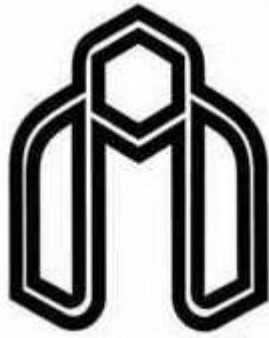


الحمد لله
الرحمن الرحيم



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده: مکانیک

گروه: جامدات

مطالعه‌ی تأثیر ماده و هندسه‌ی گشودگی بر توزیع تنش صفحات همسان‌گرد و
غیرهمسان‌گرد حاوی گشودگی تحت بار برشی به روش تحلیلی

دانشجو: عباس رحیمی پطرودی

استاد راهنما:

دکتر محمد جعفری

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

ماه و سال انتشار: شهریور ۱۳۹۳

احتراماً باستحضار می رساند اینجانب علیرضا محمدی به شماره دانشجویی ۹۵۴۷۴۴ دانشجوی رشته مکانیک گرایش مکانیک در مقطع کارشناسی دانشکده مکانیک دانشگاه اصفهان در تاریخ ۱۳۹۷/۰۵/۰۱ به دلیل عدم حضور در کلاس درس و عدم توجه به تکالیف آمادگی دفاع از پایان نامه خود را به راهنمایی جناب آقای دکتر محمدی اعلام می نمایم، خواهشمند است اقدامات لازم را مبذول نمایید.

عنوان پایان نامه: مطالعه‌ی سبک زندگی و سبک‌های زندگی در شهرهای تهران، مشهد و تبریز
 حادی حسودی تحت راهنمایی: دکتر سید علی حسودی
 امضا و تاریخ: [امضا] ۹۰/۰۵/۰۵

اینجانب دکتر رضایت خود را از دانشجو آقای/ خانم جهت تعیین داوران و تعیین تاریخ دفاع از پایان نامه اعلام می دارم.

امضا و تاريخ

تاریخ و ساعت، پیشنهادی برگزاری جلسه دفاع :

تاریخ ۲۹/۴/۹۳ ساعت ۴ عصر

اینجانب دکتر پس از رویت ☐ عدم رویت ☒ پایان نامه دانشجوی برگزاری جلسه دفاع را در تاریخ و ساعت مذکور بلامانع می دانم.

ایان نامه دانشجو برگزاری جلسه دفاع را در تاریخ و ساعت مذکور
امضا و تاریخ

اینجناب دکتر پس از رویت ☒ عدم رویت ☐ پایان نامه دانشجو برگزاری جلسه دفاع را در تاریخ و ساعت مذکور بلامانع می دانم.

امضا و تاریخ

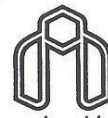
اینجانب دکتر برگزاری جلسه دفاع را در تاریخ و ساعت مذکور بلامانع می دانم.

ساعت مذکور بلامانع می دانم.

۲۴
امضا و تاریخ
۹۳

*پایان نامه باید حداقل به رویت یکی از داوران برسد.

درخواست دانشجو آقای/خانم در جلسه گروه آموزشی شماره مورخ/...../..... و همچنین جلسه تحصیلات تکمیلی شماره مورخ/...../..... مورد بررسی قرار گرفت و با درخواست ایشان موافقت گردید و دفاع از پایان نامه ایشان در تاریخ/...../..... ساعت از نظر دانشکده بلامانع است. امضا و تاریخ



دانشگاه صنعتی شاهرود

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۶)

باسمه تعالی

شماره:

تاریخ:

ویرایش:

فرم صورت جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) نتیجه ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای عباس رحیمی پطودی رشته مکانیک گرایش طراحی کاربردی تحت عنوان مطالعه تاثیر ماده و هندسه گشودگی بر توزیع تنش صفحات همسان گرد و غیر همسان گرد حاوی گشودگی تحت بار برشی به روش تحلیلی که در تاریخ ۲۹/۶/۹۳ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه : عالی امتیاز ۴۱٫۰۰)	☒	دفاع مجدد	☐	مردود	☐
--------------------------------------	-------------------------------------	-----------	--------------------------	-------	--------------------------

۲- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹)

۱- عالی (۱۹ - ۲۰)

۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)

۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاداراهنما	محمد جعفری	استادیار	
۲- استاد مشاور			
۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	مجتبی قطعی	استادیار	
۴- استاد ممتحن	مهدی قناد کهنوئی	استادیار	
۵- استاد ممتحن	حمیدرضا ایپک چی	دانشیار	

رئیس دانشکده:

امضاء

ش. مردان



تقدیم به مهربان فرشتگانی که:

لحظات ناب باور بودن، لذّت و غرور دانستن، جسارت خواستن، عظمت
رسیدن و تمام تجربه‌های یکتا و زیبای زندگیم، مدیون حضور سبز
آنهاست،

تقدیم به خانواده‌ی عزیزم.

و به تمامی طالبان صادق علم، که علم را تنها برای خدا می آموزند و در

راه او به کار می بندند.

تشکر و قدردانی

حمد و سپاس بی کران خداوندی را که سخنوران از ستودن او عاجز، حسابگران از شمارش نعمت‌های او ناتوان و تلاشگران از ادای حق او درمانده‌اند، و درود و صلوات بر خاتم انبیاء، حضرت محمد صلی الله علیه و آله و سلم و خاندان پاکش علیهم السلام.

در آغاز بر دستان مادر و پدر مهربانم که مرا رسم زندگی آموختند بوسه می‌زنم و سپس بر خود لازم می‌دانم مطابق فرمایش گهربار «من لم یشکر المخلوق، لم یشکر الخالق»، از بزرگوارانی که در انجام پژوهش حاضر مرا یاری کرده‌اند، تشکر و سپاسگزاری نموده و از درگاه احدیت توفیق روزافزون ایشان را مسئلت نمایم.

از آقای دکتر محمد جعفری، استاد راهنمای بزرگوارم که با اخلاق نیکو و سعه‌ی صدر در تمام مراحل انجام پژوهش مرا یاری نمودند، تشکر و قدردانی می‌نمایم.

از استادان بزرگوار در دانشگاه صنعتی شاهرود: آقای دکتر مهدی قناد کهتوئی، آقای دکتر حمیدرضا ایپک‌چی، آقای دکتر محمود نوروزی و آقای دکتر محمد باقر نظری نیز کمال تشکر را دارم.

و در آخر از استادان گرامیم در دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل: آقای دکتر رضا اکبری آلاشتی، آقای دکتر حامد افراسیاب و آقای دکتر حسن قاسمی کمال تقدیر و تشکر را دارم.

تعهد نامه

اینجانب عباس رحیمی پطروودی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مکانیک جامدات (طراحی کاربردی) دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه مطالعه‌ی تأثیر ماده و هندسه‌ی گشودگی بر توزیع تنش صفحات همسان‌گرد و غیرهمسان‌گرد حاوی گشودگی تحت بار برشی به روش تحلیلی تحت راهنمایی دکتر محمد جعفری متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

* متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه های تکثیر شده پایان نامه وجود داشته باشد .

مقالات مستخرج از پایان نامه

- ۱- رحیمی پطروودی ع و جعفری م، (۱۳۹۲)، "تحلیل تنش در صفحات همسان گرد و غیرهمسان گرد حاوی گشودگی مثلثی مرکزی و تحت تنش برشی"، سیزدهمین کنفرانس هوافضای ایران، ص ۳۸۲، دانشگاه تهران، تهران.
- ۲- رحیمی پطروودی ع. و جعفری م، (۱۳۹۳)، "بررسی تأثیر پارامترهای مختلف در تحلیل تنش صفحات همسان گرد و غیرهمسان گرد حاوی گشودگی چهارضلعی مرکزی و تحت تنش برشی"، مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها، دانشگاه صنعتی شاهرود.

چکیده

یکی از مباحث مهم در طراحی سازه‌های پیشرفته‌ی مهندسی، جلوگیری از شکست سازه‌ها در نتیجه‌ی تمرکز تنش در نواحی ناپیوسته هندسی است. باتوجه به اینکه پارامترهای مختلفی بر توزیع تنش اطراف گشودگی‌های مختلف در صفحات حاوی اینگونه گشودگی‌ها، تاثیرگذار هستند؛ انتخاب صحیح این پارامترها، طراح را قادر به دستیابی به طرحی بهینه خواهد ساخت. در این تحقیق، یک روش تحلیلی ساده برای تجزیه و تحلیل تنش صفحات دارای گشودگی ارائه شده است. این روش، از بسط روش حلّ لخنیتسکی که فقط برای گشودگی‌های دایروی و بیضوی بود، با استفاده از نگاشت همنوا و متغیر مختلط به سایر گشودگی‌ها تعمیم یافت. در این تحقیق، ابتدا تأثیر پارامترها شامل: شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، زاویه‌ی الیاف، کشیدگی گشودگی و جنس صفحه؛ به تنهایی و سپس تأثیر همه‌ی پارامترها در کنار یکدیگر و در نتیجه مقادیر بهینه پارامترهای مورد بحث که منجر به کمترین تمرکز تنش می‌شود؛ برای هر نوع گشودگی بررسی و معرفی خواهد شد و در نهایت با مقایسه‌ی گشودگی‌های مختلف، گشودگی بهینه مشخص می‌شود. از روش اجزای محدود برای بررسی جواب‌ها کمک گرفته شده است. نتایج عددی، تطابق خوبی با نتایج حاصل از حلّ تحلیلی حاضر دارد. نتایج نشان می‌دهند که پارامترهای هندسی گشودگی و زاویه‌ی الیاف در صفحات کامپوزیتی، تأثیر بسزایی برروی توزیع تنش اطراف گشودگی دارد.

کلمات کلیدی: تمرکز تنش؛ صفحات کامپوزیتی؛ تنش برشی؛ گشودگی چندضلعی؛ نگاشت همنوا

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه و تاریخچه‌ی کارهای انجام شده	۱
۱-۱ مقدمه	۲
۱-۱-۱ تاریخچه‌ی صنعت کامپوزیت	۲
۱-۱-۲ مشخصات عمومی مواد کامپوزیت	۳
۱-۱-۳ کاربردهای مختلف مواد کامپوزیت	۳
۱-۱-۴ کاربرد صفحات کامپوزیتی دارای گشودگی	۳
۲-۱ تعریف مسأله	۴
۳-۱ تاریخچه‌ی کارهای انجام شده	۵
۴-۱ ارتباط موضوع تحقیق با کارهای قبلی	۸
۵-۱ اهداف پایان‌نامه	۸
۶-۱ اشاره به مطالب فصل‌های بعدی	۹
فصل دوم: روش حل تحلیلی	۱۱
۱-۲ مقدمه	۱۲
۲-۲ نگاشت هم‌نوا	۱۲
۲-۲ روش تحلیلی	۱۶
فصل سوم: روش حل عددی و بررسی درستی نتایج	۳۱
۱-۳ مقدمه	۳۲
۲-۳ روش حل عددی	۳۲
۱-۲-۳ مقدمه	۳۲
۲-۲-۳ آشنایی مقدماتی با آباکوس	۳۳
۳-۲-۳ محیط ده‌گانه آباکوس برای حل مسأله	۳۵
۳-۳ مقایسه با روش‌های دیگر	۴۸

فصل چهارم: بررسی تأثیر هریک از پارامترها بر توزیع تنش ۵۷

۱-۴ مقدمه ۵۸

۲-۴ تأثیر شعاع انحنای گشودگی ۵۸

۱-۲-۴ گشودگی مثلثی ۵۹

۲-۲-۴ گشودگی چهارضلعی ۶۱

۳-۲-۴ گشودگی پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی و n ضلعی ۶۲

۳-۴ تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی ۶۵

۱-۳-۴ گشودگی بیضوی ۶۶

۲-۳-۴ گشودگی مثلثی ۶۸

۳-۳-۴ گشودگی چهارضلعی ۷۰

۴-۳-۴ گشودگی پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی و n ضلعی ۷۱

۴-۴ تأثیر زاویه‌ی الیاف ۷۳

۱-۴-۴ گشودگی بیضوی ۷۳

۲-۴-۴ گشودگی مثلثی ۷۵

۳-۴-۴ گشودگی چهارضلعی ۷۶

۴-۳-۴ گشودگی پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی و n ضلعی ۷۸

۵-۴ تأثیر کشیدگی گشودگی ۷۹

۱-۵-۴ گشودگی بیضوی ۸۰

۲-۵-۴ گشودگی مثلثی ۸۱

۳-۵-۴ گشودگی چهارضلعی ۸۲

۴-۳-۴ گشودگی پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی و n ضلعی ۸۳

فصل پنجم: بررسی تأثیر همه‌ی پارامترها در کنار یکدیگر ۸۵

۱-۵ مقدمه ۸۶

۲-۵ گشودگی بیضوی و دایره‌ای ۸۶

۱-۲-۵ مواد همسان‌گرد ۸۶

۲-۲-۵ مواد غیرهمسان‌گرد ۸۷

۳-۵	گشودگی مثلثی	۸۹
۱-۳-۵	مواد همسان گرد	۸۹
۲-۳-۵	مواد غیرهمسان گرد	۹۱
۴-۵	گشودگی چهارضلعی	۹۳
۱-۴-۵	مواد همسان گرد	۹۳
۲-۴-۵	مواد غیرهمسان گرد	۹۵
۵-۵	گشودگی پنج ضلعی، شش ضلعی و n ضلعی	۹۷
۶-۵	نتیجه گیری	۹۸
۷-۵	پیشنهادهای	۹۹
	فهرست منابع	۱۰۱

فهرست اشکال

فصل اول

شکل ۱-۱: صفحه‌ای بی‌نهایت حاوی گشودگی و تحت تنش برشی ۵

فصل دوم

شکل ۲-۱: تأثیر پارامترهای مختلف در ایجاد گشودگی ۱۳

شکل ۲-۲: تأثیر تغییرات پارامتر W بر روی گشودگی مثلی ۱۳

شکل ۲-۳: تعریف نقاط خارج از مرز گشودگی ۱۵

شکل ۲-۴: انتقال بین مختصات کارتیزین (X,Y) و مختصات قطبی (R,θ) و بالعکس ۲۲

شکل ۲-۵: کانتور L در ناحیه S ۲۳

فصل سوم

شکل ۳-۱: محیط مدل‌سازی و پنجره‌ی مربوط به گزینه ایجاد مدل‌سازی ۳۶

شکل ۳-۲: محیط PART، بخش SKETCH، برای ترسیم شکل اولیه‌ی مدل ۳۷

شکل ۳-۳: محیط مدل‌سازی، اتمام بخش مدل‌سازی صفحه‌ی حاوی گشودگی دایره‌ای ۳۸

شکل ۳-۴: محیط خصوصیات مواد، منوی ایجاد مواد، تعیین نوع رفتار ماده ۳۸

شکل ۳-۵: مرحله‌ی ایجاد بخش ۳۹

شکل ۳-۶: مرحله‌ی تخصیص بخش ۳۹

شکل ۳-۷: مرحله‌ی اسمبلی کردن ۴۱

شکل ۳-۸: مرحله‌ی انجام عملیات در محیط گام ۴۱

شکل ۳-۹: مرحله‌ی بارگذاری ۴۴

شکل ۳-۱۰: مرحله‌ی تعیین اندازه‌ی المان‌ها ۴۴

شکل ۳-۱۱: محیط بارگذاری، منوی ویرایش بار، مرحله‌ی مقدار دهی بارگذاری برشی در اطراف صفحه ۴۴

شکل ۳-۱۲: محیط مش، پایان مرحله‌ی مش زدن و المان‌بندی کامل مدل ۴۶

شکل ۳-۱۳: مرحله‌ی ایجاد محیط کار برای حلّ مسأله ۴۶

شکل ۳-۱۴: مدیریت کار، مرحله‌ی حلّ مسأله ۴۷

شکل ۳-۱۵: پایان حلّ مسأله و نتایج به‌دست آمده از روش حلّ اجزای محدود ۴۷

- شکل ۳-۱۶: توزیع تنش در اطراف گشودگی دایره‌ای به شعاع واحد در صفحه‌ای نامحدود از جنس فولاد ۴۷
- شکل ۳-۱۷: مقایسه‌ی بین روش‌های مختلف برای گشودگی دایروی و بیضوی در صفحه‌ای فولاد ۴۸
- شکل ۳-۱۸: پیلکی [۱۲]، صفحه نازک با گشودگی بیضوی تحت تنش برشی ۴۸
- شکل ۳-۱۹: تغییرات تنش بی‌بعد با W برای صفحه‌ی فولاد حاوی گشودگی مثلثی ۵۱
- شکل ۳-۲۰: تغییرات تنش بی‌بعد با W برای صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی مثلثی ۵۱
- شکل ۳-۲۱: تغییرات تنش بی‌بعد با W برای صفحه‌ی فولاد حاوی گشودگی چهارضلعی ۵۲
- شکل ۳-۲۲: تغییرات تنش بی‌بعد با W برای صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چهارضلعی ۵۲
- شکل ۳-۲۳: تغییرات تنش بی‌بعد با W برای صفحه‌ی شیشه بافته شده/اپوکسی با گشودگی چهارضلعی ۵۲
- شکل ۳-۲۴: تغییرات تنش بی‌بعد با W برای صفحه‌ی تخته چندا حاوی گشودگی چهارضلعی ۵۲
- شکل ۳-۲۵: توزیع تنش اطراف گشودگی دایره‌ای در صفحه‌ی همسان گرد فولادی ۵۳
- شکل ۳-۲۶: توزیع تنش اطراف گشودگی دایره‌ای در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی ۵۳
- شکل ۳-۲۷: توزیع تنش اطراف گشودگی دایره‌ای در صفحه‌ی ارتوتروپیک تخته چندا ۵۴
- شکل ۳-۲۸: توزیع تنش اطراف گشودگی بیضوی در صفحه‌ی همسان گرد فولادی ۵۴
- شکل ۳-۲۹: توزیع تنش اطراف گشودگی بیضوی در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی ۵۴
- شکل ۳-۳۰: توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی در صفحه‌ی همسان گرد فولادی ۵۴
- شکل ۳-۳۱: توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی ۵۵
- شکل ۳-۳۲: توزیع تنش اطراف گشودگی چهارضلعی در صفحه‌ی همسان گرد فولادی ۵۵
- شکل ۳-۳۳: توزیع تنش اطراف گشودگی چهارضلعی در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی ۵۵
- شکل ۳-۳۴: توزیع تنش اطراف گشودگی چهارضلعی در صفحه‌ی ارتوتروپیک تخته چندا ۵۵

فصل چهارم

- شکل ۴-۱: تأثیر پارامتر W بر گوشه‌های گشودگی مثلثی ۵۹
- شکل ۴-۲: تأثیر پارامتر W بر تمرکز تنش صفحاتی از جنس مواد ارتوتروپیک و فولاد در $C=1$ ۶۰
- شکل ۴-۳: تأثیر پارامتر W بر گوشه‌های گشودگی چهارضلعی ۶۱
- شکل ۴-۴: تأثیر پارامتر W بر تمرکز تنش صفحاتی از جنس مواد ارتوتروپیک و فولاد در $C=1$ ۶۲
- شکل ۴-۵: تأثیر پارامتر W بر گوشه‌های گشودگی پنج ضلعی ۶۳

- شکل ۴-۶: تأثیر پارامتر W بر گوشه‌های گشودگی شش ضلعی ۶۳
- شکل ۴-۷: تأثیر پارامتر W بر تمرکز تنش صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی‌های چندضلعی ۶۴
- شکل ۴-۸: تأثیر پارامتر W بر تمرکز تنش صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی‌های چندضلعی ۶۴
- شکل ۴-۹: زاویه‌ی چرخش گشودگی ۶۵
- شکل ۴-۱۰: تأثیر زاویه چرخش بر تمرکز تنش در صفحه فولادی حاوی گشودگی بیضوی ۶۶
- شکل ۴-۱۱: تأثیر زاویه چرخش بر تمرکز تنش در صفحه شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی بیضوی ۶۶
- شکل ۴-۱۲: تأثیر زاویه چرخش بر تمرکز تنش در صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی مثلثی ۶۸
- شکل ۴-۱۳: تأثیر زاویه چرخش بر تمرکز تنش در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی مثلثی ۶۸
- شکل ۴-۱۴: تأثیر زاویه چرخش بر تمرکز تنش در صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی چهارضلعی ۷۰
- شکل ۴-۱۵: تأثیر زاویه چرخش بر تمرکز تنش در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چهارضلعی ۷۰
- شکل ۴-۱۶: تأثیر زاویه چرخش بر تمرکز تنش در صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی چندضلعی ۷۲
- شکل ۴-۱۷: تأثیر زاویه چرخش بر تمرکز تنش در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چندضلعی ۷۲
- شکل ۴-۱۸: تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحاتی از مواد ارتوتروپیک حاوی گشودگی بیضوی ۷۴
- شکل ۴-۱۹: تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی بیضوی ۷۴
- شکل ۴-۲۰: تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحاتی از مواد ارتوتروپیک حاوی گشودگی مثلثی ۷۵
- شکل ۴-۲۱: تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی مثلثی ۷۵
- شکل ۴-۲۲: تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحاتی از مواد ارتوتروپیک حاوی گشودگی چهارضلعی ۷۷
- شکل ۴-۲۳: تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چهارضلعی ۷۷
- شکل ۴-۲۴: تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چندضلعی ۷۸
- شکل ۴-۲۵: تأثیر پارامتر C بر کشیدگی گشودگی در W ثابت ۷۹
- شکل ۴-۲۶: تأثیر کشیدگی گشودگی بر تمرکز تنش در صفحاتی از مواد مختلف با گشودگی بیضوی ۸۰
- شکل ۴-۲۷: تأثیر کشیدگی گشودگی بر تمرکز تنش در صفحاتی از مواد مختلف با گشودگی مثلثی ۸۱
- شکل ۴-۲۸: تأثیر کشیدگی گشودگی بر تمرکز تنش در صفحاتی از مواد مختلف با گشودگی چهارضلعی ۸۲
- شکل ۴-۲۹: تأثیر کشیدگی گشودگی بر تمرکز تنش در صفحه فولادی با گشودگی چندضلعی ۸۴
- شکل ۴-۳۰: تأثیر کشیدگی گشودگی بر تمرکز تنش در صفحه شیشه/اپوکسی با گشودگی چندضلعی ۸۴

فصل پنجم

- شکل ۵-۱: تأثیر پارامتر C و B بر تمرکز تنش صفحه‌ی فولادی برای گشودگی بیضوی ۸۸
- شکل ۵-۲: تأثیر زوایه‌ی چرخش بر تنش بی‌بعد در Cهای مختلف در $\Theta=45^\circ$ ۸۸
- شکل ۵-۳: تغییرات تنش مطلوب برحسب کشیدگی گشودگی (C)، در Θ های مختلف ۸۸
- شکل ۵-۴: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی برای گشودگی دایره‌ای و بیضوی ۸۸
- شکل ۵-۵: تأثیر زوایه‌ی چرخش بر تنش بی‌بعد در کشیدگی گشودگی‌های مختلف در $W=0.2$ ۹۰
- شکل ۵-۶: تغییرات تنش مطلوب برحسب کشیدگی گشودگی (C)، در Wهای مختلف ۹۰
- شکل ۵-۷: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی همسان‌گرد فولادی برای گشودگی مثلثی ۹۰
- شکل ۵-۸: تأثیر زوایه‌ی چرخش بر تنش بی‌بعد در زاویه‌ی الیاف مختلف در $C=1$ و $W=0.2$ ۹۲
- شکل ۵-۹: تغییرات تنش مطلوب برحسب زاویه‌ی الیاف در کشیدگی گشودگی‌های مختلف در $W=0.2$ ۹۲
- شکل ۵-۱۰: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی در $W=0.2$ ۹۲
- شکل ۵-۱۱: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی برای گشودگی مثلثی ۹۲
- شکل ۵-۱۲: تأثیر زوایه‌ی چرخش بر تنش بی‌بعد در کشیدگی گشودگی‌های مختلف در $W=0.06$ ۹۴
- شکل ۵-۱۳: تغییرات تنش مطلوب برحسب کشیدگی گشودگی (C)، در Wهای مختلف ۹۴
- شکل ۵-۱۴: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی همسان‌گرد فولادی برای گشودگی چهارضلعی ۹۴
- شکل ۵-۱۵: تأثیر زوایه‌ی چرخش بر تنش بی‌بعد در زاویه‌ی الیاف مختلف در $C=1$ و $W=0.2$ ۹۶
- شکل ۵-۱۶: تغییرات تنش مطلوب برحسب زاویه‌ی الیاف در کشیدگی گشودگی‌های مختلف در $W=0.1$ ۹۶
- شکل ۵-۱۷: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی در $W=0.1$ ۹۶
- شکل ۵-۱۸: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی برای گشودگی چهارضلعی ۹۶

فهرست جداول

فصل سوم

جدول ۳-۱: جدول تغییرات تمرکز تنش با روشه‌ای حل پیلکی، حل تحلیلی و حل اجزای محدود ۴۹

جدول ۳-۲: خواص مواد ۵۱

فصل چهارم

جدول ۴-۱: شعاع انحنای بهینه در $C=1$ و $\Theta=B=0$ برای صفحاتی از مواد مختلف حاوی گشودگی مثلثی ۶۰

جدول ۴-۲: شعاع انحنای بهینه در $C=1$ و $\Theta=B=0$ برای صفحاتی از مواد مختلف حاوی گشودگی چهارضلعی ۶۲

جدول ۴-۳: شعاع انحنای بهینه در $C=1$ و $\Theta=B=0$ برای صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی چندضلعی ۶۴

جدول ۴-۴: شعاع انحنای بهینه در $C=1$ و $\Theta=B=0$ برای صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چندضلعی ۶۴

جدول ۴-۵: زاویه چرخش بهینه در $W=0$ از صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی بیضوی ۶۷

جدول ۴-۶: زاویه چرخش بهینه در $W=0$ از صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی بیضوی ۶۷

جدول ۴-۷: زاویه‌ی چرخش بهینه در $C=1$ از صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی مثلثی ۶۹

جدول ۴-۸: زاویه‌ی چرخش بهینه در $C=1$ از صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی مثلثی ۶۹

جدول ۴-۹: زاویه‌ی چرخش بهینه در $C=1$ از صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی چهارضلعی ۷۱

جدول ۴-۱۰: زاویه‌ی چرخش بهینه در $C=1$ از صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چهارضلعی ۷۱

جدول ۴-۱۱: زاویه‌ی چرخش بهینه در $C=1$ و $W=0/0.6$ از صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی چندضلعی ۷۲

جدول ۴-۱۲: زاویه‌ی چرخش بهینه در $C=1$ و $W=0/0.6$ از صفحه‌ی شیشه/اپوکسی با گشودگی چندضلعی ۷۳

جدول ۴-۱۳: زاویه‌ی یاف بهینه در $C=2$ برای صفحاتی از مواد ارتوتروپیک حاوی گشودگی بیضوی ۷۴

جدول ۴-۱۴: زاویه‌ی یاف بهینه در C های مختلف از صفحه‌ی شیشه/اپوکسی با گشودگی بیضوی و دایره‌ای ۷۴

جدول ۴-۱۵: زاویه‌ی یاف بهینه در $C=1$ و $W=0/1.6$ برای صفحاتی از مواد ارتوتروپیک با گشودگی مثلثی ۷۵

جدول ۴-۱۶: زاویه‌ی یاف بهینه در W های مختلف از صفحه‌ی شیشه/اپوکسی با گشودگی مثلثی ۷۶

جدول ۴-۱۷: زاویه‌ی یاف بهینه در $C=1$ و $W=0/0.4$ در صفحاتی از مواد ارتوتروپیک با گشودگی چهارضلعی ۷۷

جدول ۴-۱۸: زاویه‌ی یاف بهینه در W های مختلف از صفحه‌ی شیشه/اپوکسی با گشودگی چهارضلعی ۷۷

جدول ۴-۱۹: زاویه‌ی یاف بهینه، $C=1$ و $W=0/0.6$ از صفحه‌ی شیشه/اپوکسی با گشودگی چندضلعی ۷۸

جدول ۴-۲۰: کشیدگی گشودگی بهینه، $\Theta=90$ و $B=0$ ، صفحاتی از مواد مختلف با گشودگی بیضوی ۸۰

- جدول ۴-۲۱: کشیدگی گشودگی بهینه، $\theta=90^\circ$ ، $B=0$ و $W=0/2$ ، مواد مختلف با گشودگی مثلی ۸۱
- جدول ۴-۲۲: کشیدگی گشودگی بهینه، $\theta=90^\circ$ ، $B=0$ و $W=0/0.6$ ، مواد مختلف با گشودگی چهارضلعی ۸۲
- جدول ۴-۲۳: کشیدگی گشودگی بهینه، $\theta=0^\circ$ ، $B=0$ و $W=0/0.6$ ، صفحه فولادی با گشودگی چندضلعی ۸۳
- جدول ۴-۲۴: کشیدگی گشودگی بهینه، $\theta=0^\circ$ ، $B=0$ و $W=0/0.6$ ، شیشه/پوکسی با گشودگی چندضلعی ۸۳

فصل پنجم

- جدول ۵-۱: پارامترهای بهینه، گشودگی دایروی و بیضوی در صفحاتی از مواد مختلف و تنش بی بعد کمینه ۸۹
- جدول ۵-۲: پارامترهای بهینه، گشودگی مثلی در صفحاتی از مواد مختلف و تنش بی بعد کمینه ۹۳
- جدول ۵-۳: پارامترهای بهینه، گشودگی چهارضلعی در صفحاتی از مواد مختلف و تنش بی بعد کمینه ۹۷
- جدول ۵-۴: پارامترهای بهینه، گشودگی های چندضلعی در صفحه فولادی و تنش بی بعد کمینه ۹۷
- جدول ۵-۵: پارامترهای بهینه، گشودگی های چندضلعی در صفحه شیشه/پوکسی و تنش بی بعد کمینه ۹۸

فهرست علائم

E_1, E_2	مدول الاستیسیته (یانگ)
ν	ضریب پواسون
G	مدول برشی
β	زاویه ی چرخش گشودگی
θ	زاویه ی الیاف
C	کشیدگی گشودگی
w	شعاع انحنای گشودگی
λ	ضریب بزرگی گشودگی
n	نوع هندسی گشودگی
R_{ij}	ضرایب ماتریس نرمی کاهش یافته
A_{ij}	ضرایب ماتریس سفتی کاهش یافته
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	تنش ها در مختصات کارتزین
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$	کرنش ها در مختصات کارتزین
$\sigma_\rho, \sigma_\theta, \tau_{\rho\theta}$	تنش ها در مختصات قطبی
ρ, θ	محورهای مختصات قطبی
Z	مختصات مختلط
z_i	تابع نگاشت مختلط
w, u, v	میدان های جابه جایی
$F(x,y)$	تابع تنش
$U(x,y)$	تابع پتانسیل
μ_i	ریشه های مختلط
X_n, Y_n	بردار تنش جزئی روی مرز گشودگی
$\phi_0(z_1), \psi_0(z_2)$	توابع تنش مختلط
f_1^0, f_2^0	توابع شرایط مرزی تنش حول گشودگی
ξ	متغیر مختلط
$w_j(\xi)$	تابع نگاشت در صفحه مختلط
$K_1 - K_8, \bar{K}_1 - \bar{K}_8$	ثوابت مختلط
$B^*, \hat{B}^*, \hat{C}^*$	ثوابت شرایط بارگذاری

فصل اوّل

مقدّمه و تاریخچه‌ی کارهای انجام شده

۱-۱ مقدمه

یک ماده مرکب، متشکل از دو یا چند جزء است که در ابعاد ماکرو (مقیاس درشت) در کنار هم قرار گرفته‌اند؛ ولی در عین حال قابل حل در یکدیگر نیستند. به‌طور معمول یک جزء، به عنوان فاز تقویت کننده و جزء دیگر که فاز تقویت کننده را در بر می‌گیرد، نقش زمینه یا همان ماتریس را خواهد داشت. فاز تقویت کننده ممکن است به‌صورت الیاف، ذرات (حبه‌ای) و پولک باشد، فاز ماتریس از یک ماده‌ی پیوسته تشکیل شده است. به‌طور معمول چسب یا رزین، نقش ماتریس را در اغلب سازه‌های مرکب به عهده دارد. کامپوزیت‌ها می‌توانند طبیعی و همچنین مصنوعی باشند. بتن تقویت شده با فولاد و یا اپوکسی تقویت شده با الیاف گرافیتی و ...، از جمله مواد مرکب مرسوم و پرکاربرد به شمار می‌آیند.

۱-۱-۱ تاریخچه‌ی صنعت کامپوزیت

مواد مرکب از قرن‌ها پیش مورد استفاده قرار گرفته است. هنوز تاریخ مشخصی به عنوان شروع استفاده مواد مرکب ثبت نشده است. برخی از اولین اطلاعات ثبت شده بیانگر استفاده‌ی مصریان از تخته چندلا، خمیر کاغذ و استفاده از کاه جهت بالا بردن مقاومت آجرهای گلی بوده است. فلسطینیان در ۸۰۰۰ سال قبل از میلاد نیز از نی و حصیر در ساخت آجر و از حرارت خورشیدی برای عمل آوردن آن استفاده می‌کردند. در ۵۰۰۰ سال قبل از میلاد در خارمیانه اولین ماده مرکب که در آن از پلیمر استفاده شد بود، برای قیراندود کردن قایق‌ها استفاده شد. اسکیموها از خزّه برای مقاوم کردن بلوک‌های یخی استفاده می‌کردند و همچنین آهنگری لایه‌های فلزی برای ساخت شمشیر (۱۸۰۰ بعد از میلاد). در دهه‌ی سی‌ام قرن بیستم، از الیاف شیشه برای تقویت رزین‌ها استفاده می‌شد. قایق‌ها و هواپیماهای ساخته شده از این مواد، به فایبرگلاس شهرت یافتند. از دهه‌ی هفتاد قرن بیستم، با ظهور الیاف جدیدی همچون الیاف کربن، برن، آرامید و ...، همچنین به‌کارگیری زمینه‌های فلزی و سرامیکی، کاربرد مواد مرکب، پیشرفت قابل ملاحظه‌ای یافت.

۱-۱-۲ مشخصات عمومی مواد کامپوزیت

با استفاده از مواد کامپوزیتی می‌توان به محدوده‌ی وسیعی از مقاومت‌ها و همچنین مدول الاستیسیته دست یافت که در بعضی موارد این خواص، قابل مقایسه و حتی بهتر از مواد رایج در صنعت ساختمان همانند فولاد و بتن می‌باشد. در بعضی موارد، مواد کامپوزیتی جایگزین مناسبی برای فلز می‌باشند، به خصوص در مواردی که به دنبال کاهش وزن سازه مورد نظر می‌باشیم، به‌طور مثال در صنایع هوایی و صنعت اتومبیل. یکی دیگر از خواصّ منحصر به فرد مواد کامپوزیت، میرایی بالای آنها می‌باشد. میرایی بالای مواد کامپوزیت، سبب جذب بیشتر انرژی در داخل ماده مرتعش و همچنین هنگام عبور امواج صدا از آنها می‌گردد. این خاصیت دارای کاربرد فراوانی در صنعت اتومبیل و صنایع هوایی می‌باشد چرا که سبب کاهش دامنه‌ی ارتعاش بدنه‌ی وسایل نقلیه در هنگام حرکت و کاهش صدای ناشی از این ارتعاش می‌گردد و راحتی بیشتری برای مسافران به وجود می‌آورد. مزیت دیگر این مواد، مقاومت بالای آنها در برابر خوردگی می‌باشد.

۱-۱-۳ کاربردهای مختلف مواد کامپوزیت

کاربردهای تجاری و صنعتی مواد کامپوزیت بسیار متنوع می‌باشد که نمی‌توان همگی آنها را لیست نمود، عمده‌ترین این کاربردها در صنایع فضایی و هواپیما، صنعت اتومبیل، لوازم ورزشی و صنایع دریایی می‌باشد.

۱-۱-۴ کاربرد صفحات کامپوزیتی دارای گشودگی

صفحات کامپوزیتی دارای گشودگی در زمینه‌های مختلف مهندسی مانند: هوافضا، دریا، اتومبیل و غیره کاربردهای فراوانی دارد. در سازه‌های مرکب هوایی، نقایصی به‌صورت گشودگی و ترک وجود دارد که باعث افزایش تنش در این مواد و شکست می‌شود که بسیار خطرناک می‌باشد. وجود پلّه‌ها، جاکارها، شیارها و رزوه‌ها باعث ایجاد تنش‌های موضعی شدیدی در نزدیکی ناپیوستگی‌ها می‌شود. گشودگی‌ها و بریدگی‌هایی که معمولاً در صفحات، جهت اتصالات ایجاد می‌شوند، یکی از این محل‌های شروع

واماندگی^۱ به شمار می‌آید. افزایش تنش در این محل‌ها علت عمده‌ی این امر می‌باشد. این افزایش می‌تواند تا جایی پیشرفت کند که باعث شکست قطعه گردد. لذا بررسی توزیع و مقدار تنش در اطراف گشودگی‌ها و بریدگی‌ها امری اجتناب‌ناپذیر است. در طراحی ماشین و مهندسی مکانیک، اتصالات به نوبه‌ی خود بسیار مهم و قابل توجه می‌باشد. شاید نتوان مکانیزم و یا ماشینی را یافت که در آن از یک نوع اتصال استفاده نشده باشد. صفحات در کاربردهای صنعتی بسیاری استفاده می‌شوند و معمولاً جهت اتصال صفحات به دیگر اجزای ماشین یا جهت ایجاد راه‌های خروجی و ورودی در سازه یا برای کاهش وزن سازه ناچار به ایجاد گشودگی در سازه هستیم. به خاطر تغییر در هندسه‌ی صفحه در اثر این گشودگی‌ها، تنش موضعی شدیدی در اطراف گشودگی ایجاد می‌شود. ایجاد تنش زیاد در نواحی جداشدگی یا تغییر ناگهانی هندسی با نام تمرکز تنش^۲ شناخته می‌شود و معمولاً در لبه‌های نواحی جداشدگی به وجود می‌آیند. برای طراحی یک صفحه با یک گشودگی تحت اثر بارگذاری درون صفحه‌ای یا عرضی، اطلاعات دقیقی راجع به تنش‌ها و ضریب تمرکز تنش در لبه‌های گشودگی مورد نیاز است. روش‌های زیادی برای محاسبه‌ی ضریب تمرکز تنش در مواد ایزوتروپیک و برخی مواد ارتوتروپیک همراه با هندسه‌های مختلف موجود است.

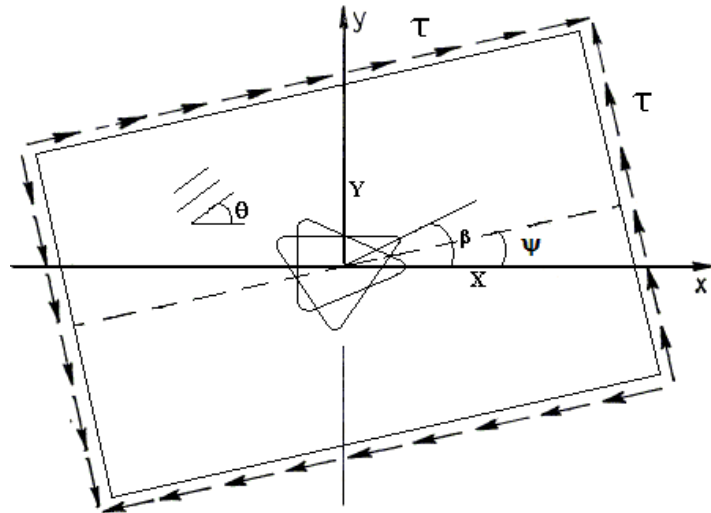
۱-۲ تعریف مسأله

صفحه‌ای بی‌نهایت با یک گشودگی در مرکز آن مفروض است. برای اینکه صفحه بی‌نهایت به نظر برسد، کافی است نسبت شعاع دایره‌ی محاط بر گشودگی، بر ابعاد صفحه، کوچکتر از $\frac{1}{p}$ باشد. این صفحه می‌تواند همسان‌گرد و یا غیرهمسان‌گرد باشد. صفحه در فاصله‌ای دور از گشودگی تحت بار برشی قرار گرفته است. گشودگی می‌تواند نسبت به محور x بچرخد. رابطه‌ی تنش-کرنش رابطه‌ای خطی است. مطابق شکل (۱-۱)، گشودگی به اندازه‌ی زاویه β نسبت به محور x چرخیده است و زاویه‌ی θ ، زاویه‌ی الیاف می‌باشد و گشودگی مرکزی فاقد بار است. هدف اصلی در این پایان‌نامه تحلیل

¹ Failure

² Stress Concentration Factor

تنش و بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر توزیع تنش صفحات حاوی گشودگی می‌باشد که این پارامترها شامل: زاویه چرخش گشودگی، نوع ماده، زاویه‌ی الیاف، نوع گشودگی، شعاع انحنای گشودگی و کشیدگی گشودگی می‌باشد.



