

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده عمران و معماری

گروه مهندسی عمران - گرایش سازه های هیدرولیکی

# تحلیل دینامیکی شبکه های لوله توزیع سیال با در نظر گرفتن پدیده جدایی ستون مایع

دانشجو: محمد حمید آزادی

استاد راهنما:

جناب دکتر احمدی

استاد مشاور:

جناب مهندس مجد

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

تیرماه 90



دانشگاه صنعتی شاهرود

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۶)

بسمه تعالی

شماره: ۹۰/۴۲۸  
تاریخ: ۹۰/۵/۹  
ویرایش:

فرم صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای محمد حمید آزادی رشته عمران گرایش هیدرولیک تحت عنوان تحلیل دینامیکی شبکه لوله های توزیع سیال با در نظر گرفتن پدیده جدایی ستون مایع که در تاریخ ۹۰/۴/۲۸ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول ( با درجه : عالی - امتیاز ۱۹ )  دفاع مجدد  مردود

۲- بسیار خوب ( ۱۸ - ۱۸/۹۹ )

۱- عالی ( ۱۹ - ۲۰ )

۴- قابل قبول ( ۱۴ - ۱۵/۹۹ )

۳- خوب ( ۱۶ - ۱۷/۹۹ )

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

امضاء	مرتبۀ علمی	نام و نام خانوادگی	عضو هیأت داوران
	استاد یار	دکتر احمد احمدی	۱- استاد راهنما
	-	مهندس علی مجد	۲- استاد مشاور
	مربی	مهندس سید علی حسینی	۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی
	استاد یار	دکتر سید فضل ا... ساغروانی	۴- استاد ممتحن
	استاد یار	دکتر مهدی عجمی	۵- استاد ممتحن

رئیس دانشکده: احمد احمدی

---

## تقدیم به

پدر و مادر مهربانم که همواره در طول حیات  
پربارشان از حمایت های بی دریغ آنها بهره مند  
بوده ام و تقدیم به همه آنان که مرا علم  
آموختند .

---

## سپاسگزاری

برای نگارش این پایان نامه از تجربیات گرانقدر استاد عزیزم، جناب آقای دکتر احمدی و نیز جناب آقای دکتر کرامت و جناب آقای مهندس مجد بهره گرفته ام. باشد که این یادآوری، نمایانگر سپاس بی پایان من نسبت به کمک‌های بی دریغ ایشان به شمار آید.

## تعهد نامه

اینجانب محمد حمید آزادی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران - گرایش سازه های هیدرولیکی دانشکده عمران و معماری دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه تحلیل دینامیکی شبکه های لوله توزیع سیال با در نظر گرفتن پدیده جدایی ستون مایع تحت راهنمایی دکتر احمد احمدی متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه / رساله توسط اینجانب انجام شده و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه / رساله تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرکی یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام <<دانشگاه صنعتی شاهرود>> و یا <<shahrood university of technology>> به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افراد که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه / رساله تاثیر گذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه / رساله رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه / رساله ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه / رساله ، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

### تاریخ:

### امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق و نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحوی مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه / رساله بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

## چکیده

از دید فیزیکی، در یک مساله ضربه قوچ، خاموش شدن ناگهانی پمپ ها و یا بستن سریع شیرها سبب خواهد شد که تغییرات زیادی در فشار ایجاد شود. همچنین این موضوع باعث تشکیل حفره محلی، کاویتاسیون گسترده، نوسانات شدید در سیستم سازه‌ای و هیدرولیکی و نوسانات قابل توجهی در سیال در حال انتقال می‌شود. به ویژه در صورتی که پدیده جدایی ستون مایع اتفاق افتند ضربات شدیدی بر سیستم و تاسیسات زیر مجموعه سیستم وارد خواهد شد. در اثر متلاشی شدن حفره های بخار ممکن است فشارهای زیادی با شیب زیاد در پیشانی موج ایجاد گردد که در کاربردهای عملی از اهمیت زیادی برخوردار است.

تداخل سیال-سازه (FSI) در سیستم‌های لوله، که در آن، رفتار دینامیکی سیستم لوله به علت پدیده ضربه قوچ مورد بررسی قرار می‌گیرد، مورد نظر است. ارایه مدل ریاضی و حل عددی مساله تداخل سیال-سازه ناشی از ضربه قوچ در شبکه لوله ها و لوله های معلق در معرض ضربه مستقیم، با در نظر گرفتن پدیده جدایی ستون مایع، هدف این پایان نامه می باشد. نتایج حاصل از روش حل عددی تماماً خطوط مشخصه (Full MOC) و خطوط مشخصه - اجزای محدود (MOC-FEM)، مورد بررسی قرار گرفته است.

پدیده جدایی ستون مایع نیز، به دلیل اهمیت آن و اثرات مخربی که می تواند در یک سیستم لوله به دنبال داشته باشد در این پایان نامه مورد بررسی قرار گرفت. جهت تحلیل این پدیده، ساده ترین روش به نام مدل حباب‌های متمرکز (DVCM) مورد استفاده قرار گرفت تا به راحتی بتوان آن را در سیستم‌های لوله وارد کرده و درستی آن را تحقیق نمود.

در اینپایان نامه نشان داده شده است که اثرات FSI مورد توجه جدی بوده و لزوم در نظر گرفتن پدیده جدایی ستون مایع اکیداً توصیه می‌گردد. نتایج به دست آمده از مدل عددی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی معتبر نشان دهنده همگرایی مناسبی می باشد. با این حال ادامه فعالیت بیشتر بر روی ابعاد گوناگون این موضوع مورد نیاز می باشد.

## فهرست مطالب:

### فصول

- 1-1-1- مقدمه..... 2
- 1-2-1- طرح مساله..... 3
- 1-3-3- اهداف..... 3
- 1-4-4- فصل بندی پایان نامه..... 4

### فصل دوم

- 1-2-1- تاریخچه ضربه قوچ..... 7
- 2-2-2- بررسی فشار در هنگام ضربه قوچ..... 7
- 2-3-2- کاویتاسیون بخاری..... 8
- 2-4-4- حفره بخار محلی..... 9
- 2-5-5- حفره های بخار میانی..... 9
- 2-6-6- کاویتاسیون بخاری گسترده یا جریان دوفازی (حبابی)..... 11
- 2-7-7- کاویتاسیون گازی..... 14
- 2-8-8- خلاصه مطالعات..... 15

### فصل سوم

- 1-3-1- بررسی پدیده ضربه قوچ..... 22
- 1-1-1- بررسی انتشار امواج فشاری ناشی از بستن آبی شیر..... 22
- 2-3-2- بررسی پدیده جدایی ستون مایع..... 27
- 1-2-2-3- مدل های تک حفره ای گسسته..... 27
- 1-2-2-3- شرح عددی مدل عددی..... 28
- 2-2-2-3- اصلاح و بهبود مدل حفره ایی..... 30
- 2-3-2-3- مدل حفره ایی گازی گسسته (DGCM)..... 31
- 2-4-2-3- مدل وجه مشترک کاویتاسیون بخاری تعمیر یافته (GIVCM)..... 32
- 3-3-3- اندرکنش سیال-سازه..... 32
- 1-3-3-3- آنالیز تداخلی سیال-سازه..... 32
- 2-3-3-3- طبقه بندی انواع مدل سازی های کوپله..... 33
- 3-3-3-3- مکانیزم های اثرات کوپله..... 34
- 4-3-3-3- معادلات حاکم بر حل مساله..... 34
- 1-4-3-3- معادلات دیفرانسیلی حاکم بر جریان غیر ماندگار..... 34
- 1-1-4-3- معادله پیوستگی..... 35
- 2-1-4-3- معادله اندازه حرکت..... 40
- 2-4-3-3- معادلات دینامیکی سازه لوله..... 42
- 1-2-4-3- معادله دیفرانسیل ارتعاش محوری..... 42
- 2-2-4-3- معادله دیفرانسیل ارتعاش پیچشی..... 45
- 3-2-4-3- معادله دیفرانسیل ارتعاش جانبی (خمشی)..... 46
- 5-3-5-3- مدل سازی اثر تداخلی اتصال..... 49
- 1-5-3-3- مقدمه..... 49
- 2-5-3-3- اعمال اثر کوپله اتصال در روابط هیدرولیکی..... 49

49	3-5-2-1- تقاطع
53	3-5-2-2- زانویی
55	3-5-3- اعمال اثرکوپله اتصال درروابط سازه ای
56	3-5-1- تقاطع
60	3-6- روش حل معادلات سازه ای
60	3-6-1- مقدمه
61	3-6-2- گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیلی سازه‌ای باروش باقیمانده‌های وزنی
61	3-6-2-1- ارتعاش محوری
67	3-6-2-2- ارتعاش جانبی (خمشی)
79	3-6-2-3- ارتعاش پیچشی
81	3-6-3- ماتریسهای مشخصه المان درحالت دوبعدی
85	3-6-4- شرایط مرزی جهت حل معادلات سازه ای
87	3-6-5- الگوریتم نیومارکβ
89	3-8- حل معادلات هیدرولیکی باروش MOC
89	3-8-1- حل عددی معادلات تقریبی ضربه قوچ باروش MOC
89	3-8-2- روش حل

#### فصل چهارم

94	4-1- مقدمه
95	4-2- برنامه نویسی حل عددی
98	4-3- مدل مخزن-لوله-شیربا لحاظ مدل DVCM
98	4-3-1- معرفی مدل
99	4-3-2- مقایسه نتایج
106	4-4- مدل ضربه برای لوله مستقیم معلق بااعمال FSI بدون لحاظ کردن جدایی ستون مایع
106	4-4-1- معرفی مدل
108	4-4-2- مقایسه نتایج
125	4-5- مدل ضربه برای لوله مستقیم معلق بااعمال FSI بالحاظ کردن جدایی ستون مایع
125	4-5-1- معرف یمدل
126	4-5-2- مقایسه نتایج
137	4-6- روش ویگرت
137	4-6-1- مدل مورداستفاده
139	4-6-2- بررسی نتایج

#### فصل پنجم

144	5-1- خلاصه
145	5-2- نتیجه گیری
146	5-3- پیشنهادات برای ادامه کار
147	منابع ومراجع:

## فهرست شکل ها:

### فصل دوم

- شکل 2-1 خطوط نقطه چین: هدبخار، خطوط خط چین نازک: هدحالت پایدار، خطوط خط نقطه: هد ناپایدار ..... 13
- شکل 2-2 جانمایی ابزار اندازه گیری ..... 17
- شکل 2-3 مدل مورد استفاده در آزمایش ضربه برای مدل T شکل ..... 18

### فصل سوم

- شکل 3-1 خط لوله متصل به مخزن در حالت جریان ماندگار ..... 22
- شکل 3-2 مرحله اول ( $0 < t < LC$ ) ..... 23
- شکل 3-3 مرحله دوم ( $LC < t < 2LC$ ) ..... 24
- شکل 3-4 مرحله سوم ( $2LC < t < 3LC$ ) ..... 24
- شکل 3-5 مرحله سوم ( $3LC < t < 4LC$ ) ..... 25
- شکل 3-6 تغییرات فشار با زمان در پشت شیر با صرف نظر کردن از اصطکاک ..... 26
- شکل 3-7 تغییرات فشار در پشت شیر با در نظر گرفتن افت اصطکاکی ..... 26
- شکل 3-8 طرح شماتیک برای مدل حفرهای گسسته ..... 28
- شکل 3-9 خطوط شبکه مشخصه در صفحه  $x - t$  ..... 29
- شکل 3-10 حجم کنترل برای معادله پیوستگی ..... 36
- شکل 3-11 دیاگرام آزاد برای معادله اندازه حرکت ..... 40
- شکل 3-12 دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر المان لوله در جهت طولی ..... 43
- شکل 3-13 دیاگرام آزاد لنگرهای پیچشی وارد بر یک جزء تیر ..... 45
- شکل 3-14 دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر المان لوله در جهت جانبی ..... 47
- شکل 3-15 تقاطع مهار نشده ..... 50
- شکل 3-16 رابطه پیوستگی برای یک تقاطع مهار نشده ..... 51
- شکل 3-17 زانویی (خم) مهار نشده ..... 54
- شکل 3-18 تقاطع جهت بررسی نیروی فشار سیال در هر شاخه ..... 57
- شکل 3-19 نیروی ناشی از فشار سیال در هر شاخه از تقاطع ..... 57
- شکل 3-20 نیروی متمرکز ناشی از فشار سیال در چند نمونه تقاطع - (فلشهای خطچین جهت حرکت سیال را نشان می دهند) ..... 58
- شکل 3-21 نیروی متمرکز ناشی از فشار سیال در تقاطع ..... 59
- شکل 3-22 سرعت متوسط فرضی در کل المان ..... 64
- شکل 3-23 محاسبه سرعت در چند نقطه درون المان ..... 65
- شکل 3-24 محاسبه سرعت درون المان با استفاده از مقادیر سرعت در دوسر المان ..... 76

- شکل 3-25 مشخصات لوله ..... 78
- شکل 3-26 المان قابی مسطح ..... 84

## فصل چهارم

- شکل 4-1 نمای شماتیک از مدل آزمایشگاهی ..... 98
- شکل 4-3 نمودار تغییرات فشار در محل شیر - نتایج مدل آزمایشگاهی ..... 100
- شکل 4-2 نمودار تغییرات فشار در محل شیر - نتایج مدل آزمایشگاهی ..... 100
- شکل 4-4 نمودار تغییرات فشار در محل شیر - نتایج مدل عددی ..... 101
- شکل 4-5 نمودار تغییرات فشار در محل شیر - نتایج مدل عددی ..... 102
- شکل 4-6 نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در محل شیر ..... 102
- شکل 4-7 نمودار تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج مدل آزمایشگاهی ..... 103
- شکل 4-8 نمودار تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج مدل عددی ..... 104
- شکل 4-9 نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه میانی لوله ..... 105
- شکل 4-10 راست: مدل فیزیکی آزمایش ضربه معروف به آزمایش Dundee انجام شده توسط واردیوفن [14]. چپ: برش طولی لوله و ابزارهای نصب شده در طول آن ..... 107
- شکل 4-11 نمایش تغییرات فشار در محل ضربه - نتایج آزمایشگاهی ..... 116
- شکل 4-12 نمایش تغییرات فشار در محل ضربه - نتایج عددی ..... 117
- شکل 4-13 نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در محل ضربه ..... 118
- شکل 4-14 نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج آزمایشگاهی ..... 119
- شکل 4-15 نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج عددی ..... 120
- شکل 4-16 نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه میانی لوله ..... 121
- شکل 4-17 نمایش تغییرات فشار در نقطه انتهایی لوله - نتایج آزمایشگاهی ..... 122
- شکل 4-18 نمایش تغییرات فشار در نقطه انتهایی لوله - نتایج عددی ..... 123
- شکل 4-19 نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه میانی لوله ..... 125
- شکل 4-20 راست: مدل فیزیکی آزمایش ضربه معروف به آزمایش Dundee انجام شده توسط واردیوفن [14]. چپ: برش طولی لوله و ابزارهای نصب شده در طول آن ..... 125
- شکل 4-21 نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج آزمایشگاهی در فشار اولیه 2 MPa ..... 128
- شکل 4-22 نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج عددی در فشار اولیه 2 MPa ..... 129
- شکل 4-23 نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه میانی لوله در فشار اولیه 2 MPa ..... 130
- شکل 4-24 نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه میانی لوله در فشار اولیه 2 MPa ..... 130
- شکل 4-25 نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج آزمایشگاهی در فشار اولیه 1.44 MPa ..... 131
- شکل 4-26 نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج عددی در فشار اولیه 1.44 MPa ..... 132
- شکل 4-27 نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه میانی لوله در فشار اولیه 1.44 MPa ..... 133

- شکل 4-28 نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج آزمایشگاهی در فشار اولیه 0.31 MPa..... 134
- شکل 4-29 نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج عددی در فشار اولیه 0.31 MPa..... 135
- شکل 4-30 نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه میانی لوله در فشار اولیه 0.31 MPa..... 136
- شکل 4-31 چپ: مدل نشان دهنده زانویی در سیستم لوله نظیر این آزمایش، راست: مدل استاتیکی معادل [18] جهت شبیه سازی سختی خمشی (جانبی) لوله های 1، 2، 1 با ساختی محوری فنرها..... 138
- شکل 4-32 منحنی تغییرات فشار در محل زانویی (جواب دقیق عددی)..... 140
- شکل 4-33 منحنی تغییرات فشار در محل زانویی (جواب تقریبی ویگرت)..... 141
- شکل 4-34 مقایسه منحنی تغییرات فشار در محل زانویی (جواب دقیق عددی و روش تقریبی ویگرت)..... 142

## فهرست جداول:

جدول 4- 1 داده‌های ورودی شامل خصوصیات لوله حاوی سیال، میله‌ضربه‌زننده و ابزارگذاری روی لوله در آزمایش آزمایش ضربه  
و اردیوفن [14]..... 107

## فهرست علائم و اختصارات

FSI : Fluid structure interaction

MOC : method of characteristic

DVCM : discrete vapor cavity model

HGL : Hydraulic grade line

FEM : Finite element method

DGCM : Discrete gas cavity model

GIVCM : generalized interface vaporous cavitation model

$L =$  طول لوله

$t =$  زمان

$C =$  سرعت موج

$H_0 =$  هد استاتیکی اولیه

$H =$  د استاتیکی در زمان های مختلف

$V_0 =$  سرعت اولیه سیال

$V =$  سرعت در هر زمان

$A =$  سطح مقطع

$P =$  فشار کل

$Q =$  بدی سیال

$\psi =$  ضریب وزن

$V =$  حجم کنترل

$$M = \text{جرم}$$

$$\rho = \text{چگالی}$$

$$\zeta = \text{تغییر مکان شعاعی جدار لوله}$$

$$r = \text{شعاع لوله}$$

$$\xi = \text{تغییر مکان طولی لوله}$$

$$Z = \text{رقوم محور لوله در هر مقطع}$$

$$E = \text{مدول الاستیسیته لوله}$$

$$\theta = \text{زاویه محور لوله با افق}$$

$$f = \text{ضریب اصطکاک دارسی وایسباخ}$$

$$\gamma = \text{وزن مخصوص سیال}$$

$$\tau = \text{تنش برشی بر روی بدنه لوله}$$

$$F_f = \text{اصطکاک وارد از طرف سیال به جداره لوله}$$

$$\sigma_x = \text{تنش محوری لوله}$$

$$\mu = \text{ضریب پواسن لوله}$$

$$\sigma_\theta = \text{تنش محیطی لوله}$$

$$A_p = \text{سطح مقطع لوله}$$

$$F = \text{نیروی محوری وارد بر لوله}$$

$$G J_t = \text{سختی پیچشی}$$

$$J_t = \text{ثابت پیچشی}$$

$$G = \text{مدول برشی}$$

فصل اول

## طرح مساله

**1-1-1- مقدمه**

لوله هایی که در شبکه های آبرسانی، آبیاری، نیروگاه های هسته ای و تاسیسات صنعتی نصب می شوند باید سیالات را به طور ایمن و اقتصادی جابجا کنند. سیستم های هیدرولیکی در محدوده گسترده ای از پارامترها و متغیرها می بایست به خوبی عمل کنند. این در حالی است که کوچکترین تغییری در سرعت باعث تغییر در فشار خواهد شد. خاموش شدن ناگهانی پمپ ها و یا بستن سریع شیرها سبب خواهد شد که تغییرات زیادی در فشار ایجاد شود، همچنین باعث تشکیل حفره محلی، کاویتاسیون گسترده، نوسانات شدید در سیستم سازه ای و هیدرولیکی و نوسانات قابل توجهی در سیال در حال انتقال شود. به ویژه در صورتی که پدیده جدایی ستون مایع اتفاق افتند ضربات شدیدی بر سیستم و تاسیسات زیر مجموعه سیستم وارد خواهد شد. در اثر متلاشی شدن حفره های بخار ممکن است فشارهای زیادی با شیب زیاد در پیشانی موج ایجاد گردد که در کاربردهای عملی از اهمیت زیادی برخوردار است.

برای درک بهتر این پدیده می توان آن را با شکست یک میله مقایسه نمود. بدین طریق که با فرض سیال موجود درون لوله که به مانند یک ستون عمل می نماید، که ایجاد و متلاشی شدن حفره بخار در سیال مشابه شکستن و برخورد ستون جدا شده می باشد. اما عملاً هدف کلی طراحان جلوگیری از ایجاد جدایی ستون می باشد و طرح های خود را به گونه ای ارائه می دهند که امکان وقوع آن نباشد. البته مارتین در گزارشاتی آورده است که در اروپا و آمریکا طراحی برای جدایی ستون و یا پیشگیری از کاویتاسیون جای بحث و بررسی دارد. در حالی که امروزه طراحان تمایلی به قبول هیچ گونه جدایی ستون را در طرح هایشان ندارند. هر چند برای مقابله با آن راهکارهایی نظیر مخازن ضربه گیر، مخازن هوا و موتورهای چرخشی با ممان اینرسی بزرگ وجود دارد. بسیاری از محققان به این نتیجه رسیده اند که چنانچه نتوان از وقوع جلوگیری کرد لیکن می بایست طرح ها به گونه ای باشند که اثرات ناشی از ضربات جدایی ستون هنگام به هم رسیدن ستون ها (متلاشی شدن حفره) به حداقل خود برسد. برای مثال سیستم هایی با فشار پایین هستند که به علت شرایط توپوگرافی و مشخصات کارکرد دستگاه، جلوگیری از ایجاد ماکرو کاویتاسیون امکان پذیر نمی باشد.

حدود یک قرن پیش ژاکوفسکی (1900) توانست توصیفی ریاضی را برای بسیاری از مشاهدات این پدیده فیزیکی را بیان کند. همچنین او جدایی ستون را مشاهده و توصیف نمود. این مدل عددی ضربه قوچ نتایج دقیق را خصوصاً در اولین دوره افزایش فشار، هنگامی که فشار بزرگتر از فشار بخار

سیال باشد، می دهد. همچنین به علت وجود هوای آزاد، اصطکاک غیر ماندگار و ارتعاشات سازه عملاً کاهش در مقادیر فشار با گذشت زمان معمولاً بیشتر از مقادیر پیش بینی شده می باشد. این روابط سرعت انتشار امواج در شبکه و فشار اولیه ایجاد شده را به خوبی محاسبه می کرد. کاپیتاسیون (جدایی ستون) زمانی رخ می دهد که فشار درون سیستم از فشار بخار سیال کمتر شده و سبب تبخیر سیال می گردد. در این حالت جریان تک فازی سیال به جریان دو فازی تبدیل خواهد شد. در این صورت دیگر معادلات کلاسیک ضربه قوچ صادق نمی باشد. هدف از مدل سازی این پدیده پیش بینی فشارهای ایجاد شده ناشی از متلاشی شدن حفره های بزرگ و پیش بینی زمان بندی تغییرات در مشخصات جریان و در نهایت پاسخ سازه ای لوله ها و تکیه گاه ها است.

### 1-2- طرح مساله

هدف نهایی از انجام این پایان نامه بررسی به پرسش های مطرح شده در زیر می باشد:

- بررسی تغییرات فشار در سیستم لوله- شیر- مخزن ناشی از پدیده ضربه قوچ
- بررسی اثرات پدیده جدایی ستون مایع در سیستم فوق
- بررسی تغییرات فشار در مدل بهبود یافته ضربه به میله مستقیم
- بررسی اثرات اندرکتش سیال- سازه در سیستم میله مستقیم ناشی از ضربه
- بررسی اثرات پدیده جدایی ستون مایع در سیستم میله مستقیم ناشی از ضربه
- بررسی دقت روش های تقریبی در پدیده FSI (روش تقریبی ویگرت)

### 1-3- اهداف

در این پایان نامه به منظور پاسخ دهی به مسائل مطرح شده در بخش های پیشین با بهره گیری از برنامه نویسی در محیط نرم افزار matlab به تهیه کدهایی پرداخته شده است. با استفاده از کدنویسی صورت گرفته تغییرات فشار در نقاط مختلفی از لوله و یا مدل محاسبه و در قالب نمودارهایی ارائه شده است.

به منظور بررسی و صحت سنجی نتایج به دست آمده با جستجو در مجلات معتبر مقالاتی را برگزیده و مقایسه ای بین نتایج تحلیل عددی و آزمایشگاهی به دست آورده ایم. مشاهده می گردد که انطباق مناسبی بین این نتایج موجود است.

**1-4- فصل بندی پایان نامه**

در فصل اول این پایان نامه به بیان طرح مساله و اهداف این پژوهش پرداخته شده است.

تعریف ضربه قوچ و ترسیم مراحل شکل گیری آن در شبکه لوله ارائه شده است. سپس به معرفی انواع مختلف کاویتاسیون پرداخته شده، که شامل کاویتاسیون بخاری، کاویتاسیون بخاری گسترده و کاویتاسیون گازی می باشد.

در فصل دوم نیز خلاصه ای از مجموعه مطالعات صورت گرفته در ارتباط با موضوع اندرکنش سیال و سازه (FSI) و همچنین پدیده جدایی ستون مایع پرداخته شده است. در این بخش ترکیبی از مجموعه مطالعات پیشین و همچنین مجموعه مقالاتی که در ارتباط با مدل ضربه مورد استفاده در پایان نامه بود، ترجمه گردیده است.

اما فصل سوم و چهارم به عنوان مهم ترین فصل های این پایان نامه می باشد. به صورت خیلی خلاصه فصل سوم روش های حل مسئله مورد نظر در پایان نامه به منظور مدل سازی و فصل چهارم نتایج این مدل سازی را نمایش می دهد.

فصل سوم شامل موارد زیر می باشد:

1. بررسی پدیده ضربه قوچ
  2. بررسی پدیده جدایی ستون مایع
  3. بررسی مطالب مرتبط با اندرکنش سیال - سازه (FSI)
- این بخش خود شامل معرفی مفاهیم FSI و نیز مفهوم کوپله کردن می باشد. و انواع مکانیزم هایی که شرایط کوپله را به وجود می آورد اشاره شده است.

#### 4. معادلات حاکم بر حل مساله

این بخش شامل معرفی معادلات ریاضی مورد نیاز برای انجام مدل سازی می باشد. این معادلات شامل 2 معادله هیدرولیکی و 3 معادله سازه ای می باشد. معادلات هیدرولیکی شامل معادله پیوستگی و معادله اندازه حرکت می باشد. معادلات سازه ای نیز شامل معادلات ارتعاش محوری، ارتعاش پیچشی و نیز ارتعاش خمشی می باشد. معادلات فوق در این بخش معرفی شده اند.

#### 5. مدل سازی اثر تداخلی اتصال

اثر تداخلی اتصال از انواع مکانیزم های کوپله می باشد. در این بخش روابط مرتبط با این مهم ارائه شده است.

#### 6. روش حل معادلات سازه ای

در این بخش به چگونگی گسسته سازی معادلات اشاره شده در بخش معادلات سازه ای می پردازیم. روش حل این معادلات به صورت ماتریسی به دست آمده است تا در برنامه نویسی مورد استفاده قرار گیرد. همچنین شرایط مرزی نیز مورد بحث و بررسی قرار گرفته است تا در مدلسازی ها استفاده گردد.

#### 7. حل معادلات هیدرولیکی با روش MOC

در این بخش نیز حل عددی معادلات ضربه قوچ با استفاده از روش MOC ارائه شده است. این موارد نیز در برنامه نویسی مورد استفاده قرار گرفته است. در فصل چهارم پایان نامه نیز 4 مورد مطالعه موردی بررسی شده است. این موارد شامل موارد زیر می باشد:

- بررسی مدل مخزن - لوله - شیر  
در این مدل پدیده کاویتاسیون و جدایی ستون مایع نیز بررسی شده است. این کار به عنوان مقدمه ای جهت نوشتن برنامه ضربه به لوله مستقیم بوده است.
- مدل لوله مستقیم در ضربه  
در این مدلسازی، با توجه به توضیحات ارائه شده در قسمت مختص به آن، مدل ساخته شده است و به بررسی تغییرات فشار در نقاط مختلف و مقایسه آن با نتایج تاپسلینگ پرداخته شده است. در این مدل موضوع جدایی ستون مایع بررسی نگردید.
- مدل لوله مستقیم در ضربه با کاویتاسیون  
در راستای تکمیل مدل قبل به بررسی مدل ضربه با در نظر گرفتن کاویتاسیون و جدایی ستون مایع پرداخته شده است. نتایج این بخش نیز با نتایج آزمایشگاهی تاپسلینگ مقایسه شده اند.
- بررسی روش تقریبی ویگرت  
مدل مورد استفاده مجموعه مخزن - لوله - شیر با شکل L شکل می باشد. با استفاده از فنر به جای استفاده از معادلات ارتعاش جانبی ساده سازی می نماییم. در نتیجه تنها معادله سازه ای مورد استفاده معادله ارتعاش محوری می باشد. نتایج این بخش نیز مرود مقایسه با نتایج آزمایشگاهی قرار گرفته است.

فصل دوم

مروری بر ادبیات موضوع

## 2-1- تاریخچه ضربه قوچ

در خلال نیمه دوم قرن ۱۹ و اوایل قرن بیست تحقیقات زیادی درباره ضربه قوچ انجام گرفت و نتایج آن به چاپ رسید که بیشتر آن تحقیقات در اروپا صورت گرفته بود. که مفاهیم اولیه آنها را می توان در کارهای منابرا و دیگران یافت. جوکوسکی در سال های 1897 و 1898 آزمایشات کلاسیکی را در مسکو انجام داد و قانون ضربه قوچ آنی را برای یک سیستم لوله ساده ارائه نمود. در این قانون در اثر بستن سریع شیر  $T_c < 2L/a$  افزایش پیزومتری توسط رابطه زیر محاسبه می گردد. که این معادله به رابطه ژاکوفسکی معروف می باشد.

$$\Delta H = \frac{aV_0}{g} \quad (1-1)$$

که در آن  $a$  سرعت موج فشاری،  $V_0$  سرعت اولیه جریان،  $g$  شتاب جاذبه،  $L$  طول لوله و  $T_c$  زمان بستن شیر می باشد. زمان تناوب لوله،  $2L/a$ ، به صورت زمان رفتن یک موج تولید شده توسط ضربه قوچ از شیر به انتهای دیگر و برگشت آن به شیر تعریف می شود. روابط و تحلیل های تئوری توسط ژاکوفسکی (1900) و الیو (1902) صورت گرفت که براساس آن تئوری ضربه قوچ کلاسیک بیان گردید. مطالب ژاکوفسکی در سال 1904 توسط سیمن ترجمه شد اما تلاش های الیو تا سال 1925 که ترجمه آن توسط هالمس ارائه شد، ناشناخته ماند.

## 2-2- بررسی فشار در هنگام ضربه قوچ

جوکوسکی اولین کسی بود که پدیده جدایی ستون مایع را مشاهده و توانست آن را توصیف کند. او رخدادهای آزمایش مخزن، لوله، شیر را به صورت زیر شرح داد. با بستن شیر، توقف حرکت آب در لوله آغاز شده و به طور پیوسته تا ساکن شدن آب در کل طول لوله ادامه پیدا می کند. به موجب آن همزمان با آن سیال متراکم شده، فشار بالا می رود و مقطع لوله منبسط می شود. این وضعیت با سرعت  $a$  به سمت مخزن حرکت می کند.

هنگامی که موج به مخزن رسید فشار به حالت قبل رسیده و موج در امتداد لوله باز می گردد. در این حالت جریان به سمت مخزن تغییر جهت می دهد. با رسیدن این موج به شیر و با توجه به اینکه جهت جریان به سمت مخزن بوده و فشار برابر فشار اولیه می باشد. سبب کاهش فشار گردیده که مقدار آن (کاهش فشار) معادل افزایش فشار اولیه می باشد. حال در صورتی که سرعت اولیه جریان به اندازه کافی بزرگ باشد طبق تئوری فوق می بایست فشارهای منفی در لوله ایجاد گردد. به دلیل

اینکه سیال قادر به تحمل فشارهای منفی قابل توجه نخواهد بود سیال از حالت مایع خارج شده و ستون آب فوق از محل آن با شیر جدا خواهد شد و اصطلاحاً جدایی ستون رخ خواهد داد و در جلوی آن یک فضای رقیق شده ایجاد خواهد شد. چنین وضعیتی می تواند در دیگر مکان های ستون سیال که موج با فشار کم در آن منتشر می شود، رخ دهد.

این وضعیت ستون جدا شده از شیر، تا زمانی که فشار کاهش یافته وجود دارد به طول می انجامد و سبب می شود موج دوم افزایش فشار قوی تر از امواج اولی باشد. به این علت که به جای آن که محاسبه تغییر فشار از صفر صورت گیرد، از سرعتی که ستون سیال در ناحیه بخاری داشته حاصل می شود.

### 2-3- کاویتاسیون بخاری

در بحث پیرامون جریان های غیر ماندگار خطوط لوله دو نوع رژیم جریان بررسی می شود. رژیم اولیه جریان رژیم ضربه قوچ بوده که در این نوع رژیم فشار بالاتر از فشار بخار سیال بوده و کاویتاسیون رخ نخواهد داد. نوع دوم رژیم کاویتاسیون بوده که در این روند فشار به فشار بخار می رسد. نوع دوم خود به دو دسته تقسیم می شود. برای این دسته بندی نیاز به تعریف یک پارامتر جدید می باشد. این پارامتر به صورت حجم بخار به مجموع حجم مخلوط سیال و بخار تعریف می شود و با علامت  $\alpha$  نمایش داده می شود. این پارامتر به اندازه تغییرات سرعت در جریانی که در حال وقوع کاویتاسیون است بستگی دارد. بر این اساس دو نوع کاویتاسیون را به شکل زیر دسته بندی می شود:

اول کاویتاسیون بخاری گسسته یا جدایی ستون مایع محلی ( $\alpha$  بزرگ)

و دوم کاویتاسیون بخاری گسترده یا جریان حبابی ( $\alpha$  کوچک)

بحث دیگری که در این مورد وجود دارد آغاز تبخیر می باشد. برای جریان های غیرماندگار در مدل های عددی فشار بخار سیال به عنوان مرحله شروع کاویتاسیون در نظر گرفته می شود.

هر چند نتایج برخی آزمایشات نشان دهنده آن است که این فشار از فشار بخار سیال کمتر می باشد (لی و همکاران). به هر حال پارامترهایی که بر آن اثر می گذارند، ویژگی سیال، شرایط جریان، جداره های لوله و اثرات کشش سطحی می باشد.

پلست، اورتن و همکاران و ترونا توضیحات و تشریحات عمیقی را با موضوع تنش های کششی در سیالات ارائه نمودند. همچنین نتایج جدید توسط ویلیامز و همکاران، ویلیامز و براون و

ویلیامز ارائه شده است. تنش کششی برای سیال حالت فوق پایدار دارد که در حالت پدیده های غیر ماندگار توسط نامعادلات ترمودینامیکی توصیف می گردد.

شینادو و کوچیما در آزمایشات کاویتاسیون گذرا مقادیر فشار مطلق منفی کوچکی را اندازه گیری نمودند که علت آن را به اثرات کشش سطحی نسبت دادند. که این مطلب هنگامی که ناحیه کاویتاسیونی شامل تعداد زیادی حباب های ریز باشد اهمیت قابل توجهی می یابد. اخیرا در این مورد تحقیقات جدیدی صورت گرفته است.

## 2-4- حفره بخار محلی

خصوصیات یک حفره بزرگ یا جدایی ستون مایع به صورت محلی قابل بررسی است و خصوصیات محلی وابسته به خود را در بر می گیرد. در این حالت ضریب  $\alpha$  قابل مقایسه با یک خواهد بود ( $\alpha$  بزرگ) و تغییرات سرعت محلی نیز بزرگ می باشد. مثال هایی از این دست شامل موارد زیر می باشند.

تشکیل حفره ها نزدیک شیرها در زمان بستن آن ها، در نزدیکی توربین ها و ورودی های آن و یا در نقاط ارتفاعی بلند در خطوط لوله (بیشینه نسبی تراز لوله) و یا نقطه ای در میانه لوله که محل برخورد دو موج با فشار کم باشد که نتیجه ان ایجاد فشار کمتر از فشار بخار سیال باشد.

بعد از تعاریف جدایی ستون توسط جوکوسکی و موستوفسکی، لوکنت اولین نتایج آزمایشگاهی را برای یک سیستم مخزن، لوله و شیر با بستن سریع شیر و ایجاد پدیده جدایی ستون مایع محلی ارائه داد. همچنین او یک روش تحلیل ستون مایع صلب بیان نمود. او برای سازگاری نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی ضریبی را معرفی نمود که مقادیر آن ضریب برای هر لوله مشخص می بایست تخمین زده شود که کار را برای استفاده گسترده آن بسیار مشکل می کرد.

## 2-5- حفره های بخار میانی

لاپتون برای اولین بار در سال 1953 احتمال تشکیل یک فاصله داخلی یا حفره بخار میانی را بیان نمود، بدین صورت که محل آن در مجاورت قطعات هیدرولیکی (شیر، پمپ، توربین و...) و یا در نقاط مرتفع قرار ندارد. با ارائه مطلب قبل مورس در بررسی این موضوع این سوال را مطرح کرد که با برخورد امواج ضربه قوچ و سرژ چه اتفاقی خواهد افتاد و لاپتون در پاسخ به سوال فوق این گونه بیان نمود که اگر دو موج با یکدیگر تلاقی نمایند و مجموع قدر مطلق آنها از فشار اولیه (نسبی)

بالتر رود یک گپ داخلی در محل مورد نظر تشکیل خواهد شد. همچنین او مثالی را ارائه کرد که با توقف لحظه ای پمپ و پی گیری اتفاقات پی در پی در آن منجر به تشکیل یک حفره بخار میانی گردید. با تشریح این مثال مشخص شد که تشکیل حفره بخار میانی لزوماً در نقاط ارتفاعی بلند و یا تغییر شیب در خطوط لوله واقع نشده اند.

اونیل در پایان نامه فوق لیسانس خود در دانشگاه ملبورن، به بررسی وقوع حفره های بخار میانی با استفاده از روش حل گرافیکی پرداخت. او در آنجا اشاره کرد که بیشتر مطالعات قبلی از تشکیل حفره بخار میانی که به عنوان یک شرط مرزی داخلی درون لوله عمل می کند چشم پوشی کرده اند. همچنین او روشی را برای محاسبه تشکیل حفره های میانی ارائه کرد که نتایج آزمایشگاهی را برای یک سیستم ساده مخزن، لوله، شیر را نیز شامل می شد و در ادامه مطالعات شهودی برای مشاهده رشد و نابودی حفره های میانی با استفاده از یک دوربین با سرعت بالا به کار گرفته شد و در بررسی های عددی تعدادی از مثال های تحلیلی پالس های فشاری با دوره کوتاه مدت به واسطه تلاشی شدن حفره در اثر بستن شیر نشان می داد که مقدار آن را افزایش فشار اولیه (فشار ژاکوفسکی) فراتر می رفت. اما نتایج آزمایشگاهی ضبط شده در نمودار فشار این پالس های فشاری با دوره کوتاه مدت را نشان نمی داد. شارپ کارهای اونیل را ادامه داد و به بررسی رشد و تلاشی شدن حفره های کوچک بخار که توسط امواج با تراکم کم ایجاد می شدند پرداخت. همچنین او یک حفره کروی ایده آل را با استفاده از قوانین نیروها و قوانین اندازه حرکت تحلیل نمود. همچنین نتایج آزمایشگاهی که شامل عکس های گرفته شده با سرعت بالا از حفره های میانی بود ارائه شد. شارپ در ادامه کارهای خود تشکیل نوع دیگری از حفره را پیشنهاد نمود بدین صورت که شکل گیری آن در خلال اولین شکست و متعاقب آن گسیختگی فازها با دلیلی کاملاً متفاوت خواهد بود.

شارپ تصریح نمود که تعدادی حفره های کوچک، به صورت پی در پی در بازه های منظم در محل شیر تشکیل شده و از آن محل حرکت می کنند. عکس شدن جریان غیرماندگار در طول لوله سبب خواهد شد که این حفره ها متلاشی شده و یک سری پالس های منظم فشاری با ترکیب های ستون آب ایجاد شود. در ادامه او روشهای حل گرافیکی را اصلاح نمود بدین طریق که فرض نمود حفره هایی در بازه های یکسان در طول لوله شکل بگیرد. که در حقیقت این روش مشابه وقوع کاویتاسیون بخاری گسترده در خطوط لوله می باشد.

جردن (1961) جدایی ستون را در یک سیستم پمپاژی با از کار افتادگی پمپ بررسی نمود. او روش تحلیلی را برای محاسبه محل دقیق حفره های میانی در طول لوله را بهبود بخشید. او اظهار داشت

که محل بدست آمده برای حفره‌های میانی توسط روش استاندارد اشنایدر (1932) و روش گرافیکی برگرون (1935)، تقریبی می‌باشد و مقدار دقیقی نمی‌دهد. سیمسیون و برگنت از تشکیل حفره های بخار میانی شواهد آزمایشگاهی واضح و روشنی را ارائه کردند. در این آزمایشات پالس‌های فشاری با دوره کوتاه مدت به خوبی مشاهده می‌شد.

## 2-6- کاویتاسیون بخاری گسترده یا جریان دو فاز (جابی)

کاویتاسیون بخاری گسترده یک ناحیه دو فاز است که هم شامل بخار بوده و هم شامل سیال می‌باشد. چنانچه گفته شد کاویتاسیون حفره ای محلی فقط در محل خاص و در محدوده کوچکی رخ می‌دهد، اما در این نوع، کاویتاسیون در طولی از لوله ایجاد می‌گردد که در آن قسمت اندازه موج فشار عبوری از فشار بخار کمتر است و با ایجاد کاویتاسیون در آن ناحیه، فشار در حدود فشار بخار ثابت می‌ماند. نسبت تخلخل ( $\alpha$ ) در این مورد در نواحی که کاویتاسیون بخاری گسترده رخ داده است در مقادیر بسیار کم، در حدود صفر باقی می‌ماند.

تفاوت جدایی ستون محلی و کاویتاسیون گسترده در لوله‌ها اولین بار توسط نپ (1973) در دومین گردهمایی ضربه قوچ ارائه گردید که در حقیقت تکمیل کارهای قبلی او بود. او مثالی آورد که در آن افت فشار توسط شکست لوله در مجاورت یک شیر با بستن سریع رخ داد. امواجی منفی که بدون تغییر به سمت بالا دست حرکت می‌کردند، سبب شد که پیشانی موج بدون آن که خط فشار صفر را قطع کند مسیر خود را ادامه دهد در حقیقت خط فشار روی خط فشار صفر باقی مانده بود که باعث شد در فاصله بین مخزن تا آن نقطه کاویتاسیون به طور نسبی رخ دهد اما جدایی در ستون سیال ایجاد نشود. بازگشت موج ضربه قوچ از مخزن سبب بازگرداندن به حالت قبل (شرایط بدون کاویتاسیون) با افزایش فشار متناظر آن شد. او در نهایت چنین نتیجه گرفت که تحقیقات بیشتری لازم می‌باشد تا اینکه وضعیت ضربه قوچ همراه کاویتاسیون به طور کامل مشخص گردد.

همچنین در سال 1939 مفاهیم کاویتاسیون بخاری را در مقاله ای دیگر به بحث گذاشت و آن را تکامل بخشید و در نهایت در نتیجه گیری از آن تصریح کرد که در مواردی که کاویتاسیون بخاری ایجاد می‌شود نمی‌توان از روش گرافیکی بهره جست.

دهالر و بدو (1951) رفتار و عملکرد تحلیلی جدایی ستون مایع را برای انتشار یک موج کم فشار در یک لوله به سمت بالا ارائه نمودند. آنها پیشنهاد کردند که به جای آن که یک حفره در یک مقطع سریعاً و تماماً در آن مقطع تشکیل گردد می‌تواند حفره‌هایی در طول لوله در مقاطع مختلف شکل

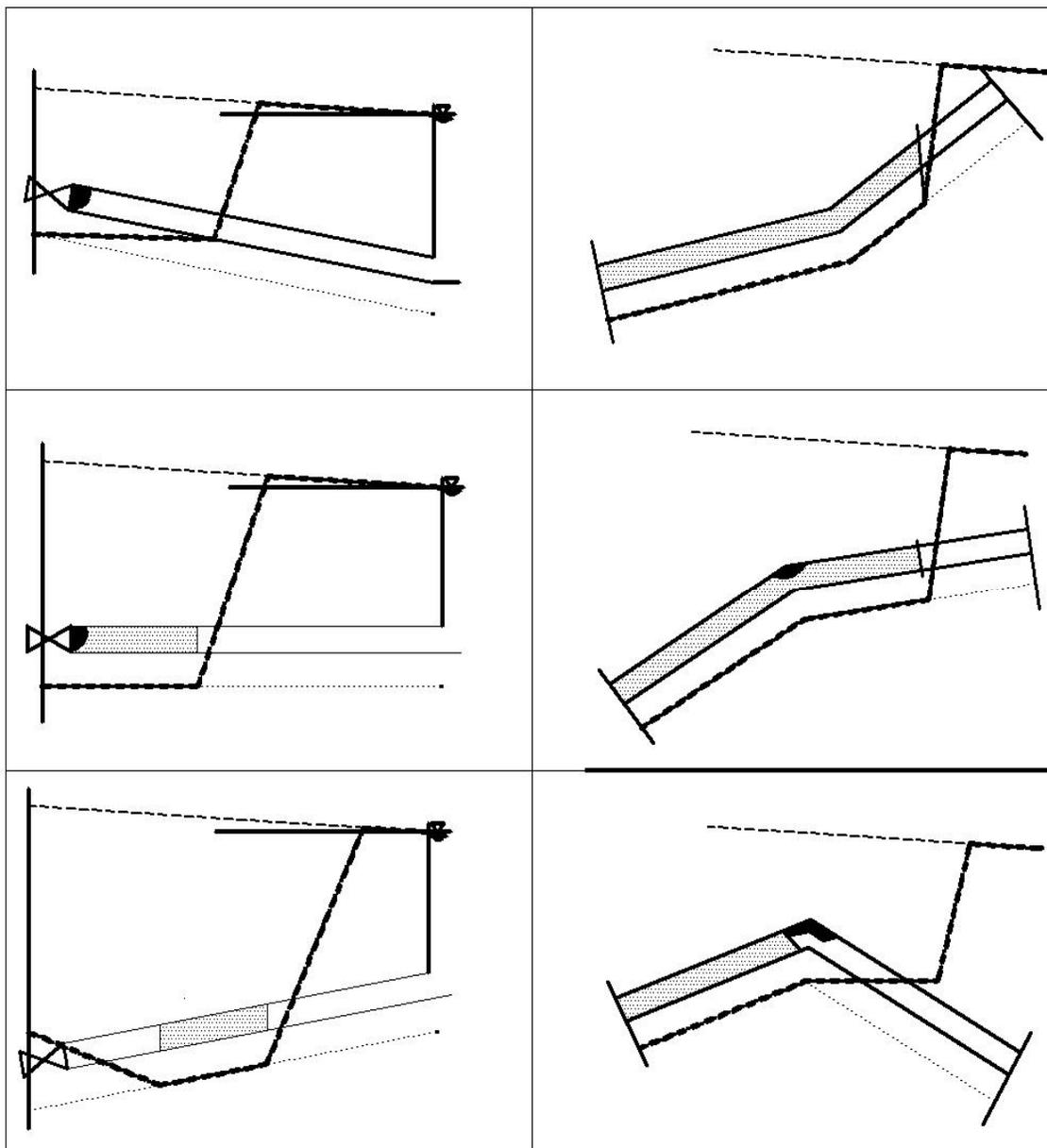
بگیرند. لاپتون در سال 1953 خلاصه ای از روش‌های گرافیکی را ارائه نمود که در آن‌ها یک مقطع به عنوان جدایی ستون‌های آب اختصاص داده می‌شد. که در آن رساله ضربه قوچ را در سیستم‌های پمپاژ بررسی می‌کرد. همچنین او به توصیف وقایع و تغییراتی پرداخت که به صورت پی در پی رخ می‌دهند تا اینکه منجر به تشکیل یک ناحیه کاویتاسیون بخاری گردد. او در آن جا جدایی ستون محلی و ناحیه کاویتاسیون گسترده را از یکدیگر تفکیک نمود. در ادامه انتقال یک موج منفی در امتداد یک لوله بدون اصطکاک رو به بالا مورد بررسی قرار گرفت. این موج سبب افت فشار می‌شود به طوری که در هر مکانی که آن موج عبور کند، فشار برابر فشار بخار می‌گردد.

جردن در سال 1965 تحقیقاتی را بین دو نوع کاویتاسیون بخاری محلی و کاویتاسیون بخاری گسترده انجام داد. سیستم مورد مطالعه شامل یک سیستم پمپاژ و لوله‌هایی با شیب افقی شیب رو به بالا و شیب رو به پایین بود. او در این بررسی روش تحلیلی کاویتاسیون بخاری گسترده را برای آن نواحی بهبود بخشید. همچنین مطالعاتی روی اثر خط تراز هیدرولیکی (HGL) و شیب لوله بر روی تشکیل نواحی کاویتاسیون گسترده انجام داد که نتایج آزمایشگاهی و آنالیز عددی رفتار نسبتاً منطقی را نشان می‌دادند. آزمایشات مذکور در آزمایشگاه تروانستیتو لیبجیانا در کشور اسلوانی انجام شد. وسایل آزمایشگاهی به کار برده شده شامل یک شیر بالا دست با بستن سریع و یک لوله با جهت شیب به سمت بالا می‌شد.

در ادامه تحقیقات کرانورگ چنین بیان نمود که با عبور یک موج منفی ممکن است در قسمتی از لوله ناحیه کاویتاسیون بخاری ایجاد گردد که ناشی از کاهش فشار استاتیکی در جهت انتشار موج به واسطه وجود اصطکاک و یا شیب لوله باشد. از سوی دیگر چنانچه فشار استاتیکی در جهت انتشار امواج کاهش یابد امکان ایجاد یک ناحیه کاویتاسیون بخاری نخواهد بود. (شکل 2-1)

این نوع از کاویتاسیون ممکن است در طول زیادی از لوله گسترش پیدا کند که برای تغییرات کوچک سرعت معمولاً مقدار نسبت تخلخل بسیار کوچکتر از یک می‌باشد کاهش در تغییرات فشار سبب می‌شود که هنگام عبور موج ضربه قوچ در طول لوله تغییرات سرعت کمتری ایجاد شود در نتیجه ذرات سیال با گذر موج در نهایت سرعت بیشتری نسبت به ذرات اولیه دارند که سبب می‌شود در زمانی که موج منفی فشار را به فشار بخار می‌رساند سیال مدت زمان بیشتری در حالت جدا شده قرار داشته باشد.

آزمایشات گسترده ای که توسط سیمسیون، برگنت، و وایلی صورت گرفت وقوع کاویتاسیون بخاری گسترده را روشن و آشکار نمود. سیمسون و وایلی در سال 1989 با ارائه یک مثال تشریحی نشان دادند که نواحی کاویتاسیون بخاری گسترده چگونه تشکیل می‌شوند.



