

الحمد لله رب العالمين



دانشکده مهندسی مکانیک
گروه تبدیل انرژی

بررسی عددی جریان‌های غیردائم سیال ویسکوالاستیک در کانال‌های بسته

نگارش:

امین شریعت خواه

استاد راهنما:

دکتر محمود نوروزی

استاد مشاور:

دکتر محمدرضا حیرانی نوبری

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

زمستان ۱۳۹۱

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده : مکانیک

گروه : تبدیل انرژی

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای امین شریعت خواه

تحت عنوان:

بررسی عددی جریان های غیردائم سیال ویسکوالاستیک در کانال های بسته

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد
مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	استاد مشاور	امضاء	استاد راهنما
	نام و نام خانوادگی : دکتر محمدرضا حیرانی نوبری		نام و نام خانوادگی : دکتر محمود نوروزی

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	دکتر محسن نظری		نام و نام خانوادگی : دکتر علی جباری مقدم
			نام و نام خانوادگی : دکتر محمد حسن کیهانی



دانشگاه صنعتی شاهرود

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۶)

بسمه تعالی

شماره :

تاریخ :

ویرایش :

فرم صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای امین شریعت خواه رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی تحت عنوان بررسی عددی جریان‌های غیردائم سیال ویسکوالاستیک در کانال‌های بسته که در تاریخ ۱۳۹۱/۱۱/۲۳ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می‌گردد:

☐ قبول (با درجه : <u>بسیار خوب</u> امتیاز : <u>۱۸۸۸</u>)	☐ دفاع مجدد	☐ مردود
---	------------------------------------	--------------------------------

۲- بسیار خوب (۱۸/۹۹ - ۱۸)

۱- عالی (۲۰ - ۱۹)

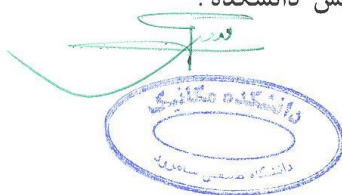
۴- قابل قبول (۱۵/۹۹ - ۱۴)

۳- خوب (۱۷/۹۹ - ۱۶)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	دکتر محمود نوروزی	استادیار	
۲- استاد مشاور	دکتر محمدرضا حیرانی نویری	استاد	
۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	دکتر محسن نظری	استادیار	
۴- استاد ممتحن	دکتر محمد حسن کیهانی	دانشیار	
۵- استاد ممتحن	دکتر علی جباری مقدم	استادیار	

رئیس دانشکده :



تقدیم بہ

پدر دلسوزم،

مادر مہربانم،

وہر آن کہ سزاوار نام "دوست" است.

تشکر و قدردانی

ضمن سپاس فراوان از حضرت باری تعالی، لازم می‌دانم از تمامی اساتید محترمی کہ در این مدت افتخار شاگردی ایشان را داشتم، بہ ویژه اساتید محترم جناب آقای دکتر محمود نوروزی و جناب

آقای دکتر محمدرضا حیرانی نوبری که با راهنمایی‌های راهگشا و کارآمد، نظارت و سرپرستی این تحقیق را به عهده داشته‌اند، صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم.

تعهد نامه

اینجانب **امین شریعت خواه** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک- گرایش تبدیل انرژی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه با عنوان "**بررسی عددی جریان‌های غیردائم سیال ویسکوالاستیک در کانال‌های بسته**"

تحت راهنمایی **دکتر محمود نوروزی و دکتر محمدرضا کیهانی** نوبری متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده‌است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده‌است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده‌است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

در این تحقیق، به بررسی عددی جریان‌های غیردائم سیال ویسکوالاستیک پرداخته شده است. برای این منظور ابتدا به مطالعه‌ی روش‌های عددی و الگوریتم‌های مورد استفاده در جریان‌های غیردائم

پرداخته می‌شود. سپس با استفاده از روش تفاضل محدود و الگوریتم پروجکشن به حل جریان کوئت پرداخته می‌شود. با بررسی این الگوریتم مشاهده می‌گردد که در مسائلی که عامل حرکت سیال اختلاف فشار می‌باشد، الگوریتم با مشکل مواجه می‌شود. از این رو برای بررسی این دسته از مسائل از الگوریتم PISO استفاده می‌شود.

جریان‌های ثانویه سیال ویسکوالاستیک در کانال‌های غیرمدور مستقیم، مسأله‌ی غیردائم دیگری است که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است. این مسأله از مسائل کلاسیک مکانیک سیالات غیرنیوتنی می‌باشد. تحقیقات بسیار زیادی بر روی این موضوع در جریان‌های دائم صورت گرفته است. اما بررسی این جریان در حالت غیردائم برای اولین بار در این تحقیق صورت می‌گیرد. سطح مقطع استفاده شده مربع می‌باشد. به دلیل داشتن دو تقارن محوری، جریان در یک چهارم کانال حل می‌شود. در این تحقیق مشاهده می‌شود که گردابه‌های حاصل از جریان ثانویه از گوشه‌ها شروع به شکل‌گیری می‌کنند و سپس به مرکز ناحیه محاسباتی که یک چهارم کانال می‌باشد، منتقل می‌شود. شدت گردابه‌ها هم‌چون سرعت محوری، دارای نوسان می‌باشد. در نهایت جریان پایا شده و در یک چهارم ناحیه‌ی محاسباتی دو گردابه باقی می‌مانند. در این تحقیق اثر ضریب تحرک (α) و عدد الاستیک (E) بررسی می‌شود. افزایش این دو عدد باعث افزایش دامنه‌ی نوسانات می‌شود. افزایش عدد الاستیک زمان رسیدن به حالت پایا را کاهش می‌دهد.

در انتها یکی از کاربردهای جریان‌های غیردائم سیال ویسکوالاستیک یعنی جریان خون در رگ مدل‌سازی می‌شود. در این تحقیق برای اولین بار از یک مدل غیرخطی ویسکوالاستیک یعنی مدل گزیکس برای مدل‌سازی استفاده می‌گردد. برای سرعت ورودی از داده‌های تجربی مربوط به اندازه‌گیری سرعت خون در رگ موش استفاده می‌گردد. در این تحقیق نشان داده می‌شود که برای رگ‌های با قطر کم مانند مویرگ‌ها که دارای نرخ برش کم می‌باشند، تنها مدل‌های غیرخطی ویسکوالاستیک قادر به تفسیر صحیح ویسکوزیته‌ی خون می‌باشند. در این تحقیق با استفاده از داده‌های تجربی مربوط به تغییرات ویسکوزیته با نرخ برش، بهترین مقدار برای ثابت‌های مدل گزیکس در

مدل‌سازی خون استخراج می‌شود. با استفاده از این ضرائب جریان خون در یک رگ ساده که یک استوانه است مدل‌سازی می‌گردد. به دلیل وجود تقارن محوری جریان به صورت دو بعدی مدل می‌شود. از نتایج بدست آمده مشخص می‌گردد که تنش دیواره که از فاکتورهای مهم در بررسی بیماری‌های قلب و عروقی می‌باشد، در سیال گزیکس کمتر از سیال نیوتنی می‌باشد. نتیجه‌ی حاصل منطبق بر این خاصیت حرکت گلبول‌های قرمز می‌باشد که در رگ‌هایی با قطر کم، در مجاورت دیواره‌ی رگ یک لایه از پلاسما (بخش نیوتنی سیال) وجود دارد و حضور گلبول‌های قرمز (بخش ویسکوالاستیک سیال) در این لایه کم می‌باشد. با توجه به این موضوع و قابلیت مدل گزیکس در توصیف رفتار ویسکوزیته‌ی خون، این نتیجه حاصل می‌شود که مدل مذکور مدلی مناسب برای مدل‌سازی جریان خون می‌باشد.

فهرست مطالب

فصل ۱. مقدمه ----- ۱

۱-۱- دیباچه ----- ۲

۲-۱- معرفی زمینه کار ----- ۳

۳-۱- پیشینه تحقیق ----- ۵

۱-۳-۱- تاریخچه ----- ۶

۱-۳-۲- تحقیقات پیرامون مدل سازی جریان های غیر پایای ویسکوالاستیک ----- ۸

۱-۳-۲-۱- مراجع مرتبط با الگوریتم پروجکشن ----- ۹

۱-۳-۲-۲- مراجع تحلیلی ----- ۱۱

۱-۳-۲-۳- مراجع عددی ----- ۱۳

۱-۳-۲-۴- مراجع پیرامون روش های عددی در جریان غیر پایای ویسکوالاستیک ----- ۱۵

۱-۳-۳- تحقیقات پیرامون جریان های ثانویه در کانال مستقیم با مقطع غیر مدور ----- ۱۷

۱-۳-۴- تحقیقات پیرامون مدل سازی جریان خون در رگ ----- ۲۱

۱-۳-۴-۱- تحقیقات در راستای اندازه گیری ویژگی های فیزیکی و مکانیکی خون ----- ۲۱

۱-۳-۴-۲- تحقیقات پیرامون مدل سازی جریان خون در رگ ----- ۲۶

۱-۴- معرفی تحقیق حاضر ----- ۲۸

۱-۴-۱- معرفی ----- ۲۸

۱-۴-۲- معادلات ----- ۲۹

۱-۴-۳- روش محاسباتی ----- ۳۰

۱-۴-۴- مخاطبان ----- ۳۱

۱-۴-۵- نوآوری پژوهش ----- ۳۱

۱-۴-۶- ضرورت و اهمیت ----- ۳۱

۱-۴-۷- اهداف ----- ۳۲

۱-۴-۸- کاربردها ----- ۳۳

فصل ۲. فیزیک مسأله و معادلات حاکم بر جریان ----- ۳۵

۱-۲- مقدمه ----- ۳۶

۲-۲- جریان کوئت ----- ۳۷

۱-۲-۲- هندسه ----- ۳۷

۲-۲-۲- معادلات حاکم ----- ۳۷

۲-۲-۳- شرایط مرزی و شرایط اولیه ----- ۴۰

۳-۲- جریان ثانویه در کانال غیر مدور مستقیم ----- ۴۱

۱-۳-۲- هندسه ----- ۴۱

۲-۳-۲- معادلات حاکم بر جریان ----- ۴۲

۳-۳-۲- شرایط مرزی و شرایط اولیه ----- ۴۵

۴۷-----۴-۲- جریان خون در رگ-----

۴۷-----۱-۴-۲----- هندسه-----

۴۱-----۲-۴-۲----- معادلات حاکم بر جریان-----

۴۹-----۳-۴-۲----- شرایط مرزی و اولیه-----

فصل ۳. روش عددی ----- ۵۳-----

۵۴-----۱-۳----- مقدمه-----

۵۵-----۲-۳----- جریان کوئت-----

۵۵-----۱-۲-۳----- الگوریتم مورد استفاده-----

۵۶-----۲-۲-۳----- روش پیاده سازی الگوریتم-----

۵۱-----۳-۲-۳----- صورت ضمنی پیاده سازی الگوریتم پروجکشن-----

۶۰-----۴-۲-۳----- شرایط مرزی در الگوریتم پروجکشن-----

۶۰-----۳-۳----- معرفی نرم افزار آپن فوم-----

۶۳-----۴-۳----- روش حل در آپن فوم-----

۶۵-----۵-۳----- حل جریان های ثانویه در کانال غیر مدور-----

۷۷-----۶-۳----- حل جریان خون در رگ-----

فصل ۴. بررسی نتایج----- ۸۸-----

۸۹-----۱-۴----- مقدمه-----

۸۹-----۲-۴----- نتایج مربوط به جریان کوئت-----

۱۹-----۱-۲-۴----- مطالعه ای استقلال حل از شبکه-----

۹۰-----۲-۲-۴----- نتایج مربوط به حرکت صفحه با سرعت ثابت-----

۹۴-----۳-۲-۴----- نتایج مربوط به جریان کوئت نوسانی-----

۹۶-----۳-۴----- جریان های ثانویه در کانال مستقیم غیر مدور-----

۹۷-----۱-۳-۴----- مطالعه ای استقلال حل از شبکه-----

۹۱-----۲-۳-۴----- بررسی سرعت ها و شدت جریان ثانویه-----

۱۰۷-----۳-۳-۴----- بررسی شکل گردابه ها و نحوه ی تشکیل آنها-----

۱۱۶-----۴-۴----- جریان خون در رگ-----

۱۱۶-----۱-۴-۴----- مطالعه ای استقلال حل از شبکه-----

۱۱۷-----۲-۴-۴----- نتایج حاصل شده از حل جریان خون در رگ-----

فصل ۵. نتیجه گیری و پیشنهادات----- ۱۲۵-----

۱۲۶-----۱-۵----- مقدمه-----

۱۲۶-----۲-۵----- روش های حل عددی و حل جریان کوئت-----

۱۲۸-----	۵-۳- جریان های ثانویه در کانال غیر مدور مستقیم
۱۲۸-----	۵-۴- حل جریان خون در رگ
۱۲۹-----	۵-۵- پیشنهادات برای تحقیقات آینده
۱۲۹-----	الف - ضمیمه
۱۴۱-----	مراجع

فهرست اشکال

۴.....	شکل (۱-۱) اعمال چرخش به سیال نیوتنی (N) - سیال ویسکوالاستیک (V) [۴۰]
--------	--

- شکل (۲-۱) مدلسازی افتادن قطره با استفاده از مدل نیوتنی (سمت چپ) و مدل ویسکوالاستیک (سمت راست) ۱۱
- شکل (۳-۱) سرعت در میانه کانال برحسب زمان برای مقادیر مختلف λ در مدل اولدروید-بی ۱۲
- شکل (۴-۱) سرعت (سمت چپ) و تنش (سمت راست) مربوط به ۳ نقطه از کانال برحسب زمان در جریان کوئت [۷] ۱۲
- شکل (۵-۱) ریختن جریان خروجی از جت در یک ظرف برای سیال نیوتنی (سمت راست) ۱۴
- شکل (۶-۱) تأثیر عدد الاستیک بر نمودار سرعت-زمان میانه ی کانال در جریان پویزله برای مدل اولدروید-بی [۱۰] ۱۵
- شکل (۷-۱) نمودار سرعت-زمان برای به حرکت در آمدن (سمت چپ) و توقف سیال (سمت راست) ۱۶
- شکل (۸-۱) سرعت در میانه ی کانال برحسب زمان در مدلسازی جریان پویزله با استفاده از مدل UCM ۱۷
- شکل (۹-۱) بررسی تأثیر نسبت طول به عرض در شکل گردابه ها در جریان ثانویه [۱۵] ۱۸
- شکل (۱۰-۱) جریان های ثانویه در چند ضلعی های مختلف [۱۶] ۱۹
- شکل (۱۱-۱) تأثیر جنس سیال در شکل و شدت گردابه های جریان ثانویه [۱۷] ۲۰
- شکل (۱۲-۱) تأثیر قطر رگ بر ویسکوزیته ی خون در هموتوکریته های متفاوت [۱۸] ۲۲
- شکل (۱۳-۱) عکس میکروسکوپی از مویرگ موش در دو زمان مختلف [۲۱] ۲۳
- شکل (۱۴-۱) پروفیل سرعت خون در مویرگ موش زنده [۲۱] ۲۴
- شکل (۱۵-۱) زمان رهایی از تنش خون در مقادیر متفاوت نرخ برش [۲۵] ۲۴
- شکل (۱۶-۱) سیستم خورسانی بدن انسان و در صد خون موجود در هر قسمت [۲۵] ۲۵
- شکل (۱۷-۱) مقایسه ی پروفیل سرعت حاصل از مدلسازی خون توسط مدل های مختلف غیرنیوتنی با نتایج آزمایشگاهی [۳۰] ۲۷
- شکل (۱-۲) هندسه ی جریان کوئت ۳۷
- شکل (۲-۲) شرایط مرزی و شرایط اولیه در جریان کوئت ۴۱
- شکل (۳-۲) هندسه ی مربوط به مسأله جریانهای ثانویه در کانال غیرمدور مستقیم (Z جهت جریان اصلی میباشد) ۴۲
- شکل (۴-۲) شرایط مرزی و اولیه مربوط به مسأله ی جریانهای ثانویه ۴۶
- شکل (۵-۲) نمایش شماتیک شرط مرزی پریودیک در مسأله ی جریان های ثانویه ۴۶

- شکل (۶-۲) هندسه ی جریان خون در رگ ۴۸
- شکل (۷-۲) نمودار سرعت خون در مویرگ ۲ گونه موش زنده بر حسب زمان [۲۱] ۵۰
- شکل (۸-۲) پروفیل سرعت خون در مویرگ موش در دو حالت ماکزیمم و مینیمم سرعت [۲۱] ۵۱
- شکل (۹-۲) نمودار استفاده شده برای شرط مرزی سرعت در ورودی ۵۲
- شکل (۱-۳) فلوچارت روش پروجکشن برای حل معادلات ممنتوم ۵۶
- شکل (۲-۳) الگوریتم روش عددی PISO به صورت فلوچارت [۳۴] ۶۴
- شکل (۳-۳) شبکه ی مربوط به مسأله ی جریانهای ثانویه ۶۵
- شکل (۴-۳) شماتیک شبکه ی قابل قبول در نرمافزار آپن فوم برای حل جریان متقارن محوری ۷۸
- شکل (۵-۳) شبکه ی گوه ای شکل مربوط به مسأله ی جریان خون در رگ ۷۹
- شکل (۱-۴) هندسه جریان و مکان نقاطی که نتایج مربوط به آنها گزارش شده است. ۹۰
- شکل (۲-۴) سرعت جریان کوئت در $WE=1$ ۹۱
- شکل (۳-۴) سرعت جریان کوئت در $WE=10$ ۹۱
- شکل (۴-۴) سرعت جریان کوئت در $WE=100$ ۹۱
- شکل (۵-۴) تنش جریان کوئت در $WE=1$ ۹۲
- شکل (۶-۴) تنش جریان کوئت در $WE=10$ ۹۳
- شکل (۷-۴) تنش جریان کوئت در $WE=100$ ۹۳
- شکل (۸-۴) سرعت جریان کوئت با عامل تحریک سینوسی ۹۵
- شکل (۹-۴) تنش برشی در جریان کوئت نوسانی ۹۵
- شکل (۱۰-۴) اختلاف فاز تنش و سرعت در $WE=1$ ۹۶
- شکل (۱۱-۴) اثرات ضریب تحرک بر سرعت محوری ($E=0.1$) ۹۸
- شکل (۱۲-۴) تاثیر عدد الاستیک بر روی سرعت محوری ($\alpha=0.5$) ۹۹
- شکل (۱۳-۴) بررسی تاثیر عدد الاستیک بر سرعت، مربوط به تحقیق [۱۰] ۹۹
- شکل (۱۴-۴) کانتور سرعت محوری در زمانهای مختلف ($\alpha=0.5$, $E=0.5$) ۱۰۱
- شکل (۱۵-۴) تاثیر ضریب تحرک بر U_x ($E=0.1$) ۱۰۲

- شکل (۴-۱۶) تأثیر ضریب تحرک بر U_y ($E=0.1$) ۱۰۲
- شکل (۴-۱۷) تأثیر عدد الاستیک بر U_x ($\alpha=0.5$) ۱۰۳
- شکل (۴-۱۸) تأثیر عدد الاستیک بر U_y ($\alpha=0.5$) ۱۰۳
- شکل (۴-۱۹) تأثیر ضریب تحرک بر شدت جریان های ثانویه ($E=0.1$) ۱۰۴
- شکل (۴-۲۰) تأثیر عدد الاستیک بر شدت جریان های ثانویه ($\alpha=0.5$) ۱۰۴
- شکل (۴-۲۱) تأثیر ضریب تحرک در مقدار ماکزیمم S ($E=0.1$) ۱۰۵
- شکل (۴-۲۲) تأثیر عدد الاستیک بر مقدار ماکزیمم S ($\alpha=0.5$) ۱۰۵
- شکل (۴-۲۳) مقایسه ی نتایج حاصل از شبکه ریز و درشت ۱۰۶
- شکل (۴-۲۴) گردابه های حاصل از جریان های ثانویه ($E=0.1, \alpha=0.1$) ۱۰۸
- شکل (۴-۲۵) گردابه های حاصل از جریان ثانویه ($E=0.5, \alpha=0.5$) ۱۰۹
- شکل (۴-۲۶) کانتور U_x در گام های زمانی مختلف ($E = 0.1, \alpha = 0.1$) ۱۱۰
- شکل (۴-۲۷) کانتور U_y در گام های زمانی مختلف ($E = 0.1, \alpha = 0.1$) ۱۱۱
- شکل (۴-۲۸) کانتور S در گام های زمانی مختلف ($E = 0.1, \alpha = 0.1$) ۱۱۲
- شکل (۴-۲۹) کانتور U_x در گام های زمانی مختلف ($E = 0.5, \alpha = 0.5$) ۱۱۳
- شکل (۴-۳۰) کانتور U_y در گام های زمانی مختلف ($E = 0.5, \alpha = 0.5$) ۱۱۴
- شکل (۴-۳۱) کانتور S در گام های زمانی مختلف ($E = 0.5, \alpha = 0.5$) ۱۱۵
- شکل (۴-۳۲) مقایسه ی رفتار ویسکوزیته حاصل از مدل های متفاوت با داده های تجربی [۲۳] در جریان
برشی ساده ۱۱۷
- شکل (۴-۳۳) پروفیل سرعت در راستای شعاعی در دو زمان (A) دیاستول (مینیمم سرعت) (B) سیستول
(ماکزیمم سرعت) ۱۱۹
- شکل (۴-۳۴) تحقیق توسعه یافتگی سرعت بر روی محور تقارن در دو زمان (A) دیاستول (مینیمم سرعت)
(B) سیستول (ماکزیمم سرعت) ۱۲۰
- شکل (۴-۳۵) تغییرات سرعت ورودی و سرعت حاصل از سه مدل نسبت به تغییر زمان ۱۲۱
- شکل (۴-۳۶) تغییرات تنش دیواره بر حسب زمان ۱۲۲

- شکل (۴-۳۷) وجود یک لایه از پلاسما در مجاورت دیواره و کم بودن حضور گلبولهای قرمز در این لایه
 [۲۶]..... ۱۲۲
- شکل (۴-۳۸) نرخ برش در جهت شعاعی مربوط به سیستم (ماکزیمم سرعت) به همراه پروفیل سرعت
 مربوط به
 آن..... ۱۲۳
- شکل (۴-۳۹) کانتور سرعت الف. زمان مینیمم سرعت ب. ماکزیمم سرعت ۱۲۳
- شکل (۴-۴۰) کانتور تنش برشی الف. مینیمم سرعت ب. ماکزیمم سرعت ۱۲۴

فهرست جداول

جدول (۴-۱) اختلاف در نتایج حاصل از شبکه ی ریز و درشت	۸۹
جدول (۴-۲) اختلاف در نتایج مربوط به شبکه ی ریز و درشت ($E=0.1$)	۹۷
جدول (۴-۳) اختلاف در نتایج مربوط به شبکه ی ریز و درشت ($\alpha=0.5$)	۹۷
جدول (۴-۴) اختلاف نتایج بدست آمده از شبکه ی ریز و درشت	۱۱۷

d	نرخ برش (1/s)
E	عدد بی بعد الاستیک (نسبت عدد وایزنبرگ به عدد رینولدز)
p	فشار (pa)
s	شدت جریان های ثانویه (m/s)
t	زمان (s)
T	تنش ویسکوز (N/m ²)
u	سرعت (m/s)
We	عدد بی بعد وایزنبرگ

نمادهای یونانی

α	ضریب تحرک
β	نسبت ویسکوزیته نیوتنی به ویسکوزیته پلیمری
$\dot{\gamma}$	نرخ برش (1/s)
δ	تابع دلتای دیراک
η_s	ویسکوزیته ی حلال (قسمت نیوتنی سیال) (pa.s)
η_p	ویسکوزیته پلیمری (قسمت ویسکوالاستیک سیال) (pa.s)
η_0	ویسکوزیته در نرخ برش صفر (pa.s)
λ	زمان رهایی از تنش (s)
μ	ویسکوزیته (pa.s)
ρ	چگالی (kg/m ³)
σ	تانسور تنش کوشی (N/m ²)
τ	تنش ویسکوالاستیک (N/m ²)

فصل ۱. مقدمه

۱-۱- دیباچه

سیالات و جامدات دو گرایش مهم علم مکانیک می‌باشند. محققان این گرایش‌ها به ترتیب رفتار سیالات و جامدات را مورد بررسی قرار می‌دهند. اما همواره موادی مشاهده می‌شوند که رفتاری مابین سیالات و جامدات دارند. موادی که اگرچه همانند سیالات جریان می‌یابند، اما رفتاری متمایز از سیال‌های معمولی مانند آب، روغن و هوا دارند. به عنوان مثال موادی که به شکل ظرفی که در آن قرار دارند درنیامده و می‌توانند از خود شکل داشته باشند، یا برخلاف سیالاتی مثل آب، برای جریان یافتن بایستی نیرویی که به آن‌ها وارد می‌شود از یک مقدار معین بیشتر باشد. از مواد غیرصنعتی که دارای این ویژگی می‌باشند، می‌توان به خمیردندان و رب گوجه‌فرنگی و از مواد صنعتی می‌توان به محلول‌های پلیمری اشاره نمود. بررسی ویژگی‌های این مواد یکی از موضوعات علم مکانیک در قرن اخیر بوده است.

اگر برای مواد موجود در عالم یک طیف در نظر گرفته شود، سیالات را در یک انتهای طیف قرار داده و جامدات را در انتهای دیگر، مواد مذکور در وسط این طیف قرار خواهند گرفت. آن دسته که به جامدات نزدیک‌ترند را **جامدات ویسکوالاستیک** و آن‌هایی که به سیالات نزدیکند را **سیالات ویسکوالاستیک** می‌نامند. این مواد رفتاری بسیار پیچیده‌تر از سیالات و جامدات دارند و مدل‌سازی آن‌ها روز به روز در حال تکامل می‌باشد. در این تحقیق با بهره‌گیری از روش عددی به بررسی رفتار سیالات ویسکوالاستیک در مسائل غیرپایا پرداخته خواهد شد.

در ابتدای فصل معرفی مختصری از زمینه‌ی کار صورت خواهد گرفت. سپس به بررسی مطالعات پیشین پرداخته خواهد شد. با این بررسی ضرورت و اهمیت تحقیق حاضر روشن‌تر خواهد شد. در انتهای فصل تحقیق حاضر معرفی خواهد شد.

در فصل دوم فیزیک مسأله و معادلات حاکم مورد بررسی قرار خواهند گرفت. موضوع فصل سوم روش عددی بکار گرفته شده می‌باشد. نتایج حاصل شده از مدل‌سازی عددی در فصل چهارم ارائه خواهند شد. نتیجه‌گیری کلی از انجام این تحقیق فصل ششم را تشکیل خواهد داد. در انتها مراجع

استفاده شده معرفی می‌شوند.

۱-۲- معرفی زمینه کار

سیالات با وارد کردن نیروی برشی تغییر شکل می‌دهند. تغییر شکل با مقاومتی از طرف سیال مواجه می‌شود که منجر به شکل‌گیری تنش برشی در سیال می‌شود. نیوتن موفق به کشف رابطه‌ای مابین نرخ برش اعمال شده به سیال و تنش بوجود آمده گشت. این رابطه در معادله زیر مشاهده می‌گردد:

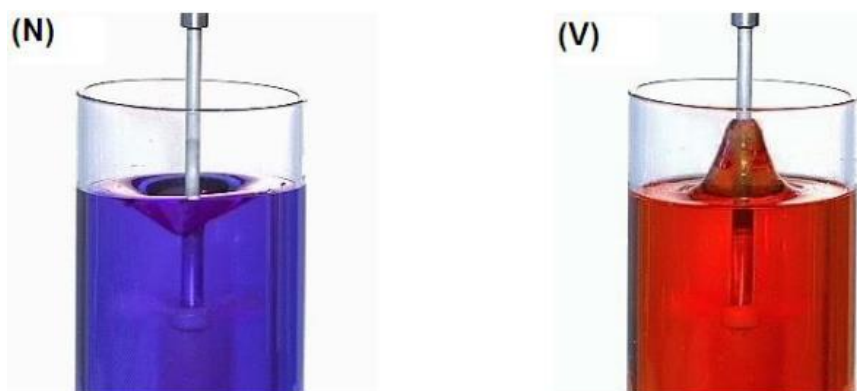
$$\tau_{xy} = \mu \dot{\gamma} \quad (1-1)$$

در این رابطه، τ_{xy} تنش برشی، $\dot{\gamma}$ نرخ برش و μ ویسکوزیته‌ی سیال می‌باشد. سیالاتی که از قانون نیوتن پیروی می‌نمایند، سیالات نیوتنی نام دارند. با گسترش علم مکانیک مشاهده شد که برخی سیالات وجود دارند که رفتارشان منطبق بر قانون نیوتن نمی‌باشد و سیالات غیر نیوتنی نام گرفتند. این سیالات به سه گروه زیر تقسیم‌بندی می‌شوند:

- سیالات غیر نیوتنی مستقل از زمان
- سیالات غیرنیوتنی وابسته به زمان
- سیالات ویسکوالاستیک

سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان، سیالاتی هستند که رابطه تنش برشی و لزجت در آن‌ها به صورت غیرخطی می‌باشد. در حالت‌های خاصی این گروه از سیالات دارای تنش تسلیم نیز هستند. در این گونه از مواد، برای اینکه ماده جریان پیدا کند این است که تنش به حد خاصی برسد و در تنش‌های کمتر از این مقدار مانند یک جامد عمل می‌کند و تنش را تحمل می‌کند. پلاستیک بینگهام یکی از معروفترین موادی است که دارای تنش تسلیم می‌باشد. در سیالات غیرنیوتنی تابع زمان، لزجت تابعی از نرخ برش و زمان می‌باشد. در این مواد، با اعمال نرخ برش، ساختمان ماده مدام تغییر می‌کند (لزجت نیز تغییر می‌کند) تا اینکه لزجت به یک مقدار ثابتی برسد. گروه سوم از سیالات غیرنیوتنی، سیالات ویسکوالاستیک هستند که هم‌زمان خواص ویسکوز سیال و الاستیک جامد را دارا می‌باشند.

این باعث می‌شود که رفتارهایی از این مواد بروز پیدا کند که با تصویری که از سیالات نیوتنی وجود دارد، بسیار متفاوت هستند. برخی از این رفتارها نه تنها با سیال نیوتنی متفاوت است، بلکه کاملاً برعکس آن می‌باشد. به عنوان مثال وقتی یک میله درون یک سیال نیوتنی قرار گرفته و شروع به چرخیدن می‌کند، سطح سیال در وسط ظرف پایین رفته و در اطراف ظرف بالا می‌آید. اما در سیالات ویسکوالاستیک این رفتار برعکس می‌باشد و سیال تمایل به بالا رفتن از میله دارد. دلیل این امر وجود تنش های ویسکوالاستیک در راستایی می‌باشد که در سیال نیوتنی موجود نمی‌باشد. این پدیده در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل (۱-۱) اعمال چرخش به سیال نیوتنی (N) - سیال ویسکوالاستیک (V) [۴۰]

به طور کلی تفاوت‌های سیالات غیرنیوتنی با سیالات نیوتنی شامل سه گروه می‌باشد:

- وجود تنش تسلیم در ماده
- وابستگی ویسکوزیته به نرخ برش یا زمان
- وجود خاصیت الاستیک در سیال

این تفاوت‌ها منجر به ایجاد این ضرورت می‌گردد که معادلات ساختاری این سیالات را بدست آورده و رفتار آن‌ها را بررسی کرد. ارائه‌ی معادلات ساختاری با استفاده از روش‌های متفاوتی صورت می‌گیرد. تاکنون مدل‌های بسیار زیادی برای توصیف رفتار این مواد ارائه شده است که با گذشت زمان کامل‌تر و بالتبع پیچیده‌تر شده‌اند.

دانشمندان مشاهده نمودند که بسیاری از سیالاتی که پیش از این نیوتنی در نظر گرفته می‌شدند دارای برخی خواص ویسکوالاستیک نیز می‌باشند. به عنوان مثال یکی از این سیالات بسیار مهم و حیاتی، خون می‌باشد. این سیال در نرخ برش‌های کم رفتار ویسکوالاستیک از خود نشان داده است. بسیاری از سیالات درشت ملکول پلیمری که در صنایع پتروشیمی کاربرد دارند نیز رفتار ویسکوالاستیک از خود نشان می‌دهند.

در این تحقیق به بررسی رفتار سیالات ویسکوالاستیک در جریان‌های غیردائم پرداخته می‌شود. برای این منظور سه مسأله مورد بررسی قرار می‌گیرند. ابتدا روش‌های عددی مورد مطالعه قرار گرفته و جریان غیردائم کوئت حل می‌گردد. در ادامه جریان در کانال با مقطع غیرممدور مورد مطالعه قرار می‌گیرد. سپس یکی از مسائل کاربردی این جریان که حرکت خون در رگ است، بررسی می‌شود.

۱-۳- پیشینه تحقیق

در این بخش ابتدا خلاصه‌ای از تاریخچه‌ای مختصر از پیدایش مدل‌سازی کامپیوتری و همچنین مکانیک سیالات ویسکوالاستیک ارائه خواهد شد. سپس با توجه به بررسی مسائل مختلف در این تحقیق و با نظر به این که هر یک از آن‌ها می‌تواند در دسته‌ای خاص قرار گیرد، به بررسی پیشینه تحقیق در سه بخش پرداخته می‌شود. نخست به بررسی کارهای صورت گرفته در زمینه‌ی روش‌های عددی برای حل جریان‌های غیردائم سیالات ویسکوالاستیک از جمله جریان کوئت پرداخته می‌شود. مراجعی که در مورد مدل‌سازی جریان‌های غیرپایا در سیالات نیوتنی و ویسکوالاستیک، و چالش‌های پیش روی آن‌ها می‌باشند در این قسمت بررسی می‌شوند. این مراجع اگر چه در دو بخش دیگر تکرار نخواهند شد اما بی‌شک از اطلاعات آن‌ها استفاده شده است. به عبارت دیگر اگرچه تحقیقات پیشین به سه بخش مجزاً تفکیک شده‌اند، اما این سه بخش طبیعتاً مستقل نمی‌باشند و دارای حلقه‌های مشترکی می‌باشند که آن‌ها را به یکدیگر پیوند می‌زند.

سپس در قسمت بعد تحقیقات صورت گرفته درباره‌ی موضوع جریان‌های ثانویه در کانال‌های مستقیم با مجاری غیر مدور بررسی خواهند شد. در این بخش تاکنون تحقیقاتی درباره‌ی جریان‌های غیرپایا صورت نگرفته است. به همین دلیل از اطلاعات موجود در مورد جریان‌های غیرپایا (در هندسه های دیگر) از منابع ذکر شده در دو بخش دیگر، خصوصاً بخش اول استفاده شده است.

در آخر به معرفی مراجع بکار برده شده در مدل‌سازی جریان خون در رگ پرداخته خواهد شد. برای داشتن اطلاعات کافی برای انجام این بخش که با بدن انسان و خون سر و کار دارد، اطلاعات پزشکی نیاز می‌باشد. برای این منظور از مراجع رشته‌ی پزشکی به خصوص کتاب‌های فیزیولوژی استفاده خواهد شد. به طور خلاصه این بخش به چهار قسمت تقسیم می‌شود:

۱- تاریخچه

۲- تحقیقات پیرامون مدل‌سازی جریان‌های غیرپایای ویسکوالاستیک

۳- تحقیقات پیرامون جریان های ثانویه در کانال مستقیم با مقطع غیر مدور

۴- تحقیقات پیرامون مدل‌سازی جریان خون در رگ

۱-۳-۱- تاریخچه

کنجکاو دیرینه‌ی بشر در کشف قوانین طبیعت قدمتی به اندازه‌ی عمر او دارد. یکی از علومی که به عنوان مادر بسیاری از علوم مهندسی در کشف این قوانین نقش بسزایی داشته است، علم مکانیک می‌باشد. در گذشته علم مکانیک تنها با استفاده از آزمایش تجربی و مشاهده به جمع‌آوری داده می‌پرداخت. تجزیه و تحلیل داده‌ها به یافتن رابطه‌ای میان آن‌ها و یافتن توجیهی علمی برای پدیده‌های مشاهده شده منجر می‌گشت. با گسترش علوم و پیشرفت تکنولوژی و صنعت، آزمایش‌های تجربی نیز بسیار دقیق و قابل اطمینان گشته‌اند. اما به دنبال این دقت بالا، هزینه‌ی آن‌ها نیز افزایش یافته است. به همین خاطر در بسیاری از موارد تنها پس از بررسی توجیه اقتصادی از این روش استفاده می‌شود.

ظهور کامپیوتر در قرن اخیر و افزایش روزافزون سرعت کامپیوترهای نسل جدید، مهندسان مکانیک را بر آن داشت تا به جای انجام آزمایش‌های پرهزینه، با استفاده از کامپیوترهای پرسرعت به حل معادلات پیچیده بپردازند. به این طریق می‌توان برای مدل‌سازی یک فرآیند مکانیکی به جای آزمایش‌های پرهزینه و زمان‌بر، به مدل‌سازی آن توسط کامپیوتر پرداخت و به میزان قابل توجهی در وقت و هزینه صرفه‌جویی نمود. این امر منجر به شکل‌گیری شاخه‌ای در مکانیک گشت که به " مکانیک محاسباتی" معروف است. در سال‌های اخیر به دلیل دقت بالای بدست آمده در کارهای صورت گرفته و همچنین هزینه‌ی پایین آن‌ها نسبت به آزمایشات تجربی، استفاده از مدل‌سازی کامپیوتری به شدت مورد توجه قرار گرفته و در بسیاری از موارد جای آزمایشات پرخرج را گرفته است.

همان‌طور که گفته شد در قرن اخیر محققین با موادی مواجه شدند که اگرچه شبیه سیالات - بودند، اما با مدل شناخته شده برای سیالات یعنی مدل نیوتنی^۱ قابل توصیف نبودند. یکی از انواع سیالات غیرنیوتنی که ساختار پیچیده‌تری دارند، سیالات ویسکوالاستیک می‌باشند. نیاز به مطالعه‌ی جریان این سیالات منجر به پیدایش شاخه‌ی جدیدی از علم به نام رئولوژی^۲ گشت. از اوایل قرن بیستم تا کنون دانش مکانیک سیالات غیرنیوتنی، موضوع بسیاری از تحقیقات تئوری و آزمایشگاهی بوده است. به مرور زمان دانش رئولوژی در زمینه‌های مختلف گسترش یافته و علاوه بر صنعت پلیمر به سایر صنایع مانند صنایع نفت و پتروشیمی، مواد غذایی، نظامی، مواد آرایشی بهداشتی، تولید سیمان، مواد روانکاری حفاری و ... گسترش یافته است. با توجه به وسعت صناعی که با سیالات غیرنیوتنی روبرو هستند، مشخص است که شناخت علم رئولوژی از ضرورتی اجتناب ناپذیر برخوردار است. به دلیل وجود پیچیدگی و تنوع خانواده‌های سیالات غیرنیوتنی، این شاخه از علم هنوز رشد چندانی نیافته و لذا زمینه‌های فراوانی جهت مطالعه و تحقیق در علم رئولوژی وجود دارد.

^۱ Newtonian model

^۲ Rheology

مسائلی که در سیالات وجود دارند بر اساس عامل تحریک جریان به دو دسته تقسیم می‌شوند. این دو دسته شامل تحریک با حرکت جسم جامد (جریان برشی) و حرکت به واسطه‌ی اختلاف فشار در دو نقطه تقسیم می‌شود. آن دسته از مسائل که حرکت جسم جامد عامل حرکت می‌باشد دارای تنوع بوده و کاربردی می‌باشند. از جمله می‌توان به حرکت دو استوانه‌ی هم مرکز و یا غیر هم مرکز اشاره نمود. چرخش دو کره درون یک دیگر از این نوع مسأله می‌باشد. یکی دیگر از مثال‌های دیگر این جریان کشیدن یک استوانه از داخل استوانه‌ی دیگر به صورت محوری می‌باشد. در تحقیق حاضر مشاهده می‌گردد این گونه مسائل مورد بررسی قرار گرفته و یک نمونه از آن‌ها توسط کد متلب حل می‌شود.

جریان‌هایی با عامل تحریک اختلاف فشار شامل حرکت درون کانال و لوله می‌باشد. لایه مرزی حاصل از اختلاف فشار از دیگر مسائل موجود در این زمینه می‌باشد. دو مسأله‌ی جریان داخل کانال و جریان داخل رگ از این دسته مسائل می‌باشد.

۱-۳-۲- تحقیقات پیرامون مدل‌سازی جریان‌های غیر پایای ویسکوالاستیک

قسمتی از تحقیقات استفاده شده در این بخش مرتبط با الگوریتم عددی به کار گرفته شده برای کدنویسی یعنی الگوریتم پروجکشن^۱ می‌باشد. بقیه‌ی موارد مربوط به کارهای صورت گرفته درباره‌ی جریان‌های غیر پایا در سیالات ویسکوالاستیک می‌باشد. این بخش در چهار قسمت ارائه می‌شود:

۱- مراجع مرتبط با الگوریتم پروجکشن

۲- مراجع تحلیلی

۳- مراجع عددی

۴- مراجع پیرامون روش‌های عددی در جریان غیر پایای ویسکوالاستیک

^۱ Projection

۱-۳-۲-۱ - مراجع مرتبط با الگوریتم پروجکشن

مرجع اصلی پیرامون روش پروجکشن یا فرکشنال استپ^۱ تحقیق کیم و موین^۲ [۱] مربوط به سال ۱۹۸۵ می‌باشد. در این تحقیق روش به کار گرفتن این تکنیک برای حل مسائل توضیح داده شده است. این تکنیک شامل شکستن معادله ممنوم به دو (یا چند) معادله ناقص می‌باشد. جمع این معادله‌ها، معادله ممنوم را می‌سازد. به این ترتیب معادله در دو (یا چند) گام حل خواهد شد. این تکنیک پایه و اساس الگوریتم پروجکشن می‌باشد.

تحقیق هارلو و ولج^۳ [۲] مربوط به سال ۱۹۶۵ مقاله مرجع پیرامون الگوریتم مک^۴ می‌باشد. این روش که بسیار شبیه روش بالاست اولین بار برای جریان سطح آزاد ارائه شد اما در جریان‌های دیگر نیز بکار گرفته شد. اگر چه برای حل مسائل غیرپایا شیوهی بکاربردن این دو روش مشابه است، اما ایده‌ی این دو روش که یکی در سال ۱۹۶۵ و دیگری در فاصله‌ای بسیار کوتاه یعنی ۱۹۶۷ ارائه شده است، کاملاً متفاوت می‌باشد. در روش مک با قراردادن سرعت‌های گسسته‌شده بر اساس شبکه‌ی مرزی جابجا شده درون معادله پیوستگی، معادله‌ی فشار ظاهر می‌گردد. اما در روش پروجکشن از شکستن معادله ممنوم و فرض پیوسته بودن میدان سرعت معادله فشار بدست می‌آید. نهایتاً برای شبکه‌ی جابجا شده و مسائل غیرپایا هر دو روش به یک معادله فشار مشابه خواهد رسید. به دلیل این‌که روش مک به روش بکار گرفته شده در این تحقیق بسیار شبیه می‌باشد، مطالعه درباره‌ی این روش نیز به عنوان بخشی از مطالعات ضروری می‌باشد.

^۱ Fractional step

^۲ Kim and Moin

^۳ Harlow and Welch

^۴ MAC

تحقیق پروت^۱ [۳] مربوط به سال ۱۹۹۲ به بررسی دقت و همگرا بودن روش فرکشنال استپ می-پردازد. در این تحقیق همگرایی، پایداری، دقت و نحوه‌ی اعمال شرایط مرزی در این روش مورد کنکاش قرار می‌گیرد. تحقیق فرناندز و روجاس^۲ [۴] مربوط به سال ۲۰۰۴ به ارائه‌ی روشی برای اعمال شرط مرزی فشار ثابت در الگوریتم پروجکشن می‌پردازد. همان‌گونه که در اکثر روش‌های عددی بکار گرفتن شرط مرزی فشار اندکی بحث برانگیز و پیچیده‌تر از بکار بردن شرط مرزی سرعت می-باشد، در این روش نیز استفاده از شرط مرزی فشار اندکی پیچیده است. از آنجایی که هدف بررسی جریان‌هایی است که با اعمال فشار شروع به حرکت می‌کنند^۳، بایستی بتوان شرط مرزی فشار ثابت را در کد اعمال کرد. این تحقیق روشی برای اعمال شرط مرزی فشار ارائه می‌دهد و برای مدلسازی جریان‌هایی که به واسطه‌ی اعمال فشار به حرکت در می‌آیند، مطالعه‌ی آن ضروری می‌باشد.

تحقیق مککی^۴ و همکاران [۵] مربوط به سال ۲۰۰۲ به بازخوانی و آنالیز روش مک برای جریان سطح آزاد در سیالات ویسکوالاستیک می‌پردازد. در این تحقیق جریان کوئت به عنوان چک‌پوینت^۵ برای تأیید صحت کد حل می‌شود. تصویری از نتایج این مقاله مربوط به افتادن یک قطره در شکل زیر مشاهده می‌گردد.

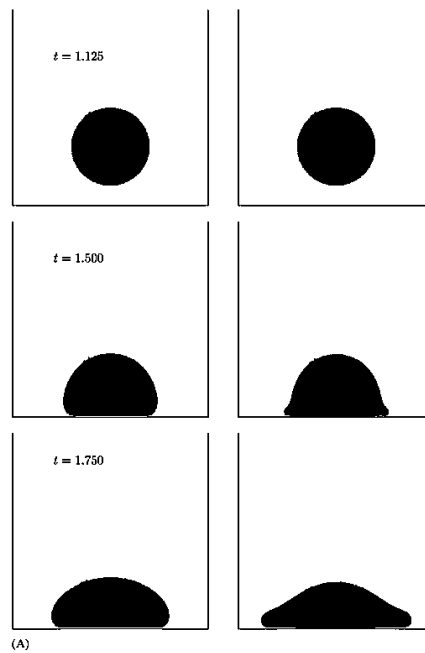
^۱ Perot

^۲ Fernandez and Rojas

^۳ Pressure driven flows

^۴ Mckee

^۵ Check - point



شکل (۲-۱) مدل سازی افتادن قطره با استفاده از مدل نیوتنی (سمت چپ) و مدل ویسکوالاستیک (سمت راست) در بازه های زمانی متفاوت [۵]

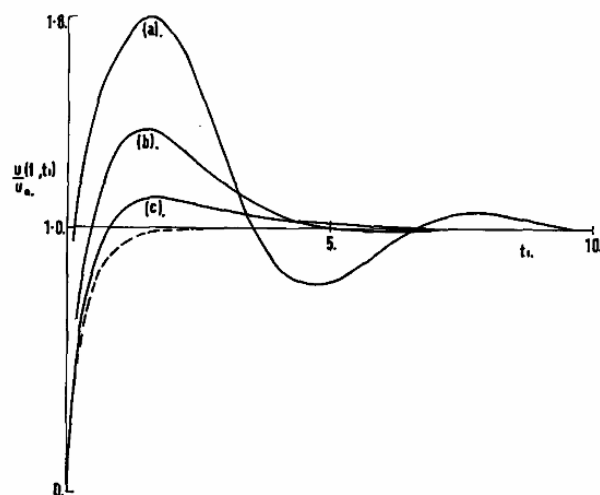
۱-۳-۲-۲- مراجع تحلیلی

تحقیق واترز^۱ [۶] مربوط به سال ۱۹۶۹ مهم ترین و قدیمی ترین مقاله ی تحلیلی در زمینه ی جریان های غیرپایای سیالات ویسکوالاستیک می باشد. این تحقیق به حل تحلیلی جریان پویزله^۲ بین دو صفحه ی موازی و بینهایت در حالت دو بعدی با استفاده از مدل اولدروید- بی^۳ می پردازد. در زیر نموداری مربوط به سرعت در وسط دو صفحه بر حسب زمان مشاهده می شود. نمودار خط چین مربوط به سیال نیوتنی می باشد.

