

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد آب و سازه های هیدرولیکی

مدلسازی پدیده ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول با در نظر گرفتن اثرات اندرکنش سیال - سازه

نگارنده: ملیحه حاجی آبادی

اساتید راهنما

دکتر احمد احمدی

دکتر بنفشه نوروزی

بهمن ۱۳۹۹

تقدیم به پدر و مادرم که در همه ی مراحل زندگی حامی و

پشتیبانم بوده اند

و همسر مهربانم که با قلبی آکنده از عشق و معرفت محیطی سرشار

از آرامش را برای من فراهم آورده و نوید لطف الهی در زندگی

من است. و نیکی عزیزم که وجودش روشنی بخش هستی است.

تقدیر و تشکر

سپاس خداوند مهربان را که بر من منت نهاده و همواره بیش از آن چه از او خواسته‌ام به من عطا فرموده است. همچنین از تمامی کسانی که من را در تهیه این مطالب یاری کردند، قدردانی می‌نمایم:

اساتید راهنمای عزیزم، جناب آقای دکتر احمد احمدی، به خاطر آموزشها، رهنمودها، حمایت‌های پیوسته، تشویق‌ها و دلگرمی‌هایشان بسیار سپاسگزارم که توفیق دانش آموزی و دانشجویی در محضرشان را داشتم.

و سرکارخانم دکتر بنفشه نوروزی که وجودشان همیشه قوتی برای انجام کارهایم بوده است و بدون شک انجام این پایان نامه بدون کمک و راهنمایی ارزنده او امکان پذیر نبوده است و از ایشان کمال تشکر را دارم و در تحلیل همه بخش‌های تحقیق حاضر از تجربیات علمی او بهره گرفتم.

تهدنامه

- اینجانب ملیحه حاجی آبادی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی آب و سازه های هیدرولیکی دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه مدلسازی پدیده ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول با در نظر گرفتن اثرات اندرکنش سیال- سازه تحت راهنمایی دکتر احمد احمدی و دکتر بنفشه نوروزی متعهد می شوم تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .

استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

سیالات فوق همرفتی ماکسول مدل مهم و پرکاربردی از سیالات ویسکوالاستیک هستند که در گروه سیالات غیرنیوتنی طبقه بندی می‌شوند. در پژوهش حاضر، رفتار این سیالات، در شرایطی مورد تحلیل و مدل‌سازی قرار می‌گیرد که در حین جریان داشتن در طول لوله، به دلایلی نظیر قطع جریان برق، بسته شدن شیر، خرابی پمپ و یا هر عامل پیش بینی نشده‌ای به طور ناگهانی متوقف شوند. جریان میرای غیردائمی ایجاد شده در اثر توقف ناگهانی جریان، اصطلاحاً "ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول" نامیده می‌شود. در واقع، هدف اصلی از تحقیق حاضر، ایجاد ارتباط بین دو حوزه جریان‌های انتقالی در لوله و مباحث سیالات ویسکوالاستیک می‌باشد. سیستم مورد بررسی در پژوهش حاضر، از نوع شیر، لوله و مخزن در نظر گرفته می‌شود و در بخش ویسکوالاستیک، از معادلات رئولوژی غیرخطی ماکسول به عنوان معادلات ساختاری تبیین کننده رابطه تنش‌ها استفاده می‌شود، همچنین، روش عددی تفاضل محدود LxF جهت گسسته سازی معادلات به کار گرفته می‌شود. بررسی معادلات مدل سازی ضربه قوچ سیال ویسکوالاستیک، نشان داد که رفتار سیال تحت رخدادهای پدیده متاثر از اعداد بی بعد دوبرا، رینولدز و ماخ می‌باشد که تاثیر هر یک از این اعداد بر تاریخچه ارتفاع فشاری ناشی از پدیده ضربه قوچ در نقاط بحرانی لوله ارزیابی گردید. نتایج مدل سازی ضربه قوچ سیال ویسکوالاستیک نشان داد که پیک نوسانات موج فشاری، در مقایسه با جریان سیالات نیوتنی کمی بیشتر و زمان میرایی جریان کندتر می‌شود که دلیل آن، به ویژگی ثابت زمان رهایی از تنش این سیالات ارتباط داده می‌شود. این ویژگی که به بخش جامد گونه سیالات ویسکوالاستیک مرتبط می‌شود، با تقویت خاصیت الاستیک سیال، تمایل به نگهداشت انرژی پتانسیل وارد شده را افزایش داده و باعث می‌شود، از میزان دمپینگ جریان انتقالی تا حدی کاسته شود. در مقایسه اثرات کوپله‌ها بر برهمکنش سیال ویسکوالاستیک-سازه در طی رخداد ضربه قوچ، کوپله اتصال بیشترین تاثیر و کوپله پواسون نیز کمترین تاثیر را بر ارتفاع موج فشاری نمایش دادند. شرایط مرزی تعریف شده برای کوپله اتصال، به گونه‌ای است که به شیر اجازه ارتعاش در سیستم داده می‌شود و همین مساله باعث تاثیر پذیری شدید سیستم از اثرات این کوپله می‌شود اما در کوپله پواسون، شرایط مرزی تحمیل شده به سیستم از تقید بالایی برخوردار است و با تحمیل شرط گیردار نمودن سازه در محل‌های ذکر شده، میزان تاثیرپذیری سیستم از این کوپله به حداقل می‌رسد.

واژگان کلیدی: سیال ویسکوالاستیک، ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول، روش دو گام زمانی لاکس-فردریشک، کوپلینگ پواسون.

فهرست مطالب

فصل اول کلیات	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۲-۱- فرضیات پایان نامه	۳
۳-۱- اهداف پایان نامه	۴
۴-۱- فصل بندی پایان نامه	۵
فصل دوم تاریخچه و مطالعات پیشین	۷
۱-۲- کلیاتی درباره سیالات غیرنیوتنی	۸
۱-۲-۱ - طبقه بندی سیالات غیرنیوتنی	۹
۱-۲-۱-۱-۲- سیالات ویسکوالاستیک	۹
۲-۲- پدیده ضربه قوچ (چکش آبی)	۱۷
۳-۲- تاریخچه مطالعات جریانهای میرا	۱۹
۴-۲- تاریخچه مطالعات اندرکنش سیال - سازه	۲۲
فصل سوم معادلات حاکم	۲۷
۱-۳- معادلات کلی حاکم بر ضربه قوچ	۲۸
۱-۳-۱-۱- معادله پیوستگی	۲۸
۱-۳-۱-۱-۳- کاربرد معادله حالت در معادله پیوستگی	۳۰
۱-۳-۱-۲- معادله کامل سرعت موج در جریانهای انتقالی	۳۱
۱-۳-۲- معادله مومنوم	۳۲
۲-۳- مدل سیال فوق همرفتی ماکسول	۳۶
۳-۳- معادلات اصلی حاکم بر ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول	۳۹
۴-۳- روش عددی تفاضل محدود	۴۱
۱-۴-۳- روش لاکس-فردریش (LXF)	۴۳
۲-۴-۳- روش های چندگام زمانی	۴۴
۳-۴-۳- فرمول بندی روش لاکس فردریش	۴۵
۴-۴-۳- انتخاب اندازه گام زمانی و محدودیت پایداری	۴۸
۵-۳- آنالیز ابعادی و بیبعد سازی معادلات حاکم بر ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول	۴۸
۶-۳- شرایط اولیه و مرزی	۵۱

۵۲	۷-۳- اعتبار سنجی مدل
۵۴	۸-۳- مدلسازی عددی
۵۶	۸-۳- ۱- مقایسه رفتار سیال در حالات مختلف در طول پدیده ضربه قوچ
۵۸	۹-۳- بررسی تاثیر اعداد بی بعد بر اتفاقات ضربه قوچ
۵۸	۹-۳- ۱- بررسی تاثیر عدد دבורا
۵۹	۹-۳- ۲- بررسی تاثیر عدد رینولدز
۶۳	فصل چهارم مدلسازی اندرکنش سیال-سازه طی رخداد ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول و بررسی نتایج ...
۶۴	۴-۱- اندرکنش سیال-سازه در لوله ها
۶۴	۴-۲- انواع معادلات مدلسازی کوپله
۶۵	۴-۳- معادلات حاکم بر اندرکنش سیال فوق همرفتی ماکسول - سازه
۶۵	۴-۳- ۱- معادلات سیال
۶۹	۴-۳- ۲- معادلات ارتعاش محوری سازه
۷۲	۴-۴- انواع مکانیزم های اثرات کوپله
۷۲	۴-۴- ۱- اثر تداخلی پواسون
۷۲	۴-۴- ۲- اثر تداخلی تقاطع (اتصال)
۷۳	۴-۴- ۳- تفاوت اثر تداخلی پواسون و اتصال
۷۳	۴-۵- شرایط مرزی کوپله اتصال و پواسون
۷۴	۴-۵- ۱- نقطه انتهای بالادست لوله
۷۴	۴-۵- ۲- نقطه پشت شیر
۷۵	۴-۶- مدلسازی عددی
۷۵	۴-۶- ۱- کوپله اتصال
۷۸	۴-۶- ۲- کوپله پواسون
۸۳	فصل پنجم خلاصه، نتیجه گیری و پیشنهادات
۸۴	۵-۱- خلاصه
۸۶	۵-۲- نتیجه گیری
۸۶	۵-۲- ۱- نتایج کلی مدلسازی ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول
۸۷	۵-۲- ۲- نتایج کلی مدلسازی ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول با در نظر گرفتن اثرات تداخلی
۸۹	۵-۳- پیشنهادات
۹۱	منابع فارسی

منابع انگلیسی	۹۱
پیوست	۹۵

فهرست جداول

جدول ۳-۱- تغییرات ثابت k با نسبت پواسون مصالح لوله	۳۲
جدول ۳-۲- مشخصات سیال و اطلاعات شکل لوله	۵۳
جدول ۳-۳- محدوده ثابت زمان رهایی از تنش و ویسکوزیته	۵۵
جدول ۳-۴- مشخصات سیال و اطلاعات شکل لوله	۵۶
جدول ۴-۱- مشخصات سیال و ویژگی‌های فیزیکی سیستم	۷۵

فهرست اشکال

- شکل ۱-۲- طرح شماتیک جریان برشی ساده (جریان کوئت)..... ۱۰
- شکل ۲-۲- اعمال چرخش به دو سیال نیوتنی (N) و ویسکوالاستیک (V)..... ۱۲
- شکل ۳-۲- بازگشت فنری يك سیال ویسکوالاستيك..... ۱۳
- شکل ۴-۲- زمان اعمال تغییر شکل در موادگوناگون تحت بارگذاری های مختلف..... ۱۴
- شکل ۵-۲- توقف لحظه ای سیال بدون اصطکاک در لوله افقی..... ۱۷
- شکل ۶-۲- مراحل رخداد ضربه قوچ ۱۸
- شکل ۱-۳- شماتیک تنش های برشی وارد بر وجوه المانی از جریان..... ۳۴
- شکل ۲-۳- مدل ماکسول (جیمز کلرک ماکسول (۱۸۳۱-۱۸۷۹ میلادی))..... ۳۷
- شکل ۳-۳- طرح کلی حل عددی به روش تفاضل محدود..... ۴۲
- شکل ۴-۳- نمای شماتیک مش جابه جا شده..... ۴۵
- شکل ۵-۳- طرح شماتیک روش لاکس فردریش اصلی..... ۴۶
- شکل ۶-۳- طرح شماتیک روش دو گام زمانی لاکس فردریش..... ۴۷
- شکل ۷-۳- نمایی از سیستم شیر- لوله و مخزن..... ۵۱
- شکل ۸-۳- اعتبار سنجی مدل پیشنهادی برای سیال نیوتنی باروشهای عددی زیلک و روش وهبا و روش آزمایشگاهی..... ۵۴
- شکل ۹-۳- نمایی از سیستم شیر- لوله و مخزن..... ۵۵
- شکل ۱۰-۳- مقایسه تاریخچه فشاری در سیالات مختلف..... ۵۷
- شکل ۱۱-۳- تاثیر عدد دبور بر تاریخچه فشاری $Re = 80, M = 9.66e - 5$ ۵۹
- شکل ۱۲-۳- تاثیر عدد رینولدز بر تاریخچه فشاری در ضربه قوچ نیوتنی $De = 0, M = 9.66e - 5$ ۶۰
- شکل ۱۳-۳- تاثیر عدد رینولدز بر تاریخچه فشاری در ضربه قوچ فوق همرفتی ماکسول $De = 10, M = 9.66e - 5$ ۶۰
- شکل ۱-۴- مقایسه تاریخچه فشار سیال در حالات مختلف در حین رخداد ضربه قوچ در کویل اتصال..... ۷۶
- شکل ۲-۴- نمایش تاریخچه فشار سیال در حالات مختلف در حین رخداد ضربه قوچ در کویل اتصال..... ۷۷
- شکل ۳-۴- مقایسه تاریخچه فشار سیال در حالات مختلف در حین رخداد ضربه قوچ در کویل یواسون..... ۷۹
- شکل ۴-۴- نمایش تاریخچه فشار سیال در حالات مختلف در حین رخداد ضربه قوچ در کویل یواسون..... ۸۰

فهرست علائم

علائم انگلیسی	علائم یونانی	
De	η	لزوجت دینامیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)
E	λ	ثابت زمانی رهایی از تنش یا آرامش (s)
e	ν	نسبت پواسون
H	ρ	جرم مخصوص سیال (kgm^{-3})
M	τ	تنش‌های برشی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)
r		فاصله شعاعی از مرکز لوله (m)
Re		عدد رینولدز
t	n	زمان (s)
V	$n+1$	سرعت متوسط جریان (ms^{-1})
v	T	سرعت اولیه جریان (ms^{-1})
p		مضامت لوله
r	f	راستای شعاعی لوله
z	p	راستای محور مرکزی لوله
x		جابجایی فنر کشیده یا فشرده شده از نقطه تعادل آن (m)
k		ثابت فنر (kgs^{-2})
F		نیروی مقاومت فنر (kgms^{-2})

فصل اول

کلیات

۱-۱- مقدمه

۱-۲- فرضیات پایان نامه

۱-۳- اهداف پایان نامه

۱-۴- فصل بندی پایان نامه

پدیده ضربه قوچ در خطوط لوله جریان تحت فشار بر اثر تغییر ناگهانی سرعت جریان آب در خطوط لوله به وجود می‌آید. پس از قطع ناگهانی برق، خرابی پمپ یا هر عامل پیش‌بینی نشده دیگر، یک موج فشار از طرف پمپ به طرف انتهای خط لوله با سرعتی معادل سرعت صوت در خط لوله به حرکت در می‌آید. گاهی اوقات قدرت تخریبی این موج‌ها به حدی است که نتایج وخیمی به بار می‌آورد. ترکیدن لوله و خطوط لوله در سیستم‌های انتقال و شبکه‌های توزیع، خرابی و شکسته شدن شیرها، دریچه‌های کنترل و پمپ‌ها از نمونه‌های بارز تاثیر این پدیده می‌باشد. امروزه در کلیه طرح‌های انتقال آب یا سیستم‌های انتقال سیالات دیگر، بررسی و مطالعه دقیق ضربه قوچ به عنوان یک امر لازم و ضروری می‌باشد تا با شناخت کامل آن، برای کنترل اثرات سوء این فرآیند، تمهیدات مناسب اتخاذ گردد. مطالعه این جریان‌ها از اواخر قرن نوزدهم میلادی آغاز گردید و بسیاری از مباحث بنیادی آن در قرن بیستم شناسایی و مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت [Wylie & Streeter 1993]. اما مطالعات مختلفی که تاکنون، با تمرکز بر زوایای مختلف این جریان‌های میرا انجام شده، نشان می‌دهد که مدلسازی رفتار سیال در طول این پدیده، همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است.

اما آنچه در اکثر مطالعات انجام شده، مشهود است، تمایل پژوهشگران به ایجاد تغییر در شرایط سازه و بررسی رفتار موج فشاری پس از اعمال این تغییرات، در نقاط مختلف لوله نظیر پشت شیر و یا نقطه وسط لوله می‌باشد، در واقع، به نظر می‌رسد، مدل‌سازی پدیده ضربه قوچ از دیدگاه تغییر در شرایط نوع سیال، تا حد زیادی مغفول مانده است. یکی از این گروه سیالات، سیال فوق همرفتی ماکسول می‌باشد که نوعی سیال ویسکوالاستیک است. این سیالات که در گروه سیالات غیرنیوتنی طبقه‌بندی می‌شوند خواص ویسکوز و الاستیک را به صورت توأمان دارا می‌باشند و لذا این مواد دارای خواص همزمان جامد و سیال هستند.

از آنجا که توقف ناگهانی جریان سیال در طول لوله، در اثر قطع جریان برق و یا خرابی پمپ، امری محتمل است، با توجه به اینکه جریان بسیاری از سیالات در علوم مهندسی، رفتاری ویسکوالاستیک دارند، بررسی امکان رخداد

پدیده ضربه قوچ در سیستم لوله‌های حاوی این سیالات و نیز در نظر گرفتن اثرات ارتعاش جداره لوله در این حالت، ضروری به نظر می‌رسد.

حال، پرسش‌های زیر مطرح می‌شود که

▪ آیا می‌توان به نحوی معادلات حاکم بر ضربه قوچ کلاسیک را به معادلات سیال فوق همرفتی ماکسول ارتباط داد؟

▪ آیا معادله ساختاری برای مدلسازی رفتار دوگانه سیال فوق همرفتی ماکسول وجود دارد؟

▪ در بحث اندر کنش سیال-سازه در لوله‌ها در حین وقوع ضربه قوچ، که معادلات سیال و سازه به طور

همزمان، تحلیل می‌شوند، افزودن معادلات سیال فوق همرفتی ماکسول، چه تاثیری در نتایج نهایی دارد؟

در تحقیق حاضر، تلاش می‌شود که به همه این پرسش‌ها به تفصیل، پاسخ داده شود.

۱-۲- فرضیات پایان نامه

در کلیه تحلیل‌های سازه‌ای و هیدرولیکی تحقیق حاضر، لوله به صورت جداره نازک فرض می‌شود که از مواد الاستیک تهیه شده است. سیستم مورد بررسی در این مطالعه از نوع کلاسیک شیر، لوله-مخزن می‌باشد. مدلسازی مساله با انتگرال‌گیری از معادلات در راستای شعاع سطح مقطع لوله، به صورت یک بعدی در نظر گرفته می‌شود. در تحلیل پدیده ضربه قوچ به عنوان یک جریان میرای ناماندگار، فرض تقارن محوری در طول لوله برقرار بوده و بنابراین از زاویه و تغییرات زاویه‌ای صرف‌نظر می‌گردد. سیال موجود در لوله تراکم ناپذیر، غیرنیوتنی و از نوع فوق همرفتی ماکسول در نظر گرفته می‌شود. در مدلسازی رفتار سیال فوق همرفتی ماکسول، از معادلات ساختاری ماکسول استفاده می‌شود. از اثرات خمشی، اینرسی دورانی و تغییر شکل برشی عرضی صرف‌نظر می‌شود که این فرضیات با عنوان امواج با طول موج‌های بلند شناخته می‌شود. مدل ارائه شده در این تحقیق، برای لوله‌هایی با مقطع گرد که در فضای آزاد در معرض فشار هوای جو هستند، معتبر می‌باشد. جهت بررسی اثرات تداخلی سیال-سازه، هر دو کوپله پواسون و اتصال در نظر گرفته می‌شود. لوله‌ها و شیرها در جهت محوری کاملاً آزاد فرض شده

^۱Long wavelength approximation

به گونه‌ای که اثر تداخلی پواسون و اتصال مشاهده گردد. کرنش‌های ایجاد شده در اثر تداخل سیال - سازه، کوچک بوده و با استفاده از تئوری کرنش‌های بسیار کوچک^۱ محاسبه می‌شوند. در تحلیل معادلات، از عبارات‌های همرفتی به دلیل کوچکی در مقایسه با سرعت موج صرف‌نظر می‌شود. دمای محیط، ثابت فرض می‌شود.

۱-۳- اهداف پایان نامه

در تحقیق حاضر، سعی شده تا با از میان برداشتن فرض پایه‌ای سیال نیوتنی در لوله، ارتباطی بین دو حوزه جریان‌های میرای غیر دائمی در لوله و مباحث سیال فوق همرفتی ماکسول برقرار نمود تا با توجه به ویژگی‌های خاص این نوع سیالات، بتوان از قابلیت‌های آنها در علوم مهندسی و ایجاد طرح‌های نو در مباحث علمی و صنعتی بهره جست. به این منظور، ضمن بازنویسی مجدد معادلات پیوستگی و مومنتوم حاکم بر ضربه قوچ کلاسیک، از فرض برقراری تنش معادل تنش جریان دائمی در پدیده ضربه قوچ، صرف‌نظر شده و از معادلات ساختاری مدل ماکسول در تحلیل تنش‌های غیر دائمی ناشی از این پدیده استفاده می‌گردد. معادلات مورد نظر پس از بی‌بعد سازی با استفاده از روش عددی دو گام زمانی لاکس فردریشک^۲ (LxF) تحلیل گردیده و سپس، ارتفاع موج فشاری در نقاط بحرانی لوله ترسیم می‌گردند.

هدف از این تحلیل، در درجه نخست بررسی این مساله است که در اثر بسته شدن ناگهانی شیر، چه تفاوتی در رفتار یک سیال ایده آل بدون اصطکاک، سیال نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول در نقاط مختلف لوله نظیر پشت شیر و نقطه وسط لوله مشاهده می‌گردد؟ و دیگر اینکه اعداد بی‌بعد حاکم بر معادلات به دست آمده چه تاثیری بر رفتار موج فشاری در سیالات مختلف، در طی رخداد ضربه قوچ در لوله دارند؟

یکی دیگر از اهداف تحقیق حاضر، بررسی اثرات تداخلی سیال - سازه در حین وقوع ضربه قوچ می‌باشد. به این منظور، هر دو کوپله پواسون و اتصال به صورت منفک در نظر گرفته می‌شود. با حل معادلات سازه و هیدرولیک در

^۱Infinitesimal strain theory

^۲Two-step variant of the Lax-Friedrichs

بحث اندرکنش سیال-سازه، می‌توان بررسی نمود که چه تفاوتی در رفتار سیالات ایده‌آل (بدون اصطکاک)، سیال نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول در هر یک از کوپله‌های ذکر شده مشاهده می‌شود؟

۱-۴- فصل بندی پایان نامه

در فصل اول پایان نامه چنانچه گذشت، کلیات، فرضیات و اهداف مطالعه مطرح گردید. در فصل دوم، ابتدا انواع سیالات غیرنیوتنی به صورت کلی معرفی می‌شود و سپس، مروری بر مطالعات گذشته سایر محققین در دو بخش تاریخچه جریان‌های میرا و اندرکنش سیال-سازه در طول این جریان‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. فصل سوم به معادلات حاکم پرداخته می‌شود. نخست، معادلات حاکم بر ضربه قوچ در حالت کلی اثبات و بازنویسی می‌شود و سپس برای تکمیل معادلات، مدل ماکسول، معرفی می‌گردد و پس از انجام مراحل محاسبه معادلات با استفاده از قوانین تانسورها و مفاهیم هیدرودینامیکی، معادلات اصلی حاکم بر ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول به دست آورده می‌شود.

در ادامه، روش عددی دو گام زمانی (LxF) تعریف می‌شود و معادلات به دست آمده با استفاده از این روش تحلیل می‌شوند، در انتهای این فصل، پس از بی‌بعد سازی معادلات، تاثیر هر یک از اعداد بی‌بعد بر رفتار موج فشاری حاصل از ضربه قوچ در سیال فوق همرفتی ماکسول بررسی می‌گردد.

فصل چهارم به مبحث اثر تداخلی سیال فوق همرفتی ماکسول-سازه اختصاص داده می‌شود و معادلات سازه‌ای و هیدرولیکی به همراه شرایط مرزی در کوپله‌های اتصال و پواسون معرفی و سپس به تجزیه و تحلیل نتایج بدست آمده پرداخته می‌شود. در فصل پنجم و انتهای خلاصه‌ای از مطالعات و تحقیقات انجام شده در این پژوهش گنجانده می‌شود و در نهایت نتایج کلی و پیشنهادات برای تحقیقات بیشتر ارائه می‌گردد.

فصل دوم

تاریخچه و مطالعات پیشین

۲-۱- کلیاتی درباره سیالات غیرنیوتنی

۲-۲- مروری بر پدیده ضربه قوچ

۲-۳- تاریخچه مطالعات جریان‌های میرا

۲-۴- تاریخچه مطالعات اندرکنش سیال-سازه

در این فصل، ابتدا به جهت تبیین جایگاه سیال فوق همرفتی ماکسول در مکانیک سیالات، مرور کوتاهی بر انواع سیالات غیرنیوتنی انجام می‌شود و سپس، پیشینه مطالعات صورت گرفته در زمینه جریان گذرا، پدیده ضربه قوچ و اندرکنش سیال سازه در طی رخداد این پدیده مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۱- کلیاتی درباره سیالات غیرنیوتنی

سیالات را می‌توان در یک دیدگاه کلی از دو نظر تقسیم بندی نمود. دیدگاه اول پاسخ سیال در برابر فشارهای وارد به سیال (تنش‌های نرمال) و دیگری نحوه تاثیر پذیری سیال در برابر تنش‌های برشی اعمال شده به سیال می‌باشد. دیدگاه اول، منجر به این تقسیم‌بندی خواهد شد که آیا المان‌های سیال در برابر فشار تغییر حجم می‌دهند یا خیر، که در نتیجه تعاریف تراکم پذیری و تراکم ناپذیری شکل می‌گیرند. دیدگاه دوم که سبب تقسیم بندی دیگری می‌شود، رفتار سیال در مقابل تنش‌های برشی است. چنانچه رفتار سیال به گونه‌ای باشد که رابطه تنش‌های برشی وارد بر سیال با تغییرات نرخ برش، به صورت خطی باشد، آن سیال به عنوان سیال نیوتنی شناخته می‌شود، در غیر این صورت چنانچه رابطه از نوع غیرخطی باشد یا اثرات کشسانی در سیال آشکار شود و یا ویژگی‌های سیال با زمان تغییر کند، آن سیال، در گروه سیالات غیرنیوتنی طبقه بندی می‌شود [Bird et al. ۱۹۸۷].

