بسم الله الرحمن الرحیم

دانشکده: مهندسی مکانیک

گروه: مکانیک سیالات – تبدیل انرژی

جریان سیال غیرنیوتنی حرارتی در کانال دارای جسم متحرک با روش مرز غوطه‌ور– شبکه بولتزمن

دانشجو: امین امیری دلوئی

استاد راهنما:

دکتر محمدحسن کیهانی

استاد مشاور:

دکتر محسن نظری

رساله دکتری جهت اخذ درجه دکتری

بهمن ۱۳۹۳

تصویب‌نامه

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده: مهندسی مکانیک

گروه: مکانیک سیالات – تبدیل انرژی

رساله دکتری آقای امین امیری دلوئی

تحت عنوان: جریان سیال غیرنیوتنی حرارتی در کانال دارای جسم متحرک با روش مرز غوطه‌ور– شبکه بولتزمن

در تاریخ .... توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک رساله دکتری ارزیابی گردید و با درجه .... مورد پذیرش قرار گرفت.

اساتید راهنما	امضاء	اساتید مشاور	امضاء
نام و نام خانوادگی: پروفسور محمدحسن کیهانی		نام و نام خانوادگی: دکتر محسن نظری	

اساتید داور	امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء
نام و نام خانوادگی: پروفسور فرشاد کوثری		نام و نام خانوادگی: دکتر علی جباری مقدم	
نام و نام خانوادگی: پروفسور مهرداد تقی زاده منظری			
نام و نام خانوادگی: دکتر محمدمحسن شاهمردان			
نام و نام خانوادگی: دکتر محمود نوروزی			

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم، معلمانی بزرگوار، که در تمام عرصه های زندگی یار و یاوری بی چشم داشت برای من بوده اند،

همسر مهربانم که نشانه لطف الهی در زندگی من است و

برادر و خواهرانم که وجودشان مایه دلگرمی من است.

تشکر و قدردانی

نخستین سپاس و ستایش از آن خداوندی است که بنده کوچکش را در دریای بیکران اندیشه، قطره‌ای ساخت تا وسعت آن را از دریچه اندیشه‌های ناب آموزگارانی بزرگ به تماشا نشیند. لذا اکنون که در سایه سار بنده نوازی‌هایش پایان نامه حاضر به انجام رسیده است، بر خود لازم می‌دانم تا مراتب سپاس را از بزرگوارانی به جا آورم که اگر دست یاریگرشان نبود، هرگز این پایان نامه به انجام نمی‌رسید:

جناب آقای پروفسور کیهانی، استاد راهنما، که در طول نگارش این مجموعه با راهنمایی‌های عالمانه و بجایشان، سکان دار شایسته‌ای در هدایت این پایان نامه بوده‌اند.

جناب آقای دکتر نظری، استاد مشاور، که با سعه صدر مشاوره این تحقیق را پذیرفتند و در طول نگارش این مجموعه همواره از نظرات کارشناسانه‌شان، بهره جسته‌ام.

همچنین شایسته است که از راهنمایی‌ها و همکاری‌های آقایان پروفسور سوشی (دانشکده فیزیک، دانشگاه هاروارد، امریکا) در زمینه روش شبکه بولتزمن، پروفسور گودرز احمدی (دانشکده مکانیک و هوافضا، دانشگاه کلارکسون، امریکا) در زمینه مطالعه رفتار ذرات حین سقوط و دکتر گنگ (دانشکده مهندسی هسته‌ای، دانشگاه تگزاس A&M، امریکا) در زمینه روش مرز غوطه ور، کمال تشکر را بجا آورم.

اقرارنامه و واگذاری حقوق

اینجانب امین امیری دلوئی به شماره دانشجویی ۸۹۱۸۰۷۵ دانشجوی رشته مهندسی مکانیک در مقطع دکتری تایید می‌نمایم که مطالب مندرج در این رساله نتیجه تحقیقات اینجانب است و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر شده است.

کلیه حقوق مادی مترتب از نتایج مطالعات، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این رساله متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود است.

بهمن ماه ۱۳۹۳

چکیده فارسی

در مطالعه حاضر یک روش ترکیبی مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن غیرنیوتنی (IB-NLBM) با الگوریتم اعمال نیروی چندمرحله‌ای برای شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت غیرنیوتنی در مجاورت مرزهای ثابت و متحرک توسعه داده‌شده است. IB-NLBM قابلیت مدل‌سازی انتقال حرارت از سطح اجسام با دمای متغیر در هندسه‌های پیچیده را داراست. این روش را می‌توان به‌عنوان یک رویکرد شبکه‌ای غیرمنطبق بر جسم در نظر گرفت که در آن دامنه سیال توسط گره‌های اویلری ثابت و نقاط روی مرز جسم غوطه‌ور توسط نقاط لاگرانژی نشان داده می‌شوند. روش ترکیبی پیشنهادی اکثر مزایای منحصربه‌فرد روش‌های مرز غوطه‌ور و شبکه بولتزمن را داراست. دو خاصیت مهم روش حاضر یعنی شبیه‌سازی مستقیم عددی و محاسبه ویسکوزیته به‌صورت محلی با دقت مرتبه دو، این روش را به‌عنوان گزینه‌ای مناسب برای بررسی جریان‌های شامل اجسام غوطه‌ور در حضور سیالات غیرنیوتنی معرفی می‌نماید. در کار حاضر انواع الگوریتم‌های واسط شارپ و دیفیوز برای ایجاد ارتباط بین گره-های اویلری و لاگرانژی مورد مطالعه قرار گرفته است. در مقایسه با روش‌های معمول مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن، در روش حاضر نیروی اضافی ناشی از وجود جرم شتابدار نیز لحاظ شده است که برای مدل‌سازی دقیق‌تر حرکت در سیالات غیرنیوتنی ضروری به نظر می‌رسد. الگوریتم اعمال نیروی چندمرحله‌ای استفاده شده در روش حاضر اثرات منفی گسسته‌سازی دامنه حل را بهبود می‌بخشد و معادلات ناویر استوکس را با دقت مرتبه دو بازیابی می‌کند. همچنین یک الگوریتم ساده و مؤثر بر پایه روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن شارپ و دیفیوز برای محاسبه عدد ناسلت در جریان‌های ذره-ای غیر هم‌دما معرفی شده است. درستی روش ارائه شده از طریق مقایسه با چندین مسئله نمونه تحلیلی، عددی و آزمایشگاهی شامل جریان سیال غیرنیوتنی داخل کانال، جریان و انتقال حرارت سیال از روی مرزهای ثابت با شکل‌های هندسی متفاوت و سقوط ذرات درون سیالات هم‌دما و غیر هم‌دما، به اثبات رسیده است. نوآوری‌های موجود در رساله حاضر را می‌توان به دو بخش کلی تقسیم‌بندی نمود: (۱) مطالعات انجام گرفته برای توسعه و بهینه‌سازی روش مرز غوطه‌ور شبکه

بولتزمن غیرنیوتنی در جریان‌های ذره‌ای با دمای سطح ثابت و متغیر و (۲) نتایجی که برای نخستین بار در مورد رفتار سیالات غیرنیوتنی توانی در حضور مرزهای متحرک غیر هم‌دما ارائه شده است. با توجه به بررسی‌ها و مقایسه‌های انجام شده در این تحقیق، الگوریتم واسط شارپ برای شبیه‌سازی جریان در مجاورت مرزهای ثابت و الگوریتم واسط دیفیوز چهار نقطه‌ای مرتبه دو برای مدلسازی هندسه‌های شامل مرزهای متحرک پیشنهاد می‌شوند. در کار حاضر برای اولین بار پدیده‌هایی مربوط به برهم‌کنش بین ذرات مانند، درفتینگ، کیسینگ و تامبلینگ (DKT) در مسائل مربوط به سقوط دو یا چند ذره در سیالات غیرنیوتنی ضخیم برشی و رقیق برشی بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که خواص رقیق برشی سیال باعث افزایش زمان کیسینگ می‌شود. علاوه بر این مؤلفه‌های عرضی سرعت ذره برای سیالات رقیق برشی در طول بازه زمانی تامبلینگ با سیالات نیوتنی و ضخیم‌برشی متفاوت است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی حرارتی مسئله سقوط ذره با دمای سطح متغیر نشان می-دهد که فرض ساده کننده دمای سطح ثابت خطاهای غیرقابل قبولی را برای محاسبات مربوط به سیستم‌های حرارتی واقعی ایجاد می‌کند. روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن غیرنیوتنی پیشنهادی، به‌خوبی می‌تواند برای مدل‌سازی مسائل کاربردی مختلف مانند مبدل‌های تماس مستقیم و جریان-های ذره‌ای غیرنیوتنی هم‌دما و غیر هم‌دما موجود در محیط‌های بیولوژیکی و یا صنایع شیمیایی مورد استفاده قرار گیرد.

کلمات کلیدی:

روش مرز غوطه‌ور، روش شبکه بولتزمن حرارتی، سیال غیرنیوتنی، مرز متحرک، انتقال حرارت جابجایی

لیست مقالات مستخرج از رساله

1. **A. Amiri Delouei**, M. Nazari, M. H. Kayhani, S. Succi, *"*Non-Newtonian unconfined flow and heat transfer over a heated cylinder using the direct-forcing immersed boundary–thermal lattice Boltzmann method*"*, **PHYSICAL REVIEW E 89**, 053312, 2014. (IF=2.313, H-index=137).

2. **A. Amiri Delouei**, M. Nazari, M. H. Kayhani, S. Succi, *"*Immersed Boundary – Thermal Lattice Boltzmann Methods for Non-Newtonian Flows over a Heated Cylinder: A Comparative Study*"*, **Communication in Computational Physics**, Accepted.

۳. **امین امیری دلوئی**، محسن نظری، محمدحسن کیهانی، "بکارگیری طرح میانیاب سازه ـ سیال «شارپ» در روش ترکیبی مرز غوطه‌ور ـ شبکه بولتزمن جهت مدلسازی جریان سیال غیرنیوتنی از روی سیلندر" ، **مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها** (پذیرش)

۴. **امین امیری دلوئی**، محسن نظری، محمدحسن کیهانی، "روش مرز غوطه‌ور– شبکه بولتزمن حرارتی با الگوریتم میانیاب شارپ: انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی از سیلندر" ، **نشریه علمی – پژوهشی مکانیک امیرکبیر** (پذیرش)

۵. **امین امیری دلوئی**، محمدحسن کیهانی، محسن نظری، "روش مرز غوطه‌ور صریح با پخش چهار نقطه‌ای به منظور شبیه‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی بر روی یک استوانه دایروی"، بیست و یکمین همایش سالانه بین‌المللی مهندسی مکانیک ایران (ISME2013)، دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران، اردیبهشت ۱۳۹۲.

۶. **امین امیری دلوئی**، محمدحسن کیهانی، محسن نظری، روش ترکیبی مرز غوطه‌ور– شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چندگانه به منظور شبیه‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی بر روی استوانه با سطح مقطع مثلثی و مربعی، پنجمین کنفرانس ملی کاربرد CFD در صنایع شیمیایی، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران، اردیبهشت ۱۳۹۳.

۷. محمدحسن کیهانی، محسن نظری، **امین امیری دلوئی**، " شبیه‌سازی سقوط جسم سرد در محیط غیرنیوتنی: روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن گرمایی "، دومین همایش ملی انتقال حرارت و جرم ایران (ICHMT2014)، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران، آبان ۱۳۹۳.

فهرست مطالب

فهرست اشکال

فهرست جداول

فهرست علائم و اختصارات

علائم	توضیحات
Ar_{pl}	عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته
b	شاخص باریک شوندگی دمایی
c	سرعت شبکه
C_D	ضریب پسا
C_L	ضریب برآ
C_P	ضریب فشار
c_s	سرعت صوت
D	قطر سیلندر یا ذره دایره‌ای
D_{11}	ثابت دوم تانسور نرخ کرنش
$\tilde{D}$	بعد فضایی
f_i	تابع توزیع چگالی ذره
E	انرژی فعالسازی
$f_i^{(\mathrm{eq})}$	تابع توزیع تعادلی چگالی ذره
f_i'	تابع توزیع ذره پس از برخورد
f_i''	تابع توزیع ذره پس از اعمال نیرو خارجی
$\vec{F}$	چگالی نیرویی خارجی
$\vec{F}_i$	چگالی نیرویی خارجی گسسته
g_i	تابع توزیع انرژی ذره
$g_i^{(\mathrm{eq})}$	تابع توزیع تعادلی انرژی ذره

g_i'	تابع توزیع انرژی ذره پس از برخورد
g_i''	تابع توزیع انرژی ذره پس از اعمال انرژی خارجی
Gr_{pl}	عدد گراشف تعمیم‌یافته
h	فاصله شبکه‌ای
$H.B.E.$	خطای مرزی هیدرو دینامیکی
H	ارتفاع محفظه شبیه سازی
I	اینرسی
j	کولبرن فاکتور
k	ضریب هدایت حرارتی
L_c	طول مشخصه
m	شاخص سازگاری در مدل توانی
M	جرم
n	شاخص رفتار غیر نیوتنی توانی
N	تعداد نقاط لاگرانژی
Nu	عدد ناسلت متوسط
Nu_{loc}	عدد ناسلت محلی
Pr_{pl}	عدد پرانتل تعمیم‌یافته
Q	چگالی انرژی خارجی
Q_i	چگالی انرژی خارجی گسسته
R	ثابت جهانی گاز
R_p	شعاع ذره
Re_{pl}	عدد رینولدز تعمیم‌یافته
S	سطح

$S_{\alpha\beta}$	تانسور نرخ کرنش
St	عدد استروهال
t	زمان
$\tilde{T}$	دمای مطلق
T	دمای بی بعد
T^{d}	دمای دلخواه
T_0	دمای میانگین
$T.B.E.$	خطای مرزی حرارتی
$\vec{u}$	بردار سرعت
$\vec{U}_c$	سرعت مرکز ذره
$\vec{U}^{d}$	سرعت دلخواه
U_{ref}	سرعت مرجع
W	عرض محفظه شبیه سازی
w_i	ثابت‌های وزنی
$\vec{x}$	بردار مکان

علائم یونانی	**توضیحات**
α	ضریب نفوذ حرارتی
β	ضریب انبساط حجمی
$\dot{\gamma}$	نرخ برش
Γ_b	مرز خارجی فاز جامد
Δs_b	طول منحنی بین نقاط لاگرانژی
ΔT	اختلاف دما

$\Delta, \Delta x, \Delta y$	فواصل بین گره های اویلری و مرزها
δ_h	تابع توزیع گسسته
δT	گام زمانی
$\delta x, \delta y$	ثابت‌های فاصله شبکه
$\vec{\zeta}$	سرعت مزوسکوپیک
$\vec{\zeta}_i$	سرعت مزوسکوپیک گسسته
ε	انرژی داخلی
ϑ_f	دامنه فاز سیال
μ	لزجت دینامیکی
ν	لزجت سینماتیکی
$\bar{\bar{\prod}}$	تانسور شار مومنتوم
ρ	چگالی
$\bar{\sigma}$	تانسور تنش ویسکوز
ς	آستانه آغاز نیروی دافعه
τ_f	زمان آسایش هیدرودینامیکی
τ_g	زمان آسایش حرارتی
θ	زاویه
ϕ	تابع دلتای دیراک
Φ	ضریب شکل دایره‌ای
ω	سرعت زاویه‌ای
Ω	اپراتور برخورد

بالانویس‌ها	توضیحات
col	برخورد
e	تحلیلی
eq	تعادلی
n	عددی
neq	غیر تعادلی
noF	بدون اعمال نیرو
noE	بدون اعمال انرژی

زیرنویس‌ها	توضیحات
b	مرز
f	سیال
s	جامد
w	دیواره

فصل اول

مقدمه

۱-۱- انواع روش‌های حل مربوط به مرزهای متحرک

در مورد حل جریان‌های ذره‌ای تاکنون سه رویکرد مختلف ارائه شده است: (۱) مدل پیوسته[۱] (یا مدل اویلری-اویلری[۲]) (۲) مدل ذره‌ای گسسته[۳] (یا مدل اویلری-لاگرانژی[۴]) و (۳) مدل شبیه‌سازی عددی مستقیم[۵] (DNS). در روش اول هم فاز سیال و هم فاز جامد به‌صورت یک مدل پیوسته در نظر گرفته می‌شوند که البته نیازمند مشخص بودن ضریب پسا و لزجت ظاهری فاز جامد است. در روش دوم، هر ذره به‌صورت یک نقطه نیرویی در نظر گرفته می‌شود که حرکت آن توسط معادلات حرکت لاگرانژی توصیف می‌شود. حرکت فاز سیال نیز توسط معادله مومنتوم بررسی می‌شود. در روش سوم، میدان سیال توسط معادلات ناویر استوکس مشخص می‌شود در حالی‌که حرکت جسم جامد مستقیماً از نیروی محاسبه‌شده از برهم‌کنش با سیال مجاور محاسبه می‌شود. با افزایش قدرت کامپیوترها، روش‌های شبیه‌سازی مستقیم به‌عنوان روش‌های برتر و محبوب‌تر برای بررسی مسائل شامل مرزهای متحرک پیچیده مطرح شده‌اند. برای بحث حاضر، یعنی جریان ذره‌ای غیرنیوتنی، این روش می‌تواند به‌عنوان بهترین گزینه مطرح باشد. مطابق مطالعه یو و همکاران [۱]، روش اعمال نیروی مستقیم می‌تواند تمامی اثرات غیرخطی ایجادشده به دلیل وجود جسم جامد را شبیه‌سازی نماید. آن‌ها گزارش دادند که این نوع رویکرد می‌تواند به‌آسانی اثرات پارامترهایی نظیر اینرسی، یا رقیق شوندگی[۶] و یا الاستیسیتی[۷] را به‌صورت جزء به جزء بررسی نماید که منجر به فهم بهتر مکانیسم حرکت ذرات داخل سیال نیوتنی و غیرنیوتنی خواهد گردید. شبیه‌سازی عددی مستقیم برای جریان‌های ذره‌ای ابتدا توسط هو و همکاران [۲] انجام گرفت و پس از آن پیشرفت‌های قابل توجهی در این خصوص صورت پذیرفته است.

---
[1] The continuum model
[2] Eulerian–Eulerian model
[3] Discrete particle model
[4] Eulerian–Lagrangian model
[5] The direct numerical solution
[6] Shear-thinning
[7] Elasticity

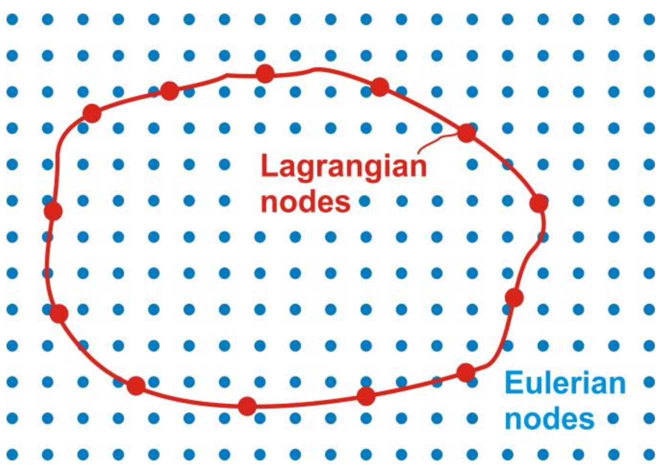
مسئله شبیه‌سازی مستقیم جریان‌های ذره‌ای می‌تواند به دو زیرمجموعه تقسیم گردد: (۱) رویکرد شبکه متحرک[8] که در آن شبکه مش بندی شده‌ی منطبق بر جسم با حرکت ذره بازسازی می‌شود و (۲) رویکرد شبکه ثابت[9]، که در آن مش محاسباتی بدون حرکت باقی می‌ماند. کاملاً واضح است که شیوه اول تا حدود زیادی می‌تواند زمان‌بر باشد که این امر به دلیل نیاز به بازسازی مش منطبق بر تمامی مرزهای موجود در مسئله است.

دو مورد از متداول‌ترین روش‌های منطبق بر رویکردهای اول و دوم به ترتیب روش اویلری-لاگرانژی اختیاری[10] (ALE) [۳-۱۳] و روش دامنه مجازی[11] (FD) [۱۴،۱-۳۴] می‌باشد. هو [۳] یک روش عددی بر پایه المان محدود گالرکین[12] و روش ALE برای شبیه‌سازی حرکت ذرات جامد درون جریان سیال نیوتنی ارائه داده است. این روش بر پایه شبکه‌های غیر ساختاریافته متحرکی استوار است که در هر گام زمانی با توجه به سرعت محاسبه شده به‌روز می‌شوند؛ اما اگر هرگونه نقص در یکی از المان‌های شبکه مشاهده شود، بایستی از ابتدا عمل مش‌بندی انجام شود که هیچ‌گونه وابستگی به مش قدیمی‌تر ندارد. البته میدان سیال نیز بایستی با این مش جدید دوباره تطابق داده شود. کاملاً واضح است که این مراحل بسیار وقت‌گیر است. القدوس و همکاران [۶] مسئله سقوط یک ذره صلب داخل یک کانال با سطح مقطع ثابت را با استفاده از روش ترکیبی ALE و المان محدود بررسی کرده‌اند. مِلدی و همکاران [۱۰] از روش ALE برای شبیه‌سازی حرکت جسم غوطه‌ور داخل سیال استفاده کرده‌اند. در روش آن‌ها، از یک شبکه متحرک برای جریان حول جسم جامد و از یک شبکه اویلری ثابت برای حل میدان فیزیکی استفاده شده است. استیجنن و همکاران [۲۱]یک شبیه-سازی دوبعدی برای حرکت دریچه قلب و جریان مرتبط با آن با استفاده از روش FD ارائه کرده‌اند. آن‌ها نشان دادند که این روش به‌خوبی می‌تواند برای بررسی هندسه‌های پیچیده بیولوژیکی مفید

[8] The moving mesh approach
[9] The fixed mesh approach
[10] Arbitrary Lagrangian Eulerian
[11] Fictitious domain
[12] Galerkin finite element

باشد. ردی و همکاران [۳۰]، از روش FD برای بررسی گردابه‌های به وجود آمده در پشت کره حین سقوط داخل سیال نیوتنی استفاده کرده‌اند. آن‌ها با استفاده از این روش نحوه‌ی تشکیل، رشد و به هم خوردن تقارن گردابه‌ها را بررسی کرده‌اند. گالیر و همکاران [۳۴] از روش FD برای مطالعه سوسپانسیون‌های غلیظ استفاده کرده‌اند. در روش آن‌ها فقط از گره‌های اویلری استفاده شده است و نیازی به در نظر گرفتن گره‌های لاگرانژی برای نشان دادن وجود ذرات نیست. پاتانکار و همکاران [۳۵] یک الگوریتم جدید بر پایه روش FD برای جریان ذره‌ای داخل سیال نیوتنی ارائه داده‌اند. در روش عددی ارائه شده توسط آن‌ها، تانسور نرخ کرنش در گره‌های سیالی که در داخل دامنه جامد قرار دارند مساوی صفر فرض شده است. این فرمولاسیون جدید حتی برای حالتی که جرم سیال و جرم جامد برابر باشند، مناسب است. آقایان گلوینسکی و همکاران [۱۴-۱۹] و یو و همکاران [۱،۲۲-۲۶] تاکنون روش FD را با موفقیت برای بررسی انواع جریان‌های نیوتنی و غیرنیوتنی همراه با انتقال حرارت و یا مرزهای انعطاف‌پذیر حل نموده‌اند.

اخیراً بعضی روش‌های جدید بر پایه ایده مرز غوطه‌ور پسکین [۳۶] گسترش یافته‌اند که با موفقیت برای جریان‌های ذره‌ای اعمال شده‌اند. روش مرز غوطه‌ور[13] (IBM) می‌تواند به‌عنوان ساده-ترین روش در گروه رویکردهای مش ثابت در نظر گرفته شود.



شکل ۱-۱ شماتیک مربوط به روش مرز غوطه‌ور

[13] Immersed boundary method

۱-۱-۱- روش مرز غوطه‌ور

۱-۱-۱-۱- روش مرز غوطه‌ور برای معادله مومنتوم

واژه «مرز غوطه‌ور» اولین بار توسط پسکین [۳۶] برای شبیه‌سازی حرکت قلب و جریان خون ناشی از آن ارائه گردید. وجه تمایز این روش با سایر روش‌های معمول محاسباتی، انجام کلیه محاسبات در شبکه کارتزین است که در این صورت دیگر نیازی به تطبیق دامنه حل با هندسه پیچیده قلب وجود ندارد. او همچنین یک الگوریتم ابداعی برای اعمال اثر مرز متحرک بر روی میدان جریان پیشنهاد کرد. از زمانی که پسکین این روش را معرفی نموده است، اصلاحات متعددی برای آن ایجاد شده و امروزه چندین رویکرد متفاوت از آن وجود دارد. مرور حاضر بیشتر روی روش‌های مرز غوطه‌ور برای جریان‌های با مرزهای جامد صلب متمرکز است.

در حالت کلی، روش مرز غوطه‌ور می‌تواند به‌عنوان یک روش غیر منطبق بر جسم[۱۴] معرفی شود که شرط مرزی عدم لغزش را با اعمال یک عبارت چگالی نیرویی[۱۵] به معادلات حاکم سیال ارضاء می‌کند. از نقطه نظر عددی، میدان سیال در روش مرز غوطه‌ور به‌صورت یک شبکه اویلری ثابت در نظر گرفته می‌شود که تمام دامنه حل شامل داخل و خارج ذرات را در بر می‌گیرد و از طرفی دیگر ذرات توسط گره‌های لاگرانژی جداگانه ردیابی می‌شوند (شکل ۱-۱). نقاط لاگرانژی روی مرز جسم غوطه‌ور قرار دارند و جرمی معادل جرم کل جسم غوطه‌ور را دارا می‌باشند. مهم‌ترین مزیت روش مرز غوطه‌ور قابلیت تولید شبکه بسیار آسان آن است. تولید شبکه ساختاریافته منطبق بر جسم[۱۶] و یا غیر ساختاریافته منطبق بر جسم[۱۷] معمولاً بسیار سخت بوده و هزینه محاسباتی سنگینی را در بر دارد. در اکثر موارد، هدف ساخت شبکه‌ای است که دقت کافی را با حداقل تعداد نقاط شبکه فراهم کند. حتی برای هندسه‌های ساده، این ویژگی‌های متناقض (دقت بالا و تعداد نقاط شبکه کم) می‌تواند منجر به

[14] Non-body conformal method
[15] Force density
[16] Structured body-conformal grids
[17] Unstructured body-conformal grids

بدتر شدن کیفیت شبکه گردد که روی دقت و خواص همگرایی حل تأثیر منفی می‌گذارد؛ بنابراین حتی برای هندسه‌های ساده، تولید یک شبکه منطبق بر جسم با کیفیت مطلوب یک فرایند تکراری و نیازمند به ورودی‌های مهم وابسته به تصمیم شخص تولید کننده شبکه است. هنگامی‌که که هندسه پیچیده‌تر می‌شود، عمل تولید یک شبکه موردقبول به‌طور قابل ملاحظه‌ای مشکل‌تر می‌شود. در رویکرد شبکه ساختاریافته، هندسه‌های پیچیده معمولاً به حجم‌های کوچک‌تر تقسیم شده و روی هر زیر دامنه به‌طور جداگانه شبکه تولید می‌شود. جدا از پیچیدگی‌هایی که به دلیل وجود چندین زیر دامنه به الگوریتم حل تحمیل می‌شود، یکنواختی شبکه[۱۸] نیز می‌تواند در مرز بین این زیر دامنه‌ها کاهش یابد. اساساً روش‌های شبکه غیر ساختاریافته با هندسه‌های پیچیده سازگارتر هستند، اما در این موارد نیز با افزایش پیچیدگی هندسه، کیفیت شبکه کاهش خواهد یافت. علاوه بر این مزیت‌های روش‌های مرز غوطه‌ور برای جریان‌های با مرز متحرک بسیار مشخص‌تر است. شبیه‌سازی جریان در حضور مرز متحرک با استفاده از شبکه‌های منطبق با جسم نیازمند تولید شبکه در هر گام زمانی و حل جریان در شبکه جدید است؛ هر دو این مراحل می‌تواند روی سادگی، دقت و هزینه محاسبات، خصوصاً در مواردی که با جابجایی‌های بزرگ سروکار داریم، تأثیر منفی بگذارد. برعکس بررسی جریان در حضور اجسام متحرک در روش‌های مرز غوطه‌ور به دلیل استفاده از شبکه کارتزین ثابت، بسیار ساده است.

۱-۱-۱-۲- انواع روش‌های اعمال نیرو در روش مرز غوطه‌ور

در مورد شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای، الگوریتم محاسبه نیروی مرزی بسیار تأثیرگذار است، زیرا این نیرو نقش مهمی در محاسبات مربوط به معادلات حرکت ذره ایفا می‌کند. تاکنون دو الگوریتم متفاوت در قالب روش مرز غوطه‌ور برای این منظور استفاده شده است: (۱) روش اعمال نیروی

[18] Grid smoothness

بازگشتی[19] [۳۷-۴۲] و (۲) روش اعمال نیروی مستقیم[20] [۴۳-۶۰]. در روش اعمال نیروی بازگشتی، از پروسه‌های بازگشتی بر اساس مکان (و یا سرعت) نقاط روی مرز برای تعیین چگالی نیروی مرزی استفاده می‌شود اما در روش اعمال نیروی مستقیم، چگالی نیروی مرزی مستقیماً از معادلات جریان استخراج می‌شوند.

روش اعمال نیروی بازگشتی ابتدا توسط پسکین [۳۷،۳۶] برای شبیه‌سازی حرکت خون در قلب پیشنهاد شده است. در روش ارائه شده توسط پسکین، نیروی مرزی توسط قانون هوک[21] محاسبه می‌شود؛ بنابراین این نیرو تابعی از میزان تغییر شکل مرز و ثابت فنر خواهد بود. لای و پسکین [۳۹] این روش را برای مسائل با مرزهای صلب نیز گسترش داده‌اند. آن‌ها برای این منظور ثابت فنر را به اندازه کافی بزرگ فرض کرده‌اند. سایکی و بریگمن [۴۱] یک روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی بازگشتی را ارائه دادند که در آن گره‌های اویلری توسط روش اختلاف محدود حل می‌شود. در روش آن‌ها دو پارامتر اختیاری (آزاد) بایستی تعیین شود.

روش اعمال نیروی مستقیم ابتدا توسط موحد یوسف [۴۳] برای شبیه‌سازی مرزهای پیچیده ثابت ارائه شد. فادلون و همکاران [۴۴] نیز یک روش اعمال نیروی مستقیم را برای حل مسائل جریان ارائه کرده‌اند. آن‌ها از روش اختلاف محدود برای حل میدان سیال اویلری بهره برده‌اند. کیم و همکاران [۴۵] یک روش مرز غوطه‌ور شبکه بولتزمن با اعمال نیروی مستقیم ارائه کرده‌اند که در آن میدان سیال با استفاده از روش حجم محدود حل شده است. در مقایسه با روش‌های اعمال نیروی بازگشتی، روش‌های مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم پایداری بیشتری دارند و علاوه بر آن نیازی به تعیین پارامترهای آزاد ندارند. در اکثر روش‌های اعمال نیروی مستقیم از معادلات شبکه بولتزمن یک مرحله-ای[22] (آنی) برای اعمال نیروی مرزی روی میدان جریان استفاده شده است که این مسئله می‌تواند باعث کاهش دقت حل شود؛ اما با توجه به خواص جنبشی روش شبکه بولتزمن، می‌توان از معادلات

---

[19] Feed-back forcing method
[20] Direct-forcing method
[21] Hook’s law
[22] Lumped-forcing LBE

شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چندمرحله‌ای[23] برای بهبود عملکرد روش‌های مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن با اعمال نیروی مستقیم بهره برد. استفاده از معادلات شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چندمرحله‌ای نه‌تنها باعث بازیابی معادلات ناویر استوکس با دقت مرتبه دو خواهد شد، بلکه نتایج مربوط به الگوریتم‌های واسط را نیز مطلوب‌تر می‌نماید.

۱-۱-۱-۳- انواع الگوریتم‌های واسط در روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم

همان‌گونه که در شکل ۱-۱ مشاهده می‌شود، به دلیل عدم تطابق نقاط مرزی (لاگرانژی) و گره-های محاسباتی سیال (اویلری) یک الگوریتم واسط بایستی تعریف شود تا ارتباط بین نقاط مرزی و گره‌های سیال را فراهم کند. الگوریتم‌های واسطی که تاکنون استفاده شده است را در دو گروه می-توان تقسیم‌بندی کرد: (۱) الگوریتم واسط شارپ[24] [۴۳-۴۹،۵۴-۵۶،۶۱-۷۰]، (۲) الگوریتم واسط دیفیوز[25] [۳۹،۵۰،۵۳،۵۷،۵۸،۶۰،۶۷،۷۱-۷۵]. تفاوت عمده الگوریتم دیفیوز و شارپ در محل نقاط محاسبه نیرو است. در الگوریتم شارپ، نقاط مورد استفاده برای محاسبه نیرو در گره‌های اویلری قرار دارند در حالی‌که الگوریتم واسط دیفیوز نقاط لاگرانژی را برای محاسبه چگالی نیرویی استفاده می-کند. روش شارپ نیز بسته به اینکه نقاط اعمال نیرو روی گره‌های اویلری درون دامنه سیال (نزدیک به نقاط مرزی) و یا درون مرز جامد واقع شده باشند به ترتیب به دو زیرگروه داخلی[26] [۴۳،۴۵،۴۷،۵۱،۵۴،۵۵] و خارجی[27] [۴۴،۴۶،۴۸،۴۹،۵۶] تقسیم می‌شوند.

همان‌طور که قبلاً گفته شد موحد یوسف [۴۳] اولین کسی بود که از روش شارپ برای شبیه-سازی جریان‌های سیال در مجاورت مرزهای جامد استفاده کرد. فادلون و همکاران [۴۴] نیز از یک

---

[23] Split-forcing LBE
[24] Sharp interface scheme
[25] Diffuse interface scheme
[26] Interior
[27] Exterior

روش شارپ داخلی برای شبیه‌سازی خود استفاده کرده‌اند. در روش آن‌ها از یک میان‌یابی خطی برای محاسبه نیرو استفاده شده است. این میان‌یابی بین سرعت‌های روی نقاط مرزی جامد و گره‌های سیال و در جهت دلخواه صورت پذیرفته است. کیم و همکاران [۴۵] از روش شارپ خارجی برای محاسبه نیرو بهره برده‌اند. آن‌ها برای حذف مشکل جهت‌های اختیاری (استفاده شده در کار فادلون و همکاران [۴۴]) از الگوریتم‌های میان‌یابی مرتبه دو غیرخطی استفاده کرده‌اند. البته در این روش نیز در موقعیت‌هایی که بیشتر از دو نقطه موجود نبوده است از میان‌یابی‌های خطی استفاده شده است. لو و همکاران [۶۸] یک الگوریتم واسط شارپ یکنواخت برای روش مرز غوطه‌ور ارائه داده‌اند. آن‌ها فرمولاسیون ساده و اعمال نسبتاً آسان این روش برای مرزهای پیچیده را خصوصیت اصلی آن دانسته‌اند. آن‌ها این روش را برای هندسه‌های دوبعدی و سه‌بعدی در حالت مرز ثابت و متحرک با موفقیت بررسی کرده‌اند. میتال و همکاران [۶۱] نیز از الگوریتم واسط شارپ برای شبیه‌سازی جریان‌های ویسکوز گذرنده از روی اجسام غوطه‌ور استفاده کرده‌اند. آن‌ها روش مرز غوطه‌ور با الگوریتم واسط شارپ خود را برای مدل‌سازی انواع مسائل پیچیده نظیر جریان گذرنده از روی اجسامی که به‌طور ناگهانی شتاب می‌گیرند، بررسی حرکت آبزیان و حرکت بال‌های سنجاقک استفاده کرده‌اند. سو و میتال [۶۶] یک الگوریتم واسط شارپ بهبودیافته برای کاهش نوسانات ناخواسته که معمولاً در مورد شبیه‌سازی مرزهای متحرک با روش مرز غوطه‌ور شارپ ایجاد می‌شود، ارائه داده‌اند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که این روش تا حدودی مرتبه بزرگی این اغتشاشات را کاهش می‌دهد. روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن با الگوریتم میان‌یاب شارپ با موفقیت برای مدل‌سازی حرکات موجود در سیستم‌های بیولوژیکی مورد استفاده قرار گرفته است [۶۳].

الگوریتم واسط دیفیوز اولین بار توسط سیلوا و همکاران [۵۰] برای روش‌های مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم معرفی شد. آن‌ها از یک تقریب چندجمله‌ای مرتبه دو برای محاسبه مشتق سرعت و فشار (که برای تعیین نیروهای مرزی لازم است) استفاده کرده‌اند. سپس این نیروهای مرزی توسط توابع دلتای گسسته به نقاط اعمال نیرو انتقال یافته‌اند. اوهلمن [۵۳] از روش مرز غوطه‌ور و

الگوریتم دیفیوز پیشنهاد شده توسط پسکین [۷۶] برای شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای استفاده کرده است. در روش آن‌ها هم فرایند انتقال سرعت‌های اویلری روی نقاط لاگرانژی و هم فرایند انتقال نیروهای محاسبه شده از نقاط مرزی لاگرانژی روی نقاط اویلری سیال توسط تابع دلتای گسسته انجام می‌شود. در واقع اوهلمن [۵۳] از سرعت‌های گره‌های اویلری (در مجاورت مرز) قبل از اعمال نیرو برای انتقال به نقاط لاگرانژی استفاده می‌کند که عملیات محاسبه نیروها را بسیار آسان‌تر می‌نماید. او همچنین بیان می‌دارد که روش اعمال نیروی دیفیوز، (برخلاف روش اعمال نیروی شارپ) نتایج یکنواخت‌تری را برای مسائل شامل ذرات متحرک ارائه می‌دهد. لای و پسکین [۳۹] با استفاده از الگوریتم واسط دیفیوز، جریان‌های شامل مرزهای غوطه‌ور با اعداد رینولدز بالا را شبیه‌سازی نموده‌اند. آن‌ها موفق شدند که با استفاده از این روش مرتبه دو، جریان‌های ناپایای گذرنده از روی سیلندر ثابت و گردابه‌های موجود را به‌خوبی با کارهای تجربی قبلی انطباق دهند. یانگ و همکاران [۷۲] یک رویکرد جدید برای محاسبه تابع دلتای گسسته برای روش مرز غوطه‌ور ارائه داده‌اند. آن‌ها بیان داشته‌اند که استفاده از این رویکرد می‌تواند نوسانات غیرواقعی به وجود آمده در شبیه‌سازی مرزهای متحرک با روش مرز غوطه‌ور را محدود نماید. بیگوت و همکاران [۷۵]، جریان‌های سیال با چگالی متغیر که شامل اجسام ثابت و متحرک هستند را با استفاده از روش مرز غوطه‌ور دیفیوز به‌خوبی شبیه‌سازی کرده‌اند.

در روش‌های اعمال نیروی دیفیوز، میدان سرعت پس از انتقال چگالی نیرو از روی نقاط لاگرانژی دوباره اصلاح و بازسازی می‌شود. از آنجائی که این نیروها از میدان سرعت پیشین (قبل از اعمال نیرو) ساخته شده‌اند، بنابراین تضمینی برای ارضاء دقیق شرایط مرزی عدم لغزش در این میدان جدید سرعت وجود ندارد. برای حل این معضل، چندین روش اعمال نیروی مستقیم بر پایه الگوریتم‌های دیفیوز ضمنی[28] پیشنهاد شده است. شایان ذکر است که روش‌های دیفیوز بیان‌شده در ابتدای این

[28] Implicit diffuse schemes

بخش عمدتاً به‌عنوان الگوریتم‌های دیفیوز صریح[۲۹] شناخته می‌شوند. بعضی از روش‌های اعمال نیروی دیفیوز و ضمنی معرفی‌شده [۶۰،۷۷-۸۰] نیازمند حل همزمان دستگاه‌های معادلات است. برای اجتناب از حل دستگاه‌های معادلات پیچیده، لو و همکاران [۵۷] یک شیوه اعمال نیروی چند مرحله‌ای[۳۰] را ارائه داده‌اند که در آن عمل انتقال سرعت‌ها و نیروها بین نقاط اویلری و نقاط لاگرانژی چند بار تکرار می‌شود تا به‌دقت مورد نظر دست یابد. این روش تاکنون با موفقیت برای بررسی جریان‌های شامل مرزهای ثابت و یا متحرک بکار رفته است [۵۷،۵۸،۶۷].

در پایان خاطر نشان می‌شود انتخاب صحیح تابع دلتای گسسته، تأثیر بسزایی در نتایج حاصل از الگوریتم اعمال نیروی دیفیوز خواهد داشت. برای مطالعه بیشتر در خصوص مراحل ساخت توابع دلتا و قوانین حاکم بر آن می‌توان به مقاله پسکین [۷۶] مراجعه کرد. بسته به تعداد نقاط مورد استفاده برای اعمال نیرو، توابع دلتای دیفیوز دو نقطه‌ای [۶۷]، سه نقطه‌ای [۸۱]، چهار نقطه‌ای مرتبه اول [۳۷]، چهار نقطه‌ای مرتبه دوم [۷۶]، پنج نقطه‌ای [۸۲]، شش نقطه‌ای [۸۲] و غیره ارائه شده است. بایستی توجه داشت که اگرچه افزایش تعداد نقاط اعمال نیرو باعث یکنواخت‌تر شدن نتایج خواهد شد، اما از سوی دیگر میزان وضوح مرز (و نتایج وابسته به آن نظیر طول گردابه و غیره) را کاهش خواهد داد؛ بنابراین یافتن یک مقدار بهینه برای تعداد نقاط اعمال نیرو مفید خواهد بود. در بخش‌های آینده بیشتر به این موضوع خواهیم پرداخت.

۱-۱-۱-۴- روش مرز غوطه‌ور برای معادله انرژی

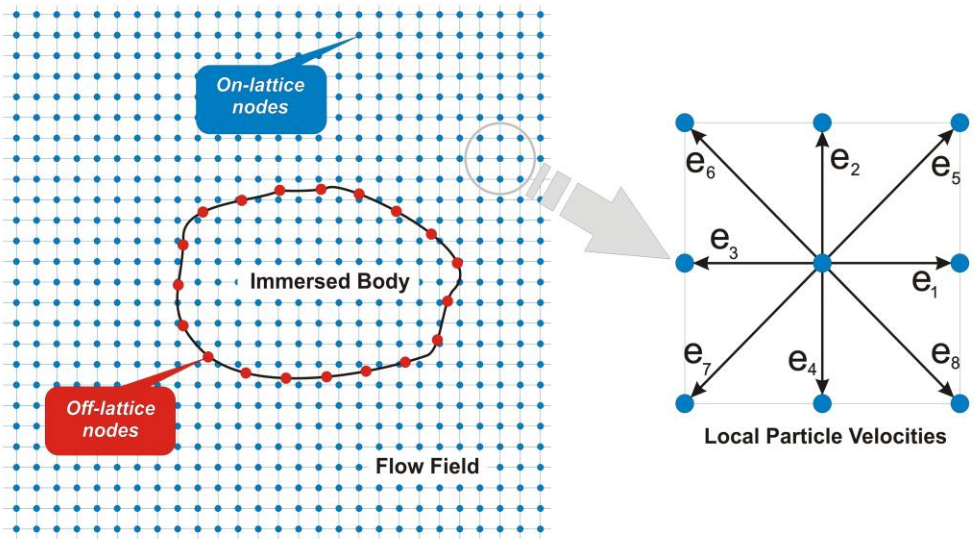
در سال‌های اخیر ایده اضافه کردن عبارت نیرویی به معادله مومنتوم، برای ارضاء شرایط مرزی حرارتی در معادله انرژی نیز گسترش یافته است [۷۴،۸۳-۹۹]. به‌عنوان مثال کیم و چوی [۸۳] الگوریتم اعمال نیرویی شارپ (خارجی) خود را که برای معادله مومنتوم ارائه کرده بودند [۴۵] برای

[29] Explicit diffuse schemes
[30] Multi-direct forcing

معادله انرژی نیز گسترش داده‌اند. آن‌ها نتایج قابل قبولی را در خصوص شبیه‌سازی انتقال حرارت جابجایی حول یک سیلندر دایره‌ای داغ گزارش کرده‌اند. همچنین گیلمانو و آچاریا [۸۸]، الگوریتم اعمال نیروی شارپ (داخلی) خود را که برای معادله مومنتوم پیشنهاد کرده بودند [۴۷]، برای مدل‌سازی جریان و انتقال حرارت حول اجسام صلب و یا انعطاف‌پذیر گسترش داده‌اند. ژنگ و همکاران [۸۵] نیز یک روش مرز غوطه‌ور حرارتی برای بررسی جریان انتقال حرارت جابجایی حول استوانه‌های ثابت و نوسانی بر پایه الگوریتم اعمال نیروی مستقیم دیفیوز [۱۰۰] معرفی کرده‌اند. پاچکو و همکاران [۸۴] یک روش ترکیبی مرز غوطه‌ور- حجم محدود با الگوریتم واسط شارپ برای مدل‌سازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی از روی مرزهای ثابت ارائه داده‌اند. نتایج آن‌ها هندسه‌هایی شامل جریان سیال نامحدود از روی یک سیلندر، جابجایی طبیعی در یک محفظه دوبعدی و جابجایی طبیعی از روی یک مانع مربعی واقع در محفظه مربعی را شامل می‌شود. لیو و لین [۹۲] از روش مرز غوطه‌ور برای مدل‌سازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی و اجباری در جریان‌های شامل اجسام متحرک استفاده کرده‌اند. آن‌ها هم شرایط مرزی گرمایی دما ثابت و هم شار ثابت را پوشش داده‌اند. رن و همکاران [۹۵،۷۴] یک روش مرز غوطه‌ور برای شبیه‌سازی مسائل شامل جریان‌های حرارتی با شرایط مرزی دما ثابت [۷۴] و شار ثابت [۹۵] ارائه کرده‌اند. روش آن‌ها می‌تواند شرط مرزی عدم لغزش (برای سرعت) و شرط مرزی نیومن[31] (برای دما) را به‌خوبی ارضاء نماید. آن‌ها این روش را با موفقیت برای بررسی جریان‌های شامل انتقال حرارت جابجایی طبیعی و اجباری آزمایش کرده‌اند. مارک و همکاران [۹۴] از یک روش ترکیبی مرز غوطه‌ور برای شبیه‌سازی جریان‌های غیر هم‌دما استفاده کرده‌اند. مطالعات ایشان بیشتر معطوف به انتقال حرارت جابجایی طبیعی در هندسه‌هایی مانند محفظه مربعی ساده، محفظه مربعی شامل یک سیلندر دایره‌ای و سرمایش یک صفحه داغ است. دین و همکاران [۹۳] از ایده مرز غوطه‌ور برای شبیه‌سازی مستقیم جریان و انتقال حرارت در

[31] Neumann boundary condition

سیستم‌های سیال- ذره با چگالی بالا[32] استفاده کرده‌اند. آن‌ها این روش را برای شبیه‌سازی انتقال حرارت در جریان سیال از روی موانع ثابت و یا جریان سیال با ذرات معلق آزمایش کرده‌اند. توسلی و همکاران [۹۶] روش مرز غوطه‌ور پیشنهاد شده توسط اوهلمن [۵۳] را برای سیستم‌های غیر هم‌دما گسترش داده‌اند. آن‌ها برای نشان دادن توانایی روش معرفی‌شده در مدل‌سازی سیستم‌های ذره‌ای با چگالی بالا، مسئله جریان سیال غیر هم‌دما از روی آرایش‌های تصادفی از موانع کروی را انتخاب کرده-اند. ژنگ و همکاران [۸۵] مسئله انتقال حرارت از سطح یک سیلندر دایره‌ای واقع در جریان سیال را با استفاده از روش مرز غوطه‌ور حرارتی حل کرده‌اند. آن‌ها از الگوریتم واسط دیفیوز برای ارتباط بین گره‌های سیال و مرز جامد استفاده کرده‌اند. هر دو شرط مرزی دما ثابت و شار ثابت برای محاسبه عدد ناسلت در جریان‌های پایا و ناپایا حول استوانه توسط ژنگ و همکاران [۸۵] اعمال شده است. فنگ و میخائیلدز [۹۱،۸۹] نیز روش مرز غوطه‌ور خود را برای جریان‌های غیر هم‌دما گسترش داده-اند. آن‌ها از روش اختلاف محدود برای حل معادله مومنتوم و انرژی استفاده کرده‌اند. فنگ و میخائیلدز [۹۱،۸۹] این روش را برای بررسی مسائل جابجایی آزاد در سقوط یک و یا چندین ذره درون سیال بررسی کرده‌اند.



شکل ۱-۲ شماتیک مربوط به روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن

---

32 Dense fluid-particle systems

۱-۲- روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن

میدان جریان اویلری در روش مرز غوطه‌ور می‌تواند با حل معادلات ناویر استوکس[۳۳] توسط روش‌های متداول دینامیک سیالات محاسباتی[۳۴] (CFD) مانند تفاضل محدود (FDM) [۷۲،۶۸،۶۴،۶۰،۵۸،۵۷،۵۳،۵۰،۴۴،۳۹] یا حجم محدود (FVM) [۷۵-۷۳،۶۶،۶۵،۶۱،۵۵،۴۵] حل شود و یا روش‌های عددی جایگزین مانند روش شبکه بولتزمن[۳۵] (LBM) استفاده شود. روش شبکه بولتزمن خصوصیات منحصربه‌فردی مانند سادگی، قابلیت موازی‌سازی، عملگرهای ساده جبری، سرعت بالا و غیره را داراست که آن را از سایر روش‌های متداول CFD متمایز می‌نماید. مفاهیم بنیادی تئوری LBM و کاربردهای آن برای دینامیک سیالات محاسباتی توسط سوشی [۱۰۱] ارائه گردیده است. لَد [۱۰۳،۱۰۲] اولین کسی بود که روش شبکه بولتزمن را برای بررسی جریان‌های ذره‌ای در محلول‌ها به کار برد. از آن به بعد مطالعات زیادی در خصوص شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای با روش شبکه بولتزمن ارائه شده است [۱۰۷-۱۰۴]. در روش شبکه بولتزمن، برهم‌کنش بین سیال و جامد از طریق قانونی موسوم به «بازگشت به عقب»[۳۶] انجام می‌شود. در این روش گره‌های مرزی از طریق مجموعه‌ای از گره‌های میانی نشان داده می‌شوند که بایستی بین گره‌های سیال و جامد قرار داشته باشند. آقایان یون و فن [۱۰۸] یک مرور جامع در خصوص کاربرد روش شبکه بولتزمن برای سیستم-های ذره-سیال ارائه داده‌اند. آن‌ها مزیت‌هایی نظیر بازده بالا و قابلیت موازی‌سازی را از جمله خصوصیت‌های روش LBM برشمرده‌اند که می‌تواند باعث تمایز این روش از سایر روش‌های معمول DNS باشد؛ اما آن‌ها بیان داشته‌اند که برای استفاده از LBM در شبیه‌سازی سیستم‌هایی که شامل شرایط مرزی پیچیده و ذرات در اندازه‌های مختلف هستند، هنوز راه زیادی باقی مانده است و کارهای بسیاری باید انجام شود تا این روش قابلیت شبیه‌سازی دقیق سیستم‌های واقعی را داشته باشند.

33 Navier-Stokes
34 Computational fluid dynamics
35 Lattice Boltzmann method
36 Bounce-back

اگرچه روش شبکه بولتزمن مشکل فرایند مش مجدد[37] را که در روش‌های معمول اختلاف محدود و حجم محدود وجود دارد، حل کرده است؛ اما هنوز از مشکلات دیگری نظیر نوسانات نیروی محاسبه شده در سطح ذره، نیاز به تعداد زیاد نقاط مرزی برای نمایش مرزهای فیزیکی دقیق، الگوریتم قدم به قدم و محدودیت عدد رینولدز پایین رنج می‌برد [۵۲،۴۲]. در حقیقت اگرچه روش شبکه بولتزمن از یک شبکه کارتزین ثابت برای شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای استفاده می‌کند اما شرایط مرزی همچنان وابسته به نحوه حل میدان سیال است که آن را بسیار شبیه به روش‌های مش متحرک می‌کند.

خصوصیت مشترک «شبکه کارتزین ثابت» برای روش مرز غوطه‌ور و روش شبکه بولتزمن محققان را بر آن داشت تا مجموع این دو روش را به‌عنوان یک روش ترکیبی و کارآمد معرفی نمایند (شکل ۱-۲). فنگ و میخائیلدز [۴۲]، اولین محققانی بودند که روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن (IB-LBM) را استفاده نمودند. آن‌ها بیان داشتند که این روش اکثر خصوصیات منحصر بفرد روش-های مرز غوطه‌ور و شبکه بولتزمن را داراست. در روش آن‌ها وجود مرز غوطه‌ور از طریق روش پنالتی[38] اعمال می‌شد که در آن مرزهای ذره به‌صورت انعطاف‌پذیر با ثابت سختی بالا در نظر گرفته می‌شود. همچنین آن‌ها یک مطالعه مقایسه‌ای با روش‌های شبکه بولتزمن متداول انجام دادند (به‌عنوان مثال کارهای ([۱۰۳-۱۰۷]) که از قانون «بازگشت به عقب» برای برخورد با مرز جامد-مایع استفاده کرده‌اند) آن‌ها نشان دادند که روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن نوسانات نیرویی را که در روش‌های متداول شبکه بولتزمن مشاهده می‌شود، از خود بروز نمی‌دهد. روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن ارائه شده توسط فنگ و میخائیلدز [۴۲] در واقع شبیه روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی بازگشتی معرفی‌شده توسط لای و پسکین [۳۹] است که در آن برای حل میدان جریان به جای معادلات ناویر استوکس از معادلات شبکه بولتزمن استفاده شده است. البته آقایان فنگ و میخائیلدز

[37] Re-meshing
[38] Penalty method

[۵۲] یک روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن با اعمال نیروی مستقیم نیز برای شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای ارائه دادند. با استفاده از این روش جدید، دیگر نیازی به تعیین پارامترهای آزاد مانند ضریب سختی در روش بازگشتی وجود ندارد. نیو و همکاران [۱۰۹] نیز یک روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن بر اساس اصل تبادل مومنتوم برای شبیه‌سازی جریان‌های لزج ارائه داده‌اند. در روش آن‌ها، عبارت نیرویی بر اساس اصل تبادل مومنتوم برای توابع توزیع احتمال چگالی در نقاط مرزی، محاسبه می‌شود. اگرچه که آن‌ها از روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه استفاده کردند، اما دقت روش تغییر چندانی نکرده است. همچنین در این روش، چگالی نقاط مرزی لاگرانژی حتماً باید بیشتر از نقاط اویلری روی شبکه کارتزین باشد تا از نشتی جلوگیری شود. پنگ و همکاران [۱۱۰] از یک روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن با شبکه ریزتر در مجاورت مرز استفاده کرده‌اند. آن‌ها همچنین از طرح شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه بهره برده‌اند تا دقت و پایداری حل را هر چه بیشتر افزایش دهند. سوی و همکاران [۱۱۱] یک روش ترکیبی مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن برای مدل‌سازی برهم‌کنش‌های بین سیال و مرزهای جامد متحرک گسترش داده‌اند. آن‌ها برای افزایش دقت روش خود از روش شبکه بولتزمن با مش بندی ریزتر در ناحیه نزدیک مرزها استفاده کرده‌اند. نتایج این مقاله حاکی از قابلیت تطابق‌پذیری زیاد این روش با هندسه‌های مختلف ثابت و متحرک است. دوپویس و همکاران [۵۹] از روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی جریان‌های ناپایا و نوسانی از روی یک سیلندر ثابت استفاده کرده است. آن‌ها از دو الگوریتم واسط متفاوت شامل اعمال نیروی مستقیم و میان‌یابی نیروها برای این منظور استفاده کرده‌اند. یک روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن دیفیوز با تنظیم شرایط مرزی اجباری توسط وو و شو [۷۹،۷۸] ارائه شده است. در روش آن‌ها چگالی نیروی مرزی به‌عنوان یک پارامتر ناشناخته فرض می‌شود که با اعمال شرایط مرزی عدم لغزش تعیین می‌گردد و قادر است شرط عدم لغزش را به‌صورت دقیق ارضاء نماید؛ اما همان‌گونه که توسط نویسندگان بیان شده است، به دلیل حرکت ذرات، تعدادی عملیات ریاضی ماتریسی در هر گام زمانی مورد نیاز است که هزینه‌های اضافی محاسباتی را می‌طلبد. این عملیات ریاضی خصوصاً

برای تعداد زیاد ذرات و شبیه‌سازی‌های سه‌بعدی بسیار وقت‌گیر خواهد بود. چنگ و ژنگ [۱۱۲] جریان سیال در دریچه قلب را با استفاده از روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن شبیه‌سازی کرده‌اند. آن‌ها نشان داده‌اند که روش ترکیبی مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن به‌خوبی می‌تواند حرکات سریع مربوط به حرکت دریچه قلب و جریان خون ناشی از آن را شبیه‌سازی کند. هو و ژو [۱۱۳] یک روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن ضمنی برای بررسی مسائل شامل برهم‌کنش بین ساختارهای جامد و سیال ارائه کرده‌اند. آن‌ها ادعا کرده‌اند که این روش ضمنی، پایداری بیشتری را برای گام‌های زمانی بزرگ نشان می‌دهد. سوزوکی و ایناسورو [۱۱۴] روش شبکه بولتزمن را با یک روش مرز غوطه‌ور مرتبه بالاتر ترکیب کرده‌اند. آن‌ها برای این منظور از یک توزیع سرعت یکنواخت‌تر در نزدیکی مرزها استفاده کرده‌اند. آن‌ها معتقدند که این روش نتایج دقیق‌تری را در مقایسه با روش‌های مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن معمولی خصوصاً در رینولدزهای بالا ارائه می‌دهد. ژو و فن [۱۱۵] یک روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای ارائه کرده‌اند. آن‌ها از الگوریتم واسط دیفیوز برای برقراری ارتباط بین گره‌های اویلری سیال و نقاط لاگرانژی واقع روی مرز ذرات استفاده کرده‌اند. با توجه به نتایج این مقاله، روش مذکور توانسته است تا حدودی پایداری حل را بهبود بخشد. آن‌ها همچنین یک مطالعه جامع در خصوص نحوه تعیین زمان آسایش در روش شبکه بولتزمن برای حصول اطمینان از پایداری حل، انجام داده‌اند. چندین مطالعه نیز در خصوص شبیه‌سازی حرکت گلبول‌های قرمز در خون با استفاده از روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن ارائه شده است [۱۱۶-۱۲۰]. همچنین روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن برای هندسه‌های سه‌بعدی [۱۲۱،۸۰] و مسائل شامل برهم‌کنش بین سیال و مرزهای انعطاف‌پذیر [۱۲۲-۱۳۵] نیز توسعه یافته است. روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی حرکات موجود در طبیعت مانند حرکت بال‌ها در حین پرواز پرندگان و حشرات [۱۳۶-۱۳۹] و حرکت ماهی [۱۴۰] بکار برده شده است. برای مطالعه بیشتر در خصوص استفاده مستقیم از روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن در کاربردها و مسائل مختلف می‌توان به مراجع [۱۴۱،۵۹-۱۵۶] نیز مراجعه کرد.

۱-۲-۱-۱- روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن برای جریان‌های غیرنیوتنی

مطمئناً تحقیقات زیادی در خصوص مکانیک سیالات غیرنیوتنی وجود دارد؛ اما تمرکز بخش عمده‌ای از این مطالعات روی هندسه‌های آزمایشگاهی خاص است که به‌عنوان ویسکومتریک[۳۹] شناخته می‌شود. این در حالی است که تقریباً تمامی هندسه‌های کاربردی مربوط به جریان سیالات غیرنیوتنی در صنعت، متفاوت از حرکت‌های ویسکومتریک است (مانند جریان‌های غیرنیوتنی ذره‌ای)، بنابراین تحقیق و مطالعه بیشتر در جریان‌های غیرنیوتنی با شرایط هندسی واقعی‌تر ضروری به نظر می‌رسد. البته چند مطالعه با رویکرد شبیه‌سازی عددی مستقیم برای جریان‌های ذره‌ای در سیالات غیرنیوتنی انجام شده است که محدود به روش‌های ALE و FD هستند [۲،۲۲،۲۴،۱۵۷-۱۶۱]. برخلاف سیالات نیوتنی، ویسکوزیته سیالات غیرنیوتنی تابعی از تنش برشی است که می‌تواند منجر به بروز ناپایداری در روند حل گردد [۱۶۲،۱۶۳] از آنجایی‌که روش شبکه بولتزمن بر اساس تئوری انرژی جنبشی استوار است، قادر است که نرخ برش محلی را با دقت مرتبه دو (به‌صورت مستقل از میدان سرعت ماکروسکوپیک) محاسبه نماید [۱۶۴،۱۶۵]. این ویژگی به پایداری بیشتر حل جریان‌های ذره-ای در سیالات غیرنیوتنی کمک شایانی می‌کند. اوهارنو و رتمن [۱۶۶] اولین کسانی بودند که توانایی روش شبکه بولتزمن را در حل جریان‌های غیرنیوتنی توانی[۴۰] نشان دادند.

۱-۲-۱-۲- روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن برای جریان‌های غیر هم‌دما

استفاده از روش ترکیبی مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن برای جریان‌های غیر هم‌دما در حضور مرزهای ثابت و یا متحرک بسیار نوپا بوده و در مراحل اولیه کار قرار دارد. جونگ و همکاران [۱۶۷] یک روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن حرارتی برای شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت از روی اجسام

[39] Viscometric
[40] Power-law

با اشکال مختلف ارائه کرده‌اند. آن‌ها از مدل شبکه بولتزمن حرارتی با دو تابع توزیع[41] برای محاسبه دما در گره‌های اویلری استفاده کرده‌اند. همچنین آن‌ها برای ترکیب روش مرز غوطه‌ور و شبکه بولتزمن از روش پیشنهاد شده توسط شن و چن [۱۶۸] کمک گرفته‌اند و نشان داده‌اند که این روش به‌خوبی می‌تواند مسائل شامل انتقال حرارت جابجایی از روی موانع ثابت دایره‌ای و مربعی واقع در یک محفظه ثابت را مدل‌سازی کند. کنگ و حسن [۱۶۹] از دو مدل مختلف برای اضافه کردن اثرات اختلاف دما به روش مرز غوطه‌ور استفاده کرده‌اند که شامل یک روش شبکه بولتزمن حرارتی ساده شده و یک روش ترکیبی اختلاف محدود است. در کار کنگ و حسن [۱۶۹] از الگوریتم واسط شارپ برای ارتباط بین گره‌های اویلری و لاگرانژی چه در معادله مومنتوم و چه در معادله انرژی استفاده شده است. وو و همکاران [۱۷۰] یک روش ترکیبی مرز غوطه‌ور و شبکه بولتزمن حرارتی جدید برای شبیه‌سازی جریان‌های حرارتی ارائه داده‌اند. در واقع آن‌ها روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن با شرایط مرزی اجباری خود را که برای جریان‌های هم‌دما ارائه کرده بودند [۷۷]، برای جریان‌های غیر هم‌دما نیز توسعه داده‌اند. آن‌ها این روش را با موفقیت برای شبیه‌سازی انتقال حرارت جابجایی اجباری اعمال کرده‌اند. ستا [۱۷۱] یک روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن حرارتی برای شبیه‌سازی انتقال حرارت جابجایی بین دو سیلندر هم‌مرکز و عمودی ارائه داده است. ستا [۱۷۱] از الگوریتم واسط دیفیوز برای ارتباط بین گره‌های اویلری و لاگرانژی بهره برده است. او همچنین به منظور افزایش دقت حل، معادلات شبکه بولتزمن حرارتی را برای زمان‌های آسایش کمتر از یک مورد بازبینی قرار داده است. بامیرو و لیو [۱۷۲] از روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن حرارتی برای شبیه‌سازی انتقال حرارت جابجایی اجباری و طبیعی از روی موانع ثابت در جریان‌های پایا و ناپایا استفاده کرده‌اند. آن‌ها علاوه بر شرایط مرزی دما ثابت، شرط مرزی شار حرارت ثابت را نیز مورد بررسی قرار داده‌اند.

[41] Double population approach

جدول ۱-۱ مقایسه کارهای انجام شده در خصوص شبیه‌سازی انتقال حرارت با استفاده از روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن حرارتی

نویسندگان	سال چاپ	مسئله شبیه‌سازی شده	الگوریتم واسط		نوع سیال		دمای سطح	
			دیفیوز	شارپ	نیوتنی	غیرنیوتنی	ثابت	متغیر
جونگ و همکاران [۱۷۵]	۲۰۱۰	جابجایی آزاد در محفظه مربعی شامل مانع ثابت		✓	✓		✓	
گنگ و حسن [۱۷۷]	۲۰۱۱	جابجایی آزاد در محفظه مربعی شامل مانع ثابت جابجایی آزاد و اجباری در سقوط یک ذره بسیار سبک در کانال بی-نهایت		✓	✓		✓	
وو و همکاران [۱۷۸]	۲۰۱۲	جابجایی اجباری در جریان گذرنده از روی یک مانع ثابت	✓		✓		✓	
ستا [۱۷۹]	۲۰۱۳	جابجایی آزاد بین دو سیلندر هم‌مرکز و عمودی جابجایی آزاد در محفظه مربعی شامل مانع ثابت	✓		✓		✓	
بامیرو و لیو [۱۸۰]	۲۰۱۲	جابجایی آزاد در محفظه مربعی شامل مانع ثابت جابجایی اجباری در جریان گذرنده از روی یک مانع ثابت	✓		✓		✓	
هوانگ و وو [۱۸۱]	۲۰۱۴	تغییر فاز جامد- سیال با در نظر گرفتن دمای ثابت ذوب	✓		✓		✓	
امیری دلوئی و همکاران [۱۸۳]	۲۰۱۴	جابجایی اجباری در جریان گذرنده از روی یک مانع ثابت	✓		✓	✓	✓	
هو و همکاران [۱۸۲]	۲۰۱۵	جابجایی آزاد بین دو حلقه هم‌مرکز	✓		✓		✓	
امیری دلوئی و همکاران [۱۸۴]	۲۰۱۴	مقایسه انواع الگوریتم‌های واسط برای روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن حرارتی	✓	✓	✓	✓	✓	

هوانگ و وو [۱۷۳] از روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی مسائل مربوط تغییر فاز جامد-سیال استفاده کرده است. آن‌ها برای نشان دادن مرز بین جامد و سیال از روش اعمال نیروی مستقیم و الگوریتم واسط دیفیوز استفاده کرده‌اند. هوانگ و وو [۱۷۳] برای انجام این شبیه‌سازی، دمای مرز جامد و سیال را ثابت و برابر دمای ذوب فرض کرده‌اند. آن‌ها از روش شبکه بولتزمن حرارتی با زمان آسایش چندگانه[۴۲] برای محاسبه دما در گره‌های اویلری استفاده کرده‌اند. هو و همکاران [۱۷۴] از یک روش ترکیبی مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی دوبعدی انتقال حرارت جابجایی طبیعی بین دو حلقه هم‌مرکز با شرط مرزی شار ثابت استفاده کرده‌اند. در جدول ۱-۱ یک مقایسه اجمالی برای انواع مطالعات انجام شده با استفاده از روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن حرارتی و نواقص موجود در آن‌ها انجام داده است.

۱–۳– روش عددی توسعه داده شده

روش ترکیبی پیشنهاد شده در این رساله شامل موارد زیر است:

- روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم که یک روش اویلری-لاگرانژی با شبکه غیر منطبق بر جسم است. این روش قادر است اثرات غیرخطی ناشی از حضور ذرات در سیال غیرنیوتنی را تعیین کند و یک درک مستقیم از مکانیک سیالات غیرنیوتنی ارائه دهد.
- روش شبکه بولتزمن که بر پایه تئوری انرژی جنبشی گازها استوار است و قادر است نرخ برش محلی را با دقت مرتبه دو برای سیالات غیرنیوتنی (با ویسکوزیته متغیر) را مستقیماً در مقیاس مزوسکوپیک[۴۳] محاسبه نماید.
- مدل توانی[۴۴] که یک مدل غیرنیوتنی ساده است و می‌تواند به طرز قابل قبولی خواص رقیق برشی و ضخیم برشی را در محدوده‌ی متوسطی از نرخ‌های برش مختلف محاسبه نماید.

[42] Multiple-Relaxation-Time
[43] Mesoscopic

- الگوریتم‌های واسط شارپ و دیفیوز که امکان ارتباط مؤثر بین گره‌های اویلری سیال و نقاط لاگرانژی روی مرز جامد را فراهم می‌آورند.
- الگوریتم اعمال نیروی چند مرحله‌ای که می‌تواند اثر شبکه گسسته و نیروی سطحی را به‌صورت همزمان در معادله مومنتوم LBM اعمال کند. این روش به‌صورت دقیق معادلات ناویر-استوکس را بازیابی می‌کند.
- معادلات حرکت ذره که اثرات نیروی اضافه‌شده ناشی از وجود جرم شتاب‌دار را نیز لحاظ می‌کند.

در مطالعه حاضر، تمام روش‌های ذکر شده در بالا را با یکدیگر ترکیب نموده‌ایم تا به یک حل عددی مستقیم برای شبیه‌سازی جریان غیرنیوتنی ذره‌ای برسیم که تمام خواص لیست شده در بالا را دارا باشد.

۱-۴- مزیت‌ها و معایب روش پیشنهادی:

روش پیشنهادی در مطالعه حاضر از ترکیب دو روش مرز غوطه‌ور و شبکه بولتزمن ایجاد شده است؛ بنابراین انتظار می‌رود که این روش اکثر خصوصیات مربوط به هر دو روش مذکور را دارا باشد. در این بخش به مقایسه مزیت‌ها و معایب این روش با سایر روش‌های معمول برای حل جریان در حضور مرزهای متحرک پرداخته شده است.

[44] Power-law model

۱-۴-۱- روش مرز غوطه‌ور

۱-۴-۱-۱- مزایای روش مرز غوطه‌ور

استفاده از یک شبکه کارتزین: یکی از مهمترین خصوصیت‌های روش مرز غوطه‌ور استفاده از شبکه کارتزین است. این ویژگی خصوصاً برای بررسی جریان‌های شامل هندسه‌های پیچیده[۴۵] و مرزهای متحرک[۴۶] بسیار کاربردی است. در روش‌های معمول CFD از شبکه‌های منطبق بر جسم برای حل جریان‌های شامل مرزهای متحرک و پیچیده استفاده می‌شود، در ادامه به مقایسه نحوه عملکرد روش‌های معمول CFD و روش مرز غوطه‌ور در مواجهه با هندسه‌های پیچیده و همچنین مرزهای متحرک می‌پردازیم. تولید یک شبکه منطبق بر جسم ساختاریافته[۴۷] در هندسه‌های پیچیده کار آسانی نیست چرا که الگوریتم‌های تولید شبکه برای شکل‌های با گوشه‌های خیلی تیز، دارای منفذ و همچنین هندسه‌های غیرعادی با مشکل روبرو هستند. فرایند ایجاد یک شبکه منطبق بر جسم با کیفیت بالا می‌تواند تا بیش از ۲۵٪ کل زمان محاسبات را شامل شود [۱۷۵]. البته استفاده از شبکه-های غیرساختار یافته برای مرزهای پیچیده مناسب‌تر است، اما استفاده از روش‌های با شبکه‌های غیرساختار یافته در مقایسه با روش‌های دارای شبکه ساختار یافته (و همچنین روش‌های مرز غوطه-ور) نه تنها به زمان‌های محاسباتی بالاتری نیاز دارد بلکه حافظه کامپیوتری قابل توجهی را نیز اشغال می‌کند. از طرفی دیگر در روش‌های مرز غوطه‌ور، شبکه کارتزین به صورت ثابت و مستقل از نوع هندسه مساله در نظر گرفته می‌شود. در مورد جریان‌های شامل مرزهای متحرک، مزیت‌های IBM نسبت به روش‌های با شبکه منطبق بر جسم بیشتر آشکار خواهد شد چرا که در این روش دیگر نیازی به انجام دوباره عمل مش‌بندی وجود ندارد. علاوه بر فرایند ایجاد مش مجدد، یک فرایند دیگر برای تصویر کردن دامنه حل شبکه مش‌بندی شده جدید در هر گام زمانی برای روش‌های منطبق بر جسم

[45] - complex geometries
[46] - moving boundaries
[47] - structured body conformal grid

نیاز خواهد بود. این دو گام اضافی نه تنها هزینه محاسباتی را افزایش می‌دهد، بلکه می‌تواند از سادگی، دقت و پایداری حل نیز بکاهد.

کاهش میزان عملیات به ازاء هر نقطه‌ی شبکه: یکی دیگر از مزیت‌های روش مرز غوطه‌ور در مقایسه با سایر روش‌های با شبکه منطبق بر جسم، کاهش چشم‌گیر میزان عملیات مورد نیاز برای هر یک از نقاط شبکه در طی زمان حل مسأله است. به عنوان مثال، در صورت استفاده از شبکه منطبق بر جسم، دامنه فیزیکی باید از طریق عملیات انتقال مختصات به دامنه محاسباتی منتقل گردد، سپس معادلات (منتقل شده) حل می‌گردد و نهایتاً این حل دوباره به دامنه فیزیکی منتقل می‌شود. کاملاً واضح است که روش مرز غوطه‌ور با توجه به بهره‌گیری از یک شبکه کارتزین یکنواخت و ثابت نیازی به این عملیات‌های اضافی ندارد. علاوه براین روش‌های مرز غوطه‌ور در مقایسه با روش‌های دارای شبکه غیرساختار یافته منطبق بر جسم، قابلیت بالاتری جهت انطباق پذیری با روش‌های چند شبکه-ای[۴۸] دارند.