^۱ Waters

^۲ Poiseuille

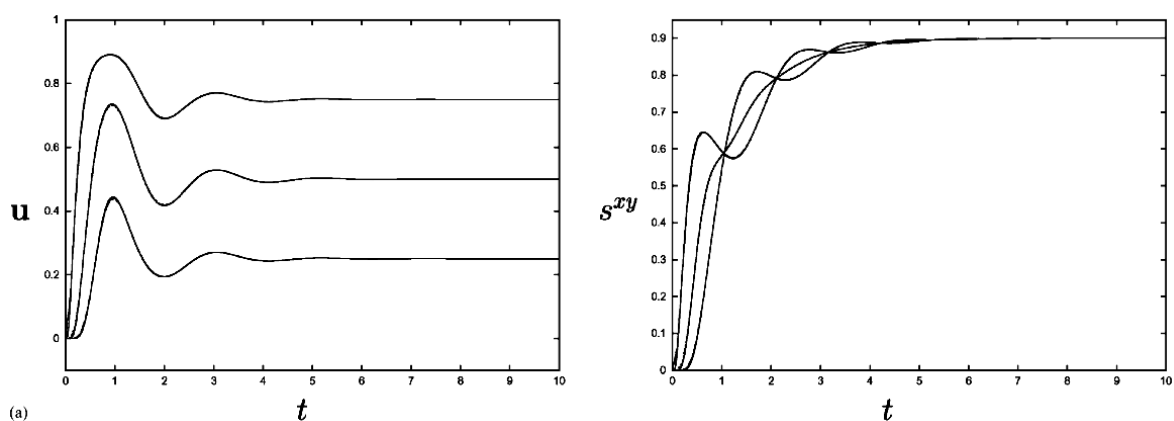
^۳ Oldroyd-B



شکل (۳-۱) سرعت در میانه کانال برحسب زمان برای مقادیر مختلف λ در مدل اولدروید-بی

و مدل نیوتنی (نمودار خط چین) در جریان پویزله [۶]

تحقیق شخافتینگن^۱ [۷] مربوط به سال ۱۹۸۵ به حل جریان کوئت مابین دو صفحه‌ی موازی با استفاده از مدل اولدروید - بی می‌پردازد. گفتنی است به دلیل این‌که مقاله به زبان فرانسوی می‌باشد، در مقاله‌های دیگر بسیار کم به این مقاله رجوع داده‌اند. در ادامه نموداری مربوط به جریان کوئت که از حل موجود در این مقاله بدست آمده است نمایش داده شده است.



شکل (۴-۱) سرعت (سمت چپ) و تنش (سمت راست) مربوط به ۳ نقطه از کانال برحسب زمان در جریان کوئت [۷]

^۱ Schaftingen

تحقیق ونچانگ^۱ و همکاران [۸] مربوط به سال ۲۰۰۳ به حل جریان بین دو صفحه‌ی بینهایت برای دو حالت فشار ثابت و فشار سینوسی با استفاده از مدل کریمینال-اریکسون-فیلپی^۲ می‌پردازد. تفاوت این تحقیق با تحقیقات گذشته این است که جریان‌هایی با فشار سینوسی نیز مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

۱-۳-۲-۳- مراجع عددی

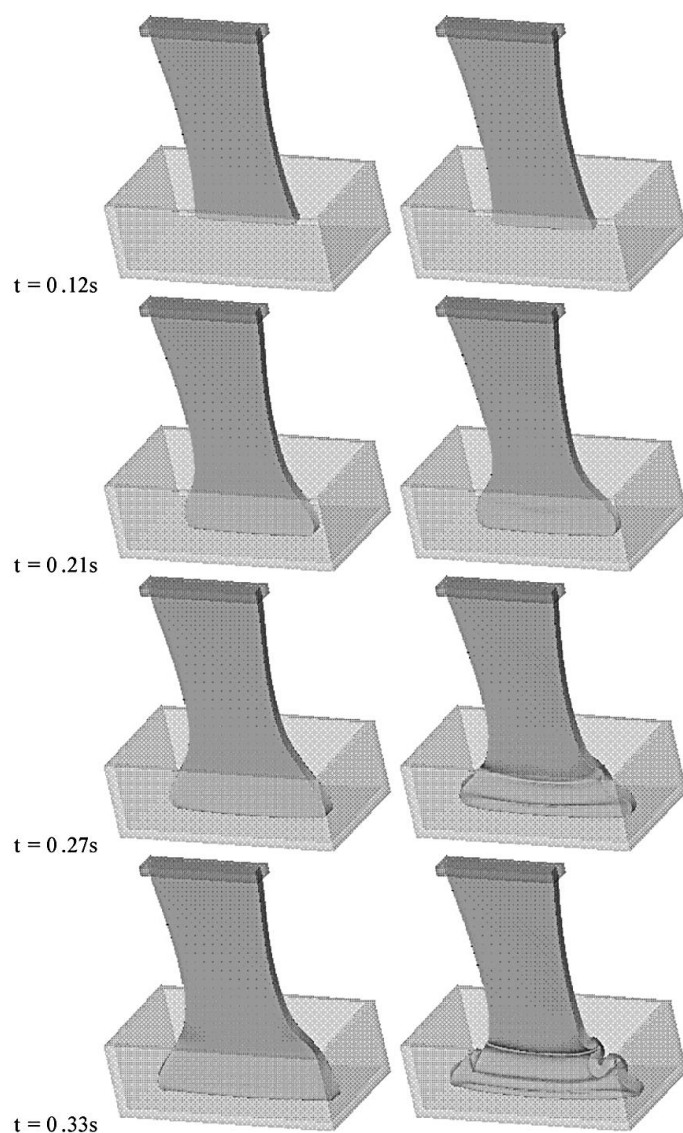
تحقیق تام^۳ و همکاران [۹] مربوط به سال ۲۰۰۸ به حل جریان سطح آزاد با استفاده از مدل اولر-بیدی در حالت سه بعدی می‌پردازد. این مقاله توسط روش تفاضل محدود^۴ و با استفاده از روش مک به مدل‌سازی سیالات ویسکوالاستیک در جریان با سطح آزاد می‌پردازد. در ادامه تصویری از نتایج مدل‌سازی این تحقیق مشاهده می‌شود که مربوط به ریختن یک ماده ویسکوالاستیک از یک نازل در یک ظرف است.

^۱ Wenchang

^۲ UCM

^۳ Tom'e

^۴ Finite difference



شکل (۵-۱) ریختن جریان خروجی از جت در یک ظرف برای سیال نیوتنی (سمت راست)

و سیال اولروید - بی (سمت چپ) در زمان‌های متفاوت [۹]

تحقیق دوآرت^۱ و همکاران [۱۰] مربوط به سال ۲۰۰۸ به مقایسه‌ی مدل‌های مختلف ویسکوالاستیک در جریان پویزله می‌پردازد. در این مقاله نشان داده می‌شود که شکل، تعداد و دامنه‌ی نوسان‌های جریان به نسبت عدد وایزنبرگ^۲ به عدد رینولدز^۳ که عدد الاستیک^۴ نامیده می‌شود وابسته

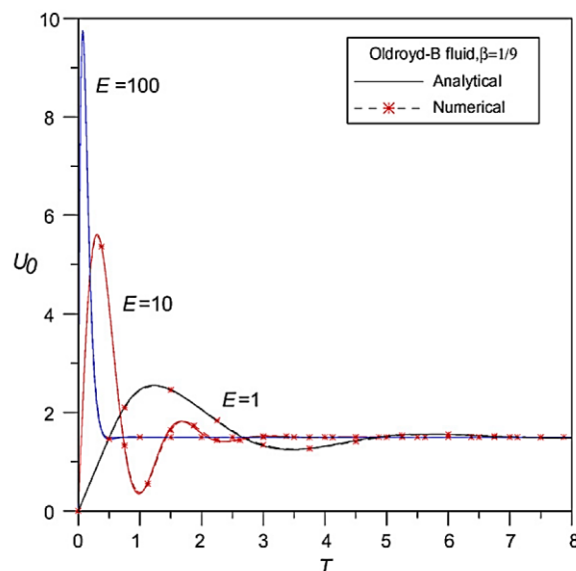
^۱ Duarte

^۲ Weissenberg

^۳ Reynolds

^۴ Elasticity

است. در شکل زیر نمونه‌ای از نتایج این مقاله مربوط به سرعت وسط کانال در مدل اولدرویدی برای اعداد الاستیک مختلف نشان داده شده است.



شکل (۱-۶) تأثیر عدد الاستیک بر نمودار سرعت-زمان میانه‌ی کانال در جریان پویزله برای مدل اولدروید- بی [۱۰]

تحقیق رامانا^۱ و همکاران [۱۱] مربوط به سال ۲۰۰۵ به حل جریان پویزله برای مدل سیال مرتبه-۲ بین دو صفحه‌ی موازی می‌پردازد. در این مقاله جریان بین دو صفحه بینهایت در حالت دو بعدی مدلسازی شده است. تحقیق موپین و دوپیل^۲ [۱۲] مربوط به سال ۱۹۹۷ به حل جریان غیرپایا با استفاده از روش حجم محدود^۳ می‌پردازد. در این مقاله جریان مربوط به انقباض^۴ با استفاده از مدل اولدروید- بی برای هندسه‌ی ۳ بعدی حل می‌گردد.

۱-۳-۲-۴- مراجع پیرامون روش‌های عددی در جریان غیرپایای ویسکوالاستیک

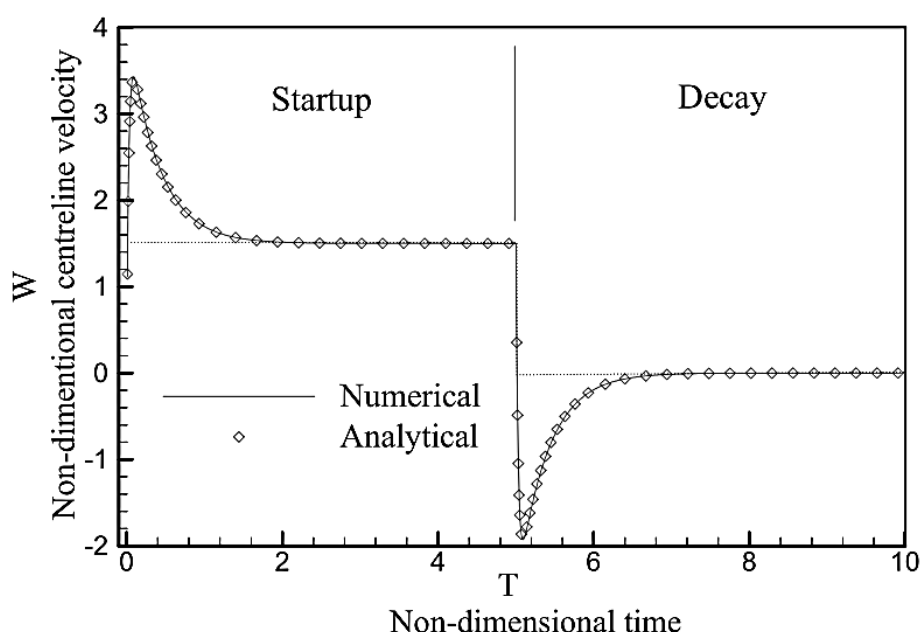
^۱ Ramana

^۲ Mopean and Deville

^۳ Finite volume

^۴ contraction

تحقیق ژو^۱ و همکاران [۱۳] مربوط به سال ۲۰۰۴ از کامل‌ترین تحقیقات مربوط به بررسی روش‌های عددی در حالت غیرپایای سیال ویسکوالاستیک است. در این مقاله به مقایسه الگوریتم‌های متفاوت برای حل مساله با روش حجم محدود از جمله سیمپل^۲، سیمپلر^۳، سیمپلست^۴ و پیزو^۵ می‌پردازد. هم-چنین به بررسی تأثیر شکل معادلات بر روی جواب پرداخته می‌شود. در شکل زیر قسمتی از نتایج این تحقیق نمایش داده شده است که مربوط به آغاز حرکت و پایان حرکت می‌باشد. در این مقاله دو روش سیمپلست و پیزو به عنوان الگوریتم‌های برتر معرفی می‌شوند.



شکل (۷-۱) نمودار سرعت-زمان برای به حرکت در آمدن (سمت چپ) و توقف سیال (سمت راست)

در جریان پویزله مربوط به مدل PTT [۱۳]

^۱ Xue

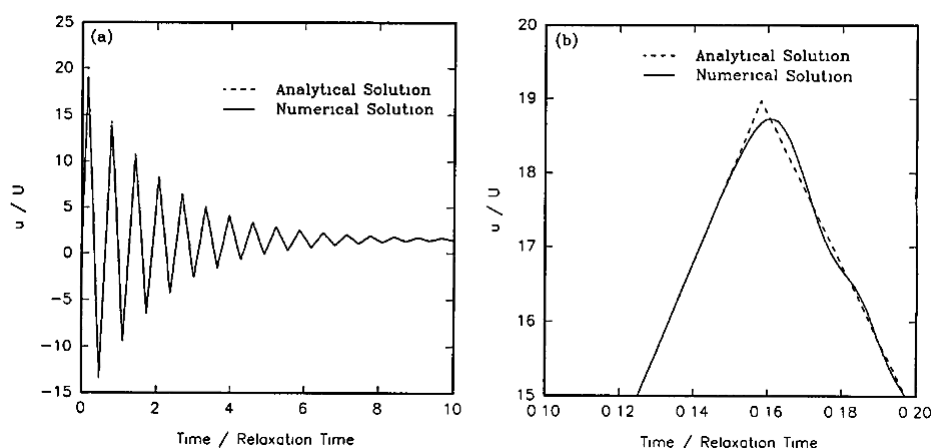
^۲ SIMPLE

^۳ SIMPLER

^۴ SIMPLEST

^۵ PISO

تحقیق ساتو و ریچاردسون^۱ [۱۴] مربوط به سال ۱۹۹۴ به حل مساله پویزله با استفاده از گسسته-گسسته سازی زمان به روش صریح می پردازد. قابل ذکر است که در حل مسائل غیرپایا روش های ضمنی بسیار محبوب تر از روش های صریح می باشند. این مقاله از مدل های کریمینال-اریکسون-فیلبی و اولدروید-بی استفاده می کند. در ادامه نموداری از نتایج این تحقیق مربوط به سرعت در وسط کانال در جریان پویزله مربوط به مدل کریمینال-اریکسون-فیلبی مشاهده می شود.



شکل (۸-۱) سرعت در میانه ی کانال برحسب زمان در مدل سازی جریان پویزله با استفاده از مدل UCM

a. سرعت در ۱۰ ثانیه ی اول b. سرعت در نوسان اول [۱۴]

همان گونه که مشاهده می شود در مدل UCM که جزء مدل های ساده و خطی محسوب می شود، رفتاری غیر هموار و بسیار نوسانی مشاهده می شود.

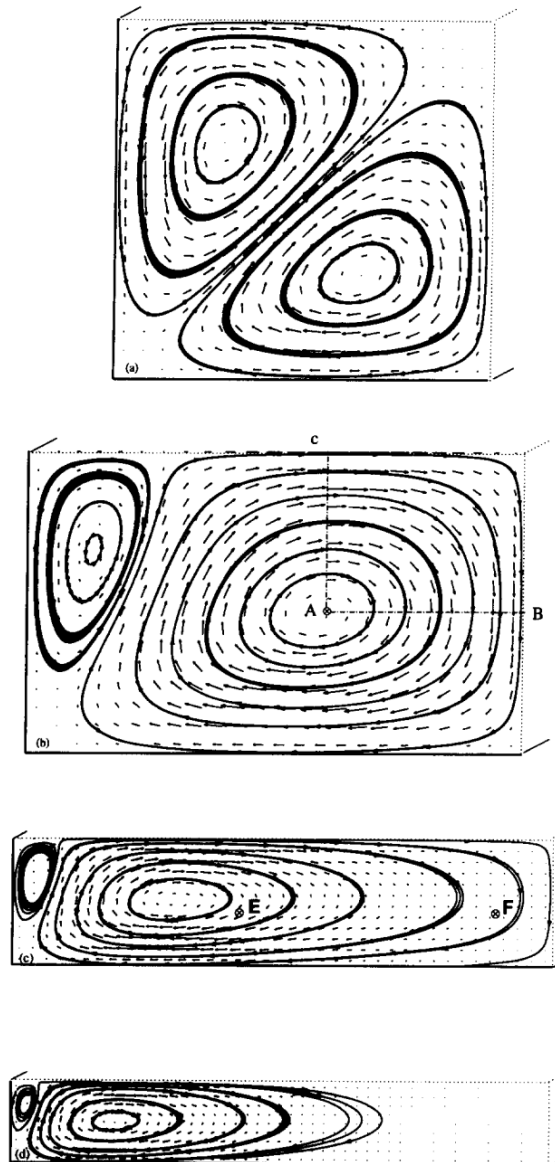
۳-۳-۱- تحقیقات پیرامون جریان های ثانویه در کانال مستقیم با مقطع غیر مدور

درخصوص تحقیقات با موضوع جریان های ثانویه در کانال مستقیم غیرمدور می توان ابتدا به تحقیق ژو^۲ و همکاران [۱۵] مربوط به سال ۱۹۹۵ اشاره نمود. در این تحقیق به صورت عددی الگوی شکل-گیری جریان های ثانویه و همچنین قدرت آن ها در یک کانال مستطیلی مستقیم بررسی شده است. تأثیر جنس سیال بر شدت و شکل گردابه ها نیز در این مقاله بررسی شده است. همچنین روش عددی

^۱ Sato and Richardson

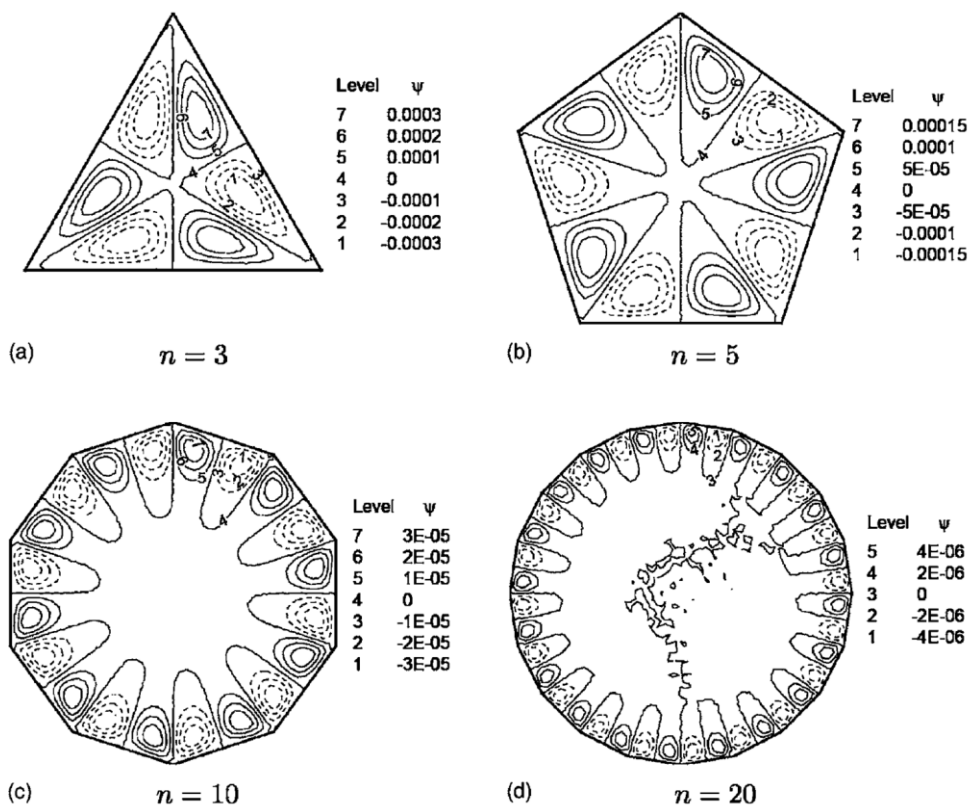
^۲ Xue

به کار گرفته شده و نیز زمان محاسبات برای الگوریتم‌های متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه تصویری از نتایج این مقاله مشاهده می‌گردد که در آن تأثیر نسبت طول به عرض کانال بر شکل گردابه‌ها نمایش داده شده است.



شکل (۹-۱) بررسی تأثیر نسبت طول به عرض در شکل گردابه‌ها در جریان ثانویه [۱۵]

تحقیق یو^۱ و همکاران [۱۶] مربوط به سال ۲۰۰۸ از تحقیقی جامع درباره‌ی این موضوع می‌باشد. این تحقیق به بررسی نحوه‌ی شکل‌گیری گردابه‌ها و جهت چرخش آنها می‌پردازد. تأثیر شکل مقطع بر تعداد و قدرت این گردابه‌ها نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه تصویری از نتایج این مقاله که مربوط به تشکیل گردابه‌ها در انواع مختلف سطح مقطع‌ها می‌باشد مشاهده می‌شود.

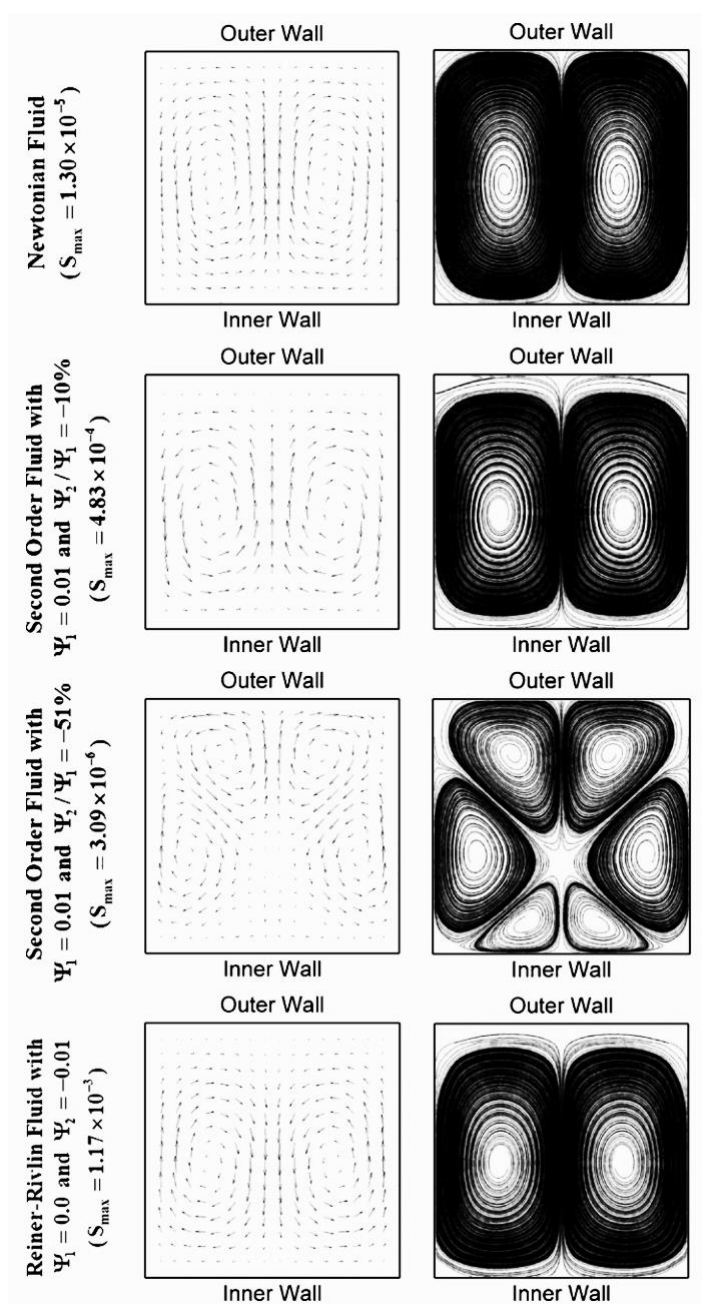


شکل (۱-۱) جریان‌های ثانویه در چند ضلعی‌های مختلف [۱۶]

همان‌گونه که در شکل مشاهده می‌شود، به ازای هر گوشه دو گردابه وجود دارد و هر چقدر تعداد گردابه افزایش یابد قدرت آنها کاسته می‌شود. این فرآیند ادامه پیدا می‌کند تا این‌که در مقطع دایره‌ای تعداد گوشه‌ها به بی‌نهایت میل می‌کند و تعداد گردابه‌ها نیز به بی‌نهایت میل می‌کند، اما قدرت آنها به صفر میل می‌کند. بدین ترتیب در مقطع دایره‌ای گردابه‌ها از بین می‌روند.

^۱ Yue

پس از آن تحقیق نوروژی و همکاران [۱۷] مربوط به سال ۲۰۱۰ بررسی می‌شود. در این مقاله جریان‌های ثانویه در یک کانال مربعی خمیده با استفاده از مدل سیال مرتبه ۲ بررسی می‌شود. این مقاله به جریان با رینولدزهای بسیار کم یا همان جریان خزشی می‌پردازد. در زیر تصویری از نتایج این مقاله که تأثیر جنس سیال (ثابت‌های موجود در مدل مربوط به جنس سیال می‌باشند) بر شکل گردابه‌ها را بررسی کرده‌است، مشاهده می‌شود.



شکل (۱-۱۱) تأثیر جنس سیال در شکل و شدت گردابه‌های جریان ثانویه [۱۷]

همان‌گونه که مشاهده می‌کنید تغییر پارامترهای مربوط به جنس سیال نه تنها در تعداد و شکل بلکه در قدرت آن‌ها نیز تأثیر گذاشته است.

۱-۳-۴- تحقیقات پیرامون مدل‌سازی جریان خون در رگ

همان‌گونه که پیش‌تر ذکر شد برای بررسی پیشینه‌ی تحقیقات در زمینه‌ی مدل‌سازی جریان خون در رگ بایستی به بررسی تحقیقات انجام شده پیرامون جنبه‌های پزشکی این موضوع نیز پرداخت. تحقیقات این بخش در دو گروه معرفی می‌شوند. گروه اول به اندازه‌گیری ویژگی‌های فیزیکی و مکانیکی خون از جمله چگالی، سرعت و ویسکوزیته می‌پردازند و گروه دوم که به مدل‌سازی جریان خون در رگ پرداخته‌اند. بدین ترتیب در این بخش دو دسته‌ی زیر مورد بررسی قرار خواهند گرفت:

۱- تحقیقات در راستای اندازه‌گیری ویژگی‌های فیزیکی و مکانیکی خون

۲- تحقیقات پیرامون مدل‌سازی جریان خون در رگ

۱-۳-۴-۱- تحقیقات در راستای اندازه‌گیری ویژگی‌های فیزیکی و مکانیکی خون

تحقیق تورستون^۱ [۱۸] مربوط به سال ۱۹۷۲ به بررسی رفتارهای ویسکوالاستیک خون می‌پردازد. تورستون از محققین قدیمی در زمینه‌ی بررسی رفتارهای ویسکوالاستیک خون می‌باشد و تحقیقات ایشان از اهمیت بسیاری برخوردار است. از جمله کارهای مهم ایشان می‌توان به ارائه‌ی مدلی چند مودی^۲ برای خون اشاره نمود که شامل ۶ المان ماکسول در ۶ مود مختلف می‌باشد.

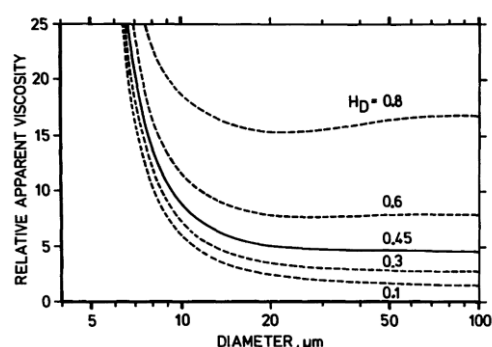
پریس^۳ و همکاران [۲۰] در سال ۱۹۹۰ به بررسی نقش قطر رگ در ویسکوزیته‌ی خون می‌پردازند. در تحقیق آن‌ها نشان داده می‌شود که در قطرهای بسیارسیارکم (کمتر از ۲۰ میکرومتر)

^۱ Thurston

^۲ Multi-mode

^۳ Pries

ویسکوزیته به شدت افزایش می‌یابد. اما در قطرهای بزرگ‌تر از آن، ویسکوزیته تقریباً ثابت است. در ادامه نموداری مربوط به این موضوع که از این تحقیق استخراج شده است مشاهده می‌شود. اعداد درج شده بر روی نمودارها هموتوکریت خون می‌باشد. هموتوکریت حجم گلبول‌های قرمز به حجم کل خون می‌باشد و برای یک انسان معمولی حدود ۴۵ درصد می‌باشد.



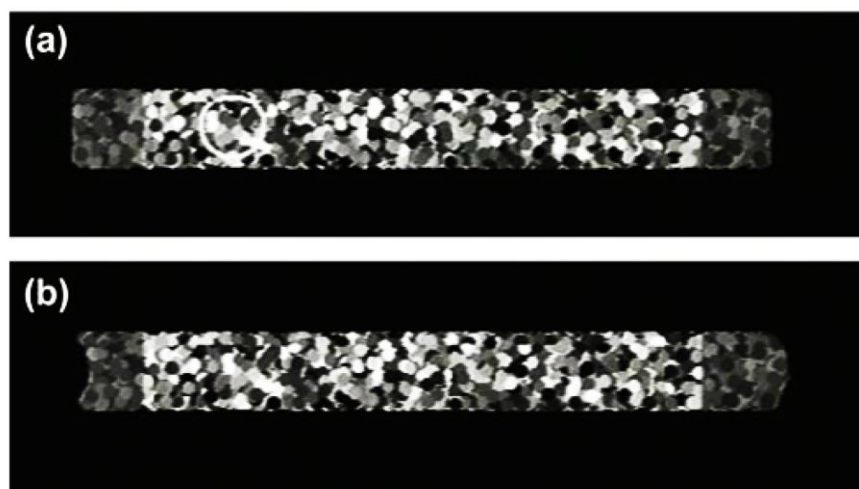
شکل (۱-۱۲) تاثیر قطر رگ بر ویسکوزیته‌ی خون در هموتوکریت‌های متفاوت [۱۸]

تحقیق رینکه^۱ و همکاران [۱۹] مربوط به سال ۱۹۸۶ به اندازه‌گیری سرعت خون در رگ می‌پردازد. در این تحقیق از روش عکس‌برداری برای تعیین سرعت خون استفاده می‌شود. اما به دلیل عدم استفاده از دوربینی با کیفیت بالا از دقت مناسبی برخوردار نمی‌باشد. مقاله‌ی سوکادا^۲ و همکاران [۲۱] مربوط به سال ۲۰۰۰ نیز به اندازه‌گیری سرعت خون می‌پردازد. در این تحقیق از روش تصویربرداری میکروسکوپی برای اندازه‌گیری سرعت خون در رگ‌های موش زنده استفاده شده است. در این روش در چند ثانیه‌ی متفاوت از جریان خون عکس گرفته می‌شود. سپس با آنالیز این عکس‌ها و اندازه‌گیری حرکت سلول‌ها در مدت زمان بین گرفتن دو عکس، سرعت سلول‌ها بدست می‌آید. نمودار سرعت بر حسب زمان از نتایج ارائه شده در تحقیق ذکر شده می‌باشد که در تحقیق حاضر

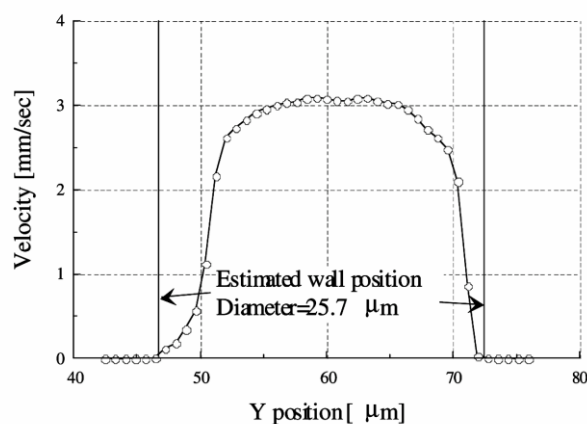
^۱ Reinke

^۲ Tsukada

برای شرط مرزی از آن استفاده خواهد شد. در شکل (۱-۱۳) تصویری از این مقاله مشاهده می‌شود که در آن چگونگی بکار بردن روش تصویربرداری میکروسکوپی برای تعیین سرعت نشان داده شده است. تحقیق سوجی^۱ [۲۲] مربوط به سال ۲۰۰۲ با استفاده از تجهیزات دقیق‌تر به اندازه‌گیری سرعت خون در مویرگ موش می‌پردازد. در این مقاله نیز از روش تصویربرداری میکروسکوپی استفاده می‌شود. با این روش پروفیل سرعت در مقطع رگ نیز بدست می‌آید. در شکل (۱-۱۴) تصویری از پروفیل بدست آمده در این مقاله مشاهده می‌شود.



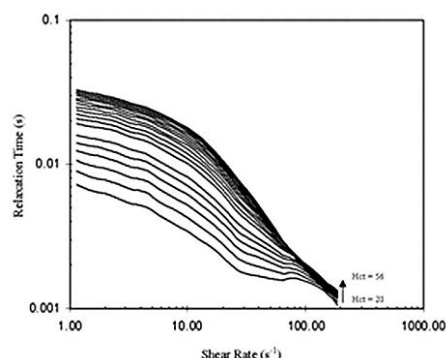
شکل (۱-۱۳) عکس میکروسکوپی از مویرگ موش در دو زمان مختلف [۲۱]



^۱ Sugii

شکل (۱-۱۴) پروفیل سرعت خون در مویرگ موش زنده [۲۱]

مشاهده می‌شود که پروفیل سرعت دارای یک نمودار مسطح در وسط رگ می‌باشد. این پروفیل شبیه نتایج بدست آمده از مدل‌سازی جریان پویزله توسط مدل‌های ویسکوالاستیک می‌باشد. تحقیق یئو^۱ و همکاران [۲۳] مربوط به سال ۲۰۰۲ به بررسی رابطه‌ی بین هموتوکریت، ویسکوزیته و تنش تسلیم خون می‌پردازد. هموتوکریت که درصد گلبول‌های قرمز خون به کل آن می‌باشد، نقش مهمی در مقدار ویسکوزیته‌ی خون دارد. در این تحقیق برای اندازه‌گیری ویسکوزیته از ویسکومتر جریان کوئت استفاده شده است. در این مقاله نمودارهای مختلفی از ویژگی‌های فیزیکی خون در نرخ برش‌های متفاوت ارائه شده است. در تحقیق لانگ^۲ و همکاران [۲۴] که مربوط به سال ۲۰۰۵ می‌باشد ویژگی‌های ویسکوالاستیک خون اندازه‌گیری می‌شود. در تحقیق پیش رو زمان رهایی از تنش برای خون را از این مقاله بدست آمده است. نمودار مربوط به آن را در زیر نمایش داده شده است.



شکل (۱-۱۵) زمان رهایی از تنش خون در مقادیر متفاوت نرخ برش [۲۵]

مشاهده می‌شود که در محدوده نرخ برش ۱۰۰ که محدوده‌ی نرخ برش در رگ‌های کوچک می‌باشد، زمان رهایی از تنش ثابت و حدود ۰,۰۸ ثانیه می‌باشد. مقاله‌ی باسکورت^۳ و همکاران [۲۶]

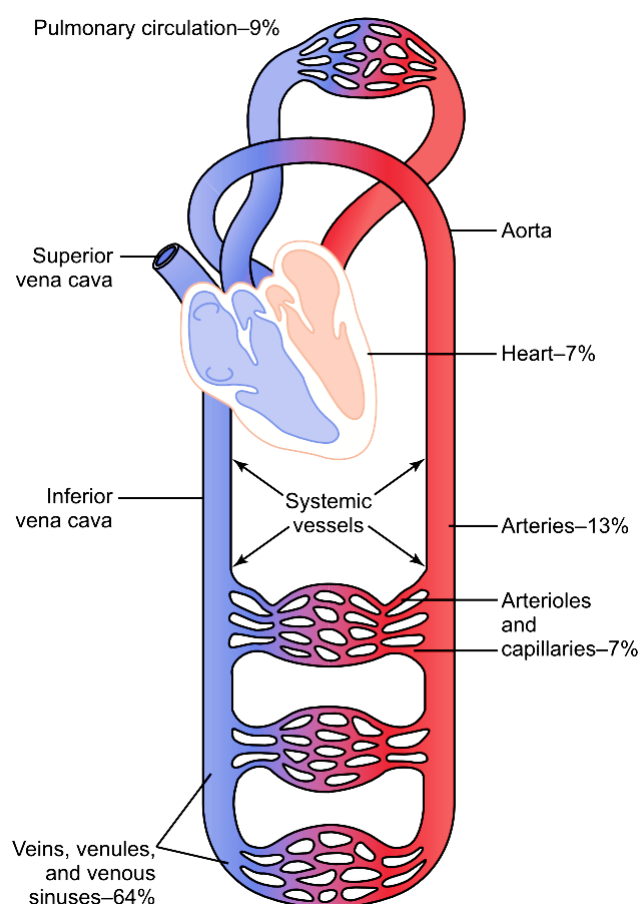
^۱ Yeow

^۲ Long

^۳ Baskurt

مربوط به سال ۲۰۰۷ به ساختار خون و نقش پارامترهای متفاوت در ویسکوزیته خون می‌پردازد. در این مقاله رفتارهای غیرنیوتنی خون مورد بررسی قرار می‌گیرد.

کتاب فیزیولوژی گایتون^۱ [۲۵] که ویرایش یازدهم آن مربوط به سال ۲۰۰۶ می‌باشد از معتبرترین و قدیمی‌ترین کتاب‌های فیزیولوژی می‌باشد. در این کتاب تمام ویژگی‌های فیزیکی بدن انسان از جمله مشخصات مکانیکی آن بررسی شده است. در شکل زیر تصویری مربوط به این کتاب را مشاهده می‌کنید که به طور ساده شبکه‌ی خون‌رسانی بدن انسان را نشان می‌دهد و نشان می‌دهد که در هر قسمت از این سیستم، چه درصدی از کل خون موجود در بدن وجود دارد.



شکل (۱-۱۶) سیستم خون‌رسانی بدن انسان و در صد خون موجود در هر قسمت [۲۵]

^۱ Guyhon

کتاب مفاهیم سیستم قلب و عروق^۱ نوشته‌ی کلابوند^۲ [۲۷] که ویرایش دوم آن مربوط به سال ۲۰۱۱ می‌باشد از کتاب‌های شناخته شده در زمینه‌ی فیزیولوژی قلب و عروق می‌باشد. این کتاب به دلیل این که مفاهیم سیستم قلب و عروق را به شکلی بسیار ساده و قابل فهم توضیح می‌دهد، جزو بهترین کتاب‌های فیزیولوژی می‌باشد.

۱-۳-۴-۲- تحقیقات پیرامون مدل سازی جریان خون در رگ

در این زمینه تحقیقات به سه دسته تقسیم می‌شوند. دسته‌ی اول تحقیقاتی می‌باشند که خون را یک سیال نیوتنی در نظر گرفته‌اند. دسته‌ی دوم تحقیقاتی می‌باشند که خون را یک سیال غیرنیوتنی و غیر ویسکوالاستیک در نظر گرفته‌اند. دسته‌ی سوم تحقیقاتی می‌باشند که در آن‌ها خون به عنوان یک سیال ویسکوالاستیک مدل شده است. در ادامه این سه دسته به ترتیب ذکر شده بررسی می‌شوند.

تحقیق کشاورز معتمد [۲۸] مربوط به سال ۲۰۱۱ به بررسی بیماری گرفتگی آئورت می‌پردازد. این تحقیق خون را به عنوان یک سیال نیوتنی در نظر گرفته‌است و به مدل سازی آئورت توسط نرم افزار فلوئنت پرداخته است. در مقاله‌ی سانکار و لی^۳ [۲۹] مربوط به سال ۲۰۰۹ از مدل هرشل بالکلی^۴ برای مدل سازی استفاده شده است. در این مقاله یک رگ که دارای گرفتگی می‌باشد مدل سازی شده است. این مقاله از روش پرتربیشن^۵ برای حل مساله استفاده می‌کند. تحقیق پونالاگوسامی^۶ و همکاران [۳۰] مربوط به سال ۲۰۱۲ به مدل سازی یک رگ دارای گرفتگی با استفاده از مدل هرشل - بالکلی می‌پردازد. در این مقاله ورودی نوسانی می‌باشد و تاثیر سطح مقطع مورد مطالعه قرار گرفته شده است. همچنین نتایج با مدل‌های پاورلاو^۷ و بینگهام^۱ مقایسه شده و به این نتیجه حاصل شده است که

^۱ Cardiovascular concepts

^۲ Klabunde

^۳ Sankar and Lee

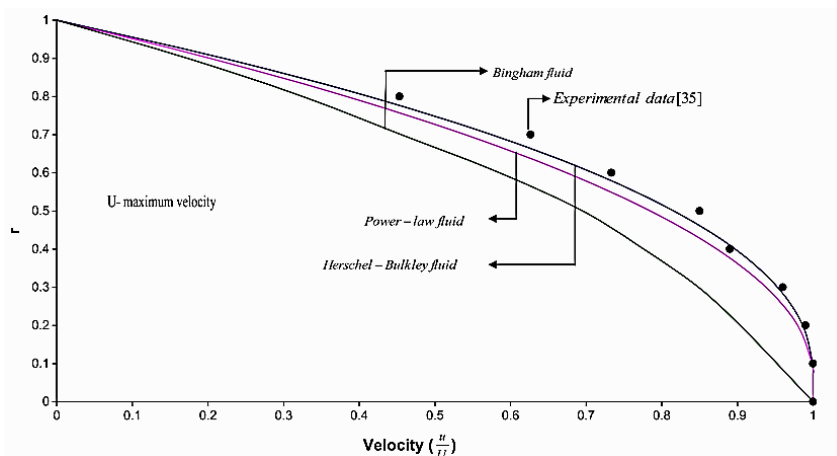
^۴ Herschel-Bulkley

^۵ Perturbation

^۶ Ponalagusamy

^۷ Power-law

مدل هرشل- بالکلی از بین این سه مدل نتایج بهتری حاصل می‌کند. در شکل زیر که از این مقاله استخراج شده است این موضوع نشان داده شده است.



شکل (۱۷-۱) مقایسه‌ی پروفیل سرعت حاصل از مدل‌سازی خون توسط مدل‌های مختلف غیرنیوتنی با نتایج

آزمایشگاهی [۳۰]

تحقیق پونت‌رلی^۲ [۳۱] مربوط به سال ۲۰۰۰ با در نظر گرفتن رگ به عنوان یک استوانه‌ی صلب به مدل‌سازی جریان خون می‌پردازد. در این تحقیق از مدل اولدروید-بی استفاده شده و گرادیان فشار به صورت ناگهانی به رگ اعمال می‌شود. تحقیق هرنان و روجاس^۳ [۳۲] مربوط به سال ۲۰۰۶ به مدل‌سازی خون در یک رگ ساده می‌پردازد. در این مقاله از مدل ارائه شده توسط تورستون برای بررسی جریان با ورودی ثابت و ورودی نوسانی استفاده شده است.

در سال ۲۰۰۶ اوزن^۴ [۳۳] یک مدل ویسکوالاستیک جدید برای شبیه‌سازی جریان خون ارائه نمود. اوزن با الهام از تئوری شبکه‌ی زمان‌مند پلیمری^۵ به ارائه‌ی یک مدل چند مودی از خانواده‌ی ماکسول پرداخته است. گلبول‌های قرمز خون دارای خاصیت تجمع و به هم گره خوردن هستند. با الهام از این رفتار که شبیه پلیمرها می‌باشد، این مدل بدست آمده است.

^۱ Bingham

^۲ Pontrelli

^۳ Hernan and Rojas

^۴ Owens

^۵ Temporary polymer network

۱-۴- معرفی تحقیق حاضر

۱-۴-۱- معرفی

همان‌گونه که پیش‌تر نیز اشاره شد در این تحقیق جریان‌های غیرپایای سیالات ویسکوالاستیک بررسی خواهند شد. برای نیل به این هدف در ابتدای امر به بررسی یک جریان مهم و کلاسیک اما بسیار ساده یعنی جریان برشی ساده یا جریان کوئت^۱ پرداخته خواهد شد. در این قسمت الگوریتم‌های عددی و توانایی‌ها و محدودیت‌های آنها نیز مورد بررسی قرار می‌گیرند. این بخش توسط کدنویسی در محیط متلب^۲ انجام می‌گیرد و هدف از آن آشنایی با معادلات و شرایط مرزی و اولیه در سیالات ویسکوالاستیک می‌باشد. بیشک برای داشتن درک صحیحی از نحوه‌ی چگونگی گسسته‌شدن معادلات، حل معادلات و استفاده از شرایط مرزی و اولیه، کدنویسی برای جریان‌های ساده‌تر ضروری می‌باشد. مدل‌سازی سیالات ویسکوالاستیک دارای ظرافت‌های خاص خود می‌باشد و یادگیری این ظرافت‌ها جز با کسب تجربه و کدنویسی امکان پذیر نیست. در این تحقیق هدف اولیه حل تمام مسائل توسط کد نوشته شده بوده است، اما پس از بررسی دقیق الگوریتم و تغییر کد برای حل مسائل دارای یک شرط مرزی شامل عبور جریان از مرز، این نتیجه حاصل گردید که این روش در سیالات ویسکوالاستیک تنها برای مسائل برشی مانند جریان کوئت ساده و جریان برشی مابین دو استوانه که ارضای پیوستگی در آنها ساده تر رخ می‌دهد، مناسب می‌باشد. از این رو برای حل دو مسأله‌ی دیگر از الگوریتم‌های موجود در نرم‌افزار آپن فوم^۳ استفاده می‌شود.

پس از بررسی جریان کوئت، یک موضوع محبوب در سیالات ویسکوالاستیک یعنی شکل‌گیری جریان‌های ثانویه^۴ در کانال‌های غیرمدور مستقیم در حالت گذرا بررسی خواهد شد. این موضوع یکی

^۱ Coette flow

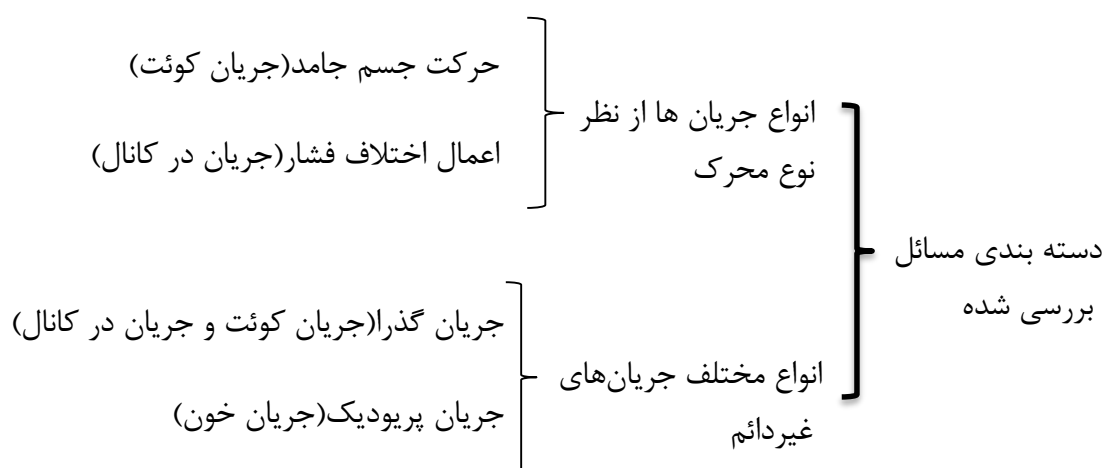
^۲ Matlab

^۳ OpenFOAM

^۴ Secondary flows

از مسائل مهم و معروف در زمینه‌ی سیالات ویسکوالاستیک می‌باشد و در حالت پایا تحقیقات بسیار مفصل روی آن انجام گرفته است. اما برای حالت گذرا تاکنون تحقیقی در مورد آن صورت نگرفته است و پرداختن به آن ضروری بوده و کاری نو محسوب می‌شود.

