بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مکانیک

گروه جامدات

کنترل ارتعاشات تیر با استفاده از پیزو الکتریک و فیدبک تاخیری

ارائه دهنده : حمیدرضا ملازاده

استاد راهنما:

دکتر اردشیر کرمی محمدی

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ۹۱

دانشگاه صنعتی شاهرود

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۶)

بسمه تعالی

شماره :

تاریخ :

ویرایش :

فرم صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای **حمیدرضا ملازاده** رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی تحت عنوان **کنترل ارتعاشات تیر با استفاده از پیزو الکتریک و فیدبک تاخیری** که در تاریخ ۱۳۹۱/۶/۲۷ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه : خوب امتیاز ۱۷/۱۹) ☐ دفاع مجدد ☐ مردود ☐

۱ـ عالی (۲۰ ـ ۱۹) ۲ـ بسیار خوب (۱۸/۹۹ ـ ۱۸)

۳ـ خوب (۱۷/۹۹ ـ ۱۶) ۴ـ قابل قبول (۱۵/۹۹ ـ ۱۴)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام ونام خانوادگی	مرتبهٔ علمی	امضاء
۱ـ استادراهنما	دکتر اردشیر کرمی محمدی	استادیار	
۲ـ استاد مشاور			
۳ـ نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	دکتر مجتبی قطعی	استادیار	
۴ـ استاد ممتحن	دکتر مهدی بامداد	استادیار	
۵ ـ استاد ممتحن	دکتر حبیب احمدی	استادیار	

رئیس دانشکده :

تقدیم به پدر عزیز و مادر مهربانم

با تشکر از جناب دکتر اردشیر کرمی محمدی و دیگر اساتید دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود که زندگی خود را وقف آموزش دانشجویان کرده‌اند.

تعهد نامه

اینجانب حمیدرضا *ملازاده* دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته *طراحی کاربردی* دانشکده *مکانیک* دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان *کنترل ارتعاشات تیر با استفاده از پیزو الکتریک و فیدبک تاخیری* تحت راهنمائی دکتر *اردشیر کرمی محمدی* متعهد می شوم .

- *تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .*
- *در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .*
- *مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .*
- *کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .*
- *حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.*
- *در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .*
- *در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .*

مالکیت نتایج و حق نشر

- *کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .*
- *استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.*

چکیده:

در سال‌های اخیر استفاده از کنترل فعال ارتعاشات توسعه فراوانی یافته است. تست‌های آزمایشگاهی و عملی، نشان می‌دهد که روش‌های مختلف کنترل فعال ارتعاشات در کاهش ارتعاشات سازه‌ها بسیار موثر می‌باشد. با این حال هنوز مشکلات بسیاری در این روش‌ها وجود دارد. یکی از عواملی که باعث ایجاد مشکل در این روش‌ها می‌شود، وجود تأخیر در پردازش سیستم‌های کنترل، کارکرد سنسورها و محرک‌ها و ... می‌باشد، که باعث اعمال نیروهای نامناسب به سازه مورد کنترل می‌شود. با توجه به اینکه این تأخیرها در اندازه‌گیری متغیرهای سیستم، محاسبات مربوط به بدست آوردن نیروی کنترلر، تولید نیرو توسط محرک و بسیاری عوامل وجود دارد، تأثیر آن بر روی عملکرد کنترلر اجتناب ناپذیر است. با دانستن زمان تأخیر موجود در سیستم و همچنین دانستن مرزهای پایداری تأخیر زمانی سیستم، می‌توان تأثیر نامطلوب این تأخیر زمانی را کاهش داد و سیستم کنترلی را به حالت ایده‌آل نزدیک‌تر کرد.

در این پایان‌نامه، به کنترل تیر اولر- برنولی یکسر گیردار می‌پردازیم و تأثیر تأخیر زمانی برروی آن بررسی شده است. معادلات تیر را در فضای حالت نوشته و از روش‌های کنترلی بهینه برای کنترل آن استفاده می‌شود. با مقایسه حالت‌های تأخیردار و بدون تأخیر، متوجه آثار تأخیر در کنترل می‌شویم. با دانستن مرزهای پایداری و مشخصات سیستم، می‌توان با درنظر گرفتن یک تأخیر محاسبه شده، آثار تأخیرهای موجود در سیستم را کاهش و یا حذف کرد؛ و کارآیی سیستم کنترلی خود را به حالت بهینه آن نزدیک‌تر کرد. همچنین برای مدهای دوم و بالاتر، می‌توان نابجایی عملگر و حسگر را با یک تأخیر زمانی، معادل کرد. با افزودن این تأخیر به تأخیر کل سیستم و با توجه به مرزهای پایداری می‌توان کارکرد سیستم را به حالت بهینه آن نزدیک کرد.

همچنین با توجه به معادلات حاکم بر پیزوالکتریک و مدهای در حال کنترل تیر اولر- برنولی، مکان بهینه برای عملگر بدست می‌آید.

در این پایان نامه نشان داده است که سیستم‌های کنترل بهینه، زمانی کارآیی موثر بر سازه را دارند که زمان تأخیر کنترل و ناهمجایی عملگر و حسگر در نظر گرفته شده باشند.

کلمات کلیدی: کنترل فعال ارتعاشات، تیر اولر- برنولی، تأخیر زمانی، مرز پایداری

فهرست مطالب

فهرست اشکال و نمودارها

فهرست جداول

فصل اول:

مقدمه‌ای بر کنترل ارتعاشات تیر

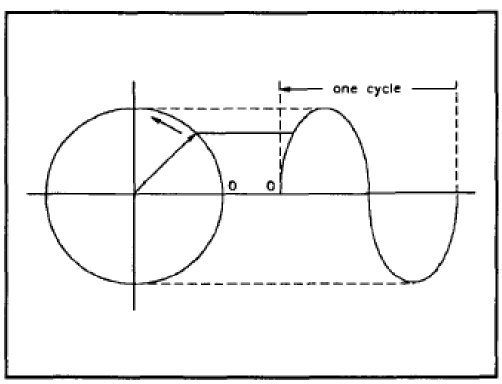
۱-۱-مقدمه:

سازه‌های نسبتاً سبک و انعطاف پذیر بصورت بسیار گسترده در مهندسی مکانیک، هوا فضا، عمران و ... مورد استفاده قرار می‌گیرند. بخاطر انعطاف پذیری آنها، موضوع ارتعاشات در اینگونه سازه ها مطرح می‌شود. هر حرکت فیزیکی یا چرخشی این سازه‌ها منجر به وارد شدن مبحث ارتعاشات در آن سیستم‌ها می‌شود[۱]. این ارتعاشات در بعضی موارد، کاربردی و در بعضی موارد مخرب می‌باشد؛ یعنی در این موارد موجب کاهش کارآیی و در بعضی موارد باعث فروپاشی سازه می‌شوند.

با توجه به انرژی اعمال شده بر سازه، این ارتعاشات ممکن است در حالت دامنه کوچک و یا دامنه بزرگ رخ دهند. حرکت ارتعاشی به سه صورت عمده می‌باشد: حرکت هارمونیک، حرکت پریودیک (تناوبی) و حرکت تصادفی.

۱-۱-۱-حرکت هارمونیک

این حـرکت بصورت مشخص به حرکت با مدل سینوسی و یا از این قبیـل (البته بصورت پیچیده‌تر) اطلاق می‌شود. شکل۱-۱ حرکت هارمونیک را نشان داده است.



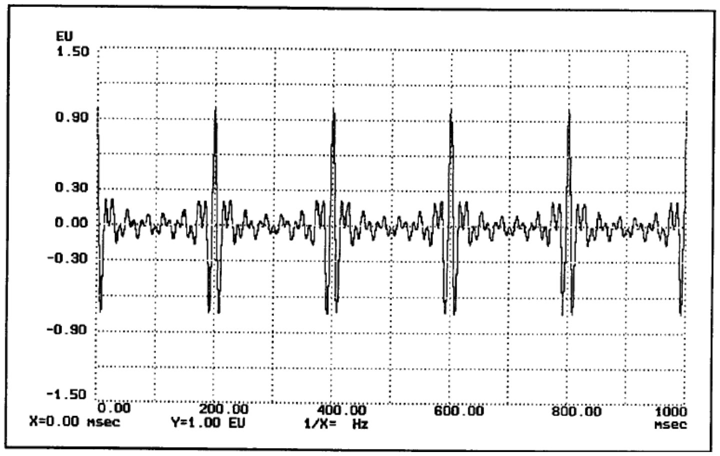
شکل۱-۱- حرکت هارمونیک

کلیه‌ی حرکت‌های هارمونیک، پریودیک نیز می‌باشند؛ یعنی اینکه مکان هر نقطه، در یک زمان مشخص تکرار می‌شود. در سیستم‌های خطی، عدم تعادل در تجهیزات می‌تواند منجر به یک حرکت هارمونیک شود. هرچند، گاهی موارد با توجه به مسائلی از قبیل سایش در چرخ‌دنده‌ها، عیب و ترک در یاتاقان، نامیزانی و... این حرکت

بصورت کاملاً سینوسی مشاهده نمی‌شود. حرکت هارمونیک را می‌توان با یک حرکت بر روی یک دایره، همانند شکل ۱-۱ بدست آورد. توجه شود که تمام حرکات هارمونیک تکرار پذیر هستند.

۱-۱-۲-حرکت پریودیک (تناوبی)

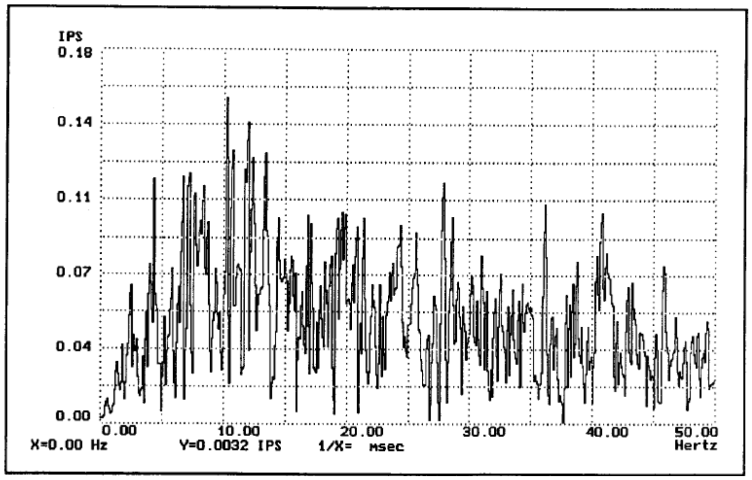
هر حرکتی که در یک بازه زمانی مشخص عیناً تکرار شود را حرکت تناوبی می‌نامند. این نوع حرکت شامل حرکات هارمونیک، ضربان‌ها و... می‌باشد. حرکت هارمونیک در یک بازه زمانی معین، خودش را تکرار می‌کند. این نوع حرکت در شکل ۱-۲ نشان داده شده است.



شکل ۱-۲- حرکت تناوبی

۱-۱-۳-حرکت تصادفی

حرکت تصادفی به حرکتی گفته می‌شود که رفتار غیر قابل پیش‌بینی داشته باشد . این حرکت تمام فرکانس‌ها در یک بازه مشخص زمانی را شامل می‌شود. ارتعاش ورق نازک بر اثر بارش باران از این نوع حرکت می‌باشد. (همانند شکل ۱-۳)



شکل ۱-۳- حرکت تصادفی

۱-۲-کنترل ارتعاشات:

کنترل ارتعاشات برای از بین بردن حرکات نامطلوب[۱] سیستم، که می‌تواند شامل هرکدام از حرکت‌های فوق باشد، صورت می‌گیرد.

در ابتدا، کنترل ارتعاشات با افزایش سختی ساختار، انجام می‌گرفت، سپس کنترل ارتعاشات بصورت غیر فعال[۲] ارائه شد. با گذشت زمان و مشاهده شدن ناکارآمدی‌هایی در این نوع روش کنترل ارتعاشات، کنترل ارتعاشات فعال[۳] مورد بررسی قرار گرفت. سپس ارتعاشات نیمه فعال[۴] مطرح شد، که در بخش دوم به توضیح درباره‌ی آنها می پردازیم.

کنترل ارتعاشات، برای حذف و یا کاهش ارتعاشاتی است که برای کارکرد سیستم نامطلوب است، می‌باشد. با گذشت زمان، روش‌های کارآمدتری بـرای کنترل ارتعاشات ارائه شد. همچنین روش‌هایی برای بهینه سازی کنترل ارائه شدند که در پروسه کنترل انرژی کمتری صرف شود و یا تعداد اجزاء کمتری بر روی سیستم نصب شود.

---

۱ منظور حرکت‌هایی می‌باشد که باعث کاهش یا مختل شدن کارآیی سیستم شود

۲ passive

۳ active

۴ semi-active

اگر ارتعاشات با دامنه کم صورت گیرد، با فرضیاتی ساده شونده قابل قبول، آنها را بصورت خطی تخمین زده و آن را با روش‌های کنترل خطی، کنترل می‌کنند. در جاهایی که دامنه ارتعاشات زیاد می‌شود، دیگر این خطی سازی‌ها قابل قبول نمی‌باشد و باید بصورت غیر خطی تحلیل شوند. همچنین کنترل آن نیز بصورت غیر خطی می‌باشد زیرا کنترل خطی کارآیی کمتری نسبت به غیر خطی دارد. همچنین اگر رفتار ماده نیز غیر خطی شود،کنترلر ما نیز غیر خطی می‌باشد.

کنترل ارتعاشات بر اساس چگونگی اتلاف انرژی ارتعاشات بصورت زیر دسته‌بندی می‌شود:

۱. کنترل غیر فعال (Passive)

۲. کنترل فعال (Active)

۳. کنترل نیمه فعال (Semi-Active)

۱-۲-۱- کنترل غیر فعال

این نوع کنترلر با هدر دادن انرژی ارتعاشات، کار می‌کند. مثلاً یک یا چند دمپر، برروی ساختاری که می‌خواهد کنترل شود، قرار می‌دهند. در این نوع کنترلر، فقط تعداد، میزان اتلافات انرژی، محل آنها و مسائلی از این قبیل، توسط طراح ارائه می‌شود. این نوع کنترلر در بعضی موارد، از جمله سیستم‌هایی که دارای ارتعاش برای کارکرد می‌باشند، ناکارآمد می‌باشد. همچنین برای سیستم‌هایی که دارای حرکت می‌باشند، این کنترلر مناسب نمی‌باشد. از مشکلات اساسی این نوع کنترلر، در بعضی موارد، افزایش وزن آن می‌باشد که جابجایی سازه را مشکل‌ساز می‌کند.

۱-۲-۲- کنترل فعال

این نوع کنترلر، با اعمال مقدار معینی انرژی (مثل نیرو، گشتاور،گرما و ..) بر ساختار کنترل شونده، آن را کنترل می‌کند. این نوع کنترلر با توجه به مسائلی از قبیل نوع ساختار کنترل شونده، سرعت، تغییر مکان و

شتاب نقاطی از ساختار، نوع محرک‌ها، شرایط محیط کارکرد و ... سیستم را کنترل می‌کند. میزان و محل اعمال انرژی با توجه به الگوریتم کنترلر تعیین می‌شود.

۱-۲-۳-کنترل نیمه فعال

این نوع کنترلر، که در اصل ترکیبی از کنترل غیر فعال و فعال است، با توجه به پارامترهای مشخصی، که با توجه به چگونگی کارکرد ساختار تعیین می‌شود، انرژی ارتعاش را دمپ می‌کند. مثلاً با توجه به جابجایی نقاطی از ساختار کنترل شونده، روزنه دمپر را تغییر می‌دهد یعنی در اینجا ضریب دمپینگ متغیر می‌باشد. این نوع کنترلر دارای سنسور برای مشاهده پارامترهای مشخص شده می‌باشد. همچنین می‌تواند برای وارد کردن انرژی به ساختار دارای محرک نیز باشد. این روش نسبت به کنترل فعال دارای هزینه پایین‌تری می‌باشد.

در سیستم های کنترل زمان تأخیری در مراحل کنترل به سیستم وارد می‌شود. این تأخیر زمانی در سنسور، مراحل پردازش داده ها، زمان تحریک و... وجود دارد. اگر این زمان را در نظر نگیریم، ممکن است باعث کاهش کارآیی کنترلر و یا حتی باعث بحرانی‌تر شدن سازه مورد کنترل شود. همچنین بدست آوردن زمان تأخیر نیز بسیار مهم می‌باشد. اگر این زمان درست انتخاب شود، کارآیی کنترلر را بسیار دقیق‌تر می‌کند.

در بعضی موارد، زمان تأخیر در کنترلر بعنوان پارامتر طراحی کنترلر استفاده می‌شود. در این نوع کنترلرها، زمان تأخیر به بسیاری موارد، از جمله مشخصات سیستم، مکان و نوع سنسورها و محرک‌ها، ضرایب وزنی درنظر گرفته شده و ... وابسته می‌باشد و با تغییر هرکدام از این پارامترها، تأخیر زمانی تغییر می‌کند.

در کنترل ارتعاشات، نیروها یا گشتاورهای مناسب به سیستم اعمال می‌شود تا سیستم، همزمان مسیر دلخواه را طی کرده و ارتعاشات گذرا و نامطلوب در آن متوقف شود. کنترل ارتعاشات به همین دلیل نیاز به اطلاعات مستمر از دینامیک حرکت[۱] دارد. روش‌های کنترلی مختلفی از جمله کنترل بهینه[۲] توسط شینا[۱] در سال ۱۹۸۸،

---

[۱] Motion tracking

[۲] Optimal control

روش اجزاء محدود[2] توسط بی[3] در سال ۱۹۸۷، کنترل تطبیقی[4] توسط جتول[5]، کنترل مرزی تطبیقی[6] در سال ۱۹۹۰ توسط یوه[7] و بسیاری روش‌های دیگر اشاره کرد.

۱-۲-۴-کاربرد کنترل ارتعاشات فعال:

کنترل فعال در سال‌های اخیر در بسیاری از حوزه‌های صنعتی، نظامی، راه‌سازی و بخصوص در صنایع هوافضا و تحقیقات فضایی با موفقیت بکار گرفته شده است و تحقیقات مستمری برای بهبود هرچه بیشتر آن هنوز ادامه دارد. بدلیل ارتقاء سیستم‌های کامپیوتری، ارزان شدن و در دسترس بودن روز به روز آنها، کیفیت عملکرد بسیار بهتر سازه‌های مکانیکی با کنترل کننده‌های الکترومکانیکی، پایداری سازه‌ها، سبک نمودن و کاهش ابعاد سازه، خاصیت کنترل از راه دور توسط کنترل کننده‌های بیسیم (خصوصاً در تحقیقات فضایی)، قابلیت استفاده از نرم‌افزار و اتصال و بکارگیری همزمان آن با عملکرد سازه، قابلیت دنبال کردن رفتار سازه بصورت آنلاین و بسیاری قابلیت‌های دیگر باعث شده است که کنترل فعال، خصوصاً در زمینه کنترل و یا از بین بردن ارتعاشات نامطلوب، در بسیاری از سیستم‌ها و سازه‌های مکانیکی جای پای گسترده‌ای باز کند و تحقیقات برای کارآمدتر شدن مداوم آن در بسیاری از مراکز تحقیقاتی بطور مستمر در حال انجام است.

۱-۲-۵-سوابق تحقیقات:

تحقیقات اولیه در مورد سازه‌های هوشمند و کنترل ارتعاشات فعال تیر توسط گلازونوف و همکاران [۷] انجام گرفت. بایلی و هوبارد [۸] در سال ۱۹۸۵ محاسبات ابتدایی را برای محاسبه الگوریتم کنترل با استفاده از بهره ثابت برای کنترل ارتعاشات یک تیر یکسر درگیر با استفاده از پیزوالکتریک بعنوان سنسور و عملگر ارائه نمود.

---

[1] Shina
[2] Finite Element Method
[3] Bay
[4] Adaptive Control
[5] Getoal
[6] Adaptive Boundary Control
[7] Yuh

شین ژانگ و پاول روسچکی [۹] در سال ۱۹۹۹ به کنترل ارتعاشات سازه‌های بلند در مواجهه با نیروی باد پرداخت. تمامی مراحل کار در آزمایشگاه انجام گرفت. روش کنترل با روش کنترل بهینه فعال خطی گاوس انجام گرفت. در این تحقیق، از عملگرهای میرا کننده‌ها با مواد هوشمند مگنتیکی[۱] استفاده شده‌اند.

نارایانان و بالاموروگان [۱۰] در سال ۲۰۰۲ با استفاده از مدل کردن یک تیر هوشمند بصورت پیزولمینیت و با استفاده از سنسور و عملگر بصورت گسترده، به کنترل ارتعاشات تیر پرداختند. سیگنال پسخوراند[۲] بصورت بهره ثابت سرعت که از روش LQR بدست می‌آید، استفاده شد. ضرایب ماتریسی وزنی بگونه‌ای انتخاب شده‌اند که سیستم بهترین عملکرد را داشته باشد.

دران وانگ و یی می هاوونگ [۱۱] در سال ۲۰۰۳ با استفاده از فضای حالت مودال و روش پیشخوراند[۳]و پسخوراند کنترل، ارتعاشات تیر را کاهش دادند. در این روش یک نیروی اندازه‌گیری نشده دلخواه به تیر اعمال شد. به دلیل وجود نیروی خارجی، روش پیشخوراند و پسخوراند هر دو باهم برای کنترل ارتعاشات استفاده شده است تا نتیجه بهتری حاصل گردد.

گاو پینگ سای و همکاران [۱۲] در سال ۲۰۰۳ روشی برای کنترل ارتعاشات سیستم‌های خطی با تأخیر ارائه نمودند. در این تحقیق آن‌ها ابتدا معادله سیستم را برای حالت بدون تأخیر نوشته، سپس با اضافه کردن ترم تأخیر به سیستم، معادلات را بازنویسی کردند. آنها اثبات کردند که تنها زمانی سیستم دچار ناپایداری می‌شود که در طراحی کنترلر اثر تأخیر در نظر گرفته نشود.

---

[۱] Magnetic Rheological

[۲] Feedforward

[۳] Feedback

مایکل بیسین و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۰۴ کنترل بهینه را برای سیستم‌های خطی با تأخیر در ورودی معرفی کردند. در این تحقیق آن‌ها یک جبران‌ساز خطی را برای کنترل فعال ارتعاشات بکار بردند. یک فیلتر با تأخیر و با مشاهده‌گر در سیستم بکار گرفته شده و اثر آن در پاسخ سیستم بررسی گردیده است.

آمور جی نیفنه [۱۴] در سال ۲۰۰۶ کنترل فعال ارتعاشات تیر چرخان را با استفاده از کنترل تأخیردار پسخوراند موقعیت ارائه نمود. در این تحقیق کنترل پسخوراند موقعیت برای یک سازه سبک بطور قابل ملاحظه-ای باعث کاهش ارتعاشات شد. همچنین در این تحقیق، پایداری سازه در تأخیرهای مختلف بررسی و تأخیرهای بحرانی معرفی شده‌اند. علاوه بر این مقایسه‌ای بین کنترل پسخوراند تأخیردار با کنترل مرتبه دو خطی نیز صورت گرفته است.

تیموتی فرجیان و رامین اسفندیاری [۱۵] در سال ۲۰۰۷ یک تیر در حال ارتعاش را برای دو حالت حلقه باز و حلقه بسته ارائه نمودند. آنها با استفاده از شاخص وزن و انرژی پاسخ، سیستم را بهینه و اثر آن را در بهره پسخوراند بررسی نمودند.

چاترجی [۱۶] در سال ۲۰۰۸ با پیشخوراند شتاب تأخیردار بازگشتی روشی برای کنترل ارتعاشات پیشنهاد کرده است. در این تحقیق انتخاب پارامترهای مناسب برای کنترل ارتعاشات با وجود اثر تأخیر در سیستم بررسی شده است. بعلاوه در این تحقیق نشان داده شده است که بهترین انتخاب برای کنترل ارتعاشات اجباری، استفاده از بهره بازگشتی واحد و مقادیر کوچک تأخیر است. همچنین در این تحقیق نشان داده است که مقادیر تأخیر برای پاسخ گذرای سیستم با مقدار تأخیر برای ارتعاش اجباری آن متفاوت است.

خالد الحازا و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۰۹ به کنترل ارتعاشات تیر چند مد فعال با کنترلر تأخیردار، ارائه نمودند. در این تحقیق یک سیستم تک ورودی-تک خروجی را برای کنترل تأخیردار ارتعاشات تیر در نظر

گرفتند. برای طراحی کنترلر و بررسی پایداری از روش کاهش یافته[1] استفاده نمودند. با حذف ترم‌های غیرخطی، معادله تیر را بصورت خطی فرض کرده و دینامیک سازه تیر را بدست آوردند. برای بررسی پایداری سازه یک دسته معادلات تحلیلی را با شرایط مرزی معلوم حل نموده و اثر پایداری را برای حالت بدون کنترل و دارای کنترلر را باهم مقایسه نمودند. همچنین اثر جابجایی پیزوالکتریک‌ها را بر روی سازه بررسی نمودند .

هولبورز و سوبنر [۱۸] در سال ۲۰۰۹ با استفاده از کنترل ارتعاشات فعال و فیلم‌های PVDF و با استفاده از روش آنالیز مدال برای کنترل فعال ارتعاشات اشکالی با هندسه پیچیده که شرایط مرزی آن در دسترس نمی‌باشد، بهره گرفتند. در این تحقیق از فیلم PVDF بعنوان عملگر و سنسور بهره گرفته شده است و با استفاده از کنترلر مدال بر روی یک کنترلر دیجیتال نتایج بررسی شد. همچنین صحت کل مراحل کار با استفاده از نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد.

رام و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۰۹ روشی جدید را برای جانمایی قطب‌های سیستم در فضای حالت برای کنترل فعال تأخیردار ارائه نمودند. آنها نشان دادند برای یک سیستم n درجه آزادی 2n مقدار ویژه وجود دارد. همچنین نشان دادند برای برای یک سیستم با تأخیر، لزوماً قرار دادن 2n مقدار ویژه باعث تنظیم سیستم و یا پایداری آن نمی‌شود. به همین منظور مقادیر ویژه را به دو دسته اولیه و ثانویه تقسیم بندی کردند. مقادیر ویژه اولیه همان 2n مقدار ویژه سیستم است، اما مقادیر ویژه ثانویه مابقی مقادیر ویژه هستند که از تأخیر ایجاد شده‌اند.

ژای چنگ و همکاران [۲۰] در سال ۲۰۱۰ کنترل فعال ارتعاشات تیر را با استفاده از سنسور شتاب‌سنج و عملگر پیزوالکتریک ارائه نمودند. یکی از عوامل بوجود آورنده تأخیر در سیستم، ناهمجایی سنسور و عملگر است. این امر موجب ایجاد تأخیر در سیستم می‌شود که اثرات نامطلوب بر آن دارد. به همین منظور از سنسور

---

[1] Reduce order

شتاب‌سنج با کنترل فعال مد لغزشی برای کنترل ارتعاشات ناشی از اثر خمشی در دو مد اول سازه بهره بردند. همچنین نتایج را بصورت آزمایشگاهی تست کرده و نتایج را با حل عددی مقایسه نمودند.

در این پایان نامه، با توجه به تأخیر موجود در سیستم و ناهمجایی عملگر و حسگر، و همچنین با توجه به مرزهای پایداری سیستم، می‌خواهیم اثر این تأخیرات را بررسی کرده و راه حل‌هایی برای حذف آن ارائه نماییم.

فصل دوم:

چگونگی کارکرد مواد پیزوالکتریک در کنترل ارتعاشات

سنسورها و محرک‌ها در سیستم‌های کنترلی نقش اساسی دارند. کارآیی بهینه آنها باعث بهبود شرایط کنترل می‌شود؛ برای همین شناختن صحیح این مواد در کنترل ارتعاشات ضروری و اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. از جمله این مواد، می‌توان به مواد پیزوالکتریک اشاره کرد. این مواد با توجه به ساختار بلوری آنها می‌توانند انرژی الکتریکی را به مکانیکی تبدیل کنند و بالعکس. برای همین از این مواد می‌توان هم بصورت سنسور و هم بصورت عملگر استفاده کرد.

۲-۱-مقدمات و اصول پیزو الکتریسیته

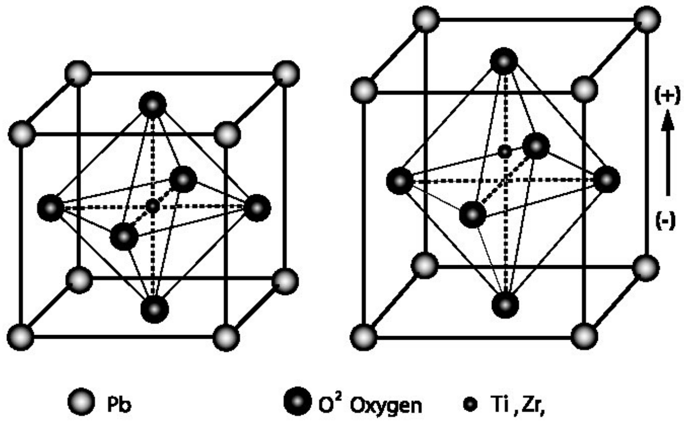
این بخش درباره خواص مواد پیزوالکتریک بحث می‌کند[۶]. فرض عمده در این بخش خطی بودن مواد پیزوالکتریک می‌باشد که بوسیله مجموعه معادلات تانسوری بیان می‌شود. پیزوالکتریک‌هایی به سه حالت محرک، سنسور و کاهش دهنده‌ی (سرکوب کننده) انرژی ارتعاشی ساختارها قابل استفاده می‌باشند. در حالت محرک، پیزوالکتریک‌هایی که به ساختار انعطاف‌پذیر متصل می‌باشند، یک گشتاور را تولید می‌کند (البته در بعضی موارد، پیزوالکتریک‌ها نیرو هم تولید می‌کنند). در حالت سنسور، کرنش جسم توسط پیزوالکتریک اندازه‌گیری می‌شود و در حالتی که سرکوب کننده‌ی انرژی ارتعاشی می‌باشد، نیری ارتعاشی را هدر می‌دهد. این یک روش برای کنترل ارتعاشات سیستم‌ها می‌باشد که با حذف انرژی ارتعاشی سیستم را می‌خواهند پایدار کنند. این روش نسبت به روش کنترل ارتعاشات فعال توانایی پایین‌تری در کنترل ارتعاشات ساختارها دارد. باید توجه داشت که برای کنترل فعال ارتعاشات ساختارها، داشتن معادلات دینامیکی و ارتعاشی ساختارها بسیار لازم و ضروری می‌باشد (روش‌های کنترل فعال ارتعاشات وابسته به دینامیک ساختار می‌باشد). یکی از دلایلی که دینامیک ساختار برای ما مهم است، این است که در جاهایی است که حالت بحرانی[۱] ایجاد می‌شود، کنترلر ما باعث رفع و یا کاهش ارتعاشات آن شود. همچنین می‌توان کنترلر بدست آمده را برای حالت‌های دیگر ساختار نیز گسترش داد.

---

[۱]. منظور از حالت بحرانی ، حالتی می‌باشد که ارتعاشات ایجاد شده در ساختار، باعث کاهش کارآیی و دقت آن سازه شود.

۲-۲- سرامیک‌های پیزوالکتریک

سرامیک‌های پیزوالکتریک بصورت جرمی از کریستال‌های پروفسکیت[۱] می‌باشند. هر بلور کریستال از یون آهن ۴ ظرفیتی که درون شبکه‌ی دو ظرفیتی یون آهن و o_2 جای داده شده، درست شده است، بطوریکه در شکل شماره ۲-۱ نشان داده شده است.



شکل۲-۱- ساختمان سرامیک پیزوالکتریک قبل و بعد از قطبی شدگی

برای تهیه کردن سرامیک پیزوالکتریک، مخلوط پودرهای ریز اکسیدهای آهن را با نسبت‌های خاصی، گرم می‌کنند تا شکل یکنواختی بخود بگیرد. این پودر با چند چسب مایه‌ی آلی[۲] مخلوط شده و به صورت‌های صفحه، میله و... فرم داده می‌شود. این اشکال در مدت زمان مشخصی و تحت دمای معینی حرارت داده می‌شوند، بطوریکه یکی از نتایج این پروسه ، پودر زینترن[۳] با ساختار بلورین چگالی می‌باشد. این اجزاء خنک شده و اگر لازم باشد به صورت شکل‌های خاصی در می‌آیند.

در یک دمای بحرانی، که دمای کوری[۴] شناخته می‌شود، هر کریستال درگرم شدن جزء عنصر سرامیکی به شکل مکعب متقارن با گشتاور دو قطبی نشان داده می‌شود، بطوریکه در شکل ۲-۲ نشان داده شده است. در پایین دمای کوری، هر کریستال چهار کنج متقارن دارد و دارای یک گشتاور دو قطبی است. در داخل هر ناحیه

---

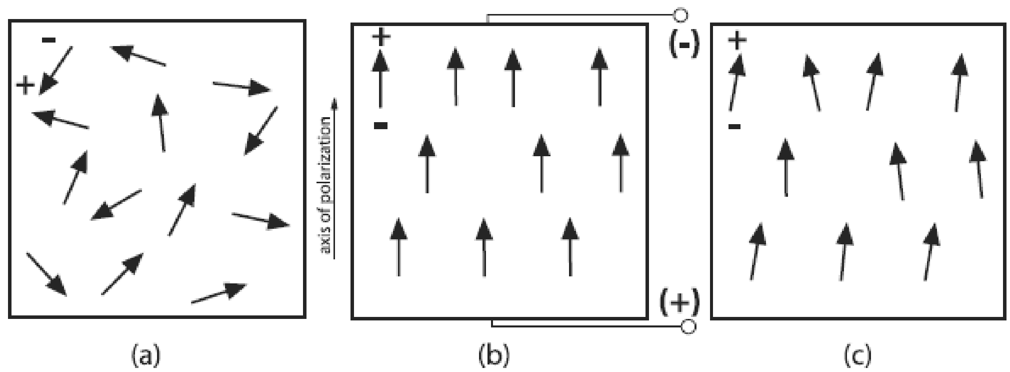
۱ perovskite

۲ organic binder

۳ sinter

۴ currie Temp

فرم دی‌کوپل دو قطبی در هر محل (بصورت موضعی) را دارا می‌باشد. این امتداد در هر شبکه از بلور دارای یک گشتاور دو قطبی بطرف میدان است و در نتیجه شبکه دارای دو قطبی‌های محلی می‌باشد. در ابتدا این دو قطبی‌ها بصـورت تصادفی در داخل سرامیک مـی‌باشد و کل سرامیک دوقطبی کلی نـدارد. بطوریکه در شـکل ۲-۲(a) نمایش داده شده است.

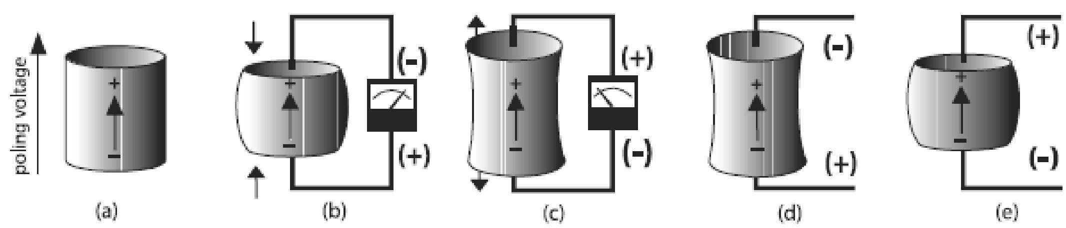


شکل۲-۲- مراحل قطبی کردن سرامیک پیزوالکتریک

با ایجاد یک میدان الکتریکی نیرومند بوسیله‌ی یک جریان DC در دمای کمی زیر دمای کوری (همانند شکل ۲-۲(b)) می‌توان این دو قطبی‌ها را در جهت خواسته شده سوق داد. به این عمل "قطبی کردن" سرامیک گفته می‌شود. دو قطبی‌های موجود در سرامیک با توجه به جریان DC به سمت خواسته شده سوق داده می‌شود و تقریبا سرامیک با دو قطبی‌های هم جهت تشکیل می‌شود. وقتی که میدان الکتریکی برداشته شود بیشتر دو قطبی‌ها درون پیکربندی قفل شده‌اند (شکل ۲-۲(c)). این عنصر حالا دارای دوقطبی دائمی می‌باشد. توجه شود افزایش طولی بواسطه‌ی منظم کردن دوقطبی‌ها درون پیکربندی داریم که در رنج بسیار کوچک (حدود میکرون) می‌باشد.

خاصیت دو قطبی شدن سرامیک پیزوالکتریک در شکل‌های ۲-۳ نشان داده شده است. توجه شود که فشار یا کشش مکانیکی می‌تواند به واسطه دو قطبی‌های درون ساختار سرامیک انرژی الکتریکی تولید کند. فشار در امتداد جهت دو قطبی‌شدگی یا کشش در جهت عمودبر دو قطبی‌شدگی ، ولتاژی در جهت قطبیت ایجاد می‌کند (شکل ۲-۳(b)). همچنین کشش در جهت دو قطبی یا فشار در جهت عمود بر دو قطبی می‌تواند ولتاژی مخالف

با جهت دو قطبی‌شدگی ایجـاد کند (شکل۲-۳(c)). وقتی که عملیاتی بصـورت‌های فوق انجام گیرد، پیزوالکتریک‌ها به عنوان یک سنسور عمل کرده است. یعنی در حالتی که انرژی مکانیکی تبدیل به انرژی الکتریکی می‌شود، سرامیک پیزوالکتریک‌ها بصورت یک سنسور عمل می‌کند. مقدار ولتاژی که بوسیله‌ی فشار در ماده‌ی پیزوالکتریک تولید می‌شود رابطه‌ی خطی با فشار دارد که ضریب تناسب آن، وابسته به خواص ماده است. اگر به سرامیک پیزوالکتریک ولتاژی در جهت دو قطبی داخلی اعمال شود، سرامیک پیزوالکتریک طولش زیاد و در نتیجه قطرش کم می‌شود (شکل ۲-۳(d)). اگر ولتاژ اعمالی در خلاف جهت دو قطبی داخلی اعمال شود ماده‌ی پیزوالکتریک، می‌خواهد منقبض و در نتیجه پهن‌تر شود (شکل ۲-۳(e)). اگر یک ولتاژ A.C بر ماده‌ی پیزوالکتریک واردشود، عنصر پیزوالکتریک می‌خواهد بصورت تناوبی منبسط و منقبض شود (با توجه به فرکانس ولتاژ کاربردی). وقتی ماده پیزوالکتریک، بصورت فوق عمل می‌کند سرامیک پیزوالکتریک بعنوان محرک بکار گرفته شده است. در این حالت تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی مکانیکی می‌باشد.



