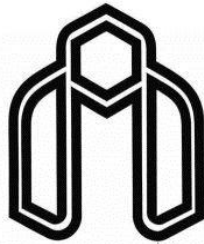


اسم الحکم



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده: مهندسی عمران

گروه: عمران - سازه

روش ترکیباتی بهینه یابی سازه ها بر اساس روشهای LP و GA

دانشجو:

علی مولایی

استاد راهنما:

دکتر وحید رضا کلات جاری

استاد مشاور:

مهندس عباس محمدی

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

دی ۱۳۹۱

ب

شماره: ۴۱
تاریخ: ۱۳۹۹/۱۱/۲۷
روز: شنبه

دانشگاه اصفهان



سازمان تحصیلات تکمیلی
فرم شماره: (۶)

فرم صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای علی مولایی رشته عمران گرایش سازه تحت عنوان: روش ترکیباتی بهینه یابی سازه ها بر اساس روشهای GALB که در تاریخ ۹۹/۱۰/۲۰ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

☐ قبول (با درجه: <u> </u> امتیاز: <u> </u>)	☐ دفاع مجدد	☐ مردود
---	------------------------------------	--------------------------------

۳- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸.۹۹)

۱- عالی (۲۰ - ۱۹)

۴- قابل قبول (۱۵ - ۱۴.۹۹)

۲- خوب (۱۷ - ۱۶.۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	اعضاء
۱- استاد ارشد	وحیدرضا کلاتجاری	استاد یار	
۲- استاد مشاور	عباس محمدی	مربی	
۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	مهدی گلی	استاد یار	
۴- استاد ممتحن	علی کیهانی	استاد یار	
۵- استاد ممتحن	سید مهدی توکلی	استاد یار	

رئیس دانشکده:

پروردگارا؛

نه میتوانم موهایشان را که در راه عزت من سفید شد، سیاه کنم

و نه برای دستهای پینه بسته شان که ثمره تلاش برای افتخار من است، مرهمی دارم

پس توفیقم ده که هر لحظه شکر گزارشان باشم و ثانیه های عمرم را در عصای دست

بودنشان بگذرانم.

به پاس محبت های بی دریغشان که هرگز فروکش نمی کند

این مجموعه را به پدر و مادر عزیزم تقدیم می کنم

تشکر و قدردانی

منت خدای را عز و جل که به شمر نشستن این تحقیق مرهمون الطاف بیکران اوست.
با نهایت سپاس از راهنمایی ها و زحمات بی دریغ استاد راهنمای بزرگوارم جناب آقای دکتر
وحید رضا کلات جاری که وقت پر ارزش خود را متواضعانه در طی انجام این اثر در اختیار
اینجانب گذاشته و همواره مشوق و کارکشای بنده بوده اند.

با سپاس از جناب آقای مهندس عباس محمدی بابت همکاری صمیمانه ایشان.
و در خاتمه بر خود لازم می دانم که از جناب آقای مهندس محمد حسین طالب پور که اطلاعات پر
ارزشی در اختیار اینجانب قرار داده و مراد انجام این تحقیق یاری نمودند کمال امتنان را داشته
باشم.

تعهد نامه

اینجانب **علی مولایی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته عمران - سازه دانشکده عمران و معماری دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه روش ترکیباتی بهینه یابی سازه ها بر اساس روش های LP و GA تحت راهنمایی **دکتر وحیدرضا کلات جاری** به عنوان استاد راهنمای اول و مهندس عباس محمدی به عنوان استاد مشاور متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه / رساله توسط اینجانب انجام شده و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه / رساله تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرکی یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام >>دانشگاه صنعتی شاهرود<< و یا >>shahrood university of technology<< به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افراد که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه / رساله تاثیر گذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه / رساله رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه / رساله ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه / رساله ، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

تاریخ:

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق و نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحوی مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه / رساله بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

* متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه های تکثیرشده پایان نامه / رساله وجود داشته باشد.

چکیده

امروزه مفهوم بهینه یابی به عنوان یک اصل زیر بنایی در طراحی بسیاری از مسائل پیچیده مهندسی پذیرفته شده است. یکی از موارد بهینه یابی در سازه ها، بهینه یابی سطح مقطع اعضای سازه با رعایت قیدهای طراحی، به منظور دست یابی به کمترین وزن سازه می باشد. الگوریتم ژنتیک (GA) یکی از الگوریتم های فراابتکاری است که توانایی خود را در این زمینه به اثبات رسانیده است. اما کندی فرآیند بهینه یابی از طریق GA جهت نیل به نقطه بهینه و نیز آغاز تصادفی فرآیند بهینه یابی توسط GA، سبب می شود تا در برخی موارد GA بهینه محلی را بیابد و در آن متوقف شود. در این پایان نامه سعی شده است تا با ترکیب یکی از روش های بهینه یابی ریاضی (روش برنامه ریزی خطی دنباله ای) و الگوریتم ژنتیک، مشکلات مطروحه تا حد امکان برطرف شود. به منظور دست یابی به این مهم، با استفاده از روابط موجود در روش جبری نیروها در تحلیل سازه، فرمولبندی نوینی در زمینه مسائل بهینه یابی سطح مقطع سازه های خرپایی ارائه شده است که امکان استفاده از روش های بهینه یابی ریاضی را فراهم می سازد. نکته قابل ذکر آن است که قبل از شروع فرایند بهینه یابی توسط GA، با استفاده از روش برنامه ریزی خطی دنباله ای، حدود جواب بهینه مشخص می شود و در ادامه الگوریتم ژنتیک عهده دار کامل نمودن فرآیند بهینه یابی می شود. به عبارت دیگر در این روش از مزایای روش بهینه یابی ریاضی، در جهت ایجاد جمعیت اولیه GA و در نتیجه بهبود کیفیت نتایج استفاده شده است.

واژگان کلیدی :

بهینه یابی، الگوریتم ژنتیک، سازه های خرپایی، برنامه ریزی خطی دنباله ای، روش نیروها

مقالات ارائه شده

۱- "مقایسه و بررسی روند بهینه سازی سازه های خرپایی با استفاده از روش جستجوی چند منظوره و روش جستجوی ذرات باردار". اولین کنفرانس ملی عمران و توسعه (اسفند ۱۳۹۰)

۲- "بهینه یابی سازه های خرپایی با استفاده از روش جبری نیروها و برنامه ریزی غیرخطی". دومین کنفرانس ملی مدیریت بحران، زلزله و آسیب پذیری اماکن و شریانهای حیاتی (خرداد ۱۳۹۱)

۳- "مقایسه روند بهینه یابی سازه های خرپایی با استفاده از الگوریتم ترکیبی اجتماع مورچگان و جستجوی هارمونی و روش جستجوی چند منظوره". دومین کنفرانس ملی مدیریت بحران، زلزله و آسیب پذیری اماکن و شریانهای حیاتی (خرداد ۱۳۹۱)

فصل اول: مقدمه

۱-۱ مقدمه..... ۲

فصل دوم: الگوریتم ژنتیک

۱-۲ مقدمه..... ۷

۲-۲ تاریخچه الگوریتم های ژنتیک..... ۷

۳-۲ بهینه یابی با الگوریتم های ژنتیک..... ۹

۱-۳-۲ کد کردن مقادیر..... ۱۱

۱-۳-۲-۱ کد مبنای دو (کد دودویی)..... ۱۱

۲-۳-۲-۱ روش کدگذاری مقدار..... ۱۳

۲-۳-۲ شایستگی هر کروموزوم..... ۱۳

۲-۳-۲-۱ تابع پناستی..... ۱۴

۲-۳-۲-۲ تابع شایستگی..... ۱۵

۳-۳-۲ انتخاب..... ۱۶

۲-۳-۳-۱ روش های انتخاب..... ۱۷

۲-۳-۳-۱-۱ روش چرخ گردان..... ۱۷

۲-۳-۳-۲-۱ روش رتبه بندی..... ۱۹

۲-۳-۳-۳-۱ روش رقابتی..... ۲۱

۲-۳-۳-۴-۱ روش حالت پایدار..... ۲۲

۲-۳-۳-۵-۱ روش کلات جاری..... ۲۳

۲-۳-۳-۶-۱ مفهوم برگزیده (شایسته سالاری)..... ۲۴

۲۴.....	۴-۳-۲ عملگرهای GA
۲۶.....	۱-۴-۳-۲ عملگر ادغام
۲۷.....	۱-۱-۴-۳-۲ روش ادغام تک نقطه ای یا مکانی
۲۷.....	۲-۱-۴-۳-۲ روش ادغام دو نقطه ای
۲۸.....	۳-۱-۴-۳-۲ روش ادغام چند نقطه ای
۲۹.....	۴-۱-۴-۳-۲ نرخ ادغام
۲۹.....	۲-۴-۳-۲ عملگر جهش
۳۰.....	۱-۲-۴-۳-۲ عمل جهش در کدگذاری دودویی
۳۱.....	۲-۲-۴-۳-۲ عمل جهش در کدگذاری مقدار
۳۲.....	۳-۲-۴-۳-۲ نرخ جهش
۳۳.....	۵-۳-۲ شرط توقف الگوریتم
۳۵.....	۶-۳-۲ فرمولبندی مسئله بهینه یابی مقاطع منفصل خریاها بر اساس GA

فصل سوم: برنامه ریزی خطی و غیر خطی

۳۹.....	۱-۳ مقدمه
۳۹.....	۲-۳ برنامه ریزی خطی
۴۱.....	۱-۲-۳ تبدیل مدل برنامه ریزی خطی به فرم استاندارد
۴۲.....	۲-۲-۳ جواب های پایه ای (اساسی)
۴۴.....	۳-۲-۳ قضیه بنیادی برنامه ریزی خطی
۴۴.....	۴-۲-۳ روش سیمپلکس
۴۵.....	۱-۴-۲-۳ پاشنه (محور)
۴۶.....	۲-۴-۲-۳ نقاط فرین همجوار
۴۷.....	۱-۲-۴-۲-۳ تعیین برداری که از پایه خارج می شود

۴۸.....	۲-۲-۴-۲-۳ تعیین یک جواب شدنی مینیمم
۵۰.....	۳-۴-۲-۳ فرآیند محاسباتی روش سیمپلکس
۵۲.....	۴-۴-۲-۳ متغیرهای مصنوعی
۵۳.....	۵-۴-۲-۳ تباهیدگی
۵۴.....	۶-۴-۲-۳ دوگانی در برنامه ریزی خطی
۵۶.....	۳-۳ برنامه ریزی غیر خطی
۵۷.....	۱-۳-۳ برنامه ریزی خطی دنباله ای (SLP)

فصل چهارم: روش جبری نیروها

۶۰.....	۱-۴ مقدمه
۶۲.....	۲-۴ روش جبری نیروها در تحلیل استاتیکی سازه ها
۶۷.....	۱-۲-۴ روش افراز LU

فصل پنجم: روش پیشنهادی

۷۸.....	۱-۵ مقدمه
۷۹.....	۲-۵ فرمولبندی پیشنهادی مسئله بهینه یابی مقاطع خرپاها
۷۹.....	۱-۲-۵ تابع هدف
۸۰.....	۲-۲-۵ ایجاد قیدهای مسئله
۸۴.....	۳-۵ حل فرمولبندی پیشنهادی مسئله بهینه یابی مقاطع خرپاها
۸۷.....	۱-۳-۵ انتخاب حدود حرکت روش SLP
۸۸.....	۲-۳-۵ روش پیشنهادی انتخاب نقطه شروع روش SLP
۹۰.....	۳-۳-۵ شرط خاظمه روش SLP
۹۰.....	۴-۵ تولید جمعیت اولیه

فصل ششم: مثال های عددی

۹۳.....	۱-۶ مقدمه
۹۳.....	۲-۶ مثال (۱).....
۹۸.....	۳-۶ مثال (۲).....
۱۰۳.....	۴-۶ مثال (۳).....
۱۰۸.....	۵-۶ مثال (۴).....

فصل هفتم: نتیجه گیری و پیشنهادات

۱۱۸.....	۱-۷ مقدمه.....
۱۱۸.....	۲-۷ نتایج.....
۱۱۹.....	۳-۷ ارائه پیشنهادات برای ادامه کار.....
۱۲۰.....	فهرست منابع.....

فهرست اشکال

فصل دوم

۱۲.....	شکل (۱-۲) نمایش کروموزوم ها به صورت باینری.....
۱۳.....	شکل (۲-۲) کدگذاری مقدار.....
۱۸.....	شکل (۳-۲) مدلی از چرخ گردان.....
۲۰.....	شکل (۴-۲) موقعیت کروموزوم ها بر اساس روش چرخ گردان.....

- شکل (۵-۲) موقعیت کروموزوم ها پس از مرتب سازی بر اساس روش رتبه بندی..... ۲۰
- شکل (۶-۲) نمایش شایستگی هر رشته در مثال روش مسابقه..... ۲۱
- شکل (۷-۲) نمایش رشته های برنده در مثال روش مسابقه..... ۲۲
- شکل (۸-۲) روش کلات جاری برای فرآیند انتخاب..... ۲۳
- شکل (۹-۲) روش ادغام تک نقطه ای..... ۲۷
- شکل (۱۰-۲) روش ادغام دو نقطه ای..... ۲۸
- شکل (۱۱-۲) روش ادغام چند نقطه ای (حالتی که تعداد مکان ها زوج باشد)..... ۲۸
- شکل (۱۲-۲) روش ادغام چند نقطه ای (حالتی که تعداد مکان ها فرد باشد)..... ۲۹
- شکل (۱۳-۲) نیاز جمعیت به بیت ۱..... ۳۱
- شکل (۱۴-۲) تاثیر عملگر جهش..... ۳۱

فصل چهارم

- شکل (۱-۴) یک گره غیر تکیه گاهی..... ۶۳
- شکل (۲-۴) نمایش نمودی روش افراز کانکو و همکاران..... ۶۹
- شکل (۳-۴) خرپای مستوی ۱۰ میله ای..... ۷۲

فصل ششم

- شکل (۱-۶) خرپای ۵۲ عضوی..... ۹۳
- شکل (۲-۶) نمودار همگرایی میانگین حاصل از ۳۰ بار اجرای روش پیشنهادی برای خرپای ۵۲ عضوی..... ۹۷
- شکل (۳-۶) نمودار همگرایی بهترین جواب حاصل از روش پیشنهادی برای خرپای ۵۲ عضوی..... ۹۷
- شکل (۴-۶) خرپای فضایی ۷۲ عضوی..... ۹۹

شکل (۵-۶) نمودار همگرایی میانگین حاصل از ۳۰ بار اجرای روش پیشنهادی برای خرپای ۷۲ عضوی	۱۰۲
شکل (۶-۶) نمودار همگرایی بهترین جواب حاصل از اجرای روش پیشنهادی برای خرپای ۷۲ عضوی	۱۰۲
شکل (۷-۶) خرپای ۲۰۰ عضوی	۱۰۳
شکل (۸-۶) نمودار همگرایی میانگین حاصل از ۳۰ بار اجرای روش پیشنهادی برای خرپای ۲۰۰ عضوی	۱۰۷
شکل (۹-۶) نمودار همگرایی بهترین جواب حاصل از اجرای روش پیشنهادی برای خرپای ۲۰۰ عضوی	۱۰۷
شکل (۱۰-۶) خرپای فضایی ۹۴۲ میله ای (الف): نمای سه بعدی (ب): نمای جانبی	۱۰۹
شکل (۱۱-۶) نمای بالای خرپای فضایی ۹۴۲ میله ای	۱۱۰
شکل (۱۲-۶) نمودار همگرایی جواب حاصل از اجرای روش پیشنهادی برای خرپای فضایی ۹۴۲ میله ای	۱۱۶

فهرست جداول

فصل سوم

جدول (۱-۳) جدول سیمپلکس متعارف	۵۰
--------------------------------	----

فصل ششم

جدول (۱-۶) لیست مقاطع	۹۵
جدول (۲-۶) نتایج ۵ چرخه پایانی روش SLP برای خرپای ۵۲ عضوی	۹۶
جدول (۳-۶) نتایج طرح بهینه مقاطع خرپای ۵۲ عضوی	۹۶

- جدول (۴-۶) بارهای موثر وارد بر خرپای فضایی ۷۲ عضوی..... ۹۸
- جدول (۵-۶) گروه بندی اعضای خرپای فضایی ۷۲ عضوی..... ۹۹
- جدول (۶-۶) نتایج ۵ چرخه پایانی روش SLP برای خرپای ۷۲ عضوی..... ۱۰۰
- جدول (۷-۶) نتایج طرح بهینه مقاطع خرپای ۷۲ عضوی..... ۱۰۱
- جدول (۸-۶) نتایج ۵ چرخه پایانی روش SLP برای خرپای ۲۰۰ عضوی..... ۱۰۵
- جدول (۹-۶) نتایج طرح بهینه مقاطع خرپای ۲۰۰ عضوی..... ۱۰۶
- جدول (۱۰-۶) نتایج ۵ چرخه پایانی روش SLP برای خرپای فضایی ۹۴۲ میله ای..... ۱۱۲
- جدول (۱۱-۶) نتایج طرح بهینه مقاطع خرپای فضایی ۹۴۲ میله ای..... ۱۱۴

فصل اول

مقدمه

۱-۱ مقدمه

از دیرباز توجه انسان بر کاهش هزینه ها و افزایش پس انداز بوده است. این خواسته در مهندسی سازه به صورت کاهش مصرف مصالح و یا کاهش هزینه های اجرایی نمود پیدا می کند. بطور کلی مسائل بهینه یابی سازه ها را می توان در چهار رده مختلف دسته بندی نمود که عبارتند از بهینه یابی مقطع^۱، شکل یا هندسه سازه^۲، توپولوژی سازه^۳ و پیکر بندی^۴.

در بهینه یابی مقطع، سطح مقطع اعضا به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می شوند و مختصات گره ها و نحوه اتصال آنها به یکدیگر ثابت فرض می گردد. بهینه یابی شکل یا هندسه سازه به تعیین مختصات گره ها به عنوان متغیرهای طراحی می پردازد و در بهینه یابی توپولوژی سازه، چگونگی اتصال گره ها توسط اعضای خرپا معین می شود. بهینه یابی پیکر بندی هر سه مورد فوق را به طور همزمان در نظر می گیرد [1].

در بسیاری از موارد به لحاظ مسائل معماری و یا اجرایی (ساخت)، لازم می شود که طرح بهینه مقاطع به ازای توپولوژی ثابت و یا هندسه ثابت انجام پذیرد.

در این پایان نامه به بهینه یابی سطح مقطع اعضای سازه های خرپایی با اعمال قیود تنش و تغییر مکان پرداخته شده است. در این زمینه دو نوع فرمولبندی رایج وجود دارد.

دسته اول بهینه یابی بر اساس روش های قطعی^۵ و یا به تعبیر رایج تر برنامه ریزی ریاضی^۶ است. در این دسته دیدگاه غیر احتمالاتی بر فضای مسئله حاکم است. روش های بهینه یابی ریاضی از دیر باز مورد استفاده مهندسين قرار گرفته است. سابقه تدوین و توسعه شاخه ی بهینه سازی سازه ها از قرن هجدهم میلادی می باشد [2]. تالیفات در زمینه روش های بهینه سازی ریاضی بسیار زیاد است، ولی می توان از کتاب های هفته ۱۹۹۲ و کرش ۱۹۹۳ به عنوان مهمترین این مراجع نام برد.

¹ . Sizing Optimization

² . Geometrical (Shape) Optimization

³ . Topological Optimization

⁴ . Layout Optimization

⁵ . Deterministic

⁶ . Mathematical Programming

در این مراجع روش های برنامه ریزی ریاضی خطی^۱ و غیر خطی^۲ شرح داده شده اند. این روش ها را می توان برای حل هر مسئله بهینه یابی از جمله بهینه یابی سازه ها به کار برد. اما زمانیکه از این روش ها در بهینه یابی سازه ها استفاده می شود، بیان تابع هدف و قیود مسئله به صورت روابط صریح از متغیرهای طراحی، بسیار مشکل بوده و منجر به ایجاد روابط پیچیده با درجات بالای غیر خطی می شود.

در این راستا با استفاده از روابط موجود در تحلیل سازه به روش نیروها، فرمولبندی نوینی در زمینه مسائل بهینه یابی سطح مقطع اعضای سازه های خرپایی ارائه شده است. این نحوه ی فرمولبندی امکان استفاده از روش های حل مسائل برنامه ریزی ریاضی و به طور مشخص روش برنامه ریزی خطی دنباله ای^۳ (SLP) را در مورد مسائل بهینه یابی سطح مقطع اعضای سازه های خرپایی، فراهم می سازد.

با استفاده از روش SLP می توان مسئله برنامه ریزی غیر خطی پیشنهادی را به عنوان رشته ای از مسائل برنامه ریزی خطی تقریبی تکراری که به جواب واقعی مسئله غیر خطی همگرا می شود، حل کرد؛ به شرط آنکه روش به قدر کافی تکرار شود [2].

دسته دوم روش های بهینه یابی، بر اساس روش های تصادفی^۴ است که از تئوری احتمالات در فرمولبندی خود بهره می برند. در میان این روش ها، روش تصادفی هدایت شده^۵ الگوریتم ژنتیک^۶ از جایگاه ویژه ای برخوردار است و می توان آن را به عنوان یکی از روش های برتر دانست.

از آن جا که الگوریتم ژنتیک نیازی به مشتق گیری ندارد و نیز یک فرآیند اتفاقی است، از قابلیت جستجوی قوی در فضاها ی طراحی منفصل همراه با قیود رفتاری متعدد برخوردار است. راندمان و انعطاف پذیری بالای الگوریتم های ژنتیک سبب شده تا بهینه یابی بر اساس آن در حل

¹ . Linear Programming

² . Nonlinear Programming

³ . Sequential Linear Programming

⁴ . Stochastic

⁵ . Guided Random Search

⁶ . Genetic Algorithm

مسائل کاربردی مختلف، توسط افراد و مقالات متنوع به اثبات برسد. الگوریتم GA در ابتدا با مجموعه ای از جواب های تصادفی (کروموزوم ها) که به آن جمعیت^۱ گفته می شود، آغاز می گردد. این جواب های اولیه به دلیل تصادفی بودنشان، به ندرت به جواب بهین به طرز قابل قبولی نزدیک می باشند. از طرف دیگر عدم شناخت صحیح از پارامترهای GA همچون تعداد اعضای جمعیت^۲، تعداد نسل ها^۳، نرخ پیوند و...، و نیز عدم آگاهی نسبت به روابط حاکم بر GA از قبیل نوع تابع جریمه و مقادیر دخیل در آن، نوع تابع شایستگی و ... از جمله عواملی است که سبب می شود تا GA در برخی مواقع بهینه محلی^۴ را بدست آورد. از دیگر مشکلات بهینه یابی بر اساس GA سرعت فرآیند بهینه یابی می باشد.

در این راستا با بهره گیری از قابلیت روش برنامه ریزی خطی دنباله ای، در همگرا شدن به بهینه ی واقعی^۵ در حالت پیوسته، می توان قبل از شروع فرآیند بهینه یابی مقاطع منفصل با GA، محدوده منطقی قرارگیری متغیرهای طراحی در لیست پروفیلها را شناسایی نمود و با ایجاد جمعیت اولیه در آن محدوده، این امکان را فراهم ساخت تا GA جستجوی خود را در فضای طراحی از محدوده مناسب تری آغاز کند و در نتیجه سرعت فرآیند بهینه یابی و همگرایی به سمت بهینه عمومی افزایش یابد.

در فصل دوم مبانی بهینه یابی سازه ها بر اساس الگوریتم ژنتیک تشریح شده است. در این فصل پارامترها، عملگرها و روابط مطرح در الگوریتم ژنتیک بیان شده است. در ادامه این فصل به بررسی فرمولبندی رایج در زمینه بهینه یابی مقاطع منفصل خرپا ها بر اساس GA، با فرض ثابت بودن هندسه سازه پرداخته شده است. برای این منظور تابع هدف و قیود حاکم بر مسئله در بهینه یابی سطح مقطع خرپاها مورد توجه قرار گرفته است.

¹ . Population

² . Pop-size

³ . No Of Generation

⁴ . Local Optimum

⁵ . True Optimum

در فصل سوم در ابتدا ویژگی های اساسی برنامه های خطی بیان شده است. در این فصل روش سیمپلکس به عنوان یک روش کارا و مطمئن در حل مسائل برنامه ریزی خطی با تعداد زیاد متغیرهای طراحی، تشریح شده است. در پایان این فصل چگونگی حل مسائل برنامه ریزی غیر خطی توسط روش برنامه ریزی خطی دنباله ای و مشکلات خاص مربوط به آن بیان شده است.

فصل چهارم اختصاص به روش جبری نیروها در تحلیل سازه دارد. در این فصل به تشریح کامل روابط موجود در روش نیروها پرداخته شده و روش افراز LU به عنوان یکی از روش های مطرح تحلیل جبری نیروها مورد بررسی قرار گرفته است. مطالب این فصل پایه و اساس شکل گیری روش پیشنهادی در فصل بعدی را تشکیل می دهد.

در فصل پنجم به تشریح روش پیشنهادی به طور کامل پرداخته شده است. در ابتدای این فصل نحوه بکارگیری روابط موجود در روش نیروها در استخراج قیود مسئله تشریح و با ارائه فرمولبندی پیشنهادی، محاسن آن بیان شده است. در ادامه این فصل با ارائه روابط پیشنهادی به رفع مشکلات مربوط به روش برنامه ریزی خطی دنباله ای پرداخته شده است. در نهایت نحوه ایجاد جمعیت اولیه و چگونگی استفاده از آن در الگوریتم GA بیان شده است.

فصل ششم پایان نامه اختصاص به بررسی کارآیی روش پیشنهادی با ذکر چندین مثال دارد. بدین منظور نتایج حاصل با دیگر الگوریتم های مطرح در مراجع معتبر مقایسه شده است. در خاتمه، ضمن بیان خلاصه نتایج این تحقیق، پیشنهاداتی برای فعالیت های پژوهشی آتی عنوان شده است.

فصل دوم

اکلوریتم زنجیری

۱-۲ مقدمه

الگوریتم ژنتیک یکی از زیر مجموعه های الگوریتم های تکاملی^۱ است که رابطه مستقیمی با مبحث هوش مصنوعی دارد. الگوریتم ژنتیک یا به اختصار GA، یک روش جستجوی مؤثر در فضاها طراحی بسیار وسیع و بزرگ است که در نهایت منجر به جهت گیری به سمت یافتن یک جواب بهینه می گردد. الگوریتم های ژنتیک را می توان یک روش جستجوی کلی نامید، که از قوانین تکامل بیولوژیکی طبیعی تقلید می کند. الگوریتم های ژنتیک تفاوت های زیادی با روش های بهینه سازی قدیمی دارند. در این الگوریتم ها باید فضای طراحی به فضای ژنتیک^۲ تبدیل شود؛ لذا می بایست متغیرهای طراحی بصورت کد مطرح گردند، تا بیانگر طرح مورد نظر در فضای طراحی و فضای ژنتیک باشند. تفاوت اصلی الگوریتم ژنتیک با روش های قدیمی در آن است که GA در یک لحظه خاص با مجموعه ای از نقاط کار می کند، در حالیکه روش های قدیمی بهینه سازی تنها برای یک نقطه خاص عمل می نمایند. به عبارت دیگر، GA در هر تکرار و نسل مجموعه ای از طرح های ممکن را مورد پردازش قرار می دهد. در نگاه اول ممکن است به نظر برسد که این پردازش، یک جستجوی تصادفی^۳ است. در حالیکه با نگاهی عمیق می توان مشاهده نمود که GA، یک جستجوی تصادفی هدایت شده در راستای طرح بهینه است [3].

۲-۲ تاریخچه الگوریتم های ژنتیک

ایده اصلی الگوریتم های تکاملی در سال ۱۹۶۰ توسط ریچنبرگ^۴ مطرح شد که تحقیق وی در مورد استراتژیهای تکاملی^۵ بود. بعدها نظریه وی توسط محققان زیادی مورد بررسی قرار گرفت تا منجر به طرح الگوریتم ژنتیک شد. الگوریتم های ژنتیک در حقیقت، روش جستجوی کامپیوتری بر پایه

^۱ . Evolutionary Algorithm

^۲ . Genetic Space

^۳ . Random Search

^۴ . Rechenberg

^۵ . Evolutionary Strategies

الگوریتم های بهینه سازی و بر اساس ساختار ژن^۱ ها و کروموزوم^۲ ها است که توسط جان هولند^۳ در سال ۱۹۷۵ در دانشگاه میشیگان مطرح شد و پس از وی توسط جمعی از دانشجویانش مثل گلدبرگ^۴ و آنن آربور^۵ توسعه یافت. در سال ۱۹۹۲ جان کوزا^۶ از الگوریتم ژنتیک برای حل و بهینه سازی مهندسی پیشرفته استفاده کرد و توانست برای اولین بار روند الگوریتم ژنتیک را به زبان کامپیوتر درآورد و برای آن یک زبان برنامه نویسی ابداع کند که به این روش برنامه نویسی، برنامه نویسی ژنتیک^۷ می گویند. نرم افزاری که توسط وی ابداع گردید به نرم افزار LISP مشهور است که هم اکنون نیز کاربرد فراوانی در حل و بهینه سازی مسائل مهندسی دارد. از آن پس تا به امروز کتاب های متعددی توسط افرادی چون گلدبرگ، دب^۸ و جنکینز^۹ به رشته تحریر در آمده است و پس از آن بسیاری از محققین مقالات متنوعی درباره، بسط دامنه کاربرد GA، بهبود نتایج و افزایش سرعت محاسبات، ارائه نموده اند. این الگوریتم امروزه به دلیل کاربرد فراوان، از جایگاه ویژه ای در میان روش های بهینه سازی برخوردار است [3].

در یک نگاه کلی اصطلاحاتی که از مباحث زیست شناسی به مبحث الگوریتم ژنتیک وارد شده است را می توان به شرح زیر دسته بندی نمود:

۱- تولید مثل^{۱۰} که به تولید کروموزوم های جدید با ویژگی های والدین خود، منجر می شود.

۲- جهش^{۱۱} که سبب ایجاد تغییرات ناگهانی در DNA می شود.

۳- مناسب بودن^{۱۲} که برای یک موجود زنده میزان شایستگی آن در ادامه حیات است.

¹ . Gene

² . Chromosome

³ . John Holland

⁴ . Goldberg

⁵ . Ann Arbor

⁶ . John Koza

⁷ . Genetic Programming (GP)

⁸ . Deb

⁹ . Jenkins

¹⁰ . Cross Over

¹¹ . Mutation

¹² . Fitness

۲-۳ بهینه یابی با الگوریتم های ژنتیک

الگوریتم ژنتیک با الهام از نظریه داروین^۱ درباره حیات بهترین ها شکل گرفته است که بر اساس آن بهترین ها حق بقا دارند ، بنابراین می توان گفت [3]:

« GA بر اساس اصل " ادامه حیات بهترین ها " و " تکثیر نوع برتر " پی ریزی شده است.»

این روش هوشمند بطور موفقیت آمیزی طرح بهینه عمومی^۲ را بدون در نظر گرفتن فرضیات محدود کننده ای از قبیل پیوسته بودن فضای جستجو و یا وجود مشتقات پیدا می کند. فرآیند GA بر روی متغیرهای طراحی رمز شده که رشته ای از کاراکترها با طول محدود هستند، انجام می گیرد. مزیت کار با متغیرهای کد شده در این است که اصولاً کدها قابلیت تبدیل فضای پیوسته به فضای گسسته را دارند [4].

الگوریتم GA در ابتدا با مجموعه ای از جواب های تصادفی (کروموزوم ها) که به آن جمعیت^۳ گفته می شود، آغاز می گردد. از این جواب ها برای ساخت جمعیت بعدی استفاده می شود، به این امید که جمعیت های جدید بهتر از جمعیت های قدیم باشند. زیرا روش هایی که برای انتخاب جمعیت جدید استفاده شده با توجه به مناسب بودن آن ها صورت گرفته است. پس بهترین ها شانس بیشتری برای تولید مثل و ادامه حیات خواهند داشت. این فرآیند آنقدر تکرار می شود تا براساس معیار همگرایی طرح نزدیک به بهینه حاصل شود.

در بهینه یابی از طریق GA چهار مرحله اساسی انجام می پذیرد [4]:

۱. تولید تصادفی مجموعه ای از طرح ها، که بدان جمعیت اولیه گفته می شود. هر عضو این جمعیت یک کروموزوم می باشد که بصورت کد^۴ بوده و رشته^۵ نامیده می شود. هر رشته متناسب با تعداد متغیرهای طراحی، به چندین زیر رشته^۶ تقسیم می شود. زیر رشته مجموعه ای از بیت^۱ ها

^۱ . Darwin

^۲ . Global Optimum

^۳ . Population

^۴ . Code

^۵ . String

^۶ . Substring

می‌باشد که بصورت زنجیر در کنار هم چیده شده‌اند. هر بیت هم ارز با یک ژن در الفبای ژنتیک می‌باشد. تعداد بیت‌های هر زیررشته به نحوی تعیین می‌شوند تا بتوان کلیه اطلاعات متغیر طراحی را مابین حدود بالا و پایین در مرحله رمز گشایی بدست آورد.

۲. با رمزگشایی، مقدار متغیرهای طراحی در هر رشته ارزیابی و مقادیر تابع هدف تعیین می‌گردد.

۳. مسأله بهینه‌یابی مقید با تعریف تابع پناستی^۲ و ترکیب آن با تابع هدف و ایجاد تابع هدف اصلاح شده^۳، به یک مسأله بهینه‌یابی نامقید تبدیل می‌شود. در ادامه با تعریف تابع شایستگی، به هر کروموزوم، یک مقدار شایستگی اختصاص داده می‌شود. سپس با الهام از قوانین تکامل طبیعی و روش‌هایی که در ادامه ارائه می‌شود، بهترین کروموزوم‌ها بر مبنای میزان شایستگی انتخاب می‌شوند.

۴. در این مرحله، جمعیت جدید بر مبنای عملگرهای GA که در ادامه به شرح تفصیلی آن پرداخته شده است، تشکیل می‌شود. پس از آن جمعیت فرزندان^۴ برای نسل^۵ بعد به کار گرفته می‌شود. این مراحل تا ارضای شرط خاتمه و یا به تعداد نسل‌های پیش‌بینی شده برای کسب بهینه عمومی تکرار می‌شود.

اساساً برای پیاده‌سازی مراحل GA به شکلی صحیح می‌بایست سه مفهوم زیر مشخص شود:

۱- تعریف تابع هدف به شکلی صحیح

۲- تعریف فضای ژنتیک بر اساس قیود مسئله

۳- تعریف و پیاده‌سازی صحیح عملگرهای GA

در فرآیندهای به ظاهر ساده فوق، نکات عمیق و مهمی نهفته است که در بخش‌های بعد به طور اجمالی بحث شده است.