پس از بررسی یک مسأله‌ی ساده و کلاسیک مکانیک و یک مسأله‌ی محبوب اما تحقیقاتی، یکی از مسائل کاربردی در این زمینه نیز حل خواهد شد. از کاربردهای این موضوع جریان خون در مویرگ می‌باشد. در بخش انتهایی تحقیق جریان خون در یک مویرگ ساده شبیه‌سازی خواهد شد. مسائل بررسی شده در این تحقیق به صورت زیر دسته‌بندی می‌شوند:



۱-۴-۲- معادلات

در این بخش به طور خلاصه معادلات مورد استفاده در این تحقیق را معرفی خواهند شد. دو معادله‌ی اصلی سیالات یعنی معادله‌ی پیوستگی^۱ و معادله‌ی ممنتوم^۱ در این جا نیز معادلات اصلی می‌باشند. با

^۱ Continuity equation

توجه به این که سیال مورد نظر ویسکوالاستیک می باشد، برای محاسبه ی تنش معادلات جداگانه ای به نام معادله ساختاری^۲ وجود دارد که با توجه به مدل بکار گرفته شده تنش را محاسبه می نماید. مدل-های بکار گرفته شده در این تحقیق مدل های اولدرویید-بی^۳ و گزیکس^۴ می باشند. معادله ی ساختاری این دو مدل در فصل دوم آورده شده اند.

۱-۴-۳- روش محاسباتی

برای گسسته سازی معادلات از دو روش تفاضل محدود^۵ در حل جریان کوئت و حجم محدود^۶ در حل جریان های ثانویه و جریان خون در مویرگ استفاده می شود. تحقیق حاضر شامل کد متلب برای حل جریان کوئت و نیز استفاده از نرم افزار مرجع باز^۷ آپن فوم برای حل دو مسأله ی دیگر می باشد. در نوشتن کد از گسسته سازی به روش تفاضل محدود استفاده شده است و نرم افزار آپن فوم از روش حجم محدود برای گسسته سازی استفاده می کند.

در روش تفاضل محدود از الگوریتم پروجکشن^۸ برای حل معادلات استفاده شده است. در نرم افزار آپن فوم از الگوریتم PISO برای حل معادلات استفاده می شود. برای ایجاد شبکه از نرم افزار گمبیت^۹ استفاده شده است. برای همه ی مسائل از شبکه ی جابجاشده^{۱۰} استفاده می شود. در فصل سوم به تفصیل درباره ی شیوه ی محاسباتی بحث خواهد شد.

^۱ Momentum

^۲ Constitutive equation

^۳ Oldroyd-B

^۴ Giesekus

^۵ Finite difference

^۶ Finite volume

^۷ Open-Source software

^۸ Projection

^۹ Gambit

^{۱۰} Staggered mesh

۱-۴-۴- مخاطبان

مخاطبان این تحقیق در مرحله‌ی اول محققان رشته‌ی مکانیک سیالات غیرنیوتنی می‌باشند. همچنین با توجه به کاربرد این رشته در صنایع پلیمر، محققان در رشته‌های مهندسی پلیمر و مهندسی شیمی نیز از مخاطبان تحقیق حاضر می‌باشند. از طرفی با توجه به مدل‌سازی جریان خون در مویرگ، پزشکان و بطور کلی رشته‌های کلینیکی از جمله متخصصان قلب و عروق، و همچنین محققان رشته-های مهندسی پزشکی و بیومکانیک از مخاطبان تحقیق حاضر می‌باشند.

۱-۴-۵- نوآوری پژوهش

الگوریتم پروجکشن اگرچه در سیالات نیوتنی بسیار مورد استفاده قرار گرفته است و تحقیقات زیادی پیرامون آن صورت گرفته است، اما در تحقیق حاضر برای اولین بار امکانات و محدودیت‌های این الگوریتم برای استفاده در حل مسائل سیالات ویسکوالاستیک مورد مطالعه قرار گرفته است. در مورد جریان‌های ثانویه بایستی ذکر شود که اگرچه تحقیقات زیادی در این باره موجود است، اما تحقیق حاضر اولین تلاش در جهت بررسی این جریان‌ها در حالت غیرپایا می‌باشد. بررسی شکل، تعداد و بزرگی گردابه‌ها در جریان‌های گذرا موضوعی نو می‌باشد که در این تحقیق به آن پرداخته خواهد شد.

پیرامون مدل‌سازی خون تاکنون تحقیقات بسیار زیادی صورت گرفته است. اما در همه‌ی این تحقیقات از مدل سیال نیوتنی، سیال غیرنیوتنی غیر ویسکوالاستیک و یا سیال خطی و شبه‌خطی ویسکوالاستیک برای مدل‌سازی خون استفاده شده است. تحقیق حاضر اولین تلاش در جهت به کار بردن مدل‌های غیر خطی ویسکوالاستیک مانند مدل گزیکس برای مدل‌سازی جریان خون می‌باشد.

۱-۴-۶- ضرورت و اهمیت

از آن جایی که بیشتر سیالات مورد استفاده در زندگی و صنعت با تقریب قابل قبولی نیوتنی می‌باشند، عمده‌ی تحقیقات صورت گرفته در مورد این سیالات است. از آن جا که سیالات ویسکوالاستیک در بسیاری از موارد که خواص غیرنیوتنی در آن‌ها قوی نمی‌باشد رفتاری نزدیک به سیالات نیوتنی دارند، می‌توان با دقت خوبی از معادلات حاکم بر سیالات نیوتنی برای آن‌ها نیز استفاده نمود. این ساده‌سازی در بسیاری از موارد در صنعت انجام می‌گیرد و با توجه به دقت مورد نظر جوابی قابل قبول بدست می‌آید. اما با توجه به این که در برخی موارد سیال ویسکوالاستیک دارای رفتاری متضاد با سیال نیوتنی می‌باشد، تمرکز براین مورد ضروری‌تر به نظر می‌رسد. با توجه به این که خواص ویسکوالاستیک در سیالات بسیار مهمی چون خون که عامل حیات طبیعی و مواد پتروشیمی که عامل حیات صنعتی است به صورت قابل توجه و غیرقابل صرف‌نظر مشاهده شده‌است، تحقیقات گسترده در راستای شناخت هر چه بیشتر رفتار این سیالات و دقیق‌تر نمودن داده‌ها امری ضروری می‌باشد.

۱-۴-۷- اهداف

بررسی الگوریتم‌های استفاده شده در مسائل غیرپایای نیوتنی و امکان استفاده‌ی آن‌ها در مسائل ویسکوالاستیک از اهداف تحقیق حاضر می‌باشد.

بررسی جریان‌های ثانویه در کانال‌های غیرممدور مستقیم که از موضوعات محبوب در عرصه‌ی سیالات ویسکوالاستیک می‌باشد، از اهداف این تحقیق می‌باشد. قدرت و هم‌چنین تعداد و شکل این جریان‌ها جزء مسائل مورد توجه در این شاخه می‌باشد و در تحقیقات بسیاری به آن پرداخته شده است. اما چگونگی شکل‌گیری آنها و نوع رفتارشان با گذشت زمان در جریان‌های گذرا از مسائلی است که به آن پرداخته نشده است و در این تحقیق بررسی می‌شود.

همان‌گونه که پیش‌تر نیز ذکر شد خون یک سیال ویسکوالاستیک می‌باشد و جریان آن در بدن غیردائم می‌باشد. این جریان در یک کانال بسته به نام رگ جریان دارد. پس پرداختن به جریان خون

نیز از اهداف مورد نظر می‌باشد. یکی از پارامترهایی که در مدل‌سازی جریان سیال داخل کانال‌های بسته بسیار مورد توجه است، تنش روی دیواره است. در جریان خون تنش وارد شده به رگ یک پارامتر مهم می‌باشد که در شناخت بسیاری از بیماری‌ها بسیار مورد استفاده است. به عنوان مثال در بیماری‌هایی مانند گرفتگی و تنگی رگ، پروفیل سرعت خون عوض می‌شود و تنش وارده بر رگ‌ها تغییر می‌کند. با این تفاسیر محاسبه تنش وارده به رگ و تغییرات آن در جریان غیرپایا از دیگر اهداف تحقیق می‌باشد.

۱-۴-۸- کاربردها

برای مشخص شدن کاربردهای این تحقیق ابتدا بایستی صنایع و علوم که سیالات ویسکوالاستیک در آنها مورد استفاده می‌باشد مورد بررسی قرار گیرند. از مهم‌ترین صنایعی که این سیالات در آن حضور دارند همان‌گونه که گفته شد، صنایع مربوط به پتروشیمی هستند. در مواد پلیمری به دلیل داشتن ملکول‌هایی با اندازه‌های بسیار بزرگ، خواص ویسکوالاستیک به وفور مشاهده می‌شود. یکی از دیگر موارد مهم کاربرد سیالات ویسکوالاستیک، آن‌چنان به صورت مختصر اشاره شد خون می‌باشد. در تحقیقات اخیری که صورت گرفته مشاهده شده است که خون در شرایطی خاص، در نرخ برش‌های کوچک، رفتار ویسکوالاستیک از خود نشان می‌دهد. شکل خاص گلبول‌های قرمز و نحوه چینش و در کنار هم بودن این گلبول‌ها، باعث بوجود آمدن خواص ویسکوالاستیک می‌شود. در تحقیقات اخیر نشان داده شده که الگوی خاص پشت سر هم قرار گرفتن گلبول‌های قرمز در رگ‌هایی با قطر کم، باعث تقویت خواص ویسکوالاستیک در خون می‌شود. همان‌گونه که گفته شد سیال وقتی که مولکول‌های بزرگی داشته باشد دارای خواص ویسکوالاستیک می‌شود. این نکته در اینجا نیز صادق است. گلبول‌های قرمز سلول‌های به نسبت بزرگی هستند. در مویرگ‌ها چون نسبت اندازه این سلول‌ها به اندازه مویرگ به کمتر از ۱۰ می‌رسد، خواص ویسکوالاستیک قابل ملاحظه‌تر می‌گردند.

بعد از شناخت سیالاتی که ویسکوالاستیک می‌باشند، جریان‌های غیرپایا مربوط به این سیالات معرفی خواهند شد. بسیاری از کارخانه‌ها در شرایط عادی در یک سیکل منظم و در حالت پایا فعالیت می‌کنند. اما چیزی که همیشه بحثی مهم بوده است و در برخی موارد حتی مشکل‌ساز می‌گردد، زمان شروع به کار و توقف کارخانه است. سیالات نیوتنی در هنگام به جریان افتادن و همچنین زمانی که جریان متوقف می‌شود، رفتاری بسیار یکنواخت شبیه تابع نمایی میرا از خود نشان می‌دهند. اما این مسأله برای سیالات ویسکوالاستیک بسیار متفاوت می‌باشد و رفتاری نوسانی مشاهده می‌گردد. این رفتار نوسانی به معنای تغییرات غیرمعمول فشار و سرعت در سیستم و در نهایت تغییرات در تنش موجود در لوله‌ها می‌باشد. به همین دلیل پرداختن به این مورد برای طراحی کارخانه‌هایی که سیال موجود در آن‌ها ویسکوالاستیک است، ضروری به نظر می‌رسد.

قلب در سیستم خون رسانی بدن نقش پمپ را ایفا می‌کند. الگوریتم پرئودیک عملکرد قلب منجر به ایجاد جریان پرئودیک در رگ‌ها می‌شود. با گسترش علوم مهندسی پزشکی و بیومکانیک، دانشمندان این رشته‌ها برآنند تا با تحقیقات خود شرایطی فراهم نمایند تا علم پزشکی که از دیرباز به دلیل حساسیت و اهمیت بر ستون‌هایی از جنس تجربه استوار است، بتواند از شبیه‌سازی‌های کامپیوتری برای سرعت بخشیدن به تحقیقات بهره بگیرد. از این رو مشاهده می‌شود که در دو دهه‌ی اخیر دانشمندان مکانیک بیشتر از پیش به همکاری با پزشکان پرداخته و با شبیه‌سازی قسمت‌های مختلف بدن انسان، سعی بر برداشتن گامی در جهت کمک به علوم پزشکی دارند. از این‌رو تحقیق پیش رو با شبیه‌سازی خون با مدل‌های ویسکوالاستیک، که مدل دقیق‌تری نسبت به مدل نیوتنی برای خون ارائه می‌دهد، سعی در برداشتن گامی در این راستا دارد.

بعد از همه‌ی سخنان گفته شده و اشاره به کاربردهای ذکر شده بایستی این نکته نیز اضافه گردد که به دلیل نوپا بودن تحقیقات در زمینه‌ی سیالات ویسکوالاستیک، بسیاری از تحقیقات در این باره به عرصه‌ی کاربرد زیاد نزدیک نمی‌باشند و صرفاً مطالعات دانشگاهی و تحقیقاتی جهت هر چه بیشتر شناختن این مواد و رفتارهای آن‌ها می‌باشد. به عنوان مثال بررسی جریان‌های ثانویه در مقاطع

غیرمدور مستقیم که از اهداف تحقیق حاضر می‌باشد یکی از این موارد است که اگر چه موضوعی بسیار محبوب در عرصه سیالات ویسکوالاستیک محسوب می‌شود، اما اهمیت آن بیشتر مربوط به جنبه‌ی تحقیقاتی آن می‌باشد.

فصل ۲. فیزیک مسأله و معادلات حاکم بر جریان

۲-۱- مقدمه

در این بخش فیزیک مسأله و همچنین معادلات حاکم بر جریان مورد بررسی قرار خواهند گرفت. در ابتدای امر جریان کوئت مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. سپس جریان‌های ثانویه در کانال غیرمدور مستقیم و در انتها به فیزیک جریان خون در رگ پرداخته خواهد شد. پس به طور خلاصه فصل حاضر شامل قسمت‌های زیر می باشد :

۱- فیزیک مسأله و معادلات حاکم بر جریان کوئت

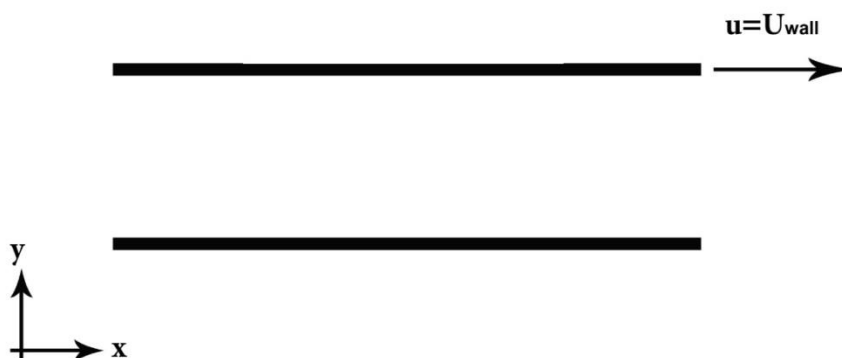
۲- فیزیک مسأله و معادلات حاکم بر جریان ثانویه در کانال غیرمدور مستقیم

۳- فیزیک مسأله و معادلات حاکم بر جریان خون در رگ

۲-۲- جریان کوئت

۱-۲-۲- هندسه

همان گونه در کتاب های کلاسیک مکانیک سیالات ذکر شده است جریان کوئت جریان بین دو صفحه می باشد. در این جریان عامل به حرکت در آمدن سیال، حرکت افقی صفحه ی بالا می باشد. در ادامه شکل این جریان نمایش داده شده است.



شکل (۱-۲) هندسه ی جریان کوئت

جریان مورد بررسی در این تحقیق گذرا می باشد. جریان از سکون شروع به حرکت می کند و غیرقابل تراکم فرض می شود. تقریباً همه ی سیالات ویسکوالاستیک غیرقابل تراکم فرض می شوند. مسأله به صورت دما ثابت مورد مطالعه قرار می گیرد. هم چنین در اعداد رینولدز پایین و جریان لایه ای آرام مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در تحقیق پیش رو، سیال یک محلول پلیمری می باشد که از حل شدن یک حل شونده ی پلیمری در یک حلال نیوتنی بدست می آید.

۲-۲-۲- معادلات حاکم

همانند همه ی مسائل سیالات معادله ی پیوستگی یکی از معادلات حاکم بر جریان می باشد. از طرفی معادلات ممنتوم معادلات دیگر حاکم بر جریان می باشد.

معادله ی پیوستگی:

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0 \quad (۱-۲)$$

در این معادله u سرعت می‌باشد و x جهت‌های محور مختصات است.

معادله ممنوم:

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k u_i) = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} \quad (۲-۲)$$

در این معادله ρ چگالی سیال می‌باشد. قابل ذکر است که معادله‌ی ممنوم برای حالتی نوشته

شده است که نیروی حجمی^۱ صفر می‌باشد. در این معادله σ تانسور تنش کوشی^۲ می‌باشد که به

صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma_{ik} = -p \delta_{ik} + T_{ik} \quad (۳-۲)$$

این معادله حاصل جمع تنش هیدرواستاتیک و تنش ویسکوز می‌باشد. تنش هیدرواستاتیک بخاطر

فشار هیدرواستاتیک بوجود می‌آید و تنش ویسکوز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T_{ij} = 2\eta_N d_{ik} + \tau_{ij} \quad (۴-۲)$$

$$d_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right) \quad (۵-۲)$$

در این معادله η_N ویسکوزیته بخش نیوتنی یا همان حلال و d_{ik} تانسور نرخ برش می‌باشد. پسوند

N به معنای نیوتنی می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود تنش ویسکوز از دو بخش تشکیل شده

است. بخش اول مربوط به حلال می‌باشد و چون حلال یک سیال نیوتنی است، تنش مربوط به این

بخش از معادله‌ی تنش مربوط به سیالات نیوتنی یعنی حاصل ضرب ویسکوزیته در نرخ برش بدست

آمده است. بخش دوم که با τ نمایش داده شده است مربوط به حل‌شونده‌ی پلیمری می‌باشد. همان-

گونه که پیشتر گفته شد حل‌شونده، بخش ویسکوالاستیک محلول می‌باشد. با توجه به این که کدام

مدل ویسکوالاستیک مدنظر باشد، معادله‌ی ساختاری مربوط به آن را بایستی استفاده نمود. در این

بخش از مدل **اولدروید-بی** استفاده می‌شود. معادله‌ی ساختاری این مدل به صورت زیر می‌باشد:

^۱ Body force

^۲ Cauchy stress tensor

$$\tau_{ij} + \lambda \overset{\nabla}{\tau}_{ij} = 2\eta_p d_{ij} \quad (۶-۲)$$

η_{m0} ویسکوزیته مربوط به بخش حل شونده‌ی پلیمری یا همان بخش ویسکوالاستیک سیال می‌باشد. λ زمان رهایی از تنش می‌باشد. این معادله به تنهایی و بدون ترکیب با تنش نیوتنی، معادله‌ی ساختاری UCM می‌باشد. ثابت می‌شود که ترکیب تنش حاصل از معادله‌ی ساختاری سیال UCM با تنش مدل نیوتنی، مدل اولدروید-بی را تشکیل می‌دهد [۳۵]. اگرچه معادله‌ی دیگری برای مدل اولدروید-بی وجود دارد که مستقیماً در معادله‌ی ممنتوم قرار داده می‌شود و با تنش نیوتنی جمع نمی‌شود، اما برای محلول‌های پلیمری که موضوع تحقیق ما می‌باشد، استفاده از این شکل معادله به دلیل همگرایی بیشتر آن ترجیح داده می‌شود [۱۳]. اولروید-بی یکی از معروف‌ترین و محبوب‌ترین مدل‌های ویسکوالاستیک می‌باشد. این مدل در خانواده‌ی مدل‌های نوع ماکسول قرار می‌گیرد و شبه-خطی محسوب می‌شود. به دلیل سادگی و پایداری خوب از این مدل در تحقیقات بسیار زیادی استفاده شده است. با استفاده از پارامترهای زیر معادلات بی‌بعد می‌گردند:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\tilde{\tau} D}{\eta_0 U} & \eta &= \frac{\tilde{\eta}}{\eta_0} & \lambda &= \tilde{\lambda} \frac{D}{U} \\ \overset{\nabla}{\tau} &= \frac{\tilde{\tau} D}{\eta_0 U} & d_{ij} &= \tilde{d}_{ij} \frac{D}{U} \end{aligned} \quad (۷-۲)$$

که U سرعت مرجع (سرعت صفحه‌ی بالایی)، D طول مرجع (فاصله‌ی دو صفحه) و η_0 ویسکوزیته در نرخ برش صفر می‌باشد که حاصل جمع ویسکوزیته‌ی بخش پلیمری و نیوتنی (حل شونده و حلال) می‌باشد و به عنوان ویسکوزیته‌ی مرجع استفاده می‌گردد. شکل بی‌بعد معادله به صورت زیر می‌باشد:

$$\tau_{ij} + We \overset{\nabla}{\tau}_{ij} = 2 \frac{\eta_p}{\eta_0} d_{ij} \quad (۸-۲)$$

عدد بی بعد وایزنبرگ^۱ پارامتر مؤثر بر جریان می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

^۱ Weissenberg

$$We = \frac{\lambda U}{D} \quad (9-2)$$

بعد از ساده‌سازی معادلات، مؤلفه‌های تنش در حالت دو بعدی و در دستگاه مختصات کارتزین به صورت زیر استخراج می‌شوند:

$$\tau_{xx} + We \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} + u \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial y} - 2\tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} - 2\tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 2\eta_p \frac{\partial u}{\partial x} \quad (10-2)$$

$$\tau_{xy} + We \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} + u \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \tau_{yy} \frac{\partial u}{\partial y} - \tau_{xx} \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \eta_p \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (11-2)$$

$$\tau_{yy} + We \left(\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial t} + u \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} - 2\tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} - 2\tau_{yx} \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 2\eta_p \frac{\partial v}{\partial y} \quad (12-2)$$

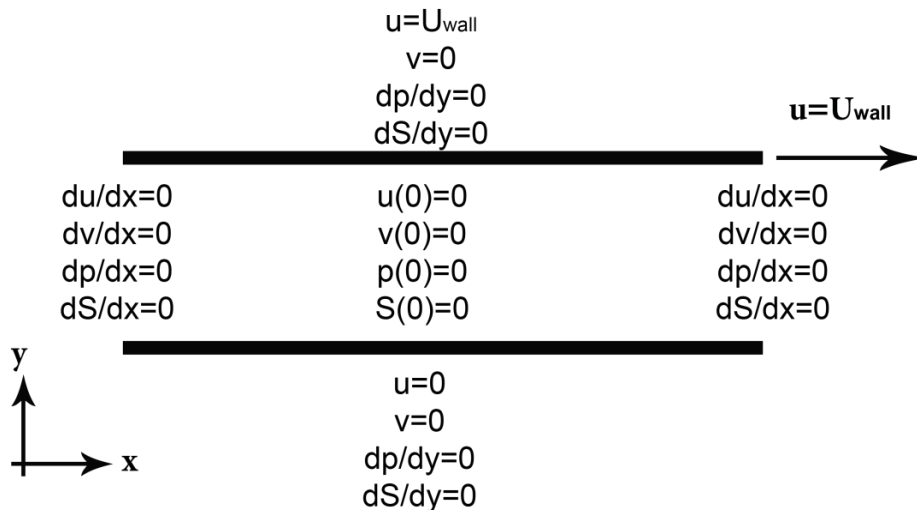
۲-۳- شرایط مرزی و شرایط اولیه

ابتدا شرایط مرزی سرعت بررسی می‌شوند. سرعت روی دیواره‌ها از شرط عدم لغزش پیروی می‌کند. شرط عدم لغزش به معنای این است که سرعت سیال روی دیواره برابر با سرعت دیواره می‌باشد. با این حساب سرعت عمودی هر دو صفحه‌ی بالا و پایین صفر می‌باشد، چون دیواره‌ها در جهت عمودی حرکتی ندارند. برای دیواره‌ی پایین سرعت افقی (مماس بر دیواره) نیز صفر می‌باشد. اما سرعت صفحه‌ی بالایی در جهت افقی صفر نمی‌باشد و مؤلفه‌ی مماسی سرعت سیال روی دیواره‌ی متحرک برابر با سرعت حرکت صفحه می‌باشد. در ورودی و خروجی گرادیان سرعت در جهت عمود بر مرز برابر با صفر می‌باشد.

گرادیان فشار در ورودی و خروجی در جهت عمود بر مرز صفر است. بر روی دیواره‌ها گرادیان عمودی فشار صفر می‌باشد. این شرط در سیالات نیوتنی از معادله‌ی ناویراستوکس بدست می‌آید. ثابت شده است که در محلول‌های پلیمری با استفاده از این شرط جواب قابل قبولی حاصل می‌شود.

در ورودی به دلیل یکنواخت بودن جریان و نداشتن گرادیان سرعت، مقدار تنش صفر می‌باشد. در خروجی گرادیان تنش در جهت عمود بر مرز برابر صفر می‌باشد. روی دیواره مشابه سیال نیوتنی،

گرادیان عمودی تنش صفر می‌باشد. مشاهدات آزمایشگاهی نشان می‌دهد که در محلول‌های پلیمری سهم حضور حل‌شونده‌ی پلیمری نزدیک دیواره بسیار کم است و لذا می‌توان از اثر تنش‌های نرمال ناشی از مواد حل‌شونده صرف‌نظر کرد. شرط اولیه برای همه‌ی پارامترها صفر در نظر گرفته می‌شود. شرایط مرزی و اولیه برای این مساله به صورت خلاصه در شکل زیر نمایش داده شده است.



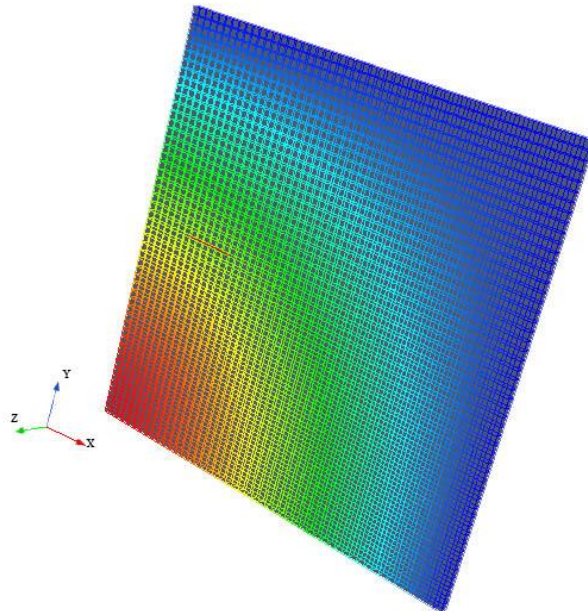
شکل (۲-۲) شرایط مرزی و شرایط اولیه در جریان کوئت

۳-۲- جریان ثانویه در کانال غیر مدور مستقیم

۱-۳-۲- هندسه

هدف این مساله بررسی جریان ثانویه غیرپایا در کانال غیرمدور مستقیم می‌باشد. در این تحقیق به دلیل محدودیت زمانی و جلوگیری از پراکندگی مطالب، هندسه‌ای پراهمیت و کاربردی را انتخاب شده و مساله برای آن هندسه حل می‌گردد. با رجوع به پیشینه‌ی تحقیق مشاهده می‌گردد که هندسه‌ی مربع و مستطیل با اهمیت‌ترین هندسه‌ها هستند [۱۵-۱۷]. در هندسه‌ی مستطیلی، نسبت طول به عرض یکی از عوامل موثر بر تشکیل جریان‌های ثانویه می‌باشد. تمرکز این تحقیق پیرامون پارامترهای مرتبط با زمان می‌باشد. از این‌رو برای تمرکز بر موضوع، هندسه‌ی مربعی انتخاب می‌گردد. برای ساده نمودن محاسبات از قسمت توسعه‌یافتگی جریان صرف‌نظر کرده و فرض بر آن می‌باشد که جریان توسعه‌یافته است. با این فرض اگر چه در سه جهت معادلات حل می‌شوند، اما تمامی

گرادیان‌ها در راستای محور کانال حذف شده و معادلات ساده می‌شوند. با این فرض برای مش‌بندی در راستای جریان، تنها یک سلول کافی است. شکل هندسه جریان در زیر نمایش داده شده است.



شکل (۲-۳) هندسه‌ی مربوط به مسأله جریان‌های ثانویه در کانال غیرمدور مستقیم (z جهت جریان اصلی می‌باشد)

با بررسی تحقیقات گذشته مشاهده می‌گردد که جریان متقارن بوده و دارای دو محور تقارن می‌باشد. با استفاده از این مطلب کافی است بجای حل جریان در تمام مقطع کانال، تنها یک چهارم آن را حل کرد. از این نکته در سایر تحقیقات مانند مراجع [۱۵-۱۷] نیز استفاده شده است.

۲-۳-۲- معادلات حاکم بر جریان

همان‌گونه که در بخش مربوط به جریان کوئت نیز گفته شد، دو معادله‌ی اساسی سیالات، یعنی پیوستگی و ممنتوم در این مسأله نیز معادلات حاکم بر جریان می‌باشند. برای توضیح صحبت‌های بخش قبل پیرامون ساده‌شدن مسأله با فرض توسعه‌یافته بودن جریان، من باب مثال معادله پیوستگی بررسی می‌گردد. معادله پیوستگی در سه بعد به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (۲-۱۳)$$

که u و v و w به ترتیب سرعت در راستاهای x و y و z می‌باشند. اما طبق فرض توسعه‌یافتگی جریان، تمامی مولفه‌های جریان به جز فشار در راستای محور جریان صفر می‌شوند. به تعبیر ریاضی

همه جمله‌های شامل $\frac{\partial}{\partial z}$ صفر خواهند شد. پس معادله‌ی پیوستگی به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2-14)$$

که شبیه معادله‌ی پیوستگی در دو بعد می‌باشد. اگرچه شکل معادلات بسیار شبیه حل جریان در دو بعد می‌باشد و حتی شبکه نیز شبیه جریان دو بعدی می‌باشد، اما مولفه‌ی سرعت در راستای محور جریان صفر نمی‌باشد. چون جریان گذرا می‌باشد این سرعت متغیر بوده و بایستی محاسبه گردد. برای محاسبه‌ی تنش در صفحه‌ی عمود بر جریان، سرعت محوری لازم می‌باشد. از این رو معادلات ممنتوم در هر سه جهت با یکدیگر کوپله بوده و نمی‌توان آن را شبیه جریان دو بعدی حل کرد. معادله ممنتوم در راستای محور کانال به صورت زیر می‌باشد:

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u w) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v w) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w w) = \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \quad (2-15)$$

که پس از ساده‌سازی به شکل زیر در می‌آید:

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2-16)$$

شایان ذکر است که می‌توان گرادیان فشار را به صورت یک عدد ثابت وارد معادله ممنتوم در جهت z نمود. به عبارت دیگر فرض نمود که تغییرات فشار در راستای جریان خطی است. این فرض با توجه به مرجع [۱۵] صحیح می‌باشد. البته توزیع فشار در سایر جهتها بایستی حساب شود.

مدل استفاده شده برای محاسبه‌ی تنش پلیمری گزیکس می‌باشد. این مدل بسیار شبیه مدل اولدروید-بی می‌باشد. با این تفاوت که یک جمله غیرخطی از تنش اضافه شده است. دلیل استفاده نکردن از مدل ساده‌تر اولدروید-بی این می‌باشد که عامل شکل‌گیری جریان‌های ثانویه اختلاف تنش نرمال دوم است [۱۶] و مدل اولدروید-بی اختلاف تنش نرمال دوم را همیشه صفر محاسبه می‌کند. به عبارت ساده اگر مساله با مدل اولدروید-بی حل شود، هیچ جریان ثانویه‌ای مشاهده نخواهد شد و

نتایج شبیه حل مسأله با مدل نیوتنی خواهد بود. مدل‌های ساده‌تری مانند مدل کریمینال-اریکسون-فیلیبی^۱ وجود دارند که اختلاف تنش نرمال اول و دوم را محاسبه می‌کنند. اما چرا از آن مدل استفاده نشده است؟ جواب این است که اگرچه آن مدل دارای زمان‌هایی از تنش^۲ یا همان λ نمی‌باشد. به همین دلیل برای تحقیق درباره‌ی جریان‌های گذرا که زمان در آن نقش داشته و زمان‌هایی از تنش در بررسی جریان نقش مهمی دارد، این مدل ناکارآمد می‌باشد. پس بایستی از مدلی استفاده نمود که دو ویژگی ذکر شده، یعنی زمان‌هایی از تنش و اختلاف تنش نرمال دوم را به صورت توأمان دارا باشد. به این دلیل از مدل غیرخطی و پیچیده‌ی گزیکس استفاده شده است. مدل پی‌تی‌تی^۳ نیز می‌تواند مدلی مناسب برای حل این جریان باشد. معادله متشکله‌ی مدل گزیکس به صورت زیر می‌باشد:

$$\tau = \tau_s + \tau_p \quad (۱۷-۲)$$

$$\tau_s = -\eta_s \dot{\gamma} \quad (۱۸-۲)$$

$$\tau_p + \lambda_1 \overset{\nabla}{\tau}_p - \alpha \frac{\lambda_1}{\eta_p} \{ \tau_p \cdot \tau_p \} = -\eta_p \dot{\gamma} \quad (۱۹-۲)$$

زیروند s به معنی حلال^۴ و زیروند p به معنای پلیمر می‌باشد. λ_1 زمان‌هایی از تنش و $\dot{\gamma}$ تانسور نرخ برش می‌باشد. η ویسکوزیته‌ی سیال می‌باشد. α که فاکتور تحرک نامیده می‌شود ضریبی است که به جنس سیال مربوط است و از نظر ریاضی میزان غیرخطی بودن معادله را تعیین می‌کند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود معادله‌ی متشکله دارای جمله غیرخطی از تنش می‌باشد. $\overset{\nabla}{\tau}_p$ مشتق همرفتی زمانی^۵ می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\overset{\nabla}{\tau}_p = \frac{D}{Dt} \tau - \{ (\nabla v)^t \cdot \tau + \tau \cdot (\nabla v) \} \quad (۲۰-۲)$$

^۱ CEF

^۲ Relaxation time

^۳ PTT

^۴ Solvent

^۵ Upper convected time derivative

در این معادله $\frac{D}{Dt}$ مشتق مادی^۱ است و بالاوند t به معنای ترانهاده^۲ می‌باشد. این رابطه شکل معادله برای محلول‌های پلیمری می‌باشد و از ترکیب تنش نیوتنی و ویسکوالاستیک بدست می‌آید. مدل گزیکس فرمول دیگری نیز دارد که با تنش نیوتنی جمع نمی‌شود و مستقیماً در معادله‌ی ممنتوم قرار می‌گیرد.

۳-۳-۲- شرایط مرزی و شرایط اولیه

شرط مرزی سرعت بر روی دیواره‌ها از اصل عدم لغزش پیروی کرده و صفر می‌باشد. بر روی صفحات تقارن بایستی از اصول مربوط به صفحه‌های تقارن استفاده نمود. به این ترتیب که مؤلفه‌ی عمودی سرعت برابر صفر می‌باشد و مؤلفه‌ی مماسی سرعت دارای گرادیان صفر می‌باشد. سرعت در صفحات جلو و عقب جریان (صفحاتی که عمود بر محور اصلی اند) دارای شرط مرزی پریودیک^۳ می‌باشد. همان‌گونه که در بخش‌های گذشته اشاره شد فرض بر این است که جریان توسعه‌یافته می‌باشد. به همین دلیل مقدار سرعت در راستای محور کانال تغییر نمی‌کند و برای صفحه‌ی جلو و عقب برابر می‌باشد. شرط مرزی پریودیک نیز به همین معنا می‌باشد.

گرادیان عمودی فشار بر روی دیواره‌ها و صفحه‌های تقارن صفر می‌باشد. برای صفحه‌های جلو و عقب نیز از شرط مرزی فن^۴ استفاده می‌گردد. فن دستگاهی است که گرادیان فشار ایجاد می‌کند. این شرط مرزی شبیه شرط پریودیک می‌باشد، با این تفاوت که یک اختلاف فشار بین دو صفحه ایجاد کرده و فشار در صفحه‌ی عقب به اندازه‌ی یک مقدار ثابت از فشار در صفحه‌ی جلو کمتر است. این گرادیان فشار عامل حرکت سیال می‌باشد.

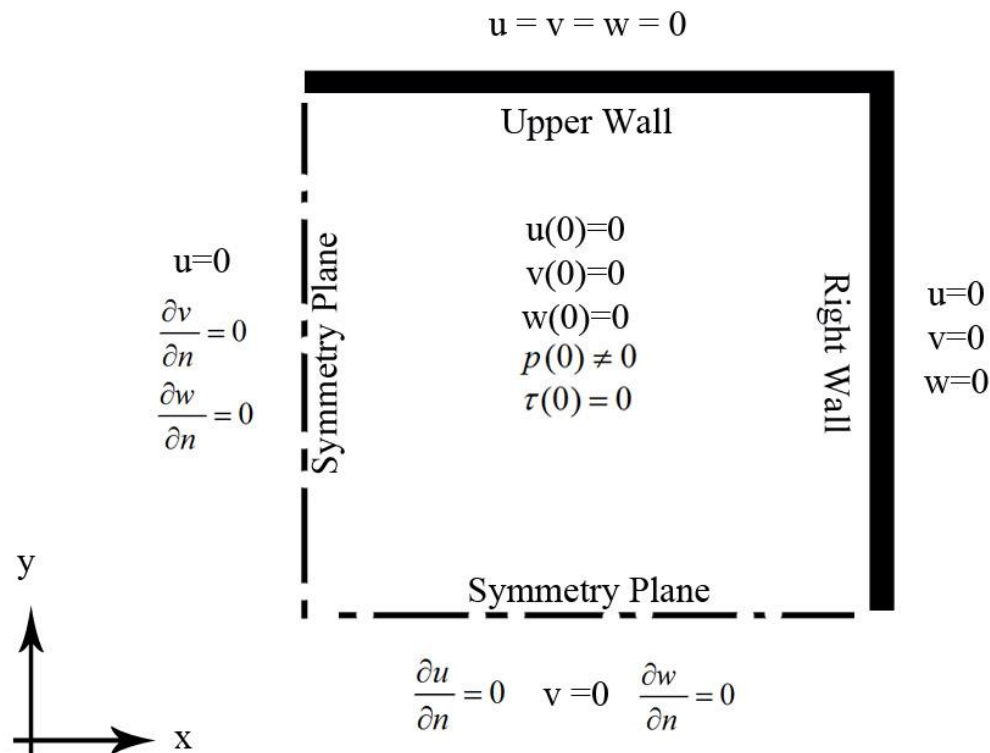
^۱ Material derivative

^۲ Transpose

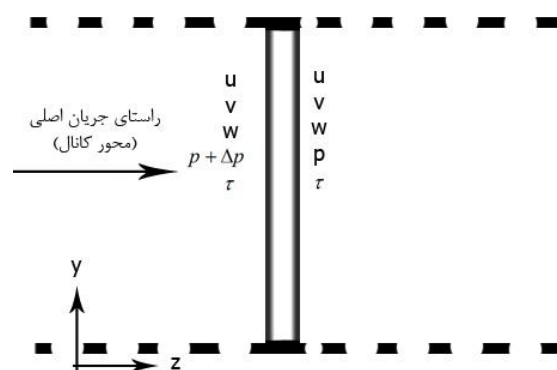
^۳ Periodic

^۴ Fan

تنش در روی دیواره‌ها از شرط گرادیان صفر تبعیت می‌کند و در روی صفحات تقارن از قانون تقارن صفحه‌ای پیروی می‌کند. شروط اولیه برای همه‌ی پارامترها به جز فشار صفر می‌باشد [۱۳]. در شکل‌های زیر شرایط مرزی و اولیه به طور خلاصه نمایش داده شده است.



شکل (۴-۲) شرایط مرزی و اولیه مربوط به مسأله‌ی جریان‌های ثانویه



شکل (۵-۲) نمایش شماتیک شرط مرزی پرئودیک در مسأله‌ی جریان‌های ثانویه

۴-۲- جریان خون در رگ

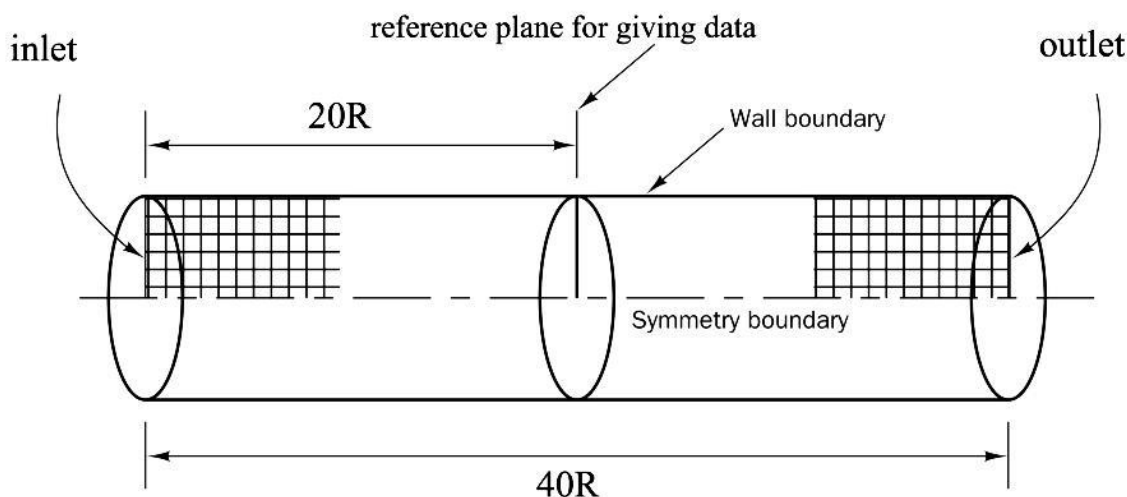
۱-۴-۲- هندسه

برای این قسمت بایستی هندسه‌ی یک رگ را مدل‌سازی نمود. رگ مستقیماً تقریباً استوانه‌ای شکل می‌باشد. اما بایستی توجه داشت که دیواره‌ی رگ انعطاف‌پذیر است. هنگامی که قلب در حال پمپ کردن خون می‌باشد^۱ رگ‌ها منبسط می‌شوند و هنگامی که قلب در حال استراحت می‌باشد^۲ رگ‌ها منقبض می‌شوند و به نحوی خود به عنوان یک پمپ کمکی عمل می‌کنند. این عملکرد رگ‌ها باعث می‌شود که الگوی نوسانی عملکرد رگ تعدیل گردد و جریان خون در سیستم خون‌رسانی پیوسته‌تر گردد. در این تحقیق تمرکز بر روی ویژگی‌های زمان‌مند جریان است و برای ساده‌سازی مسأله از این خصوصیت رگ صرف‌نظر می‌شود. با توجه به مرجع [۲۸] این فرض تاثیر بسیار زیادی در نتایج نخواهد داشت و جواب قابل قبول خواهد بود. از طرفی با توجه به مرجع [۱۶] در مقطع دایره‌ای و در کانال مستقیم جریان ثانویه وجود ندارد و می‌توان جریان را متقارن محوری^۳ در نظر گرفت. این فرض کمک می‌کند تا به جای حل جریان در یک فضای سه‌بعدی آن را در یک ناحیه‌ی دو بعدی حل کرده و سرعت محاسبات افزایش می‌یابد. با این تعاریف ناحیه‌ی محاسباتی یک مستطیل (و به تعبیر دقیق‌تر یک گوه) می‌باشد. نسبت طول به عرض این مستطیل ۴۰ در نظر گرفته شده است. این نسبت به خاطر حصول اطمینان از توسعه‌یافته شدن جریان در انتهای کانال می‌باشد. هندسه جریان در شکل زیر نشان داده شده است.

^۱ Systole

^۲ diastole

^۳ Axisymmetric



شکل (۶-۲) هندسه‌ی جریان خون در رگ

۲-۴-۲- معادلات حاکم بر جریان

معادلات حاکم بر این جریان معادلات پیوستگی و ممنتوم می‌باشد. برای محاسبه‌ی تنش پلیمری از مدل گزیکس استفاده شده است. در مورد معادلات پیوستگی و ممنتوم در بخش‌های قبل صحبت شده است و مدل گزیکس نیز در بخش قبل مورد بررسی قرار گرفت. تنها نکته‌ای که قابل ذکر است این می‌باشد که دستگاه مختصات بکار گرفته شده در این مساله استوانه‌ای (r, θ, z) می‌باشد. البته چون سرعتی در جهت θ وجود نداشته $(v_\theta = 0)$ و از طرف دیگر به خاطر شرط تقارن محوری تغییرات در راستای θ برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود $(\frac{\partial}{\partial \theta} = 0)$ نیازی به حل معادله در جهت θ نمی‌باشد. معادلات حاکم برای جریان سیال تراکم‌ناپذیر شامل معادلات پیوستگی و ممنتوم در جهت-های شعاعی و محوری به شکل زیر می‌باشند:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (۲۱-۲)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left(-\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} \right) \quad (۲۲-۲)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left(-\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rz}) + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \quad (۲۳-۲)$$

۲-۴-۳- شرایط مرزی و اولیه

برای سرعت شرط مرزی عدم لغزش بر روی دیواره جامد استفاده می‌شود. فشار نیز روی دیواره دارای گردیان صفر در جهت عمودی می‌باشد.

$$(at\ Wall): v_z = 0, \quad v_r = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (24-2)$$

مولفه‌ی شعاعی سرعت v_r عمود بر محور تقارن بوده پس در روی محور تقارن صفر است. مولفه‌ی محوری سرعت v_z مماس به محور تقارن است، پس دارای گردیان صفر در راستای عمود بر محور تقارن می‌باشد. فشار نیز دارای گردیان صفر در جهت شعاعی می‌باشد. بنابراین شرایط زیر برای مولفه‌های سرعت و فشار روی مرز تقارن وجود دارند:

$$(r = 0): \frac{\partial v_z}{\partial r} = 0, \quad v_r = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (25-2)$$

سرعت جریان ورودی نیز به صورت تابعی از زمان در راستای z و برابر $f(t)$ فرض می‌شود. گردیان عمودی فشار در ورودی صفر در نظر گرفته می‌شود:

$$(z = 0): v_z = f(t), \quad v_r = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (26-2)$$

در خروجی نیز برای کلیه‌ی متغیرها به جز فشار شرط $\partial/\partial z = 0$ قرار داده شده است. فشار در این مرز برابر صفر قرار داده می‌شود. با این کار یک مرجع برای فشار داشته و با محاسبه گردیان فشار در دامنه‌ی محاسباتی فشار در کل دامنه بدست می‌آید:

$$(z = z_{Max}): \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v_r}{\partial z} = 0, \quad p = 0 \quad (27-2)$$

مقدار تنش در ورودی صفر می‌باشد. دلیل این امر یکنواخت بودن سرعت ورودی و عدم وجود گردیان‌های سرعت است که عامل شکل‌گیری تنش می‌باشند. در خروجی همانند بقیه پارمترها تنش نیز دارای گردیان صفر در جهت محور رگ می‌باشد. بر روی دیواره‌ها همچون دو مساله‌ی قبل از شرط گردیان صفر در جهت عمود بر دیواره استفاده می‌شود. برای محور تقارن از مقدار صفر برای تنش‌های برشی و گردیان صفر برای تنش‌های نرمال استفاده می‌شود.

$$\text{Wall: } \frac{\partial \tau}{\partial r} = 0$$

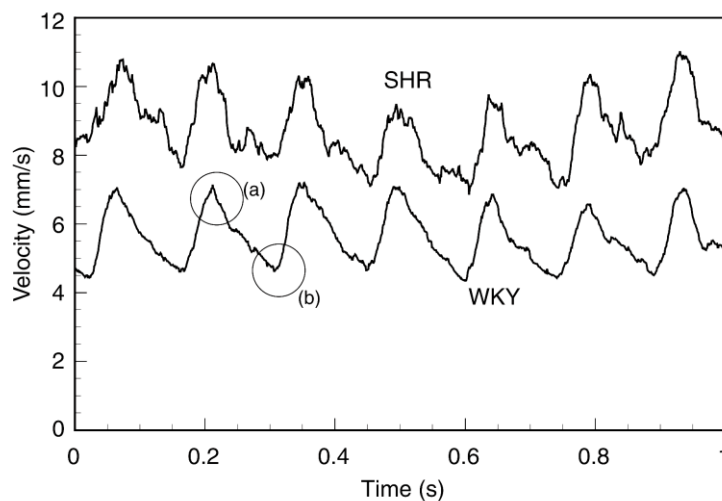
$$\text{Inlet: } \tau = 0$$

$$\text{Outlet: } \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0$$

(۲۸-۲)

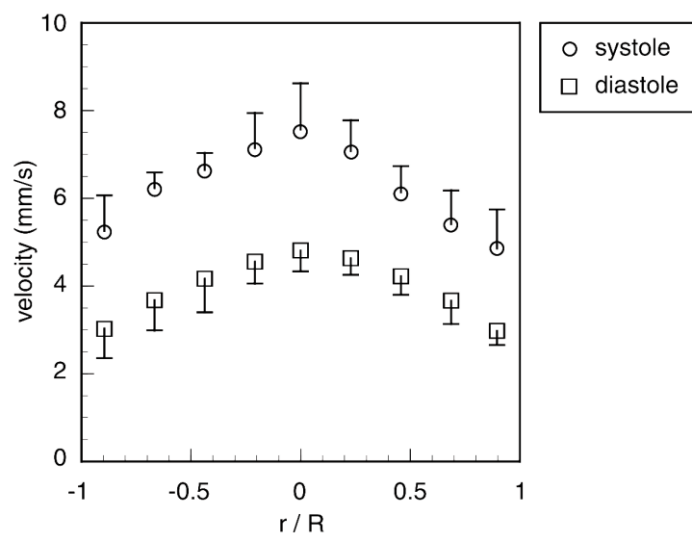
$$\text{Symmetry axis: } \frac{\partial \tau_{\text{normal}}}{\partial r} = 0, \quad \tau_{\text{shear}} = 0$$

همان‌گونه که ذکر شد سرعت ورودی تابعی است از زمان. این تابع از مرجع [۲۱] برگرفته شده است. این مقاله به اندازه‌گیری سرعت خون در مویرگ موش پرداخته است. روش اندازه‌گیری گرفتن عکس توسط میکروسکوپ از رگ موشی که بیهوش شده‌است و آنالیز عکس‌های مربوطه می‌باشد. همان‌گونه که در فصل یک نیز گفته شد، با توجه به حرکت سلول‌ها در دو عکس که در بازه‌ی زمانی کوتاهی گرفته شده‌اند و با داشتن بازه‌ی زمانی، سرعت محاسبه می‌شود. تصویر زیر مربوط به سرعت خون در یک مویرگ با شعاع ۲۶ میکرومتر برای دو نوع موش مختلف می‌باشد. سرعت مربوط به موش WKY در این تحقیق استفاده می‌شود. سرعت گزارش شده مربوط به نقطه‌ی وسط مویرگ می‌باشد.



