





دانشکده مهندسی مکانیک

گروه مهندسی مکاترونیک

بررسی اثرات استهلاک لایه‌ی فشاری بر ارتعاشات بایو حسگرهای در ابعاد نانو

مهدی ساکی‌زاده

استاد راهنما

امیر جلالی

پایان‌نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ۱۳۹۳



مدیریت تحصیلات تکمیلی
فرم شماره (۶)

باسمه تعالی

شماره:
تاریخ:
ویرایش:

فرم صورت جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) نتیجه ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای مهدی ساکی زاده رشته مهندسی مکترونیک گرایش مکترونیک تحت عنوان بررسی اثرات استهلاک لایه‌ی فشاری بر ارتعاشات بایوسگرهای در ابعاد نانو که در تاریخ ۱۳۹۳/۰۶/۲۴ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

☐ مردود	☐ دفاع مجدد	☒ قبول (با درجه : بسیار خوب امتیاز ۱۸/۴۵)
--------------------------------	------------------------------------	---

۱- عالی (۲۰ - ۱۹) ۲- بسیار خوب (۱۸/۹۹ - ۱۸)

۳- خوب (۱۷/۹۹ - ۱۶) ۴- قابل قبول (۱۵/۹۹ - ۱۴)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	امیر جلالی	استادیار	
۲- استاد مشاور			
۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	مهدی بامداد	استادیار	
۴- استاد ممحن	اردشیر کرمی محمدی	استادیار	
۵- استاد ممحن	حمیدرضا ایپکچی	دانشیار	

رئیس دانشکده : محمد محسن شاه مردان

امضاء

تقدیر و تشکر

نخستین سپاس و ستایش از آن خداوندی است که بنده‌ی کوچکش را در دریای بیکران اندیشه، قطره‌ای ساخت تا وسعت آن را از دریچه‌ی اندیشه‌های ناب آموزگارانی بزرگ به تماشا نشیند.

از مهربان‌ترین همراهان زندگی‌ام، پدر و مادر عزیزم که حضور گرمشان در فضای زندگی‌ام مصداق بی‌ریای سخاوت بوده است، تشکر می‌کنم.

از استاد گران‌قدرم جناب آقای دکتر امیر جلالی که زحمت راهنمایی این پایان‌نامه را به عهده داشتند، کمال سپاس را دارم.

تعهد نامه

اینجانب مهدی ساکی زاده دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکاترونیک دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه بررسی اثرات استهلاک لایه‌ی فشاری بر ارتعاشات بایو حسگرهای در ابعاد نانو تحت راهنمایی امیر جلالی متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است

تاریخ: ۱۳۹۳/۰۶/۲۴

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

در این پژوهش شیوه‌ای جدید برای مطالعه‌ی رفتار استاتیکی و دینامیکی نانوتیرهای تحریک الکترواستاتیک که می‌توانند به عنوان یک بایوحسگر مورد استفاده قرار گیرند، ارائه شده است. بر پایه‌ی روابط دیفرانسیلی غیرموضعی ارینگن معادلات حرکت با استفاده از اصل همیلتون استخراج شده است. در این مدل برای در نظر گرفتن اثرات استهلاک لایه‌ی فشاری ناشی از سیال بین نانوتیر و الکتروود، از معادله‌ی یک بعدی رینولدز با در نظر گرفتن شرط مرزی لغزش استفاده شده است. در بررسی رفتار نانوتیر برای جداسازی دو معادله‌ی مشتق جزئی کوپل شده به نام معادله‌ی غیرموضعی جابه‌جایی نانوتیر و معادله‌ی رینولدز برای استهلاک لایه‌ی فشاری از روش گالرکین استفاده شده است. جابه‌جایی استاتیکی نانوتیر و فرکانس‌های طبیعی خطی آن تحت تاثیر مؤلفه‌ی DC تحریک الکترواستاتیک بررسی شده است. پاسخ فرکانسی نسبت به مؤلفه‌ی AC تحریک الکترواستاتیک، با در نظر گرفتن و همچنین بدون در نظر گرفتن اثرات استهلاک لایه‌ی فشاری با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه بدست آمده است. نتایج نشان می‌دهد که در نظر گرفتن استهلاک لایه‌ی فشاری دامنه‌ی ارتعاشات را کاهش داده و فرکانسی که در آن پدیده‌ی پرش اتفاق می‌افتد و فرکانس طبیعی را به یکدیگر نزدیک می‌کند. همچنین نتایج نشان می‌دهد که در تحریک مود اول، عوامل غیرخطی از نوع سخت‌شونده هستند، درحالی‌که در تحریک مود سوم با افزایش مؤلفه‌ی DC تحریک الکترواستاتیک رفتار سیستم می‌تواند از حالت سخت‌شونده به نرم‌شونده تغییر یابد.

کلمات کلیدی:

استهلاک لایه‌ی فشاری؛ نانوحسگر؛ تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی؛ ارتعاشات غیرخطی

مقاله‌ی مستخرج از پایان‌نامه:

ساکی زاده م و جلالی ا، (۱۳۹۳)، بررسی اثرات استهلاک لایه فشاری بر روی ارتعاشات نانوتیر با استفاده

از تئوری الاستیسیته غیر موضعی، بیست و دومین کنفرانس سالانه‌ی بین‌المللی مهندسی مکانیک،

ص ۲۱۵، اهواز

http://www.civilica.com/Paper-ISME22-ISME22_507.html

فهرست مطالب

۱	مقدمه.....	۱
۲	۱.۱ نانوتکنولوژی.....	۲
۴	۲.۱ کاربردها.....	۴
۵	۳.۱ نانوحسگرهای زیستی.....	۵
۷	۱.۳.۱ اصول حسگرهای زیستی.....	۷
۹	۲.۳.۱ المان‌های گیرنده و مکانیسم‌های تبدیل.....	۹
۱۱	۴.۱ مروری بر کارهای پیشین.....	۱۱
۱۷	۵.۱ تعریف مسئله و نوآوری.....	۱۷
۱۹	۲ تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی.....	۱۹
۲۰	۱.۲ معرفی.....	۲۰
۲۱	۲.۲ استخراج معادلات حرکت غیرموضعی.....	۲۱
۲۵	۳.۲ ارتعاشات آزاد نامیرای نانو تیر با تکیه‌گاه ساده.....	۲۵
۲۹	۳ میرایی در دستگاه‌های نانو الکترومکانیکی.....	۲۹
۳۰	۱.۳ انواع میرایی‌های مطرح نانوسانگرها.....	۳۰
۳۱	۱.۱.۳ میرایی‌های ذاتی.....	۳۱
۳۱	۲.۱.۳ میرایی‌های با منشأ خارجی.....	۳۱
۳۲	۲.۳ میرایی لایه‌ی فشاری.....	۳۲
۳۳	۱.۲.۳ استخراج معادله‌ی رینولدز.....	۳۳

۳۵	 محدودیت‌ها و ضرایب تصحیح
۳۷	 ارتعاشات آزاد میرای نانوتیر با تکیه‌گاه ساده
۴۱	 تحلیل نانوتیرهای تحریک الکترواستاتیک
۴۲	 ۱.۴ تحلیل نیروی الکتریکی DC (ناپایداری پولین)
۴۴	 ۲.۴ معادلات دینامیک
۴۶	 ۳.۴ استخراج معادلات اغتشاشی
۴۹	 ۴.۴ حل معادلات اغتشاشی و استخراج شرط حل‌پذیری
۵۵	 ۵ نتایج عددی و جمع‌بندی
۵۶	 ۱.۵ نتایج عددی میرایی لایه‌ی فشاری
۵۶	 ۱.۱.۵ اعمال ضرایب تصحیح
۵۷	 ۲.۱.۵ مقایسه و بررسی نتایج
۶۰	 ۲.۵ جابه‌جایی استاتیک
۶۳	 ۳.۵ استخراج فرکانس‌های طبیعی و شکل مدهای خطی
۶۷	 ۴.۵ پاسخ دینامیک تحریک مود اول
۷۱	 ۵.۵ پاسخ دینامیک تحریک مود سوم
۷۵	 ۶.۵ جمع‌بندی
۷۶	 ۱.۶.۵ اثرات غیرموضعی
۷۶	 ۲.۶.۵ میرایی
۷۷	 ۳.۶.۵ تحریک الکترواستاتیک
۷۸	 ۷.۵ پیشنهادها

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱: المان‌های یک حسگر زیستی (گیرنده، مبدل و پردازشگر) [۵]..... ۷
- شکل ۲-۱: مدل ساده‌شده‌ی یک حسگر زیستی [۵]..... ۸
- شکل ۳-۱: دستگاه بویایی انسان به‌عنوان یک حسگر زیستی پیشرفته [۵]..... ۹
- شکل ۴-۱: نحوه‌ی اتصال یک پادتن به یک پادزای خاص [۵]..... ۱۰
- شکل ۵-۱: تبدیل مکانیکی؛ در این مکانیسم مبدل یک تیر یکسر گیردار است [۵]..... ۱۰
- شکل ۱-۵: تغییرات فرکانس نوسانات آزاد با پارامتر غیرموضعی..... ۵۹
- شکل ۲-۵: تغییرات فرکانس نوسانات آزاد با نسبت لاغری..... ۵۹
- شکل ۳-۵: نمودار لگاریتمی نادیده گرفتن میرایی..... ۶۰
- شکل ۴-۵: تغییرات جابه‌جایی استاتیک برای تعداد مودهای فرضی ۱ و ۳..... ۶۱
- شکل ۵-۵: مقایسه‌ی تغییرات جابه‌جایی استاتیک با مدل غیرخطی و دینامیک مولکولی..... ۶۲
- شکل ۶-۵: تغییرات جابه‌جایی استاتیک نسبت به تحریک استاتیک در پارامترهای غیرموضعی متفاوت..... ۶۲
- شکل ۷-۵: تغییرات جابه‌جایی استاتیک نسبت به پارامتر غیرموضعی در تحریک‌های استاتیک متفاوت..... ۶۳
- شکل ۸-۵: تغییرات فرکانس طبیعی اول برای تعداد جمله‌های ۱ و ۳ در تابع شکل..... ۶۴
- شکل ۹-۵: مقایسه‌ی فرکانس طبیعی با مرجع [۳۷]..... ۶۵
- شکل ۱۰-۵: تغییرات فرکانس طبیعی اول نسبت به پارامتر غیرموضعی در تحریک‌های استاتیک متفاوت..... ۶۶
- شکل ۱۱-۵: تغییرات فرکانس طبیعی اول نسبت به تحریک استاتیک در پارامترهای غیرموضعی متفاوت..... ۶۶
- شکل ۱۲-۵: مقایسه‌ی پاسخ فرکانسی با مرجع [۴۶]..... ۶۷
- شکل ۱۳-۵: تغییرات دامنه‌ی پاسخ پریودیک نسبت به پارامتر تنظیم برای مود اول و مقادیر..... ۶۸
- شکل ۱۴-۵: مقایسه‌ی پاسخ برای مود اول برای مقادیر $\beta = 4, \mu = 0.02$ ۶۹

- شکل ۵-۱۵: مقایسه‌ی پاسخ مود اول برای $V_{ac}/V_{dc} = 0.005; \beta = 4; \mu = 0.02$ ۶۹
- شکل ۵-۱۶: مقایسه‌ی پاسخ مود اول برای مقادیر $V_{ac}/V_{dc} = 0.005; \beta = 4$ ۷۰
- شکل ۵-۱۷: مقایسه‌ی پاسخ مود اول برای مقادیر $V_{ac}/V_{dc} = 0.005; \mu = 0.02$ ۷۱
- شکل ۵-۱۸: تغییر رفتار سیستم سخت‌شونده به سیستم نرم‌شونده در مود سوم و برای مقادیر ۷۲
- شکل ۵-۱۹: تغییرات دامنه‌ی پاسخ پریودیک نسبت به پارامتر تنظیم برای مود سوم و مقادیر ۷۲
- شکل ۵-۲۰: مقایسه‌ی پاسخ برای مود سوم برای مقادیر $\beta = 4, \mu = 0.02$ ۷۳
- شکل ۵-۲۱: مقایسه‌ی پاسخ برای مقادیر $V_{ac}/V_{dc} = 0.005; \beta = 4; \mu = 0.02$ ۷۴
- شکل ۵-۲۲: مقایسه‌ی پاسخ مود سوم برای مقادیر $V_{ac}/V_{dc} = 0.002; \beta = 3$ ۷۴
- شکل ۵-۲۳: مقایسه‌ی دامنه‌ی پاسخ پریودیک برای مقادیر $V_{ac}/V_{dc} = 0.001; \mu = 0.02$ ۷۵

فهرست جدول‌ها

جدول ۱-۲: مقادیر عددی مفروض	۲۷
جدول ۲-۲: نتایج عددی فرکانس طبیعی بی‌بعد	۲۷
جدول ۱-۳: رژیم‌های مختلف جریان	۳۶
جدول ۱-۵: مقایسه‌ی فرکانس بی‌بعد نوسانات در دو حالت میرا و نامیرا	۵۸
جدول ۲-۵: مقادیر استفاده شده برای استخراج فرکانس طبیعی	۶۵
جدول ۳-۵: مقادیر استفاده شده برای شکل ۵-۱۲	۶۷

١ مقدمة

۱.۱ نانوتکنولوژی

قبل از نشان دادن جنبه‌های تخصصی نانوحسگرها، تلاشی برای معرفی کلی و کوتاه نانوتکنولوژی صورت گرفته است. هدف از این بخش، ارائه‌ی تاریخچه‌ای مفصل نیست، بلکه فقط توجه کردن به برخی از مراحل برجسته‌ی توسعه‌ی این فناوری و دادن مثال‌هایی از کاربردهای آن‌ها مدنظر است.

در حدود سال ۱۹۵۰ میلادی، فیزیکدان معروف آمریکایی، پروفسور ریچارد فاینمن^۱ [۱] پیشنهاد ساخت یک موتور الکتریکی با ابعاد کمتر از یک شصت و چهارم اینچ را داد و برای کسی که اولین بار موفق به ساخت آن شود جایزه ۱۰۰۰ دلاری تعیین نمود. سرانجام ویلیام مک لیلان^۲ با زحمت فراوان توانست به وسیله‌ی ابزارهای ساده این کار را به انجام برساند. درواقع هدف فاینمن از این کار ایجاد انگیزه در مؤسسات آموزشی و تحقیقاتی بود تا توجه آن‌ها را به دنیای میکرو و نانو جلب کند.

فاینمن [۲] برای اولین بار این بحث را در سال ۱۹۵۹ و در مؤسسه‌ی فناوری کالیفرنیا^۳ طی یک سخنرانی مطرح کرد. در طی این سخنرانی فاینمن طریقه نگارش ۲۴ جلد دایرةالمعارف را به صورت تئوری بر نوک یک سوزن توضیح داد و بدین ترتیب شاخه‌ی جدیدی از دانش پا به عرصه‌ی ظهور گذاشت. با گسترش این شاخه‌ی جدید از علم، در دو دهه اخیر، پیشرفت‌های فناوری، وسایل و مواد با ابعاد بسیار کوچکی را به وجود آورده است و به سویی تحولی فوق‌العاده که تمدن بشر را تا پایان قرن دگرگون خواهد کرد، پیش می‌رود [۳]. فناوری و مهندسی در قرن پیش رو با وسایل، اندازه‌گیری و تولیداتی سروکار خواهد داشت که چنین ابعاد مادون ریزی دارند. در حال حاضر پروسه‌هایی در ابعاد چند مولکول قابل طراحی و کنترل است [۳]. فناوری در قرن گذشته در هرچه ریزتر کردن دانه‌های

^۱ Richard Feynman

^۲ William McLellan

^۳ Caltech

بزرگ‌تر پیشرفت چشمگیری داشت. فناوری نو در قرن حاضر مسیر عکس را طی می‌کند؛ یعنی مواد مادون ریز را باید ترکیب کرد تا دانه‌های بزرگ‌تر کارآمد به وجود آورد. این همان روشی است که در طبیعت حاکم است. به احتمال زیاد قبل از پایان هزاره‌ی سوم انسان‌ها در بدن خود انواع لوازم مصنوعی و دیجیتالی را خواهند داشت و از بیماری، پیری و درد ستون فقرات رنج نخواهند برد. شاید در سال‌های آتی انسان‌ها از این همه درد و ناراحتی که اجداد آن‌ها در هزاره‌های قبل کشیده‌اند، متعجب و متأثر شوند. وجود نانو ساختارهای زیستی از قبیل آنزیم‌ها، گواهِ بر این واقعیت است که طبیعت خود بهترین شکل فناوری مقیاس نانو را به وجود آورده است. علوم سنتی یعنی فیزیک، شیمی، ریاضیات، ژنتیک، علم مواد و مهندسی پزشکی که در مقیاس‌های ماکرو و میکرو حوزه‌های فعالیت مجزا و مستقلی هستند، در مقیاس نانو به سمت اصول، ساختارها و ابزارهای واحدی گرایش می‌یابند. در نتیجه، علوم فناوری نانو کاملاً میان‌رشته‌ای بوده و افق‌های جدیدی را برای پیشرفت جوامع خواهد گشود [۳].

در زمینه‌ی فناوری میکروالکترومکانیک‌ها^۱ بشر به وسایلی دست پیدا خواهد کرد که در آن‌ها حسگرها و فرستنده‌ها و گیرنده‌ها در حداقل اندازه‌ی خود بوده و با چنین وسایلی زندگی انسان‌ها به شدت متحول خواهد شد. به عنوان نمونه هنگام بیماری پزشکان همزمان با بیمار و یا حتی زودتر از وی آگاه خواهند شد. در زمینه‌ی فناوری زیستی امکان همانندسازی انسان و سایر موجودات زنده، گزینش جنسیت و حتی صفات خاص در نوزادان فراهم شده و امکان درمان بسیاری از بیماری‌های حاد و مزمن حسی عصبی با فناوری کشت سلولی مقدور خواهد شد [۳].

نانوتکنولوژی در کشور ما رشد چشمگیری داشته است. کمتر کشوری در جهان وجود دارد که نیروی انسانی مستعد و شرایط و امکانات مناسب برای پیشرفت و توسعه را همانند کشور ما به یکجا داشته باشد. شاید با قرار دادن هدفی شفاف و روشن در برابر جامعه، انگیزه‌ی کافی برای جنبش و حرکت پیدا

^۱ MEMS

شود و اقتصاد بیمار مبتنی بر دلالتی جای خود را به یک اقتصاد دانش محور بدهد [۳].

۲.۱ کاربردها

قبل از بیان توانمندی‌ها و کاربردهای نانوفناوری، بهتر است که تعریفی ساده از این علم بیان شود تا چهارچوب بحث مشخص گردد. نانوتکنولوژی عبارت است از توانمندی تولید مواد، ابزارها و دستگاه‌های جدید در اندازه‌های مولکولی و اتمی و در دست گرفتن کنترل این ساخته‌ها و استفاده از ویژگی‌هایی که در این ابعاد ظاهر می‌شوند. با استفاده از همین تعریف ساده مشخص می‌شود که نانوتکنولوژی کاربردهای متعددی را در زمینه‌های مواد غذایی، دارو، تشخیص پزشکی، بیوتکنولوژی، الکترونیک، کامپیوتر، حمل‌ونقل، انرژی، محیط‌زیست، مواد، هوافضا و امنیت ملی خواهد داشت. برای دانشمندان مشخص شده است که بشر با یک انقلاب دیگری در فناوری روبرو است. انقلابی که بسیار وسیع‌تر و گسترده‌تر از دو انقلاب دیگر یعنی انقلاب‌های کشاورزی و صنعتی است. البته گفتنی است که نانوفناوری در کنار دو تحول عظیم دیگر، یعنی ژنتیک و فناوری اطلاعات گام به‌سوی این انقلاب برمی‌دارد [۴].

فناوری نانو الکترونیک: سازندگان تجهیزات الکترونیکی، علاقه‌ی بسیاری به کوچک کردن ابعاد و بالا بردن قدرت محاسبات این تجهیزات دارند. ولی این امر با استفاده از فناوری‌های معمولی تقریباً به مرز نهایی خود نزدیک شده است. اما فناوری نانو، راه دیگری را پیش پا گذاشته و می‌توان گفت دنیای الکترونیک را دگرگون ساخته است. با استفاده از این فناوری، نسل جدیدی از رایانه‌ها به نام رایانه‌ی کوانتومی به بازار خواهد آمد، که تقریباً ۱۰۰۰ برابر رایانه‌های امروزی قدرت خواهد داشت. با استفاده از این رایانه‌ها، سرعت دستیابی به اطلاعات صدها برابر شده و طبعاً برتری اطلاعاتی با دارندگان این تجهیزات خواهد بود [۴].

فناوری نانو و شیمی: با استفاده از فناوری نانو می‌توان کاتالیزورهایی با نسبت سطح به حجم بسیار بالا تولید کرده و راندمان را در واحدهای شیمیایی به میزان بسیار زیادی افزایش داد. سلول‌های

خورشیدی کوانتومی با استفاده از هیدروژن به عنوان سوخت تمیز، نسل جدید باتری‌ها، پوشش‌های بسیار مقاوم و رنگ‌های بی‌نیاز از شستشو از دیگر کاربردهای فناوری نانو در دنیای شیمی و تولید می‌باشند [۴].

فناوری نانو و پزشکی: روش معمولی درمان دارویی، بدین‌صورت است که ماده مؤثر را وارد بدن می‌کنند و این ماده علاوه بر سلول‌های مریض به سلول‌ها و بافت‌های سالم بدن نیز سرایت می‌کند. این امر، باعث مصرف بسیار بالای دارو شده و مهم‌تر این‌که موجب آسیب رساندن به بافت‌های سالم بدن نیز می‌گردد. محققان با استفاده از فناوری نانو، در حال ساخت کپسول‌هایی با ابعاد نانومتری هستند که علاوه بر اندازه‌ی غیرقابل‌تصورشان قدرت تشخیص بافت‌های مریض را داشته، دقیقاً روی این بافت‌ها قرار گرفته و مقدار داروی لازم را به آن‌ها می‌رسانند. به این پدیده دارورسانی^۱ می‌گویند. فناوری نانو همچنین راه را برای ساخت اندامک‌های سازگار با بدن بسیار هموارتر ساخته است و بسیاری از امراض غیرقابل‌علاج را درمان‌پذیر خواهد کرد. در مورد درمان سرطان نیز محققان در حال ساخت نانو ذراتی هستند که به محض ورود به بدن، بافت‌های سرطانی را حتی اگر به‌اندازه‌ی چند سلول باشند، شناسایی کرده و از بین می‌برند. این امر موجب خواهد شد که بافت‌های سرطانی در همان روزهای ابتدای شکل‌گیری، شناسایی شده و از بین بروند. به‌طورکلی در سال‌های آینده پیشگیری، تشخیص و درمان بیماری‌ها نسبت به آنچه امروزه به‌عنوان پزشکی خوانده می‌شود، بسیار متفاوت خواهد شد [۴].

۳.۱ نانوحسگرهای زیستی

حسگرها به‌عنوان یک رابط، اطلاعات را در حوزه‌های فیزیکی، شیمیایی و بیولوژیکی دریافت و ترجمه می‌کنند. نانوحسگرها این کمیت‌ها را در ابعاد کوچک از قبیل یون‌ها یا پروتئین‌ها اندازه می‌گیرند.

^۱ Drug delivery

همچنین نانوحسگرها می‌توانند وجود مولکول‌های سمی و یا اطلاعات ژنتیک سلول‌ها را با حساسیت بالا در ابعاد مولکولی اندازه بگیرند. کلید طراحی نانوحسگرها بر پایه‌ی آنچه در سلول‌های زنده وجود دارد است. ارگانیزم‌های زنده ساختار بسیار جالبی دارند که شامل حسگرهای خاصی به‌منظور کشف محدوده‌ی وسیعی از مولکول‌ها از قبیل تشخیص وجود سم و ماده‌ی مغذی در محیط بیرونی، اندرکنش‌های زیست‌مولکولی، سطح گلوکوز و هورمون‌ها در محیط درونی، می‌باشند. این دستگاه‌های طبیعی شکل اصلی "حسگرهای مولکولی"^۱ را تشکیل می‌دهند. این حسگرها با ترکیب مکانیسم‌های تشخیصی زیست‌مولکولی و نوع خاصی از گزارشگرها وجود یک پدیده را توسط یک ارگانیزم حس می‌کنند. این حسگرهای مولکولی ایده‌ی حسگرهای زیستی را به وجود آوردند. اگرچه این فناوری به لحاظ سطح مهارت و کمال به‌پای آنچه در طبیعت وجود دارد نمی‌رسد اما با همگرا شدن فناوری، بهبود طراحی‌های فیزیکی و ساخت پیشرفته، فناوری حسگرهای زیستی رو به بهبود است. این تغییرات روزبه‌روز زندگی مردم را تغییر می‌دهد. حسگرهای زیستی کاربردهای وسیعی دارند. نوع پیشرفته‌ی آن‌ها یکی از بخش‌های اساسی برخی از ادوات تشخیصی پزشکی هستند که نقش مهمی در سلامت جمعی، کاهش هزینه‌های مراقبت و مقابله با تروریسم زیستی دارند [۵].

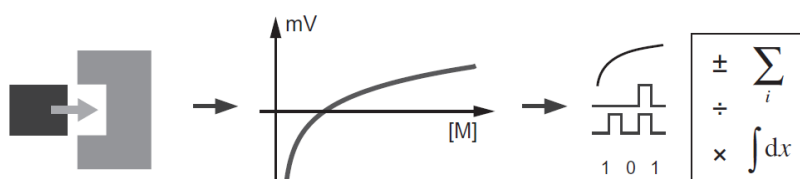
بخش وسیعی از تحقیقات حسگرهای زیستی، کشف مولکول‌های زیستی برای بیماری‌های تشخیصی، کشف اجزای بخار شونده‌ی مشخصه‌های آلوده‌کننده‌ی هوا و تحلیل محلول‌های شیمیایی برای ارزیابی فعالیت‌های فیزیولوژیکی می‌باشند. از جمله‌ی کاربردهای تشخیصی حسگرهای زیستی واریسی گلوکوز در بیماران دیابتی، نمایش مایعات بدن برای تشخیص بیماری و اندازه‌گیری پارامترهای فیزیکی از قبیل فشار و دما می‌باشند. بررسی کیفیت آب، واریسی آلودگی هوا و کشف عوامل بیماری‌زا از جمله‌ی کاربردهای محیطی حسگرهای زیستی هستند. تمایلات اخیر در هر دو حوزه‌ی تحقیقات علمی و

^۱ molecular sensors

توسعه‌ی تجاری، افزایش گرایش به حسگرهای زیستی را به‌منظور توسعه‌ی بخش وسیعی از نانوادوات پزشکی با عملکرد بالا، قیمت ارزان و ساخت دسته‌ای، که می‌توانند برای تشخیص و درمان در حوزه‌ی زیست پزشکی بکار روند، نشان می‌دهد [۵].

