

دانشگاه صنعتی شاهرود
دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

عنوان:

تحلیل جریان گذرا در سیستمهای آبی

دانشجو:

مهدی سراج اکبری

استاد راهنما:

دکتر محمد حسن کیهانی

استاد مشاور:

دکتر محمد شاهسون

تیر ۸۶

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱.....	فصل اول - مقدمه
۳.....	فصل دوم - مفاهیم پایه
۳.....	۱-۲- معادلات پایه
۵.....	۲-۲- خطوط سطح انرژی و هیدرولیکی
۶.....	۳-۲- فرمولهای افت هد
۷.....	۲-۳-۱- اصطکاک لوله
۸.....	۲-۳-۲- معادله دارسی و ایسباخ
۱۰.....	۲-۳-۳- معادلات تجربی
۱۱.....	۲-۳-۴- فرمولهای نمایی
۱۳.....	۲-۳-۵- افتهای جزئی و محلی
۱۴.....	۲-۴- جریان پایدار
۱۴.....	۲-۵- آنالیز شبکه
۱۵.....	۲-۵-۱- روابط پایه بین اجزاء شبکه
۱۷.....	۲-۵-۲- سیستم معادلات برای جریان پایدار در شبکه ها
۲۲.....	۲-۵-۳- تئوری حل معادلات شبکه به روش نیوتن
۲۷.....	۲-۶- طراحی شبکه
۲۷.....	۲-۶-۱- حل بر پایه معادله دارسی و ایسباخ
۳۰.....	۲-۶-۲- حل بر پایه معادله هازن - ویلیامز

۳۱	۷-۲-جریان گذرا.....
۳۲	۸-۲-گذرای واقعی.....
۳۲	۸-۲-۱-معادله اویلر.....
۳۴	۸-۲-۲-جریان ستون صلب در لوله‌های قطر ثابت.....
۳۷	۹-۲-ضربه آبی.....
۴۱	۹-۲-۱-معادله حاکم بر تغییرات فشار ΔH
۴۴	۹-۲-۲-سرعت موج برای لوله‌های جدار نازک.....
۵۱	۹-۲-۳-لوله‌های جدار ضخیم.....
۵۱	۹-۲-۴-تونل‌های دایره‌ای.....
۵۲	۱۰-۲-جدایش ستون آب.....
۵۳	۱۰-۲-۱-سرعت موج در مخلوط سیال مایع و گاز.....
۵۶	۱۱-۲-معادلات دیفرانسیل جریان گذرا.....
۵۶	۱۱-۲-۱-معادله بقای جرم.....
۶۰	۱۲-۲-حل با استفاده از روش مشخصه‌ها.....
۶۳	۱۲-۲-۱-حل عددی معادلات تقریبی.....
۷۰	۱۳-۲-حل با استفاده از روش جبری.....
۷۳	۱۴-۲-حل با استفاده از روش اریسمتیک.....
۷۵	۱۵-۲-حل با استفاده از روش گرافیکی.....
۸۲	فصل سوم - حل معادلات کامل ضربه آبی در لوله‌های سری و شبکه‌ای.....
۸۲	۳-۱-روش مشخصه‌ها برای حل معادلات کامل.....
۸۴	۳-۲-حل عددی معادلات کامل ضربه آبی.....

۳-۳-جریان گذرا در سیستمهای لوله‌کشی.....	۸۷
۳-۳-۱-شرایط مرزی داخلی برای لوله‌های سری.....	۸۷
۳-۳-۲-شرط مرزی در انشعابات لوله.....	۸۹
۳-۴-انتخاب ΔI	۹۳
فصل چهارم - مدلسازی تجهیزات جانبی.....	۹۸
۴-۱-مدلسازی شیرهای واقعی.....	۹۸
۴-۱-۱-شیر در داخل لوله.....	۹۹
۴-۱-۲-شیر در انتهای لوله و در مجاورت مخزن.....	۱۰۱
۴-۲-مدلسازی پمپ در جریان گذرا.....	۱۰۲
۴-۲-۱-پمپ دور ثابت بالا دست لوله.....	۱۰۴
۴-۲-۲-از کار افتادن ناگهانی پمپ.....	۱۰۷
۴-۲-۳-معادلات برای پمپهای تقویت کننده.....	۱۱۰
۴-۲-۴-بدست آوردن تغییرات سرعت پمپ.....	۱۱۱
۴-۲-۵-حل معادلات برای پمپ تقویت کننده.....	۱۱۳
۴-۲-۶-معادلات مورد استفاده برای پمپ اصلی.....	۱۱۴
فصل پنجم- مدلسازی تجهیزات کنترلی.....	۱۱۶
۵-۱-مخازن موج‌گیر.....	۱۱۶
۵-۱-۱-مخازن موج‌گیر با انتهای باز.....	۱۱۷
۵-۱-۲-مخازن موج‌گیر یک طرفه.....	۱۱۷
۵-۲-مخزن هوایی.....	۱۲۰
فصل ششم-حل مثال و مقایسه نتایج.....	۱۲۶

۱-۶ حل جریان گذرا در يك خط لوله.....	۱۲۶
۲-۶ حل جریان گذرا در شبکه آبرسانی.....	۱۳۰
۳-۶ حل جریان گذرا ناشی از قطع توان پمپ.....	۱۳۳
۴-۶ خط انتقال آب به همراه مخزن یکطرفه و مخزن هوایی.....	۱۳۵
فهرست منابع و مآخذ.....	۱۳۹
ضمیمه.....	۱۴۱

فهرست اشکال

عنوان	صفحه
شکل ۱-۲- خطوط HGL, EL و افت هد در لوله.....	۶
شکل ۲-۲- دیاگرام مودی برای ضریب اصطکاک دارسی - وایسباخ.....	۱۰
شکل ۳-۲- سیستم حلقه‌ای (۱۲ لوله و ۶ گره) سیستم شاخه‌ای (۶ لوله و ۷ گره).....	۱۶
شکل ۴-۲- مسئله سه مخزن.....	۲۴
شکل ۵-۲- مسئله طرحی برای سیستم با دو مخزن.....	۲۷
شکل ۶-۲- المان استوانه‌ای سیال و نیروهای وارد بر آن.....	۳۲
شکل ۷-۲- مخزن باهد ثابت با شیر در انتهای پایین دست لوله با شیب ثابت.....	۳۵
شکل ۹-۲- انتشار امواج فشاری گذرا در لوله.....	۴۰
شکل ۱۰-۲- حجم کنترل جریان ناپایدار.....	۴۱
شکل ۱۱-۲- حجم کنترل جریان پایدار.....	۴۱
شکل ۱۲-۲- حجم کنترل جریان پایدار و نیروهای وارده.....	۴۲
شکل ۱۳-۲- انتشار موج فشاری در دو زمان متفاوت.....	۴۴
شکل ۱۴-۲- حجم کنترل مماس با سطوح داخلی لوله.....	۵۷
شکل ۱۵-۲- صفحه S-t برای جریان در تک لوله.....	۶۲
شکل ۱۶-۲- صفحه S-t به همراه خطوط مشخصه.....	۶۴
شکل ۱۷-۲- شبکه مشخصه‌ها برای تک لوله.....	۶۶
شکل ۱۸-۲- مقایسه شبکه دیاموند و مربعی.....	۶۷
شکل ۱۹-۲- انتشار امواج در صفحه.....	۶۸

- شکل ۲-۲۰- علامتگذاری در روش جبری ۷۰
- شکل ۲-۲۱- تک لوله به همراه مخزن در بالادست و شیر در پایین دست ۷۲
- شکل ۲-۲۲- توابع فشاری f, F ۷۶
- شکل ۲-۲۳- نمودار متغیرهای وابسته در روش گرافیکی ۷۷
- شکل ۲-۲۴- تک لوله به همراه مخزن در بالادست و شیر در پایین دست ۷۸
- شکل ۲-۲۵- حل با روش گرافیکی برای بسته شدن ناگهانی ۷۹
- شکل ۲-۲۶- حل با روش گرافیکی برای بسته شدن مرحله‌ای ۸۱
- شکل ۳-۱- میانمایی برای مقادیر V, H در شبکه $\Delta s - \Delta t$ ۸۴
- شکل ۳-۲- پارامترهای فرآیند میانمایی ۸۵
- شکل ۳-۳- شرط مرزی در لوله‌های سری ۸۸
- شکل ۳-۴- اتصال سه لوله‌ای - یک ورودی و دو خروجی ۹۰
- شکل ۳-۵- اتصال سه لوله‌ای - دو ورودی و یک خروجی ۹۱
- شکل ۳-۶- اتصال سه لوله‌ای با یک جریان خروجی ثابت ۹۲
- شکل ۳-۷- اتصال چهارلوله‌ای - سه ورودی و یک خروجی ۹۳
- شکل ۳-۸- صفحه $S-t$ برای در لوله با تعداد تقسیمات ثابت ۹۴
- شکل ۳-۹- صفحه $S-t$ برای دو لوله با بازه‌های زمانی ثابت و میانمایی با خطای بالا ۹۴
- شکل ۳-۱۰- صفحه $S-t$ با تعداد تقسیمات متفاوت و میانمایی با خطای کم ۹۵
- شکل ۳-۱۱- مدلسازی پدیده جدایش ستون آب ۹۷
- شکل ۴-۱- شیر در داخل لوله با قطر ثابت ۹۹
- شکل ۴-۲- نمودار مشخصه‌های پمپ در سرعت‌های مختلف ۱۰۸
- شکل ۴-۳- نمودار T/N^2 و $h_p N^2$ برای یک پمپ ۱۱۰

- شکل ۴-۴- نمودار خطی $h_p N^2$ بر حسب Q/N^2 ۱۱۳
- شکل ۵-۱- مخزن موج گیر یک طرفه ۱۱۸
- شکل ۵-۲- مخازن موج گیر یک طرفه در سیستم آبرسانی ۱۲۰
- شکل ۵-۳- مخزن هدایی ۱۲۱
- شکل ۵-۴- انتشار امواج منفی پس از قطع توان پمپ ۱۲۱
- شکل ۵-۵- انتشار امواج منفی پس از قطع توان پمپ برای سیستم شامل مخزن هوایی و مخزن موج گیر ۱۲۲
- شکل ۶-۱- طرح شماتیک دستگاه آزمایشگاهی ۱۲۶
- شکل ۶-۲- هد در مجاورت شیر و نقطه میانی لوله، $V = 0.2 \text{ m/s}$, $H_T = 32 \text{ m}$ ۱۲۷
- شکل ۶-۳- نتایج حاصل از حل عددی (MOC) برای نقطه میانی $V = 0.2 \text{ m/s}$, $H_T = 32 \text{ m}$ ۱۲۷
- شکل ۶-۴- نتایج حاصل از حل عددی (MOC) برای نقطه مجاور شیر ۱۲۷
- $V = 0.2 \text{ m/s}$, $H_T = 32 \text{ m}$ ۱۲۷
- شکل ۶-۵- هد در مجاورت شیر و نقطه میانی لوله، $V = 0.3 \text{ m/s}$, $H_T = 22 \text{ m}$ ۱۲۸
- شکل ۶-۶- نتایج حاصل از حل عددی با مدلسازی جدایش ستون آب برای نقطه میانی ۱۲۸
- $V = 0.3 \text{ m/s}$, $H_T = 22 \text{ m}$ ۱۲۸
- شکل ۶-۷- نتایج حاصل از حل عددی با مدلسازی جدایش ستون آب برای نقطه مجاور شیر ۱۲۸
- $V = 0.3 \text{ m/s}$, $H_T = 22 \text{ m}$ ۱۲۸
- شکل ۶-۸- شبکه آبرسانی ۱۳۰
- شکل ۶-۹- نمودار هد بر حسب زمان در گره شماره ۲ ۱۳۱

- شکل ۶-۱۰- نمودارهد بر حسب زمان در گره شماره ۲ (حل با روش MOC) ۱۳۱
- شکل ۶-۱۱- مقایسه هد در گره های شماره ۲و ۶ ۱۳۲
- شکل ۶-۱۲- خط انتقال لوله به همراه پمپ تقویت کننده ۱۳۳
- شکل ۶-۱۳- فشارهای ماکزیمم و مینیمم در خط لوله ناشی از قطع توان پمپ ۱۳۴
- شکل ۶-۱۴- فشارهای ماکزیمم و مینیمم در طول لوله (حل با روش MOC) ۱۳۴
- شکل ۶-۱۵- خط لوله انتقال آب به مخزن از رود خانه به همراه یک مخزن موج گیر ۱۳۵
- شکل ۶-۱۶- فشارهای ماکزیمم و مینیمم در طول لوله پس از قطع توان پمپ ۱۳۶
- شکل ۶-۱۷- فشارهای ماکزیمم و مینیمم در طول لوله پس از قطع توان پمپ (حل با روش MOC) ۱۳۶
- شکل ۶-۱۸- خط لوله انتقال آب به همراه تجهیزات کنترلی ۱۳۷
- شکل ۶-۱۹- فشارهای مینیمم در طول خط لوله در حالت های مختلف ۱۳۸

فهرست علائم و نشانه ها

ρ	چگالی سیال
V	سرعت متوسط
U	سرعت
A	سطح مقطع
ν	ویسکوزیته
γ	جرم مخصوص
p	فشار استاتیک
τ	تنش برشی
r	شعاع
Q	دبی جریان
f	ضریب اصطکاک داریسی وایسباخ
g	شتاب گرانش
L	طول لوله
Re	عدد رینولدز
H	هد پیزومتریک
a	سرعت موج در لوله
σ	تنش

کرنش طولی	ϵ
ضریب پواسون	μ
مدول الاستیسیته	E
مدول بالک سیال	K
ضخامت دیواره لوله	e
زمان	t
حجم	V
ارتفاع سطح	z

فصل اول

مقدمه

جریان گذرا در سیستمهای آبرسانی سبب ایجاد مشکلات در سطوح مختلف می شود. این پدیده می تواند باعث از کار افتادن و ایجاد صدمات جبران ناپذیری در سیستمهای نیروگاهی شود. همچنین جریان گذرا در سیستمهای آبرسانی شهری باعث بروز جدایش ستون آب و کاویتاسیون در لوله شده که موجب نارسایی در سیستم آبرسانی می شود. آنچه باعث پیدایش این جریانهها می شود شامل خطاهای انسانی و یا حوادثی است که مشکلی در تجهیزات سیستم مانند پمپ ایجاد می کند. در هر صورت پیش بینی جریان گذرا در تمامی سیستمهای مذکور به عنوان قسمت مهمی از طراحی محسوب می شود. جریان گذرا را می توان به دو دسته تقسیم بندی کرد. جریان شبه دائم که در آن اثرات اینرسی و تراکم پذیری آب صرف نظر می شود و شامل جریانهای است که تغییرات حاصله در مدت زمان نسبتاً طولانی اتفاق می افتد. دسته دوم، جریان گذرای واقعی نام دارد که در آن اثرات اینرسی لحاظ می شود و جریان ستون صلب نام دارد و یا در صورتی که تغییرات زمانی شدید باشد علاوه بر اینرسی اثرات الاستیک نیز مد نظر قرار می گیرد که مسئله ضربه آبی نام دارد.

جهت حل معادلات ضربه آبی که شامل معادله اویلر و پیوستگی است از روش مشخصه ها استفاده می شود. با توجه به اینکه برای حل معادلات ضربه آبی نیاز به حل سیستم در حالت پایدار داریم، در ابتدای

کار در فصل دوم حل جریان دائم در سیستمهای انتقال آب و شبکه های آبرسانی ارائه خواهد شد. پس از آن سرعت موج در لوله ها و مجاری به عنوان یکی از زیر بناهای جریان گذرا استخراج خواهد شد. چند روش معمول و ابتدائی برای حل ضربه آبی شرح داده می شود.

در فصل سوم معادلات کامل ضربه آبی و شرایط مرزی داخلی برای لوله های سری و انشعابات لوله ها بیان خواهد شد.

در فصل چهارم تجهیزات جانبی مانند شیرها ، پمپهای تقویت کننده و اصلی ، شیرهای یک طرفه و نحوه تاثیر آنها در ایجاد ضربه آبی مدلسازی می شود.

در فصل پنجم ابزار کنترلی جهت کاهش تاثیرات ضربه آبی در سیستمهای آبرسانی معرفی و نحوه مدلسازی آنها ارائه خواهد شد.

در فصل ششم نتایج مدلسازیهای فوق با نتایج سایر منابع مقایسه می شود.

فصل دوم

مفاهیم پایه

۲-۱- معادلات پایه

قانون بقای جرم یکی از مهمترین مفاهیم پایه ای است. به طور کلی دانسیته سیال با تغییرات دما و فشار تغییر می کند. برای یک حجم کنترل V که محدود به سطح S است، قانون بقای جرم را میتوان به شکل زیر نوشت [1].

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (2-1)$$

در این رابطه $\vec{v}$ سرعت، $\vec{n}$ بردار یکه خارجی عمود بر سطح S و t زمان است. جمله اول تجمع جرم در حجم کنترل در زمان مورد نظر است که مقدار آن برای جریان پایدار صفر است. در هر نقطه ای که روی سطح قرار دارد حاصل ضرب نقطه ای $\vec{v} \cdot \vec{n}$ مؤلفه ای از سرعت خواهد بود که از سطح عبور می کند، در نتیجه جمله دوم مقدار خالص خروجی از کل سطح کنترل را نشان میدهد. برای جریان پایدار غیر قابل تراکم داخل لوله، از معادله پیوستگی به جای بقای جرم استفاده می شود و به شکل زیر نوشته می شود:

$$Q = \int_A v dA = V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (2-2)$$

که در آن Q دبی حجمی است که از سطح مقطع لوله می گذرد و می توان آنرا به صورت حاصل ضرب سرعت میانگین V و مساحت سطح مقطع لوله A نوشت.

اصل کار- انرژی دومین اصل مهم است که برای سادگی از آن به عنوان اصل انرژی یاد می شود، برخی آنرا معادله برنولی می نامند.

برای جریان پایدار یک بعدی سیال داخل لوله معادله انرژی بین دو نقطه به شکل زیر نوشته می شود [1]:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \sum h_{L-2} - h_m \quad (3-2)$$

که در این معادله $V^2/2g$ هد سرعت و یا انرژی جنبشی است، p/γ هد فشار یا کار سیال و z هد ارتفاع یا انرژی پتانسیل است و تماماً برواحد وزن هستند. اگر دو جمله سمت راست معادله را حذف کنیم به معادله کلاسیک برنولی می رسیم. دو جمله آخر در بحث هیدرولیک خطوط لوله از اهمیت خاصی برخوردار هستند. جمله افت هد یا افت انرژی انباشته شده برواحد وزن، $\sum h_L$ ، جمع افت هد های موضعی است که بواسطه تاثیرات اصطکاک بین دو مقطع ۱ و ۲ بوجود می آید. آخرین جمله، h_m ، انرژی مکانیکی است که با استفاده از ماشینهای هیدرولیکی به سیستم اضافه می شود. یک پمپ به سیال انرژی می دهد در نتیجه h_m مثبت خواهد بود و h_p نامیده می شود اما یک توربین انرژی مصرف می کند و h_m منفی خواهد بود و h_f نامیده میشود.

آخرین اصل مهم ممنتوم خطی نام دارد که از معادله ممنتوم ضربه ای نتیجه می شود [1]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{v} dV + \int_S \vec{v} (\rho \vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \vec{F}_{net} = \vec{F}_S + \vec{F}_B \quad (4-2)$$

که در آن مقدار خالص نیرو در حجم کنترل که میتوان آنرا به دو نیروی سطحی و حجمی تقسیم کرد، مساوی نرخ انباشتگی ممنتوم داخل حجم کنترل به اضافه شار خالص عبوری ممنتوم از سطح

کنترل است. برای جریان پایدار مقدار جمله اول برابر صفر است. برای جریان پایدار غیر قابل تراکم یک بعدی داخل لوله معادله ممنتوم در جهت جریان به شکل زیر است:

$$\vec{F}_{net} = \rho Q (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \quad (5-2)$$

که در آن فرض بر آن است که جریان از سمت راست وارد لوله میشود، مقطع ۱، و به سمت راست جریان میابد، مقطع ۲. اگر سطح مقطع لوله ثابت باشد و لوله مستقیم باشد، آنگاه سرعتها مساوی خواهند بود و معادله به شکل $\vec{F}_{net} = 0$ خلاصه میشود. معادله بالا به شکل برداری است، میتوان آنرا به صورت مولفه ای نوشت. برای جریان دو بعدی در صفحه x-y مؤلفه های معادله عبارتند از :

$$\begin{aligned} \sum F_x &= (\rho Q V_x)_2 - (\rho Q V_x)_1 = (\rho Q V_x^2)_2 - (\rho Q V_x^2)_1 \\ \sum F_y &= (\rho Q V_y)_2 - (\rho Q V_y)_1 = (\rho Q V_y^2)_2 - (\rho Q V_y^2)_1 \end{aligned} \quad (6-2)$$

۲-۲- خطوط سطح انرژی و هیدرولیکی

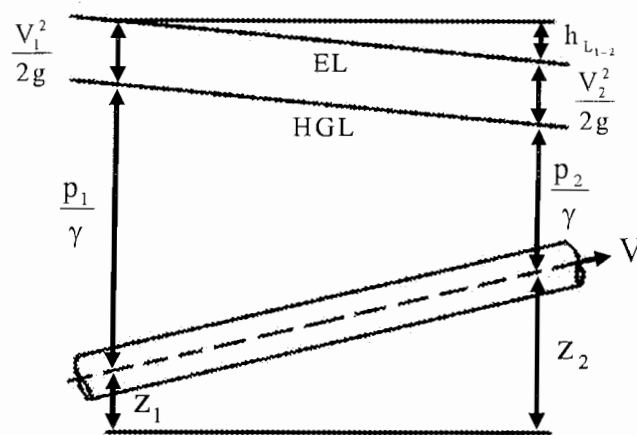
خط سطح انرژی که به آن خط انرژی هم گفته میشود و برای سادگی با EL^1 نشان داده میشود، نمودار مجموع سه جمله اول معادله کار- انرژی است که البته مجموع برنولی نیز میباشد و رابطه آن به شکل زیر است:

$$EL = \frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z \quad (7-2)$$

همانطور که می بینید تمام جملات دارای واحد ارتفاع هستند. اگر یک پیتوت را داخل جریان قرار دهیم به طوری که در انتهای آن به طور محلی سرعت معادل صفر شود، هد سرعت به عنوان هد فشاری عمل خواهد کرد و ارتفاع آب نشان دهنده سطح EL برای آن نقطه از سیال خواهد بود. خط

¹ Energy Line

سطح هیدرولیکی، HGL^1 ، تنها جمع دو جمله فشار و هد ارتفاع است که به آن هد پیزومتریک نیز می‌گویند که به راحتی میتوان آنرا با استفاده از پیزومتر اندازه‌گیری کرد. نمودار HGL به سادگی



شکل ۲-۱- خطوط EL و HGL و افت هد در لوله

از نمودار EL قابل حصول است. نمودار EL با کم کردن هد سرعت از HGL بدست می‌آید.

۲-۳- فرمولهای افت هد

جملات افت هد در معادلات بیانگر تاثیر دو نوع پدیده در سیالات واقعی هستند. یکی از آنها افت هد ناشی از برش سیال در دیواره لوله است که اصطکاک لوله نامیده می‌شود و دیگری افت هد ناشی از اختلال محلی در جریان سیال است. افت هد ناشی از اصطکاک لوله همیشه در طول لوله وجود دارد. اغتشاشات موضعی، افت های موضعی نامیده می‌شوند که بوسیله شیرها، خمهای لوله و دیگر اتصالات پدید می‌آیند. افتهای موضعی را افتهای جزئی نیز می‌نامند که گاهی در محاسبات آورده نمیشوند و از آنها صرف نظر میشود.

¹ Hydraulic Grade Line

۲-۳-۱- اصطکاک لوله

اگر یک حجم کنترل استوانه ای کوچک را در داخل یک لوله استوانه ای در نظر بگیریم و در آن مختصات s در جهت جریان و r در جهت شعاعی باشد و در جریان پایدار معادله ممنتوم را برای آن اعمال کنیم به این نتیجه خواهیم رسید که تنش برشی متوسط سیال τ ، به عنوان تابعی از شعاع r که از خط مرکزی لوله اندازه گیری میشود به شکل زیر است [1,7]:

$$\tau = -\frac{r}{2} \gamma \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{p}{\gamma} + z \right] \quad (۸-۲)$$

که از آن دو نکته مهم را درمی یابیم:

۱- تنش برشی سیال τ به طور خطی در مقطع لوله تغییر می کند. این مقدار از صفر در خط مرکزی لوله تا مقدار ماکزیمم τ_w در دیواره با $r = D/2$ تغییر می کند.

۲- در غیاب گرادیان هد پیزومتریک $[\frac{p}{\gamma} + z]$ ، بر خلاف جهت جریان، تنش برشی صفر خواهد بود و در نتیجه جریانی هم وجود نخواهد داشت.

حال اگر ما حجم کنترل را گسترش دهیم تا مقطع لوله را بپوشاند و از معادله بالا در طول l انتگرالگیری کنیم (قطر لوله را ثابت در نظر بگیرید) به این نتیجه می رسیم که افت هد اصطکاکی h_f ، روی طول مورد نظر رابطه مستقیم با تنش برشی دیواره τ_w دارد:

$$\tau_w = h_f \frac{D}{4l} \quad (۹-۲)$$

اما رابطه بالا ارتباطی بین افت هد و سرعت متوسط و یا دبی جریان برقرار نمی کند.

۲-۳-۲- معادله دارسی- وایسباخ^۱

رابطه کلی و تابعی تنش برشی دیواره $\tau_w = F(V, D, \rho, \mu, e)$ بین تنش برشی دیواره τ_w ، سرعت متوسط V ، قطر لوله D ، چگالی سیال ρ ، لزجت μ و زبری سطح e ، با تحلیل ابعادی به شکل زیر بدست آمده است:

$$\tau_w = F\left(\frac{\rho V D}{\mu}, \frac{e}{D}\right) = \frac{f}{8} \quad (۱۰-۲)$$

ترکیب دو معادله بالا برای حذف تنش برشی دیواره به معادله ای بنیادی برای افت هد اصطکاکی منجر می شود که معادله دارسی وایسباخ نام دارد [1]:

$$h_f = f \frac{L V^2}{D 2g} = f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (۱۱-۲)$$

این معادله برای تمامی مجراها با هر سطح مقطعی و همچنین برای جریانهای آرام و مغشوش معتبر است [7]. اگر ضریب اصطکاک f را بجای تابع F تعریف کنیم، تابعی از عدد

$$\text{رینولدز } Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \text{ و زبری معادل } \frac{e}{D} \text{ خواهد بود.}$$

دیاگرام مودی^۲ که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است دارای چند ناحیه است که مربوط به انواع جریانهای داخل لوله است. همانطور که می بینید دیاگرام در دو محور هم دارای مقادیر لگاریتمی است. برای رینولدزهای زیر ۲۱۰۰ (بعضی از مولفان ۲۳۰۰ را ترجیح می دهند) تنها یک خط وجود دارد که این خط از معادلات جریان لزج و آرام بدست می آید. ضریب اصطکاک برای جریان آرام به این شکل بدست می آید:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (۱۲-۲)$$

^۱ Darcy-Weisbach

^۲ Moody Diagram

از آنجا که تنها یک خط در این ناحیه وجود دارد گفته می شود که تمام لوله ها در جریان آرام از لحاظ هیدرولیکی صیقلی هستند.

برای اعداد رینولدز بالاتر تا ۴۰۰۰ ، ناحیه بحرانی نامیده میشود که در آن ناحیه جریان از آرام به آشفتگی تغییر می کند. برای اعداد رینولدز بالاتر سه ناحیه جریان دیده میشود که به شرح آنها می پردازیم:

۱، ناحیه ای که بالای خط چین قرار دارد. در این ناحیه ضریب اصطکاک تنها تابعی از زبری است و تابعی از رینولدز نیست. برای لوله های نسبتاً زبر یا دبی های بالا این نوع جریان معمول است. در این حالت اگر جنس لوله مشخص باشد $\frac{e}{D}$ نیز مشخص خواهد بود و ضریب اصطکاک f بدست می آید.

۲، پایین ترین خط ، خط لوله های صاف نامیده می شود و با معادله تجربی زیر مرتبط است [۱]:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(Re \sqrt{f}) - 0.8 \quad (۱۳-۲)$$

این خط به طور ممتد دارای شیب است و به شکل افقی در نمی آید و همواره تابعی از رینولدز است. ضریب اصطکاک در لوله های PVC از این معادله بدست می آید.

۳، بین نواحی ۱ و ۲ یک باند گذرا وجود دارد که ناحیه گذرای مغشوش نامیده می شود که در آن f تابعی از عدد Re و $\frac{e}{D}$ است.

از معادله کولبروک وایت^۱ برای بدست آوردن مقادیر در این ناحیه استفاده می شود [۱]:

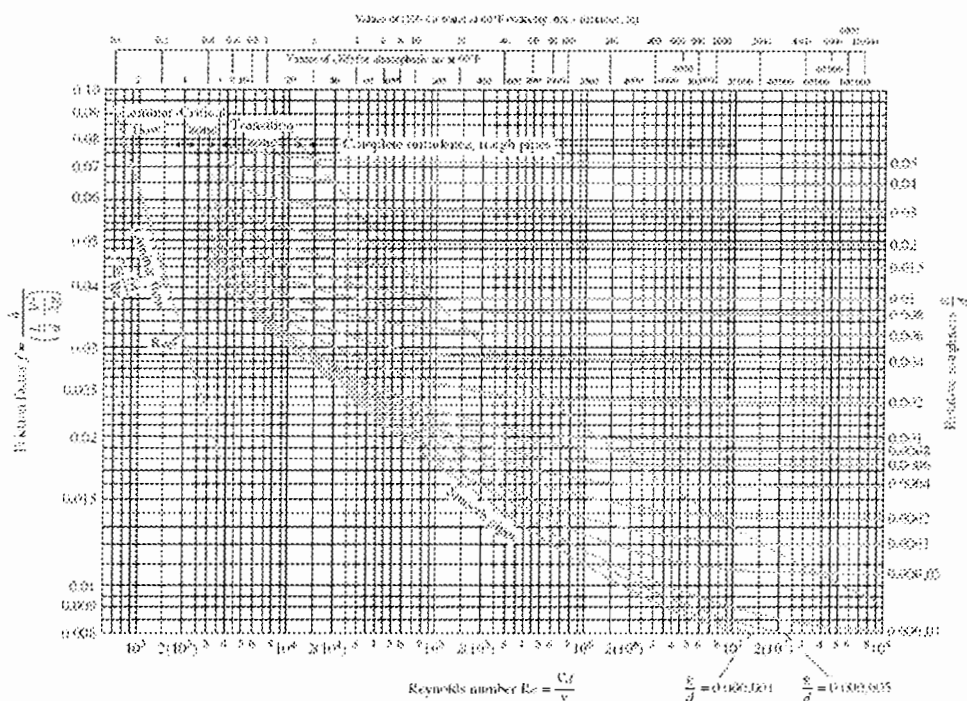
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left[\frac{e}{D} + \frac{9.35}{Re \sqrt{f}} \right] \quad (۱۴-۲)$$

به جای استفاده از معادله بالا می توان از معادله صریح هالند استفاده کرد که تنها دو درصد با معادله

^۱ Colebrook-White

بالا اختلاف دارد[7]:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \approx -1.8 \log \left[\frac{6.9}{\text{Re}_d} + \left(\frac{e/d}{3.7} \right)^{1.11} \right] \quad (2-15)$$



شکل ۲-۲- دیاگرام مودی برای ضریب اصطکاک داری - وایسباخ [7]

۳-۳-۲- معادلات تجربی

معادلات افت هد تجربی دارای سابقه ای طولانی در حل مسائل خطوط لوله هستند. کاربرد اولیه آنها همزمان با گسترش دیاگرام مودی است. و هنوز هم به طور عمومی در زمینه های حرفه ای مورد استفاده قرار می گیرند. آنچه در روابط تجربی عمومیت دارد وجود عدد با ثابتی است که به سیستم

آحاد بستگی دارد. یکی از معادلاتی که به طور گسترده مورد استفاده دارد، معادله هازن ویلیامز^۱ است [۱]:

$$Q = 1.318 C_{HW} AR^{0.63} S^{0.54} \quad ES \text{ unit} \quad (۱۶-۲)$$

$$Q = 0.849 C_{HW} AR^{0.63} S^{0.54} \quad SI \text{ unit} \quad (۱۷-۲)$$

که در آن C_{HW} ضریب زبری هازن ویلیامز است. $S = \frac{h_f}{L}$ شیب خط انرژی است. $R = A/P$ شعاع هیدرولیکی است. A مساحت سطح مقطع است و P سطح ترشده آن است. پس برای یک لوله $R = D/4$ است.

۲-۳-۴- فرمولهای نمایی

افت هد در داخل هر لوله از شبکه را می توان با یک تابع نمایی معادل کرد. این تئوری تمام شکل های معادلات افت هد را پوشش می دهد. می توان برای افت هد دارسی وایسباخ و هازن ویلیامز از آن استفاده کرد:

$$h_f = K Q^n \quad (۱۸-۲)$$

مقادیر K و n بسته به اینکه از دارسی وایسباخ و یا هازن ویلیامز استفاده کنیم تغییر می کند. معادله هازن ویلیامز را می توان برای h_f حل کرده و آنرا به صورت یک فرمول نمایی در آورد. برای معادله هازن ویلیامز، $n = 1.852$ بدست می آید. و ضریب K از رابطه زیر حاصل می شود [۱]:

$$K = \frac{C_K L}{C_{HW}^{1.852} D^{4.87}} \quad (۱۹-۲)$$

^۱ Hazen Williams

برای بدست آوردن K و n برای معادله دارسی و ایسباخ باید توجه کرد که f را می توان در دامنه ای از دیاگرام مودی با معادله زیر تقریب زد:

$$f = \frac{a}{Q^b} \quad (20-2)$$

اگر a و b مقادیر ثابتی باشند تابع بالا یک خط راست روی دیاگرام مودی خواهد بود. مقادیر K و n به شکل زیر بدست می آیند:

$$n = 2 - b \quad (21-2)$$

$$K = \frac{aL}{2gDA^2} \quad (22-2)$$

تعیین مقادیر K و n معادل انتخاب مقادیر a و b است که در معادلات بالا مقدار f در دامنه پیش بینی شده دبی را تقریب می زند.

اگر دامنه انتخاب شده خیلی بزرگ باشد افت هد بدست آمده از K و n با افت هد بدست آمده از دارسی و ایسباخ و یا کولبروک تفاوت خواهد داشت. اگر دامنه انتخاب شده محدود باشد ممکن است مقدار دبی واقعی خارج از دامنه باشد و مقادیر K و n دوباره تعیین شوند. برای بدست آوردن مقادیر a و b باید دامنه مناسبی از عدد رینولدز انتخاب شود که دبی مورد نظر را پوشش دهد، پس باید معادله کولبروک برای دو رینولدز Re_1 و Re_2 حل شود و مقادیر f_1 و f_2 و دبی های Q_1 و Q_2 محاسبه شوند.

با استفاده از دو معادله زیر می توان مقادیر a و b را بدست آورد:

$$\ln f_1 = \ln a - b \ln Q_1 \quad (23-2)$$

$$\ln f_2 = \ln a - b \ln Q_2$$

$$b = \frac{\ln(f_1 / f_2)}{\ln(Q_1 / Q_2)} \quad (24-2)$$

$$a = f_1 Q_1^6 \quad (2-25)$$

۲-۳-۵- افتهای جزئی و محلی

افتهای محلی افت هایی هستند که علاوه بر افت اصطکاک، توسط اغتشاشات محلی ناشی از تجهیزات مانند شیرها، خمها و اتصالات دیگر، ایجاد می شوند. اتلاف واقعی انرژی در یک طول محدود و نه لزوماً کوچک در خط لوله واقع می شود. اما در هیدرولیک مقدار افت هد را به طور متمرکز در جایی که وسیله مورد نظر باعث ایجاد اغتشاش در جریان شده در نظر می گیرند. اگر افت ایجاد شده در مقایسه با افت هد ناشی از اصطکاک لوله کوچک باشد به عنوان افت جزئی در نظر گرفته می شود. اصولاً افت هدهای جزئی در مطالعات اولیه لحاظ نمی شوند. اگر چه بعضی از اتلافات محلی می توانند آنقدر باشند که نتوان از آنها به عنوان افتهای جزئی نام برد به عنوان مثال می توان شیری را در نظر گرفت که به طور جزئی باز باشد.

در حالت کلی، تئوری به تنهایی قادر به تعیین مقدار افت انرژی که توسط این تجهیزات ایجاد شده نمی باشد. در نتیجه بیان این افتها با استفاده از نتایج تجربی است. افتهای محلی عموماً از معادله زیر محاسبه می شوند [1]:

$$h_{L_i} = K_{L_i} \frac{V^2}{2g} \quad (2-26)$$

که در آن $V = \frac{Q}{A}$ سرعت متوسط پایین دست جریان است. برای انبساط فرمول زیر استفاده می شود:

$$h_l = K_L \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad (2-27)$$

که در آن V_1 و V_2 به ترتیب سرعتهای بالا دست و پایین دست جریان هستند. ضریب افت K_{L_i} برای انبساط ناگهانی برابر یک است و برای انبساط های با درجات مختلف مقادیر بین 0.2 تا 1.2 را

داراست. افت هد برای جریانی که وارد مخزن می شود افت خروج نامیده می شود و در آن $K_L = 1$ و $V_2 = 0$ است، بدون اینکه وابستگی به جزئیات هندسی خروجی لوله داشته باشد. افتهای انرژی در اتصالات بیشتر در نتیجه توربلانس سیال است تا اینکه بدلیل جریانهای ثانویه باشد. افزایش سرعت محلی جریان، افت انرژی کمتری نسبت به کاهش سرعت ایجاد می کند. اگر کاهش سرعت خیلی شدید باشد جدایش ایجاد می شود که نتیجه آن توربلانس اضافی و افزایش سرعت در ناحیه جدا نشده است.

۲-۴- جریان پایدار

جریانهای پایدار آن دسته از جریانهایی هستند که مشخصات آنها در یک بازه نسبتاً طولانی از زمان ثابت است. تمام مسائل شبکه های آبی در یکی از دسته های زیر قرار می گیرند. که بستگی به معلومات و مجهولات مسئله دارد.

- ۱- مسایلی که در آنها مشخصات لوله ها و دبی ها معلوم و افت هد ها مجهول هستند.
 - ۲- مسایلی که در آنها مشخصات لوله ها و افت هد ها معلوم و دبی ها مجهول هستند.
 - ۳- مسایلی که در آنها افت هد ها و دبی ها مشخص و کمترین قطر لوله مجهول است.
- مسائلی که در دسته ۱ و ۲ قرار می گیرند مسائل تحلیلی نام دارند. حل مسائل دسته ۱ بطور مستقیم و بدون تکرار است در صورتی که دسته ۲ نیازمند روشهای تکراری است. دسته ۳ مسائل طراحی نام دارند و نیازمند فرضها و محاسبات بیشتری است. ویژگیهای خط لوله شامل طول، قطر و جنس لوله هاست.

۲-۵- آنالیز شبکه

آنالیز شبکه لوله می تواند یکی از مسائل ریاضی پیچیده باشد مخصوصاً اگر شبکه مورد نظر گسترده باشد که حتی در سیستم آبرسانی یک شهر کوچک نیز دیده می شود. قسمت قابل توجهی از معادلات شامل معادلات غیر خطی می شود و تعداد زیادی از این معادلات باید به طور همزمان حل شوند. قبل از اینکه کامپیوترها به طور گسترده در مسائل مهندسی مورد استفاده قرار بگیرند حل مسائل شبکه به راحتی امکانپذیر نبوده است. اما کامپیوتر حل یک شبکه گسترده را به سادگی امکانپذیر کرده است. چند اصل پایه ای مکانیک سیالات پایه کار در آنالیز شبکه لوله است. این اصول پایه ای عبارتند از

۱- بقای جرم و یا اصل پیوستگی

۲- اصل کار- انرژی

۳- رابطه بین اصطکاک سیال و اتلاف انرژی

که قبلاً به آنها اشاره شده است. در اینجا سعی بر آن است که یک سیستم هیدرولیکی گسترده را با استفاده از حل معادلات بالا به طور همزمان حل کنیم.

یکی از قدیمی ترین روشهای حل مسائل جریان پایدار در شبکه لوله روش هاردی کراس^۱ است. که یکی از اولین تطابقات با روش توزیع لنگر در سال ۱۹۳۶ است. قبل از روی کار آمدن کامپیوتر در سال ۱۹۶۰ این روش بدلیل راحتی و محاسبه دستی از قابلیت خوبی برخوردار بود و بعد از آن پایه بسیاری از نرم افزارهای اولیه شد ولی بدلیل برخی مشکلات همگرایی برای سیستمهای بزرگ که شامل پمپ و دیگر تجهیزات بودند کمتر مورد استفاده قرار می گیرد. امروزه روش نیوتن برای حل معادلات غیر خطی بیشتر مورد استفاده است و با این روش می توان شبکه های گسترده ای را بایک کامپیوتر به سادگی تجزیه و تحلیل کرد.

^۱ Hardy Cross

۲-۵-۱- روابط پایه بین اجزاء شبکه

دو اصل مهم که آنالیز تمام شبکه ها توسط آن انجام می شود شامل ۱- بقای جرم یا پیوستگی ۲- اصل کار انرژی که شامل معادله دارسی وایسباخ یا هازن ویلیامز برای تعیین رابطه بین افت هد و دبی لوله است می باشد. معادلاتی که از معادله پیوستگی مشتق شده باشند معادلات پیوستگی و آنهایی که برپایه اصل کار انرژی هستند معادلات انرژی حلقه نامیده می شوند. تعداد این معادلات به تعداد لوله ها، تعداد گره ها و تعداد حلقه ها که در شبکه های شاخه ای و حلقه ای تولید می شود وابسته است. در این روابط NP بیانگر تعداد لوله ها در شبکه است و NJ بیانگر تعداد گره ها در شبکه است. NL تعداد حلقه هایی را نشان می دهد که براساس آنها می توان معادلات غیر وابسته نوشت. در تعیین گره ها منبع ذخیره گره محسوب نمی شود. منبع ذخیره نقطه ای است که سطح خط انرژی یا خط سطح هیدرولیکی از آن شروع می شود.

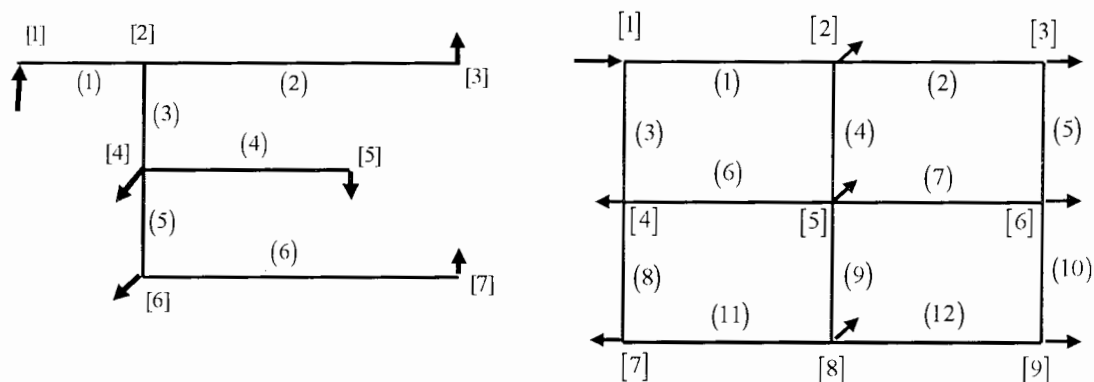
گره نقطه ای است که دو یا تعداد بیشتری لوله در آن به هم می رسند. گره می تواند در قسمت انتهایی لوله باشد، این حالت یک استثناء است که در گره تنها یک لوله موجود است. در یک سیستم شاخه ای هیچ حلقه ای وجود ندارد، برای هر سیستم شاخه ای $NL = 0$ است. در یک سیستم شاخه ای تعداد گره ها یکی بیشتر از تعداد لوله هاست، $NP = NJ - 1$. مگر اینکه مخزنی در انتهای یکی از لوله ها وجود داشته باشد که در اینصورت $NP = NJ$ است. در یک سیستم شاخه ای تنها یک مخزن می تواند وجود داشته باشد.

برای یک شبکه حلقه ای تعداد حلقه هایی که برای آنها معادلات انرژی غیر وابسته نوشته می شود از روابط زیر بدست می آید [1]:

$$NL = NP - NJ \quad (2-28)$$

برای شبکه هایی که دارای دو یا تعداد بیشتری مخزن هستند:

$$NL = NP - (NJ - 1) = NP - NJ + 1 \quad (2-29)$$



شکل ۲-۳- سیستم حلقه ای (۱۲ لوله و ۶ گره)، سیستم شاخه ای (۶ لوله و ۷ نقطه)

برای شبکه هایی که دارای یک منبع هستند، جریانی که از منبع خارج می شود با جمع مصارف برابر است. در اینصورت منبع به عنوان یک مقدار مصرفی با علامت منفی در نظر گرفته می شود و منبع به عنوان گره شناخته می شود. از معادله بالا برای یک سیستم شاخه ای هم می توان استفاده کرد. $NL = NP - (NJ - 1) = NP - NJ + 1 = 0$. در سیستم های شاخه ای شرایطی وجود دارد که مخزن نشان داده نمی شود و به جای آن از یک مقدار مصرفی با علامت منفی استفاده می شود. به طوری که جریان در آن گره وارد سیستم می شود و مقدار آن با جمع دیگر مقدار مصرفیها برابر است. حلقه های انرژی که از یک مخزن شروع می شود و به دیگری ختم می شوند، حلقه های مجازی نام دارند. تعداد حلقه های مجازی که جزئی از NL محسوب می شوند برابر با تعداد منابع منهای یک هستند. به طور کلی می توان تعداد بیشتری حلقه نسبت به آنچه برای ایجاد دستگاه معادلات غیر وابسته نیاز است تشکیل داد. برای جلوگیری از تشکیل معادلات اضافی باید توجه شود که در هر معادله، حداقل یکی از لوله ها در هیچکدام از معادلات قبلی وجود نداشته باشد.

۲-۵-۲- سیستم معادلات برای جریان پایدار در شبکه ها

از سه نوع سیستم معادلات مختلف برای حل آنالیز شبکه می توان استفاده کرد. نام آنها وابسته به این است که در حل مسئله مجهولات اصلی کدام باشند. این سیستم های معادلات، معادلات H ، Q و ΔQ هستند که در آنها به ترتیب دبی ها، سطوح HGL ها و دبی های تصحیح کننده (ΔQ) مجهولات اصلی هستند.

سیستم معادلات Q ^۱:

تحلیل جریان در شبکه لوله برپایه معادلات پیوستگی و کار - انرژی استوار است. برای ارضاء معادله پیوستگی دبی حجمی وارد شده به گره باید برابر با دبی خروجی از آن باشد. در نتیجه در تمام N و یا $N-1$ گره معادله زیر صادق است [1]:

$$QJ_r - \sum Q_r = 0 \quad (۳۰-۲)$$

در این معادله QJ_r مقدار مصرفی در گره r است و Q_r دبی در هر یک از لوله ها است که به گره r متصل شده است. این معادلات پیوستگی گره ها، اولین قسمت سیستم معادلات Q است. معادله کار - انرژی معادلات دیگری را ایجاد می کند که آنها نیز باید ارضاء شوند. این معادلات با جمع افت هدها در حلقه های واقعی و مجازی بدست می آیند. تعداد این معادلات NL است و وابسته به آنکه مربوط به حلقه های واقعی و یا مجازی باشند یکی از دو شکل زیر را به خود می گیرند:

$$\sum h_{fi} = 0 \quad (۳۱-۲)$$

$$\sum h_{fi} = \Delta WS \quad (۳۲-۲)$$

^۱ System of Q-equations

اگر افت هدها به شکل توابع نمایی بیان شوند این معادلات شکل زیر را به خود می گیرند:

$$\sum K_i Q_i^n = 0 \quad (33-2)$$

$$\sum K_i Q_i^n = \Delta WS \quad (34-2)$$

که در آنها جمع روی لوله ها انجام می شود و یک حلقه را تشکیل می دهد. در صورتی که جهت جریان بر خلاف آنچه که هنگام نوشتن معادله انرژی برای حلقه فرض شده باشد. Q_i منفی می شود و دو راه حل برای حل این مشکل وجود دارد، اول اینکه علامت جملات را عوض کنیم و جهت جریان را تصحیح کنیم و راه دوم که بیشتر ترجیح داده می شود این است که معادلات به شکل زیر نوشته شوند:

$$\sum K_i Q_i |Q_i| = 0 \quad (35-2)$$

$$\sum K_i Q_i |Q_i| = \Delta WS \quad (36-2)$$

سیستم معادلات H^1 :

در صورتی که سطح خط انرژی یا HGL در یک شبکه به عنوان متغیرهای مجهول مدنظر باشند ما باید سیستم معادلات H را حل کنیم. برای هر گره یک معادله H نوشته می شود (ویا در $N-1$ گره، در صورتی که کمتر از دو مخزن وجود داشته باشد).

از آنجا که شبکه های حلقه ای دارای تعداد گره های کمتری نسبت به تعداد لوله ها هستند در نتیجه مقدار معادلات H کمتر از معادلات Q است. هر یک از معادلات در این دستگاه نسبتاً کوچکتر غیر خطی هستند، در صورتی که معادلات پیوستگی گره ها در دستگاه معادلات Q خطی هستند. برای ایجاد سیستم معادلات H با حل معادله نمایی برای دبی ها به شکل زیر شروع می کنیم:

¹ System of H-equations

$$Q_{ij} = (h_{fij} / K_{ij})^{1/n_p} = [(H_i - H_j) / K_{ij}]^{1/n_p} \quad (37-2)$$

در اینجا افت هدهای اصطکاکی با اختلاف مقادیر HGL بین گره های بالادست و پایین دست جریان جایگزین شده است. در جملات بالا اندیسهای اول نشان دهنده گره بالا دست جریان لوله و اندیس دوم نشاندهنده گره پایین دست جریان لوله است. در نتیجه Q_{ij} و K_{ij} بیانگر دبی و ضریب افت برای لوله ای است که بین دو گره i و j قرار گرفته است. با قراردادن معادله بالا در معادلات پیوستگی گره به معادله زیر می رسیم:

$$QJ_j - \sum \{[(H_i - H_j) / K_{ij}]^{1/n_p}\}_{in} + \sum \{[(H_j - H_i) / K_{ij}]^{1/n_p}\}_{out} = 0 \quad (38-2)$$

که جمع روی تمام لوله هایی که در گره j وجود دارند انجام می شود. برای اینکه انتخاب علامت به طور خودکار انجام شود. معادله بالا را می توان به شکل زیر بازنویسی کرد.

$$QJ_j - \sum \{[(H_i - H_j) / K_{ij}]^{1/n_p-1} (H_i - H_j) / K_{ij}\}_{in} + \sum \{[(H_j - H_i) / K_{ij}]^{1/n_p-1} (H_j - H_i) / K_{ij}\}_{out} = 0 \quad (39-2)$$

سیستم معادلات ΔQ ¹:

تعداد معادلات ΔQ معمولاً در حدود نصف تعداد معادلات H برای یک شبکه است. کم شدن تعداد معادلات یک مزیت محسوب نمی شود زیرا تمام معادلات غیر خطی هستند و ممکن است تعداد زیادی جمله داشته باشد. مجهولات اصلی در این معادلات دبی های اصلاحگر حلقه یا ΔQ هستند. این دبی ها یا ΔQ ها از معادلات انرژی که برای تعداد NL حلقه نوشته می شوند بدست می آیند. برای بدست آوردن این معادلات باید دبی هر لوله را با مجموع یک دبی اولیه و جمع دبی های اصلاحگر که از لوله می گذرند، معادل کرد:

¹ - System of ΔQ equations

$$Q_i = Q_{oi} + \sum \Delta Q_k \quad (۴۰-۲)$$

که در آن علامت جمع شامل تمام دبی های اصلاحگری می شود که از لوله عبور می کنند. دبی های اولیه Q_{oi} باید تمام معادلات پیوستگی گره را ارضا کند. تعیین دبی های اولیه به نحوی که معادلات پیوستگی گره را ارضا کند کار مشکلی نیست البته عموماً این دبی ها معادلات انرژی را که برای حلقه ها نوشته می شود ارضا نخواهد کرد. با توجه به اینکه هر ΔQ که وارد گره می شود از آن خارج خواهد شد نباید نگران ارضا نشدن معادلات پیوستگی بود. با توجه به این قضیه ما تعداد NL معادله انرژی برای NL حلقه شبکه ایجاد میکنیم و در آنها از دبی های اولیه به اضافه مجموع دبی های اصلاحگر $\sum \Delta Q_k$ استفاده می کنیم. دبی های اصلاحگر را می توان در جهت ساعتگرد و یا پادساعتگرد (به طور اختیاری) مثبت در نظر گرفت. این علامت برای یک حلقه باید ثابت باشد اما می تواند از حلقه ای به حلقه دیگر تغییر کند. دبی اصلاحگر در صورتی که هم جهت با جریان در لوله باشد به آن اضافه می شود و در صورتی که در جهت مخالف باشد از آن کم می شود. معادلات انرژی به شکل زیر بدست می آیند:

برای حلقه های واقعی

$$\sum K_i \{Q_{oi} \pm \sum \Delta Q_k\}^{n_i} = 0 \quad (۴۱-۲)$$

برای حلقه های مجازی

$$\sum K_i \{Q_{oi} \pm \sum \Delta Q_k\}^{n_i} = \Delta WS \quad (۴۲-۲)$$

برای آنکه انتخاب علامت به طور خودکار انجام شود. این معادلات را می توان به فرم زیر نوشت:

برای حلقه های واقعی

$$\sum K_i \{Q_{oi} \pm \sum \Delta Q_k\} |Q_{oi} \pm \sum \Delta Q_k|^{n_i-1} = 0 \quad (۴۳-۲)$$

برای حلقه های مجازی

$$\sum K_i \{Q_{oi} \pm \sum \Delta Q_k\} |Q_{oi} \pm \sum \Delta Q_k|^{n_i-1} = \Delta WS \quad (۴۴-۲)$$

۲-۵-۳- تئوری حل معادلات شبکه به روش نیوتن

روشهای مختلفی برای حل دستگاه غیر خطی وجود دارد. در این بخش حل معادلات به روش نیوتن تشریح می شود. مقادیر مجهول که شامل دبی ها (در صورتی که معادلات Q را حل کنیم، هد ها) در صورتی که معادلات H را حل کنیم) و دبی های اصلاحی حلقه (در صورتی که معادلات ΔQ را حل کنیم) می باشند با بردار $\{x\}$ نشان داده می شوند. معادله تکراری نیوتن را می توان به شکل زیر نوشت [1]:

$$\{x\}^{m+1} = \{x\}^m - [D]^{-1} \{F\}^{(m)} \quad (۴۵-۲)$$

در اینجا $\{x\}$ بردار ستونی مجهولات و $\{F\}$ بردار ستونی معادلات و $[D]^{-1}$ معکوس ماتریس $[D]$ (ماتریس ژاکوبین) است.