شکل (۷-۲) نمودار سرعت خون در مویرگ ۲ گونه موش زنده بر حسب زمان [۲۱]

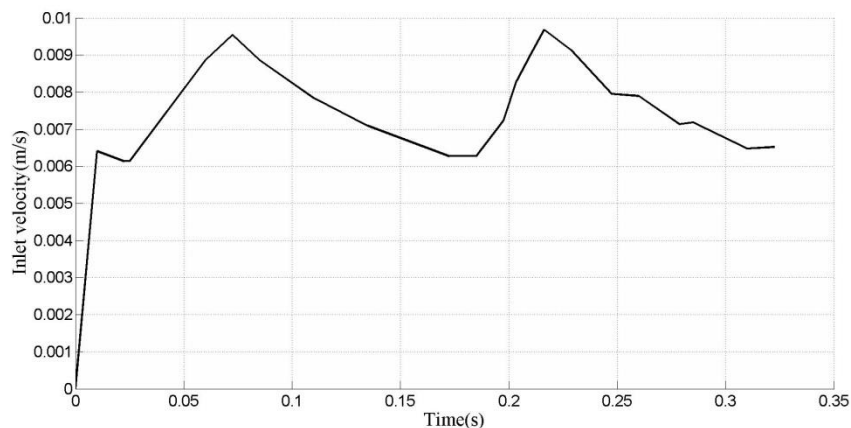
برای شرط مرزی سرعت در ورودی، سرعت متوسط در رگ نیاز می‌باشد. اما نمودار بالا مربوط به سرعت در یک نقطه می‌باشد. از طرفی در این مقاله پروفیل سرعت برای حالت ماکزیمم و مینیمم داده شده است.



شکل (۸-۲) پروفیل سرعت خون در مویرگ موش در دو حالت ماکزیمم و مینیمم سرعت [۲۱]

با انتگرال‌گیری عددی از این پروفیل در جهت شعاعی، سرعت میانگین برای لحظه‌هایی که سرعت کمترین و بیشترین است بدست می‌آید. با داشتن سرعت مرکزی و سرعت میانگین در این دو لحظه می‌توان نسبت این دو را بدست آورد. این نسبت برای دو حالت ماکزیمم و مینیمم 1.31 و 1.33 می‌باشد. میانگین این دو عدد به عنوان نسبت سرعت مرکزی و میانگین برای همه‌ی لحظات در نظر گرفته می‌شود. این نسبت برابر 1.32 می‌باشد. اگرچه ممکن است این عمل همراه با خطا باشد، اما دو نکته مورد توجه است. اول این‌که این خطا بسیار کم می‌باشد و ثانیاً هدف این تحقیق محاسبه‌ی کمی و دقیق سرعت خون نمی‌باشد. بلکه هدف بررسی رفتارهای ویسکوالاستیک خون می‌باشد و این خطا تأثیری در نتیجه نخواهد داشت. از طرف دیگر در هیچ مرجعی سرعت میانگین برای تمامی لحظات

ارائه نشده است و برای حل مساله استفاده از این تقریب اجتناب‌ناپذیر است. نمودار سرعت میانگین بر حسب زمان در مرز ورودی در شکل زیر نمایش داده شده است.



شکل (۲-۹) نمودار استفاده شده برای شرط مرزی سرعت در ورودی

شرط اولیه برای همه‌ی پارامترها صفر می‌باشد. همان‌گونه که در شکل مربوط به سرعت ورودی مشاهده می‌شود این سرعت از صفر شروع می‌شود. در صورتی که سرعت خون در رگ‌ها هرگز صفر نمی‌شود. این مطلب در مرجع [۲۱] نیز مشاهده می‌شود. اما دلیل این اختلاف چیست؟ در حین حل به تجربه مشاهده گشت که حل جریان با سرعت ورودی اولیه غیر صفر دارای همگرایی کمتری نسبت به حالت صفر می‌باشد. برای رفع این مشکل از این ترفند استفاده می‌شود که ابتدا سرعت صفر قرار داده می‌شود. سپس سرعت به آهستگی به طور خطی افزایش یافته تا به نقطه‌ی آغاز نمودار بدست آمده از مرجع [۲۱] برسد. پس از آن سرعت مربوط به نمودار در ورودی اعمال می‌شود. با این روش همگرایی افزایش می‌یابد.

فصل ۳. روش عددی

۳-۱- مقدمه

در این فصل به بررسی روش‌های بکار گرفته شده برای انجام این تحقیق پرداخته خواهد شد. معمولاً تحقیقات در مهندسی مکانیک به سه روش صورت می‌پذیرد. دسته‌ی اول تحقیقات تجربی و آزمایشگاه می‌باشند. دو دسته‌ی دیگر نظری بوده و شامل حل معادلات حاکم از روش‌های تحلیلی و یا از طریق گسسته‌سازی معادلات و حل عددی می‌باشد. بسیاری از تحقیقات نیز از چند روش به صورت ترکیبی استفاده می‌کنند. در تحقیق حاضر از روش عددی استفاده می‌شود. در مدل‌سازی سیالات ویسکوالاستیک گسسته‌سازی معادلات معمولاً به سه روش زیر انجام می‌شود:

(۱) تفاضل محدود

(۲) حجم محدود

(۳) روش‌های ترکیبی تفاضل محدود و حجم محدود

تفاضل محدود یک روش ساده و دقیق برای گسسته‌سازی معادلات می‌باشد و در حل همه‌ی جریان‌ها قابل استفاده می‌باشد. بالتبع از روش تفاضل محدود برای گسسته‌سازی معادلات مربوط به سیالات ویسکوالاستیک هم می‌توان استفاده نمود. **حجم محدود** روشی محبوب برای گسسته‌سازی و مدل‌سازی در سیالات می‌باشد. روش حجم محدود روش مناسبی برای مدل‌سازی محلول‌های پلیمری می‌باشد.

محققان به دنبال ارائه روش‌هایی می‌باشند که ترکیبی از **حجم محدود** و **المان محدود** می‌باشد. دلیل این موضوع این است که سیالات ویسکوالاستیک هم دارای خواص ویسکوز می‌باشند و مشابه سیالات می‌باشند و هم دارای خواص الاستیک بوده و مشابه جامدات می‌باشند. از آن‌جا که حجم محدود مناسب برای مدل‌سازی سیالات و المان محدود مناسب برای جامدات می‌باشد، بدیهی است ترکیبی از حجم محدود و المان محدود برای مدل‌سازی سیالات ویسکوالاستیک مناسب می‌-

باشد. با توجه به این که تحقیق درباره‌ی محلول‌های پلیمری می‌باشد مسائل با دو روش زیر بررسی می‌شوند :

- **تفاضل محدود** (با استفاده از کد نویسی در برنامه MATLAB)

- **حجم محدود** (با استفاده از نرم افزار کد باز OpenFOAM)

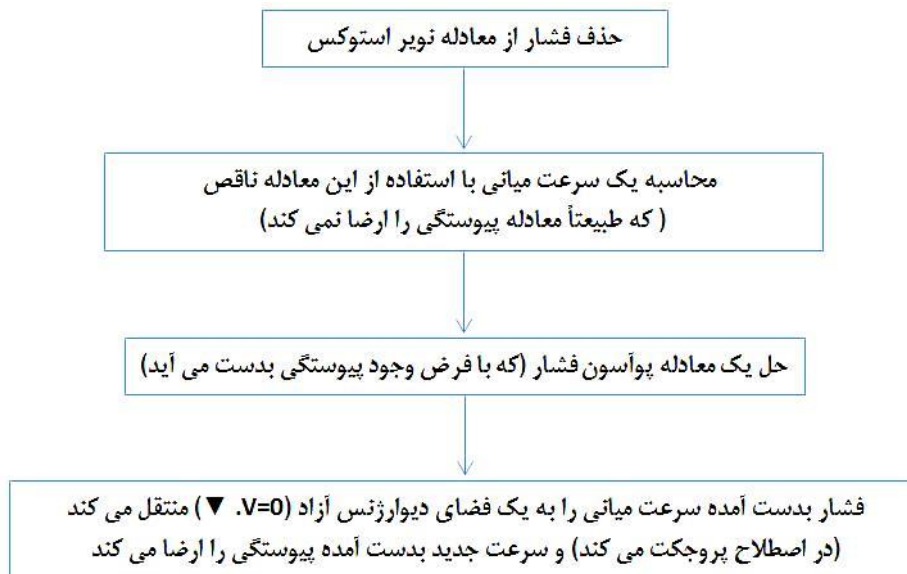
در مساله‌ی اول که از طریق کدنویسی و با استفاده از تفاضل محدود مساله حل شده است، الگوریتم استفاده‌شده برای نوشتن کد معرفی خواهد شد. در دو مساله‌ی دیگر که از نرم افزار برای حل مساله کمک گرفته شده است، بعد از ارائه‌ی مختصری توضیحات پیرامون الگوریتم حل در کد نرم‌افزار به نحوه‌ی تعریف مساله و بکار بستن قابلیت‌های آن پرداخته می‌شود. به عنوان مثال نرم افزار آپن فوم دارای شرایط مرزی بسیار متنوعی می‌باشد که بکار بستن آن‌ها مستلزم داشتن تجربه می‌باشد. یکی از بحث‌های مهم در این بخش شروط مرزی استفاده شده در نرم‌افزار می‌باشد.

۳-۲- جریان کوئت

۳-۲-۱- الگوریتم مورد استفاده

همان‌گونه که پیش‌تر بیان شد برای حل جریان کوئت از روش پروجکشن یا فرکشنال استپ استفاده شده است. در این بخش به بررسی این روش پرداخته می‌شود. ایده‌ی این روش اولین بار توسط چورین^۱ [۱] و در سال ۱۹۶۷ ارائه شد. این ایده اولین بار برای حل مسائل غیرقابل تراکم و غیرپایا مطرح شد. اگرچه در مسائل تراکم‌پذیر تعمیم داده شد و برای مسائل پایا نیز استفاده می‌شود. در مراجع مختلف دقت این روش معادل الگوریتم PISO ذکر شده است [۳۴]. شایان ذکر است که فرکشنال استپ یک روش حل برای معادلات ممنتوم می‌باشد و می‌توان آن را در هر سه شیوه‌ی تفاضل محدود، حجم محدود و المان محدود به کار گرفت. مراحل این روش به صورت نمودار در زیر آمده است:

^۱ Chorin



شکل (۱-۳) فلوجارت روش پروجکشن برای حل معادلات ممنتوم

پروجکشن به روش‌های مختلفی قابل پیاده‌سازی است. در ادامه یکی از روش‌های پیاده‌سازی آن آمده است. گسسته‌سازی زمانی در این روش به صورت صریح^۱ می‌باشد. اما می‌توان الگوریتم پروجکشن را به روش‌های ضمنی^۲ نیز استفاده نمود.

۳-۲-۲- روش پیاده‌سازی الگوریتم

ابتدا فشار از معادله‌ی ممنتوم حذف می‌گردد:

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = -(\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^n + \nu \nabla^2 \mathbf{u}^n \quad (۱-۳)$$

از حل این معادله سرعت میانی $\mathbf{u}^*$ بدست می‌آید که البته چون از معادله‌ی ممنتوم ناقص بدست آمده، پیوستگی را ارضا نمی‌کند. حال برای بدست آوردن سرعت در لحظه‌ی بعد معادله زیر استفاده می‌گردد:

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p^{n+1} \quad (۲-۳)$$

پر واضح است که با جمع کردن دو رابطه‌ی بالا، معادله‌ی کامل ممنتوم حاصل می‌شود. در این رابطه p^{n+1} مقداری مجهول می‌باشد. برای محاسبه‌ی آن از دو طرف رابطه دایورژانس گرفته و این

^۱ Explicit

^۲ Implicit

فرض اعمال می‌گردد که سرعت در لحظه‌ی جدید پیوستگی را ارضا می‌کند ($\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0$). معادله‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \quad (3-3)$$

این معادله معروف به پواسون فشار می‌باشد. جمله چشمه‌ی معادله بر حسب $\mathbf{u}^*$ می‌باشد و از مرحله‌ی اول محاسبه شده است. پس از حل این معادله و بدست آمدن فشار در لحظه‌ی جدید، می‌توان سرعت در لحظه‌ی جدید را محاسبه نمود. سرعت بدست آمده پیوستگی را ارضا می‌کند:

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p^{n+1} \quad (4-3)$$

در این روش از فشار برای برقراری پیوستگی استفاده می‌شود. استفاده از فشار برای ارضای پیوستگی در اکثر الگوریتم‌های حل معادلات ممنتوم رخ می‌دهد.

شاید این سوال مطرح گردد که چرا این روش را فرکشنال استپ یا پروجکشن نامیده‌اند؟ فرکشنال استپ در فارسی به معنای گام جزئی می‌باشد. با توجه به شکل الگوریتم، علت این نام‌گذاری مشخص می‌گردد. بجای حل یک‌باره‌ی معادله‌ی ممنتوم، آن را به دو گام جزئی تقسیم نموده و معادله در دو گام حل می‌شود. در ادامه علت نام‌گذاری روش به پروجکشن توضیح داده می‌شود. یک صفحه‌ی کاغذ را فرض کنید که بر آن نقشی وجود داشته باشد. اگر کاغذ جلوی پروجکتور^۱ قرار گیرد، پروجکتور تصویر را بر روی صفحه‌ی روبرو نشان می‌دهد و در اصطلاح لاتین پروجکت^۲ می‌کند. تصویری که بر روی پرده است با تصویر واقعی دارای تفاوت‌های جزئی می‌باشد. در روش پروجکشن سرعت میانی ($\mathbf{u}^*$) شبیه نقش روی کاغذ می‌باشد. روش پروجکشن این تصویر را بر روی یک میدان دایورژانس آزاد پروجکت کرده و میدان سرعتی ارائه می‌دهد که در آن معادله پیوستگی ارضا می‌شود.

همان‌گونه که مشاهده شد در در مرحله‌ی آخر الگوریتم از این فرض استفاده می‌شود که پیوستگی در گام زمانی بعدی برقرار است و معادله‌ی پواسون فشار با این فرض بدست آمد. با این ترتیب سرعت‌های بدست آمده در گام زمانی جدید بایستی معادله پیوستگی را ارضا کنند. این اتفاق در

^۱ Projector

^۲ Project

مسائلی که شرط مرزی نیومن^۱ وجود نداشته باشد اتفاق می‌افتد. اما در مسائلی که شرط مرزی نیومن داشته باشد برقراری پیوستگی در خروجی با اندکی خطا همراه است. برای غلبه بر این مشکل بایستی در مواقعی که از الگوریتم صریح استفاده می‌شود، با حفظ شکل پروفیل در خروجی، آن را در ضریب تصحیحی که از مقایسه‌ی دبی خروجی و ورودی بدست می‌آید ضرب نموده و با این شرط مرزی جدید در خروجی که دیریکله^۲ است، چند مرحله حل تکرار شود تا میدان سرعت به روز شود. در مواقعی که از الگوریتم ضمنی^۳ استفاده می‌شود بایستی حل را چند بار در همان گام زمانی تکرار کرد تا پیوستگی ارضا شود. در تحقیق حاضر از فرم ضمنی گسسته سازی استفاده شد. این صورت اجرای الگوریتم در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳-۲-۳- صورت ضمنی پیاده سازی الگوریتم پروجکشن

همانگونه که ذکر شد پروجکشن یک روش کلی است که به شیوه‌های مختلفی قابل پیاده سازی می‌باشد. چون معادلات ویسکوالاستیک به شدت غیرخطی می‌باشند، برای همگرا شدن بایستی از فرم‌هایی استفاده نمود که همگرایی خوبی داشته باشند. به همین دلیل در این تحقیق برای همگرایی بیش‌تر از روش ضمنی استفاده شده است. فرض می‌کنیم که معادله‌ی ممنتوم به صورت زیر باشد:

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} = H(u_i) - \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (۵-۳)$$

که در آن تابع H شامل جمله‌های دیفیوژن و همرفت و چشمه باشد. معادله به صورت زیر گسسته می‌شود:

$$\frac{(\rho u_i)^* - (\rho u_i)^n}{\Delta t} = \frac{1}{2} [H(u_i^n) + H(u_i^*)] - \frac{\delta p^n}{\delta x_i} \quad (۶-۳)$$

از معادله بالا یک دستگاه مختصات خطی حاصل می‌گردد. در تحقیق حاضر از روش تکراری گاوس سایدل برای حل دستگاه استفاده شد. در مرحله‌ی بعد یک سرعت میانی دوم تعریف می‌شود:

^۱ Neumann

^۲ Dirichlet

^۳ Implicit

$$\frac{(\rho u_i^{**}) - (\rho u_i^*)}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{\delta p^n}{\delta x_i} \quad (7-3)$$

سرعت نهایی در گام زمانی جدید از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{(\rho u_i^{n+1}) - (\rho u_i^{**})}{\Delta t} = -\frac{1}{2} \frac{\delta p^{n+1}}{\delta x_i} \quad (8-3)$$

در این معادله نیاز به فشار در گام زمانی جدید می‌باشد. با قرار دادن فشار در معادله پیوستگی یک معادله‌ی پوآسون برای محاسبه‌ی فشار در گام زمانی جدید به دست می‌آید. این معادله باعث ارضای معادله‌ی پیوستگی می‌گردد. این معادله به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\delta}{\delta x_i} \left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta x_i} \right) = \frac{2}{\Delta t} \frac{\delta(\rho u_i)}{\delta x_i} \quad (9-3)$$

با محاسبه‌ی فشار می‌توان سرعت را در گام جدید محاسبه نمود. قابل ذکر است که ضرایب ماتریس معلوم ضرایب ثابتی بوده و برای استفاده از روش LU تنها کفایت یک بار این ماتریس را محاسبه کرد. اگر چه این محاسبه زمان زیادی را لازم دارد، اما چون تنها یک بار این عمل صورت می‌گیرد، در کل با این روش سرعت محاسبات افزایش می‌یابد. از این رو در تحقیق حاضر نیز از روش LU برای حل معادله‌ی پوآسون فشار استفاده شد. با جمع کردن معادلات بالا معادله‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{(\rho u_i^{n+1}) - (\rho u_i^n)}{\Delta t} = \frac{1}{2} [H(u_i^n) + H(u_i^*)] - \frac{1}{2} \left(\frac{\delta p^n}{\delta x_i} + \frac{\delta p^{n+1}}{\delta x_i} \right) \quad (10-3)$$

همانگونه که مشاهده می‌شود معادله‌ی مذکور فرم گسسته‌سازی با روش کرانک نیکلسون می‌-

باشد، با این تفاوت که در طرف راست به جای $H(u_i^{n+1})$ عبارت $H(u_i^*)$ وجود دارد. ثابت می‌گردد

که خطای این روش از معادله‌ی زیر بدست می‌آید:

$$u_i^{n+1} - u_i^* = -\frac{\Delta t}{2\rho} \frac{\delta(p^{n+1} - p^n)}{\delta x_i} \approx \frac{(\Delta t)^2}{2\rho} \frac{\delta}{\delta x_i} \left(\frac{\delta p}{\delta t} \right) \quad (11-3)$$

همانگونه که مشاهده می‌گردد رابطه‌ی خطا با Δt زمان از درجه ی دوم و با δx از درجه‌ی اول می‌باشد. به همین خاطر در مسائل ویسکوالاستیک که جمله های غیرخطی بزرگ می‌باشند، با کاهش Δt میزان همگرایی افزایش پیدا می‌کند.

۳-۲-۴- شرایط مرزی در الگوریتم پروجکشن

شرایط مرزی در این الگوریتم بسیار چالش برانگیز می‌باشد. یکی از چالش‌ها مربوط به شرط مرزی فشار می‌باشد و چالش دیگر مربوط به شرط مرزی سرعت‌های میانی. با توجه به مجموع مراجع و نظر به مرجع [۱] که اصلی‌ترین مرجع مربوط به این روش است، شرایط مرزی زیر در تحقیق حاضر استفاده شده‌اند.

شرط مرزی فشار بر روی همه‌ی مرزها دارای گرادیان عمودی صفر می‌باشد. شرط مرزی همه‌ی سرعت‌های میانی شبیه سرعت اصلی می‌باشد. قابل توجه است که در کد نوشته شده، در هر گام پیوستگی در تمامی گره‌ها چک می‌شوند و در صورت عدم برقراری آن، حل را تکرار نمود. تکرار حل به این صورت است که مقدار u^{n+1} بدست آمده در انتهای گام حاضر را به عنوان فرض اولیه برای u^* در گام بعدی استفاده می‌گردد، اما مقدار u^n بدون تغییر نگه داشته می‌شود. با این کار حل در بعد زمان به جلو حرکت نمی‌کند و تنها میدان سرعت برای ارضای پیوستگی اصلاح می‌شود.

۳-۳- معرفی نرم افزار اُپن فوم

اُپن فوم یک نرم‌افزار اُپن سورس و تحت سیستم عامل لینوکس می‌باشد. به زعم نگارنده نرم‌افزار اُپن-فوم یک تحول بزرگ در زمینه‌ی مکانیک محاسباتی محسوب می‌شود و در ادامه دلایل بیان این سخن بررسی خواهد شد. از دیگر نرم‌افزارهای معروف در زمینه مکانیک محاسباتی که می‌تواند قابلیت مقایسه ایجاد کند، فلوئنت^۱ می‌باشد. فلوئنت نرم‌افزاری تجاری است که قدیمی‌تر و شناخته‌شده‌تر

^۱ Fluent

می‌باشد. اما این سوال مطرح خواهد شد که آپن فوم چه ویژگی‌های دارد که در این تحقیق از آن استفاده شده است؟ برای ارائه‌ی پاسخی مختصر به این سوال و ذکر برتری آپن فوم در مقابل سایر نرم-افزارهای مشابه، همین بس که برای بعضی از زمینه‌های تحقیقاتی من جمله زمینه‌ی تحقیق حاضر، یعنی سیالات ویسکوالاستیک، تنها نرم‌افزاری که بسیاری از مدل‌های ویسکوالاستیک را پوشش می-دهد آپن فوم می‌باشد. جهت ارائه‌ی پاسخی اساسی به سوال مطرح شده در ابتدا بایستی نگاهی به دنیای کامپیوتر و نرم‌افزارهای مرجع باز داشت. نرم‌افزارهای مرجع باز علاوه بر این که مجانی هستند و از این جهت دامنه‌ی کاربرد آن‌ها می‌تواند بسیار وسیع باشد، دارای یک ویژگی دیگر نیز می‌باشند که آن‌ها را منحصر بفرد می‌کند. آن ویژگی این است که کد نرم‌افزار در اختیار کاربر است و به راحتی می‌تواند آن را تغییر دهد یا به امکانات و قابلیت‌های آن بیفزاید.

تعدادی از محققین ایده‌ی نرم‌افزارهای مرجع باز را در زمینه‌ی مکانیک محاسباتی پیاده کرده و حاصل آن نرم‌افزار آپن فوم می‌باشد. قبل از شکل‌گیری آپن فوم نیز کدهای آزاد و مجانی برای حل جریان‌های متفاوت در دسترس بوده‌اند. اما ساختن یک نرم‌افزار ساختار یافته و منسجم تا قبل از آپن-فوم سابقه نداشته است. آپن فوم به دلیل اینکه مرجع باز می‌باشد تحت سیستم عامل مرجع باز لینوکس^۱ ارائه می‌شود. اگر چه محبوبیت و تعداد کاربران لینوکس به اندازه‌ی ویندوز^۲ نمی‌باشد و افراد زیادی با لینوکس آشنا نمی‌باشند، اما نسخه‌های جدید لینوکس برخلاف نسخه‌های قدیمی دارای گرافیکی بسیار مطلوب و کاربرپسند^۳ می‌باشند و کار با آن‌ها بسیار راحت می‌باشد.

نرم‌افزار آپن فوم با استفاده از زبان برنامه‌نویسی C++ نوشته شده است. دلیل استفاده از C++ شی-گرا بودن این زبان برنامه‌نویسی می‌باشد. این ویژگی به آپن فوم این قابلیت را می‌دهد که هم برای کاربرهای مبتدی و هم برای کاربران بسیار حرفه‌ای و متخصص که قادر به کدنویسی می‌باشند، قابل استفاده باشد. در آپن فوم اگرچه می‌توان مانند فلوئنت تنها یک کاربر ساده بود و با آموزشی کوتاه

^۱ LINUX

^۲ Windows

^۳ User friendly

پیرامون نرم افزار و داشتن اطلاعات پیرامون مدل سازی عددی به حل مساله پرداخت، از طرفی می توان یک کاربر متخصص بود و به عنوان مثال شرط مرزی جدید، نحوه ی گسسته سازی جدید، حل گر جدید برای دستگاه معادلات و یا یک حل گر جدید برای سیالاتی پیچیده مانند سیالات ویسکوالاستیک و یا سیالات دو فازی ارائه نمود.

در این نرم افزار برای نوشتن یک کد جدید نیازی به پرداختن به تمام جزئیات دست و پاگیر و ظریف کدنویسی نمی باشد. تنها کفایت متغیرها و معادلات را به نرم افزار معرفی نمود. به عنوان مثال دایورژانس سرعت نسبت به زمان به شکل ساده ی $\text{div}(U,t)$ معرفی می شود. بعد از اجرای حل گر نرم افزار با استفاده از امکانات از پیش تعریف شده ای که روز به روز به آن ها افزوده می شود و هر کاربر خود می تواند آن ها را افزایش دهد و یا ویرایش کند، به تفسیر معادلات پرداخته و آن ها را با روشی که تعیین شده گسسته می کند. سپس دستگاه معادلات حاصله از گسسته سازی با روش تعیین شده حل شده و شرایط مرزی را اعمال می گردد. نیازی نیست کد مربوط به گسسته سازی، شرط مرزی و حل گر دستگاه را نوشت، بلکه نرم افزار حاوی این کدها می باشد.

بعد از ذکر نقاط مثبت، اکنون به مشکلات نرم افزار پرداخته می شود. یکی از مشکلات کدنویسی در این نرم افزار آشنایی اولیه با ساختار آن است. یک کدنویس بایستی وقت اولیه ای را صرف آشنایی با ساختار این نرم افزار بنماید. برای کابرانی که با زبان C++ آشنایی داشته باشند، این آشنایی اولیه بسیار ساده خواهد بود. مشکل دیگر این نرم افزار برای کابران معمولی می باشد. کار کردن با نرم افزاری مثل فلوئنت شبیه کار با بسیاری از نرم افزارهای تحت ویندوز می باشد. اما کار کردن با این فوم اندکی مشکل تر می باشد. یکی از دلایل آن ساختار نرم افزار می باشد که برخلاف فلوئنت که همه ی گزینه های ممکن پیش روی کاربر می باشد و از بین آنها انتخاب می نماید، در این فوم کاربر بایستی از قبل امکانات موجود را بشناسد و آن ها را در فایل مربوطه درج بنماید. البته معمولاً مثال های حل شده ی نرم افزار نیاز کاربر را در سطح قابل قبولی برطرف می نمایند. به عنوان مثال هیچ جایی در نرم افزار وجود ندارد که به شرح تمامی شرایط مرزی و کاربرد آنها پرداخته باشد. اگر شرط مرزی استفاده شده در مثال های

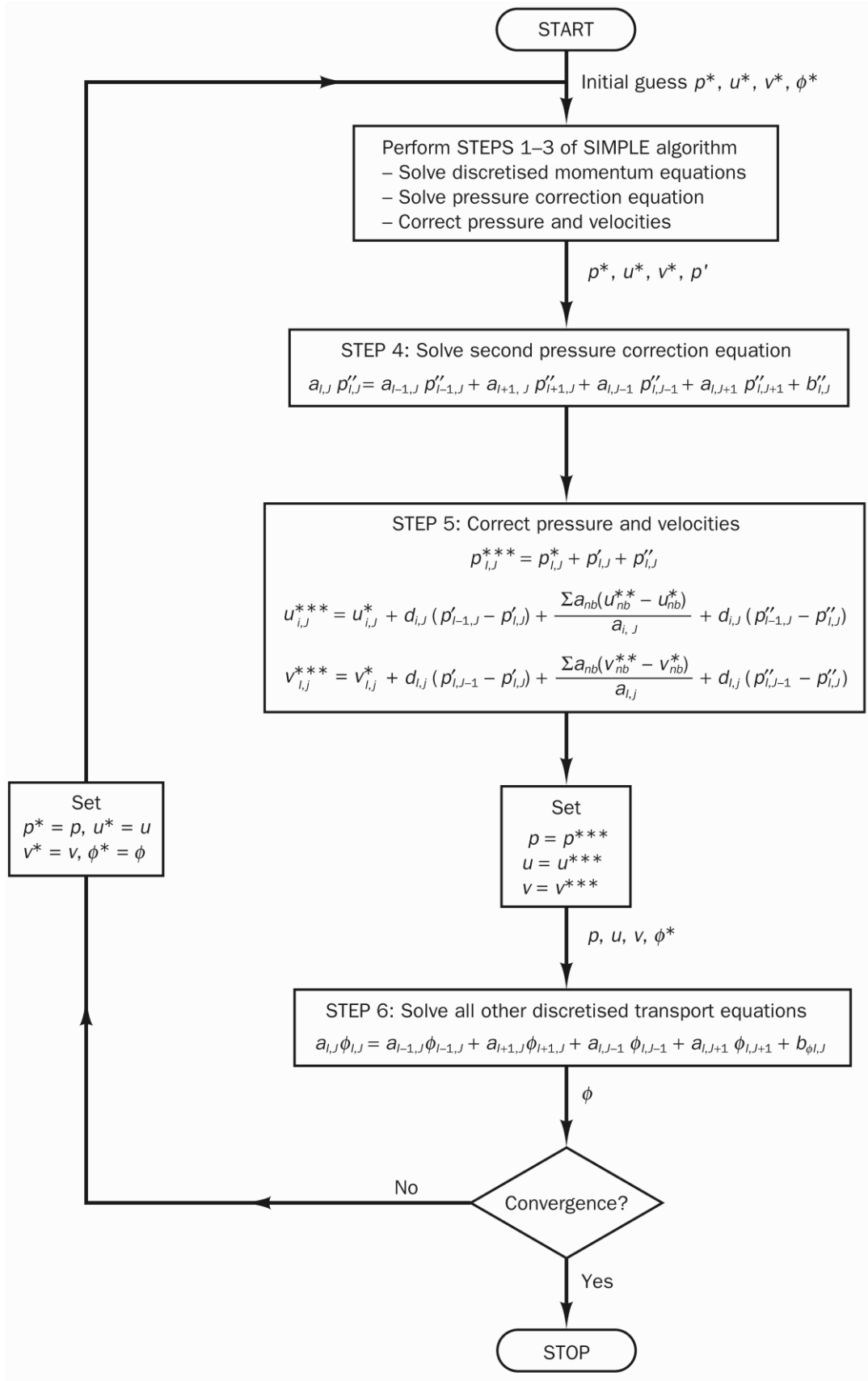
حل شده‌ی نرم‌افزار نیاز کاربر را رفع نکند، بایستی با جستجو در منابع مختلف که مهم‌ترین آنها سایت نرم‌افزار می‌باشد، شرط مرزی مناسب و نحوه‌ی استفاده از آن را پیدا نماید. یکی دیگر از مشکلات عدم وجود یک مرجع جامع برای یادگیری می‌باشد. به دلیل رشد سریع و تغییرات مداوم در امکانات نرم‌افزار، ارائه‌ی یک مرجع جامع تنها به صورت آنلاین امکان‌پذیر است.

۳-۴- روش حل در آپن فوم

در این بخش به طور خاص به روش حل در حل‌گر ویسکوالاستیک پرداخته می‌شود. این حل‌گر `viscoelasticFluidFoam` نام دارد و بر روی نسخه‌های رسمی آپن فوم موجود نمی‌باشد. اما در نسخه‌های گسترش یافته^۱ و توسعه یافته^۲ موجود می‌باشد. برای استفاده بر روی نسخه‌های رسمی باید حل‌گر را به نرم‌افزار اضافه کرد. اگر چه تعدادی کمی از حل‌گرهای آپن فوم از الگوریتم SIMPLE و برخی نیز از الگوریتم PIMPLE (که ترکیب الگوریتم‌های SIMPLE و PISO می‌باشد) استفاده می‌کنند، اما حل‌گر ویسکوالاستیک مانند اغلب حل‌گرهای نرم‌افزار از الگوریتم PISO استفاده می‌کند. این الگوریتم در مراجع مکانیک سیالات محاسباتی مانند [۳۴] به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته است و از طرفی نرم‌افزار آپن فوم دارای یک راهنمای جامع نمی‌باشد و حل مسائل جدید توسط آن کار سختی می‌باشد، از این رو سعی بر آن است تا در صفحات آینده تجاری که از حل مسائل با این نرم‌افزار بدست آمده‌است ارائه گردند. تنها به ذکر این نکته پرداخته می‌شود که در بررسی انجام گرفته در مرجع [۱۳] پیرامون بکاربردن الگوریتم‌های متفاوت برای حل جریان‌های غیرپایای سیالات ویسکوالاستیک، دو الگوریتم SIMPLEST و PISO به عنوان الگوریتم‌های برتر معرفی شده‌اند. فلوجارت الگوریتم PISO برگرفته از مرجع [۳۴] در ادامه آمده است.

^۱ Extended

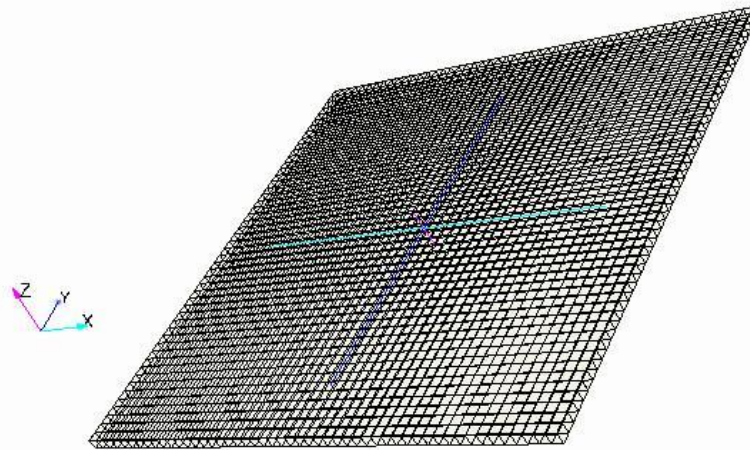
^۲ Developed



شکل (۲-۳) الگوریتم روش عددی PISO به صورت فلوچارت [۳۴]

۳-۵- حل جریان های ثانویه در کانال غیر مدور

برای حل مساله ابتدا باید پوشه‌ی مربوط به مثال حل شده‌ی مدل گزیکس که در پوشه‌ی مثال‌ها و در قسمت حل گر ویسکوالاستیک می‌باشد را در پوشه run کپی نمود و اسم دلخواه بر روی آن قرار داد. سپس به تغییر پارامترهای آن متناسب با مساله‌ی حاضر پرداخت. ابتدا بایستی شبکه را ایجاد نمود. پس از تعیین شرایط اولیه، شرایط مرزی، مشخصات فیزیکی و سپس مشخصات حل گر به حل مساله پرداخت. برای حل مساله‌ی جریان‌های ثانویه ابتدا شبکه با استفاده از نرم افزار گمبیت^۱ ساخته می‌شود. این شبکه شامل یک مربع با طول واحد می‌باشد که در راستای افقی و عمودی هر کدام ۵۰ سلول و در راستای محور کانال یا راستای جریان اصلی دارای یک سلول می‌باشد. همان گونه که پیش‌تر گفته شد شبکه سه بعدی می‌باشد؛ اگرچه در راستای محور کانال به دلیل استفاده از شرط توسعه یافتگی تنها یک سلول وجود دارد. شکل شبکه در ادامه نمایش داده شده است.



شکل (۳-۳) شبکه‌ی مربوط به مساله‌ی جریان‌های ثانویه

بعد از ساختن شبکه، فایل آن با فرمت msh. بایستی در پوشه‌ی مربوط به مساله قرار گیرد. در محیط فرمان لینوکس بعد از رفتن به محل ذخیره‌ی فایل با استفاده از خط دستور زیر شبکه از فرمت گمبیت به فرمت آپن فوم تبدیل می‌شود:

^۱ Gambit

fluentMeshToFoam SecondaryFlows.msh –scale .01

بایستی به این نکته توجه شود که دستورات آپن فوم نسبت به حروف کوچک بزرگ حساس می باشند. در خط دستور بالا عبارت اول نام دستور تبدیل شبکه از فرمت ".msh" که مخصوص فلونت است به فرمت آپن فوم می باشد. عبارت دوم نام و پسوند فایل مربوط به شبکه می باشد و عبارت سوم برای تعیین مقیاس شبکه بر حسب متر می باشد. در نرم افزار گمبیت همه چیز بر حسب نسبت هاست و عدد یک به معنای یک متر نمی باشد. در این جا برای تبدیل نسبت ۰,۰۱ در نظر گرفته شده است. این بدان معناست که هر ۱ واحد در گمبیت، در آپن فوم به اندازه ۰,۰۱ متر شناخته می شود.

اکنون بایستی در فایل boundary واقع در پوشه ی PolyMesh از زیر مجموعه ی پوشه constant

نوع شرایط مرزی را مشخص نمود. برای این کار باید فایل boundary را به صورت زیر تغییر داد:

```
/*-----*- C++ -*-----*\
|=====|
|\  / F ield      |OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox|
|\  / O peration   | Version: 2.1.1                      |
|\  / A nd         | Web:    www.OpenFOAM.org            |
|\  \V  M anipulation|                                   |
\*-----*/
```

FoamFile

```
{
    version    2.0;
    format     ascii;
    class      polyBoundaryMesh;
    location   "constant/polyMesh";
    object     boundary;
}

// *****

6

(
    outlet
    {
```

```

    type      cyclic; ☒
    nFaces     2500;
    startFace   4900;
    matchTolerance 0.0001;
    neighbourPatch inlet;
}
inlet
{
    type      cyclic; ☒
    nFaces     2500;
    startFace   7400;
    matchTolerance 0.0001;
    neighbourPatch outlet;
}
bottom
{
    type      symmetryPlane; ☒
    nFaces     50;
    startFace   9900;
}
left
{
    type      symmetryPlane; ☒
    nFaces     50;
    startFace   9950;
}
top
{
    type      wall; ☒
    nFaces     50;
    startFace   10000;
}
right

```

```

{
    type      wall; ☒
    nFaces    50;
    startFace 10050;
}
)
// ***** //

```

در فصل ۲ شرایط مرزی بررسی شدند. اما اعمال این شرایط در آپن فوم مبحث جدایی می باشد. نوع شرایط مرزی که شامل دیواره (wall)، تقارن صفحه‌ای (symmetryPlane) و پرئودیک (cyclic) می باشد در این فایل تعیین می شوند. خط‌هایی که در آن‌ها نوع مرز تعیین شده است با علامت ☒ مشخص شده‌اند. بعد از ساختن شبکه و تعیین نوع شرایط مرزی، بایستی به تعیین مقادیر شرایط مرزی و شرایط اولیه پرداخت. فایل مربوط به مقادیر شرایط مرزی و اولیه در پوشه‌ای به نام صفر (0) وجود دارد. برای هر پارامتر یعنی، فشار سرعت و تنش یک فایل وجود دارد. ابتدا سرعت بررسی می شود.

```

/*-----*- C++ -*-----*\
|=====|
|\  / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox|
|\  / O peration   | Version: 2.1.1                        |
|\  / A nd         | Web:   www.OpenFOAM.org                |
|\  \ M anipulation|
\*-----*/

FoamFile
{
    version 2.0;
    format  ascii;
    class   volVectorField;
    object  U;
}

```

```

// ****
dimensions    [0 1 -1 0 0 0];
internalField  uniform (0 0 0);
boundaryField
{
    outlet
    {
        type      cyclic;
    }
    inlet
    {
        type      cyclic;
    }
    bottom
    {
        type      symmetryPlane;
    }
    left
    {
        type      symmetryPlane;
    }
    top
    {
        type      fixedValue;
        value      uniform (0 0 0);
    }
    right
    {
        type      fixedValue;
        value      uniform (0 0 0);
    }
}

```

// ***** //

بالای فایل که سربرگ می‌باشد، اطلاعات مربوط به نسخه‌ی مورد استفاده مشاهده می‌شود. در جلوی عبارت class نوع متغیر درج شده که در این جا چون سرعت است از نوع بردار می‌باشد. در خط بعدی نام متغیر یعنی سرعت (U) نوشته شده است. در جلوی dimension واحد متغیر (در این جا متر بر ثانیه) نوشته شده است. برای یادگیری نحوه‌ی خواندن این ماتریس و ترجمه‌ی آن به واحد متر بر ثانیه، می‌توان به فصل دوم فایل راهنمای اُپن فوم مراجعه کرد. در جلوی عبارت internalField شرط اولیه سرعت را بایستی تعیین نمود. شرط اولیه به صورت یکنواخت (uniform) و صفر قرار داده شده است. مقدار شرط مرزی هر یک از مرزها زیر نام آن‌ها قرار دارد. برای خروجی و ورودی شرط مرزی cyclic تعیین شده است. به این معنا که مقادیر این دو مرز برابر است. دلیل آن فرض توسعه‌یافتگی جریان می‌باشد. وروی و خروجی، صفحه‌ی جلویی و صفحه‌ی پشتی می‌باشند. برای صفحه‌ی پایین و چپ شرط مرزی صفحه‌ی تقارن تعیین شده است. بر روی دیواره‌ها سرعت صفر می‌باشد. حال فایل مربوط به فشار بررسی می‌شود.

```
/*-----*- C++ -*------*\
|=====|
|\  / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox|
|\  / O peration   | Version: 2.1.1                        |
|\  / A nd         | Web:   www.OpenFOAM.org                |
|\  \ M anipulation|                                         |
\*-----*/
```

```
FoamFile
{
    version    2.0;
    format     ascii;
    class      volScalarField;
    object     p;
}
```

```

// ****
dimensions    [0 2 -2 0 0 0];
internalField  uniform 0;
boundaryField
{
    outlet
    {
        type      fan;
        patchType  cyclic;
        f          List<scalar> 1(.001 );
        value      uniform 0;
    }
    inlet
    {
        type      fan;
        patchType  cyclic;
        f          List<scalar> 1(.001 );
        value      uniform 0;
    }
    bottom
    {
        type      symmetryPlane;
    }
    left
    {
        type      symmetryPlane;
    }
    top
    {
        type      zeroGradient;
    }
    right
    {

```

```

        type      zeroGradient;
    }
}
// *****

```

همان‌گونه که مشاهده می‌شود نوع متغیر در اینجا اسکالر می‌باشد. واحد آن مترمربع بر مجذور ثانیه می‌باشد. این واحد از تقسیم واحد فشار در SI بر چگالی بدست می‌آید و بایستی به این نکته توجه بسیار زیادی نمود که فشار را باید بر حسب این واحد محاسبه و در نرم‌افزار استفاده نمود. شرط اولیه‌ی فشار در داخل شبکه صفر در نظر گرفته شده است. برای صفحات جلو و عقب شرط مرزی فن استفاده شده است. عدد 0.001 گرادیان فشار بین دو صفحه می‌باشد. البته همان‌گونه که گفته شد این اختلاف فشاری است که بر چگالی تقسیم شده است. برای صفحه‌های تقارن از شرط مرزی صفحه‌ی تقارن و برای دیواره‌ها از شرط مرزی گرادیان صفر استفاده شده است.

اکنون تنش مورد بررسی قرار می‌گیرد. قابل ذکر است که چون نرم‌افزار به صورت پیش فرض مساله را با ۴ مود^۱ حل می‌کند. اما در این تحقیق تنها از یک مود برای حل استفاده می‌شود. پس به جز فایل‌های tau و taufirst بقیه فایل‌های مربوط به تنش که مربوط به سه مود دیگر می‌باشد را بایستی پاک نمود. tau جمع تنش در همه‌ی مودهاست. شرط مرزی این دو فایل عیناً شبیه هم می‌باشد.

```

/*-----*- C++ -*-----*\
|=====|
|\  / F ield   | OpenFOAM Extend Project: Open Source CFD|
|\  / O peration | Version: 1.6-ext |
|\  / A nd      | Web:    www.extend-project.de |
|\  \ M anipulation | |
\*-----*/

```

FoamFile

^۱ mode

```

{
    version    2.0;
    format     ascii;
    class      volSymmTensorField;
    object     tau;
}
// ****

dimensions    [1 -1 -2 0 0 0 0];
internalField  uniform (0 0 0 0 0 0);
boundaryField
{
    outlet
    {
        type      cyclic;
    }
    inlet
    {
        type      cyclic;
    }
    bottom
    {
        type      symmetryPlane;
    }
    left
    {
        type      symmetryPlane;
    }
    top
    {
        type      zeroGradient;
    }
    right
    {

```

```

        type      zeroGradient;
    }
}
// *****

```

نوع متغیر تانسور متقارن می‌باشد. شرط اولیه‌ی تنش صفر در نظر گرفته شده است. واحد متغیر کیلوگرم بر متر بر مجذور ثانیه است که واحد تنش در SI می‌باشد. شرط مرزی صفحه‌ی جلو و عقب cyclic می‌باشد. برای صفحه‌های تقارن از شرط مرزی صفحه‌ی تقارن استفاده می‌شود. دیواره‌ها شبیه فشار شرط مرزی گرادیان صفر دارند.

