بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

مطالعه عددی جریان آشفته در دیسک چرخان با جریان ورودی

نگارش

علی وظیفه دوست صالح

اساتید راهنما

دکتر محمود فرزانه گرد

دکتر شهرام هاشمی مرغزار

استاد مشاور

دکتر محمد جواد مغربی

اسفند ۱۳۸۶

بنام خدا

مطالعه عددی جریان آشفته در دیسک چرخان با جریان ورودی

توسط

علی وظیفه دوست صالح

پایان‌نامه

ارائه شده به دانشکده مهندسی مکانیک - گروه تبدیل انرژی به عنوان بخشی از

فعالیت‌های تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی مکانیک - گرایش تبدیل انرژی

از دانشگاه صنعتی شاهرود

شاهرود، ایران

ارزیابی و تصویب شده توسط کمیته پایان‌نامه با درجه:

امضاء اعضای کمیته پایان‌نامه:

دکتر محمود فرزانه گرد، استادیار مهندسی مکانیک (استاد راهنما)

دکتر شهرام هاشمی ، استادیار مهندسی مکانیک (استاد راهنما)

دکتر امیر خوشنویس، استادیار مهندسی عمران (ممتحن خارجی)

دکتر محمد محسن شاهمردان، استادیار مهندسی مکانیک (ممتحن داخلی)

اسفند ۱۳۸۶

تقدیم به

پدر و مادر و خواهرم

به خاطر همه چیز

تقدیر

سـپاس بی‌نهایت خدای را که نعمت بی‌همتای سلامتی را به من عطا کرده و در تمامی لحظات زندگی یاری رسانم بوده؛ امید دارم مرا همواره مورد لطف و عنایت خود قرار دهد.

از خانواده عزیزم که همواره شرایط مناسب در جهت ارتقایم را فراهم نموده و تا این مرحله از زندگی پشتوانه و دلگرمی من بوده‌اند، نهایت قدردانی را دارم.

وظیفه است که از زحمات اساتید گرانقدر پروژه‌ام تقدیر و تشکر به عمل آورم:

استاد محترم، آقای ***دکتر محمود فرزانه گرد*** که علی‌رغم به وجود آمدن مشکلات فراوان در روند پیشرفت پایان‌نامه، همواره با شکیبایی، حسن خلق و توانمندی بالایشان هدایت اینجانب را بر عهده داشته و پیوسته مرا به ادامه کار تشویق می‌نمودند. استاد گرامی، آقای ***دکتر شهرام هاشمی مرغزار*** که با راهنماییهای کاملاً ارزشمند و مفیدشان در انجام این تحقیق یار و یاور من بودند.

امیدوارم شرایط به گونه‌ای رقم خورد تا بتوانم گوشه‌ای از محبتهایی را که در حقم انجام شده، پاسخگو باشم.

چکیده

ارزیابی ضریب چرخش β سیال چرخان در شکاف رتور-استاتور با جریان ورودی و پیش چرخش جریان با توجه به پارامترهای جریان مورد مطالعه قرار گرفته است.

در این پایان نامه به مطالعه عددی جریان در این سیستم ها پرداخته شده است. معادلات ناویر استوکس مختصات استوانه ای با استفاده از روش حجم محدود و مش بندی نا متجانس و الگوریتم تصحیح فشار سیمپل حل شده است و مدل k-ε رینولدز پایین برای تحلیل عددی استفاده شده است.از مدل متقارن محوری ساده شده ای برای مطالعه تاثیرات پارامترهای جریان بر روی این سیستم استفاده شده است. اندازه گیری ها در آب برای جریان آشفته نوع بچلور با دو لایه مرزی جدا بر روی دیسک های ثابت و چرخان بدست آمده است و نتایج محاسبه شده با مقادیر تجربی اندازه گیری شده موجود که توسط پانکت و چاو(۲۰۰۴) انجام شده است مقایسه گردید. نتایج عددی نزدیکی قابل قبولی با مقادیر تجربی دارد.

واژه های کلیدی: مدل توبولانس ، سیستم روتور- استاتور ، جریان چرخشی ، حل عددی ، لایه مرزی.

عنوان صفحه

فهرست مراجع ۱۰۵

عنوان شکل **صفحه**

عنوان شکل **صفحه**

عنوان جدول صفحه

فصل چهارم

فصل پنجم

جدول ۵-۱ شرایط مرزی اعمال شده بر سیستم روتور- استاتور باز

علامت	
R_1	شعاع داخلی دیسک
$a_{P,N,S,E,W,U,D}$	ضرایب معادلات جبری
$A_{n,s,e,w,u,d}$	سطوح مقطع عبوری از حجم کنترل
A^+, A_μ, A_t	ضرایب تابع میراکننده در نزدیکی دیواره
R_3	شعاع خارجی دیسک
C	ضریب جابجایی
$C_{\mu,\epsilon1,\epsilon2}$	ثابتهای مربوط به مدل آشفته k-ε
C_M	ضریب مومنتوم روتور($=M/0.5\rho\Omega^2R_۳^5$)
C_d	ضریب تخلیه
c_p,c_v	گرمای مخصوص در فشار و حجم ثابت
C_w	نرخ جریان جرمی بدون بعد
D	ترم چشمه در معادله k
E	ترم چشمه در معادله ε
F	ترم چشمه در معادله ε
f_μ	تابع میراکننده در نزدیکی دیواره
G	نسبت وجوه(z/R_2)
k	انرژی جنبشی آشفته
M	ممان بر روی یک طرف دیسک
$\mathring{m}$	نرخ جریان جرمی
P	نرخ تولید انرژی جنبشی آشفته
Pr	عدد پرانتل ($\mu c_p/k$)
Pr_t	عدد پرانتل آشفته
P	فشار

Re_φ	عدد رینولدز چرخشی ($=\frac{\Omega R_2^2}{\nu}$)
r,φ,z	مختصات شعاعی، مماسی و محوری
S	ترمهای چشمه
s_u	جزء خطی ترمهای چشمه
s_p	جزء غیرخطی ترمهای چشمه
h	فاصله بین دو دیسک
T	دما
U	سرعت مجموع

علامت

U_τ	سرعت اصطکاکی ($=\sqrt{\tau_w / \rho}$)
V_r,V_φ,V_z	اجزاء سرعت متوسط زمانی شعاعی ، مماسی و محوری
x	مختصه شعاعی بدون بعد(r/R_2)
y	فاصله عمود بر دیواره
y^+	فاصله بدون بعد($=\rho y U_\tau / \mu$)
Φ	متغیر وابسته عمومی در معادله انتقال
Ω	سرعت زاویه‌ای دیسک
α	پارامتر میان‌یابی
β	سرعت مماسی بی بعد(ضریب چرخش) ($=\frac{V_\phi}{\Omega r}$)
γ	نرخ حرارت‌های مخصوص (C_v/C_p)
δ	ضخامت لایه مرزی
ε	نرخ پخش انرژی آشفته
λ_T	پارامتر جریان آشفته ($=C_w / Re_\phi^{0.8}$)
μ,μ_t,μ_e	لزجت‌های دینامیکی ، آشفته و موثر
ν	لزجت سینماتیکی
ρ	چگالی
σ_ε	عدد پرانتل آشفته برای ε
σ_κ	عدد پرانتل آشفته برای k
τ	تنش برشی

زیرنویس‌ها

*	مقدار در نقطه سکون
0	مقدار مجموع در دستگاه مرجع ثابت
av	مقدار متوسط
e,w,n,s,u,d	مقادیر در سمت شرقی، غربی، شمالی، جنوبی، بالا و پایین سطوح کنترل
eff	مقدار موثر
s	سطح دیسک
t	مقدار مجموع در دستگاه مرجع دوار
∞	مقدار در بیرون لایه مرزی

استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی برای پیش بینی جریان های داخلی و خارجی در دو دهه گذشته پیشرفت چشمگیری داشته است. در دهه ۱۹۸۰ حل مسائل جریان سیال توسط دینامیک سیالات عددی موضوع حوزه تحقیقات بسیاری از محققین فوق دکتری، دانشجویان دکتری و یا متخصصین شبیه سازی که چندین سال به طور اصولی دوره دیده بودند، در آمده بود.

قابلیت وسیع موقعیت های کاری، مهندسی توأم با الگوریتم‌های حل مؤثر و پیشرفته شدن امکانات پیش پردازنده و پس پردازنده امکان استفاده از برنامه های تحلیل عددی جریان تجاری را برای فارغ التحصیلان مهندسی به منظور تحقیق، توسعه و طراحی در صنعت فراهم کرده است. برنامه هایی که در حال حاضر در بازار موجود است، ممکن است بسیار قوی باشند اما عملکرد آنها هنوز نیازمند یک مهارت و درک بسیار بالا از سوی کاربر می باشد تا نتایج قابل قبولی در حالتهای پیچیده بدست آید. پیش‌تر دوره آموزشی طولانی شامل یک کارآموزی بیشتر از چهارسال و به طور نامحدود به صورت مطالعات دکتری و فوق دکتری برای کاربرهای دهه ۸۰ برگزار می شد، به طوری که در تمام مدت تجارب لازم را خودشان کسب می کردند و از محدودیتهای مربوط به دینامیک سیالات محاسباتی کاملاً آگاه می شدند.

یکی از پیچیده ترین موارد در تحلیل عددی جریان به مســائل مربوط به توربوماشــین ها وخصــوصــاً کمپرســورها و جریان عبوری از آنها مربوط می شــود. شــرایط حاکم برهندسه مساله، سطوح با انحنای زیاد، شــبکه بندی دشــوار دامنه حل به خصــوص در نواحی بین پره و دیواره کمپرســور و لبه های حمله و فرار، معادلات و شــرایط مرزی پیچیده بر دشواری های تحلیل عددی جریان عبوری از کمپرسورها افزوده و کار با آن را مشکل می نماید.

دیسکهای دوار از متداولترین هندسه‌های مورد استفاده در ماشین آلات می‌باشد نمونه های بارز شامل جریان شــعاعی ســیال در کمپرســورها و توربینها، ماشــینهای الکتریکی، مبدلهای دوار ترمزهای دیســکی و پمپهای اصــطکاکی می‌باشــد. مشخصه حرکت سیال و نحوه انتقال حرارت در رو و اطراف دیسکهای دوار در طی دهه های گذشــته مورد علاقه بسیاری از محققین بوده است و بیشتر تحقیقات و مطالعات بر روی نحوه حرکت سیال در اطراف دیسکها متمرکز بوده است.

همچنین با پیشرفت سریع تکنولوژی کامپیوترها و روش های دینامیک سیالات محاسباتی، حل عددی معادلات ناویراستوکس جریان لزج و سه بعدی در توربوماشین ها، به عنوان یک ابزار صنعتی ممکن شده است. کلمه توربو[1] یا توربینیس[2] کلمه ای لاتین است و به اجسام گردنده اتلاق می شود. از نظر لغوی کلمه توربو ماشین به معنی ماشین های دوار یا گردنده است. به قسمت اعظم ماشین هایی که به سیال انرژی می دهند و یا از طریق اخذ انرژی از سیال کار انجام می دهند و این عمل از طریق گردش محور ماشین انجام می گیرد، اصطلاحاً توربو ماشین ها گویند. این تعریف بسیار کلی بوده و شامل مجموعه بزرگی از ماشین های تبدیل انرژی می باشد. این ماشین ها کاربرد های صنعتی، کشاورزی و خدماتی فراوانی دارند و شامل انواع پروانه ها[3]، آسیاب های بادی[4]، فن های مختلف[5]، انواع پمپ ها، کمپرسورها، توربین های هیدرولیکی[6]، گازی[7] و بخاری[8] می شوند. توربوماشین ها برای اخذ انرژی سیال به منظور تولید برق، گردش یک موتور، انجام کار و غیره و یا انتقال انرژی به سیال به منظور بالا بردن فشار آن یا جابجایی آن مورد استفاده قرار می گیرند.

از نظر نوع سیال مورد استفاده، توربوماشین ها را می توان به دو نوع تقسیم کرد. دسته اول توربوماشین هایی اند که با جریان تراکم ناپذیر مثل آب، روغن، سوخت مایع و غیره کار می کنند. به این توربوماشین ها که چگالی سیال در طول آنها ثابت می ماند توبوماشین های هیدرولیکی[9] یا اصطلاحاً آبی گویند. نوع دوم با جریان تراکم پذیر[10] مثل هوا، بخار و دیگر گازهای مختلف کار می کند و در طول آن چگالی سیال در اثر تغییر فشار آن تغییر می کند. در برخی موارد به این نوع توربوماشین ها، توربوماشین های گرمایی گویند. از نظر انتقال انرژی، توربوماشین ها را می توان به دو دسته مشخص تقسیم کرد. دسته اول توربوماشین هایی که به سیال

---

[1] Turbu
[2] Turbinis
[3] Blowers
[4] Wind mills
[5] Fans
[6] Hydraulic turbines
[7] Gas turbines
[8] Steam turbines
[9] Hydraulic turbomachines
[10] Compressible fluid

انرژی می دهند مثل پمپ ها و کمپرسورها ودسته دوم توربوماشین هایی که از سیال انرژی می گیرند مثل توربین ها.

جزء اصلی یک توربوماشین رتور آن بوده که شامل یک سری پره[11] به نام پره های متحرک است. معمولاً رتور توسط یک پوسته از محیط اطراف خود جدا شده، سیال در فضای محدود بین رتور و پوسته حرکت می کند. در توبوماشین های مختلف جریان کلی سیال در طول رتور و امتداد محور، در امتداد شعاع و یا ترکیبی از این دو است که به ترتیب به آنها توربوماشین های با جریان محوری، جریان شعاعی و یا جریان مختلط گفته می شود.

جریان سیال در توربوماشین ها می تواند به صورت برخورد جت به پره های متحرک باشد(توربوماشین های ضربه ای) و یا سیال در طول پره متحرک در یک سیستم بسته و توام با تغییر فشار جریان داشته باشد(توربوماشین عکس العملی). .همچنین پره های متحرک توربوماشین های شعاعی می توانند باز، نیمه باز و یا بسته باشند که به ترتیب از نظر ساخت مشکل تر ولی دارای راندمان بهتری هستند. طبیعی است توربوماشین ها موارد استفاده بسیار متفاوت و مختلفی دارند و در نتیجه شکل پره ها و مسیر سیال با یکدیگر کاملاً متفاوت است و بسته به نحوه کار هر ماشین شکل خاص خود را دارد.

به طور کلی می توان از سه طریق عمده برای بررسی رفتار یک توربوماشین در حالت کلی استفاده کرد:

۱. بررسی نیروها و خطوط جریان جریان سیال در طول توربوماشین است که با استفاده از آن، روابط کلی بین هد[12]، دبی[13]، دور، قدرت و غیره بدست آمده و رفتار یک توربو ماشین مشخص می شود.
۲. استفاده از نتایج آزمایش است. بدین ترتیب که اثرات هر متغیر در رفتار توربوماشین را از طریق آزمایش تعیین و با استفاده از نتایج آن، روابط تجربی بین متغیرهای مختلف بدست می آید.

---

[11] Blade or Vane
[12] Head
[13] Flow rate

۳. متغیرهای مختلف مشخص در توربوماشین را به نحوی و صرفاً از طریق ریاضی و فیزیک مساله به هم ربط داده و از مجموعه پارامترهای بدست آمده و روابط کلی که بین این پارامترها برقرار است رفتار کلی توربوماشین بررسی می شود. این روش، روش تحلیل بعدی[۱۴] بوده که یک روش مقدماتی است ولی در بررسی مسایل توربوماشین ها بسیار قوی بوده و می تواند نتایج پرباری در طرح و بررسی مقدماتی رفتار یک توربوماشین ارائه دهد. از مزایای اصلی این روش این است که به حداقل اطلاعات در مورد طراحی توربوماشین نیاز است. همچنین نتایج بدست آمده از این طریق کلی بوده با اعمال آن می توان با تعیین حداقل متغیرهای لازم برای آزمایش، حداکثر اطلاعات را به دست آورد.

نظر به اینکه بررسی جریان سیال در طول یک توربوماشین از طریق حل دقیق معادلات جریان و بدون انجام فرضیات فراوان امکان پذیر نیست طراحی و بررسی رفتار یک توربوماشین صرفاً از طریق نظری نا ممکن است. لذا انجام آزمایش و استفاده از نتایج آن اجتناب ناپذیر است. از طرفی با توجه به تعداد متغیرها در توربوماشین مثل دور، ابعاد، دبی، چگالی، ویسکوزیته سیال و غیره، امکان انجام آزمایش و پیداکردن تاثیر تغییرات هر متغیر بر روی رفتار توربوماشین امکان پذیر نیست. طراحی و بررسی رفتار توربوماشین ها از طریق مدل کردن برخی از عبارات معادلات جریان و استفاده از نتایج آزمایش، برای بدست آوردن ضرایب این مدل ها، یک روش معمول است. همچنین با درک اثرات متقابل متغیرهای مختلف می توان از تعداد آزمایش ها کاست و نتایج آزمایش ها را فرمول بندی کرد.

بنابراین جریان سیال در توربوماشین ها از پیچیده ترین نوع جریان ها در مکانیک سیالات می باشد. جریان در توربوماشین ها همیشه به صورت سه بعدی، لزج و غیر دائمی است. لازم به ذکر است که سیال کاری می تواند به صورت دو فاز نیز باشد. جریان ممکن است قابل تراکم یا غیر قابل تراکم باشد. جریان قابل تراکم نیز شامل رژیم های جریان مادون صوت، گذر صوت و مافوق صوت می باشد. ممکن است هر سه نوع رژیم جریان فوق به طور همزمان در نواحی مختلف وجود داشته باشند. از طرفی جریان می تواند به صورت آرام، درهم و یا دارای حالت انتقالی بوده و نیز ممکن است همراه با جدایش لایه مرزی باشد. در ابتدای دیواره ها معمولاً

---

[۱۴] Dimensional analysis

جریان لایه ای بوده است و نسبت به جدایی حساسیت بیشتری دارد. جریان آزاد معمولاً دارای آشفتگی زیادی بوده و ممکن است دارای مقیاس های زمانی و طولی متفاوت باشد.

نواحی لزج و توربولانی به علت وجود جریان سه بعدی، گرادیان فشار در هر سه جهت، لایه مرزی، جریان ثانویه، گردابه های نعل اسبی مربوط به لبه حمله، دارای تنش ها و کرنش های پیچیده ای می باشند.

شکل ۱-۱-الف تا ۱-۱-د شمایی از سیستم‌های صفحه-دیسک چرخان را نشان می‌دهد. *دیسک آزاد*[۱۵] که در شکل ۱-۳-الف نمایش داده شده است، نقطه شروعی برای مطالعات همه سیستم های دیسک چرخان می باشد. جریان در اطراف دیسک مسطح که حول محور عمود بر صفحه خود با سرعت زاویه ای $\boldsymbol{\Omega}$ می‌چرخد و در سیال ساکن و نامحدود قرار دارد مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به چرخش دیسک، لایه نزدیک به دیسک با توجه به اصطکاک بین دیسک و سیال به طرف بیرون کشیده شده و جریان محوری به طرف دیسک می‌باشد. شکل ۱-۱-ب *سیستم روتور- استاتور*[۱۶] می‌باشد. این سیستم ها دارای دو دیسک می باشد. دیسک اول که روتور نام دارد، با سرعت زاویه ای $\boldsymbol{\Omega}$ می چرخد و دیسک بعدی که ثابت است

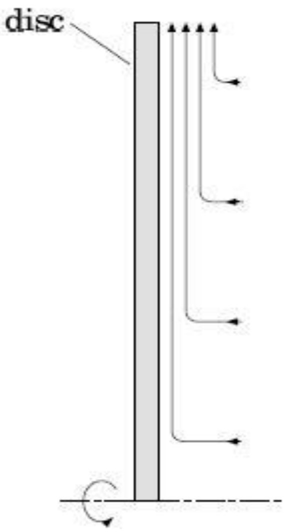
[15] Free Disc
[16] Rotor-Stator System

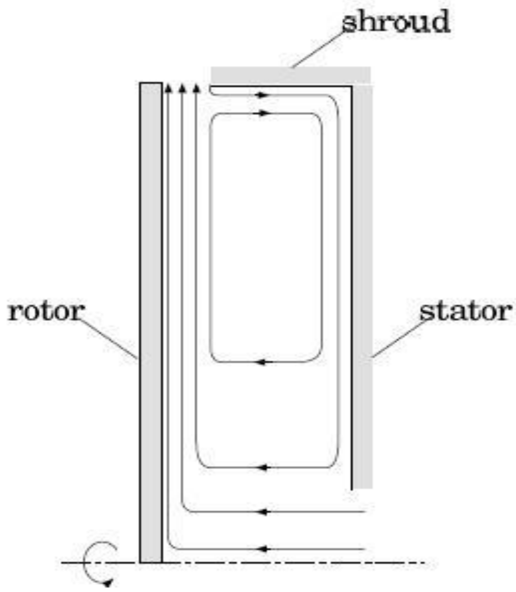
استاتور نامیده می شود. یک فاصله محوری به اندازه h بین دو دیسک وجود دارد و عدد رینولدز بر حسب فاصله بین دو دیسک، Re_h، به صورت زیر تعریف می شود:

$$Re_h = \frac{\Omega h^2}{\nu} = G^2 Re_\varphi$$

که $G=h/R_2$ *نسبت شکاف*[17] می باشد.

این سیستم می‌تواند بعنوان یک مدلسازی ساده برای جریان سیال در توربوماشین ها مورد استفاده قرار گیرد. چنان که در شکل مشخص است جریان سیال بصورت محوری وارد شده و پس از برخورد به روتور در فضای بین روتور و استاتور چرخانده می شود و سپس بصورت شعاعی خارج می شود. اشکال ۱-۱-ج و ۱-۱-د نیز به ترتیب سیستمهای *شکاف-چرخان*[18] و *دیسکهای ناهم جهت چرخان*[19] را به نمایش در آورده است. این سیستمها همچنین می‌توانند بر اساس چگونگی ورود و خروج جریان سیال به آنها مانند ورودی جریان شعاعی، خروجی جریان شعاعی و نیز ورودی یا خروجی جریان محوری دسته بندی گردند [۱].

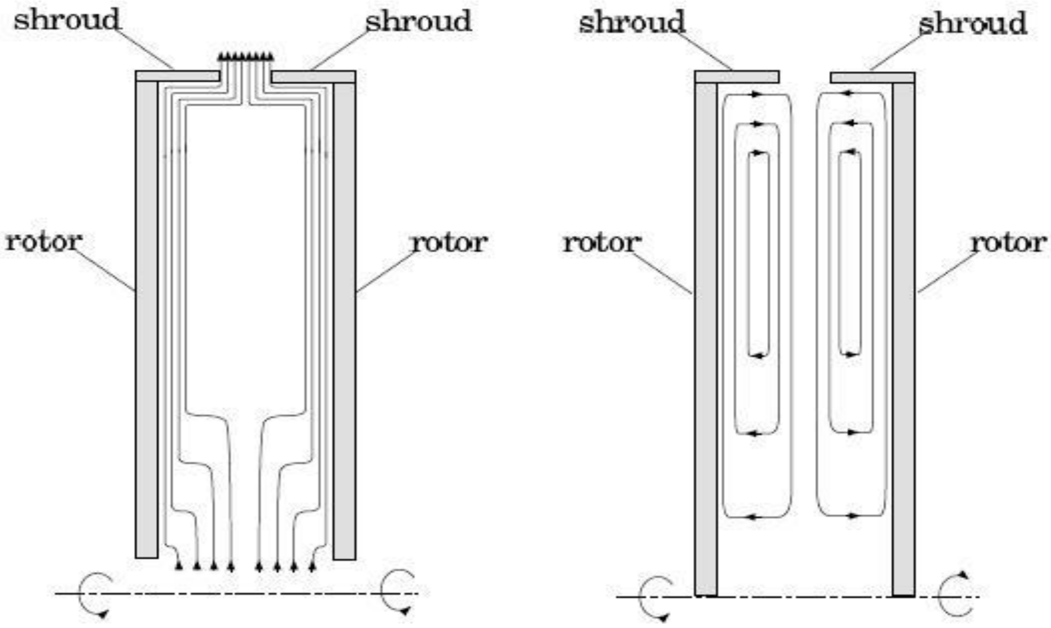




[17] Gap Ratio
[18] Rotating Cavity
[19] Contra-Rotating Discs

شکل ۱-۱-ب روتور-استاتور با خروجی جریان شعاعی

شکل ۱-۱-الف دیسک آزاد



شکل ۱-۱-ج دیسکهای ناهم جهت چرخان بدون برهم نهی جریان

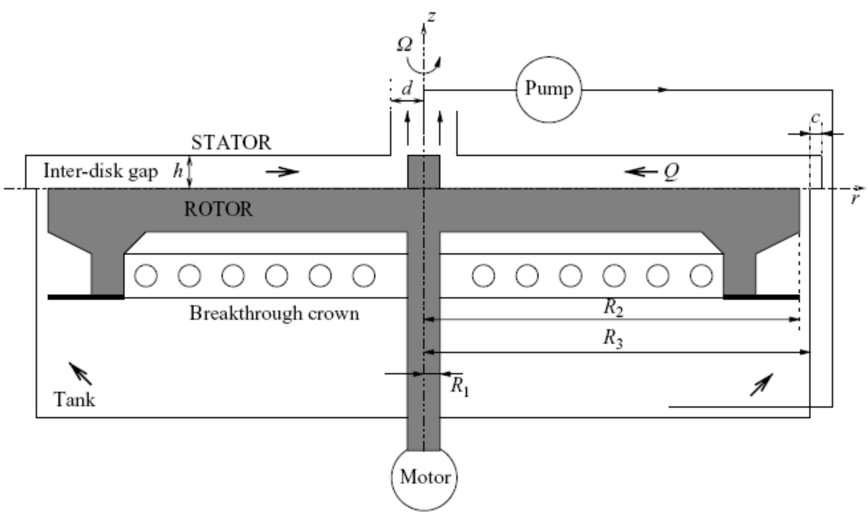
شکل ۱-۱-د شکاف چرخان با خروجی جریان شعاعی

شکل ۱-۱ شمایی از سیستم های صفحه-دیسک چرخان [۱].

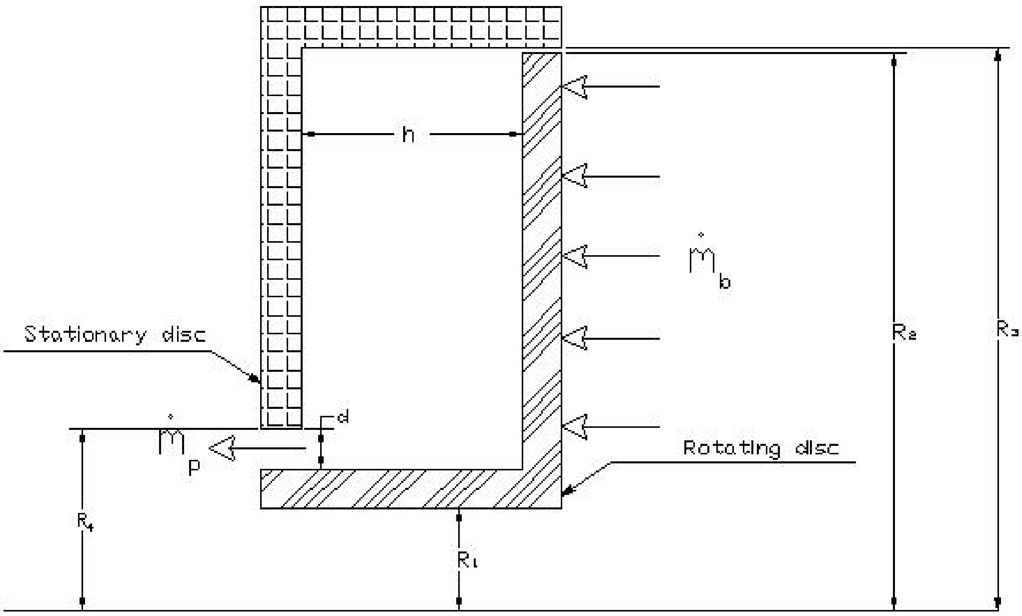
هدف از این پایان نامه مدلسازی عددی جریان سیال بین روتور و استاتور در یک سیستم رتور-استاتور می‌باشد که در شکل ۱-۲ نشان داده شده است که توسط پانکت و چاو(۲۰۰۴) به صورت تجربی مورد تحلیل قرار گرفته است[2]. شکل۱-۳ مدل ساده شده ای برای حرکت جریان بین دیسک ثابت ودیسک گردان مورد آزمایش می باشد.

مروری بر مطالعات و کارهای انجام شده قبلی در فصل دوم گنجانده شده است. در فصل سوم مساله مورد بررسی تشریح شده است. در فصل چهارم در مورد روش عددی و برنامه استفاده شده جهت حل مدل مورد نظر توضیح داده شده است. جریان در سیستم روتور-استاتور در فصل پنجم مورد بررسی قرار گرفته‌اند

و در پایان در فصل ششم نتیجه‌های کلی به دست آمده ارائه شده و پیشنهادهایی نیز برای کارهای آینده آورده شده است.



شکل ۱-۲ شماتیکی از مدل مورد آزمایش [۲]



شکل ۱-۳ شماتیکی از مدل ساده استفاده شده در حل عددی

در این فصل مطالعات و کارهای انجام شده قبلی در زمینه جریان در *سیستمهای دیسک چرخان*[۲۰] (که در شکل ۱-1 نمایش داده شده‌اند) مرور می‌شوند. بیشترین تمرکز بر روی سیستمهای روتور-استاتور که موضوع اصلی این تحقیق است معطوف می‌گردد. تحقیقات قبلی در مورد سیستمهای دیسک چرخان بوسیله *اون*[۲۱] و *راجرز*[۲۲] (۱۹۹۵-۱۹۸۹) انجام شده است[۱].

۲-۱ دیسک آزاد

دیسک آزاد نقطه شروعی برای مطالعات همه سیستم های دیسک چرخان می باشد و قبل از رسیدگی به سیستم های پیچیده تر مورد بررسی قرار گرفته است. جریان در اطراف دیسک مسطح که حول محور عمود بر صفحه خود با سرعت زاویه ای $\boldsymbol{\Omega}$ می چرخد و در سیال ساکن و نامحدود قرار دارد بررسی گردید. با توجه به چرخش دیسک، لایه نزدیک به دیسک با توجه به اصطکاک بین دیسک و سیال به طرف بیرون کشیده شده و جریان محوری به طرف دیسک می‌باشد.