۱-۴-۱-۲- معایب روش مرز غوطه‌ور

اعمال شرایط مرزی: روش مرز غوطه‌ور نیز همانند همه روش‌های عددی با نواقصی روبروست که مهمترین این نواقص در خصوص نحوه برخورد با شرایط مرزی در روش مرز غوطه‌ور است. با توجه به شبکه کارتزین یکنواخت استفاده شده در روش مرز غوطه‌ور، کنترل کاربر و همچنین دقت حل (خصوصاً در مورد روش مرز غوطه‌ور با الگوریتم واسط دیفیوز صریح) کاهش می‌یابد.

اندازه شبکه بزرگ: در مقایسه با روش‌های دارای شبکه منطبق بر جسم، در روش مرز غوطه‌ور اندازه شبکه با افزایش عدد رینولدز با سرعت بیشتری افزایش خواهد یافت. همانطوری که در مرجع [۱۷۶] اثبات شده است، سرعت افزایش اندازه شبکه در روش مرز غوطه‌ور به روش‌های با شبکه منطبق بر جسم برای مسائل دو بعدی از مرتبه $Re^{1.0}$ خواهد بود. البته بسته به نحوه اعمال روش مرز

[48] - multigrid method

غوطه‌ور، گره‌های اویلری داخل مرزهای غوطه‌ور می‌تواند حذف شود که خصوصاً برای جریان‌های ذره با چگالی ذرات بالا باعث جبران این افزایش خواهد شد. علاوه بر این اگرچه که در اعداد رینولدز بالا تعداد نقاط شبکه مورد نیاز برای روش مرز غوطه‌ور نسبت به سایر روش‌های ذکر شده بیشتر است، اما همانطور که در قسمت مزایای روش مرز غوطه‌ور گفته شد، میزان عملیات مورد نیاز جهت حل مسأله در هر یک از نقاط شبکه بسیار کمتر است. این امر باعث کم شدن قابل توجه هزینه‌های محاسباتی در روش مرز غوطه‌ور خواهد شد.

۱-۴-۲- روش شبکه بولتزمن

۱-۴-۲-۱- مزایای روش شبکه بولتزمن

عدم نیاز به حل دستگاه معادلات: در روش شبکه بولتزمن نیازی به حل دستگاه معادلات برای تعیین سرعت و یا دما در گره‌های شبکه وجود ندارد و تمام عملیات به صورت جبری انجام می‌پذیرد. همچنین در هر گام زمانی حل عددی انجام شده، معادلات ماکروسکوپیک متناظر را با دقت مرتبه دو ارضاء می‌کند.

محاسبات محلی: در مقایسه با روش‌های معمول حجم محدود و یا المان محدود، روش شبکه بولتزمن داده‌های محلی بیشتری را در اختیار می‌گذارد. به عنوان مثال تانسور نرخ برش در هر نقطه از سیال می‌تواند به صورت محلی و مستقل از گره‌های مجاور محاسبه شود.

مدل‌سازی مرزهای پیچیده: در روش شبکه بولتزمن کار با مرزهای پیچیده بسیار راحت‌تر است، چرا که مرحله جاری شدن و همچنین قانون بازگشت به عقب که برای اعمال شرایط مرزی استفاده می‌شود به هندسه مرزها بستگی ندارد. بنابراین، برای شبیه‌سازی با استفاده از روش شبکه بولتزمن جزئیات مربوط به شکل هندسی مرزها مانند جهت‌های عمود بر سطح و غیره اهمیت چندانی ندارند.

قابلیت پردازش موازی: الگوریتم روش شبکه بولتزمن قابلیت بالایی را برای اعمال روش‌های پردازش موازی دارد. شبکه استفاده شده در روش شبکه بولتزمن از نوع کارتزین بوده و شرایط مرزی روی هر یک از زیر دامنه‌ها فقط برای مرحله جاری شدن مورد نیاز است.

۱-۴-۲-۲- معایب روش شبکه بولتزمن

نیاز به حافظه کامپیوتری بیشتر: در مقایسه با حلگرهایی که از معادلات ناویر استوکس برای حل جریان استفاده می‌کنند، روش شبکه بولتزمن به حافظه کامپیوتری بیشتری نیاز دارد.

بررسی مرزهای متحرک: استفاده از روش شبکه بولتزمن برای جریان‌های دارای مرز متحرک مستلزم این است که گره‌های مرزی از طریق مجموعه‌ای از گره‌های میانی (بین گره‌های سیال و جامد) نشان داده شوند. این محدودیت اعمال شده برای الگوریتم شبکه بولتزمن باعث مشکلاتی مانند نوسانات نیروی سطحی و محدوده اعداد رینولدز پایین در مواجهه با مسائل دارای مرزهای متحرک شده است. البته در روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن حاضر گره‌های مرزی توسط نقاط لاگرانژی و به صورت مستقل بررسی می‌شوند که موجب حذف مشکلات ذکر شده خواهد شد.

۱-۵- جنبه‌های جدید و نوآوری تحقیق

به‌طور کلی نوآوری‌های موجود در تحقیق حاضر را می‌توان در دو گروه تقسیم‌بندی کرد: (الف) بخشی از کار که مربوط به گسترش و ارتقاء روش حل برای جریان‌های ذره‌ای در سیالات غیرنیوتنی حرارتی است (موارد ۱ تا ۴) و (ب) نتایجی که برای اولین بار برای سیالات غیرنیوتنی توانی استخراج شده و مورد بررسی قرار گرفته است (موارد ۵ تا ۹).

۱- در کار حاضر برای اولین بار روش ترکیبی مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن برای بررسی سیالات غیرنیوتنی توانی توسعه داده شده است.

۲- یک مدل حرارتی جدید بر پایه روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن برای بررسی جریان و انتقال حرارت در حضور مرزهای متحرک با دمای سطح متغیر ارائه شده است.

۳- یک روش جدید برای محاسبه عدد ناسلت در روش‌های اعمال نیروی مستقیم با الگوریتم‌های واسط دیفیوز و شارپ توسعه داده شده است که قادر است هزینه و پیچیدگی محاسبات را تا حدود زیادی کاهش دهد.

۴- روش عددی مستقیم و حرارتی توسعه داده شده در این تحقیق می‌تواند به نحو مطلوبی برای طراحی و بررسی عملکرد یک مبدل حرارتی تماس مستقیم[۴۹] مورد استفاده قرار گیرد. شایان ذکر است که مدل‌سازی این‌گونه جریان‌ها با روش‌های معمول و نرم‌افزارهای تجاری با محدودیت‌های جدی همراه است.

۵- برای اولین بار اثرات نیروی ناشی از شتاب جسم در مسئله سقوط ذره درون سیالات غیرنیوتنی توانی مختلف بررسی و مقایسه شده است.

۶- مسئله برخورد چند ذره درون سیال غیرنیوتنی توانی شبیه‌سازی شده و برای اولین بار پدیده‌های درفتینگ، کیسینگ و تامبلینگ دو ذره درون سیالات رقیق برشی و ضخیم برشی بررسی شده است.

۷- برای اولین بار اثرات قابل توجه انتقال حرارت جابجایی بر جریان و دمای سطح در مسئله سقوط ذره درون سیالات مختلف رقیق برشی و ضخیم برشی مورد بررسی قرار گرفته است.

۸- برای اولین بار اثرات نوع شکل سطح مقطع ذره (به‌صورت مانع ثابت و یا جسم متحرک) روی پارامترهای مختلف جریان سیال غیرنیوتنی بررسی و مقایسه شده است.

۹- برای اولین بار اثرات میزان وضوح مرز روی پارامترهای جریان و انتقال حرارت در جریان‌های غیرنیوتنی مختلف بررسی شده است. در این تحقیق اکثر الگوریتم‌های واسط معرفی‌شده برای روش‌های مرز غوطه‌ور شامل الگوریتم‌های شارپ و دیفیوز دو نقطه‌ای، سه نقطه‌ای، چهار

---

[49] Direct contact

نقطه‌ای، پنج نقطه‌ای و شش نقطه‌ای برای شکل ذرات گوناگون مقایسه شده و الگوریتم بهینه معرفی شده است.

۱-۶- کاربردها

بررسی جریان و انتقال حرارت سیالات در مجاورت مرزهای متحرک کاربردهای گسترده‌ای در زمینه‌های گوناگون مانند مهندسی شیمی، بیولوژی، زمین‌شناسی، علوم مرتبط با محیط زیست و غیره دارد. اهمیت و کاربرد گسترده این نوع جریانات منجر به تحقیقات گسترده آزمایشگاهی و عددی در زمینه اثرات متقابل ذره و سیال گردیده است [۴۲]. شایان ذکر است که روش‌های مرز غوطه‌ور با موفقیت برای شبیه‌سازی مسائل مختلف مانند جریان خون در قلب [۳۶،۳۷،۱۷۷،۱۷۸]، انتشار صوت در حلزون گوش [۱۷۹]، حرکت آبزیان [۱۴۰،۱۸۰،۱۸۱] ، حرکت بال‌ها در حین پرواز پرندگان و حشرات [۱۳۶-۱۳۹]، جمع شدن پلاکت‌ها در هنگام انعقاد خون [۱۸۲،۱۸۳]، جریان سوسپانسیون‌ها [۱۸۴،۱۸۵]، جریان و انتقال ذرات در شریان‌های کلیوی [۱۸۶] و غیره مورد استفاده قرار گرفته است. البته در اکثر موارد ذکر شده اثرات دما و یا خواص غیرنیوتنی سیال لحاظ نشده است؛ اما همان‌طور که در ادامه این رساله خواهیم دید، این پارامترها می‌توانند تأثیر بسزایی در شبیه‌سازی واقعی مسائل ایفا نمایند تا جایی که در بسیاری از موارد (تحت شرایط خاص) نادیده گرفتن این پارامترها باعث بروز خطاهای غیرقابل قبولی خواهد شد. اگرچه کارهای زیادی در زمینه جریان‌های ذره‌ای در سیالات نیوتنی انجام شده است، اما سیالات غیرنیوتنی بسیار کمتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. این در حالی است که بسیاری از جریان‌های ذره‌ای نظیر حرکت ذرات درون محلول‌های پلیمری و یا مذاب‌ها، حرکت ذرات درون سیالات بیولوژیک و … بایستی با در نظر گرفتن بحث سیالات غیرنیوتنی مورد مطالعه قرار گیرند. آنچه ضرورت بررسی جریان‌های غیرنیوتنی ذره‌ای را بیشتر نمایان می‌کند، پیچیدگی‌های بسیاری است که در حرکت ذره درون سیال غیرنیوتنی وجود دارد و رفتار آن را تا حدود زیادی متمایز از حرکت متناظرش در سیال نیوتنی می‌نماید[۳۸]. شایان ذکر است که

اکثر کارهای انجام شده در مورد حرکت و انتقال حرارت ذره چه در سیال نیوتنی و چه در سیال غیرنیوتنی در هندسه دایره‌ای بوده است. در صورتیکه در بسیاری از کاربردهای واقعی، هندسه‌های غیر دایره‌ای نیز سهم بسزایی را به خود اختصاص داده‌اند که ضرورت پرداختن به حرکت ذرات با هندسه‌های متفاوت را نیز آشکار می‌کند. چند مورد از کاربردهای مرتبط با تحقیق حاضر به شرح ذیل است:

- بررسی و طراحی مبدل‌های حرارتی تماس مستقیم
- مدل‌سازی جریان (نیوتنی و یا غیرنیوتنی) یک جزء متحرک (نظیر گلبول‌های قرمز و یا حامل‌های دارویی) در داخل رگ با در نظر گرفتن دمای بیولوژیکی ناحیه محاسباتی
- مدل‌سازی پدیده‌های مربوط به جدایش فازهای جامد و سیال مانند شبیه‌سازی و بهینه‌سازی دستگاه‌های فیلتراسیون آب نمک و غیره
- مخلوط‌کن‌ها، حرکت و چرخش اجباری و طبیعی
- مدل‌سازی جریان و انتقال حرارت غیرنیوتنی در حرکت مواد مذاب آتش‌فشانی از بین موانع
- مدل‌سازی حرکت و انتقال حرارت آبزیان
- مدل‌سازی حرکت ذرات در بستر رودخانه‌ها

فصل دوم

روش شبکه بولتزمن (حرارتی) با اعمال نیروی (انرژی) چندمرحله‌ای برای سیالات غیرنیوتنی

۲–۱– مقدمه

ایده اصلی بولتزمن ارتباط برقرار کردن بین مقیاس‌های میکرو[۵۰] و ماکرو[۵۱] بوده است. در این روش به جای در نظر گرفتن رفتار یک ذره به‌صورت تک، رفتار مجموعه‌ای از ذرات را به‌صورت یک واحد بررسی می‌کند. خواص این مجموعه از ذرات به وسیله تابع توزیع نشان داده می‌شود. تابع توزیع به‌عنوان نماینده این مجموعه از ذرات عمل می‌کند. این مقیاس، مقیاس مزو[۵۲] نامیده می‌شود. روش شبکه بولتزمن مزیت‌های هر دو رویکرد ماکروسکوپیک و میکروسکوپیک را در خود جای داده است و علاوه بر این امکان شبیه‌سازی راحت‌تر مسائل با پردازشگرهای کامپیوتری معمول را فراهم می‌سازد.

اگرچه که حوزه وسیعی از مسائل جریان سیالات می‌تواند با یک دقت بالا با استفاده از روش‌های CFD سنتی شبیه‌سازی گردد، اما هنوز سیالاتی وجود دارند که با این روش‌های CFD سنتی منطبق نیستند. به‌عنوان مثال می‌توان از جریان‌های چند فازی و یا جریان‌های مربوط به مواد مذاب نام برد. جریان‌های چند فازی خصوصاً وقتی‌که سطوح مشترک تغییرات مکانی زیادی دارد، نمی‌توانند به‌صورت دقیق توسط روش‌های موجود در مقیاس ماکرو حل شوند. همچنین جریان‌های مذاب غالباً در دسته سیالات غیرنیوتنی جای می‌گیرند و استفاده از معادلات ناویر استوکس برای آن‌ها چندان مناسب نخواهند بود؛ اما این مثال‌ها، مانند بسیاری از مسائل جریان سیالات، می‌توانند به‌راحتی توسط روش‌های شبکه بولتزمن مدل‌سازی شوند.

۲–۲– سیالات غیرنیوتنی

سه مرحله مختلف در تکامل دینامیک سیالات قابل تشخیص است. مرحله اول این توسعه مربوط می‌شود به مطالعه سیالات ایده‌آل یا کامل که هیچ‌گونه ویسکوزیته یا الاستیسیته‌ای ندارند و به‌طور

[50] Micro-scale
[51] Macro-scale
[52] Meso-scale

طبیعی تراکم ناپذیرند. به این نوع جریان‌ها «بدون اصطکاک[۵۳]» نیز گفته می‌شود [۱۸۷]. آنالیزهای دقیقی برای مسائل مختلف فیزیکی شامل سیالات ایده‌آل توسعه داده شده‌اند. ثابت شده است که بعضی از آن‌ها تقریب‌های مفیدی برای عملکرد سیالات واقعی تحت شرایط مرزی خاص ارائه می‌کنند. ایده لایه مرزی که توسط پرانتل [۱۸۸] در سال ۱۹۰۴ ارائه شد، به‌عنوان نقطه آغاز دومین مرحله از تکامل سیالات کلاسیک مطرح است. واضح است که بدون در نظر گرفتن لایه مرزی، حل‌های ارائه شده برای سیالات ایده‌آل کاربردهای عملی بسیار کمی دارند. پرانتل [۱۸۸] به سادگی فرض کرد که در جریان سیال از روی یک سطح جامد، اثرات اصطکاک تنها محدود به لایه‌ای نسبتاً نازک نزدیک به سطح جامد می‌شود. این لایه به‌عنوان «لایه مرزی[۵۴]» شناخته می‌شود. بنابراین دامنه سیال می‌تواند به دو ناحیه تقسیم شود: جریان خارج از لایه مرزی (که با توجه به خواص سیال ایده‌آل مدل می‌شود) و جریان اصطکاکی داخل لایه مرزی (که عموماً به‌صورت نیوتنی مدل شده است). با گسترش روزافزون مواد مورد استفاده در صنایع گوناگون، سیالاتی ظهور کردند که خواص آن‌ها با توجه به خواص نیوتنی سیالات قابل تفسیر نبود و به همین خاطر به مواد غیرنیوتنی[۵۵] معروف شدند. مثال‌های متعددی از موادی که خواص غیرنیوتنی از خود بروز می‌دهند، وجود دارد که از آن جمله می‌توان به مخلوط‌های چند فازی، مذاب‌های پلیمری، محلول‌های صابونی، محصولات آرایش و بهداشتی، محصولات غذایی، جریان‌های بیولوژیکی (مثل خون)، مصالح ساختمانی، مذاب‌های آتش‌فشانی و غیره اشاره کرد. با ظهور مواد غیرنیوتنی، مرحله سوم از تکامل دینامیک سیالات آغاز گردیده و اکنون نیز در حال گسترش است. معمولاً سیالات غیرنیوتنی را در سه دسته کلی زیر تقسیم‌بندی می‌کنند:

(۱) موادی که در آن‌ها نرخ برش تنها تابعی از مقادیر فعلی تنش برشی است (و برعکس). این مواد اکثراً به‌عنوان سیالات نیوتنی تعمیم‌یافته و یا «مستقل از زمان» شناخته می‌شوند.

[53] Frictionless
[54] Boundary layer
[55] Non-newtonian

(۲) مواد پیچیده‌تری که در آن‌ها رابطه بین تنش برشی و نرخ برش تابعی از مدت زمان برش نیز است. این مواد به‌عنوان سیستم‌های «وابسته به زمان» شناخته می‌شوند.

(۳) موادی که ترکیبی از خواص جامد الاستیک و سیال ویسکوز را از خود بروز می‌دهند که به سیالات «ویسکو الاستیک» معروف هستند.

این تقسیم‌بندی کاملاً اختیاری بوده و اکثر مواد واقعی ترکیبی از دو و یا حتی همه خواص غیرنیوتنی بالا را از خود بروز می‌دهند. خواص سیالات غیرنیوتنی «مستقل از زمان» تحت برش ساده می‌تواند به‌صورت:

$$\tau = f\left(\dot{\gamma}\right) \qquad \text{(۲-۱ الف)}$$

و یا در شکل عکس آن:

$$\dot{\gamma} = f^{-1}\left(\tau\right) \qquad \text{(۲-۱ ب)}$$

بیان شود.

معادله (۲-۱ الف) بیان می‌دارد که نرخ برش در هر نقطه داخل سیال تحت برش تنها توسط مقادیر فعلی تنش برشی در آن معین می‌شود (و یا برعکس). بسته به نوع معادله (۲-۱ الف)، این سیالات می‌توانند به سه زیرگروه (۱) رقیق برشی یا شبه پلاستیک، (۲) ویسکو پلاستیک و (۳) ضخیم برشی یا متسع‌شونده[۵۶] تقسیم شوند.

شکی نیست که «رقیق برشی» معمول‌ترین نوع خواص در سیالات «مستقل از زمان» است. مواد رقیق برشی (و یا شبه پلاستیک) به‌وسیله یک ویسکوزیته ظاهری (حاصل تقسیم تنش برشی بر نرخ برش) که با افزایش نرخ برش، کاهش می‌یابد، مشخص می‌شوند. واضح است که نرخ کاهش ویسکوزیته ظاهری برای هر سیال متفاوت است. از طرفی دیگر، خواص ضخیم برشی در نقطه مقابل خواص رقیق برشی قرار دارد. در این مواد ویسکوزیته ظاهری با افزایش نرخ برش، افزایش می‌یابد. البته همانند سیالات رقیق برشی، سیالات ضخیم برشی نیز هیچ‌گونه تنش تسلیمی ندارند. این نوع از

[56] Dilantant

رفتار جریان در خصوص سوسپانسیون‌های غلیظ جامد به وجود می‌آید. در دسته سیالات «مستقل از زمان»، این نوع از رفتار غیرنیوتنی بسیار کم مورد توجه قرار گرفته است و در نتیجه اطلاعات کمتری در خصوص رفتار متسع شوندگی موجود است. البته این امر بیشتر به خاطر گستردگی بسیار کمتر خواص متسع شوندگی در صنایع مختلف شیمیایی و فرایندهای تولید بوده است؛ اما در سال‌های اخیر با توسعه صنایع مرتبط، محققان بیشتر به بررسی این مواد مشتاق شده‌اند. اطلاعات محدود گزارش شده در خصوص سیالات ضخیم برشی نشان‌دهنده یک رابطه خطی (در مختصات لگاریتمی-لگاریتمی) بین ویسکوزیته ظاهری و نرخ برش (در یک بازه محدود از نرخ برش) است.

۲-۳- معادله بولتزمن

معادلات ناویر استوکس یک توصیف از سیال بر پایه خواص ماکروسکوپیک قابل مشاهده ارائه می‌دهد [۱۸۹]. مکانیک آماری یک سطح دیگر از توصیف سیال را ارائه می‌دهد. در این روش ما ذرات را به‌صورت جداگانه ردیابی نمی‌کنیم بلکه با تعداد زیادی از ذرات و برخوردهای بین آن‌ها سر و کار داریم. در یک ناحیه از فضا $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$ با یک سرعت مشخص $\vec{\zeta} \in \mathbb{R}^3$ در زمان t، یک تابع توزیع جرمی ذره $f(\vec{x}, \vec{\zeta}, t)$ به این ذرات نسبت داده می‌شود. $f\, d^3\vec{x}\, d^3\vec{\zeta}$ احتمال وجود یک ذره را در حجم کوچک d^3x حول مختصات $\vec{x}$ با سرعتی بین $\vec{\zeta}$ و $\vec{\zeta}+d\vec{\zeta}$ نشان می‌دهد. معادله بولتزمن نمو زمانی f را توصیف می‌کند. معادله تعادل برای یک گاز بدون هیچ نیروی خارجی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\left(\partial_t + \vec{\zeta}.\vec{\nabla}_x\right) f = \Omega\left(f\right) \tag{۲-۲}$$

که Ω عبارتی است که نشان‌دهنده برخوردهای داخلی بین جفت ذره‌های تشکیل‌دهنده گاز است. چگالی و سرعت ماکروسکوپیک به‌صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\rho(\vec{x},t)=\int f d\vec{\zeta} \tag{۲-۳}$$

$$\rho(\vec{x},t)u(\vec{x},t)=\int \vec{\zeta} f d\vec{\zeta} \tag{۲-۴}$$

که این انتگرال‌ها روی تمام دامنه سرعت میکروسکوپیک انجام می‌شود. تعیین عبارت برخورد Ω بسیار مشکل است (برای توضیحات تکمیلی به منبع [۱۹۰]مراجعه نمایید). یک تقریب مشهور توسط بهاتنگر، گروس و کروک [۱۹۱] ارائه شده است که به مدل BGK معروف است. در این روش عبارت برخورد ساده‌سازی شده ($\bar{\Omega}$) به‌صورت زیر است:

$$\bar{\Omega}=\frac{1}{\tau_f}\left(f\left(\vec{x},\vec{\zeta},t\right)-f^{eq}\left(\vec{x},\vec{\zeta},t\right)\right) \tag{۲-۵}$$

که f^{eq} تابع توزیع تعادلی با زمان آسایش τ_f است.

۲-۳-۱- گسسته سازی معادله بولتزمن

بسیاری از ویژگی‌های این روش مربوط به نحوه گسسته سازی آن است؛ بنابراین مفید خواهد بود تا مقداری در مورد جزییات آن بحث نماییم. بخش ابتدایی گسسته‌سازی، معادله بولتزمن را به یک سری محدود از سرعت‌ها مقید می‌کند. در نتیجه گسسته‌سازی سرعت‌ها، این امکان فراهم خواهد شد که یک سری سرعت‌های گسسته $\vec{\zeta}_i$ را تعریف نماییم به نحوی که معادله (۲-۲) هنوز معتبر باشد. بنابراین رابطه زیر را برای هر یک از سرعت‌های محدود $\vec{\zeta}_i$ داریم،

$$\left(\partial_t+\vec{\zeta}_i.\vec{\nabla}_x\right)f_i=-\frac{1}{\tau_f}\left(f_i\left(\vec{x},t\right)-f_i^{eq}\left(\vec{x},t\right)\right) \tag{۲-۶}$$

f_i و f_i^{eq} به ترتیب نسخه گسسته شده توابع توزیع ذره و توزیع تعادلی ذره هستند. $\vec{\nabla}_x$ برای نشان دادن اپراتور لاپلاس[۵۷] بکار رفته است. با گسسته سازی معادلات مومنتوم داریم:

$$\rho = \sum f_i = \sum f_i^{eq}, \tag{۲-۷}$$

$$\rho\vec{u} = \sum \vec{\zeta}_i f_i = \sum \vec{\zeta}_i f_i^{eq}, \tag{۲-۸}$$

مرحله بعدی، گسسته سازی مکان و زمان است. با شروع از اپراتور دیفرانسیل جزئی در سمت چپ معادله (۲-۶) و با در نظر گرفتن مشتق کلی نسبت به زمان، داریم:

$$\partial_t + \vec{\zeta}_i.\vec{\nabla}_x \equiv \frac{d}{dt} \tag{۲-۹}$$

سپس می‌توان معادله (۲-۶) را با فرض BGK در بازه زمانی $[0,\Delta t]$ انتگرال‌گیری نمود:

$$\begin{aligned} & f_i\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i\,\Delta t, t+\Delta t\right) - f_i\left(\vec{x},t\right) = \\ & -\frac{1}{\tau_f}\int_0^{\Delta t}\left[f_i\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i s, t+s\right) - f_i^{eq}\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i s, t+s\right)\right] ds \end{aligned} \tag{۲-۱۰}$$

با استفاده از روش ذوزنقه‌ای، رابطه انتگرالی تقریبی زیر قابل تعریف است:

$$\int_x^{x+\delta x} f\left(x\right)dx = \frac{\delta x}{2}\left[f\left(x+\delta x\right) + f\left(x\right)\right] + o\left(\delta x^3\right) \tag{۲-۱۱}$$

روش ذوزنقه‌ای را روی معادله (۲-۱۰) اعمال می‌کنیم تا دو انتگرال نامعلوم موجود در سمت راست این معادله محاسبه شود؛ بنابراین داریم:

[57] Laplace operator

$$f_i\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i\,\Delta t,t+\Delta t\right)-f_i\left(\vec{x},t\right)=-\frac{\Delta t}{2\tau_f}\times$$
$$\left\{f_i\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i\,\Delta t,t+\Delta t\right)+f_i\left(\vec{x},t\right)-f_i^{eq}\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i\,\Delta t,t+\Delta t\right)-f_i^{eq}\left(\vec{x},t\right)\right\} \quad (۱۲-۲)$$

معادله (۲-۱۲) یک معادله ضمنی است که مقادیر $f_i^{eq}\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i\Delta t,t+\Delta t\right)$ در آن معلوم نیست. یک راه‌حل این مشکل استفاده از تغییر متغیر زیر است:

$$\overline{f}_i = f_i+\frac{\Delta t}{2\tau_f}\left(f_i-f_i^{eq}\right) \quad (۱۳-۲)$$

نهایتاً معادله گسسته سازی شده BGK صریح به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\overline{f}_i\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i\,\Delta t,t+\delta t\right)-\overline{f}_i\left(\vec{x},t\right)=-\frac{1}{\overline{\tau}_f}\left[\overline{f}_i\left(\vec{x},t\right)-f_i^{eq}\left(\vec{x},t\right)\right] \quad (۱۴-۲)$$

که $\overline{\tau}_f=\tau_f+0.5$ زمان آسایش اصلاح‌شده معادله است.

۲-۳-۲- روش شبکه بولتزمن

یکی از معروف‌ترین مدل‌های دوبعدی ارائه شده برای روش شبکه بولتزمن، مدل D2Q9 است. در این مدل جریان سیال دوبعدی با استفاده از ۹ جهت سرعت گسسته مستقل برای هر یک از سلول-های شبکه‌ای مربعی شبیه سازی می‌شود [۱۹۱]. در ادامه جزئیات بیشتری در مورد روش شبکه بولتزمن D2Q9 ارائه خواهد شد. همچنین الگوریتم کلی اعمال روش شبکه بولتزمن بیان می‌گردد. برای سادگی بیشتر علامت‌های $\overline{\tau}_f$ و $\overline{f}$ به ترتیب با τ_f و f جایگزین شده‌اند؛ بنابراین معادله (۲-۱۴) به‌صورت زیر بازنویسی خواهد شد:

$$f_i\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i\Delta t,t+\Delta t\right)=f_i\left(\vec{x},t\right)-\frac{1}{\tau_f}\left[f_i\left(\vec{x},t\right)-f_i^{eq}\left(\vec{x},t\right)\right]. \quad (۱۵-۲)$$

که در این رابطه [۱۹۲]:

$$\vec{\zeta}_i = \begin{cases} 0, & i=0 \\ c\left(\cos\left[\frac{(i-1)\pi}{2}\right], \sin\left[\frac{(i-1)\pi}{2}\right]\right), & i=1,2,3,4 \\ \sqrt{2}c\left(\cos\left[\frac{(i-1)\pi}{2}\right], \sin\left[\frac{(i-1)\pi}{2}\right]\right), & i=5,6,7,8 \end{cases} \qquad (۲-۱۶)$$

که $c=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ سرعت شبکه و Δx و Δt به ترتیب اندازه شبکه و گام زمانی است. همچنین همانگونه که در پیوست الف نشان داده شده است، تابع توزیع تعادلی ذره، $f_i^{(eq)}$ ، نیز با استفاده از بسط سری تیلور مربوط به تابع توزیع ماکسول-بولتزمن[۵۸] به‌صورت زیر استخراج می‌شود:

$$f_i^{(eq)} = w_i\,\rho\left[1+\frac{3}{c^2}(\vec{e}_i.\vec{u})+\frac{9}{2c^4}(\vec{e}_i.\vec{u})^2-\frac{3}{2c^2}\vec{u}^2\right], \qquad (۲-۱۷)$$

که

$$w_i = \begin{cases} 4/9, & i=0; \\ 1/9, & i=1,2,3,4; \\ 1/36, & i=5,6,7,8. \end{cases} \qquad (۲-۱۸)$$

متغیرهای ماکروسکوپیک چگالی و سرعت چنین بیان می‌شوند:

$$\rho = \sum_{i=0}^{8} f_i = \sum_{i=0}^{8} f_i^{eq}, \qquad (۲-۱۹)$$

$$\rho\vec{u} = \sum_{i=0}^{8} \vec{\zeta}_i f_i^{eq}. \qquad (۲-۲۰)$$

[58] Maxwell-Boltzmann distribution function

فشار می‌تواند به‌صورت ضمنی $p = c_s^2 \rho$ در نظر گرفته شود که در این صورت سرعت صوت $c_s c_s$، باید به صورت $c_s = 1/\sqrt{3}$ باشد. با استفاده از بسط چاپمن- اینسکاک[59]، ویسکوزیته دینامیکی به‌صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$\nu = c_s^2 \left(\frac{1}{\tau_f} - \frac{1}{2} \right). \tag{۲-۲۱}$$

پیوست ب نحوه بازیابی معادلات ناویراستوکس از معادله شبکه بولتزمن و همچنین محاسبه ویسکوزیته معرفی شده با رابطه (۲-۲۱) را نشان می‌دهد. در ادامه الگوریتم اعمال مراحل روش شبکه بولتزمن با فرض BGK توضیح داده شده است. این مراحل با تقسیم گام زمانی به دو بخش آغاز می-شود:

۱. مرحله برخورد: که در آن مقادیر توابع توزیع ذره به‌صورت محلی اصلاح می‌شود.

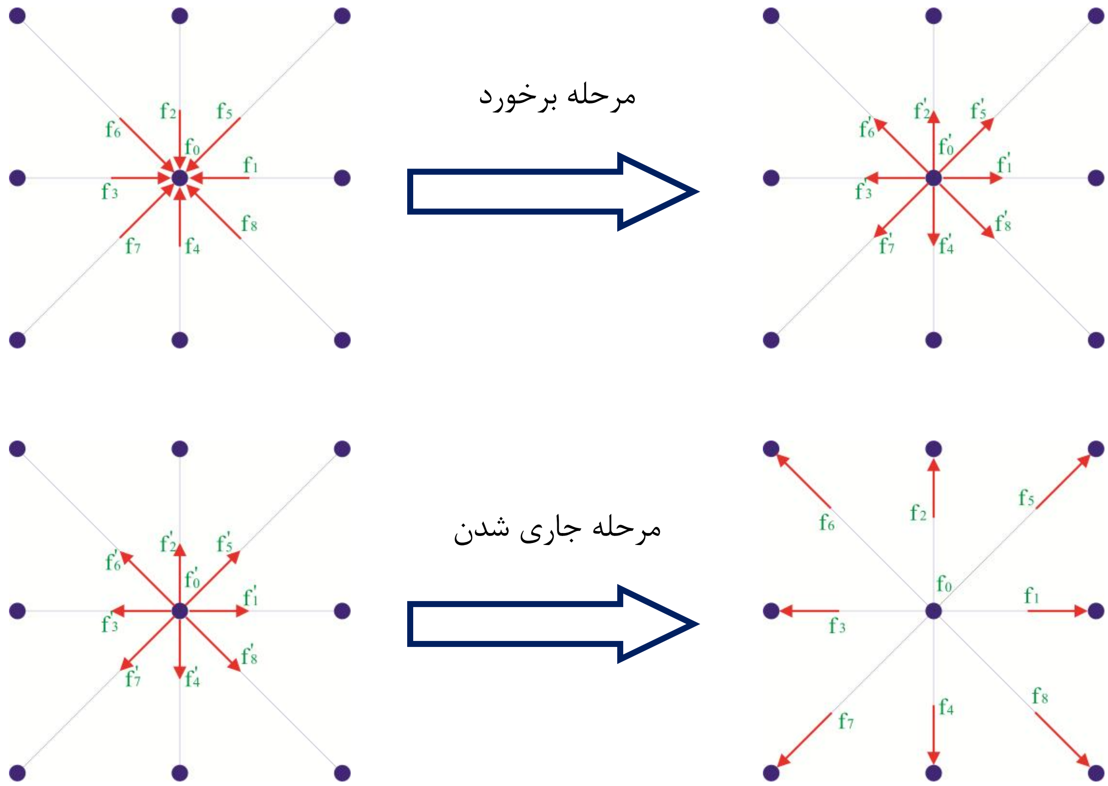
$$f_i^{out}(x,t) = f_i(x,t) - \frac{1}{\tau_f}\left(f_i(x,t) - f_i^{eq}(x,t) \right). \tag{۲-۲۲}$$

۲. مرحله جاری شدن: که در آن توابع توزیع ذره به گره‌های مجاور مطابق با سرعت‌های میکروسکوپی در آن جهت حرکت می‌کنند.

$$f_i(x + \zeta_i, t+1) = f_i^{out}(x,t). \tag{۲-۲۳}$$

در شکل ۲-۱ این دو مرحله نشان داده شده است.

[59] Chapman-Enskog



شکل ۲-۱ شماتیک مربوط به مراحل برخورد و جاری شدن برای مدل D2Q9

الگوریتم کامل را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود:

۱. تعریف مقادیر اولیه. به‌عنوان مثال عدد رینولدز جریان

۲. مقداردهی اولیه به توابع توزیع ذره f_i: معمولاً یک سری مقادیر اولیه برای متغیرهای مربوط به چگالی و سرعت تعیین می‌گردد و با استفاده از آن‌ها توابع توزیع تعادلی ذره محاسبه می‌شود. سپس برای شروع توابع توزیع ذره با این مقادیر تعادلی برابر فرض می‌شود.

۳. متغیرهای ماکروسکوپیک چگالی و سرعت در هر گره محاسباتی ارزیابی می‌شود.

۴. توابع توزیع تعادلی با استفاده از مقادیر توابع ماکروسکوپیک محاسبه شده در مرحله ۳ تعیین می‌شود.

۵. اپراتورهای برخورد و جاری شدن برای اصلاح توابع توزیع ذره اعمال می‌شود.

۶. در این مرحله، شبیه‌سازی یک گام زمانی جلو رفته است. حال معیارهای همگرایی حل باید بررسی شود و در صورت عدم ارضاء این معیارها، فرایند حل به مرحله ۳ بر می‌گردد.

۲-۳-۳- معادلات شبکه بولتزمن برای سیال غیرنیوتنی توانی

در سیالات نیوتونی ویسکوزیته در تمامی نرخ برش‌ها عددی ثابت است در حالی‌که سیالات غیرنیوتونی از یک رابطه‌ی غیرخطی بین تنش برشی[۶۰] و نرخ کرنش برشی[۶۱]، مخصوصاً در نرخ برش پایین، پیروی می‌کنند. مدل توانی یکی از معمول‌ترین مدل‌های غیرنیوتنی است که برای بیان رفتار سیالات غیرنیوتنی استفاده می‌شود. در این مدل غیرنیوتنی رابطه‌ی بین ویسکوزیته و نرخ کرنش برشی به‌صورت زیر است [۱۹۳-۱۹۵]:

$$\nu = m\left(\dot{\gamma}\right)^{n-1}, \tag{۲-۲٤}$$

که n و m به ترتیب نشان دهنده شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی[۶۲] و ضریب سازگاری مدل توانی[۶۳] هستند. واضح است که برای سیال نیوتنی $n = 1$، برای سیال ضخیم برشی $n > 1$ و برای سیال رقیق برشی $n < 1$ خواهد بود. مقادیر کمتر n (و $n < 1$) باعث افزایش هر چه بیشتر خواص رقیق برشی و مقادیر بزرگ‌تر n (و $n > 1$) باعث افزایش هر چه بیشتر خواص ضخیم برشی خواهند گردید. مدل سیال غیرنیوتنی توانی به‌صورت گسترده‌ای برای بیان رفتار رئولوژیکی سیالات غیرنیوتنی استفاده می‌شود [۱۹۶].

در مورد سیالاتی با ویسکوزیته وابسته به نرخ برش، $\dot{\gamma}$ می‌تواند از ثابت دوم تانسور نرخ کرنش به دست آید:

$$\dot{\gamma} = 2\sqrt{D_{II}} \tag{۲-۲۵}$$

که

$$D_{II} = \sum_{\alpha,\beta} S_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta}, \tag{۲-۲۶}$$

---

60. Shear stress
61. Shear strain
62 Power-law index
63 Power-law consistency coefficient

به منظور شبیه‌سازی سیال غیرنیوتنی وابسته به نرخ کرنش، مقادیر برش در هر نقطه بایستی محاسبه گردد. تانسور نرخ کرنش می‌تواند از معادله (۲-۲۸) و اعمال روش اختلاف محدود روی سرعت‌های ماکروسکوپیک به دست آید:

$$S_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\nabla_\beta u_\alpha + \nabla_\alpha u_\beta\right) \tag{۲-۲۷}$$

از سویی دیگر با توجه به ویژگی‌های خاص روش شبکه بولتزمن، تانسور نرخ کرنش می‌تواند با استفاده از رابطه (۲-۲۹) به‌صورت محلی و در مقیاس مزوسکوپیک به دست آید:

$$S_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2\tau c_s^2 \rho \Delta t}\left(\sum_{i=0}^{8} c_{i\alpha} c_{i\beta} f_i^{(neq)} + \frac{1}{2}(u_\alpha F_\beta + u_\beta F_\alpha)\,\Delta t\right) \tag{۲-۲۸}$$

بنابراین، با توجه به معادله (۲-۲۴)، ویسکوزیته سینماتیکی مربوط به مدل سیال غیرنیوتنی توانی در هر نقطه از رابطه زیر حاصل خواهد شد:

$$\nu\left(\vec{x},t\right) = m\left(2\sqrt{D_{II}(\vec{x},t)}\right)^{n-1}, \tag{۲-۲۹}$$

۲-۴- معادلات شبکه بولتزمن حرارتی

برای مدل‌سازی جریان‌های حرارتی با استفاده از معادله بولتزمن، چندین روش شبکه بولتزمن حرارتی[۶۴] (TLBM) معرفی شده است که می‌تواند در سه دسته کلی زیر تقسیم‌بندی شوند: (۱) مدل توزیع یگانه[۶۵]، (۲) مدل توزیع دوگانه[۶۶] و (۳) مدل ترکیبی[۶۷].

[64] Thermal Lattice Boltzmann Method
[65] The single-population model
[66] The double-population model
[67] The hybrid model

در مدل توزیع یگانه (یا چند سرعتی[۶۸]) تنها یک تابع توزیع ذره بکار برده می‌شود، اما سرعت‌های گسسته اضافی برای مدل‌سازی معادله انرژی بایستی در نظر گرفته شود. علاوه بر این، توابع توزیع تعادلی ذره شامل عبارت‌های سرعتی با مرتبه‌های بالاتر خواهد بود [۱۹۸،۱۹۷]. متأسفانه مدل توزیع یگانه از ناپایداری‌های شدید عددی رنج می‌برد و دامنه تغییرات دما در آن محدود است [۱۹۹].

در مدل‌های توزیع دوگانه، علاوه بر تابع توزیع چگالی اصلی، یک تابع توزیع اضافی نیز به‌طور مستقل برای دما (یا انرژی داخلی[۶۹]) معرفی شده و جداگانه حل می‌شود. مدل‌های توزیع دوگانه توانسته‌اند تا حدود زیادی مشکلات مدل‌های یگانه نظیر ناپایداری‌های شدید عددی و محدوده کم تغییرات دما را اصلاح کنند [۲۰۰]. در مدل‌های توزیع دوگانه باید توابع توزیع مربوط به معادله مومنتم و معادله انرژی به‌طور کامل حل شوند که این امر موجب کاهش بازده عددی روش می‌شود. این کاهش بازده حتی برای مدل‌های دوگانه ساده شده نیز صحت دارد [۲۰۱]. یک راه بهبود بازده عددی (هر چند به‌صورت جزئی) کاهش تعداد توابع توزیع مورد نیاز با استفاده از مدل شبکه بولتزمن حرارتی ترکیبی است [۲۰۲،۱۶۹]. در این مدل‌ها، معادلات بقا، جرم و مومنتوم توسط معادله شبکه بولتزمن معمولی حل می‌شوند، در حالی‌که معادله انرژی مربوط به دما با استفاده از روش اختلاف محدود محاسبه می‌شود. معادله ساده‌شده TLBM برای مدل D2Q9 را می‌توان به‌صورت ذیل بیان نمود [۲۰۳]:

$$g_i\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i\Delta t, t+\Delta t\right)=g_i\left(\vec{x},t\right)-\frac{1}{\tau_g}\left[g_i\left(\vec{x},t\right)-g_i^{(eq)}\left(\vec{x},t\right)\right], \qquad (۲-۳۰)$$

که g_i تابع توزیع انرژی ذره است. g_i^{eq} تابع توزیع انرژی تعادلی ذره است که با کمک گرفتن از تکنیک مربع سازی گوس – هرمیت مرتبه سه[۷۰] [۱۹۲] به‌صورت زیر بدست آمده است:

[68] Multi-speed model
[69] Internal energy
[70] The third-order Gauss–Hermite quadrature

$$g_i^{(eq)} = \begin{cases} w_i\,\rho\varepsilon\left[-1.5\dfrac{u^2}{c^2}\right], & i=0 \\ w_i\,\rho\varepsilon\left[1.5+\dfrac{1.5}{c^2}\left(\vec{\zeta}_i.\vec{u}\right)+\dfrac{9}{2c^4}\left(\vec{\zeta}_i.\vec{u}\right)^2-\dfrac{3}{2c^2}\vec{u}^2\right], & i=1,2,3,4 \\ w_i\,\rho\varepsilon\left[3+\dfrac{6}{c^2}\left(\vec{\zeta}_i.\vec{u}\right)+\dfrac{9}{2c^4}\left(\vec{\zeta}_i.\vec{u}\right)^2-\dfrac{3}{2c^2}\vec{u}^2\right], & i=5,6,7,8 \end{cases} \tag{۳۱-۲}$$

که در آن $\varepsilon = R\tilde{T}$ بوده و R ثابت گاز است. همچنین $c=\sqrt{3R\tilde{T}_0}$ که $\tilde{T}_0$ دمای میانگین است. تابع توزیع انرژی تعادلی معادله زیر را ارضاء می‌کند:

$$\rho\varepsilon = \sum_i g_i, \tag{۳۲-۲}$$

زمان آسایش منفرد مربوط به معادله انرژی نیز از معادله زیر به دست خواهد آمد:

$$\alpha = \frac{2}{3}\left(\tau_g - \frac{1}{2}\right)c^2\Delta t \tag{۳۳-۲}$$

که α ضریب نفوذ حرارتی است.

۲-۵- معادلات شبکه بولتزمن (حرارتی) در حضور عبارت نیرویی (منبع انرژی) خارجی

هنگامی‌که یک نیرویی خارجی وجود دارد، اثر این نیروی خارجی روی معادلات شبکه بولتزمن حرارتی می‌تواند به دو صورت یک مرحله‌ای[۷۱] و یا چندمرحله‌ای[۷۲] صورت گیرد. در این قسمت مفهوم اعمال نیروی (انرژی) مستقیم بر پایه معادله شبکه بولتزمن (حرارتی) چند مرحله‌ای را که در کار حاضر برای ارزیابی عبارت نیرویی (انرژی) مرزی استفاده شده است، تشریح خواهیم نمود.

---

[71] Lumped-forcing LBE
[72] Split-forcing LBE

۲-۵-۱- معادله شبکه بولتزمن (حرارتی) با اعمال نیروی (انرژی) یک مرحله‌ای

در حالت یک مرحله‌ای معادله مربوط به شبکه بولتزمن شامل یک عبارت نیرویی خارجی به‌صورت زیر است [۲۰۵،۲۰۴].

$$f_i\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i\Delta t, t+\Delta t\right)=f_i\left(\vec{x},t\right)-\frac{1}{\tau_f}\left[f_i\left(\vec{x},t\right)-f_i^{(eq)}\left(\vec{x},t\right)\right]+F_i\left(\vec{x},t\right)\Delta t, \qquad (۲-۳۴)$$

که

$$F_i\left(\vec{x},t\right)=\frac{w_i}{c_s^2}\vec{\zeta}_i.\vec{F}\left(\vec{x},t\right) \qquad (۲-۳۵ \text{ الف})$$

یا

$$F_i\left(\vec{x},t\right)=w_i\left[3\frac{\vec{\zeta}_i-\vec{u}\left(\vec{x},t\right)}{c^2}+9\frac{\vec{\zeta}_i.\vec{u}\left(\vec{x},t\right)}{c^4}\vec{\zeta}_i\right].\vec{F}\left(\vec{x},t\right), \qquad (۲-۳۶ \text{ ب})$$

همچنین معادله شبکه بولتزمن حرارتی با اعمال منبع انرژی خارجی به‌صورت ذیل است:

$$g_i\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i\Delta t, t+\Delta t\right)=g_i\left(\vec{x},t\right)-\frac{1}{\tau_g}\left[g_i\left(\vec{x},t\right)-g_i^{(eq)}\left(\vec{x},t\right)\right]+Q_i\left(\vec{x},t\right)\Delta t, \qquad (۲-۳۶)$$

که

$$Q_i\left(\vec{x},t\right)=w_i\,Q\left(\vec{x},t\right) \qquad (۲-۳۷)$$

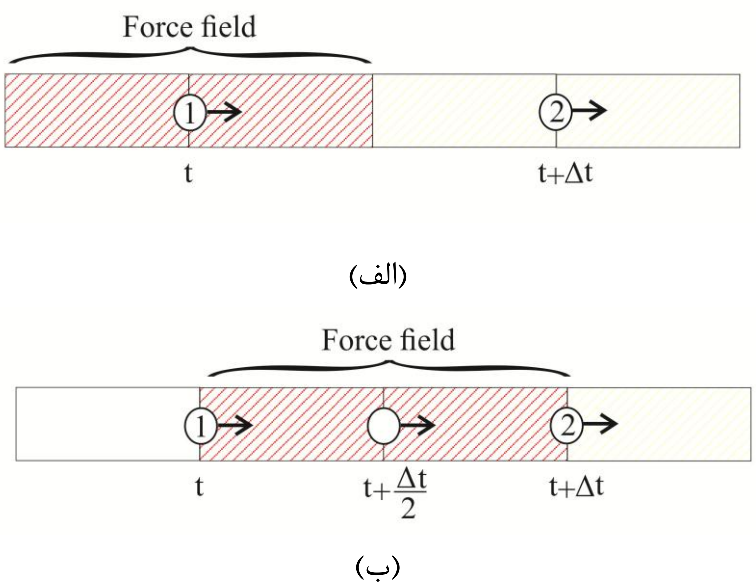
۲-۵-۲- معادله شبکه بولتزمن (حرارتی) با اعمال نیروی (انرژی) چندمرحله‌ای

از سوی دیگر برای رسیدن به دقت بالاتر خصوصاً در جریان‌های غیریکنواخت و غیر دائم، گو و همکاران [۲۰۶] یک روش شبکه بولتزمن با اعمال چند مرحله‌ای نیرو پیشنهاد داده‌اند. در این روش نیز اعمال نیرو از طریق معادله (۲-۳۴) صورت می‌گیرد؛ اما آن‌ها اثر نیروی خارجی روی مومنتوم را از تعریف مجدد (۲-۲۱) و به روش ذیل در نظر گرفته‌اند.

$$\rho\vec{u}=\sum_i \vec{\zeta}_i f_i+\frac{\Delta t}{2}\vec{F} \qquad (۲-۳۸)$$

با توجه به توضیحات ارائه شده در پیوست ج، تابع توزیع نیروی گسسته نیز از معادله (۲-۳۵ الف) به شکل زیر تغییر خواهد کرد.

$$F_i\left(\vec{x},t\right)=\left(1-\frac{1}{2\tau_f}\right)w_i\left[3\frac{\vec{\zeta}_i-\vec{u}\left(\vec{x},t\right)}{c^2}+9\frac{\vec{\zeta}_i.\vec{u}\left(\vec{x},t\right)}{c^4}\vec{\zeta}_i\right].\vec{F}\left(\vec{x},t\right), \qquad (۲-۳۹)$$



شکل ۲-۲ مقایسه بین نواحی اثر نیرو روی تابع توزیع چگالی ذره در (الف) روش LBE با اعمال نیروی یک مرحله‌ای (ب) روش LBE با اعمال نیروی چندمرحله‌ای [۶۷]

تفاوت بین روش‌های LBE با اعمال نیروی یک مرحله‌ای و چندمرحله‌ای به‌آسانی می‌تواند برحسب انرژی جنبشی ذره[۷۳] توضیح داده شود. همان‌گونه که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است، یک ذره در طی یک بازه زمانی تحت توابع نیرویی متفاوت $\vec{F}\left(\vec{x}_۱,t\right)$ و $\vec{F}\left(\vec{x}_۲,t+\Delta t\right)$ از نقطه ۱ تا ۲ حرکت می‌کند و تغییر مومنتوم ذره مساوی تکانه است (نیرو ضربدر زمان). در روش LBE با اعمال نیروی آنی تنها $\vec{F}\left(\vec{x}_۱,t\right)$ طی یک گام زمانی اعمال می‌شود. برعکس، در LBE با اعمال نیروی چندمرحله‌ای، $\vec{F}\left(\vec{x}_۱,t\right)$ و $\vec{F}\left(\vec{x}_۲,t+\Delta t\right)$ به ترتیب در طی دو نیم گام زمانی اول و دوم اعمال خواهند گردید. تفاوت عمده این دو روش در این است که در LBE با اعمال نیروی یک مرحله‌ای، مومنتوم روی نقطه ۲ در زمان $t+\Delta t$ تنها به وسیله نیرو در نقطه ۱ و زمان t تحت تأثیر قرار می‌گیرد در حالی‌که در LBE با اعمال نیروی چندمرحله‌ای مومنتوم همان‌گونه که تحت تأثیر نیرو روی نقطه ۱ در زمان t است، تحت تأثیر نقطه ۲ در زمان $t+\Delta t$ نیز خواهد بود. به‌طور مشابه منبع انرژی خارجی را نیز می‌توان به‌صورت چندمرحله‌ای اعمال نمود برای این منظور اعمال معادلات زیر مورد نیاز خواهد بود:

$$\rho e=\sum_i g_i+\frac{\Delta t}{2}Q, \tag{۴۰-۲}$$

و

$$Q_i\left(\vec{x},t\right)=\left(1-\frac{1}{2\tau_g}\right)w_i\,Q\left(\vec{x},t\right) \tag{۴۱-۲}$$

عملاً، معادله شبکه بولتزمن حرارتی با یک عبارت نیرویی و منبع انرژی خارجی می‌تواند در چهار مرحله زیر حل گردد:

نخستین گام اعمال نیرو:

[73] Particle kinetics

$$\rho\left(\vec{x},t\right)\vec{u}\left(\vec{x},t\right)=\sum_{i}\vec{\zeta}_i f_i\left(\vec{x},t\right)+\frac{\Delta t}{2}\vec{F}\left(\vec{x},t\right) \tag{۴۲-۲}$$

$$\rho\left(\vec{x},t\right)\varepsilon\left(\vec{x},t\right)=\sum_{i}g_i\left(\vec{x},t\right)+\frac{\Delta t}{2}\vec{Q}\left(\vec{x},t\right) \tag{۴۳-۲}$$

گام برخورد:

$$f_i'\left(\vec{x},t\right)=f_i\left(\vec{x},t\right)-\frac{1}{\tau_f}\left[f_i\left(\vec{x},t\right)-f_i^{(eq)}\left(\vec{x},t\right)\right], \tag{۴۴-۲}$$

$$g_i'\left(\vec{x},t\right)=g_i\left(\vec{x},t\right)-\frac{1}{\tau_g}\left[g_i\left(\vec{x},t\right)-g_i^{(eq)}\left(\vec{x},t\right)\right], \tag{۴۵-۲}$$

دومین گام اعمال نیرو:

$$f_i''\left(\vec{x},t\right)=f_i'\left(\vec{x},t\right)+\Delta t\,F_i\left(\vec{x},t\right), \tag{۴۶-۲}$$

$$g_i''\left(\vec{x},t\right)=g_i'\left(\vec{x},t\right)+\Delta t\,Q_i\left(\vec{x},t\right), \tag{۴۷-۲}$$

گام جاری شدن:

$$f_i\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i\Delta t,t+\Delta t\right)=f_i''\left(\vec{x},t\right), \tag{۴۸-۲}$$

$$g_i\left(\vec{x}+\vec{\zeta}_i\Delta t,t+\Delta t\right)=g_i''\left(\vec{x},t\right), \tag{۴۹-۲}$$

که معادلات (۲-۴۲)، (۲-۴۴)، (۲-۴۶) و (۲-۴۸) مربوط به معادله مومنتوم و (۲-۴۳)، (۲-۴۵)، (۲-۴۷) و (۲-۴۹) مربوط به معادله انرژی هستند. در معادله شبکه بولتزمن پیشنهادی توسط گو و همکاران، f_i' و f_i'' به ترتیب توابع توزیع ذره پس از برخورد[۷۴] و پس از اعمال نیرو[۷۵] خارجی می‌باشند. به طریق مشابه g_i' و g_i'' می‌توانند به ترتیب به‌عنوان توابع توزیع انرژی ذره بعد از برخورد و بعد از اعمال انرژی خارجی نامیده شوند.

[74] Post-collision particle distribution functions
[75] Post-forcing particle distribution functions

فصل سوم

روش مرز غوطه‌ور–شبکه بولتزمن (حرارتی) با اعمال نیروی (انرژی) مستقیم

۳–۱– مقدمه

چگونگی اعمال شرایط مرزی روی جسم غوطه‌ور یک پارامتر کلیدی در توسعه الگوریتم مرز غوطه‌ور است. این مسئله همچنین یکی از پارامترهایی است که روش‌های مرز غوطه‌ور را از یکدیگر متمایز می‌کند. معادلات حاکم برای جریان تراکم‌ناپذیر از روی یک جسم به‌صورت زیر است:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}+\vec{u}.\nabla\vec{u}+\frac{1}{\rho}\nabla p-\frac{\mu}{\rho}\nabla^2\vec{u}=0 \qquad (۱\text{-}۳)$$
$$\nabla.\vec{u}=0 \quad in \;\; \vartheta_f$$

$$\vec{u}=\vec{u}_\Gamma \quad on \;\; \Gamma_b, \qquad (۲\text{-}۳)$$

که $\vec{u}$ سرعت سیال و p فشار است. ρ و μ به ترتیب نشان‌دهنده چگالی و ویسکوزیته هستند. جسم جامد دامنه ϑ_s را با مرز خارجی Γ_b اشغال می‌کند، همچنین دامنه سیال محیطی با ϑ_f نشان داده شده است. مرز خارجی دامنه جریان در این مبحث نادیده انگاشته شده است. برای سادگی بحث، سیستم کوپله شامل معادلات مومنتوم و پیوستگی به‌صورت زیر نوشته شده است [۱۷۶]:

$$\ell\left(\underline{U}\right)=0 \quad in \quad \vartheta_f \qquad (۳\text{-}۳)$$

$$\underline{U}=\underline{U}_\Gamma \quad on \quad \Gamma_b, \qquad (۴\text{-}۳)$$

که $\underline{U}=\left(\vec{u},p\right)$ و ℓ اپراتوری است که معادلات ناویر استوکس (مانند معادله ۳-۱) را نشان می‌دهد. بایستی توجه داشت که در مورد معادلات ناویر استوکس تراکم‌پذیری، فشار با قید پیوستگی نشان داده می‌شود، در نتیجه معادله پیوستگی یک معادله ضمنی برای فشار در نظر گرفته می‌شود. در روش‌های معمول، شکل گسسته‌سازی شده معادله (۳-۳) روی یک شبکه منطبق بر جسم تحلیل می‌شود که در آن‌ها شرایط مرزی (معادله ۳-۴) مستقیماً روی مرز غوطه‌ور Γ_b اعمال می‌شود؛ اما در یک روش مرز غوطه‌ور، معادله (۳-۱) بایستی روی یک شبکه کارتزین غیر منطبق بر جسم گسسته‌سازی شود و شرط مرزی می‌تواند از طریق اصلاح معادله (۳-۳) به‌صورت غیرمستقیم اعمال شود. در

حالت کلی، این اصلاحات به شکل یک تابع نیرویی[1] در معادلات حاکم ظاهر می‌شود تا اثرات مرز را اعمال نماید. معرفی این تابع نیرویی به معادلات حاکم به دو حالت کلی می‌تواند انجام شود که این امر باعث به وجود آمدن دو شاخه اصلی در دسته‌بندی روش‌های مختلف مرز غوطه‌ور گردیده است. در مورد اول تابع نیرویی ($\underline{f}_b$) به معادله پیوسته (۳-۳) اضافه می‌شود که در این صورت شکل جدید معادله به‌صورت $\ell(\underline{U}) = \underline{f}_b$ خواهد بود. این معادله به کل دامنه ($\vartheta_f + \vartheta_b$) اعمال خواهد گردید. از طرفی $\underline{f}_b = \left(\vec{f}_m, f_p\right)$ که $\vec{f}_m$ و f_p به ترتیب توابع نیرویی مرتبط با مومنتوم و فشار می‌باشند. این معادله سپس روی یک شبکه کارتزین گسسته‌سازی می‌شود که منجر به سیستم معادلات زیر خواهد شد.

$$\left[L\right]\left\{\underline{U}\right\} = \left\{\underline{f}_b\right\}, \qquad (۳-۵)$$

حال این دستگاه معادلات در کل دامنه حل خواهد گردید. در رویکرد دوم، معادلات حاکم ابتدا روی یک شبکه کارتزین و بدون در نظر گرفتن مرز جامد گسسته می‌شوند که منجر به دستگاه معادلات گسسته $\left[L\right]\left\{\underline{U}\right\} = 0$ خواهد شد.

بعد از این مرحله، گسسته‌سازی در سلول‌های نزدیک به مرز جسم غوطه‌ور طوری تنظیم خواهد گردید تا اثرات حضور مرز به حساب آید. این مسئله با اصلاح سیستم معادلات به‌صورت $\left[L'\right]\left\{\underline{U}\right\} = \left\{\underline{r}\right\}$ و حل این سیستم روی شبکه کارتزین انجام می‌شود. در این معادله، $\left[L'\right]$ عملگر گسسته اصلاح شده بوده و $\left\{\underline{r}\right\}$ نشان‌دهنده عبارت‌های شناخته شده مرتبط با شرایط مرزی روی سطح غوطه‌ور است. سیستم معادلات بالا می‌تواند به‌صورت زیر نوشته شود:

$$\left[L\right]\left\{\underline{U}\right\} = \left\{\underline{f'}_b\right\}, \qquad (۳-۶)$$

---

[1] Forcing function

که $\{\underline{f}'_b\} = \{\underline{r}\} + [L]\{\underline{U}\} - [L']\{\underline{U}\}$. مقایسه بین معادلات (۳-۵) و (۳-۶)، ارتباط بین این دو روش را به خوبی نمایان می‌کند. در روش اول که با عنوان «روش اعمال نیروی پیوسته[۲] یا بازگشتی[۳]» بیان می‌شود، نیرو قبل از گسسته‌سازی به معادلات پیوسته اضافه می‌شود. در حالی‌که در روش دوم که تحت عنوان «روش اعمال نیروی گسسته[۴] یا مستقیم[۵]» نامیده می‌شود، نیرو پس از آنکه معادلات گسسته شد، اعمال می‌شود. یک خصوصیت جالب توجه روش اعمال نیروی پیوسته این است که مستقل از اصول به‌کاربرده شده برای گسسته‌سازی فضایی فرمول‌بندی می‌شود. از سوی دیگر، روش اعمال نیروی گسسته تا حد زیادی به روش گسسته سازی وابسته است؛ اما بایستی توجه داشت که وجود این نوع گسسته‌سازی در روش اعمال نیروی گسسته، امکان کنترل مستقیم روی دقت و همگرایی حل عددی را فراهم می‌کند. در کار حاضر از روش اعمال نیروی گسسته (مستقیم) برای بررسی جریان در حضور مرز متحرک استفاده شده است لذا در ادامه به‌طور مفصل به نحوه کارکرد و چگونگی اعمال آن می‌پردازیم. اعمال نیرو به‌صورت گسسته قابلیت بیان مستقیم برای IB را دارد و این خصوصاً برای عددهای رینولدز بالا مطلوب است. علاوه بر این روش اعمال نیروی گسسته هیچ قید پایداری اضافی (به دلیل حضور جسم جامد) به سیستم وارد نمی‌کند. در بخش‌های ۳-۲ و ۳-۳ روابط مربوط به اعمال نیروی مستقیم برای جریان‌های هم‌دما و غیر هم‌دما معرفی شده و روش‌های استخراج آن‌ها بیان گردیده است. انواع الگوریتم‌های واسط شامل روش شارپ و روش‌های دیفیوز دو نقطه‌ای، سه نقطه‌ای، چهار نقطه‌ای مرتبه اول و دوم، پنج نقطه‌ای و شش نقطه‌ای نیز در بخش ۳-۴ به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

[2] Continuous forcing approach
[3] Feed-back forcing approach
[4] Discrete forcing approach
[5] Direct forcing approach

۳-۲- رابطه اعمال چگالی نیروی مستقیم برای معادله شبکه بولتزمن

به منظور مطالعه اثرات حضور جسم غوطه‌ور روی دامنه سیال از روش اعمال نیروی مستقیم بر پایه الگوریتم اعمال نیروی چندمرحله‌ای (بخش ۲-۵-۲) استفاده شده است. با توجه به معادلات شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چندمرحله‌ای، تابع توزیع چگالی در لحظه $(t+\Delta t)$ به‌صورت زیر تعیین می‌شود [۶۷]:

$$\begin{aligned} f_i\left(\vec{x},t+\Delta t\right) &= f_i\left(\vec{x}-\vec{\zeta}_i\Delta t,t\right)-\frac{1}{\tau_f}\left[f_i\left(\vec{x}-\vec{\zeta}_i\Delta t,t\right)-f_i^{(eq)}\left(\vec{x}-\vec{\zeta}_i\Delta t,t\right)\right] \\ &+\frac{\Delta t}{2}\left[F_i\left(\vec{x}-\vec{\zeta}_i\Delta t,t\right)+F_i\left(\vec{x},t+\Delta t\right)\right] \end{aligned} \qquad (۷-۳)$$

همچنین تابع توزیع چگالی بدون اعمال نیروی خارجی در لحظه $(t+\Delta t)$ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} f_i^{noF}\left(\vec{x},t+\Delta t\right) &= f_i\left(\vec{x}-\vec{\zeta}_i\Delta t,t\right)-\frac{1}{\tau_f}\left[f_i\left(\vec{x}-\vec{\zeta}_i\Delta t,t\right)-f_i^{(eq)}\left(\vec{x}-\vec{\zeta}_i\Delta t,t\right)\right] \\ &+\frac{\Delta t}{2}F_i\left(\vec{x}-\vec{\zeta}_i\Delta t,t\right) \end{aligned} \qquad (۸-۳)$$

با کم کردن معادله (۳-۷) از (۳-۸) داریم:

$$f_i\left(\vec{x},t+\Delta t\right)-f_i^{noF}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)=\frac{\Delta t}{2}F_i\left(\vec{x},t+\Delta t\right) \qquad (۹-۳)$$

با ضرب معادله (۳-۹) در $\vec{\zeta}_i$ و انجام عمل جمع برای اندیس i به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned} &\rho\left(\vec{x},t+\Delta t\right)\vec{u}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)-\rho\left(\vec{x},t+\Delta t\right)\vec{u}^{noF}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)= \\ &\frac{\Delta t}{2}\sum_{\alpha}e_\alpha F_\alpha\left(\vec{x},t+\Delta t\right)=\frac{\Delta t}{2}\vec{F}\left(\vec{x},t+\Delta t\right) \end{aligned} \qquad (۱۰-۳)$$

البته از تعریف زیر در معادله (۳-۱۰) بهره برده‌ایم:

$$\rho\left(\vec{x},t+\Delta t\right)\vec{u}^{noF}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)\equiv\sum_{\alpha}e_{\alpha}\,f_{\alpha}^{noF}\left(\vec{x},t+\Delta t\right) \qquad (۱۱-۳)$$

بنابراین معادله (۳-۱۰) به‌صورت زیر می‌تواند بازنویسی شود:

$$\vec{F}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)=2\rho\left(\vec{x},t+\Delta t\right)\frac{\vec{u}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)-\vec{u}^{noF}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)}{\Delta t} \qquad (۱۲-۳)$$

توجه نمایید که سرعت $\vec{u}$ در واقع همان سرعت دلخواه ($\vec{U}^{d}$) در لحظه $(t+\Delta t)$ است که شرط مرزی عدم لغزش را بایستی ارضاء نماید؛ بنابراین در نهایت رابطه مربوط به اعمال نیروی مستقیم بر پایه الگوریتم اعمال نیروی چندمرحله‌ای به‌صورت ذیل خواهد بود:

$$\vec{F}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)=2\rho\left(\vec{x},t+\Delta t\right)\frac{\vec{U}^{d}-\vec{u}^{noF}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)}{\Delta t} \qquad (۱۳-۳)$$

شایان ذکر است که $\vec{u}^{noF}$ می‌تواند از معادله ناویر استوکس و یا معادله شبکه بولتزمن بدون عبارت نیرویی خارجی به دست آید.