محدوده سیالات غیر نیوتنی بسیار گسترده است. در محدوده سیالات غیر نیوتنی موجود در طبیعت می‌توان به موارد بسیاری اشاره نمود از جمله شیر درختان و گیاهان، بسیاری از مواد خوراکی، بسیاری از مواد موجود در بدن مانند مخاطها و به ویژه خون که به دلیل ارائه رفتار متفاوت در شرایط مختلف، دست مایه بسیاری از تحقیقات و مطالعات شده است، به گونه ای که علاوه بر اینکه مقالات بسیاری در این زمینه منتشر شده کتب بسیاری نیز در ارتباط با دینامیک خون، بیومکانیک و موارد مشابه با محوریت غیر نیوتنی بودن سیالات و مدلسازی آن‌ها نگاشته شده است [Chen & Barbieri 2013]. در صنعت نیز می‌توان به مباحث پلیمرها، رنگ‌ها و جوهرها،

صنایع دارویی، صنایع غذایی، صنایع آرایشی و صنایع نظامی اشاره نمود که تحلیل و طراحی بهینه هریک، مستلزم شناخت کامل پدیده‌های فیزیکی مرتبط با آن‌ها در شرایط مختلف می‌باشد.

۱-۱-۲- طبقه بندی سیالات غیر نیوتنی

به صورت کلی می‌توان بیان کرد که سیالات غیر نیوتنی، سه دسته مختلف را در بر می‌گیرند. دسته اول، سیالاتی هستند که ویسکوزیته آن‌ها به زمان اعمال نیرو وابسته است و دسته دوم شامل سیالاتی هستند که ویسکوزیته آن‌ها مستقل از زمان اعمال نیرو است و دسته سوم سیالات ویسکوالاستیک هستند. سیال مورد مطالعه در تحقیق حاضر، سیال فوق همرفتی ماکسول می‌باشد که یک نوع سیال ویسکوالاستیک است. حال با توجه به اینکه در پژوهش حاضر خانواده سیالات ویسکوالاستیک مد نظر ما هستند در ادامه به بررسی ویژگی‌های این سیالات می‌پردازیم.

۱-۱-۱-۲- سیالات ویسکوالاستیک

واژه ویسکوالاستیک از ترکیب واژگان ویسکوز و الاستیک تشکیل شده است. ویسکوزیته یا لزجت، خاصیتی از سیال است که نشان دهنده مقاومت سیال در برابر جاری شدن، می‌باشد. از سوی دیگر، الاستیسیته یکی از خواص مواد جامد محسوب می‌شود. در واقع، سیالات ویسکوالاستیک موادی هستند که ویژگی‌های ویسکوز و الاستیک را به صورت توأمان دارا می‌باشند و لذا این مواد دارای خواص همزمان جامد و سیال هستند [Phan-Thien 2002]. سیال ویسکوالاستیک محلولی است که از دو قسمت حلال و پلیمر حل شونده تشکیل می‌شوند، سیال فوق همرفتی ماکسول، که سیال مورد مطالعه ما می‌باشد، نوعی سیال ویسکوالاستیک است که حلال ندارد و فقط قسمت پلیمر حل شونده را دارا است. جریان بسیاری از سیالات در علوم مهندسی، رفتاری ویسکوالاستیک دارند. حل عددی جریان اینگونه سیالات با توجه به پیچیده بودن معادلات حاکم بر آنها، همواره چالش برانگیز بوده است. از جمله کسانی که برای اولین بار رفتار ویسکوالاستیک مواد را مشاهده کرد، ویلیام وبر بود. وی در سال ۱۸۳۵ با انجام آزمایش بر روی الیاف ابریشم مشاهده نمود که این الیاف کاملاً الاستیک نبوده و با اعمال یک کشش در آنها یک تغییر طول فوری مشاهده می‌شود و پس از آن در یک نیروی ثابت، تغییر طول با زمان، ادامه می‌یابد. با حذف

۲-۱-۱-۱-۱-ویژگی‌های سیال ویسکوالاستیک

The diagram illustrates a fluid element of height h in a channel. The velocity profile is linear, with the velocity at the top surface being U . The velocity at any point y is given by $u = Uy/h$. The shear stress at the top surface is $S = F/A$. The normal force is shown acting on the top and bottom surfaces of the fluid element.

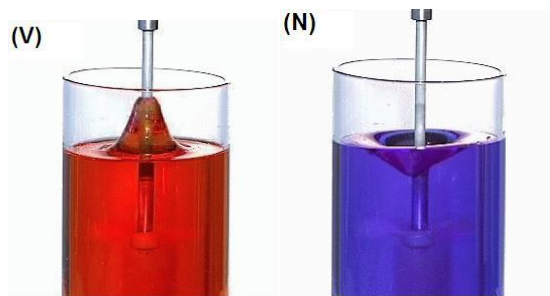
بر خلاف آنچه در شکل (۲-۱) در مورد یک جریان برشی ساده نشان داده می‌شود، در مورد یک سیال ویسکوالاستیک، چنانچه در حین حرکت صفحه بالایی، تنش به طور آنی قطع شود، (نیروی روی صفحه قطع و

10.

صفحه به حال خود، رها گردد)، صفحه بالایی به طور آنی متوقف نمی‌شود بلکه تا حدی به عقب برمی‌گردد. در واقع، بازگشت صفحه بالایی ناشی از خاصیت الاستیک ماده است، اما این بازگشت، نسبت به مواد الاستیک با خواص الاستیک یکسان، کندتر است که این موضوع ناشی از وجود مکانیزم ویسکوز در این مواد است. بر این اساس، ادعا می‌شود که این مواد دارای یک حافظه جهت دار از تغییر شکل‌های خود بوده و از حالت قبلی خود آگاه هستند [Phan-Thien 2002]. یکی از مهم‌ترین تفاوت‌های سیالات ویسکوالاستیک با سایر سیالات، وجود اختلاف تنش‌های نرمال اول و دوم در این مواد است. به عنوان نمونه در جریان کوئت، یک سیال معمولی تنش‌های نرمال همواره ثابت برابر فشار استاتیکی است اما در جریان کوئت یک سیال ویسکوالاستیک، اختلافی بین تنش‌های نرمال مشاهده می‌شود [Huilgol & Phan-Thien 1997]. به طور کلی، جریان برشی این مواد، آرایش و موقعیت مولکول‌ها را تحت تاثیر قرار می‌دهد و کشیدگی و همراستا شدن مولکول‌های طویل پلیمری در راستای خطوط جریان را در پی دارد که این امر سبب خواص غیر ایزوتروپیک در سیال می‌شود. لذا جهت حفظ این انحراف، میدان تنش نیز تحت تاثیر قرار گرفته و اختلاف تنش‌های نرمال پدید می‌آیند [Bird et.al. 1987]. بنابراین می‌توان خلاصه نمود که دارا بودن ویژگی ثابت زمان رهایی از تنش و نیز وجود اختلاف تنش‌های نرمال در سیالات ویسکوالاستیک، سبب بروز رفتارهای عجیب و بعضاً متضاد در این سیالات نسبت به سایر سیالات می‌شود که در ادامه برخی از این رفتارها به اختصار مطرح می‌گردد.

الف- تغییر شکل سطح آزاد یک سیال در حال چرخش

در این قسمت می‌خواهیم تفاوت سطح سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک را در وسط ظرف، هنگامی که به وسیله یک میله چرخان، بهم زده می‌شود، ببینیم.



شکل ۲-۲- اعمال چرخش به دو سیال نیوتنی (N) و ویسکوالاستیک (V) [Phan-Thien 2002].

همان طور که در شکل (۲-۲) مشاهده می‌شود، در سیال نیوتنی، سطح سیال در وسط ظرف، پایین و در نزدیکی دیواره بالا می‌آید. این پدیده ناشی از نیروهای گریز از مرکز بوده و سبب تبدیل سطح آزاد سیال به یک سطح مقعر با تقارن محوری می‌شود. چنانچه این آزمایش به وسیله یک سیال ویسکوالاستیک تکرار شود، سطح جریان، به شکل یک سطح محدب در می‌آید و اصطلاحاً گفته می‌شود که سیال تمایل به بالا رفتن از میله چرخان را دارد. این پدیده ناشی از اختلاف تنش‌های نرمال اول در این مواد است. طبق مطالعات انجام شده، در این آزمایش مقدار

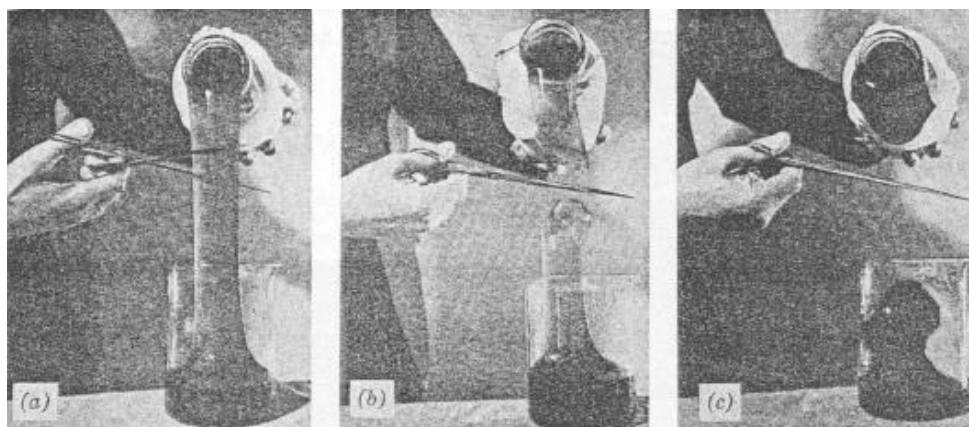
$$\frac{\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}}{r}$$

مقداری غیر صفر و مثبت است که می‌تواند به اثر نیروی گریز از مرکز چیره شود و رفتار متضادی را به

نمایش بگذارد [Huilgol & Phan-Thien 1997].

ب- بازگشت فنری

برای درک بهتر ویژگی بازگشت فنری سیالات ویسکوالاستیک به شکل زیر دقت کنید.



شکل ۳-۲ - بازگشت فنری یک سیال ویسکوالاستیک [Phan-Thien 2002].

همانطور که در شکل (۳-۲) مشخص است اگر یک سیال ویسکوالاستیک در حال خالی شدن از یک ظرف به ظرف دیگری با شد، چنانچه بوسیله یک قیچی جریان قطع شود، قسمتی از سیال که بالای قیچی قرار دارد دوباره به ظرف اول باز می‌گردد. این پدیده ناشی از خواص الاستیک ماده است و اصطلاحاً گفته می‌شود که سیال ویسکوالاستیک دارای حافظه است [Phan-Thien 2002]. موارد دیگری نظیر آماسیدگی جت در این سیالات (متورم شدن در نزدیکی نقطه خروج از سر نازل)، شکل محدب سطح آزاد آب در جریان این سیالات در یک کانال باز شیبدار که نشانه اختلاف تنش‌های نرمال اول و دوم در سیالات ویسکوالاستیک است و همچنین، جریان یافتن سیفونی این سیالات بدون لوله مکش که به علت کشیدگی مولکول‌های طویل پلیمر در امتداد خط جریان می‌باشد، نمونه‌هایی از رفتارهای متفاوت سیالات ویسکوالاستیک می‌باشد.

[Phan-Thien 2002].

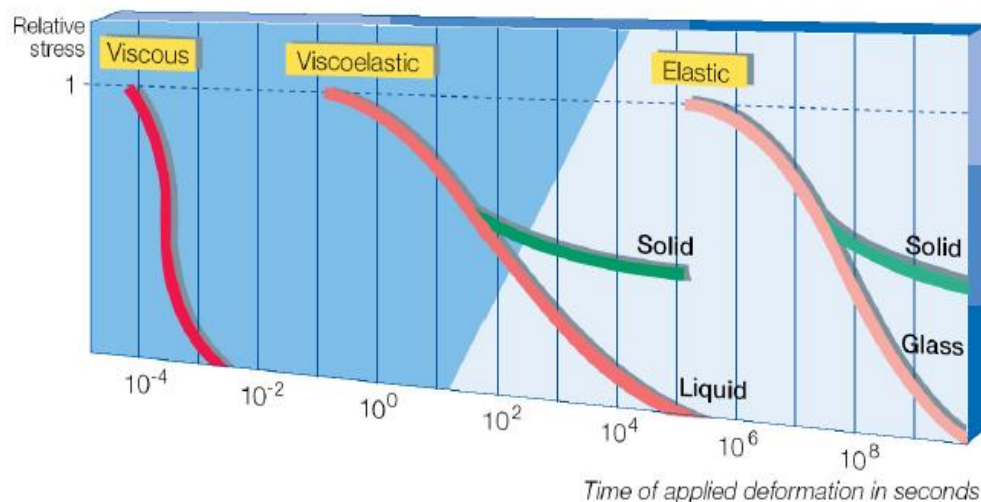
۲-۱-۱-۱-۲ پارامترهای مهم در جریان سیالات ویسکوالاستیک

در تحلیل معادلات سیال ویسکوالاستیک، دو عدد بدون بعد مهم به کار برده می‌شود که در پیش‌بینی رفتار جریان این سیالات و همچنین تعیین میزان ویسکوالاستیسیته ماده اهمیت دارد. پیش از معرفی این اعداد، اصطلاح زمان رهایی از تنش تعریف می‌شود.

زمان رهایی از تنش یک خاصیت هر ماده به شمار می‌آید که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\lambda = \frac{\eta}{G} \quad (۱-۲)$$

که در آن، λ زمان رهایی از تنش، η ویسکوزیته و G مدول صلبیت می باشد [Phan-Thien 2002]. در نمودار شکل ۲-۴ زمان اعمال تغییر شکل در مواد گوناگون تحت بارگذاری های مختلف نشان داده شده است.



شکل ۲-۴- زمان اعمال تغییر شکل در مواد گوناگون تحت بارگذاری های مختلف [Malkin 1994]

با توجه به نمودار فوق، در محور افقی، زمان تغییر شکل مواد و در محور عمودی تنش برشی وارد شده نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۲-۴ مشخص است، به ازای اعمال تنش نسبی معادل ۱، زمان رهایی از تنش یک سیال ویسکوز حدودا $(10^{-2.5} - 10^{-4}) = 0.003062$ ثانیه می باشد. اما در مورد جامدات و مواد الاستیک، زمان رهایی از تنش بسیار بیشتر می باشد، مثلاً در شیشه این زمان، معادل $(10^{10} - 10^5) = 9999900000$ ثانیه به طول می انجامد. در جامدات، ممکن است برای اینکه تنش اعمال شده به صفر برسد، زمانی معادل ماه ها و حتی سال ها طول بکشد در واقع، این مساله از ویژگی های مهم جامدات است که تنش را در خود نگه می دارند، زمان رهایی از تنش در یک جامد ایده آل بی نهایت است. اما مواد ویسکوالاستیک در واقع، حد واسطی بین جامدات و سیالات محسوب می شوند که اگر رفتار دو حالت جامد و مایع را در نظر بگیریم، در مورد مایعات ویسکوالاستیک، این زمان حدود $(10^{6.5} - 10^{-1}) = 316227/7$ ثانیه و در مورد جامدات می تواند بسیار بیشتر از این مقدار باشد.

با توجه به مطالب فوق و نیز فرمول زمان رهایی از تنش، می‌توان اظهار داشت که هرچه ویسکوزیته یک ماده کمتر و مدول صلبیت آن بیشتر باشد، چون زمان رهایی از تنش کمتر می‌شود، آن ماده رفتاری شبیه به رفتار سیال دارد و برعکس. به این ترتیب که با افزایش ویسکوزیته ماده و نیز کاهش مدول صلبیت، رفتار جامد گونه قوی‌تر و زمان رهایی از تنش بیشتر می‌شود. این زمان، برای گازها و مایعات نیوتنی عددی بسیار کوچک (کوچکتر از 10^{-4} تا 10^{-6}) و برای جامدات الاستیک عدد بزرگی (بزرگتر از ۱۰۰ ثانیه) است [Phan-Thien 2002].

عدد دبورا

عدد دبورا بصورت نسبت زمان آسودگی از تنش به زمان مشخصه تعریف می‌شود.

$$De = \frac{\lambda}{t_p} \quad (2-2)$$

که در آن، λ زمان رهایی از تنش، t_p زمان مشخصه می‌باشد. بنابراین برای یک زمان مشخصه معین (یا نسبت مقیاس طولی به مقیاس سرعت معین) عدد دبورا در گازها و مایعات نیوتنی عددی بسیار کوچک و در جامدات الاستیک عدد بسیار بزرگی است [Phan-Thien 2002]

۲-۱-۱-۱-۳- مدل‌های رئولوژی

اینکه در سیالات ویسکوالاستیک چه رابطه‌ای بین تنش و نرخ کرنش برقرار است، موضوع مهمی بود که توسط دانشمندان مختلف مورد بررسی قرار گرفت و منجر به ایجاد معادلات ساختاری^۱ و مدل‌های مختلف رئولوژی گردید.

به‌طور کلی، مدل‌های رئولوژی تبیین‌کننده رابطه‌ی بین تان سور تنش‌های اضافی و تان سور نرخ کرنش برای یک سیال هستند. به عبارتی این مدل‌ها از ترکیب‌های مختلفی از مجموعه‌ای از فنرها و دمپرهای خطی حاصل شده‌اند. از معروفترین نوع این مدل‌ها می‌توان به مدل ماکسول^۲، کلوین-ویت^۳، برگرز^۴ و ماکسول توسعه یافته

^۱Constitutive equation

^۲James Clerk Maxwell

^۳Kelvin-Voigt

^۴Burgers

اشاره نمود. مدل ماکسول، رفتار سیال ویسکوالاستیک را بر اساس یک فنر و دمپر سری و مدل کلین-ویت این رفتار را بر اساس یک فنر و دمپر موازی خطی شبیه سازی می کند. در مدل برگرز از ترکیب یک المان ماکسول با یک المان کلین-ویت به صورت سری استفاده می شود و مدل ماکسول توسعه یافته نیز از طریق موازی کردن تعداد متناهی از المانهای ماکسول به دست می آید [Bird et al. 1987].

هر چند که مدل های ویسکوالاستیک خطی روابط دیفرانسیلی ساده ای را بین تنش و نرخ برش پیش بینی می کنند، اما این مدل ها به دلایلی نظیر رفتار کاملاً غیرخطی محلول های غلیظ، مذاب های پلیمری و سیالات بیولوژیک و همچنین عدم توانایی مدل سازی اختلاف تنش های نرمال و وابستگی توابع رئولوژیک به نرخ برش در مدل های خطی دارای خطای محاسباتی می باشند [Larson 1988]. با این وجود، استفاده از مدل های خطی برای تحلیل تغییر شکل های کوچک مواد ویسکوالاستیک رایج است. همچنین به دلیل پیچیدگی ها و ناپایداری های شدید عددی در مدل های غیر خطی، توصیه می شود که تحلیل جریان، در ابتدا با استفاده از مدل های خطی انجام شود و پاسخ های حاصل از آن به عنوان فرض اولیه در مدل های غیر خطی به کار رود. از جمله مدل های ویسکوالاستیک غیرخطی می توان به خانواده مدل های اولدرویڈ، مدل راینر-ریولین^۲، مدل کریمینال اریکسون فیلی^۳، مدل چهارثابت فان-تین-تنر^۴، مدل سه ثابت گزیکس^۵، مدل دامبل^۶ و مدل کارتیس-برد^۷ اشاره نمود [Bird et al. 1987]. در تحقیق حاضر از خانواده مدل های ماکسول که یکی از اولین و معروف ترین مدل های ویسکوالاستیک است، جهت مدلسازی رفتار سیال فوق همرفتی ماکسول در حین وقوع ضربه قوچ، استفاده شده که در فصل سوم، معادلات ساختاری این مدل، تشریح می گردد.

اگر در طول لوله، به جای یک سیال نیوتنی، یک سیال فوق همرفتی ماکسول جریان داشته باشد و این جریان، بنا به دلایل مختلفی مانند قطع جریان برق، بسته شدن شیر، خرابی پمپ و... متوقف شود، در اثر این توقف

^۱Oldroyd

^۲Reiner-Rivlin

^۳Criminale-Eriksen-Filbey model (CEF model)

^۴Phan-Thien-Tanner model

^۵Giesekus model

^۶Dumbbell model

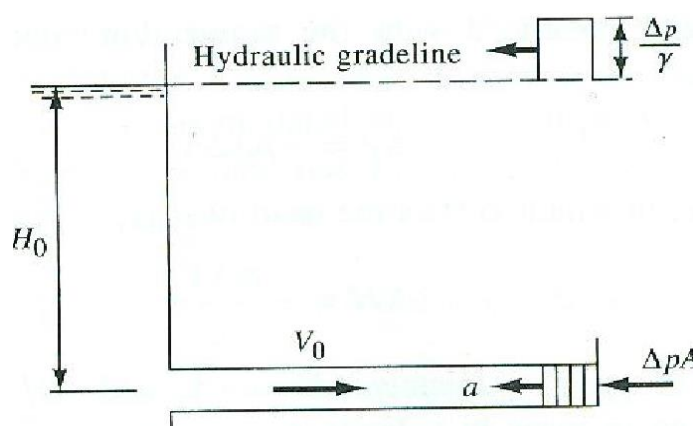
^۷Curtiss-Bird

ناگهانی یک جریان میرای غیردائمی ایجاد می‌شود که در تحقیق حاضر اصطلاحاً "ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول" یا "چکش سیال فوق همرفتی ماکسول" نامیده می‌شود.

حال، که جایگاه سیال فوق همرفتی ماکسول، در بین گروه‌های مختلف سیالات ویسکوالاستیک مشخص شد، به بررسی پدیده ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول می‌پردازیم.

۲-۲- پدیده ضربه قوچ (چکش آبی)

برای توضیح و درک بهتر پدیده ضربه قوچ، این مکانیزم در سیستم مخزن-لوله-شیر بررسی می‌شود. در شکل ۵-۲ نمایی از سیستم شیر، لوله و مخزن مشاهده می‌شود که در اثر بسته شدن ناگهانی شیر، موج فشاری ایجاد شده با سرعتی معادل a به سمت بالادست لوله در حرکت می‌باشد.

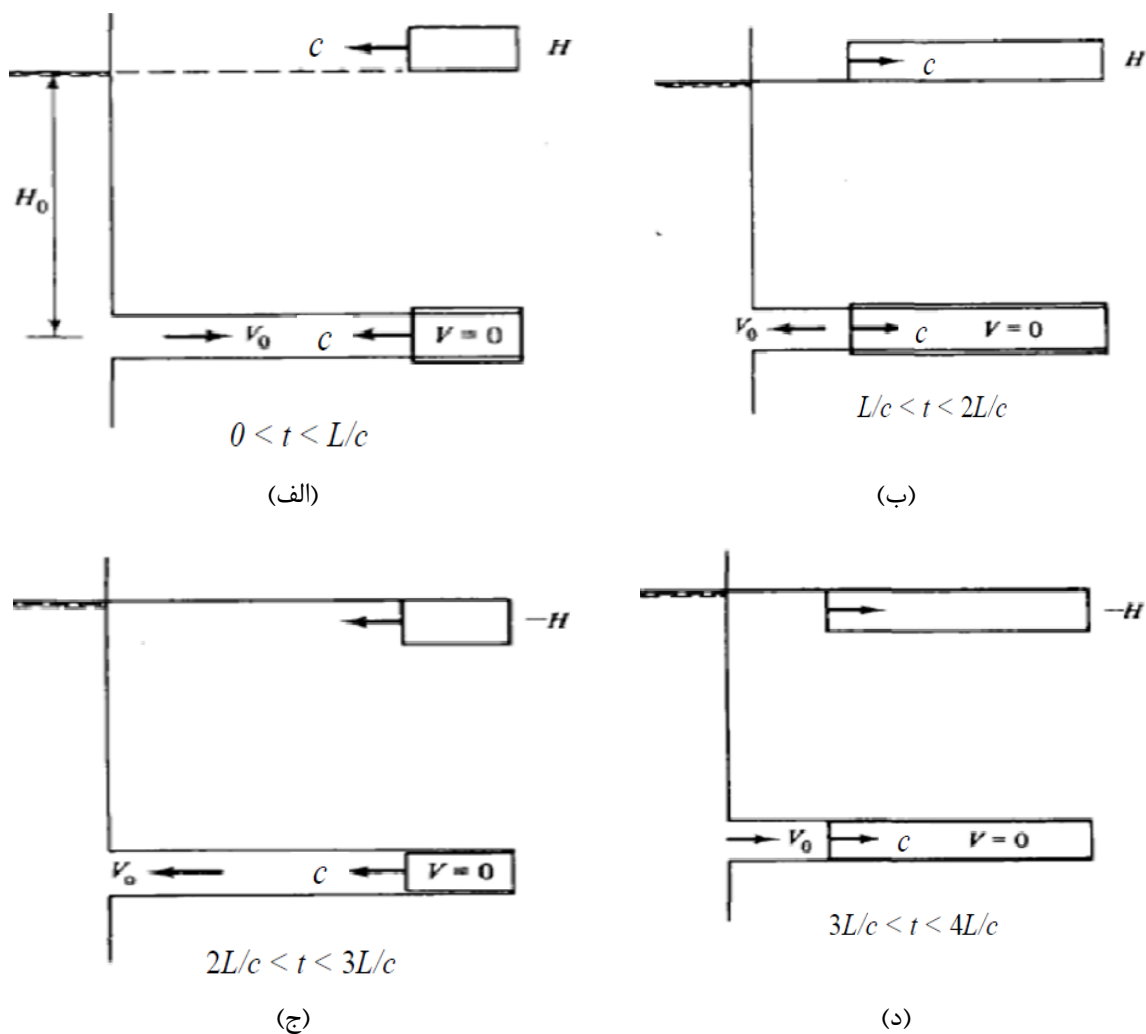


شکل ۵-۲- توقف لحظه‌ای سیال بدون اصطکاک در لوله افقی [Wylie & Streeter 1993]

با توجه به شکل ۵-۲ پس از قطع ناگهانی جریان، پدیده ضربه قوچ در لوله به صورت زیر اتفاق می‌افتد: در توضیحات ذیل و همچنین در کل تحقیق، سرعت موج فشاری با c نمایش داده می‌شود.