شکل ۱-۲ خطوط نقطه چین: هد بخار، خطوط خط چین نازک: هد حالت پایدار، خطوط خط نقطه: هد ناپایدار

(چپ): ایجاد کاویتاسیون به وسیله بستن سریع شیر (a) لوله به سمت پایین (b) افقی (c) به سمت بالا  
(راست): تشکیل کاویتاسیون به وسیله زانو (a) افزایش شیب (b) کاهش شیب و رو به بالا (c) رو به پایین

## 2-7- کاویناسیون گازی

در سالهای 1970 تا 1980 اثرات گاز نامحلول و گاز آزاد در جریان های غیرماندگار خطوط لوله مورد توجه و بررسی قرار گرفت. یکی از ویژگی های مهم سیالات آن است که چنانچه در تماس با یک سطح آزاد قرار بگیرند می توانند مقدار مشخصی گاز را به درون خود جذب کنند.

یکی از تفاوت هایی که بین گاز نامحلول و بخار وجود دارد سرعت فرار آنها از سیال می باشد. به طوری که سرعت فرار بخار از سیال در مرتبه میکرو ثانیه بوده اما سرعت فرار گاز نامحلول از مرتبه ثانیه می باشد و در حدود چند ثانیه طول خواهد کشید. همچنین جذب گاز و مخلوط شدن آن با سیال نیز از فرار آن کندتر است. فرار گاز در سیستم های مختلفی از قبیل خطوط انتقال لوله های طویل، سیستم های خنک کننده و خطوط نفت اتفاق می افتد. مبحث فوق در خطوط لوله فاضلاب و سیستم سوخت رسانی در هوانوردی بسیار پر اهمیت است. حال چنانچه در یک لوله کاهش فشار به وجود آید در اثر آن خروج گازها از محلول را مشاهده خواهیم کرد و اگر یک حفره ایجاد شود گاز در محل کاویناسیون باقی مانده و ممکن است با افزایش فشار نیز سریعاً به حالت اولیه خود باز نگردد که در نتیجه منجر به تغییراتی در سیستم شود از آن جمله ورود هوا و یا گاز رها شده سبب کاهش سرعت انتشار موج شده و در نتیجه آن سبب کاهش تغییر فشار گذرا گردد. محدودیت مهمی که مدل سازی های عددی ارائه شده توسط هر یکی از محققان است این است که می بایست برای نرخ رهاسازی (آزاد سازی گاز) مقداری دلخواه فرض گردد. دیجکمن و ورگینسهیل تحقیقاتی تئوری بر روی اثرات گاز نامحلول بر مستهلک شدن امواج و افزایش فشار در جدایی ستون مایع انجام دادند.

## 2-8- خلاصه مطالعات

تداخل سیال و سازه در سیستم های خط لوله در سالهای اخیر بخصوص از نیمه دوم قرن بیستم توسط بسیاری از محققین مورد مطالعه قرار گرفته است. بررسی این مطالعات یک سیر تحول و پیشرفت از امواج محوری و حرکت یک بعدی لوله به معادلات چند بعدی موج و روش اجزا محدود را نشان می دهد.

تأثیر جابجایی های طولی و محیطی لوله در کاهش سرعت موج فشاری در بسیاری از منابع از جمله در یادداشت‌هایی از استریتر و وایلی، توضیح داده شده است. این تعدیل به صورت سنتی در تحلیل مسأله ضربه قوچ و جریان‌های نوسانگر در خطوط لوله مورد استفاده قرار گرفته است. در این تحلیل ها حرکت لوله در نظر گرفته نشده است.

اسکالاک و تورلی و ویلیامز جهت تعیین بارهای ناشی از غیرماندگاری جریان در لوله های مستقیم، معادلات امواج طولی را برای سیال و لوله بصورت کوپله در نظر گرفتند، تا بتوانند امواج کششی ایجاد شده در بدنه لوله را تخمین بزنند. اسکالاک مطالعه ای با استفاده از این نوع تحلیل ارائه کرد که در آن حرکت لوله تنها در جهت محوری و کاملاً در حد الاستیک بررسی شده است. ریتز، دسوزا و اولدنبورگر و جونز و وود جریان نوسانگر را بعنوان یک عامل ایجادکننده ارتعاشات و حرکات طولی در یک لوله تنها، مورد مطالعه قرار دادند. وود جریان غیرماندگار سیال را با یک مدل یک درجه آزادی جرم - فنر، بصورت کوپله در نظر گرفت و توانست مهمترین تداخل سیال و سازه لوله را اثبات کند. این تحلیل همچنین برای ارتعاش سیستم های لوله یک درجه آزادی صحیح است. بلید و همکاران بر روی حرکات ارتعاشی نقطه میانی یک خط لوله با یک زانو تحقیق کردند. این سیستم تنها دارای یک درجه آزادی در جهت طولی بود. نتایج تحلیل کوپله سیال - سازه ای که آنها ارائه دادند با نتایج آزمایشگاهی مطابقت داشت.

تحلیل لرزهای غیرکوپله سیال توسط زیلک و هکو استریتر و وایلیو چاودریتوسعه داده شده است. در این روش فرض می شود که لوله صلب است و سیال بوسیله روش عمومی خطوط مشخصه تحلیل می شود. سپس بارهای هیدرولیکی روی اجزای مختلف لوله تعیین شده و برای انجام تحلیل سازه ای مورد استفاده قرار می گیرند.

آنالیز کوپله سیال - سازه باید حرکت موج تنش را در جداره لوله همانند حرکت موج فشاری در سیال، در نظر بگیرد. دیویدسون و اسمیتیک ماتریس انتقال مرکب از سیال و سازه را برای یک لوله خم دار توسعه دادند و نتایج آزمایشگاهی درستی کار آنها را ثابت کرد. در ادامه این کار آنها یک حل دقیق تر را توسعه دادند و یک

سیستم لوله غیر مستوی را که شامل سه زانو بود، بررسی کردند و نتایج آنها بوسیله مدل آزمایشگاهی تأیید شد.

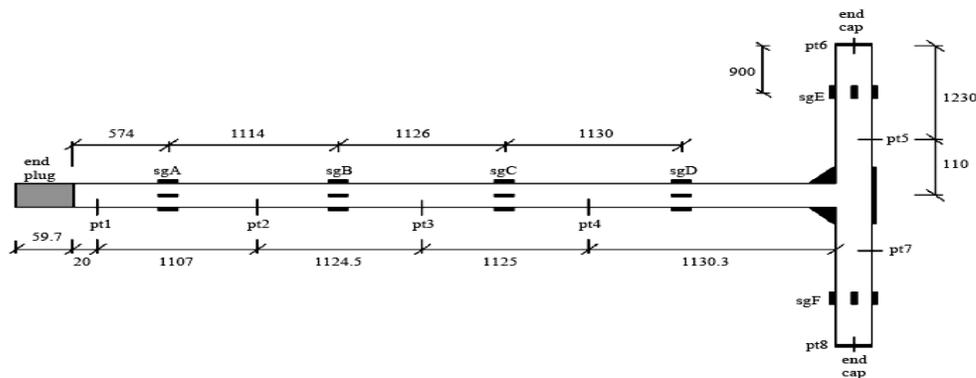
ویلیکینسون روشی برای تخمین پاسخ لرزه ای سیستم عمومی لوله ارائه کرد که در آن از یک ماتریس انتقال استفاده شده است. روابط شامل پنج خانواده کوپله بودند. یکی در سیال و چهار رابطه در سازه لوله. در کار بعدی آقای ویلیکینسون، تئوری ساده شده ای برای غیرماندگاری جریان و انتشار امواج و پاسخ سازه ای در T ها و خم ها ارائه شده است. الیس رفتار غیرماندگار سیال را در یک شبکه لوله ایستگاه پمپاژ مورد بررسی و تحلیل قرارداد. او یک روش خطوط مشخصه را برای حرکت سیال و لوله بصورت کوپله ارائه کرد. اولسن روشی را ابداع نمود که در آن لوله و سیال درون آن بصورت المانهای جامد با ارتباط های مناسب در نظر گرفته می شوند و سپس کل سیستم با یک الگوریتم اجزا محدود تحلیل می شود. شوپریان و کارابیننیز از این روش تحلیل استفاده کرده اند. هتفیلد و همکاران روش سنتز اجزا را برای پیش بینی امواج فشاری و پاسخ های سازه ای سیستم لوله توسعه دادند. در این روش در ابتدا فرکانس طبیعی و شکل موده های سیستم لوله تعیین می شوند و سپس این مودها در تعدیل کردن تحلیل هیدرودینامیکی سیال مورد استفاده قرار می گیرند و بدین صورت تداخل دینامیکی سیال و لوله، با تحلیل های جداگانه سیال و سازه و ترکیب جزئیات آنها در حل، مدل می شود. از روش مشخصه برای جریان غیرماندگار و از روش مدال برای تحلیل سازه لوله استفاده شده است. فایده این روش نسبت به روشهای قبلی، جداکردن تحلیل به گامهای مختلف است.

بلیچکو، کارابین و لنینیک پروسه دوگانه جهت تشابه امواج و تأثیر سازه ای آن در سیستم لوله پیشنهاد کردند . آنها در این مقاله تصریح کردند که فرض غیر قابل تراکم بودن سیال که اغلب در تحلیل ضربه قوچ مورد استفاده قرار می گیرد، همواره یک فرض محافظه کارانه نیست. آنها برای احتراز از حل کوپله که پیچیدگی های فراوانی داشت، و نیز با توجه به غیر محافظه کارانه بودن نتایج تحلیل با فرض غیر قابل تراکم بودن سیال، یک روش ساده را که می توانست با دقت کافی تراکم پذیر بودن سیال و تداخل سیال - سازه را در نظر بگیرد، مورد توجه قرار دادند. در این روش با فرض یک لوله صلب، تحلیل هیدرودینامیکی منجر به تعیین توزیع فشار در خط لوله می شد و سپس از فشار محاسبه شده بارهای سازه ای جهت انجام تحلیل اجزا محدود بدست می آمدند. ویگرت و هتفیلد و استاکنبروک یک روش مشخصه برای سیال و سازه بصورت همزمان ارائه کردند. در این روش روی خطوط مشخصه، فشار سیال و تنش محوری، برش و خمش لوله، همگی قابل تعریف بودند. البته این روش هم محدودیتهایی در معیارهای ریاضی و دینامیک سازه داشت. لوویج و تایلینگتداخل سیال و لوله را با بکار بردن تئوری ضربه قوچ برای سیال و تئوری خمش

تیموشنکو برای المان لوله، مدل کردند و یک پروسه مرکب از روش مشخصه (MOC) و اجزاء محدود (FEM) ارائه گردید. معادلات هیدرولیکی با MOC و معادلات لرزه ای سازه با FEM تحلیل شدند.

اثرات سختی تکیه گاه در فشارهای سیال و تنش های حاصله در سیستم لوله توسط هیسبروک و تاپسلینگ [25] بررسی شده است. در اینجا نشان داده شده است که برای سیستم های با سختی تکیه گاهی کمتر استفاده از معادلات کلاسیک ضربه قوچ و آنالیز غیر کوپله منجر به جواب های غیرقابل قبول خواهد شد که این امر به علت زیادتر شدن اثرات تداخلی بین سیال و سازه می باشد.

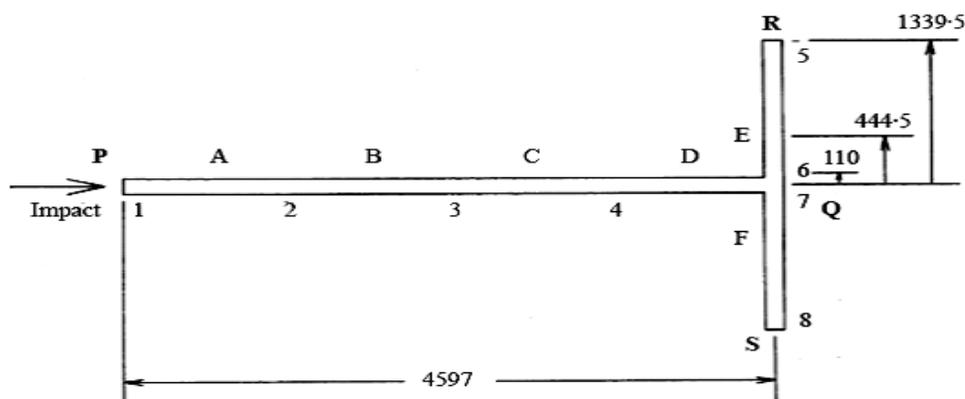
تاپسلینگ و واردی [16] آزمایشی بر روی یک سیستم لوله ای T شکل جهت بررسی اثرات FSI و جدایی ستون مایع انجام داده اند. مدل آزمایشگاهی متشکل از سه لوله به طولهای 1.34, 1.34, 4.51 بود که جریان گذرا در آن در اثر برخورد یک میله فولادی به طول 5 متر به انتهای لوله درازتر ایجاد می شود. با تنظیم فشار استاتیکی درون سیستم لوله در حالت سیال ساکن می توان آزمایش FSI با جدایی ستون یا بدون جدایی ستون مایع را انجام داد. در این آزمایش هر دو اثر تداخلی پواسن و اتصال به صورت قابل توجهی وجود دارند. آزمایش های انجام شده جهت تایید صحت آزمایش معمولاً چند بار تکرار شده است و نتایج مشابه حاصله صحت آزمایش ها را تایید کرده است. تمام شبکه لوله و میله ضربه زننده به وسیله مهار هایی به صورت آویزان نگه داشته شده اند و در نقاط مختلفی از سیستم لوله فشارسنج ها و کرنش سنج های جهت ثبت نتایج نصب شده است. همچنین متقارن بودن سیستم و لزوم حصول نتایج مشابهی در دو لوله مشابه عامل دیگری جهت کنترل صحت آزمایش ها بوده است. در پایان محققان برگزارکننده آزمایش اظهار داشته اند که نتایج بسیار دقیق و تمام جزئیات و پارامترهای موجود در آزمایش به طور کامل ارائه شده تا جهت انجام مدل سازی های کامپیوتری در آینده قابل استفاده باشند. مدل مورد استفاده در این تحقیق به صورت شکل زیر می باشد:



شکل ۲-۲ جانمایی ابزار اندازه گیری

وردی، فان و تاپسلینگ در مقاله ای در سال 1996 به ارائه نتایج آزمایشگاهی برای مدل لوله T شکل نمودند. این نتایج به عنوان مبنایی برای توسعه و تائید مدل های ریاضی آتی مورد استفاده قرار می گیرند. مدل مورد استفاده مجموعه لوله های افقی و معلق است که در انتهای متمایز خود مورد اصابت ضربه محوری یک میله قرار می گیرد. در این مدلسازی آزمایشگاهی توجه ویژه ای به بر اندرکنش بین موج تنش در لوله و موج فشاری در سیال گردیده است. همچنین از اثرات کاویتاسیون، قیود خارجی و گرادیان های فشار از پیش معین صرف نظر شده است. نتایج نشان می دهد که اثرات کوپله در مرزها و تا حد کمتری در پیشانی موج پیشرو در لوله، تاثیر بسیاری در تاریخچه تنش ها و فشارها خواهد داشت. همچنین نشان داده شده است که اعمال کوپله، فرکانس اصلی ارتعاش را در مقایسه با حالت جداگانه سیال و سازه دچار تغییر می سازد.

در شکل زیر ساختار مدل آزمایشگاهی ارائه شده است.



شکل ۲-۳ مدل مورد استفاده در آزمایش ضربه برای مدل T شکل

در تئوری، لوله T شکل و میله ضربه برای برانگیختگی حول محور مرکزی لوله دارای تقارن می باشد. این بدان معناست که لوله بلندتر تنها در راستای طولی خود ارتعاش می کند. در نتیجه ارتعاش خمشی درون و برون صفحه ای روی نخواهد داد. حرکت محوری لوله بلندتر شامل حرکت جانبی لوله های کوچک تر نیز می باشد. نوسانات فشار در سیال باعث حرکت محوری در لوله های کوچک می شود. کاویتاسیون زمانی روی می دهد که فشار به میزان فشار بخار تنزل می یابد. این مقدار در دمای اتاق در حدود 0.002 مگاپاسکال می باشد.

در جریان های پایدار، شناخته شده ترین اندرکنش بین سیال و لوله، نیروی وارده به زانویی ناشی از نیروهای فشاری و مومنتوم حاصل از تغییر مسیر جریان می باشد. در لوله های با قطر بالا، تکیه گاه هایی

برای مقابله با این نیروها تعبیه می گردد. در لوله های کوچک تر، علی الخصوص لوله های معلق، می بایست از لوله های با ضخامت مناسب بهره جست تا امکان انتقال نیروها از طریق جنس لوله فراهم شود.

نیرو وارده بر زانویی ها و سایر مرزها در حالت جریان غیرماندگار بیش از حالت ماندگار می باشد. این مورد برای مدل ضربه قوچ نیز به علت تغییرات سریع سرعت مشاهده می شود. منبع متداول این نوع جریان می تواند به علت بستن سریع شیر در شبکه باشد. همچنین شکست در خطوط شبکه و یا عیب در پمپ ها نیز می تواند به این مساله منجر شود. مشهود ترین اندرکنش بین سیال و لوله در خم ها و در سایر مرزها نظیر شیر و یا اتصالات رخ می دهد. هدف اصلی در این مقاله تخمین تنش های احتمالی در شبکه لوله و فرکانس رزونانس در سیستم می باشد. به علت مشکلات سخت افزاری پیش آمده برای این مطالعات، نمودار نوسانات فشار تنها برای یک نقطه ذخیره شده است.

تایسلینگ و واردی [13] مطالعه جامعی را در زمینه ارائه مقیاس های زمانی موثر در جریان های غیرماندگار در شبکه های لوله تحت فشار انجام داده اند در این تحقیقات سعی شده تا معیار های زمانی مشخصی را جهت تعیین نوع جریان اعم از پایدار- شبه پایدار- ستون صلب- ضربه قوچ با اثرات تداخلی در حالت های یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی. این تحقیق حاوی اطلاعات مفیدی در زمینه فرکانس اصلی ضربه قوچ، فرکانس اصلی امواج تنش و اهمیت نوع تکیه گاهها در رفتار دینامیکی سیستم های لوله می باشد.

یکی از مهمترین مقالات تایسلینگ [15] می باشد که در آن 4 معادله دیفرانسیل حاکم بر پدیده FSI در یک لوله مستقیم (دو معادله هیدرولیک جریان و یک معادله ارتعاش محوری از درجه دوم که به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل می شود.) به صورت تحلیلی حل شده اند. هر دو اثر تداخلی پواسن و اتصال در اینجا به دقت مورد بررسی قرار گرفته اند. حل دقیق ارائه شده نشان داد که استفاده از روش های عددی معمولاً دارای خطای قابل توجهی می باشد و برای کاهش خطاها باید المان ها بسیار کوچک انتخاب شوند که این زمان محاسبه را بسیار بالا می برد.

مقاله مهم دیگری که در زمینه آنالیز فرکانسی تداخل سیال- سازه موجود است به وسیله لی و همکاران [11] ارائه شده است. این مقاله که همزمان با کار فوق انجام شده است تنها در روش حل معادلات مجزا شده از هم با کار آقایتایسلینگ تفاوت دارد. به این ترتیب که در اینجا به جای استفاده از روش خطوط مشخصه از روشی بر پایه حل دالامبر در معادلات موج استفاده شده است.

یانگ و همکاران [19] نیز در تحقیق مشابهی با استفاده از روش ماتریس انتقال حل تحلیلی برای معادلات تداخلی سیال-سازه در لوله ارائه دادند. در این تحقیق برای یک مثال یک لوله به طول 20 متر نشان داده شده است که اثر تداخلی اتصال نسبت به اثر تداخلی پیواسن بسیار مهم تر است.

معادلات هیدرولیک و ارتعاش محوری لوله جهت بررسی اثر ضخامت لوله توسط تایلینگ [17] استخراج شده اند. در اینجا نشان داده شده است که چنانچه نسبت قطر به ضخامت کوچکتر از دو باشد اصلاحاتی باید در معادلات مذکور اعمال نمود. این نتیجه پس از حل مدل لوله آزمایشگاهی در اسکاتلندو مقایسه نتایج حل دقیق دو تیپ معادلات اصلاح شده و اصلاح نشده تایید شده است.

معادلات تداخل سیال-سازه در حالت سه بعدی با روش اجزای محدود برای هر دو دسته معادلات هیدرولیک و سازه ای حل شده اند [12]. البته نتایج حاصله چندان از سرعت و دقت کافی در همگرایی برخوردار نیستند ولی روش حل کاملاً اجزای محدودی برای حل معادلات تداخلی سیال-سازه در لوله در نوع خود کاملاً جدید و قابل تأمل است.

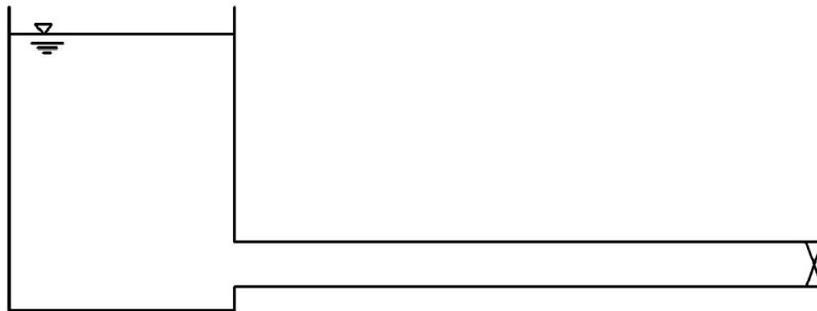
فصل سوم

تئوری مساله

## 3-1- بررسی پدیده ضربه قوچ

## 3-1-1- بررسی انتشار امواج فشاری ناشی از بستن آبی شیر

سیستم لوله ای متشکل از مخزن، لوله و شیر پایین دست را مطابق شکل (3-1) در نظر بگیرید که در آن جریان در حالت ماندگار در حال عبور است. با فرض این که سیستم بدون اصطکاک باشد، می توان ارتفاع نظیر فشار را در تمام لوله  $H_0$ ، معادل ارتفاع نظیر فشار مخزن در نظر گرفت. جهت مثبت  $x$  و  $V$  به سمت پایین دست لوله است.

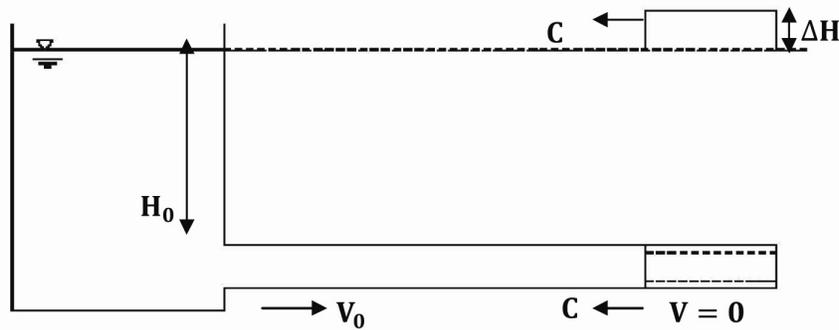


شکل 3-1: سیستم لوله ای متشکل از مخزن، لوله و شیر پایین دست

در زمان  $t = 0$ ، شیر انتهایی به صورت ناگهانی بسته می شود که باعث ایجاد موج فشاری در بالا دست شیر خواهد شد. جهت بررسی نحوه انتشار و انعکاس این موج در سیستم، چهار مرحله زمانی در نظر گرفته می شود.

مرحله اول  $0 < t < \frac{L}{c}$ :

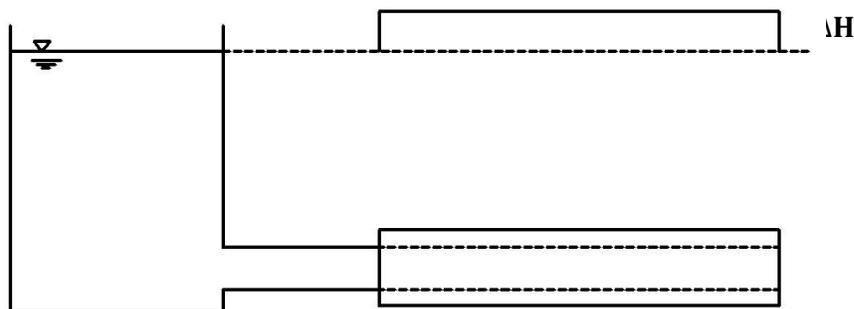
وقتی شیر در زمان  $t = 0$  بسته شود، بلافاصله سرعت در پشت شیر صفر شده و جریان متوقف می گردد، که این باعث افزایش ارتفاع معادل فشار به اندازه  $\Delta H = \frac{c}{g} \Delta V$  می شود. این افزایش فشار سبب انبساط لوله و فشردگی سیال می شود. در نتیجه سطح مقطع لوله و چگالی سیال، افزایش می یابند. این موج فشاری مثبت به سمت بالا دست لوله و به سمت مخزن حرکت می کند. در پشت سر این موج، سرعت جریان صفر و ارتفاع معادل فشار سیال  $H_0 + \Delta H$  خواهد بود. این موج پس از گذشت زمان  $t = \frac{L}{c}$  به محل مخزن می رسد. (شکل 2-3)



شکل ۲-۳ مرحله اول ( $0 < t < \frac{L}{c}$ )

مرحله دوم  $\frac{L}{c} < t < \frac{2L}{c}$ :

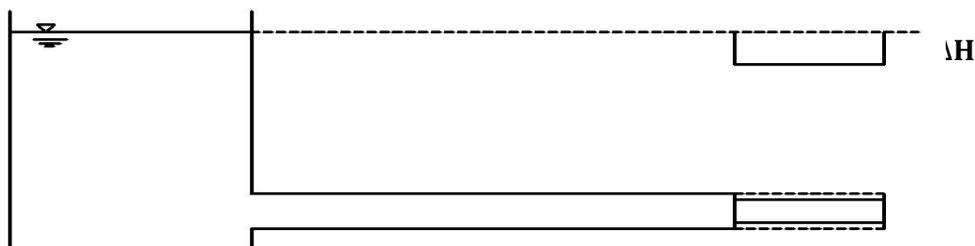
در زمان  $t = \frac{L}{c}$  موج فشاری به محل مخزن می رسد. نقطه قبل از مخزن دارای ارتفاع معادل فشار  $H_0 + \Delta H$  است ولی ارتفاع معادل فشار مخزن، ثابت و مساوی  $H_0$  می باشد. به دلیل وجود این اختلاف فشار بین مخزن و نقطه قبل از آن، سیال با سرعت  $-V_0$  شروع به جریان یافتن از لوله به داخل مخزن می کند و یک موج فشاری منفی به سمت پایین دست لوله به حرکت در می آید. ارتفاع معادل فشار سیال در پشت این موج، برابر  $H_0$  و سرعت سیال برابر  $V_0$  خواهد بود. این موج منفی در لحظه  $t = \frac{2L}{c}$  به محل شیر می رسد و در این لحظه در تمام لوله، ارتفاع نظیر فشار  $H_0$  و سرعت  $V_0$  خواهد بود. (شکل 3-3)



شکل ۳-۳ مرحله دوم ( $\frac{L}{c} < t < \frac{2L}{c}$ )

مرحله سوم  $\frac{2L}{c} < t < \frac{3L}{c}$ :

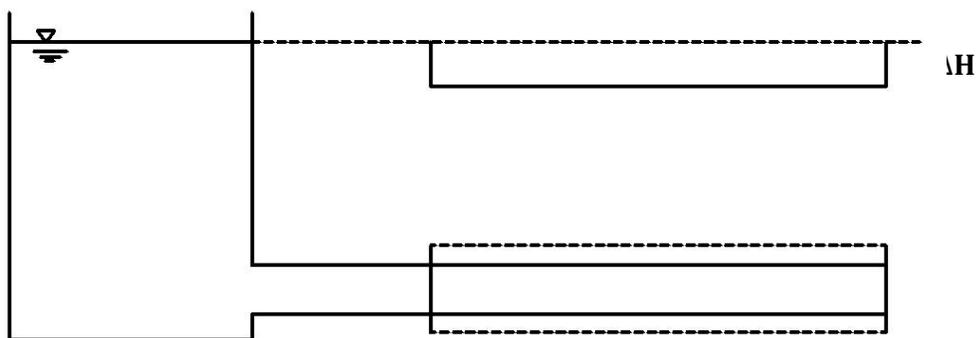
چون شیر کاملاً بسته شده است، وقتی موج منفی به محل شیر می‌رسد، امکان وجود سرعت  $-V_0$  در محل شیر وجود ندارد و سرعت در پشت شیر به طور ناگهانی از  $-V_0$  به صفر می‌رسد. به این دلیل، ارتفاع نظیر فشار در این نقطه از  $H_0$  به  $H_0 - \Delta H$  کاهش پیدا می‌کند و این باعث حرکت یک موج فشاری منفی به سمت بالا دست لوله خواهد شد. در پشت سر این موج، ارتفاع نظیر فشار برابر  $H_0 - \Delta H$  و سرعت سیال صفر است. این موج منفی در لحظه  $t = \frac{3L}{c}$  به محل مخزن می‌رسد. در این لحظه در تمامی لوله، سرعت صفر و ارتفاع نظیر فشار  $H_0 - \Delta H$  است. (شکل ۳-۴)



شکل ۳-۴ مرحله سوم ( $\frac{2L}{c} < t < \frac{3L}{c}$ )

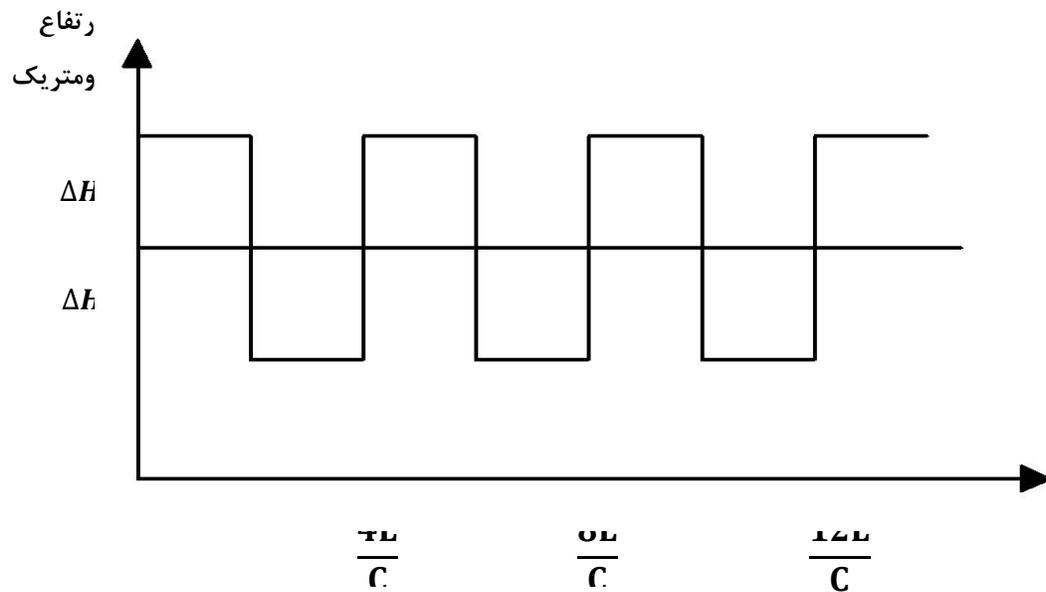
$$\frac{3L}{c} < t < \frac{4L}{c} \text{ مرحله چهارم}$$

زمانی که موج منفی به محل مخزن رسید، نقطه قبل از مخزن دارای ارتفاع معادل فشار  $H_0 - \Delta H$  و مخزن دارای ارتفاع ثابت  $H_0$  است. این عامل سبب می شود تا جریان مجدداً از مخزن به طرف لوله، با سرعت  $-V_0$  برقرار شود و یک موج فشاری مثبت به سمت پایین دست به حرکت درآید و ارتفاع نظیر فشار در لوله به مقدار  $H_0$  باز گردد. در لحظه  $\frac{4L}{c}$  تمامی نقاط لوله دارای سرعت  $V_0$  و ارتفاع نظیر فشار  $H_0$  خواهند بود و شرایط در لوله، مطابق شرایط ماندگار اولیه است. (شکل 3-5)

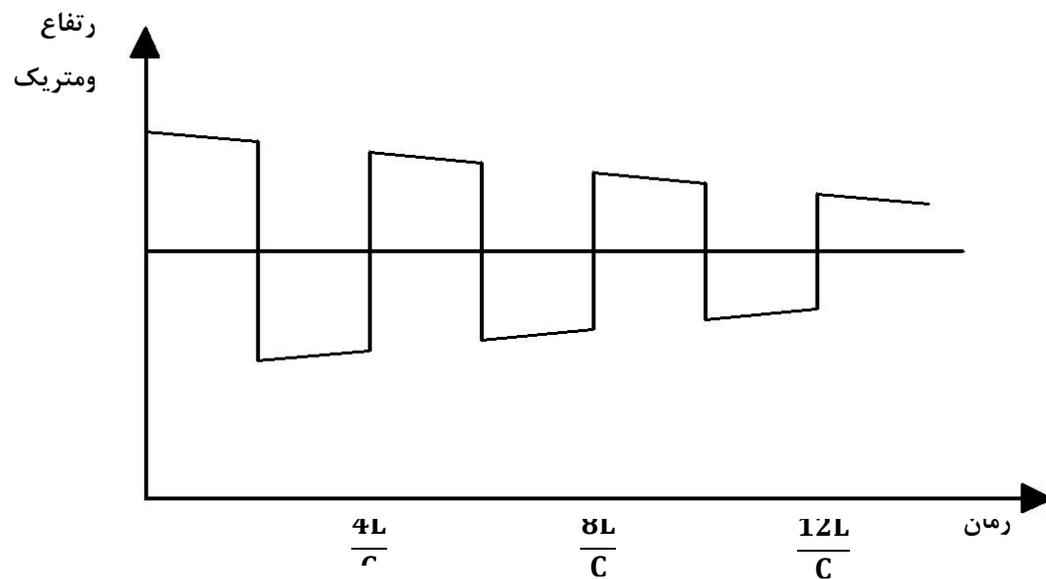


شکل 3-5 - مرحله سوم  $(\frac{3L}{c} < t < \frac{4L}{c})$

در صورتی که شیر همچنان بسته باقی بماند، پس از زمان  $t = \frac{4L}{c}$  دوباره مراحل فوق به ترتیب تکرار خواهند شد. شکل (3-6) تغییرات فشار نسبت به زمان را در محل شیر نشان می دهد. در این مثال چون از اصطکاک صرفنظر شده است، مراحل فوق به شکل متناوبی تکرار می شوند. در مدل های فیزیکی واقعی، امواج فشاری در حین انتشار در لوله مستهلک می گردند و با گذشت زمان سیال درون لوله به سکون خواهد رسید. (شکل 3-7)



شکل ۳-۶ تغییرات فشار با زمان در پشت شیر با صرف نظر کردن از اصطکاک



شکل ۳-۷ تغییرات فشار در پشت شیر با در نظر گرفتن افت اصطکاکی

### 3-2- بررسی پدیده جدایی ستون مایع

در این بخش ابتدا به معرفی و بررسی انواع مدل های جدایی ستون سیال پرداخته می شود.

#### 3-2-1- مدل های تک حفره ای گسسته

برای جدایی ستون محلی از مدل های عددی تک حفره ای گسسته استفاده می شود. مدل تک حفره ای برای کاویتاسیون محلی درمرزها، درنقاط ارتفاعی بلند درخطوط لوله ویا تغییر درشیب لوله به کار می رود. اکثر مدل های حل گرافیکی، برای مدل سازی مسائل ضربه قوچ ازاین روش استفاده می کنند. برخی مواقع از تئوری ستون صلب برای محاسبه رفتار سیستم هایی که دارای مشخصات تک حفره ایی باشند استفاده می شود. دراین مدل که به صورت محدود به کار می رود اجازه تشکیل حفره را درنقاطی محدود واز پیش تعیین شده می دهد.

استریتز و وایلی درسال 1967 یک مدل کامپیوتری را ارائه دادند. که کاویتاسیون بخاری را فقط به وسیله بخار تک حفره ایی درلوله توصیف می کرد. همچنین درمطالعه آن ها شکست یک لوله از محلی دقیقاً زیر مخزن بالا مورد بررسی قرارگرفت و جهت انجام محاسبات مدل عددی، فرض شد که یک تک حفره ایی درنقطه ای که اولین بار فشار آن از فشار بخار کمتر گردد، ایجاد می شود. رشد و منبسط شدن و در ادامه ازبین رفتن حفره بخار گسسته به وسیله معادله پیوستگی زیر محاسبه می گردد.

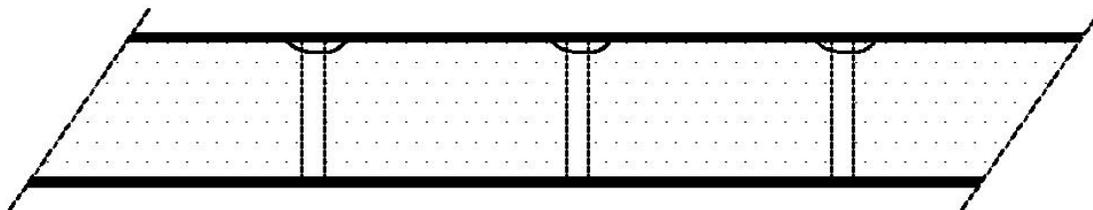
$$V_{vc} = \int_{t_{in}}^t A(V - V_u) dt \quad (1-3)$$

#### 3-2-2- مدل حفره ایی بخار گسسته

این مدل بیشتری وگسترده ترین مدلی است که برای مدل سازی جدایی ستون وکاویتاسیون گسترده به کار می رود. یکی از مزایای مهم این روش الگوریتم و اجرای ساده آن است، همچنین این مدل توانایی آن را دارد که بسیاری از حالت های فیزیکی جدایی ستون را درخطوط لوله پاسخگو باشد، اولین طرح و بهبود این روش (حفره های چندگانه) توسط تیسارد و استریتز درسال های 1961 و 1969 مستقلاً ارائه شد.

## 3-2-2-1- شرح عددی مدل عددی

در این روش حفره ها به گونه ای هستند که با کاهش فشار محاسبه شده در مقاطع محاسباتی و کوچکتر شدن آن از فشار بخار سیال، این حفره ها تشکیل شوند و با تغییرات فشار، حجم متناظر آنها نیز تغییر کند. در این مدل تفاوت خاصی بین حفره های بخار محلی و کواوتاسیون بخاری گسترده وجود ندارد. حفره های بخار فقط محدود به نقاط محاسباتی می شوند و در نتیجه فرض می گردد بین دونقطه سیال وجود خواهد داشت بر این اساس سرعت موج بین نقاط ثابت فرض خواهد شد ( شکل 3-8 ) در مرحله ای که حفره ها شکل گرفته اند مقاطع محاسباتی همچون شرایط مرزی داخلی ثابت عمل کرده به طوریکه فشار آن نقاط برابر فشار بخار بوده و این وضعیت (باقی ماندن حفره در گره محاسباتی) تاهنگامی که حفره از بین برود (فشار از فشار بخار فراتر رود) برقرار می باشد.



Grid – Point

Grid – Point

Grid – Point

$$(P = P_V)$$

$$(P = P_V)$$

$$(P = P_V)$$

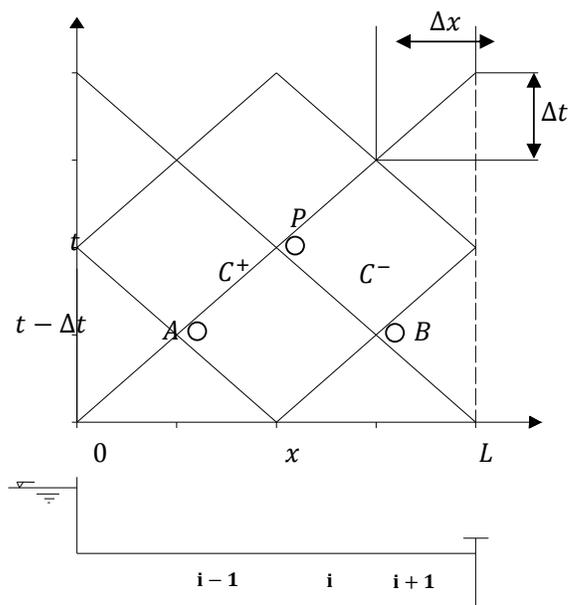
شکل ۳-۸ طرح شماتیک برای مدل حفره ای گسسته

در این روش همانطور که گفته شد برای هر نقطه فرض شده یک مقطع بالادست و یک مقطع پایین دست داریم که اختلاف دبی های گذرنده از آن برای محاسبه حجم بخار به کار می رود. حال برای محاسبه دبی هر کدام از مقاطع بالادست و پایین دست، از روابط مشخصه مثبت و مشخصه منفی که در روش خطوط مشخصه ها آورده شده است استفاده می شود. با استفاده از هر کدام از این دو رابطه دبی در یکی از مقاطع بالادست یا پایین دست به طور جداگانه بدست می آیند که روابط آن در زیر آورده شده است.

$$H_P = C_{pc} - B_{pc} Q_{pu} \quad (2-3)$$

$$H_P = C_{mc} - B_{mc} Q_p \quad (3-3)$$

که در آن  $B_{pc}$  و  $C_{pc}$  ضرایب مثبت یا مشخصه مثبت و پارامترهای  $B_{mc}$  و  $C_{mc}$  مشخصه های منفی هستند. که براساس گام زمانی قبلی محاسبه می گردد ( نقاط  $A$  و  $B$  در شکل 9-3)



شکل ۳-۹ خطوط شبکه مشخصه در صفحه  $x - t$

تغییرات حجم حفره بخار در مقاطع محاسباتی که اختلاف دبی بین مقاطع بالادست  $Q_{pu}$  و پایین دست  $Q_p$  می باشد توسط رابطه زیر محاسبه می شود.

$$\Delta V_{vc} = \int_t^{t+\Delta t} (Q_p - Q_{pu}) dt \quad (4-3)$$

تازمانی که در نقاط محاسباتی فشار برای فشار بخار باشد حجم حفره در آن نقاط محاسبه شده و در هر نقطه متناظر آن انباشته می شوند. تا اینکه حجم بخار برابر صفر و یا منفی گردد. در این زمان فشار نقطه از فشار بخار بالاتر رفته و معادلات حاکم به معادلات خطوط مشخصه استاندارد ( ضربه قوچ کلاسیک ) تغییر می یابند.

## 3-2-2-2- اصلاح و بهبود مدل حفره ایی

اصلاحات مختلفی برای بهبود این مدل پیشنهاد شده است که هرکدام از آنها دارای مزایا و معایب متفاوتی می باشد که در ادامه به مهمترین این روش ها اشاره می شود.

1- درون یابی درون شبکه خطوط مشخصه (مستهلك کننده عددی): ابتدا یک روش درن یابی فضایی برای مجموعه کاملی از معادلات سازگاری ضربه قوچ (بدون حذف جملات، ترم های شتاب جابجایی) توسط کات ویانگدل به کار گرفته شد. در ادامه یک اصلاح مجازی به صورت  $\Delta t = 0.95\Delta x/a$  توسط میوا و همکاران انجام گرفت و سپس درون یابی فضایی را به آن افزودند. این نوع درون یابی سبب مستهلك شدن عددی می شود و نیز ممکن است پالس های فشاری فیزیکی که در آزمایش ها دیده می شوند را کاهش دهد.

2- مکانیزم های مستهلك کننده اضافی (مستهلك کننده فیزیکی): ابتدا اثراتی برای تنش برشی حباب ها در نظر گرفته شد و در ادامه اثرات اصطکاک و اصطکاک ناپایدار به مدل های عددی اضافه شد. بررسی اثرات اصطکاک ناپایدار و شیوه اعمال آن همچنان در حال بررسی است.

3- بررسی حجم بخار گسسته (مستهلك کننده عددی): سفوات، ون دن و پلدر در سال 1973 تشکیل حباب ها در نقاط مختلف را محدود کردند، به طوری که حفره های گسسته فقط در نقاطی که از پیش تعیین شده بود شکل می گرفت بنابراین از مشکل فروپاشی حفره چندگانه (چند حفره با هم از بین بروند) جلوگیری می شد و هنگامی که فشار در مقاطع محاسباتی داخلی کمتر از فشار بخار گردد، دبی در آن مقطع از یک میانگین گیری بین دو دبی محاسبه شده بالا دست و پایین دست محاسبه می شود. یک نقص این روش آن است که نقاطی که دارای احتمال جدایی ستون هستند می بایست از پیش انتخاب شوند. همچنین میانگین گیری از دبی ها معنای فیزیکی ندارد. تعدادی از محققین سعی کردند برای کنترل عددی فشارهای ناگهانی زیاد از یک انتگرال گیری مناسب استفاده کنند. یک انتگرال گیری عددی کلی برای توصیف معادله پیوستگی حجم حفره بخار ارائه شد که به صورت زیر می باشد.

$$V_v^t = V_v^{t-\Delta t} + \{\psi(Q_p^t - Q_{pu}^t) + (1 - \psi)(Q_p^{t-\Delta t} - Q_{pu}^{t-\Delta t})\}\Delta t \quad (5-3)$$

که در آن  $\psi$  ضریب وزن است. سیسمون و برگانت یک سری محاسبات عددی با فرض  $\psi$  بین 0/5 تا 1 را انجام دادند و سرانجام مقادیر نزدیک به یک را پیشنهاد کردند. همچنین لیو توصیه مشابهی را برای هنگامی که از فشارهای شدید جلوگیری شود پیشنهاد کرد.

4- فرض مقداری گاز آزاد در حفره: این عمل در حقیقت منجر به روش حفره گاز گسسته می شود.

5- فیلترها (مستهلك کننده عددی): کرانگ برگ از یک فیلتر عددی برای کنترل شدید نوسانات استفاده کرد. سیمون وبرگانت یک سری مدل های جدایی ستون را مقایسه کردند. آن ها دریافتند که در روش خطوط مشخصه، شبکه های ضربدری نسبت به شبکه های مستطیلی بهتر خواهند بود. در حقیقت شبکه مستطیلی متشکل از دو شبکه ضربدری مستقل می باشد. هنگامی که از شبکه ضربدری و  $\psi$  برابر 1 استفاده کنیم مدل عددی نتایج منطقی می دهد. همچنین نسبت ماکزیمم اندازه حجم حفره به حجم کل دامنه به 10 درصد محدود می شود. [8]

### 3-2-3- مدل حفره ایی گسسته (DGCM)

در هنگام پدیده های غیرماندگار و درغیاب گازهای آزاد موجود در سیال در شبکه های لوله، تازمانی که فشار بزرگتر از فشار بخار باشد سرعت موج در طول لوله ثابت باقی می ماند. هنگامی که فشار به مقدار فشار بخار کاهش یابد تبخیر رخ داده و رفتار دینامیکی سیستم به شدت تحت تاثیر قرار میگیرد. اگر چه سرعت انتشار موج در جایی که سیال، خالص باقی مانده باشد بدون تغییر خواهد ماند. گاز آزادی که در کل سیال در مخلوط همگن گسترده شده باشد سبب خواهد شد که سرعت انتشار موج شدیداً وابسته به فشار شود (7) موج های کم فشار در جریان سیال در حضور گاز آزاد به عنوان کاویتاسیون گازی یا جریاندومولفه ای دوفازی شناخته می شوند، که امواج با سرعت های بسیار کمتر، نسبت به سیال خالص حرکت می کنند. بسته های متمرکز گاز آزاد، گازهای به دام افتاده در جداره لوله و اتصالات و در نا همواری سطوح و... اثر مشابهی دارند.

در بسیاری از سیستم های فیزیکی کاربردی، جریانهای تک فازی و دوفازی به طور هم زمان رخ می دهد. که دربرگیرنده، جدایی ستون سیال و در ادامه متصل شدن آن ( به هم پیوستن ستون های سیال )، تبخیر سیال و متراکم شدن بخار سیال، انتشار یک موج کم فشار و سپس ایجاد موج ضربه می باشند.

### 3-2-4- مدل وجه مشترک کاویتاسیون بخاری تعمیم یافته (GIVCM)

برای بررسی این مدل نیاز به روشهای تحلیلی و عددی برای حل مجموعه جدایی ستون که در زیر آورده شده است می باشد.

۱- روش حل خطوط مشخصه برای معادلات ضربه قوچ

۲- انتگرال گیری عددی و تحلیل برای معادلات جریان دو فازی در ناحیه مخلوط بخار سیال

۳- حل تداخلی معادلات ضربه

۴- انتگرال گیری عددی جهت حل معادله پیوستگی حفره بخار گسسته

با استفاده از مجموعه معادلات فوق یک مدل عددی وجه مشترک تعمیم یافته ارائه خواهد شد، که به صورت هم زمان با استفاده از روشهای عددی و تحلیلی برای حل معادلات جدایی ستون برای انواع مشخصات لوله به کار می رود. در این صورت حالت های مختلفی از عکس العمل بین نواحی ضربه قوچ، نواحی کاویتاسیون بخاری گسترده، حفره های میانی و حفره هایی که در مرزها تشکیل می شوند، وجود خواهد داشت. برای شکل دادن الگوریتم کلی این مدل از الگوریتم استاندارد مدل حفره ایی بخار گسسته به عنوان پایه اساسی استفاده می شود. این الگوریتم استاندارد اجازه می دهد حفره ها در مقاطع محاسباتی روش خطوط مشخصه شکل بگیرند.

مهمترین مشخصه در اصلاح این الگوریتم افزودن معادلات جریان دو فازی برای مخلوط بخار سیال و همچنین استفاده از معادلات ضربه برای تراکم مخلوط بخار سیال و بازگرداندن آن به فاز سیال می باشد.

### 3-3- اندرکنش سیال - سازه

در این بخش به بیان روابط و تئوری های مرتبط با موضوع اندرکنش سیال و سازه و انواع مکانیزم های اثرات کوپله پرداخته می شود.

### 3-3-1- آنالیز تداخلی سیال - سازه

آنالیز کوپله را در اینجا از دو دیدگاه مورد بررسی قرار می دهیم. دیدگاه اول بررسی تعداد معادلات دیفرانسیلی است که برای مدلسازی کوپله مورد استفاده قرار می گیرند، بدیهی است که این بررسی

حالت‌های مختلفی که برای شبکه‌های توزیع دو بعدی یا شبکه‌های سه بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد را از دیدگاه معادلات دیفرانسیلی نظیر هر حالت در بر می‌گیرد. در دیدگاه دیگر به بررسی انواع زمینه‌هایی که در یک تحلیل کوپله برای شبکه‌های توزیع، از نظر رفتار سیال و سازه می‌توان به آن‌ها پرداخته می‌شود، اشاره شود.

### 3-3-2- طبقه بندی انواع مدل‌سازی های کوپله

تایسلینگ در سال 1996 روش‌های کوپله حل مسائل FSI لوله‌ها را با توجه به معادلات دیفرانسیلی که برای هر روش استفاده می‌شود طبقه بندی کرد. این طبقه بندی به صورت زیر است.