۱.۳.۱ اصول حسگرهای زیستی

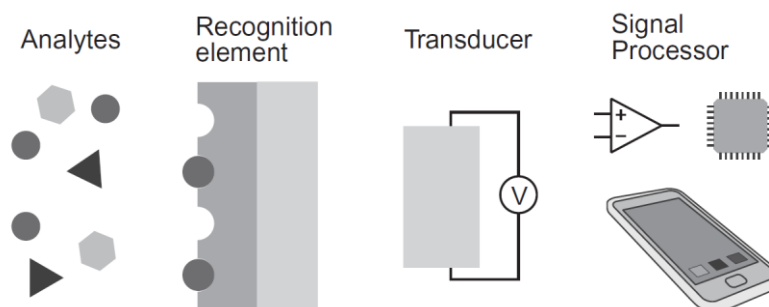
تعریف: حسگرها ابزاری برای کشف، ثبت و نشان دادن ویژگی‌های فیزیکی یا شیمیایی با قابلیت پردازش آن‌ها می‌باشند [۵]. حسگرهای زیستی در ابعاد نانو برای تعیین کمی مولکول‌های گاز، پروتئین‌ها، DNA و سلول‌های زنده طراحی شده‌اند. یک حسگر را می‌توان مطابق شکل ۱-۱ به سه بخش تقسیم کرد: (۱) گیرنده، (۲) مبدل و (۳) پردازشگر.



شکل ۱-۱: المان‌های یک حسگر زیستی (گیرنده، مبدل و پردازشگر) [۵]

گیرنده وظیفه‌ی به دام انداختن مولکول‌های هدف را به عهده دارد. گزینش نوع خاصی از مولکول‌های مدنظر در این بخش انجام می‌شود. تبدیل اثر کشف‌شده به یک سیگنال قابل اندازه‌گیری کار مبدل است. در اغلب موارد سیگنال تولیدشده، یک سیگنال الکتریکی به‌صورت ولتاژ یا جریان است. محدوده‌ی وسیعی از روش‌های تبدیل می‌تواند برای حسگرهای زیستی استفاده شود. اغلب مبدل‌ها خودشان یک حسگر فیزیکی هستند که اثر حس‌شده را به یک سیگنال الکتریکی تبدیل می‌کنند. سیگنال تولیدشده توسط مبدل، نیاز به اندازه‌گیری، ثبت و تفسیر شدن به‌صورت کمی دارد. این کار توسط پردازشگر انجام می‌شود. اگرچه در بسیاری از موارد اندازه‌گیری ساده و سراسر است اما برخی موارد از جمله اندازه‌گیری کمیت‌های زیستی از قبیل تشخیص بو یا مزه و یافتن بیماری‌ها، ترکیبی از عکس‌العمل‌های غیرخطی دستگاه‌های بیولوژیکی است. در این موارد پردازش‌های سطح بالای سیگنال برای ارائه‌ی داده‌های بامعنی

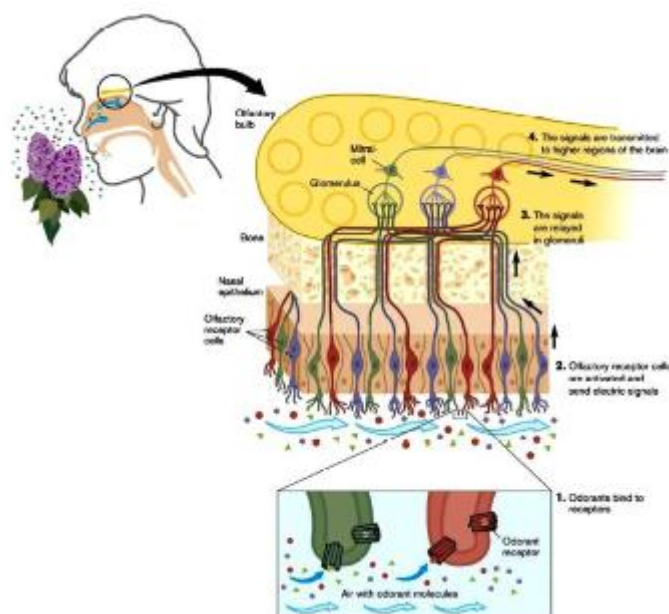
نیاز است [۵].



شکل ۲-۱: مدل ساده‌شده‌ی یک حسگر زیستی [۵]

شکل ۲-۱ یک مدل ساده‌شده از یک حسگر زیستی را نشان می‌دهد. المان‌هایی که گرفتن و شناخت یک پدیده را ممکن می‌سازند اغلب مولکول‌هایی هستند که یک ماده‌ی شیمیایی خاص را مقید می‌کنند. چنین مولکول‌هایی شامل آنزیم‌ها، پادتن‌ها و پلیمرهای خاص می‌باشند. فرآیندهای مورد استفاده در این بخش شامل گیرایی پادتنی^۱، پیوندزنی DNA، جذب سطحی و پیوند کووالانسی می‌باشند. مولکول‌های جذب‌شده خواص فیزیکی حسگر، از قبیل مقاومت و ظرفیت الکتریکی، شاخص و ضریب جذب نوری، سختی مکانیکی و یا جابه‌جایی را تغییر می‌دهند و درنهایت این تغییرات به یک سیگنال بامعنی در خروجی تبدیل می‌شوند. شکل ۳-۱ دستگاه بویایی انسان را به‌عنوان یک حسگر زیستی پیشرفته نشان می‌دهد [۵].

^۱ antigen-antibody binding



شکل ۱-۳: دستگاه بویایی انسان به عنوان یک حسگر زیستی پیشرفته [۵]

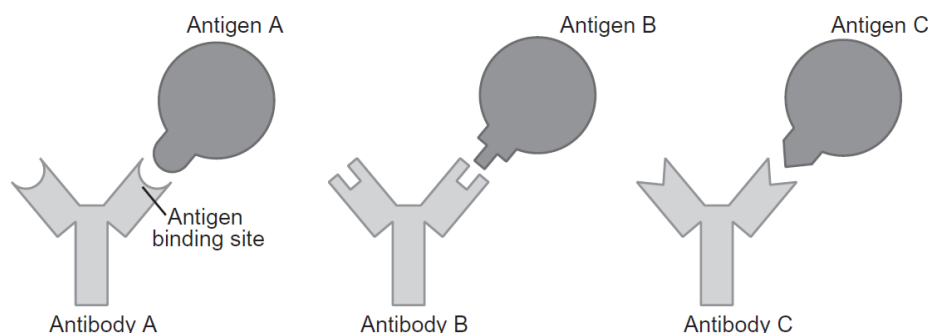
۲.۳.۱ المان‌های گیرنده و مکانیسم‌های تبدیل

در حسگرهای زیستی مکانیسم‌های تشخیصی مختلفی برای به دام انداختن مولکول‌های موردنظر وجود دارد. در اینجا به ذکر یک نمونه‌ی پادتن^۱ اکتفا می‌شود. دستگاه ایمنی بدن پروتئین‌هایی به نام پادتن تولید می‌کند که مواد پادزا^۲ را که مولکول‌هایی با شکل و بار خاص هستند، تشخیص داده و به آن‌ها می‌چسبند. هنگام چسبیدن پادتن به پادزا، پادتن شروع به برچسب زدن و یا خنثی کردن پادزا می‌کند. پادتن‌ها قطری معادل ۱۰ تا ۲۰ نانومتر و طولی معادل ۲ تا ۳ نانومتر دارند. پادتن‌ها مسیر جریان خون را برای بسیاری از هدف‌های مشخص از جمله عوامل بیماری‌زا، سلول‌های بدخیم، مواد حساسیت‌زا، سم‌ها و غیره مسدود می‌کنند. برای هر شخص بیش از یک‌صد میلیون پادتن مختلف با خاصیت جذب پادزای ویژه توسط گروه خاصی از گلبول‌های سفید به نام سلول‌های نوع B تولید می‌شوند. شکل ۱-۴ نحوه‌ی

^۱ antibody

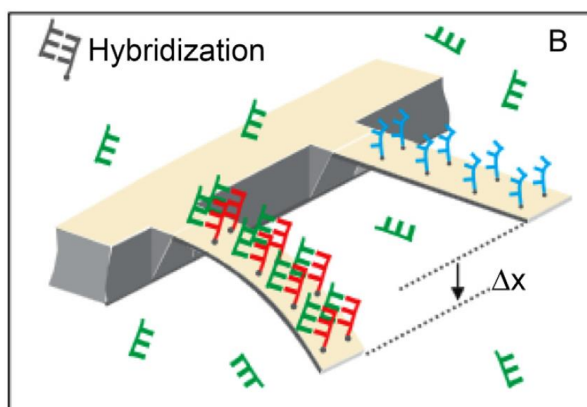
^۲ antigens

اتصال یک پادتن خاص به یک پادزای متناظر با خود را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۴: نحوه‌ی اتصال یک پادتن به یک پادزای خاص [۵]

در مرحله‌ی بعد، رخداد کشف‌شده توسط مبدل به یک سیگنال قابل‌اندازه‌گیری تبدیل می‌شود. حسگرهای زیستی بر مبنای مکانیسم تبدیل به سه نوع الکتریکی، مکانیکی و نوری تبدیل می‌شوند. در نوع مکانیکی آن‌ها مولکول‌های به دام افتاده با ایجاد یک تغییر در خواص مکانیکی تشخیص داده می‌شوند. شکل ۱-۵ نمونه‌ای از این مکانیسم‌ها را نشان می‌دهد. در این شکل، جذب DNA-های هدف باعث ایجاد یک جابه‌جایی در تیر یکسر گیردار می‌شود. مکانیسم تشخیص می‌تواند توسط اندازه‌گیری‌های پیزوالکتریک و یا الکتریکی کامل شود.



شکل ۱-۵: تبدیل مکانیکی؛ در این مکانیسم مبدل یک تیر یکسر گیردار است [۵].

۴.۱ مروری بر کارهای پیشین

پیشرفت‌های اخیر در حوزه‌ی نانوتکنولوژی منجر به گسترش دستگاه‌های نانو الکترومکانیکی از جمله نوسانگرهای مکانیکی، که اخیراً مورد توجه ویژه‌ی مجامع علمی قرار گرفته‌اند، شده است. این امر از یک سو به دلیل قابلیت آن‌ها در تشخیص زودهنگام بیماری‌هایی از قبیل سرطان است و از سوی دیگر به دلیل قابلیت جدید آن‌ها در تشخیص کمیت‌های فیزیکی از قبیل وزن مولکولی، سختی الاستیک و تنش سطحی برای مولکول‌های جذب سطحی است [۶]. اغلب کارهای تجربی که برای تشخیص مولکول با استفاده از نوسانگرها انجام می‌شود، بر این اصل استوار است که جذب مولکول بر سطح یک نوسانگر، وزن مؤثر را افزایش داده و در نتیجه باعث کاهش فرکانس تشدید نوسانگر می‌شود؛ اما این اصل برای درک اساس تشخیص مولکول بر پایه‌ی نوسانگرهای مکانیکی در ابعاد نانو ناکافی است. این امر به دلیل اثرات مختلف از جمله ارتعاشات غیرخطی، میرایی‌های خاص در حوزه‌ی نانو و اثرات مربوط به اندازه و سطح است [۶]. اخیراً تلاش‌هایی برای وارد کردن این اثرات در مدل‌های فیزیکی موجود برای نانوسانگرها انجام شده است، اما تا به حال اصول فیزیکی جامعی که رفتار آن‌ها را با دقت کامل توصیف کند، ارائه نشده است. در این بخش ارائه‌ی تلاش‌های صورت گرفته برای فهم مکانیسم عملکرد نانوسانگرها مدنظر است.

میرایی لایه‌ی فشاری: مطالعات فراوانی بر روی اثرات میرایی بر روی میکروصفحاتی که نزدیک به یکدیگر حرکت می‌کنند انجام شده است. Newell [۷] اثر میرایی را بر روی نوسانگرهای یکسر گیردار کوچک مطالعه کرد. او محدوده‌ی فشار را از خلأ کامل تا فشار جو به سه محدوده تقسیم کرد. در رژیم اول فشار پایین بوده و میرایی‌های ذاتی غالب هستند. در رژیم دوم فشار بالاتر بوده و میرایی سیال که نتیجه‌ی انتقال مومنتم در اثر برخورد مولکول‌ها با ساختار متحرک است، غالب می‌شود. در رژیم سوم نیز فشار، نزدیک به فشار جو بوده و میرایی لزج غالب خواهد بود. Zook و همکاران [۸] آزمایش‌هایی

را بر روی میکروتیرهای دوسرگیردار محبوس شده در فشار کم با تحریک الکترواستاتیک، به منظور اندازه گیری فاکتور کیفیت^۱ انجام دادند. آن‌ها فاکتور کیفیت را با استفاده از مدل Newell نیز به دست آوردند و با نتایج خود مقایسه کرده و پراکندگی زیادی در نتایج مشاهده کردند. Seidel و همکاران [۹] یک میکرو شتاب سنج خازنی با صفحات موازی را با استفاده از یک نوسانگر هارمونیک با ضرایب میرایی ثابت طراحی و مدل سازی کردند. آن‌ها مشاهده کردند که منحنی های پاسخ فرکانسی که از روش های تئوری به دست می آیند، با نتایج تجربی آن‌ها تفاوت دارند. آن‌ها همچنین یک افزایش در فرکانس تشدید را با افزایش فشار در شکاف هوایی گزارش کردند. Tilmans به همراه Gui و همکاران [۱۰؛ ۱۱] یک میکرونوسانگر دوسرگیردار محبوس در فشار کم با تحریک الکترواستاتیک را به منظور بررسی فاکتورهای کیفیت آماده کردند. آن‌ها فاکتورهای کیفیت را با استفاده از تئوری گازها در رژیم مولکولی [۱۲] نیز به دست آورده و مشاهده کردند که نتایج تئوری فاکتورهای کیفیت را بسیار بالاتر از نتایج تجربی تخمین می زنند. آن‌ها این اختلاف را به لحاظ نشدن فشار الکتروود مقابل در نتایج تئوری نسبت دادند.

به این ترتیب محققان نیاز به در نظر گرفتن میرایی لایه ی فشاری را اثبات کردند. Starr [۱۳] یک شتاب سنج خازنی با صفحات موازی را با استفاده از معادله ی رینولدز خطی شده مدل کرد. او با فرض سیال تراکم ناپذیر عملاً از فنریت سیال صرف نظر کرد. این فرض معادله ی رینولدز را به معادله ی پواسون^۲، که برای شکل های ساده حل تحلیلی دارد، تبدیل می کند. به عنوان نمونه برای نیروی میرایی او یک حل دقیق در دیسک دایره ای و یک حل تقریبی برای صفحه ی مستطیلی ارائه داد. Chu و همکاران [۱۴] رفتار دینامیکی عملگرهای الکترواستاتیکی با صفحات موازی را با استفاده از مدل جرم فنر مجزا بررسی کردند. آن‌ها شکاف هوایی در معادلات Starr را با یک فاصله ی متغیر اصلاح کردند. منحنی های پاسخ

^۱ Quality factor

^۲ Poisson

فرکانسی آن‌ها برای نتایج تحلیلی ۱۰ برابر منحنی‌های نتایج تجربی بود. Veijola و همکاران [۱۵] رفتار یک شتاب سنج خازنی متشکل از تیر یکسر گیردار با یک جرم متمرکز را بررسی کردند. آن‌ها رفتار دینامیکی سیستم را با مدل جرم فنر دمپر با نیروی الکترواستاتیک بین صفحات موازی شبیه‌سازی کردند. آن‌ها برای ضریب میرایی از مطالعات پیشین و برای ضریب فنریت از مقایسه با اندازه‌گیری‌های تجربی استفاده کرده و شرایط جریان لغزشی را با استفاده از ضریب لزجت مؤثر به حساب آوردند. شبیه‌سازی آن‌ها تطابق خوبی با نتایج تجربی داشت. Li و همکاران [۱۶] برای مدل‌سازی میرایی از ترمودینامیک آماری^۱ استفاده کردند. آن‌ها با بهبود تابع توزیع سرعت مولکول‌ها، نسبت به مدل‌های قبلی فیزیک بهتری از مسئله ارائه دادند. Bao و همکاران [۱۷] از مدل انتقال انرژی^۲ برای مطالعه‌ی اثر یک ساختار متحرک بر روی تغییرات انرژی جنبشی مولکول‌های گاز استفاده کردند. Hung and Senturia [۱۸] یک مدل برای شبیه‌سازی دینامیک یک میکروتیر دوسرگیردار را که به‌عنوان حسگر فشار استفاده می‌شد، ارائه کردند. آن‌ها از روش گالرکین^۳ برای جداسازی دو معادله‌ی مشتق جزئی کوپل‌شده استفاده کردند. معادله‌ی اول معادله‌ی تیر اویلر برنولی با نیروهای الکتریکی و لایه‌ی فشاری و معادله‌ی دوم معادله‌ی غیرخطی رینولدز که برای شرایط لغزش اصلاح شده بود. آن‌ها زمان پولین^۴ را یک‌بار با مدل خودشان و بار دیگر با فرض میرایی خطی اندازه‌گیری کردند. مدل میرایی خطی نتایج ضعیفی را نشان می‌داد درحالی‌که مدل آن‌ها تطابق خوبی با داده‌های تجربی داشت. McCarthy و همکاران [۱۹] رفتار دینامیکی میکرو سوئیچ تحریک الکترواستاتیکی را مطالعه کردند. آن‌ها با فرض توزیع فشار پارابولیک در امتداد پهنای تیر و یک بعد کردن معادله‌ی رینولدز در امتداد طول تیر، رفتار

^۱ Statistical thermodynamics

^۲ Energy transfer

^۳ Galerkin

^۴ Pull-in

گذرای میکرو سوئیچ را شبیه‌سازی کرده و نتایج خوبی نسبت به داده‌های تجربی گرفتند. Younis and Nayfeh [۲۰] با بسط مدل‌های قبلی رفتار میکروساختارهای تحریک الکتریکی را تحت تأثیر میرایی لایه‌ی فشاری، با استفاده از معادله‌ی رینولدز تراکم پذیر که با معادلات تیر اوایلر برنولی کوپل شده بود، بررسی کردند. آن‌ها با فرض جابه‌جایی کوچک و تغییرات ناچیز فشار در امتداد پهنای تیر، معادله‌ی رینولدز را به شکل خطی و یک‌بعدی نوشته و با استفاده از آنالیز اغتشاشات، معادله‌ی حاصل را که با معادله‌ی تیر اوایلر برنولی کوپل می‌شد، حل کردند. آن‌ها با در نظر گرفتن مقادیر تجربی کارهای پیشین، [۱۰]، فرکانس طبیعی و فاکتور کیفیت را با استفاده از تئوری خودشان به دست آوردند. آن‌ها فرکانس طبیعی را با دقت خوبی نسبت به کارهای تجربی به دست آوردند. همچنین فاکتور کیفیت در مقایسه با نتایج تجربی یک انحراف کوچک داشت که آن را به تقریب فرض فشار یک‌بعدی نسبت دادند و بعدها با اصلاح مدل یک‌بعدی به دوبعدی تطابق کاملاً خوبی با نتایج تجربی گرفتند.

تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی: از زمان کشف نانولوله‌های کربنی توسط Iijima [۲۱] در سال ۱۹۹۱، نانوساختارها به دلیل مدول بالای یانگ، تنش تسلیم، انعطاف‌پذیری، رسانندگی و سایر خواص منحصربه‌فردشان، به‌طور فزاینده‌ای مورد استفاده قرار گرفتند. این ساختارها می‌توانند توسط مکانیک محیط‌های پیوسته مدل شوند؛ اما به دلیل وجود اثرات ابعاد کوچک در مقیاس نانو، مدل‌های وابسته به اندازه‌ی مکانیک محیط‌های پیوسته از قبیل تئوری گرادیان کرنشی^۱ [۲۲]، تئوری تنش کوپل^۲ [۲۳] و تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی^۳ [۲۴] مورد نیاز خواهد بود. در میان این مدل‌ها تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی مورد توجه قرار گرفت. بر اساس روابط غیرموضعی ارینگن^۴ تلاش‌هایی برای توسعه‌ی

^۱ Strain gradient

^۲ Couple stress

^۳ Nonlocal elasticity

^۴ Eringen

مدل‌های غیرموضعی تیر صورت گرفت که تمامی آن‌ها بر پایه‌ی تئوری‌های تیر اویلر برنولی، تیموشنکو و تئوری‌های تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر بودند. Reddy [۲۵] تئوری‌های مختلف تیرها را با استفاده از روابط غیرموضعی ارینگن بازنویسی کرده و برای تیر با تکیه‌گاه ساده، خمش، کمانش و فرکانس طبیعی را استخراج کرد و نتیجه گرفت که اثرات غیرموضعی تفاوت زیادی را در نتایج ایجاد می‌کند. Aydogdo [۲۶] تئوری‌های مختلف تیر را در قالب یک فرمول‌بندی جامع ارائه کرد و با در نظر گرفتن تغییر شکل برشی به صورت توان عمومی، خمش، کمانش و ارتعاشات آزاد نانوتیرها را بررسی کرد. او در کار خود اثر طول و غیرموضعی بودن تیرها را به صورت جامع بررسی کرد. Arash and Wang [۲۷] یک خلاصه از کاربردهای مدل‌های غیرموضعی در تحلیل نانولوله‌های کربنی و گرافیت گزارش دادند. آن‌ها [۲۸] همچنین یک خلاصه از کاربردهای نانولوله‌های کربنی و گرافیت در نانوحسگرهای نوسانگر ارائه کردند.

اثرات غیرخطی: تحریک نانولوله‌های کربنی می‌تواند توسط روش‌های مختلفی صورت بگیرد. یکی از رایج‌ترین این روش‌ها تحریک الکتریکی است. Sazonova و همکاران [۲۹] از مؤلفه‌ی DC یک تحریک الکتریکی برای تنظیم فرکانس طبیعی نانولوله، و از مؤلفه‌ی AC برای ایجاد نوسان در آن استفاده کردند. نوسانگرهای جدیدی بر پایه‌ی نانولوله‌های کربنی ساخته شد که می‌توانستند در هوا نوسان کرده و به سطح جدیدی از فرکانس طبیعی برسند [۳۰؛ ۳۱]. Kang و همکاران [۳۲] با استفاده از روش دینامیک مولکولی یک نانولوله‌ی کربنی را که به عنوان یک حافظه‌ی الکترومکانیکی استفاده می‌شد، شبیه‌سازی کردند. Zhang و همکاران [۳۳] برای مطالعه‌ی ارتعاشات آزاد یک نانولوله‌ی کربنی دوجداره که تحت یک بار محوری فشاری قرار داشت، از مدل تیر اویلر برنولی استفاده کردند. آن‌ها فرکانس طبیعی نانولوله‌های کربنی را به عنوان تابعی از نیروی محوری و پارامترهای هندسی نانولوله محاسبه کرده و نتیجه گرفتند که تئوری اویلر برنولی برای تیرهای باریک و طویل نتایجی نزدیک به روش دقیق دینامیک مولکولی می‌دهد. Dequesnes و همکاران [۳۴] ولتاژ پولین را برای نانو سوئیچ‌های بر پایه‌ی نانولوله‌های

کربنی استخراج کردند. آن‌ها با استفاده از مدل مجزای خطی، یک عبارت تحلیلی برای ولتاژ پولین به دست آوردند. Witkamp و همکاران [۳۵] رفتار یک نانولوله‌ی کربنی معلق را تحت ولتاژهای DC و AC به صورت تجربی تحلیل کرده و یک روش تئوری برای مدل خود ارائه دادند. اگرچه مدل‌های خطی برای نانولوله‌های کربنی امکان یافتن عبارت‌های تحلیلی برای برخی از پارامترها از جمله ولتاژ پولین، فرکانس طبیعی و دامنه‌ی نوسان سیستم را فراهم می‌کردند اما در ارائه‌ی بسیاری از پدیده‌های غیرخطی در نمونه‌های واقعی ناتوان بودند. Postma و همکاران [۳۶] در مورد محدوده‌ی رفتار خطی نانولوله‌های کربنی در ارتعاشات عرضی تحقیق کرده و دریافتند که در بسیاری از کاربردها نانولوله‌های کربنی در محدوده‌ی غیرخطی کار می‌کنند. همچنین Sazonova [۲۹] مشاهده کرده بود که نانوسانگرها با افزایش مؤلفه‌ی AC رفتار غیرخطی از خود نشان می‌دهند. Dequesnes و همکاران [۳۷] با استفاده از مدل تیر غیرخطی ولتاژ پولین نانو سوئیچ‌ها را بررسی کردند. آن‌ها معادلات حاصل را با استفاده از روش‌های عددی حل کرده و با شبیه‌سازی دینامیک مولکولی مقایسه کردند. Fu و همکاران [۳۸] ارتعاشات آزاد یک نانولوله‌ی کربنی چند جداره را بررسی کردند. آن‌ها از مدل تیر اویلر برنولی با در نظر گرفتن عوامل غیرخطی هندسی استفاده کردند، نیروی وان در والس بین لایه‌ها را در نظر گرفتند و با استفاده از روش اغتشاشات^۱ معادلات حاصل را حل کردند. Younis and Nayfeh [۳۹] ارتعاشات غیرخطی و پایداری یک میکروتیر تحریک الکتریکی را بررسی کردند. آن‌ها برای در نظر گرفتن نیروی الکترواستاتیک و کشش صفحه‌ی میانی از مدل غیرخطی استفاده کرده و معادلات حاصل را با استفاده از روش اغتشاشی مقیاس‌های چندگانه^۲ به منظور یافتن پاسخ فاز و دامنه و همچنین پایداری، حل کردند. آن‌ها همچنین موفق به نشان دادن رفتار سخت‌شوندگی و نرم‌شوندگی سیستم شده و تطابق خوبی با داده‌های تجربی گرفتند.