ابتدا سیال در لوله با سرعت اولیه مشخص، در حالت ماندگار در جریان است. ناگهان در لحظه $t = 0$ شیر واقع در پایین دست، بسته می‌شود. بنابراین، سرعت در پشت شیر، برابر با صفر خواهد شد. بر اساس رابطه برنولی، در این لحظه، فشار در پشت شیر به اندازه ارتفاع، افزایش می‌یابد. این افزایش فشار، باعث انبساط لوله می‌شود. اما از آنجایی که هنوز از بالادست، سیال با سرعت اولیه مشخص، به سمت شیر در جریان است، لایه‌های سیال، یکی

پس از دیگری متراکم شده و این موج فشار با سرعت c به سمت بالادست، منتقل و در لحظه $t = \frac{L}{c}$ به مخزن خواهد رسید.



شکل ۶-۲- مراحل رخداد ضربه قوچ [Wylie & Streeter, 1993]

در شکل ۶-۲- الف، تمام سیال موجود در لوله تحت ارتفاع اضافی H قرار گرفته است. در این لحظه، به دلیل عدم توانایی موج فشار در تغییر ارتفاع مخزن، شرایط نامتوازنی رخ خواهد داد. این امر، باعث می شود، تا جریان معکوسی در لوله با همان سرعت اولیه شکل گیرد تا وضعیت جریان را به حالت قبل برگرداند. موج کاهش فشار، در لحظه

$t = \frac{2L}{c}$ به شیر خواهد رسید (شکل ۲-۶-ب). پس از رسیدن موج کاهش فشار به شیر، از آنجایی که شیر بسته است و جریانی در آن، شکل نمی‌گیرد، فشار در این لحظه در این محل به $-H$ خواهد رسید. این کاهش فشار، باعث انقباض لوله می‌شود. نتیجه شرایط نامتوازن این است که موج فشار منفی با سرعت c به سمت بالادست حرکت خواهد کرد و در لحظه $t = \frac{3L}{c}$ به مخزن خواهد رسید (شکل ۲-۶-ج). در این لحظه، چنانچه فشار درون لوله از فشار بخار کمتر شود، سیال، تبخیر و پدیده کاویتاسیون و جدایی ستون مایع، رخ خواهد داد. پس از رسیدن موج فشار منفی به مخزن، دوباره شرایط نامتوازی ایجاد خواهد شد و سیال درون لوله با همان سرعت اولیه به سمت جلو جاری می‌شود. همزمان با انتشار موج به پایین دست با سرعت c ، لوله و جریان سیال به شرایط عادی برمی‌گردند. زمانی که موج به شیر می‌رسد، $t = \frac{4L}{c}$ شرایط، دقیقاً همانند زمان بسته شدن شیر است. (شکل ۲-۶-د). این فرایند هر $t = \frac{4L}{c}$ ثانیه تکرار می‌شود [Wylie & Streeter 1993].

۲-۳- تاریخچه مطالعات جریان‌های میرا

هیدرولیک جریان‌های میرا برای اولین بار توسط نیوتن^۱ و لاگرانژ^۲ در قرن ۱۷ با تحقیق درباره نحوه انتشار امواج صوتی در هوا و انتشار امواج در آب‌های کم‌عمق، مورد مطالعه قرار گرفت. بعدها در سال ۱۸۶۶، وبر^۳ به مطالعه جریان سیال غیر قابل تراکم در لوله‌های کشسان پرداخت و آزمایشاتی جهت تعیین سرعت امواج فشاری انجام داد. همچنین او معادلات پیوستگی و اندازه حرکت را که اساس مطالعات جریان‌های غیرماندگار به شمار می‌روند را ارائه نمود. در ۱۸۷۸، کورت وگ^۴؛ سرعت موج را با توجه به کشسان بودن جداره لوله و کشسانی سیال ارائه [Korteweg 1878]. گرومیکا^۵ در بررسی سرعت انتشار امواج ضربه قوچ در لوله‌های الاستیک، برای اولین بار افتهای اصطکاکی را به هنگام تحلیل ضربه قوچ مد نظر قرار داد. او فرض کرد که سیال، غیر قابل تراکم است و

Newton
Lagrange
Weber
Korteweg
Gromeka

افت‌های اصطکاکی با سرعت، رابطه مستقیم دارند [Gromeka 1883]. به طور کل، در خلال ربع اول قرن بیستم، بیشتر مطالعات انجام شده در زمینه ضربه قوچ، درقاره اروپا بوده است. ژوکووسکی قانون محاسبه مقدار فشار در اثر بستن آنی شیر را برای سیستم ساده شیر لوله مخزن به دست آورد. این قانون، بیان می‌دارد که میزان افزایش فشار در اثر بستن آنی شیر از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$\Delta H = \frac{cV_0}{g} \quad (3-2)$$

که در این رابطه، c : سرعت انتشار موج صوت در سیال، V_0 : سرعت اولیه سیال در لوله و g : شتاب جاذبه زمین می‌باشد. ژوکوفسکی بر اساس مطالعات نظری و آزمایشگاهی که انجام داد، گزارشی در مورد تئوری اساسی ضربه قوچ منتشر نمود همچنین او با استفاده از معادلات پیوستگی و اندازه حرکت، رابطه ای ما بین کاهش سرعت و افزایش فشار ناشی از آن به دست آورد [Joukowski 1898]. آلیوی^۱ در سال‌های ۱۹۰۳ تا ۱۹۱۳ تحلیل‌های دقیق تئوری ارائه نمود که پایه‌ای برای تئوری‌های مدرن قرار گرفت. در مدل‌های کلاسیک و معمول روابط ضربه قوچ، جهت مدلسازی عبارت اصطکاک، معمولاً در الگوریتم‌های استاندارد حل معادلات، از مقادیر ماندگار و شبه ماندگار ضریب اصطکاک استفاده می‌شود. این فرضیات، زمانی نتایج قابل قبول خواهند داشت که تغییرات جریان، اندک باشد که در این حالات، تنش‌های برشی دیوار رفتاری شبه استاتیکی از خود، بروز می‌دهند، وی در همان سال‌ها، تئوری عمومی ضربه قوچ خود را منتشر نمود، معادله اندازه حرکتی که او به دست آورد، از آنچه کورت‌برگ به دست آورده بود، دقت بیشتری داشت [Allievi 1913]. استریتر^۲ و لای^۳ در ۱۹۶۳ در مقاله ای مشترک برای نخستین بار، روش مشخصه را در تحلیل جریان میرا با استفاده از کامپیوتر، تعمیم دادند [Streeter & Lai 1963]. در ۱۹۶۶، رویس^۴ برای اولین بار روش بسته شدن بهینه شیر را با مطالعه بر روی مراحل بسته شدن شیرهای توربین هیدرولیکی ارائه نمود [Ruus 1966]. از بارزترین تحقیقات انجام شده در زمینه اصطکاک غیر ماندگار

^۱Allievi

^۲Streeter

^۳Lai

^۴Ruus

می‌توان به مقاله تحلیلی زیلیک^۱ اشاره نمود [Zielke 1968]. وی در این تحقیق برای جریان‌های غیر ماندگار لایه‌ای در حالت تک بعدی روابطی تحلیلی به دست آورد که همچنان به عنوان مرجع برای مقایسه دیگر مسائل مشابه به کار می‌رود. یکی از مشکلات استفاده از این مدل، پیچیده بودن آن و نیاز به محاسبات قابل ملاحظه کامپیوتری است. در حقیقت به علت وابسته بودن اصطکاک غیرماندگار به تاریخچه سرعت از شروع حالت غیر-ماندگاری، لازم است که محاسبات، برای همه گام‌های زمانی تکرار گردد، به همین سبب، نیاز به پردازش قابل توجهی می‌باشد و استفاده از آن را در کاربردهای مهندسی تا حد زیادی محدود می‌نماید. از آن پس، مطالعات متعددی با محوریت پدیده ضربه قوچ توسط پژوهشگران انجام گرفت که از این میان، می‌توان به مواردی نظیر بررسی اثرات اصطکاک غیرماندگار در طول لوله و مدلسازی شبه دو بعدی معادلات حاکم، تاثیر جنس لوله و نیز تکیه‌گاه‌ها بر میرایی جریان انتقالی، اثرات وجود روزنه در لوله و نشت جریان، بررسی کاویتاسیون و امکان جدایی ستون سیال در طی وقوع این پدیده اشاره نمود که وجه اشتراک همه مطالعات فوق، جریان داشتن سیال نیوتنی آب درون لوله و مدلسازی پدیده ضربه قوچ (چکش آبی) در حالات مختلف آن می‌باشد و حال آنکه فرض اصلی در تحقیق حاضر، برقراری یک سیال غیرنیوتنی در لوله از نوع سیال فوق همرفتی ماکسول و مشاهده رفتار موج فشاری در طی رخداد پدیده ضربه قوچ در لوله می‌باشد. جستجوهای صورت گرفته در این خصوص، نشان می‌دهد که بررسی این موضوع، تنها به دو مطالعه محدود می‌شود که در آنها اثرات سیال غیرنیوتنی در طول پدیده ضربه قوچ به صورت کلی بررسی شده است. وهبا در مطالعه خود، از یک سیال غیر نیوتنی از نوع قانون توانی در لوله استفاده نمود و تاثیر بسته شدن ناگهانی شیر را بر تاریخچه فشار و پروفیل سرعت در نقاط پشت شیر و نقطه وسط لوله بررسی نمود و این پدیده را به جای چکش آبی، چکش سیال غیرنیوتنی نامید. مقاله او با این جمله آغاز می‌شود: "هدف از این مطالعه، ساخت پلی بر شکاف بین تئوری چکش آبی و مکانیک سیالات غیر نیوتنی است." وهبا از روش عددی تفاضل محدود شبه دوبعدی برای تحلیل نتایج استفاده نمود. بدین ترتیب که برای عبارتهای مکانی از تفاضل مرکزی مرتبه دوم و برای انتگرالگیری زمانی از رانج کوتای مرتبه چهارم استفاده نمود و نتیجه

گرفت که جریان غیر ماندگار لایه‌ای به شدت تحت تاثیر اثرات غیرنیوتنی سیال، شامل رفتار نازک شدگی برش و ضخیم شدن برش، قرار می‌گیرد [Wahba 2013]. همزمان با وهبا، مجد در رساله دکتری خود با دو روش عددی به مدلسازی جریان غیر دائمی حاوی سیال غیرنیوتنی پرداخت. در روش اول برای محاسبه انتگرالگیری زمانی از روش انتگرالگیری رانج کوتای مرتبه چهارم و در روش دوم، از روش خطوط مشخصه دو بعدی استفاده نمود و پس از راستی‌آزمایی نتایج حاصل از روش‌های عددی فوق با نتایج آزمایشگاهی موجود، نتیجه گرفت که به کارگیری سیال غیرنیوتنی تاثیرات قابل توجهی در تغییرات تاریخچه زمانی فشار و همچنین توزیع پروفیل سرعت سیال می‌گذارد، از آن جمله می‌توان به اثر افزایش فشار و لاین پکینگ در اثر افزایش نازک شدگی برش اشاره نمود [مجد ۱۳۹۴]. نوروزی در رساله دکتری خود، سیال ویسکوالاستیک را در سیستم شیر-لوله و مخزن به کار گرفت. او سیال درون لوله را از خانواده مدل اولدروید در نظر گرفت و برای گسسته سازی معادلات از روش عددی تفاضل محدود لاکس فردریشک استفاده کرد و نتیجه گرفت با به کارگیری یک سیال ویسکوالاستیک در مقایسه با سیال نیوتنی اثرات لاین پکینگ در پشت شیر، با وضوح بیشتری مشاهده می‌گردد و همچنین، پیک نوسانات موج فشاری، در مقایسه با جریان سیالات نیوتنی کمی بیشتر و زمان میرایی جریان کندتر می‌شود [نوروزی ۱۳۹۲].

تحقیقات صورت گرفته نشان می‌دهد که تاکنون به کارگیری سیال فوق همرفتی ماکسول و بررسی عملکرد موج فشاری آن در اثر بسته شدن ناگهانی شیر در سیستم شیر-لوله و مخزن در آثار هیچ یک از محققین مشاهده نشده است. با توجه به کاربرد وسیع این گروه از سیالات غیرنیوتنی در صنعت، داروسازی، پلیمر و... بررسی این موضوع که ممکن است در اثر قطع ناگهانی جریان برق، خرابی پمپ و یا وقوع هر اتفاق پیش بینی نشده دیگری که می‌تواند منجر به توقف ناگهانی جریان سیال شود، ضروری به نظر می‌رسد.

۲-۴- تاریخچه مطالعات اندرکنش سیال - سازه

با توجه به اینکه رخداد پدیده ضربه قوچ، به‌طور معمول، ارتعاش جداره لوله را در پی دارد و در ابعاد وسیع ممکن است، منجر به آسیب‌های جدی به سیستم لوله شود، بررسی این مساله نیز در کنار مدلسازی این پدیده، همواره مورد توجه بوده است. مطالعات اندرکنش سیال - سازه از نیمه دوم قرن نوزدهم آغاز و به دلیل ابعاد گسترده آن،

تاکنون نیز ادامه دارد. از مهم‌ترین مطالعات انجام گرفته در این خصوص، می‌توان به لوویج^۱ و تاییسلینگ^۲ اشاره نمود که تداخل سیال و لوله را با به‌کار بردن تئوری ضربه قوچ برای سیال و تئوری خمش تیموشنکو برای المان لوله مدل کردند و یک فرایند مرکب از روش مشخصه MOC و اجزای محدود FEM ارائه نمودند. آنها در این مطالعه معادلات هیدرولیکی را با روش MOC و معادلات لرزه‌ای سازه را با روش FEM تحلیل نمودند [Laavooij & Tijsseling 1990] برگانت^۳ و تاییسلینگ مقاله‌ای با استفاده از روش مشخصه MOC برای حل معادلات هیدرولیکی و سازه‌ای، تداخل سیال و سازه را به صورت کوپله در نظر گرفتند و پارامترهای موثر در میرایی موج ضربه قوچ را مورد بررسی قرار دادند. آنها در این مقاله اثرات اصطکاک غیرماندگار، کاویتاسیون و تداخل سیال و سازه‌ی لوله را بررسی و تأثیر هر پارامتر را بر کل سیستم با حل چند مثال مورد ارزیابی قرار دادند. این روش به دلیل اینکه در پاره‌ای از مسائل، نیاز به درونیابی عددی دارد، دارای خطا است [Bergant & Tijsseling 2001]

در سال ۲۰۰۳، تاییسلینگ در مقاله‌ای دیگر با ارائه حل دقیق برای سیستم چهار معادله‌ای ارتعاش محوری لوله سیال، روشی جهت دقت بخشیدن به حل فوق‌الذکر ارائه کرده است [Tijsseling 2003]. همزمان با کار تاییسلینگ، مقاله مهم دیگری نیز توسط لی و همکاران ارائه شد که تنها در روش حل معادلات تفکیک یافته با مقاله تاییسلینگ تفاوت دارد. به این ترتیب که در مقاله آنها به‌جای استفاده از روش خطوط مشخصه از روشی بر پایه حل دالامبر در معادلات موج استفاده شد [Li et al. ۲۰۰۳]. یانگ و همکاران نیز در تحقیق مشابهی با استفاده از روش ماتریس انتقال، حل تحلیلی برای معادلات تداخلی سیال-سازه در لوله ارائه دادند و نتیجه گرفتند که در مورد مطالعاتی آنها، اثر تداخلی اتصال نسبت به اثر تداخلی پواسون بسیار مهم‌تر است [Yang et al. 2004]. تاییسلینگ و واردی در سال ۲۰۰۸، مطالعه جامعی را انجام دادند که در آن اطلاعات مفیدی در زمینه فرکانس

^۱Laavooij

^۲Tijsseling

^۳Bergant

اصلی ضربه قوچ، فرکانس اصلی امواج تنش و اهمیت نوع تکیه گاه‌ها در رفتار دینامیکی سیستم‌های لوله می‌باشد [Tijsseling & Vardy 2008]. احمدی و کرامت با ارائه مقاله‌ای در سال ۲۰۱۰، به بررسی اثرات انواع مختلف کوپله اتصال در پدیده ضربه قوچ پرداختند. آن‌ها در این مقاله، روابط شرایط مرزی مورد نیاز جهت مدلسازی کوپله اتصال در حالات مختلف، مانند پمپ‌ها، شاخه‌ها و شیرهایی که امکان جابه‌جایی داشتند را برای حل معادلات هیدرولیکی و سازه‌ای با استفاده از روش MOC-FEM ارائه نمودند [Ahmadi & Keramat 2010]. استامیر در ۲۰۱۸ در مقاله‌ای به مدلسازی ضربه قوچ و اثرات اندرکنش ناشی از آن با تکیه گاه‌های ویسکوالاستیکی پرداخت. او یک مدل ۴ معادله‌ای برای FSI ارائه داد. مدلسازی عددی او ابتدا برای یک خط لوله انجام و با نتایج آزمایشگاهی مورد راستی‌آزمایی قرار گرفت که همپوشانی مطلوبی حاصل گردید و سپس مدلسازی برای یک خط لوله متصل به کف با تکیه‌گاه‌های ویسکوالاستیک انجام گردید و مشخص شد که تاثیر ویسکوالاستیک تکیه گاه‌ها به دلیل جذب انرژی، می‌تواند دامنه نوسانات موج فشاری ناشی از ضربه قوچ را تا حد زیادی کاهش دهد [Sławomir 2018].

نوروزی در رساله دکتری خود به بررسی اندرکنش سیال-سازه ناشی از ضربه قوچ با در نظر گرفتن لوله حاوی سیال ویسکوالاستیک پرداخت. او از معادلات ساختاری مدل اولدروید در مدلسازی جریان غیردائمی سیال ویسکوالاستیک استفاده کرد و روش عددی تفاضل محدود لاکس فردریشک را جهت گسسته سازی معادلات به کار گرفت. نتایج مدلسازی ضربه قوچ سیال ویسکوالاستیک نشان داد که در این گروه سیالات، اثرات لاین پکینگ در پشت شیر، با وضوح بیشتری مشاهده می‌گردد و همچنین، پیک نوسانات موج فشاری، در مقایسه با جریان سیالات نیوتنی کمی بیشتر و زمان میرایی جریان کندتر می‌شود و در مقایسه اثرات کوپله برهمکنش سیال ویسکوالاستیک-سازه در طی رخداد ضربه قوچ، او به این نتیجه دست یافت که کوپله ترکیبی اتصال و پواسون و پس از آن، کوپله اتصال بیشترین تاثیر و کوپله پواسون نیز کمترین تاثیر را بر ارتفاع موج فشاری دارند [نوروزی ۱۳۹۲].

سوابق مطالعاتی اندر کنش سیال- سازه حاکی از این است که تاکنون ارتعاش لوله ناشی از کوپلینگ‌های مختلف طی رخداد پدیده ضربه قوچ در شرایطی که به جای آب، یک سیال فوق همرفتی ماکسول در لوله در جریان است، مورد بررسی قرار نگرفته است. برای نخستین بار در تحقیق حاضر، در فصل چهارم به مبحث اثر تداخلی سیال فوق همرفتی ماکسول-سازه پرداخته می‌شود و معادلات سازه‌ای و هیدرولیکی به همراه شرایط مرزی در کوپله‌های اتصال و پواسون معرفی و سپس نتایج بدست آمده مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

فصل سوم

معادلات حاکم و مدل سازی عددی ضربه قوچ سیال

فوق همرفتی ماکسول

- معادلات کلی حاکم بر ضربه قوچ
- مدل ماکسول
- معادلات اصلی حاکم بر ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول
- روش عددی LXF
- بی بعد سازی معادلات
- مدل سازی عددی
- بررسی تاثیر اعداد بی بعد بر پارامتر های ضربه قوچ

این فصل به معادلات حاکم بر ضربه قوچ در لوله حاوی سیال فوق همرفتی ماکسول و محاسبات و تحلیل نتایج ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول اختصاص داده شده است. در ابتدا، معادلات حاکم بر ضربه قوچ در حالت کلی اثبات و بازنویسی می‌شود، و سپس برای تکمیل معادلات تنش، مدل ماکسول، معرفی می‌گردد و پس از انجام مراحل محاسبه و جایگزینی معادلات، با استفاده از قوانین تانسورها و مفاهیم هیدرودینامیکی، معادلات اصلی ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول تشریح می‌گردد. در ادامه، روش عددی به کار برده شده جهت مدلسازی مساله شرح داده می‌شود، و سپس، مراحل بی‌بعد سازی معادلات، انجام شده و اعداد بی‌بعد موثر بر این نوع جریان میرا معرفی می‌گردد و در انتها، ضمن تحلیل نتایج به دست آمده، تاثیر هر یک از این اعداد، بر تاریخچه فشاری بررسی می‌شود.

۳-۱- معادلات کلی حاکم بر ضربه قوچ

برای استحصال روابط حاکم بر جریان میرا به گونه ای که بتوان با آن رفتار سیال غیر نیوتنی فوق همرفتی ماکسول را مدلسازی نمود، لازم است، معادلات حاکم از ابتدا بازنویسی شوند. معادلات پایه و اساسی حاکم بر ضربه قوچ، همان معادلات پایستار پیوستگی و مومنتوم می‌باشند. علاوه بر آن، از روابط دیگری همچون معادله ی حالت استفاده خواهد شد که هر کدام در جای خود تعریف می‌شوند. در محاسبه روابط از سیستم مختصات استوانه‌ای استفاده می‌شود. در این بخش، ابتدا معادلات پایه پیوستگی و مومنتوم در دستگاه مختصات استوانه‌ای ارائه خواهند شد، سپس با بیان فرضیات مسئله و تبدیلات و جایگزین‌های لازم، به تشریح روند استحصال معادلات پرداخته می‌شود. قابل ذکر است در این مرحله فرض تراکم‌پذیری برای سیال برقرار خواهد بود.

۳-۱-۱ معادله پیوستگی

اصل بقای جرم که معادله ی پیوستگی نیز نامیده می‌شود، از مباحث ابتدایی مکانیک محیط‌های پیوسته بوده که بیان می‌دارد که اگر حجم کوچکی از ماده را در امتداد حرکتش پی بگیریم، جرم مخصوص و حجم آن ممکن است تغییر کند، اما حاصل ضرب آنها که بیانگر جرم ماده است، مقداری ثابت خواهد بود که به صورت رابطه زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{D}{Dt}(\rho d\forall) = 0 \quad (1-3)$$

که ρ نمایانگر جرم مخصوص ماده و $\forall$ حجم ماده می باشد. فرم نمادین معادله پیوستگی به صورت زیر تعریف می شود [Bird et al. 2002]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0 \quad (2-3)$$

که در رابطه فوق، $\mathbf{v}$ بیانگر بردار سرعت است. اپراتور $\nabla \cdot \rho \mathbf{v}$ در سیستم مختصات استوانه ای به صورت زیر تعریف می شود [Bird et al. 2002]:

$$\nabla \cdot \rho \mathbf{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) \quad (3-3)$$

با جایگزینی رابطه (3-3) در رابطه (3-2) و تعمیم آن، معادله پیوستگی به شکل زیر تعریف می شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad (4-3)$$

در این رابطه، $\mathbf{v}$ نمایانگر سرعت، t متغیر زمان و r, θ, Z مولفه های محورهای مختصات در دستگاه مختصات استوانه ای هستند [Bird et al. 2002]. با توجه به فرض تقارن محوری در طول لوله، می توان از مقادیر زاویه و تغییرات زاویه ای صرف نظر نمود. با حذف عبارت های مربوط به سرعت زاویه ای معادله پیوستگی به شکل زیر ساده خواهد شد:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad (5-3)$$

که در رابطه فوق، v_r سرعت شعاعی و v_z سرعت محوری جریان داخل لوله می باشند.

از آنجا که محاسبات در شبکه‌ی لوله‌ها غالباً بر حسب مقادیر فشار یا ارتفاع لوله انجام می‌گیرد، لذا در مرحله بعدی می‌بایست مقادیر چگالی و تغییرات آن، با متغیر فشار جایگزین شود. جهت برقراری رابطه بین متغیر چگالی سیال و فشار سیال از معادله‌ی حالت استفاده می‌شود [Keramat et al. 2013].

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial p_f} = \frac{\rho_f}{E_f} \quad (۳-۶)$$

اندیس f نمایانگر سیال می‌باشد که معمولاً در معادلات کلی نوشته نمی‌شود اما در تعاریف جزئی پارامترها به جهت تمایز بین مشخصات سیالی و سازه‌ای بهتر است لحاظ گردد. چنانچه شرایط هم‌دمایی برقرار باشد، چگالی و مدول حجمی در سمت راست معادله را می‌توان با یک مقدار ثابت تخمین زد. در نتیجه بین فشار و چگالی رابطه‌ی خطی برقرار خواهد شد. البته این فرض، زمانی صادق خواهد بود که مقدار مدول حجمی بسیار بزرگتر از فشار سیال باشد ($p \ll E_f$) که در زمینه‌های مورد بحث تحقیق حاضر، این فرض صادق است.