شکل ۱- ۱: صفحه‌ای بی‌نهایت حاوی گشودگی و تحت تنش برشی

۳-۱ تاریخچه‌ی کارهای انجام شده

ضریب تمرکز تنش از روش‌های مختلف به‌طور گسترده توسط هولند^۱ در سال ۱۹۲۹ [۱] و هیوود^۲ در سال ۱۹۵۲ [۲]، مورد بررسی قرار گرفت. هولند روابطی برای صفحات بلند با گشودگی دایره‌ای و عرض محدود ارائه کرده است، هیوود نیز روابطی برای تصحیح ضریب تمرکز تنش در عرض محدود با استفاده از مقادیر ضریب تمرکز تنش صفحات نامحدود استخراج کرد. هیوود این روابط را با استفاده از برآیند نیروهای تعادل برای صفحات دارای گشودگی، تحت بار کششی تک‌جهته ارائه کرد و در آنها، تنها تأثیر عرض محدود اعمال شده است. هاچپس^۳ در سال ۱۹۶۱ [۳]، جزء اولین کسانی بود که از تئوری شیرلگ^۴ برای بررسی تمرکز تنش استاتیکی در اطراف الیاف مجاور یک ترک قائم در یک تک‌لایه با طول و عرض بی‌نهایت استفاده کرد. این تئوری برای مواد مرکبی که نسبت سفتی ماتریس

^۱ Howland

^۲ Heywood

^۳ Hedgepeth

^۴ Shear Lag

به سفتی الیاف پایین است، یک فرض معقول می‌باشد و از دقت خوبی برخوردار است. زندر^۱ و دیتون^۲ در سال ۱۹۶۳ [۴]، درستی آنالیز هاچپس را با آزمایش‌هایی بر روی مواد مرکب با الیاف داکرون و ماتریس پلی‌اورتان نشان دادند. این روش نیز برای مواد مرکبی که نسبت مدول الاستیسیته‌ی الیاف به ماتریس بالا نباشد، نظیر مواد مرکب با ماتریس فلزی، قابل استفاده نمی‌باشد. لخنیتسکی^۳ [۵] در سال ۱۹۶۸ بررسی‌های متعددی بر روی ضریب تمرکز تنش در مواد ارتوتروپیک انجام داد. لخنیتسکی روابطی برای ضریب تمرکز تنش صفحات حاوی گشودگی دایره‌ای و بیضوی با ابعاد نامحدود ارائه داد. هاچپس و ون‌دیک^۴ در سال‌های ۱۹۶۷ و ۱۹۶۹ [۶ و ۷]، تمرکز تنش در اطراف ترک را با بررسی ناحیه‌ی پلاستیک ایجاد شده در نوک ترک در یک تک‌لایه با طول و عرض بی‌نهایت محاسبه کردند. در سال ۱۹۷۰، فرانکلین^۵ [۸] به بررسی تمرکز تنش در یک ماده‌ی مرکب با طول و عرض نامحدود که دارای گشودگی دایره‌ای بوده پرداخت و نتایج تمرکز تنش را با استفاده از تئوری شیرلگ به‌دست آورد. در سال ۱۹۷۴ پیترسون^۶ [۹] روابط متعددی برای اشکال مختلف با گشودگی‌های متعدد، هم برای ابعاد نامحدود و هم برای ابعاد محدود (عرض محدود) ارائه کرد. در سال ۱۹۸۳، فوکودا^۷ و چائو^۸ [۱۰] توزیع تنش در یک ماده‌ی مرکب هیبریدی با الیاف‌های ناپیوسته را در حالت شکست متقارن به‌دست آوردند. در سال ۱۹۸۸ تان^۹ [۱۱] برای صفحات حاوی گشودگی با عرض محدود، با استفاده از برآیند نیروهای تعادل برای مواد کامپوزیتی و ارتوتروپیک در اطراف گشودگی، ضرایب تصحیحی را ارائه کرد. این روابط به یک صفحه‌ی تخت حاوی گشودگی با طول زیاد و عرض محدود تحت بار کششی تک‌محوری منحصر می‌شود. در کتاب‌های پیلکی^{۱۰} [۱۲]، نیوبر^{۱۱} [۱۳]، هیوود، برای

¹ Zender

² Deaton

³ Lekhnitskii

⁴ Van Dyk

⁵ Franklin

⁶ Peterson

⁷ Fukuda

⁸ Chou

⁹ Tan

¹⁰ Pilkey

¹¹ Neuber

محدوده‌ی وسیعی از گشودگی‌ها با اندازه‌های مختلف، ضرایب تمرکز تنش مناسبی برای مواد همسان‌گرد ارائه شد و همچنین در بعضی از قسمت‌ها معادلاتی نیز به‌دست آمده است. در سال ۱۹۹۱، دائوست^۱ و هووا^۲ [۱۴] گشودگی‌های مثلثی و دایره‌ای را تحلیل کردند، آنها به بررسی شعاع انحنای گشودگی نیز پرداختند، با تعریف نسبت اضلاع به عنوان یک پارامتر، توانستند علاوه بر مثلث متساوی‌الاضلاع، سایر مثلث‌ها با نسبت اضلاع مختلف را بررسی کنند. حل آنها بر اساس حل لخنیتسکی استوار بود. گروبر^۳ و همکارانش در سال ۲۰۰۷ [۱۵]، تمرکز تنش صفحات کامپوزیتی چندلایه را مورد بررسی قرار دادند. نتایج حاصل از روش تحلیلی مورد استفاده‌ی آنها نسبت به نتایج حاصل از روش عددی، به پاسخ دقیق‌تری منتهی می‌شود. در سال ۲۰۰۸ هافنباخ^۴ و همکارانش [۱۶]، تمرکز تنش بر روی صفحات چندلایه ضخیم کامپوزیتی تحت تنش برشی را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول مورد بررسی قرار دادند. رضایی‌پژند و جعفری [۱۷-۲۰]، به بررسی توزیع تنش در اطراف گشودگی‌های مختلف از جمله گشودگی مثلثی در صفحات غیرهمسان‌گرد و تحت بار کششی پرداختند و همچنین تأثیر پارامترهای مختلف را در ضریب تمرکز تنش اطراف این گشودگی‌ها بررسی کردند، روش حل آنها برگرفته از بسط روش حل تحلیلی ارائه شده از لخنیتسکی و ساوین بوده است. محمدی و همکارانش در سال ۲۰۱۱ [۲۱]، تمرکز تنش در اطراف گشودگی دایره‌ای در صفحه‌ی بی‌نهایت که در معرض تنش یکنواخت دومحوری قرار گرفته است را مورد بررسی قرار دادند. صفحه‌ای از مواد تابعی مدرج^۵ (مواد هدفمند) ساخته شده است که در این تحقیق ضریب پواسون و مدول در جهت شعاعی تغییر می‌کند. در مطالعه‌ی آنها، یک شکل کلی برای تمرکز تنش در حالت دومحوری ارائه گردید. فراس دارویش^۶ و همکارانش در سال ۲۰۱۲ [۲۲]، توزیع تنش را در اطراف گشودگی که توسط پرچ محکم شده است، در صفحات ارتوتروپیک تحت تنش تک‌محوری مورد

¹ Daoust

² Hoa

³ Gruber

⁴ Hafenbach

⁵ Functionally graded material

⁶ Feras Darwish

بررسی قرار دادند. آنها از روش اجزای محدود برای تجزیه، تحلیل و مش‌بندی یک صفحه‌ی حاوی گشودگی استفاده کردند. آنها در ادامه، تأثیر چند پارامتر هندسی مانند ضخامت ورق، عمق گشودگی و عرض صفحه را بررسی کردند.

۴-۱ ارتباط موضوع تحقیق با کارهای قبلی

روش تحلیلی ارائه شده در این پایان‌نامه، برگرفته از بسط روش حل تحلیلی ارائه شده توسط ساوین^۱ [۲۳] و لخنیتسکی [۲۴] می‌باشد. تحقیق در مورد مسأله‌ی تمرکز تنش در صفحات و پوسته‌های حاوی گشودگی برای مواد همسان‌گرد و غیرهمسان‌گرد توسط موشخلیشویلی^۲ [۲۵]، ساوین و لخنیتسکی که پایه‌گذار استفاده از نگاشت همنوا و متغیر مختلط در این زمینه بودند، شروع شد. ساوین در مورد مواد همسان‌گرد برای گشودگی‌های مختلف و برای مواد غیرهمسان‌گرد فقط برای گشودگی بیضوی حل‌هایی را ارائه داد. صفحات غیرهمسان‌گرد حاوی گشودگی‌های دایروی و بیضوی توسط لخنیتسکی مورد بررسی قرار گرفت. تحقیقات زیادی بر روی تحلیل تنش صفحات غیرهمسان‌گرد تحت کشش انجام شده است. ولی در زمینه بار برشی برای گشودگی‌ها و مواد مختلف و بررسی همزمان پارامترهای مختلف تأثیرگذار بر گشودگی، نتایج کمی در دست است.

۵-۱ اهداف پایان‌نامه

استفاده از حل تحلیلی برای به‌دست آوردن توزیع تنش به نحوی که: ۱- برای این نوع بارگذاری (بار برشی) هر نوع گشودگی را بتوان تحلیل کرد. ۲- زاویه‌ی چرخش گشودگی، کشیدگی گشودگی و زاویه‌ی الیاف را به عنوان پارامتری مهم وارد معادلات کرد. ۳- برای هر گشودگی، همه‌ی پارامترها را در کنار یکدیگر با در نظر گرفتن بار برشی بررسی کرد. در این پایان‌نامه با استفاده از نگاشت همنوا، صفحه‌ی حاوی گشودگی به شکل دلخواه، به صفحه‌ی حاوی گشودگی دایره‌ای با شعاع واحد نگاشت شده است. نتایج تأثیر پارامترهای ذکر شده بر توزیع تنش اطراف گشودگی بررسی می‌شود.

¹ Savin

² Muskhelishvili

پارامترهای بهینه برای هر نوع گشودگی معرفی خواهد شد و در نهایت، بهترین نوع گشودگی برای دستیابی به کمترین تمرکز تنش تحت بارگذاری برشی اطراف صفحه تعیین می‌شود. همچنین برای بررسی جواب‌ها از روش اجزای محدود کمک گرفته شده است.

۱-۶ اشاره به مطالب فصل‌های بعدی

در فصل دوم فرمول‌بندی روش حلّ تحلیلی و الگوریتم آن به‌طور کامل و معادلات حاکم بر مسأله توضیح داده می‌شود و همچنین توابع شکل برای مدل کردن انواع گشودگی‌ها نشان داده می‌شود. در فصل سوم روش حلّ عددی که همان استفاده از روش حلّ اجزای محدود با کمک نرم‌افزار آباکوس^۱ می‌باشد به‌طور کامل توضیح داده شده است و مراحل مختلف کار با این نرم‌افزار از جمله نحوه‌ی مدل کردن صفحه‌ی بی‌نهایت و گشودگی مرکزی، تعریف خصوصیات مواد مورد تحلیل، نحوه‌ی بارگذاری در اطراف صفحه، نحوه‌ی المان‌بندی (مش‌بندی)، و در نهایت اعلام به پردازشگر برای حلّ مسأله نشان داده می‌شود. به‌طور مثال، برای یک نوع گشودگی (دایره‌ای) این مراحل تا رسیدن به جواب نهایی توضیح داده می‌شود. در قسمت دوم این فصل، مقایسه‌ای بین روش حلّ تحلیلی و روش حلّ اجزای محدود و همچنین مقایسه‌ای با روش حلّ یک مرجع انجام می‌شود تا تأییدی باشد بر درستی نتایج روش حلّ تحلیلی.

در فصل چهارم تاثیر هر پارامتر به تنهایی بر روی توزیع تنش اطراف گشودگی مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنابراین در بررسی هر پارامتر، سایر پارامترها ثابت در نظر گرفته می‌شود. پارامترهایی که در این فصل مورد بررسی قرار گرفته‌اند شامل: شعاع انحنای گشودگی، کشیدگی گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، زاویه‌ی الیاف و جنس صفحه می‌باشد. در این فصل سعی شده است که تاثیر این پارامترها به‌طور مجزا برای هر نوع گشودگی بررسی شود. نتایج به‌ترتیب انواع گشودگی‌ها (دایره‌ای، بیضوی، سه‌ضلعی (مثلثی)، چهارضلعی (شبه‌مستطیلی)، پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی و nضلعی) دسته‌بندی شده است و در هر نوع گشودگی نوع مواد همسان‌گرد و غیرهمسان‌گرد بررسی می‌شود و تنش‌های

¹ Abaqus

مطلوب و نامطلوب به عنوان دو عامل مهم در دستیابی به طراحی بهینه تعریف و برای هر گشودگی مقدار این تنش‌ها محاسبه می‌شود.

در فصل پنجم به بررسی تأثیر همه‌ی پارامترهای اصلی در کنار هم بر توزیع تنش پرداخته می‌شود. نتایج با توجه به نوع اشکال گشودگی (دایره‌ای، بیضوی، سه‌ضلعی (مثلثی)، چهارضلعی (شبه‌مستطیلی)، پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی و n ضلعی) مرتب شده است و در هر نوع گشودگی، نوع مواد همسان‌گرد و غیرهمسان‌گرد بررسی می‌شود. در انتها برای هر گشودگی پارامترهای بهینه که شامل: شعاع انحنای گشودگی، کشیدگی گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، زاویه‌ی الیاف و جنس صفحه می‌باشد برای دستیابی به کمترین تنش مطلوب معرفی می‌گردد و در نهایت با مقایسه‌ی گشودگی‌های مختلف گشودگی بهینه مشخص می‌شود.

فصل دوم

روش حلّ تحلیلی

۲-۱ مقدمه

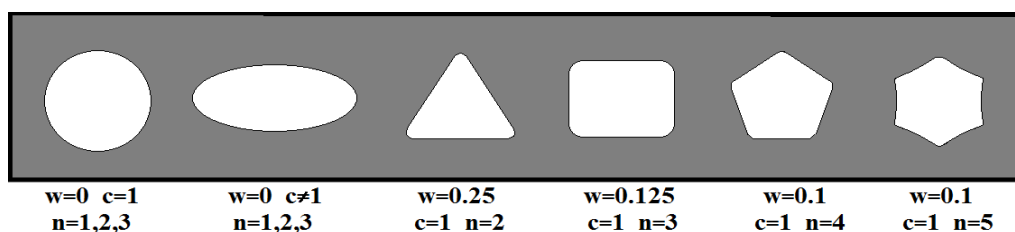
مواد کامپوزیتی به دلیل افزایش تحمل استحکام خمشی، استحکام بالا نسبت به وزن، مقاومت بسیار خوب آنها در محیط‌های خورنده، مقاومت در برابر خوردگی و قابلیت آب‌بندی، وزن مخصوص پایین، مقاومت در برابر حرارت، بالا بودن ویژگی ایزوله شدن و ویژگی‌های ارتعاشی بسیار خوب گسترش یافته و مورد استفاده بیشتر قرار می‌گیرند. این ویژگی‌ها از دلایل عمده برای استفاده از این مواد است که اغلب در صنایع هوافضا، صنعت خودروسازی، صنایع دریایی، صنعت ساختمان، صنعت نفت و گاز مورد استفاده قرار می‌گیرد. اغلب برای کاربردهای عملی ناچار به ایجاد گشودگی‌هایی در مواد مرکب هستیم که استحکام آن را کاهش می‌دهد. پیشگویی رفتار سازه‌های ساخته شده از مواد مرکب حاوی گشودگی، مستلزم دانستن توزیع تنش در اطراف گشودگی است. ایجاد تنش زیاد در نواحی جداشدگی یا تغییر ناگهانی هندسی که با نام تمرکز تنش شناخته می‌شود معمولاً در لبه‌های نواحی جداشدگی به وجود می‌آیند. ضریب تمرکز تنش به عنوان نسبت ماکزیمم تنش، با وجود گشودگی و یا ترک به تنش در همان نقطه بدون وجود گشودگی و یا ترک تعریف می‌شود [۲۶]. تحقیق در مورد مسأله‌ی تمرکز تنش در صفحات و پوسته‌های حاوی گشودگی برای مواد همسان‌گرد و غیرهمسان‌گرد توسط ساوین، لخنیتسکی و موشخلیشویلی که پایه‌گذار استفاده از نگاشت همنوا و متغیر مختلط در این زمینه بودند شروع شد. در این پایان‌نامه با استفاده از نگاشت همنوا، صفحات حاوی گشودگی‌های مختلف به صفحات حاوی گشودگی دایره‌ای با شعاع واحد نگاشت شده است.

۲-۲ نگاشت همنوا

همان‌طور که در قسمت قبل اشاره شد، باید روابط ارائه شده برای گشودگی‌های دایره‌ای و بیضوی را به سایر گشودگی‌ها تعمیم داد. برای بسط روش تحلیلی مربوط به گشودگی دایره‌ای به گشودگی‌های مختلف، ابتدا با استفاده از یک تابع نگاشت ساده $z_i = (x + \mu_i y)$ ، گشودگی‌های مختلف را به یک دایره با شعاع واحد تبدیل کرد. x و y در تابع نگاشت مذکور مطابق رابطه‌ی (۲-۱) تعیین می‌شود.

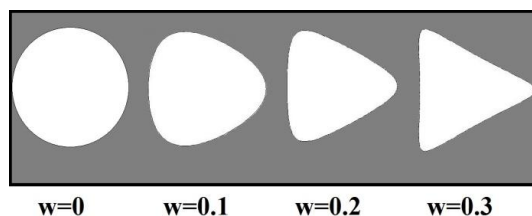
$$\begin{aligned} x &= \lambda(\cos\theta + w \cos(n\theta)) \\ y &= -\lambda(c \sin\theta + w \sin(n\theta)) \end{aligned} \quad (1-2)$$

در این رابطه، پارامترهای مختلفی چون λ ، w ، c و n وجود دارد که برای تعیین نوع گشودگی حائز اهمیت است. همان‌طور که در شکل (۱-۲) دیده می‌شود، با انتخاب مناسب و تغییر این پارامترها، می‌توان گشودگی‌های مختلف را ایجاد کرد. پارامتر w ، معیاری برای نشان دادن انحناي گشودگی یا میزان نرمی و تیزی گوشه‌های گشودگی می‌باشد. λ پارامتری است که نشان دهنده‌ی اندازه و بزرگی گشودگی می‌باشد. و در نهایت، پارامترهای c و n به‌ترتیب نشان‌دهنده‌ی کشیدگی گشودگی و نوع هندسی گشودگی است.



شکل ۱-۲: تأثیر پارامترهای مختلف در ایجاد گشودگی

برای هر نوع گشودگی وقتی w کاهش می‌یابد، انحناي گوشه‌های گشودگی افزایش می‌یابد تا اینکه w به کمترین مقدار خود، یعنی $w=0$ می‌رسد. در این حالت گشودگی به دایره تبدیل می‌شود. به عنوان مثال، برای نگاشت گشودگی مثلثی توسط رابطه‌ی (۱-۲)، باید مقدار n را برابر ۳ قرار داد. با کاهش w ، شعاع انحناي گوشه‌های گشودگی مطابق آنچه در شکل (۲-۲) نشان داده شده، افزایش می‌یابد و در نهایت، شکل در $w=0$ به دایره تبدیل می‌شود.



شکل ۲-۲: تأثیر تغییرات پارامتر w بر روی گشودگی مثلثی

با مشخص شدن گشودگی، شرایط مرزی حاکم بر گشودگی که به صورت $(\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0)$ می باشد، اعمال می شود. چون تنها تنش ایجاد شده در اطراف گشودگی σ_θ است و تنش های دیگر در مقایسه با این تنش کوچک هستند. با استفاده از این شرایط می توان توابع تنش مربوطه را به صورت کامل مشخص کرد. از رابطه ی (۲-۱) برای ترسیم مرز روی گشودگی و از رابطه ی (۲-۲) برای ترسیم خارج این مرز استفاده می شود.

$$\xi = \rho e^{i\theta} = \rho(\cos \theta + i \sin \theta) \quad (2-2)$$

ξ یک متغیر موهومی است که بر حسب مختصات ρ و θ تعریف شده است. برای نگاشت کلیه ی نقاط گشودگی های مختلف روی دایره ای به شعاع واحد از رابطه ی (۲-۳) استفاده می شود:

$$w(\xi) = rx + iy \quad (2-3)$$

$w(\xi)$ یک تابع انتقال است و ضریب r را برای ایجاد شکل های غیر منتظم مانند مثلث متساوی الساقین به صورت رابطه ی (۲-۴) تعریف می شود:

$$r = \frac{2h}{\sqrt{3}l} \quad (2-4)$$

r به صورت تابعی از قاعده و ارتفاع مثلث که قابل تغییر می باشد؛ تعریف می شود. h و l به ترتیب ارتفاع و قاعده ی مثلث متساوی الساقین می باشد. از رابطه اوپلر داریم:

$$\begin{aligned} e^{in\theta} &= \cos(n\theta) + i\sin(n\theta) \\ e^{-in\theta} &= \cos(n\theta) - i\sin(n\theta) \end{aligned} \quad (2-5)$$

با ترکیب روابط (۲-۲) و (۲-۵) برای دایره ای به شعاع واحد ($\rho=1$) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \cos(n\theta) &= \frac{1}{2} \left[\zeta^n + \frac{1}{\zeta^n} \right] \\ \sin(n\theta) &= -\frac{i}{2} \left[\zeta^n - \frac{1}{\zeta^n} \right] \end{aligned} \quad (2-6)$$

و همچنین با ترکیب روابط (۲-۱) و (۲-۳)، و با کمک گرفتن از روابط (۲-۶) داریم:

$$w(\xi) = \frac{\lambda}{2} \left[\left(r \left(\xi + \frac{1}{\xi} \right) + r w \left(\xi^n + \frac{1}{\xi^n} \right) \right) - c \left(\xi - \frac{1}{\xi} \right) + w \left(\xi^n - \frac{1}{\xi^n} \right) \right] \quad (2-7)$$

در ادامه:

$$w(\xi) = \frac{\lambda}{2} \left[\frac{(r+c)}{\xi} + (r-c)\xi + w(r+1)\xi^n + \frac{w(r-1)}{\xi^n} \right] \quad (۸-۲)$$

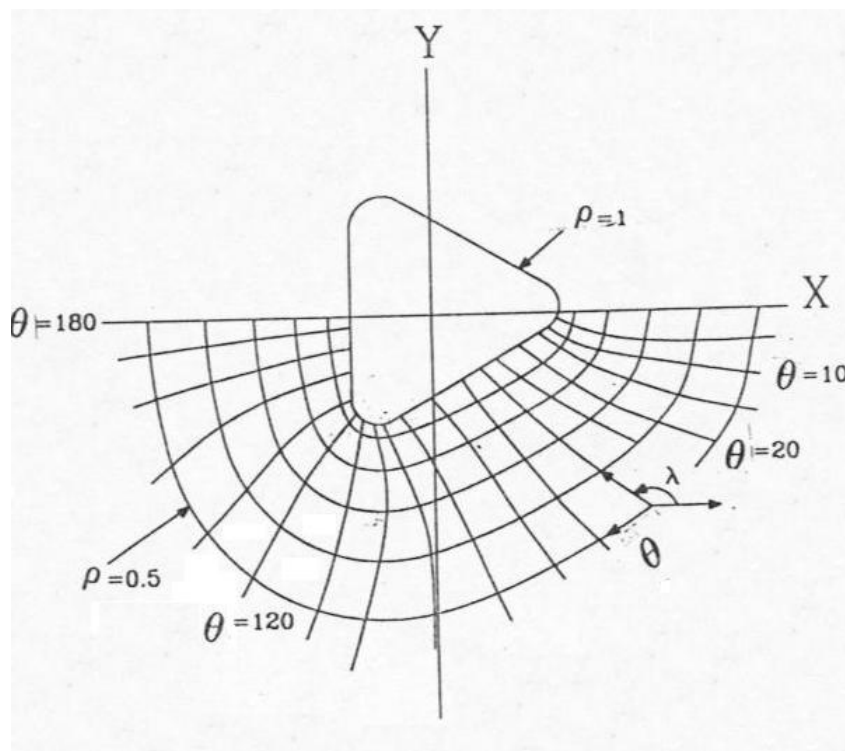
اگر فرض شود:

$$\begin{aligned} b=r-c & \quad a=r+c \\ e=r-1 & \quad d=r+1 \end{aligned} \quad (۹-۲)$$

در نهایت خواهیم داشت:

$$w(\xi) = \frac{\lambda}{2} \left[\frac{a}{\xi} + b\xi + wd\xi^n + \frac{we}{\xi^n} \right] \quad (۱۰-۲)$$

حال اگر بخواهیم نقاط روی مرز گشودگی را مشخص کنیم، $\rho=1$ خواهد بود. برای نقاط خارج گشودگی مانند شکل (۳-۲)، کفایت مقدار ρ را کوچکتر انتخاب کرد. به این ترتیب و به کمک روابط (۲-۲) و (۱۰-۲)؛ با انتخاب پارامترهای مناسب برای n ، c و w ، توانایی مدل کردن گشودگی‌هایی با هندسه‌های مختلف را خواهیم داشت.



شکل ۲-۳: تعریف نقاط خارج از مرز گشودگی [۲۳]

۲-۲ روش تحلیلی

روش‌های زیادی برای بررسی تمرکز تنش در اطراف گشودگی‌های مختلف وجود دارد که می‌توان به روش‌های تحلیلی، عددی و تجربی اشاره نمود. در بین این روش‌ها، حلّ تحلیلی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. ساوین در مورد مواد همسان‌گرد، برای گشودگی‌های مختلف و برای مواد غیرهمسان‌گرد، فقط برای گشودگی بیضوی، حل‌هایی را ارائه داد. صفحات غیرهمسان‌گرد حاوی گشودگی دایره‌ای و بیضوی توسط لخنیتسکی مورد بررسی قرار گرفت. روش تحلیلی ارائه شده در این پایان‌نامه، برگرفته از تعمیم روش حلّ تحلیلی توسط ساوین و لخنیتسکی می‌باشد که بر اساس تئوری الاستیسیته مواد غیرهمسان‌گرد ارائه شده است. در این روش، تابع تنش به عبارتی تحلیلی با ضرایب نامعین تبدیل می‌شود و با مشخص شدن تابع تنش می‌توان تغییر مکان‌ها و تنش‌ها را محاسبه نمود. اگر میدان‌های جابه‌جایی در یک صفحه‌ی کامپوزیتی $u(x,y)$ ، $v(x,y)$ ، $w(x,y)$ باشد، رابطه‌ی بین میدان جابه‌جایی و کرنش به این صورت بیان می‌شود:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\end{aligned}\quad (۱۱-۲)$$

بنابراین با توجه به روابط (۱۱-۲)، معادله‌ی سازگاری تغییر شکل در حالت دو بعدی را به صورت زیر بیان می‌کنیم:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (۱۲-۲)$$

با مروری بر روابط تنش و کرنش، با استفاده از ماتریس نرمی کاهش یافته [R]، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= R_{11}\sigma_x + R_{12}\sigma_y + R_{16}\tau_{xy} \\ \varepsilon_y &= R_{12}\sigma_x + R_{22}\sigma_y + R_{26}\tau_{xy} \\ \gamma_{xy} &= R_{16}\sigma_x + R_{26}\sigma_y + R_{66}\tau_{xy}\end{aligned}\quad (۱۳-۲)$$

R_{ij} و $\bar{S}_{ij}$ به ترتیب ضرایب ماتریس‌های نرمی کاهش یافته و نرمی انتقال یافته ماده می‌باشد و در حالت کرنش صفحه‌ای ($\epsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$):

$$R_{ij} = \bar{S}_{ij} - \frac{\bar{S}_{i3}\bar{S}_{3j}}{\bar{S}_{33}} \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (14-2)$$

برای ضرایب ماتریس نرمی کاهش یافته R_{ij} در حالت تنش صفحه‌ای ($\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$) که در واقع حالت دوم بحث مورد بررسی بوده، خواهیم داشت:

$$R_{ij} = \bar{S}_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (15-2)$$

معادله‌ی تعادل با معرفی $U(x,y)$ و $F(x,y)$ به ترتیب به عنوان تابع پتانسیل و تابع تنش ارضا خواهد شد و با فرض بر اینکه [۲۴]:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + U \quad (16-2)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + U$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + U$$

با جایگذاری روابط تنش-کرنش (۱۳-۲) در روابط سازگاری (۱۲-۲) و نوشتن معادله‌ی حاصل برحسب توابع تنش و پتانسیل با کمک گرفتن از روابط (۱۶-۲) خواهیم داشت [۲۴]:

$$\begin{aligned} R_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} - 2R_{16} \frac{\partial^4 F}{\partial x \partial y^3} + (2R_{12} + R_{66}) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} - 2R_{26} \frac{\partial^4 F}{\partial x^3 \partial y} + R_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} = \\ - (R_{12} + R_{22}) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + (R_{16} + R_{26}) \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} - (R_{11} + R_{12}) \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (17-2)$$

در غیاب نیروهای حجمی و یا در صورت ثابت بودن آنها، معادله‌ی (۱۸-۲) نتیجه می‌شود [۲۴]. بنابراین حل مسائل الاستیسیته‌ی صفحه‌ای در حالت دو بعدی، منجر به معرفی و حل معادله‌ی دیفرانسیل مرتبه‌ی ۴ خواهد شد که با حل آن تابع تنش $F(x,y)$ در یک ناحیه از صفحه‌ی x,y به نام S تعیین می‌شود:

$$R_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} - 2R_{16} \frac{\partial^4 F}{\partial x \partial y^3} + (2R_{12} + R_{66}) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} - 2R_{26} \frac{\partial^4 F}{\partial x^3 \partial y} + R_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} = 0 \quad (18-2)$$

در واقع معادله‌ی (۱۸-۲)، معادله‌ی سازگاری برای ماده‌ی غیرهمسان گرد می‌باشد که $F(x,y)$ تابع تنش و R_{ij} اعضای ماتریس نرمی کاهش یافته می‌باشند و بر اساس فرض کرنش صفحه‌ای یا تنش صفحه‌ای به صورت تابعی از A_{ij} مطابق با روابط معادلات (۱۴-۲) و (۱۵-۲) محاسبه می‌شود. لخنیتسکی نشان داده است که معادله‌ی (۱۸-۲) به کمک چهار اپراتور مشتق خطی مرتبه‌ی اول بیان می‌شود:

$$D_1 D_2 D_3 D_4 F = 0 \quad D_k = (k=1, 2, 3, 4) \quad (19-2)$$

$$D_k = \frac{\partial}{\partial y} - \mu_k \frac{\partial}{\partial x}$$

معادله‌ی مشخصه‌ی مربوط به ماده‌ی ارتوتروپیک که در معادله‌ی (۲۰-۲) آمده است در حالت کلی ۴ ریشه‌ی مختلط دارد. لخنیتسکی اثبات کرد که این معادله‌ی مشخصه دارای ریشه‌های دو به دو مزدوج می‌باشد که μ_k ریشه‌های معادله‌ی زیر است:

$$R_{11}\mu^4 - 2R_{16}\mu^3 + (2R_{12} + R_{66})\mu^2 + 2R_{26}\mu + R_{22} = 0 \quad (20-2)$$

برای ماده‌ی همسان گرد ($R_{16} = R_{26} = 0$)، معادله‌ی (۲۰-۲) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$R_{11}\mu^4 + (2R_{12} + R_{66})\mu^2 + R_{22} = 0 \quad (21-2)$$

برای این معادلات از چهار ریشه‌ی $\mu_4, \mu_3, \mu_2, \mu_1$ استفاده می‌شود. لخنیتسکی با توجه به ثابت‌های الاستیک، دو حالت را در نظر گرفت. حالت اول: تمام ریشه‌ها مختلف باشند.

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \alpha + i\beta & \mu_2 &= \gamma + i\delta \\ \bar{\mu}_1 &= \alpha - i\beta & \bar{\mu}_2 &= \gamma - i\delta \end{aligned} \quad (22-2)$$

حالت دوم: ریشه‌ها دو به دو با هم برابر باشند.

$$\mu_1 = \mu_2 = \alpha + i\beta \quad \bar{\mu}_1 = \bar{\mu}_2 = \alpha - i\beta \quad (23-2)$$

در هر دو حالت $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ اعداد حقیقی می‌باشد؛ $\delta > 0$, $\beta > 0$. برای مواد همسان گرد $\gamma = \beta$ خواهد بود.

حالت اول: ۴ ریشه موهومی مختلف.

$$F = F_1(x + \mu_1 y) + F_2(x + \mu_2 y) + F_3(x + \bar{\mu}_1 y) + F_4(x + \bar{\mu}_2 y) \quad (24-2)$$

حالت دوم: ۴ ریشه موهومی که دو به دو باهم برابرند.

$$F = F_1(x + \mu_1 y) + (x + \bar{\mu}_1 y)F_2(x + \mu_1 y) + F_3(x + \bar{\mu}_1 y) + (x + \mu_1 y)F_4(x + \bar{\mu}_1 y) \quad (25-2)$$

در اینجا F_1, F_2, F_3, F_4 توابع دلخواهی از متغیرهای $(x + \mu_k y)$ یا $(x + \bar{\mu}_k y)$ می‌باشند. متغیر $(x + \mu_k y)$ مختلط می‌باشد، البته نه از نوع معمولی آن یعنی $(x + iy)$ ، بلکه پیچیده‌تر و تعمیم داده شده که به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\begin{aligned} Z_1 &= (x + \mu_1 y) & Z_2 &= (x + \mu_2 y) \\ \bar{Z}_1 &= (x + \bar{\mu}_1 y) & \bar{Z}_2 &= (x + \bar{\mu}_2 y) \end{aligned} \quad (26-2)$$

در حالت کلی برای مواد غیرهمسان‌گرد، این چهار ریشه با یکدیگر برابر نمی‌باشند. بنابراین برای ادامه‌ی کار، حالت اول؛ روابط $(22-2)$ در نظر گرفته می‌شود و چون این ریشه‌ها دو به دو مزدوج هم هستند، حل معادله‌ی $(20-2)$ با توجه به وجود ۴ ریشه‌ی موهومی مختلف در معادله‌ی مشخصه، با جایگذاری روابط $(26-2)$ در معادله‌ی $(24-2)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$F = F_1(Z_1) + F_2(Z_2) + \overline{F_1(Z_1)} + \overline{F_2(Z_2)} \quad (27-2)$$

$\bar{F}_1, \bar{F}_2$ به ترتیب مزدوج توابع F_1, F_2 خواهند بود و با قرار دادن معادله‌ی $(27-2)$ در روابط $(16-2)$ ، و با صرفه نظر از نیروهای حجمی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[F_1(Z_1) + F_2(Z_2) + \overline{F_1(Z_1)} + \overline{F_2(Z_2)} \right] \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[F_1(Z_1) + F_2(Z_2) + \overline{F_1(Z_1)} + \overline{F_2(Z_2)} \right] \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[F_1(Z_1) + F_2(Z_2) + \overline{F_1(Z_1)} + \overline{F_2(Z_2)} \right] \end{aligned} \quad (28-2)$$

با محاسبه‌ی مشتق اول داریم:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial F_1}{\partial Z_1} \frac{\partial Z_1}{\partial y} + \frac{\partial F_2}{\partial Z_2} \frac{\partial Z_2}{\partial y} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial \bar{Z}_1} \frac{\partial \bar{Z}_1}{\partial y} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial \bar{Z}_2} \frac{\partial \bar{Z}_2}{\partial y} \right] \\
\sigma_y &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial F_1}{\partial Z_1} \frac{\partial Z_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial Z_2} \frac{\partial Z_2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial \bar{Z}_1} \frac{\partial \bar{Z}_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial \bar{Z}_2} \frac{\partial \bar{Z}_2}{\partial x} \right] \\
\tau_{xy} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial F_1}{\partial Z_1} \frac{\partial Z_1}{\partial y} + \frac{\partial F_2}{\partial Z_2} \frac{\partial Z_2}{\partial y} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial \bar{Z}_1} \frac{\partial \bar{Z}_1}{\partial y} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial \bar{Z}_2} \frac{\partial \bar{Z}_2}{\partial y} \right]
\end{aligned} \tag{۲۹-۲}$$

برای پایین آوردن مرتبه‌ی مشتق تعریف زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_1}{\partial Z_1} &= \phi_0(Z_1) & \frac{\partial F_2}{\partial Z_2} &= \psi_0(Z_2) \\
\frac{\partial \bar{F}_1}{\partial \bar{Z}_1} &= \overline{\phi_0(Z_1)} & \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial \bar{Z}_2} &= \overline{\psi_0(Z_2)}
\end{aligned} \tag{۳۰-۲}$$

ϕ_0 و ψ_0 در واقع توابع تنش می‌باشند که تنش‌های داخل صفحه‌ای را ارضا می‌نمایند و از طرفی دیگر از آنجایی که طبق روابط (۲۶-۲)، $Z_1 = (x + \mu_1 y)$ و همچنین طبق روابط (۲۲-۲)، $\mu_1 = \alpha + i\beta$ می‌باشد، در نتیجه با ترکیب این دو رابطه داریم $Z_1 = x + \alpha y + i\beta y$ و در ادامه خواهیم داشت

$\bar{Z}_1 = x + \alpha y - i\beta y$ ، بنابراین با مشتق گرفتن از ۴ عبارت Z_2, Z_1 و $\bar{Z}_2, \bar{Z}_1$ نسبت به y :

$$\frac{\partial Z_1}{\partial y} = \mu_1, \quad \frac{\partial Z_2}{\partial y} = \mu_2, \quad \frac{\partial \bar{Z}_1}{\partial y} = \bar{\mu}_1, \quad \frac{\partial \bar{Z}_2}{\partial y} = \bar{\mu}_2 \tag{۳۱-۲}$$

و با مشتق‌گیری نسبت به x :

$$\frac{\partial Z_1}{\partial x} = \frac{\partial Z_2}{\partial x} = \frac{\partial \bar{Z}_1}{\partial x} = \frac{\partial \bar{Z}_2}{\partial x} = 1 \tag{۳۲-۲}$$

بنابراین با جایگذاری روابط (۳۰-۲)، (۳۱-۲) و (۳۲-۲) در معادلات (۲۹-۲) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_1 \phi_0(Z_1) + \mu_2 \psi_0(Z_2) + \overline{\mu_1 \phi_0(Z_1)} + \overline{\mu_2 \psi_0(Z_2)} \right] \\
\sigma_y &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\phi_0(Z_1) + \psi_0(Z_2) + \overline{\phi_0(Z_1)} + \overline{\psi_0(Z_2)} \right] \\
\tau_{xy} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_1 \phi_0(Z_1) + \mu_2 \psi_0(Z_2) + \overline{\mu_1 \phi_0(Z_1)} + \overline{\mu_2 \psi_0(Z_2)} \right]
\end{aligned} \tag{۳۳-۲}$$

