه گروه سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان، سیالات غیرنیوتنی وابسته به زمان و سیالات ویسکوالاستیک تقسیم می شوند که در ادامه به صورت مختصر بحث می گردد.

سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان، سیالاتی هستند که تنش برشی در آنها تنها تابعی غیرخطی از نرخ برش میباشد و به دو دستهی سیالات دارای تنش تسلیم و فاقد تنش تسلیم تقسیم میشوند. در سیالات دارای تنش تسلیم، برای جریان یافتن ماده لازم است که تنش به حد خاصی برسد و در تنشهای کمتر از این مقدار ماده جریان نمییابد و مانند یک جسم جامد عمل میکند. از معروفترین سیالات این دسته میتوان به سیال دارای تنش تسلیم بینگهام اشاره کرد. سیالات دسته ی دوم که فاقد تنش تسلیم هستند به سیالات نیوتنی تعمیمیافته معروف میباشند. از این نوع سیالات میتوان سیالات دیلاتانت و شبهپلاستیک را نام برد. در طول زمان مدلهای بسیاری برای بیان رابطهی تنش و نرخ برش این مواد ارائه شده است، که مدل پاورلو یکی از سادهترین و پرکاربردترین آنها میباشد. در این مدل تنش یک تابع از توان n أم نرخ برش در نظر گرفته میشود [۵۷]. یکی از اشکالات مدل پاورلو آن است که لزجت در نرخ برش صفر، مقداری نامحدود و همچنین در نرخ برشهای بزرگ، بسیار کوچک میشود. از اینرو مدلهایی مانند مدل کراس، کاریو-یاسودا و مدل راینر-فیلیپوف ارائه شد که ناتوانی مدل پاورلو را نداشتند و در این مدلها لزجت در نرخ برش صفر و نرخهای برش بالا معمولاً مقداری ثابت بهدست میآمد. این مدلها با افزایش ثابتهای مدلهای غیرنیوتنی توانایی بهتری در پیشبینی رفتار تنش وابسته به نرخ برش داشتند. شکل ب-۱ تنش برشی را بر حسب نرخ برش برای سیالات مختلف نشان میدهد.



شکل ب-۱- منحنی تنش برشی بر حسب نرخ برش برای سیالات مستقل از زمان [۵۷]

دسته دوم، سیالات غیرنیوتنی وابسته به زمان میباشند که لزجت در آنها نه تنها تابعی از شدت برش است بلکه تابعی از زمان نیز میباشد. به بیان دیگر، در یک نرخ برش ثابت، ساختار مولکولی این مواد بطور مداوم با زمان تغییر میکند و در نتیجه لزجت و تنش برشی نیز تابعی از زمان خواهد بود. از این نوع سیالات میتوان به دو نوع سیال تیکسوتروپیک و رئوپکتیک اشاره کرد. سیالات تیکسوتروپیک در تنش برشی ثابت با گذشت زمان رقیق میشوند یا به عبارت دیگر با گذشت زمان برای ثابت نگه داشتن گرادیان سرعت، تنش برشی کمتری لازم است. در نقطهی مقابل، سیالات رئوپکتیک گونهای نادر از سیالات هستند که در تنش برشی ثابت، با گذشت زمان غلیظ می شوند و رفتاری کاملاً عکس سیالات تیکسوتروپیک از خود نشان می دهند.

در نهایت، دستهی سوم از سیالات غیرنیوتنی که خواص الاستیک جامد و ویسکوز سیال را به طور همزمان دارا میباشند، به سیالات ویسکوالاستیک معروف هستند. این مواد یکی از فراوانترین مواد غیرنیوتنی هستند و رفتاری متفاوت از سیالات دیگر از خود نشان میدهند.