شکل ۲-۳- چگونگی عملکرد مواد پیزوالکتریک در حالت های سنسور و محرک

۲-۳- معادلات ساختاری پیزوالکتریک

در این بخش معادلاتی را که خواص الکترومکانیکال مواد پیزوالکتریک را تعریف می‌کند، مطرح می‌شود. این معادلات برپایه‌ی استاندارد IEEE[1] برای مواد پیزوالکتریک می‌باشد. این استاندارد فرض کرده است که مواد پیزوالکتریک خطی می‌باشد. این استاندارد در میدان‌های الکتریکی پایین به نتیجه مطلوبی می‌رسد که مقدار

---

[1] Institute of Electrical and Electronics Engineers

تنش مکانیکی کمی در مواد پیزوالکتریک تولید می‌کند و در این ناحیه، منحنی تنش بر حسب میدان الکتریکی تقریباً بصورت خطی می‌باشد.

البته باید توجه شود که تحت میدان‌های الکتریکی بالا، میزان تنش حاصل شده نیز بسیار زیادی باشد و رابطه‌ی این دو کاملاً غیر خطی می‌باشد. توجه شود ما در اینجا بیشتر با رفتار خطی مواد پیزوالکتریک سر و کار داریم. پس برای بیشتر بخش‌ها فرض ما این است که مبدل پیزوالکتریک ما، تحت میدان الکتریکی پایین و همچنین تحت تنش مکانیکی پایین قرار دارد، که در ناحیه‌ی رفتار خطی این ماده قرار داشه باشیم، و بتوانیم از معادلات زیر استفاده کنیم.

وقتی که سرامیک قطبی شده پیزوالکتریک تحت کشش مکانیکی قرار می‌گیرد (یا فشار مکانیکی)، یک میزان بار الکتریکی برروی سطح ماده تشکیل می‌شود. این خاصیت بعلت جهت دار بودن دو قطبی‌های پیزوالکتریک در داخل سرامیک پیزوالکتریک می‌باشد و با توجه به این خاصیت، ماده‌ی پیزوالکتریک می‌تواند بعنوان سنسور عمل کند. بعلاوه اگر الکترودهایی (یا دوقطبی‌هایی) روی سطح پیزوالکتریک باشد که بتواند بطور پیوسته بار الکتریکی تولید شده روی سطح را جمع کند (خنثی کند)، این پیزوالکتریک می‌تواند به عنوان دمپ کننده انرژی، برای کاهش ارتعاشات سیستم‌ها، استفاده شود، که به دمپینگ موازی پیزوالکتریک[۱] معروف می‌باشد. این روش کنترل، به کنترل غیرفعال[۲] معروف می‌باشد.

معادلات ساختاری[۳]، خواص مواد پیزوالکتریک را تعریف می‌کند. این معادلات بر پایه‌ی این فرض است که مجموع کرنش در مبدل‌های پیزوالکتریک برابر با جمع کرنش‌های مکانیکی ایجاد شده بوسیله‌ی تنش‌های مکانیکی اعمالی و تحریک قابل کنترل کرنش بدلیل اعمال ولتاژ الکتریکی می‌باشد. محور ۱ برابر محور x ، محور ۲ برابر محور y و محور ۳ منطبق بر محور z است، که در شکل ۲-۴ مشخص شده است. محور ۳ برای مواد

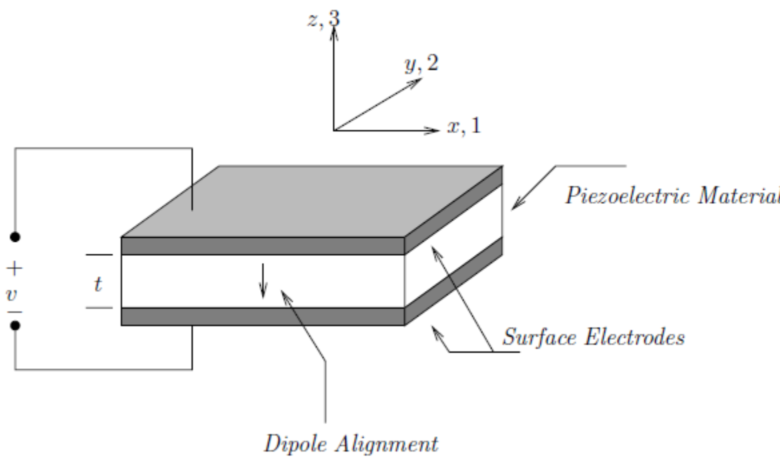
---

[۱] Piezoelectric shunt damping

[۲] Passive

[۳] constitutive Eq.

پیزوالکتریک در جهت دو قطبی‌های اولیه پیزوسرامیک و محورهای ۱ و ۲ عمود بر محور ۳ می‌باشند که در شکل ۲-۴ به وضوح نشان داده شده است.



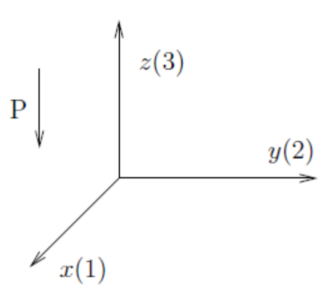
شکل ۲-۴- محورهای ماده پیزوالکتریک

بیان معادلات الکترومکانیکال برای مواد پیزوالکتریک خطی بصورت زیر می‌باشد:

$$\varepsilon_i = S_{ij}^{E}\sigma_j + d_{mi}E_m \qquad (۲-۱)$$

$$D_m = d_{mi}\sigma_i + \xi_{ik}^{\sigma}E_k \qquad (۲-۲)$$

که اندیس‌های i،j=۱،...،۶ و m،k=۳،۲،۱ با توجه به جهت‌های متفاوت درون سیستم مختصات می‌باشد که در شکل ۲-۵ نشان داده شده است.



#	Axis
1	x
2	y
3	z
4	Shear around x
5	Shear around y
6	Shear around z

شکل ۲-۵- نامگذاری محورها

معادلات بالا را بعضی مواقع بصورت زیر نمایش می‌دهند، که برای کاربردهای حس کردن (در حالت سنسور) مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\varepsilon_i = S_{ij}^{D}\sigma_j + g_{mi}D_m \qquad (۲-۳)$$

$$E_i = g_{mi}\sigma_i + \beta_{ik}^{\sigma}D_k \qquad (۲-۴)$$

که :

σ..... بردار تنش (N/m^2)

ε..... بردار تنش (m/m)

E..... بردار میدان الکتریکی بکار گرفته شده(V/m)

ξ..... نفوذ پذیری الکتریکی(F/m)

d..... ماتریس ثابت های کرنش پیزوالکتریک(m/V)

S..... ماتریس ضرایب تسلیم (m^2/N)

D..... بردار تغییر مکان الکتریکی (C/m^2)

g..... ماتریس ثابت‌های پیزوالکتریک (m^2/C)

β.....عکس نفوذ پذیری الکتریکی جزء(m/F)

همچنین بالا نویس‌های D، E و σ بترتیب حاکی از این است که اندازه‌گیری‌های بکاربرده شده با توجه به جابجایی ثابت، میدان الکتریکی ثابت و تنش ثابت است.

معادلات ۲-۱ و ۲-۳ تأثیر معکوس پیزوالکتریک را بیان می‌کند که در زمانی که ماده بصورت محرک مورد استفاده قرار می‌گیرد، بکار برده می‌شود. از طرف دیگر معادلات ۲-۲ و ۲-۴ تأثیر مستقیم پیزوالکتریک ماده را بیان می‌کند، برای وقتی که ماده بصورت سنسور استفاده شود، بکار برده می‌شود. تأثیر معکوس پیزوالکتریک در بعضی موارد برای تعیین ضرایب پیزوالکتریک استفاده می‌شود.

در فرم ماتریسی، معادلات ۲-۱ و ۲-۴ بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\\varepsilon_2\\\varepsilon_3\\\varepsilon_4\\\varepsilon_5\\\varepsilon_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}S_{11}&S_{12}&S_{13}&S_{14}&S_{15}&S_{16}\\S_{21}&S_{22}&S_{23}&S_{24}&S_{25}&S_{26}\\S_{31}&S_{32}&S_{33}&S_{34}&S_{35}&S_{36}\\S_{41}&S_{42}&S_{43}&S_{44}&S_{45}&S_{46}\\S_{51}&S_{52}&S_{53}&S_{54}&S_{55}&S_{56}\\S_{61}&S_{62}&S_{63}&S_{64}&S_{65}&S_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_1\\\sigma_2\\\sigma_3\\\sigma_4\\\sigma_5\\\sigma_6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}d_{11}&d_{21}&d_{31}\\d_{12}&d_{22}&d_{32}\\d_{13}&d_{23}&d_{33}\\d_{14}&d_{24}&d_{34}\\d_{15}&d_{25}&d_{35}\\d_{16}&d_{26}&d_{36}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_1\\E_2\\E_3\end{bmatrix} \tag{۵-۲}$$

$$\begin{bmatrix}D_1\\D_2\\D_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}d_{11}&d_{21}&d_{31}\\d_{12}&d_{22}&d_{32}\\d_{13}&d_{23}&d_{33}\\d_{14}&d_{24}&d_{34}\\d_{15}&d_{25}&d_{35}\\d_{16}&d_{26}&d_{36}\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}\sigma_1\\\sigma_2\\\sigma_3\\\sigma_4\\\sigma_5\\\sigma_6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}e^{\sigma}_{11}&e^{\sigma}_{12}&e^{\sigma}_{13}\\e^{\sigma}_{21}&e^{\sigma}_{22}&e^{\sigma}_{23}\\e^{\sigma}_{31}&e^{\sigma}_{32}&e^{\sigma}_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_1\\E_2\\E_3\end{bmatrix} \tag{۶-۲}$$

در بعضی متون‌ها نماد گذاری زیر، برای تغییر شکل برشی (کرنش برشی) استفاده می‌شود:

$$\gamma_{23}=\epsilon_4$$
$$\gamma_{31}=\epsilon_5$$
$$\gamma_{12}=\epsilon_6$$

برای تنش کرنش برشی نیز :

$$\tau_{23}=\sigma_4$$
$$\tau_{31}=\sigma_5$$
$$\tau_{12}=\sigma_6$$

با فرض اینکه ماده در راستای محور ۳ قطبی شده است و اینکه ماده پیزوالکتریک بصورت یک ماده همسانگرد عمود می‌باشد، بعضـی از پارامترهایی که در ماتریس فوق استفاده شده است صفر می‌باشد و بعضـی دیگر از پارامترها، که غیر صفر هستند، با توجه به دیگر پارامترها تعیین می‌شوند.

$$S_{11}=S_{22}$$
$$S_{13}=S_{31}=S_{23}=S_{32}$$
$$S_{12}=S_{21}$$
$$S_{44}=S_{55}$$
$$S_{66}=2(S_{11}-S_{12})$$

ثابت‌های کرنش پیزوالکتریک غیر صفر نیز به شرح زیر می‌باشد:

$$d_{31}=d_{32}$$

$$d_{15} = d_{24}$$

و در آخر، ثابت‌های دی‌الکتریک غیر صفر نیز $e_{11}^{\sigma} = e_{22}^{\sigma}$ و e_{33}^{σ} می‌باشد. در این صورت معادلات ۲-۵ و ۲-۶ بصورت زیر ساده می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(S_{11} - S_{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (۲-۷)$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11}^{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & e_{11}^{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & e_{33}^{\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (۲-۸)$$

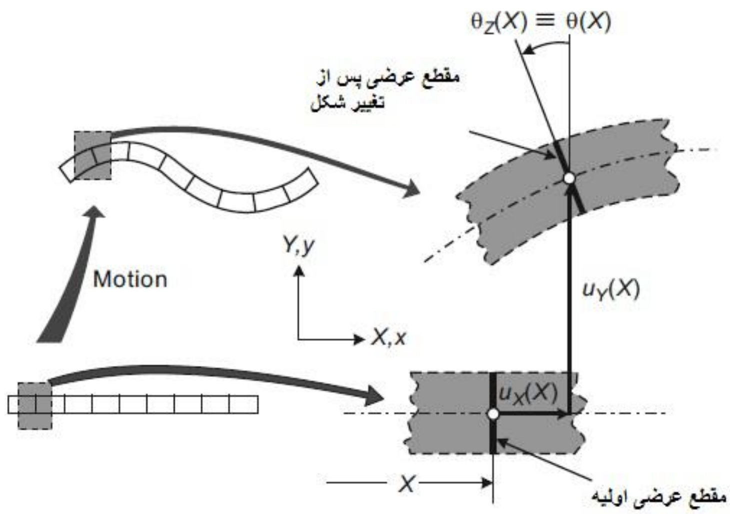
" ثابت کرنش پیزوالکتریک" (d) بصورت نسبت کرنش آزاد رشد یافته به میدان الکتریکی مورد نیاز تعریف می‌شود. زیرنویس d_{ij} بر این موضوع دلالت می‌کند که میدان الکتریکی مورد نیاز یا بار داده شده به خود در جهت i برای تغییر مکان یا نیرو در جهت j می‌باشد.

فصل سوم:

معادلات اساسی تیر، معادلات کنترلر و معیار پایداری کنترلر

۳-۱-معادلات تیر اولر- برنولی:

در تئوری اولر-برنولی، از چرخش سطح در مقایسه با خیز صفحه میانی صرف نظر می شود. در این حالت خطوط راست عمود بر صفحه میانی پس از تغییر شکل، راست و عمود بر صفحه میانی باقی می‌مانند. همچنین خیز در مقایسه با ضخامت تیر، بسیار کوچک می‌باشد. این تئوری برای تیرهایی صادق است که نسبت طول به ضخامت آن حداقل ۱۰ برابر باشد.[۴]



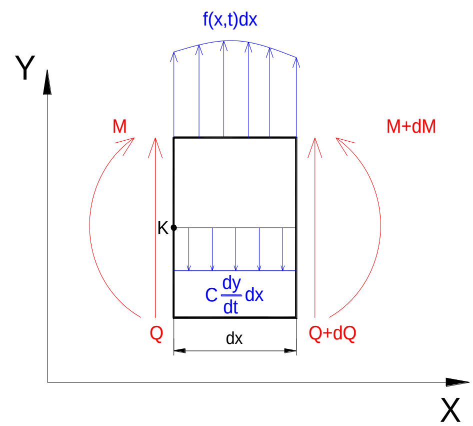
شکل۳-۱ : مدل تیر اولر-برنولی

تئوری اولر- برنولی عموماً بصورت تئوری کلاسیک مطرح می‌شود. فرضیات در نظر گرفته شده برای تیر اولر-برنولی بشرح زیر می‌باشد[۵]:

۱. محور طولی مستقیم بوده و مقطع تیر دارای تقارن صفحه‌ای می‌باشد. در نتیجه تمام بارهای عرضی وارد برمقطع تیر بصورت صفحه‌ای باقی می‌ماند.
۲. مقطع عرضی ثابت فرض می‌شود، یعنی از تغییرات آن صرف نظر می‌شود.
۳. مقطع تیر همواره بر محور خنثی تیر، عمود باقی می‌ماند.

۴. تغییر شکل عرضی و چرخش به اندازه‌ای کوچک در نظر گرفته می‌شوند که فرضیات تغییر شکل بی-نهایت کوچک را می‌توان در آن اثر داد.

۵. مواد تشکیل دهنده تیر همواره در ناحیه الاستیک می‌باشند.



شکل ۳-۲- المان یک تیر تحت اثر خمش

با توجه به شکل ۳-۲ داریم:

$$\sum F_y = 0$$

$$Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}dx - Q(x,t) - c\frac{dy(x,t)}{dt}dx + f(x,t)dx = m(x)dx\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}dx - c\frac{dy(x,t)}{dt}dx + f(x,t)dx = m(x)dx\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \qquad (۱\text{-}۳)$$

همچنین در نقطه K داریم:

$$\sum M_z = 0$$

$$\left[M(x,t) + \frac{\partial M(x,t)}{\partial x}dx\right] - M(x,t) + \left[Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}dx\right]dx - c\frac{dy(x,t)}{dt}dx\left(\frac{dx}{2}\right) + f(x,t)dx\left(\frac{dx}{2}\right) = 0 \qquad (۲\text{-}۳)$$

با صرف نظر از معادلات درجه دوم dx معادله فوق بصورت زیر می‌شود:

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial x} + Q(x,t) = 0 \tag{۳-۳}$$

با جایگذاری معادله (۳-۳) در (۳-۱) و با حذف dx از دوطرف معادله، داریم:

$$-\frac{\partial^2 \mathrm{M}(\mathrm{x,t})}{\partial \mathrm{x}^2} - \mathrm{c}\frac{\mathrm{dy}(\mathrm{x,t})}{\mathrm{dt}} + \mathrm{f}(\mathrm{x,t}) = \mathrm{m}(\mathrm{x})\frac{\partial^2 \mathrm{y}(\mathrm{x,t})}{\partial \mathrm{t}^2} \tag{۴-۳}$$

با استفاده از روابط مکانیک مواد داریم:

$$M(x,t) = \mathrm{EI}(\mathrm{x})\ \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial \mathrm{x}^2} \tag{۵-۳}$$

همچنین می‌دانیم:

$$\mathrm{m}(x) = \rho A(x) \tag{۶-۳}$$

با جایگذاری معادلات (۳-۵) و (۳-۶) در معادله‌ی (۱-۴) داریم:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}\right) + c\frac{dy(x,t)}{dt} + \rho A(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = f(x,t) \tag{۷-۳}$$

که معادله فوق، معادله تیر اولر- برنولی می‌باشد.

اگر سطح مقطع ثابت باشد، معادله تیر اولر-برنولی بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\rho A\ddot{y} + c\dot{y} + EIy^{(4)} = f(s,t) \tag{۸-۳}$$

۳-۱-۱-جداسازی متغیرها:

با استفاده از بسط گالرکین، می‌توان تابع خیز تیر را که وابسته به مکان و زمان می‌باشد را بصورت ضرب دو تابع، که یکی وابسته به زمان و دیگری وابسته به مکان است، در نظر گرفت. در این صورت داریم:

$$y(s,t)=\sum_{n=1}^{N}\mathrm{\varphi_n(s)}\times\mathrm{u_n(t)}\qquad(۳-۹)$$

که $\mathrm{\varphi_n(s)}$ شکل مد n-ام تیر می‌باشد. تابع $\mathrm{\varphi_n(s)}$ برای تیرهای یکسر درگیر بصورت زیر می‌باشد:

$$\mathrm{\varphi_n(s)}=C_n\{\cosh(r_n s)-\cos(r_n s)-\sigma_n[\sinh(r_n s)-\sin(r_n s)]\}\qquad(۳-۱۰)$$

که :

$$\sigma_n=\frac{\cosh(r_n l)+\cos(r_n l)}{\sinh(r_n l)+\sin(r_n l)}\qquad(۳-۱۱)$$

و r_n مرتبط با n-امین فرکانس طبیعی تیر می‌باشد و از معادله مشخصه زیر تعیین می‌شود:

$$1+\cosh(r_n l)+\cos(r_n l)=0\qquad(۳-۱۲)$$

ضریب C_n با استفاده از خاصیت تعامد شکل مدها تعیین می‌شود.

رابطه r_n و فرکانس طبیعی تیر بصورت زیر می‌باشد:

$$r_n=\sqrt[4]{\frac{\omega^2}{\frac{EI}{\rho A}}}\qquad(۳-۱۳)$$

با جایگذاری معادله (۳-۹) در (۳-۸) داریم:

$$\rho A\sum_{i=1}^{\mathrm{N}}\mathrm{\varphi_i(s)}\frac{\partial^2\left(\mathrm{u_i(t)}\right)}{\partial t^2}+c\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{N}}\mathrm{\varphi_i(s)}\frac{\partial\left(\mathrm{u_i(t)}\right)}{\partial t}+EI\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{N}}\mathrm{u_i(t)}\frac{\partial^4\left(\mathrm{\varphi_i(s)}\right)}{\partial x^4}=f(s,t)\qquad(۳-۱۴)$$

با توجه به معادلات (۳-۱۲) و (۳-۱۳) داریم:

$$\frac{\partial^4\left(\mathrm{\varphi_i(s)}\right)}{\partial x^4}=\frac{{\omega_i}^2\rho A}{EI}\mathrm{\varphi_i(s)}\qquad(۳-۱۵)$$

با جایگذاری معادله فوق در (۳-۱۴) داریم:

$$\rho A\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{N}}\mathrm{\varphi_i(s)}\frac{\partial^2\left(\mathrm{u_i(t)}\right)}{\partial t^2}+c\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{N}}\mathrm{\varphi_i(s)}\frac{\partial\left(\mathrm{u_i(t)}\right)}{\partial t}+\rho A\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{N}}{\omega_i}^2\mathrm{u_i(t)\varphi_i(s)}=f(s,t)\qquad(۳-۱۶)$$

با قرار دادن $\mu = \frac{c}{\rho A}$، داریم:

$$\rho A\left(\sum_{i=1}^{N}\varphi_i(s)\frac{\partial^2\left(u_i(t)\right)}{\partial t^2}+\mu\sum_{i=1}^{N}\varphi_i(s)\frac{\partial\left(u_i(t)\right)}{\partial t}+\sum_{i=1}^{N}\omega_i{}^2 u_i(t)\varphi_i(s)\right)=f(s,t) \qquad (۳-۱۷)$$

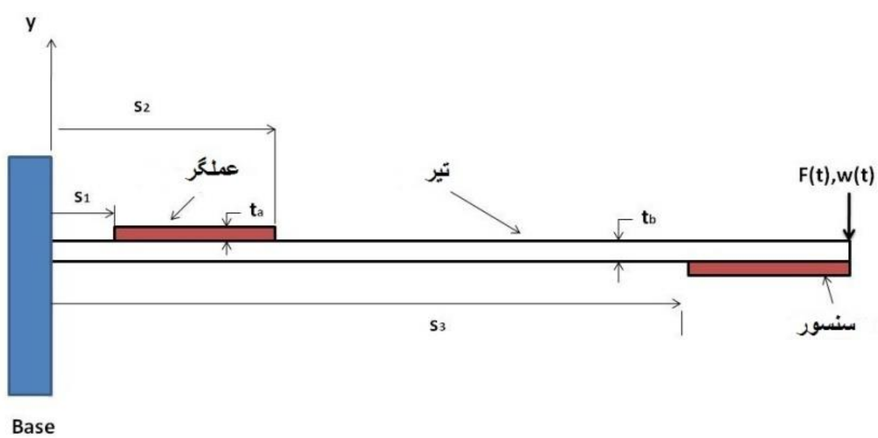
با توجه به اینکه محرک ما از مواد پیزوالکتریک می‌باشد، داریم [۱۷]:

$$f(s,t)=\frac{\partial^2 M}{\partial s^2} \qquad (۳-۱۸)$$

که M ممان خمشی است که توسط پیزوالکتریک به تیر وارد می‌شود و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$M = bd_{31}E_a(t_a+t_b)V_a(t)[H(s-s_1)-H(s-s_2)] \qquad (۳-۱۹)$$

که b و t_a بترتیب عرض و ضخامت محرک پیزوالکتریک می‌باشد؛ d_{31} ثابت پیزوالکتریک می‌باشد که در فصل دوم به معرفی آن پرداخته شده است. E_a مدول یانگ پیزوالکتریک و t_b ضخامت تیر است. $V_a(t)$ ولتاژ کنترل و $H(s)$ تابع پله واحد می‌باشد. s_1 و s_2 نیز بترتیب مختصات شروع و پایان محرک پیزوالکتریک می‌باشد، که در شکل ۳-۳ نشان داده شده است.



شکل ۳-۳- تیر با محرک و سنسور پیزوالکتریک

با استفاده از معادلات (۳-۱۸) و (۳-۱۹) داریم:

$$f(s,t)=\frac{\partial^2(bd_{31}E_a(t_a+t_b)V_a(t)[H(s-s_1)-H(s-s_2)])}{\partial s^2} \qquad (۳-۲۰)$$

با جایگذاری (۳-۲۰) در (۳-۱۷) داریم:

$$\rho A\left(\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\varphi_{\mathrm{i}}(\mathrm{s})\frac{\partial^2\left(\mathrm{u_i(t)}\right)}{\partial t^2}+\mu\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\varphi_{\mathrm{i}}(\mathrm{s})\frac{\partial\left(\mathrm{u_i(t)}\right)}{\partial t}+\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\omega_i{}^2\mathrm{u_i(t)}\varphi_{\mathrm{i}}(\mathrm{s})\right)=\frac{\partial^2(bd_{31}E_a(t_a+t_b)V_a(t)[H(s-s_1)-H(s-s_2)])}{\partial s^2} \tag{۳-۲۱}$$

با ضرب کردن معادله فوق در $\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s})$ و انتگرال گیری آن از 0 تا ℓ داریم:

$$\int_0^\ell\rho A\left(\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\varphi_{\mathrm{i}}(\mathrm{s})\frac{\partial^2\left(\mathrm{u_i(t)}\right)}{\partial t^2}+\mu\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\varphi_{\mathrm{i}}(\mathrm{s})\frac{\partial\left(\mathrm{u_i(t)}\right)}{\partial t}+\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\omega_i{}^2\mathrm{u_i(t)}\varphi_{\mathrm{i}}(\mathrm{s})\right)\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s})\mathrm{ds}=\int_0^\ell\frac{\partial^2(bd_{31}E_a(t_a+t_b)V_a(t)[H(s-s_1)-H(s-s_2)])}{\partial s^2}\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s})\mathrm{ds} \tag{۳-۲۲}$$

سمت راست معادله فوق را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned}&\int_0^\ell\frac{\partial^2(bd_{31}E_a(t_a+t_b)V_a(t)[H(s-s_1)-H(s-s_2)])}{\partial s^2}\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s})\mathrm{ds}\\&=\int_0^\ell\frac{\partial\left[\frac{\partial(bd_{31}E_a(t_a+t_b)V_a(t)[H(s-s_1)-H(s-s_2)])}{\partial s}\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s})\right]}{\partial\mathrm{s}}ds\\&-\int_0^\ell\frac{\partial(bd_{31}E_a(t_a+t_b)V_a(t)[H(s-s_1)-H(s-s_2)])}{\partial s}\times\frac{\partial\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s})}{\partial s}\mathrm{ds}\\&=\left[\frac{\partial(bd_{31}E_a(t_a+t_b)V_a(t)[H(s-s_1)-H(s-s_2)])}{\partial s}\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s})\right]_0^\ell\\&-\int_0^\ell bd_{31}E_a(t_a+t_b)V_a(t)[\delta(s-s_1)-\delta(s-s_2)]\times\frac{\partial\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s})}{\partial\mathrm{s}}\mathrm{ds}\end{aligned} \tag{۳-۲۳}$$

با استفاده از خواص تابع دلتای دیراک داریم:

$$\int_0^\ell\frac{\partial^2(bd_{31}E_a(t_a+t_b)V_a(t)[H(s-s_1)-H(s-s_2)])}{\partial s^2}\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s})\mathrm{ds}=bd_{31}E_a(t_a+t_b)V_a(t)\left[\frac{\partial\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s_2})}{\partial s}-\frac{\partial\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s_1})}{\partial s}\right] \tag{۳-۲۴}$$

در نظر می‌گیریم:

$$M_n=\frac{bd_{31}E_a(t_a+t_b)}{\rho A}\left[\frac{\partial\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s}_2)}{\partial s}-\frac{\partial\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s}_1)}{\partial s}\right] \tag{۲۵-۳}$$

با استفاده از تعامد شکل مدها، سمت چپ معادله‌ی ۳-۲۲ بصورت زیر می‌شود:

$$\begin{aligned}\int_0^{\ell}\rho A\left(\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\varphi_{\mathrm{i}}(\mathrm{s})\frac{\partial^2\big(\mathrm{u_i(t)}\big)}{\partial t^2}+\mu\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\varphi_{\mathrm{i}}(\mathrm{s})\frac{\partial\big(\mathrm{u_i(t)}\big)}{\partial t}+\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\omega_i{}^2\mathrm{u_i(t)}\varphi_{\mathrm{i}}(\mathrm{s})\right)\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s})\mathrm{ds}\\=\rho A\left(\frac{\partial^2\big(\mathrm{u_n(t)}\big)}{\partial t^2}+\mu\frac{\partial\big(\mathrm{u_n(t)}\big)}{\partial t}+\omega_n{}^2\mathrm{u_n(t)}\right)\end{aligned} \tag{۲۶-۳}$$

با توجه به معادلات بدست آمده در بالا، معادله ۳-۲۲ بصورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\ddot{u}_n+\mu\dot{u}_n+\omega_n{}^2u_n=M_nV_{\mathrm{a}}(\mathrm{t}) \tag{۲۷-۳}$$

۳-۲- سیستم کنترل در فضای حالت:

مدل سازی بسیاری از سیستم‌های دینامیکی پیوسته، معمولاً به دسته‌ای از معادلات دیفرانسیل خطی یا غیرخطی منجر می‌شود. پس از اعمال روش‌های خطی سازی برای معادلات غیرخطی، می‌توان معادلات حاصله را به صورت دسته‌ای از n معادله‌ی مرتبه اول، که مبین رفتار یک سیستم مرتبه n خواهد بود، تبدیل نمود. این نحوه نمایش سیستم‌ها را، روش فضای حالت می‌نامند[۲]. روش‌های زیادی برای نمایش یک سیستم در فضای حالت وجود دارد. شکل مشترک تمامی این بیان‌ها بصورت گروهی از معادلات موسوم به فضای حالت و معادلات خروجی برای یک سیستم با چند ورودی و چند خروجی، در حالت کلی بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{X}(t)=AX(t)+Bu(t)$$

$$\dot{Y}(t)=CX(t)+Du(t)$$

که *X(t)* یک بردار *n* بعدی می‌باشد که بیانگر حالت سیستم می‌باشد. *u(t)* بردار *m* بعدی است که مبین ورودی‌های سیستم می‌باشد. *Y(t)* نیز یک بردار p بعدی می‌باشد که نشان دهنده خروجی سیستم می‌باشد. در

سیستم‌های مکانیکی، معمولاً $X(t)$ موقعیت و سرعت خطی یا دورانی می‌باشد. همچنین $u(t)$ مجموع نیرو یا گشتاور حاصله از محرک‌های کنترلر، نیروهای خارجی و اغتشاشات وارده به سیستم می‌باشد. $Y(t)$ نیز که خروجی سیستم می‌باشد، توسط سنسورهای نصب شده برروی یک سیستم اندازه‌گیری می‌شود. ماتریس‌های A و B و C و D رابطه بین حالت‌های ورودی و خروجی سیستم را تعیین می‌کند.

بیشترین کاربرد فضای حالت برای سیستم‌های چند ورودی- چند خروجی است، ولی در طراحی سیستم‌های تک‌ورودی-تک‌خروجی نیز بطور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در طراحی سیستم‌های کنترلی در فضای حالت، دستیابی به موقعیت مطلوب قطب‌های حلقه بسته این امکان را می‌دهد که بسادگی بتوان سیستم‌هایی را طراحی کرد که خواسته‌های طراحی و عملکرد را در حد مناسبی ارضاء نماید.

۳-۳-مکان بهینه محرک پیزوالکتریک:

نیروی اعمالی از سوی پیزوالکتریک از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$q(s,t) = M_n V_a(t) = \frac{b d_{31} E_a (t_a + t_b)}{\rho A}\left[\frac{\partial \varphi_n(s_2)}{\partial s} - \frac{\partial \varphi_n(s_1)}{\partial s}\right] \times \left(-E \sum_{i=1}^{N} a_i U_i(t-\tau)\right) \qquad (۳-۲۸)$$

با توجه به پارامترهای موجود در معادله فوق، تنها پارامتری که به مکان پیزوالکتریک وابسته می‌باشد عبارات مربوط به شکل مد در ابتدا و انتهای پیزوالکتریک می‌باشد؛ یعنی عبارت $\left[\frac{\partial \varphi_n(s_2)}{\partial s} - \frac{\partial \varphi_n(s_1)}{\partial s}\right]$. پس بیشینه نیروی وارده از طرف محرک پیزوالکتریک به تیر در مکانی اتفاق می‌افتد که اختلاف مشتق‌های شکل مد در نقاط ابتدایی و انتهایی، بیشینه شود.

می‌دانیم:

$$\varphi_n(s) = C_n\{\cosh(r_n s) - \cos(r_n s) - \sigma_n[\sinh(r_n s) - \sin(r_n s)]\}$$

با مشتق گیری معادله فوق بر حسب مکان داریم:

$$\frac{\partial(\varphi_{\mathrm{n}}(\mathrm{s}))}{\partial s} = C_n r_n\{\sinh(r_n s) + \sin(r_n s) - \sigma_n[\cosh(r_n s) - \cos(r_n s)]\}$$

پس برای بدست آوردن مکان بهینه، باید معادله زیر بیشینه شود:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial(\varphi_{\mathrm{n}}(s_2))}{\partial s} - \frac{\partial(\varphi_{\mathrm{n}}(s_1))}{\partial s} \\ &= \ C_n r_n\{[\sinh(r_n s_2) - \sinh(r_n s_1) + \sin(r_n s_2) - \sin(r_n s_1)] \\ &- \sigma_n[\cosh(r_n s_2) - \cosh(r_n s_1) - \cos(r_n s_2) + \cos(r_n s_1)]\} \end{aligned} \quad (۲۹-۳)$$

یعنی:

$$\frac{\partial\left(\frac{\partial(\varphi_{\mathrm{n}}(s_2))}{\partial s} - \frac{\partial(\varphi_{\mathrm{n}}(s_1))}{\partial s}\right)}{\partial s} = 0$$

$$\begin{aligned} &[\cosh(r_n s_2) - \cosh(r_n s_1) + \cos(r_n s_2) - \cos(r_n s_1)\ ] \\ &\qquad - \sigma_n[\sinh(r_n s_2) - \sinh(r_n s_1) + \sin(r_n s_2) - \sin(r_n s_1)] = 0 \end{aligned}$$

معادله فوق به خواص و ابعاد تیر و پیزوالکتریک و همچنین به فرکانس n-ام تیر وابسته می‌باشد. یعنی علاوه بر اینکه با تغییر خواص و ابعاد تیر و پیزوالکتریک، مکان بهینه تغییر می‌کند، باید این مکان برای هر مد درنظر گرفته شده، بطور جداگانه بررسی شود.

در فصل چهارم، مکان بهینه تیر، با توجه به خواص و ابعاد تیر و پیزوالکتریک، برای مد در حال کنترل بدست می‌آید.

۳-۴-روش‌های کنترلی:

۳-۴-۱- کنترل با حالت سیستم و با استفاده از معادله ریکاتی:

معادله حالت بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t)$$

با توجه به معادله حالت فوق، تابع معیاری که باید کنترل شود بصورت زیر می‌باشد[۳]:

$$J = \frac{1}{2}X^T(t_f)HX(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2}[X^T(t)QX(t) + u^T(t)Ru(t)]dt \qquad (۳۰-۳)$$

H ماتریس ارزش‌گذاری (وزنی) برای شرایط نهایی، Q ماتریس ارزش گذاری برای حالت سیستم وR ماتریس ارزش گذاری برای نیروی وارده بر سیستم می‌باشد. با بالابردن ضرایب موجود در ماتریس‌های ارزش گذاری، می‌توان اهمیت آن ضریب را نسبت به دیگر ضرایب بالاتر برد.

H و Q ماتریس‌های حقیقی، متقارن مثبت شبه موکد و R ماتریس حقیقی، متقارن مثبت موکد می‌باشد. t_0 زمان شروع و t_f زمان نهایی می‌باشد.

با استفاده از شکل هامیلتونین تابعی معیار فوق و بوسیله حداقل کردن آن، معادله کنترل بهینه برای حالت بدون تاخیر از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$u^*(t) = -R^{-1}B^TK(t)X(t) \qquad (۳۱-۳)$$

که $K(t)$ از معادله زیر، که به معادله ریکاتی[۱] مشهور است، بدست می‌آید:

$$\dot{K}(t) + Q(t) - K(t)B(t)R^{-1}(t)B^t(t)K(t) + K(t)A(t) + A^T(t)K(t) = 0 \qquad (۳۲-۳)$$

۳-۴-۲- کنترل با حالت سیستم و با استفاده از روش بهینه لحظه‌ای:

در این روش با استفاده از تغییر متغیر معادلات فضای حالت، معادلات تأخیری کنترلر را به معادلات حالت با کنترلر بدون تأخیر تبدیل می‌کنیم.

معادلات کنترل حالت تأخیری و با تحریک خارجی بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t-\tau) + P(t) \qquad (۳۳-۳)$$

[۱] Riccoti Eq.

تعریف می‌کنیم[۲۱]:

$$Y(t) = X(t) + \int_{-\tau}^{0} e^{-A(\beta+\tau)} BU(t+\beta)d\beta \tag{۳-۳۴}$$

با جایگذاری معادله (۳-۳۴) در (۳-۳۳) ، معادله کنترل حالت تأخیری بصورت زیر درمی‌آید:

$$\dot{Y}(t) = AY(t) + B(A)U(t) + P(t) \tag{۳-۳۵}$$

که:

$$B(A) = e^{-A\tau} \times B \tag{۳-۳۶}$$

همچنین می‌دانیم:

$$e^{-A\tau} = I + A\tau + \frac{A^2\tau^2}{2!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k\tau^k}{k!} \tag{۳-۳۷}$$

معادله (۳-۳۵) کنترل پذیر است اگر معادله (۳-۳۳) مطلقاً کنترل پذیر باشد.