1- مدل دو معادله دیفرانسیل، در این مدل فقط دو معادله دیفرانسیل هیدرولیک (پیوستگی و مومنتم) حل می‌شوند و سپس از فشارها و سرعت‌های به دست آمده از این حل، برای تحلیل معادلات سازه‌ای استفاده می‌شود. در این روش که در اصل یک روش نیمه کوپله می‌باشد مقادیر به دست آمده از حل معادلات هیدرولیکی برای معادلات سازه‌ای مانند یک بارگذاری خارجی تلقی می‌شوند. این روش تحلیل به نام روش حل ضربه کوچ کلاسیک نیز معروف می‌باشد.

2- مدل چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول، این چهار معادله عبارتند از: دو معادله پیوستگی و مومنتم که معادلات هیدرولیکی می‌باشند و معادله ارتعاش محوری سازه که چون یک معادله مرتبه دوم است، خود به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل می‌شود. این مدل برای لوله‌های مستقیم با حرکت محوری استفاده می‌شود. تنش محوری و سرعت محوری دیواره لوله علاوه بر فشار و سرعت متغیرهای دیگری هستند که در این چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول وجود دارد.

3- مدل شش معادله دیفرانسیل مرتبه اول، این مدل فقط زمانی که نیروهای اینرسی شعاعی هم بخواهند مورد استفاده قرار بگیرند لازم می‌شود. در این مدل علاوه بر مجهولات ذکر شده در مدل قبلی تنش هوب و سرعت شعاعی دیواره لوله نیز به آن‌ها اضافه می‌شوند.

4- مدل چهارده معادله دیفرانسیل مرتبه اول، این چهارده معادله دیفرانسیل مرتبه اول عبارتند از: دو معادله هیدرولیکی، یک معادله ارتعاش محوری که چون مرتبه دوم است به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل می‌شود. یک معادله ارتعاش پیچشی که این نیز چون مرتبه دوم است به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل می‌شود. دو معادله ارتعاش خمشی در دو صفحه  $XY$  و  $XZ$  که چون معادلات ارتعاشی خمشی مرتبه 4 می‌باشند این دو معادله جمعاً به هشت معادله دیفرانسیل مرتبه اول قابل تبدیل خواهند بود.

### 3-3-3 مکانیزم های اثرات کوپله

سه مکانیزم عمده در بررسی های انجام شده بر روی پدیده FSI لوله ها تاکنون شناخته شده است:

1- مکانیزم کوپله پواسون<sup>1</sup>

2- مکانیزم کوپله اصطکاک<sup>2</sup>

3- مکانیزم کوپله تقاطع (اتصال)<sup>3</sup>

مکانیزم کوپله اصطکاک ناشی از اصطکاک سیال با جدار داخلی لوله می باشد که عملکرد آن به گونه ای است که باعث کاهش فشارها و تنش ها در لوله می گردد. به همین دلیل اکثر محققین، این اثر که در نظر نگرفتن آن که برای طراحی در جهت اطمینان است را در نظر نمی گیرند.

مکانیزم کوپله پواسن ناشی از وجود نسبت پواسن برای مصالح لوله می باشد، که باعث تبدیل تنش های شعاعی به تنش های محوری می گردد. بررسی آن با استفاده از جمله ای که وابسته به نسبت پواسن مصالح است و در معادلات هیدرولیکی و سازه ای وجود دارد، انجام می شود. این اثر می تواند باعث تغییرات عمده ای در نمودارهای فشار سیال و تنش و سازه گردد.

مکانیزم کوپله اتصال زمانی به وجود می آید که بعضی اتصالات در سازه شبکه لوله کاملاً به زمین مهار نشده باشند. مشاهده می شود که در بعضی حالات این اثر کوپله بسیار جدی تر از اثر کوپله پواسن بوده و می تواند تشدید تنش ها و تخریب سازه گردد.

### 3-4-4 معادلات حاکم بر حل مساله

#### 3-4-4-1 معادلات دیفرانسیلی حاکم بر جریان غیر ماندگار<sup>4</sup>

تحلیل جریان های میرای هیدرولیکی بر اساس دو معادله پیوستگی و اندازه حرکت انجام می گیرد. این معادلات برای یک مجرای بسته انتقال، مبتنی بر مفروضات زیر هستند:

1- جداره لوله و خود سیال به صورت الاستیک خطی در نظر گرفته می شوند.

<sup>1</sup> Poission coupling

<sup>2</sup> Frction coupling

<sup>3</sup> Junction coupling

<sup>4</sup> Unsteady flow

2- جریان سیال در مجرا به صورت یک بعدی در نظر گرفته شده و توزیع سرعت در مقطع لوله یکنواخت فرض می شود.

3- روابط تعیین افت های اصطکاکی، می توانند هم برای حالت ماندگار و هم برای حالت غیرماندگار مورد استفاده قرار گیرند.

به هر حال این معادلات به صورت دیفرانسیلی هستند و باید به صورت هم زمان، با استفاده از یک روش مناسب حل شوند.

### 3-1-4-1- معادله پیوستگی<sup>1</sup>

مطابق تئوری رینولدز، اگر سیستمی داشته باشیم که مرزهایش به یک حجم کنترل منطبق باشند، می توان برای تعادل جرم آن (رابطه پیوستگی)، معادله زیر را نوشت:

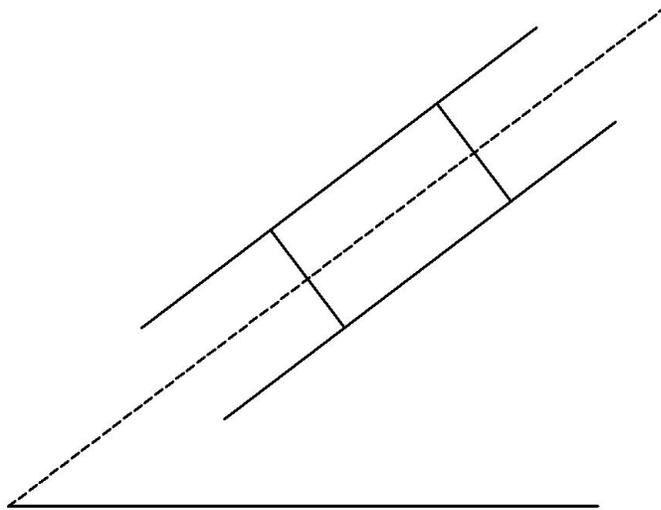
$$\frac{DM_{syst}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V} \rho \cdot dV + \oint_{C.S} \rho (\vec{V} d\vec{A}) \quad (6-3)$$

که در آن  $V$  حجم کنترل و  $M$  جرم است.

لوله ای مطابق شکل (3-10) را در نظر بگیرید، که سیال در آن جریان دارد. بر روی لوله حجم کنترلی در نظر گرفته شده است که مقطع (1) ورودی و مقطع (2) خروجی آن است. اگر فرض کنیم که جرم داخل سیستم ثابت باشد،  $\frac{DM_{syst}}{Dt} = 0$  خواهد بود و می توان رابطه (3-6) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V} \rho \cdot dV + \oint_{C.S} \rho (\vec{V} d\vec{A}) = 0 \quad (7-3)$$

<sup>1</sup> Continuity equation



شکل ۳-۱۰ حجم کنترل برای معادله پیوستگی

اگر دبی جرمی ورودی به مقطع (1) را  $\rho AV$  در نظر بگیریم، دبی جرمی خروجی از مقطع (2) که در فاصله  $dx$  از مقطع (1) قرار دارد،  $\rho AV + \frac{\partial}{\partial x}(\rho AV)dx$  خواهد بود.

جمله دوم رابطه (3-7) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\int_{C.S} \rho(\vec{V}d\vec{A}) = (\rho VA)_{out} - (\rho VA)_{in} \quad (8-3)$$

همچنین می دانیم که:

$$dV = Adx \quad (9-3)$$

با استفاده از روابط (3-8) و (3-9)، معادله پیوستگی (3-7)، برای حجم کنترل مورد نظر به این شکل در می آید:

با تقسیم طرفین بر  $dx$  داریم:

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} = 0 \quad (10-3)$$

رابطه (10-3) را می توان به صورت زیر بسط داد:

با تقسیم رابطه بر و مرتب کردن داریم:

$$\frac{1}{A} \left( \frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (11-3)$$

که در آن:

که  $\dot{A}$  و  $\dot{\rho}$ ، مشتق کامل از  $A$  و  $\rho$  هستند. بنابراین رابطه (11-3) را به صورت زیر می نویسیم:

$$\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{\rho}}{\rho} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (12-3)$$

رابطه فوق برای سیال تراکم پذیر و لوله انعطاف پذیر است.

با استفاده از تعریف مدول الاستیسیته بالک، می توان رابطه زیر را نوشت:

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = \frac{\dot{P}}{k} = \frac{1}{K} \left( \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right) P \quad (13-3)$$

از طرفی:

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{2\pi r \dot{\zeta}}{\pi r^2} = \frac{2\dot{\zeta}}{r} \quad (14-3)$$

که در آن،  $\zeta$  تغییر مکان شعاعی جدار لوله و  $r$  شعاع لوله است.

تنش محیطی جدار لوله با توجه به شکل (3-10) از رابطه زیر تعیین می شود:

$$\sigma_{\theta} = \frac{r}{e} P \quad (15-3)$$

$e$  ضخامت جداره لوله است.

می توان  $\sigma_{\theta}$  را با استفاده از روابط تنش - جابجایی، به صورت زیر نوشت:

$$\sigma_{\theta} = E^* \left( \mu \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\zeta}{r} \right) \quad (16-3)$$

$\xi$  تغییر مکان طولی است.  $E^*$  برای شرایط تکیه گاهی مختلف به صورت زیر تعریف می شود:

$$E^* = \frac{E}{1 - \frac{\mu}{2}} \quad \text{حالت 1}$$

$$E^* = \frac{E}{1 - \mu^2} \quad \text{حالت 2}$$

$$E^* = E \quad \text{حالت 3}$$

$E$  مدول الاستیسیته لوله است.

حال با استفاده از روابط (3-15) و (3-16) می توان نوشت:

$$\frac{r}{e} P = E^* \left( \mu \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\zeta}{r} \right) \quad (17-3)$$

از رابطه فوق  $\zeta$  به صورت زیر تعیین می شود:

$$\zeta = \frac{r^2}{eE^*} P - r\mu \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (18-3)$$

مقدار  $\zeta$  را از رابطه (3-18) در رابطه (3-14) جایگزین می کنیم:

$$\Rightarrow \frac{\dot{A}}{A} = \frac{2r}{eE^*} \left( \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right) P - 2\mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial x} \quad (19-3)$$

قابل ذکر است که  $\frac{\partial \xi}{\partial t}$  سرعت طولی لوله است.

با جایگزین کردن مقادیر  $\frac{\dot{\rho}}{\rho}$  و  $\frac{\dot{A}}{A}$  در رابطه (12-3) خواهیم داشت:

$$\frac{1}{K} \left( \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right) P + \frac{2r}{eE^*} \left( \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right) P - 2\mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (20-3)$$

با مرتب کردن رابطه فوق:

$$\left( 1 + \frac{2rK}{eE^*} \right) \frac{\partial P}{\partial t} + V \left( 1 + \frac{2rK}{eE^*} \right) \frac{\partial P}{\partial x} - 2K\mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial x} + K \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (21-3)$$

از طرفی برای سرعت موج ( $C$ )، رابطه زیر را داریم:

بنابراین رابطه (21-3) به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{V}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - 2C^2 \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial x} + C^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (22-3)$$

می دانیم که:

که  $Z$  رقوم محور لوله در هر مقطع است. بنابراین:

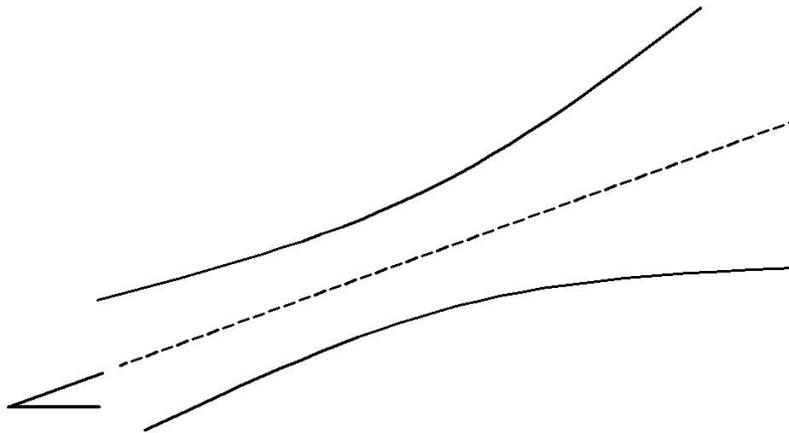
چون خط لوله در حال سکون است،  $\frac{\partial Z}{\partial t} = 0$  و می دانیم که  $\frac{\partial Z}{\partial x} = \sin \theta$  زاویه محور لوله با افق است). بنابراین رابطه (22-3) را بر حسب  $H$  (ارتفاع نظیر فشار) و  $V$  (سرعت) می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{2C^2}{g} \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial x} + \frac{C^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} - V \sin \theta = 0 \quad (23-3)$$

رابطه فوق، معادله دیفرانسیلی پیوستگی در حالت عمومی برای جریان غیر ماندگار در لوله است که در آن، جمله  $\xi$ ،  $-\frac{2C^2}{g} \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial x} = -\frac{2C^2 \mu}{g} \xi$ ، معادله را با سازه لوله کوپله می کند. این جمله را جمله کوپله پواسون می نامند.

### 3-4-1-2- معادله اندازه حرکت<sup>۱</sup>

شکل (3-11)، یک حجم کنترل از سیال به ضخامت  $\delta x$  را درون لوله نشان می دهد. سطح مقطع سیال  $A$ ، تابعی از  $x$  (فاصله بر روی محور حرکت جریان) است و محور جریان با سطح افق زاویه  $\alpha$  دارد. دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر حجم کنترل در شکل (3-11) نشان داده شده اند. نیروهای فشاری بر روی سطوح عمودی و نیروی اصطکاک و نیروی فشاری جانبی بر روی بدنه حجم کنترل عمل می کنند. منظور از نیروی فشاری جانبی، نیرویی است که در اثر زاویه دار بودن وجوه جانبی حجم کنترل نسبت به محور آن، ایجاد می گردد و در جهت محور جریان عمل می کند. نیروی وزن سیال نیز به دلیل زاویه دار بودن محور جریان نسبت به افق، در جهت محور جریان مولفه ایجاد می کند.



شکل ۳-۱۱ دیاگرام آزاد برای معادله اندازه حرکت

<sup>1</sup> Momentum equation

قانون دوم نیوتن در جهت محور جریان را برای حجم کنترل نشان داده شده در شکل (3-11) می توان به صورت زیر نوشت:

$$\Rightarrow PA - \left[ PA + \frac{\partial(PA)}{\partial x} \delta x \right] + \left( P + \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \frac{\partial A}{\partial x} \delta x - \tau_0 \pi D \delta x - \gamma A \delta x \sin \theta = \rho A \delta x \dot{V} \quad (24-3)$$

که در آن  $\gamma$  وزن مخصوص سیال و  $\tau$  تنش برشی بر روی بدنه لوله است.

با صرفنظر کردن از جمله بسیار کوچک  $(\delta x)^2$  و ساده کردن رابطه (3-24) داریم:

$$A \frac{\partial P}{\partial x} + \tau_0 \pi D + \rho g A \sin \theta + \rho A \dot{V} = 0 \quad (25-3)$$

تنش برشی  $\tau_0$  را می توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$\tau_0 = \frac{f \rho V |V|}{8} \quad (26-3)$$

که در آن  $f$  ضریب اصطکاک داری وایسباخ است.

عبارت  $\dot{V}$  که معرف شتاب است را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \quad (27-3)$$

با جایگزین کردن روابط (3-26) و (3-27) در رابطه (3-25) خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + g \sin \theta + \frac{f V |V|}{2D} = 0 \quad (28-3)$$

از طرفی می دانیم:

$$P = \rho g (H - Z) \quad (29-3)$$

که در آن  $Z$  رقوم محور جریان و  $H$  ارتفاع نظیر فشار است. بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \rho g \left( \frac{\partial H}{\partial x} - \sin \theta \right) \quad (25-5)$$

بنابراین رابطه (28-3) را می توان بر حسب و به صورت زیر نوشت:

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (31-3)$$

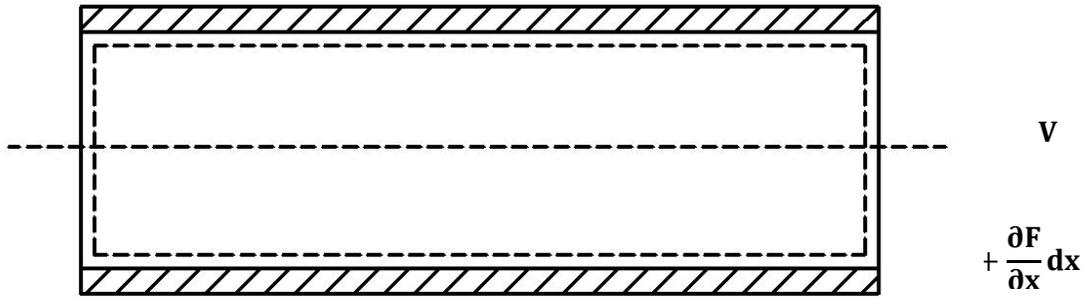
رابطه (31-3) را می توان به عنوان معادله اندازه حرکت برای لوله همگرا یا واگرا به کار برد. در این رابطه،  $f$  (ضریب اصطکاک دارسی وایسباخ) را می توان بر اساس جریان ماندگار از رابطه کلبروک جایگزین کرد.

### 3-4-2- معادلات دینامیکی سازه لوله

ایجاد جریان غیر ماندگار سیال در داخل لوله، باعث ایجاد تغییرات در سرعت و فشار سیال می شود که این تغییرات بر روی مجرا که به عنوان تکیه گاه جریان عمل می کند، تاثیرگذار خواهد بود و نیروهایی در جهت طولی و جانبی به خط لوله وارد می کند. این نیروها باعث ایجاد ارتعاشات در جهات مختلف در لوله می شوند. رفتار دینامیکی سازه در فضا به وسیله چهار معادله ارتعاش، که یک معادله مربوط به ارتعاش محوری و یک معادله مربوط به ارتعاش پیچشی و دو معادله مربوط به ارتعاش جانبی لوله می باشند تشریح می شود.

### 3-4-2-1- معادله دیفرانسیل ارتعاش محوری

برای استخراج معادله تنش - جابجایی در جهت طولی، در شکل (3-12) المانی از لوله و سیال درون آن به طول  $dx$  انتخاب شده و دیگرام آزاد نیروهای وارد بر لوله در جهت طول لوله نشان داده شده اند.  $F$  نیروی محوری وارد بر لوله در مقطع (1) است. بنابراین نیروی محوری وارد بر لوله در مقطع (2)  $F + \frac{\partial F}{\partial x} dx$  خواهد بود.  $F_f$  هم اصطکاک وارد از طرف سیال به جداره لوله است.



شکل ۳-۱۲ دیانگرام آزاد نیروهای وارد بر المان لوله در جهت طولی

رابطه تنش - جابجایی در جهت محیطی لوله را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\sigma_{\theta} = \frac{E}{1-\mu^2} \left( \mu \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\zeta}{r} \right) \quad (32-3)$$

که در آن:

$\sigma_{\theta}$ : تنش محیطی لوله

$\zeta$ : تغییر مکان شعاعی لوله

$\xi$ : تغییر مکان طولی (محوری) لوله

$r$ : شعاع لوله

$\mu$ : ضریب پواسن لوله

$E$ : مدول الاستیسیته لوله

رابطه تنش - جابجایی در جهت طولی لوله را می توان به شکل زیر نوشت:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} - \mu \frac{\zeta}{r} \right) \quad (33-3)$$

که در آن  $\sigma_x$  تنش محوری لوله است.

از طرفی می دانیم:

$$\sigma_{\theta} = \frac{r}{e} P \quad (34-3)$$

در این رابطه  $P$  فشار سیال است.  $P = \gamma(H - Z)$

$$\sigma_x = \frac{F}{A_p} \quad (35-3)$$

که در آن  $A_p$  سطح مقطع لوله است و  $F$  نیروی محوری وارد بر لوله در مقطع (1) می باشد. با حذف کردن  $\sigma_{\theta}$  بین روابط (32-3) و (34-3)، می توانیم رابطه زیر را بنویسیم:

$$P = \frac{e}{r} \frac{E}{1-\mu^2} \left( \mu \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\zeta}{r} \right) \quad (36-3)$$

و نیز با حذف  $\sigma_x$  بین دو رابطه (33-3) و (35-3) داریم:

$$F = A_p \frac{E}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} + \mu \frac{\zeta}{r} \right) \quad (37-3)$$

حال بین معادلات (36-3) و (37-3)،  $\zeta$  را حذف می کنیم:

$$F - A_p E \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{A_p \mu r}{e} P = 0 \quad (38-3)$$

از رابطه فوق بر حسب  $x$  مشتق می گیریم:

$$\frac{\partial F}{\partial x} - A_p E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{A_p \mu r}{e} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (39-3)$$

برای واحد طول لوله در جهت طولی می توان قانون دوم نیوتن را به صورت زیر نوشت:

$$-F + F + \frac{\partial F}{\partial x} + F_f = \rho_p A_p \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial x} + F_f = \rho_p A_p \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (40-3)$$

در رابطه فوق  $\rho_p$  جرم مخصوص لوله و  $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$  شتاب طولی لوله است.

لوله به صورت افقی در نظر گرفته شده و در رابطه (40-3) از اثر وزن صرف نظر شده است.

حال بین روابط (39-3) و (40-3)، را حذف می کنیم. خواهیم داشت:

$$A_p E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \rho_p A_p \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \frac{A_p \mu r}{e} \frac{\partial P}{\partial x} + F_f = 0 \quad (41-3)$$

که در آن:

$$F_f = \pi D \frac{f \rho V |V|}{8} \quad (42-3)$$

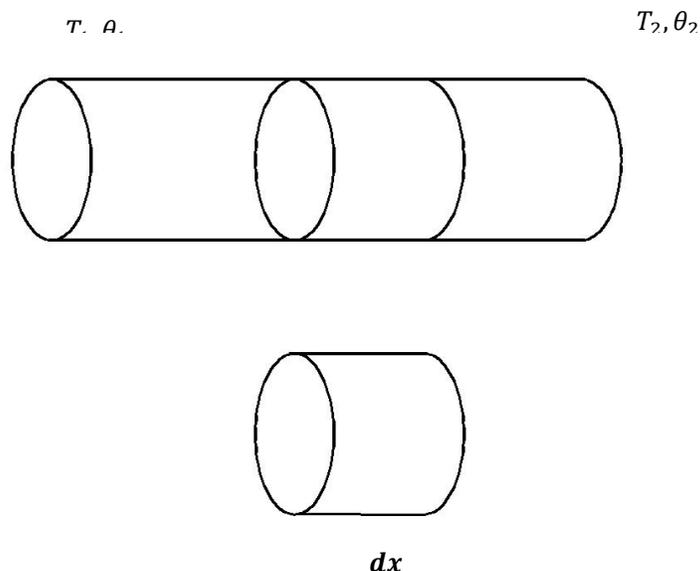
رابطه (42-3)، معادله تنش - جابجایی لوله در جهت طولی است. همان طور که مشاهده می شود در این رابطه جملات هیدرودینامیکی حضور دارند که بیانگر تاثیرات سیال بر سازه لوله هستند.

### 3-4-2-2- معادله دیفرانسیل ارتعاش پیچشی

در دینامیک سازه ها، شکل معادله دیفرانسیل ارتعاش پیچشی، مانند معادله ارتعاش محوری است. با توجه به شکل (3-13) زاویه پیچشی جزء  $dx$  تحت لنگر پیچشی  $T$  برابر است با

$$d\theta = \frac{T dx}{G J_t} \quad (43-3)$$

که در آن  $G J_t$  سختی پیچشی،  $J_t$  ثابت پیچشی (گشتاورهای لختی قطبی برای مقاطع گرد) و  $G$  مدول برشی است.



شکل ۳-۱۳ دیاگرام آزاد لنگرهای پیچشی وارد بر یک جزء تیر

از نوشتن رابطه (3-43) به صورت  $T = GJ_t \frac{d\theta}{dx}$  و سپس دیفرانسیل گیری از آن می توان آن را به صورت زیر نوشت.

$$\frac{\partial T}{\partial x} dx = GJ_t \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx \quad (44-3)$$

مطابق شکل (3-17) لنگر وارد به دو سر جزء  $dx$  برابر  $T$  و  $T + \frac{\partial T}{\partial x} dx$  است. از به کارگیری قانون نیوتن به صورت برابری برآیند لنگر پیچشی وارد به جزء  $dx$  با حاصلضرب ممان اینرسی قطبی جرمی جزء  $dx$  یعنی  $\rho J_0 dx$  در شتاب زاویه ای  $\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}\right)$  می توان نوشت:

$$-T + T + \frac{\partial T}{\partial x} dx = J_0 \rho dx \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (45-3)$$

با حذف عبارت دیفرانسیلی شامل لنگر پیچشی از دو رابطه (3-44) و (3-45) و تقسیم طرفین بر  $dx$  معادله دیفرانسیل ارتعاش پیچشی به دست می آید:

$$GJ_t \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - J_0 \rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (46-3)$$

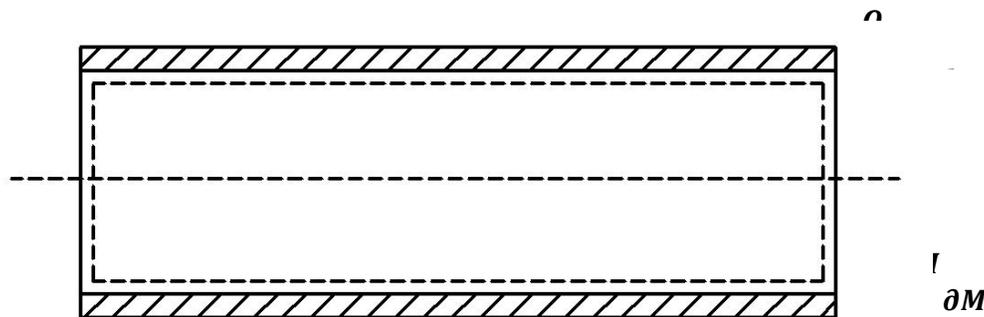
در صورتی که لنگر پیچشی خارجی  $T$  باعث ایجاد ارتعاشات اجباری در المان شود می توان رابطه (3-46) را به صورت زیر نوشت:

$$T + GJ_t \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - J_0 \rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (47-3)$$

برای مقاطع گرد (مقاطع لوله ای یا دایره ای) ثابت پیچشی  $J_t$  با ممان اینرسی قطبی  $J_0$  یکی است.

### 3-2-4-3- معادله دیفرانسیل ارتعاش جانبی (خمشی)

برای استخراج معادله تنش - جابجایی در جهت جانبی در شکل (3-14)، دیاگرام آزاد نیروهای وارد در جهت جانبی (عمود بر پلان) بر همان المان لوله نشان داده شده است. در دو طرف المان، نیروهای برشی  $Q$  و  $Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx$  روی مقطع لوله عمل می کنند. همچنین نیروی وزن که شامل وزن سیال و لوله در واحد طول لوله است، در جهت عمودی نشان داده شده است.  $F_L$  نیروی وارد از طرف سیال به لوله در واحد طول لوله، ناشی از ارتعاشات جانبی لوله است.



$$F_L dx \quad Mg dx$$

شکل ۳-۱۴ یا گرام آزاد نیروهای وارد بر المان لوله در جهت جانبی

قانون دوم نیوتن را در جهت جانبی برای واحد طول المان لوله نشان داده شده، به صورت زیر می نویسیم:

$$\Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial x} - F_L - Mg = m_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (48-3)$$

$w$  تغییر مکان جانبی لوله است و  $M$  مجموع جرم های لوله ( $m_p$ ) و سیال ( $m_f$ ) در واحد طول لوله است.

$$(M = m_p + m_f = \rho_p A_p + \rho_f A_f)$$

مشاهده می شود که این رابطه همانند رابطه استاتیکی معمول بین نیروی برشی و بار عرضی است

که  $\left(\frac{\partial Q}{\partial x} = q\right)$  البته در حالت دینامیکی، بار عرضی، شامل برآیند بارهای خارجی وارده و نیروی لختی

(اینرسی)  $M_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$  می باشد. در این جا به علت جریان غیرماندگار سیال، نیروی  $F_L$  نیز به دو نیروی قبل

اضافه می شود.

رابطه دوم تعادل نیز از مجموع گشتاورها حول نقطه  $A$  به دست می آید.

$$Q dx + \frac{\partial M}{\partial x} dx = 0 \Rightarrow Q = \frac{\partial M}{\partial x} \quad (49-3)$$

که چون در اینجا از نیروی اینرسی چرخشی صرفنظر شده است. این معادله مستقیماً به رابطه استاتیکی استاندارد بین برش و گشتاور تبدیل می شود.

اکنون با مشتق گیری از رابطه (3-49) و جایگذاری نتیجه آن در رابطه (3-21) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} - F_L - Mg = M_P \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (50-3)$$

حال با استفاده از رابطه اصلی گشتاور خمیدگی (انحناء)،  $M = EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$  (لنگر وارده بر یک مقطع)، معادله دیفرانسیلی جزئی برای این حالت ارتعاش خمشی به صورت زیر در می آید.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - F_L - Mg = M_P \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (51-3)$$

که اگر  $EI$  لوله در کل طول المان یکنواخت باشد از درون پرانتز خارج می شود.

مشاهده می شود که شکل کلی رابط استخراج شده همانند رابطه معمول خمش در تئوری تیر اویلر - برنولی می باشد.

$F_L$  را می توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$F_L = m_f \frac{d^2 w}{dt^2} \quad (52-3)$$

$\frac{d^2 w}{dt^2}$  مشتق دوم کامل از  $w$  است. بنابراین رابطه فوق را به صورت زیر بسط می دهیم:

$$F_L = m_f \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial V}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (53-3)$$

که در روابط فوق  $V$  سرعت جریان سیال در لوله و  $w$  جابجایی جانبی است.

با جایگزین کردن رابطه (3-53) در معادله (3-51) رابطه کلی زیر بدست می آید:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + M \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2Vm_f \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + m_f V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m_f \frac{\partial V}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} + m_f V \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + Mg = 0 \quad (54-3)$$

رابطه (3-54)، معادله تنش - جابجایی در جهت جانبی (ارتعاش خمشی)، با فرض تیر اولر - برنولی است.

### 3-5- مدلسازی اثر تداخلی اتصال

#### 3-5-1- مقدمه

در تحلیل  $FSI^1$  شبکه های توزیع سیال، دو اثر تداخلی مهم باید بررسی شود: اثر تداخلی پواسن و اثر تداخلی اتصال. اثر تداخلی اتصال، فقط زمانی که بعضی نقاطی از سازه که در آنها تغییر مومنتم اتفاق می افتد، کاملاً به زمین مهار نشده باشند به وجود می آید. برای مدلسازی کوپله اتصال در شرایط مرزی هیدرولیکی پارامترهایی وابسته به سازه وارد می گردد و در شرایط مرزی سازه ای مقادیری وابسته به هیدرولیک جریان. بنابراین هیچگونه تغییری در صورت معادلات دیفرانسیلی سیال و سازه ایجاد نمی شوند و تنها عامل ارتباط دهنده این دو (سیال و سازه) به هم، شرایط مرزی می باشد. به این ترتیب برای آنالیز کوپله اتصال شرایط مرزی را به گونه ای دیگر برای معادلات هیدرولیکی و سازه ای می نویسیم.

#### 3-5-2- اعمال اثر کوپله اتصال در روابط هیدرولیکی

هر یک از شرایط مرزی هنگامی که گره نظیرشان از نظر سازه ای کاملاً ثابت (*fixed*) نشده باشد تغییراتی در روابطشان خواهند داشت که در این جا این شرایط مرزی را برای در نظر گرفتن این تغییرات، بررسی خواهیم کرد.

چون گره های <sup>2</sup> مخزن معمولاً ثابت هستند، کوپله اتصال را برای این گره ها در نظر نمیگیریم.

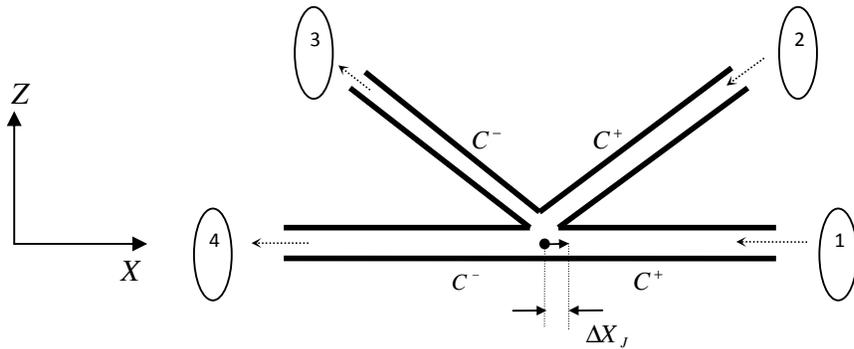
#### 3-5-2-1- تقاطع

در ادامه تحلیل را برای تقاطعی که آزادانه امکان جابجایی دارد، انجام خواهیم داد. مطابق شکل (3-15) تقاطع  $J$  ناشی از برقراری جریان غیر ماندگار در آن، در یک لحظه دارای سرعتی در امتداد  $X$  خواهد بود که آن را با  $\Delta \dot{X}_J$  نشان می دهیم. این مقدار از تحلیل سازه شبکه لوله ها به دست می آید. برای استخراج رابطه شرط مرزی مربوط به تقاطع مهار نشده، لازم است سرعت حرکت گره  $(\Delta \dot{X}_J)_J$  در امتداد هر یک از لوله های متصل به تقاطع به دست آید. این کار نیز در زیر برنامه تحلیل سازه با استفاده از ماتریس تبدیل مربوط

<sup>1</sup> Fluid structure interaction

<sup>2</sup> nodes

به هر المان متصل به تقاطع  $(R_{12 \times 12}^{(e)})$ ، انجام می شود. نتایج به دست آمده  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$  خواهند بود که در آن ها اندیس استفاده شده نشان دهنده المانی (یا لوله ای) است که سرعت در امتداد آن محاسبه شده است.



شکل ۳-۱۵ تقاطع مهار نشده

روابط  $C^+$  و  $C^-$  که در اینجا باید برای تقاطع مورد استفاده قرار گیرد مثل روابطی هستند که برای تقاطع مهار شده نوشته می شوند. از توجه به شکل (3-15) با توجه به جهت جریان حالت پایدار در لوله ها، روابط

$C^+$  و  $C^-$  را به صورت زیر می نویسیم. (برای ورودی به تقاطع  $C^+$  و خروجی از تقاطع  $C^-$ )

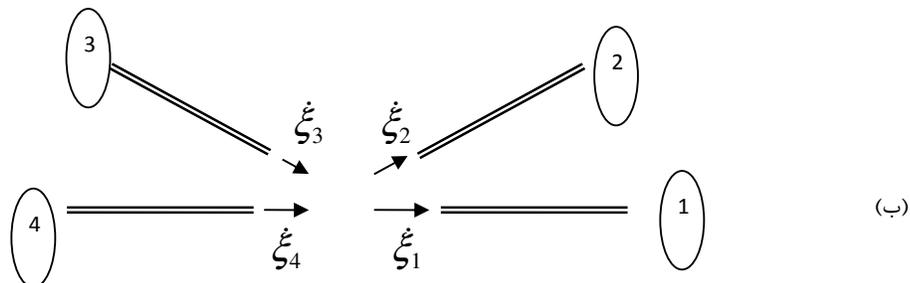
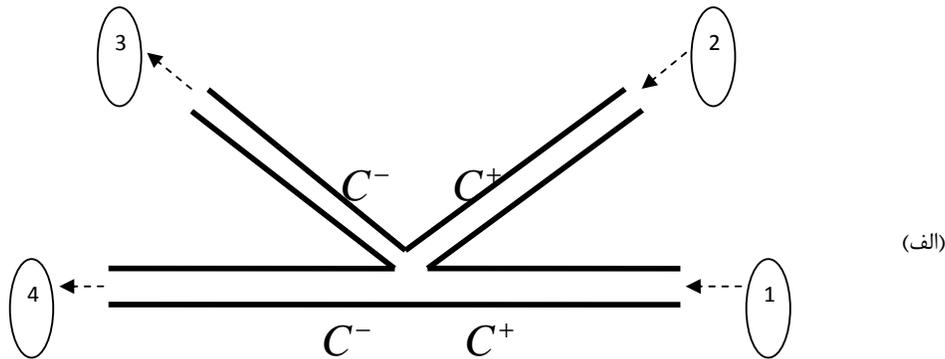
$$\begin{aligned}
 H_J^{n+1} = Cp_1 - Bp_1 Q_{1J}^{n+1} &\Rightarrow Q_{1J}^{n+1} = \frac{Cp_1 - H_J^{n+1}}{Bp_1} \\
 H_J^{n+1} = Cp_2 - Bp_2 Q_{2J}^{n+1} &\Rightarrow Q_{2J}^{n+1} = \frac{Cp_2 - H_J^{n+1}}{Bp_2} \\
 H_J^{n+1} = Cm_3 + Bm_3 Q_{3J}^{n+1} &\Rightarrow Q_{3J}^{n+1} = \frac{H_J^{n+1} - Cm_3}{Bm_3} \\
 H_J^{n+1} = Cm_4 + Bm_4 Q_{4J}^{n+1} &\Rightarrow Q_{4J}^{n+1} = \frac{H_J^{n+1} - Cm_4}{Bm_4}
 \end{aligned}
 \tag{55-3}$$

طبق مفهوم رابطه پیوستگی در هر لحظه، کل ذرات سیالی که به تقاطع وارد می شوند باید برابر با ذرات سیالی باشند که از تقاطع خارج می شوند، حال اگر تقاطع مهار باشد، ذرات سیالی که از هر انشعاب به تقاطع وارد می شوند را می توان با  $V_i A_{f_i}$  نشان داد. اما اگر تقاطع ساکن نباشد، ذرات سیالی که در واحد زمان از هر

انشعاب به تقاطع وارد می شوند به صورت  $V_i A_{f_i}$  (که در آن  $V_i$  سرعت مطلق سیال در محل ورودی به تقاطع در گره  $i$  است.  $V_i$  همان سرعتی است که در رابطه  $C^+$  و  $C^-$  مورد استفاده قرار می گیرد) نخواهند بود، زیرا خود تقاطع هم دارای سرعتی می باشد. بنابراین در این حالت ذرات سیالی که در واحد زمان از لوله  $i$  به تقاطع وارد می شوند به صورت  $(V_i - \xi_i) A_{f_i}$  می باشند به طوری که  $\xi_i$  سرعت مطلق (نسبت به یک مبدا ثابت) مقطع لوله  $i$ ، در محل اتصالش به گره  $J$  می باشد و دبی عبوری از این لوله به تقاطع، نسبت به این مقطع محاسبه می شود. بنابراین رابطه پیوستگی را برای تقاطعی مطابق شکل (6-2)، می توان به صورت زیر نوشت: (شکل (3-16) را ملاحظه نمایید).

$$A_{f_1}(V_1 - \xi_1) + A_{f_2}(V_2 - \xi_2) = A_{f_3}(V_3 - \xi_3) + A_{f_4}(V_4 - \xi_4) \quad (56-3)$$

در این جا نیز رابطه به صورتی نوشته شده است که در حالت ماندگار مقادیر  $V_i$  ها همگی دارای علامت مثبت باشند، تا در صورتی که ضمن تحلیل جریان غیر ماندگار، مقادیر منفی برای سرعت ها (یا دبی ها) به دست آید، بفهمیم جریان در آن لحظه در آن جهت جریان ماندگار بوده است.



شکل ۳-۱۶ رابطه پیوستگی برای یک تقاطع مهار نشده

بدیهی است که سرعت های  $V_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) که در رابطه (56-3) مورد استفاده قرار گرفته اند همگی مقادیر مطلق می باشند. بنابراین حاصلضرب  $V_i A_{f_i}$  دبی مطلق ورودی به تقاطع  $J$ ، از لوله  $i$  را نشان می دهد. رابطه (56-3) را به صورت زیر مرتب می نماییم.

$$A_{f_1} V_1 + A_{f_2} V_2 - A_{f_3} V_3 - A_{f_4} V_4 = A_{f_1} \dot{\zeta}_1 + A_{f_2} \dot{\zeta}_2 - A_{f_3} \dot{\zeta}_3 - A_{f_4} \dot{\zeta}_4 \quad (57-3)$$

$$\Rightarrow Q_{1J} + Q_{2J} - Q_{3J} - Q_{4J} = A_{f_1} \dot{\zeta}_1 + A_{f_2} \dot{\zeta}_2 - A_{f_3} \dot{\zeta}_3 - A_{f_4} \dot{\zeta}_4$$

سمت راست رابطه ارائه شده در (57-3) مربوط به تحلیل سازه شبکه توزیع سیال می باشد، که در هر لحظه مقدارش از ریز برنامه تحلیل سازه محاسبه شده و به زیر برنامه تحلیل هیدرولیک فرستاده می شود. این مقدار ثابت را با  $St$  نشان می دهیم. بنابراین رابطه (57-3) را به صورت زیر می نویسیم.

$$St = A_{f_1} \dot{\zeta}_1 + A_{f_2} \dot{\zeta}_2 - A_{f_3} \dot{\zeta}_3 - A_{f_4} \dot{\zeta}_4 \quad \Rightarrow \quad (58-3)$$

$$Q_{1J} + Q_{2J} - Q_{3J} - Q_{4J} = St$$

از جایگذاری مقادیر محاسبه شده برای دبی های نظیر گره تقاطع (رابطه (55-3))، در رابطه (3-58) خواهیم داشت:

$$\left( \frac{Cp_1}{Bp_1} + \frac{Cp_2}{Bp_2} + \frac{Cm_3}{Bm_3} + \frac{Cm_4}{Bm_4} \right) - H_J \left( \frac{1}{Bp_1} + \frac{1}{Bp_2} + \frac{1}{Bm_3} + \frac{1}{Bm_4} \right) = St \quad (59-3)$$

$$\Rightarrow H_J = \frac{\left( \frac{Cp_1}{Bp_1} + \frac{Cp_2}{Bp_2} + \frac{Cm_3}{Bm_3} + \frac{Cm_4}{Bm_4} \right) - St}{\frac{1}{Bp_1} + \frac{1}{Bp_2} + \frac{1}{Bm_3} + \frac{1}{Bm_4}}$$

در پایان به چند نکته زیر اشاره می نماییم:

1- روابط  $C^+$  و  $C^-$  ایی که برای ورودی ها و خروجی ها در یک تقاطع نوشته می شوند (مانند روابط (55-3))، در آنها از مقادیر دبی های مطلق (نسبت به یک مبدا ثابت) استفاده می شود. (در رابطه سازی بر حسب دبی و یا رابطه سازی بر حسب سرعت) زیرا معادلات دیفرانسیلی که این روابط از آنها استخراج شده اند، خود نسبت به یک میدان ثابت به دست آمده اند.

2- مشاهده می شود که در یک جریان غیر ماندگار که تقاطع ها (یا شیر فلکه یا پمپ یا ...) امکان حرکت داشته باشند رابطه پیوستگی سیال، باید برای مقادیر سرعت های نسبی نوشته شود (نه مقادیر مطلق). به عبارت دیگر تنها با استفاده از سرعت های نسبی می توان مفهوم بقای جرم را که اساس رابطه

پیوستگی می باشد، پیاده کرد.

3- دقت شود که برای حالتی که تقاطع امکان جابجایی داشته باشد، رابطه پیوستگی برای مقادیر دبی های مطلق به صورت جمع جبری دبی ها برابر صفر نمی باشد؛ بلکه به صورت زیر خواهد بود.

$$\sum_{i=1}^{Nin} Q_{iJ} - \sum_{i=1}^{Nout} Q_{iJ} = St \quad , \quad St = \sum_{i=1}^{Nin} A_{f_i} \xi_i - \sum_{i=1}^{Nout} A_{f_i} \xi_i$$

### 3-2-5-2-2-2-3 زانویی<sup>۱</sup>

یک زانویی (خم)، گرهی است که در آن امتداد لوله عوض می شود. بنابراین می توان گفت یک زانویی حالت خاصی از یک تقاطع است، تقاطعی که فقط یک ورودی و یک خروجی دارد. به طریق دیگری نیز می توان گفت تمام گره های معمولی موجود در شبکه (گره هایی که در آنها فقط دو مجهول وجود دارد که با رابطه های  $C^+$  و  $C^-$  مجهولات به دست می آیند.) حالت خاصی از یک زانویی هستند. در اینجا این مطالب را بیشتر بررسی خواهیم کرد.

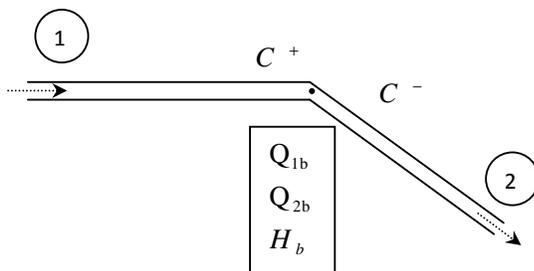
می دانیم در حالتی که تمام اتصالات (تقاطع ها، زانویی ها، شیرها و ...) به صورت مهار شده در نظر گرفته شوند روش محاسبه مجهولات در گره های زانویی، همانند روش محاسبه گره های معمولی می باشد. (روابط  $C^+$  و  $C^-$ ). اما در حالتی که زانویی امکان جابجایی داشته باشد روش محاسبه مجهولات در آن گره، با روش محاسبه مجهولات گره های معمولی اندکی متفاوت است.

شکل (3-17) یک زانویی را نشان می دهد. (مجهولات در کادر نوشته شده اند.) مجهولات در آن عبارتند از  $Q_{1b}$  و  $Q_{2b}$  و  $H_b$ . مانند آنچه برای تقاطع انجام شد، در این جا نیز از یک رابطه  $C^+$ ، یک رابطه  $C^-$  و یک رابطه پیوستگی استفاده خواهیم کرد.

$$H_b = Cp - Bp Q_{1b} \quad \Rightarrow \quad Q_{1b} = \frac{Cp - H_b}{Bp} \quad (60-3)$$

$$H_b = Cm + Bm Q_{2b} \quad \Rightarrow \quad Q_{2b} = \frac{H_b - Cm}{Bm} \quad (61-3)$$

<sup>9</sup> bend



شکل ۳-۱۷ زانویی (خم) مهار نشده

می دانیم که  $Q_{1b}$  و  $Q_{2b}$  مقادیر مطلق هستند (حجم سیال عبوری نسبت به یک مقطع ثابت) در اینجا نیز سه سرعت می توان در نظر گرفت (1) سرعت مطلق سیال در محل زانویی (2) سرعت مطلق زانویی (3) سرعت نسبی سیال، نسبت به زانویی. به این ترتیب  $V_{1b} - \xi_1$  سرعت نسبی سیال در لوله 1 در محل تقاطع و  $V_{2b} - \xi_2$  سرعت نسبی سیال در لوله 2 در محل تقاطع است. به طوری که  $V_{1b}$  و  $V_{2b}$  سرعت های مطلق سیال می باشند.

گفتیم که رابطه پیوستگی را با استفاده از سرعت های نسبی می توان نوشت:

$$(V_{1b} - \xi_1)A_{f_1} = (V_{2b} - \xi_2)A_{f_2} \Rightarrow Q_{1b} - Q_{2b} = A_{f_1} \xi_1 - A_{f_2} \xi_2 \quad (62-3)$$

از جایگذاری  $Q_{1b}$  و  $Q_{2b}$  از (60-3) و (61-3) خواهیم داشت:

$$H_b = \frac{\frac{Cp}{Bp} + \frac{Cm}{Bm} - S_t}{\frac{1}{Bp} + \frac{1}{Bm}}, \quad S_t = A_{f_1} \xi_1 - A_{f_2} \xi_2 \quad (63-3)$$

در پایان می توان مطالب زیر را در مورد یک زانویی بیان کرد.

1- در صورتی که زانویی ثابت شده باشد داریم  $\xi_1 = \xi_2 = St = 0$  و خواهیم داشت  $Q_{1b} = Q_{2b}$ . نتیجه اینکه اگر اثر ارتعاش گره زانویی در نظر گرفته شود دبی مطلق ورودی و خروجی در گره زانویی برابر نخواهند بود ( $Q_{1b} \neq Q_{2b}$ ). در حالی که با صرفنظر از اثر ارتعاش (زانویی ثابت باشد) زانویی مثل یک گره معمولی بوده و داریم:

$$Q_{1b} = Q_{2b} = \frac{Cp - Cm}{Bp + Bm} \quad (64-3)$$

2- رابطه ارایه شده برای محاسبه هد در زانویی در حالتی که مهار نباشد، (63-3)، را می توان برای گرهی که فقط در آن تغییر قطر اتفاق می افتد (امتداد لوله عوض نمی شود) نیز به کار برد. در این صورت

چون امتداد در لوله دو طرف گره عوض نمی شود سرعت گره نیز برای هر دو المان یک مقدار خواهد داشت.

$$\dot{\xi}_1 = \dot{\xi}_2 \Rightarrow St = \dot{\xi}(A_{f_1} - A_{f_2}) \Rightarrow Q_1 - Q_2 = \dot{\xi}(A_{f_1} - A_{f_2}) \quad (65-3)$$

### 3-5-3- اعمال اثر کوپله اتصال در روابط سازه ای

همان طور که گفته شد در کوپله اتصال از یک فرآیند تکرار تا همگرایی مقادیر مرزها باید استفاده شود. بنابراین لازم است، در روابط سازه ای، که برای محاسبه  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \Delta \theta$  ها و از آنجا  $\xi, w, \eta, \theta$  ها، مورد استفاده قرار می گیرند، بعضی متغیرهای هیدرولیکی وارد شود. قبلاً بیان شد که جمله ای وابسته به پارامترهای هیدرولیکی در معادلات دیفرانسیل سازه ای (معادله ارتعاش محوری) وجود دارد که اثرش را به عنوان کوپله پواسن مورد بررسی قرار دادیم. اما در اینجا اثر کوپله (کوپله اتصال) در معادلات دیفرانسیل سازه ای هیچ تغییری ندارد بلکه در شرایط مرزی حل این معادلات ظاهر می شود.

در کوپله اتصال از این ایده استفاده می شود که فشار سیال درون لوله، در یک مقطع، در بعضی موقعیت ها، مانند یک نیروی خارجی، بر سازه اثر می کند. به عبارت دیگر محل هایی در یک شبکه وجود دارد که در آنها، در حجم کنترلی که برای سیال در نظر می گیریم نیروهای فشاری مختلفی ناشی از سیال بر سطوح حجم کنترل وارد می شود و چون این نیروها به تنهایی نمی توانند همدیگر را خنثی نمایند، باعث اعمال نیروهای بر سازه می شوند. بنابراین تحلیل سازه تحت این نیروهای هیدرولیکی یک فرآیند کوپله را به دنبال خواهد داشت.