از ویژگیهای اساسی این مواد میتوان به وجود ثابت یا ثابتهای زمان رهایی از تنش و زمان تأخیر اشاره کرد. به طوری که در جریان برشی ساده چنانچه صفحه متحرک به طور ناگهان متوقف شود، بر خلاف سیالات نیوتنی که تنش در آنها به سرعت صفر میشود در سیالات ویسکوالاستیک تنش به طور آنی صفر نمیشود و بین تنش و نرخ تغییر شکل اختلاف فاز وجود دارد. زمانی را که طول میکشد تا تنش صفر گردد، زمان رهایی از تنش میگویند. همچنین پس از توقف صفحه متحرک در جریان برشی ساده، این صفحه کمی به عقب برمیگردد. این در حالی است که در سایر سیالات صفحه متحرک به طور آنی متوقف میشود. این بازگشت، که از خاصیت الاستیک سیال سرچشمه میگیرد را زمان تأخیر مینامند. زمان تأخیر در سیالات ویسکوالاستیک معرف حافظه نیز میباشد. به عنوان مثال همانطوری که در شکل ب-۲ مشاهده میکنید در برخی از این سیالات چنانچه جریانی از سیال ویسکوالاستیک که در حال خالی شدن از ظرفی میباشد ناگهان بوسیلهی



شكل ب-٢- نمايش اثر حافظهدار بودن سيالات ويسكوالاستيك

از دیگر خواص سیالات ویسکوالاستیک میتوان به وجود اختلاف تنشهای نرمال اول و دوم اشاره کرد. این سیالات بر خلاف سیالات نیوتنی، در جریان برشی ساده بین تنشهای عمودی آنها اختلاف وجود دارد که این امر نیز سبب میشود تا رفتاری متفاوت از سایر سیالات از خود نشان دهند. پدیده ی آماسیدگی جت سیال، یکی از نمونههای بارز وجود اختلاف تنشهای نرمال میباشد. همانطوری که در شکل ب-۳ مشاهده میکنید جت سیال ویسکوالاستیک خروجی از نازل بر خلاف سیال نیوتنی، میل زیادی به گسترش جانبی (آماسیدگی) دارد که این امر از اختلاف تنشهای نرمال اول ناشی میشود.



شکل ب-۳- نمایش پدیده آماسیدگی جت سیال، برای سیال نیوتنی (سمت چپ) و سیال پلیمری (سمت راست)

پدیده یبالاروی از میله، مثالی دیگر از این خاصیت سیالات ویسکوالاستیک میباشد. مطابق شکل ب-۴، هنگامی که سیال ویسکوالاستیک در یک ظرف توسط میله چرخان شروع به همزدن گردد، سیال میل به بالا روی از میله را دارد. این در حالی است که سطح آزاد سیالات نیوتنی یک تقعر متقارن محوری دارد که از نیروی گریز از مرکز ناشی میشود. در واقع، نیروی ناشی از اختلاف تنشهای نرمال اول در سیالات ویسکوالاستیک، بر نیروی گریز از مرکز چیره شده و سبب بالا روی سیال از میله می گردد.



شکل ب-۴- نمایش پدیدهی بالاروی از میله چرخان در سیال ویسکوالاستیک

به منظور مطالعه و بررسی جریان در سیالات ویسکوالاستیک لازم است تا پارامترهای مهم حاکم بر جریان شناسایی گشته و از آنها در توصیف پدیدهها بهره جست. به طور کلی برای بررسی جریان در سیالات ویسکوالاستیک از اعداد بیبعد دبورا و وایزنبرگ استفاده می کنند.

عدد دبورا که اولین بار توسط رینر <sup>۱</sup> ارائه گردید، بیان گر نسبت زمان رهایی از تنش به زمان مشاهده جریان میباشد [۵۷]. این عدد معرف جامد یا مایع بودن ماده است و در یک زمان مشخصه معین، در

1- Reiner

جامدات الاستیک عددی بسیار بزرگ، در مایعات نیوتنی و گازها عددی بسیار کوچک بوده و در بازه میانی، ماده رفتار ویسکوالاستیک از خود نشان میدهد.