مراحل مشتق دوم، مشابه مشتق اول انجام می‌شود و در نتیجه مقدار تنش‌ها به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \left[\mu_1^2 \phi'_0(Z_1) + \mu_2^2 \psi'_0(Z_2) + \overline{\mu_1^2 \phi'_0(Z_1)} + \overline{\mu_2^2 \psi'_0(Z_2)} \right] \\ \sigma_y &= \left[\phi'_0(Z_1) + \psi'_0(Z_2) + \overline{\phi'_0(Z_1)} + \overline{\psi'_0(Z_2)} \right] \\ \tau_{xy} &= - \left[\mu_1 \phi'_0(Z_1) + \mu_2 \psi'_0(Z_2) + \overline{\mu_1 \phi'_0(Z_1)} + \overline{\mu_2 \psi'_0(Z_2)} \right]\end{aligned}\quad (34-2)$$

برای قسمت حقیقی عبارت مختلط می‌توان نوشت $Z + \bar{Z} = 2\text{Re}[Z]$ ، بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= 2\text{Re} \left[\mu_1^2 \phi'_0(Z_1) + \mu_2^2 \psi'_0(Z_2) \right] \\ \sigma_y &= 2\text{Re} \left[\phi'_0(Z_1) + \psi'_0(Z_2) \right] \\ \tau_{xy} &= -2\text{Re} \left[\mu_1 \phi'_0(Z_1) + \mu_2 \psi'_0(Z_2) \right]\end{aligned}\quad (35-2)$$

از طرفی دیگر در این پایان‌نامه، صفحه‌ی بی‌نهایت حاوی گشودگی تحت تنش برشی τ'_{xy} قرار دارد و تنش نرمال در جهات x و y صفر می‌باشد ($\sigma'_x = \sigma'_y = 0; \tau'_{xy} \neq 0$)، با توجه به روابط تبدیل تنش صفحه‌ای:

$$\begin{aligned}\sigma_x^\infty &= \sigma'_x \cos^2 \theta + \sigma'_y \sin^2 \theta + 2\tau'_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_y^\infty &= \sigma'_x \cos^2 \theta + \sigma'_y \sin^2 \theta - 2\tau'_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{xy}^\infty &= -(\sigma'_x - \sigma'_y) \sin \theta \cos \theta + \tau'_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)\end{aligned}\quad (36-2)$$

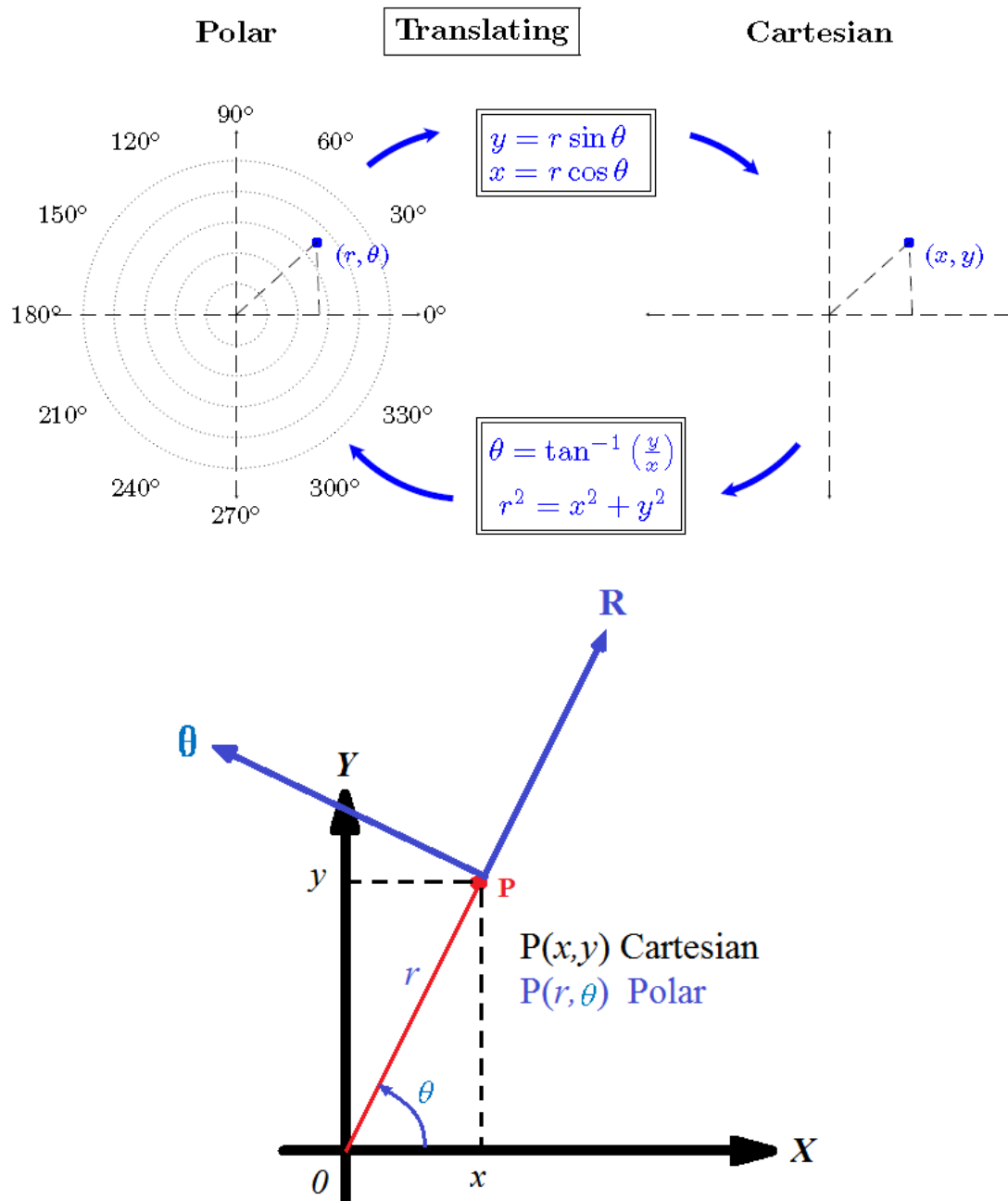
بنابراین با قرار دادن ($\sigma'_x = \sigma'_y = 0; \tau'_{xy} \neq 0$) در روابط (36-2) برای صفحه‌ی بدون گشودگی، تنش‌ها به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}\sigma_x^\infty &= 2\tau'_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_y^\infty &= -2\tau'_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{xy}^\infty &= \tau'_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)\end{aligned}\quad (37-2)$$

با ترکیب روابط معادلات (35-2) و (37-2)، تنش‌ها در یک صفحه‌ی بی‌نهایت حاوی گشودگی تحت تنش برشی با استفاده از روابط زیر به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned}\sigma_x &= 2\tau'_{xy} \sin \theta \cos \theta + 2\text{Re} \left[\mu_1^2 \phi'_0(Z_1) + \mu_2^2 \psi'_0(Z_2) \right] \\ \sigma_y &= -2\tau'_{xy} \sin \theta \cos \theta + 2\text{Re} \left[\phi'_0(Z_1) + \psi'_0(Z_2) \right] \\ \tau_{xy} &= \tau'_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) - 2\text{Re} \left[\mu_1 \phi'_0(Z_1) + \mu_2 \psi'_0(Z_2) \right]\end{aligned}\quad (38-2)$$

$\phi'_0(z_1)$ و $\psi'_0(z_2)$ به ترتیب، مشتق توابع $\phi_0(z_1)$ و $\psi_0(z_2)$ نسبت به z_1 و z_2 می‌باشد که در بخش‌های بعدی این فصل تعریف می‌شوند. با انتقال دستگاه مختصات کارتزین به مختصات قطبی مطابق با شکل (۲-۴)، می‌توان تنش‌های σ_ρ ، σ_θ و $\tau_{\rho\theta}$ را به‌دست آورد.



شکل ۲-۴: انتقال بین مختصات کارتزین (x, y) و مختصات قطبی (r, θ) و بالعکس

برای این انتقال از ماتریس دوران زیر استفاده می‌شود تا تنش‌ها به دست آید:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (39-2)$$

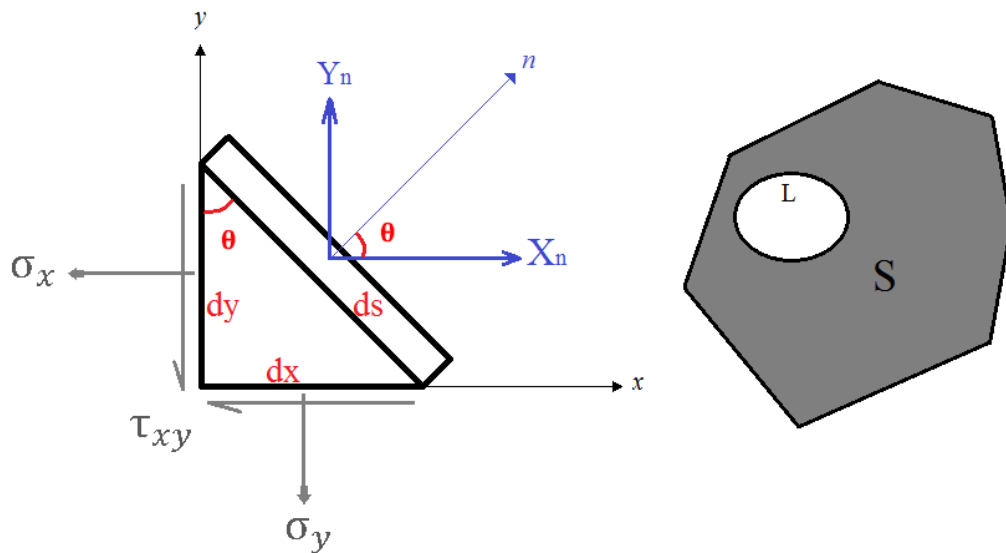
در رابطه‌ی (۳۹-۲)، m و n به ترتیب برابر با $\sin\theta$ و $\cos\theta$ می‌باشند و θ زاویه‌ی بین محور x ها و محور

منحنی الخط r می‌باشد (جهت r ، جهت عمود بر سطح گشودگی است). برای حالتی که بردار تنش X_n

و Y_n بر روی کانتور L از ناحیه S داده شده است (شکل (۵-۲))، شرایط مرزی به صورت زیر برقرار می‌باشد.

$$X_n = \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) \quad (40-2)$$

$$Y_n = \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y)$$



شکل ۵-۲: کانتور L در ناحیه S

با توجه به شکل (۵-۲) روابط زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} \cos(n, y) &= -\frac{dx}{ds} \\ \cos(n, x) &= \frac{dy}{ds} \end{aligned} \quad (41-2)$$

با جایگذاری روابط (۲-۱۶) و (۲-۴۱) در معادلات (۲-۴۰) و بدون در نظر گرفتن نیروهای حجمی داریم:

$$\begin{aligned} X_n &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{dx}{ds} = \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right) \\ Y_n &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{dy}{ds} - \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{dx}{ds} = -\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (۲-۴۲)$$

با گرفتن انتگرال از دو طرف معادله‌ی (۲-۴۲):

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial y} &= \int_0^s X_N ds + C_2 \\ \frac{\partial F}{\partial x} &= -\int_0^s Y_N ds + C_1 \end{aligned} \quad (۲-۴۳)$$

C_1 و C_2 ثابت‌های حقیقی دلخواه هستند و با توجه به تعریف تابع تنش F در رابطه‌ی (۲-۲۷) داریم:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial F_1}{\partial Z_1} \frac{\partial Z_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial Z_2} \frac{\partial Z_2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial \bar{Z}_1} \frac{\partial \bar{Z}_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial \bar{Z}_2} \frac{\partial \bar{Z}_2}{\partial x} \right] &= -\int_0^s Y_N ds + C_1 = f_1^0 \\ \left[\frac{\partial F_1}{\partial Z_1} \frac{\partial Z_1}{\partial y} + \frac{\partial F_2}{\partial Z_2} \frac{\partial Z_2}{\partial y} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial \bar{Z}_1} \frac{\partial \bar{Z}_1}{\partial y} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial \bar{Z}_2} \frac{\partial \bar{Z}_2}{\partial y} \right] &= \int_0^s X_N ds + C_1 = f_2^0 \end{aligned} \quad (۲-۴۴)$$

و با استفاده از تعریف روابط (۲-۳۰)، (۲-۳۱) و (۲-۳۲) و جایگذاری در معادله‌ی (۲-۴۴):

$$\begin{aligned} \left[\phi_0(Z_1) + \psi_0(Z_2) + \overline{\phi_0(Z_1)} + \overline{\psi_0(Z_2)} \right] &= -\int_0^s Y_N ds + C_1 = f_1^0 \\ \left[\mu_1 \phi_0(Z_1) + \mu_2 \psi_0(Z_2) + \overline{\mu_1 \phi_0(Z_1)} + \overline{\mu_2 \psi_0(Z_2)} \right] &= \int_0^s X_N ds + C_1 = f_2^0 \end{aligned} \quad (۲-۴۵)$$

و در نتیجه:

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{Re}[\phi_0(Z_1) + \psi_0(Z_2)] &= -\int_0^s Y_N ds + C_1 = f_1^0 \\ 2 \operatorname{Re}[\mu_1 \phi_0(Z_1) + \mu_2 \psi_0(Z_2)] &= \int_0^s X_N ds + C_1 = f_2^0 \end{aligned} \quad (۲-۴۶)$$

با کمک گرفتن از رابطه‌ی شوارتز^۱ که به صورت زیر است:

^۱ Schwarz

$$F(\xi) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} U(\theta) \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma} + i\alpha_0 \quad (47-2)$$

در این انتگرال، $U(\theta)$ قسمت حقیقی تابع $F(\xi)$ روی دایره‌ای به شعاع واحد (γ) می‌باشد و α_0 یک

ثابت حقیقی است. با ضرب دو طرف معادله‌ی (46-2) در عبارت $\frac{1}{2\pi i} \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma}$ و گرفتن انتگرال

روی دایره‌ای به شعاع واحد و استفاده از قضیه شوارتز می‌توان نوشت:

$$\Phi_0(\xi) + \Psi_0(\xi) = \frac{1}{4\pi i} \int f_1^0(\theta) \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma} + i\alpha_0 \quad (48-2)$$

$$\mu_1 \Phi_0(\xi) + \mu_2 \Psi_0(\xi) = \frac{1}{4\pi i} \int f_2^0(\theta) \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma} + i\alpha_0$$

با مرتب کردن معادلات بالا توابع تحلیلی زیر حاصل می‌شود:

$$\Phi_0(\xi) = \frac{i}{4\pi(\mu_1 - \mu_2)} \int (\mu_2 f_1^0 - f_2^0) \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma} \quad (49-2)$$

$$\Psi_0(\xi) = \frac{-i}{4\pi(\mu_1 - \mu_2)} \int (\mu_1 f_1^0 - f_2^0) \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma} \quad (50-2)$$

از مقادیر ثابت در رابطه‌ی بالا صرف نظر می‌شود. انتگرال‌های فوق روی دایره‌ی مبنا (دایره‌ای به شعاع

واحد) محاسبه می‌شوند. ممکن است توابع $\Phi_0(z_1)$ و $\Psi_0(z_2)$ به صورتی که در بالا ارائه شده است،

نباشند بلکه روش‌های دیگری هم برای تعریف این توابع وجود دارد. با توجه به اینکه در مرز گشودگی

$\sigma_p = \tau_{p0} = 0$ است و مطابق با مرجع [23]، توابع شرایط مرزی f_1^0 و f_2^0 به صورت زیر تعریف

می‌شوند:

$$f_1^0 = -2\text{Re}[B^* z_1 + (B'^* + iC'^*) z_2] \quad (51-2)$$

$$f_2^0 = -2\text{Re}[B^* z_1 \mu_1 + (B'^* + iC'^*) z_2 \mu_2] \quad (52-2)$$

در این رابطه:

$$B^* = p \frac{\cos^2 \alpha + (\alpha_2^2 + \beta_2^2) \sin^2 \alpha + \alpha_2 \sin 2\alpha}{2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2^2 - \beta_1^2)]} \quad (53-2)$$

$$B'' = P \frac{[(\alpha_1^2 - \beta_1^2) - 2\alpha_1\alpha_2] \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \alpha_2 \sin 2\alpha}{2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2^2 - \beta_1^2)]} \quad (54-2)$$

$$C^* = \frac{P}{2\beta_2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2^2 - \beta_1^2)]} \times \quad (55-2)$$

$$\left((\alpha_1 - \alpha_2) \cos^2 \alpha + [\alpha_2(\alpha_1^2 - \beta_1^2) - \alpha_1(\alpha_2^2 - \beta_2^2)] \sin^2 \alpha + [(\alpha_1^2 - \beta_1^2) - (\alpha_2^2 - \beta_2^2)] \sin \alpha \cos \alpha \right)$$

Z_i توسط انتقال ساده‌ی زیر به دست می‌آید:

$$Z_i = x + s_i y \quad i=1,2 \quad (56-2)$$

با استفاده از تعریف x و y در رابطه‌ی (۲-۱)، معادله‌ی (۲-۵۶) به صورت زیر خواهد شد:

$$Z_i = \lambda [r(\cos \theta + w \cos n\theta) - \mu_i(c \sin \theta - w \sin n\theta)] \quad (57-2)$$

Z_1 بر حسب ξ با استفاده از معادلات (۲-۶) و (۲-۵۷) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Z_1 = \frac{\lambda}{2} \left[a_1 \xi + \frac{b_1}{\xi} + w c_1 \xi^n + \frac{w d_1}{\xi^n} \right] \quad (58-2)$$

که با فرض $r=1$:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 + i\mu_1 c & c_1 &= 1 - i\mu_1 \\ b_1 &= 1 - i\mu_1 c & d_1 &= 1 + i\mu_1 \end{aligned} \quad (59-2)$$

به طور مشابه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} Z_2 &= x + \mu_2 y \\ Z_2 &= \frac{\lambda}{2} \left[a_2 \xi + \frac{b_2}{\xi} + w c_2 \xi^n + \frac{w d_2}{\xi^n} \right] \end{aligned} \quad (60-2)$$

$$\begin{aligned} a_2 &= 1 + i\mu_2 c & c_2 &= 1 - i\mu_2 \\ b_2 &= 1 - i\mu_2 c & d_2 &= 1 + i\mu_2 \end{aligned} \quad (61-2)$$

با جایگذاری معادلات (۲-۵۸) و (۲-۶۰) در معادله‌ی (۲-۵۱) خواهیم داشت:

$$f_1^0 = -2 \operatorname{Re} \left[K_1 \xi + \frac{K_2}{\xi} + K_3 \xi^n + \frac{K_4}{\xi^n} \right] \quad (62-2)$$

که:

$$\begin{aligned}
K_1 &= \frac{\lambda}{2} [B^* a_1 + (B'^* + iC'^*) a_2] \\
K_2 &= \frac{\lambda}{2} [B^* b_1 + (B'^* + iC'^*) b_2] \\
K_3 &= \frac{\lambda}{2} [B^* c_1 w + (B'^* + iC'^*) w c_2] \\
K_4 &= \frac{\lambda}{2} [B^* w d_1 + (B'^* + iC'^*) w d_2]
\end{aligned} \tag{۶۳-۲}$$

به همین ترتیب:

$$f_2^0 = -2 \operatorname{Re} \left[K_5 \xi + \frac{K_6}{\xi} + K_7 \xi^n + \frac{K_8}{\xi^n} \right] \tag{۶۴-۲}$$

$$\begin{aligned}
K_5 &= \frac{\lambda}{2} [\mu_1 B^* a_1 + (B'^* + iC'^*) a_2 \mu_2] \\
K_6 &= \frac{\lambda}{2} [\mu_1 B^* b_1 + (B'^* + iC'^*) b_2 \mu_2] \\
K_7 &= \frac{\lambda}{2} [\mu_1 B^* c_1 w + (B'^* + iC'^*) w c_2 \mu_2] \\
K_8 &= \frac{\lambda}{2} [\mu_1 B^* w d_1 + (B'^* + iC'^*) w d_2 \mu_2]
\end{aligned} \tag{۶۵-۲}$$

برای حلّ معادلات (۴۹-۲) و (۵۰-۲) از رابطه‌ی شوارتز استفاده شد. رابطه‌ی دیگر شوارتز که از آن استفاده می‌شود انتگرال زیر است:

$$\frac{i}{4\pi(\mu_1 - \mu_2)} \int_{\gamma} 2a \operatorname{Re} \left(K_1 \sigma^N + \frac{K_2}{\sigma^N} \right) \frac{\sigma + \xi}{\sigma - \xi} \frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{-a}{\mu_1 - \mu_2} (K_1 + \bar{K}_2) \xi^N \tag{۶۶-۲}$$

با جایگذاری معادلات (۶۲-۲) و (۶۴-۲) در روابط (۴۹-۲) و (۵۰-۲) استفاده از قضیه بالا:

$$\Phi_0(\xi) = \frac{\xi}{\mu_1 - \mu_2} \left(\mu_2 (K_1 + \bar{K}_2) - (K_5 + \bar{K}_6) \right) + \frac{\xi^n}{\mu_1 - \mu_2} \left(\mu_2 (K_3 + \bar{K}_4) - (K_7 + \bar{K}_8) \right) \tag{۶۷-۲}$$

$$\Psi_0(\xi) = \frac{\xi}{\mu_2 - \mu_1} \left(\mu_1 (K_1 + \bar{K}_2) - (K_5 + \bar{K}_6) \right) + \frac{\xi^n}{\mu_2 - \mu_1} \left(\mu_1 (K_3 + \bar{K}_4) - (K_7 + \bar{K}_8) \right) \tag{۶۸-۲}$$

در این روابط $\bar{K}$ مزدوج K می‌باشد. حال آخرین مرحله، محاسبه‌ی $\phi'_0(z_1)$ و $\psi'_0(z_2)$ است. برای به‌دست آوردن مشتق‌ها از تعریف مشتق به‌صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\phi_0'(z_1) = \frac{d\phi_0(z_1)}{dz_1} = \frac{d\Phi_0(\xi)}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dz_1} = \frac{d\Phi_0(\xi)}{d\xi} \cdot \frac{1}{dz_1/d\xi} \quad (69-2)$$

و به همین ترتیب برای محاسبه‌ی $\psi_0'(z_2)$ داریم:

$$\psi_0'(z_2) = \frac{d\psi_0(z_2)}{dz_2} = \frac{d\Psi(\xi)}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dz_2} = \frac{d\Psi(\xi)}{d\xi} \cdot \frac{1}{dz_2/d\xi} \quad (70-2)$$

با توجه به معادلات (67-2) و (68-2) و به کمک روابط (69-2) و (70-2) خواهیم داشت:

$$\frac{dz_1}{d\xi} = \frac{\lambda}{2} \left[a_1 - \frac{b_1}{\xi^2} + wc_1 N \xi^{n-1} - wd_1 n / \xi^{n+1} \right] \quad (71-2)$$

$$\frac{dz_2}{d\xi} = \frac{\lambda}{2} \left[a_2 - \frac{b_2}{\xi^2} + wc_2 n \xi^{n-1} - wd_2 n / \xi^{n+1} \right] \quad (72-2)$$

$$\phi_0'(z_1) = \left[\frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left(\mu_2 (K_1 + \bar{K}_2) - (K_5 + \bar{K}_6) \right) \right] \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (73-2)$$

$$+ \frac{n \xi^{n-1}}{\mu_1 - \mu_2} \left(\mu_2 (K_3 + K_4) - (K_7 + \bar{K}_8) \right) \left(\frac{dz_1}{d\xi} \right)$$

$$\psi_0'(z_2) = \left[\frac{1}{\mu_2 - \mu_1} \left(\mu_1 (K_1 + \bar{K}_2) - (K_5 + \bar{K}_6) \right) \right] \quad (74-2)$$

$$+ \frac{n \xi^{n-1}}{\mu_2 - \mu_1} \left(\mu_1 (K_3 + K_4) - (K_7 + \bar{K}_8) \right) \left(\frac{dz_2}{d\xi} \right)$$

با یافتن $\phi_0'(z_1)$ و $\psi_0'(z_2)$ و قرار دادن آنها در روابط (38-2) و با استفاده از ماتریس دوران در

رابطه‌ی (39-2) مقادیر تنش اطراف گشودگی به‌طور کامل از روش تحلیلی به‌دست می‌آید.

با توجه به مطالب بیان شده الگوریتم حل تحلیلی بدین صورت انجام می‌گیرد:

۱. ثابت‌های مهندسی برای مواد مختلف تعریف می‌شود.
۲. با توجه به مشخصات جنس صفحه، اعضای ماتریس نرمی کاهش یافته تشکیل می‌شود.
۳. با توجه به پارامترهای n ، c و w در رابطه‌ی (1-2)، هندسه‌ی گشودگی مشخص می‌شود.
۴. حالت تنش و کرنش صفحه‌ای تعریف می‌شود.
۵. نوع ماده مشخص می‌شود، اگر ماده همسان‌گرد باشد زاویه‌ی یاف صفر می‌شود.

۶. ریشه‌های معادله‌ی (۲۰-۲) محاسبه می‌شود.

۷. قسمت حقیقی و سپس قسمت موهومی μ_1, μ_2 محاسبه می‌شود.

۸. پارامتر موهومی ξ به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\xi = \rho(\cos \theta + i \sin \theta)$$

۹. معادلات (۵۹-۲) و (۶۱-۲) محاسبه می‌شود.

۱۰. عمل نگاشت انواع گشودگی به دایره انجام می‌شود.

۱۱. B^* ، B'^* و C'^* با استفاده از روابط (۵۳-۲) و (۵۴-۲) و (۵۵-۲) محاسبه می‌شوند.

۱۲. K_1 تا K_4 با استفاده از معادلات (۶۳-۲) و K_5 تا K_8 با استفاده از معادلات (۶۵-۲) محاسبه می‌شوند.

۱۳. اگر w صفر باشد، $\bar{k}_4$ و $\bar{k}_8$ صفر می‌شوند. در غیر این صورت $\bar{k}_4$ برابر با مزدوج k_4 و $\bar{k}_8$ برابر با مزدوج k_8 می‌شود.

۱۴. در معادلات (۳۸-۲) قسمت $\text{Re}[\]$ محاسبه می‌شود.

۱۵. روابط دایره‌ی مور نوشته می‌شود و سپس تنش‌های به دست آمده از دایره‌ی مور محاسبه می‌شود.

۱۶. مقادیر σ_x ، σ_y و τ_{xy} از رابطه‌ی مربوطه به دست می‌آید.

در فصل دوم فرمول‌بندی روش حل تحلیلی و الگوریتم آن به طور کامل و معادلات حاکم بر مسأله توضیح داده می‌شود و همچنین توابع شکل برای مدل کردن انواع گشودگی‌ها نشان داده می‌شود.

فصل سوم

روش حل عددی و بررسی درستی نتایج

۳-۱ مقدمه

در این فصل روش حل عددی که همان استفاده از روش حل اجزای محدود با کمک نرم افزار آباکوس می باشد؛ به طور کامل توضیح و مورد بررسی قرار می گیرد و مراحل مختلف کار با این نرم افزار از جمله نحوه ی مدل کردن صفحه ی بی نهایت و گشودگی مرکزی، تعریف خصوصیات مواد مورد تحلیل، نحوه ی بارگذاری در اطراف صفحه، نحوه ی المان بندی (مش بندی)، و در نهایت اعلام به پردازشگر برای حل مسأله نشان داده می شود. به طور مثال برای یک نوع گشودگی (دایره ای) این مراحل تا رسیدن به جواب نهایی توضیح داده می شود. در قسمت دوم این فصل مقایسه ای بین روش حل تحلیلی و روش اجزای محدود و همچنین مقایسه ای با روش حل مرجع انجام می شود تا تأییدی باشد بر درستی نتایج روش حل تحلیلی.

۳-۲ روش حل عددی

روش های حل عددی می توانند در قالب نرم افزارهای متنوع به کاربران عرضه شوند. روشی که در اغلب مسائل مکانیک جامدات مورد استفاده قرار می گیرد، روش اجزای محدود است که در قالب نرم افزارهایی چون انسیس^۱، آباکوس^۲، نسترن^۳، ... قابل استفاده است.

۳-۲-۱ مقدمه

افزایش روزافزون نیازهای بشر برای برآورده ساختن آنها، منجر به تلاش برای خلق مسائل تازه و پیچیده ای در همه ی زمینه های علمی و فنی شده که حوزه ی مهندسی مکانیک و سازه نیز از این امر مستثنی نبوده است. در اغلب موارد نیاز به طراحی و تحلیل قطعات با هندسه و اخیراً خواص پیچیده، تحت بارگذاری های نامنظم است. این امر با به کارگیری روش های کلاسیک موجود (به عنوان مثال تئوری الاستیسیته در مورد توزیع تنش)، منجر به یافتن معادلات حاکم بسیار پیچیده با شرایط مرزی و اولیه متنوع می شود که حل این معادلات از روش تحلیلی را غیر ممکن می سازد. به همین دلیل

¹ Ansys

² Abaqus

³ Nastran

است که روش‌های عددی متنوعی برای حلّ معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم‌ها ایجاد شده است و امروزه به‌طور وسیعی مورد استفاده قرار می‌گیرند. بسته به نوع روش عددی مورد استفاده و نوع المان‌بندی، روش‌های مختلفی نظیر حجم محدود، اجزای محدود، تفاضل محدود و ...، حاصل شده است. روش عددی مورد استفاده در این تحقیق، روش اجزای محدود با استفاده از نرم‌افزار آباکوس می‌باشد.

۳-۲-۲ آشنایی مقدماتی با آباکوس

آباکوس یکی از برنامه‌های مدل‌سازی توانمند می‌باشد که مبتنی بر روش اجزای محدود، قابلیت حلّ مسائل از یک تحلیل خطی ساده تا پیچیده‌ترین مدل‌سازی غیر خطی را دارا می‌باشد. این نرم‌افزار دارای مجموعه المان‌های بسیار گسترده‌ای می‌باشد که هر نوع هندسه‌ای را می‌توان به‌صورت مجازی توسط این المان‌ها مدل کرد. همچنین دارای مدل‌های مواد مهندسی بسیار زیادی است که در مدل‌سازی انواع مواد با خواص و رفتار گوناگون نظیر فلزات، لاستیک‌ها، پلیمرها، کامپوزیت‌ها، بتن تقویت شده، فوم‌های فبری و نیز شکننده و همچنین مواد موجود در زمین نظیر خاک و سنگ، قابلیت بالایی را دارد. نظر به اینکه آباکوس یک ابزار مدل‌سازی عمومی و گسترده می‌باشد، استفاده از آن تنها محدود به تحلیل‌های مکانیک جامدات و سازه (تنش-تغییر مکان) نمی‌شود. با استفاده از این نرم‌افزار می‌توان مسائل مختلفی نظیر انتقال حرارت، نفوذ جرم، تحلیل حرارتی اجزای الکتریکی، اکوستیک، مکانیک خاک و پیزوالکتریک را مورد مطالعه قرار داد.

استفاده از نرم‌افزار آباکوس با وجود اینکه مجموعه قابلیت‌های بسیار گسترده‌ای را در اختیار کاربر قرار می‌دهد، کار نسبتاً ساده‌ای می‌باشد. پیچیده‌ترین مسائل را می‌توان به آسانی مدل کرد. به عنوان مثال، مسائل شامل بیش از یک جزء را می‌توان با ایجاد مدل هندسی هر جزء و سپس نسبت دادن رفتار ماده‌ی مربوطه به هر جزء و سپس مونتاژ اجزای مختلف مدل کرد. در اغلب مدل‌سازی‌ها، حتی در مدل‌هایی با درجه‌ی غیرخطی بالا، کاربر می‌بایست تنها داده‌های مهندسی نظیر هندسه‌ی مسأله، رفتار ماده‌ی مربوط به آن، شرایط مرزی و بارگذاری آن مسأله را تعیین کند. در یک تحلیل غیرخطی

آباکوس به‌طور اتوماتیک میزان نمو بار و تفرانس‌های همگرایی را انتخاب و همچنین در طول تحلیل مقادیر آنها را جهت دستیابی به یک جواب صحیح تعدیل می‌کند. در نتیجه کاربر به ندرت می‌بایست مقادیر پارامترهای کنترلی حلّ عددی مسأله را تعیین کند.

آباکوس دارای دو بخش اصلی جهت تحلیل مسائل است: ۱- آباکوس-استاندارد^۱ ۲- آباکوس-صریح^۲ آباکوس-استاندارد، یک دستورالعمل حلّ عمومی اجزای محدود می‌باشد که می‌تواند مسائل خطّی و یا غیر خطّی مختلفی شامل: پاسخ استاتیکی، دینامیکی، حرارتی و یا الکتریکی اجزای یک مدل را تحلیل کند. آباکوس-صریح، یک دستورالعمل ویژه برای حلّ مسائل اجزای محدود می‌باشد که از روش دینامیکی صریح در حلّ عددی استفاده می‌کند. این روش برای تحلیل مسائل گذرا و کوتاه دینامیکی مانند برخورد و انفجار مناسب است. همچنین این روش برای تحلیل مسائل با درجه غیرخطّی بالا شامل تغییر شرایط تماس نظیر فرایند فورج مناسب می‌باشد. آباکوس-پیش‌پردازش^۳، محیط گرافیکی و در واقع قسمتی از آباکوس است که کاربر با آن سر و کار دارد. در این قسمت عملیات مدل‌سازی هندسی، تعریف و نسبت دادن خواصّ ماده به قطعه مورد نظر، مونتاژ قطعات در صورت لزوم، انتخاب نوع تحلیل، تعیین بارگذاری و شرایط مرزی و در نهایت المان‌بندی مدل انجام می‌گیرد. به محض آماده شدن مدل در آباکوس-پیش‌پردازش می‌توان فرایند حلّ مسأله را اجرا نمود و سپس در یکی از زیر محیط‌های آن به مشاهده و ارزیابی نتایج پرداخت. در ادامه در قالب یک مثال؛ تمرکز تنش در یک صفحه‌ی بی‌نهایت از جنس فولاد دارای یک گشودگی دایره‌ای به شعاع واحد در مرکز آن بررسی می‌شود که لبه‌های صفحه تحت تنش برشی ۱ Mpa قرار گرفته است.

^۱ ABAQUS/Standard

^۲ ABAQUS/Explicit

^۳ ABAQUS/CAE

۳-۲-۳ محیط ده‌گانه آباکوس برای حلّ مسأله

محیط Part: در این محیط، کار مدل‌سازی هندسی قطعات انجام می‌گیرد.

محیط Property: در این محیط، کار تعریف خصوصیات مواد مورد تحلیل، تعریف پروفیل سطح مقطع

تیر، نسبت دادن خواصّ تعریف شده به قطعات و ...، انجام می‌گیرد.

محیط Assembly: در این محیط، کار مونتاژ قطعات مختلف در صورت وجود در یک تحلیل انجام

می‌گیرد. در واقع موقعیت هندسی قطعات را کاربر تعیین می‌کند.

محیط Step: در این محیط، گام‌های حلّ مسأله انتخاب می‌شوند. در اینجا است که کاربر نوع حلّ گر را

نیز مشخص می‌کند.

محیط Interaction: در این محیط، خاصیت فیزیکی تماس بین سطوح تعیین می‌شود.

محیط Load: در این محیط، بارگذاری و شرایط مرزی تعیین می‌گردد.

محیط Mesh: در این محیط، کار المان‌بندی مدل انجام می‌شود.

محیط Job: در این محیط، کاربر شروع حلّ مسأله را به پردازشگر اعلام می‌کند.

محیط Visualization: در این محیط، کاربر نتایج حلّ را مشاهده می‌کند.

محیط Sketch: در این محیط، ترسیمات مختلف دو بعدی ایجاد و در مدل‌سازی از آنها استفاده

می‌شود.

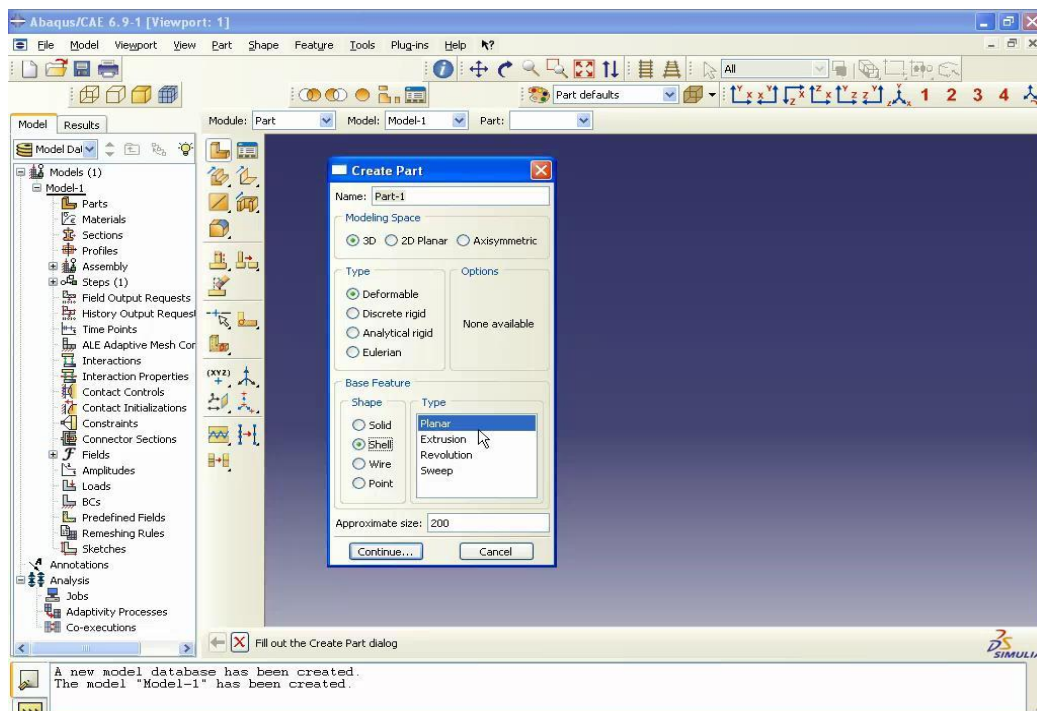
هر یک از این محیط‌ها با توجه به موضوع پایان‌نامه به صورت مختصر توضیح داده خواهد شد.

۳-۲-۳-۱ محیط مدل‌سازی^۱

این محیط شامل بلوک‌های سازنده‌ی یک مدل در آباکوس-پیش‌پردازش می‌باشند. از این محیط

جهت مدل‌سازی هندسی این بلوک‌ها استفاده می‌شود.

¹ Part



شکل ۳-۱: محیط مدل سازی و پنجره‌ی مربوط به گزینه ایجاد مدل سازی

با انتخاب گزینه‌ی ایجاد مدل سازی^۱، پنجره‌ای که در شکل (۳-۱) نشان داده شده است، باز می‌شود و با توجه به شکل، گزینه‌ها در این قسمت علامت زده و سپس در پایان گزینه‌ی ادامه^۲ انتخاب می‌شود که در این صورت کاربر وارد بخش طراحی^۳ خواهد شد. از ابزار منوی کناری برای ترسیم شکل اولیه استفاده می‌شود. برای اینکه صفحه بی‌نهایت به نظر برسد، کافی است نسبت شعاع دایره‌ی محاط بر گشودگی، بر ابعاد صفحه، کوچکتر از $\frac{1}{3}$ باشد. همان‌طور که در شکل (۳-۲) نشان داده شده است، ابتدا برای ترسیم صفحه، گزینه‌ی ایجاد خطوط^۴ انتخاب می‌شود و به این ترتیب در قسمت پایین برنامه کادری باز خواهد شد که مختصات (x,y) دو گوشه از چهار گوشه را وارد کرده و شکل مستطیل ترسیم می‌شود و سپس برای ترسیم گشودگی دایره‌ای در مرکز صفحه، گزینه‌ی ایجاد دایره^۵ انتخاب شده و در کادر پایین صفحه، مختصات مرکز گشودگی و بعد از آن شعاع گشودگی توسط کاربر وارد می‌شود.