با استفاده از روش مرتبه چهارم رانج-کوتا برای حل معادله (۳-۳۵) داریم[۲۱]:

$$Y(t) = Y(t-2\Delta t) + \frac{1}{6}(A_0 + 2A_1 + 2A_2 + A_3) \tag{۳-۳۸}$$

که Δt گام زمانی انتگرال می‌باشد و A_0 ، A_1 ، A_2 و A_3 بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A_0 = 2\Delta t[AY(t-2\Delta t) + B(A)\mathrm{U}(t-2\Delta t) + \mathrm{P}(\mathrm{t}-2\Delta t)]$$

$$A_1 = 2\Delta t[AY(t-2\Delta t) + 0.5AA_0 + B(A)\mathrm{U}(t-\Delta t) + \mathrm{P}(\mathrm{t}-\Delta t)]$$

$$A_2 = 2\Delta t[AY(t-2\Delta t) + 0.5AA_1 + B(A)U(t-\Delta t) + \mathrm{P}(\mathrm{t}-\Delta t)]$$

$$A_3 = 2\Delta t[AY(t-2\Delta t) + AA_2 + B(A)U(t) + \mathrm{P}(\mathrm{t})]$$

با جایگذاری معادلات فوق در معادله (۳-۳۸) داریم:

$$Y(t) = D(t-2\Delta t\,, t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{3}[B(A)U(t) + P(t)] \quad (۳-۳۹)$$

که $D(t-2\Delta t\,, t-\Delta t)$ یک بردار دوبعدی است که بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} D(t-2\Delta t\,, t-\Delta t) \\ &= (I_{2\times 2} + 2\Delta t A)Y(t-2\Delta t) \\ &+ \frac{1}{3}\Delta t\{A(A_0 + A_1 + A_2) + B(A)[U(t-2\Delta t) + 4U(t-\Delta t)] \\ &+ [P(t-2\Delta t) + 4P(t-\Delta t)]\} \end{aligned} \quad (۳-۴۰)$$

تابع هدف مرتبه دو وابسته به زمان را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$J(t) = Y^T(t)QY(t) + U^T(t)RU(t) \quad (۳-۴۱)$$

کهQ ماتریس وزنی نیمه معین مثبت و R مثبت معین می‌باشند که با توجه به اهمیت نسبی بردار پاسخ $Y(t)$ و بردار کنترل $U(t)$ مشخص می‌شود.

تابع همیلتون را بصورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{aligned} H = Y^T(t)QY(t) + U^T(t)RU(t) \\ + L^T(t)\left\{Y(t) - D(t-2\Delta t\,, t-\Delta t) - \frac{\Delta t}{3}[B(A)U(t)]\right\} \end{aligned} \quad (۳-۴۲)$$

برای کمینه کردن معادله (۳-۴۲) باید:

$$\frac{\partial H}{\partial Y(t)} = 0 \quad (۳-۴۳)$$

$$\frac{\partial H}{\partial U(t)} = 0 \quad (۳-۴۴)$$

$$\frac{\partial H}{\partial L(t)} = 0 \quad (۳-۴۵)$$

با جایگذاری (۳-۴۲) در دو معادله(۳-۴۳) و (۳-۴۴) داریم:

$$2QY(t) + L(t) = 0 \quad (۳-۴۶)$$

$$2RU(t) - \frac{\Delta t}{3}[B(A)]^T L(t) = 0 \tag{۴۷-۳}$$

با حذف $L(t)$ از دو معادله فوق می‌توان معادله کنترل بهینه را بصورت زیر بدست آورد:

$$U(t) = -\frac{\Delta t}{3} R^{-1}[B(A)]^T QY(t) \tag{۴۸-۳}$$

با جایگذاری معادله فوق در (۳-۳۹) داریم:

$$Y(t) = \left[I_{2n} + \left(\frac{\Delta t}{3}\right)^2 [B(A)]R^{-1}[B(A)]^T Q\right]^{-1} \left[D(t - 2\Delta t\,, t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{3} P(t)\right] \tag{۴۹-۳}$$

با توجه به معادله‌ی (۳-۴۹) ، معادله (۳-۴۸) را می‌توان بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$U(t) = -\frac{\Delta t}{3} R^{-1}[B(A)]^T Q \left[I_{2n} + \left(\frac{\Delta t}{3}\right)^2 [B(A)]R^{-1}[B(A)]^T Q\right]^{-1} \left[D(t - 2\Delta t\,, t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{3} P(t)\right] \tag{۵۰-۳}$$

باید به این نکته توجه کرد که در روش رانج-کوتای مرتبه چهار گام زمانی دو برابر بازه زمانی انتـخاب شـده می‌باشد . همچنین اگر در سیستم ما تأخیر وجود نداشته باشد (یعنی $\tau = 0$)، معادلات ما بصورت زیر می‌باشد:

$$Y(t) = X(t) \qquad B(A) = B \qquad U(t) = -\frac{\Delta t}{3} R^{-1} B^T QX(t) \tag{۵۱-۳}$$

برای پیاده سازی این روش باید مقدار $Y(t)$ را تعیین کنیم. در نظر می‌گیریم:

$$Z_0(t) = \int_{-\tau}^{0} e^{-A(\beta+\tau)} BU(t+\beta)d\beta \tag{۵۲-۳}$$

یعنی مقدار تصحیحی که باید روی x انجام گیرد تا Yشود را بصورت $Z_0(t)$ در نظر می‌گیریم.

با فرض اینکه بازه‌ی داده‌های نتایج برابر $\bar{T}$ باشد، که این بازه برابر گام محاسبه می‌باشد، یعنی $\bar{T} = \Delta t$. همچنین فرض می‌شود زمان تأخیر بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\tau = \ell\bar{T} - \bar{\mathrm{m}}$$

که ℓ یک عدد حقیقی بزرگتر یا مساوی صفر می‌باشد و $0 \leq \bar{\mathrm{m}} < \bar{T}$. زمانی که $\bar{\mathrm{m}} = 0$ یعنی زمان تأخیر مضربی حقیقی از دوره‌های نمونه‌برداری می‌باشد؛ و زمـانی که $\bar{\mathrm{m}} \neq 0$ ، زمـان تأخیر مضربی غیر صحیـح از دوره‌های نمونه برداری می‌باشد.

فرض بر این است که در بازه‌های زمانی، نیروی وارده ثابت می‌باشد، یعنی:

$$U(t) = U(k\bar{T}) \qquad \mathrm{k}\bar{T} \leq \mathrm{t} < \bar{T} \tag{۵۳-۳}$$

با توجه به اینکه محاسبات عددی برای تمام نقاط نمونه برداری انجام می‌شود، معادله‌ی (۳-۵۲) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned}
Z_0(t) &= \int_{-(\ell\bar{T}-\bar{\mathrm{m}})}^{0} e^{-A(\ell\bar{T}-\bar{\mathrm{m}})} e^{-A\beta} BU(t+\beta) d\beta \\
&= e^{-A(\ell\bar{T}-\bar{\mathrm{m}})} \left[\int_{-(\ell\bar{T}-\bar{\mathrm{m}})}^{-(\ell-1)\bar{T}} e^{-A\beta} BU(t+\beta) d\beta \right. \\
&\left. + \int_{-(\ell-1)\bar{T}}^{-(\ell-2)\bar{T}} e^{-A\beta} BU(t+\beta) d\beta + \cdots + \int_{-\bar{T}}^{0} e^{-A\beta} BU(t+\beta) d\beta \right] \\
&= e^{-A(\ell\bar{T}-\bar{\mathrm{m}})} \left[e^{-A(\ell\bar{T}-\bar{\mathrm{m}})} \int_{0}^{\bar{T}-\bar{\mathrm{m}}} e^{-A\beta} d\beta BU(t+\ell\bar{T}) \right. \\
&\left. + e^{-A(\ell-1)\bar{T}} \int_{0}^{\bar{T}} e^{-A\beta} d\beta BU(t-(\ell-1)\bar{T}) + \cdots + e^{-A\bar{T}} \int_{0}^{\bar{T}} e^{-A\beta} d\beta BU(t-\bar{T}) \right]
\end{aligned} \tag{۵۴-۳}$$

قرار می‌دهیم:

$$G(\xi) = \int_{0}^{\xi} e^{-A\theta} d\theta \qquad \text{و} \qquad F(\xi) = e^{A\xi} \tag{۵۵-۳}$$

در ازاء $\bar{T} = \Delta t$ ، معادله‌ی (۳-۵۴) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned}
Z_0(t) = I_{2n\times 2n} G(\Delta t - \bar{\mathrm{m}}) \mathrm{BU}(\mathrm{t} - \ell\Delta\mathrm{t}) + \mathrm{F}(\bar{\mathrm{m}} - \Delta\mathrm{t}) \mathrm{G}(\Delta\mathrm{t}) \mathrm{BU}(\mathrm{t} - (\ell-1)\Delta\mathrm{t}) \\
+ \mathrm{F}(\bar{\mathrm{m}} - 2\Delta\mathrm{t}) \mathrm{G}(\Delta\mathrm{t}) \mathrm{BU}(\mathrm{t} - (\ell-2)\Delta\mathrm{t}) + \cdots \\
+ \mathrm{F}(\bar{\mathrm{m}} - (\ell-1)\Delta\mathrm{t}) \mathrm{G}(\Delta\mathrm{t}) \mathrm{BU}(\mathrm{t} - \Delta\mathrm{t})
\end{aligned} \tag{۵۶-۳}$$

وقتی که $\overline{\mathrm{m}} = 0$ معادله فوق بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} Z_0(t) = I_{2n\times 2n}G(\Delta t)B\mathrm{U}(\mathrm{t}-\ell\Delta \mathrm{t}) + \mathrm{F}(-\Delta\mathrm{t})\mathrm{G}(\Delta\mathrm{t})\mathrm{BU}(\mathrm{t}-(\ell-1)\Delta\mathrm{t}) \\ + \mathrm{F}(-2\Delta\mathrm{t})\mathrm{G}(\Delta\mathrm{t})\mathrm{BU}(\mathrm{t}-(\ell-2)\Delta\mathrm{t}) + \cdots \\ + \mathrm{F}(-(\ell-1)\Delta\mathrm{t})\mathrm{G}(\Delta\mathrm{t})\mathrm{BU}(\mathrm{t}-\Delta\mathrm{t}) \end{aligned} \tag{۵۷-۳}$$

$G(\xi)$ معرفی شده در معادله‌ی (۳-۵۵) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$G(\xi) = \int_0^{\xi} e^{-A\theta} d\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-A)^{n-1}\xi^n}{n!} \tag{۵۸-۳}$$

۳-۴-۳- کنترل با حالت سیستم و با استفاده از ترکیب روش بهینه لحظه‌ای و معادله ریکاتی:

با توجه به روش ذکر شده در بالا، معادلات با فیدبک تأخیری با تغییر متغیر اعمال شده به فیدبک بدون تأخیر تغییر شکل پیدا کرد. چون معادلات نیروی وارده بر سیستم، دارای تأخیر نمی‌باشد، می‌توان از معادله ریکاتی برای بدست آوردن معادلات کنترلی استفاده کرد.

داریم:

$$\dot{Y}(t) = AY(t) + B(A)U(t) \tag{۳۵-۳}$$

که:

$$B(A) = e^{-A\tau} \times B \tag{۳۶-۳}$$

برای معادلات حالت فوق ، معادله ریکاتی بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{K}(t) + Q(t) - K(t)B(A)R^{-1}(t)B^T(A)K(t) + K(t)A(t) + A^T(t)K(t) = 0 \tag{۵۹-۳}$$

که معادله کنترل بهینه آن بصورت زیر می‌باشد:

$$u^*(t) = -R^{-1}B(A)^T K(t)Y(t) \tag{۶۰-۳}$$

۳-۵-پایداری روش‌های کنترلی:

۳-۵-۱-مرز پایداری برای روش کنترلی با استفاده از معادله ریکاتی:

با استفاده از معادله ریکاتی و کنترلر بهینه آن، E تعیین می‌شود. E در واقع ضریب حالت سیستم برای کنترلر می‌باشد. برای تعیین E باید دو تابع وزنی R و Q را در معادله ریکاتی قرار دهیم.

با استفاده از معادلات حالت سیستم داریم:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t)$$

اگر فرض کنیم:

$$\mathrm{E} = -R^{-1}B^{T}K(t)\phi \tag{۳-۶۱}$$

که ϕ ماتریس ناهمجایی سنسور نسبت به محرک می‌باشد. ضرایب این ماتریس قطری برابر با نسبت دامنه حرکت محرک به دامنه سنسور محرک در یک زمان مشخص می‌باشد.

با استفاده از معادله فوق و کنترلر تأخیری معادله‌ی (۳-۳۱) داریم:

$$u = EX(t-\tau) \tag{۳-۶۲}$$

با جایگذاری معادله (۳-۶۲) در (۳-۶۱) داریم:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BEX(t-\tau) \tag{۳-۶۳}$$

با استفاده از تبدیل لاپلاس داریم:

$$SIX(s) = AX(s) + BEX(s)e^{-s\tau}$$

$$(SI - A - BEe^{-s\tau})X(s) = 0$$

برای پیدا کردن شرایط مرزی پایداری باید دترمینال ضریب $X(s)$ را برای $s=j\omega$ ، برابر صفر قرار داد.

$$|SI - A - BEe^{-s\tau}| = 0 \tag{۳-۶۴}$$

از معادلات تیر اولر- برنولی که در ابتدای این فصل معرفی شد، برای مد اول تیر داریم:

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -{\omega_1}^2 & -\mu \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ M_1 \end{bmatrix}$$

با قرار دادن معادلات فضای حالت مد اول در معادله‌ی (۳-۶۴) داریم:

$$\begin{vmatrix} j\omega & -1 \\ {\omega_1}^2 - FE_1e^{-j\omega\tau} & j\omega + \mu - FE_2e^{-j\omega\tau} \end{vmatrix} = 0 \tag{۶۵-۳}$$

با قرار دادن $e^{-j\omega\tau} = \cos(\omega\tau) - jsin(\omega\tau)$ در معادله فوق داریم:

$$-\omega^2 + j\omega\mu - j\omega FE_2\big(\cos(\omega\tau) - jsin(\omega\tau)\big) + {\omega_1}^2 - FE_1\big(\cos(\omega\tau) - jsin(\omega\tau)\big)=0 \tag{۶۶-۳}$$

با جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی معادله‌ی فوق داریم:

$$-\omega^2 - \omega FE_2sin(\omega\tau) + {\omega_1}^2 - FE_1\cos(\omega\tau)=0 \tag{۶۷-۳}$$

$$\omega\mu - \omega FE_2\cos(\omega\tau) + FE_1sin(\omega\tau)=0 \tag{۶۸-۳}$$

با حل همزمان دو معادله فوق می‌توان ω و τ را تعیین کرد. توجه شود که بعلت تغییر E با تغییر توابع وزنی Q و R، جواب‌های ω و τ نیز با این تغییرات، تغییر خواهد کرد.

اگر ترکیب مد اول و دوم مد نظر باشد داریم:

$$|SI - A - BEe^{-s\tau}| = 0 \tag{۶۴-۳}$$

فرض می‌کنیم ماتریس ضرایب حالت بدست آمده از معادله ریکاتی بصورت زیر باشد:

$$E = [E_1 \quad E_2 \quad E_3 \quad E_4] \tag{۶۹-۳}$$

با استفاده از معادلات حالت برای دومد اول، و با جایگذاری در معادله (۳-۶۴) و با جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی و حل همزمان این دو معادله، می‌توان ω و τ را تعیین کرد؛ که معادلات آن بصورت زیر می‌باشد.

$$2.98746 \times 10^7 - 20.38185\omega^3 \times \sin(\omega\tau) - 20.21461\omega^2 \times \cos(\omega\tau) + \tag{۷۰-۳}$$

$$1.47982 \times 10^5 \times \omega \times \sin(\omega\tau) + 34037.70866 \times \cos(\omega\tau) + \omega^4 - 35126.95581\omega^2 = 0$$

$$-20.38185\omega^3 \times \cos(\omega\tau) + 20.21461 \times \omega^2 \times \sin(\omega\tau) + 1.47982 \times 10^5 \times \omega \times \cos(\omega\tau) - 34043.70866 \times \sin(\omega\tau) + 351.26956\omega = 0 \qquad (۳-۷۱)$$

که معادلات فوق با توجه به خواص تیر در نظر گرفته شده بدست آمده است

۳-۵-۲-مرز پایداری برای روش کنترل بهینه لحظه‌ای:

با جایگذاری معادله‌ی (۳-۴۸) در (۳-۳۵) داریم:

$$\dot{Y}(t) = AY(t) - B(A)\left[\frac{\Delta t}{3} R^{-1}[B(A)]^T Q\phi Y(t)\right] + P(t) \qquad (۳-۷۲)$$

با حذف تحریک خارجی و لاپلاس‌گیری از دوطرف معادله فوق داریم:

$$\mathrm{sIY(s)} = AY(s) - B(A)\left[\frac{\Delta t}{3} R^{-1}[B(A)]^T Q\phi Y(s)\right]$$

$$\mathrm{sIY(s)} - AY(s) + B(A)\left[\frac{\Delta t}{3} R^{-1}[B(A)]^T Q\phi Y(s)\right] = 0$$

$$\mathrm{sIY(s)} - AY(s) + B(A)\left[\frac{\Delta t}{3} R^{-1}[B(A)]^T Q\phi Y(s)\right] = 0$$

$$\left(\mathrm{sI} - A + B(A)\left[\frac{\Delta t}{3} R^{-1}[B(A)]^T Q\phi\right]\right)\mathrm{Y(s)} = 0 \qquad (۳-۷۳)$$

برای پیدا کردن شرایط مرزی پایداری باید دترمینال ضریب $Y(s)$ را برای $s=j\omega$ ، برابر صفر قرار داد.

$$\left|\mathrm{j\omega I} - A + \frac{\Delta t}{3} R^{-1}(e^{-A\tau} \times B)[e^{-A\tau} \times B]^T Q\phi\right| = 0 \qquad (۳-۷۴)$$

با حل دترمینال فوق و جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی، می‌توان ω و τ را پیدا کرد.

۳-۵-۳- مرز پایداری برای ترکیب روش بهینه لحظه‌ای و معادله ریکاتی:

مرز پایداری این روش نیز مانند دو روش دیگر بدست می‌آید. با جایگذاری معادله (۳-۶۰) در (۳-۳۵) داریم:

$$\dot{Y}(t) = AY(t) - B(A)[R^{-1}[B(A)]^T K(t)\phi Y(t)] + P(t) \qquad (۳-۷۵)$$

با حذف تحریک خارجی و لاپلاس‌گیری از دوطرف معادله فوق داریم:

$$\mathrm{sI_{2n}Y(s)} = AY(s) - B(A)[R^{-1}[B(A)]^T K(t)\phi Y(s)]$$

$$\mathrm{sI_{2n}Y(s)} - AY(s) + B(A)[R^{-1}[B(A)]^T K(t)\phi Y(s)] = 0$$

$$\mathrm{sI_{2n}Y(s)} - AY(s) + B(A)[R^{-1}[B(A)]^T K(t)\phi Y(s)] = 0$$

$$(\mathrm{sI_{2n}} - A + B(A)[R^{-1}[B(A)]^T K(t)\phi])\mathrm{Y(s)} = 0 \qquad (۷۶\text{-}۳)$$

که n برابر با تعداد مدهای درحال کنترل می‌باشد.برای پیدا کردن شرایط مرزی پایداری باید دترمینال ضریب $Y(s)$ را برای $s=j\omega$ ، برابر صفر قرار داد.

$$|\mathrm{j\omega I_{2n}} - A + R^{-1}(e^{-A\tau} \times B)[e^{-A\tau} \times B]^T K(t)\phi| = 0 \qquad (۷۷\text{-}۳)$$

با حل دترمینال فوق و جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی، می‌توان ω و τ را پیدا کرد.

البته دقت شود که در این روش، بعلت اینکه $K(t)$ با هر مقدار τ تغییر می‌کند، فقط می‌توان گفت که آیا این زمان تأخیر پایدار است یا ناپایدار. یعنی اگر زمان تأخیر بدست آمده از مقدار τ در نظر گرفته شده کمتر باشد، در این زمان تأخیر ناپایدار است و بلعکس.

باید دقت شود علت قرار دادن ماتریس ϕ این است که موقعیت و سرعتی که از سنسور بدست می‌آید، به کنترلر ما اعمال شود. با این کار می‌توان ناهمجایی‌های سنسور و محرک را هم در کنترلر در نظر گرفت.

فصل چهارم:

پیاده سازی کنترلر

تیری که در این پایان نامه مورد بررسی قرار می‌گیرد، تیر یکسر درگیر می‌باشد. کنترل برای حالت‌های ارتعاش آزاد مد اول و دوم، با شرایط اولیه $x(0) = 0.001$ و $\dot{x}(0) = 0$ مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مشخصات تیر و پیزوالکتریک مورد بررسی بشرح زیر می‌باشد:

جدول۴-۱ : مشخصات تیر و پیزوالکتریک

مشخصات تیر	
مدول الاستیسیته	$E = 70 \times 10^9 \ (Pa)$
چگالی	$\rho = 2700 \ \left({}^{\mathrm{Kg}}/{}_{\mathrm{m^3}}\right)$
ضریب دمپینگ	$\mu=0.01\left({}^{N.s}/{}_{m.Kg}\right)$
طول	$\ell = 350 \ (mm)$
عرض	$w = 20 \ (mm)$
ضخامت	$t_b = 0.7 \ (mm)$
مشخصات پیزوالکتریک *(PZT PKI 552)*	
ضریب کوپلینگ الکترومکانیکال	$d_{31} = -270 \times 10^{-12} \ \left({}^{m}/{}_{V}\right)$
مدول الاستیسیته	$E = 60 \times 10^9 \ (Pa)$
ضخامت	$t_a = 0.5 \ (mm)$
عرض	$b = 20 \ (mm)$

با جایگذاری مشخصات فوق در معادله‌ی (۳-۱۲) داریم:

$$1 + \cosh(0.35 r_n) + \cos(0.35 r_n) = 0$$

با حل معادله فوق داریم:

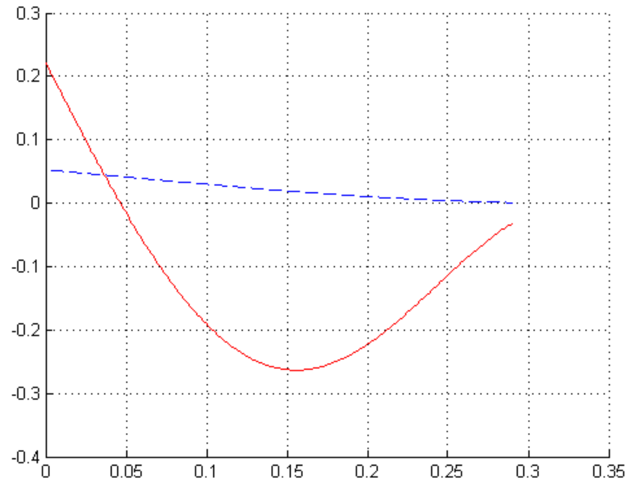
$$\mathrm{n} = 1 \ \Rightarrow \ r_1 = 5.3574 \ \Rightarrow \omega_1 = \ 29.5318 \qquad (۱-۴)$$

$$\mathrm{n} = 2 \ \Rightarrow \ r_2 = 13.4117 \ \Rightarrow \omega_2 = \ 185.0806 \qquad (۲-۴)$$

برای بدست آوردن معادلات کنترلر ابتدا باید مکان بهینه محرک پیزوالکتریک را بدست آورد. از معادله (۳-۲۹) داریم:

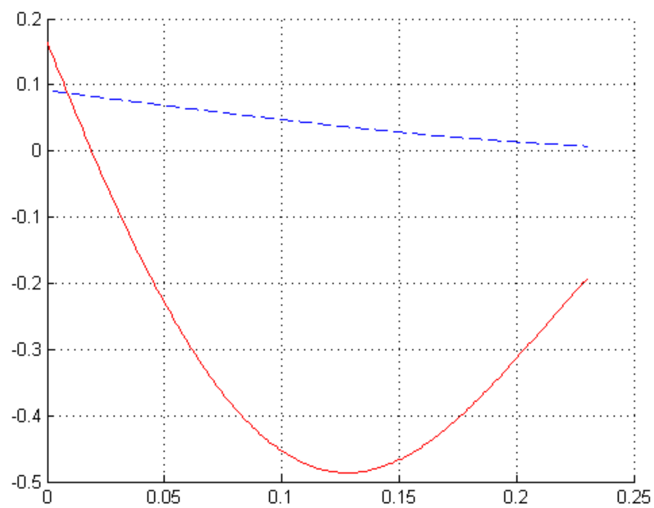
$$[\cosh(r_n s_2) - \cosh(r_n s_1) + \cos(r_n s_2) - \cos(r_n s_1)\,] \\ - \sigma_n[\sinh(r_n s_2) - \sinh(r_n s_1) + \sin(r_n s_2) - \sin(r_n s_1)] = 0$$

نمودار M_{n} برحسب مکان ابتدای پیزوالکتریک برای محرک‌هایی با طول‌های $6\ cm$ و $12\ cm$ رسم شده است که می‌توان از این نمودارها مکان بهینه محرک را با توجه به مد ارتعاشی پیدا کرد:



نمودار ۴-۱ : ضریب نیروی وارده از پیزوالکتریک بر حسب مکان ابتدای آن برای محرک با طول ۶ سانتی‌متر

خط منقطع آبی برای مد اول و خط پیوسته قرمز برای مد دوم



نمودار ۴-۲ : ضریب نیروی وارده از پیزوالکتریک بر حسب مکان ابتدای آن برای محرک با طول ۱۲ سانتی‌متر

خط منقطع آبی برای مد اول و خط پیوسته قرمز برای مد دوم

با توجه به نمودارهای بالا می‌توان مکان بهینه محرک را تعیین کرد. با استفاده از نرم‌افزار *Matlab* برای محرک پیزوالکتریک با طول۱۲ سانتی‌متر بیشینه مقدار مطلق M_{n} ، برای مد اول ۰/۰۹۱۷ در ابتدای تیر و برای مد دوم مقدار ۰/۴۸۶۵ و با فاصله ۱۳۰ میلی‌متر از ابتدای تیر می‌باشد. در حالتیکه ترکیب مد اول و دوم مورد بررسی قرار گیرد، مکان پیزوالکتریک در جایی قرار می‌گیرد که نیروی بیشتری بر تیر وارد کند. پس باید در فاصله ۱۳۰ میلیمتری از ابتدای تیر قرار بگیرد که در این حالت M_1 برابر با ۰/۰۳۶۸ می‌باشد

۴-۱-کنترل ارتعاشات آزاد مد اول:

۴-۱-۱-کنترل با استفاده از معادله ریکاتی:

توابع وزنی را برای کنترل مد اول تیر بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$Q = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 1500 \end{bmatrix} \qquad , \qquad R = 1 \tag{۴-۳}$$

معادلات حالت برای مد اول بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -872.1244 & -0.01 \end{bmatrix} \mathrm{X} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0917 \end{bmatrix} \mathrm{U} \tag{۴-۴}$$

با استفاده از معادلات (۴-۳) و (۴-۴) می‌توان ماتریس K را از معادله ریکاتی بدست آورد؛ که بصورت زیر می‌باشد:

$$K = \begin{bmatrix} 367380.6772 & 0.2867 \\ 0.2867 & 421.2469 \end{bmatrix}$$

با استفاده از ماتریس K می‌توان ضرایب کنترلر را پیدا کرد.

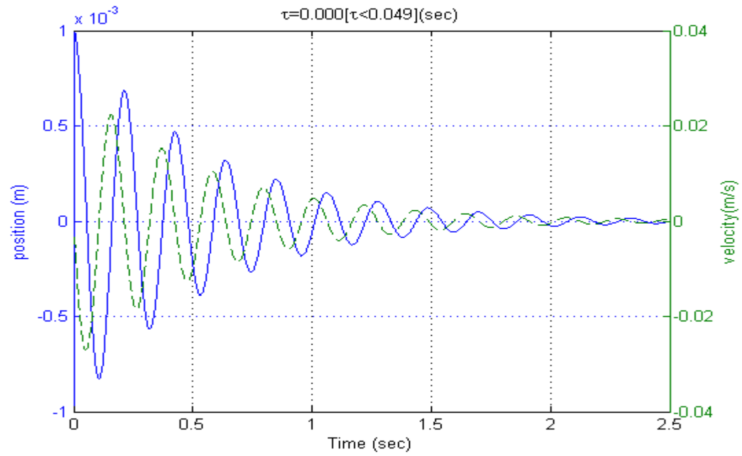
$$E = [\,-0.0263 \quad -38.6283] \tag{۴-۵}$$

همچنین با حل همزمان معادلات (۳-۶۷) و (۳-۶۸) برای داده‌های بالا می‌توان مرز پایداری را پیدا کرد:

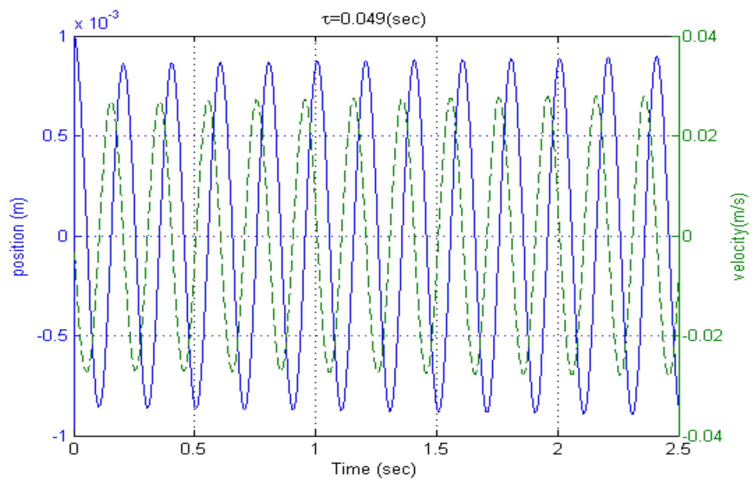
$$\tau = 0.0489 \qquad , \qquad \omega = 32.2079 \tag{۴-۶}$$

با توجه به شکل معادلات پایداری متوجه می‌شویم که به ازاء هر $\frac{2\pi}{\omega}$ پایداری و ناپایداری این کنترلر تکرار می‌شود.

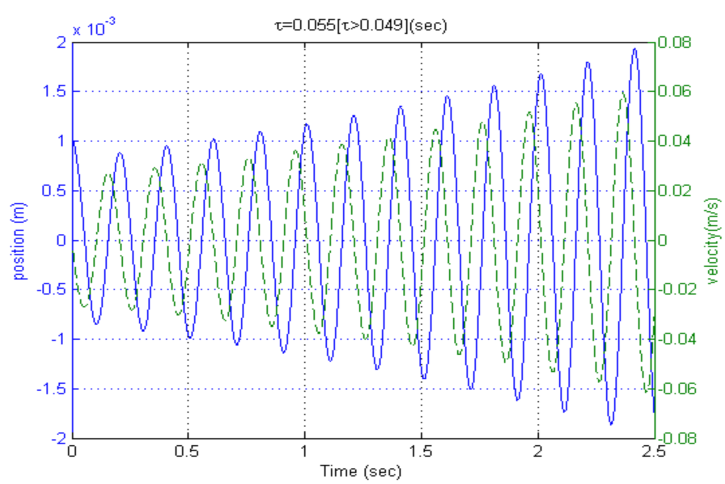
نمودارهای زیر چگونگی کنترل ارتعاشات تیر مورد نظر را برای زمان‌های تأخیر متفاوت نشان می‌دهد.



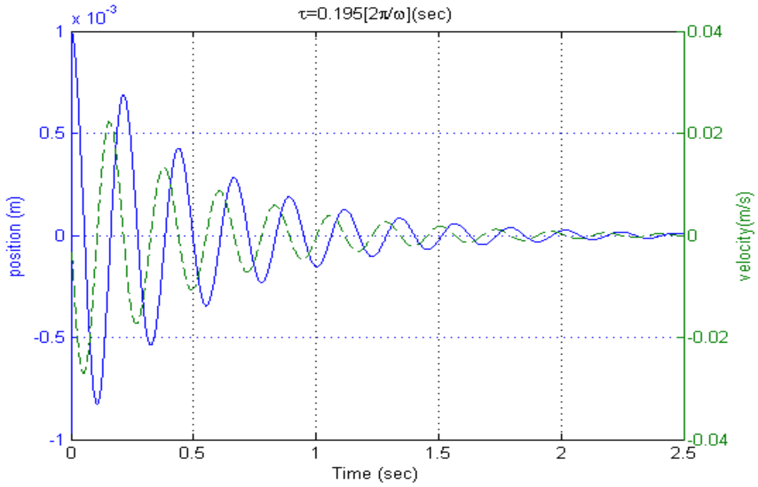
نمودار ۴-۳ : سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۰۰ ثانیه برای مد اول با روش کنترل بهینه ریکاتی



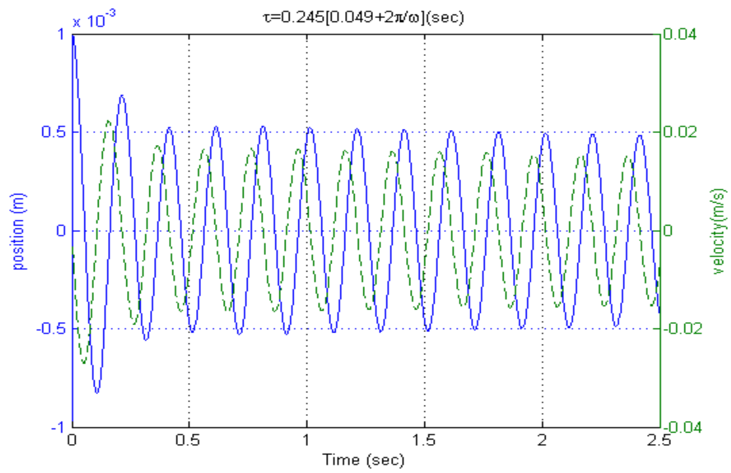
نمودار ۴-۴ : سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۴۹ ثانیه برای مد اول با روش کنترل بهینه ریکاتی



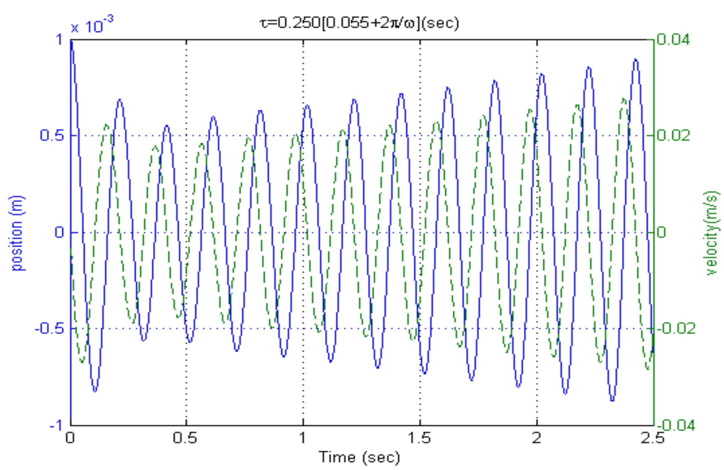
نمودار ۴-۵ : سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۵۵ ثانیه برای مد اول و روش کنترل بهینه ریکاتی



نمودار ۴-۶: سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۱۹۵ ثانیه برای مد اول و روش کنترل بهینه ریکاتی



نمودار ۴-۷: سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۲۴۵ ثانیه برای مد اول و روش کنترل بهینه ریکاتی



نمودار ۴-۸: سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۲۵۰ ثانیه برای مد اول و روش کنترل بهینه ریکاتی

۴-۱-۲-کنترل با روش کنترل بهینه لحظه‌ای:

در این روش توابع وزنی و معادلات حالت سیستم بصورت زیر می‌باشد:

$$Q = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 1500 \end{bmatrix} \quad , \quad R = \frac{1}{3} \times 10^{-3} \tag{۴-۷}$$

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -872.1244 & -0.01 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0917 \end{bmatrix} U \tag{۴-۴}$$

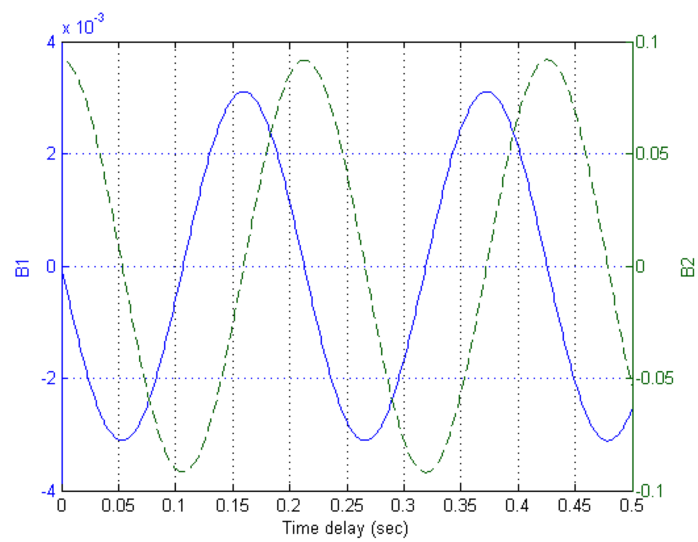
می‌دانیم:

$$B(A) = e^{-A\tau} \times B \tag{۳-۳۶}$$

با توجه به اینکه ماتریس $B(A)$ یک ماتریس ۱×۲ می‌باشد، در نظر می‌گیریم:

$$B(A) = \begin{bmatrix} B1 \\ B2 \end{bmatrix} \tag{۴-۸}$$

نمودار B1 و B2 برحسب τ، برای معادلات حالت (۴-۴)، بصورت زیر می‌باشد:



نمودار ۴-۹: تغییر درایه‌های ماتریس B(A) در روش کنترل بهینه لحظه‌ای برحسب زمان تأخیر

با توجه به اینکه ضریبی که در حالت سیستم ضرب می‌شود و نیروی کنترلر ما راتشکیل می‌دهد ، با تأخیر زمانی تغییر می‌کند، پس تأخیر زمانی اهمیت موقعیت وسرعت را، با توجه به تأخیر زمانی، تغییر می‌دهد.