¹ . Bite

² . Penalty Function

³ . Modified Objective Function

⁴ . Offspring

⁵ . Generation

۲-۳-۱ کد کردن مقادیر

براساس تعریف هولند، روش های متعددی برای نمایش ژن های منفرد وجود دارد. مثلاً می توان آن ها را به صورت رشته، آرایه^۱، درخت^۲ یا لیست^۳ نشان داد. اما در هر صورت، یک سیستم کدگذاری خوب باید دارای خواص زیر باشد [5]:

- ۱- تبدیل بین عناصر گذشته و گذشته، یک تبدیل یک به یک باشد.
 - ۲- کروموزوم هایی که هم ارز با هیچ متغیر طراحی نیستند، قابل ترمیم باشند.
 - ۳- هر نقطه در فضای طراحی قابل تبدیل به یک کروموزوم باشد.
 - ۴- خواص خوب والدین قابل انتقال به فرزندان باشد.
 - ۵- تغییر اندک در متغیرهای کد شده باعث ایجاد تغییرات کوچک در متغیرهای کد نشده گردد.
- شیوه های مختلفی برای کدگذاری وجود دارد؛ که در اینجا به شرح برخی از آن ها پرداخته شده است.

۲-۳-۱-۱ کد مبنای دو (کد دودویی)^۴

یک مثال : مسئله ی کوله پشتی

در این مسئله فرض می شود که اشیایی با مقدار و اندازه مشخص وجود دارد و قرار است که در یک کوله پشتی با ظرفیت مشخص قرار داده شوند. نحوه ی انتخاب اشیاء با توجه به حداقل فضایی که اشغال می کنند و استفاده بهینه از فضای کوله پشتی صورت می گیرد.

برای حل این مسئله فرض شده است، هر بیت بیانگر حضور یا عدم حضور اشیاء در کوله پشتی باشد. روش مذکور از روش های متداول در حل مسائل GA به شمار می رود. شکل (۲-۱) کروموزوم هایی را به صورت باینری^۵ نشان می دهد.

^۱ . Array
^۲ . Tree
^۳ . List
^۴ . Binary Code
^۵ . Binary

Chromosome A	101101100011
Chromosome B	010011001100

شکل (۱-۲): نمایش کروموزوم ها به صورت باینری

برای حل مسائل بهینه یابی در GA باید متغیرهای مجهول به صورت یک رشته بیان شود. طول این رشته با توجه به محدوده ی متغیرهای طراحی و دقت مسئله مشخص می شود. برای مثال با رشته ای به طول ۴ بیت می توان ۱۶ عدد را نمایش داد. به طور کلی اگر یک تابع دو متغیره کد شود، با فرض طول رشته ی ۴ بیتی برای هر متغیر و نمایش متغیرها با X_1 و X_2 به صورت (1011 0110)، یک کروموزوم ۸ بیتی بشرح زیر شکل می گیرد [3]:

Chromosome $\Rightarrow$ 10110110

که هر متغیر آن دارای حدود بالا و پایینی بشرح زیر می باشد:

$$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \quad (۱-۲)$$

$$(0000 \ 0000), (1111 \ 1111) \Leftrightarrow (X_1^L, X_2^L), (X_1^U, X_2^U) \quad (۲-۲)$$

در واقع 0000 و 1111 مقادیر کد شده کمینه و بیشینه می باشند.

پس با توجه به اینکه یک رشته n بیتی، اعداد 0 تا $2^n - 1$ را کد می نماید؛ لذا مقدار عددی

هر زیررشته برابر است با:

$$\sum_{k=0}^{k=\eta_i-1} 2^k S_k \quad (۳-۲)$$

که هر بیت S می تواند اعداد 0 و 1 را اختیار نماید و به صورت رشته زیر نمایش داده می شود:

$$S_{n-1} \dots S_3 S_2 S_1 S_0 \quad (۴-۲)$$

روش رمز کردن دودویی مرسوم ترین روش در GA، برای نمایش رشته ای متغیرهای طراحی

می باشد. ویژگی اصلی این شیوه نمایش، انطباق آن با ذات عملگرهای GA می باشد. این شیوه

نمایش، خصوصیات مناسب برای یک سیستم کدگذاری را دارا می باشد.

۲-۳-۱-۲ روش کدگذاری مقدار^۱

در این روش هر کروموزوم به صورت رشته ای از مقادیر است که این مقادیر می توانند هر چیز مرتبط با مسئله باشند. مثلاً اعداد اعشاری و یا اشیاء کد شده که در شکل (۲-۲) مثالی از این روش ها نشان داده شده است.

Chromosome A	1.5642	7.468	1.3	0.768
Chromosome B	(Up)	(Down)	(Left)	
Chromosome C	abcdefghijklmnpq...			

شکل (۲-۲): کد گذاری مقدار

امروزه از این شیوه نمایش در مسائل بهینه سازی سازه ها نیز استفاده می شود که متناسب با زوایای دید مختلف دارای معایب و محاسن گوناگونی بوده و مقالات متعددی در این باب مطرح شده است. در این شیوه دقت مورد نیاز در اعداد حفظ شده و طول کروموزوم نسبت به روش کدگذاری دودویی، کوتاهتر است؛ اما از سوی دیگر این شیوه نمایش نیاز به متدهای خاصی برای اعمال عملگرهای GA بر روی کروموزوم ها دارد [3].

در ادامه چگونگی ارزیابی شایستگی یک متغیر طراحی کدشده (کروموزوم) مطرح می شود.

۲-۳-۲ شایستگی هر کروموزوم

همان طور که پیشتر بیان شد، GA، مسئله بهینه یابی مقید را با تعریف تابع پناستی که وابسته به میزان نقض قیود است و ترکیب آن با تابع هدف و ایجاد تابع هدف اصلاح شده، به یک مسئله بهینه یابی نامقید تبدیل می نماید. در ادامه با کمک مقادیر تابع هدف اصلاح شده تابع شایستگی تعریف می گردد. سپس با توجه به تابع شایستگی، به هر کروموزوم یک مقدار شایستگی اختصاص می یابد. اما آنچه که در روند فوق حائز اهمیت است، چگونگی محاسبه تابع پناستی و تابع هدف اصلاح

^۱ . Value Encoding

شده است تا با کمک این توابع، تابع شایستگی تعریف شود. بنابراین در ادامه به بررسی توابع فوق الذکر پرداخته می شود.

۲-۳-۱ تابع پناستی

تابع پناستی یا جریمه، همان طور که از نامش مشخص است، مقداری است که به عنوان جریمه به تابع هدف اعمال می شود؛ این جریمه به دلیل نقض قیود می باشد. در واقع به واسطه تعریف تصادفی متغیر یا متغیرهای طراحی قیود مسئله نقض می شود، بنابراین کروموزوم ناقض قیود جریمه می شود. طبیعی است که هر کروموزومی قیود مسئله را بیشتر نقض نماید، مقدار تابع پناستی متناظر آن بیشتر است و بالطبع جریمه بیشتری به مقدار تابع هدف مربوط به این کروموزوم اعمال می شود [3].

محققین و دست اندرکاران GA، روابط متعددی را برای تابع پناستی و چگونگی محاسبه مقدار جریمه ارائه نموده اند. هر یک از روابط پیشنهادی برای تابع پناستی به نحوی مقدار جریمه را متناسب با میزان نقض قیود محاسبه می نماید. راجیو و کریشنامورتی^۱ تابع پناستی را بشرح زیر پیشنهاد می نمایند [4].

$$f_{Penalty} = F(X) * K * C \quad (۵-۲)$$

که

$$C = \sum_{q=1}^Q \max[0, g_q(X)] \quad (۶-۲)$$

در روابط فوق

X : بردار متغیر طراحی

Q : تعداد کل قیود حاکم بر مسئله

$f_{Penalty}$: تابع جریمه

^۱. S.Rajeev & C.S.Krishnamoorthy

$F(X)$: تابع هدف

$g_q(X)$: میزان نقض سازه در ارتباط با هر یک از قیود

و ثابت $K=10$ در نظر گرفته می شود.

در گام بعدی برای رسیدن به مقدار شایستگی هر کروموزوم می بایست تابع هدف اصلاح شده و در پی آن تابع شایستگی محاسبه شود. هر کدام از این توابع نیز بر اساس دیدگاه های مختلف و به طرق گوناگون مطرح شده است که در ذیل به شرح اهم این دیدگاه ها بر حسب کاربردشان پرداخته شده است.

۲-۲-۳-۲ تابع شایستگی^۱

تابع شایستگی معمولاً براساس تابع هدف اصلاح شده تعریف می شود و بایستی مقدار آن مثبت باشد. تابع هدف اصلاح شده نیز عموماً براساس مقادیر تابع جریمه و تابع هدف تنظیم می شود. محققین GA روابط متنوع و گوناگونی را برای تابع هدف اصلاح شده و تابع شایستگی ارائه داده اند که در تمامی آنها مطلب زیر حاکم است [3]:

۱. در مسئله کمینه سازی، کروموزومی با کمترین مقدار تابع هدف اصلاح شده، بیشترین مقدار شایستگی را به خود اختصاص می دهد؛ لذا شانس بیشتری برای حضور در جمعیت بعدی دارد.
۲. مقادیر تابع شایستگی، همواره مقداری مثبت است.

راجیو و کریشنا مورتی، تابع هدف اصلاح شده و تابع شایستگی را بشرح زیر پیشنهاد می نمایند [6]:

$$\phi(X) = F(X) + f_{Penalty} \quad (7-2)$$

$$R(X) = [\phi_{\max}(X) + \phi_{\min}(X)] - \phi(X) \quad (8-2)$$

در روابط فوق

$\phi(X)$: تابع هدف اصلاح شده

¹ . Fitness Function

$R(X)$: تابع شایستگی

$f_{Penalty}$: تابع جریمه

$F(X)$: تابع هدف

$\phi_{\max}(X)$: حداکثر مقادیر تابع هدف اصلاح شده در جمعیت حاضر

$\phi_{\min}(X)$: حداقل مقادیر تابع هدف اصلاح شده در جمعیت حاضر

است.

در نهایت امر تابع شایستگی به ازای هر کروموزوم محاسبه و میزان شایستگی هر کروموزوم بدست می آید. حال زمان آن فرا رسیده است، تا با کمک مقادیر تابع شایستگی بهترین ها برای نسل بعد برگزیده شوند. این مهم در یک فرآیند کلی به نام انتخاب به شرح زیر تبلور می یابد.

۲-۳-۳ انتخاب^۱

در فرآیند انتخاب کروموزوم های شایسته از میان جمعیت به عنوان والد انتخاب و سپس براساس فرآیند پیوند، کروموزوم های جدید به نام فرزندان تولید می شوند.

روش های متنوعی در GA برای انتخاب کروموزوم های شایسته وجود دارد، اما هدف اصلی در همه ی آن ها انتخاب کروموزوم هایی (طرح هایی) با میزان شایستگی بالا از جمعیت جاری و تکثیر آن ها، طی قرارگیری در مکانی به نام استخر تولید مثل^۲ است. کروموزوم های با مقدار شایستگی بالاتر، از شانس بیشتری برای حضور در استخر تولید مثل برخوردار خواهند بود. عکس این مطلب نیز صادق است، یعنی کروموزوم هایی با مقدار شایستگی کمتر، احتمال کمتری برای انتقال در استخر تولید مثل خواهند داشت. نحوه انتخاب در روش های مختلف، متفاوت است؛ اما معیار تمامی روش های انتخاب، میزان شایستگی برای هر کروموزوم می باشد. یعنی هر کروموزومی که شایستگی بیشتری دارد، بالطبع شانس بیشتری برای حضور در استخر تولید مثل پیدا می کند [3].

در ادامه به تفصیل و شرح مهمترین و رایج ترین روش های انتخاب، پرداخته شده است:

^۱ . Selection(Reproduction)

^۲ . Mating Pool

۲-۳-۱ روش های انتخاب

مهمترین و رایج ترین روش هایی که برای انتخاب کروموزوم ها و قرار دادن آن ها در استخر تولید مثل وجود دارد عبارتند از:

۱. روش چرخ گردان^۱

۲. روش رتبه بندی^۲

۳. روش رقابتی^۳

۴. روش حالت پایدار^۴

۵. روش کلات جاری

۶. مفهوم برگزیده^۵ (شایسته سالاری)

۲-۳-۱-۱ روش چرخ گردان

یکی از روش های متداول در فرآیند انتخاب، روش چرخ گردان است. در این روش رشته i ام با یک احتمال از P_i (که از مقدار تابع شایستگی آن سرچشمه می گیرد) انتخاب می شود. بالطبع حاصل جمع این احتمالات برای کل اعضای جمعیت بایستی برابر یک شود. احتمال هر رشته (کروموزوم) i ام برابر است با [3]:

$$P_i = \frac{F_i}{\sum_{j=1}^n F_j} \quad (9-2)$$

که n تعداد اعضای جمعیت و F مقدار تابع شایستگی هر رشته است.

حال اگر درصد احتمال این مقادیر را به صورت یک چرخ گردان نشان داده شود، مقادیر P_i ها،

قطاع های چرخ گردان را تشکیل می دهد. با تولید یک عدد تصادفی بین صفر و یک، کروموزومی با

¹ . Roulette Wheel

² . Rank

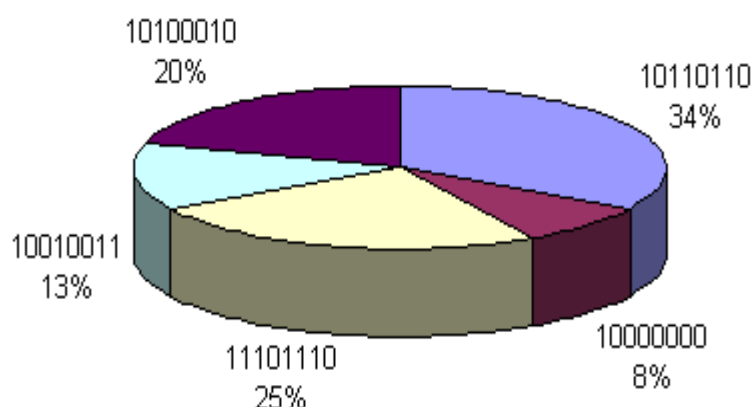
³ . Tournament

⁴ . Steady State

⁵ . Elitism

قطاع بزرگتر یا شایستگی بیشتر، شانس بیشتری برای حضور در جمعیت بعد می یابد. به این ترتیب انتظار می رود که مکانیزم چرخ گردان به تعداد $F_i/\bar{F}$ کپی از رشته i ام را تولید نماید. مقدار میانگین شایستگی های یک جمعیت از رابطه (۲-۱۰) تعیین می شود [3].

$$\bar{F} = \sum_{j=1}^n F_j / n \quad (۲-۱۰)$$



شکل (۲-۳): مدلی از چرخ گردان

برای اجرای این روش، می بایست در ابتدا مجموع مقادیر تابع شایستگی برای رشته های جمعیت مورد نظر را بدست آورد. آن گاه براساس رابطه (۲-۹) مقدار P_i برای هر کروموزوم محاسبه می شود. در ادامه مقدار $\bar{P}_j$ بر اساس رابطه زیر محاسبه می شود [3]:

$$\bar{P}_j = \sum_{i=1}^m P_i \quad j = 1, \dots, n \quad (۲-۱۱)$$

که در آن n تعداد اعضای جمعیت و m شماره جمعیت یا کروموزوم موردنظر در جمعیت حاضر است.

حال به تعداد اعضای جمعیت، اعداد تصادفی یکنواخت در محدوده صفر و یک تولید می شود. اگر عدد تصادفی تولید شده کوچکتر یا مساوی $\bar{P}_j$ نظیر کروموزوم j ام باشد؛ آن کروموزوم برای تکثیر انتخاب می شود و در استخر تولید مثل قرار می گیرد [3].

۲-۳-۳-۱ روش رتبه بندی

در روش چرخ گردان، اگر مقادیر شایستگی رشته ها خیلی با هم تفاوت داشته باشند، فرآیند انتخاب دچار مشکل می شود. مثلاً اگر بهترین شایستگی ۸۵ در صد باشد، در حدود ۸۵ در صد از شکل را اشغال خواهد کرد، بنابراین سایر کروموزوم ها شانس کمتری برای انتخاب شدن خواهند داشت [3].

در روش رتبه بندی ابتدا جمعیت را بر اساس مقادیر شایستگی رتبه بندی می شوند. سپس انتخاب کروموزوم ها بر اساس رتبه هر رشته صورت می گیرد. مثلاً بدترین حالت (کمترین مقدار شایستگی) دارای رتبه یک و به همین ترتیب مورد بعدی دو و الی آخر، در نهایت بهترین مورد (کروموزومی با بیشترین شایستگی) دارای رتبه برابر n خواهد بود (n تعداد کروموزوم های موجود در جمعیت است).

در روش رتبه بندی احتمال انتخاب رشته i ام به شرح زیر محاسبه می گردد [3]:

$$P_i = \frac{m}{\sum_{j=1}^n j} \quad (12-2)$$

که در آن n تعداد اعضای جمعیت و m شماره رشته موردنظر در جمعیت حاضر است. به عبارت دیگر m برابر i است.

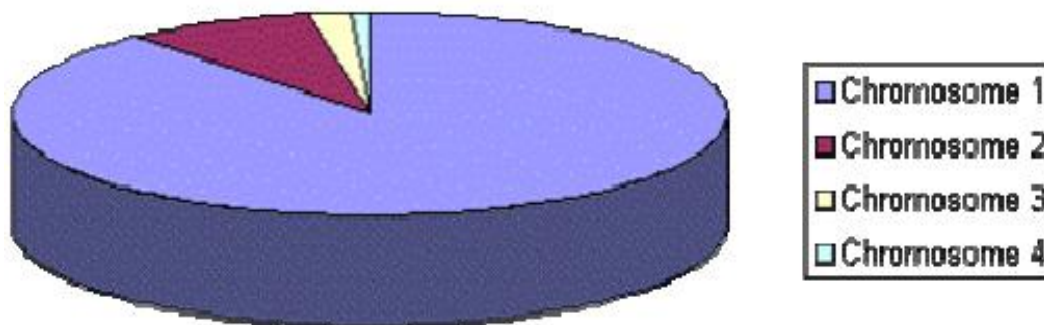
در ادامه همانند روش چرخ گردان مقادیر تجمعی P_i بر اساس رابطه (۱۱-۲) بشرح زیر محاسبه می شود:

$$\bar{P}_j = \sum_{i=1}^m P_i \quad j = 1, \dots, n \quad (11-2)$$

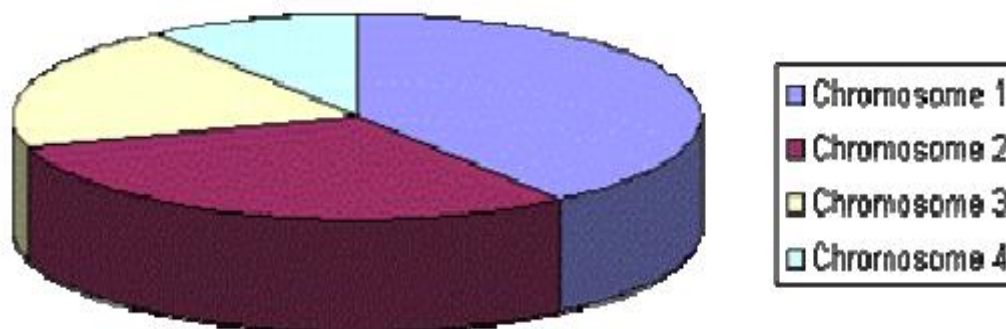
سپس با تولید اعداد تصادفی یکنواخت در محدوده صفر تا یک و مقایسه آن با مقادیر تجمعی

$\bar{P}_i$ برای هر کروموزوم، رشته منتخب مشخص و در استخر تولید مثل کپی می شود.

روش رتبه بندی و روش چرخ گردان در اشکال (۲-۴) و (۲-۵) مقایسه شده است [3].



شکل (۴-۲): موقعیت کروموزوم ها بر اساس روش چرخ گردان



شکل (۵-۲): موقعیت کروموزوم ها پس از مرتب سازی بر اساس روش رتبه بندی

همان طور که در شکل (۴-۲) ملاحظه می شود؛ کروموزوم یک به دلیل شایستگی بالا، قسمت اعظم دایره را در روش چرخ گردان به خود اختصاص داده است و احتمال انتخاب آن در جمعیت بعدی بسیار زیاد است. در حالیکه کروموزوم چهار با دارا بودن قطاع بسیار کوچکی از دایره، شانس اندکی (تقریباً برابر صفر) برای حضور در حوصچه پیوند دارد. این مسئله می تواند سبب به دام افتادن الگوریتم در نقطه بهینه محلی به دلیل همگرایی سریع الگوریتم شود. این مشکل در روش رتبه بندی حل شده است. همان طور که در شکل (۵-۲) دیده می شود؛ نسبت قطاع دایره برای کروموزوم یک و چهار خیلی زیاد نیست. بدین سان الگوریتم به سرعت همگرا نشده و احتمال حضور کروموزوم هایی با شایستگی پایین نیز در استخر تولید مثل وجود دارد. ممکن است کروموزوم هایی با شایستگی پایین حاوی زیررشته های مناسبی برای طرح بهینه باشند. و حضور آن ها در استخر تولید مثل، لازم است.

ضعف روش رتبه بندی تنها در آن است که به آهستگی همگرا^۱ می شود. زیرا بهترین کروموزوم ها تفاوت چندانی با هم ندارند و همین امر باعث همگرایی آهسته آن می شود. لذا برای جمعیت های بزرگ توصیه نمی شود [3].

۳-۳-۱-۳ روش رقابتی

در روش چرخ گردان الگوریتم گاهی با مشکلاتی از قبیل کندی و همگرایی ناگهانی به خاطر کوچک شدن سریع فضای جستجو مواجه می شود. روش رتبه بندی نیز به دلیل آهستگی همگرایی و مشکلاتی از این قبیل، برای جمعیت های بزرگ زیاد مناسب نیست. برای گریز از این معایب، معمولاً از روش دیگری به نام روش رقابتی استفاده می شود. این روش نخستین بار توسط گلدبرگ و دب در سال ۱۹۹۱ ارائه شده است [3].

در روش رقابتی که شبیه رقابت در طبیعت است، یک زیر مجموعه کوچک از کروموزوم ها به صورت تصادفی انتخاب شده و به رقابت می پردازند. معیار رقابت، میزان شایستگی هر کروموزوم است. سرانجام در این رقابت یکی از کروموزوم ها به پیروزی رسیده و به عنوان والد جدید انتخاب می شود. این فرآیند تا انتخاب همه ی والد ها در جمعیت جدید، تکرار می شود. به عبارت دیگر، عملیات فوق به تعداد اعضای جمعیت تکرار می شود.

به عنوان مثال جمعیتی با شایستگی های شکل (۶-۲) را در نظر بگیرید [3]:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Fitness	1	2.10	3.11	4.01	4.66	1.91	1.93	4.55

شکل (۶-۲): نمایش شایستگی هر رشته در مثال روش مسابقه

در ابتدا موارد ۲ و ۴ به صورت تصادفی برای رقابت انتخاب می شوند که در این مرحله مورد ۴ برنده می شود (به خاطر شایستگی بیشتر) و رشته آن (کروموزوم مربوطه) از جمعیت اولیه انتخاب و

^۱ . Slow Convergence

در استخر تولید^۱ مثل کپی می شود.

موارد	(2,4)	(3,8)	(1,3)	(4,5)	(1,6)	(1,2)	(4,2)	(8,3)
برنده	4	8	3	5	6	2	4	8

شکل (۷-۲): نمایش رشته های برنده در مثال روش مسابقه

این روند تا انتخاب تمامی کروموزوم ها ادامه می یابد. در نهایت همان طور که در جدول مشاهده می شود کروموزوم های ۲ و ۳ و ۵ و ۶ هر کدام یک کپی و مقادیر ۴ و ۸ دو کپی دارند و مقادیر ۱ و ۷ نیز حذف شده اند.

این روش در جمعیت های بسیار بزرگ به عنوان بهترین روش شناخته می شود. مقدار کروموزوم منتخب برای رقابت به تعداد اعضای جمعیت بستگی دارد و تحت عنوان سائز رقابت^۲ به عهده کاربر گذاشته می شود. اما عموماً دو یا سه کروموزوم برای رقابت انتخاب می شوند. یانگ و همکارانش^۳ نخستین افرادی بودند که روش رقابتی را در مهندسی عمران جهت بهینه سازی سازه ها بکار گرفتند [3].

۳-۳-۱-۴ روش حالت پایدار

اساس این روش به این صورت است که کروموزوم های خوب (با شایستگی بالا) در استخر تولید مثل کپی و مابقی حذف و به جای آن ها کروموزوم های جدید در استخر تولید مثل قرار می گیرد. معیار شایستگی خوب در این روش، برای حالات مختلف، متفاوت است. در برخی موارد در صدی از کروموزوم ها که شایستگی بالا دارند؛ برای کپی در استخر تولید مثل، انتخاب می شوند [3].

^۱ . Mating pool

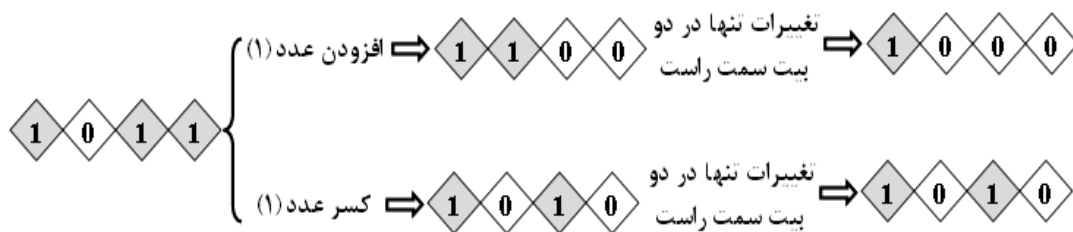
^۲ . Size Tournament

^۳ . Yang, J. et al

۲-۳-۱-۵ روش کلات جاری

کلات جاری در مرجع [4] شیوه ای پویا، متناسب با بهترین رشته، برای فرآیند انتخاب، بشرح ذیل ارائه می دهد:

نحوه انجام کار به این ترتیب است که کروموزوم های جمعیت جاری بر اساس شایستگی به ترتیب نزولی مرتب می شوند. سپس در جمعیت بعدی به تعداد $nc - 2n_1 - 2n_2$ کروموزوم اول کپی می شود. n_1 تعداد متغیرهای طراحی سطح مقطع و n_2 تعداد متغیرهای طراحی هندسی می باشد. (در صورتیکه متغیرهای طراحی هندسی وجود نداشته باشد، $n_2 = 0$ منظور می شود). $2n_1 + 2n_2$ کروموزوم دیگر با افزودن و کسر عدد یک به مقدار رمزگشایی شده هر یک از زیر رشته های کروموزوم اول بطور جداگانه و اعمال تغییرات در دو بیت سمت راست هر زیررشته بدست می آید. مقادیر بیت های سایر زیررشته های دو کروموزوم جدید، عیناً همانند با کروموزوم اول با بیشترین شایستگی در نظر گرفته می شود. شکل (۲-۸) شیوه اعمال این روش را بخوبی نشان می دهد. در این مثال مقدار عددی، زیر رشته بهترین کروموزوم برابر 11 می باشد که پس از افزودن و کسر عدد یک به آن و اعمال تغییرات تنها در دو بیت سمت راست مقادیر 8 و 10 بدست می آید [4].



شکل (۲-۸): روش کلات جاری برای فرآیند انتخاب

۲-۳-۱-۶ مفهوم برگزیده (شایسته سالاری)

استراتژی نخبه گرایی یا مفهوم برگزیده، نخستین بار توسط فردی به نام دی جانگ^۱ در سال ۱۹۷۵ مطرح شد. بر اساس این روش بهترین کروموزوم ها (یک کروموزوم) بر مبنای شایستگی در جمعیت جدید بدون آنکه وارد استخر تولید مثل شود؛ کپی می شوند. این کار برای آن است تا بهترین کروموزوم نسل حاضر، در نسل بعدی حضور داشته باشند [3].

به کمک استراتژی فوق اطمینان حاصل می گردد که بهترین فرزند هر نسل نسبت به بهترین فرزند نسلهای گذشته دارای نمره شایستگی پایین تری نخواهد بود. این روش اغلب به صورت ترکیبی با سایر روش های انتخابی ارائه می شود. استفاده از مفهوم برگزیده باعث افزایش کارایی GA می گردد، زیرا مانع از گم شدن جواب های خوب به دست آمده می شود. استراتژی نخبه گرایی تأثیر بسزایی در همگرایی الگوریتم داشته و استفاده از آن در مقالات گوناگون، بررسی و توصیه شده است [3].

۲-۳-۴ عملگر های GA

در بخش پیشین چگونگی انتخاب کروموزوم ها مورد بررسی قرار گرفت. به نحوی که کروموزوم های منتخب به عنوان والد برگزیده می شوند. در این قسمت به بررسی روش های مختلف برای تولید فرزندان^۲ پرداخته می شود.

عملگر های وراثتی^۳ متعددی برای تولید رشته های بهتر وجود دارد که هدف این عملگرها جستجوی فضای طراحی و تا حد امکان حفظ اطلاعات نهفته در رشته ها است. چرا که این والد ها بهترین موارد انتخاب شده توسط عملگرهای فاز انتخاب هستند و نباید از دست بروند [3].

از مهمترین عملگرهای GA می توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱. عمل جفت گیری یا ادغام

^۱ . Kenneth De Jong

^۲ . Offspring

^۳ . Inheritance Operator

۲. عمل معکوس کردن^۱
۳. عمل حذف و کپی کردن^۲
۴. عمل حذف و تولید مجدد^۳
۵. عمل جداسازی^۴
۶. عمل نقل مکان^۵
۷. عمل بخش بندی^۶
۸. عمل غالب شدن یا تسلط^۷
۹. عمل ادغام و معکوس سازی^۸
۱۰. روش تکثیر میانی
۱۱. عملگرهای بیتی^۹
۱۲. عملگر جهش^{۱۰}

که معمولاً در یک الگوریتم ژنتیک ساده^{۱۱} تنها از دو عملگر اصلی زیر پس از فرآیند انتخاب استفاده می شود:

۱. ادغام

۲. جهش

¹ . Inversion
² . Deletion And Duplication
³ . Deletion And Regeneration
⁴ . Segregation
⁵ . Migration
⁶ . Sharing
⁷ . Dominance
⁸ . Cross Over And Inversion
⁹ . Bite-Wise Operator
¹⁰ . Mutation
¹¹ . Simple Genetic Algorithm

۲-۳-۴-۱ عملگر ادغام

در مرحله انتخاب جمعیتی از بهترین کروموزوم ها شکل می گیرد. در فرآیند ادغام، هدف تولید رشته های بهتر و جدید (تولید فرزندان) می باشد. فرآیند ادغام، با هدف تعویض ویژگی طرح ها در میان اعضای جمعیت، به قصد بهبود شایستگی نسل بعد انجام می شود. این مشابه با انتقال صفات ژنتیکی در فرآیندهای زایش موجودات زنده است که توسط DNA و RNA صورت می پذیرد. پیوند سبب جستجوی بیشتر در فضای طراحی می گردد.

عملگر ادغام یک عملگر ترکیبی است که شامل سه مرحله است. در مرحله اول یک جفت رشته به صورت تصادفی انتخاب می شود. در مرحله دوم یک زیررشته، از کروموزوم ها به طور تصادفی در طول رشته انتخاب خواهد شد. بایستی توجه داشت که طول زیررشته در هر دو کروموزوم، ثابت باشد. سرانجام در سومین مرحله زیررشته منتخب در دو رشته والد جابه جا می شود.

روش های مختلف و متنوعی برای عمل ادغام وجود دارد. بر اساس نظریه دب^۱ نمی توان گفت که کدامیک از روش های ادغام بهتر است [3]. در هر حال مشهورترین روش های ادغام بشرح زیر خلاصه می شوند:

۱. روش ادغام تک نقطه ای یا مکانی^۲

۲. روش ادغام دو نقطه ای^۳

۳. روش ادغام چند نقطه ای^۴

۴. روش ادغام یکنواخت^۵

۵. روش ادغام متغیر

^۱ . Deb

^۲ . Single-Sight Cross Over

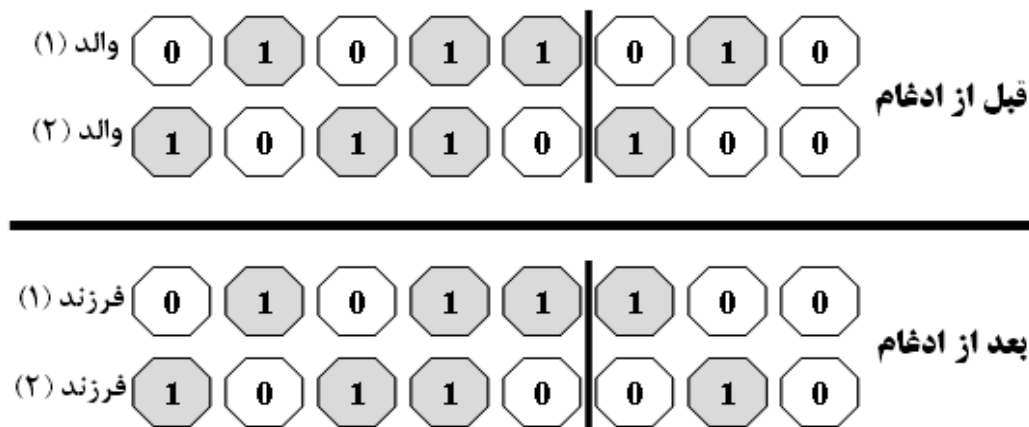
^۳ . Two-Point Cross Over

^۴ . Multi-Point Cross Over

^۵ . Uniform Cross Over

۲-۳-۴-۱ روش ادغام تک نقطه ای یا مکانی

در روش ادغام تک نقطه ای، یک مکان بطور تصادفی در طول رشته ها انتخاب می شود و بیت های بعد از این مکان جابجا می شوند. شکل (۲-۹) نمونه ای از روش ادغام تک نقطه ای را نشان می دهد. در این شکل کلیه بیت ها پس از خط ادغام (سه بیت) بین دو رشته جابجا شده و فرزندان تولید می شوند.