^۱ Harmonic balance perturbation method

^۲ Multiple scale perturbation method

۵.۱ تعریف مسئله و نوآوری

در این تحقیق یک نانوحسگر زیستی، که می‌توان برای تشخیص جرم‌های بسیار کوچک، مانند سلول‌های سرطانی در خون و یا آلودگی‌های هوا بکار رود، به‌صورت یک نانوتیر با تکیه‌گاه‌های ساده مدل شده است. اثرات میرایی لایه‌ی فشاری ناشی از اندرکنش نانوتیر با سیال اطراف آن در نظر گرفته شده است. تحریک نانوتیر به صورت الکترواستاتیکی که باعث ایجاد اثرات غیرخطی در مسئله می‌شود. اثرات ابعاد کوچک با استفاده از تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی در نظر گرفته شده است.

همان‌طور که اشاره در بخش ۴.۱ شد، اثرات میرایی لایه‌ی فشاری، غیرخطی بودن، غیرموضعی بودن و تحریک الکترواستاتیک، در مقالات مختلف بررسی شده است. با توجه به مطالب ذکرشده اخیراً تحقیقات زیادی در مورد تحلیل نانوتیرها با استفاده از تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی انجام شده است؛ اما در اکثر این تحقیقات از اثرات میرایی‌های مطرح در ابعاد کوچک نانو صرف‌نظر شده است. نوآوری این پژوهش بررسی همزمان اثرات میرایی لایه‌ی فشاری و اثرات غیرخطی تحریک الکترواستاتیک در تحلیل نانوتیرها با استفاده از تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی است.

۲ تئوری الاستیسیتەى غیر موضعی

۱.۲ معرفی

در فصل مقدمه بیان شد که نانوساختارها می‌توانند توسط مکانیک محیط‌های پیوسته مدل شوند اما به دلیل وجود اثرات ابعاد کوچک در اندازه‌ی نانو، از مدل‌های وابسته به اندازه‌ی مکانیک محیط‌های پیوسته استفاده می‌شود. در این میان تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی به‌طور گسترده‌ای در حوزه‌ی نانو استفاده می‌شود. برخلاف تئوری‌های محلی که فرض می‌کنند تنش در یک نقطه تابعی است از کرنش در آن نقطه، تئوری‌های الاستیسیته‌ی غیرموضعی فرض می‌کنند که تنش در یک نقطه تابعی از کرنش در تمام نقاط محیط پیوسته است. در این فصل ابتدا به معرفی و استخراج معادلات تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی پرداخته می‌شود و در انتها ارتعاشات یک نانوتیر با تکیه‌گاه ساده، با استفاده از این تئوری مورد بررسی قرار می‌گیرد.

همان‌طور که اشاره شد، بر اساس روابط ترکیبی غیرموضعی ارینگن، تلاش‌هایی برای توسعه‌ی مدل‌های غیرموضعی تیر انجام گرفته است که تمامی این مدل‌ها بر پایه‌ی تئوری تیر اوپلر-برنولی، تئوری تیر تیموشنکو و تئوری‌های تیر تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر می‌باشند. باید توجه شود که تئوری تیر اوپلر-برنولی برای تیرهای لاغر مناسب است و برای تیرهای نسبتاً قطور، به دلیل صرف‌نظر کردن از اثر تغییر شکل برشی، خمش را دست‌کم و بار کمانش و فرکانس طبیعی را بالاتر تخمین می‌زند. تئوری تیر تیموشنکو با در نظر گرفتن یک کرنش برشی ثابت در ضخامت تیر اثرات تغییر شکل برشی را به حساب می‌آورد؛ بنابراین به‌منظور جبران کردن تفاوت بین حالت تنش حقیقی و حالت تنش ثابت به یک فاکتور اصلاح برش نیاز دارد. برای اجتناب از فاکتور اصلاح برش به‌منظور به دست آوردن پاسخ بهتر برای تیرهای قطور، تئوری‌های تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر زیادی از قبیل تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر Reddy و تئوری تیر Aydogdu توسعه یافت.

در این بخش تئوری غیرموضعی تیر برای تحلیل رفتار ارتعاشاتی نانوتیرها استخراج می‌شود. میدان

جابه‌جایی تئوری مفروض بر اساس فرضیات زیر به دست آمده است:

۱. جابه‌جایی محوری و عرضی شامل مؤلفه‌های برشی و خمشی است که مؤلفه‌های خمشی نقشی در نیروهای برشی ندارند و مؤلفه‌های برشی نقشی در نیروهای خمشی ندارند.

۲. مؤلفه‌ی خمشی جابه‌جایی محوری مشابه تئوری اویلر-برنولی است.

۳. مؤلفه‌ی برشی جابه‌جایی محوری با تغییرات پارابولیک کرنش برشی و به تبع آن با تغییرات پارابولیک تنش برشی در ضخامت تیر افزایش می‌یابد به ترتیبی که تنش برشی در سطوح فوقانی و تحتانی ناپدید می‌شود [۴۰].

به این ترتیب بر پایه‌ی روابط غیرموضعی، می‌توان معادلات حرکت نانوتیر را با استفاده از اصل همیلتون^۱ استخراج کرد.

۲.۲ استخراج معادلات حرکت غیرموضعی

بر اساس فرض‌هایی که برای انتخاب میدان جابه‌جایی بیان شد، معادلات آن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$u_1(x, z, t) = u(x, t) - z \frac{dw_b}{dx} + \left[\frac{1}{4}z - \frac{5}{3}z \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \frac{dw_s}{dx} \quad (۱-۲)$$

$$u_2(x, z, t) = 0$$

$$u_3(x, z, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t)$$

در عبارت فوق u جابه‌جایی محوری در امتداد صفحه‌ی میانی نانوتیر است و w_b و w_s مؤلفه‌های

خمشی و برشی جابه‌جایی عرضی می‌باشند. کرنش‌های غیر صفر تئوری مفروض عبارت‌اند از:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} - z \frac{d^2 w_b}{dx^2} - f \frac{d^2 w_s}{dx^2} \quad (۲-۲)$$

$$\gamma_{xz} = g \frac{dw_s}{dx}$$

که در عبارت فوق

^۱ Hamilton's Principle

$$f = -\frac{1}{4}z + \frac{5}{3}z\left(\frac{z}{h}\right)^2$$

$$g = 1 - \frac{df}{dz} = \frac{5}{4} - 5\left(\frac{z}{h}\right)^2$$
(۳-۲)

ارینگن یک شکل دیفرانسیلی از روابط ترکیبی غیرموضعی را به صورت زیر پیشنهاد کرد [۴۰]:

$$\sigma_x - \mu \frac{d^2 \sigma_x}{dx^2} = E \varepsilon_x$$

$$\sigma_{xz} - \mu \frac{d^2 \sigma_{xz}}{dx^2} = G \gamma_{xz}$$
(۴-۲)

در رابطه‌ی فوق E و G به ترتیب مدول الاستیسیته و مدول برشی هستند؛ μ پارامتر غیرموضعی است که به جنس ماده و طول مشخصه‌ی آن بستگی دارد و می‌تواند توسط یک مقایسه بین منحنی‌های پراکندگی از مکانیک محیط‌های پیوسته‌ی غیرموضعی و شبیه‌سازی دینامیک مولکولی به دست آید. به‌طور کلی برای یک نانوتیر کربنی تک دیواره پارامتر غیرموضعی کمتر از ۴ نانومتر مربع است [۴۱].

با استفاده از اصل همیلتون می‌توان معادلات حرکت را استخراج کرد:

$$\int_0^t (\delta U + \delta V + \delta K) = 0$$
(۵-۲)

در عبارت فوق δU تغییرات انرژی کرنشی، δV تغییرات انرژی پتانسیل و δK تغییرات انرژی جنبشی است.

تغییرات انرژی کرنشی تیر به صورت زیر است [۴۰]:

$$\delta U = \int_0^L \int_A (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dx$$

$$= \int_0^L \left(N \frac{d\delta U}{dx} - M_b \frac{d^2 \delta w_b}{dx^2} - M_s \frac{d^2 \delta w_s}{dx^2} + Q \frac{d\delta w_s}{dx} \right) dx$$
(۶-۲)

در رابطه‌ی فوق L ، طول تیر است و مقادیر N ، M و Q نتیجه‌های تنش هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(N, M_b, M_s) = \int_A (1, z, f) \sigma_x dA \quad (۷-۲)$$

$$Q = \int_A g \sigma_{xz} dA$$

در این رابطه g و f در رابطه‌ی (۳-۲) تعریف شده‌اند. تغییرات انرژی پتانسیل نیروی اعمال شده می‌تواند به صورت زیر بیان شود [۴۰]:

$$\delta V = - \int_0^L q \delta(w_b + w_s) dx - \int_0^L N_0 \frac{d(w_b + w_s)}{dx} \frac{d\delta(w_b + w_s)}{dx} dx \quad (۸-۲)$$

در عبارت فوق q ، N_0 به ترتیب بارهای عرضی و محوری هستند.

تغییرات انرژی جنبشی نیز می‌تواند به صورت زیر به دست آید [۴۰]:

$$\begin{aligned} \delta K &= \int_0^L \int_A \rho (\dot{u}_1 \delta \dot{u}_1 + \dot{u}_3 \delta \dot{u}_3) dA dx \\ &= \int_0^L \left\{ m_0 [\dot{u} \delta \dot{u} + (\dot{w}_b + \dot{w}_s) \delta (\dot{w}_b + \dot{w}_s)] + m_2 \frac{d\dot{w}_b}{dx} \frac{d\delta \dot{w}_b}{dx} + \frac{m_2}{84} \frac{d\dot{w}_s}{dx} \frac{d\delta \dot{w}_s}{dx} \right\} dx \end{aligned} \quad (۹-۲)$$

در عبارت فوق بالانویس نقطه نشان دهنده‌ی مشتق نسبت به زمان است؛ ρ چگالی جرمی است؛ و (m_0, m_2) اینرسی‌های جرمی هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(m_0, m_2) = \int_A (1, z^2) \rho dA \quad (۱۰-۲)$$

با جایگزین کردن عبارت‌های تغییرات انرژی کرنشی، تغییرات انرژی پتانسیل و تغییرات انرژی جنبشی در معادله‌ی همیلتون و در نظر گرفتن ضرایب مربوط به δu ، δw_b و δw_s ، معادلات حرکت تیر، به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \delta u : \frac{dN}{dx} &= m_0 \ddot{u} \\ \delta w_b : \frac{d^2 M_b}{dx^2} + q - N_0 \frac{d^2(w_b + w_s)}{dx^2} &= m_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - m_2 \frac{d^2 \ddot{w}_b}{dx^2} \\ \delta w_s : \frac{d^2 M_s}{dx^2} + \frac{dQ}{dx} q - N_0 \frac{d^2(w_b + w_s)}{dx^2} &= m_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - \frac{m_2}{84} \frac{d^2 \ddot{w}_s}{dx^2} \end{aligned} \quad (۱۱-۲)$$

در عبارت فوق هنگامی که از اثر تغییر شکل برشی صرف نظر شود، $w_s = 0$ ، معادلات تئوری تیر اوپلر-برنولی به دست می‌آیند.

با در نظر گرفتن رابطه‌ی بین تنش و کرنش در حالت غیرموضعی، رابطه‌ی (۲-۴) و جایگزین کردن

رابطه‌ی (۲-۲) در آن و استفاده از رابطه‌ی (۲-۷) نتیجه‌های تنش به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} N - \mu \frac{d^2 N}{dx^2} &= EA \frac{du}{dx} \\ M_b - \mu \frac{d^2 M_b}{dx^2} &= -EI \frac{d^2 w_b}{dx^2} \\ M_s - \mu \frac{d^2 M_s}{dx^2} &= -\frac{EI}{84} \frac{d^2 w_s}{dx^2} \\ Q - \mu \frac{d^2 Q}{dx^2} &= \frac{5GA}{6} \frac{dw_s}{dx} \end{aligned} \quad (۱۲-۲)$$

در رابطه‌ی فوق A و I به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(A, I) = \int_A (1, z^2) dA \quad (۱۳-۲)$$

با جایگذاری نتیجه‌های تنش در رابطه‌ی (۲-۱۱) معادلات حرکت غیرموضعی می‌توانند برحسب

عبارت‌های جابه‌جایی به صورت زیر بیان شوند:

$$\begin{aligned} EA \frac{d^2 u}{dx^2} &= m_0 \left(\ddot{u} - \mu \frac{d^2 \ddot{u}}{dx^2} \right) \\ -EI \frac{d^4 w_b}{dx^4} + q - \mu \frac{d^2 q}{dx^2} - N_0 \left[\frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} - \mu \frac{d^4 (w_b + w_s)}{dx^4} \right] \\ &= m_0 \left[(\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - \mu \frac{d^2 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s)}{dx^2} \right] - m_2 \left(\frac{d^2 \ddot{w}_b}{dx^2} - \mu \frac{d^4 \ddot{w}_b}{dx^4} \right) \\ -\frac{EI}{84} \frac{d^4 w_s}{dx^4} + \frac{5GA}{6} \frac{d^2 w_s}{dx^2} + q - \mu \frac{d^2 q}{dx^2} - N_0 \left[\frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} - \mu \frac{d^4 (w_b + w_s)}{dx^4} \right] \\ &= m_0 \left[(\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - \mu \frac{d^2 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s)}{dx^2} \right] - \frac{m_2}{84} \left(\frac{d^2 \ddot{w}_s}{dx^2} - \mu \frac{d^4 \ddot{w}_s}{dx^4} \right) \end{aligned} \quad (۱۴-۲)$$

معادلات حرکت مربوط به تئوری تیر موضعی، با در نظر گرفتن مقدار صفر برای پارامتر غیرموضعی از

معادلات فوق قابل حصول می‌باشند.

۳.۲ ارتعاشات آزاد نامیرای نانوتیر با تکیه‌گاه ساده

با در نظر گرفتن یک تیر به طول L تحت بار عرضی q و بار محوری N_0 ، شرایط مرزی تیر با تکیه‌گاه‌های ساده به صورت زیر نوشته می‌شود [۴۰]:

$$w_b = w_s = M_b = M_s = 0 \quad (۱۵-۲)$$

در بخش قبل، معادلات حرکت غیرموضعی استخراج شد. همان‌طور که در رابطه‌ی (۱۴-۲) دیده می‌شود، معادله‌ی مربوط به جابه‌جایی طولی، یک معادله‌ی مستقل است اما دو معادله‌ی مربوط به مؤلفه‌های خمشی و برشی جابه‌جایی عرضی با یکدیگر کوپل هستند. این دو معادله در رابطه‌ی (۱۶-۲) بازنویسی می‌شوند:

$$\begin{aligned} & -EI \frac{d^4 w_b}{dx^4} + q - \mu \frac{d^2 q}{dx^2} - N_0 \left[\frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} - \mu \frac{d^4 (w_b + w_s)}{dx^4} \right] \\ & = m_0 \left[(\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - \mu \frac{d^2 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s)}{dx^2} \right] - m_2 \left(\frac{d^2 \ddot{w}_b}{dx^2} - \mu \frac{d^4 \ddot{w}_b}{dx^4} \right) \\ & - \frac{EI}{84} \frac{d^4 w_s}{dx^4} + \frac{5GA}{6} \frac{d^2 w_s}{dx^2} + q - \mu \frac{d^2 q}{dx^2} - N_0 \left[\frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} - \mu \frac{d^4 (w_b + w_s)}{dx^4} \right] \\ & = m_0 \left[(\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - \mu \frac{d^2 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s)}{dx^2} \right] - \frac{m_2}{84} \left(\frac{d^2 \ddot{w}_s}{dx^2} - \mu \frac{d^4 \ddot{w}_s}{dx^4} \right) \end{aligned} \quad (۱۶-۲)$$

حل گالرکین به‌منظور برآورده کردن شرایط مرزی بیان‌شده در معادله‌ی (۱۵-۲)، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} w_b(x, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} W_{bn} e^{i\omega t} \sin(\alpha x) \\ w_s(x, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} W_{sn} e^{i\omega t} \sin(\alpha x) \end{aligned} \quad (۱۷-۲)$$

در این رابطه $\alpha = n\pi/L$ ، $i = \sqrt{-1}$ و W_{bn}, W_{sn} ضرایب می‌باشند و ω فرکانس طبیعی است. بار عرضی q نیز در شکل بسط فوری به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$q(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \sin(\alpha x) \quad (18-2)$$

در این رابطه Q_n با توجه به بار عرضی یک مقدار مشخص خواهد داشت. حال با جایگذاری معادلات (۱۷-۲) و (۱۸-۲) در معادله‌ی (۱۶-۲) می‌توان معادله‌ی حاکم بر سیستم را به صورت زیر تعریف کرد:

$$\left(\begin{bmatrix} s_{11} & 0 \\ 0 & s_{22} \end{bmatrix} - \lambda N_0 \alpha^2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \lambda \omega^2 \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} W_{bn} \\ W_{sn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \lambda Q_n \\ \lambda Q_n \end{Bmatrix} \quad (19-2)$$

متغیرهای استفاده شده در این رابطه به صورت زیر می‌باشند:

$$s_{11} = EI \alpha^4, s_{22} = \frac{EI}{84} \alpha^4 + \frac{5GA}{6} \alpha^2, \lambda = 1 + \mu \alpha^2 \quad (20-2)$$

$$m_{11} = m_0 + m_2 \alpha^2, m_{22} = m_0 + \frac{m_2}{84} \alpha^2, m_{12} = m_0$$

با صرف نظر کردن از بارهای عرضی و محوری در رابطه‌ی (۱۹-۲)، می‌توان فرکانس طبیعی نوسانات نامیرای سیستم را به دست آورد. برای این منظور کافی است دستگاه معادلات زیر را حل کرد:

$$\left(\begin{bmatrix} s_{11} & 0 \\ 0 & s_{22} \end{bmatrix} - \lambda \omega^2 \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} W_{bn} \\ W_{sn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (21-2)$$

برای حل معادله‌ی (۲۱-۲) بایستی دترمینان ضرایب برابر با صفر باشد؛ با تشکیل دترمینان ماتریس ضرایب و صفر قرار دادن آن، یک معادله‌ی درجه ۲ برای مربع فرکانس طبیعی به دست می‌آید که جواب مربوط به خمش، در رابطه‌ی (۲۲-۲) آورده شده است:

$$\omega^2 = \frac{1}{\lambda} \frac{m_{11}s_{22} + m_{22}s_{11} - \sqrt{(m_{11}s_{22} - m_{22}s_{11})^2 + 4s_{11}s_{22}m_{12}^2}}{2(m_{11}m_{22} - m_{12}^2)} \quad (22-2)$$

برای بی بعد سازی فرکانس طبیعی به دست آمده می‌توان از رابطه‌ی (۲۳-۲) استفاده کرد:

$$\bar{\omega} = \omega L^2 \sqrt{\frac{m_0}{EI}} \quad (23-2)$$

اکنون با در نظر گرفتن مقادیر عددی نشان داده شده در جدول ۱-۲ می‌توان مقادیر عددی فرکانس طبیعی را به دست آورد.

جدول ۱-۲: مقادیر عددی مفروض

Value	Variable
$\nu = 0.3$	Poisson's ratio
$L = 10[nm]$	Side of nanobeam

همان‌طور که در جدول ۲-۲ مشاهده می‌شود با افزایش نسبت ضخامت و کاهش پارامتر غیرموضعی، فرکانس طبیعی افزایش می‌یابد.

جدول ۲-۲: نتایج عددی فرکانس طبیعی بی‌بعد

L/h	$\mu[nm^2]$	$\bar{\omega}$	L/h	$\mu[nm^2]$	$\bar{\omega}$
5	0	9.2745	20	0	9.8281
5	1	8.8482	20	1	9.3763
5	2	8.4757	20	2	8.9816
5	3	8.1466	20	3	8.6328
5	4	7.8530	20	4	8.3218
10	0	9.7075	100	0	9.8679
10	1	9.2612	100	1	9.4143
10	2	8.8714	100	2	9.0180
10	3	8.5269	100	3	8.6678
10	4	8.2197	100	4	8.3555

بدین ترتیب روابط حاکم بر نانو تیر برای در نظر گرفتن اثرات غیرموضعی، بازنویسی و فرکانس طبیعی نوسانات برای مقادیر غیرموضعی متفاوت ارائه شد. در فصل ۳ با اعمال اثرات مربوط به میرایی لایه‌ی فشاری بر این نتایج، روابط نهایی برای تحلیل ارتعاشات نانوتیر به دست می‌آیند.

۳ میرایی در دستگاه‌های نانوالکترومکانیکی

۱.۳ انواع میرایی‌های مطرح نانوسانگرها

مشخصه‌های اصلی یک نوسانگر مکانیکی فرکانس طبیعی و فاکتور کیفیت هستند. در حالت کلی فرکانس طبیعی بالا و میرایی پایین برای نوسانگرها مطلوب است. برای دستیابی به فرکانس‌های طبیعی بالا کاهش ابعاد ضروری است؛ با این حال کوچک‌سازی در ابعاد زیر میکرون، منجر به افزایش میرایی می‌شود. در این فصل ابتدا یک معرفی کوتاه بر روی انواع میرایی‌های مطرح در نانوسانگرها صورت گرفته است؛ در ادامه نحوه‌ی مدل‌سازی میرایی لایه‌ی فشاری توضیح داده شده است و سپس محدودیت‌ها و ضرایب تصحیح و اثرات این میرایی بر روی فرکانس طبیعی، با ذکر یک نمونه بررسی شده است.

به‌طور کلی می‌توان میرایی‌ها را در دو دسته‌ی مجزا بررسی کرد. دسته‌ی اول، میرایی‌های خارجی^۱ می‌باشند که مکانیسم افت در آن‌ها مربوط به خود نوسانگر نبوده و ناشی از محدودیت‌های بیرونی است. میرایی مداری^۲، میرایی تکیه‌گاه^۳ و میرایی‌های مربوط به سیال از این دسته‌اند. دسته‌ی دوم، میرایی‌های ذاتی^۴ بوده و شامل افت‌هایی که در خود ماده اتفاق می‌افتند، می‌باشند. میرایی ترموالاستیک، افت‌های سطح^۵، عیوب مکانیکی^۶ و افت کوانتومی^۷ نمونه‌هایی از میرایی ذاتی هستند.

^۱ Extrinsic

^۲ Circuit damping

^۳ Support damping

^۴ Intrinsic

^۵ Surface losses

^۶ Mechanical defects

^۷ Quantum dissipation

۱.۱.۳ میرایی‌های ذاتی

میرایی ترموالاستیک: در هر ساختار مرتعش، میدان کرنش، انرژی داخلی ساختار را تغییر می‌دهد؛ مثلاً منطقه‌ی تحت فشار گرم شده و منطقه‌ی تحت کشش سرد می‌شود. هنگامی که یک شارش گرمایی بازگشت‌ناپذیر بین قسمت‌های مختلف ساختار به وجود می‌آید، انرژی سیستم هدر می‌رود [۴۲].

افت‌های سطح: سطح شامل عیوب و آلاینده‌های زیادی است. هنگامی که نسبت سطح به حجم افزایش یابد، خواص سطح نقش مهمی در افت انرژی پیدا می‌کند [۴۳].

عیوب مکانیکی: درحالی که بلوره ایدئال از طریق مکانیسم‌هایی همچون میرایی ترموالاستیک انرژی مکانیکی را از دست می‌دهند، اغلب ساختارهای واقعی ضریب کیفیت پایین‌تری دارند. این افت‌ها ناشی از برخی عیوب مکانیکی از قبیل ناخالصی‌های جانشینی^۱ و لغزش مرزدانه‌ها^۲ است [۴۳].

۲.۱.۳ میرایی‌های با منشأ خارجی

افت ناشی از محیط: بدیهی است که زدودن مواد اطراف که می‌تواند یک گاز یا سیال بسیار لزج یا حتی یک گاز با فشار کم باشد، باعث بهبود ضریب کیفیت می‌شود. این امر در معادلات الاستیسیته مشهود است؛ جایی که نیروی کلی که بر نوسانگر عمل می‌کند، علاوه بر نیروی تحریک، نیروی میرایی را نیز شامل می‌شود. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، میرایی ناشی از محیط واسط می‌تواند در رژیم‌های متفاوتی ظاهر شود. در فشارهای پایین، اغلب افت، ناشی از برخورد مولکول‌های منفرد است. در فشارهای بالاتر و حتی در مایعات، اغلب افت به‌صورت میرایی لزج است. همچنین بسته به هندسه‌ی نوسانگر، هنگامی که محبوس شدن محیط واسط بین نوسانگر و ساختار ثابت، فشاری را بر نوسانگر اعمال کند،

^۱ Substitutional impurities

^۲ Grain-boundary sliding

میرایی لایه‌ی فشاری به وجود می‌آید [۴۳].

میرایی مداری: برای هر کاربرد عملی، یک نوسانگر مکانیکی بایستی به‌صورت الکتریکی با یک مدار محرکه و تشخیص، کوپل شود. این سیستم کلی می‌تواند توسط یک مدار الکتریکی^۱ مدل شده و افت انرژی در آن محاسبه گردد [۴۳].

میرایی پیزوالکتریک: مشابه با شارش بار به یک خازن، در یک نوسانگر پیزوالکتریک، الکترون‌ها به سمت لایه‌های الکتریکی متمایل می‌شوند. به‌صورت مشابه، این جریان با یک مقاومت محدود در مدار الکتریکی مواجه شده و منجر به افت‌هایی در سیستم می‌شود [۴۳].

افت تکیه‌گاهی: هنگامی که کرنش در نقطه‌ی اتصال تکیه‌گاه متمرکز می‌شود، کرنش متغیر با زمان بخشی از انرژی الاستیک را به ساختار تکیه‌گاه منتقل کرده و آن را کاهش می‌دهد. در این حالت ممان و نیروی برشی ناشی از ارتعاشات به‌عنوان منبع تحریک امواج الاستیک که در تکیه‌گاه منتشر می‌شوند، عمل می‌کنند. در این حالت افت انرژی به مد تحریک و نحوه‌ی اتصال بستگی دارد [۴۳].