با توجه به معادلات فضای حالت برای تک مد تیر یکسر درگیر داریم:

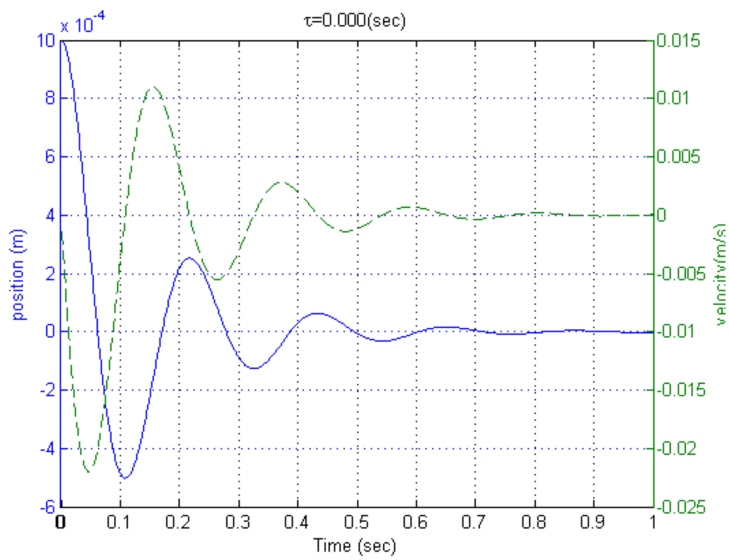
$$B(A)=\begin{bmatrix}-0.0031\times e^{0.005\tau}\times \sin(29.5318\tau)\\ 0.0917\times e^{0.005\tau}\times[\cos(29.5318\tau)+0.00017\sin(29.5318\tau)]\end{bmatrix} \qquad (۹-۴)$$

با جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی معادله (۳-۷۲) و حل همزمان آن داریم:

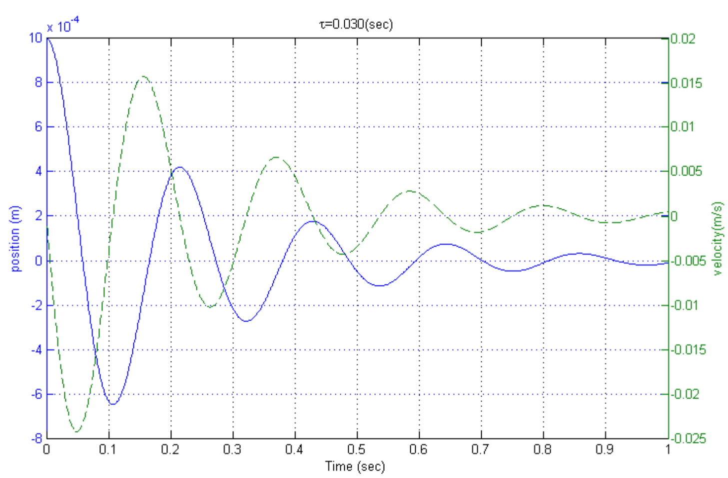
$$\tau=0.0532 \quad , \quad \omega=29.5339 \qquad (۱۰-۴)$$

از جواب های فوق می‌توان مرزهای پایداری این روش را پیدار کرد.

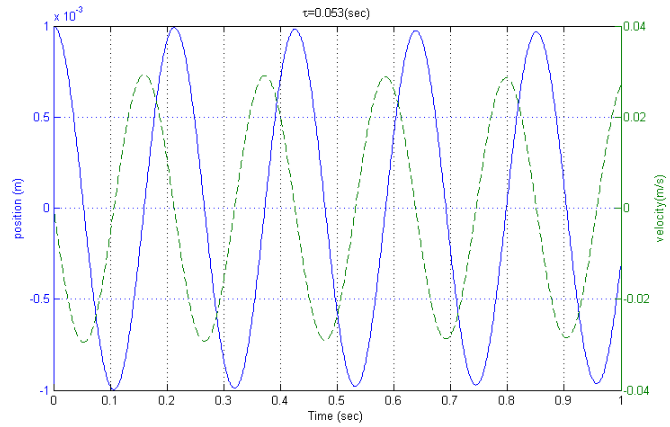
نمودار زیر زمان‌های تأخیر متفاوت را برای روش فوق نشان داده است.



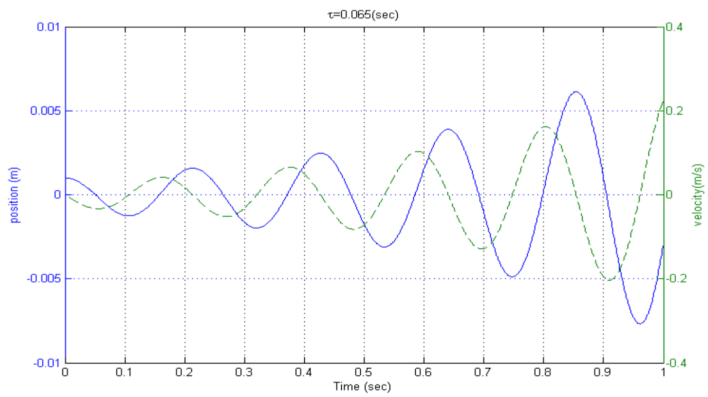
نمودار ۴-۱۰ : سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۰۰ ثانیه برای مد اول با روش کنترل بهینه لحظه‌ای



نمودار ۴-۱۱ : سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۳۰ ثانیه برای مد اول با روش کنترل بهینه لحظه‌ای

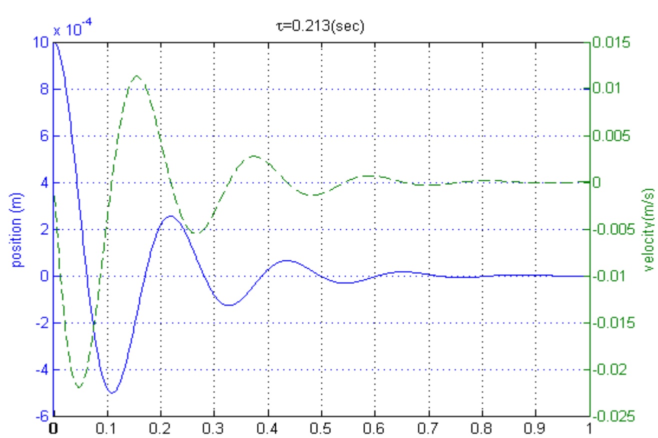


نمودار ۴-۱۲ : سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۵۳ ثانیه برای مد اول با روش کنترل بهینه لحظه‌ای



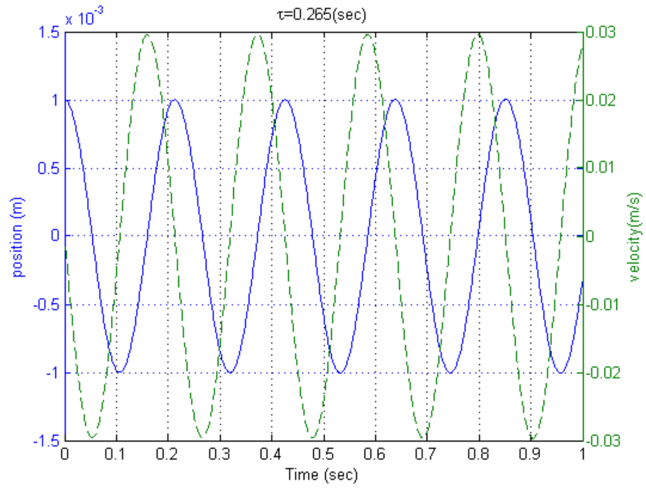
نمودار ۴-۱۳ : سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۶۵ ثانیه برای مد اول با روش کنترل بهینه لحظه‌ای

با توجه به جواب‌های بدست آمده در (۴-۱۰) در تأخیر زمانی ۰/۲۱۳ ثانیه سیستم ما پایدار می‌شود.



نمودار ۴-۱۴ : سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۲۱۳ ثانیه برای مد اول با روش کنترل بهینه لحظه‌ای

همچنین در ۰/۲۶۵ ثانیه سیستم ما دوباره به مـــرز پایداری می‌رسـد و این چرخه در هر ۰/۲۱۳ ثانیه تکرار می‌شود.



نمودار ۴-۱۵ : سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۲۶۵ ثانیه برای مد اول با روش کنترل بهینه لحظه‌ای

۴-۱-۳-کنترل با ترکیب روش کنترل بهینه لحظه‌ای و معادله ریکاتی:

در این روش، توابع وزنی را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$Q = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 1500 \end{bmatrix} \qquad , \qquad R = 1 \tag{۴-۳}$$

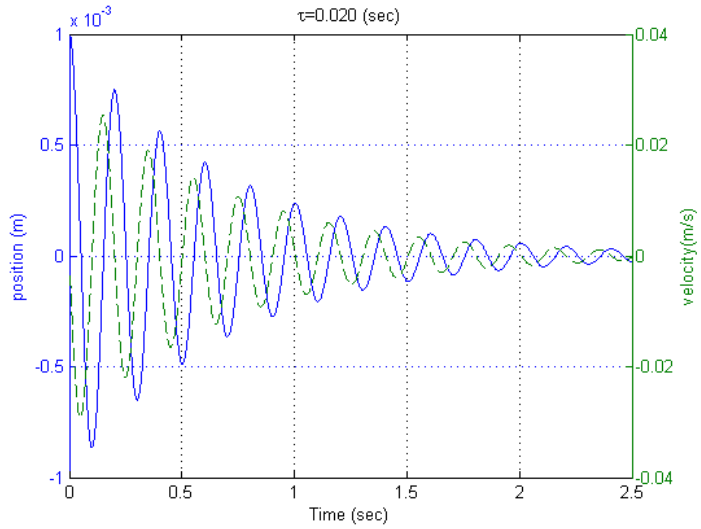
با استفاده از معادلات گفته شده و توابع وزنی فوق، کنترلر ما برای زمان‌های تأخیر متفاوت بصورت زیر می‌باشد

اگر زمان تأخیر را برابر صفر بگیریم، همان معادله ریکاتی با زمان تأخیر صفر می‌شود که در بالا به آن اشاره شد.

اگر زمان تأخیر برابر با ۰/۰۲۰ ثانیه در نظر گرفته شود، معادله ضرایبی که از معادله ریکاتی بدست می‌آید بصورت زیر می‌باشد:

$$K = \begin{bmatrix} 368122.3033 & -223.7372 \\ -223.7372 & 421.3962 \end{bmatrix} \tag{۴-۱۱}$$

نمودار حرکت تیر با زمان تأخیر ۰/۰۲۰ ثانیه و روش ذکر شده بصورت زیر می‌باشد:

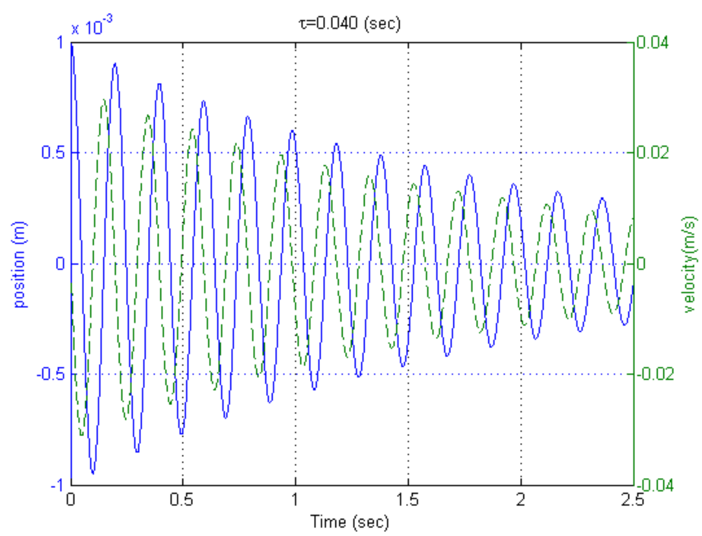


نمودار ۴-۱۶ : سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۲۰ ثانیه برای مد اول و با ترکیب دو روش کنترلی

اگر زمان تأخیر برابر با ۰/۰۴۰ ثانیه در نظر گرفته شود، معادله ضرایبی که از معادله ریکاتی بدست می‌آید بصورت زیر می‌باشد:

$$K = \begin{bmatrix} 373838.3168 & -629.0690 \\ -629.0690 & 422.7529 \end{bmatrix} \tag{۱۲-۴}$$

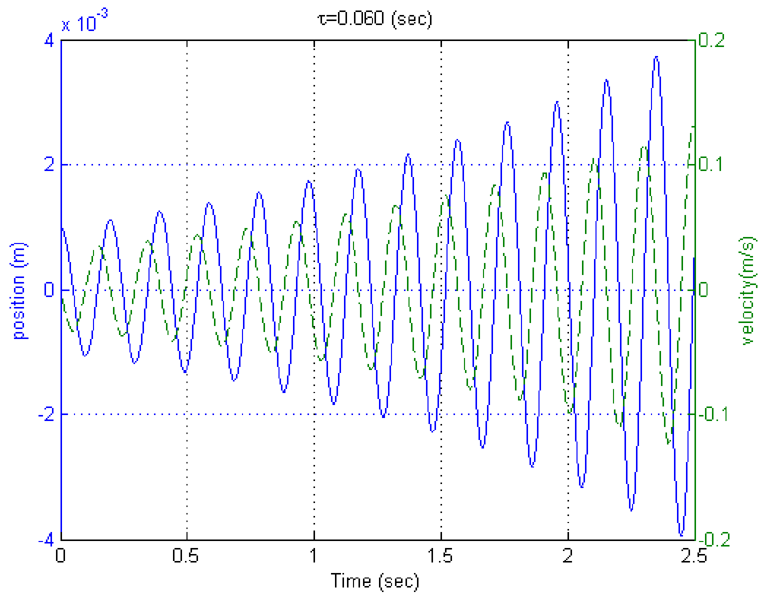
نمودار حرکت تیر با زمان تأخیر ۰/۰۴۰ ثانیه و روش ذکر شده بصورت زیر می‌باشد:



نمودار ۴-۱۷ : سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۴۰ ثانیه برای مد اول و با ترکیب دو روش کنترلی

اگر تأخیر زمانی را برابر ۰/۰۶۰ ثانیه در نظر بگیریم، داریم:

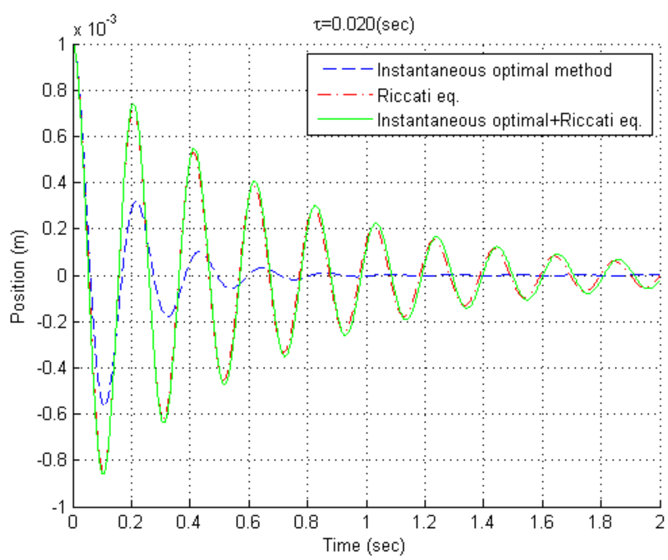
$$K = \begin{bmatrix} 399606.8348 & -716.9984 \\ -716.9984 & 423.04535 \end{bmatrix} \tag{۱۳-۴}$$



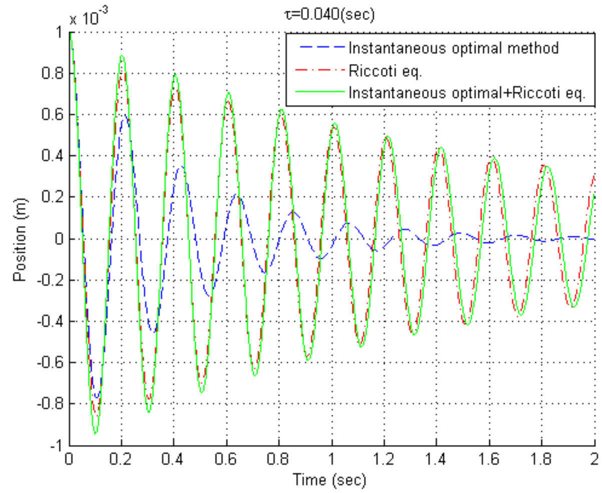
نمودار ۴-۱۸ : سرعت و موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۶۰ ثانیه برای مد اول و با ترکیب دو روش کنترلی

۴-۱-۴-مقایسه سه روش کنترل در مد اول تیر:

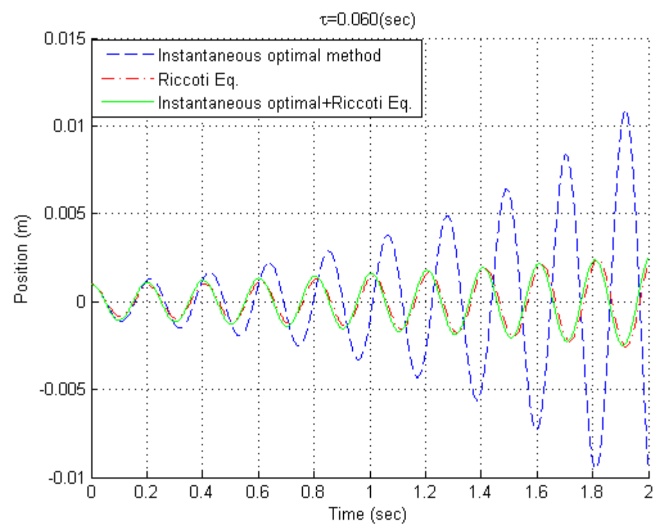
نمودارهای زیر مقایسه بین سه روش ذکر شده در سه زمان تأخیر می‌باشد:



نمودار ۴-۱۹ : مقایسه موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۲۰ ثانیه در هر سه روش کنترلی



نمودار ۴-۲۰ : مقایسه موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۴۰ ثانیه با هر سه روش کنترلی



نمودار ۴-۲۱ : مقایسه موقعیت انتهای تیر با زمان تأخیر ۰/۰۶۰ ثانیه با هر سه روش کنترلی

سه نمودار فوق نشان می‌دهد که روش اول و سوم در این موضوع خاص خیلی با هم تفاوت ندارند ولی روش دوم با وارد کردن نیروی بیشتر، باعث می‌شود که تیر ما زودتر به حالت پایدار برسد. همچنین بعلت اینکه نیروی وارده در روش دوم بیشتر است، در تأخیر زمانی که باعث واگرایی می‌شود، میزان واگرایی ما نیز بسیار بیشتر از دو روش دیگر می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که تأخیر زمانی در کنترلر باعث ضعیف‌تر شدن کارآیی کنترلر در هر سه روش می‌شود و اگر تأخیر ما از میزان تأخیر مرزی بدست آمده بیشتر شود، باعث واگرایی سیستم می‌شود.

اینکه تأخیر در مد اول باعث کاهش کارآیی کنترلر می‌شود بدیهی است. بعلت اینکه در مد اول تمام اجزاء تیر یا بالای محور صفر قرار دارند یا پایین آن، و در هر جایی که سنسور و کنترلر ما نصب شود، جهت‌های موقعیت و سرعت آنها یکسان می‌باشد، همچنین اگـر مد دوم نیز به تنهایی مورد بررسی قرار گیرد با استفاده از روابط می‌توان نسبت جای محرک به سنسور، که همیشه ثابت می‌باشد، را پیدا کرد. اما وقتی ترکیب دو مد مدنظر باشد، بعلت اختلاف فرکانس‌ها و اختلاف در توابع وابسته به مکان آنها، نمی‌توان رابطه‌ای بین آنها را براحتی پیدا کرد.

۴-۲-کنترل ارتعاشات آزاد ترکیب مد اول و مد دوم تیر:

۴-۲-۱-کنترل با استفاده از معادله ریکاتی:

توابع وزنی را برای کنترل ترکیب مد اول و دوم تیر بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$Q=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 10 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1000 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 100\end{bmatrix} \qquad , \qquad R=1 \tag{۱۴-۴}$$

معادلات حالت برای دو مد اول بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{X}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -872.1243 & 0 & -0.01 & 0\\ 0 & -3.4255\times10^{4} & 0 & -0.01\end{bmatrix}\mathrm{X}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0.0368\\ 0.4865\end{bmatrix}\mathrm{U} \tag{۱۵-۴}$$

با استفاده از معادلات (۴-۱۴) و (۴-۱۵) می‌توان ماتریس K را از معادله ریکاتی بدست آورد.

$$K=\begin{bmatrix}743020.9108 & -31.1765 & 0.0085 & 8.2096\\ -31.1765 & -705386.977 & -322.3682 & 0.001909\\ 0.0085 & -322.3682 & 851.8231 & 0.01004\\ 8.2096 & 0.001909 & 0.01004 & 20.5976\end{bmatrix} \tag{۱۶-۴}$$

با استفاده از ماتریس فوق، می‌توان ضرایب کنترلر را بدست آورد:

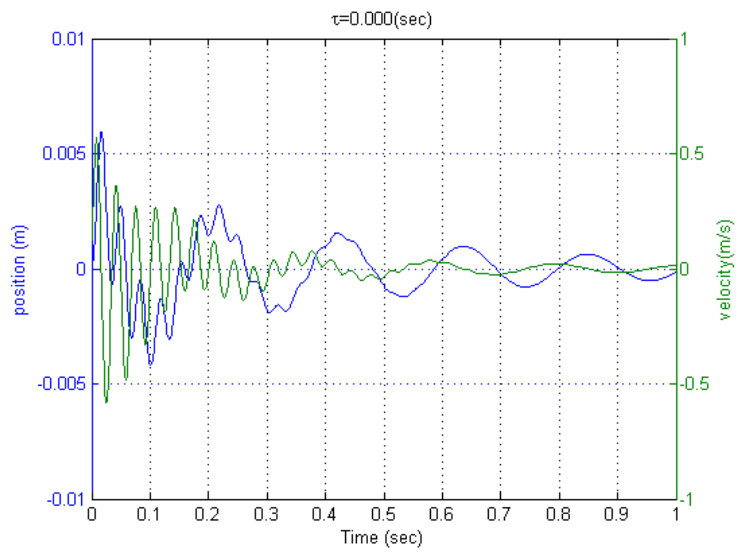
$$E=[-13.5010 \quad -40.1109 \quad -105.9890 \quad -33.8776] \tag{۱۷-۴}$$

با استفاده از معادله (۳-۶۴) وقرار دادن $s=j\omega$ و جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی و حل همزمان آنها داریم:

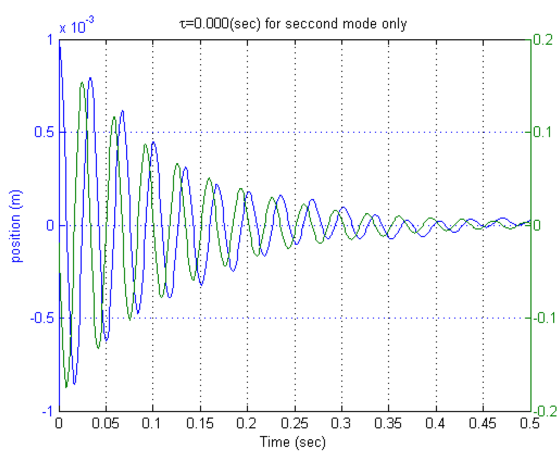
$$\tau = 0.04965 \qquad , \quad \omega = 31.51437711$$
$$\tau = 0.00808 \qquad , \quad \omega = 193.6861275 \qquad (۱۸-۴)$$

می‌توان فهمید که هر کدام از این دو مقدار بدست آمده، مرز پایداری یک مد می‌باشد و برای پایداری هر دو مد باید زمان تأخیر در محدوده پایدار این دو مقدار باشد.

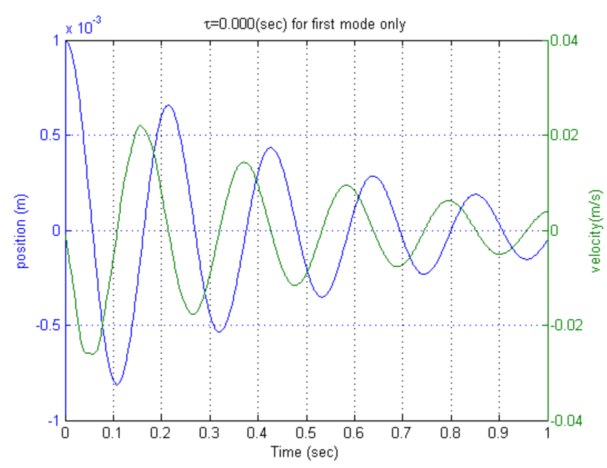
با توجه به نمودارهای زیر می‌توان فهمید که در زمان تأخیر صفر، هر دو مد در ناحیه پایدار قرار دارند و در نتیجه ترکیب این دو مد نیز در محدوده پایدار می‌باشد.



(الف)



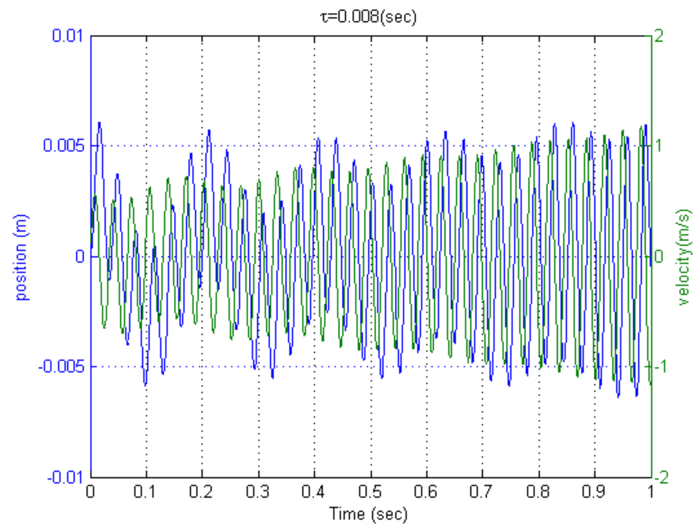
(ج)



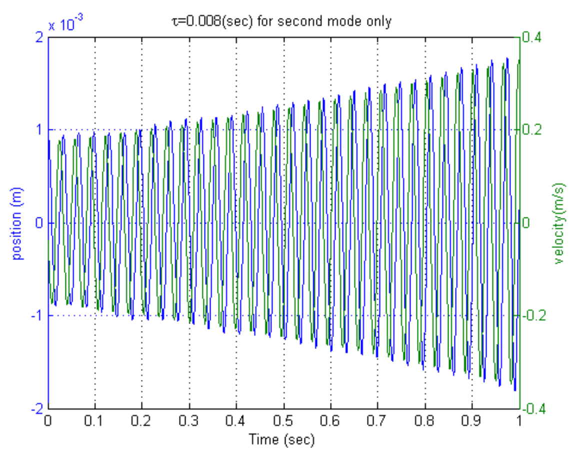
(ب)

نمودار ۴-۲۲ : موقعیت و سرعت انتهای تیر بدون تأخیر زمانی در کنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم با روش کنترل بهینه ریکاتی

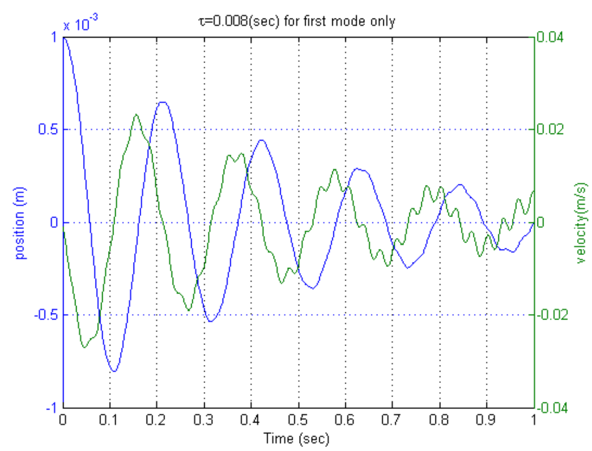
با توجه به جواب‌های بدست آمده در (۴-۱۸) در زمان تأخیر ۰/۰۰۸ ثانیه داریم:



(الف)



(ج)

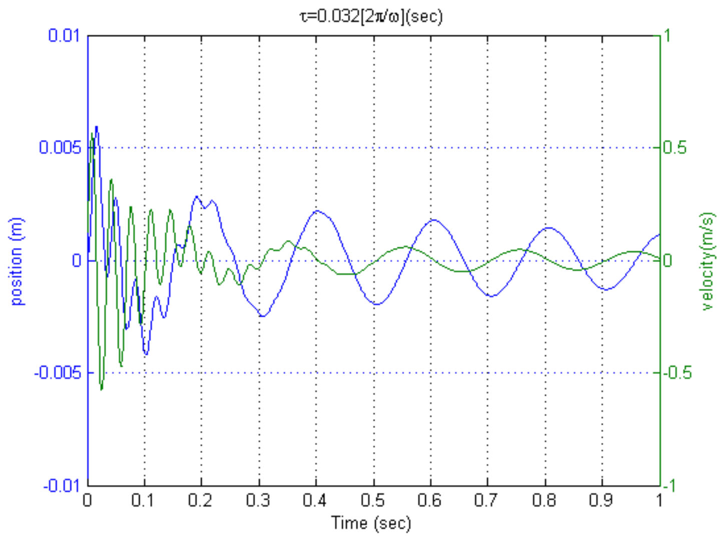


(ب)

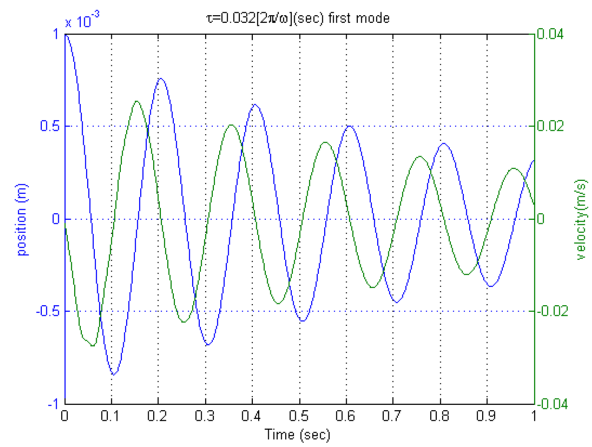
نمودار ۴-۲۳ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۰۰۸ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم با روش کنترل بهینه ریکاتی

در تأخیر زمانی بالای ۰/۰۰۸ ثانیه مد اول پایدار و مد دوم ناپایدار می‌شود، در نتیجه سیستم ما ناپایدار است.

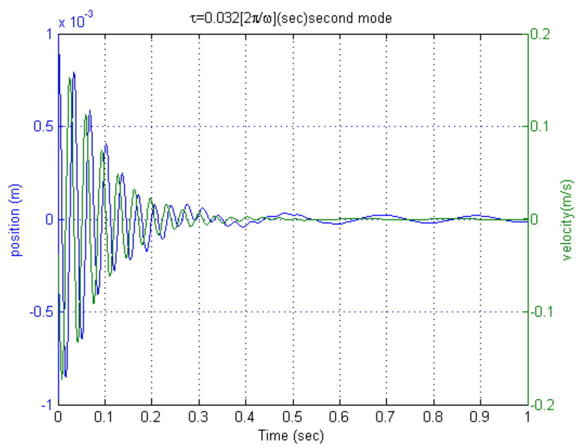
در زمان تأخیر ۰/۰۳۲ ثانیه، مد دوم ما دوباره پایدار می‌شود و چون مد اول در ناحیه پایدار می‌باشد، سیستم ما پایدار می‌شود.



(الف)



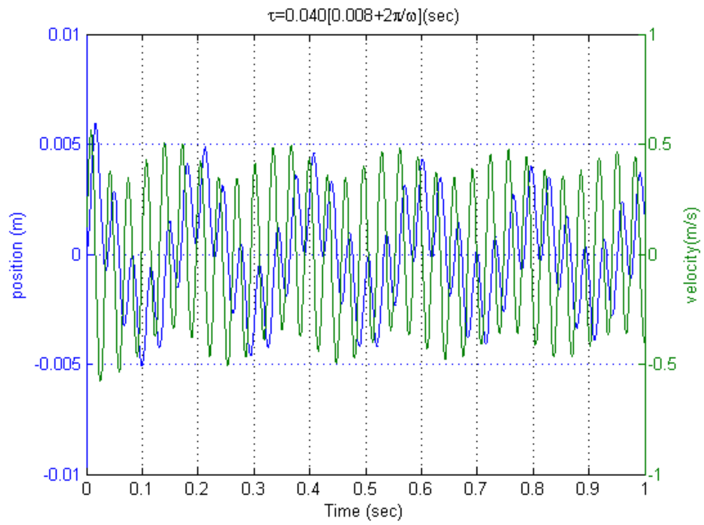
(ب)



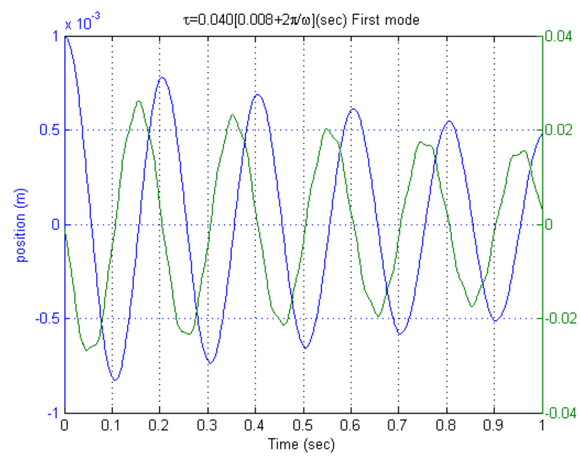
(ج)

نمودار ۴-۲۴ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۰۳۲ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم با روش کنترل بهینه ریکاتی

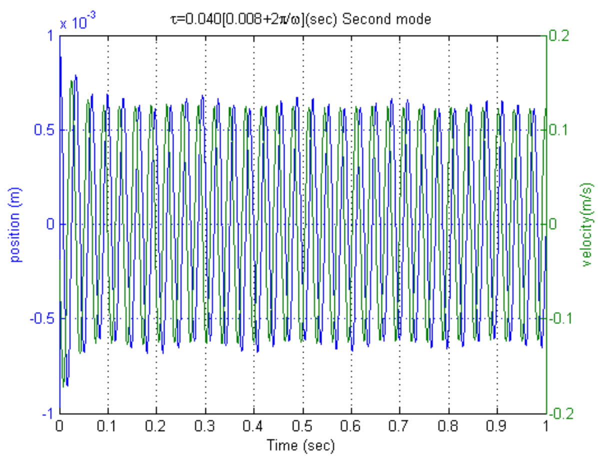
در زمان تأخیر ۰/۰۴۰ ثانیه به مرز پایداری مد دوم می‌رسیم.



(الف)



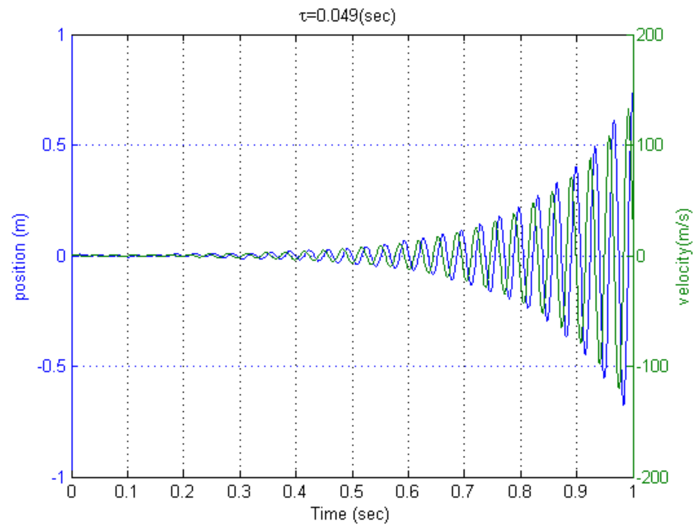
(الف)



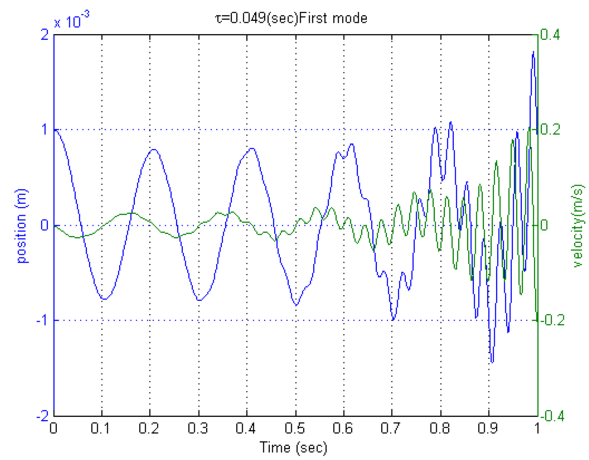
(ب)

نمودار ۴-۲۵ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۰۴۰ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم با روش کنترل بهینه ریکاتی

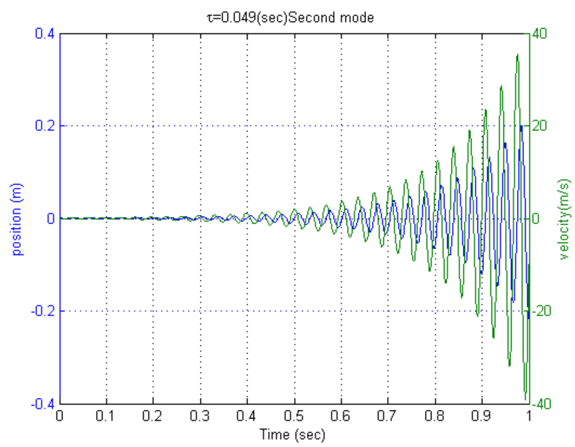
در تأخیر زمانی ۰/۰۴۹ ثانیه مرز پایداری برای مد اول می‌باشد. در این تأخیر زمانی، مد دوم ناپایدار است و در نتیجه سیستم ما ناپایدار می‌شود.