از آنجایی که عدد بیبعد دبورا به تنهایی قابلیت شناسایی اثرات ناشی از خواص ویسکوالاستیک را ندارد، عدد بیبعد وایزنبرگ در سال ۱۹۴۸ توسط وایت<sup>۱</sup> ارائه گردید [۵۷]. این عدد نشاندهندهی نسبت نیروهای الاستیک به نیروهای ویسکوز میباشد و به عنوان پارامتر تعیین کنندهی خاصیت الاستیک استفاده میشود.

<sup>1-</sup>White

- [1] Clanet, C. and J. C. Lasheras. (1999), "Transition from dripping to jetting", Journal of fluid mechanics, 383, pp. 307-326.
- [2] Ambravaneswaran, B., et al. (2000), "Theoretical analysis of a dripping faucet", Physical review letters, 85, pp. 5332-5335.
- [3] Henderson, D., et al. (2000), "The motion of a falling liquid filament", Physics of Fluids (1994-present), 12, pp. 550-565.
- [4] Eggers, J. (1997), "Nonlinear dynamics and breakup of free-surface flows", Reviews of modern physics, 69, pp. 865.
- [5] Shi, X., et al. (1994), "A cascade of structure in a drop falling from a faucet",SCIENCE-NEW YORK THEN WASHINGTON, pp. 219-219.
- [6] Kowalewski, T. (1996), "On the separation of droplets from a liquid jet", Fluid Dynamics Research, 17, pp. 121-145.
- [7] Cooper-White, J., et al. (2002), "Drop formation dynamics of constant low-viscosity, elastic fluids", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 106, pp. 29-59.
- [8] Ting, L. and J. B. Keller (1990), "Slender jets and thin sheets with surface tension", SIAM Journal on Applied Mathematics, 50, pp. 1533-1546.
- [9] Day, R. F., et al. (1998), "Self-similar capillary pinchoff of an inviscid fluid", Physical review letters, 80, pp. 704.
- [10] Brenner, M. P., et al. (1997), "Breakdown of scaling in droplet fission at high Reynolds number", Physics of Fluids (1994-present), 9, pp. 1573-1590.
- [11] Papageorgiou, D. T. (1995), "On the breakup of viscous liquid threads", Physics of Fluids (1994-present), 7, pp. 1529-1544.
- [12] Yildirim, O. E. and O. A. Basaran (2001), "Deformation and breakup of stretching bridges of Newtonian and shear-thinning liquids: comparison of one-

and two-dimensional models", Chemical Engineering Science, 56, pp. 211-233.

- [13] Wilkes, E. D., et al. (1999), "Computational and experimental analysis of dynamics of drop formation", Physics of Fluids (1994-present), 11, pp. 3577-3598.
- [14] Mun, R. P., et al. (1998), "The effects of polymer concentration and molecular weight on the breakup of laminar capillary jets", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 74, pp. 285-297.
- [15] Christanti, Y. and L. M. Walker (2001), "Surface tension driven jet break up of strain-hardening polymer solutions", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 100, pp. 9-26.
- [16] Christanti, Y. and L. M. Walker (2002), "Effect of fluid relaxation time of dilute polymer solutions on jet breakup due to a forced disturbance", Journal of Rheology (1978-present), 46, pp. 733-748.
- [17] Entov, V. and E. Hinch (1997), "Effect of a spectrum of relaxation times on the capillary thinning of a filament of elastic liquid", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 72, pp. 31-53.
- [18] Anna, S. L. and G. H. McKinley (2001), "Elasto-capillary thinning and breakup of model elastic liquids", Journal of Rheology (1978-present), 45, pp. 115-138.
- [19] Jones, W. and I. Rees (1982), "The stringiness of dilute polymer solutions", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 11, pp. 257-268.
- [20] Jones, W., et al. (1990), "The extensional properties of M1 obtained from the stretching of a filament by a falling pendant drop", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 35, pp. 263-276.
- [21] Amarouchene, Y., et al. (**2001**), "Inhibition of the finite-time singularity during droplet fission of a polymeric fluid", **Physical review letters**, **86**, pp. 3558.