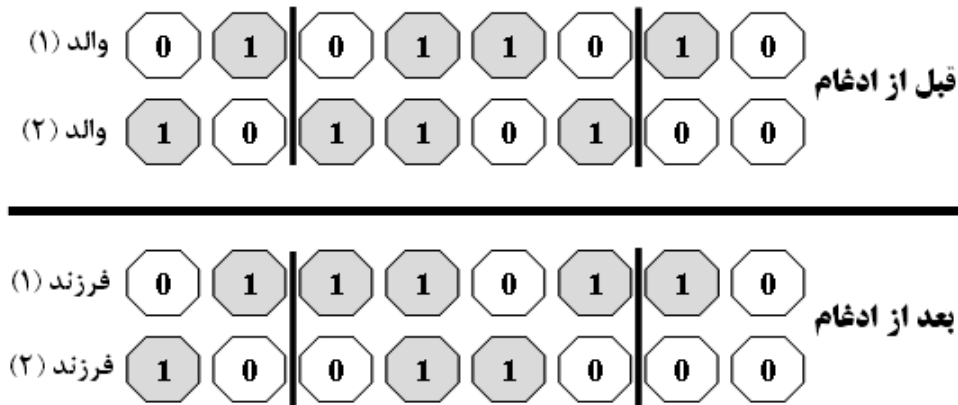
شکل (۲-۹): روش ادغام تک نقطه ای

از آنجایی که مکان جابجایی به صورت تصادفی انتخاب شده است لذا از مناسب بودن این مکان اطلاعی در دست نیست. اگر این نقطه مکان مناسبی باشد منجر به تولید فرزندان مناسبی می شود در غیر این صورت باعث از بین رفتن کیفیت رشته های والد و حذف آن ها در نسل بعدی می گردد [3].

۲-۳-۴-۲ روش ادغام دو نقطه ای

روش ادغام دو نقطه ای توسط اشلمن و همکارانش^۱ در سال ۱۹۸۹ ارائه شد. عملگر پیوند دو نقطه ای، تقریباً مشابه روش ادغام تک نقطه ایی است. با این تفاوت که در این روش دو مکان را به صورت تصادفی در طول رشته ها انتخاب کرده و اطلاعات بین این دو نقطه جابجا می شود. در شکل (۲-۱۰) روش ادغام دو نقطه ای نشان داده شده است [3].

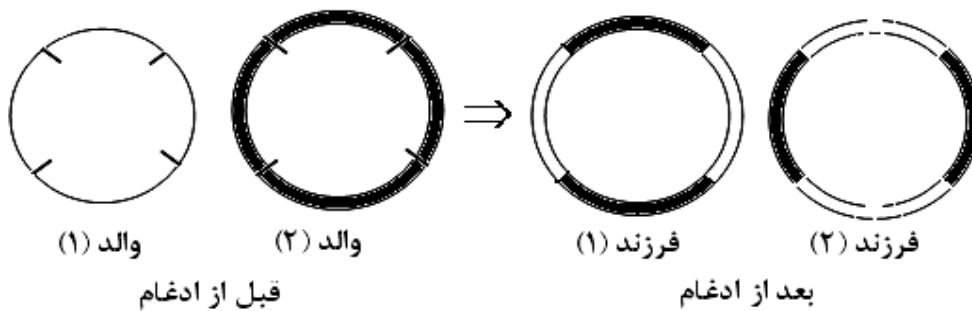
¹ . Eshelman, et al.



شکل (۲-۱۰): روش ادغام دو نقطه ای

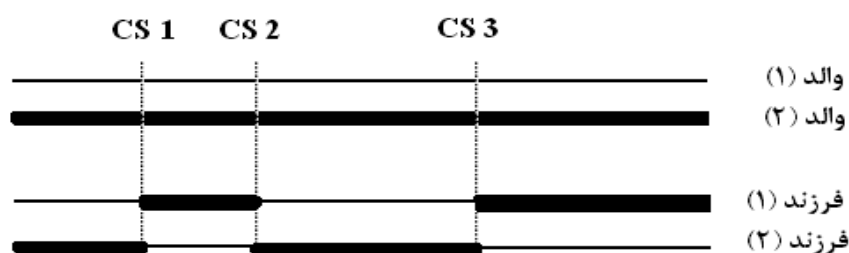
۲-۳-۴-۱-۳ روش ادغام چند نقطه ای

در این روش چند مکان برای انجام عمل ادغام در طول رشته انتخاب می شود. تعداد این مکان ها ممکن است ، زوج و یا فرد باشد. در حالتی که تعداد زوج باشد، رشته ها به صورت یک حلقه ای که بدون ابتدا و انتها است، خواهند بود. این مکان ها به صورت تصادفی در اطراف دایره انتخاب می شوند؛ سپس در نهایت، اطلاعات بین این مکان ها جابجا می شوند. شکل (۲-۱۱) نحوه ادغام چهار نقطه ای را نشان می دهد [3].



شکل (۲-۱۱): روش ادغام چند نقطه ای (حالتی که تعداد مکان ها زوج باشد)

اما اگر تعداد مکان های فرد باشد؛ عمل ادغام به صورت شکل (۲-۱۲) انجام می شود.



شکل (۲-۱۲): روش ادغام چند نقطه ای (حالتی که تعداد مکان ها فرد باشد)

۲-۳-۴-۱-۴ نرخ ادغام^۱

در انجام فرآیند ادغام با تعریف ثابتی به نام نرخ ادغام (پیوند)، شانس حضور کروموزوم در فرآیند ادغام بررسی می شود. نرخ ادغام بیانگر احتمال ادغام است که آن را با P_C نشان می دهند و مقدار آن بین 0 و 1 است. با فرض احتمال ادغام P_C می توان گفت که $100 * P_C$ درصد از رشته های موجود در استخر تولید مثل در عملیات ادغام به کار رفته اند و $100 * (1 - P_C)$ درصد از جمعیت باقی می ماند.

نحوه انجام کار به این صورت است که، با انتخاب مقدار نرخ پیوند، برای هر کروموزوم یک عدد تصادفی در محدوده صفر تا یک تولید می شود. اگر عدد تصادفی تولید شده از نرخ ادغام کمتر باشد، این کروموزوم برای آمیزش با کروموزوم بعدی که شرایط فوق را دارد، انتخاب می شود [3]. انتخاب نرخ ادغام مناسب نیز، اغلب مشکل ساز است. اگر این مقدار خیلی زیاد باشد، باعث می شود تا فرصت تطابق در کروموزوم از دست برود و همچنین اگر این مقدار خیلی کم باشد، تعداد فرزندان تولید شده کافی نخواهد بود.

۲-۳-۴-۲ عملگر جهش

از دیگر مراحل رایج در عملیات GA که تکامل جمعیت برای نسل بعد را به دنبال خواهد داشت، استفاده از اپراتور جهش است. پس از عمل ادغام رشته ها، نوبت به عمل جهش یا موتاسیون می رسد. نقش جهش در الگوریتم ژنتیک، بازگرداندن مواد ژنتیکی گم شده و یا پیدا نشده به داخل

¹ . Cross Over Rate

جمعیت است. بدین سان با استعانت از اپراتور جهش از همگرایی زودرس الگوریتم ژنتیک و کسب جواب های بهینه محلی جلوگیری می شود. به عبارت دیگر در یک کلام می توان گفت اپراتور جهش، سبب جستجوی بهتر فضای طراحی می شود [3].

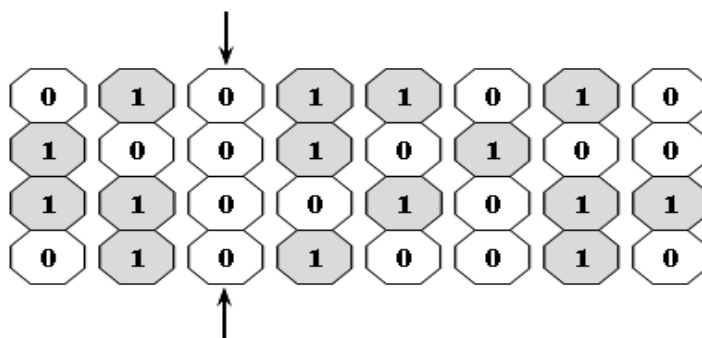
۲-۳-۴-۱ عمل جهش در کدگذاری دودویی

عمل جهش یک بیت، شامل تبدیل عدد صفر (0) به یک (1) و بالعکس است که بر اساس یک احتمال کوچک مثل P_m به صورت بیت به بیت صورت می گیرد. عمل جهش به این ترتیب است که یک عدد تصادفی بین صفر (0) تا یک (1) تولید می شود؛ اگر عدد تولید شده کوچکتر از P_m باشد مقدار خروجی را برابر درست^۱ و گرنه برابر غلط^۲ در نظر گرفته می شود. اگر برای هر بیت مقدار خروجی درست باشد، بیت تغییر می کند و گرنه بیت بدون تغییر باقی خواهد ماند.

بیت های یک رشته بصورت مستقل جهش می یابند، به این معنا که جهش یک بیت بر روی احتمال جهش سایر بیت ها تأثیر نمی گذارد. این عمل در یک الگوریتم ژنتیک ساده به منزله ی یک عملگر ثانویه و به منظور حفظ اطلاعاتی که در حال از دست رفتن است، تلقی می گردد. به کمک این عملگر می توان امید داشت که کروموزوم های خوب که در مراحل انتخاب و یا تکثیر حذف شده اند، دوباره احیا شوند. این عملگر همچنین تضمین می کند که بدون توجه به پراکندگی جمعیت اولیه، احتمال جستجوی هر نقطه از فضای مسئله هیچگاه صفر نشود.

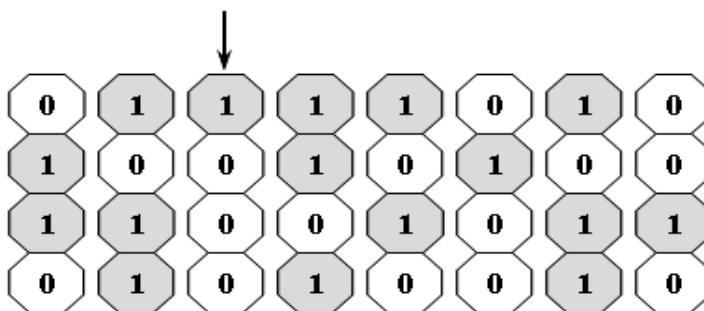
از دیگر مزایای عملگر جهش، متفاوت و متمایز نمودن کروموزوم ها در یک جمعیت است. به عبارت دیگر با استعانت از عملگر جهش می توان تحرک شگرفی در یک جمعیت ایجاد نمود. به عنوان مثال اگر جمعیت زیر در نظر موجود باشد:

¹ . True
² . False



شکل (۲-۱۳): نیاز جمعیت به بیت ۱

همان طور که ملاحظه می شود، همه ی بیت های ستون سوم جمعیت حاضر صفر است. اگر راه حل بهینه نیاز به یک در این موقعیت داشته باشد، در این صورت هیچکدام از عملیات ادغام و تولیدمثل قادر به این کار نخواهد بود. اما عمل جهش این کار را برای ما انجام خواهد داد و جمعیت پس از این عمل با توجه به یک احتمال مشخص به صورت زیر در می آید:



شکل (۲-۱۴): تاثیر عملگر جهش

۲-۲-۴-۳-۲ عمل جهش در کدگذاری مقدار

در کدگذاری حقیقی برای اعمال عملگر جهش روابط زیر پیشنهاد می شود [5]:

$$C_k = P_k + \Delta(t, P_k^{Max} - P_k) \quad (۲-۱۳)$$

$$C_k = P_k - \Delta(t, P_k - P_k^{Min}) \quad (۲-۱۴)$$

در روابط فوق

P_k : مقدار متغیر موردنظر

P_k^{Max} : بزرگترین مقدار مجاز متغیر P_k

P_m^{Min} : کوچکترین مقدار مجاز متغیر P_k

t : تعداد نسلهای تولید شده تا آن زمان

$\Delta(t, y)$: مقداری بین صفر و y دارد واز رابطه زیر بدست می آید:

$$\Delta(t, y) = yr \left(1 - \frac{t}{T} \right)^b \quad (15-2)$$

T : تعداد کل نسل سازی

b : پارامتری بزرگتر از یک

r : عددی تصادفی در محدوده صفر و یک

انتخاب یکی از دو فرزند جهش یافته در روابط (۲-۱۳) و (۲-۱۴) به صورت تصادفی می باشد. در این شیوه باید دقت شود که مقدار متغیرها از مقادیر مجاز افزایش نیابند. در صورت نیاز به نزدیک ترین عدد صحیح مجاز گرد شوند.

۲-۳-۴-۳-۲ نرخ جهش (P_m) ^۱

این نرخ بیانگر احتمال جهش و تغییر برای هر بیت است. مقدار مناسب نرخ جهش در کیفیت نتایج تأثیر بسزایی دارد. نرخ جهش پایین سبب همگرایی سریع و عدم تحرک در فضای جستجو می شود. در حالیکه نرخ جهش بالا سبب می شود که عملیات GA به سمت روند جستجوی تصادفی میل نماید. این نرخ برای یک جمعیت با اندازه ی ۲۰ تا ۲۰۰ مقداری بین ۰.۰۰۵ تا ۰.۰۵ پیشنهاد می شود. در صورتی که در فرآیند GA مفهوم نخبه گرایی وجود داشته باشد؛ پیشنهاد می شود نرخ جهش از حد معمول و متعارف بیشتر انتخاب شود [3].

نرخ جهش را می توان ثابت در نظر گرفت و یا می توان آن را متناسب با تعداد نسل های تولید شده قرار داد. در این صورت دو حالت وجود دارد که به شرح زیر است:

¹. Mutation Rate

۱- در این حالت نرخ جهش بصورت افزایشی می باشد. یعنی در ابتدا جهش با احتمال کمی اعمال شده و در خلال عملیات GA، متناسب با نسبت شماره نسل به تعداد کل نسل ها، افزایش می یابد. یعنی:

$$P_m = P_m^{Min} + (P_m^{Max} - P_m^{Min}) \frac{t}{T} \quad (۱۶-۲)$$

۲- در این حالت نرخ جهش بصورت کاهشی می باشد. یعنی در ابتدا جهش با بیشترین احتمال اعمال می شود و در خلال فرآیند GA، رشد نزولی خود را متناسب با نسبت شماره نسل به تعداد کل نسل ها، درپیش می گیرد. یعنی:

$$P_m = P_m^{Max} - (P_m^{Max} - P_m^{Min}) \frac{t}{T} \quad (۱۷-۲)$$

در روابط (۱۶-۲) و (۱۷-۲) متغیرهای عبارتند از:

P_m : مقدار نرخ جهش در هر نسل

P_m^{Max} : حداکثر مقدار نرخ جهش در فرآیند GA

P_m^{Min} : حداقل مقدار نرخ جهش در فرآیند GA

t : شماره نسل حاضر

T : تعداد کل نسل سازی

۲-۳-۵ شرط توقف الگوریتم

برخی از شرط های متداول توقف عملیات GA عبارتند از [3]:

۱. رسیدن به جواب^۱: این ساده ترین فکر برای همگرایی است. به این معنی که اگر تصور شد الگوریتم به مقدار کروموزوم مناسب رسیده است، الگوریتم متوقف شود.

^۱ . Correct Answer

۲. عدم پیشرفت^۱: یعنی الگوریتم GA پس از n بار تکرار با همان کروموزوم های قبلی ادامه پیدا کند؛ در این صورت الگوریتم متوقف شود. در این حالت ممکن است الگوریتم در یک نقطه کمینه نسبی، به دام افتاده باشد.

۳. روش آماری^۲: اگر انحراف از معیار^۳ مقادیر شایستگی جمعیت به یک مقدار مشخصی رسید، الگوریتم متوقف می شود. این بدان مفهوم است که مقادیر شایستگی جمعیت با یکدیگر تفاوت چندانی نداشته باشند.

۴. تعداد تکرارها^۴: اگر با هیچ کدام از موارد فوق جواب نداد، شرط توقف براساس تعداد تکرار بنا می شود.

در یک نگاه کلی پارامترهای اساسی در پیاده سازی عملیات GA را می توان بشرح زیر دسته بندی نمود:

◀ نحوه ی نمایش متغیرهای طراحی

◀ نحوه ارزیابی تابع جریمه و شایستگی رشته ها

◀ اندازه جمعیت

◀ نوع روش انتخاب

◀ عملگرهای GA همچون ادغام، جهش و ...

◀ نرخ عملگرهای GA

◀ شرط خاتمه

¹ . No Improvement

² . Statistics

³ . Standard Deviation

⁴ . Number Of Iterations

۲-۳-۶ فرمولبندی مسئله بهینه یابی مقاطع منفصل خرپاها بر اساس GA

فرمولبندی مسئله بهینه یابی مقاطع منفصل سازه های خرپایی با استفاده از GA در حالت

کلی به صورت زیر تعریف می شود:

پیدا کنید :

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_{ns}]^T ; x_s \in S ; s = 1, 2, \dots, ns \quad (2-18)$$

تا کمینه شود :

$$\phi(X) = f(X) + f_{penalty} \quad (2-19)$$

در معرض قیود زیر :

$$g_i(X) = \left| \frac{\sigma_i}{\sigma_i^{all}} \right| - 1 \leq 0 ; i = 1, 2, \dots, ne \quad (2-20)$$

$$g_j(X) = \left| \frac{\Delta_j}{\Delta_j^{all}} \right| - 1 \leq 0 ; j = 1, 2, \dots, ndof \quad (2-21)$$

$$g_k(X) = \frac{\lambda_k}{\lambda_k^{all}} - 1 \leq 0 ; k = 1, 2, \dots, ne \quad (2-22)$$

در روابط فوق

X : بردار متغیرهای طراحی

X_s : سطح مقطع گروه S ام متعلق به لیست پروفیل‌های موجود^۱

n_s : تعداد متغیرهای طراحی سطح مقطع به تعداد گروه بندی اعضا^۲

$f(X)$: تابع هدف که معمولاً وزن و یا حجم سازه است

$f_{penalty}$: تابع جریمه طرح های غیر قابل قبول^۳، مربوط به نقض قیود پاسخ سازه

$\phi(X)$: تابع هدف اصلاح شده

σ_i : تنش محوری عضو i ام

^۱ . Available Profile List

^۲ . Member Linking (Grouping)

^۳ . Unacceptable Design

σ_i^{all} : تنش محوری مجاز عضو i ام

ne : تعداد اعضای خرپا

Δ_j : تغییر مکان درجه آزادی i ام

Δ_j^{all} : تغییر مکان مجاز درجه آزادی i ام

$ndof$: تعداد درجات آزادی فعال گره های خرپا

λ_k : لاغری عضو k ام

λ_k^{all} : لاغری مجاز عضو K ام که بر اساس آیین نامه فولاد ایران [7] این مقدار برای اعضای کششی

برابر با ۳۰۰ و برای اعضای فشاری برابر با ۲۰۰ در نظر گرفته می شود، می باشند.

اگر تابع هدف وزن سازه باشد به صورت زیر بیان می شود :

$$f(X) = \sum_{i=1}^{ne} \rho_i l_i x_i \quad (2-23)$$

که در آن ρ_i وزن مخصوص^۱ مصالح عضو i ام می باشد.

بر اساس مبحث دهم مقررات ملی ساختمان ایران [7] تنش محوری مجاز برای اعضای کششی به

صورت زیر تعریف می شود.

$$\sigma_i^{all(ten)} = 0.6 F_y \quad (2-24)$$

که در آن $\sigma_i^{all(ten)}$ تنش کششی مجاز و F_y تنش جاری شدن مصالح می باشد.

در اعضای فشاری نیز روابط زیر حاکم است.

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} \quad (2-25)$$

$$F_s = 1.67 + 0.375 \left(\frac{\lambda}{C_c} \right) - 0.125 \left(\frac{\lambda}{C_c} \right)^3 \quad (2-26)$$

^۱ . Density

$$\sigma_i^{all(com)} = \begin{cases} \frac{1}{F_s} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{C_c} \right)^2 \right] \cdot F_y & ; \text{ if } \lambda > C_c \\ \frac{12\pi^2 E}{23\lambda^2} & ; \text{ if } \lambda \leq C_c \end{cases} \quad (27-2)$$

در روابط فوق C_c لاغری مرزی، E مدول الاستسیته مصالح، λ لاغری عضو و F_s ضریب اطمینان می باشند.

فصل سوم

برنامه ریزی خطی و غیر خطی

۳-۱ مقدمه

برنامه‌ریزی ریاضی، درباره اکسترمم‌سازی تابع f که در فضای طراحی n بعدی R^n تعریف شده و با مجموعه S در فضای طراحی محدود شده، ارتباط دارد. مجموعه S ممکن است توسط قیود تساوی یا نامساوی تعریف شود که ممکن است شکل خطی یا غیرخطی داشته باشند. تابع f همراه با مجموعه S در دامنه f را مجموعاً برنامه ریاضی یا یک مسئله برنامه‌ریزی ریاضی می‌نامند. این اصطلاح معمولاً در هر دو زمینه برنامه ریزی^۱ و زمان بندی^۲ که عموماً در تحقیق در عملیات^۳، که شاخه‌ای از ریاضیات است و درباره فرایند تصمیم سازی بحث می‌کند، مطرح می‌شود. بسته به طبیعت و نوع متغیرهای طراحی، توابع قیود و تابع هدف، مسائل برنامه ریزی به دسته های متفاوت تقسیم می‌شود[2].

در این پایان نامه تنها دو دسته از آنها، مسائل برنامه ریزی خطی و غیرخطی (که به ترتیب با LP و NLP نشان داده می شوند)، مورد نظر ماست.

۳-۲ برنامه ریزی خطی

شروع برنامه ریزی خطی در سال ۱۹۴۱ با تحقیقات اقتصاددان معروف لئونتیف^۴ همراه می باشد. همزمان با وی دانشمند دیگری به نام هیچکاک^۵ مدل حمل و نقل را به طریق برنامه ریزی خطی تفسیر نمود و همین تفسیر در سال ۱۹۴۷ توسط کوپ منز^۶ انجام گرفت. در سال ۱۹۴۵ نیز مسئله دایت^۷ توسط استیگلر^۸ بررسی گردید[8].

پیشرفت فن برنامه ریزی خطی و حل آن مدیون آقای جرج دنتزیک^۹ ریاضی دان معروف و همکاران وی می باشد. دنتزیک به همراه همکارانش در سال ۱۹۴۷ در یکی از پروژه های نیروی هوایی

¹ . Planning
² . Scheduling
³ . Operation Research
⁴ . Leontief
⁵ . Hitchcock
⁶ . Koopmans
⁷ . Diet problem
⁸ . Stigler
⁹ . George D. Dantizing

آمریکا از برنامه ریزی خطی استفاده نمودند و برای حل مسئله مورد نظر روشی سیستماتیک به نام روش سیمپلکس^۱ را به وجود آوردند [8].

هر مسئله برنامه ریزی خطی یک برنامه ریاضی است که در آن تابع هدف، تابع خطی بر حسب متغیرهای مجهول است و قیود آن مرکب از معادلات و نامعادلات خطی است. صورت دقیق قیود ممکن است از مسئله‌ای به مسئله دیگر تغییر کند، اما هر مسئله برنامه ریزی خطی را می‌توان به صورت استاندارد زیر درآورد [9]:

مطلوب است مینیمم سازی

$$C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

در معرض قیود زیر

$$\begin{aligned} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n &= b_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n &= b_2 \\ \vdots &\vdots \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n &= b_m \end{aligned}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (1-3)$$

که در آن C_i ها، a_{ij} ها، b_i ها اعداد حقیقی ثابتی هستند، و X_i ها اعداد حقیقی هستند که باید تعیین شوند. در صورت لزوم، هر معادله را در ۱- ضرب می‌کنیم تا $b_i \geq 0$ برای هر i برقرار باشد.

صورت استاندارد فوق را می‌توان به صورت ماتریسی زیر نوشت :

مطلوب است مینیمم سازی

$$C^T X$$

در معرض قیود زیر

$$Ax = b, \quad x \geq 0 \quad (2-3)$$

در رابطه بالا x بردار n بعدی، C بردار n بعدی، A ماتریس $m \times n$ و b برداری m بعدی است.

^۱ . Simplex Method

۳-۲-۱ تبدیل مدل برنامه ریزی خطی به فرم استاندارد:

هر مدل برنامه ریزی خطی که قیده‌های نامساوی دارد را می‌توان با استفاده از متغیرهای

کمبود^۱ و مازاد^۲ به شکل استاندارد درآورد. مسئله زیر را در نظر بگیرید [9]:

مطلوب است مینیمم سازی

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

در معرض قیود زیر

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ \vdots &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m \end{aligned}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (3-3)$$

در این مورد کلیه ی قیود به صورت کوچکتر مساوی ($\leq$) می‌باشند؛ قیود مسئله را می‌توان به صورت زیر درآورد:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + y_1 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + y_2 &= b_2 \\ \vdots &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + y_m &= b_m \end{aligned}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (4-3)$$

که در آنها متغیرهای کمبود y_i به کار رفته است. این متغیرها باید نامنفی باشند یعنی: $y_i \geq 0$

اگر جهت نامعادلات عوض شوند به طوری که یکی از قیود به صورت زیر باشد

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq 0 \quad (5-3)$$

برای تبدیل به حالت تساوی متغیرهای نامنفی y_i را از آن‌ها کم می‌کنیم.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n - y_i = 0 \quad (6-3)$$

¹ . Slack variable

² . Surplus variable

متغیرهایی مانند y_i که به این نحو اضافه می‌شوند تا نامعادله به معادله تبدیل گردد را متغیرهای مازاد می‌نامند.

اگر متغیر x_j در علامت نامقید باشد (متغیر آزاد)^۱ می‌توانیم با تعریف زیر، مسئله را به شکل استاندارد تبدیل کنیم [10].

$$x_j = u_j - v_j \quad (۷-۳)$$

که در آن $u_j, v_j \geq 0$.

اگر $x_1, x_2, \dots, x_k$ یک مجموعه k متغیری باشد که تمام آن‌ها در علامت نامقید هستند، در آن صورت فقط یک متغیر اضافی v در رابطه‌ی جایگزینی $x_j = u_j - v$ به ازای $j = 1, 2, \dots, k$ احتیاج است. در واقع v نقش منفی‌ترین متغیر را دارد در حالی که سایر متغیرهای u_j و به اندازه u_j بیش‌تر از آن هستند. اگر در تمامی معادلات به جای x_j مقدار $u_j - v$ گذاشته شود، خطی بودن قیود حفظ می‌شود و تمامی متغیرها الزاماً غیرمنفی خواهند بود.

متغیرهای آزاد در علامت در مسائل طراحی سازه که در آنها کمیت‌هایی مانند تنش اعضا به عنوان متغیرهای طراحی به کار می‌روند، استفاده می‌شوند. تنش‌ها بسته به شرایط می‌توانند مثبت یا منفی باشند.

۳-۲-۲ جواب‌های پایه ای (اساسی) [9]

دستگاه معادلات زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \quad (۸-۳)$$

دستگاه فوق را می‌توان به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$Ax=b \quad (۹-۳)$$

^۱ . Free variable

که در آن x برداری n بعدی، b برداری m بعدی، A ماتریس $m \times n$ است. فرض می‌کنیم رتبه‌ی ماتریس A ، m باشد و از n ستون A ، m ستون انتخاب می‌کنیم که مستقل خطی باشد. برای سادگی نمادگذاری فرض می‌کنیم m ستون اول A انتخاب شده باشند. در این صورت m ستون انتخابی یک ماتریس $m \times m$ را تشکیل می‌دهند که آن را با B نشان می‌دهیم. ماتریس B ناویژه^۱ است. بنابراین از دستگاه معادلات زیر می‌توان x_B را محاسبه کرد و جواب منحصر به فردی به دست آورد:

$$Bx_B = b \quad (۱۰-۳)$$

با قرار دادن $x = \begin{pmatrix} x_B \\ 0 \end{pmatrix}$ (یعنی با مساوی قرار دادن m مؤلفه اول x با مؤلفه‌های x_B و صفر قرار دادن بقیه مؤلفه‌ها)، جواب دستگاه $Ax = b$ به دست می‌آید. چنین جوابی را جواب پایه‌ای (اساسی) می‌گویند و x_B بردار متغیرهای اصلی نامیده می‌شود.

اگر یک یا چند متغیر پایه‌ای در یک جواب پایه‌ای دارای مقدار صفر باشد، در این صورت آن را جواب پایه‌ای تباهیده می‌نامند.

در حالت کلی ممکن است دستگاه (۸-۳) فاقد جواب‌های پایه‌ای باشد. ولی برای اجتناب از حالات پیش‌پا افتاده و مشکلات غیر ضروری می‌توان مفروضاتی برای ساختار ماتریس A در نظر گرفت. اولاً فرض می‌کنیم $n > m$ ، یعنی تعداد متغیرهای x_i بیشتر از تعداد قیود تساوی است. ثانیاً فرض می‌کنیم سطرهای ماتریس A مستقل خطی هستند. وابستگی خطی بین سطرهای ماتریس A متناظر است با یکی از این دو حالت: ناسازگاری معادلات قیود و در نتیجه جواب نداشتن یا وجود برخی معادلات اضافی در آنها که باید حذف شوند.

یک جواب پایه‌ای یا اساسی، لازم نیست قیدهای نامنفی بودن را برآورده کند. دستگاه قیود زیر را که نشان‌دهنده قیود برنامه‌ریزی خطی در حالات استاندارد می‌باشد را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} Ax &= b \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (۱۱-۳)$$

^۱ . Nonsingular

بردار x ای را که در روابط (۳-۱۱) صدق می‌کند، شدنی^۱ (یا ممکن) برای این قیود می‌گویند. هر جواب شدنی برای قیود (۳-۱۱) که پایه‌ای نیز باشد، جواب شدنی پایه‌ای یا اساسی نامیده می‌شود. قضیه بنیادی برنامه ریزی خطی اهمیت جواب‌های شدنی پایه‌ای در حل مسایل برنامه ریزی خطی را نشان می‌دهد.

۳-۲-۳ قضیه بنیادی برنامه‌ریزی خطی

مسئله برنامه‌ریزی خطی به صورت استاندارد (۳-۲) مفروض است که در آن A ماتریس $m \times n$ با رتبه‌ی m است:

- (۱) اگر یک جواب شدنی وجود داشته باشد، آنگاه یک جواب شدنی پایه‌ای وجود دارد.
 - (۲) اگر یک جواب شدنی بهینه وجود داشته باشد، آنگاه یک جواب شدنی پایه‌ای بهینه وجود دارد.
- این قضیه نشان می‌دهد که وقتی در جستجوی جواب بهینه یک مسئله برنامه‌ریزی خطی هستیم، کافی است جواب‌های شدنی پایه‌ای را در نظر بگیریم، زیرا مقدار بهینه همواره از چنین جوابی به دست می‌آید [9].

بنابراین این قضیه کار حل مسئله برنامه‌ریزی خطی را به جستجو در میان جواب‌های شدنی پایه‌ای تبدیل می‌کند. برای مسئله‌ای با n متغیر و m قید، حداکثر $\frac{n!}{m!(n-m)!}$ جواب پایه‌ای (متناظر با تعداد حالاتی که از میان n ستون، m ستون انتخاب نمائیم) وجود دارند [2].

۳-۲-۴ روش سیمپلکس

روش سیمپلکس مبتنی بر این اندیشه است که از یک جواب پایه‌ای شدنی از مجموعه قیدی یک مسئله استاندارد، به جواب دیگری دست یابد به طوری که مقدار تابع هدف دائماً کاهش یابد تا به مینیمم برسد. قضیه بنیادی نشان می‌دهد که در جستجوی جواب بهینه تنها کافی است جواب‌های

^۱ . Feasible

پایه‌ای شدنی را در نظر بگیریم. روش سیمپلکس روشی کارا برای جستجو در میان جواب‌های شدنی پایه‌ای برای رسیدن به مینیمم ارائه می‌دهد [9].

۳-۲-۴-۱ پاشنه (محور)

دستگاه معادلات (۳-۸) را در نظر می‌گیریم که در آن $m \leq n$. اگر $m < n$ و معادلات مستقل خطی باشند، در این صورت جواب یکتایی وجود ندارد. ولی اگر به دستگاه فوق $n-m$ معادله مستقل خطی دیگر اضافه کنیم جواب یکتایی نتیجه می‌شود. در این صورت جوابی پایه‌ای به دست می‌آوریم. با اضافه کردن معادلات مختلف به صورت فوق، می‌توان جواب‌های پایه‌ای دیگر به دست آورد.

اگر معادلات مستقل خطی باشند، می‌توان هر معادله مفروض را با حاصل جمع مضربی غیر صفر از خودش و هر ترکیب خطی از بقیه معادلات دستگاه جایگزین کرد. این راه منجر به روش معروف تبدیل گاوسی می‌شود که به وسیله آن به طور منظم با ضرب کردن هر معادله در عددی مناسب و کم کردن از سایر معادلات، دستگاه به صورت مثلثی یا متعارف^۱ درمی‌آید. اگر m ستون اول ماتریس A مستقل خطی باشند، دستگاه (۳-۸) را می‌توان با دنباله‌ای از چنین ضرب و کم کردن‌ها به صورت متعارف زیر درآورد [9]:

$$\begin{aligned} x_1 + y_{1,m+1} x_{m+1} + y_{1,m+2} x_{m+2} + \dots + y_{1,n} x_n &= y_{10} \\ x_2 + y_{2,m+1} x_{m+1} + y_{2,m+2} x_{m+2} + \dots + y_{2,n} x_n &= y_{20} \\ \vdots & \\ x_m + y_{m,m+1} x_{m+1} + \dots + y_{m,n} x_n &= y_{m0} \end{aligned} \quad (۳-۱۲)$$

در چنین نمایش متعارفی برای دستگاه، متغیرهای $x_1, x_2, \dots, x_m$ را متغیرهای پایه‌ای و بقیه متغیرها را متغیرهای غیرپایه‌ای خوانند. بنابراین جواب پایه‌ای متناظر به صورت زیر است:

$$x_1 = y_{10}, x_2 = y_{20}, \dots, x_m = y_{m0}, x_{m+1} = 0, \dots, x_n = 0$$

^۱ . Canonical

دستگاه (۱۲-۳) را با آرایه‌ی ضرایب متناظر آن یا جدول^۱ به صورت زیر نمایش می‌دهند:

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 & 0 & \cdots & 0 & y_{1,m+1} & y_{1,m+2} & \cdots & y_{1n} & y_{10} \\
 0 & 1 & \cdots & 0 & y_{2,m+1} & y_{2,m+2} & \cdots & y_{2n} & y_{20} \\
 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & \cdots & 1 & y_{m,m+1} & y_{m,m+2} & \cdots & y_{mn} & y_{m0}
 \end{array} \quad (13-3)$$

فرض کنید در دستگاه متعارف (۱۲-۳) می‌خواهیم متغیر پایه‌ای x_p را با متغیر غیر

پایه‌ای x_q جایگزین کنیم. این امر امکان‌پذیر است اگر و فقط اگر y_{pq} مخالف صفر باشد. برای

جایگزینی باید سطر p را بر y_{pq} تقسیم کنیم تا ضریب x_q در معادله p ام یک شود و سپس این

سطر را در اعداد مناسبی ضرب و از هر یک از سطرهای دیگر کم کنیم تا ضریب x_q در بقیه معادلات

صفر شود.