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \xrightarrow{\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{\rho}{E}} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\rho}{E} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \\ \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \xrightarrow{\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{\rho}{E}} \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\rho}{E} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \end{cases} \quad (۳-۷)$$

با انجام عملیات جبری، معادله پیوستگی در حالت کلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{1}{E} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{v_r}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} + v_z \frac{1}{E} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (۳-۸)$$

در رابطه فوق، می‌توان از عبارت‌های همرفتی غیرخطی به علت کوچکی صرف‌نظر نمود [Wahba 2013].

$$\frac{1}{E} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (۳-۹)$$

اگر معادله‌ی نیوتن-لاپلاس به صورت تقریبی زیر در نظر گرفته شود [Keramat et al. 2013]:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \rightarrow \frac{1}{c^2} = \frac{\rho}{E} \quad (۳-۱۰)$$

که در آن، ρ و E جرم مخصوص و مدول حجمی سیال هستند و ℓ معادل سرعت صوت در سیال بی کرانه است که فرمول کامل آن در بخش بعد، معرفی می شود. با جایگزین کردن سرعت صوت در رابطه (۳-۹)، شکل کلی معادله پیوستگی استخراج می شود:

$$\frac{1}{\rho c^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (۳-۱۱)$$

با جایگزین کردن رابطه $p = \rho gh$ معادله پیوستگی را می توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (۳-۱۲)$$

چنانچه بررسی اثرات اندرکنش سیال سازه مدنظر باشد، می بایست مولفه های سرعت شعاعی بررسی شوند، اما در این بخش، به دلیل اینکه هدف اولیه، استحصال معادله پیوستگی حاکم بر ضربه قوچ است و نه بررسی اثرات اندرکنش، (فصل چهارم به این مبحث اختصاص داده می شود)، می توان از سرعت شعاعی صرف نظر نمود، بنابراین معادله کلی پیوستگی در مدلسازی ضربه قوچ، به صورت زیر ساده سازی می شود:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (۳-۱۳)$$

که در رابطه فوق، h ارتفاع موج فشاری، v_z سرعت در راستای محور لوله، t زمان، g شتاب گرانش و c سرعت موج فشاری ناشی از بسته شدن ناگهانی شیر می باشد که در بخش ذیل، معرفی می گردد.

۳-۱-۱-۲- معادله کامل سرعت موج در جریان های انتقالی

رابطه سرعت موج که در معادله پیوستگی استفاده می شود، به صورت کامل تر که در برگیرنده اثرات تراکم پذیری سیال و انعطاف پذیری جداره لوله است، به صورت زیر تعریف می شود:

$$\frac{1}{c^2} = \frac{d\rho_f}{dp} + \frac{\rho_f}{A} \frac{dA}{dp} \quad (۳-۱۴)$$

عبارت اول در سمت راست رابطه، نشان دهنده تاثیر پذیری سرعت موج از تراکم پذیری سیال و عبارت دوم، اثر نرمی جداره لوله می باشد. با حذف هر کدام از این دو عبارت می توان به ترتیب، سرعت موج در سیال تراکم ناپذیر

و سرعت موج در جداره لوله صلب را محاسبه نمود. با استفاده از فرضیات تئوری الاستیسیته و در نظر گرفتن کرنش محوری لوله، معادله کامل سرعت موج در جریان‌های انتقالی را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت [Wylie & Streeter 1993].

$$c^2 = \frac{\frac{E_f}{\rho_f}}{1 + k \frac{E_f D}{e E_p}} \quad (3-15)$$

در رابطه فوق که در فصل چهارم، به طور کامل، اثبات می‌شود، E_f مدول حجمی سیال، ρ_f جرم مخصوص سیال، E_p مدول یانگ مصالح لوله، e ضخامت لوله و D قطر لوله می‌باشد. k ثابتی است که به صورت تابعی از نسبت پواسون مصالح لوله ν_p تعریف می‌شود [Wahba 2013].

جدول ۳-۱- تغییرات ثابت k با نسبت پواسون مصالح لوله [Wahba 2013]		
$1 - \frac{\nu_p}{2}$	لوله فقط در انتهای بالادست مقید شود. ^۱	
$1 - \nu_p^2$	لوله از حرکت محوری باز داشته شود. ^۲	k
1	لوله با اتصالات انبساطی ^۳	

۳-۱-۲ معادله مومنتوم

فرم نمادین معادلات دیفرانسیل حرکت^۴ برای یک ذره که به معادله مومنتوم موسوم است، به صورت زیر تعریف می‌شود. فرض اساسی جهت به دست آوردن این معادلات، استفاده از قانون دوم نیوتن^۵ می‌باشد [Bird et al. ۲۰۰۲].

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} + \nabla p + [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] - \rho \mathbf{g} = 0 \quad (3-16)$$

^۱Pipe restrained at upstream end only

^۲Pipe restrained from axial movement

^۳Pipe with expansion joints

^۴Differential equations of motion

^۵Newton's law

جهت تعمیم معادله مومنتوم در راستای محور لوله، ابتدا باید تعاریف عملگرهای برداری معادله فوق در امتداد محور لوله در نظر گرفته شود [Bird et al. 2002]:

$$\begin{cases} \left[\frac{D\mathbf{v}}{Dt} \right]_z = \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ [\nabla p]_z = \frac{\partial p}{\partial z} \\ [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}]_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \end{cases} \quad (۱۷-۳)$$

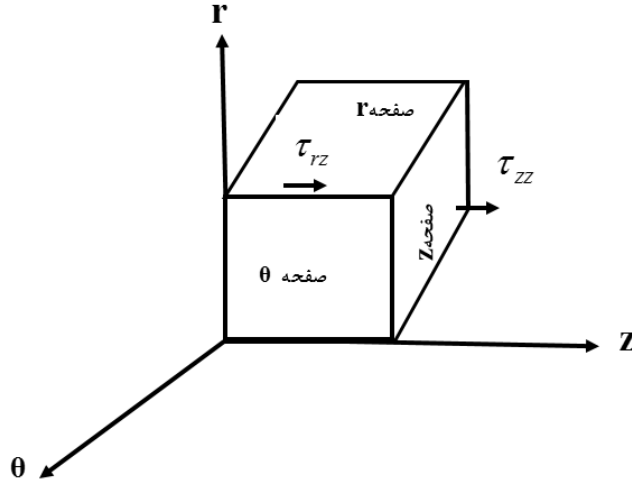
با جایگزینی تعاریف فوق، در رابطه (۱۶-۳) معادله مومنتوم محوری حاصل می‌شود:

$$\rho \left[\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] + \frac{\partial p}{\partial z} + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right] - \rho g_z = 0 \quad (۱۸-۳)$$

با صرفنظر از عبارت‌های همرفتی سرعت به دلیل کوچکی [Wahba 2013] و اعمال فرض تقارن محوری در لوله که منجر به حذف مقادیر زاویه‌ای و تغییرات آن می‌شود، رابطه به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right] - \rho g \sin \theta = 0 \quad (۱۹-۳)$$

که در آن، θ زاویه بین محور لوله و یک صفحه افقی، τ_{rz} میزان تنش وارد بر صفحه r در جهت z و τ_{zz} میزان تنش وارد بر صفحه z در جهت z می‌باشد. یادآوری می‌شود که در هیدرودینامیک، نام هر صفحه از روی نام محوری که به طور متعامد با آن، قرار گرفته انتخاب می‌شود. بنابراین تعریف، صفحه r صفحه‌ای است که محور r عمود بر آن و صفحه z صفحه‌ای است که محور z عمود بر آن واقع شده باشد که در شکل ۱-۳، نمای کلی این صفحات و تنش‌های برشی وارد بر آنها برای یک المان مکعبی در دستگاه مختصات استوانه‌ای، نشان داده می‌شود.



شکل ۳-۱- شماتیک تنش‌های برشی وارد بر وجوه المانی از جریان

بیشترین میزان تنش‌های برشی ناشی از رخداد پدیده ضربه قوچ را تنش‌های برشی وارد بر جداره لوله تشکیل می‌دهد که با توجه به شکل τ_{rz} می‌باشد، به همین دلیل، در همه تحلیل‌های جریان میرای ضربه قوچ، فقط از این تنش، به عنوان تنش مستهلک کننده جریان، در اثر بسته شدن ناگهانی شیر در طول لوله یاد می‌شود و از τ_{zz} صرف نظر می‌شود [Wahba 2013] که از دقت مناسبی نیز برخوردار است. بنابراین، معادله مومنتوم محوری کاربردی در اینگونه مسائل، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \tau_{rz})}{\partial r} - \rho g \sin \theta = 0 \quad (۲۰-۳)$$

در گام آخر، با در نظر گرفتن لوله به صورت افقی و همچنین جایگزینی ارتفاع فشار از معادله $p = \rho gh$ رابطه مومنتوم محوری به دست آورده می‌شود. بنابراین، معادلات کلی پیوستگی و مومنتوم حاکم بر ضربه قوچ را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (۲۱-۳)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + g \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{1}{\rho r} \frac{\partial (r \tau_{rz})}{\partial r} = 0 \quad (۲۲-۳)$$

در معادلات فوق، چنانچه یک سیال نیوتنی نظیر آب، درون لوله جریان داشته باشد، در جایگذاری پارامتر تنش، به طور متداول، فرض بر این بوده که روابط جریان پایدار در لوله برقرار است و از معادله شزی در محاسبه تنش استفاده می‌شود:

$$\tau_{rz} = \tau_0 = \gamma R S_0 \quad (23-3)$$

که R نمایانگر شعاع هیدرولیکی است که از نسبت تقسیم مساحت به محیط مجاری محاسبه می‌شود و S_0 شیب کف کانال است که با توجه به فرض برقراری جریان پایدار، برابر با شیب خط انرژی در نظر گرفته می‌شود و به حالت شبه اصطکاک ماندگار^۱ خوانده می‌شود و مقدار معادل آن از رابطه دارسی-ویسباخ به صورت معادله زیر به دست آورده می‌شود:

$$S_0 = S_f = \frac{h_f}{l} = \frac{f v_{rel} |v_{rel}|}{2gD} \quad (24-3)$$

که در آن، h_f شیب خط انرژی، f ضریب دارسی-ویسباخ، v_{rel} سرعت نسبی سیال درون لوله نسبت به دیوار داخلی لوله می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$v_{rel} = v_z - \dot{u}_z \quad (25-3)$$

که در آن v_z سرعت مطلق سیال و $\dot{u}_z$ سرعت مطلق دیواره لوله در امتداد محور مرکزی می‌باشد. بنابراین، در شرایطی که لوله ثابت باشد، مانند مسائل کلی ضربه قوچ، سرعت مطلق سیال، می‌تواند جایگزین سرعت نسبی شود [کرامت ۱۳۸۹]. بنابراین، تنش برشی جریان میرای ناشی از ضربه قوچ، معادل رابطه زیر خواهد بود:

$$\tau_{rz} = \tau_0 = \gamma \frac{D}{4} \frac{f v_z |v_z|}{2gD} = \rho \frac{f v_z |v_z|}{8} \quad (26-3)$$

با جایگزینی پارامتر تنش در جداره لوله، معادله مومنتوم متداول در تحلیل ضربه قوچ، استخراج می‌شود. بنابراین، معادلات پیوستگی و مومنتوم حاکم بر ضربه قوچ سیال نیوتنی را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

^۱Quasi-Steady friction model

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

(۲۷-۳)

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + g \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{f v_z |v_z|}{2D} = 0$$

• در صورتی که از اصطکاک در طول لوله صرفنظر شود، عبارت تنش در معادله مومنوم حذف شده در

این حالت، این پدیده اصطلاحاً ضربه قوچ کلاسیک نامیده می‌شود.

اما پرسش اصلی اینجا مطرح می‌شود که در صورتی که سیال جاری در لوله از نوع غیر نیوتنی باشد، قطعاً نمی‌توان

از ایجاد تنش برشی صرفنظر نمود و از طرف دیگر، تنش‌های برشی ناشی از رخداد این پدیده را دیگر نمی‌توان با

فرض جریان پایدار تحلیل نمود، پس در جایگذاری عبارت تنش در معادله مومنوم چه باید کرد؟

پاسخ این است که در مسیر بدست آوردن روابط نهایی، باید به سراغ علم رئولوژی و رفتار شناسی سیالات رفت و

از معادلات ساختاری که در برگرنده روابط بین تانسور تنش و نرخ برش هر سیال است، در تکمیل معادله مومنوم،

کمک گرفت. در تحقیق حاضر از معادلات ساختاری مدل ماکسول استفاده شده که در ادامه این فصل، معرفی

می‌گردد.

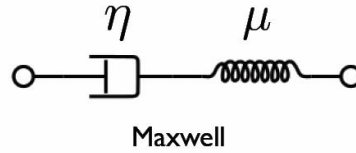
۳-۲- مدل سیال فوق همرفتی ماکسول

یکی از اولین و معروفترین مدل‌های ویسکوالاستیک مدل ماکسول است. در این مدل قانون پایه بر اساس یک

فنر و دمپر سری تعریف می‌شود. توزیع تنش پلیمری مدل فوق همرفتی ماکسول به صورت معادله‌ی (۲۸-۳)

قابل توصیف است.

$$\tau_p + \lambda_p^V \dot{\tau}_p = \eta_p \dot{\gamma} \quad (28-3)$$



شکل ۳-۲- مدل ماکسول (جیمز کلرک ماکسول [۱۸۳۱-۱۸۷۹ میلادی])

که η لزجت سیال ویسکوالاستیک است و μ مدول صلبیت (مدول برشی) و $\dot{\gamma}$ تانسور نرخ کرنش بوده و به شکل معادله‌ی (۳-۲۹) تعریف می‌شود.

همچنین λ زمان رهایی از تنش است که نسبتی از لزجت سیال η به مدول برشی G می‌باشد. در این مدل، اگر مقدار زمان رهایی از تنش به صفر میل کند، از ترم مشتق صرف‌نظر شده و معادله ساختاری سیال نیوتنی پدیدار می‌شود.

$\overset{\nabla}{\tau}_p$ مشتق همرفتی توزیع تنش پلیمری است که از رابطه‌ی (۳-۳۰) قابل محاسبه است.

$$\dot{\gamma} = (\nabla \mathbf{v}) + (\nabla \mathbf{v})^T \quad (۳-۲۹)$$

$$\overset{\nabla}{\tau}_p = \tau_{p(1)} = \frac{D\tau_p}{Dt} - \left((\nabla \mathbf{v})^T \cdot \tau_p + \tau_p \cdot (\nabla \mathbf{v}) \right) \quad (۳-۳۰)$$

که $\frac{D\tau_p}{Dt}$ نمایانگر مشتق کامل تنش پلیمر حل شونده است و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{D\tau_p}{Dt} = \frac{\partial \tau_p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \tau_p \quad (۳-۳۱)$$

در روابط فوق، $\nabla \mathbf{v}$ تانسور گراد سرعت و T نیز نماد ترانهاده تانسور بردار سرعت می باشد که

در سیستم مختصات استوانه ای به صورت زیر تعریف می شوند [Bird et al. 1987]:

$$\nabla \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_r}{\partial r} & \frac{\partial v_\theta}{\partial r} & \frac{\partial v_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_r}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial v_r}{\partial z} & \frac{\partial v_\theta}{\partial z} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3-31 \text{ الف})$$

$$(\nabla \mathbf{v})^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} & \frac{\partial v_r}{\partial z} \\ \frac{\partial v_\theta}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_r}{r} & \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3-31 \text{ ب})$$

$\mathbf{v} \cdot \nabla \boldsymbol{\tau}_p$ ماتریس حاصل از ضرب سرعت در گراد تنش می باشد که در سیستم مختصات استوانه ای ماتریس زیر

می باشد. [Bird et al. 1987]

$$v \cdot \nabla \tau_p = \begin{bmatrix} (v \cdot \nabla) \tau_{pr} - \frac{v_\theta}{r} (\tau_{pr\theta} + \tau_{p\theta r}) & (v \cdot \nabla) \tau_{pr\theta} + \frac{v_\theta}{r} (\tau_{prr} - \tau_{p\theta\theta}) & (v \cdot \nabla) \tau_{prz} - \frac{v_\theta}{r} \tau_{p\theta z} \\ (v \cdot \nabla) \tau_{p\theta r} + \frac{v_\theta}{r} (\tau_{prr} - \tau_{p\theta\theta}) & (v \cdot \nabla) \tau_{p\theta\theta} + \frac{v_\theta}{r} (\tau_{pr\theta} + \tau_{p\theta r}) & (v \cdot \nabla) \tau_{p\theta z} + \frac{v_\theta}{r} \tau_{prz} \\ (v \cdot \nabla) \tau_{pzz} - \frac{v_\theta}{r} \tau_{p\theta z} & (v \cdot \nabla) \tau_{z\theta} + \frac{v_\theta}{r} \tau_{pzz} & (v \cdot \nabla) \tau_{pzz} \end{bmatrix} \quad (32-3)$$

در ماتریس فوق، عملگر $(v \cdot \nabla)$ معادل رابطه زیر می‌باشد:

$$(v \cdot \nabla) = v_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (33-3)$$

۳-۳- معادلات اصلی حاکم بر ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول

جهت رسیدن به یک فرمول بندی یک بعدی سازگار با معادلات کلاسیک چکش آبی، معادلات پیوستگی و مومنتوم

بخش ۳-۱ در $2\pi r$ ضرب شده و سپس از ۰ تا R انتگرالگیری و نهایتاً نتیجه بر πR^2 تقسیم می‌شود. با این کار،

تمام جملات از حالت دو بعدی (t, z, r) به یک بعدی بر حسب (t, z) تبدیل می‌شوند.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (34-3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} + \frac{2}{\rho R} \tau_{rz} \Big|_{r=R} = 0 \quad (35-3)$$

که در روابط فوق، سرعت و ارتفاع فشاری متوسط به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$V = \frac{1}{A} \int v_z dA \quad (35-3 \text{ الف})$$

$$H = \frac{1}{A} \int h dA \quad (35-3 \text{ ب})$$

$$\tau_{prz}|_{r=R} + \lambda \tau_{prz}|_{r=R} = \eta_p \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \bigg|_{r=R} \quad (36-3)$$

حال، با توجه به برقراری جریان آرام در لوله، از معادله پروفیل سرعت پوازی برای جریان آرام در یک لوله طولانی استفاده شده و عبارتهای مناسب در معادلات تنش، جایگزین می شود.

$$v_z = v_{z\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (37-3)$$

در رابطه فوق، r فاصله شعاعی از مرکز لوله و R شعاع لوله می باشد. یادآوری می شود که در جریان های آرام، رابطه $V = \frac{v_{z\max}}{2}$ بین سرعت متوسط و سرعت ماکزیمم در لوله برقرار است. بنابراین، معادلات اساسی حاکم بر ضربه قوچ سیال ویسکوالاستیک را می توان به صورت زیر جمع بندی نمود:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (38-3)$$

$$\tau_{prz}|_{r=R} + \lambda \frac{\partial \tau_{prz}}{\partial t} = -\eta_p \frac{4V}{R} \quad (39-3)$$

در معادلات فوق، چنانچه از عبارت تنش حل شونده سیال فوق همرفتی ماکسول، صرف نظر شود، معادله ضربه قوچ سیال نیوتنی قابل استخراج است:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (40-3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} + \frac{8\eta_s V}{\rho R^2} = 0 \quad (41-3)$$

که می‌توان با جایگزینی رابطه دارسی-ویسباخ در عبارت تنش ناشی از اصطکاک در جریان آرام،

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64\eta_s}{\rho V 2R}$$
فرم متداول معادله مومنتوم در حالت رخداد ضربه قوچ در یک سیال نیوتنی را به دست آورد.

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (42-3)$$

که در آن، f ضریب دارسی-ویسباخ، V سرعت نسبی سیال درون لوله نسبت به دیوار داخلی لوله می‌باشد.
در حالت نیوتنی، تنش برشی ناشی از اصطکاک جریان، به دلیل فرض برقراری جریان پایدار، به حالت اصطکاک
شبه دائمی^۱ خوانده می‌شود.

در مرحله بعد، پس از استحصال معادلات اساسی حاکم بر جریان گذرای یک سیال فوق همرفتی ماکسول، باید با
یک روش عددی مناسب، اقدام به گسسته سازی معادلات و مدل سازی مساله نمود. اینکه چه روش عددی برای
مدلسازی این پدیده در نظر گرفته می‌شود، معادلات اساسی چگونه بی‌بعد می‌شوند، تاثیر هر یک از اعداد بی‌بعد
بر ارتفاع موج فشاری چگونه است، پرسش‌هایی است که در ادامه، به آنها پاسخ داده می‌شود.

۳-۴- روش عددی تفاضل محدود

تقریب مشتق‌ها با استفاده از روش تفاضل محدود، یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای حل معادلات دیفرانسیل
می‌باشد. تفاضل محدود یک بعدی در مکان، در سال ۱۷۶۸ با نام اولر^۲ و تعمیم دامنه به دو بعد، در سال ۱۹۰۸،
با نام رانگ^۳ شناخته می‌شود. عصر روش‌های تفاضل محدود در کارهای عددی پیش از دهه ۱۹۵۰ آغاز شد و
سپس، توسعه این روش‌ها با کمک مدلسازی کامپیوتری برای مسائل علمی با به کارگیری تکنولوژی ادامه یافت.
نتایج تئوری به دست آمده در پنج دهه اخیر، دقت، پایداری و همگرایی روش‌های تفاضل محدود را برای معادلات
مشتق جزئی تایید می‌کند [خلیقی ۱۳۹۴].

^۱Quasi-Steady friction model

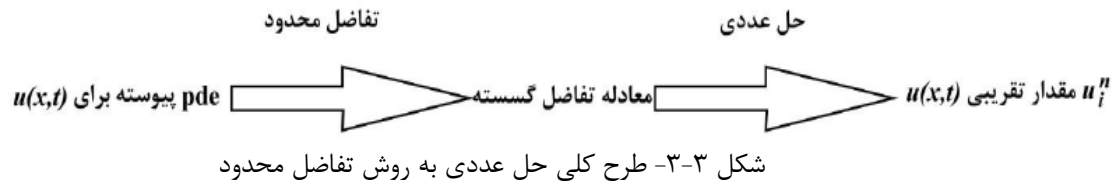
^۲Euler

^۳Runge

تفاضل محدود، یکی از روش‌های حل عددی معادله خطی یک‌بعدی و هذلولوی^۱ زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial f(u)}{\partial x} = 0, \frac{\partial f(u)}{\partial x} = A \frac{\partial u}{\partial x} \quad 0 \leq x \leq L, 0 \leq t \quad (43-3)$$

که A ماتریس ضرایب می‌باشد و مقداری ثابت دارد. شکل زیر، طرح کلی حل عددی به روش تفاضل محدود را نشان می‌دهد [Recktenwald 2011].



همانطور که در شکل ۳-۳ مشخص است، در روش‌های عددی، معادله دیفرانسیل جزئی^۲ پیوسته با یک معادله تقریبی گسسته جایگزین می‌شود. منظور از معادله گسسته این است، که حل عددی تنها در نقاط محدودی از دامنه فیزیکی^۳ مشخص می‌باشد که تعداد این نقاط، توسط فرد استفاده کننده مشخص می‌شود و با افزایش تعداد نقاط، جزئیات^۴ و دقت^۵ حل عددی افزایش پیدا می‌کند. بنابراین، با توجه به روش اختلاف محدود انتخاب شده و با استفاده از معادلات جبری، مقادیر تابع در نقاطی که مقدار آن نامشخص است، محاسبه می‌گردد. از آنجا که بسیاری از پدیده‌های فیزیکی را می‌توان توسط معادلات هذلولوی به خصوص قوانین بقای هذلولوی توصیف نمود، تلاش‌ها، برای حل تقریبی این معادلات، منجر به معرفی روش‌های عددی جدید و دقیق‌تر نیز شده است. معادلات هذلولوی را در حالت کلی می‌توان به سه شکل زیر تقسیم بندی نمود:

$$\begin{cases} u_t = f(x, t, u, u_x) \\ u_t = f(x, t, u)_x + s(x, t, u) \\ u_t = f(u)_x \end{cases} \quad (44-3)$$

^۱Hyperbolic

^۲Partial differential equation (PDE)

^۳Physical domain

^۴Resolution

^۵Accuracy

که u بیانگر معادله اصلی است که معمولاً تابعی از x, t می‌باشد و به صورت‌های مختلف تعریف می‌شود، اندیس‌ها در معادلات فوق، نمایانگر توابعی هستند که معادله اصلی نسبت به آنها مشتق گرفته می‌شود. به غیر از روش‌های تفاضل محدود، تاکنون روش‌های عددی مختلفی جهت مدلسازی جریان‌های انتقالی در لوله‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. در تحقیق حاضر، جهت گسسته سازی معادلات حاکم بر ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول و بررسی اثرات اندرکنش سیال-سازه که در برگیرنده روابط مدل ماکسول نیز می‌باشد، به یک روش عددی نیاز است که از دقت و هزینه محاسباتی قابل قبولی برخوردار باشد. در پژوهش حاضر از روش عددی لاکس فردریشک جهت مدلسازی این پدیده استفاده می‌شود.

۳-۴-۱- روش لاکس-فردریش (LXF)

نام‌گذاری این روش بر اساس نام دو دانشمند برجسته، پیتر لاکس^۱ و کورت فردریش^۲ صورت گرفته است و برای حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای براساس اختلاف محدود بنا شده است و فقط برای معادلات مرتبه اول قابل استفاده می‌باشد. لذا استفاده از این روش، محدود می‌باشد ولی قابلیت حل هر سه نوع معادلات دیفرانسیل هذلولوی را که در قسمت پیش معرفی شدند را داراست. این روش به عنوان راه حلی برای ناپایداری روش تقریب پیشرو زمان و تقریب مرکزی مکان^۳ (FTCS) مطرح شد. روش لاکس فردریش سنگ بنای اصلی بیشتر روش‌های مرکزی می‌باشد [Chikitkin & Rogov 2015]. در این تحقیق، از روش دو گام زمانی لاکس-فردریش استفاده می‌شود که همگرایی بیشتر و حل دقیق‌تر معادلات را در پی دارد. در روش‌های چندگام زمانی، از معادلات تفاضل محدود با مراحل زمانی مختلف استفاده می‌شود [Hoffmann & Chiang 1989].

