
بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکدهٔ مکانیک

پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد رشتهٔ مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

عنوان پایان‌نامه :

بررسی تجربی و عددی کمانش ورق‌های فولادی مستطیلی دارای گشودگی با دو لبهٔ صلب

اساتید راهنما :

دکتر محمود شریعتی

دکتر اردشیر کرمی

دانشجو :

یاشار فرجیان محترم

تابستان ۸۶

تقدیم به دو فرشته ،

پدر و مادرم

اکنون که به لطف ایزد منان این پایان‌نامه به پایان رسیده است، بر خود واجب می‌دانم که از زحمات و مساعدت‌های بی‌دریغ و راهنمائی‌های سودمند استاد ارجمندم آقای دکتر شریعتی کمال تقدیر و تشکر را داشته باشم.

همچنین از استاد نمونه، آقای دکتر ایپکچی که نقش به‌سزایی دوران کارشناسی ارشد بنده داشتند بی‌نهایت سپاسگزارم.

از دوست ارجمندم آقای مسعود مهدیزاده نیز که همواره یار و یاور بنده در پیشبرد این پروژه بودند، کمال تشکر را دارم.

چکیده

ورق‌های فولادی در بسیاری از سازه‌ها مانند سازه‌های عرشه و بدنهٔ کشتی‌ها، پل‌ها و سازه‌های صنایع هوافضا وجود دارند. در بسیاری از موارد، این صفحات در معرض بار فشاری تک‌محوره قرار دارند که زمینه را برای ناپایداری و کمانش ورق فراهم می‌آورد. گاهی، وجود گشودگی در ورق‌ها جهت بازرسی، نگهداری و سرویس، اجتناب ناپذیر است. در این موارد، وجود این گشودگی‌ها توزیع تنش در ورق را تغییر داده و ممکن است پایداری آنها را به طور چشمگیری کاهش دهند. لذا ضروری است که رفتار کمانش این گونه ورق ها مورد تحلیل و بررسی دقیق قرار گیرد. در این تحقیق رفتار کمانشی ورق‌های مستطیلی دارای گشودگی دایروی و شیاری شکل به صورت تجربی و عددی مورد بررسی قرار گرفته است. روش تحلیل عددی بکار گرفته شده، روش المان محدود می‌باشد که بدین منظور از نرم افزار ABAQUS استفاده شده است. از نسبت طول به عرض‌های مختلف و گشودگی‌های با مساحت، هندسه و موقعیت متفاوت در ورق مستطیلی استفاده شده و تاثیر این پارامترها در بار کمانش بررسی شده است. مشاهده شده است که نتایج تجربی به خوبی نتایج تحلیل المان محدود را تائید می‌کنند.

کلمات کلیدی : کمانش، ورق مستطیلی، گشودگی، بار فشاری، روش المان محدود، روش تجربی

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول

مقدمه

کمانش یکی از پیچیده‌ترین پدیده‌ها در مکانیک جامدات می‌باشد. این پدیده، سازه‌هایی را تهدید می‌کند که نازک بوده و تحت نیروی فشاری و یا در حوزۀ تنش‌های فشاری واقعند. سازه‌هایی مانند ستون‌ها، ورق‌ها و پوسته‌ها سازه‌های رایجی هستند که کاربردهای بسیار متنوعی در صنایع مکانیک، عمران، هوافضا و کشتی‌سازی دارند، که مهمترین مد خرابی آنها، زمانی که تحت نیروی فشاری باشند، پدیدۀ کمانش است.

پدیده کمانش از موضوعات مهم و کاربردی در حوزه مهندسی مکانیک است. قطعات بسیار زیادی وجود دارند که در حین کار ممکن است تحت اثر بارگذاریهای مختلف محوری، خمشی یا عرضی دچار کمانش شوند. اگر قطعه‌ای دچار کمانش گردد، موجب زوال و از کار افتادگی آن قطعه خواهد شد.

ورق‌های فولادی در بسیاری از سازه‌ها مانند سازه‌های عرشه و بدنۀ کشتی‌ها، پل‌ها و سازه-های صنایع هوافضا وجود دارند. در بسیاری از موارد، این صفحات در معرض بار فشاری تک‌محوره قرار دارند که زمینه را برای ناپایداری و کمانش ورق فراهم می‌آورد.

گاهی، وجود گشودگی در ورق‌ها جهت بازرسی، نگهداری و سرویس، اجتناب ناپذیر است. در این موارد، وجود این گشودگی‌ها توزیع تنش در ورق را تغییر داده و ممکن است پایداری آنها را به

طور چشمگیری کاهش دهند. لذا ضروری است که رفتار کمانش این گونه ورق ها مورد تحلیل و بررسی دقیق قرار گیرد.

در این تحقیق رفتار کمانشی ورقهای دارای گشودگی به روش عددی و نیز بطور تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. نمونه های انتخاب شده دارای نسبت‌های طول به عرض مختلف بوده، مکان، هندسه و مساحت گشودگی و نیز تعداد گشودگی‌ها در آنها متغیر می باشد. شرایط مرزی به صورت دو سر آزاد و دو سر گیر دار انتخاب شده است. در بررسی تجربی از یک دستگاه پیشرفته بار گذاری تک محورهٔ سروهیدرولیک INSTRON 8802 استفاده شده است. در بررسی المان محدود از نرم افزار ABAQUS 6.6 استفاده شده است.

در فصل دوم مروری بر مطالعات انجام شده انجام گرفته است و چند روش برای تحلیل کمانش ورق‌ها مختصرا شرح داده شده است. فصل سوم حاوی تئوری حاکم بر کمانش ورق ها میباشد. البته لازم به ذکر است که در این تحقیق به تحلیل تئوری پرداخته نشده و این فصل صرفاً جهت آشنایی با کلیات تئوری کمانش آورده شده است. در فصل چهارم بررسی المان محدود به تفصیل بیان شده و در فصل پنجم نتایج تجربی مشاهده می شود. در فصل ششم نتایج تجربی و عددی با هم مقایسه شده و رابطه‌ای بر اساس نتایج تجربی برای پیش‌بینی بار کمانش نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل، پیشنهاد شده است. نتایج تحقیق در فصل آخر بیان شده است.

فصل دوم

مروری بر مطالعات انجام گرفته

مسأله کمانش ورق مستطیلی دارای تکیه گاههای ساده چهار لبه و با طول a ، عرض b و ضخامت t ، برای اولین بار توسط Timishinko [۱] در سال ۱۹۶۱ مورد مطالعه قرار گرفت و با در نظر گرفتن فقط ترم درجهٔ اول در معادله حاکم، تنش بحرانی به این صورت حاصل شد :

$$\sigma_{cr} = k\ \pi^2 E / (12(1-\nu^2))\ (t / b)^2 \qquad (۱-۲)$$

بطوریکه k ضریب بی‌بعد کمانش ورق بوده و به نوع بارگذاری ، شرایط مرزی و نسبت طول به عرض a/b بستگی دارد. برای شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و بارگذاری فشاری تک محوره در دو لبه کوتاه ، k به این صورت نوشته می شود:

$$k = \left(\frac{1}{m}\frac{a}{b} + m\frac{b}{a}\right)^2 \text{ و } m=1,2,\ldots \qquad (۲-۲)$$

که کمترین مقدار k ، در این حالت برابر چهار می باشد.

این مقدار مینیمم برای $a/b = 1$ در m=۱ و برای $a/b = 2$ درm=2 و ... اتفاق می‌افتد. مشاهده شده است که کمترین بار مختص حالتی است که مقدار نسبت طول به عرض ، عدد صحیح می باشد و مستقل از مقدار این پارامتر است. بنا براین بسیاری از محققان ورق مربع ($a/b = 1$) را برای بررسی رفتار کمانشی صفحات مستطیلی با نسبت طول به عرض عدد صحیح، مورد مطالعه قرار داده اند.

Khaled و همکارانش [۴]، در سال ۲۰۰۱ در مقاله ای تحت عنوان بررسی تاثیر نسبت طول به عرض در کمانش صفحات دارای گشودگی غیر مرکزی تحت بار تک محوره، این پدیده را مورد مطالعه قرار داده‌اند. در تحقیق Khaled از روش FEM برای تعیین بار کمانش استفاده شده است. آنها شرایط مرزی را برای هر چهار لبه، ساده در نظر گرفته و نسبتهای طول به عرض ۱ تا ۴ را برای بررسی تأثیر این پارامتر بر روی بار کمانش بررسی کرده اند. دو هندسه برای گشودگی به صورت دایروی و مستطیلی با گوشه‌های گرد شده مورد بررسی قرار گرفته و مرکز گشودگی در نقاط مختلفی از صفحه واقع شده است.

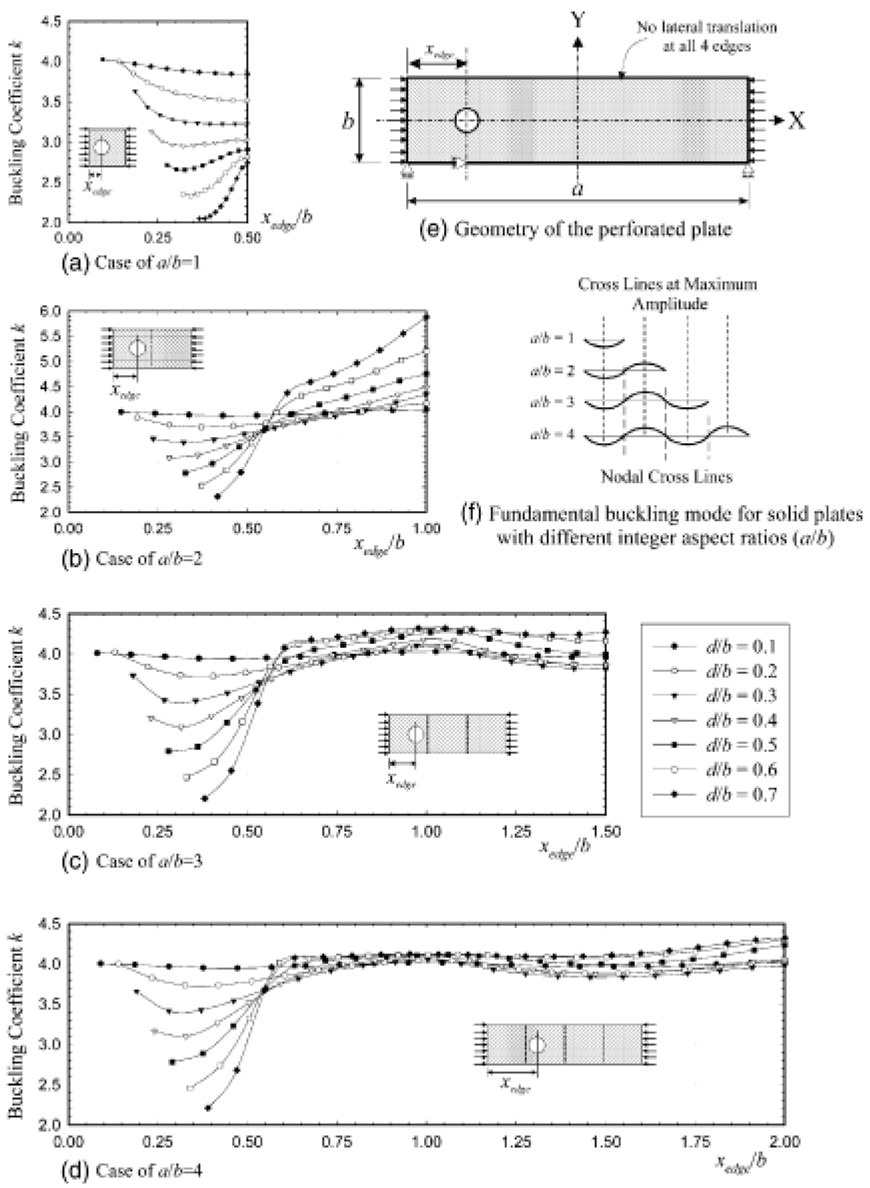
در ورقهای نازک (یعنی مقادیر بزرگ b/t) ، غالباً ناپایداری در تنش بحرانی σ_{cr} که بسیار کوچکتر از تنش تسلیم ماده σ_{ys} می باشد، رخ می‌دهد، مخصوصاً در مواردی که ورق دارای گشودگی نباشد، که این تنش، تنش کمانش الاستیک نامیده می شود. اما در ورق‌های ضخیم یا در ورقهای دارای گشودگی بزرگ، ناپایداری ممکن است هنگامی رخ دهد که ماده به تنش تسلیم برسد، که در این حالت، کمانش غیر الاستیک نامیده می‌شود.

بنابراین در ورقهای بسیار ضخیم ، زوال قطعه ممکن است پیش از کمانش رخ دهد. در تحقیق Khaled [۴]، ورقها نازک فرض شده‌اند تا تنش کمانش کمتر از تنش تسلیم ماده بوده و کمانش الاستیک مورد بررسی قرار بگیرد.

وی از نرم افزار المان محدود ANSYS برای تعیین بار کمانش استفاده کرده است. پس از تحلیل المان محدود ، ضرایب کمانش k بدست آمده برای صفحات با سوراخ جابجا شده در امتداد طولی صفحه در شکل (۲-۱) نشان داده شده است.

در شکل ۲-۱ مشاهده می شود که برای اندازه کوچک سوراخ (مثلاً برای $d / b = 0.1$) ، جایگاه سوراخ تأثیر کمی بر روی ضریب کمانش دارد، مخصوصاً برای حالتی که نسبت طول به عرض صفحه بزرگتر می شود.

همچنین مشاهده می شود که رفتار کمانش صفحات مستطیلی با نسبت طول به عرض ۲ ، ۳ و ۴ هنگامی که سوراخ در امتداد طولی صفحه و در نیمهٔ بیرونی پانل آخری جابجا می شود



شکل ۲-۱ ضرایب کمانش k برای صفحات با سوراخ جابجا شده در امتداد طولی صفحه[۴]

($x_e / b < 0.5$) ، مشابه صفحهٔ مربعی شکل است، با این تفاوت که به مقدار بسیار کم ، پارامترها k افزایش می یابد.

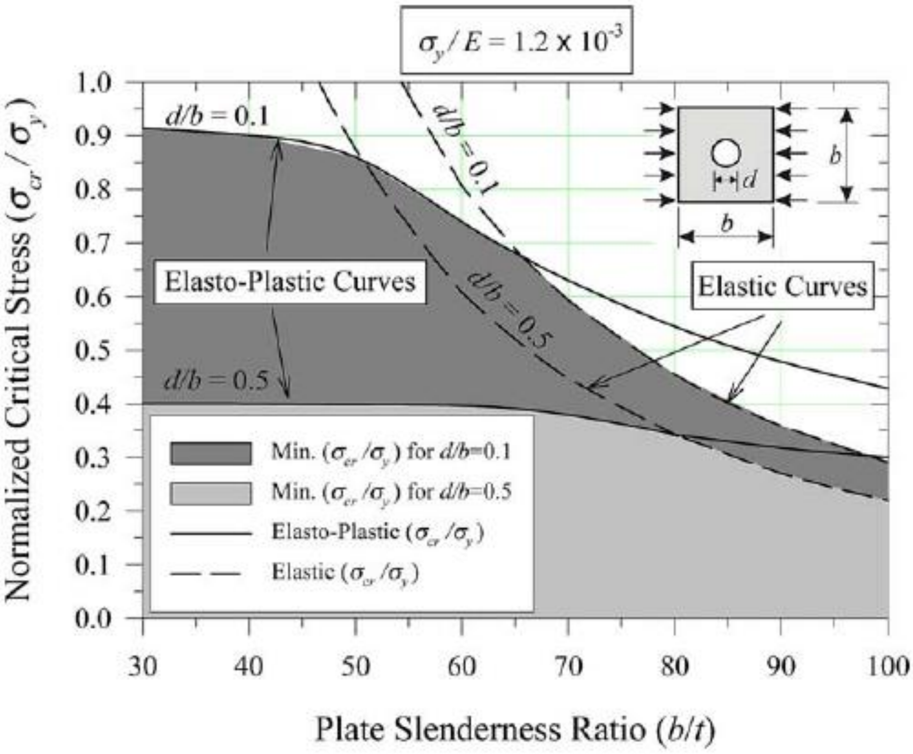
همچنین مشاهده می شود که یک منطقهٔ نامطلوبی برای جایگاه سوراخ‌های بزرگ وجود دارد که در آن ناحیه، ضریب کمانش به مقدار چشمگیری کاهش می یابد. این منطقه را می توان برای x_e / b بین ۰/۲۵ و ۰/۵ تعریف کرد. به این منظور پیشنهاد می‌شود که وقتی اجبار برای قرار گرفتن سوراخ در این ناحیه وجود دارد، سایز سوراخ $d/b < 0.4$ در نظر گرفته شود تا k از ۳ کوچکتر نشود.

Khaled [۴]، همچنین پیشنهاد می کند که برای اینکه $k > 3.4$ باشد باید فاصله لبهٔ گشودگی از لبهٔ بارگذاری نشده ورق (لبه های طولی) بیشتر از 0.1 b باشد چرا که با افزایش این فاصله، پایداری ورق بیشتر می شود. در بررسی گشودگی مستطیلی شکل نیز وی پیشنهاد می‌کند که عرض مستطیل در راستای طولی صفحه قرار بگیرد چرا که در بررسی وی مشخص شده است که گشودگی مستطیلی که در طول آن که در راستای طولی صفحه قرار گرفته بار کمانش را کاهش می دهد.

Khaled در مقاله‌ای تحت عنوان کمانش الاستوپلاستیک صفحات دارای گشودگی تحت فشار تک محور در سال ۲۰۰۴ [۵]، به بررسی این موضوع پرداخته است. وی در این تحقیق از روش FEM برای تعیین تنش کمانش صفحات دارای گشودگی دایروی شکل بهره برده است. وی منحنی های مربوط به تنش الاستیک و نیز تنش الاستوپلاستیک بر حسب نسبت ضخامت ورق (b/t) برای جنس های متفاوتی از فولاد را بدست آورده که از این اطلاعات برای تعیین در مد خرابی حاکم می توان استفاده کرد. در این مقاله نیز جایگاه گشودگی در امتداد طولی صفحه جابجا شده است تا تأثیر این پارامتر بر رفتار کمانشی مورد بررسی قرار گیرد. با بررسی نتایج این تحقیق مشاهده می شود که تنش بحرانی کمانش با افزایش نسبت ضخامت ورق (b/t) ، همیشه کاهش می یابد و این افزایش برای مقادیر بزرگتر نسبت ضخامت، مخصوصاً برای سایز کوچک گشودگی‌ها که خرابی قطعه از حالت الاستوپلاستیک به پلاستیک خالص نغییر فاز می دهد ، بیشتر است. در این مقاله نیز خالد [۵]، از نرم افزار المان محدود ANSYS استفاده کرده است.

شرایط مرزی در هر چهار لبه ساده در نظر گرفته شده است. وی خواص ماده را الاستیک خطی-پلاستیک کامل در نظر گرفته است و از پدیدهٔ کار سختی صرفنظر کرده است. در این مقاله حداکثر مقدار نقص اولیه b/ 2000 در نظر گرفته شده است. وی از روش arc-lenght برای بدست آوردن منحنی بار-جابجایی استفاده کرده است.

در شکل (۲-۲) تغییرات تنش کمانش بر حسب نسبت ضخامت برای فولاد A36 آورده شده است.



شکل ۲-۲ تنش کمانش بر حسب نسبت ضخامت برای فولاد A36 [۵]

همانطور که مشاهده می شود، برای ورقهای نازکتر، تنش کمانش غیر الاستیک بزرگتر از تنش الاستیک برای یک سایز سوراخ می باشد که این اختلاف با افزایش b/t افزایش می یابد.

نقطه تلاقی منحنی های الاستیک و غیر الاستیک تعیین کنندهٔ نسبت (b/t) بحرانی می‌باشد که در آن تنش کمانشی از الاستیک به غیر الاستیک تغییر می کند.

Khaled [۵]، نتایج این تحقیق را بدین صورت بیان می کند که برای صفحهٔ مربعی شکل با سوراخ مرکزی تحت بار فشاری تک محوره، برای سایز کوچک سوراخ ($d/b<0.3$) کمانش الاستیک رخ می دهد و همچنین در مواردی که $b/t>65$ (برای فولاد A36) ، بزرگتر از ۵۵ برای A572 درجه ۵۰ و بزرگتر از ۵۰ برای فولاد A572 درجه ۶۰ می باشد، نیز کمانش در محدوده الاستیک می باشد.

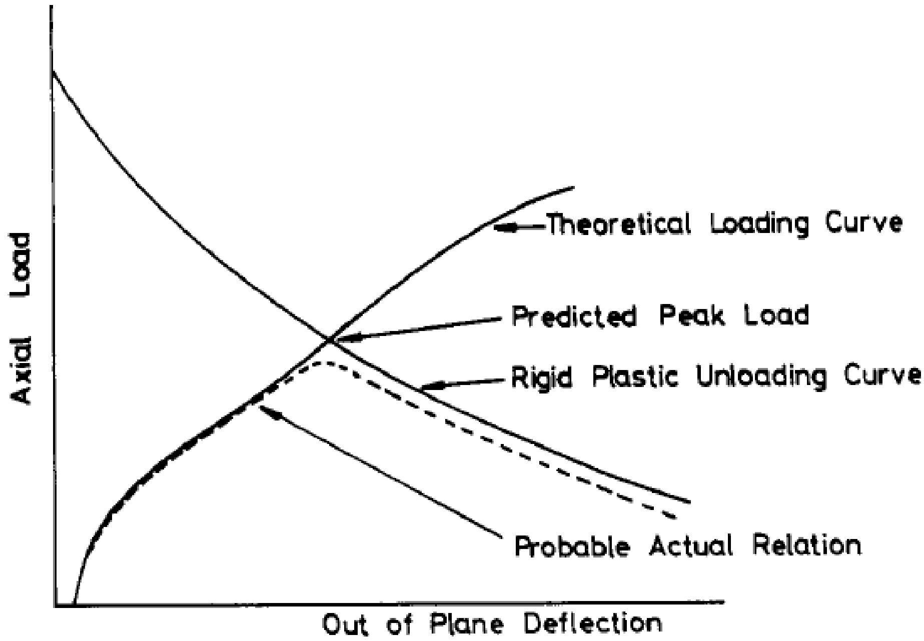
برای سوراخهای بزرگ ($d/b= 0.6, 0.7$) ، نسبت ضخامت تأثیر قابل اغماضی در تنش کمانش داشته و کمانش کاملاً غیرالاستیک رخ می دهد.

وی نتیجه گیری می کند که برای ورقهای بسیار نازک درجه فولاد تأثیر چندانی بر تنش کمانش ندارد چرا که در کمانش بدون توجه به سایز سوراخ، کاملاً الاستیک می‌باشد (بجز در حالت $d/b= 0.7$).

برای ورقهای ضخیم، در تمام سایز سوراخها کمانش غیرالاستیک رخ می دهد و تنش بحرانی با افزایش قطر سوراخ، کاهش می یابد. همچنین مقدار تنش بحرانی بستگی به تنش تسلیم فولاد دارد که با بیشتر شدن تنش تسلیم، افزایش می یابد.

خالد [۵]، پیشنهاد می کند که در کمانش الاستوپلاستیک، فاصلهٔ مرکز سوراخ از لبه صفحه از ۰,۱ کمتر نباشد ($x_e / b> 0.1$) ، چرا که در غیر اینصورت تنش کمانش به شدت کاهش می یابد. وی همچنین بیان می‌کند که ورق بیشترین پایداری را در حالتی از خود نشان می دهد که برای تمام سایز گشودگی‌ها، سوراخ در مرکز صفحه واقع شده باشد.

Narayanan [۶]، در سال ۱۹۸۴ به بررسی ظرفیت نهایی ورقهای دارای گشودگی تحت بار فشاری تک محوره پرداخته است. وی از روشی تقریبی برای پیش بینی بار کمانش استفاده کرده و با نتایج تجربی، کار تئوری خود را تائید کرده است. وی در این مقاله ورق‌های مربعی دارای گشودگی دایروی و مربعی بررسی کرده است. وی بار کمانش را از نقطهٔ تلاقی بین منحنی تئوری بارگذاری و منحنی باربرداری بدست آمده از تئوری پلاستیک بدست می آورد (شکل ۲-۳) و با مقایسه با نتایج تجربی و نیز مطالعات تئوری انجام شده نشان می دهد که این روش دارای دقت مناسب برای ورق‌ها در عمل می باشد.



شکل ۲-۳ رفتار بار-جابجایی ورق تحت فشار تک محوری [۶]

Narayanan [۶]، در مقاله خود، تأثیر قطر گشودگی و نیز تأثیر ضخامت ورق را در رفتار کمانشی بررسی کرده است. وی نقص اولیه ورقهای مورد مطالعه را دستگاههای دقیق اندازه گیری کرده و سپس تست های تجربی را انجام داده است. نتایج حاصله در جدول (۲-۱) آورده شده است.

همانطور که در جدول ۲-۱ مشاهده می شود، نتایج تئوری و تجربی با هم تطابق دارند. نتایج Narayanan [۶] نشان می دهد که تغییر مکان گشودگی برای سوراخهای کوچکتر از 0.3a تأثیر اندکی بر ضریب کمانش دارند. برای گشودگی‌های بزرگتر، ضریب کمانش با بیشتر شدن فاصله گشودگی از مرکز صفحه کاهش می یابد. برای گشودگی با سایز 0.5 a، کاهشی خطی در ضریب کمانش از ۳ به ۲ در افزایش فاصله گشودگی از مرکز سوراخ از 0 تا 0.2a مشاهده می‌شود.

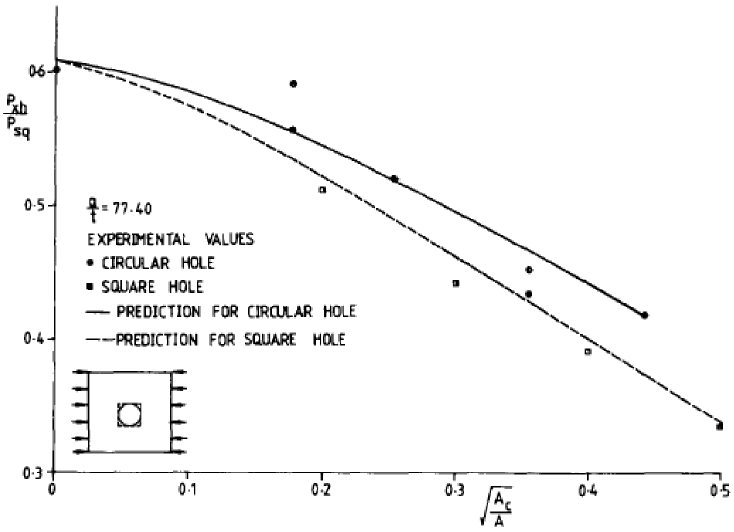
در شکل (۲-۴) ، نتایج تحقیق Narayanan [۶] برای سوراخ‌های دایروی و مربعی آورده شده است، همانطور که مشاهده می شود، ورقهای با گشودگی مربعی شکل دارای پایداری کمتری می‌باشند.

Shanmagam [۷]، در سال ۱۹۹۹ در مقاله‌ای تحت عنوان فرمول طراحی برای ورقهای دارای گشودگی تحت فشار محوری، به بررسی کمانش این گونه ورقها پرداخته است. وی در این مقاله رفتار کمانشی و پس کمانشی ورق‌های سوراخدار با شرایط مرزی مختلف تحت بار فشاری تک محوره و دو محوره را مورد مطالعه قرار داده است.

Shanmagam [۷] در تحقیق خود از نرم افزار المان محدود ABAQUS برای بررسی رفتار کمانشی ورقهای مربعی دارای گشودگی دایروی و مربعی شکل استفاده کرده است. وی پارامترهایی همچون شکل و سایز گشودگی، ضخامت ورق، شرایط مرزی و نوع بارگذاری را مورد بررسی قرار داده است

جدول ۲-۱نتایج بدست آمده توسط Narayanan [۶]

Group	Specimen no.	$\frac{a}{t}=\frac{b}{t}$	$\frac{d}{a}$ or $\frac{a'}{a}$	*Observed values* P_{cr} (kN) Average	K_u Average	P_{ult} (kN)	$\frac{P_{ult}}{P_{sq}}$	Predicted strengths $\frac{P_{xh}}{P_{sq}}$	$\frac{P_{xh}/P_{sq}}{P_{ult}/P_{sq}}$
1	PL 1	77·40	0·0	25·064	4·013	39·32	0·603	0·61	1·012
	CIR 2a	77·40	0·2	22·504	3·604	37·46	0·574	0·56	0·976
	CIR 2b	77·40	0·2	23·228	3·720	38·70	0·593	0·56	0·944
	CIR 3a	77·40	0·3	21·311	3·413	33·94	0·520	0·51	0·981
	CIR 4a	77·40	0·4	19·706	3·156	29·57	0·453	0·47	1·038
	CIR 4b	77·40	0·4	18·358	2·940	28·39	0·435	0·47	1·080
	CIR 5a	77·40	0·5	19·482	3·120	27·35	0·419	0·42	1·002
2	CIR 6	42·30	0·291	—	—	42·17	0·721	0·70	0·971
	CIR 7	53·25	0·291	—	—	26·18	0·583	0·615	1·055
	CIR 8	88·48	0·291	6·341	3·205	12·35	0·465	0·48	1·032
	CIR 9	124·10	0·291	2·320	3·235	7·33	0·381	0·41	1·076
	CIR 10	42·3	0·465	—	—	33·64	0·575	0·56	0·974
	CIR 11	53·25	0·465	—	—	22·14	0·493	0·51	1·034
	CIR 12	88·48	0·465	5·926	2·995	10·89	0·410	0·41	1·000
	Square								
3	SQ 2	77·40	0·2	22·60	3·62	33·48	0·513	0·525	1·024
	SQ 3	77·40	0·3	20·29	3·25	28·85	0·442	0·46	1·041
	SQ 4	77·40	0·4	18·23	2·92	25·52	0·391	0·40	1·023
	SQ 5	77·40	0·5	19·17	3·07	21·86	0·335	0·34	1·015
								Mean	1·015
								Standard deviation	0·037



شکل ۲-۴ بار کمانش ورق‌های دارای گشودگی دایروی و مربعی [۶]

Shanmagam [۷]، برای بررسی دقت آنالیز انجام شده با ABAQUS، نتایج تجربی بدست آمده توسط Narayanan [۶] را با این نرم افزار المان محدود بررسی کرده و به تطابق خوبی دست یافته است، به طوری که حداکثر اختلاف بین نتایج تجربی نارایانان و بررسی FEM با این نرم افزار ۷٪ حاصل شده است که بیانگر این واقعیت است که این نرم افزار المان محدود توانایی مدل‌سازی کمانشی و پیش بینی بار کمانش ورقهای دارای گشودگی را با دقت مناسبی دارا می باشد.

در تحلیل ورقهای دارای گشودگی پارامترهایی که باید در نظر گرفته شوند، بسیار زیاد هستند. مهمترین پارامتر به اعتقاد Shanmagam [۷] نسبت ضخامت ورق b/t می باشد. پارامتر موثر دیگر نسبت سایز سوراخ به سایز صفحه است. وی نقص اولیه را معادل $b/1000$ برای تمامی ورقها در نظر گرفته است. دیگر پارامترهای در نظر گرفته شده، شرایط مرزی و نوع بارگذاری (تک محوره و دو محوره) می باشند. در تحقیق وی، تحلیل‌ها با ثابت در نظر گرفتن همهٔ پارامترها غیر از یک پارامتر که در حال تغییر می‌باشد انجام شده و بار بحرانی بدست آمده است و از این نتایج برای ارائه فرمول استفاده شده است.

به عنوان مثال برای یک شرایط مرزی و بارگذاری در نظر گرفته شده، نسبت بار بحرانی به بار تسلیم ، تابعی از نسبت ضخامت و نسبت سایز گشودگی به عرض ورق d/b در نظر گرفته شده و تغییرات بار بحرانی بر بار تسلیم بر حسب نسبت ضخامت و نسبت d/b بدست آمده و سپس، یک چند جمله ای درجه دوم از این نتایج عبور داده شده است که فرمول پیشنهادی برای این حالت، بدین ترتیب حاصل شده است.

Shanmagam [۷]، فرمول های پیشنهادی خود را با نتایج تجربی Narayanan [۶] مقایسه کرده و مشاهده کرده است که نتایج با هم تطابق خوبی دارند. وی همچنین برای بررسی فرمولهای خود، نتایج حاصل از این فرمول‌ها را با نتایج بدست آمده توسط نرم افزار ABAQUS نیز تأئید کرده است. در مقایسه این نتایج مشاهده شده است که فرمولهای پیشنهادی وی، پیش-بینی اندکی محافظه کارانه با خطای کمتر از ۱۰٪ ارائه می‌دهد، که این نتایج برای طراحی قابل قبول می باشند.

Roberts [۸]، نیز در سال ۱۹۸۴ با استفاده از روش FEM، کمانش الاستوپلاستیک ورقهای دارای گشودگی را بررسی کرده است.

Roberts [۸] از المانهای مثلثی سه گرهی که هر گره ۵ درجه آزادی دارد برای مدل کردن صفحه استفاده کرده و روابط تنش-کرنش الاستوپلاستیک را بر اساس تابع ناحیه تسلیم تقریب Ilyushin با فرض پلاستیک کامل شدن کل ضخامت ورق برای سطح تسلیم در نظر گرفته است. بر این اساس، کمانش الاستیک ورق منجر به حل معادلهٔ $\det\left|[KL]+\mu[KG]\right|=0$ می‌شود که [KL] ماتریس سختی خمشی، غشایی و [KG] ماتریس سختی هندسی که بستگی به تنشهای غشایی قبل از کمانش دارد، می باشند. کمترین مقدار ویژه μ معرف فاکتور بار بحرانی و بردار ویژهٔ مربوطه معرف شکل کمانش می‌باشد. وی ورق مربعی دارای تکیه گاههای ساده را مورد مطالعه قرار داده است.

Roberts [۸]، نقص اولیه ورق را به صورت $w_0=0.145b\sqrt{\sigma_{ys}/E}\sin(\pi x/b)\sin(\pi y/b)$ در نظر گرفته است که این مقدار را از کدی مربوط به طراحی پلهای فولادی استخراج کرده است.

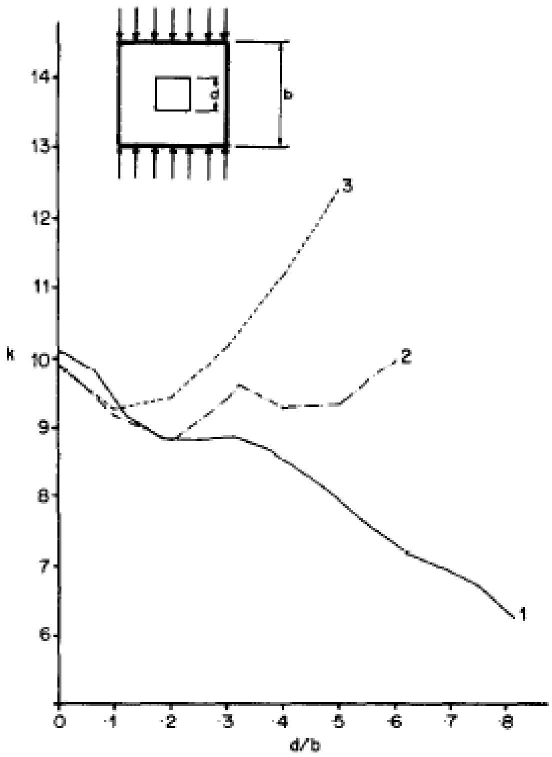
در نتایج Roberts [۸] ، برای سایز سوراخ d/b بین ۰ تا ۰/۵ ، اندازه گشودگی تاثیر چندانی بر بار کمانش نداردو بار کمانش با افزایش اندازه سوراخ، مخصوصاً برای مقادیر کوچکتر b/t کاهش می‌یابد.

نتایج حل المان محدود رابرتز با اختلاف بسیار اندکی با نتایج تئوری و تجربی موجود مطابقت می‌کند که این مساله تائیدی بر نتایج وی می‌باشد.

Mingot [۱۳] ، در مقاله‌ای پیشنهاد کرده است که برای بررسی کمانش ورق‌های دارای گشودگی، این مساله را با روشی به نام همگن سازی به مسالهٔ کمانش ورق بدون گشودگی تقلیل داد. وی مسالهٔ مقدار ویژه و نیز پس‌کمانش ورق را با این روش حل کرده است.

Brown [۹] ، با استفاده از روش ماتریس مستقیم، پایداری ورق‌های مربعی شکل را بررسی کرده است. به عقیدهٔ وی دقت در تعیین توزیع تنش در ورق عامل اساسی برای دقت در پیش‌بینی بار کمانش می‌باشد. نتایج تحلیل‌های براون در گشودگی‌های کوچک تطابق خوبی با نتایج رابرتز [۸] دارد (شکل ۲-۵). اما در گشودگی‌های بزرگتر اختلاف بیشتر می‌شود که براون پیدا کردن دلیل این اختلاف را ملزم به تحقیقات بیشتر دانسته است.

Maan [۱۰] از روش المان محدود شبکه ثابت FGFEA برای حل مسالهٔ کمانش استفاده کرده است. وی در این مقاله به بررسی جزئیات روش FGFEA برای تعمیم آن جهت حل مسائل مقدار ویژه مانند فرکانس طبیعی و کمانش می پردازد. دیسکریت کردن یک جسم با استفاده از روش تحلیل المان محدود منجر به تولید یک سری المانهایی می شود که از مرز سازه شکل گرفته اند. بنابراین ارتباط مستقیمی بین مرز و مش وجود دارد، به طوریکه هر تغییری در مرزها در مش بندی تاثیر می گذارد. تغییرات مهم در مرز در مواقعی که مش نتواند سازه را به درستی پوشش دهد، می‌تواند منجر به لزوم مش بندی مجدد باشد. علاوه براین، با افزایش پیچیدگی هندسی سازه، زمان دیسکریت کردن به طور چشمگیری افزایش می یابد. این عوامل ناکارآمدی قابل توجهی را در پروسهٔ FEM موجب می شوند، به خصوص زمانی که مش بندی های مجدد متعدد نیاز باشد.



شکل ۲-۵ مقایسهٔ نتایج برای شرایط مرزی گیردار در هر چهار لبه [۸]

به منظور جایگزین کردن روشی دیگر به جای FEM در دهه های اخیر تعدادی از روشهای تحلیل برای مسائلی که مرز سازه با مش سازگار نیست مورد بررسی قرار گرفته اند.

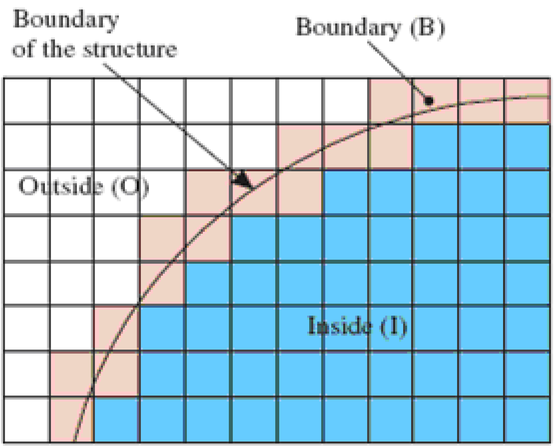
این روشها، روشهای بدون مش نامیده میشوند، به طوریکه دیسکریت کردن به جای مش منجر به پیدایش زیر نواحی گرهها یا نقاط تحلیل می شود. روش تولید مجدد کرنل (PKPM)، روش بدون المان گالرکین (EFGM) از مهم ترین روشهای تحلیل بدون المان هستند، که با کارایی در زمینه های مسائل تغییر شکل زیاد غیر خطی و تحلیل شکست مورد استفاده قرار می گیرند.

از دیگر روشهای جایگزین برای سازه هایی که مش با مرز سازه تطابق ندارد، روش تحلیل المان محدود شبکه ثابت (FGFEA) است. در این روش، دیسکریت کردن عبارتست از قرار دادن شبکهٔ منظم ثابتی از المانهای مستطیلی با اندازهٔ مناسب بر روی فضای سازه. سپس المانها با در

نظر گرفتن مکان آنها درون ناحیهٔ دیسکریت شدهٔ جسم، به ۳ گروه متمایز تقسیم می شوند. این سه گروه عبارتند از : درونی(I)، بیرونی(O) و مرزی(B). مکان این المانها به ترتیب، درون، روی مرز و خارج از جسم می باشد که در شکل ۲-۶ نشان داده شده است.

به خاطر اینکه شبکه مستقل از جسم است، هیچ تغییر هندسی در جسم موجب بی‌ارزش شدن المان‌ها نمی‌شود. خواص ماده برای هر المان بر حسب تابعی از نوع المان تعریف شده و احیاناً برای منعکس کردن تاثیر تغییرات هندسی اصلاح می شوند. المانهای بیرونی با ضرب یک مقدار بسیار کوچک در خواص مکانیکی ماده توصیف می شوند، تا نمایانگر فضای خارج از سازه باشند و خواص المان‌های مرزی بر حسب تابعی از نسبت سطح جسم قرار گرفته در المان بر سطح فضای خالی در نظر گرفته می‌شود. وی مسالهٔ کمانش ورق مستطیلی دارای سوراخ دایروی را با این روش تحلیل کرده و نتایج را با روش المان محدود مقایسه کرده است، که به تطابق بسیار خوبی دست یافته است.

Anada [۱۱] ، مسالهٔ مقدار ویژهٔ کمانش در ورق‌های دوگانه پیوسته را بررسی کرده است. وی از ورقهای مربع و مستطیل شکل که دارای سوراخ مرکزی می‌باشند، به عنوان مثال عددی برای ورقهای متصل دو گانه استفاده کرده است. وی ضریب کمانش را محاسبه کرده با نتایج موجود و روش المان محدود مقایسه کرده است.



شکل ۲-۶ نحوهٔ قرار گرفتن شبکه بر روی جسم [۱۰]

مقالهٔ Anada [۱۱] به بررسی تحلیل کمانش ورقهای مربع سوراخدار و فاقد سوراخ با استفاده از روشی عددی بر پایه جابجایی و از نوع P و بر اساس تغییر شکل برشی مرتبه اول می‌پردازد. این روش، امکان تحلیل ورق بدون سوراخ را با مدلی که فقط با یک ناحیه چهار گوش نشان داده می شود، فراهم می آمد و دقت نتایج را می توان با بالا بردن مرتبه چند جمله‌ای هایی را که برای میدان جابجایی بکار برده می شود، بهبود داد. بطور مشابه مسأله تحلیل ورق دوگانه پیوسته را می توان تنها با در نظر گرفتن دو زیر ناحیه در یک چهارم از هندسه انجام داد واز شرایط متقارن موجود در هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی بهره برد. نتایج عددی در فرم بی بعد مربوط به ضریب کمانش $k=\frac{p_{cr}a}{\pi^2 D}$ بر حسب بار، طول، ضخامت و صلبیت خمشی محاسبه شده و با نتایج منتشر شده در مراجع و نیز روش المان محدود با استفاده از I-DEAS مقایسه شده است و به همخوانی قابل قبولی دست یافته است.

فصل سوم

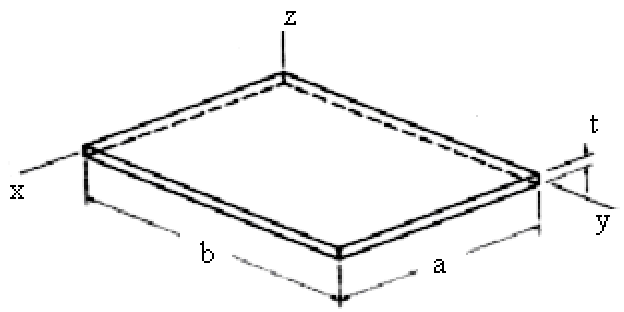
تئوری حاکم بر کمانش ورق‌های تخت مستطیلی

ورق‌های تخت مستطیلی بدلیل سادگی نسبی معادلات حاکم مدل خوبی برای توصیف تعادل نیروها، معیار انرژی پتانسیل پایدار برای تعادل، معیار تعادل در مجاورت نقطه تعادل و معیار حداقل انرزی پتانسیل برای از دست دادن انرژی پایداری می باشد. بعنوان پیش زمینه معادلات بنیادین و سینماتیک دوبعدی تئوری ورق های نازک از معادلات متناظر با مکانیک جامدات سه بعدی استخراج شده اند. درادامه، معادلات دیفرانسیل غیر خطی حاکم بر تعادل ورق ها، به دو روش برآیند نیروها و گشتاورها و سپس از روش معیار انرژی پتانسیل پایدار برای تغییر مکانهای صفحهٔ میانی بدست می-آید. سپس معادلات خطی از دست دادن پایداری متناظر در بخشهای بعدی یا معیار حداقل انرژی پتانسیل و معیار تعادل در مجاورت نقطه تعادل استخراج می شوند. در این قسمت به خاطر سادگی، معادلات پایداری ورق‌ها فقط برای بارهای لبه‌ای در صفحه استخراج شده‌اند . کاربردهای مثال‌های خاصی درادامه بحث شده است.

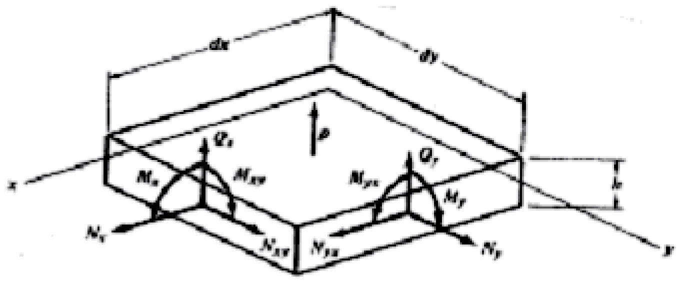
۳-۱- مقدمه ای بر تئوری خمشی ورق ها

در این بخش مقدمات ضروری برای تئوری خمشی ورق های نازک بطور مختصر و کامل ارائه شده است. مباحث مشروح در کتاب های تئوری ورق ها وجود دارد. درابتدا یک ورق به طول a ، عرض b و ضخامت h تحت مؤلفه بار سطحی p بر حسب lb/in^2 عمود بر سطح ورق در نظر گرفته می شود. ورق در دستگاه مختصات کارتزین x، y و z تعریف می شود که x و y در صفحه میانی قرار دارند و z نیز عمود بر سطح میانی مطابق شکل قرار گرفته است.

هدف تئوری ورقهای نازک، کاهش مسائل سه بعدی به مسأله تقریبی دو بعدی می باشد. گشتاورها و نیروهای داخلی که مانند شکل (۳-۲) بر لبه المان dxdy ورق اعمال می شوند بر حسب نیروها و گشتاورها بر واحد طول لبه المان نمایش داده می شوند. نیروها و گشتاورها توسط معادلات زیر تنش های داخلی وابسته هستند .



شکل ۳-۱ ورق تخت مستطیلی [۲]



شکل ۳-۲ هیات تغییر شکل نیافتهٔ المان dx dy ورق [۲]

$$N_y = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{\sigma}_y dz \qquad N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{\sigma}_x dz$$

$$N_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{\tau}_{yx} dz \qquad N_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz$$

$$Q_y = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{\tau}_{yz} dz \qquad Q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{\tau}_{xz} dz \qquad (۱-۳)$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{\sigma}_y z dz \qquad M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{\sigma}_x z dz$$

$$M_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{\tau}_{yx} z dz \qquad M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{\tau}_{xy} z dz$$

که

N_x, N_y, N_{xy}, N_{yx} = نیروهای برشی و قائم در صفحه

Q_x, Q_y = نیروهای برشی عرضی

M_x, M_y = گشتاورهای خمشی

M_{xy}, M_{yx} = گشتاورهای پیچشی هستند.

علائم $\bar{\sigma}_x$، $\bar{\tau}_{xy}$ و... مؤلفه های تنش در هر نقطه از ضخامت ورق هستند و متفاوت از σ_x، τ_{xy} و... می باشند که فقط مربوط به مقادیر تنش در سطح میانی (z = 0) هستند.

از آنجایی که $\bar{\tau}_{xy} = \bar{\tau}_{yx}$ می باشد می توان از معادلات (۳-۱) نتیجه گرفت که $N_{yx} = N_{xy}$ و $M_{xy} = M_{yx}$. به طور کلی نیروها و گشتاورها تابعی از مختصات x و y هستند.

تئوری ورقهای نازک با تقریبات ساده کننده زیر استخراج می شوند.

۱- فرض می شود خطوط قائم بر سطح میانی تغییر شکل نیافته، پس از تغییرشکل نیز قائم مستقیم و بدون کشیدگی باقی می ماند،به طوری که از کرنش های برشی و قائم عرضی در استخراج روابط سینماتیک ورق چشم پوشی می شود.

۲- تنشهای عرضی قائم در مقایسه با سایر مؤلفه های تنش کوچک فرض می شود، به طوری که از آنها در روابط تنش کرنش صرف نظر می شود.

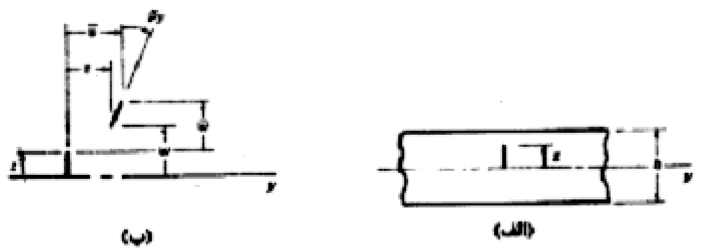
این تقریبات به فرضیات کیرشهف معروف هستند. نتیجه تقریب اول این است که مؤلفه های تغییر مکان در هر نقطه از سطوح میانی ورق $\bar{u}$، $\bar{v}$ و $\bar{w}$ بر حسب مقادیر مؤلفه های سطح میانی u ، v و w با روابط زیر بیان می شوند (شکل ۳-۳ ملاحظه شود):

$$\bar{u} = u + z\beta_x$$
$$\bar{\upsilon} = \upsilon + z\beta_y \tag{۲-۳}$$
$$\bar{w} = w$$

که β_x و β_y به ترتیب چرخش نسبت محورهای y و x هستند .

تغییر مکانهای رده میانی با این محدودیت ها بیان می شوند که : کرنش ها نسبت به واحد کوچک هستند، چرخش ها نسبت به جهت ها ی x و y نسبتاً کوچک هستند و چرخش نسبت به محور z به طور قابل صرف نظری کوچک می باشند، و برای چنین تغییر مکان هایی مؤلفه های $\bar{\varepsilon}_x$، $\bar{\varepsilon}_y$و $\bar{\gamma}_{xy}$ روابط کرنش-تغییر مکان یک جسم سه بعدی عبارتند از

$$\bar{\varepsilon}_x = \bar{u}_{,x} + \frac{1}{2}\bar{w}_{,x}^2$$
$$\bar{\varepsilon}_y = \bar{\upsilon}_{,y} + \frac{1}{2}\bar{w}_{,y}^2 \tag{۳-۳}$$
$$\bar{\gamma}_{xy} = \bar{u}_{,y} + \bar{\upsilon}_{,x} + \bar{w}_{,x}\bar{w}_{,y}$$



شکل ۳-۳ خط قائم بر سطح میانی ورق، قبل و بعد از تغییر شکل [۲]

اندیسهای x و y نشانگر دیفرانسیل نسبت به x و y می باشند. این عبارت ها برای ورق ها همانند معادلات ستون ها می باشند. بنابراین برای این کلاس از تغییر مکان $= \beta_x - w_{,x}$ و $= \beta_y - w_{,y}$ می باشد. از جایگزینی در معادلات (۳-۲) و مرتب کردن آن نتیجه می شود:

$$\bar{\varepsilon}_x = \varepsilon_{,x} + z\kappa_x$$
$$\bar{\varepsilon}_y = \varepsilon_y + z\kappa_y \qquad (۳-۴)$$
$$\bar{\gamma}_{xy} = \gamma_{xy} + 2z\kappa_{xy}$$

که $\bar{\varepsilon}_x$، $\bar{\varepsilon}_y$و $\bar{\gamma}_{xy}$ مؤلفه های کرنش در هر نقطه از ضخامت ورق و ε_x، ε_yو γ_{xy} فقط مقادیر متناظر در نقاط روی صفحه میانی هستند و عبارتند از :

$$\beta_x = -w_{,x} \qquad \kappa_x = \beta_{x,x} \; \varepsilon_x = u_{,x} + \frac{1}{2}\beta_x^2$$

$$\beta_y = -w_{,y} \qquad \kappa_y = \beta_{y,y} \;\; \varepsilon_y = \upsilon_{,y} + \frac{1}{2}\beta_y^2 \qquad (۳-۵)$$

$$\kappa_{xy} = \frac{1}{2}(\beta_{x,y} + \beta_{y,x}) \; \gamma_{xy} = (u_{,y} + \upsilon_{,x}) + \beta_x \beta y$$

معادلات (۳-۵) روابط سینماتیک ورق ها هستند. این عبارت ها شبیه عبارت های ارائه شده برای تئوری ون‌کارمن ورق‌ها می باشد. کلیه متغیرهای معادلات (۳-۵) مقادیر صفحه میانی و فقط تابعی از x و y هستند.

مؤلفه های کرنش $\bar{\varepsilon}_x$، $\bar{\varepsilon}_y$و $\bar{\gamma}_{xy}$ بر اساس قانون هوک تعمیم یافته در جامدات ایزوتروپ سه بعدی عبارتند از :

$$\bar{\varepsilon}_x = \frac{1}{\mathrm{E}}\left[\bar{\sigma}_x - v\left(\bar{\sigma}_y + \bar{\sigma}_z\right)\right]$$
$$\bar{\varepsilon}_y = \frac{1}{\mathrm{E}}\left[\bar{\sigma}_x - v\left(\bar{\sigma}_z + \bar{\sigma}_x\right)\right] \qquad (۳-۶)$$
$$\bar{\gamma}_{xy} = \frac{2(1+v)}{E}\bar{\tau}_{xy}$$

که υ ضریب پواسون می باشد . به عنوان نتیجه ای از تقریب دوم تئوری صفحات نـازک $\bar{\sigma}_z$ به طور قابل صرف نظری کوچک می باشد . با حذف $\bar{\sigma}_z$ از معادلات (۳-۶) و مرتب کردن آنها روابـط زیر نتیجه می شود.

$$\begin{aligned}
\bar{\sigma}_x &= \frac{E}{1-v^2}\left(\bar{\varepsilon}_x + v\bar{\varepsilon}_y\right) \\
\bar{\sigma}_y &= \frac{E}{1-v^2}\left(\bar{\varepsilon}_y + v\bar{\varepsilon}_x\right) \\
\bar{\tau}_{xy} &= \frac{E}{2(1+v)}\bar{\gamma}_{xy}
\end{aligned} \tag{۷-۳}$$

با جایگزینی معادلات (۳-۷) و(۳-۴) در معادلات (۳-۱) و انتگرال گیری، معادلات زیر نتیجه می شود:

$$\begin{aligned}
\mathrm{M}_x &= D\left(\kappa_x + v\kappa_y\right) & \mathrm{N}_x &= C\left(\varepsilon_x + v\varepsilon_y\right) \\
\mathrm{M}_y &= D\left(\kappa_y + v\kappa_x\right) & \mathrm{N}_y &= C\left(\varepsilon_y + v\varepsilon_x\right) \\
\mathrm{M}_{xy} &= D(1-v)\kappa_{xy} & \mathrm{N}_{xy} &= C\frac{1-v}{2}Y_{xy}
\end{aligned} \tag{۸-۳}$$

که

$$D \equiv \frac{Eh^2}{12\left(1-v^2\right)} \quad \text{و} \quad C = \frac{Eh}{1-v^2}$$

معادلات (۳-۸) از معادلات اساسی ورق هـا بـه شـمار مـی رونـد. ضـرایب D, C بـه ترتیـب پارامترهای سختی کششی و خمشی نامیده می شوند .

در آنالیز تعادل ورق‌ها، ۸ رابطه سینماتیکی و ۶ رابطه اساسی به ۵ معادله تعادل افـزوده مـی شوند و همانگونه که در ادامه بیان می شوند یک دستگاه با ۱۹ معادله و ۱۹ مجهول ایجـاد مـی کنـد همه ۱۹ متغیر فقط توابعی از y , x هستند.

۳-۲- معادلات تعادل غیر خطی

۳-۲-۱- برآیند نیروها و گشتاورها

برای لحاظ کردن اثر غیر خطی متقابل بین نیروها و چرخش ها بایستی معادلات نشان دهنده تعادل نیروها و گشتاورهای المان های ورق که در حالت اندکی تغییر شکل یافته هستند، همانند شکل (۳-۴) استخراج شوند. برای ساده سازی نمودارها، شدت نیروها و گشتاورها در دو شکل جداگانه نشان داده شده است و المان ورق به صورت تخت و بدون ضخامت ترسیم شده است. بردارهایی که دارای پیکان های دو گانه هستند، نشان دهنده جهت گشتاورها (بر اساس قاعده دست راست) هستند، شدت نیروها و گشتاورها نشان داده شده‌اند. در شکل های (۳-۲) و (۳-۴) در جهات مثبت خود هستند و علائم قراردادی به گونه ای انتخاب شده اند که تمام عبارت های سمت راست معادلات (۳-۱) مثبت باشند. چرخش های β_x و β_y در شکل (۳-۴) نشان دهنده زاویه بین جهت دستگاه های مختصات متناظر و خط مماس بر گوشه بالایی سطح میانی المان ورق است. نیروها، گشتاور ها و چرخش ها در عرض المان تغییر می کنند و N_x^+ برای نمایش $(N_x+N_{x,x}dx)$ به کار برده می شود.