در تحلیل سازه با روش اجزای محدود، اثبات می شود که با توجه به اصل سازگاری تغییر مکان ها، سرعت ها و شتاب ها در گره ها (این مفهوم که یک گره مشترک بین دو المان، فقط می تواند یک جابجایی، سرعت یا شتاب داشته باشد). برای محاسبه تغییر مکان های ناشی از یک بار خارجی که در یک گره اعمال شده است، باید در بردار نیروهای اسمبل شده، نظیر آن گره، مقدار بار خارجی مذکور را وارد نمود.

از ترکیب دو موضوع گفته شده در بالا، تحلیل سازه شبکه توزیع سیال، ناشی از یک بارگذاری هیدرولیکی، در هر گام زمانی آنقدر تکرار می شود تا مقادیر همگرا شده ای برای جابجایی ها و سرعت ها و شتاب ها از یک طرف و ارتفاع پیزومتري از طرف دیگر، برای آن گره که اثر کوپله اش مورد بررسی است، حاصل گردد.

به جز گره هایی که در حجم کنترل نظیر آنها، نیروهای فشاری وارده از دو طرف بر سطوح حجم کنترل، همدیگر را خنثی می کنند، (گره های معمولی میانی واقع در خط لوله)، برای سایر گره ها باید این اثر تداخلی را در روابط مربوط به حل معادلات سازه ای اعمال نمود. در قسمت های بعدی چگونگی اعمال اثر کوپله اتصال را در بعضی شرایط مرزی متعارف، (سازه های هیدرولیکی نصب شده روی شبکه) بررسی

خواهیم کرد.

قابل ذکر است که به علت اینکه در یک جریان غیر ماندگار که مثلاً با بسته شدن یک شیر آغاز می شود، معمولاً فشارهای بالایی در شبکه توزیع سیال ایجاد می شود این اثر کوپله نیز اهمیت پیدا می کند. در حالت کلی این نیروهای متمرکز که بر گره های شبکه، ناشی از فشار سیال، در نظر گرفته می شوند، در حالت جریان پایدار نیز وجود دارند؛ و در صورتی که گره شیر یا تقاطع یا ... را، در آن حالت نیز ثابت نشده فرض کنیم، انجام یک تحلیل استاتیکی سازه ای، ناشی از بارهای وارده از طرف سیال، در حالت پایدار نیز ضرورت پیدا می کند. (برای محاسبه جابجایی های اولیه که به عنوان شرایط اولیه برای حل معادلات سازه ای محسوب می شوند) که البته به علت این که فشارها در حالت استاتیکی خیلی کمتر از حالت دینامیکی هستند می توان از جابجایی های ناشی از این فشارها، صرف نظر کرد. (در مکانیک سیالات مقدماتی، به عنوان مثال برای یک زانویی مهار شده، برای محاسبه نیروی وارد بر تکیه گاه، ناشی از تغییر اندازه حرکت در محل زانویی، از رابطه ای به شکل زیر استفاده می شد.

$$F_x = \rho Q(V_{2x} - V_{1x}) \quad , \quad F_y = \rho Q(V_{2y} - V_{1y})$$

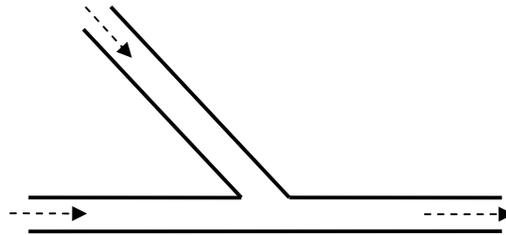
که در آن  $V_{2x}$  و  $V_{1x}$  به ترتیب مولفه افقی سرعت ورودی و سرعت خروجی سیال از زانویی می باشد و  $V_{1y}$  و  $V_{2y}$  مولفه قائم سرعت های ورودی و خروجی از زانویی می باشند. در این حالت نیز چنانچه گره زانویی آزادانه امکان جابجایی داشته باشد، باید این نیروها ( $F_x, F_y$ ) به عنوان یک بار متمرکز بر گره زانویی اعمال شده و تغییر شکل سازه ناشی از این بارها محاسبه شود)

### 3-5-3-1- تقاطع<sup>1</sup>

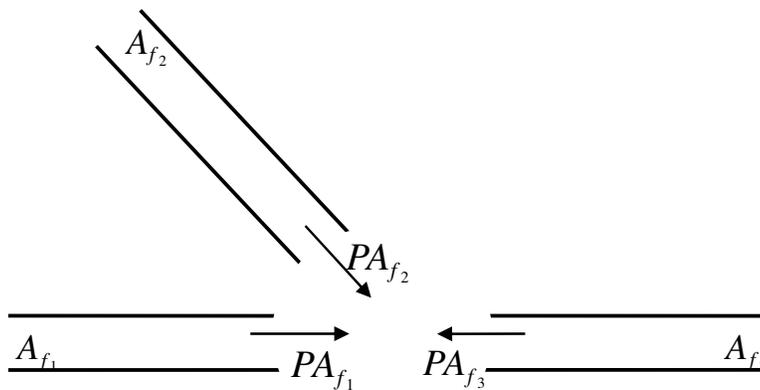
در اینجا نیز اثر فشار سیال را مانند بارهای متمرکزی که در امتداد هر یک از محورها در گره تقاطع عمل می کنند در نظر می گیریم. برای اعمال این بارهای متمرکز نیز همانطور که گفته شد باید در بردار نیروهای اسمبل شده، در برابر درجه آزادی ایی که آن بار خارجی در آن جهت اعمال شده است مقدار آن بار به مقدار قبلی آن درایه اضافه شود.

بارهای متمرکزی که ناشی از فشار سیال در گره تقاطع، می توان در این گره در نظر گرفت را می توان برای شکل (3-18) به صورت شکل (3-19) نشان داد.

<sup>1</sup> junction

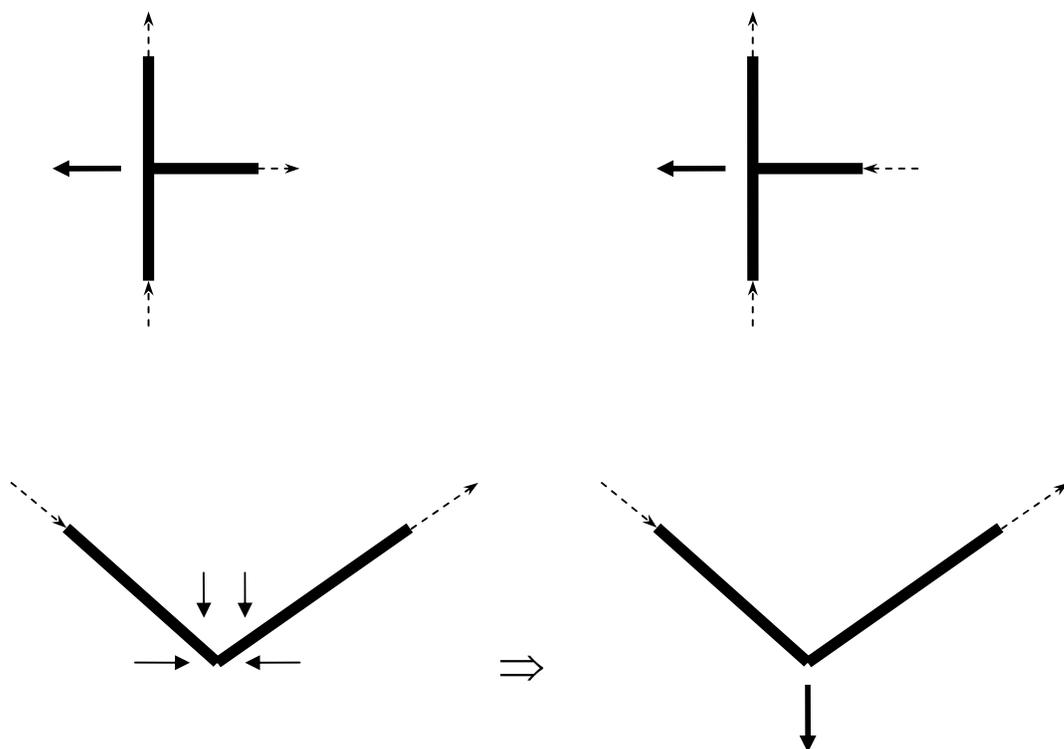


شکل ۳-۱۸ تقاطع جهت بررسی نیروی فشارسیال در هر شاخه



شکل ۳-۱۹ نیروی ناشی از فشارسیال در هر شاخه از تقاطع

نکته قابل توجه این است که جهت نیروی فشار در هر شاخه مرتبط با تقاطع به طرف مرکز تقاطع است و هیچ ربطی به جهت حرکت سیال (پایدار یا ناپایدار) در لوله مرتبط با تقاطع ندارد و با توجه به این که فشار می تواند در گره تقاطع مقداری مثبت یا منفی به دست آید، لذا اثر فشاری یا کششی آن نسبت به تقاطع خودبخود اعمال می شود. با این دیدگاه سعی می کنیم فشار در تقاطع هایی به شکل (3-20) را به صورت نیروی متمرکز مناسبی نشان دهیم. (به جهت این نیروها توجه شود). در این شکل ها فلش های خط چین نشان دهنده جهت جریان سیال و فلش های توپر نشان دهنده جهت نیروی فشاری می باشند.



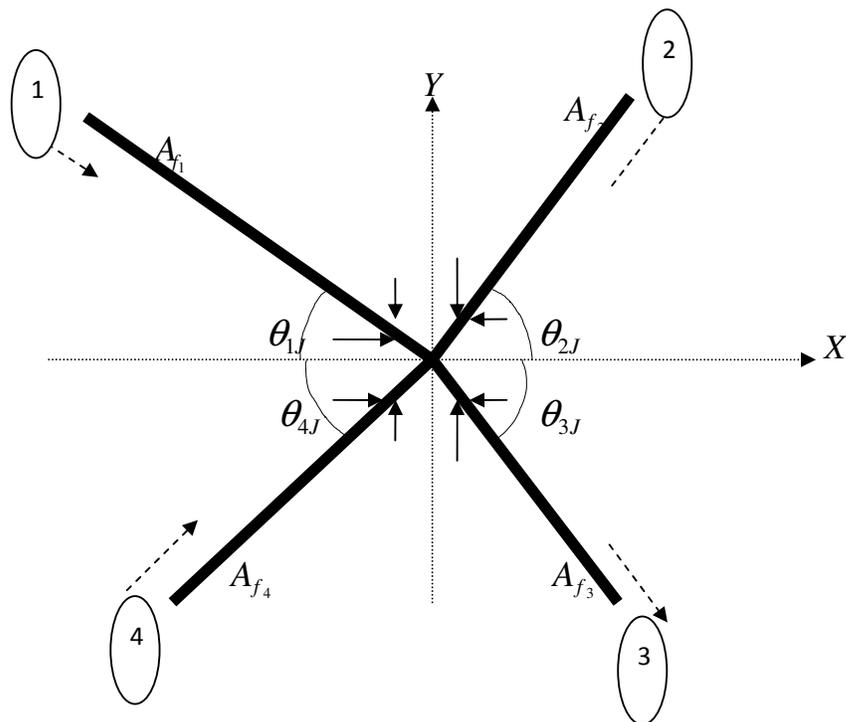
شکل ۳-۲۰ نیروی متمرکز ناشی از فشار سیال در چند نمونه تقاطع - (فلشهای خط چین جهت حرکت سیال را نشان می‌دهند).

به عنوان مثال برای تقاطعی مطابق شکل (3-21)، با فرض یک تحلیل دو بعدی برای شبکه و تقاطع موجود در آن،  $F_X$  و  $F_Y$  ایی که باید به درایه های نظیر درجات آزادی  $\Delta X_J$  و  $\Delta Y_J$  در بردار نیروی اسمبل شده شبکه توزیع سیال اضافه شوند، به صورت زیر قابل محاسبه می باشند.

$$F_X = PA_{f_{1J}} \cos \theta_{1J} - PA_{f_{2J}} \cos \theta_{2J} - PA_{f_{3J}} \cos \theta_{3J} + PA_{f_{4J}} \cos \theta_{4J} \quad (66-3)$$

$$F_Y = -PA_{f_{1J}} \sin \theta_{1J} - PA_{f_{2J}} \sin \theta_{2J} + PA_{f_{3J}} \sin \theta_{3J} + PA_{f_{4J}} \sin \theta_{4J} \quad (67-3)$$

که در آن  $A_f$  ها مساحت مقطع جریان لوله های ورودی و خروجی به تقاطع و  $\theta$  ها زاویه حاده بین این لوله ها و محور افقی می باشند. همچنین  $P$ ، فشار سیال در محل تقاطع، که از تحلیل هیدرولیک شبکه به دست آمده است می باشد.



شکل ۳-۲۱ نیروی متمرکز ناشی از فشار سیال در تقاطع

اینک با توجه با روابط (3-66) و (3-67) روابطی کلی را برای یک قاب دو بعدی، که در برنامه کامپیوتری نوشته شده از آن استفاده شده است، می توان نوشت.

$$F_X = P \sum_{i=1}^n (\text{Sign}(X_J - X_i) \cos \theta_{iJ} A_{f_{iJ}}) \quad (68-3)$$

$$F_Y = P \sum_{i=1}^n (\text{Sign}(Y_J - Y_i) \sin \theta_{iJ} A_{f_{iJ}}) \quad (69-3)$$

در روابط فوق  $(X_J, Y_J)$  مختصات گره تقاطع و  $(X_i, Y_i)$  مختصات یکی از گره های المان های متصل به تقاطع، به غیر از گره تقاطع می باشد (هر یک از المان های متصل به تقاطع دارای دو گره می باشند که گره تقاطع بین همه شان مشترک است. مختصات گره دیگر را در اینجا با اندیس  $i$  نشان داده ایم).  $n$  تعداد انشعابات ورودی یا خروجی مرتبط با گره  $J$  است. (مجموع تعداد لوله های ورودی و خروجی)

استفاده از تابع علامت در رابطه فوق باعث می شود که با استفاده از آن و مختصات گره های المان های مرتبط با تقاطع، بتون جهت درست نیروی فشاری را به دست آورده و این بارهای متمرکز را بتوان با علامت درست به بردار نیروهای اسمبل شده وارد کرد.

### 3-6- روش حل معادلات سازه ای

#### 3-6-1- مقدمه

می دانیم که در بررسی اثرات تداخلی سیال - سازه در شبکه های توزیع سیال، معادلات در حالت کلی به دو دسته معادلات هیدرولیکی و سازه ای تقسیم بندی می شوند. در این بخش روش حل معادلات سازه ای را مورد بررسی قرار خواهیم داد.

در این بخش معادلات دیفرانسیلی سازه ای *FSI* لوله ها را با روش باقیمانده های وزنی (از نوع گالرکین) گسسته سازی خواهیم کرد. در زیر لیست معادلاتی را که حل آنها در این بخش مورد بررسی قرار گرفته است، را ارائه می نماییم.

- معادله ارتعاش محوری به صورت کامل [7]

$$E A_p \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \rho_p A_p \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \frac{A_p \mu r}{e} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\pi D f \rho V |V|}{8} = 0 \quad (70-3)$$

- معادله ارتعاش پیچشی [13]

$$G J_t \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - J_0 \rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (71-3)$$

- معادله ارتعاش خمشی [7]

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + M \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2m_f \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + m_f V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m_f \frac{\partial V}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} + m_f V \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (72-3)$$

که در آن  $M = \rho_f A_f + \rho_p A_p$  و  $m_f = \rho_f A_f$  و  $m_p = \rho_p A_p$  می باشد.

البته معادله (72-3) مربوط به ارتعاش خمشی در صفحه  $xy$  می باشد. برای ارتعاش خمشی در صفحه  $xz$  نیز معادله مشابهی به صورت زیر موجود می باشد:

$$EI \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} + M \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + 2V m_f \frac{\partial^2 \eta}{\partial t \partial x} + m_f V^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + m_f \frac{\partial V}{\partial t} \frac{\partial \eta}{\partial x} + m_f V \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$$

### 3-6-2- گسسته سازی معادلات دیفرانسیلی سازه های با روش باقیمانده های وزنی

معادله ارتعاش محوری، معادله ارتعاش پیچشی، معادله ارتعاش جانبی با روش باقیمانده های وزنی گالرکین گسسته سازی خواهند شد.

### 3-6-2-1- ارتعاش محوری<sup>1</sup>

در اینجا هدف گسسته سازی معادله (70-3) است.

$$E A_p \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \rho_p A_p \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \frac{A_p \mu r}{e} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\pi D f \rho V |V|}{8} = 0 \quad (70-3)$$

اینک تک تک جملات آن معادله را به صورت زیر، برای تشکیل یک دستگاه معادله ماتریسی، گسسته سازی خواهیم کرد.

$$\text{جمله } - \rho_p A_p \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

طبق آنچه که در مرجع [11] برای حل عددی معادلات دیفرانسیل با روش باقیمانده های وزنی گفته شده، عمل خواهیم کرد. بنابراین متغیر مجهول  $(\xi)$  را به صورت  $N_j \xi_j$  می نویسیم. برای تابع میانمایی نیز از توابع شکل خطی دو گرهی لاگرانژی استفاده می نماییم. در این رابطه  $\rho_p$  جرم مخصوص مصالح لوله و  $\xi_j$  جابجایی محوری گره های المان می باشد،  $\xi_j$  نیز شتاب حرکت گره های المان است.

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} v_i \rho_p A_p \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} dx = \rho_p A_p \int_{x_e}^{x_{e+1}} v_i \frac{\partial^2 (N_j \xi_j)}{\partial t^2} dx = \rho_p A_p \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i N_j dx \right) \xi_j \quad (73-3)$$

$$\text{جمله } - A_p E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

<sup>1</sup> Axial vibration

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i A_p E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx = A_p E \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} N_i \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} dx \right) \quad (74-3)$$

$$= A_p E \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} N_i \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial N_j}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} dx \right) \xi_j \right)$$

نتیجه گسسته‌سازی این جمله دو جمله می‌باشد که جمله اول که فقط دارای اندیس  $i$  است، مربوط به شرایط مرزی المان می‌باشد. و جمله دوم در تشکیل ماتریس سختی المان مورد استفاده قرار می‌گیرد. جمله اول را شرایط مرزی نیرویی یا طبیعی المان نیز می‌گویند و پس از اسمبل کردن بردار نیروی تک‌تک المان‌ها این جمله مقادارش با مقدار نظیرش از المان مجاور خنثی می‌شود. البته چنانچه یک بارگذاری متمرکز محوری در آن گره مشترک بین دو المان وجود داشته باشد بجای مجموع این جمله از دو المان مجاور، مقدار آن بار متمرکز جایگزین خواهد شد. البته این موضوع به طور دقیقتر در بخش‌های آتی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. فعلاً این جمله را برای  $N_i = N_2$ ,  $N_i = N_1$  به صورت زیر ساده می‌کنیم. (با استفاده از ویژگی توابع شکل)

$$i = 1 \Rightarrow \left( A_p E N_i \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} = \left( A_p E N_1 \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} \Rightarrow$$

$$A_p E \underbrace{N_1(x_{e+1})}_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x_{e+1}} - A_p E \underbrace{N_1(x_e)}_1 \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x_e} = -A_p E \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x_e} \quad (75-3)$$

$$i = 2 \Rightarrow \left( A_p E N_2 \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} \Rightarrow$$

$$= A_p E \underbrace{N_2(x_{e+1})}_1 \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x_{e+1}} - A_p E \underbrace{N_2(x_e)}_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x_e} = A_p E \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x_{e+1}}$$

$$- \frac{A_p \mu r}{e} \frac{\partial P}{\partial x} \text{ جمله}$$

این جمله برای معادله دیفرانسیل ارتعاش محوری مثل یک جمله ثابت می‌باشد. زیرا  $\frac{\partial P}{\partial x}$  که در آن فشار سیال می‌باشد، از تحلیل هیدرولیک شبکه، در هر گام زمانی به صورت یک عدد معلوم به زیر برنامه تحلیل سازه فرستاده می‌شود. سایر مقادیر نیز از ویژگیهای ثابت سازه ای المان می‌باشند.  $A_p$ ، مساحت مقطع لوله

(tube) است که در بعضی مقالات آن را با  $A_t$  نیز نشان می‌دهند. (با  $A_f$  که مساحت جریان سیال است اشتباه نشود).  $e$  ضخامت جدار لوله،  $\mu$  نسبت پواسن مصالح لوله و  $r$  شعاع لوله می‌باشد. این جمله از دید فیزیکی ایجاد کننده یک بار گذاری هیدرولیکی گسترده بر المان‌های قابی شبکه سیال می‌باشد.

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i \frac{A_p \mu r}{e} \frac{\partial P}{\partial x} dx = \frac{A_p \mu r}{e} \frac{\partial P}{\partial x} \left\{ \begin{array}{c} \frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} \end{array} \right\}, \quad L = x_{e+1} - x_e \quad (76-3)$$

$$\text{جمله} - \frac{\pi D f \rho V |V|}{8}$$

این جمله نشان دهنده اثر میرایی سیال که ناشی از اصطکاک سیال با جدار داخلی لوله است می‌باشد. اگر بخواهیم از اثرات اصطکاک صرف‌نظر کنیم می‌توان این جمله را حذف کرد زیرا این کار برای آنالیز تداخلی سیال - سازه باعث می‌شود که بتوان اثرات تشدید<sup>1</sup> در سازه را به صورت واضح مشاهده و مورد بررسی قرار داد. همچنین بدیهی است که برای پیدا کردن مقادیر ماکزیمم‌ها و مینیمم‌های طراحی نیز حذف این جمله محافظه کارانه می‌باشد. به همین دلایل اکثر مقالات این جمله را در معادله ارتعاشی محوری حذف می‌کنند. با این همه چنانچه برای یک تحلیل دقیقتر بخواهیم اثر این جمله را نیز در نظر بگیریم. داریم:

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i \frac{\pi D f \rho V |V|}{8} dx = \frac{\pi D f \rho}{8} \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i V |V| dx \Rightarrow$$

$$i = 1 \Rightarrow \frac{\pi D f \rho}{8} \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_1 V |V| dx \quad (77-3)$$

$$i = 2 \Rightarrow \frac{\pi D f \rho}{8} \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_2 V |V| dx$$

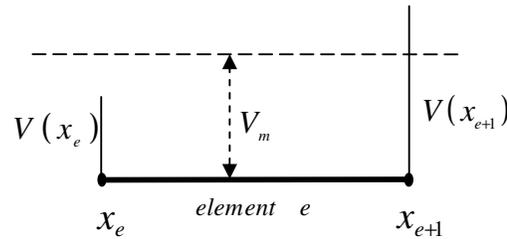
برای محاسبه انتگرال  $\int_{x_e}^{x_{e+1}} N_1 V |V| dx$  با توجه اینکه  $V$  (سرعت سیال) از حل هیدرولیک شبکه به صورت مقادیر گرهی به دست می‌آید به ناچار باید برای آن از یک روش عددی انتگرالگیری<sup>2</sup> استفاده کرد. سه راه حل برای محاسبه این جمله در زیر ارائه شده است.

1- استفاده از یک سرعت متوسط فرضی در کل المان.

با این کار در طول بازه انتگرال گیری  $(x_e, x_{e+1})$  سرعت سیال ( $V$ ) مقداری ثابت بوده و از انتگرال بیرون می‌آید. (شکل (3-22)).

1 - resonance

2 - Numerical integration



شکل ۳-۲۲ سرعت متوسط فرضی در کل المان

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i V |V| dx = V_m |V_m| \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i dx, \quad V_m = \frac{V(x_e) + V(x_{e+1})}{2}$$

$$i = 1 \Rightarrow N_i = N_1 = 1 - \frac{x}{L} \Rightarrow \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i V |V| dx = V_m |V_m| \frac{L}{2} \quad (78-3)$$

$$i = 2 \Rightarrow N_i = N_2 = \frac{x}{L} \Rightarrow \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i V |V| dx = V_m |V_m| \frac{L}{2}$$

2- استفاده از یک تابع خطی برای  $V$  (سرعت) در طول المان.

با توجه به اینکه مقادیر  $V(x_{e+1})$ ,  $V(x_e)$  معلوم می‌باشند می‌توان یک تابع خطی برای سرعت در هر المان ارائه داد. و سپس اقدام به استفاده از یک روش انتگرال‌گیری عددی نمود. (این تابع خطی با استفاده از  $V(x) = N_i V_i$  بدست می‌آید).

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i V |V| dx =, \quad V = V(x),$$

$$i = 1 \Rightarrow N_i = N_1 = 1 - \frac{x}{L} \Rightarrow \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i V |V| dx = \int_{x_e}^{x_{e+1}} V(x) |V(x)| \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx \quad (79-3)$$

$$i = 2 \Rightarrow N_i = N_2 = \frac{x}{L} \Rightarrow \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i V |V| dx = \int_{x_e}^{x_{e+1}} V(x) |V(x)| \left(\frac{x}{L}\right) dx$$

برای انتگرال‌گیری عددی در *MATLAB*، بهترین روش، استفاده از دستور *quad* می‌باشد. استفاده از دستور *quad* و روش فوق که البته از بقیه روش‌ها دقیقتر است سرعت برنامه را به شدت کاهش می‌دهد. لذا بهتر است از روش زیر استفاده شود.

3- محاسبه عبارت زیر انتگرال فقط در چند نقطه

بدیهی است که چنانچه تعداد نقاط زیاد باشند. جواب این روش همان جواب روش قبل خواهد بود. مثلاً برای

استفاده از دو نقطه با توجه به شکل (3-23) داریم :

$$(x_e < x_p < x_{e+1}) \quad , \quad V(x_e) , V(x_{e+1}) \Rightarrow V(x_p) \quad , \quad p = 1, 2 \Rightarrow$$

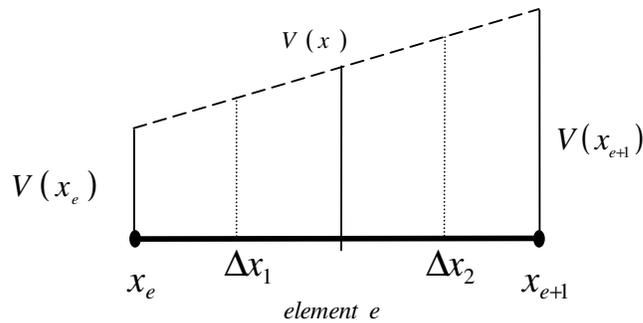
$$i = 1 \Rightarrow N_i = N_1 = 1 - \frac{x}{L} \Rightarrow$$

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i V |V| dx = \sum_{p=1}^2 V(x_p) |V(x_p)| \left(1 - \frac{x_p}{L}\right) \Delta x_p \quad (80-3)$$

$$i = 2 \Rightarrow N_i = N_2 = \frac{x}{L} \Rightarrow$$

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i V |V| dx = \sum_{p=1}^2 V(x_p) |V(x_p)| \left(\frac{x_p}{L}\right) \Delta x_p$$

در اینجا برای محاسبه سرعت در نقاط داخلی المان، باز هم فرض می‌کنیم تغییرات سرعت در المان خطی باشد و با استفاده از  $V(x_e)$  و  $V(x_{e+1})$  سرعت را در نقاط موردنظر در داخل المان بدست می‌آوریم.



شکل ۳-۲۳ محاسبه سرعت در چند نقطه درون المان

### فرم نهایی گسسته‌سازی شده معادله ارتعاش محوری

فرم گسسته‌سازی شده بدست آمده برای هر یک از جملات را در معادله ارتعاش محوری جایگذاری می‌کنیم. هدف اصلی این است که معادله دیفرانسیلی ارتعاش محوری به صورت یک معادله ماتریسی تبدیل شود. از

مرتب کردن رابطه حاصل به ازای تابع وزن  $N_i = N_1, N_i = N_2$  داریم:

$$\text{for } N_i = N_1 \Rightarrow \rho_p A_p \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_1 N_j dx \right) \xi_j + A_p E \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial N_1}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dx \right) \xi_j = \quad (81-3)$$

$$- A_p E \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x_e} + \frac{A_p \mu r}{e} \frac{\partial P}{\partial x} \left( \frac{x_{e+1} - x_e}{2} \right) + \frac{\pi D f \rho}{8} \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_1 V |V| dx$$

$$\begin{aligned} \text{for } N_i = N_2 \Rightarrow \rho_p A_p \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_2 N_j dx \right) \ddot{\xi}_j + A_p E \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial N_2}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dx \right) \xi_j = \\ A_p E \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x_{e+1}} + \frac{A_p \mu r}{e} \frac{\partial P}{\partial x} \left( \frac{x_{e+1} - x_e}{2} \right) + \frac{\pi D f \rho}{8} \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_2 V |V| dx \end{aligned} \quad (82-3)$$

در دو عبارت فوق، ضریب  $\xi_i$  به عنوان ماتریس جرم معروف است. و ضریب  $\xi_i$  ماتریس سختی المان می‌باشد. طرف دوم که بردار نیروهای المان خوانده می‌شود خود شامل سه جمله است. جمله اول که ضمن گسسته‌سازی جمله دارای مشتق دوم مکانی موجود در معادله دیفرانسیل بدست آمد و فقط در مرزهای المان دارای مقدار می‌باشد، نشان دهنده نیروی محوری در دو مرز المان است. در صورتی که بارگذاری خارجی در طول المان (و گره‌های المان) وجود نداشته باشد، بعد از اسمبل شدن بردار نیروهای المان‌ها، این جمله  $(A_p E \frac{\partial \xi}{\partial x})_e \Big|_{x_{e+1}}$  با مقدار نظیرش از المان کناری اش  $(-A_p E \frac{\partial \xi}{\partial x})_{e+1} \Big|_{x_{e+1}}$  که دارای علامتی خلاف آن است، خنثی می‌شود. البته این موضوع فقط برای تیر به این صورتی که گفته شد می‌باشد. برای قاب‌ها جابجایی‌های محوری و جانبی، در گره‌های المان روی هم اثر می‌گذارند و بهمین دلیل قبل از اسمبل کردن بردار نیروهای المان‌ها، این بردارها به یک دستگاه مختصات سراسری با ضرب کردنشان در یک ماتریس تبدیل که برای هر المان یک ماتریس متفاوت می‌تواند باشد  $(R_{12 \times 12}^{(e)})$ ، انتقال داده می‌شوند [11]. سپس بردارهای حاصله در دستگاه مختصات سراسری، که در آنجا هر درایه دارای جملات نیرویی محوری و جانبی می‌باشد، (مثلاً یک درایه به صورت  $\left( EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_{e+1}} \sin \theta_e - \left( EA_p \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \Big|_{x_{e+1}} \cos \theta_e$  می‌باشد) برای تشکیل بردار نیروی سیستم سرهمسازی خواهند شد.

برای ارتعاش محوری یک تیر، در صورتی که یک بار متمرکز گرهی در یک گره که بین دو المان مشترک است وارد شود، در آن صورت بجای مجموع حاصله از سرهمسازی بردار نیروهای المان‌ها یعنی  $\left( A_p E \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_e \Big|_{x_{e+1}} - \left( A_p E \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_{e+1} \Big|_{x_{e+1}}$ ، مقدار آن بار متمرکز گذاشته می‌شود. (البته با توجه به قرار داد، اگر نیروی متمرکز در جهت محور  $x$  ها باشد مثبت، و در غیر اینصورت با علامت منفی جایگذاری می‌شود) جملات دوم و سوم موجود در طرف دوم روابط (5-10) و (5-11) مانند یک بارگذاری گسترده محوری بر المان می‌باشند.

به این ترتیب اگر فقط ارتعاش محوری یک تیر مورد نظر باشد می‌توان (3-81) و (3-82) را به شکل ماتریسی زیر نوشت.

$$[M1]\ddot{\xi} + [K1]\xi = \{F1\} \quad (83-3)$$

که در آن ماتریس‌های جرم و سختی و بردار نیروهای المان به صورت زیر می‌باشند.

$$[M1] = \rho_p A_p \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i N_j dx \quad , \quad [K1] = EA_p \int_{x_e}^{x_{e+1}} \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) dx \quad (84-3)$$

$$\{F1\} = \left\{ \begin{array}{l} -EA_p \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x_e} + \frac{A_p \mu r}{e} \frac{\partial P}{\partial x} \left( \frac{x_{e+1} - x_e}{2} \right) + \frac{\pi D f \rho}{8} \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_1 V |V| dx \\ EA_p \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x_{e+1}} + \frac{A_p \mu r}{e} \frac{\partial P}{\partial x} \left( \frac{x_{e+1} - x_e}{2} \right) + \frac{\pi D f \rho}{8} \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_2 V |V| dx \end{array} \right\}$$

با استفاده از انتگرالگیری تحلیلی<sup>1</sup> ماتریس‌های فوق به صورت زیر محاسبه می‌شوند. (چون توابع شکل خطی، و المان محدود یک بعدی استفاده شده است انتگرالهای حاصله به صورت تحلیلی، قابل محاسبه بود و نیازی به استفاده از روش انتگرال گیری عددی مثل روش گاوس نخواهد بود)

$$[M1] = \underbrace{\rho_p A_p}_{m_1} \frac{L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad , \quad [K1] = \underbrace{EA_p}_{s_1} \frac{1}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (85-3)$$

توجه شود جابجایی محوری در نقاط مختلف المان به صورت  $\xi = N_i \xi_i = N_1 \xi_1 + N_2 \xi_2$  می‌باشد.

### 3-2-2-6-2- ارتعاش جانبی (خمشی)<sup>2</sup>

کلی‌ترین شکل که برای معادله ارتعاش جانبی، با فرض استفاده از تیر اولر - برنولی، وجود دارد در رابطه (3-91) آمده است که در اینجا فرم گسسته شده تک تک جملات آن را بدست خواهیم آورد.

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + M \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2M_f \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + m_f V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m_f \frac{\partial V}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} + m_f V \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (71-3)$$

14- می‌توان به راحتی با استفاده از جعبه ابزار سیمبلیک نرم افزار متلب محاسبات تحلیلی را انجام داد و این انتگرالها را محاسبه نمود.

<sup>2</sup> Flexural vibration

$$- \text{جمله } EI_p \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}$$

این جمله اصلی‌ترین جمله مربوط به تیر اولر- برنولی می‌باشد که روش گسسته‌سازی آن به طور کامل در مرجع [11] مورد بررسی قرار گرفته است. توجه شود که در اینجا  $E$  و  $I_p$  که به ترتیب مدول الاستیسته و ممان اینرسی سازه لوله می‌باشند، باید مورد استفاده قرار گرفته شوند. گفتیم که در اینجا برای اینکه پیوستگی جابجایی‌ها و شیب‌ها (دوران‌ها) تامین شود باید از توابع شکل هرمیتی مرتبه اول (درجه 3) استفاده شود. به این ترتیب با استفاده از دو بار انتگرال‌گیری جزء به جزء برای گسسته‌سازی این جمله می‌توان نوشت.

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} v EI_p \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} dx = \left[ v \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right]_{x_e}^{x_{e+1}} - \left[ \frac{\partial v}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right]_{x_e}^{x_{e+1}} + \int_{x_e}^{x_{e+1}} EI_p \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \quad (86-3)$$

جمله دوم رابطه حاصله در (86-3) تشکیل دهنده جزء اصلی ماتریس سختی معادله ارتعاش جانبی می‌باشد که با استفاده از جایگذاری  $w = \varphi_j w_j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$  در آن و استفاده از توابع وزن  $v = \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  درایه‌هایش به صورت زیر مشخص خواهند شد.

$$EI_p \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} dx, \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (87-3)$$

توجه شود که  $\varphi$  ها توابع شکل هرمیتی مرتبه اول هستند که در [37, Chap4] و [11] به دست آمده‌اند. جمله اول حاصله در (86-3) به شرایط مرزی المان مربوط می‌شود که بنام شرایط مرزی نیرویی (طبیعی) نیز خوانده می‌شود [11]. از جایگذاری چهار گزینه متفاوت برای توابع وزن به صورت  $v = \varphi_1, v = \varphi_2, v = \varphi_3, v = \varphi_4$  چهار درایه بردار نیروها به دست می‌آیند. با استفاده از خواص توابع هرمیتی مرتبه اول، [37, Chap4]، چهار درایه مذکور به صورت زیر ساده خواهند شد.

$$\begin{aligned}
v = \varphi_1 \Rightarrow & \left[ v \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - \frac{\partial v}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} \right] = \\
& \overbrace{\varphi_1(x_{e+1})}^0 \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_{e+1}} - \overbrace{\varphi_1(x_e)}^1 \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e} \quad (88-3) \\
& - \left[ \overbrace{\frac{\partial \varphi_1}{\partial x}(x_{e+1})}^0 \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_{e+1}} - \overbrace{\frac{\partial \varphi_1}{\partial x}(x_e)}^0 \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e} \right] \\
& = - \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e}
\end{aligned}$$

به همین ترتیب برای سایر درایه‌های بردار نیروها می‌توان روابط زیر را بدست آورد.

$$v = \varphi_2 \Rightarrow \left[ v \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - \frac{\partial v}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} \right] = \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e} \quad (89-3)$$

$$v = \varphi_3 \Rightarrow \left[ v \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - \frac{\partial v}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_{e+1}} \quad (90-3)$$

$$v = \varphi_4 \Rightarrow \left[ v \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - \frac{\partial v}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} \right] = - \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_{e+1}} \quad (91-3)$$

در اینجا نیز اگر فقط یک تیر که دارای ارتعاش خمشی است مورد نظر باشد (در تیر استفاده از یک دستگاه مختصات سراسری و ماتریس تبدیل نیازی نیست.) باید به جای آنچه از اسمبل کردن بردار نیروی تک‌تک المان‌ها حاصل می‌شود، نیروی برشی یا لنگر خمشی وارده در گره جایگزین گردد. (اصل تعادل)

$$\text{جمله} - (\rho_f A_f + \rho_p A_p) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

این جمله چون دارای مشتق دوم نسبت به زمان است پس از گسسته‌سازی‌اش تشکیل دهنده ماتریس جرم خواهد بود. توجه شود چون توابع شکل فقط تابع مکان  $(x)$  می‌باشند در ضمن دیفرانسیل‌گیری نسبت به زمان مانند یک عدد ثابت تلقی می‌شوند.

$$\begin{aligned}
\int_{x_e}^{x_{e+1}} (\rho_f A_f + \rho_p A_p) v_i \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dx &= (\rho_f A_f + \rho_p A_p) \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dx \\
&= (\rho_f A_f + \rho_p A_p) \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i \frac{\partial^2 (w_j \varphi_j)}{\partial t^2} dx \right) \quad (92-3) \\
&= (\rho_f A_f + \rho_p A_p) \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i \varphi_j dx \right) \ddot{w}_j
\end{aligned}$$

$$- \text{جمله } 2V (\rho_f A_f) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t}$$

در این جمله  $V$  سرعت سیال است که در گام زمانی موردنظر، از نتایج تحلیل هیدرولیک شبکه توزیع سیال، مقدارش در گره‌های دو سر المان<sup>۱</sup> معلوم است. این جمله پس از گسسته‌سازی ماتریس میرایی<sup>۲</sup> سازه را تشکیل می‌دهد.

$$\begin{aligned}
\int_{x_e}^{x_{e+1}} v_i (2V \rho_f A_f) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} dx &= (2\rho_f A_f) \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i V \frac{\partial w}{\partial x} dx \\
&= (2\rho_f A_f) \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i V \frac{\partial (\varphi_j \dot{w}_j)}{\partial x} dx \quad (93-3) \\
&= (2\rho_f A_f) \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i V \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \right) \dot{w}_j
\end{aligned}$$

در اینجا نیز برای محاسبه  $\int \varphi_i V \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx$  باید از یک روش انتگرال‌گیری عددی استفاده کرد که از سه راه حل می‌توان این کار را انجام داد.

1- فرض کردن یک مقدار میانگین برای  $V$  و خارج کردن آن از علامت انتگرال

$$V_m = \frac{V(x_e) + V(x_{e+1})}{2} \Rightarrow \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i V \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx = V_m \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \quad (94-3)$$

2- فرض کردن یک تابع خطی برای  $V$  در طول المان با استفاده از معلوم بودن  $V(x_e)$  و  $V(x_e+1)$  و

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i V(x) \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \text{ سپس استفاده از یک روش انتگرال‌گیری عددی برای محاسبه}$$

16- باید طول المان‌های مورد استفاده برای تحلیل دینامیکی سازه شبکه، برابر با فواصل گره‌هایی باشند که در روش خطوط مشخصه مورد استفاده قرار می‌گیرد. (در این پایان نامه چنین عمل شده است) اگر چنین نباشد و المان‌های هیدرولیکی بزرگتر از المان‌های سازه‌ای باشند باید با استفاده از درون‌یابی مقدار سرعت را در گره‌های موردنیاز به دست آورد.

$$x_e, x_{e+1}, V(x_e), V(x_{e+1}) \Rightarrow V(x) \Rightarrow \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i V \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx = \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i V(x) \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \quad (95-3)$$

3- محاسبه عبارت درون انتگرال فقط در چند نقطه، برای افزایش سرعت برنامه استفاده از روش اول از دقت کمی برخوردار است و روش دوم زمان زیادی را احتیاج خواهد داشت بهمین دلیل، استفاده از این روش با دو یا سه نقطه، از نظر دقت و سرعت از همه بهینه تر می باشد.

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i V(x) \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx = \sum_{k=1}^3 \varphi_i(x_k) V(x_k) \frac{\partial \varphi_j}{\partial x}(x_k) \Delta x_k, \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (96-3)$$

$$\text{جمله} - \rho_f A_f V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

برای این جمله نیز باید از یک بار انتگرال گیری جزء به جزء استفاده شود همچنین با توجه به اینکه  $V$  (سرعت) تابعی از  $x$  می باشد نمی تواند مثل یک مقدار ثابت از انتگرال بیرون بیاید. برای گسسته سازی این جمله می توان نوشت.

$$\begin{aligned} \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i \rho_f A_f V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx &= \rho_f A_f \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i V^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \\ &= \rho_f A_f \left[ \varphi_i V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial (\varphi_i V^2)}{\partial x} dx \right] \\ &= \rho_f A_f \left[ \varphi_i V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \left( \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} V^2 + 2V \frac{\partial V}{\partial x} \varphi_i \right) dx \right) w_j \right] \quad (97-3) \\ &= \rho_f A_f \left[ \varphi_i V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} V^2 \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} dx + \int_{x_e}^{x_{e+1}} 2V \frac{\partial V}{\partial x} \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \right) w_j \right] \end{aligned}$$

در رابطه نهایی حاصله از عبارت (5-26)، اولین جمله  $\left( \rho_f A_f \varphi_i V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} \right)$  چون دارای اندیس  $i$

است معادله ماتریس نهایی ایی که برای معادله دیفرانسیل ارتعاشی خمشی نوشته خواهد شد جزء بردار نیروها قرار خواهد گرفت و به عنوان شرط مرزی در گره های المان محسوب می شود. برای این جمله با استفاده از خواص توابع شکل هرمیتی مرتبه اول صورت های ساده تری را می توان به دست آورد. به عنوان مثال برای

$$\varphi_i = \varphi$$

$$\begin{aligned}
 i = 1 \quad \Rightarrow \quad & \rho_f A_f \varphi_i V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} \\
 & = \underbrace{\varphi_i(x_{e+1})}_0 \left( \rho_f A_f V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \right) \Big|_{x_{e+1}} - \underbrace{\varphi_i(x_e)}_1 \left( \rho_f A_f V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \right) \Big|_{x_e} \\
 & = -\rho_f A_f V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_e}
 \end{aligned} \quad (98-3)$$

و به بهمین ترتیب برای  $i=2,3,4$  می توان نوشت:

$$i = 2 \quad \Rightarrow \quad \rho_f A_f \varphi_i V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} = 0 \quad (99-3)$$

$$i = 3 \quad \Rightarrow \quad \rho_f A_f \varphi_i V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} = \rho_f A_f V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_{e+1}} \quad (100-3)$$

$$i = 4 \quad \Rightarrow \quad \rho_f A_f \varphi_i V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} = 0 \quad (101-3)$$

جمله دوم عبارت حاصله در (97-3) خود از دو عبارت انتگرالی تشکیل شده است که به صورت زیر می باشند.

$$I_1 = \rho_f A_f \int_{x_e}^{x_{e+1}} V^2 \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} dx \quad , \quad I_2 = \rho_f A_f \int_{x_e}^{x_{e+1}} 2V \frac{\partial V}{\partial x} \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \quad (102-3)$$

برای محاسبه این دو عبارت نیز با توجه به اینکه  $V$  تابعی از  $x$  می باشد باید از یک روش عددی انتگرالگیری استفاده شود. برای این کار می توان به همان روش هایی که برای جملات قبل گفته شد عمل نمود. برای

محاسبه  $\frac{\partial V}{\partial x}$  که در  $I_2$  وجود دارد. می توان از تفاضل محدود استفاده کرد.

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{V(x_{e+1}) - V(x_e)}{x_{e+1} - x_e} \quad (103-3)$$

بدیهی است که چون این دو جمله دارای اندیس  $i, j$  می باشند تشکیل دهنده یک ماتریس خواهند بود. درایه های این ماتریس ها در فرم نهایی ماتریسی که برای معادله دیفرانسیل ارتعاش خمشی تشکیل خواهد شد به درایه هایی که قبلاً به عنوان تشکیل دهنده ماتریس سختی معرفی شدند اضافه می شوند.

$$\rho_f A_f \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{- جمله}$$

درایه‌های حاصله از این جمله هم برای تشکیل ماتریس سختی مورد استفاده قرار خواهند گرفت برای گسسته‌سازی اش به صورت زیر عمل خواهیم کرد.

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i \rho_f A_f \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \right) \frac{\partial w}{\partial x} dx = \left( \rho_f A_f \int_{x_e}^{x_{e+1}} \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \right) w_j \quad (104-3)$$

عبارت حاصله از (33-3) را به صورت دو عبارت انتگرالی زیر مورد بررسی قرار خواهیم داد.

$$I_3 = \rho_f A_f \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial V}{\partial t} \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx, \quad I_4 = \rho_f A_f \int_{x_e}^{x_{e+1}} V \frac{\partial V}{\partial x} \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \quad (105-3)$$

برای محاسبه  $I_3$  ابتدا باید  $\frac{\partial V}{\partial t}$  محاسبه شود. برای این کار از تفاضل محدود پیش رونده به صورت زیر استفاده خواهیم کرد.

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{V^{n+1} - V^n}{\Delta t} \quad (106-3)$$

بعد از معلوم شدن  $\frac{\partial V}{\partial t}$  در تمام گره‌ها، می‌توان با این جمله مثل  $V$  رفتار کرد و برای محاسبه انتگرال  $I_3$  از همان سه روش گفته شده به صورت زیر استفاده کرد.

1 - یک مقدار ثابت در طول المان که به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\left( \frac{\partial V}{\partial t} \right)_m = \frac{\frac{\partial V}{\partial t}(x_{e+1}) + \frac{\partial V}{\partial t}(x_e)}{2} \quad (107-3)$$

2- استفاده از یک تابع خطی

$$\begin{aligned} x_e &\rightarrow \frac{\partial V}{\partial t}(x_e) \\ x_{e+1} &\rightarrow \frac{\partial V}{\partial t}(x_{e+1}) \end{aligned} \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial t}(x), \quad x_e < x < x_{e+1} \quad (108-3)$$

3- محاسبه عبارت درون انتگرال فقط در چند نقطه

برای محاسبه  $I_4$  ابتدا باید  $\frac{\partial V}{\partial x}$  محاسبه شود. در طول المان مقداری ثابت است زیرا معمولاً فقط در گره‌های دو سر المان مقدار سرعت معلوم است، که با استفاده از آنها می‌توان مثل (3-103) عمل نمود و  $\frac{\partial V}{\partial x}$  را بدست آورد بنابراین  $I_4$  به صورت زیر ساده می‌شود.

$$I_4 = \rho_f A_f \int_{x_e}^{x_{e+1}} V \frac{\partial V}{\partial x} \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx = \rho_f A_f \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \int_{x_e}^{x_{e+1}} V \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \quad (109-3)$$

برای محاسبه  $\int_{x_e}^{x_{e+1}} V \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx$  نیز باید از یک روش انتگرالگیری عددی استفاده کرد مانند آنچه که قبلاً گفته شد.