^۱Peter Lax

^۲Kurt o. Friedrichs

^۳Forward in time, centered in space

۳-۴-۲- روش های چندگام زمانی

به طور کلی، روش تفاضل محدود، دامنه یا قلمرو فیزیکی حل را با یک مش یا شبکه جایگزین می کند که این شبکه به وسیله تعداد معینی سلول گسسته سازی شده است. در روش تفاضل محدود، مقادیر تقریبی جواب مساله، در گره های مش جستجو می شود. در مسائل یک بعدی گسسته سازی در راستای بعد مکانی در محدوده $[0, L]$ توسط M تعداد سلول یا خانه صورت می گیرد که به صورت زیر تعریف می شوند. (L نقطه مرز انتهایی شبکه می باشد):

$$\begin{aligned} 0 &= x_1 < x_2 < \dots < x_M = L \\ x_i &= (i-1)\Delta x, \quad i=1, 2, \dots, M \\ \Delta x &= \frac{L}{M-1} \end{aligned} \quad (۴۵-۳)$$

در روش های چندگامی از شبکه جابه جا شده استفاده می شود. نقاط شبکه جابه جا شده را می توان به هر دو شکل زیر تعریف نمود:

$$\begin{aligned} x_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2}(x_{i+1} + x_i) \\ x_{i+\frac{1}{2}} &= x_i + \frac{1}{2}\Delta x \quad i=1, 2, \dots, M-1 \end{aligned} \quad (۴۶-۳)$$

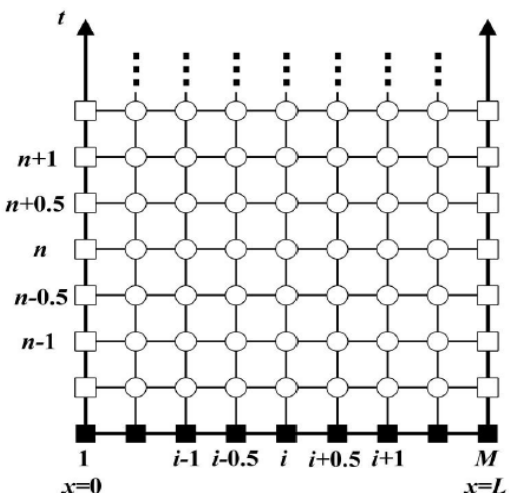
لازم به یادآوری می باشد که در روش های چندگامی، اولین گام در نقطه میانی $i + \frac{1}{2}$ اعمال می شود. گسسته سازی در راستای بعد زمانی نیز در محدوده $[0, t_{\max}]$ توسط گام های زمانی تا رسیدن به گام نهایی صورت می پذیرد:

$$t^0 = 0, t^{n+1} = t^n + \Delta t \quad n=1, 2, \dots, N-1 \quad (۴۷-۳)$$

روش های چندگامی از معادلات تفاضل محدود با مراحل زمانی مختلف استفاده می کند. روش به کاررفته در این تحقیق، دو گام زمانی می باشد، یعنی هرگام زمانی به دو نیم گام زمانی تقسیم می شود:

$$t^{n+\frac{1}{2}} = t^n + \frac{1}{2}\Delta t \quad (۴۸-۳)$$

دامنه حل در شکل (۳-۴) ترسیم شده است.



شکل ۳-۴- نمای شماتیک مش جابه جا شده [Khalighi et al. 2016]

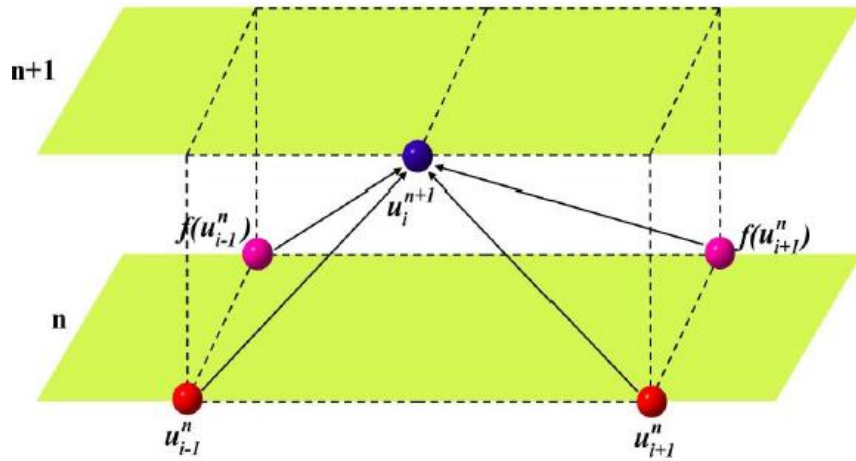
در شکل ۳-۴ محور افقی، طول لوله است که به M گره تقسیم شده و محور عمودی نیز زمان با گام‌های زمانی معادل n می‌باشد. در شبکه‌های مش بندی اصلی، ابعاد هر سلول، در راستای زمان و مکانی به اندازه واحد با یکای متر تعریف می‌شود. اما در روش دو گام زمانی، همانطور که مشخص است، ابعاد سلول ها به‌اندازه 0.5 واحد در راستای زمان و مکان تعریف می‌شود. بنابراین، با توجه به تعریف جدید گام‌های زمانی و مکانی در این حالت، فرمول‌بندی روش نیز تا حدودی تغییر خواهد کرد.

۳-۴-۳- فرمول بندی روش لاکس فردریش

اگر معادله ۳-۴۳ در نظر گرفته شود، نحوه گسسته سازی آن به شیوه لاکس فردریش اصلی به صورت زیر می‌باشد. این روش از تفاضل محدود مرکزی در بعد مکان استفاده می‌کند و معادله تفاضل محدود آن چنین است:

$$\frac{u_i^{n+1} - \frac{1}{2}(u_{i+1}^n + u_{i-1}^n)}{\Delta t} = \frac{f(u_{i+1}^n) - f(u_{i-1}^n)}{2\Delta x} \quad (۳-۴۹)$$

طرح شماتیک این روش در شکل (۳-۵) رسم شده است.



شکل ۳-۵- طرح شماتیک روش لاکس فردریش اصلی [Khalighi et al. 2016]

در شکل ۳-۵، برای محاسبه میزان متغیر در گام زمانی بعد که معادل u_i^{n+1} می‌باشد، کافیت در گام زمانی حاضر، مقادیر قبل و بعد این متغیر یعنی u_{i-1}^n و u_{i+1}^n به همراه توابع محاسباتی آنها که معادل $f(u_{i-1}^n)$ و $f(u_{i+1}^n)$ می‌باشد، موجود باشد تا بلافاصله مقدار u_i^{n+1} که میزان متغیر در گام زمانی بعد می‌باشد، محاسبه گردد. حال، اگر بازه زمانی و مکانی در مسیر رسیدن به گام زمانی بعد، به دو نیم بازه تقسیم شود، علیرغم اینکه محاسبات کمی پیچیده می‌شود و زمان عملیات نیز تا حدودی افزایش می‌یابد، اما نتایج به دست آمده از همگرایی و دقت مناسبتری برخوردار می‌شود. به این منظور، معادله (۳-۴۳) به دو مرحله زمانی به صورت زیر تقسیم می‌شود:

گام زمانی اول:

معادلات در گام زمانی اول، به صورت زیر گسسته سازی می‌شوند:

$$\frac{u_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}(u_{i+1}^n + u_i^n)}{\frac{\Delta t}{2}} = \frac{f(u_{i+1}^n) - f(u_i^n)}{2 \frac{\Delta x}{2}} \quad (۳-۵۰)$$

$$u_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(u_{i+1}^n + u_i^n) + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f(u_{i+1}^n) - f(u_i^n)}{\Delta x} \right)$$

توجه شود که معادله (۳-۵۰) مقادیر تابع u را در گره های مکانی $i=1,2,...,M-1$ و زمان $n+\frac{1}{2}$ را روی

مش شطرنجی نتیجه می دهد.

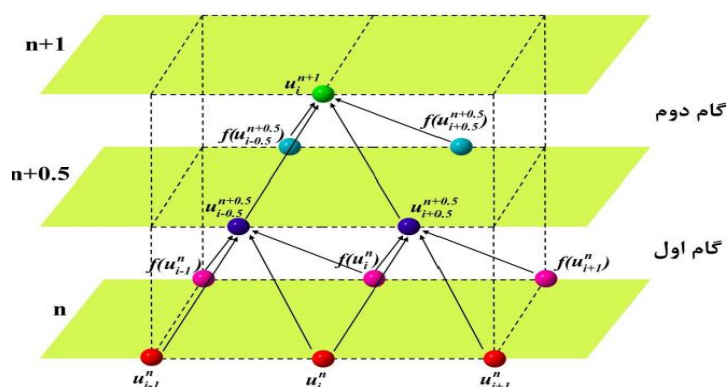
گام زمانی دوم:

نحوه گسسته سازی معادلات در گام زمانی دوم به صورت زیر می باشد:

$$\frac{u_i^{n+1} - \frac{1}{2} \left(u_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right)}{\frac{\Delta t}{2}} = \frac{f(u_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) - f(u_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}})}{2 \frac{\Delta x}{2}} \quad (51-3)$$

$$u_i^{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f(u_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) - f(u_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}})}{\Delta x} \right)$$

طرح شماتیک روش دو گام زمانی در شکل (۶-۳) رسم شده است.



شکل ۶-۳- طرح شماتیک روش دو گام زمانی لاکس فردریش [Khalighi et al. 2016]

با توجه به شکل (۶-۳) درگام زمانی دوم و با کمک معادله (۵۱-۳) مقادیر تابع u در گره های مکانی $i = 1, 2, \dots, M-1$ و زمان $n+1$ روی مش اصلی محاسبه می شود. در واقع، در روش دو گام زمانی لاکس فردریش، گام زمانی اول روی مش شطرنجی است و با برداشتن گام زمانی دوم، مقدار تابع در گام زمانی بعد روی مش

اصلی حاصل می شود. شرط پایداری این روش به صورت بیانی می شود $\frac{c\Delta t}{\Delta x} \leq 1$ که c سرعت موج است.

۳-۴-۴- انتخاب اندازه گام زمانی و محدودیت پایداری

به منظور پایداری حل عددی معادلات دیفرانسیل جزئی (معمولا معادلات هذلولوی) از شرط پایداری عدد کورانت استفاده می‌شود. این عدد همچنین به نام شرط کورانت- فردریش- لوی یا شرط CFL نیز شناخته می‌شود. تاریخچه شرط پایداری به سال ۱۹۲۸ و مقاله نوشته شده توسط سه محقق یادشده باز می‌گردد که نقش اساسی این عدد را در فرآیند گسسته سازی اثبات نمودند. در مسائل یک بعدی این عدد از رابطه حاصل می‌شود:

$$\Delta t = \frac{Cr_{Max} \Delta x}{\lambda_{Max}} \quad (۳-۵۲)$$

که Δx اندازه گام مکانی Δt اندازه گام زمانی و λ سرعت موج در گام زمانی می‌باشد. انتخاب اندازه گام زمانی Δt در روش‌های عددی به کار رفته در این تحقیق، همانند سایر روش‌ها، وابسته به محدوده عدد کورانت می‌باشد. تحلیل پایداری ون نیومن^۱ نشان می‌دهد که به ازای عدد کورانت در بازه $0 \leq Cr_{Max} \leq 1$ جواب پایدار است که به شرط CFL موسوم است. به کمک این معیار، گام زمانی محاسبه می‌شود. معمولا به ازای کورانت ۰/۹ الی ۱، دقیق ترین جواب‌ها حاصل می‌شود. بنابراین در مدلسازی پدیده ضربه قوچ مورد بحث، عدد کورانت می‌تواند به صورت زیر بازنویسی شود:

$$Cr = \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta x} \quad (۳-۵۳)$$

در رابطه فوق، c سرعت موج فشاری ناشی از بسته شدن سریع شیر و Δx و Δt به ترتیب، اندازه گام‌های مکانی و زمانی هستند.

۳-۵- آنالیز ابعادی و بی‌بعد سازی معادلات حاکم بر ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول

آشنایی با پارامترهای بدون بعد، نقش مهمی در درک عمیق‌تر جریان سیالات دارند. مفاهیم تحلیل ابعادی و درک رفتار سیال تحت مطالعه در شرایط مختلف، امکان تعمیم نتایج آزمایشگاهی را فراهم می‌سازد. این تعمیم، چندین نتیجه را در بر دارد از جمله اینکه می‌توان پدیده‌ها را به طور کلی و بدون محدود شدن به حالت خاص آزمایش

^۱Von-Neumann stability analysis

انجام شده تشریح نمود. به این ترتیب، می‌توان آزمایشات کمتری را در مورد وجوه ناشناخته مساله مورد نظر انجام داد که به طور قطع منجر به صرفه‌جویی در وقت و هزینه خواهد شد. نتایج حاصل را می‌توان به صورت فشرده و مفید به سایر پژوهشگران ارائه نمود تا استفاده از آنها ساده‌تر شود. ارائه اطلاعات منظم در این زمینه، موجب می‌شود که محققین قادر باشند جنبه‌های جدید و حوزه‌های نامعلوم یک پدیده را کشف نمایند. اگر ابزار لازم برای تحلیل‌های ابعادی موجود نباشند، پیشرفت علمی در مورد شناخت پدیده‌ها به تدریج از بین خواهد رفت. بسیاری از پارامترهای بدون بعد را می‌توان نسبت دو نیروی سیال دانست. مقدار نسبی این نسبت‌ها نشان دهنده اهمیت نسبی یکی از نیروها نسبت به دیگری است. اگر در یک حالت خاص جریان، بعضی از نیروها خیلی بزرگتر از سایر نیروها باشند، غالباً می‌توان از اثر نیروهای کوچکتر صرف‌نظر نمود و پدیده را مورد بررسی قرار داد. در این صورت، نتایج، همانند هنگامی به دست می‌آید که تحلیل با در نظر گرفتن نیروهای اصلی انجام شده باشد. به این ترتیب می‌توان برای حل مساله از روش‌های آزمایشگاهی و ریاضی ساده تری استفاده نمود [Streeter and Lai, 1963].

متغیرها و پارامترهای بدون بعد به کار رفته جهت بی‌بعد سازی معادلات عبارتند از:

$$V^* = \frac{V}{v_0}, H^* = \frac{H}{cv_0/g}, z^* = \frac{z}{D}, t^* = \frac{t}{D/c}, \tau^* = \frac{\tau}{\rho cv_0} \quad (54-3)$$

$$De = \frac{\lambda}{D/v_0}, M = \frac{v_0}{c}, Re = \frac{\rho v_0 D}{\eta} \quad (55-3)$$

که v_0 سرعت جریان در حالت دائمی، c سرعت صوت، D قطر لوله، H ارتفاع موج فشار جریان، τ تنش برشی، ρ جرم مخصوص سیال، λ زمان رهایی از تنش، η ویسکوزیته حل شونده، De عدد دبرا، M عدد ماخ و Re عدد رینولدز می‌باشند. حال، مراحل بی‌بعد سازی روی معادلات به دست آمده (۳-۳۸ و ۳-۳۹)، با استفاده از

قوانین مشتق زنجیره‌ای و به کارگیری تعاریف فوق، انجام می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial H^*} \cdot \frac{\partial H^*}{\partial t^*} \cdot \frac{\partial t^*}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial V^*} \cdot \frac{\partial V^*}{\partial z^*} \cdot \frac{\partial z^*}{\partial z} = 0 \\ \boxed{\frac{\partial H}{\partial H^*} = \frac{cv_0}{g}, \frac{\partial t^*}{\partial t} = \frac{c}{D}, \frac{\partial V}{\partial V^*} = v_0, \frac{\partial z^*}{\partial z} = \frac{1}{D}} \\ \frac{\partial H^*}{\partial t^*} + \frac{\partial V^*}{\partial z^*} = 0 \end{array} \right. \quad (56-3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} - \frac{2}{\rho R} \tau_{rz} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial V^*} \cdot \frac{\partial V^*}{\partial t^*} \cdot \frac{\partial t^*}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial H^*} \cdot \frac{\partial H^*}{\partial z^*} \cdot \frac{\partial z^*}{\partial z} - \frac{2}{\rho R} \tau_{rz}^* \rho c v_0 \Big|_{r=R} = 0 \\ \boxed{\frac{\partial V}{\partial V^*} = v_0, \frac{\partial t^*}{\partial t} = \frac{c}{D}, \frac{\partial H}{\partial H^*} = \frac{cv_0}{g}, \frac{\partial z^*}{\partial z} = \frac{1}{D}, R = \frac{D}{2}} \\ \frac{\partial V^*}{\partial t^*} + \frac{\partial H^*}{\partial z^*} - 4\tau_{rz}^* = 0 \end{array} \right. \quad (57-3)$$

$$\begin{aligned} \tau_{rz} + \lambda \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} &= -\eta \frac{4V}{R} \\ \rho c v_0 \tau_{rz}^* + De \cdot \frac{D}{v_0} \cdot \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial \tau_{rz}^*} \cdot \frac{\partial \tau_{rz}^*}{\partial t^*} \cdot \frac{\partial t^*}{\partial t} &= -\eta \frac{8V^* v_0}{D} \\ \rho c v_0 \tau_{rz}^* + De \cdot \frac{D}{v_0} \cdot \rho c v_0 \cdot \frac{\partial \tau_{rz}^*}{\partial t^*} \cdot \frac{c}{D} &= -\eta \frac{8V^* v_0}{D} \\ \tau_{rz}^* + De \cdot \frac{1}{v_0} \frac{\partial \tau_{rz}^*}{\partial t^*} \cdot c &= -\eta \frac{8V^* v_0}{\rho c v_0 D} \end{aligned} \quad (58-3)$$

$$\boxed{\text{Re} = \frac{\rho v_0 D}{\eta}, M = \frac{v_0}{c}}$$

$$\tau_{rz}^* + \frac{De}{M} \cdot \frac{\partial \tau_{rz}^*}{\partial t^*} = -8 \frac{V^*}{\text{Re}} M$$

بنابراین، معادلات بی بعد حاکم بر ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول را می توان به صورت زیر معرفی نمود:

$$\frac{\partial H^*}{\partial t^*} + \frac{\partial V^*}{\partial z^*} = 0 \quad (59-3)$$

$$\frac{\partial V^*}{\partial t^*} + \frac{\partial H^*}{\partial z^*} - 4\tau_{rz}^* = 0 \quad (60-3)$$

$$\tau_{rz}^* + \frac{De}{M} \cdot \frac{\partial \tau_{rz}^*}{\partial t^*} = -8 \frac{V^*}{Re} M \quad (61-3)$$

که در مورد رخداد ضربه قوچ در یک محلول نیوتنی، شکل بی بعد معادلات فوق، به صورت زیر ساده می شود:

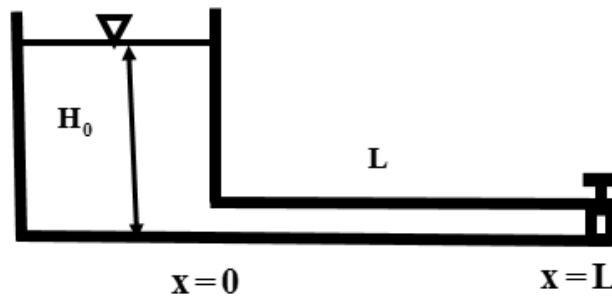
$$\frac{\partial H^*}{\partial t^*} + \frac{\partial V^*}{\partial z^*} = 0 \quad (62-3)$$

$$\frac{\partial V^*}{\partial t^*} + \frac{\partial H^*}{\partial z^*} + \frac{32}{Re} M \cdot V^* = 0 \quad (63-3)$$

بنابراین، در یک محلول نیوتنی، اعداد تاثیرگذار بر معادلات، عدد ماخ و عدد رینولدز هستند که در شرایط در نظر گرفتن اصطکاک ناشی از تنش، در معادله مومنتوم ظاهر می شوند.

۳-۶- شرایط اولیه و مرزی

سیستم مورد بررسی در تحقیق حاضر، از نوع شیر، لوله و مخزن است که در شکل ۳-۷ نشان داده می شود.



شکل ۳-۷- نمایی از سیستم شیر- لوله و مخزن

در رخداد پدیده ضربه قوچ، فرض می شود، خط لوله در بالادست، به مخزنی با ارتفاع ثابت، متصل است، در واقع در این مسائل، سطح مقطع مخزن، به میزان کافی، بزرگ در نظر گرفته شده که با باز شدن شیر پائین دست و جاری شدن آب در داخل لوله، تغییرات ارتفاع آب مخزن، ناچیز، باشد. لذا شرط مرزی بالادست جریان، مطابق معادله (۶۴-۳) در نظر گرفته می شود.

$$H_1 = H_{Res} \quad (3-64)$$

که در آن، H_1 ارتفاع مربوط به گره متصل به مخزن، می باشد. از طرفی در پایین دست جریان که خط لوله به شیر متصل است، با بسته شدن ناگهانی شیر، جریان انتقالی در لوله به وجود آمده و سرعت متوسط جریان در پشت شیر، صفر می شود. بنابراین، شرط مرزی پایین دست، مطابق معادله (3-65) لحاظ می گردد.

$$v_n = 0 \quad (3-65)$$

که در آن، v_n ، سرعت مربوط به گره متصل به شیر، می باشد.

۳-۷- اعتبار سنجی مدل

یکی از چالش های مهم در زمینه اعتبار سنجی مدل های سیالات غیر نیوتنی، کمبود مطالعات آزمایشگاهی با به کارگیری این سیالات می باشد. در مورد موضوع مطالعه حاضر نیز این مشکل وجود دارد. علیرغم اینکه این سیالات اخیراً در بسیاری از علوم صنعتی و شیمیایی، مورد توجه قرار گرفته اند اما هنوز جنبه کاربردی رخداد پدیده ضربه قوچ در لوله با سیال فوق همرفتی ماکسول، در سیستمی شبیه سیستم مورد مطالعه نظیر شیر، لوله و مخزن جدی گرفته نشده و هیچ مطالعه آزمایشگاهی و حتی عددی در این زمینه انجام نگرفته است. پیچیدگی و حتی در برخی موارد، ناشناخته ماندن رفتار این سیالات شبه جامد، از دلایلی به شمار می رود که اطلاعات معتبر کمتری در مورد این گروه سیالات، نسبت به سایر گروه های سیالات غیر نیوتنی در دسترس است. در مدلسازی سیالات غیر نیوتنی، در چنین مواردی، مرسوم است که نتایج مدل پیشنهادی سیال غیر نیوتنی با صفر قرار دادن عبارت های غیر نیوتنی با نتایج یک مطالعه عددی و آزمایشگاهی انجام شده در آن زمینه با به کارگیری یک سیال نیوتنی، مورد مقایسه قرار می گیرد. در مطالعه حاضر، آزمایش انجام شده در زمینه ضربه قوچ سیال نیوتنی توسط هولمبو و رولئو مبنا قرار می گیرد. [Holmboe & Rouleau 1967]. به منظور اعتبار سنجی مدل و روش پیشنهادی، نتایج حاصل از اجرای مدل، بدون دخالت ویژگی های ویسکوالاستیک که معادل به کارگیری سیال نیوتنی در لوله می باشد، با نتایج عددی وهبا (یک بعدی) [Wahba 2006] و همچنین روش عددی زیلک [Zielke 1968] در حالت

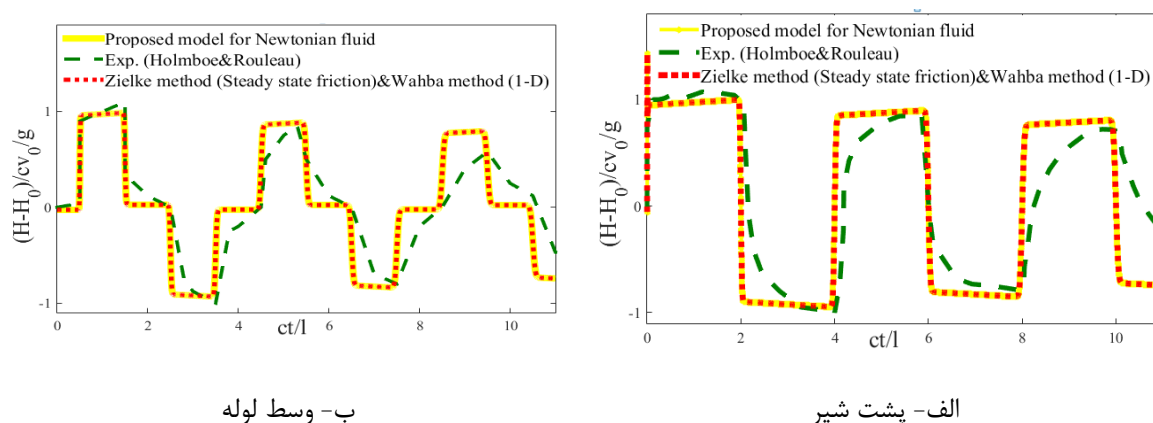
اصطکاک ثابت^۱ که بر اساس آزمایش معتبر هولمبو و رولئو [Holmboe & Rouleau 1967] انجام شده مورد مقایسه قرار می‌گیرد. در مطالعه تحلیلی زیلک [Zielke 1968] که از بارزترین تحقیقات انجام شده در زمینه مدلسازی جریان‌های انتقالی است، برای جریان‌های غیر ماندگار آرام در حالت تک بعدی روابطی تحلیلی تعریف می‌شود که همچنان به عنوان مرجع برای مقایسه دیگر مسائل مشابه به کار می‌رود. در روش زیلک، مدلسازی ضربه قوچ در لوله در دو حالت اصطکاک دائمی و غیردائمی انجام گرفته است. پیچیدگی روابط تحلیلی به علت وابسته بودن اصطکاک جریان غیرماندگار به تاریخچه سرعت و پردازش قابل توجه به همراه هزینه محاسباتی نسبتاً بالا از ویژگی‌های روابط مورد استناد زیلک در مدلسازی جریان‌های انتقالی به‌شمار می‌رود. روش عددی دیگری که جهت مقایسه نتایج حاصل از مدل پیشنهادی به کار گرفته شده، روش وهبا [Wahba 2006] می‌باشد. در روش وهبا که برای مدلسازی جریان‌های آرام انتقالی در حالت یک بعدی و دو بعدی در لوله به کار می‌رود، از تفاضل مرکزی مرتبه دوم برای عبارت‌های مکانی و از روش رانج کوتای مرتبه چهارم برای انتگرال‌گیری زمانی استفاده می‌شود. در ادامه نتایج مدل پیشنهادی برای سیال نیوتنی با نتایج این دو روش بر اساس اطلاعات آزمایش هولمبو و رولئو [Holmboe & Rouleau 1967] در جدول ۲-۳ مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

جدول ۲-۳- مشخصات سیال و اطلاعات شکل لوله [Holmboe & Rouleau 1967]

مقادیر	مشخصات
۳۶,۰۹	طول لوله (m)
۰,۱۲۸	سرعت متوسط (m/s)
۱۳۲۴	سرعت موج (m/s)
۰,۰۲۵۴	قطر داخلی لوله (m)
۰,۰۳۴۸۳	ویسکوزیته دینامیکی (pa.s)
۸۷۸	جرم مخصوص سیال (kg/m^3)
۸۲	عدد رینولدز

^۱Steady State Friction

با دقت در شکل ۳-۸، دو نکته قابل بررسی است. نخست اینکه، مدل پیشنهادی برای تحلیل رفتارسیالات غیر



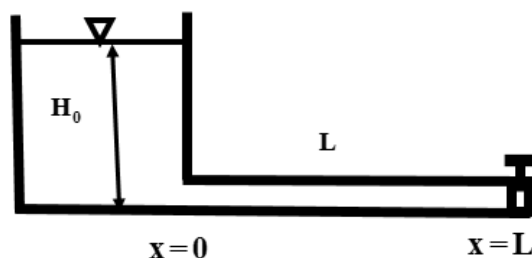
شکل ۳-۸- اعتبار سنجی مدل پیشنهادی برای سیال نیوتنی با روش‌های عددی زیلک و روش وهبا و روش آزمایشگاهی

نیوتنی بدون لحاظ ویژگی‌های ویسکوالاستیکی سیال، بر نتایج روش‌های عددی معتبری مانند روش زیلک در حالت ویسکوزیته ثابت و همچنین، روش عددی وهبا در حالت یک بعدی، منطبق است که دقت و اعتبار مدل پیشنهادی برای تحلیل رفتار سیال در طی رخداد ضربه قوچ را نشان می‌دهد و از طرفی همانگونه که در مطالعات زیلک و وهبا اشاره شده است، علت عدم انطباق کامل مدل‌سازی عددی بر نتایج آزمایشگاهی، مدل‌سازی یک بعدی مساله و در نظر گرفتن ویسکوزیته در حالت جریان دائمی^۱ می‌باشد [Wahba 2006].