ماتریس ژاکوبین $[D]$ مرکب از اجزا مشتقی است که هر یک از ردیفهای آن مشتقهای معادل تابعی بخصوص است. $\{x\}$ بردار مجهولات که می تواند $\{Q\}$ ، $\{H\}$ و یا $\{\Delta Q\}$ باشد، ماتریس ژاکوبین برابر است با:

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_1} & \frac{\partial F_1}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial X_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_1} & \frac{\partial F_2}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial X_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial X_1} & \frac{\partial F_n}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial X_n} \end{bmatrix} \quad (۴۶-۲)$$

بردارهای $\{x\}$ و $\{F\}$ عبارتند از:

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix}, \{F\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} \quad (47-2)$$

معادله (45-2) بیانگر این مطلب است که روش نیوتن حل سیستم غیر خطی را با حل تکراری یک

سیستم خطی انجام می دهد زیرا $\{F\} [D]^{-1}$ نشان دهنده سیستم خطی معادله زیر است.

$$[D]\{Z\} = \{f\} \quad (48-2)$$

به عبارتی جمله ای که در معادله (45-2) از مقدار حدس اولیه کاسته می شود همان $\{z\}$ می باشد

که از حل معادله خطی (48-2) بدست می آید.

$$\{X\}^{(m+1)} = \{X\}^{(m)} - \{z\} \quad (49-2)$$

. برای اثبات فرمول (45-2) از بسط تیلور استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} F_1^{(m+1)} &= F_1^m + \frac{\partial F_1}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial F_1}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Delta x_n + O(\Delta x^2) = 0 \\ F_2^{(m+1)} &= F_2^m + \frac{\partial F_2}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial F_2}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \Delta x_n + O(\Delta x^2) = 0 \\ &\vdots \\ F_n^{(m+1)} &= F_n^m + \frac{\partial F_n}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial F_n}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \Delta x_n + O(\Delta x^2) = 0 \end{aligned} \quad (50-2)$$

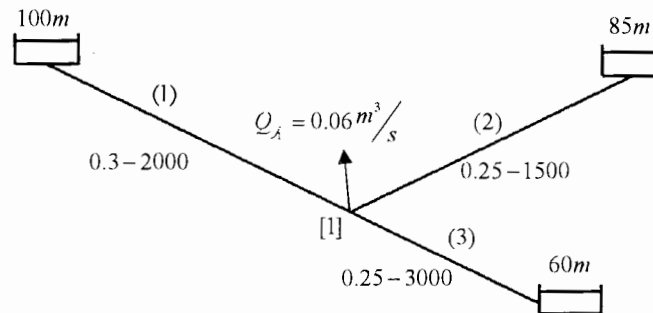
معادلات (۵۰-۲) در شکل ماتریسی به صورت زیر تبدیل می‌شوند :

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix}^m + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} & \frac{\partial F_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1^{(m+1)} - X_1^{(m)} \\ X_2^{(m+1)} - X_2^{(m)} \\ \vdots \\ X_n^{(m+1)} - X_n^{(m)} \end{Bmatrix} = 0 \quad (51-2)$$

که در نهایت معادله به شکل زیر درمی‌آید :

$$\{F\}^{(m)} + [D]^{(m)}(\{x\}^{(m+1)} - \{x\}^{(m)}) = 0 \quad (52-2)$$

حال ما برای درک بیشتر و کاملتر از روش نیوتن مثالی مطابق شکل ۴-۲ را با سیستم معادلات Q حل می‌کنیم.



شکل ۴-۲-مساله سه مخزن

حل : همانطور که شرح داده شد معادلات Q عبارتند از :

$$F_1 = Q_1 + Q_2 - Q_3 - QJ_1 = 0 \Rightarrow F_1 = Q_1 + Q_2 - Q_3 - 0.06 = 0$$

$$F_2 = K_1 Q_1^{n_1} - K_2 Q_2^{n_2} - w s_1 + w s_2 = 0 \Rightarrow F_2 = 1469 Q_1^{1.974} - 5646 Q_2^{1.974} - 15 = 0$$

$$F_3 = K_1 Q_1^{n_1} - K_3 Q_3^{n_3} - w s_1 + w s_3 = 0 \Rightarrow F_3 = 1469 Q_1^{1.974} - 5646 Q_3^{1.974} - 15 = 0$$

مقادیر حدس اولیه Q که در معادله پیوستگی F_1 صدق می کند عبارتند از :

$$Q_1^{(0)} = 0.1 m^3 / s, Q_2^{(0)} = 0.05 m^3 / s, Q_3^{(0)} = 0.09 m^3 / s$$

$Q_1^{(0)}$ بیانگر حدس اولیه برای حل شبکه از طریق سیستم معادلات Q می باشد .

حال اگر حل سیستم معادلات Q را از روش نیوتن شروع کنیم طبق مطالب گفته شده باید دو معادله زیر را به طور همزمان حل کنیم :

$$\begin{aligned} \{Q\}^{(m+1)} &= \{Q\}^{(m)} - \{z\} \\ [D]\{z\} &= \{F\} \end{aligned}$$

ماتریس ژاکوبین برابر است با :

$$[D] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ n_1 K_1 Q_1^{n_1-1} & -n_2 K_2 Q_2^{n_2-1} & 0 \\ n_1 K_1 Q_1^{n_1-1} & 0 & n_3 K_3 Q_3^{n_3-1} \end{bmatrix}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2900 Q_1^{0.974} & -4686 Q_1^{0.974} & 0 \\ 2900 Q_1^{0.974} & 0 & 11128 Q_1^{0.974} \end{bmatrix}$$

بر اساس حدس اولیه انجام شده سیکل محاسبات به شکل زیر دنبال می‌شود :

$$\begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 & -1.00 \\ 307.89 & -291.57 & 0.00 \\ 307.89 & 0.00 & 1073.96 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.00 \\ -6.97 \\ 24.64 \end{Bmatrix}$$

از روابط بالا ما نتایج زیر را به دست می‌آوریم :

$$\{z\} = \begin{Bmatrix} -0.0004 \\ 0.0235 \\ 0.0231 \end{Bmatrix} \quad \{Q\} = \begin{Bmatrix} 0.1004 \\ 0.0265 \\ 0.0669 \end{Bmatrix}$$

برای تعیین دقیق مقادیر Q محاسبات را تکرار می‌کنیم، با جایگزین کردن مقادیر جدید Q در ماتریس ژاکوبین داریم :

$$\begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 & -1.00 \\ 309.09 & -161.86 & 0.00 \\ 309.09 & 0.00 & 805.20 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +0.00 \\ -1.506 \\ 3.051 \end{Bmatrix}$$

$$\{z\} = \begin{Bmatrix} -0.0017 \\ 0.0061 \\ 0.0044 \end{Bmatrix} \quad \{Q\} = \begin{Bmatrix} 0.1021 \\ 0.0204 \\ 0.0625 \end{Bmatrix}$$

با جایگزین کردن مقادیر جدید Q در ماتریس ژاکوبین و تکرار مجدد ما نتایج زیر را بدست می‌آوریم:

$$\begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 & -1.00 \\ 314.19 & -127.01 & 0.00 \\ 314.19 & 0.00 & 753.42 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.000 \\ -0.095 \\ 0.151 \end{Bmatrix}$$

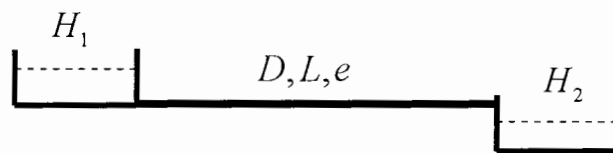
$$\{z\} = \begin{Bmatrix} -0.0001 \\ 0.0004 \\ 0.0003 \end{Bmatrix} \quad \{Q\} = \begin{Bmatrix} 0.1021 \\ 0.0200 \\ 0.0622 \end{Bmatrix} \quad m^{3/s}$$

این نتایج از دقت کافی برخوردار هستند.

۲-۶- طراحی شبکه

در مسائل طراحی فشار تمام نقاط و هد تمام نقاط و یا سطح HGL مشخص شده است. به علاوه برای یافتن قطر لوله ها ممکن است نیاز باشد هد پمپهائی را که باید فشارها را تامین کنند نیز محاسبه شوند.

یک تک لوله که آب را از مخزنی با ارتفاع سطح معلوم H_1 به مخزن دیگری با ارتفاع سطح معلوم H_2 منتقل می کند در نظر بگیرید. این مسئله ساده ترین مسئله طراحی است. در این مسئله یک قطر نامعلوم D ، طول لوله مشخص L و زبری e معلوم وجود دارد. در این مسئله باید کمترین قطر لوله ای که با آن دبی معلوم Q بین دو مخزن منتقل می شود بدست آید.



شکل ۲-۵- مساله طراحی برای سیستم با دو مخزن

۲-۶-۱ حل بر پایه معادله دارسی- وایسباخ

از معادله دارسی- وایسباخ برای تعیین افت هد در یک لوله به عنوان تابعی از دبی استفاده می شود:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (2-53)$$

که در آن h_f افت هد ناشی از اصطکاک است و واحد آن انرژی بر واحد وزن است (طول)، و ضریب

اصطکاک f یک تابع کلی از عدد رینولدز و زبری نسبی $\frac{e}{D}$ است و سطح مقطع لوله $A = \pi D^2 / 4$

است. تقریباً تمام جریانهای آبی داخل لوله در ناحیه گذرای دیاگرام مودی قرار می گیرند. رفتار ضریب اصطکاک را می توان با معادله کولبروک وایت بدست آورد:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log_{10} \left[\frac{e}{D} + \frac{9.35}{R_e \sqrt{f}} \right] = 1.14 - 2 \log_{10} \left[\frac{e}{D} + \frac{7.3434728 v D}{Q \sqrt{f}} \right] \quad (54-2)$$

که در آن $R_e = V D / \nu = 1.27324 \frac{Q}{\nu D}$ عدد رینولدز است. معادله بالا قابل انطباق با معادله ای است که مربوط به ناحیه کاملاً زبر در دیاگرام مودی است. به عبارتی این معادله برای تمام حالتیایی که جریان مغشوش است قابل استفاده است. اگر جریان آرام باشد ($Re < 2100$) از معادله زیر استفاده می کنیم [1,7]:

$$f = \frac{64}{Re} = 81.487 \frac{\nu D}{Q} \quad (55-2)$$

برای تعیین قطر دو معادله بالا را به طور همزمان برای دو مجهول D و f حل می کنیم. روشهای مختلفی برای حل همزمان این معادلات وجود دارد. می توان از روش نیوتن برای حل همزمان معادلات داری واسیباخ، کولبروک وایت برای بدست آوردن D و f استفاده کرد. برای حل در معادله بالا به طور همزمان با روش نیوتن ابتدا باید معادلات اصلی را به شکل $F(D, f)$ تغییر دهیم:

$$F_1(D, f) = \frac{1}{\sqrt{f}} - 1.14 + 2 \log_{10} \left[\frac{e}{D} + \frac{7.3434728 v D}{Q \sqrt{f}} \right] = 0 \quad (56-2)$$

$$F_2(D, f) = h_f - f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gA^2} = 0 \quad (57-2)$$

همگرایی مناسب معادله کولبروک وایت با استفاده از تکرار گوس-سایدل انتخاب مناسبی برای حل همزمان معادلات است. با قراردادن مقادیر معقولی از f در معادله کولبروک وایت و با بدست آوردن f جدید و قرار دادن آن در سمت راست معادله و بدست آمدن f دیگری می توان با چند بار تکرار مقدار f دقیق را بدست آورد. در این روش در هر مرحله با روش نیوتن تنها یک معادله با مجهول

D حل می شود و از آنجا که D روی مقدار f تأثیر می گذارد دوباره از روش گوس-سایدل در حل معادلات کولبروک وایت استفاده می کنیم. در واقع این روش از روش نیوتن برای حل معادله دارسی-وایسباخ برای D که در هر تکرار آن با استفاده از روش گوس-سایدل معادله کولبروک وایت برای بدست آمدن f حل می شود تشکیل شده است. برای بدست آوردن D از فرمول زیر استفاده می شود:

$$D^{(m+1)} = D^{(m)} - \frac{F(D^{(m)})}{df(D^{(m)})/dD} \quad (58-2)$$

که در آن $F(D)$ با فرض معلوم بودن f به شکل زیر نوشته می شود:

$$F(D) = h_f - f(L/D)Q^2/(2gA^2) = 0 \quad (59-2)$$

راه سوم برای جایگزینی حل نیوتن معادله دارسی وایسباخ، حل مستقیم معادله است. با قرار دادن مساحت $A = \pi D^2/4$ در معادله دارسی وایسباخ داریم:

$$D = \left[\frac{fLQ^2}{2g(\pi/4)^2 h_f} \right]^{0.2} = \left[\frac{0.8105695 fLQ^2}{gh_f} \right]^{0.2} \quad (60-2)$$

با بدست آمدن D از معادله بالا، با استفاده از روش نیوتن یا گوس-سایدل معادله کولبروک وایت را حل می کنیم تا f جدید بدست آید و با استفاده از آن و تکرار مرحله بالا به مقدار درست D و f خواهیم رسید.

روش دیگر حذف ضریب اصطکاک با حل معادله دارسی وایسباخ برای f و قرار دادن آن در معادله کولبروک وایت است که در آن معادله بدست آمده را برای محاسبه D با استفاده از روش نیوتن حل می کنیم:

$$f = h_f D(2g)A^2/(LQ^2) = h_f D(2g)/(LV^2) = 1.2337 h_f g D^5/(LQ^2) \quad (61-2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{Q\sqrt{L}}{A(2gh_f D)^{1/2}} = \left[\frac{L}{2gh_f} \right]^{1/2} \left[\frac{4Q}{\pi D^{2.5}} \right] = \frac{0.90031632Q \left[\frac{L}{gh_f} \right]^{1/2}}{D^{2.5}} \quad (62-2)$$

با جایگذاری سمت راست معادله بالا به جای $\frac{1}{\sqrt{f}}$ در دو سمت معادله کولبروک وایت مجهول معادله قطر D خواهد بود که با استفاده از روش نیوتن قابل حل است.

۲-۶-۲- حل بر پایه معادله هازن ویلیامز

معادله تجربی هازن ویلیامز به طور گسترده ای برای تعیین افت هد در جریان داخل لوله مورد استفاده قرار می گیرد. معادله هازن ویلیامز به شکل زیر است:

$$Q = KC_{HW} AR_h^{0.63} S^{0.54} \quad (63-2)$$

که در آن $K = 1.318$ (واحد ES) و $K = 0.894$ (واحد SI) است، C_{HW} ضریب زبری هازن ویلیامز است که بین ۱۵۰ (برای لوله های صاف) تا ۸۰ (برای لوله های قدیمی و چدنی) تغییر می کند، R_h شعاع هیدرولیکی است و S شیب خط HGL و یا خط انرژی است و در نتیجه $S = h_f / L$ می باشد. معادله هازن ویلیامز را به شکل زیر نیز می توان نوشت:

$$h_f = \frac{K_1 L}{C_{HW}^{1.852} D^{4.87}} Q^{1.852} \quad (64-2)$$

که در آن $K_1 = 4.727$ (در واحد ES) و $K_1 = 10.7$ (در واحد SI) است. اگر معادله هازن ویلیامز برای قطر لوله D حل شود به شکل زیر درمی آید:

$$D = \left[\frac{Q K_1^{0.54}}{C_{HW} S^{0.54}} \right]^{0.380228} = K_2 \left[\frac{Q}{C_{HW} S^{0.54}} \right]^{0.38} \quad (65-2)$$

که در آن $K_2 = 1.376$ (در واحد ES) و $K_2 = 1.626$ (در واحد SI) است

۷-۲- جریان گذرا

در این بخش ما دو دسته مهم از جریانهای ناپایدار را که جریان گذرا می نامیم معرفی خواهیم کرد. تمام جریانهای گذرا، گذر جریان از یک حالت پایدار به حالت پایدار دیگر است که این تغییر ممکن است در یک زمان کوتاه و یا بلند مدت انجام شود. هر جریان گذرای پاسخ سیال به تغییراتی است که توسط وسایل کنترل و یا انتقال جریان انجام می شود و یا تغییراتی که در شرایط محیطی ایجاد می شود و جریان را تحت تأثیر قرار می دهد. اولین نوع جریان گذرا که آنرا به عنوان جریان نیمه پایدار می شناسیم، با حذف تأثیرات اینرسی و الاستیک در رفتار سیال مشخص می شوند. در چنین جریانی تغییرات دبی و فشار نسبت به زمان به کندی انجام می شود و در یک بازه زمانی کوتاه جریان پایدار به نظر می رسد. به عنوان مثال برای این جریان می توان خارج شدن آب از یک مخزن بزرگ و یا تغییرات مصرف آب در یک شبکه آبرسانی در مدت ۲۴ ساعت را در نظر گرفت.

دومین نوع جریان گذرا که آنرا به عنوان جریان گذرای واقعی می شناسیم، با در نظر گرفتن تأثیرات اینرسی سیال (بدون در نظر گرفتن تأثیرات الاستیک سیال و لوله) و یا با در نظر گرفتن تأثیرات اینرسی سیال و الاستیک سیال و لوله مشخص می شوند. اگر تأثیرات اینرسی دارای اهمیت باشند اما تراکم پذیری سیال و لوله قابل صرف نظر کردن باشند، با جریان گذرای واقعی روبرو هستیم که آنرا جریان ستون صلب می نامیم. اگر علاوه بر آن تأثیرات الاستیک لوله و سیال نیز باید برای تعیین دقیق شرایط گذرای جریان در نظر گرفته شود، با مسئله ضربه آبی مواجه هستیم. اختلاف بین این دو نوع جریان به راحتی قابل تشخیص نمی باشد و بستگی به این دارد که تغییرات با چه سرعتی انجام شود. به عنوان مثال بسته شدن ناگهانی شیر در یک خط لوله، ضربه آبی است و برای آنکه مدلسازی با دقت انجام شود در تحلیل مسئله تأثیرات الاستیک لوله و سیال نیز در نظر گرفته می شود. تحلیل جریان به عنوان ستون صلب می تواند فیزیک مسئله را به خوبی نشان دهد و نتایج خوبی حاصل شود.

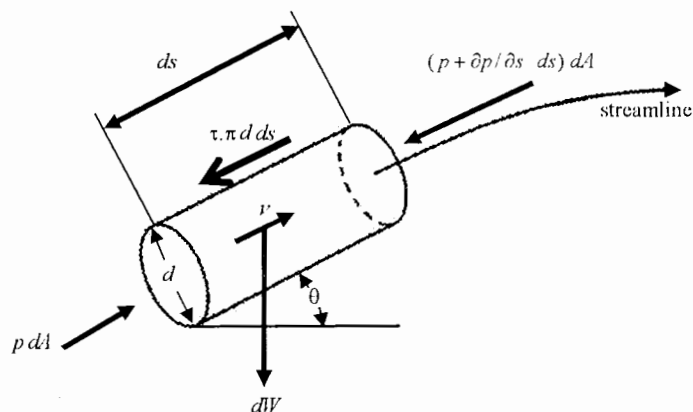
۲-۸-گذرای واقعی

حل جریانهای گذرای واقعی باید شامل اینرسی جریان و در بعضی موارد شامل تراکم پذیری، الاستیته سیال و لوله باشند. در تحلیل جریانهای گذرا از قانون دوم نیوتن که نهایتاً منجر به معادله اوایلر می شود استفاده می کنیم.

۲-۸-۱- معادله اوایلر^۱

معادله اوایلر با اعمال قانون دوم نیوتن برای یک حجم کنترل استوانه ای از سیال در خط مرکزی لوله بدست می آید.

معادله بدست آمده برای جریان یک بعدی در طول لوله مورد استفاده قرار می گیرد. در بدست آوردن این معادله از تغییرات در راستای سطح مقطع چشم پوشی می شود. ضمناً این معادله برای سیال با چگالی ثابت و متغیر معتبر است و برای جریان ستون صلب و ضربه آبی قابل استفاده است.



شکل ۲-۶- المان استوانه ای سیال و نیروهای وارد بر آن [1]

^۱ Euler Equation

در امتداد خط جریان قانون دوم نیوتن را اعمال می کنیم:

$$\sum F_s = ma_s = m \frac{dv}{dt} \quad (۶۶-۲)$$

که در آن m جرم سیال ، جمله $\frac{dv}{dt}$ مشتق کلی سرعت سیال است. با جایگذاری نیروهای اعمال شده در این معادله و نوشتن جرم بر حسب چگالی و حجم داریم:

$$p dA - (p + \frac{\partial p}{\partial s} ds) dA - dw \sin \theta - \tau \pi d(ds) = \frac{dW}{g} \frac{dv}{dt} \quad (۶۷-۲)$$

اگر معادله بالا را بر dW تقسیم کنیم تا به معادله بدون بعد بر واحد وزن برسیم و اگر شیب لوله را بر واحد فاصله و ارتفاع در امتداد لوله بیان کنیم به معادله بعدی اوایلر می رسیم.

$$-\frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{\partial z}{\partial s} - \frac{4\tau}{\gamma d} = \frac{1}{g} \frac{dv}{dt} \quad (۶۸-۲)$$

حال اگر سطح مقطع را گسترش دهیم تا کل سطح مقطع لوله را اشغال کند و با در نظر گرفتن V به عنوان متوسط سرعت به معادله مفید زیر می رسیم :

$$-\frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{\partial z}{\partial s} - \frac{4\tau_0}{\gamma D} = \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} \quad (۶۹-۲)$$

که در آن τ_0 تنش برشی روی دیواره است. از آنجایی که ما با لوله های استوانه ای سروکار داریم، تنش برشی را بر حسب ضریب اصطکاک داری وایسباخ به شکل زیر نمایش می دهیم:

$$\tau_0 = \frac{1}{8} f \rho V |V| \quad (۷۰-۲)$$

با جایگذاری در معادله بالا و با فرض اینکه سطح موضعی لوله را می توان به عنوان تابعی از s بدست آورد، معادله حرکت اوایلر را بدست می آوریم :

$$\frac{1}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{dz}{ds} + \frac{f}{D} \frac{V|V|}{2g} = 0 \quad (۷۱-۲)$$

با معرفی فشار پیزومتریک H به طوری که $p = \rho g(H - Z)$ ، و بسط مشتق کلی به فرم زیر:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} \quad (۷۲-۲)$$

معادله اوایلر به شکل زیر در می آید:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left(H + \frac{V^2}{2g} \right) + \frac{f}{D} \frac{V|V|}{2g} = 0 \quad (۷۳-۲)$$

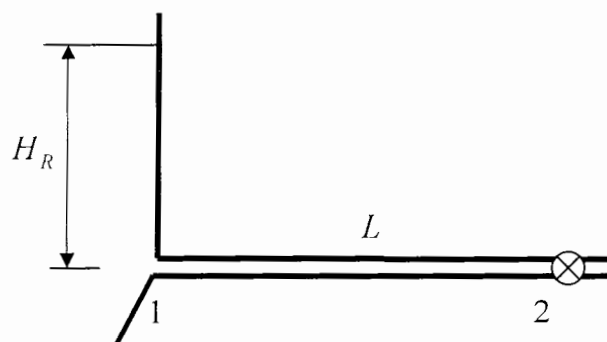
۲-۸-۲- جریان ستون صلب در لوله های قطر ثابت

صرف نظر کردن از الاستیته لوله و سیال در لوله با قطر ثابت باعث می شود که تغییرات سرعت در لوله به طور همزمان و در سراسر لوله اتفاق بیافتد. به علاوه معادله بقای جرم به شکل پایدار در لوله اعمال می شود و در هر زمانی سرعت در تمام لوله یکسان است. به عنوان مثال شروع حرکت سیال از حالت ساکن در داخل یک لوله که به یک مخزن متصل شده است را در نظر بگیرید. برای ساده تر شدن مسئله می توان فرض کرد سیال غیرلزج است، با این فرض آخرین جمله معادله بالا حذف خواهد شد و تنها اینرسی سیال اهمیت خواهد داشت. در مرحله اول باید حدود انتگرال گیری را مشخص کنیم. با توجه به طول L ، برای حل معادله بالا مقطع ۱ در بالادست جریان و مقطع ۲ در بالادست شیر را انتخاب می کنیم:

$$\frac{1}{g} \int_{1-2} \frac{\partial V}{\partial t} ds = - \int_{1-2} \frac{\partial}{\partial s} \left[H + \frac{V^2}{2g} \right] ds \quad (۷۴-۲)$$

معادله پیوستگی جریان را ملزم می کند که در تمام لوله دارای شتاب یکسان باشد. پس معادله بالا به

شکل زیر در می آید:



شکل ۲-۷- مخزن با هد ثابت با شیر در انتهای پایین دست لوله با شیب ثابت

$$\frac{L}{g} \frac{\partial V}{\partial t} = - \left[H + \frac{V^2}{2g} \right]_2 + \left[H + \frac{V^2}{2g} \right]_1 \quad (۷۵-۲)$$

همانطور که در معادله بالا می بینیم جمله شتاب معادل اختلاف انرژی سیال بر واحد وزن بین دو نقطه انتهایی بازه انتگرالگیری است. شیر به طور ناگهانی در لحظه $t = 0$ باز می شود. در لحظه $t = 0$ در مقطع ۲، H_2 مساوی صفر می شود و سرعت V_2 با زمان افزایش می یابد تا به مقدار سرعت جریان پایدار V_0 برسد. اگر معادله برنولی بین مخزن و مقطع ۱ نوشته شود (با فرض اینکه اتلاف انرژی نداشته باشیم) داریم:

$$\frac{L}{g} \frac{dV}{dt} = H_R - \frac{V^2}{2g} \quad (۷۶-۲)$$

که در آن جمله دیفرانسیلی تنها تابعی از زمان است. بعد از آنکه جریان به حالت پایدار رسید، جمله سمت چپ معادله حذف خواهد شد و سرعت جریان پایدار به سادگی بدست می آید:

$$V_0 = (2gH_R)^{\frac{1}{2}} \quad (۷۷-۲)$$

برای تعیین رفتار جریان به شکل تابعی از زمان در بازه زمانی که جریان به حالت پایدار نرسیده است باید معادله بالا را برای dt حل کنیم و از عبارت بدست آمده انتگرال بگیریم:

$$\int_0^t dt = \frac{L}{g} \int_0^V \frac{dV}{H_R - \frac{V^2}{2g}} \quad (78-2)$$

$$t = 2L \int_0^V \frac{dV}{V_0^2 - V^2} \quad (79-2)$$

در نهایت برای زمان به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$t = \frac{L}{V_0} \ln \left[\frac{V_0 + V}{V_0 - V} \right] \quad (80-2)$$

با توجه به معادله بالا نتیجه ای که حاصل می‌شود زمان بینهایت برای برقراری جریان پایدار است. زیرا در صورتی که V به سمت V_0 میل کند زمان بینهایت خواهد بود. پس نتیجه بدست آمده فیزیکی نیست و عموماً وقتی جریان را پایدار در نظر می‌گیرند که $V = 0.99V_0$ است.

حل واقعی مثال بالا در صورتی حاصل می‌شود که افت هدهای اصطکاکی و موضعی را نیز در نظر بگیریم. برای سادگی حل فرض می‌کنیم که ضریب اصطکاک ثابت باشد. در چنین حالتی انتگرالگیری از معادله (78-2) با در نظر گرفتن اصطکاک لوله به شکل زیر در می‌آید:

$$\frac{L}{g} \frac{\partial V}{\partial t} = - \left[H + \frac{V^2}{2g} \right]_2 + \left[H + \frac{V^2}{2g} \right]_1 - f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (81-2)$$

نتیجه بدست آمده شبیه معادله (76-2) است اما بدست آوردن انرژی در مقاطع ۱ و ۲ تفاوتی خواهد داشت و آن محاسبه افتهای موضعی در ورودی و در شیر است. با نوشتن معادله انرژی بین مقطع ۱ و مخزن، $H_R - K_E V^2 / 2g$ به عنوان مجموع جملات در مقطع ۱ خواهد بود، به عبارت دیگر سطح انرژی مخزن به مقدار افت هد موضعی ورودی لوله کاهش یافته است. بین خروجی پایین دست جریان

و مقطع ۲ نیز یک افت هدرده موضعی مربوط به شیر را خواهیم داشت که باعث می شود

$$H_2 = K_1 V^2 / 2g$$

باشد. با جایگذاری معادله (۸۱-۲) به شکل زیر درمی آید.

$$\frac{L}{g} \frac{dV}{dt} = H_R - \left[1 + K_E + K_V + f \frac{L}{D} \right] \frac{V^2}{2g} = H_R - C_1 \frac{V^2}{2g} \quad (82-2)$$

سرعت جریان پایدار V_0 در این حالت به شکل زیر بدست می آید.

$$V_0 = (2gH_R / C_1)^{1/2} \quad (83-2)$$

با انتگرالگیری از معادله (۸۲-۲) نتیجه زیر حاصل می شود.

$$t = \frac{L}{V_0 C_1} \ln \left[\frac{V_0 + V}{V_0 - V} \right] \quad (84-2)$$

همانطور که می بینید زمان بدست آمده برای رسیدن به جریان پایدار بی نهایت است، اما سرعت حالت پایدار با تأثیرات افت هدهای اصطکاکی و موضعی کاهش می یابد.

۲-۹-ضربه آبی^۱

هنگامی که سرعت در سیستم لوله دارای تغییرات شدید باشد ویژگیهای الاستیک لوله و سیال نیز باید در نظر گرفته شوند. عموماً هیدرولیک گذرا به نام ضربه آبی شناخته می شود. تحلیل این نوع جریان بسیار پیچیده تر از تحلیل ستون صلب است و رفتار جریان را به طور واقعی تری و با دقت بالاتر نشان می دهد. برای آشنائی با پدیده ضربه آبی از یک مثال ساده استفاده می کنیم.

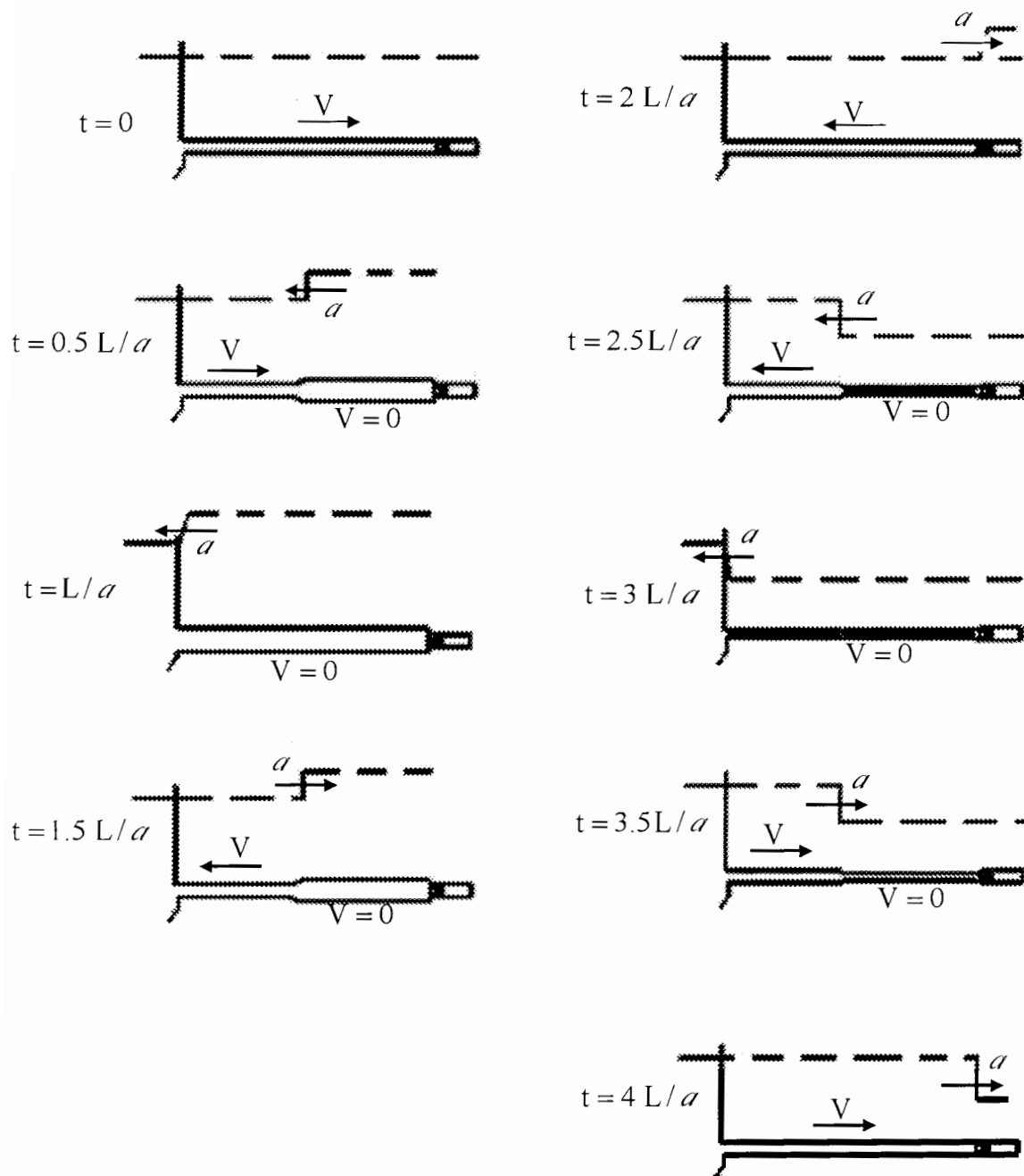
در این مثال خواهیم دید که چه اتفاقاتی در یک لوله هنگام تغییر شدید سرعت پیش می آید. به کمک یک خط لوله ساده که به یک مخزن متصل است و یک شیر که در انتهای لوله قرار دارد می

^۱ Water Hammer

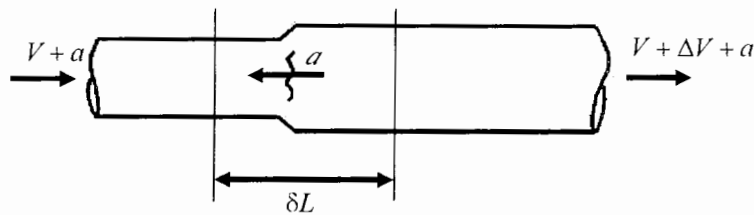
توانیم چگونگی گسترش موج ضربه آبی نسبت به زمان را ببینیم. فرض می‌کنیم که جریان پایدار با سرعت V در لوله برقرار باشد با چشم پوشی از اصطکاک، هد پیزومتریک در تمام لوله H خواهد بود. اگر تغییری در شیر ایجاد شود جریان گذرا در دو طرف شیر بوجود خواهد آمد، که ما جریان گذرای بالادست شیر را در نظر می‌گیریم. فرض کنید که شیر بطور ناگهانی و به طور کامل بسته شود. سرعت جریان داخل شیر ناگهان صفر می‌شود و در نتیجه هد در شیر به طور ناگهانی به اندازه aV/g افزایش خواهد داشت [2] (این نکته بعداً اثبات می‌شود). مقدار این افزایش هد برای آنکه ممنتوم آب را به صفر برساند کفایت می‌کند. این افزایش هد به طور ناگهانی دو تغییر دیگر در شیر ایجاد می‌کند: این افزایش ناگهانی فشار باعث افزایش قطر لوله و افزایش چگالی سیال خواهد شد. مقدار افزایش قطر لوله به قطر لوله وضخامت لوله و همچنین به تراکم پذیری لوله و سیال بستگی دارد. البته عموماً این مقدار کمتر از نیم درصد است افزایش هد فشار باعث ایجاد یک موج فشاری می‌شود که در جهت بالا دست جریان با سرعت a حرکت می‌کند. مقدار سرعت a بستگی به ویژگیهای سیال و لوله دارد و سرعت موج تا زمانی که خواص سیال و لوله ثابت باشند تغییر نمی‌کند. موج ایجاد شده در زمان l/a بعد از بسته شدن شیر به مخزن می‌رسد. در این لحظه سرعت در تمام لوله صفر و هد فشار در تمام نقاط لوله $H + \Delta H$ است. لوله در اینحالت افزایش قطر دارد و سیال داخل آن فشرده شده است. در این شرایط سیالی که داخل لوله در نزدیکی مخزن است به طور موضعی در حال عدم تعادل است زیرا مخزن دارای هد فشاری H است. در نتیجه سیال شروع به حرکت به منطقه ای می‌کند که دارای هد کمتر می‌باشد (مخزن). با صرف نظر کردن از اصطکاک این سرعت (به سمت چپ) از نظر مقدار با سرعت حالت پایداری که ناشی از اختلاف هد ΔH باشد برابر است و منبع جریان سیالی است که داخل لوله ای که افزایش قطر داشته و به طور فشرده انباشته شده است.

این فرآیند با زمان ادامه می‌یابد. در زمان $2l/a$ بعد از شروع، فشار در طول لوله به مقدار اولیه خود می‌رسد. اما با سرعتی که در خلاف جهت سرعت اولیه است. در این لحظه سیال فشرده ذخیره شده

خارج شده است و به نظر می رسد که موج فشاری در حال نشان دادن عکس العمل است. هد فشاری به اندازه ΔH نسبت به فشار اولیه افت می کند. این افت فشار و شیری که بسته شده باعث می شود که سیال پشت موج سرعتی معادل صفر داشته باشد و لوله منقبض و سیال منبسط شود. در زمان $3l/a$ این موج منفی به مخزن می رسد و سرعت در همه جا صفر است، اما باز هم هد فشار در نزدیکی مخزن دارای عدم تعادل است و سیال از مخزن به داخل لوله جریان خواهد یافت و پشت این موج فشاری هد سیال با هد مخزن برابر است. در زمان $4l/a$ موج به شیر می رسد. در این زمان تمام متغیرها به مقدار اصلی حالت پایدار قبل از اینکه شیر بسته شود. این بازه زمانی که توضیحاتی در مورد آن داده شد یک دوره کامل جریان گذرا داخل لوله در حالتی است که از اصطکاک صرف نظر شود. این روند بدون پایان ادامه می یابد و دلیل ادامه یافتن آن عدم وجود اصطکاک است و به همین دلیل برای آنکه نتایج بدست آمده واقعی باشند باید جملات هر چند کوچک اصطکاک نیز محاسبه شوند.



شکل ۲-۹- انتشار امواج فشاری گذرا در لوله



شکل ۱۱-۲- حجم کنترل جریان پایدار

$$\sum F_{ext} = (\sum Q \rho V)_{out} - (\sum Q \rho V)_{in} \quad (۸۵-۲)$$

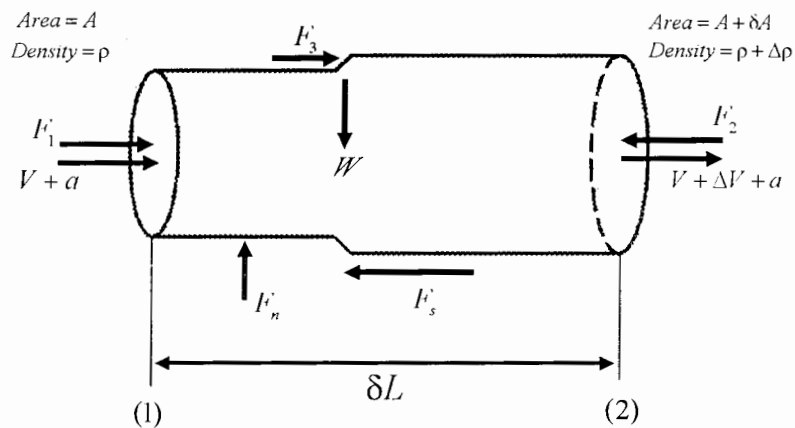
که Q دبی، ρ چگالی سیال و $\sum F_{ext}$ مجموع نیروهای خارجی است. با توجه به اینکه مولفه‌های این معادله برداری به موازات لوله هستند و شار جرمی ورودی و خروجی را می‌توان تنها برای یک سطح مقطع نوشت داریم:

$$\sum F_{ext} = \rho Q (V_{out} - V_{in}) \quad (۸۶-۲)$$

برای اعمال معادله ممنتوم باید یک حجم کنترل تعریف کنیم و تمام نیروهایی که در یک لحظه به سیال وارد می‌شوند و شار ممنتوم که وارد حجم کنترل می‌شود و یا از آن خارج می‌شود را محاسبه کنیم. حجم کنترلی که تعریف میکنیم مماس با جداره داخلی لوله است و دارای طول δL در راستای طولی لوله است. این حجم کنترل و سیال داخل آن و نیروهای خارجی که به آن اعمال می‌شوند در شکل ۱۲-۲ نشان داده شده است.

نیروی برشی دیواره F_1 قابل صرف نظر کردن است زیرا متناسب با مقدار δL است. از آنجا که از لوله‌هایی با جنس نسبتاً قوی استفاده می‌شود، تورم لوله بسیار ناچیز است و از مقدار F_3 نیز می‌توان صرف نظر کرد. با اعمال معادله (۸۶-۲) داریم:

$$F_1 - F_2 = \rho Q [(V + \Delta V + a) - (V + a)] = \rho Q [\Delta V] \quad (۸۷-۲)$$



شکل ۲-۱۲- حجم کنترل جریان پایدار و نیروهای وارده

که در آن $\rho Q = \rho A(V + a)$ است.

اگر فشار در نقطه (۱)، p_0 باشد. آنگاه فشار در نقطه (۲)، $p_0 + \Delta p$ است و داریم:

$$p_0 A - (p_0 + \Delta p)(A + \delta A) = (V + a)\rho A(\Delta V) \quad (۲-۸۸)$$

با بسط معادله بالا و با قراردادن $\Delta p = \gamma \Delta H$ ، و توجه به این نکته که δA در مقایسه با A ، ΔH و γ

بسیار کوچک است و با صرف نظر کردن از جملات کوچک دیگر به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$-\Delta H \gamma A = (V + a)\rho A(\Delta V) \quad (۲-۸۹)$$

و یا:

$$\Delta H = -\frac{a\Delta V}{g}\left(1 + \frac{V}{a}\right) \quad (۲-۹۰)$$

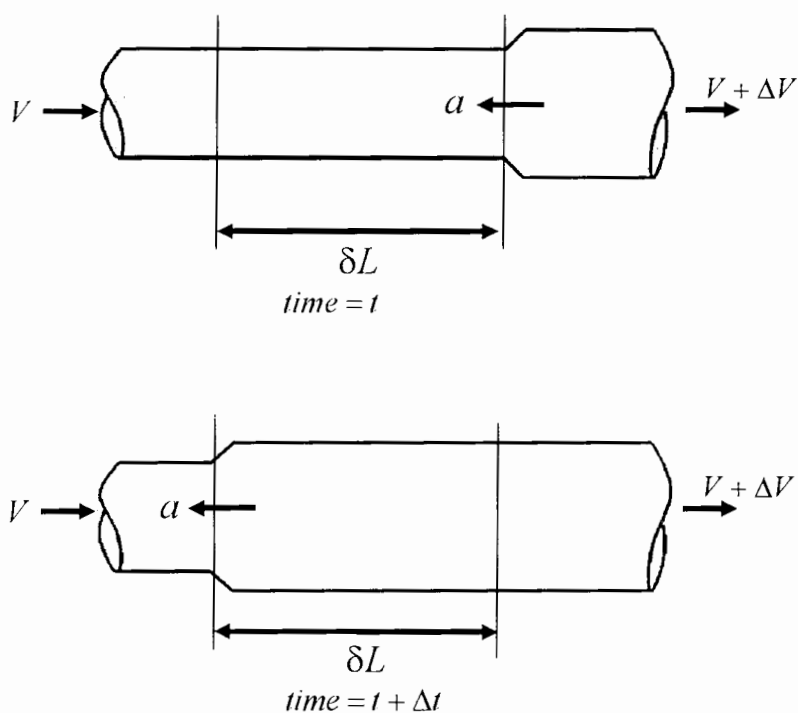
در اکثر لوله‌های صلب (حتی در PVC با سرعت موج 1200ft/s) مقدار V/a کمتر از 0/01 است. و

معادله (۲-۹۰) عموماً به شکل زیر استفاده می‌شود [1,2]:

$$\Delta H = -\frac{a}{g}\Delta V \quad (۲-۹۱)$$

۲-۹-۲- سرعت موج برای لوله های جداره نازک

برای بدست آوردن عبارتی برای سرعت موج، از معادله پیوستگی برای قسمتی از لوله با طول δL استفاده می کنیم. جریان ورودی و خروجی به قسمتی از لوله با طول δL در بازه زمانی که موج فاصله δL را می پیماید در نظر گرفته می شود.



شکل ۲-۱۳- انتشار موج فشاری در دو زمان متفاوت

مقدار ورودی خالص جرمی معادل با انباشت جرم در طول δL خواهد بود و با استفاده از آن می توان روابطی برای سرعت موج a بدست آورد، برای شروع حالتی که موج به حجم کنترل رسیده و

سپس زمانی که موج از حجم کنترل خارج می شود را در نظر می گیریم. δL و δt با رابطه $\delta L = a\delta t$ با یکدیگر در ارتباط هستند.

دربازه زمانی که موج برای گذشتن از حجم کنترل نیاز دارد، جرم در حجم کنترل مورد نظر جمع می شود و این افزایش جرم از رابطه زیر بدست می آید:

$$\delta M = VAp\delta t - (V + \Delta V)(\rho + \delta\rho)(A + \delta A)\delta t \quad (92-2)$$

با بسط جملات و صرف نظر کردن از جملات کوچک خواهیم داشت:

$$\delta M = -\rho A\Delta V\delta t \quad (93-2)$$

و یا برحسب سرعت موج و δL داریم:

$$\delta M = -\rho A\Delta V \frac{\delta L}{a} \quad (94-2)$$

قسمتی از مایع اضافی در حجم کنترل با افزایش چگالی و قسمتی از آن با اشغال فضای ایجاد شده ناشی از افزایش قطر لوله در حجم کنترل ذخیره می شود.

با عبور موج فشاری مثبت که بدلیل کاهش سرعت ایجاد می شود فشار افزایش می یابد و چگالی مایع به مقدار کمی افزایش می یابد. معادله ای که افزایش فشار و کاهش حجم را با یکدیگر ارتباط می دهد معادله ای است که مدول الاستیته بالک¹ سیال را تعیین می کند [1,2]:

$$K = \frac{-dp}{dV/V} \quad (95-2)$$

که K مدول الاستیسیته بالک سیال است، p و V فشار و حجم سیال هستند. از آنجا که K ، در دامنه وسیعی از فشارها دارای مقدار ثابتی است، می توان به جای dp از Δp استفاده کرد:

$$\delta V = -\Delta p \frac{V}{K} \quad (96-2)$$

¹ Bulk Modulus of Elasticity

که $\delta \mathcal{H}$ تغییر در حجم مایع داخل حجم کنترل است و ناشی از تغییرات فشار Δp است.

افزایش فشار باعث ایجاد فضای اضافی در لوله می شود که این فضا می تواند مقداری از سیال ورودی را در خود ذخیره کند. اندازه لوله هم در جهت طولی و هم در جهت شعاعی قابل افزایش است و هر دو جهت برای تعیین مقدار افزایش حجم در نظر گرفته می شوند.

اگر ماده ای در یک جهت دارای کرنش ε_1 باشد. آنگاه کرنش ε_2 نیز در جهت عمود بر آن رخ می دهد. (با فرض اینکه ماده آزادانه و بدون ایجاد تنش بتواند تغییر طول داشته باشد) به طوری که $\varepsilon_2 = \mu \varepsilon_1$ ، که در آن μ نسبت پواسون است. اگر در جهت عمود بر جهت کرنش ε_1 ، محدودیتی برای کرنش آزاد وجود داشته باشد، روابط پیچیده تر می شوند. روابط زیر برای لوله های جدار نازک قابل استفاده هستند [1]:

$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon_1 - \mu \varepsilon_2}{1 - \mu^2} E \quad (97-2)$$

$$\sigma_2 = \frac{\varepsilon_2 - \mu \varepsilon_1}{1 - \mu^2} E \quad (98-2)$$

که در آن ε_1, σ_1 به ترتیب تنش و کرنش در جهت طولی لوله هستند و ε_2, σ_2 نیز تنش و کرنش در جهت محیطی هستند و E مدول الاستیته مواد است. در صورتی که مواد غیر همگن باشند و غیر ایزوتروپ روابط پیچیده تری حاکم خواهد بود. معادلات را به شکل زیر می توان نوشت:

$$\Delta \sigma_1 = \frac{\Delta \varepsilon_1 - \mu \Delta \varepsilon_2}{1 - \mu^2} E \quad (99-2)$$

$$\Delta \sigma_2 = \frac{\Delta \varepsilon_2 - \mu \Delta \varepsilon_1}{1 - \mu^2} E \quad (100-2)$$

تغییرات حجم که بواسطه تغییرات محیطی ایجاد می شود به شکل زیر بدست می آید:

$$\delta \mathcal{H}_e = \frac{1}{2} \pi D^2 \delta L \Delta \varepsilon_2 \quad (101-2)$$

که در آن $\pi \delta D = \pi D \Delta \varepsilon_2$ است. با ترکیب دو معادله اخیر بدست می آوریم:

$$\delta W_c = \frac{1}{2} \pi D^2 \delta L \Delta \varepsilon_2 \quad (102-2)$$

تغییرات حجم که بواسطه تغییرات طولی ایجاد می شود به شکل زیر بدست می آید:

$$\delta W_L = \frac{\pi}{4} D^2 \delta L \Delta \varepsilon_1 \quad (103-2)$$

با ترکیب دو معادله (102-2) و (103-2) تغییرات کلی حجم بدست می آید:

$$\delta W = \frac{\pi}{4} D^2 \delta L (\Delta \varepsilon_1 + 2 \Delta \varepsilon_2) \quad (104-2)$$

در ادامه کار باید عباراتی که شامل تنش و فشار بودند را به جای کرنشها قرار دهیم. تغییر در تنشهای محیطی در دیواره لوله تحت شرایط استاتیکی از رابطه زیر حاصل می شود:

$$\Delta \sigma_2 = \frac{\Delta p D}{2e} \quad (105-2)$$

e ضخامت دیواره لوله است. اگر چه ضربه آبی باعث می شود که شرایط دینامیکی در سیستم مشاهده شود و تحلیل این مسئله، تنها با در نظر گرفتن جرم لوله و اتصالات به طور دقیق قابل حصول است، اما از آنجا که این تحلیل بسیار پیچیده است فرض می کنیم که نتایج استاتیکی تقریب مناسبی از رفتار دینامیکی هستند. نتایج تجربی طی سالها این تقریب را مناسب ارزیابی کرده اند. با جایگذاری معادله بالا در معادله (100-2) به رابطه زیر می رسیم:

$$\frac{\Delta p D}{2e} = \frac{\Delta \varepsilon_2 + \mu \Delta \varepsilon_1}{1 - \mu^2} E \quad (106-2)$$

روابط بین فشار و تنشهای محیطی برای انواع قیدها معتبر است، اما روابط بین تنشهای طولی و کرنش با توجه به نوع قید تغییر می کند. به عنوان مثال اگر لوله تنها از یک طرف مقید باشد و از طرف دیگر بتواند در جهت طولی افزایش طول داشته باشد تنش طولی در شرایط استاتیک به شکل زیر خواهد بود:

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta p D}{4e} \quad (۱۰۷-۲)$$

همچنین می توان شرایطی را در نظر گرفت که لوله به طور صلب مقید شده باشد و هیچگونه کرنش طولی نداشته باشد در چنین شرایطی داریم:

$$\Delta\sigma_1 = \mu\Delta\sigma_2 \quad , \quad \Delta\varepsilon_1 = 0 \quad (۱۰۸-۲)$$

به طور کلی سه حالت برای نوع قیدهای یک لوله می توان در نظر گرفت [1]:

۱- لوله تنها در بالا دست مقید شده باشد.

۲- لوله جابجایی طولی نداشته باشد.

۳- لوله امکان انبساط طولی را داشته باشد.

شاید در عمل شرایط یک لوله به طور کامل با هیچکدام از سه حالت بالا متناسب نباشد اما با کمی اختلاف می تواند به یکی از حالت های بالا نزدیک باشد.

یکی از حالت های بالا را به عنوان مثال انتخاب می کنیم و سرعت موج را با استفاده از روابط بدست آمده محاسبه می کنیم. از آنجا که نوع دوم قید، نوع متداولی است آنرا به عنوان مثال انتخاب می کنیم.

در این حالت $\Delta\varepsilon_1 = 0$ است.