۳-۳- رابطه اعمال چگالی انرژی مستقیم برای معادله شبکه بولتزمن حرارتی

در این بخش رابطه اعمال چگالی انرژی مستقیم بر پایه الگوریتم اعمال چگالی انرژی چندمرحله‌ای برای معادله شبکه بولتزمن حرارتی استخراج شده است. این رابطه می‌تواند توسط روندی مشابه آنچه در بخش پیشین توضیح داده شد، استخراج گردد و یا اینکه مستقیماً با شروع از معادله شبکه بولتزمن حرارتی با اعمال چگالی انرژی چندمرحله‌ای به دست آید. تابع توزیع چگالی انرژی ذره بدون اعمال منبع انرژی خارجی در لحظه $(t+\Delta t)$ به‌صورت ذیل نوشته می‌شود [۲۰۱]:

$$\rho\left(\vec{x},t+\Delta t\right)\frac{c^{2}}{3T_{0}}T^{noE}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)=\sum_{\alpha}g_{\alpha}\left(\vec{x},t+\Delta t\right) \qquad (۱۴-۳)$$

اگر دمای سطح مطلوب (T^d) در گام زمانی بعدی مشخص شده باشد آنگاه با توجه به معادله (۲-۴۰) داریم:

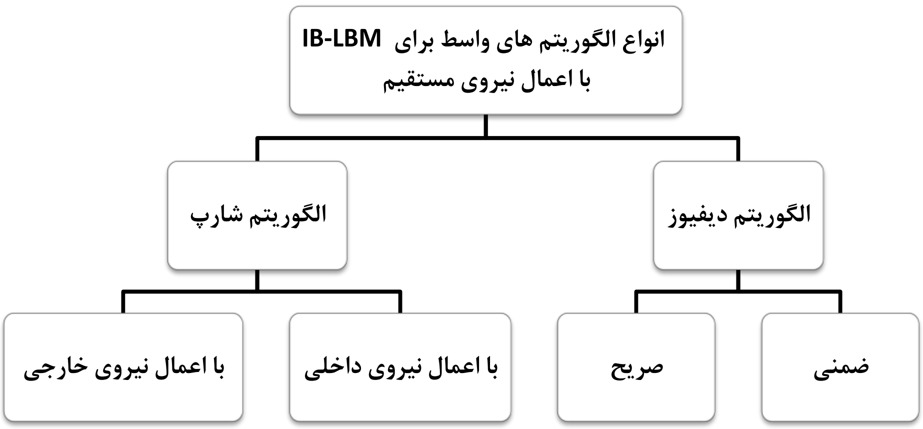
$$\rho\left(\vec{x},t+\Delta t\right)\frac{c^2}{3T_0}T^{noE}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)=\sum_{\alpha}g_{\alpha}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)+\frac{\Delta t}{2}Q_b\left(\vec{x},t+\Delta t\right) \qquad (۳-۱۵)$$

با کم کردن معادله (۳-۱۴) از معادله (۳-۱۵) رابطه اعمال نیروی مستقیم برای عبارت چگالی انرژی مرزی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Q_b\left(\vec{x},t+\Delta t\right)=2\rho\left(\vec{x},t+\Delta t\right)\frac{c^2}{3T_0}\frac{T^d-T^{noE}\left(\vec{x},t+\Delta t\right)}{\Delta t} \qquad (۳-۱۶)$$

۳-۴- انواع الگوریتم‌های واسط

با توجه به اینکه گره‌های اعمال نیرو روی گره‌های اویلری قرار دارند و لزوماً منطبق با نقاط لاگرانژی روی مرز جسم جامد نیستند، یک الگوریتم واسط برای ارتباط و تبادل سرعت و دما بین گره‌های اویلری و لاگرانژی مورد نیاز است. انواع الگوریتم‌های واسط مورد استفاده برای روش مرز-غوطه‌ور شبکه بولتزمن را می‌توان در دو گروه اصلی روش‌های شارپ و دیفیوز تقسیم‌بندی کرد. شکل ۳-۱ دسته‌بندی‌های مربوط به این روش‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۳-۱ انواع الگوریتم‌های واسط مورد استفاده برای روش مرز غوطه‌ور شبکه بولتزمن با اعمال نیروی مستقیم

۳-۴-۱- الگوریتم واسط دیفیوز

الگوریتم‌های واسط دیفیوز با استفاده از توابع توزیع گسسته (δ_h) به دست می‌آید. تابع توزیع گسسته با استفاده از تابع دلتای دیراک[۶] (ϕ) تعریف می‌شود. پسکین [۷۶] مطالعات کامل و جامعی در خصوص نحوه ساخت δ_h و اصول مشخصی که باید رعایت شود، ارائه داده است. مطابق با مطالعات پسکین [۷۶]، در شبیه‌سازی‌های دوبعدی، δ_h می‌تواند به‌صورت حاصل‌ضرب دو تابع تک متغیره که با اندازه طولی شبکه (h) بی‌بعد شده‌اند، بیان شود.

$$\delta_h(\vec{x}) = \frac{1}{h^2}\phi\left(\frac{x_1}{h}\right)\phi\left(\frac{x_2}{h}\right) \qquad (۱۷-۳)[۷۶]$$

که x_1 و x_2 مؤلفه‌های کارتزین بردار مکان $\vec{x}$ می‌باشند. به‌عنوان مثال چند نمونه از پرکاربردترین توابع توزیع گسسته در ذیل توضیح داده شده است:

- دو نقطه‌ای [۶۷]

$$\phi(r) = \begin{cases} 1-|r|, & |r| \le 1, \\ 0, & |r| > 1, \end{cases} \qquad (۱۸-۳)$$

- سه نقطه‌ای [۸۱]

$$\phi(r) = \begin{cases} \frac{1}{3}\left(1+\sqrt{-3r^2+1}\right), & 0 \le |r| \le \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{6}\left(5-3|r|-\sqrt{-3(1-|r|)^2+1}\right), & \frac{1}{2} \le |r| < \frac{3}{2}, \\ 0, & \frac{3}{2} \le |r|, \end{cases} \qquad (۱۹-۳)$$

- چهار نقطه‌ای مرتبه اول [۳۷]

---
6 Dirac delta function

$$\phi(r)=\begin{cases}\frac{1}{4}\left(1+\cos\left(\frac{\pi r}{2}\right)\right), & |r|\le 2\\ 0, & |r|>2\end{cases} \tag{۳-۲۰}$$

- چهار نقطه‌ای مرتبه دوم [۷۶]

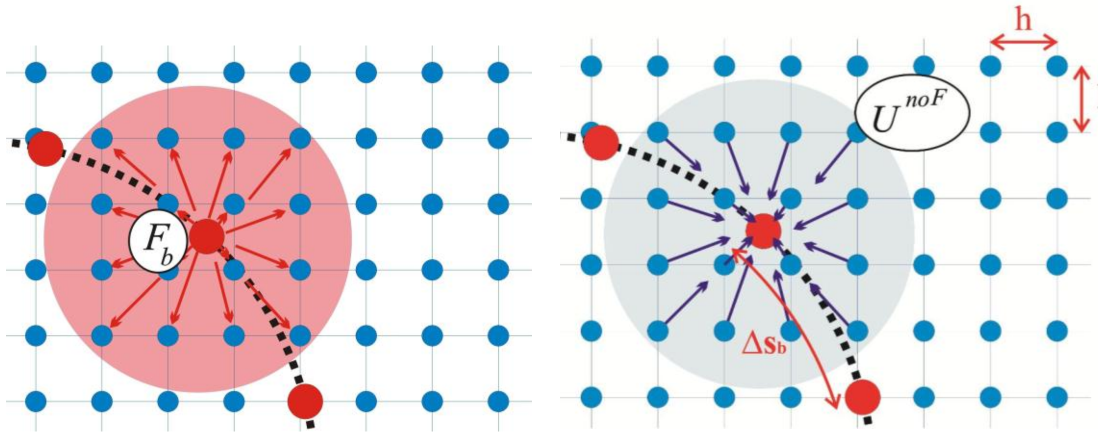
$$\phi(r)=\begin{cases}\frac{1}{8}\left(3-2|r|+\sqrt{1+4|r|-4r^2}\right), & 0\le|r|<1,\\ \frac{1}{8}\left(5-2|r|-\sqrt{-7+12|r|-4r^2}\right), & 1\le|r|<2,\\ 0, & |r|\ge 2,\end{cases} \tag{۳-۲۱}$$

- پنج نقطه‌ای [۸۲]

$$\phi(r)=\begin{cases}\frac{17}{35}-\frac{1}{7}|r|^2+\sqrt{\frac{3123}{39200}-\frac{311}{980}|r|^2+\frac{101}{490}|r|^4+\frac{1}{28}|r|^6}, & 0\le|r|<\frac{1}{2},\\ 1+\frac{1}{6}|r|-\frac{2}{3}|r|^2+\frac{1}{6}|r|^3-\frac{2}{3}\phi(|r|-1), & \frac{1}{2}\le|r|<\frac{3}{2},\\ 1-\frac{19}{12}|r|+\frac{2}{3}|r|^2-\frac{1}{12}|r|^3+\frac{1}{6}\phi(|r|-2), & \frac{3}{2}\le|r|<\frac{5}{2},\\ 0, & \frac{5}{2}\le|r|\end{cases} \tag{۳-۲۲}$$

- شش نقطه‌ای [۸۲]

$$\phi(r)=\begin{cases}\frac{61}{122}-\frac{11}{42}|r|-\frac{11}{56}|r|^2+\frac{1}{12}|r|^3+\frac{\sqrt{3}}{336}\big[\,243+1584|r| & 0\le|r|<1,\\ \quad -748|r|^2-1560|r|^3+500|r|^4+336|r|^5-112|r|^6\,\big]^{1/2}, & \\ \frac{21}{16}+\frac{7}{12}|r|-\frac{7}{8}|r|^2+\frac{1}{6}|r|^3-\frac{3}{2}\phi(|r|-1), & 1\le|r|<2,\\ \frac{9}{8}-\frac{23}{12}|r|+\frac{3}{4}|r|^2-\frac{1}{12}|r|^3+\frac{1}{2}\phi(|r|-2), & 2\le|r|<3,\\ 0, & 3\le|r|\end{cases} \tag{۳-۲۳}$$



(ب) (الف)

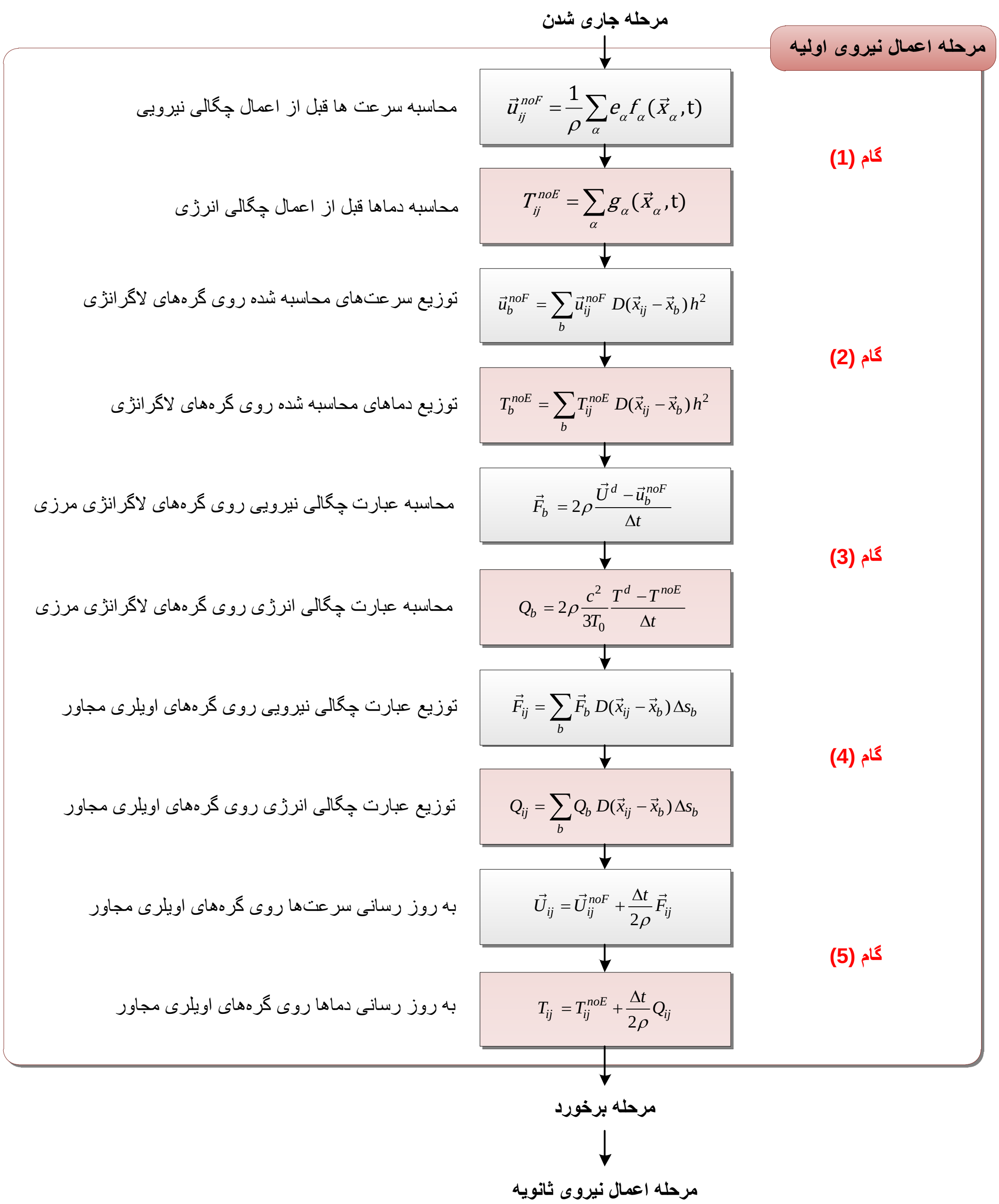
شکل ۳-۲ شماتیک مربوط به تبادل سرعت و چگالی نیرویی (الف) انتقال سرعت‌های محاسبه شده قبل از اعمال نیرو از گره‌های اویلری به روی گره‌های لاگرانژی و (ب) انتقال چگالی نیروهای محاسبه شده از روی گره‌های لاگرانژی به گره‌های اویلری مجاور

همان‌گونه که در شکل ۳-۲ نشان داده شده است تنها تعداد محدودی از گره‌های اویلری تحت تأثیر هر کدام از نقاط لاگرانژی قرار دارند. در این شکل نقاط آبی‌رنگ کوچک نشان‌دهنده نقاط اویلری و نقاط قرمزرنگ بزرگ‌تر نشان‌دهنده نقاط لاگرانژی هستند. همچنین Δs_b و h به ترتیب فاصله بین نقاط لاگرانژی روی مرز خارجی جسم غوطه‌ور و فاصله طولی بین نقاط شبکه اویلری هستند. پارامترهای Δs_bو h در شکل ۳-۲ نشان داده شده است.

۳-۴-۱-۱- الگوریتم واسط دیفیوز صریح

در الگوریتم واسط دیفیوز، چگالی نیروهای (چگالی انرژی) مرزی می‌تواند به‌صورت صریح محاسبه شود. شکل ۳-۳ فلوچارت مربوط به الگوریتم واسط دیفیوز صریح بین مرحله جاری شدن و برخورد در روش شبکه بولتزمن را نشان می‌دهد. همانگونه که در این فلوچارت مشاهده می‌نمایید در گام (۱) سرعت‌ها و دماها روی گره‌های اویلری، بدون در نظر گرفتن وجود مرز غوطه‌ور محاسبه می‌شوند. در گام (۲) سرعت‌ها و دماهای محاسبه شده در مرحله قبل با استفاده از توابع دلتای گسسته به نقاط لاگرانژی روی مرز منتقل شده و سرعت‌ها و دماهای متناظر با این نقاط محاسبه خواهند شد

(شکل ۳-۲ الف). سپس با توجه به اختلاف بین سرعت‌ها و دماهای محاسبه شده در مرحله قبل و سرعت‌ها و دماهای مورد نظر به ترتیب عبارت چگالی نیرویی و چگالی انرژی روی نقاط لاگرانژی در گام (۳) محاسبه خواهند شد. شایان ذکر است همانگونه که در بخش ۳-۵ خواهید دید، سرعت‌های مورد نظر می‌تواند با توجه به قوانین حرکت نیوتن به دست آید.



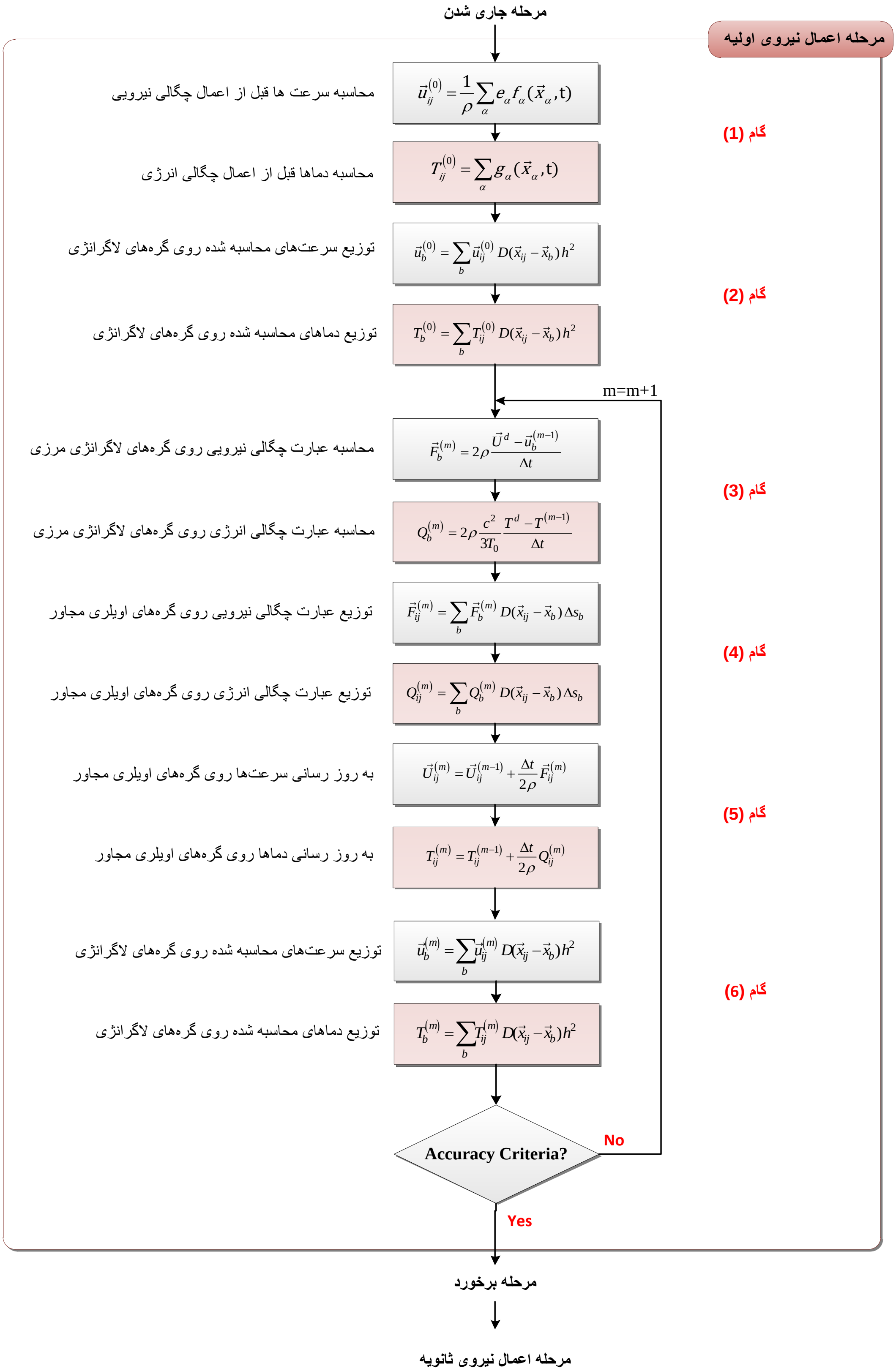
شکل ۳-۳ مراحل مربوط به الگوریتم واسط دیفیوز صریح

دماهای مورد نظر نیز با توجه به شرایط مرزی دمایی و اصل موازنه انرژی قابل تعیین خواهند بود (بخش ۴-۴-۵). در گام (۴) عبارت‌های چگالی نیرویی و چگالی انرژی محاسبه شده از روی نقاط لاگرانژی به نقاط اویلری مجاور منتقل می‌شوند. (شکل ۳-۲ ب). نهایتاً با استفاده از این عبارت‌های چگالی نیرویی و چگالی انرژی، به ترتیب سرعت‌ها و دماها روی گره‌های اویلری به روز خواهند شد.

۳-۴-۱-۲- الگوریتم واسط دیفیوز ضمنی

همان‌گونه که در بخش قبلی برای الگوریتم واسط دیفیوز صریح بیان گردید، میدان سرعت در مرحله ۵ با استفاده از چگالی نیروی محاسبه شده (در گام ۴) به روز رسانی می‌شوند؛ اما این میدان سرعت به روز شده شرایط عدم لغزش روی نقاط لاگرانژی را به‌طور دقیق ارضاء نمی‌کند زیرا چگالی نیروهایی که برای بروز رسانی سرعت‌ها (مرحله ۵ از شکل ۳-۳) استفاده شده است از سرعت‌های نقاط اویلری قبل از اعمال نیرو مشتق شده‌اند (گام ۳ از شکل ۳-۳). همچنین یک مشکل مشابه برای محاسبه دماها روی نقاط اویلری در الگوریتم دیفیوز صریح وجود خواهد داشت. در کار حاضر برای رفع این مشکل از روش اعمال نیروی چند مرحله‌ای[7] [۵۷] استفاده شده است. شکل ۳-۴ مراحل مربوط به این روش را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۳-۴، گام‌های ۱ تا ۵ این الگوریتم مشابه الگوریتم صریح معرفی شده در بخش قبلی است. اما بعد از گام ۵، سرعت ها و دماهای به روز رسانی شده روی گره‌های اویلری دوباره به نقاط لاگرانژی روی مرز منتقل می‌شوند و سرعت‌ها و دماهای متناظر با نقاط لاگرانژی محاسبه می‌شوند (گام ۶). پس از این مرحله، الگوریتم حل دوباره به گام ۳ برگشته و چگالی نیروها و انرژی دو مرتبه محاسبه می‌شوند. گام‌های ۳ تا ۶ آنقدر تکرار می‌شوند که دقت مورد نظر برای ارضاء شرایط مرزی حاصل گردد.

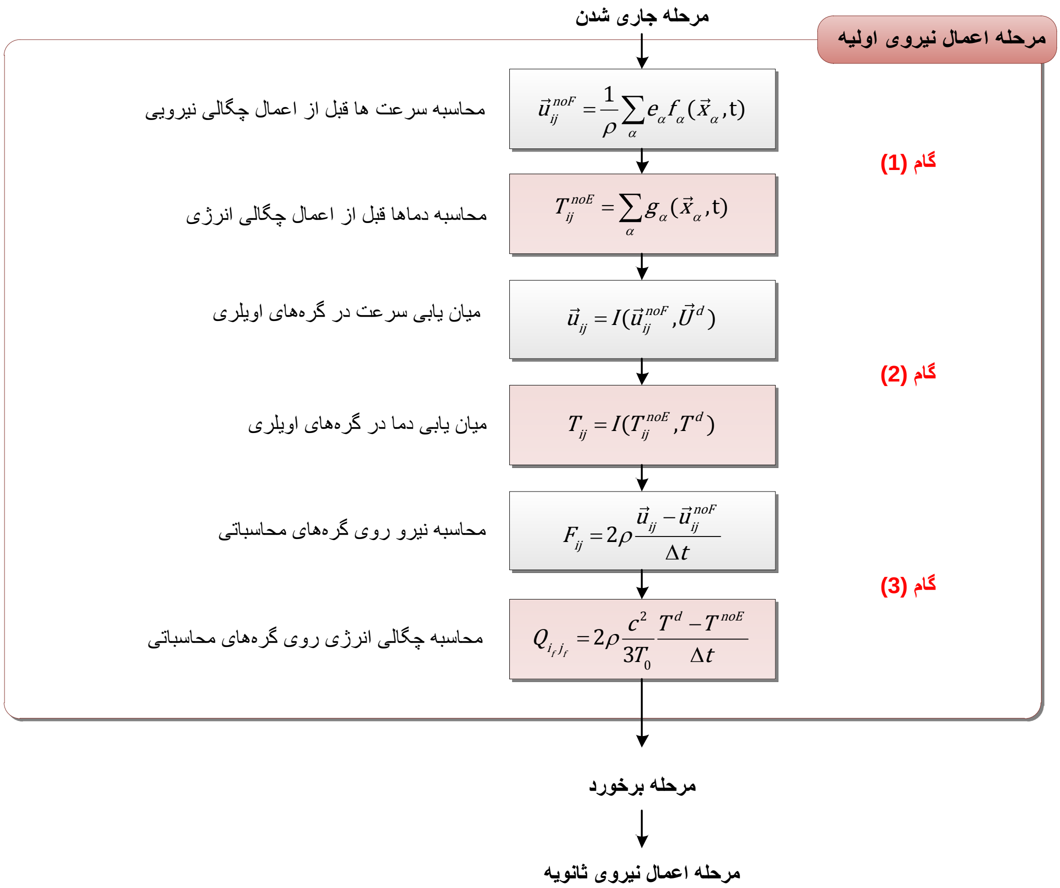
[7] Multi-direct-forcing method



شکل ۳-۴ مراحل مربوط به الگوریتم واسط دیفیوز ضمنی

۳-۴-۲- الگوریتم واسط شارپ

شکل ۳-۵ فلوچارت مربوط به روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن با اعمال نیروی مستقیم و بر پایه الگوریتم واسط شارپ را نشان می‌دهد. همانند روش‌های دیفیوز در گام ۱ سرعت‌ها و دماها قبل از اعمال چگالی نیرویی و چگالی انرژی محاسبه خواهند شد. سپس در گام ۲، سرعت‌ها و دماها روی نقاط اویلری طوری میانیابی می‌شوند که شرایط مرزی سرعت و یا دما را روی مرز غوطه‌ور ارضاء نماید. دقت الگوریتم واسط شارپ بستگی به الگوریتم میان‌یابی استفاده شده در گام ۲ از شکل ۳-۵ دارد.



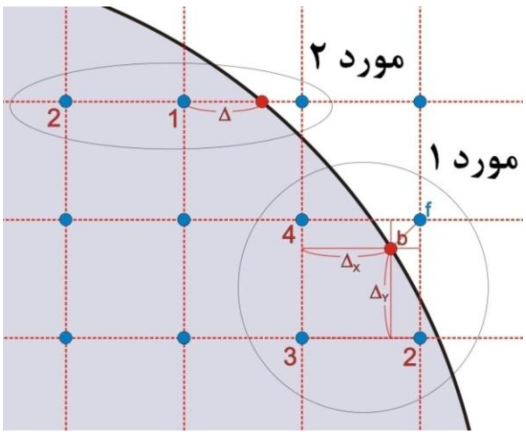
شکل ۳-۵ مراحل مربوط به الگوریتم واسط شارپ

در کار حاضر از روش معرفی شده توسط کیم و همکاران [۴۵] برای میان‌یابی استفاده شده است. در این روش میان‌یابی‌های خطی و درجه دو (با دقت مرتبه دو) برای محاسبه سرعت روی گره‌های سیال نزدیک مرز جسم غوطه‌ور استفاده می‌شوند. در شکل ۳-۶ مراحل انجام میان‌یابی برای محاسبه سرعت دلخواه (و یا دمای دلخواه) روی نقاط سیال مورد نظر (نقاط f)، با توجه به شرط عدم لغزش (و یا شرط مرزی دمایی) روی نقاط مرزی جسم غوطه‌ور (نقاط b)، ترسیم شده است. در این روش دو نوع میان‌یابی استفاده شده است. در نوع اول که در آن سه گره اعمال نیرو نشده قابل دستیابی است (شکل ۳-۶)، یک میان‌یابی درجه دو به‌صورت زیر اعمال گردیده است.

$$\vec{u}_f = \frac{1}{\Delta_x \Delta_y}\left\{\vec{U}_b - \left[\Delta_x\left(1-\Delta_y\right)\vec{u}_2 + \left(1-\Delta_x\right)\left(1-\Delta_y\right)\vec{u}_3 + \left(1-\Delta_x\right)\left(1-\Delta_y\right)\Delta_y \vec{u}_4\right]\right\}, \qquad (۲۴\text{-}۳)$$

در حالت دوم چنانچه در شکل ۳-۶ نشان داده شده است تنها دو نقطه برای میان‌یابی در دسترس است و میان‌یابی خطی ذیل مدنظر قرار گرفته است:

$$\vec{u}_f = \begin{cases} \dfrac{1}{\Delta}\vec{U}_b - \dfrac{1-\Delta}{\Delta}\vec{u}_1 & if\ \Delta \geq 0.5 \\ 2\vec{U}_b - 2\Delta\vec{u}_1 - \left(1-2\Delta\right)\vec{u}_2 & if\ \Delta \leq 0.5 \end{cases} \qquad (۲۵\text{-}۳)$$



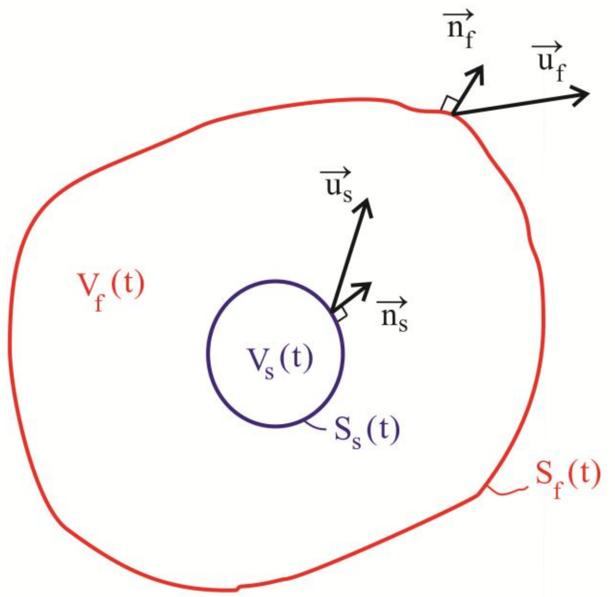
شکل ۳-۶ شماتیک مربوط به روش شارپ

در پایان بایستی خاطر نشان کرد که محاسبه فواصل Δx و یا Δy در روش شارپ بایستی به روش دستی انجام شود. برای این منظور مختصات نقطه تلاقی منحنی مرزی و خط واصل بین نقاط b و f مشخص می‌شود و با استفاده از آن فواصل مذکور محاسبه می‌گردند. کاملاً واضح است که برای منحنی‌های پیچیده (اجسام غوطه‌ور با شکل‌های هندسی نامنظم) محاسبه دقیق مختصات هر یک از نقاط تلاقی، کاری وقت گیر و مشکل است. اما در مورد روش‌های دیفیوز محاسبه نقاط تلاقی خط و منحنی لازم نبوده و مختصات نقاط لاگرانژی از قبل مشخص است. بنابراین می‌توان گفت که اعمال روش‌های شارپ نسبت به دیفیوز خصوصاً برای مرزهای پیچیده دشوارتر است.

۳-۵- معادلات حرکت در روش مرز غوطه‌ور

برخلاف روش‌های شبکه بولتزمن متداول برای شبیه‌سازی حرکت ذرات، در روش مرز غوطه‌ور شبکه بولتزمن، ذره می‌تواند به‌صورت پیوسته و آزاد داخل دامنه محاسباتی حرکت کند بدون اینکه نگرانی در خصوص مکان گره‌های اویلری متناظر وجود داشته باشد. در واقع، در روش مرز غوطه‌ور شبکه بولتزمن ذره با یکسری گره‌های لاگرانژی که دارای وزنی معادل با کل جسم غوطه‌ور است، جایگزین می‌شود. در ادامه ابتدا به نحوه محاسبه نیروی سطحی اعمال شده به جسم غوطه‌ور و سپس به معادلات حرکت نیوتنی خواهیم پرداخت.

همانگونه که در شکل ۳-۷ مشاهده می‌نمایید، دو سطح کنترل S_s، S_f متغیر با زمان و همچنین حجم‌های کنترل محصور شده با این دو سطح کنترل (یعنی V_S، V_f) در میدان سیال در نظر گرفته شده‌اند.



شکل ۳-۷ دو سطح کنترل متغیر با زمان و حجم‌های کنترل مربوطه

برای سطح کنترل S_s نیرویی که از طرف سیال خارج از سطح (V_f) به سطح S_s وارد می‌شود به صورت زیر است:

$$\vec{F}_{f\to s} = -\int_{S_s}\left[\rho\vec{u}\left(\vec{u}-\vec{u}_s\right)+\bar{\sigma}\right].\vec{n}_s dS \tag{۳-۲۶}$$

که $\vec{u}_s$ سرعت مرزی مربوط به سطح کنترل S_s، $\bar{\sigma}$ تانسور تنش ویسکوز و $\vec{n}_s$ بردار سطح بیرونی است. اگر سطح S_s غیرقابل نفوذ باشد و یا به عبارتی دیگر هیچ جریانی از آن عبور نکند، آنگاه $\vec{u}=\vec{u}_s$ و معادله (۳-۲۶) به شکل زیر ساده خواهد شد:

$$\vec{F}_{f\to s} = -\int_{S_s}\bar{\sigma}.\vec{\mathrm{n}}dS \tag{۳-۲۷}$$

با توجه به اصل تنش کوشی[8] برای حجم کنترل V_f (که با سطوح کنترل S_s و S_f احاطه شده است)، موازنه مومنتوم خطی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_f}\rho\vec{u}\,dV = -\int_{S_f}\left[\rho\vec{u}(\vec{u}-\vec{u}_f)+\bar{\sigma}\right].\vec{n}_f\,dS - \int_{S_s}\left[\rho\vec{u}(\vec{u}-\vec{u}_s)+\bar{\sigma}\right].(-\vec{n}_s)dS \tag{۳-۲۸}$$

[8] - Cauchy’s stress principle

که $\vec{n}_f$ بردار سطح بیرونی مربوط به S_f است. با استفاده از معادله (۳-۲۷)، معادله (۳-۲۸) به صورت زیر بازنویسی خواهد شد:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_f} \rho\vec{u}\, dV = -\vec{F}_{f\to s} - \int_{S_f} \left[\rho\vec{u}(\vec{u}-\vec{u}_f) + \bar{\sigma}\,\right].\vec{n}_f\, dS \qquad (۳-۲۹)$$

برای حجم کنترل V (که هر دو حجم کنترل V_S و V_f را پوشش می‌دهد)، هنگامی که نیروهای مرزی وجود داشته باشند، موازنه مومنتوم خطی می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_f \cup V_s} \rho\vec{u}\, dV = -\int_{S_f} \left[\rho\vec{u}(\vec{u}-\vec{u}_f) + \bar{\sigma}\,\right].\vec{n}_f\, dS + \int_{V_f \cup V_s} \vec{F}\, dV \qquad (۳-۳۰)$$

با کم کردن معادله (۳-۲۹) از معادله (۳-۳۰)، فرمول نیروی سطحی به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$\vec{F}_{f\to s} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{V_s} \rho\vec{u}\, dV - \int_{V_f \cup V_s} \vec{F}\, dV \qquad (۳-۳۱)$$

که عبارت اول در سمت راست معادله اثر جرم اضافه شده را نشان می‌دهد. حال اگر حجم V_S مربوط به یک جسم جامد صلب دارای سرعت مرکز جرم $\vec{U}_C$ باشد، عبارت اول در سمت راست معادله (۳-۳۸) می‌تواند با عبارت $\rho V_s.\frac{\partial \vec{U}_C}{\partial t}$ جایگزین شود [۵۳] و بنابراین معادله (۳-۳۸) به شکل زیر بازنویسی خواهد شد:

$$\vec{F}_{f\to s} = \rho V_s \frac{\partial \vec{U}_c}{\partial t} - \int_{V_f \cup V_s} \vec{F}\, dV\,, \qquad (۳-۳۲)$$

البته برای حالتی که جسم جامد ثابت بوده و یا با سرعت ثابت حرکت می‌کند. معادله (۳-۲۳) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\vec{F}_{f\to s} = -\int_{V_f \cup V_s} \vec{F} dV \qquad (۳-۳۳)$$

از آنجایی که در روش شبکه بولتزمن، dV به صورت جزء‌های حجمی مکعبی فرض می‌شود (و یا به صورت سطح‌های مربعی در حالت دو بعدی)، عبارت $\int \vec{F}dV$ برای مسائل دوبعدی به راحتی توسط رابطه زیر قابل دستیابی است:

$$\int_{V_f \cup V_s} \vec{F}dV \approx \sum_{i,j} \vec{F}_{i,j}\, \Delta x^2 \qquad (۳-۳۴)$$

از طرفی دیگر برای الگوریتم‌های واسط دیفیوز رابطه زیر نیز می‌تواند ملاک عمل قرار گیرد:

$$\int_{V_f \cup V_s} \vec{F}dV \approx \sum_{b} \vec{F}_b\, \Delta s_b\, \Delta x \qquad (۳-۳۵)$$

که Δs_b طول منحنی بین نقاط لاگرانژی روی مرز جسم غوطه‌ور در نقطه اعمال نیروی b است.

برای شبیه‌سازی حرکت ذره، بایستی معادلات حرکت ذره مدنظر قرار گیرد. معادله نیوتنی حرکت مستقیم الخط ذره به‌صورت زیر نوشته می‌شود [۲۰۱]:

$$M_s \frac{d\vec{U}_c}{dt} = -\int_s \bar{\sigma}.d\vec{S} + \left(\rho_s - \rho_f\right) V_s\, \vec{g} \qquad (۳-۳۶)$$

که $\vec{U}_C$ بردار سرعت مرکز جرم ذره است. M، S، V و ρ به ترتیب جرم، سطح، حجم و چگالی ذره را نشان می‌دهند. همچنین زیرنویس‌های f و s به ترتیب نشانگر جامد و مایع هستند. عبارت اولی در سمت راست معادله (۳-۳۶) نشانگر نیروی است که از طرف مایع به جامد وارد می‌شود. این نیرو شامل (۱) نیرویی که بر سطح جسم ثابت وارد می‌شود و (۲) نیروی ناشی از جرم اضافه شده در اثر شتاب ذره است. با توجه به معادلات (۳-۳۲) تا (۳-۴۴)، نیروی وارد بر سطح ثابت می‌تواند بر حسب چگالی نیروی مرزی (معادله (۳-۱۳)) بدست آید:

$$-\int_S \bar{\sigma}.d\vec{S} = -\int_V \vec{F}_b\, dV + \frac{\partial}{\partial t}\int_v \rho_f\, \vec{u}\, dV = -\int_V \vec{F}_b\, dV + M_f \frac{d\vec{U}_C}{dt}. \qquad (۳-۳۷)$$

همچنین معادله حرکت زاویه‌ای ذره به‌صورت زیر خواهد بود:

$$I_s \frac{d\vec{\Omega}_c}{dt} = -\int_s (\vec{x}_b - \vec{X}_c) \times \bar{\sigma}.d\vec{S} \qquad (۳-۳۸)$$

که $\vec{\omega}_c$ سرعت زاویه‌ای و $I_s = M_s R_p^2$. همچنین $\vec{x}_b$ و $\vec{X}_c$ بردارهای مکان مربوط به گره‌های لاگرانژی روی دیواره و مرکز ذره هستند. معادله (۳-۳۸) می‌تواند به صورت زیر برحسب چگالی نیروی مرزی بازنویسی شود:

$$\begin{aligned} I_s \frac{d\vec{\Omega}_c}{dt} &= -\int_s (\vec{x}_b - \vec{X}_c) \times \vec{F}_b \, dV + \frac{\partial}{\partial t}\int_v (\vec{x}_b - \vec{X}_c) \times \rho_f \, \vec{u} \, dV \\ &= -\int_s (\vec{x}_b - \vec{X}_c) \times \vec{F}_b \, dV + I_f \frac{\partial \vec{\Omega}_c}{\partial t} \end{aligned} \tag{۳-۳۹}$$

که برای حالت دایروی $I_f = M_f R_p^2$. با جایگذاری معادله (۳-۳۷) در (۳-۳۶)خواهیم داشت:

$$M_s \frac{d\vec{U}_C}{dt} = -\int_V \vec{F}_b \, dV + (\rho_s - \rho_f) \mathrm{V}_s \, \vec{g} + M_f \frac{d\vec{U}_C}{dt} \tag{۳-۴۰}$$

در معادله (۳-۴۰) به عمد عبارت‌های مربوط به $M_s \frac{d\vec{U}_C}{dt}$ و $M_f \frac{d\vec{U}_C}{dt}$ با یکدیگر ترکیب نشده‌اند تا عبارت ناشی از وجود جرم شتابدار ($M_f \frac{d\vec{U}_C}{dt}$) به صورت جداگانه محاسبه شود. در واقع برای گسسته‌سازی عددی معادله (۳-۴۰) عبارت $M_f \frac{d\vec{U}_C}{dt}$ در زمان $t = t_n$ بایستی در گام زمانی قبلی مشخص گردد:

$$\vec{U}_c^{n+1} = \vec{U}_c^n + \frac{1}{M_s}\left[-\sum_b \vec{F}_b^n \Delta V_b + \left(M_s - M_f\right)\vec{g}\right]\Delta t + \frac{M_f}{M_s}\left(\vec{U}_c^n - \vec{U}_c^{n-1}\right) \tag{۳-۴۱}$$

یک روند مشابه برای گسسته‌سازی معادله (۳-۳۹) نیز اعمال گردیده است که منجر به رابطه زیر گردیده است:

$$\vec{\Omega}_c^{n+1} = \vec{\Omega}_c^n + \frac{1}{I_s}\left[-\sum_b \left(\vec{x}_b - \vec{x}_c\right) \times \vec{F}_b^n \Delta V_b\right]\Delta t + \left(\frac{I_f}{I_s}\right)\left(\vec{\omega}_c^n - \vec{\omega}_c^{n-1}\right) \tag{۳-۴۲}$$

بنابراین مکان مرکز ذره در گام زمانی $n+1$ به‌صورت زیر قابل بیان خواهد بود:

$$x_c^{n+1} = x_c^n + \frac{1}{2}\left(\vec{U}_c^{n+1} + \vec{U}_c^n\right)\Delta t \qquad (۳-۴۳)$$

همچنین مؤلفه‌های سرعت روی نقاط لاگرانژی در نقاط اعمال نیروی $\vec{x}_b$، در گام زمانی بعدی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\vec{u}_b^{n+1} = \vec{U}_c^{n+1} + \vec{\omega}_c^{n+1} \times \left(\vec{x}_b - \vec{x}_c\right) \qquad (۳-۴۴)$$

این سرعت‌های جدید در معادله اعمال نیروی مستقیم (معادله (۳-۱۳)) بکار خواهد رفت تا نیروی مرزی در گام زمانی بعدی برای هر یک از گره‌های لاگرانژی محاسبه شود.

۳–۶– شبیه‌سازی برخورد ذره–ذره/دیواره

در جریان‌های ذره‌ای، برخورد بین ذرات و یا بین ذرات و دیواره امری اجتناب‌ناپذیر است؛ بنابراین یک استراتژی عددی مناسب برای جلوگیری از نفوذ ذرات درون یکدیگر (و یا نفوذ ذره و دیواره) در حین برخورد باید اعمال شود. برای این منظور یک نیروی دافعه که فاصله بین ذرات (یا ذره و دیواره) را در حین برخورد حفظ نماید، معرفی شده است. این فرایند از طریق تعریف یک «ناحیه امن[۹]» برای آغاز اعمال نیروی دافعه، انجام شده است [۴۲]. همانند کار نیو و همکاران [۱۰۹]، از پتانسیل لنارد-جونز[۱۰] برای مدل‌سازی برخورد بین ذره- ذره و ذره- سیال بهره برده‌ایم:

$$F_{p-p}^{col} = \begin{cases} 0 & X_c^{i,j} > 2R_p + \varsigma, \\ 2.4\kappa \displaystyle\sum_{j=1,\, j\neq i}^{N} \left[2\left(\frac{2R_p}{X_c^{i,j}}\right)^{14} - \left(\frac{2R_p}{X_c^{i,j}}\right)^{8} \right] \frac{\vec{x}_c^i - \vec{x}_c^j}{\left(2R_p\right)^2} & X_c^{i,j} \le 2R_p + \varsigma \end{cases} \qquad (۳-۴۵)$$

[9] Safe zone
[10] Lennard-Jones Potential

$$F_{p-w}^{col}=\begin{cases}0 & X_w^{i,j}>2R_p+\varsigma,\\ 2.4\kappa\sum_{j=1}^{j_{\max}}\left[2\left(\frac{R_p}{X_w^{i,j}}\right)^{14}-\left(\frac{R_p}{X_w^{i,j}}\right)^{8}\right]\frac{\vec{x}_c^{i}-\vec{x}_w^{j}}{\left(R_p\right)^2} & X_w^{i,j}\le 2R_p+\varsigma\end{cases} \tag{۴۶-۳}$$

که $\vec{x}_c^{i}$ و $\vec{x}_w^{i}$ به ترتیب مکان مرکز ذره و دیواره را نشان می‌دهد. علاوه بر این $X_c^{i,j}=\left|\vec{x}_c^{i}-\vec{x}_c^{j}\right|$ و $X_w^{i,j}=\left|\vec{x}_c^{i}-\vec{x}_w^{j}\right|$. در این شبیه‌سازی $\kappa=R_p^2$ و آستانه آغاز نیروی دافعه (ς) برابر یک گره اویلری فرض شده است [۱۰۹]. نیروی برخورد کلی از جمع نیروهای برخورد ذره- ذره و ذره- دیواره به دست خواهد آمد.

شایان ذکر است شبه برنامه‌های[11] مربوط به روش‌های مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن با الگوریتم‌های واسط شارپ و دیفیوز در پیوست د ارائه گردیده‌اند.

[11] pseudocodes

فصل چهارم

روش ترکیبی مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی جریان‌های غیرنیوتنی حرارتی با مرزهای ثابت

۴-۱- مقدمه

امروزه دامنه وسیعی از جریان‌های سیال کاربردی در حیطه سیالات غیرنیوتنی گروه‌بندی می‌شوند. مخلوط‌های چند فازی نظیر فوم‌ها[1]، مواد با وزن مولکولی بالا مانند محلول‌های صابونی و مذاب‌های پلیمری تنها نمونه‌ای از استفاده این مواد در صنعت هستند. مسئله خاص جریان سیال غیرنیوتنی حرارتی از روی یک سیلندر و نیروهای هیدرودینامیکی ناشی از آن نقش مؤثری در تشکیل خطوط جوش در فرایند تولید پلیمرها [۲۰۷]، طراحی سازه‌های تکیه‌گاهی[2] قرار گرفته داخل سیالات غیرنیوتنی و همچنین طراحی سنسورهای استوانه‌ای مستغرق بکار گرفته شده در محیط‌های غیرنیوتنی (برای محاسبه سرعت و دمای جریان)، ایفا می‌نماید. اگرچه که مسئله جریان سیال نیوتنی از روی سیلندر و پدیده‌های مربوط به آن به‌طور گسترده‌ای در سال‌های قبل مورد بررسی قرار گرفته است [۱۸۷،۲۰۸-۲۱۲]، لیکن خواص غیرنیوتنی این نوع جریان‌ها در مقایسه با کاربردهای وسیع آن کمتر شناخته شده است. موضوع اصلی این فصل، شبیه‌سازی حرکت و انتقال حرارت سیالات غیرنیوتنی در حضور موانع ثابت هم‌دما و غیر هم‌دما با استفاده از روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن معرفی شده در فصل‌های قبل است. برای این منظور روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن معرفی شده، برای بررسی جریان سیالات غیرنیوتنی نامحدود از روی یک استوانه با شکل سطح مقطع‌های مختلف در نظر گرفته شده است. با توجه به هندسه نسبتاً پیچیده و وجود رژیم‌های مختلف جریان، این مسائل می‌توانند به‌عنوان معیاری مناسب برای بررسی توانایی‌های روش حاضر ملاک عمل قرار گیرد.

[1] Foams
[2] Support structures

۴-۲- پارامترهای بی‌بعد تعریف شده

در کار حاضر تعاریف زیر برای محاسبه ضریب پسا (C_D)، ضریب برآ (C_L)، ضریب فشار (C_p) و عدد استروهال (St) استفاده شده است:

$$C_D = \frac{F_D}{\rho U_\infty^2 D/2}, \quad (۱-۴)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\rho U_\infty^2 D/2}, \quad (۲-۴)$$

$$C_P = \frac{P_W - P_\infty}{\rho U_\infty^2/2}, \quad (۳-۴)$$

$$St = \frac{f_q D}{U_\infty}. \quad (۴-۴)$$

P_w و P_∞ به ترتیب نمایانگر فشار روی مرز سیلندر و فشار جریان آزاد می‌باشند. f_q فرکانس نوسانات گردابه را نشان می‌دهد. در کار حاضر از تغییرات ضریب برآ برای محاسبه این فرکانس استفاده شده است. در روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن حاضر، نیروی پسا (F_D) و نیروی برآ (F_L) به‌راحتی با استفاده از مؤلفه افقی و عمودی معادله (۳-۳۴) یا معادله (۳-۳۵) به دست می‌آید. اعداد رینولدز و پرانتل تعمیم‌یافته مربوط به مدل سیال غیرنیوتنی توانی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mathrm{Re}_{pl} = \frac{U_\infty^{(2-n)} D^n}{m} \quad (۵-۴)$$

$$\mathrm{Pr}_{pl} = \frac{m\rho c_p}{k}\left(\frac{U_\infty}{D}\right)^{(n-1)} \quad (۶-۴)$$

که U_∞ و D به ترتیب سرعت جریان آزاد و قطر سیلندر است.

۴-۲-۱- فرمولاسیون ساده برای محاسبه عدد ناسلت

در مسائل انتقال حرارت مربوط به سطوح در تماس با سیال، عدد ناسلت به‌صورت نسبت انتقال حرارت جابجایی به انتقال حرارت هدایتی از مرز تعریف می‌شود. در این بخش یک روش جدید و ساده (با الهام گرفتن از روش وو و همکاران [۱۷۰]) برای محاسبه عدد ناسلت بر مبنای روش ترکیبی مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن شارپ و دیفیوز ارائه شده است. عدد ناسلت محلی بر روی سطح جسم غوطه‌ور به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Nu\left(\vec{x}_b,t\right)=\frac{h\left(\vec{x}_b,t\right)L_c}{k}, \tag{۷-۴}$$

که L_c طول مشخصه، h ضریب انتقال حرارت جابجایی سیال و k ضریب انتقال حرارت هدایتی هستند و $k=\alpha\rho c_p$. از طرفی با توجه به موازنه انرژی در سطح مرز غوطه‌ور داریم:

$$h\left(\vec{x}_b,t\right)\left(T_b-T_\infty\right)=-k\,\frac{\partial T}{\partial n}\left(\vec{x}_b,t\right)=Q\left(\vec{x}_b,t\right), \tag{۸-۴}$$

که $\vec{n}$ جهت عمود بر مرز در هر نقطه روی مرز است. T_b و T_∞ به ترتیب دمای مرز غوطه‌ور و سیال آزاد هستند. با مقایسه معادلات (۴-۷) و (۴-۸)، عدد ناسلت به‌صورت زیر قابل استخراج است:

$$Nu_{loc}\left(\vec{x}_b,t\right)=\frac{3T_0L_c}{\alpha\,\rho\,c^2\left(T_b-T_\infty\right)}Q\left(\vec{x}_b,t\right), \tag{۹-۴}$$

عدد ناسلت متوسط روی تمام سطح جسم غوطه‌ور نیز از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$Nu=\frac{3T_0L_c}{\alpha\,\rho\,c^2\left(T_b-T_\infty\right)L}\sum_b Q_b\left(\vec{x}_b,t\right)\Delta s_b \tag{۱۰-۴}$$

با توجه به اینکه در تعریف اعداد ناسلت بیان شده توسط روابط (۴-۹) و (۴-۱۰)، مستقیماً از متغیرهای محاسبه شده برای روش مرز غوطه‌ور– شبکه بولتزمن بهره گرفته شده است، دیگر نیازی به محاسبات پیچیده مربوط به گرادیان دما در جهت عمود بر مرز و انتگرال‌گیری دامنه سیال (مانند آنچه در دیگر روش‌های عددی استفاده می‌شود) وجود ندارد. در کار حاضر از این روش برای محاسبه

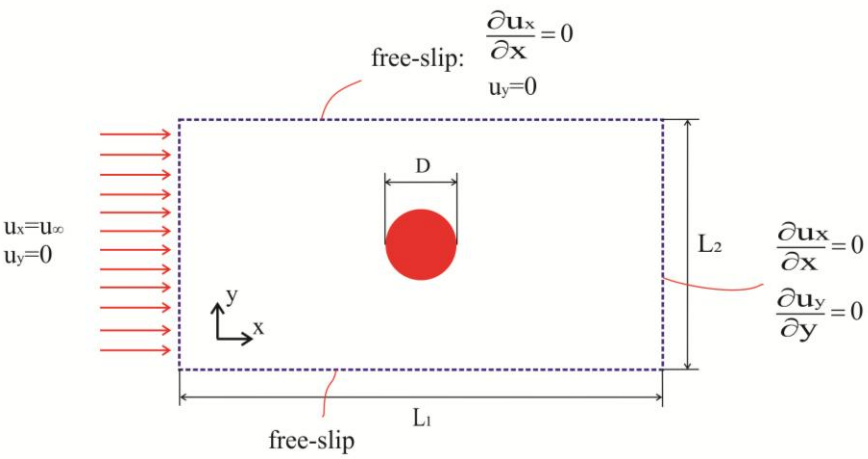
عدد ناسلت بهره گرفته‌ایم. همچنین در مطالعات مهندسی مرسوم است که از پارامتر بی‌بعدی موسوم به کولبرن فاکتور[3] استفاده می‌نمایند [۲۱۳] که ذیل تعریف می‌گردد:

$$j = \frac{Nu}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}, \tag{۱۱-۴}$$

۴-۳- شبیه‌سازی جریان غیرنیوتنی پایا و ناپایا از روی سیلندر دایره‌ای ثابت

۴-۳-۱- بررسی پایداری عددی

همان‌گونه که در بحث روش‌های مربوط به معادلات شبکه بولتزمن بیان گردیده است [۲۱۴]، زمان‌های آسایش نزدیک به ۰/۵ ($1/\tau_f = 2$) باعث ناپایداری در حل می‌گردند و از جمله پارامترهای مورد بررسی در بحث ناپایداری محسوب می‌شوند. در کار حاضر مقایسه‌ای بین نتایج روش شبکه بولتزمن معمولی و روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن حاضر در این خصوص صورت گرفته است.

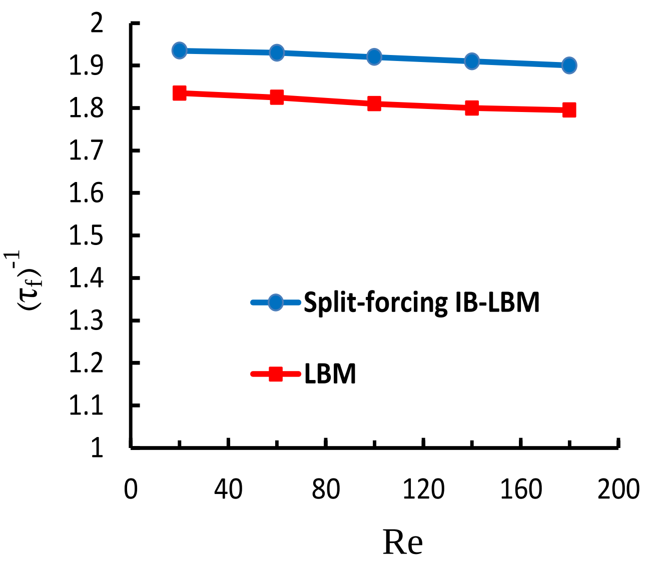


شکل ۴-۱هندسه و شرایط مرزی مربوط به جریان سیال نامحدود از روی یک سیلندر دایروی

[3] Colburn j-factor

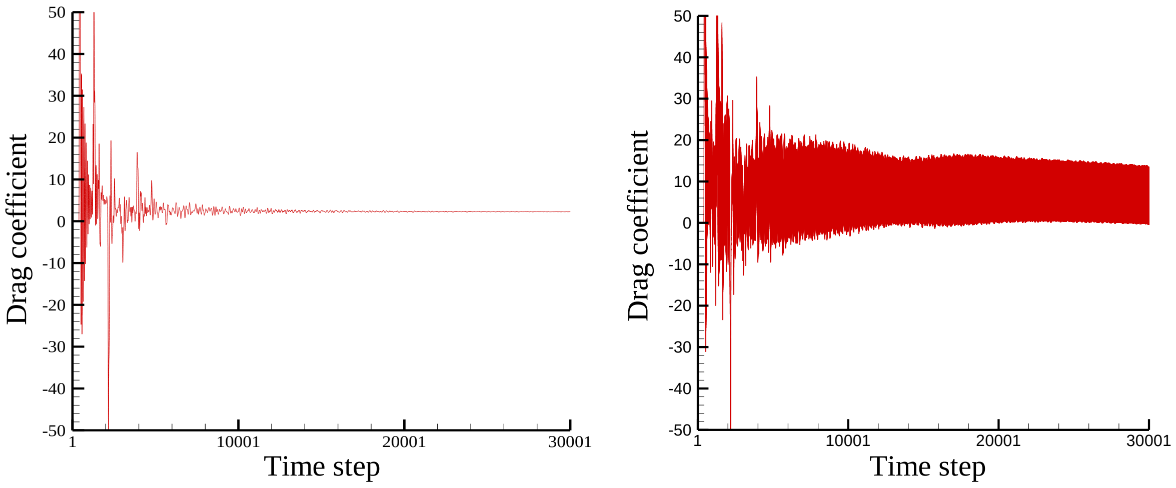
شکل ۴-۱ هندسه و شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای این مسأله را نشان می‌دهد. دامنه محاسباتی به صورت D×۲۰D ۲۰ با ۱۶۰۱×۱۶۰۱ گره محاسباتی اویلری فرض شده است و سیلندر دایره‌ای در مرکز دامنه محاسباتی قرار دارد. همچنین از ۵۰ گره لاگرانژی برای نشان دادن مرز غوطه-ور در روش IB-LBM استفاده شده است. همانگونه که در شکل ۴-۱ مشاهده می‌فرمایید، شرایط مرزی ورودی و خروجی به ترتیب به صورت سرعت ثابت یکنواخت (مدل زو و هی [۲۱۵]) در ورودی و گرادیان سرعت صفر در خروجی فرض شده‌اند. از آنجایی که در کار حاضر جریان سیال نامحدود از روی سیلندر مد نظر است، شرایط مرزی لغزش آزاد برای دیواره‌های بالایی و پایینی فرض شده است.

شکل ۴-۲حداکثر مقداری را که زمان آسایش می‌تواند به ۰/۵ ($۱/\tau_f$ به ۲) نزدیک شود برای دو روش شبکه بولتزمن معمولی و روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چند مرحله‌ای شارپ نشان می‌دهد. شکل ۴-۲ در رینولدزهای مختلف و تا حداکثر مقدار مجاز عدد رینولدز برای شبیه-سازی‌های دوبعدی (قبل از به وجود آمدن اثرات سه بعدی جریان Re<۱۸۸/۵) رسم شده است.



شکل ۴-۲ نمودار حداکثر مقدار قابل تنظیم برای $۱/\tau_f$ قبل از ایجاد ناپایداری برحسب عدد رینولدز به دست آمده با روش شبکه بولتزمن معمولی و روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن

همان‌گونه که از شکل ۴-۲ برمی‌آید استفاده از روش پیشنهادی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن باعث افزایش قابل توجهی در پایداری حل گردیده است. همچنین شکل ۴-۳ الف و ب تغییرات ضریب پسا را به‌صورت تابعی از گام زمانی حل در زمان آسایش ۰/۵۲۶۳ و عدد رینولدز ۲۰ به ترتیب برای دو روش شبکه بولتزمن و روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن نشان می‌دهند. همان‌گونه که از این شکل-ها مشخص است روش شبکه بولتزمن با توجه به نوسانات اضافی ایجاد شده قابلیت همگرایی خود را از داده است در حالی‌که روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن مورد بررسی، همچنان همگراست.



شکل ۴-۳ ضریب پسا برحسب گام زمانی حل برای (الف) روش شبکه بولتزمن معمولی و (ب) روش مرز غوطه‌ور– شبکه بولتزمن در زمان آسایش ۰/۵۲۶۳ و عدد رینولدز ۲۰

۴–۳–۲– صحت سنجی

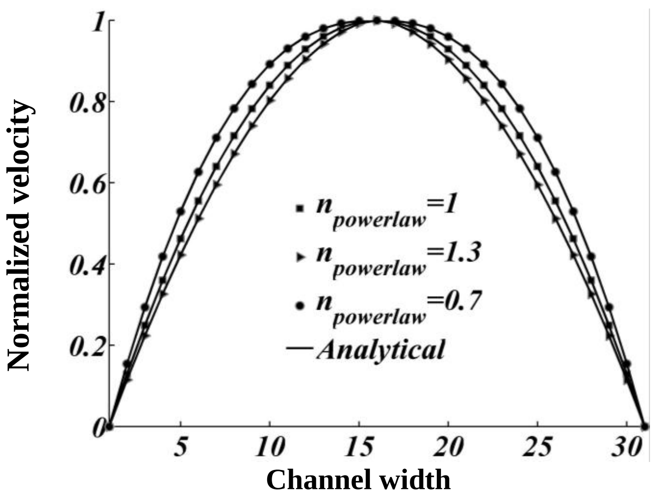
به منظور اطمینان از صحت نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی حاضر، از مقایسه نتایج در دو مورد مطالعاتی شامل: (الف) جریان سیال غیرنیوتنی توانی در یک کانال (شکل ۴-۴) و (ب) جریان سیال نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر دایره‌ای در حالت‌های پایا (جدول ۴-۱) و ناپایا (جدول ۴-۲) استفاده کرده‌ایم.

۴-۳-۲-۱- جریان سیال غیرنیوتنی در کانال

از آنجا که حل تحلیلی مربوط به پروفیل سرعت دو بعدی سیال غیرنیوتنی توانی داخل کانال موجود است، از این پروفایل برای صحت سنجی فرایند مربوط به بخش غیرنیوتنی روش پیشنهادی بهره برده‌ایم. حل تحلیلی مربوط به سرعت موازی با محور کانال به صورت زیر است [۲۱۶]:

$$u(y)=\left(\frac{n}{n+1}\right)\left(\frac{G}{m}\right)\left[|H|^{\frac{n+1}{n}}-(H-y)^{\frac{n+1}{n}}\right]. \qquad (۱۲-۴)$$

که G و H به ترتیب نشان‌دهنده گرادیان فشار ثابت در جهت طولی و ضخامت کانال می‌باشند. در شکل ۴-۴ پروفایل سرعت بی‌بعد (نسبت به‌سرعت ورودی) توسعه‌یافته مربوط به حل تحلیلی ارائه شده در معادله (۴-۱۲) و نتایج حاصل از حل مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن حاضر برای شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی مختلف رسم گردیده است. شرایط مرزی در دیواره‌های بالا و پایین شرط عدم لغزش در نظر گرفته شده است. همچنین در ابتدای کانال شرط مرزی سرعت ثابت و در انتهای کانال شرط مرزی گرادیان سرعت ثابت در جهت طولی لحاظ گردیده است. مقایسه بین سرعت‌های حاصل از حل عددی و تحلیلی تطابق کامل و قابل قبولی را نشان می‌دهد.



شکل ۴-۴ پروفیل سرعت مربوط به جریان سیال غیرنیوتنی در کانال برای شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی مختلف

۴-۳-۲-۲- جریان سیال نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر در حالت پایا و ناپایا

مسئله جریان نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر دایره‌ای توسط چندین نویسنده در حالت‌های پایا و ناپایا مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور صحت سنجی روش حاضر، نتایج پیشین در خصوص ضریب پسا (C_D) و طول گردابه (l_w) در حالت پایا (جدول ۴-۱) و ضریب پسای متوسط، $(\bar{C}_D)$، ضریب برآ $(\pm C_L)$ و عدد استروهال (St) در حالت غیر پایا (جدول ۴-۲) مورد مقایسه قرار گرفته است. این جداول برای روش‌های مختلف مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن یعنی (الف) شارپ، (ب) دیفیوز صریح و دو نقطه‌ای، (ج) دیفیوز صریح و چهار نقطه‌ای، (د) دیفیوز ضمنی و دونقطه‌ای و (ه) دیفیوز ضمنی و چهار نقطه‌ای ارائه شده است. همان‌گونه که مقایسه مقادیر جدول ۴-۱ وجدول ۴-۲ نشان می‌دهد، شبیه‌سازی حاضر نتایج قابل قبولی را (برای تمامی الگوریتم‌های واسط معرفی شده) ارائه می‌دهد. هندسه و شرایط مرزی مسئله همانند شکل ۴-۱ بوده و دامنه محاسباتی به صورت ۴۰D×۴۰D با ۱۶۰۱×۱۶۰۱ گره محاسباتی در نظر گرفته شده است.

جدول ۴-۱ مقایسه پارامترهای جریان پایا با مطالعات پیشین

نویسنده	خصوصیات روش	Re_{pl}=۲۰		Re_{pl}=۴۰	
		C_D	L_W	C_D	L_W
نیو و همکاران [۱۰۹]	momentum exchange-based IBM, LBE	۲/۱۴	۰/۹۵	۱/۵۹	۲/۲۶
لی و همکاران [۶۰]	Implicit diffuse direct-forcing, NSE	۲/۰۷	۰/۹۸	۱/۵۸	۲/۴۹
وو و شو [۷۸]	Implicit diffuse direct-forcing, LBE	۲/۰۹	۰/۹۳	۱/۵۶	۲/۳۱
یه و همکاران [۲۱۷]	Cartesian grid method	۲/۰۳	۰/۹۲	۱/۵۲	۲/۲۷
نیرمالکار و چابرا [۲۱۸]	Finite volume method (Fluent)	۲/۱۶	–	۱/۵۷	–
مطالعه حاضر	Exterior sharp direct-forcing, LBE	۲/۰۴۰	۰/۹۲	۱/۵۷	۲/۲۳
مطالعه حاضر	Explicit 2-p diffuse direct-forcing, LBE	۲/۰۶۱	۰/۹۵۵	۱/۵۸۴	۲/۳۴۲
مطالعه حاضر	Explicit 4-p diffuse direct-forcing, LBE	۲/۰۷۴	۰/۹۷۴	۱/۶۰۵	۲/۳۸۱
مطالعه حاضر	Impilicit 2-p diffuse direct-forcing, LBE	۲/۰۶۰	۰/۹۷۱	۱/۵۹۱	۲/۳۴۵
مطالعه حاضر	Impilicit 4-p diffuse direct-forcing, LBE	۲/۰۷۲	۰/۹۸۷	۱/۶۰۰	۲/۳۸۲

جدول ٤-٢ مقایسه پارامترهای جریان ناپایا با مطالعات پیشین

نویسندگان	خصوصیات روش	$\bar{C}_D$ (**Re$_{pl}$=۱۰۰**)	$\pm C_L$	St
لی و همکاران [۶۰]	Implicit diffuse direct-forcing, NSE	۱/۲۹	۰/۳۴۶	۰/۱۶
وو و شو [۷۸]	Implicit diffuse direct-forcing, LBE	۱/۳۶۴	۰/۳۴۴	۰/۱۶۳
کیم و همکاران [۴۵]	Exterior sharp direct-forcing, NSE,	۱/۳۳	۰/۳۲	۰/۱۶۵
پارک و همکاران [۲۱۹]	Body-fitted grid, NSE	۱/۳۳	۰/۳۳	۰/۱۶۵
نیرمالکار و چابرا [۲۱۸]	Finite volume method (Fluent)	۱/۳۳۴	–	–
مطالعه حاضر	Exterior sharp direct-forcing, LBE	۱/۳۱۲	–	۰/۱۶۷
مطالعه حاضر	Explicit 2-p diffuse direct-forcing, LBE	۱/۳۵۹	۰/۳۲۲	۰/۱۶۳
مطالعه حاضر	Explicit 4-p diffuse direct-forcing, LBE	۱/۳۷۰	۰/۳۳۲	۰/۱۶۳
مطالعه حاضر	Impilicit 2-p diffuse direct-forcing, LBE	۱/۳۵۴	۰/۳۲۱	۰/۱۶۲
مطالعه حاضر	Impilicit 4-p diffuse direct-forcing, LBE	۱/۳۶۹	۰/۳۳۲	۰/۱۶۳

۴-۳-۳- بررسی پارامترهای هیدرودینامیکی

در این قسمت روش IB-LBM برای شبیه‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر دایره‌ای بکار برده شده است. هندسه و شرایط مرزی مساله همانند شکل ۴-۱ است. همچنین دامنه محاسباتی به‌صورت ۴۰D×۴۰D با ۱۶۰۱×۱۶۰۱ نقطه گره در یک شبکه یکنواخت در نظر گرفته شده است. سیلندر دایره‌ای در مرکز دامنه محاسباتی قرار گرفته است. معیار همگرایی نتایج برای حالت پایدار $\left|C_D^{n+1}-C_D^{n}\right|\leq$ ۰/۰۰۵ و برای حالت ناپایدار $\left|\bar{C}_D^{n+1}-\bar{C}_D^{n}\right|\leq$ ۰/۰۰۵ در نظر گرفته شده است. برای شرایط مرزی دیواره بالایی و پایینی از مدل مرزی لغزش آزاد استفاده کرده‌ایم. همچنین شرایط مرزی برای جریان ورودی از نوع سرعت ثابت (با استفاده از مدل زو و هی [۲۱۵]) و برای جریان خروجی از نوع گرادیان ثابت در نظر گرفته شده است. مقادیر اولیه مربوط به سرعت ورودی و زمان آسایش به ترتیب ۰/۰۵ و ۰/۶۵ است. در ادامه اثرات پارامترهای عددی و خصوصیات جریان به‌صورت جداگانه مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول ۴-۳ اثر تعداد نقاط اویلری بر ضریب پسا را در دو حالت جریان پایا (Re$_{pl}$=۲۰) و جریان ناپایا (Re$_{pl}$=۱۰۰) و با استفاده از الگوریتم واسط شارپ ارائه کرده است.

جدول ۴-۳ تأثیر اندازه شبکه اویلری بر ضریب پسا در حالت‌های جریان پایا (Re_{pl}=۲۰) و ناپایا (Re_{pl}=۱۰۰) و خواص غیرنیوتنی مختلف (روش مرز غوطه‌ور شبکه بولتزمن شارپ)

شاخص رفتار غیرنیوتنی در مدل سیال توانی	اندازه شبکه	**Re_{pl}**=۲۰	**Re_{pl}**=۱۰۰
		C_D	$\bar{C}_D$
n=۰/۷	۸۰۱×۸۰۱	۱/۸۶۶	۰/۹۱۰
	۱۲۰۱×۱۲۰۱	۱/۸۶۴	۱/۳۵۳
	۱۶۰۱×۱۶۰۱	۱/۸۶۷	۱/۱۶۱
n=۱/۰	۸۰۱×۸۰۱	۲/۰۹۰	۱/۲۱۵
	۱۲۰۱×۱۲۰۱	۲/۰۷۷	۱/۲۸۶
	۱۶۰۱×۱۶۰۱	۲/۰۴۰	۱/۳۱۶
n=۱/۳	۸۰۱×۸۰۱	۲/۲۳۰	۱/۴۴۳
	۱۲۰۱×۱۲۰۱	۲/۲۶۸	۱/۴۶۲
	۱۶۰۱×۱۶۰۱	۲/۱۹۰	۱/۴۴۴

علاوه بر این به منظور بررسی میزان دقت انواع روش‌های دیفیوز در ارضاء شرط مرزی عدم لغزش روی مرز غوطه‌ور، «خطای مرزی هیدرو دینامیکی» به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$H.B.E.=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i}\sum_{j}\left(\vec{u}_b^{n}\left(i,j\right)-\vec{u}_b^{e}\left(i,j\right)\right)^2}, \qquad (۱۳\text{-}۴)$$

که بالانویس‌های n و e به ترتیب به حل‌های عددی و تحلیلی اشاره دارند. N نمایانگر تعداد نقاط لاگرانژی روی مرز است. بدیهی است در حالتی که سیلندر ثابت بوده و جریان از روی آن می‌گذرد، سرعت تحلیلی برابر صفر است. جدول ۴-۴ اثر تعداد نقاط اویلری را بر ضریب پسا و میزان خطای مرزی هیدرودینامیکی در دو حالت جریان پایا (Re_{pl}=۱۰) و جریان ناپایا (Re_{pl}=۱۰۰) و با استفاده از الگوریتم واسط دیفیوز دو نقطه‌ای ارائه کرده است.

جدول ۴-۳ و جدول ۴-۴ برای انواع مختلف سیالات نیوتنی و سیالات غیرنیوتنی رقیق برشی و ضخیم برشی گزارش شده است. همان‌طور که از این جداول پیداست، با افزایش تعداد نقاط شبکه، خصوصاً در مورد سیالات رقیق برشی و در حالت ناپایا، مقادیر به سمت نتایج تائید شده نزدیک‌تر می-شود.

جدول ۴-۴ تأثیر اندازه شبکه اویلری بر ضریب پسا و مقدار خطای روی مرز غوطه‌ور در حالت‌های جریان پایا (Re_{pl}=۱۰) و ناپایا (Re_{pl}=۱۰۰) و خواص غیرنیوتنی مختلف (روش مرز غوطه‌ور شبکه بولتزمن دو نقطه‌ای)

شاخص رفتار غیرنیوتنی در مدل سیال توانی	اندازه شبکه	Re_{pl}=۱۰		Re_{pl}=۱۰۰	
		C_D	H.B.E.	$\bar{C}_D$	H.B.E.
n=۰/۷	۸۰۱×۸۰۱	۲/۹۰۱	۴/۰۳۱۶ e-۴	۱/۳۵۸	۵/۶۳۳ e-۴
	۱۲۰۱×۱۲۰۱	۲/۹۷۵	۳/۳۲۷ e-۴	۱/۴۲۱	۴/۸۳۵ e-۴
	۱۶۰۱×۱۶۰۱	۲/۸۹۴	۲/۸۷۲ e-۴	۱/۵۲۳	۴/۱۳۹ e-۴
n=۱/۰	۸۰۱×۸۰۱	۳/۰۵۳	۳/۸۹۹ e-۴	۱/۳۲۰	۴/۱۷ e-۴
	۱۲۰۱×۱۲۰۱	۲/۹۵۴	۳/۲۴۵ e-۴	۱/۳۷۲	۳/۶۹۵ e-۴
	۱۶۰۱×۱۶۰۱	۲/۸۸۶	۲/۸۰۷ e-۴	۱/۴۹۲	۳/۳۸۱ e-۴
n=۱/۳	۸۰۱×۸۰۱	۲/۹۴۲	۳/۳۵۸e -۴	۱/۳۰۷	۳/۷۶۲ e-۴
	۱۲۰۱×۱۲۰۱	۲/۸۴۶	۲/۸۵۴e -۴	۱/۳۵۵	۳/۳۲۸ e-۴
	۱۶۰۱×۱۶۰۱	۲/۸۷۱	۲/۶۰۱ e-۴	۱/۴۸۲	۲/۹۴۹ e-۴

مطابق این جداول، در حالتی که یک شبکه با ۱۶۰۱×۱۶۰۱ گره اویلری داریم، برای تمامی سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی نتایج قابل قبول حاصل خواهد شد.

جدول ۴-۵ اثرات فاصله منحنی بین نقاط لاگرانژی واقع در روی مرز جسم غوطه‌ور (Δs_b) را برای مقادیر مختلف شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی نشان می‌دهد. مطابق جدول ۴-۵ کاهش Δs_b تأثیر قابل ملاحظه‌ای روی نتایج به‌دست‌آمده ندارد. در واقع افزایش تعداد نقاط لاگرانژی تنها سرعت رسیدن به همگرایی را افزایش می‌دهد، به‌عنوان مثال در مورد جریان نیوتنی (NF=20 و با کاربرد الگوریتم واسط دو نقطه‌ای)، تغییر فاصله منحنی بین نقاط لاگرانژی از $\Delta s_b = h$ به $\Delta s_b = h/2$ منجر به کاهش ۲/۷۲ درصد در گام‌های مورد نیاز برای رسیدن به همگرایی می‌شود.

تأثیر تعداد دفعات اعمال نیرو (NF) روی ضریب پسا (C_D) و خطای مرزی (H.B.E.) در Re_{pl}=۱۰ برای سیالات نیوتنی (n=1)، رقیق برشی (n=۰/۷) و ضخیم برشی (n=۱/۳) در جدول ۴-۶ نشان داده شده است. نتایج به دست آمده برای الگوریتم‌های واسط دو نقطه‌ای و چهار نقطه‌ای گزارش شده است. مطابق جدول ۴-۶ در حالتی که NF=۱ تنها یک فرایند انتقال بین گره‌های لاگرانژی و اویلری انجام می‌شود و در نتیجه الگوریتم واسط صریح و دیفیوز حاصل می‌گردد.

جدول ۴-۵ تأثیر فاصله منحنی بین نقاط لاگرانژی قرار گرفته روی مرز غوطه‌ور دایره‌ای

فاصله منحنی بین نقاط لاگرانژی		$\Delta s_b = h$	$\Delta s_b = h / 1.5$	$\Delta s_b = h / 2$
n=۰/۷	CD	۲/۹۴۳	۲/۹۴۳	۲/۹۴۲
	H.B.E.	۷/۵۶۶e-۵	۳/۳۵۸e-۴	۳/۹۵۳e-۴
n=۱/۰	CD	۲/۸۴۶	۲/۸۴۶	۲/۸۴۳
	H.B.E.	۶/۴۲۴e-۵	۲/۸۵۴e-۴	۳/۳۵e-۴
n=۱/۳	CD	۲/۹۶۷	۲/۸۸۴	۲/۸۸۴
	H.B.E.	۶/۲۸۴e-۵	۲/۶۰۱e-۴	۳/۱۰۹e-۴

همانگونه که در جدول ۴-۶ مشاهده می‌کنید با افزایش تعداد دفعات اعمال نیرو مقدار H.B.E. برای هر دو الگوریتم دو نقطه‌ای و چهار نقطه‌ای کاهش قابل ملاحظه‌ای خواهد داشت.

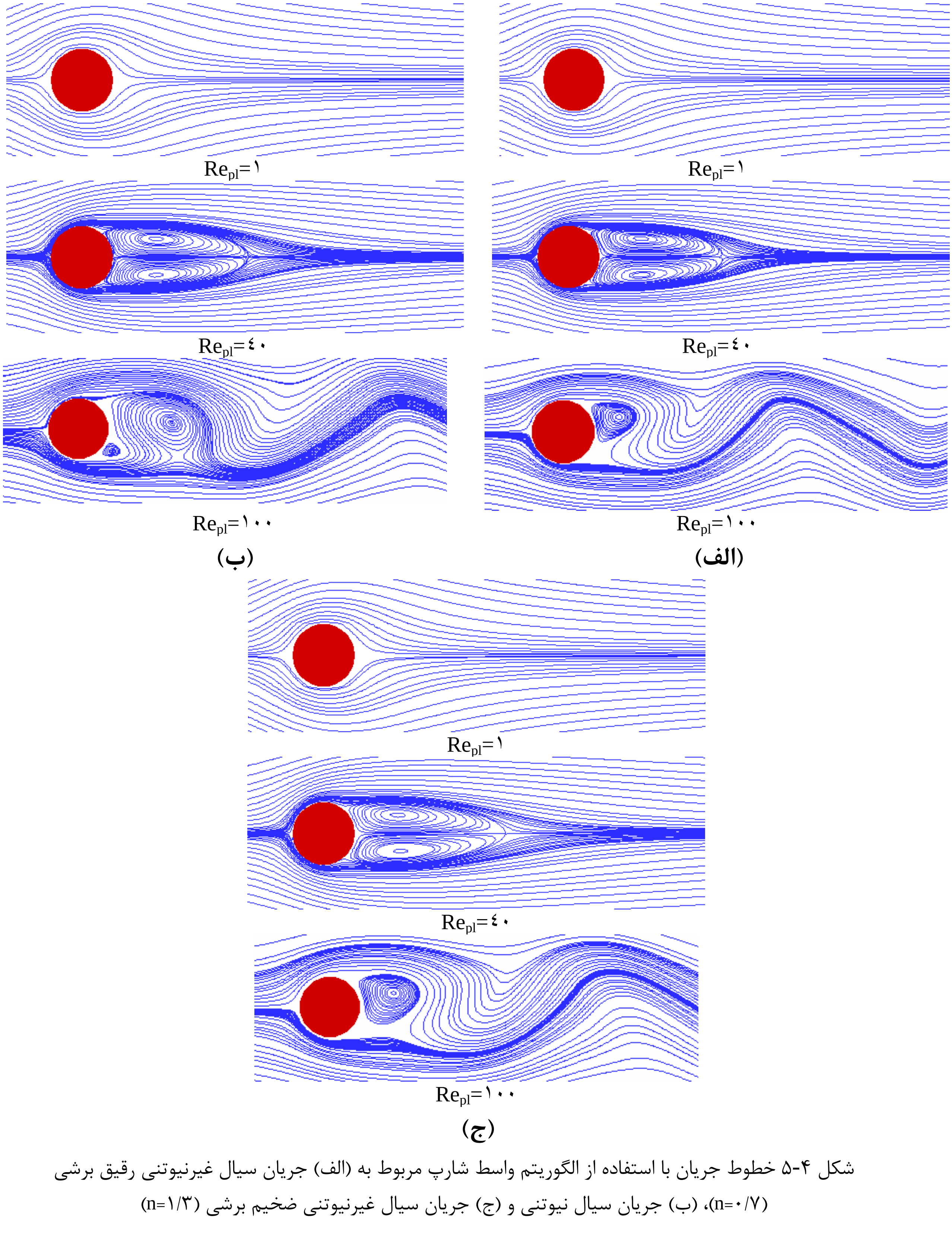
شکل ۴-۵ و شکل ۴-۶ به ترتیب خطوط جریان بدست آمده از الگوریتم‌های شارپ و دیفیوز مربوط به جریان سیال غیرنیوتنی رقیق برشی (n=۰/۷)، سیال نیوتنی (n=۱/۰) و سیال غیرنیوتنی ضخیم برشی (n=۱/۳) را نشان می‌دهد. این شکل‌ها برای اعداد رینولدز مختلف رسم گردیده است. شایان ذکر است، شکل ۴-۵ ج و شکل ۴-۶ ج در گام زمانی ۱۵۰۰۰۰ گزارش شده‌اند. همان‌گونه که از شکل ۴-۵ و شکل ۴-۶ برمی‌آید، جریان سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی تحت رینولدزهای مختلف، رژیم‌های متفاوت جریان شامل جریان پایا بدون هیچ‌گونه گردابه (شکل ۴-۵ الف و شکل ۴-۶ الف)، جریان سیال پایا همراه با دو گردابه متقارن در پشت سیلندر (شکل ۴-۵ ب و شکل ۴-۶ ب) و جریان سیال ناپایا همراه با گردابه‌های نامتقارن در پشت سیلندر (شکل ۴-۵ ج و شکل ۴-۶ ج) را تجربه می-کنند. طول گردابه‌های متقارن پشت استوانه در شکل ۴-۵ برای n=۰/۷، n=۱/۰ و n=۱/۳ به ترتیب ۱/۹۴۵، ۲/۳۳۶ و ۲/۸۷۴ است. این کانتورهای مختلف نشان‌دهنده حساسیت بالای رژیم‌های جریان سیال غیرنیوتنی نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی (علاوه بر عدد رینولدز) است.