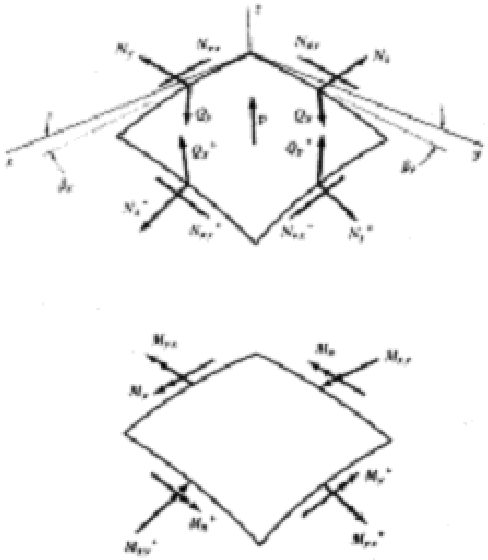
زوایای چرخش β_x و β_y کوچک بوده و سینوس و کسینوس آنها به ترتیب با خود زاویه و واحد (عدد یک) جایگزین می شوند. عبارتهای مرتبه دوم نشان دهنده روابط غیر خطی متقابل بین نیروهای برشی عرضی کوچک وچرخشها هستند و به طور قابل صرف نظری کوچک هستند. با یادآوری اینکه N_x نشان دهندهٔ نیرو بر واحد طول روی لبه dy (همین طور سایر نیروها) است، بر آیند نیروها در جهت x عبارت است از:

$$-N_x dy + (N_x + N_{x,x} dx) dy - N_{yx} dx + (N_{yx} + N_{yx,y} dy) dx = 0 \tag{۹-۳}$$

$$N_{x,x} + N_{yx,y} = 0 \tag{۱۰-۳}$$

به طور مشابه از بر آیند نیروها در جهت y داریم:

$$N_{xy,,x} + N_{y,y} = 0 \tag{۱۱-۳}$$



شکل ۳-۴ المان ورق در هیات تغییر شکل یافته [۲]

برآیند نیروها در جهت z اندکی پیچیده تر است. با استفاده از شکل (۳-۴) داریم:

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{N}_y dx\beta_y - \left(\mathrm{N}_y + \mathrm{N}_{y,y}dy\right)dx\left(\beta_y + \beta_{y,y}dy\right) \\
+ \\
&\qquad \mathrm{N}_x dy\beta_x - \left(\mathrm{N}_x + \mathrm{N}_{x,x}dx\right)dy\left(\beta_x + \beta_{x,x}dx\right) \\
&\qquad - Qdx + \left(Q_y + Q_{y,y}dy\right)dx - Q_x dy + \left(Q_x + Q_{x,x}dx\right)dy \\
+ \\
&\qquad \mathrm{N}_{xy} dy\beta_y - \left(\mathrm{N}_{xy} + \mathrm{N}_{xy,x}dx\right)dy\left(\beta_y + \beta_{y,x}dx\right) \\
+ \\
&\qquad \mathrm{N}_{yx} dx\beta_x - \left(N_{yx} + N_{yx,y}dy\right)dx\left(\beta_x + \beta_{x,y}dy\right) + p \quad dx \quad dy = 0
\end{aligned}
\tag{۱۲-۳}
$$

با حذف عبارت های با مرتبه بالا و گروه بندی عبارت های باقی مانده، معادله (۳-۱۲) نتیجه می شود :

$$
\begin{aligned}
&-\left(N_{x,x} + N_{xy,y}\right)\beta_x - \left(N_{yx,x} + N_{y,y}\right)\beta_y - N_x\beta_{x,x} \\
&- N_{xy}\beta y, x - N_{yx}\beta_{x,y} - N_y\beta_{y,y} + Q_{x,x} + Q_{y,y} = -p
\end{aligned}
\tag{۱۳-۳}
$$

عبارتهای حاوی مشــتقات N_x ,N_y ,N_{xy} ,N_{yx} در معادلـه (۳-۱۳) را مـی تـوان بـا توجـه بـه معادلات (۳-۱۰) و (۳-۱۱) صفر در نظر گرفت و از معادله اخیر حذف نمود.

بر آیند گشتاورها حول محور های مختصات y و x به ترتیب معادلات زیر را می دهند:

$$-M_{xy,x} - M_{y,y} + Q_y = 0$$
$$M_{yx,y} + M_{x,x} - Q_x = 0 \qquad (۳-۱۴)$$

معادله تعادل ششم یعنی مجموع گشتاور حول محور z معادله و اطلاعات جدیدی ارائه نمـی کند. این موضوع را می توان از اثبـات و اسـتخراج معادلـه و مقایسـه آن بـا عبارتهـای N_{xy} و N_{yx} در معادلات (۳-۱) ملاحظه نمود.

همانگونه که بیان گردید $N_{xy}= N_{yx}$ و $M_{xy}= M_{yx}$ می باشد. جمع آوری پنج معادله تعادل و مرتب نمودن آنها نتیجه می دهد :

$$N_{x,x} + N_{xy,y} = 0 \qquad \text{(۳-۱۵) الف}$$

$$N_{xy,x} + N_{y,y} = 0 \qquad \text{(۳-۱۵) ب}$$

$$Q_{x,x} + Q_{y,y} - N_x\beta_{x,x} - N_{xy}\left(\beta_{y,x} + \beta_{x,y}\right) - N_y\beta_{y,y} = -p \qquad \text{(۳-۱۵) ج}$$

$$Q_y = M_{y,y} + M_{xy,x} \qquad \text{(۳-۱۵)د}$$

$$Q_x = M_{x,x} + M_{xy,y} \qquad \text{(۳-۱۵) ه}$$

همانگونه که در بخش قبلی نیز بیان گردید، ایـن پـنج معادلـه بـه همـراه روابـط بنیـادین و سینماتیکی در معادلات (۳-۵) و (۳-۸) یک دستگاه ۱۹ معادله ای تشکیل می دهند. چند متغیر بـه آسانی حذف می شوند . جایگزینی معادلات(۳-۱۵)د و (۳-۱۵) هـ در معادله (۳-۱۵) ج ، عبارت زیر را برای معادله آخری نتیجه می دهد:

$$M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} - N_x\beta_{x,x} - N_{xy}\left(\beta_{y,x} + \beta_{x,y}\right) - N_y\beta_{y,y} = -p \qquad (۳-۱۶)$$

از جایگزینی روابط متناسب با گشتاور ها و چرخش ها معادله (۳-۱۶) به شکل زیر ساده می شود:

$$D\nabla^4 w - \left(N_x w_{,xx} + 2N_{xy} w_{,xy} + N_y w_{,yy}\right) = p \qquad (۳-۱۷)$$

بطوریکه

$$\nabla^4 w = w_{,xxxx} + 2w_{,xxyy} + w_{,yyyy}$$

با این ساده سازی می توان معادلات تعادل را به شکل نسبتاً کوتاه زیر نوشت :

$$N_{x,x} + N_{xy,y} = 0 \qquad (۱۸-۳) \text{ الف}$$

$$N_{xy,x} + N_{y,y} = 0 \qquad (۱۸-۳) \text{ ب}$$

$$D\nabla^4 w - \left(N_x w_{,xx} + 2N_{xy} w_{,xy} + N_y w_{,yy}\right) = p \qquad (۱۸-۳) \text{ ج}$$

این معادلات برای ورق ها نظیر معادلات ستون ها می باشد. این معادلات شکلی از معادلات بسیار رایج ون‌کارمن ورق ها می باشد، و این معادلات، معادلات غیر خطی تعادل برای کلیه حالات خمیده و تخت ورق ها در حوزه تغییر مکان رده میانی هستند.

۳-۲-۲ انرژی پتانسیل پایدار

در این بخش معادلات غیر خطی تعادل بخش قبلی بر اساس معیار پایداری انرژی پتانسیل مجدداً استخراج می شوند. شرح مختصری از معیارانرژی تعادل و پایداری در ادامه ارائه شده است. یک ورق تحت بارگذاری زمانی در حال تعادل است که انرژی پتانسیل کل آن، V_1 پایدار باشد. v زمانی پایدار است که عبارت زیر انتگرال v معادلات اویلر حساب تغیرات را ارضاء کند.

انرژی پتانسیل کل یک ورق که تحت فشار جانبی و بارگذاری لبه ای باشد، مجموع انرژی کرنشی u و انرژی پتانسیل ناشی از کار خارجی Ω می باشد.

$$V = U + \Omega \qquad (۱۹-۳)$$

انرژی کرنشی یک محیط همسانگرد سه بعدی در دستگاه مختصات متعامد به عبارت زیر بیان می شود:

$$U = \frac{1}{2}\iiint \left(\bar{\sigma}_x \bar{\varepsilon}_x + \bar{\sigma}_y \bar{\varepsilon}_y + \bar{\sigma}_z \bar{\varepsilon}_z + \bar{\tau}_{xy} \bar{Y}_{xy} + \bar{\tau}_{yz} \bar{Y}_{yz} + \bar{\tau}_{zx} \bar{Y}_{zx}\right) dx \quad dy \quad dz$$

با حذف $\bar{\sigma}_z$ بر اساس تقریبات اصلی تئوری ورق های نازک جایگزین معادلات (۳-۷) و مرتب نمودن مجدد نتیجه می شود:

$$U = \frac{E}{2\left(1-v^2\right)}\iiint \left(\bar{\varepsilon}_x{}^2 + \bar{\varepsilon}_y{}^2 + 2v\bar{\varepsilon}_x \bar{\varepsilon}_y + \frac{1-v}{2} Y_{xy}{}^2\right) dx \quad dy \quad dz$$

از جایگزینی معادلات (۳-۴) و انتگرال گیری نسبت به z روابط زیر حاصل می شود :

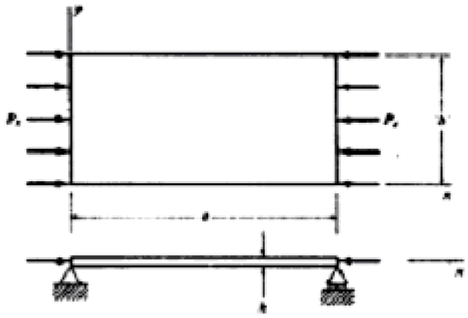
$$U = U_m + U_b \quad (۳-۲۰)$$

$$U_m = \frac{c}{2}\iint\left(\varepsilon_x^{\,2} + \varepsilon_y^{\,2} + 2\nu\varepsilon_x\varepsilon_y + \frac{1-\nu}{2}Y_{xy}^{\,2}\right)dx \quad dy \quad (۳-۲۱)$$

$$U_b = \frac{D}{2}\iint\left[\kappa_x^{\,2} + \kappa_y^{\,2} + 2\nu\kappa_x\kappa_y + 2(1-\nu)\kappa_{xy}^{\,2}\right]dx \quad dy \quad (۳-۲۲)$$

عبارتهای (۳-۲۱) و (۳-۲۲) به ترتیب انرژی کرنشی غشایی و انرژی کرنشی خمشی ورق ها نامیده می شوند. انرژی پتانسیل ناشی از کار خارجی برای سیستم پایستار منفی کار انجام شده به وسیله بار در حین تغییر شکل سازه می باشد. در نتیجه برای فشار جانبی p خواهیم داشت:

$$\Omega = -\iint pw \quad dx \quad dy$$



شکل ۳-۵ ورق تحت بار فشاری در صفحه [۲]

شکل عبارت انرژی پتانسیل ناشی از بار لبه ای به طبیعت بار گذاری بستگی دارد. به عنوان یک مثال یک بار لبه ای فشاری در صفحه P_x، بر حسب lb همانند شکل (۳-۵) در نظر گرفته می-شود، که به طور یکنواخت در امتداد لبه های x=0,a توزیع شده است. برای این نوع بارگذاری انرژی پتانسیل چنین نوشته می شود :

$$\Omega = p_x\left[u(a) - u(0)\right]$$

و یا

$$\Omega = p_x \frac{1}{b}\int_0^b\int_0^a u_{,x}\, dx \quad dy$$

بنابراین بیان Ω برای بارهای لبه ای و جانبی عبارت است از :

$$\Omega = \iint \left(\frac{1}{b} p_x u_{,x} - pw \right) dx \quad dy \qquad (۳-۲۳)$$

حال جمع آوری کلیه مؤلفه های انرژی پتانسیل کل نتیجه می دهد :

$$V = \iint F \, dx \quad dy \qquad (۳-۲۴)$$

که

$$F = \frac{c}{2}\left(\varepsilon_x{}^2 + \varepsilon_y{}^2 + 2v\varepsilon_x\varepsilon_y + \frac{1-v}{2} Y_{xy}{}^2 \right)$$

$$+ \frac{D}{2}\left[\kappa_x{}^2 + \kappa_y{}^2 + 2v\kappa_x\kappa_y + 2(1-v)\kappa_{xy}{}^2 \right] \qquad (۳-۲۵)$$

$$+ \left(\frac{1}{b} p_x u_{,x} - pw \right)$$

و از معادله (۳-۵) داریم:

$$\kappa_x = -w_{,xx} \; \varepsilon_x = u_{,x} + \frac{1}{2} w_{,x}{}^2$$

$$\kappa_y = -w_{,yy} \; \varepsilon_y = \upsilon_{,y} + \frac{1}{2} w_{,y}{}^2$$

$$\kappa_{xy} = -w_{,xy} \; Y_{xy} = \left(u_{,y} + \upsilon_{,y}{}^2 \right) + w_{,x} w_{,y}$$

برای بر قراری تعادل، بایستی انرژی پتانسیل V پایا باشد یعنی متغیر اول δV برابر صفر باشد بنابراین F بایستی معادله اویلر حساب تغیرات را ارضا کند. برای عبارت زیر انتگرال نظیر معادله (۳-۲۵) معادله اویلر اینچنین ارائه می شود:

$$\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial u_{,x}} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial \upsilon} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial \upsilon_{,x}} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial \upsilon_{,y}} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial w} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial w_{,x}} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial w_{,y}} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\partial F}{\partial w_{,xx}} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}\frac{\partial F}{\partial w_{,xy}} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\frac{\partial F}{\partial w_{,yy}} = 0$$

از معادله (۳-۲۵) نتیجه می شود :

$$\frac{\partial F}{\partial u_{,x}} = \frac{c}{2}\left(2\varepsilon_x + 2v\varepsilon_y\right) + \frac{p_x}{b}\ \frac{\partial F}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial \upsilon} = 0\ \frac{\partial F}{\partial u_{,y}} = \frac{C}{2}\left[(1-v)Y_{xu}\right]$$

$$\frac{\partial F}{\partial \upsilon_{,y}} = \frac{C}{2}\left(2\varepsilon_y + 2v\varepsilon_x\right) \qquad \frac{\partial F}{\partial \upsilon} = -p\ \frac{\partial F}{\partial \upsilon_{,x}} = \frac{C}{2}\left[(1-v)Y_{xy}\right]$$

$$\frac{\partial F}{\partial w_{,x}} = \frac{C}{2}\left[\left(2\varepsilon_x + 2v\varepsilon_y\right)w_{,x} + (1-v)Y_{xy}w_{,y}\right]$$

$$\frac{\partial F}{\partial w_{,y}} = \frac{C}{2}\left[\left(2\varepsilon_y + 2v\varepsilon_x\right)w_{,y} + (1-v)Y_{xy}w_{,x}\right]$$

$$\frac{\partial F}{\partial w_{,xy}} = -\frac{D}{2}\left[4(1-v)\kappa_{xy}\right]\ \frac{\partial F}{\partial w_{,xx}} = -\frac{D}{2}\left(2\kappa_x + 2v\kappa_y\right)$$

$$\frac{\partial F}{\partial w_{,yy}} = -\frac{D}{2}\left(2\kappa_y + 2v\kappa_x\right)$$

از جایگزینی این عبارات در معادلات اویلر و ساده سازی آنها معادلات زیر حاصل می شود :

$$C\left[\left(\varepsilon_x + v\varepsilon_y\right)_{,x} + \frac{1-v}{2}\left(Y_{xy}\right)_{,y}\right] = 0$$

$$C\left[\frac{1-v}{2}\left(Y_{xy}\right)_{,x} + \left(\varepsilon_y + v\varepsilon_x\right)_{,y}\right] = 0$$

$$-D\left[\left(\kappa_x + v\kappa_y\right)_{,xx} + 2(1-v)\left(\kappa_{xy}\right)_{,xy} + \left(\kappa_y + v\kappa_x\right)_{,yy}\right]$$

$$-C\left[\left(\varepsilon_x + v\varepsilon_y\right)w_{,x} + \frac{1-v}{2}\left(Y_{xy}\right)w_{,y}\right]_{,x}$$

$$-C\left[\left(\varepsilon_y + v\varepsilon_x\right)w_{,y} + \frac{1-v}{2}\left(Y_{xy}\right)w_{,x}\right]_{,y} = p$$

از جایگزینی روابط بنیادین (۳-۸) نتیجه می شود:

$$N_{x,x} + N_{xy,y} = 0$$

$$N_{xy,x} + N_{y,y} = 0$$

$$D\nabla^4 w - \left(N_x w_{,xx} + 2N_{xy} w_{,xy} + N_y w_{,yy}\right) = p$$

ملاحظه می‌گردد که عبارت حاوی بار لبه ای P_x حذف شده است. این بار فقط از طریق شرایط مرزی وارد آنالیز می گردد. ملاحظه می‌گردد که این معادلات تعادل اجزاء ورق مشابه معادلات (۳-۱۸) می باشد.

معادلات غیر خطی تعادل با یک مجموعه کوپل شده دارای سه معادله دیفرانسیل غیر خطی و چهار متغیر N_x , N_y , N_{xy} و w می باشد. این معادلات با جایگزینی روابط سینماتیکی و بنیادین به سه معادله با سه مجهول w, u و v تبدیل می شوند. معادلات حاصله عبارتند از :

$$\left[\left(u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^{\,2}\right) + v\left(\upsilon_{,y} + \frac{1}{2}w_{,y}^{\,2}\right)\right]_{,x} + \frac{1-v}{2}\left(u_{,y} + \upsilon_{,x} + w_{,x}w_{,y}\right)_{,y} = 0$$

$$\frac{1-v}{2}\left(u_{,y} + \upsilon_{,x} + w_{,x}w_{,y}\right)_{,x} + \left[\left(\upsilon_{,y} + \frac{1}{2}w_{,y}^{\,2}\right) + v\left(u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^{\,2}\right)\right]_{,y} = 0$$

(۳-۲۶)

$$D\nabla^4 w - C\left[\left(u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^{\,2}\right) + v\left(\upsilon_{,y} + \frac{1}{2}w_{,y}^{\,2}\right)\right]w_{,xx} - (1-v)C\left[u_{,y} + \upsilon_{,x}\right.$$

$$\left. + w_{,x}w_{,y}\ \right]w_{,xy} - C\left[\left(\upsilon_{,y} + \frac{1}{2}w_{,y}^{\,2}\right) + v\left(u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^{\,2}\right)\right]w_{,yy} = p$$

یک دستگاه خیلی ساده تر با دو معادله و دو مجهول از جایگزینی تابع تنش f حاصل می شود. تابع تنش f با روابط زیر تعریف می شود:

(۲۷-۳) $N_y = f_{,xx} \qquad N_{xy} = -f_{,xy} \; N_x = f_{,yy}$

که f=f(x,y) می باشد. مشاهده می شود که معادلات (۳-۱۸الف) و (۳-۱۸ب) با جـایگزینی عبارت های (۳-۲۷) ارضا می‌شوند. جایگزینی این عبارت‌ها در معادله (۳-۱۸ج) نتیجه می دهد:

(۲۸-۳) $$D\nabla^4 w - \left(f_{,yy} w_{,xx} - 2 f_{,xy} w_{,xy} + f_{,xx} w_{,yy}\right) = p$$

بنابراین برای تامین سازگاری هندسی از معادلات (۳-۵)نتیجه می شود:

$$\varepsilon_{x,yy} + \varepsilon_{y,xx} - y_{,xy,xy} = w_{,xy}{}^2 - w_{,xx} w_{,yy}$$

و از معادلات (۳-۸)

$$\varepsilon_y = \frac{1}{Eh}\left(f_{,xx} - v f_{,yy}\right) \qquad Y_{xy} = -\frac{2(1+v)}{Eh} f_{,xy} \; \varepsilon_x = \frac{1}{Eh}\left(f_{,yy} - v f_{,xx}\right)$$

بنابراین

(۲۹-۳) $$\nabla^4 f - Eh\left(w_{,xy}{}^2 - w_{,xx} w_{,yy}\right) = 0$$

معادلات (۳-۲۸) و (۳-۲۹) دو معادله با مجهول W و f را تشکیل می دهند. این معادلات به ترتیب معادلات تعادل و سازگاری ورق ها نامیده می شوند. این معادلات معروف به معادلات ون‌کارمن ورق های تخت با تغییر شکل های بزرگ هستند.

برای بدست آوردن معادلات تعادل تئوری خطی ورق ها، فقط کافی است که عبارت‌های مربع و مکعب مؤ لفه های تغییر مکان حذف شوند. معادلات خطی متناسب با معادلات (۳-۱۸) عبارتند از:

(۳-۳۰ االف) $$N_{x,x} + N_{xy,y} = 0$$

(۳-۳۰ ب) $$N_{xy,x} + Ny,y = 0$$

(۳-۳۰ ج) $$D\nabla^4 w = p$$

که

(۳۱-۳) $$\begin{aligned} \varepsilon_x &= u_{,x} \; N_x = C\left(\varepsilon_x + v\varepsilon_y\right) \\ \varepsilon_y &= u_{,y} \; N_y = C\left(\varepsilon_y + v\varepsilon_x\right) \\ Y_{xy} &= u_{,y} + \upsilon_{,x} \; N_{xy} = C\frac{1-v}{2} Y_{xy} \end{aligned}$$

همانگونه که دیده می شود معادله (۳-۳۰ ج) با دیگر معادلات کوپـل شـده نمـی‌باشـد. ایـن معادله به تغییر مکان و بار عرضی دلالت دارد و دیگر معادلات به مقادیر در صفحه دلالت می‌کند.

برای بار لبه ای در صفحه که در ادامه پایداری ورق ها مورد مطالعه قرار خواهد گرفت، آنـالیز تعادل بییشتر از کمانش p=w=0 خواهد بود. در نتیجه معادلات حاکم بر تغییـر شـکل هـای پـیش از کمانش معادلات (۳-۳۰الف) و (۳-۳۰ب) خواهد بود.

۳-۲-۳- مسیرهای تعادل غیر خطی

معادلات (۳-۲۶) کلیه هیأت های تعادل خطی و غیر خطی ورق ها را در حوزه تغییر شکل هـای رده میانی تعیین می کنند. معادلات دیفرانسیل حاوی عبارت های خطی، مربع و مکعب از متغیرهای u وv وw می باشد و به همین دلیل غیر خطی هستند. حل عددی تقریبی معادلات دیفرانسیل غیـر خطـی برای هر حالت خاص به دست می آید. نمودارهای بار تغییرمکان که بر اساس حل های عـددی ورقـی که همانند شکل ۳-۵ بارگذاری شده است به دست مـی آینـد، در شـکل‌هـای (۳-۶الـف) و (۳-۶ب) ترسیم ترسیم شده اند. در شکل (۳-۶الف) بار بر حسب تغییر مکان طولی یک انتهای ورق، u ، نسبت به انتهای دیگر(اغلب کوتاه شدگی نامیده می شود) ترسیم شده است. نقاط روی مسـیرهای اولیـه و ثانویه به ترتیب بیانگر هیأتهای تخت و خمیده ورق هستند. تقارن شکل (۳-۶ب) فقط به این معنـی است که ورق در هر دو جهت تغییرشکل می دهد. معادلات خطی (۳-۱۸) معادلات حـاکم بـر هـر دو مسیر اولیه و ثانویه هستند.

مسیر های تعادلی که از حل معادلات تعادل به دست می آیند وجـود یـک نقطـه انشـعاب و مقدار بار بحرانی متناظر با آن را نشان می دهد. درنتیجه حل جداگانه معادلات پایداری برای به دست آوردن باربحرانی لازم نیست. بنابراین مسیرهای تعادلی شکل (۳-۶) بر اسـاس حـل عـددی معـادلات دیفرانسیل غیرخطی می باشند. هدف از آنالیز پایداری، شبیه آنچه در ادامـه انجـام مـی‌شـود، تعیـین بارنقطه انشعاب به وسیله حل معادلات دیفرانسیل خطی می باشد.

۳-۳- معادلات خطی پایداری

در این بخش، معادلات دیفرانسیل خطی تعیین بار نقطه انشعاب یک ورق تخت به دست خواهد آمـد، که تحت بار در صفحه لبه ای (برای حالتی که فشـار جـانبی p=0 باشـد) قـرار گرفتـه باشـد. همـین

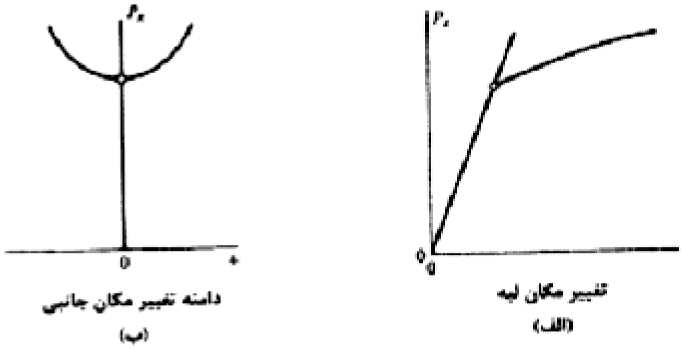
معادلات در ادامه با استفاده از معیار حداقل انرژی پتانسیل مجدداً به دست می آیند.

۳-۳-۱- معیار تعادل در مجاورت

برای بررسی امکان وجود هیأت های نزدیک تعادل، نمودارهای کوچکی از متغیرها تغییرمکان درنظرگرفته می شود و دو هیأت مجاور که با تغییر مکان‌های قبل و بعد از نمو نشان داده می شوند، مورد بررسی قرار می گیرند.

$$u \rightarrow u \ \ + u_1$$
$$\upsilon \rightarrow \upsilon_0 + \upsilon \qquad (۳۲-۳)$$
$$w \rightarrow w_0 + w_1$$

که v_1 , u_1 و w_1 نموهای اختیاری تغییر مکان و v_0, u_0 و w_0 و u , vو w به طور دو هیات نزدیک تعادل اختیاری هستند. جایگزینی این روابط در معادلات (۳-۲۶) عبارت‌هایی خطی، مربع و مکعب را بر حسب مولفه‌های تغییر مکان v_1 , u_1 و w_1و v_0, u_0 و w_0 نتیجه می دهد. در معادلاتی که به دست خواهدآمد، v_0, u_0 و w_0 به تنهایی به دلیل دلالت بر حالت تعادل صفر و عبارتهای که شامل مربع و مکعب v_1 , u_1 و w_1 باشند، به دلیل کوچکی مؤلفه های نمو تغییر مکان چشم پوشی می شوند. بنابراین معادلات منتجه با ضریب متغیر برحسب v_0, u_0 و w_0 برحسب v_1 , u_1 و w_1 خطی وهمگن می باشند.



شکل ۳-۶ مسیرهای تعادلی ورق تحت بارگذاری فشاری در صفحه [2]

در هر حال ضرایب v_0, u_0 و w_0 متأثر از معادلات غیر خطی اولیه می باشند. به همین دلیل مطلوب است که دامنه کاربرد معادلات خطی شده محدود شود، البته با استلزام اینکه u_0 ,v_0 و w_0 برای هیأت‌هایی تعریف شود که معادلات تعادل خطی (۳-۳۰) بر آنها حاکم باشد.

برای یک ورق تخت که تحت بار گذاری لبه ای در صفحه باشد این محدودیت، مزایای بیشتری دارد به طوری که w_0 و مشتقاتش صفر می شوند.

به ترتیبی که در ادامه ملاحظه می شود با به کار بردن معادلات غیر خطی به شکل معادلات (۳-۱۸) نسبت به معادلات (۳-۲۶) مشتقات باقی مانده معادلات خطی شده، به طور اساسی کوتاه می شوند. نموهای (u,v,w) باعث نموی در مؤلفه نیروهای داخلی می شوند، بر همین اساس در معادلات (۳-۱۸) داریم :

$$N_x \to N_{x0} + \Delta N_X$$
$$N_y \to N_{y0} + \Delta N_y \qquad (۳-۳۳)$$
$$N_{xy} \to N_{xy0} + \Delta N_{xy}$$

که اندیس 0 بیانگر نیروهای متناظر با v_0, u_0 و w_0 و ΔN ها متناظر با مؤلفه های نمو u_1 , v_1 و w_1 است. همچنین N_{x1} نشان دهنده بخشی از عبارت های ΔN می باشند که بر حسب u_1 خطی می‌باشد و برای دو عبارت دیگر نیز به همین ترتیب. به عنوان مثال از معادلات (۳-۵) و(۳-۸) داریم:

$$N_x = C\left[\left(u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}{}^2\right) + v\left(\upsilon_{,y} + \frac{1}{2}w_{,y}{}^2\right)\right]$$

بنابر این از آنجایی که در بار گذاری لبه ای در صفحه w_0 و مشتقات آن برابر صفر هستند:

$$N_x + \Delta N_x = C\left[\left(u_{0,x} + u_{1,x} + \frac{1}{2}w_{1,x}{}^2\right) + v\left(\upsilon_{0,y} + \upsilon 1, y\right) + \frac{1}{2}w_{1,y}{}^2\right]$$

بنابراین

$$N_{x0} = C\left(u_{0,x} + v\upsilon_{0,y}\right)$$
$$\Delta N_x = C\left[\left(u_{1,x} + \frac{1}{2}w_{1,x}{}^2\right) + v\left(\upsilon_{1,y} + \frac{1}{2}w_{1,y}{}^2\right)\right]$$
$$N_{x1} = C\left(u_{1,x} + v\upsilon_{1,y}\right)$$

پس از جاگزینی در معادلات(۳-۱۸) نتیجه می شود:

$$N_{x1,x} + N_{xy1,y} = 0 \qquad \text{(۳-۳۴ الف)}$$

$$N_{xy1,x} + N_{y1,y} = 0 \qquad \text{(۳-۳۴ب)}$$

$$D\nabla^4 w_1 - \left(N_{x0} w_{1,xx} - 2N_{xy0} w_{1,xy} + N_{y0} w_{1,yy}\right) = 0 \qquad \text{(۳-۳۴ج)}$$

که

$$\begin{aligned} N_{x1} &= C\left(u_{1,x} + \nu \upsilon_{1,y}\right) & N_{x0} &= C\left(u_{0,x} + \nu \upsilon_{0,y}\right) \\ N_{y1} &= C\left(\upsilon_{1,y} + \nu \upsilon_{1,x}\right) & N_{y0} &= C\left(\upsilon_{0,y} + \nu u_{0,x}\right) \\ N_{xy1} &= C\frac{1-\nu}{2}\left(u_{1,y} + \upsilon_{1,x}\right) & N_{xy0} &= C\frac{1-\nu}{2}\left(u_{0,y} + \upsilon_{0,x}\right) \end{aligned} \qquad \text{(۳-۳۵)}$$

معادلات (۳-۳۴) معادلات پایداری تحت بار لبه ای در صفحه می باشند. بنابراین معادلات ورق ها نظیر معادلات ستون ها می باشند.

همانند معادلات تعادل خطی معادله (۳-۳۴ ج) مستقل از معادلات (۳-۳۴ الف) و (۳-۳۴ ب) می‌باشد. این کوپل نشدگی به مقدار زیادی آنالیز حالت های خاص بخش (۳-۵) را ساده خواهد نمود. معادلات متناظر پوسته ها کوپل شده هستند.

معادله (۳-۳۴ ج) معادله‌ای خطی و همگن بر حسب w_1 است که N_{x0} ها ضرایب متغییر آن هستند. ضرایب از معادلات خطی(۳-۳۰الف) و(۳-۳۰ ب) به دست می آیند. معادله (۳-۳۴ ج) همانند یک معادله همگن فقط برای مقادیر گسسته بار اعمالی دارای حل است. برای هر کدام از این مقادیر در هیات مجاور تبادل وجود دارد. یک ورق مسطح روی مسیر تعادلی اولیه مسیرهای تعادلی ثانویه، آنالیزهای خطی شده هیچ اطلاعاتی در مورد شیب و شکل اولیه مسیرهای تعادلی ثانویه ارائه نمی‌کند، ولی بار نقطه انشعاب به وسیله رابطه (۳-۳۴ ج) تعیین می شود و بیانگر از دست دادن پایداری می باشند. کوچک ترین مقدار این بارها بار بحرانی P_{cr} تعریف می شود.

این نکته قابل تأکید است که این روش برای فرمول بندی مسأله مقدار ویژه با باری که مقدارش ثابت باشد، منجر به مقادیر ویژه و مدهای ویژه درستی می شود. این مقادیر نه فقط زمانی که مسیر ثانویه در نقطه انشعاب می باشد، بلکه در زمانی که اینگونه نیز نباشد مقادیر درستی هستند.

۳-۳-۲- معیار حداقل انژی پتانسیل

در این معادلات پایداری ورق (۳-۳۴) مجدداً با استفاده از معیار حداقل انرژی پتانسیل استخراج می

شود. شکل مسطح یک ورق حالتی متعادل برای مقادیر بارگذاری است. بـرای بارهـایی کـه بـه انـدازه کافی کوچک باشند، تعادل پایدار خواهد بود. زمانی که انرژی پتانسیل کل بـه حـداقل مقـدار نسـبی دست یابد تعادل از حالت پایدار به حالت خنثی تبدیل می شود. عبارت زیر انتگرال متغیر دوم انـرژی پتانسیل کل ورق، که بطور لبه‌ای بارگذاری شده است، با معادلات (۳-۲۴) و (۳-۲۵) ارائه شده است. برای بدست آوردن متغیر دوم

$$u \to u_0 + u_1$$
$$\upsilon \to \upsilon_0 + \upsilon_1 \qquad (۳-۳۶)$$
$$w \to w_0 + w_1$$

در نظر گرفته مـی شـود کـه $(w_\circ, \upsilon_\circ, u_\circ)$ بیـانگر هیـأتی روی مسـیر تعـادل اولیـه و (w_1, υ_1, u_1) نموهای مجازی هستند. متغیـر دوم شـامل عبـارت هـایی از انـرژی پتانسـیل کـل مـی‌شـود کـه بـر حسب (w_1, υ_1, u_1) از مرتبه دوم (مربع) باشند. مشتق گیری بصورت عبارت به عبـارت انجـام مـی شـود، مثلاً

$$\varepsilon_x = u_{,x} + \frac{1}{2} w_{1,x}{}^2$$

بنابراین

$$\varepsilon_x{}^2 = u_{,x}{}^2 u_{,x} w_{,x}{}^2 + \frac{1}{4} w_{,x}{}^4$$

از جایگزینی معادلات (۳-۳۶) و جمع آوری عبارت های مربـع و بـا لحـاظ کـردن $w_\circ \equiv 0$ خـواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}\delta^2\left(\varepsilon_x{}^2\right) = u_{1,x}{}^2 + u_{0,x} w_{1,x}{}^2$$

بطور مشابه از جایگزینی کرنش‌ها، عبارت زیر برای متغیر دوم انرژی کرنشی غشایی بدست می آید:

$$\frac{1}{2}\delta^2 U_m = \frac{C}{2}\iint\left\{\left[u_{1,x}{}^2 + \upsilon_{1,y}{}^2 + 2\nu u_{1,x}\upsilon_{1,y} + \frac{1-\nu}{2}\left(u_{1,y} + \upsilon_{1,x}\right)^2\right]\right.$$
$$+\left[\left(u_{0,x} + \nu\upsilon_{0,y}\right)w_{1,x}{}^2 + \left(\upsilon_{0,y} + \nu u_{0,x}\right)w_{1,y}{}^2\right. \qquad (۳-۳۷)$$
$$\left.\left. + (1-\nu)\left(u_{0,y} + \upsilon_{0,x}\right)w_{1,x}w_{1,y}\right]\right\} dx \quad dy$$

با استفاده از روابط بنیادین معادلات (۳-۳۵) معادله (۳-۳۷) به شکل ساده تر بازنویسی می-شوند:

$$\frac{1}{2}\delta^2 U_m = \frac{c}{2}\iint\left[u_{1,x}{}^2 + \upsilon_{1,y} + \frac{1-v}{2}\left(u_{1,y} + \upsilon_{1,x}\right)^2\right]dx \quad dy$$
$$+\frac{1}{2}\iint\left(N_{x0}w_{1,x}{}^2 + 2N_{xy0}w_{1,x}w_{1,y} + N_{y0}w_{1,y}{}^2\right)dx \quad dy \qquad (۳\text{-}۳۸)$$

بطور مشابه متغیر دوم انرژی کرنشی خمشی چنین بدست می آید:

$$\frac{1}{2}\delta^2 U_b = \frac{D}{2}\iint\left[w_{1,xx}{}^2 + w_{1,yy}{}^2 + 2vw_{1,xx}w_{1,yy} + 2(1-v)w_{1,xy}{}^2\right]dx \quad dy \qquad (۳\text{-}۳۹)$$

ملاحضه می شود که انرژی پتانسیل ناشی از کار خارجی رابطه (۳-۲۳) دارای هیچ عبارتی به صورت مربع با مرتبه بالاتر بر حسب مؤلفه های تغییر مکان نمی باشد. بنابراین $\sigma^2\Omega = 0$، در نتیجه:

$$\delta^2 V = \delta^2 U_m + \delta^2 U_b \qquad (۳\text{-}۴۰)$$

بنابراین عبارت نهایی متغیر دوم چنین نوشته می شود:

$$\delta^2 VC\iint F \quad dx \quad dy \qquad (۳\text{-}۴۱)$$

که

$$F = \left[u_{1,x}{}^2 + \upsilon_{1,y}{}^2 + 2vu_{1,x}\upsilon_{1,y} + \frac{1-v}{2}\left(u_{1,y} + \upsilon_{1,x}\right)^2\right]$$

$$+\frac{1-v^2}{Eh}\left(N_{x0}w_{1,x}{}^2 + 2N_{xy0}w_{1,x}w_{1,y} + N_{y0}w_{1,y}{}^2\right) \qquad (۳\text{-}۴۲)$$

$$+\frac{h^2}{12}\left[w_{1,xx}{}^2 + w_{1,yy}{}^2 + 2vw_{1,xx}w_{1,yy} + 2(1-v)w_{1,xy}{}^2\right]$$

معادلات حاکم برای از دست دادن پایداری، معادلات اویلر برای عبارت داخل انتگرال متغیر دوم هستند. برای عبارت داخل انتگرال به شکل معادله (۳-۴۲) معادلات اویلر عبارتند از :

$$\frac{\partial F}{\partial u_1}-\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial u_{1,x}}-\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial u_{1,y}}=0$$

$$\frac{\partial F}{\partial \upsilon_1}-\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial \upsilon_{1,x}}-\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial \upsilon_{1,y}}=0 \qquad (۴۳-۳)$$

$$\frac{\partial F}{\partial w_1}-\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial w_{1,x}}-\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial w_{1,y}}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\partial F}{\partial w_{1,xx}}+\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\frac{\partial F}{\partial w_{1,xy}}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\frac{\partial F}{\partial w_{1,yy}}=0$$

از جایگزینی معادله (۳-۴۲) و ساده کردن عبارت های حاصله نتیجه می شود:

$$\left(u_{1,x}+\nu\upsilon_{1,y}\right)_{,x}+\frac{1-\nu}{2}\left(u_{1,y}+\upsilon_{1,x}\right)_{,y}=0$$

$$\left(\upsilon_{1,y}+\nu u_{1,x}\right)_{,y}+\frac{1-\nu}{2}\left(u_{1,y}+\upsilon_{1,x}\right)_{,x}=0 \qquad (۴۴-۳)$$

$$D\nabla^4 w_1-\left(N_{x0}w_{1,xx}+2N_{xy0}w_{1,xy}+N_{y0}w_{1,yy}\right)=0$$

معادله (۳-۴۴) به شکل کوتاه تری چنین نوشته می شود:

$$N_{x1,x}+N_{xy1,y}=0$$

$$N_{xy1,x}+N_{y1,y}=0$$

$$D\nabla^4 w_1-\left(N_{x0}w_{1,xx}+2N_{xy0}w_{1,xy}+N_{y0}w_{1,yy}\right)=0$$

که N_{y1} ها با معادلات (۳-۳۵) تعریف شده اند. این معادلات مشابه معادلات (۳-۳۴) هستند.

۳-۴- کاربردهای معادلات پایداری

معادله (۳-۳۴ ج) برای کلیه بارهای لبه‌ای ممکن در صفحه بـه کـار مـی رود. در حالـت عمـومی‌تـر ضرایب N_{x0} ها توابعی از متغیر های y, x هستند. به هر حال در این قسـمت کاربردهـایی کـه بیـان خواهد شد، محدود به حالتی هستند که این ضرایب ثابت باشند. برای سادگی اندیس ۱ از مقادیر نمو، حذف می شوند.

۳-۴-۱- ورق با چهار تکیه گاه ساده

به عنوان اولین مثال از کاربردهای معادلات خطی پایداری، یک ورق در نظر گرفته و همانند شکل (۵) در لبه های a و x=0 گسترده فشاری یکنواخت P_x می باشد. از آنالیز تعادل ورق ها و با استفاده از معادلات (۳-۳۰ الف) و (۳-۳۰ ب) داریم:

$$N_{xy0} = N_{y0} = 0 \quad , \quad N_{x0} = -\frac{p_x}{b}$$

از جایگزینی در معادله (۳-۳۴ ج) ، عبارت ساده زیر بدست می آید:

$$D\nabla^4 w + \frac{p_x}{b} w_{,xx} = 0 \tag{۴۵-۳}$$

شرایط مرزی ساده در a و x=0 عبارتند از $w=M_x=0$ و در y=0, b عبارتند از $w=M_y=0$، که از معادلات (۳-۵) و (۳-۸) شرایط مرزی چنین نوشته می شوند:

$$\begin{aligned} x = 0, a \quad & w = w_{,xx} = 0 \\ y = 0, b \quad & w = w_{,yy} = 0 \end{aligned} \tag{۴۶-۳}$$

معادله (۳-۴۵) یک معادله با ضرایب ثابت است . جوابی به شکل

$$w = C_1 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi x}{b} \quad m, n = 1,2,3,\ldots \tag{۴۷-۳}$$

هر دو معادله دیفرانسیل و معادله شرایط مرزی را ارضاء می کند که C_1 یک ثابت است. جایگزینی در معادلهٔ (۳-۴۵) نتیجه می‌دهد:

$$D\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4 + 2\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^4\right] - \frac{p_x}{b}\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 = 0$$

مقادیر مجزای P_x برای معادله (۳-۴۵) حل غیر صفر دارد. بنابراین:

$$\frac{p_x}{b} = \left(\frac{\pi a}{m}\right)^2 D\left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]^2 \tag{۴۸-۳}$$

بار بحرانی باری است که متناظر با کوچک ترین مقدار ویژه باشد. برای همه مقادیر b , a کوچک ترین مقدار ویژه با n=1 بدست می آید. بر همین اساس:

$$\frac{p_x}{b} = \left(\frac{\pi a}{m}\right)^2 D\left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2\right]^2 \quad m = 1,2,3,\ldots \tag{۴۹-۳}$$

معادله (۳-۴۹) به شکل زیر نیز قابل بیان است.

$$p_x = \kappa_c \frac{\pi^2 D}{b} \qquad (۳-۵۰)$$

که

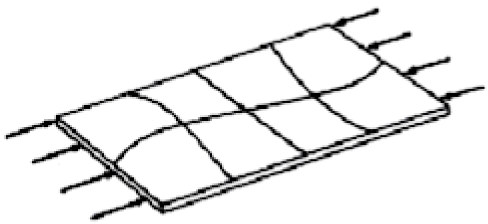
$$\kappa_c = \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 \qquad (۳-۵۱)$$

ملاحظه می گردد که k_c تابعی از نسبت a/b و m می باشد. برای مقادیر معین a/b مقـدار m از سعی و خطا تعیین می شود، تا کوچک ترین مقدار ویژه بدست آید.

به عنوان مثال ورقی در نظر گرفته می شود که a=20in و b=10in و h= 0.1in، $E=10^7$Psi و ν=0.3 می باشد. بنابراین D=916 lb-in و معادله (۳-۵۱) به ازای m=1,2,3 به ترتیب مقادیر ۶/۲۵ ، ۴ و ۴/۷ را برای k_c نتیجه می دهد. برای سایر مقادیر m ضریب k بزرگتر خواهد بـود. کوچـک‌تـرین مقدار ویژه متناظر با m=2 می باشد. برای این مقدار بار بحرانی از معادله (۳-۵۰) برابـر P_{cr}=3620 lb می باشد.

در شکل (۳-۷) طرحی از یک ورق در هیأت تعادل خمیده نشان شده است. در این وضـعیت گفته می شود یک نیم موجی سینوسی در جهت عرضی و دو نیم در جهت طـولی وجـو دارد. بـدلیل اینکه در معادلات خطی شده، w_1 بی نهایت کوچک در نظر گرفته می شود، دامنه موج ها بـی‌نهایـت کوچک هستند. بار P_{cr}=3620 lb کوچکترین باری است که به ازای آن، ورق پایداریش را از دست می دهد .

در شکل (۳-۸) نمودار k_c بر حسب a/b بر اساس معادله (۳-۵۱) برای سایر مقادیر m ترسیم شده است. منحنی ممتد در نمودار نشان دهنده کوچک ترین مقادیر ویژه و منحنی‌هـای خـط چـین نشان دهندهٔ مقارير ویژه بالاتر برای a/b های داده شده می باشند.

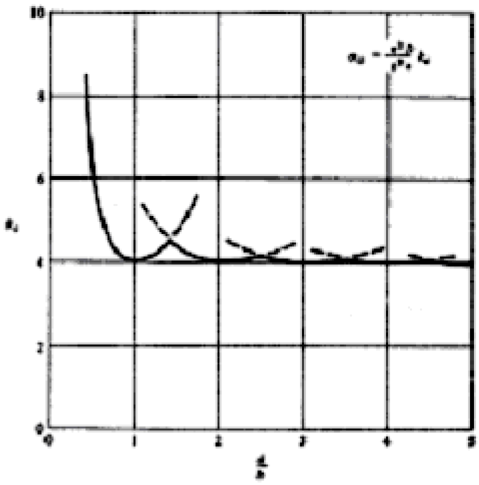


شکل ۳-۷ ورق کمانش کردهٔ تحت بارگذاری فشاری در صفحه [۲]

۳-۴-۲- سایر شرایط مرزی

حل ساده معادله (۳-۴۷) برای شرایط مرزی دیگر مناسب نیست. به عنوان مثالی عمومی‌تر ورقی در نظر گرفته می شود که بار P_x به آن اعمال می شود و در لبه های $x=0$, a روی تکیه گاه ساده قرار دارد، و فعلاً شرایط مرزی در لبه های دیگر $y=0$, b اختیاری می باشد. چنین ورقی همانند یک ستون است که سختی خمشی EI آن با Db جایگزین شده است. بنابر این از معادله تیر نتیجه می شود:

$$p_x = m^2 \frac{\pi^2 Db}{a^2} \qquad (۵۲\text{-}۳)$$



شکل ۳-۸ مقاذیر تنش محوری ورق‌های با تکیه‌گاه ساده تحت بارگذاری فشاری در صفحه [۲]

چنین ورقی، ستون عریض نامیده می شود. کوچکترین مقدار ویزه متناظر با $m=1$ می‌باشد. در حالت عمومی تر معادله دیفرانسیل و شرایط مرزی در $x=0$, a با حلی به شکل زیر ارضاء می‌شود.

$$m = 1,2,3,\ldots \quad w = f(y)\sin\frac{m\pi x}{a} \qquad (۵۳\text{-}۳)$$

با جایگزینی معادله (۳-۵۳) در معادله (۳-۴۵) این معادله به یک معادله دیفرانسیل معمولی کاهش می یابد.

$$\frac{d^4 f}{dy^4}-2\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\frac{d^2 f}{dy^2}+\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4-\frac{p_x}{Db}\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\right]f=0 \qquad (۵۴-۳)$$

معادله (۳-۵۴) یک معادله با ضرایب ثابت است. در نتیجه حـل آن بـه آسـانی بـرای شـرایط اختیاری y=0,b بیان می شود. معادله مشخصه متناسب با معادله (۳-۵۴) عبارت است از:

$$\lambda^4-2\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\lambda^2+\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4-\frac{p_x}{Db}\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\right]=0 \qquad (۵۵-۳)$$

ریشه های معاله (۳-۵۵) عبارتند از:

$$\lambda=\pm\left[\frac{m\pi}{a}\left(\frac{m\pi}{a}\pm\sqrt{\frac{p_x}{Db}}\right)\right]^{1/2} \qquad (۵۶-۳)$$

از طرفی از معادله (۳-۵۲) برای ستون های عریض $(P_x/Db)^{1/2}=m\pi/a$ می باشد و برای سایر شرایط مرزی در y=0 , b عبارت $(P_x/Db)^{1/2}>m\pi/a$ خواهد بود. در نتیجه برای شرایط مرزی دیگـر معادله (۳-۵۶) چنین باز نویسی می شود:

$$\lambda=\alpha,-\alpha,i\beta,-i\beta$$

که αو β اعدادی مثبت و حقیقی هستند که عبارتند از:

$$\alpha=\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)2-\frac{m\pi}{a}\sqrt{\frac{p_x}{Db}}\right]^{1/2}$$

$$\beta=\left[-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2-\frac{m\pi}{a}\sqrt{\frac{p_x}{Db}}\right]^{1/2} \qquad (۵۷-۳)$$

حل معادله (۳-۵۴) چنین نوشته می شود:

$$f=C_1e^{-ay}+C_2e^{ay}+C_3\cos\beta y+C_4\sin\beta y \qquad (۵۸-۳)$$

که C_1 تا C_4 ثابت هایی هستند که چهار معادله شرایط مرزی درy=0,b تعیین می شوند. بـه عنوان یک مثال ویژه ورقی در نظر گرفته می شـود کـه در y=0 روی تکیـه‌گـاه سـاده و در y=b آزاد است.

همانند قبل معادلات شرایط مرزی در y=0 عبارتند از:

$$w = w_{,yy} = 0 \tag{۵۹-۳}$$

معادلات در y=b چنین نوشته می شود:

$$w_{,yy} + v w_{,xx} = w_{,yyy} + (2-v) w_{,xxy} = 0 \tag{۶۰-۳}$$

که معادله اول بیانگر صفر بودن M_y میباشد و معادله دوم نشان دهنده صفر بودن نیروی برش عرضی Q_y و گشتاورپیچشی M_{xy} میباشد. معادلات (۳-۵۸) و (۳-۵۹) نتیجه می دهد:

$$C_1 = -C_2 \; C_3 = 0$$

بنابر این معادله (۳-۵۸) به شکل ساده تر زیر باز نویسی می شود:

$$f = A \sinh \alpha y + B \sin \beta y$$

که A وB ثابت های جدیدی هستند. جایگزینی در معادله (۳-۶۰) نتیجه می دهد:

$$\left[\left(\alpha^2 - v\frac{m^2\pi^2}{a^2}\right)\sinh \alpha b\right]A - \left[\left(\beta^2 + v\frac{m^2\pi^2}{a^2}\right)\sinh \beta b\right]B = 0$$

$$\left\{\alpha\left[\alpha^2 - (2-v)\frac{m^2\pi^2}{a^2}\right]\cosh \alpha b\right\}A - \left\{\beta\left[\beta^2 + (2-v)\frac{m^2\pi^2}{a^2}\right]\cos \beta b\right\}B' = 0$$

برای حل غیر بدیهی بایستی دترمیان ضرایب A وB در دستگاه معادلات همگن برابر صفر باشد. از برابری دترمینان با صفر و مرتب کردن مجدد حاصل می شود:

$$\beta b\left[(\alpha b)^2 - v\left(\frac{m\pi b}{a}\right)^2\right]^2 \tanh \alpha b = \alpha b\left[(\alpha b)^2 + v\left(\frac{m\pi b}{a}\right)^2\right]^2 \tan \beta b \tag{۶۱-۳}$$

که از معادله (۳-۵۷) نتیجه می شود:

$$\alpha b = \left[\left(\frac{m\pi b}{a}\right)^2 - \frac{m\pi b}{a}\sqrt{\frac{p_x b}{D}}\right]^{1/2}$$

$$\beta b = \left[-\left(\frac{m\pi b}{a}\right)^2 + \frac{m\pi b}{a}\sqrt{\frac{p_x b}{D}}\right]^{1/2}$$

این معادلات، بیانی روشن برای پارامتر بدون بعد بار P_xb/D بر حسب پارامتر طـول مـوج m ، ضریب پواسون υ و نسبت a/b تشکیل می دهد.

محاسبات نشان می دهد که برای هر مقداری از a/b حداقل باردر m=1 بدست می‌آید. نتایج را می توان به شکل زیر بیان نمود.

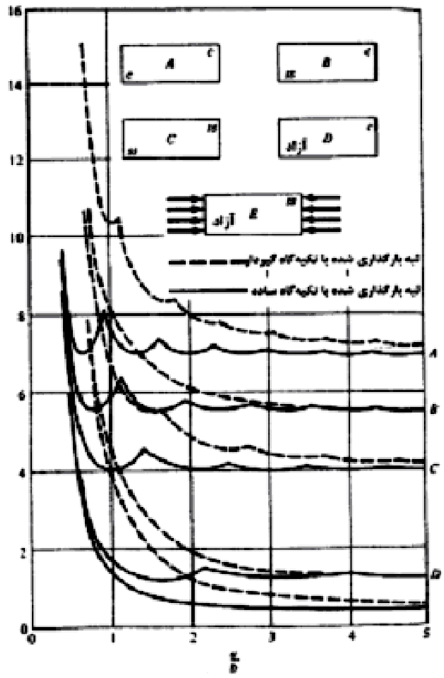
$$p_x = \kappa_c \frac{\pi^2 D}{b} \qquad (۶۲-۳)$$

که k_c یک ضریب کمانش بی بعد برای بارگذاری فشاری است. در مراجع، نتـایج عـددی ایـن محاسبات ارائه شده است. این نتایج در شکل (۳-۹) نشان داده شده است.

هم چنین در شکل (۳-۹) مقادیر متناظر با سایر شـرایط مـرزی روی لبـه هـای y و x ورق نشان داده شده است. در مراجع، نتایج بسط عددی شرایط مرزی بیشـتری ماننـد قیـدهای الاسـتیک لبه‌ای به شکل نمودارارائه شده است. نتایج بر اساس روش‌هـای تحلیلـی مـی باشـد کـه از روش‌هـای عددی بدست می آیند.

۳-۵- خرابی ورق ها

مسیر های تعادل ورق بدون نقص تحت فشار در صفحه مجدداً در شکل (۳-۱۰) ترسیم شده است.



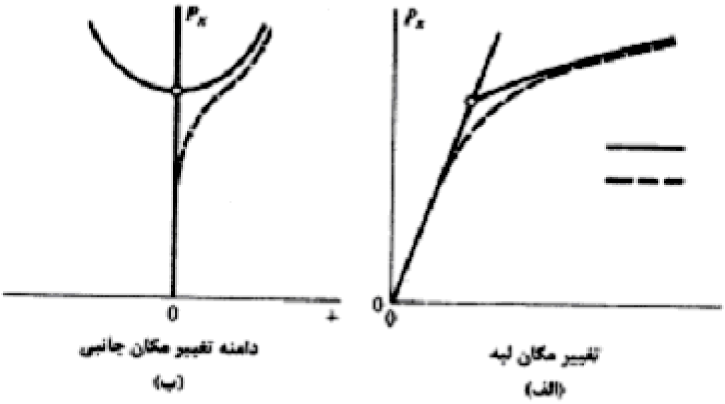
شکل ۳-۹ تاثیر شرایط مرزی بر ضرایب کمانش ورق تحت بارگذاری فشاری در صفحه [۲]

همچنین در شکل (۳-۱۰) منحنی‌های متناظر برای یک ورق ناقص آورده شده است. از این نمودارها دو نتیجه مهم به وضوح دیده می شود:

۱- کمانش در ورق های واقعی (ورق های دارای نقص) تدریجی اتفاق می افتد و تصمیم گیری در مورد اینکه دقیقاً در چه باری کمانش رخ داده است، مشکل است. بنابراین مقایسه مقادیر تجربی و تئوری بار بحرانی ورق‌ها، مستلزم یک نوعی انتخاب طراح می باشد.

۲- در هر حالتی ورق تمایل به تحمل بار بیشتری پس از کمانش دارد. بنابراین بار بحرانی ورق، بر خلاف ستون ها، بیانگر استحکام نهایی آن نمی باشد. این نتایج که مبتنی بر شکل (۳-۱۰) برای بارهای فشاری در صفحه می باشد، برای سایر بارهای در صفحه نیز صادق است.

این حقیقت که ورق‌های دارای تکیه‌گاه می تواند بار بیشتری پس از تحمل تحمل کنند، در سال ۱۹۲۰ در جریان مطالعات تجربی طراحی سازه‌ای هواپیما کشف گردید. در سال ۱۹۲۹ واگنر معیاری برای استحکام پس از کمانش جان برشی ایجاد کرد. جان برشی یک ورق نازک است که چهار لبه آن مقید شده و تحت بار برشی در صفحه می باشد. وضعیت تنش های پیش از کمانش در جان برشی شامل تنش‌های فشاری و کششی است. تنش‌های فشاری در جهت خطوط قطری هستند که نسبت به لبه های ورق ۴۵ درجه بوده و تنش های کششی عمود بر تنش های فشاری می باشند. تنش های فشاری باعث ایجاد کمانش جان در امتداد خطوط قطری می شوند. قبل از کمانش مقدار تنش های کششی و فشاری برابر است، ولی پس از کمانش تنش های کششی بزرگتر می شوند. عدم موازنه نیروها به وسیله تکیه‌گاه تحمل می شود. واگنر در آنالیز تقریبی خود فرض نمود که برای یک



شکل ۳-۱۰ مسیرهای تعادلی ورق‌های کامل و ناقص تحت فشار در صفحه [۲]

جان نازک در حال کمانش می‌توان تنش های فشاری را به کلی نادیده گرفت. چنین مدلی گاهاً تیر با کشش قطری نامیده می‌شود. یک روش بهتر آنالیز جان های برشی و نتایج مبسوط آزمایش، به وسیله کوهن گزارش شده است.

برای انجام یک طراحی کارا بایستی استحکام پس از کمانش ورق ها محاسبه شود. به عنـوان مثالی از این روش حالتی ساده تر از جان برشی در نظر گرفته مـی شـود، یعنـی یـک ورق تحـت بـار فشاری یکنواخت P_x که همانند شکل (۳-۱۱ الف) بر لبه های ورق توزیع شده است. بار اعمالی P_x بر اساس رابطه زیر با تنش σ_x ارتباط دارد.

$$p_x = h\int_0^b \sigma_x dy$$

که h و b بترتیب ضخامت و عرض ورق می باشد. مادامی کـه $P_x \le P_{cr}$ باشـد، تـنش هماننـد خطوط (۱-۱) و (۲-۲) شکل (۳-۱۱ ب) ، در امتـداد عـرض ورق، یکنواخـت خواهـد بـود. بنـابراین $P_x = hb\sigma_x$ خواهد بود. در حالت خاصی که $P_x = P_{cr}$ باشد، نتیجه می شود:

$$p_{cr} = hb\sigma_{cr} \qquad (۳-۶۳)$$

برای حالتی که $P_x \ge P_{cr}$ باشد، بدلیل تأثیر پایدارکنندگی تکیه‌گاهی لبه، تـنش در نزدیکـی لبه های ورق y=0 و b بزرگتر از تنش در نقاط نزدیک مرکز ورق است. در چنین حالتی توریـع تـنش همانند خطوط (۳-۳) و (۴-۴) شکل (۳-۱۱ ب) ، غیر یکنواخت می باشد.