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\mu\Delta\varepsilon_2}{1-\mu^2} E \quad , \quad \Delta\sigma_1 = \mu\Delta\sigma_2 \quad (۱۰۹-۲)$$

و معادله (۱۰۶-۲) به شکل زیر در می آید:

$$\frac{\Delta p D}{2e} = \frac{\Delta\varepsilon_2}{1-\mu^2} E \quad (۱۱۰-۲)$$

با جایگذاری این معادلات در معادله (۱۰۴-۲) به جای $\Delta\varepsilon_2$ ، تغییرات کلی حجم بدست می آید.

$$\delta V = \pi/4 D^2 \delta L \left(\frac{1-\mu^2}{E} \right) \left(\frac{\Delta p D}{e} \right) \quad (۱۱۱-۲)$$

اگر مقدار جرمی که قبل از عبور در حجم کنترل وجود دارد از مقدار جرم بعد از عبور موج کم کنیم بدست می آوریم:

$$\delta M = (\rho + \delta\rho)(A\delta L + \delta\psi) - \rho A\delta L \quad (112-2)$$

با معادل کردن این عبارت برای δm و معادله (۹۴-۲) و بسط آن و صرف نظر کردن از جملات کوچک به نتیجه زیر می رسیم:

$$\delta\rho A\delta L + \rho\delta\psi = \rho A\Delta V \frac{\delta L}{a} \quad (113-2)$$

با توجه به اینکه برای مقدار معینی جرم افزایش در فشار باعث کاهش حجم و افزایش چگالی می شود، به عبارتی $\rho\psi = cte$ است و در نتیجه:

$$\psi\delta\rho + \rho\delta\psi = 0 \quad (114-2)$$

$$\delta\rho = -\frac{\delta\psi}{\psi}\rho \quad (115-2)$$

با جایگذاری این نتایج داخل معادله (۹۶-۲) به عبارت زیر می رسیم:

$$\delta\rho = \rho\left[\frac{\Delta p}{K}\right] \quad (116-2)$$

با جایگذاری $\gamma\Delta H$ به جای Δp در معادله (۱۱۶-۲) و قراردادن آن و معادله (۱۱۱-۲) در معادله (۱۱۳-۲) خواهیم داشت:

$$\gamma\Delta H\left[\frac{1}{K} + \left(\frac{1-\mu^2}{E}\right)\frac{D}{e}\right] = \frac{\Delta V}{a} \quad (117-2)$$

با ترکیب این معادله و معادله (۹۱-۲) نتیجه زیر حاصل می شود:

$$a^2\rho\left[\frac{1}{K} + \frac{D}{e}\left(\frac{1-\mu^2}{E}\right)\right] = 1 \quad (118-2)$$

$$a = \frac{\sqrt{K/\rho}}{\sqrt{1 + \frac{K}{E} \frac{D}{e} (1 - \mu^2)}} \quad (۱۱۹-۲)$$

معادله سرعت موج به فرم کلی زیر قابل ارائه است [1,2]:

$$a = \frac{\sqrt{K/\rho}}{\sqrt{1 + \frac{K}{E} \frac{D}{e} (c)}} \quad (۱۲۰-۲)$$

و برای سرعت موج برای لوله های صلب داریم [2]:

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (۱۲۱-۲)$$

که در آن مقدار c برای حالت های مختلف متفاوت است [1].

حالت a:

$$c = 5/4 - \mu \quad (۱۲۲-۲)$$

حالت b:

$$c = 1 - \mu^2 \quad (۱۲۳-۲)$$

حالت c:

$$c = 1,0 \quad (۱۲۴-۲)$$

برای سرعت موج برای حالت سوم مقدار $c = 1 - \frac{\mu}{2}$ نیز ارایه شده است [4].

۳-۹-۲- لوله های جدار ضخیم

محاسبه سرعت موج در این نوع لوله ها به معادله حاکم بر لوله های جدار نازک ختم می شود و تنها تفاوت موجود در محاسبه c است [1].

حالت a:

$$c = \frac{1}{1 + \frac{e}{D}} \left[\left(\frac{5}{4} - \mu \right) + 2 \frac{e}{D} (1 + \mu) \left(1 + \frac{e}{D} \right) \right] \quad (۱۲۵-۲)$$

حالت b:

$$c = \frac{1}{1 + \frac{e}{D}} \left[(1 - \mu^2) + 2 \frac{e}{D} (1 + \mu) \left(1 + \frac{e}{D} \right) \right] \quad (۱۲۶-۲)$$

حالت c:

$$c = \frac{1}{1 + \frac{e}{D}} \left[1 + 2 \frac{e}{D} (1 + \mu) \left(1 + \frac{e}{D} \right) \right] \quad (۱۲۷-۲)$$

اگر در معادلات بالا $\frac{e}{D}$ آنقدر کوچک شود که بتوان از آن صرف نظر کرد. معادلات، تبدیل به معادلات حاکم برای حالت جدار نازک می شوند.

۴-۹-۲- تونلهای دایره ای

سرعت موج در تونلهای دایره ای با استفاده از فرمولهای بدست آمده برای لوله های جدار ضخیم قابل دستیابی است. برای این منظور باید ضخامت دیواره را بی نهایت فرض کنیم. که اگر از مقدار c در حالت a استفاده کنیم با قرار دادن آن در معادله (۱۲۰-۲) به نتیجه زیر برای سرعت می رسیم [1]:

$$\alpha = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{2K}{E}(1+\mu)}} \quad (2-128)$$

۲-۱۰- جدایش ستون آب^۱

در سیستمهایی که هد پایینی و یا سیستمهایی که حالت گذرا با سرعت بالایی در آنها اتفاق می‌افتد. فشار تا حدی کاهش می‌یابد که به فشار بخار مایع می‌رسد. که این مسئله باعث می‌شود پدیده کاویتاسیون و به دنبال آن جدایش ستون آب اتفاق بیافتد. پیوستن دوباره ستونهای جدا شده و از بین رفتن تاثیرات کاویتاسیون با افزایش فشار حاصل می‌شود که این تغییرات باعث صدمه دیدن سیستم لوله کشی می‌شود. پدیده کاویتاسیون به گرا دیان سرعت و هندسه لوله بستگی دارد، ممکن است آن قدر گسترش یابد که کل سطح مقطع لوله را پر کند که آن را جدایش ستون آب می‌نامیم.

تقریباً تمام مایعات صنعتی و آب دارای فازهای گازی به شکل حباب هستند. رشد حبابها بستگی به چند عامل مهم دارد. این عوامل شامل نیروی کششی سطح حباب، فشار مایع و فشار گاز داخل حباب می‌شود. ضمناً ممکن است مولکولهای گازهای آزاد وارد حباب شوند و دو یا چند حباب تشکیل یک حباب بزرگتر دهند. اندازه این حبابها با افزایش فشار داخل حباب نسبت به فشار سیال افزایش می‌یابد. در این فرایند یک وضعیت بحرانی وجود دارد که در آن کاهش فشار باعث تشکیل کاویتاسیون به شکل انفجاری می‌شود. این پدیده در یک بازه زمانی بسیار کوتاه تقریباً چند میلی ثانیه اتفاق می‌افتد.

حباب بوجود آمده ممکن است آن قدر رشد کند که تمام سطح مقطع لوله را پر کند و در این حالت مایع داخل لوله به دو ستون جداگانه تبدیل می‌شود. این اتفاق در لوله های عمودی بیشتر مشاهده می‌شود.

^۱ Water Column Separation

فشارهای پایین که باعث جدایش ستون آب و کاویتاسیون می شوند بوسیله موجهای منفی بوجود می آیند. این موجها به شکل موجهای مثبت در اثر برخورد با مرزها بازگردانده میشوند و حبابهایی که در ناحیه بوجود آمده اند را فشرده می کنند تا جایی که ممکن است ستونهای جدا شده دوباره به هم برسند. این افزایش فشار ممکن است باعث ترکیدن لوله شود.

بررسی پدیده کاویتاسیون و جدایش ستون آب به دو شکل کلی تقسیم بندی می شود [12].

۱- یک جزیی-دو فازی (کاویتاسیون بخار، جدایش ستون آب)

۲- دو جزیی-دوفازی (کاویتاسیون گازی، گاز رها شده در جریان مایع)

کاویتاسیون بخار هنگامی اتفاق می افتد که کاهش فشار به حدی ادامه یابد تا فشار بخار مایع حاصل شود. در این حالت مقدار گاز رها شده در مایع ناچیز فرض میشود. مدلسازی کاویتاسیون گازی در صورتی که نسبت گاز موجود در سیال قابل صرف نظر کردن نباشد لازم است. سرعت مخلوط سیال و گاز به مقدار قابل ملاحظه ای کاهش می یابد. زمان مورد نیاز جهت رهایی گاز چندین ثانیه است در صورتی که پدیده تشکیل بخار در سیال تنها چند میلی ثانیه طول می کشد [12].

روشهای جبری ، گرافیکی و مشخصه ها برای مدلسازی این پدیده به کار گرفته شده اند [15].

۲-۱۰-۱- سرعت موج در مخلوط سیال مایع و گاز

سرعت موج در سیالی که حاوی مقادیر کمی گاز حل نشده باشد کمتر از سرعت موج در مایع خالص است. کاهش سرعت موج در سیال بستگی به مقدار گاز داخل آن دارد و ممکن است تا ۷۵ درصد نیز کاهش داشته باشد.

با در نظر گرفتن فرضهای زیر عبارتی برای سرعت موج در مخلوط مایع-گاز بدست می آوریم [2].

۱- مخلوط گاز-مایع همگن است به عبارتی حبابهای گاز به شکل یکنواخت در مایع توزیع شده اند.

۲- حباب گاز از قانون ایزوترمال تبعیت می کند.

۳- فشار حباب به کشش سطحی و فشاری وابسته نیست.

حجمی از مخلوط مایع گاز در فشار P_o را که داخل یک لوله الاستیک قرار دارد در نظر بگیرید:

$$dV_m = dV_g + dV_l + dV_c \quad (129-2)$$

که در آنها اندیسهای c,l,g,m به ترتیب به مقادیر مخلوط مایع-گاز، گاز، مایع و لوله اشاره دارد.

حجم است و به عنوان مثال dV_g تغییرات در حجم گاز، V_g است.

$$V_m = V_l + V_g \quad (130-2)$$

α نسبتی است که به شکل زیر تعریف می شود:

$$\alpha = \frac{V_g}{V_m} \quad (131-2)$$

از آنجا که V_g تابعی از فشار p است، α نیز تابعی از p خواهد بود. در صورتی که حباب به طور ایزوترمال منبسط شود خواهیم داشت.

$$\alpha p = \alpha_o p_o \quad (132-2)$$

که اندیس (o) به شرایط اولیه اشاره دارد و متغیرهای بدون اندیس مربوط به فشار p می شوند اگر p و M بیانگر چگالی و جرم باشند آنگاه داریم:

$$M_m = M_l + M_g \quad (133-2)$$

$$V_l = (1 - \alpha) V_m \quad (134-2)$$

با تقسیم معادله (۱۳۳-۲) بر V_m ، استفاده از معادلات (۱۳۱-۲) و (۱۳۴-۲) می توانیم بنویسیم:

$$\rho_m = \rho_l (1 - \alpha) \quad (135-2)$$

بر پایه معادله (۱۳۲-۲) و این حقیقت که $P V_g = P_o V_{go}$ معادله (۱۳۵-۲) به شکل زیر در می آید:

$$\rho_m = \rho_l \left(1 - \frac{\alpha_o p_o}{p} \right) + \rho_{go} \alpha_o \quad (۱۳۶-۲)$$

اگر نسبت گاز به مایع کوچک باشد و K_l مدول با لک مایع باشد:

$$dV_L = -V_m \frac{dp}{K_l} \quad (۱۳۷-۲)$$

با فرض فرآیند ایزوترمال در حباب:

$$dV_g = -V_g \frac{dp}{p} \quad (۱۳۸-۲)$$

با توجه به اینکه $V_g = p_o V_{go} / p$ و $V_{go} = \alpha_o V_m$ معادله (۱۳۸-۲) به شکل زیر در می آید:

$$dV_g = -\frac{\alpha_o p_o}{p^2} V_m dp \quad (۱۳۹-۲)$$

اگر لوله جدار نازک باشد داریم:

$$dV_c = -\frac{D_c V_m}{E_c e} dp \quad (۱۴۰-۲)$$

که در آن E_c مدول الاستیسته دیوار لوله، D_c قطر لوله و e ضخامت لوله است.

مدول بالک مخلوط مایع و گاز K_m به شکل زیر تعریف می شود.

$$K_m = \frac{dp}{-\frac{dV_m}{V_m}} \quad (۱۴۱-۲)$$

با قرار دادن عبارات بدست آمده برای dV_c, dV_L, dV_g در معادله (۱۲۹-۲) و جایگذاری آن بجای

dV_m در معادله (۱۴۱-۲) عبارت زیر حاصل می شود.

$$K_m = \frac{1}{\frac{\alpha_o p_o}{p^2} + \frac{1}{K_l} + \frac{D_c}{E_c e}} \quad (۱۴۲-۲)$$

سرعت موج در داخل لوله رامی توان به شکل زیر نوشت. اندیس m نشانگر مقادیر مخلوط مایع و گاز است:

$$a_m = \sqrt{\frac{K_m}{\rho_m}} \quad (۱۴۳-۲)$$

با قرار دادن عبارت معادله (۱۳۶-۲) برای ρ_m و عبارت معادله (۱۴۲-۲) برای K_m به نتیجه زیر برای سرعت مرجع در حالت مخلوط مایع و گاز می رسیم:

$$a_m = \sqrt{\frac{1}{\left[\rho_l \left(1 - \frac{\alpha_o p_o}{p} \right) + \rho_{go} p_o \right] \left(\frac{\alpha_o p_o}{p^2} + \frac{1}{K_l} + \frac{D_c}{E_c e} \right)}} \quad (۱۴۴-۲)$$

اگر از تراکم پذیری مایع و الاستیسته لوله و جمله هایی که دارای مقادیر کوچکتری هستند صرف نظر شود عبارت بالا به شکل زیر خلاصه می شود [2]:

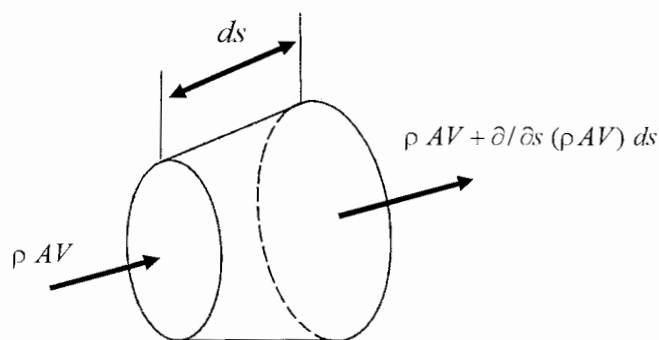
$$a_m = \sqrt{\frac{p}{\rho_l (1 - \alpha) \alpha}} \quad (۱۴۵-۲)$$

۲-۱۱- معادلات دیفرانسیل جریان گذرا:

در این بخش هدف بدست آوردن روابطی بین تغییرات سرعت و تغییرات فشار در لوله است. مقدار سرعت و فشار در هر قسمتی از لوله و در هر زمانی با اعمال شرایط مرزی و اولیه قابل حصول است. در این راستا از معادله اویلر و معادله دیگری که برپایه بقای جرم است استفاده می کنیم.

۲-۱۱-۱- معادله بقای جرم

قانون بقای جرم را روی یک حجم کنترل که هم محور با لوله است و طول آن مقدار دیفرانسیلی ds است اعمال می کنیم.



شکل ۲-۱۴ - حجم کنترل مماس با سطوح داخلی لوله

نتیجه زیر حاصل می شود:

$$\rho AV - \left[\rho AV + \frac{\partial}{\partial s}(\rho AV) ds \right] = \frac{\partial}{\partial t}(\rho A ds) \quad (2-146)$$

و یا:

$$-\frac{\partial}{\partial s}(\rho AV) ds = \frac{\partial}{\partial t}(\rho A ds) \quad (2-147)$$

توجه شود که حجم کنترل مورد استفاده تا حدودی غیر متعارف است زیرا که حجم کنترل متصل

به دیواره های لوله است و در صورتی که لوله افزایش طول داشته باشد ds نیز افزایش می یابد.

با بسط معادله (۲-۱۴۷) خواهیم داشت:

$$-\left(\rho A \frac{\partial V}{\partial s} ds + \rho V \frac{\partial A}{\partial s} ds + AV \frac{\partial \rho}{\partial s} ds \right) = \rho A \frac{\partial}{\partial t}(ds) + \rho ds \frac{\partial A}{\partial t} + A ds \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2-148)$$

با مرتب کردن جملات و تقسیم آنها بر جرم حجم کنترل $\rho A ds$ خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial s} + V \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) + \frac{1}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial s} \right) + \frac{1}{ds} \frac{\partial}{\partial t} (ds) + \frac{\partial V}{\partial s} = 0 \quad (۱۴۹-۲)$$

با توجه به اینکه:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial s} = \frac{d\rho}{dt} \quad (۱۵۰-۲)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial s} = \frac{dA}{dt} \quad (۱۵۱-۲)$$

داریم:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{ds} \frac{d}{dt} (ds) = 0 \quad (۱۵۲-۲)$$

با توجه به اینکه:

$$K = -\frac{dp}{d\Psi/\Psi} = \frac{dp}{d\rho/\rho} \Rightarrow \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{K} \frac{dp}{dt} \quad (۱۵۳-۲)$$

برای آنکه یک رابطه مناسب برای $\frac{dA}{dt}$ بر حسب p پیدا کنیم، تغییر شکل الاستیک را در نظر می

گیریم. با توجه به معادله (۱۰۲-۲) برای تغییر سطح مقطع لوله داریم:

$$dA = \frac{d\Psi_c}{dL} = \frac{1}{2} \pi D^2 d\varepsilon_2 = \frac{1}{2} \pi \frac{D^2}{E} (d\sigma_2 - \mu d\sigma_1) \quad (۱۵۴-۲)$$

$$\frac{1}{A} dA = \frac{2}{E} (d\sigma_2 - \mu d\sigma_1) \quad (۱۵۵-۲)$$

برای محاسبه این تنشها قید حالت b را برری می کنیم.

$$d\sigma_2 = \frac{D}{2e} dp \quad , \quad d\sigma_1 = \mu d\sigma_1 \quad (۱۵۶-۲)$$

در نتیجه:

$$d\sigma_2 - \mu d\sigma_1 = (1 - \mu^2) d\sigma_1 = (1 - \mu^2) \frac{D}{2e} dp \quad (۱۵۷-۲)$$

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = (1 - \mu^2) \frac{D}{eE} \frac{dp}{dt} \quad (۱۵۸-۲)$$

برای انبساط طولی داریم:

$$d(ds) = d\epsilon_p ds \quad (۱۵۹-۲)$$

که این مقدار برای حالت b مساوی صفر است:

$$\frac{1}{ds} \frac{d}{dt}(ds) = 0 \quad (۱۶۰-۲)$$

با جایگذاری تمام این نتایج در معادله (۱۵۲-۲) خواهیم داشت:

$$\frac{1}{K} \frac{dp}{dt} + (1 - \mu^2) \frac{D}{eE} \frac{dp}{dt} + \frac{\partial V}{\partial s} = 0 \quad (۱۶۱-۲)$$

$$\frac{dp}{dt} \left[\frac{1}{K} + (1 - \mu^2) \frac{D}{eE} \right] + \frac{\partial V}{\partial s} = 0 \quad (۱۶۲-۲)$$

با توجه به معادله (۱۱۸-۲) واضح است که جمله داخل کروشه برابر $\frac{1}{a^2 \rho}$ است. این جمله برای

قیدهای a و b نیز صادق است با جایگذاری این جملات در معادله (۱۶۲-۲) خواهیم داشت [۱]:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} + a^2 \frac{\partial V}{\partial s} = 0 \quad (۱۶۳-۲)$$

با جمع بندی معادله بالا و معادله حرکت اوایلر، دو معادله دیفرانسیل مستقل برای فشار و سرعت

خواهیم داشت:

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + g \frac{dz}{ds} + \frac{f}{2D} V |V| = 0 \quad (۱۶۴-۲)$$

$$a^2 \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} = 0 \quad (۱۶۵-۲)$$

۲-۱۲- حل با استفاده از روش مشخصه ها^۱

یکی از روشهای که امروزه به طور گسترده برای حل معادلات اویلر و بقای جرم جهت تحلیل ضربه آبی مورد استفاده قرار می گیرد، روش مشخصه هاست. این روش انطباق خوبی با روشهای عددی که در حل کامپیوتری استفاده می شوند دارد.

با در نظر گرفتن جملات جابجایی غیر خطی و در نظر گرفتن مقیاس آنها خواهیم داشت.

$$V \frac{\partial V}{\partial s}, \quad H \frac{\partial V}{\partial s} \quad (2-166)$$

$s \sim at$

در نتیجه:

$$V \frac{\partial V}{\partial s} \sim \frac{V}{a} \frac{\partial V}{\partial t} \quad (2-167)$$

$$V \frac{\partial H}{\partial s} \sim \frac{V}{a} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2-168)$$

و از آنجا که مقدار $V/a \ll 1$ است، می توان نتیجه گرفت که جملات جابجایی در مقایسه با دیگر جملات قابل صرف نظر کردن هستند. با صرف نظر کردن از جملات جابجایی معادلات تقریبی به شکل زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + g \frac{dz}{ds} + \frac{f}{2D} V|V| = 0 \quad (2-169)$$

$$a^2 \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (2-170)$$

نکته ای که در روش مشخصه ها حائز اهمیت است جایگزینی یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی به جای یک دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی است. در این روش از معادلات (۲-۱۶۹)

^۱ Characteristics Method

و (۲-۱۷۰) یک ترکیب خطی ایجاد می کنیم که در آن λ یک عدد ثابت است. ترکیب خطی مورد نظر به شکل زیر است.

$$\lambda \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + g \frac{dz}{ds} + \frac{f}{2D} V|V| \right] + \left[a^2 \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} \right] = 0 \quad (2-171)$$

بعد از مرتب کردن جملات داریم:

$$\left[\lambda \frac{\partial V}{\partial t} + a^2 \frac{\partial V}{\partial s} \right] + \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} \right] + \lambda g \frac{dz}{ds} + \frac{\lambda f}{2D} V|V| = 0 \quad (2-172)$$

اگر جمله $\lambda \frac{\partial V}{\partial t} + a^2 \frac{\partial V}{\partial s}$ را با $\lambda \frac{dV}{dt}$ جایگزین کنیم آنگاه $\lambda \frac{ds}{dt} = a^2$ و همچنین اگر به جای

$$\text{جمله } \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s}, \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} \text{ را قرار دهیم آنگاه } \frac{\lambda}{\rho} = \frac{1}{\rho} \frac{ds}{dt} \text{ خواهد بود.}$$

برای ارضاء روابط ذکر شده لازم است که $\lambda^2 = a^2$ باشد و یا:

$$\lambda = \pm a \quad (2-173)$$

λ نیز مانند a یک مقدار ثابت است.

با استفاده از دو مقدار مثبت و منفی a و جایگزینی آنها در معادله (۲-۱۷۱) به یک دستگاه دو معادله ای از معادلات دیفرانسیل معمولی به شکل زیر می رسیم [۱]:

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{a\rho} \frac{dp}{dt} + g \frac{dz}{ds} + \frac{f}{2D} V|V| = 0 \quad (2-174)$$

$$\frac{dV}{dt} - \frac{1}{a\rho} \frac{dp}{dt} + g \frac{dz}{dt} + \frac{f}{2D} V|V| = 0 \quad (2-175)$$

در معادلات بالا شرایط خاصی برای متغیرهای غیر وابسته در هر معادله وجود دارد. معادله (۲-۱۷۴)

(۲-۱۷۴) در صورتی اعتبار دارد که $\lambda \frac{ds}{dt} = a^2$ باشد که نتیجه آن $\frac{ds}{dt} = +a$ است و به طور مشابه

معادله (۲-۱۷۵) در صورتی اعتبار دارد که $\frac{ds}{dt} = -a$ باشد. در نتیجه ما دو معادله دیفرانسیل جزئی

را با دو معادله دیفرانسیل معمولی جایگزین کرده ایم، با استفاده از رابطه $p = \gamma(H - z)$ معادلات جدید به شکل زیر در می آیند [1]:

$$\frac{dV}{dt} + \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2D} V |V| = 0 \quad , \quad \frac{ds}{dt} = +a \quad (۱۷۶-۲)$$

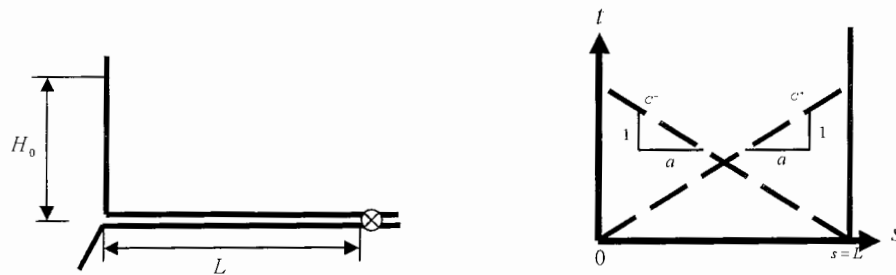
$$\frac{dV}{dt} - \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2D} V |V| = 0 \quad , \quad \frac{ds}{dt} = -a \quad (۱۷۷-۲)$$

از آنجا که روابط خاصی بین t و s وجود دارد، معادلات $\frac{ds}{dt} = +a$ و $\frac{ds}{dt} = -a$ به عنوان مشخصه های معادلات (۱۷۶-۲) و (۱۷۷-۲) نامیده می شوند. برای درک چگونگی استفاده از معادلات مشخصه ها در حل مسئله از یک نمودار که s متغیر طولی t متغیر عرضی آن است استفاده کرده ایم. شکل ۱۵-۲ چگونگی ارتباط صفحه $s-t$ و یک مسئله فیزیکی را بیان می کند.

s بیانگر فاصله از بالادست جریان است. با توجه به اینکه a یک مقدار ثابت است و با انتگرالگیری

از معادله (۱۴۹-۲)، $\frac{ds}{dt} = +a$ ، که نتیجه آن $t = \frac{s}{a} + cte$ است. وجود خطوط راست با شیب $1/a$

به سادگی قابل توجیه است. همچنین موقعیت هر کدام از خطوط بستگی به ثابت انتگرالگیری دارد.



شکل ۱۵-۲- صفحه $s-t$ برای جریان در تک لوله

از آنجا که این خطوط با توجه به معادلاتی که دارای علامت $+$ برای a هستند بدست آمده اند مشخصه های c^+ نام دارند. به طور مشابه خطوطی که با استفاده از معادلات با علامت $-$ برای a بدست آمده اند مشخصه های c^- نام دارند.

به عنوان مثال مسئله ای را در نظر بگیرید که در آن یک شیر در انتهای یک لوله که به مخزن متصل شده قرار دارد و ناگهان شیر بسته می شود. این تغییر حالت باعث می شود که یک موج فشاری با سرعت a به سمت بالا دست جریان حرکت کند. معادلات (۲-۱۷۶) و (۲-۱۷۷) با صرف نظر کردن از اصطکاک به شکل زیر نوشته می شوند.

$$\frac{dV}{dt} \pm \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} = 0 \quad (2-178)$$

با ضرب معادله بالا در dt خواهیم داشت:

$$dV = \pm \frac{g}{a} dH \quad (2-179)$$

این معادله دارای شکل یکسانی با معادله افزایش هد فشاری است. با در نظر گرفتن مشخصه c^- که دارای شیب $1/a$ از سمت راست به چپ است و همچنین با توجه به شکل ۲-۱۵ در می یابیم که موج در زمان $t = L/a$ به ابتدای لوله می رسد. نتیجه اخیر همبستگی مناسبی برای آنچه قبلاً در تحلیل ضربه آبی گفته شد ایجاد می کند. همانطور که ملاحظه می کنید امواج فشاری در طول خطوط مشخصه ها انتشار می یابند.

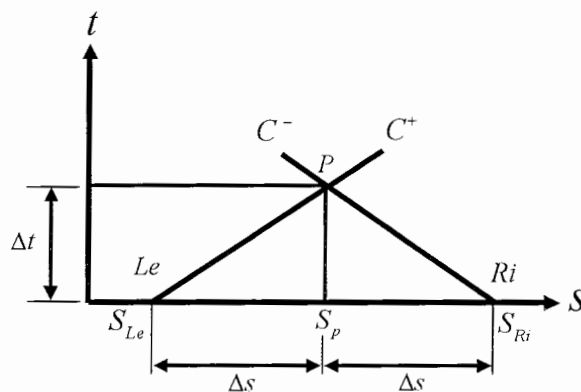
برای محاسبه مقادیر V و H در موقعیتهای مختلف به عنوان توابعی از زمان باید شرایط اولیه در طول محور s در صفحه $s-t$ و همچنین شرایط مرزی در ابتدا و انتهای لوله ها را در تمام زمانها داشته باشیم. پس از آن می توانیم مقادیر V و H را با استفاده از روش پیش رو در صفحه $s-t$ بدست آوریم.

۲-۱۲-۱- حل عددی معادلات تقریبی

شکل ۲-۱۶ صفحه $s-t$ را برای یک مسئله فرضی نشان می دهد. برای هر نقطه ای در صفحه $s-t$ ، متغیرهای پیوسته H و V مقداری یکه هستند. در مرحله بعدی خطوط مشخصه c^+ و c^-

که از نقطه P می گذرند را رسم می کنیم. نقاطی که حاصل برخورد خطوط مشخصه و محور s هستند را Le و Ri می نامیم. توجه کنید که این نقاط دارای فاصله طولی Δs با نقطه P هستند. معادله (۱۷۶-۲) در راستای مشخصه C^+ و معادله (۱۷۷-۲) در راستای مشخصه C^- اعمال می شود. داده های نقاط Le و Ri به طور پیش رو روی این مشخصه ها اعمال می شوند و منجر به تعیین V و H می شوند.

برای یافتن یک روش عددی برای حل مسئله، معادلات (۱۷۶-۲) و (۱۷۷-۲) را به شکل تفاضل محدود می نویسیم [1]:



شکل ۲-۱۶- صفحه $s-t$ به همراه خطوط مشخصه ها

$$\frac{V_P - V_{Le}}{t_P - 0} + \frac{g}{a} \frac{H_P - H_{Le}}{t_P - 0} + \frac{f}{2D} V_{Le} |V_{Le}| = 0 \quad (۱۸۰-۲)$$

$$\frac{V_P - V_{Ri}}{t_P - 0} - \frac{g}{a} \frac{H_P - H_{Ri}}{t_P - 0} + \frac{f}{2D} V_{Ri} |V_{Ri}| = 0 \quad (۱۸۱-۲)$$

در معادلات اخیر دو فرض مهم را در نظر گرفته ایم. اول اینکه سرعتی که در نظر گرفته ایم سرعت در ابتدای بازه زمانی است در حالی که استفاده از سرعت متوسط در بازه زمانی معقول تر است. اگر ما از سرعت نامعلوم V_P در جملات اصطکاک استفاده کنیم، معادله دیفرانسیل غیر خطی خواهند بود و نیاز به حل تکراری داریم. با توجه به تعداد بازه های زمانی و مشکلات ذاتی که در حل

معادلات غیرخطی وجود دارد استفاده از این روش مناسب نیست. به طور کلی با توجه به بازه های کوچک زمانی که در حل مسائل گذرا انتخاب می شوند، این ساده سازیها خطای چندانی در حل مسائل ایجاد نخواهد کرد. فرض دوم این است که ضریب اصطکاک حالت پایدار به نتایج مناسبی برای حالت گذرا منجر شود. فرض ضریب اصطکاک پایدار در تحلیل جریان گذرا یک تقریب است. در حالت گذرا علاوه بر جمله ثابت حالت پایدار جمله دیگری به ضریب اصطکاک اضافه می شود که بستگی به سابقه جریان دارد [16].

در این مرحله به جای $t_p - 0$ ، از Δt استفاده می کنیم و به عبارتی می توان معادلات را برای بازه های زمانی بعدی نیز اعمال کرد:

$$c^- : (V_p - V_{Le}) + \frac{g}{a}(H_p - H_{Le}) + \frac{f \Delta t}{2D} V_{Le} |V_{Le}| = 0 \quad (182-2)$$

$$c^- : (V_p - V_{Ri}) - \frac{g}{a}(H_p - H_{Ri}) + \frac{f \Delta t}{2D} V_{Ri} |V_{Ri}| = 0 \quad (183-2)$$

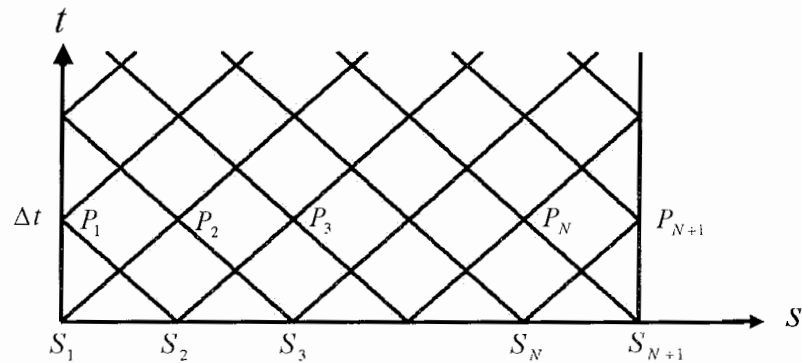
معادلات بالا معادلات c^+ و c^- نامیده می شوند.

معادلات مشخصه ها را می توان به صورت تفاضل محدود نیز نوشت:

$$\Delta s = \pm a \Delta t \quad (184-2)$$

برای حل معادلات با استفاده از روش تفاضل محدود باید یک بازه مکانی در جهت s انتخاب کنیم. اگر لوله را به N قسمت تقسیم کنیم، طول هر کدام از بازه ها $\Delta s = L/N$ خواهد بود. ضمناً مقدار Δs ثابت خواهد بود و با توجه به معادله (184-2)، Δt محاسبه می شود. شبکه مشخصه ها در شکل ۱۷-۲ نشان داده شده است.

گره ها در راستای محور s نقطاتی هستند که به فاصله Δs در طول محور لوله از یکدیگر قرار دارند. و مقادیر V و H روی این نقاط شرایط اولیه هستند. معمولاً این مقادیر مربوط به حالت جریان پایدار در لحظه ای هستند که حالت گذرای جریان شروع می شود. معادلات (۲-۱۸۰) و (۲-۱۸۱) با استفاده از مقادیر نقاط le و Ri به طور همزمان حل می شوند و مقادیر V_p و H_p در نقاط ۲ تا N



شکل ۲-۱۷- شبکه مشخصه ها برای تک لوله

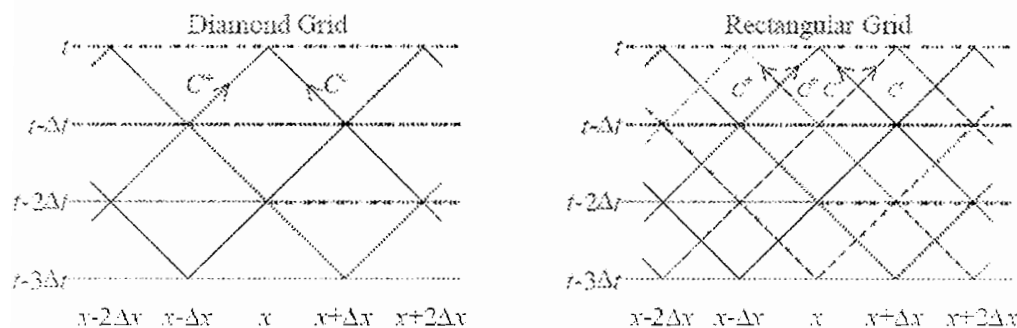
در زمان $t = \Delta t$ بدست می آیند. از شرایط مرزی در $s = 0$ و $s = L$ برای کامل کردن مقادیر روی گره ها استفاده می شود. به این ترتیب در زمان $t = \Delta t$ مقادیر H و V به طور کامل بدست می آید. در مرحله بعدی با استفاده از مقادیر بدست آمده در $t = \Delta t$ می توان مقادیر نقاط را در $t = 2\Delta t$ محاسبه کرد. به همین ترتیب تمام مقادیر نقاط صفحه $s-t$ محاسبه می شوند.

روشی که توضیح داده شد روش صریح^۱ می باشد، به نحوی که از داده های بازه زمانی قبلی برای بدست آوردن مشخصات گره ها استفاده می شود. در روش ضمنی^۲ که لوله به N قسمت تقسیم می شود که در نتیجه $N+1$ گره خواهیم داشت و تمام معادلات به طور همزمان برای هر بازه زمانی حل می شوند. برای هر بازه مکانی دو معادله و چهار مجهول داریم. باید توجه داشت که هر یک از

^۱ Explicit Method

^۲ Implicit Method

گره ها با بازه های زمانی مجاور مشترک هستند و در مجموع $2N+2$ مجهول، $2N$ معادله برای گره های میانی و دو معادله مرزی در گره های ابتدا و انتها خواهیم داشت [5]. شبکه ای که در شکل ۲-۱۷ نشان داده شده است شبکه مربعی است. نوع دیگری از شبکه وجود دارد که شبکه دایموند^۱ نام دارد (شکل ۲-۱۸) [9].



شکل ۲-۱۸- مقایسه شبکه دایموند و مربعی

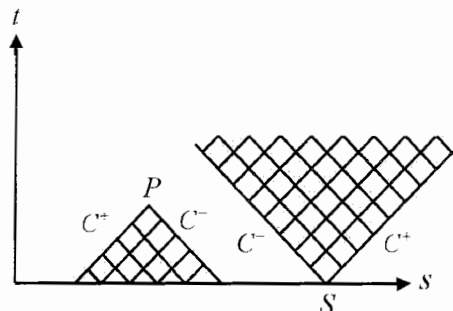
تنها تغییری در سرعت و یا هد در یک نقطه از خط لوله، توسط دیگر نقاط قابل درک است که زمان کافی برای رسیدن موج فشاری به آن نقاط وجود داشته باشد. این مفهوم در شکل ۲-۱۹ نشان داده شده است. این شکل نشان می دهد که در چه زمانی و مکانی تغییرات در نقطه s قابل درک است. ضمناً در شکل مفهوم دیگری نیز قابل استنتاج است و آن اینکه مقادیر H و V در نقطه P تنها متأثر از تغییرات بوجود آمده در ناحیه ای هستند که توسط مشخصه های c^+ و c^- تشکیل شده اند.

با حل معادلات (۲-۱۸۲) و (۲-۱۸۳) به طور همزمان نتایج زیر حاصل می شود. مقادیر زیر برای نقاط ۲ تا N معتبر می باشند [1]:

$$V_P = \frac{1}{2} \left[(V_{Le} + V_{Ri}) + \frac{g}{a} (H_{Le} - H_{Ri}) - \frac{f \Delta t}{2D} (V_{Le} |V_{Le}| + V_{Ri} |V_{Ri}|) \right] \quad (2-185)$$

¹ Diamond Grid

$$H_P = \frac{1}{2} \left[\frac{a}{g} (V_{Le} - V_{Ri}) + (H_{Le} + H_{Ri}) - \frac{a}{g} \frac{f \Delta t}{2D} (V_{Le} |V_{Le}| - V_{Ri} |V_{Ri}|) \right] \quad (۱۸۶-۲)$$



شکل ۲-۱۹- انتشار امواج در صفحه $s-t$

مقادیر نقاط 1 و $N+1$ با توجه به شرایط مرزی که ناشی از شرایط خارجی هستند بدست می آیند. به عنوان مثال به چند شرط مرزی اشاره می شود.

شرط مرزی مخزن (بالادست لوله)

هد در ابتدای لوله ای که به یک مخزن متصل است معادل هد سطح آب مخزن در نظر گرفته می شود. اگر سطح آب مخزن نسبت به زمان ثابت باشد، هد H نیز ثابت خواهد بود:

$$H_{P_1} = H_0 \quad (۱۸۷-۲)$$

با توجه به معادله (۲-۱۸۳) برای سرعت خواهیم داشت:

$$V_{P_1} = V_2 + \frac{g}{a} (H_0 - H_2) - \frac{f \Delta t}{2D} V_2 |V_2| \quad (۱۸۸-۲)$$

اگر مخزن در پایین دست جریان باشد عبارتی معادل عبارت بالا برای $V_{P_{N+1}}$ با مشخصه c^- خواهیم داشت.

شرط مرزی سرعت (پایین دست لوله)

اگر سرعت در پایین دست لوله را داشته باشیم، می توانیم $H_{P_{N+1}}$ را با استفاده از معادله مشخصه بدست آوریم. به عنوان مثال فرض کنید که شیری در انتهای لوله بسته می شود و باعث می شود سرعت به طور خطی از V_0 تا صفر کاهش یابد. رفتار سرعت به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} V_{P_{N+1}} &= V_0 \left(1 - \frac{t}{T_C}\right) & 0 \leq t \leq T_C \\ V_{P_{N+1}} &= 0 & t \geq T_C \end{aligned} \quad (189-2)$$

با جایگذاری معادله (189-2) در معادله (182-2) خواهیم داشت:

$$H_{P_{N+1}} = H_N - \frac{a}{g} (V_{P_{N+1}} - V_N) - \frac{a}{g} \frac{f \Delta t}{2D} V_N |V_N| \quad (190-2)$$

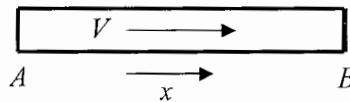
۲-۱۳- حل با استفاده از روش جبری^۱

روش جبری روشی است که در آن لوله ها بدون آنکه تقسیم بندی شوند به طور کلی تحلیل می شوند. در صورتی که از جمله اصطکاک صرف نظر شود، نتایج حاصله شبیه نتایج روش گرافیکی است. با توجه به اینکه اصطکاک به شکل نسبتا مناسبی در این روش مورد استفاده قرار می گیرد، نتایج واقعی تر هستند در معادلات مورد استفاده در روش مشخصه ها به جای جمله $(t_p - 0)$ مقدار L/a را قرار می دهیم و خواهیم داشت:

$$H_p = H_A - \frac{a}{g}(V_p - V_A) - \frac{fL}{2gD}V_A|V_A| \quad (۱۹۱-۲)$$

$$H_p = H_B - \frac{a}{g}(V_p - V_B) - \frac{fL}{2gD}V_B|V_B| \quad (۱۹۲-۲)$$

اندیسهای مورد استفاده در این معادلات باید به J تغییر یابند که نشان دهنده زمان است. در شکل نقطه A بالا دست جریان و نقطه B پایین دست جریان است. بازه های زمانی با استفاده از رابطه $P\Delta t = L/a$ بدست می آیند که در آن P یک عدد صحیح است. و زمان با رابطه $t = J\Delta t$ تعیین می شود [3].



شکل ۲-۲۰- علامتگذاری در روش جبری

برای معادلات بالا داریم:

$$H_B(J) = H_A(J-P) - \frac{a}{g}[V_B(J) - V_A(J-P)] - \frac{fL}{2gD}V_A(J-P)|V_A(J-P)| \quad (۱۹۳-۲)$$

$$H_A(J) = H_B(J-P) + \frac{a}{g}[V_A(J) - V_B(J-P)] - \frac{fL}{2gD}V_B(J-P)|V_B(J-P)| \quad (۱۹۴-۲)$$

¹ Algebraic Method

این معادلات دارای چهار مجهول $V_B(J)$ و $V_A(J)$ ، $H_B(J)$ ، $H_A(J)$ هستند. و از آنجا که در انتهای هر لوله یک شرط مرزی وجود دارد در نتیجه چهار معادله و چهار مجهول خواهیم داشت. با استفاده از تعاریف زیر می توان معادلات بالا را به شکل بدون بعد تبدیل کرد [3]:

$$v = \frac{V}{V_0} \quad h = \frac{H}{H_0} \quad (195-2)$$

$$h_B(J) = h_A(J-P) - B[v_B(J) - v_A(J-P)] - h_{fo} v_A(J-P) |v_A(J-P)| \quad (196-2)$$

$$h_A(J) = h_B(J-P) - B[v_A(J) - v_B(J-P)] - h_{fo} v_B(J-P) |v_B(J-P)| \quad (197-2)$$

$$B = \frac{aV_0}{gH_0} \quad (198-2)$$

$$h_{fo} = \frac{fLV_0^2}{D2gH_0} \quad (199-2)$$

در صورتی که تعداد لوله ها بیش از یک باشد، آنگاه برای هر لوله مقادیر متفاوت B_i ، h_{foi} و عدد صحیح P_i به کار می رود.

برای نشان دادن نحوه استفاده از روش جبری در حل مسائل ضربه آبی مثالی ارایه می شود. یک تک لوله را مطابق شکل ۲-۲۱ در نظر بگیرید.

برای شرط مرزی بالا دست لوله هد در نقطه C را معادل هد مخزن قرار می دهیم:

$$H_C(J) = H_{0R} \quad , \quad h_C(J) = h_{0R} \quad (200-2)$$

شرط مرزی شیر برای حالت بدون بعد به شکل زیر می باشد [3]:

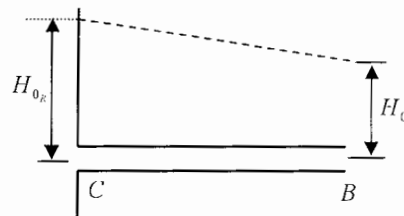
$$v_B(J) = \tau(J) \sqrt{h_B(J)} \quad (201-2)$$

که باید با معادله (۱۹۶-۲) به طور همزمان حل شود. در نتیجه خواهیم داشت:

$$v_B(J) = \frac{B \tau(J)^{1/2}}{2} \quad (20-2-2)$$

$$\left(-\tau(J) + \left\{ \tau(J)^2 + \frac{4}{B^2} \left[h_c(J-P) + B v_c(J-P) - h_{f0} v_c(J-P) \right] v_c(J-P) \right\} \right)$$

مثال: هد و سرعت را برای شیر در شرایط زیر بدست آورید. (شکل ۲-۲۱)



شکل ۲-۲۱- تک لوله به همراه مخزن در بالادست و شیر در پایین دست

زمان $H_0 = 200 \text{ ft}$ ، $a = 4000 \text{ ft/s}$ ، $V_0 = 4.01 \text{ ft/s}$ ، $f = 0.02$ ، $D = 4 \text{ ft}$ ، $L = 12000 \text{ ft}$

بسته شدن شیر $t_c = 10 \text{ s}$ ، $P = 6$ و $\tau = 1 - (t/t_c)^{1/3}$ می باشد. ثابتهای بدون بعد به شکل زیر

بدست می آیند:

$$B = \frac{a V_0}{g H_0} = \frac{4000 \times 4.01}{32.2 \times 200} = 2.495$$

$$h_{f0} = \frac{f L}{D} \frac{V_0^2}{2 g H_0} = \frac{0.02 \times 12000 \times (4.01)^2}{4 \times 64.4 \times 200} = 0.075$$

$$h_{fg} = 1 + h_{f0} = 1.075$$

بازه زمانی مورد استفاده به شکل زیر بدست می آید:

$$\Delta t = \frac{L}{Pa} = \frac{12000}{6 \times 4000} = 0.5 \text{ sec}$$

در نتیجه داریم:

$$t = (J - p) \Delta t = 0.5(J - p) \text{ sec}$$

اولین حرکت جهت بسته شدن شیر در زمان $t=0$ و یا $J=6$ اتفاق می افتد. معادلات مورد استفاده جهت حل مساله به شکل زیر هستند:

$$v_B(J) = 1.2475 \tau(J)(-\tau(J) + \{\tau(J)^2 + [1.075 + 2.495v_C(J-6) - 0.075v_C(J-6) | v_C(J-6)| / 1.556\}^{1/2})$$

$$v_C(J) = v_B(J-6) + 0.401[1.075 - h_B(J-6) - 0.075v_B(J-6)|v_B(J-6)|]$$

$$h_B(J) = 1.075 - 2.495[v_B(J) - v_C(J-6)] + 0.075v_C(J-6)|v_C(J-6)|$$

حل معادلات بالا از $J=7$ شروع می شود و برای هر بازه زمانی مقدار τ محاسبه می شود و مقادیر مجهول v_B ، v_C و h_B از سه معادله بالا بدست می آیند.

۲-۱۴- حل با استفاده از روش اریسمتیک^۱

فرآیندهای دوره ای در یک لوله که ناشی از بسته شدن شیر در انتهای خط لوله است قبلاً بررسی شده است که در آن به این نکته پرداخته شد که امواج فشاری پس از آنکه به مخزن رسیدند به شکل امواج فشاری منفی به سمت شیر بر می گردند که زمان انجام این فرآیند $2\frac{L}{a}$ ثانیه است. و همچنین برگشت این امواج هد فشاری را تا حد هد مخزن کاهش می دهد. در شرایطی که شیر کاملاً بسته شده باشد، امواج به طور کامل باز می گردند در نتیجه تغییر در فشار به اندازه Δh ایجاد می شود که به مدت $2\frac{L}{a}$ ثانیه در شیر باقی می ماند. پس از سپری شدن این زمان امواج منفی باعث تغییر در فشار به اندازه $-2\Delta h$ میشود. سطح فشار ایجاد شده به اندازه Δh برای یک دوره زمانی معادل با رفت و برگشت موج در شیر باقی می ماند. پس از طی شدن این زمان تغییر فشاری معادل $+2\Delta h$ در شیر ایجاد می شود. در یک سیستم بدون اصطکاک این چرخه به طور یکسان

^۱ Arithmetic Method

تکرار می شود. با توجه به این دوره های تکراری به نظر می رسد می توان یک فرآیند عددی برای محاسبه فشار در شیر در هر بازه زمانی بدست آورد.

معادله ای که تغییرات فشار و سرعت را بیان می کند به صورت بدون بعد به شکل زیر در می آید [3]:

$$\Delta h = B \Delta v \quad (2-203)$$

برای معادله سرعت و هد شیر به شکل بدون بعد داریم:

$$v = \tau \sqrt{h} \quad (2-204)$$

مقدار τ یک تابع پیوسته از زمان است که می توان آنرا به صورت یک سری مقادیر ناپیوسته در بازه های زمانی در نظر گرفت. در نتیجه می توان معادله شیر را به صورت زیر بیان کرد:

$$v - \Delta v_i = \tau_i \sqrt{h + \Delta h_i} \quad (2-205)$$

فرآیند حل به گونه ای است که معادلات (2-203) و (2-205) باید به طور همزمان در هر بازه زمانی حل شوند. معادلات بالا برای شرایطی مورد استفاده قرار می گیرند که زمان بسته شدن شیر کمتر از زمان بازگشت امواج باشد.

در صورتی که زمان بسته شدن شیر بیش از زمان لازم برای رسیدن موجهای برگشتی باشد، آنگاه امواج فشار ایجاد شده شدت کمتری خواهند داشت و استفاده از فرمول زیر به جای رابطه (2-205) نتیجه بهتری خواهد داشت:

$$v - \Delta v_i = \tau_i \sqrt{h - \sum \Delta h + \Delta h_i} \quad (2-206)$$

۲-۱۵- حل با استفاده از روش گرافیکی^۱

در روش گرافیکی حل در صفحه متغیرهای وابسته H و V انجام می شود که در آن خطوط مشخصه، H و V را در یک مکان و زمان به متغیرهای مشابه ای در نقطه دیگری از لوله در زمان x/t بعد نسبت می دهد.

حل عمومی معادلات ساده شده ضربه آبی به شکل زیر ارائه شده است [3,4]:

$$H - H_0 = F\left(t + \frac{x}{a}\right) + f\left(t - \frac{x}{a}\right) \quad (2-207)$$

$$V - V_0 = -\frac{g}{a} \left[F\left(t + \frac{x}{a}\right) + f\left(t - \frac{x}{a}\right) \right] \quad (2-208)$$

تابع F را می توان به عنوان موجی که در جهت $-x$ در طول لوله در حرکت است بیان کرد. همانطور که f موجی است که در جهت $+x$ در حرکت است. در هر لوله ای که دارای شرایط هندسی ثابت است هرکدام از این امواج فشاری با سرعت ثابت a حرکت می کنند. با ترکیب معادلات (2-207) و (2-208) خواهیم داشت:

$$H_{t,x} - H_0 - \frac{a}{g}(V_{t,x} - V_0) = 2F\left(t + \frac{x}{a}\right) \quad (2-209)$$

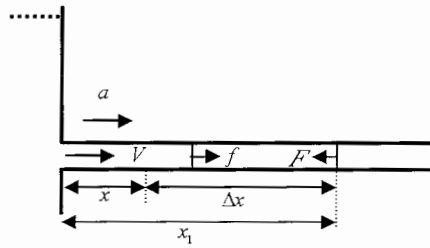
که این معادله برای هر موقعیت زمانی و مکانی معتبر است. معادله بالا برای زمان t_1 و مکان x_1 به شکل زیر در می آید:

$$H_{t_1, x_1} - H_0 - \frac{a}{g}(V_{t_1, x_1} - V_0) = 2F\left(t_1 + \frac{x_1}{a}\right) \quad (2-210)$$

برای هر زمان t ، با گذشت Δt ثانیه، موج F در موقعیت x خواهد بود. فاصله ای که طی شده از رابطه زیر بدست می آید:

$$-\Delta x = -a\Delta t \quad (2-211)$$

¹ Graphical Method



شکل ۲-۲۲-توابع فشاری f و F

به این معنا که موج F در جهت $-x$ و با سرعت $-a$ در حرکت است.

$$2F(t_1 + \frac{x_1}{a}) = 2F(t_1 + \Delta t + \frac{x_1 - a\Delta t}{a}) = 2F(t + \frac{x}{a}) \quad (2-212)$$

حال با ترکیب این سه معادله داریم:

$$H_{t_1, x_1} - H_{t, x} = \frac{a}{g}(V_{t_1, x_1} - V_{t, x}) \quad (2-213)$$

با استفاده از سرعت و فشار بدون بعد داریم:

$$h_{t_1, x_1} - h_{t, x} = \frac{aV_0}{gH_0}(v_{t_1, x_1} - v_{t, x}) \quad (2-214)$$

معادله بالا را به شکل زیر می توان نوشت:

$$\Delta h = B\Delta v \quad (2-215)$$

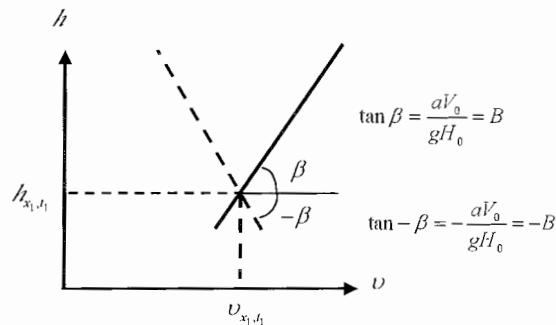
$$B = \frac{aV_0}{gH_0} \quad (2-216)$$

دو معادله اخیر بیانگر خط مستقیمی در صفحه $h-v$ هستند که از نقطه $(h_{t_1, x_1}, v_{t_1, x_1})$ با شیب

$B = \tan \beta$ عبور می کنند. در شکل ۲-۲۳ خط راستی را که مربوط به تابع F است، شرایط معلوم

h و v را به شرایط نامعلوم برای یک موقعیت زمانی و مکانی دیگر مرتبط می سازد. پارامترهای x و t روی خط F باید از رابطه زیر تبعیت کنند:

$$x = x_1 - a(t - t_1) \quad (2-217)$$



شکل ۲-۲۳- نمودار متغیرهای وابسته در روش گرافیکی

با استفاده از یک فرایند مشابه جهت حذف F از معادلات (۲-۲۰۷) و (۲-۲۰۸) داریم:

$$H_{t,x} - H_0 + \frac{a}{g}(V_{t,x} - V_0) = 2f\left(t - \frac{x}{a}\right) \quad (2-218)$$

اکنون برای تغییر در زمان به اندازه Δt ، موج f به اندازه $\Delta x = a\Delta t$ جابجا شده است. با حذف تابع f داریم:

$$H_{t_1, x_1} - H_{t,x} = -\frac{a}{g}(V_{t_1, x_1} - V_{t,x}) \quad (2-219)$$

معادله ای که تعیین کننده این خط در نمودار بدون بعد h است به شکل زیر می باشد:

$$\Delta h = -B\Delta v \quad (2-220)$$

این خط از نقطه ای با شرایط مشخص $(h_{t_1, x_1}, v_{t_1, x_1})$ و با شیب $-B = \tan -\beta$ می گذرد. در طول این خط متغیرهای مستقل باید از رابطه $x = x_1 + a(t - t_1)$ پیروی کنند. بسیاری از کسانی که از

این روش استفاده می کنند ترجیح می دهند از متغیرهای H و Q به جای متغیرهای بدون بعد u استفاده کنند.