بعد از تعیین شرایط اولیه و شرایط مرزی، از طریق فایل viscoelasticProperties از پوشه‌ی constant ویژگی‌های سیال مشخص می‌شوند. در این فایل ویژگی‌های مربوط به ۴ مود آورده شده است. ویژگی‌های مربوط به مود اول را تعیین کرده و خطوط مربوط به بقیه مودها پاک می‌شوند.

اکنون پارامترهای حل مورد بررسی قرار می‌گیرند. فایل‌های این بخش در پوشه‌ی system قرار دارند. فایل "fvSolution" از همین پوشه این امکان را به کاربر می‌دهد که روش حل دستگاه معادلات خطی مربوط به هر پارامتر را مشخص کرده، باقیمانده‌ی^۱ مطلوب و بیشترین تکرار مجاز را تعیین نماید. دستگاه معادلات مربوط به فشار از روش PCG^۲ و دستگاه مربوط به سرعت و تنش از روش PBiCG^۳ حل می‌شوند. باقیمانده مطلوب برای آنها 10^{-6} می‌باشد. تعداد مرحله‌های تصحیح در الگوریتم PISO در این فایل قابل تغییر است. این عدد از همان حالت پیش فرض یعنی ۲ مرحله تغییر داده نمی‌شود. برای اعمال ضریب زیر تخفیف^۴ باید در همین فایل تغییرات لازم را انجام داد. اما نکته‌ی بسیار مهم این است که در مساله‌های غیرپایا استفاده از ضریب زیر تخفیف مجاز نمی‌باشد. زیرا در مسائل غیرپایا جواب در همه گام‌ها مهم می‌باشد. ضریب زیرتخفیف اگر چه سرعت همگرایی را

^۱ Residual

^۲ preconditioned conjugate gradient solver for symmetric matrices

^۳ preconditioned bi-conjugate gradient solver for asymmetric matrices

^۴ Under-relaxation factor

افزایش می‌دهد و کد زودتر به جواب مربوط به حالت پایا می‌رسد، اما دیگر جواب‌های مربوط به گام-های قبل از پیاپی شدن جریان معتبر نمی‌باشند. در این مسأله خطوط مربوط به اعمال ضرایب زیر تخفیف پاک می‌گردند.

فایل "fvSchemes" از پوشه‌ی system به کاربر این امکان را می‌دهد که روش‌های گسسته‌سازی معادلات را تعیین نماید. روش‌های متفاوتی برای گسسته‌سازی معادلات در حجم محدود وجود دارد و برای هر نوع معادله یک گسسته‌سازی مناسب می‌باشد. در این فایل هم‌چنین نوع درونیابی‌ها تعیین می‌شود. گسسته‌سازی زمان از مرتبه‌ی اول و به صورت ضمنی می‌باشد. دایورژانس‌ها با استفاده از انتگرال گاوس^۱ به روش upwind گسسته می‌شود. البته در مورد تنش از روش central مرتبه ۲ استفاده می‌شود. گسسته‌سازی گرادیان‌ها به روش انتگرال گاوس و از مرتبه‌ی دوم و به صورت central می‌باشد. لاپلاسیان‌ها به صورت central از درجه دوم و با استفاده از انتگرال گاوس گسسته می‌شوند. درونیابی‌ها خطی می‌باشد.

فایلی که اهرم کنترلی حل و بسیار مهم می‌باشد فایل controlDict است. در این فایل پارامترهای متفاوتی مربوط به حل مشاهده می‌شود. در زیر فایل مربوط به حل مساله در عدد الاستیک ۰,۲۵ نمایش داده شده است.

```
/*-----*- C++ -*------*\
|=====|
|\ / F ield | OpenFOAM Extend Project: Open Source CFD|
|\ / O peration | Version: 1.6-ext|
|\ / A nd | Web: www.extend-project.de|
|\ \ M anipulation |
\*-----*/

FoamFile
{
    version 2.0;
    format ascii;
```

^۱ Gaussian integral

```

class    dictionary;
object   controlDict;
}

// ****

application      viscoelasticFluidFoam;
startFrom        latestTime;
startTime        0.0;
stopAt           endTime;
endTime          1e-2;
deltaT           1e-12;
writeControl      adjustableRunTime;
writeInterval     1e-5;
purgeWrite        0;
writeFormat       ascii;
writePrecision    6;
writeCompression  uncompressed;
timeFormat        general;
timePrecision     6;
graphFormat       raw;
runTimeModifiable yes;
adjustTimeStep    on;
maxCo             1e-6;
maxDeltaT         1e-8;

// ****

```

زمان حل مساله ۰,۰۲ ثانیه می باشد. گام زمانی از 10^{-12} شروع می شود و ماکزیمم آن می تواند 10^{-8} باشد. عدد کورانت^۱ عددی است که میزان همگرایی حل را نشان می دهد. هر چه این عدد کوچکتر باشد همگرایی بیشتر است. ماکزیمم این عدد 10^{-6} تعیین می شود و اگر این عدد بخواهد از این مقدار بیشتر شود بصورت خودکار یا گام زمانی کوتاه می گردد و یا این که تعداد تکرار در هر گام افزایش می -

^۱ Courant number

یابد. توجه شود که گام زمانی ثابت نیست و کد با توجه به معیار همگرایی آن را کم یا زیاد خواهد کرد. البته ماکزیمم آن ثابت است. بعد از اعمال این تغییرات با اجرای دستور viscoelasticFluidFoam در خط فرمان لینوکس در صورت درست انجام دادن مراحل، نرم افزار شروع به حل معادلات می‌نماید.

۳-۶- حل جریان خون در رگ

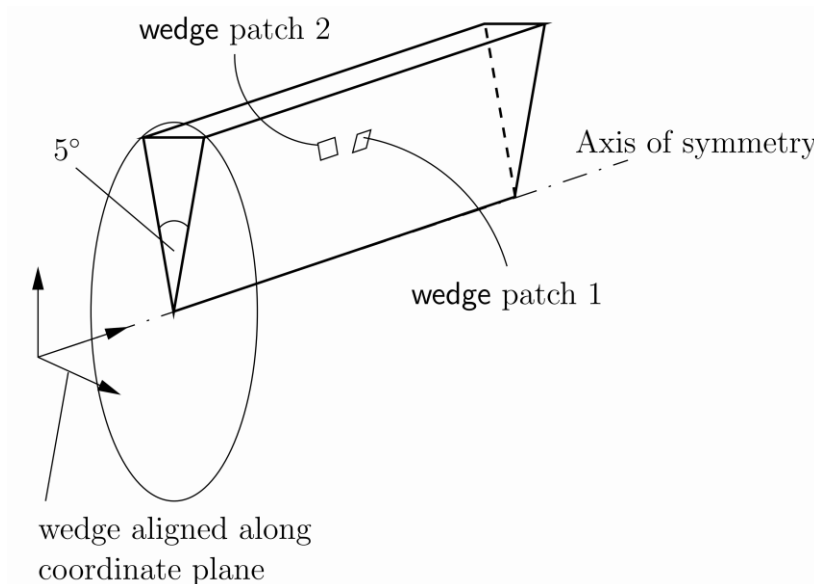
چون این مساله نیز توسط نرم افزار اُپن‌فوم و با مدل گزیکس و توسط حل‌گر ویسکوالاستیک حل شده است، بسیاری از مراحل مشابه مساله‌ی جریان‌های ثانویه می‌باشد. پس از تکرار مشابهاات خودداری شده و تنها به ذکر تفاوت‌ها پرداخته می‌شود.

اولین تفاوت این است که مساله‌ی قبل با نسخه‌ی ۲,۱,۱ نرم افزار اُپن فوم بر روی لینوکس اوبونتو^۱ ۱۲,۱ نسخه ۶۴ بیتی اجرا شده بود. آن نسخه دارای حل‌گر ویسکوالاستیک نمی باشد و بایستی به آن اضافه گردد. این مساله توسط نسخه dev-۱,۵ بر روی لینوکس اوبونتو ۸ نسخه‌ی ۳۲ بیتی اجرا شده است. این نسخه از اُپن‌فوم دارای حل‌گر ویسکوالاستیک می‌باشد. البته نسخه‌های مختلف اُپن‌فوم فرق بنیادی ندارند اما در شکل دستورات و شکل شروط مرزی و دیگر موارد تفاوت هایی وجود دارد. به این دلیل همیشه قبل از بررسی یک مساله در اُپن‌فوم بایستی نسخه‌ی مورد استفاده را مشخص نمود.

برای این مساله ابتدا یک شبکه مستطیلی توسط نرم‌افزار گمبیت ایجاد می‌شود. این مستطیل دارای نسبت طول به عرض ۴۰ می‌باشد. این شبکه دارای ۱۵ گره در راستای عرض و ۱۵۰ گره در راستای طول می‌باشد. سپس فایل این شبکه به محیط اُپن‌فوم و به پوشه‌ی مربوط به مسأله منتقل می‌شود. برای این که نرم‌افزار تشخیص دهد که این مسأله دارای تقارن محوری است بایستی شبکه به

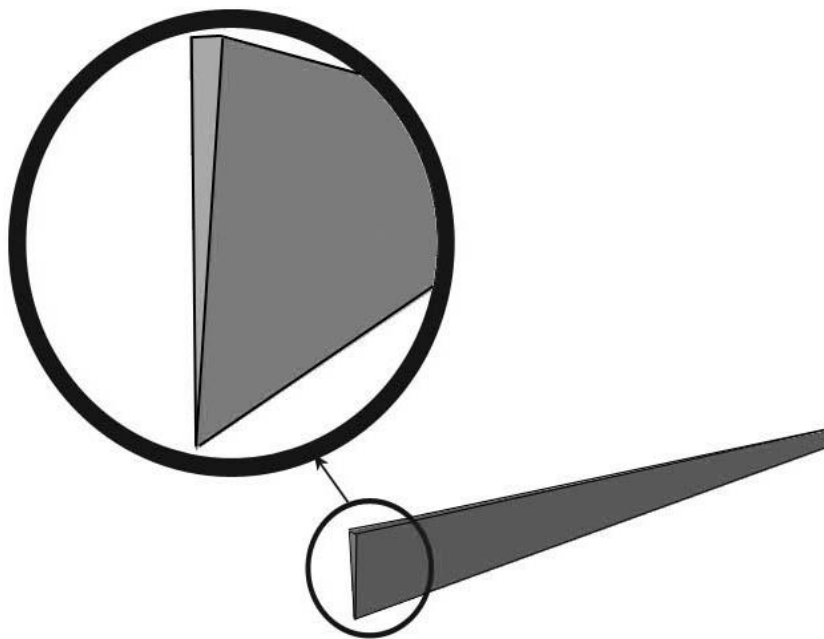
^۱ Ubuntu

شکل گوه و با زاویه‌ی ۵ درجه باشد. در شکل زیر که برگرفته از راهنمای نرم‌افزار است شمای شبکه‌ی قابل قبول برای حل مساله‌ی تقارن محوری در نرم‌افزار آپن فوم نمایش داده شده است.



شکل (۳-۴) شماتیک شبکه‌ی قابل قبول در نرم‌افزار آپن فوم برای حل جریان متقارن محوری

ساختن این شبکه توسط نرم‌افزار گمبیت اگرچه مشکل نیست اما پیشنهاد می‌شود که برای حل مسائل تقارن محوری از ابزار `makeAxialMesh` استفاده گردد. این ابزار یک شبکه دو بعدی را به یک شبکه‌ی گوه‌ای شکل تبدیل می‌کند. برای استفاده از آن بایستی ابتدا فایل آن را از سایت مربوطه دریافت نمود و سپس آن را به نرم‌افزار آپن فوم اضافه کرد. زیرا این ابزار به صورت پیش‌فرض در آپن فوم موجود نمی‌باشد. مراحل نصب و هم چنین استفاده از این ابزار به صورت کامل توسط نگارنده در سایت cf-online.com که یک تالار گفتگوی آنلاین می‌باشد توضیح داده شده است. برای یافتن مطلب کافی است عبارت `makeAxialMesh` را در این سایت جستجو کرد. این سایت محل گفتگوی متخصصین مکانیک محاسباتی می‌باشد و از مراجع مهم جهت یافتن جواب سوالات در مورد آپن فوم می‌باشد. بعد از استفاده از این ابزار یک شبکه‌ی گوه‌ای شکل ساخته می‌شود که شکل آن در زیر نمایش داده شده است.



شکل (۵-۳) شبکه‌ی گوه‌ای شکل مربوط به مسأله‌ی جریان خون در رگ

شبکه‌ی جدید در پوشه‌ی صفر ذخیره می‌شود و چون فایل‌های آن توسط ابزار گفته شده ساخته می‌گردد، نیاز به تغییر ندارد. بعد از ایجاد شبکه بایستی به تعیین مقادیر شرایط مرزی و اولیه پرداخت. ابتدا فایل مربوط به سرعت بررسی می‌گردد.

```
/*-----*\
|=====|
|\  / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox|
|\  / O p e r a t i o n | Version: 1.4                        |
|\  / A n d           | Web:  http://www.openfoam.org         |
|\  M a n i p u l a t i o n |                                |
\*-----*/

FoamFile
{
  version      2.0;
  format       ascii;
  root         "";
  case         "";
```

```

instance    "";
local      "";
class      volVectorField;
object     U;
}

// * * * * * //

dimensions  [0 1 -1 0 0 0];
internalField uniform (0 0 0);
boundaryField
{
    axissymm
    {
        type      empty;
    }
    outlet
    {
        type      zeroGradient;
    }
    inlet
    {
        type timeVaryingUniformFixedValue;
        outOfBounds clamp;
        fileName "inlet3.dat";
        value uniform (0 0 0 );
    }
    wall
    {
        type      fixedValue;
        value      uniform (0 0 0 );
    }
    frontAndBackPlanes
    {

```

```

        type      empty;
    }
    frontAndBackPlanes_pos
    {
        type      wedge;
    }
    frontAndBackPlanes_neg
    {
        type      wedge;
    }
}
// ***** //

```

در این فایل دو صفحه‌ی frontAndBackPlanes و axissymm دارای شرط مرزی empty یا خالی می‌باشند. چون صفحات متعلق به شبکه‌ی اولیه که مستطیل ساده بود می‌باشند و در شبکه‌ی جدید نقشی ندارند. دو صفحه‌ی frontAndBackPlanes_pos و frontAndBackPlanes_neg صفحات جانبی گوه می‌باشند و برای آن‌ها از شرط مرزی wedge استفاده شده است. برای شرط مرزی سرعت در ورودی یک جدول از سرعت‌های اندازه‌گیری شده از مرجع [۲۱] موجود است. این شرط مرزی در نرم‌افزار توسط timeVaryingUniformFixedValue اعمال می‌گردد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود این شرط مرزی از فایل inlet3.dat داده‌های مربوط به سرعت را می‌خواند. بایستی داده‌های مربوط به سرعت در این فایل ذخیره گردد و در پوشه‌ی اصلی قرار داده شود. برای آشنایی با فرمت نوشتن سرعت‌ها، در ادامه این فایل نمایش داده شده است.

```

(
  (
    0 ( 0.0000000000000000 0 0))
  (
    0.01 ( 0.0035606060606060 0 0))
  (0.0225000000000000 ( 0.003409090909091 0 0))
  (0.0350000000000000 ( 0.003409090909091 0 0))
  (0.0600000000000000 ( 0.004924242424242 0 0))
)

```

```

(0.0725000000000000 ( 0.005303030303030 0 0))
(0.0850000000000000 ( 0.004924242424242 0 0))
(0.1100000000000000 ( 0.004356060606061 0 0))
(0.1350000000000000 ( 0.003939393939394 0 0))
(0.1600000000000000 ( 0.003636363636364 0 0))
(0.1725000000000000 ( 0.003484848484848 0 0))
(0.1850000000000000 ( 0.003484848484848 0 0))
(0.1975000000000000 ( 0.004015151515152 0 0))
(0.2037500000000000 ( 0.004621212121212 0 0))
(0.2100000000000000 ( 0.005000000000000 0 0))
(0.2162900000000000 ( 0.005378787878788 0 0))
(0.2287000000000000 ( 0.005075757575758 0 0))
(0.2475000000000000 ( 0.004416666666667 0 0))
(0.2600000000000000 ( 0.004386363636364 0 0))
(0.2787500000000000 ( 0.003962121212121 0 0))
(0.2850000000000000 ( 0.003992424242424 0 0))
(0.3100000000000000 ( 0.003598484848485 0 0))
(0.3225000000000000 ( 0.003621212121212 0 0))
);

```

ستون اول زمان می باشد و ستون دوم بردار سرعت می باشد. در ادامه فایل مربوط به شرایط مرزی

فشار را مشاهده می نمایید.

```

/*-----*\
|=====|
|\  / F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox|
|\  / O peration| Version: 1.4 |
|\  / A nd | Web: http://www.openfoam.org |
|\  M anipulation |
\*-----*/

FoamFile
{
    version 2.0;

```

```

format      ascii;
root        "";
case        "";
instance    "";
local       "";
class       volScalarField;
object      p;
}
// ***** //
dimensions  [0 2 -2 0 0 0];
internalField uniform 0;
boundaryField
{
    axissymm
    {
        type      empty;
    }
    outlet
    {
        type      fixedValue;
        value      uniform 0 ;
    }
    inlet
    {
        type      zeroGradient;
    }
    wall
    {
        type      zeroGradient;
    }
    frontAndBackPlanes
    {
        type      empty;
    }
}

```

```

}
frontAndBackPlanes_pos
{
    type        wedge;
}
frontAndBackPlanes_neg
{
    type        wedge;
}
}
// ***** //

در مورد فشار شرط مرزی جدیدی نسبت به مطالب گفته شده‌ی قبلی وجود ندارد. در خروجی
فشار صفر تعیین می‌شود تا با توجه به اختلاف فشار در همه‌ی ناحیه محاسباتی بتوان با قرار دادن یک
مرجع، در بقیه‌ی نقاط فشار را محاسبه نمود. در ادامه فایل مربوط به تنش مشاهده می‌شود.

/*-----*- C++ -*-----*\
|=====|
|\  / F ield    | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \ \ / O peration | Version: 1.4.1-dev |
| \ \ / A nd      | Web:    http://www.openfoam.org |
|  \ \ M anipulation | |
\*-----*/

FoamFile
{
    version 2.0;
    format ascii;
    root "/home/jovani/jovaniFoam/foamNewSolver/cases/recentCases/upwind";
    case "Giesekus";
    instance "0";
    local "";
    class volSymmTensorField;
    object tau;

```

```
}
```

```
// ****
```

```
dimensions [1 -1 -2 0 0 0];
```

```
internalField uniform (0 0 0 0 0);
```

```
boundaryField
```

```
{
```

```
    axissymm
```

```
{
```

```
    type      empty;
```

```
}
```

```
outlet
```

```
{
```

```
    type      zeroGradient;
```

```
}
```

```
inlet
```

```
{
```

```
    type      fixedValue;
```

```
    value      uniform (0 0 0 0 0);;
```

```
}
```

```
wall
```

```
{
```

```
    type      zeroGradient;
```

```
}
```

```
frontAndBackPlanes
```

```
{
```

```
    type      empty;
```

```
}
```

```
frontAndBackPlanes_pos
```

```
{
```

```
    type      wedge;
```

```
}
```

```
frontAndBackPlanes_neg
```

```

{
    type        wedge;
}
}
//***** //
این فایل نیز نسبت به فایل‌های گذشته دارای نکته‌ی جدیدی نمی‌باشد. پس از شروط مرزی و
اولیه پارامترهای حل بررسی می‌گردند. فایل‌های مربوط به نحوه‌ی گسسته‌سازی معادلات و نحوه‌ی
حل دستگاه معادلات را بدون تغییر باقی گذاشته و از اطلاعات پیش فرض استفاده می‌شود. توضیحات
پیرامون این دو فایل در بخش جریان‌های ثانویه مورد بررسی قرار گرفتند. فایل controlDict در ادامه
نمایش داده شده است و مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

```

```

/*-----*- C++ -*-----*\
|=====|
|\      / F ield   |OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
|\      / Operation | Version: 1.4.1                      |
| \    /   And      | Web:   http://www.openfoam.org        |
| \    / Manipulation|                                     |
\*-----*/

FoamFile
{
    version 2.0;
    format ascii;
    root "/opt/OpenFOAM/jovani-1.4.1/run/tutorials/viscoelasticFluidFoam";
    case "Giesekus";
    instance "system";
    local "";
    class     dictionary;
    object    controlDict;
}

//***** //

application    viscoelasticFluidFoam;

```

```

startFrom    latestTime;
startTime    0.0;
stopAt       endTime;
endTime      .3225;
deltaT       1e-11;
writeControl  adjustableRunTime;
writeInterval .0005;
purgeWrite   0;
writeFormat  ascii;
writePrecision 6;
writeCompression uncompressed;
timeFormat   general;
timePrecision 6;
graphFormat  raw;
runTimeModifiable yes;
adjustTimeStep on;
maxCo        0.005;
maxDeltaT     1e-7;
//***** //

```

بعد از اعمال همه‌ی این تغییرات حل گر را اجرا کرده و نرم افزار شروع به حل مساله می نماید.

فصل ۴. بررسی نتایج

۴-۱- مقدمه

در این فصل نتایج بدست آمده از مدل سازی عددی بررسی خواهد شد. بررسی نتایج حاصل از مدل سازی جریان کوئت، جریان های ثانویه در کانال های غیرممدور مستقیم و جریان خون در رگ در سه بخش مورد بررسی قرار خواهد گرفت. قبل از بررسی نتایج بایستی به ذکر این نکته پرداخت که مدل سازی جریان های غیردائم به صورت دوبعدی از نظر عددی معادل حل یک مساله ی دائم سه بعدی می باشد [۱۳]. معادلات بایستی در سه جهت یعنی x, y, t حل گردند. به همین دلیل پیچیدگی کار و مدت زمان حل مساله معادل یک مساله ی دائم سه بعدی می باشد. از این رو با توجه به وقت و امکانات محدود سعی بر آن شده است تا کارهای صورت گرفته بر جنبه های غیردائم و زمان مند مساله تمرکز داشته باشد و نتایج حاضر با هدف بررسی جنبه های غیردائم جریان بدست آمده اند.

۴-۲- نتایج مربوط به جریان کوئت

۴-۲-۱- مطالعه ی استقلال حل از شبکه

برای تست کردن کد، مسأله برای دو شبکه ی ریز و درشت حل می گردد. شبکه ی درشت دارای ۴۰ گره در راستای عمود بر صفحه و ۱۰ گره در راستای صفحه می باشد. شبکه ی ریز به ترتیب دارای ۸۰ و ۲۰ گره می باشد. در این مسأله از سرعت ثابت استفاده می گردد. نتایج بدست آمده در جدول زیر آمده است:

جدول (۴-۱) اختلاف در نتایج حاصل از شبکه ی ریز و درشت

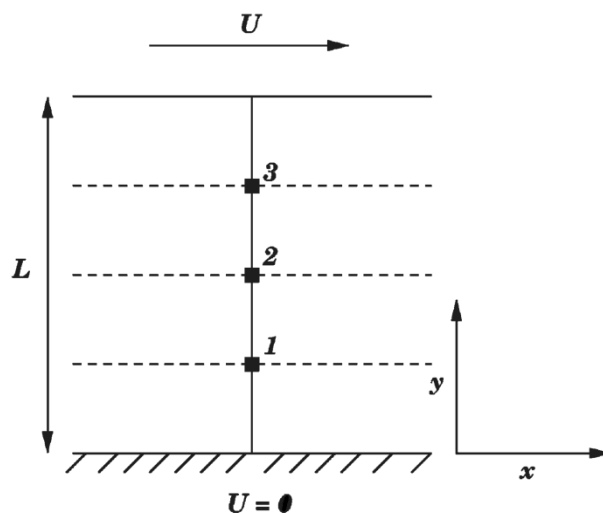
We	u	s_{xy}
1	0.4%	0.8%
10	2%	1.9%
100	3.4%	2.8%

همانگونه که مشاهده می گردد نتایج دارای اختلاف بسیار کمی می باشند، از این رو در این تحقیق از

شبکه‌ی درشت استفاده می‌شود.

۴-۲-۲- نتایج مربوط به حرکت صفحه با سرعت ثابت

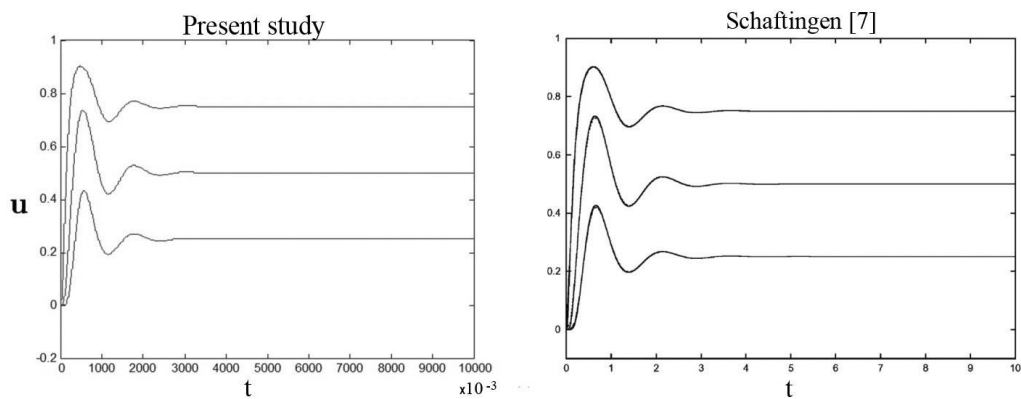
همان‌گونه که پیش‌تر ذکر شد هدف این تحقیق بررسی اثرات زمان‌مند می‌باشد. از این‌رو در این مساله به مطالعه‌ی تأثیر عدد وایزنبرگ پرداخته می‌شود. چون عدد وایزنبرگ دارای پارامتر زمان رهایی از تنش (λ) می‌باشد، و مطابق مرجع [۷] و فرم بی‌بعد معادله‌ی ساختاری پارامتر بی‌بعد تأثیر گذار بر این مساله عدد وایزنبرگ می‌باشد و برای بررسی تغییرات زمانی بایستی تأثیرات آن بر جریان مورد مطالعه قرار گرفته شود. از این‌رو عدد رینولدز ثابت فرض شده است. نتایج بدست آمده از این مدل‌سازی با نتایج تحلیلی مرجع [۷] مقایسه شده است. عدد رینولدز برابر ۰٫۵ می‌باشد. نتایج برای سه عدد وایزنبرگ ۱، ۱۰ و ۱۰۰ محاسبه شده‌اند. نتایج ارائه شده مربوط به سه نقطه از ناحیه می‌باشد. محل این سه نقطه در شکل زیر نمایش داده شده است.



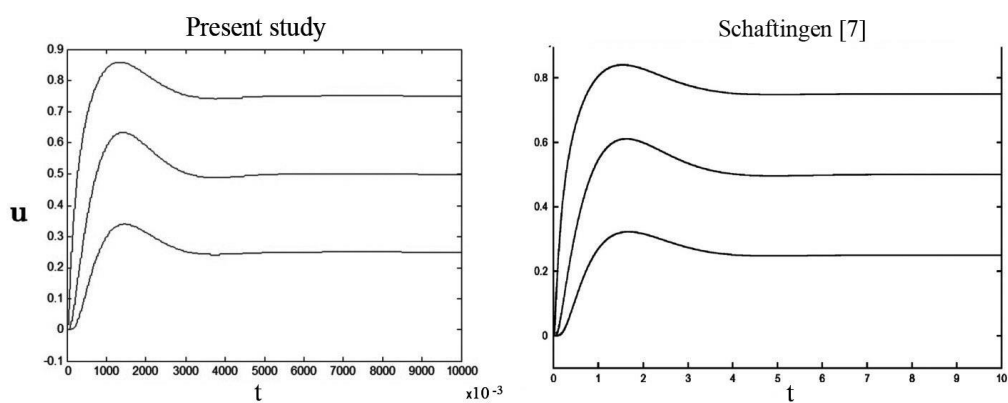
شکل (۴-۱) هندسه جریان و مکان نقاطی که نتایج مربوط به آنها گزارش شده است

در جریان کوئت در راستای عمودی هیچ نیرویی وجود ندارد. از این‌رو در این راستا تغییرات صفر می‌باشد و نیازی به بررسی تغییرات در این راستا نمی‌باشد [۳۶]. البته این موضوع در نتایج بدست

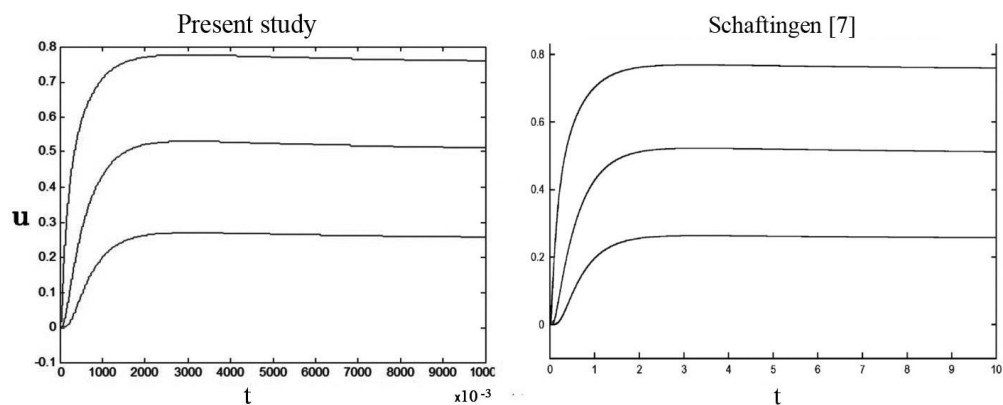
آمده نیز مشاهده شد که نشان از صحت کد می‌باشد. در شکل‌های زیر نتایج مربوط به سرعت را نمایش داده شده است.



شکل (۴-۲) سرعت جریان کوئت در $We=1$



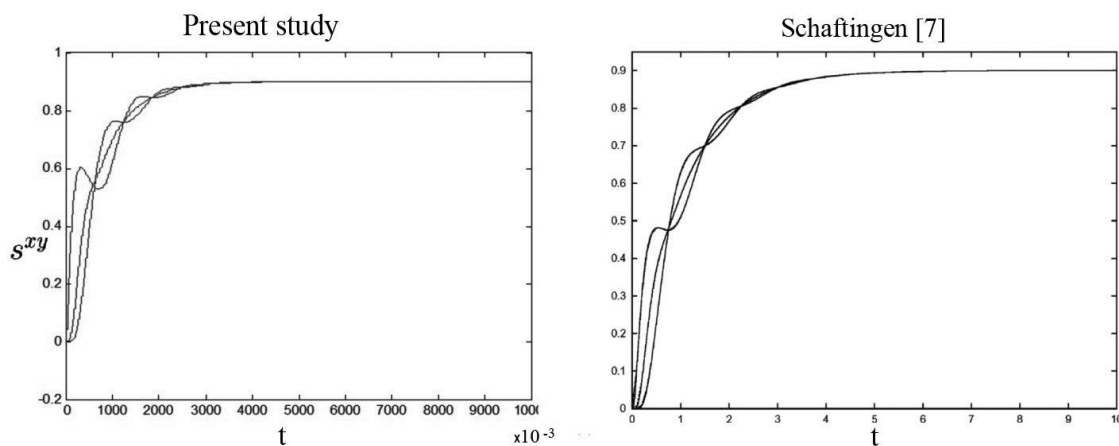
شکل (۴-۳) سرعت جریان کوئت در $We=10$



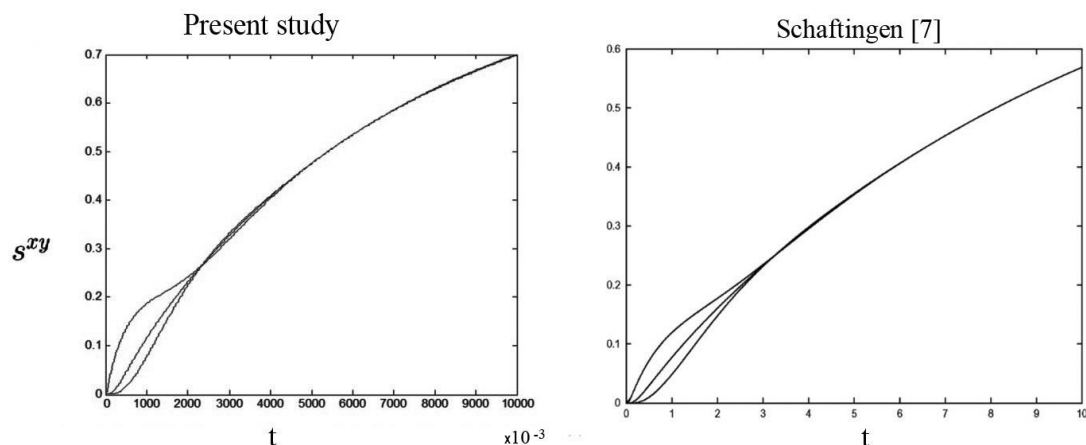
شکل (۴-۴) سرعت جریان کوئت در $We=100$

همان‌گونه که مشاهده می‌گردد با افزایش عدد وایزنبرگ تعداد نوسان‌ها کم می‌شود اما جریان دیرتر به مقدار خود در حالت دائم می‌رسد. می‌توان عدد λ را همانند طول موج در جریان‌های نوسانی فرض نمود. بدین ترتیب که هر قدر λ کوچک‌تر باشد، بسامد جریان که از رابطه $\frac{1}{\lambda}$ بدست می‌آید بزرگ‌تر می‌شود. و هر چه λ بزرگ‌تر باشد بسامد جریان نیز کم‌تر می‌شود و تعداد نوسانات کمتر می‌شود. با این تفاسیر در عدد حدی $\lambda \rightarrow 0$ بسامد به بینهایت میل می‌کند و کد واگرا می‌شود. البته در این حالت زمان پایا شدن جریان نیز به صفر میل می‌کند که شبیه حالت نیوتنی می‌باشد. این موضوع در کد نیز مشاهده گشت. یعنی برای حالت $\lambda \rightarrow 0$ کد واگرا می‌شود.

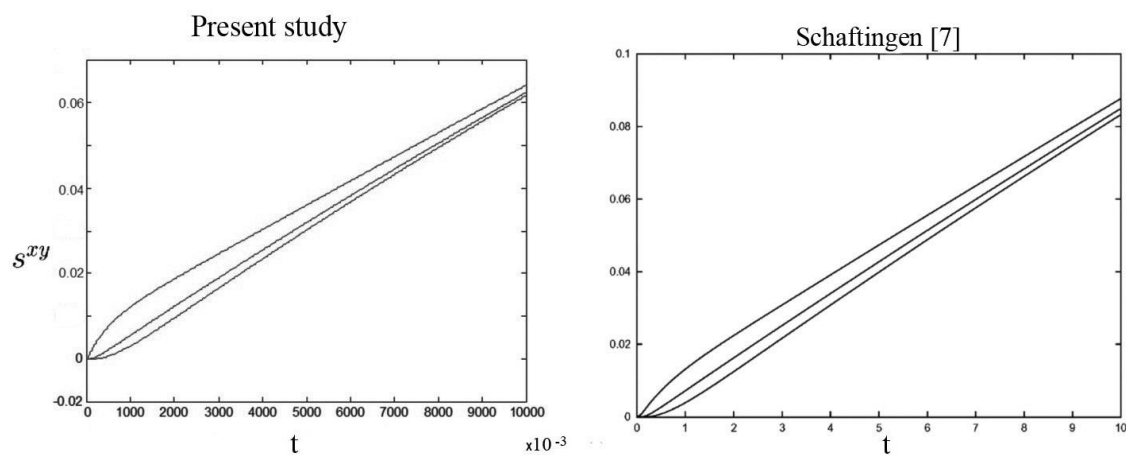
در حالت حدی $\lambda \rightarrow \infty$ شکل جواب به صورت تابع نمایی می‌باشد. این جواب در $We = 100$ مشاهده می‌شود. در این حالت زمان پایا شدن افزایش می‌یابد و عکس‌العمل جریان به عامل تحریک همراه با تأخیر است. در سیال نیوتنی عکس‌العمل به عامل تحریک در تمام ناحیه به صورت آنی رخ می‌دهد. در ادامه نمودارهای تنش مورد بررسی قرار می‌گیرند.



شکل (۴-۵) تنش جریان کوئت در $We=1$



شکل (۴-۶) تنش جریان کوئت در $We=10$



شکل (۴-۷) تنش جریان کوئت در $We=100$

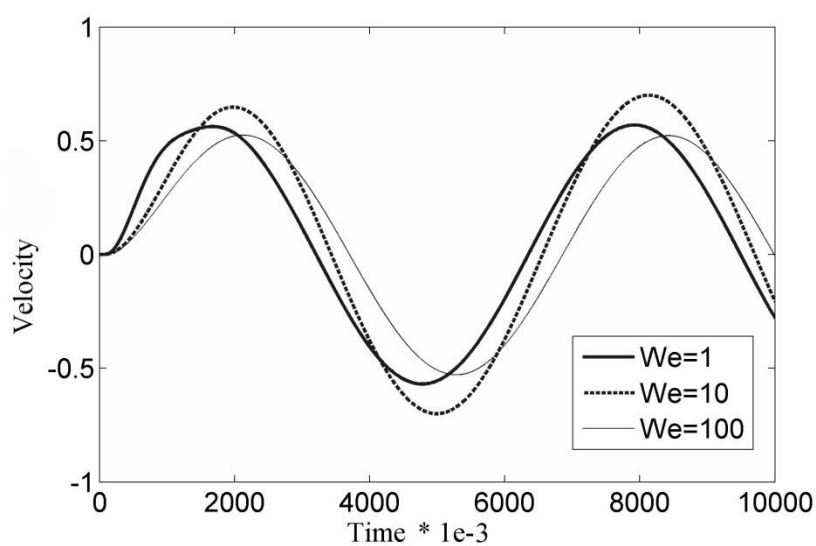
صحت‌های گفته شده پیرامون شکل نوسانات سرعت در مورد تنش نیز صادق می‌باشد. با افزایش عدد وایزنبرگ اگرچه بسامد نوسان کاهش می‌یابد اما دامنه‌ی آن افزایش می‌یابد و زمان پایا شدن افزایش پیدا می‌کند.

همانگونه که در فصل مقدمه ذکر شد هدف از حل مسأله‌ی کوئت آشنایی با الگوریتم‌های حل مسائل غیردائم در سیال کوئت می‌باشد. این مسأله با الگوریتم پروجکشن حل شد. پس از حل این مسأله که با موفقیت صورت پذیرفت به حل مسأله‌ی جریان در لوله پرداخته شد. در این تلاش نتایج بدست آمده از کد دقیقاً مشابه سیال نیوتنی می‌باشد. قابل ذکر است که الگوریتم پروجکشن در حل

مسائلی که جریان از مرزها عبور می‌کند به خوبی عمل نمی‌کند. این مسأله در مراجع [۲۰] ذکر شده است. این الگوریتم در جریان‌هایی که عامل حرکت جریان حرکت یک جسم جامد باشد، به خوبی عمل می‌کند. حرکت کوئت نمونه‌ای از این جریان می‌باشد. دیگر جریان‌هایی که از این مدل می‌باشد و می‌توان با استفاده از این روش آن را حل نمود جریان ما بین دو استوانه می‌باشد، به صورتی که یکی از استوانه‌ها چرخان باشد. هم چنین حفره‌ی ساده که عامل جریان حرکت یکی از دیواره‌ها می‌باشد نیز از این روش حل خواهد شد. قابل ذکر است که مثال حل شده در اکثر تحقیقات پیرامون این روش حفره‌ی ساده می‌باشد. با توجه به این که موضوع تحقیق حاضر جریان در کانال‌های بسته می‌باشد، استفاده از این روش مستلزم تغییر در الگوریتم و ارائه‌ی شکلی از آن می‌باشد که قادر به تحمل نوسان‌های جریان باشد. این کار از حوزه‌ی این تحقیق خارج می‌باشد و مستلزم پرداختن به آن در یک تحقیق جداگانه می‌باشد. از این رو برای حل جریان در کانال بسته که موضوع این تحقیق می‌باشد، از الگوریتم PISO استفاده می‌گردد. برای این منظور از کدهای آماده‌ی موجود در نرم‌افزار این‌فوم استفاده می‌گردد.

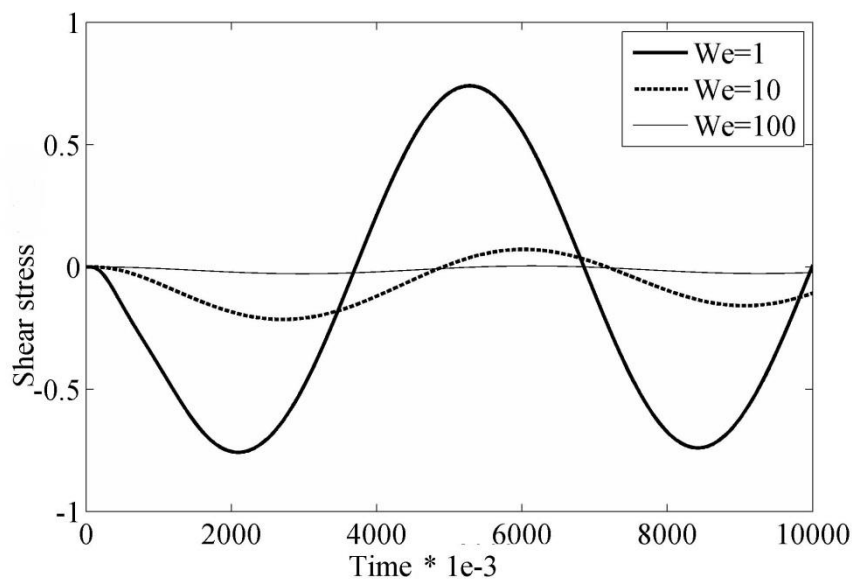
۴-۲-۳- نتایج مربوط به جریان کوئت نوسانی

در ادامه جریان کوئت که در آن صفحه‌ی متحرک با سرعت نوسانی حرکت می‌کند بررسی شده‌اند. از نتایج این مسأله می‌توان برای طراحی یک رئومتر استفاده نمود. برای این منظور از یک عامل تحریک سینوسی استفاده می‌شود. با توجه به دامنه‌ی نوسانات و تأخیر فاز در اعداد متفاوت وایزنبرگ، می‌توان دستگاهی طراحی نمود که با اندازه‌گیری بسامد نوسان و دامنه‌ی نوسان، زمان‌هایی از تنش را اندازه‌گیری نماید. در ادامه نمودار سرعت متحرک مربوط به اعداد متفاوت وایزنبرگ مشاهده می‌شود.



شکل (۴-۸) سرعت جریان کوئت با عامل تحریک سینوسی

مشاهده می‌گردد که تأخیر فاز با افزایش عدد وایزنبرگ، بزرگتر می‌شود. دامنه‌ی نوسانات دارای روند ثابتی نمی‌باشد و این موضوع در جریان کوئت با عامل تحریک با سرعت ثابت نیز مشاهده می‌شود. بعد از این مورد به بررسی تنش برشی پرداخته می‌شود.

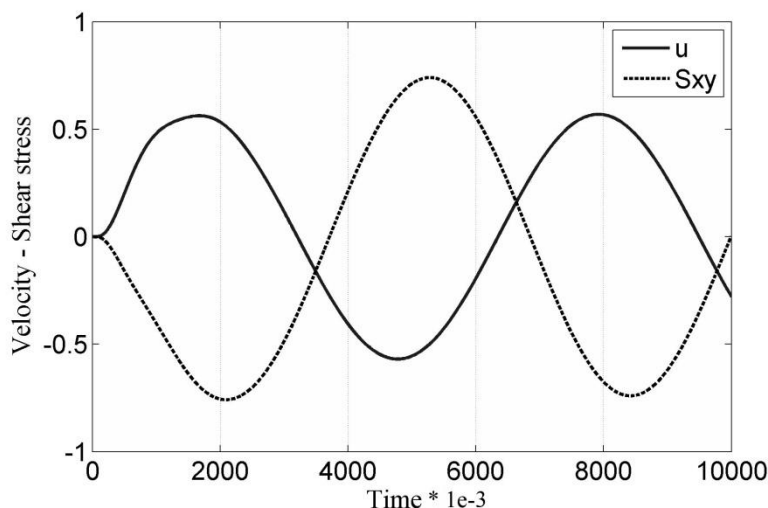


شکل (۴-۹) تنش برشی در جریان کوئت نوسانی

همانگونه که پیش‌تر از نتایج مربوط به جریان کوئت با سرعت ثابت نیز مشاهده شد با افزایش عدد

وایزنبرگ مقدار تنش کاهش می‌یابد. در اینجا مشاهده می‌شود که افزایش عدد وایزنبرگ منجر به افزایش تاخیر فاز می‌شود.

در سیالات ویسکوالاستیک سرعت و تنش دارای اختلاف فاز می‌باشند. این موضوع در شکل زیر نشان داده شده است:



شکل (۴-۱۰) اختلاف فاز تنش و سرعت در $We=1$

همانگونه که ذکر شد تنش و سرعت دارای اختلاف فاز می‌باشند. با استفاده از این اختلاف فاز می‌توان دستگاهی برای اندازه‌گیری خواص رئولوژی سیال ابداع نمود.

۴-۳- جریان های ثانویه در کانال مستقیم غیرمدور

در این قسمت به دلیل این که تحقیق حاضر اولین تحقیق در مورد جریان های ثانویه در جریان غیرپایای سیالات ویسکوالاستیک می‌باشد، برای مطالعه در صحت نتایج بایستی از نتایج دو دسته از تحقیقات گذشته استفاده گردد. ابتدا بایستی نتایج بدست آمده برای مولفه‌ی محوری سرعت را با تحقیقات مربوط به سرعت جریان مابین دو صفحه‌ی مقایسه نمود. اگرچه هندسه‌ی تحقیق حاضر با هندسه‌ی تحقیقات ذکر شده متفاوت است، اما رفتار غیرپایای جریان مشابه است و قابلیت مقایسه

کلی وجود دارد. بعد از آن بایستی نتایج بدست آمده مربوط به مراحل انتهایی حل (از نظر زمانی) که در آن جا جریان به حالت پایا می‌رسد را با نتایج تحقیقات گذشته پیرامون جریان‌های ثانویه در کانال غیر مدور مستقیم در حالت پایا مقایسه نمود.

۱-۳-۴ مطالعه‌ی استقلال حل از شبکه

برای اطمینان از عدم وابستگی جواب به شبکه، مساله را در یک شبکه‌ی ریزتر که حاصل تقسیم هر سلول به ۴ سلول ریزتر می‌باشد، حل می‌نماییم. جدول زیر اختلاف بدست آمده از حل در شبکه‌ی درشت و شبکه ریز را نمایش می‌دهد.

جدول (۳-۴) اختلاف در نتایج مربوط به شبکه ی ریز و درشت ($E=0.1$)

α	S_{max}	S_{center}
0.5	4.2%	3.2%
0.4	3.3%	2.9%
0.3	3.1%	2.9%
0.2	2.8%	2.6%
0.1	2.7%	2.7

جدول (۳-۴) اختلاف در نتایج مربوط به شبکه ی ریز و درشت ($\alpha=0.5$)

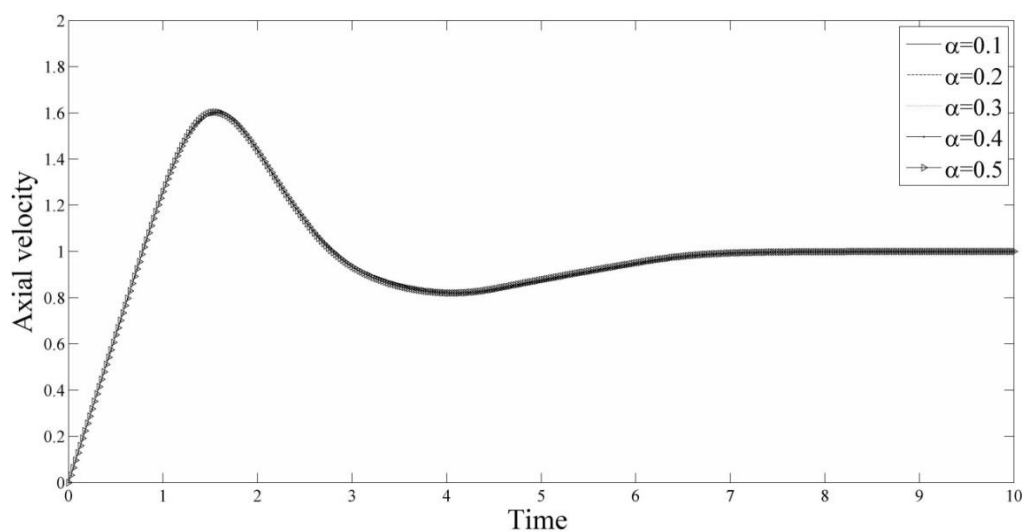
E	S_{max}	S_{center}
0.1	1.2%	0.5%
0.25	1.5%	0.8%
0.5	2.2%	1.2%

همان‌گونه که مشاهده می‌گردد خطای بدست آمده در ضرایب تحرک بزرگ‌تر، بیش‌تر می‌باشد. به احتمال زیاد غیرخطی‌تر بودن جریان در مسائل با ضریب تحرک بزرگ‌تر عامل این موضوع می‌باشد.