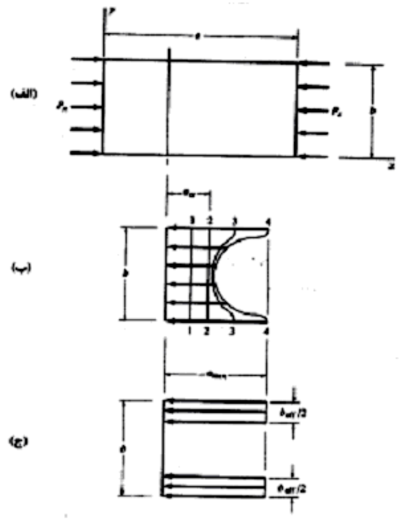
حالتی که در حوزه تغییر مکان‌های رده میانی قرار داشته باشـد، توزیـع تـنش‌هـای پـس از کمانش، از معادلات تعادل غیر خطی (۳-۱۸) تعیین می شود. رایج است که برای طراحی، نتایج آنالیز

بر حسب عرض مؤثر بین می شود و تنش‌ها همانند شکل (۳-۱۱ ج) ، بطور یکنواخت در نظـر گرفتـه می شوند. از شکل داریم:

$$p_x = hb_{eff}\sigma_{\max} \qquad (۳-۶۴)$$

که σ_{max} ماکزیمم تنش در لبه های ورق b و y=0 مـی باشـد. بیـان بسـیار رایـج بـرای b_{eff} عبارت است از:

$$b_{eff} = b\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{\max}}\right)^{1/2} \qquad (۳-۶۵)$$



شکل ۳-۱۱ توزیع تنش در ورق قبل و بعد از کمانش [۲]

که σ_{cr} تنش بحرانی کلاسیک برای شرایط مـرزی مشـخص مـی باشـد. معادلـه (۳-۶۵) بـه فرمول مؤثر ون‌کارمن معروف است. در مواردی نیز عبارت‌های صحیح تری وجود دارد، ولی در طراحی کاربرد محدودی دارند. برای حالتهایی که σ_x برابر σ_{cr} ، $2\sigma_{cr}$ و $4\sigma_{cr}$ باشد، معـادلات (۳-۶۳) تـا (۳-۶۵) بترتیب P_x را برابر P_{cr}، $1/4\ P_{cr}$ و $2\ P_{cr}$ می دهند.

ماکزیمم تنش مجاز σ_{max} در لبه‌های ورق به وسیله استحکام تسلیم مـاده ورق و یـا توسـط استحکام کمانشی اعضاء نگهدارنده ورق در لبه هایش تعریف می شود. البته مقدار σ_{cr} در معادلـه (۳-

۶۵) بوسیله معادله (۳-۶۳) ارائه شده است، که P_{cr} با توجه به نوع شرایط مرزی از معادلـه (۳-۵۰) یا معادله(۳-۶۲) تعیین می شود.

گاهی به خاطر تخمین در جهت افـزایش اطمینـان، خـود بـار بحرانـی اولیـه P_{cr} بـه عنـوان استحکام نهایی ورق بکار برده می شود. اگر تسلیم ماده پـیش از کمـانش اتفـاق بیافتـد، بـار بحرانـی کوچکتر از مقدار بدست آمده از آنالیز پایداری الاستیک خواهد بود. بدلیل اینکه وضعیت تنش‌ها در دو جهت می باشند، آنالیز پایداری غیر الاستیک ورق ها به مراتب پیچیده‌تر از ستون‌ها می باشـد. تـأثیر پلاستیسیته در کمانش و رفتار پس از کمانش ورق ها در مراجع ارائه شده است.

غالباً نتایج آنالیز پلاستیک پایداری به شکل زیر بیان می شود.

$$\overline{\sigma}_{cr} = \eta\sigma_{cr}$$

که $\overline{\sigma_{cr}}$ تنش کمانش پلاستیک برای شرایط مرزی و بار گذاری مشخص می باشد.

σ_{cr} تنش بحرانی الاستیک متناظر است.

η ضریب کاهنده پلاستیسیته است.

مقدار η با یک تقریب محافظه کارانه با $\eta = (E_t / E)^{1/2}$ بیان می شود و گاهی به کـار بـرده می شود که E_t مدول مماسی است. در کاربردهای سازه‌ای کمانش پلاستیک در ورق ها و پوسته ها به اندازه ستون هارایج نمی باشد.

۳-۶- رفتار پس از کمانش ورق ها

در این بخش رفتار پس از کمانش یک ورق بی نهایت طویل با تکیه گـاه‌هـای لبـه‌ای، کـه تحـت بـار فشاری یکنواخت است، مورد بررسی قرار می گیرد. برخی از نتایج این مثال در بخش قبلی بـرای بـار تخریب ورق‌ها مورد بحث قرار گرفته است. پس از کمانش، بخش میانی ورق بـه سـمت بیـرون شـکم می‌دهد و بخش بسیار زیادی از بار توسط قسمتهای نزدیک به تکیه‌گاه‌ها تحمل می شود.

ون کارمن با استدلال پیشنهاد کرد که عرض مؤثر بایستی به عرض ورق و با ضخامت مشابه با آن باشد، که در بار طراحی مشخص کمانش کرده است. بنابراین او پیشنهاد کـرد بـرای داشـتن یـک طراحی کارا بایستی تنش بار طراحی نسبتاً نزدیک به تنش تسلیم مواد باشد. بـرای مـوادی بـا مـدول

یانگ 10^7 psi و استحکام تسلیم $40.000 psi$ که در آن زمان نمونه ای از آلیاژ با کیفییت آلومینیوم بودند، مشخص شد که عرض مؤثر بایستی ۳۰ برابر ضخامت ورق باشد. همانگونه که در بخش قبل تأکید شده است، جاذبه ساده بودن استفاده از معادلات ون کارمن آنقدر زیاد است که با وجود روش‌های دقیق‌تر موجود، استفاده از معادلات ون کارمن هنوز در مهندسی آنالیز سازه‌های هوا فضایی استفاده می شود. رفتار ورق در محدوده پس از کمانش به راحتی از حل عددی معادلات دیفرانسیل غیر خطی حاکم تعیین می شود. معادلات حاکم از معادلات (۳-۲۸) و (۳-۲۹) عبارتند از:

$$\nabla^4 f = Eh\left(w_{,xy}{}^2 - w_{,xx}w_{,yy}\right)$$
$$D\nabla^4 w = p + f_{,yy}w_{,xx} - 2f_{,xy}w_{,xy} + f_{,xx}w_{,yy} \quad (۳-۶۶)$$

در حدود سال ۱۹۴۰ حل این معادلات توسط چندین محقق ارائه شده است. معروف ترین آنها مارگور، کویتر و کوکس می باشند. مارگور عبارت انرژی پتانسیل مرتبط و روش ریلی -ریتز را در آنالیز عددی به کاربرد. نتایج برحسب عرض مؤثر تعریف شده به وسیله ون‌کارمن به صورت تابعی از تنش ماکزیمم ارائه شده است (شکل ۳-۱۲ ملاحظه شود). مارگور ابتدا حل یک عبارتی زیر را برای تابع تغییر مکان ارائه نمود:

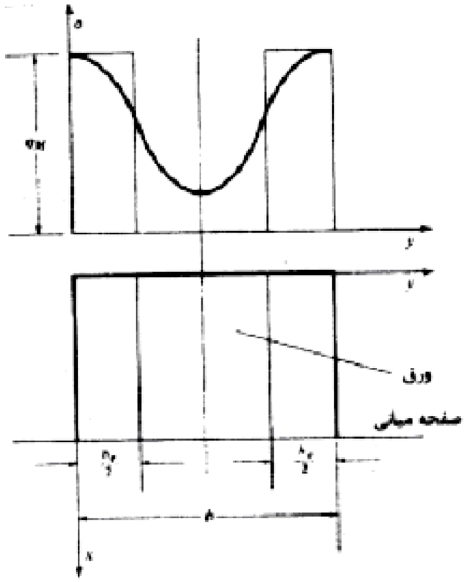
$$w = c_1 \cos\frac{\pi x}{1}\cos\frac{\pi y}{b} \quad (۳-۶۷)$$

دراین رابطه l نشان دهنده طول موج محوری و b عرض ورق است. حل عددی فقط برای حالت $l = b$ به دست آمده است. این برای یک ورق بی نهایت طویل متناظر با این فرض است که طول موج در هردو جهت مشابه باشد. همچنین نتایج برای یک ورق مرجع با شرایط مرزی ساده به دست آمده اند. با حذف دامنه موج c_1 از دو معادله و پس از جایگزینی تنش نتیجه می شود:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{3\left(1-v^2\right)}\left(\frac{h}{b}\right)^2 \quad (۳-۶۸)$$

حلی به شکل زیر بدست می آید:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{3\left(1-v^2\right)}\left(\frac{h}{b}\right)^2 \quad (۳-۶۹)$$



شکل ۳-۱۲ توزیع تنش در ورق [۲]

که σ_M تنش ماکزیمم (تنش در تقویت کننده) است. اگر چه این معادله تقریب نزدیکی با محدوده پس از کمانش ابتدایی دارد، ولی چنین به نظر می رسد که صحت کمی در قالب پیشرفت کمانش داشته باشد. بنابراین مارگور حل تصحیح شده ای برای تابع تغییر مکان ارائه نمود:

$$w = c_1 \cos\frac{\pi x}{1}\cos\frac{\pi y}{b} - c_2 \cos\frac{3\pi x}{1}\left(\cos\frac{\pi y}{b} - \eta\cos\frac{3\pi y}{b}\right) \qquad (۳-۷۰)$$

جایگزینی این عبارت در معادلات (۳-۶۶) منجر به یک دستگاه معادلات غیر خطی با سه مجهول η, c_2, c_1 می شود. برای این معادلات حل‌های تقریبی به دست آمده‌اند.

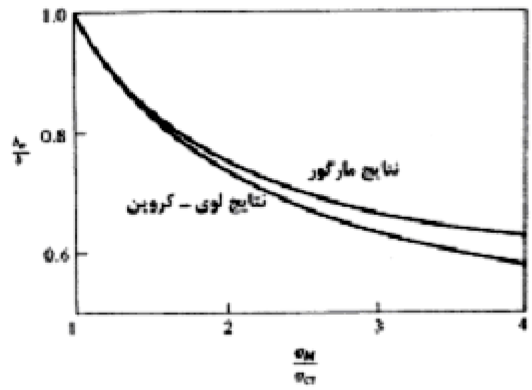
کوکس حل ساده‌ای به دست آورد و متوجه شد که برای ورق‌های با لبه گیردار عرض مؤثر با فرمول تقریبی زیر ارائه می شود:

$$\frac{b_e}{b} = 0.14. + 0.86.\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_M}\right)^{1/2} \qquad (۳-۷۱)$$

و کویتر معادله زیر را برای کلیه شرایط لبه‌ای ارائه نمود:

$$\frac{b_e}{b} = \left[1.2 - 0.65\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_M}\right)^{2/5} + 0.45\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_M}\right)^{4/5}\right]\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_M}\right)^{2/5} \qquad (۳-۷۲)$$

مسائل جدید آنالیزهایی با درجات آزادی بیشتر هستند. در شکل (۳-۱۳) حل تک عبارتی مارگور با حل لوی مقایسه شده اند.



شکل ۳-۱۳ عرض موثر ورق کمانش کرده [۲]

فصل چهارم

تحلیل عددی با استفاده از روش المان محدود

در این تحقیق از روش المان محدود برای تحلیل کمانش ورق مستطیلی استفاده شده است. به این منظور نرم افزار ABAQUS 6.6.3 مورد استفاده قرار گرفته است.

ABAQUS یک مجموعه از برنامه‌های مدلسازی بسیار توانمند می‌باشد که مبتنی بر روش اجزای محدود، قابلیت حل مسایل از یک تحلیل خطی ساده تا پیچیده‌ترین مدلسازی غیر خطی را دارا می‌باشد. این نرم افزار دارای مجموعه المانهای بسیار گسترده‌ای می‌باشد که هر نوع هندسه‌ای را می‌توان به صورت مجازی توسط این المان‌ها مدل کرد. همچنین دارای مدلهای مواد مهندسی بسیار زیادی است که در مدلسازی انواع مواد با خواص و رفتار گوناگون نظیر فلزات، لاستیکها، پلیمرها، کامپوزیت‌ها، بتن تقویت شده، فومهای فنری و نیز شکننده و همچنین مواد موجود در زمین نظیر خاک و سنگ، قابلیت بالایی را ممکن می سازد.

نظر به اینکه ABAQUS یک ابزار مدلسازی عمومی و گسترده می‌باشد، استفاده از آن تنها محدود به تحلیل‌های مکانیک جامدات و سازه (تنش -تغییر مکان) نمی‌شود. با استفاده از این نرم‌افزار می‌توان مسایل مختلفی نظیر انتقال حرارت، نفوذ جرم، تحلیل حرارتی اجزای الکتریکی، اکوستیک، مکانیک خاک و پیزو الکتریک را مورد مطالعه قرار داد.

استفاده از نرم افزار ABAQUS با وجود اینکه مجموعه قابلیتهای بسیار گسترده ای را در اختیار کاربر قرار می‌دهد، کار نسبتا ساده‌ای می‌باشد. پیچیده ترین مسایل را می توان به آسانی مدل کرد. به عنوان مثال مسایل شامل بیش از یک جزء را می توان با ایجاد مدل هندسی هر جزء و سپس نسبت دادن رفتار ماده مربوطه به هر جزء و سپس مونتاژ اجزاء مختلف مدل کرد .در اغلب مدلسازی‌ها، حتی مدلهای با درجه غیر خطی بالا، کاربر می بایست تنها داده‌های مهندسی نظیر هندسه مساله، رفتار ماده مربوط به آن، شرایط مرزی و بار گذاری آن مساله را تعیین کند .در یک تحلیل غیر خطی ABAQUS، به طور اتوماتیک میزان نمو بار[1] و تلرانسهای همگرایی را انتخاب و همچنین در طول تحلیل مقادیر آنها را جهت دستیابی به یک جواب صحیح تعدیل می‌کند. در نتیجه کاربر بندرت می‌بایست مقادیر پارامترهای کنترلی حل عددی مساله را تعیین کند.

[1] Load Increment

ABAQUS/CAE محیط اصلی و گرافیکی ABAQUS می‌باشد که در آن قابلیتهای متنوعی جهت مدلسازی، اجرای فرمان حل و مانیتور کردن آن به طور هم زمان و نیز مشاهده نتایج در دسترس قرار گرفته است. ABAQUS/CAE به محیط های ده گانه‌ای تقسیم شده است که در هر یک از این محیط ها طبق یک فرآیند منطقی یکی از بخشهای مدلسازی انجام می گیرد. هنگامی که مدلسازی به اتمام رسید، ABAQUS/CAE یک فایل ورودی[۱] ایجاد می‌کند که ساختاری بسیار شبیه به یک کد برنامه نویسی شده دارد و توسط یکی از دو روش ضمنی و یا صریح مورد تحلیل قرار می گیرد. حل گر نرم افزار، فایل ورودی را خوانده و طی فرآیند حل اطلاعاتی را به CAE می‌فرستد که قابلیت مانیتور کردن پروسه حل به طور همزمان را ممکن می‌سازد. همچنین نتایج تحلیل در یک فایل خروجی[۲] ذخیره می‌گردد. در نهایت کاربر با استفاده از محیط Visualization فایل خروجی حل گر را باز کرده و به مشاهده نتایج به صورت نمودار، کانتور، انیمیشن ویا هر رابط گرافیکی دیگر می-پردازد [۳].

تعریف حلگر مسئله در محیط Step انجام می‌شود. برای تحلیل مسئله کمـانش در نـرم افـزار ABAQUS باید دو نوع تحلیل انجام شـود. تحلیـل اول Buckle و تحلیـل دوم Static,Riks نامیـده می‌شود.

۴-۱- تحلیل Buckle

این فرایند حل، یک تحلیل خطی مقدار ویژه است و برای بدست آوردن مقادیر ویژه کمانش برای سازه‌های الاستیک و سخت[۳] مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر بار بحرانی، تغییر شکلهای بحرانی و نیز شکل مدهای کمانش را بدست می‌دهد. یک مثال ساده از سازه‌های سخت ستون اویلر است.

در یک مسئله مقدار ویژه کمانش به دنبال بارهایی می‌گردیم که در این بارها ماتریس سختی مدل تکین شود. بنابراین مسئله

---

۱ Input file

۲ Output database

۳ Stiff

$$K^{MN}v^{M}=0 \qquad (۱-۳)$$

حلهای غیر صفر خواهد داشت. وقتی بار اعمال می‌شود، K^{MN} ماتریس سختی مماسی است. و v^{M} جابجایی‌های مخالف صفر هستند. بارهای اعمال شده می‌توانند شامل فشار، نیروهای متمرکز، جابجایی‌های غیر صفر معین و یا بارگذاری حرارتی باشند.

فرمول بندی مسئله مقدار ویژه به صورت زیر است:

$$(K_0^{NM}+\lambda_i K_\Delta^{NM})v_i^{M}=0 \qquad (۲-۳)$$

که در این رابطه K_0^{NM} ماتریس سفتی مربوط به حالت اولیه و شامل تاثیرات پیش بارها است. K_Δ^{NM} ماتریس سفتی دیفرانسیلی بار و تنش اولیه ناشی از الگوی بارگذاری افزایشی است. λ_i مقادیر ویژه هستند و v_i^{M} شکل مدهای کمانش (بردارهای ویژه) هستند. M و N مربوط به درجات آزادی کل مدل و i مشخص کننده مد کمانش iام است.

تحلیلهای خطی، بار کمانش را بیشتر از مقدار واقعی پیش بینی می‌کنند. با این وجود، باید برای تمام نمونه ها ابتدا یک تحلیل خطی (مقدار ویژه) انجام شود تا شکل مدهایی که مقدار ویژه کمتری دارند بدست آیند؛ زیرا کمانش معمولا در این مدها اتفاق می‌افتد (در هندسهٔ مورد بررسی، کمانش در حالت تجربی فقط در مد یک رخ می دهد). جابجایی های مربوط به این شکل مدها در فایلی ذخیره می شوند و در تحلیل بعدی (Static,Riks) به عنوان نقص اولیه[1] مورد استفاده قرار می گیرند تا تاثیر شکل مدها در تحلیل کمانش اعمال شود. برای این منظور از روش حلگر Subspace در نرم افزار استفاده شد. در غیر این صورت نرم افزار به طور اختیاری مد کمانش را انتخاب می‌کند که این معمولا به نتایج غیر واقعی منجر می‌شود.

[1] Initial Imperfection

۴-۲- تحلیل Static,Riks

این روش حل یک فرایند تحلیل بار – جابجایی غیر خطی است. و برای تعیین بارهای فروپاشی بویژه برای سازه‌های حساس به عیب و نقص[1] مناسب است. در این تحلیل می‌توان غیر خطی بودن ماده، شرایط مرزی و هندسه را در نظر گرفت.

این تحلیل غالبا باید با یک تحلیل مقدار ویژه کمانش همراه باشد. تا اطلاعات کاملی درباره فروپاشی سازه‌ها ارائه کند.

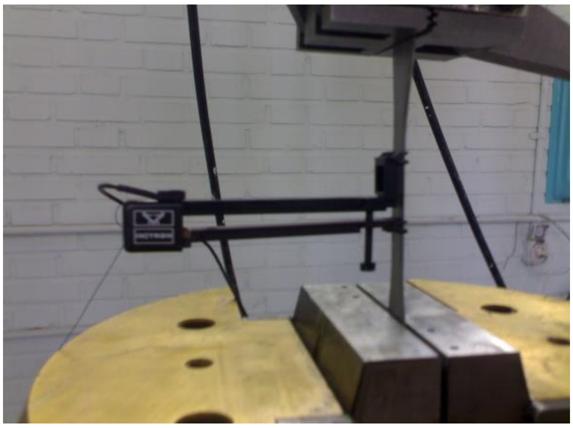
روش Riks از مقدار بار به عنوان یک مجهول اضافی استفاده می‌کند و بطور همزمان مسئله را برای بارها و جابجایی‌ها حل می‌کند. بنابراین یک کمیت دیگر برای اندازه‌گیری پیشروی حل باید مورد استفاده قرار گیرد. حلگر ABAQUS/Standard از طول کمان[2] l، در امتداد مسیر تعادل استاتیکی در فضای بار – جابجایی استفاده می‌کند. این روش منجر به حل مسئله می‌شود صرفنظر از اینکه پاسخ پایدار یا ناپایدار است[۳].

در این تحقیق برای بررسی رفتار کمانش و پیدا کردن منحنی‌های بار – جابجایی خطی از روش Static,Rics استفاده شد و همانطور که قبلا گفته شد بارگذاری به صورت اعمال جابجایی در این Step صورت گرفت.

۴-۳- خواص مکانیکی ورق ها

برای بدست آوردن خواص مکانیکی نمونه ها ابتدا باید تست کشش انجام پذیرد. تست کشش بر روی نمونهٔ استاندارد ASTM E8 و توسط دستگاه INSTRON انجام گرفت و مدول یانگ، تنش تسلیم و خواص پلاستیک ماده بدست آمد (شکل ۴-۱).

[1] Imperfection
[2] Arclength



شکل ۴-۱ تست کشش

در تحلیل المان محدود با نرم‌افزار ذکر شده برای تحلیل غیر خطی، خواص پلاستیک ماده نیز مورد نیاز می‌باشد. کرنش پلاستیک از رابطهٔ زیر حاصل می‌شود.

$$\varepsilon_{Pl} = \varepsilon_{real} - \frac{\sigma_{real}}{E} \qquad (۳-۳)$$

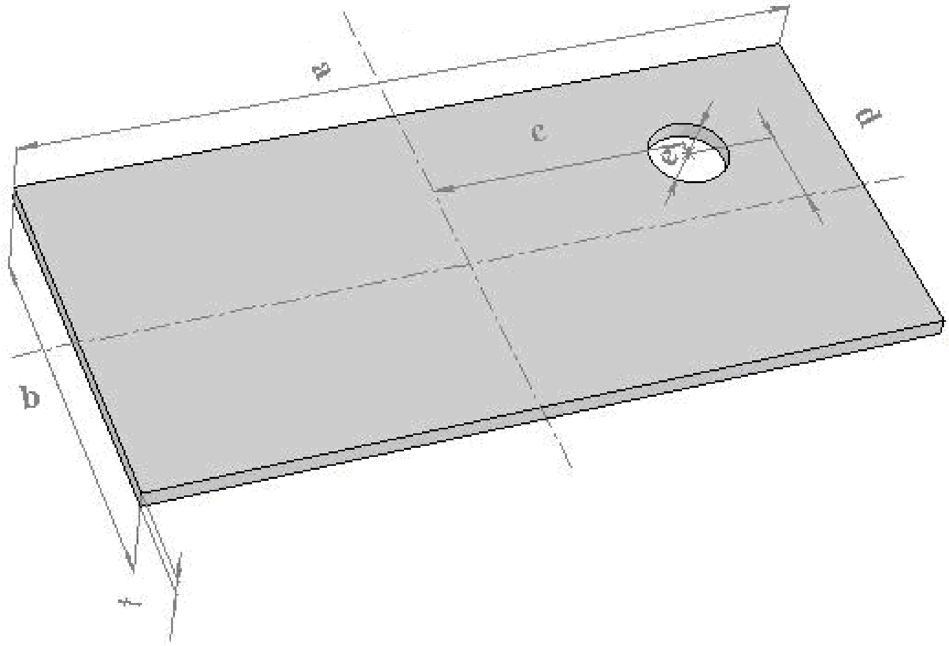
جزئیات تست کشش و نتایج بدست آمده برای خواص ماده در فصل بعد آورده شده است. دراین قسمت فقط نتایج حاصله ارائه می‌شود.

- مدول الاستیسیته، $E = 217GPa$ بدست آمد.
- ضریب پواسون $\nu = 0.33$ در نظر گرفته شد.
- تنش تسلیم $\sigma_y = 350MPa$.

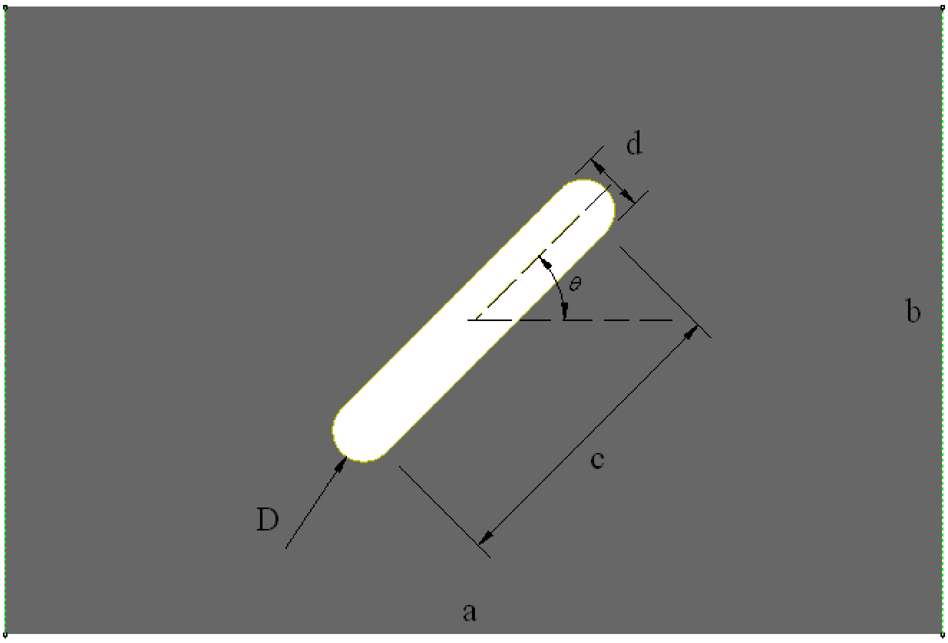
۴-۴- هندسهٔ نمونه‌ها

از چند نسبت طول به عرض متفاوت (a/b) در تحلیل‌ها استفاده شده است که عبارتند از ۱/۱ ، ۱/۶ ، ۱/۵ و ۲/۱. عرض اسمی همهٔ نمونه‌ها ۱۰۰ mm می‌باشد. دو نوع گشودگی مورد بررسی گرفته است که عبارتند از گشودگی دایروی و گشودگی شیاری شکل. در گشودگی دایروی، شعاع آن ۱۰mm است و در گشودگی شیاری شکل، قطر شیار ۱۰mm می‌باشد. لازم به ذکر است که در تمام نمونه‌های

دارای شیار، مرکز شیار بر مرکز ورق مستطیلی منطبق است. در گشودگی دایروی، نمونه‌هایی با بیش از یک گشودگی نیز مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نامگذاری نمونه‌های با یک گشودگی دایروی به‌طور پارامتری به شکل pl-a-b-c-d-e-t می‌باشد. a نشانگر طول، b عرض ورق، c فاصلهٔ مرکز گشودگی از مرکز صفحه در امتداد طولی و d فاصلهٔ مرکز گشودگی از مرکز صفحه در امتداد عرضی، e قطر گشودگی دایروی شکل بوده و t عرض ورق می‌باشد. همهٔ ابعاد به میلی‌متر می‌باشند. در نمونه‌های فاقد گشودگی e در نامگذاری صفر منظور شده است. شکل شماتیک یک نمونه با یک گشودگی دایروی به همراه پارامترهای فوق در شکل ۴-۲ مشاهده می‌شود. در نمونه‌های دارای بیش از یک گشودگی، نام گذاری به شکل $pl\text{-}a\text{-}b\text{-}x_1c_1\text{-}y_1d_1\text{-}\ldots\text{-}x_nc_n\text{-}y_nd_n\text{-}e_1D_1\text{-}\ldots\text{-}e_nD_n\text{-}t$ می‌باشد، که a و b مشابه نمونه‌های دارای یک گشودگی بوده و x_1 تا x_n به ترتیب فاصله اولین و n امین گشودگی از مرکز ورق در امتداد طولی و d_1 تا d_n مقادیر این پارامتر می‌باشند. به همین ترتیب، y_1 تا y_n به ترتیب فاصله اولین و n امین گشودگی از مرکز ورق در امتداد عرضی و e_1 تا e_n مقادیر این پارامتر می‌باشند. e_1 تا e_n نیز نشانگر قطر گشودگی‌ها بوده و مقادیر D_1 تا D_n مقدار عددی مربوطه را نشان می‌دهد. به دلیل طولانی بودن اسم این نمونه‌ها، از نامگذاری اختصاری در متن استفاده شده و نام کامل نمونه به همراه نام اختصاری مربوطه، در جدول ۴-۱ آورده شده است. در نمونه‌های با گشودگی شیاری شکل، نامگذاری به طور پارامتری به صورت $pls\text{-}a\text{-}b\text{-}c\text{-}d\text{-}D\text{-}\theta\text{-}t$ می‌باشد که a و b مانند نمونه‌های با گشودگی دایروی مقدار طول و عرض ورق مستطیلی را نشان می‌دهند. c طول شیار، d عرض شیار و D قطر نیم‌دایره‌های انتهایی شیار می‌باشند. θ زاویه امتداد شیار با امتداد طولی ورق بوده و t ضخامت ورق می‌باشند. شکل شماتیک یک نمونه با گشودگی شیاری به همراه پارامترهای فوق در شکل ۴-۳ مشاهده می‌شود.



شکل ۴-۲ نحوهٔ نام‌گذاری نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی



شکل ۴-۳ نحوهٔ نام‌گذاری نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل

جدول ۴-۱ نامگذاری نمونه‌های دارای بیش از یک گشودگی دایروی

نام اختصاری	نام کامل نمونه
pl2a	*pl-150-100.05-$x_1$0-$y_1$0-$x_2$0-$y_2$24.82-$e_1$20-$e_2$20-2.07*
pl2b	*pl-150-100.2-$x_1$0-$y_1$0-$x_2$0-$y_2$34.8-$e_1$20-$e_2$20-2.07*
pl2c	*pl-150-100.05-$x_1$0-$y_1$0-$x_2$24.62-$y_2$0-$e_1$20-$e_2$20-2.07*
pl2d	*pl-150-100-$x_1$0-$y_1$0-$x_2$35.27-$y_2$0-$e_1$20-$e_2$20-2.07*
pl2e	*pl-150-100.07-$x_1$0-$y_1$0-$x_2$50-$y_2$0-$e_1$20-$e_2$20-2.07*
pl2f	*pl-150-100-$x_1$0-$y_1$0-$x_2$26.6-$y_2$14.6-$e_1$20-$e_2$20-2.07*
pl2g	*pl-150-100-$x_1$0-$y_1$0-$x_2$35.18-$y_2$19.58-$e_1$20-$e_2$20-2.07*
pl2h	*pl-150-100-$x_1$0-$y_1$0-$x_2$43.54-$y_2$24.08-$e_1$20-$e_2$20-2.07*
pl2i	*pl-150-100.1-$x_1$34.85-$y_1$19.23-x_2(-36.25)-y_2(-19.11)-$e_1$20-$e_2$20-2.07*
pl3a	*pl-150-100.1-$x_1$0-$y_1$0-$x_2$0-$y_2$25.1-$x_3$0-y_3(-24.95)-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-2.07*
pl3b	*pl-150-100-$x_1$0-$y_1$0-$x_2$0-$y_2$35.3-$x_3$0-y_3(-35.5)-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-2.07*
pl3c	*pl-150-100.07-$x_1$0-$y_1$1.8-$x_2$24.9-$y_2$1-$x_3$25.1-$y_3$0.6-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-2.07*
pl3d	*pl-150-100.15-$x_1$0.56-$y_1$1.2-$x_2$34.76-$y_2$1.2-x_3(-35.24)-$y_3$1.15-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-2.07*
pl3e	*pl-150-100.12-$x_1$0-$y_1$0.2-$x_2$50.15-y_2(-1)-x_3(-49.07)-$y_3$0.2-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-2.07*
pl3f	*pl-150-100.15-$x_1$0.4-$y_1$1.9-$x_2$27.1- y_2(-13.3)-x_3(-25.05)-$y_3$16.3-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-2.07*
pl3g	*pl-150-100.05-$x_1$1-$y_1$0.2-$x_2$36-y_2(-19.15)-x_3(-33.7)-$y_3$18.95-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-2.07*
pl3h	*pl-150-100.05-$x_1$0.75-$y_1$0.65-$x_2$42.55-y_2(-23.85)-x_3(-43.3)-$y_3$24.23-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-2.07*
pl4a	*pl-150-100.25-$x_1$35.4-y_1(-19.42)-$x_2$34.6-$y_2$18.87-x_3(-35.75)-y_3(-20.37)- x_4(-34.3)-$y_4$18.62-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-$e_4$19.9-2.07*
pl4b	*pl-150-100-$x_1$24.45-$y_1$0.35-x_2(-0.25)-$y_2$24.9-x_3(-25.15)-y_3(-0.05)- $x_4$0.05-y_4(-24.35)-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-$e_4$19.9-2.07*
pl5a	*pl-150-100.05-$x_1$0.1-$y_1$0.5-$x_2$35.2-y_2(-18.9)-$x_3$35.15-$y_3$19.35- x_4(-34.9)-$y_4$19.7-x_5(-34.6)-y_5(-18.8)-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-$e_4$19.9-$e_5$19.9-2.07*
pl5b	*pl-150-100.1-x_1(-0.4)-$y_1$1.05-$x_2$43.9-y_2(-23.1)-$x_3$44.1-$y_3$24.5- x_4(-44.1)-$y_4$24.1-x_5(-43.85)-y_5(-24.05)-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-$e_4$19.9-$e_5$19.9-2.07*
pl5c	*pl-150-100.25-x_1(-0.325)-$y_1$0.575-$x_2$24.925-$y_2$0.375-x_3(-0.225)-$y_3$25.175- x_4(-25.525)-$y_4$0.575-x_5(-0.925)-y_5(-25.275)-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-$e_4$19.9-$e_5$19.9-2.07*
pl5d	*pl-150-100.15-x_1(-0.4)-$y_1$0.325-$x_2$34.25-$y_2$0.275-$x_3$0.05-$y_3$34.925- x_4(-35.1)-$y_4$0.975-x_5(-0.45)-y_5(-34.875)-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-$e_4$19.9-$e_5$19.9-2.07*
pl8	*pl-150-100.2-$x_1$29.405-$y_1$0.35-$x_2$20.575-$y_2$20.85-x_3(-0.675)-$y_3$29.65- x_4(-21.645)-$y_4$21.5-x_5(-30.075)-$y_5$0.25- x_6(-21.575)-y_6(-21.45)- x_7(-0.325)-y_7(-29.4)-$x_8$20.373-y_8(-21.4)-$e_1$19.9-$e_2$19.9-$e_3$19.9-$e_4$19.9-$e_5$19.9-$e_6$19.9-$e_7$19.9-$e_8$19.9-2.07*

۴-۵- شرایط مرزی

برای اعمال شرایط مرزی روی لبه های ورق مستطیلی، با توجه به محدودیت نرم افزار ABAQUS در ایجاد بار گسترده خطی، از دو صفحه صلب متصل به دو انتهای ورق استفاده می‌شود . بار بـه صـورت متمرکز روی مرکز صفحه بالایی اعمال می‌شود که نتیجه آن ایجاد بار محوری گسترده و فشاری روی هر دو لبه ورق می‌باشد . همچنین تمام درجات آزادی صفحه پایینی و نیز تمام درجات آزادی صفحه بالایی بجز حرکت در راستای محور z (امتداد طولی ورق) ، مقید می‌شود. در نتیجه شرایط مرزی برای لبه‌های کناری آزاد و برای لبه‌های بالا و پایین گیردار یعنی CFCF[۱] خواهد بود.

۴-۶- المان بندی نمونه‌ها

برای مش‌بندی نمونه‌ها از المان غیر خطی S8R که المان کوادراتیک ۸ گرهی با ۶ درجهٔ آزادی بـرای پوسته‌های نسبتا ضخیم می‌باشد، استفاده شده است. این المان دارای درجـات آزادی مناسـبی جهـت مدل کردن نمونه‌ها و شرایط مرزی می‌باشند. در المان S8R اثر تنش برشی نیز اعمال می‌شود که بـه دقت نتایج می‌افزاید.در این المان از یک انتگرال کاهش یافته[۲] برای محاسبه ماتریس سختی اسـتفاده می‌کنند. ولی ماتریس‌های جرم و بار به طور دقیق انتگرال‌گیری می‌شوند. انتگرال کاهش یافته معمولا منجر به نتایج دقیقتری می‌شود. مشروط به اینکه المانها خراب نباشـند یـا تحـت بارگـذاری خمشـی صفحه‌ای[۳] قرار نگرفته باشند. همچنین این روش باعث کاهش زمان تحلیل می‌شود. با بررسی نتـایج و نیز مشاهدهٔ نتایج تجربی معلوم شده است که استفاده از این نوع المان انتخاب مناسبی بوده اسـت. در نمونه های دارای گشودگی جهت افزایش دقت در محاسبات در نزدیکی گشودگی المان‌ها ریزتر شده-اند. یک نمونه از المان بندی در اطراف گشودگی دایروی و شیاری در شکل ۴-۴ مشاهده می‌شود.

---

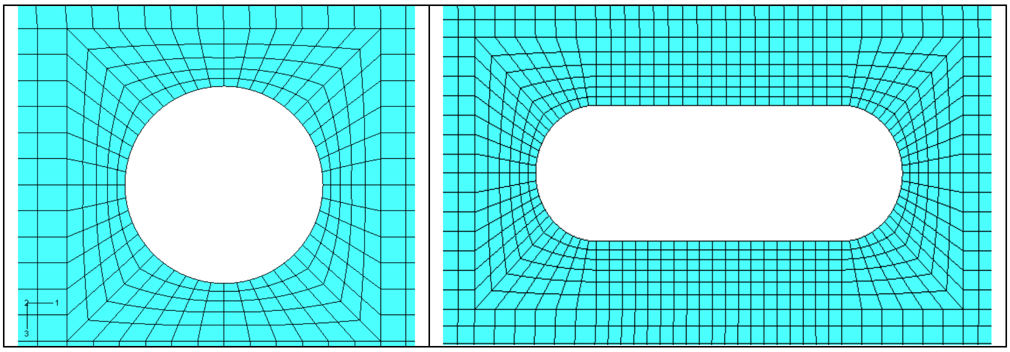
۱ Clamped Free Clamped Free

۲ Reduced Integration

۳ In-Plane bending

۴-۷- فرآیند تحلیل

همان طور که قبلا اشاره شد، تحلیلهای خطی، بخصوص برای ورق‌های ضخیم، بار کمانش را بیشتر از مقدار واقعی پیش بینی می‌کنند. با این وجود، باید برای تمام نمونه ها ابتدا یک تحلیل خطی (مقدار ویژه) انجام شود تا شکل مدهایی که مقدار ویژه کمتری دارند بدست آیند؛ زیرا کمانش معمولا در مد ۱ اتفاق می‌افتد . جابجایی های مربوط به این مدها در فایلی ذخیره می شوند و در تحلیل بعدی (Static,Riks) مورد استفاده قرار می گیرند تا تاثیر شکل مدها در تحلیل کمانش اعمال شود.



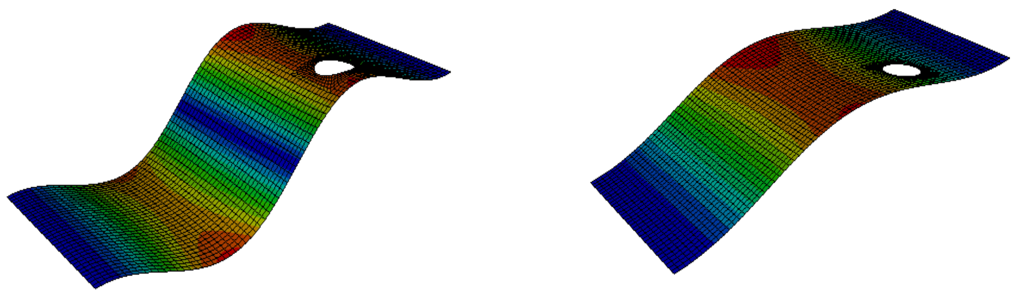
شکل ۴-۴ مش‌بندی اطراف گشودگی

در تحلیل غیر خطی باید شکل مدی که نمونه در عمل بدان شکل کمانش می‌کند را (که در بررسی تجربی حاضر تماماً مد یک بوده) به همراه نقص اولیه ورق به نرم افزار داد. بدین منظور، قبل از تحلیل عددی مقدار نقص اولیه تمامی نمونه‌ها در آزمایشگاه اندازه‌گیری شده است که در فصل بعدی روش کار مفصلا بیان خواهد شد.پس از اتمام اندازه‌گیری نقص اولیه برای تمامی نمونه‌ها مشاهده شد که مقدار نقص اولیه به طور میانگین حدود ٪۲۵ ضخامت ورق می‌باشد. اما به‌هر حال به منظور دقت بیشتر در تحلیل‌ها، مقدار نقص اولیه هر نمونه جداگانه اندازه‌گیری شده و به عنوان ورودی نرم‌افزار وارد تحلیل عددی شده است.

همانطور که در فصل دوم بیان شد در مراجع مختلف، مقادیر متفاوتی برای این پارامتر در نظر گرفته شده است. khaled [۵] مقدار b/2000 را به عنوان نقص اولیه فرض کرده است. Shanmugam [۷] در تحقیق خود وی نقص اولیه را معادل b/1000 برای تمامی ورق‌ها در نظر گرفته و Roberts [۸] ، نقص اولیه ورق را تابعی به صورت

$w_0 = 0.145b\sqrt{\sigma_{ys}/E}\sin(\pi x/b)\sin(\pi y/b)$ در نظر گرفته است. اما روشی که در این تحقیق حاضر از آن استفاده شده است، یعنی اندازه‌گیری تجربی نقص اولیه برای هر نمونه، بهترین راه تعیین این پارامتر می‌باشد.

در شکل ۴-۵ دو مد کمانش برای نمونهٔ pl-210-100-49.6-26.3-20.2-2.07 به عنوان مثال آورده شده است.



مد یک   مد دو

شکل ۴-۵ مدهای کمانش نمونه pl-210-100-49.6-26.3-20.2-2.07

۴-۸- نتایج تحلیل المان محدود

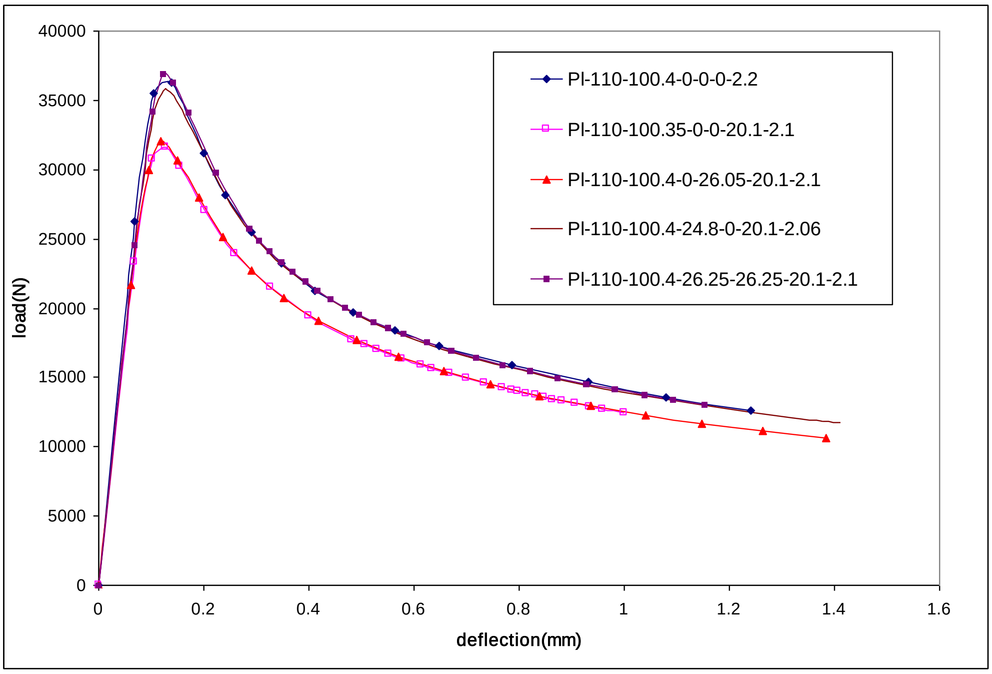
پس از بدست آمدن نتایج تحلیل غیر خطی برای هر نمونه، مقدار بار از لبهٔ گیردار و مقدار جابجایی در امتداد طول (کوتاه شدگی[1]) از لبهٔ بالایی استخراج می‌شوند. نقطهٔ ماکزیمم نمودار بار-جابجایی، مقدار بار بحرانی کمانش را نشان می‌دهد.

نتایج تحلیل عددی به چند دسته تقسیم شده و به ترتیب آورده شده‌اند. در هر گروه از نمونه‌ها، شکلهای مربوط به مد کمانش نمونه‌ها، نمودارهای بار-جابجایی و جدول مربوط به بار کمانش و مقدار نقص اولیه آورده شده‌اند.

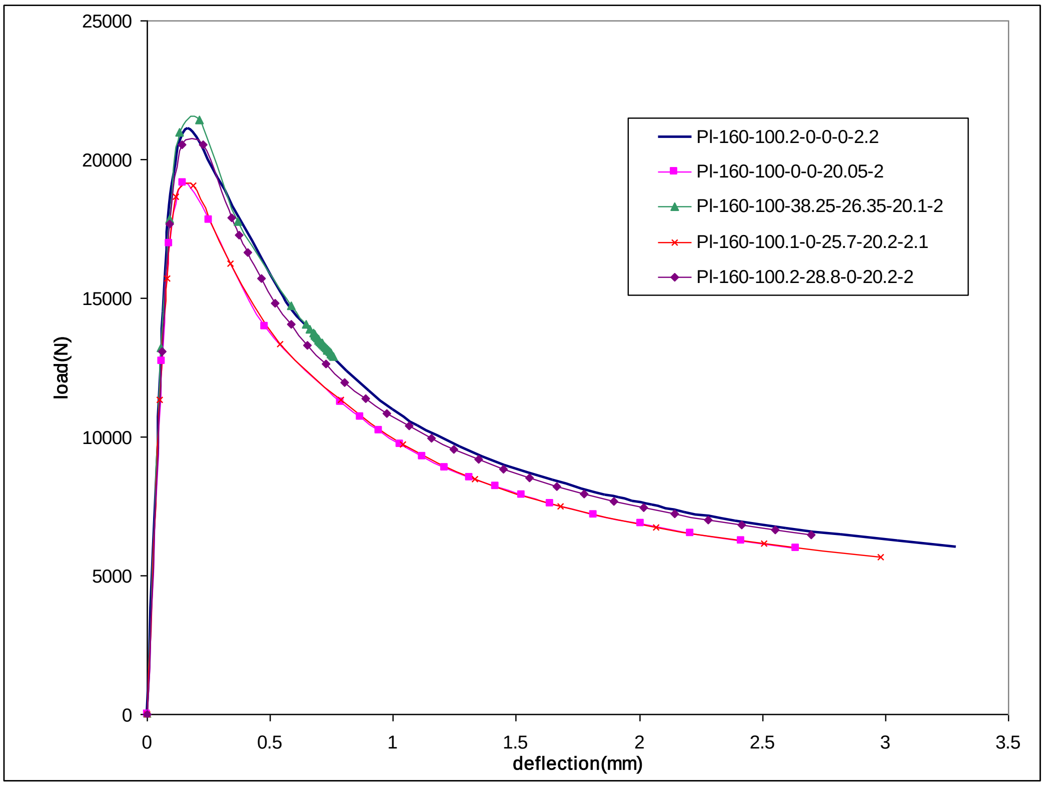
[1] deflection

۴-۸-۱- نتایج تحلیل عددی نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی

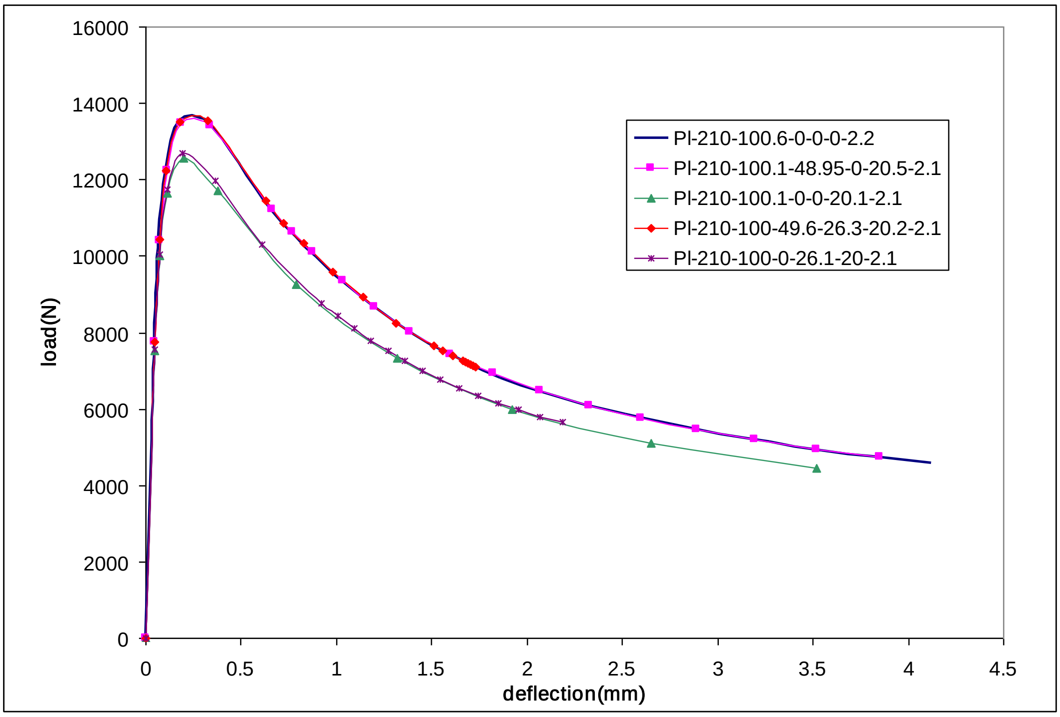
در شکل‌های ۴-۶ تا ۴-۸ منحنی‌های بار– جابجایی حاصل از تحلیل عددی با نـرم‌افـزار ABAQUS برای نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۱ ، ۱/۶ و ۲/۱ آورده شده‌اند. در شکل ۴-۹ منحنی‌های بار– جابجایی برای نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسـبت طـول بـه عـــرض ۱/۵ مشـــاهده مـــی‌شـــوند. در شـــکل ۴-۱۰ شـــکل کمـــانش کـــردهٔ نمونـــهٔ pl-150-100,07-49,97-0-20,2-2,05 پس از تحلیل غیر خطی به همراه کانتورهای تنش فون‌میزس، آورده شده است. در جدول ۴-۲ برای نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عـرض ۱/۱ ، ۱/۶ و ۲/۱ مقدار بار کمانش همراه با نقص اولیه برای مقایسهٔ بهتر آورده شده‌اند. در جدول ۴-۳ مقدار بار کمانش همراه با نقص اولیه برای نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسـبت طـول بـه عرض ۱/۵ مشاهده می‌شود.



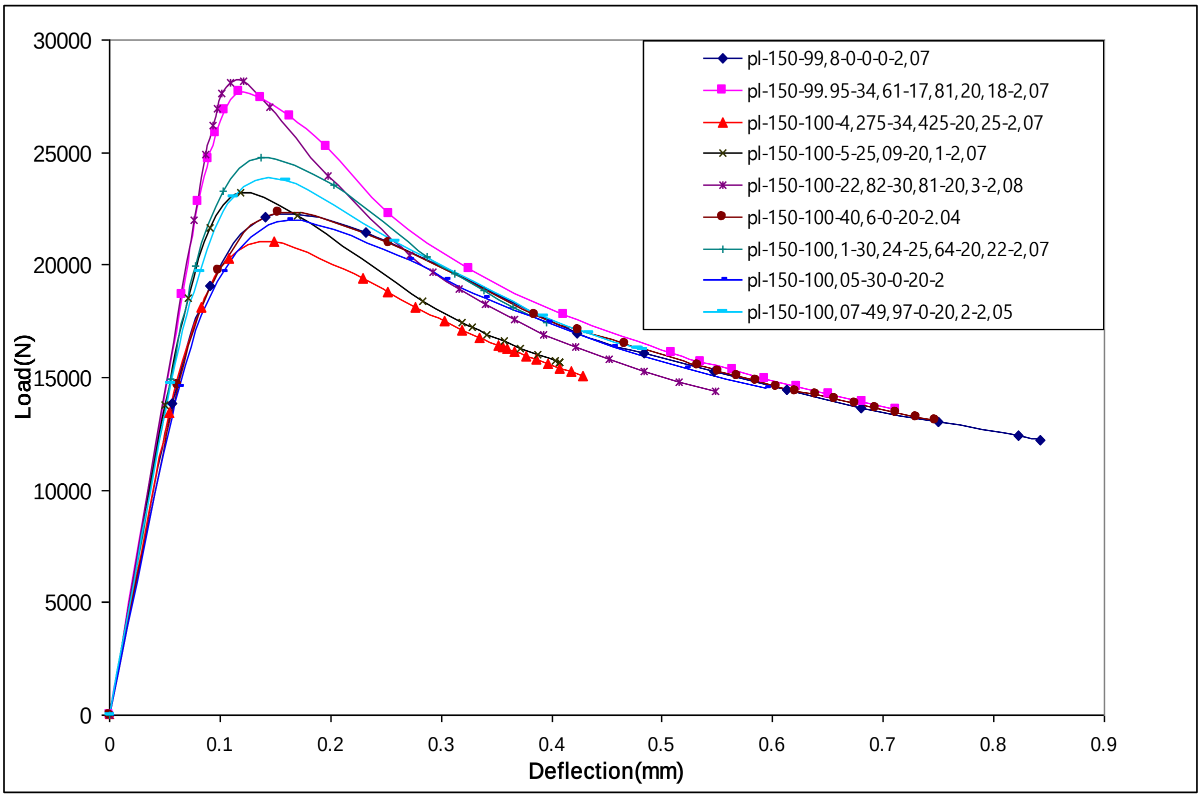
شکل ۴-۶ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های با نسبت طول به عرض ۱/۱



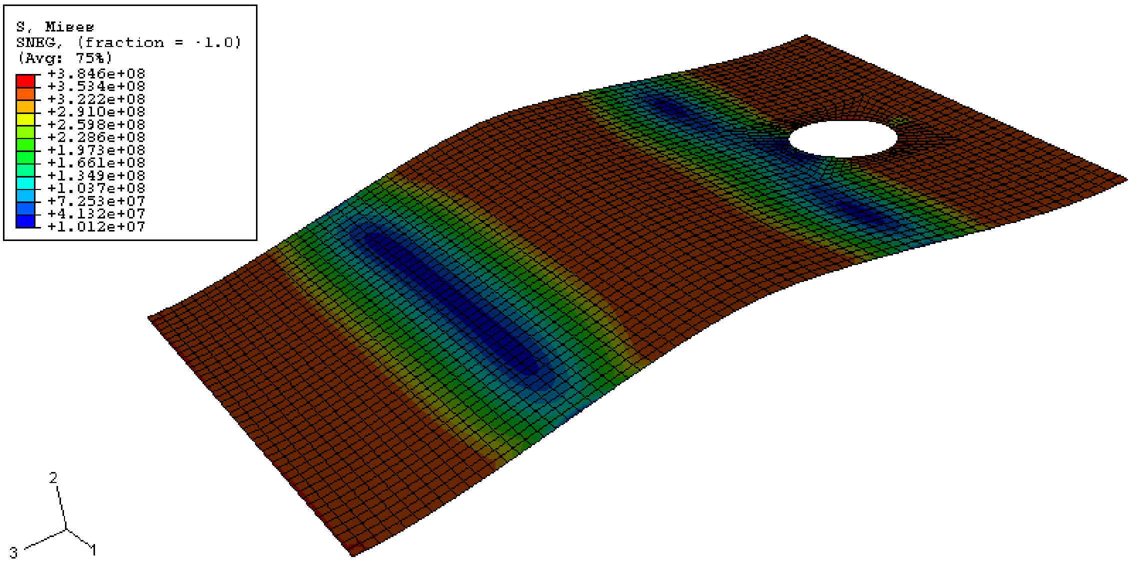
شکل ۴-۷ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های با نسبت طول به عرض ۱/۶



شکل ۴-۸ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های با نسبت طول به عرض ۲/۱



شکل ۴-۹ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های با نسبت طول به عرض ۱/۵



شکل ۴-۱۰ مد کمانش نمونهٔ **pl-150-100,07-49,97-0-20,2-2,05**

جدول ۴-۲ نتایج تحلیل المان محدود نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۱ ، ۱/۶ و۲/۱

Specimen name	Aspect ratio	Imperfection (m)	P_{cr}(FEM) (N)
Pl-110-100.4-0-0-0-2.2	*1.1*	*0.00044*	*36286.6*
Pl-110-100.35-0-0-20.1-2.1	*1.1*	*0.00042*	*31599.6*
Pl-110-100.4-0-26.05-20.1-2.1	*1.1*	*0.00042*	*32064.4*
Pl-110-100.4-24.8-0-20.1-2.06	*1.1*	*0.000412*	*35784.5*
Pl-110-100.4-26.25-26.25-20.1-2.1	*1.1*	*0.00042*	*36864.1*
Pl-160-100.2-0-0-0-2.2	*1.6*	*0.00055*	*21829.8*
Pl-160-100-0-0-20.05-2	*1.6*	*0.0005*	*19167.5*
Pl-160-100-38.25-26.35-20.1-2	*1.6*	*0.000325*	*21425.5*
Pl-160-100.1-0-25.7-20.2-2.1	*1.6*	*0.000525*	*19079.9*
Pl-160-100.2-28.8-0-20.2-2	*1.6*	*0.0005*	*20550.3*
Pl-210-100-0-26.1-20-2.1	*2.1*	*0.000525*	*12692.6*
Pl-210-100-49.6-26.3-20.2-2.1	*2.1*	*0.000525*	*13532.7*
Pl-210-100.1-0-0-20.1-2.1	*2.1*	*0.000525*	*12576*
Pl-210-100.1-48.95-0-20.5-2.1	*2.1*	*0.000525*	*12480.4*
Pl-210-100.6-0-0-0-2.2	*2.1*	*0.00055*	*13546.3*

جدول ۴-۳ نتایج تحلیل المان محدود نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۵

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(FEM) (N)
pl-150-99,8-0-0-0-2,07	*0.00058*	*22112.8*
pl-150-99,95-34,61-17,81-20,18-2,07	*0.0001*	*27679.8*
pl-150-100-4,275-34,425-20,25-2,07	*0.00045*	*21044.3*
pl-150-100-5-25,09-20,1-2,07	*0.00025*	*23234.2*
pl-150-100-22,82-30,81-20,3-2,08	*0.00005*	*28171.3*
pl-150-100-40,6-0-20-2.04	*0.00055*	*22340*
pl-150-100,1-30,24-25,64-20,22-2,07	*0.0003*	*24799.6*
pl-150-100,05-30-0-20-2	*0.00058*	*21981.3*
pl-150-100,07-49,97-0-20,2-2,05	*0.00035*	*23778.5*

واضح است که با افزایش نسبت طول به عرض، بار کمانش به نسبت بسیار زیادی کاهش می-یابد. به عنوان مثال، با افزایش نسبت طول از ۱/۱ به ۲/۱ در نمونه‌های فاقد گشودگی، بار کمانش ۶۲٪ کاهش یافته است. با بررسی نتایج همانطور که انتظار می‌رفت، مشخص گردید که در صورت یکسان بودن نقص اولیه، قطعهٔ بدون سوراخ دارای بیشترین بار کمانش می‌باشد.