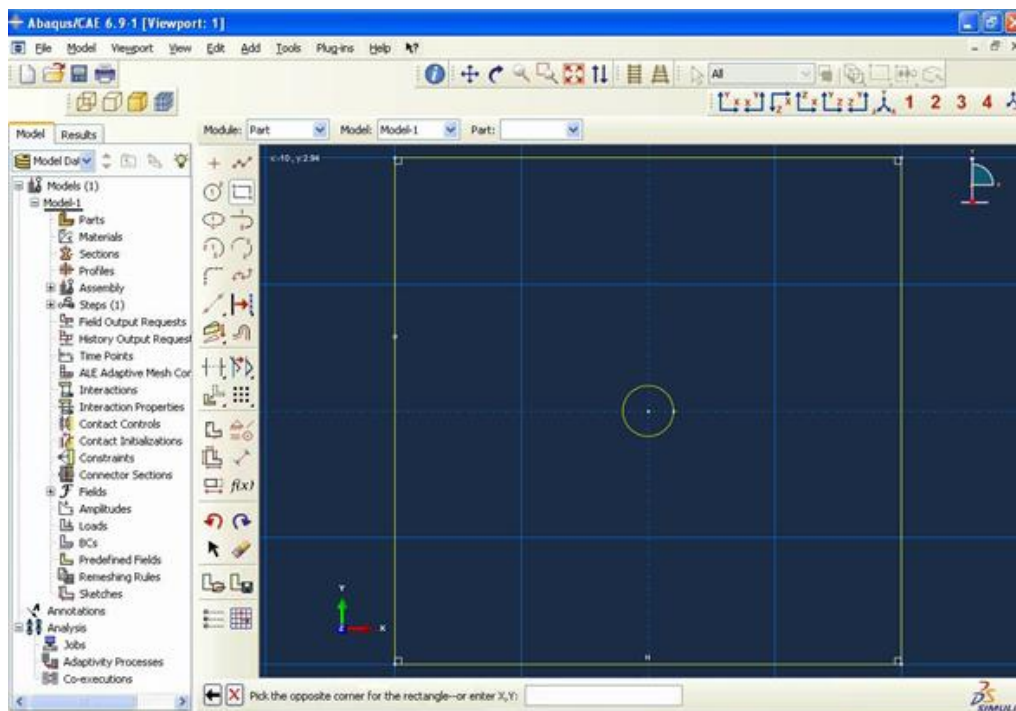
^۱ Create Part

^۲ Continue

^۳ Sketch

^۴ Create Lines

^۵ Create Circle



شکل ۳-۲: محیط Part، بخش Sketch، برای ترسیم شکل اولیه مدل

و سپس با انتخاب گزینه‌ی انجام^۱، شکل (۳-۳) به وجود می‌آید.

۳-۲-۲-۳ محیط خصوصیات مواد^۲

در این محیط می‌توان خواص مدل و یا قسمتی از آن را تعریف کرد که این امر به وسیله‌ی ایجاد یک بخش از ماده مورد نظر و نسبت دادن آن به ناحیه مربوطه انجام می‌گیرد. اگر مدل شامل چند قسمت باشد، می‌بایست تعیین کرد که خواص به کدام قسمت نسبت داده می‌شوند. محیط خصوصیات مواد شامل سه بخش اصلی: ۱- ایجاد مواد^۳ ۲- ایجاد بخش^۴ ۳- بخش اختصاص^۵ می‌باشد.

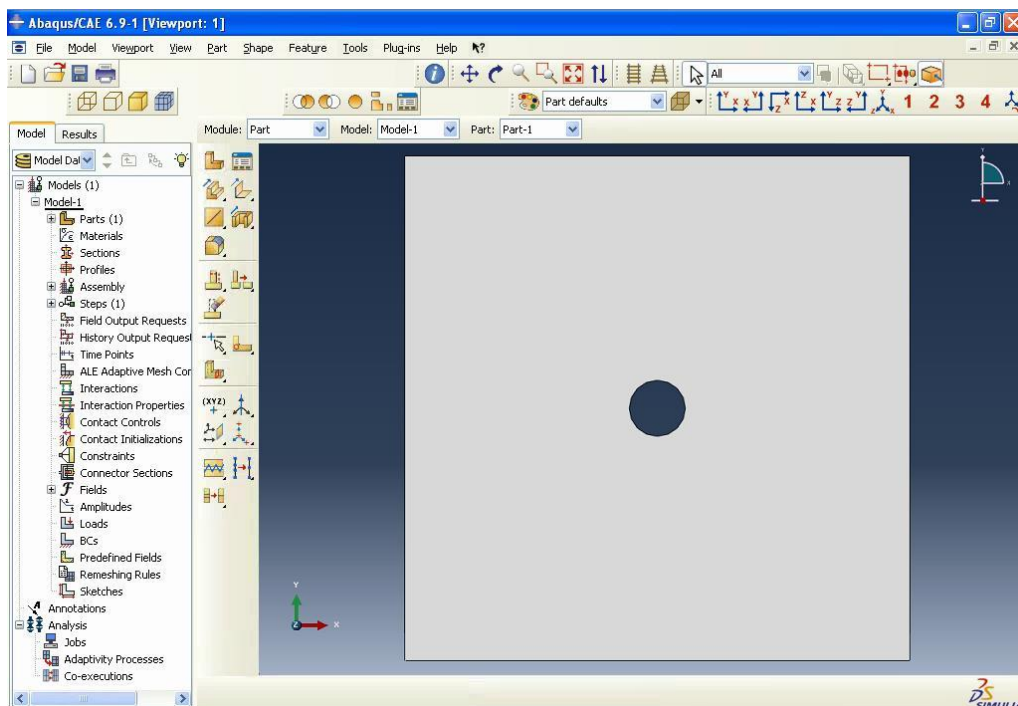
^۱ Done

^۲ Property

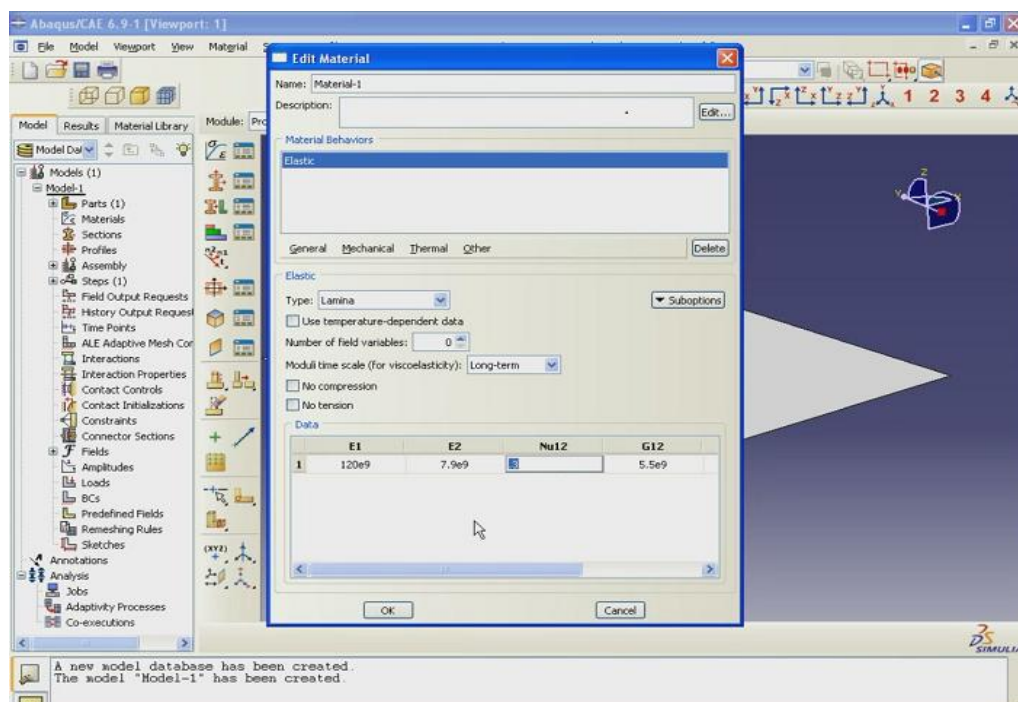
^۳ Create Material

^۴ Create Section

^۵ Assign Sections

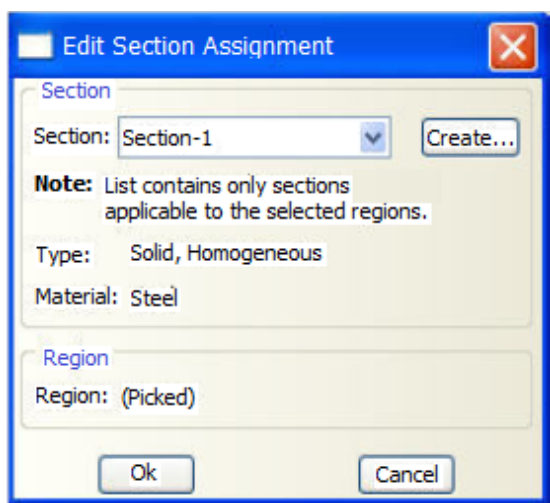


شکل ۳-۳: محیط مدل سازی، اتمام بخش مدل سازی صفحه ای حاوی گشودگی دایره ای

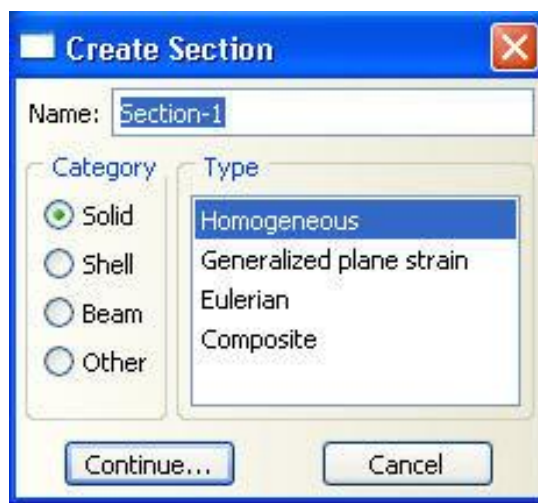


شکل ۳-۴: محیط خصوصیات مواد، منوی ایجاد مواد، تعیین نوع رفتار ماده

از لیست ماژول^۱ گزینه‌ی خصوصیات مواد انتخاب و از لیست کناری گزینه‌ی ایجاد مواد انتخاب می‌شود. همان‌طور که در شکل (۳-۴) نشان داده شده است، از منوی ایجاد مواد، جهت تعریف خواص ماده استفاده می‌شود. تعریف یک ماده عبارت است از: تعیین نوع رفتار ماده و کلیه‌ی داده‌های لازم، جهت توصیف آن رفتار. به عنوان مثال، اگر در تعریف یک ماده، رفتار آن به صورت الاستیک خطی انتخاب شود، می‌بایست مدول یانگ و ضریب پواسون آن ماده را وارد کرد. یک بخش، حاوی اطلاعات مربوط به یک مدل و یا قسمتی از آن می‌باشد. اطلاعات مورد نیاز در تعریف یک بخش، بستگی به نوع ناحیه‌ی مورد نظر دارد. به عنوان مثال، اگر ناحیه‌ی مورد نظر یک سیم^۲، پوسته^۳ و یا جسم^۴ دو بعدی تغییر شکل پذیر باشد، باید بخشی به آن نسبت داده شود که حاوی اطلاعاتی در خصوص هندسه سطح مقطع آن باشد. از قسمت ایجاد بخش، صفحه‌ای که در شکل (۳-۵) نشان داده شده باز می‌شود و از قسمت گروه^۵ گزینه‌ی پوسته و از قسمت نوع^۶، گزینه‌ی همگن^۷ انتخاب می‌شود.



شکل ۳-۶: مرحله‌ی تخصیص بخش



شکل ۳-۵: مرحله‌ی ایجاد بخش

^۱ Module

^۲ wire

^۳ Shell

^۴ Solid

^۵ Category

^۶ Type

^۷ Homogeneous

بخش پوسته^۱، خواص یک ناحیه‌ی پوسته‌ای را مشخص می‌کند. یک پوسته عبارت است از: ماده‌ای که یکی از ابعاد آن در مقایسه با دو بعد دیگر قابل صرف نظر کردن است و از توزیع تنش در طول آن بعد صرف نظر می‌شود. انتخاب گزینه‌ی همگن در شکل (۳-۵)، در واقع یک نوع پوسته می‌باشد که شامل: نام یک ماده از پیش تعریف شده، ضخامت پوسته، ضریب پواسون و لایه‌های تقویت کننده اختیاری می‌باشد. بخش اختصاص، مرحله‌ی قرار دادن ماده‌ی تعریف شده به جسم است. برای این کار، منوی بخش اختصاص انتخاب شده و بعد از انتخاب جسم و گزینه‌ی انجام، شکل (۳-۶) ظاهر می‌شود و بعد از انتخاب بخش مورد نظر گزینه‌ی تأیید^۲ انتخاب می‌شود.

۳-۲-۳ محیط اسمبلی^۳

هنگامی که یک مدل ایجاد می‌شود، هر قسمت از آن، سیستم مختصات مربوط به خود را داراست که مستقل از سایر قسمت‌ها در مدل است. در مقابل، از محیط اسمبلی استفاده می‌شود تا نمونه^۴‌هایی از هر قسمت از مدل، ایجاد شود تا در موقعیت مناسب نسبت به هم در سیستم مختصات کلی قرار داده شود. قرار دادن هر نمونه در موقعیت مورد نظر با استفاده از قیود مناسب صورت می‌گیرد. یک مدل می‌تواند شامل چندین قسمت باشد و هر قسمت می‌تواند به تعداد دلخواه نمونه داشته باشد. اما یک مدل تنها یک اسمبلی می‌تواند داشته باشد. بارگذاری، مش‌بندی، شرایط مرزی، همه و همه تنها به اسمبلی اعمال می‌شوند و در مواردی که مدل تنها شامل یک قسمت است نیز باید در محیط اسمبلی از همان یک قسمت یک نمونه ایجاد کرد. برای اسمبلی کردن از لیست ماژول، گزینه اسمبلی را انتخاب کرده، وارد محیط اسمبلی شده و بعد از انتخاب گزینه‌ی ایجاد نمونه^۵ از منوی کناری، شکل (۳-۷) ظاهر می‌شود. بعد از انتخاب گزینه‌ی مدل مستقل^۶، گزینه‌ی تأیید انتخاب می‌شود.

¹ Shell Sections

² Ok

³ Assembly

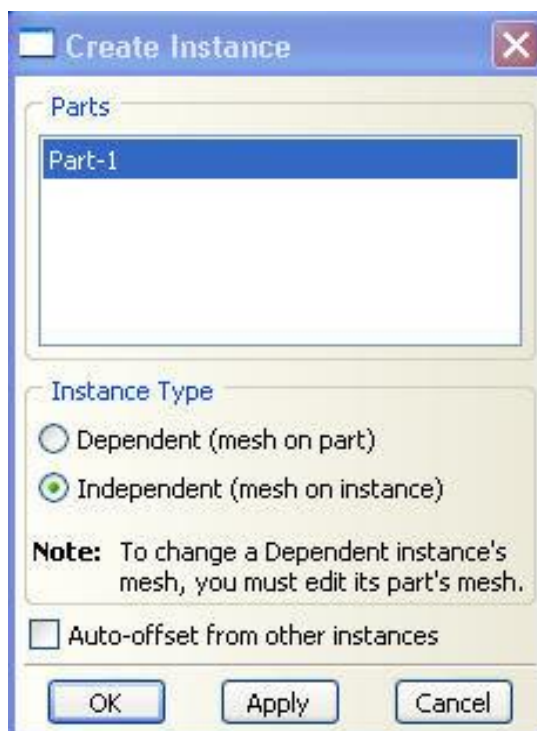
⁴ Instance

⁵ Create instance

⁶ Independent



شکل ۳-۸: مرحله‌ی انجام عملیات در محیط گام



شکل ۳-۷: مرحله‌ی اسمبلی کردن

۳-۲-۳-۴ محیط گام^۱

محیط گام را شاید بتوان یکی از حساس‌ترین و تاثیرگذارترین محیط‌ها و مراحل تحلیل یک مسأله در آباکوس-پیش‌پردازش دانست. همانطور که پیش از این نیز ذکر شد در آباکوس-پیش‌پردازش، فرآیند تعریف مسأله، یک فرآیند بسیار منظم است و همچنین در مرحله‌ی حل مسأله نیز چنین است. حل مسأله در آباکوس به چند گام تقسیم‌بندی می‌شود و از آنجایی که در محیط گام، ابزارهای کنترلی بسیار مناسبی جهت تعیین ورودی‌ها و خروجی‌های هر گام موجود است، می‌توان در محاسبات و زمان صرفه جویی کرد و از انجام محاسبات غیرضروری جلوگیری کرد. همچنین در این مرحله، نوع حل‌گر مسأله معین می‌شود که آیا آباکوس-استاندارد باشد و یا آباکوس-صریح. به‌طور پیش‌فرض در آباکوس یک گام به نام گام آغازی^۲ تعریف شده است که همیشه نخستین گام هر تحلیل است. این گام قابل ویرایش، تغییر نام و حذف نمی‌باشد و معمولاً در آن، شرایط مرزی مسأله که به محض آغاز تحلیل اعمال می‌گردند، تعریف می‌شود. پس از آن، گام‌های متعدّد و مختلفی از تحلیل در اختیار کاربر قرار

^۱ Step

^۲ Initial

می‌گیرد. نوع گام انتخابی مشخص کننده‌ی نوع مسأله است. در منوی مدیریت گام^۱ بین گام‌های غیرخطی و خطی تمایز وجود دارد و این تمایز در قسمت نوع روش^۲ قابل اعمال است. در یک گام غیرخطی کلی، حالت انتهایی مدل پس از طی یک گام به عنوان حالت ابتدایی برای گام غیرخطی بعدی منظور می‌شود. در محیط گام مراحل زیر انجام می‌شود: از لیست ماژول گزینه‌ی گام انتخاب و از منوی کناری با انتخاب گزینه‌ی ایجاد گام^۳، صفحه‌ای که در شکل (۳-۸) نشان داده شده، ظاهر می‌شود. نوع تحلیلی که انجام می‌شود را انتخاب کرده که برای این قسمت از تحلیل استاتیکی کلی^۴ استفاده می‌شود و سپس گزینه‌های ادامه و تأیید انتخاب می‌شوند.

۳-۲-۵ محیط بارگذاری^۵

در این محیط همان‌طور که از نام آن پیداست، کار بارگذاری و تعیین شرایط مرزی صورت می‌گیرد. قابلیت‌های متنوعی جهت نیل به این هدف در این محیط فراهم شده است. در این مرحله، کار بارگذاری بر روی قسمت‌های مختلف مدل انجام می‌گیرد. همانند فعل و انفعال‌ها^۶ (اثرات متقابل)، بارهایی که بر روی مدل قرار می‌گیرد هم به گام تحلیل بستگی دارد و هنگام تعریف آنها می‌بایست گام‌های مربوطه مشخص شود. برای ایجاد بارگذاری از لیست ماژول گزینه‌ی ایجاد بارگذاری^۷ انتخاب می‌شود. در این بخش همان‌طور که در شکل (۳-۹) نشان داده شده دارای چهار مرحله است. در مرحله‌ی اول باید نام بار را وارد کرد. در بخش بعد از منوی ظاهر شده، باید گامی که بارگذاری در آن انجام می‌شود را انتخاب کرد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که قبل از بارگذاری باید گام‌های مسأله تعیین شده باشند. در شکل (۳-۹) مشاهده می‌شود، در قسمت مقوله^۸ که شامل تعداد شش نوع خانواده‌ی بارگذاری می‌باشد، گزینه‌ی مکانیکی^۹ انتخاب می‌شود و سپس از لیست نوع بار برای گام

^۱ Step manager

^۲ Procedure type

^۳ Create Step

^۴ Static General

^۵ Load

^۶ Interaction

^۷ Create load

^۸ Category

^۹ Mechanical

انتخابی^۱ گزینه‌ی بار برشی لبه‌ای^۲ و سپس گزینه‌ی ادامه را انتخاب کرده که وارد مرحله‌ی انتخاب محلّ بارگذاری در مدل شده که با انتخاب لبه‌های صفحه‌ی مدل شده و فشردن گزینه‌ی انجام، وارد مرحله‌ی بعدی می‌شوید. همان‌طور که در شکل (۳-۱۰) مشاهده می‌شود، در صفحه‌ی ویرایش بار^۳ که مرحله‌ی مقداردهی بارگذاری است، ابتدا از منوی اثر^۴ به دلیل وجود تنش برشی در مسأله، گزینه‌ی برشی^۵ را انتخاب کرده و در قسمت مقدار^۶، عدد بار را وارد نموده و در نهایت گزینه‌ی تأیید انتخاب می‌شود.

۳-۲-۳-۶ محیط مش‌بندی

محیط مش یکی از مهم‌ترین محیط‌های آباکوس-پیش‌پردازش می‌باشد. در این محیط، کار المان‌بندی مدل انجام می‌گیرد. در محیط مش قابلیت‌های گوناگونی جهت المان‌بندی یک نمونه^۷ موجود است. به‌طور مثال، در صورتی که پس از مش زدن یک مدل، کاربر تغییراتی در هندسه آن به‌وجود آورد، مش‌ها به‌طور اتوماتیک تغییر می‌کنند. برای مش زدن یک مدل باید مراحل زیر طی گردد:

۱- انتخاب شکل المان و تکنیک ایجاد مش، ۲- دانه‌بندی ناحیه‌ی مربوطه، ۳- انتخاب نوع المان، ۴- در صورت تمایل چک کردن المان‌ها.

از لیست ماژول گزینه‌ی مش را انتخاب کرده و از منوی کناری گزینه‌ی دانه‌بندی^۸ انتخاب می‌شود و صفحه‌ای که در شکل (۳-۱۱) نشان داده شده ظاهر می‌شود. اندازه‌ی المان‌ها در قسمت اندازه‌ی تقریبی کلی^۹ وارد و تأیید می‌شود. همچنین از روی منوی کناری گزینه‌ی دانه‌بندی لبه^{۱۰} و سپس محیط اطراف گشودگی انتخاب می‌شود و بعد از انتخاب گزینه‌ی انجام در پایین صفحه، پنجره‌ای باز می‌شود و در قسمت اندازه‌ی تقریبی کلی، مقدار اندازه‌ی المان اطراف گشودگی مشخص می‌شود.

¹ Type for selected step

² Shell edge load

³ Edit load

⁴ Traction

⁵ Shear

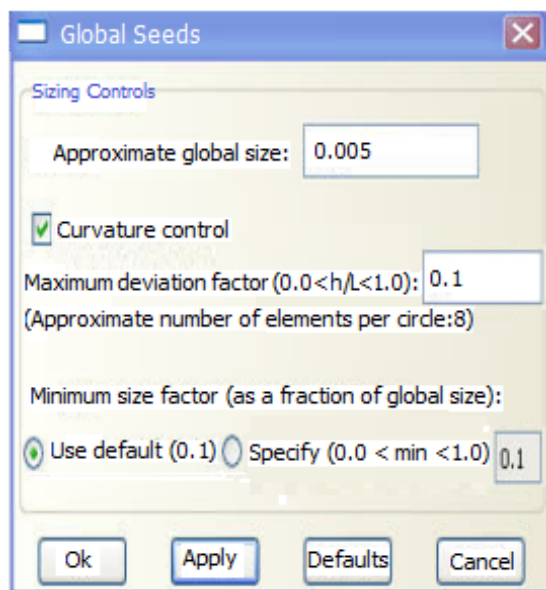
⁶ Magnitude

⁷ Instance

⁸ Seed Part

⁹ Approximate global size

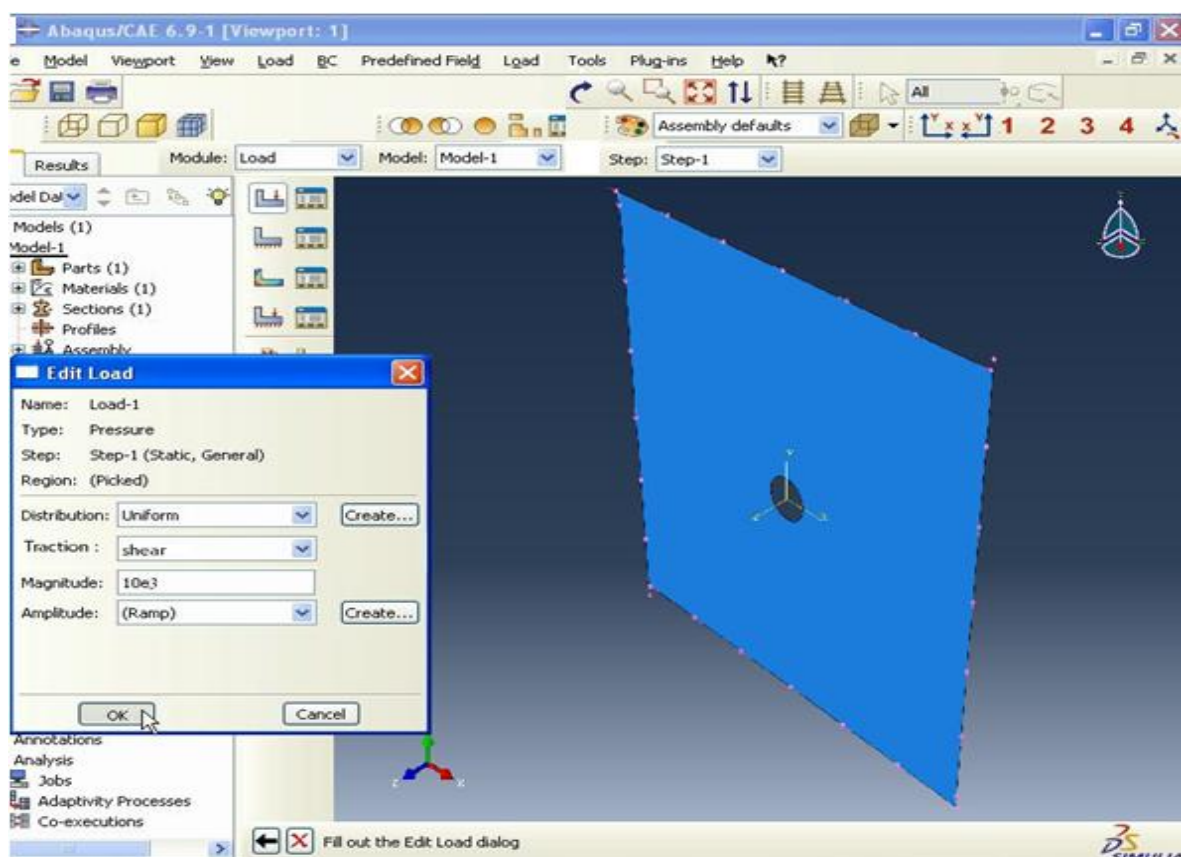
¹⁰ Seed Edges



شکل ۳-۱۰: مرحله‌ی تعیین اندازه‌ی المان‌ها



شکل ۳-۹: مرحله‌ی بارگذاری



شکل ۳-۱۱: محیط بارگذاری، منوی ویرایش بار، مرحله‌ی مقدار دهی بارگذاری برشی در اطراف صفحه

سعی شود المان‌های اطراف گشودگی نسبت به المان‌های ابعاد صفحه ریزتر در نظر گرفته شود تا به جوابی دقیق‌تر دست یافت، سپس گزینه‌ی تأیید انتخاب می‌شود، با انتخاب گزینه‌ی مش‌بندی^۱ از منوی کناری و سپس گزینه‌ی تأیید، مدل المان‌بندی می‌شود. شکل (۳-۱۲) اتمام مرحله‌ی مش‌بندی صفحه‌ی دارای گشودگی دایره‌ای می‌باشد.

۳-۲-۷ محیط کار^۲ (انجام عملیات)

محیط مش به اتمام می‌رسد و در محیط کار، به حل‌گر، فرمان آغاز داده می‌شود. در این محیط مراحل زیر انجام می‌گیرد. ۱- ایجاد محیط کار برای مسأله، ۲- نسبت دادن کار به مدل مورد نظر، ۳- دستور حل مسأله، ۴- قطع حل مسأله قبل از اتمام، ۵- دیدن نمایشی از نتایج. همان‌طور که در شکل (۳-۱۳) مشاهده می‌شود، در محیط کار (انجام عملیات)، از منوی اصلی گزینه ایجاد کار^۳، یک محیط کار جدید ایجاد می‌شود. سپس با وارد کردن نامی برای آن و انتخاب گزینه‌ی ادامه^۴ صفحه‌ی ویرایش کار^۵ ظاهر می‌شود. با انتخاب گزینه‌ی تأیید، تمامی پیش‌فرض‌های مورد نظر انتخاب می‌شود. با انتخاب گزینه‌ی مدیریت کار^۶ از منوی کناری و انتخاب گزینه‌ی ارائه^۷ در شکل (۳-۱۴) حل مسأله آغاز می‌شود. بعد از کامل شدن حل، می‌توان حاصل عملیات را از طریق انتخاب گزینه‌ی نتایج^۸ مشاهده کرد. سپس از منوی کناری، گزینه‌ی ترسیم کانتور مربوط به تغییر شکل مدل^۹ را انتخاب کرده تا مقدار و توزیع تنش با رنگ‌های مجزا در کل صفحه به‌طور واضح نشان داده شود. باتوجه به اشکال (۳-۱۵) و (۳-۱۶) توزیع تنش در صفحه‌ای نامحدود از جنس فولاد حاوی یک گشودگی دایره‌ای به شعاع واحد در مرکز آن بررسی شد. لبه‌های صفحه تحت تنش برشی ۱Mpa قرار دارد.

^۱ Mesh Part

^۲ Jop

^۳ Jop Create

^۴ Continue

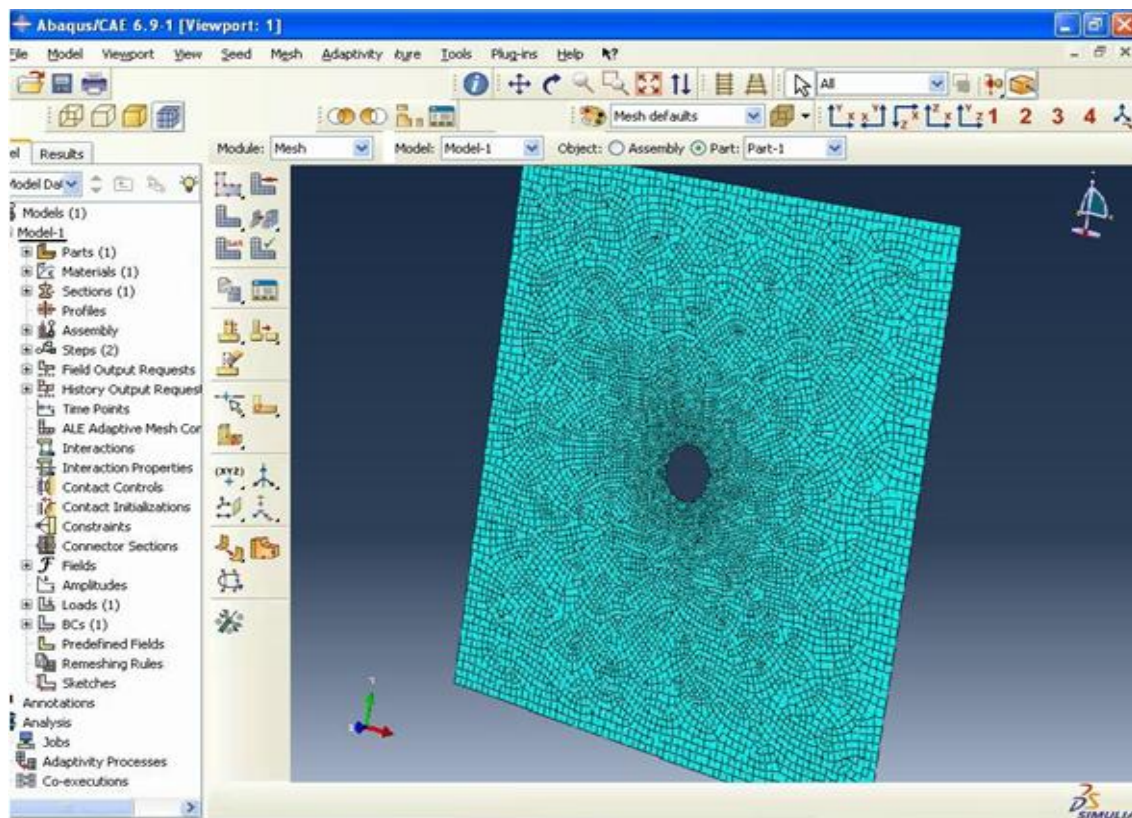
^۵ Edit jop

^۶ Jop manager

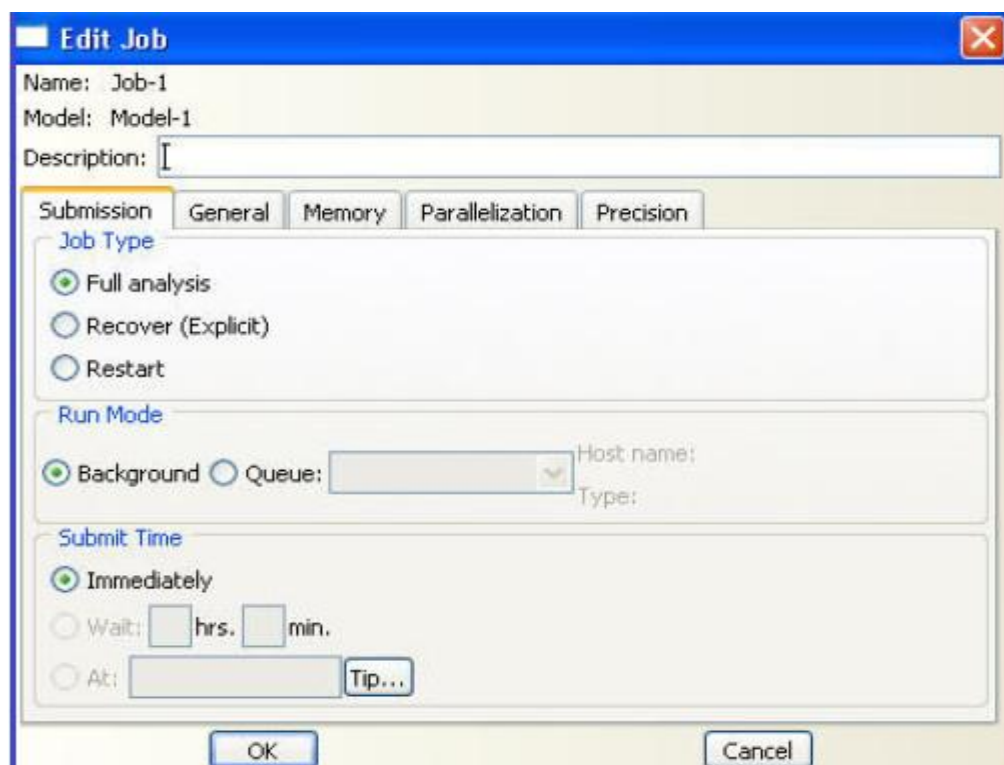
^۷ Submit

^۸ Results

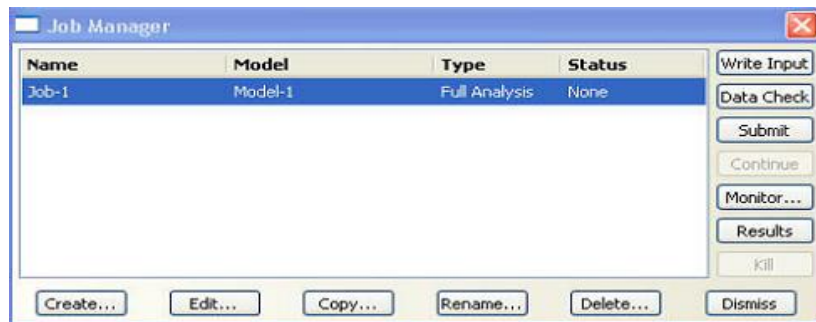
^۹ Plot Contours on Deformed Shape



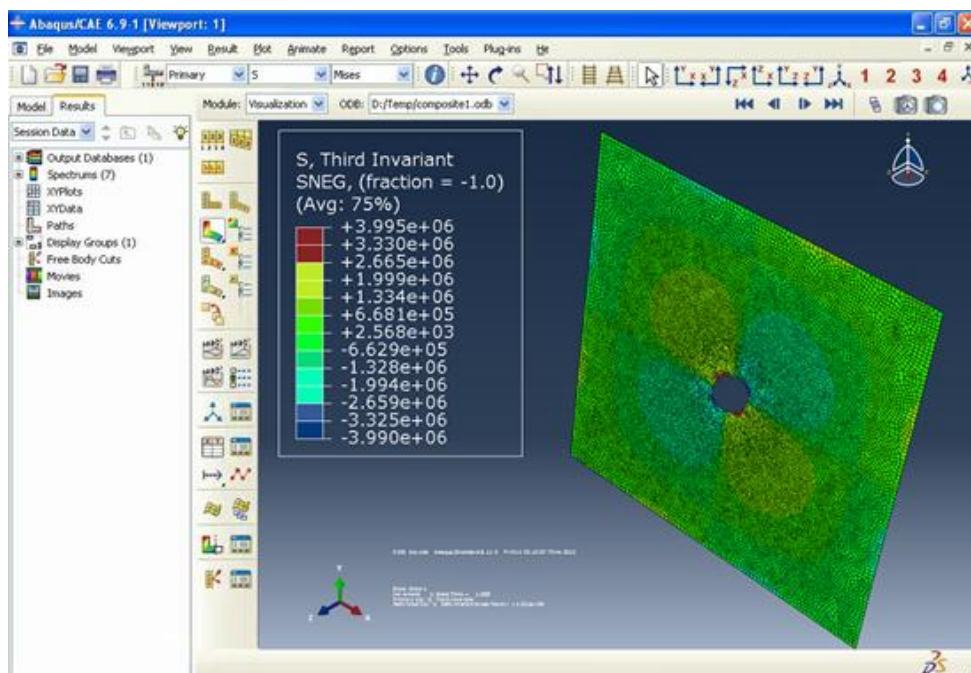
شکل ۳-۱۲: محیط مش، پایان مرحله‌ی مش زدن و المان‌بندی کامل مدل



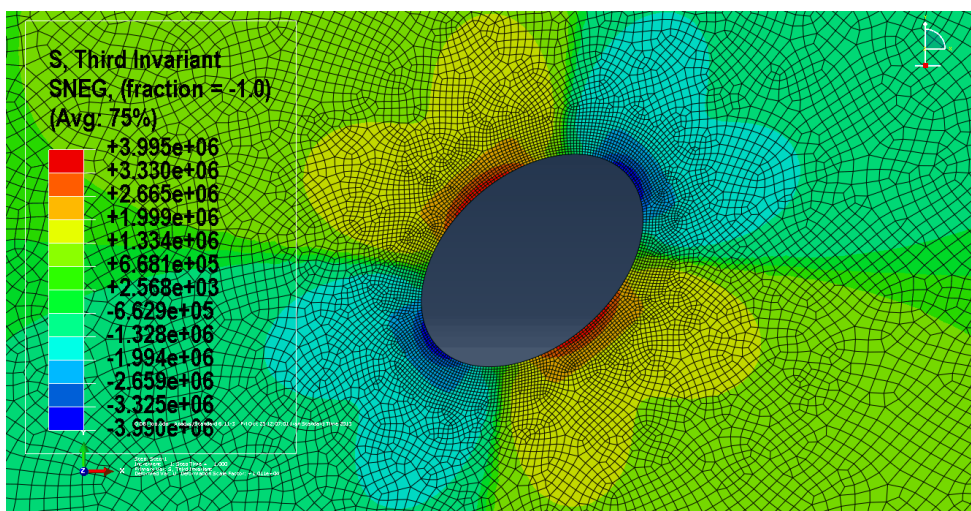
شکل ۳-۱۳: مرحله‌ی ایجاد محیط کار برای حلّ مسأله



شکل ۳-۱۴: مدیریت کار، مرحله‌ی حلّ مسأله



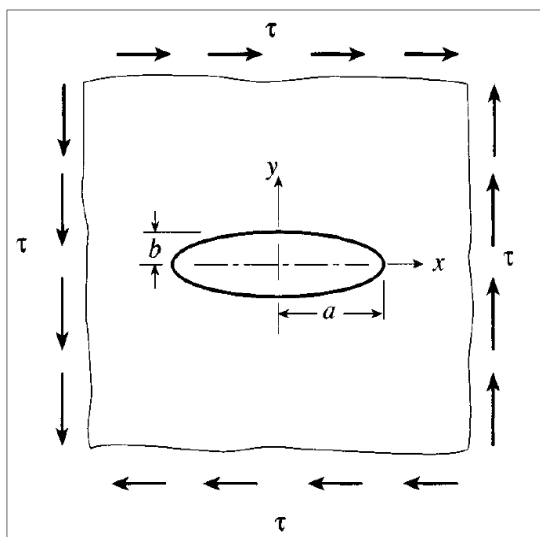
شکل ۳-۱۵: پایان حلّ مسأله و نتایج به‌دست آمده از روش حلّ اجزای محدود



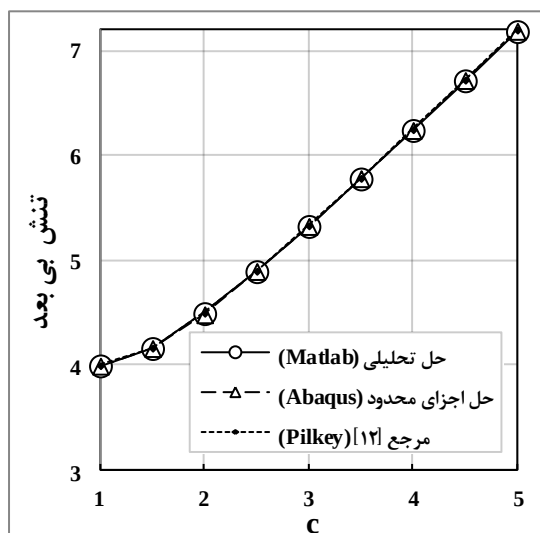
شکل ۳-۱۶: توزیع تنش در اطراف گشودگی دایره‌ای به شعاع واحد در صفحه‌ای نامحدود از جنس فولاد

۳-۳ مقایسه با روش‌های دیگر

برای تأیید درستی نتایج حاصل از روش تحلیلی حاضر، از روش اجزای محدود کمک گرفته شده است. در این قسمت به برخی از نتایج حاصل از روش اجزای محدود که از نرم‌افزار آباکوس استفاده شده و مقایسه‌ای بین آن با حل تحلیلی حاضر پرداخته می‌شود. مقایسه‌ای بین روش اجزای محدود و روش تحلیلی با روش حل پیلکی [۱۲] در شکل (۳-۱۷) برای گشودگی دایره‌ای و بیضوی در صفحه‌ای بی‌نهایت و همسان‌گرد از جنس فولاد^۱ نشان داده شده است. در این شکل بررسی‌ها براساس تغییر کشیدگی گشودگی صورت گرفته است. نزدیکی نتایج سه روش تأییدی بر درستی روش حل تحلیلی است. طبق نتایج ارائه شده توسط پیلکی برای یک صفحه‌ی نازک با گشودگی بیضوی، می‌توان تمرکز تنش را به‌صورت تابعی از a و b بیان کرد که مطابق شکل (۳-۱۸)، a نصف قطر بزرگ و b نصف قطر کوچک بیضی است. برای آنکه بتوان مقدار تمرکز تنش را از روش پیلکی به‌دست آورد، ابتدا باید مقادیر a و b گشودگی بیضوی مشخص باشد.