### فرم نهایی گسسته‌سازی شده معادله ارتعاشی جانبی

ابتدا یادآوری می‌شود که در جملات گسسته‌سازی شده، آنهایی که فقط دارای اندیس  $i$  می‌باشند (اندیس  $i$  اندیس توابع وزن بود که در معادله ارتعاش جانبی 4 گزینه مختلف به صورت  $v = \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  را برای آن در نظر می‌گیریم) مربوط به بردار نیروها هستند و جملاتی که دارای اندیس  $j, i$  می‌باشند، تشکیل دهنده ماتریس‌های مشخصه المان خواهند بود. اکنون شکل گسسته‌سازی شده برای تک تک جملات را، در معادله دیفرانسیل ارتعاش جانبی جایگزین می‌نماییم.

$$b = EI_p, \quad m_f = \rho_f A_f, \quad m_p = \rho_p A_p, \quad M = \rho_f A_f + \rho_p A_p \quad \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} & \left( b \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} dx \right) w_j + \left[ \varphi_i \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} \right] \\ & + \left( M \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i \varphi_j dx \right) \dot{w}_j + \left( 2m_f \int_{x_e}^{x_{e+1}} V \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \right) \dot{w}_j \quad (110-3) \\ & - m_f \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} V^2 dx + 2 \frac{\partial V}{\partial x} \int_{x_e}^{x_{e+1}} V \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \right) w_j + m_f \varphi_i V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} \\ & \left( m_f \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial V}{\partial t} \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \right) w_j + \left( m_f \frac{\partial V}{\partial x} \int_{x_e}^{x_{e+1}} V \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \right) w_j = 0 \end{aligned}$$

رابطه بدست آمده در (110-3) در حقیقت یک معادله ماتریسی است که فرم اجزای محدودی معادله ارتعاشی جانبی می‌باشد. اگر ضرایب بردارهای مجهولات  $w_j, \dot{w}_j, \ddot{w}_j$  را به ترتیب ماتریس‌های  $K$  و  $C$  و  $M$  بنامیم و بردار نیروها را با  $F_i$  نشان دهیم رابطه (110-3) را به صورت زیر می‌توان نوشت.

$$[M2] \ddot{w}_j + [C] \dot{w}_j + [K2] w_j = \{F2\} \quad (111-3)$$

در این رابطه نیز  $[M2]$  ماتریس جرم و  $[C]$  میرایی و  $[K2]$  ماتریس سختی سیستم می‌باشد. اگر هدف بررسی یک تیر فقط تحت ارتعاش جانبی باشد می‌توان از معادله ماتریسی ارائه شده در (111-3) استفاده

کرد. اما چنانچه هدف بررسی یک قاب (دو بعدی یا سه بعدی) باشد باید از معادلات ارتعاش محوری و پیچشی (در حالت سه بعدی) نیز استفاده شود و همچنین استفاده از یک دستگاه مختصات سراسری ماتریس‌های تبدیل برای هر المان نیز ضروری خواهد بود. بدیهی است در آن صورت رابطه (111-3) به تنهایی برای استفاده جهت تحلیل دینامیکی کافی نخواهد بود. ماتریس‌های جرم و میرایی و سختی ارایه شده در (111-3) به صورت زیر می‌باشند.

$$[M 2] = (\rho_f A_f + \rho_p A_p) \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i \varphi_j dx \quad (112-3)$$

$$[C] = 2 \rho_f A_f \int_{x_e}^{x_{e+1}} V \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \quad (113-3)$$

$$[K 2] = \left( EI_p \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} dx \right) - \left( m_f \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} V^2 dx \right) - \left( m_f \frac{\partial V}{\partial x} \int_{x_e}^{x_{e+1}} V \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \right) + \left( m_f \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial V}{\partial t} \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx \right) \quad (114-3)$$

همچنین فرم ساده شده درایه‌های بردار نیروها را به صورت زیر می‌توان نوشت.

$$\begin{aligned} \varphi_i = \varphi_1 &\Rightarrow F 2_1 = \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e} + \left( m_f V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \right) \Big|_{x_e} \\ \varphi_i = \varphi_2 &\Rightarrow F 2_2 = - \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e} \\ \varphi_i = \varphi_3 &\Rightarrow F 2_3 = - \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_{e+1}} - \left( m_f V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \right) \Big|_{x_{e+1}} \\ \varphi_i = \varphi_4 &\Rightarrow F 2_4 = \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_{e+1}} \end{aligned} \quad (115-3)$$

این جملات برای سازه به عنوان شرایط مرزی نیرویی محسوب می‌شوند و نشان‌دهنده نیروی برشی و لنگر خمشی در گره‌های المان (مرزهای المان) می‌باشند. توجه به این جالب است که به عنوان مثال جمله دوم  $F 2_1$  که مربوط به اثر سیال در مرز المان می‌باشد، دارای دیمانسیون نیرو می‌باشد. (یعنی اینکه جمله  $F 2_1$  نشان دهنده نیروی برشی موجود در گره اول المان می‌باشد که دارای دو جزء سازه‌ای و

هیدرولیکی می‌باشد. همینجا از مقایسه  $m_f$  و  $El_p$  می‌توان فهمید که حذف جمله مربوط به نیروی هیدرولیکی، کاملاً منطقی می‌باشد.

ماتریس سختی المان که در (3-114) ارائه شده است، از چهار جمله تشکیل شده است. که از آنها، جمله اول به سادگی به صورت تحلیلی قابل محاسبه است (بانوشتن  $\varphi_i$  ها و انتگرالگیری تحلیلی). برای محاسبه سه جمله دیگر همانطور که گفته شد از روش عددی انتگرالگیری (یک بعدی) می‌توان استفاده کرد. روند کلی حاکم برای محاسبه این سه جمله به این صورت است که یک تابع تقریبی برای  $V$  بر اساس مقادیر معلوم سرعت در ابتدا و انتهای المان ارائه می‌شود و سپس درایه های ماتریس ها با روش عددی محاسبه می‌شوند. چنانچه بخواهیم برای محاسبه درایه های این جملات (ماتریس ها) از روش تحلیلی استفاده کنیم می‌توان به صورت زیر عمل کرد. به عنوان مثال برای جمله دوم می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} (\bar{x} = x - x_e) \rightarrow x = x_e \Rightarrow \bar{x} = 0, \quad x = x_{e+1} \Rightarrow \bar{x} = x_{e+1} - x_e = L \\ \Rightarrow \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial \varphi_i(x)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial x} V^2 dx = \int_{\bar{x}=0}^{\bar{x}=L} \frac{\partial \varphi_i(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \varphi_j(\bar{x})}{\partial \bar{x}} (V(x))^2 d\bar{x} \end{aligned} \quad (116-3)$$

برای محاسبه  $V(x)$  به صورت زیر عمل می‌کنیم (با توجه به شکل (3-24))

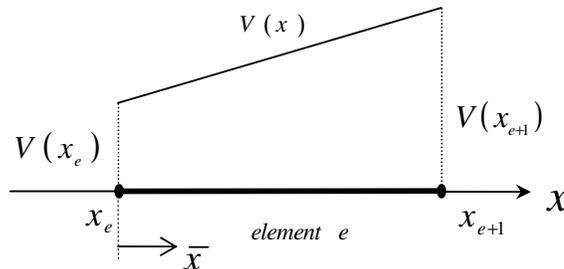
$$\begin{aligned} x = x_e \Rightarrow V_1 = V(x_e), \quad x = x_{e+1} \Rightarrow V_2 = V(x_{e+1}) \Rightarrow \\ V(x_{e+1}) = N_1(x)V_1 + N_2(x)V_2, \end{aligned} \quad (117-3)$$

$$N_1(x) = \frac{x_{e+1} - x}{x_{e+1} - x_e}, \quad N_2(x) = \frac{x - x_e}{x_{e+1} - x_e}$$

در اینجا نیز با استفاده از تغییر متغیر  $\bar{x} = x - x_e$  سعی می‌کنیم  $V(x)$  را بر حسب  $\bar{x}$  بنویسیم. ( $V(\bar{x})$ )

$$\begin{aligned} x = x_e \rightarrow \bar{x} = 0 \rightarrow V_1 = V(0) \\ x = x_{e+1} \rightarrow \bar{x} = x_{e+1} - x_e = L \rightarrow V_2 = V(L) \end{aligned} \Rightarrow \quad (118-3)$$

$$V(x) = N_1(\bar{x})V_1 + N_2(\bar{x})V_2, \quad N_1(\bar{x}) = 1 - \frac{\bar{x}}{L}, \quad N_2(\bar{x}) = \frac{\bar{x}}{L}$$



شکل ۳-۲۴ محاسبه سرعت درون المان با استفاده از مقادیر سرعت در دو سر المان

به این ترتیب انتگرال (3-116) به صورت زیر بر حسب  $\bar{x}$  نوشته می شود:

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial \varphi_i(x)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial x} (V(x))^2 dx = \int_0^L \frac{\partial \varphi_i(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \varphi_j(\bar{x})}{\partial \bar{x}} (V(x))^2 d\bar{x} \quad (119-3)$$

$$= \int_0^L \frac{\partial \varphi_i(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \varphi_j(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \left( \left(1 - \frac{\bar{x}}{L}\right) V_1 + \left(\frac{\bar{x}}{L}\right) V_2 \right)^2 d\bar{x} \quad , \quad i, j = 1, 2, 3, 4$$

انتگرال ارایه شده در (3-119) به صورت تحلیلی با استفاده از جعبه ابراز سمبلیک متلب قابل محاسبه است. نتیجه محاسبه این عبارت، یک ماتریس  $4 \times 4$  می باشد که درایه هایش دارای متغیرهای  $L$  و  $V_1$  و  $V_2$  می باشند. یک بار محاسبه درایه های این انتگرال کافی است، زیرا نتایج به دست آمده در برنامه وارد می شوند و برای اجرای برنامه از نتایج وارد شده در برنامه، (درایه هایی که بر حسب  $V_1$  و  $V_2$  و  $L$  می باشند) استفاده می شود.

برای محاسبه تحلیلی ماتریس های جملات سوم و چهارم ارایه شده در (3-114) نیز به همین ترتیب می توان عمل کرد.

انتگرال جمله سوم:

$$\int_0^L \varphi_i(\bar{x}) \frac{\partial \varphi_j(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \left[ \left(1 - \frac{\bar{x}}{L}\right) V_1 + \left(\frac{\bar{x}}{L}\right) V_2 \right] d\bar{x} \quad (120-3)$$

انتگرال جمله چهارم:

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial V}{\partial t} \varphi_i(x) \frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial x} dx = \int_{x_e}^{x_{e+1}} \varphi_i(\bar{x}) \frac{\partial \varphi_j(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \left[ \left(1 - \frac{\bar{x}}{L}\right) \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_1 + \left(\frac{\bar{x}}{L}\right) \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_2 \right] d\bar{x} \quad (121-3)$$

مقادیر  $\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_1$  و  $\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_2$  شتاب سیال در گره های به ترتیب 1 و 2 المان می باشند. که با استفاده از تفاضل محدود پیش رونده برای هر گره، محاسبه می شوند. چنانچه انتگرال جمله سوم طبق (3-120) محاسبه شود درایه های ماتریس حاصله عباراتی بر حسب  $L$  و  $V_1$  و  $V_2$  خواهند بود. با توجه به اینکه ساختار انتگرال (3-121) نیز شبیه (3-114) است. محاسبه تحلیلی عبارت (3-121) لازم نیست بلکه کافی است در جواب

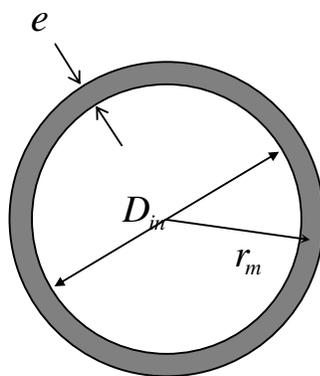
های حاصله از (3-120) به جای  $V_1$  از  $\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_1$  و به جای  $V_2$  از  $\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_2$  استفاده شود.

معمولاً جملاتی که دارای ضریب  $m_f = \rho_f A_f$  میباشند را حذف می کنند چون تاثیرشان خیلی ناچیز است.

با این کار در ماتریس سختی ارایه شده در (3-114) فقط جمله اول باقی خواهد ماند. در زیر با محاسبه مقادیری برای  $m_f$ ،  $EI_p$  نشان خواهیم داد که حذف جملات دارای ضریب  $m_f$  در مقایسه با جملات دارای ضریب  $EI_p$ ، کاملاً منطقی است.

ممان اینرسی لوله ( $I_p$ ) به صورت زیر محاسبه می شود. در این فرمول  $e$  ضخامت دیواره لوله و  $D_i$  قطر داخلی لوله می باشد. طبق شکل (3-25)

$$I_p = \pi r_m^3 e = \pi \left( r_{in} + \frac{e}{2} \right)^3 e = \pi \left( \frac{1}{2} (2r_{in} + e) \right)^3 e = \pi \frac{(D_{in} + e)^3}{8} e \quad (122-3)$$



شکل ۳-۲۵ مشخصات لوله

برای لوله ای از جنس فولاد نرم، با مدول الاستیسیته  $E = 2.1 \times 10^{11} \frac{N}{m^2}$  و قطر داخلی  $D_{in} = 0.5m$  و ضخامت  $e = 1cm$  خواهیم داشت:

$$EI_p = 2.1 \times 10^{11} \times \frac{\pi (D_i + e)^3}{8} e = 0.1094 \times 10^9 \quad (123-3)$$

$$\Rightarrow EI_p \gg m_f$$

$$m_f = \rho_f A_f = 10^3 \times \frac{\pi D_i^2}{4} = 0.1963 \times 10^3$$

همانطور که مشاهده می شود مقدار  $m_f$  در مقایسه با  $EI_p$  خیلی کوچک است و لذا سه جمله موجود در ماتریس سختی که  $m_f$  در آنها ضرب می شود در مقایسه با جمله اول که دارای ضریب  $EI_p$  است، قابل صرفنظر کردن هستند، مگر در مواردی که  $E$  لوله پایین باشد یا جدار لوله خیلی نازک باشد یا سرعت سیال خیلی زیاد باشد که جمله  $m_f$  با  $EI_p$  قابل مقایسه گردد. این موضوع را در قالب نکات زیر می توان کاملتر بیان کرد.

1- در اغلب موارد کاربردی، از اثر سه جمله آخر در مقایسه با جمله اول موجود در ماتریس سختی،

صرفنظر می شود.

- 2- اگر  $E$  مصالح لوله کم باشد و لوله قابلیت الاستیک زیادی داشته باشد باید جملات دوم تا چهارم را نیز در نظر گرفت زیرا در این حالت ها  $m_f$  با  $EI_p$  قابل مقایسه است.
- 3- در سرعت های خیلی بالا و لوله های با جداره خیلی نازک و مصالح با قابلیت انعطاف بالا ( $E$  نسبتاً کم) هم باید اثرات سه جمله آخر (که در تمامی آنها جمله  $V$  یا  $\frac{\partial V}{\partial t}$  وجود دارد) در نظر گرفته شود.
- 4- در نظر گرفتن جملات سوم و چهارم در ماتریس سختی باعث می شود که ماتریس سختی هر المان دیگر متقارن نباشد.

- 5- این وضعیت در مورد بردار نیروها هم صادق است (جمله ای که دارای ضریب  $m_f$  است در مقایسه با جمله ای که دارای ضریب  $EI_p$  است، قابل صرفنظر می باشد)
- نتیجه حل تحلیلی عبارت ارایه شده در (3-112) یعنی ماتریس جرم به صورت زیر می باشد.

$$[M 2] = \underbrace{(\rho_f A_f + \rho_p A_p)}_{m_2} \frac{L}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22L & 54 & 13L \\ -22L & 4L^2 & -13L & -3L^2 \\ 54 & -13L & 156 & 22L \\ 13L & -3L^2 & 22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (124-3)$$

همچنین ماتریس سختی ارایه شده در رابطه (3-124)، با توجه به  $EI_p \gg m_f$  به صورت زیر محاسبه شده است.

$$[K 2] = \frac{EI_p}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & 4L^2 & 6L & 2L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (125-3)$$

### 3-2-6-3 ارتعاش پیچشی<sup>1</sup>

همانطور که از معادله ارتعاش پیچشی ارایه شده در (3-72) دیده می شود، این معادله فقط دارای جملات سازه ای است.

$$GJ_t \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - J_0 \rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (72-3)$$

<sup>1</sup> Torsional vibration

بنابراین اثر تداخلی این معادله در هیدرولیک شبکه به طور مستقیم نمی باشد، به عبارت دیگر در یک شبکه سه بعدی ارتعاش پیچشی سازه باعث تاثیر بر ارتعاشات محوری و جانبی می شود و آنها بر پارامترهای هیدرولیکی شبکه اثر می کنند. با توجه به اینکه این معادله از مشتق مرتبه دوم مکانی می باشد از توابع شکل خطی لاگرانژی دو نقطه ای برای توابع وزن و توابع میانمایی استفاده می شود. فرم گسسته سازی شده جملات این معادله به صورت زیر حاصل می شود.

$$\rho_p J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad \text{جمله -}$$

این جمله چون دارای مشتق مرتبه دوم نسبت به زمان است تشکیل دهنده ماتریس جرم خواهد بود.

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} \rho_p J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} N_i d\theta = \rho_p J \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i N_j dx \quad (126-3)$$

$$GJ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad \text{جمله -}$$

برای گسسته سازی باید یک بار از انتگرالگیری جزء به جزء استفاده شود:

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} GJ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} N_i d\theta = GJ \left[ \frac{\partial \theta}{\partial x} N_i \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} dx \right] =$$

$$GJ \left[ \frac{\partial \theta}{\partial x} N_i \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - \left( \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial N_j}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} dx \right) \theta_j \right] \quad (127-3)$$

در اینجا نیز جمله مرتبط به شرایط مرزی المان به ازای مقادیر مختلف توابع وزن به صورت (5-57) در می آید.

$$i = 1 \rightarrow GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} N_i \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} = -GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x_e}^{x_{e+1}}$$

$$i = 2 \rightarrow GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} N_i \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} = GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} \quad (128-3)$$

فرم نهایی گسسته سازی شده معادله ارتعاش پیچشی

از جایگذاری روابط گسسته سازی شده برای تک تک جملات، در معادله دیفرانسیلی ارتعاش پیچشی، خواهیم داشت :

$$GJ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \rho_p J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \Rightarrow \quad (129-3)$$

$$GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} N_i \Big|_{x_e}^{x_{e+1}} - GJ \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dx - \rho_p J \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i N_j dx = 0$$

رابطه ارایه شده در (129-3) یک معادله ماتریسی است که می توان ماتریس های جرم و سختی را برای آن به صورت زیر نوشت:

$$[M 3] \ddot{\theta} + [K 3] \theta = \{F\}$$

$$[M 3] = \rho_p J \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i N_j dx = \rho_p J \begin{bmatrix} \frac{L}{3} & \frac{L}{6} \\ \frac{L}{6} & \frac{L}{3} \end{bmatrix} = \rho_p J \frac{L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (130-3)$$

$$[K 3] = GJ \int_{x_e}^{x_{e+1}} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dx = GJ \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} = \frac{GJ}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

که در آن بردار نیروها به صورت زیر می باشد:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} -GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x_e} \\ GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x_{e+1}} \end{Bmatrix} \quad (131-3)$$

قابل توجه است که در تمام روابط ارایه شده در بالا برای ارتعاش پیچشی المان، چون ارتعاش پیچشی آزاد مدلسازی شده است، می توان  $J$  را از طرفین تساوی حذف کرد. اما اگر ارتعاش اجباری باشد نمی توان چنین کرد.

اگر در المان بار گذاری به صورت لنگر پیچشی (متمركز، یا گسترده به صورت یک تابع  $T(x)$ ) موجود باشد (ارتعاش پیچشی اجباری)، اثرش به صورت زیر با مقادیر قبلی بردار نیروها جمع می شود.

$$F_i^{(e)} = \int_{x_e}^{x_{e+1}} N_i(x) T(x) dx \quad , \quad i = 1, 2 \quad (132-3)$$

$$J = 2\pi r^3 e \quad \text{برای مقاطع دایره ای جدار نازک} \quad (133-3)$$

### 3-6-3- ماتریس های مشخصه المان در حالت دو بعدی

هدف ما در این قسمت به دست آوردن رابطه ای به صورت (134-3) می باشد،

$$M\ddot{D} + C\dot{D} + SD = F \quad (134-3)$$

که با استفاده از آن بتوان با استفاده از روش های عددی تحلیل دینامیکی سیستم های چند درجه آزادییک آنالیز گذرا برای سازه شبکه لوله انجام داد. در رابطه (3-134)،  $M$  ماتریس جرم کلی،  $C$  ماتریس میرایی و  $S$  ماتریس سختی کل سیستم می باشد. در این بخش روش به دست آوردن این ماتریس ها را برای یک مدل دو بعدی خواهیم گفت. به طور خلاصه روند به دست آوردن این ماتریس ها به این صورت است که ابتدا با استفاده از تلفیق کردن ماتریس های جرم و سختی و میرایی به دست آمده برای ارتعاشات محوری و خمشی یک ماتریس برای المان قاب دو بعدی در دستگاه محلی به دست می آوریم. سپس با استفاده از ماتریس های تبدیل المان ها ( $R_{6 \times 6}^{(e)}$ ) ماتریس های جرم و سختی برای هر یک از المان ها در دستگاه سراسری به دست آورده می شود. از سرهمسازی ماتریس های مذکور هر یک از المان ها ماتریس جرم و سختی کل ( $S, M$ ) به دست می آید.

اگر مساله مورد نظر را بتوان با توجه به شکل قاب مورد بررسی و بارگذاری وارد بر آن، به صورت دو بعدی مدل سازی کرد، در سازه هیچگونه ارتعاش پیچشی ایجاد نمی شود و لذا از معادله دیفرانسیلی ارتعاش پیچشی استفاده نمی شود.

برای به دست آوردن ماتریس سختی کل المان در یک قاب دو بعدی، می توان ماتریس های سختی به دست آمده برای مجموعه های مختلف تغییر مکان های مستقل (تغییر مکان های محوری و تغییر مکان های خمشی) را با هم ترکیب نمود در این صورت خواهیم داشت:

$$[K 1] = \underbrace{EA_p}_{s_1} \frac{1}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad [K 2] = \underbrace{EI}_{s_2} \frac{1}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & 4L^2 & 6L & 2L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \quad (135-3)$$

$$k_{local}^{(e)} = \frac{1}{L^3} \begin{bmatrix} s_1 L^2 & 0 & 0 & -s_1 L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 12s_2 & -6s_2 L & 0 & -12s_2 & -6s_2 L \\ 0 & -6s_2 L & 4s_2 L^2 & 0 & 6s_2 L & -2s_2 L^2 \\ -s_1 L^2 & 0 & 0 & s_1 L^2 & 0 & 0 \\ 0 & -12s_2 & 6s_2 L & 0 & 12s_2 & 6s_2 L \\ 0 & -6s_2 L & -2s_2 L^2 & 0 & 6s_2 L & 4s_2 L^2 \end{bmatrix}$$

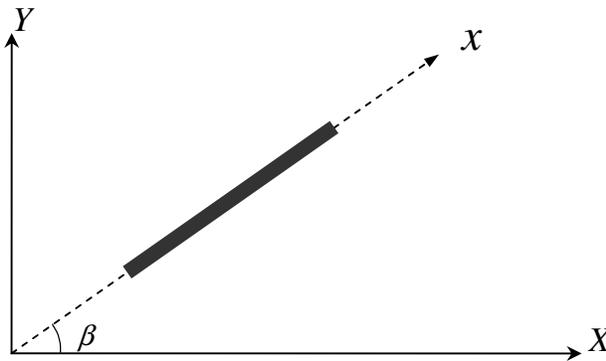
این ماتریس ماتریس سختی المان در دستگاه محلی المان می باشد. و به همین دلیل تغییر مکان های محوری و خمشی از هم مستقل می باشند. مشاهده می شود که این ماتریس مشابه ماتریسی است که برای



سراسری به دست آورد. برای این کار باید ماتریس تبدیل هر یک از المان ها، که در حالت دو بعدی طبق رابطه زیر محاسبه می شود را به دست آورد.  $(R_{6 \times 6}^{(e)})$ .

$$R^{(e)} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

که در آن  $\beta$  زاویه‌ای است که المان (که منطبق بر محور  $x$  دستگاه محلی است) با محور  $X$  از دستگاه مختصات سراسری می‌سازد. (مطابق شکل (3-26)).



شکل ۳-۲۶ المان قابی مسطح

پس از به دست آوردن ماتریس تبدیل برای هر یک از المان ها، می توان طبق رابطه زیر، ماتریس های جرم و سختی هر یک از المان ها را در دستگاه سراسری به دست آورد.

$$k_{glo}^{(e)} = R^{(e)T} k_{loc}^{(e)} R^{(e)}$$

اکنون می توان با استفاده از روشی که برای اسمبل کردن ماتریس های المان ها گفته شد، این ماتریسها را جهت استخراج ماتریس های جرم و سختی کل سیستم ( $M$  و  $S$ ) سرهمسازی نمود.

حال که  $M$  و  $S$  و  $C$  (برای ماتریس میرایی، ماتریسی به صورت  $[0]_{m \times m}$  که در آن  $m$  تعداد کل درجات آزادی سیستم می باشد استفاده شود) برای کل سیستم به دست آمده اند می توان آنها را برای حل رابطه

(3-134) به کار برد.

توجه شود که در رابطه (3-134)،  $D$  بردار درجات آزادی سیستم (مجهولات) در دستگاه مختصات سراسری می باشد که با حل رابطه (3-134) مقداری برای آن در هر گام زمانی به دست خواهد آمد. به یاد داریم که در تحلیل استاتیکی ماتریس های  $M$  و  $C$  وجود نداشتند؛ در آنجا از حل رابطه ماتریسی  $K\phi = F$ ، مجهولات که مستقل از زمان می باشند به دست می آیند.

### 3-6-4- شرایط مرزی جهت حل معادلات سازه ای

در این قسمت هدف بررسی و روش تعیین بردار  $F$  در رابطه (5-70) می باشد. برای اینکه بتوان این رابطه را با یک روش عددی جهت تحلیل دینامیکی مورد استفاده قرار داد، لازم است تا در هر گام زمانی، بردار نیروی کل سیستم معلوم باشد. چنانچه یک بار خارجی در طول المان ها یا در گره های سازه اعمال شده باشد اثرش به صورت مناسبی در این بردار اعمال می شود. در روش اجزای محدود همواره بارگذاریهایی وارده بر سازه باید به صورت بارهای متمرکزی که در گره های سازه اعمال می شوند معادل سازی شوند. برای این کار از توابع شکل به صورت زیر استفاده می شود.

$$f_i = \int_{x_e}^{x_{e+1}} v(x) p(x) dx \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3-139)$$

که در آن  $v_i$  تابع شکل (تابع میانمایی) مربوط به درجه آزادی  $i$  ام المان و  $n$  تعداد کل درجات آزادی المان می باشد. همچنین  $P(x)$  تابعی است که به صورت بار خارجی در طول المان اثر می کند. این رابطه برای حالتی که  $P(x)$  مقداری ثابت باشد ( $P(x) = P_m$ ) ضمن به کار بردن روش گالرکین برای حل معادله دیفرانسیلی مورد نظر (که در آن صورت  $P_m$  به صورت یک جمله ثابت در معادله دیفرانسیلی موجود می باشد) اثبات می شود. با توجه به اینکه بارگذاری وارده بر سازه باید به صورت مقادیری وارده بر گره های سازه در نظر گرفته شود اثر آن با روش جمع آثار<sup>2</sup> با سایر مقادیر مرزی المان در نظر گرفته می شود.

به طور کلی هر گره در فرم اجزای محدودی قاب مورد بررسی، در حالت دو بعدی دارای سه درجه آزادی می باشد. در حالت کلی، گره می تواند در هر یک از این درجات آزادی برای جابجایی یا دوران آزاد باشد یا بسته شده باشد. اگر گره در آن درجه آزادی اجازه تغییر مکان یا دوران نداشته باشد، (یا تغییر مکان تا یک مقدار معین، مجاز شده باشد). به عنوان یک شرط مرزی اجباری (هندسی) تلقی می شود و باید به صورت

<sup>1</sup> Boundary conition

<sup>2</sup>Super position

1 fixed

مناسبی در فرآیند تحلیل اعمال گردد. در این حالت واکنش های تکیه گاهی (نیروها یا لنگرها) نظیر این درجات آزادی، مجهول خواهند بود.

اگر آن گره در آن درجه آزادی بسته نشده باشد، در آن صورت سازه در جهت درجه آزادی مذکور دارای تغییر مکان (با دوران) خواهد بود که این تغییر مکان به عنوان مجهول در فرم ماتریسی اجزای محدود تلقی می شود. در این حالت، نظیر این درجه آزادی باید لنگر یا بار متمرکز معلومی وجود داشته باشد که این به عنوان شرط مرزی نیرویی (یا شرط مرزی طبیعی یا آزاد) خوانده می شود. این مقدار معلوم (که در صورت عدم وجود بار یا لنگری، صفر در نظر گرفته می شود) در برابر نیروهای سیستم، (بردار نیروهای مربوط به ماتریس های جرم و سختی و میرایی سیستم) نظیر درجه آزادی مجهول مورد نظر، جایگزین خواهد شد. در پایان برای کاملتر شدن موضوع، نکات زیر را متذکر خواهیم شد.

1- برای اعمال شرایط مرزی در زیر برنامه سازه، باید درجات آزادی که مهار شده اند به عنوان ورودی به برنامه داده شود. این کار با وارد کردن یک ماتریس بنام *Zero* که از دو ستون تشکیل شده است انجام می شود. ستون اول این ماتریس شماره گره هایی را که یک یا چند درجه آزادی آنها بسته شده است را مشخص می کند و ستون دوم شماره آن درجه آزادی (عددی بین 1 تا 3 در قاب دو بعدی و 1 تا 6 در قاب سه بعدی) را به برنامه وارد می کند.

2- با استفاده از ترکیب نمودن بردارهای نیروی به دست آمده برای تغییر مکان های مستقل از هم

(تغییر مکان های محوری و خمشی) برداری به صورت زیر به دست می آید. (در حالت دو بعدی)

$$f_{local}^{(e)} = \left\{ \begin{array}{l} -EA_p \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x_e} + \frac{A_p \mu r L}{2e} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_e} + m_f V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_e} \\ -EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x_e} \\ EA_p \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x_{e+1}} + \frac{A_p \mu r L}{2e} \frac{\partial P}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial x} \left( EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x_{e+1}} - m_f V^2 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_{e+1}} \\ EI_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x_{e+1}} \end{array} \right\}, \quad m_f = \rho_f A_f \quad (140-3)$$

چنانچه این بردار را به دستگاه مختصات سراسری منتقل نماییم (با استفاده از  $R^{(e)T} \times f_{local}^{(e)}$ ) و این کار را

برای تمام المان ها انجام دهیم و سپس بردارهای حاصل را برای تشکیل بردار نیروی سیستم، سرهمسازی نماییم، خواهیم دید که با توجه به اصل تعادل نیروها، چنانچه در یک گره هیچ نیرویی اعمال نشده باشد، مقدار بردار نیروی سیستم در آن گره صفر خواهد شد. و چنانچه نیروی متمرکزی در آن گره باشد این مقدار برابر آن نیرو خواهد بود.

3- روش اعمال شرایط مرزی در حالت استاتیکی و دینامیکی با هم کاملاً متفاوت می باشد. ممکن است تصور شود که همان روش هایی را که برای اعمال شرایط مرزی در حالت استاتیکی وجود دارد را نیز می توان در اینجا، ولی برای ماتریس های جرم و سختی و میرایی به کار برد. این کار نتایج صحیحی را برای یک تحلیل دینامیکی به دست نخواهد داد. روش صحیح اعمال شرایط مرزی در مسایل دینامیکی این است که در زیر برنامه ای که برای تحلیل دینامیکی سازه تهیه شده است مقدار جابجایی و سرعت و شتاب را نظیر هر یک از درجات آزادی مهار شده، صفر قرار دهیم. و این کار در هر گام زمانی مرتباً تکرار شود. علی رغم تصور، مشاهده شد که دو روش فوق جوابی کاملاً متفاوت را به دست می دهند. بنابراین حتماً باید از روش دوم استفاده شود.

4- در حالتی که در یک گره اصطلاحاً تکیه گاه غلتکی موربی وجود داشته باشد اعمال شرایط مرزی در حالت استاتیکی یا دینامیکی قدری پیچیده خواهد بود. زیرا شرایط مرزی با توجه به بسته یا باز بودن تغییر مکان های عمومی، مثل  $\Delta X$  و  $\Delta Y$  و . . . اعمال می شوند. در حالی که در تکیه گاه مذکور فقط می دانیم که مثلاً  $w = 0$  ،  $\xi = free$  می باشد. و نمی توان در مورد  $\Delta X$  و  $\Delta Y$  این گره رابطه ای نوشت. بررسی این موضوع را می توان در مرجع [11] مشاهده نمود.

### 3-6-5- آلوگوریتم نیومارک $\beta$

تا اینجا مشاهده شد که پس از گسسته سازی هر یک از معادلات دیفرانسیل ارتعاشی (ارتعاش محوری ، جانبی و پیچشی) و نیز پس از تلفیق کردن صورت ماتریسی به دست آمده برای تمام معادلات دیفرانسیلی ، یک رابطه ماتریسی به صورت (3-141) به دست آمد .

$$M\ddot{D} + C\dot{D} + SD = F(t) \quad (3-141)$$

این ، فرم استاندارد است که برای تمام مسایل دینامیکی خطی به آن برمی خوریم . در این قسمت سعی خواهیم کرد تا با استفاده از آلوگوریتم نیومارک، حل عددی این رابطه را که در حقیقت یک سیستم (دستگاه معادلات) با  $n$  معادله دیفرانسیلی مرتبه دوم وابسته به هم است را ارائه نماییم. به طور کلی دو روش حل برای تحلیل مسایل دینامیکی (حل معادله (3-141)) وجود دارد : 1- روش انتگرال گیری مستقیم 2- روش

آنالیز مودال. البته روش انتگرال گیری انواع مختلف دارد ولی به طور کلی به این روش حل، آنالیز دینامیکی در حوزه زمان نیز می گویند در مقابل روش استفاده از مودهای نرمال که به آنالیز دینامیکی در حوزه فرکانس معروف است. انواع روشهای انتگرالگیری مستقیم در پیوست الف تشریح شده اند. در اینجا از الگوریتم نیومارک، که معمولاً برای تحلیلهای دینامیکی مورد استفاده قرار می گیرد، به صورت زیر استفاده می شود:

ابتدا ثابت های  $c_1$  تا  $c_7$  زیر محاسبه می شوند.

$$c_0 = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \quad , \quad c_1 = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \quad , \quad c_2 = \frac{1}{\beta \Delta t} \quad , \quad c_3 = \frac{1}{2\beta \Delta t} - 1$$

$$c_4 = \frac{\gamma}{\beta} - 1 \quad , \quad c_5 = 0.5\Delta t \left( \frac{\gamma}{\beta} - 2 \right) \quad , \quad c_6 = \Delta t (1 - \gamma) \quad , \quad c_7 = \Delta t \gamma$$

معادله شبه استاتیکی در این حالت به صورت زیر میباشد. (زانديس زمان است.)

$$\hat{S}D_{j+1} = \hat{F}_{j+1}$$

که در آن  $\hat{S}$  و  $\hat{F}$  به صورت زیر می باشند.

$$\hat{S} = \hat{S} = S + \frac{1}{\beta \Delta t^2} M + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} C$$

$$\hat{F}_{j+1} = F_{j+1} + M (c_0 D_j + c_2 \dot{D}_j + c_3 \ddot{D}_j) + C (c_1 D_j + c_4 \dot{D}_j + c_5 \ddot{D}_j)$$

با استفاده از معادله شبه استاتیکی ارائه شده، بردار مجهولات در هر گام زمانی محاسبه می شود. در این صورت برای به دست آوردن شتاب ها و سرعتها از روابط به شکل زیر میتوان استفاده کرد.

$$\ddot{D}_{j+1} = \ddot{D}_j + \Delta \ddot{D}_j = c_0 \Delta D_j - c_2 \dot{D}_j - c_3 \ddot{D}_j$$

$$\dot{D}_{j+1} = \dot{D}_j + \Delta \dot{D}_j = \dot{D}_j + c_6 \ddot{D}_j + c_7 \ddot{D}_{j+1}$$

بدیهی است برای شروع روش، باید مقادیر  $\dot{D}_1, \ddot{D}_1, D_1$  معلوم باشند، که این مقادیر از تحلیل استاتیکی سازه به دست می آیند.

### 3-8- حل معادلات هیدرولیکی با روش MOC<sup>1</sup>

#### 3-8-1- حل عددی معادلات تقریبی ضربه قوچ با روش MOC

در بخش های قبلی معادلات هیدرولیکی پدیده FSI لوله ها، به دو صورت تقریبی و کامل ارایه شدند. به علت اینکه معمولا سرعت سیال درون لوله در مقایسه با سرعت موج قابل صرفنظر کردن است می توان از صورت تقریبی معادلات هیدرولیک جریان، که با روش خطوط مشخصه به سادگی قابل حل می باشند استفاده کرد. در این بخش می خواهیم آن معادلات تقریبی را که به صورت (1-6) و (2-6) می باشند، با روش خطوط مشخصه حل نماییم.

$$, \xi' = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial t} L_1 = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{2C^2}{g} \mu \xi' = 0 \quad (142-3)$$

$$L_2 = g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + f \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (143-3)$$

در این روش ابتدا معادلات دیفرانسیل جزئی پیوستگی و اندازه حرکت، بر روی مسیرهایی به معادلات دیفرانسیل کامل تبدیل می شوند و سپس به وسیله روش تفاضل محدود صریح حل می شوند.

#### 3-8-2- روش حل

هدف این است که معادلات دیفرانسیل (1-3) و (2-3) را به دو یا چند معادله دیفرانسیل ساده تر که قابل حل به صورت تحلیلی باشند، تبدیل کنیم. برای این کار پارامتر دلخواه  $\lambda$  را در نظر گرفته و یک ترکیب خطی از دو معادله  $L_1$  و  $L_2$  با استفاده از آن می سازیم. سپس دو مقدار دلخواه به  $\lambda$  می دهیم تا دو معادله دیفرانسیل دیگر، که ترکیبی از  $L_1$  و  $L_2$  هستند به دست آید. برای این کار به صورت زیر عمل می کنیم.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{2C^2}{g} \mu \xi' + \lambda \left( g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + f \frac{V|V|}{2D} \right) = 0 \quad (144-3)$$

رابطه (144-3) را می توان به صورت (145-3) مرتب کرد.

$$\frac{\partial H}{\partial t}$$

<sup>1</sup> Method of characteristics

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \lambda g \frac{\partial H}{\partial x} + \lambda \left( \frac{c^2}{g\lambda} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + f\lambda \frac{V|V|}{2D} - \frac{2C^2}{g} \mu \xi' = 0 \quad (145-3)$$

از توجه به رابطه به دست آمده در (145-3) می توان دید که اگر ضرایب  $\frac{\partial H}{\partial x}$  و  $\frac{\partial V}{\partial x}$  عبارت  $\frac{dx}{dt}$  باشد می توان آن را به صورت یک معادله دیفرانسیل کامل تبدیل کرد. لکن فعلا بدون توجه به این مطلب، سعی می کنیم دو معادله دیفرانسیل از (145-3) به دست آوریم. برای این کار ضرایب  $\frac{\partial H}{\partial x}$  و  $\frac{\partial V}{\partial x}$  را مساوی هم قرار می دهیم تا دو مقدار برای  $\lambda$  به دست آید.

$$\lambda g = \frac{c^2}{\lambda g} \Rightarrow \lambda^2 g^2 = C^2 \Rightarrow \lambda = \pm \frac{C}{g} \quad (146-3)$$

به این ترتیب طبق رابطه (146-3) توانستیم دو مقدار برای  $\lambda$  پیدا کنیم، چون رابطه (146-3) به ازای تمام مقادیر دلخواه  $\lambda$  صادق بود از جایگذاری این دو مقدار در آن دو معادله دیفرانسیل به صورت (147-3) و (148-3) به دست می آید که بدون شک هم ارز دو معادله (142-3) و (143-3) می باشند.

$$\lambda = \frac{C}{g} \rightarrow \frac{\partial H}{\partial t} + C \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{C}{g} \left( C \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + \frac{fCV|V|}{2gD} - \frac{2C^2}{g} \mu \xi' = 0 \quad (147-3)$$

$$\lambda = -\frac{C}{g} \rightarrow \frac{\partial H}{\partial t} - C \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{C}{g} \left( -C \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + \frac{fCV|V|}{2gD} - \frac{2C^2}{g} \mu \xi' = 0 \quad (148-3)$$

بنابراین جواب دو معادله دیفرانسیل (147-3) و (148-3) همان جواب معادلات دیفرانسیل ضربه قوچ می باشند. ولی این معادلات هم به سادگی قابل انتگرال گیری نیستند. اما با یک نگاه به معادله (147-3) در می یابیم که اگر  $C = \frac{dx}{dt}$  باشد، این معادله به یک معادله دیفرانسیل کامل تبدیل می شود. زیرا می دانیم که:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{dH}{dt}, \quad \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{dV}{dt} \quad (149-3)$$

همچنین در معادله (148-3) اگر  $C = -\frac{dx}{dt}$  باشد این معادله نیز یک معادله کامل خواهد شد. به این ترتیب با رعایت در نظر گرفتن گره ها روی  $-C = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  می توان گسسته سازی را برای معادله دیفرانسیلی کاملی که حاصل می شود انجام داد.

با توجه به مطالب گفته شده می توان نوشت:

$$if \quad C = \frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dH}{dt} + \frac{C}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{fCV|V|}{2gD} - \frac{2C^2}{g} \mu \xi' = 0 \quad (150-3)$$

$$if \quad c = -\frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dH}{dt} - \frac{c}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{fCV|V|}{2gD} - \frac{2C^2}{g} \mu \xi' = 0 \quad (151-3)$$

قبل از اقدام به گسسته سازی معادله (150-3) و (151-3) ابتدا آن را بر حسب  $Q$  می نویسیم ( $Q = \frac{V}{A}$ ). این کار را به این دلیل انجام می دهیم تا در نقاط تغییر قطر (گره هایی که بین دو لوله با قطر متفاوت قرار دارند) یک دبی داشته باشیم.

با این ترتیب روابط (150-3) و (151-3) بر حسب  $Q$  (دبی) به صورت (152-3) و (153-3) تبدیل می شوند.

$$c = \frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dH}{dt} + \frac{c}{gA} \frac{dQ}{dt} + \frac{fCQ|Q|}{2gDA^2} - \frac{2C^2}{g} \mu \xi' = 0 \quad (152-3)$$

$$c = -\frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dH}{dt} - \frac{c}{gA} \frac{dQ}{dt} + \frac{fCQ|Q|}{2gDA^2} - \frac{2C^2}{g} \mu \xi' = 0 \quad (153-3)$$

برای گسسته سازی معادله (152-3) روی خط  $C^+$  داریم:

$H_P$

$$H_P = H_L - \frac{c}{gA} (Q_P - Q_L) - \frac{f \Delta x Q_P |Q_L|}{2gDA^2} + \frac{\Delta t}{g} (2C^2 \mu \xi'_p) \quad (154-3)$$

$$, \quad R = \frac{f \Delta x}{2gDA^2} \Rightarrow B = \frac{c}{gA}$$

$$H_P = H_L - B(Q_P - Q_L) - R Q_P |Q_L| + \frac{\Delta t}{g} (2C^2 \mu \xi'_p) \quad (155-3)$$

$$C_P = H_L + B Q_L + \frac{\Delta t}{g} (2C^2 \mu \xi'_p) \quad , \quad B_P = B + R |Q_L| \quad (156-3)$$

همچنین برای گسسته سازی معادله روی خط  $C^-$  خواهیم داشت:

$H$

$$H_P = H_R + \frac{c}{gA}(Q_P - Q_R) - \frac{f\Delta x Q_P |Q_R|}{2gDA^2} + \frac{\Delta t}{g}(2C^2 \mu \xi'_p) \quad (157-3)$$

$$H_P = H_R - B(Q_P - Q_R) - RQ_P |Q_R| + \frac{\Delta t}{g}(2C^2 \mu \xi'_p) \quad (158-3)$$

$$C_m = H_R + BQ_R + \frac{\Delta t}{g}(2C^2 \mu \xi'_p) \quad , \quad B_m = B + R|Q_R| \quad (159-3)$$

به این ترتیب مشاهده می شود که در معادلات (156-3) و (159-3) در معادله که شامل دو مجهول  $H_P$  و  $Q_P$  می باشند به دست آمده است. در اینجا با حل همزمان این دو معادله، مجهولات  $H_P$  و  $Q_P$  بر حسب  $Q_R, H_R, Q_L, H_L$  به دست خواهند آمد.

$$\begin{cases} H_P \\ H_P \end{cases}$$

$$C_P = H_L + BQ_L + \frac{\Delta t}{g}(2C^2 \mu \xi'_p) \quad , \quad B_P = B + R|Q_L| \quad (160-3)$$

$$C_m =$$

قابل ذکر است که جمله  $\xi' = \frac{\partial 2\xi}{\partial x \partial t}$ ، جابجایی محوری گره است) که در اکثر معادلات فوق به چشم می خورد به نام جمله کوپله پواسن معروف است و مربوط به سازه لوله می باشد و از نتایج تحلیل دینامیکی سازه لوله به دست خواهد آمد. لذا در این روابط فعلا به صورت ثابت در نظر گرفته می شود. خاطر نشان می سازد که از یک تکرار بین نتایج معادلات هیدرولیکی و سازه ای استفاده می شود تا مقادیر همگرا شده ای برای این جمله حاصل گردد.

در فصل بعد به معرفی مدلسازی های صورت گرفته بر روی نتایج معتبر آزمایشگاهی موجود پرداخته می شود. همچنین نتایج حاصل از برنامه نویسی های صورت گرفته با نتایج تجربی فوق الذکر مقایسه می گردند.

فصل چهارم  
**بررسی نتایج**

**4-1- مقدمه**

در این بخش در ابتدا به بررسی برنامه نویسی صورت گرفته در محیط MATLAB پرداخته می شود. تلاش می شود تا برنامه تهیه شده در قالب فلوجارت ترسیم شده مبین مراحل عددی و تحلیلی صورت گرفته باشد. پس از معرفی فوق الذکر در ادامه به ارائه نتایج عددی به دست آمده در این پایان نامه می پردازیم. این موارد شامل برنامه نویسی های صورت گرفته در خصوص موارد زیر می باشد:

الف) مدل مخزن - لوله - شیر با در نظر گرفتن مدل کاویتاسیون DVCM

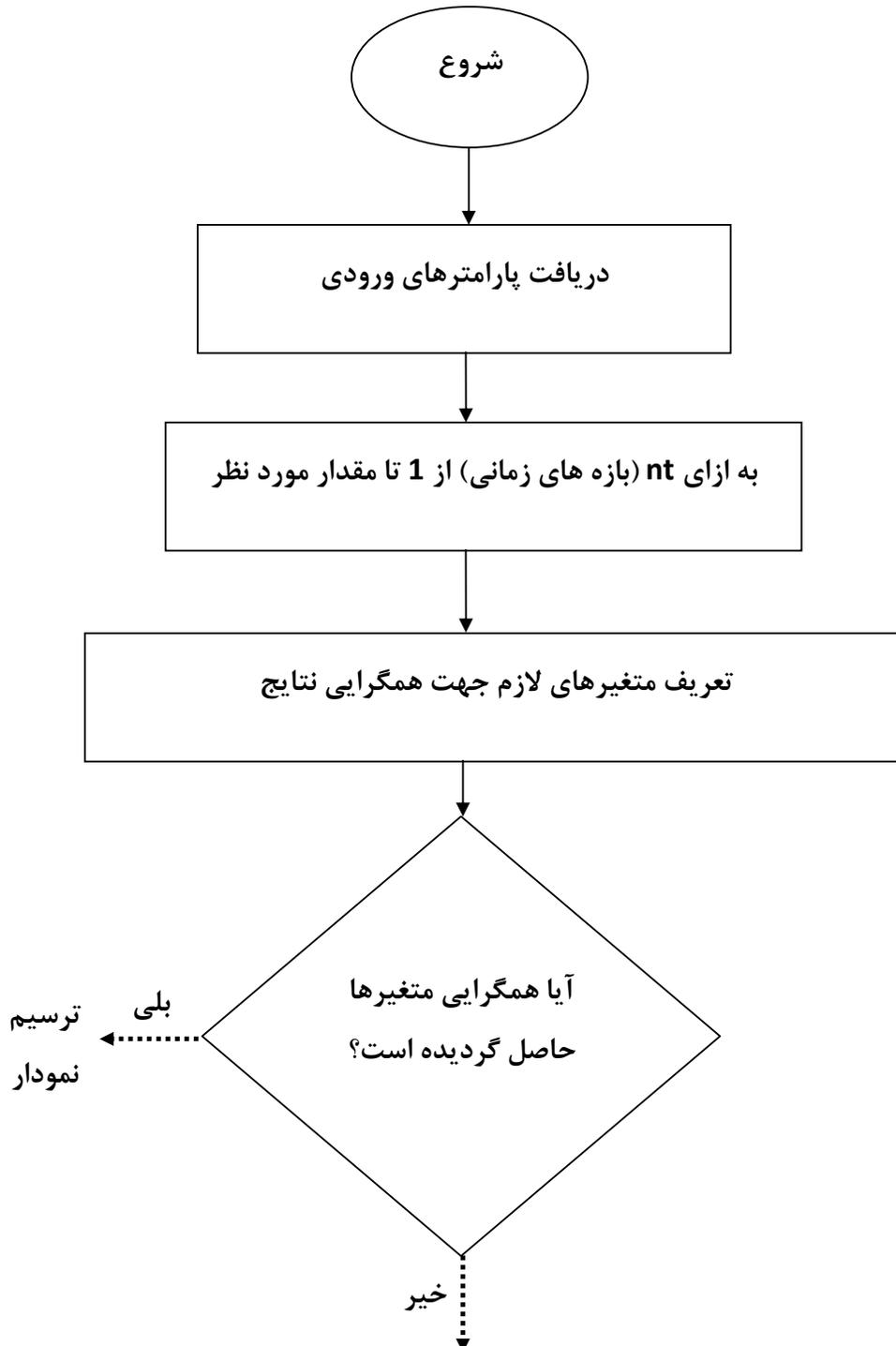
ب) مدل ضربه برای لوله مستقیم معلق با اعمال FSI بدون لحاظ کردن جدایی ستون مایع (کاویتاسیون)

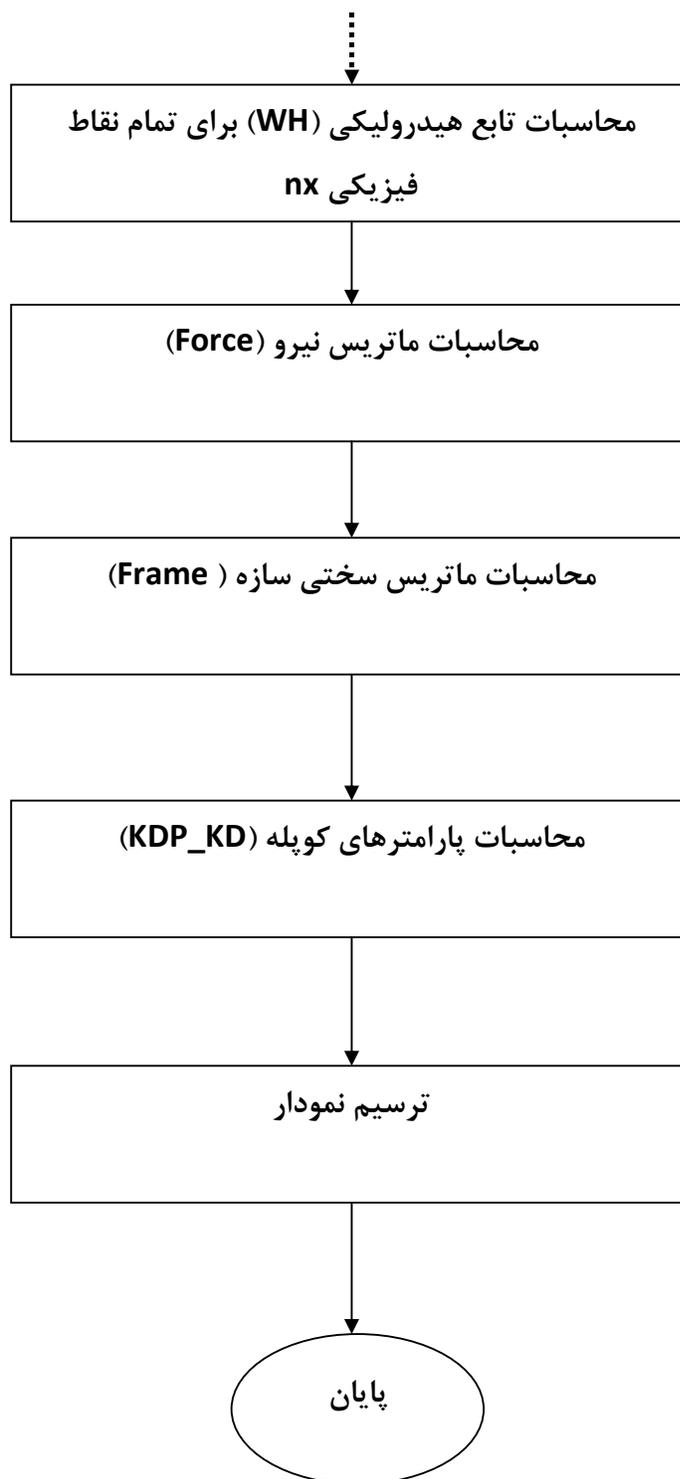
ج) مدل ضربه برای لوله مستقیم معلق با اعمال FSI با لحاظ کردن جدایی ستون مایع (کاویتاسیون)

د) مدل سازی و بررسی روش تقریبی ویگرت

## 4-2- برنامه نویسی حل عددی

در این قسمت به ارائه فلوجارت از برنامه نویسی صورت گرفته در راستای حل عددی مثال های آزمایشگاهی مرجع می باشد.