۳-۸- مدل‌سازی عددی

به منظور مدل‌سازی شرایط رخداد ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول، به یک محلول پلیمری نیاز است. مشخصات محلول پلیمری در جدول ۳-۳ نشان داده شده که از منبع [Mandani et al. 2018] اقتباس می‌گردد و در آن، زمان رهایی از تنش معادل ۱،۹ ثانیه می‌باشد. در شکل (۳-۹) جهت بررسی شرایط مرزی، مجدداً نمای کلی سیستم شیر-لوله و مخزن نشان داده می‌شود.

^۱Steady State Friction



شکل ۳-۹- نمایشی از سیستم شیر-لوله و مخزن

شکل (۳-۹) نشان می‌دهد که سیستم مورد نظر، شامل یک مخزن در بالادست یک خط لوله و یک شیر در انتهای پایین دست لوله است و سیال از مخزن به سمت شیر در جریان است، ضربه قوچ زمانی رخ می‌دهد که شیر پایین دست به طور ناگهانی بسته شود، این عمل، با ایجاد موج فشاری و حرکت رفت و برگشتی آن در طول لوله همراه است تا به تدریج میرا شود.

جدول ۳-۳- محدوده ثابت زمان رهایی از تنش و ویسکوزیته [Mandani et al. 2018]

شماره پلیمر	ویسکوزیته دینامیکی ($pa.s$)	زمان رهایی از تنش (s)
۱	۰,۰۳۱۹	۰
۲	۰,۰۶۲۵	$۷,۰۸۸e-۴$
۳	۰,۰۱۳۱	۰,۲۴۶۹
۴	۰,۰۰۲۵	۱۰,۲۱۱۷
نمونه	$\bar{\lambda} = \frac{\sum \eta_i \lambda_i}{\sum \eta_i} = 1.9$	

بنابراین پلیمری با زمان آسودگی از تنش معادل ۱,۹ ثانیه و ویسکوزیته ۰,۰۸۹۱۸ پاسکال ثانیه جهت مدلسازی انتخاب می‌گردد. سایر شرایط فیزیکی سیستم شیر، لوله و مخزن مورد بررسی نیز بر اساس جدول (۳-۴) در نظر گرفته می‌شود.

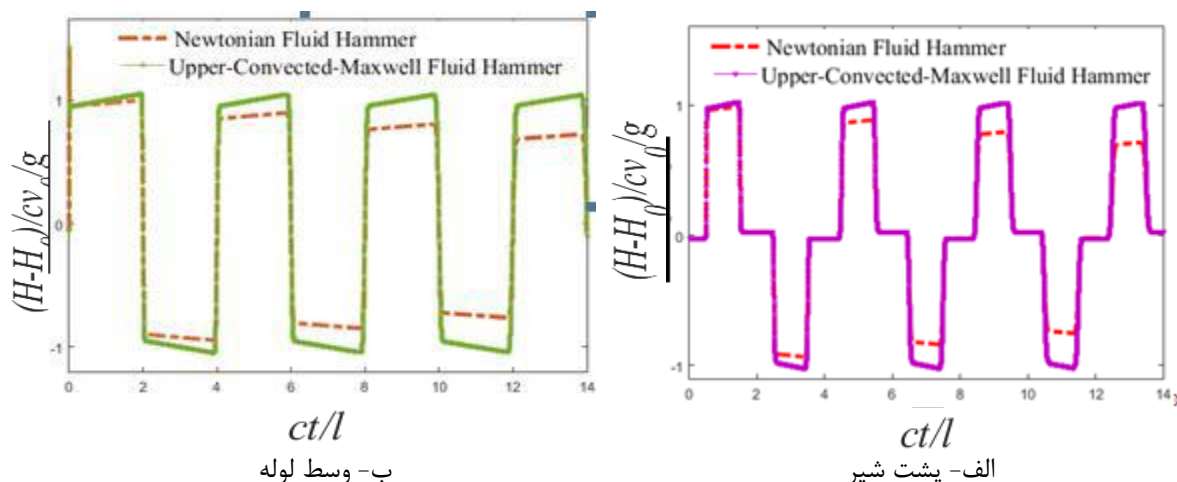
جدول ۳-۴- مشخصات سیال و اطلاعات شکل لوله	
مقادیر	مشخصات آزمایش
۳۶/۰۹	طول لوله (m)
۰/۱۲۸	سرعت متوسط (m/s)
۱۳۲۴	سرعت موج (m/s)
۳,۸۵	مدول حجمی سیال (Gpa)
۰/۰۲۵۴	قطر داخلی لوله (m)
۰/۰۸۹۱۸	ویسکوزیته دینامیکی (pa.s)
۲۲۰۰	جرم مخصوص سیال (kg/m ³)

عدد دبوراً در محلول پلیمری مورد نظر بر طبق اطلاعات جدول (۳-۴) معادل ۹/۶ محاسبه می‌گردد که می‌توان به طور تقریبی ۱۰ در نظر گرفت.

$$\begin{cases} De = \frac{\lambda}{T} = \frac{1.9}{0.198} = 9.6 \\ T = \frac{D}{v_0} = \frac{0.0254}{0.128} = 0.198s \end{cases} \quad (۳-۶۶)$$

۳-۸-۱- مقایسه رفتار سیال در حالات مختلف در طول پدیده ضربه قوچ

در این بخش، مقایسه‌ای بین رفتار یک سیال ایده آل، نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول در حین وقوع پدیده ضربه قوچ، انجام شده که در شکل (۳-۱۰) نشان داده می‌شود. لازم به یادآوری است که سرعت سیال، پس از بسته شدن ناگهانی شیر، در محل پشت شیر، به صفر می‌رسد و در یک لحظه انرژی جنبشی به طور کامل به پتانسیل تبدیل می‌شود. انرژی پتانسیل وارد شده به صورت افزایش ارتفاعی معادل ارتفاع ژوکووسکی در محل پشت شیر، خود را نشان می‌دهد. ارتفاع فشار ژوکووسکی، ماکزیمم افزایش فشاری است که با نادیده گرفتن تأثیرات ویسکوز سیال در طول این جریان انتقالی رخ خواهد داد و از نظر مقدار عددی معادل $\frac{cv_0}{g}$ است. تأکید می‌گردد که ویسکوزیته در حالت سیال نیوتنی، مشابه ویسکوزیته سیال فوق همرفتی ماکسول یعنی ۰/۰۸۹۱۸ پاسکال ثانیه لحاظ می‌گردد.



شکل ۳-۱۰- مقایسه تاریخچه فشاری در سیالات مختلف

نیوتنی $Re = 80, M = 9.66e - 5, De = 0$ سیال

ماکسول $Re = 80, M = 9.66e - 5, De = 10$ سیال فوق همرفتی

با توجه به شکل (۳-۱۰) دو نکته حائز اهمیت است:

۱: کاهش دمپینگ جریان انتقالی در سیال فوق همرفتی ماکسول در مقایسه با محلول نیوتنی که به میرایی طولانی‌تر جریان در سیال فوق همرفتی ماکسول می‌انجامد.

۲: برای همه سیالات، باید حداکثر فشار در پشت شیر معادل ارتفاع فشار ژوکووسکی باشد، اما در شکل ۳-۱۰، در هر دو مورد سیال نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول در بازه زمانی $t^* = 0$ الی $t^* = 2$ افزایش فشاری بیشتر از ارتفاع ژوکووسکی رخ می‌دهد.

در مورد نکته اول، با توجه به اینکه همه مشخصات سیال نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول در مدلسازی انجام شده نظیر ویسکوزیته، جرم مخصوص، یکسان در نظر گرفته شده است، تفاوت رفتاری مشاهده شده در دمپینگ جریان انتقالی این دو سیال، به طور قطع، باید به ویژگی‌های ویسکوالاستیک سیال، نظیر ثابت زمان رهایی از تنش، ارتباط داده شود. در واقع، در یک سیال نیوتنی، پس از تحمیل انرژی پتانسیل ناشی از بسته شدن ناگهانی شیر، ویژگی ویسکوز مایع، تمایل به دمپینگ موج فشاری را دارد، تا جایی که جریان انتقالی ایجاد شده پس از

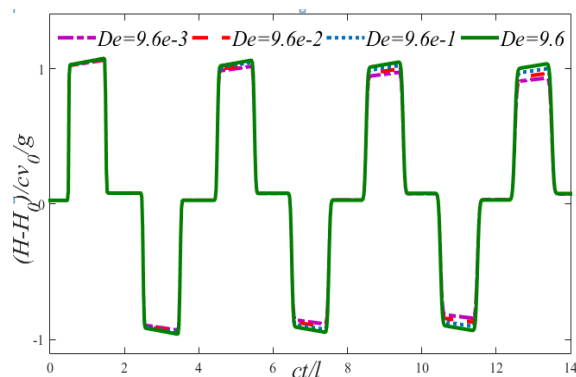
مدتی میرا می‌شود. در یک سیال فوق همرفتی ماکسول، ویژگی‌های مایع و جامد به طور همزمان در برابر این انرژی پتانسیل ناگهانی وارد شده از خود واکنش نشان می‌دهند. بخش جامد گونه که خاصیت الاستیک سیال را تقویت می‌کند، باعث می‌شود که سیال، متمایل به نگهداشت انرژی پتانسیل وارد شده باشد و به این ترتیب از دمپینگ جریان انتقالی ایجاد شده تا حدی کاسته می‌شود. به طور همزمان، بخش مایع گونه سیال فوق همرفتی ماکسول که خاصیت ویسکوز سیال را تقویت می‌کند، تمایل به هدردهی انرژی وارده در سیال ایجاد کرده که منجر به دمپینگ جریان انتقالی می‌شود. در نهایت، این کنش‌های متفاوت در یک سیال فوق همرفتی ماکسول، باعث می‌شود که زمان میرایی جریان انتقالی ناشی از بسته شدن سریع شیر در این حالت، در مقایسه با سیالات نیوتنی طولانی‌تر باشد. بدیهی است، هرچه ویژگی‌های ایجاد کننده خواص ویسکوالاستیک، نظیر ثابت زمان رهایی از تنش در یک سیال، بیشتر باشد، این انتظار می‌رود که به دلیل بیشتر شدن خاصیت الاستیکی در سیال، زمان میرایی جریان انتقالی طولانی‌تر شود.

۳-۹- بررسی تاثیر اعداد بی بعد بر اتفاقات ضربه قوچ

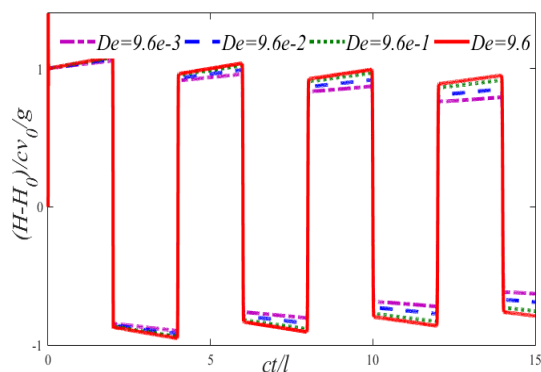
با دقت در معادلات (۳-۵۹) الی (۳-۶۱) مشخص می‌گردد که معادلات حاکم در حالت وقوع ضربه قوچ در یک محلول ویسکوالاستیک، متأثر از تغییرات اعداد بی بعد دبورا، رینولدز و ماخ می‌باشند، حال، باید تاثیر هریک از اعداد بی بعد بر اتفاقات ناشی از رخداد ضربه قوچ بررسی گردد. لازم به ذکر است که به طور کلی، در حین وقوع پدیده ضربه قوچ، به دلیل کوچکی سرعت جریان در برابر سرعت موج، عدد ماخ، بسیار ناچیز $M \approx 10^{-5} - 10^{-4}$ بوده و از بررسی تاثیر آن، صرفنظر می‌شود.

۳-۹-۱- بررسی تاثیر عدد دبورا

جهت بررسی تاثیر عدد دبورا بر تاریخچه فشار ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول، محلول‌های پلیمری رقیق‌تر با زمان رهایی از تنش کمتر از ۱,۹ که به دبورا‌های کمتر از ۱۰ می‌انجامد، مدلسازی و نتایج به دست آمده در شکل (۳-۱۱) نشان داده می‌شود.



ب- وسط لوله



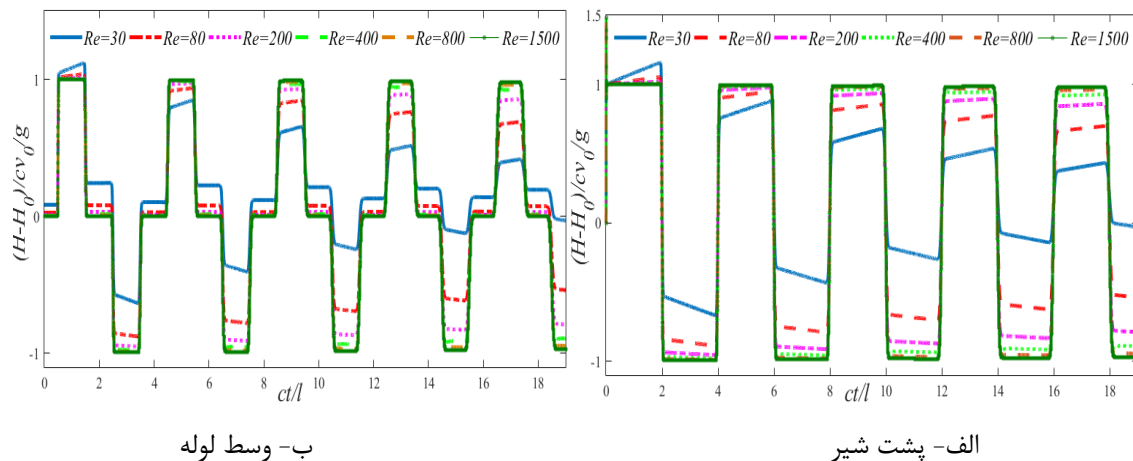
الف- پشت شیر

شکل ۳-۱۱- تاثیر عدد دبورا بر تاریخچه فشاری $Re = 80, M = 9.66e - 5$

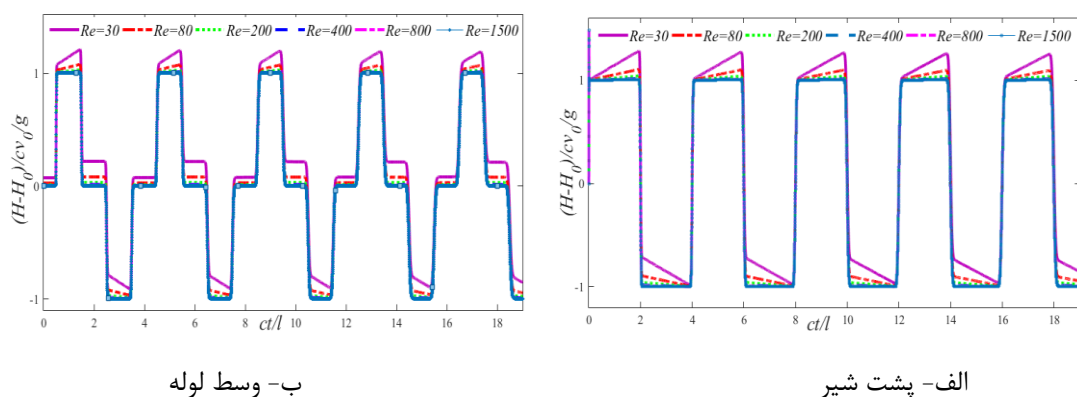
در شکل (۳-۱۱) نکته حائز اهمیت، افزایش دمپینگ جریان انتقالی با کاهش دبورا می‌باشد. علت این مساله وجود ویژگی ثابت زمان رهایی از تنش است که در مقابل دمپینگ جریان انتقالی مقاومت می‌کند، بنابراین، انتظار می‌رود که با کاهش دبورا که منتج از کاهش این ویژگی است، دمپینگ جریان انتقالی بیشتر و زمان میرایی کوتاه‌تر گردد. در واقع، رفتار محلول پلیمری در دبورای بسیار پایین مشابه رفتار محلول نیوتنی می‌شود.

۳-۹-۲- بررسی تاثیر عدد رینولدز

موج فشاری ناشی از جریان انتقالی حتی در حالت وجود سیال نیوتنی نیز بنا بر معادله (۳-۶۳) نسبت به عدد رینولدز حساس است. تاثیر عدد رینولدز روی تاریخچه فشار در مورد محلول نیوتنی در شکل (۳-۱۲) و در مورد سیال فوق همرفتی ماکسول در شکل (۳-۱۳) مشاهده می‌شود.



شکل ۳-۱۲- تاثیر عدد رینولدز بر تاریخچه فشاری در ضربه قوچ نیوتنی $De = 0, M = 9.66e - 5$



شکل ۳-۱۳- تاثیر عدد رینولدز بر تاریخچه فشاری در ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول $De = 10, M = 9.66e - 5$

نکته ای که در شکل‌های (۳-۱۲) و (۳-۱۳) مشخص است، این است که مسیر کلی تغییرات فشاری در سیال نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول با تغییرات رینولدز، مشابه است با این تفاوت که این میزان حساسیت در حالت نیوتنی بیشتر است، به‌ویژه در رینولدزهای پایین. به این معنا که در ضربه قوچ آرام، قوت ویسکوزیته سیال به عنوان یک تاثیر اصطکاکی زیاد می‌شود و بنابراین میرایی جریان زودتر اتفاق می‌افتد. در واقع، در محدوده جریان آرام با افزایش عدد رینولدز، ارتفاع ارتفاعی موج، بیشتر و زمان میرایی جریان، طولانی‌تر می‌شود که همین اتفاق در مورد سیال فوق همرفتی ماکسول با حساسیت کمتری (به دلیل تاثیر از پارامترهای بیشتر) تکرار می‌شود.

حال، که با یکی از روش‌های عددی تفاضل محدود، ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول در سیستم شیر، لوله و مخزن مدلسازی گردید و ارتفاع موج فشاری در اثر وقوع این پدیده در نقاط بحرانی لوله ترسیم و با ضربه قوچ سیال نیوتنی مورد مقایسه و تحلیل قرار گرفت، این پرسش مطرح می‌شود که در طی رخداد ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول، چه اندرکنشی بین سیال و سازه لوله به وجود می‌آید؟ به طور کل، در مدلسازی اندرکنش سیال-سازه که معادلات سیال و سازه به طور همزمان، تحلیل می‌شوند، افزودن معادلات سیال فوق همرفتی ماکسول، چه تاثیری در نتایج نهایی دارد؟ در کوپله‌های معروف اتصال و پواسون چه تفاوتی بین عملکرد سیال فوق همرفتی ماکسول و سیال نیوتنی وجود دارد؟ در فصل چهارم به پرسش‌های فوق، پاسخ داده می‌شود.

فصل چهارم

مدلسازی اندرکنش سیال-سازه طی رخداد ضربه

قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول و بررسی نتایج

- اندرکنش سیال-سازه در لوله‌ها
- انواع معادلات مدلسازی کوپله
- انواع مکانیزم‌های اثرات کوپله
- مدلسازی عددی محلول پلیمری با اثرات اندرکنش سیال و سازه

در این فصل، به منظور بررسی اثرات اندرکنش سیال-سازه در حین وقوع ضربه قوچ در لوله، در ابتدا ضمن تشریح اهمیت توجه به این مساله، دیدگاه‌های رایج در زمینه آنالیز کوپله شامل تعداد معادلات و همچنین، اثرات رفتار سیال و سازه در آنالیز کوپله در لوله‌ها تعریف می‌گردد و سپس، محلول پلیمری تحت کوپله‌های مختلف مدلسازی می‌شود و در انتها نتایج به دست آمده در مورد اثرات سیال-سازه در این کوپله‌ها با هم مقایسه و مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

۴-۱- اندرکنش سیال-سازه در لوله‌ها

در اثر جریان گذرایی مانند ضربه قوچ، در سیال درون لوله، نیروهای دینامیکی قابل ملاحظه‌ای بر سازه لوله وارد می‌شود. چنانچه این نیروها موجب تغییر شکل، حرکت و ارتعاش شبکه لوله در جهت طولی^۱ و جانبی شوند، با عکس العمل متقابل، نیروهای سازه‌ای بر پارامترهای هیدرولیکی اثر گذاشته و موجب افزایش و ارتعاش در ارتفاع‌های فشار می‌شوند، این پدیده را اندرکنش سیال سازه می‌نامند. در واقع، در این حالت، هم تغییرات سیال بر روی سازه و هم تغییرات سازه بر سیال تاثیرگذار می‌باشد و نمی‌توان رفتار آنها را به طور جداگانه بررسی نمود. بنابراین بایستی معادلات حاکم بر حرکت سیال و ارتعاشات سازه را به طور همزمان (کوپله)، با استفاده از روش‌های مناسب حل نمود. آنالیز کوپله را می‌توان بر اساس دو دیدگاه مورد بررسی قرار داد.

۱- براساس تعداد معادلات به کار رفته، جهت مدلسازی کوپله‌ی حل مسائل اندرکنش سیال-سازه در لوله‌ها.

۲- بر اساس مکانیزم‌های اثرات رفتار سیال و سازه در آنالیز کوپله در لوله‌ها.