شکل ۳-۱۸: پیلکی [۱۲]، صفحه نازک با گشودگی بیضوی تحت تنش برشی



شکل ۳-۱۷: مقایسه‌ی بین روش‌های مختلف برای گشودگی دایروی و بیضوی در صفحه‌ای بی‌نهایت از جنس فولاد

¹ Steel

با توجه به مطالبی که در فصل ۲ آورده شده و طبق رابطه‌ی (۱-۲)، با تغییر پارامترهای مختلف n ، c و w می‌توان انواع گشودگی‌ها را مدل کرد. شکل (۳-۱۷) به بررسی تغییرات تنش بی‌بعد با تغییر پارامتر c پرداخته است. منظور از تنش بی‌بعد، بیشترین تنش اطراف گشودگی (σ_0) به تنش اعمالی است. همچنین نتایج جدول (۳-۱)، برای مقادیر مختلف c ارائه شده است. مطابق با مطالب ارائه شده در فصل قبل برای گشودگی دایروی و بیضوی به ترتیب $c=1$ و $c \neq 1$ خواهد بود. بسته به مقدار c ، می‌توان مقادیر a و b را که نصف قطرهای بیضی می‌باشند؛ به دست آورد. این مقادیر را در معادله‌ی (۳-۱) قرار داده تا مقادیر تمرکز تنش با استفاده از روش پیلکی حاصل شود.

$$K_p = \frac{(a+b)^2}{a \times b} \quad (۳-۱)$$

در جدول (۳-۱) مقایسه‌ای بین سه روش انجام گرفته است. مقادیر تمرکز تنش پیلکی (k_p) بر اساس تغییرات a و b که مبتنی بر تغییر c می‌باشد، به دست آمده است. تمرکز تنش روش‌های حل تحلیلی و حل اجزای محدود به ترتیب با k_a و k_f نشان داده شده است.

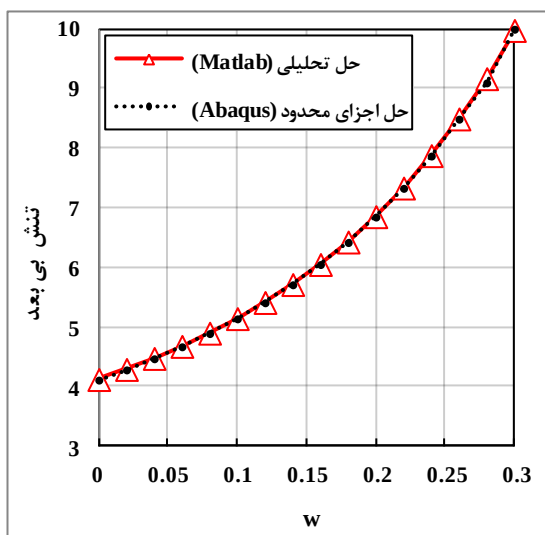
جدول ۳-۱: جدول تغییرات تمرکز تنش با روش‌های حل پیلکی، حل تحلیلی و حل اجزای محدود برای گشودگی دایره‌ای و بیضوی

تمرکز تنش (حل اجزای محدود)	تمرکز تنش (حل تحلیلی)	کشیدگی گشودگی		تمرکز تنش (حل پیلکی)	a نصف قطر بزرگ	b نصف قطر کوچک
۳/۹۹۵	۳/۹۹۷	۱		۴	۱	۱
۴/۱۶۳	۴/۱۶۳	۱/۵		۴/۱۶۶	۱/۵	۱
۴/۴۸۵	۴/۴۹۱	۲		۴/۵۰۰	۲	۱
۴/۸۹۸	۴/۸۹۶	۲/۵		۴/۹۰۰	۲/۵	۱
۵/۳۲۷	۵/۳۲۷	۳		۵/۳۳۳	۳	۱
۵/۷۸۳	۵/۷۸۰	۳/۵		۵/۷۸۵	۳/۵	۱
۶/۲۴۲	۶/۲۴۲	۴		۶/۲۵۰	۴	۱
۶/۷۱۹	۶/۷۱۹	۴/۵		۶/۷۲۲	۴/۵	۱
۷/۱۸۸	۷/۱۹۲	۵		۷/۲۰۰	۵	۱

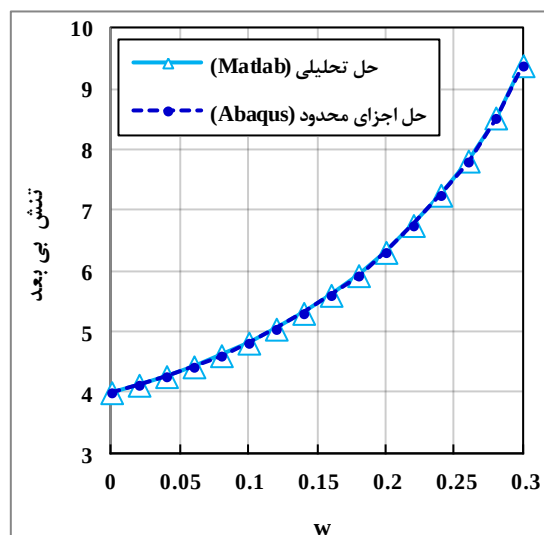
در شکل (۳-۱۷)، در $c=1$ که معادل گشودگی دایروی است، مقدار بیشترین تمرکز تنش در روش حلّ تحلیلی برای ماده‌ی همسان‌گرد برابر با $3/997$ است و همچنین در شکل (۳-۱۶) مقدار بیشترین تمرکز تنش در گشودگی دایره‌ای به شعاع واحد بر اساس روش حلّ عددی (روش اجزای محدود) از طریق نرم‌افزار آباکوس برابر با $3/995$ می‌باشد و همچنین بر اساس رابطه‌ی (۳-۱) ارائه شده توسط پیلکی، بیشترین تمرکز تنش در گشودگی دایره‌ای به شعاع واحد ($a=b=1$)، برابر با ۴ می‌باشد که در جدول (۳-۱) نیز مشاهده شده است. طبق آنچه که در شکل (۳-۱۷) نشان داده شد؛ حلّ اجزای محدود و روش حلّ تحلیلی حاضر، بسیار به حلّ ارائه شده توسط پیلکی نزدیک است. این نزدیک بودن جواب در سه راه حلّ مختلف را علاوه بر منحنی‌های شکل (۳-۱۷)، می‌توان در جدول (۳-۱) به‌طور دقیق مشاهده کرد. حال، مقایسه‌ی دیگری بین روش تحلیلی و روش اجزای محدود در نظر گرفته می‌شود. در این مقایسه، صفحاتی در نظر گرفته می‌شود که از گشودگی‌های مختلف و همچنین از مواد مختلفی ساخته شده است. خواصّ مواد به‌کار گرفته شده در این پایان‌نامه مطابق جدول (۳-۲) می‌باشد. در شکل‌های (۳-۱۹) و (۳-۲۰)، صفحاتی نامحدود از جنس مواد جدول (۳-۲) در نظر گرفته و به بررسی تغییر مقدار تمرکز تنش با تغییر شعاع انحنای گوشه گشودگی مثّلی پرداخته می‌شود که برای ترسیم این گشودگی‌ها از رابطه‌ی (۲-۱) استفاده شده است. برای ایجاد گشودگی مثّلی مقادیر c و n به‌طور ثابت به‌ترتیب برابر ۱ و ۲ خواهند بود. مقایسه‌ی تنش بی‌بعد حاصل از روش اجزای محدود و روش تحلیلی، برای صفحه‌ای حاوی گشودگی مثّلی از جنس فولاد در شکل (۳-۱۹)، نشان داده شده است. ذکر این نکته لازم است که بیشترین تنش بی‌بعد همان تمرکز تنش است. در شکل (۳-۱۹)، بررسی‌ها بر اساس تغییر شعاع انحنای گشودگی صورت گرفته است. همچنین در شکل (۳-۲۰) مقایسه‌ای بین دو روش موجود، برای گشودگی مثّلی در صفحه‌ای بی‌نهایت از جنس ماده‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی نشان داده شده است. اشکال (۳-۱۹) و (۳-۲۰)، انطباق مقادیر تمرکز تنش (منحنی‌ها) از روش حلّ تحلیلی و حلّ اجزای محدود بر روی یکدیگر و نزدیکی جواب‌های حاصل از دو روش را نشان می‌دهد.

جدول ۳-۲: خواص مواد

جنس صفحه	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}	$n=E_1/E_2$
فولاد	۲۰۷	۲۰۷	۷۹/۳	۰/۳	۱
شیشه/پوکسی	۴۷/۴	۱۶/۲	۷	۰/۲۶	۲/۹۳
تخته چندلا	۱۱/۷۹	۵/۸۹	۰/۶۹	۰/۰۷۱	۲
گرافیت/پوکسی	۱۸۱	۱۰/۳	۷/۱۷	۰/۲۸	۱۷/۵۷
برن/پوکسی	۲۰۴	۱۸/۵	۵/۵۹	۰/۲۳	۱۱/۰۲
شیشه با الیاف بافته شده/پوکسی	۲۹/۷	۲۹/۷	۵/۳	۰/۱۷	۱



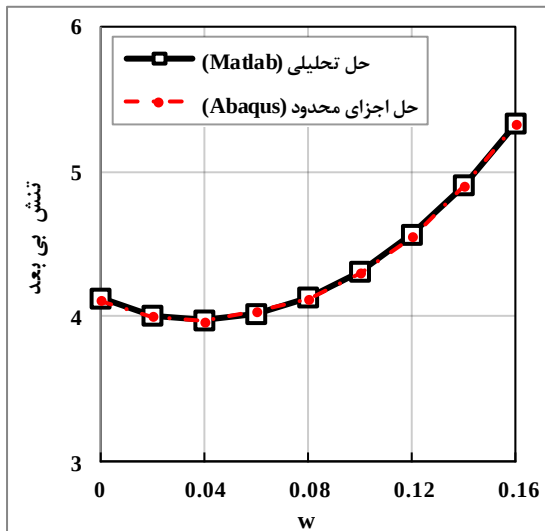
شکل ۳-۲۰: تغییرات ماکزیمم تنش بی بعد با w برای صفحه‌ی شیشه/پوکسی حاوی گشودگی مثلی



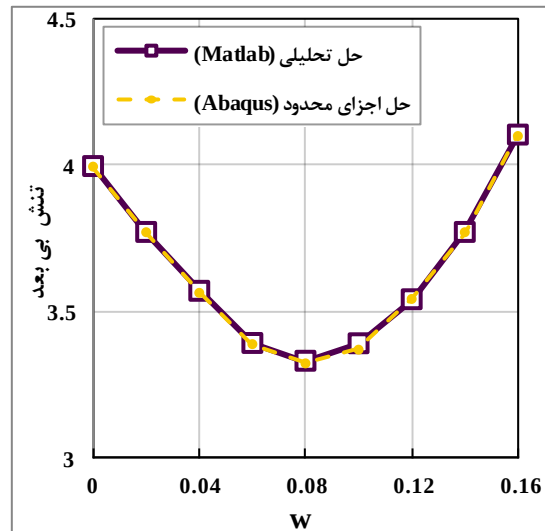
شکل ۳-۱۹: تغییرات ماکزیمم تنش بی بعد با w برای صفحه‌ی فولاد حاوی گشودگی مثلی

مقایسه‌ای دیگر بین این دو روش، این بار برای گشودگی چهارضلعی انجام می‌گیرد. با استفاده از رابطه‌ی (۱-۲)، برای ترسیم گشودگی چهارضلعی، مقادیر c و n را به‌طور ثابت به‌ترتیب برابر ۱ و ۳ قرار داده و برای w ، مقادیر مختلف در نظر گرفته می‌شود. این گشودگی‌ها در $w=0$ که به شکل یک دایره است آغاز می‌شود و با تغییر مقدار شعاع انحنا گشودگی، شکل به یک چهارضلعی تبدیل خواهد شد. شکل‌های (۳-۲۱) تا (۳-۲۴)، مقایسه‌ی مقدار تمرکز تنش در دو روش حل تحلیلی و حل

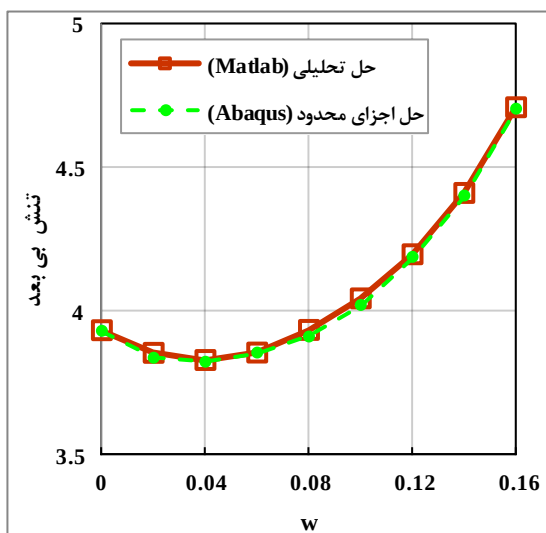
اجزای محدود با تغییرات w را نشان می‌دهد. طبق آنچه که در شکل‌ها نشان داده شده به دلیل منطبق شدن مقدار تمرکز تنش در دو روش بر روی یکدیگر (منحنی‌ها)، روش حل المان محدود و روش حل تحلیلی بسیار به یکدیگر نزدیک است.



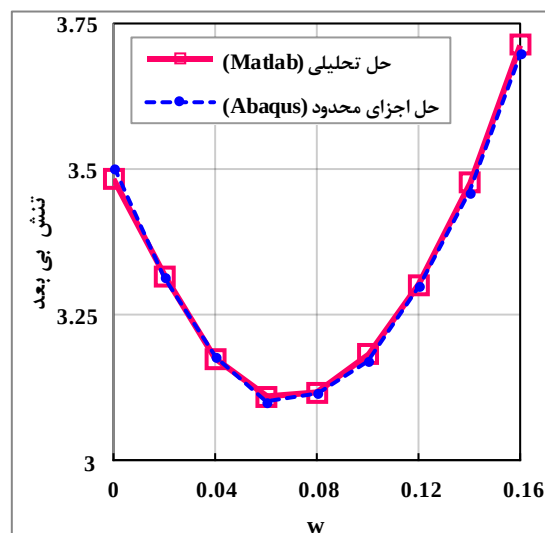
شکل ۲۲-۳: تغییرات ماکزیمم تنش بی بعد با w برای صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چهارضلعی



شکل ۲۱-۳: تغییرات ماکزیمم تنش بی بعد با w برای صفحه‌ی فولاد حاوی گشودگی چهارضلعی

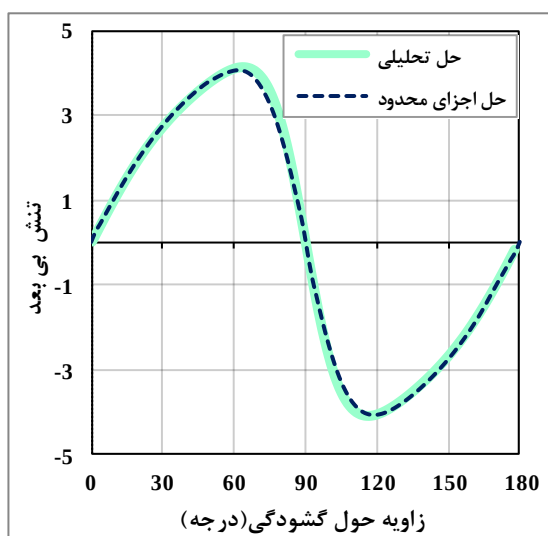


شکل ۲۴-۳: تغییرات ماکزیمم تنش بی بعد با w برای صفحه‌ی تخته چندلا حاوی گشودگی چهارضلعی

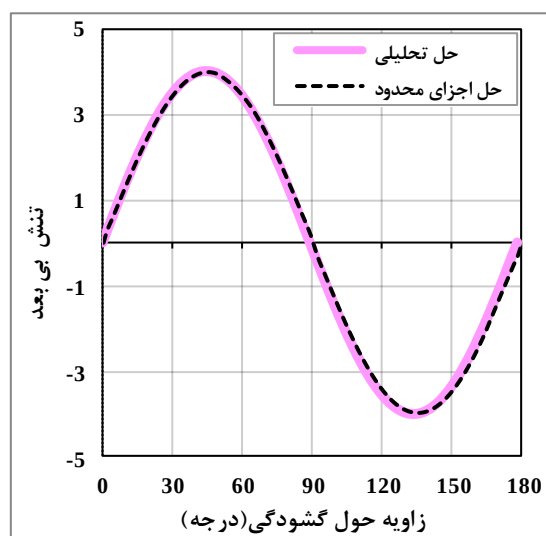


شکل ۲۳-۳: تغییرات ماکزیمم تنش بی بعد با w برای صفحه‌ی شیشه با الیاف بافته شده/ اپوکسی حاوی گشودگی چهارضلعی

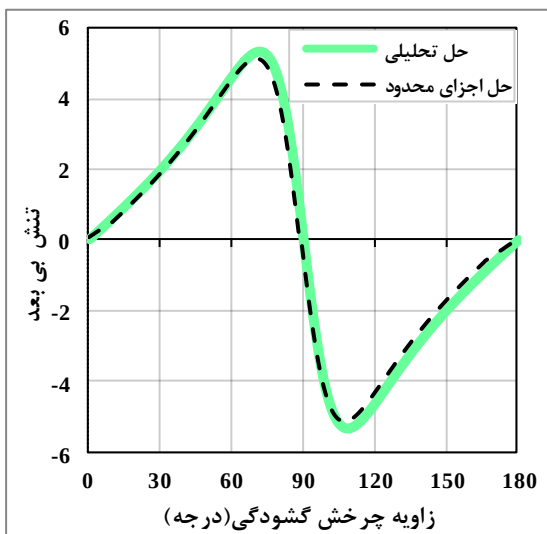
در این بخش، از جنبه‌ای دیگر به مقایسه‌ی بین دو روش حلّ تحلیلی و حلّ اجزای محدود پرداخته می‌شود. برای این کار، یک صفحه‌ی بی‌نهایت از جنس مواد جدول (۳-۲) که دارای یک گشودگی مرکزی است، در نظر گرفته می‌شود. این گشودگی با استفاده از رابطه‌ی (۲-۱) و با مقادیر مشخصی از w ، c ، n ایجاد شده است. توزیع تنش در اطراف گشودگی به اندازه‌ی زاویه صفر تا ۱۸۰ درجه محاسبه و نتایج آن به صورت منحنی نمایش داده می‌شود. این بررسی، برای هر دو روش حلّ تحلیلی و حلّ اجزای محدود انجام می‌گیرد و پس از آن، این دو منحنی باهم مقایسه می‌شوند. این بررسی در شکل‌های (۳-۲۵) تا (۳-۳۴)، برای گشودگی‌های دایره‌ای، بیضوی، مثلثی و چهارضلعی که جنس صفحات آن از مواد جدول (۳-۲) باشند؛ انجام می‌گیرد. در این اشکال، منحنی‌هایی که با خط چین رسم شده‌اند نتایج مربوط به روش حلّ اجزای محدود و منحنی‌هایی که با خط ممتد نشان داده شده‌اند نتایج حاصل از روش حلّ تحلیلی می‌باشند.



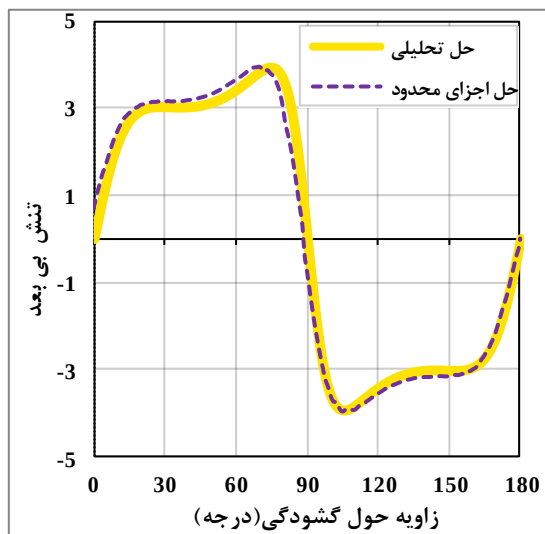
شکل ۳-۲۶: توزیع تنش اطراف گشودگی دایره‌ای در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی



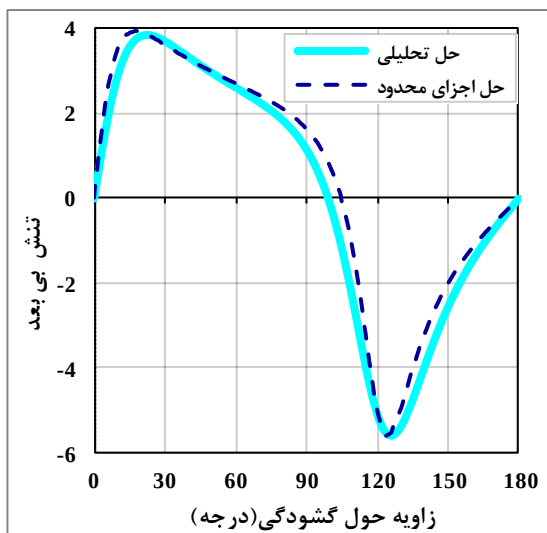
شکل ۳-۲۵: توزیع تنش اطراف گشودگی دایره‌ای در صفحه‌ی همسان‌گرد فولادی



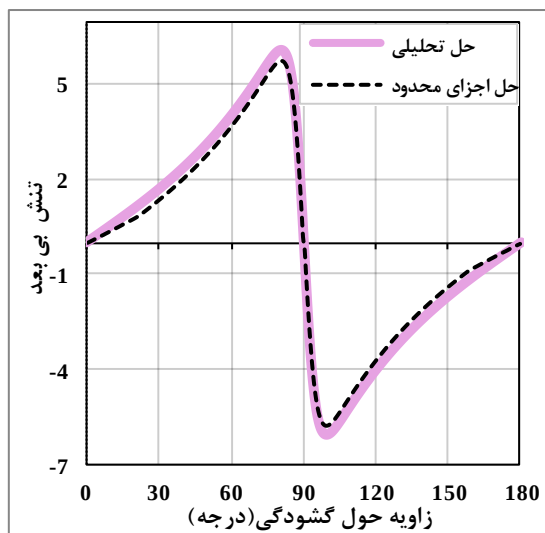
شکل ۳-۲۸: توزیع تنش اطراف گشودگی بیضوی در صفحه‌ی همسان‌گرد فولادی



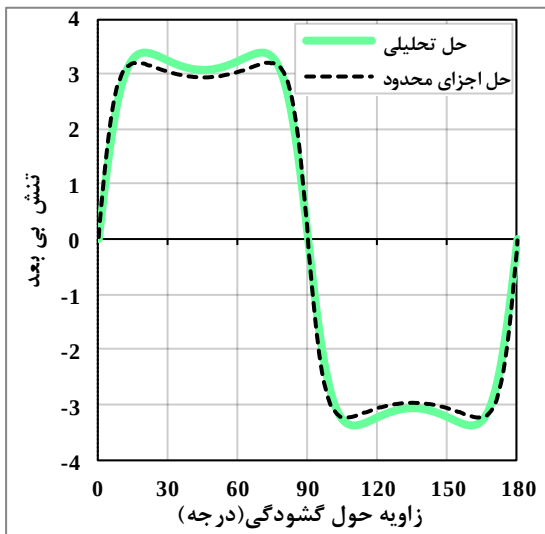
شکل ۳-۲۷: توزیع تنش اطراف گشودگی دایره‌ای در صفحه‌ی ارتوتروپیک تخته‌چندلایه



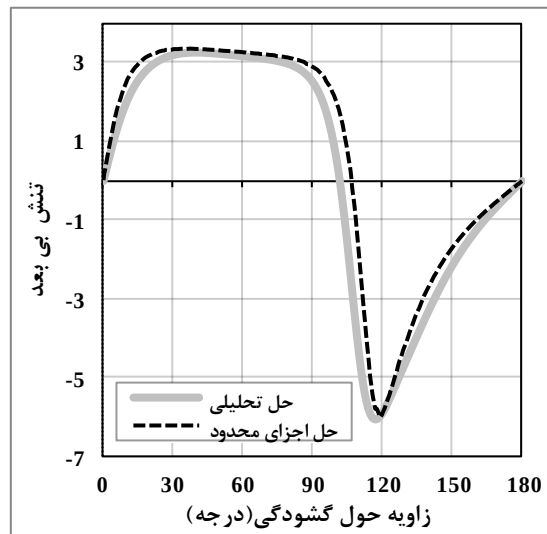
شکل ۳-۳۰: توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی در صفحه‌ی همسان‌گرد فولادی



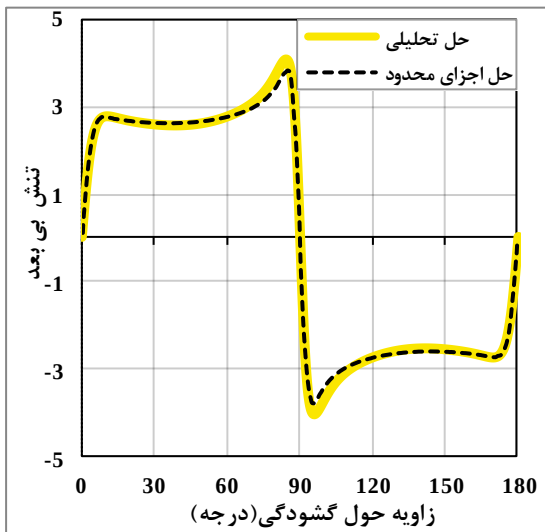
شکل ۳-۲۹: توزیع تنش اطراف گشودگی بیضوی در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی



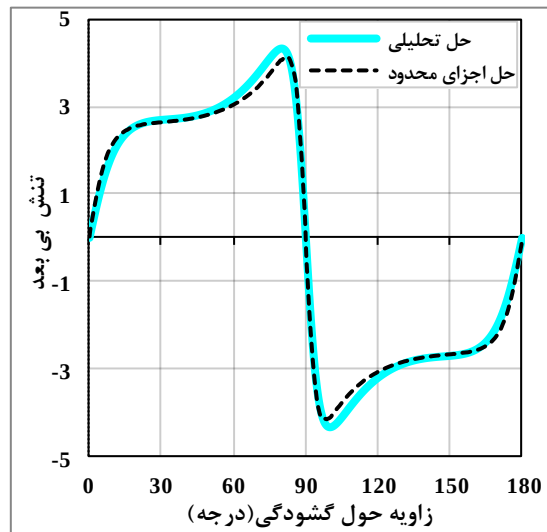
شکل ۳-۳۲: توزیع تنش اطراف گشودگی چهارضلعی در صفحه‌ی همسان‌گرد فولادی



شکل ۳-۳۱: توزیع تنش اطراف گشودگی مثلی در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی



شکل ۳-۳۴: توزیع تنش اطراف گشودگی چهارضلعی در صفحه‌ی ارتوتروپیک تخته چندلا



شکل ۳-۳۳: توزیع تنش اطراف گشودگی چهارضلعی در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی

در این فصل روش حل عددی که همان استفاده از روش حل اجزای محدود با کمک نرم‌افزار آباکوس می‌باشد به‌طور کامل توضیح داده شد و مراحل مختلف کار با این نرم‌افزار از جمله نحوه‌ی مدل کردن صفحه‌ی بی‌نهایت و گشودگی مرکزی، تعریف خصوصیات مواد مورد تحلیل، نحوه‌ی بارگذاری در اطراف صفحه، نحوه‌ی المان‌بندی (مش‌بندی)، و در نهایت اعلام به پردازشگر برای حل مسئله نشان

داده شد و در ادامه در قالب یک مثال، برای یک گشودگی دایره‌ای این مراحل تا رسیدن به جواب نهایی انجام گرفت. در قسمت دوم این فصل، مقایسه‌ای بین روش حلّ تحلیلی، روش حلّ اجزای محدود با روش حلّ پیلکی [۱۲] انجام گرفت و همچنین دو مقایسه‌ای دیگر بین دو روش حلّ تحلیلی و روش حلّ اجزای محدود انجام گرفت تا تأییدی باشد بر درستی نتایج روش حلّ تحلیلی. ۱- بررسی تغییر مقدار تمرکز تنش با تغییر شعاع انحنای گشودگی در دو روش، ۲- توزیع تنش در اطراف گشودگی به اندازه‌ی زاویه صفر تا ۱۸۰ درجه در دو روش.

فصل چهارم

بررسی تأثیر هریک از پارامترها بر توزیع تنش

۴-۱ مقدمه

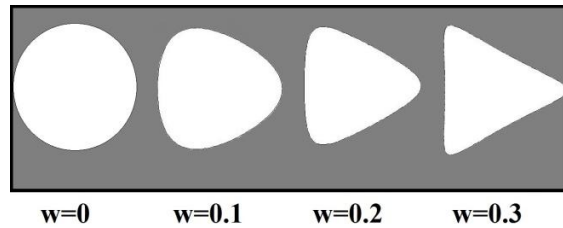
در این فصل تأثیر هر پارامتر بر توزیع تنش اطراف گشودگی به تنهایی مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنابراین در بررسی هر پارامتر، سایر پارامترها ثابت در نظر گرفته می‌شود. پارامترهایی که در این پایان‌نامه مورد بررسی قرار گرفته است شامل: شعاع انحنای گشودگی، کشیدگی گشودگی، زاویه چرخش گشودگی، زاویه الیاف و جنس صفحه می‌باشد. در این تحقیق با روش تحلیلی، تأثیر این پارامترها بر توزیع تنش اطراف گشودگی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این فصل سعی شده است که تأثیر این پارامترها به‌طور مجزا برای هر نوع گشودگی بررسی شود.

۴-۲ تأثیر شعاع انحنای گشودگی

همان‌طور که گفته شد، پارامتر w بیانگر نرمی یا تیزی یا همان انحنای گشودگی می‌باشد. در حقیقت با تغییر w اگرچه نوع گشودگی تغییر نمی‌کند؛ ولی انحنای گشودگی دچار تغییر خواهد شد. این امر تأثیر بسزایی بر تمرکز تنش دارد. در این بخش، تأثیر پارامتر w بر روی دو دسته از مواد همسان‌گرد و ارتوتروپیک بررسی می‌شود و نتایج در جدولی نمایش داده می‌شود. از آنجایی که در نگاشت اشکال دایره‌ای و بیضوی w برابر با صفر می‌باشد، بنابراین تغییر این پارامتر در این گشودگی‌ها بی‌معنا می‌باشد و تأثیری ندارد. به همین خاطر بررسی بر روی این پارامتر در اشکال سه‌ضلعی (مثلث)، چهارضلعی (شبه‌مستطیلی)، پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی و در نهایت n ضلعی انجام می‌گیرد. با توجه به بحث تمرکز تنش، توزیع تنش در اطراف گشودگی، برحسب نوع گشودگی و نحوه قرار گرفتن آن متفاوت خواهد بود. در این قسمت این توزیع تنش بررسی می‌شود. زاویه چرخش و زاویه الیاف در این بخش صفر در نظر گرفته می‌شود ($\beta=\theta=0$) و تغییرات این پارامترها در قسمت‌های بعدی همین فصل مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

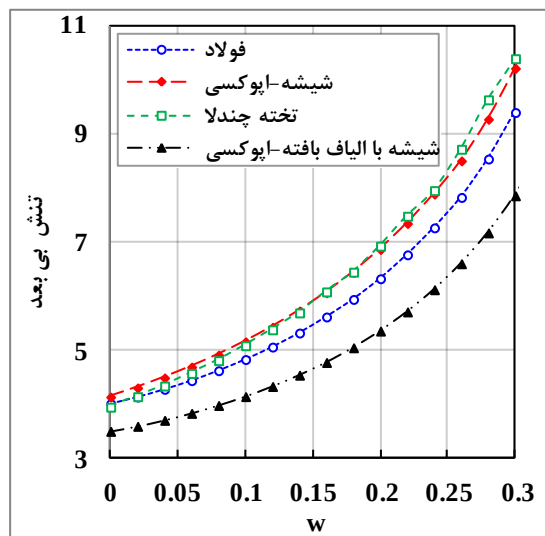
۱-۲-۴ گشودگی مثلثی

برای ایجاد گشودگی مثلثی توسط رابطه‌ی (۱-۲) در فصل ۲، باید مقدار n را برابر ۲ قرار داد. تأثیر پارامتر w بر شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی مثلثی در شکل (۱-۴) نشان داده شده است. با کاهش w ، شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی مطابق آنچه در شکل می‌بینید، افزایش می‌یابد.



شکل ۴-۱: تأثیر پارامتر w بر گوشه‌های گشودگی مثلثی

مقادیر w برای این نوع گشودگی در بازه‌ی $0 \leq w \leq 0.3$ می‌باشد. مقادیر بیشتر از $w=0.3$ باعث تیز شدن بیش از حد گوشه‌های گشودگی خواهد شد؛ تا جایی که گشودگی از حالت مثلث خارج می‌شود. نتایج ارائه شده در این بخش برحسب گشودگی‌ها مرتب شده است. تأثیر پارامتر w بر روی دو دسته از مواد همسان‌گرد و غیرهمسان‌گرد (ارتوتروپیک) بررسی می‌شود. با توجه به اینکه در مورد مواد همسان‌گرد، جنس ماده تأثیری بر تمرکز تنش ندارد؛ فقط نتایج مربوط به فولاد ارائه می‌شود. خواص مواد به کار گرفته شده در این پایان‌نامه مطابق جدول (۲-۳) است. در شکل (۲-۴)، تغییرات تنش بی‌بعد ماکزیمم در اطراف گشودگی مثلثی برحسب w برای ماده همسان‌گرد فولاد و برای مواد ارتوتروپیک، سه ماده‌ی مختلف که شامل: شیشه/اپوکسی، تخته چندلا و شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی می‌باشد؛ نشان داده شده است.



شکل ۴-۲: بررسی تأثیر پارامتر w بر تمرکز تنش صفحاتی از جنس مواد ارتوتروپیک و فولاد در $C=1$

همان‌طور که در شکل (۲-۴) مشاهده می‌شود، تمامی منحنی‌های مربوط به مواد مختلف با افزایش انحنای گشودگی روندی نزولی دارند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در مواد مختلف، افزایش انحنای گشودگی مقدار تنش بی‌بعد را در پی خواهد داشت و کمترین مقدار تنش بی‌بعد (تمرکز تنش) در حالت $w=0$ خواهد بود که انحنای گشودگی به حدی خواهد رسید که شکل تبدیل به دایره می‌شود. از آنجایی که در مواد ارتوتروپیک، نوع ماده تأثیر زیادی در مقادیر تنش بی‌بعد دارد، در $w=0$ مقادیر متفاوتی برای مواد ارتوتروپیک نسبت به همسان‌گرد به‌دست می‌آید.

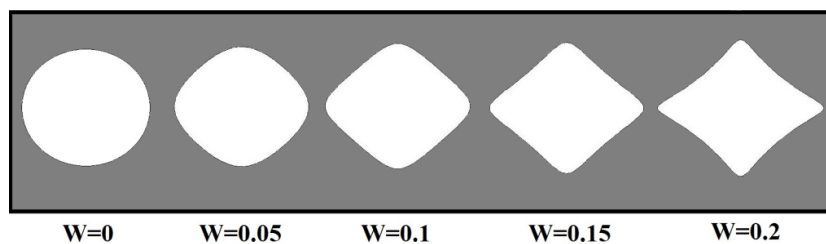
جدول ۴-۱: شعاع انحنای بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $C=1$ و $\theta=\beta=0$ برای صفحاتی از مواد مختلف حاوی

گشودگی مثلثی

جنس صفحه	شعاع انحنای بهینه	تنش مطلوب
فولاد	۰	۳/۹۹۷
شیشه/اپوکسی	۰	۴/۱۱۹
تخته چندلا	۰	۳/۹۳۲
شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی	۰	۳/۴۸۴

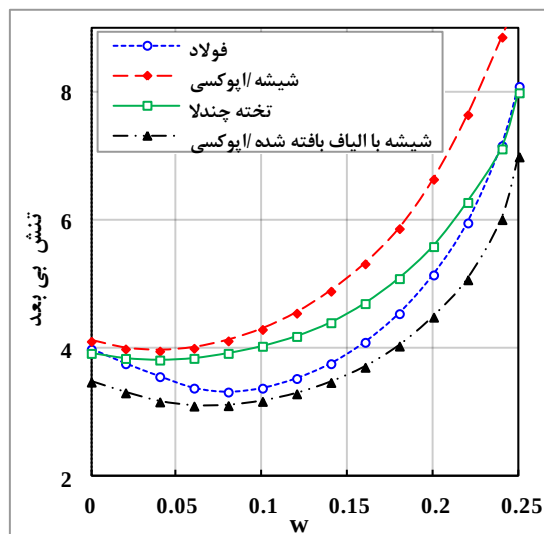
۲-۲-۴ گشودگی چهارضلعی

برای ایجاد گشودگی چهارضلعی توسط رابطه‌ی (۲-۱)، باید مقدار n را برابر ۳ قرار داد. تأثیر پارامتر w بر شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی چهارضلعی در شکل (۴-۳) نشان داده شده است. با کاهش w ، شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی مطابق آنچه در شکل می‌بینید، افزایش می‌یابد. مقادیر w برای گشودگی چهارضلعی در بازه‌ی $0 \leq w \leq 0.25$ می‌باشد. مقادیر بیشتر از $w=0.25$ باعث تیز شدن بیش از حد گوشه‌های گشودگی خواهد شد؛ تا جایی که گشودگی از حالت چهارضلعی خارج می‌شود.