جدول ۴-۶ تأثیر تعداد دفعات اعمال نیرو (NF) بر ضریب پسا و خطای مرزی در Re_{pl}=۱۰ و شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی مختلف برای الگوریتم‌های واسط دیفیوز دو نقطه‌ای و چهار نقطه‌ای

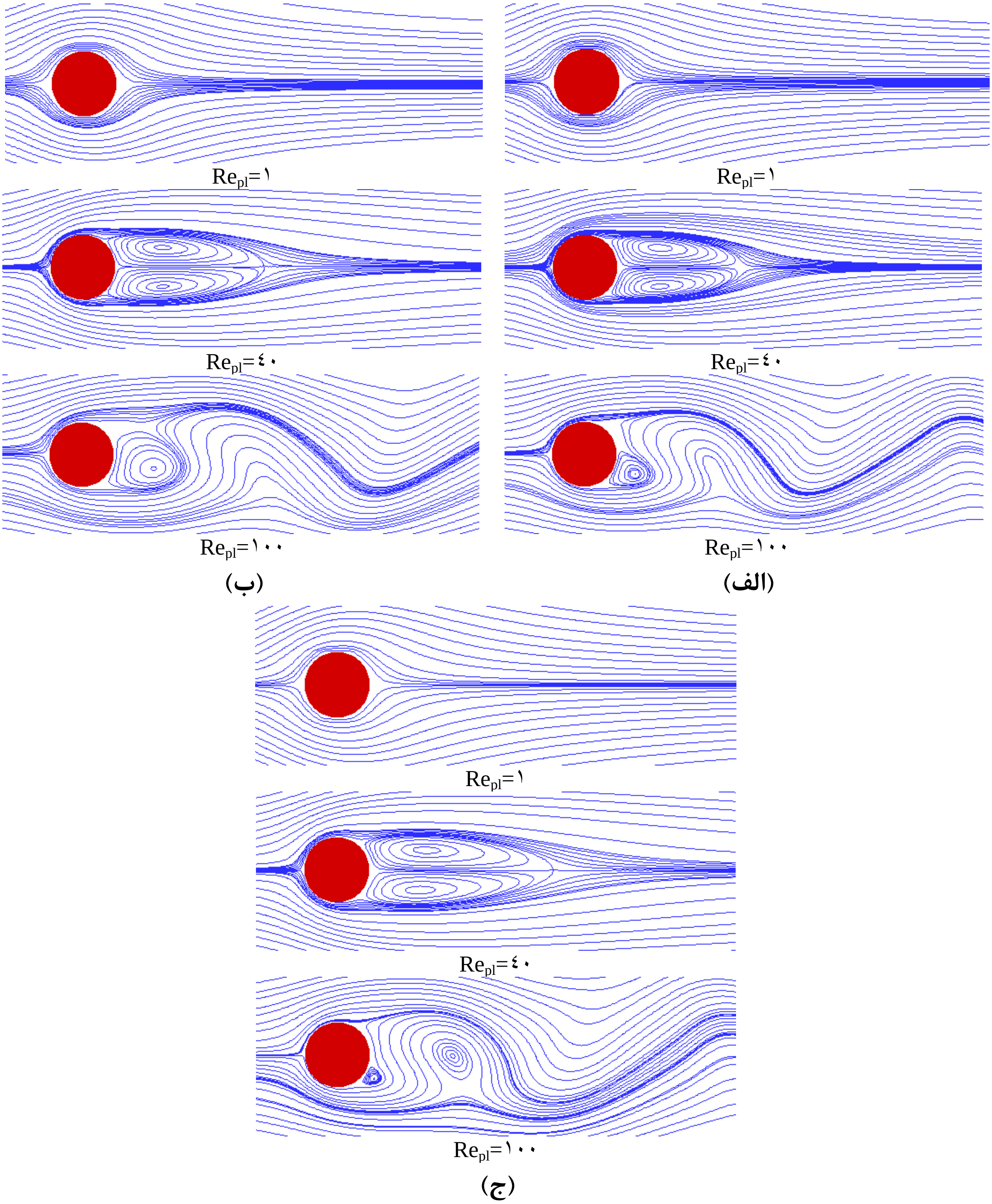
	تعداد دفعات اعمال نیرو		NF=۱	NF=۱۰	NF=۲۰
n=۰/۷	ضریب پسا	دیفیوز دو نقطه‌ای	۲/۹۳۶	۲/۹۴۰	۲/۹۴۲
		دیفیوز چهار نقطه‌ای	۲/۷۷۹	۲/۸۰۰	۲/۷۷۹
	خطای مرزی	دیفیوز دو نقطه‌ای	۲/۷۲۱e$^{-۳}$	۴/۷۴۳e$^{-۴}$	۳/۳۵۸e$^{-۴}$
		دیفیوز چهار نقطه‌ای	۵/۱۹۸e$^{-۳}$	۷/۷۲۰e$^{-۵}$	۷/۲۷۰e$^{-۵}$
n=۱/۰	ضریب پسا	دیفیوز دو نقطه‌ای	۲/۸۳۸	۲/۸۴۱	۲/۸۴۵
		دیفیوز چهار نقطه‌ای	۲/۸۵۴	۲/۸۵۷	۲/۸۵۸
	خطای مرزی	دیفیوز دو نقطه‌ای	۲/۵۶۲e$^{-۳}$	۳/۵۹۶e$^{-۴}$	۲/۸۵۴e$^{-۴}$
		دیفیوز چهار نقطه‌ای	۵/۳۴۹e$^{-۳}$	۵/۹۳۷e$^{-۵}$	۵/۵۰۱e$^{-۵}$
n=۱/۳	ضریب پسا	دیفیوز دو نقطه‌ای	۲/۹۸۴	۲/۹۶۳	۲/۸۷۱
		دیفیوز چهار نقطه‌ای	۳/۰۷۹	۳/۰۹۶	۳/۰۹۹
	خطای مرزی	دیفیوز دو نقطه‌ای	۳/۰۵۱e$^{-۳}$	۳/۵۸۳e$^{-۴}$	۲/۶۰۱e$^{-۴}$
		دیفیوز چهار نقطه‌ای	۵/۹۹۰e$^{-۳}$	۵/۸۱۶e$^{-۵}$	۴/۵۴۳e$^{-۵}$

از طرفی دیگر نتایج، توانایی حل حاضر در پیش‌گویی رژیم‌های مختلف جریان سیالات غیرنیوتنی رقیق برشی، نیوتنی و غیرنیوتنی ضخیم برشی را نشان می‌دهد.

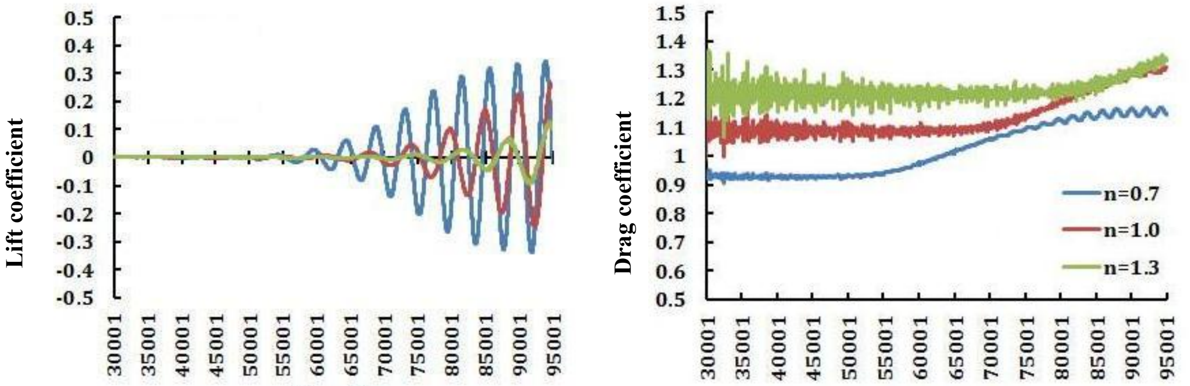
شکل ۴-۷ و شکل ۴-۸ تغییرات ضرایب پسا و برآ را به ترتیب بین گام‌های زمانی ۳۰۰۰۰ تا ۹۵۰۰۰ و ۱۱۰۰۰۰ تا ۱۴۰۰۰۰ نشان می‌دهند. این شکل‌ها برای سه نوع سیال غیرنیوتنی رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی در Re_{pl}=۱۰۰ و با استفاده از الگوریتم واسط شارپ رسم گردیده‌اند. همان‌گونه که از این شکل‌ها برمی‌آید در زمان‌های کم (۳۰۰۰۰ تا ۹۵۰۰۰) ضرایب پسا و برآ رفتاری غیرمتناوب دارند در حالی‌که بعد از گذشت زمان‌های کافی (این زمان بسته به نوع سیال و روش مورد استفاده متفاوت است) به حالت متناوب در می‌آیند. چنانکه در این شکل‌ها مشخص است با افزایش n، زمان تناوب نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۴-۵ خطوط جریان با استفاده از الگوریتم واسط شارپ مربوط به (الف) جریان سیال غیرنیوتنی رقیق برشی (n=۰/۷)، (ب) جریان سیال نیوتنی و (ج) جریان سیال غیرنیوتنی ضخیم برشی (n=۱/۳)

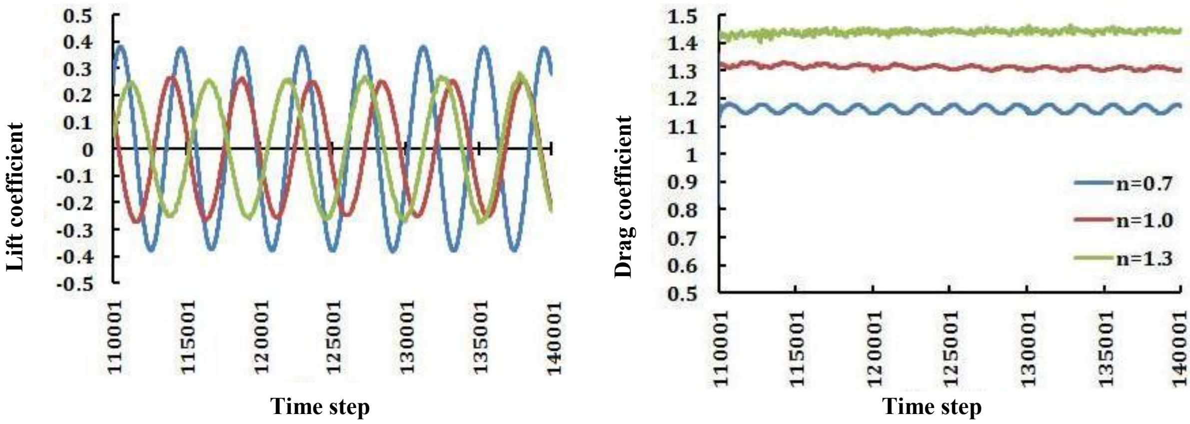


شکل ۴-۶ خطوط جریان با استفاده از الگوریتم واسط دیفیوز مربوط به (الف) جریان سیال غیرنیوتنی رقیق برشی (n=۰/۷)، (ب) جریان سیال نیوتنی و (ج) جریان سیال غیرنیوتنی ضخیم برشی (n=۱/۳)



(ب) (الف)

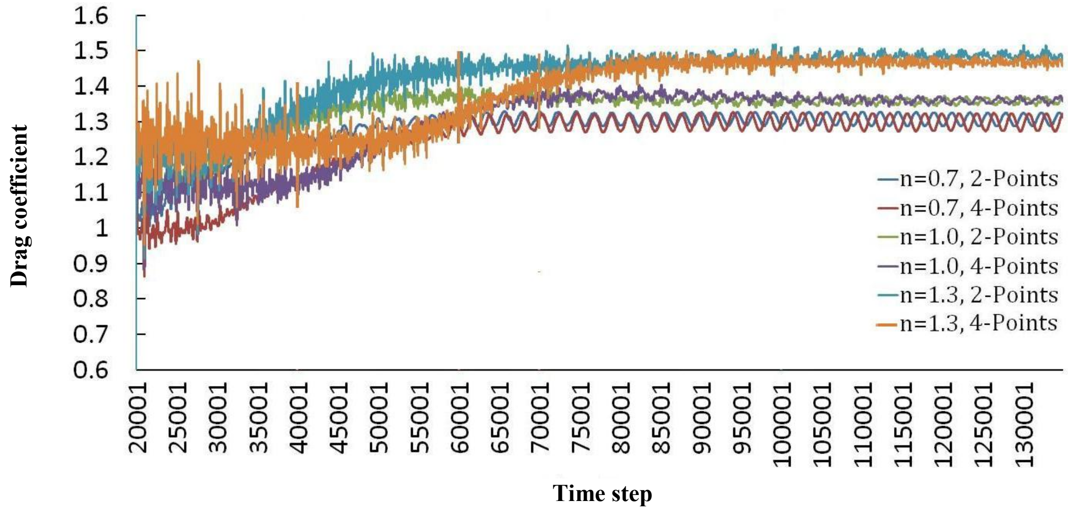
شکل ۴-۷ تغییرات غیرمتناوب (الف) ضریب پسا و (ب) ضریب برآ نسبت به گام زمانی برای سیالات نیوتنی، غیرنیوتنی رقیق برشی (n=۰/۷) و غیرنیوتنی ضخیم برشی (n=۱/۳). (روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن شارپ)



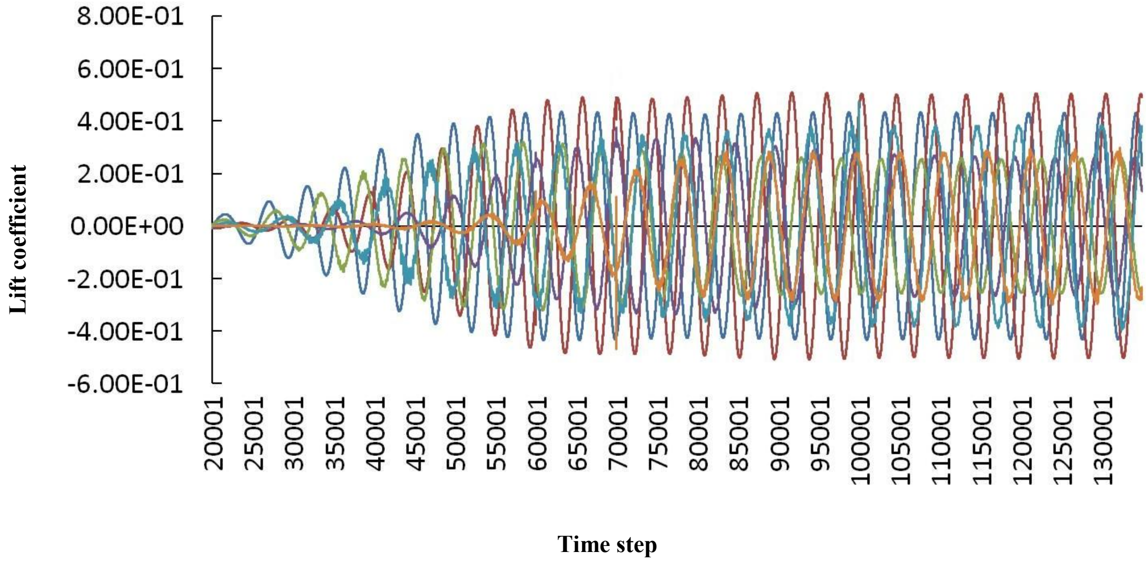
(ب) (الف)

شکل ۴-۸ تغییرات متناوب (الف) ضریب پسا و (ب) ضریب برآ نسبت به گام زمانی برای سیالات نیوتنی، غیرنیوتنی رقیق برشی (n=۰/۷) و غیرنیوتنی ضخیم برشی (n=۱/۳). (روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن شارپ)

همچنین شکل ۴-۹ الف و ب به ترتیب تغییرات ضریب پسا و ضریب برآ را نسبت به گام زمانی برای سیالات نیوتنی، غیرنیوتنی رقیق برشی (n=۰/۷) و ضخیم برشی (n=۱/۳) با استفاده از الگوریتم واسط دیفیوز دو نقطه‌ای و چهار نقطه‌ای در Re_{pl}=۱۰۰ نشان می‌دهند. با توجه به این شکل‌ها، روندی کاملاً مشابه با پیش‌بینی‌های انجام شده توسط الگوریتم واسط شارپ (شکل ۴-۷ و شکل ۴-۸) برای الگوریتم واسط دیفیوز نیز دیده می‌شود.



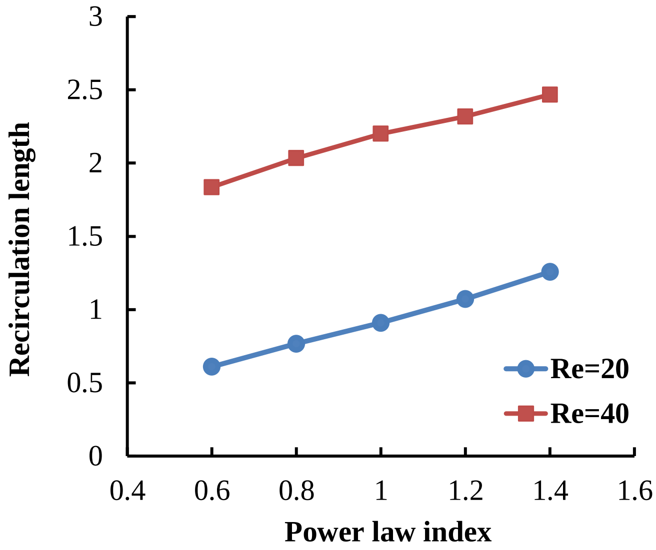
(الف)



(ب)

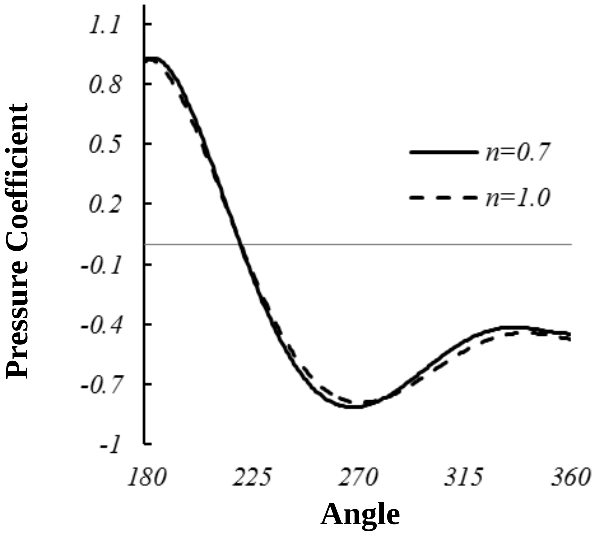
شکل ۴-۹ تغییرات (الف) ضریب پسا و (ب) ضریب برآ نسبت به گام زمانی برای سیالات نیوتنی، غیرنیوتنی رقیق برشی (n=۰/۷) و غیرنیوتنی ضخیم برشی (n=۱/۳). (روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن دیفیوز)

شکل ۴-۱۰ تغییرات طول گردابه برحسب عدد رینولدز را در حالت جریان پایا و برای دو عدد رینولدز ۲۰ و ۴۰ نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۴-۱۰ نشان داده شده است، طول گردابه با افزایش عدد رینولدز برای تمامی سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی افزایش خواهد یافت.



شکل ۴-۱۰ تغییرات طول گردابه برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی در اعداد رینولدز مختلف

همچنین با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی در مدل توانی و حرکت از سمت خواص غیرنیوتنی رقیق برشی به سمت خواص نیوتنی و سپس ضخیم برشی، طول گردابه افزایش خواهد یافت. لازم به توضیح است که بیشترین مقدار تغییر شکل در نزدیکی سطح جامد اتفاق می‌افتد؛ بنابراین ویسکوزیته برای سیالات رقیق برشی در این ناحیه کمترین مقدار را دارد و یک لایه از سیال با ویسکوزیته کم اطراف سیلندر جامد را احاطه می‌کند. با فاصله گرفتن از سطح سیلندر، نرخ تغییر شکل به سرعت کاهش می‌یابد تا به ویسکوزیته بالاتر جریان سیال آزاد برسد. این سیال با ویسکوزیته بالا مانند یک دیواره خارجی عمل کرده و جدایش جریان در سیال رقیق برشی را به تأخیر می‌اندازد؛ اما در مورد سیالات ضخیم برشی، نرخ برش زیاد در نزدیکی سیلندر منجر به ویسکوزیته بالاتر سیال در این ناحیه خواهد شد. در واقع یک جریان سیال ویسکوز با سرعت کم حول استوانه تشکیل می‌شود که با فاصله گرفتن از مرز جامد، ویسکوزیته آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین می‌توان چنین فرض کرد که در مورد جریان سیالات ضخیم برشی، قطر مؤثر سیلندر افزایش یافته است که باعث جدایش سریع‌تر جریان خواهد شد. بررسی تغییرات ضریب فشار (C_p) در سطح سیلندر، اطلاعات مفیدی برای فهم بهتر پدیده‌های مرتبط با جریان سیال ارائه می‌دهد. شکل ۴-۱۱ تغییرات ضریب فشار را در مرز استوانه نشان می‌دهد.



شکل ۴-۱۱ توزیع ضریب فشار روی سطح سیلندر برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی رقیق برشی

از آنجائی که جریان نسبت به صفحه میانی متقارن است، شکل ۴-۱۱ برای نیمی از سیلندر رسم گردیده است. این شکل برای سیال نیوتنی (*n*=۱/۰) و سیال غیرنیوتنی رقیق برشی (*n*=۰/۷) رسم شده است. محور افقی این نمودار زاویه جهت‌گیری نقاط مورد نظر روی مرز استوانه را نشان می‌دهد. چنانکه در شکل ۴-۱۱ مشخص است، نتایج به دست آمده برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی مدل توانی از روندی مشابه (با مقادیر تقریباً نزدیک به یکدیگر) پیروی می‌کنند. تغییرات ضریب پسا نسبت به Re_{pl} (در شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی مختلف) و نسبت به n (در اعداد رینولدز تعمیم‌یافته مختلف) با استفاده از الگوریتم‌های واسط شارپ و دیفیوز به ترتیب در شکل ۴-۱۲ و شکل ۴-۱۳ نشان داده شده است (البته در حالت ناپایا، ضریب پسای متوسط محاسبه شده است). همان‌گونه که در شکل ۴-۱۲ الف (و یا شکل ۴-۱۳ الف) نشان داده شده است، تغییرات ضریب پسا نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی در اعداد رینولدز بالا و پایین متفاوت است. در اعداد رینولدز پایین ($Re_{pl} < \sim 10$)، پسا اصطکاکی پوسته‌ای مؤثر است؛ این بخش از ضریب پسا مربوط به تنش‌های برشی است که در سطح جسم غوطه‌ور و در تماس با سیال مجاور ایجاد می‌شود. در اعداد رینولدز پایین، تنش برشی روی جسم غوطه‌ور با افزایش n کاهش خواهد یافت که منجر به کاهش مقادیر ضریب پسا

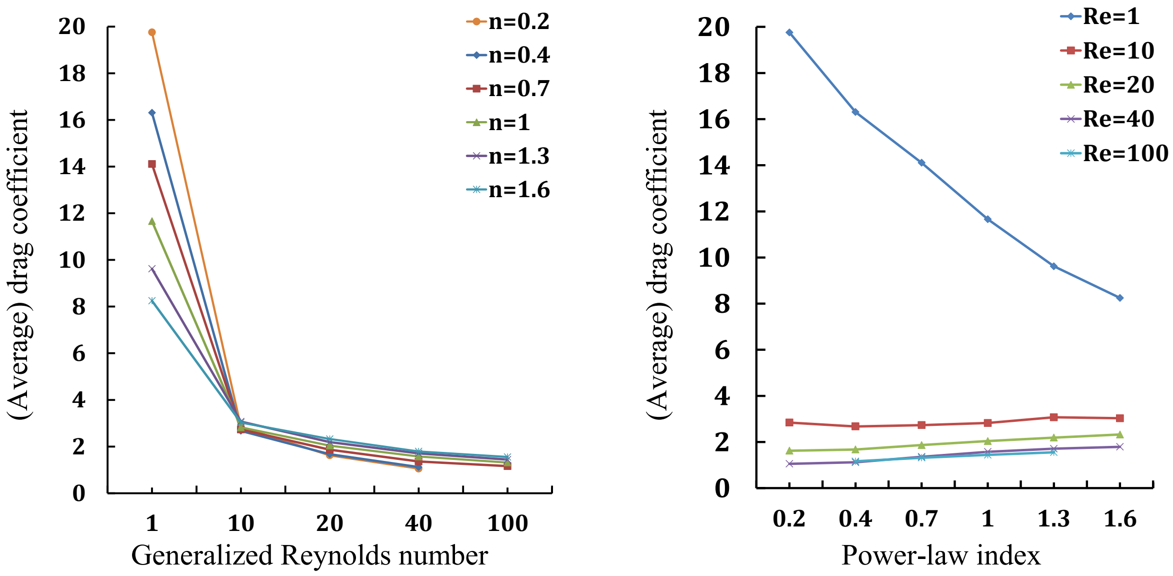
خواهد گردید. در اعداد رینولدز بالا علاوه بر پسای اصطکاکی، پسای فشاری که به دلیل ایجاد جدایش جریان در پشت استوانه ایجاد می‌شود نیز حائز اهمیت است. در اعداد رینولدز بالا (Re_{pl} > ~10) گردابه به وجود آمده در پشت استوانه با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی، افزایش خواهد یافت که باعث افزایش مقادیر ضریب پسا می‌شود. مطابق شکل ۴-۱۲ ب و شکل ۴-۱۳ ب، ضریب پسا در حالت کلی با افزایش عدد رینولدز (در تمامی شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی) کاهش می‌یابد. البته شیب تغییرات ضریب پسا در مقادیر بالای عدد رینولدز کمتر است. شایان ذکر است که تقریباً در اعداد رینولدز بیشتر از ۴۷ گردابه‌های متقارن تشکیل شده در پشت سیلندر از بین رفته و گردابه‌های غیر پایا و متناوب تشکیل خواهند شد (گردابه‌های فون-کارمن[4]). این رژیم جریان تا رینولدزهای نزدیک به ۱۸۸/۵ ادامه خواهد یافت. اگرچه که این پدیده باعث افزایش قابل توجه در ضریب پسای فشاری می‌شود اما ضریب پسای کلی کاهش خواهد یافت.

جدول ۴-۷ تغییرات عدد استروهال را برحسب اعداد رینولدز مختلف نشان می‌دهد. این جدول برای سیالات نیوتنی، غیرنیوتنی رقیق برشی و غیرنیوتنی ضخیم برشی در حالت ناپایا (Re_{pl}=۶۰ و Re_{pl}=۸۰) و در Pr_{pl}=۱/۰ ارائه گردیده است. با افزایش عدد رینولدز (در حالت ناپایا) و همچنین حرکت از سمت خواص ضخیم برشی به طرف خواص نیوتنی و سپس رقیق برشی (کاهش شاخص غیرنیوتنی)، عدد استروهال افزایش خواهد یافت (جدول ۴-۷). همان‌گونه که در جدول ۴-۷ گزارش شده است، روند تغییرات در مورد سیالات ضخیم برشی سریع‌تر است.

جدول ۴-۷ مقادیر عدد استروهال (برای جریان‌های ناپایا) به ازاء اعداد رینولدز مختلف برای سیالات نیوتنی، غیرنیوتنی رقیق برشی و ضخیم برشی

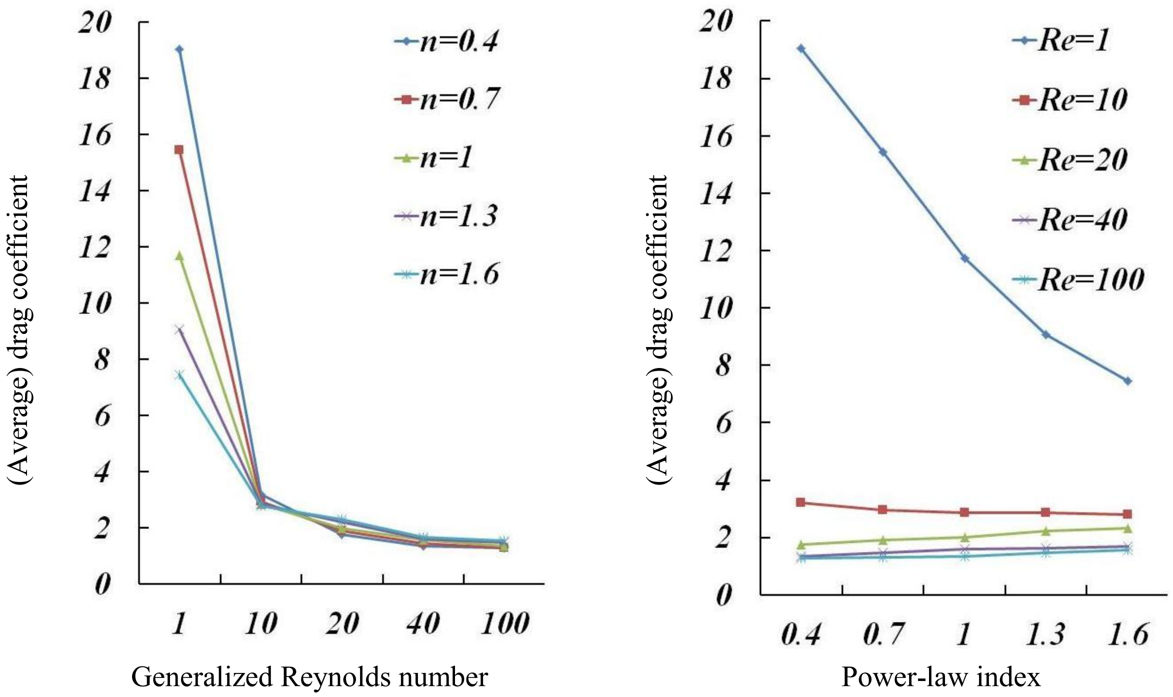
	n=۰/۷	**n**=۰/۸۵	**n**=۱/۰	**n**=۱/۲	**n**=۱/۴
$\mathbf{Re_{pl}}$=۶۰	۰/۱۳۷	۰/۱۳۸	۰/۱۳۹	۰/۱۱۷	۰/۱۰۷
$\mathbf{Re_{pl}}$=۸۰	۰/۱۷۹	۰/۱۶۱	۰/۱۵۲	۰/۱۴۱	۰/۱۳۲

[4] Von karman vortices



(الف) (ب)

شکل ۴-۱۲ تغییرات ضریب پسای متوسط نسبت به (الف) عدد رینولدز در شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی توانی مختلف و (ب) شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی در اعداد رینولدز مختلف (الگوریتم واسط شارپ)



(الف) (ب)

شکل ۴-۱۳ تغییرات ضریب پسای متوسط نسبت به (الف) عدد رینولدز در شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی توانی مختلف و (ب) شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی در اعداد رینولدز مختلف (الگوریتم واسط دیفیوز)

۴-۴- شبیه‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی غیر هم‌دما از روی سیلندر دایره‌ای ثابت

در این قسمت نتایج حاصل از روش IB-TLBM حاضر، برای شبیه‌سازی جریان سیال نامحدود از روی یک سیلندر داغ با مقطع دایره‌ای گزارش شده است. همانند مطالعه انجام شده توسط وو و شو [۱۷۸] دامنه محاسباتی به‌صورت ۶۰D×۴۰D برای حالت پایا و ۵۰D×۴۰D برای حالت ناپایا فرض گردیده است. سیلندر دایره‌ای در مختصات (۴۰D و ۴۰D) قرار گرفته است. شرایط مرزی هیدرودینامیکی مساله مشابه شکل ۴-۱ است. علاوه براین شرایط مرزی حرارتی به صورت دما ثابت فرض شده است. برای این منظور دمای بی بعد (T) به صورت $T=(\tilde{T}-\tilde{T}_w)/(\tilde{T}_s-\tilde{T}_w)$ تعریف شده است که $\tilde{T}_w$ و $\tilde{T}_s$ به ترتیب دمای دیواره‌ها و دمای سطح سیلندر می‌باشند. (علامت ~ برای نشان دادن کمیت‌های بعد دار استفاده شده است.) با توجه به این تعریف، دمای بی بعد روی مرز سیلندر برابر با یک و روی دیواره‌ها برابر با صفر خواهد شد.

۴-۴-۱- صحت سنجی

به منظور صحت سنجی معادلات اعمال شده برای شبیه‌سازی حرارتی حل حاضر، مقادیر مربوط به عدد ناسلت متوسط در حالت پایا و ناپایا برای جریان سیال نیوتنی حرارتی نامحدود از روی یک سیلندر داغ در جدول ۴-۸ مورد مقایسه قرار گرفته است. در کار حاضر از رابطه جدید (۴-۱۰) برای محاسبه عدد ناسلت استفاده شده است. مقایسه مقادیر جدول ۴-۸ نشان می‌دهد که شبیه‌سازی IB-TLBM حاضر نتایج قابل قبولی در مقایسه با روش‌های پیشین ذکر شده در این جدول برای هر دو حالت پایا و ناپایا ارائه می‌دهد.

جدول ۴-۸ مقایسه عدد ناسلت متوسط در جریان سیال نیوتنی پایا و ناپایا حرارتی با مطالعات پیشین

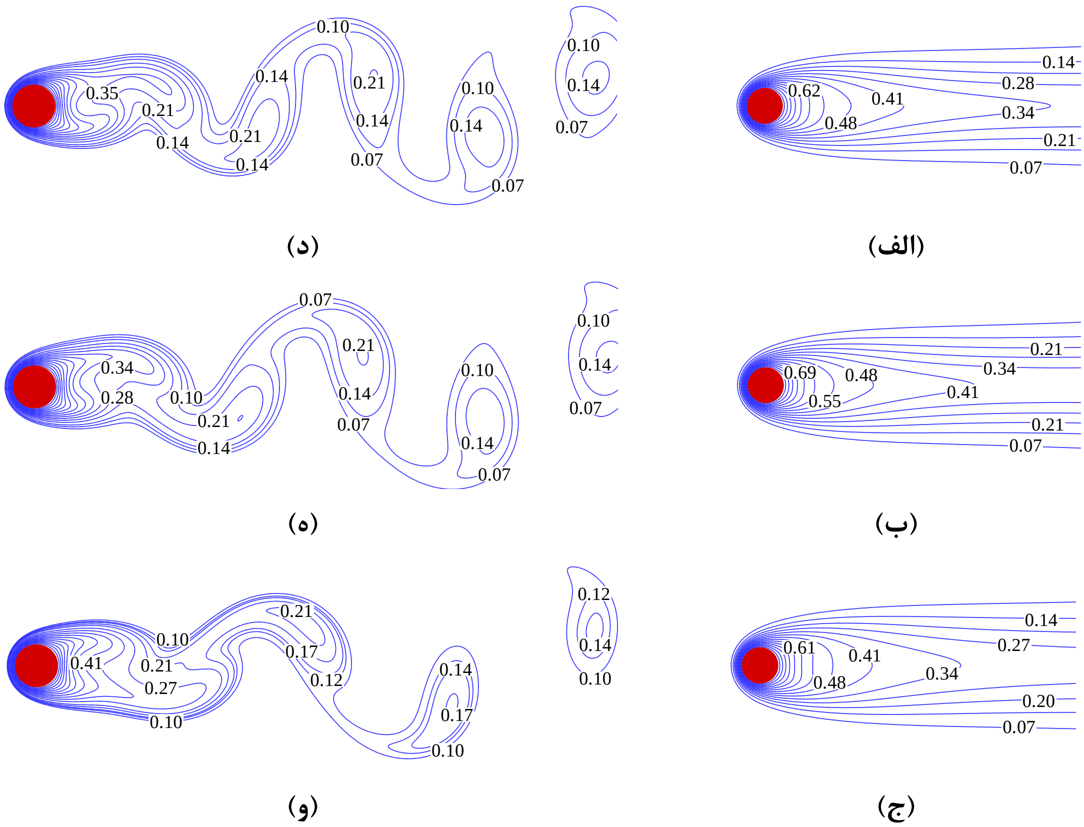
نویسندگان	سال	خصوصیات روش	Re_{pl}=۴۰ Pr_{pl}=۱/۰	Re_{pl}=۸۰ Pr_{pl}=۰/۷
سورس و همکاران [۲۲۰]	۲۰۰۵	Finite-difference method, NSE	۳/۵۶۹	---
بهارتی و همکاران [۲۲۱]	۲۰۰۷	Finite-volume method, NSE	۳/۷۰۳	---
بهارتی و همکاران [۲۱۳]	۲۰۰۸	FLUENT,NSE	۳/۶۵۳	---
پاتنانا و همکاران [۲۲۲]	۲۰۱۰	FLUENT,NSE	۳/۶۷۵	---
وو و همکاران [۱۷۰]	۲۰۱۲	Implicit diffuse direct-forcing, TLBE	---	۴/۶۱۱
کار حاضر	۲۰۱۴	Exterior sharp direct-forcing, LBE	۳/۶۸۵	۴/۵۹۷
کار حاضر	۲۰۱۴	Impilicit 2-p diffuse direct-forcing, TLBE	۳/۷۱۱	---
کار حاضر	۲۰۱۴	Impilicit 4-p diffuse direct-forcing, TLBE	۳/۷۰۹	---

۴-۴-۲- بررسی پارامترهای حرارتی

اندازه شبکه اویلری به کار گرفته شده برای شبیه‌سازی سیال غیرنیوتنی و تعداد نقاط لاگرانژی روی مرز سیلندر می‌تواند تأثیر بسزایی در دقت حل عددی داشته باشد. مقادیر بهینه مربوط به این پارامترها بایستی به اندازه کافی زیاد باشند تا بتوانند با دقت قابل قبولی پدیده‌های هیدرودینامیکی و حرارتی مربوط به مسئله را محاسبه نمایند؛ اما از طرف دیگر مقادیر بسیار زیاد و غیرضروری این پارامترها، هزینه‌های محاسباتی بالایی به همراه خواهد داشت. در جدول ۴-۹، وابستگی نتایج حل نسبت به اندازه شبکه (اویلری و لاگرانژی) در دو حالت پایا (Re_{pl}=۴۰) و ناپایا (Re_{pl}=۸۰) مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌گونه که در جدول ۴-۹ مشخص است با تغییر اندازه شبکه از M3 به M4 تغییر ناچیزی (کمتر ۱٪) در نتایج حل حاصل خواهد شد؛ بنابراین اندازه شبکه M3 به‌عنوان مبنای محاسبات قرار گرفته است. شایان ذکر است که نقاط لاگرانژی روی مرز غوطه‌ور به‌صورت یکنواخت و با فاصله $\Delta s_b=h/1.5$ توزیع شده‌اند.

جدول ۴-۹ تأثیر اندازه شبکه بر ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط در حالت‌های جریان پایا (Re_{pl}=۴۰) و ناپایا (Re_{pl}=۸۰) در Pr_{pl}=۰/۷۱ برای سیال نیوتنی

عدد رینولدز		اندازه شبکه اویلری	تعداد نقاط لاگرانژی	$\bar{C}_D$	Nu_{ave}
Re=۴۰	M1	۶۰۰×۴۰۰	۴۷	۱/۴۶۷	۳/۲۲۰
	M2	۱۲۰۰×۸۰۰	۹۴	۱/۵۲۰	۳/۲۷۶
	M3	۱۸۰۰×۱۲۰۰	۱۴۱	۱/۵۳۵	۳/۲۷۰
	M4	۲۴۰۰×۱۶۰۰	۱۸۸	۱/۵۴۶	۳/۲۷۷
Re=۸۰	M1	۶۰۰×۴۰۰	۹۴	۱/۲۹۰	۱/۲۱۵
	M2	۱۲۰۰×۸۰۰	۱۴۱	۱/۳۵۸	۴/۵۶۵
	M3	۱۸۰۰×۱۲۰۰	۱۸۸	۱/۳۸۲	۴/۵۶۴
	M4	۲۴۰۰×۱۶۰۰	۲۳۵	۱/۳۹۶	۴/۵۹۷



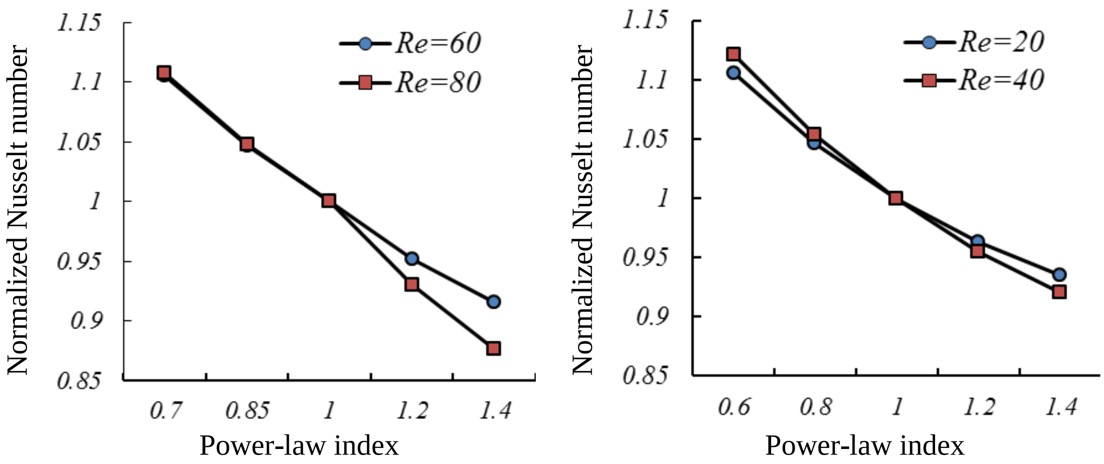
شکل ۴-۱۴ خطوط هم‌دما برای (الف) n=۰/۷، Re_{pl}=۴۰، (ب) n=۱/۰، Re_{pl}=۴۰، (ج) n=۱/۳، Re_{pl}=۴۰، (د) n=۰/۷، Re_{pl}=۸۰، (ه) n=۱/۰، Re_{pl}=۸۰ و (و) n=۱/۳، Re_{pl}=۸۰.

رسم کانتورهای هم‌دما مرسوم‌ترین روش برای مشاهده پیکربندی میدان حرارت در حالت‌های مختلف است. شکل ۴-۱۴ کانتورهای هم‌دما مربوط به سیال غیرنیوتنی رقیق برشی، سیال نیوتنی و سیال غیرنیوتنی ضخیم برشی را به ازاء اعداد رینولدز و شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی توانی مختلف نشان می‌دهد. همان‌گونه که از این شکل‌ها برمی‌آید، دو عامل رفتار غیرنیوتنی (شاخص توانی) و رژیم جریان (عدد رینولدز) تأثیر بسزایی در شکل‌گیری خطوط هم‌دما ایفا می‌نمایند.

جدول ۴-۱۰ تغییرات عدد ناسلت متوسط را به ازاء اعداد رینولدز مختلف نشان می‌دهد. این جدول برای سیالات نیوتنی، غیرنیوتنی رقیق برشی و غیرنیوتنی ضخیم برشی در دو حالت‌پایا (Re_{pl}=۲۰ و Re_{pl}=۴۰) و ناپایا (Re_{pl}=۶۰ و Re_{pl}=۸۰) در Pr_{pl}=۱/۰ ارائه گردیده است. همان‌گونه که در جدول ۴-۱۰ گزارش شده است، با افزایش عدد رینولدز مقادیر عدد ناسلت متوسط برای تمامی شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی در مدل توانی افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر با افزایش عدد رینولدز، میزان انتقال حرارت از سطح سیلندر برای انواع سیالات غیرنیوتنی افزایش می‌یابد. برای مقادیر ثابت عدد رینولدز با تغییر خواص سیال از نیوتنی به سمت سیال رقیق برشی با افزایش عدد ناسلت مواجه هستیم در حالی‌که با تغییر خواص از نیوتنی به ضخیم برشی عکس این روند را شاهد خواهیم بود؛ بنابراین سیالات رقیق برشی به جهت ویسکوزیته پایین‌تر باعث افزایش انتقال حرارت از سیلندر می-شوند و همان‌گونه که انتظار می‌رود افزایش خواص ضخیم برشی باعث کاهش انتقال حرارت خواهد شد.

جدول ۴-۱۰ مقادیر ناسلت متوسط به ازاء اعداد رینولدز مختلف برای سیالات نیوتنی، غیرنیوتنی رقیق برشی و غیرنیوتنی ضخیم برشی

نوع جریان	عدد رینولدز	n=۰/۶	n=۰/۸	n=۱/۰	n=۱/۲	n=۱/۴
پایا	Re_{pl}=۲۰	۳/۰۶۳	۲/۹۱۷	۲/۷۷۱	۲/۶۸۱	۲/۵۹۲
	Re_{pl}=۴۰	۴/۱۳۴	۳/۸۸۵	۳/۶۸۵	۳/۵۴۰	۳/۳۹۴
ناپایا	Re_{pl}=۶۰	۴/۸۶۴	۴/۶۳۴	۴/۴۰۳	۴/۲۱۷	۴/۰۳۲
	Re_{pl}=۸۰	۵/۷۳۱	۵/۴۵۴	۵/۱۸۰	۴/۸۵۶	۴/۵۳۵



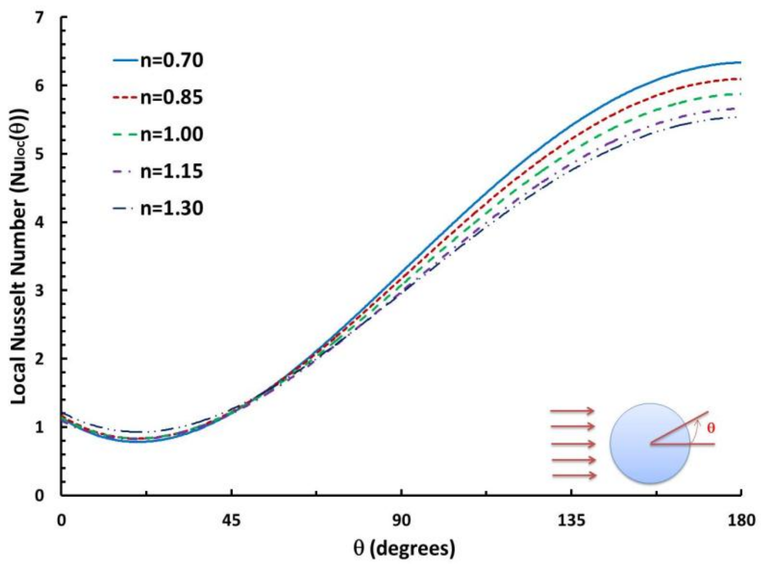
(الف) (ب)

شکل ۴-۱۵ تغییرات عدد ناسلت نرمالیزه نسبت به ضرایب مدل توانی (الف) در حالت پایا و (ب) در حالت ناپایا

در کار حاضر به منظور بررسی دقیق‌تر اثر تغییر شاخص رفتار غیرنیوتنی مدل توانی روی میزان انتقال حرارت از سطح مرز غوطه‌ور، عدد ناسلت نرمالیزه به‌صورت نسبت عدد ناسلت متوسط به عدد ناسلت متوسط در سیال نیوتنی (در عدد رینولدز مشابه) در نظر گرفته شده است. شکل ۴-۱۵ تغییرات عدد ناسلت نرمالیزه نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی را در دو حالت پایا و ناپایا و در Pr_{pl}=۱ نشان می‌دهد. مقادیر عدد ناسلت نرمالیزه در سیالات رقیق برشی بیشتر از یک و در سیالات ضخیم برشی کمتر از یک خواهد بود. همان‌طور که در شکل ۴-۱۵ مشخص است، برای Re_{pl}=۲۰، در محدوده ۰/۶< n<۱/۴ میزان افزایش و کاهش انتقال حرارت به ترتیب ٪۱۰/۵ و ٪۶/۵ است. میزان این تغییرات برای Re_{pl}=۴۰ نیز به ترتیب ٪۱۲/۲ و ٪۷/۹ است. از طرفی دیگر برای جریان ناپایا با Re_{pl}=۶۰ و در محدوده ۰/۷۵< n<۱/۴ میزان افزایش و کاهش انتقال حرارت به ترتیب ٪۱۰/۵ و ٪۸/۴ است. میزان این تغییرات برای Re_{pl}=۸۰ نیز به ترتیب ٪۱۰/۷ و ٪۱۲/۴ است.

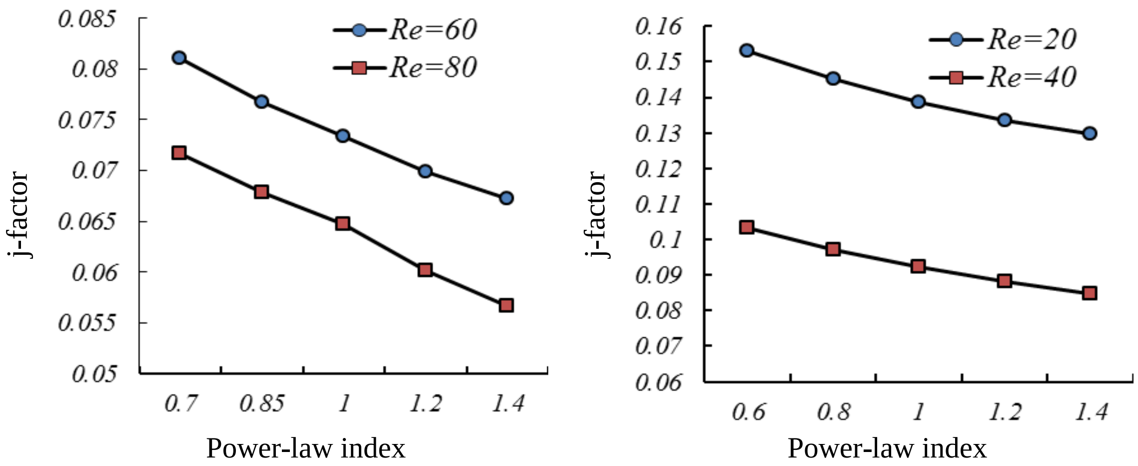
علاوه بر این شکل ۴-۱۶ تغییرات عدد ناسلت محلی در سطح سیلندر را برای انواع سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی در Re_{pl}=۴۰ نشان می‌دهد. همانگونه که در شکل ۴-۱۶ نشان داده شده است برای تمامی سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی ماکزیمم مقدار عدد ناسلت محلی در نقطه سکون جریان در جلو سیلندر ($\theta=\pi$) رخ می‌دهد. در واقع در این نقطه بیشترین اختلاف دما بین سیلندر و

سیال مجاور وجود دارد که باعث افزایش عدد ناسلت محلی خواهد شد. با عبور سیال از روی سیلندر، دمای سیال مجاور مرز جامد افزایش یافته و در نتیجه انتقال حرارت جابجایی و عدد ناسلت محلی کاهش خواهد یافت. این کاهش عدد ناسلت محلی تا نقطه‌ای که پدیده جدایش جریان رخ می‌دهد، ادامه خواهد یافت. در ادامه با کاهش بیشتر زاویه θ و نزدیک شدن به نقطه θ=۰ در پشت سیلندر، عدد ناسلت محلی اندکی افزایش خواهد یافت که این افزایش کم به دلیل اثرات وجود گردابه‌ها در پشت سیلندر است. همانگونه که در شکل ۴-۱۶ نیز نشان داده شده است، این روند تغییرات عدد ناسلت محلی از $\theta=\pi$ تا θ=۰ برای تمامی سیالات رقیق برشی، ضخیم برشی و نیوتنی صادق است. همچنین با افزایش خواص رقیق برشی در نقاط واقع در جلو سیلندر (که هنوز جدایش جریان رخ نداده است) عدد ناسلت محلی با افزایش خواص رقیق برشی افزایش و بالعکس با افزایش خواص ضخیم برشی کاهش خواهد یافت. در واقع در این نقاط با کاهش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی (افزایش خواص رقیق برشی) ویسکوزیته سیال کاهش یافته و انتقال حرارت جابجایی افزایش می‌یابد. اما در نقاطی که در ناحیه پشت استوانه بوده و در معرض گردابه‌های جریان قرار دارند، عدد ناسلت محلی با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی تغییرات اندکی را تجربه خواهد کرد، چرا که میزان انتقال حرارت جابجایی در این نقاط بسیار کمتر است.



شکل ۴-۱۶ تغییرات عدد ناسلت محلی روی سطح سیلندر برای شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی مختلف و $Re_{pl}=40$.

همچنین تغییرات پارامتر بی‌بعد کولبرن فاکتور (معادله (۴-۱۱)) نسبت به عدد رینولدز و شاخص رفتار غیرنیوتنی در مدل توانی در شکل ۴-۱۷ نشان داده شده است. این شکل در دو حالت پایا و ناپایا ترسیم گردیده است. همان‌طور که در این شکل‌ها مشاهده می‌کنید با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی در مدل توانی، کولبرن فاکتور کاهش خواهد یافت. این کاهش برای هر دو حالت پایا و ناپایا تقریباً به‌صورت خطی رخ می‌دهد.



(ب) (الف)

شکل ۴-۱۷ تغییرات پارامتر بی‌بعد کولبرن فاکتور (j) نسبت به ضرایب مدل توانی (الف) در حالت پایا و (ب) در حالت ناپایا

۴-۵- بررسی جریان و انتقال حرارت از روی سیلندر با سطح مقطع‌های مختلف

۴-۵-۱- صحت سنجی

به منظور بررسی درستی حل ارائه شده، نتایج به دست آمده از روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن حرارتی حاضر برای جریان سیال نیوتنی نامحدود ($n=1$) از روی یک استوانه با سطح مقطع‌های

مثلثی و مربعی با نتایج حاصل از تحقیقات مشابه مورد مقایسه قرار گرفته است. طول مشخصه مورد استفاده در تعریف عدد رینولدز تعمیم‌یافته و یا ضریب پسا، برابر با طول ضلع مربوط به سطح مقطع مربعی و یا مثلثی (متساوی الاضلاع) فرض شده است. مقادیر ضریب پسا و عدد ناسلت به دست آمده از کار حاضر با نتایج حاصل از کارهای مشابه قبلی به ترتیب در جدول ۴-۱۱ و جدول ۴-۱۲ مقایسه شده است. نتایج با کارهای قبلی انجام شده برای هر دو سطح مقطع بحث شده مطابقت خوبی را نشان می‌دهد. الگوریتم واسط بکار برده شده از نوع دیفیوز چهار نقطه‌ای است. هندسه مسئله نیز شامل یک شبکه کارتزین $۶۰D\times۴۰D$ است که مرکز هندسی مانع مورد نظر در $(۲۰D,۲۰D)$ قرار دارد. همچنین شرایط مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی مشابه شکل ۴-۱ و بخش ۴-۴ است.

جدول ۴-۱۱ مقایسه مقادیر ضریب پسا به دست آمده از این تحقیق با مقادیر حاصل از کارهای مشابه قبلی برای سیال نیوتنی در عدد رینولدز ۴۰

	نویسنده	روش مورد استفاده	سال انتشار	ضریب پسا
سطح مقطع مربعی	دیهمان و همکاران [۲۲۳]	Finite Volume method	۲۰۰۶	۱/۷۶۷
	کاترجی و کاترجی [۲۲۴]	Finite Volume method (FLUENT)	۲۰۱۳	۱/۸۰۸
	کار حاضر	Direct forcing IB-TLBM	۲۰۱۴	۱/۷۶۲
سطح مقطع مثلثی	دی و دلال [۲۲۵]	Finite Volume method	۲۰۰۶	۱/۵۲۱
	کار حاضر	Direct forcing IB-TLBM	۲۰۱۴	۱/۵۸۴

جدول ۴-۱۲ مقایسه مقادیر عدد ناسلت به دست آمده از این تحقیق با مقادیر حاصل از کارهای مشابه قبلی برای سیال نیوتنی در عدد پرانتل ۰/۷۱

	نویسنده	روش مورد استفاده	سال انتشار	عدد ناسلت
سطح مقطع مربعی (Re=۴۰)	کاترجی و کاترجی [۲۲۴]	Finite Volume method (FLUENT)	۲۰۱۳	۲/۷۲۸
	کار حاضر	Direct forcing IB-TLBM	۲۰۱۴	۲/۷۱۶
سطح مقطع مثلثی (Re=۸۰)	دلال و همکاران [۲۲۶]	Finite Volume method	۲۰۰۸	۴/۹۵۴
	دیهمان و شیام [۲۲۷]	Finite Volume method	۲۰۱۱	۴/۸۷۱
	کار حاضر	Direct forcing IB-TLBM	۲۰۱۴	۴/۹۸۰

۴-۵-۲- مقایسه پارامترهای هیدرودینامیکی

جدول ۴-۱۳ تغییرات ضریب پسا (متوسط) و خطای مرزی هیدرودینامیکی را برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی و شکل سطح مقطع سیلندر در نشان می‌دهد. همان‌گونه که در این جدول گزارش شده است، با افزایش n، مقدار ضریب پسا (متوسط) برای هردو سیلندر مربعی و مثلثی افزایش خواهد یافت. همچنین مقادیر گزارش شده برای مانع مربعی بیشتر از مقادیر متناظر در مانع مثلثی است؛ اما در مورد مقدار خطای مرزی هیدرودینامیکی یک روند برعکس مشاهده می‌شود. در واقع H.B.E در سیالات غیرنیوتنی ضخیم برشی کمترین مقدار خود را دارد که این امر به دلیل سرعت کمتر جریان در این‌گونه سیالات است.

شکل ۴-۱۸ تغییرات زمانی مربوط به ضریب برآ برای جریان سیال غیرنیوتنی توانی از روی سیلندر ثابت با سطح مقطع‌های دایره‌ای، مربعی و مثلثی را در عدد رینولدز ۸۰ نشان می‌دهد. همان‌گونه در این شکل مشاهده می‌شود، سطح مقطع مربعی کمترین مقدار ضریب پسا را برای انواع سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی به خود اختصاص داده است. نکته‌ای که بیش از همه در این شکل‌ها خودنمایی می‌کند، مقادیر به نسبت بالای ضریب برآ برای سطح مقطع مثلثی در سیال رقیق برشی (n=۰/۷۰) است (شکل ۴-۱۸ الف).

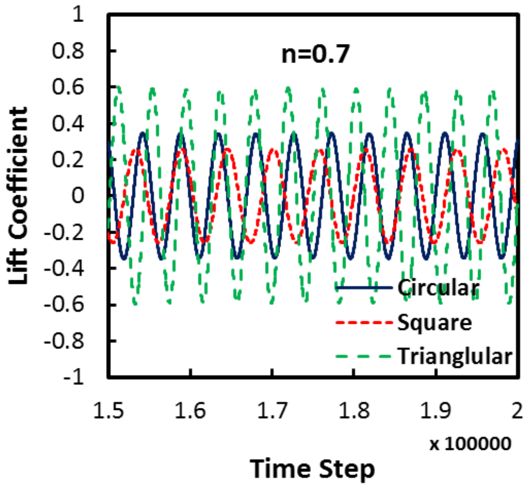
تغییرات عدد استروهال برحسب نوع سیال و شکل سطح مقطع برای عدد رینولدز ۸۰ (حالت ناپایا) در جدول ۴-۱۴ نشان داده شده است. همان‌گونه که در جدول ۴-۱۴ مشخص است، مقادیر عدد استروهال برای هر دو سطح مقطع با افزایش n، کاهش خواهد یافت.

جدول ۴-۱۳ مقادیر ضریب پسا (متوسط) و خطای مرزی هیدرودینامیکی برای سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی در جریان نامحدود از روی سیلندر ثابت مربعی و مثلثی

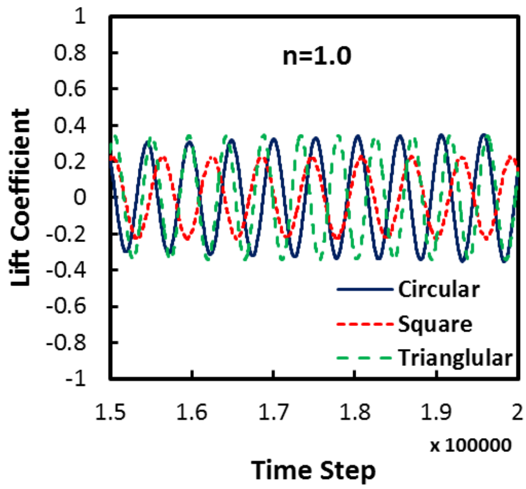
نوع سیال	شاخص توانی	سطح مقطع مربعی		سطح مقطع مثلثی	
		CD	H.B.E.	CD	H.B.E.
رقیق برشی	۰/۷۰	۱/۶۰۱	۷/۰۱E-۰۳	۱/۴۴۸	۶/۵۰E-۰۳
نیوتنی	۱/۰۰	۱/۷۶۳	۶/۷۵E-۰۳	۱/۵۸۰	۵/۸۵E-۰۳
ضخیم برشی	۱/۳۰	۱/۹۲۰	۶/۶۱E-۰۳	۱/۶۵۹	۵/۵۰E-۰۳

جدول ۴-۱۴ مقادیر عدد استروهال برای سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی در جریان ناپایا (Re=۸۰) از روی سیلندر ثابت مربعی و مثلثی

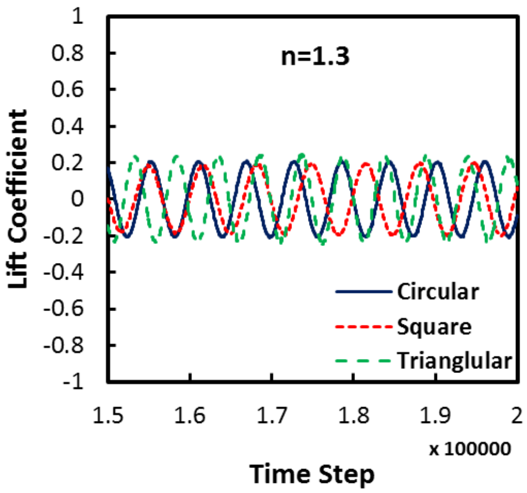
نوع سیال	شاخص توانی	سطح مقطع مربعی	سطح مقطع مثلثی
رقیق برشی	۰/۷۰	۰/۱۴۲۰۹۶	۰/۱۹۲۱۶۹
نیوتنی	۱/۰۰	۰/۱۳۰۸۶۹	۰/۱۷۳۰۸۵
ضخیم برشی	۱/۳۰	۰/۱۱۸۴۱۳	۰/۱۵۹۰۱۴



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۴-۱۸ تغییرات زمانی مربوط به ضریب برآ برای جریان سیال غیرنیوتنی توانی از روی سیلندر ثابت با سطح مقطع‌های مختلف برای (الف) سیال غیرنیوتنی رقیق برشی، (ب) سیال نیوتنی و (ج) سیال غیرنیوتنی ضخیم برشی

۴-۵-۳- مقایسه پارامترهای حرارتی

مشابه معادله (۴-۱۳)، «خطای مرزی حرارتی» با هدف تعیین میزان دقت انواع روش‌های دیفیوز در ارضاء شرط مرزی دمایی به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$T.B.E.=\sqrt{\frac{1}{N_{ij}}\sum_{i}\sum_{j}\left(\vec{T}_b^n\left(i,j\right)-\vec{T}_b^e\left(i,j\right)\right)^2}, \tag{۴-۱۴}$$

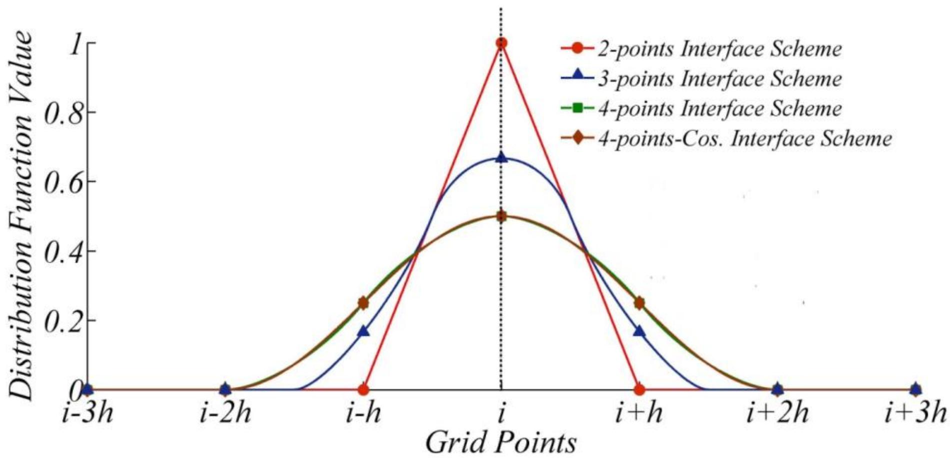
جدول ۴-۱۵ مقادیر عدد ناسلت متوسط و خطای مرزی حرارتی را برای جریان سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی از روی سیلندر ثابت مربعی و مثلثی نشان می‌دهد. این جدول برای هر دو رژیم جریان پایا و ناپایا رسم شده است. همان‌گونه که در جدول ۴-۱۵ ذکر شده است، مقادیر Nu_{ave} و T.B.E با افزایش n و حرکت از سمت سیالات با رفتار غیرنیوتنی رقیق برشی به سمت نیوتنی و سپس ضخیم برشی کاهش خواهد یافت؛ که این رفتار با توجه به کاهش سرعت جریان به ازاء افزایش n، کاملاً منطقی به نظر می‌آید.

جدول ۴-۱۵ مقادیر عدد ناسلت متوسط و خطای مرزی حرارتی برای سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی در جریان‌های پایا و ناپایا از روی سیلندر ثابت مربعی و مثلثی

نوع جریان	نوع سیال	شاخص توانی	سطح مقطع مربعی		سطح مقطع مثلثی	
			Nu_{ave}	T.B.E.	Nu_{ave}	T.B.E.
جریان پایا	رقیق برشی	۰/۷۰	۲/۸۳۱	۰/۲۱۹	۳/۵۵۹	۰/۲۰۱
(Re=۴۰)	نیوتنی	۱/۰۰	۲/۷۱۶	۰/۲۱۱	۳/۳۶۵	۰/۱۷۹
	ضخیم برشی	۱/۳۰	۲/۶۲۳	۰/۲۰۴	۳/۲۱۶	۰/۱۸۱
جریان ناپایا	رقیق برشی	۰/۷۰	۳/۶۰۰	۰/۱۸۵	۵/۵۷۸	۰/۲۱۷
(Re=۸۰)	نیوتنی	۱/۰۰	۳/۳۸۵	۰/۱۸۴	۴/۹۸۰	۰/۱۹۶
	ضخیم برشی	۱/۳۰	۳/۳۶۰	۰/۱۷۶	۴/۶۱۳	۰/۱۷۸

۴–۶– مقایسه انواع الگوریتم‌های واسط در شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت از روی مرزهای ثابت

در این بخش به بررسی و مقایسه انواع الگوریتم‌های واسط معرفی شده در بخش ۳-۴ شامل الگوریتم واسط شارپ (معادلات (۳-۲۴) و (۳-۲۵)) و الگوریتم‌های واسط دیفیوز دو نقطه‌ای (معادله (۳-۱۸))، سه نقطه‌ای (معادله (۳-۱۹))، چهار نقطه‌ای مرتبه اول[۵] (معادله (۳-۲۰)) و چهار نقطه‌ای مرتبه دوم (معادله (۳-۲۱)) در شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت از روی مرزهای ثابت می‌پردازیم. شکل ۴-۱۹ مقادیر مربوط توابع توزیع ذکر شده را نشان می‌دهد. هندسه و شرایط مرزی مسئله همانند شکل ۴-۱ فرض شده است.



شکل ۴-۱۹ مقادیر توابع توزیع بکار رفته برای الگوریتم‌های واسط دیفیوز مختلف

۴–۶–۱– مقایسه پارامترهای عددی

مقادیر H.B.E و T.B.E برای انواع مختلف الگوریتم واسط دیفیوز در شکل ۴-۲۰ الف و ب نشان داده شده است. این شکل‌ها در شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی توانی مختلف مرتبط با سیالات نیوتنی،

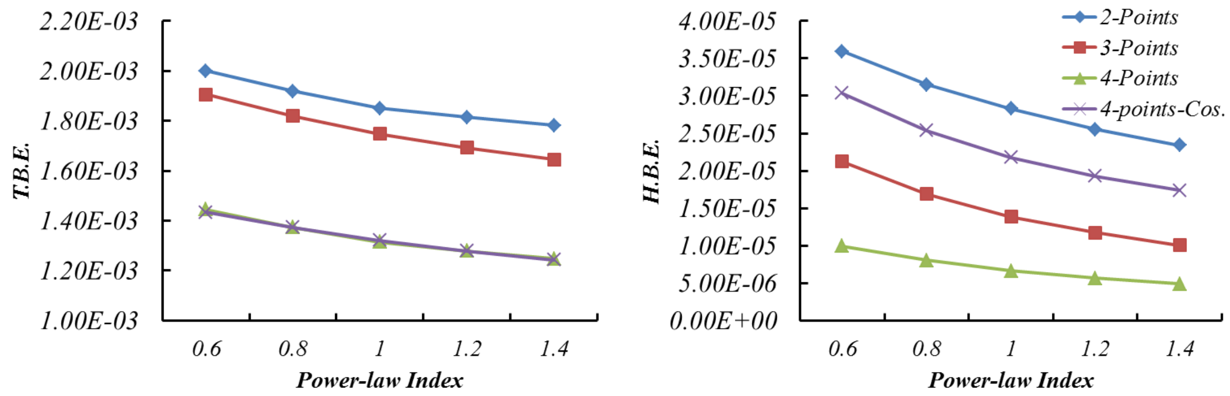
[۵] این مورد در شکل‌های مربوطه با علامت *4-points-Cos* نشان داده شده است.

رقیق برشی و ضخیم برشی رسم شده‌اند. مطابق شکل ۴-۲۰ مقادیر H.B.E و T.B.E هر دو با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی برای تمام انواع الگوریتم‌های واسط کاهش خواهد یافت؛ به عبارت دیگر افزایش خواص رقیق برشی منجر به ایجاد خطای مرزی بیشتر در روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن حرارتی می‌شود. به‌طور عکس، افزایش رفتار ضخیم برشی باعث جواب‌های دقیق‌تر خواهد شد. مطابق شکل ۴-۲۰ ب مقادیر خطای مرزی حرارتی با افزایش وضوح مرز (با حرکت از سمت الگوریتم‌های واسط دیفیوز با تعداد نقاط بیشتر به سمت الگوریتم‌های با تعداد نقاط کمتر) افزایش می‌یابد؛ اما الگوریتم واسط دیفیوز چهار نقطه‌ای مرتبه اول یک رفتار متفاوت برای خطای مرزی هیدرودینامیکی نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۴-۲۰ الف دیده می‌شود، الگوریتم‌های چهار نقطه‌ای، سه نقطه-ای، چهار نقطه‌ای مرتبه اول و دو نقطه‌ای به ترتیب کمترین مقادیر خطای مرزی هیدرودینامیکی را دارا می‌باشند. مطابق شکل ۴-۲۰ الف با وجود استفاده از تعداد نقاط میان‌یابی بیشتر، الگوریتم واسط چهار نقطه‌ای مرتبه اول چندان دقیق نیست.