فون کارمن[۲۳] [۳] *معادلات ناویراستوکس*[۲۴] را برای *جریان آرام*[۲۵] با به کارگیری حل‌های تشابهی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل کرد [۱]. *کوچران*[۲۶] [۴] با حل کردن معادلات به نتیجه زیر رسید:

---

[20] Rotating-Disk Systems
[21] Owen
[22] Rogers
[23] Von Karman
[24] Navier-Stokes Equations
[25] Laminar Flow
[26] Cochran

اگر ضخامت *لایه مرزی*[۲۷]، δ ، به صورت مقادیری از z وقتی که $V_\phi=0.01\Omega r$ تعریف شود آنگاه:

$$\delta = 5.5(\mu / \rho\Omega)^{0.5} \tag{۱-۲}$$

دبی جریان محوری به طرف دیسک برابر دبی جریان پمپ شده شعاعی به طرف خارج با اثرات گریز از مرکز می‌باشد و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$(\mathring{m}/\mu r) = 2.779(x^2 \mathrm{Re}_\varphi)^{0.5} \tag{۲-۲}$$

و *ضریب ممنتوم*[۲۸] اصطکاکی، C_m، به صورت زیر است:

$$C_m = 1.935(\mathrm{Re}_\varphi)^{0.5} \tag{۳-۲}$$

معادلات بالا فقط برای جریان آرام درست می باشند.

فون کارمن [۳] به *جریان آشفته*[۲۹] در اطراف دیسک آزاد رسیدگی کرد و با به کار گیری متغیرهای تشابهی و قانون توان ۱/۷ معادلات ممنتوم را حل کرد و معادلات زیر را به دست آورد:

$$(\delta / r) = 0.5261(x^2 \mathrm{Re}_\varphi)^{-0.2} \tag{۴-۲}$$

$$(\mathring{m}/\mu r) = 0.2186(x^2 \mathrm{Re}_\varphi)^{0.8} \tag{۵-۲}$$

---

[27] Boundary Layar

[28] Momentum

[29] Turbulent Flow

$$C_m = 0.7288(Re_\varphi)^{0.2} \quad (۶-۲)$$

از معادلات ۲-۲ تا ۲-۵ *پارامترهای جریان آرام و آشفته*[۳۰] برای یک دیسک محدود با شعاع خارجی b به شکل زیر به دست می آیند:

$$\lambda_L = \frac{C_w}{Re_\varphi^{0.5}} = 2.779 \quad (۷-۲)$$

$$\lambda_T = \frac{C_w}{Re_\varphi^{0.8}} = 0.2186 \quad (۸-۲)$$

مهمترین پارامتر برای تعیین جریان آشفته یا آرام عدد *رینولدز چرخشی محلی*[۳۱] (x^2Re_ϕ) می باشد. مطالعات تجربی *تئودورسن*[۳۲] و رجیر[۳۳] [۵] نشان داد که عدد رینولدز انتقالی از جریان آرام به آشفته برای یک دیسک کاملاً صاف حدود $(x^2Re_\phi)=3.1\times10^5$ و برای دیسک ناصاف به 2.2×10^5 کاهش می یابد.

تحقیقات اون و راجرز [۶] نشان داد که اگر سرعت مماسی $V_{\phi,\infty}$ بیرون لایه مرزی بزرگتر از Ωr باشد جهت جریان در لایه مرزی، به صورت شعاعی رو به داخل خواهد بود و اگر $V_{\phi,\infty}<\Omega r$ به صورت شعاعی رو به خارج خواهد بود و در حالتیکه $V_{\phi,\infty}=\Omega r$ جریانی وجود نخواهد داشت.

۲-۲ سیستم روتور-استاتور

[30] Laminar and Turbulent Flow Parameters
[31] Local Rotational Reynolds Number
[32] Theodorsen
[33] Regier

شکل ۱-۱-ب نمای شماتیک از یک سیستم روتور-استاتور را نشان می‌دهد. این سیستم ها دارای دو دیسک می باشد. دیسک اول که روتور نام دارد، با سرعت زاویه ای $\boldsymbol{\Omega}$ می چرخد و دیسک بعدی که ثابت است استاتور نامیده می شود. یک فاصله محوری به اندازه h بین دو دیسک وجود دارد.

بیشتر کارهای انجام شده در این زمینه به مدلسازی جریان سیال مربوط می‌شود (مقاله های اون و راجرز در سال ۱۹۸۹ و چن و همکاران در سال ۱۹۹۳).

ارزیابی ضریب $\beta_\infty = V_{\varphi,\infty} / \Omega r$ (ضریب بی بعد سرعت مماسی یا ضریب چرخش) در سیستم های رتور استاتور مورد بررسی بسیاری از محققین قرار گرفته است.

استپانف[۳۴] [7] اولین کسی بود که نسبت β_∞ را برای سرعت مماسی V_φ جریان توربولانت در شکاف رتور استاتور و دیسک چرخان با سرعت زاویه ای $\boldsymbol{\Omega}$ بدست آورد. او مقدار β_∞ را ۰٫۵ پیشنهاد کرد و مستقل از موقعیت شعاعی دانست.

شولتز-گرونو[۳۵] [8] جریان را به سه لایه(قسمت) تقسیم کرد. دو قسمت از آن در نزدیکی دیواره ها و قسمت سوم در نزدیکی وسط (هسته) جریان که در بین دو قسمت قبل   قرار داشت. او مقدار تئوری $0.512 = /_{\infty,}$ $\beta_\infty = V_\varphi \Omega r$ را در هسته محاسبه کرد و مقدار تجربی بدست آمده برابر 0.357 بود. او این تفاوت در مقدار را ناشی از وجود تنش های برشی در سوراخ با شعاع کوچک بین دیسک چرخان و دیواره های استوانه ای ثابت دانست.

کوپر و رشوتکو[۳۶] [۹] مقدار β_∞ را برای جریان توربولانت بین دیسک ثابت و چرخان با شعاع نامحدود را برابر ۰٫۵ بدست آوردند.

سیراوات[۳۷] [۱۰] و بعد چاو و لگال و شوویلر[۳۸] [۱۱] با توجه به نتایج تجربی این دسته بندی را انجام دادند:

---

[۳۴] Stepanof

[۳۵] Schultz-Grunow

[۳۶] Cooper & Reshotko

[۳۷] Siravat

[۳۸] Schouviler , Le gal & Chauve

هنگامی h از ضخامت لایه مرزی بزرگتر است، لایه های مرزی جدا می شوند و جریان متوسط به سه بخش تقسیم میشود و به خانواده بچلور تعلق دارد:

1. ناحیه اول به لایه مرزی توسعه یافته بر روی دیسک ثابت مربوط است که به آن لایه بودوات[۳۹] می گویند. سرعت مماسی جریان بین $\beta\infty\Omega r$ در هسته تا صفر بر روی دیسک ثابت تغییر می کند. این لایه بودوات خیلی ناپایدار است و موضوع بسیاری از مطالعات جزئی توسط سواس[۴۰] [12]،لوپز[۴۱] [۱3]، شوویلر[14]، گاتیر و گاندرت و رابد[۴۲] [۱5]انجام گرفته است.
2. ناحیه دوم توسط سرعت مماسی برابر با $\beta\infty\Omega r$ و شعاع سرعتی تقریباً صفر تعریف می شود و هسته نام دارد.
3. ناحیه سوم به لایه مرزی ای که بر روی رتور توسعه می یابد مربوط می شود که لایه ون کارمن یااکمان[۴۳] نامیده می شود. در این ناحیه سرعت مماسی از Ωr بر روی دیسک دوار تا $\beta\infty\Omega r$ در هسته تغییر می کند.

برای موردی که جریان شعاعی ورودی یا خروجی تحمیل می شود، نتایج کمتری منتشر شده است.

دیلی و ارنست و اسبدین[۴۴] [16] سرعت متوسط مقطعی در سیستم های رتور استاتور جریان خروجی تحمیلی را اندازه کیری کردند و دسته بندی مشابهی نیز توسط اون و راجرز برای جریان های بسته منتشر شد. آنها نشان دادند که در حالت جریان بچلور توربولانت با جریان ضعیف وارده (جریان در محیط) جریان بدون فلاکس با جریان با فلاکس گذرنده از لایه بودوات خواص مشابهی خواهند داشت و هسته را فشرده می کند.

---

[۳۹] Bodewadt

[۴۰] Sevas

[۴۱] Lopez

[۴۲] Gauthier,Gondret & Rabaud

[۴۳] Ekman

[۴۴] Daily,Ernst & Asbedion

هنگامی که به مرکز دیسک نزدیک می شویم لایه اکمان که گریز از مرکز بود در یک شعاع معین به مایل به مرکز تبدیل می شود. بنابراین خط رکود[۴۵] بر روی رتور ساخته می شود.

این مشابه چیزی است که توسط دیجسترا و ونهیست[۴۶] [17] مشاهده شد. با جریان مایل به مرکز قوی هر دو لایه مرزی مایل به مرکز هستند.

تویوکارا و کروکاوا[۴۷] [18] مدل یک بعدی برای محاسبه β_∞ طرح کردند و ضریبی جهانی برای نرخ جریان گذرنده معرفی کردند. آنها درستی مدل خود را با اندازه گیری های تجربی نشان دادند و تاثیر جریان مایل به مرکز در تعیین β_∞ و توزیع فشار در طول شعاع را نشان دادند ولی مدل آنها پیچیده باقی ماند و برای استفاده مشکل بود.

دبوچی[۴۸][19] مطالعات مقایسه ای بین نتایج تجربی بر روی جریان مایل به مرکز چرخان و نتایج بدست آمده از مدل عددی برگرفته از فرضیات انجام داد ولی محدودیت های مربوط به مدل توربولانس و نمایش شرایط مرزی اجازه پیش بینی های واقعی برای بدست آوردن نمی داد.

بعداً النا و اسچیستل[۴۹] [20] محاسبات عددی جریان های چرخشی توربولانت که برگرفته از مدلینگ تانسورهای تنش رینولدز بود انجام دادند ولی آنها آرام سازی خیلی زیاد جریان در مقایسه با نتایج شناخته شده انجام دادند.

فرزانه[۵۰] [22] جریان هوا خنک کاری را در درون یک محفظه پیش- چرخش برای ورودی و خروجی جریان محوری با استفاده از حل عددی برای جریان متقارن مورد بررسی قرار داد.

[۴۵] stagnation
[۴۶] Dijkstra & Van heijst
[۴۷] Toyokara & Kurokawa
[۴۸] Debuchy
[۴۹] Elena & Schiestel
[50] Farzaneh

دیلی[51] و *نس*[52] [۲۴] مشخصات گذرای سیال را در سیستم بسته روتور و استاتور مطالعه کردند و مقدار عدد رینولدزی که در آن *اغتشاش*[53] رخ می‌دهد را در حدود $Re = 1.5\times10^2$ بدست آوردند که این مقدار کمتر از مقدار بدست آمده برای دیسک خالی $Re = 2.8\times10^2$ می‌باشد. آنها همچنین در سیستم روتور استاتور بسته به صورت تجربی چهار *ناحیه*[54] جریان را شناسایی کردند که برای آن C_m^* به صورت زیر است:

$$C_m^* = \pi(G^{-1}.Re_\varphi^{-1}) \text{ (ناحیه I)} \quad (۱۱\text{-}۲)$$

$$C_m^* = 1.85(G^{0.1}.Re_\varphi^{-0.5}) \text{ (ناحیه II)} \quad (۱۲\text{-}۲)$$

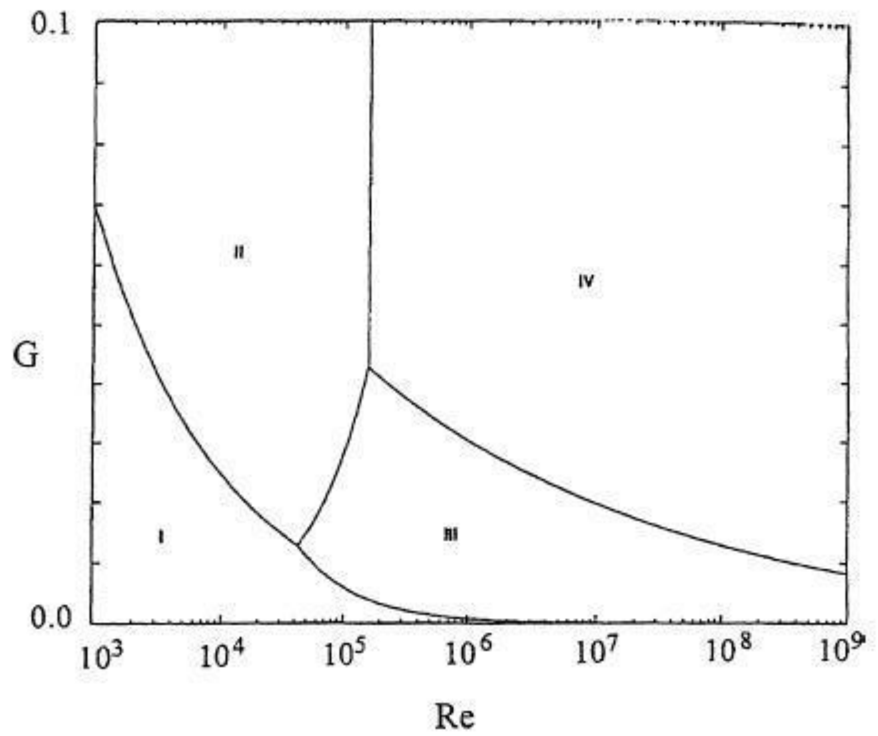
$$C_m^* = 0.0040(G^{-0.17}.Re_\varphi^{-0.25}) \text{ (ناحیه III)} \quad (۱۳\text{-}۲)$$

$$C_m^* = 0.0510(G^{0.1}.Re_\varphi^{-0.2}) \text{ (ناحیه IV)} \quad (۱۴\text{-}۲)$$

محدودیت های چهار ناحیه جریان در شکل ۲-۱ نشان داده شده است:

---

[51] Daily
[52] Nece
[53] Turbulance
[54] Regime



شکل ۲-۱ رژیم های جریان برای سیستمهای روتور-استاتور بسته [**۲۱**].

نوع *کوئت*[55] جریان آرام در شکاف برای ناحیه I اتفاق می افتد، نوع بچلور (لایه مرزی جدا از هم) جریان آرام برای ناحیه II اتفاق می افتد. جریان آشفته در نواحی III وIV اتفاق می افتد که به ترتیب با نوع جریان کوئت و بچلور مطابقت دارند.

بچلور[56] [۲۵] فرض کرد که یک لایه مرزی بر روی هر یک از دیسک ها وجود دارد و هسته چرخان بین آن دو لایه واقع شده است که مقدار چرخش بین 0 تا Ω می باشد. جریان بر روی روتور مشابه دیسک چرخان در سیال ساکن می باشد که دارای جریان خروجی شعاعی سیال می باشد. جریان در استاتور مشابه سیال چرخان نزدیک به دیسک ثابت می‌باشد که دارای جریان ورودی شعاعی سیال و ریزش جریان از لایه مرزی به هسته می باشد.

[55] Couette
[56] Batchelor

استروارتسون[57] [۲۶] مدل دیگری را بررسی کرد. او پیشنهاد کرد که یک لایه مرزی بر روی روتور وجود دارد (مشابه جریان فون کارمن بر روی دیسک آزاد) که مؤلفه مماسی سرعت از 0 تا Ωr بر روی دیسک در فاصله دور از آن کاهش می یابد. در این مدل لایه مرزی ای بر روی استاتور وجود ندارد.

گروهن[58] [۲۷] معادلات فون‌کارمن را برای اعداد رینولدز تا Re_h=۱۰۰ حل کرد و متوجه شد که هنگامی که Re_h=۱۰ هیچ هسته چرخانی ظاهر نمی شود ولی وقتی که Re_h =۱۰۰ شواهدی برای جدایی لایه های مرزی و هسته چرخان وجود دارد.

پیچا[59] و *اکرت*[60] [۲۸] که اندازه گیری های سرعت را انجام می‌دادند، دریافتند زمانی که دیسک ها به صورت باز در جو قرار می گیرند هسته چرخان قابل توجهی اتفاق نمی افتد ولی زمانی که دیسک ها توسط قسمت های ساکن (یا *پوسته*[61]) احاطه شوند، هسته چرخان وجود دارد.

بسیاری از محققین کارهای تجربی و تئوری زیادی بر روی مسائل روتور- استاتور انجام داده‌اند. بعضی از آنها مانند لانس و راجرز[۲۹] به نوع جریان بچلور همراه با هسته چرخان سیال دست یافتند و بعضی دیگر مانند *پیرسون*[62] [۳۰] به نوع جریان استروارتسون بدون هسته چرخان دست یافتند. اکنون این مساله روشن است که هر دو ساختار جریان می تواند وجود داشته باشد و شرایط لبه های دیسک های محدود می تواند در نوع جریانی که اتفاق می افتد تاثیرگذار باشد. برای سیستم روتور-استاتور پوشیده شده نوع جریان بچلور اتفاق می افتد البته مقادیر Re_h باید به اندازه کافی زیاد باشد تا جدایی لایه های مرزی را تضمین کند.

دیلی و همکاران [۳۱] به حالتی با نسبت شکاف $G=0.0276\ ,\ 0.069\ ,\ 0.124$ برای $2\times10^6 \le Re_\phi \le 10^7$ و یک جریان شعاعی خروجی منطبق بر آن با $0 \le \lambda_T \le 0.06$ پرداختند و مقادیر اندازه گیری شده C_M را به شکل زیر به دست آوردند:

[57] Stewartson
[58] Grohne
[59] Picha
[60] Eckert
[61] Shroud
[62] Pearson

$$C_M = C_m^*(1+13.9\beta_\infty^*\lambda_T G^{-0.125}) \qquad (۱۴-۲)$$

که C_m^* و $\beta_\infty = V_{\phi,\infty}/r\Omega$ به ترتیب ضریب ممنتوم و نسبت چرخش هسته برای سیستم روتور استاتور بسته ($\lambda_T=0$) مشابه می باشد.

دانیلز[۶۳] (۱۹۹۱) مقادیر C_M را برای $G=0.328$, $2\times10^6 \le Re_\phi \le 1.6\times10^7$, $0.14 \le$ $-0.14 \le \lambda_T$ (که برای جریان شعاعی ورودی مثبت و برای جریان شعاعی خروجی منفی می باشد) به دست آورد و گزارش داد که در یک سیستم روتور استاتور، C_M به جهت جریان بستگی دارد همان طور که به Re_ϕ و C_w بستگی دارد[۱].

بسیاری از مطالعات تجربی و عددی انجام شده‌اند تا مشخصات جریان آشفته و انتقال حرارت در سیستم های روتور- استاتور به دست آید.

اون و *ویلسون*[۶۴] [۳۲] کاری را انجام دادند که نشان می داد جریان و انتقال حرارت در سیستم هایی با خروجی شعاعی می تواند با دقت قابل قبولی توسط مدل های توربولانس k-ε محاسبه شود.

یاپ[۶۵] و همکاران (۱۹۸۷) پیشنهاد کردند که عبارت تصحیح آزمایشی به ترم چشمه[۶۶] معادلات **ε** در مدل k-ε رینولدز پایین *لاندر- شرما*[۶۷] اضافه شود. این عبارت ترازهای غیر واقعی نزدیک دیواره را که در ناحیه جدایی جریان توسط مدل لاندر- شرما به جا مانده بود کاهش داد[۱].

---

[63] Daniels
[64] Wilson
[65] Yap
[66] Source
[67] Launder-Sharma

یاکویدس[۶۸] و *تومپاناکیس*[۶۹] [۳۳] از ضریب تصحیح یاپ برای جریان در سیستم روتور- استاتور اکسیسیمتریک استفاده کرد. آن ها پیش بینی بهتری از میدان سرعت نزدیک پوشش خارجی بدست آوردند و در نتیجه پیش بینی بهتر و درست تری از جریان نزدیک پوشش خارجی بدست آمد.

ضریب تصحیح یاپ، Yc، که به ترم چشمه معادلات **ε** برای مدل لاندر- شرما اضافه شده است به صورت زیر نوشته می شود:

$$Yc=\max[0.83(l_\theta/l -1)(l_\theta/l)2\varepsilon^2/k,0] \qquad (۱۵\text{-}۲)$$

که

$$l_\theta=k^{1.5}/\varepsilon \qquad (۱۶\text{-}۲)$$

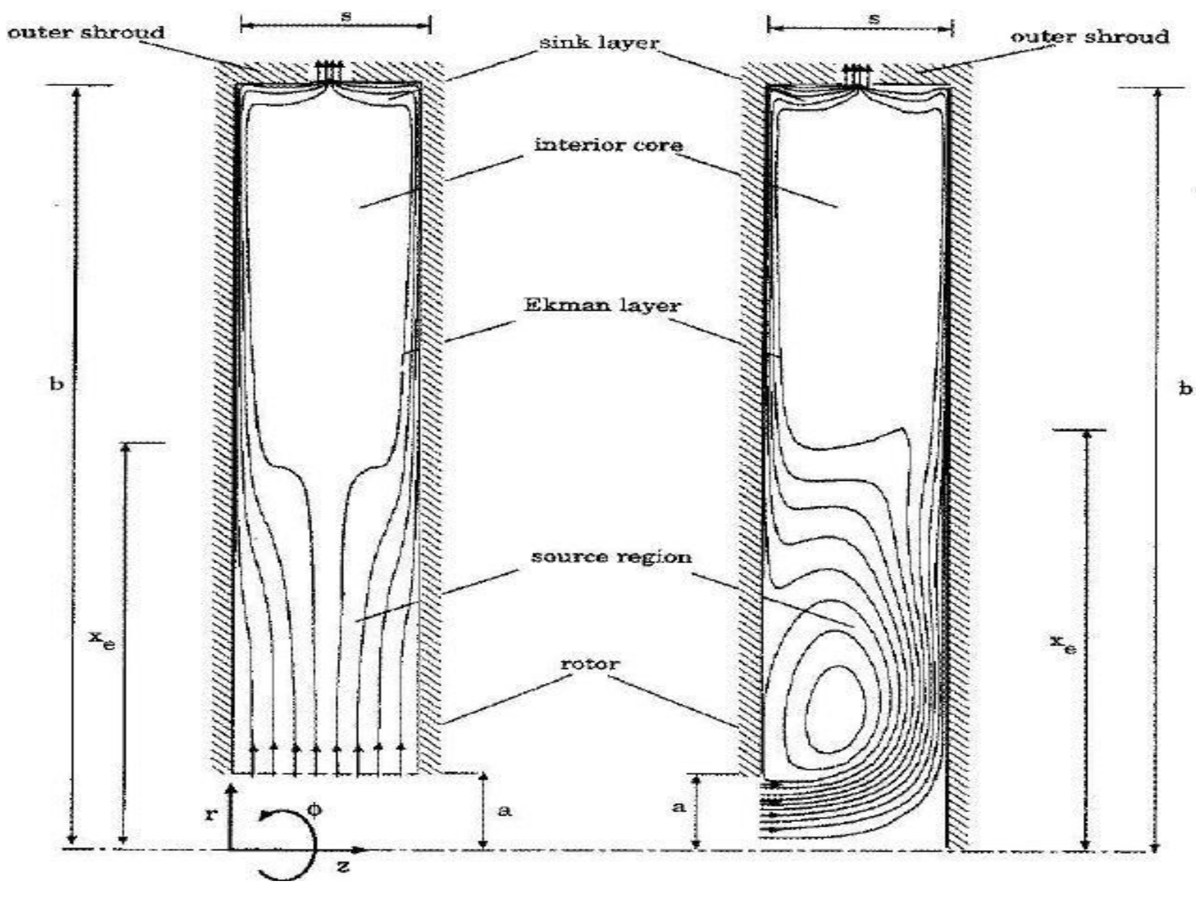
و

$l=2.55y$ که y فاصله عمودی از دیواره است.

[68] Iacovides
[69] Toumpanakis

۲-۳ شکافهای چرخان با جریان خروجی شعاعی برهم‌نهاده شده[70]

شمایی از خطوط جریان در سیستم‌های شکاف چرخان با خروجی جریان شعاعی در شکل۲-۲ نشان داده شده است:



شکل۲-۲-الف ورودی شعاعی

شکل ۲-۲-ب ورودی محوری

شکل ۲-۲ شمایی از خطوط جریان در سیستم‌های شکاف چرخان با خروجی جریان شعاعی [۱].

[70] Rotating Cavities with Superposed Radial Out-flow

همان طور که نشان داده شده است شکاف های چرخان اغلب دو گونه ورودی دارند؛ ورودی شعاعی با ورودی متقارن حول صفحه میانی (z/h=0.5) و ورودی محوری.

اون و راجرز (۱۹۸۵) نشان دادند که ساختار جریان به طور عمده توسط دو پارامتر کنترل می شود:

۱ - *نسبت پیش چرخش*[۷۱]؛

$$\beta_p = V_{\phi,inlet}/\Omega r \qquad (۱۷-۲)$$

۲-پارامتر جریان آشفته , λ_T .

برای مقادیر به اندازه کافی بزرگ λ_T، بیرون لایه های مرزی داخل شکاف چرخان در حالتیکه ثابت=$rV_{\phi,\infty}$ باشد، *گردابه آزاد*[۷۲] اتفاق می‌افتد. با در نظر گرفتن $V_{\phi,\infty}/\Omega r=\beta_\infty$ در شعاع ورودی پیش چرخش به گردابه آزاد ایده آلی به صورت زیر می توان رسید:

$$V_{\phi,\infty}/\Omega r = \beta_p (r_p/r)^2 = \beta_p (x_p/x)^2 \qquad (۱۸-۲)$$

که x=r/b مختصات شعاعی بدون بعد است.

همان طور که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است، تعدادی از نواحی داخل شکاف چرخان تشکیل می شود. لایه های مرزی بر روی دیسک ها و پوشش ها وجود دارد و در داخل هسته چرخان سیال وجود دارد. برای مقادیر بزرگ λ_T، جریان گردابه آزاد داخل هسته چرخان وجود خواهد داشت. در حالی که برای مقادیر کوچک λ_T، هسته دو قسمت را شامل می شود؛ ناحیه اصلی در شعاع های کوچکتر که در آن جریان گردابه آزاد اتفاق می افتد و هسته داخلی که جریان به صورت گردابه آزاد رفتار نمی کند.

[71] Pre-Swirl Ratio
[72] Free Vortex

در ناحیه اصلی، سیال بر روی لایه های مرزی موجود روی دیسک ها سوار می شود. برای $x > x_e$ (شکل ۲-۲ را ببینید) لایه های مرزی روی دیسک ها غیر وارد شونده می شود و به عنوان *لایه های نوع اکمان غیر وارد شونده*[73] شناخته می شوند.

اثر *تیلور-پرودمن*[74] باعث بوجود آمدن هسته چرخان می شود و نبود جریان محوری در هسته و نیز درنتیجه آن نبود جریان ورودی به این لایه های مرزی را تضمین می کند.

برای جریان چرخان که *نیروهای کریولیس*[75] بر *نیروهای اینرسی*[76] غلبه می کند ، هنگامی که:

$V_{\phi,\infty} > \Omega r$

جریان در لایه های مرزی به صورت شعاعی واردشونده است و زمانی که:

$V_{\phi,\infty} < \Omega r$

خارج شونده است.

بنابراین یک *نقطه رکود*[77] بر روی دیسک های چرخان وجود دارد که در $x=x^*$ اتفاق می افتد و در آنجا داریم:

$V_{\phi,\infty} = \Omega r$

بر پایه حل های عددی معادلات انتگرالی ممنتوم، اون و راجرز (۱۹۸۵) تصحیحی برای تخمین مقادیر x_e برای شکاف چرخان با جریان خروجی شعاعی بدست آوردند[۱].

۲-۴ دیسکهای ناهم جهت چرخان

---

[73] Nonentraining Ekman-Type Layars

[74] Taylor-Proudman Effect

[75] Coriolis Forces

[76] Inertia Forces

[77] Stagnation Point

گان[78] و همکاران [34,35,36] مطالعات تجربی و عددی برروی جریان آرام و آشفته بین دیسکهای ناهم جهت چرخان انجام دادند.

نتایج برای شکاف پوشیده شده دو ساختار جریان متفاوت در رینولدزهای پایین نشان داد. محاسبات جریان آرام تا به وجود آمدن جریان بچلور ادامه پیدا کرد که نوع جریان استروارتسون برای محاسبات جریان آشفته به وجود آمد. برای تمام رینولدزهای بررسی شده، نتایج اندازه گیری‌های انجام شده برای رژیم‌های دور از دیسک با محاسبات آشفته توافق نزدیکی دارد. این تحقیق نشان داد که جریان نوع بچلور با توجه به ناپایداری‌های ماندگارش به صورت تجربی بوجود نمی‌آید. جریان نوع استروارتسون در موردهایی با جریان منطبق شده مشاهده گردید. C_M محاسبه شده خیلی به C_W وابسته نیست. مطالعات محاسباتی جامع این سیستم توسط *کیلیک*[79] [۳۷] انجام شده است.

[78] Gan
[79] Kilic

سیستم رتور-استاتور مورد بررسی:

مشخصات هندسی دیسک چرخان که توسط پانکت و چاو(2004) مورد تحلیل قرار گرفته است در فصل اول در شکل ۱-۲ نشان داده شده است. مدل ساده شده آن برای حل عددی نیز در شکل ۱-۳ نشان داده شده است.

کار تجربی انجام شده بر روی مسئله:

شامل یک شکاف سیلندری احاطه شده توسط دیسک ثابت(استاتور) و دیسک چرخان صاف(رتور) است.پوشش ثابتی شکاف را احاطه کرده است.رتور و توپی متصل به آن با سرعت زاویه ای ثابت Ω می چرخند.جریان به طور عمده به سه پارامتر کنترلی بستگی دارد:

نسبت وجوه[۸۰]، عدد رینولدز محلی[۸۱] و نرخ جریان بی بعد[۸۲] C_w که به صورت زیر تعریف می شوند:

$G=h/R_2$

$$Re_\varphi = \Omega R_2^2/\nu$$

[۸۰] aspect ratio

[۸۱] global Reynolds number

[۸۲] dimensionless flow rate

$$C_w = Q/(\nu R_2)$$

که ν ویسکوزیته سینماتیکی آب، R_2 شعاع دیسک چرخان و Q نرخ جریان گذرنده می باشد. عرض شکاف h بین ۰ و ۱۲ متغیر است. شعاع سوراخ $e = R_3-R_2$، 3mm ثابت است.(R_3 شعاع سیلندر خارجی می باشد).