نکته ای که قابل اشاره است شباهت معادلات مورد استفاده در روش گرافیکی و معادلات مشخصه ها با صرف نظر از جمله اصطکاک است و همچنین تطابقی است که بین تابع f و مشخصه c^- ، تابع F' و مشخصه c^- وجود دارد.

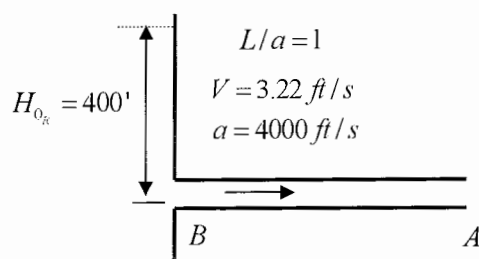
آنچه تاکنون ارایه شده است برای یک تک لوله معتبر است که سرعت موج برای تمام نقاط لوله مقداری ثابت است.

معمولترین شرط مرزی برای یک تک لوله جهت بررسی مساله در نظر گرفته شده است.

یک لوله افقی مطابق شکل ۲-۲۴ که شیر انتهای آن به صورت ناگهانی در لحظه $t = 1$ بسته میشود را در نظر بگیرید با توجه به مقادیر مساله داریم:

$$B = \frac{aV_0}{gH_0} = \frac{4000 \times 3.22}{32.2 \times 400} = 1$$

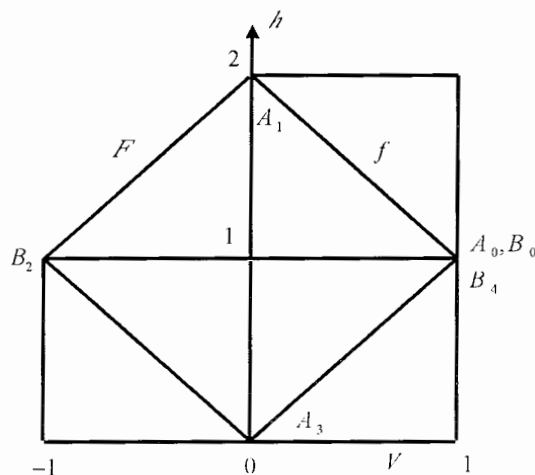
در شکل ۲-۲۵ نقطه $u=1, h=1$ ، مربوط به شرایط پایدار مساله است. از آنجا که شیر در زمان $t = 1$ بسته می شود و $L/a = 1$ می باشد، حل مساله از نقطه B_0 شروع می شود، (حروف نشان دهنده مکان و اندیسها نشان دهنده زمان می باشند) که شروع حرکت موج f از نقطه



شکل ۲-۲۴- تک لوله به همراه مخزن در بالادست و شیر در پایین دست

B_0 با شرایط معلوم و با شیب $-\beta$ است. مشخصات نقطه A_1 نیز باید روی این خط قرار داشته باشد. ضمناً با توجه به اینکه در زمان $t=1$ شیر در حالت بسته قرار دارد، نقطه A_1 نیز باید روی محور عمودی که $v=0$ است قرار بگیرد. حال از نقطه A_1 به سمت نقطه B_2 حرکت می‌کنیم. مشخصات نقطه B_2 روی موج f که از نقطه A_1 می‌گذرد قرار می‌گیرد. در مخزن، $h=1$ است. در نتیجه محل تقاطع موج f که از نقطه A_1 می‌گذرد و خط $h=1$ تعیین کننده محل نقطه B_2 خواهد بود. با تکرار این فرآیند می‌توان محل نقاط A_3 و B_4 را بدست آورد. نقاط A_5 ، B_6 ، A_7 و B_8 تکرار سیکل اول خواهد بود.

در صورتی که شیر به آرامی بسته شود باید از معادله بدون بعد شیر استفاده کرد (معادله ۲-۲۰۴). به جای جابجایی پیوسته و آرام باید فرض شود در هر L/a شیر با یک افزایش جزئی و ناگهانی بسته می‌شود. در نمودار h (معادله ۲-۲۰۴) به صورت یک منحنی سهموی به ازای هر مقدار t بدست می‌آید (شکل ۲-۲۶). برای هر زمانی که در شکل روی منحنیهای سهموی نشان داده شده است مقادیر معینی از سرعت و فشار در شیر خواهیم داشت.



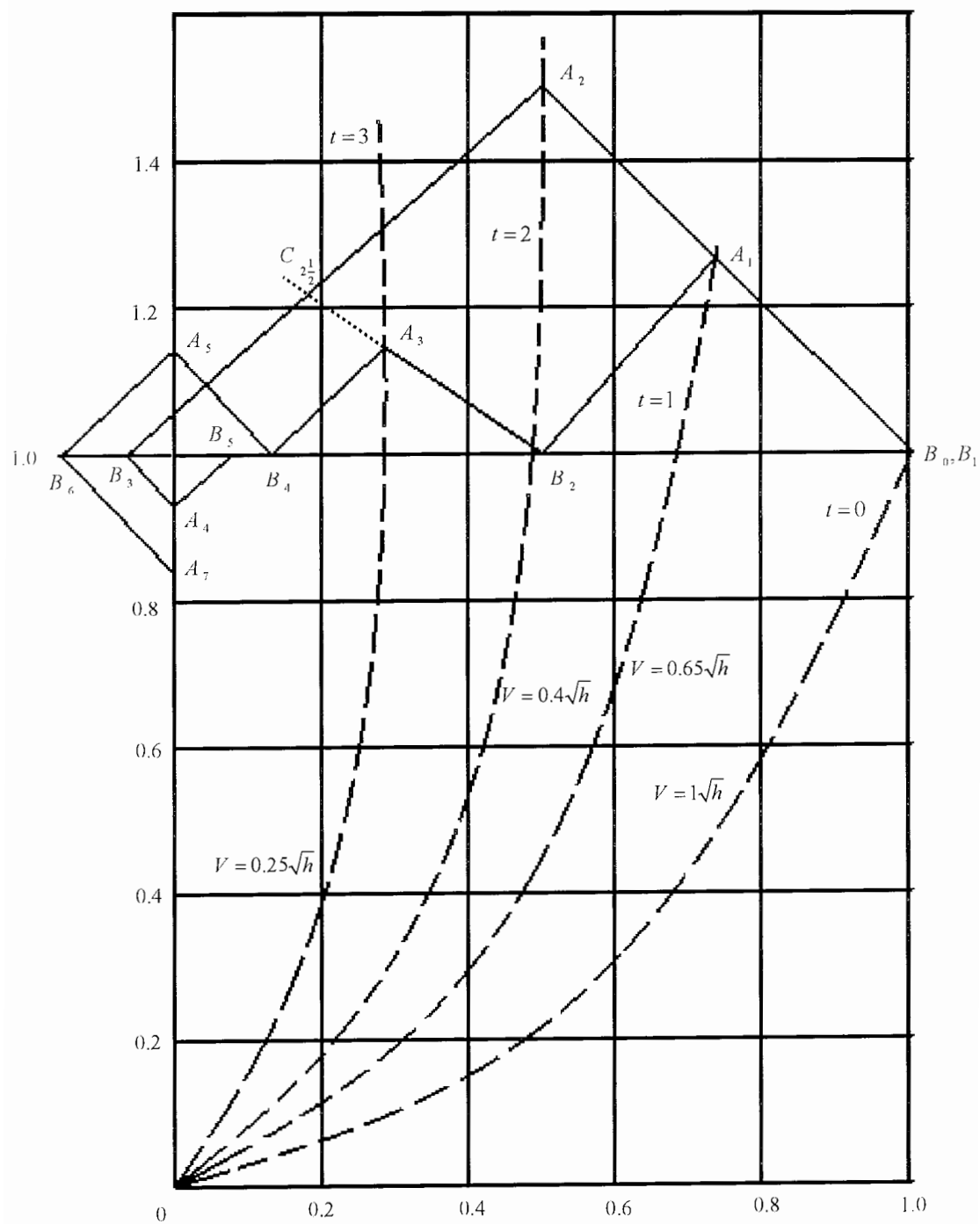
شکل ۲-۲۵- حل با روش گرافیکی برای بسته شدن ناگهانی [3]

نقطه A_1 باید روی سهمی $t=1$ قرار داشته باشد. برای شروع حل از شرایط پایدار در نقطه B_0 شروع می‌کنیم. خط موج f را از این نقطه رسم می‌کنیم، نقطه A_1 باید در محل تقاطع این خط

و سهمی $t=1$ قرار داشته باشد. با حرکت کردن از نقطه A_1 روی خط موج F ، به سمت نقطه B_2 پیش خواهیم رفت. این نقطه حاصل برخورد با خط $\hbar=1$ خواهد بود. پس از آن می توان با رسم خط موج f و محل تقاطع آن با سهمی $t=3$ نقطه A_3 را بدست آورد. برای تمام زمانها پس از $t=4$ شیر بسته خواهد بود و تمامی نقاط A روی محور عمودی $v=0$ تمامی نقاط B روی محور $\hbar=1$ خواهند بود.

برای بدست آوردن مقادیر سرعت و فشار در نقاط میانی لوله، C ، باید توجه داشت موجی که نقطه A_2 را روی خط موج F ترک می کند به نقطه $C'_{2,1/2}$ خواهد رسید و به طور مشابه موجی که نقطه B_2 را روی خط موج f ترک می کند نیز به نقطه $C'_{2,1/2}$ خواهد رسید، که در شکل محل برخورد آنها نشان داده شده است.

بازه زمانی که در این مثال انتخاب شد L/a بود. که امکان بدست آوردن جزئیات در نقاط میانی را نیز می دهد. در صورتی که از بازه های زمانی کوتاهتر مثلاً $L/2a$ ثانیه استفاده کنیم می توانیم جزئیات در نقاط یک چهارم لوله را نیز بدست آوریم. به طور کلی بیشترین مقدار مجاز بازه زمانی برای حل مساله و بدست آوردن شرایط ابتدا و انتهای لوله $2L/a$ است.



شکل ۲-۲۶- حل با روش گرافیکی برای بسته شدن مرحله ای [3]

فصل سوم

حل معادلات کامل ضربه آبی در لوله های سری و شبکه ای

آنچه تا کنون ارایه شد تعاریف و مفاهیم عمومی جریان گذرا و ضربه آبی و روشهای ساده جهت حل مسایل ضربه آبی بوده است. در این فصل معادلات کامل ضربه آبی با استفاده از روش مشخصه ها برای سیستمهای ساده ، سری و انشعابات مختلف تحلیل می شود.

۳-۱- روش مشخصه ها برای حل معادلات کامل

با ضرب λ در معادله اوپلر و ترکیب آن با معادله بقای جرم داریم [1]:

$$\lambda \frac{dV}{dt} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \lambda g \frac{dz}{ds} + \lambda \frac{f}{2D} V |V| + a^2 \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} = 0 \quad (۱-۳)$$

در ادامه باید $\frac{dV}{dt}$ و $\frac{dp}{dt}$ را به اجزاء تشکیل دهنده آنها تبدیل کنیم:

$$\left(\lambda \frac{\partial V}{\partial t} + \lambda V \frac{\partial V}{\partial s} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \lambda g \frac{dz}{ds} + \lambda \frac{f}{2D} V |V| + a^2 \frac{\partial V}{\partial s} + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{V}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} \right) = 0 \quad (۲-۳)$$

معادله بالا را می توان به شکل زیر نوشت:

$$\left[\lambda \frac{\partial V}{\partial t} + (\lambda V + a^2) \frac{\partial V}{\partial s} \right] + \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \left(\frac{\lambda}{\rho} + \frac{V}{\rho} \right) \frac{\partial p}{\partial s} \right] + \lambda g \frac{dz}{ds} + \lambda \frac{f}{2D} V |V| = 0 \quad (۳-۳)$$

$$\left[\lambda \frac{\partial V}{\partial t} + (\lambda V + a^2) \frac{\partial V}{\partial s} \right] = \lambda \frac{dV}{dt} \quad , \quad \lambda \frac{ds}{dt} = \lambda V + a^2 \quad (۴-۳)$$

$$\left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \left(\frac{\lambda}{\rho} + \frac{V}{\rho} \right) \frac{\partial p}{\partial s} \right] = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt}, \quad \frac{1}{\rho} \frac{ds}{dt} = \frac{\lambda}{\rho} + \frac{V}{\rho} \quad (5-3)$$

برای ارضاء معادلات بالا باید داشته باشیم:

$$\frac{ds}{dt} = V + \frac{a^2}{\lambda}, \quad \frac{ds}{dt} = \lambda + V \quad (6-3)$$

که با حل دو معادله بالا خواهیم داشت:

$$\lambda = \pm a \quad (7-3)$$

که این همان نتیجه قبلی است که برای λ بدست آوردیم. معادله ای که برای مشخصه ها بدست آورده ایم به شکل زیر می باشد [1]:

$$\frac{ds}{dt} = V + a, \quad \frac{ds}{dt} = V - a \quad (8-3)$$

با استفاده از هد کلی به جای فشار به دو معادله نهایی زیر خواهیم رسید:

$$c^+ : \frac{dV}{dt} + \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} - \frac{g}{a} V \frac{dz}{ds} + \frac{f}{2D} V |V| = 0, \quad \frac{ds}{dt} = V + a \quad (9-3)$$

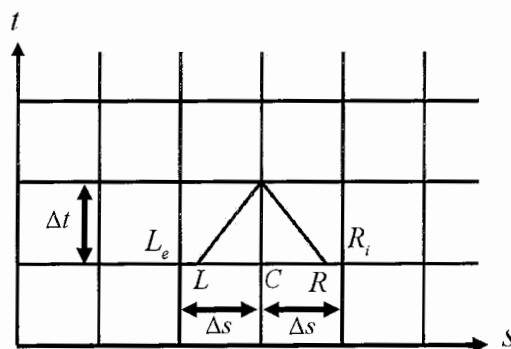
$$c^- : \frac{dV}{dt} - \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{g}{a} V \frac{dz}{ds} + \frac{f}{2D} V |V| = 0, \quad \frac{ds}{dt} = V - a \quad (10-3)$$

معادلات دیفرانسیل معمولی بدست آمده شباهت زیادی با معادلات تقریبی دارند. تنها تفاوتی که مشاهده می شود تغییر خطوط شیب ثابت مشخصه ها به منحنی است. شیب در این منحنی تابعی از سرعت $V(s,t)$ است و این مسئله باعث پیچیدگیهایی در حل مسئله می شود.

۳-۲- حل عددی معادلات کامل ضربه آبی

اولین فرضی که در حل این معادلات انجام می شود، این است که در بازه های زمانی Δt ، منحنی ها به صورت خط راست در نظر گرفته می شوند. این فرض تا حدود زیادی پذیرفته است زیرا اولاً بازه های زمانی بسیار کوچک هستند و دوماً $a \gg V$ است، تقریباً مقداری ثابت است. باید توجه کرد که شیب خطوط مشخصه c^+ و c^- در بازه های مختلف متغیر است.

شکل ۳-۱ را در نظر بگیرید. با توجه به گره های انتخاب شده و فواصل Δs و Δt ، بدنبال یافتن مقادیر H و V در نقطه P هستیم. منحنی که از نقطه P می گذرد در بازه Δt با یک خط راست تقریب زده می شود که شیب آن با مقادیر معین سرعت در زمان قبل از آن بدست می آید. همانطور که در شکل می بینید مشخصه هایی که از نقطه P عبور کرده اند دیگر از نقاط Le و Ri نمی گذرند و خطوط ثابت t را در نقاط L و R که بین Le و Ri هستند قطع می کنند.



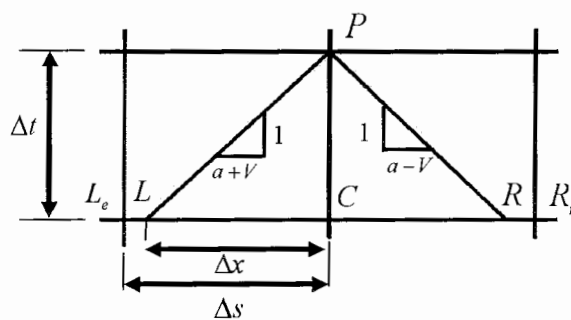
شکل ۳-۱- میانمایی برای مقادیر H و V در شبکه $\Delta s - \Delta t$

اگر معادلات (۳-۹) و (۳-۱۰) را به فرم تفاضل محدود برای شکل ۳-۱ اعمال کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{V_P - V_L}{\Delta t} + \frac{g}{a} \frac{H_P - H_L}{\Delta t} - \frac{g}{a} V_L \frac{dz}{ds} + \frac{f}{2D} V_L |V_L| = 0 \quad (۳-۱۱)$$

$$\frac{V_P - V_R}{\Delta t} - \frac{g}{a} \frac{H_P - H_R}{\Delta t} + \frac{g}{a} V_R \frac{dz}{ds} + \frac{f}{2D} V_R |V_R| = 0 \quad (12-3)$$

مشکلی که در بالا وجود دارد مجهول بودن مقادیر V_L ، V_R ، H_R و H_L است و در واقع معادلات بالا دارای ۶ مجهول هستند. از آنجایی که نقطه L نزدیک Le و نقطه R نزدیک Ri است می توانیم با استفاده از میانبایی خطی مقادیر نسبتاً دقیقی در نقاط L و R بدست آوریم.



شکل ۲-۳- پارامترهای فرایند میانبایی

با توجه به شکل ۲-۳ فرایند درونبایی به شکل زیر انجام می شود.

برای مشخصه c^+ داریم :

$$\frac{\Delta x}{\Delta s} = \frac{V_L - V_C}{V_{Le} - V_C} = \frac{H_L - H_C}{H_{Le} - H_C} \quad (13-3)$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{a + V_L}{1} \quad (14-3)$$

با حل دو معادله زیر برای بدست آوردن مقادیر V_L و H_L خواهیم داشت:

$$V_L = (V_{Le} - V_C) \frac{\Delta x}{\Delta s} + V_C, \quad H_L = (H_{Le} - H_C) \frac{\Delta x}{\Delta s} + H_C \quad (15-3)$$

با جایگذاری Δx در معادلات و با استفاده از روابط بدست آمده برای $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ خواهیم داشت :

$$V_L = \frac{V_C + a \frac{\Delta t}{\Delta s} (V_{Le} - V_C)}{1 - \frac{\Delta t}{\Delta s} (V_{Le} - V_C)} \quad (۱۶-۳)$$

$$H_L = H_C + \frac{\Delta t}{\Delta s} (H_{Le} - H_C)(a + V_L) \quad (۱۷-۳)$$

و به طور مشابه برای مشخصه c^- خواهیم داشت:

$$V_R = \frac{V_C + a \frac{\Delta t}{\Delta s} (V_{Re} - V_C)}{1 - \frac{\Delta t}{\Delta s} (V_{Re} - V_C)} \quad (۱۸-۳)$$

$$H_R = H_C + \frac{\Delta t}{\Delta s} (H_{Re} - H_C)(a - V_R) \quad (۱۹-۳)$$

از آنجاکه $\frac{\Delta t}{\Delta s} (V_{Le} - V_C)$ از مرتبه $\frac{V}{a+V}$ است که در مقایسه با یک مقدار کوچکی است، می توان از جمله دوم در مخرج معادله (۱۶-۳) و (۱۸-۳) صرف نظر کرد.

$$V_L = V_C + a \frac{\Delta t}{\Delta s} (V_{Le} - V_C) \quad (۲۰-۳)$$

$$V_R = V_C + a \frac{\Delta t}{\Delta s} (V_{Re} - V_C) \quad (۲۱-۳)$$

بدین ترتیب مقادیر معلومی برای V_L, H_L, V_R و H_R داریم. با حل معادلات (۱۱-۳) و (۱۲-۳) مقادیر

V_P و H_P به شکل زیر بدست می آیند:

$$V_P = \frac{1}{2} \left[(V_L + V_R) + \frac{g}{a} (H_L - H_R) + \frac{g}{a} \Delta t (V_L - V_R) \sin \theta - \frac{f \Delta t}{2D} (V_L |V_L| + V_R |V_R|) \right] \quad (۲۲-۳)$$

$$H_p = \frac{1}{2} \left[\frac{a}{g} (V_L - V_R) + (H_L + H_R) + \Delta t (V_L + V_R) \sin \theta - \frac{a}{g} \frac{f \Delta t}{2D} (V_L |V_L| + V_R |V_R|) \right] \quad (23-3)$$

که $\sin \theta = \frac{dz}{ds}$ است که برای لوله هایی که در جهت پایین دست جریان، صعودی هستند عددی مثبت است.

فرآیندی که برای میانبایی ارایه شد فرآیند میانبایی مکانی^۱ است. با توجه به شکل ۳-۱ در صورتی که خطوط مشخصه ها ادامه پیدا کنند، با خطوط عمودی برخورد می کنند و می توان برای بدست آوردن مقادیر در محل تقاطع از میانبایی زمانی^۲ استفاده کرد [5]. البته میانبایی مکانی نتایج بهتری نسبت به میانبایی زمانی خواهد داشت [14].

۳-۳- جریان گذار در سیستمهای لوله کشی

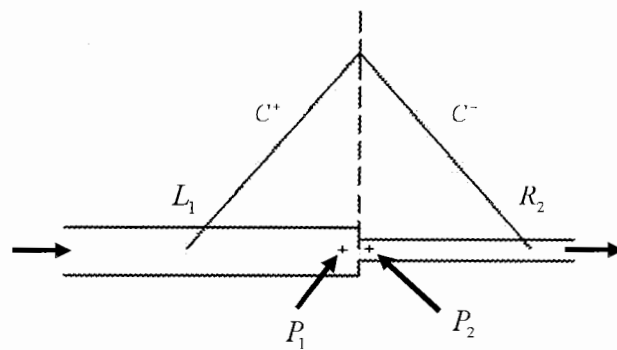
۳-۳-۱- شرایط مرزی داخلی^۳ برای لوله های سری

در عمل، شرایط طراحی و تحلیل پیچیده تر از یک تک لوله بدون انحناء است. لوله های سری است. در سیستم لوله های سری دبی تمام لوله ها یکسان است. اما هر لوله دارای سرعت، قطر و سرعت موج مربوط به خود می باشد. تمام لوله ها باید بدون انحناء و دارای خواص و هندسه ثابت در طول لوله باشند. برای گره های داخلی از معادلات بدست آمده (۳-۱۱) و (۳-۱۲) استفاده می شود. شکل ۳-۳ شرط مرزی داخلی برای دو لوله که پشت سر هم قرار گرفته اند را نشان می دهد. دو نقطه به نامهای P_1, P_2 در دو طرف اتصال وجود دارند که فاصله کمی از هم دارند و هر کدام از این نقاط دارای دوجبهول هستند، $V_{P_1}, V_{P_2}, H_{P_1}, H_{P_2}$.

¹ Space-Line Interpolation

² Time-Line Interpolation

³ Internal Boundary Condition



شکل ۳-۳- شرط مرزی در لوله های سری

در نتیجه باید چهار معادله برای حل این مجهولات بدست آورد. برای لوله ای که در بالا دست جریان قرار دارد می توان از مشخصه C^+ استفاده کرد و معادله زیر را نوشت:

$$V_{P_1} = V_{L_1} + \frac{g}{a_1} H_{L_1} - \frac{f_1 \Delta t}{2D_1} V_{L_1} |V_{L_1}| + \frac{g}{a_1} \Delta t V_{L_1} \sin \theta_1 - \frac{g}{a_1} H_{P_1} \quad (24-3)$$

و یا

$$V_{P_1} = C_3 - C_4 H_{P_1} \quad (25-3)$$

و برای لوله ای که پایین دست جریان است با استفاده از معادله مشخصه C^- رابطه زیر بدست می آید:

$$V_{P_2} = V_{R_2} + \frac{g}{a_2} H_{R_2} - \frac{f_2 \Delta t}{2D_2} V_{R_2} |V_{R_2}| + \frac{g}{a_2} H_{P_2} \quad (26-3)$$

و یا

$$V_{P_2} = C_1 + C_2 H_{P_2} \quad (27-3)$$

با توجه به معادلات (۲۵-۳) و (۲۷-۳) چهار مجهول و دو معادله داریم. دو معادله دیگر از معادلات کار-انرژی و بقای جرم حاصل می شوند. با صرف نظر کردن از مقدار سیالی که بین نقاط ۲و۱ وجود دارد بقای جرم به شکل زیر خواهد بود.

$$V_{P_1} A_1 = V_{P_2} A_2 \quad (28-3)$$

با بکار بردن معادله کار-انرژی در نقطه ۲و۱ و با صرف نظر کردن از جرم سیال بین دو نقطه و همچنین صرف نظر کردن از اختلاف هد سرعتها و افت هدهای موضعی در اتصال خواهیم داشت:

$$H_{P_1} = H_{P_2} \quad (29-3)$$

با حل چهار معادله بدست آمده بالا برای هد در اتصال خواهیم داشت:

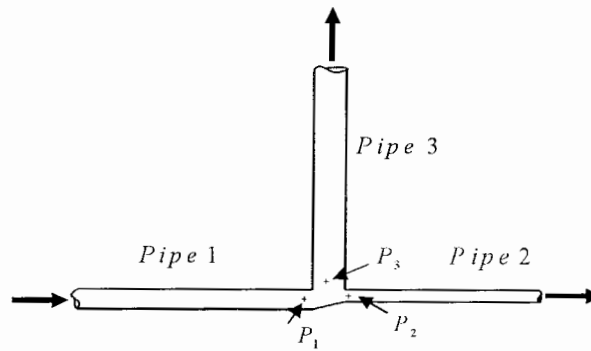
$$H_{P_1} = H_{P_2} = \frac{C_3 A_1 - C_1 A_2}{C_2 A_2 + C_4 A_1} \quad (30-3)$$

۳-۳-۲ شرط مرزی در انشعابات لوله:

شرط مرزی که در آن تعدادی لوله در یک اتصال به یکدیگر می رسند برای سه و چهار لوله بررسی می شود.

الف-اتصال سه لوله:

در شکل ۳-۴ اتصال سه لوله با جهت‌های جریان مربوطه نشان داده شده است که این جهت‌ها با توجه به جریان پایدار می باشند. علامت جملات و خطوط مشخصه‌هایی که از آنها استفاده می شود با توجه به رفتار جریان حالت دائم تعیین می گردند. برای محل اتصال سه لوله با یک جریان ورودی و دو جریان خروجی معادلات زیر ارتباط بین شش مجهول را تعیین می کنند.



شکل ۳-۴- اتصال سه لوله ای، یک ورودی و دو خروجی

$$\text{Pipe 1: } c^+ \quad V_{P_1} = C_1 - C_2 H_{P_1} \quad (31-3)$$

$$\text{Pipe 2: } c^- \quad V_{P_2} = C_3 + C_4 H_{P_2} \quad (32-3)$$

$$\text{Pipe 3: } c^- \quad V_{P_3} = C_5 + C_6 H_{P_3} \quad (33-3)$$

بقای جرم:

$$V_{P_1} A_1 = V_{P_2} A_2 + V_{P_3} A_3 \quad (34-3)$$

کار-انرژی:

$$H_{P_1} = H_{P_2} = H_{P_3} \quad (35-3)$$

در اینجا اندیسها بیانگر سرعتها و هدها در محل اتصال برای هر لوله می باشند. با حل این دستگاه معادلات خطی به نتیجه زیر می رسیم:

$$H_{P_1} = H_{P_2} = H_{P_3} = \frac{C_1 A_1 - C_3 A_2 - C_5 A_3}{C_2 A_1 + C_4 A_2 + C_6 A_3} \quad (36-3)$$

با قرار دادن مقادیر هدها در معادلات بالا سرعت برای تمام لوله ها بدست می آید.

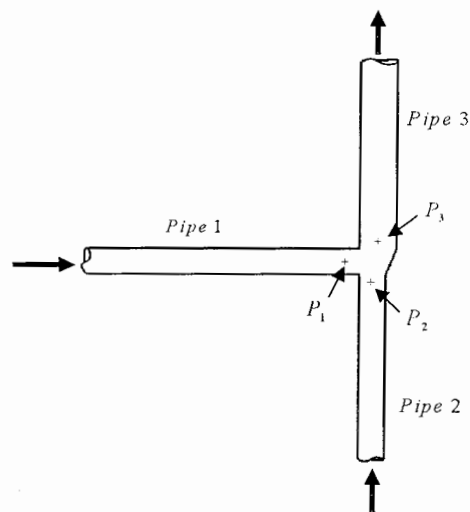
در صورتی که یک اتصال در لوله ای داشته باشیم به نحوی که دو جریان ورودی و یک جریان خروجی باشد (شکل ۳-۵) برای یافتن سرعت و هدهای مجهول خواهیم داشت:

$$H_{P_1} = H_{P_2} = H_{P_3} = \frac{C_1 A_1 + C_3 A_2 - C_5 A_3}{C_2 A_1 + C_4 A_2 + C_6 A_3} \quad (37-3)$$

$$Pipe 1: c^+ \quad V_{P_1} = C_1 - C_1 H_{P_1} \quad (38-3)$$

$$Pipe 2: c^+ \quad V_{P_2} = C_3 - C_4 H_{P_2} \quad (39-3)$$

$$Pipe 3: c^- \quad V_{P_3} = C_5 + C_6 H_{P_3} \quad (40-3)$$

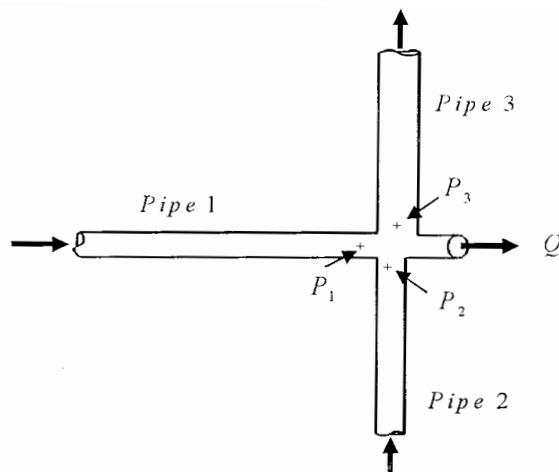


شکل ۳-۵- اتصال سه لوله ای ، دو ورودی و یک خروجی

تمام اتصالات سه شاخه ای در یکی از دو دسته بالا قرار می گیرند. باستثناء حالتی که در آن یک جریان خروجی ثابت نیز داشته باشیم که در شکل ۳-۶ نشان داده شده است. تنها تاثیری که این شرط مرزی در روابط ایجاد می کند، تاثیر روی معادله بقای جرم است:

$$V_{P_1} A_1 = V_{P_2} A_2 + V_{P_3} A_3 + Q \quad (41-3)$$

$$H_{P_1} = H_{P_2} = H_{P_3} = \frac{C_1 A_1 - C_3 A_2 - C_5 A_3 - Q}{C_2 A_1 + C_4 A_2 + C_6 A_3} \quad (42-3)$$



شکل ۳-۶- اتصال سه لوله ای با یک جریان خروجی ثابت

ب- اتصال چهار لوله

تحلیل اتصال چهار لوله نیز مانند حالت‌های قبل می باشد که در اینجا تنها برای یک حالت که در شکل ۳-۷ نشان داده ایم مسئله را بررسی می کنیم.

$$\text{Pipe 1: } c^- \quad V_{P_1} = C_1 - C_2 H_{P_1} \quad (43-3)$$

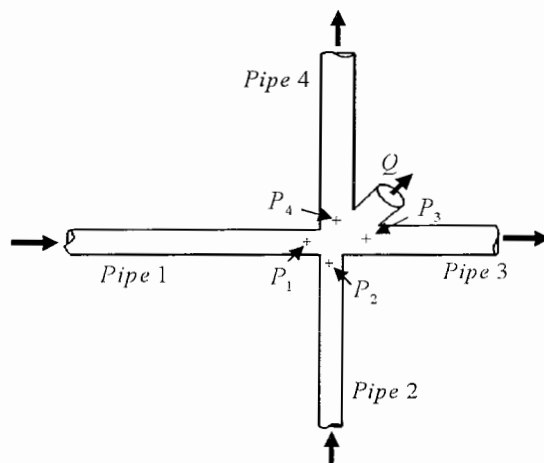
$$\text{Pipe 2: } c^- \quad V_{P_2} = C_3 + C_4 H_{P_2} \quad (44-3)$$

$$\text{Pipe 3: } c^- \quad V_{P_3} = C_5 + C_6 H_{P_3} \quad (45-3)$$

$$\text{Pipe 4: } c^- \quad V_{P_4} = C_7 + C_8 H_{P_4} \quad (46-3)$$

معادله بقای جرم

$$V_{P_1} A_1 = V_{P_2} A_2 + V_{P_3} A_3 + V_{P_4} A_4 + Q \quad (47-3)$$



شکل ۳-۷- اتصال چهار لوله ای، سه ورودی و یک خروجی

معادله کار انرژی

$$H_{P_1} = H_{P_2} = H_{P_3} = H_{P_4} \quad (3-48)$$

با حل معادلات بالا برای مقادیر هد در اتصال خواهیم داشت:

$$H_{P_1} = H_{P_2} = H_{P_3} = H_{P_4} = \frac{C_1 A_1 - C_3 A_2 - C_5 A_3 - C_7 A_4 - Q}{C_2 A_1 + C_4 A_2 + C_6 A_3 + C_8 A_4} \quad (3-49)$$

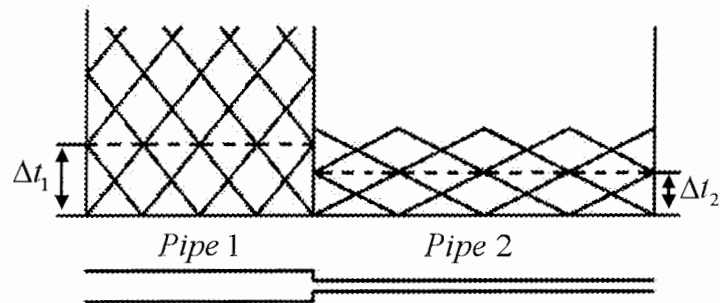
و با قرار دادن مقدار هد در معادلات مشخصه سرعت بدست خواهد آمد.

۳-۴- انتخاب Δt :

در بخش قبلی فرض بر این بود که مشخصه های C^+ , C^- در محل اتصال با یکدیگر برخورد کنند که این حالت به ندرت اتفاق می افتد. زیرا شیب خطوط ویژه به سرعت موج و همچنین موقعیت مکانی نقاط که با تعداد تقسیمات هر لوله تغییر می کند، بستگی دارد. در نتیجه اگر خطوط ویژه در دونقطه مجاور اتصال را در یک زمان معین رسم کنیم همدیگر را در نقطه اتصال قطع نخواهند کرد. پس باید به دنبال راه حلی برای این قضیه باشیم. رابطه بازه زمانی به شکل زیر است [1]:

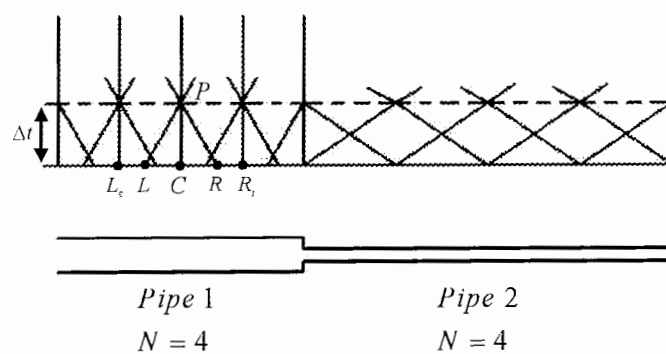
$$\Delta t = \frac{\Delta s}{\max|V+a|} = \frac{\Delta s}{(V+a)} = \frac{L}{N(V+a)} \quad (50-3)$$

با توجه به مقداری معینی از N کاملاً واضح است که Δt های مختلفی برای هر لوله بدست می آید



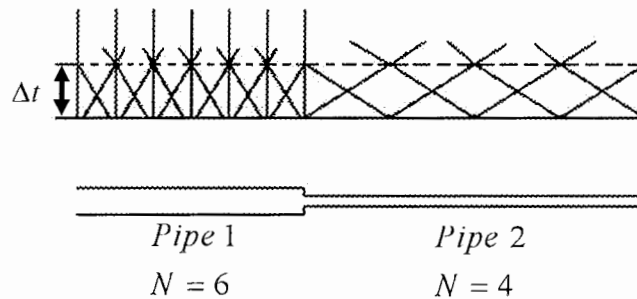
شکل ۳-۸- صفحه $S-t$ برای دو لوله با تعداد تقسیمات ثابت

می توان با انتخاب N های مختلف شرایطی ایجاد کرد که مشخصه ها در اتصالات به هم نزدیکتر شوند. اما از آنجا که N عددی صحیح است نمی توان به طور کامل آنرا اعمال کرد.



شکل ۳-۹- صفحه $S-t$ برای دو لوله با بازه های زمانی ثابت و میانبایی با خطای بالا

روش دیگر که در شکل ۳-۹ نشان داده شده است. انتخاب کوچکترین Δt برای تمام لوله هاست. که این مسئله باعث می شود، تمام مشخصه ها در اتصالات با هم برخورد کنند. اما همین طور که از شکل پیداست دیگر خطوط مشخصه روی نقاط شبکه با هم برخورد نمی کنند.



شکل ۳-۱۰. صفحه $t - \Delta t$ ، با تعداد تقسیمات متفاوت و میانبایی با خطای کم

برای حل این مشکل باید از میانبایی استفاده کنیم. اگر میانبایی در بازه های بزرگی انجام شود باعث کاهش دقت حل می شود. برای آنکه این خطاها را کاهش دهیم می توانیم تعداد تقسیمات N در لوله هایی که دارای Δt بزرگتر از Δt کنترل کننده هستند را افزایش دهیم همانطور که در شکل ۳-۱۰ مشاهده می شود ممکن است با افزایش N شرایطی ایجاد شود که خطوط مشخصه ها خارج محدوده بین دو نقطه شبکه، با خط افقی برخورد کنند. قبل از اینکه این حالت ایجاد شود باید افزایش N را متوقف کرد.

در حال حاضر هر کدام از لوله ها دارای تعداد N مختلف و با کمترین تعداد میانبایی هستند. و تمام لوله ها دارای Δt یکسان می باشند. تعداد تقسیمات در هر لوله از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$N_i = \frac{L_i}{\Delta t_{\min} (V_i + a_i)} \quad (3-51)$$

در صورت استفاده از میانبایی مکانی باید شرط پایداری کورانت^۱ برای تمامی بازه های مکانی ارضاء شود. عدد کورانت باید $Cr(=a\Delta t/\Delta x) \leq 1$ باشد و Δt بدست آمده باید از رابطه زیر پیروی کند [9].

$$\Delta t \leq \Delta x / a \quad (52-3)$$

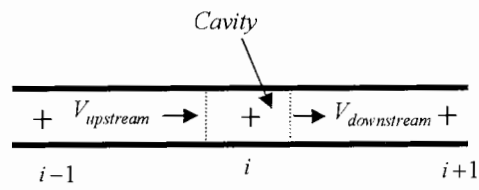
۳-۵- مدلسازی پدیده جدایش ستون آب

مدل ارایه شده با فرض ناچیز بودن مقدار گاز محلول در سیال می باشد. سیال مورد نظر تا زمانی که فشار به فشار بخار سیال نرسیده باشد به صورت پیوسته باقی می ماند. با رسیدن به فشار مورد نظر کاویتی تشکیل شده و شروع به رشد می کند. سرعت موج مورد استفاده بدون تغییر باقی می ماند [12]. در این مدل فرض بر آن است که دیواره های جانبی کاویتی همواره بر سطوح لوله عمود خواهند بود (شکل ۳-۱۱). برای هر گره ای که در آن کاویتی ایجاد شود یک شرط مرزی داخلی خواهیم داشت که فشار آن برابر با فشار بخار مایع خواهد بود. برای هر گره ای که در آن جدایش ستون آب اتفاق می افتد، دو سرعت خواهیم داشت، یکی مربوط به دیواره بالا دست کاویتی و دیگری مربوط به دیواره پایین دست می باشد. مقدار و جهت نسبی این دو سرعت تعیین کننده رفتار کاویتی خواهد بود. رابطه مورد استفاده جهت بدست آوردن تغییر حجم کاویتی به شکل زیر می باشد:

$$\Delta V_c = (V_{upstream} - V_{downstream}) A \Delta t \quad (53-3)$$

همانطور که قبلا هم اشاره شد، افزایش فشار ناشی از بسته شدن کاویتی یکی از تاثیرات مهم این پدیده است. جهت بدست آوردن مقدار هد افزوده شده برای گره هایی که کاویتی در آنها از بین روند، با استفاده از اصل بقای ممنتوم برای برخورد دیواره های کاویتی با سرعتهای مختلف خواهیم داشت:

^۱ Courant Number



شکل ۱۱-۳- مدل سازی پدیده جدایش ستون آب

$$\Delta H = \frac{a}{2g} (V_{upstream} - V_{downstream}) \quad (۵۴-۳)$$

مقدار بدست آمده از رابطه بالا به مقدار هد فشاری بخار مایع اضافه شده و مقدار هد گره دقیقاً بعد از بسته شدن کاویتی بدست خواهد آمد.

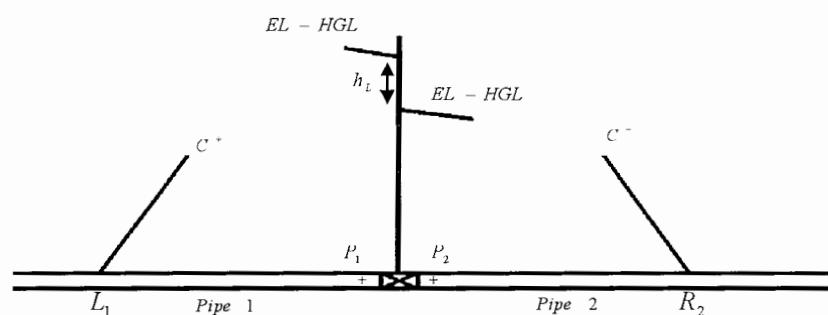
۴-۱-۱- شیر در داخل لوله :

فرض می کنیم که شیر داخل لوله طبق یک جدول زمانی در حال باز و یا بسته شدن است. معادلاتی

که این شرط مرزی داخلی را بیان می کنند به شرح ذیل می باشند [1]:

$$\text{pipe 1, } C^+ \quad V_{P_1} = C_3 - C_4 H_{P_1} \quad (2-4)$$

$$\text{pipe 2, } C^- \quad V_{P_2} = C_1 - C_2 H_{P_2} \quad (3-4)$$



شکل ۴-۱- شیر در داخل لوله با قطر ثابت

$$C_3 = V_{L_1} + \frac{g}{a_1} H_{L_1} - \frac{f_1 \Delta t}{2D_1} V_{L_1} |V_{L_1}| + \frac{g}{a_1} \Delta t V_{L_1} \sin \theta_1 \quad (4-4)$$

$$C_4 = \frac{g}{a_1} \quad (5-4)$$

$$C_1 = V_{R_2} + \frac{g}{a_2} H_{R_2} - \frac{f_2 \Delta t}{2D_2} V_{R_2} |V_{R_2}| \quad (6-4)$$

$$C_2 = \frac{g}{a_2} \quad (7-4)$$

بقای جرم:

$$V_{P_1} = V_{P_2} \quad (۸-۴)$$

کار- انرژی:

$$H_{P_1} = H_{P_2} + K_L \frac{V_{P_2}^2}{2g} \quad (۹-۴)$$

با ترکیب معادلات فوق به معادله درجه دوم زیر می‌رسیم:

$$V_{P_2}^2 + \frac{2g}{K_L} \left(\frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_2} \right) V_{P_2} - \frac{2g}{K_L} \left(\frac{C_3}{C_4} + \frac{C_1}{C_2} \right) = 0 \quad (۱۰-۴)$$

در صورتی که:

$$C_5 = 2g \left(\frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_2} \right), \quad C_6 = 2g \left(\frac{C_3}{C_4} + \frac{C_1}{C_2} \right) \quad (۱۱-۴)$$

و در نهایت معادله سرعت به شکل زیر بدست می‌آید:

$$V_{P_1} = V_{P_2} = \frac{C_5}{2K_L} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4C_6 K_L}{C_5^2}} \right] \quad (۱۲-۴)$$

معادله بالا در صورتی که جریان در جهت پایین دست لوله حرکت کند صحیح است و در حالتی که جریان تغییر جهت دهد باید از معادله تصحیح شده زیر برای بدست آوردن سرعت استفاده کرد:

$$V_{P_1} = V_{P_2} = \frac{C_5}{2K_{L_{rev}}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4C_6 K_{L_{rev}}}{C_5^2}} \right] \quad (۱۳-۴)$$

در اینجا قابل ذکر است که مشخصه‌ها و معادلات وابسته که توسط جریان اصلی تعیین شده‌اند نیازی به تغییر ندارند. هر چند ویژگیهای افت هد جریان معکوس برای شیرها دارای تفاوت‌هایی نسبت

به افت هد برای جریان در جهت معمول داخل شیرها می باشد که اکثرا در دسترس نیستند و اصولا از ویژگیهای افت هد جریان معمول برای هر دو جهت جریان استفاده می شود.

۴-۱-۲- شیر در انتهای لوله و در مجاورت مخزن

شرایطی را در نظر بگیرید که شیر در انتهای لوله و دقیقا قبل از مخزن قرار گرفته باشد. در نتیجه هد فشاری پایین دست شیر دقیقا برابر با سطح مخزن می باشد. شرط مرزی جریان خروجی به فشار اتمسفر نیز با قرار دادن فشار پایین دست شیر برابر با فشار اتمسفر امکان پذیر است. در نتیجه تنها دو مجهول در شیر موجود است و معادلات مورد نیاز عبارتند از [1]:

$$c^+ : \quad V_{P_1} = C_3 - C_4 H_{P_1} \quad (14-4)$$

کار-انرژی:

$$H_{P_1} = H_0 + K_L \frac{V_{P_1}^2}{2g} \quad (15-4)$$

با ترکیب این دو معادله برای تشکیل معادله درجه دوم سرعت داریم:

$$V_{P_1}^2 + \frac{2g}{K_L C_4} V_{P_1} + \frac{2g}{K_L} \left(H_0 - \frac{C_3}{C_4} \right) = 0 \quad (16-4)$$

$$C_5 = \frac{2g}{C_4} \quad (17-4)$$

$$C_6 = 2g \left(H_0 - \frac{C_3}{C_4} \right) \quad (18-4)$$

با حل معادله بالا داریم:

$$V_{P_1} = \frac{C_5}{2K_L} \left[-1 + \sqrt{1 - \frac{4C_6 K_L}{C_5^2}} \right] \quad (19-4)$$

معادله فوق برای جریان معکوس به شکل زیر در می آید:

$$V_{P_1} = \frac{C_5}{2K_{L_{rev}}} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{4C_6 K_{L_{rev}}}{C_5^2}} \right] \quad (۲۰-۴)$$

۲-۴- مدلسازی پمپ در جریان گذرا

طراحان سیستمهای انتقال سیال با مساله انتخاب پمپ مواجه هستند و از آنجا که در انتخاب پمپ محدودیتهایی وجود دارد داشتن اطلاعات جامع در زمینه پمپ بسیار موثر خواهد بود. انتقال انرژی به سیال توسط پمپها انجام می شود اگر چه پمپ با جابجایی مثبت نیز مورد استفاده قرار می گیرد اما دسته مهمی از پمپها که شامل یک پره گردان می باشند و با افزایش هد فشاری انرژی را به سیال منتقل می کنند کاربرد بیشتری در سیستمهای لوله کشی دارند. انرژی که توسط پمپ به سیال منتقل می شود هد خالص نامیده می شود. و توانی که به آب داده می شود حاصلضرب هد خالص، دبی و وزن واحد سیال است. توان مکانیکی که به پمپ داده می شود دارای مقدار بزرگتری است که توان ترمزی نامیده می شود $bh_p = T\omega$ که در آن T گشتاور و ω سرعت زاویه ای است. نسبت $P_{\text{بازده}}/bh_p$ نام دارد که برای پمپهای که با بازدهی بالا و بزرگ که نزدیک نقطه bep کار می کنند به 0.8 میرسد. در حالی که این عدد برای پمپهای قدیمی و کوچک بسیار کمتر از این عدد است.

طراحی پمپ دارای پیچیدگیهای خاصی است و نمی توان با استفاده از روشهای تئوری آنها را طراحی کرد. برای طراحی یک پمپ ابتدا نمونه آزمایشی ساخته می شود پس از موفقیت در زمینه ساخت نمونه آزمایشی، نمونه در اندازه واقعی ساخته می شود. از نتایج آنالیز ابعادی برای برقراری ارتباط بین نمونه آزمایشی و نمونه واقعی استفاده می شود. این دو نمونه از نظر ابعادی دارای تشابه هستند ضمناً

هر دو دارای میدانهای سرعت متشابه نیز می باشند. پارامترهای بی بعدی که دارای مقادیر یکسانی برای دو نمونه هستند به شرح ذیل می باشند.

$$C_H = \frac{gh_p}{N^2 D^2} \quad , \quad C_H = \frac{Q}{ND^3} \quad , \quad C_P = \frac{P}{\rho N^3 D^5} \quad (۲۱-۴)$$

عملکرد یک پمپ یا تعدادی از پمپها که دارای یک محفظه پمپ و تعدادی پروانه که تنها از نظر اندازه متفاوت هستند توسط یک سری نمودار مشخصه پمپ تعیین می گردد. این نمودارها توسط تولید کنندگان عرضه میشود. در قسمت بالای هر نمودار هد بر حسب دبی ترسیم شده است که هر کدام از نمودارها با یک خط راست در زیر ناحیه ها تقریب زده شده اند. تغییر در شکل نمودارها معمولاً به این معناست که شکل جریان داخل پمپ تغییر کرده است. نمودارهای دیگری در این ناحیه وجود دارد که با نمودارهای هد برخورد می کنند و نمودارهای بازده می باشند و دارای مقادیری بین ۷۰ الی ۸۰٪ می باشند. در پایین شکل دسته ای از نمودارهای مربوط به توان ترمزی وجود دارد که تقریباً دارای شکلی نزدیک به خط راست میباشند و در نهایت قسمت بالا و سمت راست نمودار^۱ NPSH بر حسب دبی رسم شده است. این مقدار تعیین کننده مقدار هد ورودی پمپ است که کاویتاسیون در پمپ اتفاق نیافتد. کاویتاسیون تبدیل مایع به بخار است که بدلیل کاهش فشار موضعی ایجاد میشود.

$$NPSH = \frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_v}{\gamma} - h_l - z_i \quad (۲۲-۴)$$

با توجه به دبی میتوان مقدار NPSH را از روی نمودار ها بدست آورد و سطح قرار گرفتن پمپ نسبت به سطح مایع را محاسبه کرد.

^۱ Net Positive Suction Head

۴-۲-۱- پمپ دور ثابت بالا دست لوله:

این شرط مرزی باعث می شود که پیچیدگیهایی در معادلات ایجاد شود زیرا H_{P_1} و V_{P_1} هر دو در معادلات وجود دارند. در نتیجه شرط مرزی باید برای هر دوی مجهولات به طور همزمان حل شود. یکی از معمولترین راهها برای نشان دادن شرط مرزی استفاده از معادلات مشخصه پمپها می باشد:

$$h_p = A'_p Q^2 + B'_p Q + C'_p \quad (۴-۲۳)$$

که در آن Q دبی پمپ و h_p افزایش هد در پمپ می باشد. این متغیرها در معادله مشخصه c^- قابل استفاده نمی باشد در نتیجه باید تغییراتی در تعریف متغیرها ایجاد کرد به شکلی که قابل استفاده در معادلات باشند.

$$Q = V_{P_1} A \quad (۴-۲۴)$$

$$h_p = H_{P_1} - H_{sump} \quad (۴-۲۵)$$

در نهایت معادله بالا را به شکل زیر در می آوریم:

$$H_{P_1} = A_p V_{P_1}^2 + B_p V_{P_1} + C_p \quad (۴-۲۶)$$

با توجه به شکل نمودارها می توان دریافت که A_p و B_p دارای مقادیر منفی هستند و C_p دارای مقداری مثبت است. هنگامی که معادله (۴-۲۶) به موازات معادله مشخصه c^- حل شود با حذف H_{P_1} به معادله زیر برای V_{P_1} به شکل زیر میرسیم:

$$V_{P_1} - V_2 - \frac{g}{a} (A_p V_{P_1}^2 + B_p V_{P_1} + C_p) + \frac{g}{a} H_2 + \frac{f \Delta t}{2D} V_2 |V_2| = 0 \quad (۴-۲۷)$$

با مرتب کردن معادله بالا خواهیم داشت :

$$\left(\frac{g}{a} A_p\right) V_{P_1}^2 + \left(\frac{g}{a} B_p - 1\right) V_{P_1} + \left(V_2 + \frac{g}{a} C_p - \frac{g}{a} H_2 - \frac{f \Delta t}{2D} V_2 |V_2|\right) = 0 \quad (۴-۲۸)$$

با حل معادله درجه دوم بالا می توان V_{P1} را بدست آورد و با قراردادن مقدار V_{P1} در معادله (۴-۲۶) مقدار H_{P1} بدست می آید.