افت ناشی از مواد متعدد: اغلب ساختارهای نوسانگر از چند ماده ساخته شده‌اند. به‌طور کلی، بسته به روش تحریک و تشخیص، یک لایه مربوط به ابزار و یک لایه مربوط به الکتروود است. این لایه‌ها ایدئال نیستند و به دلیل افت در اتصالات و یا مکانیسم‌های افت داخلی، نقشی را در افت کلی ایفا می‌کنند [۴۳].

۲.۳ میرایی لایه‌ی فشاری

اهمیت میرایی‌ها و اثرات شرایط خاص در حوزه‌ی نانومکانیک باعث ایجاد خطاهای زیاد در تحلیل‌های معمولی ابعاد ماکرو می‌شود. همان‌طور که اشاره شد، یکی از مهم‌ترین این اثرات میرایی لایه‌ی فشاری

^۱ RLC

است. حرکت توده‌ی سیال در زیر صفحه که توسط میرایی سیال مورد مقاومت قرار می‌گیرد مکانیسم این میرایی است و اثر آن نیز تولید یک توزیع فشار در زیر صفحه است که می‌تواند به صورت یک فنر و یا دمپر عمل کند. تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد که در فرکانس‌های پایین نیروهای دمپری و در فرکانس‌های بالا نیروهای فنری اهمیت بیشتری می‌یابند [۲۰].

برای مدل‌سازی میرایی لایه‌ی فشاری دست‌کم سه روش وجود دارد. روش اول مبتنی بر ترمودینامیک آماری است. این روش بر مبنای مطالعه‌ی برخوردهای ساختار متحرک با مولکول‌های منفرد گاز و اثر این برخورد بر روی مومنتم مولکول‌ها است. روش دوم مبتنی بر معادله‌ی ساده‌شده‌ی رینولدز با فرض جریان تراکم ناپذیر است که در آن از اثرات فنری فشار گاز صرف‌نظر می‌شود. روش سوم نیز استفاده از معادله‌ی رینولدز تراکم پذیر است که با استفاده از ضرایب تصحیح برای اعتباربخشی به آن در ابعاد نانو اصلاح می‌شود. با توجه به دقت و بازده محاسباتی بالاتر روش سوم می‌تواند نتایج دقیق‌تری ارائه دهد.

۱.۲.۳ استخراج معادله‌ی رینولدز

استخراج معادله‌ی رینولدز بر پایه‌ی فرضیات زیر صورت می‌گیرد [۲۰] که توجه به آن‌ها به منظور درک اعتبار و محدودیت‌های آن ضروری است.

۱. سیال نیوتنی است؛
۲. سیال از قانون گاز ایدئال تبعیت می‌کند؛
۳. نیروهای حجمی و اینرسی در مقابل نیروهای فشاری و ویسکوز قابل صرف‌نظر هستند؛
۴. تغییرات فشار در مقطع سیال قابل صرف‌نظر است؛
۵. جریان لایه‌ای^۱ است؛
۶. در مقایسه با امتداد عرضی صفحات فاصله‌ی صفحات کوچک است؛

^۱ Laminar

۷. سیال به صورت پیوسته عمل می‌کند و در مرزها لغزش وجود ندارد؛

۸. سیستم هم‌دما است؛

برای به دست آوردن معادله‌ی رینولدز، ابتدا با استفاده از آنالیز مرتبه‌ی بزرگی و حذف جمله‌های مرتبه بالای اینرسی و جاذبه، یک شکل ساده از معادله‌ی ناویر-استوکس^۱ تولید می‌شود. سپس با انتگرال‌گیری در امتداد پهنای شکاف و جایگذاری در معادله‌ی پیوستگی، عبارتی برحسب فشار و چگالی به دست می‌آید. با فرض شرایط هم‌دما و قانون گاز ایدئال، فشار به صورت تابعی از چگالی نوشته می‌شود و شکل نهایی و استاندارد معادله‌ی رینولدز به صورت معادله‌ی (۱-۳) به دست می‌آید [۲۰]. این مدل می‌تواند با در نظر گرفتن برخی از ضرایب تصحیح، شرط لغزش در فشارهای پایین را به حساب آورد.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(d^3 P \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(d^3 P \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 12\eta \left(d \frac{\partial P}{\partial x} - P \frac{\partial d}{\partial t} \right) \quad (۱-۳)$$

در این رابطه x و y موقعیت در امتداد طول و عرض صفحه، t زمان، d فاصله‌ی متغیر بین صفحات الکترواستاتیک، P فشار کلی و η ضریب ویسکوزیته‌ی سیال است.

معادله‌ی فوق شکل دوبعدی معادله‌ی رینولدز است. اگر فرض کنیم نشت جانبی سیال محبوس در شکاف ناچیز است، می‌توان نتیجه گرفت که تغییرات فشار در امتداد پهنای تیر، قابل صرف‌نظر کردن است و به‌این ترتیب فشار و گرادیان آن در معادله‌ی رینولدز را مستقل از y فرض کرد. از طرف دیگر می‌توان معادله را حول موقعیت اولیه‌ی تیر و فشار استاتیک P_a ، با استفاده از روابط زیر خطی سازی کرد:

$$\begin{aligned} d(x,t) &= D_0 - w(x,t) \\ P(x,t) &= P_a + \tilde{P}(x,t) \end{aligned} \quad (۲-۳)$$

با جایگذاری روابط فوق در معادله‌ی (۱-۳) و حذف متغیر y و با در نظر گرفتن جمله‌های خطی،

^۱ Navier-Stokes

معادله‌ی خطی سازی شده‌ی تراکم پذیر رینولدز به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$P_a D_0^3 \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial x^2} = 12\eta \left(D_0 \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} - P_a \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (3-3)$$

۲.۲.۳ محدودیت‌ها و ضرایب تصحیح

فرض‌های بیان شده برای استخراج معادله‌ی رینولدز، در کاربردهای عملی ابعاد نانو برقرار نمی‌باشند. در حقیقت برخی از این فرضیات برای یک کاربرد مشخص نقض می‌شوند. این تناقض و اثرات مربوط به آن مطالعه شده‌اند و ضرایب تصحیحی برای کاربردی شدن معادله‌ی رینولدز اصلاح شده ارائه شده‌اند. مخدوش شدن فرض پیوستگی که در ابعاد نانو رخ می‌دهد، با استفاده از این ضرایب قابل تصحیح است. مسائل دیگر از قبیل اثرات ترموالاستیک، اثر سختی^۱ سطح و جریان آشفته^۲ اهمیت کمتری دارند و می‌توان از آن‌ها صرف نظر کرد.

همان‌طور که اشاره شد مهم‌ترین فرض در استخراج عدد رینولدز، فرض محیط پیوسته برای سیال موجود در فاصله‌ی بین تیر و صفحه‌ی تحریک است. اعتبار این فرض به عددی به نام عدد نودسن^۳ ربط دارد که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$Kn = \frac{\lambda}{D_0} \quad (4-3)$$

در این رابطه D_0 فاصله‌ی اولیه‌ی بین تیر و صفحه‌ی تحریک و λ میانگین مسیر آزاد مولکولی^۴ سیال موجود در شکاف است که به صورت فاصله‌ی میانگینی که یک ذره‌ی سیال بین برخوردهایش طی

^۱ Roughness

^۲ Turbulence flow

^۳ Knudsen number

^۴ Molecular mean free path

می‌کند، تعریف می‌شود. پارامتر λ به مقدار فشار محلی P_a بستگی دارد.

$$\lambda = \lambda_0 \frac{P_0}{P_a} \quad (5-3)$$

در این رابطه P_0 و λ_0 فشار و میانگین مسیر آزاد مولکولی در شرایط جوی هستند. به این ترتیب بر اساس عدد نودسن، جریان به چهار رژیم دسته‌بندی می‌شود [۴۴]. این رژیم‌ها در جدول زیر آورده شده‌اند:

جدول ۳-۱: رژیم‌های مختلف جریان

رژیم جریان	محدوده‌ی عدد نودسن
جریان پیوسته	$Kn < 0.01$
جریان لغزشی	$0.01 < Kn < 0.1$
جریان گذار	$0.1 < Kn < 10$
جریان آزاد مولکولی	$Kn > 10$

در رژیم جریان پیوسته سیال از معادلات ناویر-استوکس و به تبع از معادلات رینولدز پیروی می‌کند؛ اما در بسیاری از کاربردهای ابعاد نانو عدد نودسن نزدیک به رژیم‌های ناپیوسته است. تحقیقات انجام شده در این زمینه نشان می‌دهد که با تعریف یک مقدار مؤثر برای ویسکوزیته، می‌توان از معادله‌ی رینولدز اصلاح شده استفاده کرد. از ابتدای قرن بیستم مدل‌های مختلفی برای محاسبه‌ی لزجت مؤثر ارائه شد. اگرچه تمامی این مدل‌ها نتایج نزدیکی را می‌دهند، اما مدل ویجولا^۱ و همکاران [۱۵] که یک تخمین تجربی از مدل فوکو و کانکو^۲ بر پایه‌ی معادله‌ی انتقال بولتزمن^۳ است، به دلیل اعتبار آن برای محدوده‌ی

^۱ Veijola

^۲ Fukui and Kaneko

^۳ Boltzmann transport equation

وسیع‌تر اعداد نودسن، بیشتر به کار می‌رود. این مدل لزجت مؤثر را به صورت تابعی از عدد نودسن به صورت زیر ارائه می‌کند:

$$\eta_{eff} = \frac{\eta}{1 + 9.638Kn^{1.159}} \quad (6-3)$$

۳.۳ ارتعاشات آزاد میرای نانوتیر با تکیه‌گاه ساده

برای منظور کردن میرایی در سیستم، فرکانس نوسانات را به صورت مختلط در نظر گرفته و حل گالرکین برای مؤلفه‌های خمشی و برشی جابه‌جایی عرضی را مشابه با معادله‌ی (۲-۱۷) به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$w_b(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} W_{bn} e^{St} \sin(\alpha x) \quad (7-3)$$

$$w_s(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} W_{sn} e^{St} \sin(\alpha x)$$

در این رابطه S فرکانس مختلط نوسانات است که به جای $i\omega$ در معادله‌ی (۲-۱۷) استفاده شده است. حال اگر بخواهیم اثرات میرایی لایه‌ی فشاری را به صورت یک توزیع فشار در زیر نانوتیر در نظر بگیریم، یک معادله‌ی سوم به نام معادله‌ی رینولدز با معادلات جابه‌جایی عرضی خمشی و جابه‌جایی عرضی برشی کوپل می‌گردد. با فرض تغییرات فشار ناچیز برای لبه‌های نانوتیر، حل گالرکین را برای معادله‌ی رینولدز به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$P(0, t) = P(L, t) = 0$$

$$P(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n e^{st} \sin(\alpha x) \quad (8-3)$$

توزیع فشار ایجادشده در زیر نانوتیر به صورت یک نیروی عرضی عمل می‌کند؛ بنابراین می‌توان توزیع فشار تعریف‌شده در رابطه‌ی (۳-۸) را به جای نیروی عرضی q در نظر گرفت. به این ترتیب با جایگذاری روابط (۳-۷) و (۳-۸) در معادله‌ی (۲-۱۶)، معادله‌ی حاکم بر سیستم میرا به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left(\begin{bmatrix} s_{11} & 0 \\ 0 & s_{22} \end{bmatrix} - \lambda N_0 \alpha^2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \lambda S^2 \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} W_{bn} \\ W_{sn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \lambda P_n S \\ \lambda P_n S \end{Bmatrix} \quad (9-3)$$

از طرف دیگر با جایگذاری رابطه‌ی (۸-۳) در معادله‌ی رینولدز رابطه‌ی بین توزیع فشار و جابه‌جایی عرضی به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$P(x,t) = \frac{12\eta_{eff} P_a S}{D_0 (P_a D_0^2 \alpha^2 + 12\eta_{eff} S)} w(x,t) \quad (10-3)$$

حال با جایگذاری روابط (۷-۳) و (۸-۳) در معادله‌ی (۱۰-۳) می‌توان رابطه‌ی بین توزیع فشار و مؤلفه‌های جابه‌جایی عرضی را به‌صورت زیر نوشت:

$$P_n = \frac{12\eta_{eff} P_a S}{D_0 (P_a D_0^2 \alpha^2 + 12\eta_{eff} S)} (W_{bn} + W_{sn}) \quad (11-3)$$

با جایگذاری رابطه‌ی فوق در معادله‌ی (۹-۳) و حذف نیروی محوری می‌توان فرکانس نوسانات میرا را با استفاده از رابطه‌ی حاصل‌شده به دست آورد:

$$\left(\begin{bmatrix} s_{11} & 0 \\ 0 & s_{22} \end{bmatrix} + \lambda S^2 \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} W_{bn} \\ W_{sn} \end{Bmatrix} = \theta \lambda S \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{bn} \\ W_{sn} \end{Bmatrix} \quad (12-3)$$

$$\theta = \frac{12\eta_{eff} P_a S}{D_0 (P_a D_0^2 \alpha^2 + 12\eta_{eff} S)}$$

با ساده‌سازی رابطه‌ی فوق خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{bn} \\ W_{sn} \end{Bmatrix} = 0 \quad (13-3)$$

$$\alpha_{11} = s_{11} + \lambda S^2 m_{11} - \lambda \theta S$$

$$\alpha_{12} = \lambda S^2 m_{12} - \lambda \theta S$$

$$\alpha_{22} = s_{22} + \lambda S^2 m_{22} - \lambda \theta S$$

برای این‌که معادله‌ی فوق جواب غیر بدیهی داشته باشد بایستی دترمینان ماتریس ضرایب صفر باشد. با صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب، فرکانس نوسانات مختلط به دست می‌آید؛ مشابه با حالت نامیرا، می‌توان برای بی‌بعد سازی پاسخ از رابطه‌ی (۱۴-۳) استفاده کرد.

$$\bar{S} = SL^2 \sqrt{\frac{m_0}{EI}} \quad (۱۴-۳)$$

در فصل بعد برای مدلسازی اثرات استهلاک لایه‌ی فشاری در تحریک الکترواستاتیک از نتایج این فصل استفاده می‌شود. همان‌طور که در رابطه‌ی (۳-۱۰) مشاهده می‌شود، می‌توان توزیع فشار در زیر نانوتیر را به صورت تابعی از جابه‌جایی و به تبع به صورت تابعی از سرعت نانوتیر نوشت. این توزیع فشار به صورت یک نیروی خارجی بر نانوتیر عمل می‌کند و نتایج حاصل را تحت تاثیر قرار می‌دهد.

۴ تحلیل نانوتیرهای تحریک الکترواستاتیک

۱.۴ تحلیل نیروی الکتریکی DC (ناپایداری پولین)

در این فصل به بررسی فرکانس نوسانات یک نانوتیر که تحت تأثیر یک نیروی الکترواستاتیک قرار دارد، پرداخته می‌شود. تحریک الکترواستاتیک شامل یک مؤلفه‌ی ثابت DC و یک مؤلفه‌ی متغیر با زمان AC است. ابتدا با در نظر گرفتن مؤلفه‌ی ثابت تحریک الکترواستاتیک، ضمن بررسی ناپایداری پولین، جابه‌جایی استاتیک و فرکانس طبیعی خطی به دست می‌آید و در ادامه با وارد کردن مؤلفه‌ی متغیر با زمان، پاسخ سیستم با استفاده از تئوری اغتشاشات بررسی می‌شود. مؤلفه‌های برشی و خمشی جابه‌جایی نیز به صورت زیر به دو بخش ناشی از تحریک استاتیک و دینامیک تقسیم می‌شوند:

$$\begin{aligned} W_b &= W_{bs} + W_{bd} \\ W_s &= W_{ss} + W_{sd} \end{aligned} \quad (۱-۴)$$

با این تعریف، جابه‌جایی استاتیک و دینامیک نیز به صورت زیر تعریف خواهند شد:

$$\begin{aligned} W_{static} &= W_{bs} + W_{ss} \\ W_{dyn} &= W_{bd} + W_{sd} \end{aligned} \quad (۲-۴)$$

جابه‌جایی کلی نیز به صورت جمع مؤلفه‌های خمشی و برشی یا جمع مؤلفه‌های استاتیک و دینامیک، قابل تعریف است:

$$\begin{aligned} W &= W_b + W_s \\ W &= W_{static} + W_{dyn} \end{aligned} \quad (۳-۴)$$

همان‌طور که در بخش ۲.۳ اشاره شد، حرکت توده‌ی سیال در زیر صفحه که توسط میرایی سیال مورد مقاومت قرار می‌گیرد، مکانیسم عملکرد میرایی لایه‌ی فشاری است؛ بنابراین هنگامی که فقط بخش ثابت نیروی الکترواستاتیک بر روی نانوتیر وجود دارد، این میرایی هیچ تأثیری بر روی سیستم ندارد. در حالت تعادل، تمام پارامترهای متغیر با زمان در معادله‌ی (۲-۱۶) و مؤلفه‌های دینامیک جابه‌جایی خمشی و برشی صفر می‌شوند. به این ترتیب معادلات حاکم بر سیستم به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned}
 -EI \frac{d^4 w_{bs}}{dx^4} + q - \mu \frac{d^2 q}{dx^2} &= N_0 \left[\frac{d^2 (w_{bs} + w_{ss})}{dx^2} - \mu \frac{d^4 (w_{bs} + w_{ss})}{dx^4} \right] \\
 -\frac{EI}{84} \frac{d^4 w_{ss}}{dx^4} + \frac{5GA}{6} \frac{d^2 w_{ss}}{dx^2} + q - \mu \frac{d^2 q}{dx^2} &= N_0 \left[\frac{d^2 (w_{bs} + w_{ss})}{dx^2} - \mu \frac{d^4 (w_{bs} + w_{ss})}{dx^4} \right]
 \end{aligned} \quad (۴-۴)$$

از طرف دیگر، مؤلفه‌ی ثابت نیروی الکترواستاتیک با استفاده از رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$q_{DC} = \frac{1}{2} \epsilon b \frac{V_{DC}^2}{(D_0 + w_{bs} + w_{ss})^2} \quad (۵-۴)$$

در رابطه‌ی فوق ϵ ، ضریب گذردهی الکتریکی سیال موردنظر است. به‌منظور سادگی، معادلات فوق با استفاده از تغییر متغیرهای معادله‌ی (۴-۶) بی‌بعد می‌شوند. از این تغییر متغیرها برای بی‌بعد سازی کلیه‌ی معادلات این فصل استفاده خواهد شد.

$$\begin{aligned}
 w &= \bar{w} D_0; \quad x = \bar{x} L; \quad \alpha = \bar{\alpha} / L; \quad \mu = \bar{\mu} L^2 \\
 q_{DC} &= \bar{q}_{DC} \frac{E I D_0}{L^4}; \quad P = \bar{P} \frac{E I D_0}{b L^4}; \quad N_0 = \bar{N}_0 \frac{E I}{L^2}; \quad t = \bar{t} \sqrt{\frac{\rho A L^4}{E I}}
 \end{aligned} \quad (۶-۴)$$

با بی‌بعد سازی معادلات و صرف‌نظر کردن از نیروی محوری، معادلات حاکم بر سیستم به‌صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^4 \bar{w}_{bs}}{d\bar{x}^4} + \bar{q}_{DC} - \bar{\mu} \frac{d^2 \bar{q}_{DC}}{d\bar{x}^2} &= 0 \\
 \frac{1}{84} \frac{d^4 \bar{w}_{ss}}{d\bar{x}^4} - \frac{5}{6} \frac{G}{E} \frac{A L^2}{I} \frac{d^2 \bar{w}_{ss}}{d\bar{x}^2} + \bar{q}_{DC} - \bar{\mu} \frac{d^2 \bar{q}_{DC}}{d\bar{x}^2} &= 0
 \end{aligned} \quad (۷-۴)$$

در روابط فوق $\bar{q}_{DC}$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود؛ توجه شود که در این رابطه β ، معیاری از ولتاژ DC است که در حالت بی‌بعد نوشته شده است.

$$\begin{aligned}
 \bar{q}_{DC} &= \beta \frac{1}{(1 - \bar{w}_{bs} - \bar{w}_{ss})^2} \\
 \beta &= \frac{1}{2} \epsilon b \frac{V_{DC}^2}{D_0^2} \frac{L^4}{E I D_0}
 \end{aligned} \quad (۸-۴)$$

برای حل معادله‌ی (۷-۴) می‌توان از روش گالرکین استفاده کرد. برای این منظور با در نظر گرفتن سه شکل مد، مؤلفه‌های استاتیکی جابه‌جایی را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\bar{w}_{bs} &= W_{bs1} \sin(\pi\bar{x}) + W_{bs3} \sin(3\pi\bar{x}) + W_{bs5} \sin(5\pi\bar{x}) \\ \bar{w}_{ss} &= W_{ss1} \sin(\pi\bar{x}) + W_{ss3} \sin(3\pi\bar{x}) + W_{ss5} \sin(5\pi\bar{x})\end{aligned}\quad (9-4)$$

با جایگذاری حل گالرکین در معادلات حاکم، دو معادله برای خمش و برش به دست می‌آید. با ضرب کردن هر یک از دو معادله‌ی خمش و برش در هر کدام از جمله‌های تابع شکل و انتگرال‌گیری در بازه‌ی صفر تا یک نسبت به x ، شش معادله به دست می‌آید. به این ترتیب با حل این شش معادله می‌توان ضرایب شکل مدها در معادله‌ی (۹-۴) را تعیین کرده و مؤلفه‌های خمشی و برشی جابه‌جایی استاتیک را به دست آورد. جابه‌جایی استاتیک با جمع مؤلفه‌های خمشی و برشی آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{w}_{Static} = \bar{w}_{bs} + \bar{w}_{ss} \quad (10-4)$$

لازم به ذکر است از آنجاکه در این سیستم ارتعاشی مود اول، مود غالب سیستم است، مودهای بعدی نوسان تغییر چندانی در پاسخ سیستم ندارند و در رابطه‌ی (۹-۴) می‌توان فقط مود اول را در نظر گرفت.

۲.۴ معادلات دینامیک

بعد از به دست آمدن جابه‌جایی استاتیک، می‌توان معادلات دینامیک سیستم را بررسی کرد. با جایگزین کردن معادله‌ی (۱-۴) در معادله‌ی (۱۶-۲) و ساده کردن جمله‌های استاتیک با استفاده از معادله‌ی (۴-۴) روابط زیر حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned}& -EI \frac{d^4 w_{bd}}{dx^4} + \Delta q - \mu \frac{d^2 \Delta q}{dx^2} - N_0 \left[\frac{d^2 (w_{bd} + w_{sd})}{dx^2} - \mu \frac{d^4 (w_{bd} + w_{sd})}{dx^4} \right] \\ &= m_0 \left[(\ddot{w}_{bd} + \ddot{w}_{sd}) - \mu \frac{d^2 (\ddot{w}_{bd} + \ddot{w}_{sd})}{dx^2} \right] - m_2 \left(\frac{d^2 \ddot{w}_{bd}}{dx^2} - \mu \frac{d^4 \ddot{w}_{bd}}{dx^4} \right) \\ & - \frac{EI}{84} \frac{d^4 w_{sd}}{dx^4} + \Delta q - \mu \frac{d^2 \Delta q}{dx^2} - N_0 \left[\frac{d^2 (w_{bd} + w_{sd})}{dx^2} - \mu \frac{d^4 (w_{bd} + w_{sd})}{dx^4} \right] \\ &= m_0 \left[(\ddot{w}_{bd} + \ddot{w}_{sd}) - \mu \frac{d^2 (\ddot{w}_{bd} + \ddot{w}_{sd})}{dx^2} \right] - \frac{m_2}{84} \left(\frac{d^2 \ddot{w}_{sd}}{dx^2} - \mu \frac{d^4 \ddot{w}_{sd}}{dx^4} \right) - \frac{5GA}{6} \frac{d^2 w_{sd}}{dx^2}\end{aligned}\quad (11-4)$$

در رابطه‌ی فوق نیروی خارجی در حالت تحریک DC که در رابطه‌ی (۵-۴) تعریف شد، از نیروی خارجی

در حالت کلی AC کم شده است. باید توجه شود که در حالت کلی AC، نیروی خارجی شامل نیروی الکترواستاتیک و نیروی حاصل از توزیع فشار ناشی از میرایی لایه‌ی فشاری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$q_{AC}(x,t) = \frac{1}{2} \epsilon b \frac{(V_{DC} + V_{AC})^2}{(D_0 + w_b + w_s)^2} + P(x,t)b \quad (12-4)$$

$$\Delta q = q_{AC} - q_{DC}$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۸-۳) در معادله‌ی رینولدز می‌توان توزیع فشار را به صورت زیر بیان کرد:

$$P(x,t) = \frac{12\eta_{eff} P_a}{D_0(P_a D_0^2 \alpha^2 + 12\eta_{eff} S)} \dot{w}(x,t) \quad (13-4)$$

معادله‌ی (۱۱-۴)، معادله‌ی دینامیک سیستم است که با بی‌بعد سازی آن با استفاده از معادله‌ی (۴-۶)،

شکل بی‌بعد معادله به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 \bar{w}_{bd}}{d\bar{x}^4} + \Delta \bar{q} - \bar{\mu} \frac{d^2 \Delta \bar{q}}{d\bar{x}^2} + \left(\frac{bh}{L^2} \right) \bar{N}_0 \left[\frac{d^2 (\bar{w}_{bd} + \bar{w}_{sd})}{d\bar{x}^2} - \bar{\mu} \frac{d^4 (\bar{w}_{bd} + \bar{w}_{sd})}{d\bar{x}^4} \right] \\ &= - \left[(\ddot{\bar{w}}_{bd} + \ddot{\bar{w}}_{sd}) - \bar{\mu} \frac{d^2 (\ddot{\bar{w}}_{bd} + \ddot{\bar{w}}_{sd})}{d\bar{x}^2} \right] + \left(\frac{h}{L} \right)^2 \frac{1}{3} \left(\frac{d^2 \ddot{\bar{w}}_{bd}}{d\bar{x}^2} - \bar{\mu} \frac{d^4 \ddot{\bar{w}}_{bd}}{d\bar{x}^4} \right) \\ & \frac{1}{84} \frac{d^4 \bar{w}_{sd}}{d\bar{x}^4} + \Delta \bar{q} - \bar{\mu} \frac{d^2 \Delta \bar{q}}{d\bar{x}^2} + \left(\frac{bh}{L^2} \right) \bar{N}_0 \left[\frac{d^2 (\bar{w}_{bd} + \bar{w}_{sd})}{d\bar{x}^2} - \bar{\mu} \frac{d^4 (\bar{w}_{bd} + \bar{w}_{sd})}{d\bar{x}^4} \right] \\ &= - \left[(\ddot{\bar{w}}_{bd} + \ddot{\bar{w}}_{sd}) - \bar{\mu} \frac{d^2 (\ddot{\bar{w}}_{bd} + \ddot{\bar{w}}_{sd})}{d\bar{x}^2} \right] + \left(\frac{h}{L} \right)^2 \frac{1}{84} \frac{1}{3} \left(\frac{d^2 \ddot{\bar{w}}_{sd}}{d\bar{x}^2} - \bar{\mu} \frac{d^4 \ddot{\bar{w}}_{sd}}{d\bar{x}^4} \right) \\ &+ \frac{5}{6} \frac{G}{E} \frac{AL^2}{I} \frac{d^2 \bar{w}_{sd}}{d\bar{x}^2} \end{aligned} \quad (14-4)$$

در رابطه‌ی فوق $\Delta \bar{q}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta \bar{q} = \frac{\beta}{V_{DC}^2} \left(\frac{(V_{DC} + V_{AC})^2}{(1 - \bar{w}_{static} - \bar{w}_{dyn})^2} - \frac{V_{DC}^2}{(1 - \bar{w}_{static})^2} \right) + \bar{P} \quad (15-4)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \epsilon b \frac{V_{DC}^2}{D_0^2} \frac{L^4}{EID_0}$$

با توجه به ماهیت غیرخطی نیروی الکترواستاتیک، از بسط تیلر آن حول موقعیت استاتیک استفاده

خواهد شد. این ساده‌سازی در رابطه‌ی زیر آورده شده است:

$$\Delta \bar{q} = \frac{\beta}{V_{DC}^2 (1 - \bar{w}_{static})^2} \times ((V_{DC} + V_{AC})^2 \{1 + 2\alpha_1 + 3\alpha_1^2 + 4\alpha_1^3 + \dots\} - V_{DC}^2) + \bar{P} \quad (۱۶-۴)$$

$$\alpha_1 = \frac{\bar{w}_{dyn}}{1 - \bar{w}_{static}}$$

با حذف جمله‌های غیرخطی، میرایی و مؤلفه‌ی AC ولتاژ از معادله‌ی (۱۶-۴) عبارت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta \bar{q} = \frac{2\beta \bar{w}_{dyn}}{(1 - \bar{w}_{static})^3} \quad (۱۷-۴)$$

با جایگذاری معادله‌ی (۱۷-۴) در معادله‌ی (۱۴-۴)، معادله‌ی خطی ارتعاشات آزاد نامیرا به دست می‌آید که با حل آن می‌توان شکل مدها و فرکانس‌های طبیعی خطی نانوتیر را حول جابه‌جایی استاتیک آن به دست آورد.