در نمونهٔ Pl-110-100.4-0-0-0-2.2 بدلیل بیشتر بودن نقص اولیه ، بار کمانش از نمونهٔ Pl-110-100.4-26.25-26.25-20.1-2.1 حدود ۶۰۰ نیوتون کمتر است. ولی در دو نسبت طول به عرض ۱/۶ و ۲/۱ ، نمونهٔ فاقد گشودگی دارای بیشترین بار کمانش می‌باشد.

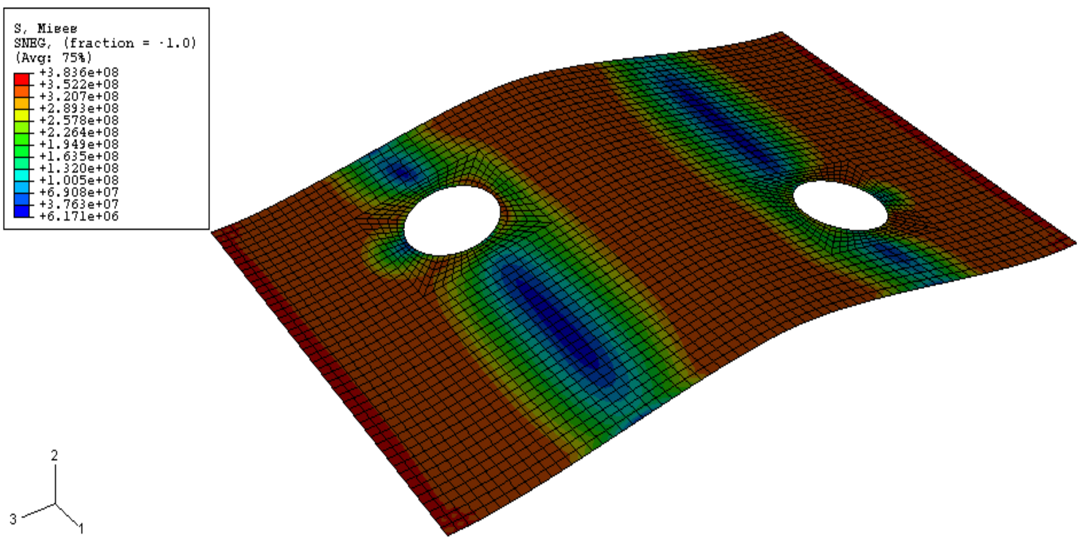
نتیجهٔ مهم دیگری که حاصل شد این است که جابجا شدن گشودگی از مرکز ورق در امتداد عرضی، به مقدار در نظر گرفته شده، تاثیر بسیار اندکی در کاهش بار کمانش دارد. در جابجا شدن گشودگی از مرکز ورق در امتداد عرضی در حالی که هیچ جابجایی در امتداد طولی صورت نگیرد، اختلاف بین بار کمانش برای نمونه‌های دارای گشودگی در نسبت طول به عرض‌های ۱/۱، ۱/۶ و ۲/۱ در حدود ۲٪ می‌باشد. با بررسی مشخص شد که در صورتی که فاصلهٔ مرکز گشودگی از مرکز ورق در امتداد طولی از حد مشخصی تجاوز کند، تاثیر آن بر کاهش بار کمانش بسیار اندک خواهد بود. به عنوان مثال در نمونهٔ pl-160-100-38.25-26.35-20.1-2 که فاصلهٔ مرکز گشودگی از مرکز ورق در امتداد طولی ۳۸/۲۵ میلی‌متر می‌باشد، اختلاف بار کمانش این نمونه با نمونهٔ فاقد گشودگی کمتر از ۲٪ است. در حالی که این اختلاف بین نمونهٔ pl-160-100.1-0-25.7-20.2-2.1 و نمونهٔ بدون سوراخ با همان نسبت طول به عرض، ۱۲٪ است، چرا که گشودگی در فاصلهٔ طولی موثر از مرکز صفحه،(که در قسمت ۴-۱۰ بدست خواهد آمد) واقع است. همچنین با بررسی نتایج مشخص می‌شود که وجود این گشودگی با قطر معادل 0.2 b بیشتر از ۱۲٪ ، بار کمانش را در نمونه‌های با نسبت طول به عرض-های ۱/۱، ۱/۶ و ۲/۱ ، کاهش نداده است.

در نمونه‌های با نسبت طول به عرض ۱/۵، تاثیر بسیار زیاد نقص اولیه به وضوح مشاهده می-شود، به طوریکه نمونه‌های pl-150-100-22,82-30,81-20,3-2,08 و pl-150-99.95-34,61-17,81,20,18-2,07 که در مقایسه با سایر نمونه‌ها دارای نقص اولیه کمتری هستند بیشترین مقادیر بار کمانش را به خود اختصاص داده‌اند و بار کمانش نمونه فاقد گشودگی، به دلیل زیاد بودن مقدار نقص اولیه، به مراتب کمتر از این نمونه‌ها می‌باشد. در نمونه‌هایی که نقص اولیه

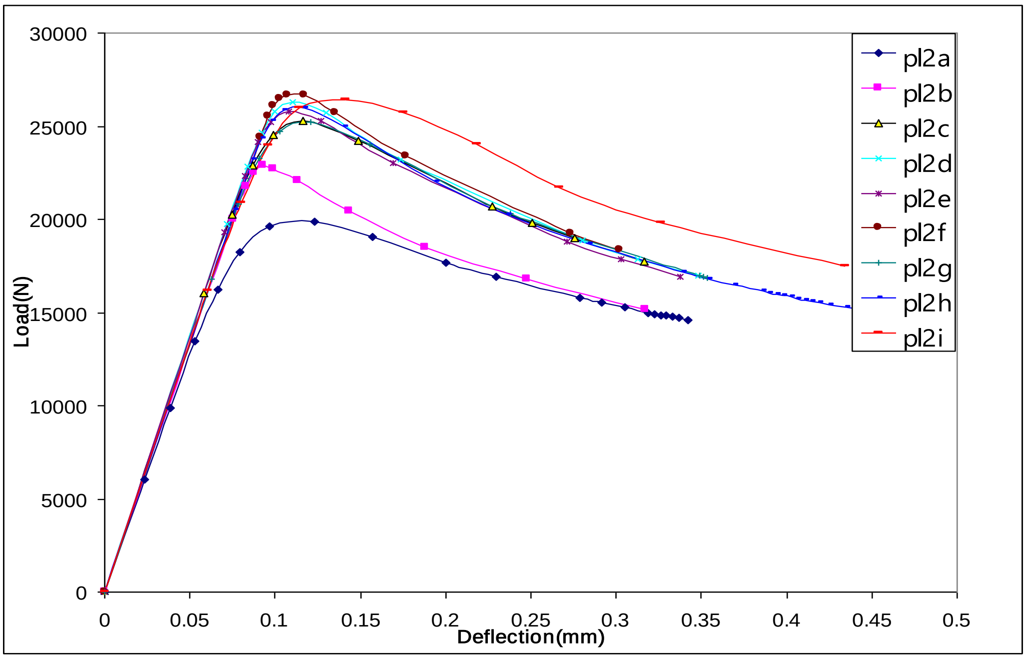
یکسانی دارند، می‌توان نمونه فاقد گشودگی را با نمونه pl-150-100,05-30-0-20-2 مقایسه کرد، کـه در این مورد نیز مشاهده می‌شود که وجود گشودگی تنها ۰/۶٪ بار کمـانش را کـاهش داده اسـت. بـه سادگی می‌توان نتیجه گیری کرد که این گشودگی در خارج از فاصله موثر طولی از مرکز صفحه واقع شده است. در نمونـه‌هـای pl-150-100,05-30-0-20-2 و pl-150-100-40,6-0-20-2.04 کـه نقـص اولیه در آنها تقریبا مشابه است، مشاهده می شود که بار ها تقریبا مشابه هستند، در حالی کـه فاصـله طولی مرکز گشودگی دایروی، حدود ۱۰mm افزایش یافته است. پس می توان نتیجه گیری کـرد کـه در صورتی که گشودگی در فاصله طولی موثر از مرکز صفحه واقع نشود، جابجایی گشودگی در خـارج از این محدوده نیز تاثیر چندانی در بار کمانش نخواهد داشت. کمترین بار کمانش نیز در ایـن نسـبت طول به عرض مربوط بـه نمونـه pl-150-100-4,275-34,425-20,25-2,07 مـی‌باشـد، چـرا کـه هـم گشودگی در فاصله طولی موثر از مرکز صفحه واقع شده است و هم دارای نقـص اولیـه نسـبتا زیـادی است.

۴-۸-۲- نتایج تحلیل عددی نمونه‌های دارای بیش از یک گشودگی دایروی

در شکل ۴-۱۱ فرم کمانش نمونه pl2i آورده شده است. در شکل ۴-۱۲ منحنی‌های بـار– جابجـایی برای نمونه‌های دارای دو گشودگی دایروی و در جدول ۴-۴ مقادیر بار بحرانی کمانش این نمونه‌ها، به همراه نقص اولیه مربوط به هر نمونه، آورده شده است.



شکل ۴-۱۱ مد کمانش نمونهٔ pl2i



شکل ۴-۱۲ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای دو گشودگی دایروی

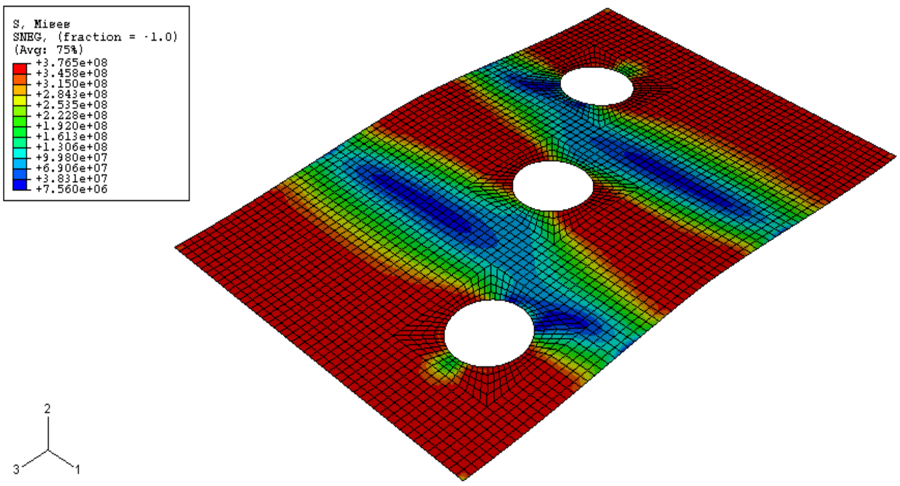
جدول ۴-۴ نتایج تحلیل المان محدود برای نمونه‌های دارای دو گشودگی دایروی

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(FEM) (N)
pl2a	*0.0002*	*19884.9*
pl2b	*0.00005*	*22916.6*
pl2c	*0.0001*	*25254.6*
pl2d	*0.00005*	*26314.3*
pl2e	*0.00005*	*25767.4*
pl2f	*0.00002*	*26685.6*
pl2g	*0.0001*	*25215.7*
pl2h	*0.00005*	*25976.3*
pl2i	*0.00015*	*26446*

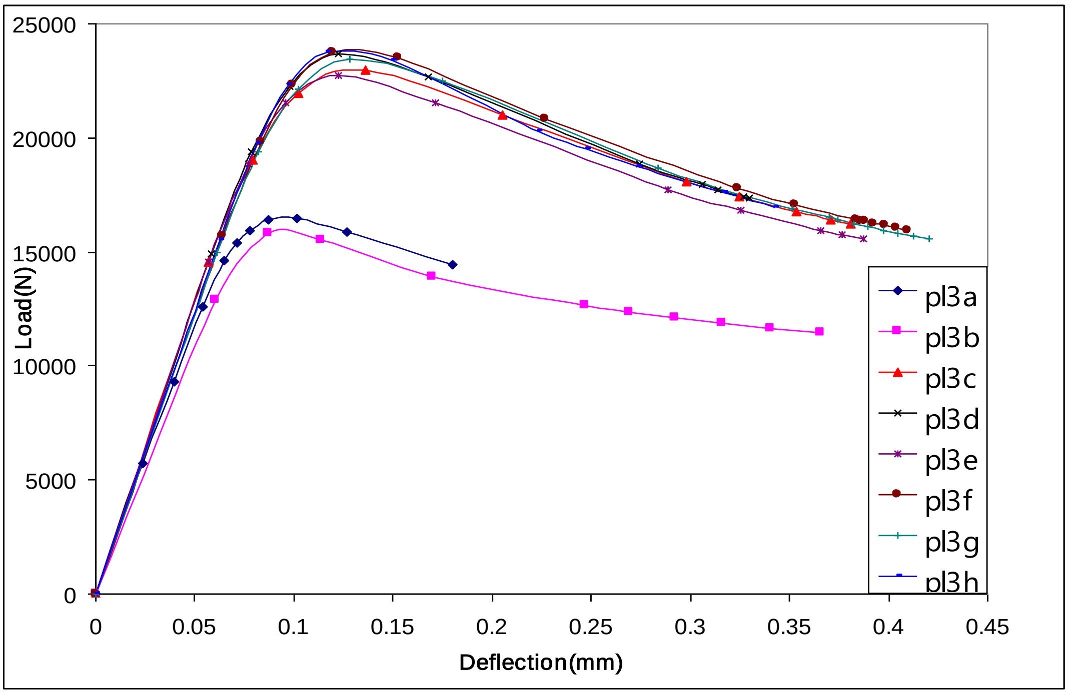
در این نمونه‌ها نیز همانند نمونه‌های دارای یک گشودگی، واقع شدن گشودگی‌ها در فاصله طولی موثر از مرکز صفحه، بار کمانش را در نمونه‌های pl2a وpl2b حدود ۶۰۰۰N نسبت به سایر نمونه‌های دارای دو گشودگی کاهش داده است. در مقایسه نمونه pl2c با نمونه pl-150-99.95-34.61-17.81-20.18-2,07 ، که دارای نقص اولیه یکسان می‌باشند، مشاهده می‌شود که در نمونه pl2c ، که گشودگی دوم خارج از فاصله طولی موثر از مرکز ورق واقع شده، بار کمانش

حدود ۲۵۰۰N کاهش یافته است، که این کاهش فقط در اثر وجود یـک گشـودگی بیشـتر در نمونـه pl2c (گشودگی مرکزی) می‌باشد. با مقایسه مقادیر بار کمانش در نمونه‌هـای pl2a و pl2i کـه مقـدار نقص اولیه مشابهی دارند، مشاهده می‌شود که در نمونه pl2i که هر دو گشـودگی در خـارج از فاصـله طولی موثر از مرکز ورق واقع شده‌اند، بار کمانش نسبت به نمونه pl2a که در آن، هر دو گشـودگی در داخل این محدوده قرار دارند، ۲۵٪ افزایش یافته است. در مقایسه نمونه‌های pl2c و pl2g کـه نقـص اولیه یکسانی دارند، مشاهده می شود که وقتی فاصله گشودگی دوم، در هر دو نمونه، بیشتر از فاصـله طولی موثر از مرکز صفحه است، بار کمانش برای هردو نمونه یکسـان بـوده و بـا جابجـایی نمونـه در امتداد عرضی صفحه، در نمونه pl2g ،تغییری در بار کمانش حاصل نشده است. با مقایسه نمونه pl2b با نمونه‌های pl2d و pl2e و pl2h که همگی دارای نقص اولیه یکسانی میباشند نیز مشاهده مـی‌شـود که در نمونه pl2b که هر دو کشودگی در داخل محدوده موثر واقع شده‌اند، بار کمانش نسبت به سـه نمونه دیگر که در هر سه آنها یکی از گشودگی‌ها خارج این محدوده قرار دارنـد، حـدود ۱۲٪ کـاهش یافته است، و در نمونه‌های pl2h و pl2e که در آنها گشودگی دوم نسبت به نمونـه pl2d ،بـه ترتیـب، فاصله بیشتری از مرکز صفحه در امتداد طولی داشته و به لبه عرضی صـفحه نزدیکتـر مـی‌شـود، بـار کمانش اندکی کاهش یافته است.

در شکل ۴-۱۳ فرم کمانش نمونه pl3h ، در شکل ۴-۱۲ منحنی‌های بـار– جابجـایی بـرای نمونه‌های دارای سه گشودگی دایروی و در جدول ۴-۵ مقادیر بار بحرانی کمانش ایـن نمونـه‌هـا، بـه همراه نقص اولیه مربوط به هر نمونه، آورده شده است.



شکل ۴-۱۳ مد کمانش نمونهٔ pl3h



شکل ۴-۱۴ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای سه گشودگی دایروی

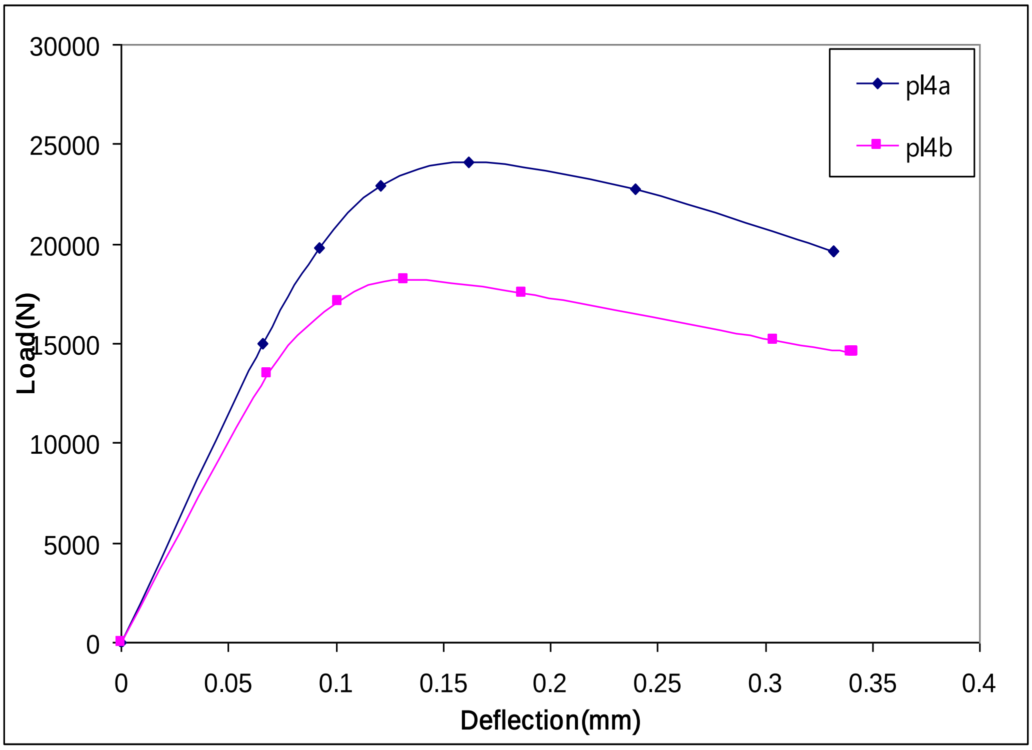
جدول ۴-۵ نتایج تحلیل المان محدود برای نمونه‌های دارای سه گشودگی دایروی

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(FEM) (N)
pl3a	*0.00015*	*16477*
pl3b	*0.00035*	*15797.2*
pl3c	*0.00025*	*22989.6*
pl3d	*0.0002*	*23682.3*
pl3e	*0.0002*	*22724.8*
pl3f	*0.00015*	*23771.5*
pl3g	*0.0002*	*23473.9*
pl3h	*0.00015*	*23767.6*

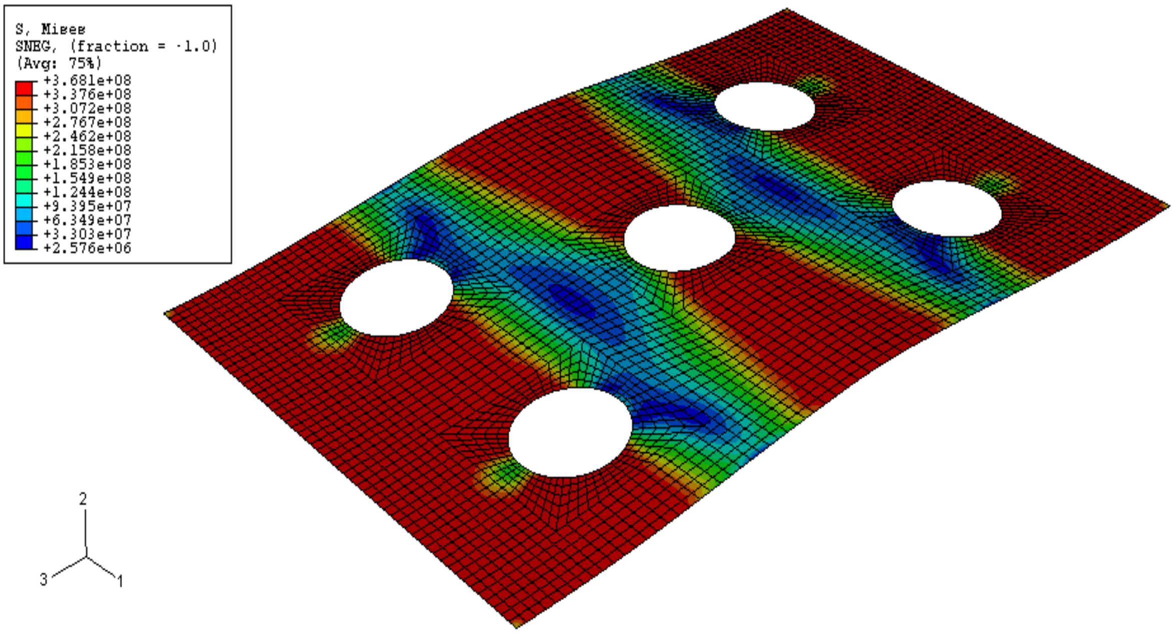
در نمونه‌های دارای سه گشودگی دایروی نیز قرار گرفتن گشودگیها در فاصله طولی موثر از مرکز صفحه، بار کمانش را به میزان قابل توجهی کاهش داده است، به طوریکه در نمونه pl3a و pl3b که هر سه گشودگی در آنها در این محدوده واقع شده، بار کمانش نسبت به سایر نمونه‌ها در حدود ۳۰٪ کاهش یافته است. در مقایسه نمونه‌های pl3f و pl3h با نمونه pl3a که هر سه نمونه دارای نقص اولیه یکسانی می‌باشند، مشاهده می‌شود که در نمونه‌های pl3f و pl3h که در آنها دو گشودگی

خارج از فاصله طولی موثر از مرکز صفحه واقع شده‌اند، بار کمانش نسبت به نمونه pl3a، که در آن هر سه گشودگی در این محدوده واقع شده، حدود ۳۰ ٪ بیشتر است. در نمونه pl3e بار کمانش نسبت به نمونه pl3d، بدلیل نزدیک شدن گشودگی‌ها به لبه عرضی، اندکی کـاهش یافتـه اسـت، و بـا مقایسـه نمونه pl3g با نمونه pl3d، باز هم مشاهده می‌شود که جابجا شدن گشودگی‌ها در امتداد عرضـی ورق، تاثیری در بار کمانش ندارد.

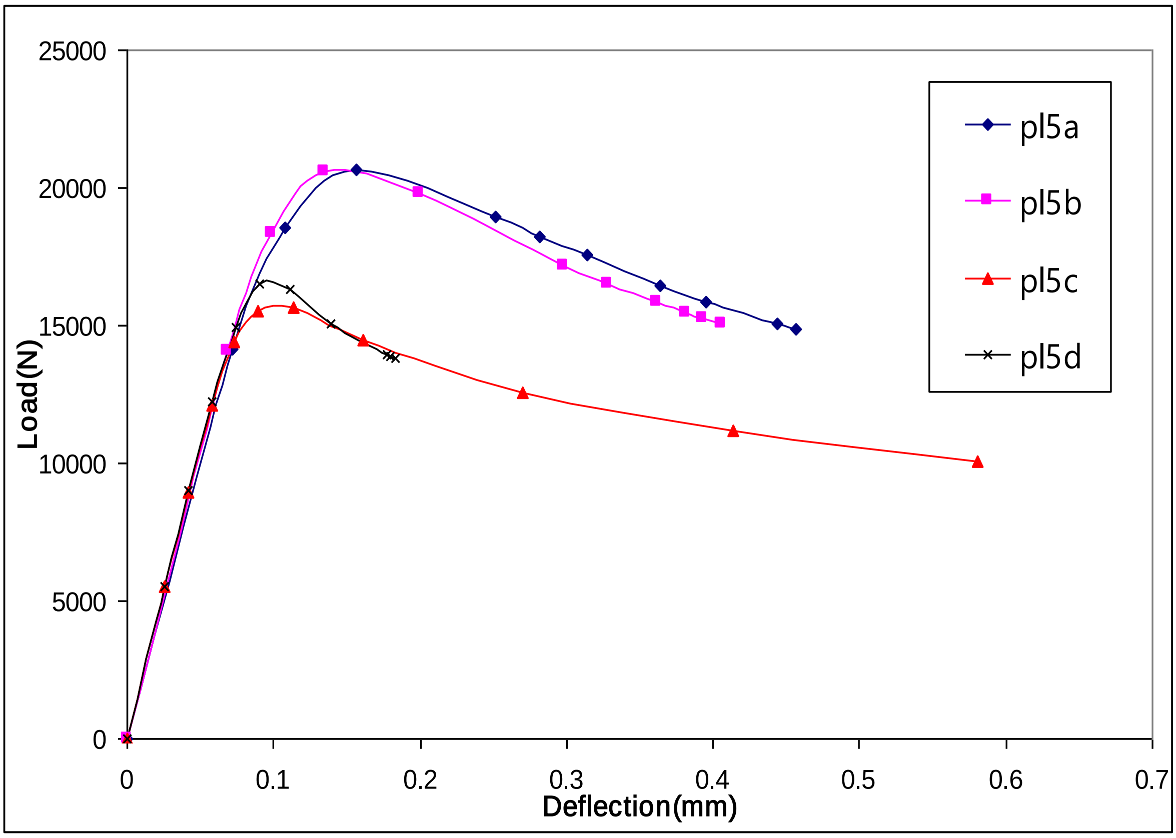
شکل ۴-۱۵، منحنی‌های بار–جابجایی نمونه‌های دارای چهار گشودگی دایروی را نشان مـی-دهد. شکل ۴-۱۶، فرم کمانش نمونه pl5b و شکل ۴-۱۷، منحنی‌های بار-جابجایی نمونه‌هـای دارای پنج گشودگی دایروی را نشان می‌دهند. به همین ترتیب، شکل ۴-۱۸ فرم کمانش نمونه pl8 و شکل ۴-۱۹ منحنی‌های بار-جابجایی pl8 را نشان می‌دهد. مقادیر بار بحرانی کمانش نمونه‌های دارای چهار، پنج و هشت گشودگی دایروی، به همراه نقص اولیه مربوط به هر نمونـه، در جـدول ۴-۶ آورده شـده است.



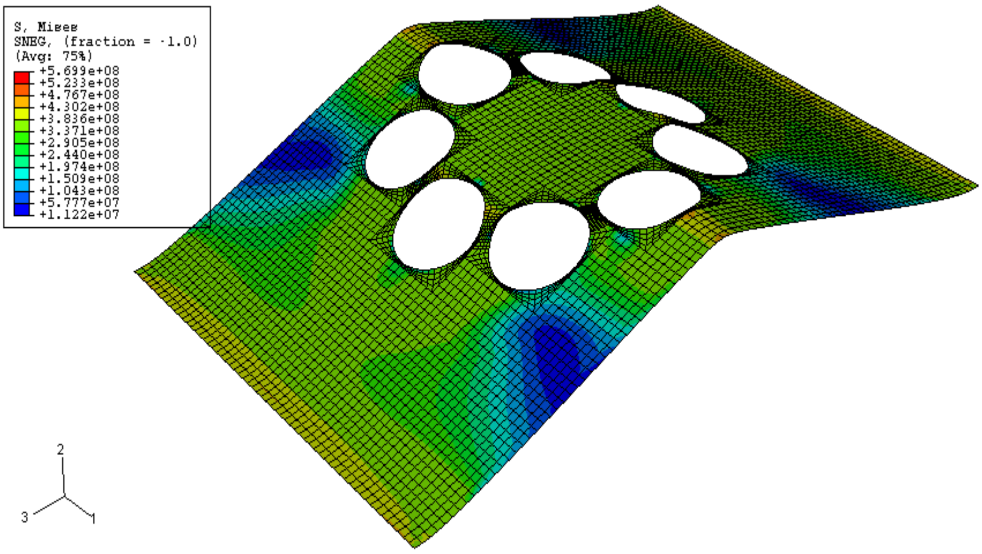
شکل ۴-۱۵ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای چهار گشودگی دایروی



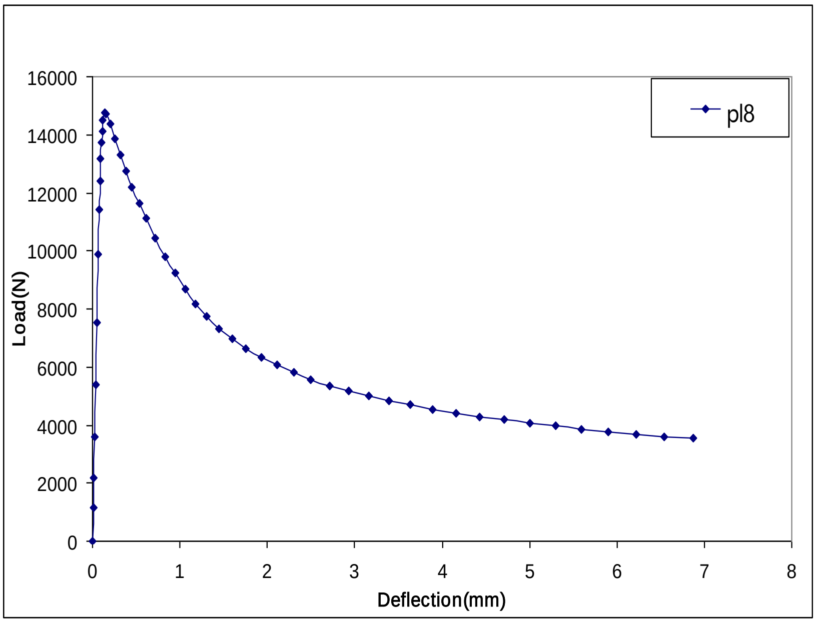
شکل ۴-۱۶ مد کمانش نمونهٔ pl5b



شکل ۴-۱۷ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای پنج گشودگی دایروی



شکل ۴-۱۸ مد کمانش نمونهٔ pl8



شکل ۴-۱۹ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای هشت گشودگی دایروی

در نمونه pl4b که دو گودگی از چهار گشودگی، در فاصله طولی موثر از مرکز صفحه واقع شده‌اند، بار کمانش نسبت به نمونه pl4a، که در آن هیچکدام از گشودگی‌ها در این محدوده قرار ندارند، ۲۵ ٪ کاهش یافته است. نمونه pl5a مشابه نمونه pl4a می‌باشد، با این تفاوت که یک گشودگی مرکزی در نمونه pl5a اضافه شده، و وجود این گشودگی، بار کمانش این نمونه را نسبت به نمونه pl4a حدود ۴۰۰N کاهش داده است.

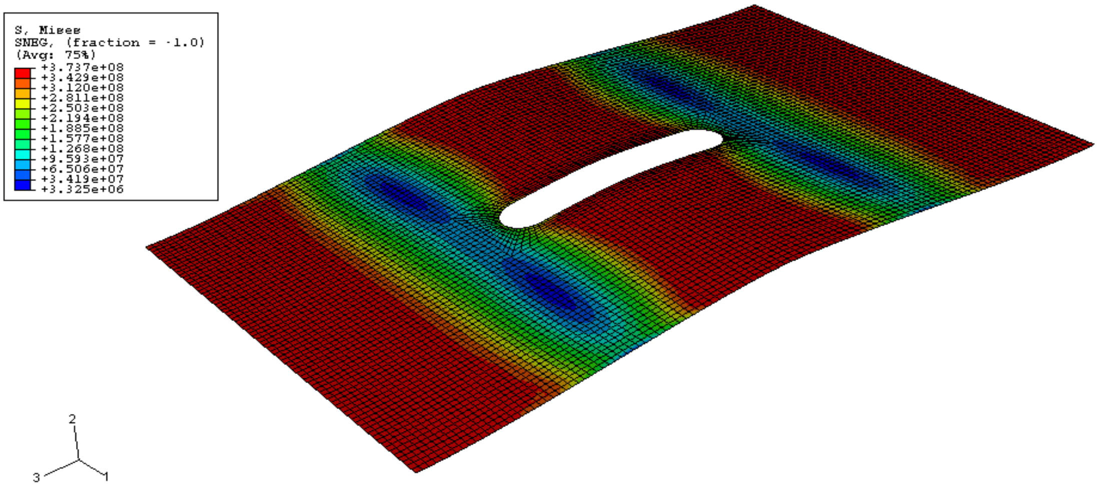
جدول ۴-۶ نتایج تحلیل المان محدود برای نمونه‌های دارای چهار، پنج و هشت گشودگی دایروی

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(FEM) (N)
pl4a	*0.0003*	*24101*
pl4b	*0.0004*	*18220.2*
pl5a	*0.00045*	*20644.9*
pl5b	*0.00035*	*20614.4*
pl5c	*0.00025*	*15642.3*
pl5d	*0.00025*	*16519.1*
pl8	*0.0003*	*14749.8*

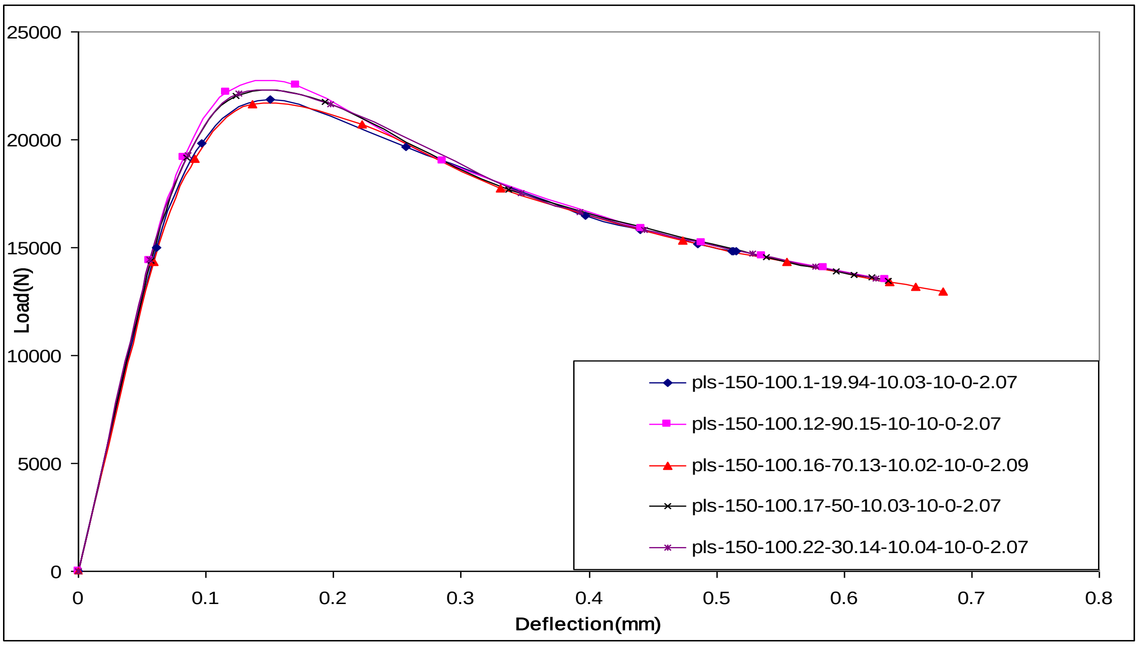
در نمونه pl5b گشودگی‌ها، بجز گشودگی مرکزی، در امتداد طولی و عرضی نسبت به نمونه pl5a جابجا شده‌اند و همانطور که ملاحضه می‌شود بدلیل اینکه این گشودگی‌های جابجا شده، در هر دو نمونه، خارج از فاصله طولی موثر از مرکز صفحه واقع شده‌اند، تفاوتی در بار کمانش این دو نمونه مشاهده نمی‌شود. نمونه pl5c نیز مشابه نمونه pl4b است، با این تفاوت که یک گشودگی مرکزی در این نمونه اضافه شده است، و به دلیل وجود همین گشودگی مرکزی، بار کمانش این نمونه نسبت به نمونه pl4b حدود ۳۰۰۰N کاهش یافته، که اگر نقص اولیه نمونه pl5c هم به مانند نمونه pl4b بود، حتما این تفاوت در مقدار بار کمانش بیشتر می‌شد. در نمونه pl5d فاصله گشودگیها از مرکز صفحه نسبت به نمونه pl5c بیشتر شده است، و به دلیل اینکه دو گشودگی که در نمونه pl5c اندکی در ناحیه موثر واقع شده بودند، و در نمونه pl5d این دو گشودگی کاملا به خارج از این محدوده انتقال یافته‌اند، بنابراین مقدار بار کمانش در این نمونه نسبت به نمونه pl5c اندکی افزایش یافته است. نمونه pl8 هم با توجه به تعداد گشودگی‌ها، کمترین مقدار بار کمانش را در بین تمام نمونه‌های با نسبت طول به عرض ۱/۵ را به خود اختصاص داده است.

۴-۸-۳- نتایج تحلیل عددی نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل

در شکلهای ۴-۲۰ تا ۴-۲۹ شکل‌ها، و نمودارهای بار-جابجایی، و در جداول ۴-۷ تا ۴-۱۱، بار کمانش حاصل از تحلیل عددی و مقدار نقص اولیه، به ترتیب برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل دارای θ برابر با ۰، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۹۰ درجه، آورده شده است.



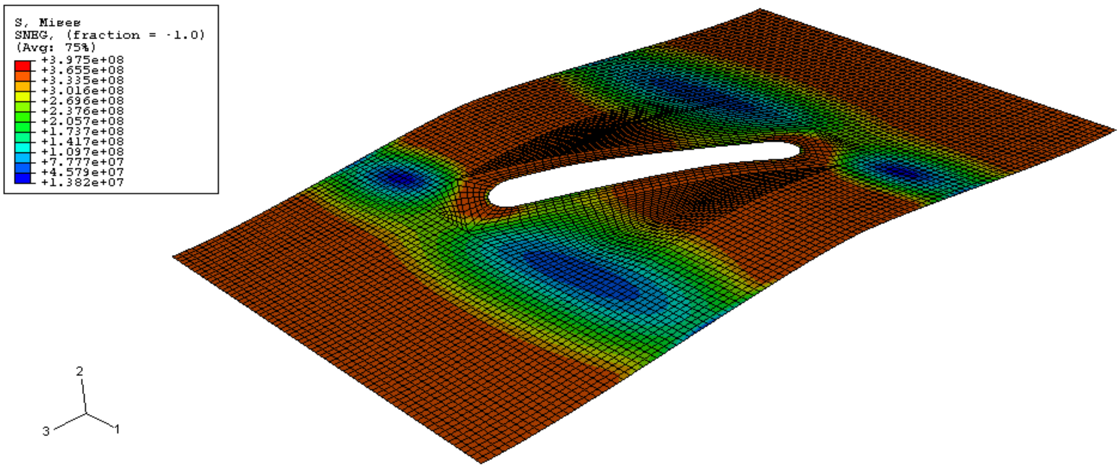
شکل ۴-۲۰ مد کمانش نمونهٔ **pls-150-100.17-50-10.03-10-0-2.07**



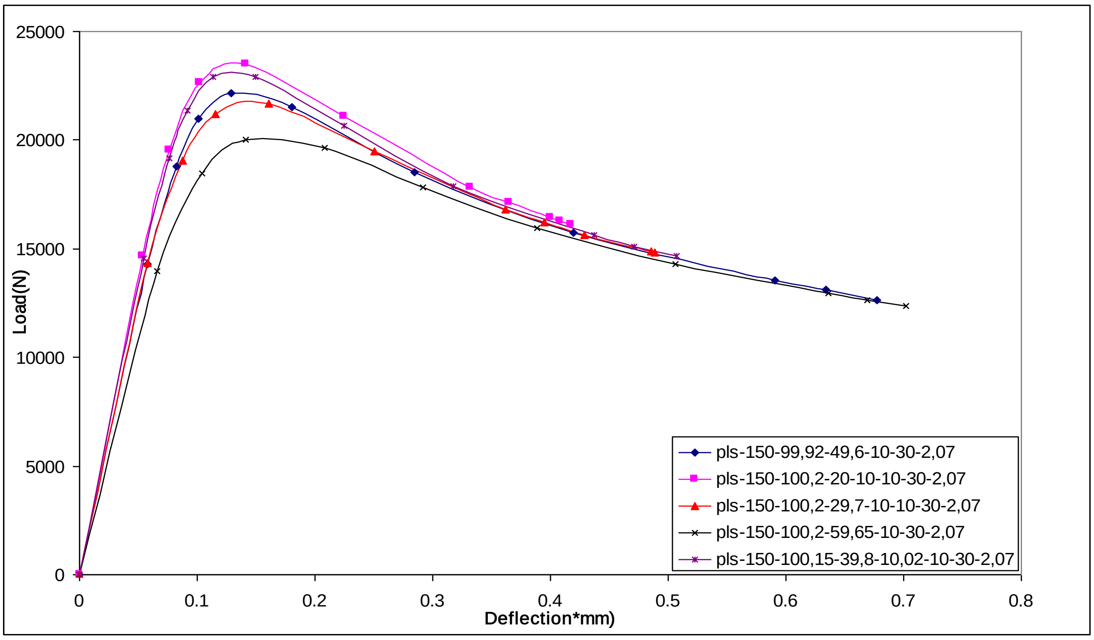
شکل ۴-۲۱ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۰ درجه

جدول ۴-۷ نتایج تحلیل المان محدود برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۰ درجه

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(FEM) (N)
pls-150-100.1-19.94-10.03-10-0-2.07	*0.0005*	*21876*
pls-150-100.12-90.15-10-10-0-2.07	*0.00035*	*22546.5*
pls-150-100.16-70.13-10.02-10-0-2.09	*0.00045*	*21672.6*
pls-150-100.17-50-10.03-10-0-2.07	*0.0004*	*22031.6*
pls-150-100.22-30.14-10.04-10-0-2.07	*0.00042*	*22158.5*



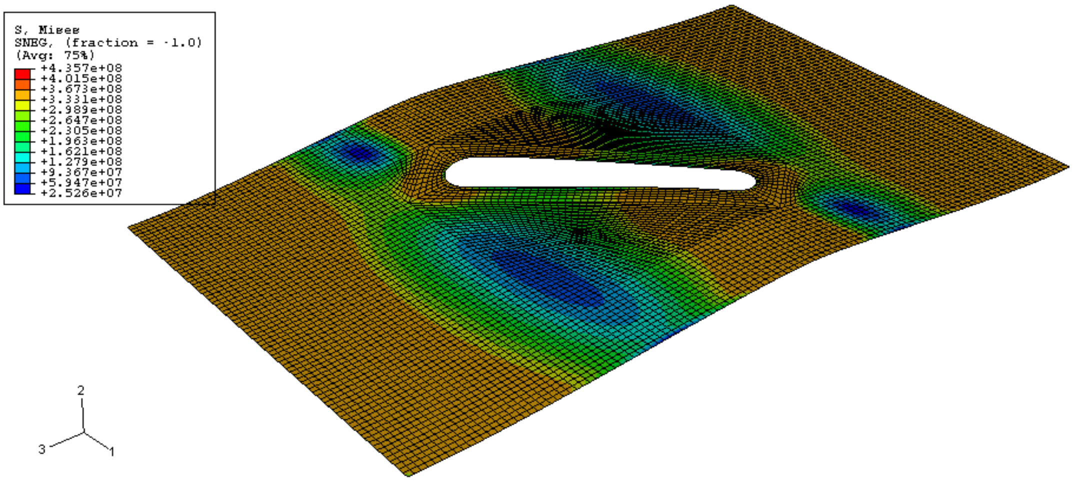
شکل ۴-۲۲ مد کمانش نمونهٔ pls-150-100,2-59,65-10-30-2,07



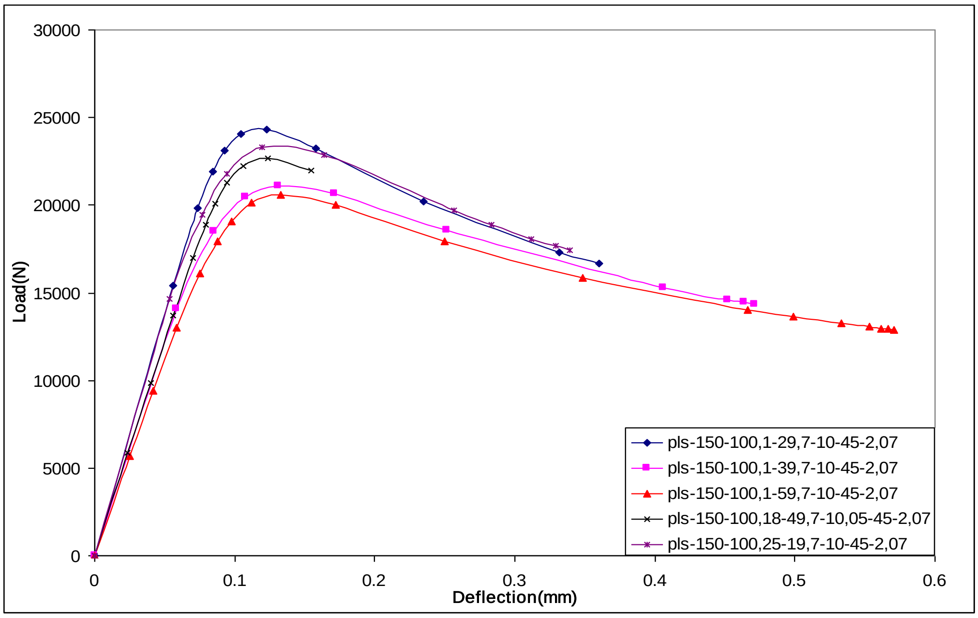
شکل ۴-۲۳ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۳۰ درجه

جدول ۴-۸ نتایج تحلیل المان محدود برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۳۰ درجه

Specimen name	**Imperfection (m)**	**P_{cr}(FEM) (N)**
pls-150-99,92-49,6-10-30-2,07	*0.0003*	*22166.5*
pls-150-100,2-20-10-10-30-2,07	*0.0003*	*23497*
pls-150-100,2-29,7-10-10-30-2,07	*0.00043*	*21667.6*
pls-150-100,2-59,65-10-30-2,07	*0.0005*	*20034.1*
pls-150-100,15-39,8-10,02-10-30-2,07	*0.00025*	*22937.4*



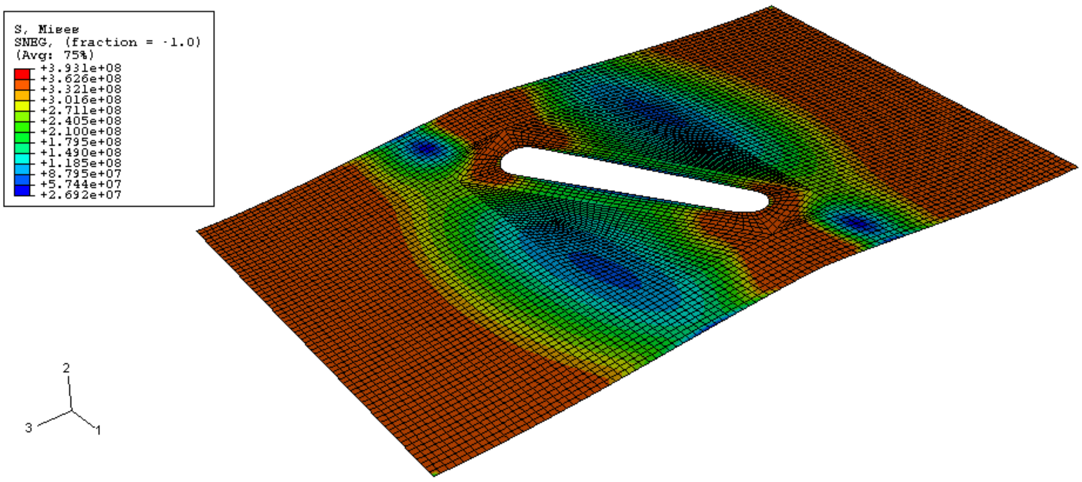
شکل ۴-۲۴ مد کمانش نمونهٔ pls-150-100,1-59,7-10-45-2,07



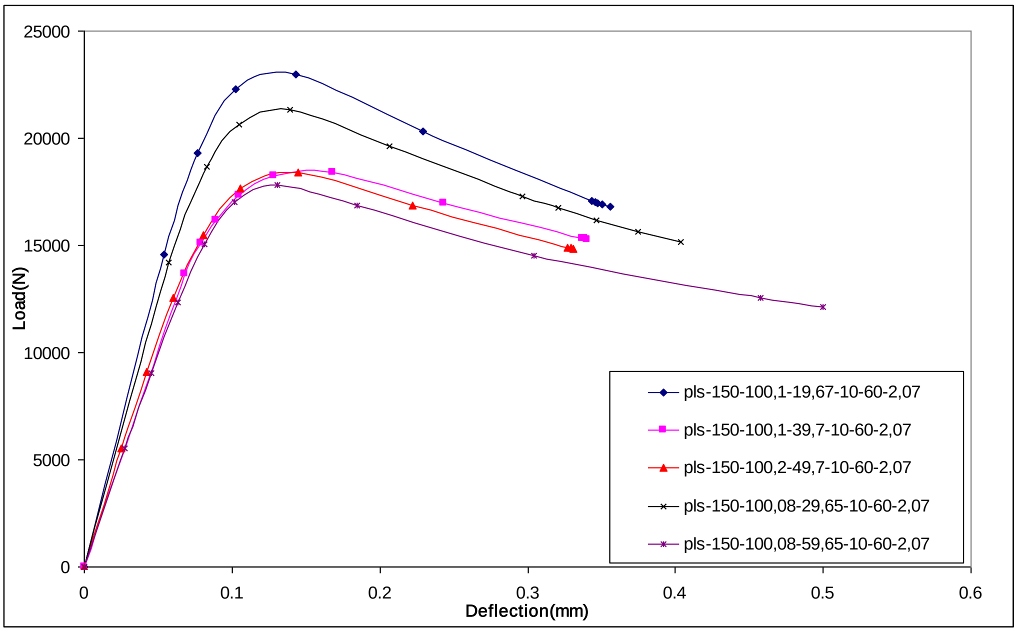
شکل ۴-۲۵ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۴۵ درجه

جدول ۴-۹ نتایج تحلیل المان محدود برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۴۵ درجه

Specimen name	**Imperfection (m)**	**P_{cr}(FEM) (N)**
pls-150-100,1-29,7-10-45-2,07	*0.00015*	*24344.7*
pls-150-100,1-39,7-10-45-2,07	*0.00035*	*21122.6*
pls-150-100,1-59,7-10-45-2,07	*0.00025*	*20602.8*
pls-150-100,18-49,7-10,05-45-2,07	*0.00015*	*22645.3*
pls-150-100,25-19,7-10-45-2,07	*0.0003*	*23286.8*



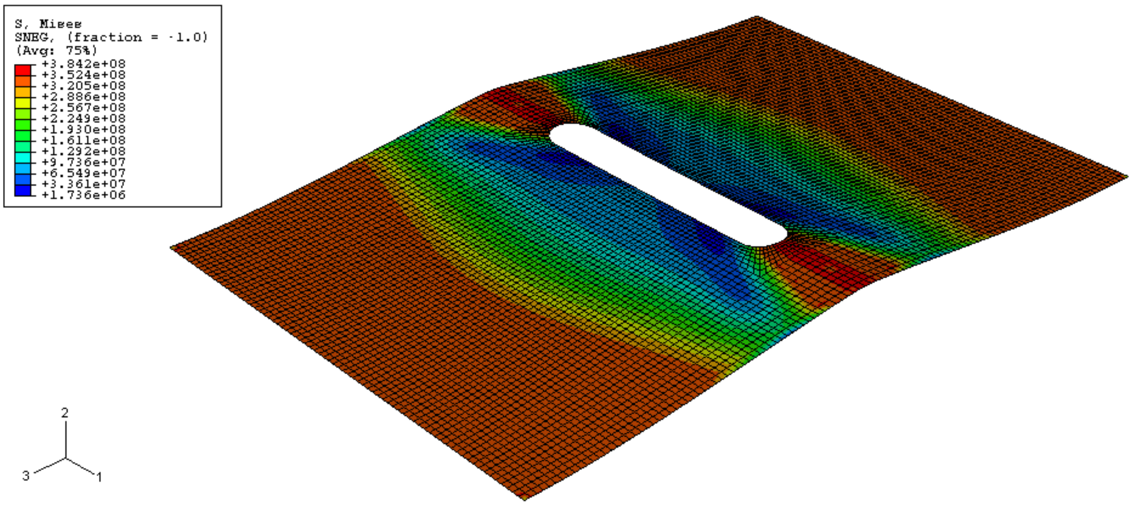
شکل ۴-۲۶ مد کمانش نمونهٔ pls-150-100,08-59,65-10-60-2,07



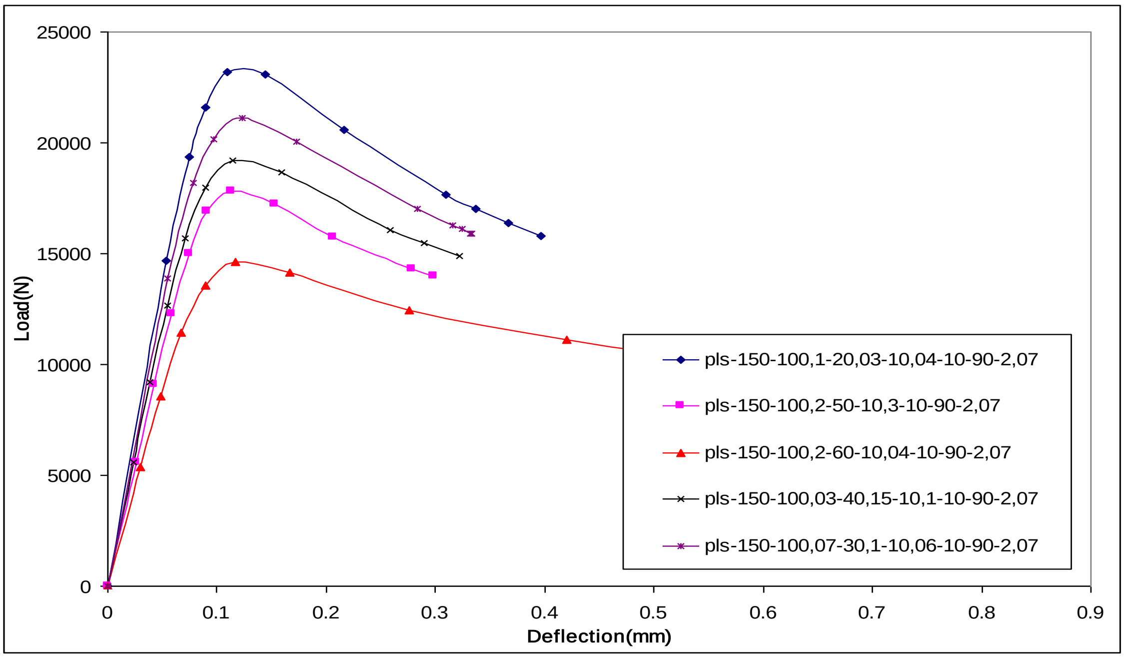
شکل ۴-۲۷ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۶۰ درجه

جدول ۴-۱۰ نتایج تحلیل المان محدود برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۶۰ درجه

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(FEM) (N)
pls-150-100,1-19,67-10-60-2,07	*0.0003*	*22962.4*
pls-150-100,1-39,7-10-60-2,07	*0.00055*	*18388.4*
pls-150-100,2-49,7-10-60-2,07	*0.0004*	*18403.5*
pls-150-100,08-29,65-10-60-2,07	*0.00035*	*21330*
pls-150-100,08-59,65-10-60-2,07	*0.0003*	*17834.4*



شکل ۴-۲۸ مد کمانش نمونهٔ **pls-150-100,2-60-10,04-10-90-2,07**



شکل ۴-۲۹ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۹۰ درجه

جدول ۴-۱۱ نتایج تحلیل المان محدود برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۹۰ درجه

Specimen name	**Imperfection (m)**	**P_{cr}(FEM) (N)**
pls-150-100,1-20,03-10,04-10-90-2,07	*0.00025*	*23166.2*
pls-150-100,2-50-10,3-10-90-2,07	*0.00025*	*17825.2*
pls-150-100,2-60-10,04-10-90-2,07	*0.00038*	*14649.1*
pls-150-100,03-40,15-10,1-10-90-2,07	*0.0003*	*19203.7*
pls-150-100,07-30,1-10,06-10-90-2,07	*0.0003*	*21123.1*

همانطور که واضح است، بار بحرانی کمانش با بیشتر شدن مساحت گشودگی کاهش می‌یابد. با مقایسه نمونه‌های pls-150-100.22-30.14-10.04-10-0-2.07 ، pls-150-100.17-50-10.03-10-0-2.07 و pls-150-100.16-70.13-10.02-10-0-2.09 که دارای نقص اولیه تقریبا یکسانی هستند ملاحظه می‌شود که با افزایش طول شیار یعنی با افزایش مساحت گشودگی بار کمانش کاهش یافته است.

در نمونه‌های با θ برابر با ۰ درجه، نمونه pls-150-100.1-19.94-10.03-10-0-2.07 با وجود اینکه دارای نقص اولیه‌ای در حدود ۰/۱mm کمتر از نقص اولیه نمونه فاقد گشودگی می‌باشد، اما باز هم بار بحرانی کمانش در این نمونه حدود ۱۰۰۰N کاهش یافته است. نمونه pls-150-100.12-90.15-10-10-0-2.07 بدلیل داشتن نقص اولیه کمتر نسبت به سایر نمونه‌های با θ برابر با ۰ درجه، بیشترین بار کمانش را در این دسته به خود اختصاص داده است.

نکته‌ای که می‌توان بدان اشاره کرد، این است که حالتی که θ برابر با ۰ درجه می‌باشد، کاهش یا افزایش طول شیار تاثیر چشمگیری در مقدار بار کمانش ندارد، چرا که در این حالت با تغییر طول شیار، هیچ تغییری در تصویر گشودگی در امتداد عرضی ورق رخ نمی‌دهد، و با بررسی نتایج در θهای دیگر، مشخص شد که هرچه اندازه تصویر گشودگی در امتداد عرضی ورق افزایش پیدا می‌کند، بار کمانش کاهش می‌یابد.