در صورتی که شیر یکطرفه بدون اصطکاک در پایین دست پمپ قرارداشته باشد می توان از معادله (۴-۲۸) برای بدست آوردن V_{P1} و بررسی علامت آن استفاده کرد، در صورتی که سرعت عددی منفی بدست آید باید مقدار سرعت را صفر قرار داد و با استفاده از آن H_{P1} را از معادله مشخصه C^- بدست آورد.

برای سادگی کار معادله مشخصه C^- را برای انتهای بالا دست لوله می نویسیم:

$$V_{P1} = C_1 + C_2 H_{P1} \quad (۴-۲۹)$$

$$C_1 = V_2 - \frac{g}{a} H_2 - \frac{f \Delta t}{2D} V_2 |V_2| \quad (۴-۳۰)$$

$$C_2 = \frac{g}{a} \quad (۴-۳۱)$$

C_1 و C_2 اعدادی هستند که مقادیر آنها با توجه به مقادیر قبلی قابل دستیابی اند.

با ترکیب معادله (۴-۲۹) تا (۴-۲۹) برای حذف H_{P1} داریم:

$$\frac{V_{P1} - C_1}{C_2} = A_p V_{P1}^2 + B_p V_{P1} + C_p \quad (۴-۳۲)$$

معادله بالا را می توان به فرم درجه دوم در آورد:

$$V_{P1}^2 + C_3 V_{P1} + C_4 = 0 \quad (۴-۳۳)$$

$$C_3 = \frac{B_p - 1/C_2}{A_p} \quad (۴-۳۴)$$

$$C_4 = \frac{C_p + C_1/C_2}{A_p} \quad (۴-۳۵)$$

جواب معادله به شکل زیر بدست می آید:

$$V_{P_1} = \frac{C_3}{2} \left[-1 \pm \sqrt{1 - \frac{4C_4}{C_3^2}} \right] \quad (36-4)$$

تنها نکته ای که باقی می ماند انتخاب علامت مثبت و یا منفی برای جواب نهایی است. برای این منظور به بررسی علامت مقادیر ثابت می پردازیم

C_1 : علامت نامعلوم

C_2 : علامت مثبت

با فرض اینکه منحنی پمپ دارای رفتار معمول باشد ضرایب معادلات دارای علامتهای زیر می باشند:

A_p : علامت مثبت

B_p : علامت منفی

C_p : علامت مثبت

با توجه به علامتهای فوق برای علامت C_3 و C_4 خواهیم داشت:

$$C_3: \text{علامت مثبت} = \frac{(-) - (+)}{(-)}$$

$$C_4: \text{علامت نامعلوم} = \frac{(+)+ (unknown)}{(-)}$$

معادله (36-4) با توجه به علامت عبارات به شکل زیر قابل بیان می باشد:

$$\text{sign}(V_{P_1}) = (+) [-1 \pm \sqrt{1 - \frac{(?)}{(+)}}] \quad (37-4)$$

در ابتدای کار که جریان پایدار است مقدار V_{P_1} مثبت است. در نتیجه ما باید بتوانیم مقادیر مثبتی از معادله بالا بدست آوریم و از آنجا که امکان منفی شدن سرعت نیز وجود دارد ، عبارت داخل کروشه باید امکان منفی شدن نیز داشته باشد . تنها انتخابی که نتیجه آن امکان مثبت و منفی شدن جمله داخل کروشه است علامت مثبت قبل از رادیکال است. در نتیجه برای V_{P_1} نتیجه می شود:

$$H_{P_1} = \frac{V_{P_1} - C_1}{C_2} \quad (۳۸-۴)$$

$$V_{P_1} = \frac{C_3}{2} \left[-1 + \sqrt{1 - \frac{4C_4}{C_3^2}} \right] \quad (۳۹-۴)$$

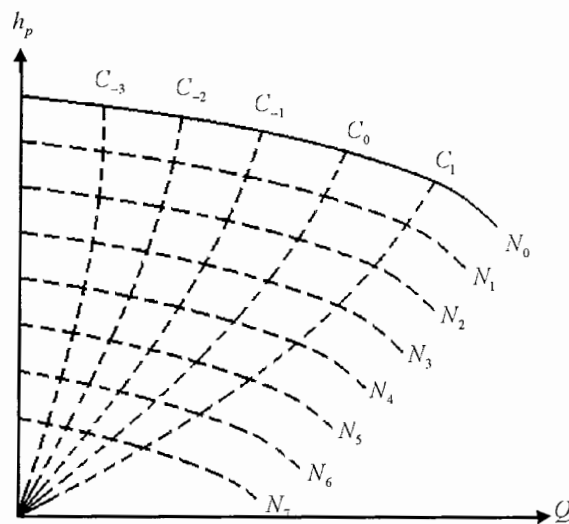
با توجه به امکان بازگشت جریان فرض می کنیم که یک شیر یکطرفه بعد از پمپ نصب شده است. برای مدل کردن شیر یکطرفه مقدار V_{P_1} را در صورتی که عددی منفی بدست آید مساوی صفر قرار می دهیم، سپس مقدار H_{P_1} را با استفاده از معادله (۳۸-۴) بدست می آوریم. توجه کنید که نمی توان از معادله (۲۶-۴) برای محاسبه H_{P_1} استفاده کرد زیرا چک ولو، پمپ و لوله را از هم جدا کرده است.

۴-۲-۲- از کار افتادن ناگهانی پمپ

با از کار افتادن پمپ فشا ردر قسمت خروجی پمپ کاهش می یابد و در صورتی که پمپ از نوع تقویت کننده باشد شاهد افزایش فشار در ورودی پمپ خواهیم بود. که این شرایط گذرا می تواند باعث ایجاد جدایش ستون آب با عواقب غیر قابل پیش بینی شامل فشارهای بالا و افزایش یابنده شود. مدلسازی با دقت بالا برای پیش بینی و جلوگیری از خطرات احتمالی در این مورد بسیار اهمیت دارد. هنگامی که یک پمپ شروع به کاهش دوران می کند تمامی ویژگیهای هد و گشتاور بر حسب دبی تغییر می کند. می توان اینگونه فرض کرد که با تغییرات سرعت پمپ تمام ویژگیها را می توان از روابط تشابه بدست آورد. ویژگیهای یک پمپ در سرعتهای مختلف مطابق شکل ۴-۲ تغییر می کند. منحنی که N_0 نام دارد منحنی ویژگیهای پمپ در شرایط پایدار می باشد خطوط مشخصه های یک پمپ را می توان با استفاده از روابط تشابه بدست آورد. با توجه به اینکه قطر پروانه مقداری ثابت است میتوان روابط تشابه را به شکل زیر در آورد تا به طور خاص در این حالت مورد استفاده قرار گیرد [1].

$$constant = \frac{h_p}{N^2}, \quad constant = \frac{Q}{N}, \quad constant = \frac{T}{N^2} \quad (40-4)$$

منحنیها با انتخاب دامنه خاصی از دبی ها و توانها در سرعتهای مختلف قابل رسم هستند به شکلی که با استفاده از منحنی اصلی و با استفاده از روابط زیر می توان مقادیر مورد نیاز جهت رسم نمودار در سایر سرعتها را بدست آورد.



شکل ۴-۲- نمودار مشخصه های پمپ در سرعتهای مختلف

$$Q_i = Q_0 \frac{N_i}{N_0} \quad (41-4)$$

$$hp_i = hp_0 \left(\frac{N_i}{N_0} \right)^2 \quad (42-4)$$

در واقع با استفاده از یک Q_0, hp_0 ، به عنوان مثال در نقطه C_1 ، و تغییر دادن سرعت N می توان نقاط مختلفی بدست آورد که روی منحنی های مشخصه مختلف واقع می شوند و تشکیل یک سهمی را می دهند که از نقطه C_1 و مبدا می گذرند. اگر فرآیند بالا را برای دیگر نقاط روی منحنی اصلی تکرار کنیم آنگاه دسته ای از نمودارهای مشخصه بدست می آیند که مربوط به سرعتهای مختلف می

شوند. در صورتی که سرعت پمپ کاهش یابد مسیری روی نمودارهای مشخصه در شکل ۴-۲ دنبال می شود که منطبق بر منحنی های سهمی شکل نیست. این مسیر به اینرسی چرخشی پمپ، موتور و همچنین فشاری که توسط آب لوله به پروانه پمپ وارد می شود بستگی دارد.

نمونه ۱: هنگامی پدید می آید که طول لوله کوتاه باشد اما هد استاتیک آن بالا باشد. در این حالت اینرسی آب داخل لوله نسبتاً کم است و گرانش باعث میشود که سرعت آب کاهش یابد. در نتیجه دبی پمپ به سرعت به صفر کاهش می یابد حتی هنگامی که پمپ دارای هد مثبت است.

نمونه ۲: هنگامی رخ می دهد که طول لوله زیاد باشد و مقدار زیادی از هد تولید شده توسط پمپ صرف غلبه بر اصطکاک لوله شود و هنگامی که پمپ از کار می افتد اینرسی بالای سیال در حال حرکت باعث می شود که کاهش سرعت به آهستگی انجام شود. کاهش سرعت پروانه پمپ نیز به آهستگی انجام می شود و هد پمپ قبل از اینکه دبی به صفر کاهش یابد به صفر می رسد و در این شرایط جریان روی پمپ کار انجام می دهد و باعث می شود پروانه پمپ به چرخش در آید. به طور کلی ۴ نوع جریان برای جریان داخل پمپ وجود دارد:

الف- جریان و پمپ هر دو در جهت معمول حرکت کنند

ب- هنگامی که پمپ به صورت پیش رو حرکت می کند جریان در جهت عکس بوجود آید

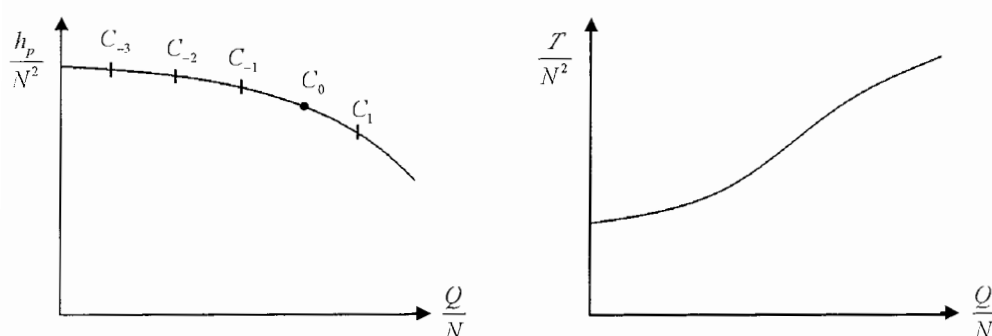
ج- جریان و پمپ هر دو در جهت معکوس حرکت کنند

د- جریان در جهت معمول و پمپ در جهت معکوس حرکت کنند

به و قوع پیوستن هر یک از حالت های فوق بستگی به اینرسی پمپ، موتور و وجود چک ولو و دیگر تجهیزات دارد.

۳-۲-۴- معادلات برای پمپهای تقویت کننده

مقادیر Q/N و hp/N^2 برای تمام نقاط روی منحنی هایی که از c_{-2} و c_{-3} و غیره عبور می کنند مقداری ثابت است. در نتیجه می توان رفتار تمام مشخصه های پمپ که در شکل ۲-۴ نشان داده شده است را با یک نمودار Q/N برحسب hp/N^2 نشان داد.



شکل ۳-۴- نمودار T/N^2 و hp/N^2 برای یک پمپ

یک پمپ تقویت کننده را در نظر بگیرید، یک چک ولو بعد از پمپ قرار گرفته است. فرض بر این است که پمپ از کار می افتد.

ورودی پمپ

$$V_{p_z} = C_1 - C_2 H_{p_z} \quad (43-4)$$

خروجی پمپ

$$V_{p_d} = C_3 + C_4 H_{p_d} \quad (44-4)$$

بقای جرم:

$$V_{p_s} A_s = V_{p_d} A_d \quad (45-4)$$

کار انرژی:

$$H_{p_s} + h_p = H_{p_d} \quad (46-4)$$

منحنی پمپ:

$$h_p = f(Q) \text{ or } f_1(V_{p_d}) \text{ or } f_2(V_{p_s}) \quad (47-4)$$

این دسته معادلات شامل مقدار مجهول N و پنج مجهول دیگر است اگر فرض کنیم که مقدار N قبل از اینکه بقیه مجهولات بدست آیند قابل محاسبه است، می توان راه حلی یافت. برای معادله آخر نیاز به عبارتی داریم که با بقیه معادلات قابل ترکیب و استفاده باشد. در اینجا قصد داریم از یک روش کلی که نمودارهای Q/N برحسب hp/N^2 را با یک سری از خطوط بیان می کند، معادلات را جهت حل آماده کنیم.

۴-۲-۴- بدست آوردن تغییرات سرعت پمپ:

در اینجا فرض بر این است که در هر مرحله که هد و سرعت را محاسبه می کنیم سرعت دوران جدید را می دانیم. تغییرات سرعت دوران با محاسبه گشتاوری که در حال کاهش است بدست می آید. اجزایی که دارای حرکت دورانی هستند مانند شفت، پمپ، موتور و پروانه دارای ممان اینرسی I می باشند. لازم به ذکر است که موتور دارای بیشترین ممان اینرسی است هر چند دوران آبی که فضای بین پره های پمپ را پر کرده است نیز به سهم خود تاثیر گذار است. معمولاً مقدار I برای یک موتور مشخص در دسترس نمی باشد که در این صورت می توان از فرمول زیر برای تخمین ممان استفاده کرد [1]:

$$I = 1818 \left(\frac{HP}{N} \right)^{1.48} \quad (48-4)$$

در شرایط پایدار گشتاور ایجاد شده بوسیله موتور توسط مقاومت ایجاد شده روی پروانه خنثی می شود. هنگامی که موتور از کار می افتد گشتاور موتور از بین می رود و گشتاور مقاومت پمپ باعث می شود سرعت دوران پمپ کاهش یابد که این کاهش سرعت به شکل زیر بیان میشود:

$$T = I\alpha = I \frac{d\omega}{dt} = \frac{2\pi}{60} I \frac{dN}{dt} \quad (49-4)$$

برای یافتن تغییرات سرعت که در بازه زمانی Δt رخ می دهد می توان از معادله بالا انتگرال گرفت:

$$\int dN = \frac{60}{2\pi I} \int T dt \quad (50-4)$$

از آنجا که رابطه تابعی T معلوم نیست باید مقادیر Δt را آنقدر کوچک انتخاب کنیم تا بتوانیم مقدار را روی بازه Δt مقداری ثابت که در مرحله قبل به دست آمده در نظر بگیریم . این تقریب نسبتاً مناسب به نظر می رسد زیرا اصولاً گشتاور تغییرات چندانی نخواهد داشت . در نتیجه سرعت دوران می تواند به شکل زیر محاسبه شود:

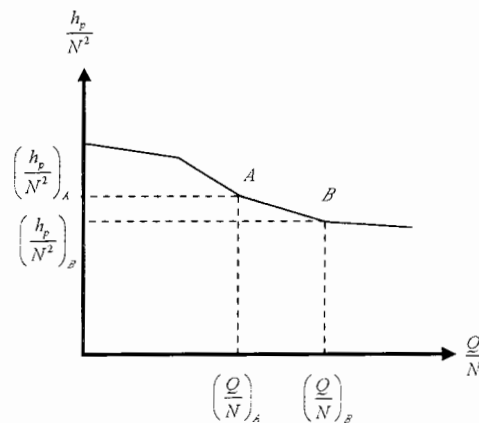
$$N(t + \Delta t) = N(t) - \frac{60}{2\pi I} T(t) \Delta t \quad (51-4)$$

اولین تغییر در سرعت دوران با استفاده از مقادیر شرایط پایدار بدست می آید . مقادیر گشتاور را می توان با استفاده از میانبایی از منحنی Q/N برحسب hp/N^2 بدست آورد.

۴-۲-۵- حل معادلات برای پمپ تقویت کننده:

اولین مرحله در حل معادلات بیان معادله (۴-۴۷) به عنوان یک معادله خطی روی دامنه محدودی از Q/N است. در شکل hp/N^2 بر حسب Q/N به شکل یک سری خطوط نشان داده است. معادلات خطها به شکل زیر است:

$$hp/N^2 = N_{st} \left[\left(\frac{(hp/N^2)_A - (hp/N^2)_B}{(Q/N)_A - (Q/N)_B} \right) \frac{Q}{N} - \left(\frac{(hp/N^2)_A - (hp/N^2)_B}{(Q/N)_A - (Q/N)_B} \right) (Q/N)_B + (hp/N^2)_B \right] \quad (۴-۵۲)$$



شکل ۴-۴- نمودار خطی hp/N^2 بر حسب Q/N

که در آن مقدار Q/N و hp/N^2 برای یک مرحله از پمپ و N_{st} تعداد مراحل پمپ است. برای ساده سازی معادله بالا را به شکل زیر می نویسیم

$$hp/N^2 = N_{st} [C_7 (Q/N) + C_8] \quad (۴-۵۳)$$

اکنون با حل همزمان پنج معادله برای خروجی پمپ سرعت پمپ بدست می آید.

$$V_{p_d} = \frac{\frac{C_1}{C_2} + N_{st} N^2 C_8 + \frac{C_3}{C_4}}{\frac{1}{C_4} + \frac{A_d}{C_2 A_s} - \frac{N_{st} N_{A_d} C_7}{N_{pu}}} \quad (54-4)$$

که در آن تعداد پمپهایی می باشند که به طور موازی قرار گرفته اند . اگر $V_{p_d} > 0$ باشد آنگاه می توان از معادلات (43-4) تا (47-4) استفاده کرد. هر چند اگر $h_p < 0$ باشد باید $h_p = 0$ قرار داد و با استفاده از دو معادله زیر سرعتها را محاسبه کنیم:

$$V_{p_d} = \frac{C_1 C_4 + C_2 C_3}{C_2 + C_4 \frac{A_d}{A_s}} \quad (55-4)$$

$$V_{p_z} = \frac{A_d}{A_s} V_{p_d} \quad (56-4)$$

حال می توان با استفاده از معادلات (43-4) و (44-4)، H_{p_d} و H_{p_z} را تعیین کرد.

اگر حل معادله (54-4) منجر به سرعت منفی شود ، باید سرعت V_{p_s} و V_{p_d} را مساوی صفر قرار داد و از معادلات (43-4) و (44-4) جهت محاسبه H_{p_d} و H_{p_z} استفاده کرد. در نهایت باید Q/N محاسبه شود و بررسی شود آیا داخل محدوده مابین نقاط A و B است یا خیر. در غیر اینصورت C_7 و C_8 دوباره محاسبه شوند و تمام فرآیند حل دوباره تکرار شود.

۴-۲-۶- معادلات مورد استفاده برای پمپ اصلی:

در اینحالت نیز فرآیند پمپ تقویت کننده طی میشود. در سمت خروجی هر پمپ یک چک ولو وجود دارد . چهار معادله برای مدل کردن رفتار پمپ مورد نیاز است:

خروجی پمپ:

$$V_{p_d} = C_3 - C_4 H_{p_d} \quad (57-4)$$

بقای جرم :

$$N_{pu} Q = V_{pd} A_d \quad (58-4)$$

کار - انرژی:

$$H_{sump} + h_p = H_{pd} \quad (59-4)$$

نمودار مشخصه پمپ

$$\frac{h_p}{N^2} = N_{st} [C_7 \frac{Q}{N} + C_8] \quad (60-4)$$

H_{sump} هد ارتفاع چاه پمپ است. پس از اینکه N به روش قبلی بدست آمد تنها چهار مجهول خواهیم داشت. با حل معادلات (57-4) تا (60-4) می توانیم بدست آوریم :

$$H_p = \frac{H_{sump} + \frac{N_{st} N}{N_{pu}} C_7 C_3 A_d + N_{st} N^2 C_8}{1 - \frac{N_{st} N}{N_{pu}} C_7 C_4 A_d} \quad (61-4)$$

در صورتی که H_p بدست آمده کمتر از H_{sump} باشد. آنگاه مسیر فرعی باز خواهد شد و باید H_{sump} و H_p را معادل هم قرار دهیم و با استفاده از معادله (57-4) سرعت را محاسبه کنیم . اگر سرعت بدست آمده مقداری منفی باشد، باید $V_{pd} = 0$ قرار داد و H_p را از معادله (57-4) بدست آورد.

فصل پنجم

مدلسازی تجهیزات کنترلی

جریان گذرا در یک سیستم می تواند باعث ایجاد امواج فشاری مثبت و منفی مخرب شود. امواج با فشارهای باعث ضربه زدن به تجهیزات سیستم مانند شیرها و پمپها می شود. از آنجا که تغییر در فشار بدلیل تغییرات ناگهانی در سرعت سیال است، جلوگیری از گسترش تغییرات سرعت ناگهانی به عنوان راه حلی در اکثر تجهیزات کنترلی به کار می رود.

۵-۱- مخازن موج گیر^۱

مخازن موج گیر می توانند برای متعادل کردن فشارهای بالا و پایین مورد استفاده قرار گیرند. این مخازن مانند محفظه موقتی می باشند که مایع اضافی از جریان اصلی وارد آن می شود و مانند یک مسیر انحرافی باعث می شود تغییرات سرعت جریان حد مجاز بیشتری داشته باشند و از مقدار امواج فشاری گذرا کاسته شود. همچنین مخازن موج گیر با تامین آب در خط لوله باعث جلوگیری از کاهش شدید فشار می شوند. انواع مختلفی از مخازن موج گیر موجود می باشند که متداولترین آنها مخازن با انتهای باز، مخازن یک طرفه و مخازن هوایی می باشند.

^۱ Surge Tank

۵-۱-۱- مخازن موج گیر با انتهای باز^۱

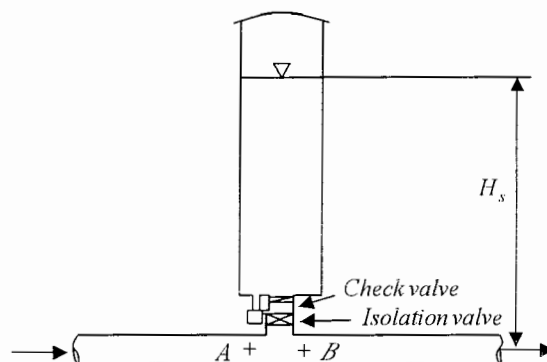
مخزن موج گیر با انتهای باز ساده ترین نوع مخزن است و همین سادگی باعث ایجاد معایبی در آن شده است که استفاده از آن را محدود می کند. این مخازن به طور مستقیم به خط لوله متصل می شوند. هر نوسانی در فشار سیستم باعث ورود و یا خروج مایع میشود و در نتیجه آن امواج متعادل می شوند. در صورتی که مخازن موج گیر به اندازه کافی بزرگ و مرتفع نباشند، قادر به کنترل امواج فشاری قوی نخواهند بود و از آنجا که نصب این نوع مخزن هزینه نسبتاً زیادی در بر دارد، کاربرد چندانی در سیستمهای آبی ندارند.

۵-۱-۲- مخزن موج یک طرفه^۲

در مواردی که برای انتقال سیال از پمپ استفاده می شود عموماً از مخازن موج گیر یک طرفه استفاده می کنند. مخازن یک طرفه برای جلوگیری از بوجود آمدن فشارهای پایین در پایین دست جریان استفاده می شوند. در این نوع مخزن، جهت جریان تنها از مخزن به سیستم می باشد و یک شیر یک طرفه در محل اتصال مخزن مانع از برگشت جریان به مخزن می شود. در حالت پایدار مخزن کاملاً از سیستم جداست. در شکل ۵-۱ یک مخزن یک طرفه نشان داده شده است. هنگامی که پدیده گذرا در خط لوله ایجاد می شود، فشار محل اتصال کمتر از فشار مخزن می شود. شیر یکطرفه باز شده و مایع از داخل مخزن به سیستم جریان می یابد و EL-HGL خط لوله تقریباً هم ارتفاع با سطح مایع درون مخزن ثابت می ماند. در مدلسازی مخزن فرض بر آن است که دیواره های مخزن کاملاً صلب هستند و مایع داخل آن تراکم ناپذیر و اینرسی مایع داخل مخزن قابل اغماض است [2].

^۱ Open End Surge Tank

^۲ One Way Surge Tank



شکل ۵-۱- مخزن موج گیر یک طرفه

برای مدل‌سازی مخزن فرض می‌کنیم که مخزن در محل اتصال دو لوله سری قرار گرفته است. با توجه به شکل ۱-۷ معادلات زیر را برای شرایط مرزی داخلی داریم [1]:

$$C^+ : \quad V_{P_A} = C_3 - C_4 H_P \quad (۱-۵)$$

$$C^- : \quad V_{P_B} = C_1 - C_2 H_P \quad (۲-۵)$$

$$V_{P_A} A_A + Q_s = V_{P_B} A_B \quad (۳-۵)$$

$$Q_s = C_{out} A_{out} \sqrt{2g(H_s + z_{AB} - H_P)} \quad (۴-۵)$$

که در آن C_{out} ضریب افت برای لوله اتصالی است، A_{out} سطح مقطع لوله اتصالی، H_s ارتفاع سطح مایع درون مخزن نسبت به نقاط A و B ، z_{AB} ارتفاع سطح مرکز خط لوله است. این شرط مرزی داخلی هنگامی وارد محاسبات می‌شود که هد فشاری کمتر از سطح مایع درون مخزن می‌شود و در این حالت معادلات بالا برای مدل‌سازی این شرط وارد محاسبات می‌شوند. مقدار C_{out} با توجه به مقادیر K_f و با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است، که در آن $\sum K_f$ مجموع تمام ضرایب افت

برای ورودی، خمها، شیر یکطرفه و شیر جداکننده است. و عدد ۱ مربوط به افت هد سرعت برای سیالی است که از مخزن وارد لوله می شود:

$$C_{out} = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum K_L}} \quad (5-5)$$

در معادلات بالا تعداد ۴ مجهول و ۳ معادله داریم، در نتیجه به یک معادله دیگر نیاز داریم. در صورتی که H_{s_0} ارتفاع اولیه باشد و H_s ارتفاع مخزن در هر زمان، خواهیم داشت:

$$H_s = H_{s_0} - \frac{1}{A_s} \int_0^t Q_s dt \quad (6-5)$$

که در آن A_s سطح مقطع مخزن می باشد.

البته به جای انتگرالگیری می توان ارتفاع سیال را در مخزن ثبت کرد و تغییرات در هر بازه زمانی را محاسبه کرد و ارتفاع جدید سیال را در مخزن محاسبه کرد:

$$H_s(t + \Delta t) = H_s(t) - \frac{\Delta t}{A_s} Q_s(t) \quad (7-5)$$

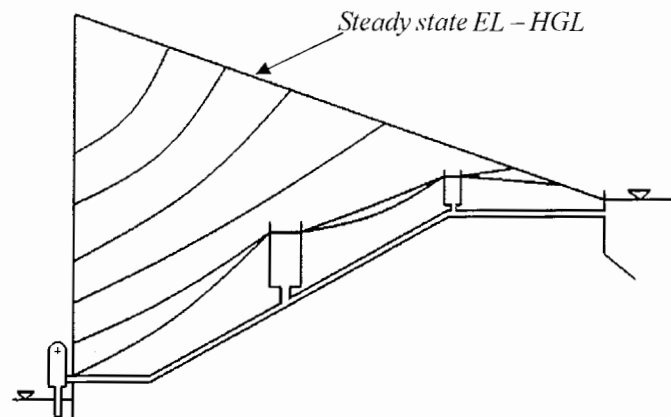
در اینجا جریان را به صورت نیمه پایدار در نظر گرفته ایم و از تاثیرات اینرسی صرف نظر شده است. با حل دستگاه معادلات به طور همزمان دبی جریان خروجی از مخزن به شکل زیر بدست می آید:

$$Q_s = 0.5 C_5 \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4C_6}{C_5^2}} \right) \quad (8-5)$$

$$C_5 = \frac{2g C_{out}^2 A_{out}^2}{C_2 A_B + C_4 A_A} \quad (9-5)$$

$$C_5 = \frac{2g C_{out}^2 A_{out}^2}{C_2 A_B + C_4 A_A} \left[C_1 A_B - C_3 A_A + (C_2 A_B + C_4 A_A) (H_s + z_{AB}) \right] \quad (10-5)$$

هنگامی که مخزن در حال تخلیه شدن است، مقدار C_6 به طور پیوسته ارزیابی می شود تا از منفی شدن مقدار Q_s جلوگیری شود. اگر $C_6 < 0$ باشد آنگاه مقدار Q_s را برابر صفر قرار می دهیم که نشان دهنده بسته شدن شیر یکطرفه است.



شکل ۵-۲- مخازن موج گیر یک طرفه در سیستم آبرسانی

۵-۲- مخزن هوایی^۱:

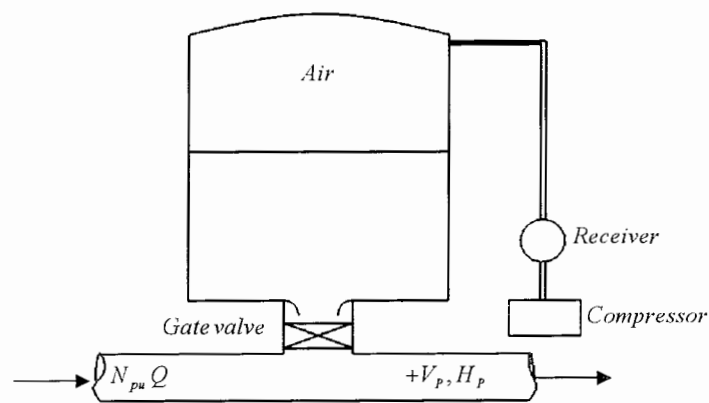
با استفاده از یک مخزن با انتهای باز می توان موجهای فشاری مثبت و منفی را کنترل کرد. از آنجا که فشار خروجی پمپ نسبتاً بالاست، یک مخزن موج گیر باید ارتفاع زیادی داشته باشد که همین مساله باعث ایجاد هزینه بالا می شود. وسیله دیگری وجود دارد که نقش مخزن موج گیر با انتهای باز را ایفا می کند بدون اینکه مشکل ارتفاع داشته باشد. این وسیله مخزن هوایی نام دارد که یک مخزن فشار نسبتاً کوچک است که حاوی مایع و هواست و در قسمت خروجی پمپ متصل می شود.

هدف اصلی مخزن هوایی ممانعت از ایجاد فشار منفی و جدایش در پایین دست جریان در صورت قطع توان پمپ است و همچنین خنثی کننده امواج مثبت نیز می باشد. شکل ۵-۳ یک مخزن هوایی

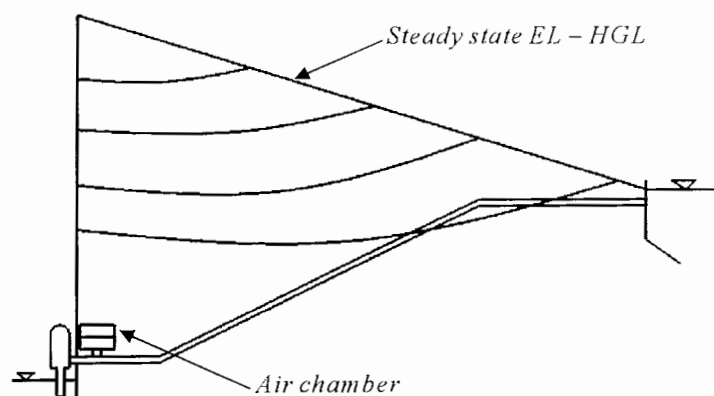
^۱ Air Chamber

را نشان می دهد. پس از قطع توان پمپ سیال وارد لوله شده و از کاهش ناگهانی فشار جلوگیری می کند و فشار را در سطح نسبتاً بالایی نگه می دارد. نرخ کاهش فشار هوا به مقدار اولیه هوا، نرخ خروج سیال از مخزن و همچنین فرایند ترمودینامیکی که هوا طی می کند، بستگی دارد. شکل ۴-۷ تاثیر مخزن هوایی در پروفیل‌های فشار را نشان می دهد.

مخزن هوایی باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا قابلیت تامین نیاز خط لوله را داشته باشد بدون اینکه کاملاً تخلیه شود و اجازه ورود هوا به سیستم را بدهد. ضمناً حجم اولیه هوا باید آنقدر باشد تا نرخ



شکل ۵-۳- مخزن هوایی

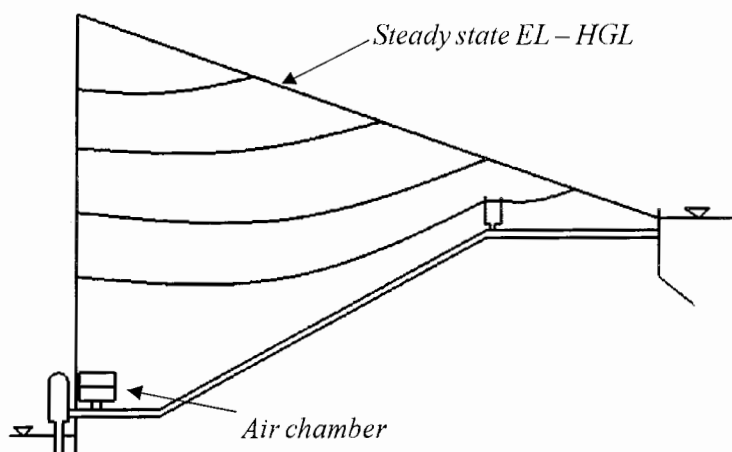


شکل ۵-۴- انتشار امواج منفی پس از قطع توان پمپ

کاهش فشار مقدار مناسبی باشد. اگر حجم هوای فشرده داخل مخزن کم باشد. کاهش فشار در سمت تخلیه به نحوی پیش می رود که مخزن هوایی هیچگونه تاثیری روی آن نمی گذارد.

در حالتی که امواج فشاری به سمت پمپ بر می گردند، شیر یکطرفه بسته می شود و جریان به داخل مخزن هوایی جریان می یابد. برای آنکه از صدمات ناشی از برگشت جریان جلوگیری شود، ورودی مخزن به گونه ای طراحی می شود که افت برای ورود جریان بیش از افت جریان خروجی باشد. برای این منظور می توان از یک نازل که در شکل نشان داده شده است و یا از دو لوله با ضرایب افت متفاوت استفاده کرد.

مخزن هوایی به تنهایی برای جلوگیری از پدیده جدایش کفایت نمی کند و فشار پایین در قله های محلی اتفاق می افتد و برای جلوگیری از این پدیده یک مخزن هوایی یک طرفه در هر قله محلی استفاده می شود (شکل ۵-۵).



شکل ۵-۵- انتشار امواج منفی پس از قطع توان پمپ برای سیستم شامل مخزن هوایی و مخزن موج گیر

مجموعه معادلاتی که جهت بیان عملکرد یک مخزن هوایی به کار می روند نسبتاً پیچیده هستند. فرض بر آن است که مخزن هوایی در بالا دست خط لوله قرار دارد، در نتیجه شرط مرزی بالا دست جریان ترکیبی از پمپ و مخزن هوایی خواهد بود.

معادلات لازم برای مدلسازی پمپ و مخزن عبارتند از [1]:

$$C^+ : \quad V_P = C_1 + C_2 H_P \quad (11-5)$$

$$N_{pu} Q + Q_c = V_P A \quad (12-5)$$

$$H_{sump} + h_P = H_P \quad (13-5)$$

$$Q_c = C_{out} A_{out} \sqrt{2g(H_c - H_P)} \quad (14-5)$$

$$h_P = N^2 N_{st} \left(C_7 \frac{Q}{N} + C_8 \right) \quad (15-5)$$

در این معادلات H_c هد مخزن هوایی، C_{out} ضریب جریان خروجی، A_{out} مساحت مقطع خروجی و Q_c دبی جریان خروجی از مخزن هوایی می باشند.

در دستگاه معادلات بالا ۶ مجهول و ۵ معادله داریم و به یک معادله دیگر نیازمندیم. این معادله بیانگر فرایند ترمودینامیکی است که در مخزن هوایی رخ می دهد. فرآیندی که معمولاً مورد استفاده قرار می گیرد، فرایند پلی تروپیک است.

$$\frac{P}{\gamma^\eta} = \frac{P_0}{\gamma_0^\eta} \quad (16-5)$$

که در آن P_0 و γ_0 فشار و وزن مخصوص هوا در شرایط پایدار می باشد. η ضریب پلی تروپیک است که اکثراً مقدار ۱/۲ انتخاب می شود. با در نظر گرفتن H_{atm} به عنوان فشار اتمسفر معادله پلی تروپیک به شکل زیر در می آید:

$$\frac{(H_c + H_{atm} - Z_P) \gamma_w}{\gamma^n} = \frac{(H_{c_0} + H_{atm} - Z_P) \gamma_w}{\gamma_0^n} \quad (۱۷-۵)$$

اگر حجم اولیه هوا V_{c_0} و حجم در زمانهای بعدی V_c باشد داریم:

$$H_c = Z_P - H_{atm} + (H_{c_0} - Z_P + H_{atm}) \left(\frac{V_{c_0}}{V_c} \right)^\eta \quad (۱۸-۵)$$

که در آن حجم هوا در هر زمانی قابل محاسبه است:

$$V_c(t + \Delta t) = V_c(t) + Q_c(t) \Delta t \quad (۱۹-۵)$$

حال ۶ معادله را به طور همزمان حل می کنیم.

با دانستن V_c از معادله (۱۹-۵) می توانیم مقدار H_c را از معادله (۱۸-۵) بدست آوریم. با حل ۵ معادله برای Q_c داریم:

$$Q_c = 0.5 C_5 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4C_6}{C_5^2}} \right) \quad (۲۰-۵)$$

$$C_5 = \frac{2g C_{out}^2 A_{out}^2 N N_{st} C_7}{N_{pu} - N N_{st} A C_7 C_2} \quad (۲۱-۵)$$

$$C_6 = 2g C_{out}^2 A_{out}^2 \left[-H_c + \frac{(N N_{st} / N_{pu}) (C_1 C_7 A + N N_{pu} C_8)}{1 - (N N_{st} A C_2 C_7) / N_{pu}} \right] \quad (۲۲-۵)$$

پس از محاسبه Q_c ، Q نیز محاسبه خواهد شد:

$$Q = \frac{1}{N_{pu}} \left[A C_1 + A C_2 \left(H_c - \frac{Q_c^2}{2g C_{out}^2 A_{out}^2} \right) - Q_c \right] \quad (۲۳-۵)$$

اگر Q مقداری مثبت باشد، جواب بالا قابل قبول بوده و باقیمانده مجهولات از معادلات (۱۱-۵) تا (۱۵-۵) بدست می آیند.

اگر Q مقداری منفی باشد، آنگاه با توجه به اینکه شیر یکطرفه وارد عمل می شود باید مقدار Q مساوی صفر قرار گیرد و Q_c باید از فرمول زیر محاسبه شود

$$Q_c = 0.5C_5 \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4C_6}{C_5^2}} \right) \quad (24-5)$$

$$C_5 = \frac{2g C_{out}^2 A_{out}^2}{C_2 A} \quad (25-5)$$

$$C_6 = 2g C_{out}^2 A_{out}^2 \left(H_c + \frac{C_1}{C_2} \right) \quad (26-5)$$

در صورتیکه پمپها خاموش باشند و شیرهای یکطرفه بسته باشند. سیال از داخل مخزن هوایی جریان دارد تا وقتی که جهت جریان تغییر کند. برای نشان دادن جریان از سیستم به مخزن دستگاه معادلات تغییر می کند و پمپها دیگر دخالتی در معادلات نخواهند داشت:

$$C^- \quad V_P = C_1 + C_2 H_P \quad (27-5)$$

$$Q_c = V_P A \quad (28-5)$$

$$Q_c = -C_{in} A_{in} \sqrt{2g (H_P - H_c)} \quad (29-5)$$

که در آن C_{in} ضریب تخلیه برای جریان از سیستم به مخزن و A_{in} سطح مقطع ورودی جریان می باشد. با حل این معادلات به طور همزمان برای Q_c خواهیم داشت:

$$Q_c = 0.5C_5 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4C_6}{C_5^2}} \right) \quad (30-5)$$

$$C_5 = \frac{2g C_m^2 A_m^2}{A C_2} \quad (31-5)$$

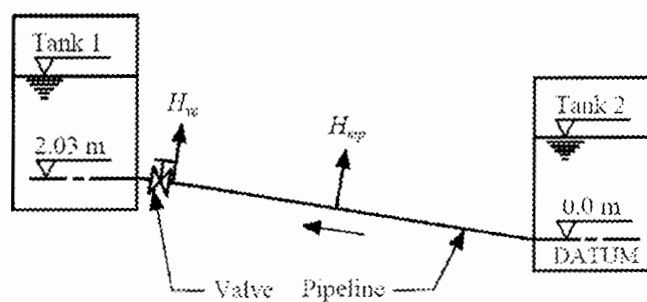
$$C_6 = 2g C_m^2 A_m^2 \left(H_c + \frac{C_1}{C_2} \right) \quad (32-5)$$

فصل ششم

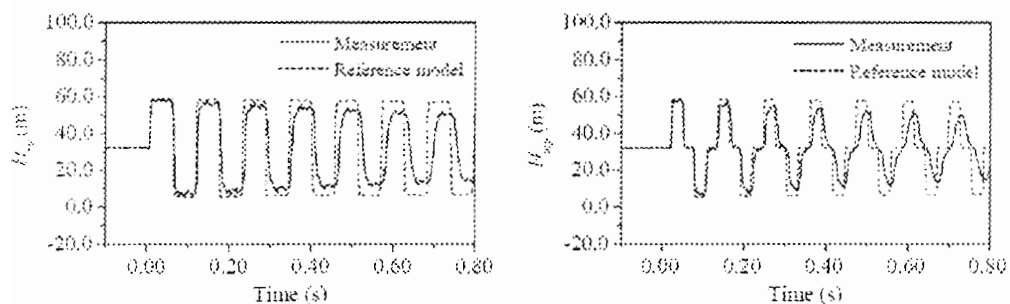
مقایسه نتایج

۱-۶- حل جریان گذرا در یک خط لوله

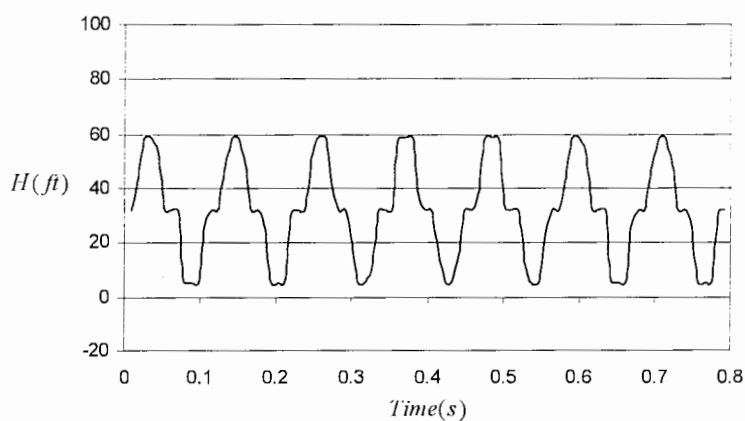
پدیده ضربه آبی را در لوله نشان داده شده در شکل (۱-۶) با فرض بسته شدن ناگهانی شیر بررسی کنید. طول لوله $L = 37.2m$ و قطر آن $D = 22mm$ می باشد. سرعت جریان پایدار $V_0 = 0.2, 0.3 m/s$ ، هد مخزن ۲ $H_T = 32.22m$ ، زمان بسته شدن شیر $t_c = 0.009s$ و سرعت صوت در لوله $a = 1319 m/s$ می باشد.



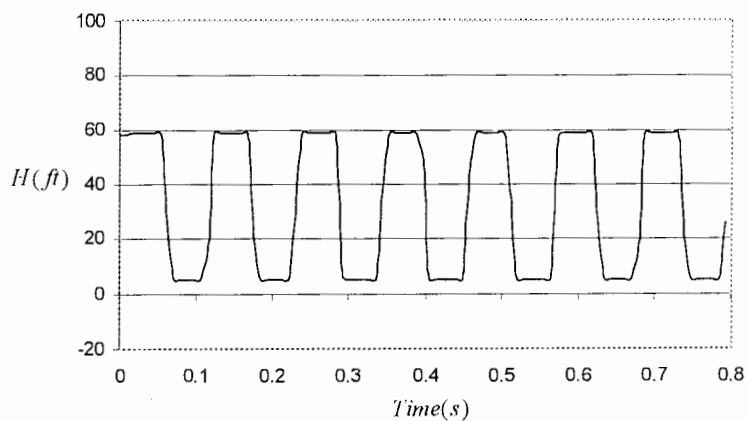
شکل ۱-۶- شماتیک دستگاه آزمایشگاهی [10,11]



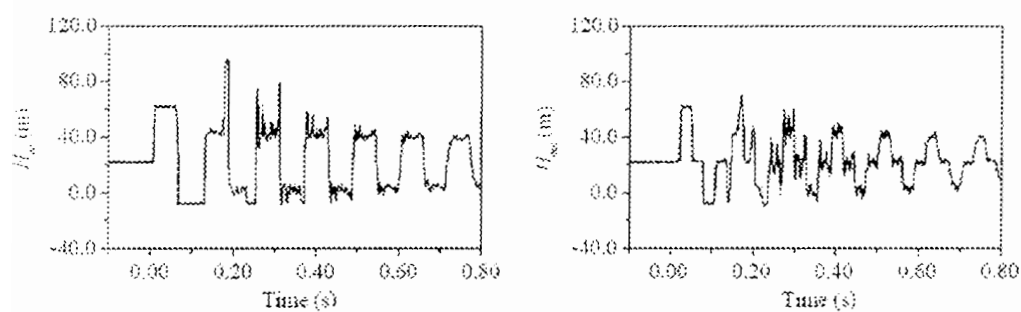
شکل ۶-۲- هد در مجاورت شیر و نقطه میانی لوله، $V = 0.2 \text{ m/s}$, $H_T = 32 \text{ m}$ [10,11]



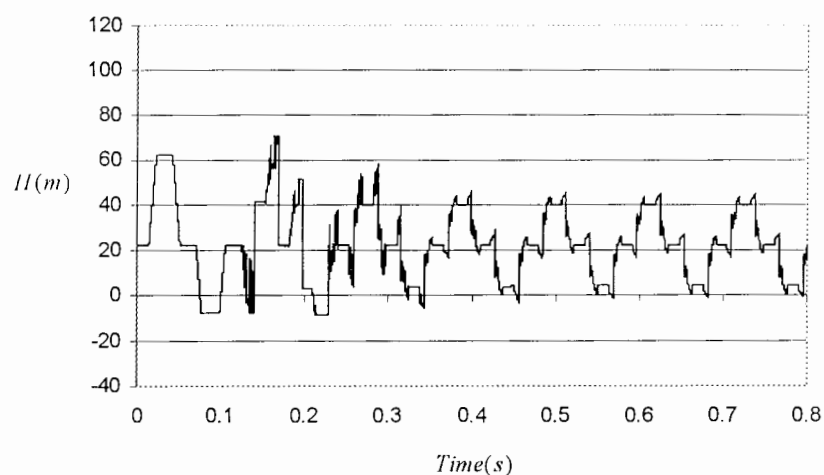
شکل ۶-۳- نتایج حاصل از حل عددی (MOC) برای نقطه میانی $V = 0.2 \text{ m/s}$, $H_T = 32 \text{ m}$



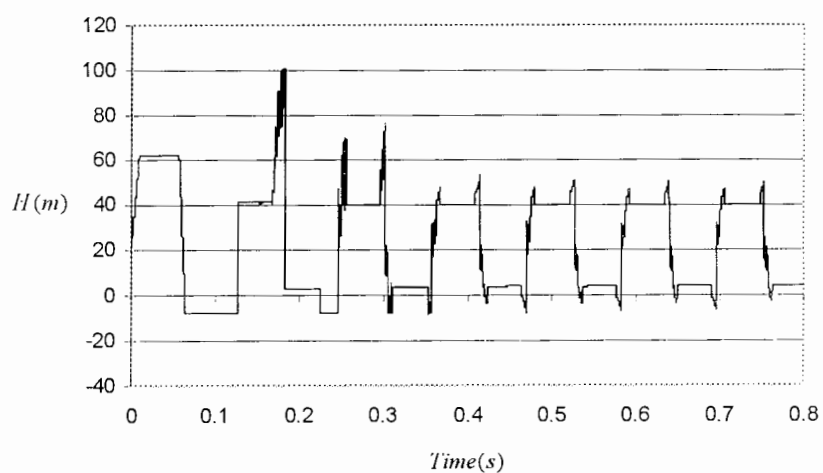
شکل ۶-۴- نتایج حاصل از حل عددی (MOC) برای نقطه مجاور شیر $V = 0.2 \text{ m/s}$, $H_T = 32 \text{ m}$



شکل ۶-۵- هد در مجاورت شیر و نقطه میانی لوله، $V = 0.3 \text{ m/s}$, $H_T = 22 \text{ m}$ [12]



شکل ۶-۶- نتایج حاصل از حل عددی با مدل سازی جدایش ستون آب برای نقطه میانی $V = 0.3 \text{ m/s}$, $H_T = 22 \text{ m}$



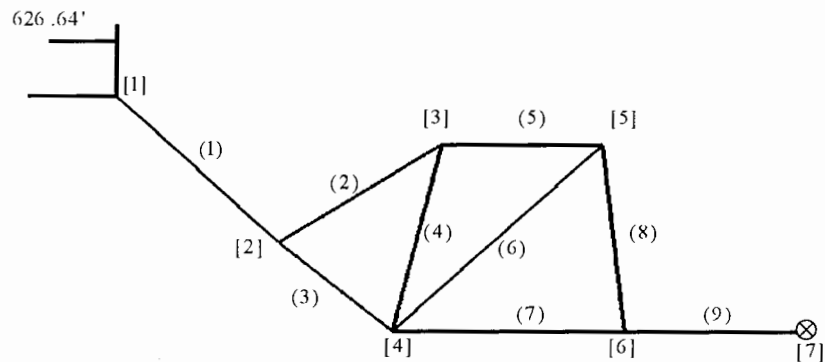
شکل ۶-۷- نتایج حاصل از حل عددی با مدل سازی جدایش ستون آب برای نقطه مجاور شیر

$$V = 0.3 \text{ m/s}, H_T = 22 \text{ m}$$

حل مساله با توجه به افزایش سرعت به $V = 0.3m/s$ با استفاده از روش کلاسیک نتایج مناسبی از نظر تعداد نوسانات خواهد داشت، اما با توجه به اینکه افزایش سرعت اولیه باعث تشدید پدیده گذرا خواهد شد و در نتیجه کاهش فشار تا حد فشار بخار پیش می رود، نیاز است مساله با مدل سازی جدایش ستون آب تحلیل شود. مقدار ماکزیمم هد بدست آمده از نتایج تجربی برای نقطه مجاور شیر $H_{maximum} = 95.6m$ و مقدار معادل آن با استفاده از مدل جدایش ستون آب $H_{maximum} = 100m$ می باشد. با مقایسه نمودارها به نظر می رسد اختلاف بین جریانهای گذرا در افزایشهای ناگهانی هد است، در حالی که نمودارها دارای شباهتهای کلی با یکدیگر هستند.

۲-۶- حل جریان گذرا در شبکه آبرسانی

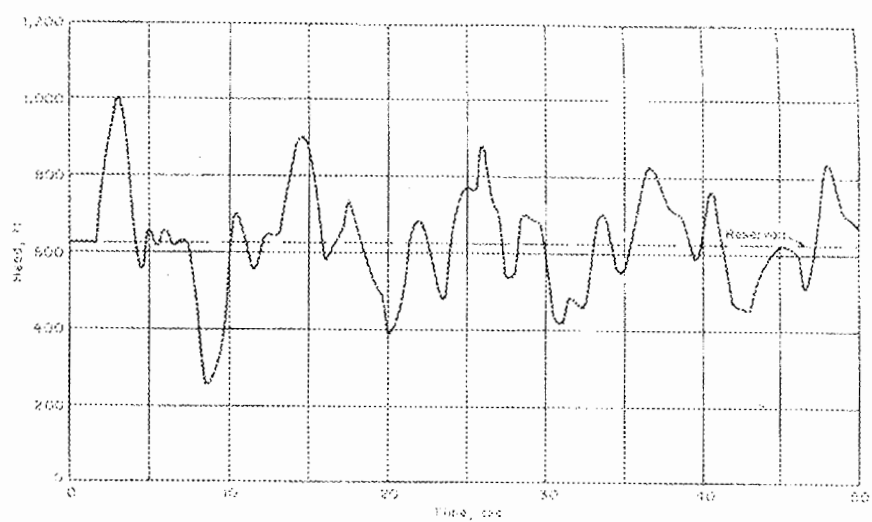
شبکه آبرسانی نشان داده شده در شکل (۸-۶) را در نظر بگیرید. اطلاعات مورد نیاز لوله ها در جدول آورده شده است. با فرض اینکه شیر در انتهای لوله شماره ۷ به طور ناگهانی بسته شود تغییرات هد در گره های شبکه را بررسی کنید.