شکل ۴-۳: تأثیر پارامتر w بر گوشه‌های گشودگی چهارضلعی

در شکل (۴-۴)، تغییرات تنش بی‌بعد در اطراف گشودگی چهارضلعی برحسب w برای ماده‌ی همسان‌گرد فولاد و سه ماده‌ی ارتوتروپیک، شامل: شیشه/اپوکسی، تخته چندلا و شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل (۴-۴) مشاهده می‌شود، با افزایش مقدار انحنای گشودگی، منحنی تمرکز تنش برای مواد مختلف، رفتار متفاوتی را از خود نشان خواهد داد. منحنی مربوط به ماده‌ی همسان‌گرد فولاد با افزایش مقدار w روندی نزولی دارد، اما این روند تا مقدار $w=0.08$ ادامه خواهد داشت و در ادامه با افزایش این مقدار شاهد روند صعودی تمرکز تنش خواهیم بود. در صفحاتی از مواد شیشه/اپوکسی، تخته چندلا و شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی، منحنی‌ها با افزایش مقدار w روندی نزولی دارند. روند نزولی مقدار تمرکز تنش برای این مواد به‌ترتیب تا مقدار $w=0.04$ ، $w=0.04$ و $w=0.06$ ادامه می‌یابد و با افزایش این مقدار تمرکز تنش روندی صعودی خواهد داشت. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در شرایط $c=1$ ، $\theta=\beta=0$ ، برای این سه ماده‌ی مرکب ذکر شده در بالا، کمترین مقدار تنش بی‌بعد به‌ترتیب در حالت‌های $w=0.04$ ، $w=0.04$ و $w=0.06$ اتفاق می‌افتد و برای ماده‌ی همسان‌گرد فولادی کمترین مقدار تنش بی‌بعد در حالت $w=0.08$ خواهد بود.



شکل ۴-۴: بررسی تأثیر پارامتر W بر تمرکز تنش صفحاتی از جنس مواد ارتوتروپیک و فولاد در $C=1$

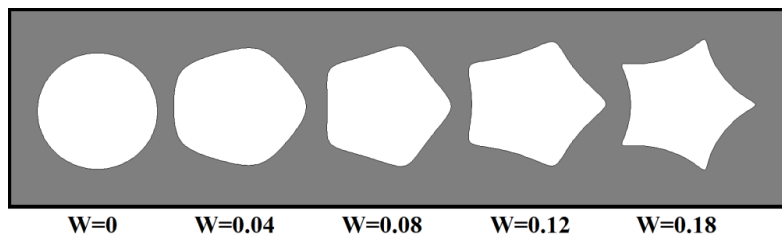
جدول ۴-۲: شعاع انحنای بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $C=1$ و $\theta=\beta=0$ برای صفحاتی از مواد مختلف حاوی گشودگی چهارضلعی

جنس صفحه	شعاع انحنای بهینه	تنش مطلوب
فولاد	۰/۰۸	۳/۳۲۹
شیشه/اپوکسی	۰/۰۴	۳/۹۶۸
تخته چندلا	۰/۰۴	۳/۸۲۸
شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی	۰/۰۶	۳/۱۰۹

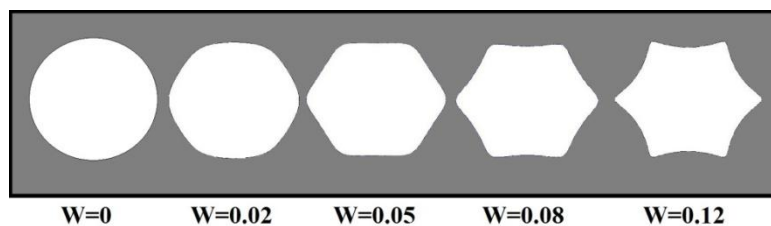
۳-۲-۴ گشودگی پنج ضلعی، شش ضلعی و n ضلعی

برای ایجاد گشودگی پنج ضلعی توسط رابطه‌ی (۲-۱)، باید مقدار n را برابر ۴ و برای ایجاد گشودگی شش ضلعی مقدار n را برابر ۵ قرار داد و همین‌طور این روند را برای گشودگی‌های هفت ضلعی، هشت ضلعی و در نهایت n ضلعی انجام می‌دهیم. مقادیر w در بازه‌ی $0 \leq w \leq 0/18$ برای گشودگی پنج ضلعی و برای گشودگی شش ضلعی مقادیر $0 \leq w \leq 0/12$ مناسب می‌باشد و با افزایش تعداد اضلاع گشودگی بازه‌ی تغییرات w کاهش می‌یابد. مقادیر بیشتر از این مقدار باعث تیز شدن بیش از حد گوشه‌های گشودگی خواهد شد؛ تا جایی که گشودگی از حالت خود خارج می‌شود. تأثیر پارامتر w بر

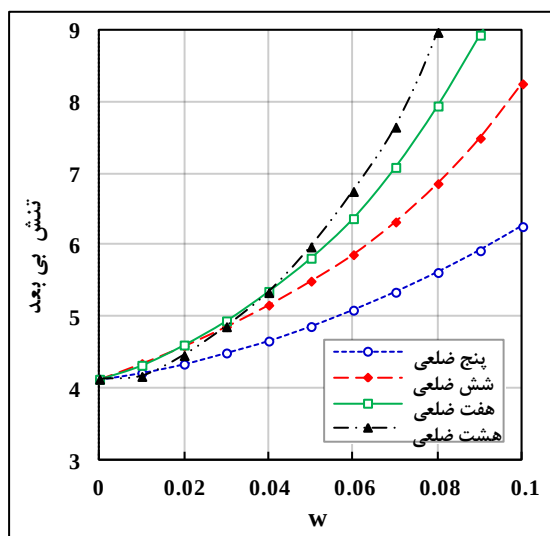
هندسه‌ی گشودگی‌های پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی در اشکال (۵-۴) و (۶-۴) نشان داده شده است. نتایج برحسب نوع ماده ابتدا برای مواد همسان‌گرد، صفحه‌ای از جنس فولاد و سپس برای مواد غیرهمسان‌گرد صفحه‌ای از جنس شیشه/اپوکسی در نظر گرفته شده است و تأثیر این پارامتر برای گشودگی‌های مختلف بررسی می‌شود. در اشکال (۷-۴) و (۸-۴)، تغییرات تنش بی‌بعد در اطراف گشودگی‌های پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی، هفت‌ضلعی و هشت‌ضلعی برحسب W به‌ترتیب برای صفحاتی از جنس فولاد و شیشه/اپوکسی در c ثابت دلخواه ($c=1$) نشان داده شده است. در این حالت، زاویه چرخش گشودگی و زاویه الیاف برای ماده مرکب صفر می‌باشد. همان‌طور که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود؛ برای تمامی این گشودگی‌ها با افزایش انحنا، تمرکز تنش کاهش می‌یابد و کمترین تنش بی‌بعد یا تنش مطلوب در حالت $W=0$ اتفاق می‌افتد. شیب تغییرات تمرکز تنش با انحنا، گشودگی، با افزایش تعداد اضلاع در گشودگی‌های چندضلعی افزایش می‌یابد.



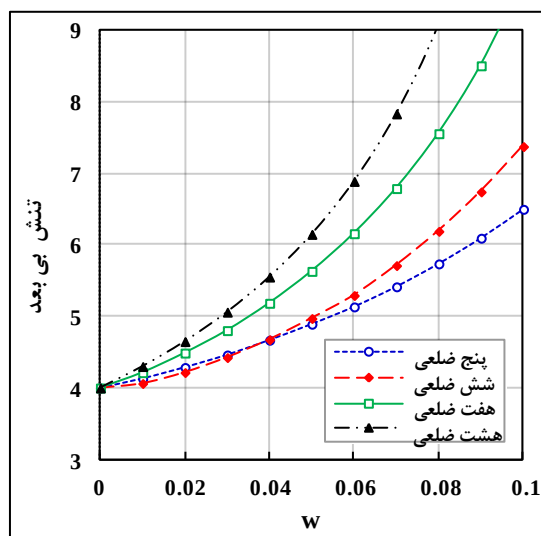
شکل ۴-۵: تأثیر پارامتر W بر گوشه‌های گشودگی پنج‌ضلعی



شکل ۴-۶: تأثیر پارامتر W بر گوشه‌های گشودگی شش‌ضلعی



شکل ۴-۸: بررسی تأثیر پارامتر w بر تمرکز تنش صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی‌های چندضلعی



شکل ۴-۷: بررسی تأثیر پارامتر w بر تمرکز تنش صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی‌های چندضلعی

جدول ۴-۳: شعاع انحنای بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $C=1$ و $\theta=\beta=0$ برای صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی‌های چندضلعی

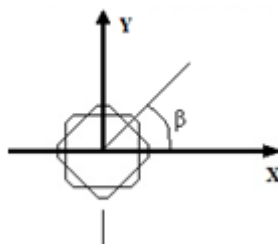
تنش مطلوب	شعاع انحنای بهینه	نوع گشودگی
۴/۱۱۹	۰	پنج ضلعی
۴/۱۱۹	۰	شش ضلعی
۴/۱۱۹	۰	هفت ضلعی
۴/۱۱۹	۰	هشت ضلعی

جدول ۴-۴: شعاع انحنای بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $C=1$ و $\theta=\beta=0$ برای صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی‌های چندضلعی

تنش مطلوب	شعاع انحنای بهینه	نوع گشودگی
۳/۹۹۷	۰	پنج ضلعی
۳/۹۹۷	۰	شش ضلعی
۳/۹۹۷	۰	هفت ضلعی
۳/۹۹۷	۰	هشت ضلعی

۳-۴ تأثیر زاویه چرخش گشودگی

در این قسمت، تأثیر زاویه چرخش گشودگی β بر روی مقدار تنش بی‌بعد مورد بررسی قرار می‌گیرد. منظور از زاویه چرخش گشودگی مطابق شکل (۴-۹)، زاویه‌ای است که محور اصلی گشودگی نسبت به محور افق (محور x) می‌سازد. این زاویه در شکل با β نشان داده شده است. شکل (۴-۹) گشودگی چهارضلعی را در دو حالت بدون چرخش ($\beta=0$) و با چرخش ($\beta=45$) نشان می‌دهد.



شکل ۴-۹: زاویه چرخش گشودگی

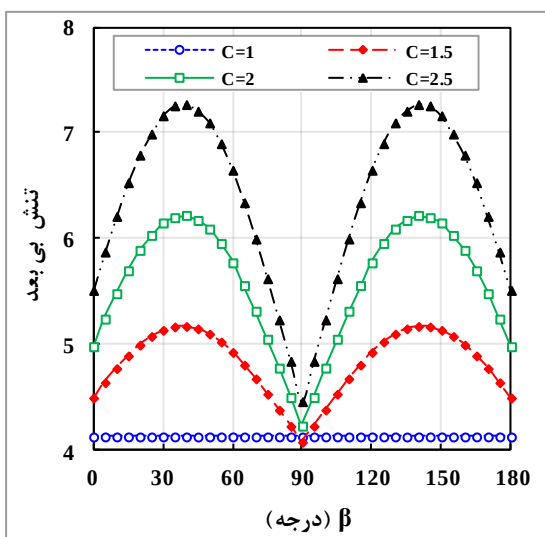
در هر زاویه چرخش، یک تنش بی‌بعد ماکزیمم به‌دست می‌آید. بنابراین با تغییر زاویه چرخش گشودگی از صفر تا ۱۸۰ درجه، به ازای هر زاویه یک تنش بی‌بعد وجود دارد. از بین تمامی تنش‌های بی‌بعد ماکزیمم که با تغییر زاویه چرخش گشودگی به‌دست آمده، کمترین و بیشترین مقدار به‌ترتیب تنش مطلوب و تنش نامطلوب خواهد بود. در طراحی باید از تنش نامطلوب اجتناب کرد و به شرایط تنش مطلوب نزدیک شد. در این قسمت نیز مطالعه‌ی انجام شده به‌صورت مجزاً برای ماده‌ی همسان‌گرد و ارتوتروپیک در شعاع انحنای مختلف انجام گرفته است و نتایج در اشکال مجزاً نمایش داده می‌شود. از آنجایی که در گشودگی دایروی تغییر این پارامتر بی‌معنا می‌باشد و تأثیری ندارد. به همین خاطر بررسی بر روی این پارامتر در اشکال بیضوی، سه‌ضلعی (مثلث)، چهارضلعی (شبه‌مستطیلی)، پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی و ... انجام می‌گیرد. در این بخش، تأثیر زاویه چرخش گشودگی β بر روی مقدار تنش بی‌بعد برای گشودگی‌های مختلف در ($c=1$) و زاویه الیاف ($\theta=0$) بررسی می‌شود.

۱-۳-۴ گشودگی بیضوی

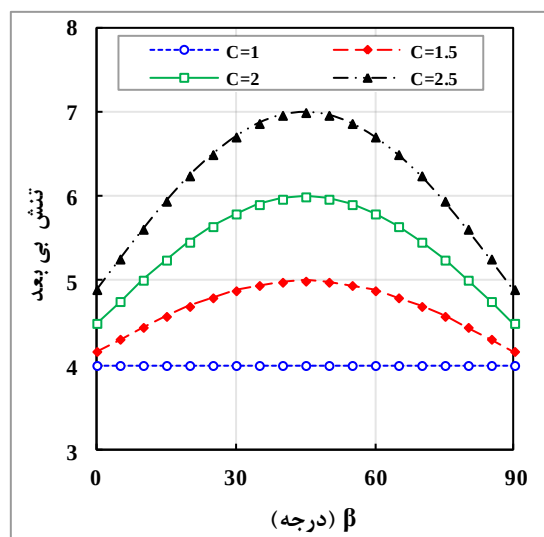
برای ایجاد گشودگی بیضوی توسط رابطه‌ی (۱-۲) در فصل ۲، باید مقادیر $(C \neq 1)$ و $(n=1, 2, 3, \dots)$ قرار داد. از آنجایی که در گشودگی بیضوی، تغییرات شعاع انحنای گشودگی (W) بی‌معنا می‌باشد، بنابراین بررسی زاویه‌ی چرخش برای این گشودگی در صفحاتی از جنس مواد همسان‌گرد و غیرهمسان‌گرد تنها در $W=0$ مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱-۱-۳-۴ مواد همسان‌گرد

در مورد مواد همسان‌گرد، بررسی‌ها بر روی صفحه‌ی فولادی انجام می‌گیرد. همان‌طور که در شکل (۱۰-۴) مشاهده می‌شود، منحنی‌ها از یک رفتار تناوبی با دوره تناوب 90° درجه برخوردار می‌باشند. در یک تناوب، در زوایای 0° و 90° درجه کمترین مقدار تنش بی‌بعد که در واقع همان تنش مطلوب می‌باشد اتفاق می‌افتد و در زاویه 45° درجه، مقدار بیشترین تنش بی‌بعد یا تنش نامطلوب رخ می‌دهد.



شکل ۴-۱۱: بررسی تأثیر زاویه چرخش گشودگی بر تمرکز تنش در صفحه شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی بیضوی



شکل ۴-۱۰: بررسی تأثیر زاویه چرخش گشودگی بر تمرکز تنش در صفحه فولادی حاوی گشودگی بیضوی

۴-۳-۱-۲ مواد غیرهمسان‌گرد

در این بخش، نتایج برای ماده‌ی شیشه/اپوکسی ارائه شده است. خواص این ماده در ابتدای فصل و در جدول (۲-۳) نشان داده شده است. در شکل (۴-۱۱)، برای صفحه‌ای از جنس شیشه/اپوکسی، منحنی‌های تمرکز تنش برحسب زاویه‌ی چرخش گشودگی، یک تابع متناوب با دوره‌ی تناوب ۱۸۰ درجه می‌باشد. تنش مطلوب برای این ماده ارتوتروپیک در کشیدگی مختلف در زاویه ۹۰ درجه اتفاق می‌افتد و تنش‌های نامطلوب در زوایای ۴۰ و ۱۴۰ درجه اتفاق می‌افتد. در اشکال (۴-۱۰) و (۴-۱۱) منحنی $C=1$ ، متعلق به گشودگی دایره‌ای می‌باشد که تغییرات زاویه‌ی چرخش در مقدار تنش بی‌بعد تأثیری نخواهد داشت.

جدول ۴-۵: زاویه چرخش بهینه و تنش مطلوب متناظر با آن در $w=0$ از صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی بیضوی

C	زاویه چرخش مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه چرخش نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
۱	-	۳/۹۹۷	-	۳/۹۹۷
۱/۵	۹۰ و ۰	۴/۱۶۳	۴۵	۴/۹۹۶
۲	۹۰ و ۰	۴/۴۹۵	۴۵	۵/۹۹۴
۲/۵	۹۰ و ۰	۴/۸۹۶	۴۵	۶/۹۹۳

جدول ۴-۶: زاویه چرخش بهینه و تنش مطلوب متناظر با آن در $w=0$ از صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی بیضوی

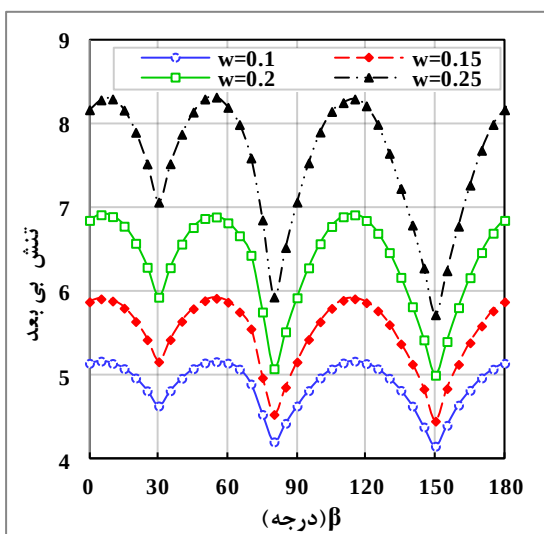
C	زاویه چرخش مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه چرخش نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
۱	-	۴/۱۱۹	-	۴/۱۱۹
۱/۵	۹۰	۴/۰۷۰	۴۰ و ۱۴۰	۵/۱۶۷
۲	۹۰	۴/۲۲۳	۴۰ و ۱۴۰	۶/۲۲۰
۲/۵	۹۰	۴/۴۵۴	۴۰ و ۱۴۰	۷/۲۷۰

۴-۳-۲ گشودگی مثلثی

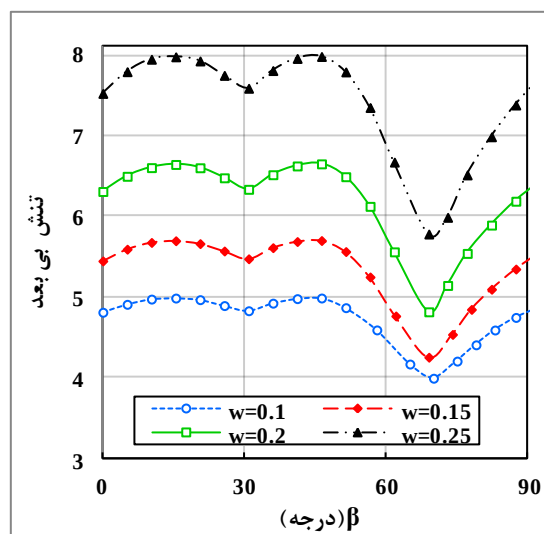
در این قسمت، تأثیر زاویه چرخش β بر روی مقدار تنش بی‌بعد در گشودگی مثلثی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این قسمت نیز مطالعه‌ی انجام شده به صورت مجزا برای ماده‌ی همسان‌گرد و ارتوتروپیک در شعاع انحنای مختلف با در نظر گرفتن $c=1$ انجام گرفته است.

۴-۳-۱ مواد همسان‌گرد

همان‌طور که در شکل (۴-۱۲) دیده می‌شود؛ در مورد مواد همسان‌گرد، بررسی‌ها بر روی صفحه‌ی فولادی انجام شده است. در این شکل، زاویه چرخش گشودگی از صفر تا ۹۰ درجه تغییر می‌کند. از بین تمامی تنش‌های بی‌بعد ماکزیمم، که با تغییر زاویه چرخش گشودگی مثلثی از صفر تا ۹۰ درجه برای هر انحنای به دست آمده، کمترین و بیشترین مقدار به ترتیب تنش مطلوب و تنش نامطلوب خواهد بود.



شکل ۴-۱۳: بررسی تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر تمرکز تنش در صفحه‌ی شیشه/پوکسی حاوی گشودگی مثلثی



شکل ۴-۱۲: بررسی تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر تمرکز تنش در صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی مثلثی

همان‌طور که دیده می‌شود، در حالت کلی تمام منحنی‌ها با انحنای گشودگی متفاوت از یک رفتار تناوبی با دوره تناوب ۹۰ درجه برخوردار می‌باشند. با توجه به شکل (۴-۱۲) در یک تناوب در زوایای

۱۵ و ۴۵ درجه بیشترین مقدار تنش بی بعد حاصل می شود. که در واقع در این دو زاویه تنش نامطلوب اتفاق می افتد. در زاویه ۷۰ درجه مقدار کمترین تنش بی بعد یا تنش مطلوب رخ می دهد.

۴-۳-۲ مواد غیرهمسان گرد

برای مواد غیرهمسان گرد، مطالعات بر روی صفحه ی شیشه/اپوکسی انجام می شود. شکل (۴-۱۳) تأثیر زاویه ی چرخش گشودگی بر تنش بی بعد در ماده ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی را در زاویه صفر تا ۱۸۰ درجه نشان می دهد. هر منحنی در این شکل نشان دهنده ی گشودگی مثلثی با انحنای (w) متفاوت می باشد. تمام منحنی ها با انحنای گشودگی متفاوت از یک رفتار تناوبی با دوره تناوب ۱۸۰ درجه برخوردار می باشد. تنش های نامطلوب برای این ماده ی ارتوتروپیک در زوایای ۵، ۵۵ و ۱۱۵ درجه و تنش های مطلوب در زوایای ۸۰ و ۱۵۰ درجه اتفاق می افتد.

جدول ۴-۷: زاویه ی چرخش بهینه و تنش مطلوب متناظر با آن در $C=1$ از صفحه ی فولادی حاوی گشودگی مثلثی

w	زاویه چرخش مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه چرخش نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
۰/۱	۷۰	۳/۹۹۷	۱۵ و ۴۵	۴/۹۹۱
۰/۱۵	۷۰	۴/۲۵۷	۱۵ و ۴۵	۵/۷۰۳
۰/۲	۷۰	۴/۸۲۰	۱۵ و ۴۵	۶/۶۵۳
۰/۲۵	۷۰	۵/۷۸۳	۱۵ و ۴۵	۷/۹۸۴

جدول ۴-۸: زاویه ی چرخش بهینه و تنش مطلوب متناظر با آن در $C=1$ از صفحه ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی مثلثی

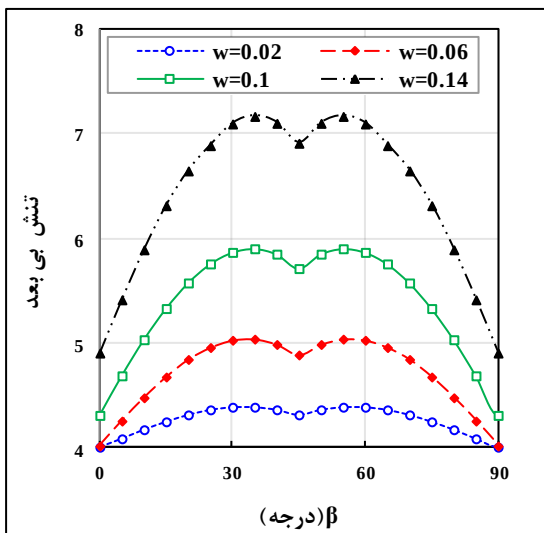
w	زاویه چرخش مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه چرخش نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
۰/۱	۸۰ و ۱۵۰	۴/۲۰۲	۵ و ۵۵ و ۱۱۵	۵/۱۶۸
۰/۱۵	۸۰ و ۱۵۰	۴/۵۲۵	۵ و ۵۵ و ۱۱۵	۵/۹۱۴
۰/۲	۸۰ و ۱۵۰	۵/۰۰۷	۵ و ۵۵ و ۱۱۵	۶/۹۲۰
۰/۲۵	۸۰ و ۱۵۰	۵/۷۲۳	۵ و ۵۵ و ۱۱۵	۸/۳۲۸

۳-۳-۴ گشودگی چهارضلعی

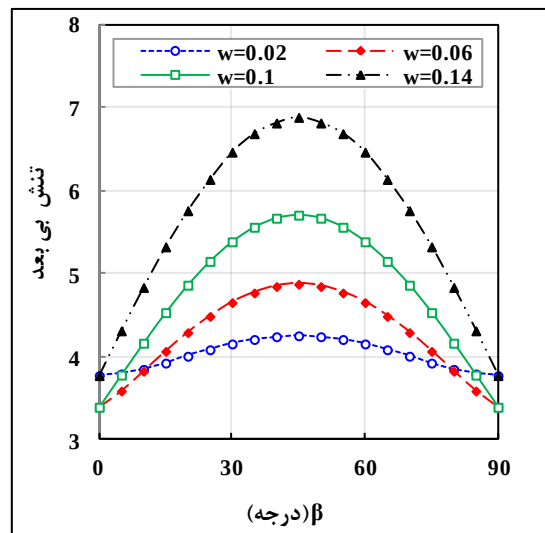
در این بخش، تأثیر زاویه چرخش گشودگی (β) بر روی مقدار تنش بی‌بعد برای گشودگی چهارضلعی (شبه‌مستطیلی) با در نظر گرفتن $c=1$ بررسی می‌شود. با توجه به شکل گشودگی، برای بارگذاری برشی کافی است تا تغییرات تنش بی‌بعد در زوایای چرخش بین صفر تا ۹۰ درجه بررسی شود.

۱-۳-۳-۴ مواد همسان‌گرد

برای مواد همسان‌گرد صفحه‌ای از جنس فولاد در شعاع انحنای مختلف مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در شکل (۴-۱۴)، زاویه‌ی چرخش گشودگی از صفر تا ۹۰ درجه برای صفحه‌ی فولادی تغییر می‌کند. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود؛ در زاویه‌ی چرخش خاصی مقدار تنش بی‌بعد کمترین مقدار است؛ که تنش مطلوب نامیده می‌شود. برای صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی چهارضلعی، تنش مطلوب در زاویه ۰ و ۹۰ درجه اتفاق می‌افتد که مقدار این تنش برای w های مختلف در جدول (۴-۹) ارائه شده است. مطابق شکل (۴-۱۴)، بیشترین مقدار تنش بی‌بعد یا تنش نامطلوب در زاویه‌ی چرخش ۴۵ درجه رخ می‌دهد.



شکل ۴-۱۵: بررسی تأثیر زاویه چرخش گشودگی بر تمرکز تنش در صفحه‌ی شیشه/پوکسی حاوی گشودگی چهارضلعی



شکل ۴-۱۴: بررسی تأثیر زاویه چرخش گشودگی بر تمرکز تنش در صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی چهارضلعی

۴-۳-۲ مواد غیرهمسان گرد

شکل (۴-۱۵)، تغییرات تنش بی‌بعد برحسب زاویه‌ی چرخش گشودگی برای صفحه‌ای از جنس شیشه/اپوکسی در شعاع انحنای مختلف را نشان می‌دهد. در این حالت، زاویه‌ی الیاف صفر در نظر گرفته شده است. تنش مطلوب برای این ماده نیز در زاویه‌ی چرخش صفر و ۹۰ درجه رخ می‌دهد. مقدار تنش مطلوب در این حالت برای w های مختلف در جدول (۴-۱۰) ارائه شده است. تنش نامطلوب در زوایای ۳۵ و ۵۵ درجه اتفاق می‌افتد.

جدول ۴-۹: زاویه‌ی چرخش بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $C=1$ از صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی چهارضلعی

w	زاویه چرخش مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه چرخش نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
۰/۰۲	۹۰ و ۰	۳/۷۷۱	۴۵	۴/۲۵۲
۰/۰۶	۹۰ و ۰	۳/۳۹۰	۴۵	۴/۸۷۴
۰/۱	۹۰ و ۰	۳/۳۸۹	۴۵	۵/۷۰۹
۰/۱۴	۹۰ و ۰	۳/۷۷۱	۴۵	۶/۸۹۰

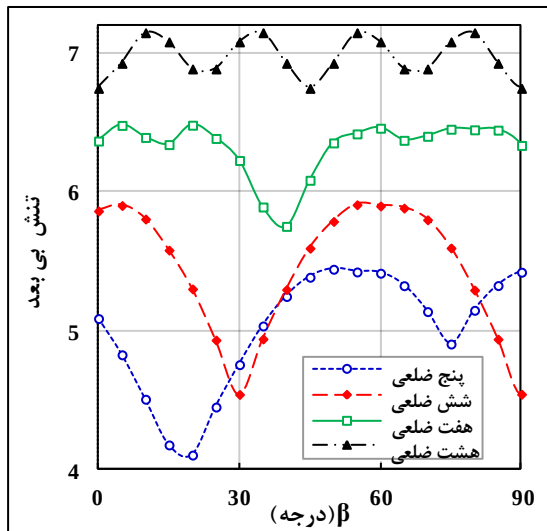
جدول ۴-۱۰: زاویه‌ی چرخش بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $C=1$ از صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چهارضلعی

w	زاویه چرخش مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه چرخش نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
۰/۰۲	۹۰ و ۰	۴/۰۰۱	۳۵ و ۵۵	۴/۳۸۴
۰/۰۶	۹۰ و ۰	۴/۰۱۲	۳۵ و ۵۵	۵/۰۳۶
۰/۱	۹۰ و ۰	۴/۳۰۵	۳۵ و ۵۵	۵/۹۰۲
۰/۱۴	۹۰ و ۰	۴/۹۰۲	۳۵ و ۵۵	۷/۱۶۹

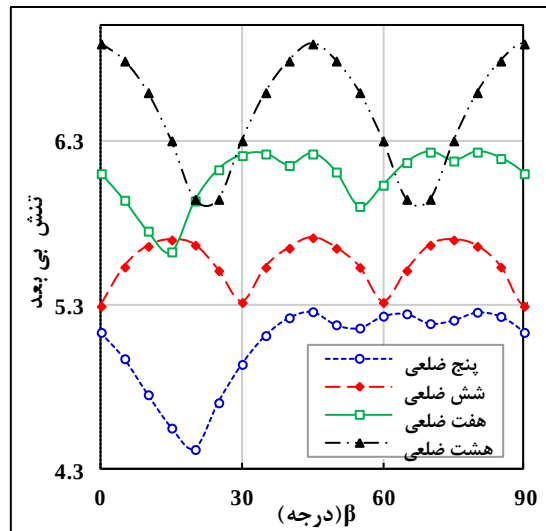
۴-۳-۴ گشودگی پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی و n ضلعی

در اشکال (۴-۱۶) و (۴-۱۷) تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی (β) بر روی مقدار تنش بی‌بعد برای گشودگی‌های پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی، هفت‌ضلعی و n ضلعی با در نظر گرفتن $C=1$ بررسی می‌شود. برای

مواد همسان گرد صفحه‌ای از جنس فولاد و در مورد مواد مرکب صفحه‌ای از جنس شیشه/اپوکسی در شعاع انحنای ثابت ($W=0/06$) مورد مطالعه قرار می‌گیرد.



شکل ۴-۱۷: بررسی تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر تمرکز تنش در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چندضلعی



شکل ۴-۱۶: بررسی تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر تمرکز تنش در صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی چندضلعی

جدول ۴-۱۱: زاویه‌ی چرخش بهینه و تنش مطلوب متناظر با آن در $C=1$ و $W=0/06$ از صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی چندضلعی

نوع گشودگی	زاویه چرخش مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه چرخش نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
پنج ضلعی	۲۰	۴/۴۱۹	۴۵ و ۶۵ و ۸۰	۵/۲۵۸
شش ضلعی	۰ و ۳۰ و ۶۰ و ۹۰	۵/۲۹۲	۱۵ و ۴۵ و ۷۵	۵/۷۰۹
هفت ضلعی	۱۵	۵/۶۲۳	۳۵ و ۴۵ و ۷۰ و ۸۰	۶/۲۳۱
هشت ضلعی	۲۷/۵ و ۶۷/۵	۵/۸۳۱	۰ و ۴۵ و ۹۰	۶/۸۹۰

در اشکال (۴-۱۶) و (۴-۱۷) زاویه چرخش گشودگی از صفر تا ۹۰ درجه برای صفحه‌ی فولادی و از صفر تا ۱۸۰ درجه برای صفحه‌ی شیشه/اپوکسی تغییر می‌کند. همان‌طور که در این شکل‌ها دیده می‌شود؛ در زاویه‌ی چرخش خاصی مقدار تنش بی‌بعد کمترین مقدار است؛ که تنش مطلوب نامیده می‌شود.

جدول ۴-۱۲: زاویه‌ی چرخش بهینه و تنش مطلوب متناظر با آن در $C=1$ و $W=0.06$ از صفحه‌ی شیشه/پوکسی حاوی گشودگی چندضلعی

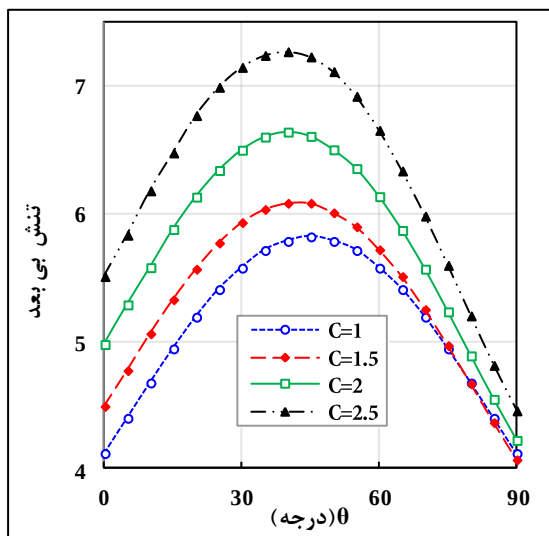
نوع گشودگی	زاویه چرخش مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه چرخش نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
پنج‌ضلعی	۲۰	۴/۱۰۱	۵۰ و ۹۰	۵/۴۴۳
شش‌ضلعی	۳۰ و ۹۰	۴/۵۳۹	۵ و ۵۵	۵/۹۰۹
هفت‌ضلعی	۴۰	۵/۷۵۳	۵ و ۲۰	۶/۴۸۳
هشت‌ضلعی	۰ و ۴۵ و ۹۰	۶/۷۴۹	۱۰ و ۳۵ و ۵۵ و ۸۰	۷/۱۵۱

۴-۴ تأثیر زاویه الیاف

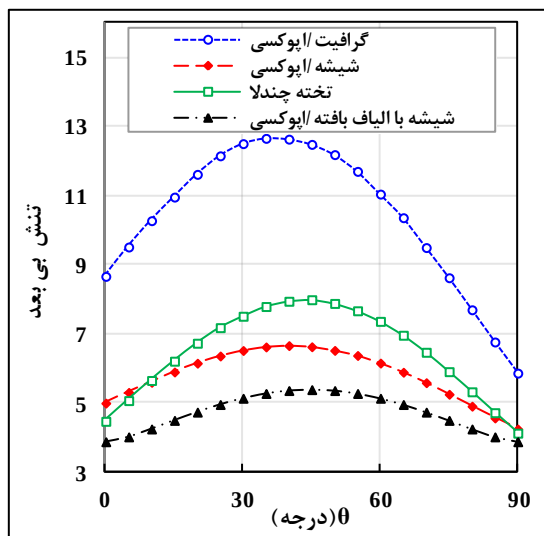
یکی از پارامترهای مهم در توزیع تنش اطراف گشودگی‌های مختلف در صفحات کامپوزیتی حاوی گشودگی، زاویه‌ی الیاف θ است. تغییر زاویه‌ی الیاف بر روی مقدار تنش بی‌بعد مواد همسان‌گرد، تأثیرگذار نخواهد بود. بنابراین نتایج بررسی تأثیر این پارامتر بر تنش بی‌بعد، برای چهار ماده‌ی کامپوزیتی مختلف که خواص آنها در جدول (۳-۲) آمده است، برای گشودگی‌های مختلف نشان داده می‌شود. برای بررسی تأثیر مقادیر مختلف زاویه‌ی الیاف بر توزیع تنش اطراف گشودگی، دیگر پارامترها ثابت در نظر گرفته می‌شود.

۴-۴-۱ گشودگی بیضوی

این بررسی برای گشودگی بیضوی برای چهار ماده‌ی ارتوتروپیک در شکل (۴-۱۸) با در نظر گرفتن $W=0$ و $C=2$ و زاویه‌ی چرخش صفر انجام می‌گیرد. زوایایی که در آن کمترین و بیشترین تنش بی‌بعد برای این مواد رخ می‌دهد در جدول (۴-۱۳) ارائه شده است. در شکل (۴-۱۹)، تغییرات تنش بی‌بعد با زاویه الیاف در C های مختلف برای شیشه/پوکسی مشاهده می‌شود. منحنی با کشیدگی گشودگی $C=1$ متعلق به گشودگی دایره‌ای است. با توجه به این شکل، زاویه الیافی که منجر به کمترین تنش بی‌بعد می‌شود؛ در زاویه ۹۰ درجه اتفاق می‌افتد. مقادیر کمترین و بیشترین تنش بی‌بعد برای این ماده در C های مختلف در جدول (۴-۱۴) ارائه شده است.