- [22] Smolka, L. B. and A. Belmonte (2003), "Drop pinch-off and filament dynamics of wormlike micellar fluids", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 115, pp. 1-25.
- [23] Dong, H., et al. (2006), "An experimental study of drop-on-demand drop formation", Physics of Fluids (1994-present), 18, pp. 072102.
- [24] Subramani, H. J., et al. (2006), "Simplicity and complexity in a dripping faucet", Physics of Fluids (1994-present), 18, pp. 032106.
- [25] He, L., et al. (2011), "Dynamic Drop Formation and Detachment", RECENT PROGRESSES IN FLUID DYNAMICS RESEARCH: Proceeding of the Sixth International Conference on Fluid Mechanics, 1376, pp. 569-572, Tianjin, China.
- [26] Chang, B., et al. (2012), "Drop formation from a wettable nozzle", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 17, pp. 2045-2051.
- [27] Che, Z., et al. (2012), "Formation and breakup of compound pendant drops at the tip of a capillary and its effect on upstream velocity fluctuations", International Journal of Heat and Mass Transfer, 55, pp. 1022-1029.
- [28] Deshpande, S., et al. (2013), "Computational study of fluid property effects on the capillary breakup of a ligament", Atomization and Sprays, 23.
- [29] Davidson, M. R. and J. J. Cooper-White (2006), "Pendant drop formation of shear-thinning and yield stress fluids", Applied mathematical modelling, 30, pp. 1392-1405.
- [30] Yıldırım, Ö. E. and O. A. Basaran (2006), "Dynamics of formation and dripping of drops of deformation-rate-thinning and-thickening liquids from capillary tubes", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 136, pp. 17-37.
- [31] Aytouna, M., et al. (2013), "Drop formation in non-Newtonian fluids", Physical review letters, 110, pp. 034501.

- [32] Shore, H. J. and G. M. Harrison (2005), "The effect of added polymers on the formation of drops ejected from a nozzle", Physics of Fluids (1994-present), 17, pp. 033104.
- [33] Davidson, M. R., et al. (2006), "Simulations of pendant drop formation of a viscoelastic liquid", Korea-Australia Rheology Journal, 18, pp. 41-49.
- [34] Tirtaatmadja, V., et al. (2006), "Drop formation and breakup of low viscosity elastic fluids: Effects of molecular weight and concentration", Physics of Fluids (1994-present), 18, pp. 043101.
- [35] Smolka, L. B. and A. Belmonte (2006), "Charge screening effects on filament dynamics in xanthan gum solutions", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 137, pp. 103-109.
- [36] Bhat, P. P., et al. (2008), "Dynamics of viscoelastic liquid filaments: Low capillary number flows", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 150, pp. 211-225.
- [37] Tong, A. Y. and Z. Wang (2007), "Relaxation dynamics of a free elongated liquid ligament", Physics of Fluids (1994-present), 19, pp. 092101.
- [38] Xu, Q. and O. A. Basaran (2007), "Computational analysis of drop-on-demand drop formation", Physics of Fluids (1994-present), 19, pp. 102111.
- [39] Vamerzani, B., et al. (2014), "Analytical solution for creeping motion of a viscoelastic drop falling through a Newtonian fluid", Korea-Australia Rheology Journal, 26, pp. 91-104.
- [40] Kistler, S. F. and P. M. Schweizer (1997), "Liquid film coating", Chapman Hall.
- [41] Yang, J.-T., et al. (2004), "Microfabrication and laser diagnosis of pressureswirl atomizers", Journal of Microelectromechanical Systems, 13, pp. 843-850.
- [42] Fuller, G. G., et al. (1987), "Extensional Viscosity Measurements for Low-Viscosity Fluids", Journal of Rheology (1978-present), 31, pp. 235-249.