هم چنین در اعداد الاستیک بزرگ تر که جریان غیرخطی تر می باشد نیز درصد خطا بیش تر می باشد. در کل می توان گفت خطای بدست آمده قابل قبول می باشد و جواب از شبکه مستقل می باشد.

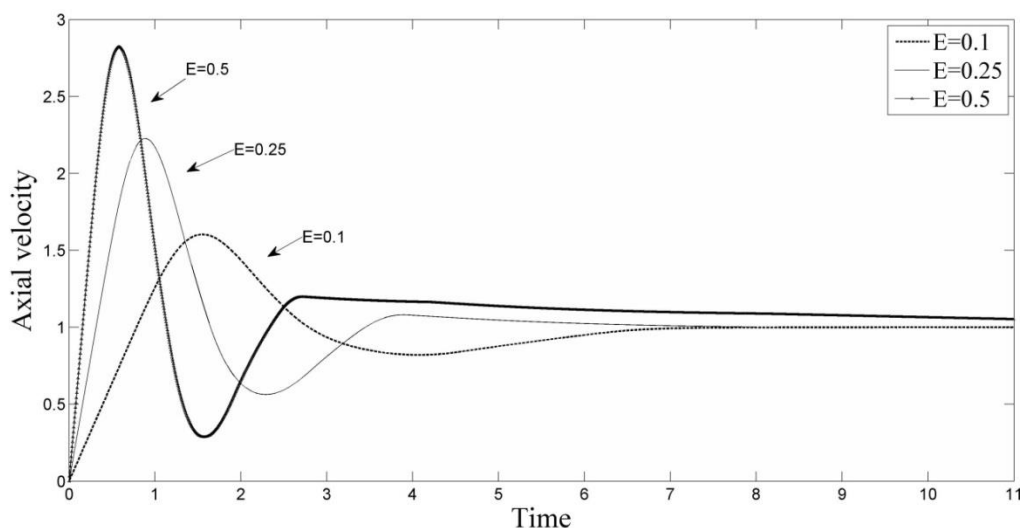
۲-۳-۴- بررسی سرعت ها و شدت جریان ثانویه

ابتدا به بررسی مؤلفه ی محوری سرعت جریان پرداخته می شود. در شکل زیر سرعت جریان در وسط کانال به ازای ضرایب مختلف تحرک مشاهده می گردد.



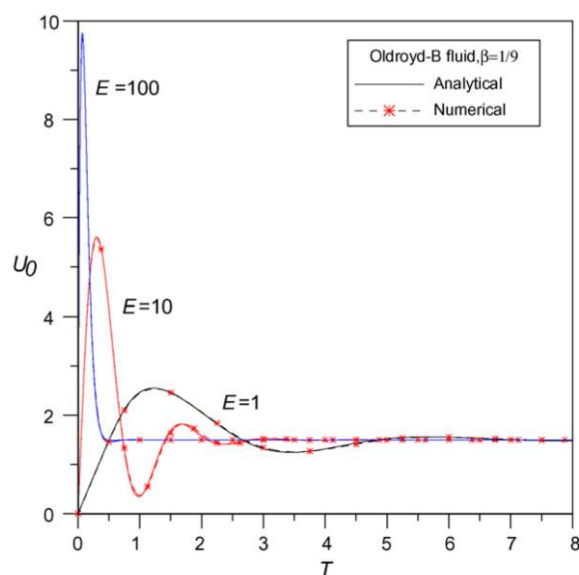
شکل (۴-۱۱) اثرات ضریب تحرک بر سرعت محوری ($E=0.1$)

همان گونه که مشاهده می گردد ضریب تحرک تأثیری بر مؤلفه ی محوری سرعت ندارد. در شکل زیر تأثیر عدد الاستیک بر سرعت محوری مورد بررسی قرار می گیرد.



شکل (۴-۱۲) تاثیر عدد الاستیک بر روی سرعت محوری ($\alpha=0.5$)

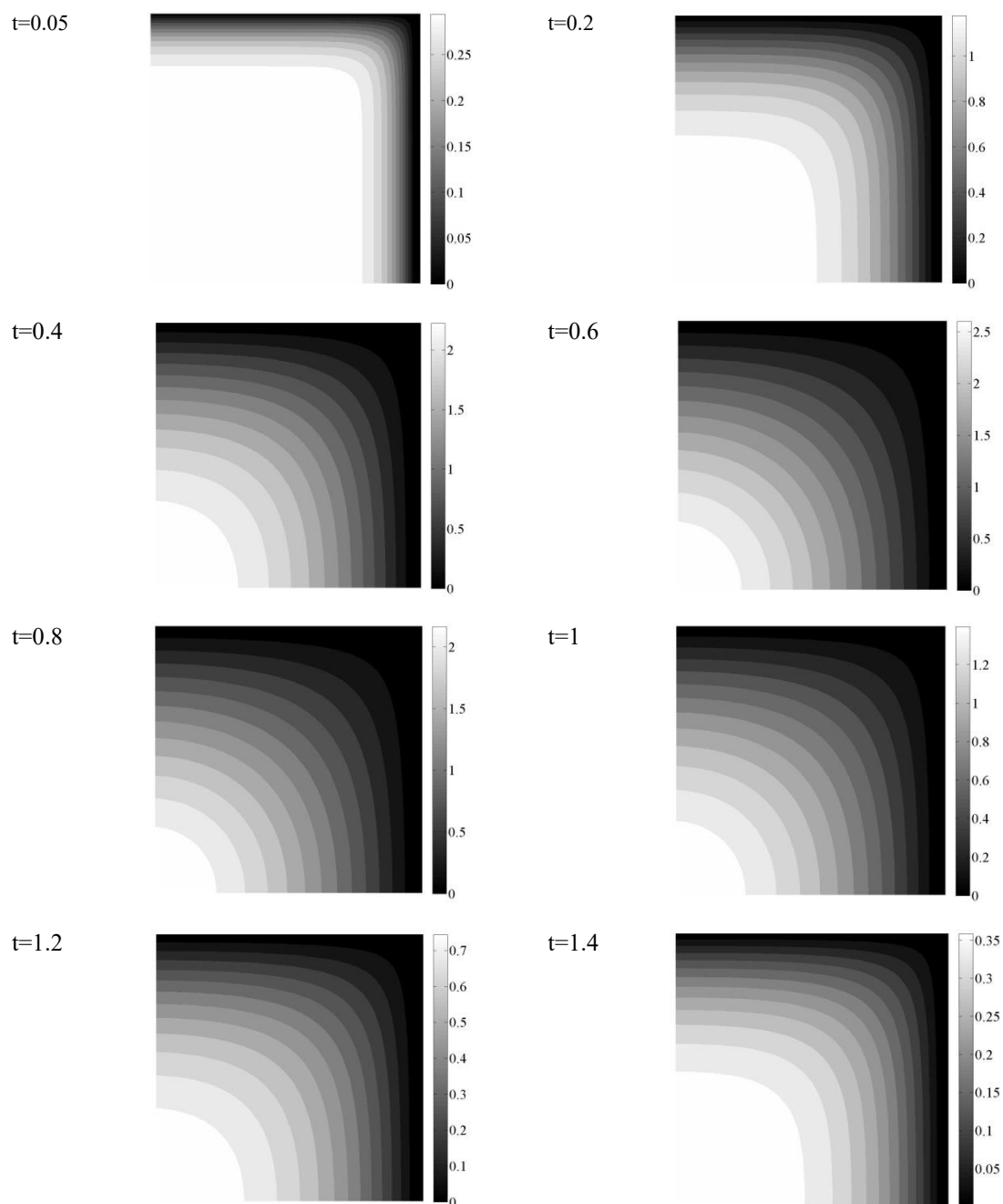
با توجه به نمودار مشاهده می‌گردد که با افزایش عدد الاستیک دامنه‌ی تغییرات افزایش می‌یابد. این اثر در تحقیقات گذشته مورد بررسی قرار گرفته اند [۶، ۱۰، ۱۳]. به عنوان مثال در شکل زیر نمودار مربوط به تحقیق [۱۰] که مؤید سخن ذکر شده می‌باشد نمایش داده شده است.

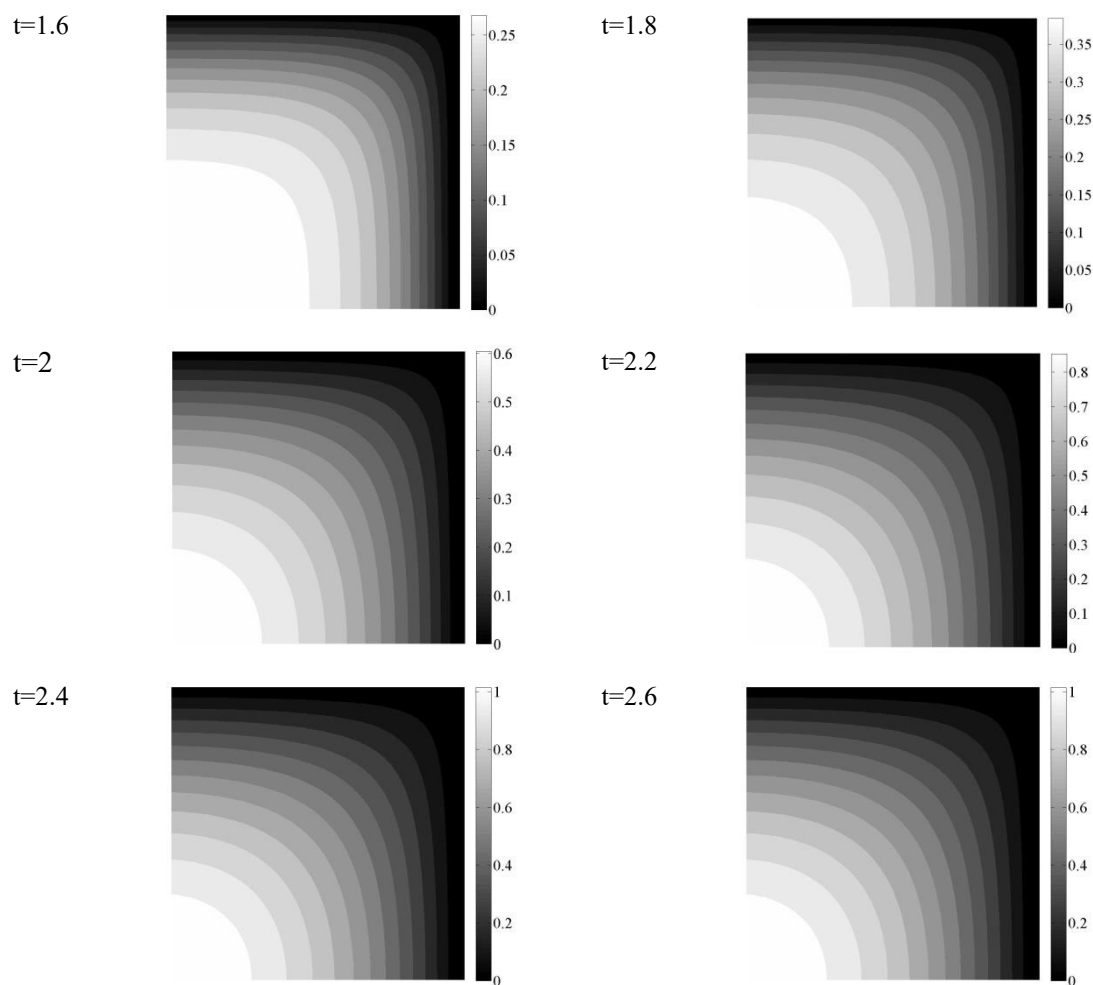


شکل (۴-۱۳) بررسی تاثیر عدد الاستیک بر سرعت، مربوط به تحقیق [۱۰]

از آن جا که تحقیقات ذکر شده به بررسی سرعت مابین دو صفحه‌ی بینهایت پرداخته و در حالت

دو بعدی مساله را حل نموده‌اند، امکان مقایسه‌ی کمی بین نتایج بدست آمده نمی‌باشد. اما شکل کلی جواب و رفتار زمان‌مند نتایج، حاکی از صحت شکل کلی جواب می‌باشد. در ادامه کانتورهای سرعت محوری در زمان‌های مختلف برای حالت $E=0.5$ و $\alpha=0.5$ بررسی می‌شود.

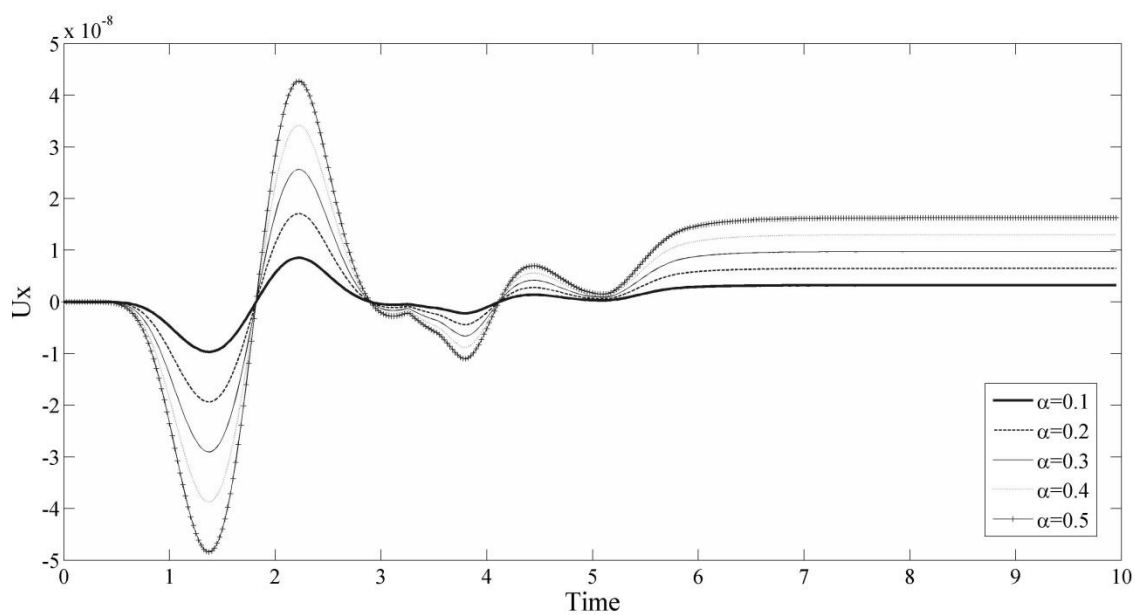




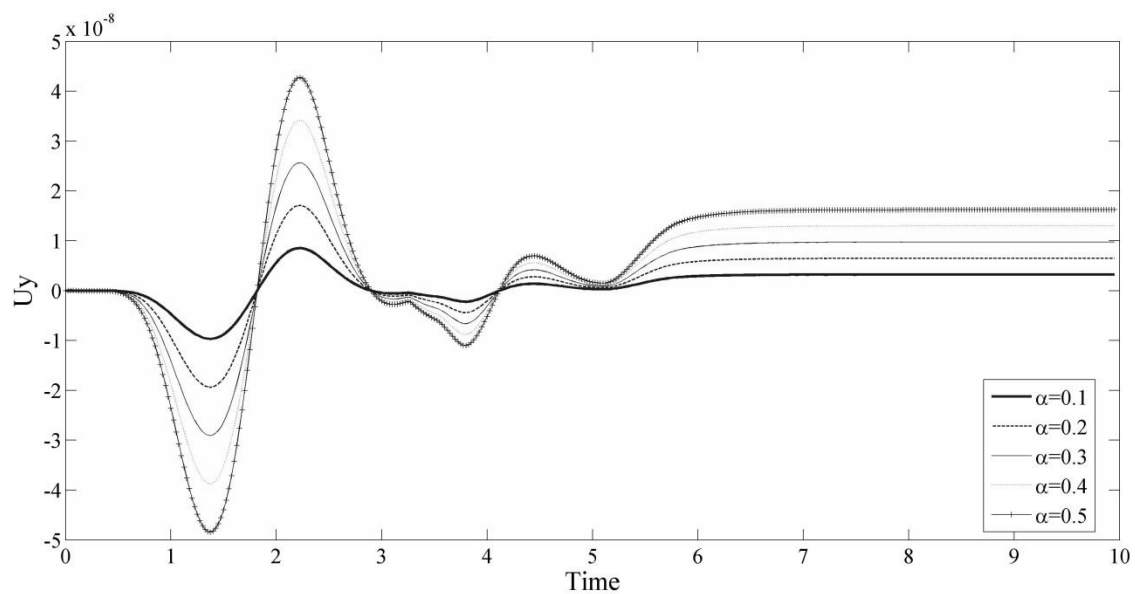
شکل (۴-۱۴) کانتور سرعت محور در زمان‌های مختلف ($\alpha=0.5$, $E=0.5$)

همانگونه که مشاهده می‌گردد توزیع سرعت در ابتدا به صورت شکلی شبیه به مربع می‌باشد و سپس به شکلی شبیه دایره تبدیل می‌گردد. در ادامه با نوسان سرعت و کاهش مقدار آن دوباره شکلی شبیه به مربع ($t=1.6$) به وجود می‌آید. در ادامه جریان پایا شده و توزیع آن شبیه توزیع در لوله می‌باشد.

اکنون سرعت‌های ثانویه که موضوع اصلی تحقیق حاضر می‌باشند مورد بررسی قرار می‌گیرند. ابتدا تغییرات مولفه‌ی افقی و عمودی سرعت (u_x, u_y) را در مرکز ناحیه‌ی محاسباتی (این نقطه با مرکز کانال متفاوت می‌باشد، زیرا در این تحقیق تنها یک چهارم از کانال حل می‌گردد) بر حسب زمان مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در دو شکل زیر تاثیر پارامتر تحرک بر این دو مولفه‌ی سرعت مطالعه می‌شود.



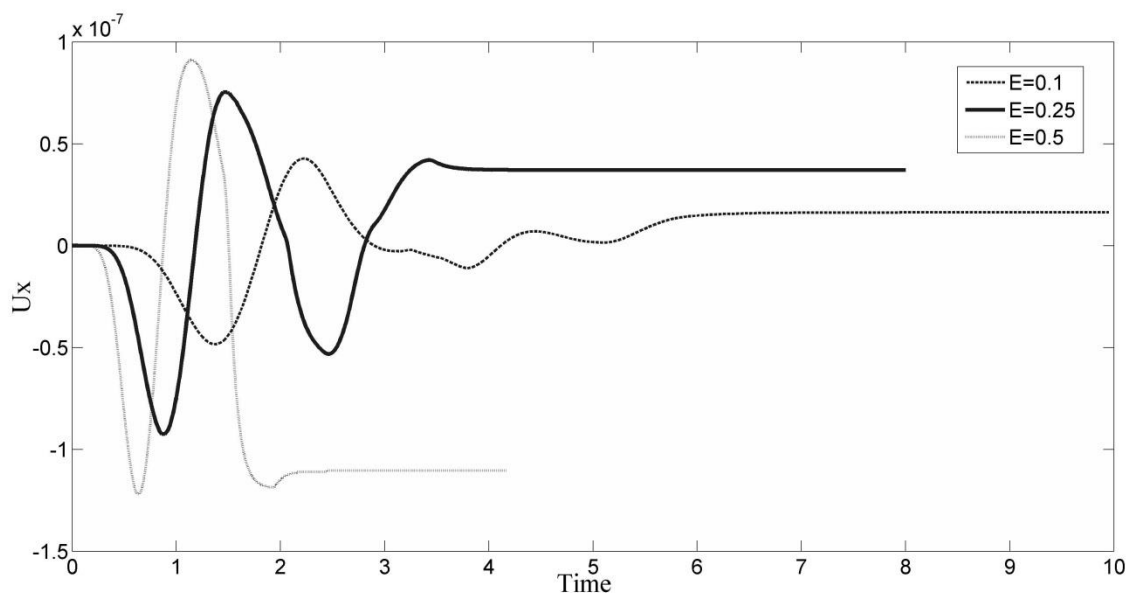
شکل (۴-۱۵) تاثیر ضریب تحرک بر U_x ($E=0.1$)



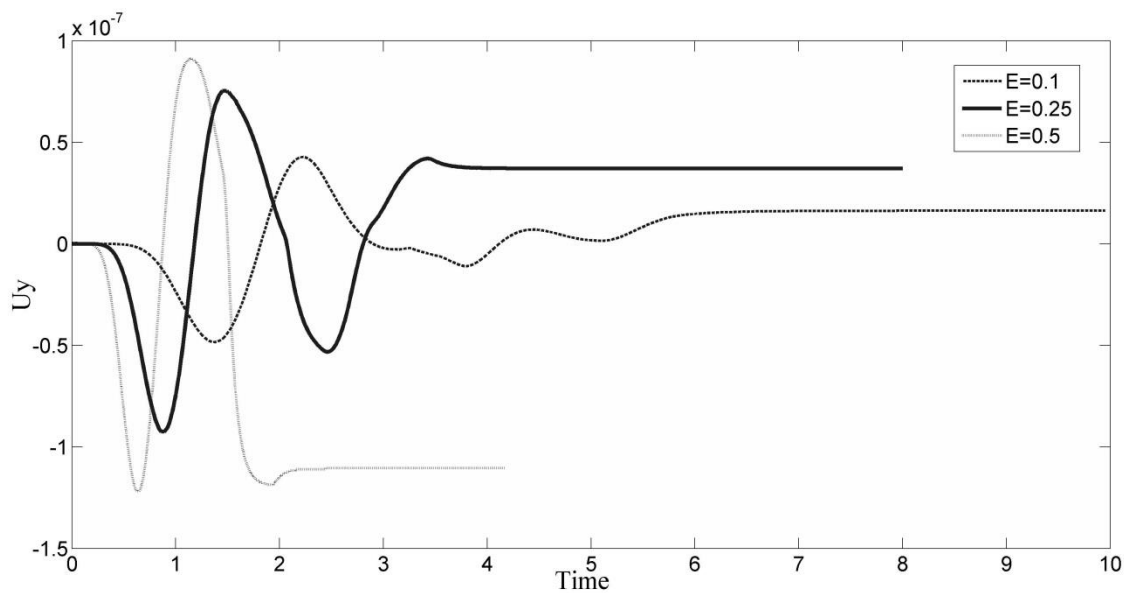
شکل (۴-۱۶) تاثیر ضریب تحرک بر U_y ($E=0.1$)

همان گونه که مشاهده می شود سرعت های ثانویه دارای نوساناتی بیشتر از نوسان جریان اصلی می باشند و با سرعت بیشتری پایا می شوند. در نقطه ی مرکز شکل و اندازه سرعت برای هر دو مولفه یکسان است، اما این موضوع برای بقیه ی نقاط صادق نمی باشد. برخلاف سرعت محوری، ضریب

تحرک عاملی تأثیرگذار بر سرعت در این دو راستا می‌باشد. اکنون اثرات عدد الاستیک بر این دو مولفه‌ی سرعت مورد مطالعه قرار می‌گیرند.



شکل (۴-۱۷) تأثیر عدد الاستیک بر U_x ($\alpha=0.5$)



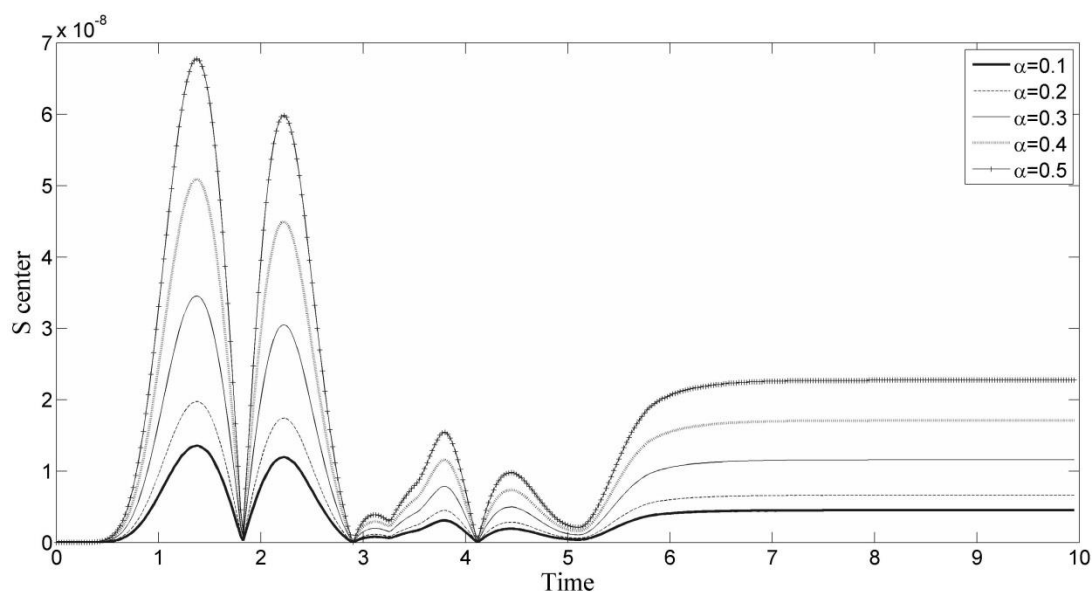
شکل (۴-۱۸) تأثیر عدد الاستیک بر U_y ($\alpha=0.5$)

همان‌گونه که مشاهده می‌شود با افزایش عدد الاستیک، دامنه‌ی نوسانات بزرگ‌تر می‌شود. هم-چنین شکل نوسانات هموارتر می‌گردد. رسیدن به مرحله‌ی پایا سریع‌تر اتفاق افتاده و مقادیر در حالت

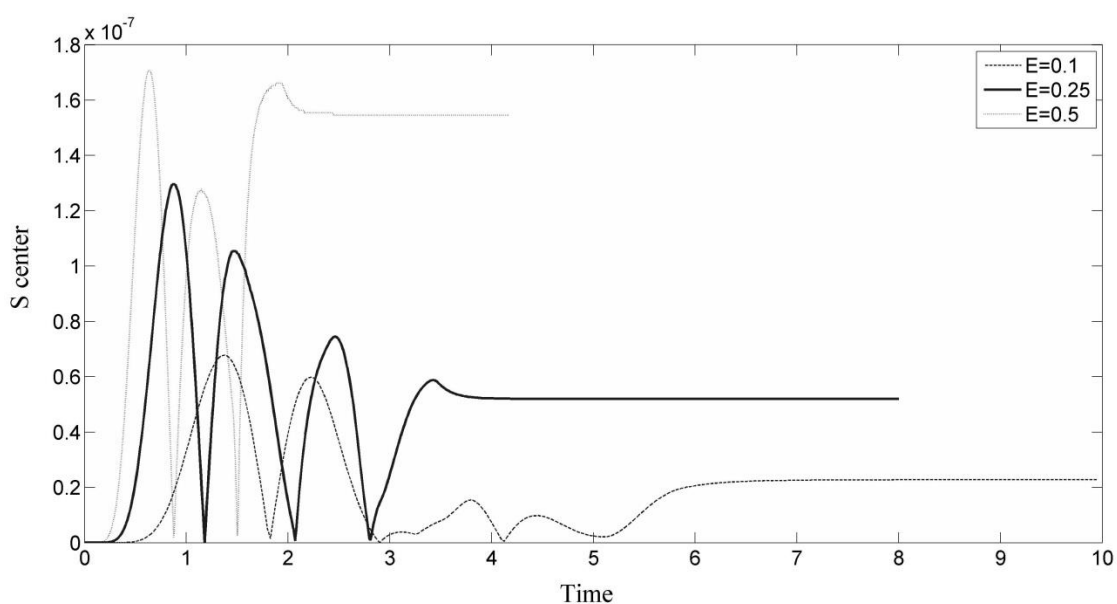
پایا متفاوت می‌باشند. در این شکل‌ها سرعت مقادیر منفی نیز گرفته است. برای رفع کردن این موضوع شدت جریان‌های ثانویه تعریف می‌گردد. شدت جریان‌های ثانویه به وسیله‌ی پارامتری که به صورت زیر تعریف می‌شود، سنجیده می‌شود.

$$s = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

در ادامه تأثیر ضریب تحرک و عدد الاستیک بر پارامتر s مورد مطالعه قرار گرفته شده است.

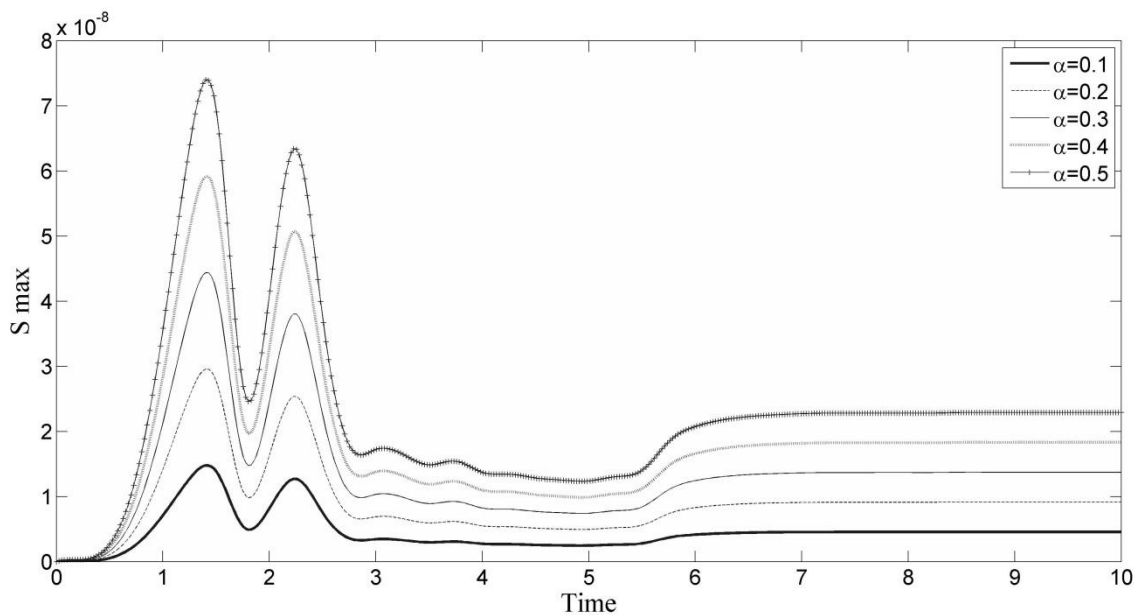


شکل (۴-۱۹) تأثیر ضریب تحرک بر شدت جریان‌های ثانویه ($E=0.1$)

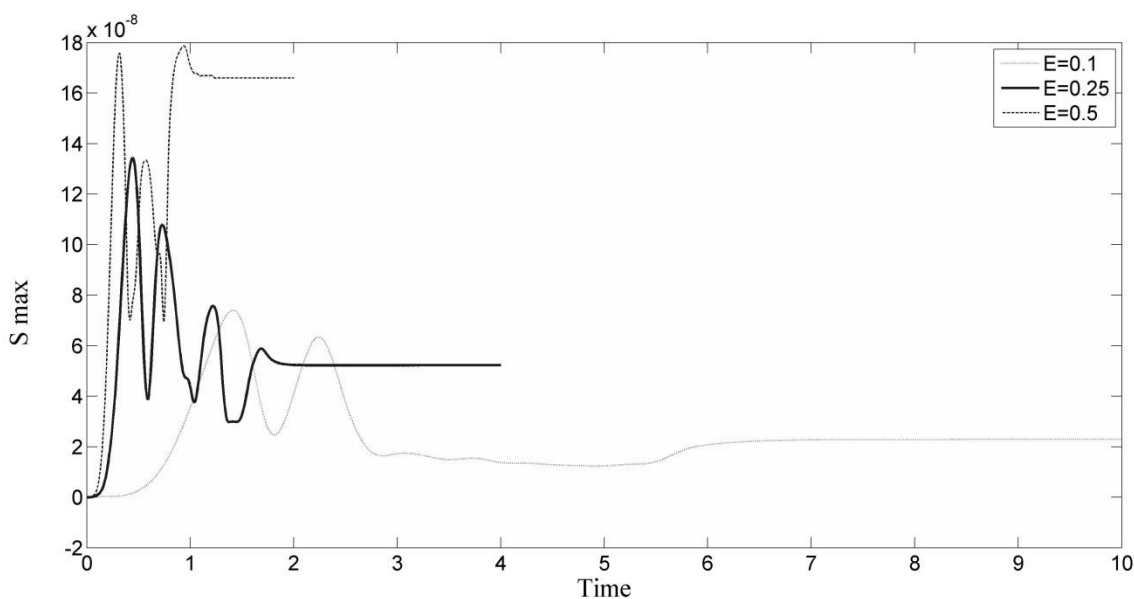


شکل (۴-۲۰) تأثیر عدد الاستیک بر شدت جریان‌های ثانویه ($\alpha=0.5$)

پارامتر شدت جریان‌های ثانویه را می‌توان به این صورت رسم نمود که در هر زمان ماکزیمم را در ناحیه‌ی حل پیدا نمود و تغییرات مقدار ماکزیمم این پارامتر را بر حسب زمان رسم نمود. این روش در تحقیقات بر روی جریان‌های پایا استفاده شده است. نمودارهای مربوط به این پارامتر در ادامه نمایش داده شده‌اند.

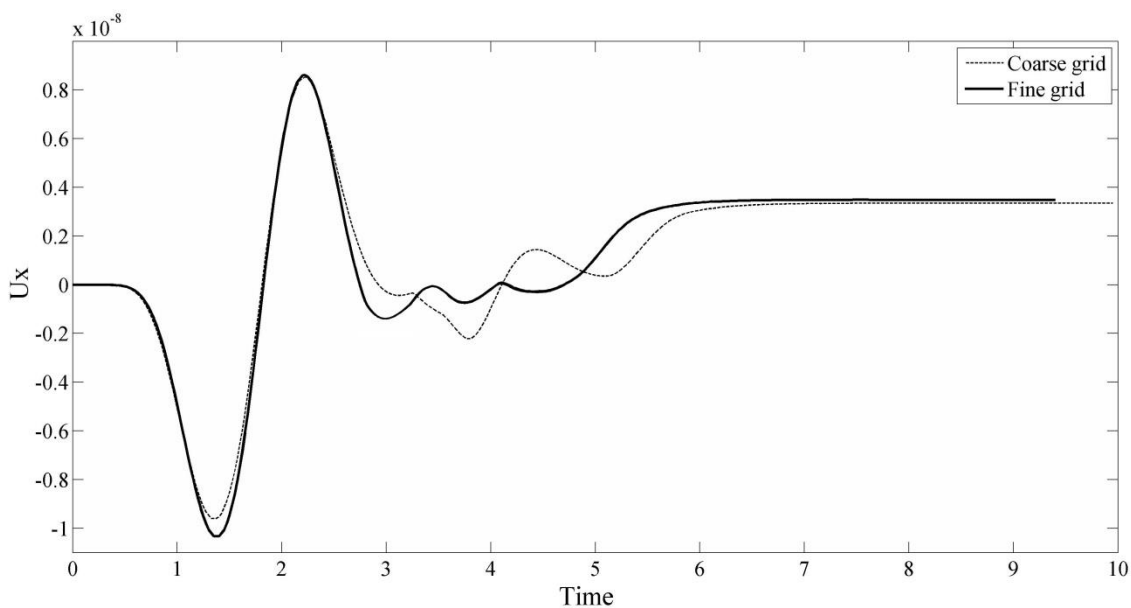


شکل (۴-۲۱) تاثیر ضریب تحرک در مقدار ماکزیمم s ($E=0.1$)



شکل (۴-۲۲) تاثیر عدد الاستیک بر مقدار ماکزیمم s ($\alpha=0.5$)

در محاسبات صورت گرفته برای $E=0.5$ عدد بی بعد دبورا^۱ برابر 0.0004 می باشد. بر اساس مرجع [۱۶] برای این عدد دبورا نسبت سرعت در راستای محور کانال به شدت جریان ثانویه برابر 10^{-7} می باشد. این نسبت در نتایج بدست آمده از تحقیق حاضر برای جواب در قسمت پایا برقرار می باشد. برای صحه گذاری بر جواب مربوط به قسمت غیرپایا، به دلیل نو بودن موضوع تحقیق نمی توان از تحقیقات گذشته بهره جست. پس با مطالعه ای استقلال حل از شبکه، صحیح بودن کد و عدم وابستگی جواب به شبکه مورد مطالعه قرار گرفت. در شکل زیر نتایج حاصل از شبکه ریز و درشت مشاهده می گردد.



شکل (۴-۲۳) مقایسه ی نتایج حاصل از شبکه ریز و درشت

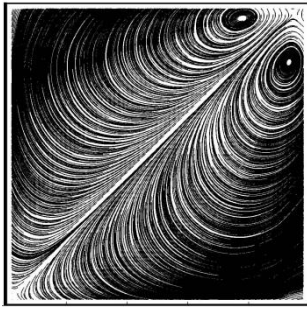
این شکل نمایان گر یک نتیجه ی بسیار مهم می باشد. از آن جا که نوسان در تمامی اجزای یک ناحیه ی محاسباتی با یک بسامد می باشد، بنظر می رسد که نوسان های کوچکی که قبل از رسیدن جریان به حالت پایا رخ می دهد، بخاطر خطای ناشی از حل عددی می باشد. شدت این نوسانها در محدوده ی 10^{-9} می باشد و با ریزشدن شبکه شدت آن ها کاسته شده است. پدید آمدن گردابه هایی با شدت بسیار کوچک که بخاطر حل عددی می باشند، در تحقیق نوروزی و همکاران [۱۷] نیز مشاهده شده است.

^۱ Deborah number

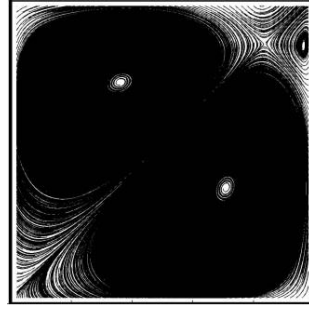
۳-۳-۴- بررسی شکل گردابه‌ها و نحوه‌ی تشکیل آن‌ها

جریان‌های ثانویه به تشکیل گردابه منجر می‌شوند. شکل این گردابه‌ها از پارامترهای مهم در مطالعه‌ی این مسائل می‌باشد. همان‌گونه که شدت^۱ گردابه‌ها بررسی شد، در ادامه شکل گردابه مورد مطالعه قرار خواهند گرفت.

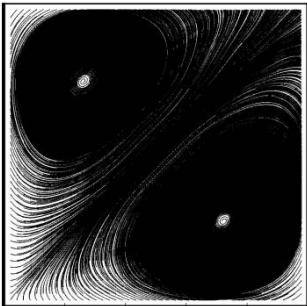
t=0.1



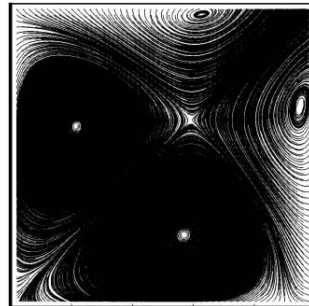
t=1



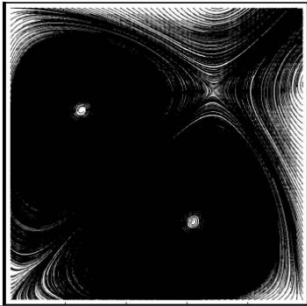
t=2



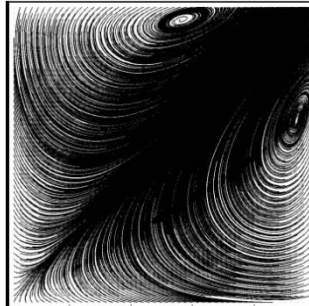
t=3



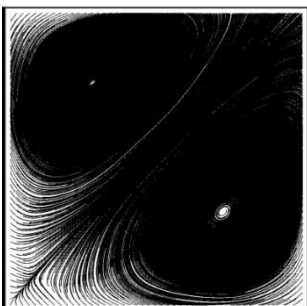
t=4



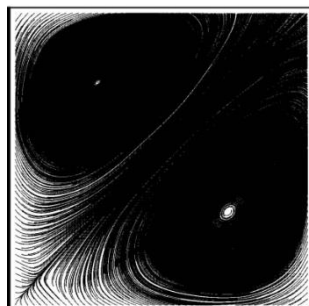
t=5



t=6

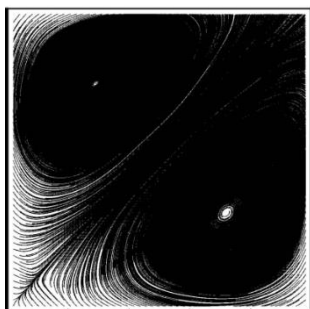


t=7

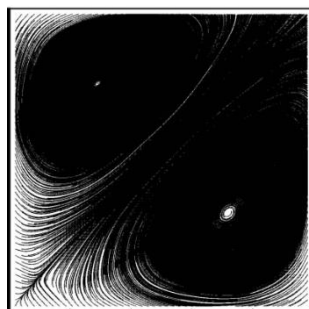


^۱ intensity

t=8

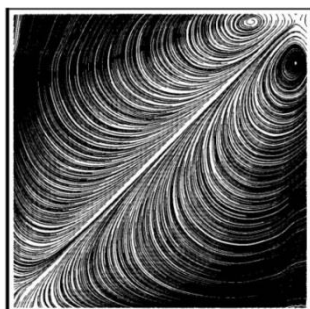


t=9

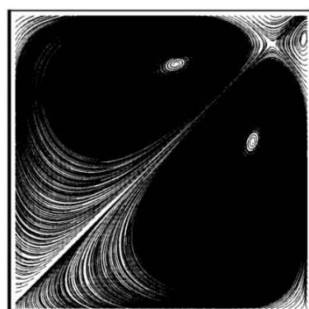


شکل (۴-۲۴) گردابه های حاصل از جریان های ثانویه ($E=0.1, \alpha=0.1$)

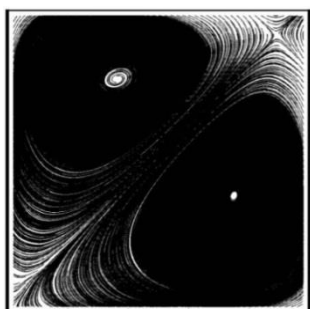
t=0.05



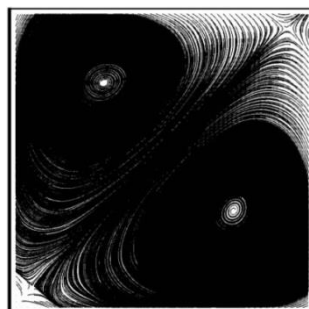
t=0.2



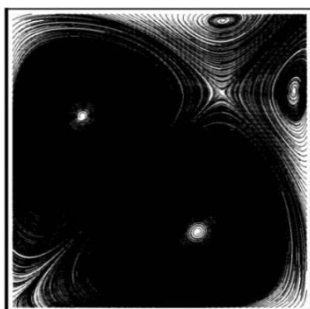
t=0.4



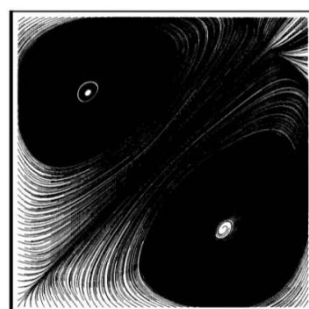
t=0.6



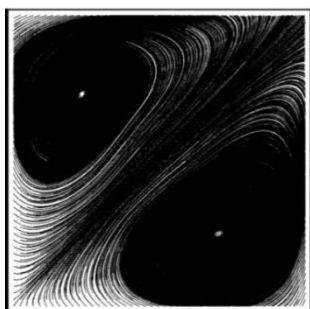
t=0.8



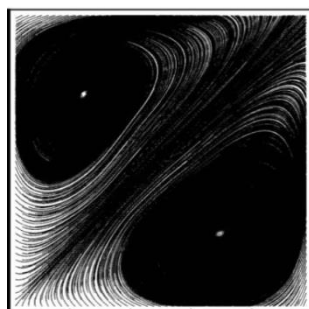
t=1



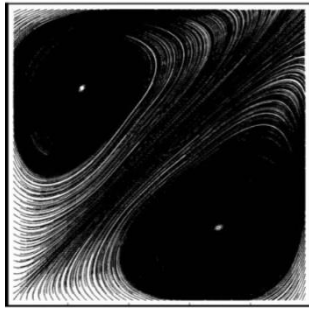
t=1.2



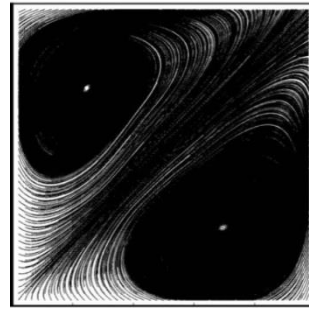
t=1.4



t=1.6



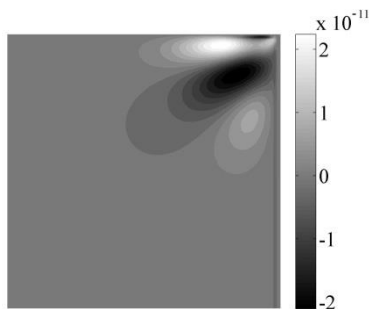
t=1.8



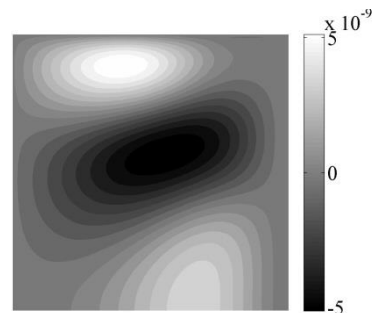
شکل (۴-۲۵) گردابه های حاصل از جریان ثانویه ($E=0.5$, $\alpha=0.5$)