شکل ۴-۲۱ تعداد تکرارهای مورد نیاز برای رسیدن به معیار همگرایی ۰۰۵ $\left|C_D^{n+1}-C_D^{n}\right| \leq$ را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۴-۲۱ زمان همگرایی با حرکت از سمت سیالات توانی با خواص رقیق برشی به سمت ضخیم برشی افزایش می‌یابد. به جز مورد مربوط به سیال نیوتنی، گام‌های زمانی مورد نیاز برای سیالات غیرنیوتنی توانی تقریباً برای تمامی الگوریتم‌های واسط مشابه هستند. شکل ۴-۲۲ مقادیر زمان پردازش کامپیوتر[6] مورد نیاز برای رسیدن به همگرایی در n=۱/۴ را نشان می‌دهد. در کار حاضر از یک پردازشگر i7-3.40 GHz برای شبیه‌سازی مسئله استفاده شده است. همان‌گونه که در شکل ۴-۲۱ نشان داده شد، گام‌های زمانی مورد نیاز برای رسیدن به همگرایی تقریباً برای تمام الگوریتم‌های واسط در n=۱/۴ مشابه است (۲۰۰ هزار تکرار). شکل ۴-۲۲ برای هر دو جریان پایا (Re_{pl}=۴۰) و ناپایا (Re_{pl}=۸۰) رسم شده است. مطابق شکل ۴-۲۲، الگوریتم واسط شارپ بسیار سریع‌تر از الگوریتم‌های واسط دیفیوز عمل می‌کند.

---

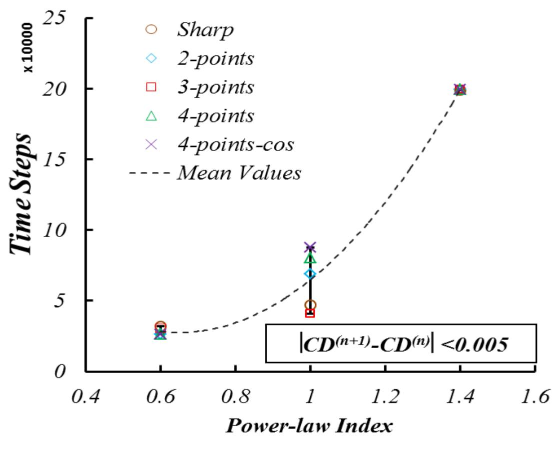
[6] CPU time



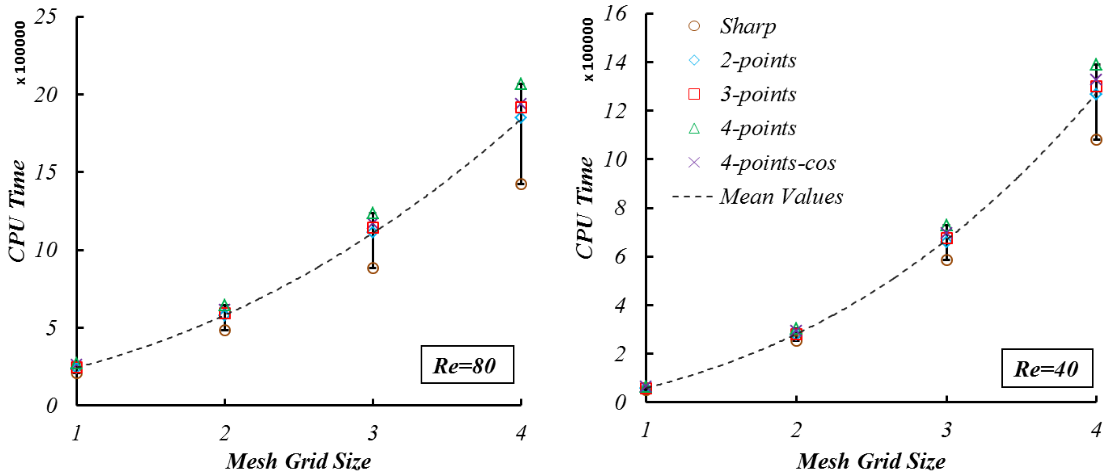
(ب) (الف)

شکل ۴-۲۰ مقادیر مربوط به (الف) خطای مرزی هیدرودینامیکی و (ب) خطای مرزی حرارتی نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی برای الگوریتم‌های واسط دیفیوز گوناگون در عدد رینولدز ۲۰

در میان الگوریتم‌های واسط دیفیوز، الگوریتم دو نقطه‌ای و چهار نقطه‌ای به ترتیب بیشترین و کمترین زمان پردازش را به خود اختصاص داده‌اند. در واقع سرعت الگوریتم‌های واسط دیفیوز تابعی از تعداد نقاطی است که برای انجام میانیابی استفاده می‌نماییم. کاملاً واضح است که هزینه محاسبات با افزایش اندازه ناحیه تحت تأثیر (مخصوصاً برای روش مرز غوطه‌ور شبکه بولتزمن حرارتی با اعمال نیروی چند مرحله‌ای) افزایش خواهد یافت؛ بنابراین در حالت کلی، الگوریتم‌های واسط شارپ و چهار نقطه‌ای به ترتیب سریع‌ترین و کندترین روش‌ها خواهند بود.



شکل ۴-۲۱ تعداد گام‌های زمانی مورد نیاز برای رسیدن به دقت مطلوب در شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی مختلف با استفاده از انواع الگوریتم‌های واسط دیفیوز و شارپ

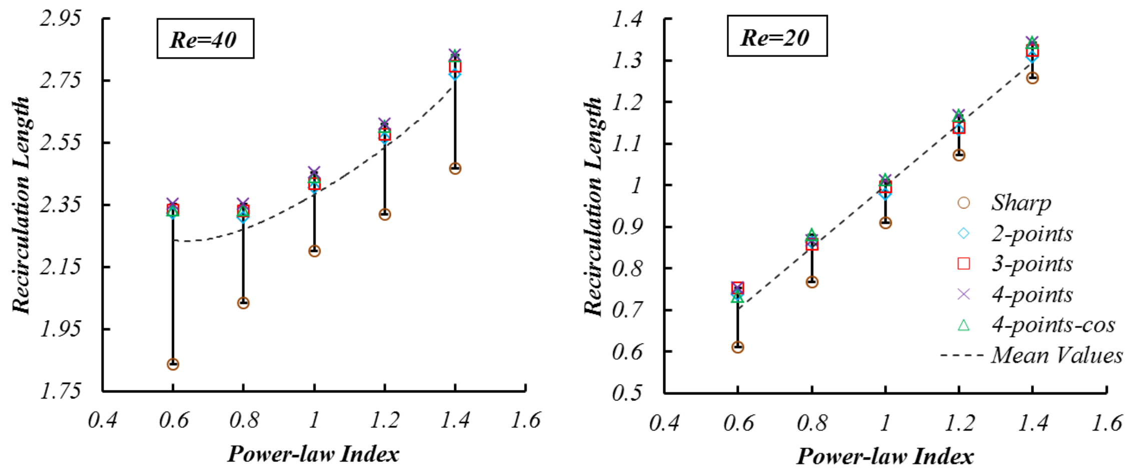


(ب) (الف)

شکل ۴-۲۲ هزینه محاسباتی صرف شده برای رسیدن به همگرایی نتایج در اندازه شبکه‌های مختلف با استفاده از انواع الگوریتم‌های واسط دیفیوز و شارپ

۴-۶-۲- مقایسه پارامترهای هیدرودینامیک

شکل ۴-۲۳ وابستگی طول گردابه به شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی را برای تمامی الگوریتم‌های واسط نشان می‌دهد. در مقادیر عدد رینولدز مشابه، طول گردابه برای سیالات رقیق برشی نسبت به سیالات نیوتنی و ضخیم برشی کوتاه‌تر است. همان‌گونه که در بخش (۴-۳-۳) به تفصیل توضیح داده شد، این رفتار سیالات غیرنیوتنی توانی با توجه به تغییرات نرخ تغییر شکل سیال در نزدیکی مرز غوطه‌ور قابل تفسیر است. این رفتار توسط تمامی الگوریتم‌های واسط ذکر شده به خوبی در Re_{pl}=۲۰ پیشگویی شده است (به شکل ۴-۲۳ الف مراجعه کنید)؛ اما برای اعداد رینولدز بالاتر (شکل ۴-۲۳ ب) پیشگویی روش‌های واسط دیفیوز برای سیالات رقیق برشی اشتباه است. در واقع آن‌ها کاهش طول گردابه را با حرکت از سمت خواص رقیق برشی به سمت نیوتنی نشان می‌دهند؛ اما الگوریتم واسط شارپ می‌تواند رفتار صحیح بیان شده را به‌طور دقیق برای هر دو عدد رینولدز پیشگویی کند. اگرچه که مقادیر طول گردابه به دست آمده با روش شارپ به طرز محسوسی کمتر از مقادیر متناظر مربوط به سایر روش‌ها است، اما این مقادیر در مقایسه با مطالعات پیشین در محدوده قابل قبولی قرار دارد.



(ب) (الف)

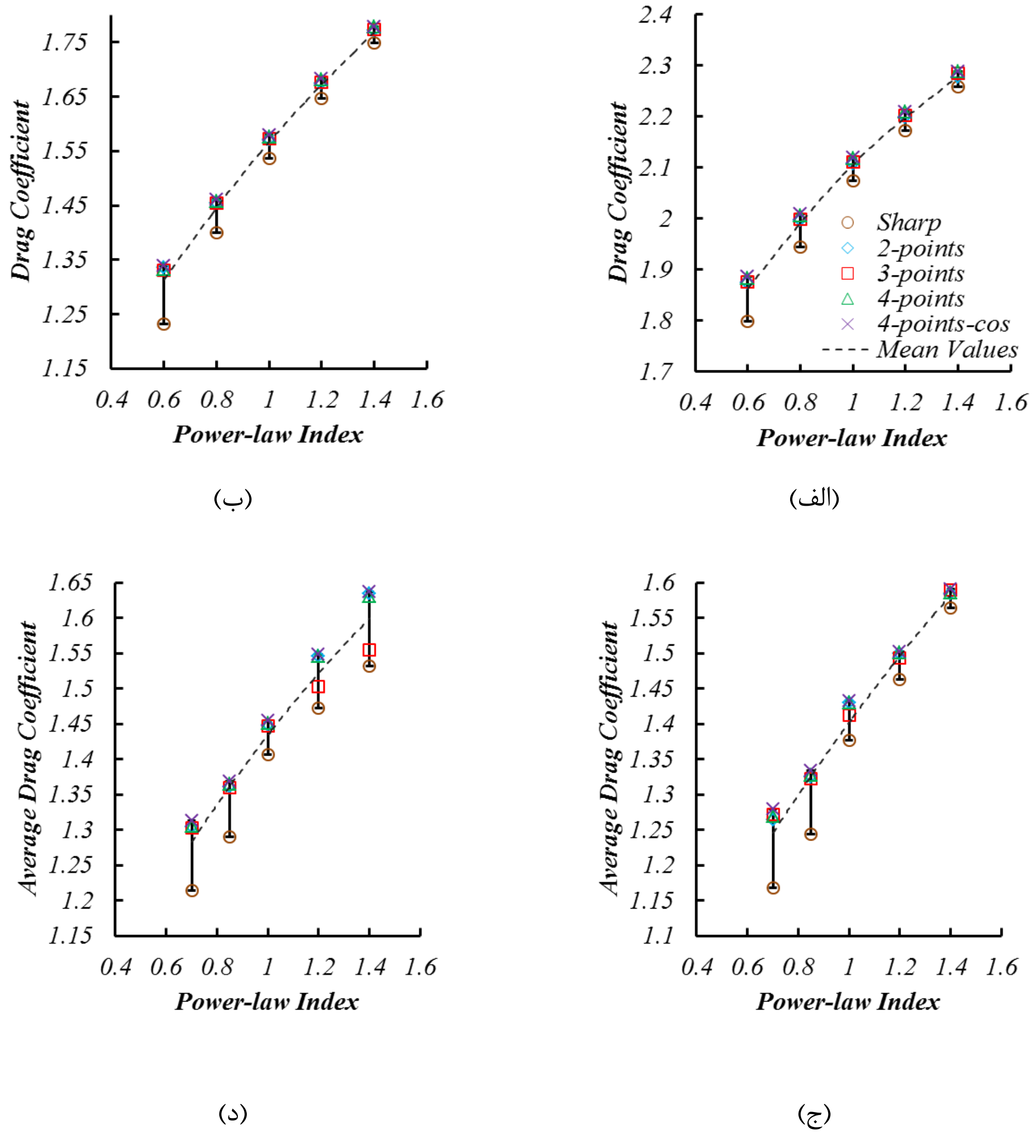
شکل ۴-۲۳ مقادیر طول گردابه برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی در جریان‌های پایا با استفاده از الگوریتم‌های واسط مختلف در (الف) عدد رینولدز ۲۰ و (ب) عدد رینولدز ۴۰

نیروی پسای هیدرودینامیکی که توسط سیال به سیلندر جامد اعمال می‌شود، از پسای اصطکاکی به وجود آمده توسط تنش برشی روی سطح مرز غوطه‌ور و پسای فشاری در نتیجه جدایی جریان، تشکیل می‌شود و می‌تواند به‌صورت ضریب پسای بی‌بعد بیان شود. شکل ۴-۲۴، تغییرات ضریب پسا نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی را برای اعداد رینولدز مختلف نشان می‌دهد. شکل ۴-۲۴ برای تمامی الگوریتم‌های واسط شارپ و دیفیوز رسم شده است. همان‌گونه که در شکل ۴-۲۴ نشان داده شده است در حالت کلی ضریب پسا با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی در حالت پایا (Re_p=۲۰ و Re_{pl}=۴۰) و ناپایا (Re_{pl}=۶۰ و Re_{pl}=۸۰) افزایش می‌یابد. این رفتار برای تمامی الگوریتم‌های واسط ذکر شده، غالب است. الگوریتم واسط شارپ مقادیر کوچک‌تری از ضریب پسا را در مقایسه با سایر روش‌های واسط دیفیوز گزارش می‌کند. مقادیر ضریب پسا تابعی از وضوح مرز است. در حالت کلی، با کاهش وضوح مرز غوطه‌ور از الگوریتم واسط شارپ به دیفیوز چهار نقطه‌ای، ضریب پسا افزایش خواهد یافت. این تغییرات به خصوص در سیالات غیرنیوتنی رقیق برشی و در اعداد رینولدز بالاتر بارزتر است. در مورد جریان‌های ناپایا عدد استروهال به‌عنوان یکی دیگر از اعداد بی‌بعد کاربردی مطرح است. شکل ۴-۲۵ الف و ب مقادیر عدد استروهال را نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی بـه ترتیـب در Re_{pl}۶۰ و

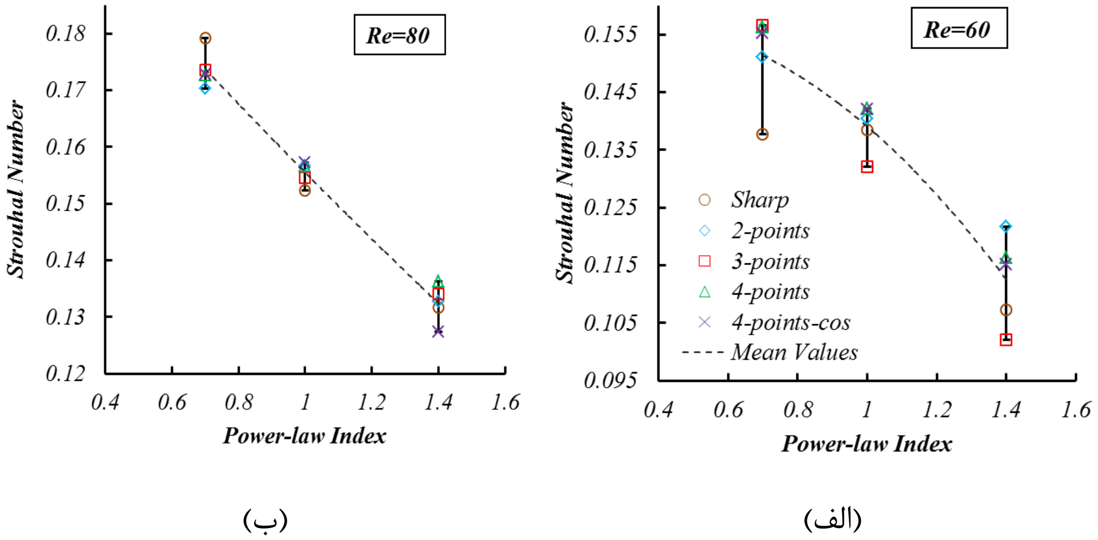
Rep=۸۰ نشان می‌دهد. با توجه به مقادیر متوسط نشان داده شده در شکل ۴-۲۵ ، مقادیر عدد استروهال با حرکت از سمت سیالات با خواص رقیق برشی به سمت نیوتنی و سپس ضخیم برشی کاهش خواهد یافت.

۴-۶-۳- مقایسه پارامترهای حرارتی

در این بخش، تغییرات عدد ناسلت متوسط نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی و عدد رینولدز به‌عنوان یک معیار برای مقایسه رفتار حرارتی الگوریتم‌های واسط مختلف مدنظر قرار گرفته است.



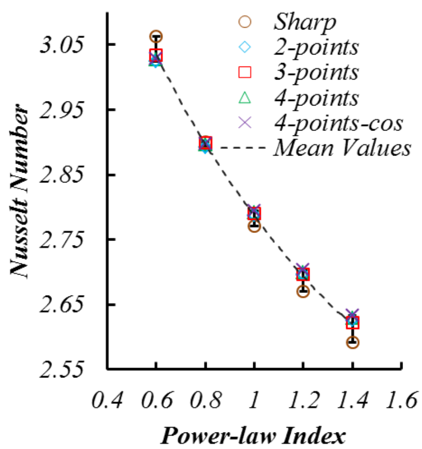
شکل ۴-۲۴ مقادیر ضریب پسا (متوسط) برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی با استفاده از الگوریتم‌های واسط مختلف برای (الف) عدد رینولدز ۲۰، (ب) عدد رینولدز ۴۰، (ج) عدد رینولدز ۶۰ و (د) عدد رینولدز ۸۰



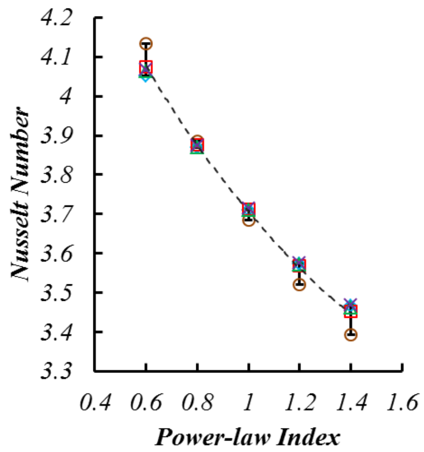
شکل ۴-۲۵ مقادیر عدد استروهال برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی برای جریان‌های ناپایا با استفاده از الگوریتم های واسط مختلف در (الف) عدد رینولدز ۶۰ و (ب) عدد رینولدز ۸۰

شکل ۴-۲۶، اثرات شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی و عدد رینولدز روی عدد ناسلت متوسط را برای الگوریتم‌های واسط شارپ و دیفیوز در عدد پرانتل تعمیم‌یافته یک نشان می‌دهد. به‌طور کلی، عدد ناسلت متوسط با افزایش خواص رقیق برشی افزایش می‌یابد. این در حالی است که با تغییر خواص سیال از سمت نیوتنی به ضخیم برشی عدد ناسلت برای هر دو جریان پایا و ناپایا کاهش خواهد یافت؛ بنابراین افزایش رفتار ضخیم برشی سیال به دلیل افزایش ویسکوزیته مؤثر باعث کاهش انتقال حرارت خواهد شد؛ و به‌طور عکس، خواص رقیق برشی سیال نرخ انتقال حرارت را افزایش خواهد داد. این رفتار با توجه به مقادیر میانگین رسم شده برای الگوریتم‌های واسط مختلف به خوبی توسط روش مرز غوطه‌ور شبکه بولتزمن حرارتی قابل پیش‌بینی است (شکل ۴-۲۶). در مقایسه با الگوریتم‌های واسط دیفیوز، روش شارپ مقادیر کمتری را برای جریان‌های ضخیم برشی ناپایا و مقادیر بیشتری را برای جریان‌های رقیق برشی پایا نشان می‌دهد. البته بدون توجه به خواص سیال توانی، عدد ناسلت متوسط با افزایش مقادیر عدد رینولدز (برای مقدار مشخصی از شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی) برای هر دو سیال نیوتنی و غیرنیوتنی در تمامی الگوریتم‌های واسط افزایش می‌یابد. قبل از پایان این بحث

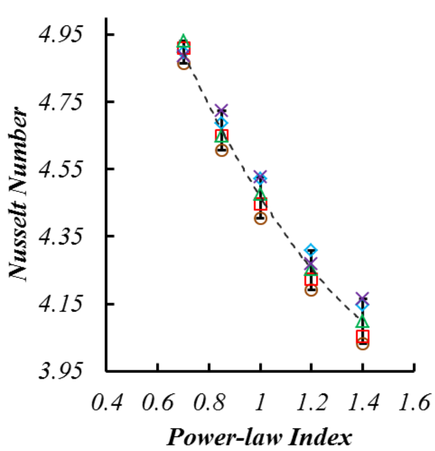
مناسب است که ساختار جریان و میدان دما را در الگوریتم‌های واسط مختلف در قالب کانتورهای هم‌دما و خطوط جریان نمایش داده شود. شکل ۴-۲۷، کانتورهای دما و خطوط جریان را برای شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی توانی مختلف و الگوریتم‌های واسط متفاوت نشان می‌دهد. مطابق با شکل ۴-۲۷، همان‌گونه که در بخش‌های قبلی بیان شد، طول گردابه به دست آمده از الگوریتم واسط شارپ کوچک‌تر از الگوریتم‌های واسط دیفیوز در تمامی شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی توانی است. همچنین کانتورهای دما، نفوذ بیشتر حرارت را برای الگوریتم واسط شارپ، خصوصاً در جریان سیال رقیق برشی، نشان می‌دهد.



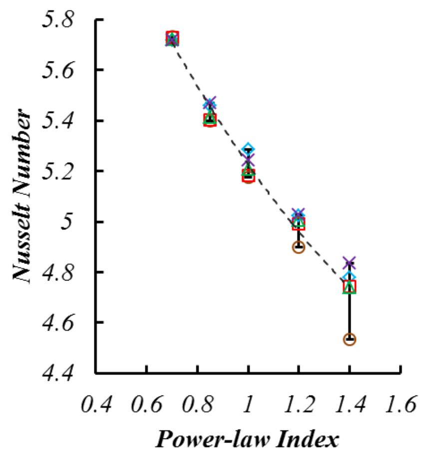
(الف)



(ب)

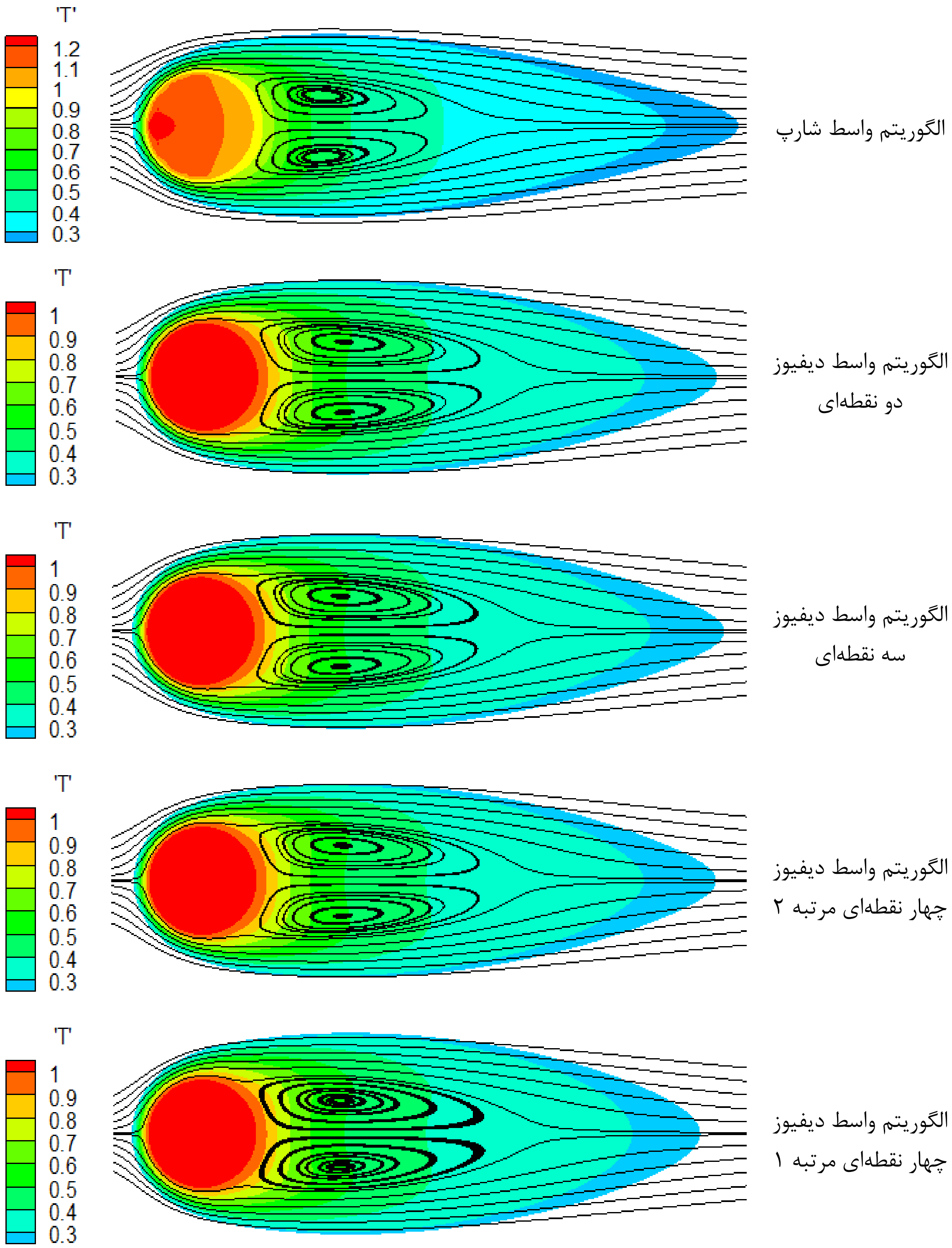


(ج)



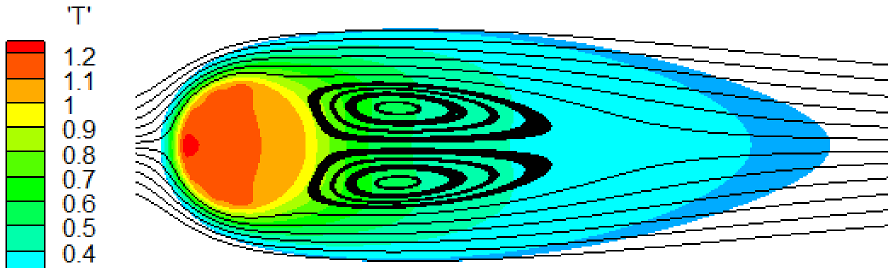
(د)

شکل ۴-۲۶ مقادیر عدد ناسلت برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی با استفاده از الگوریتم‌های واسط مختلف برای (الف) عدد رینولدز ۲۰، (ب) عدد رینولدز ۴۰، (ج) عدد رینولدز ۶۰ و (د) عدد رینولدز ۸۰

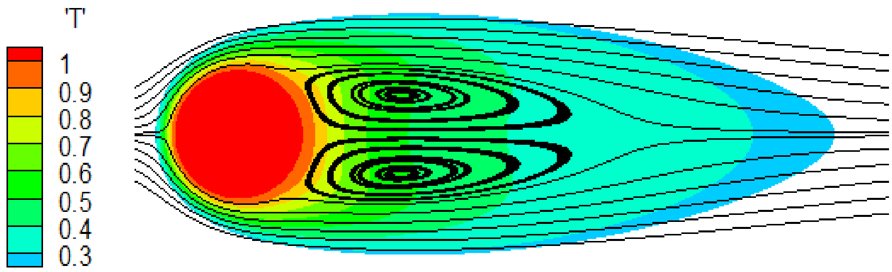


(الف) سیال غیرنیوتنی توانی رقیق برشی (n=۰/۶)

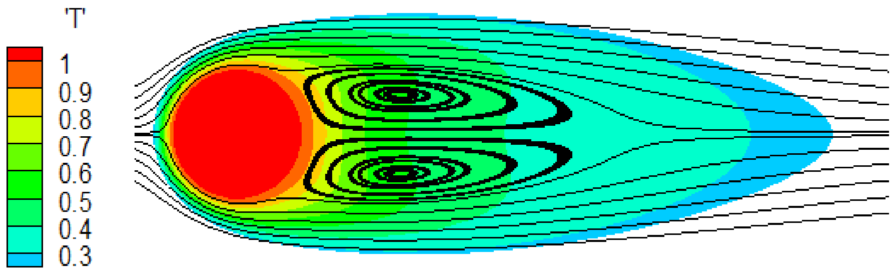
ادامه دارد...



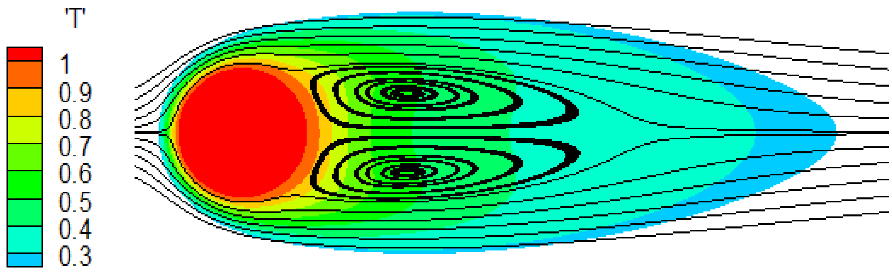
الگوریتم واسط شارپ



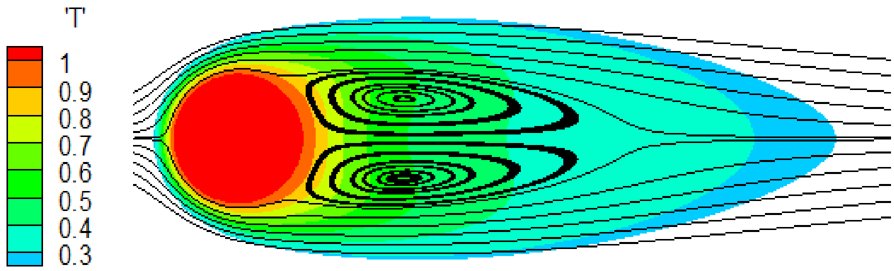
الگوریتم واسط دیفیوز
دو نقطه‌ای



الگوریتم واسط دیفیوز
سه نقطه‌ای



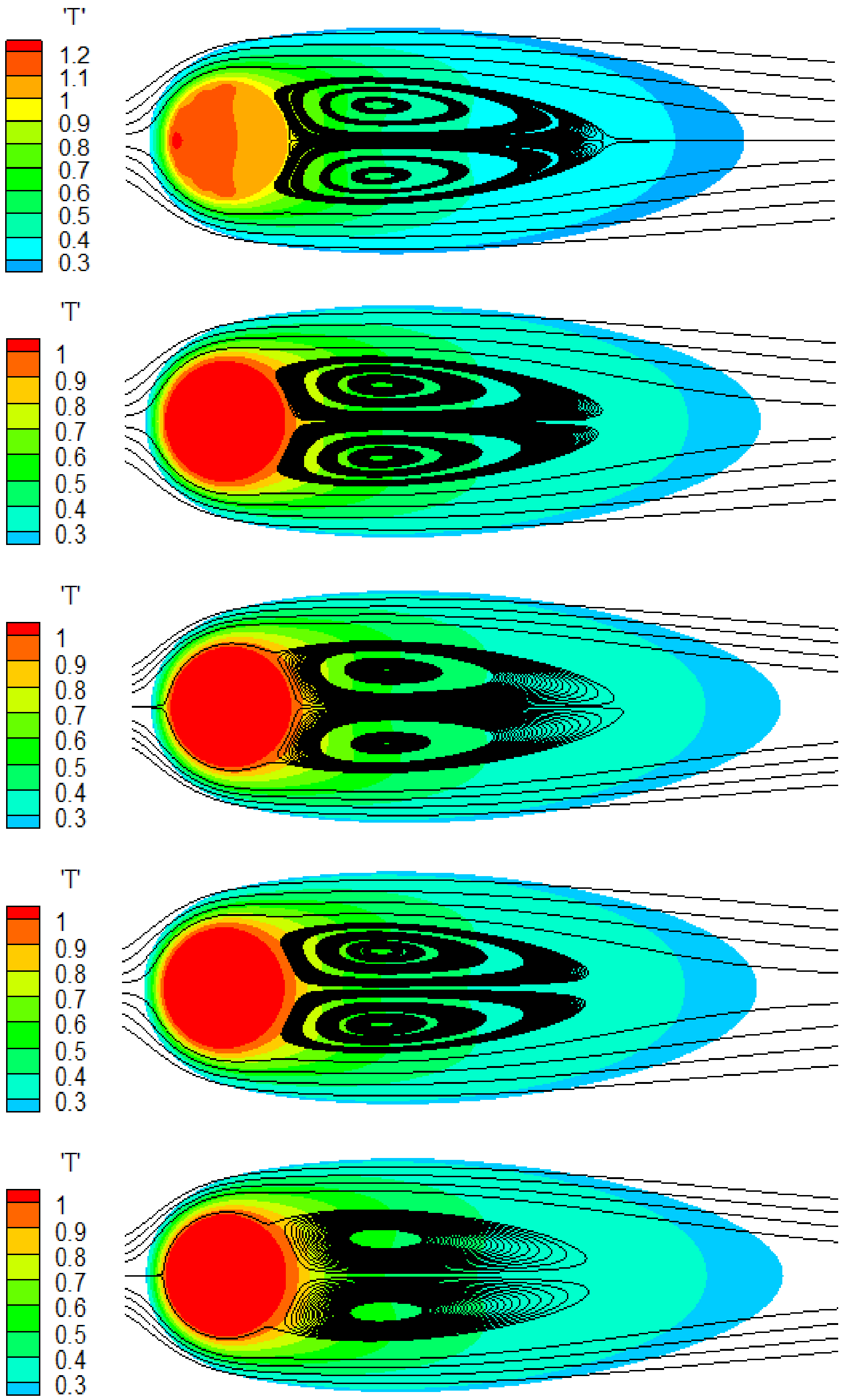
الگوریتم واسط دیفیوز
چهار نقطه‌ای مرتبه ۲



الگوریتم واسط دیفیوز
چهار نقطه‌ای مرتبه ۱

(ب) سیال نیوتنی (n=۱/۰)

ادامه دارد...



الگوریتم واسط شارپ

الگوریتم واسط دیفیوز
دو نقطه‌ای

الگوریتم واسط دیفیوز
سه نقطه‌ای

الگوریتم واسط دیفیوز
چهار نقطه‌ای مرتبه ۲

الگوریتم واسط دیفیوز
چهار نقطه‌ای مرتبه ۱

(ج) سیال غیرنیوتنی توانی ضخیم برشی (n=۱/۴)

شکل ۴-۲۷ توابع جریان و کانتورهای هم‌دما برای جریان سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی از روی سیلندر ثابت با استفاده از الگوریتم‌های واسط دیفیوز و شارپ

۴–۷– نتیجه‌گیری

در این فصل روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن برای مدل‌سازی جریان و انتقال حرارت غیرنیوتنی از روی موانع ثابت با شکل سطح مقطع‌های گوناگون مورد استفاده قرار گرفته است. صحت روش IB-NLBM معرفی شده با استفاده از چندین مسئله نمونه شامل بررسی جریان سیال غیرنیوتنی در کانال و همچنین جریان و انتقال حرارت جابجایی اجباری در حرکت سیال نیوتنی از روی موانع با شکل سطح مقطع‌های مختلف با موفقیت مورد ارزیابی قرار گرفته است. همچنین یک روش آسان و سریع برای محاسبه عدد ناسلت برحسب پارامترهای از پیش تعیین شده در روش مرز غوطه‌ور با الگوریتم واسط دیفیوز و شارپ توسعه داده شده است. مهم‌ترین نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های انجام شده به‌صورت زیر است:

(۱) روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن با اعمال نیروی مستقیم و بر پایه الگوریتم واسط شارپ و دیفیوز، می‌تواند خواص غیرنیوتنی جریان سیال و انتقال حرارت از روی اجسام ثابت با شکل سطح مقطع مختلف در حالت‌های پایا و ناپایا را به خوبی شبیه‌سازی کند. (۲) در جریان‌های پایای سیال غیرنیوتنی، طول گردابه به میزان زیادی به شاخص رفتار غیرنیوتنی سیال بستگی دارد. (۳) شاخص رفتار غیرنیوتنی مدل توانی تأثیر زیادی در پدیده جدایش در جریان‌های ناپایای سیالات غیرنیوتنی در حضور جسم غوطه‌ور دارد. (۴) در اعداد رینولدز پایین ($Re<\sim۱۰$)، ضریب پسا با افزایش شاخص مدل سیال غیرنیوتنی توانی، کاهش می‌یابد در حالی‌که برای اعداد رینولدز بالا ($Re>\sim۱۰$) این روند برعکس است. (۵) افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی باعث کاهش عدد استروهال در جریان‌های ناپایا خواهد گردید. (۶) مقادیر ضریب پسا برای مانع مثلثی در مقایسه با مقادیر متناظر برای مانع مربعی و دایره‌ای کوچک‌تر است. (۷) نتایج وابستگی زیاد میزان انتقال حرارت (یا به عبارتی عدد ناسلت) به مقادیر اندیس رفتار مدل غیرنیوتنی توانی و عدد رینولدز را گزارش می‌دهد. به‌طور کلی دستیابی به مقادیر زیاد نرخ انتقال حرارت در سیالاتی با خواص رقیق برشی بیشتر، محتمل‌تر خواهد

بود. (۷) با توجه به داده‌های به دست آمده با استفاده از مقادیر عدد ناسلت نرمالیزه، تأثیر خواص غیرنیوتنی سیال در سیالات ضخیم برشی با اعداد رینولدز بالا مشهودتر است. (۸) در مقایسه بین انواع روش‌های واسط دیفیوز استفاده شده برای شبیه‌سازی جریان حول سیلندر دایره‌ای ثابت، الگوریتم واسط دیفیوز چهار نقطه‌ای دقیق‌ترین الگوریتم برای ارضاء شرایط مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی روی مرز غوطه‌ور است. (۹) با در نظر گرفتن دو معیار دقت بالا و هزینه محاسباتی کم، الگوریتم واسط شارپ نسبت به سایر الگوریتم‌های واسط دیفیوز برتری دارد. البته با توجه به توضیحات ارائه شده در انتهای بخش ۳-۴، اعمال روش شارپ برای مرزهای پیچیده بسیار دشوارتر از روش‌های دیفیوز خواهد بود.

فصل پنجم

روش ترکیبی مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی جریان‌های غیرنیوتنی حرارتی با مرزهای متحرک

۵–۱– مقدمه

مشخص نمودن سرعت سقوط حدی ذرات در سیالات ساکن و یا متحرک به‌صورت گسترده‌ای در بسیاری از فرایندهای مهندسی نظیر جریان‌های دوفازی جامد در مایع، تجهیزات جداکننده جامد از سیال، دستگاه‌های ویسکومتری [۱۸۷]، کاربردهای حفاری [۲۲۹،۲۲۸] و غیره مورد نیاز است. سرعت سقوط حدی تابعی از متغیرهای نسبتاً زیادی نظیر اندازه، شکل و چگالی ذره، زاویه جهت‌گیری آن، خواص محیط سیال (چگالی، رفتار رئولوژیکی)، اندازه و شکل محفظه سقوط و همچنین ساکن یا متحرک بودن سیال است. مطالب این فصل عمدتاً مربوط به رها شدن و سقوط ذرات در سیالات ساکن است. البته برخی نتایج مشابه مربوط به حرکت سیال از روی ذره ثابت نیز برای مقایسه با نتایج آزمایشگاهی استفاده گردیده است. شاید بتوان گفت که رفتار غیرنیوتنی «مستقل از زمان» بیشترین نوع از رفتار رئولوژیکی سیالات را در بر می‌گیرد [۱۸۷]. در این فصل بررسی‌های نسبتاً کاملی در خصوص تأثیر رفتار این نوع از سیالات روی پارامترهای مختلف نظیر ضریب پسا، سرعت حد، عدد ناسلت و غیره انجام شده است. در دسته سیالات غیرنیوتنی «مستقل از زمان»، دو نوع سیالات رقیق برشی و ضخیم برشی مدنظر قرار گرفته‌اند. همچنین نتایج و توضیحات مربوط به حرکت ذرات در سیالات نیوتنی به‌صورت مختصر بحث شده است. بحث در خصوص سیالات نیوتنی به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از سیالات غیرنیوتنی «مستقل از زمان» نه‌تنها به فهم بهتر و بنیادی‌تر رفتار رئولوژیکی «سیالات مستقل از زمان» کمک می‌کند، بلکه زمینه مناسبی را برای مقایسه بهتر بین انواع مختلف سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی مستقل از زمان فراهم می‌کند.

۵-۲- پارامترهای بی‌بعد تعریف شده

همان‌طور که در بخش ۴-۲ بیان گردید یکی از مهم‌ترین اعداد بی‌بعد در بحث جریان سیال غیرنیوتنی از روی مانع و یا حرکت ذره در سیالات غیرنیوتنی، عدد رینولدز تعمیم‌یافته است:

$$\mathrm{Re}_{pl} = \frac{U_c^{(2-n)} D^n}{m}, \tag{۵-۱}$$

که U_c، سرعت مشخصه بوده و بایستی قبل از شروع شبیه‌سازی مشخص شود. انتخاب سرعت مشخصه برای مسئله جریان سیال از روی مانع ثابت (فصل ۴) آسان است زیرا سرعت ثابت در نظر گرفته شده برای جریان سیال ورودی به کانال یک گزینه مناسب است ($U_c = U_\infty$). از طرفی برای مسئله سقوط ذره در یک محفظه حاوی سیال غیرنیوتنی ساکن، سرعت حدی ذره بایستی به‌عنوان ملاک عمل قرار گیرد ($U_c = U_T$). اما متأسفانه سرعت حدی ذره قبل از شروع شبیه‌سازی قابل تعیین نیست و در واقع به‌عنوان یکی از متغیرهای حاصل از نتیجه شبیه‌سازی مطرح است. برای حل این مشکل بعضی از محققین [۱،۲۳،۲۹،۹۱،۱۶۹] سرعت مرجع تقریبی زیر را تعریف نموده‌اند:

$$U_{ref} = \sqrt{\frac{g\pi D}{2}\left(\rho_r - 1\right)} \tag{۵-۲}$$

که ρ_r، نسبت چگالی جامد به سیال است. در مورد سیالات نیوتنی، مقدار این سرعت تقریبی به سرعت حدی ذره نزدیک است و بنابراین می‌تواند معیار خوبی برای تعیین سرعت مشخصه باشد [۱]. اما در خصوص سیالات غیرنیوتنی، این تعریف برای تعیین سرعت مشخصه مناسب نیست زیرا تفاوت بین سرعت حدی و سرعت مرجع تعریف شده برای سیالات غیرنیوتنی بسیار قابل توجه و زیاد است.

در کار حاضر، عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته[۱] به‌صورت ذیل تعریف و مورد استفاده قرار گرفته است:

$$Ar_{pl} = \frac{\pi}{2}\frac{g\, D^{\frac{2+n}{2-n}}}{m^{\frac{2}{2-n}}}(\rho_r - 1) \tag{۵-۳}$$

همچنین عدد گراشف تعمیم‌یافته به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

[1] Archimedes

$$Gr_{pl} = \frac{g\ \beta \Delta T\, D^3}{m^2}\left(\frac{U_{ref}}{D}\right)^{2-2n} \qquad (۴-۵)$$

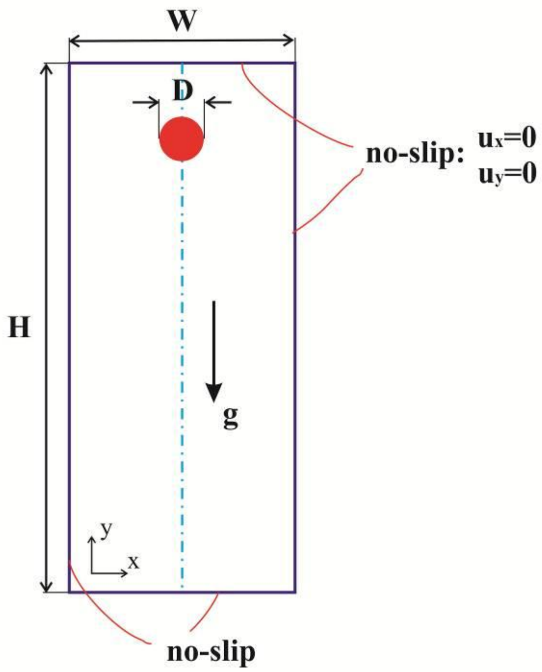
که β ضریب انبساط حجمی است.

۵-۳- شبیه‌سازی حرکت جسم جامد در سیال غیرنیوتنی هم‌دما

۵-۳-۱- صحت سنجی

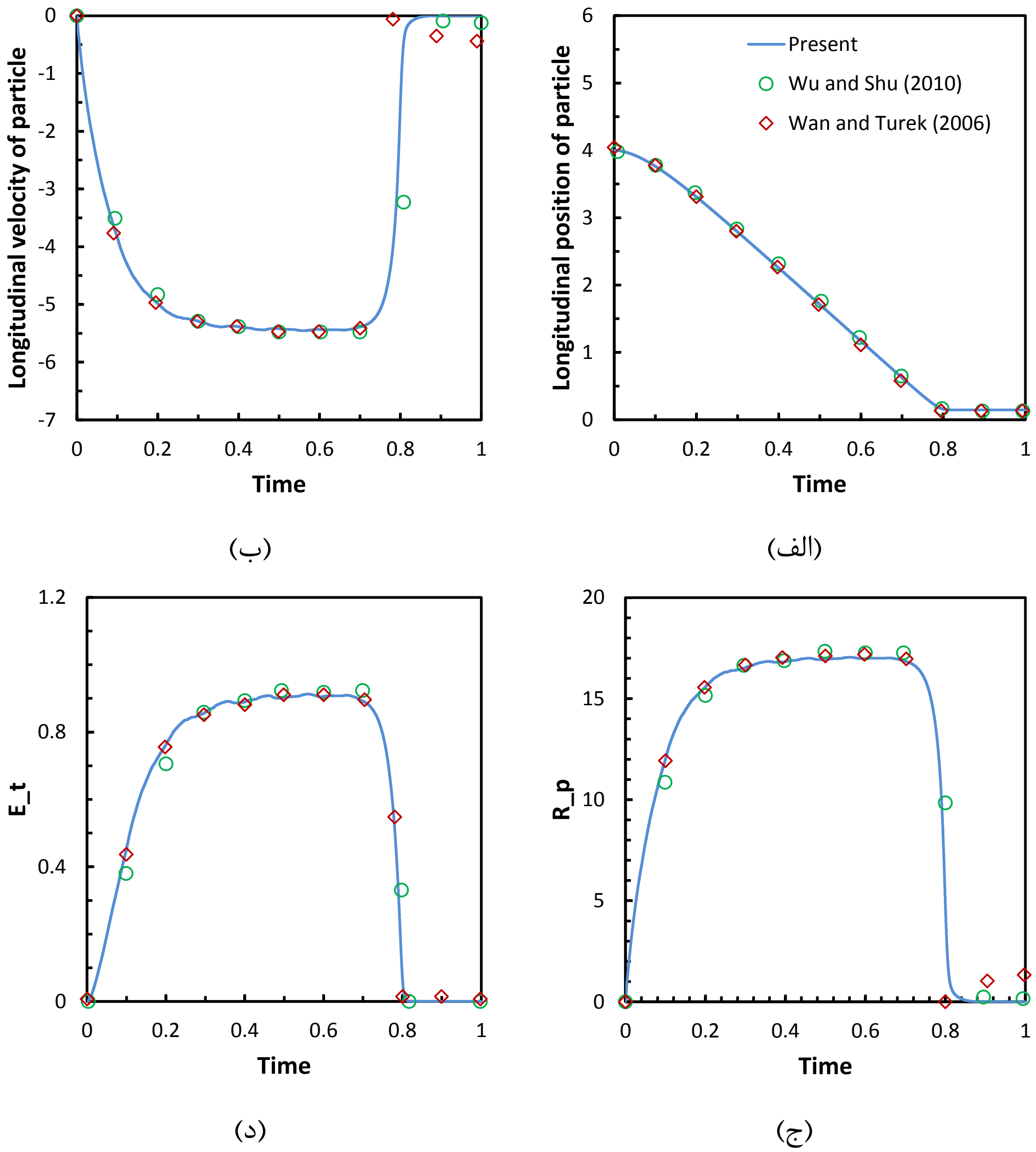
۵-۳-۱-۱- سقوط یک ذره دایره‌ای در سیال نیوتنی

مسئله سقوط یک ذره دایروی در سیال نیوتنی به‌عنوان یک معیار برای صحت سنجی روش‌های مختلف عددی، به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته است. شکل ۵-۱ هندسه و شرایط مرزی مربوط به این مسئله را نشان می‌دهد. شرایط مرزی هیدرودینامیکی روی تمامی اضلاع محفظه دوبعدی نشان داده شده در شکل ۵-۱ به صورت عدم لغزش (سرعت صفر) در نظر گرفته شده است. دامنه محاسبات یک محفظه با عرض (W) ۲cm (جهت x) و ارتفاع (H) ۶cm (جهت y) است. ویسکوزیته سیال نیوتنی (μ_f)، ۰/۱ $g/cm.s$ بوده و چگالی سیال (ρ_f) مساوی ۱ g/cm^3 است. همچنین چگالی ذره دایروی (ρ_s) برابر ۱/۰۱ g/cm^3 بوده و قطر آن (D) مساوی ۰/۲۵cm در نظر گرفته شده است. شتاب گرانش در جهت منفی y اعمال شده است. در حالت اولیه، ذره در مکان (۱cm ،۴ cm) قرار داده شده و ذره و سیال هر دو ساکن هستند. در کار حاضر، ۵۰ نقطه لاگرانژی به‌طور یکنواخت در راستای مرز سیلندر توزیع شده‌اند. زمان آسایش به‌صورت τ_f=۰/۶۵ تنظیم شده است که معادل با ۵×۱۰^{-۵} s برای هر گام زمانی است.



شکل ۵-۱ هندسه و شرایط مرزی مربوط به سقوط ذره در محفظه

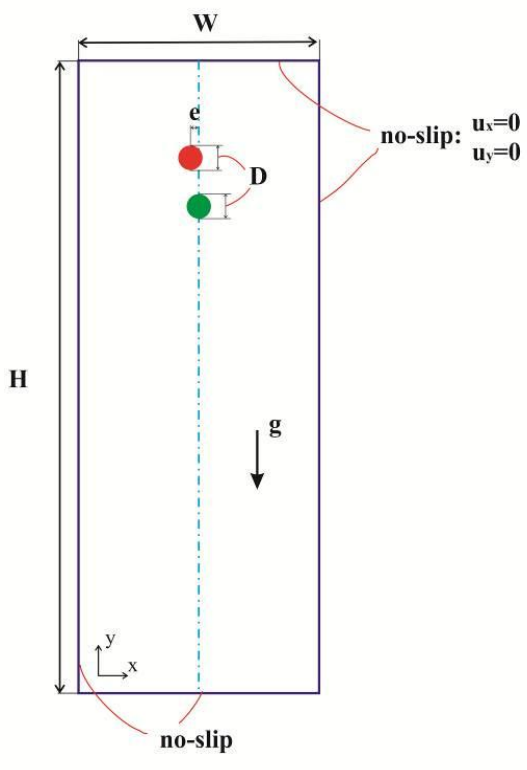
شکل ۵-۲ نتایج حاصل از روش حاضر را با نتایج آقایان وو و شو [۷۹] و ون و تورک [۲۳۰] برای متغیرهای مکان طولی مرکز ذره، سرعت، عدد رینولدز ($\mathrm{Re}_p = \rho_p d_p \sqrt{u_p^2 + v_p^2} / \mu$) و انرژی جنبشی انتقالی ذره ($E_t = 0.5M\left(u_p^2 + v_p^2\right)$) مقایسه می‌کند. در اینجا M جرم ذره بوده و u_ρ و v_ρ مؤلفه‌های سرعت ذره می‌باشند. همان‌گونه که از شکل ۵-۲ مشخص است، نتایج حاضر تطابق بسیار خوبی با نتایج کار آقایان وو و شو [۷۹] و ون و تورک [۲۳۰] برای تمامی متغیرهای ذکر شده، دارند. اختلافات جزئی که در بازه زمانی انتهایی مشاهده می‌شود مربوط به الگوریتم‌های مختلفی است که برای شبیه‌سازی برخورد بین ذره و دیواره پایینی محفظه استفاده شده است. بایستی تأکید کرد که در مطالعه حاضر، برخلاف اکثر کارهای قبلی انجام شده، نیروی ناشی از وجود جرم شتاب‌دار (بخش ۳-۵) نیز در نظر گرفته شده است؛ اما در مورد سیالات نیوتنی مورد بحث در این بخش، اثرات این نیرو ناچیز است.



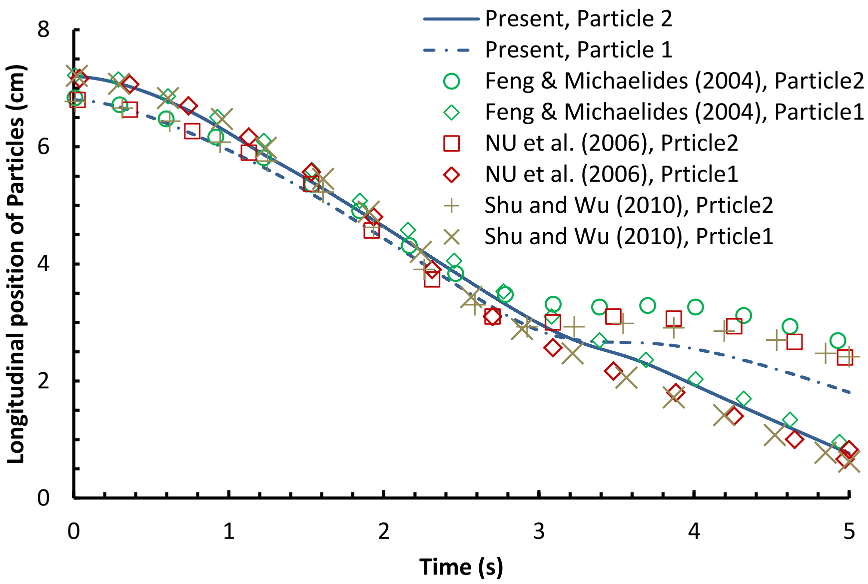
شکل ۵-۲ تاریخچه زمانی مربوط به (الف) مختصات طولی مکان، (ب) سرعت طولی، (ج) عدد رینولدز و (د) انرژی جنبشی انتقالی در سقوط یک ذره درون محفظه حاوی سیال نیوتنی

۵-۳-۱-۲- سقوط دو ذره در سیال نیوتنی

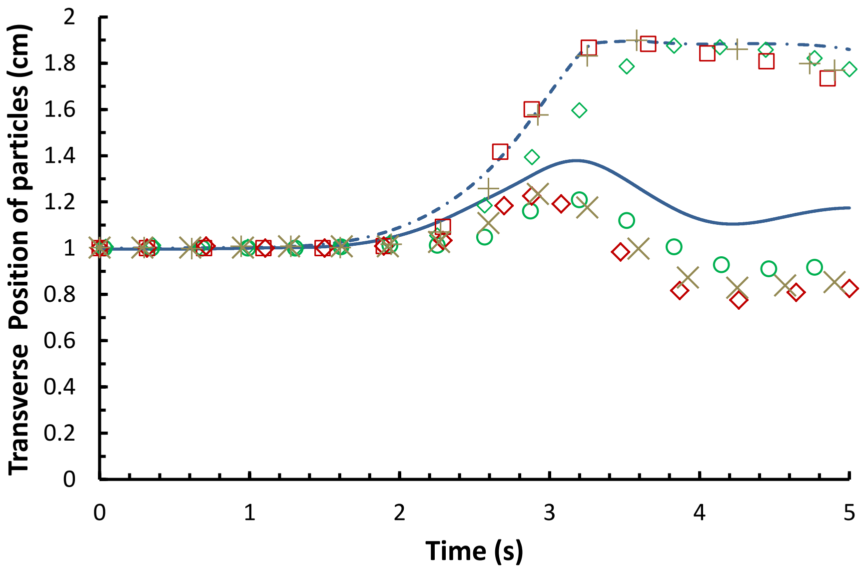
همانند مسئله سقوط یک ذره در سیال نیوتنی، مسئله سقوط دو ذره و برهم‌کنش بین آن‌ها در یک محیط سیال نیوتنی نیز به‌عنوان یک معیار اعتبارسنجی به‌صورت گسترده‌ای اعمال گردیده است. برای این شبیه‌سازی یک محفظه با عرض W=۲cm و ارتفاع H=۸cm در نظر گرفته شده است. شکل ۵-۳ هندسه و شرایط مرزی مربوط به این مسئله را نشان می‌دهد. دامنه محاسباتی شامل ۸۰۰×۲۰۰ گره محاسباتی بوده و هر ذره قطری برابر D=۰/۲cm دارد که با ۵۰ گره لاگرانژی نشان داده می‌شود. ویسکوزیته و چگالی سیال نیوتنی به ترتیب $g/cm.s$ ۰/۱ و g/cm^3 ۱ هستند. چگالی ذره g/cm^3 ۱/۰۱ در نظر گرفته شده است. در حالت اولیه دو ذره و سیال همگی ساکن بوده و از ارتفاع‌های ۶/۸cm و ۷/۲cm رها می‌شوند. همچنین ذره پایینی دقیقاً روی خط مرکزی کانال واقع است در حالی که ذره بالایی با کمی انحراف (e=۰/۰۰۱cm) نسبت به خط مرکزی رها می‌شود. برای این شبیه‌سازی، زمان آسایش برابر ۰/۶۵ تنظیم شده است که معادل ۵×۱۰^{-۴} برای هر گام زمانی است.



شکل ۵-۳ هندسه و شرایط مرزی مربوط به سقوط دو ذره در محفظه



(الف)



(ب)

شکل ۵-۴- (الف) مکان عرضی و (ب) مکان طولی دو ذره در سیال نیوتنی

شکل ۵-۴ تغییرات مختصات طول و عرض مرکز ذره با زمان را با نتایج حاصل از کارهای گذشته مقایسه کرده است [۱۰۹،۷۹،۴۲]. پدیده‌های درفتینگ، کیسینگ و تامبلینگ (DKT) در سیال نیوتنی به وضوح در این شکل‌ها مشخص است. نتایج حاصل از کار حاضر، تطابق قابل قبولی را در حین وقوع پدیده‌های درفتینگ، کیسینگ و آغاز پدیده تامبلینگ نشان می‌دهد. دوباره تأکید می‌شود

که اختلافات جزئی موجود به دلیل اضافه شدن عبارت نیرویی مربوط به حضور جرم شتاب‌دار بوده و این نیرو در اکثر کارهای قبلی در نظر گرفته نشده است. از طرف دیگر، تامبلینگ اساساً نقطه آغاز یک ناپایداری در حرکت ذره است [۲۳۱] و انواع مختلفی از پدیده تامبلینگ در کارهای سابق گزارش شده است [۲۳۲].

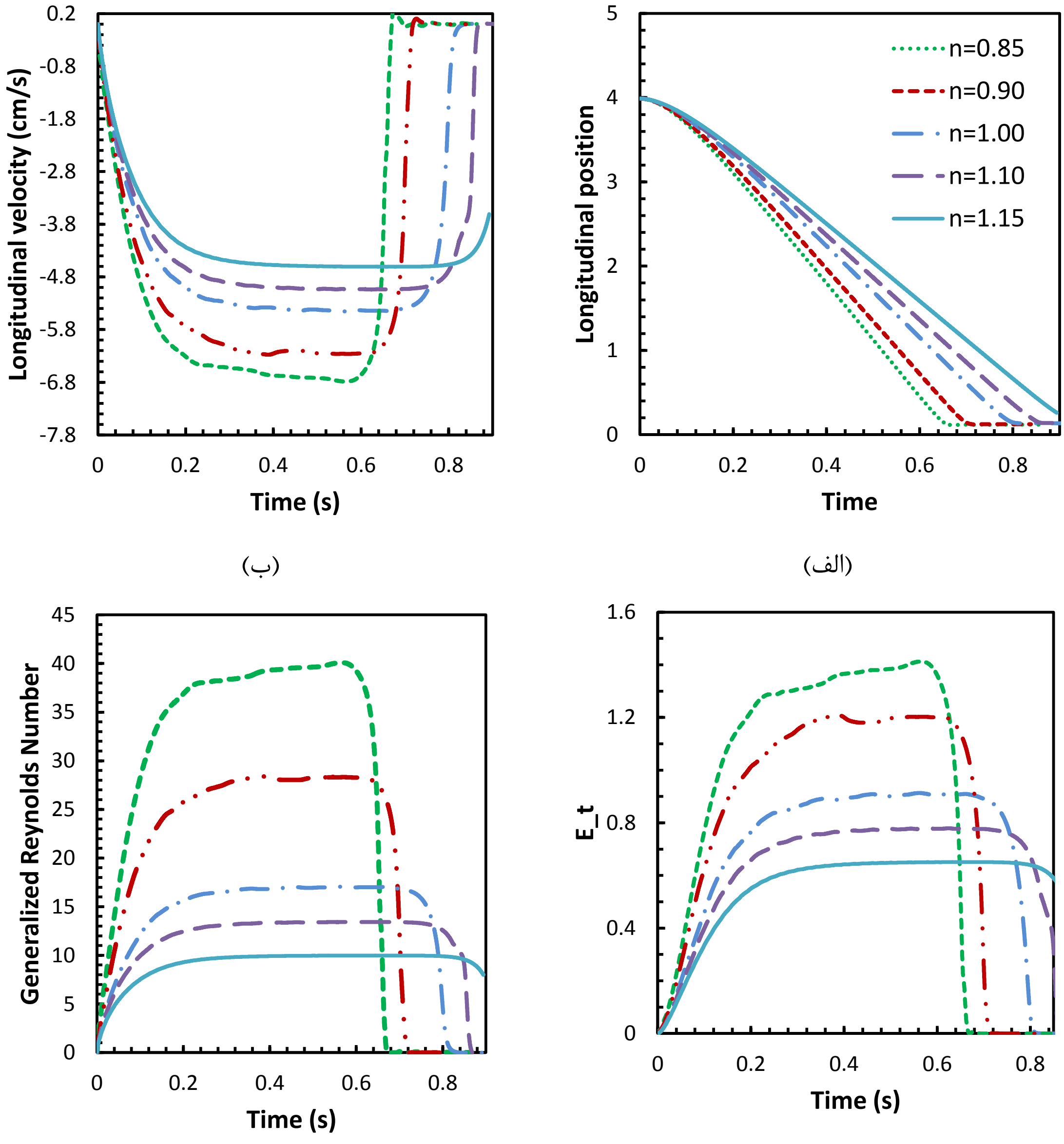
۵-۳-۲- سقوط یک ذره دایره‌ای در سیال غیرنیوتنی

مهم‌ترین هدف این بخش شبیه‌سازی و مقایسه رفتار یک جسم دایره‌ای صلب حین سقوط در سیالات مختلف نیوتنی، رقیق برشی و ضخیم برشی است. مکانیسم حرکت ذره در سیالات غیرنیوتنی تقریباً پیچیده بوده و به طرز چشمگیری متأثر از تشکیل گردابه‌ها و اثرات وجود دیواره است.

۵-۳-۲-۱- سقوط ذره در یک محفظه محدود

برای این بخش نیز، همان هندسه نشان داده شده در شکل ۵-۱ بکار گرفته شده است. تمام شبیه‌سازی‌های انجام شده برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی در یک عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته مشابه ($Ar_{pl}=۶۰۱$) صورت پذیرفته است. تاریخچه زمانی مربوط به مختصات طولی، سرعت طولی، انرژی جنبشی انتقالی و عدد رینولدز تعمیم‌یافته برای جریان سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی رقیق برشی و ضخیم برشی در شکل ۵-۵ ارائه شده است. همان‌گونه که در شکل ۵-۵ نشان داده شده است، با تغییر خواص از سمت سیالات رقیق برشی به سمت سیالات نیوتنی و سپس ضخیم برشی، سرعت ذره کاهش خواهد یافت. اگرچه که میزان اختلاف بین شاخص‌های مختلف رفتار غیرنیوتنی توانی در شکل ۵-۵ نسبتاً کم است، اما تأثیر قابل توجهی روی نتایج گزارش شده، دارد. این امر تأثیر زیاد رفتار غیرنیوتنی سیال را روی حرکت ذره نشان می‌دهد. این تغییرات می‌تواند با توجه به نحوه تغییر نرخ برش در نزدیکی مرز غوطه‌ور توضیح داده شود.

در مورد مسئله سقوط یک ذره در سیال ساکن، بیشترین نرخ تغییر شکل سیال در نزدیکی سطح جسم غوطه‌ور رخ می‌دهد و بنابراین ویسکوزیته سیال متحرک که سیلندر را در برگرفته است با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی، افزایش خواهد یافت. افزایش ویسکوزیته سیال منجر به حرکت کندتر مرز غوطه‌ور در سیالات ضخیم برشی در مقایسه با سیالات نیوتنی و رقیق برشی در عدد ارشمیدس مشابه خواهد شد.

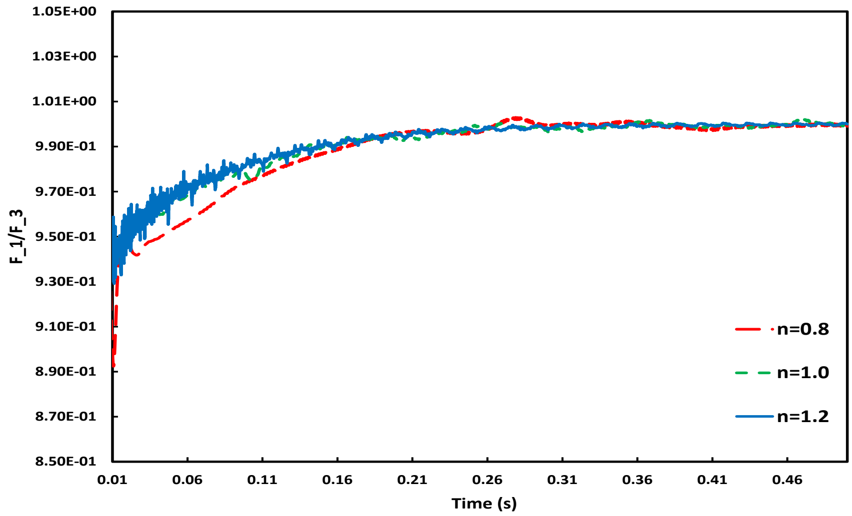


(د) (ج)

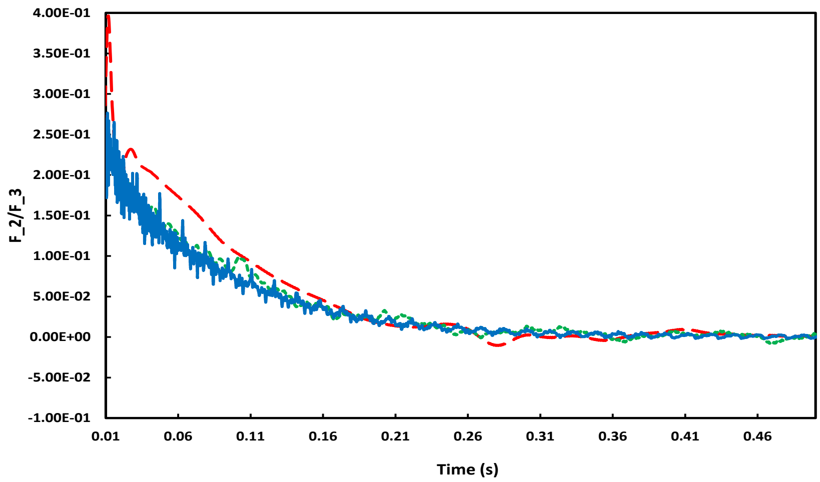
شکل ۵-۵ تاریخچه زمانی مربوط به (الف) مکان طولی، (ب) سرعت طولی، (ج) انرژی جنبشی انتقالی و (د) عدد رینولدز تعمیم‌یافته برای جریان سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی.

با توجه به تعریف E_t و Re_{pl}، کاملاً واضح است که مقادیر این پارامترها با افزایش سرعت ذره (که متناظر با کاهش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی است) افزایش خواهد یافت (به شکل ۵-۵ ج و د مراجعه نمایید). همچنین با توجه به معادلات حرکت نیوتنی، افزایش سرعت ذره در اثر کاهش شاخص رفتار سیال غیرنیوتنی منجر به کاهش زمان مورد نیاز جهت رسیدن ذره به کف محفظه (شکل ۵-۵ الف) خواهد شد.

شکل ۵-۶ الف و ب به ترتیب تغییرات زمانی مربوط به دو عبارت نیرویی دخیل در معادله حرکت نیوتنی (۳-۲۸) یعنی نیروی $\vec{F}_1 = -\sum_b \vec{F}\left(\vec{x}_b\right)\Delta s_b$ و نیروی ناشی از وجود جرم شتاب‌دار ($\vec{F}_2 = M_f \, d\vec{U}_c / dt$) را در سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی نشان می‌دهد. این نیروها با استفاده از نیروی شناوری/گرانش ($\vec{F}_3 = \left(1 - M_f / M_s\right) M_s \vec{g}$) که به ذره وارد می‌شود، بی‌بعد شده‌اند. همان‌گونه که در شکل ۵-۶ الف نشان داده شده است، هنگامی‌که ذره در یک سیال ویسکوز رها می‌شود، مقادیر نیروی F_1 وارد بر ذره افزایش می‌یابد تا اینکه نهایتاً به مقدار نیروی F_3 می‌رسد. در این وضعیت، ذره سقوط با سرعت یکنواخت (سرعت حد) را تجربه خواهد کرد؛ زیرا F_1 و F_3 در جهت‌های مخالف عمل می‌کنند و یکدیگر را خنثی می‌نمایند. در شکل ۵-۶ ب، تغییرات زمانی مربوط به نیروی F_2 در مسئله سقوط ذره درون سیالات توانی با شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی مختلف نشان داده شده است. در اکثر کارهای قبلی از این عبارت نیرویی صرف‌نظر شده است. اگرچه که مقادیر این نیرو در مقایسه با نیروهای F_1 و F_3 کوچک‌تر است (شکل ۵-۶ ب)، اما شکی نیست که برای شبیه‌سازی دقیق و واقعی‌تر مسئله حتماً باید این نیرو لحاظ شود (به بخش ۳-۵ مراجعه بفرمائید). لزوم در نظر گرفتن عبارت نیرویی F_2، برای سیالات با خواص رقیق برشی پررنگ‌تر است زیرا مقادیر F_2 در شاخص رفتار غیرنیوتنی کوچک‌تر، بیشتر خواهد بود.



(الف)



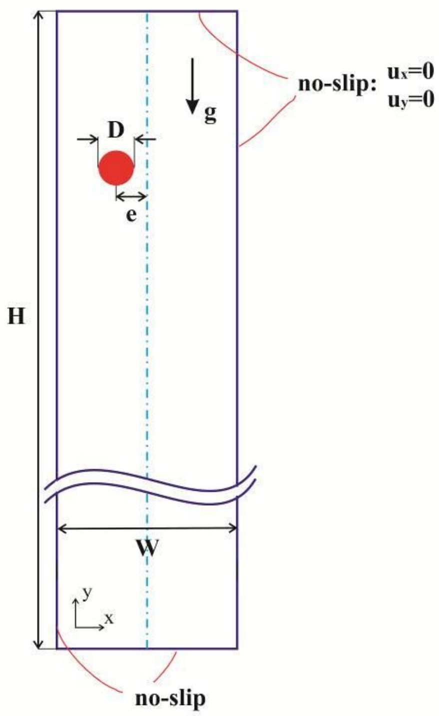
(ب)

شکل ۵-۶ تغییرات زمانی مربوط به عبارت نیروی بی‌بعد شده به ازاء (الف) F1 و (ب) F2 در سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی.