این تبدیل ستون q ام جدول بجز عنصر p ام (که یک است) را صفر می‌کند و در سایر ستون‌های

متغیرهای پایه‌ای تأثیری ندارد.

اگر ضرایب دستگاه متعارف جدید را با y'_{ij} نشان دهیم، داریم:

$$\begin{aligned}
 y'_{ij} &= y_{ij} - \frac{y_{pj}}{y_{pq}} y_{iq}, \quad i \neq p \\
 y'_{pj} &= \frac{y_{pj}}{y_{pq}}
 \end{aligned} \quad (14-3)$$

معادلات (۱۴-۳) همان معادلات پاشنه‌ای یا محوری‌اند، که غالباً در برنامه‌ریزی خطی ظاهر می‌شوند.

عنصر y_{pq} در دستگاه اولیه، پاشنه (محور) نامیده می‌شود [9].

۳-۲-۴ نقاط فرین همجوار

اگر چه عملیات پاشنه‌ای، یک جواب پایه‌ای را به جواب پایه‌ای دیگر تبدیل می‌کند، ولی روشن

است که غیر منفی بودن جواب در حالت کلی حفظ نمی‌شود. شرایط خاصی باید برقرار باشد تا

^۱. Tableau

عملیات پاشنه‌ای، شدنی بودن را حفظ کند. در این بخش نشان خواهیم داد که چگونه می‌توان پاشنه‌هایی انتخاب کرد که بتوان از یک جواب شدنی پایه‌ای به جواب شدنی پایه‌ای دیگر رسید. فرض نابتاهیدگی^۱: هر جواب شدنی پایه‌ای معادله (۳-۱۱) جواب شدنی پایه‌ای نابتاهیده است. از این فرض در شرح و بسط روش سیمپلکس استفاده می‌کنیم زیرا اگر این فرض برقرار نباشد، روش سیمپلکس ممکن است کارساز نباشد مگر اینکه به طور مناسبی اصلاح شود [9].

۳-۲-۴-۲-۱ تعیین برداری که از پایه خارج می‌شود

فرض می‌کنیم جواب شدنی پایه‌ای $x = (x_1, x_2, \dots, x_m, 0, 0, \dots, 0)$ را داشته باشیم. اگر ستون های ماتریس A را با $a_1, a_2, \dots, a_n$ نشان دهیم، جواب شدنی پایه‌ای فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_m a_m = b \quad (3-15)$$

با توجه به فرض نابتاهیدگی داریم $x_i > 0$ ، $i = 1, 2, \dots, m$. همچنین فرض می‌کنیم که می‌خواهیم بردار a_q را که در آن $q > m$ ، وارد این نمایش کنیم. a_q را می‌توان بر حسب پایه موجود به صورت زیر نشان داد:

$$a_q = y_{1q} a_1 + y_{2q} a_2 + \dots + y_{mq} a_m \quad (3-16)$$

رابطه‌ی (۳-۱۶) را در متغیر $\varepsilon \geq 0$ ضرب و از رابطه (۳-۱۵) کم می‌کنیم، داریم:

$$(x_1 - \varepsilon y_{1q}) a_1 + (x_2 - \varepsilon y_{2q}) a_2 + \dots + (x_m - \varepsilon y_{mq}) a_m + \varepsilon a_q = b \quad (3-17)$$

پس به ازای هر $\varepsilon \geq 0$ ، رابطه (۳-۱۷) بردار b را به صورت ترکیبی خطی از حداکثر $m+1$ بردار نمایش می‌دهد. به ازای $\varepsilon = 0$ به همان جواب شدنی پایه‌ای قبلی می‌رسیم. هنگامی که ε از صفر بزرگتر می‌شود، ضریب a_q افزایش می‌یابد و روشن است که به ازای مقادیر به اندازه کافی کوچک ε ، رابطه (۳-۱۷) یک جواب شدنی ولی غیر پایه‌ای را به دست می‌دهد. هنگامی که ε افزایش می‌یابد، ضرایب سایر بردارها در رابطه (۳-۱۷) به طور خطی افزایش یا کاهش می‌یابند. اگر کاهشی در کار باشد،

¹ . Non degeneracy assumption

می‌توانیم ε را برابر مقدار متناظر با نخستین جایی انتخاب کنیم که یکی (یا چند تا) از ضرایب فوق صفر شود، یعنی:

$$\varepsilon = \min_i \left\{ \frac{x_i}{y_{iq}} : y_{iq} > 0 \right\} \quad (۱۸-۳)$$

در این صورت جواب شدنی پایه‌ای جدیدی داریم که در آن a_q جانشین بردار a_p می‌شود که p متناظر با اندیس مینیمم‌ساز در رابطه (۱۸-۳) است. اگر مینیمم در رابطه (۱۸-۳) متناظر با بیش از یک مقدار اندیس i باشد، آنگاه جواب جدید تباهیده است و هر بردار با مؤلفه صفر را می‌توان به عنوان برداری در نظر گرفت که از پایه خارج می‌شود [9].

۲-۲-۴-۲-۳ تعیین یک جواب شدنی مینیمم

در قسمت قبل نشان دادیم که چگونه می‌توان با انتخاب ستونی دلخواه برای عملیات پاشنه‌ای و سپس با انتخاب مناسب پاشنه در آن ستون از یک جواب شدنی پایه‌ای به جواب شدنی پایه‌ای دیگر رسید. در روش سیمپلکس ستونی به عنوان پاشنه انتخاب می‌شود که در جواب شدنی پایه‌ای جدید، مقدار تابع هدف نسبت به مقدار قبلی کاهش یابد.

فرض می‌کنیم یک جواب شدنی پایه‌ای مانند $(x_B, 0) = (y_{10}, y_{20}, \dots, y_{m0}, 0, 0, \dots, 0)$ را همراه با جدولی که یک ماتریس همانی در m ستون اول آن به صورت جدول (۱۳-۳) ظاهر شده است در دست داریم. مقدار تابع هدف متناظر با هر جواب X برابر است با:

$$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n \quad (۱۹-۳)$$

و در این صورت برای جواب پایه‌ای، مقدار متناظر برابر است با:

$$Z_0 = C_B^T X_B \quad (۲۰-۳)$$

که در آن $C_B^T = [C_1, C_2, \dots, C_m]$.

اگر مقادیر دلخواهی برای $X_n, \dots, X_{m+2}, X_{m+1}$ در نظر بگیریم، به راحتی می‌توان بقیه متغیرها را به صورت زیر محاسبه کرد [9]:

$$\begin{aligned}x_1 &= y_{10} - \sum_{j=m+1}^n y_{1j} x_j \\x_2 &= y_{20} - \sum_{j=m+1}^n y_{2j} x_j \\&\vdots \\x_m &= y_{m0} - \sum_{j=m+1}^n y_{mj} x_j\end{aligned}\quad (21-3)$$

با استفاده از روابط (21-3)، می‌توان مقادیر $x_1, x_2, \dots, x_m$ را از فرمول کلی (3-19) حذف نمود. با این عمل داریم:

$$z = c^T x = z_0 + (c_{m+1} - z_{m+1})x_{m+1} + (c_{m+2} - z_{m+2})x_{m+2} + \dots + (c_n - z_n)x_n \quad (22-3)$$

که در آن

$$z_j = y_{1j}c_1 + y_{2j}c_2 + \dots + y_{mj}c_m \quad m+1 \leq j \leq n \quad (23-3)$$

که همان رابطه اساسی لازم برای تعیین ستون پاشنه است. نکته مهم آن است که این رابطه مقدار تابع هدف z را به ازای هر جواب $Ax=b$ ، بر حسب متغیرهای $x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_n$ به دست می‌دهد. از روی آن می‌توان تشخیص داد که آیا تغییر دادن جواب پایه‌ای با وارد کردن یک متغیر غیر پایه‌ای فایده‌ای دارد یا نه. برای مثال اگر $c_j - z_j$ به ازای برخی از مقادیر j ، $m+1 \leq j \leq n$ منفی باشد، در آن صورت افزایش x_j از صفر تا مقداری مثبت، هزینه کل را کاهش می‌دهد و بنابراین جواب بهتری به دست می‌آید. سؤال باقیمانده آن است که آیا $c_j - z_j \geq 0$ برای همه j ها بهینگی را ایجاب می‌کند؟

قضیه شرط بهینگی: اگر برای برخی از جواب‌های شدنی پایه‌ای به ازای تمام مقادیر j داشته باشیم $c_j - z_j \geq 0$ ، آنگاه آن جواب بهینه است [9].

اثبات این قضیه مستقیماً از رابطه (22-3) نتیجه می‌شود زیرا برای هر جواب شدنی دیگر به ازای جميع مقادیر i باید داشته باشیم $x_i \geq 0$ ، و از این رو z یعنی مقدار تابع هدف متناظر آن در $z - z_0 \geq 0$ صدق می‌کند. $r_j = c_j - z_j$ ها را ضرایب هزینه نسبی یا ضرایب هزینه کاهش یافته می‌نامند.

۳-۲-۴-۳ فرآیند محاسباتی روش سیمپلکس

در این بخش نظریه‌ها و تکنیک‌های لازم را که برای شرح و بسط روش سیمپلکس عرضه شد در کنار هم قرار می‌دهیم.

فرض می‌کنیم با یک جواب شدنی پایه‌ای شروع می‌کنیم و اینکه جدول متناظر با $Ax=b$ برای این جواب به صورت متعارف است. روش بدست آوردن اولین جواب شدنی پایه‌ای زمانی که به دست آوردن آن ساده نباشد، در ادامه توضیح داده خواهد شد.

در ابتدا آرایه‌های $Ax=b$ را که برای یک جواب شدنی پایه‌ای به صورت متعارف است در جدول می‌آوریم و سطری به آن می‌افزاییم که شامل ضرایب هزینه‌های نسبی و هزینه جاری با علامت منفی است. نتیجه، یک جدول سیمپلکس است.

از این رو اگر فرض کنیم متغیرهای پایه‌ای $x_1, x_2, \dots, x_m$ باشند، جدول اولیه سیمپلکس به صورتی است که در جدول (۱-۳) دیده می‌شود.

جدول (۱-۳): جدول سیمپلکس متعارف

a_1	a_2	$\dots$	a_m	a_{m+1}	a_{m+2}	$\dots$	a_j	$\dots$	a_n	b
1	0	$\dots$	0	$y_{1,m+1}$	$y_{1,m+2}$	$\dots$	y_{1j}	$\dots$	y_{1n}	y_{10}
0	1		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
0	0		$\vdots$	$y_{j,m+1}$	$y_{j,m+2}$	$\dots$	y_{jj}	$\dots$	y_{jn}	y_{j0}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
0	0	$\dots$	1	$y_{m,m+1}$	$y_{m,m+2}$	$\dots$	y_{mj}	$\dots$	y_{mn}	y_{m0}
0	0	$\dots$	0	r_{m+1}	r_{m+2}	$\dots$	r_j	$\dots$	r_n	$-z_0$

جواب پایه‌ای متناظر با این جدول عبارت است از:

$$x_i = \begin{cases} y_{i0} & 0 \leq i \leq m \\ 0 & m+1 \leq i \leq n \end{cases}$$

که فرض کرده‌ایم جوابی شدنی است، یعنی $y_{i0} \geq 0$ ، $i=1,2,\dots,m$ ، مقدار متناظر تابع هدف برابر Z_0 است.

ضرایب هزینه نسبی، r_j ها، نشان می‌دهند که با پاشنه قرار دادن x_j در جواب، مقدار تابع هدف کاهش می‌یابد یا افزایش. اگر همه این ضرایب غیر منفی باشند، جواب نشان داده شده بهینه خواهد بود. اگر برخی از ضرایب منفی باشند، با آوردن متغیر متناظر به درون جواب، امکان اصلاح مقدار تابع هدف وجود دارد. هنگامی که بیش از یکی از ضرایب هزینه نسبی منفی باشند کمترین مقدار این ضرایب (که منفی است) انتخاب می‌شود [9].

به جای محاسبه‌ی ضرایب هزینه نسبی در سطر آخر جدول می‌توانیم Z را به عنوان یک متغیر اضافی و معادله $C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_nx_n - Z = 0$ را به عنوان معادله‌ای دیگر در نظر بگیریم. یک جواب پایه‌ای برای دستگاه افزوده، دارای $m+1$ متغیر پایه‌ای است، ولی می‌توانیم شرط کنیم که Z یکی از این متغیرها باشد. به همین دلیل ضرورت ندارد ستونی متناظر با Z اضافه کنیم زیرا آن همواره به صورت $(0, 0, \dots, 0, 1)$ می‌باشد. برای نمایش این معادله اضافی ابتدا سطر مشتمل بر c_i ها که سمت راست آن مساوی با صفر باشد، به عنوان آخرین سطر به آرایه استاندارد اضافه می‌کنیم. با بکارگیری عملیات پاشنه‌ای استاندارد می‌توان عناصری از این سطر را که متناظر با متغیرهای پایه‌ای می‌باشند به مقدار صفر کاهش داد. با انجام این کار معادله اضافی به صورت رابطه (۲۴-۳) درمی‌آید.

$$r_{m+1}x_{m+1} + r_{m+2}x_{m+2} + \dots + r_nx_n - Z = -Z_0 \quad (24-3)$$

در نتیجه سطر آخر را می‌توان در عملیات همانند سایر سطرها در نظر گرفت، کافی است با c_j ها شروع کنیم و مقدار آنهایی را که متناظر با متغیرهای پایه‌ای هستند با عملیات سطری به صفر کاهش دهیم.

پس از انتخاب ستون q به عنوان ستون پاشنه‌ای، برای انتخاب نهایی عنصر پاشنه باید نسبت $\frac{y_{i0}}{y_{iq}}$ را

به ازای عناصر مثبت y_{iq} در ستون q ام را محاسبه کرد، و اندیس P متناظر با مینیمم مقدار مثبت

نسبت $\frac{y_{i0}}{y_{iq}}$ را اختیار نمود. عملیات بر روی این پاشنه، شدنی بودن جواب و نیز (با فرض ناتابهدگی)

کاهش تابع هدف را تأمین می‌کند. اگر چند نسبت مساوی وجود داشته باشد، هر یک از آنها را

می‌توان به عنوان پاشنه به کار برد. اگر عنصر غیرمنفی در ستون وجود نداشته باشد، مسئله بی‌کران خواهد بود. پس از انتخاب y_{pq} به عنوان پاشنه و به هنگام نمودن کامل جدول و تبدیل آخرین سطر، همانند سایر سطرها (بجز سطر q)، جدول جدیدی به صورت متعارف خواهیم داشت. مقدار جدید تابع هدف مجدداً در گوشه پائین سمت راست جدول ظاهر می‌شود [9].

الگوریتم سیمپلکس را می‌توان به مراحل زیر خلاصه کرد:

مرحله ۰: جدولی مطابق جدول ۱-۳ متناظر با یک جواب شدنی پایه‌ای تشکیل ده، ضرائب هزینه نسبی را می‌توان با تبدیل سطری پیدا کرد.

مرحله ۱: اگر همه $r_j \geq 0$ توقف کن، جواب شدنی پایه‌ای موجود جواب بهینه است.

مرحله ۲: برای تعیین متغیری غیرپایه‌ای که باید پایه‌ای باشد ستون q را چنان انتخاب کن که $r_q < 0$.

مرحله ۳: به ازای هر $i=1,2,\dots,m$ و $y_{iq} > 0$ نسبت $\frac{y_{i0}}{y_{iq}}$ را محاسبه کن. اگر هیچ یک از

y_{iq} ها مثبت نباشد، توقف کن؛ مسئله بی‌کران است. در غیر این صورت p را به عنوان اندیس i متناظر با مینیمم نسبتها انتخاب کن.

مرحله ۴: پاشنه عنصر pq ام است. تمامی سطرها، از جمله سطر آخر را به هنگام کن و به مرحله ۱ برو.

۳-۲-۴ متغیرهای مصنوعی^۱

برای برخی از انواع مسائل برنامه ریزی خطی همیشه یک جواب شدنی پایه‌ای به سادگی در دسترس نیست، و ارائه روشی برای تعیین چنین جوابی برای شروع روش سیمپلکس ضرورت دارد. می‌توان با یک برنامه ریزی خطی کمکی به و بکارگیری روش سیمپلکس برای آن، جواب اولیه لازم را تعیین کرد.

^۱ . Artificial Variable

همیشه می‌توان با عملیات مقدماتی ساده‌ای، قیود مسئله برنامه ریزی خطی را به صورت (۱۱-۳) نشان داد، که در آن $b \geq 0$. به منظور پیدا کردن جواب برای (۱۱-۳) مسئله مینیمم سازی (مصنوعی) زیر را در نظر بگیرید:

مطلوب است مینیمم سازی

$$\sum_{i=1}^m y_i$$

در معرض قیود زیر

$$Ax + y = b$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

(۲۵-۳)

که در آن $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ برداری با متغیرهای مصنوعی است. اگر جوابی شدنی برای (۱۱-۳) وجود داشته باشد، (۲۵-۳) دارای مینیمم صفر با $y = 0$ است. اگر (۱۱-۳) دارای جواب شدنی نباشد، مقدار مینیمم (۲۵-۳) بزرگتر از صفر خواهد بود.

۳-۲-۴-۵ تباهی‌گی

ممکن است در روش سیمپلکس با جواب‌های شدنی پایه ای تباهیده روبرو شویم. اغلب می‌توان با آنها مانند جواب شدنی پایه ای ناتباهیده رفتار کرد. ولی ممکن است بعد از آنکه ستون q برای وارد کردن به پایه انتخاب شد، مینیمم نسبت $\frac{y_{i0}}{y_{iq}}$ صفر باشد و در نتیجه متغیر پایه ای با مقدار صفر، متغیری است که باید خارج شود. این بدان معناست که متغیر جدید x_q با مقدار صفر وارد می‌شود و تابع هدف کاهش پیدا نمی‌کند و در نتیجه جواب شدنی پایه‌ای جدید نیز تباهیده است. تصور کنید این فرایند را همچنان ادامه دهیم تا مجدداً به جواب تباهیده اول برسیم. نتیجه دور^۱ است که به تعداد نامحدودی از دفعات می‌تواند تکرار شود.

^۱ . Cycle

روش‌هایی برای اجتناب از این گونه دورها عرضه شده‌اند. ولی در عمل این روشها ضرورت ندارند. هنگامی که با جواب‌های تباهیده روبرو شویم، روش سیمپلکس غالباً وارد دور نمی‌شود [9]. به هر حال فرایندهای ضد دوری ساده‌اند و برای حصول اطمینان به کار گرفته می‌شوند.

۳-۲-۴-۶ دوگانی^۱ در برنامه ریزی خطی

توسط دنتزیک نشان داده شده است که مسئله ابتدایی مینیمم سازی یک تابع خطی مشروط به مجموعه‌ای از قیود خطی معادل است با مسئله دوگان ماکزیمم سازی یک تابع خطی دیگر مشروط به یک مجموعه قیود دیگر. تابع هدف دوگان و قیدهای آن از تابع هدف و قیدهای مسئله ابتدایی به دست می‌آیند [2].

بنابراین اگر مسئله ابتدایی به شکل زیر تعریف شود:

مطلوب است مینیمم سازی

$$f_p = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = c^T x$$

در معرض قیود زیر

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i, \quad i=1,2,\dots,m$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n \quad (۲۶-۳)$$

آنگاه مسئله دوگان به شکل زیر تعریف می‌شود:

مطلوب است ماکزیمم سازی

$$f_d = b_1\lambda_1 + b_2\lambda_2 + \dots + b_m\lambda_m = b^T \lambda$$

در معرض قیود زیر

$$\sum_{i=1}^m a_{ij}\lambda_j \leq c_j, \quad j=1,2,\dots,n$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,m \quad (۲۷-۳)$$

^۱ . Dual

انتخاب رابطه سازی ابتدایی و دوگان به تعداد متغیرهای طراحی و قید بستگی دارد. تلاش محاسباتی یک مسأله LP با افزایش تعداد قیود افزایش می یابد. بنابراین اگر تعداد رابطه های قید در مقایسه با تعداد متغیرهای طراحی بیشتر باشد، آنگاه حل مسأله دوگان که به تلاش محاسباتی کمتری نیاز دارد، راحت تر است. دسته بندی مسائل به ابتدایی و دوگان اختیاری است. زیرا اگر مسئله ماکزیمم سازی به عنوان ابتدایی تعریف شود، آن گاه مسئله مینیمم سازی دوگان آن خواهد بود. می توان نشان داد که مقدار بهین متغیرهای اصلی ابتدایی را می توان از جواب دوگان بدست آورد و مقدار مینیمم مسئله اولیه برابر با مقدار ماکزیمم مسئله ثانویه می باشد. بنابراین اگر x_j یک متغیر اصلی در مسئله ابتدایی باشد، آنگاه آن دلالت بر فعال بودن (برابر با صفر بودن) ز امین قید مسئله دوگان دارد و برعکس [2].

اگر مسئله ابتدایی به شکل استاندارد نوشته شود (با قیدهایی تساوی)، داریم:

مطلوب است مینیمم سازی

$$f_p = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = c^T x$$

در معرض قیود زیر

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (28-3)$$

آنگاه مسئله دوگان مربوط عبارتست از :

مطلوب است ماکزیمم سازی

$$f_d = b_1\lambda_1 + b_2\lambda_2 + \dots + b_m\lambda_m = b^T \lambda$$

در معرض قیود زیر

$$\sum_{i=1}^m a_{ij}\lambda_i \leq c_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (29-3)$$

در حالی که λ_i از نظر علامت محدودیتی ندارد [2].

۳-۳ برنامه ریزی غیر خطی

یک مسئله برنامه ریزی به شکل زیر را در نظر بگیرید:

مطلوب است مینیمم سازی

$$f(x)$$

در معرض قیود زیر

$$g(x)_k \geq 0 \quad ; \quad k = 1, 2, \dots, nc$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3-30)$$

که در آن x بردار n بعدی متغیرهای طراحی، $f(x)$ تابع هدف (خطی یا غیر خطی)، $g(x)_k$ توابع قیود (خطی یا غیر خطی)، nc تعداد قیود مسئله و x_i^l و x_i^u حدود پایین و بالای متغیر طراحی i ام می باشند.

در یک مسئله برنامه ریزی غیر خطی توابع f و g می توانند از هر نوع (جبری، لگاریتمی، مثلثاتی، نمایی) و یا از هر درجه ای باشند. برنامه ریزی خطی نیز یک مدل خاص از مدل فوق است که در آن f و g دارای فرم خطی می باشند.

با وجود قابلیت های بالای روش سیمپلکس در حل مسائل LP، متأسفانه مسائل معنی دار فیزیکی بسیار اندکی، اگر نگوئیم هیچ، در طراحی سازه ها می تواند مستقیماً به عنوان مسائل LP و بدون در نظر گرفتن هیچ گونه ساده سازی رابطه سازی شوند. بیشتر مسائل طراحی سازه ها، دارای تابع هدف و روابط قید بسیار غیرخطی اند. با این وجود برنامه ریزی خطی از اهمیت بالایی برخوردار است. زیرا بسیاری از مسائل مقید غیرخطی را می توان به صورت خطی تقریب زد و سپس آنها را به کمک الگوریتم LP استاندارد با بازده بالا حل کرد [2].

چنان تقریب هایی امکان حل NLP را برای ما فراهم می کنند. یعنی تقریباً همه مسائل NLP را می توان به عنوان رشته ای از مسائل LP تقریبی تکراری که به جواب واقعی مسئله NLP همگرا می شود، حل کرد به شرط آن که روش به قدر کافی تکرار شود. این روش قدرتمند را برنامه ریزی

خطی دنباله‌ای^۱ (SLP) می‌نامند و سالها پیش از آنکه اشمیت و فرشی^۲ استفاده از آن را برای تقریب در بهینه سازی سازه‌ها پیشنهاد کنند، شناخته شده بوده است [2].

۳-۱-۳ برنامه ریزی خطی دنباله‌ای (SLP)

در روش SLP از تقریب‌های محلی که بر مشتق‌های تابع هدف و قیود نسبت به متغیرهای طراحی متکی است، استفاده می‌شود. ساده‌ترین راهکار جایگزینی تابع هدف و قیدها با تقریب‌های خطی است که بر پایه این مشتقاتند. اما این تقریب‌ها فقط در یک همسایگی از فضای طراحی مفیدند. بنابراین وقتی از تحلیل تقریبی استفاده می‌شود، لازم است حدودی را به نام حدود حرکت برای بزرگی مجاز این تغییرات در طراحی تعریف نمائیم.

روش SLP از یک طرح اولیه x_0 شروع می‌کند و تابع هدف و قیدها را با تقریب‌های خطی بدست آمده از بسط اول سری تیلور، حول نقطه x_0 جایگزین می‌کند. بنابر این مسئله غیر خطی اصلی (۳-۳۰) به مسئله خطی زیرتبدیل می‌شود [2].

مطلوب است مینیمم سازی

$$f(x_0) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_{0i}) \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{x_0}$$

در معرض قیود زیر

$$g_k(x_0) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_{0i}) \left(\frac{\partial g_k}{\partial x_i} \right)_{x_0} \geq \leq 0 \quad \begin{cases} i=1, 2, \dots, n \\ k=1, 2, \dots, nc \end{cases}$$

$$x_{0i} - a_{li} \leq x_i \leq x_{0i} + a_{ui} ; i=1, 2, \dots, n \quad (3-31)$$

که در آن x_0 بردار n بعدی نقاط خطی سازی متغیرهای طراحی، x_i متغیر طراحی i ام، x_{0i} نقطه خطی سازی متغیر طراحی i ام و g_k قید k ام می‌باشد. مجموعه قیود آخر حدود حرکت نامیده می‌شوند که a_{li} و a_{ui} به ترتیب کران پائین و بالای تغییرات مجاز x_i یا مقدار مجاز تغییرات x_i است.

¹ . Sequential Linear Programming

² . Schmit and Farshi

به سبب تقریب به کار رفته و حدود حرکت، طراحی نهایی مسئله خطی سازی شده (x_l) ، به ندرت به طراحی بهین به شکل قابل قبولی نزدیک است. با این وجود اگر حدود حرکت به اندازه کافی کوچک باشند که یک تقریب خوبی را در این حدود حرکت تضمین کنند، x_l نسبت به x_0 به بهین نزدیکتر خواهد بود. بنابراین می‌توانیم x_0 را با x_l جایگزین کرده و بهینه یابی خطی را با معادله (۳-۳۱) حول نقطه شروع جدید (x_l) تکرار کنیم. به عبارت دیگر جواب حاصل از هر مرحله به عنوان نقطه خطی سازی مرحله بعد در نظر گرفته می‌شود. این فرایند تکرار می‌شود و ما در واقع مسئله بهینه یابی اصلی را با رشته‌ای از مسائل برنامه‌ریزی خطی (LP) جایگزین کرده‌ایم (بنابراین می‌توانیم بگوئیم برنامه ریزی خطی دنباله‌ای). هر مرحله بهینه یابی خطی یک چرخه بهینه‌یابی نامیده می‌شود. روش SLP به دلیل در دسترس بودن بسته‌های نرم‌افزاری LP مطمئن جاذبه زیادی دارد. با این وجود، روش SLP مسائل متعددی دارد [2].

اول اینکه تلاش محاسباتی مربوط به عملیاتی بهینه یابی را به میزان زیادی افزایش می‌دهد، زیرا فرایند بهینه‌یابی بارها و بارها تکرار می‌شود.

دومین مساله انتخاب مناسب حدود حرکت است. به طور کلی، حدود حرکت باید با نزدیک شدن طراحی به بهین کم کم کوچک شود. بخشی از دلیل کوچک ساختن حدود حرکت این است که دقت تقریب مورد نیاز، هنگام نزدیک شدن به بهین افزایش می‌یابد.

مشکل سوم SLP که گاهی به وجود می‌آید این است که طراحی شروع غیر قابل قبول باشد. اثرات مشترک تقریب و حدود حرکت می‌توانند شرایطی به وجود آورند که مسئله بهینه یابی خطی شده یک جواب قابل قبول نداشته باشد.

در نهایت اگر جواب مسئله اصلی روی یک رأس مجموعه قید نباشد، ممکن است چرخه‌ها بین دو نقطه رفت و برگشت داشته باشند. به عنوان مثال، اگر بهینه واقعی در مرز یک قید غیر خطی باشد، جواب مسئله خطی سازی شده ممکن است طراحی را به نقطه اولیه مسئله خطی پیشین ببرد.

یک راهبرد کاهش حدود حرکت مناسب می‌تواند این مشکل را به راحتی حل کند [2].

فصل چهارم

روش جبری نیروها

۴-۱ مقدمه

تحلیل سازه ها عموماً توسط دو روش تغییر مکانها یا سختی و روش نیروها یا نرمی انجام می پذیرد. در روش سختی مجهولات تغییر مکانهای گرهی می باشند در حالیکه در روش نیروها مجهولات نیروهای عضوی در نظر گرفته می شوند. انتخاب هر یک از این دو روش برای تحلیل سازه ها، با ملاحظه حجم محاسبات، شرایط موزونی ماتریس های سازه ای و کیفیت اجرای مراحل مختلف محاسباتی تعیین می گردد. روش تحلیل نیروها در مسائل بهینه یابی و تحلیل غیرخطی سازه ها به دلیل دسترسی مستقیم به نیروهای داخلی از محبوبیت بیشتری برخوردار است. با توجه به اینکه عملیات بهینه یابی از یک روند تکرار برخوردار می باشد و معمولاً روش نیروها نیاز به حل دستگاه معادلات عددی با بعد کوچکتري دارد (به تعداد مجهولات اضافی بجای تعداد درجات آزادی فعال گرهی در روش سختی)، لذا باعث افزایش سرعت عملیات بهینه یابی می گردد [4].

اساس روش نیروها برای تحلیل سازه ها بر مبنای تشکیل ماتریس تعادل استوار است. ماتریس تعادل، ارتباط بین نیروهای عضوی و بارهای موثر بر گره های سازه را ایجاد می کند. برای برخی از انواع سازه ها، این معادلات برای تعیین نیروهای داخلی، تنش و تغییر مکانهای گرهی کافی بوده که آنها تحت عنوان سازه های معین استاتیکی شناخته می شوند. برای برخی دیگر، تعداد نیروهای داخلی از تعداد معادلات تعادل بیشتر بوده و آنها تحت عنوان سازه های نامعین استاتیکی مطرح می شوند. برای تحلیل اینگونه سازه ها، علاوه بر معادلات تعادل، باید معادلات دیگری به منظور محاسبه پاسخ سازه شامل نیروهای داخلی، تنش و جابجایی های گرهی در نظر گرفته شوند. این معادلات اضافی را می توان از شرایط سازگاری مابین جابجایی ها نتیجه گرفت [4].

پنج روش عمده تحلیل سازه ها توسط روش نیروها مطرح است که می توان آنها را بصورت زیر

دسته بندی نمود [4] :

۱. روشهای توپولوژیکی نیروها

۲. روشهای ترکیباتی نیروها

۳. روشهای جبری نیروها

۴. روشهای مختلط جبری و ترکیباتی نیروها

۵. روش مجتمع نیروها

روشهای توپولوژیکی توسط هندرسن، هندرسن و مائوندر و کاوه برای سازه های اسکلتی و با استفاده از تبدیلات مختلف توپولوژیکی بمنظور گزینش دستگاه های مختلف خود متعادل یا سیکل ها در مدل ریاضی سازه توسعه یافت. روشهای ترکیباتی و گراف تئوریک که به منظور برنامه نویسی رایانه ای و تهیه مدولهای محاسباتی مناسب بوده به کارهای کسل و همکاران و کاوه باز می گردد. نخستین روش جبری برای تحلیل سازه ها توسط دنکه مطرح گردید که در آن از روش حذفی گاوس - جردن برای بدست آوردن پایه استاتیکی از معادلات تعادل سازه استفاده شده بود. پیشرفت های بعدی در این زمینه توسط رابینسون، رابینسون و هاگن ماخر، توپچی، کانکو و همکاران و پله گرینو و کالادین به انجام رسید. بمنظور گسترش قابلیت های روشهای جبری، روشهای ترکیباتی در مراحل گوناگون وارد عملیات جبری گردیدند. این ادغام، روشهای مختلط جبری - ترکیباتی را مطرح ساخت. این روشها را می توان در کارهای گیلبرت، کولمن و پوتن، پوتن، پلمونس و وایت مشاهده نمود. روش مجتمع نیروها توسط پاتنیک توسعه یافت. در این روش معادلات تعادل و سازگاری مجتمع شده و بطور همزمان با استفاده از متغیرهای نیرویی ارضا می گردند. تمایز روشهای جبری و ترکیباتی عمدتاً در نحوه استخراج مجهولات اضافی یا پایه استاتیکی و تشکیل ماتریسهای B_0 و B_1 است [4].

فرض ثابت بودن هندسه در فرآیند بهینه یابی مقاطع سازه های خرپایی منجر به ثابت ماندن ماتریس تعادل و ماتریس های B_0 و B_1 مشتق از آن در طول فرآیند بهینه یابی می شود. بنابراین قسمت اعظم روابط موجود در روش نیروها در طول فرآیند بهینه یابی مستقل از خصوصیات مکانیکی

مصالح و سطح مقطع اعضا می باشند. این خصوصیت روابط موجود در روش نیروها را به روابطی کارآمد به منظور رابطه سازی قید های تنش و جابجایی گره های سازه بر حسب متغیر های طراحی تبدیل می کند.

از میان روش های تحلیل سازه به روش نیروها، روشهای جبری ساده و عمومی بوده و برای اکثر سازه ها قابل استفاده می باشد ولی حافظه و تعداد عملیات محاسباتی لازم در آنها بزرگتر از روشهای ترکیباتی است. در مقابل در روشهای ترکیباتی هنوز روش ساده و کارآمدی برای تعیین سازه اولیه معین و صلب در سازه های میله ای بخصوص خرپاهای فضایی ابداع نشده است. به علاوه در روشهای جبری اطلاعات اساسی بیشتری برای جمع سازه ها از قبیل شناسایی خودکار سازه معین اولیه و صلبیت، تشخیص تعداد مکانیزم های داخلی و خارجی، تعیین اشکال مدی مکانیزم ها، بررسی سخت شدگی سازه در صورت وقوع مکانیزم در محدوده تغییر شکل های کوچک و باز توزیع نیروها در سازه، می توان بدست آورد [4].

با توجه به مطالب فوق الذکر، در این پایان نامه از روابط موجود در روش نیروها به منظور فرمولبندی مسئله بهینه یابی مقاطع سازه های خرپایی و از روش جبری نیروها برای تحلیل سازه و تشکیل ماتریس های B_0 و B_1 استفاده شده است.