۳.۴ استخراج معادلات اغتشاشی

در فصل ۴ ضمن بررسی جابه‌جایی استاتیک و ناپایداری پولین، معادلات دینامیک و فرکانس‌های طبیعی سیستم به دست آمد. هدف از این فصل به دست آوردن پاسخ دینامیک سیستم با استفاده از شیوه‌ی اغتشاشات است. برای این منظور از شیوه‌ی مقیاس‌های چندگانه^۱ استفاده شده است. معادلات دینامیک سیستم در رابطه‌ی (۱۴-۴) آورده شده‌اند و $\Delta \bar{q}$ در کلی‌ترین حالت به صورت رابطه‌ی (۱۸-۴) نوشته می‌شود.

^۱ Multiple scale

$$\Delta \bar{q} = \frac{-\beta}{(1 - \bar{w}_{static})^2} \times \left\{ (2\alpha_1 + 3\alpha_1^2 + 4\alpha_1^3 + \dots) + \right. \\ \left. 2 \frac{V_{ac}}{V_{dc}} (1 + 2\alpha_1 + 3\alpha_1^2 + 4\alpha_1^3 + \dots) + \left(\frac{V_{ac}}{V_{dc}} \right)^2 (1 + 2\alpha_1 + 3\alpha_1^2 + 4\alpha_1^3 + \dots) \right\} + \bar{c} \cdot \bar{w}_{dyn} \quad (18-4)$$

$$\alpha_1 = \frac{\bar{w}_{dyn}}{1 - \bar{w}_{static}}$$

مؤلفه‌های جابه‌جایی دینامیک به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$w_{bd}(x, t, \varepsilon) = \varepsilon W_{bd1}(x, T_0, T_2) + \varepsilon^2 W_{bd2}(x, T_0, T_2) + \varepsilon^3 W_{bd3}(x, T_0, T_2) \\ w_{sd}(x, t, \varepsilon) = \varepsilon W_{sd1}(x, T_0, T_2) + \varepsilon^2 W_{sd2}(x, T_0, T_2) + \varepsilon^3 W_{sd3}(x, T_0, T_2) \quad (19-4) \\ T_0 = t; T_2 = \varepsilon^2 t$$

در رابطه‌ی فوق ε پارامتر بی‌اثر^۱ است که در نهایت با عدد یک جایگزین خواهد شد و پارامترهای زمانی T_0, T_2 در همان رابطه تعریف شده‌اند. از طرف دیگر با توجه به تعریف جابه‌جایی به صورت فوق، از آنجاکه جمله‌ی غیرخطی از مرتبه‌ی ε^3 است، به منظور بالانس کردن مؤلفه‌ی متناوب تحریک با جمله‌های غیرخطی، بایستی V_{ac} نیز از مرتبه‌ی ε^3 و $\bar{c}$ نیز از مرتبه‌ی ε^2 در نظر گرفته شود. با جایگذاری رابطه‌ی (۱۹-۴) در رابطه‌ی (۱۴-۴) و صفر کردن ضرایب توان‌های برابر ε ، معادلات زیر به دست می‌آیند:

^۱ Book-keeping parameter

$O(\varepsilon^1)$	$W_{bd1}^{iv} - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{1}{3} D_0^2 (W_{bd1}'' - \mu W_{bd1}^{iv}) +$ $\frac{5}{1+\nu} \left(\frac{L}{h}\right)^2 W_{bd1}'' - \frac{1}{84} \left[W_{sd1}^{iv} - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{1}{3} D_0^2 (W_{sd1}'' - \mu W_{sd1}^{iv}) \right] = 0 \quad (۲۰-۴)$ $W_{bd1}^{iv} - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{1}{3} D_0^2 (W_{bd1}'' - \mu W_{bd1}^{iv}) + D_0^2 (W_{bd1} + W_{sd1})$ $- \mu D_0^2 (W_{bd1}'' + W_{sd1}'') + \Delta q_1 - \mu \Delta q_1'' = 0$
$O(\varepsilon^2)$	$W_{bd2}^{iv} - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{1}{3} D_0^2 (W_{bd2}'' - \mu W_{bd2}^{iv}) +$ $\frac{5}{1+\nu} \left(\frac{L}{h}\right)^2 W_{bd2}'' - \frac{1}{84} \left[W_{sd2}^{iv} - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{1}{3} D_0^2 (W_{sd2}'' - \mu W_{sd2}^{iv}) \right] = 0 \quad (۲۱-۴)$ $W_{bd2}^{iv} - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{1}{3} D_0^2 (W_{bd2}'' - \mu W_{bd2}^{iv}) + D_0^2 (W_{bd2} + W_{sd2})$ $- \mu D_0^2 (W_{bd2}'' + W_{sd2}'') = -(\Delta q_2 - \mu \Delta q_2'')$
$O(\varepsilon^3)$	$W_{bd3}^{iv} - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{1}{3} D_0^2 (W_{bd3}'' - \mu W_{bd3}^{iv}) +$ $\frac{5}{1+\nu} \left(\frac{L}{h}\right)^2 W_{bd3}'' - \frac{1}{84} \left[W_{sd3}^{iv} - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{1}{3} D_0^2 (W_{sd3}'' - \mu W_{sd3}^{iv}) \right] =$ $\frac{2}{3} \left(\frac{L}{h}\right)^2 D_0 D_2 \left[W_{bd1}'' - \mu W_{bd1}^{iv} - \frac{1}{84} (W_{sd1}'' - \mu W_{sd1}^{iv}) \right] \quad (۲۲-۴)$ $W_{bd3}^{iv} - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{1}{3} D_0^2 (W_{bd3}'' - \mu W_{bd3}^{iv}) + D_0^2 (W_{bd3} + W_{sd3})$ $- \mu D_0^2 (W_{bd3}'' + W_{sd3}'') = -(\Delta q_3 - \mu \Delta q_3'') +$ $\frac{2}{3} \left(\frac{L}{h}\right)^2 D_0 D_2 [W_{bd1}'' - \mu W_{bd1}^{iv}] + 2 D_0 D_2 [W_{bd1} + W_{sd1} - \mu (W_{bd1}'' + W_{sd1}'')]]$

در روابط فوق Δq ها به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned}
 \Delta q_1 &= \frac{-\beta}{(1-\bar{w}_{static})^2} \times \left\{ 2 \frac{(W_{bd1} + W_{sd1})}{(1-\bar{w}_{static})} \right\} \\
 \Delta q_2 &= \frac{-\beta}{(1-\bar{w}_{static})^2} \times \left\{ 2 \frac{(W_{bd2} + W_{sd2})}{(1-\bar{w}_{static})} + 3 \frac{(W_{bd1} + W_{sd1})^2}{(1-\bar{w}_{static})^2} \right\} \\
 \Delta q_3 &= \frac{-\beta}{(1-\bar{w}_{static})^2} \times \left\{ 2 \frac{(W_{bd3} + W_{sd3})}{(1-\bar{w}_{static})} + 6 \frac{(W_{bd1} + W_{sd1})}{(1-\bar{w}_{static})} \frac{(W_{bd2} + W_{sd2})}{(1-\bar{w}_{static})} + \right. \\
 &\quad \left. 4 \frac{(W_{bd1} + W_{sd1})^3}{(1-\bar{w}_{static})^3} + 2 \frac{V_{ac}}{V_{dc}} \right\} + \bar{c} D_0 (W_{bd1} + W_{sd1})
 \end{aligned} \tag{۲۳-۴}$$

۴.۴ حل معادلات اغتشاشی و استخراج شرط حل پذیری

در حالت کلی، پاسخ سیستم شامل تعداد نامحدود مودها است؛ اما به دلیل وجود میرایی، مودهایی که به صورت مستقیم یا غیرمستقیم تحریک نشوند، با گذشت زمان در پاسخ پایدار سیستم، از بین می‌روند [۳۹]. به همین دلیل فرض می‌کنیم که فقط یک مود به صورت مستقیم تحریک شده است و این مود ناشی از تشدید داخلی^۱ نیست. بنابراین حل معادلات $O(\varepsilon^1)$ ، با استفاده از روش گالرکین با در نظر گرفتن یک تابع شکل سه جمله‌ای، پاسخ را برحسب فرکانس طبیعی و شکل مود نوسان به صورت زیر نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned}
 W_{bd1} &= (A_b e^{i\omega T_0} + \bar{A}_b e^{-i\omega T_0}) \phi(x) \\
 W_{sd1} &= (A_s e^{i\omega T_0} + \bar{A}_s e^{-i\omega T_0}) \phi(x) \\
 W_{d1} &= W_{bd1} + W_{sd1} = ((A_b + A_s) e^{i\omega T_0} + (\bar{A}_b + \bar{A}_s) e^{-i\omega T_0}) \phi(x)
 \end{aligned} \tag{۲۴-۴}$$

با جایگذاری عبارت فوق در معادلات $O(\varepsilon^2)$ ، می‌توان پاسخ آن را به صورت زیر به دست آورد.

$$\begin{aligned}
 W_{bd2} &= (A_b + A_s)^2 \psi_{b1}(x) + (\bar{A}_b + \bar{A}_s)^2 \psi_{b1}(x) + 2(A_b + A_s)(\bar{A}_b + \bar{A}_s) \psi_{b2}(x) \\
 W_{sd2} &= (A_b + A_s)^2 \psi_{s1}(x) + (\bar{A}_b + \bar{A}_s)^2 \psi_{s1}(x) + 2(A_b + A_s)(\bar{A}_b + \bar{A}_s) \psi_{s2}(x) \\
 W_{d2} &= W_{bd2} + W_{sd2} = (A_b + A_s)^2 \psi_1(x) + (\bar{A}_b + \bar{A}_s)^2 \psi_1(x) \\
 &\quad + 2(A_b + A_s)(\bar{A}_b + \bar{A}_s) \psi_2(x)
 \end{aligned} \tag{۲۵-۴}$$

^۱ Internal resonance

در عبارت فوق $\psi_{b1}(x)$ و $\psi_{s1}(x)$ با حل دو معادله‌ی کوپل‌شده‌ی زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} & \psi_{b1}^{iv} + \frac{4}{3}\omega^2\left(\frac{h}{L}\right)^2(\psi_{b1}'' - \mu\psi_{b1}^{iv}) - \frac{1}{84}\left[\psi_{s1}^{iv} + \frac{4}{3}\omega^2\left(\frac{h}{L}\right)^2(\psi_{s1}'' - \mu\psi_{s1}^{iv})\right] \\ & + \frac{5}{1+\nu}\left(\frac{L}{h}\right)^2\psi_{s1}'' = 0 \end{aligned} \quad (26-4)$$

$$\begin{aligned} & \psi_{b1}^{iv} + \frac{4}{3}\omega^2\left(\frac{h}{L}\right)^2(\psi_{b1}'' - \mu\psi_{b1}^{iv}) - 4\omega^2[(\psi_{b1} + \psi_{s1}) - (\psi_{b1}'' + \psi_{s1}'')] + \\ & \frac{-2\beta(\psi_{b1} + \psi_{s1})}{(1-w_{static})^3} + \frac{-3\beta\phi^2}{(1-w_{static})^4} - \mu\frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{-2\beta(\psi_{b1} + \psi_{s1})}{(1-w_{static})^3} + \frac{-3\beta\phi^2}{(1-w_{static})^4}\right) = 0 \end{aligned}$$

همچنین در رابطه‌ی (۲۵-۴)، توابع $\psi_{s2}(x)$ و $\psi_{b2}(x)$ نیز با حل دو معادله‌ی کوپل‌شده‌ی زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} & \psi_{b2}^{iv} = \frac{1}{84}\psi_{s2}^{iv} - \frac{5}{1+\nu}\left(\frac{L}{h}\right)^2\psi_{s2}'' \\ & \psi_{b2}^{iv} = \left[\frac{2\beta(\psi_{b2} + \psi_{s2})}{(1-w_{static})^3} + \frac{3\beta\phi^2}{(1-w_{static})^4} - \mu\frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{2\beta(\psi_{b2} + \psi_{s2})}{(1-w_{static})^3} + \frac{3\beta\phi^2}{(1-w_{static})^4}\right)\right] \end{aligned} \quad (27-4)$$

معادلات (۲۶-۴) و (۲۷-۴) با استفاده از روش گالرکین قابل حل هستند.

برای نشان دادن نزدیکی فرکانس تحریک، Ω ، به فرکانس طبیعی نوسانات، ω ، از یک پارامتر تنظیم به صورت زیر استفاده شده است:

$$\Omega = \omega + \varepsilon^2\sigma \quad (28-4)$$

با جایگزین کردن معادلات (۲۸-۴) و (۲۴-۴) و (۲۵-۴) در معادله‌ی (۲۲-۴)، می‌توان معادلات زیر را به دست آورد:

$$L_{bs}(W_{d3}) = -i\omega\frac{2}{3}\left(\frac{h}{L}\right)^2\left(A'_b - \frac{1}{84}A'_s\right)(\phi'' - \mu\phi^{iv})e^{i\omega T_0} + c.c. + NST \quad (29-4)$$

$$L_b(W_{d3}) = -2i\omega \left[(A'_b + A'_s)(\phi - \mu\phi'') + \frac{1}{3} \left(\frac{h}{L} \right)^2 A'_b (\phi'' + \mu\phi^{iv}) \right] e^{i\omega T_0} + \quad (30-4)$$

$$- (\Delta q_{sec} - \mu \Delta q''_{sec}) + c.c + NST$$

$$\Delta q_{sec} = e^{i\omega T_0} \left[\frac{-6\beta}{(1-w_{static})^4} (\psi_1 \phi + 2\psi_2 \phi) A^2 \bar{A} + \frac{-12\beta}{(1-w_{static})^5} \phi^3 A^2 \bar{A} + \right.$$

$$\left. \frac{-2\beta}{(1-w_{static})^2} \frac{V_{ac}}{V_{dc}} e^{i\sigma T_2} + i\omega c A \phi \right]$$

$$A = A_b + A_s; \psi_1 = \psi_{b1} + \psi_{s1}; \psi_2 = \psi_{b2} + \psi_{s2}$$

در صورتی که بسط مرتبه دوم کافی باشد، نیازی به حل معادلات مرتبه سوم نیست و از این معادلات فقط برای استخراج شرایط حل پذیری^۱ استفاده می شود. از آنجا که معادلات $O(\varepsilon^3)$ در حالت همگن، حداقل یک حل غیر صفر دارند، معادلات غیر همگن آن تنها در صورتی جواب دارند که سمت راست معادلات (۲۹-۴) و (۳۰-۴)، بر مزدوج هر یک از حل های مساله ی همگن، عمود باشند. از آنجا که مسئله خود الحاق است، مزدوج پاسخ به صورت $\phi(x)\exp(\pm i\omega t)$ است. با ضرب کردن $\phi(x)\exp(-i\omega t)$ در سمت راست معادله ی (۲۹-۴) به جز جمله های مزدوج مختلط و غیر سکولار و انتگرال گیری در بازه ی $x=0$ تا $x=1$ شرط حل پذیری اول با دو متغیر A_b و A_s به دست می آید. با نوشتن A_s بر حسب A_b از معادله ی حاصل و جایگزین کردن در معادله ی (۳۰-۴)، معادله ی نهایی به صورت زیر حاصل می شود:

$$L_b(W_{d3}) = -2i\omega A' \left[(\phi - \mu\phi'') + \frac{1}{3} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \frac{1}{85} (\phi'' + \mu\phi^{iv}) \right] e^{i\omega T_0} + \quad (31-4)$$

$$- (\Delta q_{sec} - \mu \Delta q''_{sec}) + c.c + NST$$

$$\Delta q_{sec} = e^{i\omega T_0} \left[\frac{-6\beta}{(1-w_{static})^4} (\psi_1 \phi + 2\psi_2 \phi) A^2 \bar{A} + \frac{-12\beta}{(1-w_{static})^5} \phi^3 A^2 \bar{A} + \right.$$

$$\left. \frac{-2\beta}{(1-w_{static})^2} \frac{V_{ac}}{V_{dc}} e^{i\sigma T_2} \right]$$

$$A = A_b + A_s; \psi_1 = \psi_{b1} + \psi_{s1}; \psi_2 = \psi_{b2} + \psi_{s2}$$

^۱ Solvability conditions

معادله‌ی فوق را می‌توان به صورت زیر ساده کرد:

$$L_b(W_{d3}) = \left[-2i\omega A' \Phi(x) - i\omega c A \phi + A^2 \bar{A} \chi(x) + \frac{V_{ac}}{V_{dc}} e^{i\sigma T_2} \zeta(x) \right] e^{i\omega T_0} \quad (32-4)$$

$$\Phi(x) = (\phi - \mu\phi'') + \frac{1}{3} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \frac{1}{85} (\phi'' + \mu\phi^{iv})$$

$$\chi(x) = \frac{-6\beta}{(1-w_{static})^4} (\psi_1\phi + 2\psi_2\phi) + \frac{-12\beta}{(1-w_{static})^5} \phi^3 - \mu \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{-6\beta}{(1-w_{static})^4} (\psi_1\phi + 2\psi_2\phi) + \frac{-12\beta}{(1-w_{static})^5} \phi^3 \right)$$

$$\zeta(x) = \frac{-2\beta}{(1-w_{static})^2}$$

$$A = A_b + A_s; \psi_1 = \psi_{b1} + \psi_{s1}; \psi_2 = \psi_{b2} + \psi_{s2}$$

با ضرب کردن $\phi(x)\exp(-i\omega t)$ در سمت راست معادله‌ی (۳۲-۴) به جز جمله‌های مزدوج مختلط و

غیر سکولار و انتگرال‌گیری در بازه‌ی $x=0$ تا $x=1$ شرط حل‌پذیری دوم نیز با یک متغیر A که

مجموع A_b و A_s است، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$-2i\omega A' R - i\omega A(2\mu_{sq}) + A^2 \bar{A}(-8S) + \frac{V_{ac}}{V_{dc}} e^{i\sigma T_2} \Delta = 0 \quad (33-4)$$

$$R = \int_0^1 \Phi(x)\phi(x)dx$$

$$\mu_{sq} = \frac{1}{2} \int_0^1 c\phi^2(x)dx$$

$$S = \frac{-1}{8} \int_0^1 \chi(x)\phi(x)dx$$

$$\Delta = \int_0^1 \zeta(x)\phi(x)dx$$

حال با نوشتن A به صورت قطبی $A = (1/2)a e^{i\beta}$ و استفاده از تغییر متغیر $\gamma = \sigma T_2 - \beta$ ، می‌توان

معادله‌ی مدولاسیون را به دست آورد.

$$a' = -\frac{\mu a}{R} + \frac{V_{ac}}{V_{dc}} \frac{\Delta}{\omega R} \sin \gamma \quad (34-4)$$

$$a\gamma' = a\sigma - \frac{Sa^3}{\omega R} + \frac{V_{ac}}{V_{dc}} \frac{\Delta}{\omega R} \cos \gamma$$

حل پریودیک معادله‌ی دینامیک متناظر با مقادیر ثابت a و γ است [۳۹]؛ بنابراین با قرار دادن

می‌توان عبارت زیر را از معادله‌ی (۴-۳۴) استخراج کرد:

$$a_0^2 \left[\left(\frac{sa_0^2}{\omega R} - \sigma \right)^2 + \left(\frac{\mu_{sq}}{R} \right)^2 \right] = \left(\frac{V_{ac}}{V_{dc}} \frac{\Delta}{\omega R} \right)^2 \quad (۴-۳۵)$$

معادله‌ی (۴-۳۵) یک معادله‌ی ضمنی برای دامنه‌ی پاسخ پریودیک، a ، به‌عنوان یک تابع از پارامتر

تنظیم، σ ، ضریب غیرخطی مؤثر، δ ، ضریب میرایی، μ_{sq} ، و دامنه‌ی تحریک، V_{ac}/V_{dc} ، است.

تابه‌حال ضمن بررسی کلی پاسخ دینامیک سیستم با استفاده از شیوه‌ی اغتشاشات، روابط کلی موردنیاز

مسئله استخراج شده و پاسخ تحلیلی سیستم ارائه شده است. در ادامه، با بررسی یک طراحی واقعی،

اثرات مربوط به تحریک الکترواستاتیک، میرایی لایه‌ی فشاری و غیرموضعی بودن نانوتیر بررسی می‌شود.

۵ نتایج عددی و جمع‌بندی

۱.۵ نتایج عددی میرایی لایه‌ی فشاری

در این بخش با ذکر یک نمونه‌ی عملی، اثرات میرایی لایه‌ی فشاری بر روی ارتعاشات نانوحسگرهای زیستی^۱ که می‌توانند برای تشخیص سرطان استفاده شوند، بررسی شده است. در این ادوات، اثر میرایی لایه‌ی فشاری ناشی از اندرکنش بین خون به‌عنوان سیال و نانوتیر به‌عنوان سازه، می‌تواند نتایج خروجی را تحت تأثیر قرار دهد.

۱.۱.۵ اعمال ضرایب تصحیح

برای اعمال ضرایب تصحیح، فاصله‌ی بین نانوتیر و صفحات الکترواستاتیک، یک نانومتر در نظر گرفته شده است $D_0 = 1[nm]$ ؛ همچنین میانگین مسیر آزاد مولکولی برای سیال خون در شرایط جوی برابر با $\lambda = 45[nm]$ است. به‌این ترتیب با استفاده از رابطه‌ی (۳-۴) می‌توان عدد نودسن را محاسبه کرد:

$$Kn = \frac{\lambda}{D_0} = 45 \quad (۱-۵)$$

لزجت خون در دمای ۳۷ درجه‌ی بدن حدود $4.5E-3[Pa.s]$ است [۴۵]؛ اما عدد نودسن به‌دست‌آمده در رابطه‌ی ، با توجه به تقسیم‌بندی رژیم‌های جریان در جدول ۳-۱، نشان‌دهنده‌ی جریان آزاد مولکولی است؛ به همین دلیل نیاز است تا با استفاده از رابطه‌ی (۳-۶) لزجت مؤثر، به دست آمده و در معادله‌ی رینولدز از آن استفاده شود. به‌این ترتیب با استفاده از روشی که در بخش ۳.۳ آورده شد، می‌توان فرکانس نوسانات مختلط را برای نانوتیر با تکیه‌گاه ساده به دست آورد.