در نمونه‌های با θ برابر با ۳۰ درجه، با مقایسه pls-150-100,2-20-10-10-30-2,07 و pls-150-99,92-49,6-10-30-2,07 که دارای نقص اولیه یکسانی می‌باشند، مشاهده می‌شود که با افزایش طول شیار بار کمانش در نمونه pls-150-99,92-49,6-10-30-2,07، ۵٪ نسبت به نمونه pls-150-100,2-20-10-10-30-2,07 کاهش یافته است. نمونه pls-150-100,15-39,8-10,02-10-30-2,07 بدلیل داشتن کمترین مقدار نقص اولیه در بین نمونه-های با θ برابر با ۳۰ درجه، دارای بیشترین مقدار بار کمانش بوده، و نمونه pls-150-100,2-59,65-10-30-2,07 نیز به دلیل داشتن بیشترین طول شیار و نیز بیشترین مقدار نقص اولیه، دارای کمترین بار کمانش می‌باشد.

در نمونه‌های با θ برابر با ۴۵ درجه، با مقایسه نمونه‌های pls-150-100,1-29,7-10-45-2,07 و pls-150-100,18-49,7-10,05-45-2,07 مشاهده می‌شود که بار کمانش در نمونه

pls-150-100,1-29,7-10-45-2,07 نسـبت بـه نمونـه pls-150-100,18-49,7-10,05-45-2,07، ۷٪ کاهش یافته است. همچنین، کمترین مقدار بار کمانش در نمونه‌های با θ برابر با ۴۵ درجه، مربوط به نمونه pls-150-100,1-59,7-10-45-2,07 می‌باشد، که دارای بیشترین طول شیار است.

در نمونه‌های با θ برابر با ۶۰ درجه، بار کمانش از نمونه pls-150-100,1-19,67-10-60-2,07 تا نمونه pls-150-100,08-59,65-10-60-2,07، یعنـی از نمونـه دارای کمتـرین طـول شـیار تـا نمونـه دارای بیشترین طول شیار، ۲۲٪ کاهش یافته است.

در نمونه‌های با θ برابر با ۹۰ درجه، تاثیر تغییر طول شیار در مقـدار بـار کمـانش، بیشـتر از نمونه‌های با θ کمتر است، چراکه در این حالت شیار کاملا در امتداد عرضی صـفحه واقـع شـده و در نتیجه تصویر شیار در امتداد عرضی صفحه در مقایسه با نمونه‌های با θهـای کمتـر، دارای بیشـترین مقدار است(در این حالت طول تصویر شیار بر امتداد عرضی ورق، برابر با طول خـود شـیار اسـت). بـه طوریکه مشاهده می‌شـود، بـار کمـانش در نمونـه pls-150-100,1-20,03-10,04-10-90-2,07، ۲۳٪ نسبت به نمونه pls-150-100,2-50-10,3-10-90-2,07، که هر دوی این نمونه‌ها دارای مقـدار نقـص اولیه یکسانی هستند، افزایش یافته است. در نمونه pls-150-100,03-40,15-10,1-10-90-2,07 نیـز، بار کمانش ۱۰٪ نسبت به نمونه pls-150-100,07-30,1-10,06-10-90-2,07، کاهش یافته است.

بار تسلیم برای فولاد مورد استفاده در تحلیل را می‌توان به سادگی با ضرب تنش تسلیم ماده که از تست کشش معلوم می‌باشد در سطح مقطع ورق بدست آورد. این بار برابر با72 KN می‌باشد. با توجه به اینکه در تمامی نمونه‌ها بار کمانش از این مقدار بسیار کوچکتر می‌باشد کاملا واضح است که در تمامی نمونه‌ها کمانش در حالت الاستیک رخ داده است.

۴-۹- بررسی تاثیر نقص اولیه

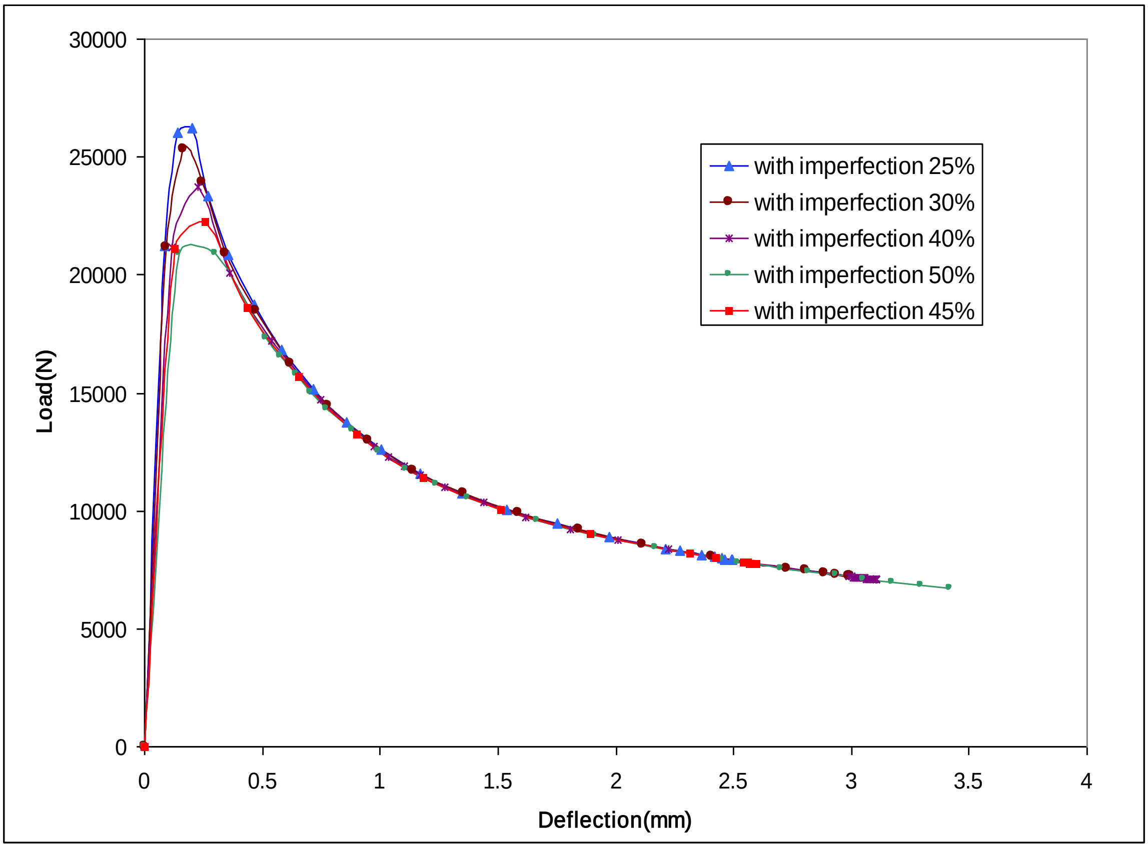
نقص اولیه به معنی انحراف تصادفی کوچکی از شکل مفروض اولیه سازه می باشد که اگر این پارامتر در تحلیل عددی مد نظر قرار نگیرد، باعث ایجاد اختلاف بین نتایج تجربی و عددی مـی شـود. واضـح

است که برای یک نمونهٔ مشخص با افزایش نقص اولیه، بار کمانش کاهش خواهد یافت. جهت بررسی این موضوع نمونهٔ Pl-160-100.2-0-0-0-2.2 مورد مطالعه قرار گرفت.

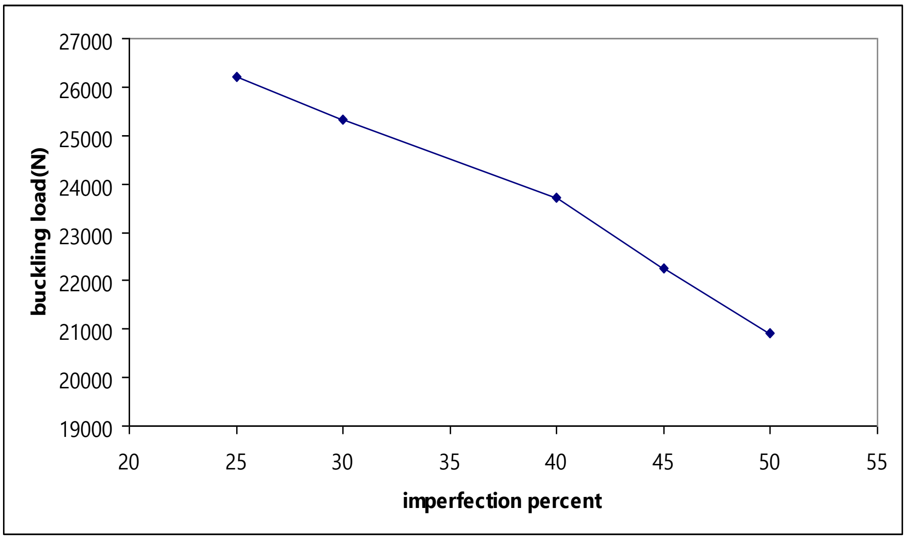
فرض شد که مقدار نقص اولیه نمونه مشخص نمی‌باشد و مقدار آن از ۲۵٪ تا ۵۰٪ ضخامت ورق تغییر داده شد (شکل ۴-۳۰).

همانطور که مشاهده می‌شود، بار کمانش از ۲۶۲۰۰ نیوتون برای نقص اولیه ۲۵٪ ضخامت به مقدار ۲۰۹۰۰ نیوتون برای نقص اولیه ۵۰٪ ضخامت کاهش می‌یابد. این ۲۰٪ کاهش در بار کمانش فقط در اثر افزایش مقدار نقص اولیه می‌باشد.

نتیجهٔ دیگری که از بررسی شکل ۴-۳۰ حاصل می‌شود این است که مقدار نقص اولیه بر رفتار پس کمانشی تاثیری ندارد. در شکل ۴-۳۱ مقدار بار کمانش بر حسب نقص اولیه جهت مقایسهٔ بهتر مشاهده می‌شود.



شکل ۴-۳۰ بررسی تاثیر نقص اولیه بر بار کمانش



شکل ۴- ۳۱ بار کمانش بر حسب نقص اولیه

بنابراین با توجه به تاثیر چشمگیر این مساله، در کار تجربی سعی شده است که مقدار نقص اولیه برای هر نمونه به دقت محاسبه شده و در تحلیل عددی مورد استفاده قرار گیرد.

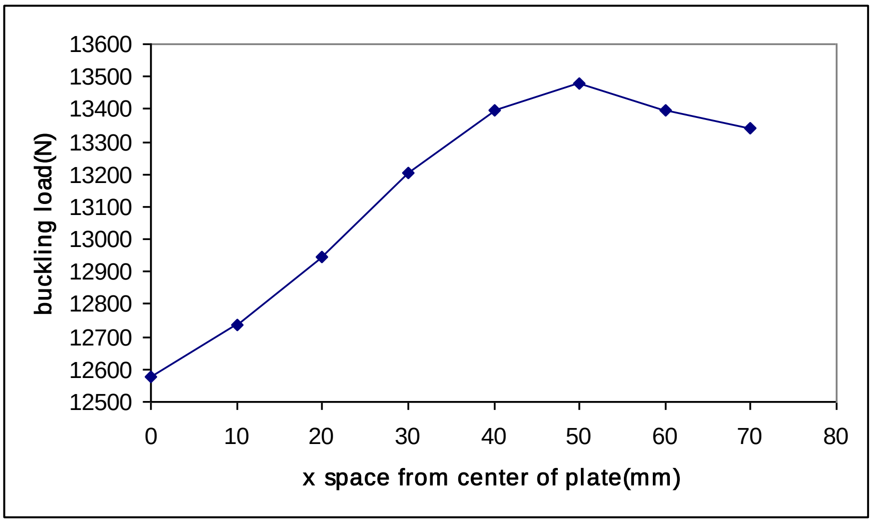
۴-۱۰- بررسی تاثیر فاصلهٔ طولی مرکز گشودگی از مرکز صـفحه در نمونـه‌هـای دارای یک گشودگی دایروی

همانطور که در قسمت ۴-۸-۱ اشاره شد، فاصلهٔ طولی مرکز گشودگی از مرکز صفحه تاثیر زیادی بـر بار کمانش دارد. به عبارت دیگر، فاصلهٔ معینی وجود دارد که اگر گشودگی خارج از این محدوده قـرار گیرد وجود آن تاثیر بسیار اندکی در کاهش بار کمانش خواهد داشت.

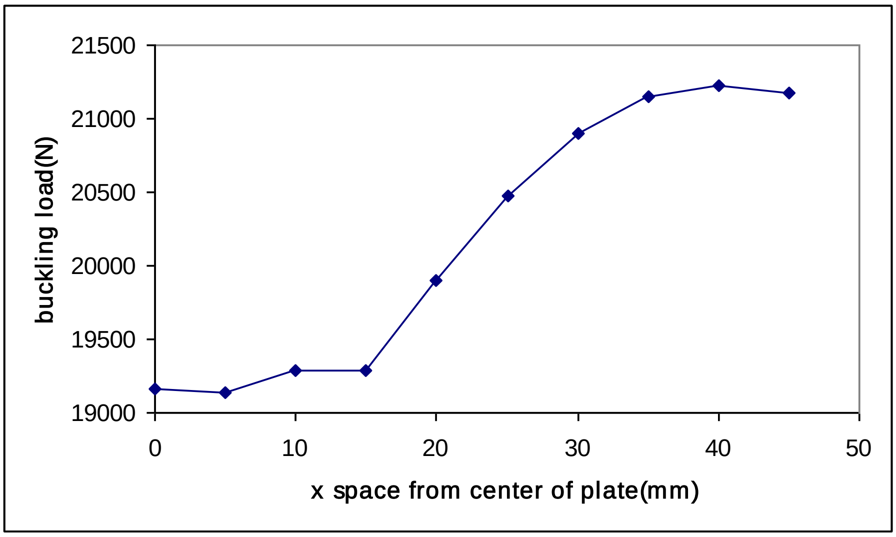
جهت بررسی این امر، از بین نمونه‌های دارای یک گشودگی دایـروی، نمونـه‌هـایی بـا نسـبت طول به عرض ۲/۱ و ۱/۶مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. به طوریکه گشودگی از مرکـز صـفحه بـه تـدریج فاصله گرفته و بار کمانش برای هر مورد محاسبه شده است. نتایج این بررسی در نمـودار ۴-۳۲ و ۴-۳۳مشاهده می‌شود.

همانطور که مشاهده می‌شود برای نمونه با نسبت طول به عـرض ۲/۱، فاصـلهٔ مـوثر از مرکـز صفحه ۴۰ mm می‌باشد. که وقتی فاصله از این مقدار بیشتر می‌شود بار کمانش تغییر چندانی نمـی-کند و در نسبت طول ۱/۶ این فاصله برار ۳۰ mm می‌باشد.

با بررسی نتایج مشاهده می‌شود که فاصلهٔ موثر گشودگی از مرکز صفحه برابر ۲۰٪ طول ورق می‌باشد.



شکل ۴-۳۲ تاثیر فاصلهٔ طولی مرکز گشودگی از مرکز صفحه برای نسبت طول به عرض ۲/۱



شکل ۴-۳۳ تاثیر فاصلهٔ طولی مرکز گشودگی از مرکز صفحه برای نسبت طول به عرض ۱/۶

مشاهده می‌شود که وقتی گشودگی در این فاصله قرار دارد اختلاف بین بار کمانش برای نمونهٔ دارای گشودگی و نمونهٔ فاقد گشودگی در حدود ۲٪ می‌باشد. اما با بیشتر شدن فاصله، بار کمانش برای نمونهٔ سوراخدار تا ۱۲٪ کاهش می‌یابد.

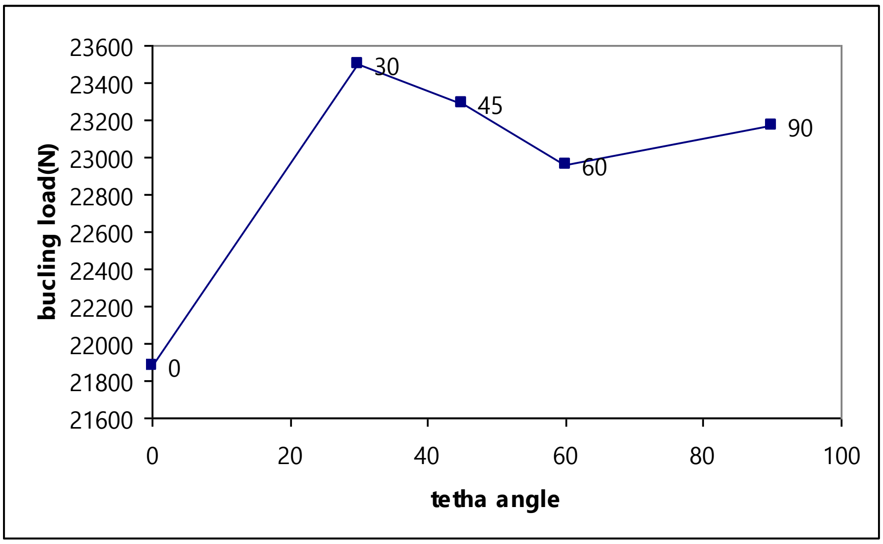
۴-۱۱- بررسی تاثیر زاویه شیار در نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل

در قسمت ۴-۸-۳، نتایج تحلیل عددی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل، به صورت مجزا برای هر دسته از نمونه‌های دارای θ یکسان، مقایسه شدند. در این قسمت به بررسی تاثیر θ در نمونه‌های دارای طول شیار یکسان، پرداخته می‌شود.

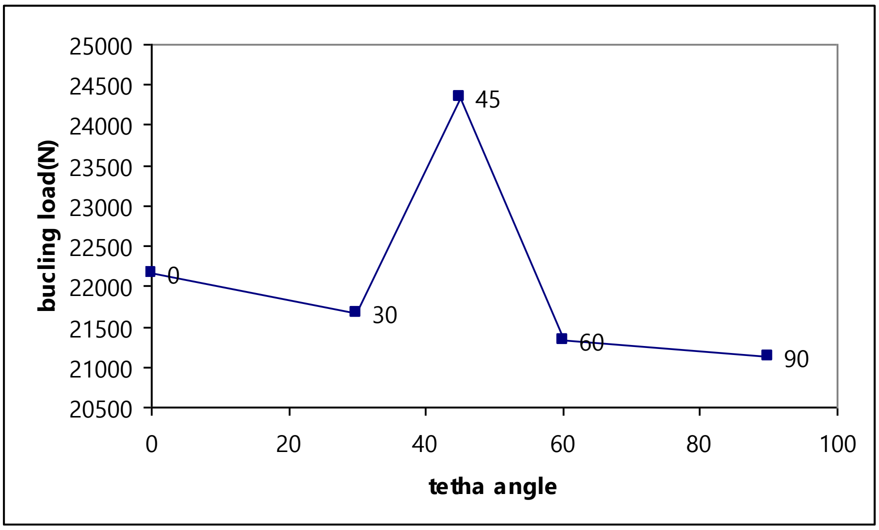
در شکل ۴-۳۴ تا ۴-۳۶ ، نمودار بار بحرانی بر حسب زاویه شیار یعنی θ ، به ترتیب برای نمونه‌های دارای طول شیار ۲۰، ۳۰ و ۵۰ میلیمتر، آورده شده است.

با مقایسه نمونه‌های با طول شیار ۲۰ میلیمتر و دارای θ های برابر با ۳۰ ، ۴۵ و ۶۰ درجه، که دارای مقدار نقص اولیه یکسانی می‌باشند ، مشاهده می‌شود که با تغییر زاویه θ از ۳۰ درجه تا ۶۰ درجه ، بار کمانش ۵۰۰N کاهش یافته است.

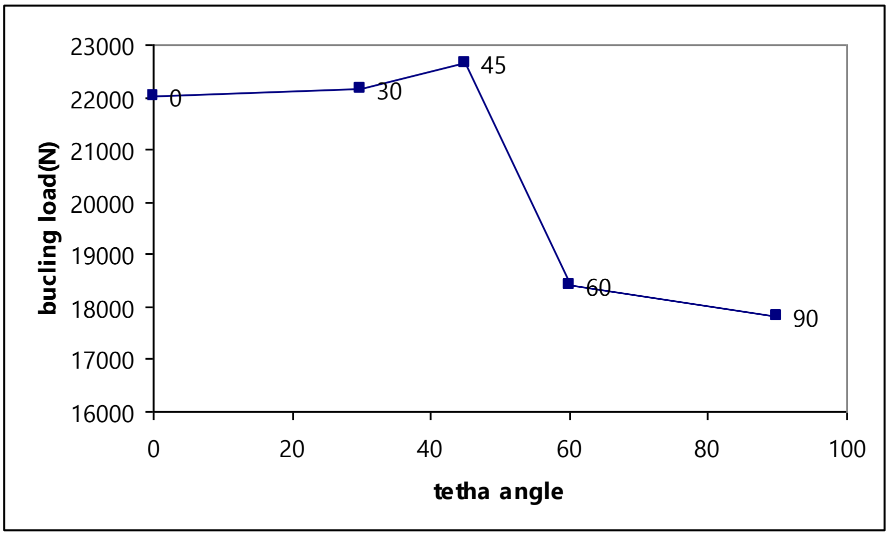
در نمونه‌های با طول شیار ۳۰mm ، همانطور که در شکل ۴-۳۵ مشاهده می‌شود، غیر از نمونه دارای زاویه ۴۵ درجه که نقص اولیه کمی دارد، در بقیه نمونه‌ها سیری نزولی در مقدار بار کمانش ، با افزایش زاویه از ۰ تا ۹۰ درجه ، وجود دارد. به طوریکه بار کمانش از نمونه با زاویه ۰ درجه، تا نمونه با زاویه ۹۰ درجه(که مقدار نقص اولیه یکسانی دارند)، ۱۰۰۰N کاهش یافته است.



شکل ۴-۳۴ نمودار بار بحرانی بر حسب زاویه شیار یعنی در نمونه‌های دارای طول شیار ۲۰mm



شکل ۴-۳۵ نمودار بار بحرانی بر حسب زاویه شیار یعنی در نمونه‌های دارای طول شیار ۳۰mm



شکل ۴-۳۶ نمودار بار بحرانی بر حسب زاویه شیار یعنی در نمونه‌های دارای طول شیار ۵۰mm

در نمونه‌های با طول شیار ۵۰mm نیز ، همانطور که در شکل ۴-۳۶ مشاهده می‌شود، غیر از نمونه دارای زاویه ۳۰ و ۴۵ درجه ، که نقص اولیه کمی دارند، در بقیه نمونه‌ها سیری نزولی در مقدار بار کمانش ، با افزایش زاویه از ۰ تا ۹۰ درجه ، وجود دارد. به طوریکه بار کمانش از نمونه با زاویه ۰ درجه، تا نمونه با زاویه ۶۰ درجه(که این دو نمونه، مقدار نقص اولیه یکسانی دارند)، ۳۶۰۰N و تا نمونه با زاویه ۹۰ درجه، ۴۲۰۰N کاهش یافته است.

با بررسی نتایج فوق، مشاهده می‌شود که با افزایش طول شیار، بار کمانش در نمونه‌های دارای θ یکسان، افزایش پیدا میکند، و همچنین افزایش طول شیار، در کاهش بار کمانش، در حالت θ برابر ۹۰ درجه، بیشترین تاثیر را دارد.

با افزایش زاویه θ از ۰ تا ۹۰ درجه، در طول شیار یکسان ، بار کمانش کاهش پیدا می‌کند، و همچنین تاثیر تغییر θ در نمونه‌های دارای طول شیار بزرگتر بیشتر می‌شود. به طوریکه اختلاف بین بار کمانش نمونه‌های دارای طول شیار ۳۰ میلیمتر، در تغییر θ از ۰ تا ۹۰ درجه ، ۵٪ میباشد ، که این اختلاف در نمونه‌های با طول شیار ۵۰ ، به ۱۹٪ رسیده است.

فصل پنجم

تحلیل تجربی

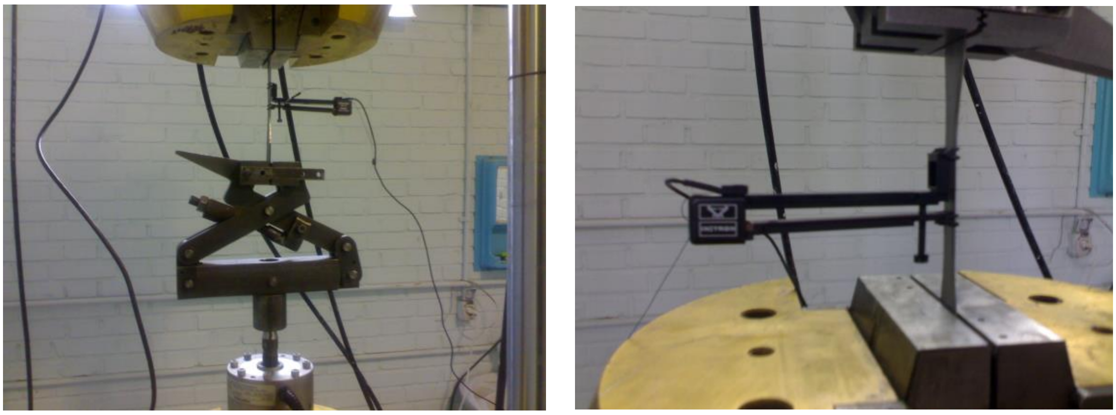
جهت بررسی تجربی کمانش ورق‌های مستطیلی دارای گشودگی از یک دستگاه سروهیدرولیک INSTRON 8802 استفاده شده است (شکل ۵-۱). دستگاه مورد استفاده، دارای دقت و قابلیت بسیار بالایی در بارگذاری تک محوره می‌باشد. ظرفیت اعمال بار استاتیکی دستگاه ۳۰۰KN می‌باشد.

شکل ۵-۱ دستگاه سروهیدرولیک INSTRON 8802

پس از مشخص شدن جنس فولاد مورد استفاده در ساخت نمونه‌ها، چند نمونهٔ تست کشش طبق استاندارد ASTM E8 جهت تعیین خواص مکانیکی ماده، از همان جنس شده ساخته شد.

۵-۱- آزمایش کشش استاندارد

برای بدست آوردن خواص مکانیکی نمونه ها ابتدا باید تست کشش انجام پذیرد. تست کشش بر روی نمونه‌ها، مطابق استاندارد ASTM E8 و توسط دستگاه INSTRON انجام گرفته و مدول یانگ، تنش تسلیم و خواص پلاستیک ماده بدست آمد (شکل ۵-۲).



شکل ۵-۲ آزمایش کشش استاندارد

تست در شرایط جابجایی ثابت[1] انجام می‌گیرد. برای دقت بیشتر در خواندن نیرو از نیروسنج[2] ۲۵ KN و نیز جهت بالا بردن دقت در اندازه‌گیری کرنش و جابجایی از یک اکستنسومتر در تست کشش استفاده شد. پس از اتمام تست، داده‌های مورد نظر، که مقدار نیروی وارد شده بر نیروسنج و مقدار جابجایی اکستنسومتر می‌باشند، به‌طور خودکار در یک فایل ذخیره می‌شوند. با معلوم بودن سطح مقطع نمونه مقدار تنش مهندسی و با معلوم بودن فاصلهٔ اولیهٔ دهانهٔ اکستنسومتر که ۲۵ میلی-متر میباشد، کرنش مهندسی حاصل می‌شود. بنابراین نتایجی که از دستگاه حاصل می شوند تنش و کرنش مهندسی را ارائه می دهند که مقادیرشان کمتر از مقادیر تنش و کرنش واقعی است. چون

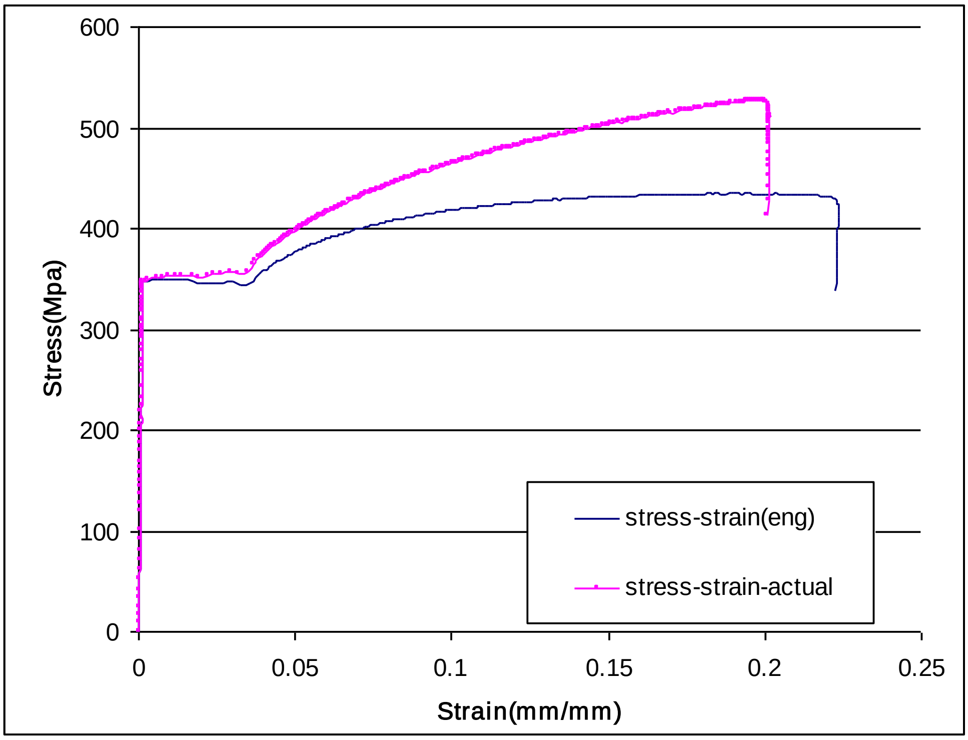
[1] displacement control
[2] loadcell

سطح مقطع نمونهٔ تست کشش در حال کم شدن است براحتی از مبحث الاستیسیته می توان روابط ۵-۱ و ۵-۲ را برای بدست آوردن تنش و کرنش واقعی از مقادیر مهندسی استخراج کرد.

نمودار تنش-کرنش حاصل از آزمایش کشش استاندارد در شکل ۵-۳ مشاهده میشود.

$$\varepsilon_{real} = Ln(1+\varepsilon_{Eng.}) \qquad (۵-۱)$$

$$\sigma_{real} = \sigma_{Eng.}(1+\varepsilon_{Eng.}) \qquad (۵-۲)$$



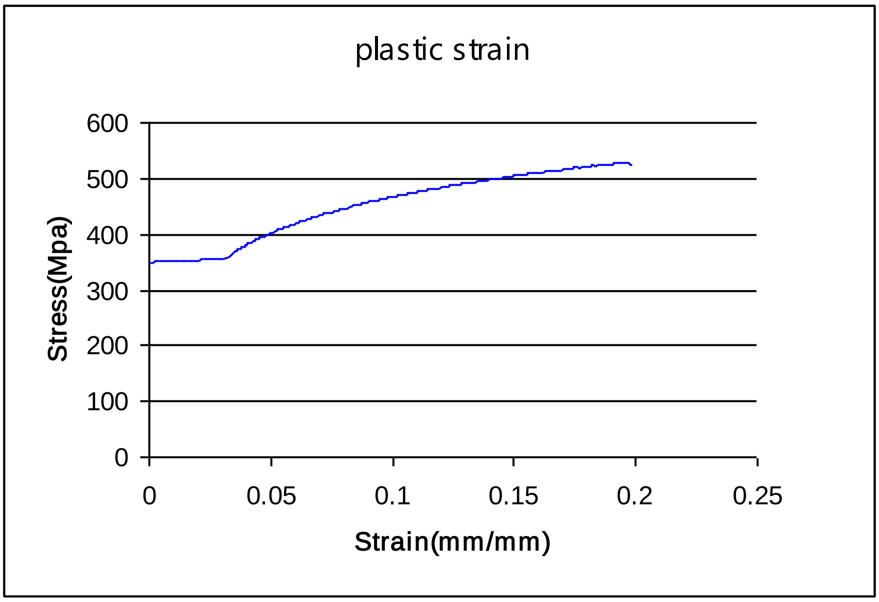
شکل ۵-۳ نمودار تنش کرنش

در تحلیل المان محدود با نرم‌افزار ذکر شده برای تحلیل غیر خطی، خواص پلاستیک ماده نیز مورد نیاز می‌باشد. کرنش پلاستیک از رابطهٔ زیر حاصل می‌شود.

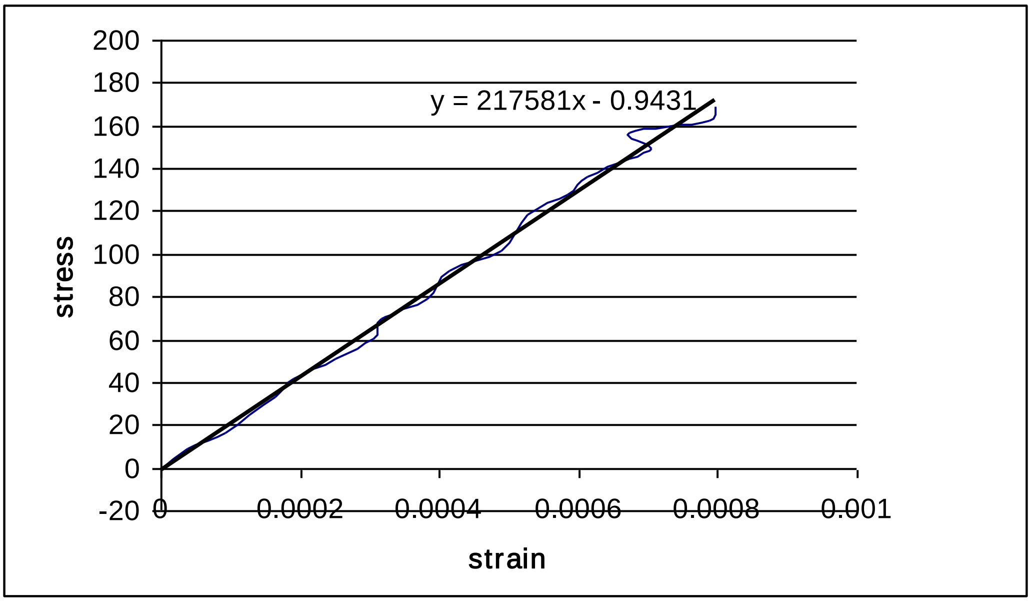
$$\varepsilon_{Pl} = \varepsilon_{real} - \frac{\sigma_{real}}{E} \qquad -(۵-۳)$$

از قسمت خطی در نمودار تنش-کرنش واقعی، مدول یانگ بدست می آید. بطوریکه یک منحنی درجه اول از قسمت خطی آن عبور داده شده و شیب خط مذکور به عنوان مدول یانگ در

تمامی تحلیل‌ها مورد استفاده قرار خواهد گرفت. نمودار ۵-۴ منحنی کرنش پلاستیک حاصل از رابطهٔ ۵-۳ را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۴ منحنی کرنش پلاستیک

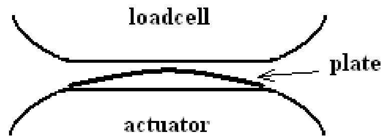


شکل ۵-۵ بخش خطی نمودار تنش-کرنش برای محاسبهٔ مدول یانگ

۵-۲- اندازه گیری نقص اولیه

همانطور که قبلاً ذکر شد به دلیل اهمیت و تاثیر زیاد مقدار نقص اولیــه ورق در بـار کمـانش، مقـدار نقص اولیه تمامی نمونه‌ها باید قبل از تست کمانش اندازه‌گیری شود. این پارامتر در آزمایشگاه با دقت خوبی توسط دستگاه اینسترون اندازه گرفته شد.

به این ترتیب که به نیروسنج و محرک[1] دستگاه، صفحات تخت بسته شده و ورق بین این دو صفحۀ تخت قرار گرفت. محرک به نیروسنج نزدیک شد به طوری که مطابق شکل ۵-۶ ، فاصله‌ای بین ورق و صفحۀ تخت متصل به نیروسنج باقی نماند. در این حالت تست در حالت کنترل نیرو[2] شـروع - شد.

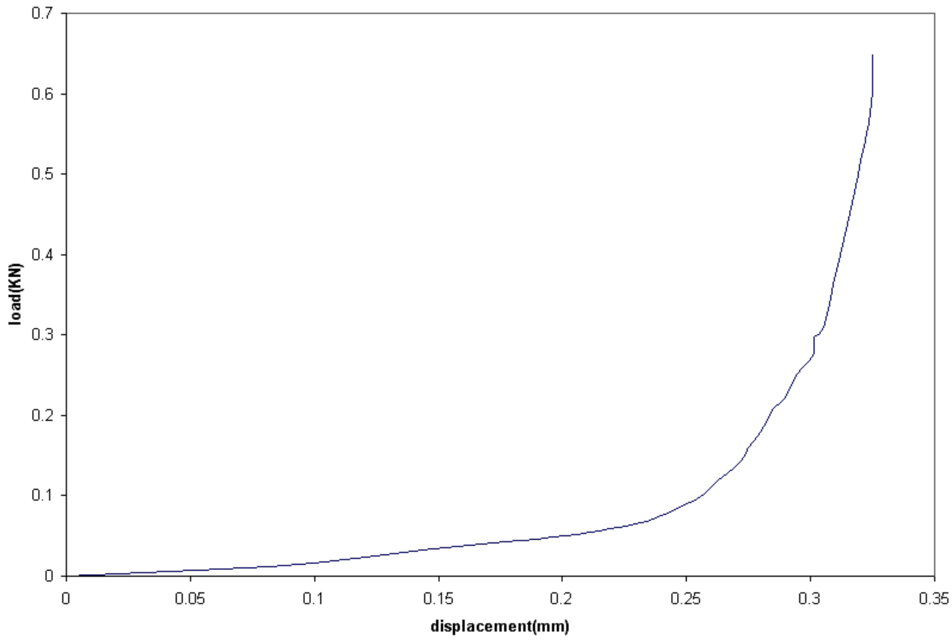


شکل ۵-۶ شکل شماتیک نحوۀ قرار گرفتن ورق در آزمایش تعیین مقدار نقص اولیه

با ترسیم مقادیر نیرو بر حسب جابجایی انجام شده به راحتی می‌تـوان مقـدار نقـص اولیــه را تعیـــین کـــرد. بـــرای مشـــخص شـــدن موضـــوع نمـــوداری کـــه بـــرای نمونـــۀ Pl-160-100-38.25-26.35-20.1-2 بدست آمده، در شکل ۵-۷ آورده شده است. همانطور که واضـح است مقدار نقص اولیۀ این نمونه ۰/۳۲۵ میلی‌متر است، زیرا در این نقطه بدون هیچگونـه افـزایش در جابجایی، مقدار نیرو با شیب زیادی افزایش یافته است.

[1] actuator

[2] load control



شکل ۵-۷ تعیین مقدار نقص اولیه نمونهٔ Pl-160-100-38.25-26.35-20.1-2

۵-۳- تست کمانش

برای تست کمانش ورق‌های مستطیلی از فک‌های خود دستگاه استفاده شده است. فک‌های هیدرولیکی دستگاه لبه‌های بالا و پایین ورق را گرفته و شرط مرزی گیردار را برقرار می‌سازند. لبه‌های کناری نیز آزاد هستند. بنابراین شرایط مرزی CFCF بر روی ورق ایجاد می‌شود (شکل ۵-۸).

لازم به ذکر است که طول ورق‌ها ۴ cm بیشتر از طول مفید می‌باشد که ۲cm برای درگیر شدن در فک بالا و ۲ cm برای فک پایین در نظر گرفته شده است و طول مفیدی که در تحلیل تئوری اعمال شد فاصلهٔ بین دو فک بالا و پایین است. یک نمونهٔ بسته شده به دستگاه در شکل ۵-۸ مشاهده می‌شود.

شکل ۵-۸ نحوهٔ قرار گرفتن نمونه‌ها در فک‌های هیدرولیکی

تست کمانش در شرایط کنترل جابجایی انجام گرفت. پس از اتمام آزمایش، داده‌های مورد نظر، که مقدار نیروی وارد شده بر نیروسنج و مقدار جابجایی محرک (که همان کوتاه شدگی نمونه می‌باشد) می‌باشند، به‌طور خودکار در یک فایل ذخیره می‌شوند. نام‌گذاری نمونه‌ها، دقیقاً همانند نام گذاری‌ها در قسمت تحلیل المان محدود می‌باشند. در ادامه، به بررسی نتایج تست‌ها پرداخته می‌شود.

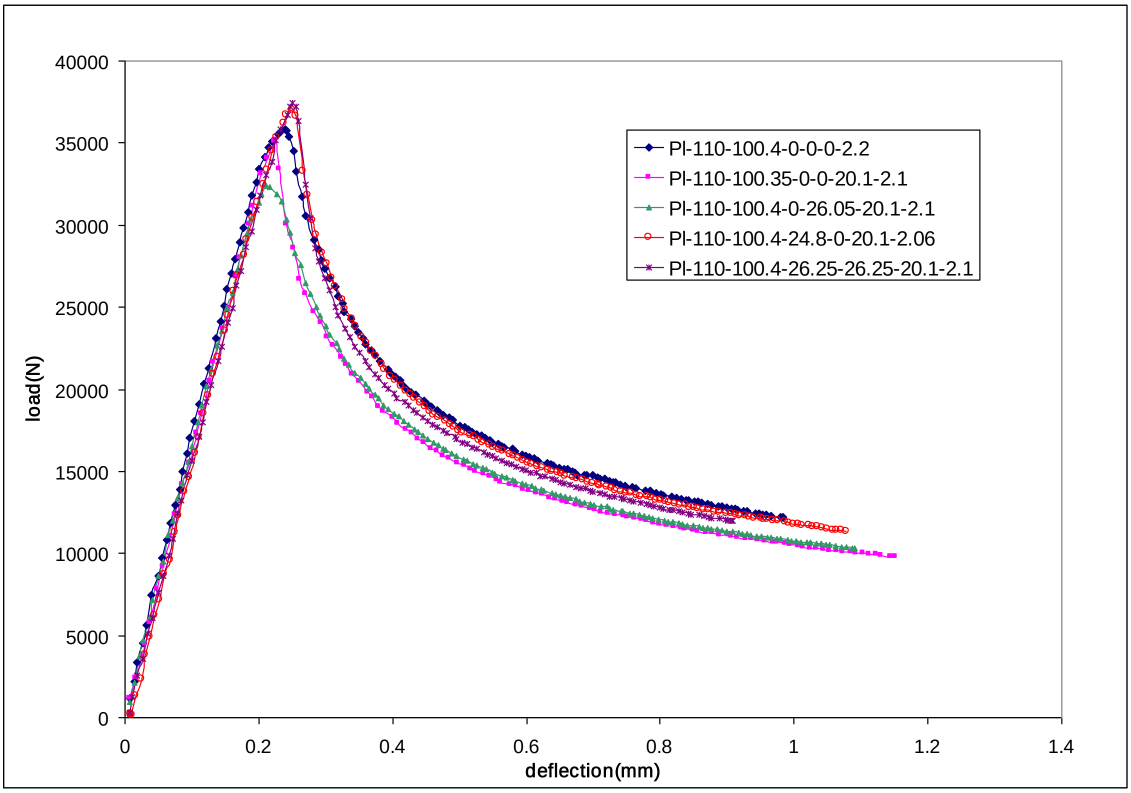
۵-۴- نتایج تست‌های تجربی

نتایج تحلیل تجربی نیز به مانند نتایج تحلیل عددی، به چند دسته تقسیم شده و به ترتیب آورده شده‌اند. در هر گروه از نمونه‌ها، شکلهایی مربوط به مد کمانش نمونه‌ها، نمودارهای بار-جابجایی و جدول مربوط به بار کمانش و مقدار نقص اولیه مشاهده می‌شوند.

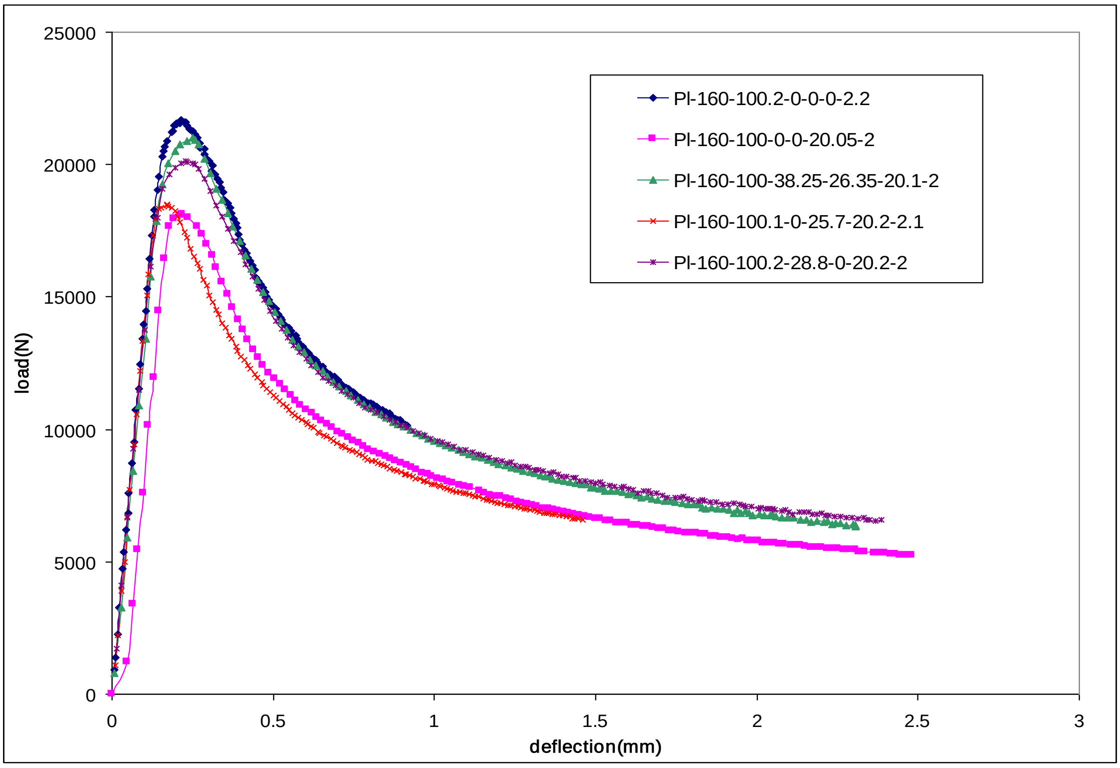
۵-۴-۱- نتایج تحلیل تجربی نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی

در شکل‌های ۵-۹ تا ۵-۱۱ منحنی‌های بار– جابجایی حاصل از تحلیل تجربی برای نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۱ ، ۱/۶ و۲/۱ آورده شده‌اند و در شکل ۵-۱۲ منحنی‌های بار– جابجایی حاصل از تست تجربی برای نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۵ مشاهده می‌شوند. در شکل ۵-۱۳، مد کمانش نمونه‌های Pl-210-100-49.6-26.3-20.2-2.1 و Pl-150-100.07-49.97-0-20.2-2.1 مشاهده می‌شوند.

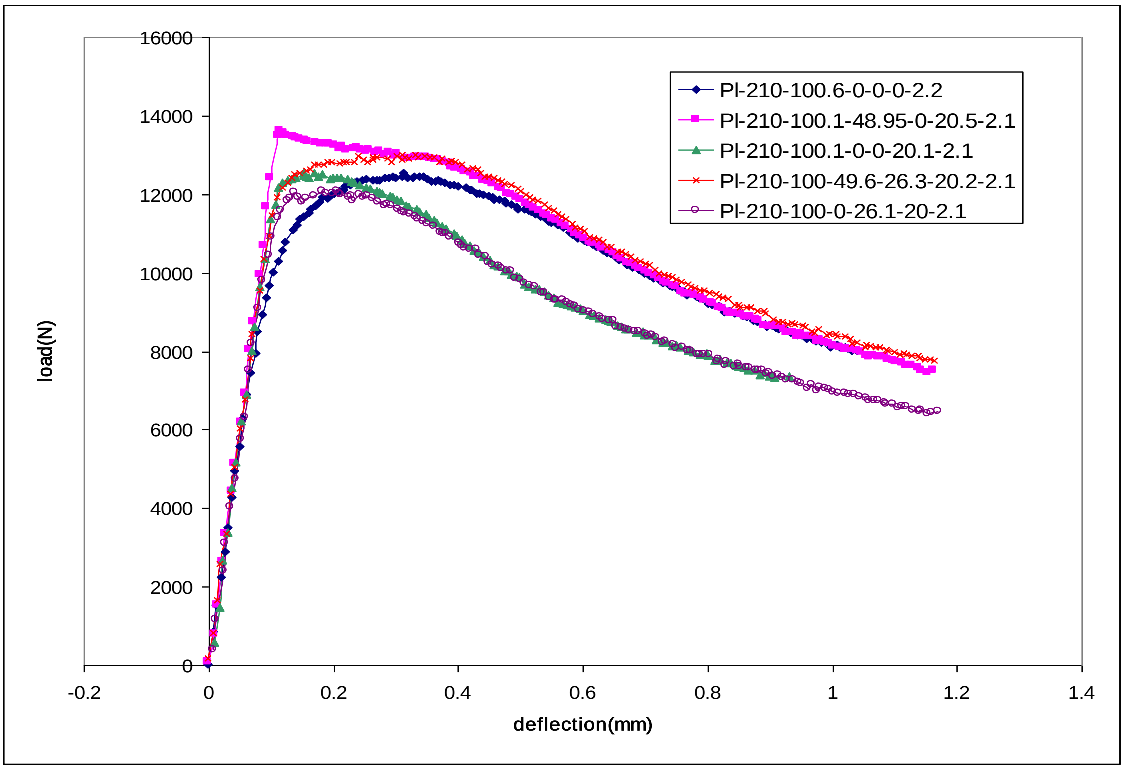
در جدول ۵-۱، برای نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۱ ، ۱/۶ و۲/۱ ، مقدار بار کمانش حاصل از تست تجربی ، همراه با نقص اولیه، برای مقایسهٔ بهتر آورده شده‌اند و در جدول ۵-۲ مقدار بار کمانش حاصل از تست تجربی همراه با نقص اولیه برای نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۵ مشاهده می‌شود.



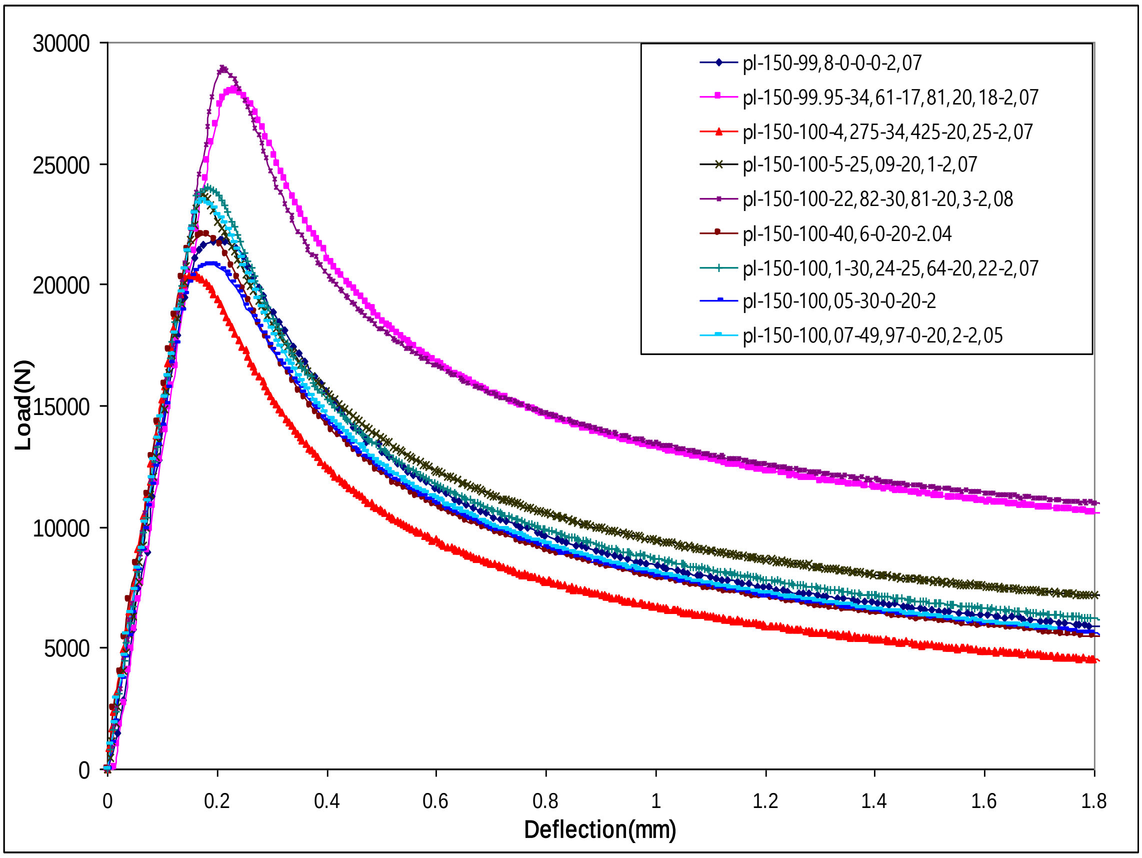
شکل ۵-۹ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های با نسبت طول به عرض ۱/۱



شکل ۵-۱۰ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های با نسبت طول به عرض ۱/۶



شکل ۵-۱۱ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های با نسبت طول به عرض ۲/۱



شکل ۵-۱۲ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های با نسبت طول به عرض ۱/۵

نمونهٔ Pl-210-100-49.6-26.3-20.2-2.1

نمونهٔ Pl-150-100.07-49.97-0-20.2-2.1

شکل ۵-۱۳ نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی در تست کمانش

جدول ۵-۱ نتایج تست‌های تجربی نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض

۱/۱، ۱/۶ و۲/۱

Specimen name	Aspect ratio	Imperfection (m)	P_{cr}(exp) (N)
Pl-110-100.4-0-0-0-2.2	*1.1*	*0.00044*	*35819.1*
Pl-110-100.35-0-0-20.1-2.1	*1.1*	*0.00042*	*35188*
Pl-110-100.4-0-26.05-20.1-2.1	*1.1*	*0.00042*	*32335.6*
Pl-110-100.4-24.8-0-20.1-2.06	*1.1*	*0.000412*	*36643*
Pl-110-100.4-26.25-26.25-20.1-2.1	*1.1*	*0.00042*	*37184.8*
Pl-160-100.2-0-0-0-2.2	*1.6*	*0.00055*	*21594.5*
Pl-160-100-0-0-20.05-2	*1.6*	*0.0005*	*18109.6*
Pl-160-100-38.25-26.35-20.1-2	*1.6*	*0.000325*	*20938.3*
Pl-160-100.1-0-25.7-20.2-2.1	*1.6*	*0.000525*	*18406.1*
Pl-160-100.2-28.8-0-20.2-2	*1.6*	*0.0005*	*20099.6*
Pl-210-100-0-26.1-20-2.1	*2.1*	*0.000525*	*12092.5*
Pl-210-100-49.6-26.3-20.2-2.1	*2.1*	*0.000525*	*12963.3*
Pl-210-100.1-0-0-20.1-2.1	*2.1*	*0.000525*	*12546.4*
Pl-210-100.1-48.95-0-20.5-2.1	*2.1*	*0.000525*	*13475.1*
Pl-210-100.6-0-0-0-2.2	*2.1*	*0.00055*	*12537.5*

جدول ۵-۲ نتایج تست‌های تجربی نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۵

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(exp) (N)
pl-150-99,8-0-0-0-2,07	*0.00058*	*21882.24*
pl-150-99,95-34,61-17,81-20,18-2,07	*0.0001*	*28044.2*
pl-150-100-4,275-34,425-20,25-2,07	*0.00045*	*20408.9*
pl-150-100-5-25,09-20,1-2,07	*0.00025*	*23734.8*
pl-150-100-22,82-30,81-20,3-2,08	*0.00005*	*28964.8*
pl-150-100-40,6-0-20-2.04	*0.00055*	*22063.6*
pl-150-100,1-30,24-25,64-20,22-2,07	*0.0003*	*24051.24*
pl-150-100,05-30-0-20-2	*0.00058*	*20869.6*
pl-150-100,07-49,97-0-20,2-2,05	*0.00035*	*23503.74*

همانطور که واضح است، در تحلیل تجربی نیز، با افزایش نسبت طول به عرض، بار کمانش به نسبت بسیار زیادی کاهش می‌یابد. به عنوان مثال، با افزایش نسبت طول از ۱/۱ به ۲/۱ در نمونه‌های فاقد گشودگی، بار کمانش ۶۴٪ کاهش یافته است.

همچنین با بررسی نتایج، همانطور که انتظار میرفت، مشخص شد که قطعهٔ بدون سوراخ در صورت یکسان بودن نقص اولیه دارای بیشترین بار کمانش می‌باشد. در نسبت طول‌های ۱/۱ و ۲/۱ به دلیل اینکه نقص اولیهٔ نمونهٔ بدون سوراخ بیشتر است، حداکثر بار کمانش به جای نمونهٔ فاقد گشودگی متعلق به یکی از نمونه‌هایی است که در آنها سوراخ از مرکز صفحه در امتداد طولی جابجا شده است.

همچنین، در نتایج تجربی نیز، همانطور که در قسمت ۴-۱۰ حاصل شد، جابجا شدن گشودگی از مرکز ورق در امتداد طولی، هنگامی که این فاصله بیشتر از ۲۰٪ طول ورق باشد، تاثیر بسیار اندکی در کاهش بار کمانش دارد. جابجا شدن گشودگی از مرکز ورق در امتداد عرضی، به مقدار در نظر گرفته شده، تاثیر بسیار اندکی در کاهش بار کمانش دارد.