۴-۲ روش جبری نیروها در تحلیل استاتیکی سازه ها

در روش نیروها معادلات تعادل کل سازه، مستقل از خصوصیات مکانیکی مصالح بصورت رابطه ماتریسی زیر قابل بیان است:

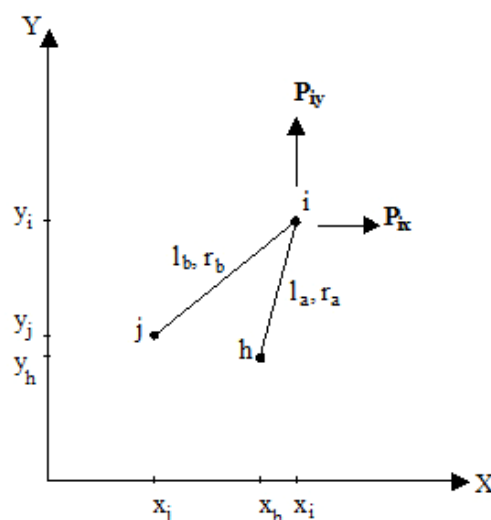
$$P_{n \times 1} = H_{n \times m} \cdot r_{m \times 1} \quad (4-1)$$

در رابطه بالا P بردار n بعدی بارهای گرهی، H ماتریس تعادل $n \times m$ و r بردار m بعدی نیروهای عضوی است. در خرپاها n برابر درجات آزادی فعال گرهی و m برابر تعداد اعضا می باشد. هر یک از

سطرهای ماتریس H ، رابطه تعادل نیروهای اعضای متصل به گره مربوطه با بارهای خارجی در جهت درجه آزادی مفروض را بیان می کند. به این ترتیب برای یک گره فعال خرپا در فضای سه بعدی، سه شرط $\sum F_x = 0$ ، $\sum F_y = 0$ و $\sum F_z = 0$ ارتباط نیروهای اعضای متصل به گره مورد نظر با بارهای خارجی را برقرار نموده و سه سطر پیاپی از ماتریس H را پر می کند. بعنوان مثال مطابق شکل (۴-۱)، سه معادله تعادل برای گره غیر تکیه گاهی فعال i در یک خرپای فضایی که توسط میله های a و b به دو گره h و j متصل است، بصورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} \left[(x_i - x_h) / l_a \right] r_a + \left[(x_i - x_j) / l_b \right] r_b &= P_{ix} \\ \left[(y_i - y_h) / l_a \right] r_a + \left[(y_i - y_j) / l_b \right] r_b &= P_{iy} \\ \left[(z_i - z_h) / l_a \right] r_a + \left[(z_i - z_j) / l_b \right] r_b &= P_{iz} \end{aligned} \quad (۴-۲)$$

در روابط فوق (x_i, y_i, z_i) مختصات کارتیزین گره i در محل ابتدایی آن و P_{ix}, P_{iy}, P_{iz} مولفه های نیروی خارجی موثر بر گره i در جهات محورهای اصلی مختصات می باشد. l_a, l_b و r_a, r_b به ترتیب طولها و نیروهای داخلی (با علامت مثبت کششی) میله های a و b می باشند.



شکل (۴-۱): یک گره غیر تکیه گاهی

نحوه قرارگیری عناصر رابطه (۲-۴) مربوط به گره i در فرم ماتریسی رابطه (۴-۱)، در رابطه (۴-۳) نشان داده شده است.

$$n=3j-k \left\{ \begin{array}{cc} \text{میله (a)} & \text{میله (b)} \\ \left[\begin{array}{ccc} \vdots & \vdots & \\ \dots (x_i - x_h) / l_a & \dots (x_i - x_j) / l_b & \dots \\ \dots (y_i - y_h) / l_a & \dots (y_i - y_j) / l_b & \dots \\ \dots (z_i - z_h) / l_a & \dots (z_i - z_j) / l_b & \dots \\ \vdots & \vdots & \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} r_1 \\ \vdots \\ r_a \\ \vdots \\ r_b \\ \vdots \\ r_m \end{array} \right] \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{c} \vdots \\ p_{ix} \\ p_{iy} \\ p_{iz} \\ \vdots \end{array} \right] \quad (۴-۳)$$

در این رابطه K بیانگر تعداد قیود سینماتیکی است که درجه آزادی را از گره های تکیه گاهی سلب کرده است.

ماتریس تعادل H یک عملگر خطی بین فضای نیروهای داخلی R^m و فضای بارگذاری R^{na} می باشد. طبق تئوری فضاهای برداری، خطی چهار زیر فضای مجزا با ماتریس H در ارتباط هستند که نام و ابعاد این چهار زیر فضا بشرح ذیل می باشد [4]:

نام	بعد
R^m فضای میله ها،	$\left\{ \begin{array}{ll} \text{(i)} & \text{فضای سطرهاى } H \text{ (در ارتباط با سازه معین اولیه)} \\ \text{(ii)} & \text{فضای تهی } H \text{ (در ارتباط با مجهولات اضافه)} \end{array} \right.$
R^n فضای گره ها،	$\left\{ \begin{array}{ll} \text{(iii)} & \text{فضای ستونهاى } H \text{ (در ارتباط با سازه معین اولیه)} \\ \text{(iv)} & \text{فضای تهی باقیمانده } H \text{ (در ارتباط با مکانیزمهاى داخلی و خارجی)} \end{array} \right.$
	$\begin{array}{ll} r_H & \\ t & \\ r_H & \\ 0 & \end{array}$

معادلات زیر را می توان برای t (تعداد درجات نامعینی استاتیکی) و 0 (تعداد مکانیزم های احتمالی داخلی و خارجی) بیان نمود. منظور از مکانیزم های خارجی همان حرکات پیکره صلب در غیاب تعداد کافی قیود سینماتیکی (یا واکنشهای تکیه گاهی) است.

$$t = m - r_H, \quad 0 = n - r_H \quad (۴-۴)$$

در روابط فوق r_H مبین مرتبه^۱ ماتریس تعادل H است و تعداد سطرها یا ستونهای مستقل این ماتریس را بیان می کند.

در یک سازه پایدار صلب به ازای $t = m - n \geq 0$ ماتریس H دارای مرتبه کامل سطری است، به عبارت دیگر $t \cdot r_H = n$ تعداد مجهولات اضافی یا درجات نامعینی استاتیکی سازه می باشد.

روش نیروها مشتمل بر دو گام در نظر گرفته می شود [4]:

در گام نخست ماتریسها B_0 و B_1 به نحوی پیدا می شود که بردار نیروهای عضوی r در رابطه (۱-۴) بصورت زیر بیان شود:

$$r_{m \times 1} = B_{0_{m \times n}} \cdot P_{n \times 1} + B_{1_{m \times t}} \cdot q_{t \times 1} \quad (۵-۴)$$

در این رابطه B_0 یک ماتریس $m \times n$ است بطوریکه $H \cdot B_0$ معادل ماتریس واحد $n \times n$ شود. هر ستون B_0 مبین نیروهای ایجاد شده در اعضای سازه صلب معین اولیه در صورت اعمال بار واحد در جهت هر یک از درجات آزادی گرهی است. B_1 ماتریس $m \times t$ از مرتبه کامل ستونی است بنحویکه $H \cdot B_1$ معادل ماتریس صفر می گردد. تعداد ستونهای ماتریس B_1 برابر درجات نامعینی استاتیکی است و هر ستون آن نشانگر سیستم نیروهای عضوی است که با خود (در غیاب بارهای خارجی) در حال تعادل است و به بردار پوچی یا سیستم خود متعادل معروف است. در رابطه (۵-۴) بردار q از مرتبه t به بردار نیروهای مجهول اضافی و ماتریس B_1 به ماتریس پایه های پوچی یا ماتریس تنش خود متعادل موسوم است.

جهت تعیین روابط کلی برای ماتریسهای B_0 و B_1 می توان ماتریس تعادل H را به دو زیر ماتریس H_1 و H_2 تجزیه نمود. در یک سازه صلب، زیر ماتریس H_1 دارای مرتبه کامل سطری n بوده (به عبارت دیگر H_1^{-1} وجود دارد) و مربوط به نیروهای داخلی اعضای سازه معین اولیه صلب

^۱ . Rank

یعنی $F_{n \times 1}$ می باشد. زیر ماتریس H_2 نیز دارای مرتبه کامل ستونی t بوده و اختصاص به نیروهای مجهول اضافی $q_{t \times 1}$ دارد. به این ترتیب رابطه (۴-۱) بصورت جدید زیر قابل نمایش است [4]:

$$P = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F \\ q \end{Bmatrix} = H_1 \cdot F + H_2 \cdot q \quad (۴-۶)$$

چنانچه رابطه فوق برای بردار نیروی F حل شود، نتیجه می شود:

$$F = H_1^{-1} \cdot P + (-H_1^{-1} H_2) q \quad (۴-۷)$$

حال اگر به رابطه فوق بردار q افزوده گردد، در قیاس با رابطه (۴-۵) می توان روابط زیر را برای ماتریس های B_0 و B_1 نتیجه گرفت:

$$B_0 = \begin{bmatrix} H_1^{-1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} -H_1^{-1} H_2 \\ I \end{bmatrix} \quad (۴-۸)$$

با توجه به اینکه درایه های ماتریس های F و q با توجه به شماره گذاری اعضا در سطرهاى مربوطه در بردار نیروهای داخلی r واقع شده اند، لذا سطرهاى ماتریس صفر $O_{t \times n}$ در تعریف B_0 و بطور نظیر سطرهاى ماتریس واحد $I_{t \times t}$ در تعریف B_1 بایستی به ترتیب در سطرهاى مربوط به اعضاى مجهول اضافه (واقع شده در r) قرار گیرند. این جابجایی سطرها در بعضی نمادهای فرمولبندی روش نیروها توسط ماتریس های جایگشت^۱ نمایش داده شده اند. باید توجه داشت که بسته به انتخاب مجهولات اضافه در بردار q ، تعداد متعددی ماتریس B_0 و B_1 می توان تشکیل داد. روش های متنوعی وجود دارد که بتوان ماتریس های B_0 و B_1 خوب که پرفر، نواری و موزون هستند، حاصل نمود [4]. در گام دوم روش نیروها با استفاده از اصل کار مجازی و سازگاری تغییر شکلها، دستگاه معادلات زیر برای کسب بردار q حل می شود :

$$(B_1^t F_m B_1) \cdot q = -(B_1^t F_m B_0) \cdot P \quad (۴-۹)$$

^۱ . Permutation Matrix

در رابطه فوق F_m ماتریس قطری $m \times m$ مربوط به نرمی اعضا و $G = B_1^t F_m B_1$ ماتریس نرمی کل سازه می باشد. یک ماتریس B_1 نواری سبب نواری شدن ماتریس G خواهد شد. تغییر مکانهای گرهی نیز توسط رابطه زیر قابل ارزیابی است [4]:

$$d_{n \times 1} = B_{0 \times m}^t \cdot F_{m \times m} \cdot r_{m \times 1} \quad (10-4)$$

روش افراز گاوس - جردن، روش افراز LU و روش برگشتی افراز LU سه روش مطرح در تحلیل جبری نیروها می باشند. در ادامه روش افراز LU مورد بررسی قرار می گیرد.

۱-۲-۴ روش افراز LU

یکی از روش های مطرح حل دستگاه معادلات خطی همزمان، روش افراز LU^۱ می باشد که بجای انجام عملیات حذفی، ماتریس ضرایب به حاصلضرب دو ماتریس پایین مثلثی و بالا مثلثی افراز می شود و سپس با استفاده از دو مرحله عملیات جایگزینی رو به جلو^۲ و جایگزینی رو به عقب^۳، بردار مجهولات تعیین می گردد. در قالب فرمولبندی ماتریسی، مرحله افراز یا تجزیه ماتریس دلخواه ضرایب A صورت زیر نشان داده می شود.

$$A = LU \quad (11-4)$$

در رابطه بالا L یک ماتریس پایین مثلثی ($l_{ij}=0 ; i < j$) و U یک ماتریس بالا مثلثی ($u_{ij}=0 ; i > j$) می باشد. روابطی که برای تعیین درایه های ماتریس های L و U در کتب آنالیز عددی مطرح شده است، تنها یکبار هر درایه ماتریس ضرایب A بکار گرفته می شود [4]. نحوه استخراج درایه های L و U به نحوی است که می توان آنها را در خود ماتریس ضرایب A ذخیره نمود و صرفه جویی

^۱ . LU Factorization Method

^۲ . Forward Substitution

^۳ . Backward Substitution

در فضای ذخیره سازی ماتریس ها ایجاد نمود. با قرار دادن ماتریس های افراز در رابطه اصلی دستگاه معادلات خطی $AX = C$ نتیجه می شود:

$$LUX = C \quad (۱۲-۴)$$

با پیش ضرب L^{-1} در رابطه فوق داریم:

$$UX = L^{-1}C \quad (۱۳-۴)$$

در صورتیکه $L^{-1}C = D$ در نظر گرفته شود، می توان نوشت:

$$LD = C \quad (۱۴-۴)$$

با معلوم بودن بردار C و بکارگیری عملیات جایگزینی رو به جلو می توان براحتی بردار D را تعیین نمود. در اینصورت رابطه (۱۳-۴) بصورت زیر قابل بیان خواهد شد:

$$UX = D \quad (۱۵-۴)$$

اکنون با داشتن D و بکارگیری عملیات جایگزینی رو به عقب می توان به راحتی بردار مجهولات X را تعیین نمود. کانکو و همکاران روش افراز LU را برای تحلیل سازه ها توسط روش جبری نیروها بکار گرفتند [4]. توسط روش آنها، ماتریس ضرایب تعادل H بصورت زیر افراز می شود:

$$W \cdot H = L \cdot U \quad (۱۶-۴)$$

$$U \cdot V = (U_I, U_{II}) \quad (۱۷-۴)$$

در روابط فوق، W یک ماتریس $n \times n$ بولی برای جابجایی ردیف ها، L یک ماتریس پایین مثلثی غیر ویژه $n \times n$ با درایه های قطری واحد و U ماتریس $n \times m$ است. ستونهای ماتریس آخر را می توان با استفاده از یک ماتریس بولی دیگر $m \times m$ و با جابجایی ستونها (یعنی V) بصورت (U_I, U_{II})

در آورد. در این وضعیت، U_I یک ماتریس بالا مثلثی غیر منفرد $n \times n$ و U_{II} یک ماتریس $n \times t$ بوده که اعداد صفر آن در گوشه سمت چپ پایین آن گرد آمده اند. بطور نمودی روابط فوق را می توان همانند شکل (۴-۲) نمایش داد.

$$W \begin{bmatrix} & \\ & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & 0 \\ L & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & \\ 0 & U \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} & \\ & U \end{bmatrix} V = \begin{bmatrix} & U_I \\ 0 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & \\ 0 & U_{II} \end{bmatrix}$$

شکل (۴-۲): نمایش نمودی روش افراز کانکو و همکاران

با داشتن روابط فوق برای افراز LU از ماتریس مستطیلی ضرایب تعادل H ، ماتریس های ضرایب B_0 و B_1 را می توان به صورت زیر نتیجه گرفت :

$$B_0 = V \begin{bmatrix} (U_I^{-1} L^{-1}) W \\ O \end{bmatrix}, \quad B_1 = V \begin{bmatrix} -U_I^{-1} U_{II} \\ I \end{bmatrix} \quad (4-18)$$

در این پایان نامه با بکارگیری روابط جایگزین که توسط کلات جاری در مرجع [4] ارائه شده است، راندمان و سرعت آن افزایش یافته است. در این روش ماتریس تعادل بصورت $H = [H_1, H_2]$ بنحوی تجزیه می شود که $H_1 = LU$ باشد. H_1 ماتریس مربعی غیر ویژه $n \times n$ و ستونهای آن منتخبی از ستونهای غیر وابسته (مستقل) ماتریس H می باشد. L ماتریس غیر ویژه پایین مثلثی و U ماتریس غیر ویژه بالا مثلثی با درایه های واحد بر روی قطر اصلی آن می باشد. با بکارگیری روابط (۴-۱۹)، ستونهای ماتریسهای L و U بطور همزمان و یکی پس از دیگری تولید و در صورتیکه درایه قطر اصلی ماتریس L صفر شود، برای جلوگیری از ویژه شدن ماتریس H_1 ، ستون نظیر از ماتریس H

که یک ستون وابسته است و متناظر با شماره عضو مجهول اضافی، نادیده^۱ گرفته شده و محاسبات از ستون بعدی دنبال خواهد شد. به این ترتیب ستونهای وابسته از ماتریس H که یکسان با تعداد مجهولات اضافی می باشند، عناصر ماتریس H_2 از مرتبه $n \times t$ را تشکیل می دهند. اینکار به نوعی متناظر با عملکرد ماتریس جابجایی ستونی^۲ V مطرح شده در روش کانکو و همکاران است [4].

به ازای $j = 1, 2, \dots, n$

$$U_{mj} = \frac{h_{mj} - \sum_{i=1}^{m-1} l_{mi} u_{ij}}{l_{mm}} ; m = 1, 2, \dots, j-1$$

$$l_{ij} = h_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} u_{kj} ; i = j, j+1, \dots, n$$

$$u_{jj} = 1.0 \quad (۱۹-۴)$$

در روابط بالا h_{ij} ، l_{ij} و u_{ij} به ترتیب درایه های سطری و ستون j از ماتریسهای H ، L و U می باشند. حسن روابط فوق در این است که درایه های ماتریسهای L و U بطور همزمان به ترتیب ستونی ایجاد می شوند، با حداقل تلاش محاسباتی، ستونهای وابسته (یعنی ستونهایی که پس از محورگیری درایه قطری ماتریس L آنها صفر یا با در نظر گرفتن خطای گرد شدگی اعداد، خیلی نزدیک به صفر شده است) تعیین می گردند.

در الگوریتم افراز LU برای جلوگیری از تقسیم عدد بر صفر و کاهش خطای گرد شدگی، عمل محورگیری بایستی بکار گرفته شود. منتهی در این روش از عملیات محورگیری جزئی^۳ استفاده شده است. نحوه انجام کار به این ترتیب است که قدرمطلق بزرگترین درایه ماتریس H در هر سطر شناسایی می شود. سپس کلیه درایه های سطری $i \geq j$ در ستون محورگیری j بر قدر مطلق بزرگترین درایه سطر نظیر خود، i ، تقسیم شده و دست آخر سطر مربوط به قدر مطلق بزرگترین

^۱ . Skip

^۲ . Column Permutation Matrix

^۳ . Partial Pivoting

مقدار حاصل، برای عمل محورگیری انتخاب می شود. مراحل فوق تحت عنوان روش مقیاس بندی^۱ در کتب آنالیز عددی شناخته می شود که خطای گرد شدگی اعداد را به حداقل خود می رساند [4]. با بکارگیری یک بردار، شماره سطری که برای محورگیری انتخاب شده است، ثبت می شود و عملیات محورگیری در محل^۲ و بدون جابجایی سطرها صورت می پذیرد. به کمک این بردار مشخص خواهد شد که هر سطر مربوط به کدام سطر نظیر از بردار P است. (بایستی توجه شود که بردار P دستخوش عملیات محورگیری قرار نمی گیرد).

در روش افراز LU محورگیری بلافاصله پس از تشکیل هر ستون از ماتریس L، انجام می پذیرد. در صورتیکه بتوان $H_1 = LU$ از مرتبه $n \times n$ تشکیل داد، سازه دارای ناپایداری است [4].

با تشکیل ماتریسهای $H_1 = LU$ و H_2 در یک سازه پایدار، طبق روابط (۴-۲۰) ماتریس های B_0 و B_1 بدست می آیند:

$$B_0 = \begin{bmatrix} H_1^{-1} \\ O \end{bmatrix}_{m \times n}; \quad B_1 = \begin{bmatrix} -H_1^{-1}H_2 \\ I \end{bmatrix}_{m \times t} \quad (۴-۲۰)$$

H_1^{-1} می تواند به راحتی با توجه به روابط (۴-۱۲) الی (۴-۱۵) بدست آید. بدین منظور کفایت بجای بردار C ماتریس واحد از مرتبه $n \times n$ در نظر گرفته شود و به ترتیب به ازای هر ستون از ماتریس واحد مقدار X مربوطه بدست آید. بردارهای X که به این ترتیب حاصل می شوند، اگر در کنار یکدیگر قرار گیرند، H_1^{-1} را تشکیل خواهند داد. بایستی توجه داشت که چون $H_1 = LU$ وجود دارد، کافی است n بار عملیات جایگزینی رو به جلو و جایگزینی رو به عقب انجام پذیرد.

زیر ماتریس O در رابطه B_0 ماتریس صفر از مرتبه $t \times n$ و زیر ماتریس I در رابطه B_1 ماتریس واحد از مرتبه $t \times t$ است که سطرهای این دو ماتریس پس از انجام عملیات جابجایی سطری مناسب، به ترتیب در سطرهای مربوط به مجهولات اضافی قرار می گیرند. ماتریس B_1 که به این ترتیب حاصل

^۱ . Scaling
^۲ . In place

می شود، بصورت پلکانی است که درایه های صفر در گوشه سمت چپ و پایین ماتریس قرار می گیرند.

با این الگوی ماتریس B_1 ، ماتریس نرمی G بصورت غیر نواری حاصل می شود [4].

مرحله بعدی محاسبات، بکارگیری روابط (۹-۴) و (۵-۴) برای محاسبه بردار مجهولات اضافی

و نیروهای داخلی اعضا است. با توجه به آنکه ماتریس نرمی $G = B_1^t F_m B_1$ متقارن و معین- مثبت^۱

است (زیرا کنترل پایداری سازه به هنگام تشکیل B_0 یا به عبارت دیگر تشکیل H_1 صورت پذیرفته

است)، با استفاده از روش چولسکی می توان بردار q را به سرعت تعیین نمود و نیازی به کنترل های

ممانعت از تقسیم عدد بر صفر یا جذر عدد منفی وجود ندارد.

آخرین مرحله تحلیل بکارگیری رابطه (۱۰-۴) برای محاسبه تغییر مکان های گرهی است.

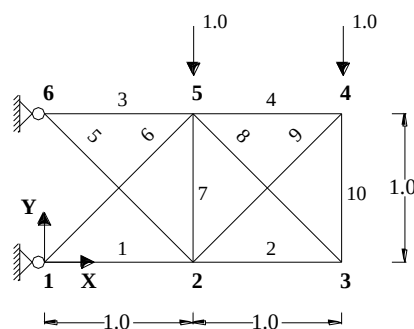
در ادامه با ذکر مثال نحوه انجام کار و مفاهیم ارائه شده تا کنون مورد بررسی قرار خواهد

گرفت.

مثال (۱-۴) تحلیل خرابای مستوی ۱۰ میله ای بر اساس روش LU

در این مثال نیروهای داخلی اعضای خرابای ۱۰ میله ای نمایش داده شده در شکل (۳-۴) با

استفاده از روش افراز LU و بر اساس روابط (۱۹-۴) تعیین شده است.



شکل (۳-۴): خرابای مستوی ۱۰ میله ای

^۱ . Positive - Definite

جایگاهی ستونها در اثر ستون ولیسته :	8	7								
اعضا :	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
ترتیب جایگاهی سطرها در اثر عملیات محوری :	درجات آزادی :									

با بکارگیری رابطه (۴-۱۹)، به ترتیب ستونهای ماتریسهای L و U بطور همزمان حاصل می گردد. در محاسبه این درایه ها فقط یکبار هر درایه ماتریس H استفاده می شود. ترتیب جابجایی سطرها طی عملیات محورگیری (برای ممانعت از تقسیم عدد بر صفر و کاهش خطای گرد شدگی اعداد) در کنار سطرهاى دو ماتریس نمایش داده شده است.

توجه به این نکته لازم است که در عمل نیازی به تعریف فضای جداگانه برای دو ماتریس L و U نیست و می توان با علم به اینکه درایه های قطر اصلی ماتریس U واحد است، دو ماتریس را در یک ماتریس ذخیره نمود. همانگونه که مشاهده می شود در ستون مربوط به میله ۷، پس از عملیات محورگیری درایه غیر صفر برای I_{77} یا درایه قطری ماتریس L پیدا نشد. لذا این ستون وابسته بوده و به عبارت

دیگر اولین مجهول اضافی میله ۷ می باشد. به همین ترتیب ستون دهم، ستون وابسته دوم و عضو ۱۰ مجهول اضافی دوم انتخاب می گردد. در بالای ماتریسها، عملیات جابجایی ستونها برای نادیده گرفتن ستون وابسته نشان داده شده است. این جابجایی ستونها در یک بردار خاص ثبت می گردد. جهت ملاحظه دقیق تر از ساختار ماتریسهای L و U ، سطرها و ستونها مرتب و به شرح ذیل نمایش داده شده است.

$$\begin{array}{c}
 \text{درجات آزادی} \\
 \begin{array}{cccccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 8 & 9 \\
 \begin{array}{l} 2x \\ 3x \\ 5x \\ 4x \\ 2y \\ 5y \\ 3y \\ 4y \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & \\ 0 & 1 & & & & & & \\ & 0 & 0 & 1 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\sqrt{2} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 8 & 9 \\
 U = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & -1/\sqrt{2} \\ & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ & & 1 & -1 & 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ & & & & 1 & 0 & 0 & 1 \\ & 0 & & & & 1 & 1 & 0 \\ & & & & & & 1 & 0 \\ & & & & & & & 1 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

باید توجه کرد که در برنامه کامپیوتری هیچ نیازی به جابجایی سطرها یا ستونها نیست و با ثبت عملیات جابجایی سطرها یا ستونها در دو بردار خاص، آدرس دهی های مناسب توسط همین دو بردار انجام می شود.

ملاحظه می شود ماتریس L از مرتبه $n=8$ حاصل شده است. بنابراین $H_1 = LU$ غیر ویژه و در نتیجه سازه پایدار و قابل تحلیل است. با بکارگیری عملیات جایگزینی رو به جلو و جایگزینی رو به عقب بشرحی که قبلا اشاره شد، H_1^{-1} بصورت زیر حاصل می گردد.

$$\begin{array}{c}
 \text{درجات آزادی} \\
 \begin{array}{cccccccc}
 & 2x & 3x & 5x & 4x & 2y & 5y & 3y & 4y \\
 \text{شماره میله :} \\
 H_1^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -2 & -1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & 0 & 0 & -\sqrt{2} \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

با توجه به ترتیب درجات آزادی، ستونهای ماتریس H_2 که در واقع ستونهای مربوط به میله‌های

۷ و ۱۰ از ماتریس H هستند، به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{array}{l} \text{شماره اعضا} \quad 7 \quad 10 \\ \text{درجات آزادی} \\ \mathbf{H}_2 = \begin{array}{l} 2X \\ 3X \\ 5X \\ 4X \\ 2Y \\ 5Y \\ 3Y \\ 4Y \end{array} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

حال با استفاده از روابط (۴-۲۰) می توان ماتریسهای B_0 و B_1 را بدست آورد. همانگونه که در

کنار ماتریس ها با علامت پیکان نشان داده شده است، در سطرهای مربوط به مجهولات اضافی در ماتریس B_0 درایه های صفر مربوط به ماتریس O و در ماتریس B_1 ، سطرهای مربوط به ماتریس واحد I قرار گرفته است.

ملاحظه می شود در روش افراز LU ماتریس B_0 پلکانی و ماتریس B_1 غیر نواری حاصل

می‌شود. جهت کنترل ستونهای ماتریس B_0 می توان با اعمال بار واحد در جهت هر یک از درجات آزادی و تحلیل سازه معین اولیه (سازه اصلی در غیاب اعضای ۷ و ۱۰) مقادیر آنها را بدست آورد. مقادیر ستونهای ماتریس B_1 را نیز می توان با جایگزینی نیروی واحد بجای هر یک از اعضای مجهول اضافی و تحلیل سازه معین اولیه بدست آورد.

$$\mathbf{B}_0 = \begin{array}{l} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ \rightarrow 7 \\ 8 \\ 9 \\ \rightarrow 10 \end{array} \begin{array}{cccccccc} 2x & 2y & 3x & 3y & 4x & 4y & 5x & 5y \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \end{array} ; \mathbf{B}_1 = \begin{array}{l} \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 1 & 0 \\ 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \end{array}$$

در واقع اعضای غیر صفر واقع در هر یک از ستونهای ماتریس B_1 نشاندهنده یک سیکل خود متعادل (در غیاب اعمال بارهای خارجی) است. هدف اصلی پژوهشگران روش نیروها این است که حتی الامکان بتوانند سیستم های خود متعادل کمینه (کم عضو) جهت پر صفر و نواری شدن ماتریس نرمی بدست آورند [4].

به هرحال با بکارگیری رابطه (۱-۱۰) دستگاه معادلات زیر برای تعیین مجهولات اضافی حاصل می گردد:

$$\begin{bmatrix} 3+4\sqrt{2} & -2-4\sqrt{2} \\ -2-4\sqrt{2} & 5+8\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1-2\sqrt{2} \end{Bmatrix}$$

باید توجه شود که ماتریس قطری F_m حاوی نرمی اعضا $\left(\frac{L}{EA}\right)$ است. با حل دو معادله و دو مجهول مقادیر $-0.355 = r_7 = q_1$ و $-0.401 = r_{10} = q_2$ حاصل می گردد. بالاخره با استفاده از رابطه (۴-۵) مقادیر نیروهای داخلی اعضا به شرح زیر بدست می آید.

$$r = \{ -1.954, -0.401, 2.046, 0.599, 1.349, -1.48, -0.355, 0.567, -0.847, -0.401 \}^t$$

فصل پنجم

روش پیمایشی

۵-۱ مقدمه

الگوریتم ژنتیک یکی از الگوریتم های فرا ابتکاری است که جستجوی خود را در فضای طراحی با مجموعه ای از جواب های تصادفی آغاز می کند. این جواب های اولیه به دلیل تصادفی بودنشان در اکثر مواقع فاصله زیادی با بهینه واقعی مسئله دارند. بنابراین نیاز به تعداد دفعات تکرار زیاد، جهت اصلاح این جواب ها و رسیدن به جواب بهینه، سبب افزایش حجم محاسبات عددی در فرآیند بهینه یابی می شود.

از سوی دیگر عدم شناخت درست از پارامترها و روابط حاکم بر GA از قبیل تعداد اعضای جمعیت، تعداد نسل ها^۱، نرخ عملگرهای GA همچون پیوند و جهش، نوع تابع جریمه و مقادیر ثابت های دخیل در آن، نوع تابع شایستگی و چگونگی فرآیند انتخاب سبب می شود تا در برخی مواقع GA، به سمت بهینه نسبی همگرا شود [3].

در این پایان نامه با استفاده از مراجع [4] و [2] روش ترکیباتی نوینی جهت بهینه یابی مقاطع سازه های خرپایی ارائه شده است. در روش پیشنهادی قبل از شروع فرآیند بهینه یابی توسط GA محدوده منطقی قرارگیری متغیرهای سطح مقطع در لیست پروفیلها شناسایی و با ایجاد مجموعه ای از جواب ها در آن محدوده، جمعیت اولیه مناسب تولید و در اختیار الگوریتم ژنتیک قرار داده می شود. روش ترکیبی پیشنهادی شامل دو مرحله می باشد:

در مرحله اول با استفاده از روابط موجود در روش جبری نیروها در تحلیل سازه، فرمولبندی نوینی در زمینه بهینه یابی مقاطع خرپاها ارائه شده است. به منظور حل مدل برنامه ریزی غیر خطی پیشنهادی در حالت پیوسته، از روش برنامه ریزی خطی دنباله ای (SLP) استفاده می شود. در این راستا با ارائه روابط پیشنهادی، تلاش محاسباتی روش SLP کاهش و سرعت آن افزایش یافته است. از آنجایی که روش SLP به جواب واقعی مسئله برنامه ریزی غیر خطی همگرا می شود [2]، پس از حل

¹ . No Of Generation

مدل پیشنهادی توسط روش SLP، محدوده منطقی قرارگیری متغیرهای طراحی سطح مقطع در لیست پروفیلها مشخص می شود.

در مرحله دوم با ایجاد مجموعه ای از جواب ها در محدوده جواب به دست آمده از مرحله اول، جمعیت اولیه تولید و در اختیار الگوریتم ژنتیک قرار داده می شود.

به منظور استفاده از روش برنامه ریزی خطی دنباله ای (SLP) در گام نخست باید مسئله بهینه یابی سطح مقطع اعضای خرپا را به صورت یک مدل برنامه ریزی ریاضی بیان کنیم. برای این منظور از روابط موجود در روش جبری نیروها که در فصل ۴ بیان شد، استفاده می کنیم.

۵-۲ فرمولبندی پیشنهادی مسئله بهینه یابی مقاطع خرپاها

یک مسئله برنامه ریزی ریاضی را می توان به صورت کلی زیر بیان نمود:

مطلوب است مینیمم سازی:

$$f(x)$$

در معرض قیود زیر:

$$h_i(x) = 0 \quad ; i = 1, 2, \dots, m$$

$$g_j(x) \geq \leq 0 \quad ; j = 1, 2, \dots, r$$

$$x \in S$$

(۱-۵)

در این فرمول بندی x بردار n بعدی متغیرهای طراحی $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ ، توابع حقیقی از متغیرهای طراحی، m تعداد قیود تساوی، r تعداد قیود نامساوی و مجموعه S زیر مجموعه ای از فضای n بعدی است. تابع f تابع هدف مسئله است و معادله ها، نامعادله ها و محدودیت های مجموعه ای موسوم به قیوداند.

۵-۲-۱ تابع هدف

از آنجایی که مسأله بهینه یابی مقاطع خرپاها به تعیین کمترین وزن سازه با رعایت قیدهای طراحی مانند تنش مجاز و تغییر مکانهای گره ای می پردازد، تابع هدف مسئله به صورت زیر بیان می شود.

$$f(A) = \sum_{i=1}^m \rho_i l_i a_i \quad (2-5)$$

که در آن

m : تعداد اعضای خرپا است.

ρ_i : وزن مخصوص مصالح^۱ هر عضو از خرپا است که در اغلب اوقات برای تمامی اعضا یکسان فرض می شود.

l_i : طول هر عضو از خرپا است.

a_i : سطح مقطع هر عضو از خرپا است.

۲-۲-۵ ایجاد قیدهای مسئله

هدف از این بخش ایجاد قیدهای مسئله، به صورت توابعی از متغیرهای طراحی می باشد.

در آغاز، رابطه (۳-۵) در نظر گرفته می شود.

$$\left(B_1^t F_m B_1 \right) \cdot q = - \left(B_1^t F_m B_0 \right) \cdot P \quad (3-5)$$

همانطور که در فصل ۴ بیان شد، ماتریس های B_1 و B_0 مستقل از خصوصیات مکانیکی مصالح و سطح مقطع اعضای خرپا می باشند و تنها براساس ماتریس تعادل (هندسه سازه)، حاصل می شوند. بنابراین چنانچه سطح مقطع اعضای خرپا، به عنوان متغیر مجهول در نظر گرفته شوند، تغییری در ماتریس های B_1 و B_0 حاصل نمی شود. بردار P نیز که بردار n بعدی بارهای گره ای وارد بر سازه می باشد، مستقل از سطح مقطع اعضا بوده و دستخوش تغییر نمی شود.