هنگامی که دیسک می چرخد، آب از قسمت باز مرکزی شکاف بالای توپی مکیده می شود که شعاع آن d=55mm است. پیش چرخش از طریق ۴۸ سوراخ که دارای قطر 10mm می باشد بدست می آید تا هنگامی که دیسک می چرخد سیال کافی وارد شود. رنج آن بین ۰,۴۳ و ۰,۵ برای مقدار پارامترهای کنترلی جریان می باشد. پمپ این اجازه را می دهد که فلاکس متغیر Q و جریان مایل به مرکز تحمیل شود. اندازه گیری نرخ جریان از طریق جریان سنج الکترومغناطیس انجام می شود که در قسمت خروجی شکاف قرار دارد. چرخش دیسک توسط سرووموتور 5.5kw انجام می شود. یک کنترل کننده عددی سرعت متغیر، سرعت زاویه ای Ω را کنترل می کند. دقت اندازه گیری سرعت زاویه ای و فلاکس بهتر از 1% است.

برای جلوگیری از تاثیرات کاویتاسیون، شکاف در فشار 2 bar نگه داشته می شود. فشار توسط دو فشارسنج کنترل می شود. دما نیز در ۲۳ درجه سانتی گراد توسط یک دستگاه خنک کننده آب مخصوص ثابت نگه داشته می شود تا چگالی و ویسکوزیته سینماتیکی آب ثابت بماند.[۱]

هدف از این مطالعه، رسیدگی به جریان در سیستم رتور استاتور مسأله مورد نظر بوسیله کدی که توسط چن[۸۳] (۱۹۹۷) به عنوان نقطه شروعی برای کارهای عددی نوشته شد، می باشد.

کد فرترن مورد نظر مسائل دیسک های دوار سه بعدی و دوبعدی متقارن را با جریان غیر قابل تراکم و انتقال حرارت حالت پایدار حل می کند. معادلات ناویر استوکس و انرژی مربوطه در مختصات قطبی-استوانه‌ای بیان می شود. کد شامل کلیدی برای محاسبات جریان آرام یا آشفته می باشد و از راه حل *سیمپل*[۸۴] یا *سیمپل‌سی*[۸۵] با یک شبکه بندی شطرنجی استفاده می کند. تعدادی از مدل های مختلف k-ε (رینولدز پایین) در این کد توسط چن ارزیابی شده است. در صورتیکه فقط مدل مرس و لاندر- شرما در روتور- استاتور و سیستم های پیش چرخش تست شده است. البته این کد دارای مشکلاتی در جریان آرام و مدل آشفته مرس بود که توسط آقای دکتر فرزانه بازنگری شد و اشتباهات آن تصحیح شد و برای ارتقا آن بعضی قسمت ها حذف و دوباره بازنویسی شد.

در ادامه در مورد معادلات حاکم و شکل آنها در حجم محدود، روشهای حل معادلات، شبکه‌بندی مورد استفاده و همگرایی حل بدست آمده توضیحاتی آورده شده است.

---

[83] Chen
[84] Simple
[85] Simplec

۱-4 معادلات حاکم[۸۶]

معادلات جریان رینولدز متوسط تراکم ناپذیر حالت پایدار سه بعدی در یک سیستم مختصات قطبی-استوانه ای ثابت (r,ϕ,z) با مؤلفه های سرعت V_r , V_φ , V_z به صورت زیر نوشته می شود:

معادله پیوستگی :

(۱-۴)

$$\frac{\partial V_z}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial (rV_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi}=0$$

معادله ممنتوم در جهت r :

(۲-۴)

$$\rho\left(V_z\frac{\partial V_r}{\partial z}+V_r\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \varphi}-\frac{V_\varphi^2}{r}\right)=-\frac{\partial P}{\partial r}$$

$$-\rho\left(\frac{\partial(\overline{V_z'V_r'})}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial(r\overline{V_r'V_r'})}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{(\partial\overline{V_r'V_\varphi'})}{\partial\varphi}-\frac{\overline{V_\varphi'V_\varphi'}}{r}\right)$$

$$+\mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r\partial V_r}{\partial r}\right)-\frac{V_r}{r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_r}{\partial\varphi^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2}\right)$$

معادله ممنتوم در جهت φ:

---

[86] Governing Equations

$$\rho\left(V_z\frac{\partial V_\varphi}{\partial z}+V_r\frac{\partial V_\varphi}{\partial r}+\frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi}-\frac{V_\varphi V_r}{r}\right)=-\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \varphi}$$

$$-\rho\left(\frac{\partial(\overline{V_z^{'}V_\varphi^{'}})}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial(r\overline{V_r^{'}V_\varphi^{'}})}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{(\overline{\partial V_\varphi^{'}V_\varphi^{'}})}{\partial \varphi}+\frac{\overline{V_r^{'}V_\varphi^{'}}}{r}\right) \qquad (۳-۴)$$

$$+\mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r\partial V_\varphi}{\partial r}\right)-\frac{V_\varphi}{r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial \varphi^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial \varphi}+\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial z^2}\right)$$

معادله ممنتوم در جهت z :

$$\rho\left(V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}+V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \varphi}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}$$

$$-\rho\left(\frac{\partial(\overline{V_z^{'}V_z^{'}})}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial(r\overline{V_r^{'}V_z^{'}})}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{(\overline{\partial V_z^{'}V_\varphi^{'}})}{\partial \varphi}\right)$$

$$+\mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r\partial V_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}\right) \qquad (۴-۴)$$

در اینجا $\left(V_r^{'}, V_\varphi^{'}, V_z^{'}\right)$ مؤلفه های نوسانی سرعت در جهات (r, φ, z) می باشد. ترم های به فرم $(\rho\overline{V_i^{'}V_j^{'}})$ در معادلات بالا تنش های آشفته یا رینولدزی می باشد. مدل های آشفته برای محاسبه تنش

های رینولدز و ارزیابی آنها به صورت ترم های سرعت جریان متوسط استفاده می شود. در این مطالعه از لزجت همگن آشفته استفاده شد که برای جریان سه بعدی در مختصات قطبی- استوانه ای می باشد[38].

$$\rho\overline{V_r^{'}V_r^{'}} = \frac{2}{3}\rho\kappa - 2\mu_t\frac{\partial V_r}{\partial r} \tag{۵-۴}$$

$$\rho\overline{V_\varphi^{'}V_\varphi^{'}} = \frac{2}{3}\rho\kappa - 2\mu_t\left(\frac{1}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{V_r}{r}\right) \tag{۶-۴}$$

$$\rho\overline{V_z^{'}V_z^{'}} = \frac{2}{3}\rho\kappa - 2\mu_t\frac{\partial V_z}{\partial z} \tag{۷-۴}$$

$$\rho\overline{V_r^{'}V_\varphi^{'}} = -\mu_t\left(r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_\varphi}{r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \varphi}\right) \tag{۸-۴}$$

$$\rho\overline{V_z^{'}V_\varphi^{'}} = -\mu_t\left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \varphi}\right) \tag{۹-۴}$$

$$\rho\overline{V_r^{'}V_z^{'}} = -\mu_t\left(\frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r}\right) \tag{۱۰-۴}$$

که μ_t لزجت آشفته می باشد که از معادله *کولموگرف* [۸۷] بدست می آید:

$$\mu_t = c_\mu f_\mu \frac{\rho \kappa^2}{\varepsilon} \qquad (۴-۱۱)$$

انرژی جنبشی توربولانت k به صورت زیر تعریف می شود:

$$k = \frac{1}{2}\left(\overline{V_\varphi'^2} + \overline{V_r'^2} + \overline{V_z'^2}\right) \qquad (۴-۱۲)$$

با جایگزینی توصیفات بالا برای تنش رینولدز در معادله ممنتوم می توان به معادله ای به فرم زیر رسید:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\rho r V_r \Phi\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\rho V_\varphi \Phi\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho V_z \Phi\right)$$

$$= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_r \frac{\partial \Phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\Gamma_\varphi \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\Gamma_z \frac{\partial \Phi}{\partial z}\right) + S_\Phi \qquad (۴-۱۳)$$

که $\boldsymbol{\Phi}$ تغییرات ممنتوم تولید شده می باشد و S_{Φ} (ترم چشمه خالص) برای هر یک از مؤلفه های ممنتوم متفاوت است. Γ_z , Γ_ϕ , Γ_r ترم های انتشار مؤثر در جهت های شعاعی، محیطی و محوری که مؤلفه های توربولانت و آرام را شامل می شود.

در این مطالعه، محاسبات جریان توربولانت با استفاده از مدل k-ε رینولدز پایین ارائه شده توسط لاندر-شارما [۳۹] و مرس [۴۰] با انتقال حرارت آشفته با عدد پرانتل آشفته برابر 0.9 می باشد.

---

[87] Kolmogorov

معادلات انرژی و معادلات انتقال مدل آشفته **k-ε** می توانند به فرم ۴-۱۳ نوشته شوند که در جدول ۴-۱ آورده شده است.

$\mu_{eff} = \mu + \mu_t$ لزجت مؤثر می باشد.

در معادلات k-ε، p نرخ تولید انرژی جنبشی آشفته می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

$$P = \mu_t[2\left(\left(\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_\varphi}{r\partial\varphi} + \frac{V_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_r}{\partial r}\right)^2\right) + \quad (۱۴-۴)$$

$$\left(\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_z}{r\partial\varphi}\right)^2 + \left(r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_\varphi}{r}\right) + \frac{\partial V_r}{r\partial\varphi}\right)^2]$$

بقیه ترم های ظاهر شده در معادلات k-ε در جدول ۴,۲ داده شده است. ***μ*** **f** *تابع استهلاک دیوار*[88] مربوط به مدل k-ε رینولدز پایین می باشد. R_t عدد رینولدز آشفته محلی می باشد:

$$R_t = \frac{\rho\kappa^2}{\mu\varepsilon} \quad (۱۵-۴)$$

y^+ فاصله بدون بعد از سطح جامد می باشد.

$$y^+ = y_{min}\frac{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}}{\nu} \quad (۱۶-۴)$$

در معادله ۴-۱۶ y_{min} به عنوان مینیمم فاصله بین هر کدام از دیوارها و نقاط مش بندی و τ_w تنش برشی متوسط دیوار می باشد.

[88] Wall damping Function

جدول ۴-۱ ضرایب موجود در معادلات انتقال [۱]

معادله	Φ	Γ_r	Γ_φ	Γ_z	S_Φ
پیوستگی	1	0	0	0	0
مومنتوم در جهت r	V_r	$\mu_t+\mu$	$\mu_t+\mu$	$2\mu_t+\mu$	$-\frac{\partial\Gamma}{\partial r}+\frac{\rho V_\varphi^2}{r}-\frac{2\mu_{eff}}{r^2}\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi}$ $-(2\mu_t+\mu)\frac{V_r}{r^2}-\frac{\partial(\rho k)}{\partial r}+$ $\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_t\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)+\mu_t\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_\varphi}{r}\right)\right)$
ممنتوم در جهت **φ**	V_φ	$2\mu_t+\mu$	$\mu_t+\mu$	$\mu_t+\mu$	$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_t\frac{\partial V_r}{\partial\varphi}\right)-\frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial\mu_t}{\partial r}+$ $\frac{3\mu_t+2\mu}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial\varphi}+\frac{2V_r}{r^2}\frac{\partial\mu_t}{\partial\varphi}-$ $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}(P+\rho\kappa)-\frac{\mu_{eff}V_\varphi}{r^2}+$ $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_t\frac{\partial V_z}{\partial\varphi}\right)-\frac{\rho V_r V_\varphi}{r}$
ممنتوم در جهت Z	V_z	$\mu_t+\mu$	$\mu_t+\mu$	$2\mu_t+\mu$	$-\frac{\partial}{\partial z}(P+\rho\kappa)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_t\frac{\partial V_r}{\partial z}\right)$ $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\mu_t\frac{\partial V_\varphi}{\partial z}\right)$
دما	T	$\frac{\mu}{Pr}+\frac{\mu_t}{Pr_t}$	$\frac{\mu}{Pr}+\frac{\mu_t}{Pr_t}$	$\frac{\mu}{Pr}+\frac{\mu_t}{Pr_t}$	$\frac{2\mu_{eff}}{c_p}[\left(\frac{\partial V_r}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{\partial V_\varphi}{r\partial\varphi}+\frac{V_r}{r}\right)^2$ $+\left(\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)^2]+\frac{2\mu_{eff}}{c_p}$ $[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_\varphi}{r}\right)+\frac{\partial V_r}{r\partial\varphi}]^2+\frac{\mu_{eff}}{c_p}$ $[\left(\frac{\partial V_z}{r\partial\varphi}+\frac{\partial V_\varphi}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial V_r}{\partial z}+\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)^2]$

انرژی جنبشی	κ	$\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\kappa}$	$\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\kappa}$	$\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\kappa}$	$P-\rho\varepsilon-D$
پراش انرژی	ε	$\mu+\frac{\mu_t}{\sigma\varepsilon}$	$\mu+\frac{\mu_t}{\sigma\varepsilon}$	$\mu+\frac{\mu_t}{\sigma\varepsilon}$	$\frac{\varepsilon}{\kappa}\left(C_{\varepsilon1}P-C_{\varepsilon2}\rho\varepsilon\right)+E-F$

جدول ۴-۲ عبارات موجود در مدلهای آشفته k-ε [۱]

عبارت	**مدل لاندر- شارما (LS)** **(۱۹۷۱)**	**مدل مورس (M)** **(چن و همکاران ۱۹۹۶)**
C_μ	0.09	0.09

1.44	1.44	$C_{\varepsilon 1}$
$1.92f_1$	$1.92f_1$	$C_{\varepsilon 2}$
$2\mu\left[\left(\frac{\partial\sqrt{\kappa}}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial\sqrt{\kappa}}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{\partial\sqrt{\kappa}}{r\partial\varphi}\right)^2\right]$	$2\mu\left[\left(\frac{\partial\sqrt{\kappa}}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial\sqrt{\kappa}}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{\partial\sqrt{\kappa}}{r\partial\varphi}\right)^2\right]$	D
$2(1-f_\mu)\frac{\mu\mu_t}{\rho}[\left(\frac{\partial^2V_r}{\partial z^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2V_\varphi}{\partial z^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2V_z}{\partial r^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2V_\varphi}{\partial r^2}\right)^2+\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2V_r}{\partial\varphi^2}\right)^2+\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2V_z}{\partial\varphi^2}\right)^2]$	$2\frac{\mu\mu_t}{\rho}[\left(\frac{\partial^2V_r}{\partial z^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2V_\varphi}{\partial z^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2V_z}{\partial r^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2V_\varphi}{\partial r^2}\right)^2+\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2V_r}{\partial\varphi^2}\right)^2+\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2V_z}{\partial\varphi^2}\right)^2]$	E
$2\mu\left[\left(\frac{\partial\sqrt{\varepsilon}}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{\partial\sqrt{\varepsilon}}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial\sqrt{\varepsilon}}{r\partial\varphi}\right)^2\right]$	0	F
$1-0.22\exp\left(-R_t^2/36\right)$	$1-0.3\exp\left(-R_t^2\right)$	f_1
$\left[1-\exp\left(-y^+/26\right)\right]^2$	$\exp\left[\frac{-3.4}{(1+\frac{R_t}{50})^2}\right]$	f_μ
1	1	σ_κ
1.22	1.3	σ_ε

۴-۲ معادلات حجم محدود[89]

معادله حرکت ۴-۱۳ می تواند به فرم زیر نوشته شود:

$$\operatorname{div}(\rho\bar{u}\Phi) = \operatorname{div}(\Gamma \operatorname{grad}\Phi) + s_{\Phi} \quad (۱۷\text{-}۴)$$

که $\bar{u}$ بردار سرعت است. با انتگرال گیری روی حجم و سطح داریم:

$$\int_A n.(\rho\bar{u}\Phi)dA = \int_A n.(\Gamma \operatorname{grad}\Phi)dA + \int_V s_{\Phi} dV \quad (۱۸\text{-}۴)$$

این مناسب است که شار انتشار یافته و جابجا شده را ترکیب کنیم:

$$\bar{I} = \rho\bar{u}\Phi - \Gamma \operatorname{grad}\Phi \quad (۱۹\text{-}۴)$$

معادله ۴-۱۸ با استفاده از معادله ۴-۱۹ به شکل زیر بازنویسی می شود:

$$\int_A \bar{I}.\overline{dA} = \int_V s_{\Phi} dV \quad (۲۰\text{-}۴)$$

معادله ۴-۲۰ می تواند با انتگرال گیری به فرم زیر جداسازی شود:

$$\left(\bar{I}.\overline{A}\right)_e + \left(\bar{I}.\overline{A}\right)_w + \left(\bar{I}.\overline{A}\right)_s + \left(\bar{I}.\overline{A}\right)_n + \left(\bar{I}.\overline{A}\right)_u + \left(\bar{I}.\overline{A}\right)_d = s_{\Phi}\delta V \quad (۲۱\text{-}۴)$$

---

[89] Finite Volume Equations

که d , u , s , n , w , e به وجوه کنترل نسبت داده می شود. با توجه به حجم کنترل نشان داده شده در شکل ۴-۱ و دنبال کردن کارهای *پاتانکار*[90] معادله ۴-۲۱ توصیف زیر را بدست می دهد:

$$\frac{r_n}{r_s}\left(\rho V_r\Phi-\Gamma\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)_n A_n-\frac{r_n}{r_s}\left(\rho V_r\Phi-\Gamma\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)_s A_s+\left(\rho V_z\Phi-\Gamma\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)_e A_e-$$
$$\left(\rho V_z\Phi-\Gamma\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)_w A_w+\left(\rho V_\varphi\Phi-\Gamma\frac{\partial\Phi}{r\partial\varphi}\right)_u A_u-\left(\rho V_\varphi\Phi-\Gamma\frac{\partial\Phi}{r\partial\varphi}\right)_d A_d=s_\Phi\delta V \quad (۲۲\text{-}۴)$$

که A مساحت سطح حجم کنترل مربوطه می باشد، δv حجم می باشد و S_Φ مقدار متوسط ترم چشمه بر روی حجم کنترل می باشد.

در حالت کاربردی ممکن است ترم چشمه تابعی از مقادیر وابسته باشد. در بعضی موارد روش حجم محدود ترم چشمه را به فرم خطی تقریب می زند $(s_p \le 0)$:

$$s_\Phi\delta V=s_u+s_p\Phi_p \quad (۲۳\text{-}۴)$$

با استفاده از تقریب تفاضل مرکزی مرتبه دوم نتیجه زیر می تواند از معادله ۴-۲۲ بدست آید:

$$a_P\Phi_P=a_W\Phi_W+a_E\Phi_E+a_S\Phi_S+a_N\Phi_N+a_U\Phi_U+a_D\Phi_D+s_u \quad (۲۴\text{-}۴)$$

با ضرایب مرکزی:

$$a_P=a_W+a_E+a_S+a_N+a_U+a_D-s_p \quad (۲۵\text{-}۴)$$

---

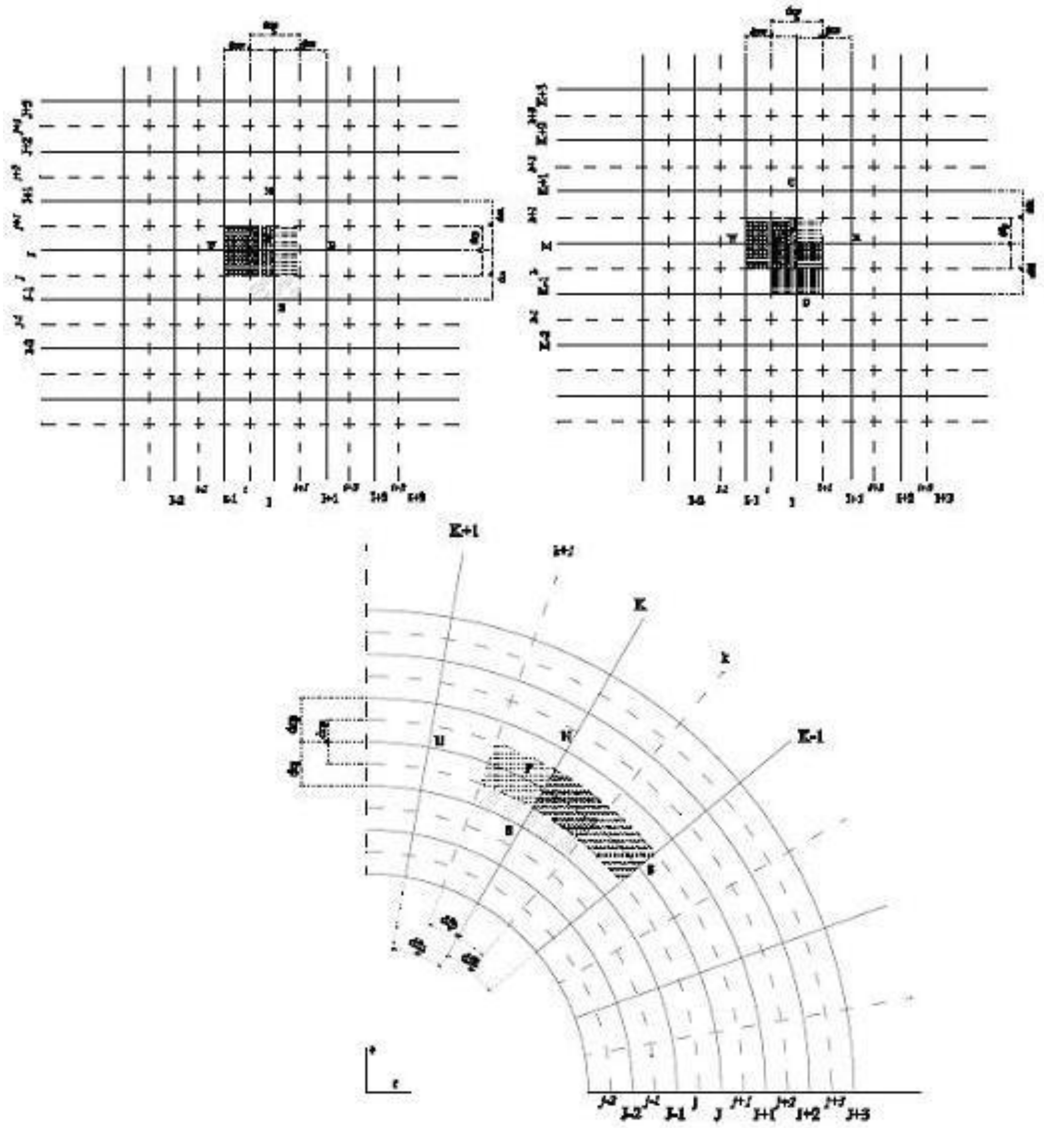
[90] Patankar

ضرایب این معادله به صورت زیر است [۴۲،۴۵] :

$$a_W = \max\left(\frac{|C_W|}{2}, D_W\right) + \frac{C_W}{2} \tag{۲۶-۴}$$

$$a_E = \max\left(\frac{|C_E|}{2}, D_E\right) - \frac{C_E}{2} \tag{۲۷-۴}$$

$$a_S = \max\left(\frac{|C_S|}{2}, D_S\right) + \frac{C_S}{2} \tag{۲۸-۴}$$



Φ cell; V_r cell; V_z cell; V_ϕ cell

شکل ۴-۱ ساختار شماتیک حجم محدود و موقعیت سطوح حجم کنترل [۱].

$$a_N = \max\left(\frac{|C_N|}{2}, D_N\right) - \frac{C_N}{2} \quad (۲۹-۴)$$

$$a_D = \max\left(\frac{|C_D|}{2}, D_D\right) + \frac{C_D}{2} \quad (۳۰-۴)$$

$$a_U = \max\left(\frac{|C_U|}{2}, D_U\right) - \frac{C_U}{2} \quad (۳۱-۴)$$

که مقادیر C,D به صورت زیر محاسبه شده است:

جدول ۴-۳ مقادیر C و D در معادله جداسازی شده [۱]

Face	w	e	s	n	d	u
C	$(\rho V_z)_w A_w$	$(\rho V_z)_e A_e$	$(\rho V_r)_s A_s$	$(\rho V_r)_n A_n$	$(\rho V_\varphi)_d A_d$	$(\rho V_\varphi)_u A_u$
D	$\frac{\Gamma_w A_w}{\delta z_w}$	$\frac{\Gamma_e A_e}{\delta z_e}$	$\frac{\Gamma_s A_s}{\delta r_s}$	$\frac{\Gamma_n A_n}{\delta r_n}$	$\frac{\Gamma_d A_d}{r_p \delta\phi_d}$	$\frac{\Gamma_u A_u}{r_p \delta\phi_u}$

۴-۳ محاسبه ترم‌های چشمه

مقادیر ترم چشمه معادلات جداسازی شده با استفاده از مقادیر متغیرهای متداول ارزیابی می شود. از آنجایی که شبکه بندی شطرنجی برای محاسبات مورد استفاده قرار می گیرد، میان یابی برای محاسبه ترم‌های گرادیان سرعت که در برخی توزیعهای ترم های چشمه ظاهر می شود، نیاز است.

ترم های چشمه ظاهر شده در معادلات حرکت با استفاده از شکل ۴-۱ به صورت زیرمی‌باشد. لازم به ذکر است که ترم هایی که زیر آنها خط کشیده شده است فقط برای جریان آشفته می باشد:

ممنتوم در جهت r :

$$
\begin{aligned}
s_u =& -(P_n - P_s) r_P \delta\varphi_P \delta z_P - \frac{2}{3}(\rho_n \kappa_n - \rho_s \kappa_s) r_P \delta\varphi_P \delta z_P + \rho V_{\varphi P}^2 \delta r_P \delta\varphi_P \delta z_P - \\
& \frac{2\mu}{r_p}(V_{\varphi u} - V_{\varphi d}) \delta r_p \delta z_p + \underline{\left[\frac{\mu_{te} V_{zen} - \mu_{te} V_{zes}}{\delta r_P} - \frac{\mu_{tw} V_{zwn} - \mu_{tw} V_{zws}}{\delta r_p}\right] r_P \delta r_P \delta\varphi_P +} \\
& \underline{\left[\frac{\mu_{tu} V_{\varphi un} - \mu_{tu} V_{\varphi us}}{\delta r_P} - \frac{\mu_{td} V_{\varphi dn} - \mu_{td} V_{\varphi ds}}{\delta r_P}\right] r_P \delta r_P \delta z_P} + \alpha_G \rho_P \left|V_{\varphi P}\right| V_{rP} \delta_{rp} \delta z_P \delta\varphi_P + \\
& \left|C_n - C_s + C_e - C_w + C_d - C_u\right| V_{rP} r_P \delta z_P \delta\varphi_P \delta r_P
\end{aligned}
\qquad (۳۲\text{-}۴)
$$

$$
\begin{aligned}
s_P =& -(2\mu_t + \mu) \frac{\delta r_P \delta\varphi_P \delta z_p}{r_P} - \left|C_n - C_s + C_e - C_w + C_d - C_u\right| r_P \delta z_P \delta\varphi_P \delta r_p \\
& - \alpha_G \rho_P \left|V_{\varphi P}\right| \delta r_P \delta z_P \delta\varphi_P
\end{aligned}
\qquad (۳۳\text{-}۴)
$$

ممنتوم در جهت $\boldsymbol{\varphi}$:

$$s_u=\left[\frac{\mu_{tn}V_{rnu}-\mu_{tn}V_{rnd}}{\delta\varphi_n}-\frac{\mu_{ts}V_{rsu}-\mu_{ts}V_{rsd}}{\delta\varphi_s}\right]\delta z_P\delta\varphi_P+\left(3\mu_t P+2\mu\right)\left(V_{ru}-V_{rd}\right)$$

$$\frac{\delta z_P\delta\varphi_P}{r_P}+\left[\frac{\mu_{te}V_{zew}-\mu_{tw}V_{zww}}{\delta\varphi_e}-\frac{\mu_{tw}V_{zww}-\mu_{tw}V_{zwe}}{\delta\varphi_w}\right]\delta r_P\delta\varphi_P$$

$$-\frac{2}{3}\left(\rho_u\kappa_u-\rho_d\kappa_d\right)\delta r_P\delta z_P-(P_u-P_d)\delta r_P\delta z_P+2V_r\left(\mu_{tu}-\mu_{td}\right)\frac{\delta r_P\delta z_P}{r_P}+$$

$$\left|C_n-C_s+C_e-C_w+C_d-C_u\right|V_{\varphi P}r_P\delta z_P\delta r_P\delta\varphi_P$$

(۳۴-۴)

$$s_P=-V_{\varphi P}\left(\mu_{tn}-\mu_{ts}\right)\delta z_P\delta\varphi_P\frac{\mu_{tP}-\mu_P}{r_P}\delta z_P\delta\varphi_P\delta r_P-$$ (۳۵-۴)

$$\left|C_n-C_s+C_e-C_w+C_d-C_u\right|r_P\delta z_P\delta\varphi_P\delta r_P$$

ممنتوم در جهت z :

$$s_u=-\left(P_e-P_w\right)r_P\delta\varphi_P\delta r_P+\left[r_n\mu_{tn}\left(V_{rne}-V_{rnw}\right)-r_s\mu_{ts}\left(V_{rse}-V_{rsw}\right)\right]\delta\varphi_P-$$

$$\frac{2}{3}\left(\rho_e\kappa_e-\rho_w\kappa_w\right)r_P\delta r_P\delta\varphi_P+\left[\left(\mu_{tue}V_{\varphi ue}-\mu_{tuw}V_{\varphi uw}\right)-\left(\mu_{tde}V_{\varphi de}-\mu_{tdw}V_{\varphi dw}\right)\right]\delta r_P$$ (۳۶-۴)

$$\left|C_n-C_s+C_e-C_w+C_d-C_u\right|V_{zP}r_P\delta z_P\delta\varphi_P\delta r_P$$

$$s_P = \left| C_n - C_s + C_e - C_w + C_d - C_u \right| r_P \delta z_P \delta \varphi_P \delta r_P \qquad (۳۷-۴)$$

مفید است که ترم های زیر را قبل محاسبه ترم های چشمه در معادلات k-ε و انرژی تعریف کنیم:

در جهت شعاعی:

$$k_s = \left(k_S + k_P\right)/2$$

$$k_n = \left(k_N + k_P\right)/2$$

$$\varepsilon_s = \left(\varepsilon_S + \varepsilon_P\right)/2$$

$$\varepsilon_n = \left(\varepsilon_N + \varepsilon_P\right)/2$$

$$V_{zs} = \left(\frac{V_{zSw} + V_{zw}}{2} \delta z_e + \frac{V_{zSe} + V_{ze}}{2} \delta z_w \right) \frac{1}{\delta z_w + \delta z_e}$$

$$V_{zn} = \left(\frac{V_{zNw} + V_{zw}}{2} \delta z_e + \frac{V_{zNe} + V_{ze}}{2} \delta z_w \right) \frac{1}{\delta z_w + \delta z_e}$$

$$V_{\varphi s} = \left(\frac{V_{\varphi Sd} + V_{\varphi d}}{2} r_u \delta\varphi_u + \frac{V_{\varphi Su} + V_{\varphi u}}{2} r_d \delta\varphi_d \right) \frac{1}{r_u \delta\varphi_u + r_d \delta\varphi_d}$$

$$V_{\varphi n} = \left(\frac{V_{\varphi Nd} + V_{\varphi d}}{2} r_u \delta\varphi_u + \frac{V_{\varphi Nu} + V_{\varphi u}}{2} r_d \delta\varphi_d \right) \frac{1}{r_u \delta\varphi_u + r_d \delta\varphi_d}$$

در جهت محوری :

$$k_w = (k_W + k_P)/2$$

$$k_e = (k_E + k_P)/2$$

$$\varepsilon_w = (\varepsilon_W + \varepsilon_P)/2$$

$$\varepsilon_e = (\varepsilon_E + \varepsilon_P)/2$$

$$V_{rw} = \left(\frac{V_{rnW} + V_{rn}}{2} \delta r_s + \frac{V_{rsW} + V_{rs}}{2} \delta r_n \right) \frac{1}{\delta r_s + \delta r_n}$$

$$V_{re} = \left(\frac{V_{rnE} + V_{rn}}{2} \delta r_s + \frac{V_{rsE} + V_{rs}}{2} \delta r_n \right) \frac{1}{\delta r_s + \delta r_n}$$

$$V_{\varphi w} = \left(\frac{V_{\varphi Wd} + V_{\varphi d}}{2} r_u \delta\varphi_u + \frac{V_{\varphi Wu} + V_{\varphi u}}{2} r_d \delta\varphi_d \right) \frac{1}{r_u \delta\varphi_u + r_d \delta\varphi_d}$$

$$V_{\varphi e} = \left(\frac{V_{\varphi Ed} + V_{\varphi d}}{2} r_u \delta\varphi_u + \frac{V_{\varphi Eu} + V_{\varphi u}}{2} r_d \delta\varphi_d \right) \frac{1}{r_u \delta\varphi_u + r_d \delta\varphi_d}$$

در جهت مماسی:

$$k_u = (k_U + k_P)/2$$

$$k_d = (k_D + k_P)/2$$

$$\varepsilon_u = (\varepsilon_U + \varepsilon_P)/2$$

$$\varepsilon_d = (\varepsilon_D + \varepsilon_P)/2$$

$$V_{zu} = \left(\frac{V_{zUw} + V_{zw}}{2} \delta z_e + \frac{V_{zUe} + V_{ze}}{2} \delta z_w \right) \frac{1}{\delta z_w + \delta z_e}$$

$$V_{zd} = \left(\frac{V_{zDw} + V_{zw}}{2} \delta z_e + \frac{V_{zDe} + V_{ze}}{2} \delta z_w \right) \frac{1}{\delta z_w + \delta z_e}$$

$$V_{ru} = \left(\frac{V_{rnU} + V_{rn}}{2} \delta r_s + \frac{V_{rsU} + V_{rs}}{2} \delta r_n \right) \frac{1}{\delta r_s + \delta r_n}$$

$$V_{rd} = \left(\frac{V_{rnD} + V_{rn}}{2} \delta r_s + \frac{V_{rsD} + V_{rs}}{2} \delta r_n \right) \frac{1}{\delta r_s + \delta r_n}$$

در نقطه مرکزی[91] :

$$V_{zp} = \frac{V_{ze} \delta z_w + V_{zw} \delta z_e}{\delta z_w + \delta z_e}$$

$$V_{rp} = \frac{V_{rn} \delta r_s + V_{rs} \delta r_n}{\delta r_n + \delta r_s}$$

$$V_{\varphi p} = \frac{V_{\varphi u} r_d \delta \varphi_d + V_{\phi d} r_u \delta \varphi_u}{r_d \delta \varphi_d + r_u \delta \varphi_u}$$

بقیه ترم های ظاهر شده در معادلات k-ε و انرژی به صورت زیر تعریف می شوند:

$$PD = 2 \times \left[\left(\frac{V_{ze} - V_{zw}}{\delta z_p} \right)^2 + \left(\frac{V_{rn} - V_{rs}}{\delta r_p} \right)^2 + \left(\frac{V_{\varphi u} - V_{\varphi d}}{r \delta \varphi_p} + \frac{V_{rp}}{r_p} \right)^2 \right] +$$

$$\left(\frac{V_{zn} - V_{zs}}{\delta r_p} + \frac{V_{re} - V_{rw}}{\delta z_p} \right)^2 + \left(\frac{V_{\varphi e} - V_{\varphi w}}{\delta z_p} + \frac{V_{zu} - V_{zd}}{r_p \delta \varphi_p} \right)^2 + \left(r_p \frac{V_{\varphi n} - V_{\varphi s}}{\delta r_p} + \frac{V_{ru} - V_{rd}}{r_p \delta \varphi_p} \right)^2$$

[91] Cell Center

$$PE=\left(\frac{\frac{V_{zn}-V_{zp}}{\delta r_n}-\frac{V_{zp}-V_{zs}}{\delta r_s}}{\delta r_p}\right)^2+\left(\frac{\frac{V_{re}-V_{rp}}{\delta z_e}-\frac{V_{rp}-V_{rw}}{\delta z_w}}{\delta z_p}\right)^2+\left(\frac{\frac{V_{\varphi n}-V_{\varphi p}}{\delta r_n}-\frac{V_{\varphi p}-V_{\varphi s}}{\delta r_s}}{\delta r_p}\right)+$$

$$\left(\frac{\frac{V_{\varphi e}-V_{\varphi p}}{\delta z_e}-\frac{V_{\varphi p}-V_{\varphi w}}{\delta z_w}}{\delta z_p}\right)^2+\left(\frac{\frac{V_{zu}-V_{zp}}{r_u\delta\varphi_u}-\frac{V_{zp}-V_{zd}}{r_d\delta\varphi_d}}{r_p\delta\varphi_p}\right)^2+\left(\frac{\frac{V_{ru}-V_{rp}}{r_u\delta\varphi_u}-\frac{V_{rp}-V_{rd}}{r_d\delta\varphi_d}}{r_p\delta\varphi_p}\right)^2$$

$$D=2\mu\left[\left(\frac{\sqrt{k_e}-\sqrt{k_w}}{\delta z_p}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{k_n}-\sqrt{k_s}}{\delta r_p}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{k_u}-\sqrt{k_d}}{r_p\delta\varphi_p}\right)^2\right]$$

$$F=2\mu\left[\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_e}-\sqrt{\varepsilon_w}}{\delta z_p}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_n}-\sqrt{\varepsilon_s}}{\delta r_p}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_u}-\sqrt{\varepsilon_d}}{r_p\delta\varphi_p}\right)^2\right]$$

با استفاده از تعاریف بالا، ترم های چشمه در معادلات k-ε و انرژی ترکیبی از این تعاریف و بعضی ترم های دیگر می باشد که به آسانی قابل محاسبه است:

معادلات k :

$$s_u=\mu_t PD-\rho\varepsilon_p-D \tag{۳۸-۴}$$

$$s_p = 0 \quad (۳۹-۴)$$

معادلات $\boldsymbol{\varepsilon}$:

$$s_u = \frac{\varepsilon_P}{k_P}\left(C_{\varepsilon 1}\mu_t PD - C_{\varepsilon 2}\rho\varepsilon_P\right) - E_p \quad (۴۰-۴)$$

$$s_p = 0 \quad (۴۱-۴)$$

معادلات انرژی:

$$s_u = \frac{\mu_{eff}}{c_p} \times PD \quad (۴۲-۴)$$

$$s_p = 0 \quad (۴۳-۴)$$

۴-۴ تخفیف زیرین[۹۲]

---

[92] Under Relaxation

تخفیف به طور گسترده ای در راه حل های تکراری معادلات جبری برای توسعه دادن یا کاهش دادن تغییرات از یک تکرار به تکرار بعد مورد استفاده قرار می گیرد. روش اول *فوق تخفیف*[۹۳] و روش دوم را تخفیف زیرین می گویند. روش فوق تخفیف کاربرد محدودی دارد ولی روش تخفیف زیرین روش بسیار کاربردی برای مسائل غیر خطی برای جلوگیری از انحراف (واگرایی) در راه حل های تکراری می باشد. با در نظر گرفتن ضریب زیر تخفیف α_Φ برای متغیر وابسته $\boldsymbol{\Phi}$، معادله ۴-۲۴ به فرم زیر می تواند نوشته شود:

$$\frac{a_P}{\alpha_\Phi}\Phi_P = \sum a_{nb}\Phi_{nb} + s_u + \frac{1-\alpha_\Phi}{\alpha_\phi} a_P \Phi_P^* \qquad (۴۴-۴)$$

که $\boldsymbol{\Phi}$ و Φ^* به ترتیب مقادیر تکرارهای جاری و قبلی می باشد.

پارامتر زیر تخفیف می تواند تغییر کند $(1 \le \alpha_\Phi < 0)$ و a_P به صورت زیر داده شود:

$$a_P = \sum a_{nb} - s_P \qquad (۴۵-۴)$$

برای جریان با چرخش زیاد، ترم های نیروی گریز از مرکز و گرادیان فشار ترم های حاکم در معادله ممنتوم شعاعی می باشد و اختلاف کوچک بین این ترم ها می تواند خطا های بزرگی در راه حل های تکراری بوجود آورد. بنابراین یک ترم میرایی اضافی به صورت زیر می تواند نوشته شود:

$$\alpha_G \frac{\rho\left|V_\varphi\right|}{r}\left(V_r^{old} - V_r^{new}\right) \qquad (۴۶-۴)$$

---

[93] Over Relaxation

α_G ثابت آزمایشی می باشد.

۴-۵ الگوریتم TDMA برای حل معادلات جبری خطی

تکنیک معمول برای حل معادلات گسسته به فرم معادلات ۴-۲۴، روش *TDMA*[94] می باشد. این الگوریتم فقط به آرایه های یک بعدی نیاز دارد و ترکیبی از حلال مستقیم (TDMA) را برای حالت یک بعدی و روش *گوس- سایدل*[95] تشکیل می دهد. در حالت سه بعدی معادله ۴-۲۴ می تواند به فرم زیر نوشته شود:

$$\begin{aligned} a_P(i,j,k)\Phi(i,j,k) = a_E(i,j,k)\Phi(i+1,j,k) + a_w(i,j,k)\Phi(i-1,j,k) + \\ a_N(i,j,k)\Phi(i,j+1,k) + a_s(i,j,k)\Phi(i,j-1,k) + a_U(i,j,k)\Phi(i,j,k+1) + \\ a_D(i,j,k)\Phi(i,j,k-1) + s_u(i,j,k) \end{aligned}$$

(۴-۴۷)

معادله سه بعدی بالا می تواند با به کار بردن روش TDMA در راستای مسیر انتخابی به معادله یک بعدی تبدیل شود. برای این کار فرض می شود که تمام متغیرها در طول دو خط مجاور هم موقتاً معلوم باشد (با مقدار دقیق محاسبه شده جایگزین می شود).

با توجه به شکل ۴-۱ برای یک خط انتخابی، معادله ۴-۴۷ می تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$i = 1,2,3,\ldots,N \qquad a(i)\Phi(i) = b(i)\Phi(i+1) + c(i)\Phi(i-1) + d(i) \qquad (۴\text{-}۴۸)$$

معادله بالا می تواند به فرم زیر بازنویسی شود:

---

[94] Tri-Diagonal Matrix Algorithm

[95] Gauss-Siede

$$\Phi(i) = P(i)\Phi(i+1) + Q(i)$$
(۴۹-۴)

که ضرایب p(i) و Q(i) با استفاده از TDMA به صورت ترم هایی از d(i) , c(i) , b(i) , a(i) به صورت بازگشتی پیدا می شود. با به کار بردن متد TDMA برای تمام نقاط (مش ها) (i=2,...,N-1) در طول خط انتخابی و سپس جابجا کردن به خط بعد در صفحه انتخابی، حل Φ(i,j) برای یک صفحه می تواند بدست آید. سپس این پروسه باید برای تمام صفحات در جهت عمود بر صفحه انتخابی انجام شود. وقتی این عمل جاروب کردن در یک جهت کامل شد، برای جهات دیگر نیز انجام می شود.

۴-۶ شبکه‌بندی شطرنجی

همانطور که توسط بسیاری از دانشمندان از جمله پاتانکار و اسپالدینگ (۱۹۷۲) و نیز ورستیگ و مالاکاسارا (۱۹۹۵) نشان داده شد، اگر سرعت ها به صورت شبکه بندی اسکالر تعریف شوند، تاثیرات فشار در معادلات جداسازی شده ممنتوم به درستی نشان داده نمی شود.

چاره این مشکل استفاده از شبکه بندی شطرنجی برای مؤلفه های سرعت می باشد. هارلو و ولچ [۴۲] پیشنهاد کردند که متغیرهای اسکالر از قبیل فشار، دما و ... را در نقاط گره ای معمولی ارزیابی شود ولی مؤلفه های سرعت در شبکه شطرنجی قرار گرفته در اطراف نقاط اسکالر محاسبه گردند. مؤلفه های سرعت V_z در شکل ۴-۱ نشان داده شده است. علامتهای جدیدی برروی خطوط شبکه و نقاط صفحه انجام شده است. در شکل ۴-۱ خطوط غیر شکسته شبکه با حروف بزرگ نشان داده شده است. خط تیره ها که صفحات مش بندی را می سازند با حروف کوچک نشان داده می شود. روش پیشرو[۹۶] یا پسرو[۹۷] برای شبکه سرعت می تواند استفاده شود. در این پروژه از شبکه بندی پسرو استفاده شده است که موقعیت i برای سرعت V_z ، $V_z(i , J , K)$، در فاصله $\delta_z/2$- از گره اسکالر (I , J , K) قرار گرفته است.

[96] Forward
[97] Backward

با توجه به سیستم مختصات جدید، معادله ممنتوم جداسازی‌شده V_z برای سرعت در موقعیت (i , J , K) به صورت زیر داده شده است:

$$a_P(i,J,K)V_z(i,J,K)=\sum_{nb}a_{nb}V_{znb}-\big(P(I,J,K)-P(I-1,J,K)\big)A(i,J,K)+A(i,J,K)b(i,J,K) \quad (۵۰-۴)$$

که b(i , J , K) ترم منبع ممنتوم منهای ترم فشار است و A (i , J ,K) مساحت صفحه مش بندی شده شرق یا غرب از حجم کنترل می باشد.

۴-۷ الگوریتم سیمپل

این الگوریتم یک روش نیمه ضمنی برای *معادلات فشار- مرتبط*[۹۸] می باشد که توسط پاتانکار و اسپالدینگ در سال ۱۹۷۲ ارائه شد و یک روش سعی و خطا برای محاسبه فشار در شبکه‌های شطرنجی می‌باشد[۱].

میدان فشار P^* برای شروع روند الگوریتم سیمپل حدس زده می شود و سپس معادله ممنتوم گسسته شده با میدان فشار حدسی حل شده تا مؤلفه های سرعت به صورت زیر بدست آید:

$$a_P(i,J,K)V_z^*(i,J,K)=\sum_{nb}a_{nb}V_{znb}^*-A_e\left(P_{I-1}^*-P_I^*\right)+b(i,J,K) \quad (۵۱-۴)$$

[98] Pressure-Linked Equations

اکنون تصحیح P' به صورت اختلاف میان میدان فشار صحیح P و میدان فشار حدسی P^* می باشد

پس:

$$P = P^* + P' \qquad (۵۲-۴)$$

به طور مشابه تصحیح سرعت به صورت زیر تعریف می شود تا سرعت صحیح v_z را به سرعت محاسبه شده v^*_z مربوط کند:

$$V_z = V_z^* + V_z' \qquad (۵۳-۴)$$

با قرار دادن میدان فشار صحیح P در معادلات ممنتوم میدان سرعت صحیح (V_r , V_φ , V_z) بدست می آید. معادله گسسته شده ۴-۲۴ میدان سرعت صحیح را به میدان فشار صحیح مربوط می کند. با کم کردن معادله ۴-۵۱ از ۴-۵۰ داریم:

$$\begin{aligned} a_P(i,J,K)\left(V_z(i,J,K) - V_z^*(i,J,K)\right) = \sum_{nb} a_{nb}\left(V_{znb} - V_{znb}^*\right) + \\ A_e\left[\left(P_{I-1} - P_{I-1}^*\right) - \left(P_I - P_I^*\right)\right] \end{aligned} \qquad (۵۴-۴)$$

با ترکیب معادلات و برخی ساده‌سازی‌ها در نهایت به روابط زیر می‌رسیم:

$$V_z(i,J,K) = V_z^*(i,J,K) + d(i,J,K)\left(P_{I-1}' - P_I'\right) \qquad (۵۵-۴)$$

$$V_r(I,j,K)=V_r^*(I,j,K)+d(I,j,K)\left(P'_{J-1}-P'_J\right)$$ (۵۶-۴)

$$V_\phi(I,J,k)=V_\phi^*(I,J,k)+d(I,J,k)\left(P'_{K-1}-P'_K\right)$$ (۵۷-۴)

برای معادله پیوستگی نیز خواهیم داشت:

$$a_P P'_P=a_E P'_E+a_W P'_W+a_N P'_N+a_S P'_S+a_U P'_U+a_D P'_D+b_p$$

(۵۸-۴)

که در آن:

$$a_E=(\rho Ad)_e$$

$$a_w=(\rho Ad)_w$$

$$a_N=(\rho Ad)_n$$

$$a_S=(\rho Ad)_s$$

$$a_U=(\rho Ad)_u$$

$$a_D=(\rho Ad)_d$$

و

$$b_P=\left[(\rho V_r^* A)_n-(\rho V_r^* A)_s\right]+\left[(\rho V_\phi^* A)_u-(\rho V_\phi^* A)_d\right]+\left[(\rho V_z^* A)_e-(\rho V_z^* A)_w\right]$$

معادله ۴-۵۸ معادله پیوستگی گسسته برای تصحیح فشار P' می باشد و با توجه به روش حل گفته شده، حل می شود. میدان فشار اصلاح شده به فرم زیر پیدا می شود:

$$P = P^{*} + \alpha_{p} P'$$

(۵۸-۴)

که α_p ضریب زیر تخفیف می باشد.

توالی کارهای انجام شده در الگوریتم سیمپل به صورت زیر می باشد:

۱. حدس میدان فشار p^* و میدان سرعت $(V^*_r , V^*_\varphi , V^*_z)$.

۲. حل معادله ممنتوم گسسته برای بدست آوردن $(V^*_r , V^*_\varphi , V^*_z)$ جدید.

۳. حل معادله تصحیح فشار برای بدست آوردن P' .

۴. صحیح کردن مقدار فشار و سرعت با استفاده از معادلات تصحیح فشار و سرعت.

۵. حل دیگر معادلات انتقال گسسته شده برای بدست آوردن Φ .

۶. تکرار مراحل از مرحله ۲ تا ۵ تا راه حل همگرا شود.

۸-۴ همگرایی

همگرایی راه حل های عددی از طریق دو نوع اندازه گیری از تکرار قبلی (n-1) به تکرار فعلی (n) صورت می گیرد.

اولی *RMS*[۹۹] می باشد که برای متغیرهای وابسته در طول شبکه از یک تکرار به تکرار دیگر می‌باشد. مقدار تغییرات RMS به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathrm{RMS}^{\Phi} = \sqrt{\frac{\sum_{ij}\left(\Phi^{n} - \Phi^{n-1}\right)^{2}}{\sum_{ij}\left(\Phi^{n}\right)^{2}}} \qquad (۵۹-۴)$$

که Φ^{n} و Φ^{n-1} مقادیر فعلی و قبلی تکرار برای متغیر محاسبه شده $\boldsymbol{\Phi}$ می باشد و $\sum_{ij}$ جمع بر روی تمام نقاط شبکه می باشد.

مقادیر RMS می تواند برای چک کردن همگرایی در بیشتر مواقع کافی باشد ولی بعضی مواقع با اینکه مقادیر واقعی متغیرها یا ضرایب تخفیف کوچک می باشد و تغییرات RMS نیز کوچک می باشد ولی راه حل همگرا نمی شود. در این حالت تغییرات مقدار RMS به تنهایی نمی تواند برای همگرایی به کار رود و اندازه‌گیری دیگری لازم است تا همگرایی را تضمین کند. معیار دیگر برای تضمین همگرایی، چک کردن ترازهای مقادیر محلی *باقیمانده ها*[۱۰۰] برای تمام متغیرهای وابسته می باشد. باقیمانده ها برای هر نقطه برای هر متغیر $\boldsymbol{\Phi}$ به صورت زیر محاسبه می شوند:

[99] Root Mean Square
[100] Residuals

$$R_{i,j}^{\Phi} = \left(a_{p,\Phi} - s_P^{\Phi}\right)\Phi_P - \left(a_{N,\Phi}\Phi_N + a_{S,\Phi}\Phi_S + a_{E,\Phi}\Phi_E + a_{w,\Phi}\Phi_w + a_{U,\Phi}\Phi_U + a_{D,\Phi}\Phi_D + s_C^{\Phi}\right) \quad (۵۹-۴)$$

بزرگترین مقادیر باقیمانده برای هر متغیر وابسته، محاسبه شده و سپس با پارامترهای مختلف نرمالیزه کردن، نرمالیزه می شود. یک شار مرجع، که معمولاً مقدار ورودی یا مقدار واحد در سیستم های بسته می باشد برای نرمالیزه کردن باقیمانده ها در نظر گرفته می شود.

در این پروژه همگرایی برای مقادیر RMS و مقادیر نرمالیزه شده باقیمانده برای هر متغیر، کمتر از به ترتیب 10^{-4} و 10^{-6} فرض شده است.

۹-۴ روش محاسبه و استفاده از کد

مطالعه بر روی کد تصحیح شده، استفاده شده در مرجع [۱] ، صورت پذیرفت. در این برنامه جریان سیال بطور سه بعدی در اتاقک روتور– استاتور برای یک سیال تراکم پذیر و برای شرایط حالت پایدار حل می

شود. معادلات مورد استفاده در این کد، معادلات سه بعدی ناویر— استوکس با عبارات مربوط به انتقال حرارت می‌باشد . این کد هم برای جریان آرام و هم برای جریان آشفته تهیه شده است و از روشهای سیمپل و سیمپل‌سی استفاده کرده است. کد فوق‌الذکر ابتدا در محیط *لینوکس*[۱۰۱] نوشته شده بود. برای استفاده راحتتر از آن با انجام تغییراتی به محیط *ویندوز*[۱۰۲] برده شد و برخی از *زیربرنامه‌های*[۱۰۳] آن جهت تطابق با مدل مورد نظر اصلاح گردید.

شکل ۱-3 شماتیکی از مدل استفاده شده در حل عددی را نمایش می دهد. براساس میزان جریان جرمی ورودی و خروجی، یک سرعت یکنواخت در ورود و خروج در نظر گرفته شده است. در روی مرزهای جامد شرط عدم لغزش اعمال شده است و شرط گرادیان صفر برای سرعت مماسی در خروجی در نظر گرفته شده است.

شرایط مرزی که به مسأله اعمال گردیده حالت ایده‌آلی از شرایط مرزی یک مسأله واقعی هست که برای هر حالت مورد بحث در ادامه آورده شده است. توجه خاصی نیز بر روی شرایط مرزی ناحیه مدلسازی شده است بدین معنا که اعمال شرایط مرزی واقعی که شامل سرعت جریان در این مرزها هست تقریباً غیرممکن است ولی با توجه به ثابت بودن دما و در نتیجه ویسکوزیته وساده سازی های انجام شده در اعمال شرایط مرزی جواب های قابل قبولی بدست آمد.

تست شبکه مش نشان داد که یک شبکه بندی 140×70 در جهت های محوری و شعاعی با ضریب انبساط 1.1 مناسب می باشد که بدست آوردن این شبکه بندی ایده آل بسیار زمان بر بود زیرا به علت هندسه خاص مساله(بزرگ بودن اندازه شعاعی در مقایسه با محوری) ریز کردن مش بندی نه تنها باعث دقیق تر شدن جواب ها نمی شود بلکه باعث واگراشدن آن می شود.در جهت محوری تعداد تقسیم بندی بین ۶۵ تا ۸۰ و در جهت شعاعی بین ۱۳۵ تا ۱۵۰ جواب ها واگرا نمی شود که شبکه بندی ایده آل ۱۴۰ × ۷۰ انتخاب شده

---

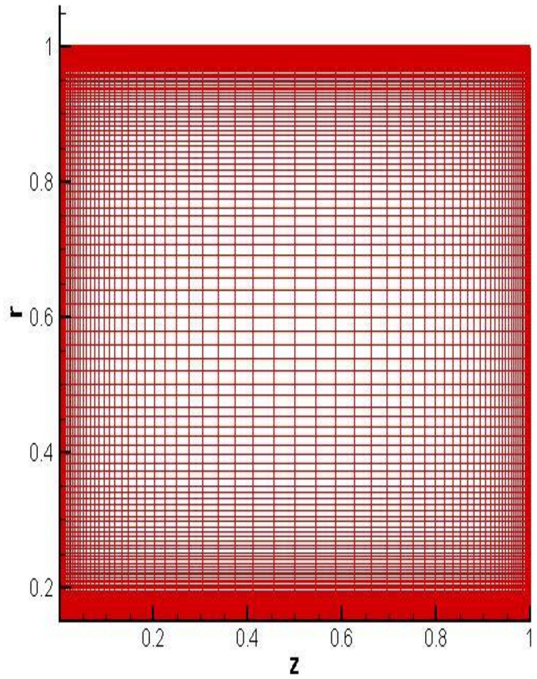
[101] Linux
[102] Windows
[103] Subroutin

است.با استفاده از این شبکه شرط $y^+ < 0.5$ که برای مدل آشفته رینولدز پایین نیز مورد نیاز است، عملی شده است.

در این فصل جریان سیال در درون محفظه‌های روتور- استاتور با خروجی جریان محوری بصورت عددی مورد بررسی قرارگرفته و با داده‌های تجربی مقایسه شده شده است. جریان سیال بصورت محوری و به طور پیوسته از میان پره های رتور وارد محفظه شده و بعد از برخورد با استاتور بسمت به سمت خروجی که در پایین استاتور قرار دارد هدایت شده و خارج می شود. معادلات ناویر- استوکس و انرژی سه بعدی برای جریان پایدار و سیال تراکم ناپذیر در مختصات استوانه‌ای حل شده‌اند. ازمدل k-ε رینولدز پایین برای تحلیل عددی استفاده شده است. اثرات پارامترهای مختلف جریان مانند سرعت زاویه ای، دبی و اندازه شکاف به طور مجزا مورد مطاله قرار گرفته و با اندازه گیری های تجربی موجود مقایسه شده است.

۵-۱ مدل استفاده شده و شرایط مرزی

شـکل ۱-۵ شماتیکی از مدل استفاده شده در حل عددی را نمایش می دهد. ابعاد و اندازه ها با مدل اســتفاده شــده در مرجع [۲] یعنی R_3=253mm و h=12mm، یکســان می باشــد. از یک شــبکه‌بندی شطرنجی 140×70 در جهت های محوری و شعاعی با ضریب انبساط 1.1 استفاده شده است که در شکل ۱-۵ نمایش داده شده است.



شکل ۵-۱ شبکه بندی ۱۴۰×۷۰ استفاده شده در حل عددی

شرایط مرزی که به این سیستم اعمال گردیده در جدول ۵-۱ ارائه گردیده است.

جدول ۵-۱ شرایط مرزی اعمال شده بر سیستم روتور- استاتور

Vr	Vφ	Vz	k	ε	ناحیه
0	Ωr	$\dfrac{\overset{\circ}{m}}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}$	$\dfrac{V_z^2}{10^3}$	$\dfrac{\rho \times \kappa^{1.5}}{h}$	z=0 , R_1 <r <R_3

0	0	$\dfrac{\overset{\circ}{m}}{\pi(R_4^2 - R_1^2)}$	$\dfrac{\partial k}{\partial r} = 0$	$\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0$	$z=h,\ R_1 < r < R_4$
0	0	0	0	0	$z=h,\ R_4 < r < R_3$
0	ΩR_1	0	0	0	$r=R_1,\ 0 < z < h$
0	0	0	0	0	$r=R_3,\ 0 < z < h$

که R_1 وR_3 وR_4 در شکل ۱-۳ نشان داده شده است که به ترتیب شعاع مینیمم، شعاع ماکزیمم و شعاع شکاف خروجی می باشد. h نیز عرض شکاف سیستم رتور-استاتور می باشد.

مقادیر پارامترهای بی بعد جریان جرمی، C_w و عدد رینولدز محلی، Re_ϕ و نسبت شکاف، G برای حل عددی به گونه ای انتخاب شده است که بتوان اثرات جریان ورودی و سرعت دورانی روتور را بر روی میدان جریان در درون محفظه را بطور مستقل بررسی کرد و بتوان نتایج بدست آمده را نیز با اطلاعات تجربی موجود مقایسه نمود. هر بار اجرای برنامه فرترن نوشته شده با توجه به شرایط حاکم بر مساله ۳ تا ۵ ساعت زمان نیاز داشت که جواب ها بعد از ۵۰۰۰ تکرار همگرا می شد.

در این قسمت تاثیر پارامترهای مختلف مانند Re_ϕ و C_w را بر روی ساختار جریان بررسی می‌کنیم.

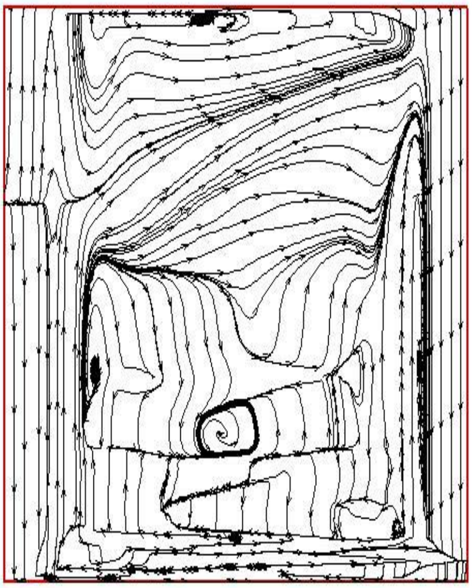
۲-۵ ساختار جریان

ساختار جریان را می توان با بدست آوردن خطوط جریان، کانتورهای سرعت شعاعی و محوری، مولفه های سرعت بی بعد شده مماسی $(V_\phi/\Omega r)$ و شعاعی$(V_r/\Omega r)$ مورد بررسی قرار داد.