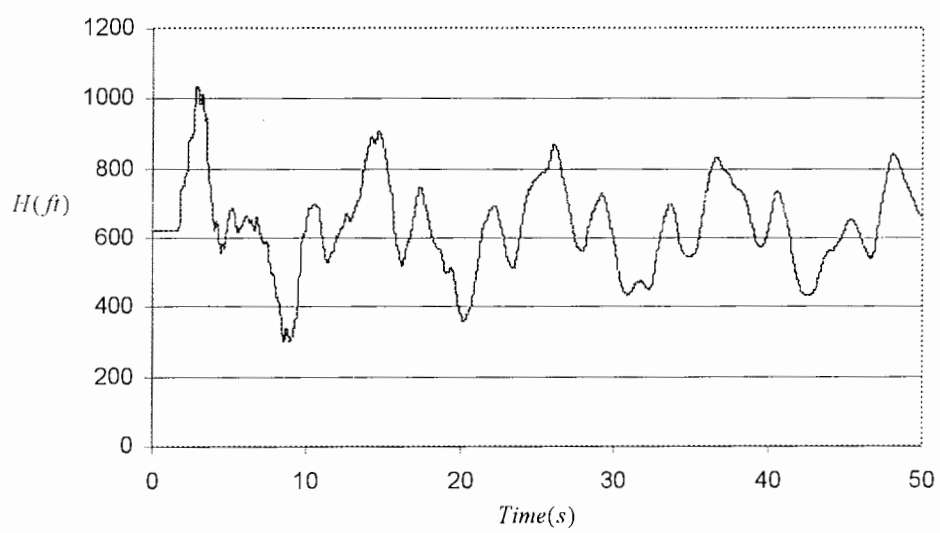
شکل ۸-۶- شبکه آبرسانی [3]

جدول ۶-۱- مشخصات لوله و دبی ها [3]

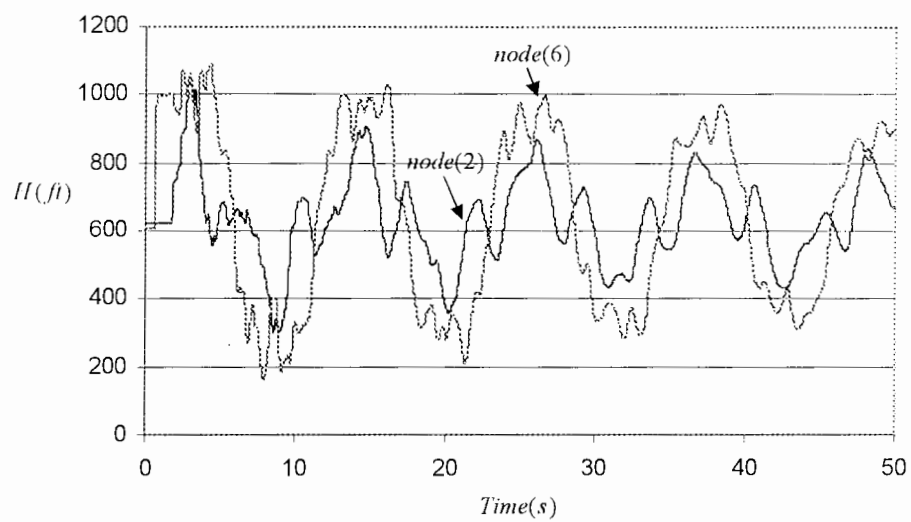
شماره لوله	قطر لوله (D) in	طول لوله (L) ft	ضریب اصطکاک لوله (f)	cfs(Q)	سرعت موج (a) ft/s
۱	۳۶	۲۰۰۰	۰.۰۳	۳۰	۳۳۰۰
۲	۳۰	۳۰۰۰	۰.۰۲۸	۱۴.۳۴	۳۷۵۰
۳	۲۴	۲۰۰۰	۰.۰۲۴	۱۵.۶۶	۴۰۰۰
۴	۱۸	۱۸۰۰	۰.۰۲	۶.۳۵	۳۰۰۰
۵	۱۸	۱۵۰۰	۰.۰۲	۷.۹۹	۳۷۵۰
۶	۱۸	۱۶۰۰	۰.۰۲۵	۴.۰۵	۳۲۰۰
۷	۳۰	۲۲۰۰	۰.۰۴	۱۷.۹۶	۳۱۴۰
۸	۲۴	۱۵۰۰	۰.۰۳	۱۲.۰۴	۳۰۰۰
۹	۳۶	۲۰۰۰	۰.۰۲۴	۳۰	۳۳۰۰



شکل ۶-۹- نمودار قدرت بر حسب زمان در گره شماره ۲ [3]



شکل ۶-۱۰- نمودار قدرت بر حسب زمان در گره شماره ۲ (حل با روش MOC)

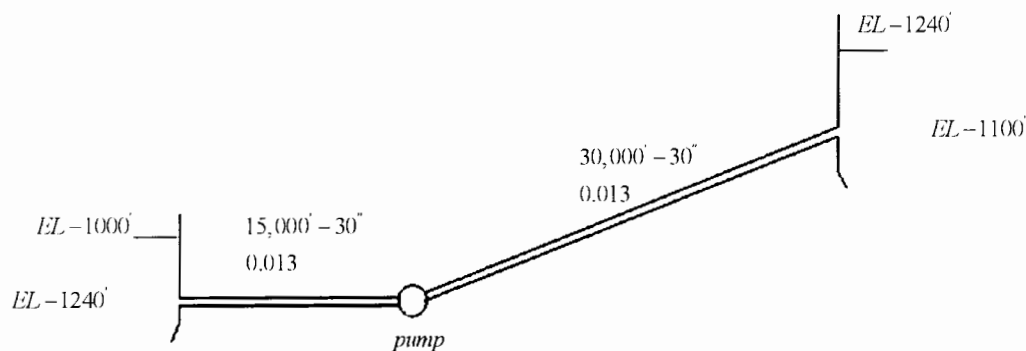


شکل ۶-۱۱- مقایسه هد در گره های شماره ۲ و ۶

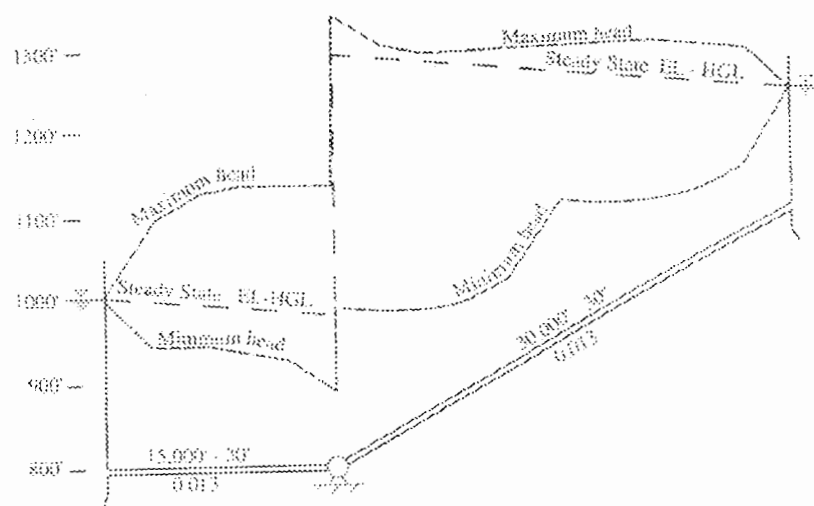
همانطور که در شکل ۶-۱۱ دیده می شود، نوسانات در گره شماره ۶ در زمان کمتری نسبت به گره شماره ۲ شروع شده است.

۳-۶- حل جریان گذرا ناشی از قطع توان پمپ

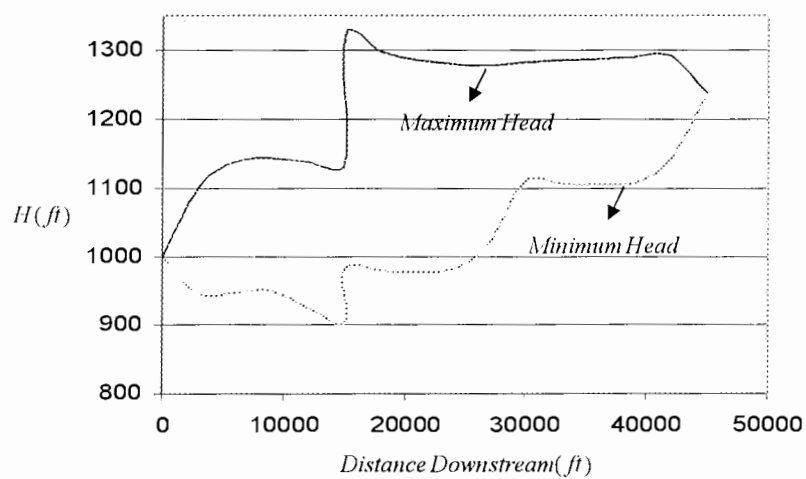
مطابق شکل ۶-۱۲، ۴ عدد پمپ سه مرحله ای در خط لوله به طول 45000 ft قرار گرفته است. لوله دارای ضریب افت $f=0.013$ و سرعت موج 3590 ft/s می باشد. پمپهای مورد استفاده از نوع Ingersoll-Dresser 15H277 با پروانه ای به قطر 11.83 m می باشند. مقدار ممان اینرسی برای هر پمپ مقدار 475 lb-ft^2 است. پمپها به طور همزمان از کار می افتند. فشارهای ماکزیمم و مینیمم را بدست آورید.



شکل ۶-۱۲- خط انتقال لوله به همراه پمپ تقویت کننده [1]



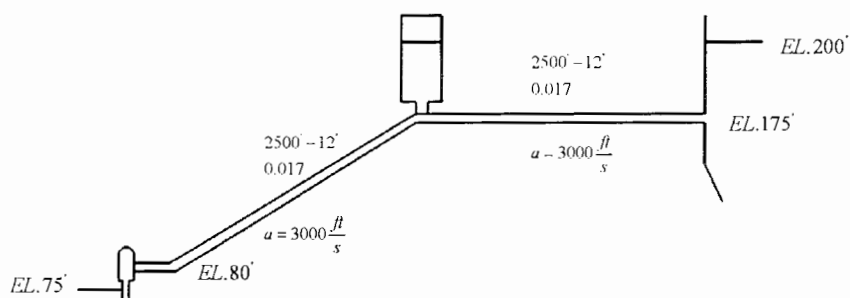
شکل ۶-۱۳- فشارهای ماکزیمم و مینیمم در خط لوله ناشی از قطع توان پمپ [1]



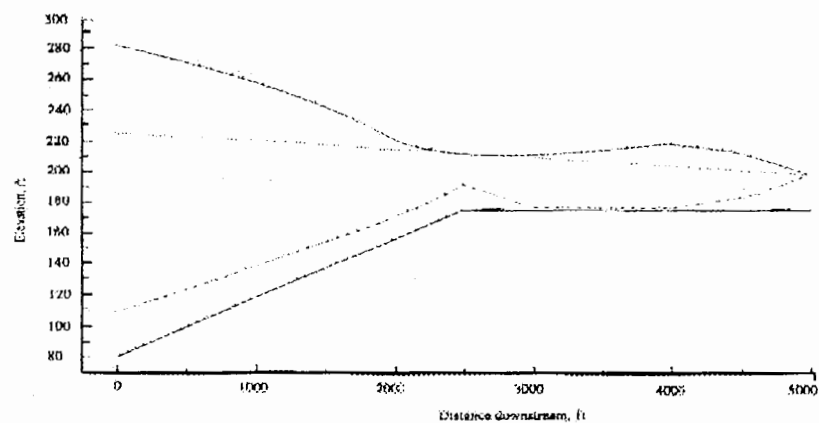
شکل ۶-۱۴- فشارهای ماکزیمم و مینیمم در طول لوله (حل با روش MOC)

۴-۶- خط انتقال آب به همراه مخزن یکطرفه و مخزن هوایی

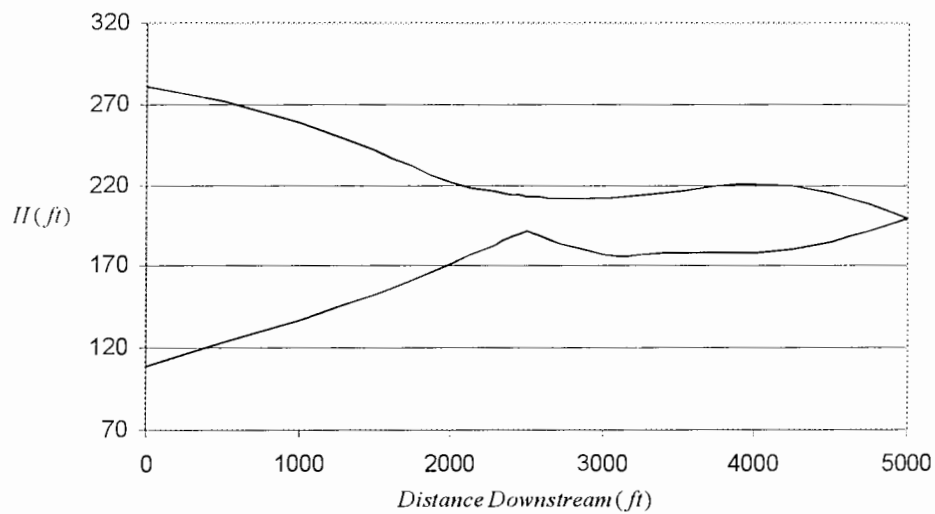
الف- دو عدد پمپ پنج مرحله ای (14BC Johnson) با پروانه ای به قطر 10 in برای انتقال آب از رودخانه ای با ارتفاع سطح 75 ft به یک مخزن با ارتفاع 200 m مورد استفاده قرار گرفته است. مشخصات لوله ها و محل قرارگیری مخزن موج گیر یکطرفه در شکل ۶-۱۴ نشان داده شده است. یک لوله به قطر 12 in در محل اتصال مخزن به خط لوله قرار گرفته است. ضریب افت خروجی مخزن $C_{out} = 0.6$ میباشد. ارتفاع مخزن موج گیر 25 ft و قطر آن 3 ft میباشد. پمپها به طور همزمان از کار می افتند. فشارهای ماکزیمم و مینیمم را بدست آورید.



شکل ۶-۱۵- خط لوله انتقال آب به مخزن از رودخانه به همراه یک مخزن موج گیر [۱]



شکل ۶-۱۶- فشار های ماکزیمم و مینیمم در طول لوله پس از قطع توان پمپ [1]



شکل ۶-۱۷- فشار های ماکزیمم و مینیمم در طول لوله پس از قطع توان پمپ (حل با روش MOC)

استفاده از مخزن موج گیر در محل تقاطع دو لوله باعث افزایش محلی هد شده که در نتیجه آن هد همواره بالاتر از سطح لوله قرار دارد و احتمال کاهش فشار تا حد فشار بخار مایع را از بین می برد.

ب- چهار پمپ به صورت موازی جهت انتقال 12000 gal/min آب مطابق شکل زیر به کار گرفته شده اند. پمپهای مذکور پنج مرحله ای و از نوع *Ingersoll – Dresser 15H277* هستند. ممان اینرسی برای پمپ و موتور 475 lb-ft^2 می باشد. توان پمپ به طور ناگهانی قطع می شود. نحوه تاثیر مخزن هوایی و مخزن موج گیر با حل مساله در شرایط زیر بررسی می شود.

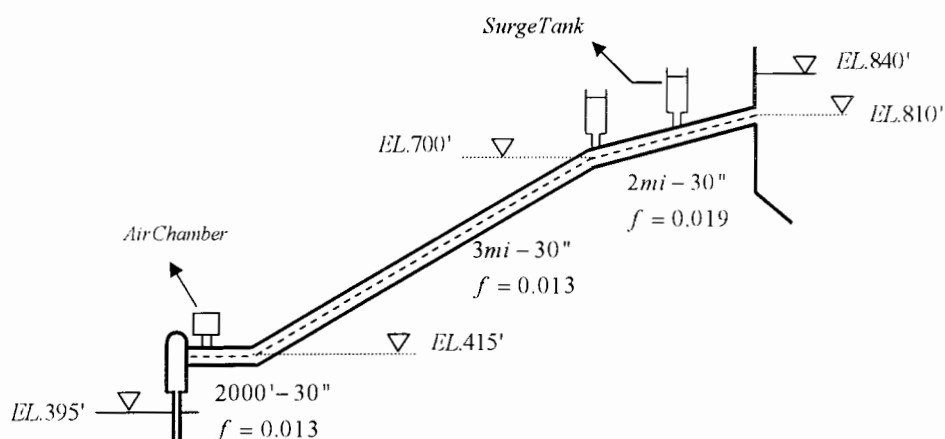
a: بدون در نظر گرفتن مخزن هوایی و مخزن موج گیر

b: با در نظر گرفتن یک مخزن هوایی با حجم اولیه 320 ft^3

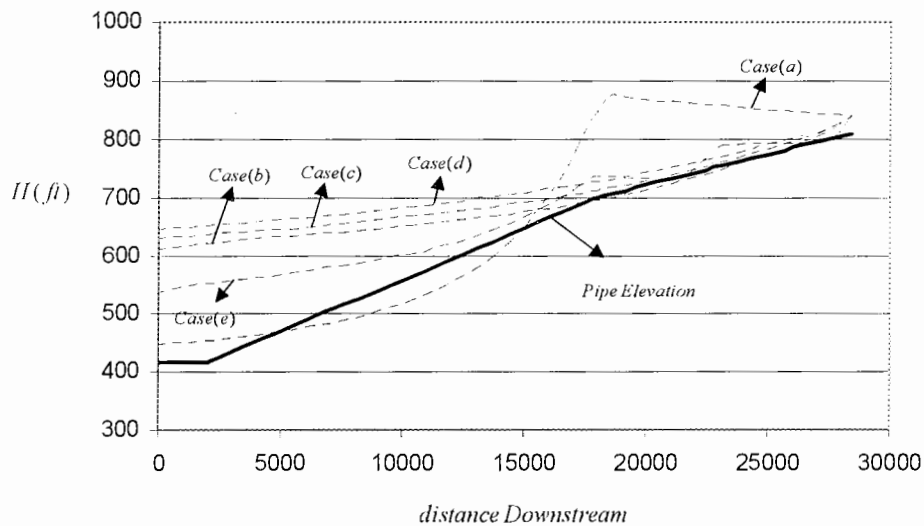
c: با در نظر گرفتن یک مخزن هوایی با حجم اولیه 400 ft^3

d: با در نظر گرفتن یک مخزن هوایی با حجم اولیه 500 ft^3

e: با در نظر گرفتن یک مخزن هوایی با حجم اولیه 100 ft^3 و دو مخزن موج گیر



شکل ۶-۱۸- خط انتقال آب به همراه تجهیزات کنترلی



شکل ۶-۱۹- فشارهای مینیمم در طول لوله در حالت‌های مختلف

همانطور که در شکل نشان داده شده است، با افزایش حجم هوای اولیه، کنترل بهتری روی فشارهای منفی انجام شده است. در حالتی که از سیستم‌های کنترلی استفاده نشده، مقدار هد به کمتر از سطح لوله رسیده است که احتمال پدیده کاویتی و جدایش ستون آب وجود دارد. در مرحله نهایی که دو مخزن موج گیر به کار گرفته شده اند، تاثیر مخازن با ایجاد دو قله در نمودار دیده می شود.

- [1]. Bruce E.Larock, Roland W.Jeppson, Gray Z.Watters, 2000, **Hydraulic of Pipeline Systems**, CRC Press.
- [2]. M. Hanif Chaudry. 1987. **Applied Hydraulic Transients**. Van Nostrand Reinhold company.
- [3].Victor L. Streeter, E. Benjamin Wylie.1967. **Hydraulic Transients**. McGRAW HILL Company
- [4]. John Parmakian. 1963. **WATERHAMMER ANALYSIS**. DOVER publication.
- [5]. E.Benjamin wylie, Victor L.Streeter, Liseng Suo, 1993, **Fluid Transients in systems**, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- [6]. George R. Rich. 1963. **Hydraulic Transients**Dover Publication Inc
- [7]. Frank m.White. **Fluid Mechanics**. McGRAW HILL Company
- [8]. John Vitkovsky, Martin Lambert, Angus Simpson, Anton Bergant.2000. **Advances in Unsteady Friction Modeling in Transient Pipe Flow** ,the 8th International Conference on Pressure surges,The Hague 2000, The netherland, pp.471-482
- [9]. Bülent Selek, M. Salih Kirkgöz, and Zeliha Selek. 2004. **Comparison of computed water hammer pressures with test results for the Çatalan power plant in Turkey**. NRC Canada.
- [10]. Anton Bergant, John Vitkovsky, Angus R.Simpson, Martin Lamber. 2001. **Valve Induced Transients Influenced by Unsteady Pipe Flow Friction**, 10th International Meeting of Work Group on the Behavior of Hydraulic Machinery Under Steady oscillatory Conditions
- [11]. Anton Bergant, Angus Ross Simpson, John Vitkovsky. 2001. **development in Unsteady Pipe Flow Friction Modeling**. Journal of Hydraulic Research, Vol.39,2001,No3,249-257
- [12]. Anton Bergant, Arris Tijsseling. 2001. **Parameters affecting water hammer Wave Attenuation, Shape and Timing**. 10th International Meeting of Work Group on the Behavior of Hydraulic Machinery under Steady oscillatory Conditions.
- [13]. J.W. Davidson, D. Savic and G. A.Walters. 1999. **Method for the identification of explicit polynomial formulae for the friction in turbulent pipe flow**. Journal of Hydro informatics.

- [14].Mohamed S. Ghidaoui, Bryan w. Karney, Duncan A.McInnis. 1998. **Energy Estimates for Discretization Errors in Water Hammer Problems**. Journal of Hydraulic Engineering.
- [15].A. Bergant, A.R. Simpson, A.S. Tijsseling. 2006. **Water hammer with column separation: A historical review**. Journal of Fluid and Structures.
- [16]. John P.Vitkovsky; Anton Bergant; Angus R. Simpson; Martin F.Lambert. 2006. **Systematic Evaluation of One-Dimensional Unsteady Friction Model in Simple Pipelines**. Journal Of Hydraulic Engineering.

```

program prog1
!
! *****
! approximate-method water hammer program for a single straight pipe.
! -----
! *****
!
! real x[allocatable](:),v[allocatable](:),h[allocatable](:), &
!       hlow[allocatable](:),hhigh[allocatable](:),p_h[allocatable](:), &
!       vnew[allocatable](:),hnew[allocatable](:),pipez[allocatable](:)
!
! real l
!
! dimension ipl(5)
!
! namelist/specs/iprint,iplot,n,d,l,f,a,vzero,hresup,hresdn,hsump,elevup,
! &
! elevdn,tmax,tclose,topen,vfinal,aprime,bprime,cprime,ipump_bf,em, &
!       tau1,tauf,g,ibl,ibr,ipl
! -----
! -----
! read(2,specs)
!
! allocate(x(0:n),v(0:n),h(0:n),hlow(0:n),hhigh(0:n),p_h(0:n),vnew(0:n),
! &
!       hnew(0:n),pipez(0:n))
!
! pi=3.141592654
! wtt=l/a      ! wtt, wave travel time.
! dl=l/n
! t=0.0
!
! dt=dl/a
! index=tmax/dt+1
! delev=(elevdn-elevup)/n
!
! write(3,'(a)') ' water hammer in a simple pipe:'
! write(3,'(a,i4)') ' iprint =',iprint
! write(3,'(a,i4)') ' iplot =',iplot
! write(3,'(a,i4)') ' n =',n
! write(3,'(a,1p1e15.7)') ' d =',d
! write(3,'(a,1p1e15.7)') ' l =',l

```

```

write(3,'(a/)' ) ' x  p_h  h  v'
write(3,'(1p4e15.7)') (x(i),p_h(i),h(i),v(i),i=0,n)
write(3,*)

open(4,file='p_h.dat')
open(7,file='h.dat')
open(8,file='v.dat')

write(4,'(a/)' ) ' variables = t, p_h1, p_h2, p_h3, p_h4, p_h5'
write(7,'(a/)' ) ' variables = t, h1, h2, h3, h4, h5'
write(8,'(a/)' ) ' variables = t, v1, v2, v3, v4, v5'

write(4,'(1p6e15.7)')
t,p_h(ip1(1)),p_h(ip1(2)),p_h(ip1(3)),p_h(ip1(4)), &
p_h(ip1(5))
write(7,'(1p6e15.7)')
t,h(ip1(1)),h(ip1(2)),h(ip1(3)),h(ip1(4)),h(ip1(5))

do ii=1,index
  t=t+dt

  nm1=n-1

  do i=1,nm1
    vnew(i)=0.5*(v(i-1)+v(i+1)+g/a*(h(i-1)-h(i+1)) &
      -f*dt/(2.0*d)*(v(i-1)*abs(v(i-1))-v(i+1)*abs(v(i+1))))
    hnew(i)=0.5*(h(i-1)+h(i+1)+(v(i-1)-v(i+1))*a/g &
      -f*dt/(2.0*d)*(v(i-1)*abs(v(i-1))-v(i+1)*abs(v(i+1)))*a/g)
  end do
!
! calculate left boundary condition, upstream (left) i = 0
! -----
! reservoir at fixed level h0r at upstream (left) end: ibl=1
! -----
! hp(0) = h0r
! (1)
!
! from c- characteristics equation at the left boundary:
!
! vp(0) - v(1) - g/a*(hp(0)-h(1)) + (f*dt/2/d)*v(1)*abs(v(1)) = 0
! (2)
!
! arranging equation (2) in the form:
!
! vp(0) = [v(1) - g/a*h(1) - (f*dt/2/d)*v(1)*abs(v(1))] + g/a*hp(0)
! (3)
!
! and defining c1 as:
!
! c1 = v(1) - g/a*h(1) - (f*dt/2/d)*v(1)*abs(v(1))
! (4)
!
! equation (3) becomes:
!
! vp(0) = c1 + g/a*hp(0)
! (5)
!
! equation (1) gives hp(0), and equation (5) then gives vp(0).
! -----
!
! if (ibl.eq.1) then
!   hnew(0)=hresup

```

```

        vnew(0)=v(1)+g/a*(hnew(0)-h(1))-f*dt/(2.0*d)*v(1)*abs(v(1))
    end if

! -----
!
! if (ibl.eq.2) then
!     write(3,'(a)') ' ibl = 2 is not yet completed !'
! end if
! -----
! -----
! pump delivering to a pipeline at q(t) at upstream (left): ibl=3
! -----
! vp(0) is calculated from the known discharge of pump, q(t) and
! discharge area
! a_d:
!
! vp(0) = q(t)/a_d
! (1)
!
! from c- characteristics equation at the left boundary:
!
! vp(0) - v(1) - g/a*(hp(0)-h(1)) + (f*dt/2/d)*v(1)*abs(v(1)) = 0
! (2)
!
! arranging equation (2) in the form:
!
! hp(0) = h(1) + a/g*[vp(0) - v(1) + (f*dt/2/d)*v(1)*abs(v(1))]
! (3)
!
! equation (1) gives vp(0), and equation (3) then gives hp(0).
! -----
! -----
! if (ibl.eq.3) then
!     write(3,'(a)') ' ibl = 3 is not yet completed !'
! end if
! -----
! -----
! constant speed pump at the upstream (left) with head-discharge curve
! and
! provision of check valve after the pump to prevent backflow: ibl=4
! -----
! -----
! the pump characteristics curve is represented by a quadratic
! polynomial:
!
! h(q) = a'*q**2 + b'*q + c'
! (1)
!
! we convert (1) with respect to velocity:
!
! (2)
! q = area*v(0)
!
! hp(0) = ap*v(0)**2 + bp*v(0) + cp
! (3)
! ap = a'*area**2, bp = b'*area, cp = c' + hsump
! (4)
!
! (4) has the restrictions ap < 0, bp < 0, cp > 0.
!
! from c- characteristics equation at the left boundary:
!
! vp(0) = c1 + g/a*hp(0)
! (5)

```



```

! in (5), c1 is defined as:
! c1 = v(1) - g/a*h(1) - (f*dt/2/d)*v(1)*abs(v(1))
! (6)
! using (3), (5) and arranging:
! v(0)**2 + [(bp - a/g)/ap]*v(0) + [(cp + a/g*c1)/ap] = 0
! (7)
! and defining c3 and c4 as:
! c3 = (bp - a/g)/ap
! (8)
! c4 = (cp + a/g*c1)/ap
! (9)
! equation (7) becomes:
! vp(0)**2 + c3*v(0) + c4 = 0
! (10)
! simultaneous solution of equations (1), (5) gives vp(0), hp(0):
! vp(0) = (c3/2)*[-1 + sqrt(1 - 4*c4/c3**2)]
! (11)
! if a check valve is provided after the pump to prevent backflow,
negative
! vp(0) values must be prevented.
! if (ipump_bf.eq.0 .and. vp(0).lt.0) vp(0) = 0
! (12)
! with vp(0) from (11) or (12), hp(0) is calculated from (5) arranged
as:
! hp(0)=(vp(0) - c1)*a/g
! (13)
! -----
! if (ibl.eq.4) then
!   c1=v(1)-g/a*h(1)-f*dt/(2.0*d)*v(1)*abs(v(1))
!   c3=(bpump-a/g)/apump
!   c4=(cpump+c1*a/g)/apump
!
!   vnew(0)=0.5*c3*(-1.0+sqrt(1.0-4.0*c4/c3**2))
!
!   if (ipump_bf.eq.0 .and. vnew(0).lt.0.0) vnew(0)=0.0
!
!   hnew(0)=(vnew(0)-c1)*a/g
! end if
! calculate right boundary condition, downstream (right) i = n
! -----
! linear velocity valve at downstream end of pipe: ibr=1
! -----
! the valve is closing so that the velocity decreases linearly from v_0
to 0 at
! a closure time, tc.
!
! vp(n) = v_0*(1-t/tc), 0 < t < tc
! vp(n) = 0,          tc < t < infinity

```

```

!
! hp(n) is found from the c+ characteristics equation:
!
!  $hp(n) = h(nm1) - a/g * (vp(n) - v(nm1)) - a/g * f * dt / (2 * g * d) * v(nm1) * abs(v(nm1)))$ 
! -----
!
!   if (ibr.eq.1) then
!     if (t.gt.tclose) then
!       vnew(n)=vfinal
!     else
!       vnew(n)=vzero-(vzero-vfinal)*t/tclose
!     end if
!
! hnew(n)=h(nm1)+(v(nm1)-vnew(n)-f*dt/(2.0*d)*v(nm1)*abs(v(nm1)))*a/g
!   end if
! -----
!
! closing valve from vzero to 0 at downstream end of pipe: ibr=2
! -----
! the valve is treated as an orifice. with the steady state head loss
h_0
! across the valve and steady state velocity v_0 in the pipe, the
orifice
! equation becomes:
!
!  $v_0 * a = (c_d_0 * a_g_0) * \sqrt{2.0 * g * h_0}$ 
! (1)
!
! where:
!
! a = pipe cross sectional area
! c_d = valve discharge coefficient
! a_g = area of valve opening (for steady state, subscript 0 is used.)
!
! in general:
!
!  $vp(n) * a = c_d * a_g * \sqrt{2.0 * g * hp(n)}$ 
! (2)
!
! where n is the last section in the pipe. by dividing equations (1) and
(2):
!
!  $vp(n)/v_0 = (c_d * a_g / c_d_0 * a_g_0) * \sqrt{hp(n)/h_0}$ 
! (3)
!
! defining tau as:
!
! (4)
!  $\tau = c_d * a_g / c_d_0 * a_g_0$ 
!
! equation (3) becomes:
!
!  $vp(n)/v_0 = \tau * \sqrt{hp(n)/h_0}$ 
! (5)
!
! from c+ characteristics equation at the right boundary:
!
!  $vp(n) - v(n-1) + g/a * (hp(n) - h(n-1)) + (f * dt / 2 / d) * v(n-1) * abs(v(n-1)) =$ 
0 (6)
!
! equations (5), (6) are solved simultaneously to find vp(n), hp(n).
!
! defining cp, cv as:
!

```

```

! cp = v(n-1) + g/a*h(n-1) - (f*dt/2/d)*v(n-1)*abs(v(n-1))
! (7)
! cv = (tau**2)*(v_0**2)/(g/a*h_0)
! (8)
!
! we write equation (6) as:
!
! vp(n) = cp - g/a*hp(n)
! (9)
!
! solving equations (5), (9) simultaneously we find vp(n), hp(n):
!
! vp(n) = [-cv + sqrt(cv**2+4*cp*cv)]/2
! (10)
! hp(n) = (cp - vp(n))*a/g
! (11)
! -----

```

```

      if (ibr.eq.2) then
        cp=v(nm1)+g/a*h(nm1)-f*dt/2.0/d*v(nm1)*abs(v(nm1))

        if (t.le.tclose) then
          tau=taui+(tauf-taui)*(t/tclose)**em
          vnew(n)=(-cv+sqrt(cv**2+4.0*cp*cv))/2.0
          hnew(n)=(cp-vnew(n))*a/g
        else
          tau=0.0
          vnew(n)=0.0
          hnew(n)=cp*a/g
        end if
      end if

      if (ibr.eq.3) then
        if (t.le.topen) then
          tau=(t/topen)**em
        else
          tau=1.0
        end if

        cp=v(nm1)+g/a*h(nm1)-f*dt/2.0/d*v(nm1)*abs(v(nm1))
        cv=tau**2*vfinal**2*a/g/hfinal
        vnew(n)=(-cv+sqrt(cv**2+4.0*cp*cv))/2.0
        hnew(n)=(cp-vnew(n))*a/g
      end if
! -----

```

```

! orifice at downstream end of pipe: ibr=4
! -----
! the same equations for the valve can be used, with tau = 1.
! -----

```

```

      if (ibr.eq.4) then
        cp=v(nm1)+g/a*h(nm1)-f*dt/2.0/d*v(nm1)*abs(v(nm1))
        cv=vzero**2*a/g/hzero
        vnew(n)=(-cv+sqrt(cv**2+4.0*cp*cv))/2.0
        hnew(n)=(cp-vnew(n))*a/g
      end if

      if (ibr.eq.5) then
        vnew(n)=0.0
        hnew(n)=h(nm1)+(v(nm1)-f*dt/(2.0*d)*v(nm1)*abs(v(nm1)))*a/g
      end if
! -----
      if (ibr.eq.6) then
        c3=v(nm1)+g/a*h(nm1)-f*dt/2.0/d*v(nm1)*abs(v(nm1))

```

```

c5=(bpump+a/g)/apump
c6=(cpump-c3*a/g)/apump

vnew(n)=0.5*c5*(-1.0+sqrt(1.0-4.0*c6/c5**2))

if (ipump_bf.eq.0 .and. vnew(n).lt.0.0) vnew(n)=0.0

hnew(n)=(c3-vnew(n))*a/g
end if

if (ibr.eq.7) then
hnew(n)=hresdn
vnew(n)=v(nm1)+g/a*(h(nm1)-hnew(n))-f*dt/(2.0*d)*v(nm1)*abs(v(nm1))
end if

do i=0,n
if (hnew(i).lt.hlow(i)) hlow(i)=hnew(i)
if (hnew(i).gt.hhhigh(i)) hhhigh(i)=hnew(i)
p_h(i)=hnew(i)-pipez(i)
end do
!
! update v, h to vp, hp. the new v, h become the initial conditions for
the
! next time step. time loop reapeats until tmax.
!
do i=0,n
v(i)=vnew(i)
h(i)=hnew(i)
end do

if (mod(ii,iprint).eq.0) then
write(3,'(a,1p1e15.7/)') 'time =',t
write(3,'(a/)') ' x p_h h v'
write(3,'(1p4e15.7)') (x(i),p_h(i),h(i),v(i),i=0,n)
write(3,*)
end if

if (mod(ii,iplot).eq.0) then
write(4,'(1p6e15.7)') t,p_h(ip1(1)),p_h(ip1(2)),p_h(ip1(3)), &
p_h(ip1(4)),p_h(ip1(5))
write(7,'(1p6e15.7)') t,h(ip1(1)),h(ip1(2)),h(ip1(3)),h(ip1(4)),
&
h(ip1(5))
write(8,'(1p6e15.7)') t,v(ip1(1)),v(ip1(2)),v(ip1(3)),v(ip1(4)),
&
v(ip1(5))
end if
end do

write(3,'(a/)') ' extreme values:'
write(3,'(a/)') ' x(i), p_h_max, p_h_min, hhhigh(i), hlow(i)'

do i=0,n
p_h_max=hhhigh(i)-pipez(i)
p_h_min=hlow(i)-pipez(i)

write(3,'(1p5e15.7)') x(i),p_h_max,p_h_min,hhhigh(i),hlow(i)
end do

stop
end

```

```

    program prog2
!
! *****
! water hammer in series pipes.
!
! -----
! reservoir at upstream end. reservoir at downstream end with two-stage
closing
! valve (initially wide open) at downstream end of line just before
reservoir.
! -----
! -----

    read(2,specs)

    np=npipes

    allocate(l(np),d(np),a(np),pipe_z(np),f(np),vzero(np),npar(np),c(np),
&
        sine(np),area(np),dtt(np),ds(np))

    read(2,*) (d(i),l(i),f(i),a(i),pipe_z(i),i=1,npipes)

    dtn=1.0e6
    pi=3.141592654
    t=0.0
    fail=.false.

    do i=1,npipes
        area(i)=pi*d(i)**2/4.0
        c(i)=g/a(i)
        if (i.ne.npipes) sine(i)=(pipe_z(i+1)-pipe_z(i))/l(i)
        if (i.eq.npipes) sine(i)=(zend-pipe_z(i))/l(i)
        vzero(i)=qzero/area(i)
        dtt(i)=l(i)/(nparts*(vzero(i)+a(i)))
    end do
!
! compute minimum dt.
!
    dt=dtt(1)
    kmin=1

    do i=2,npipes
        if (dtt(i).le.dt) then
            dt=dtt(i)
            kmin=i
        end if
    end do

    if (rerun) dt=dtnew
    nparr=1

    do i=1,npipes
        if (i.eq.kmin) then
            npar(i)=nparts
        else
            anpar=l(i)/(dt*(vzero(i)+a(i)))

```

```

        npar(i)=anpar
        test=npar(i)
        if (abs(test+1-anpar).lt.0.0001) npar(i)=npar(i)+1
    end if

    if (npar(i).gt.nparr) nparr=npar(i)
end do

iz=nparr+1
izz=iz+1

allocate(x(np,iz),v(np,iz),h(np,iz),hlow(np,iz),hhigh(np,iz),p_h(np,izz)
, &

vnew(np,iz),hnew(np,iz),thigh(np,iz),tlow(np,iz),hstead(np,iz))

do i=1,npipes
    k=npar(i)+1
    p_h(i,k+1)=0.0
end do
!
! write out input data.
!
write(3,'(a/)') ' input data:'
write(3,'(a,i4)') ' iprint =',iprint
write(3,'(a,i2)') ' iplot =',iplot
write(3,'(a,i2)') ' nparts =',nparts
write(3,'(a,i2)') ' npipes =',npipes
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' qzero =',qzero
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' hresup =',hresup
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' hsump =',hsump
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' zend =',zend
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' hatm =',hatm
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' g =',g
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' rho_wat =',rho_wat
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' tmax =',tmax
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' dt =',dt
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' tclose =',tclose
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' vfinal =',vfinal
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' tc1 =',tc1
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pcp1, percent open =',pcp1
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' tc2, time valve is completely closed =',tc2
write(3,'(a,i3/)') ' valve is at downstream end of pipe =',ivalve
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' aprime =',aprime
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' bprime =',bprime
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' cprime =',cprime
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' em =',em
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' tau_i =',tau_i
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' tau_f =',tau_f
write(3,'(a,i2)') ' ibl =',ibl
write(3,'(a,i2)') ' ibr =',ibr

write(3,'(a/)') ' valve loss coefficients:'
write(3,'(a/)') '% open 1.0/kl'
write(3,'(1p2e15.7)') (pct(i),ki(i),i=1,11)
write(3,*)

write(3,'(a/)') ' pipe input data:'
write(3,'(a/)') ' pipe d l wave_spd pipe_z f v'

do i=1,npipes
    write(3,'(i3,1p6e15.7)') i,d(i),l(i),a(i),pipe_z(i),f(i),vzero(i)
end do

```

```

write(3,*)
write(3,'(a,5i3)') ' ipl, plot pipes
=',ipl(1),ipl(2),ipl(3),ipl(4),ipl(5)
write(3,'(a,5i3)') ' jpl, plot nodes
=',jpl(1),jpl(2),jpl(3),jpl(4),jpl(5)

write(3,*)
write(3,'(a/)') ' pipe dt parts sine 1/a interpolation'

do i=1,npipes
  la=l(i)/a(i)
  aint=1.0-dt*npar(i)/la

  write(3,'(i3,1p1e15.7,i3,1p3e15.7,)')
i,dt(i),npar(i),sine(i),la,aint
end do
!
! set up conditions for steady state (t=0).
!
apump=aprime*area(1)**2
bpump=bprime*area(1)
cpump=cprime
if (ibr.eq.4) cpump=cpump+hsump
hpump=(apump*vzero(1)+bpump)*vzero(1)+cpump

h(1,1)=hresup
if (ibr.eq.4) h(1,1)=hpump
v(1,1)=vzero(1)

do i=1,npipes
  x(i,1)=0.0
  p_h(i,1)=h(i,1)-pipe_z(i)
  ds(i)=l(i)/npar(i)

  k=npar(i)+1

  do j=2,k
    x(i,j)=float(j-1)/float(npar(i))
h(i,j)=h(i,1)-(j-1)*f(i)*(l(i)/npar(i)/d(i))*(vzero(i)**2/(2.0*g))
    p_h(i,j)=h(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))
    v(i,j)=vzero(i)
  end do

  if (i.ne.npipes) then
    if (i.ne.ivalve) h(i+1,1)=h(i,k)
    if (i.eq.ivalve)
h(i+1,1)=h(i,k)-1.0/ki(11)*vzero(i+1)**2/(2.0*g)
    v(i+1,1)=vzero(i+1)
  end if
end do

k=npar(npipes)+1

if (ibr.eq.2) hdown=h(npipes,k)
if (ibr.eq.3) hdown=h(npipes,k)
if (ibr.eq.4) hdown=h(npipes,k)
if (ibr.eq.7) hdown=h(npipes,k)

do i=1,npipes
  k=npar(i)+1

  do j=1,k
    hstead(i,j)=h(i,j)

```

```

        tlow(i,j)=0.0
        thigh(i,j)=0.0
        hlow(i,j)=h(i,j)
        hhigh(i,j)=h(i,j)
    end do
end do

open(4,file='p_h.dat')
open(7,file='h.dat')
open(8,file='v.dat')

write(4,'(a)') ' variables = t, p_h_1, p_h_2, p_h_3, p_h_4, p_h_5'
write(7,'(a)') ' variables = t, h1, h2, h3, h4, h5'
write(8,'(a)') ' variables = t, v1, v2, v3, v4, v5'

phmax=-100.0
phmin=100000.0

ii=1

write(3,*)
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' time =',t
write(3,*)
write(3,'(a/)') ' x  p_h  h  v'

do i=1,npipes
    k=npar(i)+1

    write(3,'(a,i4)') ' pipe =',i
    write(3,'(1p4e15.7)') (x(i,j),p_h(i,j),h(i,j),v(i,j),j=1,k)
end do

write(4,'(1p6e15.7)') t, p_h(ip1(1),jpl(1)), p_h(ip1(2),jpl(2)), &
    p_h(ip1(3),jpl(3)), p_h(ip1(4),jpl(4)), p_h(ip1(5),jpl(5))

write(7,'(1p6e15.7)') t, h(ip1(1),jpl(1)), h(ip1(2),jpl(2)), &
    h(ip1(3),jpl(3)), h(ip1(4),jpl(4)), h(ip1(5),jpl(5))

write(8,'(1p6e15.7)') t, v(ip1(1),jpl(1)), v(ip1(2),jpl(2)), &
    v(ip1(3),jpl(3)), v(ip1(4),jpl(4)), v(ip1(5),jpl(5))
!
!-----
! begin transient analysis.
!-----
!
!
index=tmax/dt+1

do ii=1,index
    t=t+dt
!
! compute h and v at interior nodes.
!
    do i=1,npipes
        k=npar(i)

        do j=2,k
            vl=v(i,j)-a(i)*dt/ds(i)*(v(i,j)-v(i,j-1))
            vr=v(i,j)-a(i)*dt/ds(i)*(v(i,j)-v(i,j+1))
            hl=h(i,j)-a(i)*dt/ds(i)*(h(i,j)-h(i,j-1))
            hr=h(i,j)-a(i)*dt/ds(i)*(h(i,j)-h(i,j+1))

            vnew(i,j)=0.5*(vl+vr+c(i)*(hl-hr)+c(i)*dt*sine(i)*(vl-vr) &
                -f(i)*dt/(2.0*d(i))*(vl*abs(vl)+vr*abs(vr)))

```



```

        hnew(i,j)=0.5*(hl+hr+(vl-vr)/c(i)+dt*sine(i)*(vl+vr) &
        -f(i)*dt/(2.0*d(i))/c(i)*(vl*abs(vl)-vr*abs(vr)))
    end do
end do
!
! compute h and v at interior junctions.
!
kk=npipes-1

do i=1,kk
    k=npar(i)+1
    vl=v(i,k)-a(i)*dt/ds(i)*(v(i,k)-v(i,k-1))
    hl=h(i,k)-a(i)*dt/ds(i)*(h(i,k)-h(i,k-1))
    vr=v(i+1,1)-a(i+1)*dt/ds(i+1)*(v(i+1,1)-v(i+1,2))
    hr=h(i+1,1)-a(i+1)*dt/ds(i+1)*(h(i+1,1)-h(i+1,2))

    cl=vl+c(i)*hl+c(i)*vl*dt*sine(i)-f(i)*dt/(2.0*d(i))*vl*abs(vl)
    cr=vr-c(i+1)*hr-c(i+1)*dt*vr*sine(i+1)-f(i+1)*dt/(2.0*d(i+1))*vr*abs(vr)
!
! internal boundary condition for a gate valve closing at two separate
rates.
!
    if (i.eq.ivalve) then
        if (t.lt.tc2) then
            if (t.gt.tc1) then
                open=pcop1*(tc2-t)/(tc2-tc1)
            else
                open=100.0-(100.0-pcop1)*t/tc1
            end if

            do j=1,10
                itest=(open-pct(j))*0.10

                if (itest.eq.0) exit
            end do

            fact=(open-pct(j))*0.10
            kli=ki(j)+fact*(ki(j+1)-ki(j))

            c5=2.0*g*(1.0/c(i)+1.0/c(i+1))
            c6=2.0*g*(cl/c(i)+cr/c(i+1))

            if (c6.lt.0.0) then
                vnew(i+1,1)=kli*(c5-sqrt(c5**2-4.0*c6/kli))/2.0
            else
                vnew(i+1,1)=kli*(-c5+sqrt(c5**2+4.0*c6/kli))/2.0
            end if
        else
            vnew(i+1,1)=0.0
        end if

        vnew(i,k)=vnew(i+1,1)
        hnew(i,k)=(cl-vnew(i,k))/c(i)
        hnew(i+1,1)=(vnew(i+1,1)-cr)/c(i+1)
    else
        hnew(i,k)=(cl*area(i)-cr*area(i+1))/(c(i+1)*area(i+1)+c(i)*area(i))
        hnew(i+1,1)=hnew(i,k)
        vnew(i,k)=cl-c(i)*hnew(i,k)
        vnew(i+1,1)=cr+c(i+1)*hnew(i+1,1)
    end if
end do
!