(الف)



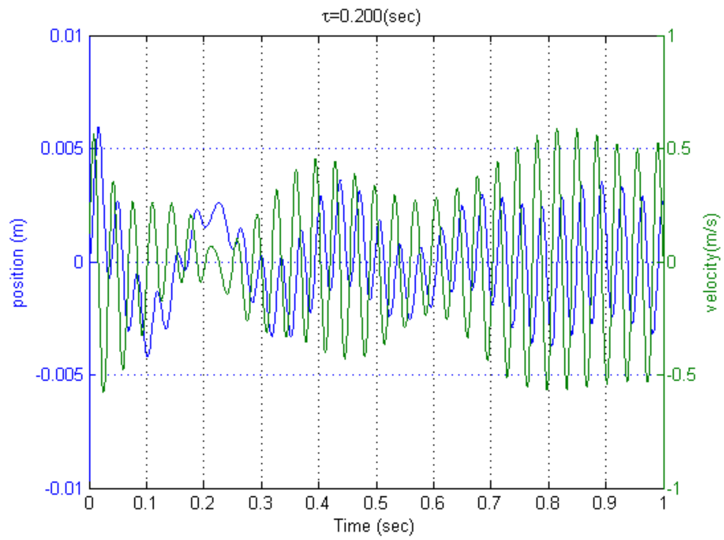
(ب)



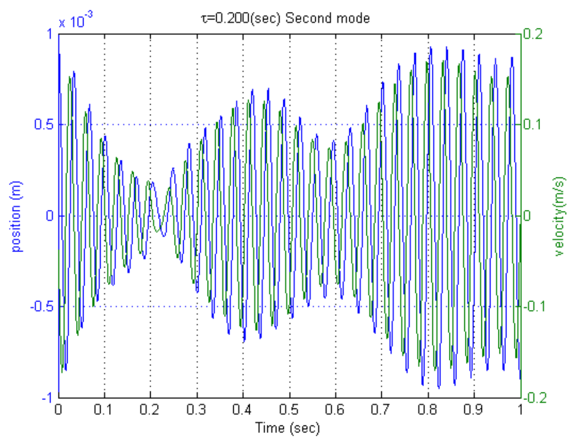
(ج)

نمودار ۴-۲۶ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۰۴۹ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم با روش کنترل بهینه ریکاتی

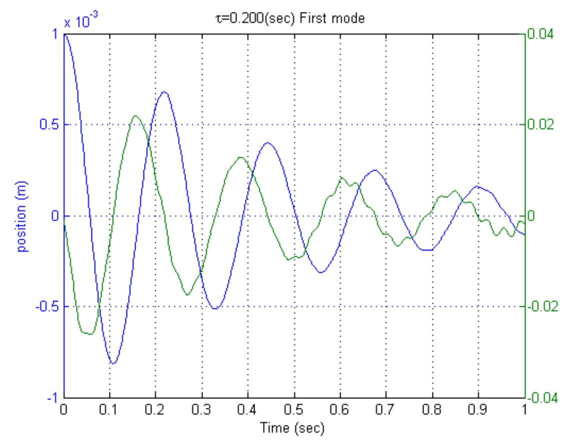
در زمان‌های تأخیر بالای این زمان تا ۰/۲۰۰ ثانیه، مد اول ناپایدار است، در نتیجه سیستم ما ناپایدار می‌شود. در زمان ۰/۲۰۰ ثانیه مد اول پایدار می‌باشد و مد دوم در مرز پایداری است، در نتیجه سیستم در مرز پایداری می‌باشد.



(الف)



(ج)



(ب)

نمودار ۴-۲۷ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۲۰۰ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم با روش کنترل بهینه ریکاتی

۴-۲-۲-کنترل با استفاده از روش کنترل بهینه لحظه‌ای:

در این روش، توابع وزنی را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad , \quad R = \frac{1}{3} \times 10^{-3} \tag{۱۹-۴}$$

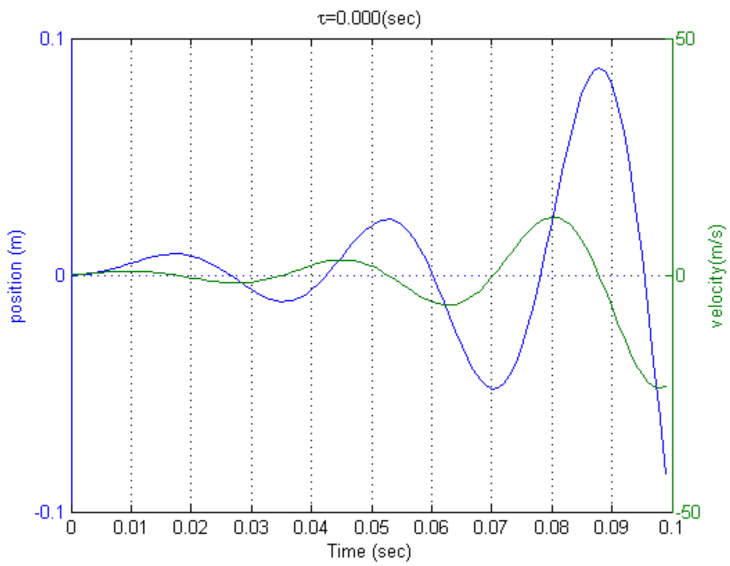
معادلات حالت برای دو مد اول بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{X}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -872.1243 & 0 & -0.01 & 0\\ 0 & -3.4255\times10^{4} & 0 & -0.01\end{bmatrix}X+\begin{bmatrix}0\\0\\0.0368\\0.4865\end{bmatrix}U \qquad (۱۳-۴)$$

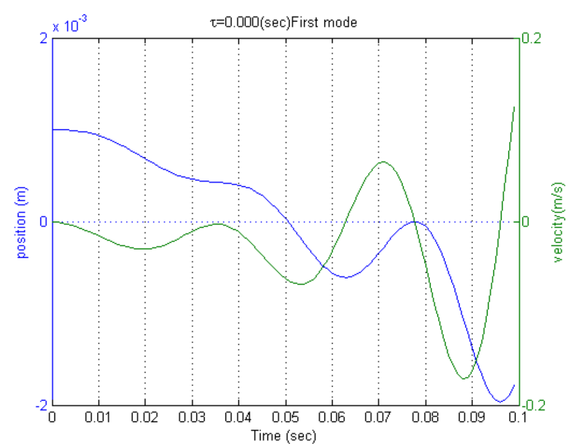
با حل معادلات (۳-۷۴) داریم:

$$\begin{matrix}\tau=0.05201 & , & \omega=31.7324\\ \tau=0.00834 & , & \omega=369.4312\end{matrix} \qquad (۲۰-۴)$$

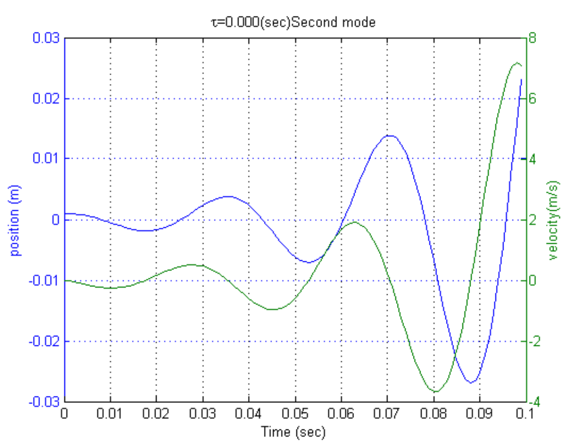
با توجه به معادلات فوق، ارتعاش تیر ما در زمان‌های تأخیر متفاوت بصورت زیر می‌شود:



(الف)



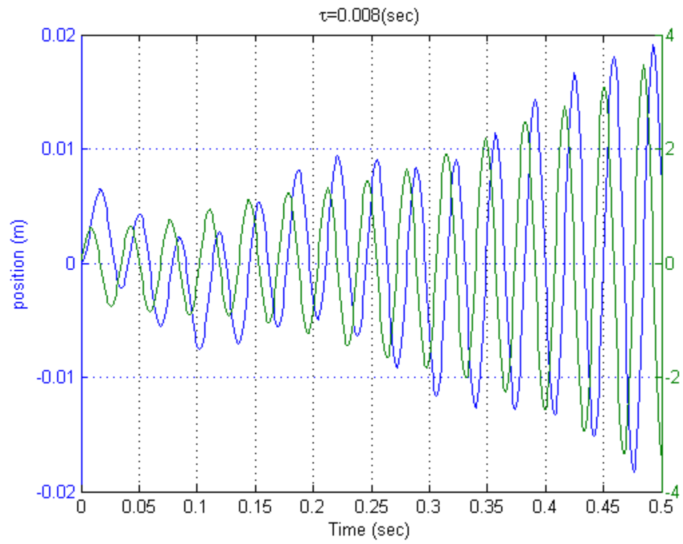
(ب)



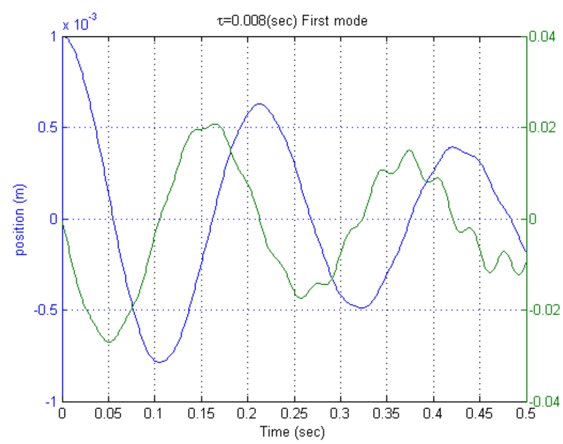
(ج)

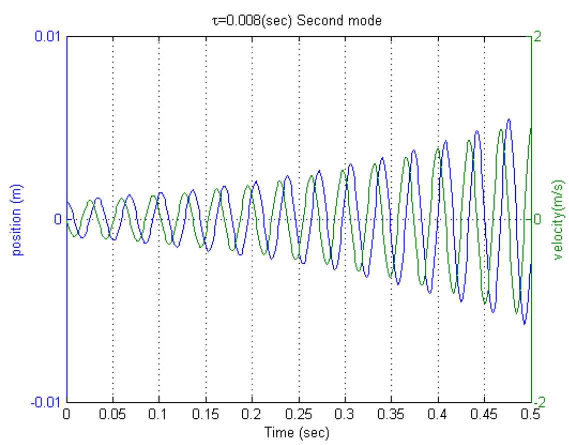
نمودار ۴-۲۸ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۰۰۰ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم برای روش کنترل بهینه لحظه‌ای

با توجه به نمودارهای فوق، متوجه می‌شویم که در زمان تأخیر صفر نمودار کنترل ارتعاشات ما واگرا می‌شود. با دادن زمان تأخیر به کنترلر مشاهده می‌کنیم که سیستم ما به سمت پایداری پیش می‌رود. در زمان تأخیر ۰/۰۰۸ ثانیه مشاهده می‌کنیم که سیستم ما پایدار می‌شود (در زمانی بین ۰/۰۰۸ و ۰/۰۰۹ ثانیه مرز پایداری سیستم ما می‌باشد).



(الف)

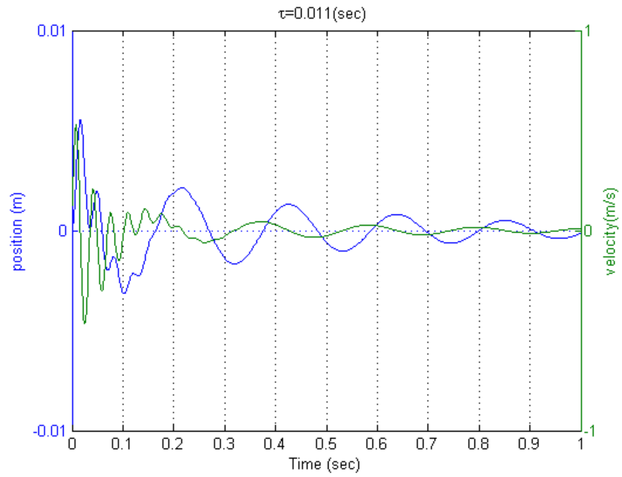




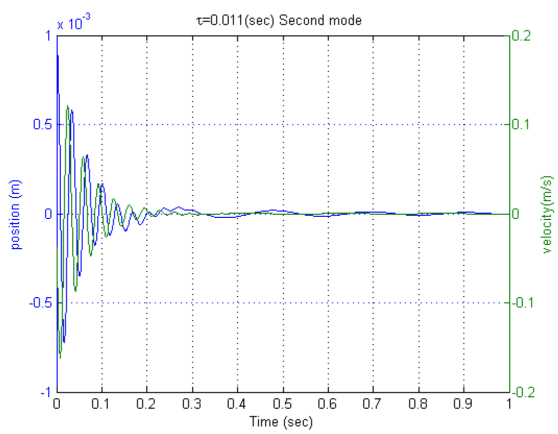
(ب) (ج)

نمودار ۴-۲۹ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۰۰۸ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم برای روش کنترل بهینه لحظه‌ای

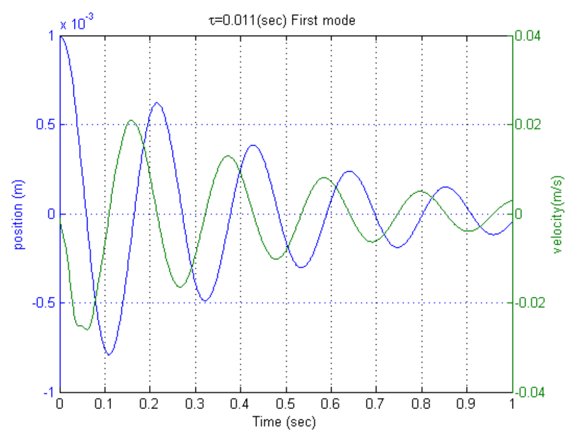
در زمان‌های تأخیر بین بازه ۰/۰۰۹ و ۰/۰۲۵ ثانیه سیستم ما پایدار است. بعنوان مثال برای تأخیر ۰/۰۱۱ ثانیه مکان حرکتی تیر در محل نصب سنسور بصورت زیر در می‌آید:



(الف)



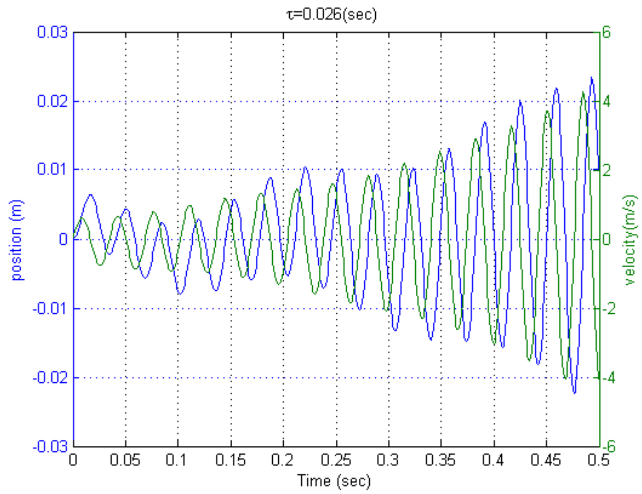
(ج)



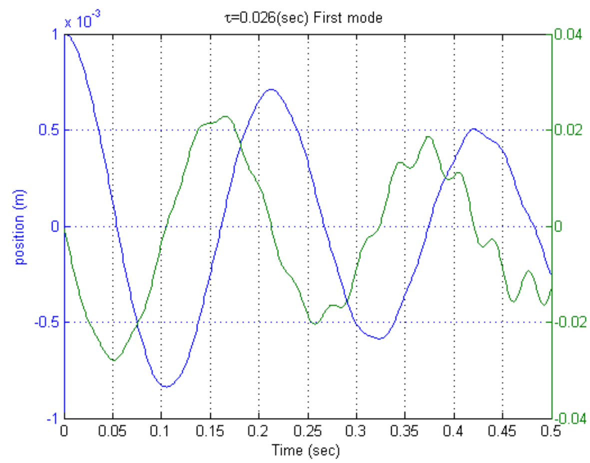
(ب)

نمودار ۴-۳۰ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۰۱۱ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم برای روش کنترل بهینه لحظه‌ای

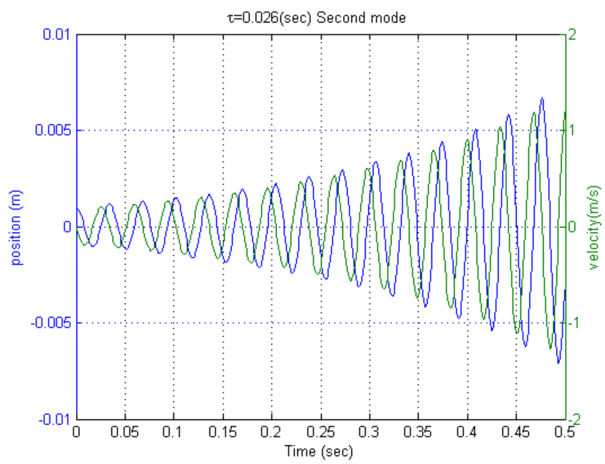
در تأخیر زمانی ۰/۰۲۶ثانیه دوباره سیستم ما واگرا می‌شود.



(الف)



(الف)



(ب)

نمودار ۴-۳۱ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۰۲۶ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم برای روش کنترل بهینه لحظه‌ای

۴-۲-۳-کنترل با استفاده از روش ترکیب کنترل بهینه لحظه‌ای و معادله ریکاتی:

در این روش ضرایب وزنی را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

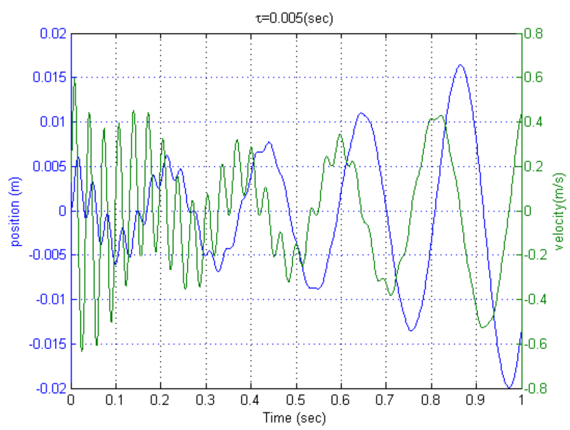
$$Q=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 10 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1000 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 100\end{bmatrix} \quad , \quad R=1 \tag{۱۲-۴}$$

معادلات حالت برای دو مد اول بصورت زیر می‌باشد:

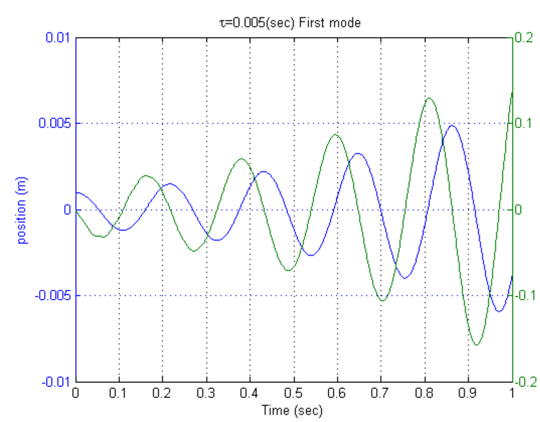
$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -872.1243 & 0 & -0.01 & 0 \\ 0 & -3.4255 \times 10^{4} & 0 & -0.01 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0368 \\ 0.4865 \end{bmatrix} U \qquad (۱۳\text{-}۴)$$

با توجه به اینکه در حالتی که پارامتر تأخیر نداشته باشیم، ضرایب بدست آمده از معادله ریکاتی مانند ضرایب (۴-۱۴) می‌باشد. اما با داشتن ترم تأخیر، بعلت اینکه معادلاتی که ضرایب ریکاتی را تشکیل می‌دهند تغییر می‌کند، ضرایب نیز تغییر می‌کند.

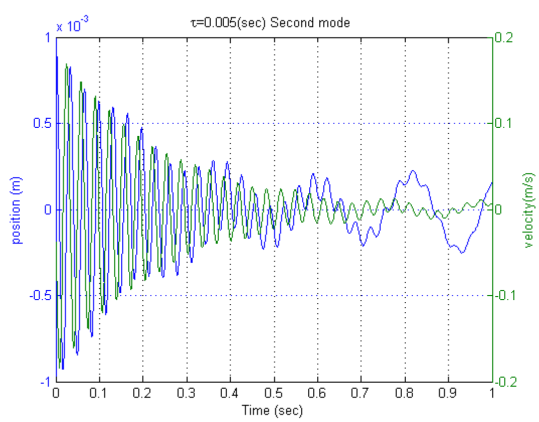
با حل معادلات حالت دارای تأخیر متوجه می‌شویم که به محض وارد شدن تأخیر، سیستم ما دچار ناپایداری می‌شود. نمودارهای زیر برای تأخیر ۰/۰۰۵ ثانیه می‌باشد.



(الف)



(ب)



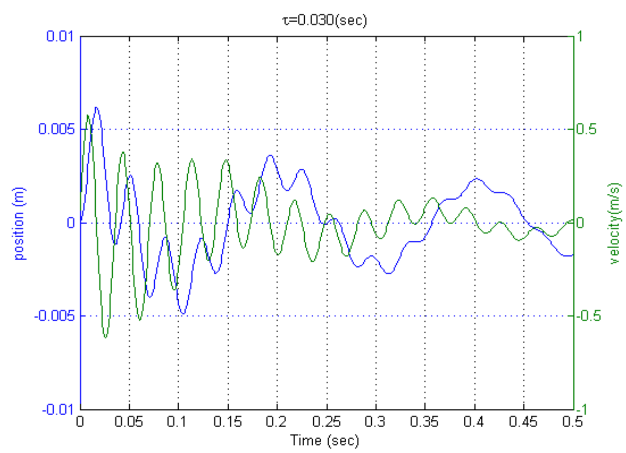
(ج)

نمودار ۴-۳۲ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۰۰۵ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم برای روش ترکیب کنترل بهینه لحظه‌ای و معادله ریکاتی

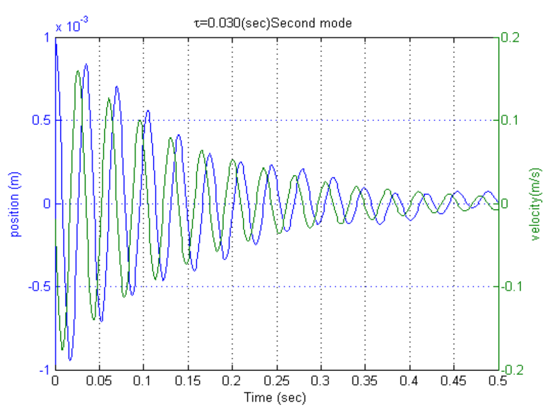
با توجه به نمودارهای تأخیر ۰/۰۰۰ و ۰/۰۰۵ ثانیه متوجه می‌شویم که با اضافه کردن ترم تأخیر، ضرایب ریکاتی یکتا نمی‌باشند؛ یعنی ما از معادله ریکاتی چند جواب بدست می‌آوریم که ممکن است در ناحیه پایدار و یا ناپایدار قرار گیرد. در زمان تأخیر صفر، جواب ما یکتا می‌باشد اما زمانی که ترم تأخیر اضافه می‌شود این جواب دیگر یکتا نیست.

بطور مثال در تأخیر ۰/۰۳۰ ثانیه ، سیستم پایدار است. در تأخیر ۰/۰۴۲ سیستم ما بصورت پایدار مرزی می‌شود و در ۰/۰۵۰ سیستم ما بازهم پایدار می‌باشد. با مقایسه ضرایب بدست آمده از معادله ریکاتی متوجه می‌شویم این ضرایب در بازه‌های زمانی خیلی کوچک، تغییرات زیادی دارند. این تغییرات بخاطر حل عددی توسط نرم‌افزار برای ۱۶ معادله با ۱۶ مجهول غیرخطی می‌باشد و متوجه می‌شویم که این معادلات جواب یکتا ندارد.

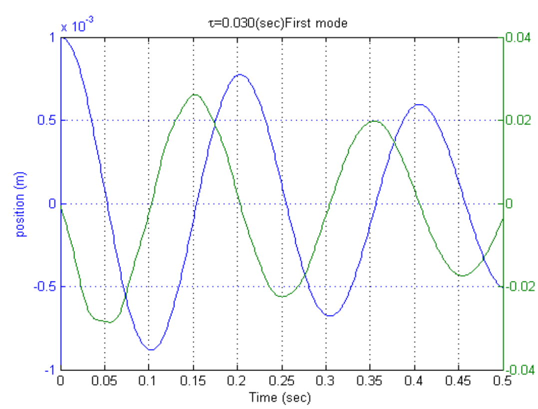
نمودارهای تأخیر در زمان‌های ذکر شده بصورت زیر می‌باشد.



(الف)

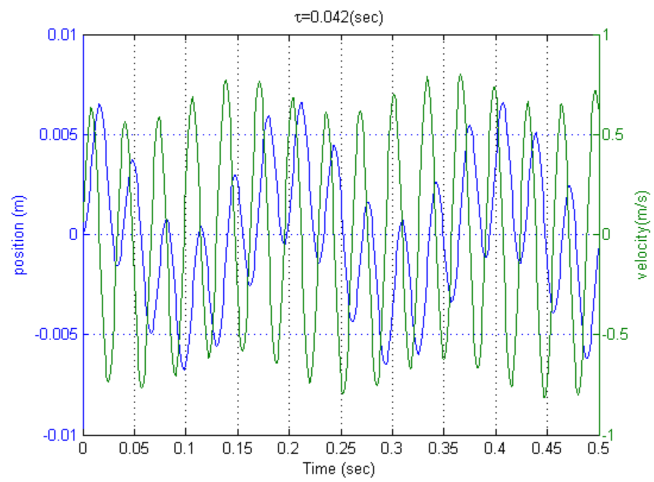


(ب)

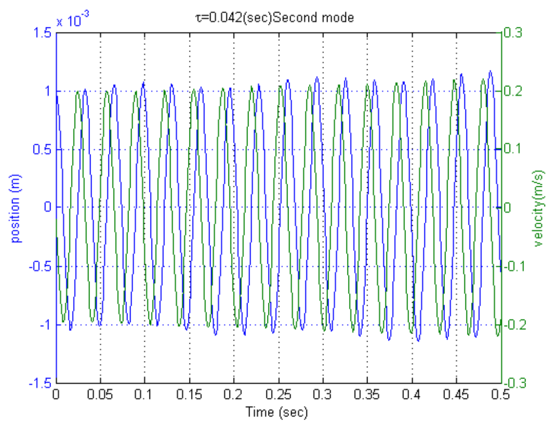


(الف)

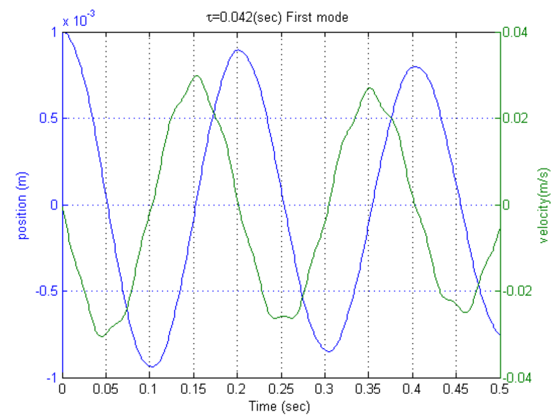
نمودار ۴-۳۳ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۰۳۰ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم برای روش ترکیب کنترل بهینه لحظه‌ای و معادله ریکاتی



(الف)

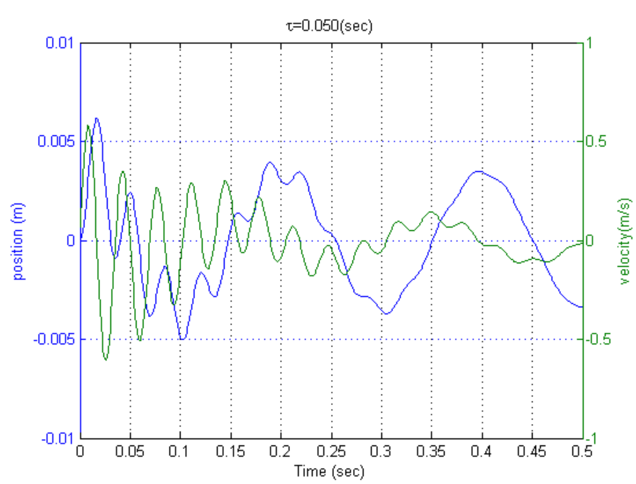


(ج)

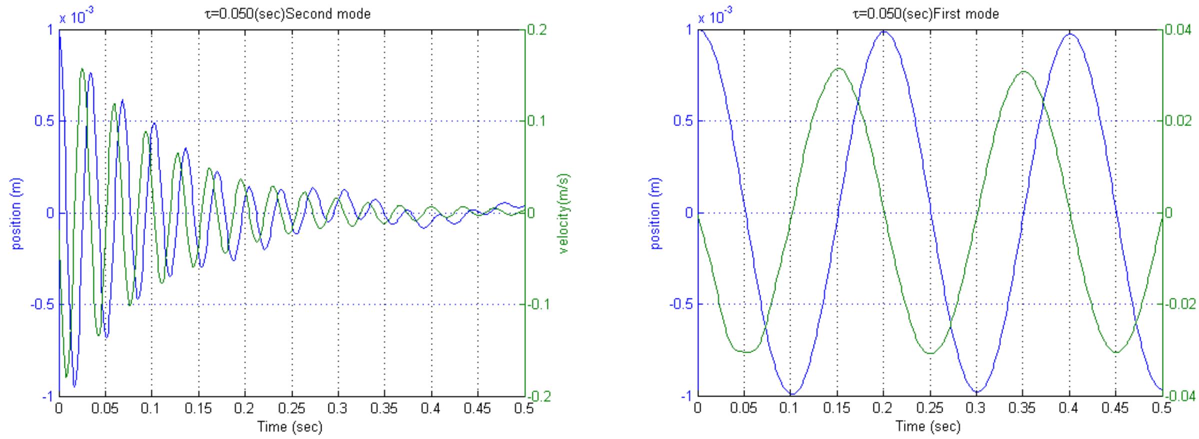


(ب)

نمودار ۴-۳۴ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۰۴۲ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم برای روش ترکیب کنترل بهینه لحظه‌ای و معادله ریکاتی



نمودار ۴-۳۵ (الف)



(ب) (الف)

نمودار ۴-۳۵ : موقعیت و سرعت انتهای تیر برای تأخیر زمانی ۰/۰۵۰ ثانیه درکنترلر برای (الف) ترکیب مد اول و دوم ، (ب) مد اول و (ج) مد دوم برای روش ترکیب کنترل بهینه لحظه‌ای و معادله ریکاتی

۴-۲-۴-مقایسه سه روش فوق برای ترکیب ارتعاش مد اول و دوم:

از نمودارهای بالا براحتی می‌توان فهمید که روش سوم بعلت زیاد شدن معادلات و نداشتن جواب یکتای حقیقی، روش مناسبی برای کنترلر در این حالت نمی‌باشد.

روش کنترل بهینه لحظه‌ای در حالت بدون تأخیر، واگرا می‌باشد. علت این واگرایی این است که محرک و سنسور ما در یک نقطه از تیر نمی‌باشد. این نابجایی را می‌توان با در نظر گرفتن ترم تأخیر از بین برد و به بهینه ترین حالت برای این موضوع خاص رساند. در ضمن محدوده پایداری این روش نسبت به روش بهینه ریکاتی از بازه بزرگتری در ناحیه پایداری برخوردار است. همچنین زمان کنترل در این روش در بهترین زمان، بسیار بهتر از روش کنترل بهینه ریکاتی می‌باشد.

بزرگترین مشکل این روش این است که هرچه زمان تأخیر ما بیشتر شود، برای بدست آوردن Z_0 زمان بیشتری صرف می‌شود و پردازنده بمراتب با سرعت بالاتری می‌خواهد. همچنین نیرویی که بواسطه روش کنترل بهینه لحظه‌ای که به تیر وارد می‌شود بمراتب بزرگتر از روش بهینه ریکاتی می‌باشد، در نتیجه انتخاب نوع پیزوالکتریک سخت‌تر و وزن و هزینه خرید آن نیز بالاتر می‌رود.

۴-۳- کنترل ارتعاشات اجباری مد اول :

ارتعاشات اجباری توسط یک نیروی هارمونیک صورت می‌گیرد. در ارتعاشات اجباری، معیار مقایسه روش‌های کنترلی، دامنه حالت پایدار و زمان رسیدن به حالت پایدار می‌باشد.

در اینجا، تیر ما توسط یک نیروی هارمونیک سینوسی با فرکانس‌های متفاوت که به انتهای تیر وارد می‌شود، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۴-۳-۱- کنترل ارتعاشات با استفاده از ضرایب معادله ریکاتی:

توابع وزنی را برای کنترل مد اول تیر بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$Q = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 1500 \end{bmatrix} \qquad , \qquad R = 1 \tag{۴-۳}$$

معادلات حالت برای مد اول بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -872.1244 & -0.01 \end{bmatrix} \mathrm{X} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0917 \end{bmatrix} \mathrm{U} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(\omega t) \end{bmatrix} \tag{۴-۲۱}$$

که ω فرکانس نیروی هارمونیک وارده بر تیر می‌باشد.

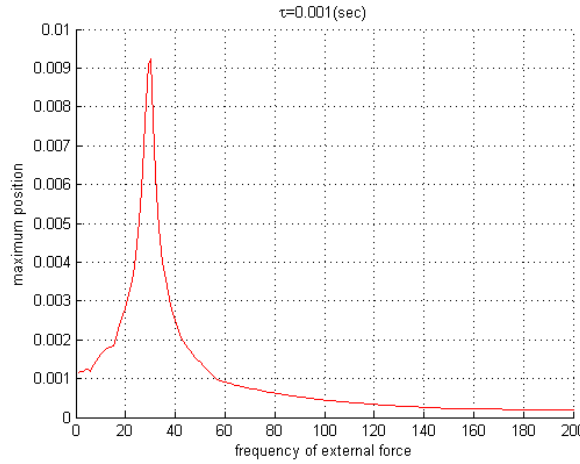
با استفاده از معادلات (۴-۳) و (۴-۲۱) می‌توان ماتریس K را از معادله ریکاتی بدست آورد؛ که بصورت زیر می‌باشد:

$$K = \begin{bmatrix} 367380.6772 & 0.2867 \\ 0.2867 & 421.2469 \end{bmatrix}$$

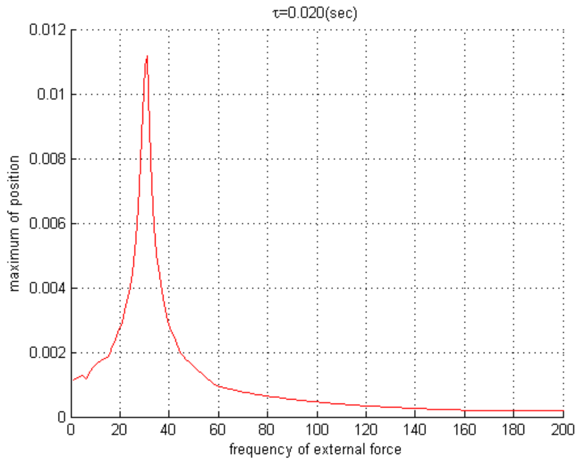
با استفاده از ماتریس K می‌توان ضرایب حالت کنترلر بصورت زیر می‌باشد.

$$E = [\,-0.0263 \quad -38.6283] \tag{۴-۲۲}$$

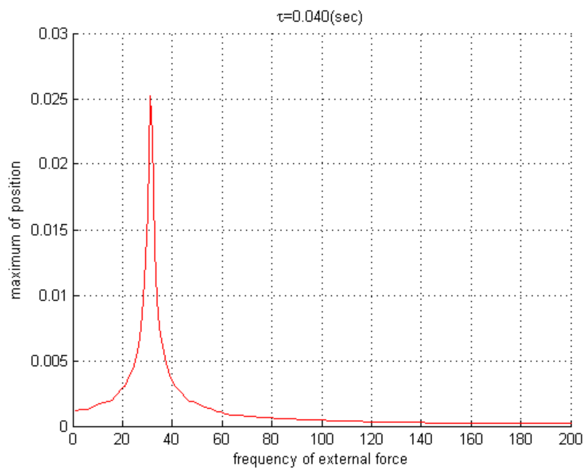
نمودارهای دامنه حالت پایدار به فرکانس تحریک برحسب زمان‌های تأخیر متفاوت بصورت زیر می‌باشد.



(الف)



(ب)

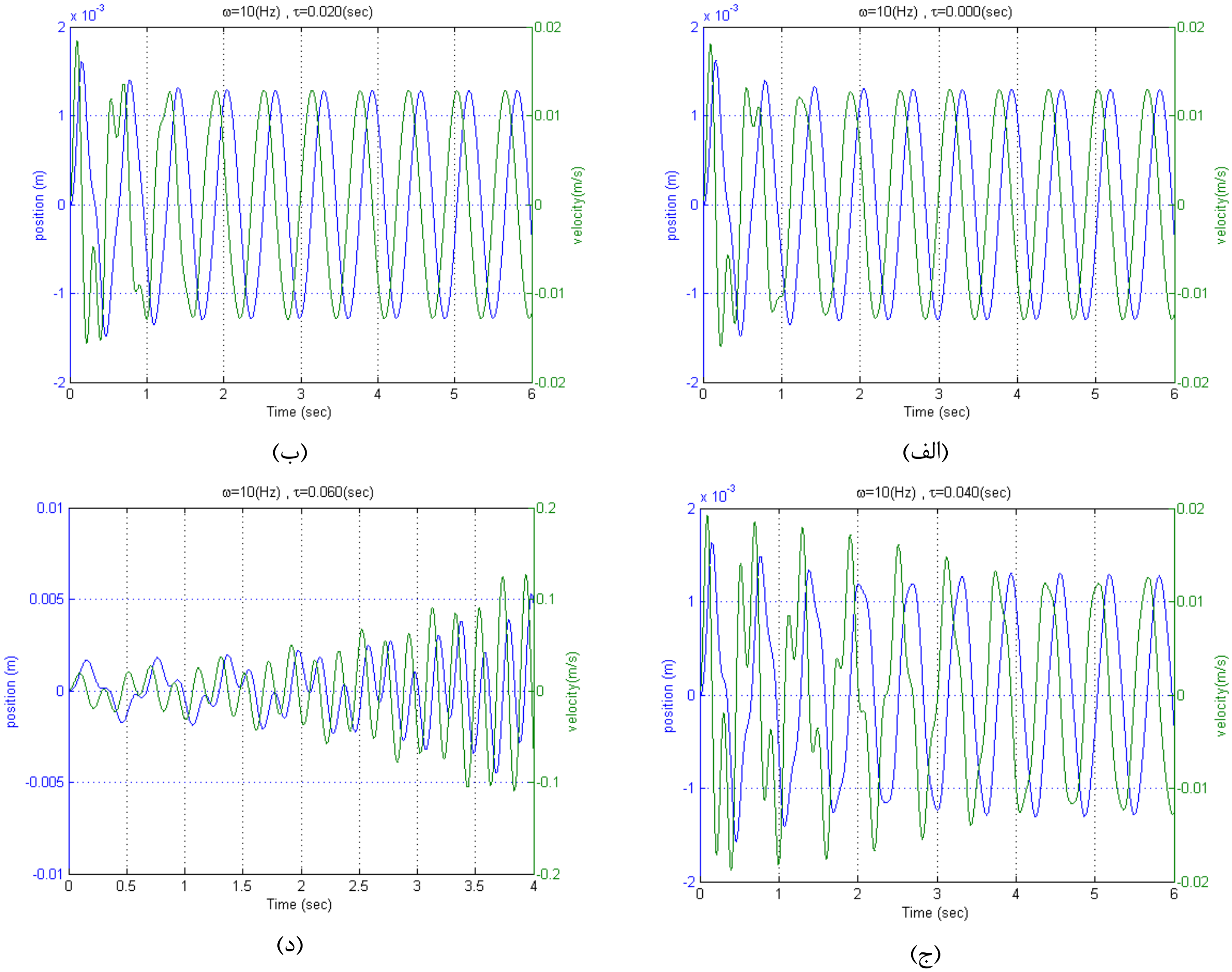


(ج)

نمودار ۴-۳۶ : دامنه حالت پایدار به فرکانس تحریک در زمان‌های تأخیر (الف) ۰/۰۰۱ ثانیه، (ب) ۰/۰۲۰ ثانیه، (ج) ۰/۰۴۰ ثانیه با روش کنترلی ریکاتی

از نمودارهای بالا متوجه می‌شویم که تأخیر در مد اول در این روش باعث افزایش دامنه حالت پایدار می‌شود. اما در تأخیر بالای تأخیر مرزی، سیستم ما واگرا می‌شود. این زمان تأخیر مرزی علاوه بر مشخصات تیر، به فرکانس نیروی وارده نیز وابسته می‌باشد. همانطور که انتظار می‌رفت، در حالت تشدید، که در فرکانس ۲۹ هرتز رخ می‌دهد، بیشترین دامنه حالت پایدار مشاهده می‌شود. در فرکانس های بالا، دامنه حرکت کوچکتر می‌شود، چون با توجه به اینکه نیروی هارمونیک وارده در فرکانس‌های بالا، زمان ماند کمتری بین یک بازه نیرو دارد، در نتیجه دامنه حرکت سیستم ما نیز کاهش می‌یابد.