شکل ۴-۱۹: بررسی تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی بیضوی



شکل ۴-۱۸: بررسی تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحاتی از مواد ارتوتروپیک حاوی گشودگی بیضوی

جدول ۴-۱۳: زاویه الیاف بهینه و تنش مطلوب متناظر با آن در $C=2$ برای صفحاتی از مواد ارتوتروپیک حاوی گشودگی بیضوی

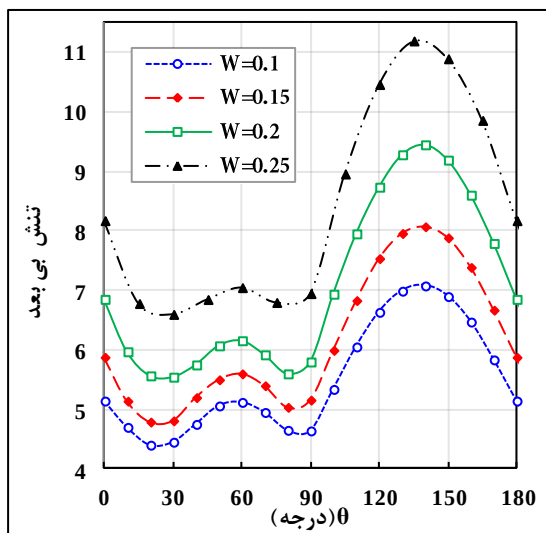
جنس صفحه	زاویه الیاف مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه الیاف نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
گرافیت/اپوکسی	۹۰	۵/۸۴۵	۳۵	۱۲/۶۵۴
شیشه/اپوکسی	۹۰	۴/۲۲۳	۴۰	۶/۶۴۳
تخته چندلا	۹۰	۴/۱۰۴	۴۵	۷/۹۷۴
شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی	۹۰ و ۰	۳/۸۵۵	۴۵	۵/۳۶۶

جدول ۴-۱۴: زاویه الیاف بهینه و تنش مطلوب متناظر با آن در C های مختلف از صفحه شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی بیضوی و دایره‌ای

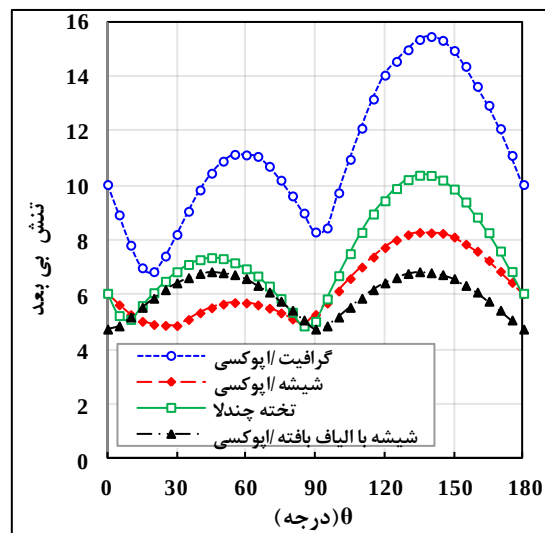
C	زاویه الیاف مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه الیاف نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
۱	۹۰ و ۰	۴/۱۱۹	۴۵	۵/۸۲۰
۱/۵	۹۰	۴/۰۷۰	۴۵	۶/۰۸۴
۲	۹۰	۴/۲۲۳	۴۰	۶/۶۴۳
۲/۵	۹۰	۴/۴۵۴	۴۰	۷/۲۷۳

۴-۲-۴ گشودگی مثلثی

این بررسی برای گشودگی مثلثی برای چهار ماده‌ی ارتوتروپیک در شکل (۴-۲۰) با در نظر گرفتن $W=0/16$ و $C=1$ و زاویه‌ی چرخش صفر انجام می‌گیرد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، منحنی‌های مربوط به مواد مختلف از یک رفتار تناوبی با دوره تناوب 180° درجه برخوردار می‌باشند و زوایایی که در آن کمترین و بیشترین تنش بی‌بعد برای این مواد رخ می‌دهد در جدول (۴-۱۵) ارائه شده است. شکل (۴-۲۱) تأثیر زاویه‌ی الیاف بر تنش بی‌بعد در ماده‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی را در زاویه صفر تا 180° درجه با در نظر گرفتن $C=1$ و زاویه‌ی چرخش صفر نشان می‌دهد.



شکل ۴-۲۱: بررسی تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی مثلثی



شکل ۴-۲۰: بررسی تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحاتی از مواد ارتوتروپیک حاوی گشودگی مثلثی

جدول ۴-۱۵: زاویه الیاف بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $W=0/16$ و $C=1$ برای صفحاتی از مواد ارتوتروپیک حاوی گشودگی مثلثی

جنس صفحه	زاویه الیاف مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه الیاف نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
گرافیت/اپوکسی	۲۰	۶/۸۶۰	۱۴۰	۱۲/۴۵۸
شیشه/اپوکسی	۲۵	۴/۸۸۵	۱۴۰	۸/۲۹۶
تخته چندلا	۸۵	۴/۸۷۴	۱۳۵	۱۰/۳۸۵
شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی	۰ و ۹۰	۴/۷۵۹	۱۳۵	۶/۸۵۶

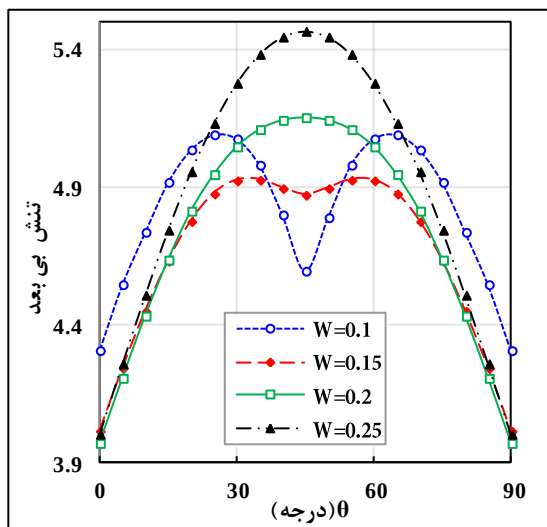
در این شکل، هر منحنی نشان دهنده‌ی تمرکز تنش گشودگی مثلی با انحنای (w) مختلف می‌باشند. نکته‌ی قابل توجه در شکل (۴-۲۱) این می‌باشد که با افزایش انحنای گشودگی، در زوایای ۲۰ و ۸۵ درجه برای ماده‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی می‌توان به تنش بهینه دست یافت.

جدول ۴-۱۶: زاویه الیاف بهینه و تنش مطلوب متناظر با آن در w های مختلف از صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی مثلی

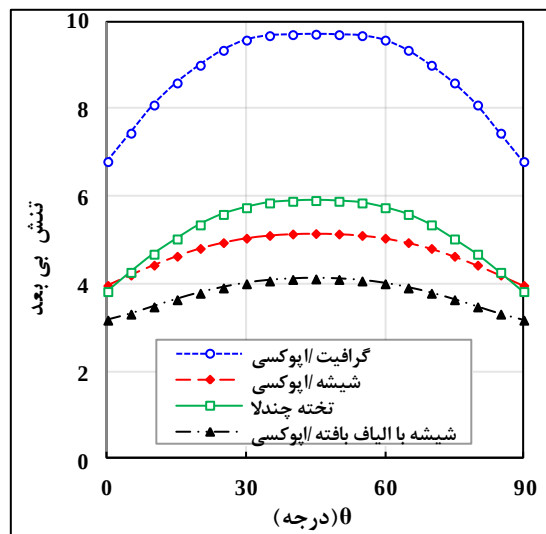
w	زاویه الیاف مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه الیاف نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
۰/۱	۱۵	۴/۳۱۵	۱۴۰	۷/۰۷۹
۰/۱۵	۲۵	۴/۷۵۶	۱۴۰	۸/۰۷۴
۰/۲	۲۵	۵/۵۳۶	۱۴۰	۹/۴۵۲
۰/۲۵	۲۵	۶/۶۳۴	۱۴۰	۱۱/۲۴۱

۴-۴-۳ گشودگی چهارضلعی

نتایج بررسی تأثیر این پارامتر بر تنش بی‌بعد، برای چهار ماده‌ی کامپوزیتی مختلف در شکل (۴-۲۲) نشان داده شده است. این بررسی برای یک گشودگی با $w=0/04$ و $c=1$ و زاویه چرخش صفر انجام می‌گیرد. در زوایای ۰ و ۹۰ درجه، کمترین تنش بی‌بعد و در زاویه ۴۵ درجه بیشترین تنش بی‌بعد رخ می‌دهد. مقادیر کمترین و بیشترین تنش بی‌بعد برای این مواد در جدول (۴-۱۷) ارائه شده است. در شکل (۴-۲۳)، تغییرات تنش بی‌بعد با زاویه الیاف در w های مختلف برای شیشه/اپوکسی مشاهده می‌شود. در این شکل، زاویه الیافی که منجر به کمترین تنش بی‌بعد می‌شود؛ با تغییر w تغییر نمی‌کند. برای شیشه/اپوکسی، کمترین تنش بی‌بعد همواره برای w های مختلف در زاویه الیاف صفر و ۹۰ درجه اتفاق می‌افتد. اگرچه مقدار کمترین تنش بی‌بعد در w های مختلف کاملاً متفاوت است. بیشترین تنش بی‌بعد بسته به مقدار w در زوایای الیاف مختلف رخ می‌دهد. مقادیر تنش مطلوب در زاویه الیاف بهینه و همچنین تنش نامطلوب برای ماده‌ی شیشه/اپوکسی در w های مختلف و $c=1$ در جدول (۴-۱۸) ارائه شده است.



شکل ۴-۲۳: بررسی تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چهارضلعی



شکل ۴-۲۲: بررسی تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحاتی از مواد ارتوتروپیک حاوی گشودگی چهارضلعی

جدول ۴-۱۷: زاویه الیاف بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $w=0.04$ و $C=1$ برای صفحاتی از مواد ارتوتروپیک حاوی گشودگی چهارضلعی

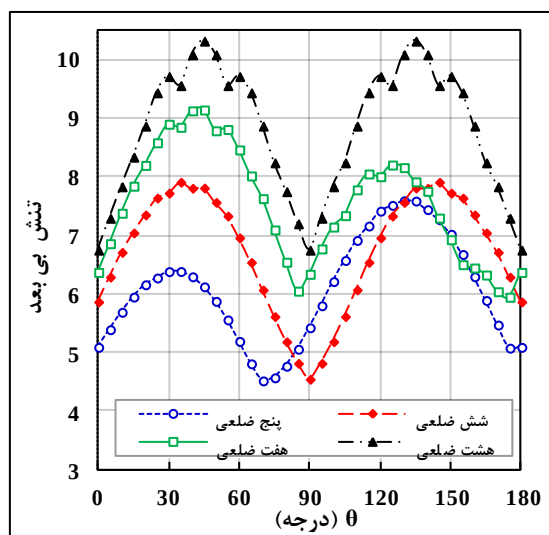
جنس صفحه	زاویه الیاف مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه الیاف نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
گرافیت/اپوکسی	۰ و ۹۰	۳/۹۶۸	۴۵	۵/۱۵۴
شیشه/اپوکسی	۰ و ۹۰	۳/۸۲۸	۴۵	۵/۹۰۸
تخته چندلا	۰ و ۹۰	۶/۷۹۹	۴۵	۹/۷۱۰
شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی	۰ و ۹۰	۳/۱۷۴	۴۵	۴/۱۱۷

جدول ۴-۱۸: زاویه الیاف بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در w های مختلف از صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چهارضلعی

w	زاویه الیاف مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه الیاف نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
۰/۰۲	۹۰ و ۰	۴/۰۰۱	۴۵	۵/۴۶۸
۰/۰۴	۹۰ و ۰	۳/۹۶۸	۴۵	۵/۱۵۴
۰/۰۶	۹۰ و ۰	۴/۰۱۲	۳۵ و ۵۵	۴/۹۲۶
۰/۱	۹۰ و ۰	۴/۳۰۵	۲۵ و ۶۵	۵/۰۹۱

۳-۴-۳ گشودگی پنج ضلعی، شش ضلعی و n ضلعی

تأثیر زاویه الیاف θ بر روی مقدار تنش بی بعد برای گشودگی های پنج ضلعی، شش ضلعی و ...، با در نظر گرفتن $C=1$ بررسی می شود. در مورد مواد مرکب صفحه ای از جنس شیشه/اپوکسی در شعاع انحنای ثابت $(W=0/06)$ مورد مطالعه قرار می گیرد. در شکل (۴-۲۴) زاویه الیاف از صفر تا ۱۸۰ درجه تغییر می کند. منحنی های مربوط به چندضلعی های مختلف دارای دوره ی تناوب متفاوتی می باشند. همان طور که در این شکل دیده می شود؛ در زاویه ی چرخش خاصی مقدار تنش بی بعد کمترین مقدار است؛ که تنش مطلوب نامیده می شود. نتایج این بررسی در جدول (۴-۱۹) ارائه شده است.



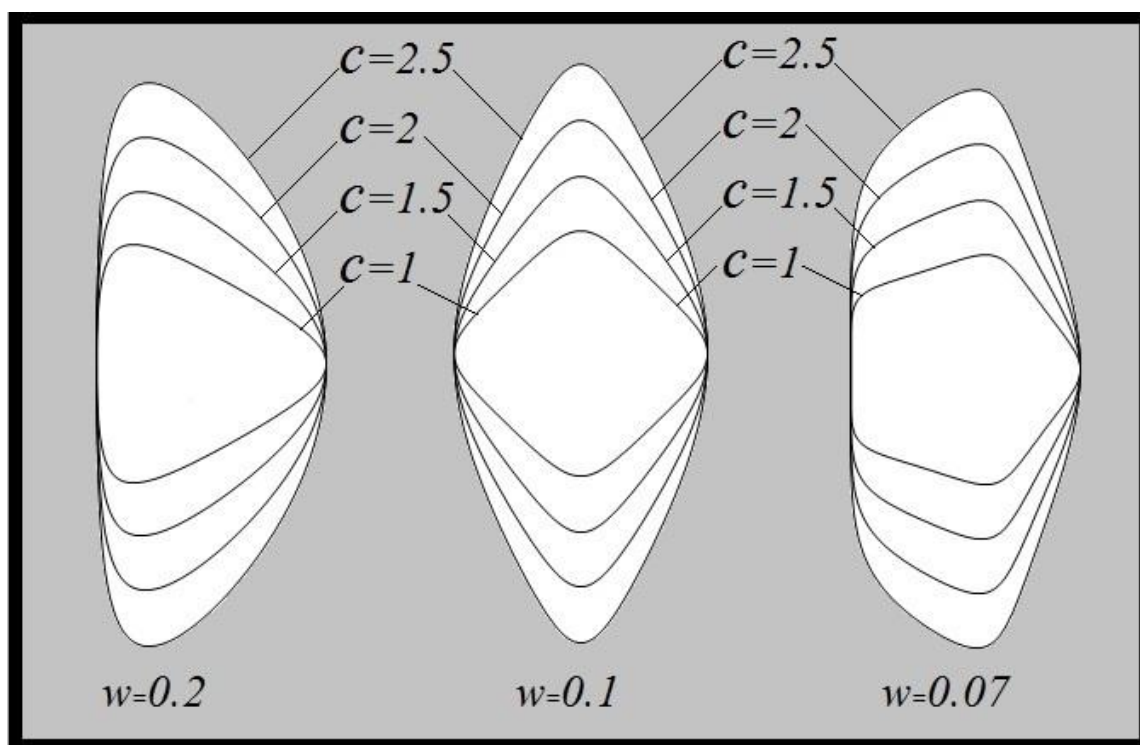
شکل ۴-۲۴: بررسی تأثیر زاویه الیاف بر تمرکز تنش در صفحه ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چندضلعی

جدول ۴-۱۹: زاویه الیاف بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $C=1$ و $W=0/06$ از صفحه ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چندضلعی

نوع گشودگی	زاویه الیاف مطلوب (درجه)	تنش مطلوب	زاویه الیاف نامطلوب (درجه)	تنش نامطلوب
پنج ضلعی	۷۰	۴/۵۱۳	۳۵	۶/۳۸۴
شش ضلعی	۹۰	۴/۵۴۱	۳۵	۷/۹۱۱
هفت ضلعی	۸۵	۶/۰۴۸	۴۵	۹/۱۴۷
هشت ضلعی	۹۰ و ۰	۶/۷۴۹	۴۵	۱۰/۳۲۴

۴-۵ تأثیر کشیدگی گشودگی

از دیگر پارامترهای اصلی و تأثیرگذار بر توزیع تنش اطراف گشودگی، کشیدگی گشودگی (C) می‌باشد. شکل (۴-۲۵) به خوبی تأثیر تغییرات این پارامتر را بر هندسه‌ی گشودگی نشان می‌دهد. با افزایش C در w ثابت، گشودگی کشیده می‌شود. مقادیر C در بازه‌ی $1 \leq C \leq 2.5$ می‌باشد. مقادیر بیشتر از $C=2.5$ باعث می‌شود که گشودگی شکل خود را از دست دهد. برای بررسی تأثیر مقادیر مختلف (C) بر توزیع تنش اطراف گشودگی، دیگر پارامترها ثابت در نظر گرفته می‌شود. با توجه به اینکه در مورد مواد همسان‌گرد، جنس ماده تأثیری بر تمرکز تنش ندارد؛ فقط نتایج مربوط به فولاد ارائه می‌شود و در مورد مواد مرکب صفحاتی از جنس شیشه/اپوکسی، تخته چندلا و شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی در نظر گرفته شده است.



مثلت (سه ضلعی)

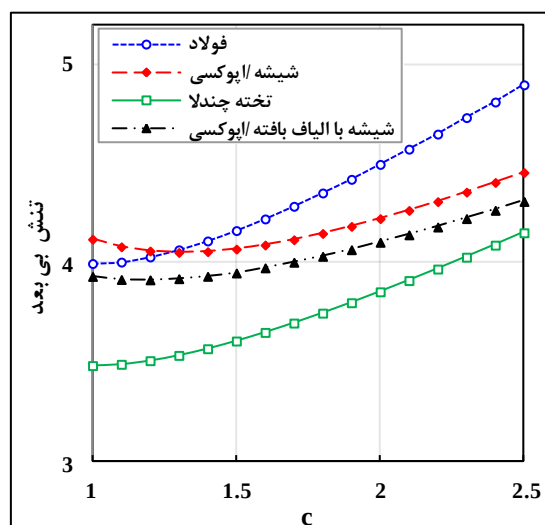
چهار ضلعی

پنج ضلعی

شکل ۴-۲۵: تأثیر پارامتر C بر کشیدگی گشودگی در w ثابت

۴-۵-۱ گشودگی بیضوی

برای ایجاد گشودگی بیضوی و دایره‌ای توسط رابطه‌ی (۲-۱) در فصل ۲، w باید برابر با صفر باشد. برای $c=1$ گشودگی تبدیل به دایره و برای $c>1$ گشودگی تبدیل به اشکال بیضوی می‌شود. در گشودگی بیضوی، کشیدگی گشودگی (c) پارامتری بسیار تأثیرگذار است. در این حالت به صورت دلخواه، زاویه‌ی چرخش گشودگی برای تمامی مواد صفر و زاویه الیاف برای مواد مرکب ۹۰ درجه می‌باشد.



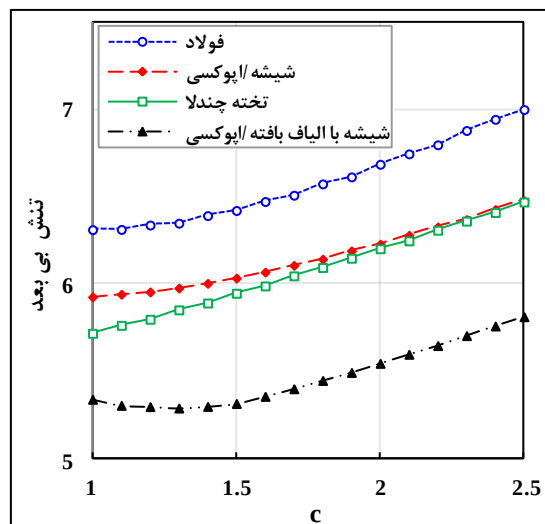
شکل ۴-۲۶: بررسی تأثیر کشیدگی گشودگی بر تمرکز تنش در صفحاتی از مواد مختلف حاوی گشودگی بیضوی

جدول ۴-۲۰: کشیدگی گشودگی بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $\theta=90^\circ$ و $\beta=0^\circ$ در صفحاتی از مواد مختلف حاوی گشودگی بیضوی

جنس صفحه	کشیدگی گشودگی (c)	تنش مطلوب
فولاد	۱	۳/۹۹۷
شیشه/اپوکسی	۱/۳	۴/۰۵۳
تخته چندلا	۱	۳/۴۸۴
شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی	۱/۲	۳/۹۱۵

۴-۵-۲ گشودگی مثلثی

این بررسی برای گشودگی مثلثی برای سه ماده‌ی ارتوتروپیک و یک ماده‌ی همسان‌گرد فولادی در شکل (۴-۲۷) با در نظر گرفتن $w=0/2$ ، زاویه چرخش صفر و زاویه الیاف برای مواد مرکب ۹۰ درجه انجام می‌گیرد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، به‌طور کلی برای مواد مختلف با افزایش c تنش بی‌بعد افزایش می‌یابد و کمترین مقدار تنش در $c=1$ ، که گشودگی در این حالت تبدیل به دایره می‌شود اتفاق می‌افتد. ولی برای بعضی از مواد مانند شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی برای کشیدگی گشودگی غیر از ۱ تمرکز تنش کمینه خواهد بود.



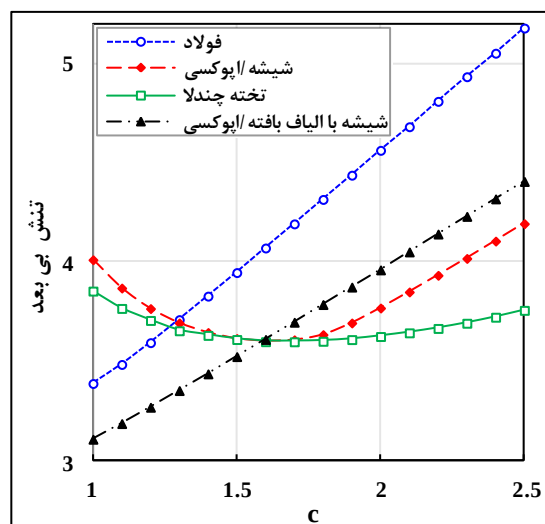
شکل ۴-۲۷: بررسی تأثیر کشیدگی گشودگی بر تمرکز تنش در صفحاتی از مواد مختلف حاوی گشودگی مثلثی در $w=0/2$

جدول ۴-۲۱: کشیدگی گشودگی بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $\theta=90^\circ$ ، $\beta=0$ و $w=0/2$ در صفحاتی از مواد مختلف حاوی گشودگی مثلثی

جنس صفحه	کشیدگی گشودگی (C)	تنش مطلوب
فولاد	۱	۶/۳۱۱
شیشه/اپوکسی	۱	۵/۹۲۶
تخته چندلا	۱	۵/۷۱۸
شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی	۱/۳	۵/۲۹۱

۳-۵-۴ گشودگی چهارضلعی

برای بررسی تأثیر مقادیر مختلف (c) بر توزیع تنش اطراف گشودگی، دیگر پارامترها ثابت در نظر گرفته می‌شود. در این حالت به صورت دلخواه، زاویه‌ی چرخش گشودگی برای تمامی مواد صفر و زاویه الیاف برای مواد مرکب ۹۰ درجه می‌باشند و مقدار w به طور ثابت برابر با ۰/۰۶ در نظر گرفته می‌شود. نتایج حاصل از شکل (۴-۲۸) نشان می‌دهد که برای مواد مختلف رابطه‌ی بین c و تنش بی‌بعد متفاوت است و مقدار c که تحت آن کمترین تنش بی‌بعد در w ثابت (w=۰/۰۶) حاصل می‌شود، برای مواد مختلف، متفاوت است. کشیدگی گشودگی بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در شرایط $\beta=0$, $\theta=90$ و $w=0/06$ برای گشودگی چهارضلعی در جدول (۴-۲۲) ارائه شده است.



شکل ۴-۲۸: بررسی تأثیر کشیدگی گشودگی بر تمرکز تنش در صفحاتی از مواد مختلف حاوی گشودگی چهارضلعی در $w=0/06$

جدول ۴-۲۲: کشیدگی گشودگی بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $\beta=0$, $\theta=90$ و $w=0/06$ در صفحاتی از مواد مختلف حاوی گشودگی چهارضلعی

جنس صفحه	کشیدگی گشودگی (C)	تنش مطلوب
فولاد	۱	۳/۳۹۰
شیشه/اپوکسی	۱/۶	۳/۶۰۴
تخته چندلا	۱/۷	۳/۵۹۹
شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی	۱	۳/۱۰۹

۴-۵-۴ گشودگی پنج ضلعی، شش ضلعی و n ضلعی

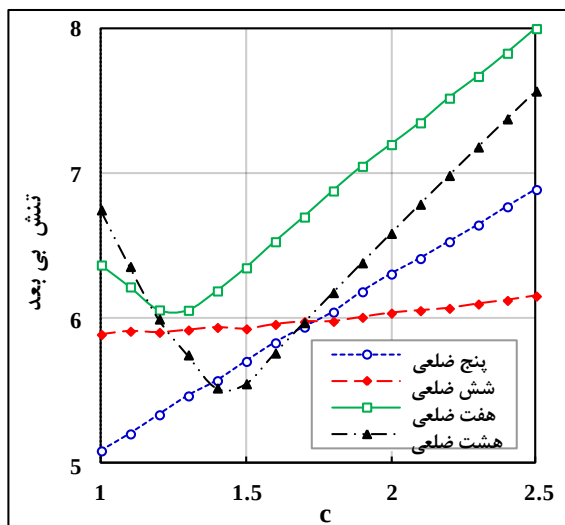
برای بررسی تأثیر مقادیر مختلف (C) بر توزیع تنش اطراف گشودگی‌های چندضلعی، دیگر پارامترها ثابت در نظر گرفته می‌شود. در این حالت، زاویه‌ی چرخش گشودگی برای تمامی مواد و زاویه الیاف برای ماده‌ی مرکب صفر می‌باشد. و مقدار w به‌طور ثابت برابر با $0/06$ در نظر گرفته می‌شود. نتایج حاصل از شکل‌های (۴-۲۹) و (۴-۳۰) نشان می‌دهد که برای دو ماده‌ی فولاد و شیشه/اپوکسی رابطه‌ی بین C و تنش بی‌بعد متفاوت است و مقدار C که تحت آن کمترین تنش بی‌بعد در w ثابت ($w=0/06$) حاصل می‌شود، برای گشودگی‌های مختلف، متفاوت است. نتایج این بررسی برای گشودگی‌های چندضلعی در جداول (۴-۲۳) و (۴-۲۴) به‌ترتیب برای صفحاتی از فولاد و شیشه/اپوکسی ارائه شده است.

جدول ۴-۲۳: کشیدگی گشودگی بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $\theta=0$ ، $\beta=0$ و $w=0/06$ در صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی چندضلعی

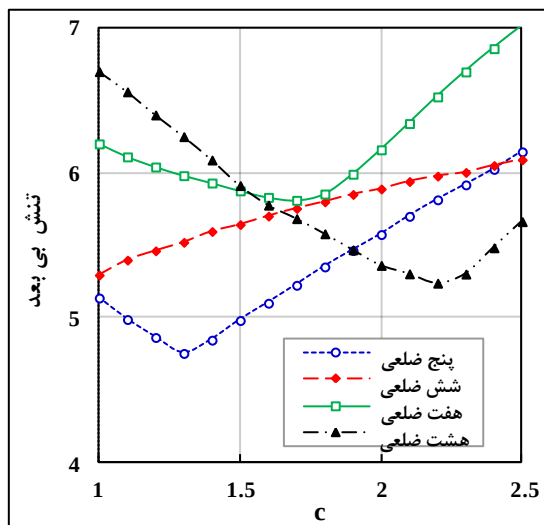
جنس صفحه	کشیدگی گشودگی (C)	تنش مطلوب
پنج ضلعی	۱/۳	۴/۷۴۹
شش ضلعی	۱	۵/۲۹۲
هفت ضلعی	۱/۷	۵/۸۰۹
هشت ضلعی	۲/۲	۵/۲۳۵

جدول ۴-۲۴: کشیدگی گشودگی بهینه و تنش مطلوب متناظر آن در $\theta=0$ ، $\beta=0$ و $w=0/06$ در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی حاوی گشودگی چندضلعی

جنس صفحه	کشیدگی گشودگی (C)	تنش مطلوب
پنج ضلعی	۱	۵/۰۸۷
شش ضلعی	۱	۴/۵۴۱
هفت ضلعی	۱/۳	۶/۰۵۷
هشت ضلعی	۱/۴	۵/۵۲۰



شکل ۳۰-۴: بررسی تأثیر کشیدگی گشودگی بر تمرکز تنش در صفحه‌ی شیشه/پوکسی حاوی گشودگی چندضلعی در $w=0.06$



شکل ۲۹-۴: بررسی تأثیر کشیدگی گشودگی بر تمرکز تنش در صفحه‌ی فولادی حاوی گشودگی چندضلعی در $w=0.06$

در این فصل تأثیر هر پارامتر به تنهایی بر روی توزیع تنش اطراف گشودگی مورد بررسی قرار گرفت. بنابراین در بررسی هر پارامتر، سایر پارامترها ثابت در نظر گرفته شد. پارامترهایی که در این فصل مورد بررسی قرار گرفته‌اند شامل: شعاع انحنای گشودگی، کشیدگی گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، زاویه‌ی الیاف و جنس صفحه می‌باشد. در این فصل سعی شد که تأثیر این پارامترها به‌طور مجزاً برای هر نوع گشودگی بررسی شود. نتایج به‌ترتیب انواع گشودگی‌ها (دایره‌ای، بیضوی، سه‌ضلعی (مثلثی)، چهارضلعی (شبه‌مستطیلی)، پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی و n ضلعی) دسته‌بندی و در هر نوع گشودگی نوع مواد همسان‌گرد و غیرهمسان‌گرد بررسی شد و تنش‌های مطلوب و نامطلوب به عنوان دو عامل مهم در دستیابی به طراحی بهینه تعریف و برای هر گشودگی مقدار این تنش‌ها محاسبه و در جدول ارائه گردید. واضح است که در مسائل مختلف ممکن است این پارامترها باهم تغییر کنند و تأثیرات متقابل آنها ممکن است منجر به توزیع تنش متفاوتی از مباحث ارائه شده در این فصل شود. بنابراین لازم است تا به بررسی اثرات متقابل این پارامترها نیز پرداخته شود. در فصل بعد با توجه به اهمیت این موضوع، سعی شده است تا تأثیرات این پارامترها در کنار یکدیگر برای دستیابی به پارامترهای بهینه به دقت مورد بررسی قرار گیرد.

فصل پنجم

بررسی تأثیر همه‌ی پارامترها در کنار یکدیگر
برای دستیابی به کمترین تمرکز تنش

۵-۱ مقدمه

در فصل گذشته تأثیر هر پارامتر بر روی توزیع تنش اطراف گشودگی به تنهایی، برای تمامی انواع گشودگی‌های دایروی، بیضوی، مثلثی، چهارضلعی (شبه مستطیلی)، پنج ضلعی، شش ضلعی و n ضلعی مورد بررسی قرار گرفت. بنابراین در بررسی هر پارامتر، سایر پارامترها ثابت در نظر گرفته شد. اما در این فصل به بررسی تأثیر تمامی پارامترها در کنار یکدیگر برای دستیابی به کمترین تنش بی‌بعد پرداخته می‌شود. پارامترهای مورد بحث شامل: انحنای گشودگی، کشیدگی گشودگی، زاویه چرخش گشودگی هستند. همچنین برای مواد مرکب نوع ماده و زاویه الیاف نیز مورد بررسی قرار می‌گیرند. این بررسی برای هر نوع گشودگی ابتدا برای مواد همسان‌گرد و سپس برای مواد غیرهمسان‌گرد انجام می‌شود و در نهایت پارامترهای بهینه و تمرکز تنش متناظر با این پارامترها در جدولی معرفی می‌شود.

۵-۲ گشودگی بیضوی و دایره‌ای

از آنجایی که در نگاشت اشکال دایره‌ای و بیضوی پارامتر w برابر با صفر می‌باشد و پارامتر c در اشکال دایره‌ای برابر ۱ است. بنابراین تغییر این پارامترها در این گشودگی‌ها و همچنین تغییر زاویه چرخش گشودگی در اشکال دایره‌ای تأثیری ندارد. نتایج ارائه شده در این بخش برحسب نوع ماده مرتب شده است. ابتدا مواد همسان‌گرد و سپس مواد غیرهمسان‌گرد مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

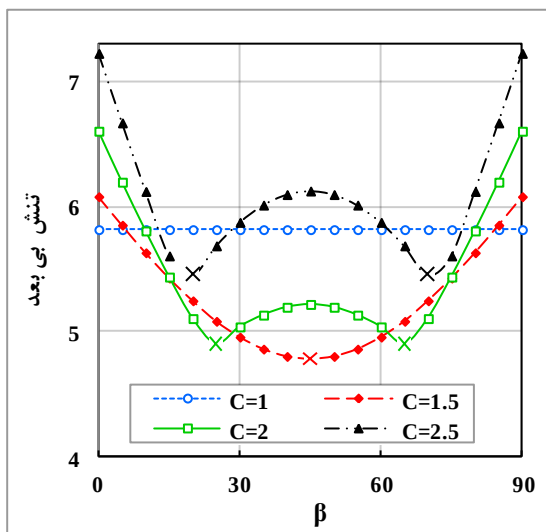
۵-۲-۱ مواد همسان‌گرد

باتوجه به اینکه در مورد مواد همسان‌گرد، جنس ماده تأثیری بر تمرکز تنش ندارد؛ فقط نتایج مربوط به فولاد ارائه می‌شود. برای این ماده در گشودگی دایره‌ای هیچ یک از پارامترها تأثیرگذار نخواهد بود و مقدار کمترین تنش بی‌بعد برابر با $3/997$ می‌باشد. برای $c > 1$ گشودگی تبدیل به اشکال بیضوی می‌شود. در گشودگی‌های بیضوی، تنها پارامترهای تأثیرگذار، کشیدگی گشودگی (c) و زاویه چرخش گشودگی (β) می‌باشد که تأثیر این دو پارامتر در کنار یکدیگر در شکل (۵-۱) بررسی می‌شود. در این شکل نشان داده شده، کمترین تمرکز تنش مربوط به گشودگی دایره‌ای ($c=1$) است که مستقل از

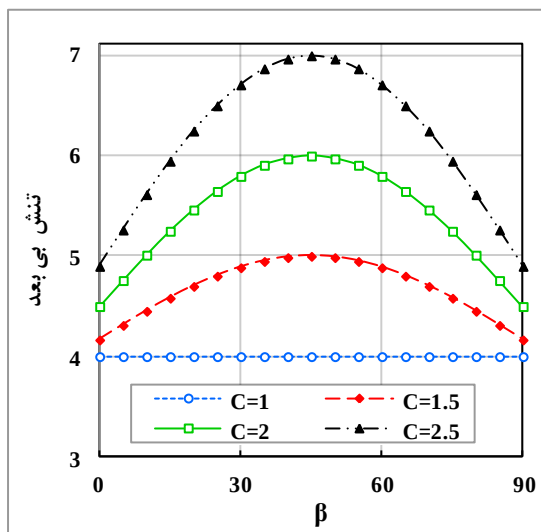
تغییر پارامترهاست. و همچنین برای گشودگی‌های بیضوی کمترین تمرکز تنش در زاویه‌ی چرخش گشودگی ۰ و ۹۰ درجه اتفاق می‌افتد.

۵-۲-۲ مواد غیرهمسان‌گرد

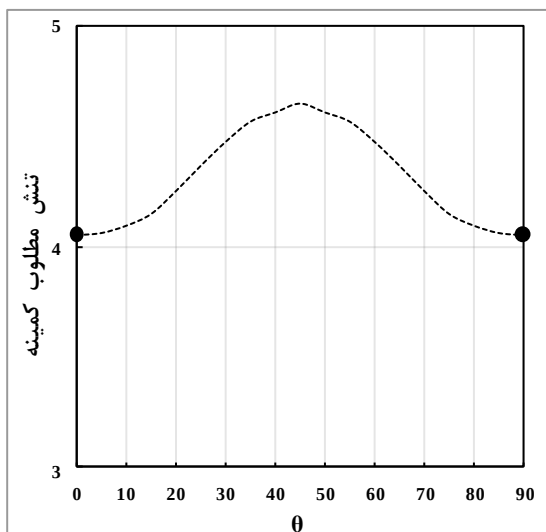
پارامترهای مورد بحث برای این مواد در گشودگی‌های دایره‌ای و بیضوی شامل: کشیدگی گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، نوع ماده، زاویه‌ی الیاف می‌باشد. در این بخش به بررسی تأثیر تمامی این پارامترها در کنار یکدیگر برای مواد ارتوتروپیک که خواص آنها در جدول (۲-۳) آمده است، پرداخته می‌شود تا پارامترهای بهینه برای دستیابی به کمترین تنش بی‌بعد حاصل شود. مطالعات برای صفحه‌ای از جنس شیشه/اپوکسی انجام می‌گیرد و در پایان تمام پارامترهای بهینه برای مواد مختلف در جدولی ارائه می‌شود. ابتدا تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر تنش بی‌بعد در کشیدگی گشودگی (C) مختلف، در زاویه‌ی الیاف (θ) خاصی به دست می‌آید. در شکل (۲-۵)، نتایج برای زاویه‌ی الیاف ۴۵ درجه ارائه شده است. این عمل برای θ های مختلف در بازه‌ی $0 \leq \theta \leq 90$ درجه انجام می‌شود. سپس اگر نقاط مینیمم این منحنی‌ها در هر شکل که با علامت (X) مشخص شده است، تنش مطلوب نام‌گذاری شود، در نموداری دیگر، تغییرات این تنش مطلوب برحسب کشیدگی گشودگی در θ های مختلف که از مرحله‌ی قبل به دست آمده سنجیده می‌شود. این نتایج در شکل (۳-۵) نشان داده شده است. سپس نقاط مینیمم به دست آمده از منحنی‌های شکل (۳-۵) که با علامت (+) مشخص شده است، در شکل (۴-۵) به صورت جداگانه برحسب θ رسم می‌شود. در شکل (۴-۵) نقطه‌ای که با علامت (●) نشان داده شده، کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی غیرهمسان‌گرد شیشه/اپوکسی برای گشودگی بیضوی می‌باشد که مقدار آن برابر با ۴/۰۵۳ می‌باشد. پارامترهای بهینه در این نقطه عبارت است از: $c=1/3$ ، $\beta=90$ ، $\theta=90$. این بررسی برای دیگر مواد ارتوتروپیک انجام می‌شود و پارامترهای بهینه به دست آمده و کمترین تنش بی‌بعد متناظر با آن برای این مواد در جدول (۱-۵) معرفی شده است.



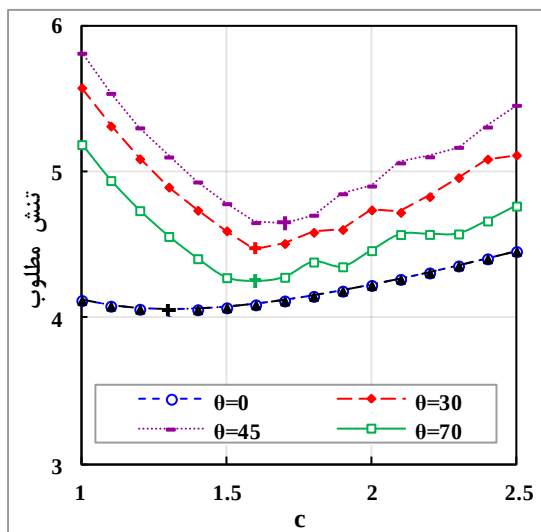
شکل ۵-۲: تأثیر زاویه چرخش گشودگی بر تنش بی بعد در Cهای مختلف در $\theta=45$



شکل ۵-۱: بررسی تأثیر پارامتر C و β بر تمرکز تنش صفحه فولادی برای گشودگی بیضوی



شکل ۵-۴: کمترین تنش مطلوب در صفحه شیشه/پوکسی برای گشودگی دایره‌ای و بیضوی



شکل ۵-۳: تغییرات تنش مطلوب برحسب کشیدگی گشودگی (C)، در θ های مختلف

نتایج این جدول که حاصل بررسی هم‌زمان پارامترهای بهینه در گشودگی‌های دایروی و بیضوی می‌باشد؛ نشان می‌دهد که در بعضی مواد، تمرکز تنش در گشودگی بیضوی حتی کمتر از گشودگی دایروی می‌باشد. در این جدول پارامتر $C=1$ نشان دهنده گشودگی دایروی است که تغییرات زاویه چرخش برای آن معنا ندارد.