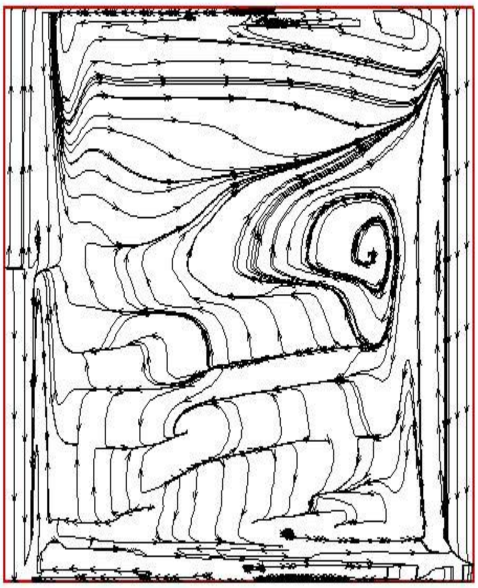
۵-۲-۱ خطوط جریان

در این بخش خطوط جریان بدست آمده برای $C_w=5159$, $G=0.036$ وسه عدد رینولدز($Re_\phi= 1.038e+6, 2.076e+6 , 4.151e+6$) آورده شده است. شکل ۵-۲ تا ۵-۴ خطوط جریان را در حالتهای اول و دوم و سوم نمایش می‌دهند که دبی و عرض شکاف ثابت است و تنها عدد رینولدز(سرعت زاویه ای) تغییر می کند تا اثرات تغییر آن برروی خطوط جریان مشخص باشد. همان طور که مشاهده می شود با افزایش عدد رینولدز، نقطه رکود در شعاع کمتری اتفاق می افتد.

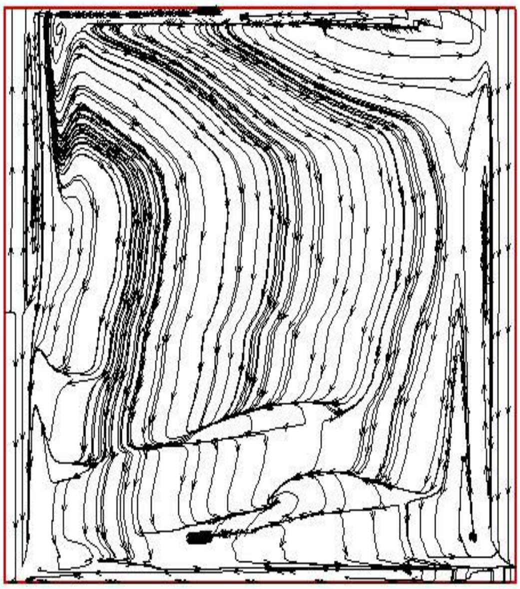
همچنین خطوط جریان برای $G=0.036$ و $Re_\phi=1.038e+6$ و $C_w=1585$, 7276 , 13366 در شکل های ۵-۵ تا ۵-۸ نشان داده شده است که عرض شکاف و عدد رینولدز ثابت است و تنها دبی تغییر می کند تا اثرات تغییر آن برروی خطوط جریان مشخص باشد. نتیجه ای که می توان گرفت این است که با افزایش دبی نقطه رکود در شعاع بزرگتری اتفاق می افتد. همچنین با افزایش دبی خطوط جریان به یکدیگر نزدیک تر می شوند.



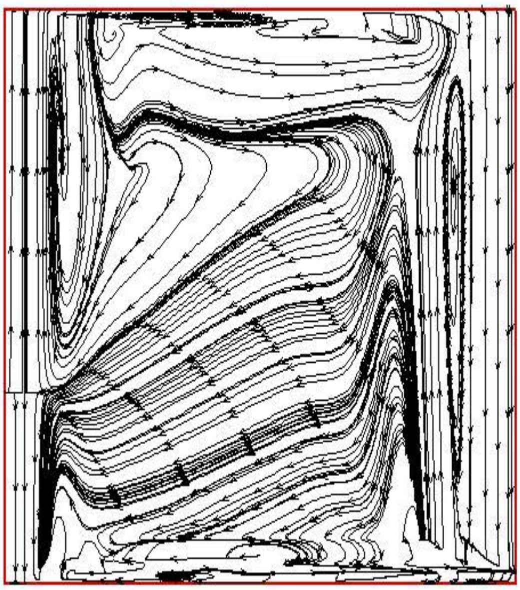
شکل ۵-۲-خطوط جریان برای Re_{ϕ} =1.038e+6 **,** C_w =۵۱۵۹ , G=0.036



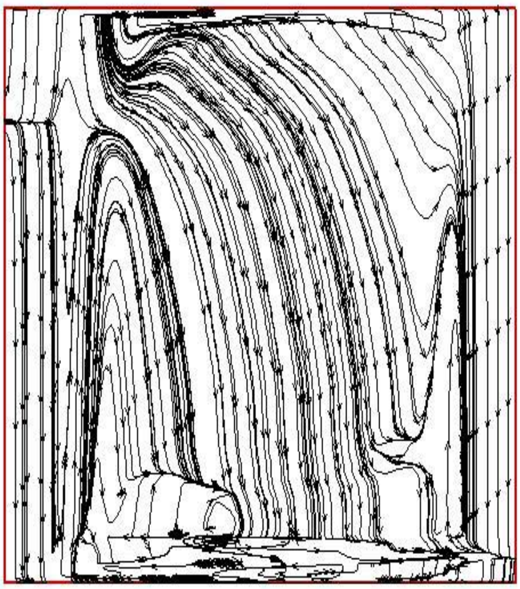
شکل ۵-۳-خطوط جریان برای Re_{ϕ} =2.076e+6 **,** C_w =۵۱۵۹ , G=0.036



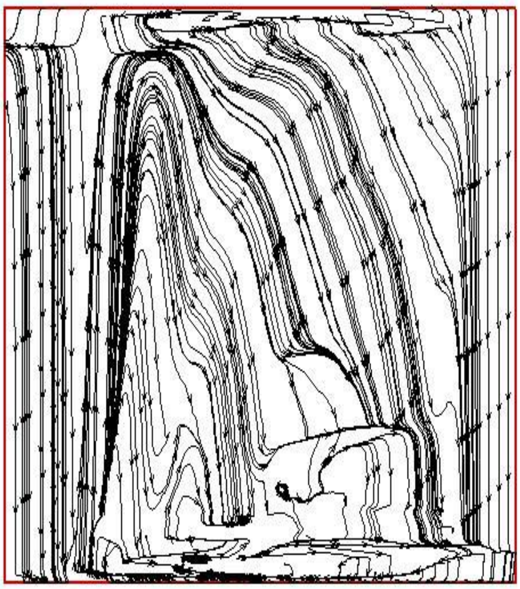
شکل ۵-4-خطوط جریان برای Re_{ϕ} =4.151e+6 **,** C_w =۵۱۵۹ , G=0.036



شکل ۵-5-خطوط جریان برای C_w=1585 **,** Re_{ϕ}=1.038e+6 , G=0.036



شکل ۵-6-خطوط جریان برای $G=0.036$, $Re_{\phi}=1.038e+6$ **,** $C_w=7276$



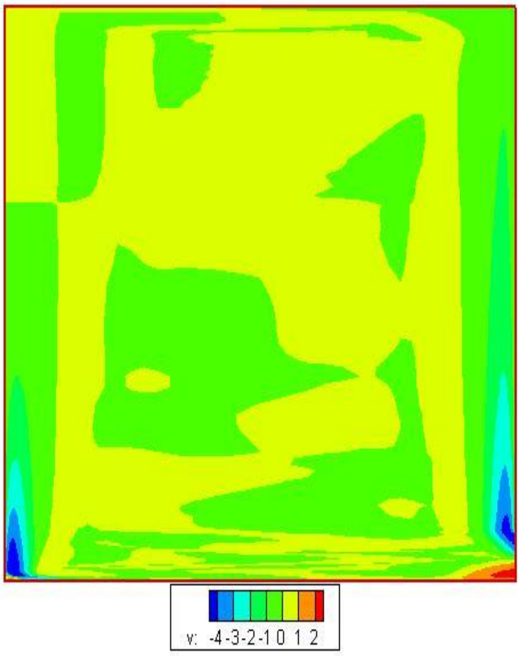
شکل ۵-7-خطوط جریان برای $G=0.036$, $Re_{\phi}=1.038e+6$ **,** $C_w=13366$

۵-۲-۲ کانتورهای سرعت شعاعی(V_r) و سرعت محوری(V_z)

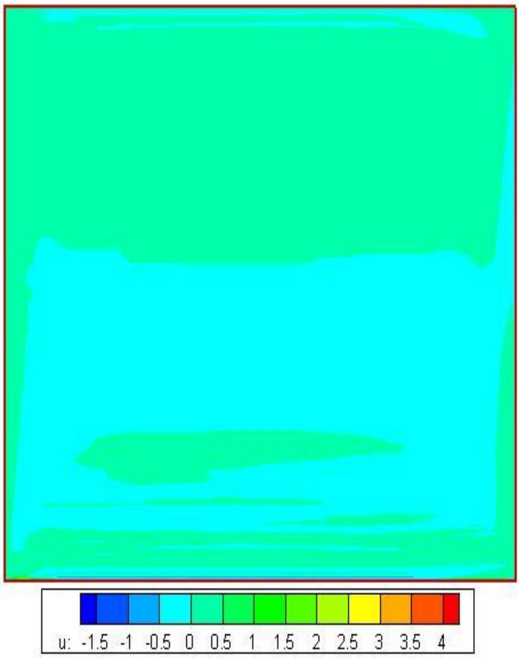
در این قسمت کانتورهای سرعت شعاعی و محوری برای $G=0.036$, $C_w=5159$ و سه عدد رینولدز($Re_\phi= 1.038e+6 , 2.076e+6 , 4.151e+6$) به ترتیب در شکل های ۵-۸ تا ۵-۱۳ نشان داده شده است.

همچنین کانتورهای سرعت شعاعی و محوری برای سه حالت $G=0.036$ و $Re_\phi=1.038e+6$ و $C_w=1585$, 7276 , 13366 , در شکل های ۵-14 تا ۵-19 نشان داده شده است.

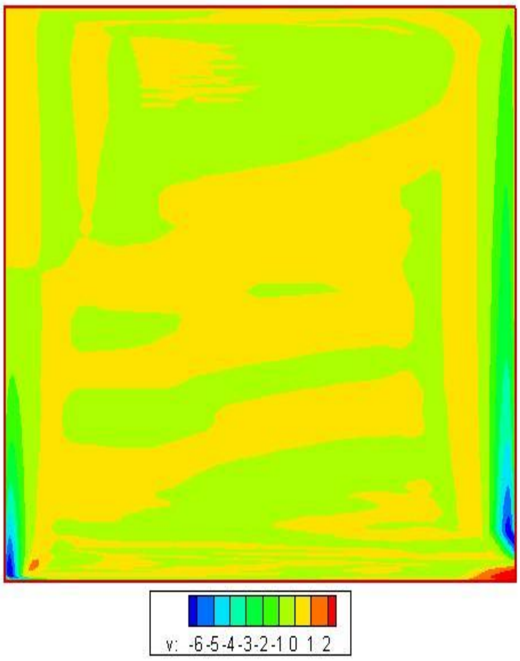
شکل ۵-۸- کانتورهای سرعت محوری در $Re_\phi =1.038e+6$ **,** C_w =۵۱۵۹ , G=0.036



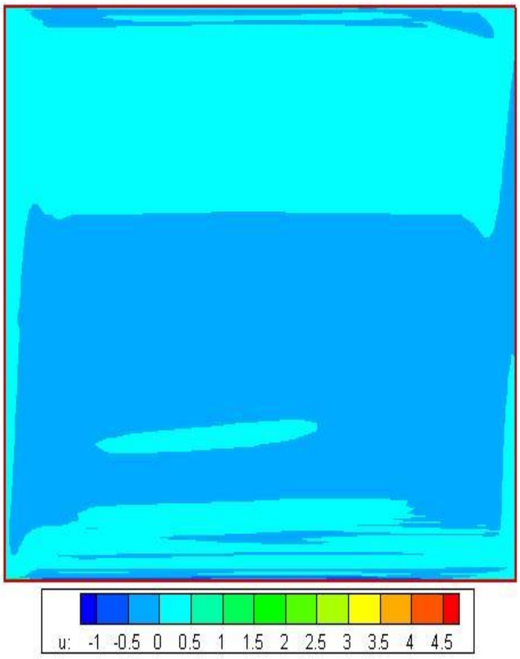
شکل ۵-۹- کانتورهای سرعت شعاعی در Re_ϕ =1.038e+6 **,** C_w =۵۱۵۹ , G=0.036



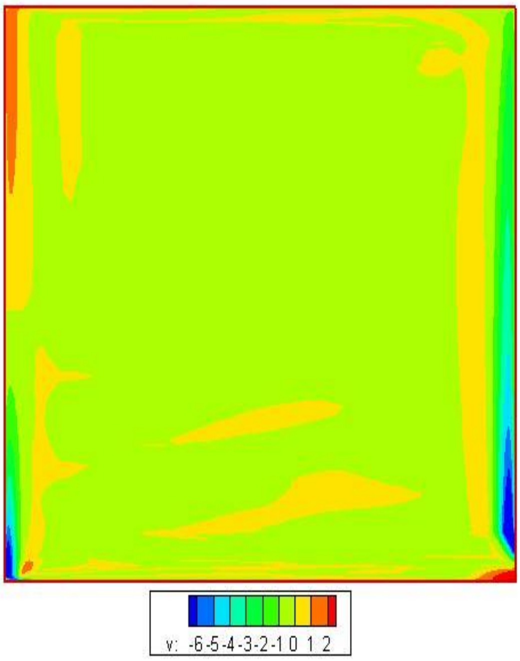
شکل ۵-۱۰-کانتورهای سرعت محوری در Re_ϕ =2.076e+6 **,** C_w =۵۱۵۹ , G=0.036



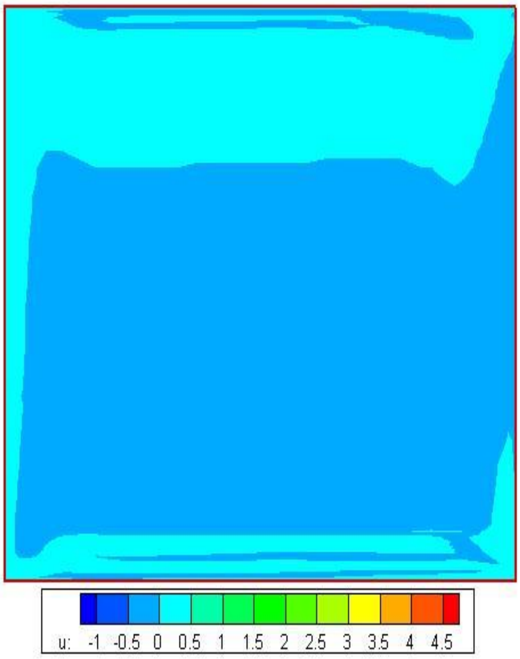
شکل ۵-۱۱–کانتورهای سرعت شعاعی در $Re_\phi = 2.076e+6$ **,** C_w =۵۱۵۹ , G=0.036



شکل ۵-۱۲–کانتورهای سرعت محوری در $Re_\phi = 4.151e+6$ **,** C_w =۵۱۵۹ , G=0.036



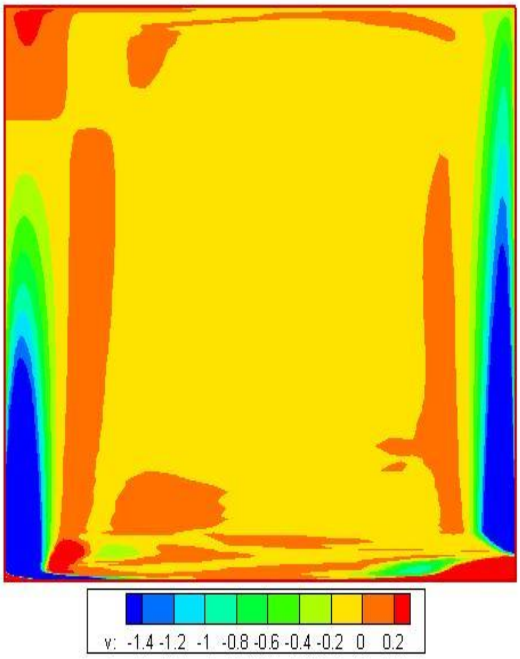
شکل ۵-۱۳-کانتورهای سرعت شعاعی در Re_ϕ =4.151e+6 **,** C_w =۵۱۵۹ , G=0.036



شکل ۵-۱۴-کانتورهای سرعت محوری در C_w=1585 **,** Re_ϕ=1.038e+6 , G=0.036

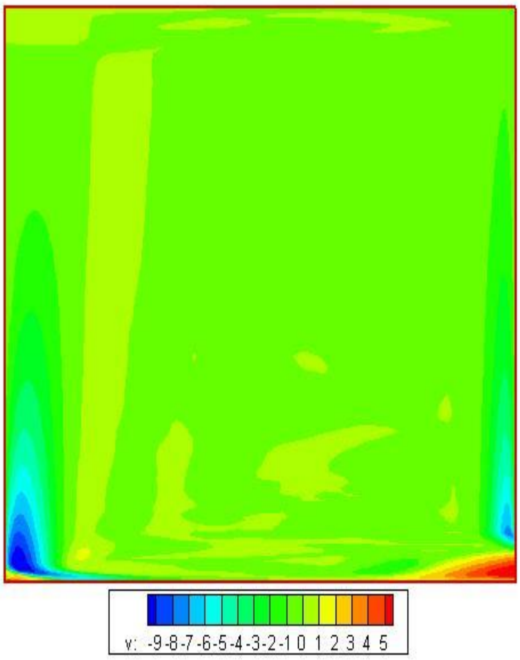
شکل ۵-۱۵-کانتورهای سرعت شعاعی در $G=0.036$, $Re_{\phi}=1.038e+6$, $C_w=1585$

شکل ۵-۱۶-کانتورهای سرعت محوری در $G=0.036$, $Re_{\phi}=1.038e+6$, $C_w=7276$



شکل ۵-۱۷–کانتورهای سرعت شعاعی در $G=0.036$, $Re_{\phi}=1.038e+6$, $C_w=7276$

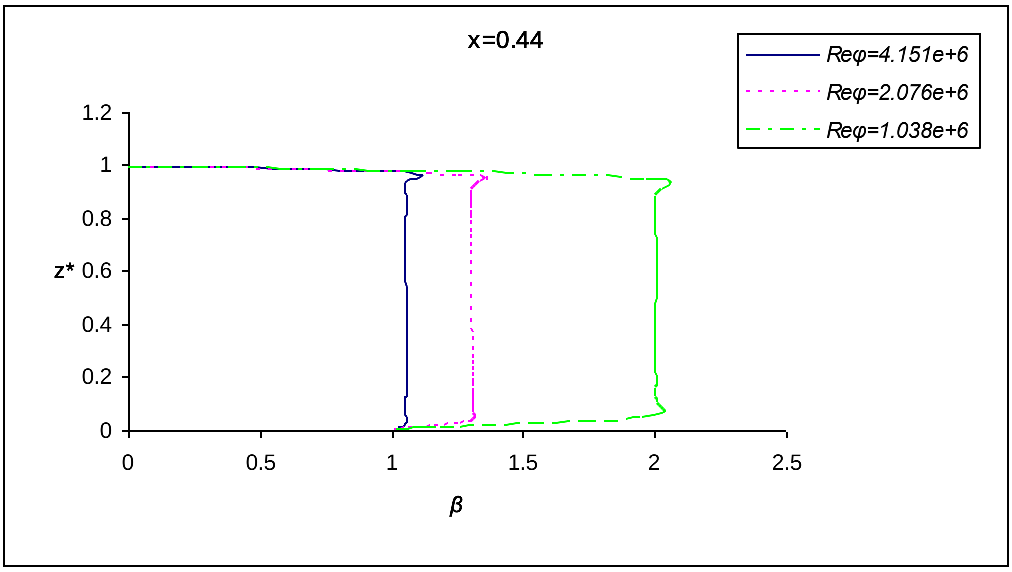
شکل ۵-۱۸–کانتورهای سرعت محوری در $G=0.036$, $Re_{\phi}=1.038e+6$, $C_w=13366$



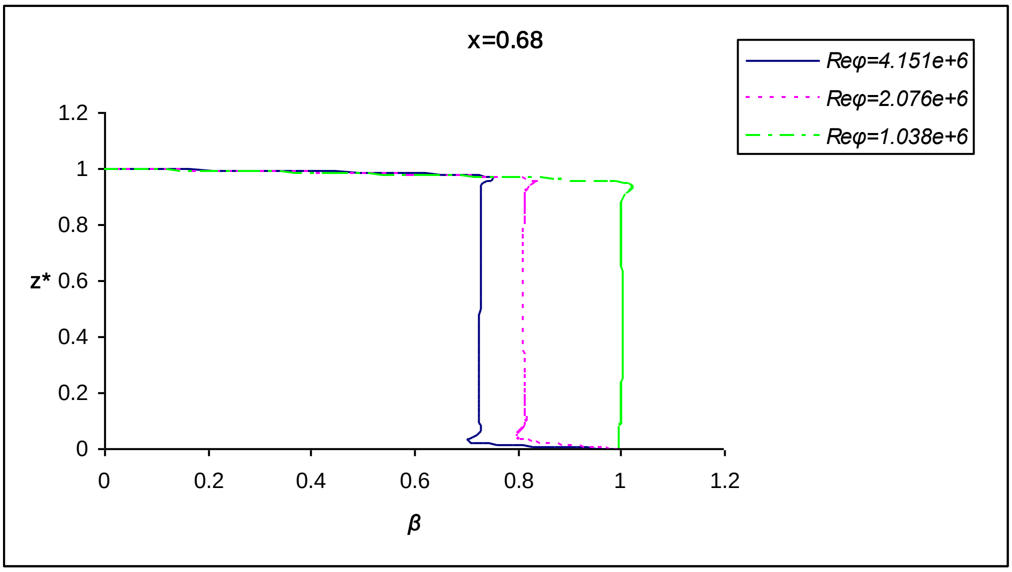
شکل ۵-۱۹–کانتورهای سرعت شعاعی در $G=0.036$, $Re_{\phi}=1.038e+6$, $C_w=13366$

۵-۲-۳ مولفه های سرعت بی بعد شده مماسی

دراین قسمت نتایج بدست آمده برای مولفه سرعت بی بعد شده مماسی یا همان $V_{\phi}/\Omega r$ برای $G=0.048$, $C_w=5159$ و سه عدد رینولدز($Re_{\phi}= 1.038e+6$, $2.076e+6$, $4.151e+6$) با نتایج تجربی مرجع[۲] مقایسه شده‌اند که همخوانی نسبتاً خوبی را نشان می‌دهد. شکل ۵-20 و ۵-21 مقاطع محوری سرعت مماسی بی بعد را برای حالت های ذکر شده نشان می دهد. β در هسته تقریباً ثابت است و این در حقیقت نشان دهنده وجود یک جریان چرخش آزاد در این ناحیه است. در حالت به خصوصی برای $x=r/R_2=0.44$, β می تواند بزرگتر از یک باشد و این به این معنی است که سیال از دیسک چرخان(رتور) سریع تر می چرخد و در نتیجه لایه اکمان مایل به مرکز می شود. ($z^*=z/h$)

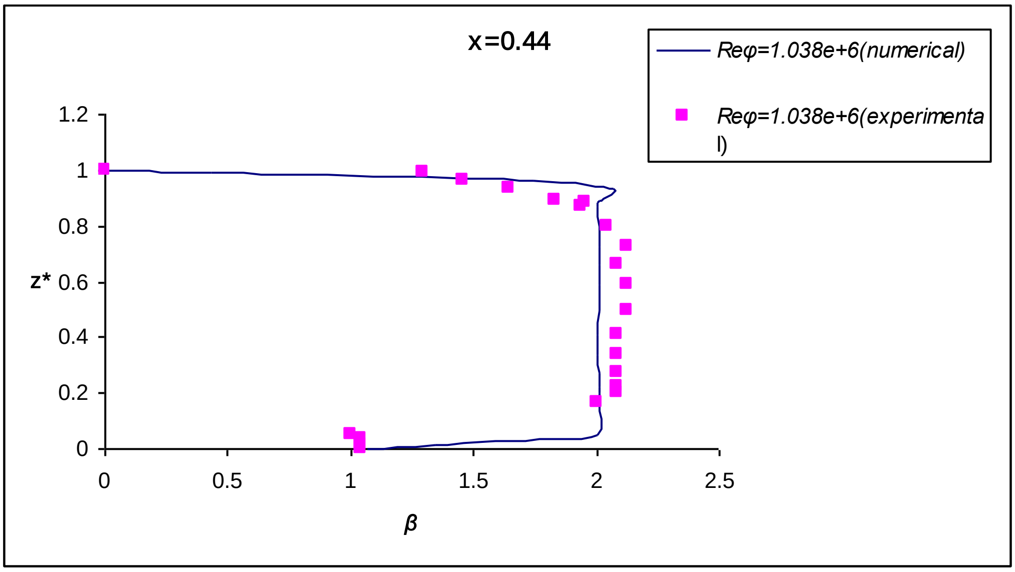


شکل ۵-۲۰–مقایسه سرعت مماسی بی بعد در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و عددهای رینولدز مختلف

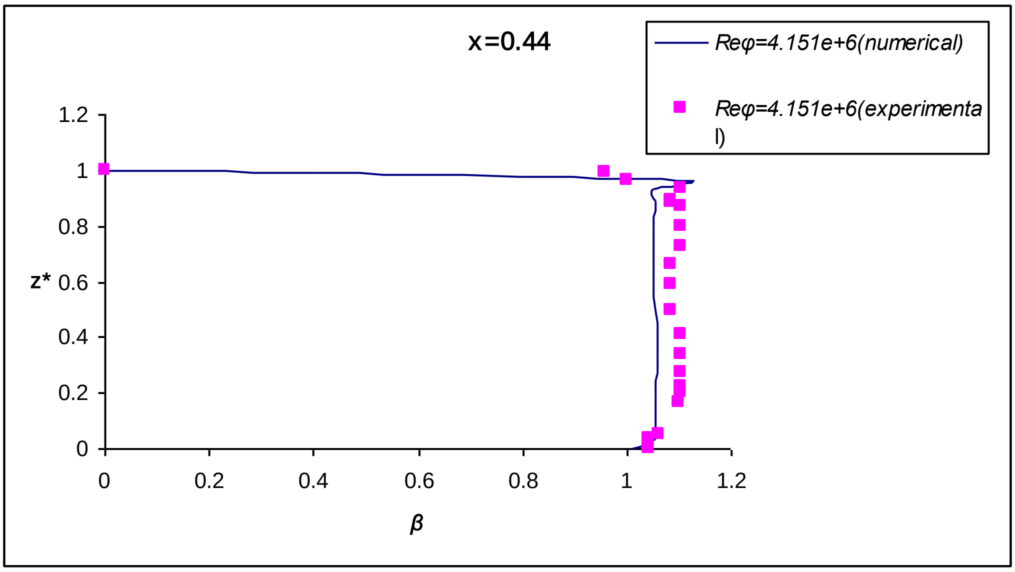


شکل ۵-۲۱–مقایسه سرعت مماسی بی بعد در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و عددهای رینولدز مختلف

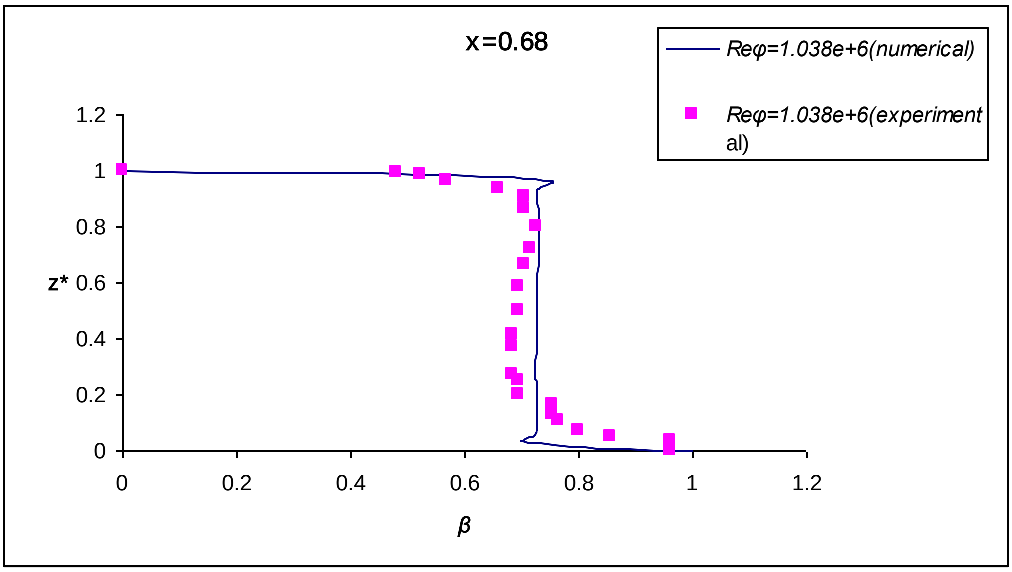
مقایسه نتایج تجربی[2] و عددی در سرعت زاویه ای های مختلف و مقاطع مختلف در شکل های ۵-22 و ۵-23 و۵-24 و۵-25 نشان داده شده است. چنان که مشاهده می شود همخوانی خوبی بین نتایج عددی و تجربی مشاهده می شود.