^۱ Nanobiosensor

۲.۱.۵ مقایسه و بررسی نتایج

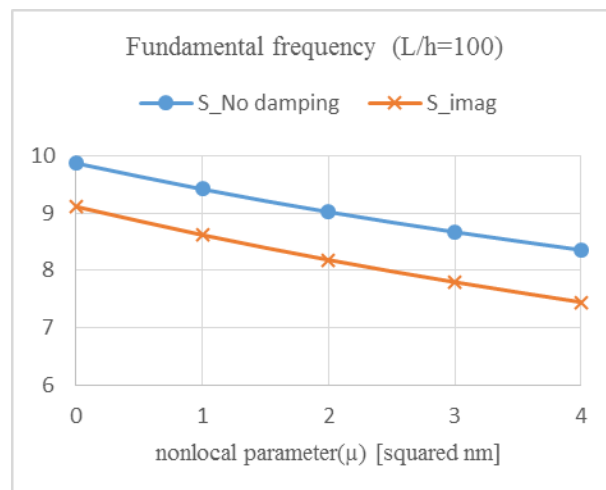
مشابه با سیستم یک درجه آزادی جرم و فنر که در آن اضافه کردن دمپر به عنوان عامل ایجاد میرایی، فرکانس نوسانات آزاد را از ω_n به ω_d کاهش می‌دهد، لحاظ کردن اثرات میرایی لایه‌ی فشاری نیز باعث تغییر فرکانس نوسانات آزاد نانوتیر می‌شود. بدین ترتیب می‌توان مشابه با سیستم یک درجه آزادی با میرایی لزج که در آن فرکانس نوسانات آزاد در دو حالت نامیرا و میرایی لزج توسط رابطه‌ی (۲-۵) با یکدیگر مقایسه می‌شوند، با تشبیه کردن میرایی لایه‌ی فشاری به میرایی لزج، این مقایسه را برای نشان دادن اثرات میرایی لایه‌ی فشاری بر روی نانوتیر نیز انجام داد. نتایج به دست آمده از این تحلیل در جدول ۱-۵ خلاصه شده است.

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (۲-۵)$$

جدول ۱-۵: مقایسه‌ی فرکانس بی‌بعد نوسانات در دو حالت میرا و نامیرا

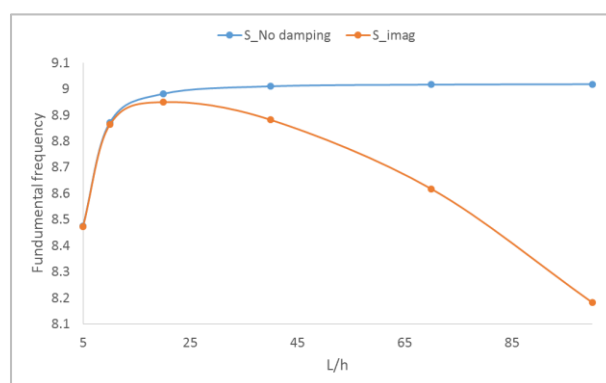
L/h	$\mu [nm^2]$	$\bar{\omega}$	$\bar{S}(imag)$	ζ
5	0	9.2745	9.2727	0.0197
5	1	8.8482	8.8462	0.0212
5	2	8.4757	8.4736	0.0222
5	3	8.1466	8.1445	0.0227
5	4	7.8530	7.8509	0.0231
10	0	9.7075	9.7002	0.0388
10	1	9.2612	9.2536	0.0405
10	2	8.8714	8.8634	0.0425
10	3	8.5269	8.5186	0.0442
10	4	8.2197	8.2111	0.0458
20	0	9.8281	9.7989	0.0773
20	1	9.3763	9.3457	0.0810
20	2	8.9816	8.9496	0.0846
20	3	8.6328	8.5996	0.0880
20	4	8.3218	8.2873	0.0913
100	0	9.8679	9.1103	0.4162
100	1	9.4143	8.6169	0.4400
100	2	9.0180	8.1820	0.4635
100	3	8.6678	7.7944	0.4865
100	4	8.3555	7.4455	0.5093

جدول ۱-۵ نتایج به‌دست‌آمده برای بخش موهومی $\bar{S}$ را که نشان‌دهنده‌ی فرکانس نوسانات با در نظر گرفتن اثرات میرایی لایه‌ی فشاری است، با فرکانس نوسانات در حالت نامیرا مقایسه می‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش پارامتر غیرموضعی، فرکانس نوسانات کاهش می‌یابد؛ در نظر گرفتن اثرات مربوط به میرایی لایه‌ی فشاری نیز باعث کاهش فرکانس نوسانات آزاد در مقایسه با حالت نامیرا می‌شود.



شکل ۵-۱: تغییرات فرکانس نوسانات آزاد با پارامتر غیرموضعی

شکل ۵-۱ فرکانس نوسانات آزاد را در دو حالت میرا و نامیرا برای نسبت لاغری ۱۰۰ و پارامترهای غیرموضعی متفاوت به صورت بهتری نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، خطای نادیده گرفتن میرایی لایه‌ی فشاری در این شرایط زیاد است. در شکل ۵-۲ فرکانس نوسانات آزاد برای هر دو حالت میرا و غیرمیرا برای پارامتر غیرموضعی ۲ نانومتر مربع و نسبت‌های طول به ارتفاع متفاوت رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد هنگامی که نسبت لاغری بالاتر می‌رود، خطای نادیده گرفتن اثرات میرایی لایه‌ی فشاری زیاد می‌شود. در این حالت فرکانس نوسانات از یک حد به بعد دچار افت می‌شود. این پدیده را می‌توان به افزایش اثرات میرایی لایه‌ی فشاری در نسبت‌های طول به ارتفاع بالا نسبت داد.

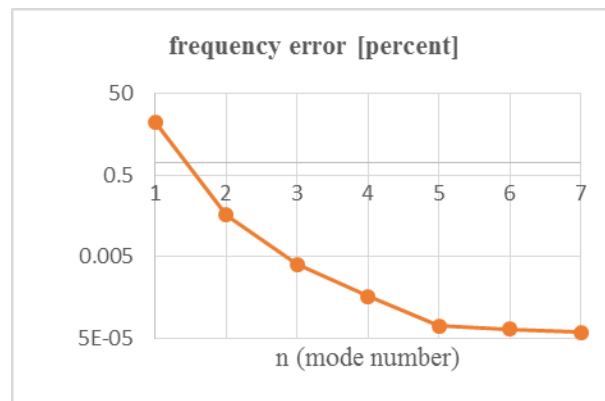


شکل ۵-۲: تغییرات فرکانس نوسانات آزاد با نسبت لاغری

در شکل ۵-۳ با مرجع قرار دادن فرکانس نوسانات میرا، درصد اختلاف فرکانس نوسانات غیرمیرا، مطابق

رابطه‌ی (۳-۵)، برای مدهای اول تا هفتم نوسانات در یک نمودار لگاریتمی برای نسبت لاغری ۱۰۰ و پارامتر غیرموضعی ۲ نانومتر مربع ترسیم شده است. در این حالت خطا برای مود اول حدود ۱۰ درصد و برای مدهای دوم به بعد کمتر از ۰/۱ درصد است و بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که تأثیر میرایی لایه‌ی فشاری بر روی فرکانس نوسانات آزاد برای مدهای بعدی نوسانات (مد دوم به بعد) بسیار کمتر از تأثیر آن بر روی مود اصلی نوسانات (مد اول) است.

$$error = \left| \frac{\bar{S}_{undamped} - \bar{S}_{imag}}{\bar{S}_{imag}} \right| \times 100 \quad (۳-۵)$$



شکل ۳-۵: نمودار لگاریتمی نادیده گرفتن میرایی

۲.۵ جابه‌جایی استاتیک

به‌منظور استخراج جابه‌جایی استاتیک ناشی از مؤلفه‌ی DC تحریک بایستی معادلات استاتیک به دست آمده در بخش ۱.۴ را حل کرد. همان‌طور که اشاره شد، برای حل معادله‌ی (۴-۷) می‌توان از روش گالرکین استفاده کرد. برای این منظور با در نظر گرفتن سه شکل مد، مؤلفه‌های استاتیکی جابه‌جایی را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

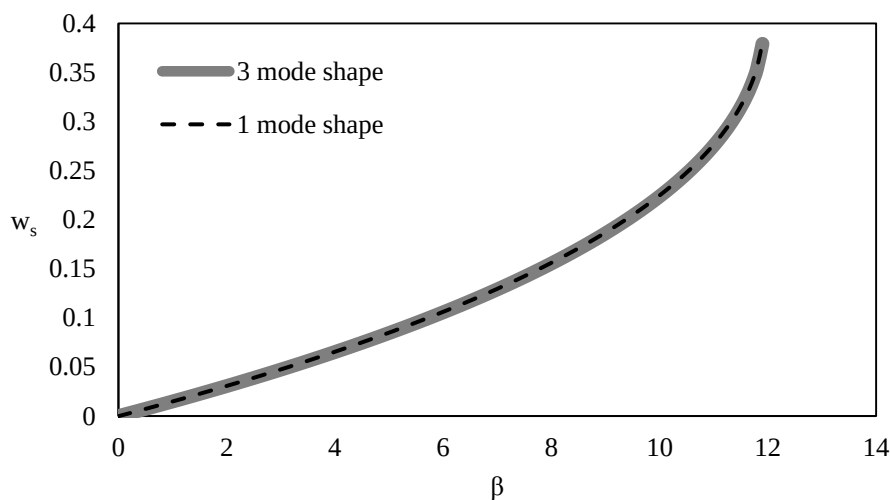
$$\begin{aligned} \bar{w}_{bs} &= W_{bs1} \sin(\pi \bar{x}) + W_{bs3} \sin(3\pi \bar{x}) + W_{bs5} \sin(5\pi \bar{x}) \\ \bar{w}_{ss} &= W_{ss1} \sin(\pi \bar{x}) + W_{ss3} \sin(3\pi \bar{x}) + W_{ss5} \sin(5\pi \bar{x}) \end{aligned} \quad (۴-۵)$$

با جایگذاری حل گالرکین در معادلات حاکم، دو معادله برای خمش و برش به دست می‌آید. با ضرب

کردن هر یک از دو معادله‌ی خمشی و برش در هر کدام از سه جمله‌ی تابع شکل و انتگرال‌گیری در بازه‌ی صفر تا یک نسبت به x ، شش معادله به دست می‌آید. به این ترتیب با حل این شش معادله می‌توان ضرایب جمله‌های تابع شکل در معادله‌ی (۴-۵) را تعیین کرده و مؤلفه‌های خمشی و برشی جابه‌جایی استاتیک را به دست آورد. جابه‌جایی استاتیک با جمع مؤلفه‌های خمشی و برشی آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{W}_{Static} = \bar{W}_{bs} + \bar{W}_{ss} \quad (۵-۵)$$

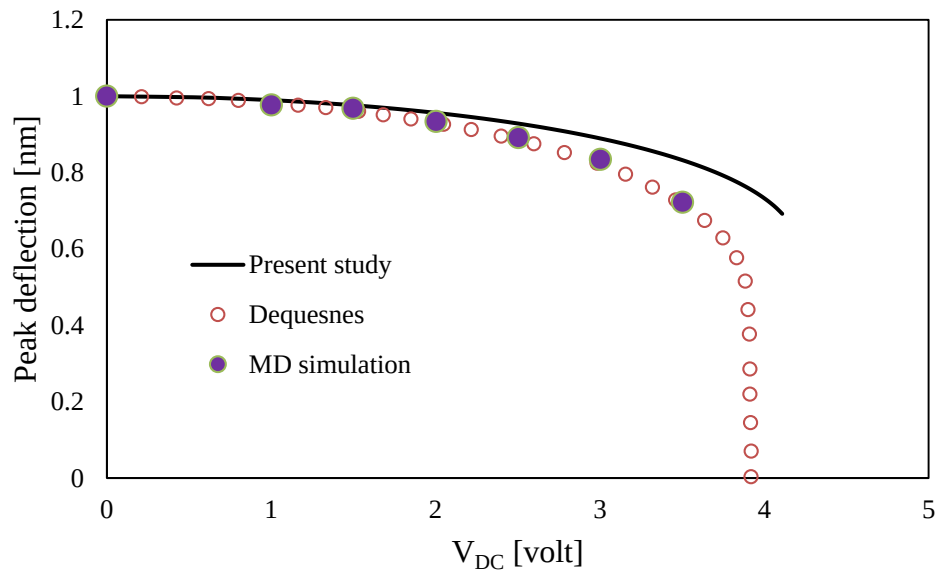
لازم به ذکر است از آنجاکه در این سیستم ارتعاشی مود اول، مود غالب سیستم است، مودهای بعدی نوسان تغییر چندانی در پاسخ سیستم ندارند و در رابطه‌ی (۴-۵) می‌توان فقط مود اول را در نظر گرفت. شکل ۴-۵ جابه‌جایی استاتیک را برای مقادیر مختلف تحریک DC نشان می‌دهد.



شکل ۴-۵: تغییرات جابه‌جایی استاتیک برای تعداد مودهای فرضی ۱ و ۳

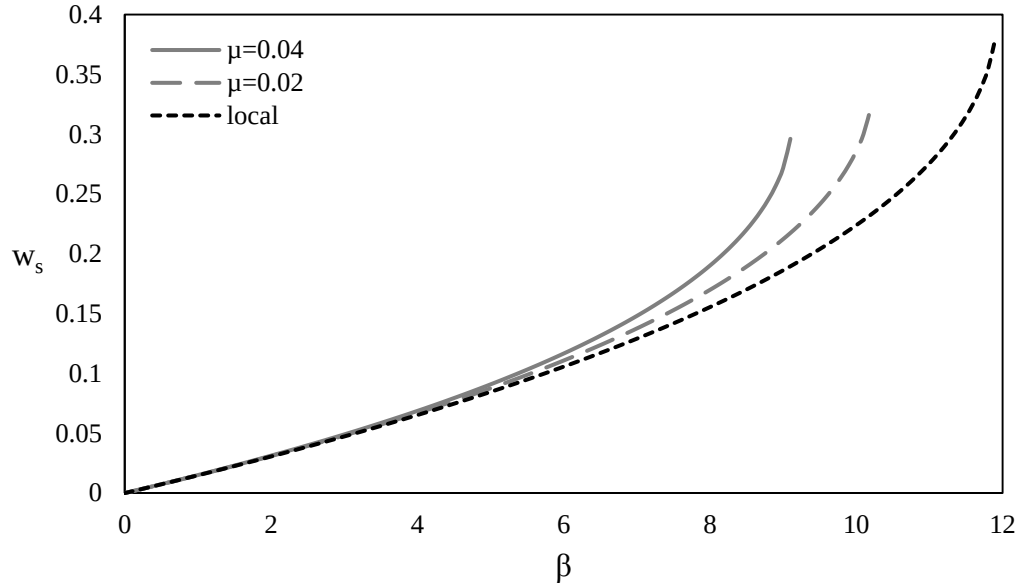
به منظور اعتبارسنجی مدل ارائه شده، نتایج به دست آمده از این مدل با نتایج تئوری غیرخطی و همچنین نتایج دینامیک مولکولی [۳۷] مقایسه شده است. شکل ۵-۵ نشان می‌دهد که جابه‌جایی استاتیک در مدل ارائه شده برای ولتاژهای تحریک پایین و دور از ناحیه‌ی پولین تطابق خوبی با نتایج دینامیک مولکولی و تئوری غیرخطی Dequesnes و همکاران [۳۷] دارد. تفاوت ایجاد شده برای جابه‌جایی استاتیک در ولتاژهای بالا نزدیک به ناحیه‌ی پولین را می‌توان به دایره بودن سطح مقطع تیر در تحلیل

Dequesnes و همکاران [۳۷] نسبت داد.



شکل ۵-۵: مقایسه‌ی تغییرات جابه‌جایی استاتیک با مدل غیرخطی و دینامیک مولکولی

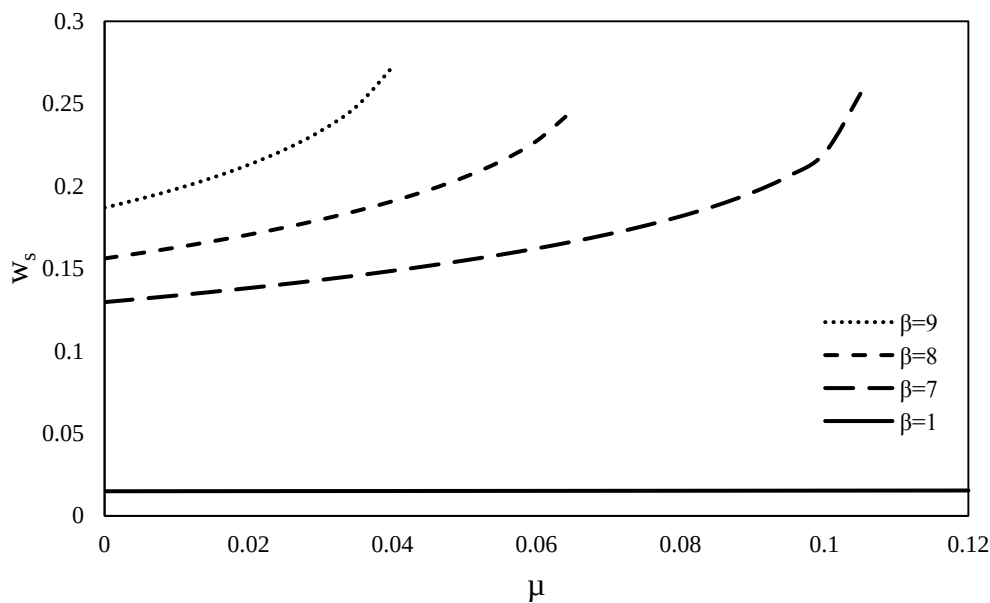
شکل ۵-۶ نیز جابه‌جایی استاتیک را نسبت به β ، برای مقادیر مختلف پارامتر غیرموضعی نشان می‌دهد.



شکل ۵-۶: تغییرات جابه‌جایی استاتیک نسبت به تحریک استاتیک در پارامترهای غیرموضعی متفاوت

همان‌طور که در شکل ۵-۶ مشاهده می‌شود با افزایش ولتاژ استاتیک تا یک مقدار مشخص، جابه‌جایی نانوتیر افزایش می‌یابد. بعد از این مقدار مشخص که به آن ولتاژ پولین گفته می‌شود، نانوتیر وارد ناحیه‌ی

ناپایدار می‌شود. ناپایداری پولین در شکل ۵-۶ به خوبی قابل مشاهده است. همچنین در این شکل می‌توان مشاهده کرد که با افزایش اثرات غیرموضعی، مقدار جابه‌جایی افزایش و ولتاژ پولین کاهش می‌یابد. این نتایج در شکل ۵-۷ نیز قابل مشاهده هستند. در این شکل مشاهده می‌شود که در ولتاژهای استاتیک پایین، افزایش اثرات غیرموضعی تأثیر کمی بر روی جابه‌جایی تیر دارد؛ اما در ولتاژهای استاتیک بالا افزایش اثرات غیرموضعی تأثیر بیشتری بر روی جابه‌جایی تیر دارد.



شکل ۵-۷: تغییرات جابه‌جایی استاتیک نسبت به پارامتر غیرموضعی در تحریک‌های استاتیک متفاوت

۳.۵ استخراج فرکانس‌های طبیعی و شکل مدهای خطی

به منظور استخراج فرکانس طبیعی بایستی معادلات دینامیک به دست آمده در بخش ۲.۴ را با صرف نظر کردن از جمله‌های غیرخطی و استهلاک حل کرد. برای حل معادله‌ی (۴-۱۴) که در آن $\Delta \bar{q}$ توسط رابطه‌ی (۴-۱۷) به دست می‌آید نیز می‌توان از روش گالرکین استفاده کرد. برای این منظور می‌توان با در نظر گرفتن تابع شکل سه جمله‌ای، مؤلفه‌های دینامیکی جابه‌جایی را به صورت زیر تعریف کرد:

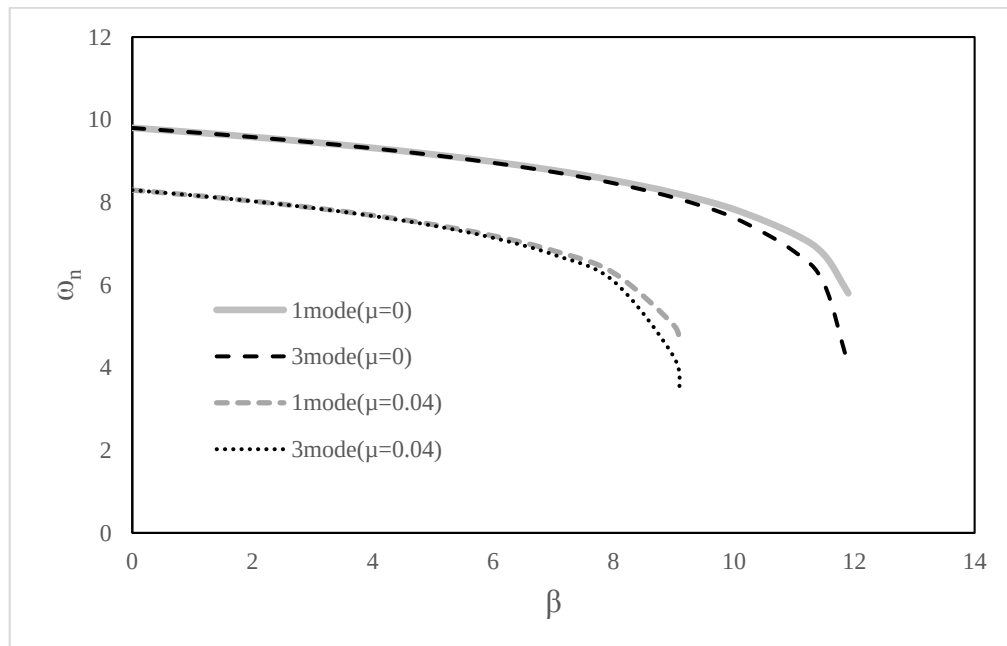
$$\begin{aligned}\bar{w}_{bd} &= e^{i\bar{\omega}\bar{t}} [W_{bd1} \sin(\pi\bar{x}) + W_{bd3} \sin(3\pi\bar{x}) + W_{bd5} \sin(5\pi\bar{x})] \\ \bar{w}_{sd} &= e^{i\bar{\omega}\bar{t}} [W_{sd1} \sin(\pi\bar{x}) + W_{sd3} \sin(3\pi\bar{x}) + W_{sd5} \sin(5\pi\bar{x})]\end{aligned}\quad (۶-۵)$$

با جایگذاری حل گالرکین در معادلات حاکم، دو معادله برای خمش و برش به دست می‌آید. با ضرب کردن دو معادله‌ی خمش و برش در هر کدام از سه جمله‌ی تابع شکل در نظر گرفته‌شده و انتگرال‌گیری در بازه‌ی صفر تا یک، شش معادله با شش مجهول ضرایب جمله‌های تابع شکل در معادله‌ی (۵-۶) و یک مجهول فرکانس طبیعی به دست می‌آید. با استفاده از شکل ماتریسی می‌توان شش معادله‌ی حاصل را به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$[f(\bar{\omega})][W] = 0 \quad (۵-۷)$$

معادله‌ی فوق یک معادله‌ی همگن است و تنها در صورتی که دترمینان ماتریس ضرایب صفر باشد جواب غیر بدیهی خواهد داشت. به این ترتیب با صفر کردن دترمینان ماتریس ضرایب، فرکانس‌های طبیعی خطی و شکل مدهای خطی سیستم به دست می‌آیند.

در رابطه‌ی (۵-۶) می‌توان به جای در نظر گرفتن سه جمله در تابع شکل از یک جمله استفاده کرد. شکل ۵-۸ نشان می‌دهد که در نظر گرفتن یک جمله برای استخراج فرکانس طبیعی خطی کافی است؛ اما در نظر گرفتن جمله‌های بیشتر، برای تحریک‌های نزدیک به پولین، دقت پاسخ را افزایش می‌دهد.

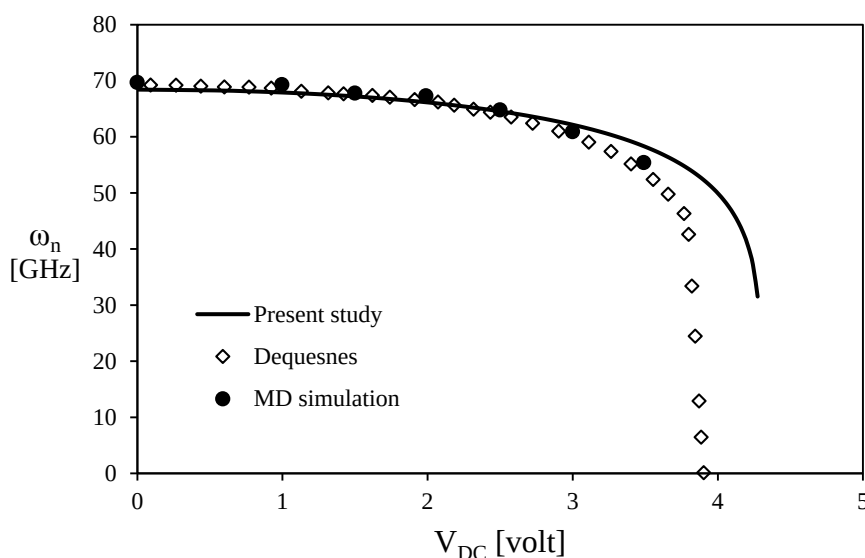


شکل ۵-۸: تغییرات فرکانس طبیعی اول برای تعداد جمله‌های ۱ و ۳ در تابع شکل

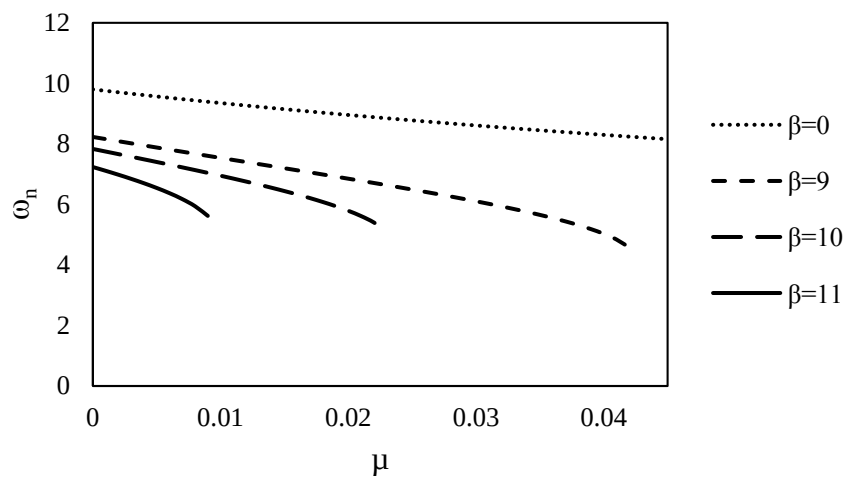
به‌منظور بررسی اعتبار پاسخ به دست آمده برای فرکانس طبیعی، نتایج حاصل با تئوری کلاسیک [۳۷] مقایسه شده است. شکل ۹-۵ نتایج این مقایسه را برای مقادیر ارائه شده در جدول ۲-۵ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در حالتی که از اثرات غیرموضعی صرف‌نظر شود، فرکانس طبیعی به دست آمده با نتایج تئوری غیرخطی و همچنین نتایج دینامیک مولکولی تطابق خوبی خواهد داشت. این تطابق در ولتاژهای عملکردی که دور از ناحیه‌ی پولین می‌باشند در شکل ۹-۵ مشهود است. تفاوت ایجاد شده برای فرکانس طبیعی در ولتاژهای بالا نزدیک به ناحیه‌ی پولین را می‌توان به سطح مقطع دایره‌ای استفاده شده در تحقیق Dequesnes و همکاران [۳۷] که باعث ایجاد یک توزیع نیروی متفاوت برای تحریک الکترواستاتیک می‌شود، نسبت داد.