در واقع متغیرهای مجهول سطح مقطع تنها در ماتریس قطری F_m با درایه های $\frac{l_i}{E_i a_i}$ ظاهر می شوند که در آن a_i, E_i, l_i به ترتیب طول، مدول الاستیسیته و سطح مقطع عضو i ام می باشند. طول و مدول الاستیسیته هر عضو نیز مستقل از سطح مقطع اعضای خرپا بوده و به ترتیب براساس هندسه و خصوصیات مکانیکی مصالح تعیین می شوند.

¹. Density

بنابراین به طور کلی با در نظر گرفتن سطح مقطع اعضای خرپا به عنوان متغیر مجهول، ماتریس نرمی کل سازه $(G = B_1^t F_m B_1)$ به یک ماتریس پارامتری $t \times t$ و سمت راست رابطه (۳-۵)، به یک بردار پارامتری t بعدی تبدیل می‌شوند که درایه‌های آنها، توابع غیرخطی از مجهولات سطح مقطع اعضا می‌باشند.

انتظار می‌رود با حل دستگاه معادلات (۳-۵)، نیروهای مجهول اضافی بر حسب متغیرهای مجهول سطح مقطع حاصل شوند، اما در عمل بدست آوردن بردار q نیازمند محاسبه‌ی معکوس ماتریس نرمی می‌باشد و در این حالت، محاسبه‌ی معکوس ماتریس نرمی به دلیل پارامتری بودن آن امری مشکل و زمان بر بوده و علاوه بر آن منجر به بوجود آمدن روابط حجیم و پیچیده می‌شود. جهت اجتناب از این مشکلات، از حل دستگاه معادلات (۳-۵) صرف نظر می‌شود و نیروهای مجهول اضافی به عنوان t متغیر دیگر $q_i, i=1,2,\dots,t$ (درجات نامعینی استاتیکی سازه می‌باشد) به متغیرهای طراحی مسئله اضافه می‌شوند. همچنین دستگاه معادلات (۳-۵)، به صورت زیر به t معادله‌ی تساوی غیرخطی تبدیل و به عنوان قیده‌های مجهولات اضافه، وارد فرمولبندی مسئله می‌شود.

$$\begin{aligned} C1_{t \times 1} &= (B_1^t F_m B_1) \cdot q \\ C2_{t \times 1} &= -(B_1^t F_m B_0) \cdot P \\ C1_i &= C2_i, \quad i=1,2,\dots,t \end{aligned} \quad (۴-۵)$$

در رابطه فوق $C1_i$ و $C2_i$ به ترتیب درایه i ام حاصل از ضرب ماتریسی انجام شده در طرف چپ و طرف راست رابطه (۳-۵) می‌باشند که با استفاده از نمادگذاری سیگما به صورت زیر بیان می‌شوند.

$$C1_i = \sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^m b_1(j,i) \times \frac{l_j}{E_j a_j} \times b_1(j,k) \times q_k \quad (۵-۵)$$

$$C2_i = -\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m b_1(j,i) \times \frac{l_j}{E_j a_j} \times b_0(j,k) \times p_k \quad (۶-۵)$$

در روابط فوق t درجه نامعینی استاتیکی، m تعداد اعضای خرپا، n درجات آزادی فعال گرهی، $b_0(j, k)$ و $b_1(j, k)$ به ترتیب درایه سطر i ام و ستون j ام ماتریس های B_0 و B_1 ، متغیر طراحی سطح مقطع j ام، q_k متغیر طراحی نیروی مجهول اضافی k ام و p_k نیروی وارد در جهت درجه آزادی فعال k ام می باشند.

حسن انجام این کار عدم نیاز به محاسبه ی معکوس ماتریس نرمی وابسته به متغیرهای سطح مقطع و در نتیجه، کاهش تلاش محاسباتی، حجم معادلات ایجاد شده و صرفه جویی در زمان می باشد. به دلیل آنکه نیروی اعضای خرپا در حالت نامعین، بسته به شرایط بارگذاری و مقادیر سطح مقطع اعضا، می توانند مقادیر مثبت یا منفی به خود بگیرند (کششی یا فشاری باشند)، متغیرهای مربوط به نیروهای مجهول اضافی به عنوان متغیرهای آزاد در علامت، در فرمولبندی مسئله در نظر گرفته می شوند.

با جایگذاری نیروهای مجهول اضافی به عنوان متغیر مجهول در رابطه (۷-۵)، نیروی اعضای خرپا به صورت توابعی خطی از متغیرهای نیروهای مجهول اضافی بدست می آیند.

$$r_{m \times 1} = B_{0_{m \times n}} \cdot P_{n \times 1} + B_{1_{m \times t}} \cdot q_{t \times 1} \quad (7-5)$$

نیروی محوری عضو i ام در رابطه (۷-۵)، به صورت رابطه خطی زیر می باشد.

$$r_i = \sum_{j=1}^n b_0(i, j) \times p_j + \sum_{j=1}^t b_1(i, j) \times q_j \quad (8-5)$$

از آنجایی که تنش هر عضو از تقسیم نیروی عضو بر سطح مقطع آن حاصل می شود، قیدهای تنش اعضا به صورت زیر بیان می شوند.

$$\sigma_i^{all(com)} \leq (\sigma_i = \frac{r_i}{a_i}) \leq \sigma_i^{all(ten)} \xrightarrow{a_i > 0} a_i \times \sigma_i^{all(com)} \leq r_i \leq a_i \times \sigma_i^{all(ten)} \quad (9-5)$$

در رابطه (۹-۵)، a_i متغیر طراحی سطح مقطع عضو i ام، σ_i تنش محوری عضو i ام، $\sigma_i^{all(com)}$ و $\sigma_i^{all(ten)}$ مقادیر مجاز تنش فشاری و کششی عضو i ام و r_i نیروی محوری عضو i ام (به صورت تابعی خطی از متغیرهای نیروهای مجهول اضافی) می باشند.

همانطور که ملاحظه می‌گردد، با مشخص بودن مقادیر مجاز تنش فشاری و کششی اعضا، قیدهای تنش به صورت توابعی خطی از متغیرهای طراحی (متغیرهای سطح مقطع و نیروهای مجهول اضافی) بدست می‌آیند.

با قرار دادن بردار نیروهای اعضا $\{\Gamma\}$ در رابطه زیر، تغییر مکان‌های گره‌ای به صورت توابعی غیرخطی از متغیرهای سطح مقطع و نیروهای مجهول اضافی بدست می‌آیند.

$$d_{n \times 1} = B_{0 \ n \times m}^t \cdot F_{m \times m} \cdot r_{m \times 1} \quad (۱۰-۵)$$

درایه i ام بردار d در رابطه (۱۰-۵) به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$d_i = \sum_{j=1}^m b_0(j, i) \times \frac{l_j}{E_j a_j} \times r_j \quad (۱۱-۵)$$

در رابطه فوق r_j نیروی محوری عضو j ام، حاصل از رابطه (۸-۵) می‌باشد.

از آنجایی که با تغییر در نحوه ی بارگذاری سازه، نیروهای داخلی اعضا و جابجایی گره های سازه دچار تغییر می‌شوند، برای هر حالت بارگذاری، قیدهای جداگانه در نظر گرفته می‌شود.

با توجه به توضیحات ارائه شده، مدل برنامه‌ریزی غیرخطی مسئله بهینه‌یابی سطح مقطع

اعضای خرپا به صورت زیر پیشنهاد می‌شود.

مطلوب است مینیمم سازی

$$f(A) = \sum_{i=1}^m \rho_i l_i a_i$$

در معرض قیود زیر

$$a_i \times \sigma_i^{all(com)} \leq r_i^j \leq a_i \times \sigma_i^{all(ten)} ; i = 1, 2, \dots, m ; j = 1, 2, \dots, nlc$$

$$-\Delta_i^{all} \leq d_i^j \leq \Delta_i^{all} ; i = 1, 2, \dots, n ; j = 1, 2, \dots, nlc$$

$$C1_i^j = C2_i^j ; i = 1, 2, \dots, t ; j = 1, 2, \dots, nlc$$

$$a_{min} \leq a_i \leq a_{max} ; i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$q_i^j ; i = 1, 2, \dots, t ; j = 1, 2, \dots, nlc \quad \text{و آزاد در علامت} \quad (۱۲-۵)$$

در روابط فوق m تعداد اعضای خرپا، nlc تعداد حالات بارگذاری، a_i متغیر مجهول سطح مقطع عضو i ، l_i طول عضو i ، ρ_i وزن مخصوص مصالح عضو i ، $\sigma_i^{all(com)}$ تنش مجاز فشاری عضو i (که با علامت منفی در فرمول قرار می گیرد)، $\sigma_i^{all(ten)}$ تنش مجاز کششی عضو i ، r_i^j نیروی محوری عضو i در حالت بارگذاری z به صورت تابع خطی از متغیرهای نیروهای مجهولات اضافی، Δ_i^{all} تغییر مکان مجاز درجه آزادی i (علامت منفی در $-\Delta_i^{all}$ به دلیل منظور نمودن جابجایی در خلاف جهت محور مختصات فرضی می باشد)، d_i^j تغییر مکان درجه آزادی i در حالت بارگذاری z به صورت تابع غیر خطی از متغیرهای طراحی (متغیرهای سطح مقطع و نیروهای مجهولات اضافی)، n تعداد درجات آزادی فعال گرهی، $C1_i^j, C2_i^j$ توابع غیر خطی از متغیرهای طراحی حاصل از روابط (۴-۵)، a_{max}, a_{min} کمترین و بیشترین مقدار متغیر طراحی سطح مقطع موجود در لیست مقاطع، q_i^j متغیر مجهول نیروی مجهول اضافی i در حالت بارگذاری z و t درجه نامعینی استاتیکی سازه می باشد.

۳-۵ حل فرمولبندی پیشنهادی مسئله بهینه یابی مقاطع خرپاها

همراه با پیشرفت های ایجاد شده در فناوری و علوم رایانه، نرم افزارهای قدرتمندی از جمله GAMS، LINGO و ... در زمینه حل مسائل برنامه ریزی (یا بهینه سازی) خطی و غیر خطی توسعه ی چشمگیری پیدا کرده اند.

همانطور که در مرجع [11] نشان داده شده است، بیان قیدهای مسئله به صورت توابع صریح از متغیرهای طراحی در فرمولبندی پیشنهادی، امکان استفاده از اینگونه نرم افزارها را در زمینه ی مسائل بهینه یابی مقاطع سازه های خریایی در حالت پیوسته فراهم می سازد.

در این پایان نامه از روش برنامه ریزی خطی دنباله ای (SLP) به منظور حل مدل برنامه ریزی غیرخطی پیشنهادی (۵-۱۲) استفاده می شود.

اما همانگونه که در فصل ۳ بیان شد، یکی از مشکلات اساسی در روش SLP، بالا بودن میزان تلاش محاسباتی در این روش می‌باشد. در روش SLP تابع هدف و قیدهای غیرخطی با تقریب خطی بدست آمده، از بسط اول سری تیلور حول نقطه‌ی خطی‌سازی، جایگزین می‌شوند و تابع هدف و یا قیدهای خطی بدون تغییر باقی می‌مانند (تقریب خطی یک رابطه خطی برابر با خودش می‌باشد).

استفاده از بسط اول سری تیلور برای رسیدن به یک تقریب خطی نیازمند محاسبه‌ی مشتقات نسبی هر رابطه غیرخطی، نسبت به متغیرهای طراحی مسئله می‌باشد. بنابراین هر چرخه SLP نیازمند محاسبه‌ی $nlc \times nng \times nx$ (تعداد حالات بارگذاری، nng : تعداد قیود غیر خطی، nx : تعداد متغیرهای طراحی) مشتق نسبی می‌باشد، که تلاش محاسباتی بالایی را به همراه دارد.

از آنجایی که در مدل پیشنهادی علاوه بر تابع هدف، قیدهای تنش نیز به صورت روابط خطی رابطه‌سازی می‌شوند، دیگر نیازی به خطی کردن آنها نمی‌باشد و در هر چرخه به میزان $nlc \times ng$ (تعداد حالات بارگذاری، ng : تعداد قید تنش) قید، صرفه‌جویی محاسباتی در فرآیند خطی‌سازی حاصل می‌شود.

همچنین با بکارگیری روابط ارائه شده (۵-۱۳) و (۵-۱۵) که متعاقباً معرفی خواهند شد، تقریبهای خطی حاصل از بسط اول سری تیلور، برای قیدهای مربوط به تغییر مکانهای گره‌ای و مجهولات اضافی، به صورت مستقیم و تنها با چند ضرب ماتریسی حاصل می‌شوند.

$$dl_{n \times 1} = B_0^t \cdot (C \cdot mfm2 \cdot mr) + K \cdot (q - mq) + B_0^t \cdot mfm \cdot mr \quad (۵-۱۳)$$

در این رابطه dl برداری n بعدی است که درایه i ام آن متناظر با تقریب خطی درایه i ام d در رابطه (۵-۱۰) می‌باشد.

در رابطه (۵-۱۳) ماتریس‌های C ، mfm ، $mfm2$ ، k و بردار mr به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$C = \begin{bmatrix} a_1 - ma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 - ma_2 & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & a_i - ma_i \end{bmatrix}_{m \times m}, i = 1, 2, \dots, m$$

$$mfm = \begin{bmatrix} \frac{l_1}{E_1 \times ma_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{l_2}{E_2 \times ma_2} & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{l_i}{E_i \times ma_i} \end{bmatrix}_{m \times m}, i = 1, 2, \dots, m$$

$$mfm2 = \begin{bmatrix} \frac{-l_1}{E_1 \times (ma_1)^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{-l_2}{E_2 \times (ma_2)^2} & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{-l_i}{E_i \times (ma_i)^2} \end{bmatrix}_{m \times m}, i = 1, 2, \dots, m$$

$$k_{n \times t} = B_0^t \cdot mfm \cdot B_1$$

$$mr_{m \times 1} = B_{0_{m \times n}} \cdot P_{n \times 1} + B_{1_{m \times t}} \cdot mq_{t \times 1} \quad (14-5)$$

در روابط فوق a_i متغیر مجهول سطح مقطع عضو i ام، ma_i نقطه خطی سازی متغیر سطح مقطع i ام، q بردار t بعدی متغیرهای مجهول مجهولات اضافی و $mq = [mq_1, mq_2, \dots, mq_t]^T$ بردار t بعدی نقاط خطی سازی متغیرهای نیروهای مجهول اضافی می باشد.

به منظور به دست آوردن تقریبهای خطی قید های مربوط به مجهولات اضافی رابطه ی زیر پیشنهاد می گردد.

$$ql_{t \times 1} = B_1^t \cdot (C \cdot h1) + h2 \cdot (q - m_q) + B_1^t \cdot (C \cdot h) + (B_1^t \cdot mfm \cdot B_1) \cdot mq + (B_1^t \cdot mfm \cdot B_0) \cdot p \quad (15-5)$$

در این رابطه ql برداری t بعدی است که درایه i ام آن متناظر با تقریب خطی درایه i ام بردار $(C1-C2)_{t \times 1}$ در رابطه (5-4) می باشد.

در رابطه (5-15)، h و $h1$ و $h2$ به صورت زیر تعریف می شوند.

$$h_{m \times 1} = mfm2 \cdot B_0 \cdot p$$

$$h1_{m \times 1} = mfm2 \cdot B_1 \cdot m_q$$

$$h2_{t \times t} = B_1^t \cdot mfm \cdot B_1 \quad (16-5)$$

عدم نیاز به خطی‌سازی تابع هدف و قیدهای تنش و استفاده از روابط (۵-۱۳) و (۵-۱۵) به منظور ایجاد تقریب‌های خطی مربوط به قیدهای مجهولات اضافی و تغییر مکان‌های گره‌ای، حجم محاسبات لازم در هر چرخه را به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش داده و منجر به افزایش سرعت روش SLP می‌شود.

۵-۳-۱ انتخاب حدود حرکت روش SLP

انتخاب معمول حدود حرکت در شروع حدود ده تا سی درصد مقدار متغیرهای طراحی است [2]. همانطور که پیش از این بیان شد، در این نحوه فرمولبندی متغیرهای طراحی به متغیرهای طراحی سطح مقطع و متغیرهای طراحی نیروهای مجهول اضافی تقسیم می‌شوند. متغیرهای طراحی سطح مقطع همواره مقادیر مثبتی اختیار می‌کنند و متغیرهای طراحی نیروهای مجهول اضافی می‌توانند مقادیر مثبت یا منفی به خود بگیرند.

با تعیین محدوده مجاز تغییرات برای متغیرهای سطح مقطع، میزان تغییرات متغیرهای نیروهای مجهول اضافی به دلیل وجود قیدهای تنش، محدود می‌شوند و دیگر نیازی به تعیین حدود حرکت جداگانه برای متغیرهای طراحی مجهولات اضافی نمی‌باشد. در این پایان نامه مقدار مجاز تغییرات برای متغیرهای طراحی سطح مقطع، مقداری ثابت و برابر با ده درصد مقدار اولیه آن قرار داده شده است و در صورت وجود قید کمانش، گام حرکت بین دو مقطع مجاور در لیست مقاطع در نظر گرفته می‌شود.

بنا بر این در روش SLP مدل برنامه ریزی غیر خطی اصلی (۵-۱۲)، با مدل برنامه ریزی خطی زیر جایگزین می‌شود.

مطلوب است مینیمم سازی

$$f(A) = \sum_{i=1}^m \rho_i l_i a_i$$

در معرض قیود زیر

$$a_i \times \sigma_i^{all(com)} \leq r_i^j \leq a_i \times \sigma_i^{all(ten)} ; i=1,2,\dots,m ; j=1,2,\dots,nlc$$

$$-\Delta_i^{all} \leq dl_i^j \leq \Delta_i^{all} ; i=1,2,\dots,n ; j=1,2,\dots,nlc$$

$$ql_i^j = 0 ; i=1,2,\dots,t ; j=1,2,\dots,nlc$$

$$ao_i - (a_{li}) \leq a_i \leq ao_i + (a_{ui})$$

$$q_i^j ; i=1,2,\dots,t ; j=1,2,\dots,nlc \quad \text{و آزاد در علامت} \quad (۱۷-۵)$$

در روابط فوق dl_i^j تقریب خطی تغییر مکان درجه آزادی i ام در حالت بارگذاری j ام، ql_i^j تقریب خطی درایه i ام بردار $(C1-C2)_{txl}$ در حالت بارگذاری j ام، a_i متغیر سطح مقطع عضو i ام، a_{li} و a_{ui} مقدار مجاز تغییرات متغیر سطح مقطع و سایر تعاریف مشابه روابط (۱۷-۵) می باشد.

۵-۳-۲ روش پیشنهادی انتخاب نقطه شروع روش SLP

روش SLP از یک طرح آزمایشی برای متغیرهای طراحی آغاز به کار می کند که این طرح اولیه باید در قیدهای مسئله صدق کند. به عبارت ساده تر برای آغاز این روش به متغیرهای طراحی نیاز داریم که به ازای آنها قیدی نقض نشود. در مدل پیشنهادی متغیرهای طراحی به دو دسته متغیرهای طراحی سطح مقطع و متغیرهای طراحی مجهولات اضافی تقسیم می شوند. از آنجایی که با مشخص بودن متغیرهای طراحی سطح مقطع و حل دستگاه معادلات (۵-۳)، مقادیر نیروهای مجهول اضافی حاصل می شوند، هدف انتخاب سطح مقطع هایی می باشد که به ازای آنها نقض قیدی در سازه ایجاد نشود. جهت ساده کردن این انتخاب و با الهام از مرجع [2]، سطح مقطع تمامی اعضای خرپا یکسان فرض می شود.

به طور کلی به دلیل یکسان بودن سطح مقطع تمامی اعضا، با انجام چند عمل سعی و خطا سطح مقطع مناسب حاصل می شود.

در صورت عدم وجود قید کمانش، با بکارگیری روش پیشنهادی که در ادامه بیان می شود، کمترین سطح مقطع یکسان برای تمامی اعضا، که به ازای آنها قیدهای تنش و تغییر مکان نقض نشوند به دست می آید.

در این روش ابتدا سازه به ازای یک سطح مقطع اختیاری یکسان برای تمامی اعضا (a)، (به عنوان مثال سطح مقطع واحد) تحلیل می شود و نیروی اعضای خرپا محاسبه می شود. از آنجایی که با $k, k > 0$ برابر کردن سطح مقطع تمامی اعضای خرپا تغییری در نیروی اعضای آن ایجاد نمی شود، به ازای هر مقدار دیگر برای a نیروی اعضای خرپا تغییری نمی کنند. بنا براین با در نظر گرفتن سطح مقطع تمامی اعضای خرپا به عنوان متغیر مجهول a، نیروی اعضای خرپا برابر با مقدار به دست آمده به ازای سطح مقطع واحد و مقادیر ثابتی می باشد.

با قرار دادن نیروی اعضای خرپا (که در این حالت مقادیر معلوم دارند) در رابطه (۵-۱۰)، تغییر مکان های گره ای به صورت توابع غیر خطی از متغیر مجهول a حاصل می شوند که یک ویژگی مشترک دارند، و آن ظاهر شدن متغیر مجهول a تنها در مخرج روابط حاصله می باشد. به عنوان مثال رابطه (۵-۱۸) تغییر مکان گره i در حالت بارگذاری ز را نشان می دهد.

$$d_i^j = b_0(1, i) \cdot \frac{l_1}{E_1 \cdot a} \cdot r_1^j + b_0(2, i) \cdot \frac{l_2}{E_2 \cdot a} \cdot r_2^j + \dots + b_0(m, i) \cdot \frac{l_m}{E_m \cdot a} \cdot r_m^j \quad (5-18)$$

در این رابطه $b_0(m, j)$ درایه سطر m ام و ستون j ام ماتریس B_0 و r_m^j نیروی عضو i ام حاصل از تحلیل سازه به ازای سطح مقطع واحد در حالت بارگذاری ز ام می باشد.

بنابراین با ضرب طرفین رابطه (۵-۱۸) در متغیر مجهول a ($a > 0$)، متغیر مجهول a از سمت راست رابطه (۵-۱۸) حذف می شود و سمت راست رابطه مذکور به اعداد حقیقی تبدیل می شود.

بر اساس توضیحات ارائه شده، به منظور به دست آوردن نقطه شروع روش SLP، مدل

پیشنهادی (۵-۱۲) به یک مدل برنامه ریزی خطی به صورت زیر تبدیل می شود.

مطلوب است مینیمم سازی

$$f(A) = \sum_{i=1}^m \rho_i l_i a$$

در معرض قیود زیر

$$a \times \sigma_i^{all(com)} \leq r_i^j \leq a \times \sigma_i^{all(ten)} ; i = 1, 2, \dots, m ; j = 1, 2, \dots, nlc$$

$$a \times (-\Delta_i^{all}) \leq a \times d_i^j \leq a \times \Delta_i^{all} ; i = 1, 2, \dots, n ; j = 1, 2, \dots, nlc$$

$$a > 0 \quad (۱۹-۵)$$

در روابط فوق a متغیر مجهول سطح مقطع (که برای تمامی اعضا یکسان در نظر گرفته شده است)، r_i^j نیروی عضو i ام حاصل از تحلیل سازه به ازای سطح مقطع واحد در حالت بارگذاری z ام، $a \times d_i^j$ اعداد حقیقی حاصل از حذف متغیر a از سمت راست رابطه (۵-۱۳) و سایر تعاریف مشابه رابطه (۵-۱۲) می باشد.

در صورت انتخاب مقادیر بیشتر از مقدار به دست آمده برای متغیر a ، خللی به روند همگرایی روش SLP وارد نمی شود و تنها تعداد چرخه ها افزایش می یابد.

۵-۳-۳ شرط خاتمه روش SLP

از آنجایی که تابع هدف (وزن سازه) در مسئله اصلی (۵-۱۲) خطی می باشد، مقدار تابع هدف در مسئله اصلی و مسئله خطی سازی شده در هر چرخه SLP برابر می باشند. بنابراین کاهش تابع هدف در هر چرخه SLP به معنای بهبود تابع هدف در مسئله اصلی می باشد. در نهایت روش SLP تا جایی پیش می رود که، یا تغییری در تابع هدف ایجاد نمی شود (جواب چرخه قبل تکرار می شود) و یا تابع هدف نسبت به چرخه قبل افزایش می یابد. وقوع هر یک از این دو حالت به عنوان عدم بهبود در تابع هدف و معیار خاتمه روش SLP انتخاب شده است.

کد مربوط به ایجاد LP های هر چرخه از روش برنامه ریزی خطی دنباله ای در برنامه MATLAB نوشته شده است و برای حل مسائل LP از نرم افزار GAMS که یک نرم افزار قدرتمند در حل مسائل برنامه ریزی خطی و غیر خطی می باشد، استفاده شده است.

۵-۴ تولید جمعیت اولیه

با به دست آمدن جواب نهایی روش SLP و گرد کردن مقادیر به دست آمده برای متغیرهای طراحی سطح مقطع به نزدیکترین مقطع موجود در لیست مقاطع، اولین عضو جمعیت اولیه ایجاد می شود.

توجه به این نکته ضروری است که جواب حاصل از روش SLP به دلیل تقریب به کار رفته در خطی سازی قیود دارای نقض قید جزئی در مسئله اصلی می باشد. از طرف دیگر گرد کردن مقادیر پیوسته سطح مقطع به نزدیکترین مقدار موجود در لیست مقاطع، یک راه تقریبی است و در برخی از مواقع منجر به ایجاد نقض قید می شود. با این وجود از آنجایی که هدف از انجام این کار ایجاد یک جمعیت اولیه برای الگوریتم ژنتیک می باشد، تقریب های فوق قابل قبول می باشند.

با استفاده از روش کد گذاری دودویی این عضو به دست آمده به یک کروموزوم در مبنای دو تبدیل می شود و ۴ کروموزوم دیگر با افزودن و کسر عدد یک و دو به مقدار رمز گشایی شده هر یک از زیر رشته های کروموزوم اول به طور جداگانه به دست می آیند. به منظور ایجاد مابقی کروموزوم ها، اپراتور جهش با نرخ جهش ۰/۰۵، تنها به دو بیت آخر هر زیر رشته کروموزوم اول اعمال می شود. در نهایت جمعیت اولیه ایجاد شده در اختیار الگوریتم ژنتیک که توسط زبان برنامه نویسی ویژوال بیسیک کد شده قرار می گیرد.

فصل ششم

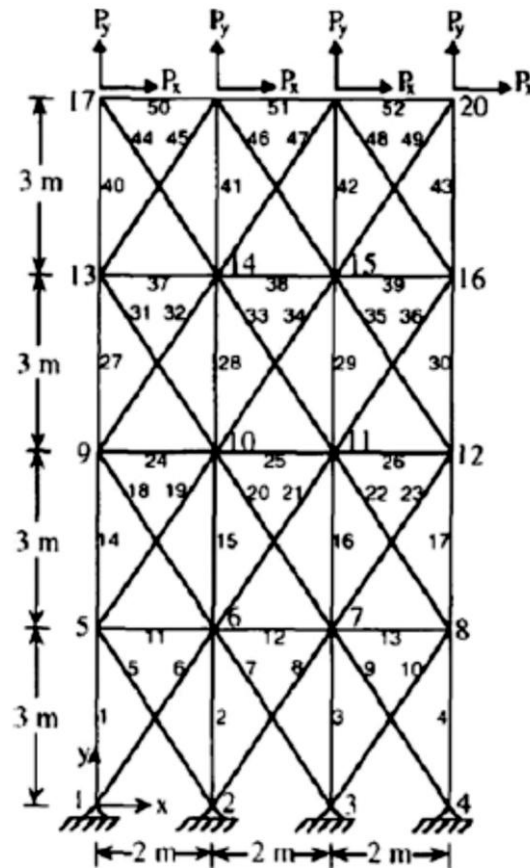
مثال های عددی

۱-۶ مقدمه

در این فصل به منظور بررسی عملکرد روش پیشنهادی، چند مثال رایج در مقالات مطرح گردیده و نتایج با یکدیگر مقایسه شده است.

۲-۶ مثال (۱)

در این مثال بهینه یابی مقاطع خرپای ۵۲ عضوی که در شکل (۱-۶) نشان داده شده است، برای کسب حداقل وزن مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل (۱-۶): خرپای ۵۲ عضوی

نیرو به گره های فوقانی خرپا و در راستای X و Y به شرح زیر وارد می شود:

$$P_x = 100 \text{ KN} , \quad P_y = 200 \text{ KN}$$

مدول الاستیسیته (E) و چگالی مصالح (ρ) برای کلیه اعضای خرپا به شرح زیر تعریف می گردد:

$$E = 2.07 \times 10^5 \text{ MPa} \quad \& \quad \rho = 7860 \text{ kg/m}^3$$

در این مثال قید تنش برای کلیه اعضای خرپا به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\sigma_{all(ten)} = +180 \text{ MPa} \quad \& \quad \sigma_{all(com)} = -180 \text{ MPa}$$

همچنین مقادیر گسسته متغیرهای طراحی سطح مقطع اعضا از لیست مقاطع جدول (۶-۱) انتخاب می گردند. اعضای این خرپا در ۱۲ گروه بر اساس تقارن دسته بندی می شوند.

جهت کمینه نمودن وزن سازه مورد نظر توسط روش پیشنهادی، در مرحله نخست باید مدل برنامه ریزی غیر خطی پیشنهادی با استفاده از روش برنامه ریزی خطی دنباله ای (SLP) حل شود.

در این مثال روش SLP با مقدار اولیه 33 cm^2 برای متغیرهای طراحی سطح مقطع و مقدار حاصل از تحلیل به ازای سطح مقطع واحد برای متغیرهای طراحی نیروهای مجهول اضافی، آغاز می شود. گام حرکت برای متغیرهای طراحی سطح مقطع ده درصد مقدار اولیه آنها و برابر با $3/3 \text{ cm}^2$ در نظر گرفته شده است. پس از طی ۱۱ چرخه از فرآیند بهینه یابی بر اساس روش SLP، معیار خاتمه (عدم بهبود تابع هدف) برقرار می شود. مقادیر حاصل برای متغیرهای طراحی سطح مقطع در ۵ چرخه پایانی در جدول (۶-۲) نشان داده شده است.

در مرحله دوم، بر اساس روش پیشنهادی، جمعیت اولیه با تولید مجموعه ای از جواب ها در محدوده جواب حاصل از مرحله اول، تشکیل و در اختیار الگوریتم ژنتیک قرار گرفت. پارامترهای استفاده شده در الگوریتم ژنتیک به شرح زیر می باشد:

تعداد اعضای جمعیت ۵۰، تعداد تکرار ۳۰۰، روش انتخاب تورنمنت با سایز انتخاب ۲، نرخ پیوند ۰/۶۵، نرخ جهش برای دو بیت آخر هر زیر رشته ۰/۰۱ و برای مابقی بیت ها ۰/۰۰۱ در نظر گرفته شده است.

جدول (۶-۱): لیست مقاطع

No.	in ²	mm ²	No.	in ²	mm ²
1	0.111	71.613	33	3.840	2477.414
2	0.141	90.968	34	3.870	2496.769
3	0.196	126.451	35	3.880	2503.221
4	0.250	161.290	36	4.180	2696.769
5	0.307	198.064	37	4.220	2722.575
6	0.391	252.258	38	4.490	2896.768
7	0.442	285.161	39	4.590	2961.284
8	0.563	363.225	40	4.800	3096.768
9	0.602	388.386	41	4.970	3206.445
10	0.766	494.193	42	5.120	3303.219
11	0.785	506.451	43	5.740	3703.218
12	0.994	641.289	44	7.220	4658.055
13	1.000	645.160	45	7.970	5141.925
14	1.228	792.256	46	8.530	5503.215
15	1.266	816.773	47	9.300	5999.988
16	1.457	939.998	48	10.850	6999.986
17	1.563	1008.385	49	11.500	7419.430
18	1.620	1045.159	50	13.500	8709.660
19	1.800	1161.288	51	13.900	8967.724
20	1.990	1283.868	52	14.200	9161.272
21	2.13	1374.191	53	15.500	9999.980
22	2.38	1535.481	54	16.000	10322.560
23	2.62	1690.319	55	16.900	10903.204
24	2.63	1696.771	56	18.800	12129.008
25	2.88	1858.061	57	19.900	12838.684
26	2.93	1890.319	58	22.000	14193.520
27	3.090	1993.544	59	22.900	14774.164
28	1.130	729.031	60	24.500	15806.420
29	3.380	2180.641	61	26.500	17096.740
30	3.470	2238.705	62	28.000	18064.480
31	3.550	2290.318	63	30.000	19354.800
32	3.630	2341.931	64	33.500	21612.860

در جدول (۶-۳) طرح بهینه حاصل از روش پیشنهادی و نتایج طرح بهینه دیگر الگوریتم های موجود در مقالات آورده شده است.

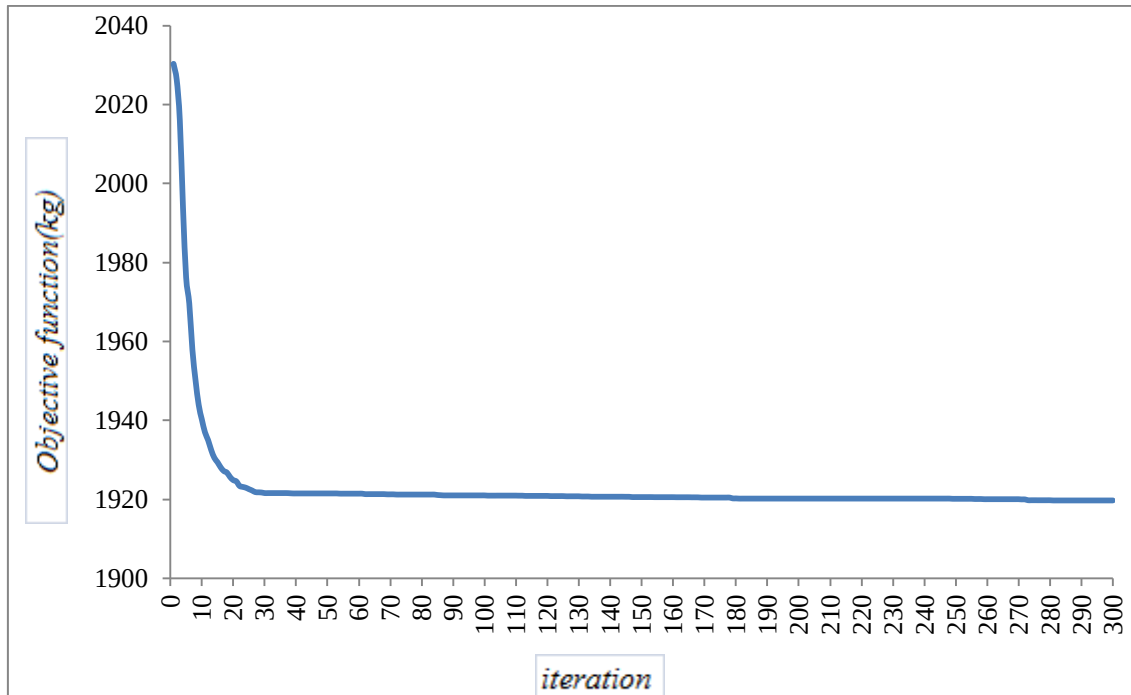
در شکل (۶-۲) نمودار همگرایی میانگین حاصل از ۳۰ بار اجرای روش پیشنهادی نشان داده شده است.