```

```

! compute h and v at upstream end (for a constant head reservoir).
!
  if (ibl.eq.1) then
    hnew(1,1)=hresup
    vr=v(1,1)-a(1)*dt/ds(1)*(v(1,1)-v(1,2))
    hr=h(1,1)-a(1)*dt/ds(1)*(h(1,1)-h(1,2))

    vnew(1,1)=vr+c(1)*(hnew(1,1)-hr)-c(1)*dt*vr*sine(1) &
      -f(1)*dt/(2.0*d(1))*vr*abs(vr)
  end if

  if (ibl.eq.4) then
    c1=v(1,2)-g/a(1)*h(1,2)-f(1)*dt/(2.0*d(1))*v(1,2)*abs(v(1,2))
    c3=(bpump-a(1)/g)/apump
    c4=(cpump+c1*a(1)/g)/apump

    vnew(1,1)=0.5*c3*(-1.0+sqrt(1.0-4.0*c4/(c3*c3)))
  !
  ! prevent backflow in pump by check valve.
  !
    if (ipump_bf.eq.0 .and. vnew(1,1).lt.0.0) vnew(1,1)=0.0
    hnew(1,1)=(vnew(1,1)-c1)*a(1)/g
  end if
!
! compute h and v at downstream end (for a gate valve closing at two
separate
! rates and flowing into a reservoir).
!
  if (ibr.eq.1) then
    nv=npar(npipes)+1
    nvml=npar(npipes)

    if (t.gt.tclose) then
      vnew(npipes,nv)=vfinal
    else
      vnew(npipes,nv)=vzero(npipes)-(vzero(npipes)-vfinal)*t/tclose
    end if

    hnew(npipes,nv)=h(npipes,nvml)+(v(npipes,nvml)-vnew(npipes,nv) &
      -f(npipes)*dt/(2.0*d(npipes)) &
      *v(npipes,nvml)*abs(v(npipes,nvml)))*a(npipes)/g
  end if

  if (ibr.eq.2) then
    nv=npar(npipes)+1
    nvml=npar(npipes)

    cp=v(npipes,nvml)+c(npipes)*h(npipes,nvml) &
      -f(npipes)*dt/2.0/d(npipes)*v(npipes,nvml)*abs(v(npipes,nvml))

    if (t.le.tclose) then
      !
      ! closing valve from vzero to 0 at downstream end of pipe.
      !
      tau=taui+(tauf-taui)*(t/tclose)**em
      cv=tau**2*vzero(npipes)**2/c(npipes)/hdown
      vnew(npipes,nv)=(-cv+sqrt(cv**2+4.0*cp*cv))/2.0
      hnew(npipes,nv)=(cp-vnew(npipes,nv))/c(npipes)
    else
      !
      ! valve at downstream end is completely closed or downstream dead end.
      !
      tau=0.0

```

```

        vnew(npipes,nv)=0.0
        hnew(npipes,nv)=cp/c(npipes)
    end if
end if
!
! opening valve from 0 to vfinal at downstream end of pipe: ibr=3
!
    if (ibr.eq.3) then
        if (t.le.topen) then
            tau=(t/topen)**em
        else
            tau=1.0
        end if

        nv=npar(npipes)+1
        nvml=npar(npipes)

        cp=v(npipes,nvml)+c(npipes)*h(npipes,nvml) &
            -f(npipes)*dt/2.0/d(npipes)*v(npipes,nvml)*abs(v(npipes,nvml))
        cv=tau**2*vfinal**2/c(npipes)/hdown

        vnew(npipes,nv)=(-cv+sqrt(cv**2+4.0*cp*cv))/2.0
        hnew(npipes,nv)=(cp-vnew(npipes,nv))/c(npipes)
    end if

    if (ibr.eq.4) then
        nv=npar(npipes)+1
        nvml=npar(npipes)

        vl=v(npipes,nv)-a(npipes)*dt/ds(npipes)*(v(npipes,nv)-v(npipes,nvml))
        hl=h(npipes,nv)-a(npipes)*dt/ds(npipes)*(h(npipes,nv)-h(npipes,nvml))
        cl=vl+c(npipes)*hl+c(npipes)*vl*dt*sine(npipes) &
            -f(npipes)*dt/(2.0*d(npipes))*vl*abs(vl)

        if (t.lt.tc2) then
            if (t.gt.tc1) then
                open=pcop1*(tc2-t)/(tc2-tc1)
            else
                open=100.0-(100.0-pcop1)*t/tc1
            end if
        !
        ! interpolate linearly to find 1/kl for valve loss coefficient in 11
        ! data.
        !
        do i=1,10
            itest=(open-pct(i))*0.10

            if (itest.eq.0) exit
        end do

        fact=(open-pct(i))*0.10
        kli=ki(i)+fact*(ki(i+1)-ki(i))

        c5=2.0*g/c(npipes)
        c6=2.0*g*(hdown-cl/c(npipes))

        if (c6.gt.0.0) then
            vnew(npipes,nv)=kli*(c5-sqrt(c5**2+4.0*c6/kli))/2.0
        else
            vnew(npipes,nv)=kli*(-c5+sqrt(c5**2-4.0*c6/kli))/2.0
        end if
    else
        vnew(npipes,nv)=0.0
    end if
end if

```

```

        end if

        hnew(npipes,nv)=(c1-vnew(npipes,nv))/c(npipes)
    end if

    if (ibr.eq.6) then
        nv=npars(npipes)+1
        nvml=npars(npipes)

        vnew(npipes,nv)=0.0
        hnew(npipes,nv)=h(npipes,nvml)+(v(npipes,nvml) &
            -f(npipes)*dt/(2.0*d(npipes)) &
            *v(npipes,nvml)*abs(v(npipes,nvml)))*a(npipes)/g
    end if
!
! compute h and v at downstream end (for a constant head reservoir).
!
    if (ibr.eq.7) then
        nv=npars(npipes)+1
        nvml=npars(npipes)

v1=v(npipes,nv)-a(npipes)*dt/ds(npipes)*(v(npipes,nv)-v(npipes,nvml))
h1=h(npipes,nv)-a(npipes)*dt/ds(npipes)*(h(npipes,nv)-h(npipes,nvml))

        c1=v1+c(npipes)*h1+c(npipes)*v1*dt*sine(npipes) &
            -f(npipes)*dt/(2.0*d(npipes))*v1*abs(v1)

        hnew(npipes,nv)=hdown
        vnew(npipes,nv)=c1-c(npipes)*hnew(npipes,nv)
    end if

    if (ibr.eq.8) then
        c3=v(npipes,nvml)+g/a(npipes)*h(npipes,nvml) &
-f(npipes)*dt/(2.0*d(npipes))*v(npipes,nvml)*abs(v(npipes,nvml))
        c5=(bpump+a(npipes)/g)/apump
        c6=(cpump-c3*a(npipes)/g)/apump

        vnew(npipes,nv)=(-c5+sqrt(c5**2-4.0*c6))/2.0
!
! prevent backflow in pump by check valve.
!
        if (ipump_bf.eq.0 .and. vnew(npipes,nv).lt.0.0)
vnew(npipes,nv)=0.0

        hnew(npipes,nv)=(c3-vnew(npipes,nv))*a(npipes)/g
    end if
!
! locate maximum and minimum pressure heads and h-values.
!
    do i=1,npipes
        k=npars(i)+1

        do j=1,k
            dtx=1/(npars(i)*(abs(vnew(i,j))+a(i)))
            if (dtx.lt.dtn) dtn=dtx

            if (hnew(i,j).le.hlow(i,j)) then
                hlow(i,j)=hnew(i,j)
                tlow(i,j)=t
            end if

            if (hnew(i,j).ge.hhigh(i,j)) then

```

```

        hhigh(i,j)=hnew(i,j)
        thigh(i,j)=t
    end if

    p_h(i,j)=hnew(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))

    if (p_h(i,j).lt.phmax) then
        if (p_h(i,j).le.phmin) then
            ipmin=i
            xmin=x(i,j)
            phmin=p_h(i,j)
            ttmin=t
        end if
    else
        ipmax=i
        xmax=x(i,j)
        phmax=p_h(i,j)
        ttmax=t
    end if

    if (p_h(i,j).le.-hatm) then
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' column separation occurred at',t
        write(3,'(a,i2,a,1p1e15.7)') ' sec in pipe',i,' at',x(i,j)

        fail=.true.
    end if
end do
end do

if (fail) exit
!
! prepare for next time step computation.
!
do i=1,npipes
    k=npar(i)+1

    do j=1,k
        v(i,j)=vnew(i,j)
        h(i,j)=hnew(i,j)
    end do
end do

if (mod(ii,iprint).eq.0) then
    write(3,*)
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' time =',t
    write(3,*)
    write(3,'(a/)') ' x  p_h  h  v'

    do i=1,npipes
        k=npar(i)+1

        write(3,'(a,i4)') ' pipe =',i
        write(3,'(1p4e15.7)') (x(i,j),p_h(i,j),h(i,j),v(i,j),j=1,k)
    end do
end if

if (mod(ii,iplot).eq.0) then
    write(4,'(1p6e15.7)') t, p_h(ip1(1),jpl(1)), &
        p_h(ip1(2),jpl(2)), p_h(ip1(3),jpl(3)), p_h(ip1(4),jpl(4)),
    &
        p_h(ip1(5),jpl(5))

    write(7,'(1p6e15.7)') t, h(ip1(1),jpl(1)), h(ip1(2),jpl(2)), &
        h(ip1(3),jpl(3)), h(ip1(4),jpl(4)), h(ip1(5),jpl(5))

```

```

        write(8,'(1p6e15.7)') t, v(ipl(1),jpl(1)), v(ipl(2),jpl(2)), &
        v(ipl(3),jpl(3)), v(ipl(4),jpl(4)), v(ipl(5),jpl(5))
    end if
end do
!
!-----
! end of transient analysis.
!-----
! check stability criteria.
!
    if (dtn.lt.0.9999*dt) then
        dt=0.999*dtn

        write(*,'(a)') ' the check for stability criteria has found a
violation.'
        write(*,'(a)') ' the analysis must be rerun with a smaller dt.'
        write(*,'(a,1p1e15.7)') ' change data file to set dtnew =',dt
        write(*,'(a)') ' and rerun = .true.'

        write(3,'(a)') ' the check for stability criteria has found a
violation.'
        write(3,'(a)') ' the analysis must be rerun with a smaller dt.'
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' change data file to set dtnew =',dt
        write(3,'(a)') ' and rerun = .true.'

        stop
    end if
!
! write out maximum and minimum pressure heads and h-values.
!
write(3,'(/a/)') ' extreme values:'
write(3,'(a/)') ' x  p_h_max  time  p_h_min  time'

do i=1,npipes
    write(3,'(a,i2)') ' pipe =',i

    k=npar(i)+1

    do j=1,k
        p_h_max=hhigh(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))
        p_h_min= hlow(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))

        write(3,'(1p5e15.7)')
x(i,j),p_h_max,thigh(i,j),p_h_min,tlow(i,j)
    end do
end do

write(3,*)
write(3,'(a/)') ' x  hhigh  hlow'

do i=1,npipes
    write(3,'(a,i2)') ' pipe =',i

    k=npar(i)+1

    do j=1,k
        write(3,'(1p3e15.7)') x(i,j),hhigh(i,j),hlow(i,j)
    end do
end do

write(3,*)

pmax=phmax*rho_wat*g

```

```

pmin=phmin*rho_wat*g

write(3,'(a,1p1e15.7)') ' phmax =',phmax
write(3,'(a,1p1e15.7,a,i2)') ' pmax =',pmax,' in pipe =',ipmax
write(3,'(2(a,1p1e15.7))') ' at x =',xmax,' at time =',ttmax
write(3,*)

write(3,'(a,1p1e15.7)') ' phmin =',phmin
write(3,'(a,1p1e15.7,a,i2)') ' pmin =',pmin,' in pipe =',ipmin
write(3,'(2(a,1p1e15.7))') ' at x =',xmin,' at time =',ttmin
write(3,*)
!
! generate external data file for plotting.
!
open(7,file='pipe_el.dat')
open(8,file='hstead.dat')
open(9,file='hlow.dat')
open(10,file='hhigh.dat')

write(7,'(a)') ' variables = xloc, pipe_el'
write(8,'(a)') ' variables = xloc, hstead'
write(9,'(a)') ' variables = xloc, hlow'
write(10,'(a)') ' variables = xloc, hhigh'

xbase=0.0

do i=1,npipes
  k=npar(i)+1
  do j=1,k
    pipe_el=pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i)
    xloc=xbase+l(i)*x(i,j)

    write(7,'(1p2e15.7)') xloc,pipe_el
    write(8,'(1p2e15.7)') xloc,hstead(i,j)
    write(9,'(1p2e15.7)') xloc,hlow(i,j)
    write(10,'(1p2e15.7)') xloc,hhigh(i,j)
  end do
  xbase=xbase+l(i)
end do

stop
end

```

```

    program prog3
!
! *****
!
! program for pump rundown after power failure with air chamber and
one-way
! surge tanks.
! -----
!
! program sizes air chamber and one-way surge tanks in a pipeline where
column
! separation resulting from power failure is a problem. system
configuration
! has pumps at upstream end and reservoir at downstream end. the air
chamber is
! located at the pump discharge. the one-way surge tanks must be located
at
! junctions between series pipes.
! -----
!
!
    real x[allocatable](:,:),v[allocatable](:,:),h[allocatable](:,:), &
hlow[allocatable](:,:),hhigh[allocatable](:,:),head[allocatable](:,:), &
vnew[allocatable](:,:),hnew[allocatable](:,:),thigh[allocatable](:,:), &
,hstead[allocatable](:,:)

    real l[allocatable](:),d[allocatable](:),a[allocatable](:), &
pipez[allocatable](:),f[allocatable](:),vzero[allocatable](:), &
c[allocatable](:),ak[allocatable](:),sine[allocatable](:), &
area[allocatable](:),ratio[allocatable](:)

    integer npar[allocatable](:)

    dimension qpump(6),qn(6),hpump(6),hn2(6),ppump(6),tn2(6)
    dimension isurge(5),hs(5),ds(5),dc(5),cs(5),as(5),ac(5),qs(5)

    dimension ipl(5),jpl(5)

    logical fail,nopump,air,bypass,rerun
    integer pipe
    real la

    namelist/specs/iprint,iplot,npipes,nparts,nsurge,hres,hsum,hadm,zend,tm
ax, &
qtry,qacc,qline,h_pump,dtnew,air,nopump,rerun,g,rho_wat,ipl,jpl
    namelist/pumps/npumps,rpm,wrsq,qpump,hpump,ppump
    namelist/chamb/ctzero,cout,cin,dnoz,expon
! -----
!
    data fail,nopump,air,bypass/4*.false./
    data rerun/.false./

    pi=3.141592654
    nsurge=0
    volmax=0.0

```



```

qc=0.0
q=0.0
!
! read in general specifications.
!
read(2,specs)

allocate(l(np),d(np),a(np),pipez(np),f(np),vzero(np),npar(np),c(np),ak(n
p), &
      sine(np),area(np),deltt(np),ratio(np))

read(2,*) (pipe,d(i),l(i),f(i),a(i),pipez(i),i=1,npipes)

write(3,'(a)') ' input data:'

write(3,'(a,i5)') ' print interval =' ,iprint
write(3,'(a,i5)') ' plot interval =' ,iplot
write(3,'(a,i3)') ' number of pipes =' ,npipes
write(3,'(a,i3)') ' minimum no. of parts pipe is divided into
=' ,nparts
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' reservoir elevation at downstream =' ,hres
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' elevation of pump sump =' ,hsump
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' atmospheric pressure head =' ,hatm
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' downstream elev end of last pipe =' ,zend
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' convergence criterion for q =' ,qacc
!
! read in pump data.
!
read(2,pumps)

write(3,'(a)') ' pump data:'
write(3,'(a,i3)') ' number of pumps in parallel =' ,npumps
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' steady state pump speed, rpm =' ,rpm
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' each pump_motor inertia moment =' ,wrsq

write(3,'(a)') ' q h bp'
write(3,'(1p3e15.7)') (qpump(i),hpump(i),ppump(i),i=1,6)

deltn=100000.0
if (wrsq/g.lt.0.00001) nopump=.true.
!
! read in air chamber data.
!
read(2,chamb)

write(3,'(a)') ' air chamber data:'
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' initial chamber air volume =' ,ctzero
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' discharge coefficient for outflow =' ,cout
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' discharge coefficient for inflow =' ,cin
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' chamber nozzle diameter =' ,dnoz
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' polytropic exponent =' ,expon

if (nopump) then
  write(3,'(a)') ' no pumps used in this analysis'
  write(3,'(2(a,1p1e15.7))') ' line discharge =' ,qline,' and pump
head =' , &
      h_pump
end if

anoz=pi*dnoz*dnoz/4.0
ct=ctzero
!
! read in one-way surge tank data.

```

```

!
if (nsurge.ne.0) then
  do i=1,nsurge
    read(2,*) isurge(i),hs(i),ds(i),dc(i),cs(i)

    as(i)=pi*ds(i)**2/4.0
    ac(i)=pi*dc(i)**2/4.0
  end do

  write(3,'(a)') ' one-way surge tank data:'

  do i=1,nsurge
    write(3,'(a,i3)') ' downstream end of line =',isurge(i)
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' hs =',hs(i)
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' tank diam =',ds(i)
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' connect diam =',dc(i)
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' discharge coeff =',cs(i)
  end do
end if

if (nopump) h_pump=h_pump+hsump
!
! compute steady state discharge.
!
if (.not.nopump) then
  if (qtry.lt.2.0e-6) qtry=qump(4)

  do nz=1,20
    do i=1,5
      if (qtry.gt.qump(i) .and. qtry.le.qump(i+1)) exit
    end do

    if (qtry.le.qump(i) .or. qtry.gt.qump(i+1)) then
      write(3,'(a)') ' exceeded maximum discharge value input.
stop'
      stop
    end if

    hn=hpump(i)+(qtry-qpp(i))*(hpump(i+1)-hpump(i))/(qump(i+1)-qump(i))

    sum=0.0

    do j=1,npipes
      sum=sum+8.0*f(j)*l(j)*(npumps*qtry)**2/d(j)**5/(g*pi**2)
    end do

    funct=hsump-hres+hn-sum
    fprime=(hpump(i+1)-hpump(i))/(qump(i+1)-qump(i))-2.0*sum/qtry
    qnext=qtry-funct/fprime

    if (abs(qnext-qtry).lt.qacc) exit

    qtry=qnext
  end do

  if (abs(qnext-qtry).e.qacc) then
    write(3,'(a)') ' unsuccessful to find q after 20 tries, stop'
    stop
  end if

  qline=qnext*npumps
  q=qnext
  h_pump=hn+hsump
  hpump=h_pump-hsump

```

```

        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' steady state line flow rate =',qline
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at a pump head =',hpumpp
    end if

    do i=1,npipes
        area(i)=pi*d(i)*d(i)/4.0
        vzero(i)=qline/area(i)
        c(i)=g/a(i)
        deltt(i)=l(i)/(nparts*(vzero(i)+a(i)))
        if (i.eq.npipes) sine(i)=(zend-pipez(i))/l(i)
        if (i.ne.npipes) sine(i)=(pipez(i+1)-pipez(i))/l(i)
    end do
!
! compute minimum delta t.
!
    deltt=deltt(1)
    kmin=1

    do i=2,npipes
        if (deltt(i).le.deltt) then
            deltt=deltt(i)
            kmin=i
        end if
    end do

    if (rerun) deltt=dtnew
    nparr=1

    do i=1,npipes
        if (i.eq.kmin) then
            npar(i)=nparts
        else
            anpar=l(i)/(deltt*(vzero(i)+a(i)))
            npar(i)=anpar
            test=npar(i)
            if (abs(test+1-anpar).lt.0.0001) npar(i)=npar(i)+1
        end if

        if (npar(i).gt.nparr) nparr=npar(i)
    end do

    iz=nparr+1
    izz=iz+1

allocate(x(n,iz),v(np,iz),h(np,iz),hlow(np,iz),hhigh(np,iz),head(np,izz)
, &
hnew(np,iz),vnew(np,iz),thigh(np,iz),tlow(np,iz),hstead(np,iz))

    do i=1,npipes
        k=npar(i)+1
        head(i,k+1)=0.0
    end do

    write(3,'(a)') ' pipe input data:'
    write(3,'(a)') ' pipe d l wave_spd pipez f v'

    do i=1,npipes
        write(3,'(i3,1p6e15.7)') i,d(i),l(i),a(i),pipez(i),f(i),vzero(i)
    end do

    write(3,'(a)') ' pipe deltt parts sine l/a interpolation'

```

```

do i=1,npipes
  la=l(i)/a(i)
  aint=1.0-delt*npar(i)/la

  write(3,'(i3,1p1e15.7,i3,1p3e15.7)')
i,deltt(i),npar(i),sine(i),la,aint
end do
!
! convert to q/n, h/n2, t/n2.
!
if (.not.nopump) then
  do i=1,6
    qn(i)=pump(i)/rpm
    hn2(i)=hpump(i)/rpm**2
    tn2(i)=30.0/pi*ppump(i)/rpm**3
  end do
end if
!
! set up conditions for steady state (t=0).
!
h(1,1)=h_pump
v(1,1)=vzero(1)

do i=1,npipes
  dell=l(i)/par(i)
  ak(i)=f(i)*delt/(2.0*d(i))
  delhf=f(i)*dell*vero(i)**2/(2.0*g*d(i))
  k=npar(i)+1
  x(i,1)=0.0
  head(i,1)=h(i,1)-pipez(i)
  ratio(i)=delt/dell

  do j=2,k
    x(i,j)=(j-1)*dell/l(i)
    h(i,j)=h(i,1)-delhf*(j-1)
    head(i,j)=h(i,j)-(pipez(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))
    v(i,j)=vzero(i)
  end do

  if (i.ne.npipes) then
    h(i+1,1)=h(i,k)
    v(i+1,1)=zero(i+1)
  end if
end do

do i=1,npipes
  k=npar(i)+1

  do j=1,k
    hstead(i,j)=h(i,j)
    tlow(i,j)=0.0
    thigh(i,j)=0.0
    hlow(i,j)=h(i,j)
    hhigh(i,j)=h(i,j)
  end do
end do

open(4,file='head.dat')
open(7,file='h.dat')
open(8,file='v.dat')

write(4,'(a)') ' variables = t, hd1, hd2, hd3, hd4, hd5'
write(7,'(a)') ' variables = t, h1, h2, h3, h4, h5'
write(8,'(a)') ' variables = t, v1, v2, v3, v4, v5'

```

```

phmax=-100.0
phmin=100000.0

do i=1,npipes
  k=npar(i)+1

  do j=1,k
    if (head(i,j).lt.phmax) then
      if (head(i,j).le.phmin) then
        ipmin=i
        xmn=x(i,j)
        hmin=head(i,j)
        ttmin=0.0
      end if
    else
      ipmax=i
      xmax=x(i,j)
      phmax=head(i,j)
      ttmax=0.0
    end if
  end do
end do

!
! write out steady state conditions.
!
t=0.0
index=tmax/delt+1

write(3,'(a,1p1e15.7)') ' delta t =',delt

write(3,'(a,1p1e15.7)') ' time =',t
write(3,'(a)') ' x/l  head  h  v'

do i=1,npipes
  k=npar(i)+1

  write(3,'(a,i3)') ' pipe =',i
  write(3,'(1p4e15.7)') (x(i,j),head(i,j),h(i,j),v(i,j)),j=1,k)
end do

h_pump=h(1,1)-hsump

if (.not.nopump) then
  write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pump rpm =',rpm
  write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pump q each =',q
  write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pump head =',h_pump
end if

write(4,'(, head(ip1(1),jpl(1)), head(ip1(2),jpl(2)), &
  head(ip1(3),jpl(3)), head(ip1(4),jpl(4)), head(ip1(5),jpl(5))

write(7,'(1p6e15.7)') t, h(ip1(1),jpl(1)), h(ip1(2),jpl(2)), &
  h(ip1(3),jpl(3)), h(ip1(4),jpl(4)), h(ip1(5),jpl(5))

write(8,'(1p6e15.7)') t, v(ip1(1),jpl(1)), v(ip1(2),jpl(2)), &
  v(ip1(3),jpl(3)), v(ip1(4),jpl(4)), v(ip1(5),jpl(5))

ht=h(1,1)
htzero=ht
ii=1

!
! -----
!
! begin transient analysis.
! -----

```

```

-----
!
do ii=1,index
    t=t+delt
!
! compute h and v at interior nodes.
!
do i=1,npipes
    k=npars(i)

    do j=2,k
        ra=ratio(i)*a(i)
        vleft=v(i,j)-ra*(v(i,j)-v(i,j-1))
        vrite=v(i,j)-ra*(v(i,j)-v(i,j+1))
        hleft=h(i,j)-ra*(h(i,j)-h(i,j-1))
        hrite=h(i,j)-ra*(h(i,j)-h(i,j+1))
        vnew(i,j)=0.5*(vleft+vrite &
            +c(i)*(hleft-hrite)+c(i)*delt*sine(i)*(vleft-vrite)
&
            (vleft*abs(vleft)+vrite*abs(vrite)))
        hnew(i,j)=0.5*(hleft+hrite+(vleft-vrite)/c(i) &
            +delt*sine(i)*(vleft+vrite) &
            -(ak(i)/c(i))*vrite*abs(vrite)))
    end do
end do
!
! compute h and v at interior junctions.
!
kk=npipes-1

do i=1,kk
    k=npars(i)+1
    vleft=v(i,k)-ratio(i)*a(i)*(v(i,k)-v(i,k-1))
    hleft=h(i,k)-ratio(i)*a(i)*(h(i,k)-h(i,k-1))

c3=vleft+c(i)*hleft+c(i)*vleft*delt*sine(i)-ak(i)*vleft*abs(vleft)
vrite=v(i+1,1)-ratio(i+1)*a(i+1)*(v(i+1,1)-v(i+1,2))
hrite=h(i+1,1)-ratio(i+1)*a(i+1)*(h(i+1,1)-h(i+1,2))
c1=vrite-c(i+1)*hrite-c(i+1)*delt*vrite*sine(i+1) &
    -ak(i+1)*vrite*abs(vrite)
!
! one-way surge tanks.
!
if (nsurge.ne.0) then
    do j=1,nsurge
        if (iabs(isurge(j)).eq.i) exit
    end do

    if (iabs(isurge(j)).eq.i) then
        if (isurge(j).ge.0) &
hpp=(-c1*area(i+1)+c3*area(i))/(c(i+1)*area(i+1)+c(i)*area(i))

        if (isurge(j).lt.0 .or. hpp.lt.pipez(i+1)+hs(j)) then
            isurge(j)=-iabs(isurge(j))
            c5=2.0*g*cs(j)*(j)*ac(j) &
                /(c(i+1)*area(i+1)+c(i)*area(i))
            c6=c5*(c1*area-c+(c(i+1)*area(i+1) &
                +c(i)*area(i))*(hs(j)+pipez(i+1)))

            if (c6.le.0.0) then
                qs(j)=0.0
                isurge(j)=iabs(isurge(j))
            else
                qs(j)=0.5*c5*(-1.0+sqrt(1.0+4.0*c6/c5**2))

```

```

        hnew(i+1,1)=hs(j)+pipez(i+1) &
        -qs(j)**2/(2.0*g*(cs(j)*ac(j))**2)
        hnew(i,k)=hnew(i+1,1)
        hs(j)=hs(j)-qs(j)*delt/as(j)
    end if
end if
end if
end if

if (nsurge.eq.0 .or. iabs(isurge(j)).ne.i .or. &
    (isurge(j).ge.0 .and. hpp.ge.pipez(i+1)+hs(j)) .or.
c6.le.0.0) then
hnew(i,k)=(-c1*area(i+1)+c3*area(i))/(c(i+1)*area(i+1)+c(i)*area(i))
    hnew(i+1,1)=hnew(i,k)
end if

vnew(i,k)=c3-c(i)*hnew(i,k)
vnew(i+1,1)=c1+c(i+1)*hnew(i+1,1)
end do

!
! compute h and v at downstream end.
! this boundary condition is for a constant head reservoir.
!
nv=npars(npipes)+1
vleft=v(npipes,nv)-ratio*(v(npipes,nv)-v(npipes,nv-1))
hleft=h(npipes,nv)-ratio(npipes)*a(npipes)*(h(npipes,nv)-h(npipes,nv-1))
cc=vleft+c(npipes)**vleft*delt*sine(npipes) &
    -ak(npipes)*vleft*abs(vleft)
hnew(npipes,nv)=hres
vnew(npipes,nv)=cc-c(npipes)*hnew(npipes,nv)

!
! boundary conditions at the pump.
! compute pump speed change.
!
if (.not.nopump) then
    qq=q/rpm
    if (qq.le.0.0) then
        t_n2=tn2(1)
        i=1
    else
        do i=1,5
            if (.qq.le.qn(i+1)) exit
        end do
        if (qq.le.qn(i) .or. qq.gt.qn(i+1)) then
            if (.not.bypass) write(3,'(a)') &
                ' exceeded maximum bp value input.'
            i=5
            t_n2=tn2(6)
        end if
        if (qq.gt.qn(i) .and. qq.le.qn(i+1)) &
            t_n2=tn2(i)+(qq-qn(i))*(tn2(i+1)-tn2(i))/(qn(i+1)-qn(i))
        end if
        rpm=rpm-30.0*t_*delt/(pi*wrsq/g)
        if (rpm.le.0.0) nopump=.true.
    end if
    vrite=v(1,1)-ratio(1)*a(1)*(v(1,1)-v(1,2))

```

```

hrite=h(1,1)-ratio(1)*a(1)*(h(1,1)-h(1,2))
c1=vrite-c(1)*hrite-c(1)*delt*vrite*sine(1)-ak(1)*vrite*abs(vrite)
bypass=.false.

if (nopump .and. air) go to 3

if (nopump) then
  hpp=hsump
  vpp=c1+hpp*c(1)

  if (vpp.gt.0.0) bypass=.true.

  go to 1
end if

do nz=1,20
  ha=hn2(i)
  hb=hn2(i+1)
  qa=qn(i)
  qb=qn(i+1)
  c5=rpm*rpm
  c7=(ha-hb)/(qa-qb)
  c8=hb-qb*c7
  bypass=.false.
!
! air chamber with pumps still operating.
!
  if (air) then
    c5=2.0*g*cout**2*anoz**2*rpm*c7/(npumps-rpm*area(1)*c7*c(1))
    *(c1*c7*area(1)+rpm*npumps*c8))/(1.0-rpm*area(1)*c(1)*c7/npumps))

    if (c6.ge.0.0) then
      qpp=0.0
      c5=2.0*g*cin**2*anoz**2/(c(1)*area(1))
      c6=2.0*g*cin**2*anoz**2*(ht+c1/c(1))
      qc=0.5*c5*(1.0-sqrt(1.0-4.0*c6/c5**2))
    end if

    if (c6.lt.0.0) then
      qc=0.5*c5*(1.0-sqrt(1.0-4.0*c6/c5**2))
    end if

    qpp=(c1*area(1)+c(1)*area(1)*(ht-qc**2/(2.0*g*cout**2*anoz**2)) &
      -qc)/npumps
  end if

  if (c6.ge.0.0 .or. qpp.le.0.0) then
    qpp=0.0
    nopump=.true.
  end if

  if (c6.ge.0.0 .or. qpp.le.0.0) go to 3

  vpp=(qc+npumps*qpp)/area(1)
  hpp=(vpp-c1)/c(1)

  if (hpp.le.hsump) then
    hpp=hsump
    vpp=c1+c(1)*hpp

    if (ht.ge.hpp) then
      qc=cout*anoz*sqrt(2.0*g*(ht-hpp))
      qpp=(area(1)*vpp-qc)/npumps
    end if
  end if
end do

```



```

        if (ht.lt.hpp) then
            ht=hpp
            qpp=area(1)*vpp/npumps
            qc=0.0
        end if

        bypass=.true.
    end if

    qpp=qpp/rpm
else
!
! pumps with no air chamber.
!
    c6=hsump+c5*c8+c5*c7*c1*area(1)/(npumps*rpm)
    hpp=c6/(1.0-c9)
    if (hpp.lt.hsump) hpp=hsump
    if (hpp.le.hsump) bypass=.true.
    vpp=c1+hpp*c(1)
    if (vpp.le.0.0) vpp=0.0
    if (vpp.le.0.0) hpp=-c1/c(1)
    qpp=vpp*area(1)/(npumps*rpm)
end if
!
! verify position on pump characteristic.
!
    do j=1,5
        if (qpp.gt.qn(j) .and. qpp.le.qn(j+1)) exit
    end do

    if (qpp.gt.qn(j) .and. qpp.le.qn(j+1)) then
        if (j.eq.i) go to 1
        i=j
    else
        if (qpp.gt.0.0 .and. i.eq.5) go to 1
        if (qpp.gt.0.0 .and. i.lt.5) i=i+1
        if (qpp.le.0.0 .and. i.eq.1) go to 1
    end if
end do

write(3,'(a)') ' unsuccessful search for q after 20 iterations.
stop'
write(3,'(a)') ' check if pump char extends over full range q=0 to
h=0'

    stop
!
! final head and velocity calculations.
!
1    continue
2    hnew(1,1)=hpp
    vnew(1,1)=vpp

    if (nopump .and. air) go to 7
    if (nopump) go to 8

    q=qpp*rpm
    if (q.gt.0.0) h_pump=hpp-hsump
    if (hpp.le.hsump) h_pump=0.0
    if (q.le.0.0) h_pump=hn2(1)*rpm*rpm

```

```

        if (.not.air) go to 8
        go to 7
!
! air chamber without pumps assisting.
!

4      c5=2.0*g*cout*cout*anoz*anoz/(c(1)*area(1))
        c6=2.0*g*cout*cout*anoz*anoz*(ht+c1/c(1))

        if (c6.lt.0.0) go to 6

        qc=0.5*c5*(-1.0+sqrt(1.0+4.0*c6/(c5*c5)))

5      vpp=qc/area(1)
        hpp=(vpp-c1)/c(1)

        if (hpp.gt.hsump) go to 2

        hpp=hsump
        vpp=c1+c(1)*hpp

        if (vpp.ge.0.0) then
            bypass=.true.

            if (ht.ge.hpp) qc=cout*anoz*sqrt(2.0*g*(ht-hpp))

            if (ht.lt.hpp) then
                ht=hpp
                qc=0.0
            end if
        end if

        if (vpp.lt.0.0) qc=vpp*area(1)

        go to 2

6      c5=2.0*g*cin*cin*anoz*anoz/(c(1)*area(1))
        c6=2.0*g*cin*cin*anoz*anoz*(ht+c1/c(1))

        if (c6.gt.0.0) go to 4

        go to 5

7      ct=ct+qc*delt
        htt=ht
        ht=pipez(1)-hatm+(htzero-pipez(1)+hatm)*(ctzero/ct)**expon
        if (ct.gt.volmax) tvmax=t
        if (ct.gt.volmax) volmax=ct

8      continue

        if (bypass) nopump=.true.
!
! locate maximum and minimum heads and h-values.
!
        do i=1,npipes
            k=npar(i)+1

                if (deltx.lt.deltn) deltn=deltx

                if (hnew(i,j).le.hlow(i,j)) then

```

```

        hlow(i,j)=hnew(i,j)
        tlow(i,j)=t
    end if

    if (hnew(i,j).ge.hhhigh(i,j)) then
        hhhigh(i,j)=hnew(i,j)
        thigh(i,j)=t
    end if

    head(i,j)=hnew(i,j)-(pipez(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))

    if (head(i,j).ge.phmax) then
        ipmax=i
        xmax=x(i,j)
        phmax=head(i,j)
        ttmax=t
    end if

        ipmin=i
        xmin=x(i,j)
        phmin=head(i,j)
        ttmin=t
    end if
end if

    if (head(i,j).le.-hatm) then
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' column separation occurred at
=,t
        write(3,'(a,i3)') ' in pipe =',i
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at location =',x(i,j)

        fail=.true.
    end if
end do
end do

!
! write out h,v,and head values.
!

    if (fail) exit
!
! prepare for next time step computation.
!

    do i=1,npipes
        k=npar(i)+1

        do j=1,k
            v(i,j)=vnew(i,j)
            h(i,j)=hnew(i,j)
        end do
    end do

    if (mod(ii,iprint).eq.0) then

        do i=1,npipes
            k=npar(i)+1

            write(3,'(a,i3)') ' pipe =',i
            write(3,'(1p4e15.7)') &
                (x(i,j),head(i,j),hnew(i,j),vnew(i,j),j=1,k)
        end do

        if (bypass .and. .not.nopump) write(3,'(a)') &
            ' pump head has dropped to zero and bypass is open'

```

```

        if (bypass .and. .not.air) write(3,'(a)') &
            ' pump head has dropped to zero and bypass is open'

        if (bypass .and. air .and. abs(qc).lt.0.00001) then
            write(3,'(a)') &
                ' air chamber pressure has dropped to sump pressure.'
            write(3,'(a)') &
                ' sump is acting as the air chamber via pump bypass
line'
        end if

    end if

    if (.not.bypass .and. .not.nopump) then
        write(3,'(3(a,1p1e15.7))') ' pump rpm =',rpm, &
            ' pump q =',q,' each, pump head =',h_pump
    end if

    if (air .and. .not.bypass) then
        write(3,'(a)') ' air chamber:'
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' chamber q =',qc
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' chamber h-value =',htt
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' air vol =',ct
    end if

    if (nsurge.ne.0) then
        write(3,'(a)') ' one-way surge tanks:'

        do i=1,nsurge
            if (isurge(i).le.0) then
                isur=-isurge(i)

                write(3,'(a,i3)') ' end of pipe =',isur
            end do
        end if
    end if

    if (mod(ii,iplot).eq.0) then
        write(4,'(1p6e15.7)') t, head(ip1(1),jp1(1)),
head(ip1(2),jp1(2)), &
            head(ip1(3),jp1(3)), head(ip1(4),jp1(4)),
head(ip1(5),jp1(5))

        write(8,'(1p6e15.7)') t, v(ip1(1),jp1(1)), v(ip1(2),jp1(2)), &
            v(ip1(3),jp1(3)), v(ip1(4),jp1(4)), v(ip1(5),jp1(5))
    end if
end do
!
!-----
!
! end of transient analysis.
!-----
!
! check stability criteria.
!
    if (deltn.lt.0.9999*delt) then
        delt=0.999*deltn

        write(*,'(a)') ' stability check criteria found a violation.'
        write(*,'(a)') ' analysis must be rerun with a smaller delta t.'
    end if
end if
end do

```

```

write(*,'(a,1p1e15.7)') ' change data file to set dtnew =',delt
write(*,'(a)') ' and rerun =t'

write(3,'(a)') ' stability check criteria found a violation.'
write(3,'(a)') ' analysis must be rerun with a smaller delta t.'
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' change data file to set dtnew =',delt
write(3,'(a)') ' and rerun =t'

stop
end if
!
! write out maximum and minimum heads and h-values.
!
write(3,'(a)') ' extreme values:'
write(3,'(a)') ' x headmx time headmn time'

do i=1,npipes
write(3,'(a,i3)') ' pipe =',i
k=npar(i)+1

do j=1,k
headmx=hhigh(i,j)-(pipez(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))
headmn= hlow(i,j)-(pipez(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))

write(3,'(1p5e15.7)') x(i,j),headmx,thigh(i,j),headmn,tlow(i,j)
end do
end do

write(3,*)
write(3,'(a)') ' hhigh hlow'

do i=1,npipes
write(3,'(a,i3)') ' pipe =',i
k=npar(i)+1

do j=1,k
write(3,'(1p2e15.7)') hhigh(i,j),hlow(i,j)
end do
end do

pmax=phmax*rho_wat*g
pmin=phmin*rho_wat*g

write(3,'(a,1p1e15.7)') ' max_head =',phmax
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pmax =',pmax
write(3,'(a,i3)') ' in pipe =',ipmax
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at x =',xmax
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at time =',ttmax

write(3,'(a,1p1e15.7)') ' min_head =',phmin
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pmin =',pmin
write(3,'(a,i3)') ' in pipe =',ipmin
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at x =',xmin
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at time =',ttmin

if (air) then
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' maximum air volume =',volmax
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at time =',tvmax
end if

if (nsurge.ne.0) then
do i=1,nsurge
isur=iabs(isurge(i))

write(3,'(a,i3,a,i3)') ' surge tank =',i,' at end of pipe

```

```

=',isur
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' reached a minimum surface height =', &
            hs(i)
    end do
end if
!
! generate external data file for plotting.
!

open(11,file='hlow.dat')
open(12,file='hhigh.dat')

write(9,'(a)') ' variables = xloc, pelev'
write(10,'(a)') ' variables = xloc, hstead'
write(11,'(a)') ' variables = xloc, hlow'
write(12,'(a)') ' variables = xloc, hhigh'

xbase=0.0

do i=1,npipes
    k=npar(i)+1

    do j=1,k
        pelev=pipez(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i)
        xloc=xbase+l(i)*x(i,j)

        write(9,'(1p2e15.7)') xloc,pelev
        write(10,'(1p2e15.7)') xloc,hstead(i,j)
        write(11,'(1p2e15.7)') xloc,hlow(i,j)
        write(12,'(1p2e15.7)') xloc,hhigh(i,j)
    end do

    xbase=xbase+l(i)
end do

stop
end

```

```

    program prog4
!
! *****
!
! program for source pump rundown from power failure.
!
! -----
!
! water hammer program for source pump rundown resulting from power
! failure.
! system configuration has pumps at upstream end and reservoir at
! downstream
! end. program will handle any number of parallel pumps, all fail
! simultaneously.
! -----
! -----

    real x[allocatable](:,:),v[allocatable](:,:),h[allocatable](:,:), &
hlow[allocatable](:,:),hhigh[allocatable](:,:),p_h[allocatable](:,:), &
vnew[allocatable](:,:),hnew[allocatable](:,:),thigh[allocatable](:,:), &
tlow[allocatable](:,:),hstead[allocatable](:,:)

    real l[allocatable](:),d[allocatable](:),a[allocatable](:), &
pipe_z[allocatable](:),f[allocatable](:),vzero[allocatable](:), &
c[allocatable](:),ak[allocatable](:),sine[allocatable](:), &
area[allocatable](:),dtt[allocatable](:),ds[allocatable](:)

    integer npar[allocatable](:)

    dimension ip1(5),jp1(5)

    dimension qpump(6),qn(6),hpump(6),hn2(6),ppump(6),tn2(6)

    logical fail,bypass,rerun
    integer pipe
    real la

    data rerun/.false./

namelist/specs/iprint,ip1ot,npipes,nparts,hres,hsump,hatm,zend,qtry,qacc
, &
        tmax,dtnew,rerun,g,rho_wat,ip1,jp1

    namelist/pumps/npumps,rpm,wr2,qpump,hpump,ppump
! -----
! -----
    read(2,specs)

    np=npipes

    allocate(l(np),d(np),a(np),pipe_z(np),f(np),vzero(np),npar(np),c(np),
&
        ak(np),sine(np),area(np),dtt(np),ds(np))

    read(2,*) (pipe,d(i),l(i),f(i),a(i),pipe_z(i),i=1,npipes)

```

```

read(2,pumps)
dtn=100000.0
fail=.false.
bypass=.false.
pi=3.141592654
!
! compute steady state discharge.
!
if (qtry.lt.2.23e-6) qtry=qpump(4)

do nz=1,20
  do i=1,5
    if (qtry.gt.qpump(i) .and. qtry.le.qpump(i+1)) exit
  end do

  if (qtry.le.qpump(i) .or. qtry.gt.qpump(i+1)) then
    write(3,'(a)') ' exceeded maximum discharge value input. stop'
    stop
  end if

hn=hpump(i)+(qtry-qpump(i))*(hpump(i+1)-hpump(i))/(qpump(i+1)-qpump(i))
!
! compute pipe losses,  $f*(l/d)*v**2/(2*g)$ ,  $v=4*q/(pi*d**2)$  -->
!  $8*f*l*q**2/(g*pi**2*d**5)$ 
!
  totloss=0.0

  do j=1,npipes
    totloss=totloss+8.0*f(j)*l(j)*(qtry*npumps)**2/(g*pi**2*d(j)**5)
  end do

  funct=hsump-hres+hn-totloss
  fprime=(hpump(i+1)-hpump(i))/(qpump(i+1)-qpump(i))-2.0*totloss/qtry
  qnext=qtry-funct/fprime

  if (abs(qnext-qtry).lt.qacc) exit

  qtry=qnext
end do

if (abs(qnext-qtry).ge.qacc) then
  write(3,'(a)') ' unsuccessful q_steady_state after 20 iterations.
stop'
  stop
end if

qline=qnext*npumps
q=qnext
h_pump=hn+hsump

do i=1,npipes
  area(i)=pi*d(i)**2/4.0
  vzero(i)=qline/area(i)
  c(i)=g/a(i)
  if (i.ne.npipes) sine(i)=(pipe_z(i+1)-pipe_z(i))/l(i)
end do
!
! compute minimum dt.
!
dt=dtt(1)
kmin=1

```



```

do i=2,npipes
  if (dtt(i).le.dt) then
    dt=dtt(i)
    kmin=i
  end if
end do

if (rerun) dt=dtnew
nparr=1

do i=1,npipes
  if (i.eq.kmin) then
    npar(i)=nparts
  else
    anpar=1(i)/(dt*(vzero(i)+a(i)))
    npar(i)=anpar
    test=npar(i)
    if (abs(test+1-anpar).lt.0.0001) npar(i)=npar(i)+1
  end if

  if (npar(i).gt.nparr) nparr=npar(i)
end do

iz=nparr+1
izz=iz+1

allocate(x(np,iz),v(np,iz),h(np,iz),hlow(np,iz),hhigh(np,iz),p_h(np,izz)
, &

do i=1,npipes
  k=npar(i)+1
  p_h(i,k+1)=0.0
end do

write(3,'(a/)') ' input data:'

write(3,'(a,i3)') ' print interval, iprint =' ,iprint
write(3,'(a,i3)') ' print interval, iplot =' ,iplot
write(3,'(a,i3)') ' number of pipes, npipes =' ,npipes
write(3,'(a,i3)') ' minimum no. of parts pipe is divided into
=' ,nparts
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' atmospheric pressure head =' ,hatm
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' downstream elev at end of last pipe =' ,zend
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' maximum real time of analysis, sec =' ,tmax
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' steady state convergence accuracy, cfs
=' ,qacc

write(3,'(a/)') ' pump data:'

write(3,'(a,i3)') ' number of pumps in parallel =' ,npumps
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' steady state pump speed, rpm =' ,rpm
write(3,'(a,1p1e15.7/)') ' each pump-motor inertia moment =' ,wr2

write(3,'(a/)') ' qpump hpump ppump'
write(3,'(1p3e15.7)') (qpump(i),hpump(i),ppump(i),i=1,6)
write(3,*)

hpumpp=h_pump-hsump

write(3,'(a,1p1e15.7)') ' steady state line flow rate, cfs =' ,qline
write(3,'(a,1p1e15.7/)') ' at a pump head =' ,hpumpp

write(3,'(a/)') ' pipe input data:'
write(3,'(a/)') ' pipe d l wave_spd pipe_z'

```

```

do i=1,npipes
  write(3,'(i3,1p4e15.7)') i,d(i),l(i),a(i),pipe_z(i)
end do

write(3,*)
write(3,'(a/)') ' pipe f v'

do i=1,npipes
  write(3,'(i3,1p2e15.7)') i,f(i),vzero(i)
end do

write(3,'(a,5i3)') ' ip1, plot pipes
=,ip1(1),ip1(2),ip1(3),ip1(4),ip1(5)
write(3,'(a,5i3)') ' jpl, plot nodes
=,ip1(1),ip1(2),ip1(3),ip1(4),ip1(5)

write(3,*)
write(3,'(a)') ' pipe dt-sec parts sine 1/a-sec interpolation'

do i=1,npipes
  la=l(i)/a(i)
  aint=1.0-dt*npar(i)/la

  write(3,'(i3,1p1e15.7,i3,1p3e15.7)')
i,dt(i),npar(i),sine(i),la,aint
end do
!
! convert to q/n, h/n2, t/n2.
!
do i=1,6
  qn(i)=qpump(i)/rpm
  hn2(i)=hpump(i)/rpm**2
  tn2(i)=(30.0/pi)*ppump(i)/rpm**3
end do
!
! set up conditions for steady state (t=0).
!
h(1,1)=h_pump
v(1,1)=vzero(1)

do i=1,npipes
  ds(i)=l(i)/npar(i)
  ak(i)=f(i)*dt/(2.0*d(i))
  delhf=f(i)*ds(i)*vzero(i)**2/(2.0*g*d(i))
  k=npar(i)+1

  do j=2,k
    x(i,j)=(j-1)*ds(i)/l(i)
    p_h(i,j)=h(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))
    v(i,j)=vzero(i)
  end do

  if (i.ne.npipes) then
    h(i+1,1)=h(i,k)
    v(i+1,1)=vzero(i+1)
  end if
end do

do i=1,npipes
  k=npar(i)+1

  do j=1,k
    hstead(i,j)=h(i,j)

```

```

        tlow(i,j)=0.0
        thigh(i,j)=0.0
        hlow(i,j)=h(i,j)
        hhigh(i,j)=h(i,j)
    end do
end do

open(4,file='p_h.dat')
open(8,file='v.dat')

write(4,'(a)') ' variables = t, hd1, hd2, hd3, hd4, hd5'
write(7,'(a)') ' variables = t, h1, h2, h3, h4, h5'
write(8,'(a)') ' variables = t, v1, v2, v3, v4, v5'

phmax=-100.0
phmin=100000.0

do i=1,npipes
    k=npar(i)+1
    do j=1,k
        if (p_h(i,j).lt.phmax) then
            if (p_h(i,j).le.phmin) then
                ipmin=i
                xmin=x(i,j)
                ttmin=t
            end if
        else
            ipmax=i
            xmax=x(i,j)
            phmax=p_h(i,j)
            ttmax=t
        end if
    end do
end do

!
! write out steady state conditions.
!
t=0.0
ientry=0
index=tmax/dt+1

write(3,*)
write(3,'(a,1p1e15.7/)') ' time, sec =',t
write(3,'(a)') ' x  p_h  h  v'

do i=1,npipes
    k=npar(i)+1

    write(3,'(a,i3)') ' pipe =',i
    write(3,'(1p4e15.7)') (x(i,j),p_h(i,j),h(i,j),v(i,j),j=1,k)
end do

ii=1

h_pump=h_pump-hsump

write(3,*)
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pump speed, rpm =',rpm
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pump discharge,q , cfs each =',q
write(3,'(a,1p1e15.7/)') ' pump head, h =',h_pump

write(4,'(1p6e15.7)') t, p_h(ip1(1),jpl(1)), p_h(ip1(2),jpl(2)), &
    p_h(ip1(3),jpl(3)), p_h(ip1(4),jpl(4)), p_h(ip1(5),jpl(5))

```

```

write(7,'(1p6e15.7)') t, h(ip1(1),jp1(1)), h(ip1(2),jp1(2)), &
h(ip1(3),jp1(3)), h(ip1(4),jp1(4)), h(ip1(5),jp1(5))

write(8,'(1p6e15.7)') t, v(ip1(1),jp1(1)), v(ip1(2),jp1(2)), &
v(ip1(3),jp1(3)), v(ip1(4),jp1(4)), v(ip1(5),jp1(5))
!
!-----
! begin transient analysis.
!-----
!
do ii=1,index
t=t+dt
!
! compute h and v at interior nodes.
!
do i=1,npipes
k=npars(i)

do j=2,k
v1=v(i,j)-a(i)*dt/ds(i)*(v(i,j)-v(i,j-1))
vr=v(i,j)-a(i)*dt/ds(i)*(v(i,j)-v(i,j+1))
h1=h(i,j)-a(i)*dt/ds(i)*(h(i,j)-h(i,j-1))
hr=h(i,j)-a(i)*dt/ds(i)*(h(i,j)-h(i,j+1))
vnew(i,j)=0.5*(v1+vr+c(i)*(h1-hr)+c(i)*dt*sine(i)*(v1-vr) &
-ak(i)*(v1*abs(v1)+vr*abs(vr)))
hnew(i,j)=0.5*(h1+hr+(v1-vr)/c(i)+dt*sine(i)*(v1+vr) &
-(ak(i)/c(i))*(v1*abs(v1)-vr*abs(vr)))
end do
end do
!
! compute h and v at interior junctions.
!
kk=npipes-1

do i=1,kk
k=npars(i)+1
v1=v(i,k)-a(i)*dt/ds(i)*(v(i,k)-v(i,k-1))
h1=h(i,k)-a(i)*dt/ds(i)*(h(i,k)-h(i,k-1))
ccc=v1+c(i)*h1+c(i)*v1*dt*sine(i)-ak(i)*v1*abs(v1)
vr=v(i+1,1)-a(i+1)*dt/ds(i+1)*(v(i+1,1)-v(i+1,2))
hr=h(i+1,1)-a(i+1)*dt/ds(i+1)*(h(i+1,1)-h(i+1,2))
hnew(i,k)=(cc*area(i+1)+ccc*area(i))/(c(i+1)*area(i+1)+c(i)*area(i))
hnew(i+1,1)=hnew(i,k)
vnew(i,k)=ccc-c(i)*hnew(i,k)
vnew(i+1,1)=cc+c(i+1)*hnew(i+1,1)
end do
!
! compute h and v at downstream end (for a constant head reservoir).
!
nv=npars(npipes)+1
v1=v(npipes,nv)-a(npipes)*dt/ds(npipes)*(v(npipes,nv)-v(npipes,nv-1))
h1=h(npipes,nv)-a(npipes)*dt/ds(npipes)*(h(npipes,nv)-h(npipes,nv-1))
cc=v1+c(npipes)*h1+c(npipes)*v1*dt*sine(npipes)-ak(npipes)*v1*abs(v1)
hnew(npipes,nv)=hres
vnew(npipes,nv)=cc-c(npipes)*hnew(npipes,nv)
!
! boundary conditions at the pump.
!
if (.not.bypass) then

```

```

qq=q/rpm
if (qq.le.0.0) then
    t_n2=tn2(1)
    i=1
else
    do i=1,5
        if (qq.gt.qn(i) .and. qq.le.qn(i+1)) exit
    end do

    if (qq.gt.qn(i) .and. qq.le.qn(i+1)) then
        t_n2=tn2(i)+(qq-qn(i))*(tn2(i+1)-tn2(i))/(qn(i+1)-qn(i))
    else
        write(3,'(a)') ' exceeded maximum bp value input.'

        i=5
        t_n2=tn2(6)
    end if
end if

rpm=rpm-30.0*t_n2*dt/(pi*wr2/g)*rpm*rpm

if (rpm.lt.0.0) bypass=.true.
end if

vr=v(1,1)-a(1)*dt/ds(1)*(v(1,1)-v(1,2))
hr=h(1,1)-a(1)*dt/ds(1)*(h(1,1)-h(1,2))
c1=vr-c(1)*hr-c(1)*dt*vr*sine(1)-ak(1)*vr*abs(vr)

if (bypass) then
    hpp=hsump
    vpp=c1+hpp*c(1)

    if (vpp.le.0.0) then
        vpp=0.0
        hpp=-c1/c(1)
    end if
else
    do nz=1,20
        ha=hn2(i)
        hb=hn2(i+1)
        qb=qn(i+1)
        c5=rpm*rpm
        c8=hb-qb*c7
        c6=hsump+c5*c8+c5*c7*c1*area(1)/(npumps*rpm)
        c9=c5*c7*c(1)*area(1)/(npumps*rpm)
        hpp=c6/(1.0-c9)
        if (hpp.lt.hsump) hpp=hsump
        vpp=c1+hpp*c(1)
        if (vpp.le.0.0) vpp=0.0
        if (vpp.le.0.0) hpp=-c1/c(1)
        qpp=vpp*area(1)/(npumps*rpm)

        do j=1,5
            if (qpp.gt.qn(j) .and. qpp.le.qn(j+1)) exit
        end do

        if (qpp.gt.qn(j) .and. qpp.le.qn(j+1)) then
            if (j.eq.i) go to 1

            i=j
        else
            if (qpp.gt.0.0 .and. i.eq.5) go to 1

            if (qpp.gt.0.0 .and. i.lt.5) i=i+1
        end if
    end do
end if

```

```

        if (qpp.le.0.0 .and. i.eq.1) go to 1
        if (qpp.le.0.0 .and. i.gt.1) i=i-1
    end if
end do

    write(3,'(a)') ' unsuccessful search for q after 20 iterations.
stop'

    stop
end if

1    hnew(1,1)=hpp
    vnew(1,1)=vpp

    if (.not.bypass) then
        if (vpp.gt.0.0) h_pump=hpp-hsump
        if (hpp.le.hsump) h_pump=0.0
        if (hpp.le.hsump) bypass=.true.
        if (vpp.le.0.0) h_pump=hn2(1)*rpm**2
        q=qpp*rpm
    end if

!
! locate maximum and minimum heads and h-values.
!
    do i=1,npipes
        k=npar(i)+1

        do j=1,k
            dtx=1(i)/(npar(i)*(abs(vnew(i,j))+a(i)))
            if (dtx.lt.dtn) dtn=dtx

            if (hnew(i,j).le.hlow(i,j)) then
                hlow(i,j)=hnew(i,j)
                tlow(i,j)=t
            end if

            if (hnew(i,j).ge.hhigh(i,j)) then
                hhigh(i,j)=hnew(i,j)
                thigh(i,j)=t
            end if

            p_h(i,j)=hnew(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))

            if (p_h(i,j).lt.phmax) then
                if (p_h(i,j).le.phmin) then
                    ipmin=i
                    xmin=x(i,j)
                    phmin=p_h(i,j)
                    ttmin=t
                end if
            else
                ipmax=i
                xmax=x(i,j)
                phmax=p_h(i,j)
                ttmax=t
            end if

            if (p_h(i,j).le.-hatm) then
                write(3,'(a,1p1e15.7)') ' column separation at, sec',t
                write(3,'(a,i3)') ' in pipe =',i
                write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at location =',x(i,j)

                fail=.true.
            end if
        end do
    end do

```

```

        end if
    end do
    end do

    if (fail) exit
!
! prepare for next time step computation.
!
    do i=1,npipes
        k=npar(i)+1

        do j=1,k
            h(i,j)=hnew(i,j)
        end do
    end do

    if (mod(ii,iprint).eq.0) then
        write(3,'(a,1p1e15.7/)') ' time, sec =',t
        write(3,'(a/)') ' x  p_h  h  v'

        do i=1,npipes
            k=npar(i)+1

            write(3,'(a,i3)') ' pipe =',i
            write(3,'(1p4e15.7)')
(x(i,j),p_h(i,j),hnew(i,j),vnew(i,j),j=1,k)
        end do

        if (bypass .and. vnew(1,1).gt.0.0) &
            write(3,'(a/)') ' pump head dropped to 0 and bypass is open.'

        if (.not.bypass) then
            write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pump speed, rpm =',rpm
            write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pump discharge,q each =',q
            write(3,'(a,1p1e15.7/)') ' pump head, h =',h_pump
        end if
    end if

    if (mod(ii,iplot).eq.0) then
        write(4,'(1p6e15.7)') t, p_h(ipl(1),jpl(1)), &
            p_h(ipl(2),jpl(2)), p_h(ipl(3),jpl(3)), p_h(ipl(4),jpl(4)),
&
            p_h(ipl(5),jpl(5))

        write(7,'(1p6e15.7)') t, h(ipl(1),jpl(1)), h(ipl(2),jpl(2)), &
            h(ipl(3),jpl(3)), h(ipl(4),jpl(4)), h(ipl(5),jpl(5))

        write(8,'(1p6e15.7)') t, v(ipl(1),jpl(1)), v(ipl(2),jpl(2)), &
            v(ipl(3),jpl(3)), v(ipl(4),jpl(4)), v(ipl(5),jpl(5))
    end if
end do
!
!-----
! end of transient analysis.
!-----
! check stability criteria.
!
    if (dtn.lt.0.9999*dt) then
        dt=0.999*dtn

        write(*,'(a)') ' check for stability criteria found a violation.'
        write(*,'(a)') ' analysis must be rerun with a smaller dt.'
        write(*,'(a,1p1e15.7)') ' change data file to set dtnew, sec =',dt
    end if
end if
end do
!
!-----
! end of program.
!-----

```

```

        write(*,'(a)') ' and rerun = t'
        write(3,'(a)') ' check for stability criteria found a violation.'
        write(3,'(a)') ' analysis must be rerun with a smaller dt.'
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' change data file to set dtnew, sec =',dt
        write(3,'(a)') ' and rerun = t'

        stop
    end if
!
! write out maximum and minimum heads and h-values.
!
    write(3,'(a/)') ' extreme values:'
    write(3,'(a/)') ' x p_h_max time p_h_min time'

    do i=1,npipes
        write(3,'(a,i3)') ' pipe =',i

        k=npar(i)+1

        do j=1,k
            p_h_max=hhigh(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))
            write(3,'(1p5e15.7)')
x(i,j),p_h_max,thigh(i,j),p_h_min,tlow(i,j)
        end do
    end do

    write(3,*)
    write(3,'(a/)') ' hhigh hlow'

    do i=1,npipes
        write(3,'(a,i3)') ' pipe =',i

        k=npar(i)+1

        do j=1,k
            write(3,'(1p2e15.7)') hhigh(i,j),hlow(i,j)
        end do

        pmax=phmax*rho_wat*g
        pmin=phmin*rho_wat*g

        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' phmax =',phmax
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pmax =',pmax
        write(3,'(a,i5)') ' in pipe =',ipmax
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at x =',xmax
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at time, sec =',ttmax
        write(3,*)

        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' phmin =',phmin
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pmin =',pmin
        write(3,'(a,i5)') ' in pipe =',ipmin
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at x =',xmin
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at time, sec =',ttmin
!
! generate external data file for plotting.
!
    open(9,file='pipe_el.dat')
    open(10,file='hstead.dat')
    open(11,file='hlow.dat')
    open(12,file='hhigh.dat')

    write(9,'(a)') ' variables = xloc, pipe_el'
    write(10,'(a)') ' variables = xloc, hstead'
    write(11,'(a)') ' variables = xloc, hlow'