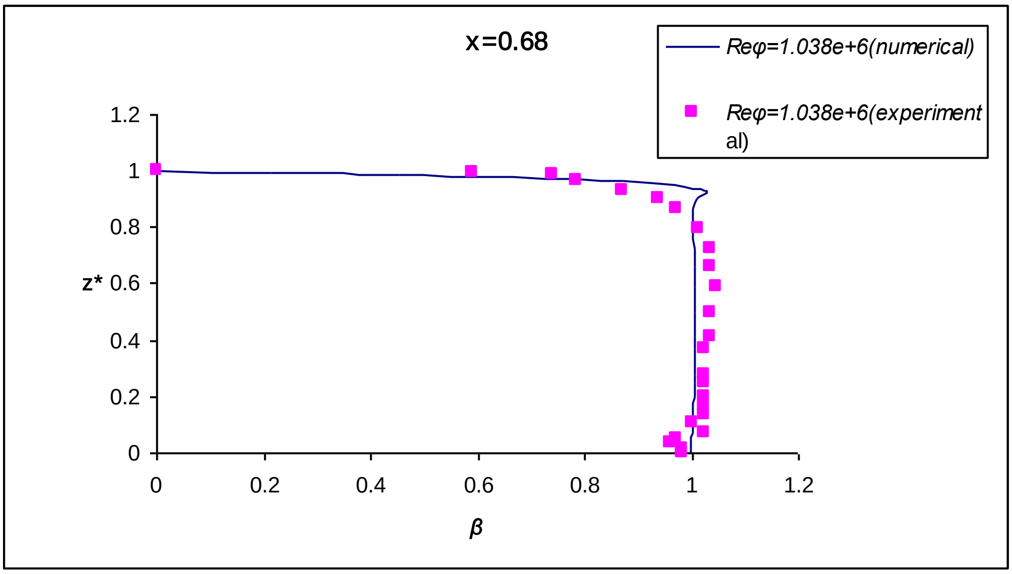
شکل ۵-22- C_w =۵۱۵۹ و G=0.048(مقایسه نتایج تجربی و عددی)



شکل ۵-23- Cw =۵۱۵۹ و G=0.048(مقایسه نتایج تجربی و عددی)

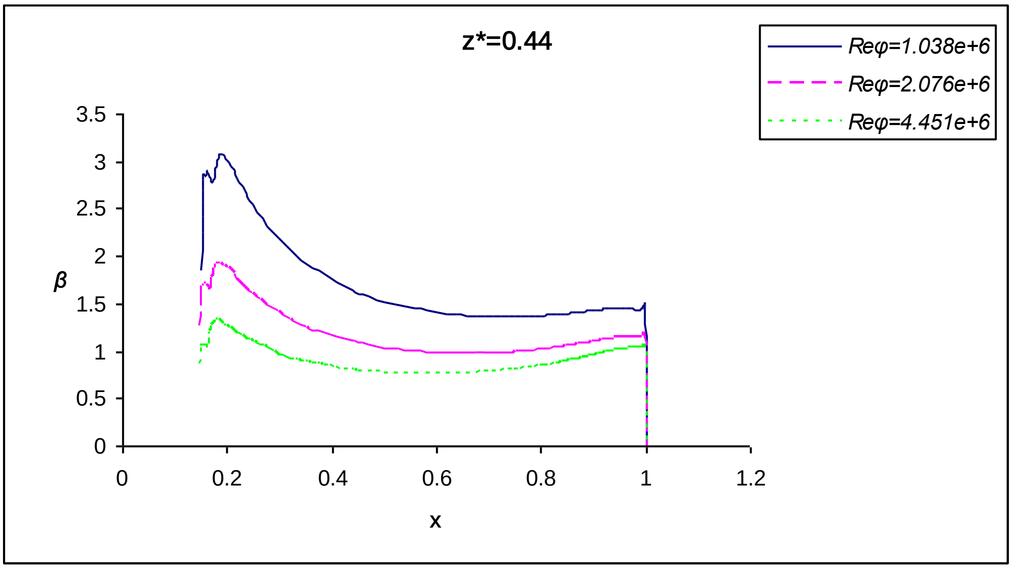


شکل ۵-24- Cw =۵۱۵۹ و G=0.048(مقایسه نتایج تجربی و عددی)

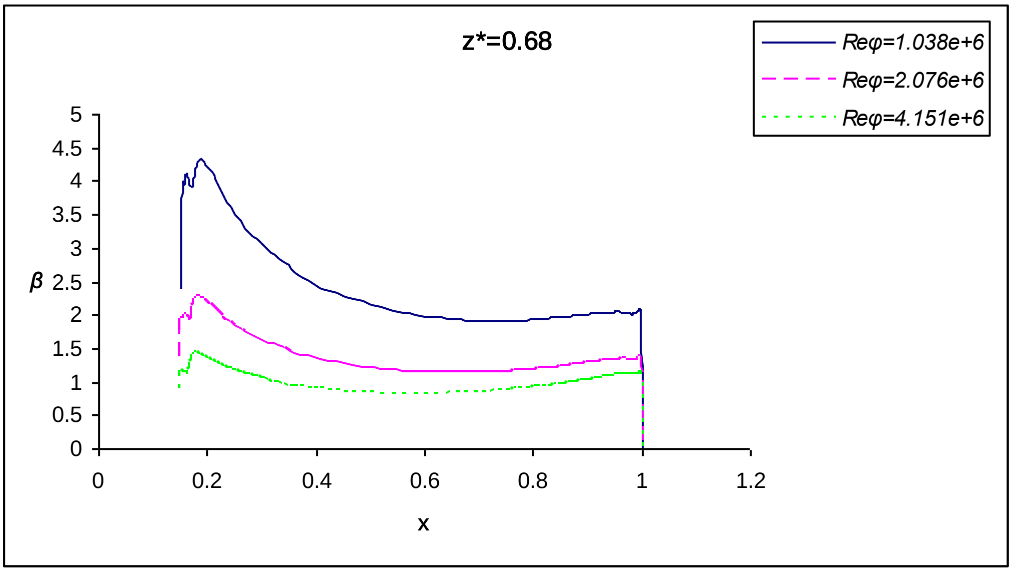


شکل ۵-25- C_w =۵۱۵۹ و G=0.048(مقایسه نتایج تجربی و عددی)

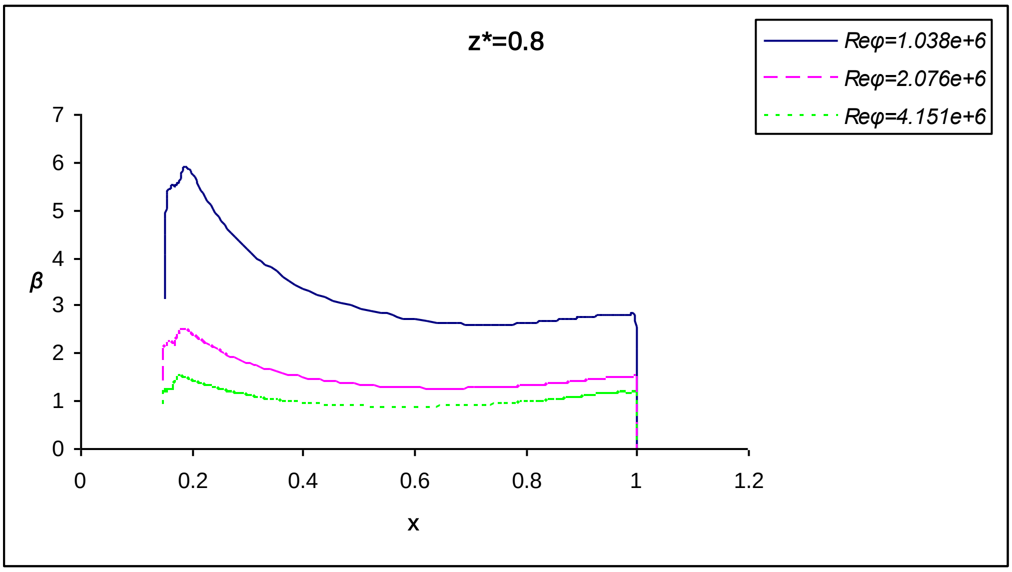
همان طور که مشاهده می شود سرعت مماسی بی بعد($K=V_\phi/\Omega r$) از مقدار یک بر روی رتور شروع شده و به مقدار صفر بر روی استاتور می رسد. در نزدیکی دیسک ها جریان شدیداً تحت تاثیر شرایط مرزی قرار می گیرد. همچنین در شکل های ۵-۲۶ تا ۵-۳۴ سرعت بی بعد مماسی(β) بر حسب شعاع بی بعد(x) دررینولدزها و مقاطع مختلف نشان داده شده است. همان طور که مشخص است با افزایش عدد رینولدز، سرعت بی بعد مماسی کاهش می یابد. مقدار سرعت بی بعد مماسی را نیز می توان از x=0.4 به بعد نیز ثابت در نظر گرفت.



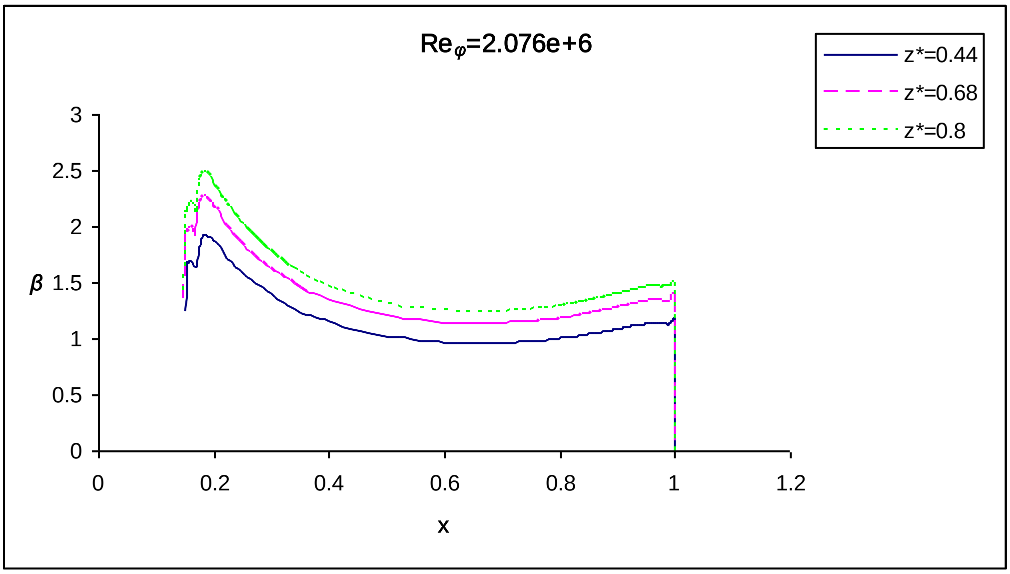
شکل ۵-۲۶- مقایسه سرعت مماسی بی بعد در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و عددهای رینولدز مختلف



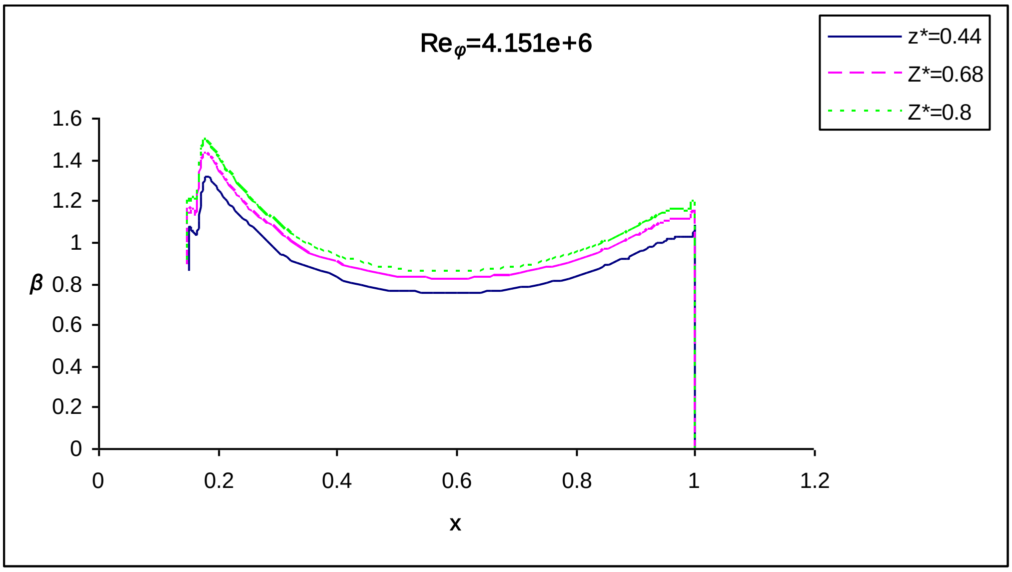
شکل ۵-۲۷- مقایسه سرعت مماسی بی بعد در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و عددهای رینولدز مختلف



شکل ۵-۲۸- مقایسه سرعت مماسی بی بعد در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و عددهای رینولدز مختلف



شکل ۵-۲۹- مقایسه سرعت مماسی بی بعد در C_W =۵۱۵۹ و G=0.048 و مقاطع مختلف

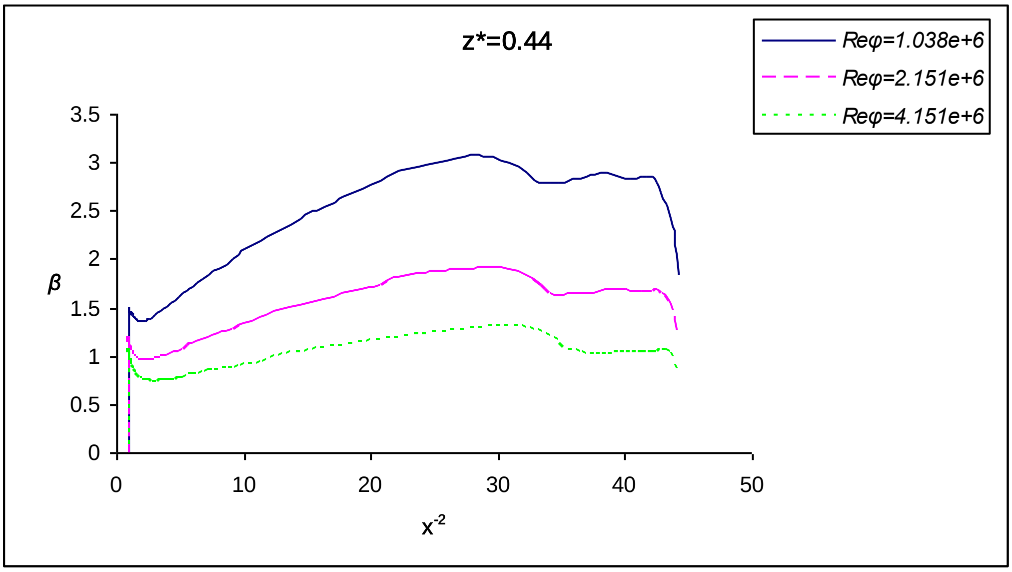


شکل ۵-۳۰- مقایسه سرعت مماسی بی بعد در C_W =۵۱۵۹ و G=0.048 و مقاطع مختلف

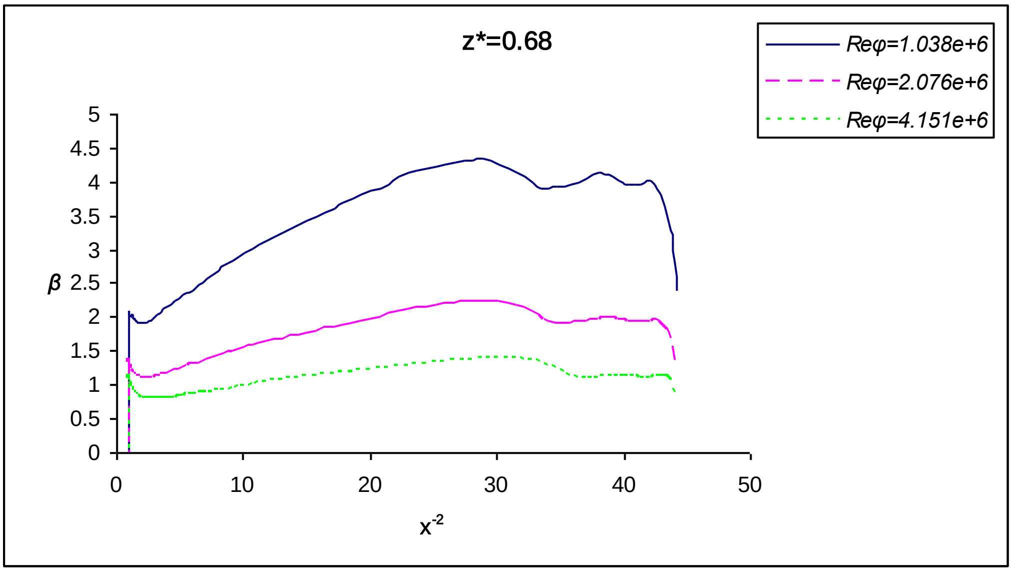
با توجه به شکل های ۵-۲۹ و ۵-۳۰ می توان دریافت که سرعت مماسی بی بعد(β) در z*=0.44 , 0.68 , 0.8 را می توان با تقریب خوبی یکسان فرض کرد. در شکل های ۵-۳۱ و ۵-۳۲ و ۵-۳۳ سرعت مماسی بی بعد بر حسب x^{-2} رسم شده است. همان طور که می دانیم rV_ϕ=cte به معنی وجود گردابه آزاد[۱۰۴] می باشد. زمانی که سرعت بی بعد مماسی(β) بر حسب x^{-2} رسم می شود، خطوط با شیب ثابت نشان دهنده وجود گردابه آزاد می باشد.

---

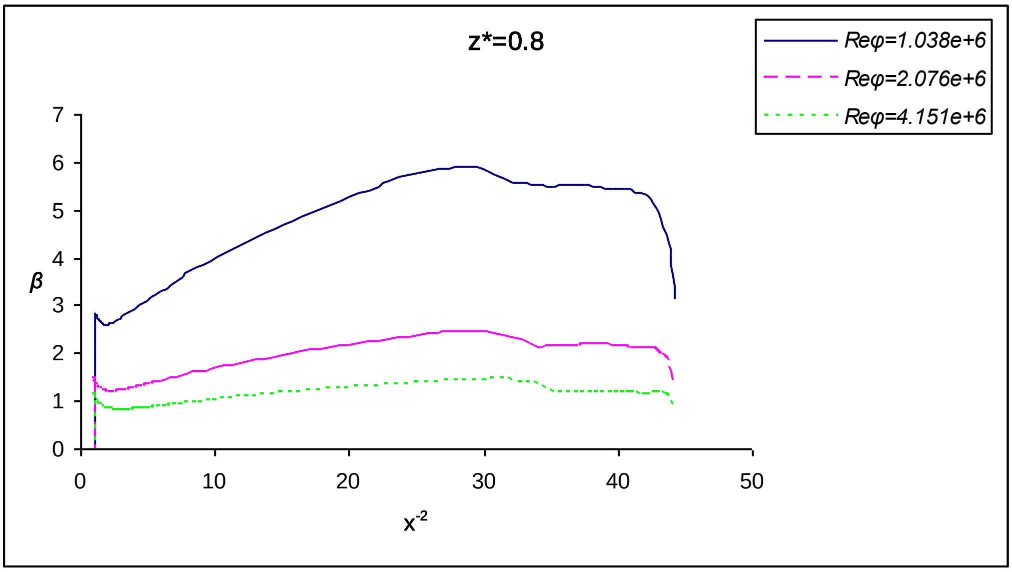
[۱۰۴] free vortex



شکل ۵-۳۱- مقایسه سرعت مماسی بی بعد در C_W =۵۱۵۹ و G=0.048 و عددهای رینولدز مختلف



شکل ۵-۳۲- مقایسه سرعت مماسی بی بعد در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و عددهای رینولدز مختلف



شکل ۵-۳۳- مقایسه سرعت مماسی بی بعد در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و عددهای رینولدز مختلف

۵-۲-4 مولفه های سرعت بی بعد شده شعاعی

در این بخش نتایج بدست آمده برای مولفه سرعت بی بعد شده شعاعی یا همان $V_r/\Omega r$ برای $C_w=5159$, $G=0.048$ و سه عدد رینولدز(Re_ϕ= 1.038e+6 , 2.076e+6 , 4.151e+6)و مقاطع مختلف ارائه شده است.

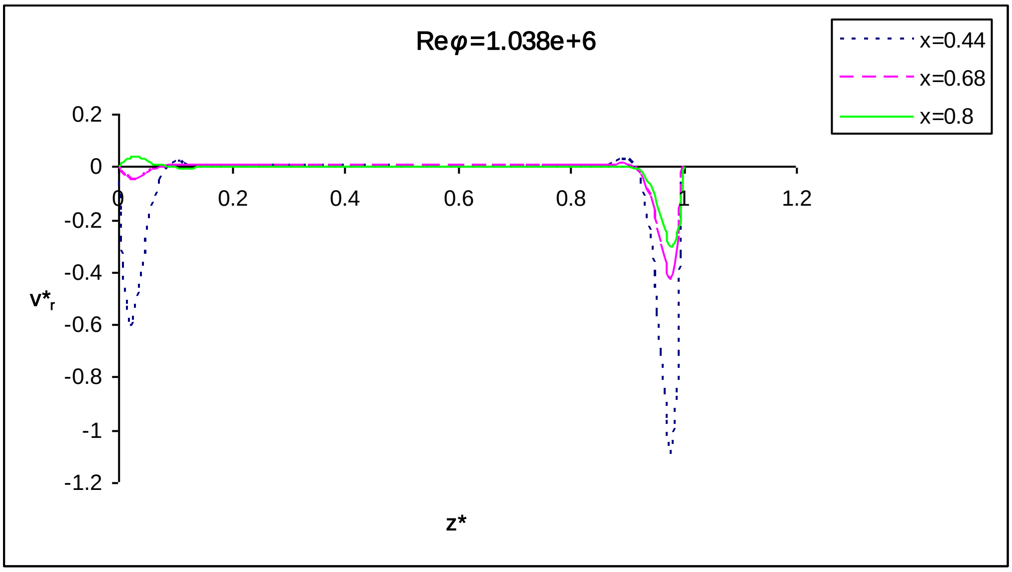
در شکل ۵-۳۴ مقادیر سرعت شعاعی بی بعد در سه مقطع x=0.44 , 0.68 , 0.8 نشان داده شده است و مقایسه ای بین این سه مقطع در Re_ϕ=1.038e+6 صورت گرفته است. شکل های ۵-۳۵ و ۵-۳۶ نیز مقایسه بین این سه مقطع را به ترتیب درRe_ϕ= 2.076e+6 و Re_ϕ=4.151e+6 نشان می دهد. با توجه به اشکال نشان داده شده میتوان دو لایه مرزی را که بر روی دو دیسک شکل می گیرند، مشاهده نمود. لایه مرزی که بر روی دیسک چرخان شکل میگیرد به *لایه مرزی نوع اکمان*[105] مشهور میباشد و لایه مرزی که بر روی دیسک ثابت شکل می گیرد به *لایه مرزی بودوات*[106] مشهور می باشد. چنان مشاهده می شود در ناحیه میانی مقدار سرعت شعاعی صفر بوده و تمام جریان جرمی عبوری از درون لایه های مرزی می‌گذرد. با افزایش مقدار شعاع بی بعد مقادیر سرعت شعاعی بی بعد کاهش می یابد و در x=0.8 جهت سرعت شعاعی عوض می شود که به معنی وجود نقطه رکود[107] بر روی رتور می باشد.

---

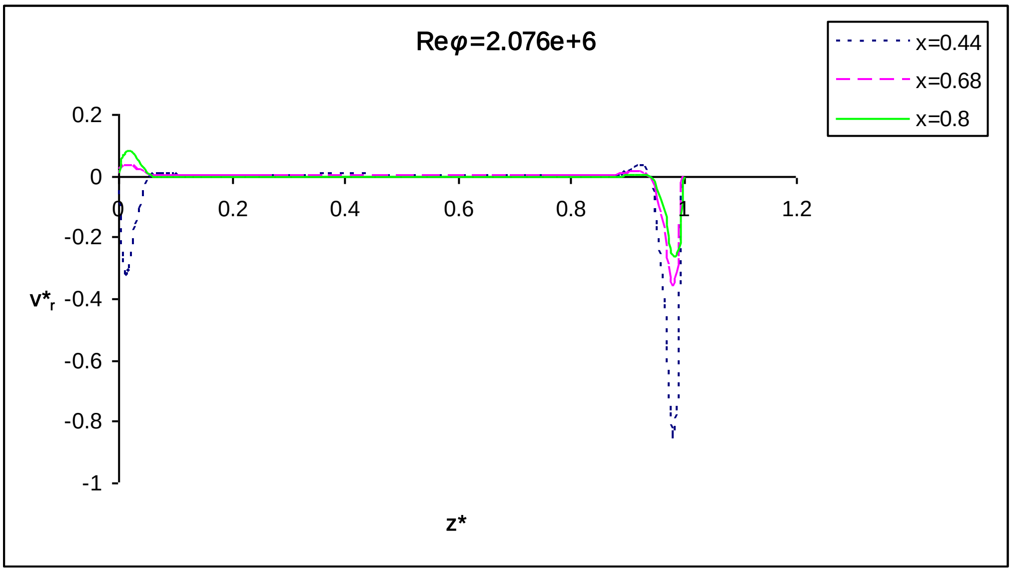
[105]Ekman Type Boundary Layer

[106]Bodewadt Boundary Layer

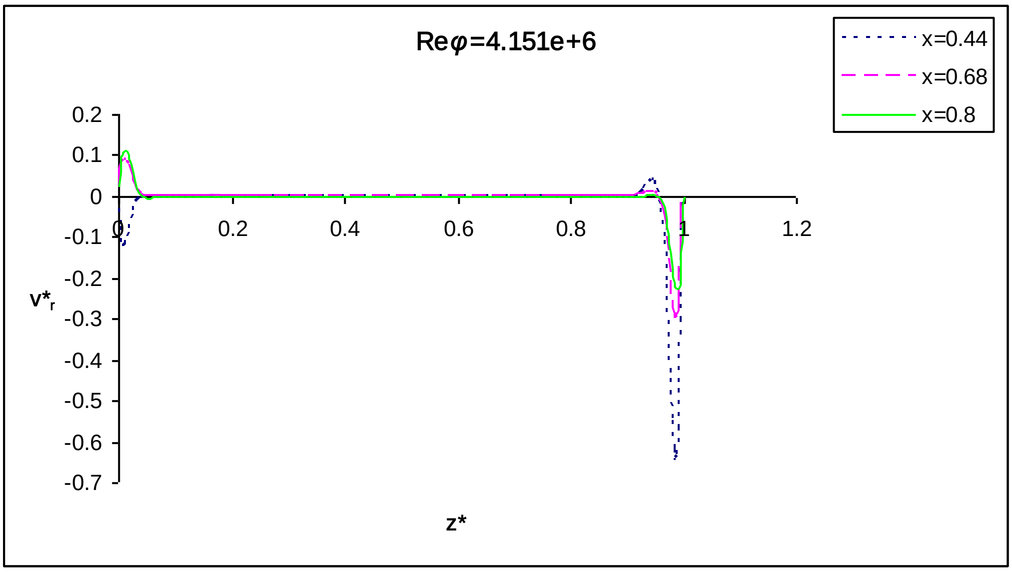
[107] Stagnation point



شکل ۵-۳۴- مقایسه مولفه سرعت بی بعد شعاعی در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و شعاع های بی بعد مختلف



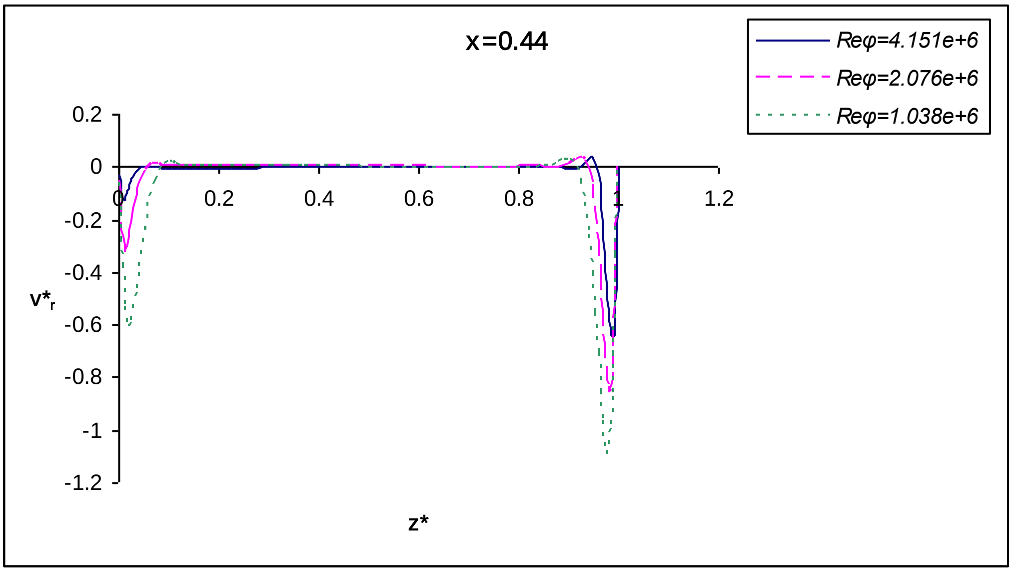
شکل ۵-۳۵- مقایسه مولفه سرعت بی بعد شعاعی در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و شعاع های بی بعد مختلف



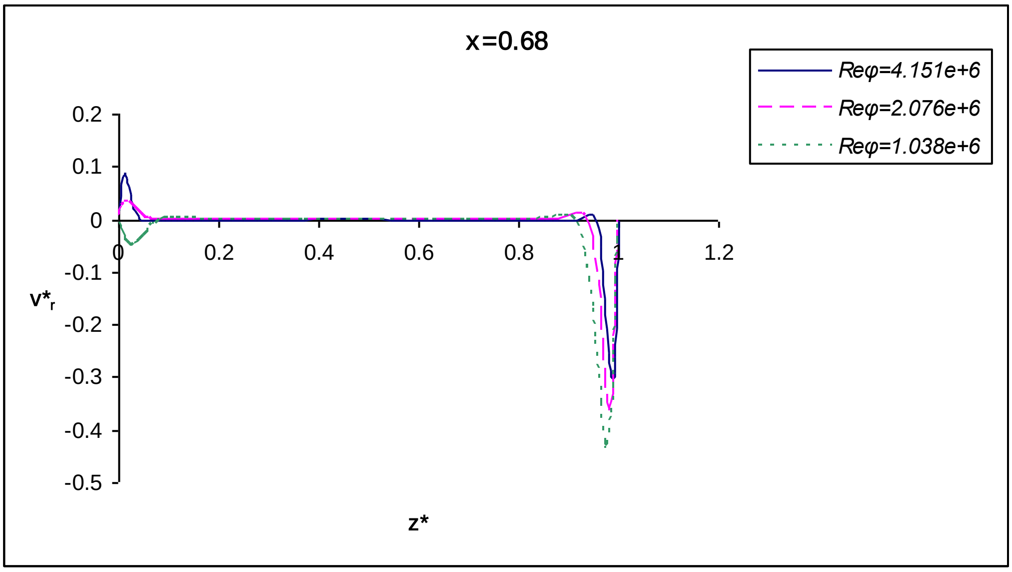
شکل ۵-۳۶- مقایسه مولفه سرعت بی بعد شعاعی در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و شعاع های بی بعد مختلف

شکل های ۵-۳۷ تا ۵-۳۹ تاثیرات عدد رینولدز(سرعت زاویه ای) بر روی سرعت شعاعی بی بعد را در مقاطع به ترتیب در مقاطع x=0.44 , 0.68 , 0.8 نشان می دهد. با افزایش سرعت زاویه ای روتور(افزایش Re_ϕ) ضخامت لایه مرزی بر روی استاتور اندکی کاهش می یابد. همچنین تغییر اندکی در حداکثر سرعت محوری در این لایه مرزی صورت می گیرد. بطور کلی می توان از اثر سرعت دورانی روتور بر روی سرعت بی بعد شده شعاعی صرفنظر کرد. نکته دیگری که می توان دریافت این است که با افزایش عدد رینولدز(سرعت

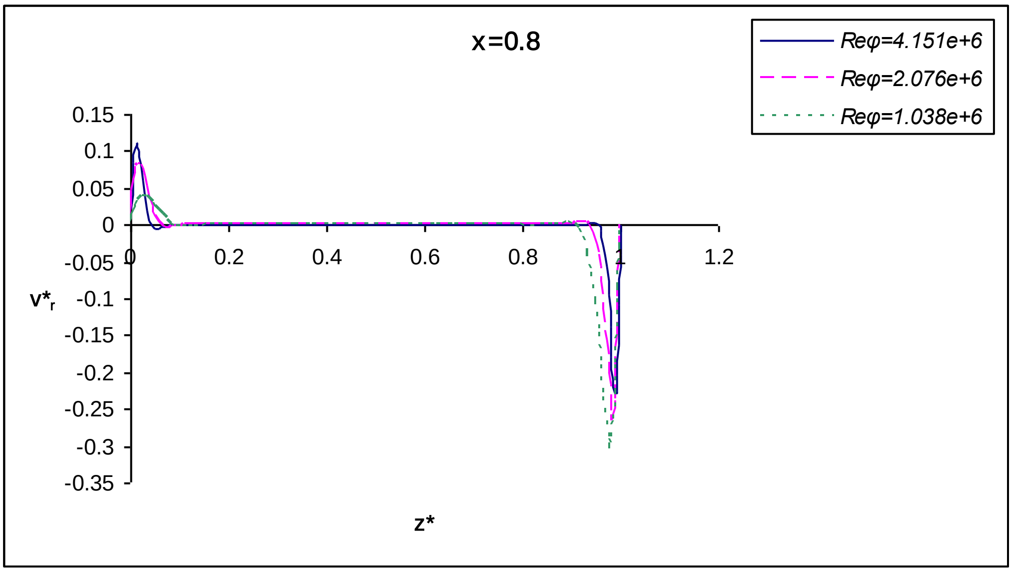
زاویه ای) تغییرات سرعت شعاعی بر روی رتور شدیدتر است وباعث می شود جهت سرعت شعاعی در شعاع کوچکتری تغییر کند و نقطه رکود در شعاع کمتری اتفاق می افتد. در بخش ۵-۲-۱ نیز این نتیجه گیری با توجه به خطوط جریان نیز بدست آمد.