۴-۲- انواع معادلات مدلسازی کوپله

در این دیدگاه، تائیسلینگ روش‌های کوپله حل مسائل FSI لوله‌ها را با توجه به معادلات دیفرانسیلی که برای هر روش استفاده می‌شود به چهار دسته‌ی: مدل دو معادله دیفرانسیل، مدل چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول، مدل شش معادله دیفرانسیل مرتبه اول و مدل چهارده معادله دیفرانسیل مرتبه اول تقسیم می‌کند. در تمامی این مدل‌ها، دو معادله مربوط به، روابط حاکم بر حرکت سیال (پیوستگی و مومنتوم) می‌باشد. سایر معادلات نیز با

^۱Longitudinal displacements

توجه به اینکه در فضای دو بعدی یا سه بعدی در حال بررسی است، شامل معادلات ارتعاش محوری، پیچشی و خمشی سازه لوله می‌باشد. معادلات ارتعاش محوری و پیچشی که خود، معادلات مرتبه دوم هستند، به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول و معادله خمشی سازه که از مرتبه چهار است، به چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول قابل تبدیل می‌باشد [Tijsseling 1996]. مدل دو معادله دیفرانسیل به نوعی یک روش نیمه کوپله محسوب می‌شود چراکه فقط دو معادله دیفرانسیل هیدرولیک حل می‌شوند و سپس مقادیر به دست آمده (فشارها و سرعت‌های سیال)، برای معادلات سازه‌ای مانند یک بارگذاری خارجی تلقی می‌گردند. این روش تحلیل به نام روش حل ضربه قوچ کلاسیک نیز معروف می‌باشد. در تحقیق حاضر، برای تحلیل سیستم ساده لوله مخزن شیر در حالت مستقیم، از مدل چهار معادله دیفرانسیل، استفاده می‌شود. پیش از مدلسازی عددی، باید بررسی نمود که در بحث اندرکنش سیال - سازه، چه تغییراتی در معادلات حاکم بر ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول رخ می‌دهد؟

۳-۴- معادلات حاکم بر اندرکنش سیال فوق همرفتی ماکسول - سازه

۱-۳-۴- معادلات سیال

معادلات حاکم بر سیال همانطور که در فصل سوم تشریح گردید، پیوستگی و مومنتوم می‌باشند. درمباحث اندرکنش، در معادله مومنتوم هیچ تغییری نسبت به مدلسازی بدون اثرات تداخلی سیال - سازه، ایجاد نمی‌شود [کرامت ۱۳۸۹]. در تحقیق حاضر، از یک سیال فوق همرفتی ماکسول به جای آب، درون لوله استفاده گردیده که جهت جایگذاری عبارت تنش در معادله مومنتوم، از روابط ماکسول استفاده می‌شود. معادله تنش ماکسول نیز در حالت در نظر گرفتن اثرات اندرکنش، هیچ تغییری نمی‌کند. تنها تفاوتی که در این بخش، باید لحاظ گردد، در نظر گرفتن عبارت سرعت شعاعی در معادله پیوستگی سیال است که در محاسبات فصل سوم، به دلیل عدم بررسی اثرات اندرکنش، از آن، صرف‌نظر شده بود. بنابراین، معادله پیوستگی در حالت تداخلی سیال - سازه باید بازنویسی شود. چنانچه معادله (۳-۹) مجدداً در نظر گرفته شود:

$$\frac{1}{E} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (۱-۴)$$

با یکپارچه کردن عبارت سرعت شعاعی، معادله فوق، به صورت زیر باز نویسی می‌شود:

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right) + \frac{1}{E} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (۲-۴)$$

جهت رسیدن به یک فرمول بندی یک بعدی، عبارت‌های معادله فوق، در راستای شعاعی از ϕ تا R انتگرالگیری می‌شوند. با این کار، تمام جملات موجود در معادلات از حالت دو بعدی (t, z, r) به یک بعدی برحسب (t, z) تبدیل می‌شوند.

$$\begin{cases} \int \frac{\partial p}{\partial t} dA = A \frac{\partial P}{\partial t} \\ \int \frac{\partial v_z}{\partial z} dA = \frac{\partial}{\partial z} \int v_z dA = A \frac{\partial V}{\partial z} \\ \int \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} dA = \int_0^R \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} 2\pi r dr = 2\pi R v_r \Big|_{r=R} \end{cases} \quad (۳-۴)$$

بنابراین، معادله پیوستگی با جابجایی ترتیبی عبارت‌ها به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{1}{E_f} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{2}{R} v_r \Big|_{r=R} = 0 \quad (۴-۴)$$

که در رابطه فوق، مقادیر سرعت و فشار به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R v_z 2\pi r dr \\ P &= \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R p 2\pi r dr \end{aligned} \quad (۵-۴)$$

معادل سرعت شعاعی جریان در لوله است که در بررسی اثر تداخلی سیال - سازه معادل سرعت لوله در

راستای شعاعی تعریف و به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$v_r \Big|_{r=R} = \dot{u}_r \Big|_{r=R} \quad (۶-۴)$$

که $\dot{u}_r$ مشتق جابجایی سازه در راستای شعاعی است که معادل همان سرعت شعاعی جریان در نظر گرفته می‌شود.

حال، با تعریف کرنش محیطی ϵ_ϕ در دستگاه مختصات استوانه‌ای، عبارت سرعت شعاعی به گونه‌ای دیگر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon_\phi = \frac{u_r}{r} \rightarrow u_r = r\varepsilon_\phi \quad (۷-۴)$$

با توجه به محدود بودن امتداد شعاعی r به دیواره داخلی تا دیواره بیرونی لوله که معادل $R \leq r \leq R+e$ می باشد و ضخامت ناچیز لوله $e \rightarrow 0$ ، می توان $r \cong R$ در نظر گرفت. بنابراین، عبارت سرعت شعاعی به مشتق کرنش محیطی تبدیل می شود:

$$\dot{u}_r|_{r=R} = \frac{\partial}{\partial t} R\varepsilon_\phi = R \frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial t} \quad (۸-۴)$$

که در رابطه (۵-۴) جایگزین می شود:

$$\frac{1}{E_f} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial z} + 2 \frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial t} = 0 \quad (۹-۴)$$

به همین ترتیب، عبارت $\frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial t}$ با به کارگیری سه معادله دیگر (رابطه سه بعدی تنش-کرنش در مواد الاستیک در جهت ϕ و فرضیات لوله های جداره نازک که به ترتیب در روابط (۴-۱۰) ارائه شده است)، به رابطه (۴-۱۱) بر حسب تنش محوری تبدیل می شود.

$$\varepsilon_\phi = \frac{\sigma_\phi}{E_p} - \frac{\nu_p}{E_p} \sigma_z \quad (۱۰-۴)$$

$$\sigma_\phi = \frac{Dp}{2e}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial t} = \frac{D}{eE_p} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{2\nu_p}{E_p} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} \quad (۱۱-۴)$$

در روابط فوق، E_p مدول یانگ مصالح لوله، σ_ϕ تنش محیطی، ν_p نسبت پواسون مصالح لوله و σ_z تنش محوری لوله می باشد. از طرفی برای محاسبه $\frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial t}$ به مقدار مشتق زمانی تنش محوری $\frac{\partial \sigma_z}{\partial t}$ نیاز است که برای محاسبه آن، معادله پواسون (رابطه ۴-۱۲)، کرنش محوری (رابطه ۴-۱۳) و فرضیه لوله های جداره نازک (رابطه ۴-۱۴) به کار گرفته می شود تا عبارت تنش محوری مطابق رابطه (۴-۱۵) بر حسب سرعت محوری به دست آورده شود.

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_p} - \frac{\nu_p}{E_p} \sigma_\phi \rightarrow \sigma_z = E_p \varepsilon_z + \nu_p \sigma_\phi \quad (۱۲-۴)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (۱۳-۴)$$

$$\sigma_\phi = \frac{Dp}{2e} \quad (۱۴-۴)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial t} = E_p \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} + \nu_p \frac{D}{2e} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (۱۵-۴)$$

با جایگزینی عبارت $\frac{\partial \sigma_z}{\partial t}$ در معادله (۱۱-۴) و به کارگیری رابطه $P = \rho g H$ ، عبارت کرنش محیطی ناشی از سرعت شعاعی در معادله (۸-۴) به سرعت محوری تبدیل می شود، بنابراین، معادله پیوستگی در حالت تداخلی سیال - سازه به صورت زیر تعریف می شود:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c_f^2}{g} \frac{\partial V}{\partial z} - 2\nu_p \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} \frac{c_f^2}{g} = 0 \quad (۱۶-۴)$$

در معادله فوق، $\dot{u}_z$ سرعت لوله در امتداد محوری، H ارتفاع متوسط فشار و V سرعت متوسط جریان می باشد. c_f نیز سرعت موج فشاری است که مشابه با مدلسازی ضربه قوچ بدون اثر تداخلی می باشد که در فصل سوم، نیز معرفی شده بود:

$$c_f^2 = \frac{\frac{E_f}{\rho_f}}{1 + k \frac{E_f D}{e E_p}} \quad (۱۷-۴)$$

که E_f مدول الاستیک سیال، ρ_f جرم مخصوص سیال، E_p مدول یانگ مصالح لوله، e ضخامت لوله و D قطر لوله می باشد. k ثابتی است که به صورت تابعی از نسبت پواسون مصالح لوله ν_p تعریف می شود [Wahba 2013].

k	$1 - \frac{v_p}{2}$	لوله فقط در انتهای بالادست مقید شود ^۱	(۱۸-۴)
	$1 - v_p^2$	لوله از حرکت محوری باز داشته شود. (کوپلینگ پواسون)	
	1	لوله با اتصالات انبساطی (کوپلینگ اتصال)	

بنابراین، در بخش بررسی اثرات تداخلی سیال-سازه، معادلات سیال، شامل چهار معادله پیوستگی، مومنتوم و معادلات تنش سیال فوق همرفتی ماکسول، می باشد که به صورت روابط زیر تعریف می شوند:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c_f^2}{g} \frac{\partial V}{\partial z} - 2v_p \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} \frac{c_f^2}{g} = 0 \quad (۱۹-۴)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} - \frac{2}{\rho R} \tau_{rz} = 0 \quad (۲۰-۴)$$

$$\tau_{rz} + \lambda \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = -\eta \frac{4V}{R} \quad (۲۱-۴)$$

۴-۳-۲- معادلات ارتعاش محوری سازه

به علت وجود جمله کوپله پواسون در معادله پیوستگی و نیاز به محاسبه جابجایی محوری نقاط مختلف لوله، معادلات مربوط به ارتعاش محوری نیز باید استخراج گردند. ارتعاش محوری نیز به نوبه خود، تحت تاثیر اثرات دیواره لوله خواهد بود. جهت مدلسازی ارتعاش محوری، نقطه آغازین، نوشتن معادله مومنتوم در جهت محوری است. در این معادله، از اثرات سختی خمشی، اینرسی دورانی و تغییر شکل برشی عرضی صرف نظر می گردد. این فرضیات به عنوان فرضیات امواج با طول موج های بلند خوانده می شوند.

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t r} \frac{\partial (r \tau_{rz})}{\partial r} - g \sin \theta = 0 \quad (۲۲-۴)$$

که در آن، ρ_t جرم مخصوص مصالح لوله، σ_z تنش محوری، $\dot{u}_z$ سرعت محوری و θ زاویه بین محور لوله و صفحه افقی می باشد. جهت رسیدن به یک فرمول بندی یک بعدی، عبارت های معادله فوق، در $2\pi r$ ضرب و سپس در راستای شعاعی از R تا $R+e$ انتگرال گیری می شوند و سپس بر $2\pi(R + \frac{e}{2})e$ تقسیم می گردند. با این کار،

^۱Pipe restrained at upstream end only

^۲Pipe restrained from axial movement

^۳Pipe with expansion joints

تمام جملات موجود در معادلات از حالت دو بعدی (t, z, r) به یک بعدی برحسب (t, z) تبدیل می‌شوند. با توجه به اینکه لوله به صورت افقی قرار گرفته معادله حرکت در جهت محوری، به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t} \frac{R+e}{(R+\frac{e}{2})e} \tau_{rz} \Big|_{r=R+e} + \frac{1}{\rho_t} \frac{R}{(R+\frac{e}{2})e} \tau_{rz} \Big|_{r=R} = 0 \quad (23-4)$$

که در آن، $\bar{u}_z$ و $\bar{\sigma}_z$ مقادیر متوسط سرعت و تنش محوری می‌باشند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\bar{u}_z = \frac{1}{2\pi(R+\frac{e}{2})e} \int_R^{R+e} \dot{u}_z 2\pi r dr \quad (24-4)$$

$$\bar{\sigma}_z = \frac{1}{2\pi(R+\frac{e}{2})e} \int_R^{R+e} \sigma_z 2\pi r dr$$

حال، بر اساس معادله بقای مومنتوم، در مرز تماس سیال و سازه در دیواره لوله رابطه زیر در مورد تنش‌ها برقرار است:

$$\begin{aligned} \tau_{rz} \Big|_{r=R+e} &= 0 \\ \tau_{rz} \Big|_{r=R} &= \tau_{rz} \Big|_{r=R} \end{aligned} \quad (25-4)$$

حال با به‌کارگیری مدل ماکسول، مانند معادلات بخش سیال، تنش همان تنش پلیمری محسوب می‌شود.

$$\tau_{rz} \Big|_{r=R} = \tau_{prz} \Big|_{r=R} \quad (26-4)$$

$$\tau_{prz} \Big|_{r=R} + \lambda \frac{\partial \tau_{prz}}{\partial t} = -\eta_p \frac{4V}{R} \quad (27-4)$$

به این ترتیب، اجزای یکی از معادلات ارتعاش محوری سازه معادله (23-4) که باید به صورت کوپل با معادلات سیال، به طور همزمان، حل شوند، تکمیل می‌گردد.

دومین معادله ارتعاش محوری سازه نیز به صورت زیر به دست آورده می‌شود:

ابتدا رابطه تنش-کرنش نسبت به امتداد محوری مطابق معادله (28-4) در نظر گرفته می‌شود، سپس فرضیات مربوط به لوله‌های جداره نازک از رابطه (29-4) اعمال می‌گردد و در مرحله بعد، با فرض ثابت بودن نسبت

پواسون، از ترکیب دو رابطه (۲۸-۴) و (۲۹-۴) نسبت به زمان مشتق گیری انجام می شود به این ترتیب، معادله (۳۰-۴) حاصل می شود:

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_p} - \frac{\nu_p}{E_p} \sigma_\phi \quad (28-4)$$

$$\sigma_\phi = \frac{Dp}{2e} \quad (29-4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = \frac{1}{E_p} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} - \frac{\nu_p}{E_p} \frac{\partial}{\partial t} \frac{Dp}{e} \quad (30-4)$$

در رابطه فوق، کرنش های کوچک از رابطه (۳۱-۴) و عبارت فشار نیز از $p = \rho gh$ جایگزین می شود تا معادله تغییرات تنش محوری سازه نسبت به زمان، مطابق رابطه (۳۲-۴) حاصل گردد:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (31-4)$$

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t c_t^2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} + g \frac{D}{2} \frac{\nu_p \rho_f}{e \rho_t c_t^2} \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (32-4)$$

$$c_t^2 = \frac{E_p}{\rho_t} \quad (33-4)$$

که در آن، C_t سرعت موج تنشی و ρ_t جرم حجمی مواد لوله می باشند. حال، جهت حصول به یک معادله یک بعدی، کافیه از تک تک عبارات های معادله (۳۲-۴) در راستای شعاعی از R تا $R+e$ انتگرال گیری شود. به این ترتیب، دومین معادله ارتعاش محوری سازه به صورت رابطه (۳۴-۴) به دست آورده می شود.

$$\frac{\partial \bar{\dot{u}}_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t c_t^2} \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial t} + g \frac{D}{2} \frac{\nu_p \rho_f}{e \rho_t c_t^2} \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (34-4)$$

در رابطه فوق، $\bar{\dot{u}}_z$ و $\bar{\sigma}_z$ مقادیر متوسط سرعت و تنش محوری می باشند که پیشتر در رابطه (۲۴-۴) تعریف شدند. بنابراین، معادلات (۲۳-۴) و (۳۴-۴) همراه با معادلات پیوستگی و ممنوم سیال (روابط (۱۹-۴) الی (۲۱-۴)) جهت حل مساله تداخل سیال - سازه در یک سیستم مخزن - لوله - شیر به کار گرفته می شوند.

۴-۴- انواع مکانیزم‌های اثرات کوپله

در این دیدگاه، مکانیزم‌ها با توجه به اثراتی که رفتار سیال بر سازه‌ی لوله و اتصالات جانبی و برعکس می‌گذارد مطالعه می‌شود. در واقع، از این نظر که چگونه و چه مکانیزم‌هایی می‌تواند این اثرات تداخلی و کوپله را ایجاد نماید، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در تحقیق حاضر دو مکانیزم کوپله پواسون^۱ و کوپله تقاطع^۲-(اتصال) به صورت منفک مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۴-۴-۱- اثر تداخلی پواسون

اثر تداخلی پواسون به دلیل وجود نسبت پواسون مصالح لوله می‌باشد. در این حالت، تغییر شکل‌های شعاعی، با توجه به نسبت پواسون به تغییر شکل‌ها و جابه‌جایی‌های محوری تبدیل می‌شوند. در واقع این اثر در معادلات هیدرولیکی و سازه‌ای با عبارت‌هایی بر حسب نسبت پواسون ظاهر می‌شود، به نحوی که پارامترهای سازه‌ای را در معادلات هیدرولیکی و پارامترهای هیدرولیکی را در معادلات سازه‌ای وارد می‌نماید. بدیهی است مقدار اثر این کوپله، بستگی زیادی به نسبت پواسون مصالح به کار رفته در لوله دارد و در صورتی که این نسبت در این عبارت‌ها برابر صفر در نظر گرفته شود، این اثر تداخلی در نظر گرفته نمی‌شود. باید توجه نمود که این اثر می‌تواند در فشارها و تنش‌های حاصله، تاثیر زیادی داشته باشد.

۴-۴-۲- اثر تداخلی تقاطع (اتصال)

اگر سیستم لوله در محل‌هایی که سیال تغییر مومنتوم می‌دهد، مانند محل شیرها، تقاطع‌ها، زانویی‌ها، اوریفیس‌ها، محل‌هایی که لوله تغییر قطر می‌دهد (ونتوری‌ها) و ... ، به نحوی به زمین متصل شده باشند که امکان جابه‌جایی و حرکت آنها وجود داشته باشد، می‌تواند در اثر نوسانات فشار و سرعت ناشی از یک تحریک مکانیکی در سیستم، اثر تداخلی تقاطع (اتصال) ایجاد شود. در بعضی موارد، این اثر کوپله بسیار جدی‌تر از اثر کوپله پواسون بوده و می‌تواند باعث تشدید تنش‌ها و تخریب سازه گردد.

^۱Poisson coupling

^۲Friction coupling

۴-۳- تفاوت اثر تداخلی پواسون و اتصال

از دو منظر می‌توان تفاوت اثر تداخلی پواسون و اتصال را بررسی کرد. یکی از لحاظ علل ایجاد آن که در بخش های پیش، توضیح داده شد، و دیگری نحوه‌ی به‌کارگیری و اعمال این اثرات تداخلی که برای حل معادلات هیدرولیکی و سازه‌ای نیاز است. در مباحث تداخلی سیال-سازه، بایستی اثرات تداخلی در هر یک از معادلات دیفرانسیلی حاکم، شرایط مرزی و نیز شرایط اولیه بررسی شود. چراکه در حل یک پدیده و مدل‌سازی ریاضی آن، رسیدن به جواب درست مسأله، نیازمند شناخت درست روابط حاکم و شرایط مرزی و شرایط اولیه می‌باشد. اثر تداخلی پواسون، اثری است که خود را در معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیال و سازه ارایه شده، به صورت جملاتی که شامل نسبت پواسون هستند، نشان می‌دهد و به‌این طریق، رفتار سیال و سازه را با یکدیگر مرتبط می‌سازد. در حالی که اثر تداخلی اتصال، در شرایط مرزی که برای تحلیل سازه یا سیال مورد استفاده قرار می‌گیرد ظاهر می‌شود. یعنی در شرایط مرزی که برای تحلیل هیدرولیکی استفاده می‌شود باید از مقادیر سازه‌ای مانند جابجایی‌ها، سرعت‌ها و شتاب‌های سازه‌ای که در این نقاط اتفاق می‌افتد، با توجه به نوع شرط مرزی، استفاده شود و هم در شرایط مرزی که برای تحلیل سازه مورد استفاده قرار می‌گیرد (بارگذاری‌ها)، از مقادیر پارامترهای هیدرولیکی استفاده شود. این بارگذاری‌های مرزی، ناشی از حاصل ضرب فشار سیال در سطح مقطع جریان، در مقاطع ورودی و خروجی حجم کنترل نظیر اتصالات می‌باشد که می‌تواند به صورت یک بارگذاری متمرکز بر سازه در نظر گرفته شود. این نیروهای متمرکز در فشارهای بالایی که غالباً در آغاز یک جریان غیرماندگار به وجود می‌آید مقادیر قابل توجهی خواهند داشت. بنابراین برای یک تحلیل عددی، هم برای مدل‌سازی اثر کوپله پواسون و هم برای مدل‌سازی اثر کوپله اتصال، باید از یک الگوریتم تکرار برای همگرایی مقادیر در معادلات و مرزها استفاده شود.

۴-۵- شرایط مرزی کوپله اتصال و پواسون

همواره شرایط مرزی حاکم بر سیستم، به‌عنوان بخش تکمیلی برای مدل ریاضی و روش‌های عددی، مورد نیاز می‌باشد. از آنجا که شرایط مرزی کوپله‌ها در محل پشت شیر، در سیستم مورد بررسی شیر، لوله و مخزن، کمی

متفاوت است، در این بخش، دو نقطه مرزی لوله، یکی نقطه پشت شیر و دیگری انتهای بالادست لوله که مجاور مخزن می‌باشد، به تفکیک بررسی می‌گردد.

۴-۵-۱- نقطه انتهای بالادست لوله

در هر دو نوع کوپله اتصال و پواسون، در انتهای بالادست لوله، شرایطی حاکم است که نمایانگر وجود ارتفاع ثابتی معادل ارتفاع مخزن، برای آن نقطه می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_1 = H_0 \quad (۴-۳۵)$$

$$\dot{u}_{z1} = 0 \quad (۴-۳۶)$$

در روابط فوق، زیرنویس صفر، مقدار متغیرها را در شرایط جریان دائمی و اندیس ۱، نقطه انتهایی بالادست لوله را نشان می‌دهد.

۴-۵-۲- نقطه پشت شیر

در کوپله اتصال، شرایط مرزی برای نقطه پشت شیر، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_v = \dot{u}_{zv} \quad (۴-۳۷)$$

$$\sigma_v A_t = \rho_f g A_f (H_v - H_0) \quad (۴-۳۸)$$

در روابط فوق، اندیس V بیانگر مقدار متغیر در محل پشت شیر، A_f سطح مقطع جریان، A_t سطح مقطع جداره لوله می‌باشد. در واقع، در کوپله اتصال، شیر مجاز به حرکت است که ارتعاش لوله را در پی دارد. اما در کوپله پواسون، شرایط مرزی برای نقطه پشت شیر که شیر به طور ناگهانی بسته می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_v = 0 \quad (۴-۳۹)$$

$$\dot{u}_{zv} = 0 \quad (۴-۴۰)$$

در کوپله پواسون، بر خلاف کوپله اتصال، فرض می‌شود که شیر ثابت است و لوله در آن محل، درگیر ارتعاش نمی‌شود.

۴-۶- مدلسازی عددی

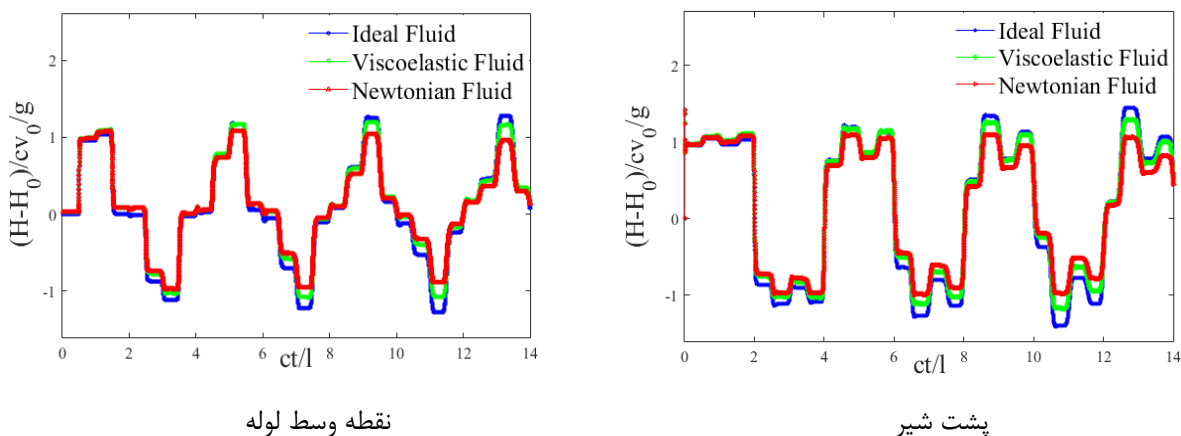
در این بخش، سیال فوق همرفتی ماکسول فصل گذشته که مدل سازی ضربه قوچ بدون اثرات تداخلی روی آن، انجام گردید، مجدداً با در نظر گرفتن اثرات تداخلی سیال- سازه تحت کوپلینگ های اتصال، پواسون در نقاط بحرانی لوله مانند پشت شیر و نقطه وسط لوله مورد بررسی قرار می گیرد و در هر مرحله تاثیرات کوپلینگ ها بر ارتفاع فشار سیال نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول مورد مقایسه قرار می گیرد. مشخصات سازه ای لوله در بررسی اثرات اندرکنش، در جدول (۴-۱) ثبت گردیده است.

جدول ۴-۱- مشخصات سیال و ویژگیهای فیزیکی سیستم	
طول لوله (m)	۳۶/۰۹
سرعت متوسط (m/s)	۰/۱۲۸
سرعت موج (m/s)	۱۳۲۴
قطر لوله (m)	۰/۰۲۵۳
وزن مخصوص محلول (kg/m^3)	۲۲۰۰
سرعت موج تنشی (m/s)	۵۲۸۰/۵
جرم مخصوص لوله (kg/m^3)	۷۹۰۰
مدول یانگ لوله (Gpa)	۲۱۰
نسبت پواسون	۰/۳
ضریب دارسی-ویسباخ	۰/۷۸
عدد رینولدز	۸۰
نسبت ویسکوزیته	۱
عدد ماخ	$۹/۶۶ \times ۱۰^{-۵}$
عدد دبورا	۱۰

۴-۶-۱- کوپله اتصال

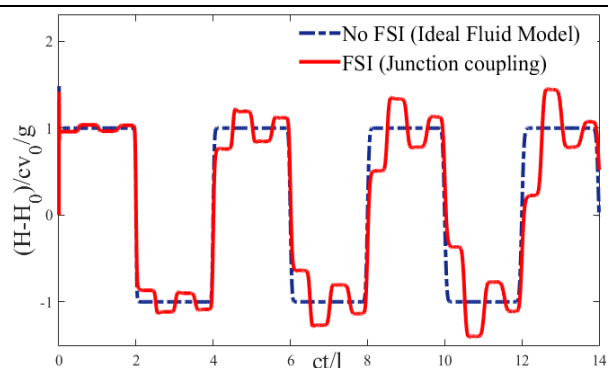
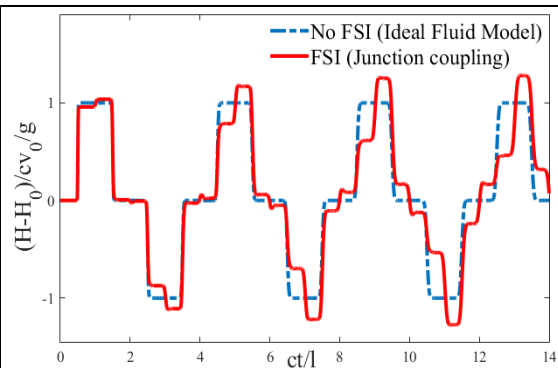
کوپلینگ اتصال که در اثر تغییر در اندازه و جهت سرعت جریان، رخ می دهد، به دلیل شرایط مرزی که به سازه امکان ارتعاش در محل پشت شیر را می دهد، معمولاً مهم ترین نوع کوپله در بررسی اثر تداخلی سیال- سازه به شمار می رود. به جهت بررسی تاثیر این کوپله بر اتفاقات ناشی از ضربه قوچ در لوله، رفتار سیال، مشابه فصل قبل، در

سه حالت سیال ایده‌آل (بدون اصطکاک)، نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول در دو نقطه پشت شیر و وسط لوله مورد مقایسه قرار گرفته و در شکل (۴-۱) نشان داده می‌شود.