```



```

write(12,'(a)') ' variables = xloc, hhigh'
xbase=0.0
do i=1,npipes
  k=npar(i)+1
  do j=1,k
    pipe_el=pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i)
    xloc=xbase+l(i)*x(i,j)

    write(9,'(1p2e15.7)') xloc,pipe_el
    write(10,'(1p2e15.7)') xloc,hstead(i,j)
    write(11,'(1p2e15.7)') xloc,hlow(i,j)
    write(12,'(1p2e15.7)') xloc,hhigh(i,j)
  end do
  xbase=xbase+l(i)
end do

stop
end

```

```

    program prog5
!
! *****
!
! program for booster pump rundown from power failure.
!-----
!
! water hammer program for pump rundown resulting from power failure.
system
! configuration has reservoirs at both the upstream end and the
downstream end
! of the pipeline with a booster pump station located in the line.
booster pump
! station has frictionless bypass. program will handle any number of
parallel
! pumps-all fail simultaneously.
!-----
!-----

    real x[allocatable](:,:),v[allocatable](:,:),h[allocatable](:,:), &
hlow[allocatable](:,:),hhigh[allocatable](:,:),p_h[allocatable](:,:), &
    thigh[allocatable](:,:), &
    tlow[allocatable](:,:),hstead[allocatable](:,:)

    real l[allocatable](:),d[allocatable](:),a[allocatable](:), &
    c[allocatable](:),ak[allocatable](:),sine[allocatable](:), &
    area[allocatable](:),dtt[allocatable](:),ds[allocatable](:)

    integer npar[allocatable](:)

    dimension ip1(5),jp1(5)

    dimension qpump(6),qn(6),hpump(6),hn2(6),ppump(6),tn2(6)

    logical fail,bypass,rerun
    integer pipe
    real la

    namelist/specs/iprint,ip1,plot,npipes,nparts,hresup,hresdn,zend,hatm,qtry,
    &
    qacc,tmax,dtnew,rerun,g,rho_wat,ip1,jp1

    namelist/pumps/npumps,ipump,rpm,wr2,qpump,hpump,ppump

    data rerun/.false./
!-----
!-----

    read(2,specs)

    np=npipes

    allocate(l(np),d(np),a(np),pipe_z(np),f(np),vzero(np),npar(np),c(np),ak(
np),&
    sine(np),area(np),dtt(np),ds(np))

```

```

read(2,*) (pipe,d(i),l(i),f(i),a(i),pipe_z(i),i=1,npipes)
read(2,pumps)
dtn=100000.0
fail=.false.
bypass=.false.
pi=3.141592654
!
! compute steady state discharge.
!
if (qtry.lt.2.23e-6) qtry=qpump(4)
do nz=1,20
  do i=1,5
    if (qtry.gt.qpump(i) .and. qtry.le.qpump(i+1)) exit
  end do

  if (qtry.le.qpump(i) .or. qtry.gt.qpump(i+1)) then
    stop
  end if

  h_pump=hpump(i)+(qtry-qpump(i))*(hpump(i+1)-hpump(i)) &
    /(qpump(i+1)-qpump(i))
!
! compute pipe losses,  $f \cdot (l/d) \cdot v^{**2} / (2 \cdot g)$ ,  $v = 4 \cdot q / (\pi \cdot d^{**2})$  -->
!  $8 \cdot f \cdot l \cdot q^{**2} / (g \cdot \pi^{**2} \cdot d^{**5})$ 
!
  totloss=0.0

  do j=1,npipes
    totloss=totloss+8.0*f(j)*l(j)*(qtry*npumps)**2/(g*pi**2*d(j)**5)
  end do

  funct=hresup-hresdn+h_pump-totloss
  fprime=(hpump(i+1)-hpump(i))/(qpump(i+1)-qpump(i))-2.0*totloss/qtry
  qnext=qtry-funct/fprime

  if (abs(qnext-qtry).lt.qacc) exit

  qtry=qnext
end do

if (abs(qnext-qtry).ge.qacc) then
  write(3,'(a)') ' unsuccessful q_steady_state after 20 iterations.
stop'
  stop
end if

qline=qnext*npumps
q=qnext

do i=1,npipes
  area(i)=pi*d(i)**2/4.0
  vzero(i)=qline/area(i)
  c(i)=g/a(i)
  if (i.ne.npipes) sine(i)=(pipe_z(i+1)-pipe_z(i))/l(i)
end do
!
! compute minimum dt.
!
dt=dtt(1)
kmin=1

do i=2,npipes

```

```

        if (dtt(i).le.dt) then
            dt=dtt(i)
            kmin=i
        end if
    end do

    if (rerun) dt=dtnew
    nparr=1

    do i=1,npipes
        if (i.eq.kmin) then
            npar(i)=nparts
        else
            anpar=1(i)/(dt*(vzero(i)+a(i)))
            test=npar(i)
            if (abs(test+1-anpar).lt.0.0001) npar(i)=npar(i)+1
        end if

        if (npar(i).gt.nparr) nparr=npar(i)
    end do

    iz=nparr+1
    izz=iz+1

allocate(x(np,iz),v(np,iz),h(np,iz),hlow(np,iz),hhigh(np,iz),p_h(np,izz)
, &

vnew(np,iz),hnew(np,iz),thigh(np,iz),tlow(np,iz),hstead(np,iz))

    do i=1,npipes
        k=npar(i)+1
        p_h(i,k+1)=0.0
    end do

    write(3,'(a/)') ' input data:'

    write(3,'(a,i3)') ' print interval, iprint =' ,iprint
    write(3,'(a,i3)') ' number of pipes, npipes =' ,npipes
    write(3,'(a,i3)') ' minimum no. of parts pipe is divided into
= ,nparts
    write(3,'(a,i3)') ' booster pumps located downstream end of
pipe',ipump
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' reservoir elev at upstream end =' ,hresup
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' reservoir elev at downstream end =' ,hresdn
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' atmospheric pressure head =' ,hatm
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' downstream elev at end of last pipe =' ,zend
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' maximum real time of analysis, s =' ,tmax
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' steady state convergence accuracy =' ,qacc

    write(3,'(a/)') ' pump data:'

    write(3,'(a,i3)') ' number of pumps in parallel =' ,npumps
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' steady state pump speed, rpm =' ,rpm
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' each pump-motor inertia moment =' ,wr2

    write(3,'(a/)') ' qpump hpump ppump'
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' steady state line flow rate =' ,qline
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at a pump head =' ,h_pump

    write(3,'(a/)') ' pipe input data:'
    write(3,'(a/)') ' pipe d l wave_spd pipe_z'

    do i=1,npipes
        write(3,'(i3,1p6e15.7)') i,d(i),l(i),a(i),pipe_z(i)
    end do

```

```

end do

write(3,*)
write(3,'(a/)' ) ' pipe f v'

do i=1,npipes
  write(3,'(i3,1p6e15.7)' ) i,f(i),vzero(i)
end do

write(3,'(a,5i3/)' ) ' ipl, plot pipes
=',ipl(1),ipl(2),ipl(3),ipl(4),ipl(5)
write(3,'(a,5i3)' ) ' jpl, plot nodes
=',jpl(1),jpl(2),jpl(3),jpl(4),jpl(5)

write(3,*)

do i=1,npipes
  la=l(i)/a(i)
  aint=1.0-dt*npar(i)/la

  write(3,'(i3,1p1e15.7,i3,1p3e15.7)' )
i,dt(i),npar(i),sine(i),la,aint
end do
!
! convert qpump to q/n.
! convert hpump to h/n**2.
! convert ppump to t/n**2.
! note: t = p/w, w = 2*pi*n/60 --> t = 30*p/(pi*n) --> t/n**2 =
30*p/(pi*n**3)
!
do i=1,6
  qn(i)=qpump(i)/rpm
  hn2(i)=hpump(i)/rpm**2
  tn2(i)=30.0*ppump(i)/pi/rpm**3
end do
!
! set up conditions for steady state (t=0).
!
h(1,1)=hresup
v(1,1)=vzero(1)

do i=1,npipes
  ds(i)=l(i)/npar(i)
  k=npar(i)+1
  x(i,1)=0.0
  p_h(i,1)=h(i,1)-pipe_z(i)

  do j=2,k
    x(i,j)=(j-1)*ds(i)/l(i)
    h(i,j)=h(i,1)-(j-1)*f(i)*ds(i)*vzero(i)**2/(2.0*g*d(i))
    p_h(i,j)=h(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))
    v(i,j)=vzero(i)
  end do

  if (i.ne.npipes) then
    h(i+1,1)=h(i,k)
    if (i.eq.ipump) h(i+1,1)=h(i,k)+h_pump
    v(i+1,1)=vzero(i+1)
  end if
end do

do i=1,npipes
  k=npar(i)+1

  do j=1,k

```

```

        hstead(i,j)=h(i,j)
        tlow(i,j)=0.0
        hlow(i,j)=h(i,j)
        hhigh(i,j)=h(i,j)
    end do
end do

open(4,file='p_h.dat')
open(7,file='h.dat')
open(8,file='v.dat')

write(4,'(a)') ' variables = t, p_h_1, p_h_2, p_h_3, p_h_4, p_h_5'
write(7,'(a)') ' variables = t, h1, h2, h3, h4, h5'
write(8,'(a)') ' variables = t, v1, v2, v3, v4, v5'

phmax=-100.0
phmin=100000.0

do i=1,npipes
    k=npar(i)+1

    do j=1,k
        if (p_h(i,j).lt.phmax) then
            if (p_h(i,j).le.phmin) then
                ipmin=i
                phmin=p_h(i,j)
                ttmin=t
            end if
        else
            ipmax=i
            xmax=x(i,j)
            phmax=p_h(i,j)
            ttmax=t
        end if
    end do
end do

!
! write out steady state conditions.
!
t=0.0
ientry=0

write(3,*)
write(3,'(a,1p1e15.7/)') ' time, s =',t
write(3,'(a)') ' x  p_h  h  v'

do i=1,npipes
    k=npar(i)+1

    write(3,'(a,i3)') ' pipe =',i
    write(3,'(1p4e15.7)') (x(i,j),p_h(i,j),h(i,j),v(i,j),j=1,k)
end do

ii=1

write(3,*)
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pump speed, rpm =',rpm
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pump discharge, q each =',q
write(3,'(a,1p1e15.7/)') ' pump head, h =',h_pump

write(4,'(1p6e15.7)') t, p_h(ipl(1),jpl(1)), p_h(ipl(2),jpl(2)), &
    p_h(ipl(3),jpl(3)), p_h(ipl(4),jpl(4)), p_h(ipl(5),jpl(5))

write(7,'(1p6e15.7)') t, h(ipl(1),jpl(1)), h(ipl(2),jpl(2)), &
    h(ipl(3),jpl(3)), h(ipl(4),jpl(4)), h(ipl(5),jpl(5))

```

```

write(8,'(1p6e15.7)') t, v(ip1(1),jp1(1)), v(ip1(2),jp1(2)), &
v(ip1(3),jp1(3)), v(ip1(4),jp1(4)), v(ip1(5),jp1(5))
!
!-----
! begin transient analysis.
!-----
!
index=tmax/dt+1
do ii=1,index
t=t+dt
!
! compute h and v at interior nodes.
!
do i=1,npipes
k=npar(i)
do j=2,k
v1=v(i,j)-a(i)*dt/ds(i)*(v(i,j)-v(i,j-1))
vr=v(i,j)-a(i)*dt/ds(i)*(v(i,j)-v(i,j+1))
vnew(i,j)=0.5*(v1+vr+c(i)*(h1-hr)+c(i)*dt*sine(i)*(v1-vr) &
-ak(i)*(v1*abs(v1)+vr*abs(vr)))
hnew(i,j)=0.5*(h1+hr+(v1-vr)/c(i)+dt*sine(i)*(v1+vr) &
-ak(i)/c(i)*(v1*abs(v1)-vr*abs(vr)))
end do
end do
!
! compute h and v at interior junctions.
!
kk=npipes-1
do i=1,kk
k=npar(i)+1
v1=v(i,k)-a(i)*dt/ds(i)*(v(i,k)-v(i,k-1))
h1=h(i,k)-a(i)*dt/ds(i)*(h(i,k)-h(i,k-1))
vr=v(i+1,1)-a(i+1)*dt/ds(i+1)*(v(i+1,1)-v(i+1,2))
hr=h(i+1,1)-a(i+1)*dt/ds(i+1)*(h(i+1,1)-h(i+1,2))
c3=vr-c(i+1)*hr-c(i+1)*dt*vr*sine(i+1)-ak(i+1)*vr*abs(vr)
if (i.eq.ipump) then
!
! compute conditions at booster pump.
!
if (bypass) go to 1
qq=q/rpm
if (qq.gt.0.0) then
do j=1,5
if (qq.gt.qn(j) .and. qq.le.qn(j+1)) exit
end do
if (qq.gt.qn(j)) then
t_n2=tn2(j)+(qq-qn(j))*(tn2(j+1)-tn2(j))/(qn(j+1)-qn(j))
else
write(3,'(a)') ' exceeded maximum bp value input.'
j=5
t_n2=tn2(6)
end if
else

```

```

        t_n2=tn2(1)
        j=1
    end if
!
! n(t+dt) = n(t) - 60/(2*pi*i)*torq(t)*dt      (11.14)
!
    rpm=rpm-30.0*(t_n2*rpm**2)*dt/(pi*wr2/g)
    if (rpm.lt.0.0) bypass=.true.
    if (rpm.ge.0.0) go to 2
1    continue
    vpd=(c1*c(i+1)+c(i)*c3)/(c(i)+c(i+1)*area(i+1)/area(i))
    if (vpd.le.0.0) then
        vps=0.0
        vpd=0.0
        hpd=-c3/c(i+1)
    go to 4
    end if
    vps=area(i+1)*vpd/area(i)
    hpd=(vpd-c3)/c(i+1)
    hps=hpd
    go to 4
2    do nz=1,20
        ha=hn2(j)
        hb=hn2(j+1)

        qa=qn(j)
        qb=qn(j+1)

        c7=(ha-hb)/(qa-qb)
        vpd=(c1/c(i)+rpm*rpm*c8+c3/c(i+1)) &
/(1.0/c(i+1)+area(i+1)/(c(i)*area(i))-rpm*c7*area(i+1)/npumps)
        if (vpd.le.0.0) vpd=0.0

        hpd=(vpd-c3)/c(i+1)
        vps=area(i+1)*vpd/area(i)
        hps=(c1-vps)/c(i)

        if (hpd.le.hps) then
            vpd=(c1*c(i+1)+c(i)*c3)/(c(i)+c(i+1)*area(i+1)/area(i))

            vps=area(i+1)*vpd/area(i)
            hpd=(vpd-c3)/c(i+1)
            hps=hpd
        end if
        qpd=vpd*area(i+1)/(npumps*rpm)
        if (qpd.gt.qn(jj) .and. qpd.le.qn(jj+1)) exit
    end do

    if (qpd.gt.qn(jj) .and. qpd.le.qn(jj+1)) then
        if (j.eq.jj) go to 3
        j=jj
    else
        if (qpd.gt.0.0 .and. j.eq.5) go to 3
    end if

```



```

        if (qpd.gt.0.0 .and. j.lt.5) j=j+1
        if (qpd.le.0.0 .and. j.eq.1) go to 3
        if (qpd.le.0.0 .and. j.gt.1) j=j-1
    end if
end do

write(3,'(a)') &
' unsuccessful search of q after 20 iterations. stop'

stop

3      continue

      q=qpd*rpm

4      hnew(i+1,1)=hpd
      vnew(i+1,1)=vpd
      vnew(i,k)=vps
      hnew(i,k)=hps
      if (hps.ge.hpd) h_pump=0.0
      if (hps.ge.hpd) bypass=.true.
      if (hpd.gt.hps .and. vpd.gt.0.0) h_pump=hpd-hps
      if (vpd.le.0.0) h_pump=hn2(1)*rpm**2
    else
hnew(i,k)=(-c3*area(i+1)+c1*area(i))/(c(i+1)*area(i+1)+c(i)*area(i))
      hnew(i+1,1)=hnew(i,k)
      vnew(i,k)=c1-c(i)*hnew(i,k)
      vnew(i+1,1)=c3+c(i+1)*hnew(i+1,1)
    end if
  end do

!
! compute h and v at upstream end (for a constant head reservoir).
!
      hr=h(1,1)-a(1)*dt/ds(1)*(h(1,1)-h(1,2))
      hnew(1,1)=hresup
      vnew(1,1)=c3+c(1)*hresup
!
! compute h and v at downstream end (for a constant head reservoir).
!
      nv=npar(npipes)+1
v1=v(npipes,nv)-a(npipes)*dt/ds(npipes)*(v(npipes,nv)-v(npipes,nv-1))
h1=h(npipes,nv)-a(npipes)*dt/ds(npipes)*(h(npipes,nv)-h(npipes,nv-1))
      hnew(npipes,nv)=hresdn
      vnew(npipes,nv)=c1-c(npipes)*hnew(npipes,nv)
!
! locate maximum and minimum heads and h-values.
!
      do i=1,npipes
        k=npar(i)+1

        do j=1,k
          dtx=l(i)/(npar(i)*(abs(vnew(i,j))+a(i)))
          if (dtx.lt.dtn) dtn=dtx

          if (hnew(i,j).le.hlow(i,j)) then
            hlow(i,j)=hnew(i,j)
            tlow(i,j)=t
          end if
        end do
      end do

```

```

        if (hnew(i,j).ge.hhhigh(i,j)) then
            hhhigh(i,j)=hnew(i,j)
            thigh(i,j)=t
        end if

        p_h(i,j)=hnew(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))

        if (p_h(i,j).lt.phmax) then
            if (p_h(i,j).le.phmin) then
                ipmin=i
                xmin=x(i,j)
                phmin=p_h(i,j)
                ttmin=t
            end if
        else
            ipmax=i
            xmax=x(i,j)
            ttmax=t
        end if

        if (p_h(i,j).le.-hatm) then
            write(3,'(a,1p1e15.7)') ' column separation at, s',t
            write(3,'(a,i3)') ' in pipe =',i
            write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at location =',x(i,j)

            fail=.true.
        end if
    end do
end do

if (fail) exit
!
! prepare for next time step computation.
!
do i=1,npipes
    k=npar(i)+1

    do j=1,k
        v(i,j)=vnew(i,j)
        h(i,j)=hnew(i,j)
    end do
end do

if (mod(ii,iprint).eq.0) then
    write(3,'(a,1p1e15.7/)') ' time, s =',t
    write(3,'(a/)') ' x  p_h  h  v'

    do i=1,npipes
        k=npar(i)+1

        write(3,'(a,i3)') ' pipe =',i
        write(3,'(1p4e15.7)')
        (x(i,j),p_h(i,j),hnew(i,j),vnew(i,j),j=1,k)
    end do

    if (bypass .and. vpd.gt.0.0) &
        write(3,'(a/)') ' pump head dropped to 0 and bypass is open.'

    if (.not.bypass) then
        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pump speed, rpm =',rpm
        write(3,'(a,1p1e15.7/)') ' pump head, h =',h_pump
    end if
end if

if (mod(ii,iplot).eq.0) then

```

```

        write(4,'(1p6e15.7)') t, p_h(ip1(1),jp1(1)), p_h(ip1(2),jp1(2)),
&
        p_h(ip1(3),jp1(3)), p_h(ip1(4),jp1(4)), p_h(ip1(5),jp1(5))
        write(7,'(1p6e15.7)') t, h(ip1(1),jp1(1)), h(ip1(2),jp1(2)), &
        h(ip1(3),jp1(3)), h(ip1(4),jp1(4)), h(ip1(5),jp1(5))
        write(8,'(1p6e15.7)') t, v(ip1(1),jp1(1)), v(ip1(2),jp1(2)), &
        v(ip1(3),jp1(3)), v(ip1(4),jp1(4)), v(ip1(5),jp1(5))
    end if
end do
!
!-----
! end of transient analysis.
!-----
! check stability criteria.
!
if (dtn.lt.0.9999*dt) then
    dt=0.999*dtn

    write(*,'(a)') ' check for stability criteria found a violation.'
    write(*,'(a)') ' analysis must be rerun with a smaller dt.'
    write(*,'(a,1p1e15.7)') ' change data file to set dtnew, s =',dt
    write(*,'(a)') ' and rerun = t'

    write(3,'(a)') ' check for stability criteria found a violation.'
    write(3,'(a)') ' analysis must be rerun with a smaller dt.'
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' change data file to set dtnew, s =',dt
    write(3,'(a)') ' and rerun = t'

    stop
end if
!
! write out maximum and minimum heads and h-values.
!
write(3,'(a/)') ' extreme values:'
write(3,'(a/)') 'x max_p_h time min_p_h time'

do i=1,npipes
    write(3,'(a,i3)') ' pipe =',i

    k=npar(i)+1

    do j=1,k
        p_h_max=hhigh(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))
        p_h_min= hlow(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))

        write(3,'(1p5e15.7)')
x(i,j),p_h_max,thigh(i,j),p_h_min,tlow(i,j)
    end do
end do

write(3,*)
write(3,'(a/)') 'x hhigh hlow'

do i=1,npipes
    write(3,'(a,i3)') ' pipe =',i

    k=npar(i)+1

    do j=1,k
        write(3,'(1p3e15.7)') x(i,j),hhigh(i,j),hlow(i,j)
    end do
end do

```

```

end do

pmax=phmax*rho_wat*g
pmin=phmin*rho_wat*g

write(3,'(a,1p1e15.7)') ' phmax =',phmax
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pmax =',pmax
write(3,*)

write(3,'(a,1p1e15.7)') ' phmin =',phmin
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pmin =',pmin
write(3,'(a,i5)') ' in pipe =',ipmin
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at x =',xmin
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' at time, s =',ttmin
!
! generate external data file for plotting.
!
open(9,file='pipe_el.dat')
open(10,file='hstead.dat')
open(11,file='hlow.dat')
open(12,file='hhigh.dat')

write(9,'(a)') ' variables = xloc, pipe_el'
write(10,'(a)') ' variables = xloc, hstead'
write(11,'(a)') ' variables = xloc, hlow'
write(12,'(a)') ' variables = xloc, hhigh'

xbase=0.0

do i=1,npipes
  k=npar(i)+1

  do j=1,k
    pipe_el=pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i)

    write(9,'(1p2e15.7)') xloc,pipe_el
    write(10,'(1p2e15.7)') xloc,hstead(i,j)
    write(11,'(1p2e15.7)') xloc,hlow(i,j)
    write(12,'(1p2e15.7)') xloc,hhigh(i,j)
  end do

  xbase=xbase+l(i)
end do

stop
end

```

```

program cavity
!
! *****
! water hammer in series pipes with discrete cavity analysis
! -----
! -----

real x[allocatable](:,:),vl[allocatable](:,:),vr[allocatable](:,:), &
h[allocatable](:,:),head[allocatable](:,:),hhigh[allocatable](:,:), &
hlow[allocatable](:,:),vnewl[allocatable](:,:), &
vnewr[allocatable](:,:),hnew[allocatable](:,:), &
hstead[allocatable](:,:),thigh[allocatable](:,:), &
tlow[allocatable](:,:),cav[allocatable](:,:),hcav[allocatable](:,:), &
cavmax[allocatable](:,:),tcav[allocatable](:,:),p_h[allocatable](:,:)

real l[allocatable](:),d[allocatable](:),a[allocatable](:), &
pipez[allocatable](:),f[allocatable](:),vzero[allocatable](:), &
c[allocatable](:),ak[allocatable](:),sine[allocatable](:), &
area[allocatable](:),deltt[allocatable](:),ratio[allocatable](:),&
ctzero[allocatable](:), pipe_z[allocatable](:),&
dtt[allocatable](:),ds[allocatable](:)

integer airvac[allocatable](:),npar[allocatable](:)
logical bubble[allocatable](:)

dimension ip1(5),jp1(5)
dimension ki(11),pct(11)

character vacyes*3,vacno*3,av*3
real la,ki,kli
logical fail,rerun
data rerun/.false./

namelist/specs/iprint,ip1ot,npipes,nparts,qzero,hresup,hsump,zend,hatm,g
, &

```

```

rho_wat,tmax,dtnew,tclose,topen,vfinal,tc1,pcop1,tc2,ivalve,aprime, &
bprime,cprime,ipump_bf,em,taui,tauf,rerun,ki,pct,ibl,ibr,ipl,jpl
!-----
-----
  read(2,specs)

  np=npipes

allocate(l(np),d(np),a(np),pipez(np),f(np),vzero(np),npar(np),c(np),ak(n
p), &
        sine(np),area(np),deltt(np),ratio(np),airvac(np),bubble(np), &
        ctzero(np),pipe_z(np),dtt(np),ds(np))

read(2,*) (d(i),l(i),f(i),a(i),pipe_z(i),airvac(i),i=1,npipes)

vacyes='yes'
vacno=' no'

dtn=1.0e6
pi=3.141592654
t=0.0
fail=.false.

do i=1,npipes
  area(i)=pi*d(i)**2/4.0
  c(i)=g/a(i)
  if (i.ne.npipes) sine(i)=(pipe_z(i+1)-pipe_z(i))/l(i)
  if (i.eq.npipes) sine(i)=(zend-pipe_z(i))/l(i)
  dtt(i)=l(i)/(nparts*(2*vzero(i)+a(i)))

end do
!
! compute minimum dt.
!
dt=dtt(1)
kmin=1

do i=2,npipes
  if (dtt(i).le.dt) then
    dt=dtt(i)
    kmin=i
  end if
end do

if (rerun) dt=dtnew
nparr=1

do i=1,npipes
  if (i.eq.kmin) then
    npar(i)=nparts
  else
    anpar=l(i)/(dt*(vzer    npar(i)=anpar
    test=npar(i)
    if (abs(test+1-anpar).lt.0.0001) npar(i)=npar(i)+1
  end if

  if (npar(i).gt.nparr) nparr=npar(i)
end do

```

```

    iz=nparr+1
    izz=iz+1

!
allocate(x(np,iz),v(np,iz),h(np,iz),hlow(np,iz),hhigh(np,iz),p_h(np,izz)
, &
!
vnew(np,iz),hnew(np,iz),thigh(np,iz),tlow(np,iz),hstead(np,iz))

    allocate(x(np,iz),h(np,iz),hlow(np,iz),hhigh(np,iz),head(np,izz), &
    hnew(np,iz),hstead(np,iz),vl(np,iz),vr(np,iz),vnewl(np,iz))

do i=1,npipes
    k=npar(i)+1
    p_h(i,k+1)=0.0
end do
!
! write out input data.
!
write(3,'(a/)') ' input data:'
write(3,'(a,i4)') ' iprint =',iprint
write(3,'(a,i2)') ' iplot =',iplot
write(3,'(a,i2)') ' nparts =',nparts
write(3,'(a,i2)') ' npipes =',npipes
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' qzero =',qzero
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' hresup =',hresup
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' hsump =',hsump
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' zend =',zend
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' hatm =',hatm
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' g =',g
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' rho_wat =',rho_wat
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' tmax =',tmax
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' dt =',dt
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' tclose =',tclose
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' vfinal =',vfinal
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' tc1 =',tc1
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' pcp1, percent open =',pcp1
write(3,'(a,1p1e15.7/)') ' tc2, time valve is completely closed =',tc2
write(3,'(a,i3/)') ' valve is at downstream end of pipe =',ivalve
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' aprime =',aprime
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' bprime =',bprime
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' cprime =',cprime
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' em =',em
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' tau1 =',tau1
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' tau1f =',tau1f
write(3,'(a,i2)') ' ibl =',ibl
write(3,'(a,i2)') ' ibr =',ibr

write(3,'(a/)') ' valve loss coefficients:'
write(3,'(a/)') '% open 1.0/k1'
write(3,'(1p2e15.7)') (pct(i),ki(i),i=1,11)
write(3,*)

write(3,'(a/)') ' pipe input data:'
write(3,'(a/)') ' pipe d l wave_spd pipe_z f v'

do i=1,npipes
    write(3,'(i3,1p6e15.7)') i,d(i),l(i),a(i),pipe_z(i),f(i),vzero(i)
end do

```

```

write(3,*)
write(3,'(a,5i3)') ' ipl, plot pipes
=',ipl(1),ipl(2),ipl(3),ipl(4),ipl(5)
write(3,'(a,5i3)') ' jpl, plot nodes
=',jpl(1),jpl(2),jpl(3),jpl(4),jpl(5)

write(3,*)
write(3,'(a/)') ' pipe dt parts sine 1/a interpolation'

do i=1,npipes
    av=vacno
    if (airvac(i).ge.1) av=vacyes

    la=l(i)/a(i)
    aint=1.0-dt*npar(i)/la

    ! write(3,'(i3,1p1e15.7,i3,1p3e15.7,)')
i,dt(i),npar(i),sine(i),la,aint

    write(3,'(i3,1p1e15.7,i3,1p3e15.7,a)') i,dt(i),npar(i),sine(i),la, &
    aint,av

end do

! write(3,'(a,1p1e15.7)') ' delta_t, s =',dt

!
! set up conditions for steady state (t=0).
!
apump=aprime*area(1)**2
bpump=bprime*area(1)
cpump=cprime
if (ibl.eq.4) cpump=cpump+hsump
hpump=(apump*vzero(1)+bpump)*vzero(1)+cpump

h(1,1)=hresup
if (ibl.eq.4) h(1,1)=hpump
! v(1,1)=vzero(1)

vl(1,1)=100000.0
vnewl(1,1)=vl(1,1)
vr(1,1)=vzero(1)

do i=1,npipes
    dell=l(i)/npar(i)
! ak(i)=f(i)*delt/(2.0*d(i))
    ak(i)=f(i)*dt/(2.0*d(i))

    ds(i)=l(i)/npar(i)

    delhf=f(i)*dell*vzero(i)**2/(2.0*g*d(i))

    k=npar(i)+1
    x(i,1)=0.0
    p_h(i,1)=h(i,1)-pipe_z(i)
    hcav(i,1)=pipe_z(i)-hatm
    ratio(i)=dt/dell

```



```

cav(i,1)=0.0
cavmax(i,1)=0.0
tlow(i,1)=0.0
thigh(i,1)=0.0
tcav(i,1)=0.0
bubble(i)=.false.

```

```

      do j=2,k
        x(i,j)=(j-1)*dell/l(i)
        p_h(i,j)=h(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))
        hcav(i,j)=pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i)-hatm
        cav(i,j)=0.0
        cavmax(i,j)=0.0
        thigh(i,j)=0.0
        tcav(i,j)=0.0
        vl(i,j)=vzero(i)
        vr(i,j)=vzero(i)

        if (j.eq.k) then
          vr(i,j)=100000.0
          vnewr(i,j)=vr(i,j)
        end if
      end do

```

```

      if (i.ne.npipes) then
        h(i+1,1)=h(i,k)
        if (i.eq.ivalve)
          h(i+1,1)=h(i,k)-1.0/ki(11)*vzero(i+1)**2/(2.0*g)

          vr(i+1,1)=vzero(i+1)
          vl(i+1,1)=100000.0
          vnewl(i+1,1)=vl(i+1,1)
        end if
      end do

```

```

do i=1,npipes
  if (airvac(i).ge.1) hcav(i,1)=pipe_z(i)
  if (i.gt.1) kk=npar(i-1)+1
  if (i.gt.1 .and. airvac(i).ge.1) hcav(i-1,kk)=pipe_z(i)
  k=npar(i)+1

  do j=1,k
    hstead(i,j)=h(i,j)
    hhigh(i,j)=h(i,j)
  end do
end do

```

```

k=npar(npipes)+1

```

```

if (ibr.eq.2) hdown=h(npipes,k)
if (ibr.eq.3) hdown=h(npipes,k)
if (ibr.eq.4) hdown=h(npipes,k)
if (ibr.eq.7) hdown=h(npipes,k)

```

```

phmax=-100.0
phmin=100000.0

ii=1

write(3,*)
write(3,'(a,1p1e15.7)') ' time =',t
write(3,*)
! write(3,'(a/)') ' x p_h h v'

write(3,'(a/)') ' x p_h h vl vr cav_vol'

do i=1,npipes
  k=npar(i)+1

  write(3,'(a,i4)') ' pipe =',i
!   write(3,'(1p4e15.7)') (x(i,j),p_h(i,j),h(i,j),v(i,j),j=1,k)

      write(3,'(1p6e15.7)')
(x(i,j),p_h(i,j),h(i,j),vl(i,j),vr(i,j),cav(i,j), &
j=1,k)

end do

write(7,'(1p6e15.7)') t, h(ip1(1),jpl(1)), h(ip1(2),jpl(2)), &
h(ip1(3),jpl(3)), h(ip1(4),jpl(4)), h(ip1(5),jpl(5))

write(8,'(1p6e15.7)') t, vl(ip1(1),jpl(1)), vl(ip1(2),jpl(2)), &
vl(ip1(3),jpl(3)), vl(ip1(4),jpl(4)), vl(ip1(5),jpl(5))

write(9,'(1p6e15.7)') t, vr(ip1(1),jpl(1)), vr(ip1(2),jpl(2)), &
vr(ip1(3),jpl(3)), vr(ip1(4),jpl(4)), vr(ip1(5),jpl(5))

write(10,'(1p6e15.7)') t, cav(ip1(1),jpl(1)), cav(ip1(2),jpl(2)), &
cav(ip1(3),jpl(3)), cav(ip1(4),jpl(4)), cav(ip1(5),jpl(5))

-----
! begin transient analysis.
!-----
!
! index=tmax/dt+1

do ii=1,index
  t=t+dt
!
! compute h and v at interior nodes

      do i=1,npipes
        k=npar(i)

        do j=2,k
          ra=ratio(i)*a(i)
          vleft=vl(i,j)-ra*(vl(i,j)-vr(i,j-1))
          vrite=vr(i,j)-ra*(vr(i,j)-vl(i,j+1))
          hleft=h(i,j)-ra*(h(i,j)-h(i,j-1))
          hrite=h(i,j)-ra*(h(i,j)-h(i,j+1))

```

```

if (cav(i,j).gt.0.0) then
  c1=vleft+c(i)*hleft-ak(i)*vleft*abs(vleft) &
    +c(i)*dt*vleft*sine(i)
  vnewl(i,j)=c1-c(i)*hcav(i,j)
  vnewr(i,j)=c3+c(i)*hcav(i,j)
  hnew(i,j)=hcav(i,j)
  cav(i,j)=(vnewr(i,j)-vnewl(i,j))*dt*area(i)+cav(i,j)

  if (cav(i,j).le.0.0) then
    deltah=abs(0.5*a(i)*(vnewr(i,j)-vnewl(i,j))/g)
    hnew(i,j)=hcav(i,j)+deltah
    vnewl(i,j)=0.5*(vnewl(i,j)+vnewr(i,j))
    vnewr(i,j)=vnewl(i,j)
    cav(i,j)=0.0
  end if
else
  vnewl(i,j)=0.5*(vleft+vrite+c(i)*(hleft-hrite) &
    +c(i)*dt*sine(i)*(vleft-vrite) &
    -ak(i)*(vleft*abs(vleft)+vrite*abs(vrite)))
  hnew(i,j)=0.5*(hleft+hrite+(vleft-vrite)/c(i) &
    -ak(i)/c(i)*(vleft*abs(vleft)-vrite*abs(vrite)))
  vnewr(i,j)=vnewl(i,j)

  if (hnew(i,j).lt.hcav(i,j)) then
    c1=vleft+c(i)*hleft-ak(i)*vleft*abs(vleft) &
      +c(i)*dt*vleft*sine(i)
    c3=vrite-c(i)*hrite-ak(i)*vrite*abs(vrite) &
      -c(i)*dt*vrite*sine(i)
    vnewl(i,j)=c1-c(i)*hcav(i,j)
    vnewr(i,j)=c3+c(i)*hcav(i,j)
    hnew(i,j)=hcav(i,j)
    cav(i,j)=(vnewr(i,j)-vnewl(i,j))*dt*area(i)+cav(i,j)

    if (cav(i,j).le.0.0) then
      hnew(i,j)=hcav(i,j)+deltah
      vnewl(i,j)=0.5*(vnewl(i,j)+vnewr(i,j))
      vnewr(i,j)=vnewl(i,j)
      cav(i,j)=0.0
    end if
  end if
end if
end do
end do

```

kk=npipes-1

```

do 3 i=1, kk
  k=npar(i)+1
  vleft=vl(i,k)-ratio(i)*a(i)*(vl(i,k)-vr(i,k-1))
  hleft=h(i,k)-ratio(i)*a(i)*(h(i,k)-h(i,k-1))
  vrite=vr(i+1,1)-ratio(i+1)*a(i+1)*(vr(i+1,1)-vl(i+1,2))
  hrite=h(i+1,1)-ratio(i+1)*a(i+1)*(h(i+1,1)-h(i+1,2))
  cc=vrite-c(i+1)*hrite-c(i+1)*dt*vrite*sine(i+1) &
    -ak(i+1)*vrite*abs(vrite)

  if (cav(i,k).le.0.0) then
    hnew(i,k)=(-cc*area(i+1)+ccc*area(i)) &
      /(c(i+1)*area(i+1)+c(i)*area(i))

    if (hnew(i,k).ge.hcav(i,k)) then
      hnew(i+1,1)=hnew(i,k)
      vnewl(i,k)=ccc-c(i)*hnew(i,k)
      vnewr(i+1,1)=cc+c(i+1)*hnew(i+1,1)
    end if
  end if
end do

```

```

        end if
    end if

    if (cav(i,k).le.0.0 .and. hnew(i,k).ge.hcav(i,k)) goto 3

    vnewl(i,k)=ccc-c(i)*hcav(i,k)
    vnewr(i+1,1)=cc+c(i+1)*hcav(i+1,1)
    delcav=dt*(vnewr(i+1,1)*area(i+1)-vnewl(i,k)*area(i))

    if (delcav.le.0.0 .and. airvac(i+1).eq.2 .and. &
        hcav(i,k).le.pipe_z(i+1) .and. delcav.lt.0.0) then
        ctzero(i+1)=cav(i,k)
        if (ctzero(i+1).ge.5.0*area(i+1)) bubble(i+1)=.true.
    end if

    cav(i,k)=cav(i,k)+delcav
    cav(i+1,1)=cav(i,k)

    if (.not.bubble(i+1)) goto 5

    hcav(i,k)=pipe_z(i+1)-hatm+hatm*(ctzero(i+1)/cav(i,k))**1.2
    if (hcav(i,k).lt.pipe_z(i+1)) bubble(i+1)=.false.
    if (hcav(i,k).lt.pipe_z(i+1)) hcav(i,k)=pipe_z(i+1)
    hcav(i+1,1)=hcav(i,k)

    if (bubble(i+1)) goto 3
5    if (cav(i,k).le.0.0) then
        delh2=abs((0.5*a(i+1)/g)*((area(i)/area(i+1))*vnewl(i,k) &
            -vnewr(i+1,1)))
        hnew(i,k)=hcav(i,k)+delh2*2.0*area(i+1)*a(i) &
            vnewl(i,k)=vnewl(i,k)-g/a(i)*(hnew(i,k)-hcav(i,k))
        vnewr(i+1,1)=vnewl(i,k)*area(i)/area(i+1)
        cav(i,k)=0.0
        cav(i+1,1)=0.0
    end if
!3    continue

!
! internal boundary condition for a gate valve closing at two separate
! rates.
!
    if (i.eq.ivalve) then
        if (t.lt.tc2) then
            if (t.gt.tc1) then
                open=pcop1*(tc2-t)/(tc2-tc1)
            else
                open=100.0-(100.0-pcop1)*t/tc1
            end if

            do j=1,10
                itest=(open-pct(j))*0.10

                if (itest.eq.0) exit
            end do

            fact=(open-pct(j))*0.10
            kli=ki(j)+fact*(ki(j+1)-ki(j))

            c5=2.0*g*(1.0/c(i)+1.0/c(i+1))
            c6=2.0*g*(c1/c(i)+cr/c(i+1))
            c6=2.0*g*(ccc/c(i)+cc/c(i+1))

```

```

        if (c6.lt.0.0) then
!           vnew(i+1,1)=kli*(c5-sqrt(c5**2-4.0*c6/kli))/2.0

vnewr(i+1,1)=kli*(c5-sqrt(c5**2-4.0*c6/kli))/2.0

        else
!           vnew(i+1,1)=kli*(-c5+sqrt(c5**2+4.0*c6/kli))/2.0

vnewr(i+1,1)=kli*(-c5+sqrt(c5**2+4.0*c6/kli))/2.0

        end if
    else
!         vnew(i+1,1)=0.0
            vnewr(i+1,1)=0.0

        end if

        vnewl(i,k)=vnewr(i+1,1)
        hnew(i,k)=(ccc-vnewl(i,k))/c(i)

!         hnew(i+1,1)=(vnewr(i+1,1)-cr)/c(i+1)
            hnew(i+1,1)=(vnewr(i+1,1)-cc)/c(i+1)

    else

        hnew(1,1)=(vnewr(1,1)-c1)*a(1)/g
    end if
! compute h and v at downstream end (for a gate valve closing at two
! separate
! rates and flowing into a reservoir).
!
    if (ibr.eq.1) then
        nv=npar(npipes)+1
        nvml=npar(npipes)

        if (t.gt.tclose) then

            vnewl(npipes,nv)=vfinal

        else

vnewl(npipes,nv)=vzero(npipes)-(vzero(npipes)-vfinal)*t/tclose

        end if

hnew(npipes,nv)=h(npipes,nvml)+(vr(npipes,nvml)-vnewl(npipes,nv) &

```

```

        -f(npipes)*dt/(2.0*d(npipes)) &
*vr(npipes,nvm1)*abs(vr(npipes,nvm1))*a(npipes)/g

    end if

    if (ibr.eq.2) then
        nv=npar(npipes)+1
        nvm1=npar(npipes)

        cp=vr(npipes,nvm1)+c(npipes)*h(npipes,nvm1) &
-f(npipes)*dt/2.0/d(npipes)*vr(npipes,nvm1)*abs(vr(npipes,nvm1))

        if (t.le.tclose) then
!
! closing valve from vzero to 0 at downstream end of pipe.
!
            tau=taui+(tauf-taui)*(t/tclose)**em
            cv=tau**2*vzero(npipes)**2/c(npipes)/hdown
!
            vnew(npipes,nv)=(-cv+sqrt(cv**2+4.0*cp*cv))/2.0
            vnewl(npipes,nv)=(-cv+sqrt(cv**2+4.0*cp*cv))/2.0
!
            hnew(npipes,nv)=(cp-vnew(npipes,nv))/c(npipes)
            hnewl(npipes,nv)=(cp-vnewl(npipes,nv))/c(npipes)

        else

            vnewl(npipes,nv)=0.0
            hnew(npipes,nv)=cp/c(npipes)
        end if
    end if
!
! opening valve from 0 to vfinal at downstream end of pipe: ibr=3
!
    if (ibr.eq.3) then
        if (t.le.topen) then
            tau=(t/topen)**em
        else
            tau=1.0
        end if

        nv=npar(npipes)+1
        nvm1=npar(npipes)

        cp=vr(npipes,nvm1)+c(npipes)*h(npipes,nvm1) &
-f(npipes)*dt/2.0/d(npipes)*vr(npipes,nvm1)*abs(vr(npipes,nvm1))

        cv=tau**2*vfinal**2/c(npipes)/hdown
        vnewl(npipes,nv)=(-cv+sqrt(cv**2+4.0*cp*cv))/2.0
        hnew(npipes,nv)=(cp-vnewl(npipes,nv))/c(npipes)

    end if

```

```

        if (ibr.eq.4) then
            nv=npar(npipes)+1
            nvm1=npars(npipes)

vleft=v1(npipes,nv)-a(npipes)*dt/ds(npipes)*(v1(npipes,nv)-v1(npipes,nvm
1))

hleft=h(npipes,nv)-a(npipes)*dt/ds(npipes)*(h(npipes,nv)-h(npipes,nvm1))
c1=vleft+c(npipes)*hleft+c(npipes)*vleft*dt*sine(npipes) &
-f(npipes)*dt/(2.0*d(npipes))*vleft*abs(vleft)

        if (t.lt.tc2) then
            if (t.gt.tc1) then
                open=pcop1*(tc2-t)/(tc2-tc1)
            else
                open=100.0-(100.0-pcop1)*t/tc1
            end if
!
! interpolate linearly to find 1/kl for valve loss coefficient in 11
! data.
            do i=1,10
                itest=(open-pct(i))*0.10

                if (itest.eq.0) exit
            end do

            fact=(open-pct(i))*0.10
            kli=ki(i)+fact*(ki(i+1)-ki(i))

            c5=2.0*g/c(npipes)
            c6=2.0*g*(hdown-c1/c(npipes))

            if (c6.gt.0.0) then
vnew1(npipes,nv)=kli*(c5-sqrt(c5**2+4.0*c6/kli))/2.0
                end if

            else
!
                vnew(npipes,nv)=0.0
                vnew1(npipes,nv)=0.0
            end if

!
            hnew(npipes,nv)=(c1-vnew(npipes,nv))/c(npipes)
            hnew1(npipes,nv)=(c1-vnew1(npipes,nv))/c(npipes)
        end if

        if (ibr.eq.6) then
            nv=npar(npipes)+1
            nvm1=npars(npipes)
!
            vnew(npipes,nv)=0.0
            vnew1(npipes,nv)=0.0
            hnew(npipes,nv)=h(npipes,nvm1)+(vr(npipes,nvm1) &
-f(npipes)*dt/(2.0*d(npipes))) &

```

```

*vr(npipes,nvm1)*abs(vr(npipes,nvm1)))*a(npipes)/g
    end if
!
! compute h and v at downstream end (for a constant head reservoir).
!
    if (ibr.eq.7) then
        nv=npar(npipes)+1
        nvm1=npar(npipes)
!         hnew(npipes,nv)=hdown
!         vnew(npipes,nv)=c1-c(npipes)*hnew(npipes,nv)

vleft=v1(npipes,nv)-a(npipes)*dt/ds(npipes)*(v1(npipes,nv)-vr(npipes,nvm1))
hleft=h(npipes,nv)-a(npipes)*dt/ds(npipes)*(h(npipes,nv)-h(npipes,nvm1))

        c1=vleft+c(npipes)*hleft+c(npipes)*vleft*dt*sine(npipes) &
            -f(npipes)*dt/(2.0*d(npipes))*vleft*abs(vleft)

        hnew(npipes,nv)=hdown
        vnew1(npipes,nv)=c1-c(npipes)*hnew(npipes,nv)
    end if

        c3=vr(npipes,nvm1)+g/a(npipes)*h(npipes,nvm1) &
-f(npipes)*dt/(2.0*d(npipes))*vr(npipes,nvm1)*abs(vr(npipes,nvm1))
        c5=(bpump+a(npipes)/g)/apump
        c6=(cpump-c3*a(npipes)/g)/apump

        vnew1(npipes,nv)=(-c5+sqrt(c5**2-4.0*c6))/2.0

                if (j.ne.1) then
                    dtx=l(i)/(npar(i)*(abs(vnew1(i,j))+a(i)))
                    if (dtx.lt.dtn) dtn=dtx
                end if

                if (j.ne.k) then
                    dtx=l(i)/(npar(i)*(abs(vnewr(i,j))+a(i)))
                    if (dtx.lt.dtn) dtn=dtx

                p_h(i,j)=hnew(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))

                if (p_h(i,j).lt.phmax) then
                    if (p_h(i,j).le.phmin) then
                        ipmin=i
                        xmin=x(i,j)
                        phmin=p_h(i,j)
                        ttmin=t
                    end if
                else
                    ipmax=i
                    xmax=x(i,j)
                    phmax=p_h(i,j)
                    ttmax=t
                end if

                if (p_h(i,j).le.-hatm) then

```



```

        write(3,'(a,1p1e15.7)') ' column separation occurred at',t
        write(3,'(a,i2,a,1p1e15.7)') ' sec in pipe',i,' at',x(i,j)
!
        fail=.true.
        end if
    end do
end do

if (fail) exit
!
! prepare for next time step computation.
!

do i=1,npipes
    k=npar(i)+1

    do j=1,k
        vl(i,j)=vnewl(i,j)
        vr(i,j)=vnewr(i,j)
        h(i,j)=hnew(i,j)
    end do
end do

if (mod(ii,iprint).eq.0) then
    write(3,*)
    write(3,'(a,1p1e15.7)') ' time =',t
    write(3,*)
    write(3,'(a/)') ' x  p_h  h  v'

    do i=1,npipes
        k=npar(i)+1

        write(3,'(a,i4)') ' pipe =',i
!
        write(3,'(1p4e15.7)') (x(i,j),p_h(i,j),h(i,j),v(i,j)),j=1,k)
        write(3,'(1p6e15.7)')
(x(i,j),p_h(i,j),h(i,j),vl(i,j), &
        vr(i,j),cav(i,j)),j=1,k)

    end do
end if

if (mod(ii,iplot).eq.0) then
    write(4,'(1p6e15.7)') t, p_h(ip1(1),jpl(1)), &
        p_h(ip1(2),jpl(2)), p_h(ip1(3),jpl(3)), p_h(ip1(4),jpl(4)),
&
        p_h(ip1(5),jpl(5))

    write(7,'(1p6e15.7)') t, h(ip1(1),jpl(1)), h(ip1(2),jpl(2)), &
        h(ip1(3),jpl(3)), h(ip1(4),jpl(4)), h(ip1(5),jpl(5))

    write(8,'(1p6e15.7)') t, vl(ip1(1),jpl(1)), vl(ip1(2),jpl(2)), &
        vl(ip1(3),jpl(3)), vl(ip1(4),jpl(4)), vl(ip1(5),jpl(5))

    write(9,'(1p6e15.7)') t, vr(ip1(1),jpl(1)), vr(ip1(2),jpl(2)), &
        vr(ip1(3),jpl(3)), vr(ip1(4),jpl(4)), vr(ip1(5),jpl(5))

    write(10,'(1p6e15.7)') t, cav(ip1(1),jpl(1)),

```

```

cav(ip1(2),jp1(2)), &
      cav(ip1(3),jp1(3)), cav(ip1(4),jp1(4)), cav(ip1(5),jp1(5))
end do
!
!-----
!
! end of transient analysis.
!-----
!
! check stability criteria.
!
! if (dtn.lt.0.9999*dt) then
!   dt=0.999*dtn
!
!   write(*,'(a)') ' the check for stability criteria has found a
violation.'
!   write(*,'(a)') ' the analysis must be rerun with a smaller dt.'
!   write(*,'(a,1p1e15.7)') ' change data file to set dtnew =',dt
!   write(*,'(a)') ' and rerun = .true.'
!
!   write(3,'(a)') ' the check for stability criteria has found a
violation.'
!   write(3,'(a)') ' the analysis must be rerun with a smaller dt.'
!   write(3,'(a,1p1e15.7)') ' change data file to set dtnew =',dt
!   write(3,'(a)') ' and rerun = .true.'
!
!   stop
! end if
!
! write out maximum and minimum pressure heads and h-values.
!
! write(3,'(/a/)') ' extreme values:'
! write(3,'(a/)') ' x p_h_max time p_h_min time'
!
write(3,'(a/)') &
  ' x max_head time min_head time max_h min_h cavmax time'
!
do i=1,npipes
  write(3,'(a,i2)') ' pipe =',i
  k=npar(i)+1
  do j=1,k
    p_h_max=hhigh(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))
    p_h_min= hlow(i,j)-(pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i))
  end do
  write(3,*)
! write(3,'(a/)') ' x hhigh hlow'
!
! do i=1,npipes
!   write(3,'(a,i2)') ' pipe =',i
!   k=npar(i)+1
!   do j=1,k
!     write(3,'(1p3e15.7)') x(i,j),hhigh(i,j),hlow(i,j)
!   end do
! end do
!
write(3,*)

```

```

pmax=phmax*rho_wat*g
pmin=phmin*rho_wat*g
at time =',ttmax
write(3,*)

write(3,'(a,1p1e15.7)') ' phmin =',phmin
write(3,'(a,1p1e15.7,a,i2)') ' pmin =',pmin,' in pipe =',ipmin
write(3,'(2(a,1p1e15.7))') ' at x =',xmin,' at time =',ttmin
write(3,*)

!
! generate external data file for plotting.
!
open(7,file='pipe_el.dat')
open(8,file='hstead.dat')
open(9,file='hlow.dat')
open(10,file='hhigh.dat')

write(7,'(a)') ' variables = xloc, pipe_el'
write(8,'(a)') ' variables = xloc, hstead'
write(9,'(a)') ' variables = xloc, hlow'
write(10,'(a)') ' variables = xloc, hhigh'

xbase=0.0

do i=1,npipes
  k=npar(i)+1

  do j=1,k
    pipe_el=pipe_z(i)+x(i,j)*l(i)*sine(i)
    xloc=xbase+l(i)*x(i,j)

    write(7,'(1p2e15.7)') xloc,pipe_el
    write(9,'(1p2e15.7)') xloc,hlow(i,j)
    write(10,'(1p2e15.7)') xloc,hhigh(i,j)
  end do

  xbase=xbase+l(i)
end do

stop
end

```

Abstract

Water hammer is one of the basic problems in various hydraulic fields. In this study we try to analyze this phenomenon by means of numerical methods, qualitative and quantitative. Since analyzing of all the transients processes needs the determined initial conditions, so in the beginning of steady state situation will be discussed briefly. Wave speed in the pipeline as on of the most important cases which determine the manner of the transient flow, computed for different situation. Water hammer solution is applied to simple reservoir –pipe-valve system and developed for series pipes and other complex systems include multi junctions pipes. Auxiliary equipments like pumps, valves, surge tanks and air chambers will be added to the system and modeling method and their effect on transients flow and transient controlling will be explained. Method of characteristics applies to computer codes because of its compatibility.

Key words: unsteady flow, water hammer, method of characteristics