در بخش دریافت پارامترهای ورودی اندازه متغیرهای زیر به برنامه داده می شود:

- نوع مش (در مثال ها staggered انتخاب شده است)
- نوع ضرایب اصطکاکی
- وجود و یا عدم وجود کوپله پواسون
- طول لوله ها
- تعدادالمان ها
- مقدار ضریب پواسون
- مقدار ضریب اصطکاک
- قطر لوله
- مقدار ضریب الاستیسیته لوله
- قیود تکیه گاهی
- چگالی سیال
- سرعت حرکت موج در سیال
- دبی و فشار اولیه در لوله

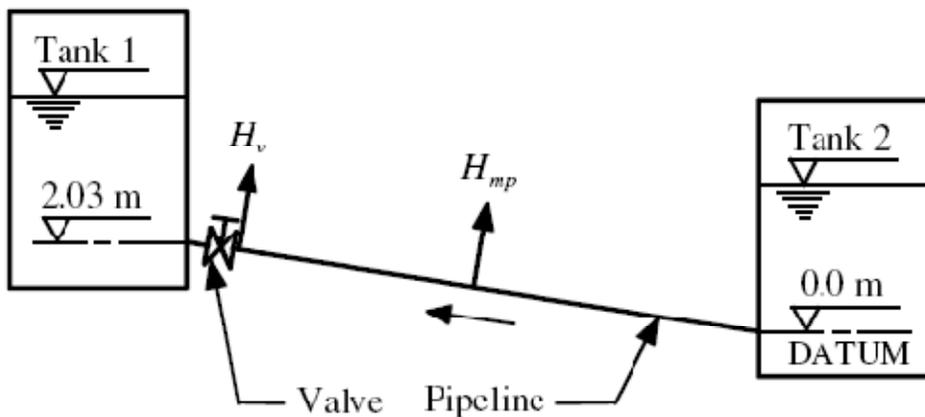
برنامه نویسی صورت گرفته در محیط نرم افزار Matlab بوده و تعداد خطوط برنامه بالغ بر 900 خط می باشد. بدیهی است در فلوجارت ارائه شده کلیاتی از برنامه ارائه شده است.

## 4-3- مدل مخزن - لوله - شیر با لحاظ مدل DVCM

## 4-3-1- معرفی مدل

در آغازین بخش از نتایج تحلیلی ارائه شده به بررسی مدل DVCM در سیستم مخزن - لوله - شیر پرداخته می شود. بر این مبنا نتایج به دست آمده از برنامه نویسی صورت گرفته در نرم افزار Matlab با نتایج آزمایشگاهی برگانت و تایلینگ<sup>1</sup> مقایسه شده است.

نتایج آزمایشگاهی ارائه شده به نمایش رویداد کاویتاسیون بخاری ناشی از بسته شدن سریع شیر در پایین دست می پردازد. وسیله آزمایش شامل لوله ای به طول 37.2 متر، دارای شیب ثابت ( $\theta = 3.2^\circ$ ) و با قطر داخلی 22.1 میلی متر می باشد که دو مخزن تحت فشار را به یکدیگر متصل می نماید. سرعت موج ضربه قوچ برابر با 1319 m/s برآورد گردیده است. فشار طراحی برای شبکه لوله 5 MPa و برای دو مخزن 0.69 MPa می باشد. در شکل زیر نمای شماتیک این مجموعه نمایش داده شده است.



شکل ۴- انمای شماتیک از مدل آزمایشگاهی

5 فشار سنج با دقت مناسب به منظور ثبت تغییرات فشار در این مجموعه استفاده شده است. فشار اندازه گیری شده در محل شیر ( $H_v$ ) و همچنین در میانه لوله ( $H_{mp}$ ) مورد مقایسه قرار گرفته است.

<sup>1</sup>Discrete vapour cavity model with improved timing of opening and collapse of cavities, Anton Bergant, Arris S.Tijsseling,

**4-3-2- مقایسه نتایج**

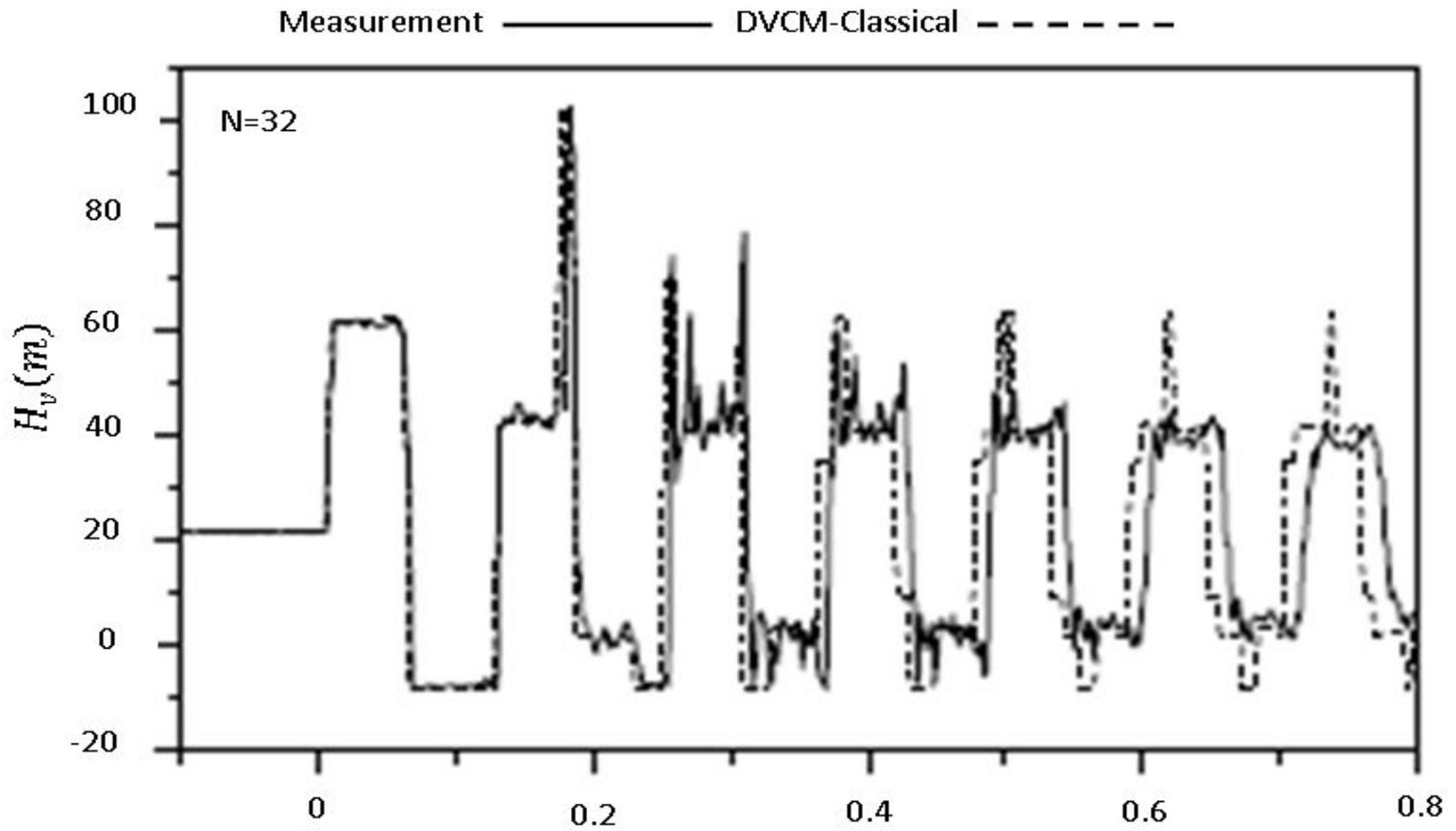
با توجه به نتایج ارائه شده در مرجع مورد استفاده، فشار در دو نقطه نزدیک به شیر و میانه لوله برای مقایسه با نتایج عددی در آزمایشگاه برداشت شده است.

شکل 4-2 مربوط به نتایج نوسانات فشار در نقطه شیر در مدل آزمایشگاهی می باشد.

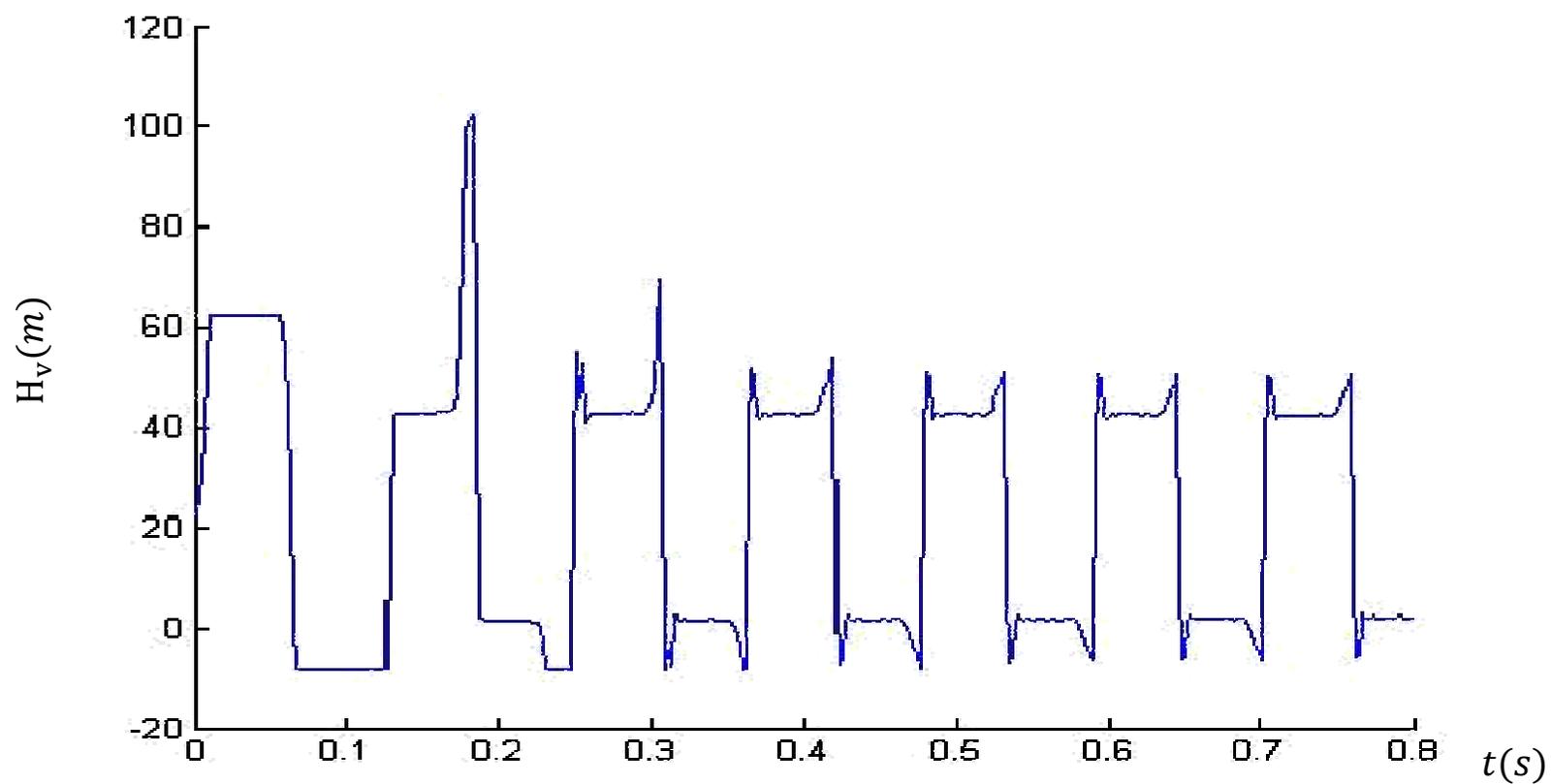
همچنین در شکل 4-3 نمودار به دست آمده از برنامه نوشته شده در نرم افزار Matlab ارائه شده است. به منظور بررسی انطباق دو نمودار بر هم، در شکل 4-4 با روی هم انداختن دو نمودار به دقت نتایج به دست آمده پی می بریم. مشاهده می شود که انطباق مناسبی که وجود دارد که بر صحت برنامه نویسی انجام شده تأیید می گذارد.

روند فوق الذکر برای نقطه میانی در طول لوله اصلی نیز تکرار شده است. در شکل 4-5 نتایج آزمایشگاهی برای این نقطه نمایش داده شده است. نتایج عددی این نقطه نیز در شکل 4-6 مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین به منظور کنترل صحت نتایج انطباق دو نمودار نیز در شکل 4-7 مورد نمایش قرار گرفته است.

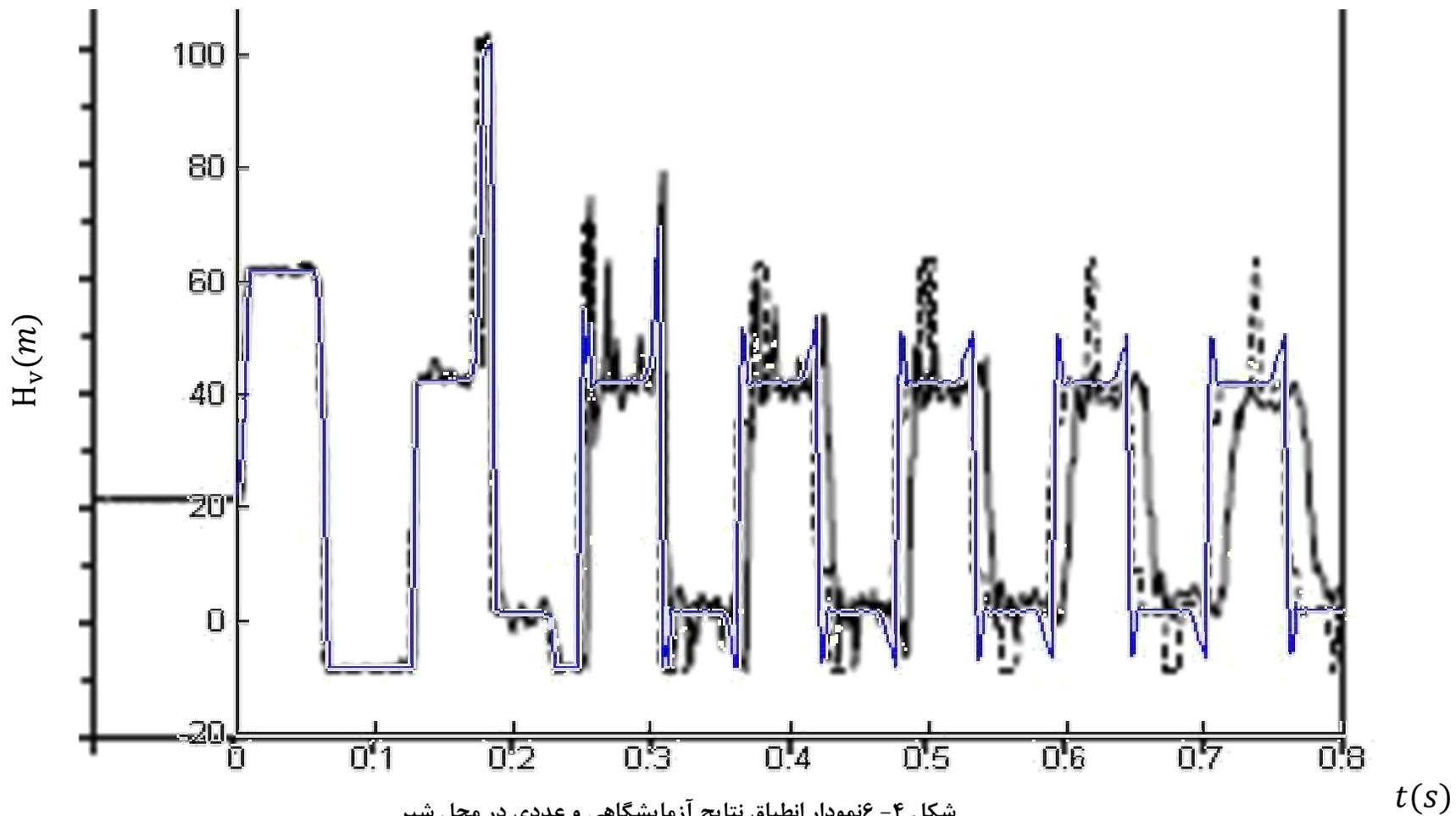
با توجه به اینکه روش حل عددی استفاده شده در این تحقیق و مرجع مقاله مشابه می باشد جواب های حاصله نیز باید کاملاً یکسان باشند. اگر چه نتایج بسیار مشابه هستند قابل ذکر است که علت تفاوت بسیار اندک موجود به الگوی بستن شیر مربوط می شود که اثر بسیار مهمی در گشایش و بسته شدن حفره ها دارد. این اثر در سیکل های بعدی به تدریج برجسته تر می شود. بهترین راه برای حذف اثرات نحوه بستن شیر زمانی که هدف مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی است استفاده از نتایج آزمایشگاهی تا زمان بسته شدن کامل شیر در فرایند حل عددی است.



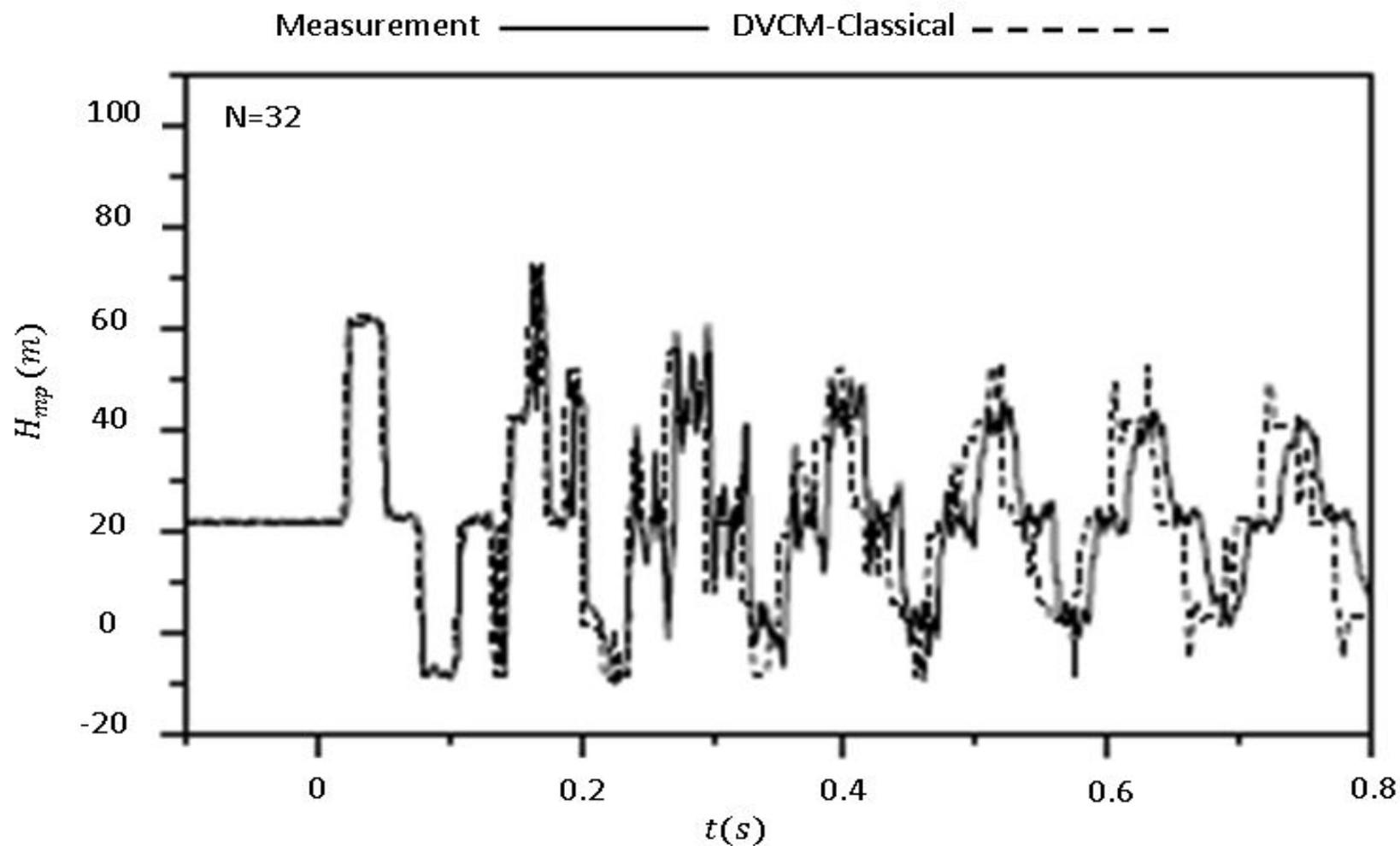
شکل ۴-۲ نمودار تغییرات فشار در محل شیر - نتایج مدل آزمایشگاهی



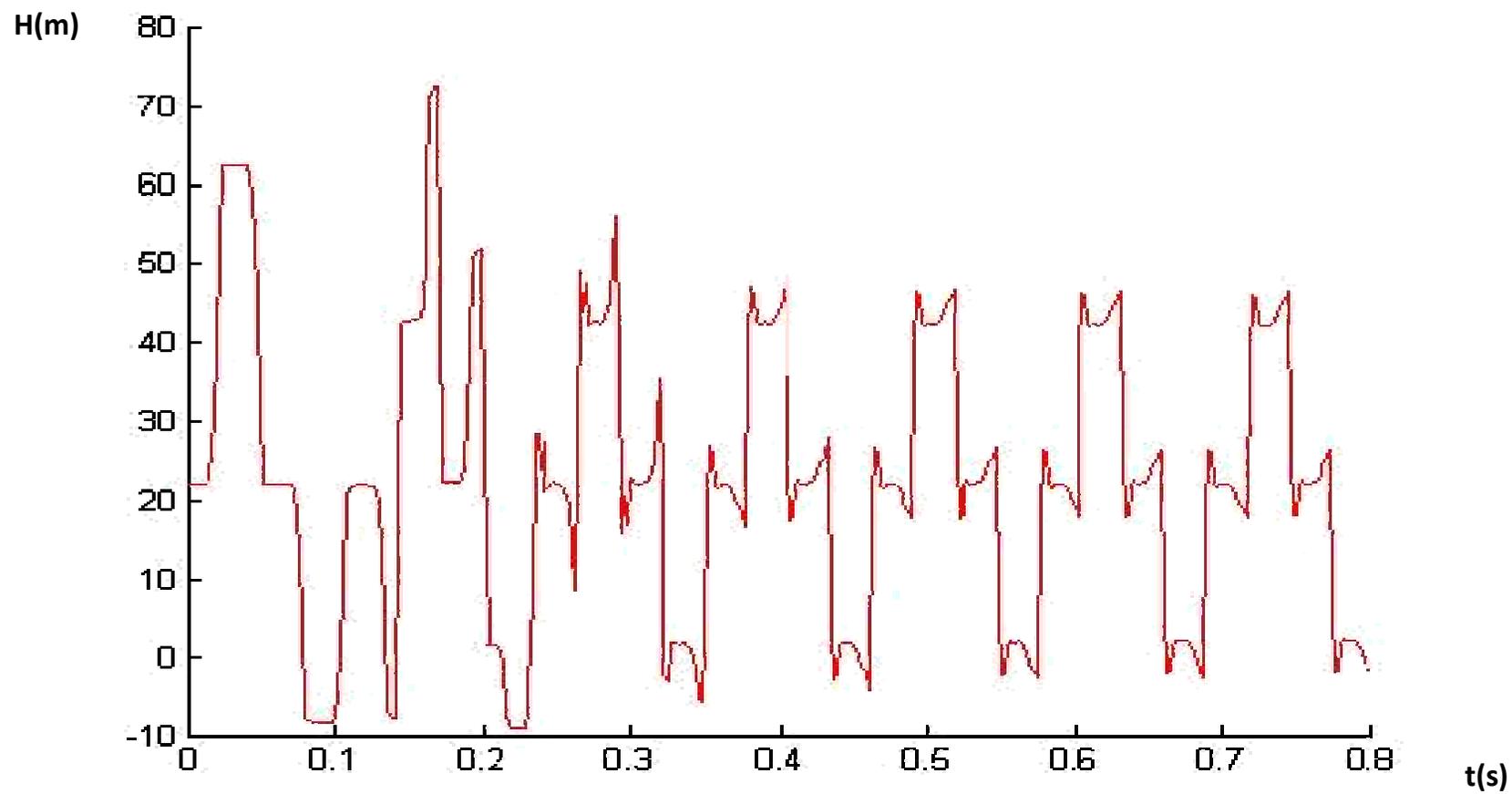
شکل ۴-۴ نمودار تغییرات فشار در محل شیر - نتایج مدل عددی



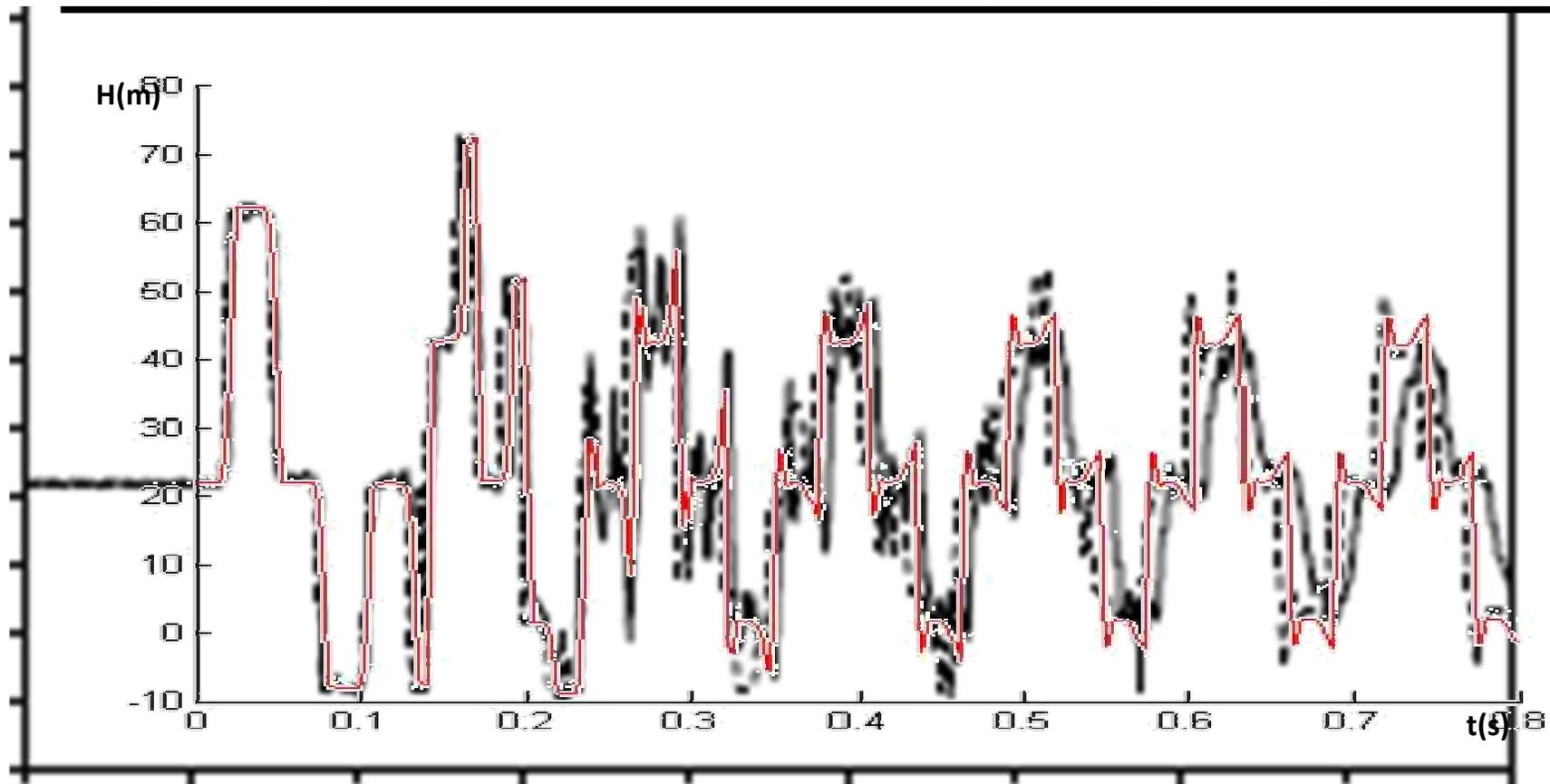
شکل ۴-۶ نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در محل شیر



شکل ۴-۷ نمودار تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج مدل آزمایشگاهی



شکل ۴-۸ نمودار تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج مدل عددی



شکل ۴-۹ نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه میانی لوله

#### 4-4- مدل ضربه برای لوله مستقیم معلق با اعمال FSI بدون لحاظ کردن جدایی ستون مایع

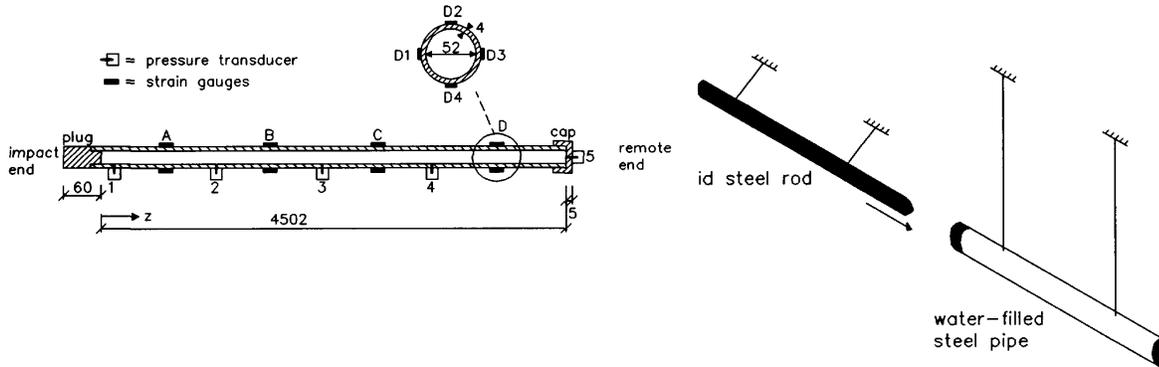
##### 4-4-1- معرفی مدل

در مثال هایی که از مدل مخزن - لوله - شیر استفاده می شود برای بررسی اثر FSI به سختی می توان نتایج قابل انتظار را بدست آورد. زیرا علاوه بر FSI که در این تحقیق مورد نظر است سایر عوامل از قبیل ارتعاش تکیه گاه، اصطکاک غیر ماندگار سیال با دیواره لوله، اثرات عملکرد شیر و سایر پارامترهای هیدرولیکی به صورت ناخواسته در آزمایش وارد خواهند شد. به این منظور آزمایش های ضربه به سیال درون لوله که در آنها هیچیک از عوامل یاد شده وجود ندارد به منظور تحقیق درستی مدلسازی ریاضی FSI در لوله انجام می شود.

اولین مدل آزمایشگاهی از نوع ضربه به لوله حاوی سیال تحت فشار در سال 1966 توسط واردی و فن انجام شد [14] که در آن لوله حاوی سیال به طور قائم به روی یک صفحه بتنی فرود می آمد. اما بعدها به علت وجود برخی ضعف ها در این آزمایش، مدل آزمایشگاهی دیگری در این آزمایشگاه تهیه گردید. این سیستم که در شکل 6-7 نشان داده شده است از یک لوله فلزی اصلی به طول 4.5 m به قطر داخلی 52mm و ضخامت دیواره 3.9 mm تشکیل شده است. لوله از دو انتها بسته شده و از سیال تحت فشار پر شده است و به وسیله دو کابل هر یک به طول 3.3m از سقف آویزان شده است به طوری که لوله به راحتی امکان ارتعاش در جهت افقی خواهد داشت. جریان غیرماندگار و اثر تداخلی سیال سازه با برخورد افقی یک میله فلزی افقی به یک انتهای لوله ایجاد می شود. طول این میله 5 m بوده و بوسیله دو کابل آویزان شده است. این آزمایش از مدل های معمول مخزن - لوله - شیر بسیار ساده تر است زیرا گرادیان فشار و سرعت در طول لوله وجود ندارد، الگویی برای بستن شیر نیاز نیست و اثر تکیه گاه قابل صرف نظر است. اصطکاک و اثرات نیروی گرانش نیز با توجه به مقیاس زمانی آزمایش که در حد میلی ثانیه است ناچیز هستند. بنابراین این آزمایش به خوبی اثر تداخل سیال سازه ناشی از انتشار محوری موج را ایزوله می کند. اثر کاویتاسیون نیز با ایجاد فشار اولیه به اندازه کافی بالا (معمولاً در حد 2-7 MPa) به راحتی حذف خواهد شد.

این لوله به طور کامل و در نقاط مختلف ابزار گذاری می شود اعم از نصب کرنش سنج ها در هر سه جهت محوری (افقی) قائم و محیطی و نصب فشار سنج ها. همچنین با استفاده از یک دوربین فیلمبرداری با سرعت بالا لحظه برخورد میله با لوله و حوادث بعد از آن فیلمبرداری می شود. سرعت میله ضربه زننده در لحظه قبل از برخورد با استفاده از فیلم گرفته شده تعیین می گردد. نکته بسیار مهم در این آزمایش این است که جرم میله ضربه زننده باید به اندازه کافی باشد (طول میله مناسب انتخاب شود)، به طوری که لوله به علت

زیادتر شدن سرعتش ناشی از ضربه وارد بر آن از میله جدا شود و نه به علت تمایل میله ضربه زننده به برگشت به عقب. میله ضربه زننده زمانی که موج حاصله ناشی از برخورد به انتهای میله رفته و دوباره به نقطه برخورد برسد به سمت عقب حرکت خواهد کرد. سایر مشخصات این آزمایش در جدول 1-4 لیست شده اند.



شکل ۴-۱۰: مدل فیزیکی آزمایش ضربه معروف به آزمایش Dundee انجام شده توسط واردی و فن [۱۴].  
چپ: برش طولی لوله و ابزارهای نصب شده در طول آن.

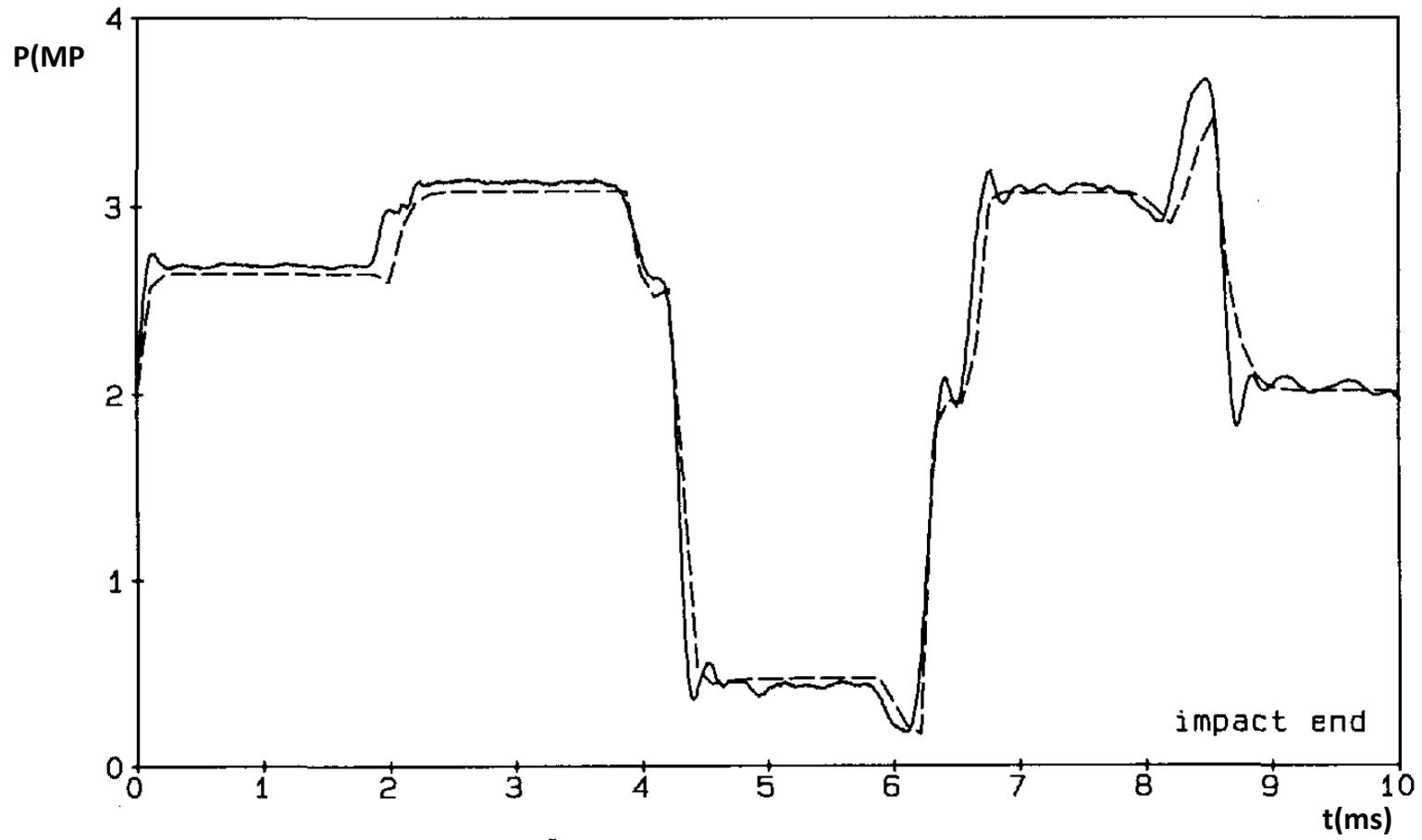
جدول ۴-۱: داده های ورودی شامل خصوصیات لوله حاوی سیال، میله ضربه زننده و ابزارگذاری روی لوله در آزمایش آزمایش ضربه واردی و فن [۱۴].

Water-filled pipe	Position of instrumentation	Solid steel rod
$L = 4.502 \text{ m}$	$z \text{ (PT1)} = 0.0195 \text{ m}$	$L_r = 5.006 \text{ m}$
$R = 26.01 \text{ mm}$	$z \text{ (PT2)} = 1.1265 \text{ m}$	$R_r = 25.37 \text{ mm}$
$e = 3.945 \text{ mm}$	$z \text{ (PT3)} = 2.2510 \text{ m}$	$E_r = 200 \text{ GPa}$
$\gamma = 0$	$z \text{ (PT4)} = 3.3760 \text{ m}$	$\rho_r = 7848 \text{ kg/m}^3$
$K = 2.14 \text{ GPa}$	$z \text{ (PT5)} = 4.5020 \text{ m}$	$V_{0r} = 0.739 \text{ m/s}$
$\rho_f = 999 \text{ kg/m}^3$	$z \text{ (SGA)} = 0.5740 \text{ m}$	
$E = 168 \text{ GPa}$	$z \text{ (SGB)} = 1.6880 \text{ m}$	
$\rho_t = 7985 \text{ kg/m}^3$	$z \text{ (SGC)} = 2.8140 \text{ m}$	
$\nu = 0.29$	$z \text{ (SGD)} = 3.9440 \text{ m}$	
$f = 0.01$	$z \text{ (LDV)} = 0.0465 \text{ m}$	
$m_1 = 1.2866 \text{ kg}$		
$m_2 = 0.2925 \text{ kg}$		
$H_v = -1000 \text{ m}$ (no cavitation)		

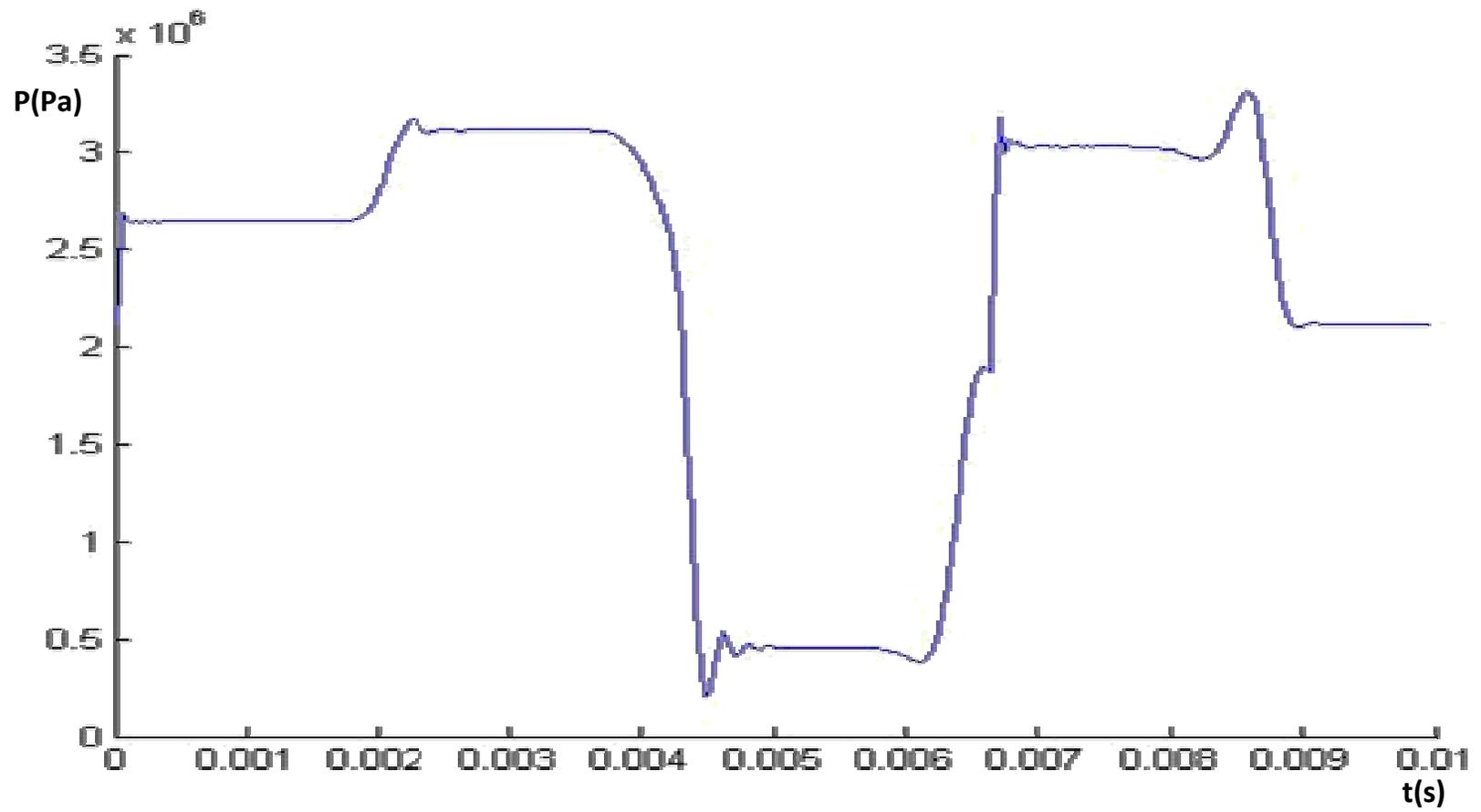
نتایج حاصله برای فشار سیال در نقاط مختلف شامل انتهای سمت چپ (محل وارد شدن ضربه)، انتهای سمت راست و وسط لوله در شکل های مرتبط ارائه شده اند. همانطور که مشاهده می شود این نتایج مشابه نتایج آزمایشگاهی و نتایج عددی ارائه شده در پایان نامه تاسیلینگ [14] می باشند. قابل ذکر است که نتایج برداشت شده از پایان نامه تاسیلینگ که در اینجا آورده شده اند مربوط به حل با روش تماماً MOC میباشند در حالیکه نتایج ارائه شده توسط نگارنده مربوط به حل با روش MOC-FEM می باشند. علت وجود تفاوت اندک در نتایج دو روش حل این است که روش FEM در مدلسازی مسایل با تغییرات آنی جواب ضعیف است.

#### 4-4-2- مقایسه نتایج

همان طور که پیشتر بیان شد در این بخش به ارائه نتایج برنامه نویسی صورت گرفته توسط نگارنده و مقایسه نتایج آن با نتایج معتبر موجود پرداخته شده است. این نمودارها در ادامه ارائه شده اند.