جدول ۲-۵: مقادیر استفاده شده برای استخراج فرکانس طبیعی

Parameter	value	Parameter	value
μ	0 (Local)	L	20.7 [nm]
D_0	1 [nm]	R	0.68 [nm]
ν (Poisson ratio)	0.16	EI	2.25 e-25 [Pa.m ⁴]

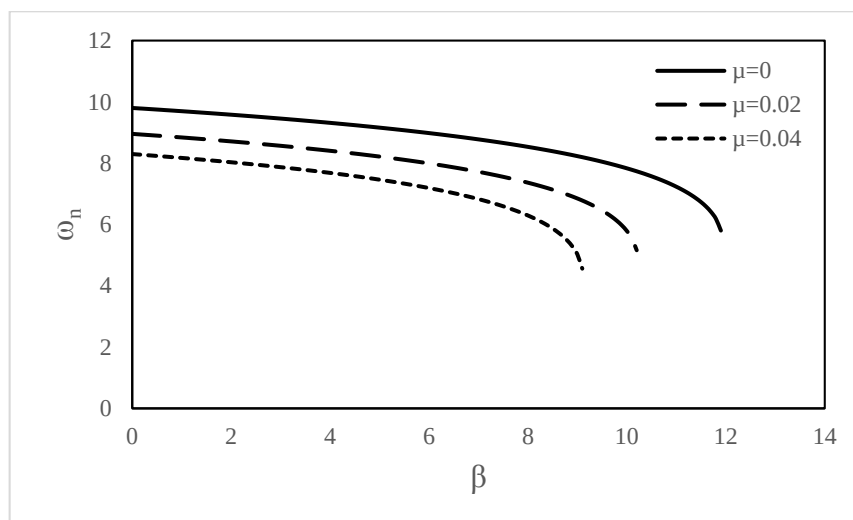


شکل ۹-۵: مقایسه‌ی فرکانس طبیعی با مرجع [۳۷]



شکل ۵-۱۰: تغییرات فرکانس طبیعی اول نسبت به پارامتر غیرموضعی در تحریک‌های استاتیک متفاوت

شکل ۵-۱۰ فرکانس طبیعی اول به‌دست‌آمده برای نانوتیر را نسبت به پارامتر غیرموضعی و برای تحریک‌های الکترواستاتیک متفاوت نشان می‌دهد. در این شکل می‌توان مشاهده کرد که با افزایش اثرات غیرموضعی، فرکانس طبیعی اول سیستم کاهش می‌یابد. برای یک پارامتر غیرموضعی مشخص نیز، افزایش تحریک الکترواستاتیک، کاهش فرکانس را به دنبال خواهد داشت. این نتایج در شکل ۵-۱۱ نیز قابل‌مشاهده‌اند. این شکل، فرکانس طبیعی را نسبت به تحریک الکترواستاتیک و برای پارامترهای غیرموضعی متفاوت نشان می‌دهد.



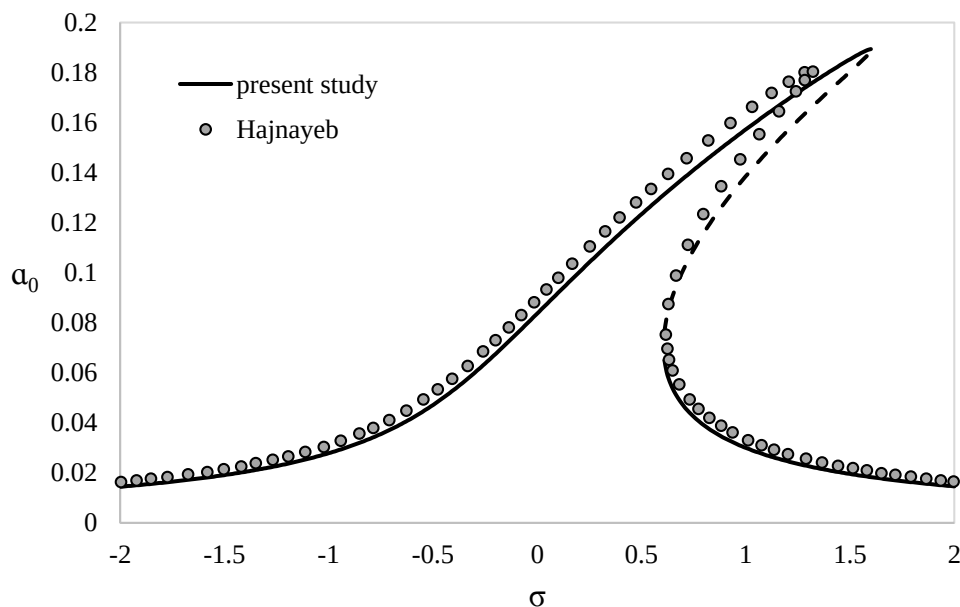
شکل ۵-۱۱: تغییرات فرکانس طبیعی اول نسبت به تحریک استاتیک در پارامترهای غیرموضعی متفاوت

۴.۵ پاسخ دینامیک تحریک مود اول

با تغییر هر کدام از پارامترهای مؤثر بر معادله‌ی (۴-۳۵) دامنه‌ی نوسان نیز تغییر خواهد کرد. در این بخش، ابتدا برای بررسی اعتبار نمودار پاسخ فرکانسی، با صرف‌نظر کردن از اثرات غیرموضعی، نتایج حاصل با نتایج تئوری کلاسیک از مرجع [۴۶] مقایسه شده و در ادامه اثر نسبت دامنه‌ی تحریک، V_{ac}/V_{dc} ، پارامتر β که بی‌بعد شده‌ی مؤلفه‌ی ثابت تحریک الکترواستاتیک است، میرایی لایه‌ی فشاری و غیرموضعی بودن، بر روی دامنه‌ی پاسخ فرکانسی سیستم، بررسی خواهد شد.

جدول ۳-۵: مقادیر استفاده شده برای شکل ۱۲-۵

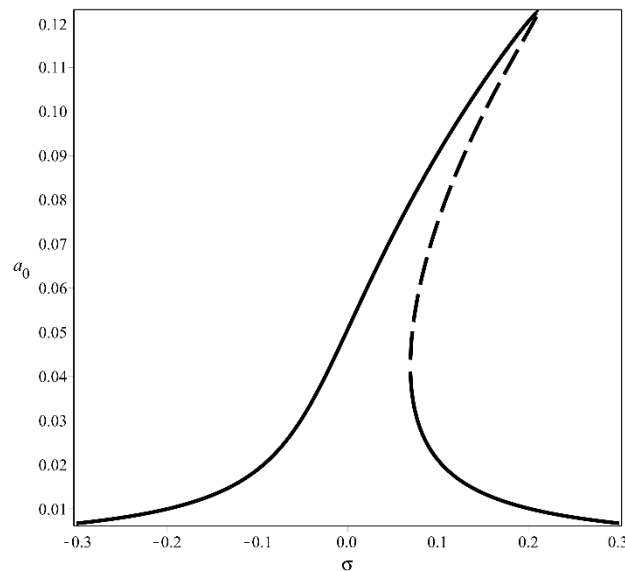
Parameter	value	Parameter	value
V_{DC}	10 [V]	L	20.7 [nm]
V_{ac}	0.2 [V]	R	0.68 [nm]
μ	0 (Local)	EI	2.25 e-25 [Pa.m ⁴]
D_0	3 [nm]	ν (Poisson ratio)	0.16



شکل ۱۲-۵: مقایسه‌ی پاسخ فرکانسی با مرجع [۴۶]

شکل ۱۳-۵ نمونه‌ی یک پاسخ را برای مود اول و مقادیر $V_{ac}/V_{dc} = 0.005$ ، $\beta = 4$ و $\mu = 0.02$ ، با در

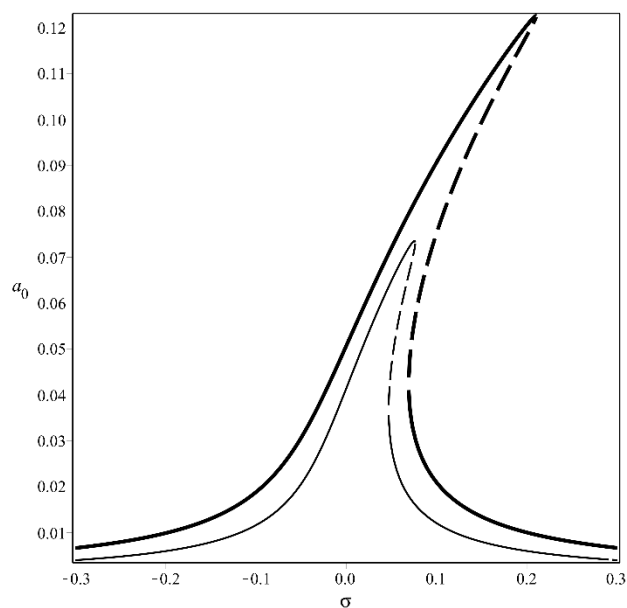
نظر گرفتن اثرات میرایی لایه‌ی فشاری نشان می‌دهد. بخش‌های ناپایدار پاسخ با استفاده از خط‌چین و بخش‌های پایدار پاسخ با استفاده از خطوط ساده نشان داده شده‌اند و همان‌طور که مشاهده می‌شود، در این حالت پاسخ سیستم سخت‌شونده است. در ادامه، با مبنا قرار دادن مقادیر مفروض در شکل ۵-۱۳، اثر تغییر هر کدام از متغیرها بررسی خواهد شد. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که در تحریک مود اول، تحت هر شرایطی پاسخ سیستم، سخت‌شونده خواهد بود و تغییر پارامترها، فقط دامنه‌ی پاسخ و شدت سخت‌شوندگی را تغییر می‌دهد.



شکل ۵-۱۳: تغییرات دامنه‌ی پاسخ پریودیک نسبت به پارامتر تنظیم برای مود اول و مقادیر

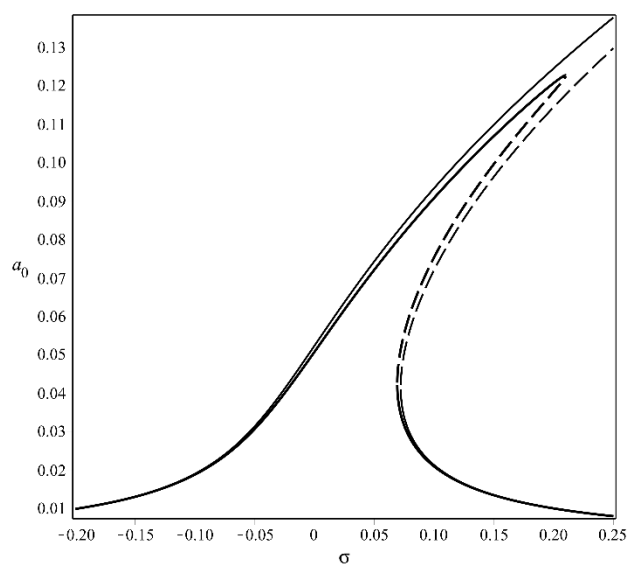
$$V_{ac}/V_{dc} = 0.005, \beta = 4, \mu = 0.02$$

بررسی نسبت ولتاژهای تحریک: کاهش دامنه‌ی ولتاژ AC نسبت به ولتاژ DC که به‌نوعی متناظر با کاهش نیروی تحریک است، دامنه‌ی نوسانات را کاهش داده و رفتار سیستم را به رفتار خطی نزدیک‌تر می‌کند. شکل ۵-۱۴ پاسخ سیستم را برای مقادیر $\beta = 4, \mu = 0.02$ و نسبت ولتاژهای 0.005، خطوط ضخیم، و 0.003، خطوط نازک، با یکدیگر مقایسه می‌کند.



شکل ۵-۱۴: مقایسه‌ی پاسخ برای مود اول برای مقادیر $\beta = 4, \mu = 0.02$

و نسبت ولتاژهای ۰.۰۰۵ (منحنی ضخیم) و ۰.۰۰۳ (منحنی نازک)



شکل ۵-۱۵: مقایسه‌ی پاسخ مود اول برای $V_{ac}/V_{dc} = 0.005; \beta = 4; \mu = 0.02$

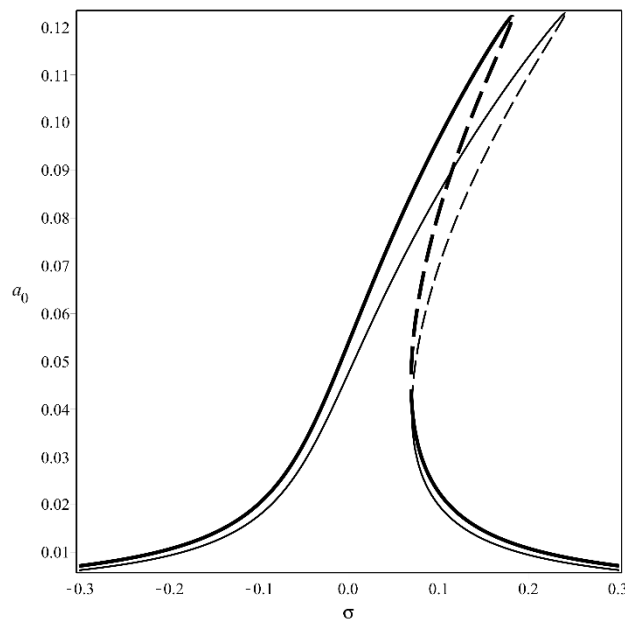
و حالت نامیرا (نامحدود) و میرا (محدود)

بررسی اثر میرایی لایه‌ی فشاری: به‌طور کلی در سیستم‌های خطی، صرف‌نظر کردن از میرایی، باعث

افزایش دامنه‌ی نوسان و باز شدن نمودار پاسخ فرکانسی در محدوده‌ی فرکانس طبیعی سیستم می‌شود.

صرف‌نظر کردن از اثرات میرایی لایه‌ی فشاری در سیستم غیرخطی ما، مشابه با آنچه در سیستم‌های خطی رخ می‌دهد، باعث باز شدن نمودار پاسخ فرکانسی در محدوده‌ی فرکانس طبیعی سیستم خطی می‌شود. این امر در شکل ۵-۱۵ نشان داده شده است.

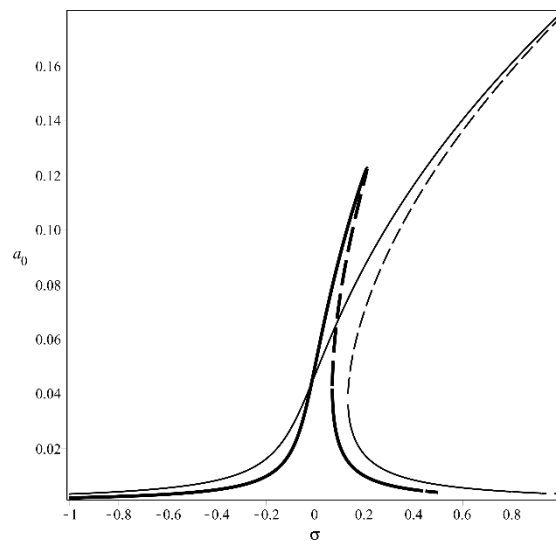
بررسی اثر غیرموضعی بودن: شکل ۵-۱۶ نشان می‌دهد که لحاظ کردن اثرات غیرموضعی در سیستم، تأثیر چندانی بر دامنه‌ی نوسان ندارد و فقط اثر غیرخطی را تقویت می‌کند.



شکل ۵-۱۶: مقایسه‌ی پاسخ مود اول برای مقادیر $V_{ac}/V_{dc} = 0.005$; $\beta = 4$

و حالت موضعی (نمودار ضخیم و $\mu = 0$) و غیرموضعی (نمودار نازک $\mu = 0.04$)

بررسی تغییر پارامتر بی‌بعد نیروی الکترواستاتیک: افزایش β که به‌نوعی با افزایش متناسب ولتاژهای تحریک معادل است، باعث افزایش دامنه‌ی نوسان و رفتار سخت‌شوندگی سیستم می‌شود. این امر در شکل ۵-۱۷ نشان داده شده است. افزایش دامنه‌ی نوسان را می‌توان به افزایش نیروی تحریک نسبت داد. از طرف دیگر با افزایش ولتاژ DC، عوامل غیرخطی هندسی در سیستم بزرگ‌تر شده و رفتار سخت‌شوندگی سیستم را تقویت می‌کنند.

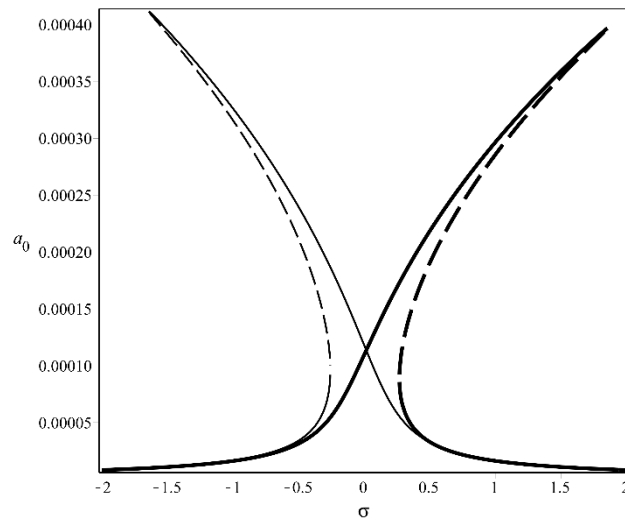


شکل ۵-۱۷: مقایسه‌ی پاسخ مود اول برای مقادیر $V_{ac}/V_{dc} = 0.005$; $\mu = 0.02$

$\beta = 4$ (نمودار ضخیم) و $\beta = 6$ (نمودار نازک)

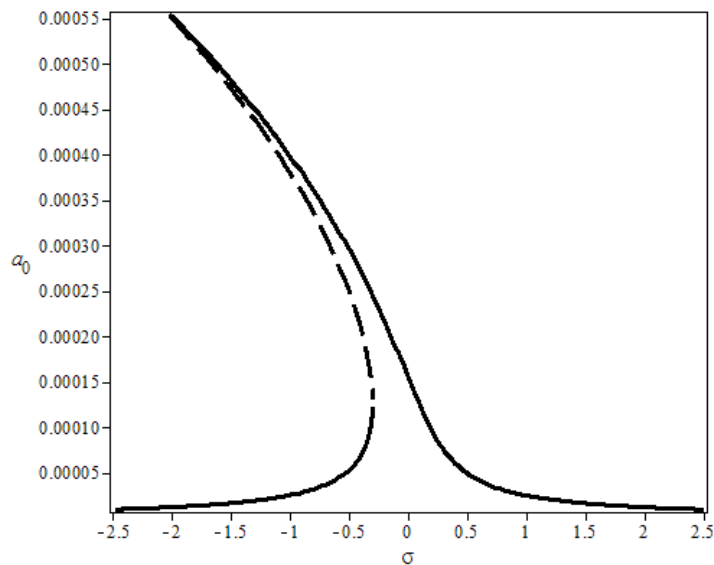
۵.۵ پاسخ دینامیک تحریک مود سوم

همان‌طور که در بخش‌های قبل مشاهده شد، در حالتی که مود اول سیستم به‌طور مستقیم تحریک شود، پاسخ سیستم غیرخطی، همواره اثرات سخت‌شوندگی را نشان می‌دهد. طبق تحقیقات انجام‌شده توسط نایفه، برای مود اول، اثرات سخت‌شوندگی سیستم غالب هستند [۴۷]. به‌این‌ترتیب با تحریک مود اول، نمی‌توان اثرات نرم‌شوندگی را در سیستم مشاهده کرد. برای مشاهده‌ی نرم‌شوندگی بایستی مود سوم سیستم تحریک شود. با تحریک مود سوم سیستم، بسته به اندازه‌ی تحریک، می‌توان اثرات سخت‌شوندگی و نرم‌شوندگی را مشاهده کرد. تحقیقات انجام‌شده نشان می‌دهد که برای مقادیر کوچک تحریک، رفتار سیستم سخت‌شونده است و با افزایش ولتاژ DC، سیستم به سمت رفتار خطی و نرم‌شوندگی تغییر می‌کند [۳۹؛ ۴۶]. این رفتار در شکل ۵-۱۸ قابل مشاهده است.



شکل ۵-۱۸: تغییر رفتار سیستم سخت‌شونده به سیستم نرم‌شونده در مود سوم و برای مقادیر

$V_{ac} = 0.005$; $\mu = 0.02$ و $(V_{dc} = 2.6 \text{ منحنی ضخیم})$ و $(V_{dc} = 2.7 \text{ منحنی نازک})$



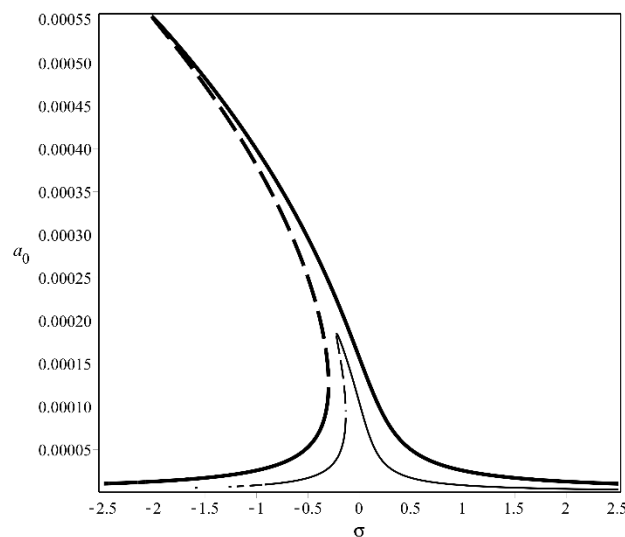
شکل ۵-۱۹: تغییرات دامنه‌ی پاسخ پریودیک نسبت به پارامتر تنظیم برای مود سوم و مقادیر

$$V_{ac}/V_{dc} = 0.003; \beta = 4; \mu = 0.02$$

تمام نتایجی که برای مود اول استخراج شد، برای مود سوم نیز قابل‌بحث است. شکل ۵-۱۹ نمونه‌ی یک پاسخ نرم‌شونده را برای مود سوم و مقادیر $V_{ac}/V_{dc} = 0.003$ ، $\beta = 4$ و $\mu = 0.02$ ، با در نظر گرفتن اثرات میرایی لایه‌ی فشاری نشان می‌دهد. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که در تحریک مود سوم،

بسته به شرایط، پاسخ سیستم می‌تواند نرم‌شونده یا سخت‌شونده باشد. در ادامه تأثیر پارامترهای مختلف بررسی می‌شود.

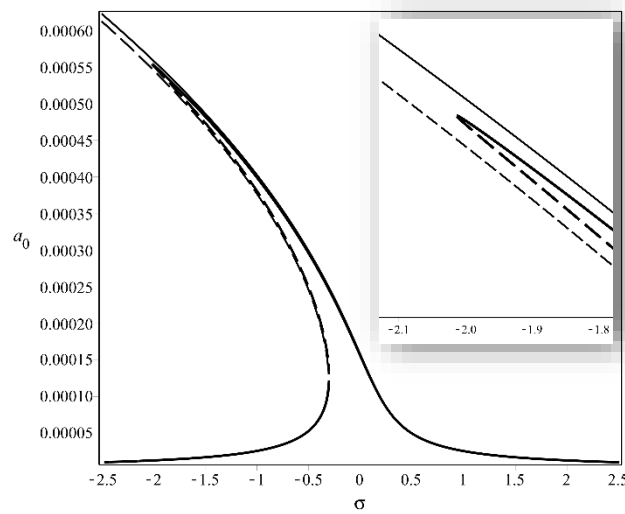
بررسی نسبت ولتاژهای تحریک: همانند سیستم سخت‌شونده، در اینجا نیز کاهش دامنه‌ی ولتاژ AC نسبت به ولتاژ DC که به‌نوعی متناظر با کاهش نیروی تحریک است، دامنه‌ی نوسانات را کاهش داده و رفتار سیستم را به رفتار خطی نزدیک‌تر می‌کند. شکل ۵-۲۰ پاسخ سیستم را برای مقادیر $\beta = 4, \mu = 0.02$ و نسبت ولتاژهای 0.003، خطوط ضخیم، و 0.001، خطوط نازک، با یکدیگر مقایسه می‌کند.



شکل ۵-۲۰: مقایسه‌ی پاسخ برای مود سوم برای مقادیر $\beta = 4, \mu = 0.02$

$V_{ac}/V_{dc} = 0.001$ (منحنی نازک) و $V_{ac}/V_{dc} = 0.003$ (منحنی ضخیم)

بررسی اثر میرایی لایه‌ی فشاری: مشابه با سیستم‌های خطی و حالت سخت‌شونده در مود اول، در حالت نرم‌شونده‌ی مود سوم نیز صرف‌نظر کردن از اثرات میرایی، باعث باز شدن نمودار پاسخ فرکانسی در محدوده‌ی فرکانس طبیعی سیستم خطی می‌شود. این امر در شکل ۵-۲۱ نشان داده شده است.