- [43] Dontula, P., et al. (1997), "Can extensional viscosity be measured with opposednozzle devices", Rheologica Acta, 36, pp. 429-448.
- [44] Bazilevsky, A., et al. (1990), "Liquid filament microrheometer and some of its applications", Third European Rheology Conference and Golden Jubilee Meeting of the British Society of Rheology, New York.
- [45] McKinley, G. H. and A. Tripathi (2000), "How to extract the Newtonian viscosity from capillary breakup measurements in a filament rheometer", Journal of Rheology (1978-present), 44, pp. 653-670.
- [46] Sridhar, T., et al. (1991), "Measurement of extensional viscosity of polymer solutions", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 40, pp. 271-280.
- [47] Szabo, P. (1997), "Transient filament stretching rheometer", Rheologica Acta, 36, pp. 277-284.
- [48] McKinley, G. H. and T. Sridhar (2002), "Filament-stretching rheometry of complex fluids", Annual Review of Fluid Mechanics, 34, pp. 375-415.
- [49] Giesekus, H. (1982), "A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation-dependent tensorial mobility", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2, pp. 353-365.
- [50] Bergles, A. E., et al. (**1981**), "Two-phase flow and heat transfer in the power and process industries", Hemisphere publishing corporation Washington.
- [51] Ashgriz, N. (**2011**), "Handbook of atomization and sprays: theory and applications", Springer Science & Business Media.
- [52] Caboussat, A. (2005), "Numerical simulation of two-phase free surface flows", Archives of Computational Methods in Engineering, 12, pp. 165-224.
- [53] Hirt, C. W. and B. D. Nichols (1981), "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries", Journal of computational physics, 39, pp. 201-225.
- [54] Rusche, H. (2003), "Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flows at high phase fractions", Imperial College London (University of London).

- [55] Rudman, M. (1997), "Volume-tracking methods for interfacial flow calculations", International journal for numerical methods in fluids, 24, pp. 671-691.
- [56] Zhang, X. and O. A. Basaran (1995), "An experimental study of dynamics of drop formation", Physics of Fluids (1994-present), 7, pp. 1184-1203.
- [57] Bird, R.B., Armstrong, R.C., Hassager, O. (1987), "Dynamics of polymeric liquids, fluid dynamics", Vol. 1, 2nd Edn, Wiley, New York.

## Abstract

Forming and separation of a drop which is falling in to another fluid is among on the complicate and interesting issues in dynamic fluid science, various application of this phenomena in different issues including medicine production, powerhouses, surfaces coating, cooling, atomization etc had interested many researchers in improving and increasing industrial products, therefore in the present research viscoelastic drop formation in the air was investigated numerically in the present research volume of fluid method has been used for simulation in determining common surface between two phases and on linear Giesekus model, the equations in this solution in an asymmetry has been solved by openfoam software and non dimensional numbers effect including Bond number, Capillary number, viscose ratio, mobility factor and Wiesenberg number to viscoelastic drop formation was also investigated. Obtained result comparison of numeric solution with available numeric and laboratory data indicates that obtained results have accuracy and reliability. In the initial stage of drop formation when viscous force is still weak, the dynamics are controlled by a balance between inertial and capillary forces, and there is no contribution of elastic stresses of the polymer. This is while in the final steps of drop formation mobility factor changes and viscosity ratio and Wiesenberg number has a significant effect on drop formation dynamics. Performed research indicates that by the non-dimensional number increase, mobility factor and viscosity ratio, filament narrowing of drop, rapid separation performed and drop pinch off length and primary drop volume decrease too. As the obtained results show drop pinch off length changes has direct relationship with non-dimensional Bond number and Capillary but the primary drop volume with non-dimensional Bond and Capillary numbers have a reverse relation.

**Keywords**: Volume of fluid method, Drop pinch off length, Viscoelastic drop, Giesekus model, Bond number, Capillary number, Wiesenberg number, Viscosity ratio, Mobility factor, Drop filament, Primary drop



University of Shahrood Faculty of Mechanical Engineering

## An investigation on non-Newtonian drop formation in dripping regime

Amir Komeili Birjandi

Supervisior(s): Dr. Mohammad Hassan Kayhani, Dr. Mahmood Norouzi

## August 2015