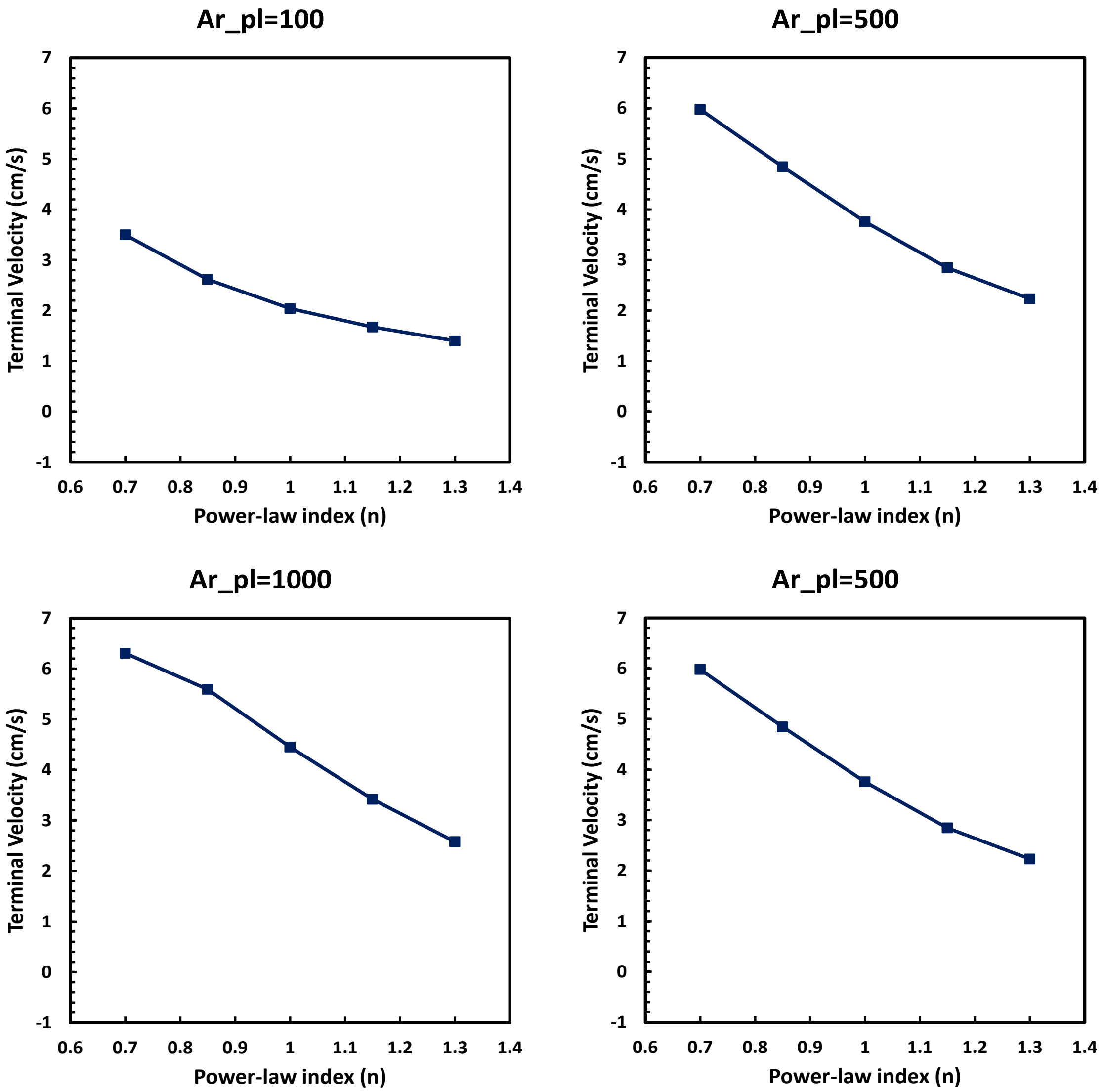
۵-۳-۲-۲- سقوط ذره در یک کانال نامحدود

در این بخش، اثرات دو پارامتر شاخص رفتار غیرنیوتنی و عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته روی سرعت حدی و عدد رینولدز تعمیم‌یافته در دامنه‌ای به‌صورت $0/7 < n < 1/3$ و $5\times 10^{2} < Ar_{pl} < 5\times 10^{3}$ مورد بررسی قرار گرفته است. به دلیل سرعت زیاد ذره در سیالات رقیق برشی (خصوصاً با شاخص‌های

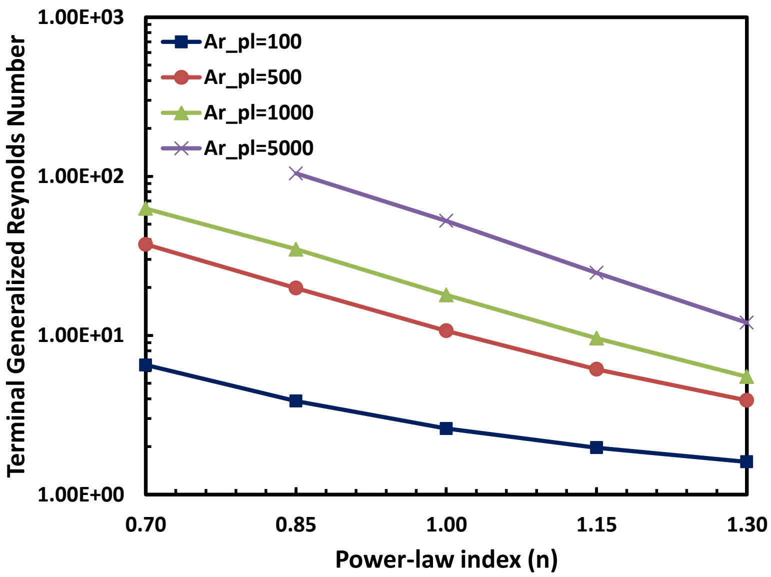
رفتار غیرنیوتنی کوچک‌تر و اعداد ارشمیدس تعمیم‌یافته بزرگ‌تر)، یک دامنه محاسباتی وسیع‌تر شامل ۴۰۰۱×۲۰۱ گره محاسباتی در نظر گرفته شده است. در واقع هندسه مسئله شامل یک محفظه با عرض W=۲cm و ارتفاع زیاد H=۴۰cm است که شرایط مرزی عدم لغزش ($u_x = 0$ و $u_y = 0$) برای تمامی اضلاع آن اعمال گردیده است (شکل ۵-۷). همان‌گونه که در شکل ۵-۸ نشان داده شده است، سرعت حد ذره در حال سقوط با کاهش شاخص رفتار غیرنیوتنی افزایش خواهد یافت. البته این افزایش برای مقادیر کوچک‌تر عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته (یعنی $Ar_{pl} = ۱۰۰$) کم‌تر است؛ به عبارت دیگر اثرات شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی با کاهش سرعت ذره، کاهش خواهد یافت. این مسئله در شکل ۵-۹ نیز مشهود است. با توجه به شکل ۵-۹ افزایش عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته و خواص غیرنیوتنی رقیق برشی جریان منجر به افزایش مقادیر عدد رینولدز تعمیم‌یافته حدی خواهد شد.



شکل ۵-۷- هندسه و شرایط مرزی مربوط به سقوط ذره در کانال نامحدود

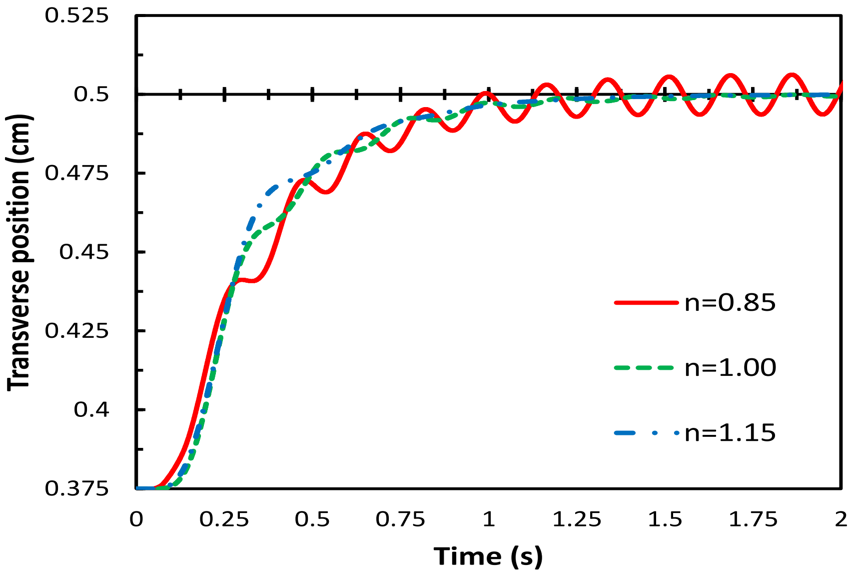


شکل ۵-۸ تغییرات سرعت حدی ذره برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی برای اعداد ارشمیدس تعمیم‌یافته مختلف

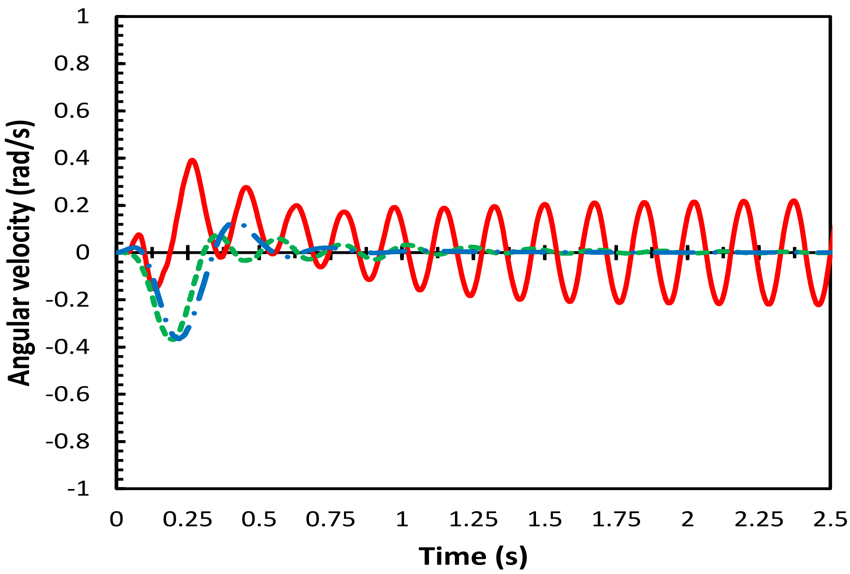


شکل ۵-۹ تغییرات عدد رینولدز تعمیم‌یافته حدی ذره برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی برای اعداد ارشمیدس تعمیم‌یافته مختلف

علاوه بر این، به منظور بررسی حرکت عرضی و چرخشی ذره در حین سقوط، ذره در حالت ابتدایی به اندازه شعاع ذره خارج از مرکز نصب شده است ($e = D/2$). شکل ۵-۱۰ الف و ب به ترتیب تغییرات مکان عرضی و سرعت زاویه‌ای ذره را با زمان نشان می‌دهند. شکل ۵-۱۰ برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی مختلف در عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته ۵×۱۰^{۳} رسم شده است. با توجه به شکل ۵-۱۰ الف، در مسئله سقوط درون سیالات نیوتنی و ضخیم برشی، ذره به‌صورت پایا در راستای خط مرکزی کانال قرار می‌گیرد؛ اما در شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی توانی کوچک‌تر، پس از گذشت مدت زمان کافی از شروع حرکت ذره به‌صورت متناوب حول خط مرکزی نوسان خواهد کرد (شکل ۵-۱۰ ب). دامنه نوسانات با کاهش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی افزایش خواهد یافت. سرعت زاویه‌ای نیز در شاخص‌های بالا (n≥۱) صفر خواهد شد. در واقع، در مسئله سقوط ذره درون سیالات نیوتنی و ضخیم برشی ($Ar_{pl} = ۵\times ۱۰^{۳}$)، سرعت ذره کم است و گردابه‌های تشکیل شده در پشت سیلندر به‌صورت پایا و متقارن هستند که منجر به صفر شدن سرعت‌های زاویه‌ای (شکل ۵-۱۰ ب) خواهد شد؛ اما در مورد سیالات غیرنیوتنی رقیق برشی، گردابه‌های نوسانی غیر پایا در نزدیکی ذره به وجود خواهد آمد و ذره به‌صورت منظم حول مرکز کانال نوسان خواهد کرد (شکل ۵-۱۰ ب).



(الف)

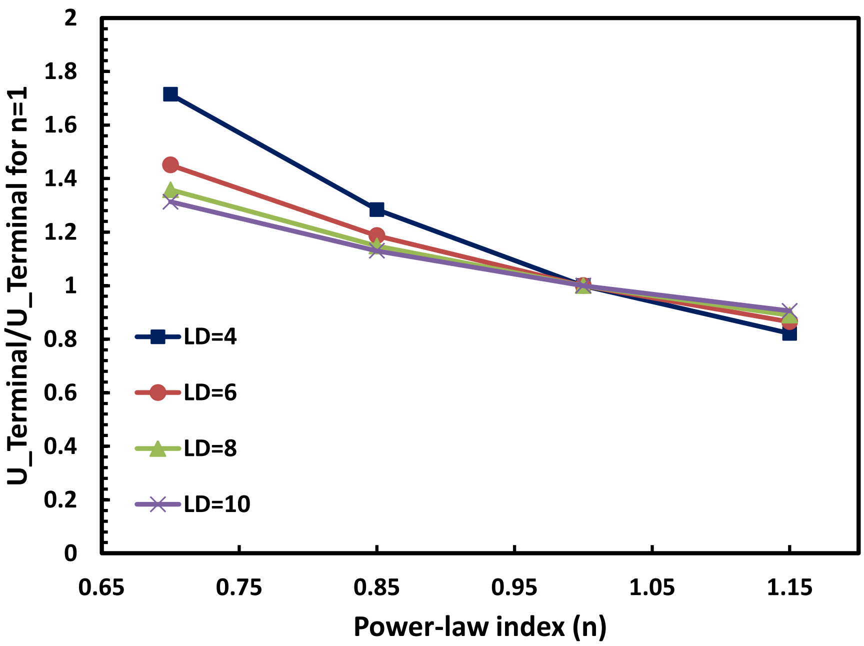


(ب)

شکل ۵-۱۰ تاریخچه زمانی مربوط به (الف) مکان عرضی و (ب) سرعت زاویه‌ای ذره

۵-۳-۲-۳- اثرات وجود دیواره

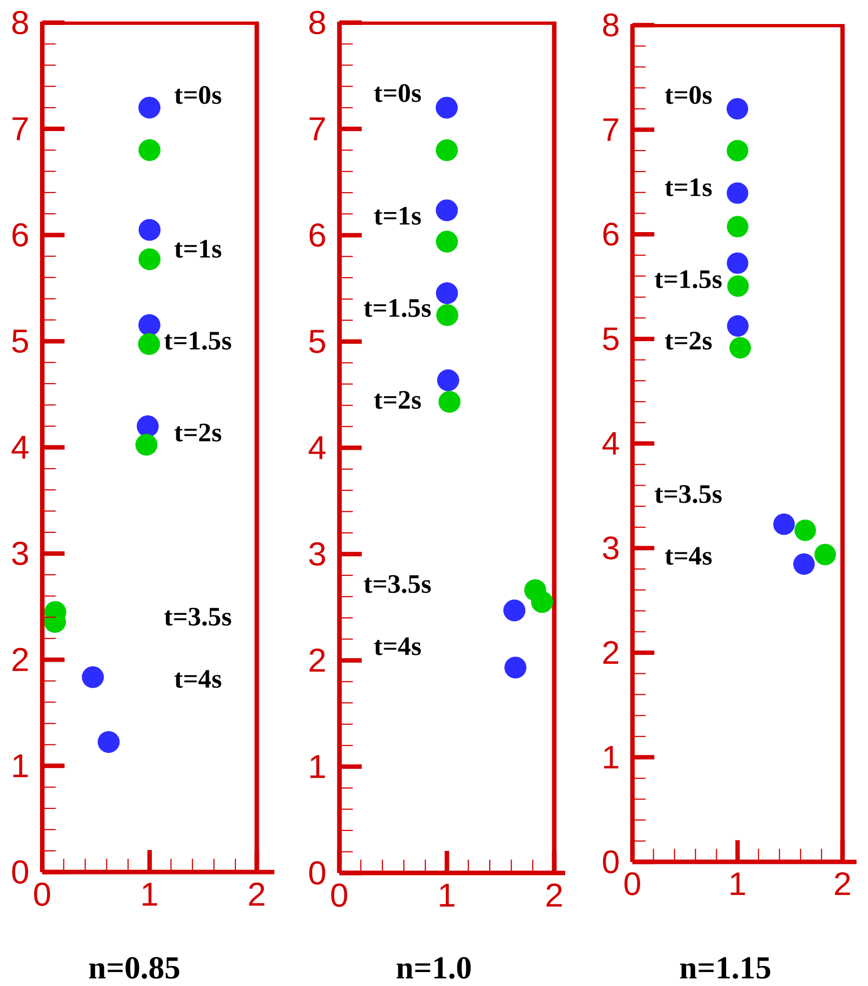
در این قسمت به طور مختصر اثرات وجود دیواره را روی حرکت ذره در سیالات مختلف نیوتنی و غیرنیوتنی (و در $Ar_{pl} = ۱۰۰$) مورد مطالعه قرار گرفته است. برای این منظور اثرات شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی و نسبت عرض کانال به قطر ذره (L/D) روی سرعت حدی بی‌بعد ($U_T/U_{T\ for\ n=1}$)، در شکل ۵-۱۱ بررسی شده است. همان‌گونه که از این شکل مشخص است، اثرات افزایش L/D روی سرعت حدی بی‌بعد برای سیالات رقیق برشی و ضخیم برشی (۰/۷<n<۱/۱۵) عکس همدیگر است. برای n<۱، سرعت حدی بی‌بعد با افزایش L/D کاهش خواهد یافت در حالی‌که برای n>۱، افزایش L/D منجر به افزایش این سرعت می‌شود. به بیان دیگر در سیالات رقیق برشی با افزایش L/D اثرات شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی روی سرعت حد جریان کاهش می‌یابد در حالی‌که برای n>۱ این افزایش باعث بیشتر شدن اثرات n می‌شود. البته روند تغییرات سرعت بی‌بعد برای n<۱ مشهودتر است.



شکل ۵-۱۱ تغییرات سرعت حدی بی‌بعد با شاخص رفتار غیرنیوتنی مختلف برای نسبت‌های L/D مختلف

۵–۳–۳– سقوط دو ذره در سیال غیرنیوتنی

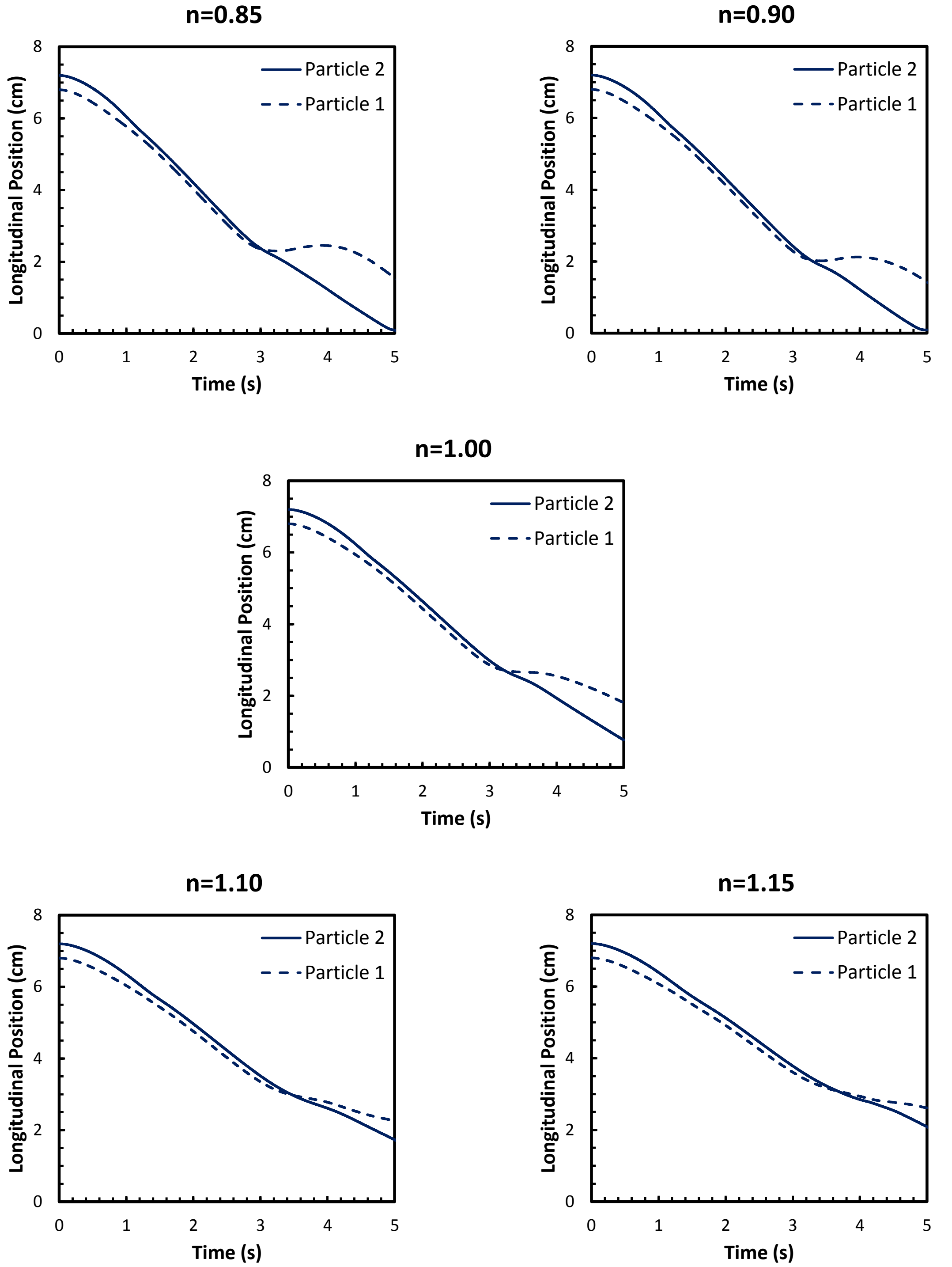
کاملاً واضح است که سقوط ذرات در یک سیال غیرنیوتنی، مکانیسمی متفاوت در مقایسه با سیال نیوتنی خواهد داشت. در این بخش، نقش رفتار غیرنیوتنی در مسئله سقوط دو ذره از حالت سکون مورد مطالعه قرار می‌گیرد. هندسه محفظه مشابه شکل ۵-۳ است و ذره و سیال در حالت اولیه هر دو ساکن هستند. نسبت چگالی هر یک ذرات به سیال ۱/۰۱ می‌باشد. شبیه‌سازی با رها کردن دو ذره در لحظه $t = ۰$ s به ترتیب از ارتفاع ۶/۸cm (p_1) و ۷/۲cm (p_2) و تحت اثر نیروی گرانش آغاز می‌شود. در این مطالعه، ذرات تحت یک عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته مشابه ($Ar_{pl} = ۱۲۳۱/۵$) رها می‌شوند.



شکل ۵-۱۲ شماتیک مربوط به سقوط دو ذره دایره‌ای در یک کانال حاوی سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی در زمان‌های گوناگون

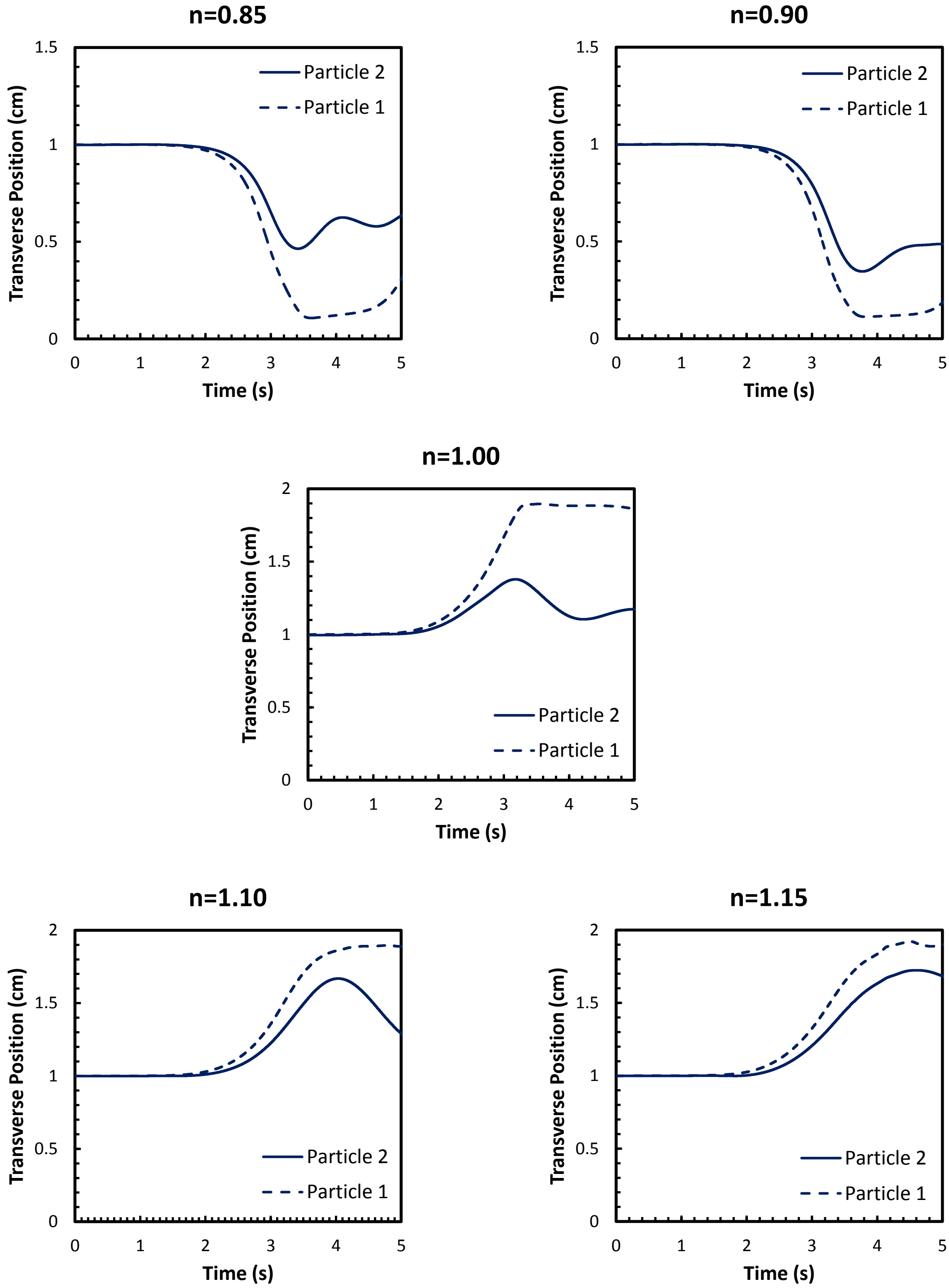
در حالت اولیه، p_1 یک انحراف جزئی برابر ۰/۰۰۱ cm از مرکز کانال دارد، اما p_2 دقیقاً روی خط مرکزی کانال قرار داده شده است. p_1 یک گردابه با فشار کم (در پشت p_1) ایجاد می‌کند و p_2 در این جریان کم فشارتر به دام افتاده و با سرعت بیشتری نسبت به p_1 (به دلیل اعمال نیروهای هیدرودینامیک کوچک‌تر روی آن) سقوط می‌کند (درفتینگ). به دلیل افزایش بیشتر سرعت p_2، فاصله بین ذرات کاهش‌یافته و بالاخره این دو با یکدیگر در تماس قرار می‌گیرند (کیسینگ). این وضعیت ناپایا بوده و آن‌ها نهایتاً از یکدیگر جدا می‌شوند (تامبیلینگ). شکل ۵-۱۲، شماتیک مربوط به حرکت ذرات در سیالات رقیق برشی ($n=۰/۸$)، نیوتنی ($n=۱/۰۰$) و ضخیم برشی ($n=۱/۳$) را در زمان‌های مشابه ۰s، ۱s، ۱.۵s، ۲ s، ۳.۵ s و ۴ s نشان می‌دهد. پدیده DKT برای شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی در این شکل کاملاً مشهود است.

مختصات طولی و عرضی مرکز ذره به‌صورت لحظه‌ای برای سیالات مختلف نیوتنی و غیرنیوتنی در شکل ۵-۱۳ مقایسه شده‌اند. نتایج نقش زیاد شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی را روی برهم‌کنش بین ذرات در سیالات ضخیم برشی و رقیق برشی نشان می‌دهد. با وجود جاگیری‌های اولیه مشابه در تمامی موارد، حرکت عرضی پس از برخورد در سیالات رقیق برشی در جهتی مخالف با سیالات نیوتنی و ضخیم برشی انجام می‌شود. بررسی برهم‌کنش بین ذرات در سیالات غیرنیوتنی می‌تواند به‌صورت دقیق‌تر با رسم تغییرات مربوط به زمان شروع پدیده‌های درفتینگ و کیسینگ برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی مورد مطالعه قرار گیرد (شکل ۵-۱۴). مقادیر مربوط به زمان شروع پدیده‌های درفتینگ و کیسینگ در سیالات نیوتنی تطابق بسیار خوبی با نتایج آقایان وو و شو [۷۹] و نیو و همکاران [۱۰۹] دارد. با توجه به شکل ۵-۱۴ زمان‌های مربوط به درفتینگ و کیسینگ برای مقادیر کوچک‌تر شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی به‌طور قابل ملاحظه‌ای کمتر هستند. در سیالات ضخیم برشی، مقادیر مذکور به‌صورت بسیار محسوسی با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی، افزایش می‌یابند. همچنین آهنگ تغییرات برای سیالات ضخیم برشی بسیار بیشتر از سیالات رقیق برشی است.



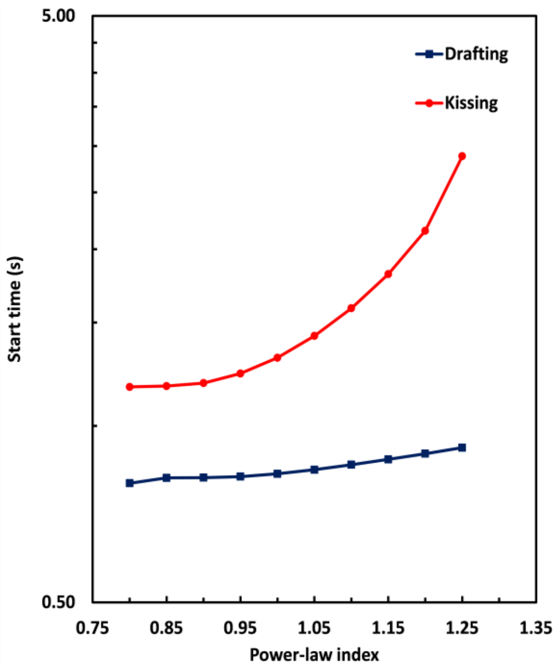
(الف)

ادامه دارد ...



(ب)

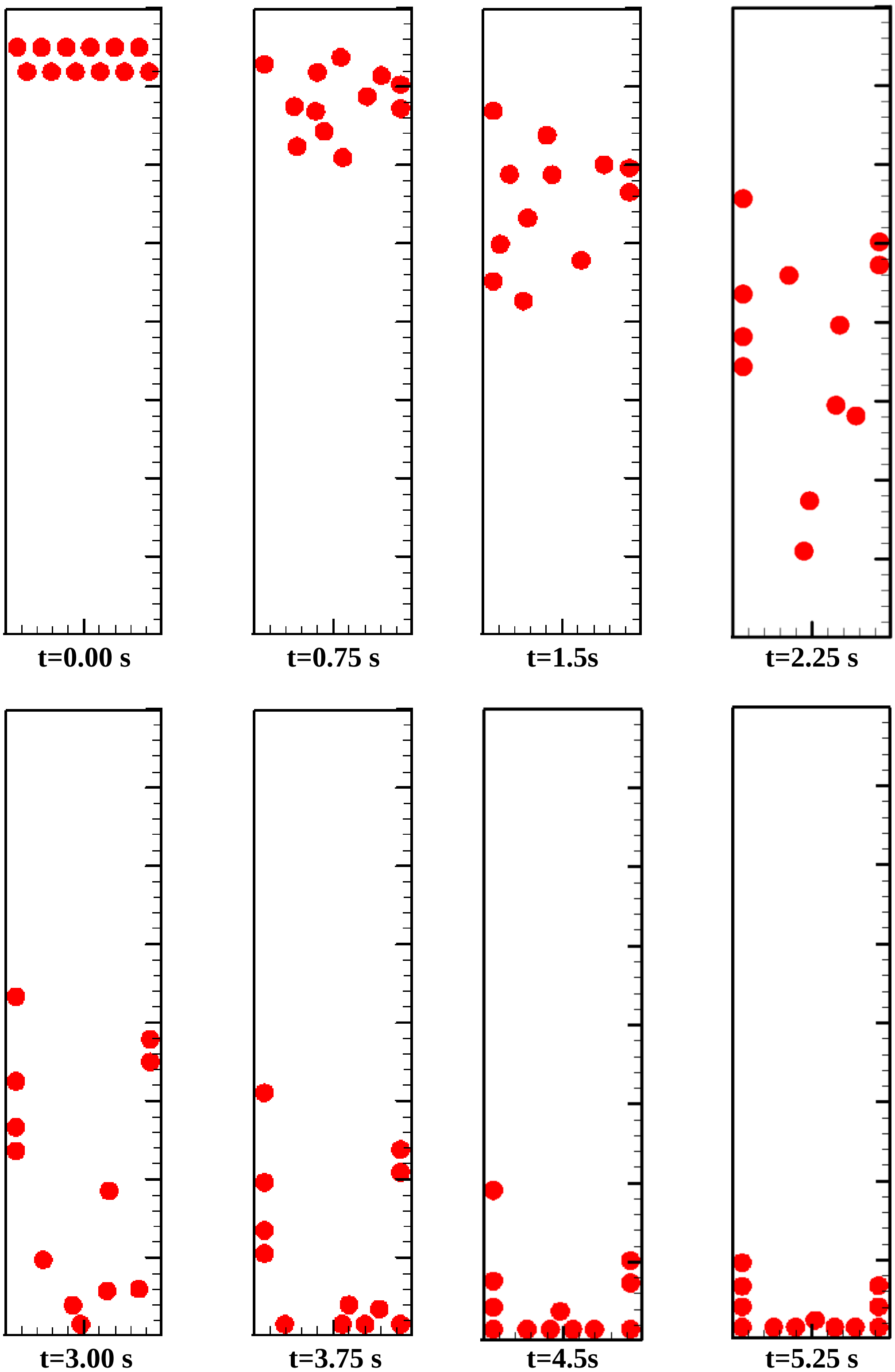
شکل ۵-۱۳ تغییرات زمانی مربوط به (الف) مکان طولی و (ب) مکان عرضی ذرات برای سقوط درون سیالات رقیق برشی (n=۰/۸۵ و n=۰/۹)، نیوتنی و ضخیم برشی (n=۱/۱ و n=۱/۱۵)



شکل ۵-۱۴ زمان شروع مربوط به پدیده‌های درفتینگ و کیسینگ برای شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی مختلف

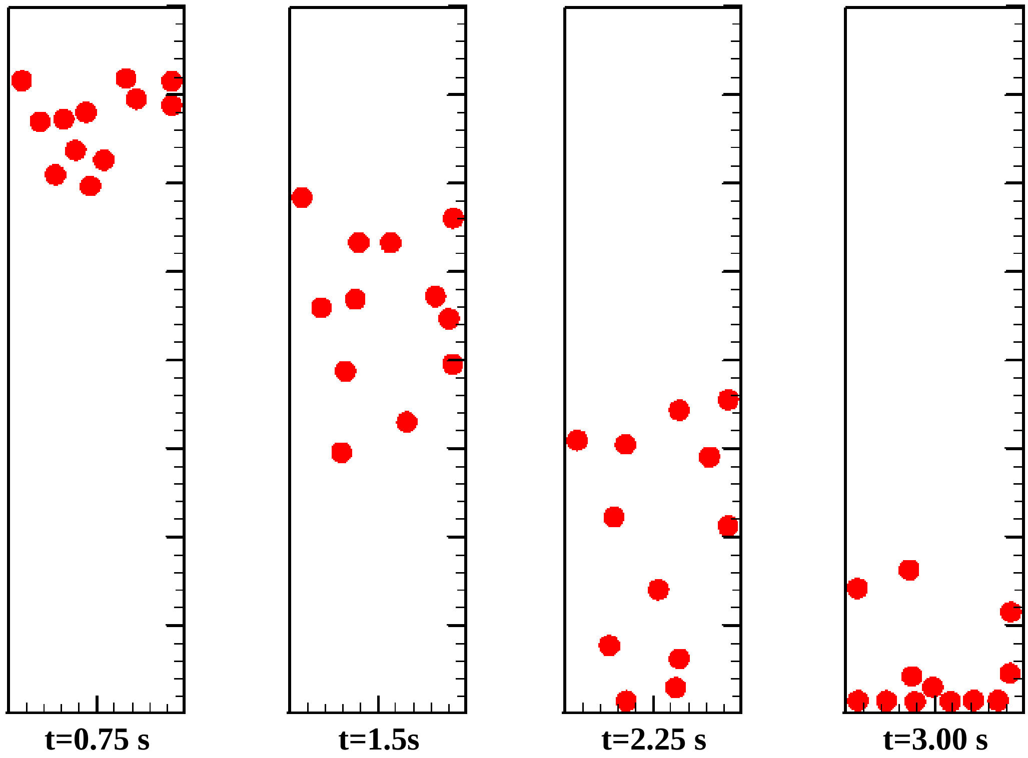
۵-۳-۴- سقوط چند ذره دایره‌ای در یک محفظه

برای بررسی سقوط ذرات در سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی، یک محفظه با عرض ۲cm و ارتفاع ۸cm (با ۸۰۰ × ۲۰۰ گره محاسباتی) در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی روی همه اضلاع محفظه از نوع عدم لغزش ($u_x = 0$ و $u_y = 0$) فرض شده است. هر ذره قطری معادل ۰/۲cm داشته و با ۵۰ گره لاگرانژی پوشش داده شده است. نسبت چگالی ذره به سیال برابر ۱/۲۵ است. همه شبیه‌سازی‌ها در یک عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته مشابه ($Ar_{pl} =$ ۶۰۱) انجام شده است. شکل ۵-۱۵ سقوط ۱۲ ذره در محفظه حاوی سیالات ضخیم برشی، نیوتنی و رقیق برشی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۵-۱۵، سرعت رسوب ذرات در سیالات ضخیم برشی بسیار کندتر است. علاوه بر این در خصوص سیالات نیوتنی و رقیق برشی، ذرات بیشتر تمایل دارند تا یک حرکت عرضی به سمت مرکز کانال (در حین سقوط) داشته باشند، در حالی‌که برای سیال ضخیم برشی بسیاری از ذرات به سمت دیواره‌های جانبی کشیده شده و در مجاورت دیواره سقوط می‌کنند.

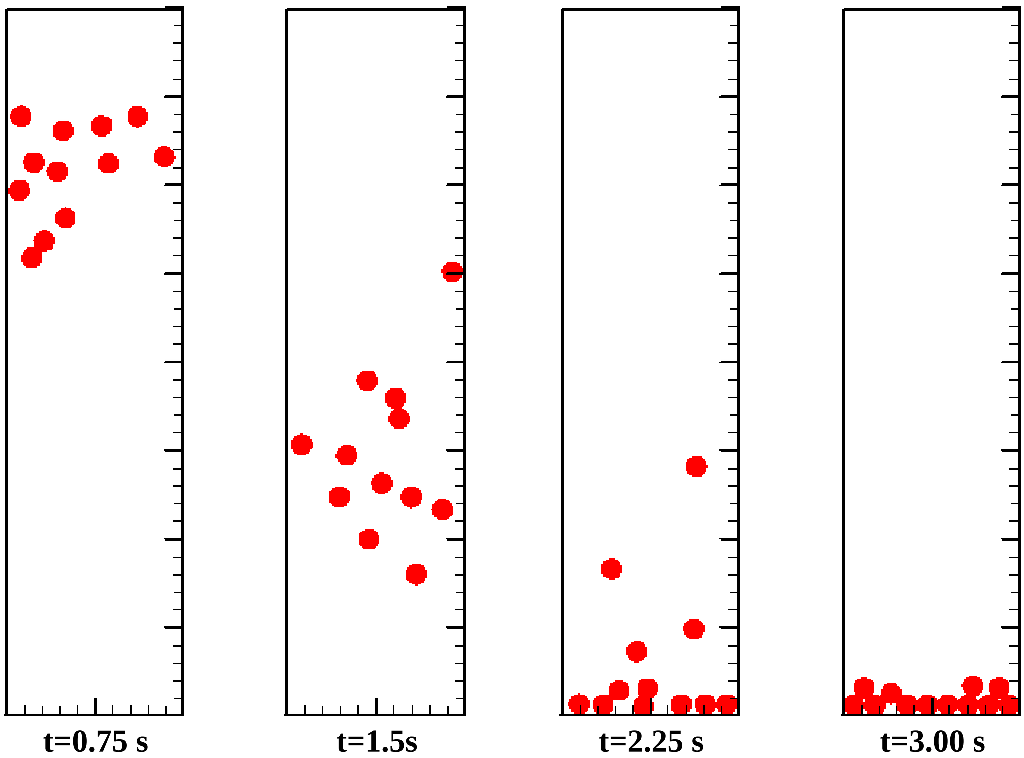


(الف)

ادامه دارد...



(ب)



(ج)

شکل ۵-۱۵ رسوب ۱۲ ذره دایره‌ای در یک محفظه حاوی سیال (الف) رقیق برشی (n=۱/۲)، (ب) نیوتنی و (ج) ضخیم برشی (n=۰/۸) در زمان‌های مختلف

۵-۳-۵- مقایسه حرکت اجسام جامد با اشکال مختلف در سیال غیرنیوتنی

در این بخش به بررسی سقوط ذرات با سطح مقطع‌های مختلف دایره‌ای، مربعی و مثلثی در سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی پرداخته شده است. به منظور بررسی اثرات شکل مقطع ذره ضریب شکل دایره‌ای (Φ) به‌صورت زیر تعریف شده است [۲۹]:

$$\Phi = \frac{P_d^*}{P_p^*} \tag{۵-۵}$$

که P_d^* و P_p^* به ترتیب نمایانگر محیط دایره و محیط چندضلعی است. محیط دایره و چندضلعی با این فرض محاسبه می‌شوند که مساحت هر دو شکل با هم برابرند. اگر اندازه تمامی اضلاع در شکل هندسی مورد نظر مساوی فرض شود، آنگاه رابطه زیر صحیح خواهد بود:

$$\Phi = \left(\frac{\pi}{n_p} \cot an \frac{\pi}{n_p} \right)^{0.5} \tag{۶-۵}$$

که n_p تعداد اضلاع سطح مقطع ذره را نشان می‌دهد. برای سه شکل دایره‌ای، مربعی و مثلثی در نظر گرفته شده در این بخش مقادیر Φ به ترتیب ۱، ۰/۸۸۶ و ۰/۷۷۸ خواهد بود.

جدول ۵-۱ تأثیر اندازه شبکه اویلری و لاگرانژی بر ضریب پسا در Ar_{pl} =۱۰۰۰ برای سطح مقطع‌های مختلف

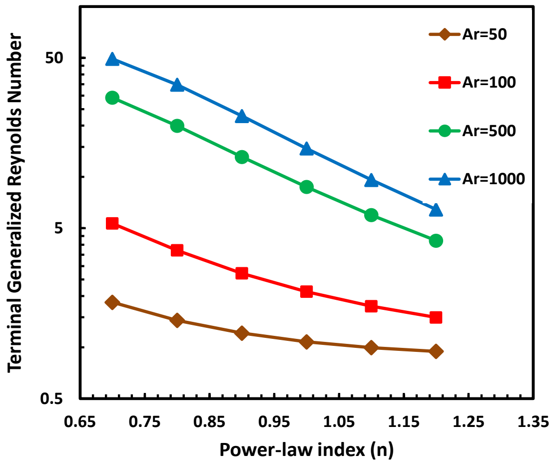
نوع سطح مقطع	اندازه شبکه اویلری	تعداد نقاط لاگرانژی	ضریب پسا در حالت حدی	در صد تغییرات
	۸۱×۳۲۰۱	۸۰	۲/۵۰۸	---
سطح مقطع دایره‌ای	۱۰۱×۴۰۰۱	۱۰۰	۲/۵۶۲	۲/۱۵٪
	۱۲۱×۴۸۰۱	۱۲۰	۲/۵۶۳	۰/۰۴٪
	۸۱×۳۲۰۱	۸۰	۲/۲۱۳	---
سطح مقطع مربعی	۱۰۱×۴۰۰۱	۱۰۰	۲/۲۷۱	۲/۶۲٪
	۱۲۱×۴۸۰۱	۱۲۰	۲/۲۸۲	۰/۴۸٪
	۸۱×۳۲۰۱	۸۰	۱۸/۳۱۰	---
سطح مقطع مثلثی	۱۰۱×۴۰۰۱	۱۰۰	۱۷/۷۵۸	۳/۰۱٪
	۱۲۱×۴۸۰۱	۱۲۰	۱۷/۴۰۴	۱/۹۹٪

جدول ۵-۱ مقادیر ضریب پسا و درصد تغییرات مربوطه را برای اندازه شبکه‌های اویلری و لاگرانژی مختلف در $n=۰/۷$ نشان می‌دهد. این جدول برای هر سه شکل مقطع دایره‌ای، مربعی و مثلثی ارائه شده است. همان‌گونه که در این جدول مشخص است با افزایش شبکه از ۱۰۱×۴۰۰۱ به ۱۲۱×۴۸۰۱، درصد تغییرات برای تمامی سطح مقطع‌ها ناچیز است؛ بنابراین در کار حاضر از یک شبکه اویلری ۱۰۱×۴۰۰۱ با ۱۰۰ نقطه لاگرانژی روی مرز غوطه‌ور استفاده شده است.

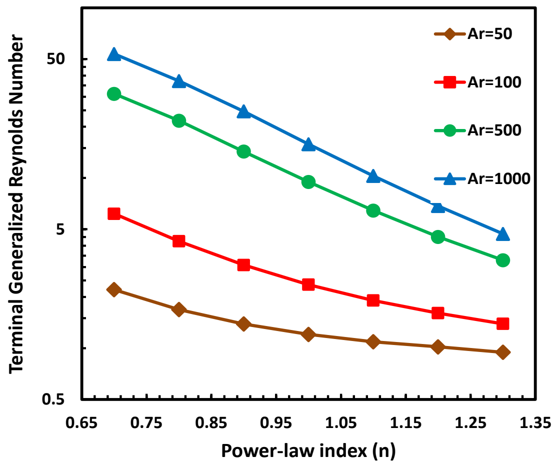
شکل ۵-۱۶ و شکل ۵-۱۷ به ترتیب تغییرات عدد رینولدز تعمیم‌یافته و ضریب پسا را در حالت حدی نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی نشان می‌دهد. این شکل‌ها برای انواع ذرات دایره‌ای، مربعی و مثلثی در اعداد ارشمیدس تعمیم‌یافته مشابه رسم شده‌اند. همان‌گونه که انتظار می‌رود با افزایش Ar_{pl}، عدد رینولدز تعمیم‌یافته و ضریب پسا در حالت حدی برای تمامی سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی به ترتیب افزایش و کاهش خواهند یافت. واضح است که با افزایش Ar_{pl}، نسبت نیروهای گرانشی به ویسکوز افزایش خواهد یافت و متعاقباً سرعت ذره بیشتر می‌شود.

در یک Ar_{pl} مشابه، مقادیر Re_{pl} و C_D در حالت حدی برای سطح مقطع‌های دایره‌ای و مربعی بسیار نزدیک به یکدیگر است و از روندی تقریباً مشابه پیروی می‌کند؛ اما در مورد سطح مقطع مثلثی این مقادیر تفاوت چشمگیری را با دو سطح مقطع دایره‌ای و مربعی نشان می‌دهد. بایستی توجه داشت که در شبیه‌سازی حاضر، عرض کانال برای تمامی ذرات ثابت در نظر گرفته شده است ($\Phi=۴$) و تنها طول ضلع سطح مقطع‌ها با توجه به ضریب شکل دایره‌ای (Φ) تغییر کرده است.

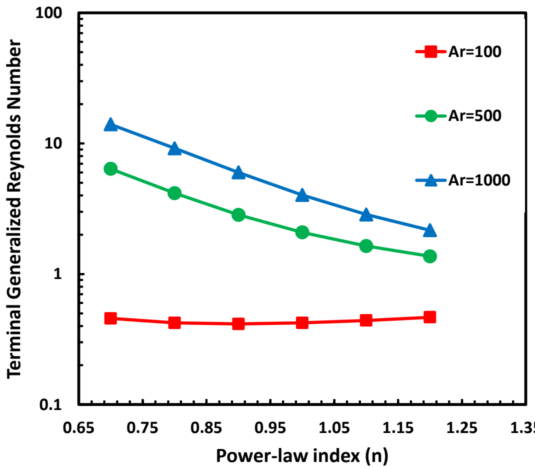
در مورد سطح مقطع مثلثی این افزایش ضلع بسیار محسوس‌تر است که باعث تأثیر بیشتر جریان‌های مخالف ایجاد شده توسط دیواره روی حرکت رو به پایین ذره خواهد شد و بنابراین پارامترهای Re_{pl} و C_D در حالت حدی برای ذره مثلثی به میزان بیشتری نسبت به سایر اشکال ذره، کاهش و افزایش را تجربه خواهند کرد. همان‌گونه که در بخش‌های قبلی نیز توضیح داده شد، Re_{pl} با کاهش n و حرکت به سمت خواص رقیق برشی افزایش خواهد یافت. افزایش سرعت در مورد سیالات رقیق برشی نیز موجب کاهش ضریب پسا می‌شود.



(الف)



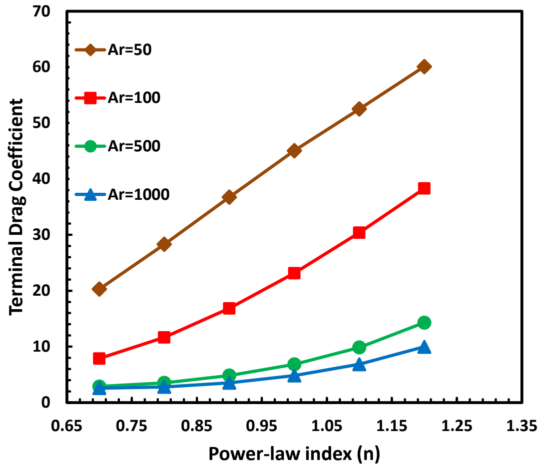
(ب)



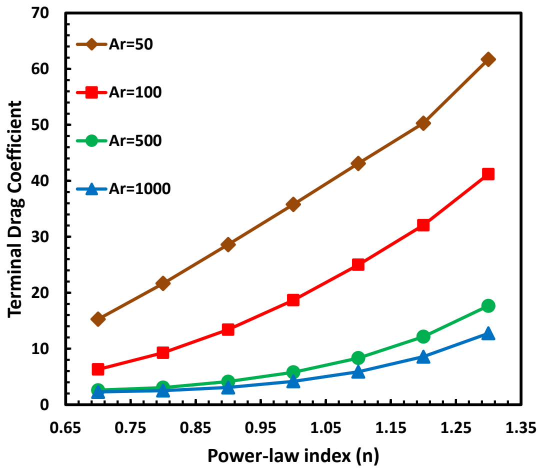
(ج)

شکل ۵-۱۶ تغییرات عدد رینولدز تعمیم‌یافته حدی برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی در مسئله سقوط یک ذره با شکل سطح مقطع (الف) دایره‌ای، (ب) مربعی و (ج) مثلثی برای مقادیر مختلف عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته

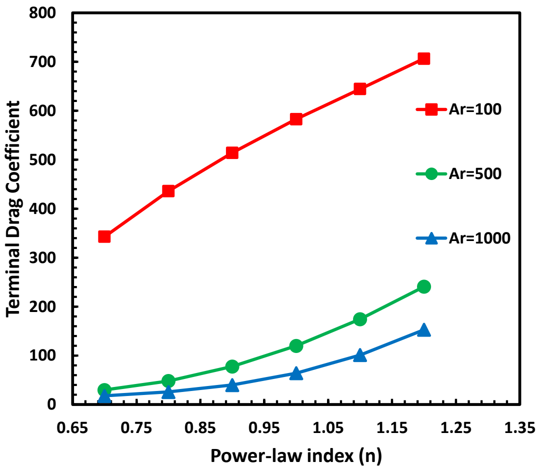
به منظور بررسی حرکت عرضی ذرات با اشکال مختلف، ذرات با کمی انحراف (e=۰/۰۵) نسبت به خط مرکزی کانال رها شده‌اند. شکل ۵-۱۸ مکان عرضی هر یک از ذرات را به‌صورت تابعی از زمان برای سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی نشان می‌دهد.



(الف)



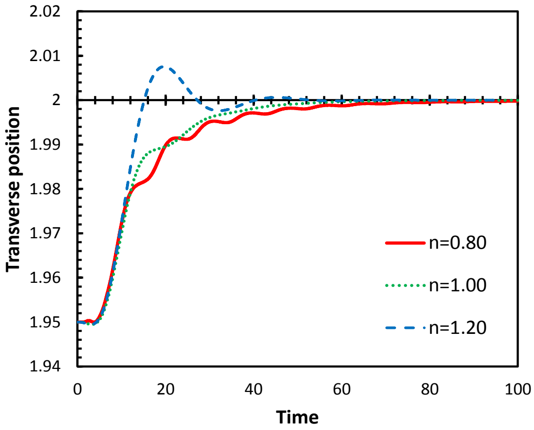
(ب)



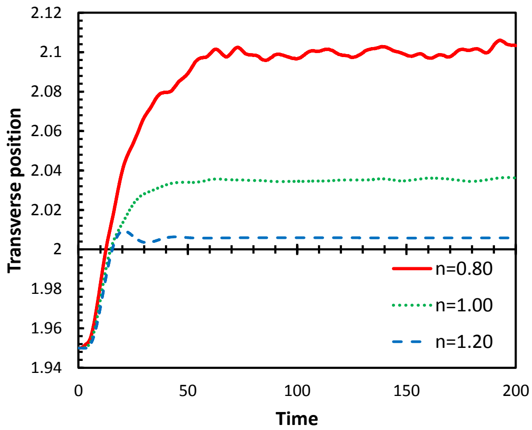
(ج)

شکل ۵-۱۷ تغییرات ضریب پسا در حالت حدی برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی در مسئله سقوط یک ذره با شکل سطح مقطع (الف) دایره‌ای، (ب) مربعی و (ج) مثلثی برای مقادیر مختلف عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته

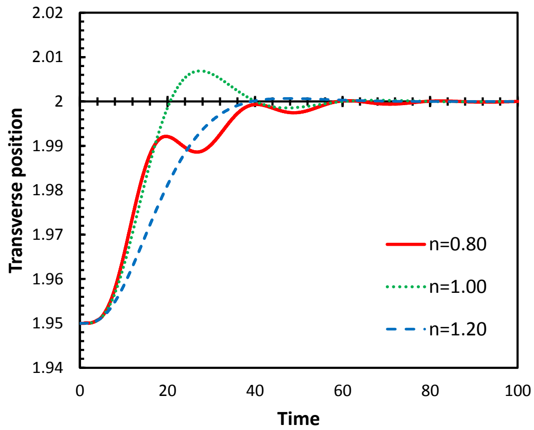
نکته‌ای که بیشتر از همه در این شکل‌ها جلب توجه می‌کند این است که اگرچه ذرات دایره‌ای و مثلثی پس از گذشت زمان کافی (شکل ۵-۱۸ الف و ج) در راستای خط مرکزی کانال حرکت خواهند کرد، اما این موضوع برای ذره با سطح مقطع مربعی متفاوت است.



(الف)



(ب)



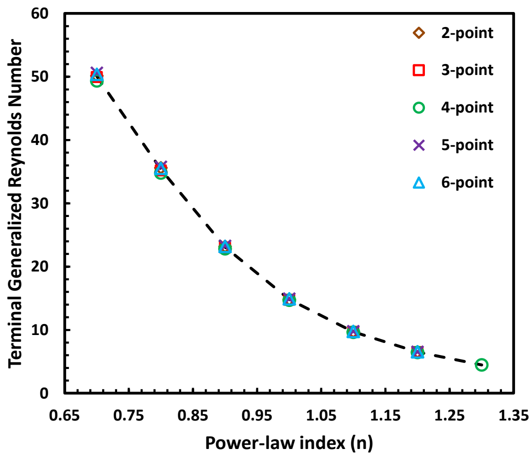
(ج)

شکل ۵-۱۸ تغییر مکان عرضی ذره برحسب زمان در حرکت یک ذره با سطح مقطع‌های (الف) دایره‌ای، (ب) مربعی و (ج) مثلثی درون سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی (Ar_{pl}=۱۰۰۰)

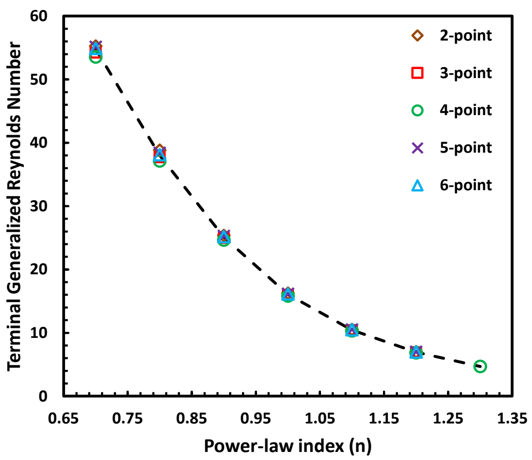
ذره مربعی ابتدا به سمت مرکز دیواره حرکت می‌کند و پس از گذشت مدت زمان کافی (شکل ۵-۱۸ ب) در جایی خارج از خط مرکزی کانال به تعادل خواهد رسید. میزان انحراف از خط مرکزی کانال با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی (و افزایش سرعت ذره)، بیشتر خواهد شد.

۵-۳-۵-۱- مقایسه انواع الگوریتم‌های واسط در مسئله سقوط

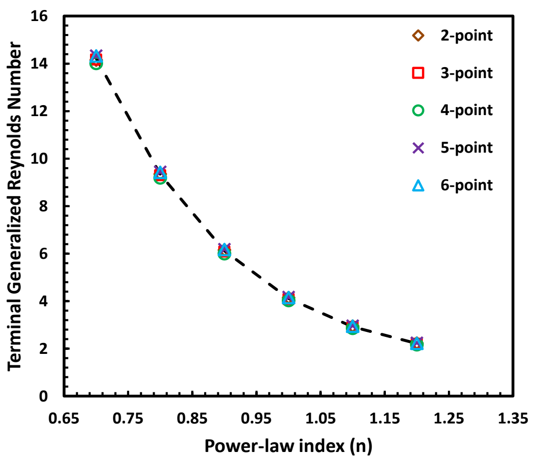
در این قسمت تأثیرات نوع الگوریتم واسط دیفیوز استفاده شده برای شبیه‌سازی مرزهای متحرک غوطه‌ور در سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور مسئله سقوط ذرات با شکل سطح مقطع مختلف و با شرایط ذکرشده در بخش پیشین انتخاب شده است.



(الف)



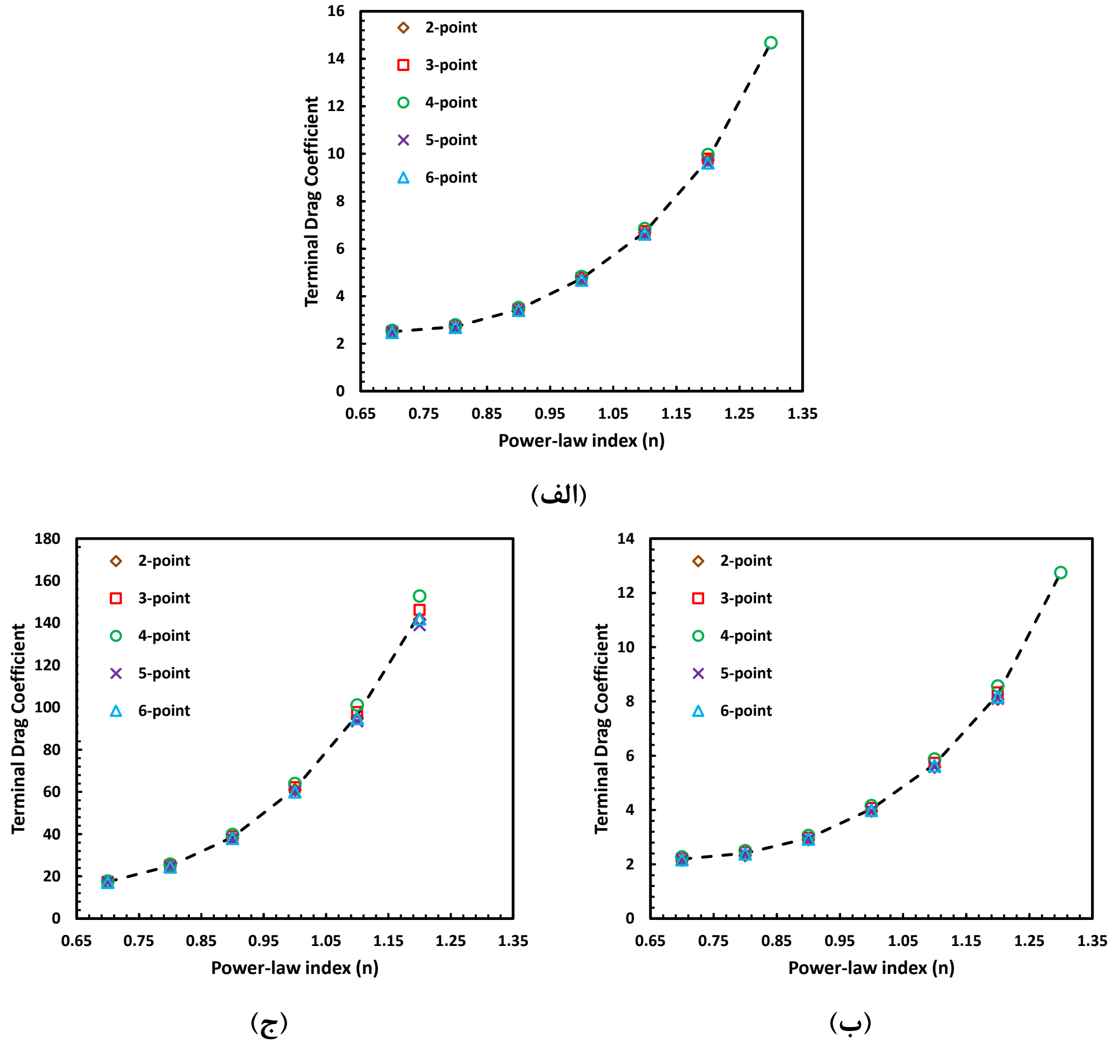
(ب)



(ج)

شکل ۵-۱۹ مقایسه تغییرات عدد رینولدز تعمیم‌یافته حدی برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی در مسئله سقوط یک ذره با شکل سطح مقطع (الف) دایره‌ای، (ب) مربعی و (ج) مثلثی برای انواع مختلف الگوریتم واسط دیفیوز

شکل ۵-۱۹ و شکل ۵-۲۰ به ترتیب به مقایسه تغییرات Re_{pl} و C_D در حالت حدی نسبت به n، برای انواع الگوریتم‌های واسط دیفیوز دو نقطه‌ای (معادله (۳-۱۸))، سه نقطه‌ای (معادله (۳-۱۹))، چهار نقطه‌ای (معادله (۳-۲۱))، پنج نقطه‌ای (معادله (۳-۲۲)) و شش نقطه‌ای (معادله (۳-۲۳)) می‌پردازند. این شکل‌ها برای ذرات با شکل سطح مقطع دایره، مربع و مثلث رسم شده‌اند. همان‌طور که قبلاً نیز بیان کردیم، اگر چه که افزایش تعداد نقاط میان‌یابی باعث یکنواخت شدن توزیع نیرو و یا سرعت خواهد شد، اما این امر می‌تواند وضوح مرز را کاهش دهد و منجر به ایجاد نتایج عددی با خطای بالا گردد.



شکل ۵-۲۰ مقایسه تغییرات ضریب پسا در حالت حدی برحسب شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی در مسئله سقوط یک ذره با شکل سطح مقطع (الف) دایره‌ای، (ب) مربعی و (ج) مثلثی برای انواع مختلف الگوریتم واسط دیفیوز

بنابراین لزوم یافتن یک الگوریتم واسط بهینه ضروری به نظر می‌رسد. با این وجود در مسئله حاضر چنانچه در شکل ۵-۱۹و شکل ۵-۲۰ مشاهده می‌کنید، نوع الگوریتم واسط (از ۲ نقطه‌ای تا ۶ نقطه‌ای) تفاوت چندانی را در روند حل مسئله ایجاد نخواهد کرد.

جدول ۵-۲ مقادیر زمان پردازش کامپیوتر مورد نیاز برای شبیه‌سازی مسئله سقوط یک ذره با سطح مقطع‌های مختلف را درون سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی نشان می‌دهد. این جدول برای انواع الگوریتم‌های واسط دیفیوز دو نقطه‌ای، سه نقطه‌ای، چهار نقطه‌ای، پنج نقطه‌ای و شش نقطه‌ای ارائه شده است. تمامی شبیه‌سازی‌ها با استفاده از یک پردازشگر i7-3.40 GHz و در $Ar_{pl}=$ ۱۰۰۰ انجام شده است. همانگونه که در جدول ۵-۲ مشاهده می نمایید، با افزایش تعداد نقاط مورد استفاده برای انجام میانیابی (افزایش اندازه ناحیه تحت تاثیر وجود مرز غوطه‌ور نشان داده شده در شکل ۲-۲) هزینه محاسباتی نیز برای هر دو سطح مقطع دایروی و مربعی افزایش خواهد یافت. از طرف دیگر با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی سیال و حرکت از سمت سیالات با خواص رقیق برشی به سمت سیالات نیوتنی و ضخیم برشی زمان لازم برای انجام محاسبات افزایش می‌یابد. این افزایش زمان پردازش خصوصاً برای سیالات ضخیم برشی بسیار محسوس خواهد بود. این امر به دلیل افزایش ویسکوزیته این سیالات و مقاومت آنها در مقابل حرکت رو به پایین ذره است.

جدول ۵-۲ زمان پردازش مورد نیاز برای الگوریتم‌های واسط مختلف مربوط به مساله سقوط یک ذره با سطح مقطع‌های مختلف درون سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی

	نوع الگوریتم واسط	۲- نقطه‌ای	۳- نقطه‌ای	۴- نقطه‌ای	۵- نقطه‌ای	۶- نقطه‌ای
n=۰/۸	سطح مقطع دایروی	۱/۳۲E+۰۵	۱/۳۷E+۰۵	۱/۳۸E+۰۵	۱/۴۷E+۰۵	۱/۴۹E+۰۵
	سطح مقطع مربعی	۱/۲۷E+۰۵	۱/۳۱E+۰۵	۱/۳۱E+۰۵	۱/۴۰E+۰۵	۱/۴۱E+۰۵
n=۱/۰	سطح مقطع دایروی	۷/۹۰E+۰۵	۸/۲۳E+۰۵	۸/۲۷E+۰۵	۸/۸۳E+۰۵	۸/۹۳E+۰۵
	سطح مقطع مربعی	۷/۶۳E+۰۵	۷/۸۴E+۰۵	۷/۸۸E+۰۵	۸/۴۱E+۰۵	۸/۴۸E+۰۵
n=۱/۲	سطح مقطع دایروی	۱/۱۸E+۰۷	۱/۲۳E+۰۷	۱/۲۴E+۰۷	۱/۳۲E+۰۷	۱/۳۴E+۰۷
	سطح مقطع مربعی	۱/۱۴E+۰۷	۱/۱۸E+۰۷	۱/۱۸E+۰۷	۱/۲۶E+۰۷	۱/۲۷E+۰۷

۵-۴- شبیه‌سازی حرکت جسم جامد در سیال غیرنیوتنی غیر هم-دما

۵-۴-۱- صحت سنجی

به منظور صحت سنجی روش توسعه داده شده برای شبیه‌سازی انتقال حرارت در حضور مرزهای متحرک دو آزمون معمول شامل (۱) سقوط یک ذره در یک محفظه حاوی سیال نیوتنی که در آن عدد رینولدز بین ۶ تا ۱۱۵ تغییر می‌کند [۲۳۴،۲۳۳،۸۹] و (۲) سقوط یک ذره در یک کانال بی‌نهایت حاوی سیال نیوتنی، مورد بررسی قرار گرفته است [۹۱].

۵-۴-۱-۱- سقوط یک ذره دایره‌ای در یک محفظه حاوی سیال نیوتنی

مسئله سقوط یک ذره هم‌دما در محفظه حاوی سیال نیوتنی اولین بار توسط فنگ و میخائیلدز [۸۹] برای مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی ایشان با کارهای تجربی انجام شده توسط تریتون [۲۳۳] مطرح گردید. فنگ و میخائیلدز [۸۹] علاوه بر جریان‌های هم‌دما (Gr=۰)، جریان‌های غیر هم‌دما را نیز گزارش کرده‌اند. این شبیه‌سازی‌ها شامل سه مورد به شرح زیر است:

(الف) سقوط یک ذره هم‌دما (Gr=۰)،

(ب) سقوط یک ذره داغ با Gr=۱۰۰: این مورد متناظر است با شرایط وجود جریان مخالف حرکت و

(ج) سقوط یک ذره سرد با Gr=-۱۰۰: این مورد متناظر است با شرایط وجود جریان موافق حرکت.

بایستی توجه کرد که عدد گراشف گزارش شده در این کار برحسب اختلاف دمای واقعی بین ذره و سیال گزارش شده است. این در حالی است که در بسیاری از کارهای گذشته انجام شده در این خصوص، مرسوم است که عدد گراشف را برحسب مقدار قدر مطلق اختلاف دما بیان نمایند.

هندسه و شرایط مرزی هیدرودینامیکی مسئله همانند شکل ۵-۱ است. عرض محفظه W=۳/۲cm، ارتفاع آن H=۸cm، قطر ذره D=۰/۲cm و نسبت چگالی ذره به سیال ۱/۱ است. همچنین شرایط مرزی حرارتی از نوع دما ثابت هستند که مطابق با توضیحات بخش ۴-۴ بی بعد شده اند. این آزمون بعدها توسط محققان برای صحت سنجی انواع روش‌های حرارتی، مورد استفاده قرار گرفته است که از آن جمله می‌توان به کار آقایان دن و واچس [۲۳۴] اشاره کرد. در کار حاضر نیز این آزمون برای صحت سنجی الگوریتم مرز غوطه ور-شبکه بولتزمن حرارتی حاضر مورد استفاده قرار گرفته است. در این مطالعه از ۱۲۰۱×۴۸۱ گره اویلری برای نشان دادن جریان سیال و ۲۰۰ گره لاگرانژی برای نمایش مرز غوطه‌ور استفاده شده است. توجه فرمایید که در کار آقایان فنگ و میخائیلدز [۸۹] از تغییرات نسبت چگالی برای بررسی رژیم‌های مختلف جریان بهره برده شده است. جدول ۵-۳ مقادیر معادل سایر عددهای بی‌بعد شامل عدد ارشمیدس (تعریف شده با رابطه (۵-۳))، عدد رینولدز مرجع، سرعت مرجع و زمان اینرسی (D/u_{ref}) را برای هر نمونه آزمایش نشان می‌دهد.

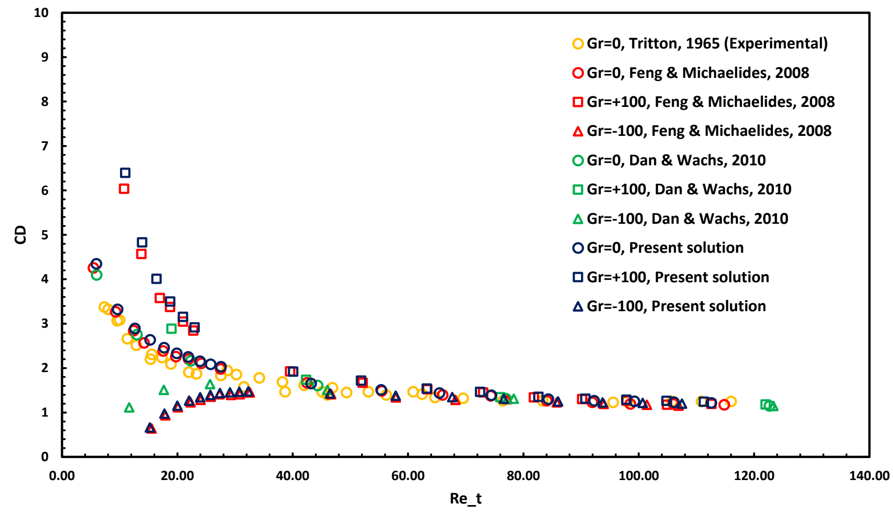
شکل ۵-۲۱ الف، مقادیر ضریب پسا وارد بر ذره را برحسب عدد رینولدز حدی (در اعداد گراشف ۱۰۰-، ۰ و ۱۰۰+) به دست آمده از کارهای آقایان تریتون [۲۳۳]، فنگ و میخائیلدز [۸۹] و دن و واچس [۲۳۴] نشان داده شده است. لازم به توضیح است که کارهای آزمایشگاهی گزارش شده توسط آقای تریتون [۲۳۳] بر روی یک سیلندر ثابت که تحت جریان خارجی یکنواخت قرار دارد، انجام شده است. شکل ۵-۲۱ ب، نیز مقایسه‌ای برای سرعت حدی بی‌بعد برحسب عدد رینولدز مرجع با کارهای انجام شده توسط فنگ و میخائیلدز [۸۹] و دن و واچس [۲۳۴] ارائه می‌دهد. این شکل نیز برای اعداد گراشف ۱۰۰-، ۰ و ۱۰۰+ گزارش شده است. همان‌گونه که در شکل ۵-۲۱ الف و ب مشخص است، نتایج حاضر تطابق بسیار خوب و قابل قبولی با نتایج گزارش شده در مرجع اصلی (فنگ و میخائیلدز [۸۹]) نشان می‌دهد و اگرچه که نتایج حاصل از کار آقایان دن و واچس [۲۳۴] اختلاف محسوسی با مرجع اصلی (کار آقایان فنگ و میخائیلدز [۸۹]) دارد اما روند تغییرات در این گزارش‌ها نیز مشابه است.