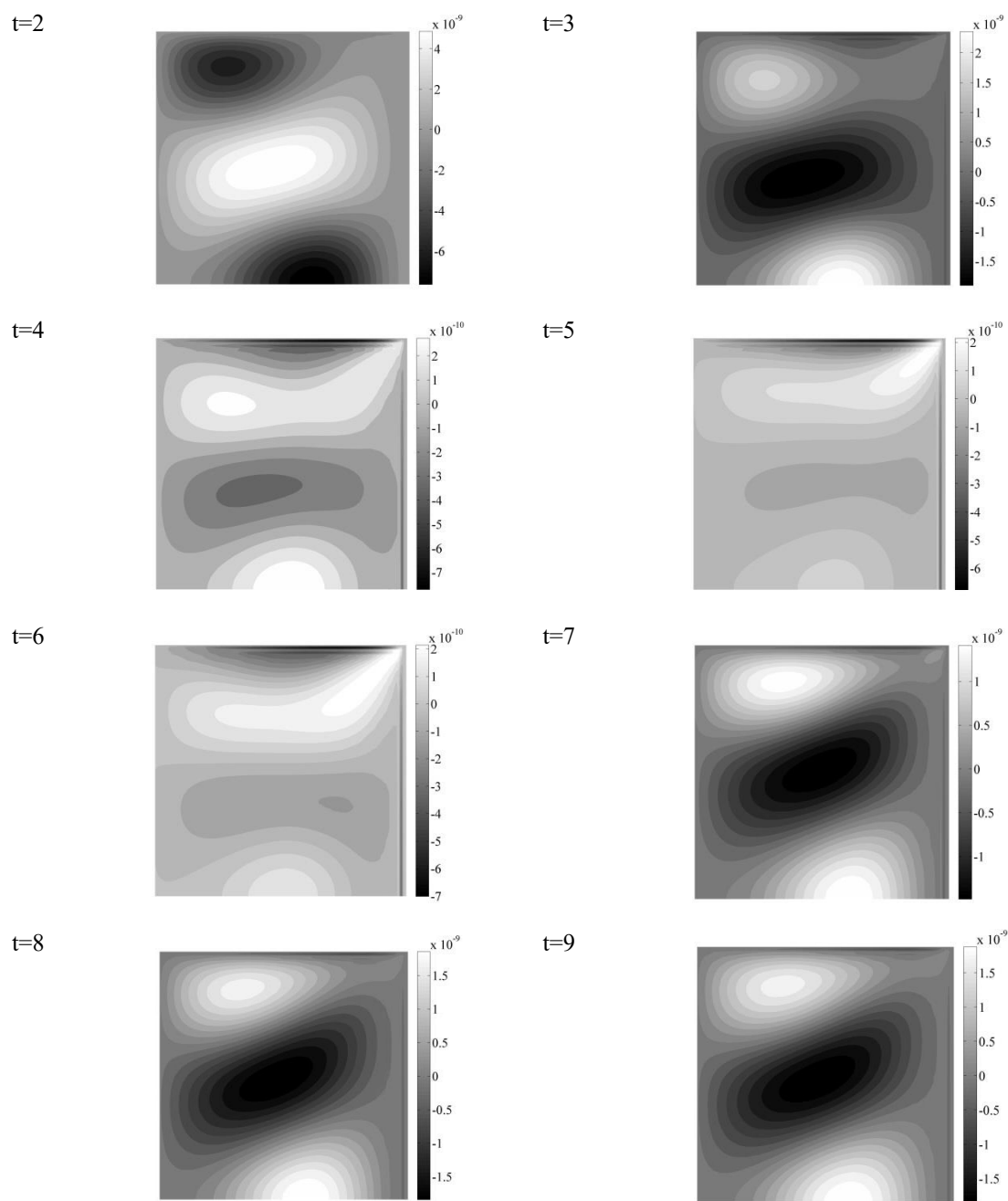
همان گونه که در شکل های فوق مشخص است شکل گردابه ها و نحوه تغییرات آن ها با زمان، در محدوده ی عدد الاستیک استفاده شده در این تحقیق تقریباً مشابه می باشد. جریان در محدوده ی اعداد دبورای کوچک که در این تحقیق استفاده شده است و با سطح مقطع مربعی شکل دارای دو گردابه می باشد و این موضوع در مراجع [۱۵-۱۶] بیان شده است. نحوه ی شکل گیری گردابه ها به این صورت است که با شروع اعمال گرادیان فشار به کانال، در ابتدا دو گردابه ی ضعیف در گوشه شکل می گیرند. این دو گردابه شروع به رشد نموده و در ادامه دو گردابه ی قوی تر در مرکز شکل می گیرند. سپس گردابه های واقع در گوشه کوچک تر شده و از بین می روند. با گذشت زمان و مطابق نوسانات جریان که در نمودارهای قبل مورد بررسی قرار گرفتند، دوباره دو گردابه ی ضعیف در گوشه ها تشکیل می شوند. این دو گردابه نیز به مرور ضعیف گشته و از بین می روند. در نهایت دو گردابه ی اصلی باقی می ماند و جریان پایا می شود. در ادامه کانتور مولفه های سرعت و کانتور s در زمان های مختلف نمایش داده شده است.

t=0.1

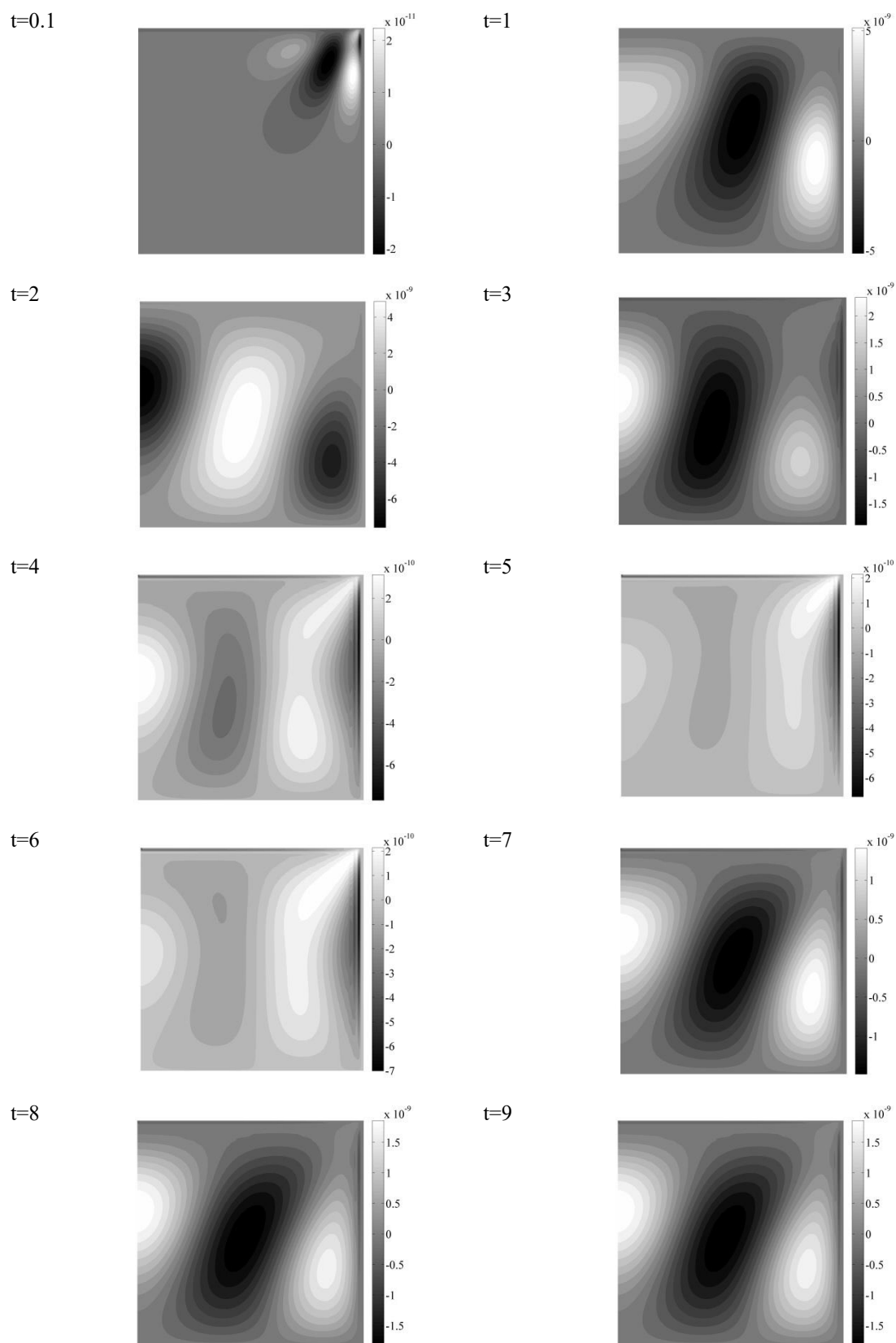


t=1

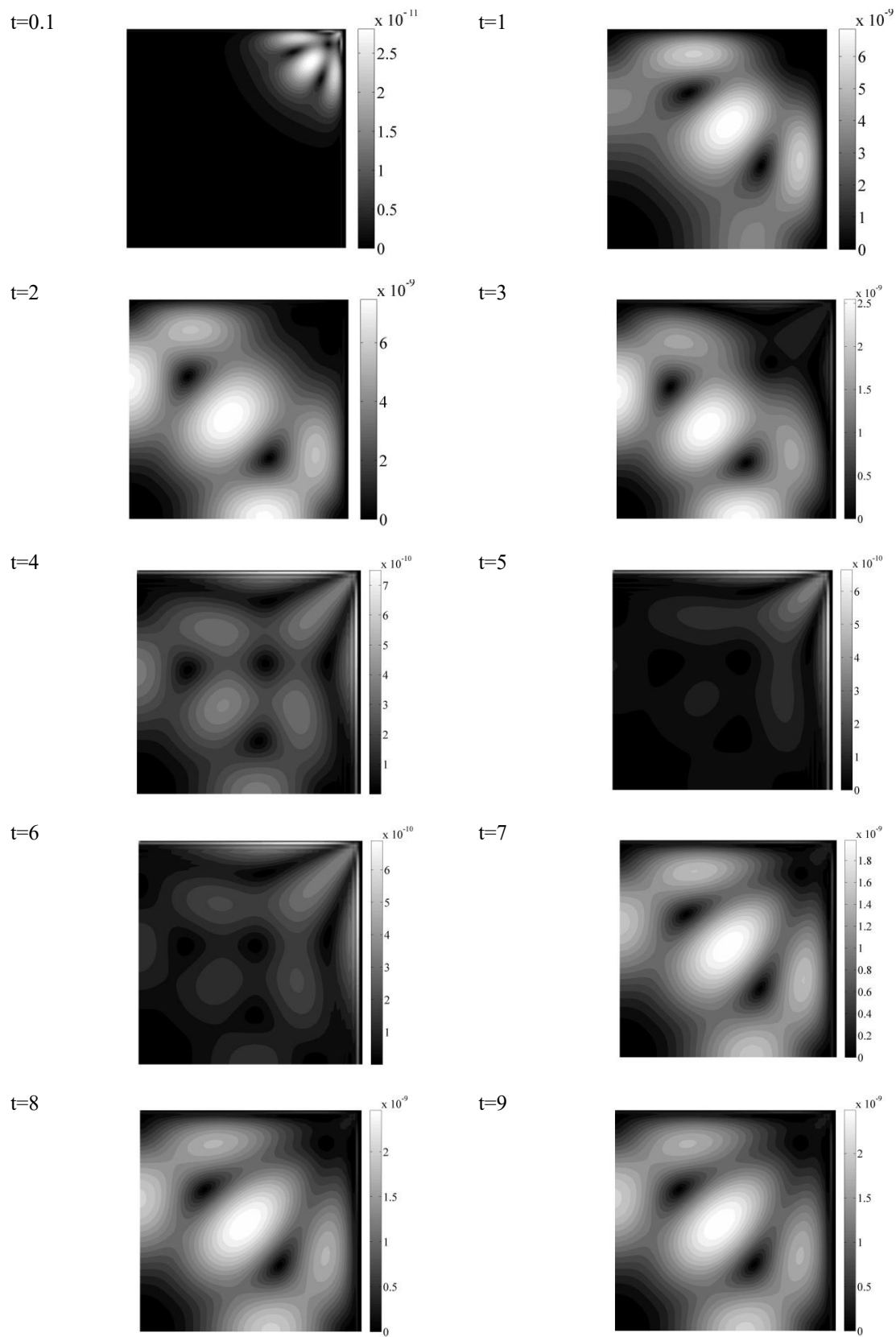




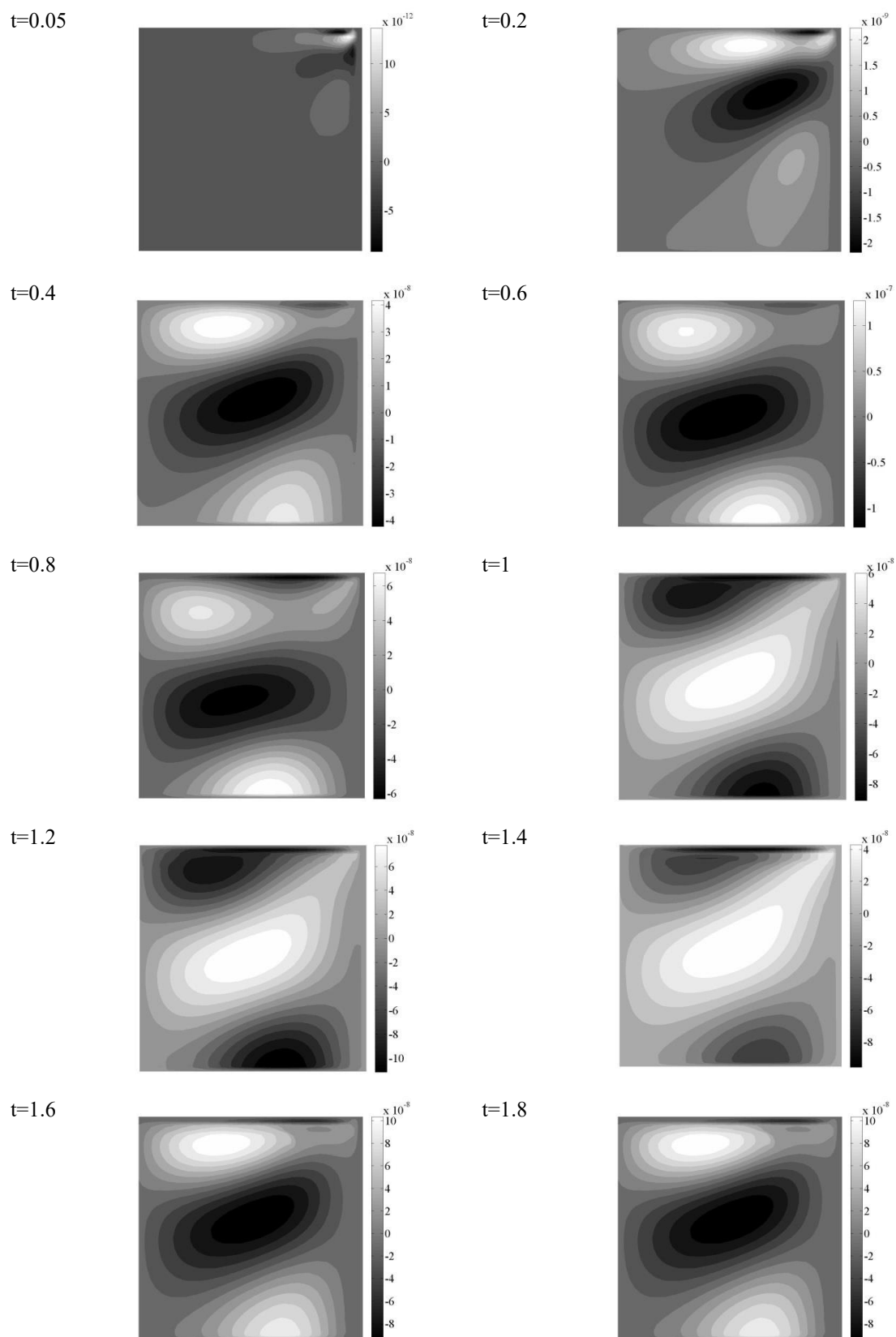
شکل (۴-۲۶) کانتور U_x در گام های زمانی مختلف ($E = 0.1, \alpha = 0.1$)



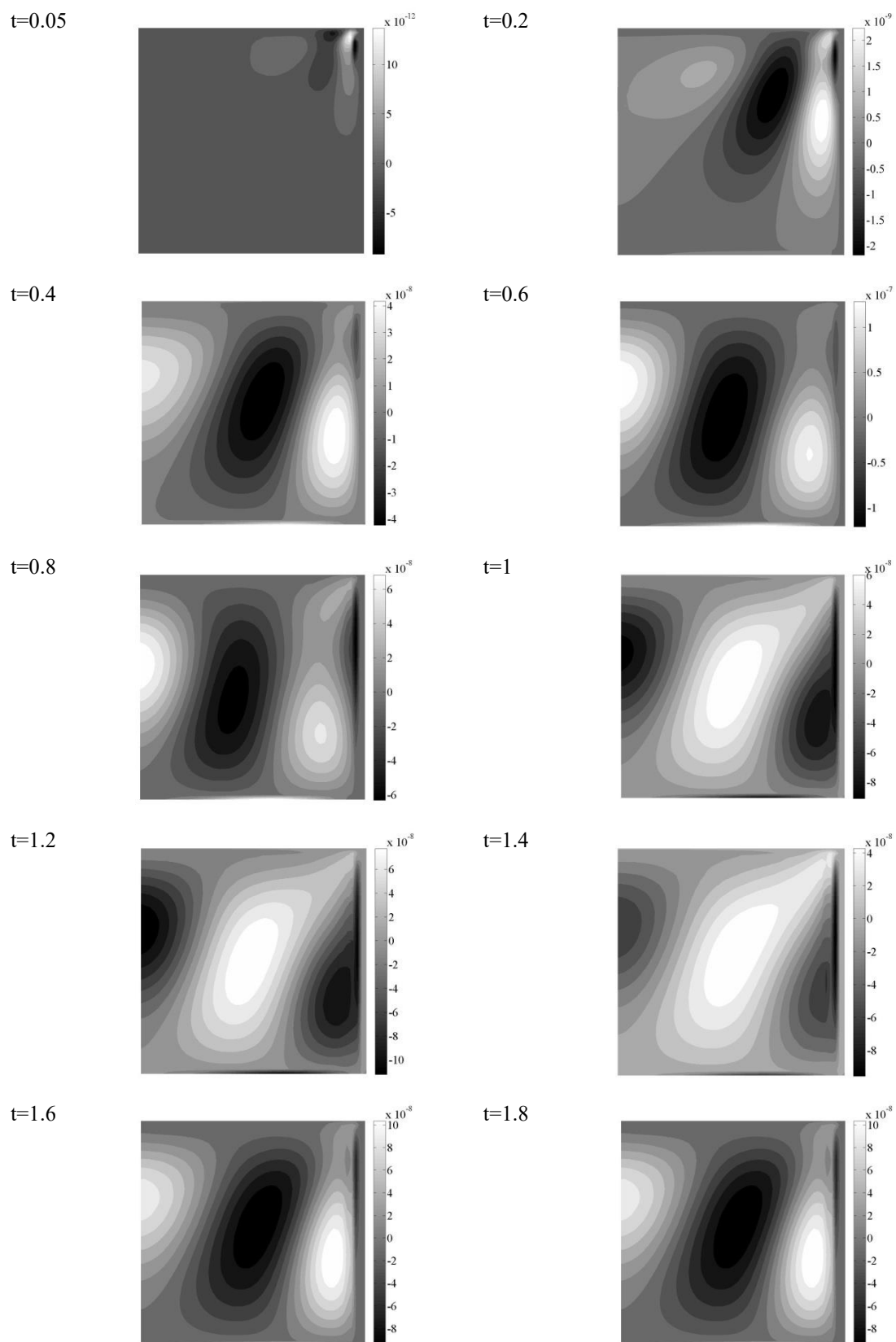
شکل (۴-۲۷) کانتور U_y در گام های زمانی مختلف ($E = 0.1, \alpha = 0.1$)



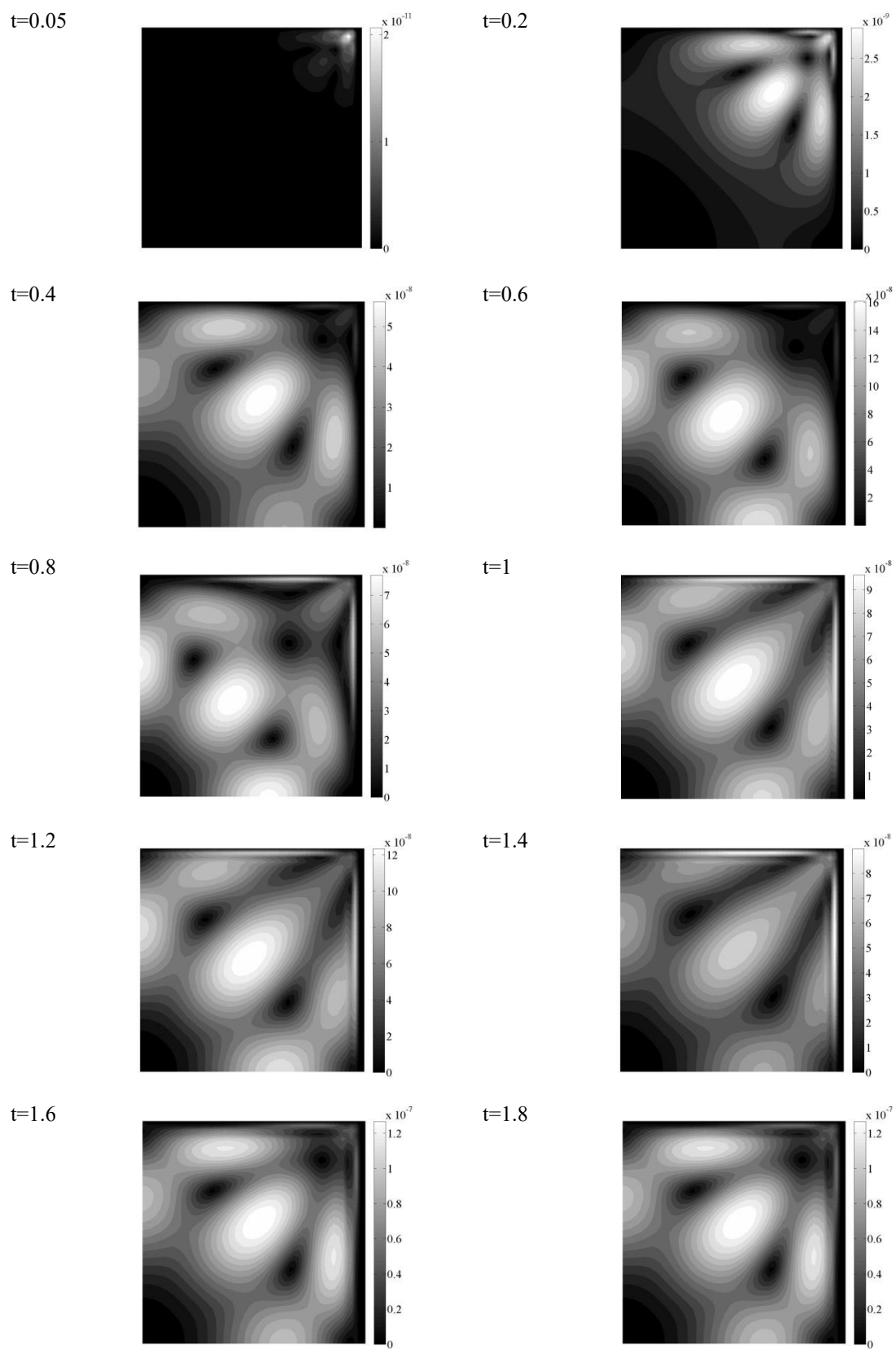
شکل (۴-۲۸) کانتور s در گام های زمانی مختلف ($E = 0.1, \alpha = 0.1$)



شکل (۴-۲۹) کانتور U_x در گام های زمانی مختلف ($E = 0.5, \alpha = 0.5$)



شکل (۳۰-۴) کانتور U_y در گام های زمانی مختلف ($E = 0.5, \alpha = 0.5$)



شکل (۴-۳۱) کانتور s در گام های زمانی مختلف ($E = 0.5, \alpha = 0.5$)

کانتورهای نمایش داده شده صحت گفته‌های قبل پیرامون شکل‌گیری گردابه‌ها از گوشه‌ها و

نوسان آن‌ها را تأیید می‌نماید. با توجه به کانتورهای فوق دو نتیجه‌ی جدید قابل بررسی است. اول این‌که جهت چرخش گردابه در حین نوسان عوض می‌شود. البته این مطلب به توجه به عوض شدن علامت سرعت‌های ثانویه در نمودارهای قبل، قابل پیش بینی بود. نتیجه‌ی دوم این است که ماکزیمم شدت گردابه‌ها در ابتدا در گوشه می‌باشد اما سپس به مرکز تغییر مکان می‌دهد. در ادامه دوباره به گوشه نزدیک شده اما نهایتاً در حالت پایا در مرکز ناحیه‌ی محاسباتی می‌باشد.

همانگونه که در فصل دوم مطرح شد عامل شکل‌گیری گردابه‌ها اختلاف تنش نرمال دوم می‌باشد. همانگونه که در کانتورهای سرعت مشاهده می‌گردد ابتدا یک گردابه ضعیف در گوشه شکل می‌گیرد. علت آن اختلاف سرعت ناحیه‌ی میانی و ناحیه‌ی مجاور دیواره‌ها می‌باشد که منجر به بوجود آمدن گرادیان سرعت می‌شود. این گرادیان سرعت در گوشه مقدار بزرگتری را داراست [۱۵]. از این رو آغاز به وجود آمدن گردابه‌ها از آن‌جا می‌باشد. این دو گردابه کوچک خود جریان مجاور را به چرخش در آورده و دو گردابه‌ی بزرگتر را بوجود می‌آورند. سپس این دو گردابه‌ی بزرگ باقی مانده و دو گردابه‌ی ضعیف حذف می‌شوند. به عبارتی می‌توان گفت که دو گردابه‌ی کوچک عامل تحریک جریان برای شکل‌گیری گردابه‌های اصلی می‌باشند.

از کانتورهای مربوط به شدت گردابه‌ها مشاهده می‌گردد که مکان s_{max} نیز در ابتدا در گوشه می‌باشد و سپس این نقطه به مرکز منتقل می‌شود. پس از پایا شدن جریان مکان این نقطه در مرکز ناحیه ثابت می‌شود.

۴-۴- جریان خون در رگ

۴-۴-۱- مطالعه‌ی استقلال حل از شبکه

شبکه‌ی استفاده شده در راستای شعاعی ۱۵ گره و در راستای طول ۱۰۰ گره دارد. برای بررسی استقلال حل از شبکه ابتدا شبکه را نصف کرده و با ۲ شرط ورودی سرعت ثابت که بیشترین و کمترین سرعت از نمودار نوسانی استفاده شده می‌باشد، به حل مسأله می‌پردازیم. اختلاف این دو حل

در جدول زیر آمده است.

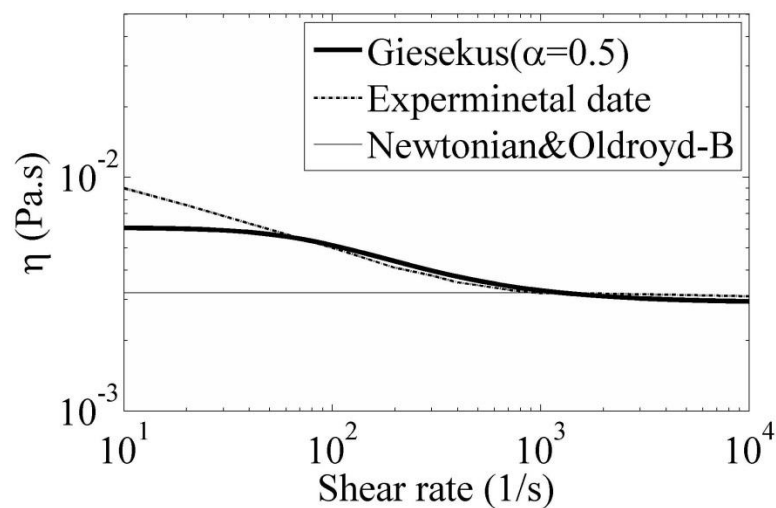
جدول (۴-۴) اختلاف نتایج بدست آمده از شبکه‌ی ریز و درشت

u_{inlet}	u_{outlet}	τ_{wall}
u_{max}	1.2%	2.9%
u_{min}	0.6%	1.7%

مشاهده می‌شود که استفاده از شبکه‌ی درشت با خطای بسیار کمی همراه است. از این رو این شبکه برای حل مسأله انتخاب می‌شود.

۴-۴-۲- نتایج حاصل شده از حل جریان خون در رگ

با مقایسه‌ی داده‌های تجربی برای ویسکوزیته‌ی خون در برابر نرخ برش، با نمودارهای حاصل از توابع ویسکومتریک مدل گزیکس، این نتیجه حاصل می‌گردد که مقدار $\alpha = 0.5$ و $\eta_0 = 0.0063 (Pa.s)$ بهترین مطابقت با نمودار ویسکوزیته‌ی خون را داراست.

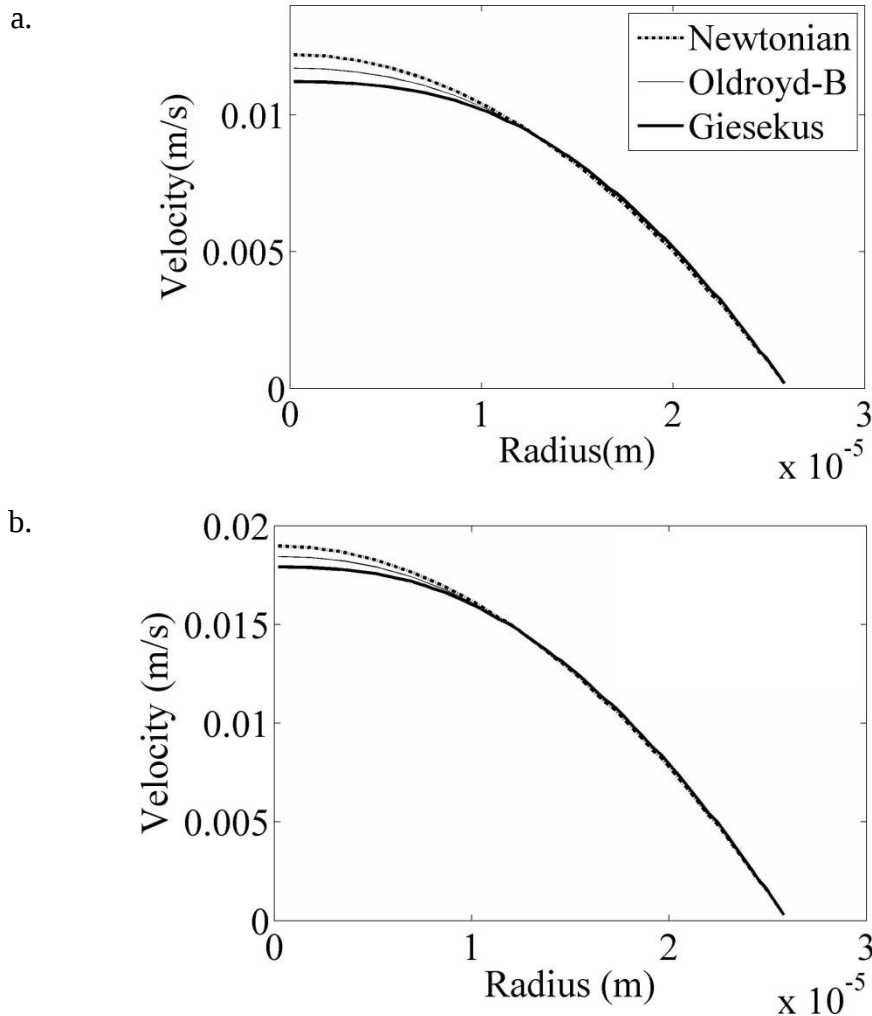


شکل (۴-۳۲) مقایسه‌ی رفتار ویسکوزیته حاصل از مدل‌های متفاوت با داده‌های تجربی [۲۳] در جریان برشی ساده

قابل ذکر است که نمودار مدل گزیکس در $\alpha = 0.95$ دقیقاً بر نمودار تجربی منطبق می‌گردد. اما از آنجا که برای سیالات واقعی $0 \leq \alpha \leq 0.5$ [۳۵] مقدار $\alpha = 0.5$ در این تحقیق استفاده می‌گردد.

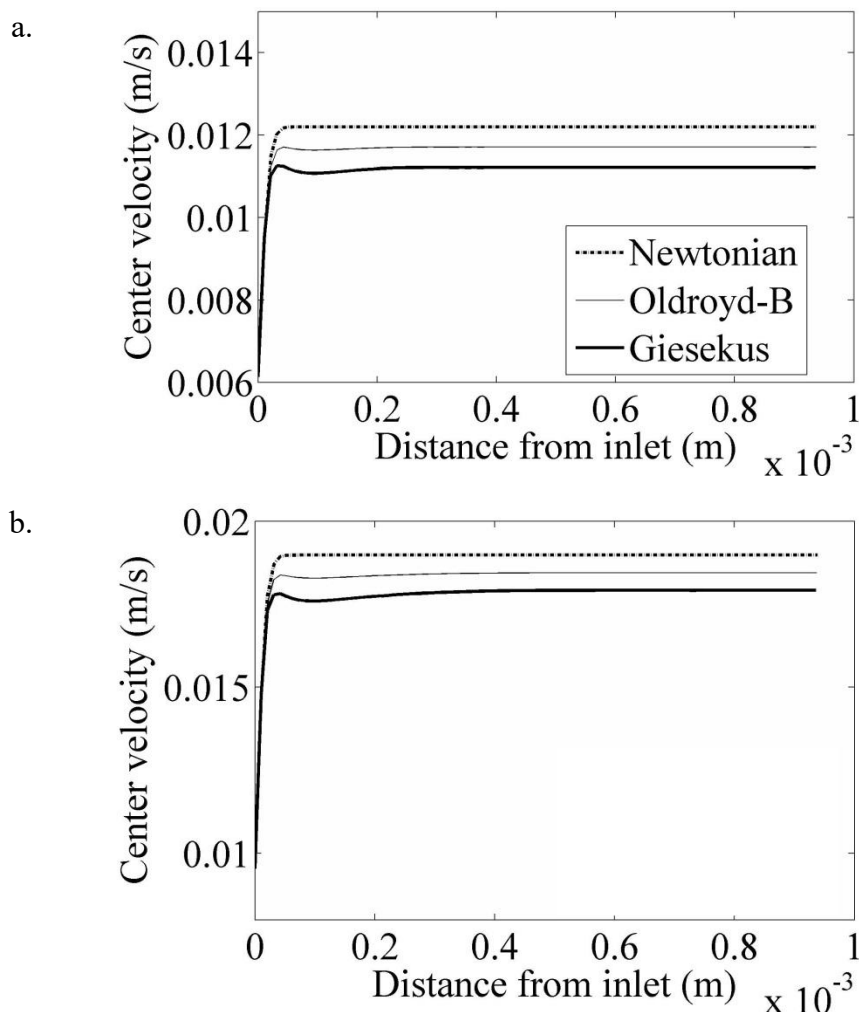
همان‌گونه که در نمودار مشخص است در جریان برشی ساده مدل‌های اولدروید-بی و نیوتنی ویسکوزیته ثابت دارند. اگرچه در نرخ برش‌های بالاتر از 10^4 استفاده از این مدل‌ها با رفتار ویسکوزیته مطابق است، اما در نرخ برش‌های کم‌تر تنها مدل گزیکس رفتار ویسکوزیته را به خوبی مدل می‌کند. زمان اجرای برنامه در حالت استفاده از مدل نیوتنی ۱۸,۸ برابر و در حالت استفاده از مدل اولدروید-بی ۶,۲ برابر سریع‌تر از حالت استفاده از مدل گزیکس می‌باشد. همه‌ی مدل‌سازی‌ها با یک شبکه‌ی مشابه انجام گرفته است، اما پیچیدگی مدل گزیکس زمان حل آن را افزایش می‌دهد. هم - چنین غیرخطی بودن مدل باعث می‌شود که کد مربوط به آن از همگرایی کمتری برخوردار باشد و انتخاب بازه‌های زمانی کوچکتری انتخاب گردند.

پروفیل سرعت در شکل زیر نمایش داده شده است. پروفیل مربوط به مدل گزیکس تخت می‌باشد. این شکل تخت در بسیاری از تحقیقات گذشته مشاهده شده است. مراجع تحلیلی مانند [۲۲، ۳۷] و مراجع عددی مانند [۲۹-۳۰] پروفیل خون را به صورت تخت گزارش کرده‌اند. اگرچه مقاله تحلیلی سوکادا و همکاران [۲۱] پروفیل غیر تخت را گزارش می‌کند، اما در مقاله سوگی و همکاران [۲۲] که جدیدتر می‌باشد، نتایج حاصل از تحقیق کار سوکادا و همکاران بررسی شده است و به این نتیجه رسیده است که در آن تحقیق به دلیل کم بودن دقت دوربین، پروفیل سهموی گزارش شده است. در رگ‌هایی با قطری کمتر از ۳۲ میکرومتر پروفیل تخت‌تر می‌شود. دلیل آن هم نسبت قابل توجه اندازه‌ی گلبول‌های قرمز خون به اندازه رگ می‌باشد [۳۸]. همان‌گونه که در شکل‌ها نیز مشخص است، گرادیان سرعت در نزدیکی دیواره در هر سه حالت تقریباً برابر است.



شکل (۴-۳) پروفیل سرعت در راستای شعاعی در دو زمان (a) دیاستول (مینیمم سرعت) (b) سیستول (ماکزیمم سرعت)

برای خروجی از شرط توسعه یافتگی استفاده شده است. دقت این فرض در شکل نمایش زیر تحقیق شده است. این نمودار مربوط به سلول‌های واقع بر محور تقارن می‌باشد و نشان می‌دهد که شرط توسعه یافتگی برقرار است. در این شکل مشاهده می‌گردد که سرعت مربوط به مدل نیوتنی از مدل اولدروید-بی و گزیکس بیش‌تر است. این نکته در نمودار مربوط به پروفیل‌ها نیز دیده شد. ناحیه‌ی در حال توسعه در مدل گزیکس دارای شکل پیچیده‌تری نسبت به مدل اولدروید-بی و نیوتنی می‌باشد.

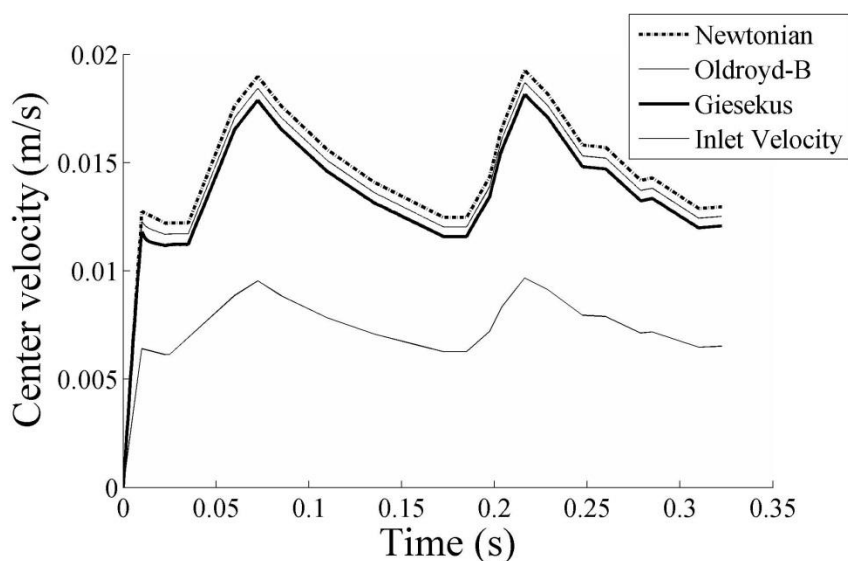


شکل (۴-۳۴) تحقیق توسعه یافتگی سرعت بر روی محور تقارن در دو زمان (a) دیاستول (مینیمم سرعت) (b)

سیستول (ماکزیمم سرعت)

دو نمودار بررسی شده مربوط به دو زمان خاص یعنی زمان ماکزیمم و مینیمم سرعت بودند. حال به بررسی پارامترها در کل بازه‌ی زمانی می‌پردازیم. نمودار سرعت در برابر زمان برای سه مدل یاد شده در زیر نمایش داده شده است. هم چنین نمودار سرعت و روی نیز نمایش داده شده است. این سرعت‌ها مربوط به سلولی روی محور تقارن و واقع در ناحیه‌ی توسعه یافته می‌باشد. سرعت نیوتنی از سرعت مدل گزیکس و اولدروید-بی بیشتر می‌باشد. سرعت نیوتنی دقیقاً دو برابر سرعت ورودی می‌باشد. دو برابر بودن ماکزیمم سرعت مدل نیوتنی نسبت به سرعت ورودی در لوله، در اکثر کتاب‌های مکانیک سیالات بدست آمده است [۳۹]. اگر سرعت را به صورت یک موج بررسی کنیم، در سه مدل

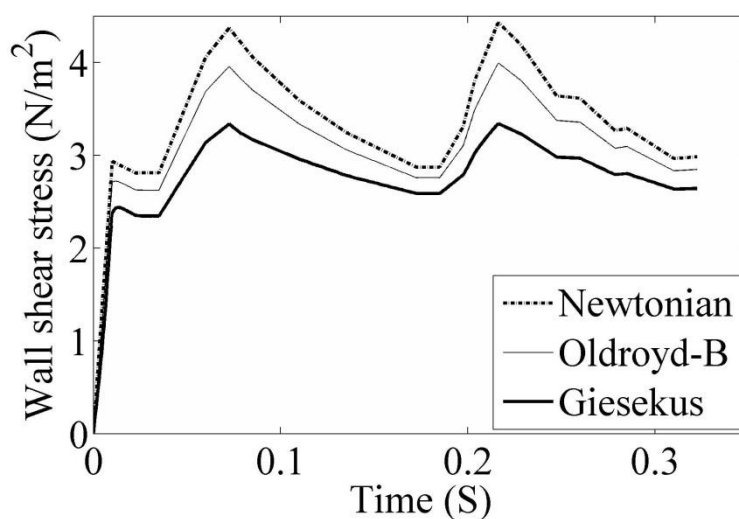
اختلاف فازی نسبت به سرعت ورودی مشاهده نمی‌شود.



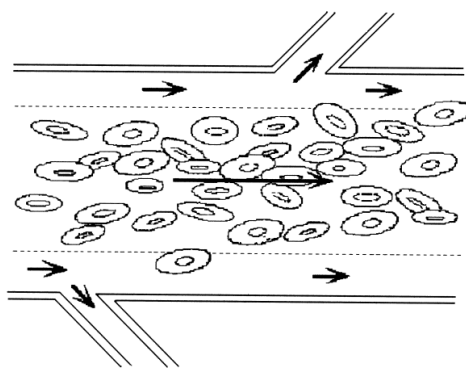
شکل (۴-۳۵) تغییرات سرعت ورودی و سرعت حاصل از سه مدل نسبت به تغییر زمان

یکی از مهم ترین پارامترها در بررسی سیستم قلب و عروق، تنش در دیواره‌ی رگ است. تنش وارد بر رگ در بسیاری از بیماری‌های قلب و عروقی نقش مهمی ایفا می‌کند [۲۷]. تنش دیواره‌ی بدست آمده برای سه مدل در زیر نمایش داده شده است. همان‌گونه که در شکل‌های قبل مشاهده گردید، گرادیان سرعت در نزدیکی دیواره برای هر سه مدل مقداری تقریباً برابر داشت. اما چرا تنش دیواره برای مدل گزیکس دارای مقدار کمتری است؟ برای یافتن پاسخ این سوال تنش نیوتنی و تنش پلیمری به صورت جداگانه بررسی می‌گردد. اگر چه مقدار نرخ برش یکسان است، اما ویسکوزیته حلال (بخش نیوتنی که در این جا پلاسما می باشد) در مدل گزیکس ۰,۰۰۱ می باشد در صورتی که در مدل نیوتنی ۰,۰۰۳۵ می باشد. در این صورت تنش حلال در مدل گزیکس بسیار کمتر از تنش سیال نیوتنی می باشد. اما مدل گزیکس نسبت به مدل نیوتنی علاوه بر تنش نیوتنی یک تنش اضافه مربوط به حل شونده نیز دارد، که اکنون آن تنش مورد بررسی قرار می گیرد. بر اساس تحقیق باسکورت و

میسیلمن^۱ [۲۶] جریان خون در مویرگ‌ها به این صورت است که در مجاورت دیواره یک لایه از پلاسما وجود دارد و حضور گلبول‌های قرمز در این لایه بسیار کم است. این امر نتایج بدست آمده از تحقیق حاضر مطابقت دارد زیرا کم بودن حضور گلبول‌های قرمز باعث می‌گردد که تنش پلیمری در نزدیکی دیواره کاهش یابد. به عبارت دقیق‌تر نتایج نشان می‌دهند که مدل گزیکس قادر به مدل‌سازی این خاصیت خون یعنی وجود یک لایه از پلاسما در نزدیکی دیواره می‌باشد.



شکل (۴-۳۶) تغییرات تنش دیواره بر حسب زمان

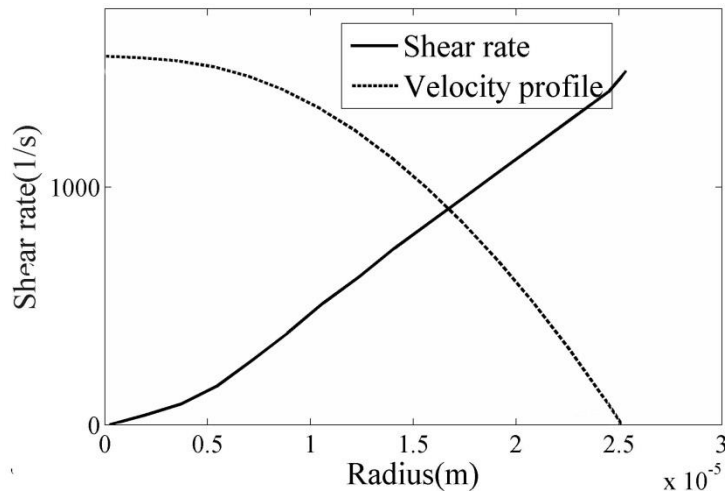


شکل (۴-۳۷) وجود یک لایه از پلاسما در مجاورت دیواره و کم بودن حضور گلبول‌های قرمز در این لایه [۲۶]

در شکل زیر نرخ برش در راستای شعاع و پروفیل سرعت مربوط به آن در حالت ماکزیمم سرعت

^۱ Baskurt and Meiselman

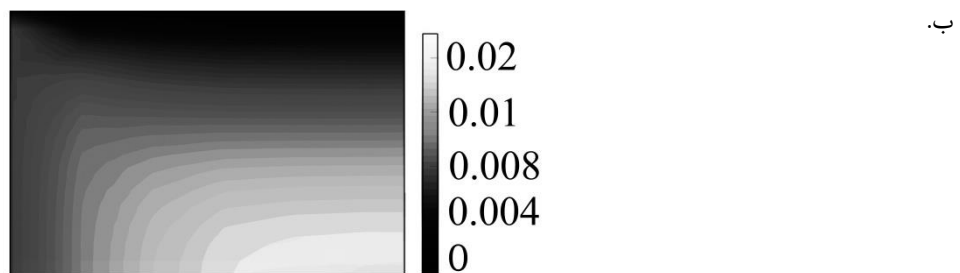
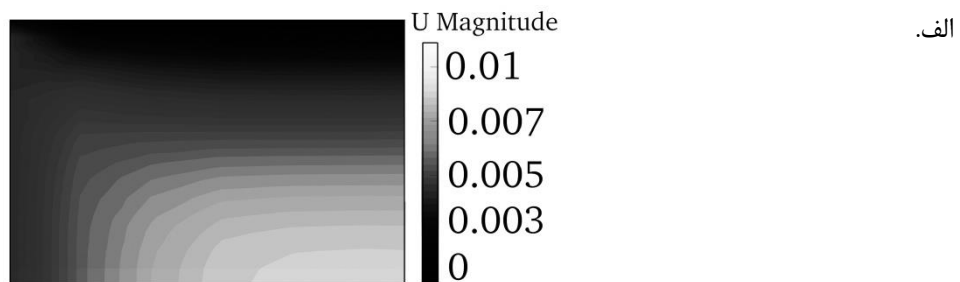
نمایش داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود مقدار آن در محدوده‌ی ۱۰۰ (1/s) می باشد. با این حساب استفاده از مدل گزیکس برای این مساله جواب دقیق‌تری نسبت به مدل‌های نیوتنی و اولدرویید-بی حاصل می‌کند زیرا در نرخ برش‌های پایین مدل‌های نیوتنی و ویسکوالاستیک خطی و شبه‌خطی قادر به توضیح صحیح خواص خون نمی باشند.



شکل (۴-۳۸) نرخ برش در جهت شعاعی مربوط به سیستم (ماکزیمم سرعت) به همراه پروفیل سرعت

مربوط به آن

در ادامه کانتورهای سرعت و تنش برشی مشاهده می‌گردد.