نمودارهای زیر مربوط به حرکت انتهای تیر (در محل سنسور) در یک فرکانس تحریک و زمان تأخیر مشخص شده می‌باشد.



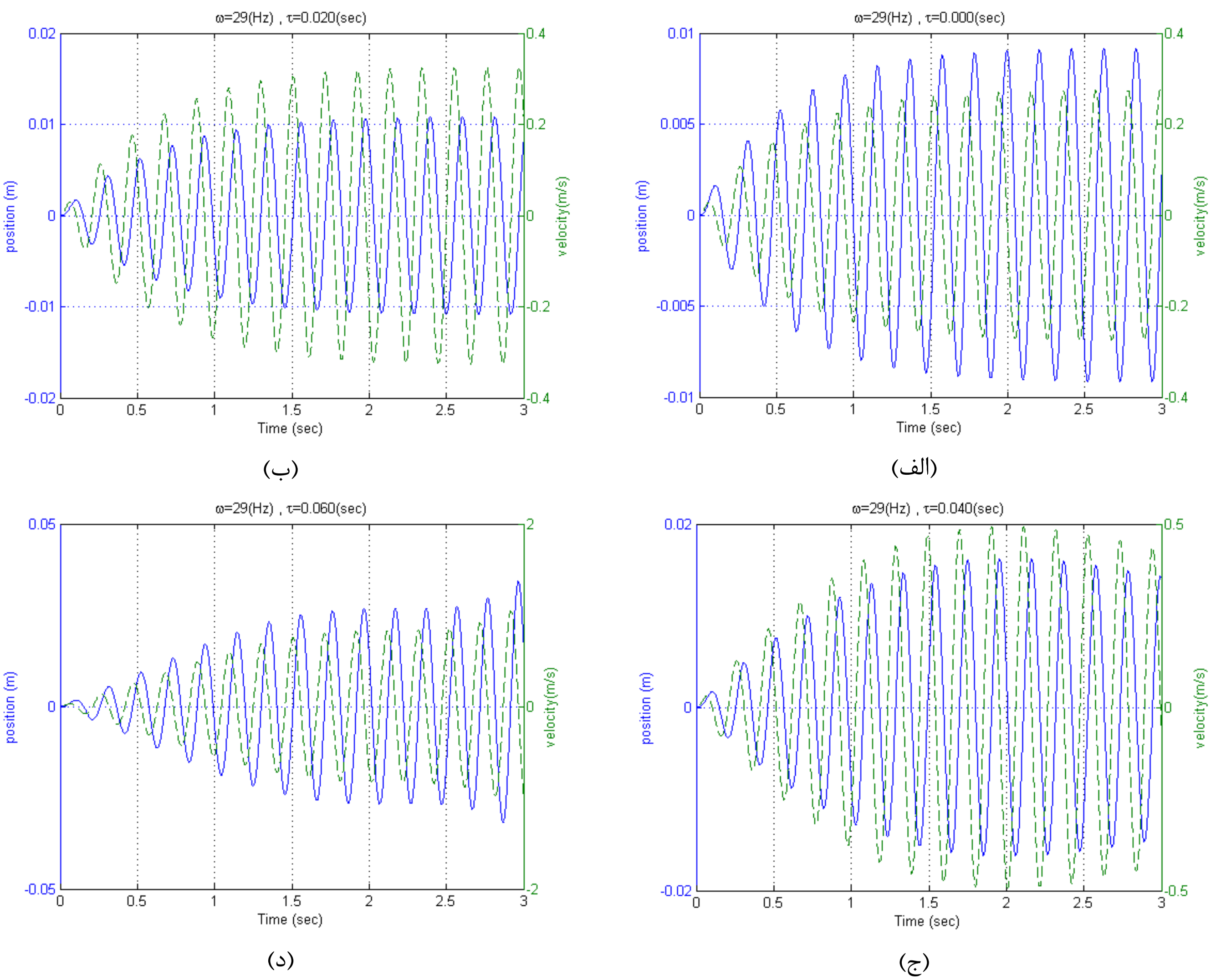
نمودار ۴-۳۷ : موقعیت و سرعت انتهای تیر با استفاده از ضرایب ریکاتی و در فرکانس تحریک اجباری ۱۰ هرتز و تأخیر زمانی (الف) ۰/۰۰۰ ثانیه، (ب) ۰/۰۲۰ ثانیه، (ج) ۰/۰۴۰ ثانیه و (د) ۰/۰۶۰ ثانیه

از نمودارهای فوق می‌توان فهمید که تأخیر زمانی، در فرکانس‌های زیر فرکانس تشدید، در مقدار حالت پایدار تأثیر ندارد و فقط باعث کندتر شدن زمان رسیدن به حالت پایدار می‌شود. همچنین در زمان‌های تاخیر بالای ۰/۰۵۲ ثانیه سیستم ما واگرا می‌شود.

باید توجه داشت پایداری ارتعاشات اجباری، علاوه بر زمان تأخیر به فرکانس نیروی هارمونیک وارده نیز وابسته می‌باشد.

مهمترین حالت در ارتعاشات اجباری، حالت تشدید می‌باشد. در این حالت با توجه به اینکه فرکانس نیروی وارده برسیستم برابر با فرکانس ارتعاش طبیعی سیستم می‌باشد، در این حالت پدیده تشدید[1] رخ می‌دهد. کنترلر می‌تواند از ایجاد پدیده تشدید جلوگیری کند.

نمودارهای زیر مربوط به فرکانس تشدید برای زمان‌های تأخیر متفاوت می‌باشد.

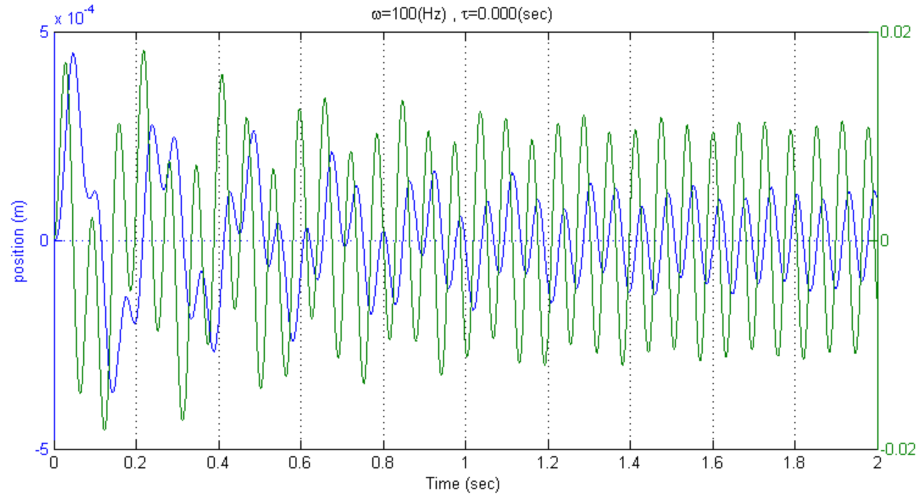


نمودار ۴-۳۸ : موقعیت و سرعت انتهای تیر با استفاده از ضرایب ریکاتی و در فرکانس تحریک اجباری ۲۹ هرتز و تأخیر زمانی (الف) ۰/۰۰۰ ثانیه، (ب) ۰/۰۲۰ ثانیه، (ج) ۰/۰۴۰ ثانیه و (د) ۰/۰۶۰ ثانیه

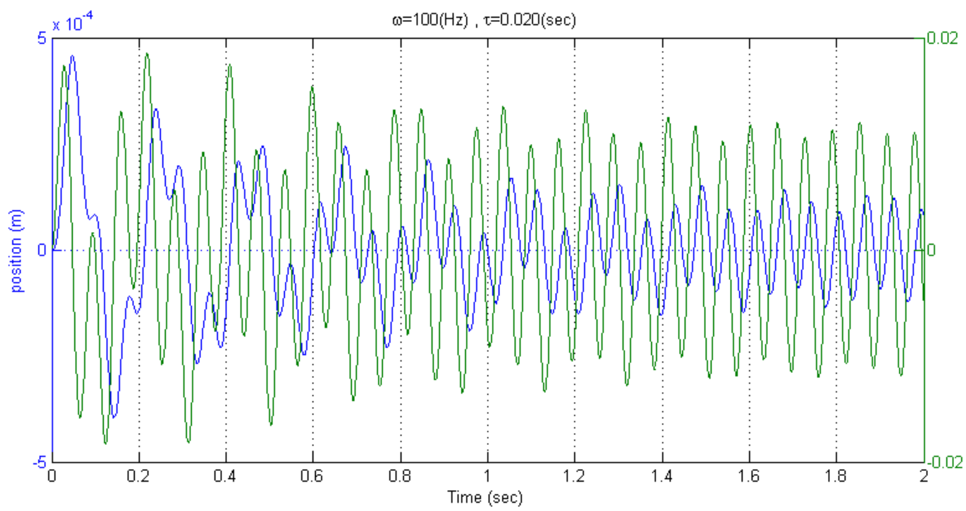
[1] Resonance

از نمودارهای فوق می‌توان فهمید که تأخیر در ارتعاشات اجباری در حالت تشدید و با استفاده از ضرایب معادله ریکاتی، باعث افزایش زمان رسیدن به حالت پایدار و همچنین باعث افزایش دامنه حالت پایدار می‌شود.

در فرکانس ۱۰۰ هرتز (بالاتر از فرکانس تشدید) نمودار بصورت زیر می‌باشد:

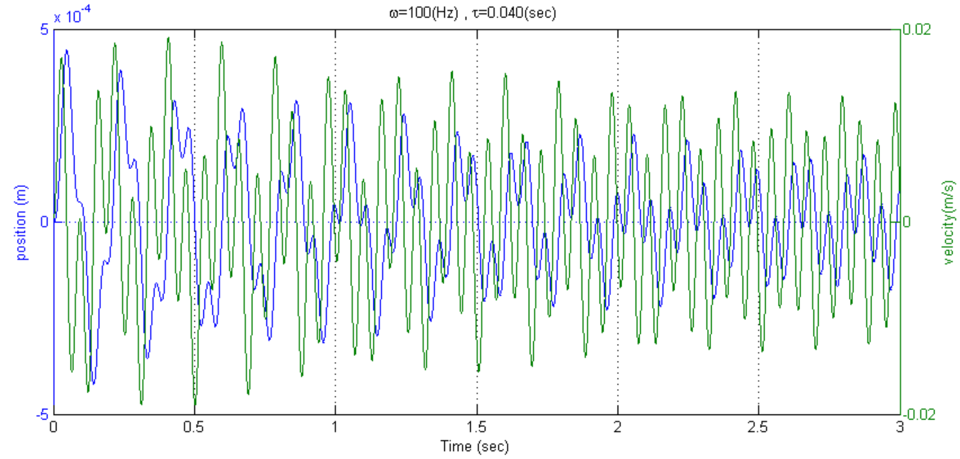


(الف)

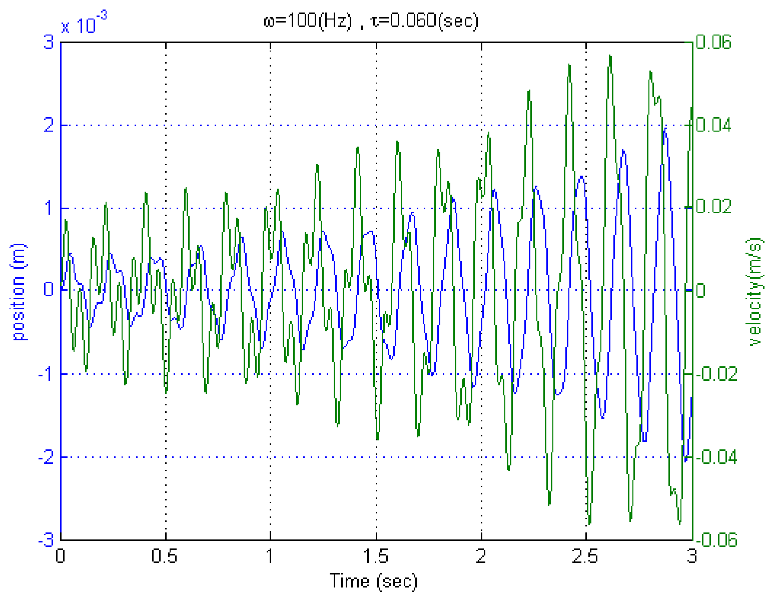


(ب)

نمودار ۴-۳۹ : موقعیت و سرعت انتهای تیر با استفاده از ضرایب ریکاتی و در فرکانس تحریک اجباری ۱۰۰ هرتز و تأخیر زمانی (الف) ۰/۰۰۰ ثانیه، (ب) ۰/۰۲۰ ثانیه



(ج)



(د)

نمودار ۴-۳۹ : موقعیت و سرعت انتهای تیر با استفاده از ضرایب ریکاتی و در فرکانس تحریک اجباری ۱۰۰ هرتز و تأخیر زمانی (ج) ۰/۰۴۰ ثانیه و (د) ۰/۰۶۰ ثانیه

در فرکانس‌های بالا زمان رسیدن به حالت پایدار، با تأخیر زمانی در کنترلر، بیشتر می‌شود.

در روش فوق و برای تک مد در کنترل ارتعاشات اجباری، تأخیر باعث کاهش کارآیی کنترلر می‌شود. در اینجا نیز می‌توان برای هر فرکانس ارتعاش اجباری، مرز پایداری و دوره زمانی برای تأخیر پیدا کرد.

۴-۳-۲- کنترل ارتعاشات با استفاده روش کنترل بهینه لحظه‌ای:

در این روش توابع وزنی همانند کنترل ارتعاشات آزاد بصورت زیر می‌باشد:

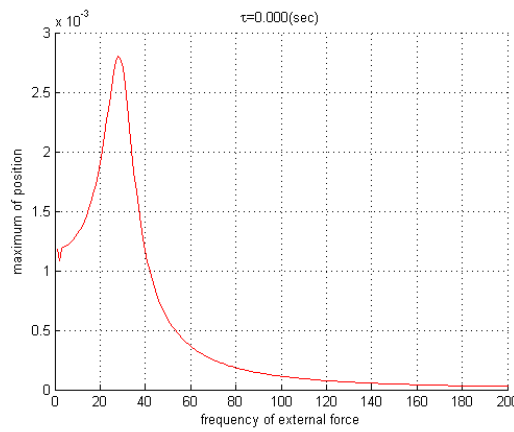
$$Q = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 1500 \end{bmatrix} \quad , \quad R = \frac{1}{3} \times 10^{-3} \qquad (۷-۴)$$

معادلات حالت برای مد اول بصورت زیر می‌باشد:

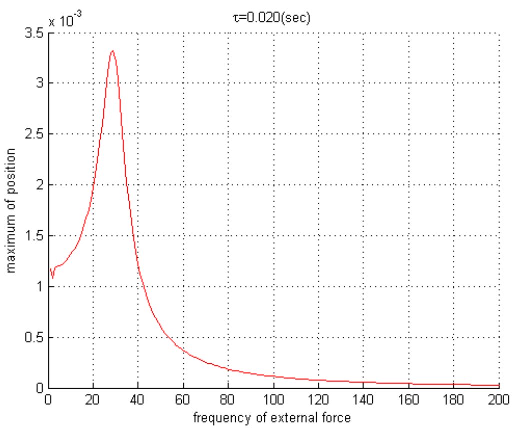
$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -872.1244 & -0.01 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0917 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(\omega t) \end{bmatrix} \qquad (۲۱-۴)$$

که ω فرکانس نیروی هارمونیک وارده بر تیر می‌باشد.

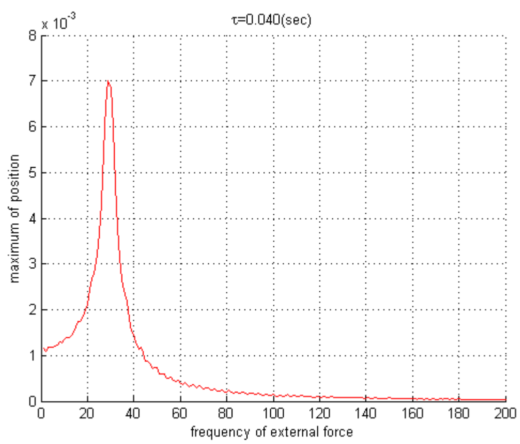
نمودار های دامنه حالت پایدار نسبت به فرکانس تحریک خارجی در چند تأخیر زمانی در نظر گرفته شده بصورت زیر می‌باشد



(الف)



(ب)

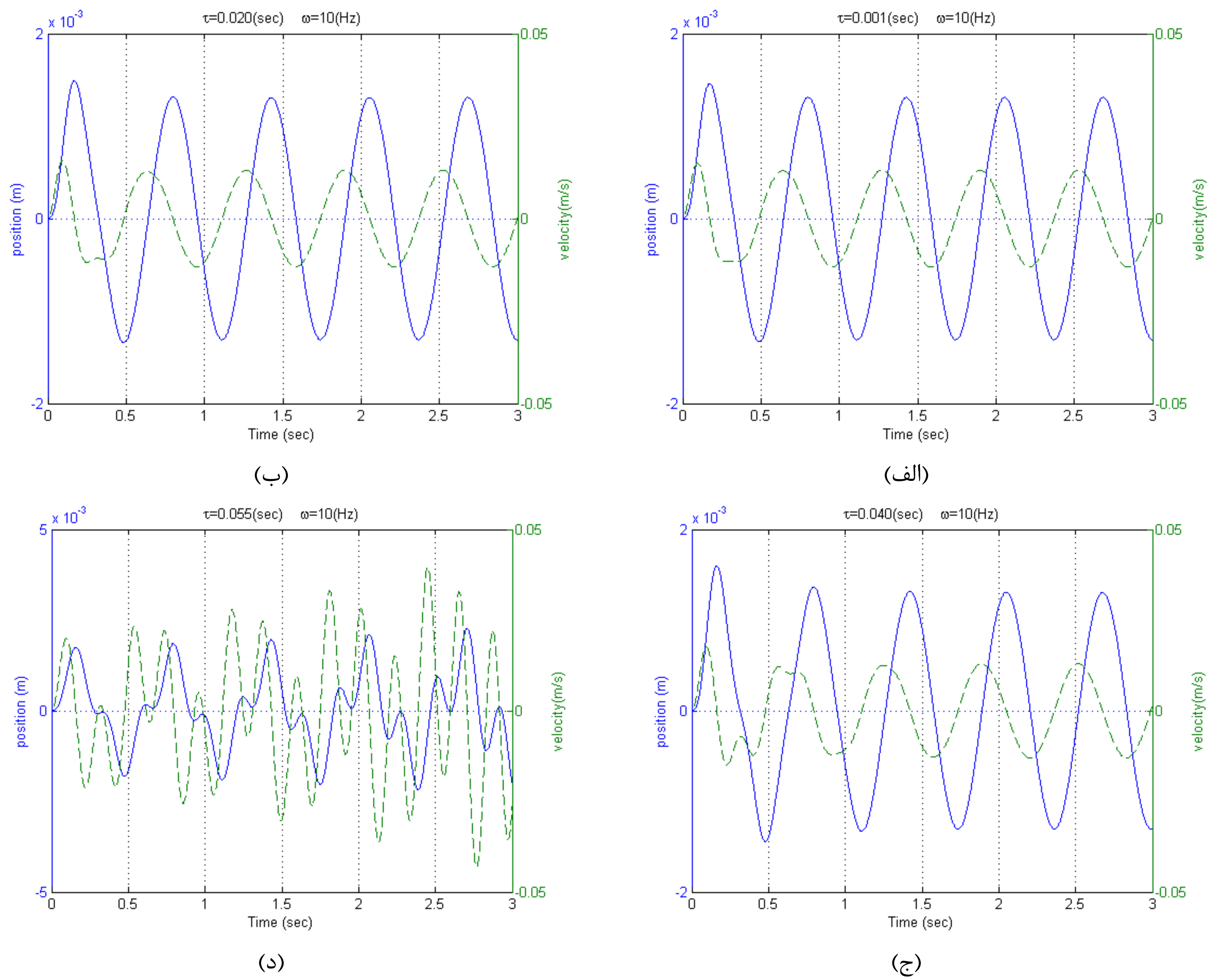


(ج)

نمودار ۴-۴۰ : دامنه حالت پایدار به فرکانس تحریک در زمان‌های تأخیر (الف) ۰/۰۰۱ ثانیه، (ب) ۰/۰۲۰ ثانیه، (ج) ۰/۰۴۰ ثانیه در روش کنترل بهینه لحظه‌ای

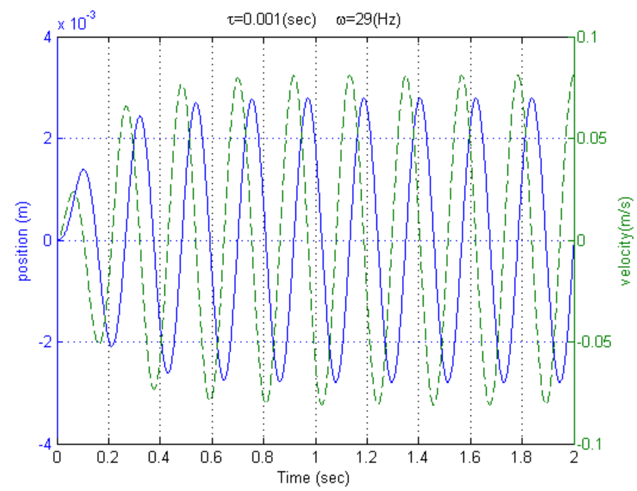
در این روش نیز همانند روش فوق در سه فرکانس قبل از تشدید، در حالت تشدید و در فرکانس بالاتر از آن مورد بررسی قرار گرفته است.

در ابتدا فرکانس تحریک ۱۰ هرتز بررسی می‌شود. نمودارهای موقعیت و سرعت در زمان‌های تأخیر در نظر گرفته شده بصورت زیر می‌باشد.

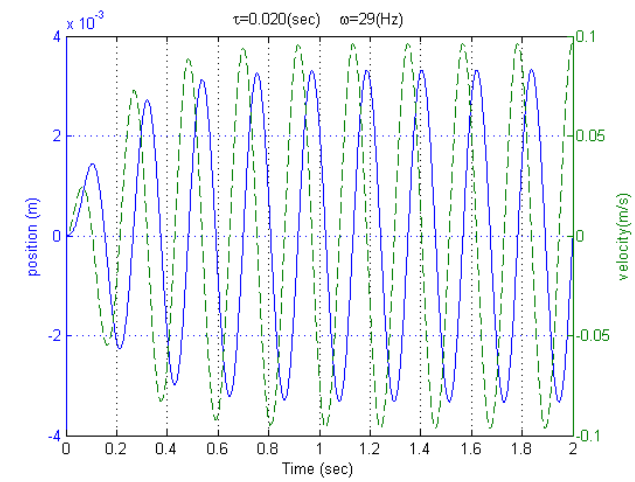


نمودار ۴-۴۱ : موقعیت و سرعت انتهای تیر با استفاده از ضرایب ریکاتی و در فرکانس تحریک اجباری ۱۰ هرتز و تأخیر زمانی (الف) ۰/۰۰۱ ثانیه، (ب) ۰/۰۲۰ ثانیه، (ج) ۰/۰۴۰ ثانیه و (د) ۰/۰۵۵ ثانیه

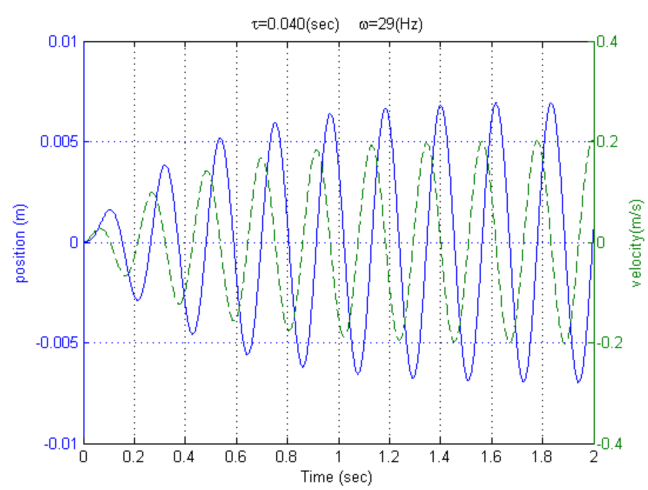
بحرانی ترین فرکانس در مد اول برابر با ۲۹ هرتز (برابر با فرکانس ارتعاش آزاد تیر در مد اول) می‌باشد ، که نمودارهای آن بشرح زیر می‌باشد.



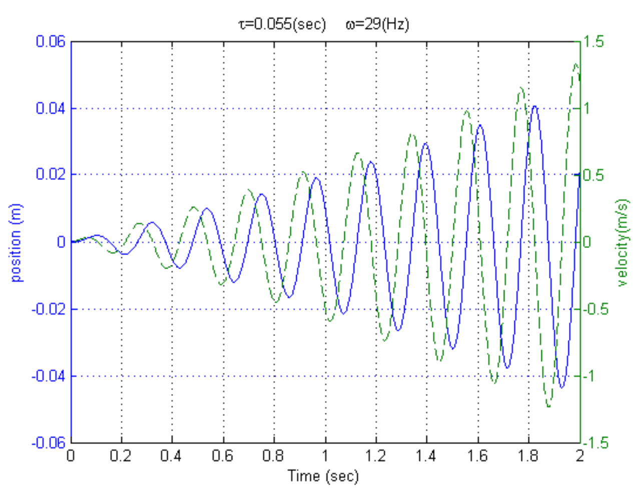
(الف)



(ب)



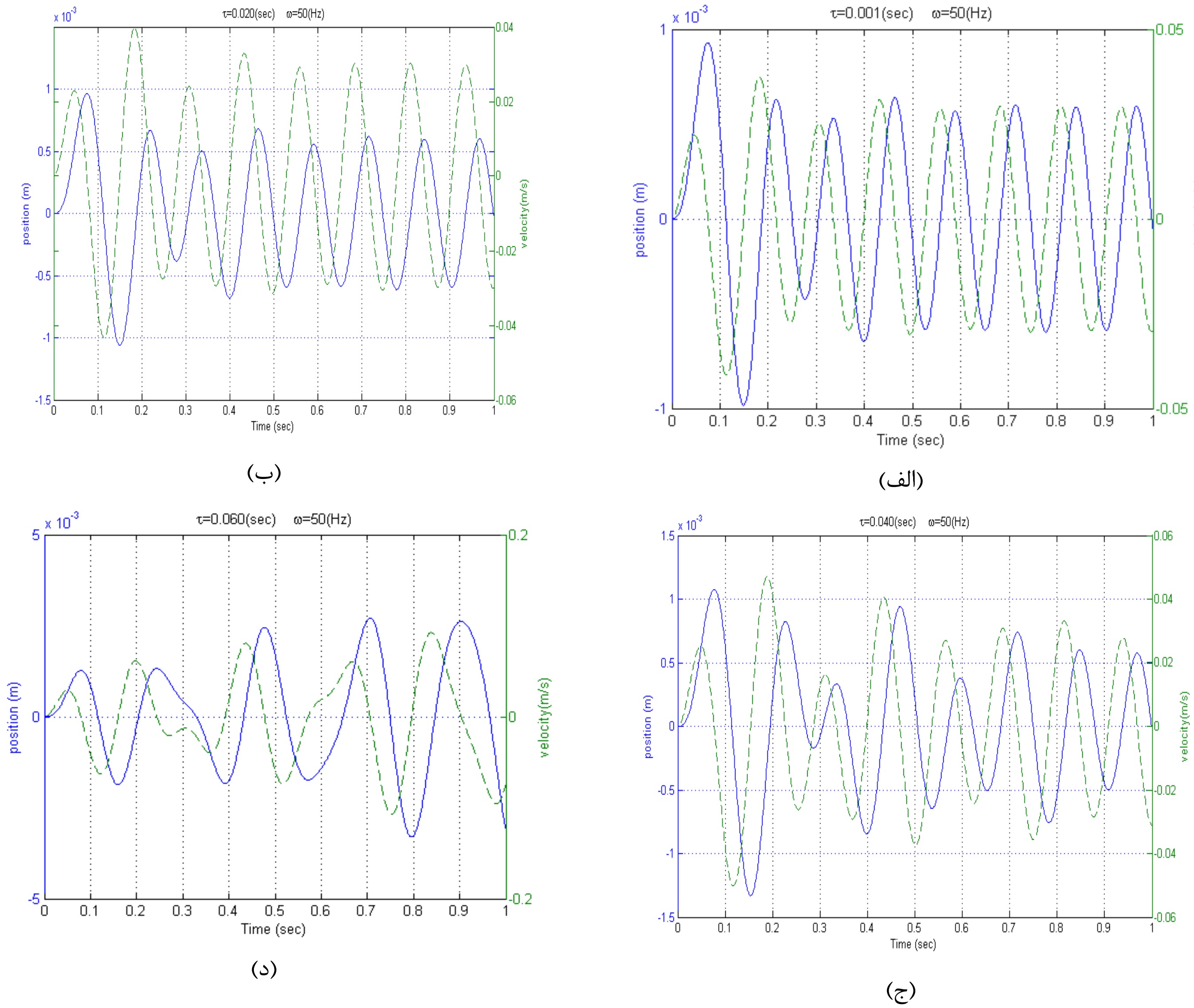
(ج)



(د)

نمودار ۴-۴۲ : موقعیت و سرعت انتهای تیر با استفاده از ضرایب ریکاتی و در فرکانس تحریک اجباری ۲۹ هرتز و تأخیر زمانی (الف) ۰/۰۰۱ ثانیه، (ب) ۰/۰۲۰ ثانیه، (ج) ۰/۰۴۰ ثانیه و (د) ۰/۰۵۵ ثانیه

فرکانس تحریک ۵۰ هرتز نیز در این روش مورد بررسی قرار گرفته است که نمودار ارتعاش انتهای تیر(محل سنسور) بصورت زیر می‌باشد:



نمودار ۴-۴۳ : موقعیت و سرعت انتهای تیر با استفاده از ضرایب ریکاتی و در فرکانس تحریک اجباری ۲۹ هرتز و تأخیر زمانی (الف) ۰/۰۰۱ ثانیه، (ب) ۰/۰۲۰ ثانیه، (ج) ۰/۰۴۰ ثانیه و (د) ۰/۰۶۰ ثانیه

۴-۳-۳- مقایسه روش کنترل بهینه لحظه‌ای با روش کنترلی بهینه با استفاده از معادله ریکاتی در کنترل ارتعاشات اجباری:

با مقایسه نمودارهای داده شده در این بخش، متوجه می‌شویم که در روش کنترل بهینه لحظه‌ای زمان رسیدن به حالت پایدار نسبت به روش کنترلی اعمال شده با ضرایب ریکاتی، کمتر می‌باشد. همچنین دامنه ارتعاش اجباری در حالت پایدار در این روش کمتر می‌باشد. البته باید به این نکته توجه داشت که در این روش نسبت به روش بهینه با استفاده از معادله ریکاتی، نیروی بیشتری از طرف محرک به تیر وارد می‌شود. مثلاً در زمان تأخیر ۰/۰۲۰ ثانیه و در فرکانس تشدید، نیروی اعمالی بیشینه وارده برتیر در حالت پایدار ۲٫۶۷ برابر

روش کنترلی ریکاتی می‌باشد. البته دامنه ارتعاشات حالت پایدار در این روش ۰/۳۲ برابر و زمان رسیدن به حالت پایدار نیز ۰/۳۹ برابر روش کنترلی ریکاتی می‌باشد.

با توجه به پارامترهای مورد نیاز جهت کنترل ارتعاشات اجباری تیر (ازجمله زمان رسیدن به حالت پایدار، توانایی پیزوالکتریک مورد استفاده و ...)، با تغییر ضرایب وزنی موجود در این روش، می‌توان کنترلر مطلوب را انتخاب کرد.

۴-۴- کنترل ارتعاشات اجباری ترکیب مد اول و دوم :

در این بخش نیز همانند بخش قبل یک نیروی هارمونیک سینوسی به تیر وارد می‌شود. با این تفاوت که در این قسمت نیروی سینوسی هم بر مد اول و هم بر مد دوم وارد می‌شود. همچنین فرکانس تشدید، هم برای مد اول و هم برای مد دوم می‌باشد.

۴-۴-۱- کنترل ارتعاشات ترکیب دو مد اول با استفاده از ضرایب معادله ریکاتی:

توابع وزنی را برای کنترل ارتعاشات اجباری در ترکیب مد اول و دوم تیر بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

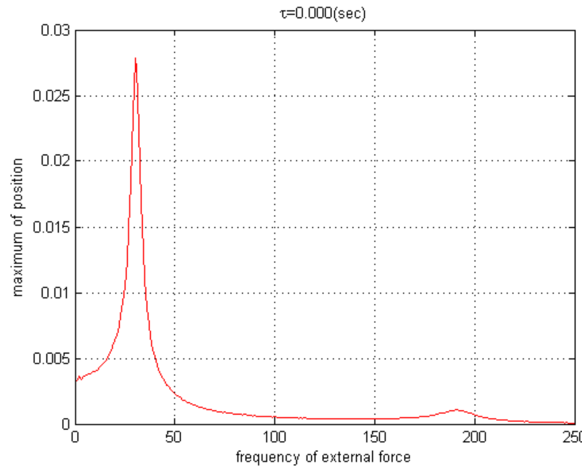
$$Q=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&10&0&0\\0&0&1000&0\\0&0&0&100\end{bmatrix}\quad,\quad R=1 \tag{۱۲-۴}$$

معادلات حالت برای دو مد اول بصورت زیر می‌باشد:

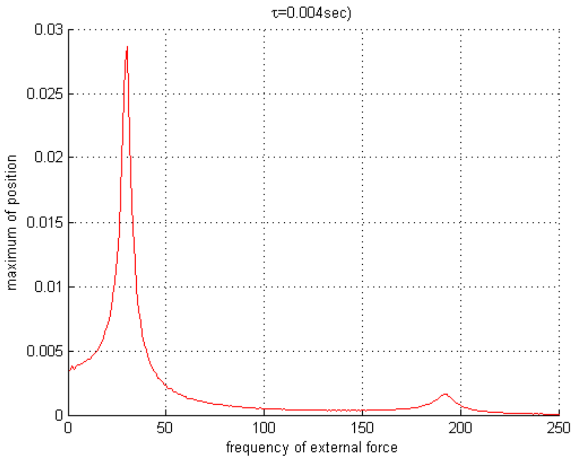
$$\dot{X}=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\-872.1243&0&-0.01&0\\0&-3.4255\times10^{4}&0&-0.01\end{bmatrix}\mathrm{X}+\begin{bmatrix}0\\0\\0.0368\\0.4865\end{bmatrix}\mathrm{U}+\begin{bmatrix}0\\0\\\sin(\omega t)\\\sin(\omega t)\end{bmatrix} \tag{۲۲-۴}$$

که ω فرکانس نیروی هارمونیک وارده بر تیر می‌باشد.

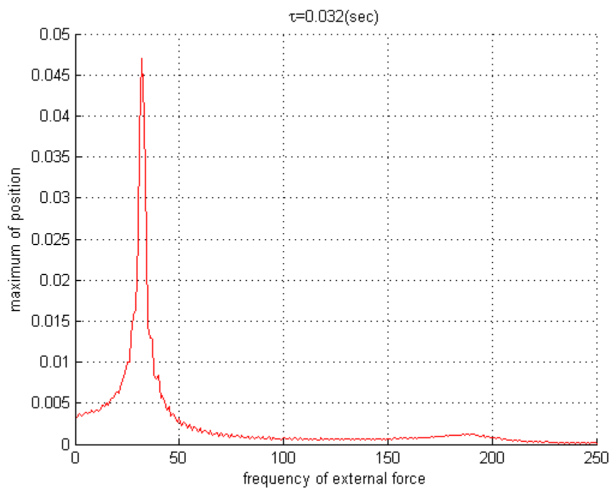
نمودارهای دامنه حالت پایدار در ارتعاشات اجباری بر حسب فرکانس نیروی تحریک خارجی برای زمان‌های تأخیر متفاوت پایدار بصورت زیر می‌باشد.