شکل ۵-۳۷- مقایسه مولفه سرعت بی بعد شعاعی در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و عدد های رینولدز مختلف



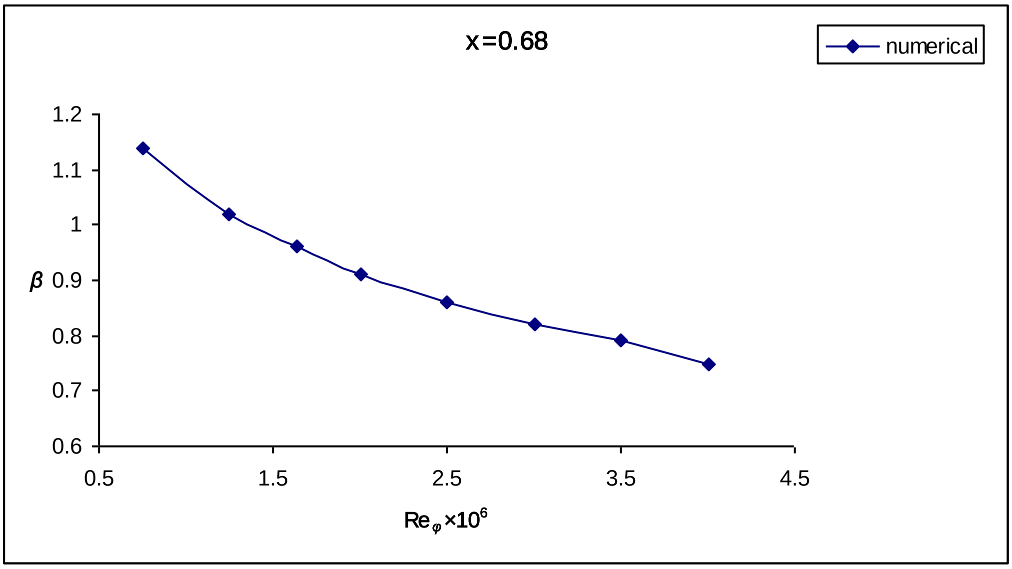
شکل ۵-۳۸- مقایسه مولفه سرعت بی بعد شعاعی در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و عدد های رینولدز مختلف



شکل ۵-۳۹- مقایسه مولفه سرعت بی بعد شعاعی در C_w =۵۱۵۹ و G=0.048 و عدد های رینولدز مختلف

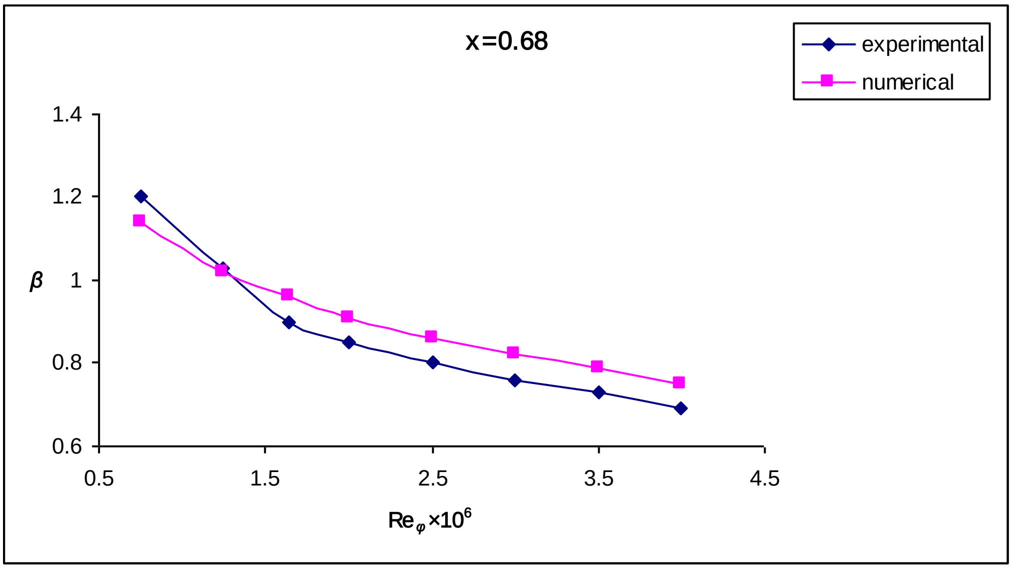
۵-۳ تاثیرعدد رینولدز(سرعت زاویه ای) بر روی سرعت مماسی بی بعد(β)

با بررسـی نتایج که در آن دبی و عرض شـکاف ثابت است و تنها سرعت زاویه ای تغییر می کند، می توان با بدسـت آوردن سرعت مماسی بی بعد(β) در هر مورد به بررسی تاثیر عدد رینولدز(سرعت زاویه ای) بر روی آن پرداخت.$C_w = 5159$ و $G=0.036$ در نظر گرفته شده است. شکل ۵-۴۰ نمودار ضریب β برحسب عدد رینولدز را نشـان می دهد. برای هر یک از نقاطی که بر روی نمودار مشخص است، در $x=0.68$ ضریب β به طور جداگانه محاسـبه شـده و در نهایت نمودار ترسـیم شـده است. برای توضیح بیشتر این مطلب قابل ذکر است که در هسته β_∞ ثابت است و در $z^*=0.15$ تا $z^*=0.85$ مقدار ضریب β ثابت است و با β_∞ برابر می باشد.



شکل ۵-۴۰- ارزیابی β در C_w =5159 و G=0.036

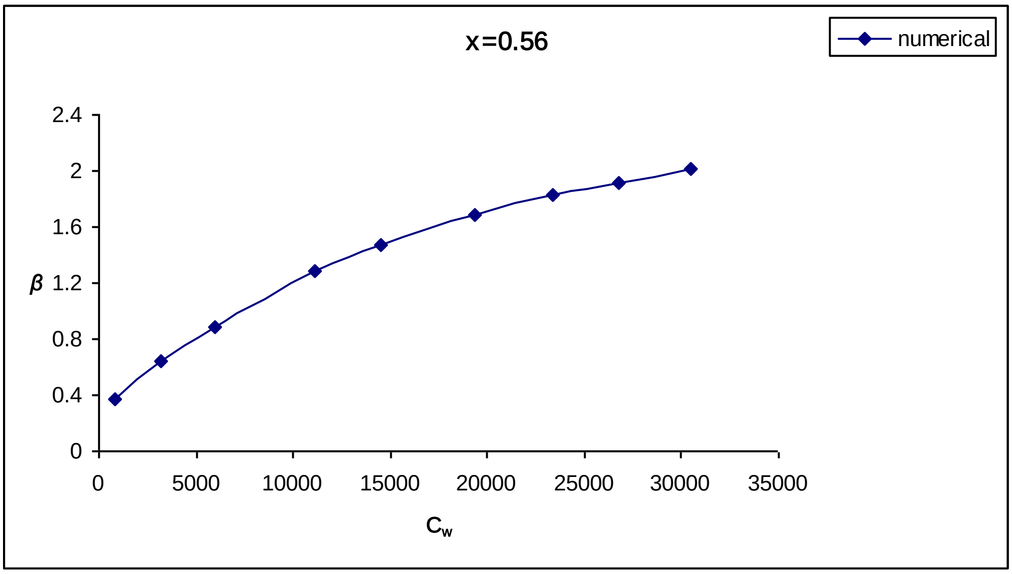
شکل ۵-۴۱ مقایسه بین نتایج عددی و تجربی مرجع[2] می باشد که تطابق خوبی بین نتایج عددی با نتایج تجربی وجود دارد. همان طور که مشاهده می شود با افزایش عدد رینولدز(سرعت زاویه ای)، سرعت مماسی بی بعد(β) کاهش پیدا می کند.



شکل ۵-۴۱- مقایسه نتایج عددی و تجربی در C_w =5159 و G=0.036

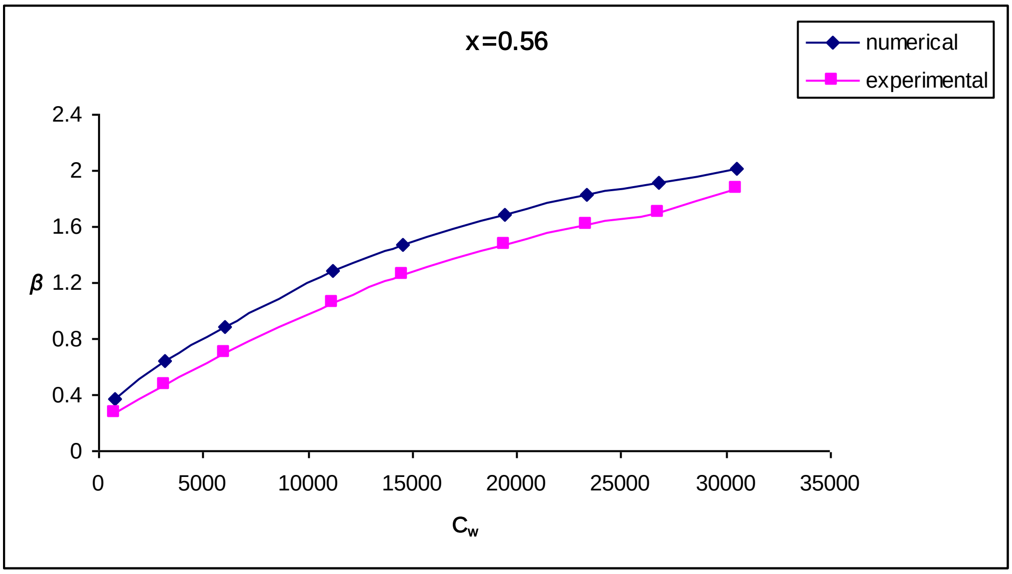
۵-۴ تاثیر دبی(C_w) بر روی سرعت مماسی بی بعد(β)

با تغییر دبی و ثابت نگه داشتن عدد رینولدز(سرعت زاویه ای) و عرض شکاف به بررسی اثرات تغییر دبی بر روی سرعت مماسی بی بعد(β) پرداخته شده است. Re_ϕ=1.038e+6 و G=0.036 ثابت می باشد. مقدار β برای یک از نقاط مشخص در نمودار در x=0.56 محاسبه شده است. شکل ۵-۴۲ نمودار تغییر β بر حسب دبی می باشد



شکل ۵-۴۲- ارزیابی β در Reφ=1.038e+6 و G=0.036

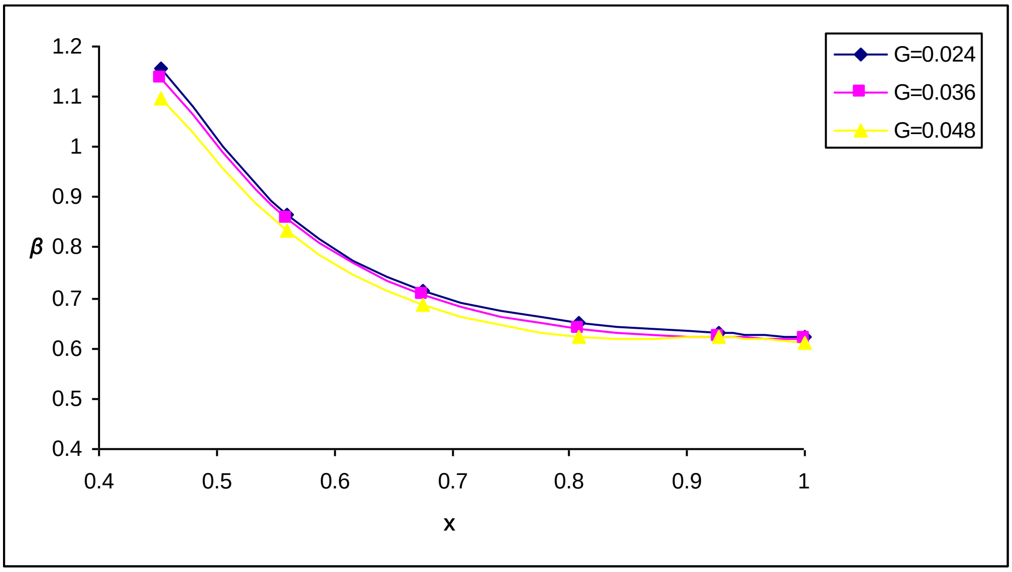
و شکل ۵-۴۳ مقایسه نتایج تجربی و عددی می باشد. همان طور که مشاهده می شود با افزایش دبی، سرعت مماسی بی بعد(β) افزایش می یابد.



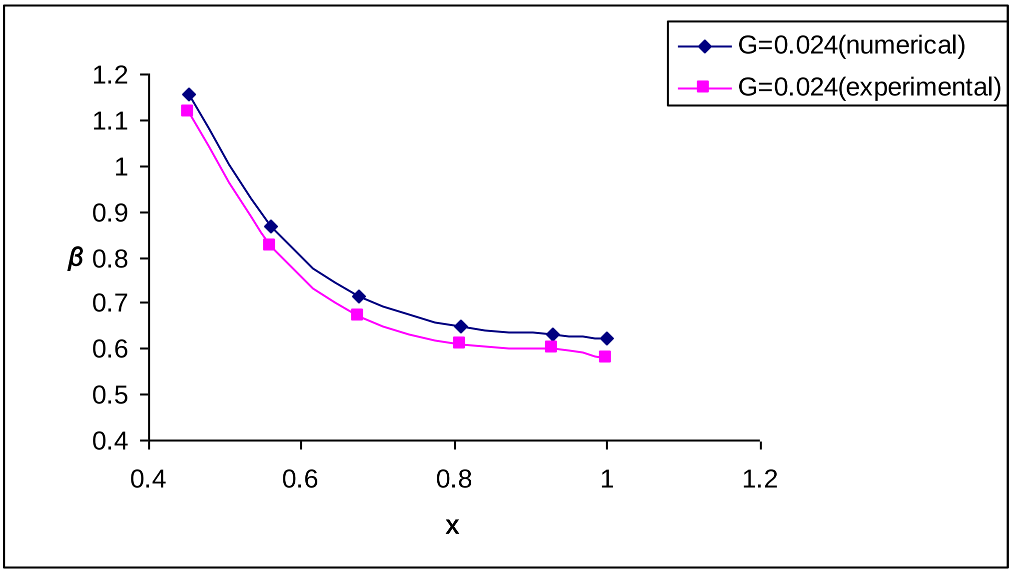
شکل ۵-۴۳- مقایسه نتایج عددی و تجربی در Re_ϕ=1.038e+6 و G=0.036

۵-5 تاثیر عرض شکاف بر روی سرعت مماسی بی بعد(β)

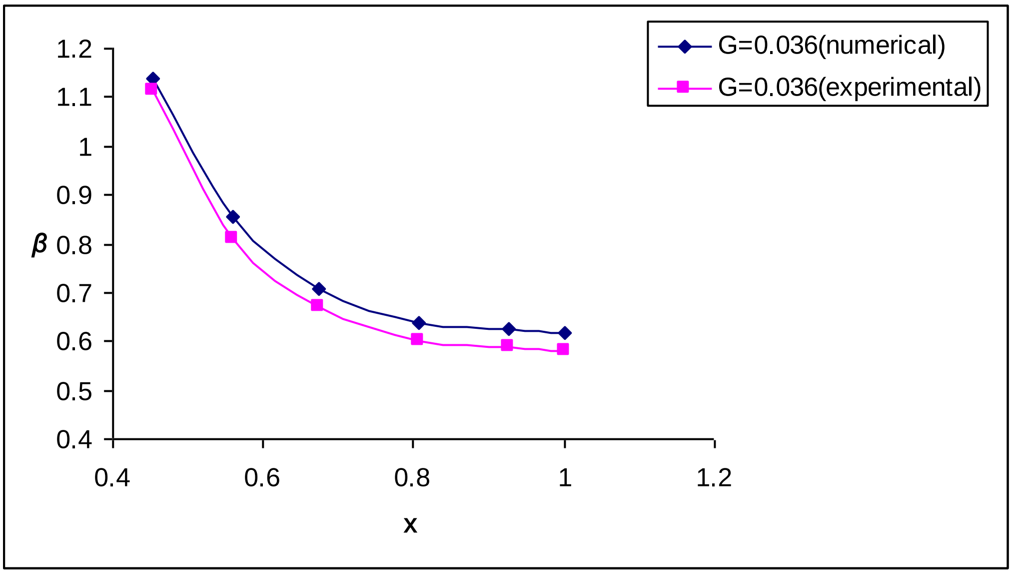
برای بدست آوردن تاثیرات عرض شکاف بر روی سرعت مماسی بی بعد(β)، دبی و سرعت زاویه ای ثابت نگه داشته شده است و عرض شکاف متغیر است. برای مقادیر C_w=5159 , Re_ϕ=4.151e+6 و G=0.024 , 0.036 , 0.048 مقایسه ای در شکل ۵-۴۴ صورت گرفته است. در شکل های ۵-۴۵ تا ۵-۴۷ مقایسه بین نتایج عددی و تجربی نشان داده شده است و می توان به این نتیجه رسید که مقادیر β برای عرض های مختلف تقریباً یکسان است و تغییر عرض شکاف تاثیری بر روی سرعت مماسی بی بعد ندارد.



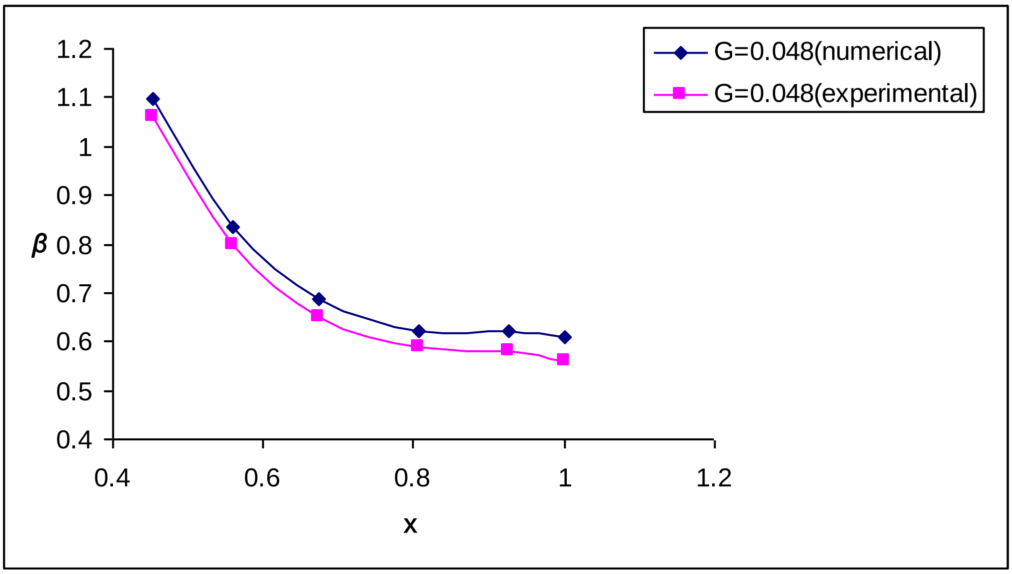
شکل ۵-۴۴- ارزیابی β در Re_ϕ=4.151e+6 و C_w=5159



شکل ۵-۴۵- مقایسه نتایج عددی و تجربی در Re_ϕ=4.151e+6 و C_w=5159



شکل ۵-۴۶- مقایسه نتایج عددی و تجربی در Re_ϕ=4.151e+6 و C_w=5159

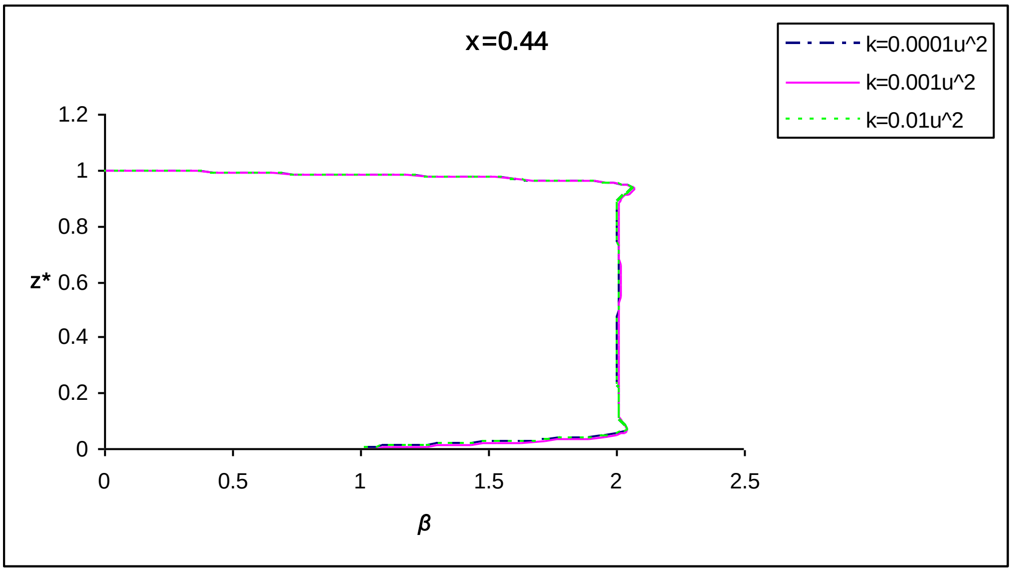


شکل ۵-۴۷- مقایسه نتایج عددی و تجربی در Re_ϕ=4.151e+6 و C_w=5159

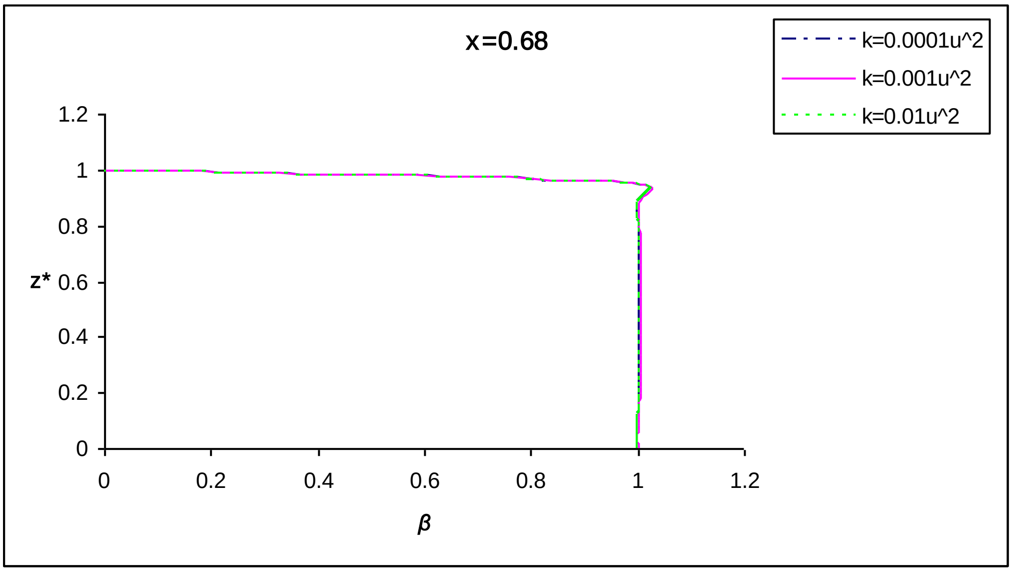
۵-6 تاثیر شرایط مرزی انرژی توربولانس بر روی سرعت مماسی بی بعد(β)

در این بخش تاثیر تغییر شرایط ورودی انرژی توربولانس در روی رتور(k) در مدل k-ε را بر روی سرعت مماسی بی بعد بررسی می کنیم. C_w=5159 , Re_ϕ=1.038e+6, G=0.048 می باشد. k را برابر $0.0001u^2$ و $0.001u^2$ و $0.01u^2$ در شرایط ورودی مساله قرار داده و با مقایسه این سه حالت در دو

مقطع x=0.44 , 0.68 می توان به این نتیجه رسید که می توان از اثرات تغییر k بر روی سرعت مماسی بی بعد صرف نظر کرد. این نتایج در شکل های ۵-۴۸ و ۵-۴۹ نشان داده شده است.



شکل ۵-۴۸- مقایسه تغییر شرایط ورودی انرژی توربولانت درRe_{ϕ}=1.038e+6 و Cw=۵۱۵۹و G=0.048



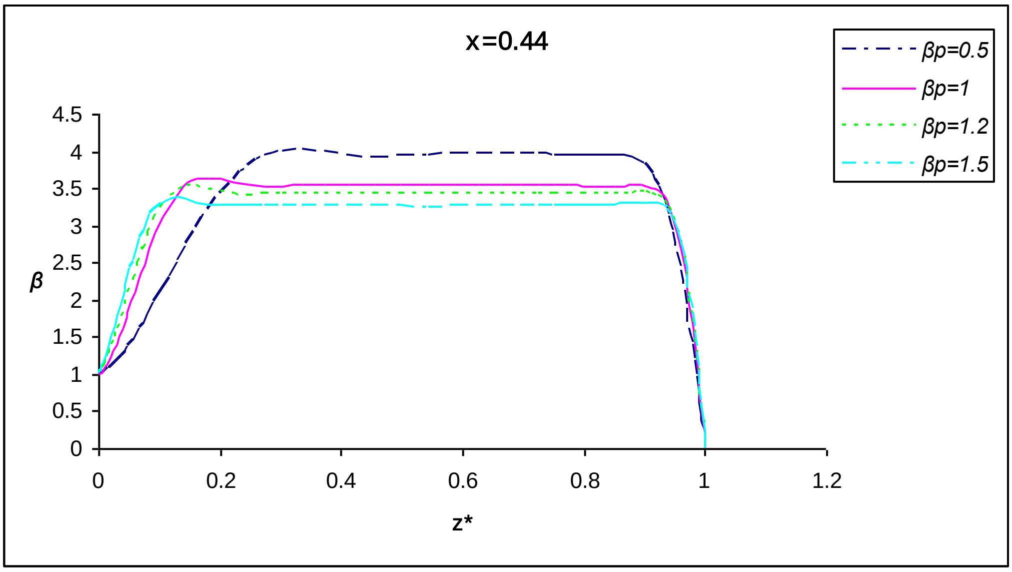
شکل ۵-۴۹- مقایسه تغییر شرایط ورودی انرژی توربولانت در Re_{ϕ}=1.038e+6 و C_w=۵۱۵۹و G=0.048

۵-۷ اثرات ضریب پیش چرخش(β_p) بر سرعت مماسی بی بعد

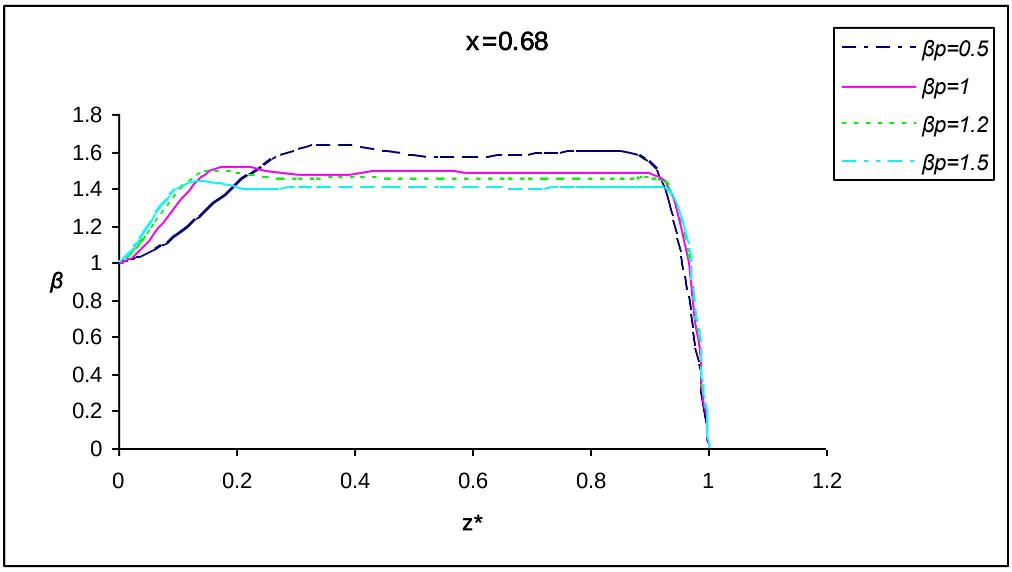
همان طور که در فصل دوم اشاره شد، ضریب پیش چرخش به صورت زیر تعریف می شود:

$$\beta_p = \frac{V_{\varphi,inlet}}{\Omega r}$$

زمانی که β_p=۱ باشد، $V_{\phi,inlet}=\Omega r$ که در شرایط مرزی به کار رفته در حل مساله به کار رفت. شکل های ۵-۵۰ و ۵-۵۱ مقایسه ای بین ضرایب چرخش ۰,۵ و ۱ و ۱,۲ و ۱,۵ در دو مقطع x=0.44 , 0.68 را نشان می دهد. Re_{ϕ}=0.75e+6 و C_w=13365 می باشد. با توجه به شکل می توان دریافت که با افزایش ضریب پیش چرخش، سرعت مماسی بی بعد کاهش می یابد.