شکل (۴-۳۹) کانتور سرعت الف. زمان مینیمم سرعت ب. ماکزیمم سرعت



شکل (۴-۴۰) کانتور تنش برشی الف. مینیمم سرعت ب. ماکزیمم سرعت

همانگونه که در شکل های فوق مشاهده می گردد میدان تنش دیرتر از میدان سرعت به توسعه یافتگی می رسد. این امر نشان از پیچیدگی میدان تنش می باشد و در بررسی جریان های پیچیده مانند انشعابات رگ های خون با اهمیت می باشد.

فصل ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۵-۱- مقدمه

در این تحقیق به حل سه مساله پرداخته شد. این مسائل هر سه مربوط به جریان‌های غیرپایا در کانال‌های بسته مربوط به سیالات ویسکوالاستیک می‌باشند. مساله‌ی اول یعنی مساله جریان کوئت از مسائل کلاسیک و ساده مکانیک بود و هدف از آن آشنایی با کدنویسی در جریان‌های غیرپایای ویسکوالاستیک و الگوریتم‌ها و شرایط مرزی و اولیه آن بود. مساله‌ی دوم یکی از مسائل کلاسیک مکانیک غیرنیوتنی یعنی بررسی گردابه‌ها در کانال مستقیم غیرمدور بود. اگرچه تحقیقات بسیار زیادی پیرامون شکل پایای این جریان انجام شده است، اما حالت غیرپایای این مساله برای اولین بار در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفت. مساله‌ی سوم یکی از کاربردهای این شاخه یعنی مدل‌سازی جریان خون در رگ بود. در ادامه نتیجه‌گیری کلی حاصل از انجام این تحقیق در سه بخش به صورت جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۵-۲- روش‌های حل عددی و حل جریان کوئت

در این قسمت اگرچه هدف نهایی حل جریان کوئت به وسیله‌ی کدنویسی در نرم افزار متلب بوده است، اما هدف اصلی مطالعه‌ی روش‌های کدنویسی و انتخاب یک روش مطلوب برای حل جریان‌های پیچیده‌تر بوده است. نتایج حاصل از این بخش به صورت تیتروار در ادامه ذکر شده‌اند:

✓ الگوریتم پروجکشن روشی مناسب و دقیق برای حل مسائل برشی می‌باشد. در این‌گونه

جریان‌ها عامل حرکت سیال یک جسم جامد می‌باشد. از مثال‌های این جریان می‌توان به

حفره‌ی ساده و حرکت بین دو استوانه‌ی چرخان اشاره نمود.

✓ الگوریتم پروجکشن در مسائلی که شامل عبور سیال از یک مرز می‌باشد با مشکل برقراری

پیوستگی مواجه می‌باشد. در این‌گونه مسائل این الگوریتم با مشکل مواجه می‌گردد.

✓ الگوریتم پروجکشن دقتی برابر با الگوریتم PISO داشته و از طرفی کار با آن بسیار راحت تر

می‌باشد و کدنویسی توسط آن راحت تر است.

- ✓ جریان‌های غیرپایا در سیالات ویسکوالاستیک بر خلاف سیالات نیوتنی با نوسان همراه می‌باشند. از این رو جریان دارای تغییرات شدید بوده و کد عددی بایستی قادر به تحمل این نوسانات باشد.
- ✓ دامنه‌ی نوسانات با افزایش عدد الاستیک افزایش می‌یابد و همگرایی کاهش می‌یابد. اما سرعت رسیدن جریان به حالت پایا بیشتر می‌شود.
- ✓ دامنه نوسانات در آغاز حل بسیار بزرگ بوده و با نزدیک شدن به حالت پایا کاهش می‌یابد. با استفاده از این نکته و تغییر هوشمندانه‌ی گام زمانی (dt) می‌توان سرعت حل را افزایش داد.
- ✓ دامنه‌ی نوسانات در اعداد الاستیک بزرگ دور از واقعیت بوده و ایراد از مدل‌های بکارگرفته شده می‌باشد. برای حل این موضوع بایستی مدل‌ها را بهبود بخشید.
- ✓ مدل‌های خطی ویسکوالاستیک مانند UCM اگرچه رفتار نوسانی را نشان می‌دهند اما نتایج آن‌ها بسیار دور از واقعیت می‌باشد. در این تحقیق از یکی از کامل‌ترین مدل‌های غیرخطی ویسکوالاستیک (گزیکس) استفاده شد. که بالتبع این مدل نیز هنوز کامل نمی‌باشد.
- ✓ برای حل جریان‌های غیرپایا با روش تفاضل محدود می‌توان از الگوریتم پروجکشن استفاده نمود. این الگوریتم از الگوریتم‌های پرکاربرد در سیالات نیوتنی می‌باشد و در سیالات ویسکوالاستیک نیز قابل تعمیم می‌باشند.
- ✓ در روش‌های حجم محدود دو الگوریتم PISO و SIMPLEST بهترین نتایج را ارائه می‌دهند.
- ✓ در سیالات ویسکوالاستیک استفاده از فرمی از معادله که مربوط به محلول‌های پلیمری می‌باشد و از دو قسمت نیوتنی و پلیمری تشکیل می‌گردد باعث همگرایی بیشتر می‌گردد.
- ✓ استفاده از شرط اولیه‌ی صفر برای همه پارامترها به همگرایی کمک می‌کند.

۵-۳- جریان های ثانویه در کانال غیر مدور مستقیم

حل این مساله برای اولین بار در این تحقیق صورت گرفت. در ادامه نتایج حاصل از حل این مساله به صورت تیتروار ارائه شده‌اند.

✓ در جریان غیرپایای ویسکوالاستیک در مجاری مستقیم و غیرمدور که با اعمال گرادیان فشار شروع به حرکت می‌کنند، گردابه‌ها نیز مانند سرعت در راستای محور کانال دارای نوسان می‌باشند.

✓ این گردابه‌ها از گوشه شروع به شکل‌گیری می‌کنند و سپس به وسط ناحیه منتقل می‌شوند.
✓ نوسان این گردابه‌ها بیشتر از نوسان جریان اصلی می‌باشد. زمان پایا شدن آن‌ها از جریان اصلی بیشتر است.

✓ با افزایش ضریب تحرک شدت گردابه‌ها افزایش می‌یابد.
✓ با افزایش عدد الاستیک شدت گردابه‌ها افزایش می‌یابد.
✓ زمان پیا شدن گردابه‌ها با افزایش عدد الاستیک کاهش می‌یابد.
✓ دامنه‌ی نوسان گردابه‌ها با افزایش عدد الاستیک افزایش می‌یابد.
✓ تعداد نوسانات گردابه با افزایش عدد الاستیک کاهش می‌یابد.
✓ افزایش عدد الاستیک در محدوده $0.1 < E < 0.5$ بکارگرفته شده در شکل گردابه‌ها و تعداد آنها تاثیر نمی‌گذارند.

✓ افزایش عدد الاستیک بر نحوه‌ی شکل‌گیری گردابه‌ها تاثیر نمی‌گذارد.

۵-۴- حل جریان خون در رگ

به دلیل عدم بکارگیری مدل‌های غیرخطی ویسکوالاستیک برای مدلسازی جریان خون در تحقیقات گذشته، نتایج این تحقیق بسیار ارزشمند می‌باشند.

- ✓ یکی از مهم‌ترین کارهای صورت گرفته در این تحقیق حصول این نتیجه می‌باشد که برای مدل‌سازی صحیح خون به یک مدل غیرخطی ویسکوالاستیک نیاز می‌باشد. فقط مدل‌های غیرخطی قادر به تفسیر دقیق رفتار غیرخطی ویسکوزیته خون در نرخ برش‌های پایین می‌باشند.
- ✓ از دیگر نتایج مهم تحقیق حاضر تطابق نتایج حاصل از این تحقیق با یکی از ویژگی‌های رفتار سلول‌های گلبول قرمز خون در رگ‌های ریز می‌باشد. در مویرگ‌ها و در مجاورت دیواره یک لایه از پلاسم وجود دارد و حضور گلبول‌های قرمز در این لایه کم می‌باشد. از این رو نوک پروفیل سرعت تخت می‌باشد و هم چنین تنش بر روی دیواره‌ها کمتر می‌باشد.
- ✓ سرعت در داخل رگ نسبت به سرعت ورودی دارای تاخیر فاز نمی‌باشد.
- ✓ نرخ برش در مویرگ‌ها در محدوده‌ی ۱۰۰ می‌باشد و از این رو مدل‌های غیرخطی نتایج دقیق‌تری ارائه می‌دهند.
- ✓ در محدوده‌ی نرخ برش‌های بالا، استفاده از مدل نیوتنی و مدل‌های خطی با دقت بیشتری نسبت به نرخ برش‌های کم همراه می‌باشد.
- ✓ پروفیل بدست آمده از مدل گزیکس تخت می‌باشد و پروفیل مربوط به مدل نیوتنی سهموی می‌باشد. نتایج مدل اولروید-بی مابین این دو مدل می‌باشد.

۵-۵- پیشنهادات برای تحقیقات آینده

- با توجه به مطالعات صورت گرفته در این تحقیق، در ادامه پیشنهاداتی برای تحقیقات آینده ارائه می‌گردد که برخی در راستای تحقیق حاضر می‌باشند و برخی به عنوان یک ایده مطرح می‌گردند.
- الگوریتم پروجکشن برای حل مسائل از جنس مسائل برشی مناسب بوده و می‌توان مسائل مهمی مانند جریان سیال بین دو استوانه‌ی چرخان را با استفاده از این روش حل نمود.

- مدل‌های موجود ویسکوالاستیک همگی در اعداد الاستیک بالا با دامنه‌های نوسان بسیار بزرگ مواجه می‌باشند. تحقیق پیرامون به وجود آمدن این مشکل می‌تواند از موضوع‌های جالب برای تحقیقات آینده باشد.
- با توجه به تعداد نوسانات جریان و هم‌چنین دامنه‌ی نوسانات می‌توان دستگاهی ابداع نمود که با محاسبه‌ی این خواص زمان رهایی از تنش را محاسبه نماید. این موضوع نیز می‌تواند مورد مطالعه قرار گیرد.
- عامل شکل‌گیری گردابه اختلاف تنش نرمال اول و دوم می‌باشد. از طرفی در کانال با سطح مقطع دایره‌ای که فاقد گوشه می‌باشد، این گردابه‌ها شکل نمی‌گیرند. به همین خاطر می‌توان گفت به نوعی عامل بوجود آمدن اختلاف در تنش‌های نرمال و شکل‌گیری گردابه‌ها گوشه‌ها می‌باشند. تحقیق در علت شروع ظاهرشدن گردابه‌ها از گوشه‌ها در جریان غیرپایا می‌تواند از موضوع‌های جالب باشد.
- مطالعه‌ی شکل گردابه‌ها در اعداد الاستیک بالا و هم‌چنین تأثیر نسبت طول به عرض کانال بر قدرت و شکل گردابه‌ها از موضوعاتی است که می‌توان در کارهای آینده به آن پرداخت.
- در این تحقیق مشخص شد که همه‌ی کارهای صورت گرفته‌ی قبلی برای تعیین ویسکوزیته-ی خون با استفاده از یک مدل ویسکومتر صورت گرفته است. در صورتی که برای محاسبه‌ی دقیق این نمودار دست کم سه نوع ویسکومتر نیاز می‌باشد. محاسبه‌ی دقیق این نمودار از موضوعات بسیار با اهمیت می‌باشد.
- استفاده از مدل گزیکس برای مدل‌سازی هندسه‌های پیچیده در مویرگ‌ها، مانند انشعاب رگ و هم‌چنین گرفتگی رگ، از موضوعاتی است که در راستای تحقیق حاضر می‌باشد.
- مقایسه‌ی نتایج حاصل از مدل گزیکس و نتایج تجربی در مورد نسبت ورود جریان خون از رگ‌های اصلی به مویرگ‌ها نیز می‌تواند در راستای این تحقیق و در جهت مشخص شدن قابلیت‌های مدل گزیکس مورد بررسی قرار گیرد.

الف - ضمیمه

کد عددی استفاده شده در نرم افزار متلب برای حل جریان کوئت:

```

clc
clear all
format long

%This program is based on formulation of Computational Methods For
fluid
%Dynamics - J.H.Ferziger , M.Peric

% Geometry is newtonian fluid between 2 infinite plates
% We solve flow for half of domain ( use symmetry condition )

%Geometry concide to matrix form:

%      -----> y              inlet (first row)
%      |                      -----
%      |                      |       |
%      |      wall (first column) |       |      symmetry(last column)
%      |                      |       |
%      |                      -----
%      x                      outlet (last row)

%-----
%-----specifying parameters of problem-----
%-----

nt=60000;                %number of itteration
desired_conError=1e-6;   %desired error for continuity ( if there
was v=0 at outlet)
desired_LSerror=1e-6;    %desired error for solving system of lineaer
equation related to u*
dt=1e-4;                 %time step
Re=0.5;                  %Reynold number
BC=1;                    %Velocity in inlet ( dimensionless velocity)
etap=0.1;
etas=0.9;
We=10;
beta=0.1;
la1=1;
la2=0.1;%(1-beta)*la1;
E=We/Re;

n=40;    %--->>>> NOTE: Number of general grid nodes in X-direction (
Direction of increasing row of matrix)
m=10;    %--->>>> NOTE: Number of general grid nodes in Y-direction
( Direction of increasing columns of matrix)
%--->>>> NOTE: Flow direction is X-direction

y=linspace(0,1,m+1);    % length of Geometry in y direction is 1
x=linspace(0,4,n+1);    % length of Geometry in x direction is 25
dx=x(2)-x(1);

```

```

dy=y(2)-y(1);

%-----
%-----Initializing-----
%-----

% size of matrix is duplicate of general nodes plus 4 (2*n+4,2*m+4)
% it contain all nodes in staggered grid plus two node before first
node on
% boundary and one node after last node on boundary
% additional description :
% for pressure: 4,4 & 2*n+2,4 & 4,2*m+2 & 2*n+2,2*m+2 are corners
nodes in domain
% for u: 3,4 & 3,2*m+2 on inlet boundary - 2*n+3,4 2*n+3, 2*m+2 on
outlet boundary
% for v: 4,3 & 2*n+2,4 is on symmetry boundary - 4,2*m+3 2*n+2,2*m+3
on wall boundary

p=zeros(2*n+4,2*m+4);           %pressure
pnew=zeros(2*n+4,2*m+4);        %new pressure
B=zeros(n*m,1);                 %B of [A]*[X]=[B] equation which solve
poission equation
a=zeros(n*m,n*m);               %A of [A]*[X]=[B] equation which solve
poission equation

u=zeros(2*n+4,2*m+4);           %Velocity in x direction
us=zeros(2*n+4,2*m+4);          %u*
usold=zeros(2*n+4,2*m+4);        %old u* (this is using only for compute
error of results of system of equations related to u* )
uss=zeros(2*n+4,2*m+4);         %u**
unew=zeros(2*n+4,2*m+4);        %u(n+1)
Hun=zeros(2*n+4,2*m+4);         %Part of u* which related to last step
(n) and doesn't change in itteration of compute u*

v=zeros(2*n+4,2*m+4);
vs=zeros(2*n+4,2*m+4);
vsold=zeros(2*n+4,2*m+4);
vss=zeros(2*n+4,2*m+4);
vnew=zeros(2*n+4,2*m+4);
Hvn=zeros(2*n+4,2*m+4);

tuxx=zeros(2*n+4,2*m+4);
tuyy=zeros(2*n+4,2*m+4);
tuxy=zeros(2*n+4,2*m+4);

tuxxnew=zeros(2*n+4,2*m+4);
tuyynew=zeros(2*n+4,2*m+4);
tuxynew=zeros(2*n+4,2*m+4);

Htuxx=zeros(2*n+4,2*m+4);
Htuyy=zeros(2*n+4,2*m+4);
Htuxy=zeros(2*n+4,2*m+4);

tuxx0=zeros(2*n+4,2*m+4);
tuyy0=zeros(2*n+4,2*m+4);
tuxy0=zeros(2*n+4,2*m+4);

tuxxw=zeros(2*n+4,1);           %tau(xx) of wall

```

```

tuxxwnew=zeros (2*n+4,1);

tuxyw=zeros (2*n+4,1);      %tau(xy) of wall
tuxywnew=zeros (2*n+4,1);

UData=zeros (nt,n+1,m+2);    %matrixes which save
VData=zeros (nt,n+2,m+1);

conErrorOld=0;                %old continuity error
conErrorCell=zeros (n,m);     %check continuity in all cell
uend=[];
ceoForMonitoring=0.1;
%-----
%-----preproccesing of poission equation -----
%-----

% Because in  $AX=B$  A is contant we use LU complete decomposiotion for
solving poission equation
% First we make A matrix after use a quick algorithm for this
decomposition which described in:
% "Numerical Methods in Engineering with MATLAB" JAAN KIUSALAAS (
Second Edition ) pages : 43-44

for i=1:n
for j=1:m

    s=(i-1)*m+j; %--->NOTE: computating number of realted row for
each node in  $AX=B$  matrix

    a(s,s)=-2/dx^2-2/dy^2;    %coeficient of central node p(i,j)

    if i~=1
    a(s,s-m)=1/dx^2; %coeficient of top node p(i-1,j)
    else
    a(s,s)=a(s,s)+1/dx^2;
    %--->NOTE: because of zero gradiant of pressure on boundary
the velue behinde the inlet bonudary is equal to first node in the
zone
    end

    if i~=n
    a(s,s+m)=1/dx^2; %bottom node P(i+1,j)
    else
    a(s,s)=a(s,s)+1/dx^2;
    end

    if j~=1
    a(s,s-1)=1/dy^2; %left node P(i,j-1)
    else
    a(s,s)=a(s,s)+1/dy^2;
    end

    if j~=m
    a(s,s+1)=1/dy^2; %Right node P(i,j+1)
    else
    a(s,s)=a(s,s)+1/dy^2;
    end
end
end

```

```

        end
    end %-----
-----

% part of algorithm of LU decomposition which doesn't change for every
step
nl = size(a,1);
for k = 1:nl-1
    for i = k+1:nl
        if a(i,k) ~= 0.0
            lambda = a(i,k)/a(k,k);
            a(i,k+1:nl) = a(i,k+1:nl) - lambda*a(k,k+1:nl);
            a(i,k) = lambda;
        end
    end
end%-----
-----

%-----
%-----Body of program-----
%-----
for ii=1:nt

midCounter=0;    %counter of outer steps
ceo=10;

%-----part of equations related to old step (n)
-----
for i=4:2:2*n
    for j=4:2:2*m+2

        Hun(i+1,j)=...
            0.5*( - (1/dx) *0.25 *(u(i+3,j)+u(i+1,j))^2 ...
                + (1/dx) *0.25 *(u(i+1,j)+u(i-1,j))^2 ...
                - (1/dy) *0.25 *(u(i+1,j)+u(i+1,j+2))
            *(v(i,j+1)+v(i+2,j+1)) ...
                + (1/dy) *0.25 *(u(i+1,j)+u(i+1,j-2)) *(v(i,j-
1)+v(i+2,j-1)) ...
                + (1/Re) *(la2/la1) *(1/dx^2) *( u(i-1,j) -2*u(i+1,j)
+u(i+3,j) ) ...
                + (1/Re) *(la2/la1) *(1/dy^2) *( u(i+1,j-2) -2*u(i+1,j)
+u(i+1,j+2) ) ...
                + (1/Re) *(tuxx(i+2,j)-tuxx(i,j))/dx ...
                + (1/Re) *((tuxy(i,j+2)+tuxy(i+2,j+2))-(tuxy(i,j-
2)+tuxy(i+2,j-2))) /4/dy...
            ) ...
            - (1/dx) *(p(i+2,j)-p(i,j) );
        end
    end
for i=4:2:2*n+2
    for j=4:2:2*m

        Hvn(i,j+1)= ...
            0.5*( - (1/dx) *0.25 *(u(i+1,j)+u(i+1,j+2))
            *(v(i,j+1)+v(i+2,j+1)) ...
                + (1/dx) *0.25 *(u(i-1,j)+u(i-1,j+2)) *(v(i,j+1)+v(i-
2,j+1)) ...
                - (1/dy) *0.25 *(v(i,j+3)+v(i,j+1))^2 ...

```

```

        + (1/dy) *0.25 *(v(i,j+1)+v(i,j-1))^2 ...
        + (1/Re) *(1a2/1a1) *(1/dx^2) *( v(i-2,j+1) -2*v(i,j+1)
+v(i+2,j+1) ) ...
        + (1/Re) *(1a2/1a1) *(1/dy^2) *( v(i,j-1) -2*v(i,j+1)
+v(i,j+3) ) ...
        + (1/Re) *((tuxy(i+2,j+2)+tuxy(i+2,j)) - (tuxy(i-
2,j+2)+tuxy(i-2,j))) /4/dx ...
        + (1/Re) *(tuyy(i,j+2)-tuyy(i,j)) /dy ...
    )...
    - (1/dy) *(p(i,j+2)-p(i,j) );
end
end

for i=4:2:2*n+2
    for j=4:2:2*m+2

Htuxx(i,j)= 0.5 *( (-dt/We)*tuxx(i,j)...
    + (dt*2/We/dx)*(1-1a2/1a1)*(u(i+1,j)-u(i-1,j)) ...
    - (dt/4/dx) *(u(i-1,j)+u(i+1,j)) *(tuxx(i+2,j)-tuxx(i-2,j))...
    - (dt/4/dy) *(v(i,j-1)+v(i,j+1)) *(tuxx(i,j+2)-tuxx(i,j-2))...
    + (dt*2/dx) *tuxx(i,j) *(u(i+1,j)-u(i-1,j))...
    + (dt*2/dy/4) *tuxy(i,j) *( (u(i+1,j+2)+u(i-1,j+2)) - (u(i+1,j-
2)+u(i-1,j-2)) ) );

Htuxy(i,j)= 0.5 *( (-dt/We)*tuxy(i,j)...
    + (dt/We/dy/4)*(1-1a2/1a1) *( (u(i+1,j+2)+u(i-1,j+2)) - (u(i+1,j-
2)+u(i-1,j-2)) )...
    + (dt/We/dx/4)*(1-1a2/1a1) *( (v(i+2,j+1)+v(i+2,j-1)) - (v(i-
2,j+1)+v(i-2,j-1)) )...
    - (dt/4/dx) *(u(i-1,j)+u(i+1,j)) *(tuxy(i+2,j)-tuxy(i-2,j))...
    - (dt/4/dy) *(v(i,j-1)+v(i,j+1)) *(tuxy(i,j+2)-tuxy(i,j-2))...
    + (dt/dx) *tuxy(i,j) *(u(i+1,j)-u(i-1,j))...
    + (dt/4/dy) *tuyy(i,j) *( (u(i+1,j+2)+u(i-1,j+2)) - (u(i+1,j-
2)+u(i-1,j-2)) )...
    + (dt/4/dx) *tuxx(i,j) *( (v(i+2,j+1)+v(i+2,j-1)) - (v(i-
2,j+1)+v(i-2,j-1)) )...
    + (dt/dy) *tuxy(i,j) *(v(i,j+1)-v(i,j-1)) );

Htuyy(i,j)= 0.5 *( (-dt/We)*tuyy(i,j)...
    + (dt*2/We/dy) *(1-1a2/1a1) *( v(i,j+1)-v(i,j-1) )...
    - (dt/4/dx) *(u(i-1,j)+u(i+1,j)) *(tuyy(i+2,j)-tuyy(i-2,j))...
    - (dt/4/dy) *(v(i,j-1)+v(i,j+1)) *(tuxy(i,j+2)-tuxy(i,j-2))...
    + (dt*2/dx/4) *tuxy(i,j) *( (v(i+2,j+1)+v(i+2,j-1)) - (v(i-
2,j+1)+v(i-2,j-1)) )...
    + (dt*2/dy) *tuyy(i,j) *(v(i,j+1)-v(i,j-1)) );
end
end
%-----
-

% %BC of analytical solution-----
---
% BC0=zeros(1,m);
% T=(ii-1)*dt;
% temp0=1;
% for Y=dy/2:dy:1-dy/2
%

```

```

% sumb=0;
% for i=1:5
%     npp=(2*i-1)*pi;
%     alphaN=1+0.25*beta*E*npp^2;
%     temp=alphaN^2-E*npp^2;
%     lambdaN=1-0.25*(2-beta)*E*npp^2;
%     if temp>=0
%         betaN=sqrt(temp);
%         G= cosh(betaN*T/2) + (lambdaN/betaN) *sinh(betaN*T/2);
%     else
%         betaN=sqrt(-temp);
%         G= cos(betaN*T/2) + (lambdaN/betaN) *sin(betaN*T/2);
%     end
%
%     sumb = sumb + npp^(-3) * sin(npp*(1+Y)/2) * exp(-alphaN*T/2) *
G;
% end
%
% BC0(temp0)= 1.5*(1-Y^2) - 48 * sumb;
% temp0=temp0+1;
% end
%
% BC=zeros(1,2*m+4);
% for i=1:m
%     BC(1,2*i+2)=BC0(1,m-i+1);
% end%-----
%
%
% BC=sum(BC0)/m;

while ceo>desired_conError
midCounter=midCounter+1;

% calculating US

us=0.9*u+0.1*unew;
vs=0.9*v+0.1*vnew;
p=0.9*p+0.1*pnew;

counterus=1;
counterTau=1;
LSError=inf;%-----
while LSError>desired_LSError
    disp('counter midcounter counterus counterTau LSError Ceo U-
centerLine-outlet')

    disp([ii,midCounter,counterus,counterTau,LSError,ceoForMonitoring,u(2*
n+3,12)])
        usold=us;
        vsold=vs;

counterus=counterus+1;

stressError=17;
counterTau=1;
while stressError > desired_LSError

```

```

        counterTau=counterTau+1;
        tuxx0=tuxxnew;
        tuyy0=tuyynew;
        tuxy0=tuxynew;
for i=4:2:2*n+2
    for j=4:2:2*m+2

        tuxxnew(i,j)= tuxx(i,j) + Htuxx(i,j) + 0.5 * ( ...
            (-dt/We)*tuxxnew(i,j)...
            + (dt*2/We/dx)*(1-la2/la1)*(us(i+1,j)-us(i-1,j)) ...
            - (dt/4/dx) *(us(i-1,j)+us(i+1,j)) *(tuxxnew(i+2,j)-tuxxnew(i-
2,j))...
            - (dt/4/dy) *(vs(i,j-1)+vs(i,j+1)) *(tuxxnew(i,j+2)-tuxxnew(i,j-
2))...
            + (dt*2/dx) *tuxxnew(i,j) *(us(i+1,j)-us(i-1,j))...
            + (dt*2/dy/4) *tuxynew(i,j) *( (us(i+1,j+2)+us(i-1,j+2)) -
(us(i+1,j-2)+us(i-1,j-2)) ) );

        tuxynew(i,j)= tuxy(i,j) +2*Htuxy(i,j) +0.5* ( ...
            (-dt/We)*tuxynew(i,j)...
            + (dt/We/dy/4)*(1-la2/la1) *( (us(i+1,j+2)+us(i-1,j+2)) -
(us(i+1,j-2)+us(i-1,j-2)) )...
            + (dt/We/dx/4)*(1-la2/la1) *( (vs(i+2,j+1)+vs(i+2,j-1)) - (vs(i-
2,j+1)+vs(i-2,j-1)) )...
            - (dt/4/dx) *(us(i-1,j)+us(i+1,j)) *(tuxynew(i+2,j)-tuxynew(i-
2,j))...
            - (dt/4/dy) *(vs(i,j-1)+vs(i,j+1)) *(tuxynew(i,j+2)-tuxynew(i,j-
2))...
            + (dt/dx) *tuxynew(i,j) *(us(i+1,j)-us(i-1,j))...
            + (dt/4/dy) *tuyynew(i,j) *( (us(i+1,j+2)+us(i-1,j+2)) -
(us(i+1,j-2)+us(i-1,j-2)) )...
            + (dt/4/dx) *tuxxnew(i,j) *( (vs(i+2,j+1)+vs(i+2,j-1)) - (vs(i-
2,j+1)+vs(i-2,j-1)) )...
            + (dt/dy) *tuxynew(i,j) *(vs(i,j+1)-vs(i,j-1)) );

        tuyynew(i,j)= tuyy(i,j) +2*Htuyy(i,j) +0.5* ( ...
            (-dt/We)*tuyynew(i,j)...
            + (dt*2/We/dy) *(1-la2/la1) *( vs(i,j+1)-vs(i,j-1) )...
            - (dt/4/dx) *(us(i-1,j)+us(i+1,j)) *(tuyynew(i+2,j)-tuyynew(i-
2,j))...
            - (dt/4/dy) *(vs(i,j-1)+vs(i,j+1)) *(tuxynew(i,j+2)-tuxynew(i,j-
2))...
            + (dt*2/dx/4) *tuxynew(i,j) *( (vs(i+2,j+1)+vs(i+2,j-1)) - (vs(i-
2,j+1)+vs(i-2,j-1)) )...
            + (dt*2/dy) *tuyynew(i,j) *(vs(i,j+1)-vs(i,j-1)) );
        end
    end

    tuxxerror=max(max(abs(tuxxnew-tuxx0)));
    tuxyerror=max(max(abs(tuxynew-tuxy0)));
    tuyyerror=max(max(abs(tuyynew-tuyy0)));
    stressError=max([ tuxxerror tuxyerror tuyyerror]);

    tuxxnew=0.5*tuxxnew+0.5*tuxx0;
    tuxynew=0.5*tuxynew+0.5*tuxy0;

```

```

tuyynew=0.5*tuyynew+0.5*tuyy0;

end

% %Calculating Stress on Wall
% tuxywnew(:,1)=exp(-dt/We)*tuxyw(:,1)+(1-la2/la1)*2*unew(:,5)/dy*(1-
exp(-dt/We)); %tuxyw(:,1)-dt*(tuxyw(:,1)/We-etap/We*
(2*u(:,5)/dx) );
% tuxxwnew(:,1)=exp(-dt/We)*tuxxw(:,1)+dt*( 2.*u(:,5)./dy.*exp(-
dt/We).*tuxyw(:,1) + 2*unew(:,5).*tuxynew(:,1) ); %tuxxw(:,1)-
dt.*(tuxxw(:,1)./We+2*tuxy(:,1).*(2*u(:,5)./dx) );

%-----Boundary Condition of stress-----
tuxxnew(2,:)=tuxxnew(4,:); %inlet
tuxxnew(2*n+4,:)=tuxxnew(2*n+2,:); % outlet
tuxxnew(:,2)=tuxxnew(:,4);%2*tuxxwnew(:,1)-tuxxnew(:,4); %wall
tuxxnew(:,2*m+4)=tuxxnew(:,2*m+2); % symm

tuxynew(2,:)=tuxynew(4,:);%inlet
tuxynew(2*n+4,:)=tuxynew(2*n+2,:);%outlet
tuxynew(:,2)=tuxynew(:,4);%2*tuxywnew(:,1)-tuxynew(:,4);%wall
tuxynew(:,2*m+4)=tuxynew(:,2*m+2);%symm

tuyynew(2,:)=tuyynew(4,:);%inlet
tuyynew(2*n+4,:)=tuyynew(2*n+2,:);%outlet
tuyynew(:,2)=tuyynew(:,4);%wall
tuyynew(:,2*m+4)=tuyynew(:,2*m+2);%symm
%-----

for i=4:2:2*n
    for j=4:2:2*m+2

        us(i+1,j)=u(i+1,j)+ dt * ( Hun(i+1,j)+...
            0.5*( - (1/dx) *0.25 *(us(i+3,j)+us(i+1,j))^2 ...
                + (1/dx) *0.25 *(us(i+1,j)+us(i-1,j))^2 ...
                - (1/dy) *0.25 *(us(i+1,j)+us(i+1,j+2))
            *(vs(i,j+1)+vs(i+2,j+1)) ...
                + (1/dy) *0.25 *(us(i+1,j)+us(i+1,j-2)) *(vs(i,j-
            1)+vs(i+2,j-1)) ...
                + (1/Re) *(la2/la1) *(1/dx^2) *( us(i-1,j) -
            2*us(i+1,j) +us(i+3,j) ) ...
                + (1/Re) *(la2/la1) *(1/dy^2) *( us(i+1,j-2) -
            2*us(i+1,j) +us(i+1,j+2) ) ...
                + (1/Re) *(tuxxnew(i+2,j)-tuxxnew(i,j))/dx ...
                + (1/Re) *((tuxynew(i,j+2)+tuxynew(i+2,j+2))-
            (tuxynew(i,j-2)+tuxynew(i+2,j-2))) /4/dy...
            ) ) ;
    end
end

for i=4:2:2*n+2
    for j=4:2:2*m

```

```

        vs(i,j+1)=v(i,j+1)+dt * (      Hvn(i,j+1)+ ...
            0.5*( - (1/dx) *0.25 *(us(i+1,j)+us(i+1,j+2))
*(vs(i,j+1)+vs(i+2,j+1)) ...
            + (1/dx) *0.25 *(us(i-1,j)+us(i-1,j+2))
*(vs(i,j+1)+vs(i-2,j+1)) ...
            - (1/dy) *0.25 *(vs(i,j+3)+vs(i,j+1))^2 ...
            + (1/dy) *0.25 *(vs(i,j+1)+vs(i,j-1))^2 ...
            + (1/Re) *(la2/la1) *(1/dx^2) *( vs(i-2,j+1) -
2*vs(i,j+1) +vs(i+2,j+1) ) ...
            + (1/Re) *(la2/la1) *(1/dy^2) *( vs(i,j-1) -
2*vs(i,j+1) +vs(i,j+3) ) ...
            + (1/Re) *((tuxynew(i+2,j+2)+tuxynew(i+2,j))-
(tuxynew(i-2,j+2)+tuxynew(i-2,j))) /4/dx ...
            + (1/Re) *(tuyynew(i,j+2)-tuyynew(i,j)) /dy ...
        ) );
    end
end

```

```

usererror=max(max(abs(us-usold)));
vserror=max(max(abs(vs-vsold)));
LSError=max([usererror vserror ]);

```

```

us=0.5*us+0.5*usold;
vs=0.5*vs+0.5*vsold;

```

```

%Bondary condition-----
us(3,:)=us(5,:);
us(2*n+3,:)=us(2*n+1,:);
us(:,2*m+4)=-us(:,2*m+2);
us(:,2)=2-us(:,4);

```

```

%top-inlet
%bottom - outlet
%right - symmetry
%left- wall

```

```

vs(2,:)=vs(4,:);
vs(2*n+4,:)=vs(2*n+2,:);
vs(:,2*m+3)=0;
vs(:,3)=0;
%-----

```

```

%top
%bottom
%right
%left

```

```

end%-----

```

```

uss=us;
vss=vs;

```

```

%calculating Uss-----
for i=4:2:2*n
    for j=4:2:2*m+2
        uss(i+1,j)=us(i+1,j)+ dt * 0.5 * (1/dx) * (p(i+2,j)-p(i,j)) ;
    end
end

```

```

for i=4:2:2*n+2
    for j=4:2:2*m
        vss(i,j+1)=vs(i,j+1)+ dt * 0.5 * (1/dy) *(p(i,j+2)-p(i,j));
    end
end

```

```

end
end%-----

% P(n+1)-----

%-----First Solving Ax=B-----

%-----A is calculated at first of program and is constant-----
%-----Now calculating B-----

%second part of the Alogorithm of that book (told befor)-----
temp=1;
for i=4:2:2*n+2
    for j=4:2:2*m+2
        B(temp,1)= (2/dx/dt) * (uss(i+1,j)-uss(i-1,j)) + (2/dt/dy)
        * (vss(i,j+1)-vss(i,j-1)) ;
        temp=temp+1;
    end
end

if size(B,2) > 1; B = B'; end
nb = length(B);
for k = 2:nb
    B(k) = B(k) - a(k,1:k-1)*B(1:k-1);
end
for k = nb:-1:1
    B(k) = (B(k) - a(k,k+1:nb)*B(k+1:nb))/a(k,k);
end
X= B;%-----

%mapping X vector on p matrix-----
temp=1;
for i=4:2:2*n+2
    for j=4:2:2*m+2

        pnew(i,j)=X(temp,1);
        temp=temp+1;
    end
end%-----

% unew & vnew-----
--
for i=4:2:2*n
    for j=4:2:2*m+2

        unew(i+1,j)=uss(i+1,j)- (dt/dx/2) *(pnew(i+2,j)-pnew(i,j));

    end
end

```

```

for i=4:2:2*n+2
    for j=4:2:2*m

        vnew(i,j+1)=vss(i,j+1)- (dt/dy/2) *(pnew(i,j+2)-pnew(i,j));

    end
end%-----

%Boundary condition-----
unew(3,:)=unew(5,:);           %top-inlet
unew(2*n+3,:)=unew(2*n+1,:);   %bottom - outlet
unew(:,2*m+4)=-unew(:,2*m+2);  %right - symmetry
unew(:,2)=2-unew(:,4);         %left- wall

vnew(2,:)=vnew(4,:);           %top
vnew(2*n+4,:)=vnew(2*n+2,:);   %bottom
vnew(:,2*m+3)=0;               %right
vnew(:,3)=0;                   %left
%-----

% % compute continuity error if v=0 in outlet was satisfied
% % conError=abs(sum(unew(2*n+3,4:2:2*m+2))-sum(unew(3,4:2:2*m+2)));
% % conErrorOld=conError;

%compute continuity in all cells of domain-----
for i=4:2:2*n+2
    for j=4:2:2*m+2
        conErrorCell((i-2)/2,(j-2)/2)=(unew(i+1,j)-unew(i-1,j))*dy+(vnew(i,j+1)-vnew(i,j-1))*dx;
    end
end
ceo=max(max(abs(conErrorCell)));
ceoForMonitoring=ceo;

end%-----

% U & V without unused nodes for saving result
Usmall=u(3:2:2*n+3,2:2:2*m+4);
Vsmall=v(2:2:2*n+4,3:2:2*m+3);

%saving result
UData(ii,:,:)=Usmall;
VData(ii,:,:)=Vsmall;

u=unew;
v=vnew;
p=pnew;
tuxx=tuxxnew;

```

```

tuxy=tuxynew;
tuyy=tuyynew;

uend=[ uend u(2*n+3,12) ];

end

%plot contour of u -----
qq=u(3:2:2*n+3,4:2:2*m+2);
[m3 n3]=size(qq);
contourf(1:n3,1:m3,qq);%-----

```

- [1] Kim, J., & Moin, P. (1985). Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations. *Journal of computational physics*, 59(2), 308-323.
- [2] Harlow, F. H., & Welch, J. E. (1965). Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface. *Physics of fluids*, 8, 2182.
- [3] Perot, J. B. (1993). An analysis of the fractional step method. *Journal of Computational Physics*, 108(1), 51-58.
- [4] Fernandez-Feria, R., & Sanmiguel-Rojas, E. (2004). An explicit projection method for solving incompressible flows driven by a pressure difference. *Computers & fluids*, 33(3), 463-483.
- [5] Tomé, M. F., Mangiavacchi, N., Cuminato, J. A., Castelo, A., & McKee, S. (2002). A finite difference technique for simulating unsteady viscoelastic free surface flows. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 106(2), 61-106.
- [6] Waters, N. D., & King, M. J. (1970). Unsteady flow of an elastico-viscous liquid. *Rheologica Acta*, 9(3), 345-355.
- [7] Van Schaftingen, J. J. (1985). Méthodes d'éléments finis pour les écoulements viscoélastiques (Doctoral dissertation, Thèse de Doctorat Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve).
- [8] Wenchang, T., Wenxiao, P., & Mingyu, X. (2003). A note on unsteady flows of a viscoelastic fluid with the fractional Maxwell model between two parallel plates. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 38(5), 645-650.
- [9] Tomé, M. F., Castelo, A., Ferreira, V. G., & McKee, S. (2008). A finite difference technique for solving the Oldroyd-B model for 3D-unsteady free surface flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 154(2), 179-206.
- [10] Duarte, A. S. R., Miranda, A. I. P., & Oliveira, P. J. (2008). Numerical and analytical modeling of unsteady viscoelastic flows: The start-up and pulsating test case problems. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 154(2), 153-169.

- [11] Ramana Murthy, & Ch. V., Kulkarni, S. B. (2005). Unsteady laminar flow of visco-elastic fluid of second order type between two parallel plates. *Indian Journal of Engineering & Materials Science*, 12, 51-57.
- [12] Mompean, G., & Deville, M. (1997). Unsteady finite volume simulation of Oldroyd-B fluid through a three-dimensional planar contraction. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 72(2), 253-279.
- [13] Xue, S. C., Tanner, R. I., & Phan-Thien, N. (2004). Numerical modelling of transient viscoelastic flows. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 123(1), 33-58.
- [14] Sato, T., & Richardson, S. M. (1994). Explicit numerical simulation of time-dependent viscoelastic flow problems by a finite element/finite volume method. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 51(3), 249-275.
- [15] Xue, S. C., Phan-Thien, N., & Tanner, R. I. (1995). Numerical study of secondary flows of viscoelastic fluid in straight pipes by an implicit finite volume method. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 59(2), 191-213.
- [16] Yue, P., Dooley, J., & Feng, J. J. (2008). A general criterion for viscoelastic secondary flow in pipes of noncircular cross section. *Journal of Rheology*, 52(1), 315-332.
- [17] Norouzi, M., Kayhani, M. H., Shu, C., & Nobari, M. R. H. (2010). Flow of second-order fluid in a curved duct with square cross-section. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 165(7), 323-339.
- [18] Thurston, G. B. (1972). Viscoelasticity of human blood. *Biophysical Journal*, 12(9), 1205-1217.
- [19] Reinke, W. E. R. N. E. R., Johnson, P. C., & Gaehtgens, P. E. T. E. R. (1986). Effect of shear rate variation on apparent viscosity of human blood in tubes of 29 to 94 microns diameter. *Circulation research*, 59(2), 124-132.
- [20] Pries, A. R., Secomb, T. W., Gaehtgens, P., & Gross, J. F. (1990). Blood flow in microvascular networks. Experiments and simulation. *Circulation research*, 67(4), 826-834.
- [21] Tsukada, K., Minamitani, H., Sekizuka, E., & Oshio, C. (2000). Image correlation method for measuring blood flow velocity in microcirculation: correlationwindow'simulation and in vivo image analysis. *Physiological measurement*, 21(4), 459.

- [22] Sugii, Y., Nishio, S., & Okamoto, K. (2002). Measurement of a velocity field in microvessels using a high resolution PIV technique. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 972(1), 331-336.
- [23] Yeow, Y. L., Wickramasinghe, S. R., Leong, Y. K., & Han, B. (2008). Model-Independent Relationships between Hematocrit, Blood Viscosity, and Yield Stress Derived from Couette Viscometry Data. *Biotechnology progress*, 18(5), 1068-1075.
- [24] Long, J. A., Ündar, A., Manning, K. B., & Deutsch, S. (2005). Viscoelasticity of pediatric blood and its implications for the testing of a pulsatile pediatric blood pump. *ASAIO journal*, 51(5), 563 -566.
- [25] Guyton, A. C. (1961). *Textbook of medical physiology*. The American Journal of the Medical Sciences, 242(2), 136.
- [26] Baskurt, O. K., & Meiselman, H. J. (2003, October). Blood rheology and hemodynamics. In *Seminars in thrombosis and hemostasis* (Vol. 29, No. 5, pp. 435-450). New York: Stratton Intercontinental Medical Book Corporation, c1974-.
- [27] Klabunde, R. (2011). *Cardiovascular physiology concepts*. LWW.
- [28] Keshavarz-Motamed, Z., & Kadem, L. (2011). 3D pulsatile flow in a curved tube with coexisting model of aortic stenosis and coarctation of the aorta. *Medical engineering & physics*, 33(3), 315-324.
- [29] Sankar, D. S., & Lee, U. (2009). Mathematical modeling of pulsatile flow of non-Newtonian fluid in stenosed arteries. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 14(7), 2971-2981.
- [30] Ponalagusamy, R., Tamil Selvi, R., & Banerjee, A. K. (2012). Mathematical model of pulsatile flow of non-Newtonian fluid in tubes of varying cross-sections and its implications to blood flow. *Journal of the Franklin Institute*.
- [31] Pontrelli, G. (2000). Blood flow through a circular pipe with an impulsive pressure gradient. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 10(02), 187-202.
- [32] Rojas, H. A. G. (2007). Numerical implementation of viscoelastic blood flow in a simplified arterial geometry. *Medical engineering & physics*, 29(4), 491-496.
- [33] Owens, R. G. (2006). A new microstructure-based constitutive model for human blood. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 140(1), 57-70.

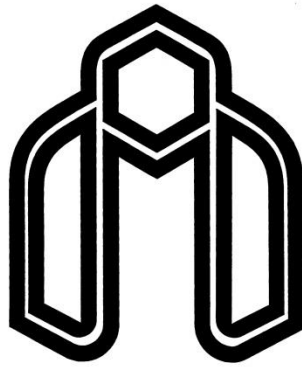
- [34] Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (2007). An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method. Prentice Hall.
- [35] Bird, R. B., Armstrong, R. C., & Hassager, O. (1987). Dynamics of polymeric liquids. Vol. 1: Fluid mechanics.
- [36] White, F. M. (1991). Viscous fluid flow (Vol. 66). New York: McGraw-Hill.
- [37] Einav, S., Berman, H. J., Fuhro, R. L., DiGiovanni, P. R., Fine, S., & Fridman, J. D. (1975). Measurement of velocity profiles of red blood cells in the microcirculation by laser Doppler anemometry (LDA). *Biorheology*, 12(3-4), 207.
- [38] Popel, A. S., & Johnson, P. C. (2005). Microcirculation and hemorrheology. *Annual review of fluid mechanics*, 37, 43.
- [39] White, F. M. (1988). Fluid mechanics, 2nd edn. McGraw-Hill, New York.
- [40] Huilgol, R. R., & Phan-Thien, N. (1997). Fluid mechanics of viscoelasticity: general principles, constitutive modelling, analytical and numerical techniques (Vol. 6). Elsevier Science.

Abstract

In present study unsteady flows are viscoelastic fluids are studied. The focus of study is on flows in closed channel. In first step numerical algorithms are compared. Fractional step was used to solve simple Coette flow. This method is suitable for shear flows like Coette flow and flow between two circulating cylinders. But this method doesn't work for pressure driven flows. This algorithm has problems with problems that include flows. PISO and SIMPLEST are best algorithms for unsteady viscoelastic flows in FVM method.

OpenFOAM is open-source software that include have codes which solve viscoelastic fluid flows with PISO algorithm. This software was used to solve flows equations. In order to solve n simple flows, an applied flow was selected. This flow is blood flow in arteriole. In former study has shown than blood has viscoelastic properties in small vessels. For this purpose a non-linear viscoelastic model was used. There isn't any study which simulates blood with non-linear viscoelastic models. Giesekus model was used in this study. It's shown that only non-linear viscoelastic models can describe blood viscosity behavior in small shear rates. Best magnitude for Giesekus models constant was derived by using experimental data about changing blood viscosity with shear rate. Experimental data about velocity in arteriole of mouse was used for inlet velocity. Results shown that Giesekus model have good ability to simulate wall shear stress of blood.

Secondary flow in straight pipes with non-circular cross section is a classical problem in non-Newtonian fluid mechanics. There are many studies about this flow. But there isn't any study about unsteady case of this problem. Present work is first study about unsteady flows of secondary flows in straight pipes. Flow was simulated in straight pipe with square cross section. Flow was solved in three dimensions. Fully developed condition was used for inlet and outlet. This assumption reduced grid size but equations are solved in three dimensions. Effects of elastic number and mobility factor were studied. Flow is pressure driven. There are oscillations in starting of flows. Amplitude of oscillations has increased by increasing elastic number and mobility factor. Frequency of oscillations was decreased by increasing elastic number and mobility factor.



Shahrood University of Technology
Faculty of Mechanical Engineering

Numerical Investigation of Unsteady Viscoelastic Flows inside the Closed Channels

Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree
of Master of Science (M.Sc)

Amin Shariatkhah

Supervisor
Dr. M. Norouzi

Advisor
Dr. M.R. Heirani Nobari

Date: February 2013