(الف)



(ب)

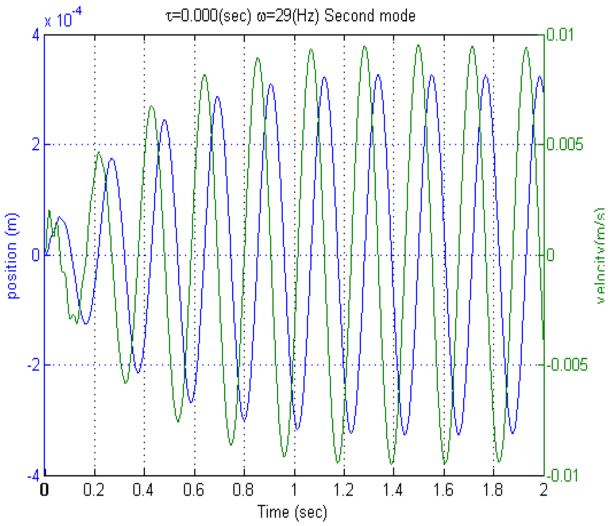


(ج)

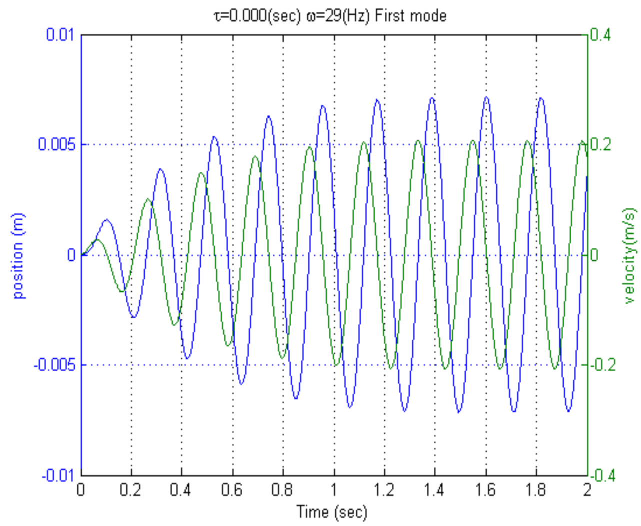
نمودار ۴-۴۴ : دامنه حالت پایدار به فرکانس تحریک در زمان‌های تأخیر (الف) ۰/۰۰۰ ثانیه، (ب) ۰/۰۰۴ ثانیه و (ج) ۰/۰۳۲ ثانیه با روش کنترلی ریکاتی

در نمودارهای فوق مشاهده می‌شود که ۲ فرکانس تشدید، که یکی برای مد اول و دیگری برای مد دوم می‌باشد، وجود دارد. در فرکانس تشدید مد دوم بعلت اینکه فرکانس نیروی خارجی بیشتر است، و بعلت اینکه ضرایب حالت کنترلر در مد دوم نسبت به مد اول بالاتر است، دامنه حالت پایدار در فرکانس مد دوم نسبت به فرکانس مد اول، کمتر می‌باشد.

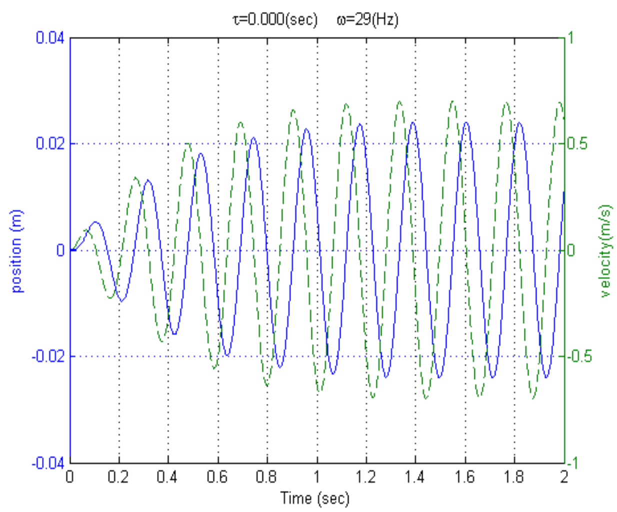
نمودارهای زیر حالت‌های انتهای تیر (محل سنسور) را برای فرکانس‌های تشدید(که حالت‌های بحرانی برای ارتعاش اجباری می‌باشد) و زمان‌های تأخیر در نظر گرفته شده نشان داده است.



(ب)



(الف)

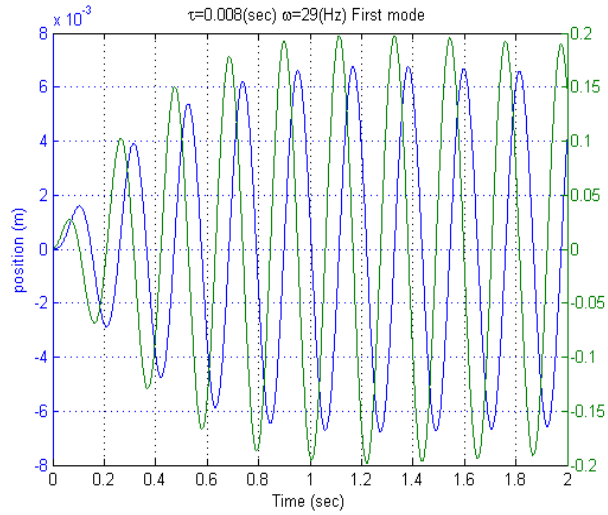


(ج)

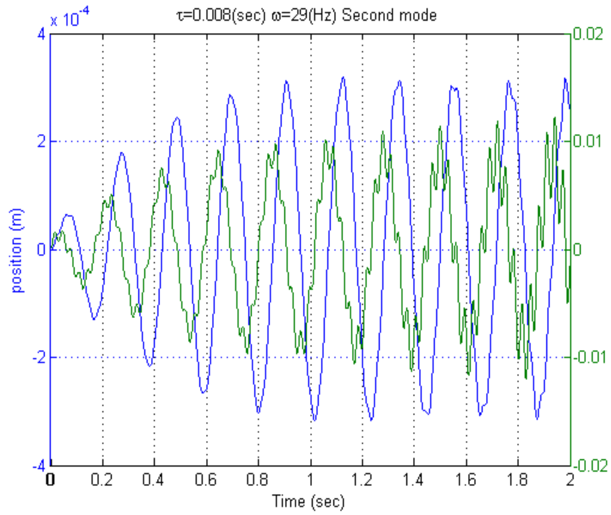
نمودار ۴-۴۵ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد اول با زمان تأخیر ۰/۰۰۰ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با روش کنترلی ریکاتی

از نمودارهای فوق می‌توان مشاهده کرد که سیستم ما در مد دوم تقریباً ارتعاش نمی‌کند. یعنی نیروی خارجی اجازه ارتعاش به سیستم ما در مد دوم را نمی‌دهد و با توجه به این نیروی وارده، سیستم ما در مد دوم تقریباً همانند مد اول به ارتعاش وادار می‌شود، با این تفاوت که دامنه آن بسیار کوچکتر از دامنه در مد اول می‌باشد. همانطور که انتظار می‌رفت در این فرکانس ارتعاش غالب ما ارتعاشات مد اول می‌باشد.

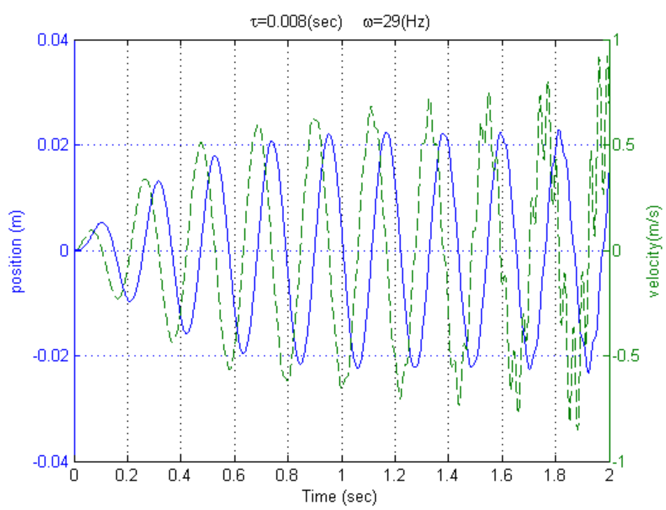
در زمان تأخیر ۰/۰۰۴ ثانیه نمودار ارتعاش تیر کنترل شده بصورت زیر می‌باشد.



(الف)



(ب)



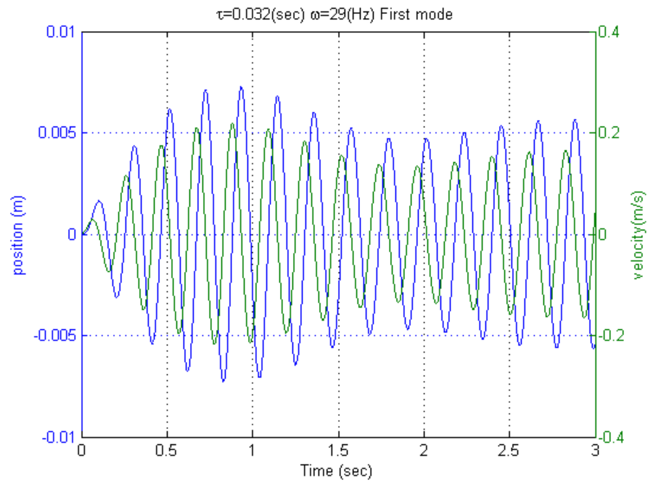
(ج)

نمودار ۴-۴۶ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد اول با زمان تأخیر۰/۰۰۸ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با روش کنترلی ریکاتی

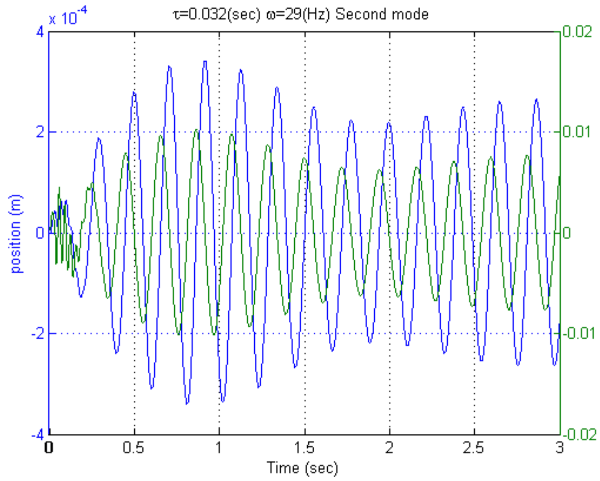
در زمان تأخیر ۰/۰۰۸ ثانیه می‌توان مشاهده کرد که کنترل ارتعاشات مد اول در حالت پایدار و برای مد دوم در حالت ناپایدار می‌باشد. از نمودار ۴-۴۶ (ب) مشاهده می‌شود که ارتعاشات مد دوم در حال ایجاد می‌باشد و با این تأخیر زمانی نمی‌توان آن را کنترل کرد و باعث ایجاد ارتعاشاتی با فرکانس مد دوم در این تأخیر زمانی با گذشت زمان می‌شود.

با توجه به معادلات کنترل ارتعاشات آزاد در ترکیب مد اول و دوم با این روش باید سیستم ما در تأخیر زمانی ۰/۰۳۲ ثانیه در مد دوم پایدار شود و چون در مد اول نیز هنوز در حالت پایدار می‌باشد، پس تیر ما دوباره پایدار می‌شود.

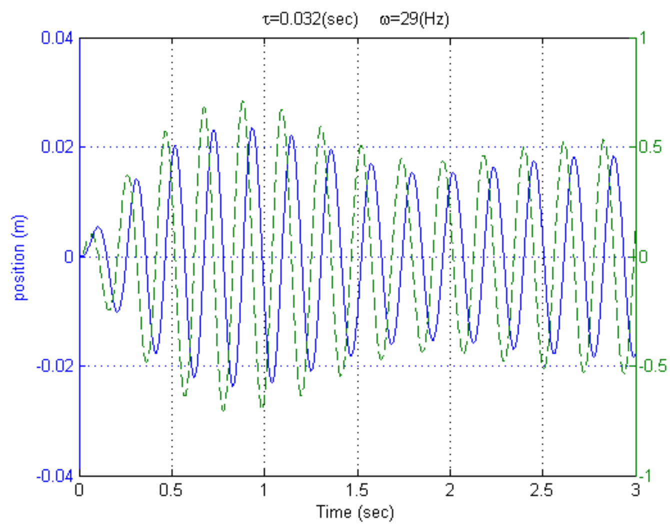
نمودارهای ارتعاشی در تأخیر زمانی ۰/۰۳۲ ثانیه بصورت زیر می‌باشد.



(الف)



(ب)



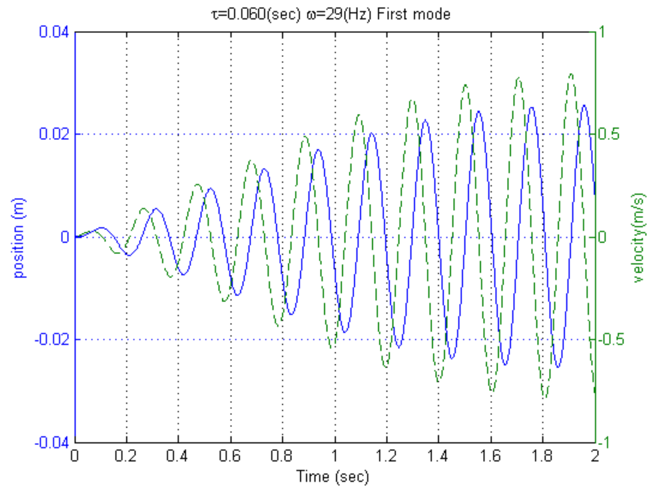
(ج)

نمودار ۴-۴۷ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد اول با زمان تأخیر۰/۰۳۲ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با روش کنترلی ریکاتی

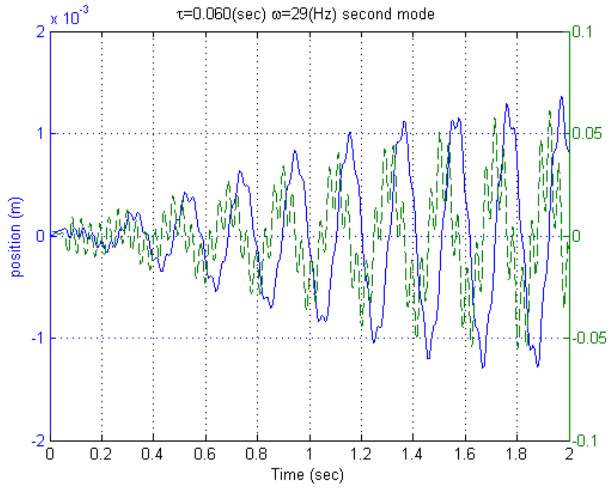
سیستم ما دوباره در این تأخیر زمانی پایدار می‌شود. بازه پایداری و ناپایداری سیستم ما علاوه بر مشخصات تیر و زمان تأخیر به فرکانس نیروی وارده بر تیر نیز وابسته می‌باشد.

در تأخیر زمانی ۰/۰۶۰ ثانیه سیستم ما در مد اول ناپایدار می‌شود که باعث ناپایداری سیستم ما در حالت کلی می‌باشد.

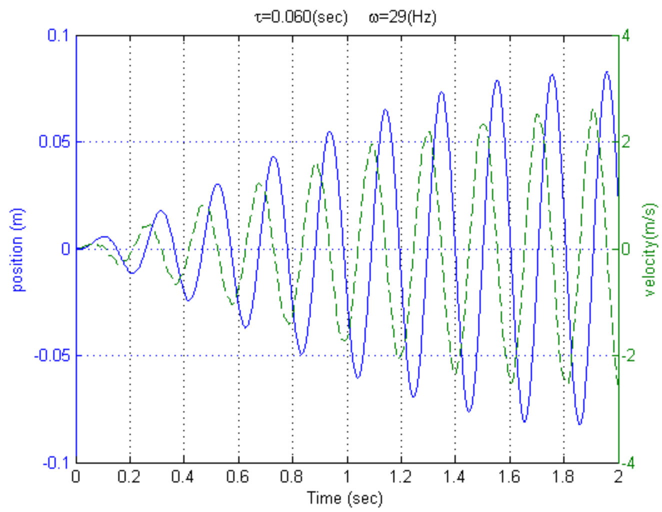
نمودارهای زیر جزئیات این ناپایداری را نشان داده است.



(الف)



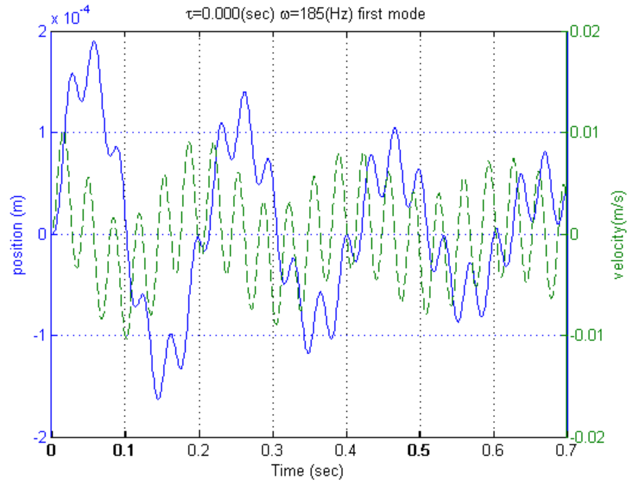
(ب)



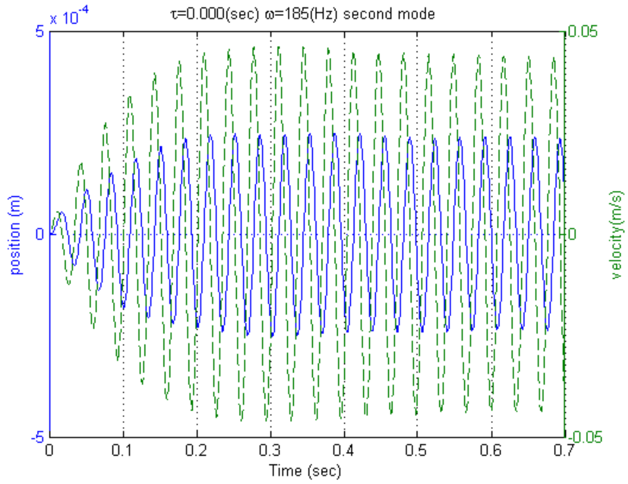
(ج)

نمودار ۴-۴۷ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد اول با زمان تأخیر۰/۰۶۰ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با روش کنترلی ریکاتی

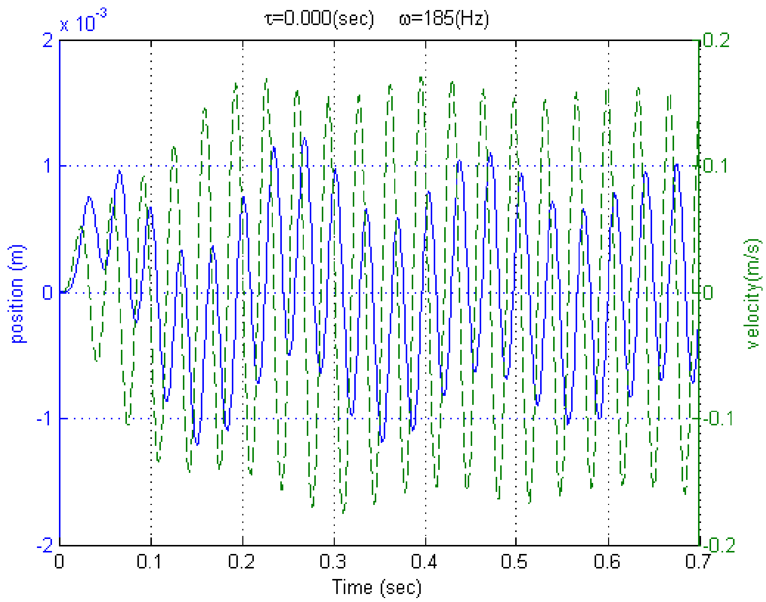
در فرکانس ۱۸۵ هرتز (که فرکانس تشدید مد دوم می‌باشد) نیز برای زمان‌های تأخیر متفاوت نمودار حالت‌های تیر، بصورت زیر نمایش داده شده است.



(الف)



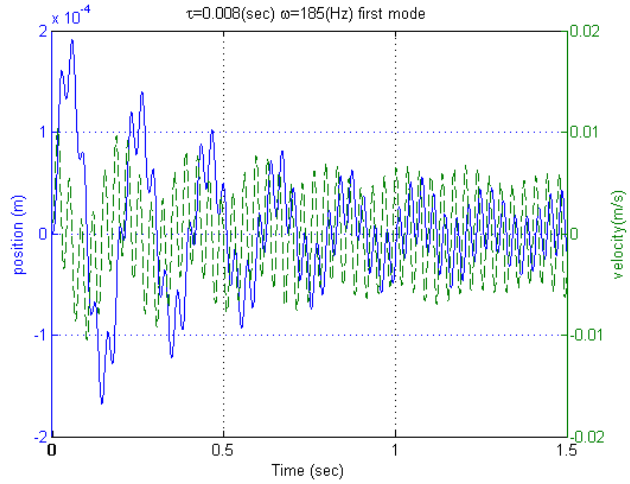
(ب)



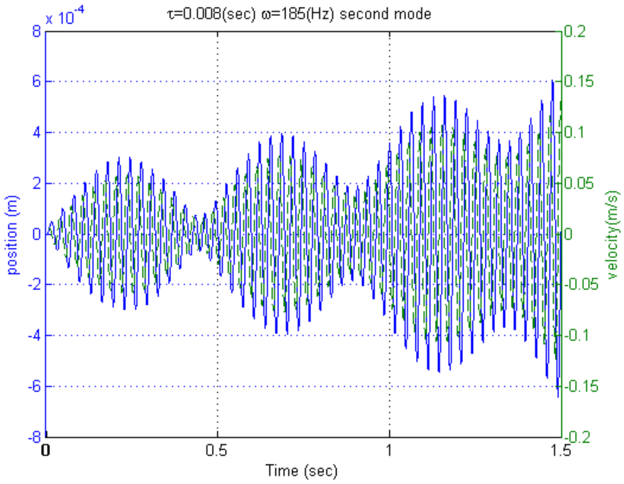
(ج)

نمودار ۴-۴۸ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد دوم با زمان تأخیر۰/۰۰۰ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با روش کنترلی ریکاتی

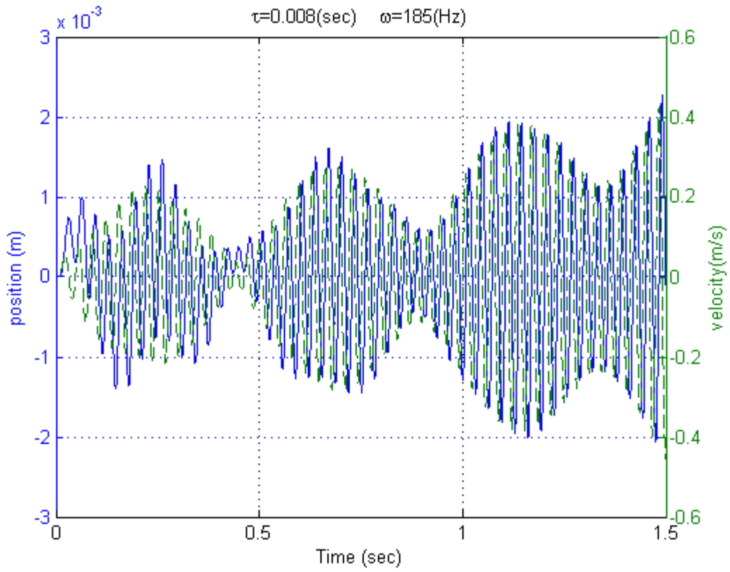
در تأخیر زمانی ۰/۰۰۸ ثانیه سیستم ما در مد اول پایدار و در مد دوم ناپایدار می‌باشد. در نتیجه تیر ما ناپایدار می‌شود. نمودارهای حالت در تأخیر زمانی ۰/۰۰۸ ثانیه بصورت زیر می‌باشد.



(الف)



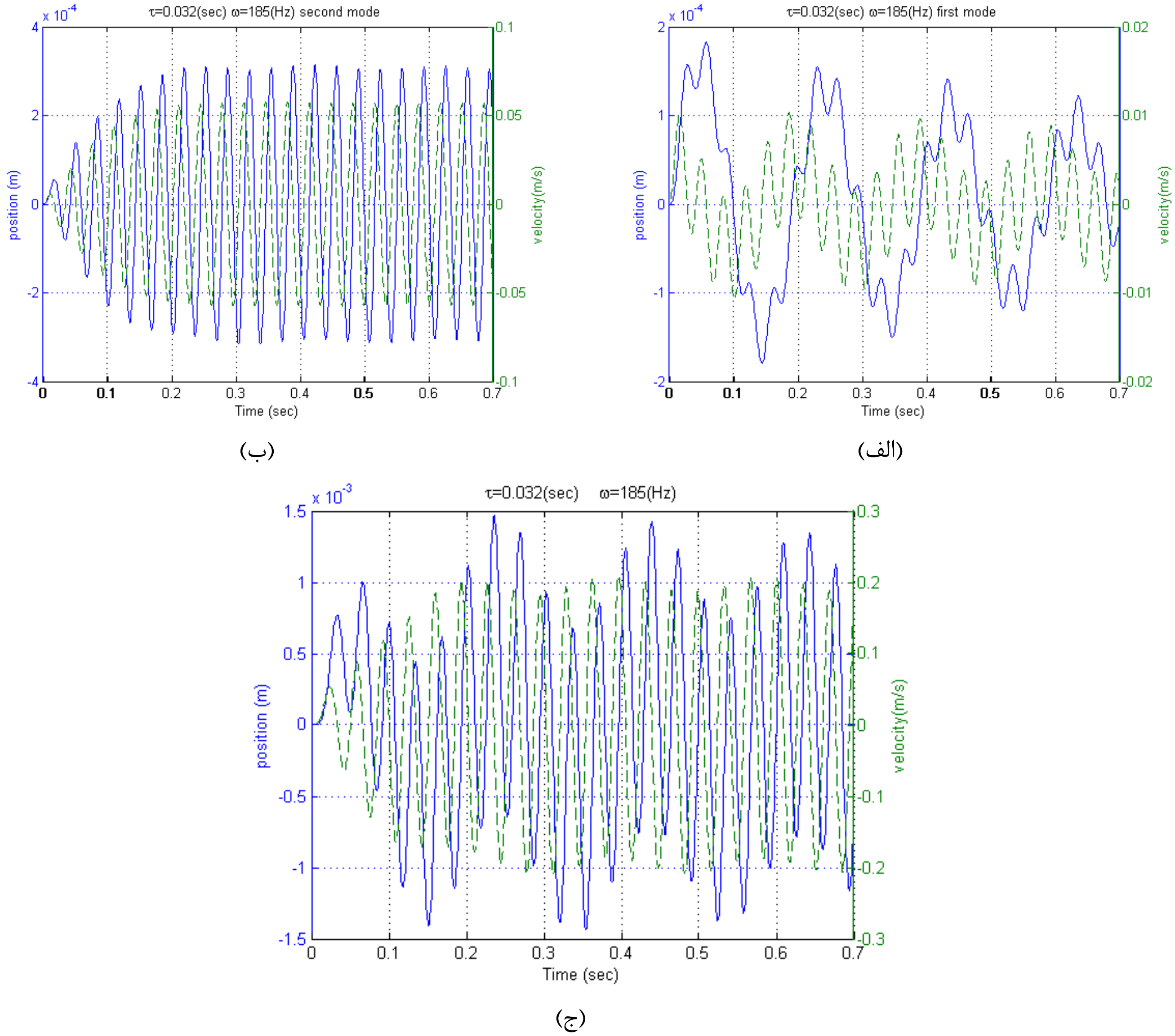
(ب)



(ج)

نمودار ۴-۴۹ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد دوم با زمان تأخیر۰/۰۰۸ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با روش کنترلی ریکاتی

با توجه به پایداری بدست آمده در ارتعاش آزاد، سیستم ما دوباره در تأخیر زمانی ۰/۰۳۲ ثانیه پایدار است. نمودارهای حالت در این تأخیر زمانی در زیر آمده است.

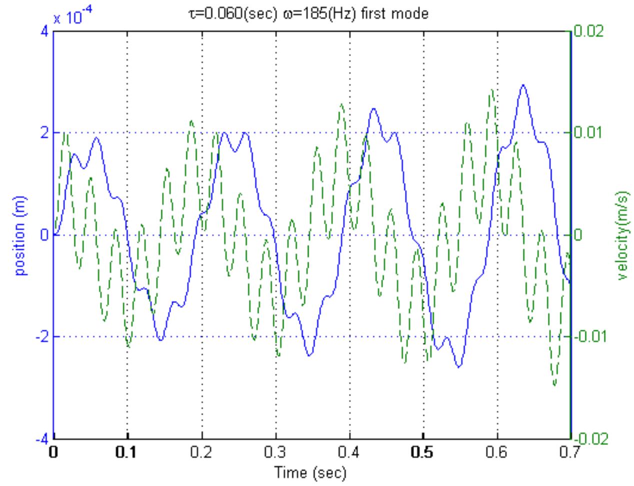


نمودار ۴-۵۰ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد دوم با زمان تأخیر۰/۰۳۲ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با روش کنترلی ریکاتی

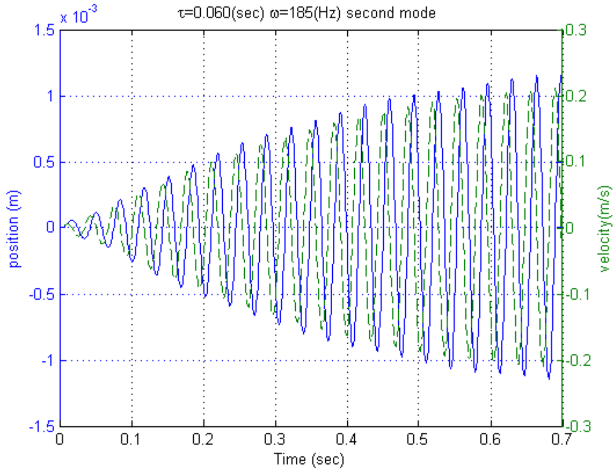
در تأخیر زمانی ۰/۰۶۰ ثانیه مد اول ناپایدار و مد دوم پایدار می‌باشد؛ درنتیجه سیستم ما در ناحیه ناپایدار قرار دارد.

بعلت اینکه فرکانس تحریک ما برابر با فرکانس طبیعی مد دوم می‌باشد، در نتیجه رشد دامنه ناپایداری ما نسبت به ناپایداری مد اول، بسیار کمتر است.

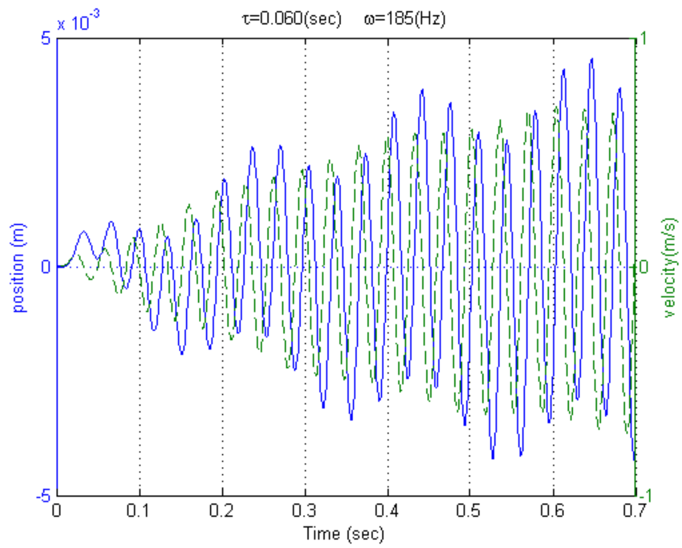
نمودارهای زیر مربوط به زمان تأخیر ذکر شده می‌باشد.



(الف)



(ب)



(ج)

نمودار ۴-۵۱ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد دوم با زمان تأخیر۰/۰۶۰ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با روش کنترلی ریکاتی

۴-۴-۲- کنترل ارتعاشات اجباری ترکیب دو مد اول با استفاده از روش کنترل بهینه لحظه‌ای:

در این روش، توابع وزنی را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

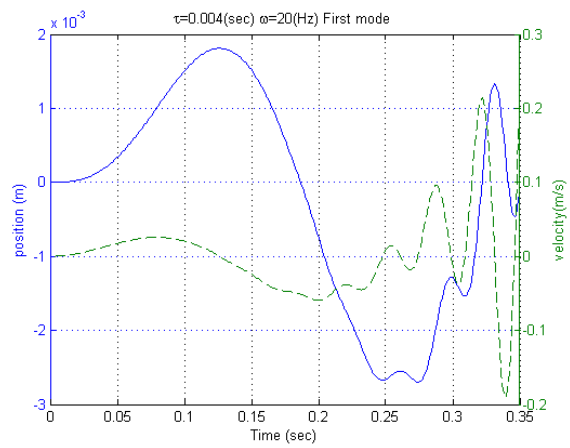
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad , \qquad R = \frac{1}{3} \times 10^{-3} \qquad (۴\text{-}۱۷)$$

معادلات حالت برای دو مد اول بصورت زیر می‌باشد:

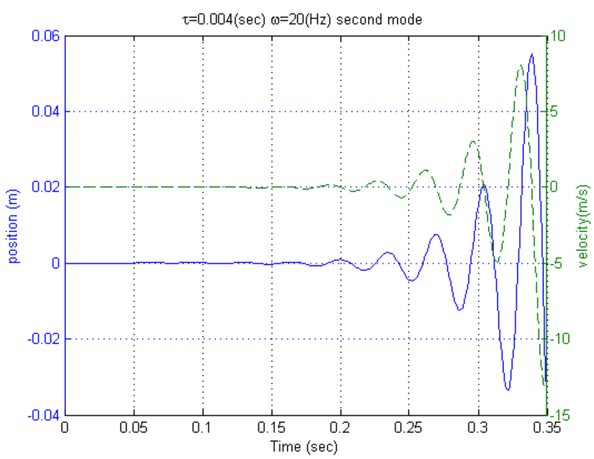
$$\dot{X}=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\-872.1243&0&-0.01&0\\0&-3.4255\times10^{4}&0&-0.01\end{bmatrix}X+\begin{bmatrix}0\\0\\0.0368\\0.4865\end{bmatrix}U+\begin{bmatrix}0\\0\\\sin(\omega t)\\\sin(\omega t)\end{bmatrix}\qquad(۲۳-۴)$$

در این روش کنترل، سیستم ما بدون تأخیر زمانی، ناپایدار می‌باشد. با در نظر گرفتن تأخیر زمانی ۰/۰۰۹ ثانیه مشاهده می‌شود که سیستم ما به حالت پایدار می‌رسد.

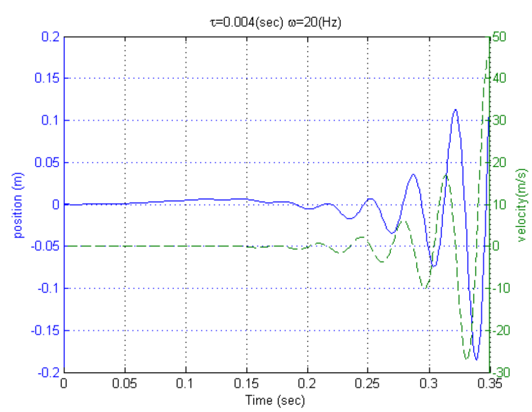
نمودار های زیر برای تأخیر ۰/۰۰۴ ثانیه که سیستم ما ناپایدار است نشان داده شده است.



(الف)

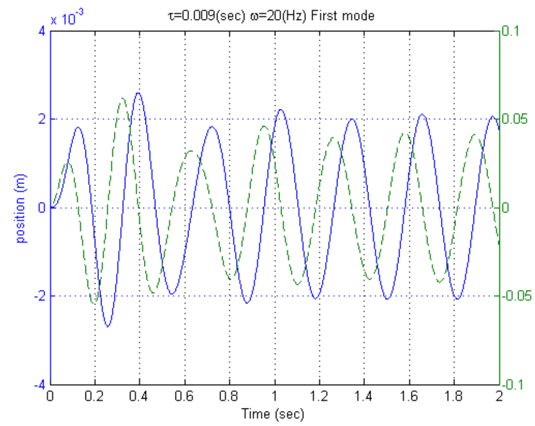


(ب)

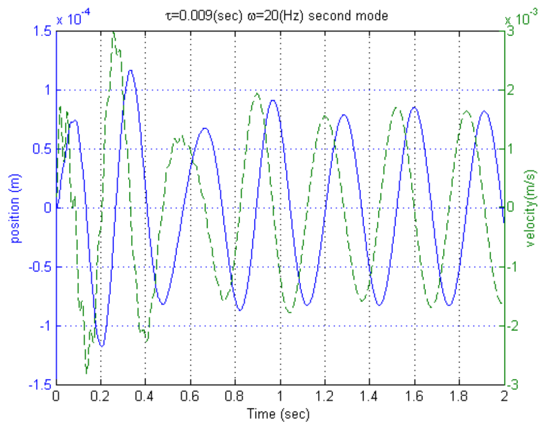


(ج)

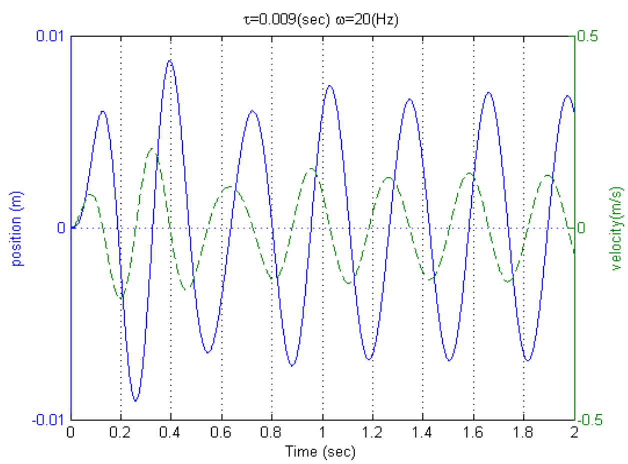
نمودار ۴-۵۲ : حالت سیستم در فرکانس ۲۰ هرتز با زمان تأخیر ۰/۰۰۴ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با استفاده ازروش کنترل بهینه لحظه‌ای



(الف)



(ب)

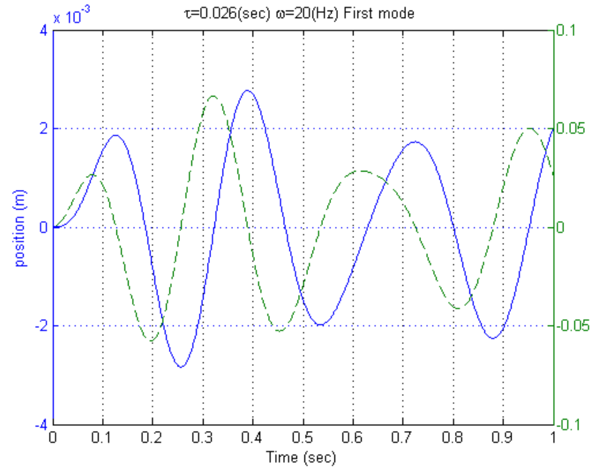


(ج)

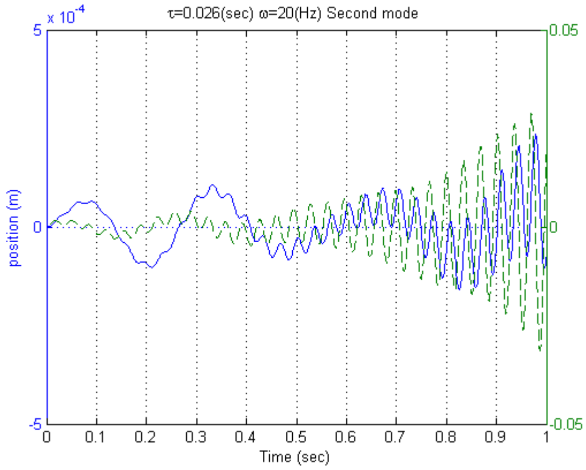
نمودار ۴-۵۳ : حالت سیستم در فرکانس ۲۰هرتز با زمان تأخیر ۰/۰۰۹ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با استفاده ازروش کنترل بهینه لحظه‌ای

باید به این نکته توجه داشت که تأخیر زمانی ۰/۰۰۹ ثانیه برای کنترل مناسب نمی‌باشد زیرا اولین گام زمانی بعد از مرز پایداری می‌باشد و دمپینگ ارتعاش در این زمان زیاد نمی‌باشد. در ادامه تأخیر زمانی بهینه برای این فرکانس ارتعاش اجباری مورد بررسی قرار می‌گیرد.