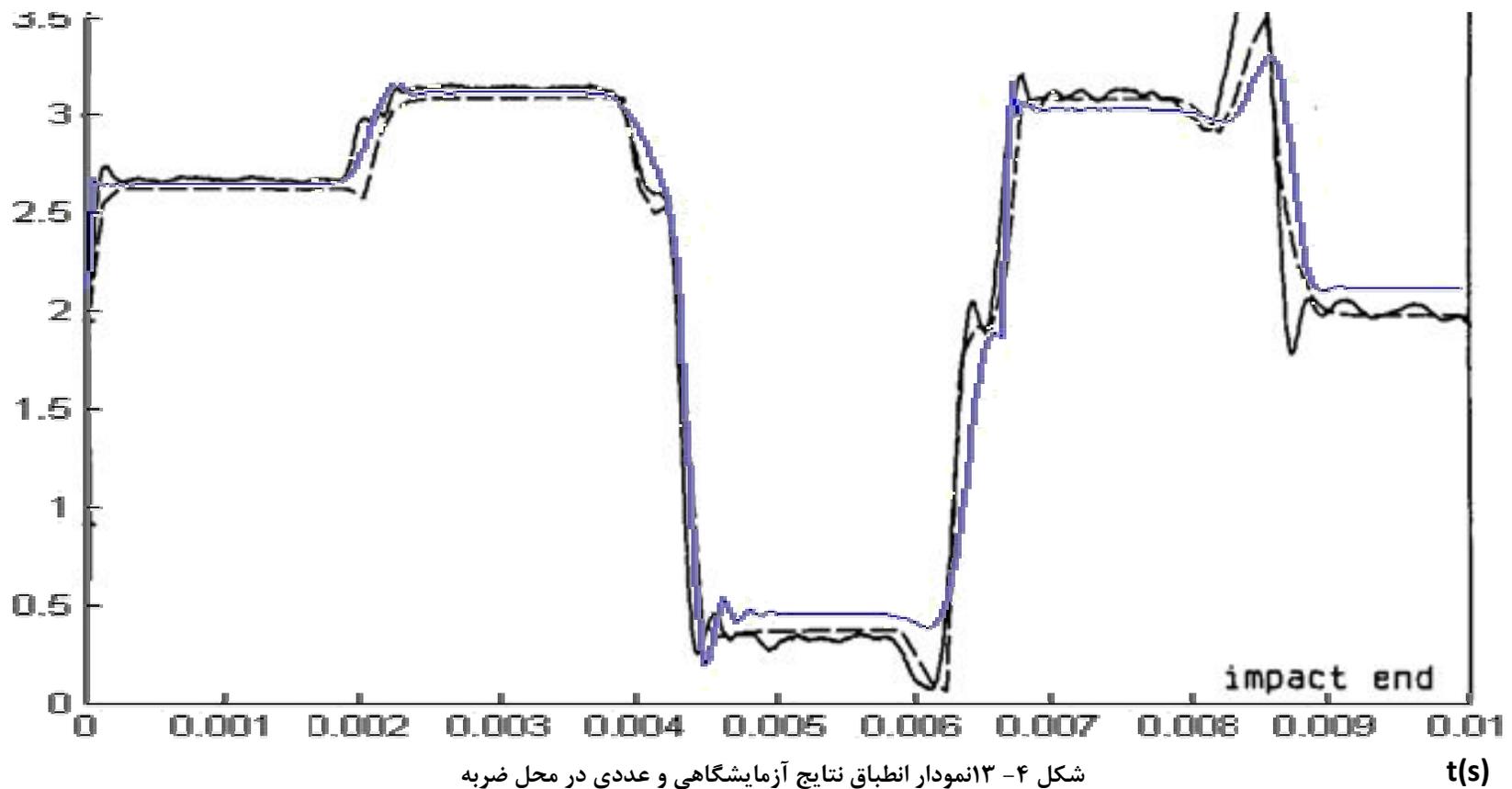


شکل ۴-۱۱ نمایش تغییرات فشار در محل ضربه - نتایج آزمایشگاهی

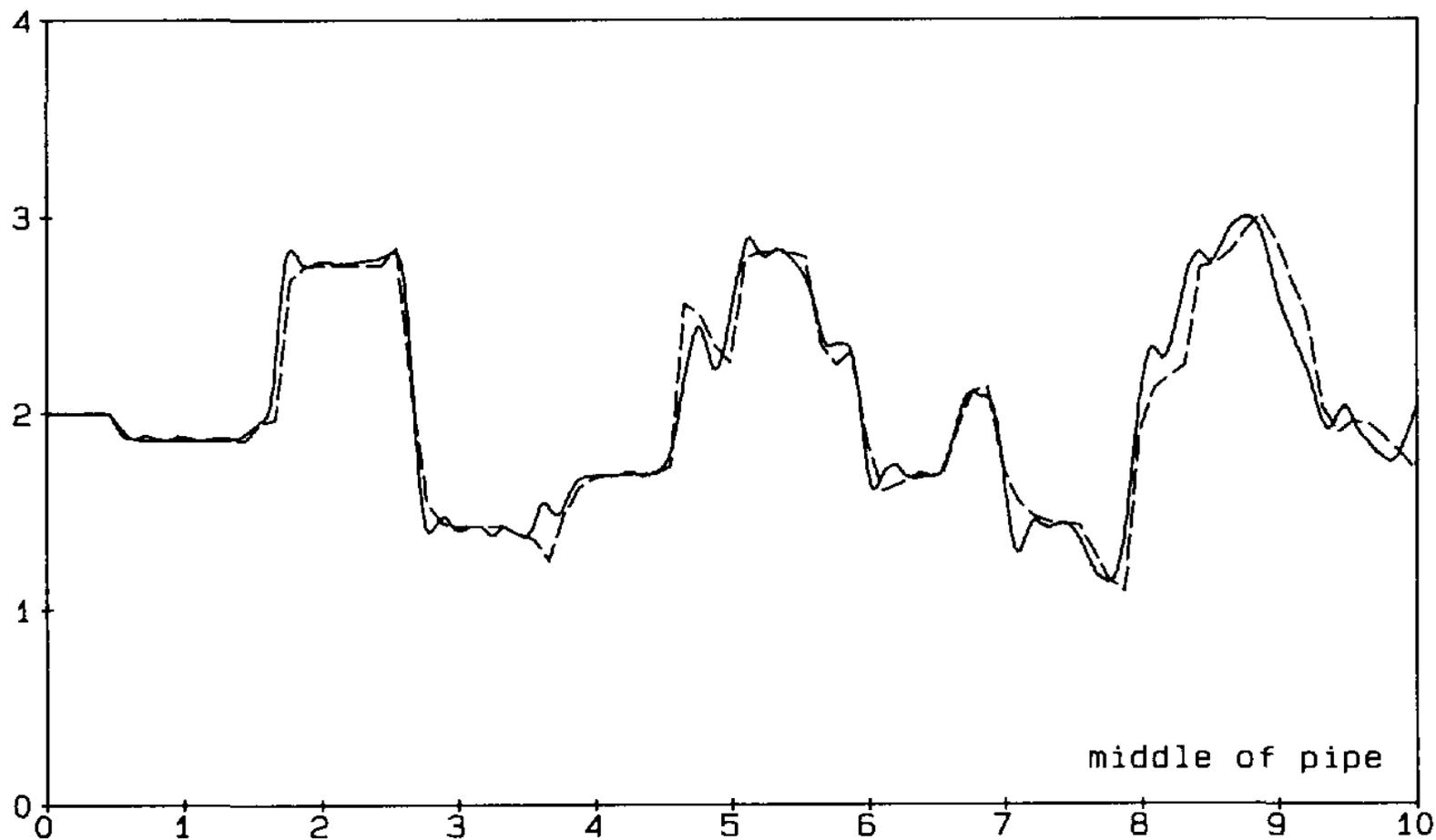


شکل ۴-۱۲ نمایش تغییرات فشار در محل ضربه - نتایج عددی

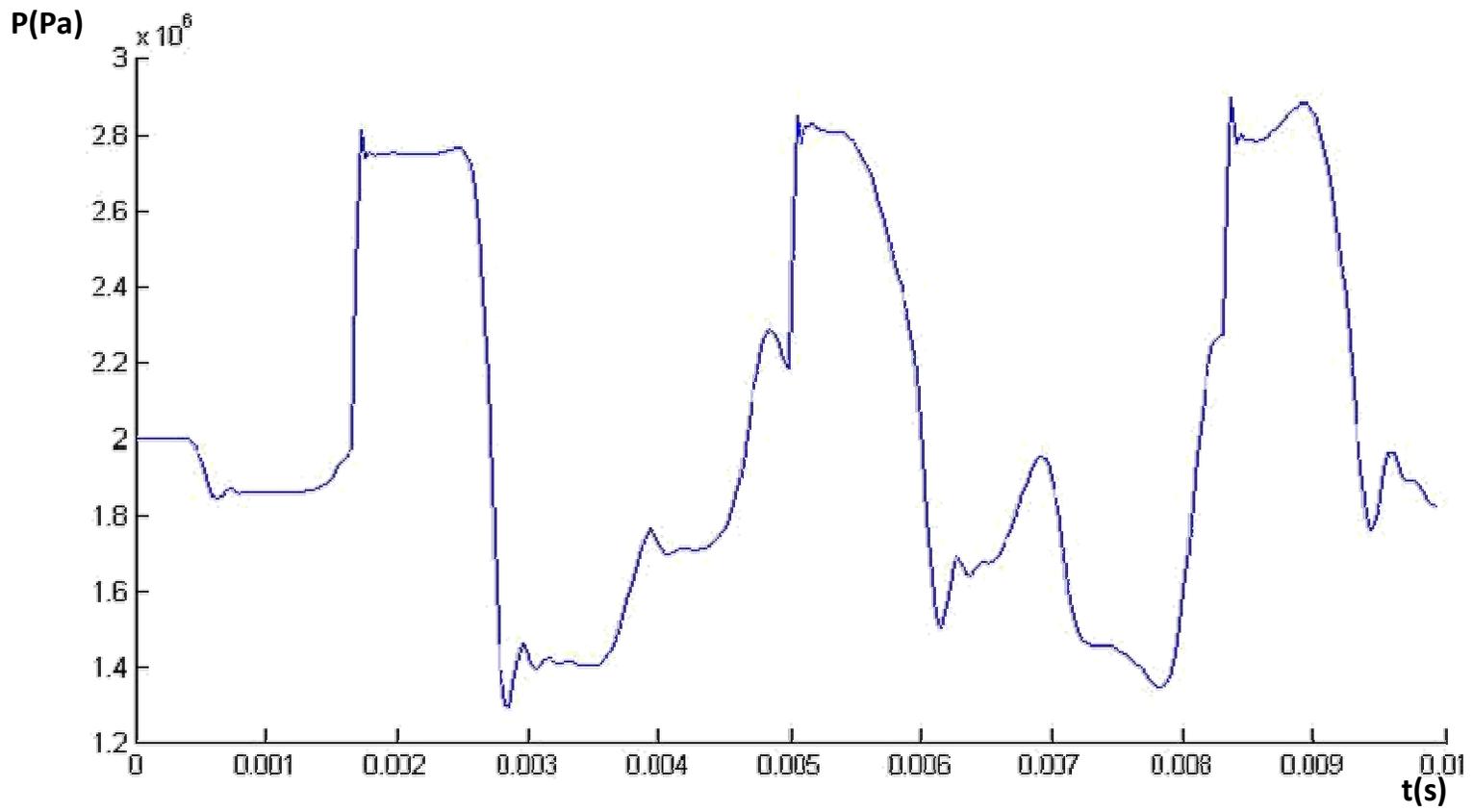
P(Pa)



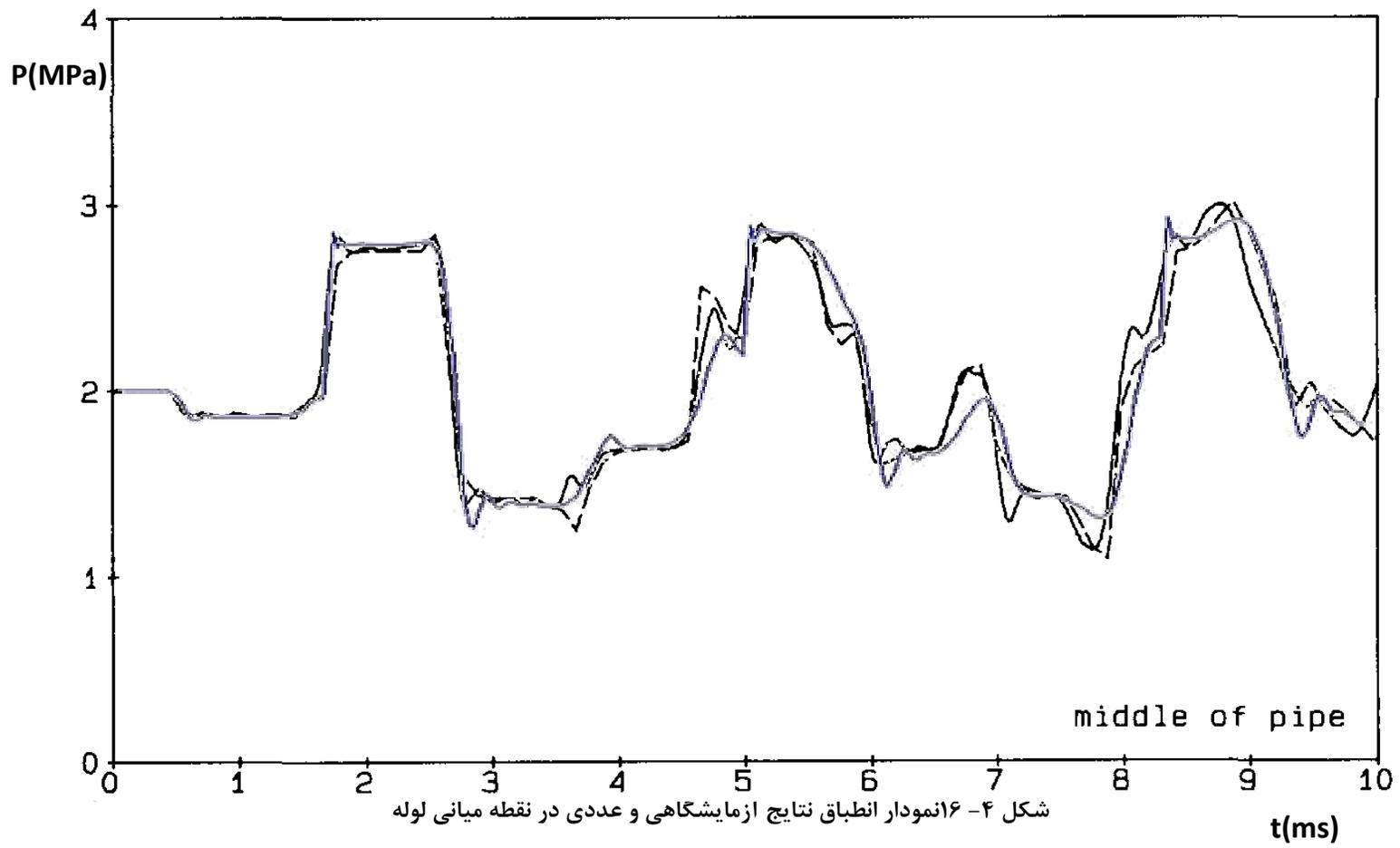
شکل ۴-۳ نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در محل ضربه

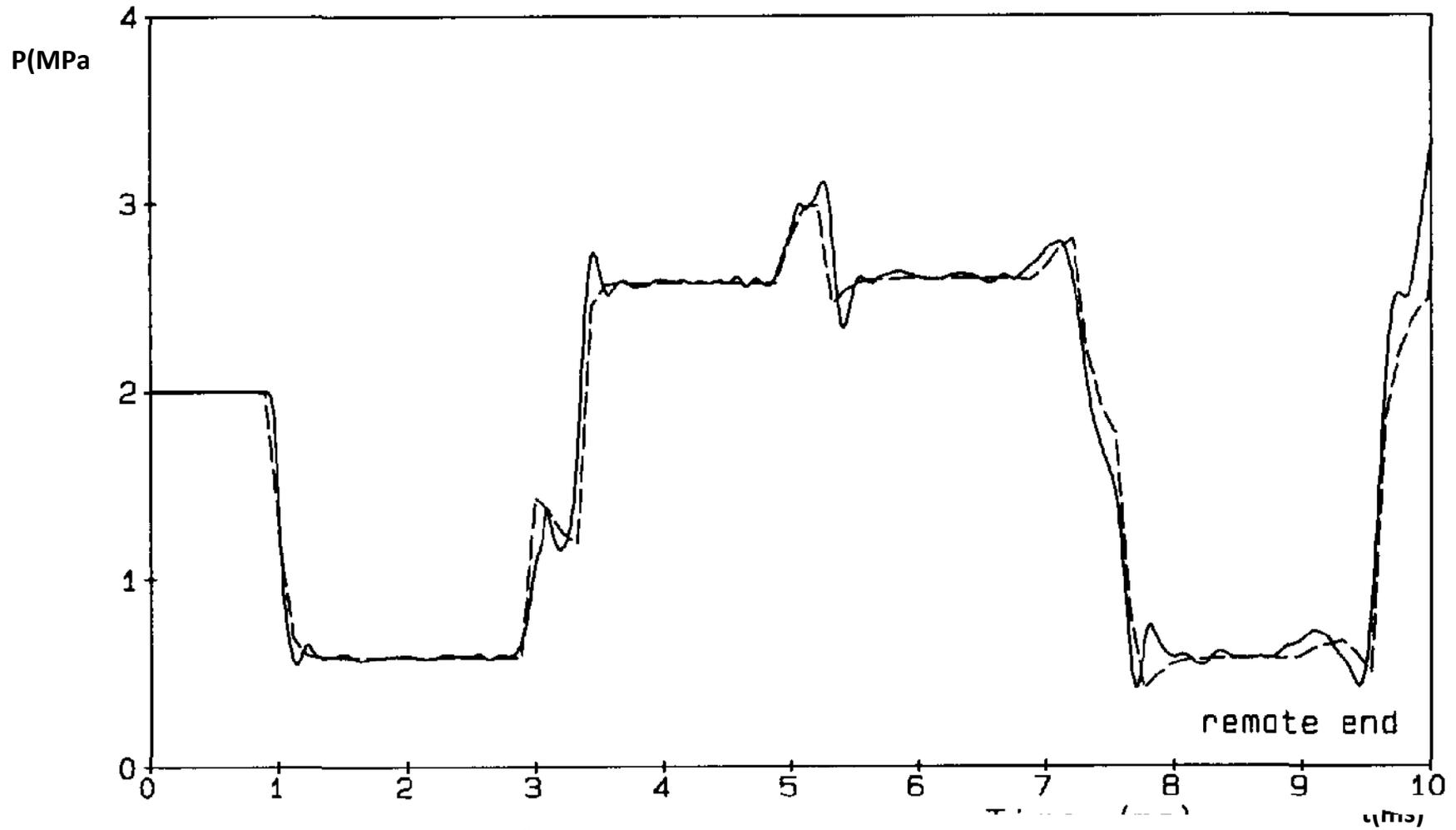


شکل ۴-۴ نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج آزمایشگاهی

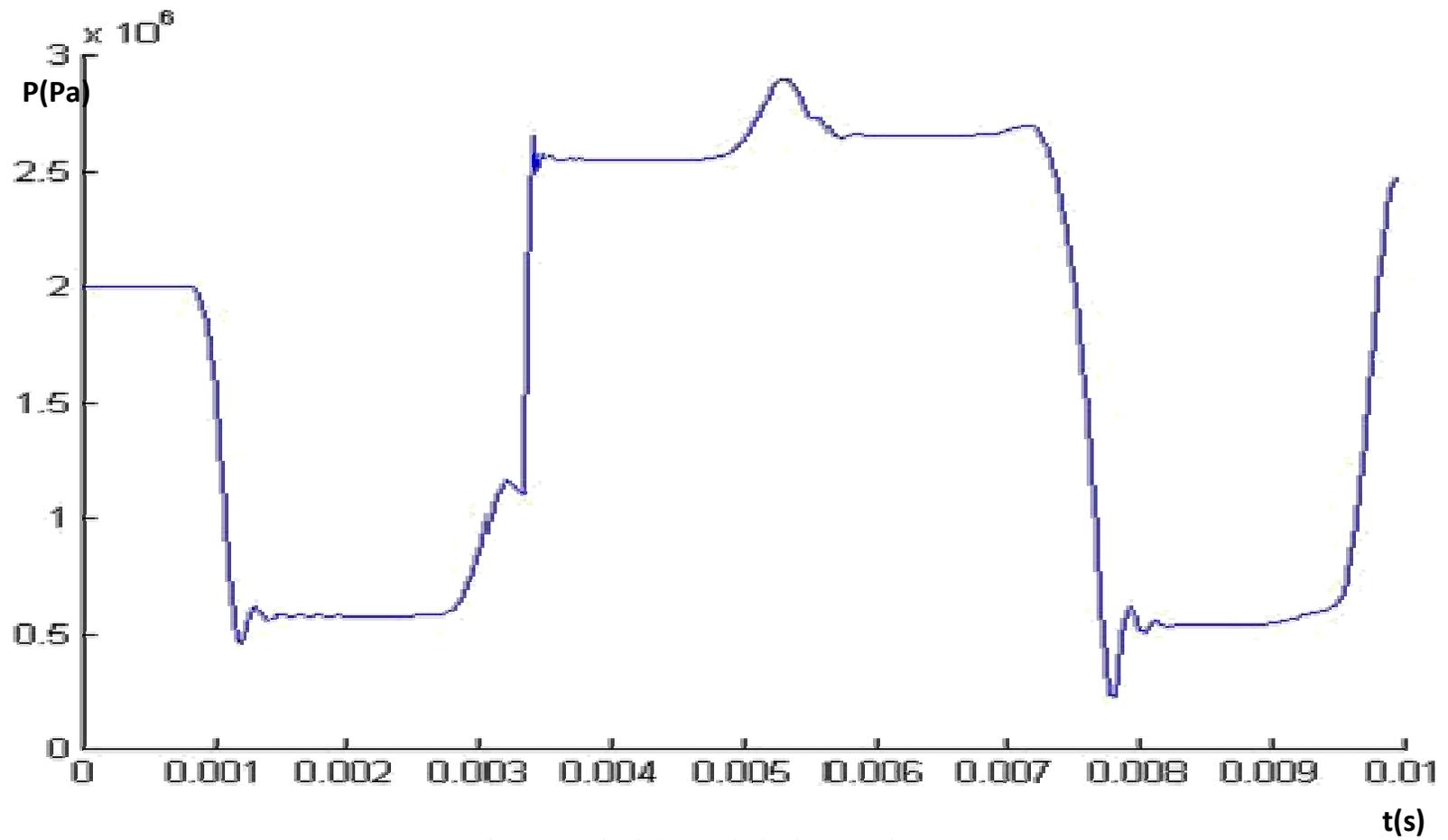


شکل ۴-۱۵ نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج عددی

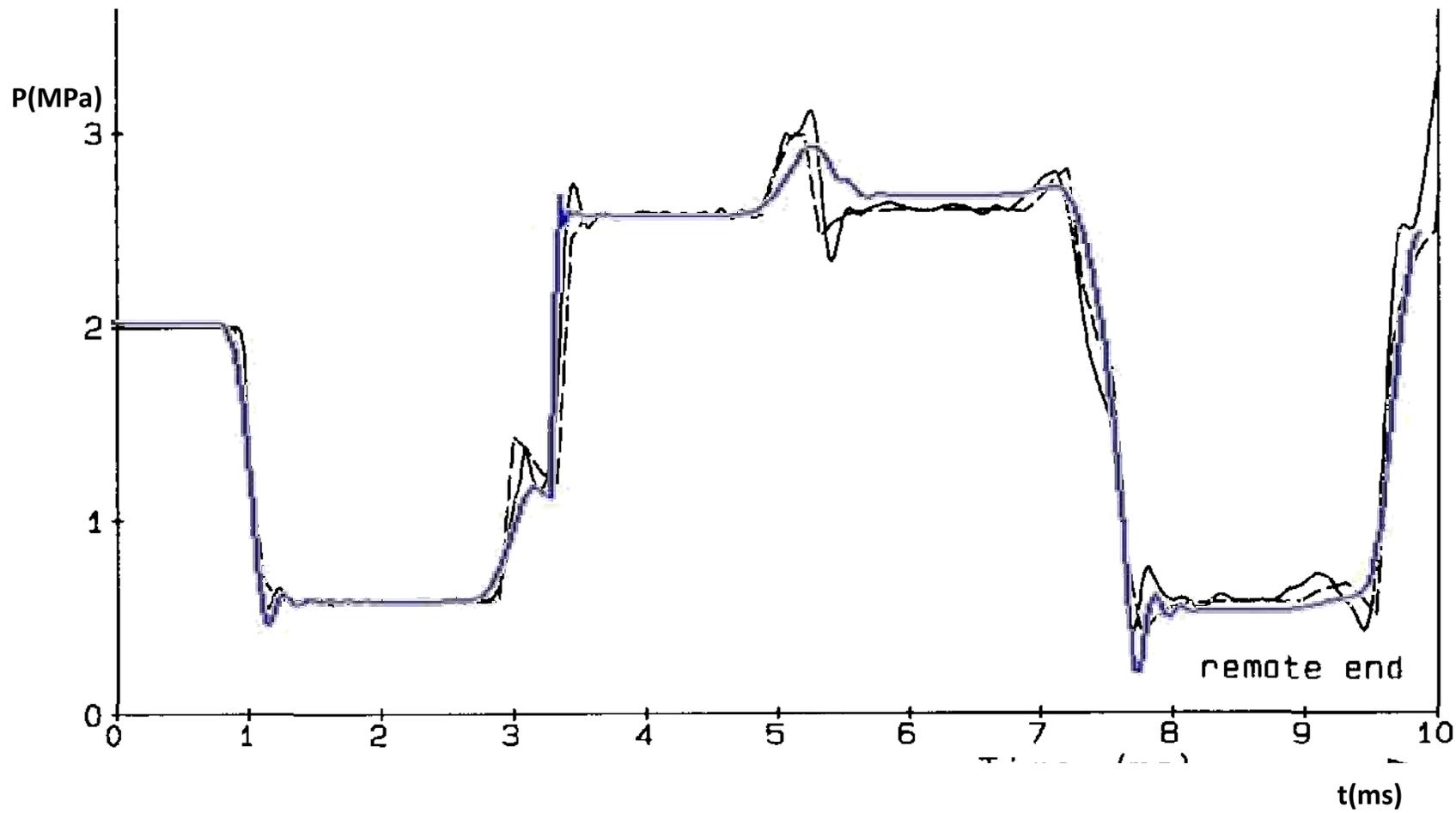




شکل ۴-۱۷ نمایش تغییرات فشار در نقطه انتهایی لوله - نتایج آزمایشگاهی



شکل ۴-۱۸ نمایش تغییرات فشار در نقطه انتهایی لوله - نتایج عددی

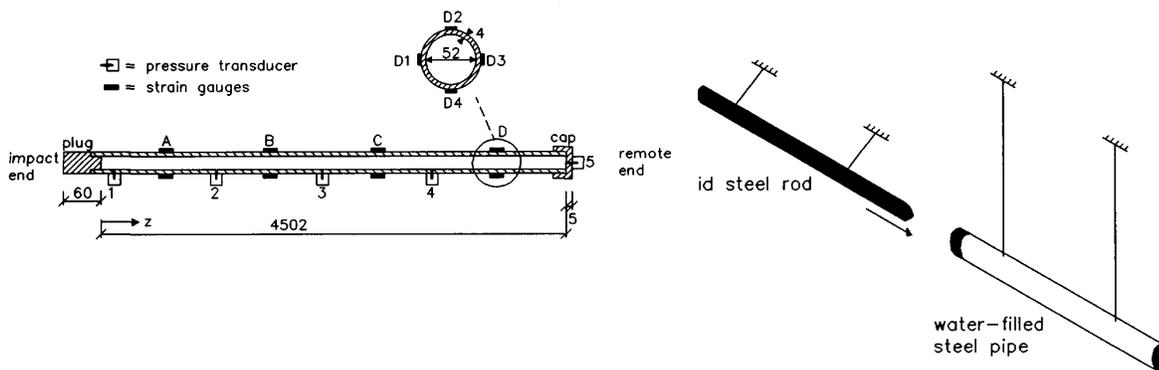


شکل ۴-۱۹ نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه میانی لوله

#### 4-5- مدل ضربه برای لوله مستقیم معلق با اعمال FSI با لحاظ کردن جدایی ستون مایع

##### 4-5-1- معرفی مدل

در این بخش به مدلسازی و بررسی اثر FSI با لحاظ کردن جدایی ستون مایع پرداخته می شود. همان طور که در بخش پیشین بین گردید مدل آزمایشگاهی مورد استفاده مطابق با شکل زیر می باشد.



شکل ۴-۲۰ راست: مدل فیزیکی آزمایش ضربه معروف به آزمایش Dundee انجام شده توسط واردی و فن [۱۴].  
چپ: برش طولی لوله و ابزارهای نصب شده در طول آن.

این سیستم که در شکل 4-18 نشان داده شده است از یک لوله فلزی اصلی به طول 4.5 m به قطر داخلی 52mm و ضخامت دیواره 3.9 mm تشکیل شده است. لوله از دو انتها بسته شده و از سیال تحت فشار پر شده است و به وسیله دو کابل هر یک به طول 3.3m از سقف آویزان شده است به طوری که لوله به راحتی امکان ارتعاش در جهت افقی خواهد داشت. جریان غیرماندگار و اثر تداخلی سیال سازه با برخورد افقی یک میله فلزی افقی به یک انتهای لوله ایجاد می شود. طول این میله 5 m بوده و بوسیله دو کابل آویزان شده است. این آزمایش از مدل های معمول مخزن - لوله - شیر بسیار ساده تر است زیرا گرادیان فشار و سرعت در طول لوله وجود ندارد، الگویی برای بستن شیر نیاز نیست و اثر تکیه گاه قابل صرف نظر است. اصطکاک و اثرات نیروی گرانش نیز با توجه به مقیاس زمانی آزمایش که در حد میلی ثانیه است ناچیز هستند. بنابراین

این آزمایش به خوبی اثر تداخل سیال سازه ناشی از انتشار محوری موج را ایزوله می کند. همچنین بررسی اثرات کلویتاسیون نیز با در نظر گرفتن پدیده جدایی ستون مایع انجام می پذیرد. بدین منظور با اعمال تغییرات در فشار اولیه و کاهش تدریجی در مقادیر آن این مهم مورد بررسی قرار گرفته است.

نتایج حاصله برای فشار سیال در وسط لوله در شکل های مرتبط ارائه شده اند. همانطور که مشاهده می شود این نتایج تا حد قابل قبولی مشابه نتایج آزمایشگاهی و نتایج عددی ارائه شده در پایان نامه تائیسلینگ [14] می باشند.

#### 4-5-2- مقایسه نتایج

همان طور که پیشتر بیان شد در این بخش به ارائه نتایج برنامه نویسی صورت گرفته توسط نگارنده و مقایسه نتایج آن با نتایج معتبر موجود پرداخته شده است. این نمودارها در ادامه ارائه شده اند.

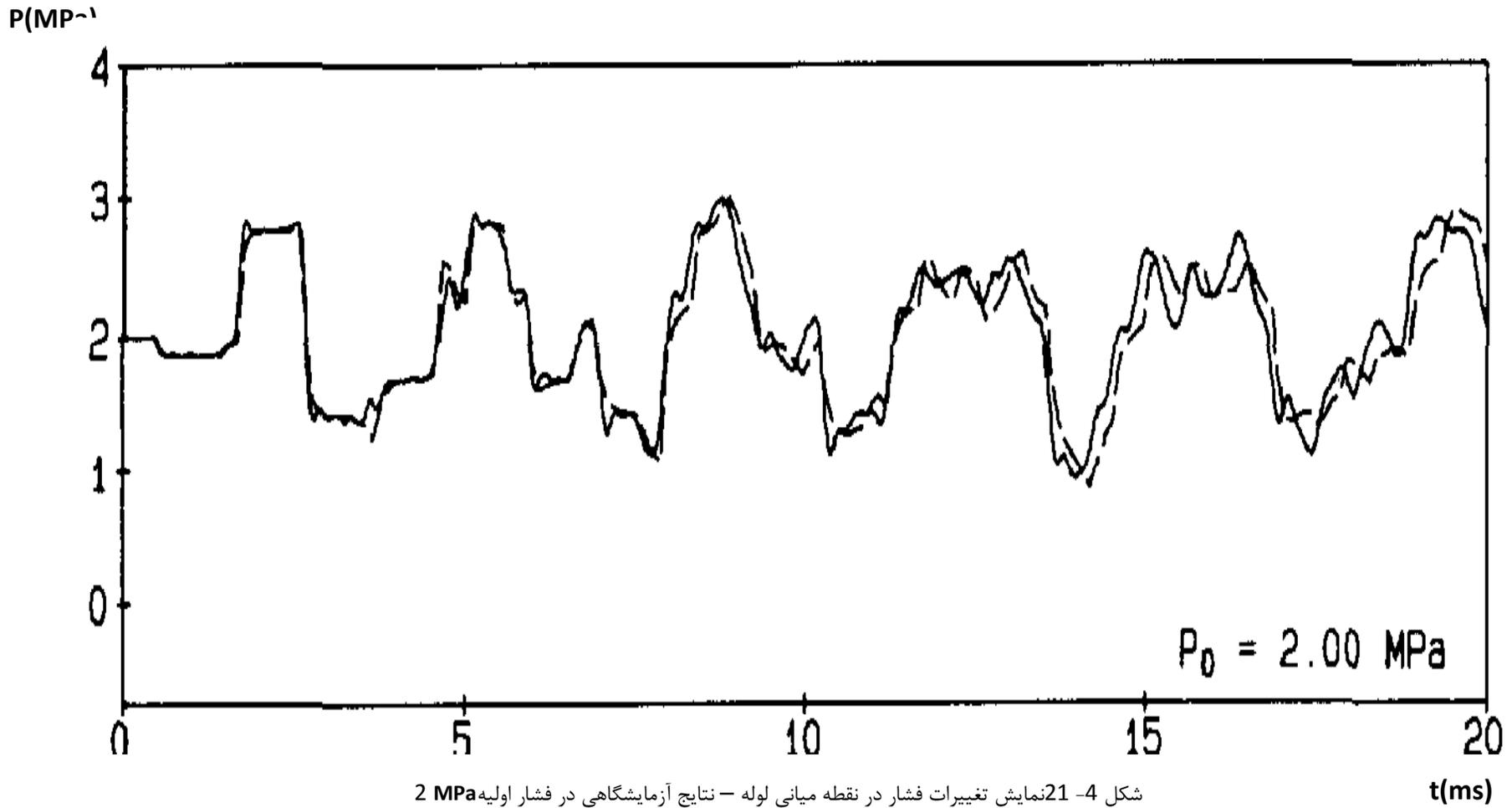
قابل ذکر است که نتایج برداشت شده از پایان نامه تائیسلینگ که در اینجا آورده شده اند مربوط به حل با روش تماماً MOC میباشند در حالیکه نتایج ارائه شده توسط نگارنده مربوط به حل با روش MOC-FEM می باشند. علت وجود تفاوت در برخی نتایج دو روش حل این است که روش FEM در مدلسازی مسایل با تغییرات آنی جواب ضعیف است.

همچنین مشاهده می شود که با کاهش در فشار اولیه نتایج رفته رفته انطباق کمتری پیدا می کنند. با این حال در کلیه موارد شباهت رفتاری کلی برقرار می باشد و تغییرات فشار در دو حالت دارای اختلاف کمی می باشند.

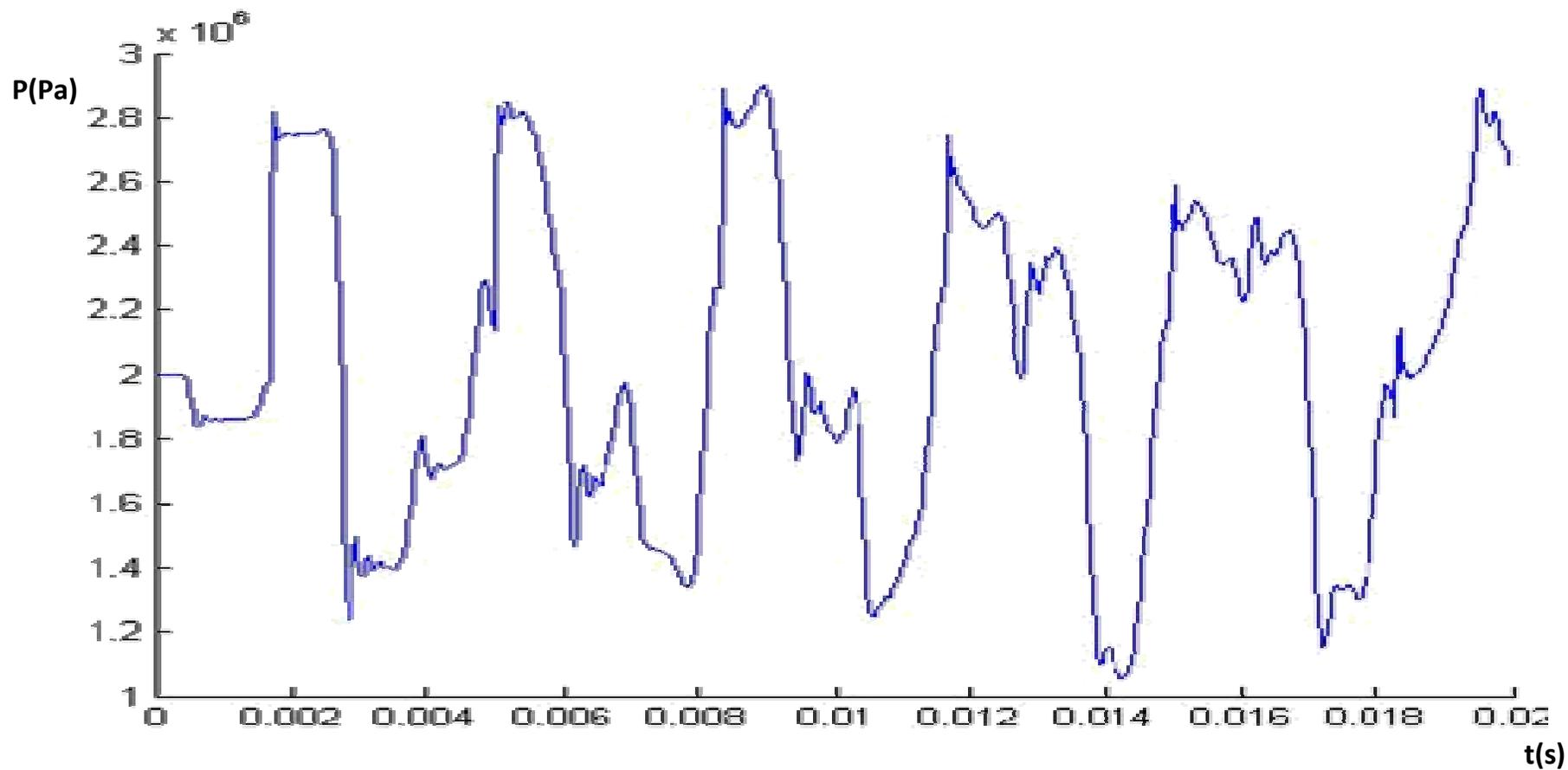
در این پایان نامه با تعمیم روش حل MOC-FEM برای انواع مختلف شرایط مرزی ممکن ارائه شده است. برتری روش MOC-FEM در این است که در این روش، معادلات هیدرولیک و سازه به صورت کاملاً جدا از هم حل می شوند بنابراین تمامی پیشرفت های موجود در بخش هیدرولیک و یا سازه در زیر برنامه های مربوط به هر کدام، همانند حالت بدون اثرات تداخلی قابل تحقق می باشند.

در روش حل MOC-FEM، روش تحلیل هیدرولیک شبکه های توزیع سیال از یک طرف و روش آنالیز سازه این شبکه ها، ناشی از بارگذاری های هیدرولیکی وارده بر آن از طرف دیگر، ارائه گردید. در برنامه کامپیوتری تهیه شده بر مبنای این روش، ساختمان اصلی برنامه شامل زیر برنامه ای برای تحلیل هیدرولیک شبکه و زیر برنامه ای برای تحلیل استاتیکی و دینامیکی قابها، ناشی از انواع بارگذاریها می باشد. که برای انجام یک آنالیز

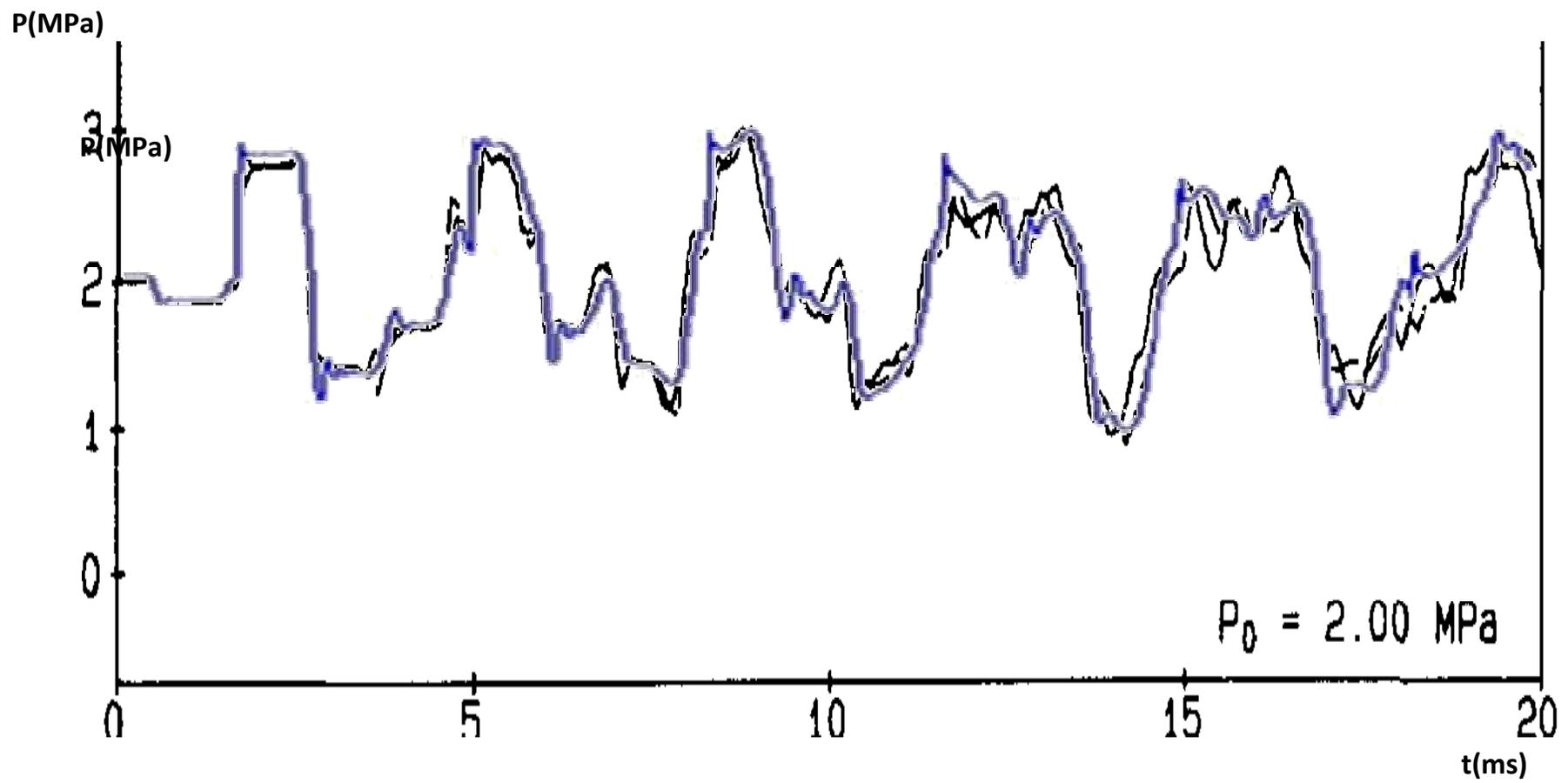
تداخلی سیال - سازه، بین زیر برنامه‌های هیدرولیک و سازه، در هر گام زمانی، از یک فرایند تکرار، تا همگرایی نتایج استفاده می‌شود. برای تحلیل هیدرولیک شبکه از روش خطوط مشخصه و برای تحلیل سازه از روش اجزای محدود، به همراه روش‌های انتگرالگیری مستقیم (مانند روش نیومارک) استفاده می‌شود. در برخی از سایر مراجع روش Full-MOC مورد استفاده قرار گرفته است. در نتیجه در پاره‌ای از موارد اختلافاتی هر چند جزئی در نتایج ارائه شده نسبت به نتایج مدل‌های عددی دیگر مشاهده می‌گردد.



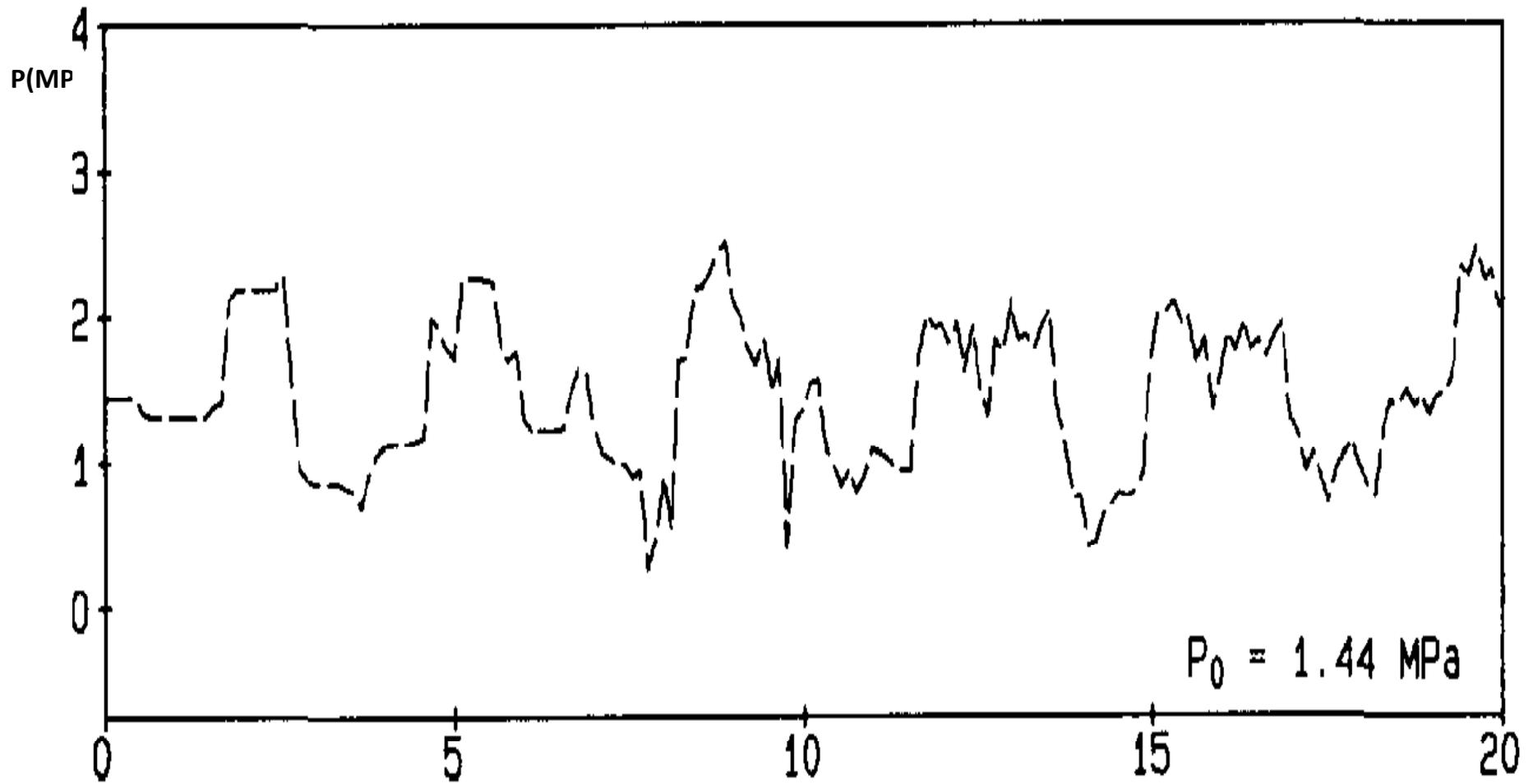
شکل 4-21 نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج آزمایشگاهی در فشار اولیه 2 MPa



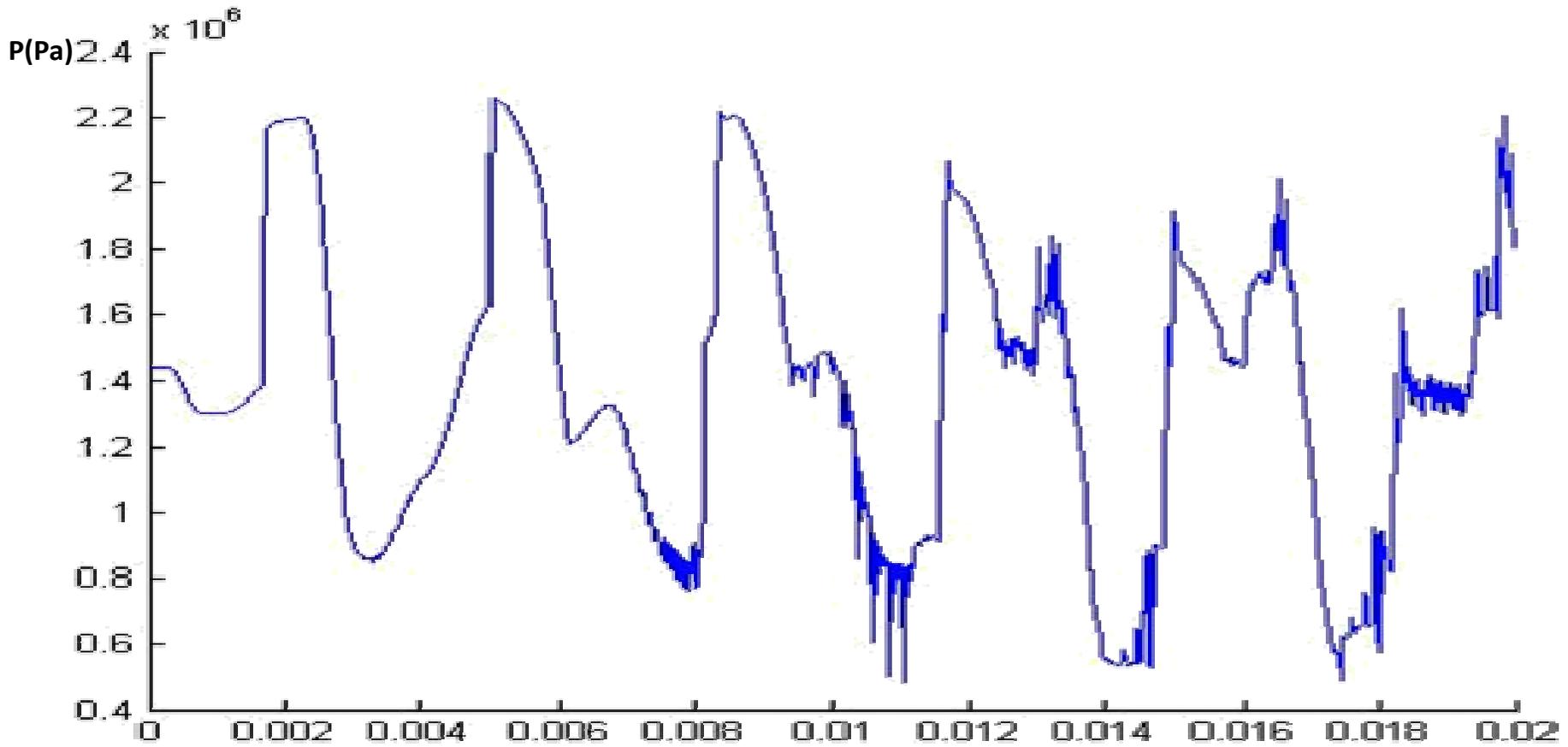
شکل ۴-۲۲ نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج عددی در فشار اولیه ۲ MPa



شکل ۴-۲۴ نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه میانی لوله در فشار اولیه ۲ MPa

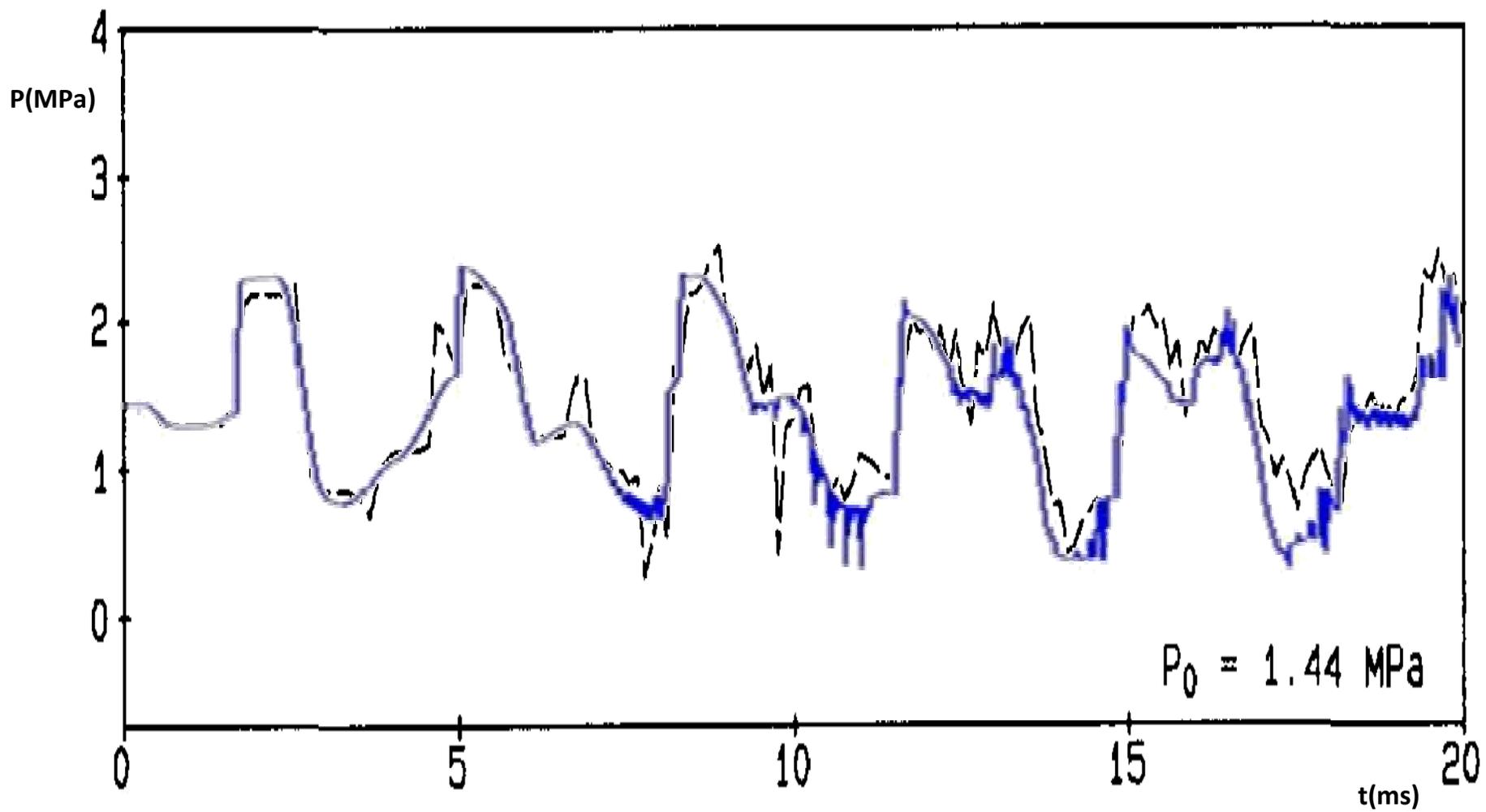


شکل ۴-۲۵ نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج آزمایشگاهی در فشار اولیه ۱.۴۴ MPa