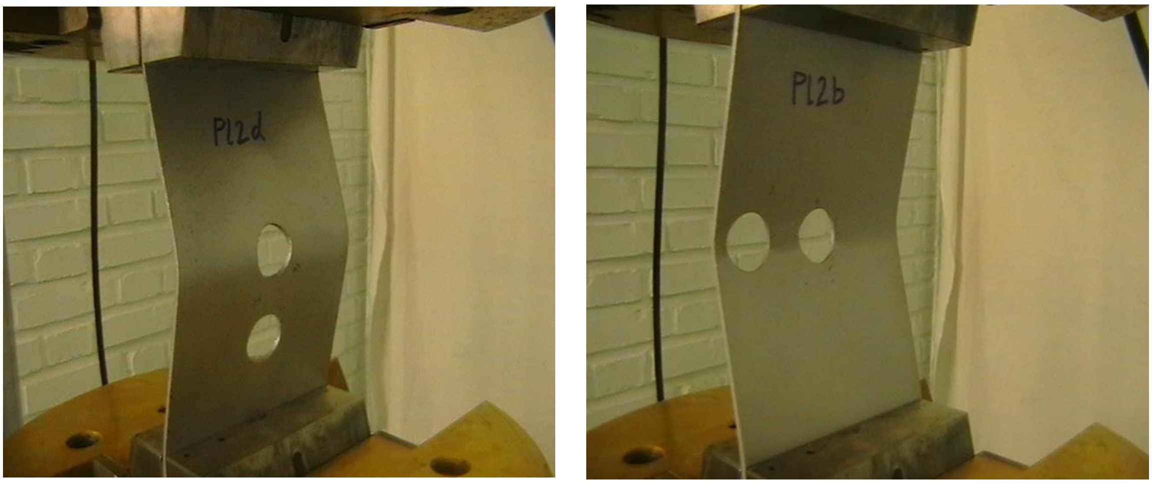
به عنوان مثال در نمونهٔ Pl-160-100-38.25-26.35-20.1-2 کـه فاصـلهٔ مرکـز گشـودگی از مرکز ورق در امتداد طولی ۳۸/۲۵میلی‌متر می‌باشد، اختلاف بـار کمـانش ایـن نمونـه بـا نمونـهٔ فاقـد گشودگی کمتر از ۰.۳٪ است. در حالی که این اختلاف بـین نمونـهٔ Pl-160-100.1-0-25.7-20.2-2.1 و نمونهٔ بدون سوراخ ۱۴٪ است، چرا که گشودگی در فاصلهٔ طولی موثر از مرکز صفحه واقع است.

در نمونه‌های با نسبت طول به عرض ۱/۵، تاثیر بسیار زیاد نقص اولیه به وضوح مشاهده می-شـــود، بـــه طوریکـــه نمونـــه‌هـــای pl-150-100-22,82-30,81-20,3-2,08 و pl-150-99.95-34,61-17,81,20,18-2,07 که در مقایسه با سایر نمونه‌ها دارای نقص اولیـه کمتـری هستند بیشترین مقادیر بار کمانش را به خود اختصاص داده‌اند و بار کمانش نمونه فاقد گشودگی، بـه دلیل زیاد بودن مقدار نقص اولیه، به مراتب کمتر از این نمونه‌ها می‌باشد. در نمونه‌هایی که نقص اولیه یکسانی دارند، می‌توان نمونه فاقد گشودگی را با نمونه pl-150-100,05-30-0-20-2 مقایسه کرد، کـه در این مورد نیز مشاهده می‌شود که وجود گشودگی، ۴٪ بار کمانش را کاهش داده است.

همچنین، مشاهده می‌شود در صورتی که گشودگی در فاصله طولی موثر از مرکز صفحه واقع نشود، جابجایی گشودگی در خارج از این محدوده نیز تاثیر چنـدانی در بـار کمـانش نخواهـد داشـت. کمترین بار کمانش نیز در این نسبت طول به عرض مربـوط بـه نمونـه pl-150-100-4,275-34,425-20,25-2,07 می‌باشد، چرا که هم گشودگی در فاصله طولی موثر از مرکز صفحه واقع شده است و هم دارای نقص اولیه نسبتا زیادی است.

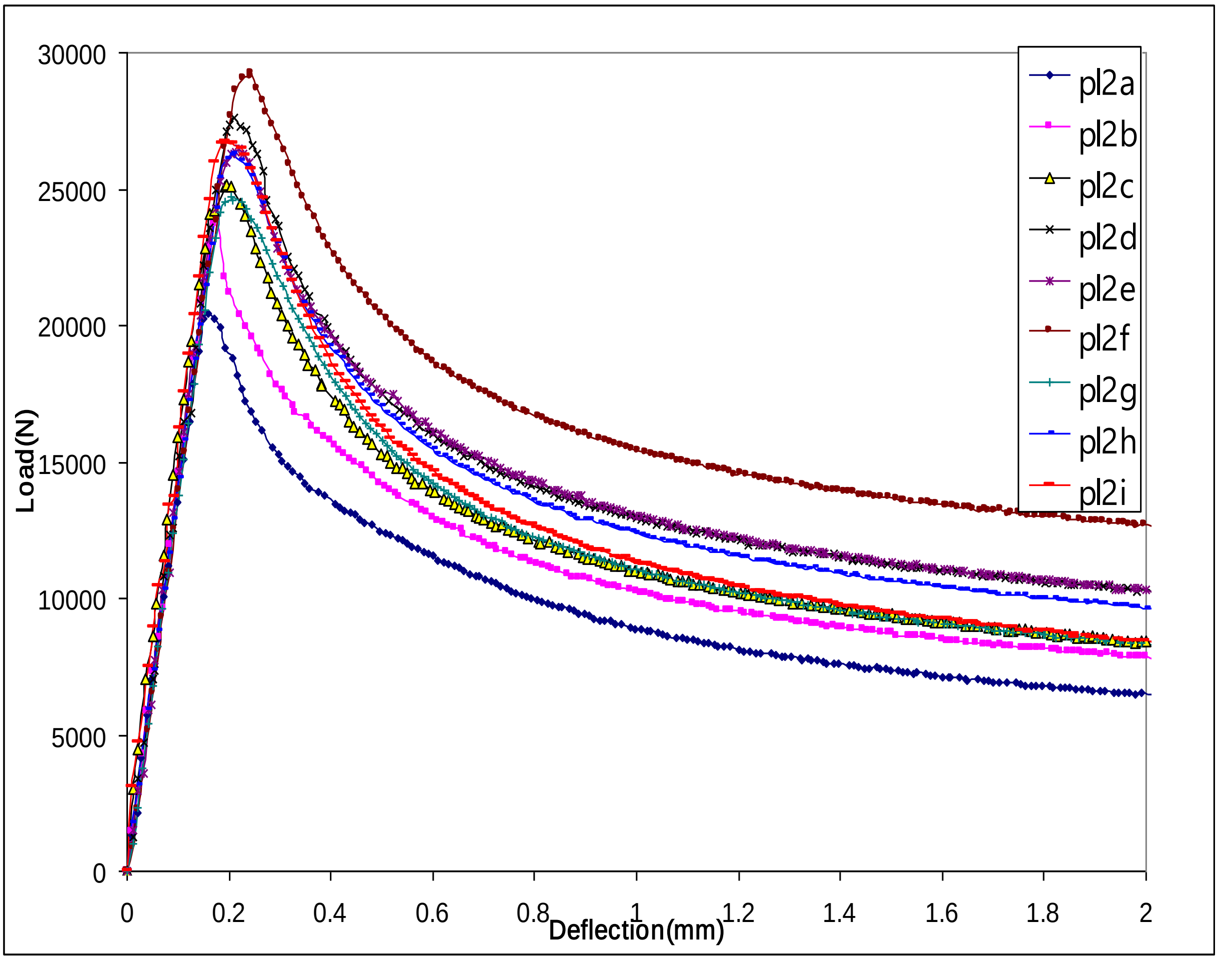
۵-۴-۲- نتایج تحلیل تجربی نمونه‌های دارای بیش از یک گشودگی دایروی

در شکل ۵-۱۴ فرم کمانش نمونه‌هایی با دو گشـودگی دایـروی آورده شـده اسـت. در شـکل ۵-۱۵ منحنی‌های بار– جابجایی حاصل از تست تجربی بـرای نمونـه‌هـای دارای دو گشـودگی دایـروی و در جدول ۵-۳ مقادیر بار بحرانی کمانش حاصل از تست تجربی این نمونه‌ها، به همراه نقص اولیه مربوط به هر نمونه، آورده شده است.



نمونه pl2d   نمونه pl2b

شکل ۵-۱۴ نمونه‌هایی دارای دو گشودگی دایروی در تست کمانش



شکل ۵-۱۵ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای دو گشودگی دایروی

جدول ۵-۳ نتایج تحلیل تجربی برای نمونه‌های دارای دو گشودگی دایروی

Specimen name	Imperfection (m)	$P_{cr}(exp)$ (N)
pl2a	*0.0002*	*20441*
pl2b	*0.00005*	*23929.34*
pl2c	*0.0001*	*25163.1*
pl2d	*0.00005*	*27581.2*
pl2e	*0.00005*	*26489.2*
pl2f	*0.00002*	*29214.4*
pl2g	*0.0001*	*24740.9*
pl2h	*0.00005*	*26285.7*
pl2i	*0.00015*	*26759*

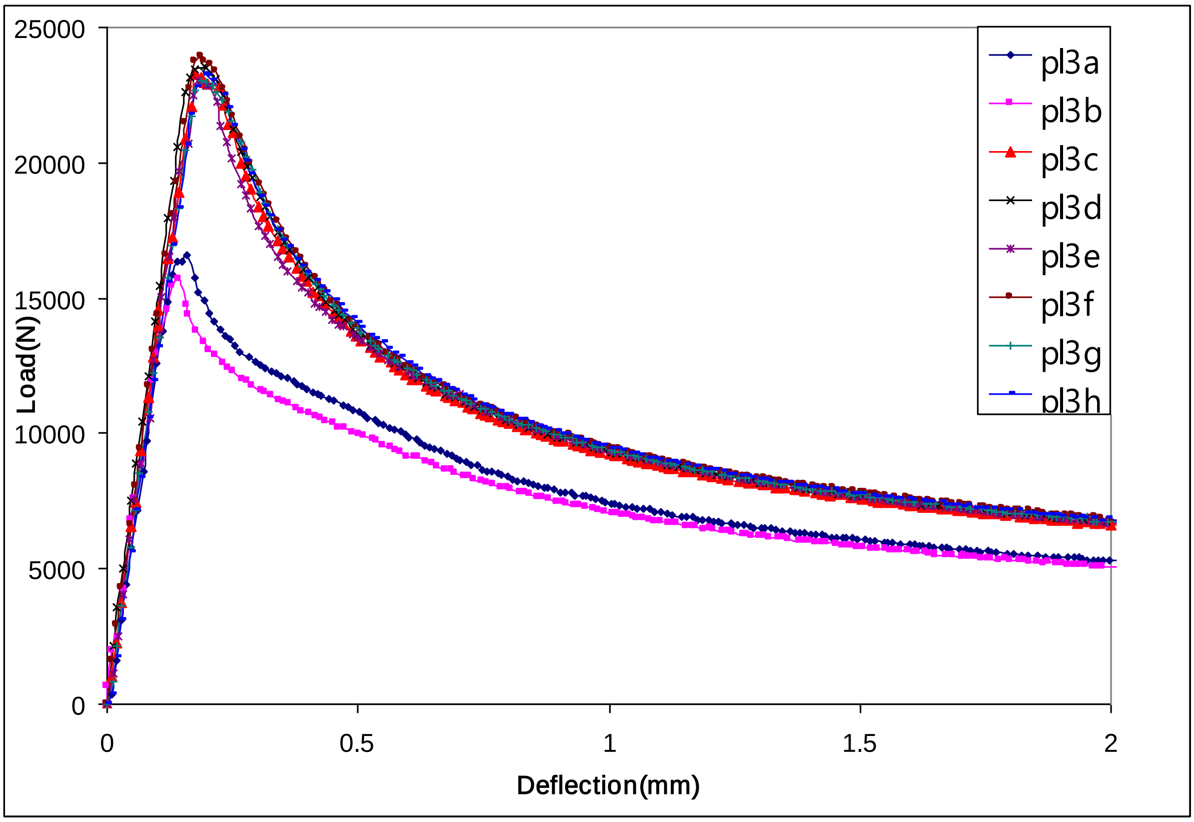
در این نمونه‌ها نیز همانند نمونه‌های دارای یک گشودگی، واقع شدن گشودگی‌ها در فاصله طولی موثر از مرکز صفحه، بار کمانش را کاهش داده است. به مانند نتیج تحلیل‌عددی، در مقایسه نمونه pl2c با نمونه pl-150-99.95-34.61-17.81-20.18-2,07 ،که دارای نقص اولیه یکسان می‌باشند، مشاهده می‌شود که در نمونه pl2c ، که گشودگی دوم خارج از فاصله طولی موثر از مرکز ورق واقع شده، بار کمانش حدود ۲۵۰۰N کاهش یافته است، که این کاهش فقط در اثر وجود یک گشودگی بیشتر در نمونه pl2c (گشودگی مرکزی) می‌باشد. با مقایسه مقادیر بار کمانش در نمونه‌های pl2a و pl2i که مقدار نقص اولیه مشابهی دارند، مشاهده می‌شود که در نمونه pl2i که هر دو گشودگی در خارج از فاصله طولی موثر از مرکز ورق واقع شده‌اند، بار کمانش نسبت به نمونه pl2a که در آن، هر دو گشودگی در داخل این محدوده قرار دارند، ۲۵٪ افزایش یافته است. در مقایسه نمونه‌های pl2c و pl2g که نقص اولیه یکسانی دارند، مشاهده می شود که وقتی فاصله گشودگی دوم، در هر دو نمونه، بیشتر از فاصله طولی موثر از مرکز صفحه است، بار کمانش برای هردو نمونه یکسان بوده و با جابجایی نمونه در امتداد عرضی صفحه، در نمونه pl2g ،تغییری در بار کمانش حاصل نشده است.

در شکل ۵-۱۶ فرم کمانش نمونه‌هایی با سه گشودگی دایروی، در شکل ۵-۱۶ منحنی‌های بار– جابجایی حاصل از تست تجربی برای نمونه‌های دارای سه گشودگی دایروی و در جدول ۵-۴

مقادیر بار بحرانی کمانش حاصل از تست تجربی این نمونه‌ها، به همراه نقص اولیه مربوط به هر نمونه، آورده شده است.

نمونه pl3f　　　نمونه pl3d　　　نمونه pl3a

شکل ۵-۱۵ نمونه‌هایی دارای سه گشودگی دایروی در تست کمانش



شکل ۵-۱۶ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای سه گشودگی دایروی

جدول ۵-۴ نتایج تحلیل تجربی برای نمونه‌های دارای سه گشودگی دایروی

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(exp) (N)
pl3a	*0.00015*	*16607.2*
pl3b	*0.00035*	*15689.7*
pl3c	*0.00025*	*23244.5*
pl3d	*0.0002*	*23595.2*
pl3e	*0.0002*	*23016.3*
pl3f	*0.00015*	*23949.5*
pl3g	*0.0002*	*23050.1*
pl3h	*0.00015*	*23293*

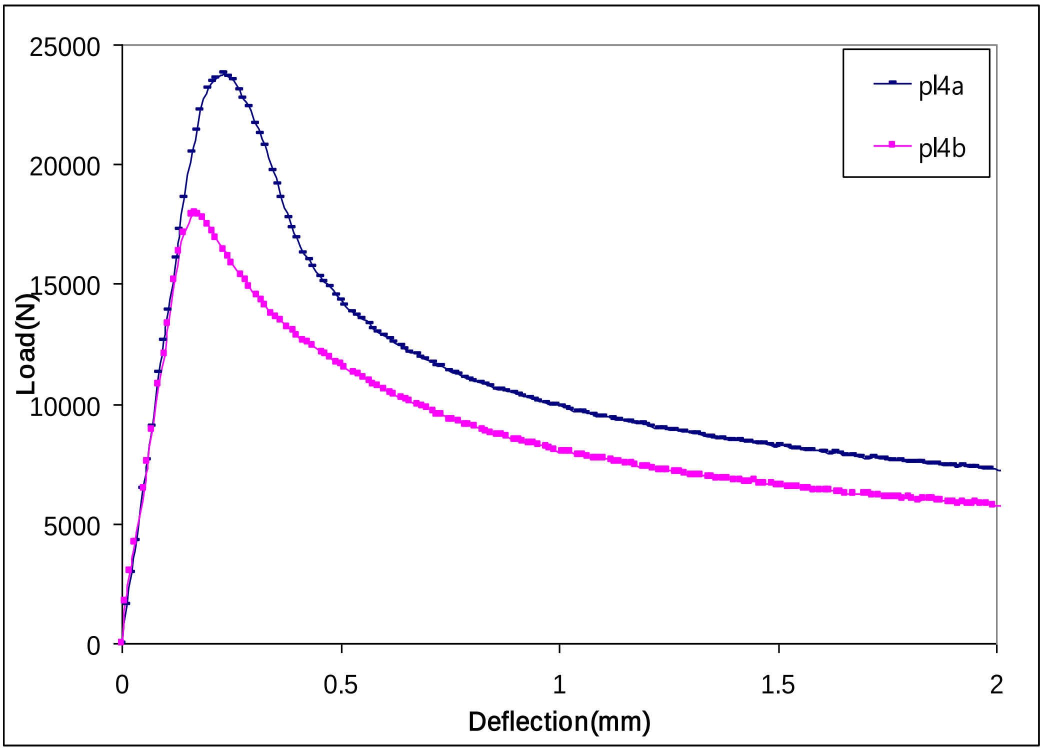
مشابه نتایج تحلیل عددی،در نتایج تجربی برای نمونه‌های دارای سه گشودگی دایروی نیز، قرار گرفتن گشودگیها در فاصله طولی موثر از مرکز صفحه، بار کمانش را به میزان قابل توجهی کاهش داده است، به طوریکه در نمونه pl3a و pl3b که هر سه گشودگی در آنها در این محدوده واقع شده، بار کمانش نسبت به سایر نمونه‌ها در حدود ۳۰٪ کاهش یافته است. در مقایسه نمونه‌های pl3f و pl3h با نمونه pl3a که هر سه نمونه دارای نقص اولیه یکسانی می‌باشند، مشاهده می‌شود که در نمونه‌های pl3f و pl3h که در آنها دو گشودگی خارج از فاصله طولی موثر از مرکز صفحه واقع شده‌اند، بار کمانش نسبت به نمونه pl3a، که در آن هر سه گشودگی در این محدوده واقع شده، حدود ۳۰ ٪ بیشتر است.

در شکل ۵-۱۷ فرم کمانش نمونه‌های با چهار گشودگی دایروی و در شکل ۵-۱۸، منحنی-های بار–جابجایی حاصل از تست تجربی این نمونه‌ها مشاهده می‌شوند. شکل ۵-۱۹، فرم کمانش نمونه‌هایی با پنج گشودگی دایروی و شکل ۵-۲۰، منحنی‌های بار-جابجایی حاصل از تست تجربی نمونه‌های دارای پنج گشودگی دایروی را نشان می‌دهند. شکل ۵-۲۱ فرم کمانش نمونه pl8 و شکل ۵-۲۲ منحنی بار-جابجایی حاصل از تست تجربی برای نمونه pl8 را نشان می‌دهد. مقادیر بار بحرانی

کمانش حاصل از تست تجربی نمونه‌های دارای چهار، پنج و هشت گشودگی دایروی، به همـراه نقـص اولیه مربوط به هر نمونه، در جدول ۵-۵ آورده شده است.

نمونه pl4a **نمونه pl4b**

شکل ۵-۱۷ نمونه‌های دارای چهار گشودگی دایروی در تست کمانش

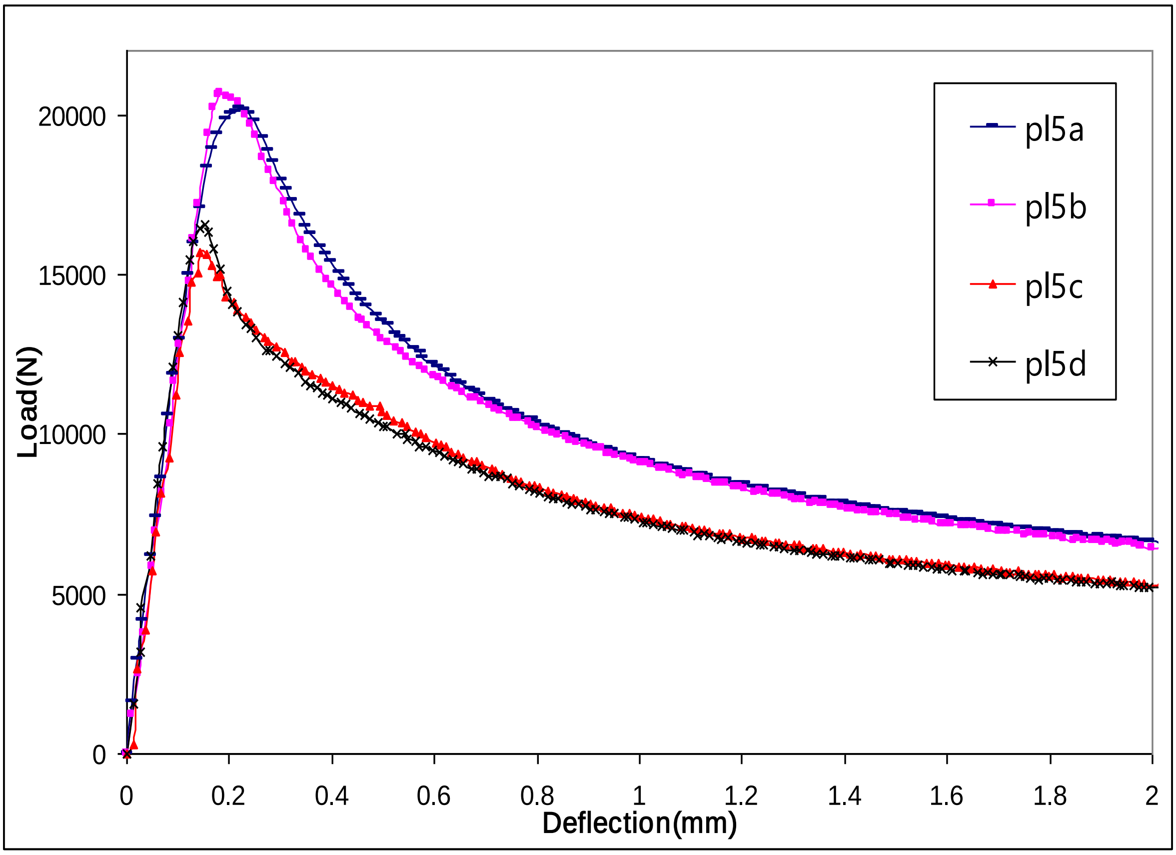


شکل ۵-۱۸ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای چهار گشودگی دایروی

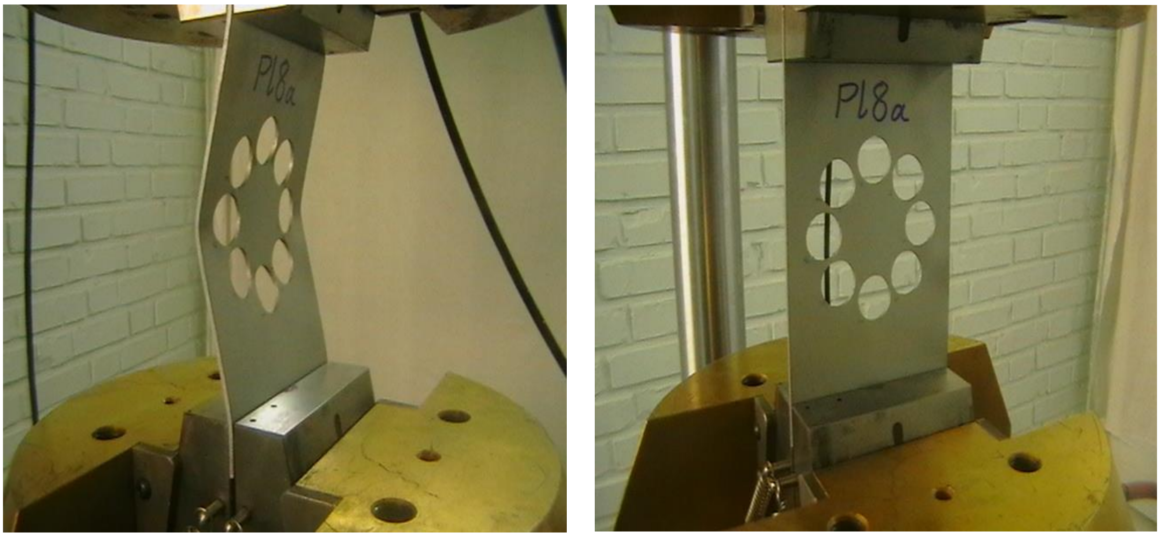
نمونه pl4a

نمونه pl5d

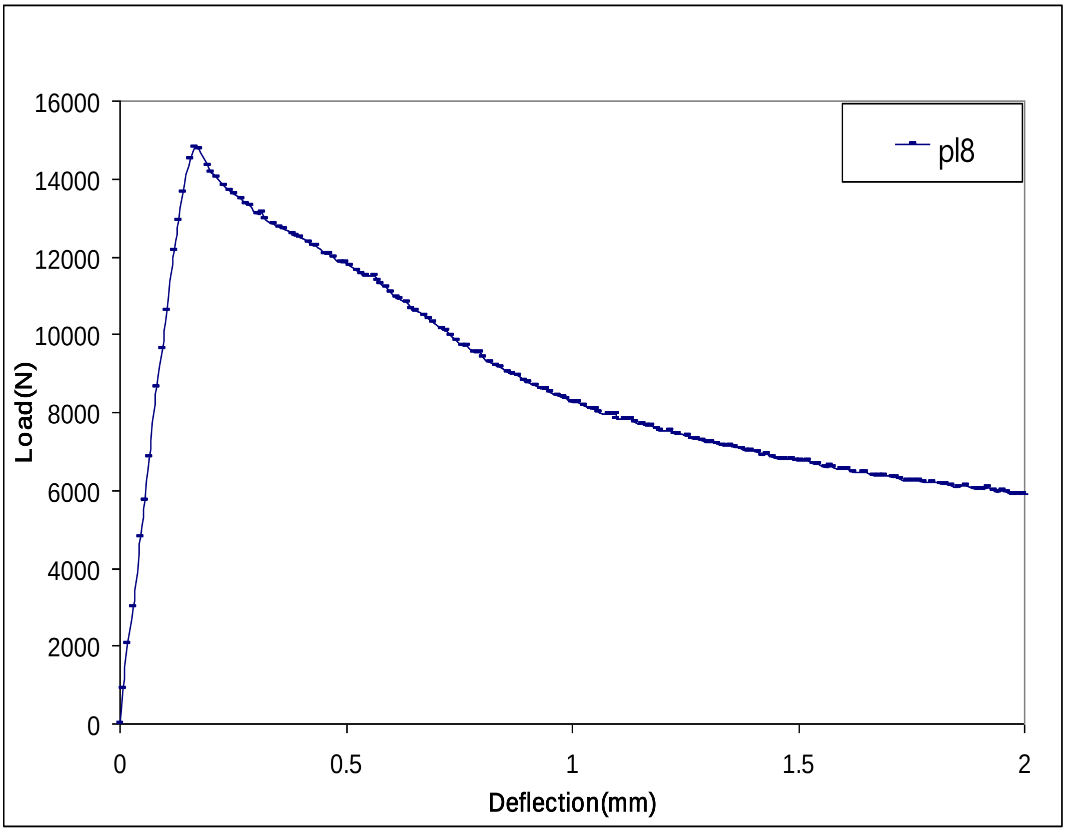
شکل ۵-۱۹ نمونه‌هایی دارای پنج گشودگی دایروی در تست کمانش



شکل ۵-۲۰ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای پنج گشودگی دایروی



شکل ۵-۲۱ مد کمانش نمونهٔ pl8



شکل ۵-۲۲ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای هشت گشودگی دایروی

جدول ۵-۵ نتایج تحلیل تجربی برای نمونه‌های دارای چهار، پنج و هشت گشودگی دایروی

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(exp) (N)
pl4a	*0.0003*	*23795.4*
pl4b	*0.0004*	*18009.3*
pl5a	*0.00045*	*20195.1*
pl5b	*0.00035*	*20693.3*
pl5c	*0.00025*	*15688.9*
pl5d	*0.00025*	*16578*
pl8	*0.0003*	*14817*

در نمونه pl4b که دو گودگی از چهار گشودگی، در فاصله طولی موثر از مرکز صفحه واقع شده‌اند، بار کمانش تجربی نسبت به نمونه pl4a، که در آن هیچکدام از گشودگی‌ها در این محدوده قرار ندارند، ۲۵ ٪ کاهش یافته است. وجود یک گشودگی مرکزی در نمونه pl5a، بار کمانش این نمونه را نسبت به نمونه pl4a حدود ۴۰۰۰N کاهش داده است. نمونه pl5c نیز مشابه نمونه pl4b است، با این تفاوت که یک گشودگی مرکزی در این نمونه اضافه شده است، و به دلیل وجود همین گشودگی مرکزی، بار کمانش این نمونه نسبت به نمونه pl4b حدود ۳۰۰۰N کاهش یافته، که اگر نقص اولیه نمونه pl5c هم به مانند نمونه pl4b بود، حتما این تفاوت در مقدار بار کمانش بیشتر می‌شد. در نمونه pl5d فاصله گشودگیها از مرکز صفحه نسبت به نمونه pl5c بیشتر شده است، و به دلیل اینکه دو گشودگی که در نمونه pl5c اندکی در ناحیه موثر واقع شده بودند، در نمونه pl5d کاملا به خارج از این محدوده انتقال یافته‌اند، بنابراین مقدار بار کمانش در این نمونه نسبت به نمونه pl5c اندکی افزایش یافته است. نمونه pl8 هم با توجه به تعداد گشودگی‌ها، کمترین مقدار بار کمانش را در بین تمام نمونه‌های با نسبت طول به عرض ۱/۵ را به خود اختصاص داده است.

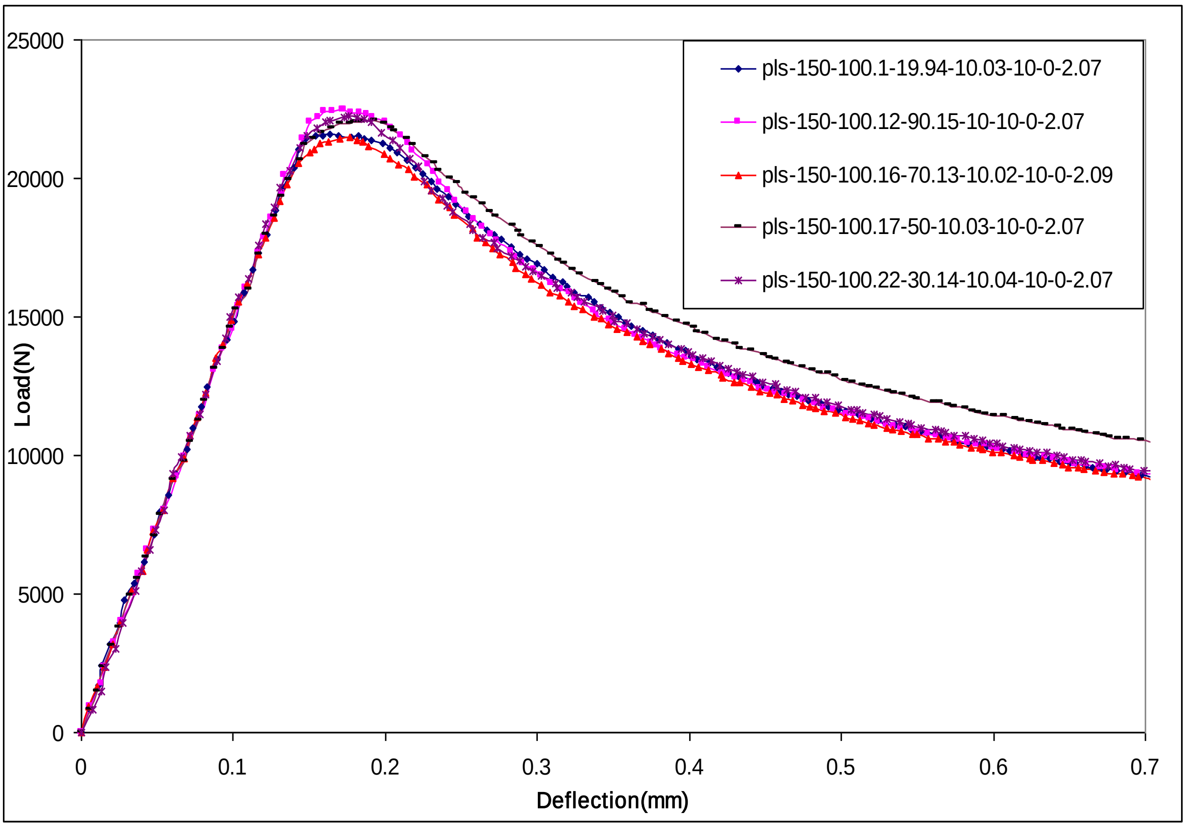
۵-۴-۳- نتایج تحلیل تجربی نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل

در شکلهای ۵-۲۳ تا ۵-۲۹ شکل‌ها، و نمودارهای بار-جابجایی، و در جداول ۵-۶ تا ۵-۱۰، بار کمانش حاصل از تست تجربی و مقدار نقص اولیه، به ترتیب برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل دارای θ برابر با ۰، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۹۰ درجه، آورده شده است.

نمونه pls-150-100.12-90.15-10-10-0-2.07

نمونه pls-150-100.22-30.14-10.04-10-0-2.07

شکل ۵-۲۳ مد کمانش نمونه‌هایی دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۰ درجه

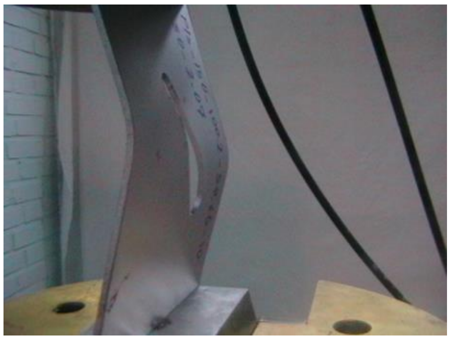


شکل ۵-۲۴ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۰ درجه

جدول ۵-۶ نتایج تحلیل تجربی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۰ درجه

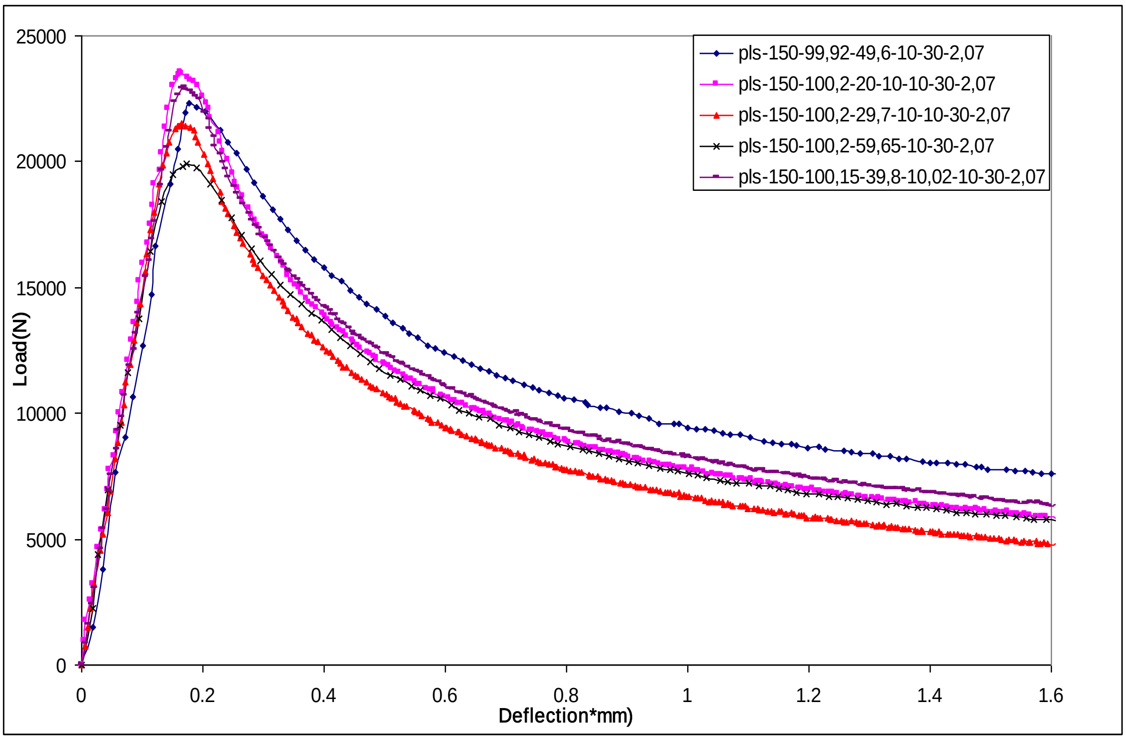
Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(exp) (N)
pls-150-100.1-19.94-10.03-10-0-2.07	*0.0005*	*21604.76*
pls-150-100.12-90.15-10-10-0-2.07	*0.00035*	*22495.04*
pls-150-100.16-70.13-10.02-10-0-2.09	*0.00045*	*21467.37*
pls-150-100.17-50-10.03-10-0-2.07	*0.0004*	*22083.04*
pls-150-100.22-30.14-10.04-10-0-2.07	*0.00042*	*22249.17*

نمونه pls-150-99,92-49,6-10-30-2,07



نمونه pls-150-100,2-59,65-10-30-2,07

شکل ۵-۲۵ مد کمانش نمونه‌هایی دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۳۰ درجه



شکل ۵-۲۶ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۳۰ درجه

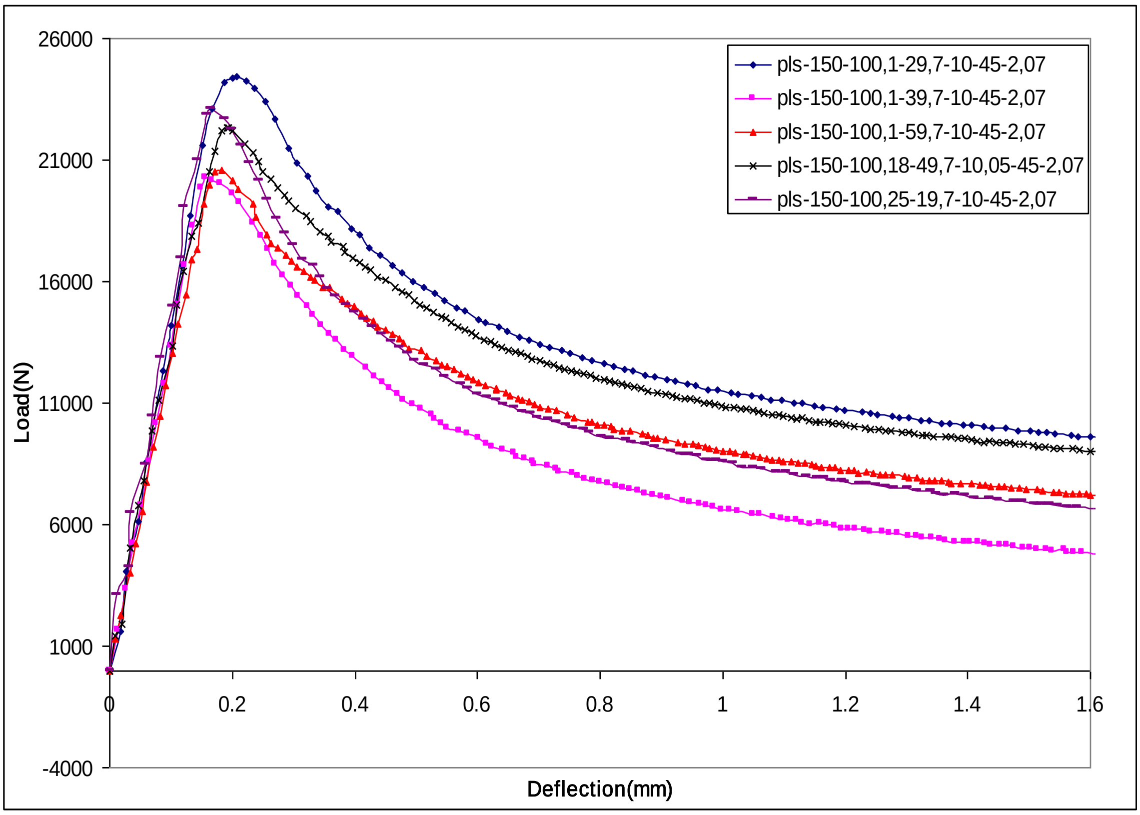
جدول ۵-۷ نتایج تحلیل تجربی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۳۰ درجه

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(exp) (N)
pls-150-99,92-49,6-10-30-2,07	*0.0003*	*22308.6*
pls-150-100,2-20-10-10-30-2,07	*0.0003*	*23536.93*
pls-150-100,2-29,7-10-10-30-2,07	*0.00043*	*21542.65*
pls-150-100,2-59,65-10-30-2,07	*0.0005*	*19903.56*
pls-150-100,15-39,8-10,02-10-30-2,07	*0.00025*	*22961.96*

نمونه pls-150-100,1-39,7-10-45-2,07

نمونه pls-150-100,18-49,7-10,05-45-2,07

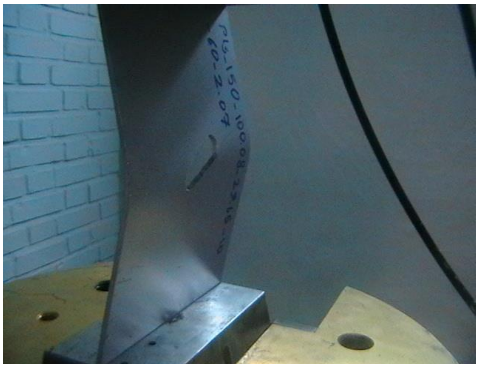
شکل ۵-۲۷ مد کمانش نمونه‌هایی دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۴۵ درجه



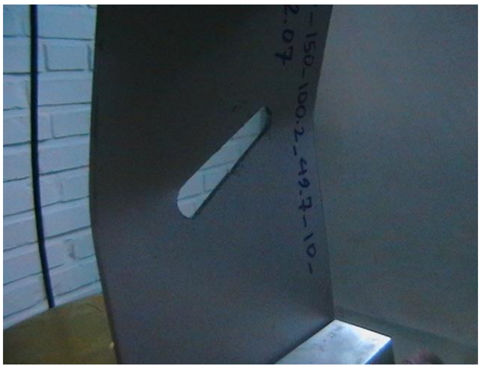
شکل ۵-۲۸ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۴۵ درجه

جدول ۴-۹ نتایج تحلیل تجربی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۴۵ درجه

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(exp) (N)
pls-150-100,1-29,7-10-45-2,07	*0.00015*	*24409.77*
pls-150-100,1-39,7-10-45-2,07	*0.00035*	*20306.26*
pls-150-100,1-59,7-10-45-2,07	*0.00025*	*20583.13*
pls-150-100,18-49,7-10,05-45-2,07	*0.00015*	*22331.68*
pls-150-100,25-19,7-10-45-2,07	*0.0003*	*23127.08*

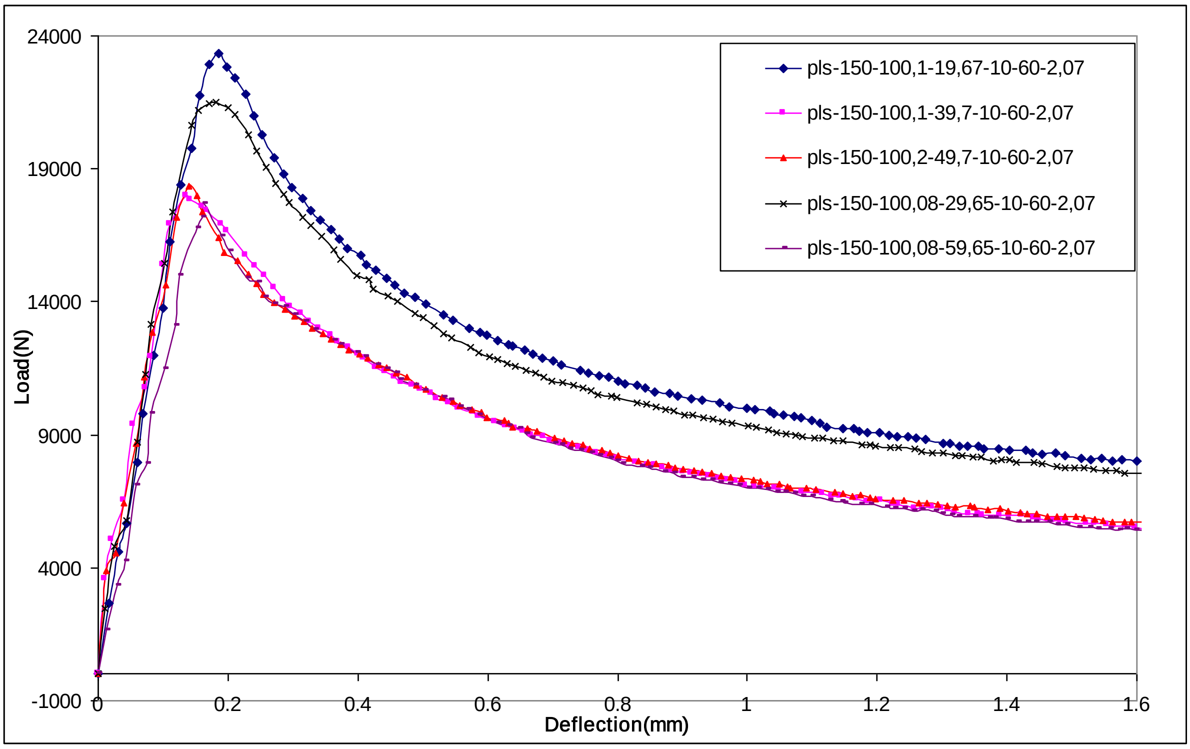


نمونه pls-150-100,08-29,65-10-60-2,07



نمونه pls-150-100,2-49,7-10-60-2,07

شکل ۵-۲۹ مد کمانش نمونه‌هایی دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۶۰ درجه



شکل ۵-۳۰ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۶۰ درجه

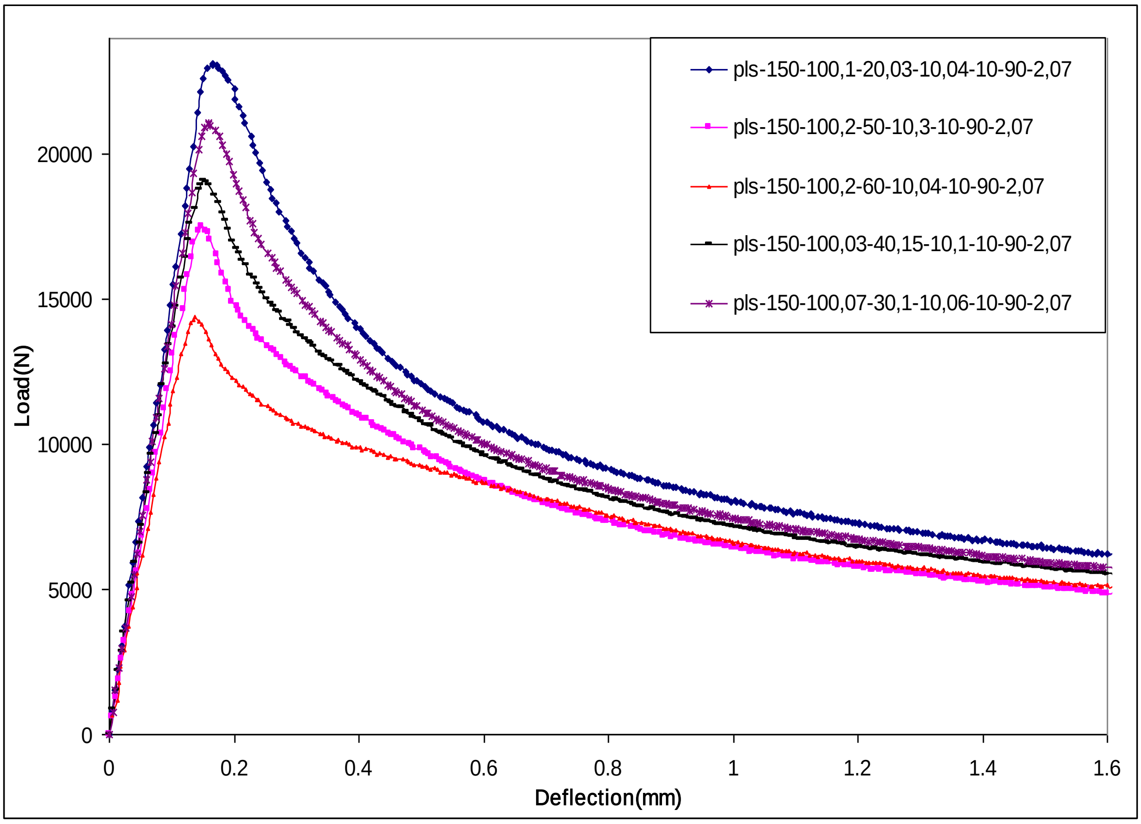
جدول ۵-۹ نتایج تحلیل تجربی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۶۰ درجه

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(exp) (N)
pls-150-100,1-19,67-10-60-2,07	*0.0003*	*23320.16*
pls-150-100,1-39,7-10-60-2,07	*0.00055*	*17996.4*
pls-150-100,2-49,7-10-60-2,07	*0.0004*	*18347.03*
pls-150-100,08-29,65-10-60-2,07	*0.00035*	*21523.59*
pls-150-100,08-59,65-10-60-2,07	*0.0003*	*17683.4*

نمونه pls-150-100,2-50-10,3-10-90-2,07

نمونه pls-150-100,03-40,15-10,1-10-90-2,07

شکل ۵-۳۱ مد کمانش نمونه‌هایی دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۹۰ درجه



شکل ۵-۳۲ نمودار بار-جابجایی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۹۰ درجه

جدول ۵-۱۰ نتایج تحلیل تجربی برای نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر ۹۰ درجه

Specimen name	Imperfection (m)	P_{cr}(exp) (N)
pls-150-100,1-20,03-10,04-10-90-2,07	*0.00025*	*23126.91*
pls-150-100,2-50-10,3-10-90-2,07	*0.00025*	*17496.85*
pls-150-100,2-60-10,04-10-90-2,07	*0.00038*	*14401.54*
pls-150-100,03-40,15-10,1-10-90-2,07	*0.0003*	*19081.13*
pls-150-100,07-30,1-10,06-10-90-2,07	*0.0003*	*21082.67*

همانطور که واضح است، در تست‌های تجربی نیز، بار بحرانی کمانش با بیشتر شدن مساحت گشودگی کاهش می‌یابد. با مقایسه نمونه‌های pls-150-100.22-30.14-10.04-10-0-2.07 ، pls-150-100.17-50-10.03-10-0-2.07 و pls-150-100.16-70.13-10.02-10-0-2.09 که دارای نقص اولیه تقریبا یکسانی هستند ملاحظه می‌شود که با افزایش طول شیار یعنی با افزایش مساحت گشودگی بار کمانش کاهش یافته است. نمونه pls-150-100.12-90.15-10-10-0-2.07 بدلیل داشتن نقص اولیه کمتر نسبت به سایر نمونه‌های با θ برابر با ۰ درجه، بیشترین بار کمانش را در این دسته به خود اختصاص داده است.

در نمونه‌های با θ برابر با ۳۰ درجه، با مقایسه pls-150-100,2-20-10-10-30-2,07 و pls-150-99,92-49,6-10-30-2,07 که دارای نقص اولیه یکسانی می‌باشند، مشاهده می‌شود که با افزایش طول شیار بار کمانش در نمونه pls-150-99,92-49,6-10-30-2,07، ۵٪ نسبت به نمونه pls-150-100,2-20-10-10-30-2,07 کاهش یافته است. نمونه pls-150-100,15-39,8-10,02-10-30-2,07 بدلیل داشتن کمترین مقدار نقص اولیه در بین نمونه-های با θ برابر با ۳۰ درجه، دارای بیشترین مقدار بار کمانش بوده، و نمونه pls-150-100,2-59,65-10-30-2,07 نیز به دلیل داشتن بیشترین طول شیار و نیز بیشترین مقدار نقص اولیه، دارای کمترین بار کمانش می‌باشد. در نمونه‌های با θ برابر با ۴۵ درجه، با مقایسه نمونه-های pls-150-100,1-29,7-10-45-2,07 و pls-150-100,18-49,7-10,05-45-2,07 مشاهده می‌شود که بار کمانش در نمونه pls-150-100,18-49,7-10,05-45-2,07، ۹٪ نسبت به نمونه pls-150-100,1-29,7-10-45-2,07 کاهش یافته است.

در نمونه‌های با θ برابر با ۶۰ درجه، بار کمانش از نمونه pls-150-100,1-19,67-10-60-2,07 تا نمونه pls-150-100,08-59,65-10-60-2,07، یعنی از نمونه دارای کمترین طول شیار تا نمونه دارای بیشترین طول شیار، ۲۴٪ کاهش یافته است. در نمونه‌های با θ برابر با ۹۰ درجه، تاثیر تغییر طول شیار در مقدار بار کمانش، بیشتر از نمونه‌های با θ کمتر است، چراکه در این حالت شیار کاملا در امتداد عرضی صفحه واقع شده و در نتیجه تصویر شیار در امتداد عرضی صفحه در مقایسه با نمونه-های با θهای کمتر، دارای بیشترین مقدار است(در این حالت طول تصویر شیار بر امتداد عرضی ورق، برابر با طول خود شیار است). به طوریکه مشاهده می‌شود، بار کمانش در نمونه pls-150-100,1-20,03-10,04-10-90-2,07، ۲۴٪ نسبت به نمونه pls-150-100,2-50-10,3-10-90-2,07، که هر دوی این نمونه‌ها دارای مقدار نقص اولیه یکسانی هستند، افزایش یافته است. در نمونه pls-150-100,03-40,15-10,1-10-90-2,07 نیز، بار کمانش ۹٪ نسبت به نمونه pls-150-100,07-30,1-10,06-10-90-2,07، کاهش یافته است.

نکته‌ای که می‌توان بدان اشاره کرد، این است که در حالتی که θ برابر با ۰ درجه می‌باشد، کاهش یا افزایش طول شیار تاثیر چشمگیری در مقدار بار کمانش ندارد، چرا که در این حالت با تغییر طول شیار، هیچ تغییری در تصویر گشودگی در امتداد عرضی ورق رخ نمی‌دهد، و با بررسی نتایج در θهای دیگر، مشخص شد که هرچه اندازه تصویر گشودگی در امتداد عرضی ورق افزایش پیدا می‌کند، بار کمانش کاهش می‌یابد. با بررسی نتایج، مشاهده می‌شود که با افزایش طول شیار، بار کمانش در نمونه‌های دارای θ یکسان، افزایش پیدا میکند، و همچنین افزایش طول شیار، در کاهش بار کمانش، در حالت θ برابر ۹۰ درجه، بیشترین تاثیر را دارد. با افزایش زاویه θ از ۰ تا ۹۰ درجه، در طول شیار یکسان ، بار کمانش کاهش پیدا می‌کند، و همچنین تاثیر تغییر θ در نمونه‌های دارای طول شیار بزرگتر بیشتر می‌شود.

بار تسلیم برای فولاد مورد استفاده در تحلیل را می‌توان به سادگی با ضرب تنش تسلیم ماده که از تست کشش معلوم می‌باشد در سطح مقطع ورق بدست آورد. این بار برابر با72 KN می‌باشد. با توجه به اینکه در تمامی نمونه‌ها بار کمانش از این مقدار بسیار کوچکتر می‌باشد کاملا واضح است که در تمامی نمونه‌ها کمانش در حالت الاستیک رخ داده است.

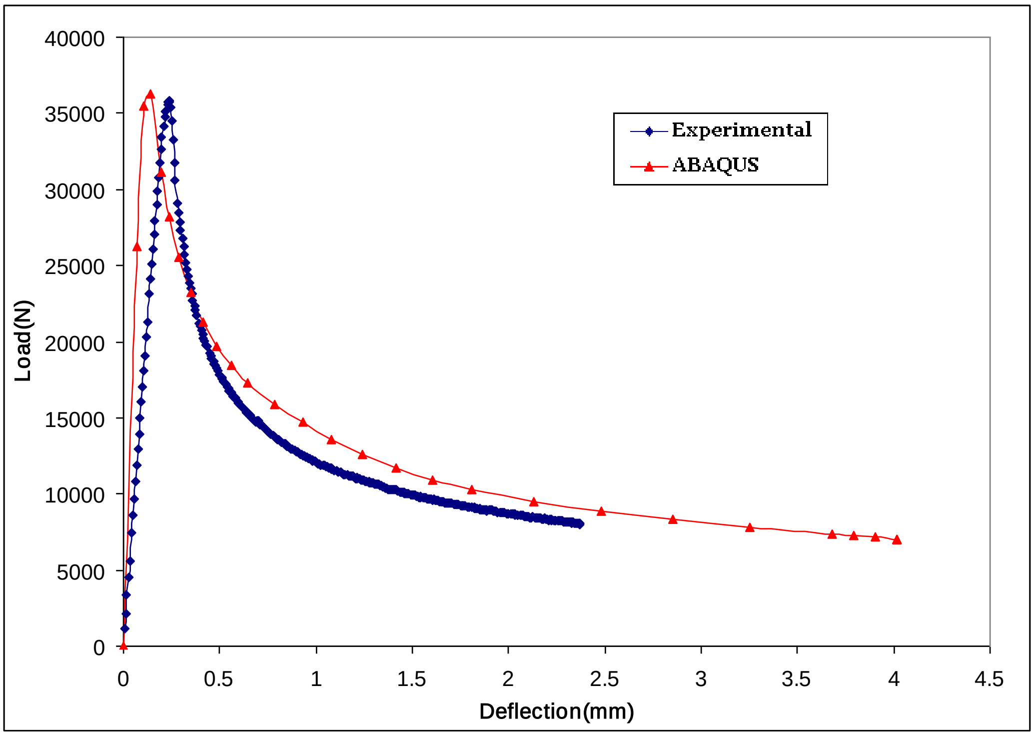
فصل ششم

بحث و نتیجه‌گیری

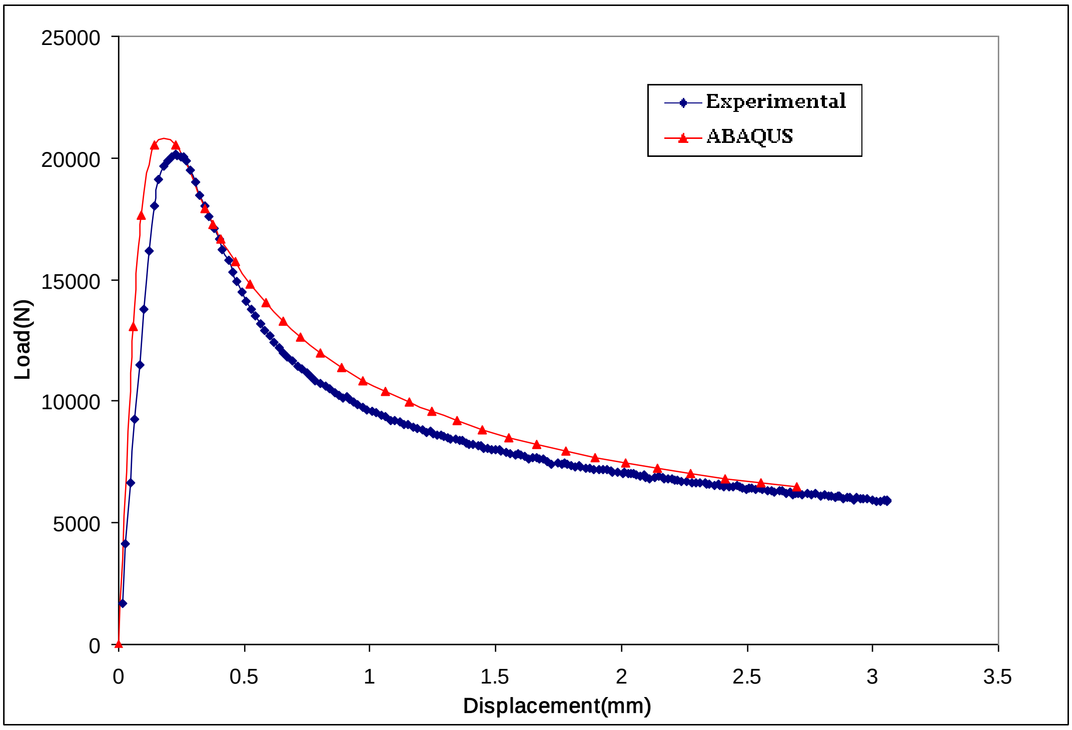
در این فصل نتایج تجربی بدست آمده در فصل ۵ و نتایج تحلیل المان محدود در فصل ۴ با هم مقایسه می‌شوند. نمودارهای بار-جابجایی و مد کمانش تجربی و عددی تعدادی از نمونه‌ها با هم مقایسه شده است. همچنین برای تمامی نمونه‌ها، مقدار بار کمانش بدست آمده از طریق تجربی و عددی، به همراه درصد اختلاف بین این مقادیر، در نمودارها آورده شده‌اند. در انتهای فصل نیز رابطه-ای بر حسب نتایج تجربی برای محاسبه بار کمانش ورق‌های دارای گشودگی شیاری شکل پیشنهاد شده است.