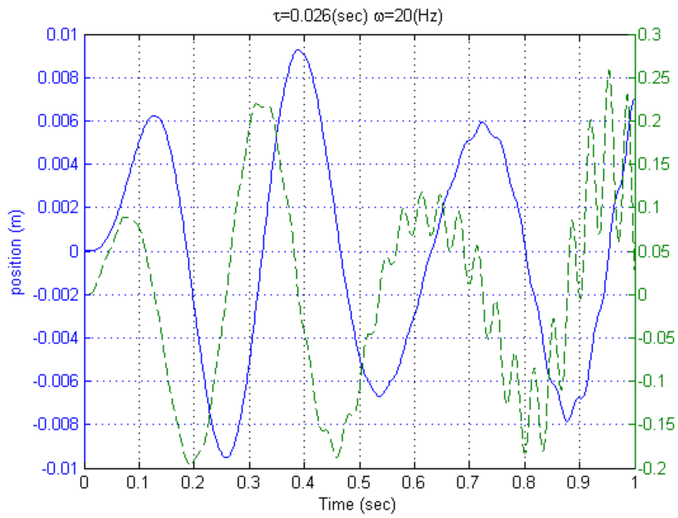
با توجه به مرزهای پایداری بدست آمده در کنترل ارتعاشات آزاد، در تأخیر زمانی ۰/۰۲۶ ثانیه سیستم ما دوباره ناپایدار می‌شود.



(الف)



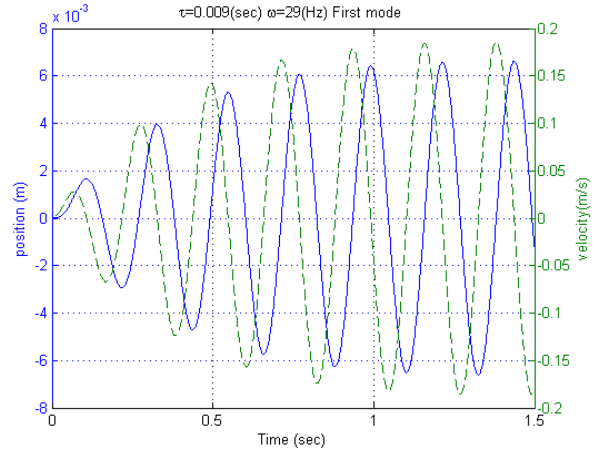
(ب)



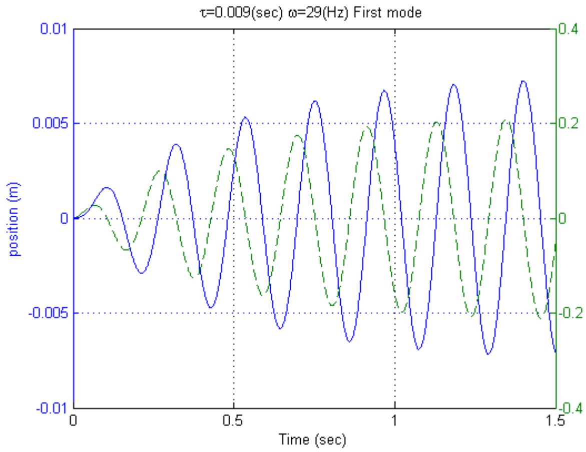
(ج)

نمودار ۴-۵۴ : حالت سیستم در فرکانس ۲۰ هرتز با زمان تأخیر ۰/۰۲۶ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با استفاده ازروش کنترل بهینه لحظه‌ای

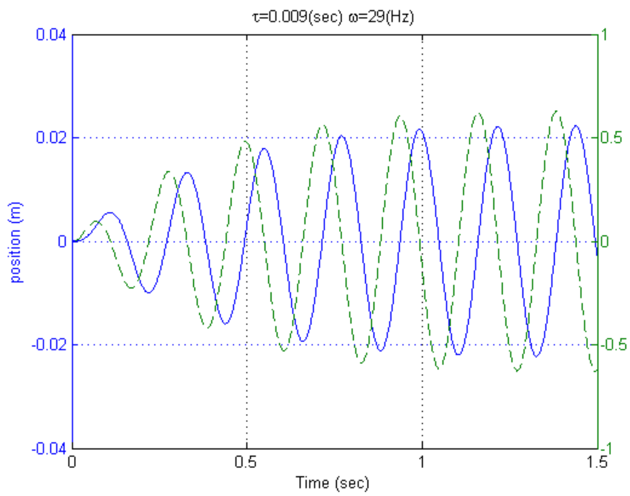
در فرکانس تشدید مد اول، نمودارهای حالت برای تأخیر زمانی ۰/۰۰۹ و ۰/۰۱۵ و ۰/۰۲۶ ثانیه بصورت زیر می‌باشد:



(الف)

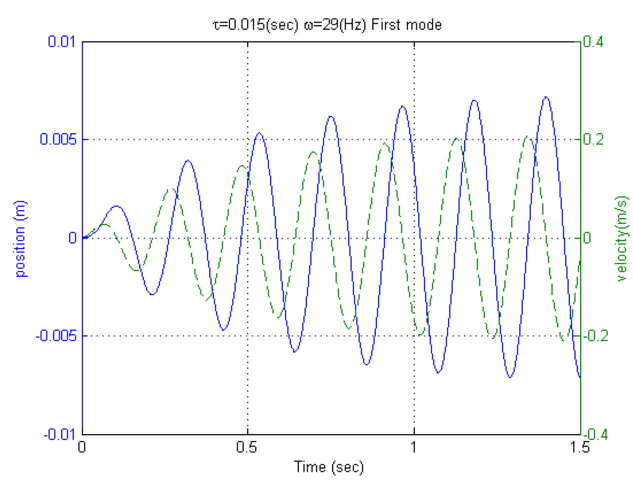


(ب)

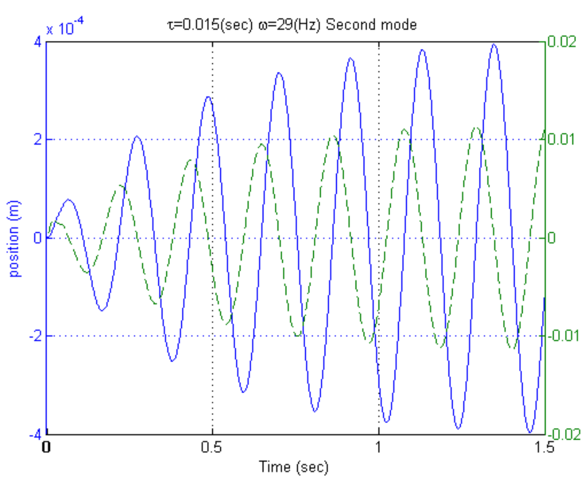


(ج)

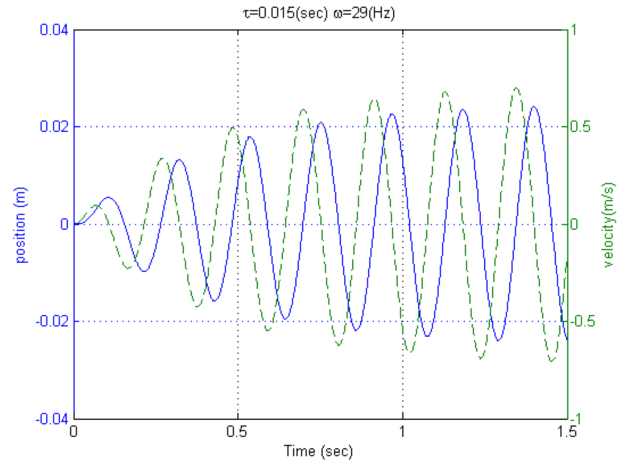
نمودار ۴-۵۵ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد اول با زمان تأخیر ۰/۰۰۹ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با استفاده ازروش کنترل بهینه لحظه‌ای



نمودار ۴-۵۶ (الف)

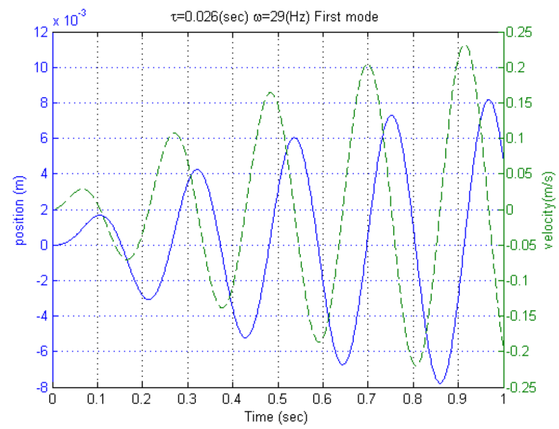


نمودار ۴-۵۶ (ب)

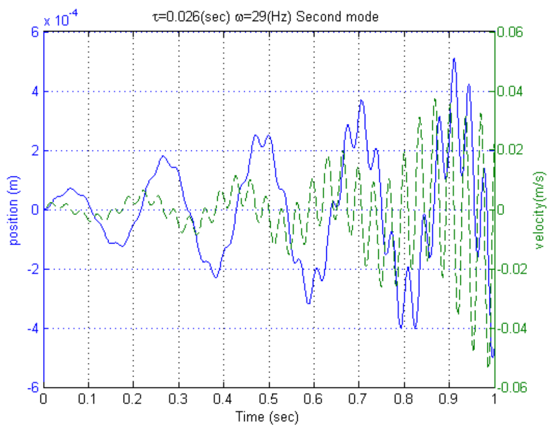


(ج)

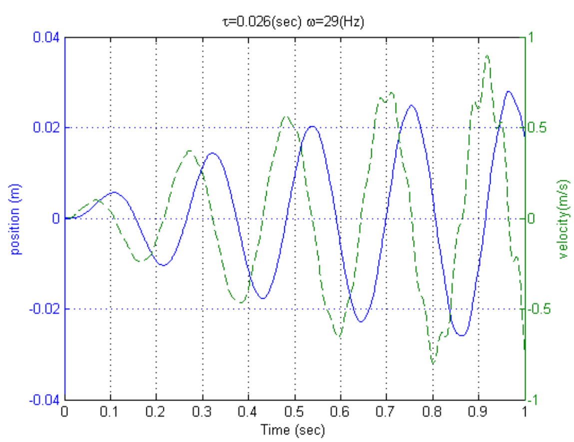
نمودار ۴-۵۶ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد اول با زمان تأخیر ۰/۰۱۵ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با استفاده ازروش کنترل بهینه لحظه‌ای



(الف)



(ب)

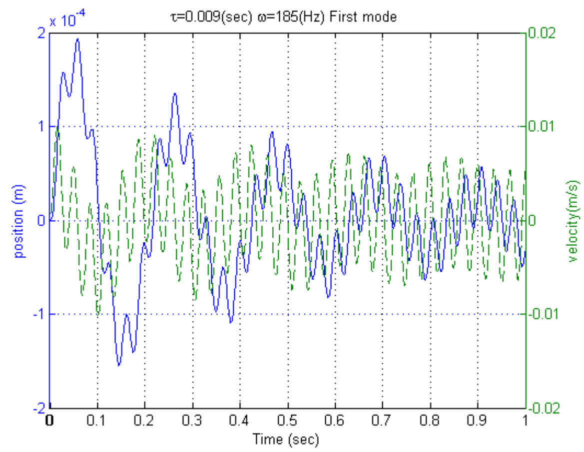


(ج)

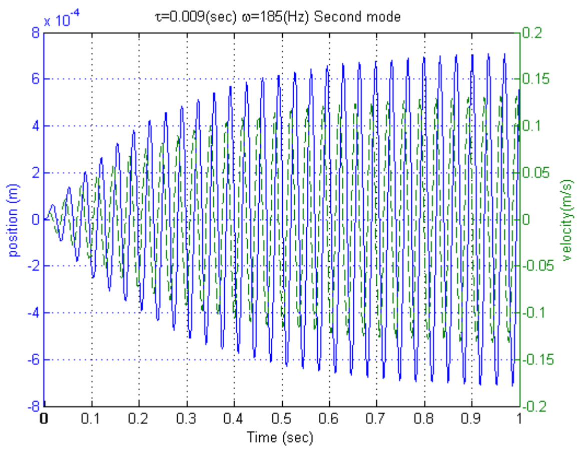
نمودار ۴-۵۷ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد اول با زمان تأخیر ۰/۰۲۶ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با استفاده ازروش کنترل بهینه لحظه‌ای

نمودارهای فوق نشان می‌دهد که تأخیر زمانی ابتدایی که باید به کنترلر وارد شود تا سیستم ما را پایدار کند، باعث کاهش کارآیی کنترلر در مد اول می‌شود، زیرا در حالت بدون تأخیر کنترل مد اول ما در بازه پایدار می‌باشد و علت واگرایی تیر، مربوط به مد دوم می‌شود. در زمان تأخیر ۰/۰۰۹ ثانیه سیستم ما پایدار می‌شود ولی بعلت اینکه تأخیر در سیستم ما برای مد اول ایجاد شده، این زمان تأخیر کارآیی بهینه را برای این سیستم ندارد. در این حالت، کنترلر ما تقریباً مانند کنترلر با استفاده از ضرایب ریکاتی در زمان بهینه‌اش عمل می‌کند.

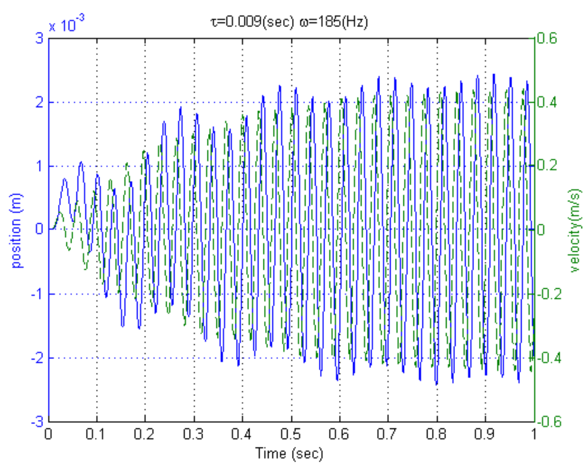
در فرکانس تحریک ۱۸۵ هرتز(فرکانس تشدید مد دوم)، نمودارهای حالت برای تأخیرهای زمانی قبلی بصورت زیر می‌باشد.



(الف)

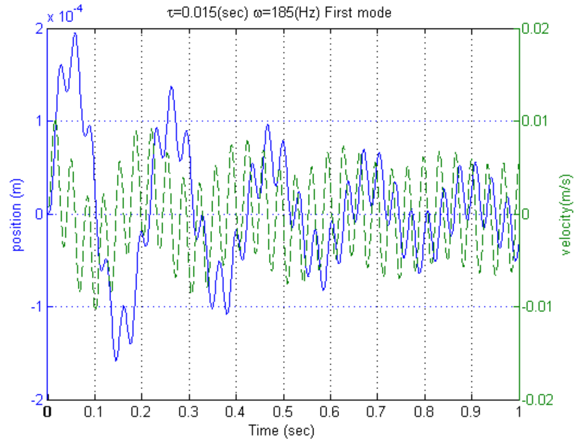


(ب)

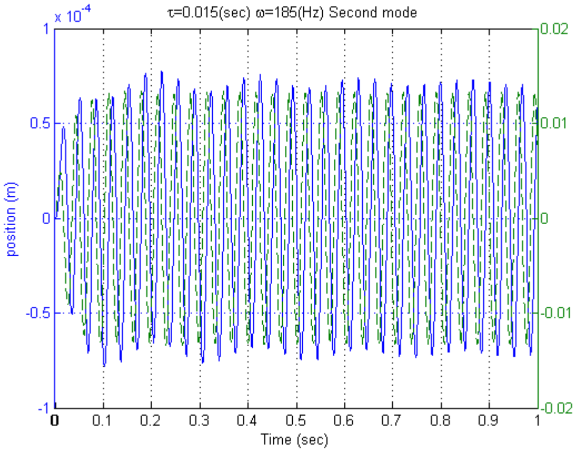


(ج)

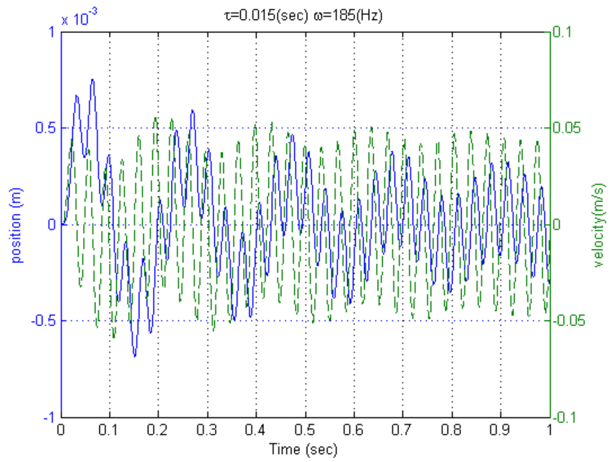
نمودار ۴-۵۸ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد دوم با زمان تأخیر ۰/۰۰۹ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با استفاده ازروش کنترل بهینه لحظه‌ای



(الف)

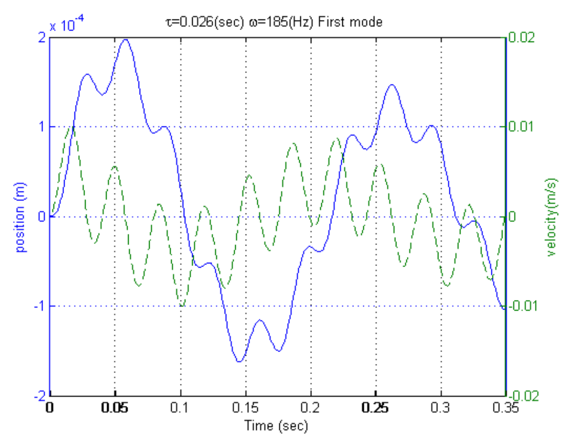


(ب)

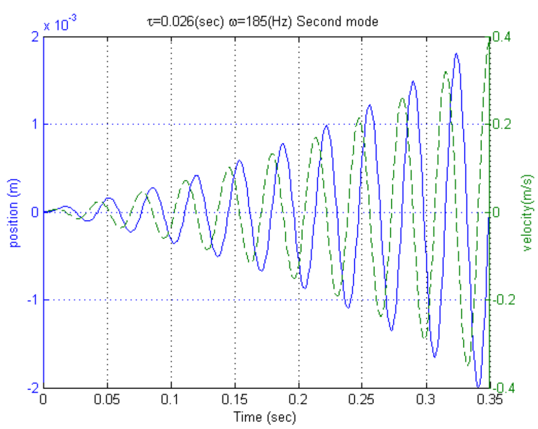


(ج)

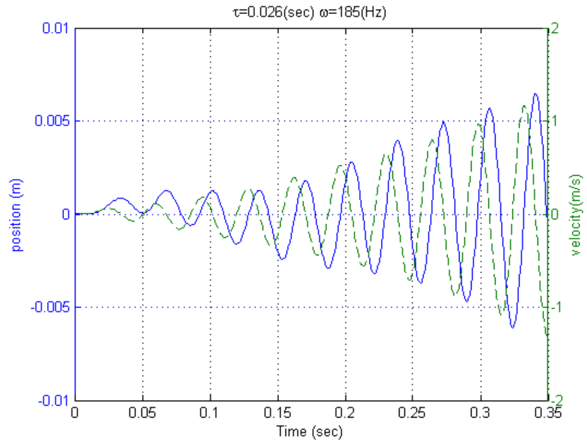
نمودار ۴-۵۹ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد دوم با زمان تأخیر ۰/۰۱۵ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) ترکیب مد اول و دوم با استفاده ازروش کنترل بهینه لحظه‌ای



نمودار ۴-۶۰ (الف)



نمودار ۴-۶۰ (ب)



(ج)

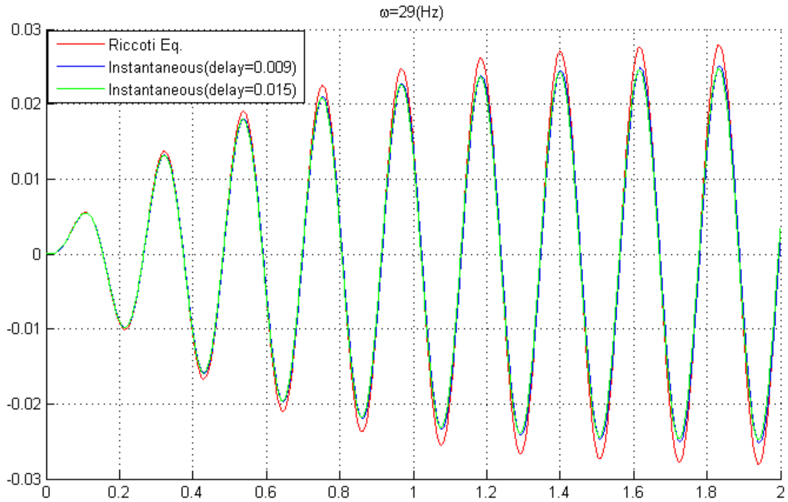
نمودار ۴-۶۰ : حالت سیستم در فرکانس تحریک مد دوم با زمان تأخیر ۰/۰۲۶ ثانیه در (الف) مد اول ، (ب) مد دوم و (ج) جابجایی و سرعت انتهای تیر با استفاده ازروش کنترل بهینه لحظه‌ای

از نمودارهای بالا می‌توان مشاهده کرد برای کنترل ارتعاش اجباری در مد دوم، این روش نسبت به روش استفاده از ضرایب معادله ریکاتی، بهتر است. همچنین با در نظر گرفتن زمان تأخیر بهینه در این روش، می‌توان سرعت رسیدن به حالت پایدار و دامنه حالت پایدار را کاهش داد. البته همانطوری که می‌دانید، با این روش نیروی بیشتری از طریق پیزوالکتریک به تیر وارد می‌شود که برای پیاده سازی این روش باید به مشخصات پیزوالکتریک محرک بیشتر دقت شود.

۴-۴-۳-مقایسه روش‌های فوق برای کنترل اجباری ترکیب دو مد

با توجه به بخش‌های بالا، متوجه می‌شویم که در روش کنترل با استفاده از ضرایب معادله ریکاتی، سیستم ما در کنترل بدون تأخیر، پایدار است ولی در روش کنترل بهینه لحظه‌ای، مد دوم ما در ناحیه ناپایدار می‌باشد. در نتیجه نمی‌توان در تأخیر زمانی برابر این دو روش را باهم مقایسه کرد. ما در این بخش مقایسه بین دو روش اجرا شده را در زمان‌های پایدارشان بررسی می‌کنیم. یعنی زمان تأخیر صفر روش کنترلی ریکاتی را با زمان‌های تأخیر ۰/۰۰۹ و ۰/۰۱۵ ثانیه برای فرکانس‌های تشدید مد اول و مد دوم را مقایسه می‌کنیم. علت استفاده از این دو زمان تأخیر برای روش کنترل بهینه لحظه‌ای این است که این دو زمان بهترین زمان تأخیر برای مد اول و مد دوم بترتیب می‌باشند.

در فرکانس تشدید مد اول (۲۹ هرتز) نمودارهای موقعیت انتهای تیر بصورت زیر می‌باشد.



نمودار ۴-۶۱: مقایسه موقعیت انتهای تیر برای روش‌های کنترلی در زمان‌های تأخیر بهینه برای ارتعاشات اجباری ترکیب دو مد در فرکانس تحریک برابر با فرکانس ارتعاش آزاد مد اول

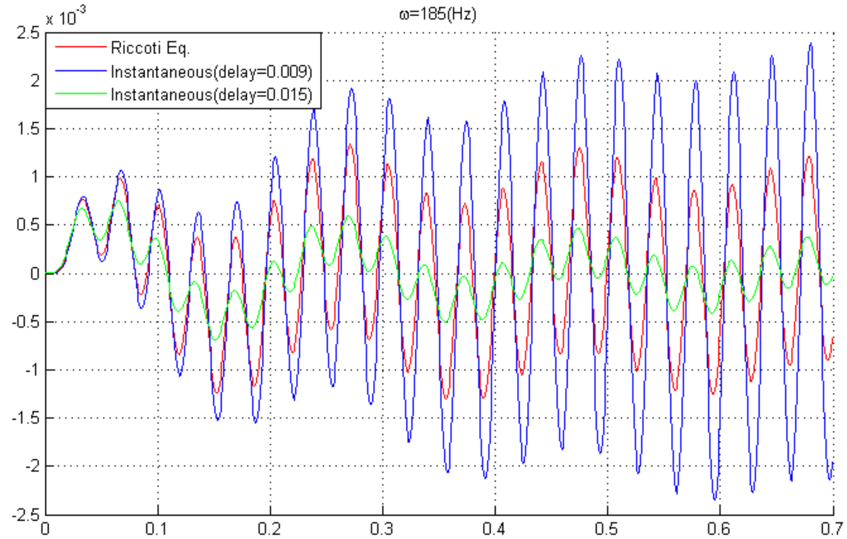
از نمودار فوق مشاهده می‌شود که کنترل ارتعاشات اجباری با فرکانس ۲۹ هرتز، روش کنترل بهینه لحظه‌ای با زمان تأخیر ۰/۰۰۹ ثانیه بهترین عملکرد را برای کنترل دارد.

بیشینه نیروی معادل وارده بر تیر بشرح زیر می‌باشد

جدول ۴-۲: مقایسه بیشینه نیروهای معادل وارده به تیر برای روش‌های ذکر شده در فرکانس تشدید ۲۹ هرتز

بیشینه نیروی معادل وارده به تیر	***روش کنترل***
2.66 N	کنترل با استفاده از ضرایب معادله ریکاتی
2.81 N	کنترل با استفاده از روش کنترل بهینه لحظه‌ای با تأخیر زمانی ۰/۰۰۹ ثانیه
2.80 N	کنترل با استفاده از روش کنترل بهینه لحظه‌ای با تأخیر زمانی ۰/۰۱۵ ثانیه

در فرکانس تشدید مد دوم (۱۸۵ هرتز) نمودارهای موقعیت انتهای تیر بصورت زیر می‌باشد.



نمودار ۴-۶۲- مقایسه موقعیت انتهای تیر برای روش‌های کنترلی در زمان‌های تأخیر بهینه برای ارتعاشات اجباری ترکیب دو مد در فرکانس تحریک برابر با فرکانس ارتعاش آزاد مد دوم

نمودار فوق بیانگر این است که در این فرکانس، کنترل بهینه لحظه‌ای با زمان تأخیر ۰/۰۰۹ ثانیه از روش کنترلی با استفاده از ضرایب معادله ریکاتی کارآیی کمتری دارد. اما با افزایش میزان زمان تأخیر، کارآیی این روش بهبود یافته و در تأخیر زمانی ۰/۰۱۵ ثانیه، بسیار بهتر از روش کنترلی ریکاتی می‌باشد. البته باید توجه داشت که نیروی بیشتری از روش کنترلی ریکاتی به تیر وارد می‌شود.

جدول (۴-۳) بیشینه نیروهای معادل وارده به تیر را نشان می‌دهد.

جدول ۴-۳- مقایسه نیروهای معادل وارده به تیر برای روش‌های ذکر شده در فرکانس تشدید ۱۸۵ هرتز

بیشینه نیروی معادل وارده به تیر	روش کنترل
0.31 N	کنترل با استفاده از ضرایب معادله ریکاتی
0.27 N	کنترل با استفاده از روش کنترل بهینه لحظه‌ای با تأخیر زمانی ۰/۰۰۹ ثانیه
0.34 N	کنترل با استفاده از روش کنترل بهینه لحظه‌ای با تأخیر زمانی ۰/۰۱۵ ثانیه

فصل پنجم:

نتیجه گیری

با توجه به نمودارها و نتایج بدست آمده از فصل چهارم، می‌توان فهمید که تأخیر در کنترل تیر اولر- برنولی که با فیدبک حالت کار می‌کند، باعث کاهش کارآیی آن می‌شود. ولی وجود این تأخیر با توجه به عواملی، از جمله تأخیر در عمل محرک‌ها و سنسورها، تأخیر در پردازش کنترلر و ... اجتناب ناپذیر می‌باشد. همانطوری که در فصل چهارم مشاهده شد، بازه‌های زمانی پایداری و ناپایداری می‌توانند خیلی کوچک باشد. بنابراین با در نظر نگرفتن ترم تأخیر ممکن است کارآیی کنترلر ما کاهش و یا سیستم کنترلی ما در ناحیه ناپایدار وارد شود، که در اینصورت کنترلر ما نه تنها بهینه نمی‌باشد، بلکه کارآیی آن بسیار ضعیف است و حتی باعث فروپاشی سیستم ما شود.

با توجه به مرزهای پایداری، می‌توان با در نظر گرفتن زمان تأخیر کنترلر، کارآیی آن را به حالت مطلوب خودش نزدیک‌تر کرد. در اینجا با بررسی کنترلر در شرایط ایده‌آل و مقایسه آن با شرایط اعمال شده به تیر، و با توجه به مطالب ذکر شده در پایان نامه، می‌توان ترم تأخیر کلی وارده به سیستم را بدست آورد. با توجه به زمان بدست آمده، با اضافه کردن یک ترم تأخیر به کنترلر، می‌توان کنترلر ما را به حالت مطلوبش نزدیک‌تر کرد.

یکی از مزایای این روش کنترل این است که در کنترلر ترکیب مدهای دوم و بالاتر، با تغییر مکان حسگر و محرک، می‌توان یک تأخیر معادل به کنترلر اعمال کرد و با توجه به شرایط کنترلر، آن را پایدار کرد. همچنین با توجه به فرکانس‌های مدهای بالا، می‌توان با اندازه گیری تأخیر سیستم، با تغییر جای سنسور و محرک، این تأخیر را جبران و یا آن را کاهش داد.

یکی دیگر از عواملی که باید به آن توجه شود مرزهای پایداری در ناحیه پایدار می‌باشد. در مرز پایداری که زمان تأخیر کمتر از زمان‌های پایدار باشد، سیستم ما از حالت ناپایدار به سمت حالت پایدار در حال گذار است. در این زمان تأخیر، سرکوب انرژی ارتعاش توسط کنترلر ما بسیار کم و نزدیک به صفر می‌باشد. با افزایش این زمان، سرکوب انرژی ارتعاشات افزایش یافته و به یک مقدار بهینه می‌رسد؛ سپس کاهش یافته و در مرز پایداری بعدی بازهم نزدیک به صفر می‌شود. از این نکته می‌توان در تشخیص زمان بهینه کنترل استفاد کرد. یعنی زمان تأخیر میانگین دو زمان فوق، برای پیدا کردن زمان تأخیر بهینه نقطه آغاز خوبی می‌باشد.

در مورد انتخاب ماتریس‌های ارزش‌گذاری باید بسیار دقت شود. این ماتریس‌ها می‌توانند باعث تغییرات بازه‌ی پایداری سیستم ما شوند. همچنین برای تغییر اهمیت کنترل مدها نسبت به هم موثر می‌باشند. می‌توان با تغییر درایه‌های این ماتریس‌های ارزش‌گذاری، زمان پایداری مد اول و دوم را یکسان کرد. با این کار می‌توان از حداکثر کارآیی محرک پیزوالکتریک استفاده کرد، در نتیجه می‌توان از پیزوالکتریک کوچکتری برای اعمال نیروی وارده

بر تیر استفاده کرد که این کار باعث کاهش هزینه‌های کنترلر ما می‌شود. همچنین می‌توان با تغییر این ضرایب، زمان پایدار شدن سیستم را تغییر داد.

منابع و مراجع:

[۱]- تامسون،داهله- ترجمه اردشیر کرمی محمدی، "تئوری ارتعاشات و کاربردهای آن"، چاپ دوم، انتشارات نورپردازان، ۱۳۸۲.

[۲]-کاتسو هیکو اوگاتا- ترجمه محمود دیانی، "مهندسی کنترل"، ویراست چهارم، چاپ دوم، سازمان چاپ و انتشارات وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی، ۱۳۸۴.

[۳]- دونالد کرک- ترجمه دکتر کمال الدین نیک‌روش، "مقدمه‌ای بر تئوری کنترل بهینه"، چاپ ششم، انتشارات دانشگاه امیر کبیر، ۱۳۸۹.

[4]-S.S.Rao, "Vibration of continuous system", Wiley publication, 2007.

[5]-L.Meirovitch, "Elements of vibration analysis", Mc-Graw Hill publication, 1986.

[6]-S.O. Reza Moheimani and Andrew J. Fleming, "Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping" , springer publication, 2006.

[7]- AE.Glazounov ,Q.M Zhang&Ckim,Pizoelectric actuator generating torsional displacement from the D15 shear strain ,App Phys.Lett.&22526,1988.

[8]- Baily T. and Hubbard J.E.JR ,Distributed piezoelectric polymer active vibration control of a cantilever beam, journal of guisance ,Dynamic and control, vol8, no5,pp.605,1985.

[9]- Jin Zhang, Paul Roschki, "Active vibration control of tall structures with MR fluids, journal of sound and vibration,1999.

[10]- S.Narayanan &V.Balamurugan, Optimal velocity feedback control, journal of applied control, vol 9,2002.

[11]- Der-An Wang , Yii-Mei Haung, Feedback and feedforward for vibration control of laminated piezoelectric beam, journal of computer and structure ,2002.

[12]- Gao Ping Sai, JinZhi Haung, Simon Yaung, An optimal control method for linear systems with time delay, Journal of sound and vibration,2003.

[13]- (Micheal Basin, Rodriges,Rodolfo Martinez, Active compensation design for the vibration control linear systems, journal of applied control,2004.

[14]- Amor Jenifen, Active Vibration of flexible structures using delayed position feedback, Royal Military college Canada journal of sound and vibration, 2006.

[15]- Timothy Farajian, Ramin Esfandiari, Active vibration control of a beam using feedback and feedforward, journal of sound and vibration, 2007.

[16]- S. Chatterjee, Vibration control by recursive time-delayed acceleration feedback, Journal of Sound and Vibration 317 (2008) 67–90.

[17]- Khaled A.Alhazza,AliH.Nayfeh, MohammedF.Daqaq, On utilizing delayed feedback for active-multimode vibration control of cantilever beams, Journal of Sound and Vibration 319 (2009) 735–752.

[18]- S.HUlbures,U.Sobener, Vibration Reduction of curved panels by active modal control, journal of sound and vibration, 2009.

[19]- Y.M.Ram, Akshay Singh, John Motershead, State feedback control with time delay, journal of mechanical systems and signal processing,1940-44, Vol23,2009.

[20]- Zhi Cheng Qiu و Jian Han, Xian min Zhang, Zhen wei Wu, “Active vibration control of a flexible beam using a non-collocated acceleration sensor and piezoelectric patch actuator”, journal of sound and vibration,433-455,2010.

[۲۱]- جرالد،ویتلی- ترجمه علی محمد پورپاک، "محاسبات عددی، آنالیز عددی کاربردی"، سازمان انتشارات جهاد دانشگاهی شعبه واحد تهران، ۱۳۸۶.

Abstract

In recent years, using of Active Control of Vibration has been much developed. Laboratory and practical tests show that different methods of Active Control of Vibration are very effective in reduction of vibration of the structures. However, there are still many problems in these methods. One of the factors that caused the problem in these methods is existence of the delay in processing of control systems, sensors and actuators work and etc. This factor applies improper forces on the structure that can be controlled. Because of existence of the delays in the measurement of system variables, the calculations of the required control force, generation of force by the actuator and many other factors, its effect on the performance of the controller is inevitable.

In this thesis, the effect of delay time on control of Euler- Bernoulli cantilever beam has been investigated. After transporting the governing equations of the beam to state space, optimal control methods are used in beam controlling. Delayed compared with the case without delay, the effects of delay on controlling are denoted. Knowing the switching stability and system specifications, by considering a calculated delay, one can reduce or eliminate the effects of the delays in the system and close performance of control system to its optimal case. Also, for the second and higher modes, non-collocation of the sensor and actuator can be modeled with a time delay. By adding this delay to the total delay of the system and according to the switching stability, performance of the system can be closed to its optimum. Also, considering to the piezoelectric governing equations, beam modes and equations, the optimal location of actuator in Euler-Bernoulli beam is obtained. This thesis has shown that the optimal control systems have an efficiency performance on structures control when the time delay of control and non- collocation of the sensor and actuator have been considered.

Keywords: Active Control of Vibration; Euler- Bernoulli Beam; Time Delay; Switching Stability

Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical Engineering

Time-delayed feedback control of vibration of beam with piezoelectric

Thesis

Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science (M.Sc)

In Mechanical Engineering, Applied Design

Hamid Reza Mollazadeh

Supervisor:

Dr. Ardeshir Karami Mohammadi

Date: September 2012