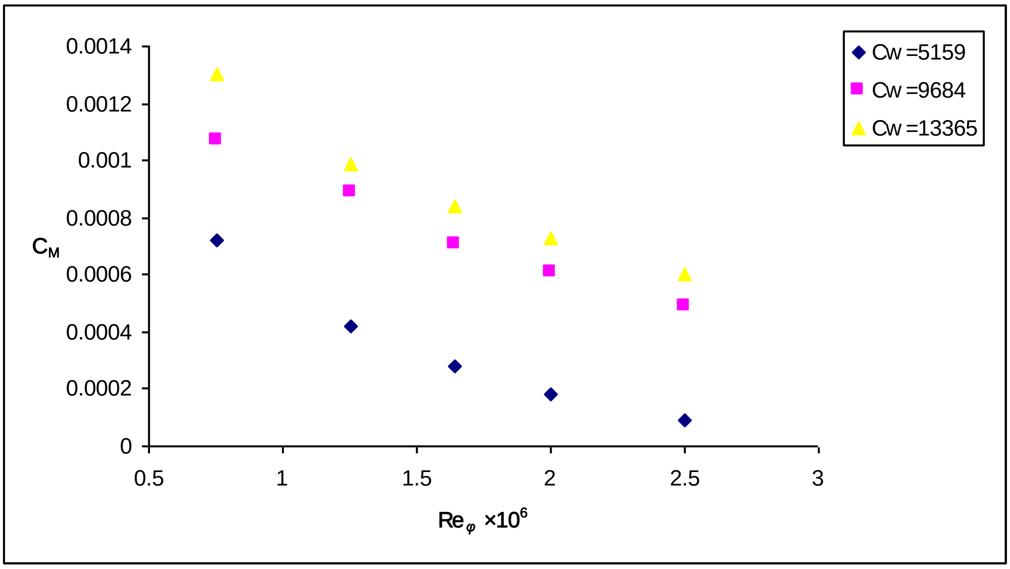
شکل ۵-۵۰- مقایسه تغییر ضریب پیش چرخش بر سرعت مماسی بی بعد در Re_ϕ=0.75e+6 و C_w=13365



شکل ۵-۵۱- مقایسه تغییر ضریب پیش چرخش بر سرعت مماسی بی بعد در $Re_{\phi}=0.75e+6$ و $C_w=13365$

۵-۸ تاثیر عدد رینولدز برضریب مومنتوم کلی روتور(C_M)

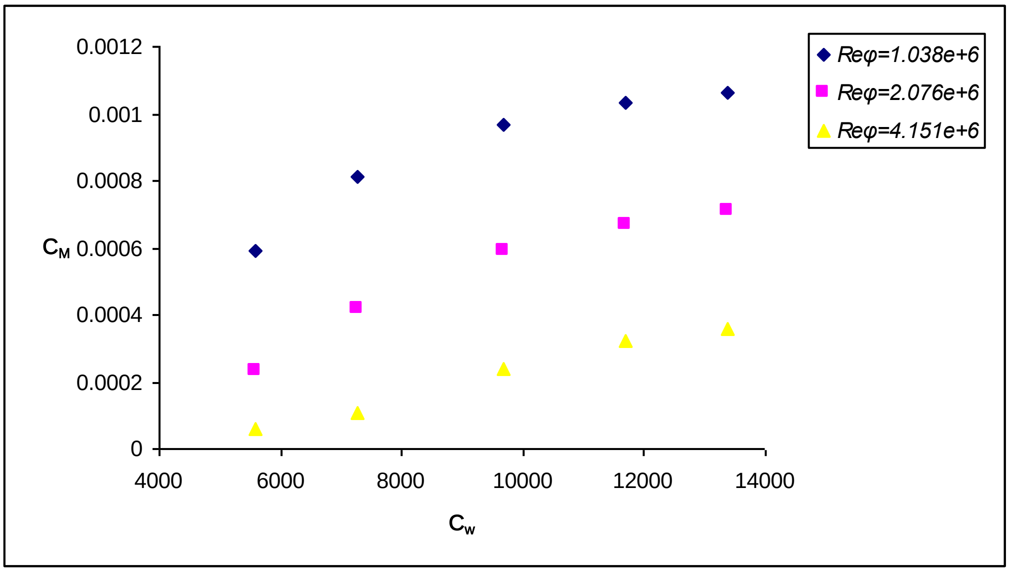
در شــکل ۵-۵۲ نمودار تغییرات ضــریب ممنتوم کلی رتور بر حســب عدد رینولدز نشــان داده شــده اســت. C_M برای عددهای رینولدز(سرعت زاویه ای های)مختلف برای $C_w=5159\ ,\ 9684\ ,\ 13365$ ترسیم شـده است. همان طور که دیده می شود با افزایش عدد رینولدز(سرعت زاویه ای رتور)، ضریب مومنـتوم کلی رتور کاهش می یابد.



شکل ۵-52- تغییرات ضریب مومنتوم رتور بر حسب عدد رینولدز

۵-۹ تاثیر دبی(C_W) بر ضریب مومنتوم کلی رتور(C_M)

در شکل ۵-۵۳ نمودار تغییرات ضریب ممنتوم کلی رتور بر حسب عدد دبی نشان داده شده است. C_M برای Re_ϕ=1.038e+6 , 2.076e+6 , 4.151e+6 و دبی های مختلف بدست آمده است. با توجه به شکل می توان دریافت که با افزایش دبی، ضریب مومنتوم کلی رتور افزایش می یابد.



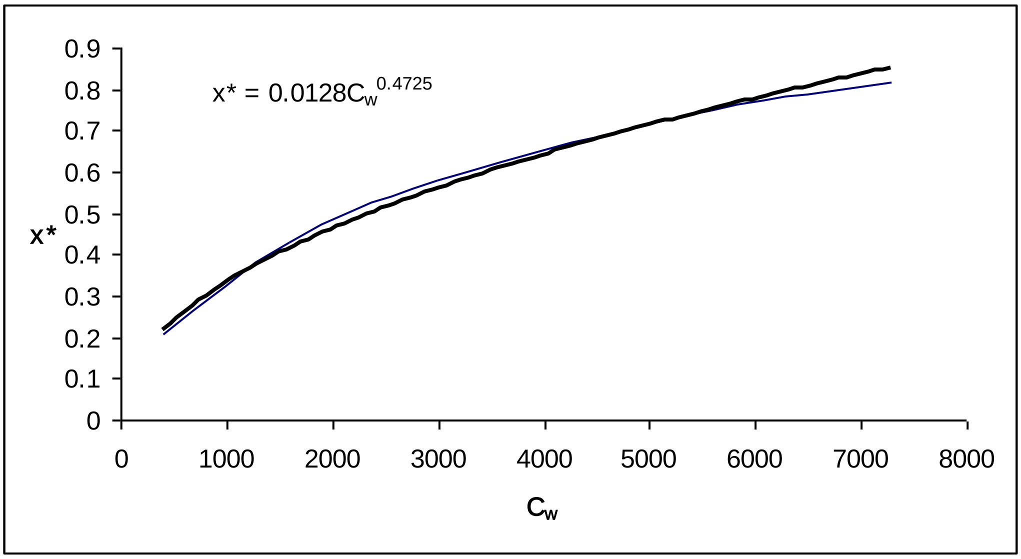
شکل ۵-53- تغییرات ضریب مومنتوم رتور بر حسب دبی

۵-۱۰ تعیین نقطه رکود

در این بخش فرمولی برای محاسبه نقطه رکود در سیستم رتور استاتور مورد بررسی ارائه شده است. در شکل ۵-۵۴، Re_ϕ=1.038e+6 و G=0.036 می باشد که فرمول زیر برای بدست آوردن نقطه رکود برای دبی های مختلف می باشد:

$$x^*=0.0128C_w^{0.4725}$$

x^* شعاع بی بعد نقطه رکود می باشد. با افزایش دبی در عدد رینولدز ثابت، شعاع نقطه رکود افزایش می یابد.

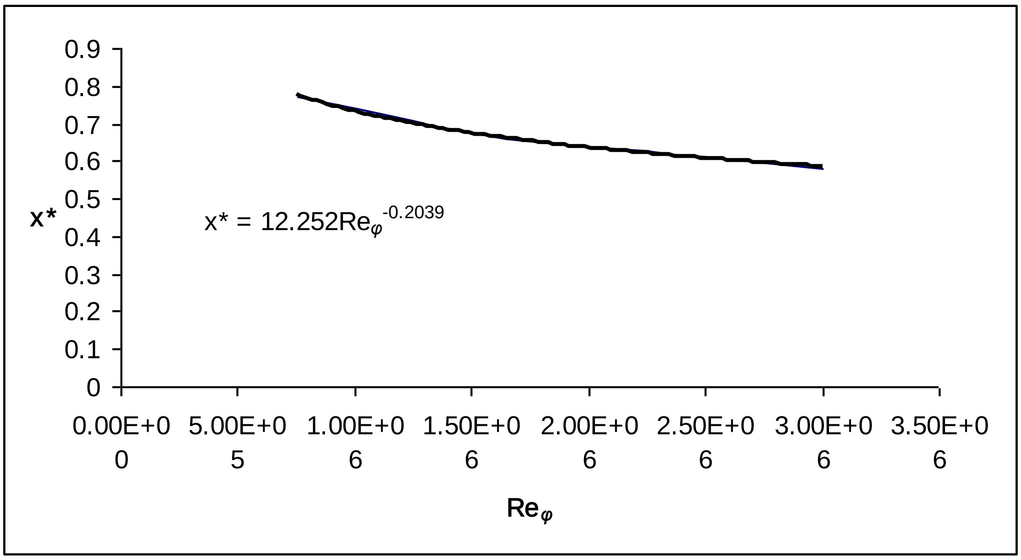


شکل ۵-54- تغییرات شعاع نقطه رکود بر حسب دبی

فرمول دیگری نیز برای C_w=5159 و G=0.036 بر حسب عدد رینولدز بدست آمد که بدین صورت است:

$$x^*=12.252Re_\phi^{-0.2039}$$

شکل ۵-۵۵ تغییرات شعاع نقطه رکود بر حسب عدد رینولدز در دبی ثابت را نشان می دهد. با افزایش عدد رینولدز در دبی ثابت، شعاع نقطه رکود کاهش می یابد.



شکل ۵-55- تغییرات شعاع نقطه رکود بر حسب عدد رینولدز

همان طور که در فصل دوم نیز اشاره شد، پارامتر جریان توربولانت به صورت زیر تعریف می شود:

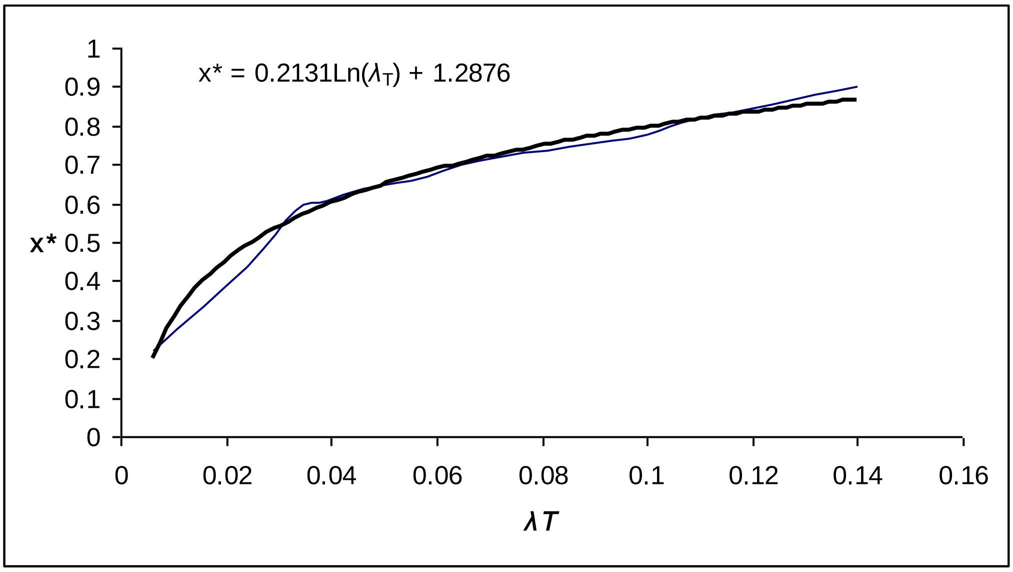
$$\lambda_T = \frac{C_w}{Re_\varphi^{0.8}}$$

در شکل ۵-۵۶ شعاع نقطه رکود بر حسب پارامتر جریان توربولانت رسم شده است و فرمول زیر برای محاسبه شعاع نقطه رکود در حالت کلی می باشد:

x*=0.2131Ln(λ_T)+1.2876

$V_{\phi,\infty})^2 - V_{\phi,\infty}{}^2)$

می توان نتیجه گرفت که با افزایش پارامتر جریان توربولانت، شعاع نقطه رکود افزایش می یابد.



شکل ۵-56- تغییرات شعاع نقطه رکود بر حسب پارامتر جریان توربولانت

در این فصل ابتدا نتایج بدست آمده به صورت فهرست‌گونه آورده شده و سپس پیشنهاداتی برای کارهای آینده در این زمینه ارائه می‌گردد.

۶-۱ نتیجه‌گیری

در این تحقیق جریان سیال در درون سیتم روتور- استاتور به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفت. جریان سیال با استفاده از یک حل عددی که از مدل توربلانس k- ε رینولدز پایین استفاده می کند مدل و حل شده است. نتایج عددی مولفه های سرعت با نتایج تجربی یک نمونه موجود مقایسه و همخوانی خوبی را نمایش می دهد. اثر پارامتهای مختلف جریان بر روی ساختار جریان مورد مطالعه قرار گرفته است. به علت هندسه خاص مساله بدست آوردن مش بندی ایده آل از اهمیت خاصی برخوردار بود زیرا کوچک کردن زیاد مش ها نه تنها باعث دقیق تر شدن جواب ها نشد بلکه باعث واگراشدن جواب ها شد.

با توجه به مطالعات و بررسی‌های عددی انجام گرفته در این تحقیق، اهم نتایج حاصل را می‌توان به صورت زیر ارائه نمود:

۶-۱-۱اثر پارامترهای کلیدی بر خطوط جریان :

- برای هر مورد، وجود سه ناحیه قابل تشخیص است. ناحیه اول به لایه مرزی توسعه یافته بر روی دیسک ثابت مربوط است که لایه بودوات نامیده می شود و سرعت مماسی جریان بین $\beta_\infty\Omega r$ در هسته تا صفر بر روی دیسک ثابت تغییر می کند ناحیه دوم توسط سرعت مماسی برابر با $\beta_\infty\Omega r$ و شعاع سرعتی تقریباً صفر تعریف می شود و هسته نام دارد. ناحیه سوم مربوط به لایه مرزی ای که بر روی دیسک چرخان توسعه می یابد است که لایه اکمان نامیده می شود. در این ناحیه سرعت مماسی از Ωr بر روی دیسک تا $\beta_\infty\Omega r$ در هسته تغییر می کند.
- با افزایش C_w در $Re_\phi=cte$، خطوط جریان به هم نزدیک تر شده و نقطه رکود در شعاع بزرگتری اتفاق می افتد.

۶-۱-۲ اثر پارامترهای کلیدی بر مولفه سرعت شعاعی:

- در ناحیه میانی مقدار سرعت شعاعی صفر بوده و تمام جریان جرمی عبوری از درون لایه های مرزی می گذرد.
- با افزایش شعاع بی بعد مقادیر سرعت شعاعی بی بعد کاهش می یابد و در $x=0.8$ جهت سرعت شعاعی عوض می شود که به معنی وجود نقطه رکود بر روی رتور می باشد.
- با افزایش سرعت زاویه ای روتور(افزایش Re_ϕ) ضخامت لایه مرزی بر روی استاتور اندکی کاهش می یابد همچنین تغییر اندکی در حداکثر سرعت محوری در این لایه مرزی صورت می گیرد.
- با افزایش سرعت زاویه ای تغییرات سرعت شعاعی بر روی رتور شدیدتر است و باعث می شود جهت سرعت شعاعی در شعاع کوچکتری تغییر کند و نقطه رکود در شعاع کمتری اتفاق می افتد.

۶-۱-۳ اثر پارامترهای کلیدی بر مولفه سرعت مماسی:

- در حالت به خصوصی برای $x=0.44$ ، β می تواند بزرگتر از یک باشد و این به این معنی است که سیال از دیسک چرخان(رتور) سریع تر می چرخد و در نتیجه لایه اکمان مایل به مرکز می شود.
- در نزدیکی دیسک ها جریان شدیداً تحت تاثیر شرایط مرزی قرار می گیرد.
- خطوط با شیب ثابت در نمودار β بر حسب x^{-2}، بیانگر وجود گردابه آزاد می باشد.
- در مقایسه نتایج بدست آمده برای مولفه سرعت بی بعد شده مماسی با نتایج تجربی همخوانی نسبتاً خوبی مشاهده می‌گردد.
- با افزایش عدد رینولدز(سرعت زاویه ای)، سرعت مماسی بی بعد(β) کاهش می یابد.
- با افزایش دبی(C_w) ، سرعت مماسی بی بعد(β) افزایش می یابد.
- تغییر عرض شکاف تاثیری بر روی سرعت مماسی بی بعد ندارد.
- می توان از اثرات تغییر شرایط ورودی انرژی توربولانت بر روی سرعت مماسی بی بعد صرف نظر کرد.
- با افزایش ضریب پیش چرخش، سرعت مماسی بی بعد کاهش می یابد.

۶-۱-۴ اثر پارامتر های جریان بر روی ضریب مومنتوم کلی رتور (C_m)

- با افزایش عدد رینولدز، ضریب ممنتوم کلی رتور کاهش می یابد.
- با افزایش دبی، ضریب ممنتوم کلی رتور افزایش می یابد.

۶-۱-۵ تعیین نقطه رکود

فرمول زیر برای محاسبه شعاع نقطه رکود در حالت کلی می باشد:

$$x^*=0.2131Ln(\lambda_T)+1.2876$$

می توان نتیجه گرفت که با افزایش پارامتر جریان توربولانت، شعاع نقطه رکود افزایش می یابد.

۶-۲ پیشنهادات

برای بهبود نتایج انجام تحقیقات بیشتر ضروری به نظر می‌رسد. از این‌رو برای ادامه روند تحقیقات در این زمینه، موارد زیر پیشنهاد می‌گردد:

- اثرات تغییر دما بر روی این سیستم بررسی شود و از آنجا که مدل توربولانس رینولدز پایین در مورد برخی از پارامترها (مانند Nu در ورودی جریان به محفظه) جواب درستی نمی دهد پیشنهاد می‌گردد در زمینه بررسی مدل‌های توربولانس دیگر کارهای تحقیقاتی بیشتری صورت پذیرد.
- از آن جا که سیستم های رتور استاتور کاربرد فراوانی در توربوماشین ها دارند، سیستم مورد بررسی برای سیالات دیگر نیز تجزیه تحلیل شود.

1. Farzaneh, M, “Flow and Heat Transfer in a Pre-Swirl Rotor-Stator System”, PhD Thesis, Uni. Bath, UK, (2003).

2. S.Poncet, M.P.Chauve & P.Legal, “Turbulent rotating disk flow with inward throughflow”,J.Fluid Mech.(2005),vol.522,pp. 253-262.

3. Karman, Th Von., “Uber Laminare und Turbulent Reibung”, Z. Angew. Math. Mech, 1, (2004), 233-252.

4. Cochran, W. G., “The Flow Due to a Rotating Disc”, Proc. Camb. Phil. Soc., 30, (1934), 365_375.

5. Theodorsen, T., and Reigier, A., “Experiments on Drag of Revolving Disks, Cylinders, and Streamline Rods at High Speeds”, NACA Report, No.793, (1944).

6. Owen, J. M., and Rogers, R. H., “Flow and Heat Transfer in Rotating Disc Systems”, Vol.2-Rotating Cavities, Research Studies Press, Taunton, (1995).

7. St´epanoff, A. J. 1932 Pompes centrifuges et pompes h´elices. Trans. ASME **54**, 334–352.

8. Schultz-Grunow, F. 1935 Der Reibungswiderstand rotierender Scheiben in Gehausen. Z. Angew. Math. Mech. **5**, 191–204.

9. Cooper, P. & Reshotko, E. 1975 Turbulent flow between a rotating disk and a parallel wall. AIAA J. **13**, 573–578.

10. Sirivat, A. 1991 Stability experiment of flow between a stationary and a rotating disk. Phys. FluidsA **3**, 2664–2671.

11. Schouveiler, L., Le Gal, P., Chauve, M.-P. & Takeda, Y. 1999 Spiral and circular waves in the flow between a rotating and a stationary disk. Exps. Fluids **26**, 179–187.

12. Savas, O. 1987 Stability of B¨odewadt flow. J. Fluid Mech. **183**, 77–94.

13. Lopez, J. M. 1998 Characteristics of endwall and sidewall boundary layers in a rotating cylinderwith a differentially rotating endwall. J. Fluid Mech. **359**, 49–79.

14. Schouveiler, L., Le Gal, P. & Chauve, M.-P. 2001 Instabilities of the flow between a rotating anda stationnary disk. J. Fluid Mech. **443**, 329–350.

15. Gauthier, G., Gondret, P. & Rabaud, M. 1999 Axisymmetric propagating vortices in the flowbetween a stationary and a rotating disk enclosed by a cylinder. J. Fluid Mech. **386**, 105–126.

16. Daily, J. W., Ernst, W. D. & Asbedian, V. V. 1964 Enclosed rotating disks with superposedthroughflow. Tech. Rep. 64. MIT, Department of Civil Engineering.

17. Dijkstra, D. & van Heijst, G. J. F. 1983 The flow between two finite rotating disks enclosed by acylinder. J. Fluid Mech. **128**, 123–154.

18. Kurokawa, J. & Toyokura, T. 1972 Study on axial thrust of radial flow turbomachinery. 2nd IntlJSME Symp. Fluid Machinery and Fluidics, Tokyo, 4–9 September, vol. 2, p. 31.

19. Debuchy, R. 1993 Ecoulement turbulent avec aspiration radiale entre un disque fixe et un disquetournant. PhD thesis, Universit´e des Sciences et Technologies de Lille.

20. Elena, L. & Schiestel, R. 1995 Turbulence modeling of confined flow in rotating disk systems. AIAA J. **33**, 812–821.

21. Owen, J. M., and Rogers, R. H., "Flow and Heat Transfer in Rotating Disc Systems", Rotor Stator Systems, Research Studies Press, 1, (1989) Taunton, U.K.

22. Farzaneh, M., "Axisymmetric Study of Flow in Pre-Swirl Rotor-Stator System", 14th International Mechanical Engineering Conf, (2006), Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

23. Farzaneh, M., "Axisymmetric Study of Heat Transfer in Pre-Swirl Rotor-Stator System", 14th International Mechanical Engineering Conf, (2006), Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

24. Daily, J. W., and Nece, R. E., "Chamber Dimension Effects on Induced Flow and Frictional Resistance of Enclosed Rotating Disks", J. Basic Eng., 82, (1960), 217-228.

25. Batchelor, G. K., "Note on a Class of Solution of the Navier-Stokes Equations Representing Steady Rotationally-Symmetric Flow", Quart. J. Mech. Appl. Math., 4, (1951), 29_41.

26. Stewartson, K., "On the Flow Between Tow Rotating Coaxial Discs", Proc. Camb. Phil. Soc., 49, (1953), 333-341.

27. Grohne, D. "Uber Die Laminare Stromung in Einer Kreiszylindrischen Dose Mit Rotierendem Deckel", Nachr. Akad. Wiss. Gottingen., Mah. Phys. Kl., 263-282

28. Picha, K. G., and Eckert, E. R. G., "Study on the Air Flow Between Coaxial Discs Rotating with Arbitrary Velocities in an Open or Enclosed Space", Proc. 3rd U. S. Nat. Cong. Appl. Mech., (1958), 791-798.

29. Lance, G. N., and Rogers, M. H., "The Axially Symmetric Flow of a Viscous Fluid Between Two Infinite Rotating Discs", Pro. Roy. Soc A, 266, (1962), 109-121

30. Pearson, C. E., "Numerical Solutions for the Time-Dependent Viscous Flow Between Tow Rotating Coaxial Discs", J. Fluid Mech, 21, (1965), 623-633

31. Daily, J. W., Ernest, W. D., and Asbedian, V. V., "Enclosed Rotating Discs with Superimposed Throughflow", Dept. Civil Engng. Hydrodyn. Lab. MIT., B Rep., No. 64.

32. Owen, J. M., and Wilson, M., "Some Current Research in Rotating-Disc Systems", Turbine 2000 Int. Symp. On Heat Transfer in Gas Turbine Systems, (2000), Turkey, in Heat Transfer in Gas Turbine Systems, Annals of the New York Academy of Sciences, 934, 206-221

33. Iacovides, H., and Toumpanakis, P., "Turbulence Modeling of axisymmetric Flow inside Rotor-Stator System", 5th. Int. Symp. On refined Flow Modeling and Turbulence Measurements, (1993), Paris.

34. Gan, X., Kilic, M., and Owen, J. M., “Flow Between Contra-Rotating Discs”, 93-GT-286., ASME Int. Gas Turbine Conf., (1993), Cincinnati.

35. Gan, X., Kilic, M., and Owen, J. M., “Superposed Flow Between Tow Discs Contra-Rotating at Differential Speeds”, Int. J. Heat and Fluid Flow, 15, (1994), 438_446.

36. Gan, X., Kilic, M., and Owen, J. M., “Flow Between Contra-Rotating Discs”, J. Turbomachinery, 117, 299_305 (Formerly ASME Paper 93-GT-286).

37. Kilic, M., “Flow Between Contra-Rotating Discs”, PhD Thesis, Uni. Bath, UK, (1993).

38. Versteeg, H. K., Malalasekera, W., “An Introduction to Computational Fluid Dynamics”, (1995), Longman, U.K.

39. Launder, B. E., and Sharma, B. L., “Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc”, Letters in Heat and Mass Transfer, 1, (1974), 131-138

40. Morse, A. P., “Assessment of Laminar-Turbulent Transition in Closed Disc Geometries”, J. Turbomachinery, 113, (1991), 131_138

41. Patankar, S. V., “Numerical Heat Trasfer and Fluid Flow”, (1980), Hemisphere, New York.

42. Harlow, F. H., and Welch, J. E., “Numerical Calculation of Time-dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface”, Phys. Fluids, 8, 2182-2189

43. Gan, X., Kilic, M., and Owen, J. M., “Flow Between Contra-Rotating Discs”, 93-GT-286., ASME Int. Gas Turbine Conf., (1993), New Orleans.

Abstract

The evolution of the entrainment coefficient β of the rotating fluid in a rotor-stator cavity with an inward throughflow and pre-rotation is studied according to the flow parameters. This thesis describe a numerical study of flow in such a system .The Reynolds-avaraged Navier-Stokes equations in cylindrical polar coordinates were solved in primitive-variables using the finite-volume method , hybrid differencing and the SIMPLE pressure-correction scheme. The low Reynolds k-ε model has been used for numerical analysis. A simplified axisymmetric model has been used to study the effects of flow parameters on flow in this system. Measurements are obtained in water for a turbulent Batchelor type of flow with two separated boundary layers on the rotating and stationary disks.The computed results are

compared with available measured data performed by S.Poncet,M.P.Chauve(2004)[1]. The results have good agreement with experimental data.

In the Name of God

Numerical study of turbulent rotating disk flow with inward through flow

By:

Ali vazifeh doost saleh

Thesis

Submitted to the Faculty of Mechanical Engineering

in Partial Fulfillment of The Requirements for the Degree of Master of Science (M.Sc)

In

Mechanical Engineering Department

Shahrood University of Technology

Shahrood, Iran

Evaluated and approved by the thesis committee as:

Dr. M. Farzaneh Gord (Principal Advisor) ……………………………………………………..

Dr. Sh. Hashemi marghzar (Principal Advisor) ……………………………………………….

Dr. A. khoshnevis (External Examiner)……………………..……………………………..

Dr. M. M. Shahmardan (Internal Examiner) ……………………………………………….

March 2008

Shahrood University of Technology

Mechanical Engineering Department

M. Sc. Thesis

Numerical study of turbulent rotating disk flow with inward through flow

By

Ali vazifeh doost saleh

Supervisors

Dr. Mahmood Farzaneh Gord

Dr. shahram hashemi marghzar

March 2008