۶-۱- مقایسهٔ نتایج

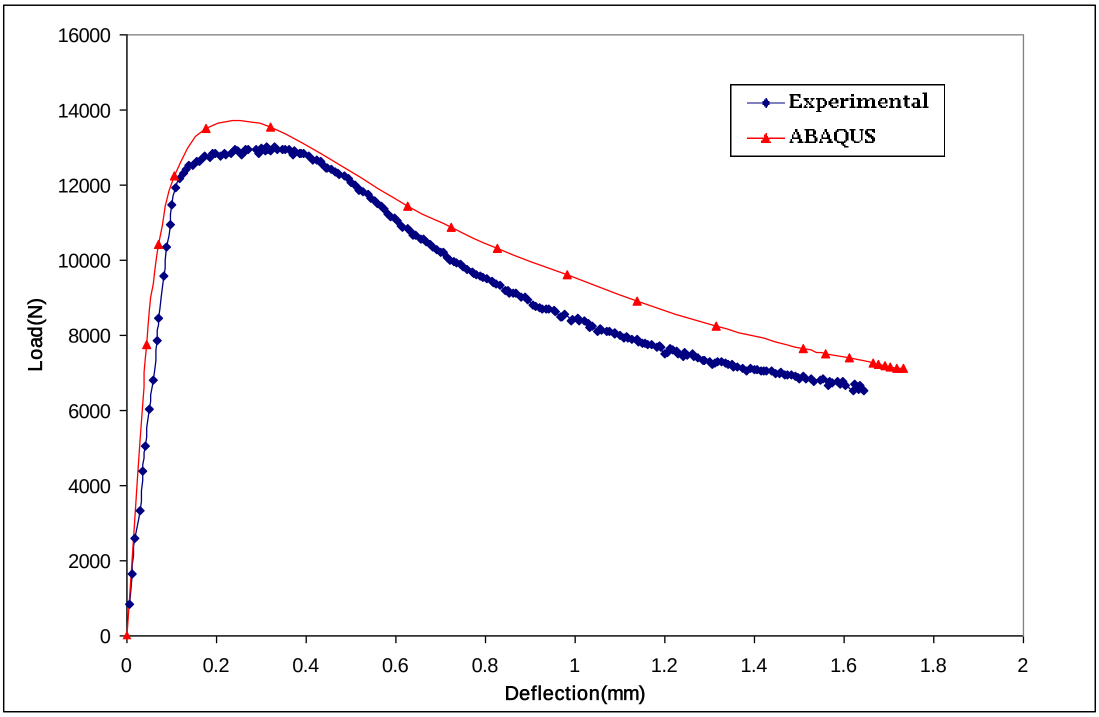
در شکل‌های ۶-۱ تا ۶-۱۴، منحنی بار-جابجایی حاصل از تحلیل المان محدود به همراه نتایج تست-های تجربی برای تعدادی از نمونه‌ها آورده شده است. در شکل‌های ۶-۱۵ تا ۶-۲۰ مد کمانش تجربی چند نمونه، جهت مقایسه، در کنار فرم کمانش یافته حاصل از تحلیل عددی نمونه با نرم‌افزار ABAQUS مشاهده می‌شوند، و بالاخره در شکل‌های ۶-۲۱ تا ۶-۴۴ مقدار بار کمانش بدست آمده از طریق تجربی و عددی، به همراه درصد اختلاف بین این مقادیر برای تمامی نمونه‌ها آورده شده‌اند.



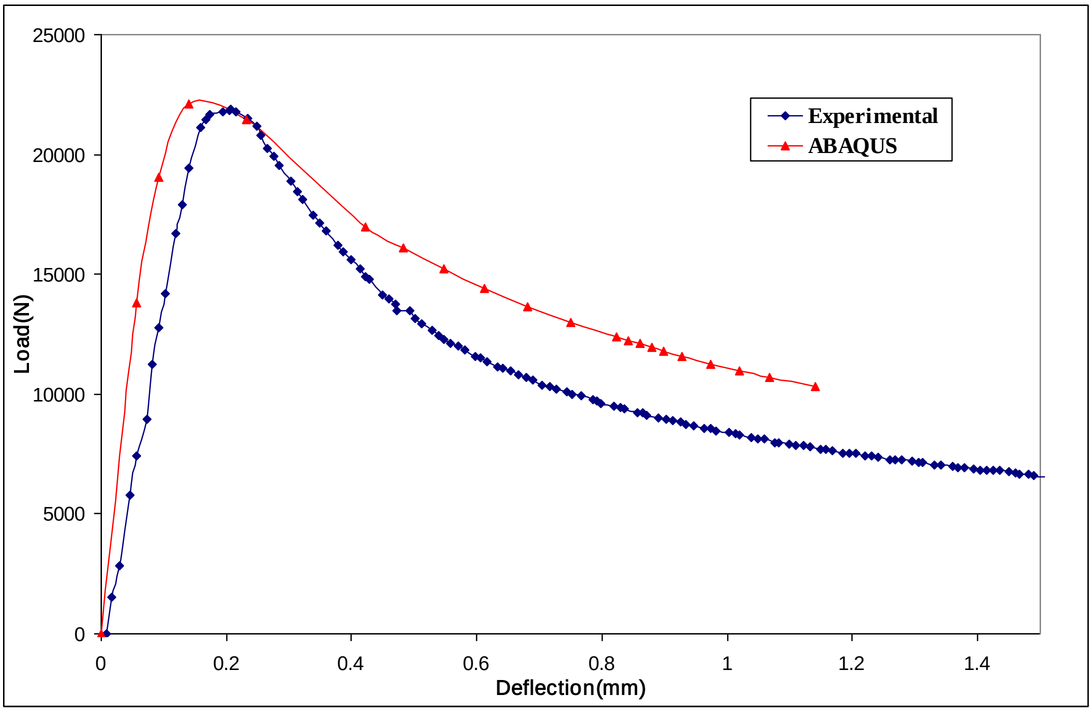
شکل ۶-۱ نمودار بار-جابجایی نمونهٔ Pl-110-100.4-0-0-0-2.2



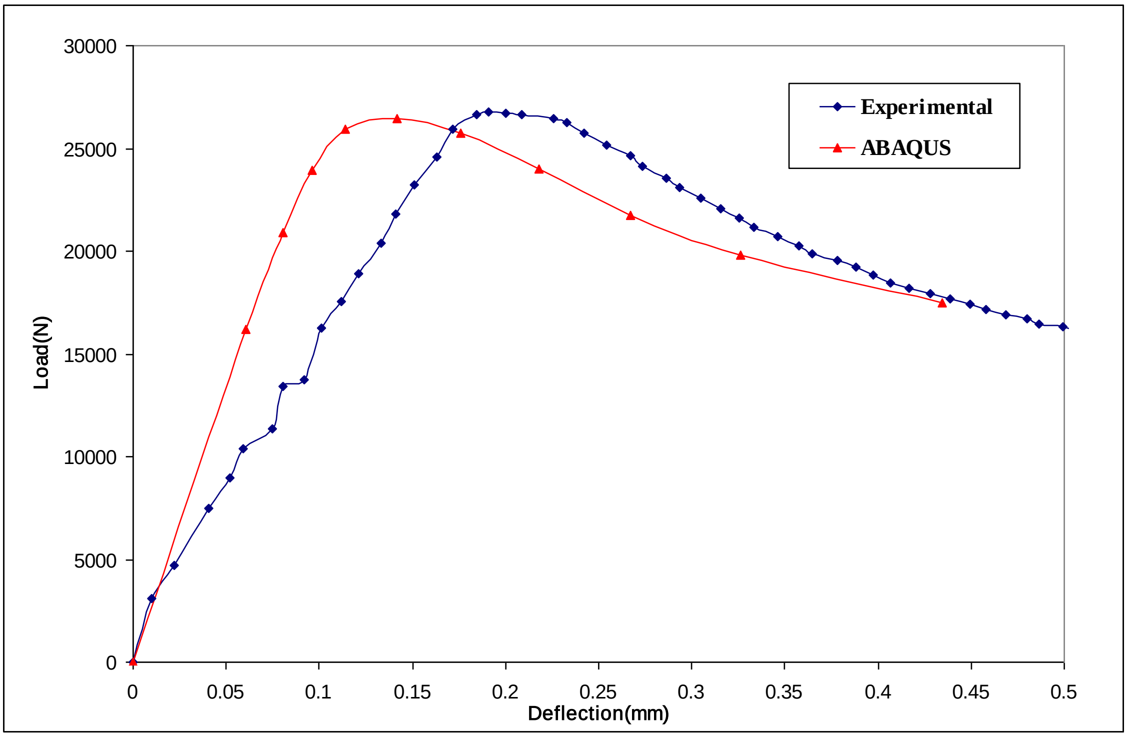
شکل ۶-۲ نمودار بار-جابجایی نمونهٔ Pl-160-100.2-28.8-0-20.2-2



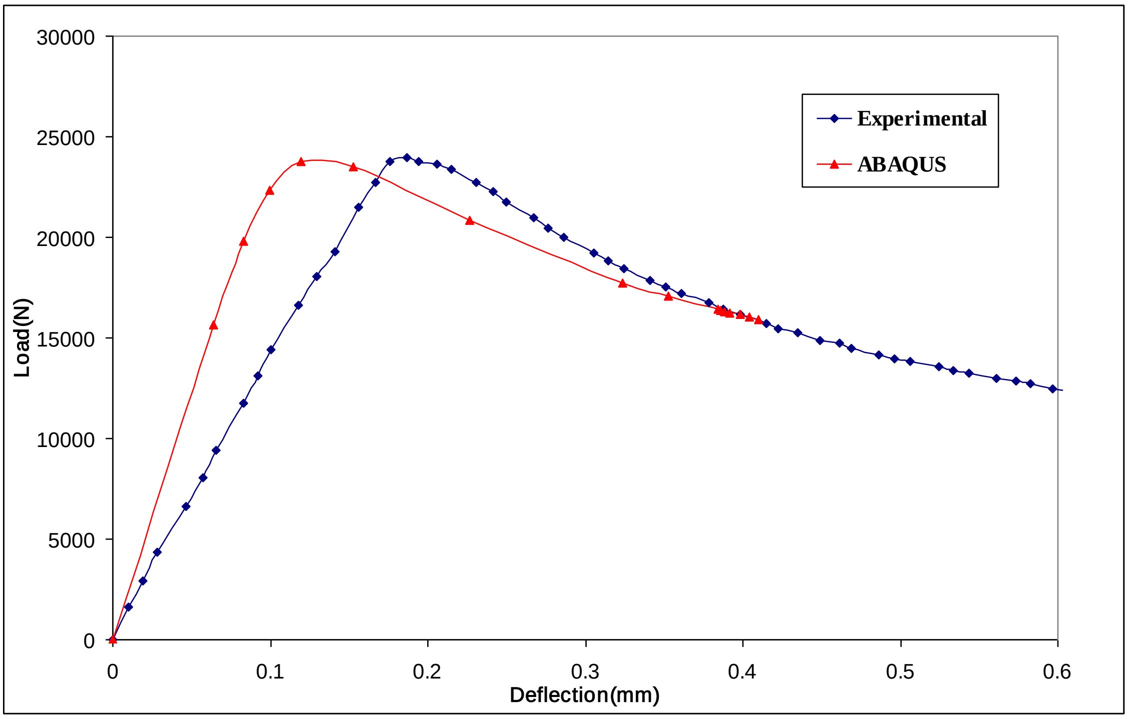
شکل ۶–۳ نمودار بار–جابجایی نمونهٔ Pl-210-100-49.6-26.3-20.2-2.1



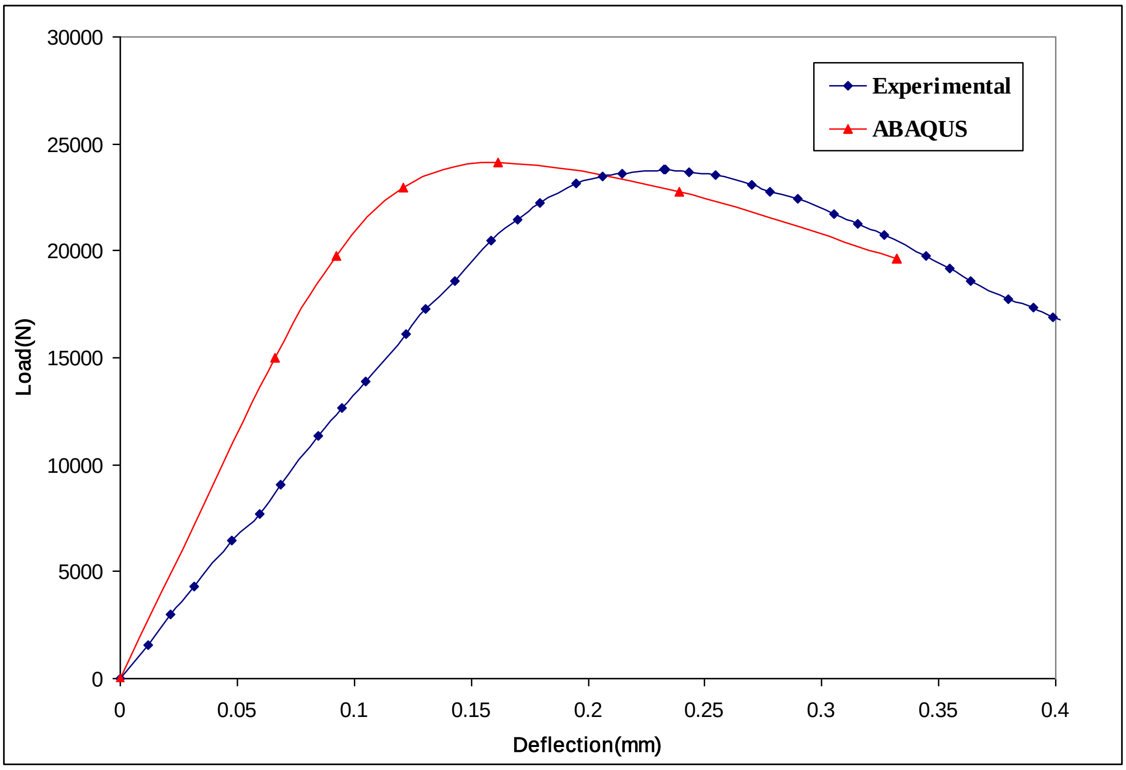
شکل ۶–۴ نمودار بار–جابجایی نمونهٔ pl-150-99,8-0-0-0-2,07



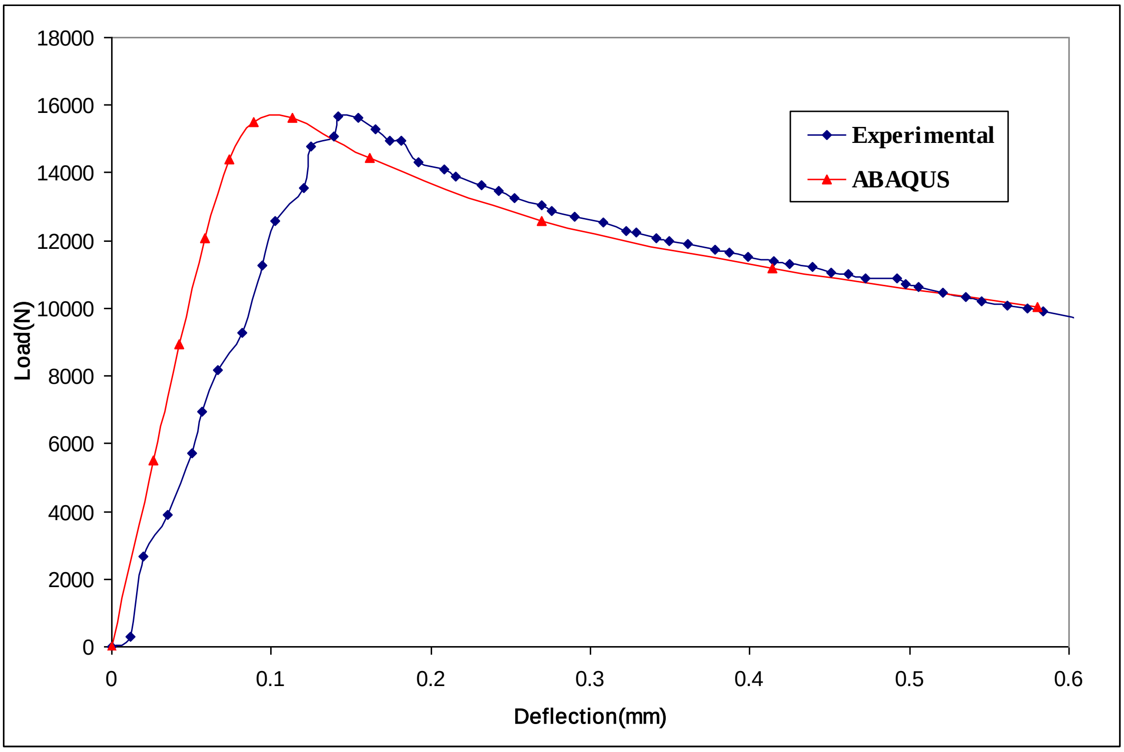
شکل ۶-۵ نمودار بار-جابجایی نمونهٔ pl2i



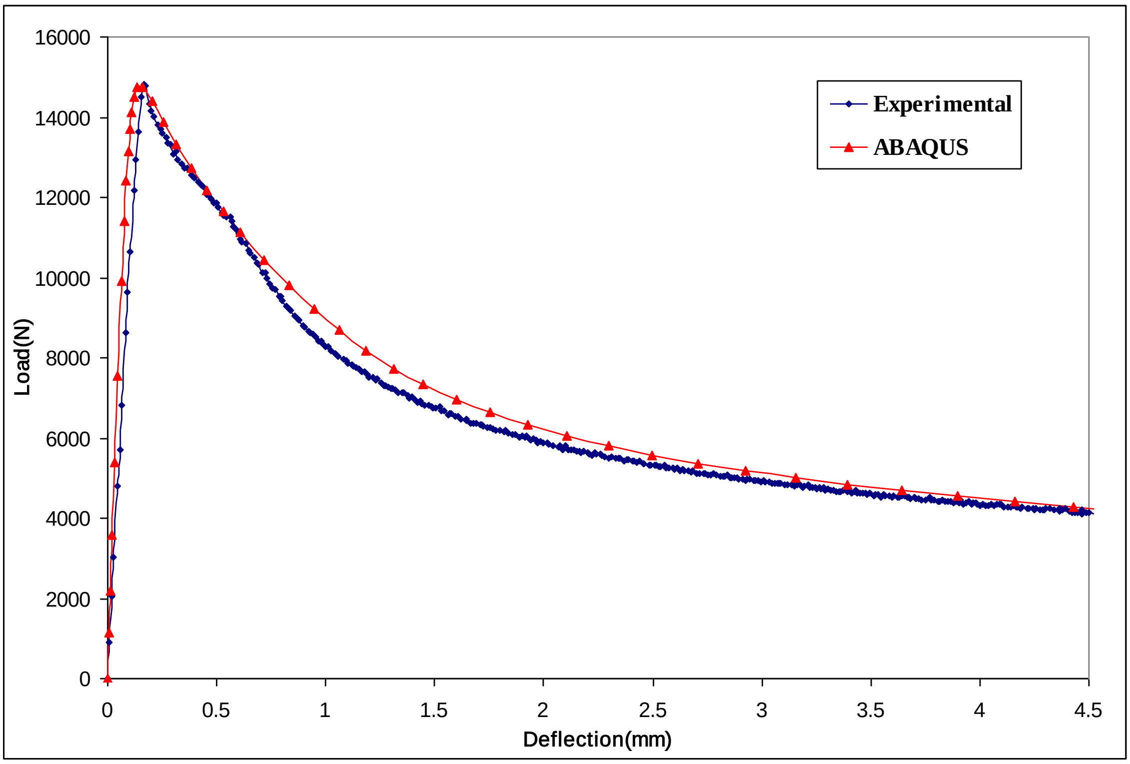
شکل ۶-۶ نمودار بار-جابجایی نمونهٔ pl3f



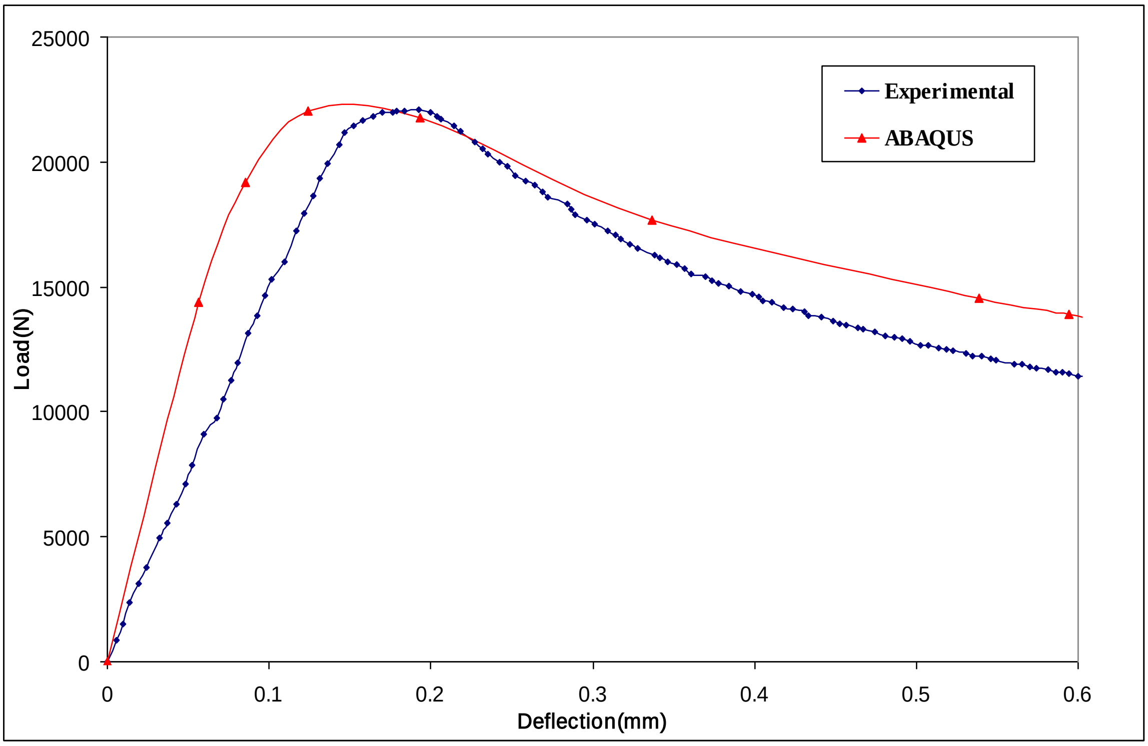
شکل ۶-۷ نمودار بار-جابجایی نمونهٔ pl4a



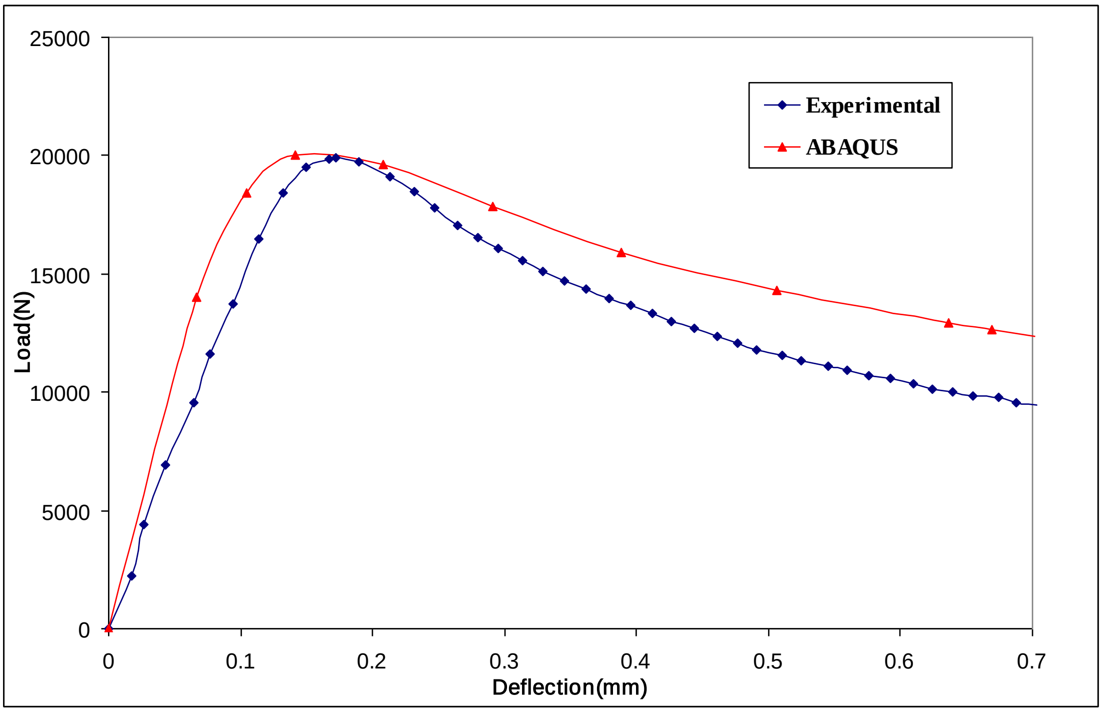
شکل ۶-۸ نمودار بار-جابجایی نمونهٔ pl5c



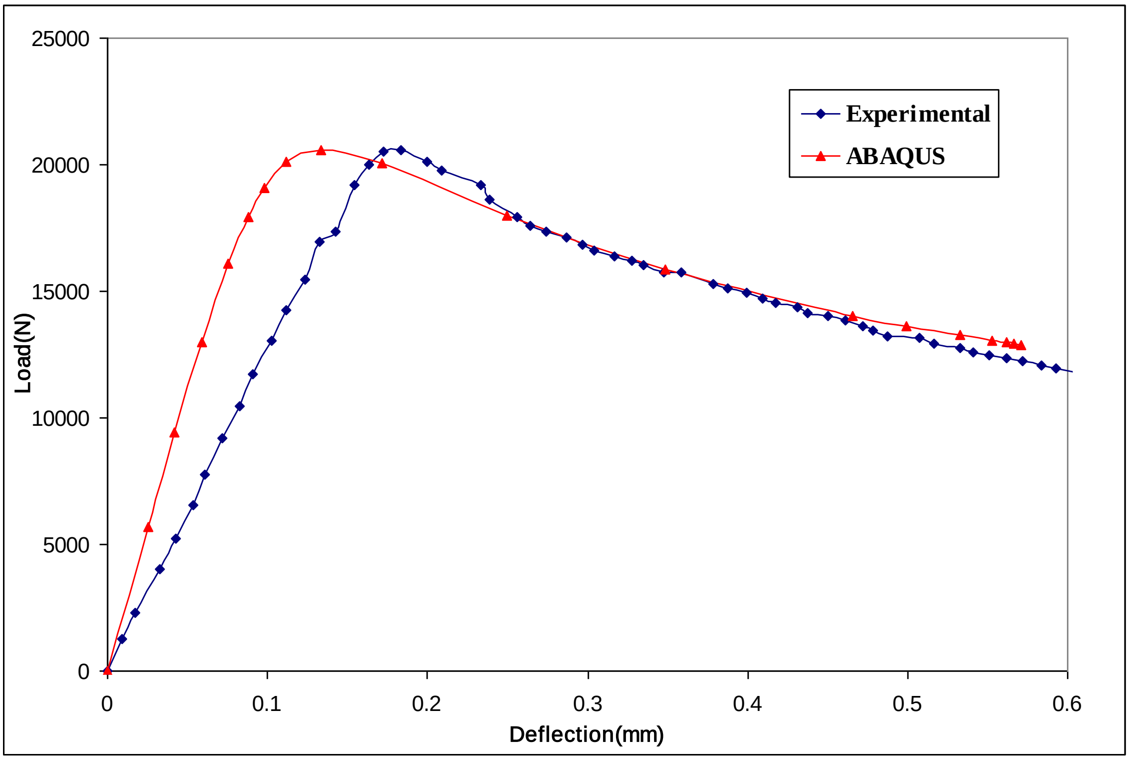
شکل ۶-۹ نمودار بار-جابجایی نمونۀ pl8



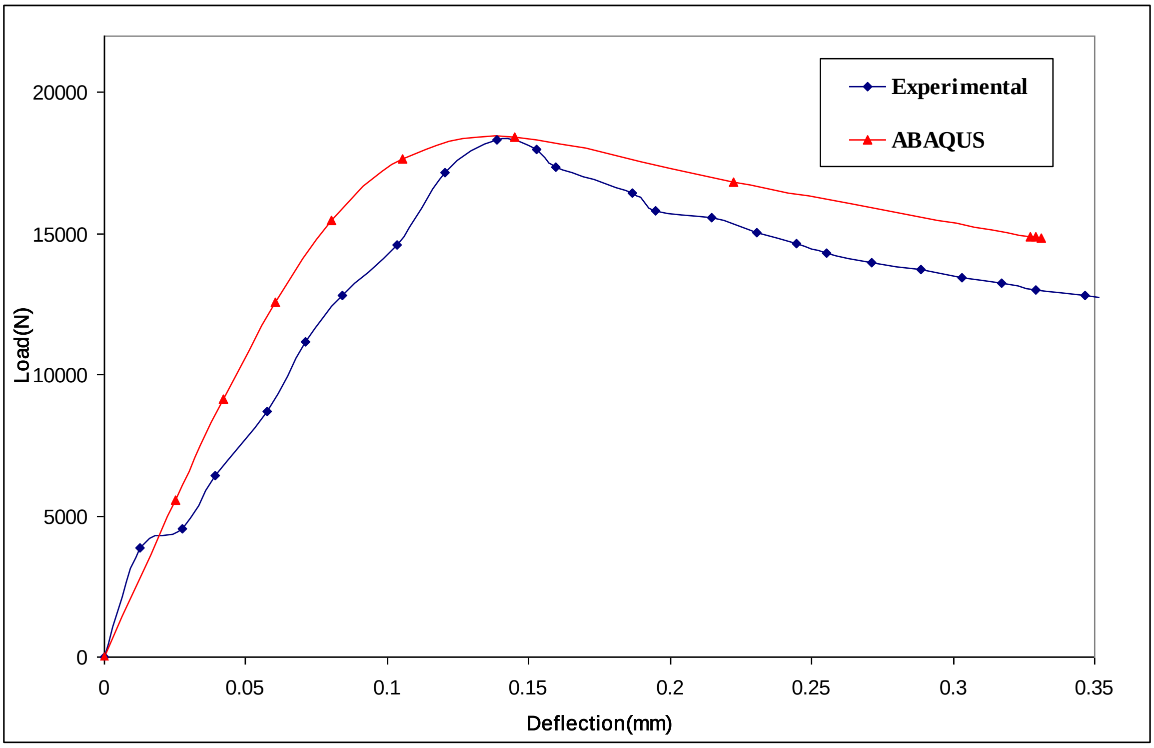
شکل ۶-۱۰ نمودار بار-جابجایی نمونۀ pls-150-100.17-50-10.03-10-0-2.07



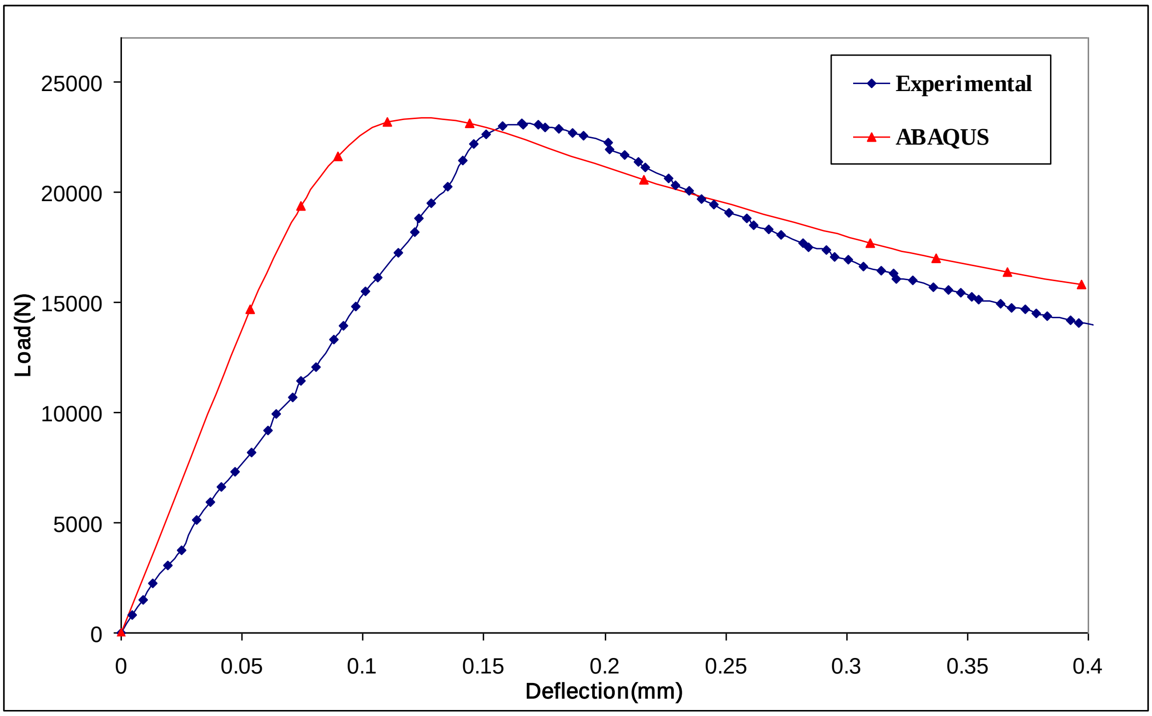
شکل ۶-۱۱ نمودار بار-جابجایی نمونهٔ pls-150-100,2-59,65-10-30-2,07



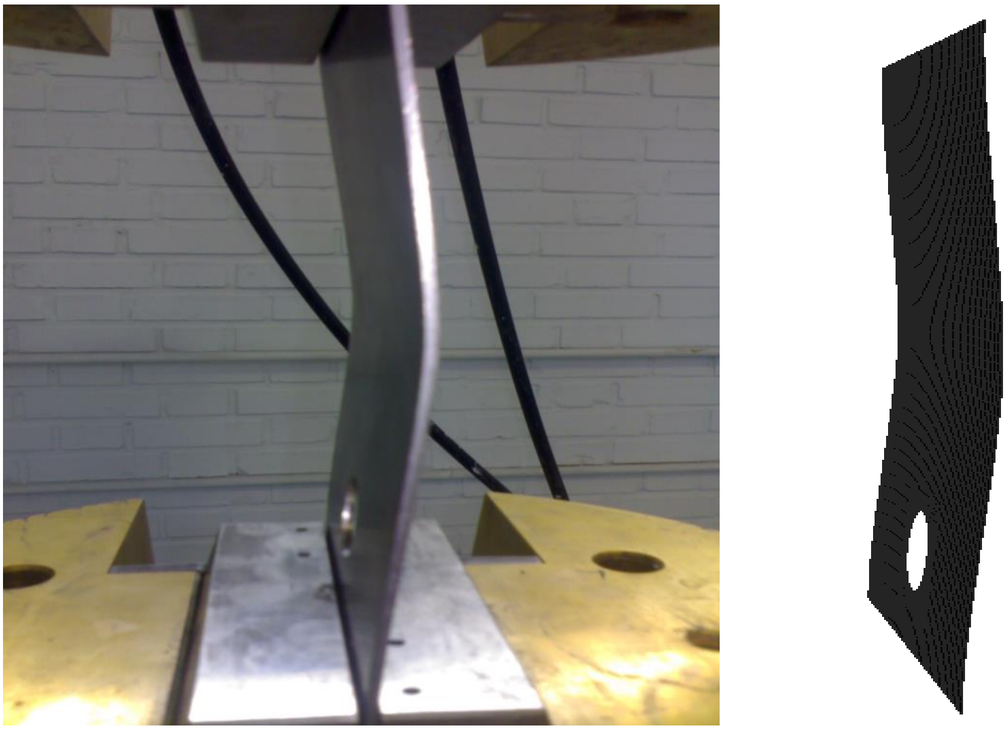
شکل ۶-۱۲ نمودار بار-جابجایی نمونهٔ pls-150-100,1-59,7-10-45-2,07



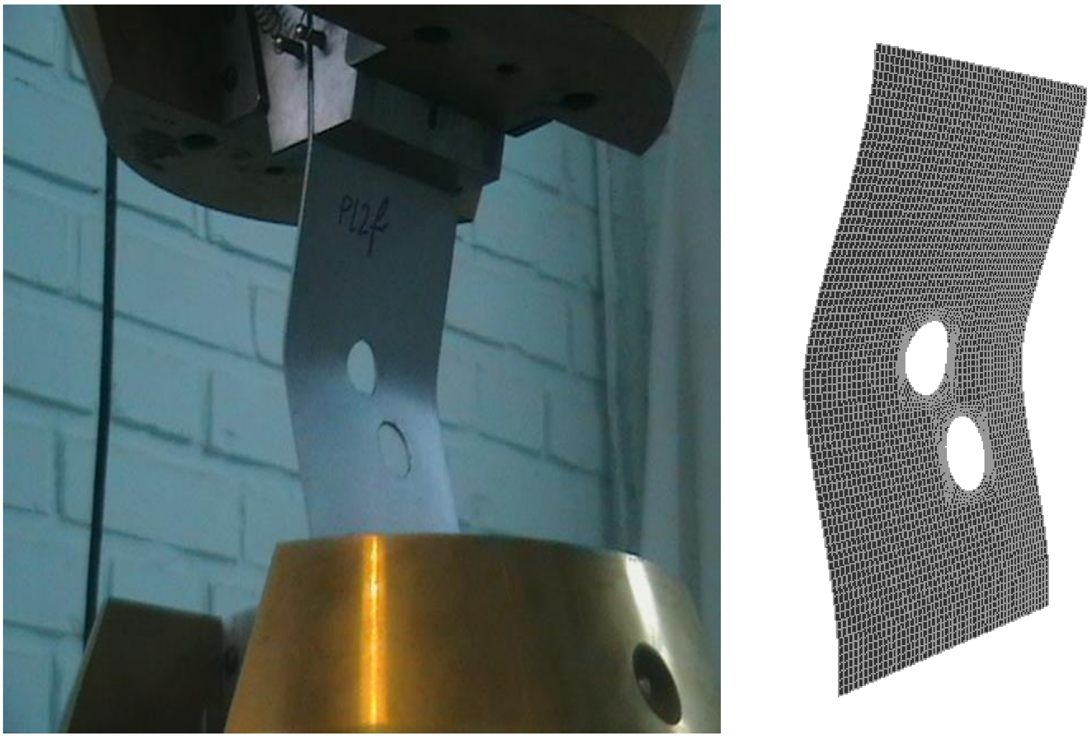
شکل ۶-۱۳ نمودار بار-جابجایی نمونۀ pls-150-100,2-49,7-10-60-2,07



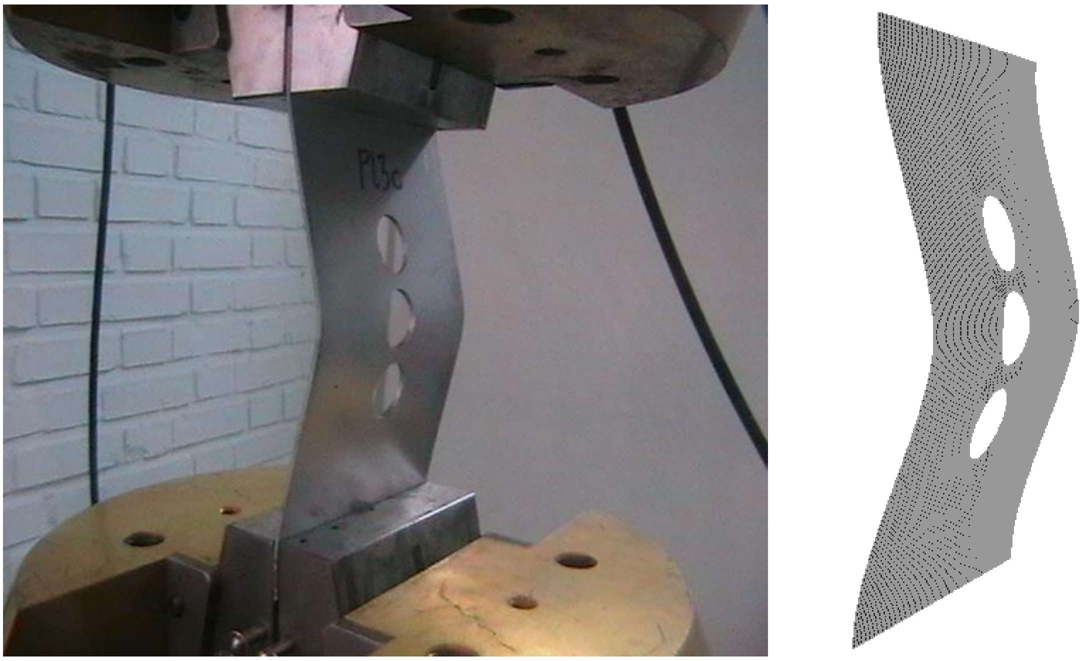
شکل ۶-۱۴ نمودار بار-جابجایی نمونۀ pls-150-100,1-20,03-10,04-10-90-2,07



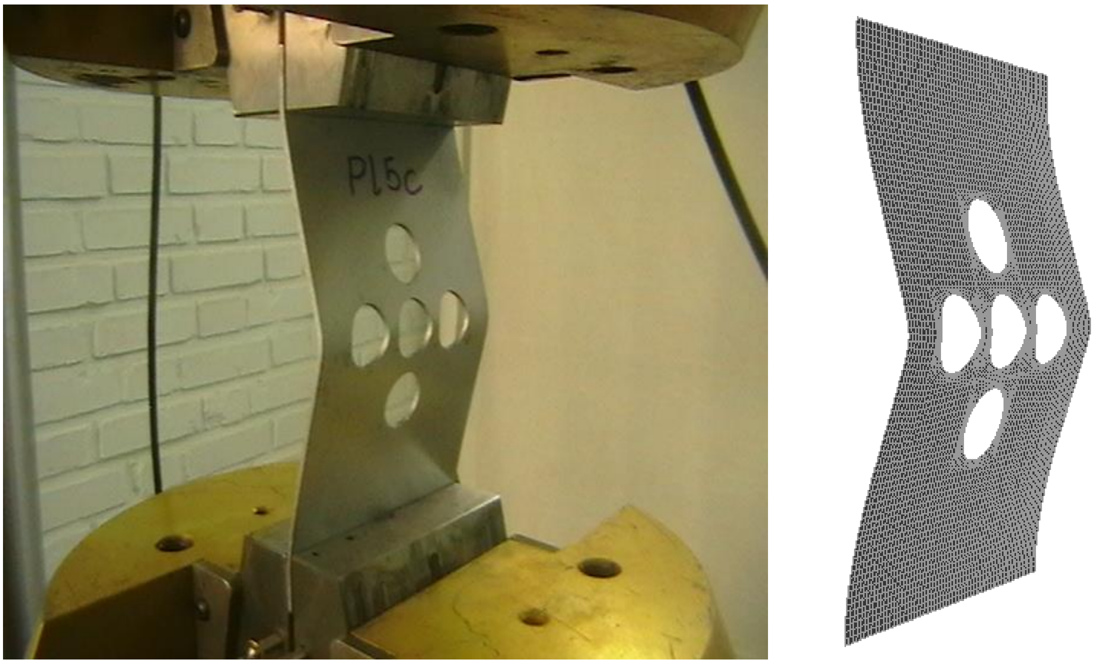
شکل ۶-۱۵ فرم کمانش تجربی و عددی نمونه pl-150-100,07-49,97-0-20,2-2,05



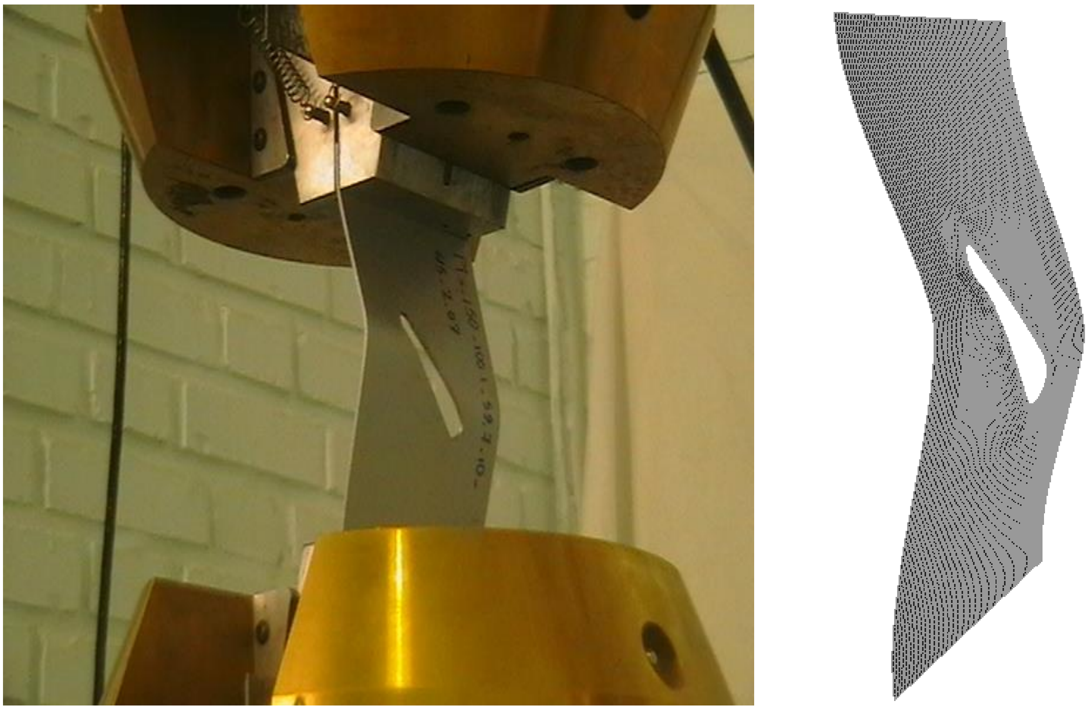
شکل ۶-۱۶ فرم کمانش تجربی و عددی نمونه pl2f



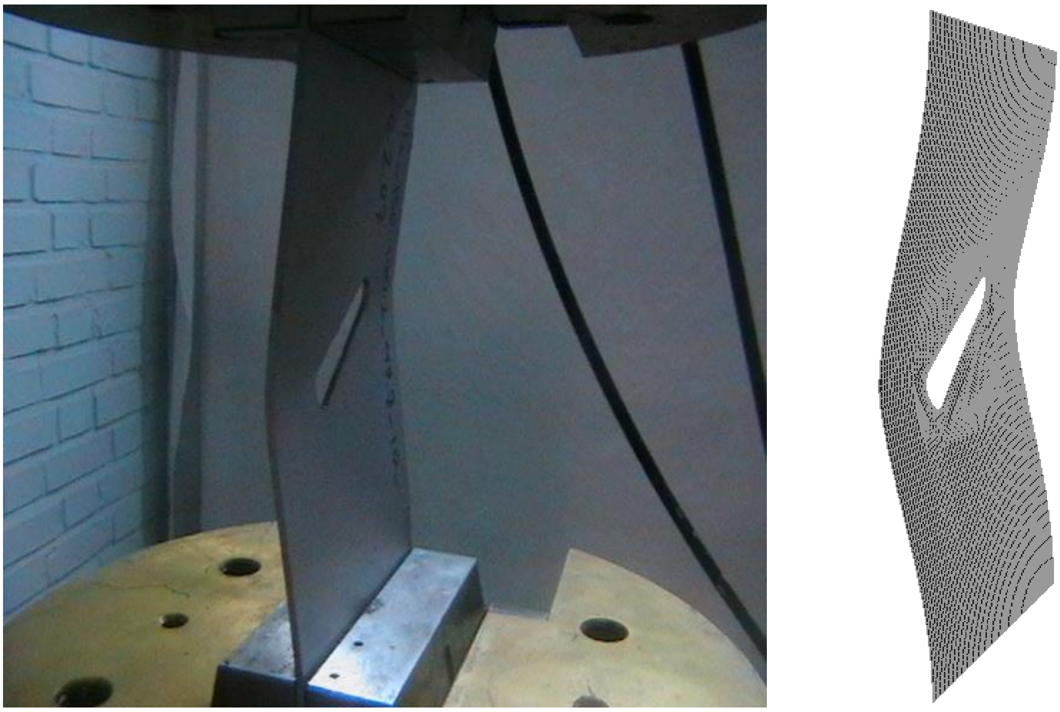
شکل ۶-۱۷ فرم کمانش تجربی و عددی نمونه pl3c



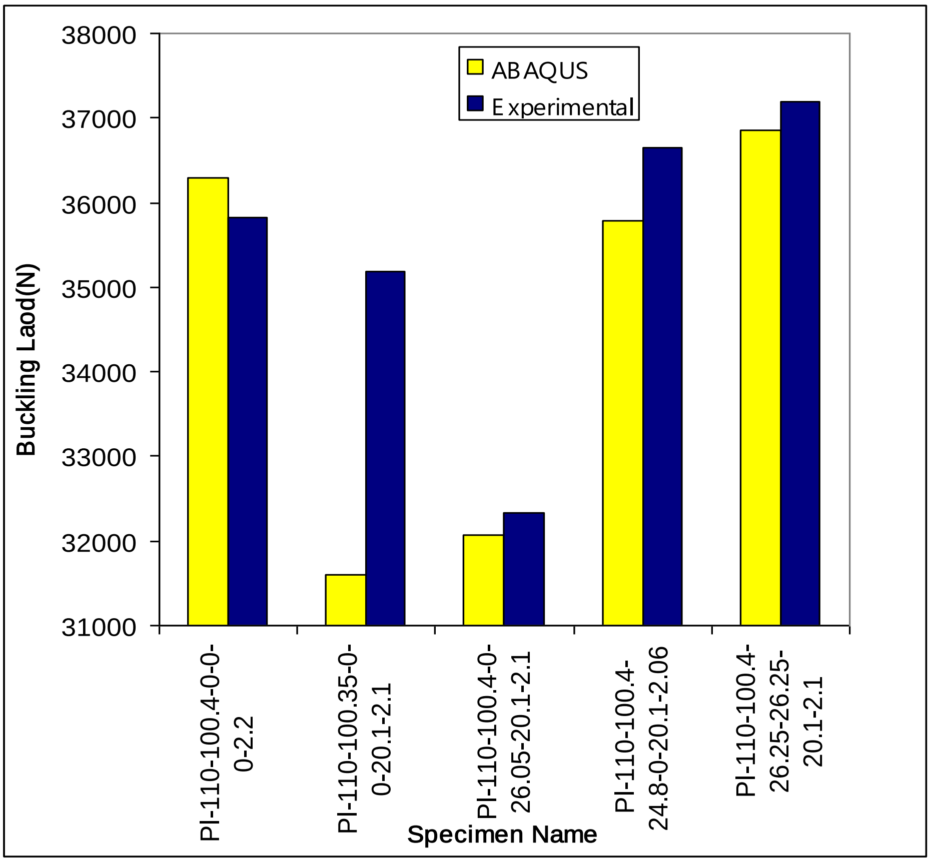
شکل ۶-۱۸ فرم کمانش تجربی و عددی نمونه pl5c



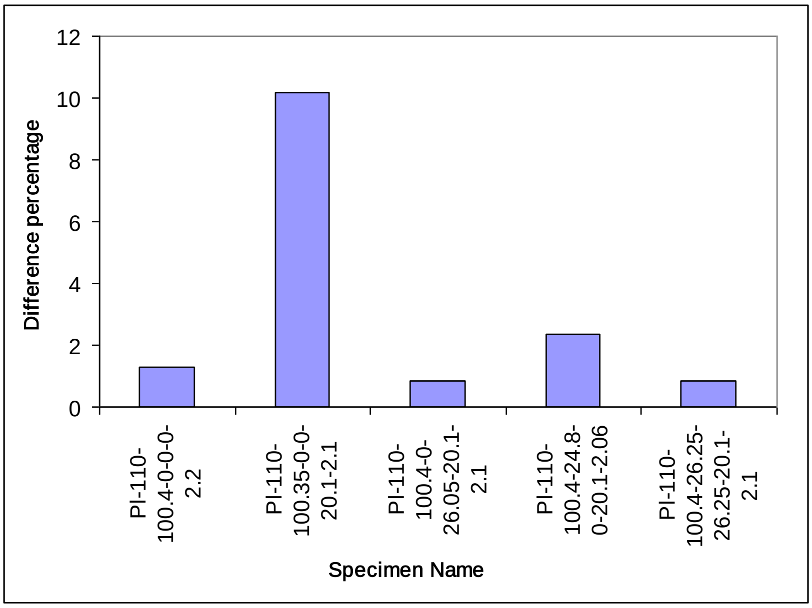
شکل ۶-۱۹ فرم کمانش تجربی و عددی نمونه pls-150-100,1-59,7-10-45-2,07



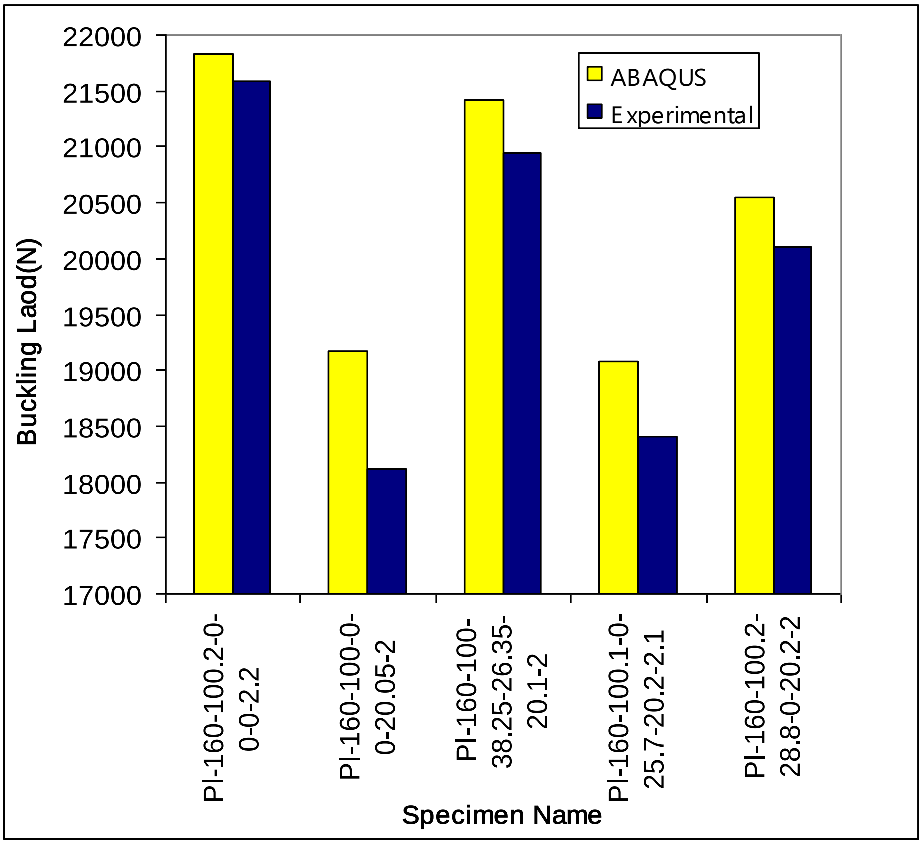
شکل ۶-۲۰ فرم کمانش تجربی و عددی نمونه pls-150-100,2-49,7-10-60-2,07



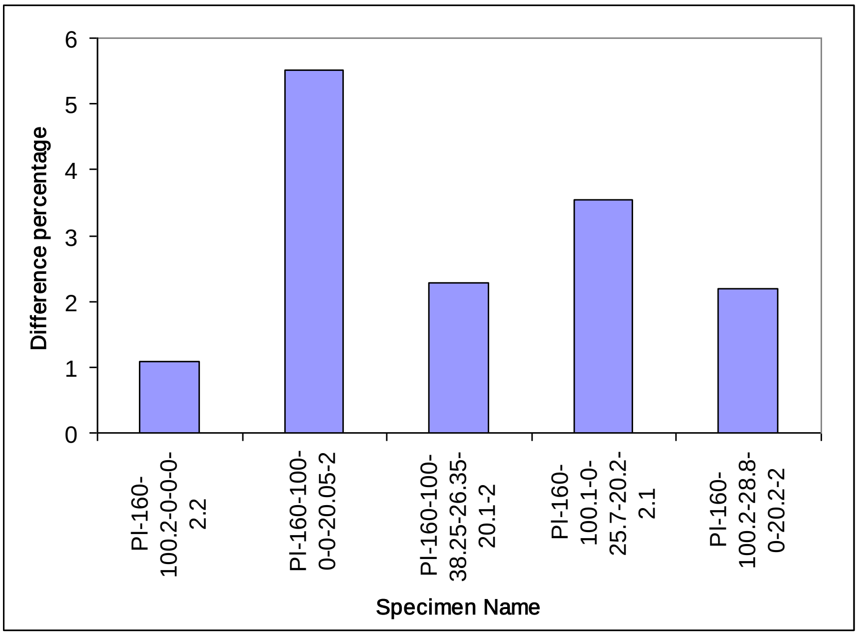
شکل ۶-۲۱ بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۱