جدول ۵-۳ مقادیر معادل برای پارامترهای بی‌بعد بکار برده شده در این تحقیق و کارهای مشابه

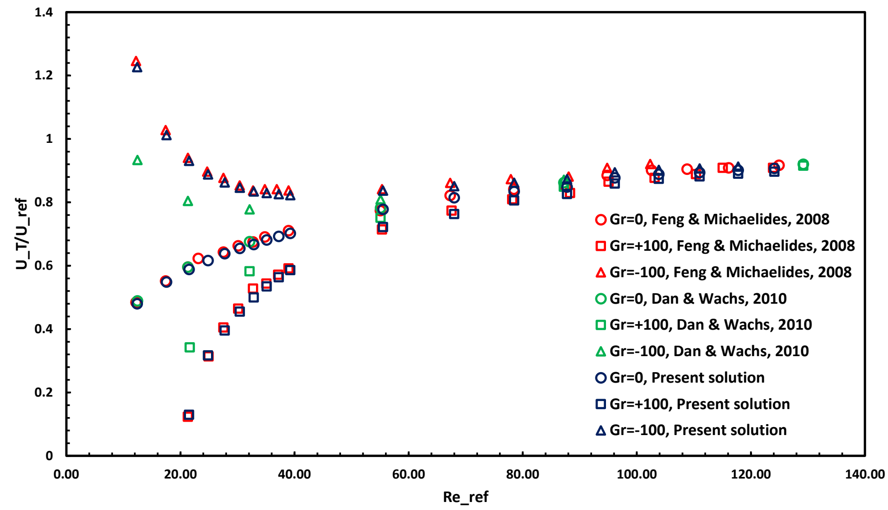
نسبت چگالی (ρ_r)	عدد ارشمیدس (Ar)	عدد رینولدز مرجع (Re_{ref})	سرعت مرجع (u_{ref})	زمان بی‌بعد (D/u_{ref})
۱/۰۰۱	۱۵۴/۱	۱۲/۴۱۳۸	۱/۲۴	۰/۸۰۵
۱/۰۰۲	۳۰۸/۱۸۶۳	۱۷/۵۵۵۲۳	۱/۷۵۵	۰/۵۶۹۶
۱/۰۰۳	۴۶۲/۲۸۹	۲۱/۵۰۰۹	۲/۱۵	۰/۴۶۵۱
۱/۰۰۴	۶۱۶/۳۷	۲۴/۸۲۶۸۵	۲/۴۸۳	۰/۴۰۲۸
۱/۰۰۵	۷۷۰/۴۷۵	۲۷/۷۵۷۴۳	۲/۷۷۶	۰/۳۶
۱/۰۰۶	۹۲۴/۵۷۷	۳۰/۴۰۶۸۶	۳/۰۴۱	۰/۳۲۸۹
۱/۰۰۷	۱۰۷۸/۶۶	۳۲/۸۴۲۹۸	۳/۲۸۴	۰/۳۰۴۵
۱/۰۰۸	۱۲۳۲/۷۶	۳۵/۱۱۰۷۳	۳/۵۱۱	۰/۲۸۵
۱/۰۰۹	۱۳۸۶/۸۴۷	۳۷/۲۴۰۴	۳/۷۲۴	۰/۲۶۸
۱/۰۱	۱۵۴۰/۹۵	۳۹/۲۵۴۹۳	۳/۹۲۵	۰/۲۵۵
۱/۰۲	۳۰۸۱/۸۹۹	۵۵/۵۱۴۸۶	۵/۵۵۱	۰/۱۸۰۱
۱/۰۳	۴۶۲۲/۸۵	۶۷/۹۹۱۵۴	۶/۷۹۹	۰/۱۴۷۱
۱/۰۴	۶۱۶۳/۷۹۹	۷۸/۵۰۹۸۶	۷/۸۵۱	۰/۱۲۷
۱/۰۵	۷۷۰۴/۷۵	۸۷/۷۷۶۷	۸/۷۷۸	۰/۱۱۳۹
۱/۰۶	۹۲۴۵/۶۹۸	۹۶/۱۵۴۵۵	۹/۶۱۵	۰/۱۰۴
۱/۰۷	۱۰۷۸۶/۶۷	۱۰۳/۸۵۸۹	۱۰/۳۸۶	۰/۰۹۶
۱/۰۸	۱۲۳۲۷/۶۲	۱۱۱/۰۲۹۸	۱۱/۱۰۳	۰/۰۹
۱/۰۹	۱۳۸۶۸/۵۷	۱۱۷/۷۶۴۹	۱۱/۷۷۶	۰/۰۸۴۹
۱/۱	۱۵۴۰۹/۵۲	۱۲۴/۱۳۵۱	۱۲/۴۱	۰/۰۸۰۵

علاوه بر این همان‌گونه که در شکل ۵-۲۱ الف، مشاهده می‌کنید مقادیر ضریب پسا آزمایشگاهی گزارش شده، کمی پایین تر از مقادیر متناظر بدست آمده از کار حاضر (البته در یک روند نزدیک و مشابه) می‌باشند. همانگونه که آقایان فنگ و میخائیلدز [۸۹] نیز بیان داشته‌اند، بالاتر بودن مقادیر ضریب پسا نسبت به حالت آزمایشگاهی (در Gr=۰) مربوط به اثرات وجود دیواره در شبیه‌سازی عددی این مسئله است (عرض محفظه ۱۶ D در نظر گرفته شده است). وجود دیواره جامد میدان سرعت ایجاد شده توسط سقوط ذره را محدود کرده و باعث کاهش سرعت حد ذره (به مقدار جزئی) خواهد شد. کاهش جزئی سرعت حد ذره موجب افزایش جزئی ضریب پسا در حالت حدی خواهد شد. حال آنکه نتایج آزمایشگاهی گزارش شده توسط آقای تریتون [۲۳۳] مربوط به جریان سیال یکنواخت از

روی یک سیلندر ثابت است. شایان ذکر است که افزایش ۰/۵ تا ۴ درصدی ضریب پسا بر اثر وجود دیواره در این محدوده از اعداد رینولدز توسط تحقیقات عددی، آزمایشگاهی و تحلیلی زیادی تایید شده است [۸۹]. همان‌گونه که از شکل ۵-۲۱ الف پیداست، اثرات وجود دیواره با افزایش عدد رینولدز به‌شدت کاهش می‌یابد؛ که این امر نیز با نتایج ارائه شده در کارهای گذشته مطابقت دارد.



(الف)



(ب)

شکل ۵-۲۱ تغییرات (الف) ضریب پسا برحسب عدد رینولدز حدی و (ب) سرعت حدی بی‌بعد برحسب عدد رینولدز مرجع در مسئله سقوط یک ذره سرد، داغ و هم‌دما درون سیال نیوتنی

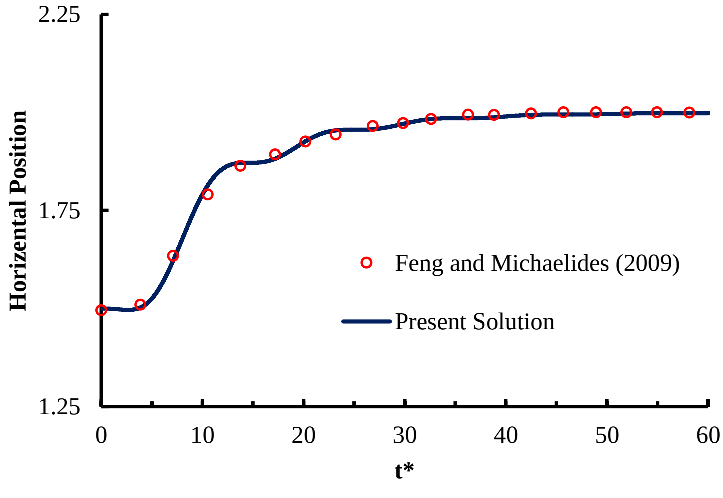
همان‌گونه که در شکل ۵-۲۱ الف مشاهده می‌کنید دو نوع رفتار مختلف برای اعداد رینولدز کوچک‌تر از ۶۰ و بزرگ‌تر از ۶۰ مشاهده می‌شود. در خصوص ذره داغ و در Re<۶۰، مقادیر ضریب پسا در Gr=۱۰۰ به‌طور محسوسی بالاتر از مقادیر متناظر برای حالت هم‌دما (Gr=۰) است. عکس این روند در خصوص سقوط ذره سرد درون سیال نیوتنی مشاهده می‌شود. در واقع ضریب پسا برای ذره سرد در Re<۶۰ (Gr= -۱۰۰) پایین‌تر از مقادیر متناظر برای حالت هم‌دما (Gr=۰) و حالت Gr=۱۰۰ است؛ اما برای Re>۶۰ عملاً تأثیر وجود انتقال حرارت جابجایی طبیعی روی ضریب پسا در هر دو حالت Gr=۱۰۰ و Gr= -۱۰۰ حذف خواهد شد. دلیل مقادیر کمتر ضریب پسا برای ذره سرد، وجود دامنه سیال سردتر حول ذره است که چگالی آن از چگالی میانگین دامنه کلی سیال بیشتر است و باعث حرکت کندتر ذره خواهد شد. چنانچه از شکل ۵-۲۱ الف برای Re<۲۰ برمی‌آید، وجود جابجایی طبیعی برای مسئله سقوط ذره، می‌تواند نیروی هیدرودینامیکی وارد بر ذره داغ را تا دو برابر افزایش دهد و یا برای ذره سرد به نصف برساند. بنابراین نتایج حاصل از این تحقیق می‌تواند در خصوص رسوب ذرات گرماگیر و یا گرمازا بسیار کاربردی باشد. در این موارد، سرعت سقوط ذرات بسیار به نرخ گرمای تولید شده و یا مصرف شده توسط ذره وابسته است. با یک نگاه سریع به شکل ۵-۲۱ الف و ب، به‌راحتی می‌توان دریافت که در Re<۲۰، انرژی تولید شده و یا جذب شده توسط ذره و دمای حاصل روی آن مهم‌ترین پارامتر برای تعیین سرعت سقوط یک ذره است. همچنین در خصوص مسائل پیچیده نظیر سقوط ذرات رادیواکتیو میزان انتقال جرم و آهنگ انجام واکنش به میزان قابل توجهی وابسته به سرعت سقوط است [۸۹]. برای مدل‌سازی صحیح این‌گونه مسائل، در نظر گرفتن اثرات انتقال حرارت جابجایی روی سرعت سقوط ذرات لازم است.

۵-۴-۱-۲- سقوط یک ذره دایره‌ای در یک کانال بی‌نهایت حاوی سیال نیوتنی

مسئله سقوط یک ذره سرد با دمای ثابت بین دو صفحه موازی حاوی سیال نیوتنی داغ اولین بار توسط گن و همکاران [۲۳۵] مطرح گردید. این مسئله به دلیل مکانیسم‌های پیچیده بین انتقال

حرارت جابجایی طبیعی و اجباری و همچنین اثرات قوی وجود دیواره، بسیار مورد بحث قرار گرفته است. در شبیه‌سازی انجام شده توسط گن و همکاران [۲۳۵]، ذره در حالت ابتدایی از خط مرکزی کانال رها می‌شود؛ اما در مطالعات اخیر [۹۹، ۱۷۷] صورت گرفته روی این مسئله، ذره با انحرافی برابر با شعاع ذره نسبت به خط مرکزی کانال رها شده است تا امکان بررسی نحوه حرکت عرضی آن نیز فراهم شود. شکل ۵-۲۲ تغییرات مختصات عرضی ذره برحسب زمان اینرسی (D/u_{ref}) را با نتایج متناظر در کار آقایان فنگ و میخائیلدز [۹۱] در Gr=۱۰۰ مقایسه می‌کند. برای این شبیه‌سازی از یک دامنه سیال با اندازه ۴D×۱۶۰D شامل ۴۰۰۱×۱۰۱ گره اویلری استفاده شده است. هندسه و شرایط مرزی هیدرودینامیکی مسئله همانند شکل ۵-۳ است. شرایط مرزی حرارتی نیز مانند بخش ۵-۴-۱-۱ تنظیم شده است.

عدد پرانتل برابر با ۰/۷ بوده و نسبت چگالی (ρ_r) برابر با ۱/۰۰۲۳۲ فرض شده است. سیال در لحظه اولیه گرم بوده و در حالت سکون قرار دارد. برای محاسبه شتاب گرانش در چارچوب شبکه بولتزمن، عدد رینولدز مرجع ۴۰/۵ فرض شده است. زمان آسایش (τ) نیز، ۰/۶۵ تنظیم شده است. همان‌گونه که از شکل ۴-۲۲ پیداست نتایج حاصل از کار حاضر مطابقت بسیار خوبی با نتایج حاصل از کار آقایان فنگ و میخائیلدز [۹۱] نشان می‌دهد.



شکل ۵-۲۲ تغییر مکان عرضی ذره برحسب زمان بی‌بعد در مسئله سقوط ذره درون یک کانال بی‌نهایت

۵-۴-۲- حرکت جسم جامد با دمای سطح ثابت در سیال غیرنیوتنی

هنگامی‌که دمای یک جسم و سیال پیرامونش متفاوت باشد، حرارت بین جسم و سیال مبادله خواهد شد. جریان حرارت روی خواص سیال دربرگیرنده جسم اثر گذاشته و متعاقباً دینامیک حرکت جسم درون سیال تحت تأثیر قرار خواهد گرفت. در این بخش قصد داریم تا اثر وجود خواص غیرنیوتنی را روی انتقال حرارت و حرکت یک ذره در سقوط آزاد درون یک محفظه طولانی و تقریباً عریض (به دلیل کم کردن اثرات دیواره) مورد بررسی قرار دهیم. جدول ۵-۴ مقادیر عدد ناسلت در حالت حدی را برای اندازه شبکه‌های اویلری و لاگرانژی مختلف در n=۱/۰ نشان می‌دهد. این جدول برای هر سه حالت سقوط ذره سرد (Gr=-۱۰۰)، هم‌دما (Gr=۰) و داغ (Gr=+۱۰۰) ارائه شده است. همان‌گونه که در این جدول مشخص است، تغییرات عدد ناسلت حدی با افزایش تعداد نقاط شبکه برای تمامی جریان‌های با اعداد گراشف تعمیم‌یافته مختلف، بسیار ناچیز است. ابعاد محفظه مورد استفاده برای شبیه سازی ۱۶D×۴۰D است که با ۴۸۱×۱۲۰۱ گره محاسباتی اویلری پوشش داده شده است. همچنین ذره دایروی با استفاده از ۲۰۰ نقطه لاگرانژی ردیابی می‌شود. لازم به توضیح است که هندسه و شرایط مرزی هیدرودینامیکی مسئله همانند شکل ۵-۱ است. همچنین شرایط مرزی حرارتی از نوع دما ثابت هستند که مطابق با توضیحات بخش ۴-۴ بی بعد شده‌اند. در این بررسی نسبت چگالی ذره به سیال ۱/۱ فرض شده است.

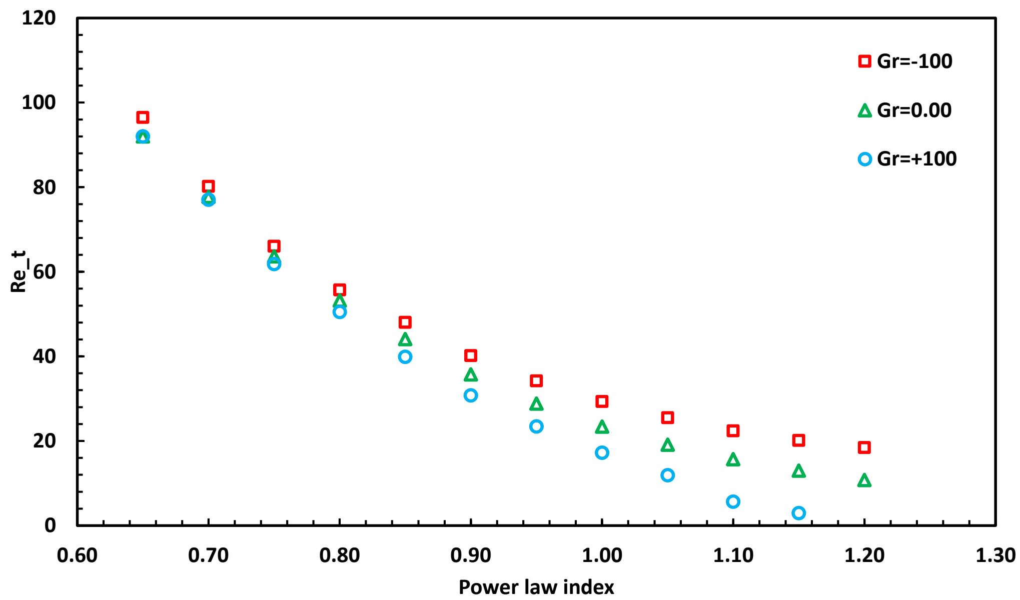
شکل ۵-۲۳ تغییرات عدد رینولدز تعمیم‌یافته و حدی را نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی برای مسئله سقوط یک ذره دایره‌ای سرد (Gr_{pl}=-۱۰۰)، هم‌دما (Gr_{pl}=۰/۰) و داغ (Gr_{pl}=+۱۰۰) درون سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی نشان می‌دهد.

جدول ۵-۴ تأثیر اندازه شبکه اویلری و لاگرانژی بر عدد ناسلت متوسط در Ar_{pl} =۱۰۰۰ برای اعداد گراشف مختلف

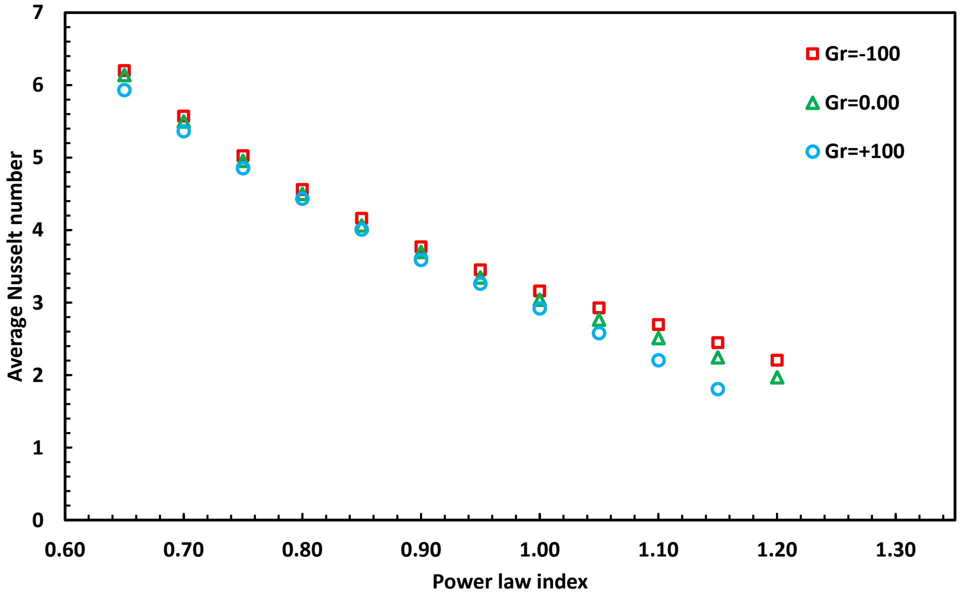
عدد گراشف	اندازه شبکه اویلری	تعداد نقاط لاگرانژی	عدد ناسلت در حالت حدی
Gr_{pl}= −۱۰۰	۳۶۱×۹۰۱	۱۵۰	۳/۱۵۹
	۴۸۱×۱۲۰۱	۲۰۰	۳/۱۶
	۶۰۱×۱۵۰۱	۲۵۰	۳/۱۶۱
Gr_{pl}=۰	۳۶۱×۹۰۱	۱۵۰	۳/۰۲
	۴۸۱×۱۲۰۱	۲۰۰	۳/۰۴
	۶۰۱×۱۵۰۱	۲۵۰	۳/۰۴۷
Gr_{pl}= +۱۰۰	۳۶۱×۹۰۱	۱۵۰	۲/۹۱
	۴۸۱×۱۲۰۱	۲۰۰	۲/۹۲
	۶۰۱×۱۵۰۱	۲۵۰	۲/۹۲۲

کاملاً واضح است که برای تمامی سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی، ذره سردتر سریع‌تر از ذره هم‌دما و یا داغ سقوط خواهد کرد. توجیه مکانیسم افزایش سرعت ذره سرد و یا کاهش سرعت ذره گرم نسبت به حالت هم‌دما بسیار آسان است. در واقع هنگامی‌که ذره با سیال دربرگیرنده آن تبادل گرما می‌نماید، چگالی محلی سیال به شدت تحت تأثیر قرار می‌گیرد و باعث به وجود آمدن جریان‌های مرتبط با جابجایی طبیعی رو به بالا برای سیال پیرامون ذره داغ و رو به پایین برای سیال پیرامون ذره سرد خواهد شد. این جریان‌های مخالف و موافق جهت حرکت به ترتیب باعث کاهش و افزایش سرعت ذره داغ و سرد نسبت به ذره هم‌دما خواهند گردید. چنانچه از این شکل مشخص می‌شود، در تمامی این موارد، عدد رینولدز تعمیم‌یافته حدی با حرکت از سمت سیالات رقیق برشی به سمت سیالات نیوتنی و سپس ضخیم برشی کاهش خواهد یافت. آهنگ کاهش Re_{pl} برای ذره داغ نسبت به ذره سرد و هم‌دما بیشتر است. همچنین در کل می‌توان گفت که میزان تغییر Re_{pl} با شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی برای سیالات رقیق برشی بیشتر است. علاوه بر این همان‌گونه که در این شکل نیز گزارش شده است، تأثیر وجود اختلاف دما بین ذره و سیال با افزایش خواص رقیق برشی کاهش می‌یابد. این امر به دلیل افزایش سرعت حد ذره با کاهش شاخص رفتار غیرنیوتنی باشد. در سرعت‌های حدی بالاتر، نقش انتقال حرارت جابجای طبیعی کم‌رنگ‌تر شده و تقریباً جابجایی اجباری تنها عامل تعیین‌کننده در

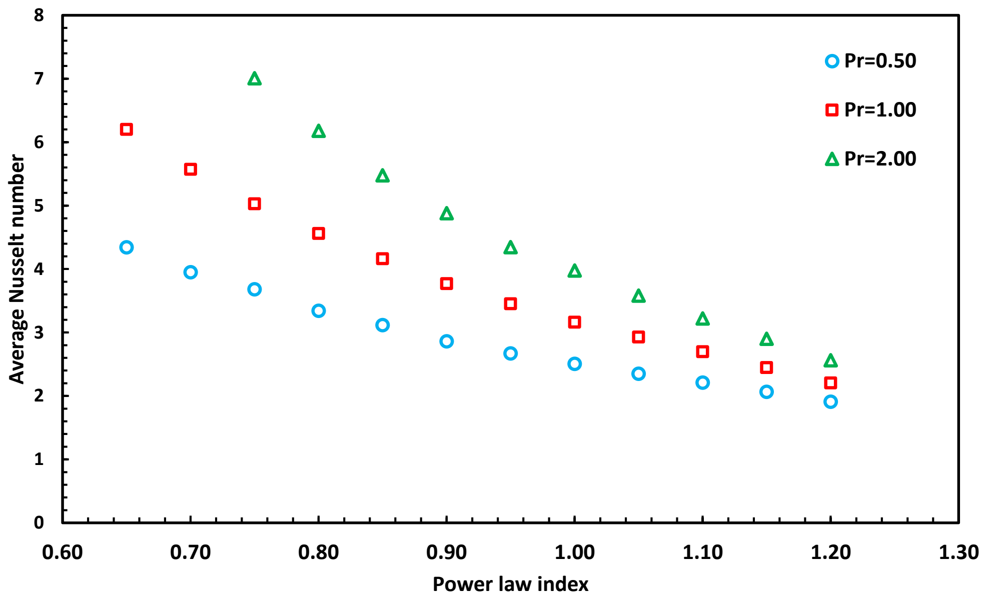
انتقال حرارت است. این مسئله در مورد شکل ۵-۲۴ که تغییرات عدد ناسلت متوسط در حالت حدی نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی را نشان می‌دهد، نیز صدق می‌کند. عدد ناسلت متوسط نیز با افزایش خواص ضخیم برشی و کاهش سرعت ذره، کاهش خواهد یافت. این کاهش برای ذره با دمای بیشتر محسوس‌تر است. چرا که این ذره سرعت‌های کمتری را نسبت به ذرات سرد و یا هم‌دما تجربه می‌کند. مقادیر عدد ناسلت برای سیالات ضخیم برشی به میزان بیشتری، به دمای ذره بستگی دارد که این پدیده به دلیل غالب بودن بیشتر انتقال حرارت جابجایی طبیعی در سیالات ضخیم برشی با سرعت‌های کم است. شکل ۵-۲۵ نیز اثرات تغییر عدد پرانتل تعمیم‌یافته روی مقادیر عدد ناسلت متوسط در مسئله سقوط یک ذره سرد در سیالات غیرنیوتنی توانی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از این شکل مشخص است، عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد پرانتل تعمیم‌یافته افزایش خواهد یافت. این افزایش خصوصاً برای سیالات رقیق برشی که سرعت حد بالاتری را تجربه می‌کنند، بسیار محسوس‌تر است.



شکل ۵-۲۳ تغییرات عدد رینولدز حدی نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی در مسئله سقوط یک ذره دایره‌ای سرد، هم‌دما و داغ درون سیالات غیرنیوتنی توانی



شکل ۵-۲۴ تغییرات عدد ناسلت متوسط در حالت حدی نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی در مسئله سقوط یک ذره دایره‌ای سرد، هم‌دما و داغ درون سیالات غیرنیوتنی توانی



شکل ۵-۲۵ تغییرات عدد ناسلت متوسط در حالت حدی نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی در مسئله سقوط یک ذره دایره‌ای سرد با اعداد پرانتل مختلف

۵-۴-۳- بررسی اثرات ویسکوزیته وابسته به دما

در این قسمت اثرات تغییر ویسکوزیته با دما را روی میزان افزایش عدد ناسلت (متوسط) مورد ارزیابی قرار داده‌ایم. اطلاعات اندکی که در زمینه‌ی مواد مذاب و محلول‌های پلیمری وجود دارد، نشان می-دهد که تغییرات ویسکوزیته این مواد نسبت به دما منطبق بر رابطه آرهینیوس[۲] [۲۳۶] است. از طرفی در بحث حاضر، سیال از نوع غیرنیوتنی توانی فرض شده است، که در آن‌ها ویسکوزیته تابعی از نرخ برش نیز خواهد بود. در کار حاضر معادله معرفی شده برای رابطه بین ویسکوزیته و نرخ برش در سیالات توانی (معادله (۲-۲۴)) تعمیم داده شده و اثرات ناشی از دما نیز لحاظ گردیده است:

$$\mu = \mu_\infty e^{-bT} \dot{\gamma}^{(n-1)} \qquad (۵-۷)$$

که شاخص b به عنوان شاخص باریک شوندگی دمایی[۳] نامیده شده است. همانطور که از رابطه (۵-۷) نیز برمی‌آید، با افزایش شاخص b، میزان تغییرات ویسکوزیته با دما افزایش خواهد یافت. T دمای بی‌بعد است که به صورت

$$T = \frac{\tilde{T} - \tilde{T}_w}{\tilde{T}_s - \tilde{T}_w} \qquad (۵-۸)$$

تعریف شده است. $\tilde{T}_s$ و $\tilde{T}_w$ به ترتیب مربوط به دمای سطح سیلندر و دمای دیواره‌های مربوط به محفظه‌ی شبیه‌سازی است. با توجه به رابطه آرهینیوس و تعریف دمای بی‌بعد (معادله (۵-۸)) شاخص b برای حالت‌هایی که $\tilde{T}_s - \tilde{T}_w \ll \tilde{T}_w$ باشد به صورت زیر تقریب زده می‌شود [۲۳۶]:

$$b = \frac{E}{R\tilde{T}_w} \frac{\tilde{T}_s - \tilde{T}_w}{\tilde{T}_w} \qquad (۵-۹)$$

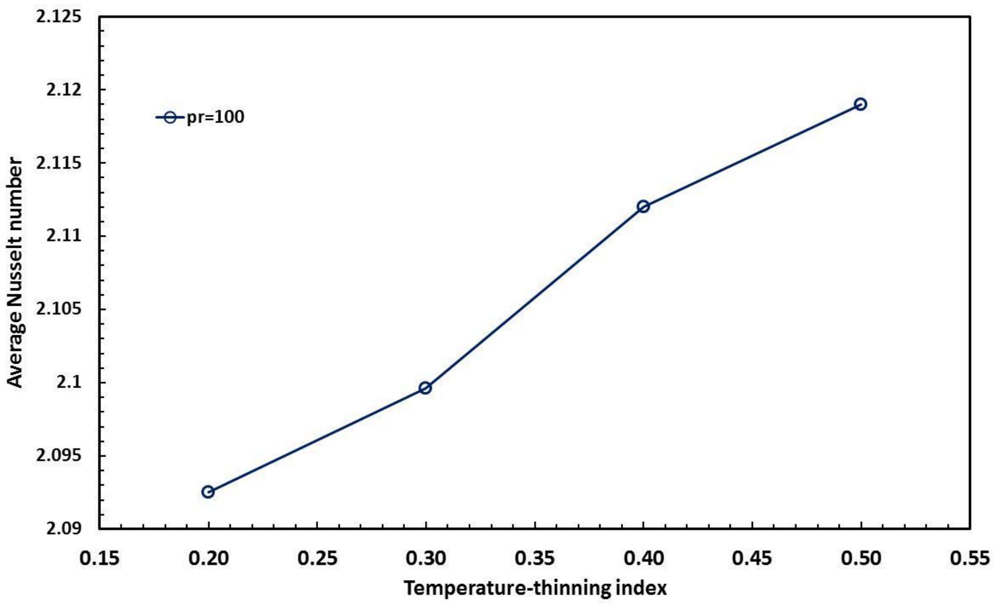
که E و R به ترتیب نشان دهنده انرژی فعالسازی[۴] و ثابت جهانی گاز هستند. بسته به مقادیر مورد استفاده برای دمای سطح و دمای دیواره، مقدار شاخص b برای هر سیال تغییر خواهد کرد.

---

[2] - Arrhenius equation
[3] Temperature-thinning index

شکل ۵-۲۶ تغییرات عدد ناسلت متوسط حدی نسبت به شاخص باریک شوندگی دمایی را برای یک سیال رقیق برشی با n=۰/۱ در Pr_{pl}=۱۰۰ نشان می‌دهد. هندسه مسئله شامل یک محفظه با ابعاد ۱۶D×۴۰D است که با ۱۲۰۱×۴۸۱ گره محاسباتی اویلری پوشش داده شده است. مرز غوطه‌ور نیز با ۲۰۰ گره لاگرانژی ردیابی می‌شود. شرایط مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی نیز مطابق با شکل ۵-۱ و توضیحات بخش ۵-۴-۲ فرض شده است. همانگونه که انتظار می‌رود عدد ناسلت متوسط با افزایش شاخص b افزایش می‌یابد. در حقیقت با افزایش شاخص باریک شوندگی دمایی، میزان کاهش ویسکوزیته سیال در یک دمای مشخص بیشتر شده و نرخ انتقال حرارت افزایش خواهد یافت.

شکل ۵-۲۷ درصد تغییرات عدد ناسلت متوسط حدی مربوط به سیالات رقیق برشی با شاخص باریک شوندگی دمایی ۰/۲ و ۰/۵ را نسبت به حالتی که از اثرات تغییرات دمایی ویسکوزیته صرفنظر شده است، نشان می‌دهد. این نمودار برای Pr_{pl}=۱۰۰، ۰/۴<n<۰/۷ و Ar_{pl}=۱۰ رسم شده است.



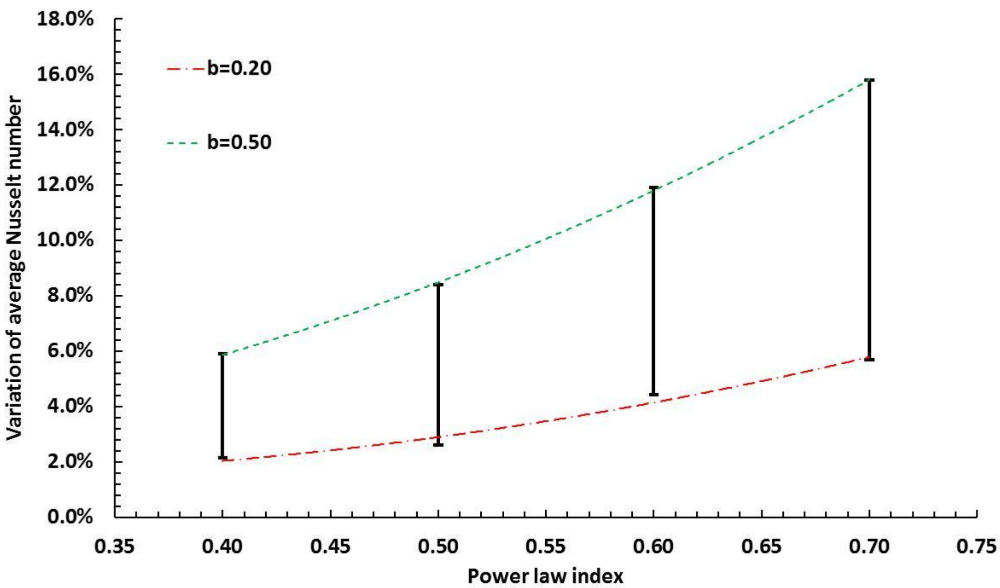
شکل ۵-۲۶ تغییرات عدد ناسلت متوسط حدی نسبت به شاخص باریک شوندگی دمایی در n=۰/۱ و Pr_{pl}=۱۰۰

---

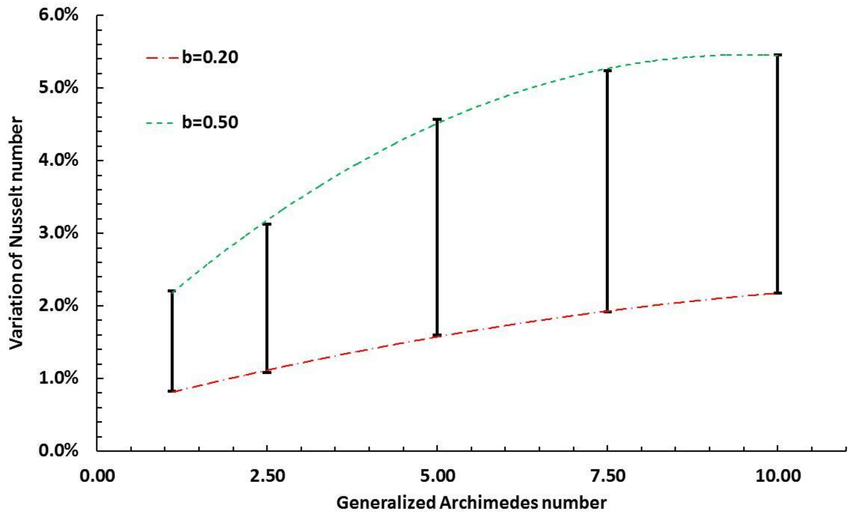
[4] Activation energy

چنانچه از شکل ۵-۲۷ مشخص است، با کاهش رفتار رقیق شوندگی سیالات، میزان تاثیر شاخص b افزایش می‌یابد تا جایی که در n=۰/۷، عدد ناسلت حدی برای ویسکوزیته متغیر با دما نسبت به عدد ناسلت حدی برای ویسکوزیته مستقل از دما می‌تواند بین ٪۵/۶ تا ٪۱۵/۸ (به ترتیب متناظر با b=۰/۲ و b=۰/۵) تغییرات داشته باشد.

همچنین در شکل ۵-۲۸ درصد تغییرات عدد ناسلت متوسط حدی برای ویسکوزیته متغیر با دما نسبت به حالت ویسکوزیته مستقل از دما در اعداد ارشمیدس تعمیم یافته مختلف رسم شده است. این شکل برای Pr_{pl}=۱۰۰، ۱/۱<Ar_{pl}<۱۰ و n=۰/۴ رسم شده است. با توجه به شکل ۵-۲۸ تاثیر ویسکوزیته متغیر با دما با افزایش عدد ارشمیدس افزایش خواهد یافت، تا جایی که در Ar_{pl}=۱۰، افزایش عدد ناسلت حدی بین ٪۲/۲ تا ٪۵/۴ (متناظر با تغییرات b از ۰/۲ تا ۰/۵) خواهد بود.



شکل ۵-۲۷ درصد تغییرات عدد ناسلت متوسط حدی برای سیالات رقیق شونده با ویسکوزیته متغیر با دما نسبت به حالت ویسکوزیته مستقل از دما در شاخص‌های رفتار غیرنیوتنی مختلف (Pr_{pl}=۱۰۰ و Ar_{pl}=۱۰).



شکل ۵-۲۸ درصد تغییرات عدد ناسلت متوسط حدی برای سیالات رقیق شونده با ویسکوزیته متغیر با دما نسبت به حالت ویسکوزیته مستقل از دما در اعداد ارشمیدس تعمیم‌یافته مختلف (n=۰/۴ و Pr_{pl}=۱۰).

۵-۴-۴- حرکت جسم جامد با دمای سطح متغیر در سیال غیرنیوتنی

در این بخش مسئله سقوط یک ذره داغ دایره‌ای درون یک محفظه حاوی سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی توانی را در دو حالت مختلف بررسی شده است: (۱) حالتی که دمای ذره در حین سقوط ثابت باشد و (۲) حالتی که ذره در حین سقوط با محیط اطراف خود تبادل گرما نموده و دمای سطح آن کاهش یابد. برای این مسئله از یک دامنه محاسباتی ۱۶D×۴۰D با ۱۲۰۱×۴۸۱ گره اویلری و ۲۰۰ گره لاگرانژی بهره برده‌ایم. نسبت چگالی ذره به سیال ۱/۱ بوده و ظرفیت گرمایی ویژه سیال و جامد مساوی فرض شده است. شرایط مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی محفظه مطابق با بخش ۵-۴-۲ است. تغییرات دمایی وابسته به زمان در حین سقوط را می‌توان توسط معادله زیر مدل‌سازی کرد :

$$\rho_{p,i} V_{p,i} c_{p,i} \frac{dT_{p,i}}{dt} = \oint_{\partial S} k_f \vec{\nabla} T_f . \vec{n}\, ds \qquad (۱۰\text{-}۵)$$

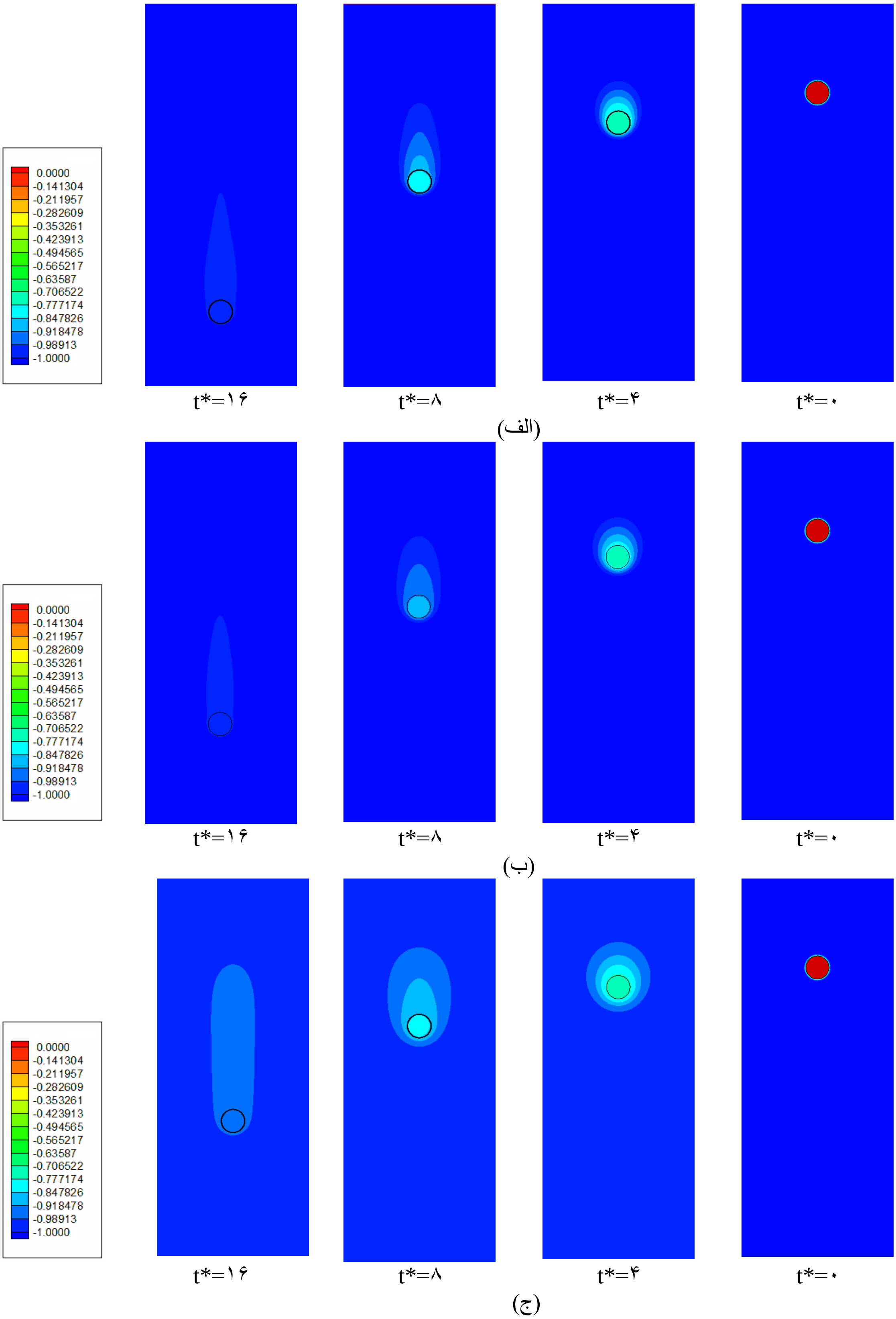
که $\rho_{p,i}$، $V_{p,i}$ و $C_{p,i}$ به ترتیب چگالی، حجم و ظرفیت گرمایی ویژه ذره می‌باشند. همچنین k_f و T_f ضریب هدایت گرمایی و دمای سیال می‌باشند $\vec{n}$ نیز بردار نرمال در جهت بیرون مرز ذره است.

همان‌گونه که از رابطه (۵-۱۰) مشخص است برای محاسبه میزان حرارت دفع شده از ذره بایستی گرادیان دمای سیال در نزدیکی مرز متحرک محاسبه شود. کاملاً واضح است که انجام این کار نیازمند صرف هزینه و زمان محاسبات قابل توجهی خواهد بود. یکی از ویژگی‌های کاربردی روش مرز غوطه-ور-شبکه بولتزمن معرفی شده، محاسبه مستقیم چگالی شار حرارت دفع شده کلی از سطح جسم (سمت راست معادله (۵-۱۰)) است که در واقع از حاصل جمع Q_i های مبادله شده بین جامد و سیال (معادله (۳-۱۶)) به دست خواهد آمد:

$$\frac{dT_{p,i}}{dt}=\frac{1}{\rho_{p,i}\ V_{p,i}\ c_{p,i}}\sum_{b}Q_b\left(\vec{x}_b\right)\Delta s_b=\frac{1}{\rho_{p,i}\ V_{p,i}\ c_{p,i}}\sum_{i,j}Q_i\left(\vec{x}_{ij}\right)h^2 \qquad (۵-۱۱)$$

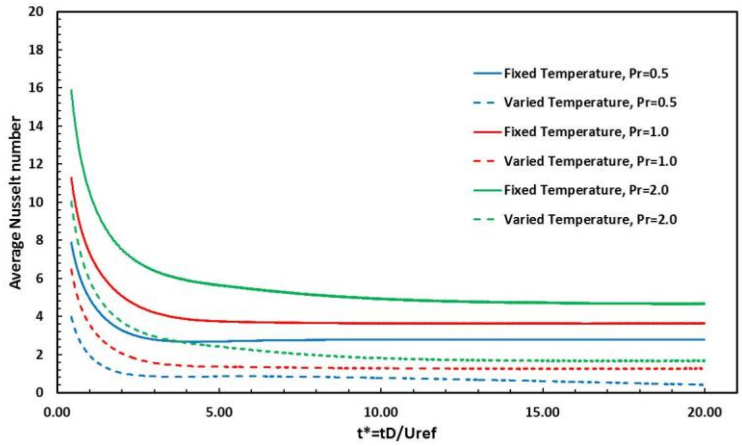
بنابراین به میزان قابل توجهی از هزینه محاسبات و پیچیدگی‌های حل کاسته خواهد شد. شکل ۵-۲۹ کانتورهای دما برای مسئله سقوط یک ذره با دمای سطح متغیر درون یک محفظه حاوی سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی را در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رود، دمای سطح ذره به تدریج در حین سقوط کاهش می‌یابد تا اینکه به حالت تعادل دمایی با سیال مجاور برسد.

همچنین شکل ۵-۳۰ تغییرات زمانی عدد ناسلت متوسط مربوط به مسئله سقوط یک ذره درون سیالات رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی را برای دو حالت دمای سطح ثابت و متغیر (ناپایا) مقایسه می‌کند. این شکل‌ها برای سه عدد پرانتل مختلف نمایش داده شده‌اند. هنگامی که ذره از حالت اولیه رها می‌شود عدد رینولدز و سرعت سقوط ذره افزایش می‌یابد و در نتیجه فرصت کمتری برای تبادل حرارت با سیال پیرامون خواهد داشت. پس از گذشت مدت زمان معینی، سرعت ذره به حالت حدی (ثابت) می‌رسد که باعث ثابت ماندن عدد ناسلت متناظر نیز خواهد شد. همچنین با افزایش عدد پرانتل، میزان نفوذ حرارت درون سیال کاهش خواهد یافت و در نتیجه گرادیان دما بین ذره و سیال در نزدیکی مرزهای جامد بیشتر خواهد شد که این امر افزایش عدد ناسلت متوسط را به دنبال خواهد داشت.

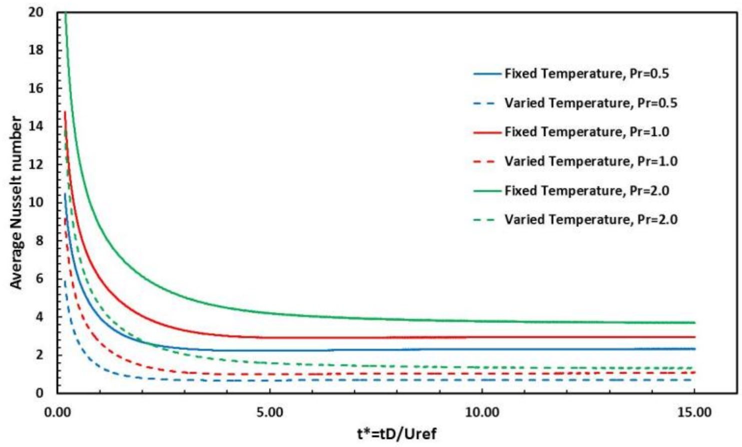


شکل ۵-۲۹ کانتورهای دمای بی‌بعد برای مسئله سقوط یک ذره با دمای سطح متغیر درون سیالات (الف) رقیق برشی (n=۰/۹)، (ب) نیوتنی و (ج) ضخیم برشی (n=۱/۱) در زمان‌های مختلف

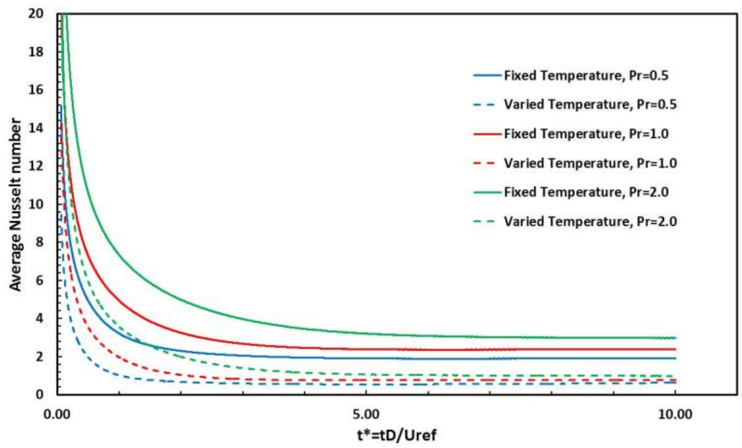
از طرفی دیگر، همانطور که در شکل ۵-۳۰ نیز مشاهده می‌شود، مقادیر عدد ناسلت حدی محاسبه شده برای حالتی که دمای سطح به صورت ناپایا (بدلیل تبادل حرارت با سیال مجاور) تغییر می‌کند، کمتر از حالتی است که دمای سطح ذره ثابت فرض شده است. در واقع دمای ذره داغ در حین سقوط درون سیال سرد، به تدریج کاهش پیدا می‌کند و بنابراین گرادیان دمای بین سیال و ذره و عدد ناسلت حدی نسبت به حالت دما ثابت کمتر خواهد بود. میزان کاهش دما بسته به نوع سیال غیرنیوتنی متفاوت است. البته سیالات رقیق برشی، به دلیل سرعت بالاتر ذره در حین سقوط تغییرات دمایی بیشتری را تجربه خواهند کرد که منجر به کاهش هر چه بیشتر عدد ناسلت متوسط در این‌گونه از سیالات خواهد گردید؛ با توجه به نمودارهای ارائه شده در شکل ۵-۳۰ می‌توان چنین نتیجه گرفت که استفاده از فرض دمای سطح ثابت (که مبنای بسیاری از شبیه‌سازی‌های موجود قرار گرفته است)، میزان خطای قابل توجهی را در خصوص شبیه‌سازی سیستم‌های واقعی (با دمای متغیر نظیر مبدل‌های تماس مستقیم) در بر خواهند داشت.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۵-۳۰ تغییرات زمانی عدد ناسلت متوسط نسبت به شاخص رفتار غیرنیوتنی در مسئله سقوط یک ذره دایره‌ای سرد با دمای سطح ثابت و متغیر درون سیالات (الف) رقیق برشی (n=۰/۹)، (ب) نیوتنی و (ج) ضخیم برشی (n=۱/۱).

۵-۵- نتیجه‌گیری

در این فصل روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن برای مدل‌سازی جریان و انتقال حرارت غیرنیوتنی در حضور مرزهای متحرک با دمای مرز ثابت و یا متغیر مورد استفاده قرار گرفته است. صحت روش IB-LBM معرفی شده در شرایط حضور مرزهای متحرک هم‌دما و غیر هم‌دما با انجام چندین مقایسه با کارهای عددی و آزمایشگاهی پیشین شامل سقوط یک ذره هم‌دما، سرد و یا داغ درون محفظه محدود و یا کانال نامحدود حاوی سیال غیرنیوتنی مورد ارزیابی قرار گرفته است. در تمامی شبیه‌سازی‌های انجام شده اثرات وجود نیروی ناشی از جرم شتاب‌دار نیز لحاظ شده است. مهم‌ترین نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های انجام شده به شرح زیر است:

(۱) روش IB-LBM معرفی شده قابلیت شبیه‌سازی مؤثر نیرو و انتقال حرارت بین سیال و مرز متحرک برای انواع سیالات با خواص رقیق برشی، نیوتنی و غیرنیوتنی را داراست. (۲) اثرات نیروی اضافی ناشی از وجود جرم شتابدار با افزایش خواص رقیق برشی افزایش خواهد یافت. (۳) اثرات شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی روی پارامترهای حدی جریان با افزایش عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته، افزایش خواهد یافت. (۴) دامنه تغییرات سرعت زاویه‌ای ذره با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی کاهش خواهد یافت. (۵) در مورد مسئله سقوط دو ذره درون محفظه حاوی سیالات غیرنیوتنی تحت عدد یک عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته مشابه، زمان‌های مربوط به پدیده‌های درفتینگ و کیسینگ با تغییر خواص سیال از ضخیم برشی به رقیق برشی به‌طور چشمگیری کاهش پیدا می‌کند. (۶) در مسئله سقوط ۱۲ ذره درون محفظه حاوی سیال غیرنیوتنی با عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته، رفتار سیال ضخیم برشی در مقایسه با سیالات نیوتنی و رقیق برشی کمی متفاوت است و ذرات تمایل به سقوط در مجاورت دیواره را از خود بروز می‌دهند. (۷) روش IB-LBM پیشنهادی به خوبی می‌تواند برای شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای با هندسه‌های غیر دایره‌ای استفاده شده و رفتار متفاوت آن‌ها در حین حرکت را شبیه‌سازی نماید. (۸) تغییر تعداد نقاط میان‌یابی برای الگوریتم واسط دیفیوز اعمال شده در

مسئله سقوط ذرات با شکل سطح مقطع‌های مختلف، تأثیر قابل ملاحظه‌ای روی نتایج شبیه‌سازی ندارد. (۹) وجود اختلاف دما و انتقال حرارت جابجایی ناشی از آن خصوصاً در اعداد رینولدز پایین تأثیر بسیار قابل ملاحظه‌ای روی پارامترهای هیدرو دینامیکی مسئله نظیر سرعت حد و ضریب پسا خواهد داشت. (۱۰) در مسئله سقوط یک ذره غیر هم‌دما با دمای سطح ثابت درون محفظه حاوی سیال غیرنیوتنی، تأثیر انتقال حرارت جابجایی روی پارامترهای جریان و حرارت با افزایش شاخص رفتار غیرنیوتنی و همچنین کاهش عدد پرانتل تعمیم‌یافته افزایش خواهد یافت. (۱۱) مقایسه نتایج حاصل از بررسی مسئله سقوط یک ذره غیر هم‌دما با دمای سطح ثابت و متغیر حاکی از آن است که فرض ثابت در نظر گرفتن دمای سطح در مسائل حقیقی دارای انتقال حرارت بین ذره و سیال، منجر به ایجاد خطاهای غیرقابل قبولی خواهد شد. تفاوت بین انتقال حرارت در دو حالت دمای سطح ثابت و متغیر (در عدد ارشمیدس تعمیم‌یافته مشابه) با افزایش عدد پرانتل تعمیم‌یافته و شاخص رفتار غیرنیوتنی توانی محسوس‌تر خواهد بود.

فصل ششم

جمع‌بندی

۶–۱– جمع‌بندی

در این تحقیق یک روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن حرارتی و غیرنیوتنی با اعمال نیروی مستقیم و چند مرحله‌ای برای بررسی جریان و انتقال حرارت در سیالات غیرنیوتنی توانی گسترش یافته است. این روش اکثر ویژگی‌های منحصربه‌فرد روش مرز غوطه‌ور و روش شبکه بولتزمن را حفظ می‌نماید. خصوصاً دو ویژگی شبیه‌سازی مستقیم (DNS) و ارزیابی محلی سرعت سیال، این روش را به‌عنوان یک گزینه مناسب برای بررسی جریان‌های ذره‌ای غیرنیوتنی مطرح می‌کنند. الگوریتم اعمال نیروی چند مرحله‌ای بکار برده شده در این پژوهش، امکان اعمال یکنواخت‌تر نیروی ناشی از وجود جسم غوطه‌ور را روی معادله مومنتوم LBM فراهم می‌آورد و می‌تواند به‌صورت دقیق‌تری معادلات ناویر استوکس را بازیابی نماید. در مقایسه با روش‌های معمول IB-LBM، روش پیشنهادی حاضر علاوه بر در نظر گرفتن خواص غیرنیوتنی سیال، نیروی ناشی از وجود جرم شتابدار را نیز لحاظ می‌کند. در روش IB-TLBM معرفی شده محاسبه عدد ناسلت با یک الگوریتم بسیار ساده و سریع جایگزین شده است. دقت نتایج به دست آمده به‌صورت گام به گام و با استفاده از چندین نمونه تحلیلی، عددی و آزمایشگاهی شامل:

- جریان سیال غیرنیوتنی در کانال،
- جریان سیال نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر دایره‌ای در حالت پایا و ناپایا،
- انتقال حرارت جابجایی اجباری از روی یک سیلندر دایره‌ای واقع در جریان سیال نامحدود،
- جریان سیال و انتقال حرارت از روی سیلندرهای با سطح مقطع‌های مثلثی و مربعی،
- سقوط یک ذره در محفظه حاوی سیال نیوتنی،
- سقوط دو ذره دایره‌ای در سیال نیوتنی (DKT)،
- سقوط ذرات گرم، سرد و هم‌دما درون محفظه محدود حاوی سیال نیوتنی و

- سقوط ذره سرد درون کانال نامحدود حاوی سیال نیوتنی با موفقیت مورد ارزیابی قرار گرفته است.

روش پیشنهادی برای بررسی انواع سیالات با خواص رقیق برشی، نیوتنی و ضخیم برشی در جریان‌های شامل مرزهای ثابت (فصل ۴) و مرزهای متحرک (فصل ۵) مورد استفاده قرار گرفته است. بررسی‌های انجام شده در این پژوهش روی دو موضوع (۱) مطالعه و بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر در روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن پیشنهادی (مانند نوع الگوریتم واسط پیشنهادی، تعداد مراحل اعمال نیروی ضمنی و غیره) و (۲) تأثیر خواص رئولوژیکی سیال و ویژگی‌های هندسی مسئله روی پارامترهای جریان و حرارت (مانند ضریب پسا، ضریب برآ، عدد استروهال، عدد رینولدز تعمیم‌یافته، سرعت حدی، زمان‌های برخورد، عدد ناسلت و ...) متمرکز است. شایان ذکر است که نتایج بررسی‌های انجام شده در موضوعات ذکر شده به تفصیل در انتهای هریک از فصول مربوطه توضیح داده شده است.

۶–۲– پیشنهادات برای کارهای آینده

- گسترش روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن حرارتی برای مرز برای جریان‌های ذره‌ای با مرزهای انعطاف‌پذیر
- گسترش روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن برای جریان‌های ذره‌ای واقع در میدان موج‌های آکوستیک
- استفاده از روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن حرارتی و غیرنیوتنی برای بررسی مسائل شامل تغییر فاز جامد-سیال با در نظر گرفتن حرکت و دمای مرز
- استفاده از روش‌های مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن حرارتی برای شبیه‌سازی جریان‌های بیولوژیک نظیر خون با در نظر گرفتن تغییرات دمایی در ناحیه محاسباتی

- گسترش روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن برای جریان‌های ذره‌ای که در معرض میدان‌های مغناطیسی قرار گرفته‌اند
- استفاده از روش‌های مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی مزوسکوپیک ذرات متحرک متخلخل
- استفاده از روش‌های مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن حرارتی برای شبیه‌سازی جریان‌های میکرو و نانو
- شبیه‌سازی پدیده‌های مربوط به سوخت و احتراق با استفاده از روش‌های مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن حرارتی
- شبیه‌سازی حرکت ذرات در محیط‌های با چگالی متغیر با استفاده از روش‌های مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن
- شبیه‌سازی حرکت رشته‌های ماکروسکوپیک درون سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی با استفاده از روش مرزغوطه‌ور-شبکه بولتزمن: مثل فرایند تشکیل مواد کامپوزیت

پیوست‌ها

پیوست الف: نحوه محاسبه $f^{(eq)}$ برای روش شبکه بولتزمن با تقریب *BGK* در مدل D2Q9

در معادله شبکه بولتزمن با فرض BGK (معادله (۲-۱۵))، $f^{(eq)}$ با استفاده از تابع توزیع ماکسول-بولتزمن ($f^{(0)}$) بدست می‌آید:

$$f^{(0)} = \frac{\rho}{(2\pi R\tilde{T})^{\tilde{D}/2}} \exp\left(-\frac{(\vec{\zeta}-\vec{u})^2}{2R\tilde{T}}\right) \qquad \text{(الف-۱)}$$

که R ثابت گازها، $\tilde{D}$ بعد مسئله و $\tilde{T}$ دمای ماکروسکوپیک هستند. برای بازیابی معادلات ناویر-استوکس، در نظر گرفتن یک بسط مرتبه دو (به عنوان یک سری تیلور از $\vec{u}$) از رابطه (الف-۱) کفایت می‌کند:

$$f^{(eq)} = \frac{\rho}{(2\pi R\tilde{T})^{\tilde{D}/2}} \exp\left(-\frac{\vec{\zeta}^2}{2R\tilde{T}}\right)\left[1+\frac{(\vec{\zeta}.\vec{u})^2}{R\tilde{T}}+\frac{(\vec{\zeta}.\vec{u})^2}{2(R\tilde{T})^2}+\frac{\vec{u}^2}{2R\tilde{T}}\right] \qquad \text{(الف-۲)}$$

برای انجام محاسبات عددی، لازم است که دامنه حل گسسته‌سازی شود. برای گسسته‌سازی انتگرال تابع توزیع تعادلی، از تقریب زیر استفاده شده است [۲۳۷]:

$$\int \psi(\vec{\zeta}) f^{(eq)}(\vec{\mathrm{x}},\vec{\zeta},t) = \sum_{\alpha} W_\alpha \psi(\vec{\zeta}_\alpha) f^{(eq)}(\vec{\mathrm{x}},\vec{\zeta}_\alpha,t) \qquad \text{(الف-۳)}$$

که در آن $\psi(\vec{\zeta})$ یک چند جمله‌ای از $\vec{\zeta}$ می‌باشد و $\vec{\zeta}_\alpha$ نشان دهنده مجموعه سرعت‌های گسسته می‌باشد. نحوه محاسبه ضریب W_α نیز در ادامه بحث خواهد شد. انتگرال بالا شامل بخش مشترک زیر است:

$$I = \int \exp\left(-\frac{\vec{\zeta}^2}{2R\tilde{T}}\right)\psi(\vec{\zeta})d\vec{\zeta} = \sum_{\alpha} W_\alpha \exp\left(-\frac{\vec{\zeta}_\alpha^{\ 2}}{2RT}\right)\psi(\vec{\zeta}_\alpha) \qquad \text{(الف-۴)}$$

به منظور انجام محاسبات عددی، انتگرال معرفی شده در رابطه (الف-۱۴) باید گسسته‌سازی شود. در این مطالعه از مدل D2Q9 برای استخراج معادلات شبکه بولتزمن استفاده شده است. از آنجا که در مدل D2Q9 از یک سیستم مختصات کارتزین استفاده می‌کنیم، می‌توان $\psi(\vec{\zeta})$ را به صورت $\psi(\vec{\zeta}) = \zeta_x^m \zeta_y^n$ تنظیم نماییم که ζ_x و ζ_y مولفه‌های $\vec{\zeta}$ هستند. با در نظر گرفتن مدل D2Q9 انتگرال معرفی شده توسط رابطه (الف-۱۴) به صورت زیر گسسته می‌شود:

$$I = (\sqrt{2R\tilde{T}})^{(m+n+2)} I_m I_n \tag{الف-۵}$$

که

$$I_m = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi^2} \xi^m d\xi \quad , \xi = \zeta_x / (\sqrt{2RT}) \text{ or } \xi = \zeta_y / (\sqrt{2RT}) \tag{الف-۶}$$

از فرمول هرمیت[1] مرتبه سه [۲۳۸] برای محاسبه I_m استفاده شده است، یعنی $I_m = \sum_{j=1}^{3} \omega_j \xi_j^m$ که در آن:

$$\xi_1 = -\sqrt{3/2}, \quad \xi_2 = 0, \quad \xi_3 = \sqrt{3/2} \tag{الف-۷}$$

و

$$\omega_1 = \sqrt{\pi/6}, \quad \omega_2 = 2\sqrt{\pi/3}, \quad \omega_3 = \sqrt{\pi/6} \tag{الف-۸}$$

بنابراین انتگرال (الف-۶) به صورت زیر تبدیل خواهد شد:

$$I = 2R\tilde{T}\, \omega_2^2 \psi(\vec{0}) + \sum_{\alpha=1}^{4} \omega_1 \omega_2 \psi(\vec{\zeta}_\alpha) + \sum_{\alpha=5}^{8} \omega_1^2 \psi(\vec{\zeta}_\alpha) \tag{الف-۹}$$

[1] Hermite formula

که $\vec{\zeta}_\alpha$ مجموعه سرعت‌های گسسته است که برای $\alpha = 0$، بردار سرعت صفر، برای $\alpha = 1-4$، بردارهای سرعت به صورت $\sqrt{3R\tilde{T}}\,(\pm1,0)$ و $\sqrt{3R\tilde{T}}\,(0,\pm1)$ و برای $\alpha = 5-8$ بردارهای سرعت به صورت $\sqrt{3R\tilde{T}}\,(\pm1,\pm1)$ در نظر گرفته شده است. پس از اینکه دامنه محاسباتی توسط این نه سرعت شبکه، گسسته‌سازی شد، فضای فیزیکی نیز باید مطابق با آن گسسته شود. برای این منظور سرعت شبکه به صورت $c \equiv \dfrac{\delta x}{\delta t} = \sqrt{3R\tilde{T}}$ فرض شده است. مقایسه بین معادلات (الف-۴) و (الف-۹)، ضرایب $\vec{W}_\alpha$ به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$\vec{W}_\alpha = 2\pi R\tilde{T}\,\exp\left(\frac{\vec{\zeta}_\alpha^{\,2}}{2R\tilde{T}}\right) w_\alpha \tag{الف-۱۰}$$

که ضرایب w_α توسط رابطه (۲-۱۸) تعیین می‌شوند. نهایتاً توابع تورزیع تعادلی برای مدل D2Q9 به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$f_\alpha^{(eq)} = W_\alpha f^{(eq)}(\vec{\mathrm{x}},\vec{\zeta}_\alpha,t) = w_\alpha \rho\left[1 + \frac{3(\vec{\zeta}_\alpha.\vec{\mathrm{u}})}{c^2} + \frac{9(\vec{\zeta}_\alpha.\vec{\mathrm{u}})^2}{2c^4} - \frac{3\vec{\mathrm{u}}^2}{2c^2}\right] \tag{الف-۱۱}$$

که $\vec{\zeta}_\alpha$ توسط رابطه (۲-۱۶) معرفی شده است.