جدول (۶-۲): نتایج ۵ چرخه پایانی روش SLP برای خرابای ۵۲ عضوی

شماره گروه	شماره چرخه				
	7	8	9	10	11
1	4159.8	4205.5	4260.4	4353.0	4417.6
2	1220.5	1198.1	1176.2	1139.1	1113.4
3	1203.2	903.20	603.20	303.20	242.10
4	3049.9	3199.0	3255.8	3345.5	3393.9
5	1203.2	998.50	950.60	882.90	865.10
6	1203.2	903.20	603.20	303.20	224.00
7	2058.1	2148.2	2196.6	2270.6	2311.1
8	1203.2	1024.8	1007.1	976.60	955.80
9	1203.2	903.20	603.20	303.30	249.50
10	1203.2	1166.5	1222.1	1292.6	1318.1
11	1203.2	1145.3	1113.7	1071.2	1053.4
12	1203.2	903.20	603.20	434.60	417.60

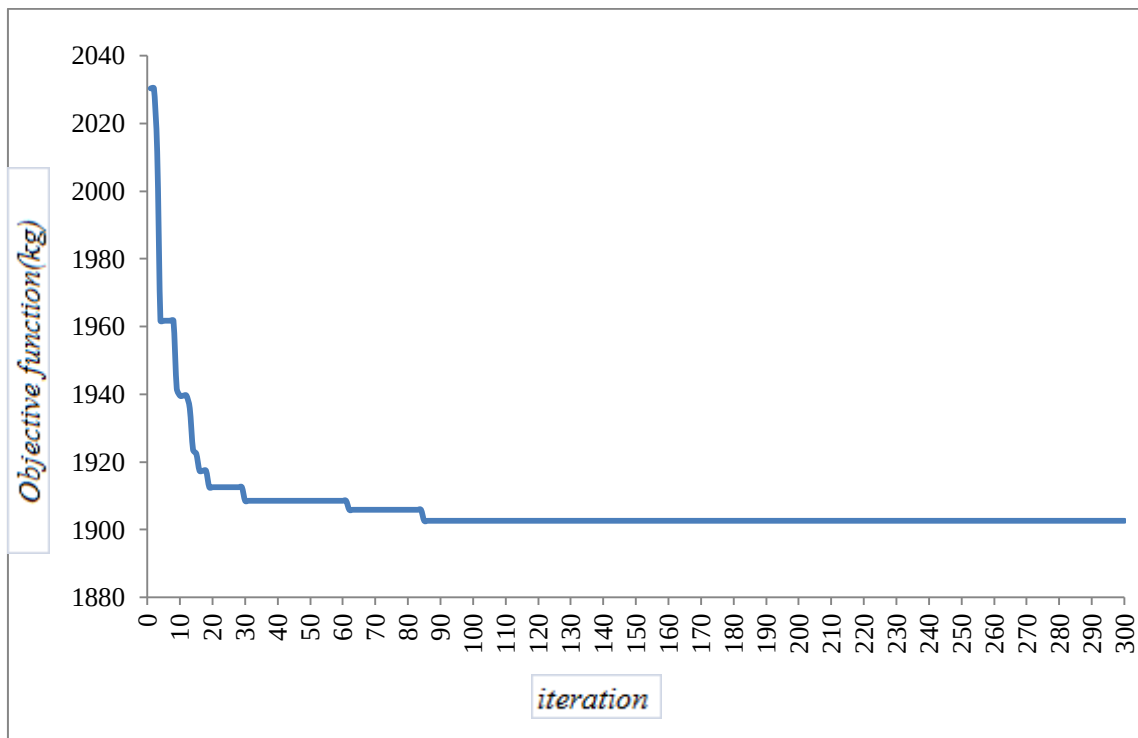
جدول (۶-۳): نتایج طرح بهینه مقاطع خرابای ۵۲ عضوی

گروه بندی اعضا		Wu et.al GA[12]	Lee et.al HS[13]	Kaveh et.al CSS[14]	Kaveh et.al HPSACO[15]	روش پیشنهادی
1	A ₁ -A ₄	4658.055	4658.055	4658.055	4658.055	4658.055
2	A ₅ -A ₁₀	1161.288	1161.288	1161.288	1161.288	1161.288
3	A ₁₁ -A ₁₃	645.160	506.451	383.386	494.193	494.193
4	A ₁₄ -A ₁₇	3303.219	3303.219	3303.219	3303.219	3303.219
5	A ₁₈ -A ₂₃	1045.159	940.000	940.000	1008.385	939.998
6	A ₂₄ -A ₂₆	494.193	494.193	494.193	285.161	494.193
7	A ₂₇ -A ₃₀	2477.414	2290.318	2238.705	2290.318	2238.705
8	A ₃₁ -A ₃₆	1045.159	1008.385	1008.385	1008.385	1008.385
9	A ₃₇ -A ₃₉	285.161	2290.318	494.193	388.386	494.193
10	A ₄₀ -A ₄₃	1696.771	1535.481	1283.868	1283.868	1283.868
11	A ₄₄ -A ₄₉	1045.159	1045.159	1161.288	1161.288	1161.288
12	A ₅₀ -A ₅₂	641.289	506.451	494.193	506.451	494.193
Weight(kg)		1970.142	1906.76	1897.62	1904.83	1902.6



شکل (۶-۲): نمودار همگرایی میانگین حاصل از ۳۰ بار اجرای روش پیشنهادی برای خریای ۵۲ عضوی

در شکل (۶-۳) نمودار همگرایی بهترین جواب حاصل از روش پیشنهادی نشان داده شده است.



شکل (۶-۳): نمودار همگرایی بهترین جواب حاصل از روش پیشنهادی برای خریای ۵۲ عضوی

در این مثال مقدار میانگین وزن، حاصل از ۳۰ بار اجرای روش پیشنهادی برابر با $(Kg) 1919/73$ و بهترین وزن حاصل از روش پیشنهادی برابر با $(Kg) 1902/6$ به دست آمد.

مقایسه نتیجه به دست آمده از روش SLP و نتیجه نهایی حاصل از روش پیشنهادی، نشان می‌دهد که جواب نهایی در روش پیشنهادی، متاثر از جمعیت اولیه بوده و در محدوده طرح به دست آمده از روش SLP، حاصل شده است.

همچنین جواب نهایی حاصل از روش پیشنهادی در مقایسه با جواب حاصل از دیگر الگوریتم های موجود در جدول (۳-۶)، نشان از توانمندی این روش در دست یابی به جواب بهینه است. مناسب بودن سیر همگرایی در این روش و نیز اختلاف اندک میانگین ۳۰ اجرای مستقل و متوالی روش پیشنهادی با بهترین سیر همگرایی، نشان از پایداری این روش و کاهش تاثیر پارامترهای تصادفی الگوریتم ژنتیک است.

۳-۶ مثال (۲)

در این مثال با بکارگیری روش پیشنهادی، حداقل وزن خرپای فضایی ۷۲ عضوی مورد بررسی قرار گرفته است. این خرپا در شکل (۴-۶) نشان داده شده است.

این سازه برای ۲ حالت بارگذاری که در جدول (۴-۶) نشان داده شده است بهینه می گردد.

جدول (۴-۶): بارهای موثر وارد بر خرپای فضایی ۷۲ عضوی

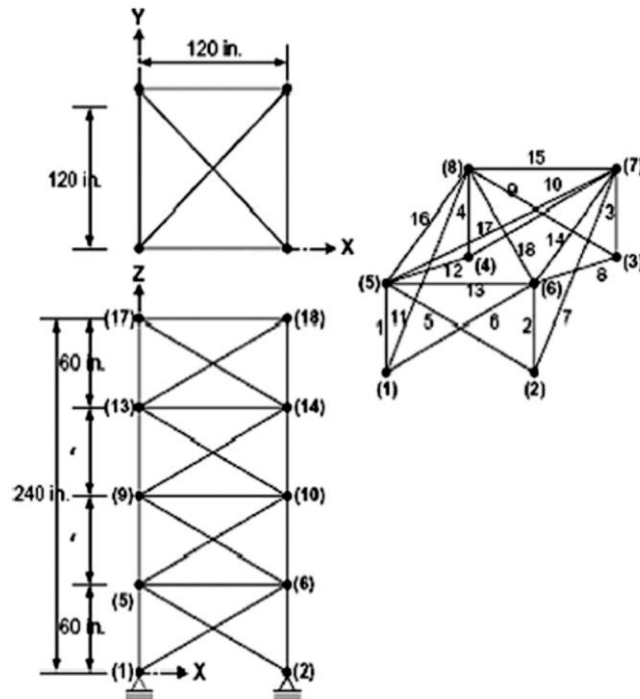
شماره گره	حالت یک بارگذاری			حالت دو بارگذاری		
	در راستای X Kips	در راستای Y Kips	در راستای Z Kips	در راستای X Kips	در راستای Y Kips	در راستای Z Kips
17	5.0	5.0	-5.0	0.0	0.0	-5.0
18	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-5.0
19	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-5.0
20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-5.0

مدول الاستیسیته (E) و چگالی مصالح (ρ) برای کلیه اعضای خرپا به شرح زیر تعریف می گردد:

$$E = 10000 \text{ Ksi} \quad \& \quad \rho = 0.1 \text{ lb/in}^2$$

مقادیر مجاز تنش فشاری و کششی، برای کلیه اعضای این خرپا برابر با 25 Ksi در نظر گرفته می شود.

در این مثال علاوه بر قید تنش، تغییر مکان مجاز برای کلیه گره های خرپا و در تمامی جهات برابر با 0.25 in در نظر گرفته می شود.



شکل (۴-۶): خرپای فضایی ۷۲ عضوی

اعضای این خرپا بر اساس تقارن در ۱۶ گروه به شرح جدول (۵-۶) دسته بندی می شوند.

جدول (۵-۶): گروه بندی اعضای خرپای فضایی ۷۲ عضوی

شماره اعضا	شماره گروه	شماره اعضا	شماره گروه
37,38,39,40	9	1,2,3,4	1
41,42,43,44,45,46,47,48	10	5,6,7,8,9,10,11,12	2
49,50,51,52	11	13,14,15,16	3
53,54	12	17,18	4
55,56,57,58	13	19,20,21,22	5
59,60,61,62,63,64,65,66	14	23,24,25,26,27,28,29,30	6
67,68,69,70	15	31,32,33,34	7
71,72	16	35,36	8

برای این مثال نیز سطح مقطع عرضی اعضاء از مقادیر گسسته جدول (۶-۱) انتخاب می شوند.

در این مثال روش SLP با مقدار اولیه 1 in^2 برای متغیرهای طراحی سطح مقطع و مقدار حاصل از تحلیل به ازای سطح مقطع واحد برای متغیرهای طراحی نیروهای مجهول اضافی، آغاز می شود. گام حرکت برای متغیرهای طراحی سطح مقطع ده درصد مقدار اولیه آنها و برابر با 0.1 in^2 در نظر گرفته شده است. پس از طی ۱۲ چرخه بهینه یابی روش SLP، معیار خاتمه (عدم بهبود تابع هدف) برقرار می شود. مقادیر حاصل برای متغیرهای طراحی سطح مقطع در ۵ چرخه پایانی در جدول (۶-۶) نشان داده شده است.

جدول (۶-۶): نتایج ۵ چرخه پایانی روش SLP برای خرابای ۷۲ عضوی

شماره گروه	شماره چرخه				
	8	9	10	11	12
1	1.4000	1.5000	1.6000	1.7000	1.8000
2	0.5334	0.5476	0.4476	0.5476	0.4476
3	0.2000	0.1110	0.1110	0.1110	0.1110
4	0.2000	0.1110	0.1110	0.1110	0.1110
5	1.2586	1.3586	1.2586	1.3586	1.2586
6	0.4659	0.5659	0.4659	0.5659	0.4659
7	0.2000	0.1110	0.1110	0.1110	0.1110
8	0.2000	0.1110	0.1110	0.1110	0.1110
9	0.6000	0.5000	0.6000	0.5000	0.5075
10	0.6000	0.5000	0.5687	0.4687	0.5687
11	0.2000	0.1110	0.1110	0.1110	0.1110
12	0.2000	0.1110	0.1110	0.1110	0.1110
13	0.2000	0.1555	0.1510	0.1579	0.1532
14	0.6000	0.5000	0.6000	0.5000	0.6000
15	0.4000	0.5000	0.4000	0.3729	0.3181
16	0.6000	0.5000	0.6000	0.5000	0.6000

پس از به دست آمدن جواب نهایی روش SLP، الگوریتم ژنتیک جستجوی خود را با جمعیت اولیه حاصل از آن آغاز می کند. در این مثال تعداد اعضای جمعیت ۵۰، تعداد تکرار ۳۰۰، روش انتخاب

تورنمنت با سایز انتخاب ۲، نرخ پیوند ۰/۶۵، نرخ جهش برای دو بیت آخر هر زیر رشته ۰/۰۱ و برای مابقی بیت ها ۰/۰۰۱ در نظر گرفته شده است.

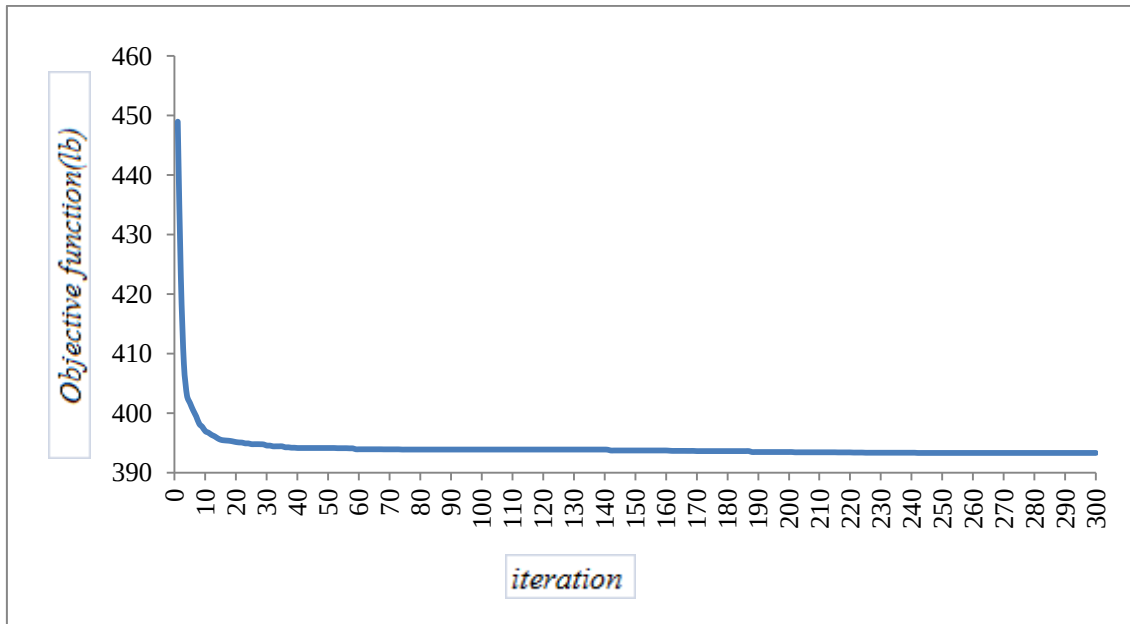
طرح بهینه حاصل از روش پیشنهادی و نتایج طرح بهینه دیگر الگوریتم های موجود در مقالات، در جدول (۶-۷) مقایسه شده است.

جدول (۶-۷): نتایج طرح بهینه مقاطع خرپای ۷۲ عضوی

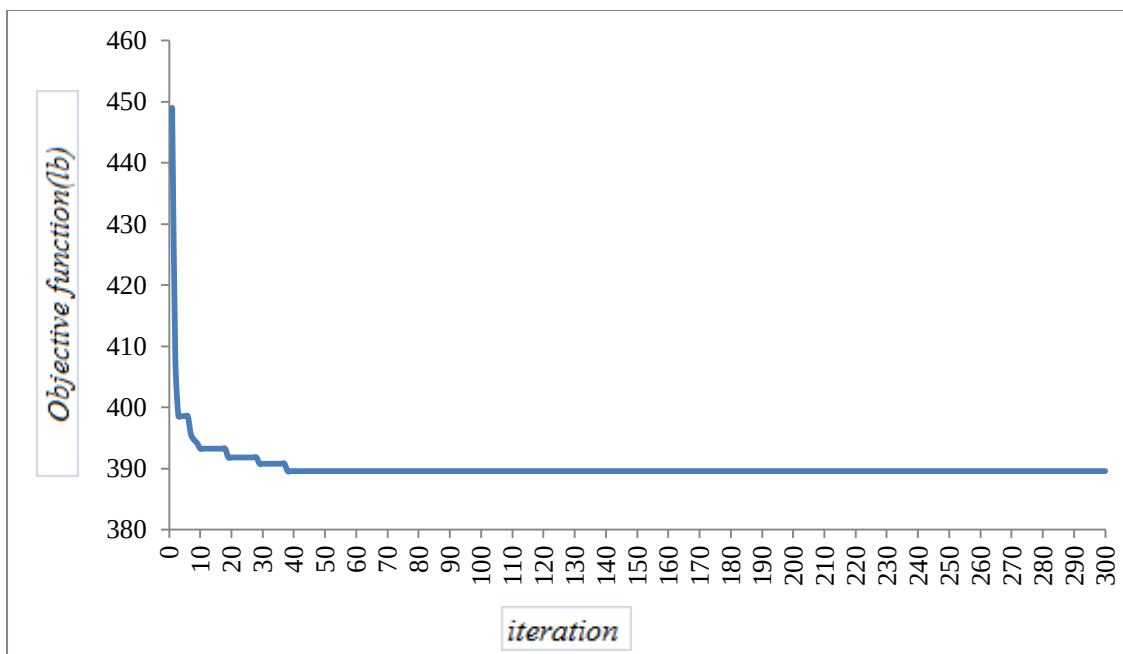
شماره گروه	Wu et.al GA[12]	Li et.al PSOPC[12]	HPSO [12]	Kaveh et.al HPSACO[16]	Kaveh et.al CSS[14]	روش پیشنهادی
1	0.196	4.49	4.97	1.8	1.99	1.99
2	0.602	1.457	1.228	0.442	0.442	0.442
3	0.307	0.111	0.111	0.141	0.111	0.111
4	0.766	0.111	0.111	0.111	0.111	0.111
5	0.391	2.62	2.88	1.228	0.994	1.266
6	0.391	1.13	1.457	0.563	0.563	0.563
7	0.141	0.196	0.141	0.111	0.111	0.111
8	0.111	0.111	0.111	0.111	0.111	0.111
9	1.8	1.266	1.563	0.563	0.563	0.442
10	0.602	1.457	1.228	0.563	0.563	0.563
11	0.141	0.111	0.111	0.111	0.111	0.111
12	0.307	0.111	0.196	0.25	0.111	0.111
13	1.563	0.442	0.391	0.196	0.196	0.196
14	0.766	1.457	1.457	0.563	0.563	0.563
15	0.141	1.228	0.766	0.442	0.442	0.442
16	0.111	1.457	1.563	0.563	0.766	0.563
Weight (lb)	427.203	941.82	933.09	393.38	393.05	389.79

نمودار همگرایی میانگین حاصل از ۳۰ بار اجرای روش پیشنهادی و بهترین جواب حاصل از روش پیشنهادی در اشکال (۵-۶) و (۶-۶) نشان داده شده است.

در این مثال مقدار میانگین وزن، حاصل از ۳۰ بار اجرای روش پیشنهادی برابر با ۳۹۳/۳۲ (lb) و بهترین وزن حاصل از روش پیشنهادی برابر با ۳۸۹/۷۹ (lb) به دست آمد.



شکل (۵-۶): نمودار همگرایی میانگین حاصل از ۳۰ بار اجرای روش پیشنهادی برای خرپای ۷۲ عضوی



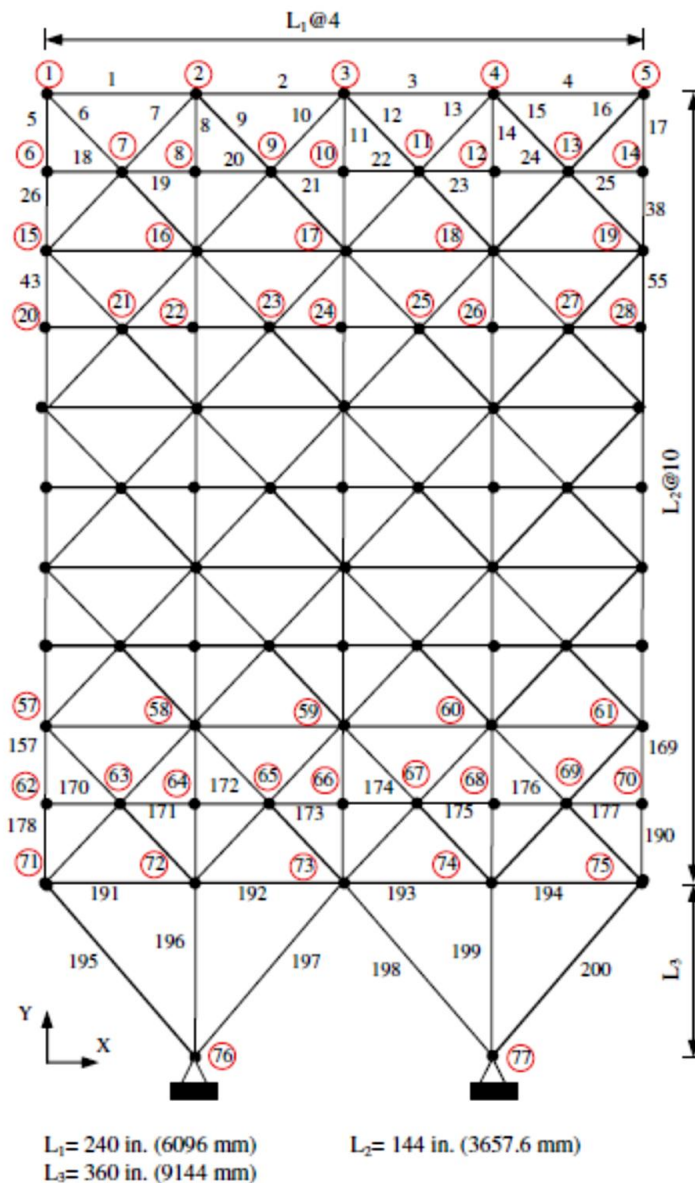
شکل (۶-۶): نمودار همگرایی بهترین جواب حاصل از اجرای روش پیشنهادی برای خرپای ۷۲ عضوی

همانطور که از مقایسه ستون آخر جداول (۶-۶) و (۷-۶) بر می آید، سطح مقطع های حاصل شده در جواب نهایی و روش SLP نزدیک به یکدیگر می باشند. در واقع به دلیل پایین بودن نرخ جهش، GA جستجوی خود را در محدوده جمعیت اولیه حاصل از روش SLP ادامه می دهد که

مقایسه نتیجه نهایی حاصل شده با نتایج دیگر الگوریتم های موجود و به خصوص GA ساده، حاکی از توانمندی این روش در به دست آوردن جواب نزدیک به جواب بهینه می باشد.

۴-۶ مثال (۳)

در این مثال به بررسی عملکرد روش پیشنهادی، در بدست آوردن حداقل وزن خرپای ۲۰۰ عضوی که در شکل (۶-۷) نشان داده شده است، می پردازیم.



شکل (۶-۷): خرپای ۲۰۰ عضوی

مدول الاستیسیته (E) و چگالی مصالح (ρ) برای کلیه اعضای خرپا به شرح زیر تعریف می گردد:

$$E = 30000 \text{ Ksi} \quad \& \quad \rho = 0.283 \text{ lb/in}^2$$

مقادیر مجاز تنشهای کششی و فشاری برای کلیه اعضای این خرپا به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$\sigma_{all(ten)} = +10 \text{ Ksi} \quad \& \quad \sigma_{all(com)} = -10 \text{ Ksi}$$

مقادیر گسسته متغیرهای طراحی سطح مقطع اعضا از میان مقاطع زیر انتخاب می گردند.

$$S_{(in^2)} = \left\{ \begin{array}{l} 0.1, 0.347, 0.44, 0.539, 0.954, 1.081, 1.174, 1.333, 1.488, 1.764, 2.142, 2.697, \\ 2.8, 3.131, 3.565, 3.813, 4.805, 5.952, 6.572, 7.192, 8.525, 9.3, 10.85, 13.33, \\ 14.29, 17.17, 19.18, 23.68, 28.08, 33.7 \end{array} \right\}$$

این سازه برای سه حالت بار طراحی می گردد:

حالت (۱): نیروی 1Kip به گره های ۱، ۶، ۱۵، ۲۰، ۲۹، ۳۴، ۴۳، ۴۸، ۵۷، ۶۲ و ۷۱ در جهت X وارد می شود.

حالت (۲): نیروی 10Kip- به گره های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴ و ۷۵ در جهت Y وارد می شود.

حالت (۳): که ترکیب حالات ۱ و ۲ می باشد.

اعضای این خرپا در ۲۹ گروه و بر اساس تقارن طبقه بندی شده اند.

در این مثال به منظور حل مدل برنامه ریزی غیر خطی پیشنهادی، روش SLP با مقدار اولیه 15 in^2 برای متغیرهای طراحی سطح مقطع آغاز به کار می کند. مقدار اولیه متغیرهای طراحی مجهول اضافی نیز برای هر حالت بارگذاری، برابر با مقدار حاصل از تحلیل سازه به ازای سطح مقطع واحد، در نظر گرفته می شود. گام حرکت برای متغیرهای طراحی سطح مقطع، ده درصد مقدار اولیه آنها و برابر با $1/5 \text{ in}^2$ در نظر گرفته شده است. پس از طی ۱۲ چرخه، بهبودی در تابع هدف حاصل نشد. نتایج حاصل از ۵ چرخه پایانی روش SLP در جدول (۶-۸) آورده شده است.

پس از بدست آمدن جواب نهایی روش SLP، الگوریتم ژنتیک جستجوی خود را در فضای طراحی با جمعیت اولیه ایجاد شده بر اساس جواب SLP آغاز می کند.

جدول (۶-۸): نتایج ۵ چرخه پایانی روش SLP برای خریای ۲۰۰ عضوی

شماره گروه	شماره چرخه				
	8	9	10	11	12
1	3.000	1.500	0.217	0.100	0.126
2	3.000	1.500	0.793	1.037	0.955
3	3.000	1.500	0.157	0.100	0.100
4	3.000	1.500	0.100	0.100	0.100
5	3.000	1.594	1.793	2.037	1.955
6	3.000	1.500	0.419	0.236	0.279
7	3.000	1.500	0.130	0.100	0.100
8	3.000	2.189	3.317	3.123	3.080
9	3.000	1.500	0.170	0.100	0.100
10	3.000	3.189	4.287	4.123	4.080
11	3.000	1.500	0.332	0.410	0.406
12	3.000	1.500	0.237	0.100	0.234
13	3.752	4.981	5.247	5.522	5.399
14	3.000	1.500	0.270	0.100	0.100
15	4.752	5.981	6.247	6.522	6.399
16	3.000	1.500	0.881	0.528	0.595
17	3.000	1.500	0.369	0.176	0.225
18	7.090	7.947	8.040	8.085	8.022
19	3.000	1.500	0.389	0.100	0.100
20	8.090	8.947	9.040	9.085	9.022
21	3.000	1.500	1.170	0.717	0.768
22	3.000	1.500	0.452	0.230	0.162
23	12.051	11.933	11.652	10.960	10.940
24	3.000	1.500	0.424	0.100	0.100
25	13.052	12.933	12.652	11.960	11.940
26	3.000	2.371	1.508	0.942	0.902
27	3.000	4.500	5.915	6.503	6.752
28	8.015	8.304	9.285	10.785	10.881
29	17.695	16.772	15.272	13.782	13.753

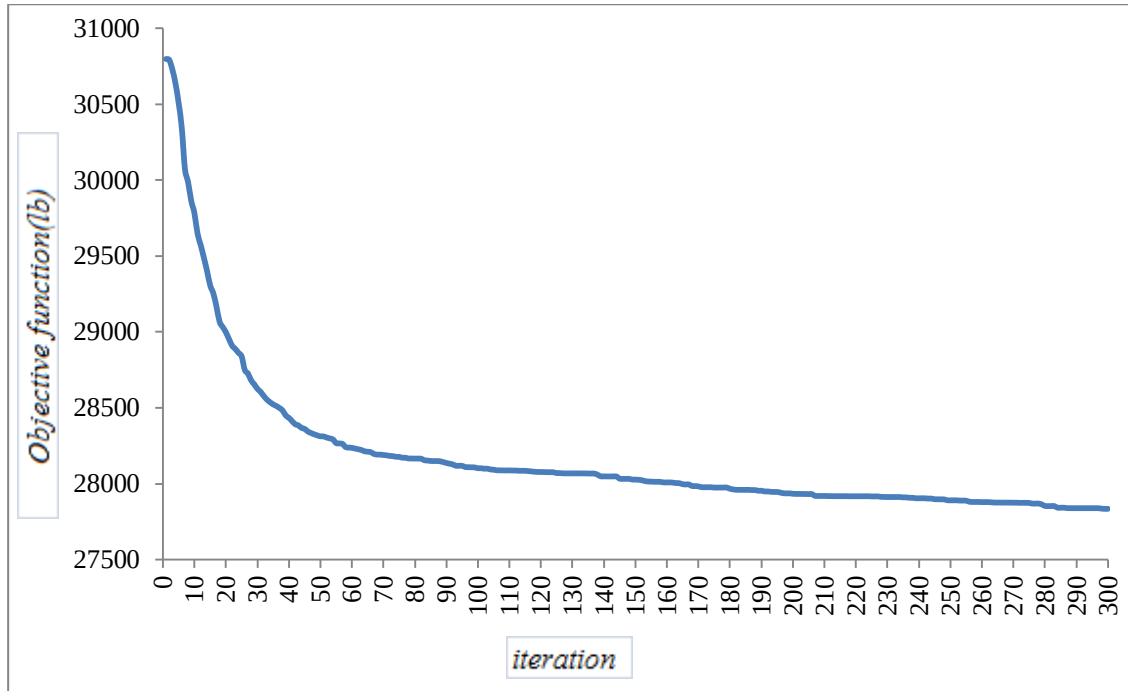
پارامتر های استفاده شده در GA به قرار زیر می باشد.

تعداد اعضای جمعیت ۵۰، تعداد تکرار ۳۰۰، روش انتخاب تورنمنت با سایز انتخاب ۲، نرخ پیوند ۰/۶۵، نرخ جهش برای دو بیت آخر هر زیر رشته ۰/۰۱ و برای مابقی بیت ها ۰/۰۰۱ می باشد.

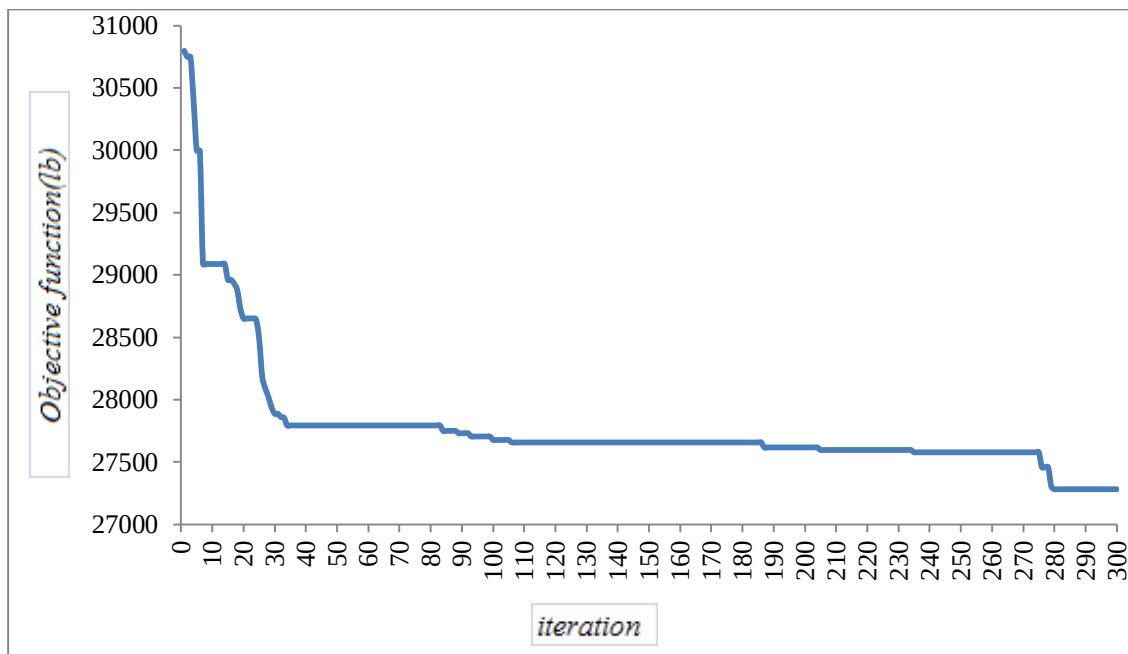
جدول (۶-۹): نتایج طرح بهینه مقاطع خرپای ۲۰۰ عضوی

شماره گروه	شماره اعضا	GA[17]	Toğan et.al[18]	روش پیشنهادی
1	1,2,3,4	0.1	0.347	0.1
2	5,8,11,14,17	0.954	1.081	0.954
3	19,20,21,22,23,24	0.1	0.1	0.347
4	18,25,56,63,94,101, 132,139,170,177	0.1	0.1	0.1
5	26,29,32,35,38	3.565	2.142	2.142
6	6,7,9,10,12,13,15,16,27, 28,30,31,33,34,36,37	0.347	0.347	0.347
7	39,40,41,42	0.1	0.1	0.1
8	43,46,49,52,55	3.565	3.565	3.131
9	57,58,59,60,61,62	0.1	0.347	0.1
10	64,67,70,73,76	4.805	4.805	4.805
11	44,45,47,48,50,51,53,54, 65,66,68,69,71,72,74,75	0.347	0.44	0.44
12	77,78,79,80	1.333	0.44	0.1
13	81,84,87,90,93	4.805	5.952	5.952
14	95,96,97,98,99,100	1.081	0.347	0.1
15	102,105,108,111,114	6.572	6.572	6.572
16	82,83,85,86,88,89,91,92,10, 104,106,107,109,110,112,113	1.333	0.954	0.539
17	115,116,117,118	0.347	0.347	0.347
18	119,122,125,128,131	8.525	8.525	8.525
19	133,134,135,136,137,138	0.1	0.1	0.539
20	140,143,146,149,152	10.85	9.3	9.3
21	120,121,123,124,126,127, 129,130,141,142,144,145, 147,148,150,151	0.954	0.954	0.954
22	153,154,155,156	0.347	1.764	0.1
23	157,160,163,166,169	10.85	13.33	10.85
24	171,172,173,174,175,176	0.954	0.347	0.347
25	178,181,184,187,190	13.33	13.33	13.33
26	158,159,161,162,164,165, 167,168,179,180,182,183,185, 186,188,189	1.333	2.142	1.081
27	191,192,193,194	8.525	4.805	8.525
28	195,197,198,20	10.85	9.3	10.85
29	196,199	14.29	17.17	14.29
Weight(lb)		29137.4	28544.1	27282.16

نمودار همگرایی میانگین حاصل از ۳۰ بار اجرای روش پیشنهادی و بهترین جواب حاصل از روش پیشنهادی در اشکال (۸-۶) و (۹-۶) نشان داده شده است.