جدول ۵- ۱: پارامترهای بهینه برای گشودگی دایروی و بیضوی در صفحاتی از مواد مختلف و تنش بی‌بعد متناظر با آن

مواد	w انحنای گشودگی	c کشیدگی گشودگی	β زاویه چرخش گشودگی (درجه)	θ زاویه الیاف (درجه)	تنش بی‌بعد
فولاد	۰	۱	-	۰ و ۹۰	۳/۹۹۷
شیشه/اپوکسی	۰	۱/۳	۰ و ۹۰	۰ و ۹۰	۴/۰۵۳
تخته چندلا	۰	۱/۴	۲۰ و ۷۰	۵ و ۸۵	۳/۹۰۵
گرافیت/اپوکسی	۰	۲	۰ و ۹۰	۰ و ۹۰	۵/۸۴۵
برن/اپوکسی	۰	۲/۴	۳۰ و ۶۰	۱۵ و ۷۵	۵/۶۲۷
شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی	۰	۱	-	۰ و ۹۰	۳/۴۸۴

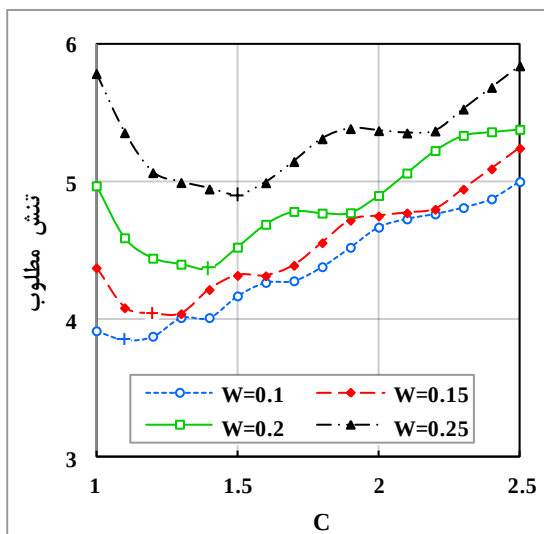
۵-۳ گشودگی مثلثی

در این بخش به بررسی تأثیر تمامی پارامترها در کنار یکدیگر برای دستیابی به کمترین تنش بی‌بعد در گشودگی مثلثی پرداخته می‌شود. بررسی ابتدا برای مواد همسان‌گرد و سپس برای مواد غیرهمسان‌گرد انجام می‌شود و در نهایت در جدولی پارامترهای بهینه برای این نوع گشودگی معرفی می‌شود.

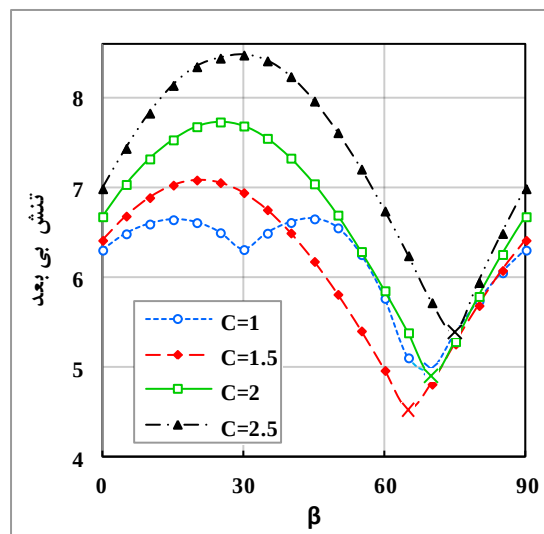
۵-۳-۱ مواد همسان‌گرد

پارامترهای تأثیرگذار در مواد همسان‌گرد شامل: w ، c و β می‌باشد. تأثیر همزمان این پارامترها برای ماده‌ی همسان‌گرد فولاد بررسی می‌شود. ابتدا تأثیر زاویه‌ی چرخش بر تنش بی‌بعد در کشیدگی گشودگی‌های مختلف، در w خاصی به دست می‌آید. در شکل (۵-۵)، نتایج این بررسی برای $w=0/2$ ارائه شده است. این عمل برای w های مختلف در بازه‌ی $0 \leq w \leq 0/3$ انجام می‌شود. سپس اگر نقاط مینیمم این منحنی‌ها در هر شکل که با علامت (X) مشخص شده است، تنش مطلوب نام‌گذاری شود، در نموداری دیگر، تغییرات این تنش مطلوب برحسب کشیدگی گشودگی در w های مختلف که از مرحله‌ی قبل به دست آمده سنجیده می‌شود. این نتایج در شکل (۵-۶) نشان داده شده است. سپس

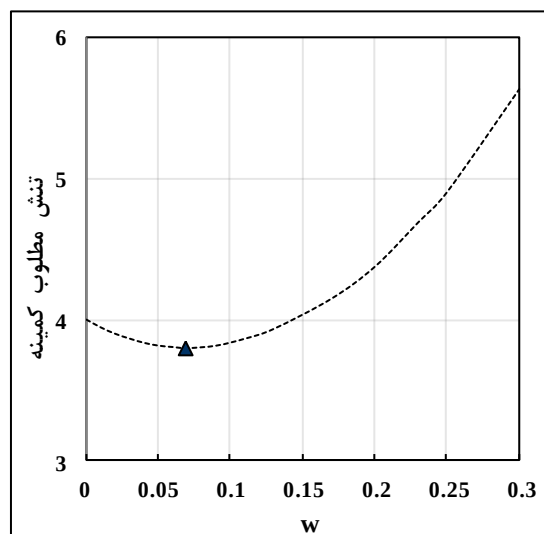
نقاط مینیمم به دست آمده از منحنی‌های شکل (۵-۶) که با علامت (+) مشخص شده است، در شکل (۵-۷) به صورت جداگانه برحسب w رسم می‌شود. به عبارتی در شکل (۵-۷) محور افقی، w و محور قائم، کمترین تنش‌های نمودار قبلش است. در این شکل نقطه‌ای که با علامت ($\blacktriangle$) نشان داده شده، کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی همسان‌گرد فولادی برای گشودگی مثلی است که مقدار آن برابر با $\beta=65$ ، $c=1/1$ ، $w=0.07$ می‌باشد. پارامترهای بهینه در این نقطه عبارتند از:



شکل ۵-۶: تغییرات تنش مطلوب برحسب کشیدگی گشودگی (C)، در w های مختلف



شکل ۵-۵: تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر تنش بی بعد در کشیدگی گشودگی‌های مختلف در $w=0.2$

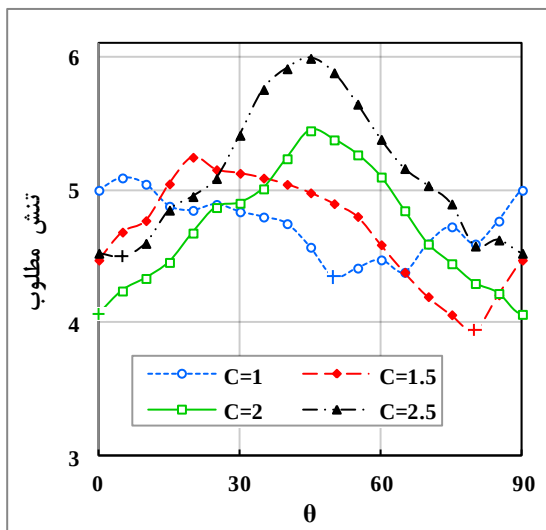


شکل ۵-۷: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی همسان‌گرد فولادی برای گشودگی مثلی

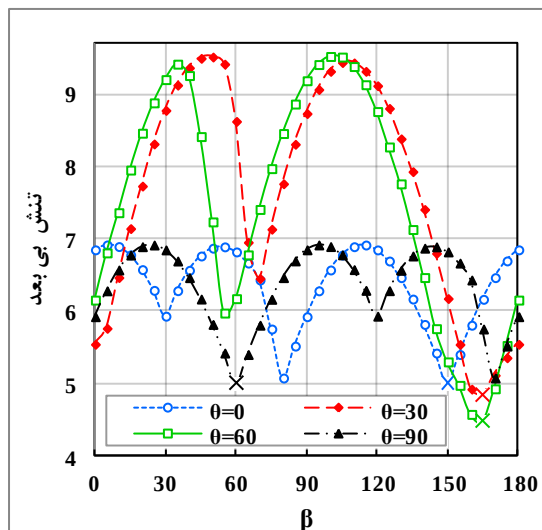
۵-۳-۲ مواد غیرهمسان گرد

در این بخش به بررسی تأثیر تمامی پارامترها در کنار یکدیگر برای مواد ارتوتروپیک پرداخته می‌شود تا پارامترهای بهینه برای دستیابی به کمترین تنش بی‌بعد حاصل شود. پارامترهای مورد بحث برای این مواد شامل: انحنای گشودگی، کشیدگی گشودگی، زاویه چرخش گشودگی، نوع ماده، زاویه الیاف می‌باشد. بنابراین تأثیر همزمان پارامترها برای صفحه‌ای از جنس شیشه/اپوکسی مورد مطالعه قرار می‌گیرد و در پایان تمام پارامترهای بهینه و تنش متناظر با آن برای مواد ارتوتروپیک در جدولی ارائه می‌شود. ابتدا تأثیر زاویه چرخش بر تنش بی‌بعد در زوایای الیاف مختلف، در $c=1$ و $w=0/2$ در شکل (۵-۸) نشان داده شده است. این بررسی برای c های مختلف در بازه $1 \leq c \leq 2/5$ انجام می‌شود. موقعیت تنش بی‌بعد که در زوایای الیاف مختلف کمترین مقدار است؛ در شکل (۵-۸) با علامت (X) مشخص شده است. این تنش‌های بی‌بعد کمینه، تنش مطلوب نام‌گذاری می‌شود. اکنون در شکل (۵-۹) تغییرات تنش مطلوب برحسب زاویه الیاف به‌صورت توابعی پیوسته در c های مختلف نشان داده شده است. نقاط مینیمم به‌دست آمده از منحنی‌های شکل (۵-۹) که با علامت (+) مشخص شده است؛ کمترین تنش مطلوب در هر c می‌باشند. در شکل (۵-۱۰)، این کمترین تنش مطلوب برحسب c ترسیم شده است. در شکل (۵-۱۰) نقطه‌ای که با علامت (Δ) نشان داده شده، کمترین تنش مطلوب در $w=0/2$ می‌باشد. تمامی مراحل بالا، شکل‌ها و نتایج ارائه شده در این بخش برای $w=0/2$ انجام شده است. بنابراین این بررسی‌ها برای تمامی انحنای گوشه گشودگی در بازه $0 \leq w \leq 0/3$ انجام می‌شود و مقادیر به‌دست آمده از آن در شکل (۵-۱۱) ترسیم می‌شود. در شکل (۵-۱۱) نقطه‌ای که با علامت ($\blacktriangle$) نشان داده شده، کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی غیرهمسان گرد شیشه/اپوکسی برای گشودگی مثلی می‌باشد که مقدار آن برابر با $3/808$ می‌باشد. پارامترهای بهینه در این نقطه عبارت است از: $w=0/08$ ، $c=1/3$ ، $\beta=165$ ، $\theta=90$. این بررسی‌ها برای دیگر مواد مرکب انجام شده است. پارامترهای بهینه به‌دست آمده و کمترین تنش بی‌بعد متناظر با آن برای این مواد در جدول (۵-۲)

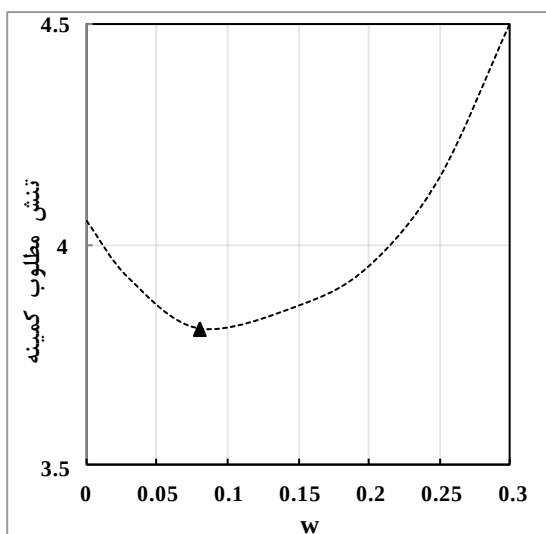
معرفی شده است. نتایج این جدول نشان می‌دهد که برای مواد مختلف در پارامترهای خاصی از گشودگی مثلی، مقدار تمرکز تنش حتی از گشودگی دایره‌ای در این مواد نیز کمتر خواهد بود.



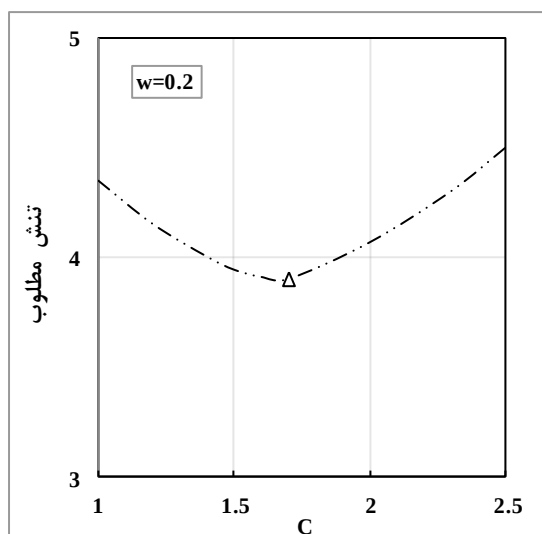
شکل ۵-۹: تغییرات تنش مطلوب برحسب زاویه الیاف در کشیدگی گشودگی‌های مختلف در $w=0.2$



شکل ۵-۸: تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر تنش بی بعد در زاویه الیاف مختلف در $C=1$ و $w=0.2$



شکل ۵-۱۱: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/پوکسی برای گشودگی مثلی



شکل ۵-۱۰: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/پوکسی در $w=0.2$

جدول ۵-۲: پارامترهای بهینه برای گشودگی مثلی در صفحاتی از مواد مختلف و تنش بی بعد متناظر

مواد	w انحنای گشودگی	c کشیدگی گشودگی	β زاویه چرخش گشودگی (درجه)	θ زاویه الیاف (درجه)	تنش بی بعد
فولاد	۰/۰۷	۱/۱	۶۵	-	۳/۷۹۲
شیشه/اپوکسی	۰/۰۸	۱/۳	۱۶۵	۹۰	۳/۸۰۸
تخته چندلا	۰/۲۲	۱/۷	۱۶۰	۸۵	۳/۷۳۱
گرافیت/اپوکسی	۰/۱۲	۲/۵	۷۵	۵	۵/۶۹۰
شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی	۰/۰۶	۱/۲	۱۶۰	۰	۳/۴۰۹

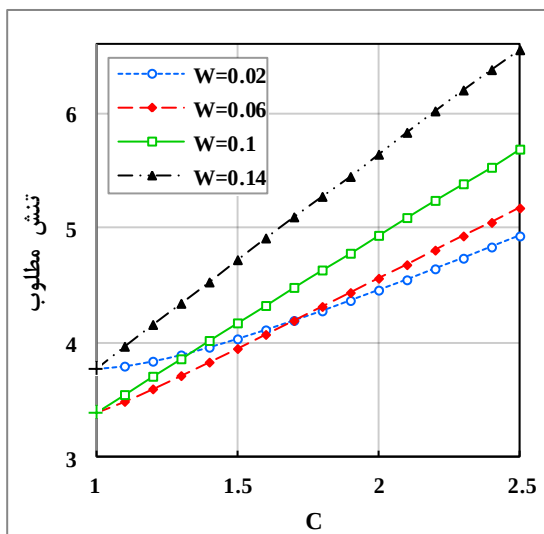
۵-۴ گشودگی چهارضلعی

در این بخش به بررسی تأثیر تمامی پارامترها در کنار یکدیگر برای دستیابی به کمترین تنش بی بعد برای گشودگی چهارضلعی پرداخته می شود. این بررسی ابتدا برای مواد همسان گرد و سپس برای مواد غیرهمسان گرد انجام می شود و در نهایت پارامترهای بهینه و تنش بی بعد متناظر با آن برای این نوع گشودگی معرفی می شود.

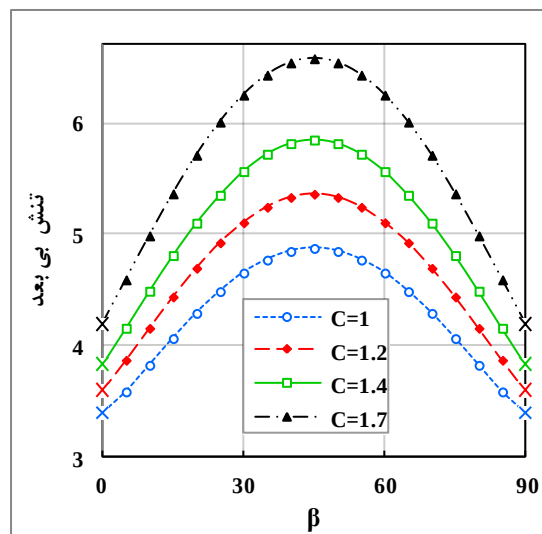
۵-۴-۱ مواد همسان گرد

w، c و β از مهم ترین پارامترهای تأثیرگذار بر تحلیل تنش صفحات همسان گرد حاوی گشودگی و تحت تنش برشی هستند. تأثیر همزمان این پارامترها بر روی صفحه فولادی بررسی می شود. ابتدا تأثیر زاویه چرخش بر تنش بی بعد در cهای مختلف، در w ثابتی به دست می آید. در شکل (۵-۱۲)، نتایج برای w=۰/۰۶ ارائه شده است. این بررسی برای wهای مختلف در بازه $۰ \leq w \leq ۰/۲۵$ انجام می شود. سپس اگر نقاط مینیمم این منحنی ها در هر شکل که با علامت (X) مشخص شده است، تنش مطلوب نام گذاری شود، در نموداری دیگر، تغییرات این تنش مطلوب بر حسب کشیدگی گشودگی در wهای مختلف که از مرحله قبل به دست آمده سنجیده می شود. این نتایج در شکل

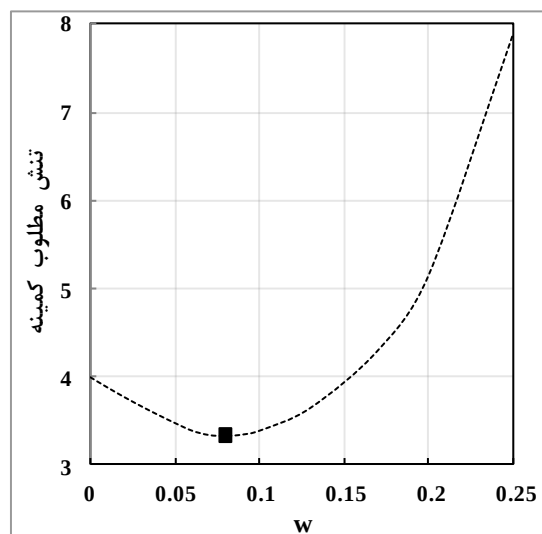
(۵-۱۳) نشان داده شده است. سپس نقاط مینیمم به دست آمده از منحنی‌های شکل (۵-۱۳) که با علامت (+) مشخص شده است، در شکل (۵-۱۴) به صورت جداگانه برحسب w ترسیم می‌شود. به عبارتی در شکل (۵-۱۴) محور افقی، w و محور قائم کمترین تنش مطلوب است. بنابراین در این شکل نقطه‌ای که با علامت ($\square$) نشان داده شده است؛ نشان‌دهنده کمترین تنش مطلوب ممکن در صفحه‌ی فولادی برای گشودگی چهارضلعی می‌باشد؛ که مقدار آن برابر با $3/329$ است.



شکل ۵-۱۳: تغییرات تنش مطلوب برحسب کشیدگی گشودگی (C)، در w های مختلف



شکل ۵-۱۲: تأثیر زوایه‌ی چرخش گشودگی بر تنش بی‌بعد در کشیدگی گشودگی‌های مختلف در $w=0/06$



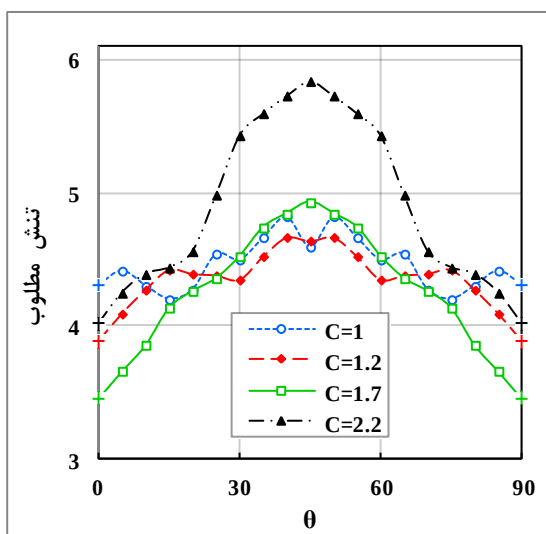
شکل ۵-۱۴: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی همسان‌گرد فولادی برای گشودگی چهارضلعی

پارامترهای بهینه در این نقطه عبارت است از: $w=0/08$ ، $c=1$ ، و $\beta=90$. این نتیجه نشان می‌دهد که با انتخاب صحیح پارامترهای مهم و تأثیرگذار، می‌توان به تمرکز تنشی کمتر از گشودگی دایره‌ای ($w=0$) دست یافت.

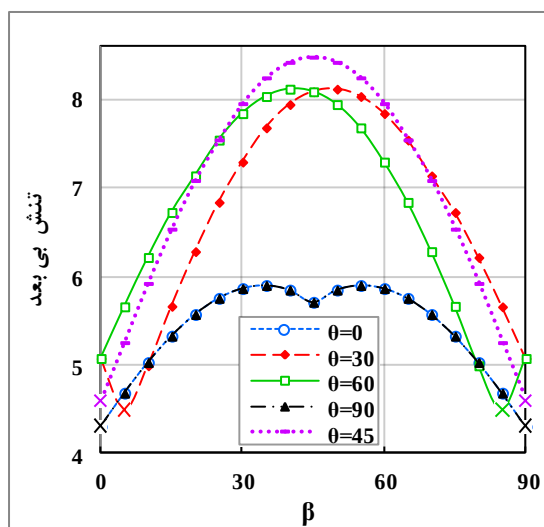
۵-۴-۲ مواد غیرهمسان‌گرد

در این بخش به بررسی تأثیر تمامی پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش اطراف گشودگی در صفحه‌ای از جنس مواد مرکبی که خواص آنها در جدول (۳-۲) آمده است؛ پرداخته می‌شود. هدف تعیین پارامترهای بهینه برای دستیابی به کمترین تنش بی‌بعد است. پارامترهای مورد بحث برای این مواد شامل: انحنای گشودگی، کشیدگی گشودگی، زاویه چرخش گشودگی، نوع ماده و زاویه الیاف می‌باشند. بنابراین پارامترهای w ، c ، β و θ برای صفحه‌ای از جنس شیشه/اپوکسی به‌طور کامل مورد مطالعه قرار می‌گیرد. ولی برای دیگر مواد مرکب فقط به ارائه پارامترهای بهینه و تنش بی‌بعد متناظر با آن بسنده می‌شود. ابتدا تأثیر زاویه چرخش بر تنش بی‌بعد در زوایای الیاف مختلف، در $c=1$ و $w=0/1$ در شکل (۵-۱۵) نشان داده شده است. این بررسی برای c های مختلف در بازه‌ی $1 \leq c \leq 2/5$ انجام می‌شود. نتایج مربوط به زاویه‌ی الیاف صفر و 90 درجه کاملاً برهم منطبق می‌باشند. موقعیت تنش بی‌بعد که در زوایای الیاف مختلف کمترین مقدار است؛ در شکل (۵-۱۵) با علامت (+) مشخص شده است. این تنش‌های بی‌بعد کمینه، تنش مطلوب نام‌گذاری می‌شود. اکنون در شکل (۵-۱۶) تغییرات تنش مطلوب برحسب زاویه الیاف به‌صورت توابعی پیوسته در c های مختلف نشان داده شده است. نقاط مینیمم به‌دست آمده از منحنی‌های شکل (۵-۱۶) که با علامت (X) مشخص شده است؛ کمترین تنش مطلوب در هر c می‌باشند. در شکل (۵-۱۷)، این کمترین تنش مطلوب برحسب c ترسیم شده است. در شکل (۵-۱۷) نقطه‌ای که با علامت (■) نشان داده شده، کمترین تنش مطلوب در $w=0/1$ می‌باشد. تمامی مراحل بالا، شکل‌ها و نتایج ارائه شده در این بخش برای $w=0/1$ انجام شده است. بنابراین این بررسی‌ها برای تمامی انحنای گوشه گشودگی در بازه $0 \leq w \leq 0/25$ انجام می‌شود و مقادیر به‌دست آمده از آن در شکل (۵-۱۸) ترسیم می‌شود. در این شکل نقطه‌ای که با

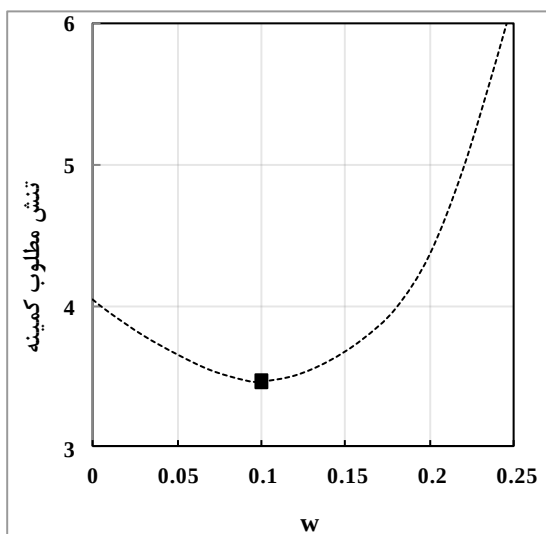
علامت ($\square$) نشان داده شده، کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی غیرهمسان‌گرد شیشه/اپوکسی برای گشودگی چهارضلعی (شبه‌مستطیلی) می‌باشد که مقدار آن برابر با $3/456$ می‌باشد. پارامترهای بهینه در این نقطه عبارت است از: $w=0/1$ ، $c=1/7$ ، $\beta=90$ و $\theta=0$. این بررسی‌ها برای دیگر مواد مرکب انجام شده است. پارامترهای بهینه به‌دست آمده و کمترین تنش بی‌بعد متناظر با آن برای این مواد در جدول (۳-۵) معرفی شده است.



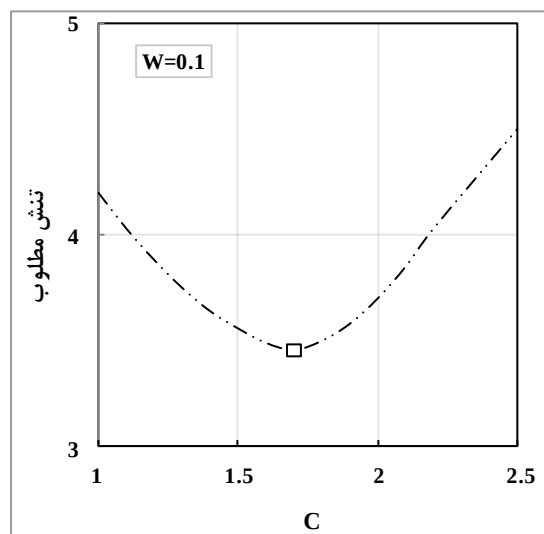
شکل ۵-۱۶: تغییرات تنش مطلوب برحسب زاویه الیاف در کشیدگی گشودگی‌های مختلف در $w=0/1$



شکل ۵-۱۵: تأثیر زاویه‌ی چرخش گشودگی بر تنش بی‌بعد در زاویه الیاف مختلف در $C=1$ و $w=0/2$



شکل ۵-۱۸: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی شیشه/اپوکسی برای گشودگی چهارضلعی



شکل ۵-۱۷: کمترین تنش مطلوب در صفحه‌ی ارتوتروپیک شیشه/اپوکسی در $w=0/1$

جدول ۵-۳: پارامترهای بهینه برای گشودگی چهارضلعی در صفحاتی از مواد مختلف و تنش بی‌بعد متناظر با آن

مواد	w انحنای گشودگی	c کشیدگی گشودگی	β زاویه چرخش گشودگی (درجه)	θ زاویه الیاف (درجه)	تنش بی‌بعد
فولاد	۰/۰۸	۱	۹۰ و ۰	-	۳/۳۲۹
شیشه/اپوکسی	۰/۱	۱/۷	۹۰ و ۰	۹۰ و ۰	۳/۴۵۶
تخته چندلا	۰/۱۲	۱/۹	۹۰ و ۰	۹۰ و ۰	۳/۴۵۵
گرافیت/اپوکسی	۰/۱۱	۲/۵	۹۰ و ۰	۹۰ و ۰	۵/۲۹۷
برن/اپوکسی	۰/۱۳	۲/۵	۹۰ و ۰	۹۰ و ۰	۵/۱۳۸
شیشه با الیاف بافته شده/اپوکسی	۰/۰۷	۱	۹۰ و ۰	۹۰ و ۰	۳/۱۰۵

۵-۵ گشودگی پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی و nضلعی

برای بررسی تأثیر تمامی پارامترها در کنار یکدیگر برای گشودگی‌های پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی، هفت‌ضلعی و nضلعی و دستیابی به کمترین تنش بی‌بعد به بخش‌های ۵-۲، ۵-۳ و ۵-۴ این پایان‌نامه مراجعه، و این فرایند برای گشودگی‌ها مختلف انجام می‌شود تا پارامترهای بهینه که منجر به تمرکز تنش کمینه می‌شود معرفی شود. جداول (۵-۴) و (۵-۵) پارامترهای بهینه برای گشودگی‌های چندضلعی و تنش کمینه متناظر با آن را برای دو صفحه فولادی و شیشه/اپوکسی نشان می‌دهد.

جدول ۵-۴: پارامترهای بهینه برای گشودگی‌های چندضلعی در صفحه فولادی و تنش بی‌بعد متناظر با آن

نوع گشودگی	w انحنای گشودگی	c کشیدگی گشودگی	β زاویه چرخش گشودگی (درجه)	θ زاویه الیاف (درجه)	تنش بی‌بعد
پنج‌ضلعی	۰/۰۳	۱/۱	۲۰	-	۳/۸۶۰
شش‌ضلعی	۰/۰۲	۱/۲	۴۵	-	۳/۹۹۵
هفت‌ضلعی	۰/۰۱	۱/۱	۶۰	-	۳/۹۹۴
هشت‌ضلعی	۰/۰۱	۱	۶۵	-	۳/۸۸۰

جدول ۵-۵: پارامترهای بهینه برای گشودگی‌های چندضلعی در صفحه‌ی شیشه/پوکسی و تنش بی‌بعد متناظر با آن

نوع گشودگی	w انحنای گشودگی	c کشیدگی گشودگی	β زاویه چرخش گشودگی (درجه)	θ زاویه الیاف (درجه)	تنش بی‌بعد
پنج‌ضلعی	۰/۰۵	۱	۱۵	۱۷۵	۳/۸۷۹
شش‌ضلعی	۰/۰۲	۱	۰ و ۹۰	۰ و ۹۰	۳/۷۷۴
هفت‌ضلعی	۰/۰۲	۱/۳	۱۰	۸۵	۳/۹۱۱
هشت‌ضلعی	۰	۱/۳	۱۸۰	۹۰	۴/۰۵۳

۵-۶ نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه با توسعه روش حلّ تحلیلی لخنیتسکی، تأثیر ماده و هندسه‌ی گشودگی بر توزیع تنش صفحات همسان‌گرد و غیرهمسان‌گرد حاوی گشودگی تحت بار برشی، مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل از این تحقیق و مقایسه آن با روش‌های عددی نشان‌دهنده درستی و دقت روش حلّ تحلیلی حاضر است. در این مطالعه به خوبی نشان داده شد که پارامترهای متعددی بر توزیع تنش اطراف گشودگی تأثیرگذار هستند. این پارامترها شامل: شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی، کشیدگی گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، زاویه‌ی الیاف و جنس صفحه می‌باشند. با انتخاب صحیح این پارامترها می‌توان به کمترین تنش بی‌بعد در اطراف گشودگی دست یافت. بدین منظور تأثیر هر پارامتر به‌صورت مجزاً مورد بررسی قرار گرفت و سپس تأثیر همه‌ی پارامترها در کنار یکدیگر و در نهایت مقادیر بهینه پارامترهای مورد بحث که منجر به کمترین تمرکز تنش می‌شود؛ برای هر نوع گشودگی بررسی و معرفی شد. با توجه به نتایج به‌دست آمده، در پارامترهای خاصی از گشودگی بیضوی، مثلثی، چهارضلعی و پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی و ...، مقدار تمرکز تنش حتی از گشودگی دایره‌ای نیز کمتر خواهد بود. نتایج نشان داد که شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی تنها پارامتر موثر بر کاهش تنش بی‌بعد نیست، بلکه زاویه چرخش گشودگی و انتخاب کشیدگی گشودگی مناسب هم در این کاهش تنش، تأثیر بسزایی دارد. جنس صفحه در مواد همسان‌گرد تأثیری بر تمرکز تنش ندارد،

ولی در مورد مواد مرکب علاوه بر هندسه‌ی گشودگی نه تنها جنس، بلکه زاویه‌ی الیاف هم بر توزیع تنش اطراف گشودگی موثر است. از بین تمام گشودگی‌های مورد بررسی در این پایان‌نامه که نتایج آن به‌طور کامل در جداول این فصل آمده است، کمترین تمرکز تنش متعلق به گشودگی چهارضلعی می‌باشد که پارامترهای بهینه برای این نوع گشودگی در صفحاتی از مواد مختلف و تنش بی‌بعد متناظر با آن (تمرکز تنش کمینه) در جدول (۵-۳) ارائه شده است.

۵-۷ پیشنهادها

- محاسبه‌ی تمرکز تنش در اطراف یک ترک در یک تکلایه با طول و عرض بی‌نهایت تحت بار برشی و کششی.
- بررسی تأثیر پارامترهای مختلف در تحلیل تنش صفحات نامحدود همسان‌گرد و غیرهمسان‌گرد حاوی گشودگی چندضلعی مرکزی تحت اعمال بارهای هم‌زمان برشی و دوماحوره‌ی کششی.
- مطالعه‌ی تأثیر ماده و هندسه‌ی گشودگی بر توزیع تنش صفحات چندلایه با طول و عرض محدود حاوی چندین گشودگی چندضلعی تحت بار برشی.

فهرست منابع

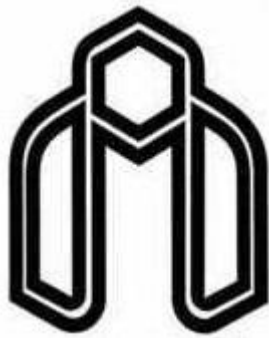
- [1] Howland R. C. J. (1929), “On the stresses in the neighborhood of circular hole in a strip under tension”, Vol. 229, Phil. Trans. Roy. Soc.
- [2] Heywood R. B. (1952), “Designing by Photoelasticity”, Chapman and Hall, London.
- [3] Hedgepeth J. M. (1961) “Stress Concentrations in a Filamentary Structures”, NASA TN D-882.
- [4] Zender G. W. and Deaton J. W. (1963) “Stress of Filamentary Sheets with one or more Fiber Broken”, NASA TN D-1609.
- [5] Lekhnitskii S. G. (1968), “Anisotropic Plates”, Translated from the second Russian edition by Tsai, S. W. and Cheron, Gordon and Breach: New York.
- [6] Hedgepeth J. and Van Dyke P. (1967) “Local Stress Concentration in Imperfect Filamentary Composite Materials” *J. of Composite Materials.*, Vol. 1, pp. 294-309.
- [7] Hedgepeth J. and Van Dyke P. (1969) “Stress Concentration from Single Filament Failure in Composite Materials” *J. of Textile Research.*, Vol. 39, pp. 618-626.
- [8] Franklin H. G. (1970) “Hole Stress Concentration in Filamentary Structures” *J. of Fibers Science and Technology.*, Vol. 2, pp. 241-249.
- [9] Peterson R. E. (1974), “Stress concentration factors”, John Wiley and Sons, New York.
- [10] Fukuda H. and Chou T.W. (1983) “Stress Concentration in a Hybrid Composite Sheet” *J. of Applied Mech.*, Vol. 50, pp. 845–848.
- [11] Tan S. C. (1988) “Finite width Correction Factors for Anisotropic Plate Containing a Central Opening” *J. of Comp Mat.*, Vol. 22.
- [12] Pilkey W.D. (1997), “Peterson’s Stress concentration Factors”, Second Edition, John Wiley and Sons, New York.
- [13] Neuber H. (1958), “Theory of notch stresses”, 2nd., Springer, Berlin; Translation, 1961, Office of Technical Services, Dept. of Commerce, Washington, D.C.
- [14] Daoust J. and Hoa S.V. (1991) “An Analytical Solution for Anisotropic Plates Containing Triangular Holes” *J. of Composite Structure.*, Vol. 19, pp. 107–130.
- [15] Gruber B., Hufenbach W., Kroll L., Lepper M. and Zhou B. (2007) “Stress Concentration Analysis of Fibre-reinforced Multilayered Composites with Pin-loaded Holes” *J. of Composites Science and Technology.*, Vol. 67, pp. 1439–1450.

- [16] Hufenbach W., Gottwald R., Gruber B., Lepper M. and Zhou B. (2008) "Stress Concentration Analysis of Thick-walled Laminate Composites with a Loaded Circular Cut-out by using a First Order Shear Deformation Theory" *J. of Composites Science and Technology.*, Vol. 68, pp. 2238–2244.
- [17] Rezaeepazhand J. and Jafari M. (2005) "Stress Analysis of Perforated Composite Plates" *J. of Composite Structures.*, Vol.71, pp. 463-468.
- [18] Rezaeepazhand J. and Jafari M., (2006) "Stress Concentration in Composite Plates with Special Shaped Cutout", 12th European Conference on Composite Materials, 29th August-1st September.
- [19] Rezaeepazhand J. and Jafari M. (2008) "Stress Analysis of Composite Plates with Non Circular Cut out" *J. of Key Engineering Materials.*, Vols. 385-387, pp. 365-368.
- [20] Rezaeepazhand J. and Jafari M. (2010) "Stress Concentration in Metallic Plates with Special Shaped Cutout" *J. of Mechanical Sciences.*, Vol. 52, pp. 96–102.
- [21] Mohammadi M., Dryden J.R. and Jiang L. (2011) "Stress Concentration around a Hole in a Radially Inhomogeneous Plate" *J. of Solids and Structures.*, Vol. 48, pp. 483–491.
- [22] Darwish F., Gharaibeh M. and Tashtoush G. (2012) "A Modified Equation for the Stress Concentration Factor in Countersunk Holes" *J. of Mechanics A/Solids.*, Vol. 36, pp. 94-103.
- [23] Savin G. N. (1961), "*Stress concentration around holes*", Pergamon Press, New York.
- [24] Lekhnitskii S. G. (1981), "Theory of Elasticity of an Anisotropic Body", Mir Publishers, Moscow.
- [25] Muskhelishvili N. I. (1953), "Some Basic Problems of Mathematical Theory of Elasticity", Noordhoff P, Groningen, Holland.
- [26] Shigley J. E. and Mischke C. R. (1986), "Standard Hand book of Machine Design", McGraw Hill.

Abstract

Prevent structural failure as a result of stress concentration at the geometric discontinuities is one of the important issues in the design of engineering structures. Due to the different parameters on the stress distribution around the cutout of isotropic and composite perforated plates are affected, the correct choice of these parameters will enable designers to achieve optimal plan. In this study, a simple analytical method for stress analysis of perforated plates is presented. The Lekhnitiskii's solution for circular and elliptical cutout is expanded to polygonal cutout shape using complex variable mapping. In this Thesis, try to study the effect of various parameters consist of: cutout bluntness, rotation angle of hole, fiber angle, cutout elongation, material property alone and then the effect of all parameters together and finally the optimal values of the parameters which leads to less stress concentration will be introduced for any kind of polygonal hole. By comparing different polygonal hole, optimal hole will be introduced. The finite element method has been used to check the accuracy of analytical results. The analytical results are in good agreement with the numerical results. The results indicated, The hole geometry and fibr angle in composite plates can be a significant influence on stress distribution around hole.

Keywords: Stress concentration; composite plate; Shear stress; polygonal hole; Conformal mapping.



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical Engineering

**Study of effect of material and shaped cut out on stress
distribution of perforated isotropic and anisotropic plates
subjected to shear load by analytical method**

Abbas Rahimi Petroudi

Supervisor: Dr. Mohammad Jafari

Date: Summer 2014