پیوست ب: بازیابی معادلات ناویر استوکس از معادلات شبکه بولتزمن

در این قسمت چگونگی رسیدن از معادلات شبکه بولتزمن به معادلات ناویر استوکس شرح داده شده است. برای این کار رابطه (۲-۱۵) مربوط به معادله شبکه بولتزمن با زمان آسایش منفرد شروع می‌کنیم. با انجام بسط سری تیلور مرتبه دو برای زمان و مکان با پارامترهای کوچک $\delta_x = \delta_t$ داریم:

$$\delta t\,\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \delta t\,\zeta_{\alpha k}\,\frac{\partial f_\alpha}{\partial x_k} + \frac{(\delta t)^2}{2}\left[\frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial t^2} + 2\zeta_{\alpha k}\,\frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial t\,\partial x_k} + \zeta_{\alpha k}\,\zeta_{\alpha n}\,\frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial x_k \partial x_n}\right] + \frac{1}{\tau_f}\left(f_\alpha - f_\alpha^{(\mathrm{eq})}\right) = 0 \tag{ب-۱}$$

برای بازیابی معادلات ناویر استوکس از معادله شبکه بولتزمن، بسط چاپمن-اینسکاگ[2] [۱۹۰] به صورت زیر اعمال شده است:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \varepsilon\,\frac{\partial}{\partial t_1} + \varepsilon^2\,\frac{\partial}{\partial t_2} \tag{ب-۲}$$

و

$$\frac{\partial}{\partial x} = \varepsilon\,\frac{\partial}{\partial x_1} \tag{ب-۳}$$

که ε یک پارامتر کوچک است ($\varepsilon << 1$). همچنین تابع توزیع ذره (f_α) می‌تواند به صورت زیر بسط داده شود:

$$f_\alpha = f_\alpha^{(0)} + \varepsilon f_\alpha^{(1)} + \varepsilon^2 f_\alpha^{(2)} + o(\varepsilon^3) \tag{ب-۴}$$

با وارد کردن معادلات (ب-۲)، (ب-۳) و (ب-۴) به (ب-۱) خواهیم داشت:

---
[2] - Chapman-Enskog

$$\varepsilon^2 \left\{ \begin{array}{l} \delta t \left[\dfrac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial t_1} + \dfrac{\partial f_\alpha^{(0)}}{\partial t_2} + \zeta_{\alpha k} \dfrac{\partial f_\alpha^{(0)}}{\partial x_{1k}} \right] + \\ \dfrac{(\delta t)^2}{2} \left[\dfrac{\partial^2 f_\alpha^{(0)}}{\partial t_1^2} + 2\zeta_{\alpha k} \dfrac{\partial^2 f_\alpha^{(0)}}{\partial t_1 \partial x_{1k}} + \zeta_{\alpha k}\, \zeta_{\alpha n} \dfrac{\partial^2 f_\alpha^{(0)}}{\partial x_{1k} \partial x_{1n}} \right] + \dfrac{1}{\tau_f} f_\alpha^{(2)} \end{array} \right\}$$

$$+\varepsilon \left[\delta t \frac{\partial f_\alpha^{(0)}}{\partial t_1} + \delta t\, \zeta_{\alpha k} \frac{\partial f_\alpha^{(0)}}{\partial x_{1k}} + \frac{1}{\tau_f} f_\alpha^{(1)} \right] = -\frac{1}{\tau_f} \left[f_\alpha^{(0)} - f_\alpha^{(\mathrm{eq})} \right] \qquad \text{(ب-۵)}$$

با مرتب کردن عبارات برحسب مرتبه‌های پارامتر ε داریم:

$$O(\varepsilon^0): \qquad f_\alpha^{(0)} = f_\alpha^{(\mathrm{eq})} \qquad \text{(ب-۶)}$$

$$O(\varepsilon^1): \qquad f_\alpha^{(1)} = -\tau_f\, \delta t \left[\frac{\partial f_\alpha^{(0)}}{\partial t_1} + \zeta_{\alpha k} \frac{\partial f_\alpha^{(0)}}{\partial x_{1k}} \right] \qquad \text{(ب-۷)}$$

$$\begin{aligned} O\left(\varepsilon^2\right): \qquad f_\alpha^{(2)} = {} & -\tau_f\, \delta t \left[\frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial t_1} + \frac{\partial f_\alpha^{(0)}}{\partial t_2} + \zeta_{\alpha k} \frac{\partial f_\alpha^{(0)}}{\partial x_{1k}} \right] \\ & - \tau_f\, \frac{(\delta t)^2}{2} \left[\frac{\partial^2 f_\alpha^{(0)}}{\partial t_1^2} + 2\, \zeta_{\alpha k} \frac{\partial^2 f_\alpha^{(0)}}{\partial t_1 \partial x_{1k}} + \zeta_{\alpha k}\, \zeta_{\alpha n} \frac{\partial^2 f_\alpha^{(0)}}{\partial x_{1k} \partial x_{1n}} \right] \end{aligned} \qquad \text{(ب-۸)}$$

با در نظر گرفتن معادله (ب-۷) و انجام برخی عملیات‌های جبری، معادله (ب-۸) به صورت زیر ساده خواهد شد:

$$O(\varepsilon^2): \qquad f_\alpha^{(2)} = -\tau_f\, \delta t \frac{\partial f_\alpha^{(0)}}{\partial t_2} + (\frac{1}{2} - \tau_f)\, \delta t \left[\frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial t_1} + \zeta_{\alpha k} \frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial x_{1k}} \right] \qquad \text{(ب-۹)}$$

معادله (ب-۴) می‌تواند به صورت زیر بازنویسی گردد:

$$f_\alpha = f_\alpha^{(\mathrm{eq})} + \varepsilon f_\alpha^{(1)} + \varepsilon^2 f_\alpha^{(2)} + O\left(\varepsilon^3\right) \qquad \text{(ب-۱۰)}$$

تابع توزیع تعادلی بایستی معادلات (۲-۷) و (۲-۸) را ارضاء کند، بنابراین داریم:

$$\sum_\alpha f_\alpha^{(\mathrm{k})} = 0 \qquad \sum_\alpha \vec{\zeta}_\alpha f_\alpha^{(\mathrm{k})} = 0 \qquad (\mathrm{k} = 1, 2, \ldots) \qquad \text{(ب-۱۱)}$$

با انجام عمل جمع روی تمامی α ها در معادلات (ب-۷) و (ب-۸)، ضرب عبارات در $\zeta_{\alpha n}$ و همچنین کاربرد قیود معرفی شده در معادلات (ب-۷) و (ب-۸)، معادلات ماکروسکوپیک زیر بدست می‌آیند:

$$O(\varepsilon^1): \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t_1}+\frac{\partial \rho u_k}{\partial x_{1k}}=0 \tag{ب-۱۲}$$

$$O(\varepsilon^1): \qquad \frac{\partial \rho u_n}{\partial t_1}+\frac{\partial}{\partial x_{1k}}\sum_{\alpha}\zeta_{\alpha n}\,\zeta_{\alpha k}\,\frac{\partial f_{\alpha}^{(\mathrm{eq})}}{\partial x_{1k}}=0 \tag{ب-۱۳}$$

$$O(\varepsilon^2): \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t_2}=0 \tag{ب-۱۴}$$

$$O(\varepsilon^2): \qquad \frac{\partial \rho u_n}{\partial t_2}+(1-\frac{1}{2\tau})\frac{\partial}{\partial x_{1k}}\sum_{\alpha}\zeta_{\alpha n}\,\zeta_{\alpha k}\,\frac{\partial f_{\alpha}^{(1)}}{\partial x_{1k}}=0 \tag{ب-۱۵}$$

با ترکیب معادلات (ب-۱۲) و (ب-۱۴)، معادله پیوستگی به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho u_k}{\partial x_k}=0 \tag{ب-۱۶}$$

همچنین ترکیب معادلات (ب-۱۳) و (ب-۱۵) منجر به بازیابی معادله مومنتوم به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{\partial \rho u_n}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_{1k}}\sum_{\alpha}\zeta_{\alpha n}\,\zeta_{\alpha k}\,\frac{\partial f_{\alpha}^{(\mathrm{eq})}}{\partial x_{1k}}+(1-\frac{1}{2\tau_f})\frac{\partial}{\partial x_{1k}}\sum_{\alpha}\zeta_{\alpha n}\,\zeta_{\alpha k}\,\frac{\partial f_{\alpha}^{(1)}}{\partial x_{1k}}=0 \tag{ب-۱۷}$$

با جایگذاری معادله (ب-۱۶) در معادله (ب-۱۷)، معادله مومنتوم به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \rho u_n}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_{1k}}\sum_{\alpha}\zeta_{\alpha n}\,\zeta_{\alpha k}\,\frac{\partial f_{\alpha}^{(\mathrm{eq})}}{\partial x_{1k}}+\\ &(\tau_f-\frac{1}{2})\sum_{\alpha}\left[\zeta_{\alpha n}\,\zeta_{\alpha k}\,\frac{\partial^2 f_{\alpha}^{(\mathrm{eq})}}{\partial t_1\partial x_{1k}}+\zeta_{\alpha n}\,\zeta_{\alpha k}\,\zeta_{\alpha m}\,\frac{\partial^2 f_{\alpha}^{(\mathrm{eq})}}{\partial x_{1k}\partial x_{1m}}\right]=0\end{aligned} \tag{ب-۱۸}$$

با توجه به معادله (ب-۱۷)، تانسور شار مومنتوم به صورت زیر است:

$$\overline{\Pi}_{\alpha\beta}=\overline{\Pi}_{\alpha\beta}^{(0)}+\overline{\Pi}_{\alpha\beta}^{(1)}=\sum_{i}\vec{\zeta}_{i\alpha}\,\vec{\zeta}_{i\beta}\left[f_{i}^{(\mathrm{eq})}+(1-\frac{1}{2\tau_f})f_{i}^{(1)}\right] \tag{ب-۱۹}$$

که در آن:

$$\bar{\Pi}^{(0)}_{\alpha\beta} = \sum_i \vec{\zeta}_{i\alpha}\,\vec{\zeta}_{i\beta} f_i^{(\mathrm{eq})} \qquad \bar{\Pi}^{(1)}_{\alpha\beta} = \sum_i \vec{\zeta}_{i\alpha}\,\vec{\zeta}_{i\beta}(1-\frac{1}{2\tau_f}) f_i^{(1)} \tag{ب-۲۰}$$

برای مشخص کردن دقیق $\bar{\Pi}_{\alpha\beta}$، نوع مدل شبکه بولتزمن استفاده شده بایستی تعیین شود. در کار حاضر از مدل دو بعدی شبکه بولتزمن با نه جهت گسسته (D2Q9) استفاده شده است. برای مدل شبکه بولتزمن D2Q9، موارد زیر صادق است [۲۳۷]:

$$\sum_\alpha w_\alpha \zeta_{\alpha m}\,\zeta_{\alpha n}\,\zeta_{\alpha k}\,\zeta_{\alpha j} = \frac{c^4}{9}\left(\delta_{mn}\delta_{kj} + \delta_{mk}\delta_{nj} + \delta_{mj}\delta_{nk}\right) \tag{ب-۲۱}$$

و

$$\frac{\partial}{\partial x_{1m}}\frac{\partial}{\partial x_{1k}}\sum_\alpha w_\alpha\,\zeta_{\alpha m}\,\zeta_{\alpha n}\,\zeta_{\alpha k}\,\zeta_{\alpha j}\,\rho u_j = \frac{c^4}{9}\left[\frac{\partial^2}{\partial x_{1m}\partial x_{1m}}(\rho u_n) + 2\frac{\partial^2}{\partial x_{1m}\partial x_{1n}}\rho u_n\right] \tag{ب-۲۲}$$

با جایگذاری معادله (۲-۱۷) در معادله (ب-۱۸)، و استفاده از رابطه (ب-۲۲) داریم:

$$\begin{aligned}&\sum_\alpha\left[\zeta_{\alpha n}\,\zeta_{\alpha k}\,\frac{\partial^2 f_\alpha^{(\mathrm{eq})}}{\partial t_1 \partial x_{1k}} + \zeta_{\alpha n}\,\zeta_{\alpha k}\,\zeta_{\alpha m}\,\frac{\partial^2 f_\alpha^{(\mathrm{eq})}}{\partial x_{1k}\partial x_{1m}}\right] = \\ &\frac{c^2}{3}\left[\frac{\partial^2}{\partial x_{1m}\partial x_{1m}}(\rho u_n) + 2\frac{\partial^2}{\partial x_{1m}\partial x_{1n}}\rho u_n\right]\end{aligned} \tag{ب-۲۳}$$

همچنین با جایگذاری معادله (ب-۲۳) در معادله (ب-۱۸)، معادله مومنتوم به شکل زیر تبدیل خواهد شد:

$$\frac{\partial \rho u_n}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_k u_n}{\partial x_{1k}} = -\frac{\partial P}{\partial x_{1n}} + (\tau_f - \frac{1}{2})\frac{c^2}{3}\left[\frac{\partial^2}{\partial x_{1m}\partial x_{1m}}(\rho u_n) + 2\frac{\partial^2}{\partial x_{1m}\partial x_{1n}}\rho u_n\right] \tag{ب-۲۴}$$

که فشار (P)، و ویسکوزیته دینامیکی[۳] (ν) توسط روابط زیر مشخص می‌شوند:

$$P \equiv c_s^2 \rho \tag{ب-۲۵}$$

[3]- kinematic viscosity

و

$$\nu \equiv \frac{c^2}{3}(\tau_f - \frac{1}{2}) \qquad \text{(ب-۲۶)}$$

بنابراین، معادله شبکه بولتزمن (LBE)، معادلات ناویر استوکس (معادلات ب-۲۷ و ب-۲۸) مربوط به جریان غیرقابل تراکم را به صورت زیر بازیابی خواهد کرد:

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0 \qquad \text{(ب-۲۷)}$$

و

$$\frac{\partial u_\beta}{\partial t} + u_\alpha \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_\beta} + \nu \nabla^2 u_\beta \qquad \text{(ب-۲۸)}$$

پیوست ج: نحوه محاسبه چگالی نیروی خارجی در روش اعمال نیروی چندگانه

در حضور عبارت چگالی نیروی خارجی ($\vec{F}$)، معادلات شبکه بولتزمن باید اصلاح شوند تا اثرات این نیرو نیز لحاظ گردد. برای این منظور می‌توان یک عبارت جدید به معادلات LBE اضافه نمود:

$$f_i(\vec{x} + \vec{\zeta}_i \Delta t, t + \Delta) - f_i(\vec{x}, t) = -\frac{1}{\tau_f}\left[f_i(\vec{x}, t) - f_i^{(eq)}(\vec{x}, t)\right] + \Delta t\, F_i \qquad \text{(ج-۱)}$$

همچنین سرعت‌ها به صورت زیر فرض شده است:

$$\rho\vec{u} \equiv \sum_i \vec{\zeta}_i f_i + \lambda \vec{F} \Delta t \qquad \text{(ج-۲)}$$

که λ ثابتی است که بایستی تعیین شود. عبارت نیرویی گسسته (F_i) می‌تواند به صورت سری زیر نوشته شود [۱۰۷]:

$$F_i = \omega_i \left[A + \frac{\vec{B}.\vec{\zeta}_i}{c_s^2} + \frac{\overline{C} : (\vec{\zeta}_i \vec{\zeta}_i - c_s^2 \overline{I})}{2c_s^4} \right], \qquad \text{(ج-۳)}$$

که A، $\vec{B}$ و $\overline{C}$ توابعی از $\vec{F}$ هستند. لازم است که مومنتوم‌های F_i با معادلات هیدرودینامیک منطبق باشند. پس از انجام برخی محاسبات ریاضی، مومنتوم‌های مرتبه صفر تا دو مربوط به F_i به صورت زیر بدست خواهند آمد:

$$\sum_i F_i = A, \qquad \sum_i \vec{\zeta}_i F_i = \vec{B}, \qquad \sum_i \vec{\zeta}_i \vec{\zeta}_i F_i = c_s^2 A \overline{I} + \frac{1}{2}\left[\overline{C} + \overline{C}^T\right]. \qquad \text{(ج-۴)}$$

با استفاده از بسط چاپمن-اینسکاک داریم [۲۳۹]:

$$f_i = f_i^{(0)} + \varepsilon f_i^{(1)} + \varepsilon^2 f_i^{(2)} + ..., \qquad \text{(ج-۵)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial t_2}, \qquad \vec{\nabla} = \varepsilon \vec{\nabla}_1, \qquad \text{(ج-۶)}$$

$$\vec{F} = \varepsilon \vec{F}_1, \quad A = \varepsilon A_1, \quad \vec{B} = \varepsilon \vec{B}_1 \quad \overline{C} = \varepsilon \overline{C}_1 \qquad \text{(ج-۷)}$$

که ε با نسبت فاصله شبکه‌ای به طول مشخصه ماکروسکوپیک مسئله متناسب است. با بسط تابع $f_i(\vec{x} + \vec{\zeta}_i \Delta t, t + \Delta t)$ در معادله (ج-۱) حول $\vec{x}$ و t و سپس استفاده از روابط معرفی شده در بالا، معادلات زیر برای مرتبه‌های مختلف از پارامتر ε بدست خواهد آمد:

$$O(\varepsilon^0): \qquad f_i^{(0)} = f_i^{(eq)} \qquad \text{(ج-۸)}$$

$$O(\varepsilon^1): \qquad D_{1i} f_i^{(0)} = -\frac{1}{\tau_f \Delta t} f_i^{(1)} + F_{1i,} \qquad \text{(ج-۹)}$$

$$O(\varepsilon^2): \qquad \frac{\partial f_i^{(0)}}{\partial t_2} + \left(1 - \frac{1}{2\tau_f}\right) D_{1i} f_i^{(1)} = -\frac{1}{\tau_f \Delta t} f_i^{(2)} - \frac{\Delta t}{2} D_{1i} F_{1i,} \qquad \text{(ج-۱۰)}$$

که $D_{1i} = \partial / \partial t_1 + \vec{\zeta}_i . \vec{\nabla}_1$. با توجه به معادله (ج-۱۰)، معادلات ماکروسکوپیک زیر در مقیاس زمانی $t_1 = \varepsilon t$ و مقیاس فضایی $\vec{x}_1 = \varepsilon \vec{x}$ بدست می‌آید:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t_1} + \vec{\nabla}_1 .(\rho \vec{u}) = \mathrm{A}_1, \qquad \text{(ج-۱۱)}$$

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t_1}+\vec{\nabla}_1.\bar{\Pi}^{(0)}=\left(\eta+\frac{\lambda}{\tau_f}\right)\vec{F}_1, \qquad \text{(ج-۱۲)}$$

در رابطه (ج-۱۲)، $\vec{B}_1=\eta\vec{F}_1$ فرض شده است. η ثابتی است که بایستی تعیین شود. $\bar{\Pi}^{(0)}$ تانسور شار مومنتوم مرتبه صفر است که با رابطه $\bar{\Pi}^{(0)}_{\alpha\beta}=\sum_i \vec{\zeta}_{i\alpha}\mathbf{e}_{i\beta}f_i^{(0)}=c_s^2\rho\delta_{\alpha\beta}+\rho\vec{u}_\alpha\vec{u}_\beta$ مشخص می‌شود. برای بازیابی معادلات اویلری از معادلات (ج-۱۱) و (ج-۱۲) بایستی:

$$A=0,\qquad \eta+\frac{\lambda}{\tau_f}=1 \qquad \text{(ج-۱۳)}$$

شار مومنتوم مرتبه اول $\bar{\Pi}^{(1)}\equiv\sum_i\vec{\zeta}_i\vec{\zeta}_i f_i^{(1)}$ می‌تواند با استفاده از معادلات (ج-۱۱) و (ج-۱۲) با شرط محدود کننده (ج-۱۳) ساده سازی شود. بعد از انجام چند عملیات جبری، داریم:

$$\bar{\Pi}^{(1)}_{\alpha\beta}=-\tau_f\,\Delta t\left[(\vec{u}_\alpha\vec{F}_{1\beta}+\vec{u}_\beta\vec{F}_{1\alpha})+c_s^2\rho(\vec{\nabla}_{1\alpha}\vec{u}_\beta+\vec{\nabla}_{1\beta}\vec{u}_\alpha)-\frac{1}{2}(\bar{C}_{1\alpha\beta}+\bar{C}_{1\beta\alpha})\right] \qquad \text{(ج-۱۴)}$$

که در این رابطه از عبارت‌های با مرتبه ۳ و یا بالاتر صرفنظر شده است. اگر فرض کنیم $\bar{C}=2\vec{u}\vec{F}_1$ یا $\bar{C}=\vec{u}\vec{F}_1+\vec{F}_1\vec{u}$ آنگاه شار مومنتوم به عبارت معادله ناویر استوکس مربوط به تنش‌های ویسکوز، یعنی $\bar{\Pi}^{(1)}_{\alpha\beta}=\bar{\sigma}_{1\alpha\beta}\equiv\nu(\vec{\nabla}_{1\alpha}\vec{u}_\beta+\vec{\nabla}_{1\beta}\vec{u}_\alpha)$، منطبق خواهد شد که ویسکوزیته ν توسط رابطه $\nu=c_s^2\Delta t$ مشخص می‌شود. همچنین معادلات ماکروسکوپیک در مقیاس زمانی $t_2=\varepsilon^2 t$ با توجه به معادله (ج-۱۰) بدست خواهد آمد. با کمک معادلات (ج-۱۱)، (ج-۱۲) و (ج-۱۳) ، معادلات نهایی به صورت زیر خواهند بود:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t_2}=\Delta t\left(\lambda-\frac{1}{2}\right)\vec{\nabla}_1.\vec{F}_1, \qquad \text{(ج-۱۵)}$$

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t_2}=\Delta t\left(\lambda-\frac{1}{2}\right)\frac{\partial\vec{F}_1}{\partial t_1}+\vec{\nabla}_1.\bar{\sigma}_1 \qquad \text{(ج-۱۶)}$$

که تانسور تنش $\bar{\sigma}_1$ توسط رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\bar{\sigma}_{1\alpha\beta} = -\left(1-\frac{1}{2\tau}\right)\vec{\nabla}_1.\bar{\prod}^{(1)}_{\alpha\beta} - \frac{\Delta t}{4}(\bar{C}_{1\alpha\beta}+\bar{C}_{1\beta\alpha})$$
$$= \left(\tau_f - \frac{1}{2}\right) c_s^2 \Delta t\, \rho(\vec{\nabla}_\alpha \vec{u}_\beta + \vec{\nabla}_{1\beta}\vec{u}_\alpha) \qquad \text{(ج-۱۷)}$$
$$+\Delta t\left[\left(\tau_f - \frac{1}{2}\right)(\vec{u}_\alpha \vec{F}_{1\beta} + \vec{u}_\beta \vec{F}_{1\alpha}) - \frac{\tau_f}{2}(\vec{C}_{1\alpha\beta}+\vec{C}_{1\beta\alpha})\right].$$

واضح است که به دلیل اثرات شبکه گسسته و همچنین وجود چگالی نیروی حجمی، یک سری بخش‌های اضافی به تنش ویسکوز تحمیل می‌شود. همانطور که در پیوست ب نیز مشخص شد، برای بخش اضافی مربوط به اثر شبکه گسسته، ویسکوزیته بایستی به صورت معادله (ب-۲۶) تعریف شود. بخش اضافی مربوط به وجود عبارت نیروی خارجی نیز با تعریف مناسب $\bar{C}$، حذف خواهد شد. یک انتخاب مناسب برای $\bar{C}$ به صورت زیر است:

$$\bar{C} = \left(1-\frac{1}{2\tau_f}\right)2\vec{u}\,\vec{F} \qquad or \qquad \bar{C} = \left(1-\frac{1}{2\tau_f}\right)(\vec{u}\,\vec{F}+\vec{F}\,\vec{u}). \qquad \text{(ج-۱۸)}$$

همچنین معادلات (ج-۱۵) و (ج-۱۶) نشان می‌دهند که مشتقات مکانی و زمانی به ترتیب روی تغییرات چگالی و مومنتوم در مقیاس زمانی t_2، تاثیر گذار است. برای حذف این تاثیرات ناخواسته، λ بایستی به صورت زیر تنظیم شود:

$$\lambda = \frac{1}{2} \qquad or \qquad \rho\vec{u} = \sum_i \vec{\zeta}_i f_i + \frac{\Delta t}{2}\vec{F}. \qquad \text{(ج-۱۹)}$$

با ترکیب نتایج بدست آمده برای مقیاس‌های زمان t_1 و t_2 (معادلات (ج-۱۱)، (ج-۱۲) و (ج-۱۳)) به همراه معادلات (ج-۱۳)، (ج-۱۸) و (ج-۱۹))، معادلات ماکروسکوپیک نهایی بدست خواهد آمد:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.\rho\vec{u} = 0 \qquad \text{(ج-۲۰)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{u}) + \vec{\nabla}.(\rho\vec{u}\vec{u}) = -\vec{\nabla}P + \nu\,\vec{\nabla}.\left[\rho(\vec{\nabla}\vec{u} + (\vec{\nabla}\vec{u})^T)\right] + \vec{F}, \qquad \text{(ج-۲۱)}$$

که $P = c_s^2\rho$ نمایانگر فشار است. همچنین ویسکوزیته برشی (ν) توسط رابطه (ب-۲۶) معرفی شده و سرعت سیال ($\vec{u}$) به صورت رابطه (ج-۱۹) تعریف گردیده است. همانگونه که مشاهده می‌نمایید معادلات (ج-۲۰) و (ج-۲۱)، مطابق با معادلات ناویر استوکس شامل یک عبارت نیرویی حجمی است. بنابراین چنین می‌توان نتیجه گرفت که برای بازیابی صحیح معادلات ناویر استوکس، عبارت نیرویی بایستی قیود معرفی شده در معادلات (ج-۱۳)، (ج-۱۸) و (ج-۱۹) را ارضاء نماید که نتیجه آن به صورت زیر است:

$$F_i = \left(1 - \frac{1}{2\tau_f}\right)\omega_i \left[\frac{\vec{\zeta}_i - \vec{u}}{c_s^2} + \frac{(\vec{\zeta}_i.\vec{u})}{c_s^4}\vec{\zeta}_i\right].\vec{F}, \tag{ج-۲۲}$$

البته سرعت استفاده شده در تابع توزیع تعادلی و همچنین سرعت سیال بایستی با معادله (ج-۱۹) تعیین شوند.

پیوست د: شبه برنامه‌های (pseudocodes) مربوط به روش‌های مرز غوطه-ور – شبکه بولتزمن با الگوریتم‌های واسط شارپ و دیفیوز

PROGRAM IB_NLBM

Set initial geometrical parameters ! (Like: Initial positions, Radius, Physical width of channel, and …)

Set initial geometrical and physical parameters ! (Like: Initial positions, Radius, Physical width of channel, density of particles, wall temperature, Immersed boundary temperature, gravity acceleration, non_Newtonian Behaviour index of power_law model, generalized Prandtl number, generalized Archimedes number, generalized Grashof number and …)

Set initial numerical parameters ! (like: Lattice velocity, Relaxation time for momentum and energy equations, time step of LBM, Lattice space, Number of Eulerian nodes in vertical and horizontal directions (n, m), number of Lagrangian points (n_Lagrangian), and …)

Calculation of LBM parameters ! (Like: Lattice viscosity, diffusivity , gravity, expansion coefficient

```
!* Start of Main Loop*

WHILE (the particle reach to the bottom of box)

  ! First forcing step for buoyancy force
  DO j=1, m
     DO i=1, n
        Calculating of Buoyancy force
        Update the velocity domain
     END DO
   END DO

  ! First forcing step (By Sharp or Diffuse interface scheme)
  Call Subroutine: Diffuse Interface Scheme (or Call Subroutine: Sharp Interface Scheme)


! Collision Step
  DO j=1, m
     DO i=1, n
        Calculating of particle density distribution function (f_i)
        Calculating of energy density distribution function (g_i)
     END DO
  END DO

! Second Forcing Step
  DO j=1, m
```

```
        DO i=1, n
           Calculating of discrete external force distribution function (Fi)
           Calculating of discrete energy source function (Qi)
           Updating of particle density distribution function
           Updating of energy density distribution function
        END DO
   END DO

! Streaming Step
 Streaming the fi functions regarding to the discrete velocities' direction
 Streaming the gi functions regarding to the discrete velocities' direction

! Hydrodynamic and thermal boundary conditions
 Applying the no-slip boundary conditions
 Applying the constant temperature on boundary conditions

! Density, velocity and temperature
DO j=1, m
        DO i=1, n
           Calculating of lattice density by summing the fi functions
           Calculating of temperature by using energy density distribution functions
           Calculating of velocity by using particle density distribution function
        END DO
   END DO

 ! Non-Newtonian consideration
DO j=1, m
        DO i=1, n
           Calculating of strain rate at each Eulerian node
           Calculating of power-law viscosity
           Calculating of local relaxation time for momentum equation
           Calculating of local relaxation time for energy equation
```

```
      END DO
   END DO

! Collisions of particle-wall and particle-particle
IF (the distance of particle's centre and box's wall is less than radius + threshold length) THEN
   Calculation of particle-wall force based on Lenard-Jones potential
END IF
IF (the distance of particle's centres is less than 2×radius + threshold length) THEN
   Calculation of particle-particle force based on Lenard-Jones potential
END IF

! Translation, rotation, and temperature for the next time step
Calculation of the translation velocity of particle's centre
Calculation of the angular velocity of particle's centre
Update the position of particle's centre
DO boun_counter=1, (n_Lagrangian)
      Update the velocity of Lagrangian points
      Update the position of Lagrangian points
END DO
END WHILE
!* End of Main Loop*
END PROGRAM IB_NLBM
!**************************************************

SUBROUTINE Diffuse Interface Scheme
! Calculating of unforced velocity on boundary points
DO boun_counter=1, n_Lagrangian
    DO i=i0-R-Δ, i0+R+Δ ! Δ is depend on number of forcing points
        DO j=j0-R-Δ, j0+R+Δ
            Calculating the discrete delta Function (Des_Del_Fun)
            Distributing velocity from Eulerian to Lagrangian nodes.
            Distributing temperature from Eulerian to Lagrangian nodes.
```

```
            END DO
        END DO
    END DO

 ! Boundary Force Evaluation on Lagrangian points
 DO boun_counter=1, n_Lagrangian
        Calculation of boundary Force density
        Calculation of energy source density
END DO

! Force distribution on Eulerian Nodes
DO boun_counter=1, n_Lagrangian
      DO i=i0-R-Δ, i0+R+Δ ! Δ is depend on number of forcing points
         DO j=j0-R-Δ, j0+R+Δ
              Distributing boundary Force density from Lagrangian to Eulerian nodes
              Distributing energy source density from Lagrangian to Eulerian nodes
         END DO
      END DO
END DO

! Update (Forcing) of velocity and Temperature on Eulerian nodes
DO i=i0-R-Δ, i0+R+Δ ! Δ is depend on number of forcing points
         DO j=j0-R-3, j0+R+3
              Update the velocity domain
              Update the temperature domain
         END DO
      END DO

END SUBROUTINE Diffuse Interface Scheme

!*************************************************
```

```
SUBROUTINE Sharp Interface Scheme
DO i=1, n
    DO j=1, m
        IF (node (i,j) is inside of immersed body and near the boundary) THEN
            Determining the number of neighbouring nodes which can be used for interpolation
            Finding the distances required for interpolation
        END IF
    END DO
END DO

! Determining the velocity and temperature on Eulerian nodes in a way that the no-slip and
thermal boundary conditions are satisfied.
IF (the neighbouring nodes are only two nodes) THEN
    Apply a linear interpolation for determining the velocity on Eulerian nodes
    Apply a linear interpolation for determining the temperature on Eulerian nodes
ELSE IF  (the neighbouring nodes are three nodes) THEN
    Apply a bilinear interpolation for determining the velocity on Eulerian nodes
    Apply a bilinear interpolation for determining the temperature on Eulerian nodes
END IF

! Boundary force density and energy source density
DO i=1, n
    DO j=1, m
        Determining the boundary force density on Eulerian nodes
        Determining the energy source density on Eulerian nodes
    END DO
END DO

END SUBROUTINE Sharp Interface Scheme
```

منابع

1. Yu, Z., Phan-Thien, N., Fan, Y., and Tanner, R.I., (2002) “Viscoelastic mobility problem of a system of particles”, **Journal of non-newtonian fluid mechanics**, 104, 2, pp. 87-124.
2. Hu, H.H., Joseph, D.D., and Crochet, M.J., (1992) “Direct simulation of fluid particle motions”, **Theoretical and Computational Fluid Dynamics**, 3, 5, pp. 285-306.
3. Hu, H.H., (1996) “Direct simulation of flows of solid-liquid mixtures”, **International Journal of Multiphase Flow**, 22, 2, pp. 335-352.
4. Hu, H.H., Patankar, N.a., and Zhu, M.Y., (2001) “Direct Numerical Simulations of Fluid–Solid Systems Using the Arbitrary Lagrangian–Eulerian Technique”, **Journal of Computational Physics**, 169, 2, pp. 427-462.
5. Souli, M., (2001) “Arbitrary Lagrangian - Eulerian and free surface methods in fluid mechanics, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 191, 3-5, pp. 451-456.
6. Al Quddus, N., Moussa, W.a., and Bhattacharjee, S., (2008) “Motion of a spherical particle in a cylindrical channel using arbitrary Lagrangian-Eulerian method”, **Journal of colloid and interface science**, 317, 2, pp. 620-30.
7. Khoei, a.R., Anahid, M., and Shahim, K., (2008) “extended arbitrary Lagrangian–Eulerian finite element method for large deformation of solid mechanics”, **Finite Elements in Analysis and Design**, 44, 6-7, pp. 401-416.
8. Souli, M. and Shahrour, I., (2012) “Arbitrary Lagrangian Eulerian formulation for soil structure interaction problems”, **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 35, pp. 72-79.
9. Bjøntegaard, T. and Rønquist, E.M., (2012) “Accurate interface-tracking of surfaces in three dimensions for arbitrary Lagrangian–Eulerian schemes”, **Journal of Computational Physics**, 231, 19, pp. 6514-6531.
10. Meldi, M., Vergnault, E., and Sagaut, P., (2013) “An arbitrary Lagrangian–Eulerian approach for the simulation of immersed moving solids with Lattice Boltzmann Method”, **Journal of Computational Physics**, 235, pp. 182-198.
11. Wang, S., Khoo, B.C., Liu, G.R., and Xu, G.X., (2013) “An arbitrary Lagrangian–Eulerian gradient smoothing method (GSM/ALE) for interaction of fluid and a moving rigid body”, **Computers & Fluids**, 71, pp. 327-347.
12. Villone, M.M., Hulsen, M.a., Anderson, P.D., and Maffettone, P.L., (2014) “Simulations of deformable systems in fluids under shear flow using an arbitrary Lagrangian Eulerian technique”, **Computers & Fluids**, 90, pp. 88-100.
13. Jin, Y., Holzbecher, E., and Sauter, M., (2014) “A novel modeling approach using arbitrary Lagrangian–Eulerian (ALE) method for the flow simulation in unconfined aquifers”, **Computers & Geosciences**, 62, pp. 88-94.
14. Glowinski, R., Pan, T.-W., and Periaux, J., (1994) “A fictitious domain method for Dirichlet problems and applications”, **Comput. Methods Appl. Mech. Eng.**, 111, pp. 283–303.
15. Glowinski, R., Pan, T.-W., and Periaux, J., (1994) “A fictitious domain method for external incompressible viscous flow modeled by Navier–Stokes equations”, **Comput. Methods Appl. Mech. Eng.**, 112, pp. 133–148.
16. Glowinski, R., Pan, T.W., and Periaux, J., (1995) “A Lagrange multiplier/fictitious domain method for the Dirichlet problem Generalization to some flow problems”, **Jpn. J. Ind. Appl. Math.**, 12, pp. 87–108.

17. Glowinski, R., Pan, T.-W., and Periaux, J., (1997) “A Lagrange multiplier/fictitious domain method for the numerical simulation of incompressible viscous flow around moving rigid bodies (I): the case where the rigid body motions are known a priori”, **CR Acad. Sci. Paris.**, 324, pp. 361–369.
18. Glowinski, R., Pan, T.-W., Hesla, T.I., Joseph, D.D., and Periaux, J., (1999) “A distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for flows around moving rigid bodies: application to particulate flow”, **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, 30, 8, pp. 1043-1066.
19. Glowinski, R., Pan, T.W., Hesla, T.I., Joseph, D.D., and Périaux, J., (2001) “A Fictitious Domain Approach to the Direct Numerical Simulation of Incompressible Viscous Flow past Moving Rigid Bodies: Application to Particulate Flow”, **Journal of Computational Physics**, 169, 2, pp. 363-426.
20. Diaz-Goano, C., Minev, P.D., and Nandakumar, K., (2003) “A fictitious domain/finite element method for particulate flows”, **Journal of Computational Physics**, 192, 1, pp. 105-123.
21. Stijnen, J.M.a., de Hart, J., Bovendeerd, P.H.M., and van de Vosse, F.N., (2004) “Evaluation of a fictitious domain method for predicting dynamic response of mechanical heart valves”, **Journal of Fluids and Structures**, 19, 6, pp. 835-850.
22. Yu, Z., Wachs, A., and Peysson, Y., (2006) “Numerical simulation of particle sedimentation in shear-thinning fluids with a fictitious domain method”, **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, 136, 2-3, pp. 126-139.
23. Yu, Z., Shao, X., and Wachs, A., (2006) “A fictitious domain method for particulate flows with heat transfer”, **Journal of Computational Physics**, 217, 2, pp. 424-452.
24. Yu, Z. and Wachs, A., (2007) “A fictitious domain method for dynamic simulation of particle sedimentation in Bingham fluids”, **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, 145, 2-3, pp. 78-91.
25. Yu, Z. and Shao, X., (2007) “A direct-forcing fictitious domain method for particulate flows”, **Journal of Computational Physics**, 227, 1, pp. 292-314.
26. Yu, Z. and Shao, X., (2010) “Direct numerical simulation of particulate flows with a fictitious domain method”, **International Journal of Multiphase Flow**, 36, 2, pp. 127-134.
27. Veeramani, C., Minev, P.D., and Nandakumar, K., (2007) “A fictitious domain formulation for flows with rigid particles: A non-Lagrange multiplier version”, **Journal of Computational Physics**, 224, 2, pp. 867-879.
28. Blasco, J., Calzada, M.C., and Marín, M., (2009) “A Fictitious Domain, parallel numerical method for rigid particulate flows”, **Journal of Computational Physics**, 228, 20, pp. 7596-7613.
29. Wachs, A., (2009) “A DEM-DLM/FD method for direct numerical simulation of particulate flows: Sedimentation of polygonal isometric particles in a Newtonian fluid with collisions”, **Computers & Fluids**, 38, 8, pp. 1608-1628.
30. Reddy, R.K., Joshi, J.B., Nandakumar, K., and Minev, P.D., (2010) “Direct numerical simulations of a freely falling sphere using fictitious domain method: Breaking of axisymmetric wake”, **Chemical Engineering Science**, 65, 6, pp. 2159-2171.
31. Shi, Y., Yu, Z., and Shao, X., (2010) “Combination of direct-forcing fictitious domain method and sharp interface method for dielectrophoresis of particles”, **Particuology**, 8, 4, pp. 351-359.
32. Shao, X., Shi, Y., and Yu, Z., (2012) “Combination of the fictitious domain method and the sharp interface method for direct numerical simulation of particulate flows with heat transfer”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 55, 23-24, pp. 6775-6785.

33. Apte, S.V. and Finn, J.R., (2013) “A variable-density fictitious domain method for particulate flows with broad range of particle–fluid density ratios”, **Journal of Computational Physics**, 243, pp. 109-129.
34. Gallier, S., Lemaire, E., Lobry, L., and Peters, F., (2014) “A fictitious domain approach for the simulation of dense suspensions”, **Journal of Computational Physics**, 256, pp. 367-387.
35. Patankar, N.A., Singh, P., Joseph, D.D., Glowinski, R., and Pan, T.-W., (2000) “A new formulation of the distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows”, **International Journal of Multiphase Flow**, 26, 9, pp. 1509-1524.
36. Peskin, C., (1972) “Flow patterns around heart valves - numerical method”, **Journal of Computational Physics**, 10, pp. 252-271
37. Peskin, C.S., (1977) “Numerical analysis of blood flow in the heart”, **Journal of computational physics**, 25, 3, pp. 220-252.
38. Leal, L.G., (1979) “The motion of small particles in non-Newtonian fluids”, **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, 5, pp. 33-78.
39. Lai, M.-C. and Peskin, C.S., (2000) “An Immersed Boundary Method with Formal Second-Order Accuracy and Reduced Numerical Viscosity”, **Journal of Computational Physics**, 160, 2, pp. 705-719.
40. Goldstein, D., Handler, R., and Sirovich, L., (1993) “Modeling a no-slip flow boundary with an external force field, **Journal of Computational Physics**, 105, 2, pp. 354-366.
41. Saiki, E. and Biringen, S., (1996) “Numerical simulation of a cylinder in uniform flow: application of a virtual boundary method”, **Journal of Computational Physics,** 123, 2, pp. 450-465.
42. Feng, Z.-G. and Michaelides, E.E., (2004) “The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid–particles interaction problems”, **Journal of Computational Physics**, 195, 2, pp. 602-628.
43. Mohd-Yusof, J., (1997) “Combined immersed boundaries/B-spline methods for simulations of flows in complex geometries”, **In CTR Annual Research Briefs Center for Turbulence Research**, Stanford University. pp. 317–327.
44. Fadlun, E., Verzicco, R., Orlandi, P., and Mohd-Yusof, J., (2000) “Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations”, **Journal of Computational Physics**, 161, 1, pp. 35-60.
45. Kim, J., Kim, D., and Choi, H., (2001) “An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulations of Flow in Complex Geometries”, **Journal of Computational Physics**, 171, 1, pp. 132-150.
46. Majumdar, S., Iaccarino, G., and Durbin, P., (2001) “RANS solvers with adaptive structured boundary non-conforming grids”, **Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research**, Stanford University, pp. 353-466.
47. Gilmanov, A., Sotiropoulos, F., and Balaras, E., (2003) “A general reconstruction algorithm for simulating flows with complex 3D immersed boundaries on Cartesian grids”, **Journal of Computational Physics**, 191, 2, pp. 660-669.
48. Iaccarino, G. and Verzicco, R., (2003) “Immersed boundary technique for turbulent flow simulations”, **Applied Mechanics Reviews**, 56, 3, pp. 331-347.
49. Tseng, Y.-H. and Ferziger, J.H., (2003) “A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry”, **Journal of computational physics,** 192, 2, pp. 593-623.
50. Lima E Silva, a.L.F., Silveira-Neto, a., and Damasceno, J.J.R., (2003) “Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method”, **Journal of Computational Physics**, 189, 2, pp. 351-370.

51. Balaras, E., (2004) Modeling complex boundaries using an external force field on fixed Cartesian grids in large-eddy simulations”, **Computers & Fluids**, 33, 3, pp. 375-404.
52. Feng, Z.-G. and Michaelides, E.E., (2005) “Proteus: a direct forcing method in the simulations of particulate flows”, **Journal of Computational Physics**, 202, 1, pp. 20-51.
53. Uhlmann, M., (2005) An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows”, **Journal of Computational Physics**, 209, 2, pp. 448-476.
54. Choi, J.-I., Oberoi, R.C., Edwards, J.R., and Rosati, J.A., (2007) “An immersed boundary method for complex incompressible flows”, **Journal of Computational Physics**, 224, 2, pp. 757-784.
55. Ikeno, T. and Kajishima, T., (2007) “Finite-difference immersed boundary method consistent with wall conditions for incompressible turbulent flow simulations”, **Journal of Computational Physics**, 226, 2, pp. 1485-1508.
56. Ghias, R., Mittal, R., and Dong, H., (2007) “A sharp interface immersed boundary method for compressible viscous flows”, **Journal of Computational Physics**, 225, 1, pp. 528-553.
57. Luo, K., Wang, Z., Fan, J., and Cen, K., (2007) Full-scale solutions to particle-laden flows: Multidirect forcing and immersed boundary method”, **Physical Review E.**, 76, 6, pp. 066709.
58. Wang, Z., Fan, J., and Luo, K., (2008) “Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles”, **International Journal of Multiphase Flow**, 34, 3, pp. 283-302.
59. Dupuis, A., Chatelain, P., and Koumoutsakos, P., (2008) “An immersed boundary–lattice-Boltzmann method for the simulation of the flow past an impulsively started cylinder”, **Journal of Computational Physics**, 227, 9, pp. 4486-4498.
60. Le, D., Khoo, B., and Lim, K., (2008) “An implicit-forcing immersed boundary method for simulating viscous flows in irregular domains”, **Computer methods in applied mechanics and engineering**, 197, 25, pp. 2119-2130.
61. Mittal, R., Dong, H., Bozkurttas, M., Najjar, F.M., Vargas, a., and von Loebbecke, a., (2008) “A Versatile Sharp Interface Immersed Boundary Method for Incompressible Flows With Complex Boundaries”, **Journal of computational physics**, 227, 10, pp. 4825-4852.
62. Borazjani, I., Ge, L., and Sotiropoulos, F., (2008) “Curvilinear Immersed Boundary Method for Simulating Fluid Structure Interaction with Complex 3D Rigid Bodies”, **Journal of computational physics**, 227, 16, pp. 7587-7620.
63. Luo, H., Mittal, R., Zheng, X., Bielamowicz, S.a., Walsh, R.J., and Hahn, J.K., (2008) “An immersed-boundary method for flow-structure interaction in biological systems with application to phonation”, **Journal of computational physics**, 227, 22, pp. 9303-9332.
64. Yang, J. and Stern, F., (2009) “Sharp interface immersed-boundary/level-set method for wave–body interactions”, **Journal of Computational Physics**, 228, 17, pp. 6590-6616.
65. Khosronejad, A., Kang, S., Borazjani, I., and Sotiropoulos, F., (2011) “Curvilinear immersed boundary method for simulating coupled flow and bed morphodynamic interactions due to sediment transport phenomena”, **Advances in Water Resources**, 34, 7, pp. 829-843.
66. Seo, J.H. and Mittal, R., (2011) “A Sharp-Interface Immersed Boundary Method with Improved Mass Conservation and Reduced Spurious Pressure Oscillations”, **Journal of computational physics**, 230, 19, pp. 7347-7363.

67. Kang, S.K. and Hassan, Y.A., (2011) “A comparative study of direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann methods for stationary complex boundaries”, **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, 66, 9, pp. 1132-1158.
68. Luo, H., Dai, H., Ferreira de Sousa, P.J.S.a., and Yin, B., (2012) “On the numerical oscillation of the direct-forcing immersed-boundary method for moving boundaries”, **Computers & Fluids**, 56, pp. 61-76.
69. Lee, J. and You, D., (2013) “An implicit ghost-cell immersed boundary method for simulations of moving body problems with control of spurious force oscillations”, **Journal of Computational Physics**, 233, pp. 295-314.
70. Zhang, C., Lin, N., Tang, Y., and Zhao, C., (2014) “A sharp interface immersed boundary/VOF model coupled with wave generating and absorbing options for wave-structure interaction”, **Computers & Fluids**, 89, pp. 214-231.
71. Pan, K.L., Shyy, W., and Law, C.K., (2002) “An immersed-boundary method for the dynamics of premixed flames”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 45, pp. 3503-3516.
72. Yang, X., Zhang, X., Li, Z., and He, G.-W., (2009) “A smoothing technique for discrete delta functions with application to immersed boundary method in moving boundary simulations”, **Journal of Computational Physics**, 228, 20, pp. 7821-7836.
73. Ji, C., Munjiza, a., and Williams, J.J.R., (2012) “A novel iterative direct-forcing immersed boundary method and its finite volume applications”, **Journal of Computational Physics**, 231, (4), pp. 1797-1821.
74. Ren, W., Shu, C., Wu, J., and Yang, W., (2012) “Boundary condition-enforced immersed boundary method for thermal flow problems with Dirichlet temperature condition and its applications”, **Computers & Fluids**, 57, pp. 40-51.
75. Bigot, B., Bonometti, T., Lacaze, L., and Thual, O., (2014) “A simple immersed-boundary method for solid–fluid interaction in constant- and stratified-density flows”, **Computers & Fluids**, 97, pp. 126-142.
76. Peskin, C.S., (2002) “The immersed boundary method”, **Acta numerica**, 11, pp. 479-517.
77. Wu, J. and Shu, C., (2009) “Particulate Flow Simulation via a Boundary Condition-Enforced Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Scheme”, **Communications in Computational Physics**, 7, 4, pp. 793-812.
78. Wu, J. and Shu, C., (2009) “Implicit velocity correction-based immersed boundary-lattice Boltzmann method and its applications, **Journal of Computational Physics**, 228, 6, pp. 1963-1979.
79. Wu, J. and Shu, C., (2010) “Particulate flow simulation via a boundary condition-enforced immersed boundary-lattice Boltzmann scheme”, **Communications in Computational Physics**, 7, 4, pp. 793-812.
80. Wu, J. and Shu, C., (2010) “An improved immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating three-dimensional incompressible flows”, **Journal of Computational Physics**, 229, 13, pp. 5022-5042.
81. Roma, A.M., Peskin, C.S., and Berger, M.J., (1999) “An adaptive version of the immersed boundary method”, **Journal of computational physics**, 153, 2, pp. 509-534.
82. Cheng, Y., Zhu, L., and Zhang, C., (2014) “Numerical Study of Stability and Accuracy of the Immersed Boundary Method Coupled to the Lattice Boltzmann BGK Model”, **Communications in Computational Physics**, 16, pp. 136-168.
83. Kim, J. and Choi, H., (2004) “An immersed-boundary finite-volume method for simulation of heat transfer in complex geometries”, **KSME International Journal**, 18, pp. 1026-1035.
84. Pacheco, J., Pacheco-Vega, A., Rodic, T., and Peck, R., (2005) “Numerical simulations of heat transfer and fluid flow problems using an immersed-boundary

finite-volume method on nonstaggered grids", **Numerical Heat Transfer Part B-Fundamentals**, 48, pp. 1-24
85. Zhang, N., Zheng, Z.C., and Eckels, S., (2008) "Study of heat-transfer on the surface of a circular cylinder in flow using an immersed-boundary method", **International Journal of Heat and Fluid Flow**, 29, 6, pp. 1558-1566.
86. Kramer, P.R., Peskin, C.S., and Atzberger, P.J., (2008) "On the foundations of the stochastic immersed boundary method", **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 197, 25-28, pp. 2232-2249.
87. Atzberger, P.J. and Kramer, P.R., (2008) "Error analysis of a stochastic immersed boundary method incorporating thermal fluctuations", **Mathematics and Computers in Simulation**, 79, 3, pp. 379-408.
88. Gilmanov, A. and Acharya, S., (2008) "A computational strategy for simulating heat transfer and flow past deformable objects", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 51, 17-18, pp. 4415-4426.
89. Feng, Z.-G. and Michaelides, E.E., (2008) "Inclusion of heat transfer computations for particle laden flows", **Physics of Fluids,** 20, 4, pp. 040604-040604.
90. Young, D.L., Jan, Y.J., and Chiu, C.L., (2009) "A novel immersed boundary procedure for flow and heat simulations with moving boundary", **Computers & Fluids**, 38, 6, pp. 1145-1159.
91. Feng, Z.-G. and Michaelides, E.E., (2009) "Heat transfer in particulate flows with Direct Numerical Simulation (DNS) ", **International Journal of Heat and Mass Transfer,** 52, 3-4, pp. 777-786.
92. Liao, C.-C. and Lin, C.-A., (2012) "Simulations of natural and forced convection flows with moving embedded object using immersed boundary method", **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 213-216, pp. 58-70.
93. Deen, N.G., Kriebitzsch, S.H.L., Hoef, M.A.V.D., and Kuipers, J.A.M., (2012) "Direct numerical simulation of flow and heat transfer in dense fluid – particle systems", Chemical Engineering Science, 81, pp. 329-344.
94. Mark, A., Svenning, E., and Edelvik, F., (2013) "An immersed boundary method for simulation of flow with heat transfer", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 56, pp. 424-435.
95. Ren, W., Shu, C., and Yang, W., (2013) "An efficient immersed boundary method for thermal flow problems with heat flux boundary conditions", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 64, pp. 694-705.
96. Tavassoli, H., Kriebitzsch, S.H.L., Hoef, M.A.V.D., Peters, E.A.J.F., and Kuipers, J.A.M., (2013) "Direct numerical simulation of particulate flow with heat transfer", **International Journal of Multiphase Flow**, 57, pp. 29-37.
97. Musong, S.G. and Feng, Z.-g., (2014) "Mixed convective heat transfer from a heated sphere at an arbitrary incident flow angle in laminar flows", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 78, pp. 34-44.
98. Xia, J., Luo, K., and Fan, J., (2014) "A ghost-cell based high-order immersed boundary method for inter-phase heat transfer simulation", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 75, pp. 302-312.
99. Nagendra, K., Tafti, D.K., and Viswanath, K., (2014) "A new approach for conjugate heat transfer problems using immersed boundary method for curvilinear grid based solvers", **Journal of Computational Physics**, 267, pp. 225-246.
100. Zhang, N. and Zheng, Z., (2007) "An improved direct-forcing immersed-boundary method for finite difference applications", **Journal of Computational Physics**, 221, pp. 250-268.
101. Succi, S., (2001) "**The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond**", Clarendon, Oxford University Press: New York.

102. Ladd, A.J., (1994) “Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 1. Theoretical foundation”, **Journal of Fluid Mechanics**, 271, pp. 285-309.
103. Ladd, A.J., (1994) “Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 2. Numerical results”, **Journal of Fluid Mechanics**, 271, pp. 311-339.
104. Behrend, O., (1995) “Solid-fluid boundaries in particle suspension simulations via the lattice Boltzmann method”, **Physical Review E**, 52, 1, pp. 1164-1175.
105. Aidun, C.K., Lu, Y., and DING, E.-J., (1998) “Direct analysis of particulate suspensions with inertia using the discrete Boltzmann equation”, **Journal of Fluid Mechanics**, 373, pp. 287-311.
106. Qi, D., (1999) “Lattice-Boltzmann simulations of particles in non-zero-Reynolds-number flows”, **Journal of Fluid Mechanics**, 385, pp. 41-62.
107. Ladd, A. and Verberg, R., (2001) “Lattice-Boltzmann simulations of particle-fluid suspensions”, **Journal of Statistical Physics**, 104, 5-6, pp. 1191-1251.
108. Yu, Z. and Fan, L.-S., (2010) “Lattice Boltzmann method for simulating particle–fluid interactions”, **Particuology**, 8, 6, pp. 539-543.
109. Niu, X., Shu, C., Chew, Y., and Peng, Y., (2006) “A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating incompressible viscous flows”, **Physics Letters A**, 354, 3, pp. 173-182.
110. Peng, Y., Shu, C., Chew, Y.T., Niu, X.D., and Lu, X.Y., (2006) “Application of multi-block approach in the immersed boundary–lattice Boltzmann method for viscous fluid flows”, **Journal of Computational Physics**, 218, 2, pp. 460-478.
111. Sui, Y., Chew, Y.T., Roy, P., and Low, H.T., (2007) “A hybrid immersed-boundary and multi-block lattice Boltzmann method for simulating fluid and moving-boundaries interactions”, **International journal for numerical methods in fluids**, 53, 11, pp. 1727-1754.
112. Cheng, Y. and Zhang, H., (2010) “Immersed boundary method and lattice Boltzmann method coupled FSI simulation of mitral leaflet flow”, **Computers & Fluids**, 39, 5, pp. 871-881.
113. Hao, J. and Zhu, L., (2010) “A lattice Boltzmann based implicit immersed boundary method for fluid–structure interaction”, **Computers & Mathematics with Applications**. 59, (1), pp. 185-193.
114. Suzuki, K. and Inamuro, T., (2013) “A higher-order immersed boundary-lattice Boltzmann method using a smooth velocity field near boundaries”, **Computers & Fluids**, 76, pp. 105-115.
115. Zhou, Q. and Fan, L.-S., (2014) “A second-order accurate immersed boundary-lattice Boltzmann method for particle-laden flows”, **Journal of Computational Physics**, 268, pp. 269-301.
116. Zhang, J., Johnson, P.C., and Popel, A.S., (2008) “Red blood cell aggregation and dissociation in shear flows simulated by lattice Boltzmann method”, **Journal of biomechanics**, 41, 1, pp. 47-55.
117. Navidbakhsh, M. and Rezazadeh, M., (2012) “An immersed boundary-lattice Boltzmann model for simulation of malaria-infected red blood cell in micro-channel”, **Scientia Iranica**, 19, 5, pp. 1329-1336.
118. Shardt, O. and Derksen, J.J., (2012) “Direct simulations of dense suspensions of non-spherical particles”, **International Journal of Multiphase Flow,** 47, pp. 25-36.
119. Mountrakis, L., Lorenz, E., and Hoekstra, A.G., (2014) “Validation of an efficient two-dimensional model for dense suspensions of red blood cells”, **International Journal of Modern Physics C**, 25, 11, pp. 1441005.

120. Hyakutake, T. and Nagai, S., (2015) “Numerical simulation of red blood cell distributions in three-dimensional microvascular bifurcations”, **Microvascular Research**, 97, pp. 115-123.
121. Zhu, L., He, G., Wang, S., Miller, L., Zhang, X., You, Q., and Fang, S., (2011) “An immersed boundary method based on the lattice Boltzmann approach in three dimensions, with application”, **Computers & Mathematics with Applications**, 61, 12, pp. 3506-3518.
122. Lallemand, P., Luo, L.-S., and Peng, Y., (2007) “A lattice Boltzmann front-tracking method for interface dynamics with surface tension in two dimensions”, **Journal of Computational Physics**, 226, 2, pp. 1367-1384.
123. Sui, Y., Chew, Y.T., Roy, P., and Low, H.T., (2008) “A hybrid method to study flow-induced deformation of three-dimensional capsules”, **Journal of Computational Physics**, 227, 12, pp. 6351-6371.
124. Sui, Y., Chew, Y.T., Roy, P., and Low, H.T., (2009) “Inertia effect on the transient deformation of elastic capsules in simple shear flow”, **Computers & Fluids**, 38, 1, pp. 49-59.
125. Sui, Y., Chen, X.B., Chew, Y.T., Roy, P., and Low, H.T., (2010) “Numerical simulation of capsule deformation in simple shear flow”, **Computers & Fluids**, 39, 2, pp. 242-250.
126. Tian, F.-B., Luo, H., Zhu, L., Liao, J.C., and Lu, X.-Y., (2011) “An efficient immersed boundary-lattice Boltzmann method for the hydrodynamic interaction of elastic filaments”, **Journal of computational physics**, 230, 19, pp. 7266-7283.
127. Krüger, T., Varnik, F., and Raabe, D., (2011) “Efficient and accurate simulations of deformable particles immersed in a fluid using a combined immersed boundary lattice Boltzmann finite element method”, **Computers & Mathematics with Applications**, 61, 12, pp. 3485-3505.
128. Lee, J., Shin, J., and Lee, S., (2012) “Fluid–structure interaction of a flapping flexible plate in quiescent fluid”, **Computers & Fluids**, 57, pp. 124-137.
129. Vahidkhah, K. and Abdollahi, V., (2012) “Numerical simulation of a flexible fiber deformation in a viscous flow by the immersed boundary-lattice Boltzmann method”, **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, 17, 3, pp. 1475-1484.
130. Yang, H., Zhou, Q., and Fan, L.-S., (2013) “Three-dimensional numerical study on droplet formation and cell encapsulation process in a micro T-junction”, **Chemical Engineering Science**, 87, pp. 100-110.
131. Lee, J. and Lee, S., (2014) “The flexibility effect of a plate according to various angles of attack in a free-stream”, **Journal of Fluids and Structures**, 51, pp. 40-54.
132. Cimrák, I., Gusenbauer, M., and Jančigová, I., (2014) “An ESPResSo implementation of elastic objects immersed in a fluid”, **Computer Physics Communications**, 185, 3, pp. 900-907.
133. Dash, S.M., Lee, T.S., Lim, T.T., and Huang, H., (2014) “A flexible forcing three dimension IB–LBM scheme for flow past stationary and moving spheres”, **Computers & Fluids**, 95, pp. 159-170.
134. Yuan, H.-Z., Niu, X.-D., Shu, S., Li, M., and Yamaguchi, H., (2014) “A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating a flexible filament in an incompressible flow”, **Computers & Mathematics with Applications**, 67, 5, pp. 1039-1056.
135. Favier, J., Revell, A., and Pinelli, A., (2014) “A Lattice Boltzmann–Immersed Boundary method to simulate the fluid interaction with moving and slender flexible objects”, **Journal of Computational Physics**, 261, pp. 145-161.
136. Gao, T., Liu, N.-s., and Lu, X.-y., (2008) “Numerical Analysis of the Ground Effect on Insect Hovering”. Journal of Hydrodynamics, Ser. B, 20, (1), pp. 17-22.

137. Wu, J. and Zhao, N., (2013) “Ground Effect on Flapping Wing”, **Procedia Engineering**, 67, pp. 295-302.
138. De Rosis, A., (2014) “On the dynamics of a tandem of asynchronous flapping wings: Lattice Boltzmann-immersed boundary simulations”, **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, 410, pp. 276-286.
139. Wu, J., Shu, C., Zhao, N., and Yan, W., (2014) “Fluid Dynamics of Flapping Insect Wing in Ground Effect”, **Journal of Bionic Engineering**, 11, 1, pp. 52-60.
140. Li, G.-j., Zhu, L., and Lu, X.-y., (2012) “Numerical studies on locomotion perfromance of fish-like tail fins”, **Journal of Hydrodynamics, Ser. B**., 24, 4, pp. 488-495.
141. Han, K., Feng, Y.T., and Owen, D.R.J., (2007) “Coupled lattice Boltzmann and discrete element modelling of fluid–particle interaction problems”, **Computers & Structures,** 85, 11-14, pp. 1080-1088.
142. Caiazzo, A. and Maddu, S., (2009) “Lattice Boltzmann boundary conditions via singular forces: Irregular expansion analysis and numerical investigations”, **Computers & Mathematics with Applications,** 58, 5, pp. 930-939.
143. Guo, X.-h., Lin, J.-z., Tu, C.-x., and Wang, H.-l., (2009) “Flow Past Two Rotating Circular Cylinders in a Side-by-side Arrangement”, **Journal of Hydrodynamics**, **Ser. B.**, 21, 2, pp. 143-151.
144. Feng, Z.-G. and Michaelides, E.E., (2009) “Robust treatment of no-slip boundary condition and velocity updating for the lattice-Boltzmann simulation of particulate flows”, **Computers & Fluids,** 38, 2, pp. 370-381.
145. Wang, L., Zhou, G., Wang, X., Xiong, Q., and Ge, W., (2010) “Direct numerical simulation of particle–fluid systems by combining time-driven hard-sphere model and lattice Boltzmann method”, **Particuology**. 8, 4, pp. 379-382.
146. Wu, J., Shu, C., and Zhang, Y.H., (2010) “Simulation of incompressible viscous flows around moving objects by a variant of immersed boundary-lattice Boltzmann method”, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 62, 3, pp. 327-354.
147. Suzuki, K. and Inamuro, T., (2011) “Effect of internal mass in the simulation of a moving body by the immersed boundary method”, **Computers & Fluids**, 49, 1, pp. 173-187.
148. Xiong, Q., et al., (2012) “Large-scale DNS of gas–solid flows on Mole-8.5”, **Chemical Engineering Science**, 71, pp. 422-430.
149. Shin, J., Kim, K., Kim, J., and Lee, S., (2013) “Development of a numerical model for cake layer formation on a membrane”, **Desalination**, 309, pp. 213-221.
150. Wei, M., Wang, L., and Li, J., (2013) “Unified stability condition for particulate and aggregative fluidization-Exploring energy dissipation with direct numerical simulation”, **Particuology**, 11, 2, pp. 232-241.
151. Shao, J.Y., Shu, C., and Chew, Y.T., (2013) “Development of an immersed boundary-phase field-lattice Boltzmann method for Neumann boundary condition to study contact line dynamics”, **Journal of Computational Physics**, 234, pp. 8-32.
152. Valero-Lara, P., Pinelli, A., and Prieto-Matias, M., (2014) “Accelerating Solid-fluid Interaction using Lattice-boltzmann and Immersed Boundary Coupled Simulations on Heterogeneous Platforms”, **Procedia Computer Science**, 29, pp. 50-61.
153. Derksen, J.J., (2014) “Simulations of hindered settling of flocculating spherical particles”, **International Journal of Multiphase Flow**, 58, pp. 127-138.
154. Makhija, D., Pingen, G., and Maute, K., (2014) “An immersed boundary method for fluids using the XFEM and the hydrodynamic Boltzmann transport equation”, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 273, pp. 37-55.
155. Zhang, H., Tan, Y., Shu, S., Niu, X., Trias, F.X., Yang, D., Li, H., and Sheng, Y., (2014) “Numerical investigation on the role of discrete element method in combined LBM–IBM–DEM modeling”, **Computers & Fluids**, 94, pp. 37-48.

156. De Rosis, A., Ubertini, S., and Ubertini, F., (2014) "A partitioned approach for two-dimensional fluid–structure interaction problems by a coupled lattice Boltzmann-finite element method with immersed boundary", **Journal of Fluids and Structures**, 45, pp. 202-215.
157. Huang, P., Hu, H.H., and Joseph, D.D., (1998) "Direct simulation of the sedimentation of elliptic particles in Oldroyd-B fluids", **Journal of Fluid Mechanics**, 362, pp. 297-326.
158. Singh, P. and Joseph, D., (2000) "Sedimentation of a sphere near a vertical wall in an Oldroyd-B fluid", **Journal of non-newtonian fluid mechanics**, 94, 2, pp. 179-203.
159. Singh, P., Joseph, D.D., Hesla, T.I., Glowinski, R., and Pan, T., (2000) "A distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for viscoelastic particulate flows", 91, pp. 165-188.
160. Hao, J., Pan, T.-W., Glowinski, R., and Joseph, D.D., (2009) "A fictitious domain/distributed Lagrange multiplier method for the particulate flow of Oldroyd-B fluids: A positive definiteness preserving approach", **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, 156, 1-2, pp. 95-111.
161. Yu, Z., Phan-thien, N., Fan, Y., and Tanner, R.I., (2006) "Viscoelastic mobility problem of a system of particles", **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 104, 87-124.
162. Kehrwald, D., (2005) "Lattice Boltzmann simulation of shear-thinning fluids", **Journal of statistical physics**, 121, (1-2), pp. 223-237.
163. Artoli, A.M. and Sequeira, A., (2006) "Mesoscopic simulations of unsteady shear-thinning flows", **in Computational Science–ICCS 2006**, Springer, pp. 78-85.
164. Gabbanelli, S., Drazer, G., and Koplik, J., (2005) "Lattice Boltzmann method for non-Newtonian (power-law) fluids", **Physical Review E.**, 72, 4, pp. 046312.
165. Boyd, J., Buick, J., and Green, S., (2006) "A second-order accurate lattice Boltzmann non-Newtonian flow model", **Journal of physics A: Mathematical and General**, 39, 46, pp. 14241.
166. Aharonov, E. and Rothman, D.H., (1993) "Non-Newtonian flow (through porous media): A lattice-Boltzmann method", **Geophysical Research Letters**, 20, 8, pp. 679-682.
167. Jeong, H.K., Yoon, H.S., Ha, M.Y., and Tsutahara, M., (2010) "An immersed boundary-thermal lattice Boltzmann method using an equilibrium internal energy density approach for the simulation of flows with heat transfer", **Journal of Computational Physics**, 229, 7, pp. 2526-2543.
168. Shan, X. and Chen, H., (1993) "Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components", **Phys. Rev. E.**, 47, pp. 1815.
169. Kang, S.K. and Hassan, Y.A., (2011) "A direct-forcing immersed boundary method for the thermal lattice Boltzmann method", **Computers & Fluids**, 49, 1, pp. 36-45.
170. Wu, J., Shu, C., and Zhao, N., (2012) "Simulation of Thermal Flow Problems via a Hybrid Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Method", **Journal of Applied Mathematics**, 2012, pp. 1-11.
171. Seta, T., (2013) "Implicit temperature-correction-based immersed-boundary thermal lattice Boltzmann method for the simulation of natural convection", **Physical Review E.**, 87, 6, pp. 063304.
172. Bamiro, O.O. and Liou, W.W., (2013) "A direct heating immersed boundary-lattice Boltzmann method for thermal flows", **International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow**, 24, 1, pp. 169-200.
173. Huang, R. and Wu, H., (2014) "An immersed boundary-thermal lattice Boltzmann method for solid – liquid phase change", **J. Comput. Phys.**, 277, pp. 305-319.
174. Hu, Y., Li, D., Shu, S., and Niu, X., (2015) "Study of multiple steady solutions for the 2D natural convection in a concentric horizontal annulus with a constant heat

flux wall using immersed boundary-lattice Boltzmann method”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 81, pp. 591–601.

175. Meulen, R.V., PhD. thesis, (2006) “The Immersed Boundary Method for the (2D) Incompressible Navier-Stokes Equations, Delft University of Technology.

176. Mittal, R. and Iaccarino, G., (2005) “Immersed Boundary Methods”, **Annual Review of Fluid Mechanics**, 37, 1, pp. 239-261.

177. McQueen, D.M. and Peskin, C.S., (1997) “Shared-memory parallel vector implementation of the immersed boundary method for the computation of blood flow in the beating mammalian heart”, **J. Supercomput**, 11, pp. 213

178. Peskin, C.S. and McQueen, D.M., (1995) “A general method for the computer simulation of biological systems interacting with fluids”, **Sympos. Soc. Exp. Biol.**, 49, pp. 265.

179. Beyer, R.P., (1992) “A computational model of the cochlea using the immersed boundary method”, **J. Comput. Phys.**, 98, pp. 145.

180. Fauci, L.J., (1990) “Interaction of oscillating filaments-A computational study”, **J. Comput. Phys.**, 86, pp. 294.

181. Fauci, L.J. and Peskin, C.S., (1988) “A computational model of aquatic animal locomotion”, **J. Comput. Phys.**, 77, pp. 85.

182. Fauci, L.J. and Fogelson, A.L., (1993) “Truncated Newton methods and the modeling of complex immersed elastic structures”, **Comm. Pure Appl. Math.**, 46, pp. 787.

183. Fogelson, A.L., (1984) “A mathematical model and numerical method for studying platelet adhesion and aggregation during blood clotting”, **J. Comput. Phys.**, 56, pp. 111.

184. Fogelson, A.L. and Peskin, C.S., (1988) “A fast numerical method for solving the three-dimensional Stokes' equations in the presence of suspended particles”, **Journal of Computational Physics**, 79, 1, pp. 50-69.

185. Sulsky, D. and U., B.J., (1991) “A numerical method for suspension flow”, **J. Comput. Phys.**, 96, pp. 339.

186. Arthurs, K.M., Moore, L.C., Peskin, C.S., Pitman, E.B., and Layton, H.E., (1998) “Modeling arteriolar flow and mass transport using the immersed boundary method”, **J. Comput. Phys.**, 147, pp. 402.

187. Chhabra, R.P., (2006) “**Bubbles, Drops, and Particles In Non-Newtonian Fluids**”. second ed ed, CRC Press, Boca Raton.

188. Prandtl, L., (1904) “Uber Flussigkeitshewegung bei schr kleiner Reibung”, **in Verhandlungen des III Internationlen Mathematiker Kongresses**, Heidelberg.

189. Lagrava Sandoval, D.W., PhD. thesis, (2012) “Revisiting grid refinement algorithms for the lattice Boltzmann method”, University of Geneva.

190. Wolf-Gladrow, D.A., (2000) “Lattice-gas cellular automata and lattice Boltzmann models: An Introduction”, Springer.

191. Bhatnagar, P.L., Gross, E.P., and Krook, M., (1954) “A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems”, **Physical review**, 94, 3, pp. 511.

192. He, X., Chen, S., and Doolen, G.D., (1998) “A Novel Thermal Model for the Lattice Boltzmann Method in Incompressible Limit”, **J. Computational Physics**, 146, pp. 282-300.

193. Gijsen, F.J.H., (1998) “Modeling of wall shear stress in large arteries, The International Journal of Logistics Management.

194. Hussain, M.A., Kar, S., and Puniyani, R.R., (1999) “Relationship between power law coefficients and major blood constituents affecting the whole blood viscosity”, **Journal of Biosciences**, 24, 3, pp. 329-337.

195. Neofytou, P. and Drikakis, D., (2003) "Non-Newtonian flow instability in a channel with a sudden expansion", **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, 111, 2, pp. 127-150.
196. Schowalter, W.R., (1978) "**Mechanics of Non-Newtonian Fluids**", Pergamon, Oxford, UK.
197. McNamara, G. and B., A., (1993) "Analysis of the lattice Boltzmann treatment of hydrodynamics", **Physica A.**, 194, pp. 218-228.
198. Alexander, F., Chen, S., and Sterling, J., (1993) "Lattice Boltzmann thermohydrodynamics", **Physical Review E.**, 47, pp. R2249-R2252.
199. McNamara, G.R., Garcia, A.L., and Alder, B.J., (1995) "Stabilization of thermal lattice Boltzmann models", **Journal of Statistical Physics**, 81, 1-2, pp. 395-408.
200. He, X., Chen, S., and Doolen, G.D., (1998) "A Novel Thermal Model for the Lattice Boltzmann Method in Incompressible Limit", **Journal of Computational Physics**, pp. 282-300.
201. Kang, S.K., (2010), PhD. thesis, "Immersed boundary methods in the lattice boltzmann equation for flow simulation, Texas A&M University.
202. Lallemand, P. and Luo, L.-S., (2003) "Theory of the lattice Boltzmann method: Acoustic and thermal properties in two and three dimensions", **Physical Review E**, 68, 3, pp. 036706.
203. Peng, Y., Shu, C., and Chew, Y., (2003) "Simplified thermal lattice Boltzmann model for incompressible thermal flows", **Physical Review E.**, 68, 2, pp. 026701.
204. He, X., Zou, Q., Luo, L.-S., and Dembo, M., (1997) "Analytic solutions of simple flows and analysis of nonslip boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model", **Journal of Statistical Physics**, 87, pp. 115–136.
205. Luo, L.-S., (2000) "Theory of the lattice Boltzmann method: lattice Boltzmann models for nonideal gas", **Physical Review E.**, 62, pp. 4982–4996.
206. Guo, Z., Zheng, C., and Shi, B., (2002) "Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method, **Physical Review E.**, 65, 4, pp. 046308.
207. Gupta, R.K., (2000) "**Polymer and composite rheology**", CRC Press.
208. Clift, R., Grace, J., and Weber, M., (1978) "**Bubbles, Drops, and Particles**", Academic Press, New York, USA.
209. Coutanceau, M. and Defaye, J.-R., (1991) "Circular cylinder wake configurations: A flow visualization survey", **Applied Mechanics Reviews**, 44, 6, pp. 255-305.
210. Williamson, C.H., (1996) "Vortex dynamics in the cylinder wake", **Annual review of fluid mechanics**, 28, 1, pp. 477-539.
211. Zdravkovich, M., (1997) "**Flow around circular cylinders, vol. 1. Fundamentals**", Oxford University Press.
212. Zdravkovich, M., (2003) "**Flow around circular cylinders, vol. 2: applications**", Oxford University Press.
213. Bharti, R., Sivakumar, P., and Chhabra, R., (2008) "Forced convection heat transfer from an elliptical cylinder to power-law fluids", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 51, 7, pp. 1838-1853.
214. Lallemand, P. and Luo, L.-S., (2000) "Theory of the lattice Boltzmann method: Dispersion, dissipation, isotropy, Galilean invariance, and stability", **Physical Review E.**, 61, 6, pp. 6546.
215. Zou, Q. and He, X., (1997) "On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model", **Physics of Fluids (1994-present)**, 9, 6, pp. 1591-1598.
216. Wang, C.H. and Ho, J.R., (2011) "A lattice Boltzmann approach for the non-Newtonian effect in the blood flow", **Computers & Mathematics with Applications**, 62, 1, pp. 75-86.

217. Ye, T., Mittal, R., Udaykumar, H., and Shyy, W., (1999) “An accurate Cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries”, **Journal of Computational Physics**, 156, 2, pp. 209-240.
218. Nirmalkar, N. and Chhabra, R.P., (2012) “Forced convection in power-law fluids from an asymmetrically confined heated circular cylinder”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 55, 1-3, pp. 235-250.
219. Park, J., Kwon, K., and Choi, H., (1998) “Numerical solutions of flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 160”, **KSME International Journal**, 12, 6, pp. 1200-1205.
220. Soares, A., Ferreira, J., and Chhabra, R., (2005) “Flow and forced convection heat transfer in crossflow of non-Newtonian fluids over a circular cylinder”, **Industrial & Engineering Chemistry Research**, 44, 15, pp. 5815-5827.
221. Bharti, R.P., Chhabra, R., and Eswaran, V., (2007) “Steady forced convection heat transfer from a heated circular cylinder to power-law fluids”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 50, 5, pp. 977-990.
222. Patnana, V.K., Bharti, R.P., and Chhabra, R.P., (2010) “Two-dimensional unsteady forced convection heat transfer in power-law fluids from a cylinder”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 53, 19-20, pp. 4152-4167.
223. Dhiman, A.K., (2009) “Heat transfer to power-law dilatant fluids in a channel with a built-in square cylinder”, **International Journal of Thermal Sciences**, 48, 8, pp. 1552-1563.
224. Chatterjee, D. and Chatterjee, K., (2013) “Unconfined Flow and Heat Transfer around a Square Cylinder at Low Reynolds and Hartmann Numbers”, **International Journal of Fluid Mechanics Research**, 40, 1, pp. 71-90.
225. De, A.K. and Dalal, A., (2006) “Numerical simulation of unconfined flow past a triangular cylinder”, **Int. J. Numer. Meth. Fluids**, 52, pp. 801–821.
226. Dalal, A., Eswaran, V., and Biswas, G., (2008) A finite-volume method for Navier-Stokes equations on unstructured meshes”, **Numerical Heat Transfer B**, 54, pp. 238–259.
227. Dhiman, A. and Shyam, R., (2011) “Unsteady Heat Transfer froman Equilateral Triangular Cylinder in the Unconfined Flow Regime”, **International Scholarly Research Network**, pp. Article ID 932738.
228. Gavignet, A.A. and Sobey, I.J., (1989) “Model aids cuttings transport prediction”, **J. Pet. Tech.**, 41, pp. 916.
229. Li, Y. and Kuru, E., (2003) “Numerical modeling of cuttings transport with foam in horizontal wells”, **J. Can. Pet. Tech.**, 42, pp. 54.
230. Wan, D. and Turek, S., (2006) “Direct numerical simulation of particulate flow via multigrid FEM techniques and the fictitious boundary method”, **International journal for numerical methods in fluids**, 51, 5, pp. 531-566.
231. Fortes, A.F., Joseph, D.D., and Lundgren, T.S., (1987) “Nonlinear mechanics of fluidization of beds of spherical particles”, **Journal of Fluid Mechanics**, 177, pp. 467-483.
232. Patankar, N., (2001) “A formulation for fast computations of rigid particulate flows”, **Center for Turbulence Research Annual Research Briefs**, 2001, pp. 185-196.
233. Tritton, J., (1959) “Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers”, **J. Fluid Mech.**, 6, pp. 547.
234. Dan, C. and Wachs, a., (2010) “Direct Numerical Simulation of particulate flow with heat transfer, International”, **Journal of Heat and Fluid Flow**, 31, 6, pp. 1050-1057.
235. Gan, H., Chang, J., Feng, J.J., and Hu, H.H., (2003) “Direct numerical simulation of the sedimentation of solid particles with thermal convection”, **Journal of Fluid Mechanics**, 481, pp. 385-411.

236. Soares, a.a., Ferreira, J.M., Caramelo, L., Anacleto, J., and Chhabra, R.P., (2010) “Effect of temperature-dependent viscosity on forced convection heat transfer from a cylinder in crossflow of power-law fluids”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 53, 21-22, pp. 4728-4740.
237. Yuan, P., (2005), PhD. thesis, “Thermal lattice Boltzmann two-phase flow model for fluid dynamics”, University of Pittsburgh.
238. Martys, N.S. and Chen, H., (1996) “Simulation of multicomponent fluids in complex three-dimensional geometries by the lattice Boltzmann method, Phys. Rev. E. 53, pp. 743-750.
239. Buick, J.M. and Greated, C.A., (2000) “Gravity in a lattice Boltzmann model”. **Phys. Rev. E.,** 61, 5, pp. 5307-5320.

Abstract

In this study, a hybrid immersed boundary-non-Newtonian lattice Boltzmann method (IB-NLBM) is developed to simulate the flow and heat transfer in presence of stationary and moving boundaries. IB-NLBM is capable of modelling the heat transfer of bodies having complex geometries and posing variable surface temperature. This method can be considered as a non-body conformal approach which the fluid domain and immersed boundary are presented by fixed Eulerian nodes and Lagrangian points, respectively. The proposed hybrid method can effectively take the advantages of both immersed boundary and lattice Boltzmann methods. Two important properties of the presented method, direct numerical simulation and local calculation of viscosity with second order accuracy, make this method an appropriate choice for simulation of non-Newtonian fluid flow including the moving boundaries. In the presented work, different types of sharp and diffuse interface are studied in order to link both Eulerian and Lagrangian nodes. Compared to the common IB-LBMs, the presented study also considers the external force causing from the accelerated mass which is a necessary factor for realistic modelling of movement in non-Newtonian fluids. The split-forcing algorithm used in this method reduces the negative effect of discretization of the solution domain and leads to a second order recovery of Navier-Stokes equations. Furthermore, a simple technique based on sharp and diffuse IB-LBM is introduced for calculation of Nusselt number in non-isothermal particulate flows. The accuracy of the proposed method is proved comparing it with several examples of analytical, numerical and experimental benchmarks in the literature including non-Newtonian fluid flow in the channel, the fluid flow and heat transfer over the fixed boundaries of different geometries, and fall of the particles in the isothermal and non-isothermal fluids. Novelties of this thesis can be generally fallen into two main categories: Firstly, development and optimization of Immersed Boundary – non-Newtonian lattice Boltzmann method in particulate flows with constant and variable surface temperature. Secondly, the results obtained for the first time concerning the behaviour of non-Newtonian fluids in presence of non-isothermal moving boundaries. Based on the comparisons conducted in this study, the sharp interface algorithm is appropriate to simulate the flow in the vicinity of the fixed boundaries. Moreover, four-point diffuse interface algorithm is suitable for modelling the geometries including the moving boundaries. In the present work, phenomenon involving the interaction between particles such as, Drafting, Kissing, and Tumbling (DKT) in problems related to the sedimentation of two particles or more in shear-thinning and shear-thickening non-Newtonian fluids is investigated for the first time. The results indicate that the shear-thinning properties of the fluid increases Kissing time. Additionally, the transverse component of the particle velocity for the shear-thinning fluids during the Tumbling period is different from Newtonian and shear-thickening fluids. The results of the thermal simulation problem of particle sedimentation with variable surface temperature reveal that the assumption of constant surface temperature creates unacceptable errors for simulation of real thermal systems. The proposed IB-NLBM can be appropriately utilized for simulation of different applied problems such as direct contact heat exchanger and the isothermal or non-isothermal non-Newtonian particulate flow in biological environments or chemical industries.

Keywords

Immersed boundary method, Lattice Boltzmann method, Non-Newtonian fluid, Moving boundary, Convection heat transfer