شکل (۸-۶): نمودار همگرایی میانگین حاصل از ۳۰ بار اجرای روش پیشنهادی برای خرابای ۲۰۰ عضوی



شکل (۹-۶): نمودار همگرایی بهترین جواب حاصل از اجرای روش پیشنهادی برای خرابای ۲۰۰ عضوی

در این مثال مقدار میانگین وزن، حاصل از ۳۰ بار اجرای روش پیشنهادی برابر با $(lb) 27835/48$ و بهترین وزن حاصل از روش پیشنهادی برابر با $(lb) 27282/16$ به دست آمد.

خرپای ۲۰۰ عضوی مطرح شده، با سه حالت بارگذاری، به عنوان مثالی با فضای طراحی بزرگ در مقالات مطرح می باشد. از آنجایی که الگوریتم ژنتیک در حالت معمولی، جستجوی خود را در فضای طراحی با جمعیت اولیه تصادفی آغاز می کند، با بزرگ شدن فضای طراحی، احتمال نزدیکی این جواب های تصادفی به جواب بهینه کمتر و کاوش فضای گسترده، دشوارتر می شود. بنابر این ایجاد یک جمعیت اولیه مناسب در اینگونه مثال ها از اهمیت بیشتری برخوردار می شود.

در این مثال نیز، الگوریتم ژنتیک با در اختیار داشتن جمعیت اولیه حاصل از روش SLP، توانست به جواب مناسبی در آن محدوده دست یابد.

۵-۶ مثال (۴)

در این مثال با ارزیابی خرپای فضایی برج ۲۶ طبقه، عملکرد روش پیشنهادی در بدست آوردن حداقل وزن مورد بررسی قرار می گیرد. این سازه ۲۶ طبقه شامل ۹۴۲ عضو و ۲۴۴ گره می باشد و به عنوان مثالی با فضای طراحی بسیار بزرگ مطرح می باشد.

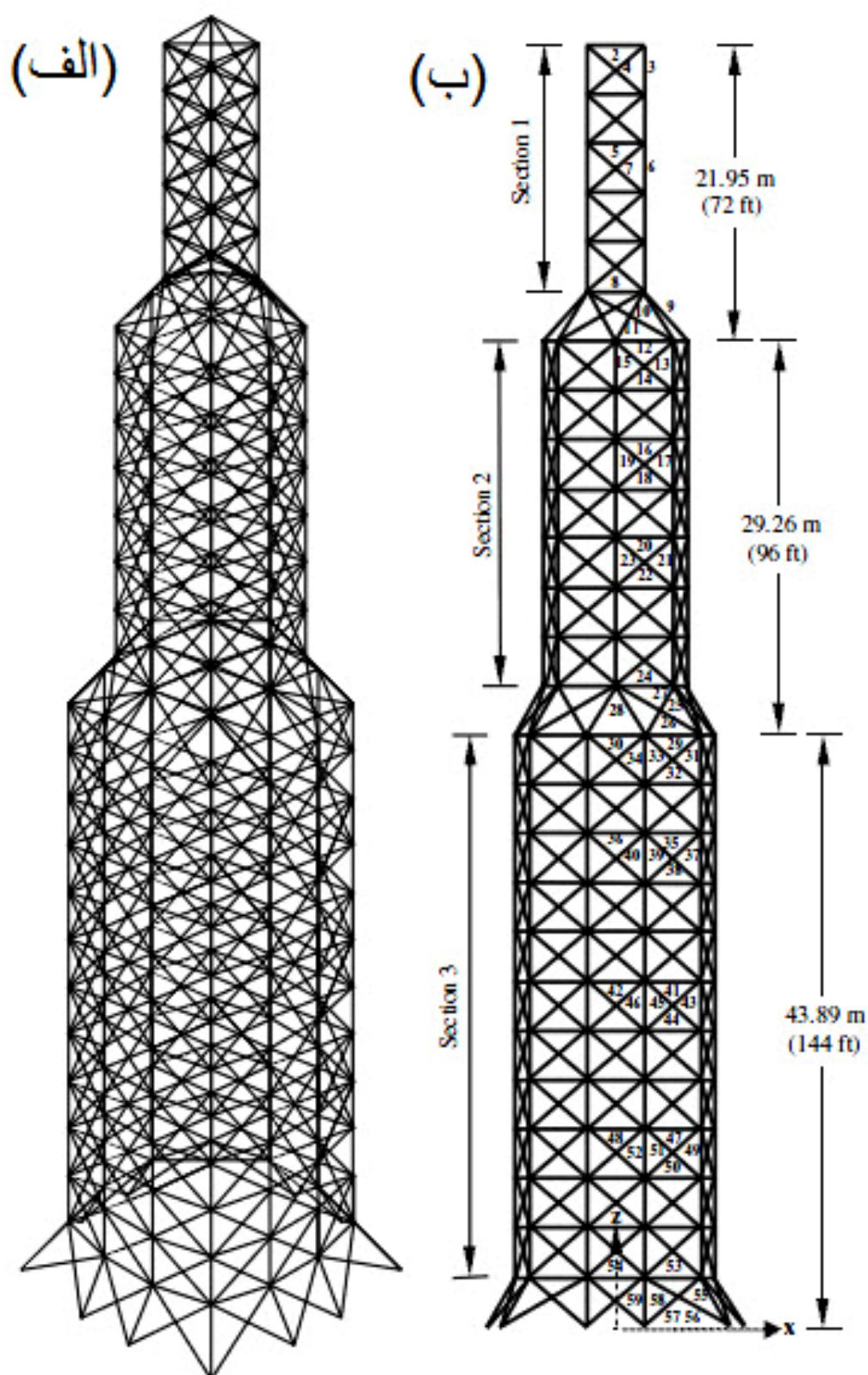
اعضای این برج بر اساس تقارن سازه حول محور X و Y، در ۵۹ گروه دسته بندی می شوند.

در اشکال (۹-۶) و (۱۰-۶)، هندسه سازه و نحوه گروه بندی اعضای این خرپا نشان داده شده است.

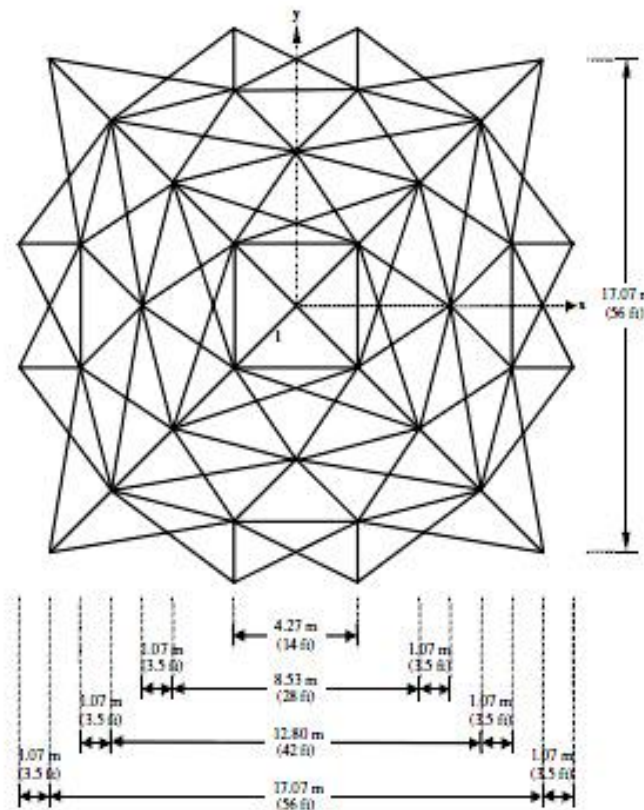
مدول الاستیسیته (E)، چگالی مصالح (ρ) و تنش تسلیم (F_y)، برای کلیه اعضای خرپا به شرح زیر تعریف می گردد:

$$E = 290000 \text{ Ksi} \quad \& \quad \rho = 0.283 \text{ lb/in}^2 \quad \& \quad F_y = 36 \text{ Ksi}$$

در این مثال، مقادیر مجاز تنش های کششی و فشاری، با در نظر گرفتن قید کماتش و بر اساس مرجع [19] که منطبق بر مبحث دهم مقررات ملی ساختمان ایران می باشد، تعیین می گردد.



شکل (۶-۱۰): خرپای فضایی ۹۴۲ میله ای (الف): نمای سه بعدی (ب): نمای جانبی



شکل (۶-۱۱): نمای بالای خرپای فضایی ۹۴۲ میله ای

علاوه بر قید تنش، میزان تغییر مکان مجاز برای کلیه گره های خرپا و در تمامی جهات برابر با 15 in در نظر گرفته می شود.

مقادیر گسسته متغیرهای طراحی سطح مقطع اعضا، از میان ۲۹۵ مقطع گسسته موجود در لیست مقاطع (W_SHAPE) مرجع [19]، انتخاب می گردند.

این سازه در معرض یک حالت بارگذاری و به صورت ترکیبی از بارهای قائم و افقی به شرح زیر قرار می گیرد.

(۱) بار های قائم $-3\text{ Kips}(-13.344\text{ KN})$ ، $-6\text{ Kips}(-26.688\text{ KN})$ و $-3\text{ Kips}(-13.344\text{ KN})$

در راستای Z، به ترتیب، به تمامی گره های مقاطع اول، دوم و سوم وارد می شود.

(۲) بارهای افقی $1\text{ Kips}(4.448\text{ KN})$ ، در راستای Y، به تمامی گره های برج وارد می شود.

(۳) بارهای افقی $1.5\text{ Kips}(6.672\text{ KN})$ و $1\text{ Kips}(4.448\text{ KN})$ ، در راستای X، به ترتیب، به گره های

سمت چپ و سمت راست برج وارد می شوند.

در این مثال روش SLP، با مقدار اولیه 47 in^2 برای متغیرهای طراحی سطح مقطع و مقدار حاصل از تحلیل سازه به ازای سطح مقطع واحد برای متغیرهای طراحی مجهول اضافی آغاز می شود. نکته قابل ذکر آنکه به دلیل وجود قید کمانش، مقادیر مجاز تنش فشاری ثابت نبوده و وابسته به سطح مقطع عضو می باشد. به منظور حل این مشکل، گام حرکت متغیرهای طراحی سطح مقطع (مقدار مجاز تغییرات سطح مقطع)، برابر با مقادیر مجاور موجود در لسیت مقاطع در نظر گرفته می شود. بنابراین مقدار مجاز تنش فشاری در هر چرخه از روش SLP، به صورت یک رابطه خطی از مقدار مجاز تنش فشاری حاصل از دو سطح مقطع (حد اقل و حد اکثر مجاز سطح مقطع) برای هر عضو، در نظر گرفته می شود.

به دلیل عدم پراکندگی یکنواخت سطح مقطع های موجود در لیست مقاطع، ممکن است در برخی چرخه ها جواب قابل قبول حاصل نشود که یک راهبرد پیشنهادی افزایش گام حرکت، این مشکل را برطرف می کند.

پس از طی ۳۴ چرخه از روش SLP، بهبودی در تابع هدف حاصل نشده و با برقراری شرط خاتمه روش پایان می پذیرد. نتایج حاصل از ۵ چرخه پایانی روش SLP در جدول (۶-۱۰) آورده شده است.

پس از پایان مرحله ی اول، الگوریتم ژنتیک جستجوی خود را در فضای طراحی با جمعیت اولیه حاصل از جواب مرحله اول آغاز می کند.

پارامترهای GA استفاده شده در این مثال به شرح زیر می باشد.

تعداد اعضای جمعیت ۱۰۰، تعداد تکرار ۱۰۰۰، روش انتخاب تورنمنت با سایز انتخاب ۵، نرخ پیوند ۰/۶۵، نرخ جهش برای دو بیت آخر هر زیر رشته ۰/۰۱ و برای مابقی بیت ها ۰/۰۰۱ در نظر گرفته شده است.

جدول (۶-۱۰): نتایج ۵ چرخه پایانی روش SLP برای خرابای فضایی ۹۴۲ میله ای

شماره گروه	شماره چرخه				
	30	31	32	33	34
1	14.70	11.80	4.43	4.43	4.43
2	14.70	11.80	2.68	2.68	2.68
3	14.70	11.80	2.68	2.68	2.68
4	14.70	11.80	4.43	4.43	4.43
5	14.70	11.80	2.68	2.68	2.68
6	14.70	11.80	6.48	4.48	4.29
7	14.70	11.80	4.43	4.43	4.43
8	14.70	11.80	2.68	2.68	2.68
9	14.70	11.80	6.39	5.84	6.06
10	14.70	11.80	7.08	7.08	7.08
11	14.70	11.80	4.43	4.43	4.43
12	14.70	11.80	2.68	2.68	2.68
13	14.70	11.80	5.37	5.46	6.12
14	14.70	11.80	4.43	4.43	4.43
15	14.70	11.80	2.96	3.45	3.42
16	14.70	11.80	2.68	2.68	2.68
17	14.70	11.80	8.39	7.65	11.04
18	14.70	11.80	4.43	4.43	4.43
19	14.70	11.80	4.15	3.90	4.08
20	14.70	11.80	2.68	2.68	2.68
21	14.70	11.80	11.87	12.03	11.70
22	14.70	11.80	5.95	5.27	5.60
23	14.70	11.80	6.473	11.06	6.66
24	14.70	11.80	10.80	9.72	13.90
25	14.83	15.03	15.05	15.18	15.80
26	14.70	11.80	9.30	9.08	8.78
27	14.70	11.80	4.43	4.43	4.43
28	14.70	11.80	7.89	6.12	6.27
29	14.70	11.80	7.011	7.10	6.86
30	14.70	11.80	6.29	6.23	6.12
31	15.90	18.30	20.28	17.80	17.83
32	14.70	12.59	4.92	6.06	6.23

33	14.70	11.80	5.42	5.50	5.42
34	14.70	11.80	4.43	4.43	4.43
35	17.10	14.70	2.68	2.68	2.68
36	14.70	11.80	2.68	2.68	2.68
37	26.46	24.95	26.85	30.04	29.62
38	19.10	16.70	7.04	5.84	5.89
39	14.70	11.80	8.11	4.43	3.99
40	14.70	11.80	5.44	5.46	5.40
41	19.10	16.70	2.68	3.99	2.68
42	14.70	11.80	2.68	2.68	2.68
43	32.01	32.51	32.55	37.80	36.77
44	14.70	11.80	8.20	7.17	7.50
45	21.41	19.10	9.64	6.72	6.40
46	14.70	11.80	6.72	5.63	5.60
47	27.30	24.80	14.70	9.71	2.90
48	14.70	11.80	2.68	2.68	2.68
49	37.80	35.30	36.37	40.74	41.60
50	22.30	19.70	9.66	9.49	9.53
51	14.70	11.80	14.70	9.71	9.76
52	14.70	11.80	6.88	6.42	8.40
53	27.30	29.00	46.30	41.60	31.70
54	28.50	31.10	41.60	36.50	26.50
55	48.80	47.89	60.70	55.80	46.30
56	27.30	24.80	19.76	14.70	12.33
57	17.60	14.70	12.60	13.88	15.62
58	14.70	11.80	10.60	7.32	7.56
59	27.30	24.80	29.10	24.10	14.10

طرح بهینه حاصل از روش پیشنهادی و نتایج طرح بهینه دیگر الگوریتم ها، در جدول (۶-۱۱)

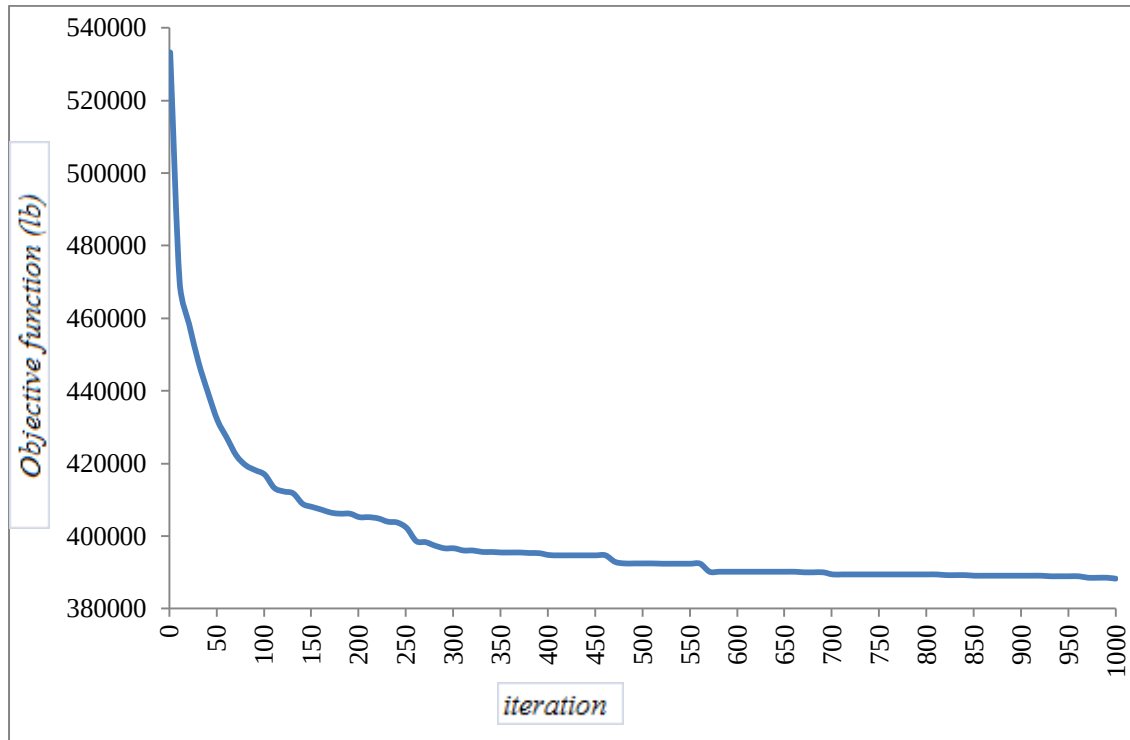
مقایسه شده است.

در شکل (۶-۱۲) نمودار همگرایی جواب حاصل از روش پیشنهادی نشان داده شده است.

جدول (۶-۱۱): نتایج طرح بهینه مقاطع خرپای فضایی ۹۴۲ میله ای

شماره گروه	GA[17]	ACO[17]	HS[17]	Erbatur et.al[20]	Hasac et.al[21]	روش پیشنهادی
1	2.68	7.68	4.41	6.49	2.68	2.68
2	2.68	4.68	2.96	2.68	2.68	2.68
3	2.96	4.44	4.74	2.68	2.68	2.68
4	4.43	5.26	5.26	4.43	4.43	4.43
5	2.68	7.61	3.55	2.68	2.68	2.68
6	4.43	6.49	5.54	5.54	4.43	5.54
7	6.49	6.16	5.87	4.68	4.43	4.68
8	6.16	8.85	5.26	6.49	2.68	2.68
9	7.08	7.34	5.87	14.7	5.87	5.87
10	10.6	7.08	8.25	7.08	7.08	7.08
11	10.6	5.26	4.43	4.43	4.43	4.68
12	2.68	3.83	2.68	2.68	2.68	2.68
13	6.16	10	6.49	6.49	5.87	5.87
14	10.6	5.87	5.26	4.43	4.43	4.43
15	4.68	3.83	4.99	4.68	3.83	3.38
16	2.68	4.44	2.68	2.68	2.68	2.68
17	28.2	12.6	9.13	8.25	8.25	8.25
18	5.26	5.54	5.87	4.43	4.43	4.43
19	10.6	7.08	5.26	4.43	4.43	4.43
20	10.6	5.26	3.55	2.68	2.68	2.68
21	17.1	13.3	14.7	10.3	10.3	10.3
22	5.87	7.34	5.87	5.87	5.87	5.87
23	10.6	8.84	8.25	9.13	7.34	8.79
24	20.8	11.7	10.3	11.8	10.3	9.71
25	25.3	24.1	17.1	17.1	14.4	17.6
26	7.65	15.8	10.3	9.71	9.13	10.3
27	9.13	4.43	7.61	4.43	4.43	5.26
28	11.5	8.25	7.08	7.65	7.08	7.08
29	5.87	7.68	7.08	7.08	7.69	7.34
30	5.87	8.79	6.49	6.49	6.16	6.16
31	22.4	17.9	29.4	20	25.6	22.6
32	10.6	7.34	5.87	7.08	5.87	5.87

33	12.6	5.26	6.49	4.43	5.87	5.54
34	5.87	4.43	5.26	4.43	4.43	5.54
35	3.55	3.83	2.68	2.68	2.68	2.65
36	2.68	3.83	3.84	2.68	2.68	2.68
37	31.1	26.5	32	30.6	29.1	28.2
38	7.08	7.65	7.34	7.08	7.08	7.08
39	5.26	7.34	5.26	4.43	4.43	4.43
40	5.87	9.12	5.87	5.87	5.87	5.87
41	2.68	2.68	3.55	2.68	2.68	2.68
42	2.96	3.83	3.84	3.83	2.68	2.68
43	39.9	35.3	41.6	39.9	38.5	35.3
44	10.6	10.6	9.13	9.13	9.13	9.13
45	6.16	7.65	5.87	4.43	4.43	5.87
46	10.6	9.13	7.34	7.08	7.08	7.08
47	4.68	5.87	3.83	5.26	3.83	3.83
48	3.83	7.34	4.74	5.87	2.68	2.68
49	42.7	43.2	46.7	42.7	42.7	42.7
50	11.5	9.13	9.13	9.13	9.13	9.13
51	10.6	10	7.65	5.87	8.25	9.13
52	10.6	11.7	9.13	9.13	7.08	7.08
53	21.1	28.2	22.4	17.9	17.6	26.2
54	31.2	22.4	19.1	14.1	20.1	29.4
55	48.8	53.7	39.9	35.3	38.8	46.3
56	17.1	20.1	9.13	9.13	10.3	10.3
57	23.2	17.9	23.2	29.4	23.2	19.1
58	7.08	9.13	8.85	9.71	7.08	7.08
59	9.13	15.6	9.13	9.71	10.3	11.7
Weight (lb)	489598.1	468856.7	415833.7	394321	379660	388265.7



شکل (۶-۱۲): نمودار همگرایی جواب حاصل از اجرای روش پیشنهادی برای خرابای فضایی ۹۴۲ میله ای

به طور کلی روش های ریاضی در مقایسه با روش های فرا ابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک در مواجهه با قیود پیچیده ای مانند کمانش، از انعطاف کمتری برخوردار می باشند. با این وجود همانگونه که در این مثال نشان داده شد، با در نظر گرفتن فرضیات ساده کننده ای، می توان این قیود را در فرمولبندی مسئله وارد کرد.

نتیجه حاصل از روش پیشنهادی، در مقایسه با جواب حاصل از دیگر الگوریتم های موجود در جدول (۶-۱۱) توانمندی این روش را در دست یابی به جواب نزدیک به بهینه نشان می دهد.

از سوی دیگر اختلاف میان جواب حاصل از الگوریتم ژنتیک با جمعیت اولیه غیر تصادفی (روش پیشنهادی) و الگوریتم ژنتیک ساده (با جمعیت اولیه تصادفی)، نشان از تاثیر بالای جمعیت اولیه در حصول جواب نهایی دارد.

فصل، منقسم

نتائج و پیشهادات

۷-۱ مقدمه

در این فصل به بیان خلاصه ای از نتایج و دستاوردهای حاصل از این پایان نامه پرداخته می شود. همچنین با ارائه پیشنهاداتی، راه های آتی جهت ادامه پژوهش در این زمینه مطرح می گردد. هدف از انجام این پایان نامه، بهره گیری از روش برنامه ریزی ریاضی به منظور ایجاد جمعیت اولیه مناسب برای الگوریتم ژنتیک می باشد. در جهت نیل به این هدف، با استفاده از روابط موجود در روش نیروها، مسئله بهینه یابی مقاطع سازه های خرابایی در حالت پیوسته، به صورت یک مدل برنامه ریزی غیر خطی فرمولبندی شد. در فرمولبندی پیشنهادی قیدهای مسئله به صورت توابع صریح خطی و غیر خطی از متغیرهای طراحی مسئله (متغیرهای سطح مقطع و متغیرهای مجهولات اضافی)، ایجاد گردید.

در ادامه با حل تقریبی مدل پیشنهادی توسط روش برنامه ریزی خطی دنباله ای (SLP)، جمعیت اولیه تولید و در اختیار الگوریتم ژنتیک قرار گرفت. در این راستا نتایجی به شرح زیر حاصل شد.

۷-۲ نتایج

۱. در هنگام استفاده از روش SLP به منظور حل مدل برنامه ریزی غیر خطی پیشنهادی، تغییرات مجاز متغیرهای طراحی مجهولات اضافی در هر چرخه SLP، توسط قیود تنش تعیین می گردند و نباید حدود حرکت جداگانه برای آنها در نظر گرفته شود.
۲. حل تقریبی مدل پیشنهادی توسط روش SLP، روند همگرایی مناسبی به سمت جواب بهینه از خود نشان می دهد.
۳. به دلیل فاصله نسبتاً کم مقادیر موجود، در لیست مقاطع ذکر شده در مراجع و مقالات مختلف، گرد کردن مقادیر پیوسته به نزدیکترین مقدار در دسترس، تقریب مناسبی برای ایجاد جمعیت اولیه در حالت گسسته به دست می دهد.

۴. هنگام استفاده از جمعیت اولیه پیشنهادی در الگوریتم ژنتیک، اتخاذ نرخ پیوند و جهش کوچک، مناسب می باشد.
۵. روش پیشنهادی با ترکیب قابلیت های روش برنامه ریزی خطی دنباله ای و الگوریتم ژنتیک، فضای طراحی را به طرز مناسبی مورد کاوش قرار می دهد. به عبارت دیگر با بهره گیری از قابلیت روش SLP در همگرایی به سمت جواب بهینه در حالت پیوسته، GA جستجوی خود را در فضای گسسته، نه به صورت تصادفی، بلکه در محدوده جواب بهینه آغاز می کند.
۶. توانایی الگوریتم ژنتیک در جهت نیل به نقطه کمینه، با در اختیار داشتن جمعیت اولیه پیشنهادی، به میزان قابل ملاحظه ای بهبود می یابد.

۳-۷ ارائه پیشنهادات برای ادامه کار

۱. استفاده از روش های ایجاد ماتریس های B_0 و B_1 بر صفر، به منظور کاهش حجم معادلات ایجاد شده در مدل برنامه ریزی غیر خطی.
۲. بررسی نحوه اعمال دقیق گام حرکت در روش SLP به منظور حل دقیق مدل برنامه ریزی غیر خطی در حالت پیوسته.
۳. استفاده از روش های برنامه ریزی با اعداد صحیح، به خصوص الگوریتم شاخه و کران، به منظور حل مدل برنامه ریزی غیر خطی در حالت گسسته.
۴. ارائه راهکارهایی جهت ایجاد جمعیت اولیه مناسب برای مسائل بهینه یابی توپولوژی سازه های خرابایی با استفاده از مدل پیشنهادی.
۵. کاهش طول زیر رشته ها بر اساس جواب حاصل از روش SLP به منظور کاهش فضای جستجو.
۶. استفاده از روش پیشنهادی ایجاد جمعیت اولیه در دیگر الگوریتم های فراابتکاری

فهرست منابع

- [1] قاسمی م، رحمانی ی و نادری ا، (۱۳۸۹)، "مقایسه روشهای الگوریتم های ژنتیک، سیستم مورچگان و اجتماع ذرات در بهینه سازی سازه های خریایی تحت بارهای استاتیکی". کنفرانس بین المللی سبک سازی و زلزله، کرمان
- [2] هفته آ. تی و گوردال زد، (۱۳۸۲)، "مبانی بهینه سازی سازه ها". ابوالبشری م. ح، چاپ اول، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد.
- [3] طالبپور ح، (۱۳۸۷)، پایان نامه کارشناسی ارشد، "بهینه یابی سطح مقطع و توپولوژی سازه های خریایی با استفاده از روش های نوین الگوریتم ژنتیک"، دانشکده عمران و معماری، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [4] کلات جاری و. ر، (۱۳۸۰)، رساله دکتری، "بهینه یابی خرپاها با استفاده از الگوریتم ژنتیک و روش جبری نیروها". دانشکده عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران.
- [5] رضایی ع. و رنجبران س، (۱۳۸۶)، "آموزش کاربردی الگوریتم ژنتیک در نرم افزار Matlab". چاپ اول، کتاب پدیده، تهران.
- [6] Kaveh A. and Kalatjari V. (2002). "Genetic Algorithm for Discrete-Sizing Optimal Design of Trusses Using the Force Method". **International Journal of Numerical Methods in Engineering**, 55, pp. 55-72.
- [7] مقررات ملی ساختمان مبحث دهم (۱۳۸۹)، "طرح و اجرای ساختمان های فولادی". چاپ چهارم
- [8] آذر ع، (۱۳۷۸)، "تحقیق در عملیات (۱)". چاپ سیزدهم، دانشگاه پیام نور، تهران.
- [9] لوئنبورگ دی. جی، (۱۳۷۹)، "برنامه ریزی خطی و غیر خطی". مهدوی امیری ن. و پورکاظمی م. ح، چاپ اول، دانشگاه صنعتی شریف، تهران.
- [10] بازارا ام. اس، جارویس جی. جی و شرالی اچ. دی، (۱۳۷۸)، "برنامه ریزی خطی". خرم ا، چاپ چهاردهم، نشر کتاب دانشگاهی، تهران.

[11] کلات جاری و. ر، طالبپور ح، مولایی ع و عابدی ص، (۱۳۹۱)، " بهینه یابی سازه های خرپایی با استفاده از روش جبری نیروها و برنامه ریزی غیر خطی". دومین کنفرانس ملی مدیریت بحران، تهران.

[12] Li L. J., Huang Z. B. and Liu F. (2009). "A Heuristic Particle Swarm Optimization Method For Truss Structures With Discrete Variables". **Computers And Structures**, 87, pp. 435-443.

[13] Lee K. S., Geem Z. W., Lee S. H. and Bae K. W. (2005). "The Harmony Search Heuristic Algorithm For Discrete Structural Optimization". **Engineering Optimization**, 37,7,pp.663-684.

[14] Kaveh A. and Talatahari S. (2010). "A Charged System Search With A Fly To Boundary Method For Discrete Optimum Design Of Truss Structures". **Asian Journal Of Civil Engineering (Building And Housing)** ,11, NO. 3

[15] Kaveh A. and Talatahari S. (2009). "A Particle Swarm Ant Colony Optimization For Truss Structures With Discrete Variables". **J. Constr.Steel Res**, 65(8-9), 1558-1568

[16] Kaveh A. and Talatahari, S. (2009). "Particle Swarm Optimizer, Ant Colony Strategy And Harmony Search Scheme Hybridized For Optimization of Truss Structures". **Computers And Structures**, 87(5-6), pp.267-283

[17] عابدی ص، (۱۳۹۱)، پایان نامه کارشناسی ارشد، "مقایسه عملکرد روش های نوین بهینه سازی سازه (روش جزیره ای الگوریتم ژنتیک، روش ACO، روش CSS)"، دانشکده عمران و معماری، دانشگاه صنعتی شاهرود.

[18] Toğan V. and Daloğlu T. A. (2008). "An Improved Genetic Algorithm With Initial Population Strategy And Self-Adaptive Member Grouping". **Computers And Structures**, 86, pp.1204-1218.

[19] AISC-ASD (American Institute Of Steel Construction-Allowable stress Design). Manual Of Steel Construction-Allowable Stress Design;1989.

[20] Erbatur F., Hasançebi O., Tütüncü I. and Kiliç H. (2000). "Optimal Design of Planar and Space Structures with Genetic Algorithms", **Computers and Structures**, 75, pp. 209-224.

[21] Hasançebi O. and Erbatur F.(2002). " On Efficient Use Of Simulated Annealing In Complex Structural Optimization Problems". **Acta Mech**;157, pp.27-50.

Abstract

Today, the concept of optimization, as a basic principle in engineering design issues, is accepted. One of categories of optimization in structures is size optimization of structural members to obtain the least weight of structure subjected to design constraint. Genetic Algorithm (GA) is one of the meta heuristic algorithms that has proved itself in this field. But the slow rate of optimization process through GA and also accidental start of optimization process by GA in some cases leads to a local optimum and stop there. In this thesis, it is tried to improve GA by combining one of the mathematical optimization methods (the method of Sequential Linear Programming) and Genetic Algorithm. To achieve this, by using the existing rules in the algebraic method of forces in analyzing structures, a new formulation in the field of optimization of cross section of truss structures is presented. The point to be mentioned is that before starting the optimization process by GA, by using the method of Sequential Linear Programming, the area of optimum answer is determined. Then, Genetic Algorithm is used to find the optimum. In this method, mathematical optimization method is utilized to make the primary population of GA and hence the quality of the results is improved.

Keywords:

Optimization, Genetic Algorithm, Truss Structure, Sequential Linear Programming,
Force method



Shahrood University of Technology

Faculty of Civil Engineering

**Combinatorial structural optimization method
based on LP and GA methods**

Ali Molaei

Supervisor:

Dr. V. R. kalatjari

Adviser:

Abbas Mohammadi

Jan 2013