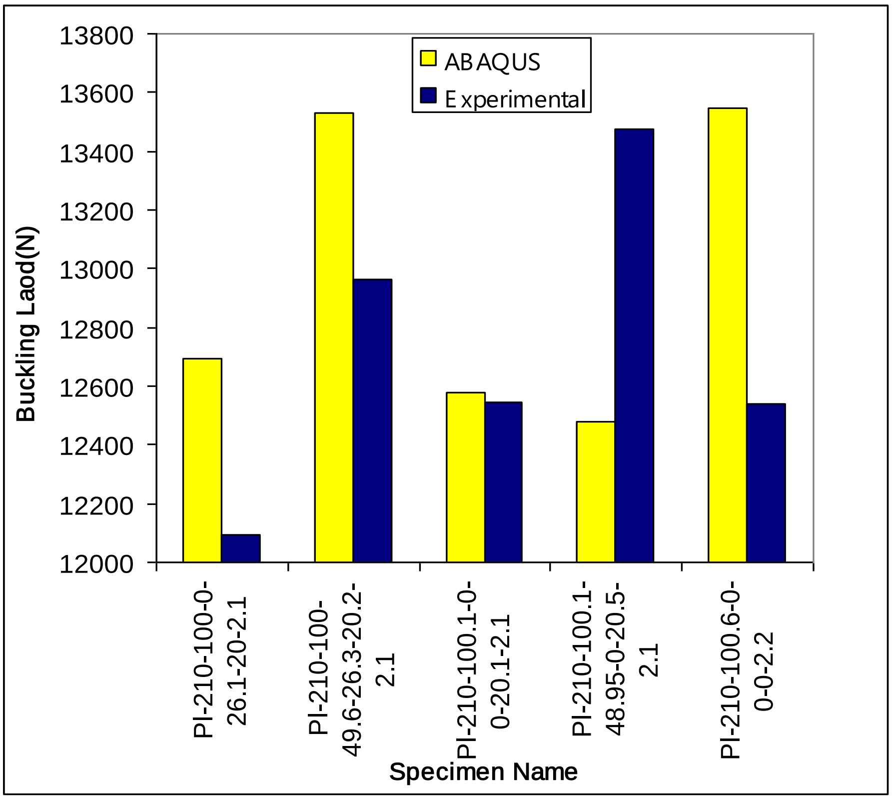
شکل ۶-۲۲ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۱



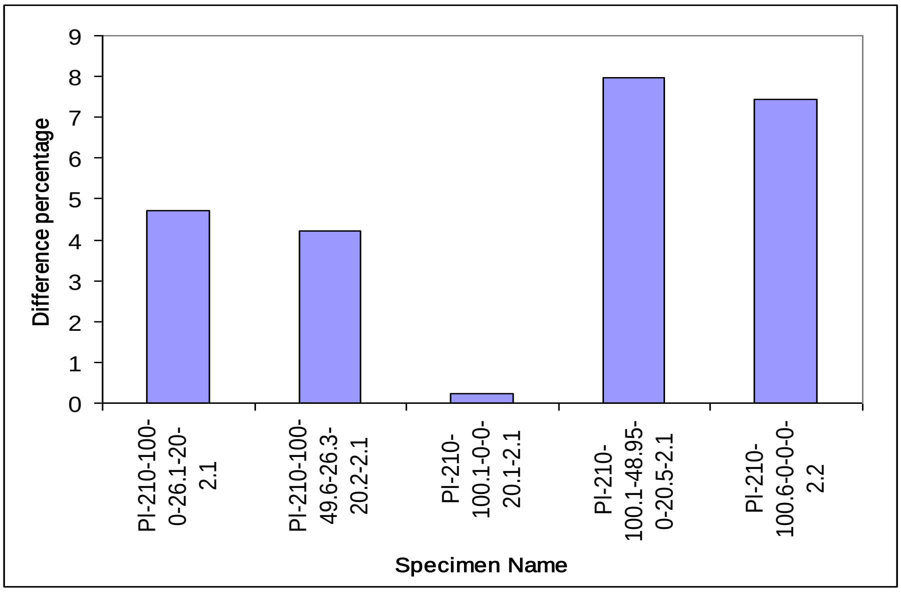
شکل ۶-۲۳ بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۶



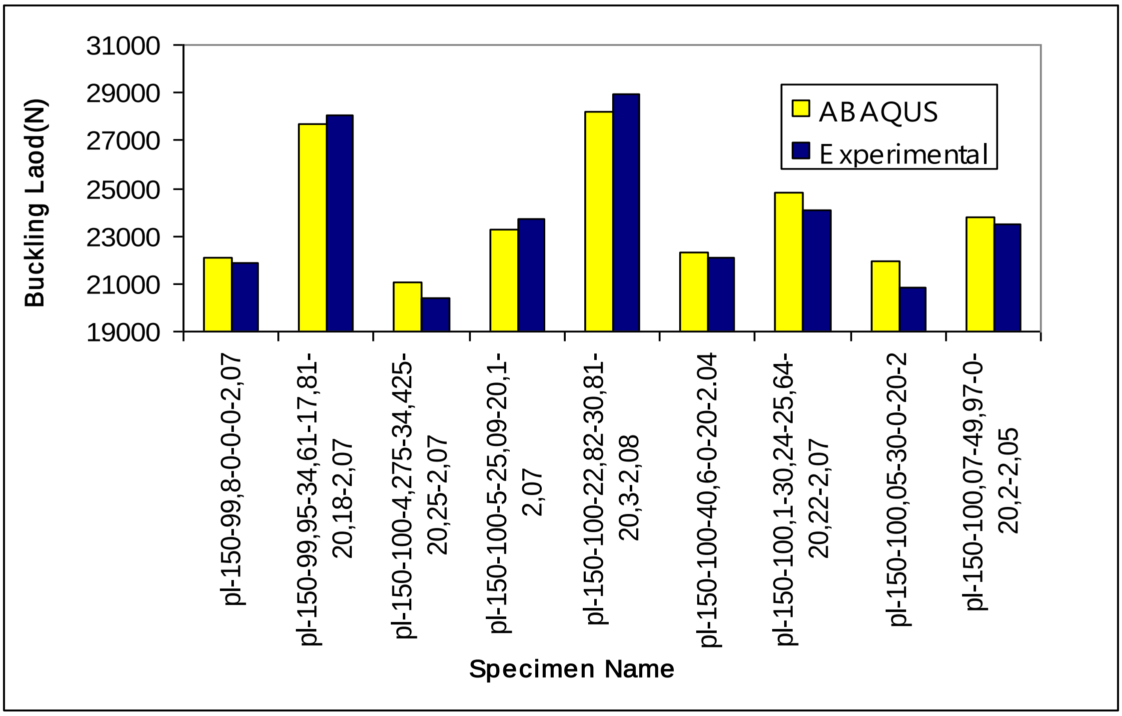
شکل ۶-۲۴ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۶



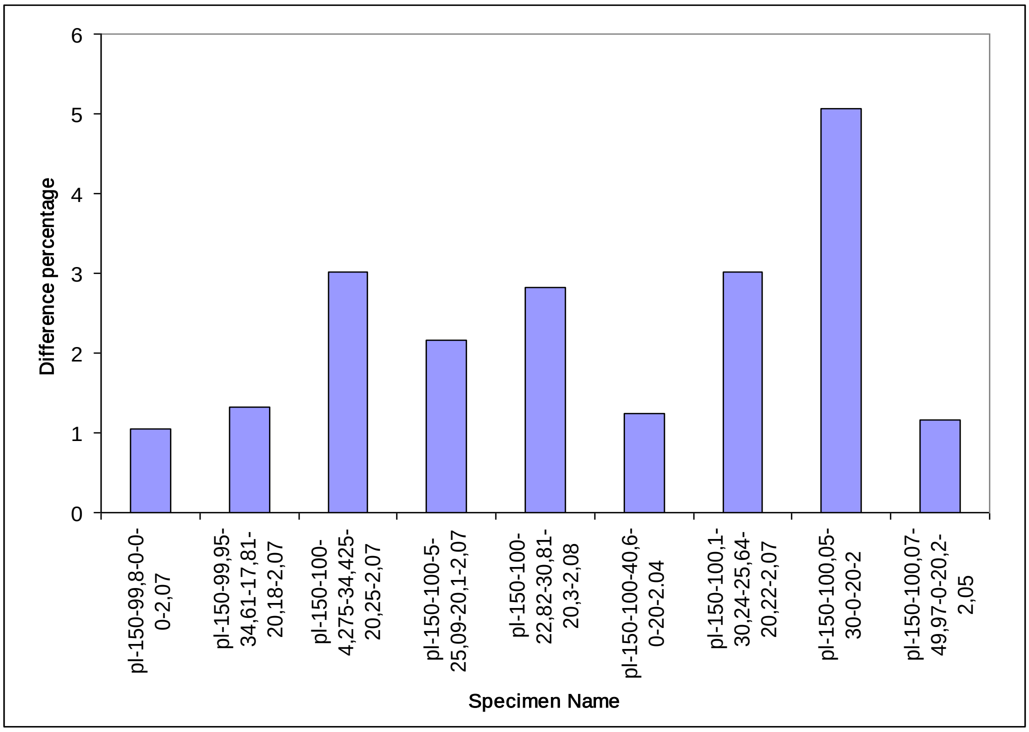
شکل ۶-۲۵ بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۲/۱



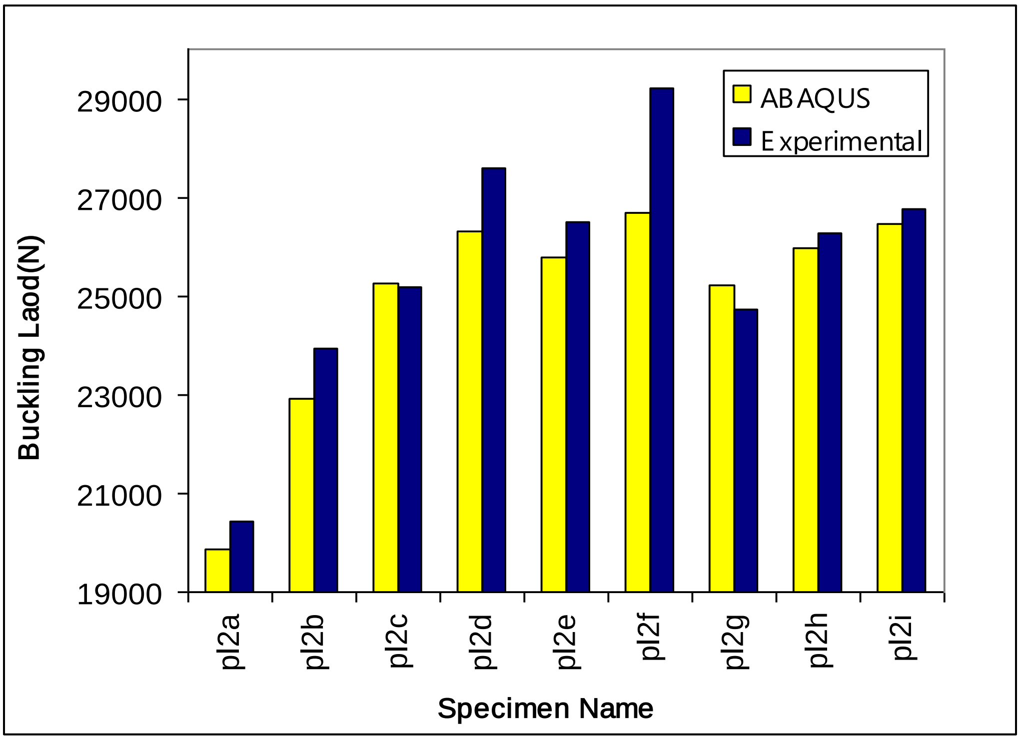
شکل ۶-۲۶ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۲/۱



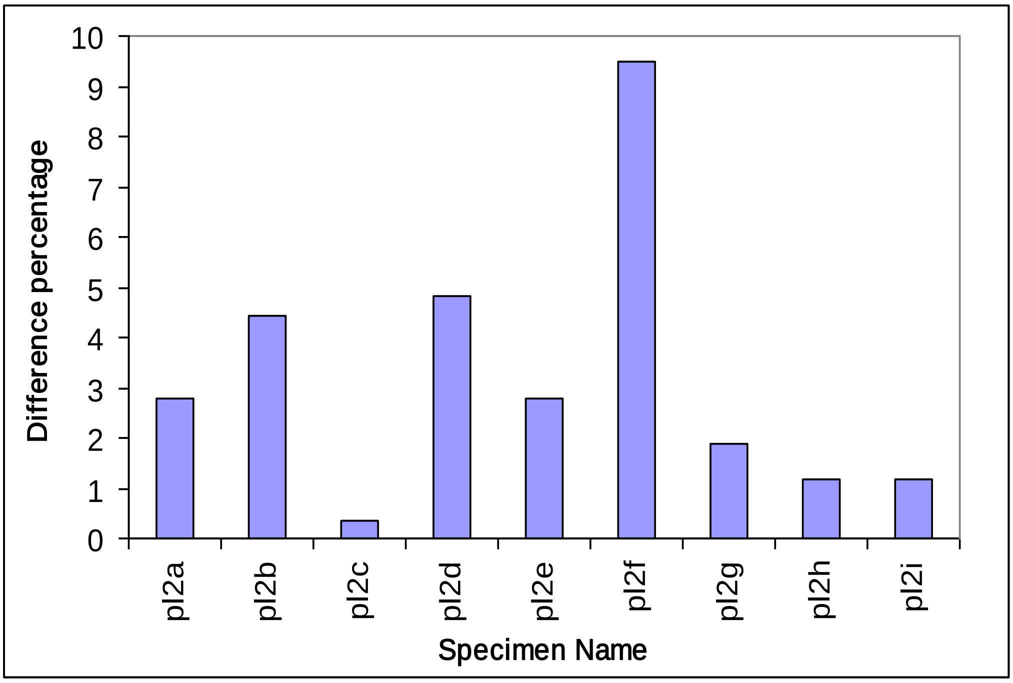
شکل ۶-۲۷ بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۵



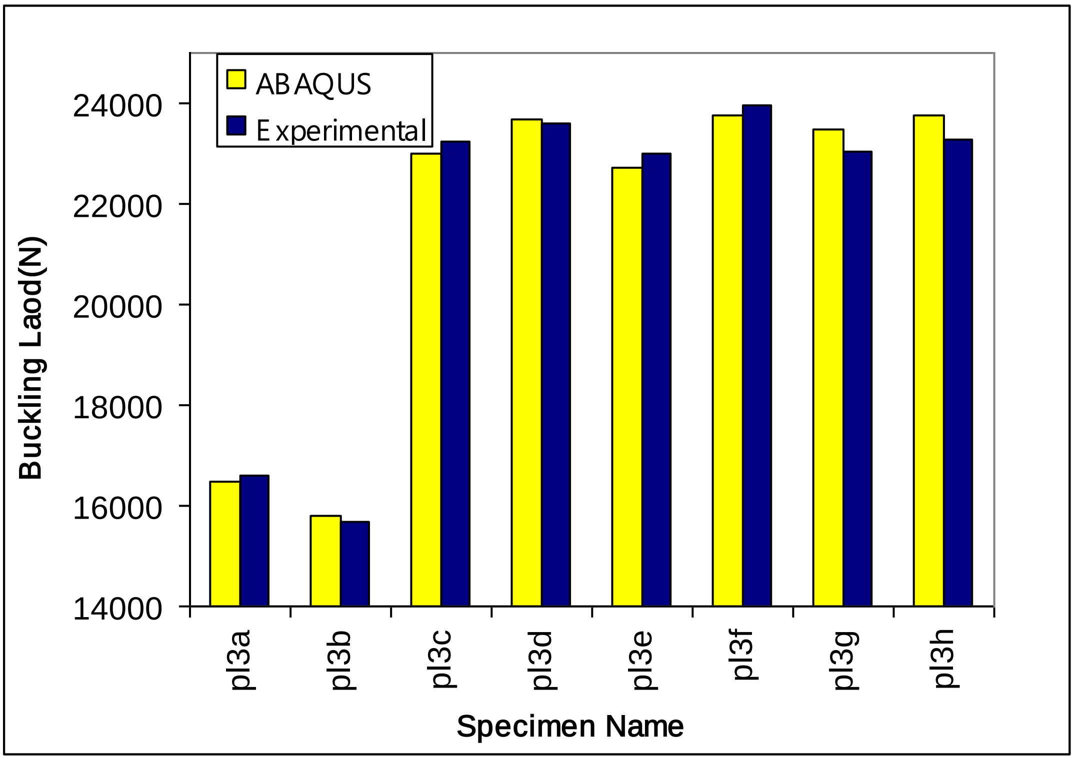
شکل ۶-۲۸ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای یک گشودگی دایروی با نسبت طول به عرض ۱/۵



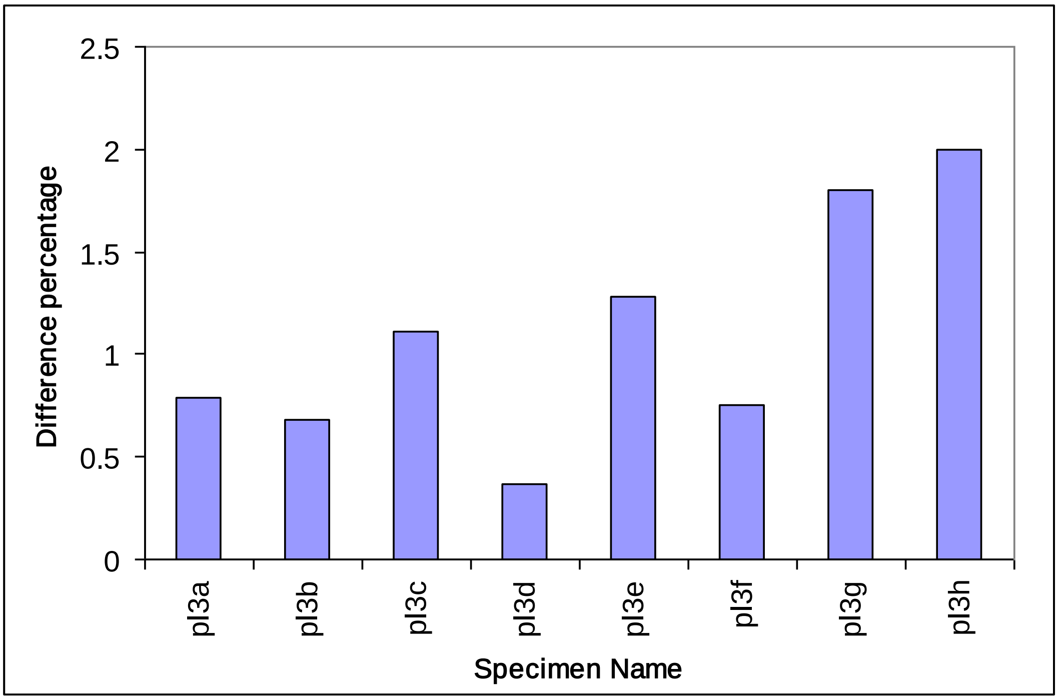
شکل ۶-۲۹ بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای دو گشودگی دایروی



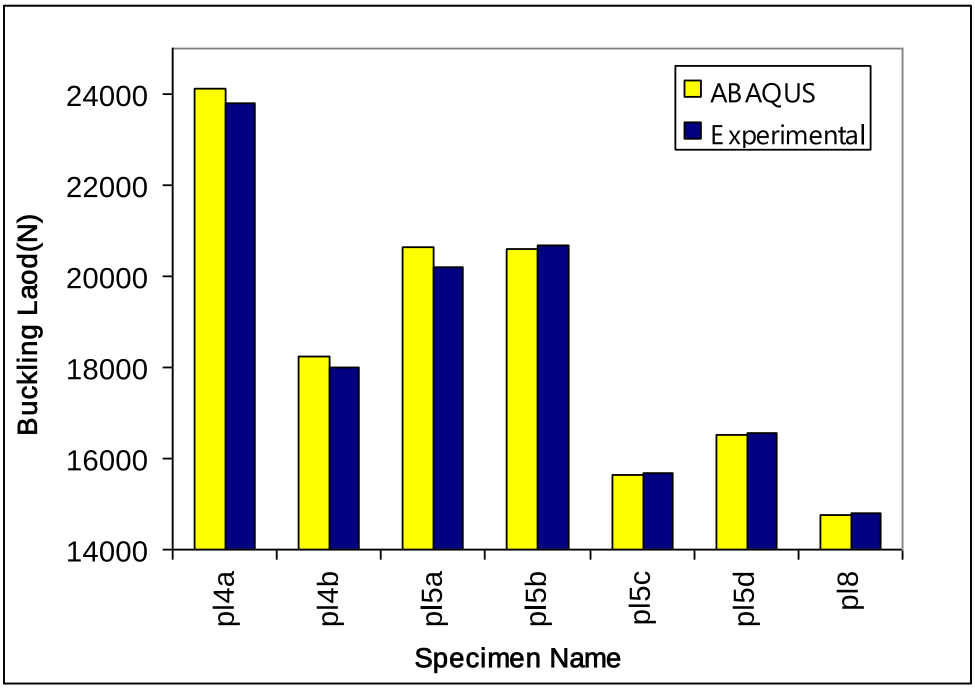
شکل ۶-۳۰ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای دو گشودگی دایروی



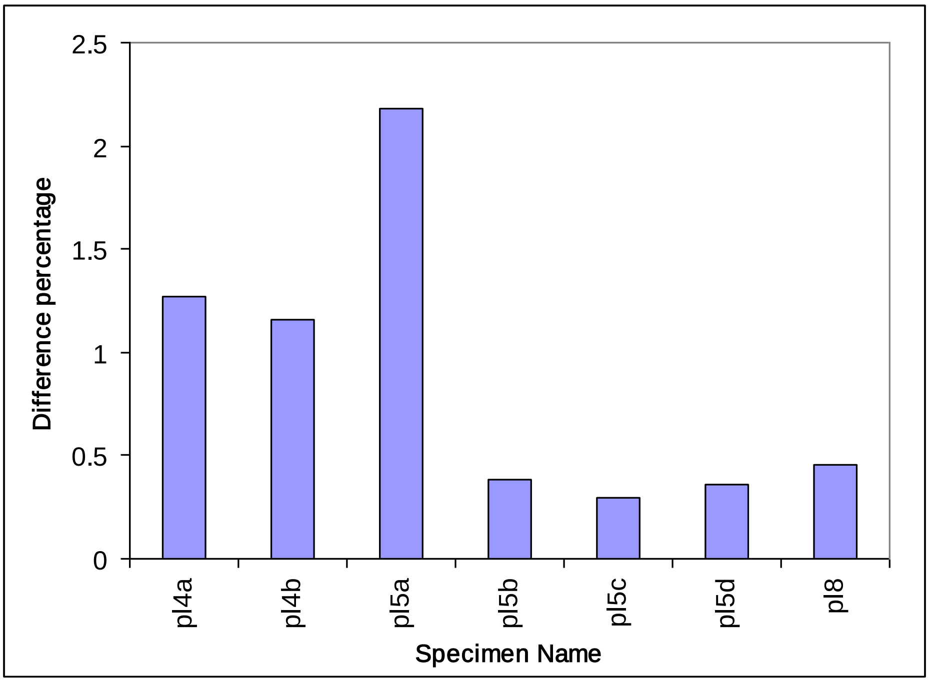
شکل ۶-۳۱ بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای سه گشودگی دایروی



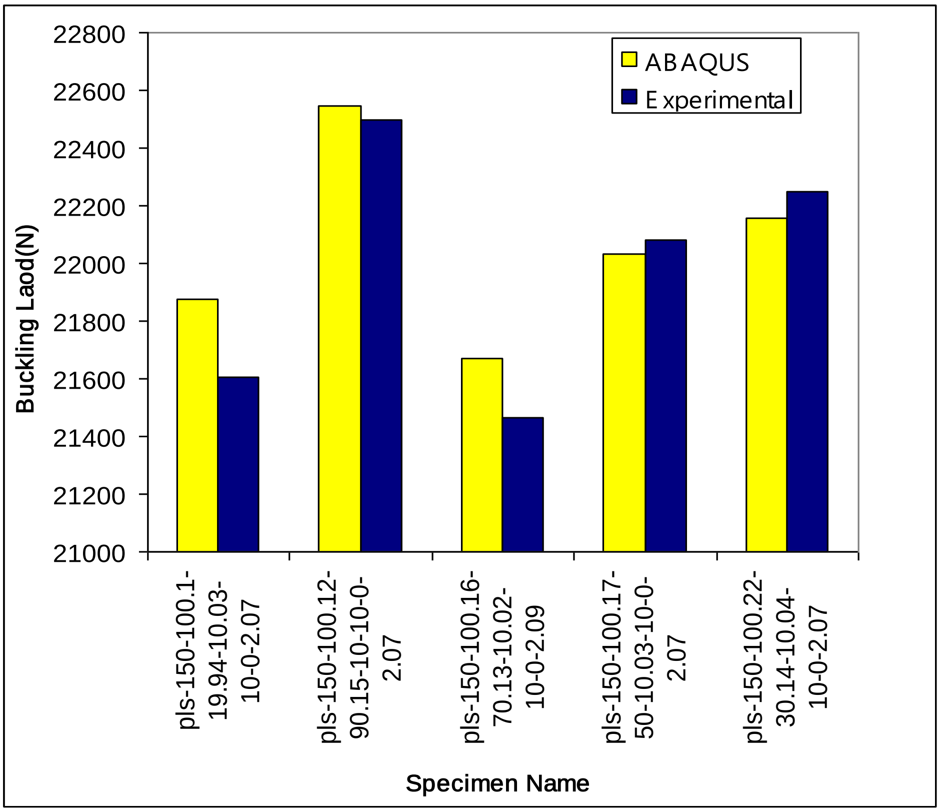
شکل ۶-۳۲ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای سه گشودگی دایروی



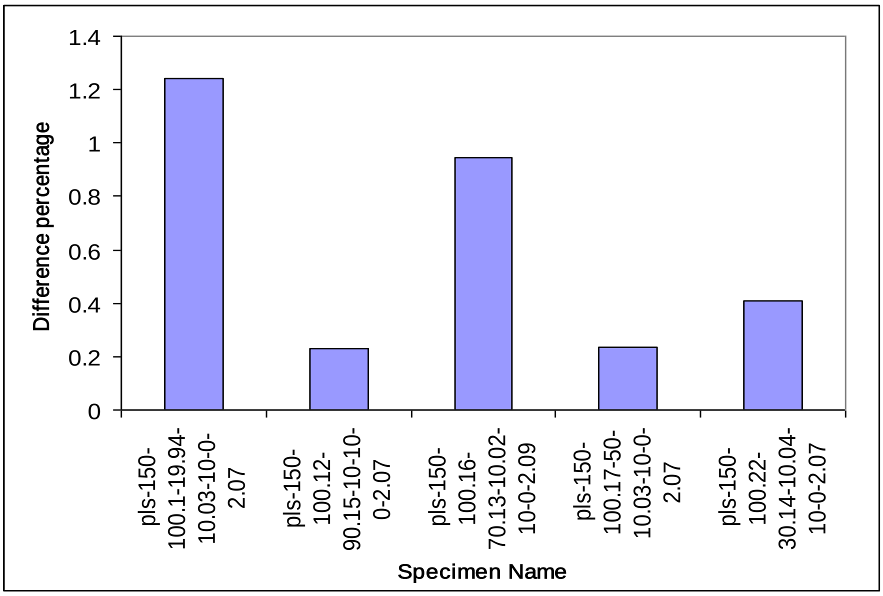
شکل ۶-۳۳ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای چهار، پنج و هشت گشودگی دایروی



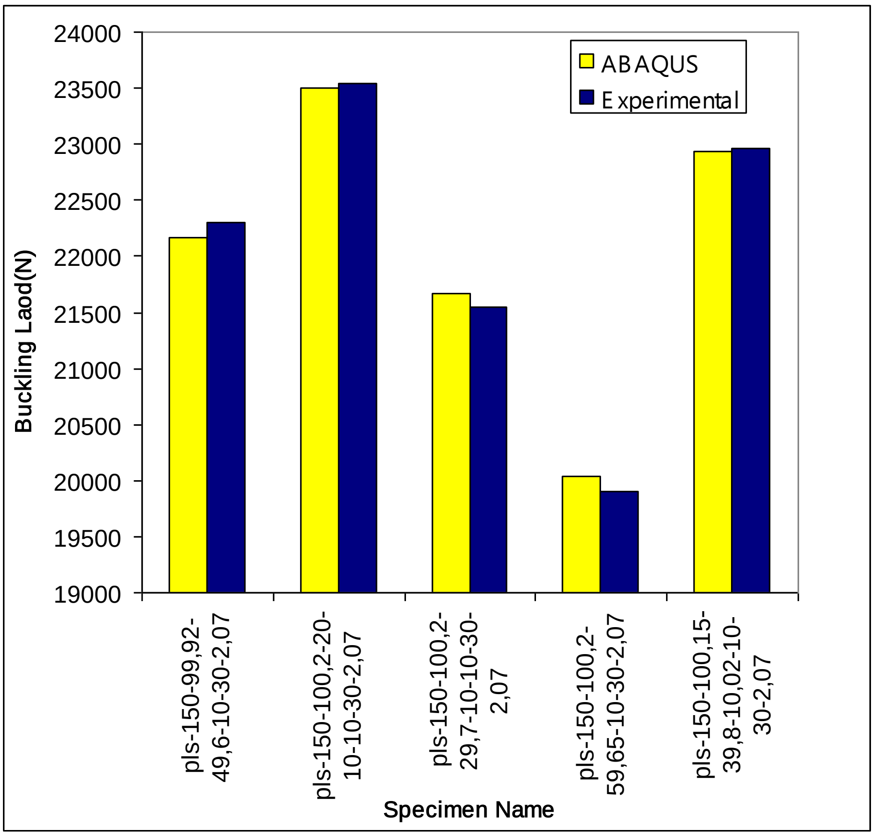
شکل ۶-۳۴ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای چهار، پنج و هشت گشودگی دایروی



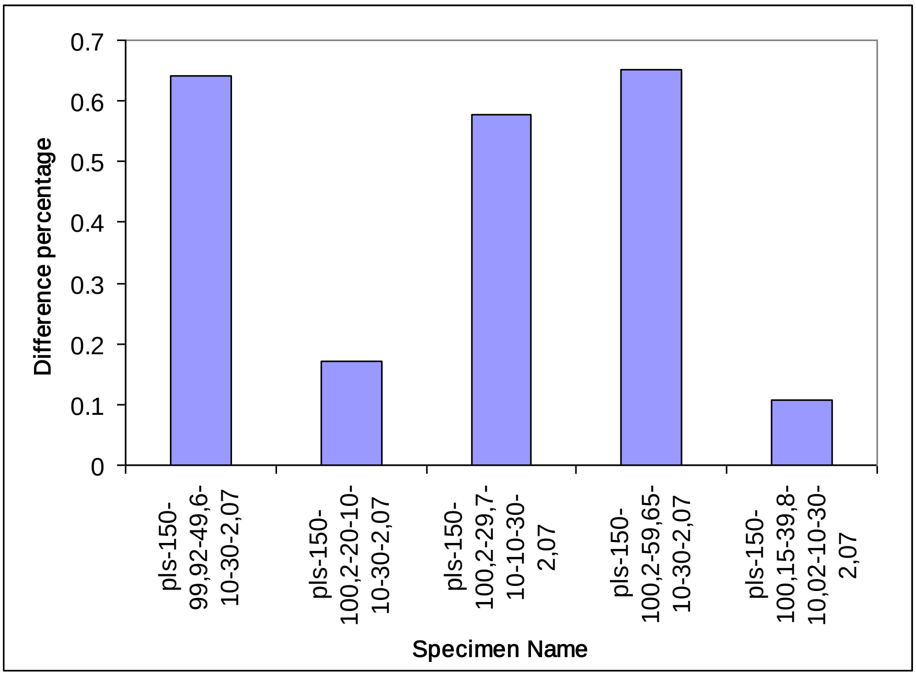
شکل ۶-۳۵ بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ ۰ درجه



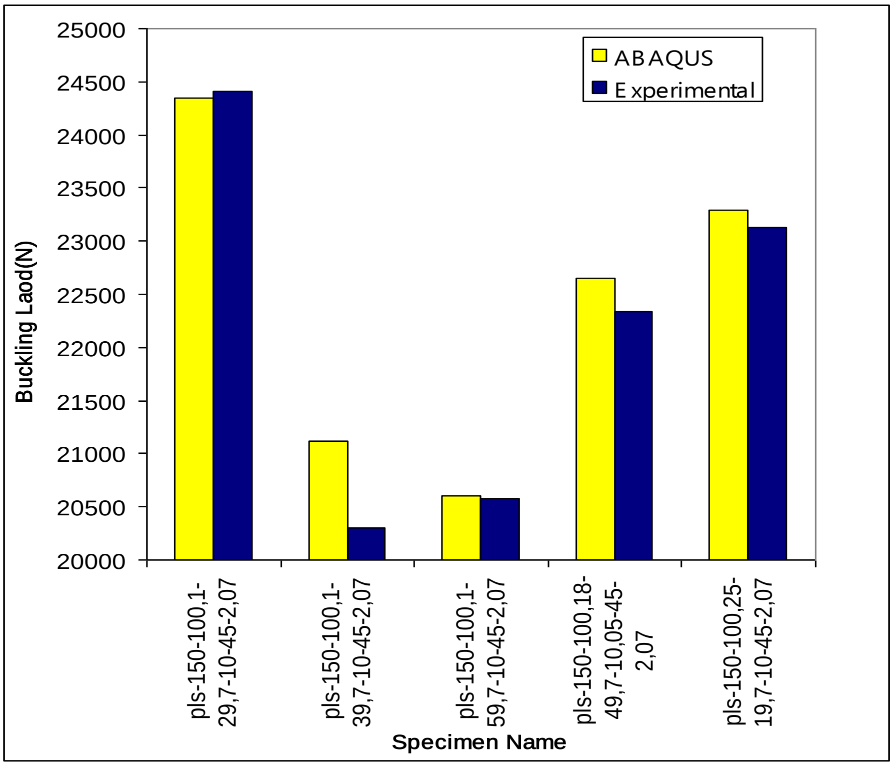
شکل ۶-۳۶ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ ۰ درجه



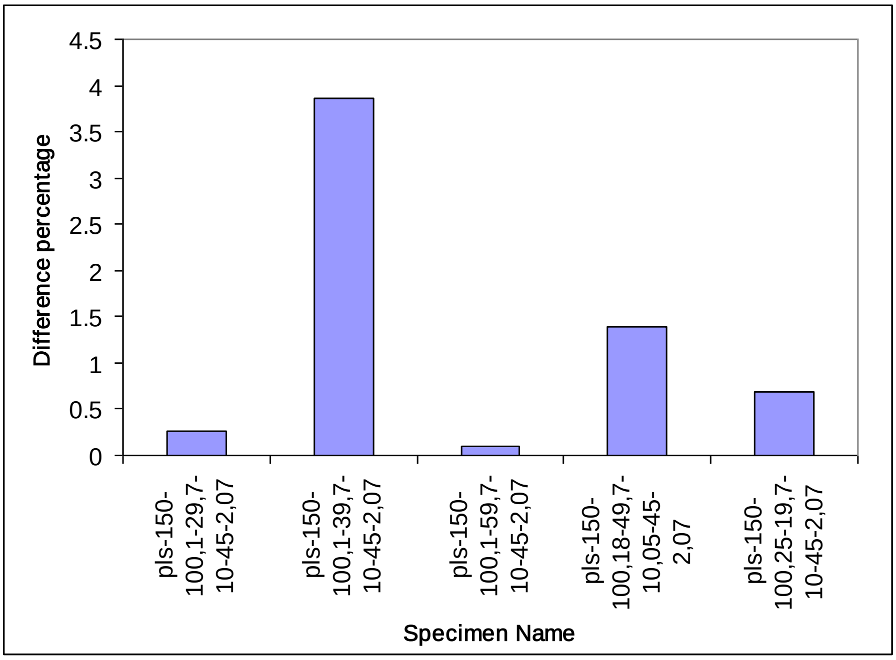
شکل ۶-۳۷ بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ ۳۰ درجه



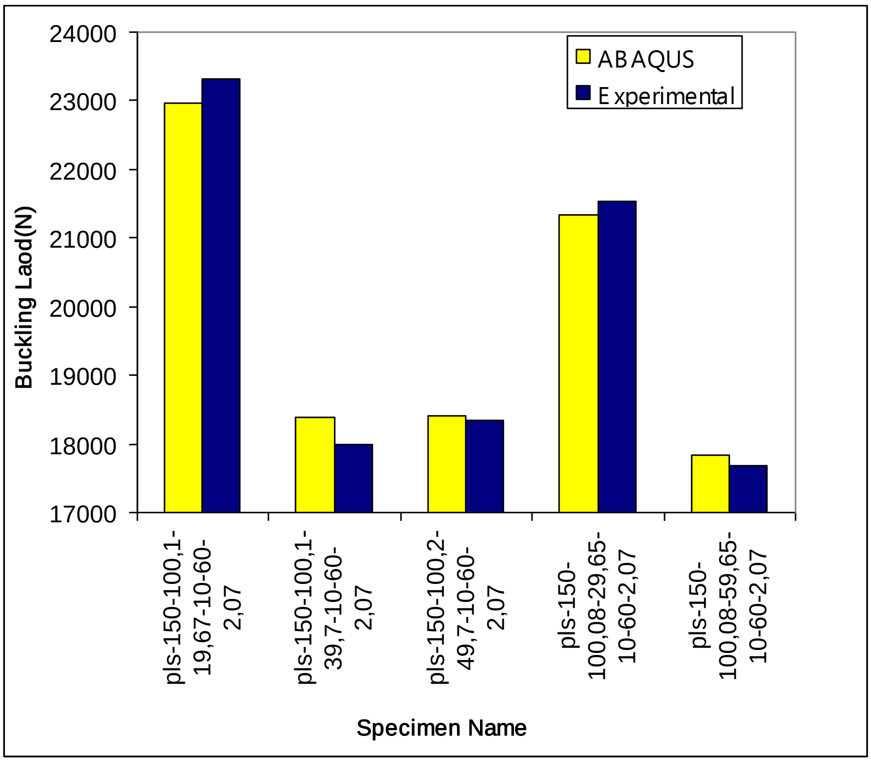
شکل ۶-۳۸ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ ۳۰ درجه



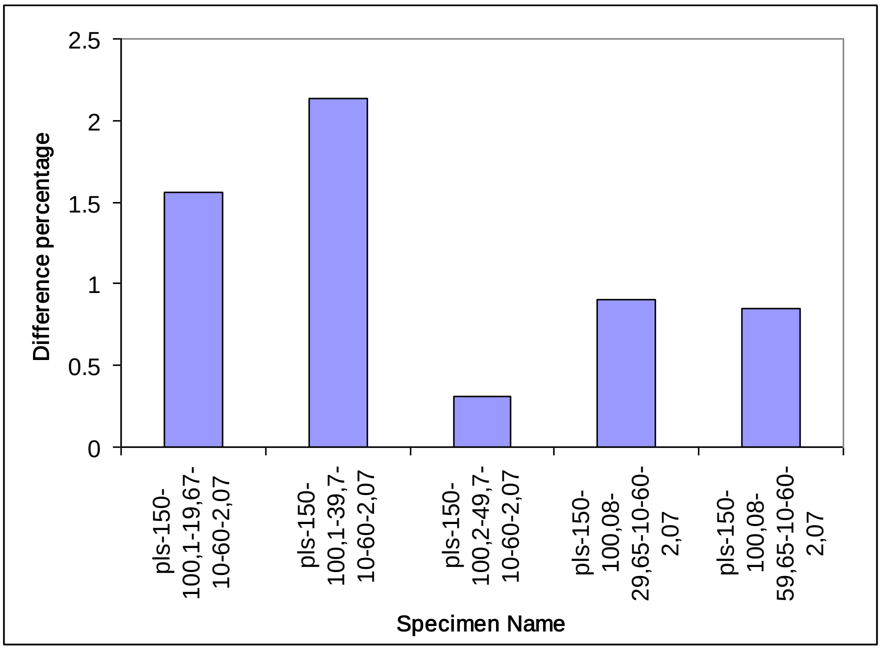
شکل ۶-۳۹ بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ ۴۵ درجه



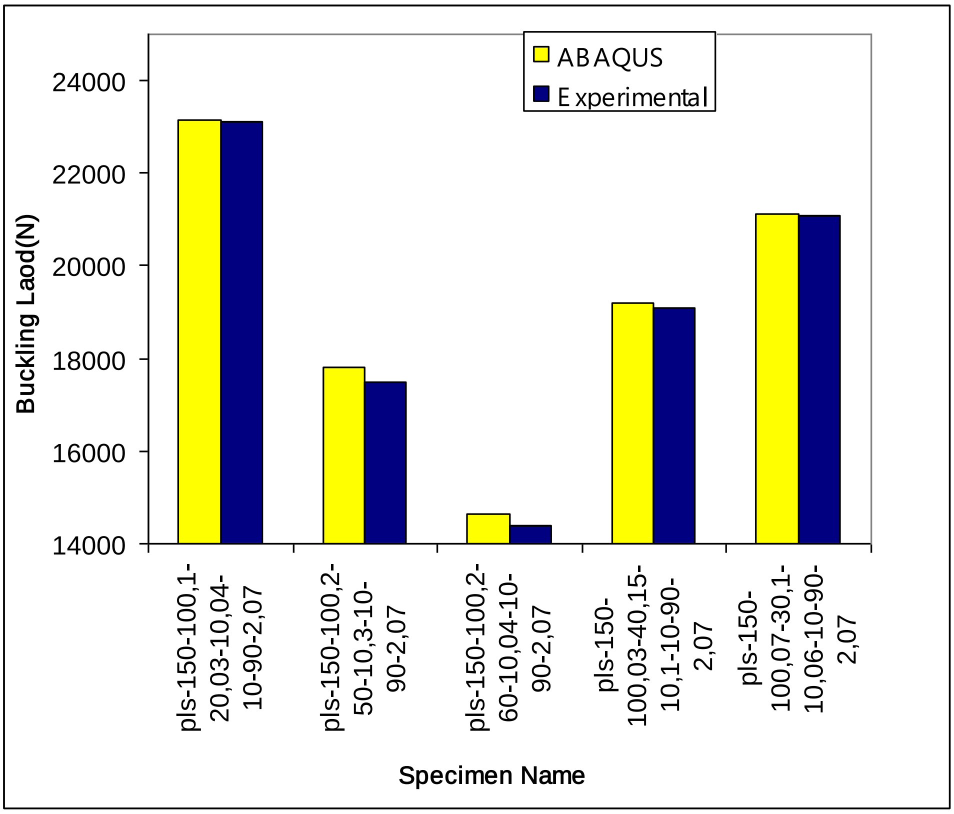
شکل ۶-۴۰ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ ۴۵ درجه



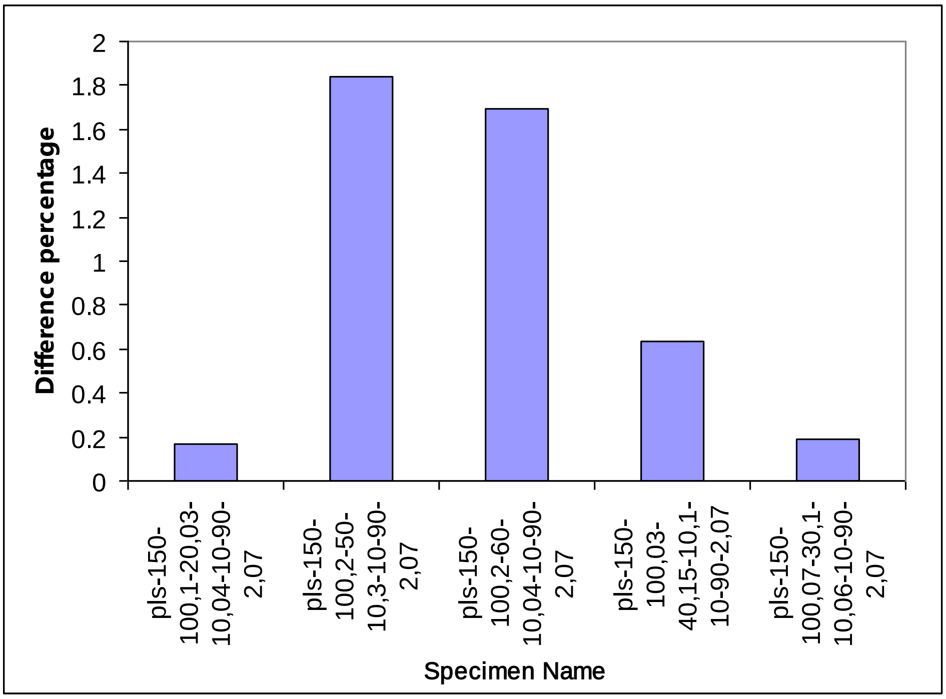
شکل ۶-۴۱ بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ ۶۰ درجه



شکل ۶-۴۲ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ ۶۰ درجه



شکل ۶-۴۳ بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ ۹۰ درجه



شکل ۶-۴۴ درصد اختلاف بار کمانش عددی و تجربی نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ ۹۰ درجه

همانطور که در نمودارهای بار–جابجایی مشاهده می‌شود، به ازای نسبت طول به عرض ۱/۱ و ۱/۵ در منحنی بار–جابجایی، اندکی اختلاف شیب بین منحنی تجربی و FEM وجود دارد، بطوریکه شیب منحنی FEM اندکی بیشتر است. این اختلاف شیب، به دلیل ایده‌ال فرض شدن ماده در تحلیل عددی به وجودآمده است. همچنین همانطور که مشاهده می‌شود، در بیشتر نمونه‌ها، بار کمانش تجربی از نتیجهٔ FEM کمتر می‌باشد.

در حالت واقعی چون ماده دارای ناهمگنی در جنس و ضخامت ورق، و ناخالصی‌ها در ساختار داخلی بوده، و عیب ونقص‌های داخلی ماده مانند ترک‌های میکروسکوپی و نقص در ساختار ملکولی ماده وجود دارند، بار کمانش کمتر از مقدار پیش‌بینی شده برای مادهٔ ایده‌ال می‌باشد.

دلیل اینکه در نمونه‌های با نسبت طول به عرض کمتر بر خلاف انتظار، بار کمانش تجربی بیشتر از مقدار تجربی بدست آمده، شاید ناکارآمدی تئوری‌های حاکم بر کمانش ورق‌ها در زمینهٔ قطعات با طول کوتاه باشد. به طوری که تئوری‌های خمشی و غشایی، که در فرمول‌بندی روابط بکار رفته در تحلیل‌های عددی نیز از این تئوری‌ها استفاده شده است، در این مورد با نتایج عملی دارای اختلاف می‌باشند و نمی‌توانند پیش بینی درستی در مورد نمونه‌های با طول کوتاه داشته باشند. خطای انسانی در تست عملی، وجود تنش‌های پس‌ماند فرآیند تولید در نمونهٔ آزمایش را می‌توان به دلایل وجود اختلاف بین نتایج اضافه کرد.

به غیر از ۴ نمونه که اختلاف بین نتایج تجربی و عددی بین ۷ تا ۱۰٪ است، در اکثر نمونه‌ها، این اختلاف کمتر از ۲/۵٪ می‌باشد. به طور مثال، در همه نمونه‌های دارای گشودگی شیاری با θ برابر با ۳۰ درجه، اختلاف بین نتایج تجربی و عددی کمتر از ۰/۶٪ می‌باشد. میانگین اختلاف بین نتایج تجربی و عددی در تمامی نمونه‌ها، ۱/۹۳٪ است، که این امر، دلیلی بر صحت روش تحلیل المان محدود استفاده شده در بررسی عددی است.

همچنین همانطور که در شکل‌های ۶-۱۵ تا ۶-۲۰ ملاحظه می‌گردد، مدهای کمانش تجربی و عددی کاملاً شبیه یکدیگر هستند. در کل، جواب‌ها بسیار به هم نزدیک هستند و بنابراین نتایج تجربی، تحلیل المان محدود را تایید می‌کنند.

۶-۲- رابطه تجربی برای محاسبه بار کمانش ورق‌های دارای گشودگی شیاری

در این بخش با استفاده از چند جمله‌ایهای لاگرانژ و نتایج تجربی بدست آمده، روابطی برای محاسبه بار کمانش ورق‌های دارای گشودگی شیاری شکل، تحت بار فشاری محوری ارائه شده است.

در رابطه ۶-۱ و ۶-۲، متغیر C طول شیار، و متغیر θ زاویه امتداد شیار با امتداد طولی ورق مستطیلی می‌باشند.

$$P_{cr} = 1.261466255\ C^4 + 2685423.799 - 0.6587742830\times 10^{-5}\ C^4\theta^3 + 0.001242519265\ C^4\theta^2 - 0.07258892205\ C^4\theta + 0.001077229964\ C^3\theta^3 + 11.89412289\ C^3\theta - 0.06336650317\ C^2\theta^3 - 304370.2980\ C - 0.2033548768\ C^3\theta^2 + 11.96400888\ C^2\theta^2 - 700.0378202\ C^2\theta + 1.580630449\ C\theta^3 - 298.1656822\ C\theta^2 + 17429.52888\ C\theta + 12215.58187\ C^2 - 152414.4978\ \theta + 2611.066205\ \theta^2 - 207.1914457\ C^3 - 13.85929253\ \theta^3 \quad (۱-۶)$$

$$P_{cr} = .00009059763100\ C^4 + 0\ .02185823523\ C^3 - 5.235863804\ C^2 + 278.8146962\ C + 17933.45010 \quad (۲-۶)$$

این روابط برای وق‌های مستطیلی با نسبت طول به عرض ۱/۵، عرض ۱۰۰ و ضخامت ۲ میلیمتر، که مرکز گشودگی شیاری شکل منطبق بر مرکز ورق بوده و عرض شیار ۱۰ میلیمتر، و نقص اولیه آن در حدود ۱۵ تا ۲۰٪ ضخامت ورق باشد، معتبر است.

رابطه ۶-۱ بار کمانش را برای ورق‌های دارای گشودگی شیاری شکل، با طول شیار یعنی C متغیر از ۲۰ تا ۶۰ میلیمتر و زاویه θ متغیر از ۳۰ تا ۹۰ درجه، پیش‌بینی می‌کند.

برای شیارهای با θ برابر با ۰ درجه، و طول شیار متغیر، می‌توان از رابطه ۶-۲ استفاده کرد، که توسط این رابطه، می‌توان بار کمانش را برای ورق‌های دارای گشودگی شیاری شکل با طول ۲۰ تا ۹۰ میلیمتر، پیش‌بینی کرد.

باید توجه داشت که این روابط برای ورق‌هایی کاربرد دارند که جنس آنها مشابه فولاد بکار رفته برای ورق‌های استفاده شده در این تحقیق باشند.

فصل هفتم

نتایج و پیشنهادها

کمانش ورق‌های مستطیلی دارای گشودگی شیاری شکل و نیـز گشـودگی دایـروی بـه قطـر 0.2 b، و با نسبت ضخامت b/t = 0.02 ، تحت شرایط مرزی گیردار در لبـه‌هـای تحـت بـار شـرایط مرزی آزاد در لبه‌های بدون بار (CFCF) و با چهار نسبت طول به عرض متفاوت به روش المان محدود و به صورت تجربی مورد مطالعه قرار گرفت. در نمونه های با گشودگی دایروی، علاوه بر تـاثیر نسـبت طول به عرض، تاثیر جابجا شدن موقعیت گشودگی و نیز تاثیر تعداد گشودگی‌هـا مـورد بررسـی قـرار گرفت، و در نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل، تاثیر تغییر موقعیـت و مسـاحت گشـودگی نیـز بررسی شد. نتایج تجربی به دست آمده، با اختلاف بسیار اندکی با نتایج عددی، روش مورد استفاده در تحلیل کمانش ورق‌های مستطیلی دارای گشودگی را تائید می‌کنند.

نتایج حاصل که در فصول گذشته به آنها اشاره شد به اختصار چنین می‌باشند.

- از مقایسه منحنیهای حاصل از روش عددی و تجربی نتیجه میشود که این منحنیهـا مطابقت بسیار خوبی دارند.
- اختلاف بین مقادیر بار کمانش حاصـل از روش عـددی و روش تجربـی بـرای اکثـر نمونه‌ها کمتر از ۲ درصد است.

- همچنین تغییر شکل حاصل از روش اجزا محدود و روش تجربی نمونه‌ها، در حالت‌های کمانش و پس‌کمانش کاملا شبیه یکدیگر است.
- بار کمانش در تمامی نمونه‌ها بسیار کمتر از بار تسلیم بوده و کمانش الاستیک در همهٔ نمونه‌ها رخ داد.
- حداکثر تاثیر وجود یک گشودگی (d/b= 0.2) ، ۱۲٪ کاهش بار کمانش نسبت به نمونهٔ فاقد گشودگی می‌باشد.
- با افزایش نسبت طول به عرض، بار کمانش به صورت چشمگیری کاهش می‌یابد.
- فاصلهٔ طولی موثر مرکز گشودگی استفاده شده از مرکز صفحه برابر با ۲۰٪ طول ورق می‌باشد. به طوریکه اگر گشودگی خارج از این فاصله واقع شود تاثیر آن در کاهش بار کمانش بسیار اندک خواهد بود.
- به دلیل شرایط مرزی آزاد در لبه‌های کناری، جابجایی گشودگی از مرکز صفحه در امتداد عرضی، تاثیر بسیار اندکی در تغییر بار کمانش دارد.
- مقدار نقص اولیه تاثیری بر رفتار پس‌کمانشی ورق مستطیلی ندارد.
- در نمونه‌های دارای گشودگی دایروی، با قرار گرفتن هر یک عدد گشودگی در محدوده فاصله موثر از مرکز صفحه در امتداد طولی، با کمانش در حدود ۱۰٪ نسبت به نمونه‌فاقد گشودگی کاهش می‌یابد.
- در نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل، با افزایش طول شیار، بار کمانش در نمونه‌های دارای θ یکسان، افزایش پیدا میکند، و همچنین افزایش طول شیار، در کاهش بار کمانش، در حالت θ برابر ۹۰ درجه، بیشترین تاثیر را دارد.
- در نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل، با افزایش زاویه θ از ۰ تا ۹۰ درجه، در طول شیار یکسان ، بار کمانش کاهش پیدا می‌کند، و همچنین تاثیر تغییر θ در نمونه‌های دارای طول شیار بزرگتر بیشتر می‌شود.
- در نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل، در حالتی که θ برابر با ۰ درجه می‌باشد، کاهش یا افزایش طول شیار تاثیر چشمگیری در مقدار بار کمانش ندارد، چرا

که در این حالت با تغییر طول شیار، هیچ تغییری در تصویر گشودگی در امتداد عرضی ورق رخ نمی‌دهد، و با بررسی نتایج در θهای دیگر، مشخص شد که هرچه اندازه تصویر گشودگی در امتداد عرضی ورق افزایش پیدا می‌کند، بار کمانش کاهش می‌یابد.

- رابطه‌ای بر اساس نتایج تجربی برای پیش‌بینی بار کمانش نمونه‌های دارای گشودگی شیاری شکل، پیشنهاد شد.

می‌توان در مطالعات آینده، تاثیر نسبت ضخامت ورق و نیز تاثیر هندسهٔ گشودگی‌های هم‌مساحت در نسبت طول به عرض‌های مختلف را در مواد با جنس‌های متفاوت مورد بررسی قرار داد.

مراجع

[1] Timoshenko SP, Gere JM. Theory of Elastic Stability. 2nd ed. New York (NY): McGraw-Hill Book Company, 1961.
[2] D.O.Almorth , B.O.Brush , Buckling of bars, plates, and shells, 1975
[3] ABAQUS User's Manual
[4] Khaled M. El-Sawy, Aly S. Nazmy , Effect of aspect ratio on the elastic buckling of uniaxially loaded plates with eccentric holes , Thin-Walled Structures 39 (2001) 983–998
[5] Khaled M. El-Sawy, Aly S. Nazmy, Mohammad Ikbal Martini , Elasto-plastic buckling of perforated plates under uniaxial compression , Thin-Walled Structures 42 (2004) 1083–1101
[6] R. Narayanan and F. Y. Chow , Ultimate Capacity of Uniaxially Compressed Perforated Plates, Thin-Walled Structures 2 (1984) 241-264
[7] Shanmugam NE, Thevendran V, Tan YH. Design formula for axially compressed perforated plates. Thin-Walled Structures 34 (1999) 1–20.
[8] T. M. Roberts and Z. G. Azizian, Strength of Perforated Plates Subjected to In-Plane Loading, Thin-Walled Structures 2 (1984) 153-164
[9] A. L. Yetterman and C. J. Brown, The Elastic Stability Of Square Perforated Plates, Computer & Structures Vol. 21. No. 6. pp. 1267-1272. 1985
[10] F.S. Maan , O.M. Querin, D.C. Barton, Extension of the fixed grid finite element method to eigenvalue problems, Advances in Engineering Software (2007)
[11] Anand V. Singh, Muhammad Tanveer, Eigenvalue analysis of doubly connected plates with different configurations, Journal of Sound and Vibration 295 (2006) 76–93
[12] Kiyohiro Ikedaa, , Toshiyuki Kitadab, Masahide Matsumurab,YukiYamakawa, Imperfection sensitivity of ultimate buckling strength of elastic–plastic square plates under compression, International Journal of Non-Linear Mechanics 42 (2007) 529 – 541
[13] F.Mignot, J-P.Puel, P-M.Suquet, Homogenization and Bifurcation of Perforated Plates, Engineering science vol 18. pp. 409-414, 1980
[۱۴] مسعود مهدیزاده رخی، بررسی عددی و تجربی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی، پایان نامهٔ کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شاهرود، تابستان ۸۶

Abstract

Steel plates are used in many structures, such as deck and bottom of ship structures, plate the box girders of bridges, platforms of offshore structures, and structures used in aerospace industries. In many occasions these plates are subjected to axial compressive forces, which makes them prone to instability or buckling. In many cases, it is almost inevitable to have holes in the plate elements for inspection, maintenance, and service purposes. In such cases, the presence of these holes redistributes the membrane stresses in the plates and may reduce their stability significantly. Therefore, it is necessary to carefully investigate the buckling behavior of these plates. In this investigation, the buckling behavior of rectangular perforated plates with different holes numbers, shapes, sizes and positons has been studied both numerically and experimentally. Different aspect ratios for plates are used to study effect of these parameters on buckling load. FEM using *ABAQUS* software is used for the numerical investigation. The finite element results have been agreed well the experimental results.

Key words : buckling , rectangular plate , perforated plate, axial compressive load , FEM , experimental test

shahrood university of technology
faculty of mechanical engineering

M.Sc. Thesis of Mechanical Engineering

Numerical and Experimental Investigation of Buckling for the Rectangular Perforated Steel Plates With Two Solid Edge Supports

supervised by :
Dr. Mahmoud Shariati

& Dr. Ardeshir Karami Mohammadi

By :
Yashar Faradjian Mohtaram

Sep. 2007