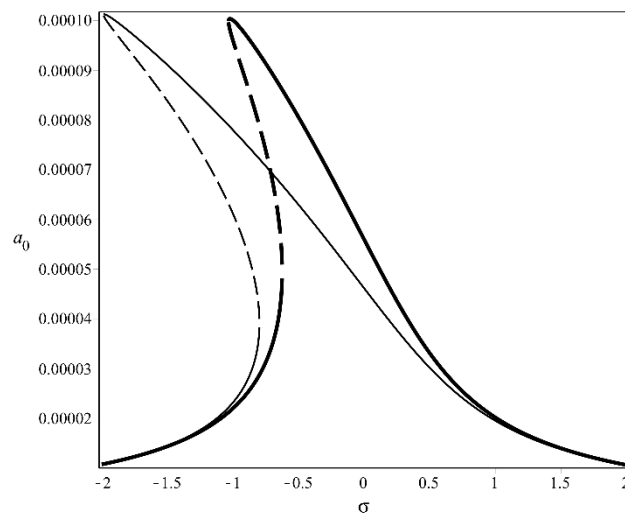


شکل ۵-۲۱: مقایسه‌ی پاسخ برای مقادیر $V_{ac}/V_{dc} = 0.005; \beta = 4; \mu = 0.02$

و حالت نامیرا (نامحدود) و میرا (محدود)

بررسی اثر غیرموضعی بودن: مشابه با حالت سخت‌شونده، در این حالت نیز، در نظر گرفتن اثرات

غیرموضعی، مطابق شکل ۵-۲۲ باعث تقویت رفتار غیرخطی سیستم می‌شود.



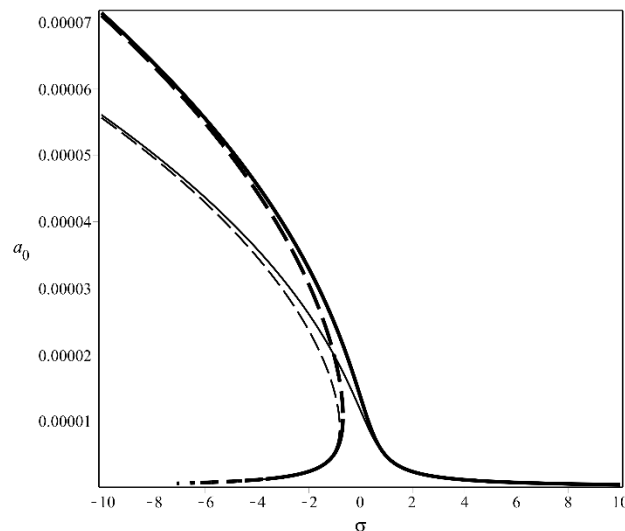
شکل ۵-۲۲: مقایسه‌ی پاسخ مود سوم برای مقادیر $V_{ac}/V_{dc} = 0.002; \beta = 3$

و حالت موضعی (نمودار ضخیم و $\mu = 0$) و غیرموضعی (نمودار نازک $\mu = 0.01$)

بررسی تغییر پارامتر بی‌بعد نیروی الکترواستاتیک: مشابه با حالت سخت‌شونده، افزایش β که

معادل با افزایش متناسب ولتاژهای تحریک است، باعث افزایش دامنه‌ی نوسان سیستم می‌شود. این امر

در شکل ۲۳-۵ نشان داده شده است. افزایش دامنه‌ی نوسان را می‌توان به افزایش نیروی تحریک نسبت داد. از طرف دیگر با افزایش ولتاژ DC، عوامل غیرخطی هندسی در سیستم بزرگ‌تر شده و رفتار سیستم را به سمت سخت‌شوندگی هدایت می‌کنند.



شکل ۲۳-۵: مقایسه‌ی دامنه‌ی پاسخ پریودیک برای مقادیر $V_{ac}/V_{dc} = 0.001$; $\mu = 0.02$

و $\beta = 2.3$ (نمودار ضخیم) و $\beta = 2.4$ (نمودار نازک)

۶.۵ جمع‌بندی

به‌طور خلاصه در تحقیق حاضر، روشی برای مدل‌سازی نانوتیرهای تحریک الکترواستاتیک تحت تأثیر همزمان اثرات مربوط به میرایی لایه‌ی فشاری، غیرموضعی بودن و غیرخطی بودن ارائه شده است. در تحلیل فیزیک مسئله، اثرات ابعاد کوچک از جمله غیرموضعی بودن معادلات الاستیسیته و شرط لغزش سیال بر روی نانوتیر در مدل‌سازی میرایی مدنظر قرار گرفته است. با در نظر گرفتن تحریک الکترواستاتیک به‌عنوان یک تحریک رایج در ادوات نانوآلکترومکانیکی، نتایج به‌دست‌آمده برای منحنی‌های پاسخ فرکانسی، پدیده‌هایی که مدل‌های خطی قادر به توجیه آن‌ها نیستند، از جمله پرش، نرم‌شوندگی و سخت‌شوندگی را به‌خوبی نشان می‌دهند. این نتایج می‌تواند برای افزایش دقت در طراحی نانوبایوسگرهایی که به‌منظور تشخیص سرطان، مواد منفجره، بو و غیره بکار می‌روند، استفاده شود.

۱.۶.۵ اثرات غیرموضعی

تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی یکی از مدل‌های وابسته به اندازه‌ی مکانیک محیط‌های پیوسته است که به‌طور گسترده‌ای در تحلیل نانوتیرها بکار می‌رود. برخلاف تئوری‌های محلی که فرض می‌کنند تنش در یک نقطه تابعی است از کرنش در آن نقطه، تئوری‌های الاستیسیته‌ی غیرموضعی فرض می‌کنند که تنش در یک نقطه تابعی از کرنش در تمام نقاط محیط پیوسته است. برای در نظر گرفتن اثرات غیرموضعی از شکل پیشنهادی ارینگن به‌صورت زیر استفاده شد.

$$\begin{aligned}\sigma_x - \mu \frac{d^2 \sigma_x}{dx^2} &= E \varepsilon_x \\ \sigma_{xz} - \mu \frac{d^2 \sigma_{xz}}{dx^2} &= G \gamma_{xz}\end{aligned}\quad (۸-۵)$$

با استفاده از اصل همیلتون و در نظر گرفتن رابطه‌ی پیشنهادی ارینگن برای تنش و کرنش، معادلات حرکت نانوتیر استخراج گردید. در انتها به کمک روابط استخراج شده‌ی این تئوری نوسانات آزاد یک نانوتیر با تکیه‌گاه ساده بررسی شد.

۲.۶.۵ میرایی

یکی از مهم‌ترین میرایی‌های مطرح در ابعاد نانو میرایی لایه‌ی فشاری است. اثر این میرایی به‌صورت یک توزیع فشار در زیر صفحه که می‌تواند به‌صورت فتر و یا دمپر عمل کند، در نظر گرفته شد. برای اعمال این اثر در مدل ارائه‌شده، از معادله‌ی رینولدز تراکم پذیر که از معادلات پایه‌ی مکانیک سیالات استخراج می‌شود، استفاده شد. با توجه به نقض شدن فرض پیوستگی در ابعاد نانو، معادله‌ی رینولدز با استفاده از ضرایبی، برای اعتباربخشی به آن اصلاح گردید. در انتها نیز برای نشان دادن اثرات این میرایی، نتایج حاصل از مدل میرا با نتایج مدل نامیرا مقایسه گردید.

نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که در حالت کلی با افزایش پارامتر غیرموضعی، فرکانس نوسانات

کاهش می‌یابد؛ در نظر گرفتن اثرات مربوط به میرایی لایه‌ی فشاری نیز طبق انتظار و مشابه با میرایی لزج، باعث کاهش فرکانس نوسانات آزاد در مقایسه با حالت نامیرا می‌شود؛ همچنین هنگامی که نسبت لاغری بالاتر می‌رود، خطای نادیده گرفتن اثرات میرایی لایه‌ی فشاری زیاد می‌شود.

۳.۶.۵ تحریک الکترواستاتیک

تحریک الکترواستاتیک شامل یک مؤلفه‌ی ثابت DC و یک مؤلفه‌ی متغیر با زمان AC است. ابتدا با در نظر گرفتن مؤلفه‌ی ثابت تحریک الکترواستاتیک، ضمن بررسی ناپایداری پولین، جابه‌جایی استاتیک و فرکانس طبیعی خطی به دست آمد و سپس با وارد کردن مؤلفه‌ی متغیر با زمان، پاسخ فرکانسی سیستم با استفاده از تئوری اغتشاشات بررسی شد.

نتایج حاصل، ناپایداری پولین را به‌خوبی نشان داد و همچنین مشاهده شد که با افزایش اثرات غیرموضعی، مقدار جابه‌جایی افزایش و ولتاژ پولین کاهش می‌یابد و در ولتاژهای استاتیک پایین، افزایش اثرات غیرموضعی تأثیر کمی بر روی جابه‌جایی تیر دارد؛ اما در ولتاژهای استاتیک بالا افزایش اثرات غیرموضعی تأثیر بیشتری بر روی جابه‌جایی تیر دارد.

با حذف کردن میرایی و جمله‌های غیرخطی و متغیر با زمان از معادلات حاکم، معادله‌ی خطی ارتعاشات آزاد نامیرا استخراج گردیده و با استفاده از آن فرکانس طبیعی و شکل مود نوسان به دست آمد. نتایج حاصل نشان می‌دهد که مود اول مهم‌ترین مود و مود غالب در این سیستم ارتعاشی است و حذف کردن موده‌های بعدی تغییر چندانی در پاسخ فرکانس طبیعی به وجود نمی‌آورد؛ همچنین با افزایش اثرات غیرموضعی، فرکانس طبیعی سیستم کاهش می‌یابد و برای یک پارامتر غیرموضعی مشخص نیز، افزایش تحریک الکترواستاتیک، کاهش فرکانس را به دنبال خواهد داشت.

در ادامه‌ی تحلیل نیروی الکترواستاتیک با در نظر گرفتن اثرات میرایی و جمله‌های غیرخطی و متغیر با زمان تحریک، معادلات حاکم با استفاده از تئوری اغتشاشات تحلیل شد. با فرض این‌که فقط یک مود

به صورت مستقیم تحریک شده است و این مود ناشی از تشدید داخلی نیست، پاسخ فرکانسی برای مودهای اول و سوم نوسان استخراج گردید. نتایج به دست آمده، همانند نتایج تجربی نشان داد که در تحریک مود اول، تحت هر شرایطی پاسخ سیستم، سخت‌شونده خواهد بود و تغییر پارامترها، فقط دامنه‌ی پاسخ و شدت سخت‌شوندگی را تغییر می‌دهد؛ اما در تحریک مود سوم، بسته به شرایط، پاسخ فرکانسی می‌تواند نرم‌شونده یا سخت‌شونده باشد. با تحلیل این پاسخ نسبت به تغییر هر کدام از پارامترهای مؤثر بر آن مشاهده شد که کاهش دامنه‌ی ولتاژ AC نسبت به ولتاژ DC که به نوعی متناظر با کاهش نیروی تحریک است، دامنه‌ی نوسانات را کاهش داده و رفتار سیستم را به رفتار خطی نزدیک‌تر می‌کند؛ صرف نظر کردن از اثرات میرایی لایه‌ی فشاری، مشابه با آنچه در سیستم‌های خطی رخ می‌دهد، باعث باز شدن نمودار پاسخ فرکانسی در محدوده‌ی فرکانس طبیعی سیستم خطی می‌شود؛ لحاظ کردن اثرات غیرموضعی در سیستم، تأثیر چندانی بر دامنه‌ی نوسان ندارد و فقط اثر غیرخطی را تقویت می‌کند و افزایش متناسب ولتاژهای تحریک، باعث افزایش دامنه‌ی نوسان و رفتار سخت‌شوندگی سیستم می‌شود.

۷.۵ پیشنهادها

اضافه کردن نیروی واندروالسی به مدل: نیروی دفع و یا جذب بین اتم‌ها، مولکول‌ها و سطوح، نیروی واندروالسی نام دارد. این نیرو در ابعاد کوچک مثل کاربردهای گرافیت و نانولوله‌های کربنی اهمیت پیدا می‌کند [۴۸]. از این رو بررسی آن در این تحقیق می‌تواند به بهبود نتایج کمک کند.

بررسی میرایی ترموالاستیک: همان طور که اشاره شد، در هر ساختار مرتعش، میدان کرنش، انرژی داخلی ساختار را تغییر می‌دهد؛ مثلاً منطقه‌ی تحت فشار گرم شده و منطقه‌ی تحت کشش سرد می‌شود. هنگامی که یک شارش گرمایی بازگشت‌ناپذیر بین قسمت‌های مختلف ساختار به وجود می‌آید، انرژی سیستم هدر می‌رود [۴۲]. به دلیل کوچک بودن ابعاد و اندازه‌ها، اضافه کردن اثرات این میرایی به مدل

ارائه‌شده، می‌تواند باعث بهبود نتایج شود.

بررسی حرکت غیر صفحه‌ای و تشدیدهای داخلی: میکروتیرها و نانوتیرها به دلیل انعطاف‌پذیری بالا، ممکن است دچار حرکت غیر صفحه‌ای شوند. این حرکت غیر صفحه‌ای در نتایج تجربی نیز مشاهده شده است [۴۹]. از طرف دیگر هنگام عملکرد عادی نوسانگرها، احتمال فعال شدن تشدید داخلی بین مودهای متفاوت وجود دارد؛ تشدید داخلی ۳:۱ برای مودهای اول و دوم، محتمل‌ترین مورد در طی عملکرد نوسانگرهاست [۳۹]. بررسی این موارد با استفاده از تئوری ارائه‌شده می‌تواند به نتایج جالبی منجر شود.

بررسی نانولوله‌های کربنی: در میان مواد گوناگون سازنده‌ی نانوحسگرها، نانولوله‌های کربنی به دلیل خواص مکانیکی و الکتریکی بسیار خوب و قابلیت دستیابی به فرکانس‌های بالا، موردتوجه ویژه‌ای قرار گرفته‌اند. همچنین این نانوماده به دلیل وزن بسیار کم، می‌تواند در تشخیص تعداد کمی از مولکول‌ها و یا اتم‌های محیط بکار رود. این ویژگی‌ها نانولوله‌های کربنی را برای طراحی نانوحسگرهای نوسانگر به یک گزینه‌ی عالی تبدیل کرده است [۵۰]. از این‌رو با توجه به شکل متفاوت سطح مقطع و در نتیجه توزیع متفاوت نیروهای الکترواستاتیک و واندروالسی، بررسی این نانوساختار با استفاده از تئوری ارائه‌شده می‌تواند زمینه‌ی طراحی بهتر این حسگرها را فراهم کند.

- [١] Ramsden, J. (2013), **Applied nanotechnology: the conversion of research results to products**: William Andrew.
- [٢] Feynman, R. P. (1960) "There's plenty of room at the bottom" **Engineering and science**, 23, 5, pp 22-36.
- [٣] Iranian nanotechnology database .Retrieved 20 July, 2013, from <http://persian.nanodetails.com/>
- [٤] Iran Nanotechnology Initiative Council. Retrieved 23 december, 2013, from <http://irannano.org/edu/>
- [٥] Zhang, J. X., & Hoshino, K. (2013), **Molecular Sensors and Nanodevices: Principles ,Designs and Applications in Biomedical Engineering**: William Andrew.
- [٦] Eom, K., Park, H. S., Yoon, D. S., & Kwon, T. (2011) "Nanomechanical resonators and their applications in biological/chemical detection: nanomechanics principles" **Physics Reports**, 503, 4, pp 115-163.
- [٧] Newell, W. E. (1968) "Miniaturization of tuning forks" **Science**, 161, 3848, pp 1320-1326.
- [٨] Zook, J. D., Burns, D. W., Guckel, H., Sniegowski, J. J., Engelstad, R. L., & Feng, Z. (1992) "Characteristics of polysilicon resonant microbeams" **Sensors and Actuators A: Physical**, 35, 1, pp 51-59.
- [٩] Seidel, H., Riedel, H., Kolbeck, R., Mück, G., Kupke, W., & Königer, M. (1990) "Capacitive silicon accelerometer with highly symmetrical design" **Sensors and Actuators A: Physical**, 21, 1, pp 312-315.
- [١٠] Tilmans, H. A., & Legtenberg, R. (1994) "Electrostatically driven vacuum-encapsulated polysilicon resonators: Part II. Theory and performance" **Sensors and Actuators A: Physical**, 45, 1, pp 67-84.
- [١١] Gui, C., Legtenberg, R., Tilmans, H. A., Fluitman, J. H., & Elwenspoek, M. (1998) "Nonlinearity and hysteresis of resonant strain gauges" **Microelectromechanical Systems, Journal of**, 7, 1, pp 122-127.
- [١٢] Gupta, C. (1991), **Statistical Thermodynamics**: Wiley.

- [١٣] Starr, J. B. (1990). "Squeeze-film damping in solid-state accelerometers". Solid-State Sensor and Actuator Workshop, 1990. 4th Technical Digest., IEEE, p 44-47.
- [١٤] Chu, P. B., Nelson, P. R., Tachiki, M. L., & Pister, K. S. (1996) "Dynamics of polysilicon parallel-plate electrostatic actuators" **Sensors and Actuators A: Physical**, 52, 1, pp 216-220.
- [١٥] Veijola, T., Kuisma, H., Lahdenperä, J., & Ryhänen, T. (1995) "Equivalent-circuit model of the squeezed gas film in a silicon accelerometer" **Sensors and Actuators A: Physical**, 48, 3, pp 239-248.
- [١٦] Li, B., Wu, H., Zhu, C., & Liu, J. (1999) "The theoretical analysis on damping characteristics of resonant microbeam in vacuum" **Sensors and Actuators A: Physical**, 77, 3, pp 191-194.
- [١٧] Bao, M., Yang, H., Yin, H., & Sun, Y. (2002) "Energy transfer model for squeeze-film air damping in low vacuum" **Journal of Micromechanics and Microengineering**, 12, 3, pp 341.
- [١٨] Hung, E. S., & Senturia, S. D. (1999) "Generating efficient dynamical models for microelectromechanical systems from a few finite-element simulation runs" **Microelectromechanical Systems, Journal of**, 8, 3, pp 280-289.
- [١٩] McCarthy, B., Adams, G. G., McGruer, N. E., & Potter, D. (2002) "A dynamic model, including contact bounce, of an electrostatically actuated microswitch" **Microelectromechanical Systems, Journal of**, 11, 3, pp 276-283.
- [٢٠] Nayfeh, A. H., & Younis, M. I. (2004) "A new approach to the modeling and simulation of flexible microstructures under the effect of squeeze-film damping" **Journal of Micromechanics and Microengineering**, 14, 2, pp 170.
- [٢١] Iijima, S. (1991) "Helical microtubules of graphitic carbon" **nature**, 354, 6348, pp 56-58.
- [٢٢] Nix, W. D., & Gao, H. (1998) "Indentation size effects in crystalline materials: a law for strain gradient plasticity" **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 46, 3, pp 411-425.
- [٢٣] Hadjesfandiari, A. R., & Dargush, G. F. (2011) "Couple stress theory for solids" **International Journal of Solids and Structures**, 48, 18, pp 2496-2510.
- [٢٤] Eringen, A. C. (2002), **Nonlocal continuum field theories**: Springer.
- [٢٥] Reddy, J. N. (2007) "Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams" **International Journal of Engineering Science**, 45, 2–8, pp 288-307.
- [٢٦] Aydogdu, M. (2009) "A general nonlocal beam theory: its application to nanobeam bending, buckling and vibration" **Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures**, 41, 9, pp 1651-1655.
- [٢٧] Arash, B., & Wang, Q. (2012) "A review on the application of nonlocal elastic models in modeling of carbon nanotubes and graphenes" **Computational Materials Science**, 51, 1, pp 303-313.
- [٢٨] Arash, B., & Wang, Q. (2014). A review on the application of nonlocal elastic models in modeling of carbon nanotubes and graphenes, pp 57-82, In: "Modeling of Carbon Nanotubes, Graphene and their Composites", Springer.
- [٢٩] Sazonova, V., Yaish, Y., Ustunel, H., Roundy, D., Arias, T. A., & McEuen, P. L.

- (2004) "A tunable carbon nanotube electromechanical oscillator" **nature**, **431**, **7006**, pp 284-287.
- [٣٠] Peng, H. B., Chang, C. W., Aloni, S., Yuzvinsky, T. D., & Zettl, A. (2007) "Microwave electromechanical resonator consisting of clamped carbon nanotubes in an abacus arrangement" **Physical Review B**, **76**, **3**, pp 035405.
- [٣١] Peng, H. B., Chang, C. W., Aloni, S., Yuzvinsky, T. D., & Zettl, A. (2006) "Ultrahigh Frequency Nanotube Resonators" **Physical Review Letters**, **97**, **8**, pp 087203.
- [٣٢] Kang, J. W., Lee, J. H., Lee, H. J., Kwon, O. K., & Hwang, H. J. (2005) "Electromechanical modeling and simulations of nanobridge memory device" **Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures**, **28**, **3**, pp 273-280.
- [٣٣] Zhang, Y., Liu, G., & Han, X. (2005) "Transverse vibrations of double-walled carbon nanotubes under compressive axial load" **Physics Letters A**, **340**, **1**, pp 258-266.
- [٣٤] Dequesnes, M., Rotkin, S. V., & Aluru, N. R. (2002) "Calculation of pull-in voltages for carbon-nanotube-based nanoelectromechanical switches" **Nanotechnology**, **13**, **1**, pp 120.
- [٣٥] Witkamp, B., Poot, M., & van der Zant, H. S. (2006) "Bending-mode vibration of a suspended nanotube resonator" **Nano Letters**, **6**, **12**, pp 2904-2908.
- [٣٦] Postma, H. W. C., Kozinsky, I., Husain, A., & Roukes, M. L. (2005) "Dynamic range of nanotube- and nanowire-based electromechanical systems" **Applied Physics Letters**, **86**, **22**.
- [٣٧] Dequesnes, M., Tang, Z., & Aluru, N. R. (2004) "Static and Dynamic Analysis of Carbon Nanotube-Based Switches" **Journal of Engineering Materials and Technology**, **126**, **3**, pp 230-237.
- [٣٨] Fu, Y. M., Hong, J. W., & Wang, X. Q. (2006) "Analysis of nonlinear vibration for embedded carbon nanotubes" **Journal of Sound and Vibration**, **296**, **4-5**, pp 746-756.
- [٣٩] Younis, M. I., & Nayfeh, A. H. (2003) "A Study of the Nonlinear Response of a Resonant Microbeam to an Electric Actuation" **Nonlinear Dynamics**, **31**, **1**, pp 91-117.
- [٤٠] Thai, H.-T. (2012) "A nonlocal beam theory for bending, buckling, and vibration of nanobeams" **International Journal of Engineering Science**, **52**, pp 56-64.
- [٤١] Wang, Q., & Wang, C. (2007) "The constitutive relation and small scale parameter of nonlocal continuum mechanics for modelling carbon nanotubes" **Nanotechnology**, **18**, **7**, pp 075702.
- [٤٢] Sun, Y., & Saka, M. (2010) "Thermoelastic damping in micro-scale circular plate resonators" **Journal of Sound and Vibration**, **329**, **3**, pp 328-337.
- [٤٣] Imboden, M., & Mohanty, P. (2014) "Dissipation in nanoelectromechanical systems" **Physics Reports**, **534**, **3**, pp 89-146.
- [٤٤] Li, G. X., & Hughes, H. G. (2000). "Review of viscous damping in micromachined structures". *Micromachining and Microfabrication*, p 30-46.

-
- [٤٥] Prosser, C. L. (1991), **Comparative animal physiology, environmental and metabolic animal physiology**: John Wiley & Sons.
- [٤٦] Anderson, T., Nayfeh, A., & Balachandran, B. (1996) "Experimental verification of the importance of the nonlinear curvature in the response of a cantilever beam" **Journal of Vibration and Acoustics**, **118**, **1**, pp 21-27.
- [٤٧] Hajnayeb, A., & Khadem, S. (2011) "Nonlinear vibrations of a carbon nanotube resonator under electrical and van der Waals forces" **Journal of Computational and Theoretical Nanoscience**, **8**, **8**, pp 1527-1534.
- [٤٨] Vanin, M., Mortensen, J. J., Kelkkanen, A., Garcia-Lastra, J. M., Thygesen, K. S., & Jacobsen, K. W. (2010) "Graphene on metals: A van der Waals density functional study" **Physical Review B**, **81**, **8**, pp 081408.
- [٤٩] Carvalho, E. C., Gonçalves, P. B., Rega, G., & Del Prado, Z. J. (2013) "Influence of axial loads on the nonplanar vibrations of cantilever beams" **Shock and Vibration**, **20**, **6**, pp 1073-1092.
- [٥٠] Wang, Q., & Arash, B. (2014) "A review on applications of carbon nanotubes and graphenes as nano-resonator sensors" **Computational Materials Science**, **82**, **0**, pp 350-360

Abstract

In this study, a method has been introduced as a new approach to study the static and dynamic behavior of electrostatically actuated nanobeams which can be used as biosensors. Based on the nonlocal differential constitutive relation of Eringen, the nonlocal equations of motion are derived from Hamilton's principle. The model includes one dimensional Reynolds equation with slip condition in boundaries to take into account the squeeze film damping of the fluid between the nanobeam and the electrode. In analyzing the behavior of the nanobeam, the Galerkin method was used to discretize two coupled partial-differential equations, namely the nonlocal beam deflection equation and the Reynolds squeeze film damping equation. The static deflection of the nanobeam and its linear natural frequencies is investigated under the DC component of electrostatic actuation. The frequency response of AC component of electrostatic actuation with and without accounting the squeeze film damping is derived using multiple scale method. The results show that squeeze film damping decreases the amplitude of vibration and closes the jump frequency and the linear natural frequency together. Also the results indicate that for the first mode the effective nonlinearity is of the hardening type, whereas for the third mode the effective nonlinearity can switch to the softening type by increasing DC component of electrostatic actuation.

Keywords:

Squeeze film damping; Nanobiosensor; Nonlocal elasticity theory; nonlinear Vibration



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical Engineering and Mechatronic

**Investigation of vibrational behavior of nanobeams with nonlocal
elasticity theory and damping considerations**

Mehdy Sakizadeh

Supervisor: Amir Jalali

Date: September, 2014