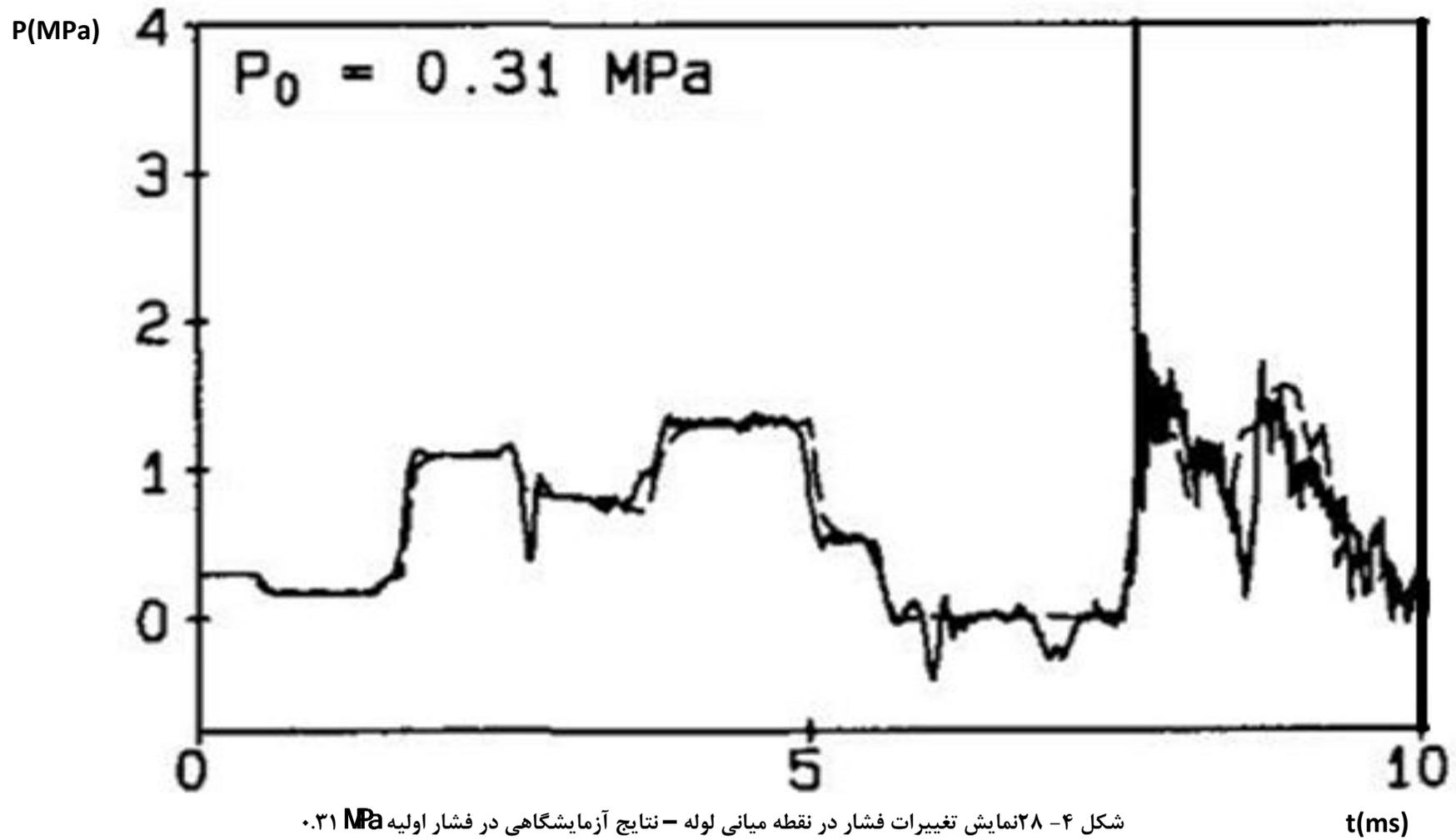


شکل ۴-۲۶ نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج عددی در فشار اولیه ۱.۴۴ MPa

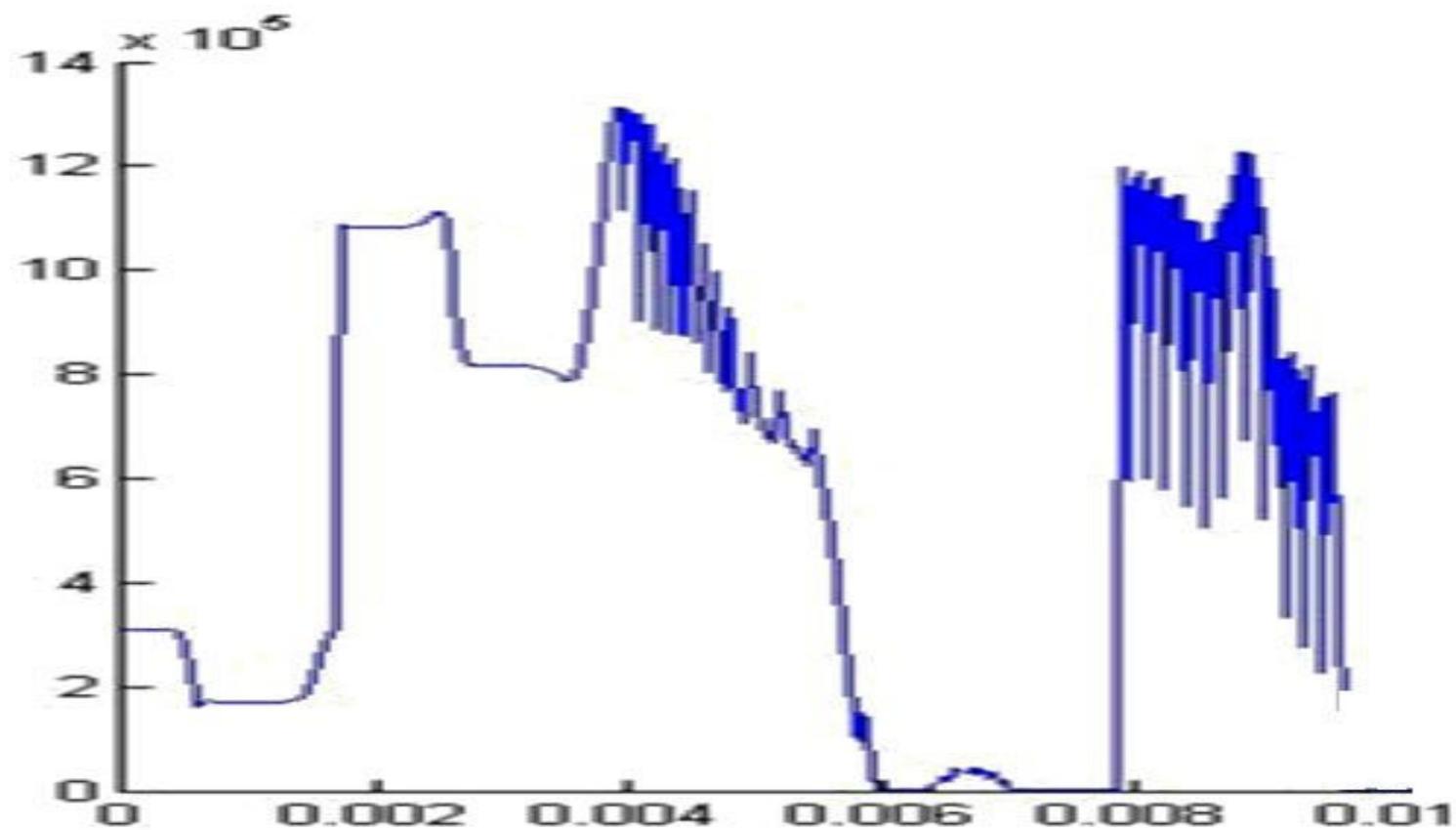
t(s)



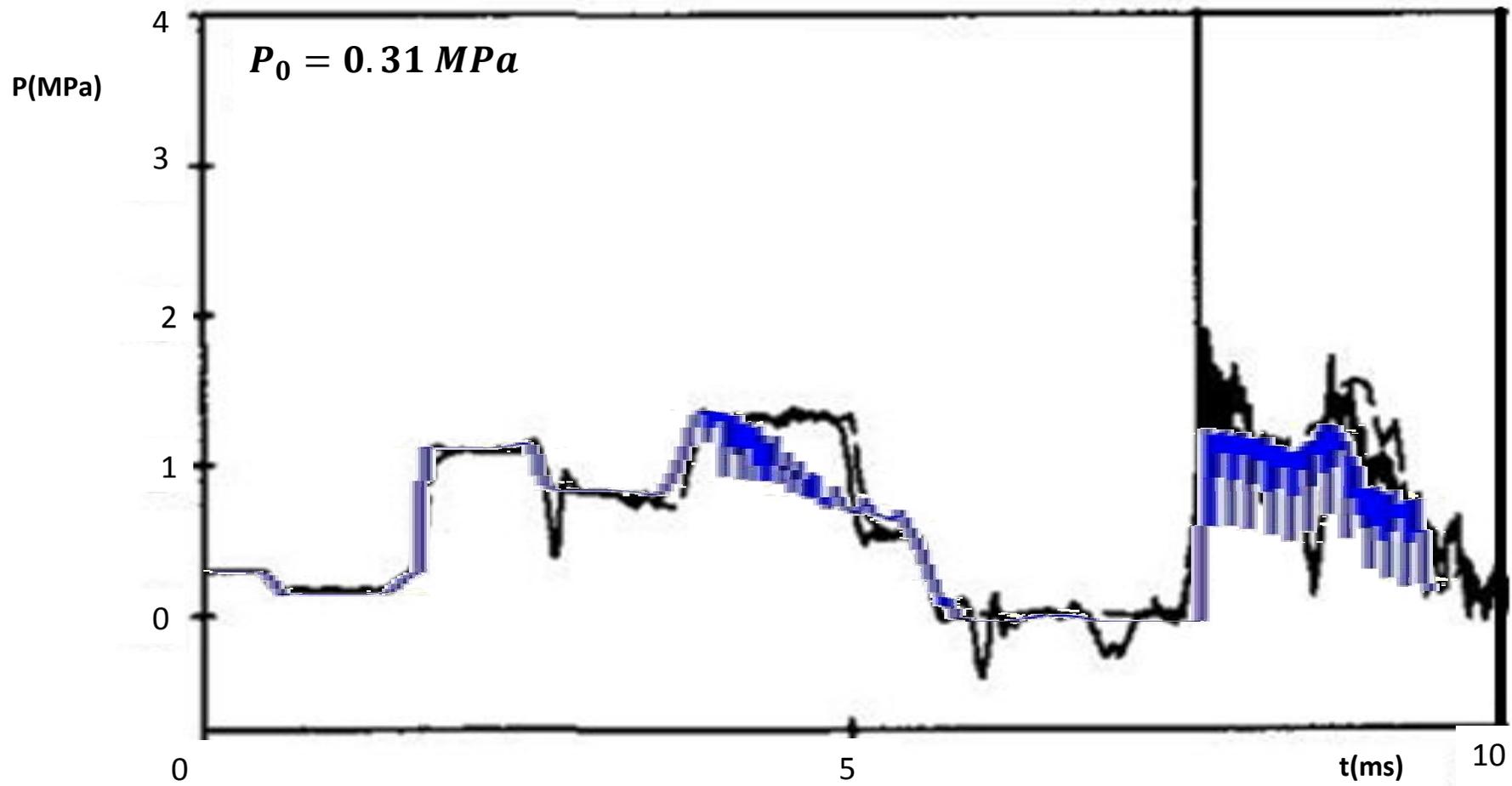
شکل ۴-۲۷ نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه میانی لوله در فشار اولیه  $1.44 \text{ MPa}$



شکل ۴-۲۸ نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج آزمایشگاهی در فشار اولیه ۰.۳۱ MPa



شکل ۴-۲۹ نمایش تغییرات فشار در نقطه میانی لوله - نتایج عددی در فشار اولیه ۰.۲۱ MPa



شکل 4-30 نمودار انطباق نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه میانی لوله در فشار اولیه 0.31 MPa

## 4-6- روش ویگرت

## 4-6-1- مدل مورد استفاده

چنانچه به لوله های موجود در سیستم اجازه حرکت در امتداد محورهایشان (جهت تولید اثر تداخلی پواسن) و یا حرکت در محل مرزهایشان (جهت تولید اثر تداخلی اتصال) داده شود پاسخهای هیدرولیکی و سازه ای با هم تداخل خواهند کرد.

در سیستم لوله به کار گرفته شده در این آزمایش، تکیه گاههای متعددی جهت ثابت نگه داشتن سیستم لوله به کر برده شده است اما باید به خاطر داشت که هرگز نمی توان یک سیستم را کاملاً بدون حرکت نگه داشت و همواره یک مقدار بسیار کوچک ارتعاش در سیستم می تواند پاسخ های دینامیکی سیستم را تحت تاثیر قرار دهد. همچنین علی رغم به کارگیری یک وزنه سنگین در محل زانویی جهت حذف ارتعاشات قائم آن، مقداری جزئی ارتعاش به عنوان مثال به علت کشش نخ بوجود می آید. جهت مدلسازی عددی پدیده FSI در این سیستم، اطلاعات دقیق مربوط به موقعیت تکیه گاهها و سختی هر کدام مورد نیاز است.

به طور کلی، جهت مدلسازی اثر FSI مربوط به ارتعاش زانویی، تداخل آن با ارتعاشات جانبی نیز باید در نظر گرفته شود. اما بر طبق روش حل تقریبی پیشنهاد شده توسط ویگرت [67, 68] اثرات ارتعاشات جانبی را می توان با فنرهای که دارای سختی محوری برابر سختی خمشی لوله های متصل به زانویی هستند جایگزین نمود در نتیجه تنها معادله ارتعاش محوری جهت حل همزمان با معادلات ضربه قوچ مورد نیاز خواهد بود.

شکل 4-28- چپ یک زانویی که دارای سرعت های محوری  $\dot{u}_{B_1}$  و  $\dot{u}_{B_2}$  در دو طرف آن است را نشان می دهد. رابطه پیوستگی به شکل زیر را می توان برای آن نوشت.

$$(V_{B_1} - \dot{u}_{B_1}) A_{f_1} = (V_{B_2} - \dot{u}_{B_2}) A_{f_2}$$

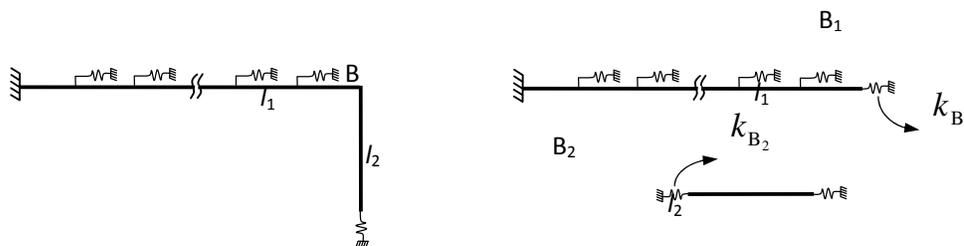
که در آن  $V_B$  سرعت سیال در محل زانویی،  $A_f$  سطح مقطع جریان و اندیس های 1 و 2 نشانگر نقاط قبل و بعد از زانویی می باشند. بر طبق روش تقریبی پیشنهادی توسط ویگرت و همکاران [18] با توجه به شکل 4-28-چپ، سختی محوری فنرهایی که می توانند به عنوان جایگزین جهت مدلسازی اثرات ارتعاش جانبی باشند برابر سختی خمشی لوله های متصل به زانویی B به طول های  $l_1$ ,  $l_2$  می باشد. سختی خمشی نظیر

این لوله ها به ترتیب برابر  $k_{B_1} = 3E_2I_2/l_2^3$  و  $k_{B_2} = 3E_1I_1/l_1^3$  خواهد بود که در آن  $E$  مدول الاستیسته و  $I = \pi e(D+e)^3/8$  ممان اینرسی لوله ها می باشد. به این ترتیب سازه نمایش داده در شکل 4-28-چپ به صورت شکل 4-28-راست شبیه سازی می شود. بنابراین شرایط مرزی عبارت اند از:

$$\sigma_{B_1} A_t + k_{B_1} u_{B_1} = A_f \rho_f g (H_B - H_0) \quad (3-5)$$

$$\sigma_{B_2} A_t + k_{B_2} u_{B_2} = A_f \rho_f g (H_B - H_0) \quad (4-5)$$

که در آنها  $A_t$ ,  $A_f$  سطح مقطع لوله و سطح مقطع جریان و  $\sigma_B$  تنش موجود در محل زانویی و  $H_B = H_{B_1} = H_{B_2}$  هد فشار در محل زانویی می باشد.



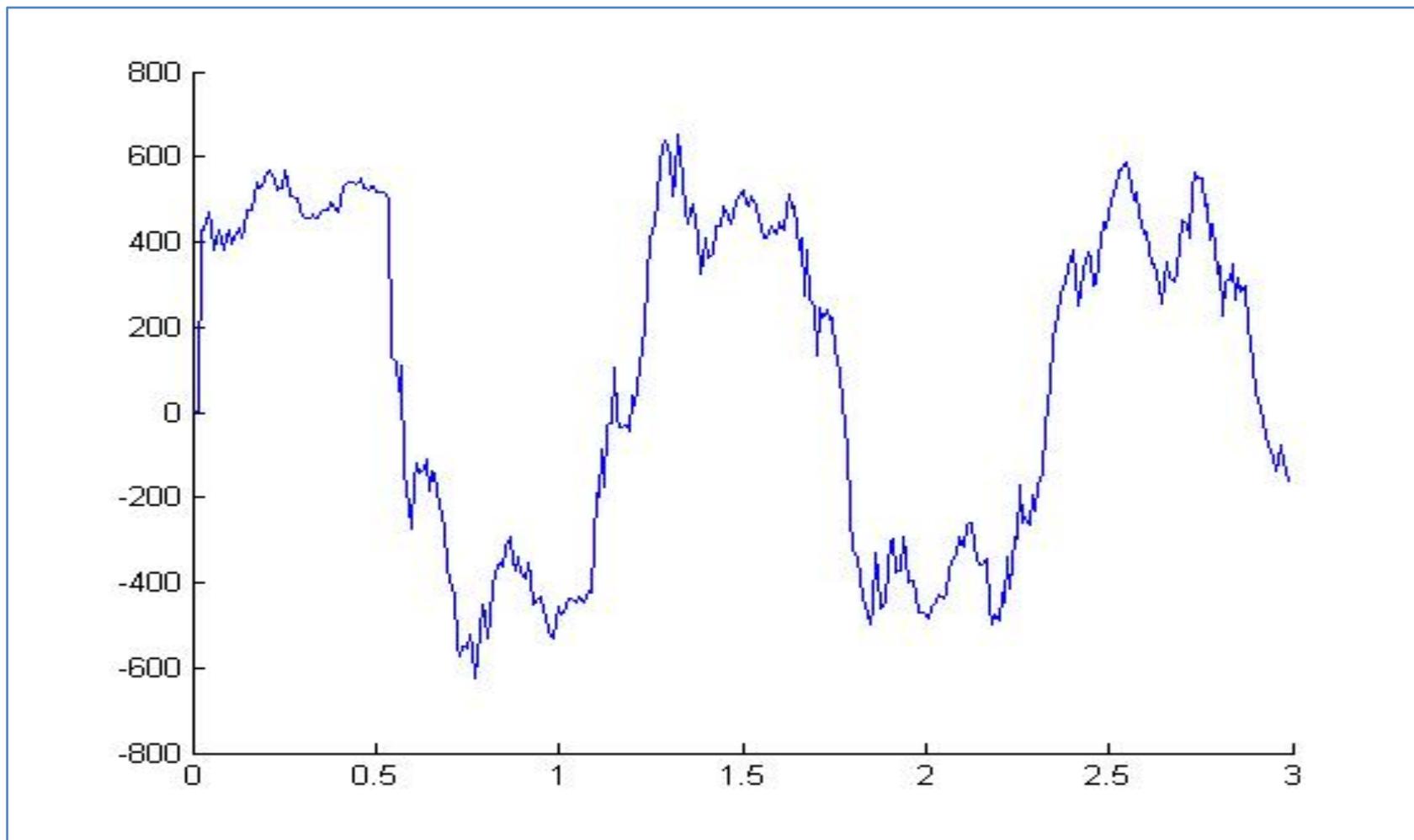
شکل 4-31 چپ: مدل نشان دهنده زانویی در سیستم لوله نظیر این آزمایش، راست: مدل استاتیکی معادل [18] جهت شبیه سازی سختی خمشی (جانبی) لوله های  $l_1$ ,  $l_2$  با سختی محوری فنرها.

بر این اساس، سختی خمشی نظیر دو لوله که در جهت جانبی امکان ارتعاش دارند عبارتند از  $k_{B_1} = 3E_{st,2}I_{st,2}/l_2^3 = 1.75 \times 10^5$  و  $k_{B_2} = 3E_{st,1}I_{st,1}/l_1^3 = 5.14 \times 10^5$  که در آن  $I_{st}$  ممان اینرسی لوله بوده و با رابطه  $I_{st} = \pi e_{st}(D_{st} + e_{st})^3/8 = 2.2 \times 10^{-5}$  (ضخامت دیواره لوله فلزی و  $D = 206 \text{ mm}$  قطر لوله می باشد) داده می شود. همچنین  $E_{st,1} = E_{st,2} = 210 \text{ GPa}$  و  $l_1 = 3 \text{ m}$  و  $l_2 = 4.3 \text{ m}$  طول بخش های قابل ارتعاش لوله متصل به زانویی می باشند. اندیس های 1 و 2 نیز نشان دهنده نقطه قبل و بعد از زانویی هستند. در مدل سازی عددی فرض می شود که بین هر پنج نقطه محاسباتی (بجز نقطه نظیر زانویی که سختی آن پیشتر محاسبه گردید) یک تکیه گاه با سختی  $k_z = 0.07 E_{PVC} A_t = 1.13 \times 10^6$  که در آن  $A_t$  سطح مقطع لوله است.

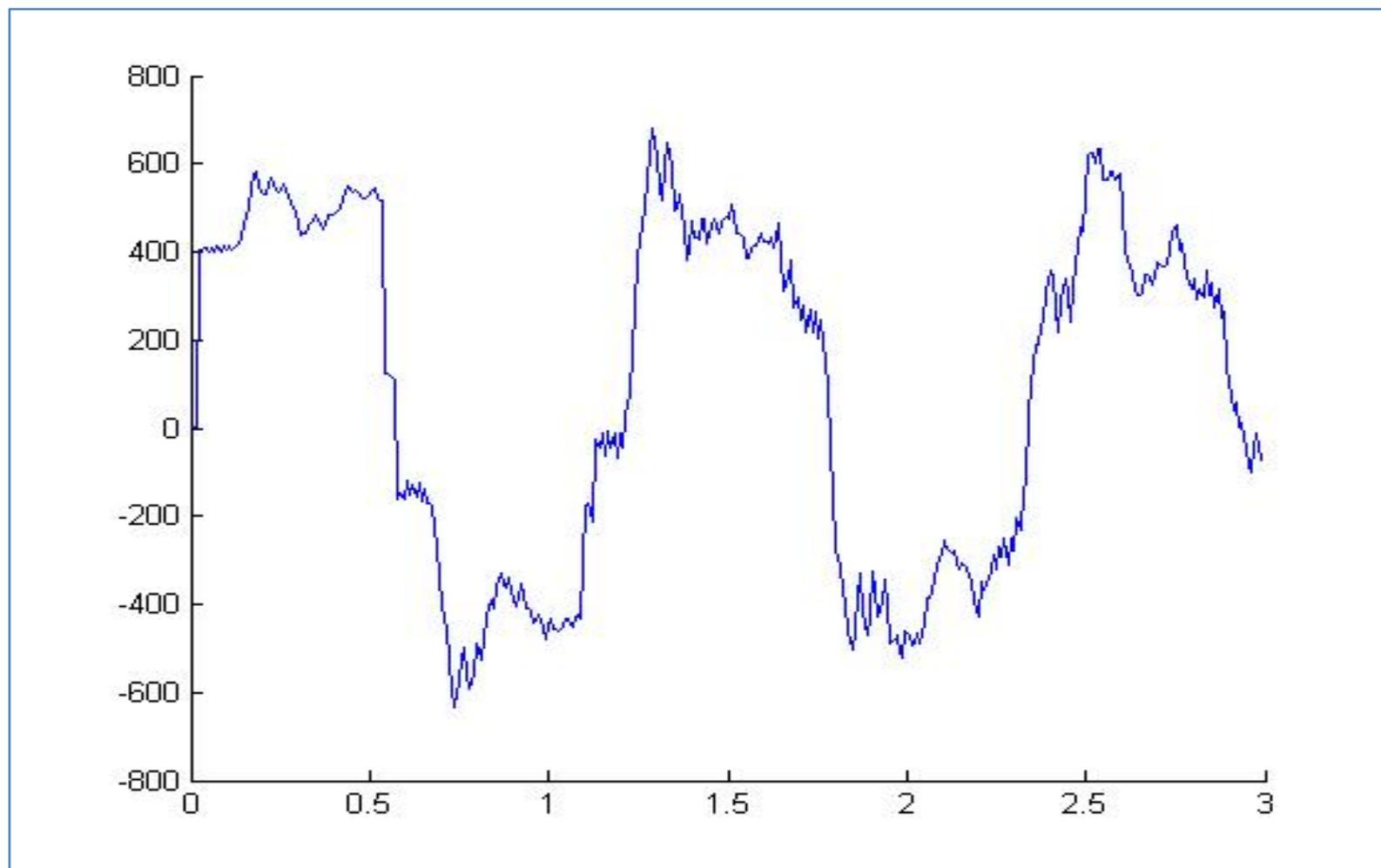
**4-6-2- بررسی نتایج**

با بررسی نتایج به دست آمده در این نمودارها مشاهده می شود که روش تقریبی ویگرت دارای عملکرد و نتایج مناسبی می باشد. به گونه ای که این روش تقریبی ضمن کاهش سرعت اجرای برنامه به نتایج موثقی نیز منتج گردیده است. لازم به ذکر است نتایج حالت تقریبی مورد مقایسه با حالت روش تحلیل کامل با در نظر گرفتن معادلات ارتعاش محوری، خمشی و پیچشی قرار گرفته است.

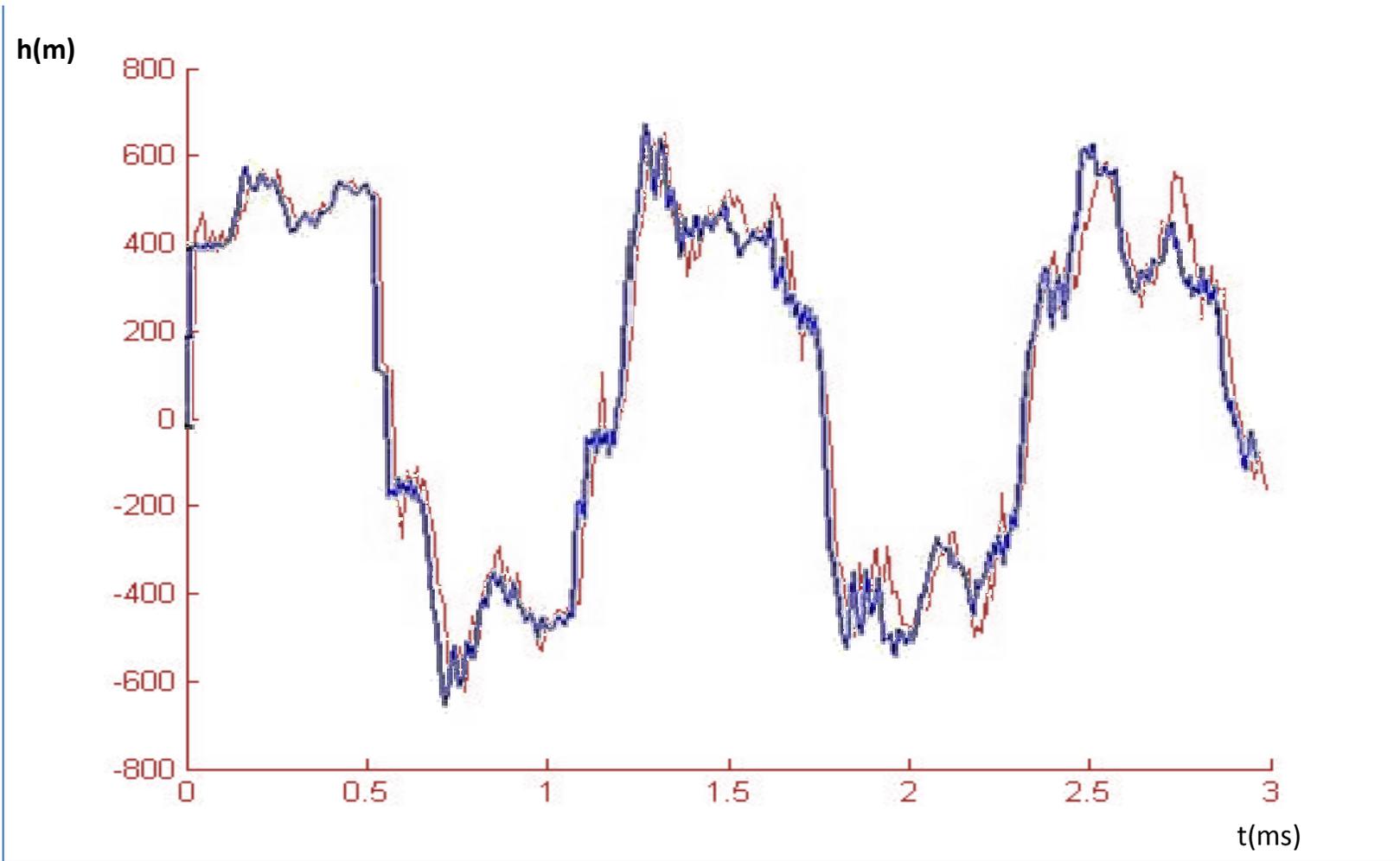
با این حال ضروری می باشد تا کارایی این مدل در مدل های پیچیده تر نیز مورد ارزیابی قرار گیرد.



شکل ۴-۳۲ منحنی تغییرات فشار در محل زانویی (جواب دقیق عددی)



شکل ۴-۳ منحنی تغییرات فشار در محل زانویی (جواب تقریبی ویگرت)



شکل 4-34 مقایسه منحنی تغییرات فشار در محل زانویی (جواب دقیق عددی و روش تقریبی ویگرت)

فصل پنجم

جمع بندی

## 5-1- خلاصه

در مطالب ارایه شده در این پایان نامه، بررسی اثرات اندرکنش سیال و سازه (*FSI*) با در نظر گرفتن پدیده جدایی ستون مایع ارایه گردید. کد نویسی های کامپیوتری نیز برای بررسی مطالب و ارایه نتایج در نرم افزار *Matlab* تهیه شد. ساختمان اصلی برنامه شامل زیر برنامه‌ای برای تحلیل هیدرولیک شبکه و زیر برنامه‌ای برای تحلیل استاتیکی و دینامیکی قابها می‌باشد. که برای انجام یک آنالیز تداخلی سیال - سازه، بین زیر برنامه‌های هیدرولیک و سازه، در هر گام زمانی، از یک فرایند تکرار، تا همگرایی نتایج استفاده می‌شود. برای تحلیل هیدرولیک شبکه از روش خطوط مشخصه و برای تحلیل سازه از روش اجزای محدود، به همراه روش‌های انتگرالگیری مستقیم (مانند روش نیومارک  $\beta$ ) استفاده می‌شود.

اثرات تداخلی در این پایان نامه مورد بررسی قرار گرفته است. اثر تداخلی پواسن همانگونه که اشاره شد، در جمله‌ای که مربوط به تغییر مکان محوری المان می‌باشد و در معادلات هیدرولیکی و سازه‌ای وجود دارد، اعمال می‌شود. (روش تکرار تا همگرایی نتایج به دلیل وجود این جمله کوپله کننده، جمله کوپله پواسن، می‌باشد).

اثر تداخلی اتصال، اثری است که در شرایط مرزی هیدرولیکی و سازه‌ای معادلات اعمال می‌شود به این ترتیب که در شرایط مرزی هیدرولیکی از پارامترهای سازه‌ای و در شرایط مرزی سازه‌ای از پارامترهای هیدرولیکی برای تحلیل استفاده می‌شود. بنابراین برای تحلیل اثر کوپله اتصال نیز از یک فرایند تکرار تا همگرایی مقادیر مرزها استفاده می‌شود. بدیهی است، در صورتی که در شبکه اتصالاتی کاملاً مهار شده وجود داشته باشد، این وابستگی شرایط مرزی سازه‌ای و هیدرولیکی از بین می‌رود و عامل کوپله اتصال نیز حذف می‌گردد.

به این ترتیب هدف اصلی این پایان نامه، بررسی اثرات اندرکنش سیال و سازه در مدل های معرفی شده و بررسی پدیده جدایی ستون سیال در آن ها می باشد.

## 5-2- نتیجه گیری

از مطالعه در زمینه اثرات تداخلی می توان به نتایج کلی که در زیر ارائه شده اند رسید.

1- فشار سیال درون لوله تحت اثر تداخل سیال - سازه ( $FSI$ ) تشدید می شود که نشان دهنده اثر بحرانی  $FSI$  بر روی فشار سیال است. دلیل این امر نیز همانگونه که قبلاً گفته شد، فشارهای ثانوی ناشی از اثرات کوپله پواسن و اتصال است. البته اثر  $FSI$ ، شاید در عمل بدلیل وجود اصطکاک جریان و عدم صلبیت تکیه گاهها بر روی فشار سیال چندان اثر بحرانی نداشته باشد.

2- در مدل های بدون اصطکاک ( $f = 0$ ) کوپله پواسن تغییری در زمان تناوب نمودارهای هد و بقیه نمودارها ایجاد نمی کند؛ در حالی که کوپله اتصال باعث تغییر در زمان تناوب نمودارها می گردد. این امر در نمودارهای مخزن - لوله - شیر به وضوح قابل مشاهده است.

3- همانگونه که مشاهده شد، در مدل های پیچیده (مدل لوله معلق و ضربه)، نمودارهای تغییرات فشار کاملاً منطبق بر نتایج آزمایشگاهی نمی گردد ولی بهر حال در این نمودارها نیز روند نوسانات تقریباً حفظ می شود.

4- استفاده از روش تقریبی ویگرت نشان می دهد که انطباق مناسبی بین نتایج تحلیل عددی تقریبی و نتایج آزمایشگاهی موجود است. در نتیجه این روش تقریبی می تواند به منظور افزایش سرعت اجرای برنامه مورد استفاده قرار گیرد. با این حال ضروری است تا در مدلسازی های پیچده تر نیز صحت این امر کنترل گردد.

5- در مدل های ارائه شده در قسمت لوله معلق و ضربه، همان طور که گفته شد اثرات نامطلوب تکیه گاهی کاملاً حذف می شود. در این بخش نیز در حالت  $FSI$ ، انطباق مناسبی بین نتایج تغییرات فشار در نقاط مختلف لوله برای حالت های آزمایشگاهی و عددی مشاهده می شود.

6- در مثال لوله معلق و در حالت بررسی پدیده جدایی ستون مایع در آن، مشاهده گردید که انطباق نسبتاً مناسبی بین نتایج ارائه شده وجود دارد. این موضوع نشان دهنده مناسب بودن مدلسازی عددی صورت گرفته در این مثال ها می باشد.

### 5-3- پیشنهادات برای ادامه کار

بدیهی است که مباحث مربوط به تحقیق پیرامون *FSI* و جدایی ستون سیال، هنوز دارای زمینه‌های زیادی برای تکمیل کردن و بهبود روش‌ها می‌باشد و این پایان نامه، تنها گام کوچکی برای آغاز پژوهش در این زمینه، در کشور ما به شمار می‌رود. برخی از این زمینه‌های تحقیق و بررسی را به طور خلاصه، در قالب موارد زیر ذکر خواهیم کرد.

1- انجام یک تحقیق آزمایشگاهی برای بررسی صحت نتایج مدل‌های عددی، این کار را بخصوص برای مشاهده اثرات کوپله اتصال می‌توان انجام داد.

2- بررسی اثرات جدایی ستون مایع در مدل‌های پیچیده تر مطلوب می‌باشد. در این خصوص لازم است تا در ابتدا مدل‌سازی مرتبط با فرآیند اندرکنش سازه - سیال مورد تهیه قرار گیرد. در این زمینه می‌توان به مدل‌های *L* شکل و *T* شکل اشاره نمود.

3- حل معادلات اثر تداخلی سیال- سازه در شبکه‌های توزیع را با روش‌های متنوعی می‌توان مورد بررسی قرار داد. مثلاً گفته شد که این معادلات در یک مدل سه بعدی به صورت 14 معادله دیفرانسیل مرتبه اول قابل بیان می‌باشند که این دستگاه 14 معادله دیفرانسیل با 14 مجهول را نه تنها با روش‌های آنالیتیکی می‌توان حل نمود (البته با فرض‌هایی) بلکه می‌توان از روش‌های عددی که برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیلی معمولی وجود دارد، مانند روش رانج کوتاه، اولر و ... برای حل آنها استفاده کرد و نتایج را مقایسه نمود.

4- مطالعه برای یافتن روش‌هایی برای کاهش اثرات چکش آبی بر سازه شبکه‌ها، در مورد کوپله اتصال دیده شده است که تکیه گاهها می‌توانند تأثیرات زیادی بر رفتار سازه‌های شبکه‌های توزیع داشته باشند. اجرای تکیه گاههای کاملاً صلب گرچه از ایجاد جابجایی‌های زیاد در سازه جلوگیری می‌کند ولی نیروهای هیدرولیکی وارده را افزایش می‌دهد. می‌توان مطالعه ای در زمینه استفاده از تکیه گاههای نیمه صلب برای شبکه‌ها جهت بهینه کردن جابجایی‌ها و نیروها، انجام داد.

5- مدل‌سازی یک لوله با سیال موجود در آن با استفاده از نرم‌افزار *ANSYS* به صورت سه بعدی. با این کار می‌توان سرعت سیال را در نقاط مختلف یک مقطع از لوله بدست آورد و پروفیل سرعت را در گره‌های زانویی و تقاطع‌ها و ... در هر صفحه دلخواه مشاهده نمود. همانطور که به نظر می‌رسد این کار مستلزم یک دیدگاه کاملاً متفاوت با موضوعی است که در این پایان نامه دنبال شده است، زیرا معادلات حاکم برای سیال و سازه باید به صورت سه بعدی تنظیم شوند و شرایط مرزی باید به شکل مناسب دیگری ارایه گردند.

**منابع و مراجع:**

1. علی مجد، احمد احمدی. بررسی پدیده جدایی ستون مایع در جریان های غیر ماندگار. پایان نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه صنعتی شاهرود. 1388
2. علیرضا کرامت، حسین محمد ولی سامانی. تحلیل دینامیکی شبکه های لوله توزیع سیال با روش اجزای محدود. پایان نامه کارشناسی ارشد عمران. دانشگاه شهید چمران اهواز. 1384
3. Wylie, E.B., Streeter, V.L., 1993, Fluid transients in systems. Englewood cliffs: Prentice Hall.
4. Fox, J.A., 1989, Transient flow in pipes, open channels and sewers. Chichester: Ellis Horwood.
5. De Haller, P., Bedue, A., 1951. The break-away of water columns as a result of negative pressure shocks. Sulzer technical review 43(4), 18-25.
6. Sharp, B.B., 1960, Cavity formation in simple pipes due to rupture of water column. Nature 185 (4709), 302-303.
7. Tijsseling, A.S., Vardy, A.E., Fan D., 1996. Fluid-structure interaction and cavitation in a single-elbow pipe system, Journal of fluids and structures, 10, 395-420.
8. Bergant, A. , Tijsseling, A.S. , Parameters Affecting Water Hammer Wave Attenuation, Shape and Timing, Proceedings of the 9th Int. Meeting of the IAHR Work Group on the Behaviour of Hydraulic Machinery under Steady Oscillatory Conditions, June 26.-28, 2001, Trondheim, Norway.
9. Bergant, A.: The behavior of Hydraulic Turbomachine during Transients, Journal of Mechanical Engineering. 2003. Strojnicki vestnik 150-160.
10. Heinsbroek, A.G.T.J. "Fluid-structure interaction in non-rigid pipeline systems", Nuclear Engineering and Design, 1997, 172, 123-135.

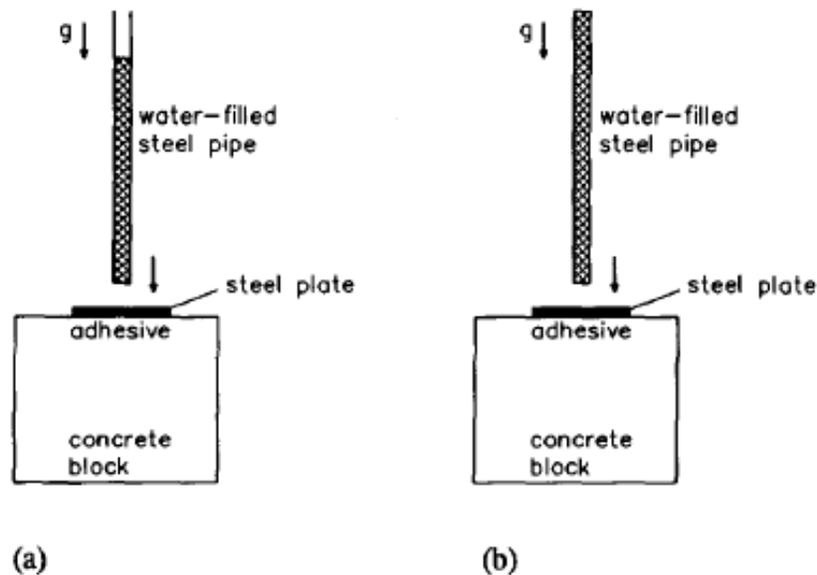
11. Li, Q.S., Yang Ke, Zhang, L. "Analytical solution for fluid-structure interaction in liquid-filled pipes subjected to impact-induced water hammer", ASCE Journal of Engineering Mechanics, 2003, 129, 1408-1417.
12. Sreejith, B., Jayaraj, K., Ganesan. N. , Padmanabhan , C. , Chellapandi , P. , Selvaraj , P. , " Finite element analysis of fluid-structure interaction in pipeline systems" , Nuclear engineering and design 227(2004) 313-322 , November 2003
13. Tijsseling AS and Vardy AE (2008), 'Time scales and FSI in oscillatory liquid-filled pipe flow', BHR Group, Proc. of the 10th Int. Conf. on Pressure Surges (Editor S Hunt), Edinburgh, United Kingdom, May 2008, pp. 553-568.
14. Tijsseling, A.S. "Fluid-structure interaction in case of water hammer with cavitation", PhD Thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1993.
15. Tijsseling, A.S. , "Exact solution of linear hyperbolic four-equation system in axial liquid-pipe vibration" Journal of Fluids and Structures , Vol 18, Issue 2, September 2003, pp. 179-196.
16. Tijsseling, A.S., Vardy, A.E., "Fluid-structure interaction and transient cavitation tests in a T-piece pipe", Journal of Fluids and structures 20 (2005) , July 2005
17. Wiggert, D.C, Tijsseling, A.S "Fluid transients and fluid-structure interaction in flexible liquid-filled piping", ASME Applied Mechanics Reviews, 2001, 54, 455-481.
18. Wiggert, D.C., Otwell R.S., Hatfield, F.J. 1985 "The effect of elbow restraint on pressure transients", ASME Journal of Fluids Eng. 107, 402–406, Discussed by Schwirian, R.E. and Walker, J.S. in 108, 121–122.

19. Yang, Ke, Li, Q.S., Zhang L., "Longitudinal vibration analysis of multi-span liquid-filled pipelines with rigid constraints" Journal of Sound and Vibration, Vol 273, 2004, pp. 125-147 .

پیوست

اولین آزمایش صورت گرفته در آزمایشگاه Dundee در سال 1984 بر روی یک لوله پر شده از آب که به یک بلوک بتنی برخورد می کرد انجام شد. (شکل 1-الف)

علیرغم تشکیل کاپیتاسیون، مشکلی شامل خیس شدن کامل آزمایش دهنده وجود داشت. این مشکل با بستن انتهای دیگر لوله حل شد. (شکل 1-ب). نتایج این آزمایشات در پنجمین کنفرانس سرژ فشاری ارائه گردید.



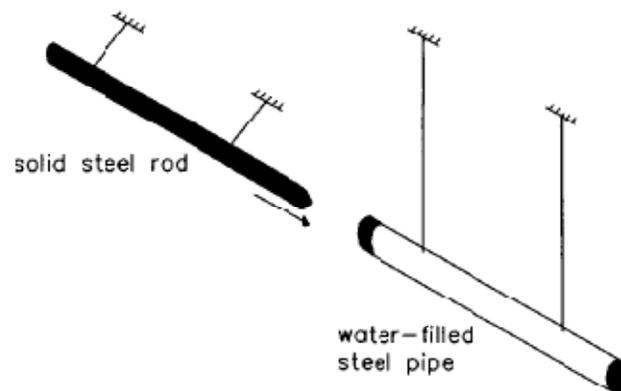
شکل 1- شکل ابتدایی مدلسازی

2 مشکل موجود در این آزمایش عبارتند از:

1- سیستم دارای شتاب است.

2- چسبندگی بین بلوک بتنی و صفحه فولادی برخورد باعث استهلاک زیادی می گردد.

بر این اساس شکل سوم مدل به صورت شکل شماره 2 مورد پذیرش قرار گرفت.



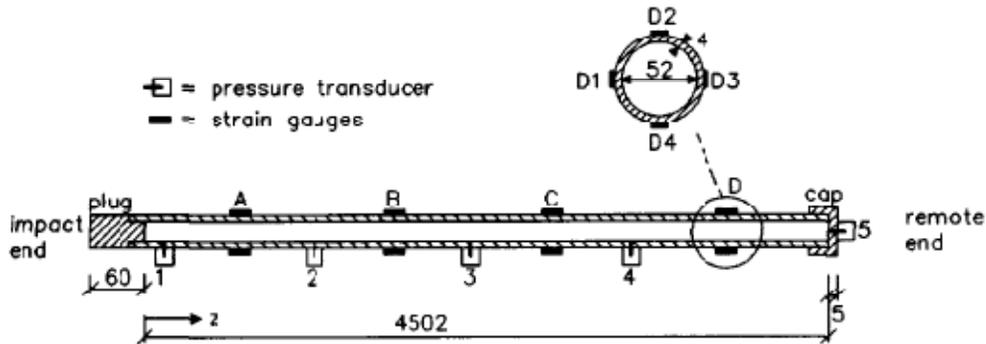
شکل 2- مدل نهایی مورد استفاده

بخش اصلی این سیستم نهایی شامل لوله 4.5 متری فولادی با قطر داخلی 52 میلیمتر و ضخامت جداره 3.9 میلیمتر می باشد. لوله در دو انتها بسته شده است و حاوی آب به صورت تحت فشار است. این سیستم توسط دو سیم نازک بلند (در حدود 3.3 متر) از سقف آویزان شده است. در نتیجه این سیستم می تواند آزادانه در یک صفحه افقی حرکت کند.

میزان خیز ایجاد شده در لوله ناشی از وزن کمتر از 0.2 میلیمتر نسبت به نقاط اتصال می باشد که در حدود 0.95 متری دو انتهای لوله می باشند. آشفستگی به علت برخورد میله فولادی به انتهای لوله به وجود می آید. میله مورد استفاده نیز دارای 5 متر طول بوده و توسط سیم های فلزی کوتاهی آویزان شده است.

این سیستم دارای پیچیدگی کمتر نسبت به سیستم مخزن- لوله- شیر می باشد. زیرا الف) گرادیان فشار اولیه وجود ندارد. ب) تعیین مشخصات بسته شدن شیر مورد نیاز نمی باشد ج) تاثیر تکیه گاه های لوله ها ناچیز می باشد. همچنین اثرات اصطکاک و جاذبه با توجه به مقیاس زمانی کوچک مورد استفاده (میلی ثانیه) دارای اهمیت نمی باشد.

این سیستم کاملاً ابزار گذاری شده است. فشار سنج ها در نقطه ضربه، نقطه انتهایی و سه نقطه میانی مطابق شکل شماره 3 قرار گرفته اند.



شکل 3- ابزار گذاری مدل

کرنش سنج ها نیز در 4 نقطه در راستا لوله به دیواره لوله متصل شده اند. در هر نقطه کرنش سنجی با قابلیت ثبت در سه جهت تعبیه شده است.

سایر پارامترهای مدل مورد استفاده در جدول زیر مورد اشاره قرار گرفته است:

Water-filled pipe	Position of instrumentation	Solid steel rod
$L = 4.502 \text{ m}$	$z(\text{PT1}) = 0.0195 \text{ m}$	$L_r = 5.006 \text{ m}$
$R = 26.01 \text{ mm}$	$z(\text{PT2}) = 1.1265 \text{ m}$	$R_r = 25.37 \text{ mm}$
$e = 3.945 \text{ mm}$	$z(\text{PT3}) = 2.2510 \text{ m}$	$E_r = 200 \text{ GPa}$
$\gamma = 0$	$z(\text{PT4}) = 3.3760 \text{ m}$	$\rho_r = 7848 \text{ kg/m}^3$
$K = 2.14 \text{ GPa}$	$z(\text{PT5}) = 4.5020 \text{ m}$	$V_{0r} = 0.739 \text{ m/s}$
$\rho_f = 999 \text{ kg/m}^3$	$z(\text{SGA}) = 0.5740 \text{ m}$	
$E = 168 \text{ GPa}$	$z(\text{SGB}) = 1.6880 \text{ m}$	
$\rho_t = 7985 \text{ kg/m}^3$	$z(\text{SGC}) = 2.8140 \text{ m}$	
$\nu = 0.29$	$z(\text{SGD}) = 3.9440 \text{ m}$	
$f = 0.01$	$z(\text{LDV}) = 0.0465 \text{ m}$	
$m_1 = 1.2866 \text{ kg}$		
$m_2 = 0.2925 \text{ kg}$		
$H_v = -1000 \text{ m}$		
(no cavitation)		

---

## Abstract

In a physical view on water hammer problem, rapid shut-down of pumps or sudden closure of valves will cause large amount of pressure rises. Furthermore, it results in local cavities, distributed cavities and excessive vibration of structural and hydraulic systems. Moreover, Heavy impacts will occur if column separation is observed. Explosion of vapor cavities might lead to extensive high pressures which has practical importance in industry.

Fluid-structure interaction (FSI) in pipe systems is being focused while the dynamic behavior of the pipe is influenced by water hammer phenomenon. The main goal of the current research thesis is to introduce a numerical model in MATLAB. It should be emphasized that column separation is also included in the solutions. The presented models are pipe systems and also suspended pipes. Then, the results from numerical and experimental observations are being compared.

Column separation phenomenon is also modeled applying the so called discrete vapor cavity model (DVCM). The mentioned model is simple and easy to be inserted in the provided program.

Finally, it should be added that FSI effects are so important and consideration of column separation is recommended seriously. The comparison of results show suitable convergency between the numerical and experimental results.



**Shahrood University of Technology**  
**Department of Civil eEngineering**

# **Dynamic Analysis of Piping System in the case of Liquid Column Separation**

**Mohammad Hamid Azadi**

**Supervisor:**  
**Dr.A. Ahamdi**

**July, 2011**