شکل ۴-۱- مقایسه تاریخچه فشار سیال در حالات مختلف در حین رخداد ضربه قوچ در کوپله اتصال

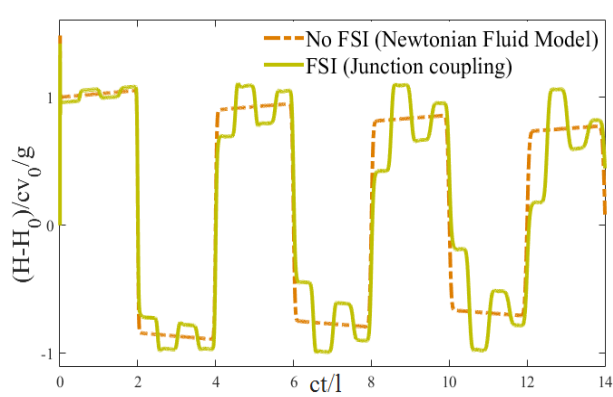
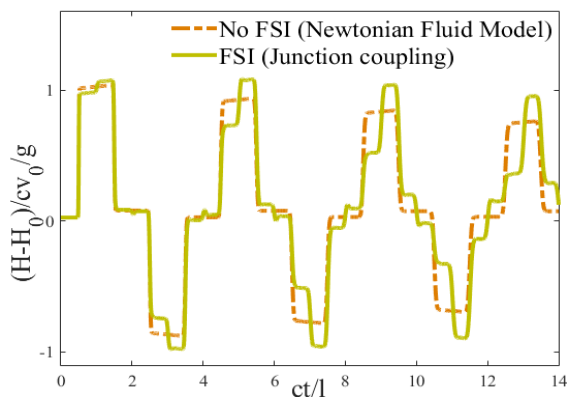
شکل (۴-۱) نشان می‌دهد که در حالت اعمال اثرات کوپله اتصال، ضمن مشاهده تغییرات محسوس در رفتار موج فشاری ناشی از بستن سریع شیر، عملکرد رفتاری سیالات از نظر ارتفاع موج فشاری و نیز زمان میرایی جریان انتقالی ایجاد شده مشابه حالت مدل‌سازی ضربه قوچ در این سیالات، بدون اعمال اثرات تداخلی سازه می‌باشد. در واقع، طولانی‌تر بودن زمان میرایی موج فشاری در سیال فوق همرفتی ماکسول در مقایسه با سیالات نیوتنی در این شکل نیز مشاهده می‌شود. در ادامه، به منظور بررسی دقیق‌تر تاثیر کوپله اتصال بر هر یک از حالات سیال (سیال ایده‌آل، نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول) به تفکیک بررسی و با حالت بدون اثرات تداخلی مورد مقایسه قرار داده می‌شود.



نقطه وسط لوله

پشت شیر

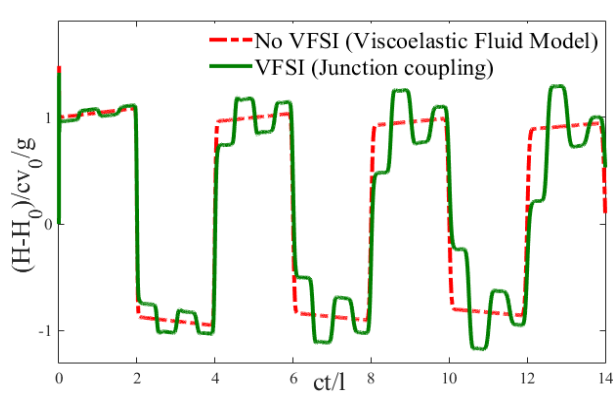
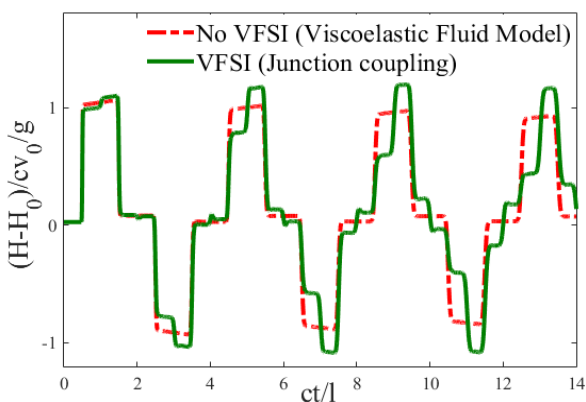
الف- سیال بدون ویسکوزیته (ایده آل)



نقطه وسط لوله

پشت شیر

ب- سیال نیوتنی $Re = 80, De = 0, M = 9.66e - 5$



نقطه وسط لوله

پشت شیر

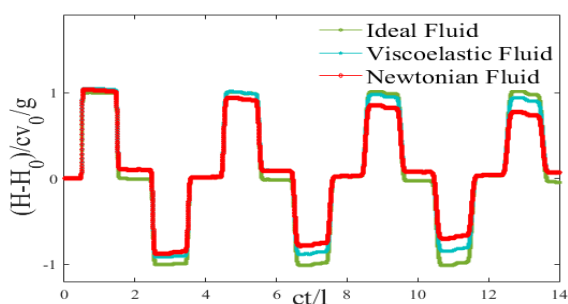
ج- سیال فوق همرفتی ماکسول $Re = 80, De = 10, M = 9.66e - 5$

شکل ۴-۲- نمایش تاریخچه فشار سیال در حالات مختلف در حین رخداد ضربه قوچ در کوپله اتصال

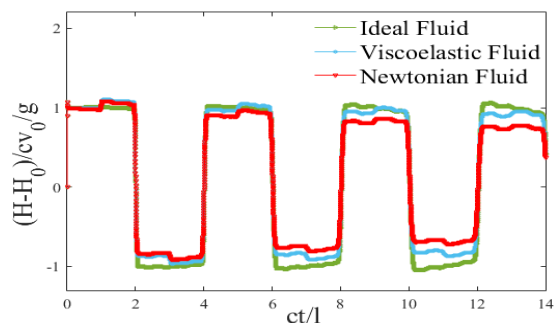
بخش‌های مختلف شکل (۴-۲) نشان می‌دهند که روند تغییرات رفتار موج فشاری با در نظر گرفتن اثر تداخلی کوپلینگ اتصال، در سه حالت سیال، تقریباً مشابه است. آنچه در محل پشت شیر، برای هر سه حالت سیال مشاهده می‌شود، کاهش جزئی فشار از میزان فشار متداول ژوکوفسکی در اثر بسته شدن ناگهانی شیر می‌باشد. به نظر می‌رسد این مساله به شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای کوپلینگ اتصال، مرتبط است. با توجه به اینکه در این نوع کوپلینگ، به شیر، اجازه ارتعاش داده می‌شود، افزایش فشار ایجاد شده ناشی از بسته شدن ناگهانی شیر، باعث می‌شود که شیر به سمت پایین دست کشیده شود، بنابراین، یک مخزن ذخیره اضافی برای مایع ایجاد می‌شود که منتج به ایجاد فشار اولیه پایین‌تر می‌شود. در واقع، این حرکت شیر، باعث می‌شود که سیال، به طور کامل، متوقف نشود و با سرعتی معادل سرعت شیر حرکت کند، بنابراین، انرژی جنبشی در محل پشت شیر به طور کامل به ارتفاع فشاری تبدیل نمی‌شود و بنابراین ارتفاع فشار در محل پشت شیر از میزان فشار در حالت بدون اثرات تداخلی که در آن، سرعت سیال در پشت شیر کاملاً به صفر رسیده بود، کمتر خواهد بود. موج تنش محوری ناشی از حرکت شیر، در طول لوله، شیر را به عقب، هل می‌دهد و این عمل پمپی همچنان ادامه پیدا می‌کند تا جریان، به تدریج، میرا شود. این مساله در مطالعه‌ای که توسط برگانت و همکاران در مورد سیال نیوتنی در شرایط کوپلینگ اتصال انجام شد، نیز مشاهده گردید. [Bergant et. al. 2008].

۴-۶-۲- کوپله پواسون

کوپله پواسون، که به میزان جابجایی و تغییر شکل محوری ناشی از نسبت پواسون مصالح لوله نسبت داده می‌شود، معمولاً از تاثیر کمتری نسبت به کوپله اتصال، برخوردار است که یکی از دلایل مهم آن، شرایط مرزی تعریف شده برای آن می‌باشد که بر اساس آن، بر خلاف کوپله اتصال، به شیر اجازه ارتعاش داده نمی‌شود و سرعت جریان و سرعت محوری لوله در محل پشت شیر، معادل صفر در نظر گرفته می‌شود. جهت بررسی دقیق تاثیرات کوپله پواسون، با به کارگیری معادلات سازه و سیال در بخش اثرات تداخلی و همچنین اعمال شرایط مرزی مطابق روابط (۴-۴۳) و (۴-۴۴) مقادیر تاریخچه فشاری ضربه قوچ در این شرایط مطابق شکل (۴-۳)، قابل استحصال است.



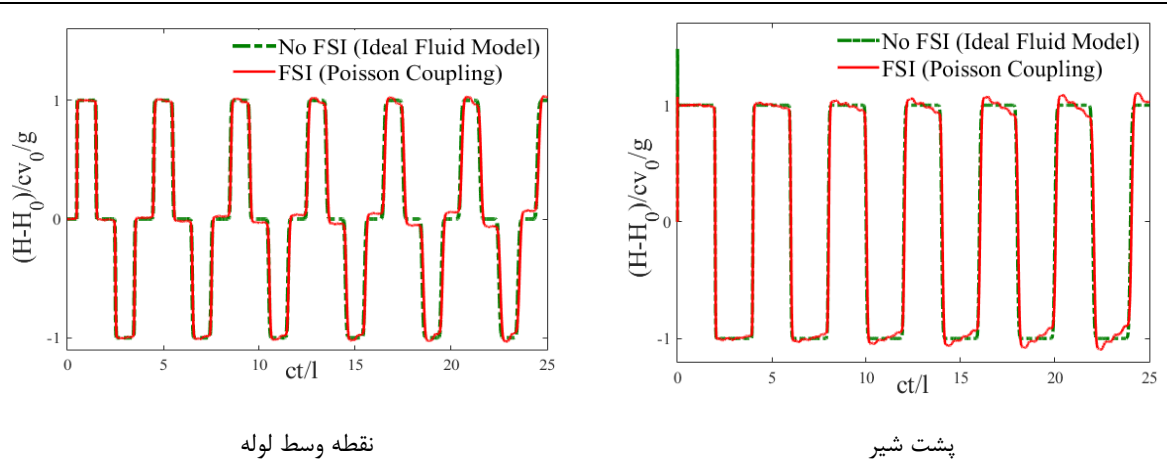
وسط لوله



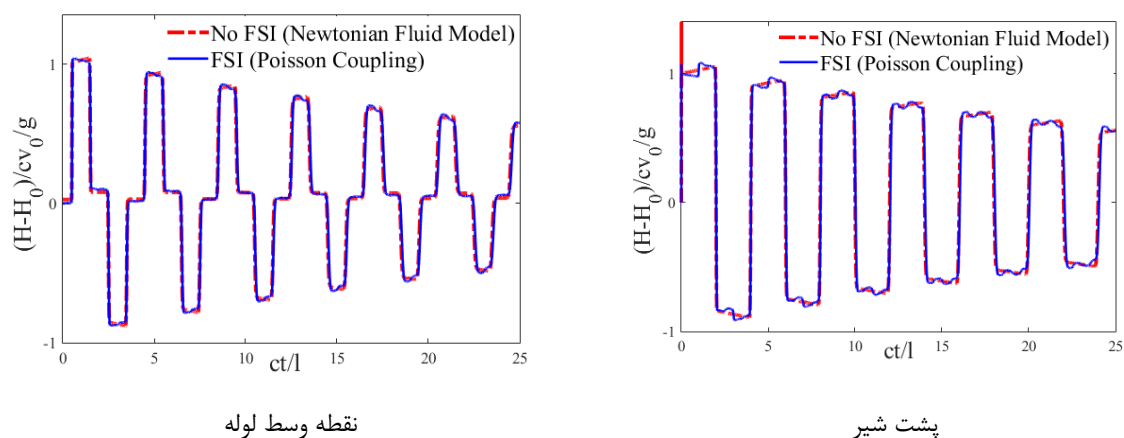
پشت شیر

شکل ۴-۳- مقایسه تاریخچه فشار سیال در حالات مختلف در حین رخداد ضربه قوچ در کوپله پواسون

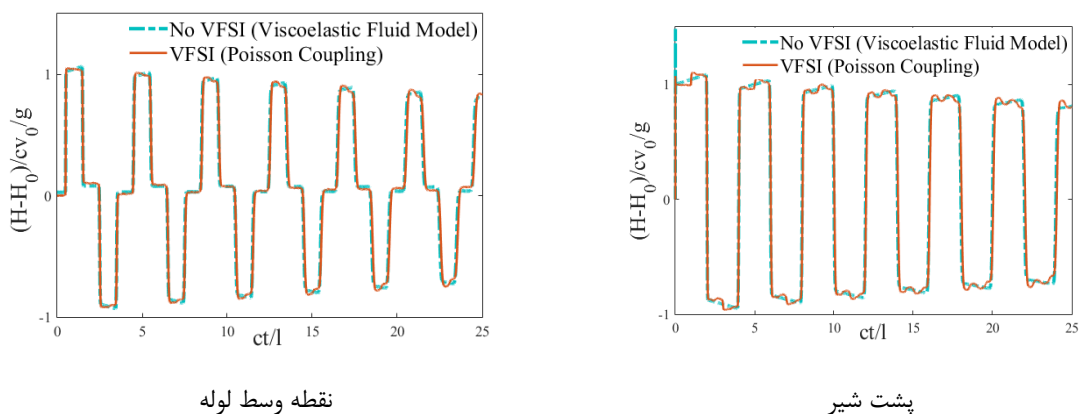
با توجه به شکل (۴-۳)، روند ترتیبی سیالات در حالات ایده آل، نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول، از نظر ارتفاع موج فشاری مشابه مدلسازی ضربه قوچ این سیالات، بدون در نظر گرفتن اثر تداخلی و همچنین کوپله اتصال است. به جهت بررسی دقیق تر میزان تفاوت در تاریخچه فشاری این سیالات، در ادامه هر یک از سیالات، به تفکیک با حالت بدون اثر تداخلی مورد مقایسه قرار می گیرند.



الف- سیال بدون ویسکوزیته (ایده آل)



ب- سیال نیوتنی $Re = 80, De = 0, M = 9.66e - 5$



ج- سیال فوق همرفتی ماکسول $Re = 80, De = 10, M = 9.66e - 5$

شکل ۴-۴- نمایش تاریخچه فشار سیال در حالات مختلف در حین رخداد ضربه قوچ در کویل پواسون

همانطور که در بخش‌های شکل ۴-۴- مشاهده می‌شود، کوپله پواسون، در ابتدای حرکت موج فشاری در محل پشت شیر، تاثیر کمی از خود نشان می‌دهد که آن هم، در مقایسه با تاثیر پذیری ضعیف در نقطه وسط لوله، حائز اهمیت است. در واقع، مکانیسم عملکرد این کوپله به این صورت است که پس از بسته شدن سریع شیر، فشار سیال در حال حرکت در محل پشت شیر افزایش می‌یابد و این مساله باعث انبساط شعاعی جداره لوله می‌شود. به طور همزمان با انبساط شعاعی در لوله یک انقباض محوری در لوله اتفاق می‌افتد که منجر به ارسال یک موج تنشی^۱ و نهایتاً تغییر در فشار سیال می‌شود.

در بررسی برهمکنش سیال فوق همرفتی ماکسول -سازه در طی رخداد ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول، کوپله اتصال بیشترین تاثیر و کوپله پواسون نیز کمترین تاثیر را بر ارتفاع موج فشاری نمایش می‌دهند. همانطور که در بخش‌های معرفی این کوپله‌ها ذکر گردید، شرایط مرزی تعریف شده برای کوپله اتصال، به گونه‌ای است که به شیر اجازه ارتعاش در سیستم داده می‌شود و همین مساله باعث تاثیرگیری شدید سیستم از اثرات این کوپله می‌شود که معمولاً در محل‌های تغییر مومنتوم جریان، نظیر پشت شیرها، تقاطع‌ها، زانویی‌ها اتفاق می‌افتد. اما در کوپله پواسون، شرایط مرزی تحمیل شده به سیستم از تقید بالایی برخوردار است و با تحمیل شرط گیردار نمودن سازه در محل‌های ذکر شده، میزان تاثیرپذیری سیستم از این کوپله به حداقل می‌رسد. کوپله پواسون به نسبت پواسون مصالح لوله و میزان تغییر شکل‌های شعاعی لوله وابسته است که معمولاً در جریان‌هایی با سرعت بالا از نمود بیشتری برخوردار است.

^۱stress wave

فصل پنجم

خلاصه، نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۵-۱- خلاصه

در تحقیق حاضر، سعی شده تا با از میان برداشتن فرض پایه‌ای سیال نیوتنی، ارتباطی بین دو حوزه جریان‌های میرای غیردائمی در لوله و مباحث سیال فوق همرفتی ماکسول برقرار گردد. علت این امر، کاربرد وسیع این سیالات در علوم مهندسی، داروسازی، صنایع پلیمر، محصولات غذایی و... می‌باشد که در همه این موارد، قطع ناگهانی جریان برق و به دنبال آن توقف ناگهانی جریان در لوله که تبعات ناشی از رخداد ضربه قوچ را به همراه دارد، امری محتمل به‌شمار می‌رود. به این منظور، در گام اول، موضوع مورد نظر از دو زاویه متفاوت، مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. چراکه از یک سو، می‌بایست، با ویژگی‌ها و معادلات رئولوژی سیال فوق همرفتی ماکسول که یکی از گروه‌های اصلی سیالات غیرنیوتنی را تشکیل می‌دهد به طور کامل آشنا شد و از سویی دیگر می‌بایست، جزئیات پدیده ضربه قوچ و معادلات حاکم بر آن که شامل معادلات اصلی ناوراستوکس و فرضیات آن، می‌شود، نیز جهت ایجاد ارتباط با معادلات سیال فوق همرفتی ماکسول، به‌طور کامل، مورد بازنویسی قرار می‌گرفت. از طرفی با توجه به اینکه رخداد پدیده ضربه قوچ، به‌طور معمول، ارتعاش جداره لوله را در پی دارد و در ابعاد وسیع ممکن است، منجر به آسیب‌های جدی به سیستم لوله شود، بررسی اثرات تداخلی سیال-سازه طی کوبه‌های مختلف، نیز در کنار مدلسازی این پدیده، باید مورد توجه قرار می‌گرفت. در این راستا فصل دوم تحقیق به دو بخش تقسیم گردید. بخش اول به ویژگی‌های سیال فوق همرفتی ماکسول اختصاص داده شد که مطالبی مانند "تبیین جایگاه سیال فوق همرفتی ماکسول در بین گروه‌های مختلف سیالات غیر نیوتنی، تعریف واژه ویسکوالاستیک و نحوه کشف این سیالات، ویژگی‌های خاص و متفاوت این سیالات نسبت به سایر سیالات، اعداد بی‌بعد تعریف کننده مشخصات سیال فوق همرفتی ماکسول و نهایتاً معرفی مدل‌های رئولوژی این سیالات که بیانگر رابطه بین تنش و نرخ کرنش در آنها می‌باشد" را در برمی‌گیرد و بخش دوم، نیز به پدیده ضربه قوچ در لوله و اثرات اندر کنش سیال-سازه در حین وقوع آن، اختصاص داده شد که به مطالبی نظیر "چگونگی رخداد پدیده ضربه قوچ در لوله، سوابق مطالعاتی صورت گرفته در این زمینه و همچنین بررسی تاریخچه مطالعات انجام گرفته در زمینه اثرات اندرکنش سیال-سازه در طول ضربه قوچ" می‌پردازد. در گام بعد، می‌بایست، بین معادلات رئولوژی سیال فوق همرفتی ماکسول و

معادلات حاکم بر ضربه قوچ رابطه‌ای ایجاد می‌شد، به همین منظور، در فصل سوم، به اثبات معادلات حاکم بر ضربه قوچ در حالت کلی پرداخته شد، معادلات پیوستگی و مومنتوم به کار رفته در مدلسازی ضربه قوچ، با استفاده از معادله حالت و معادله کامل سرعت موج و... به طور کامل اثبات و بازنویسی شدند. از طرفی با توجه به اینکه یکی از محبوب‌ترین معادلات رئولوژی تبیین کننده رفتار سیال فوق همرفتی ماکسول، مدل ماکسول می‌باشد، از معادلات این مدل، به عنوان معادلات ساختاری در مدلسازی سیال فوق همرفتی ماکسول تحقیق حاضر استفاده گردید. به همین منظور، در ادامه به معرفی مدل ماکسول اختصاص داده شد که در آن، شکل ساختاری معادلات ماکسول به طور کامل، تشریح گردید و سپس، با استفاده از قوانین تانسورها و مفاهیم هیدرودینامیکی حاکم بر سیالات، ارتباطی بین معادلات ضربه قوچ مطروحه در بخش نخست این فصل و معادلات ماکسول سیال فوق همرفتی ماکسول ایجاد و نهایتاً معادلات اصلی ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول استخراج گردید. پس از استحصال معادلات حاکم بر مساله، در گام بعد، می‌بایست، معادلات به دست آمده با یک روش عددی مناسب گسسته سازی و سپس ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول با در نظر گرفتن شرایط اولیه و مرزی مناسب، مورد مدلسازی قرار می‌گرفت. از این سو، روش عددی تفاضل محدود LXF به عنوان روش عددی مورد استفاده در این تحقیق با تشریح مزایا و محدودیت‌ها به طور کامل، معرفی گردید و سپس معادلات حاکم بر مساله با این روش، گسسته سازی شده (پیوست) و در قالب یک مساله شامل سیستم شیر، لوله و مخزن ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول، مدل سازی گردید. یکی از نکاتی که در انتهای مدل سازی مورد بررسی قرار گرفت، بی بعد سازی معادلات و استخراج پارامترهای بی بعد حاکم بر معادلات بود. پس از بی بعد سازی مشخص گردید که معادلات حاکم بر ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول، متاثر از اعداد بی بعد دوبرا، رینولدز، ماخ می‌باشد و سپس تاثیر هر یک از این اعداد بر تاریخچه ارتفاع فشاری در نقطه وسط لوله ارزیابی گردید. جهت بررسی دقیق تر تاثیر سیال فوق همرفتی ماکسول بر اتفاقات ضربه قوچ، در همه موارد، رفتار سیال فوق همرفتی ماکسول با سیال ایده آل (بدون ویسکوزیته) و سیال نیوتنی (با ویسکوزیته مشابه سیال فوق همرفتی ماکسول) مقایسه و نتایج حاصله مورد بحث و بررسی قرار گرفت. به منظور بررسی اثرات اندرکنش سیال-سازه در حین وقوع ضربه قوچ در لوله، در فصل

چهارم، ابتدا به تشریح اهمیت توجه به این مساله پرداخته شد و سپس دیدگاه‌های رایج در زمینه آنالیز کوپله شامل تعداد معادلات در لوله‌ها تعریف گردید و نهایتاً، مدلسازی عددی در مورد محلول پلیمری که تحت کوپله‌های مختلف اتصال و کوپله پواسون، قرار گرفته انجام گردید و نتایج به دست آمده در مورد اثرات سیال-سازه در این کوپله‌ها در سیالات ایده‌آل، نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول با هم مقایسه و مورد بحث و بررسی قرار گرفت.

۵-۲- نتیجه گیری

نتایج کلی به دست آمده از تحقیق حاضر را می‌توان به دو بخش تقسیم نمود. در بخش اول، نتایج حاصل از مدلسازی ضربه‌قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول بدون اثرات تداخلی تشریح می‌گردد که در آن، تفاوت‌های رفتاری سیال فوق همرفتی ماکسول و سیال نیوتنی در حین رخداد ضربه قوچ در لوله مورد بررسی قرار می‌گیرد و در بخش دوم، نتایج حاصل از مدلسازی ضربه‌قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول با در نظر گرفتن اثرات اندرکنش سیال-سازه مورد بررسی قرار می‌گیرد که در آن، رفتار جریان تحت تاثیر کوپله‌های مختلف مدلسازی می‌شود.

۵-۲-۱- نتایج کلی مدلسازی ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول

تفاوت رفتار سیال نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول را در حین رخداد ضربه قوچ در لوله می‌توان در چندین بخش مورد بررسی قرار داد:

۵-۲-۱-۱- فرمولاسیون

معادلات حاکم بر ضربه قوچ کلاسیک شامل معادلات پیوستگی و مومنتوم بوده که متاثر از اعداد بی بعد ماخ و رینولدز هستند. در مدلسازی ضربه قوچ با سیال فوق همرفتی ماکسول علاوه بر معادلات ذکر شده، به معادله ساختاری دیگری نیز جهت جایگزینی پارامتر تنش در معادله مومنتوم، نیاز است. در پژوهش حاضر، از روابط مدل ماکسول استفاده گردید. بی‌بعد سازی معادلات نشان می‌دهد که در این حالت، معادلات حاکم، متاثر از اعداد بی بعد ماخ، رینولدز، دبرا هستند.

۵-۲-۱-۲- زمان میرایی و دمپینگ جریان انتقالی

به طور کلی جریان انتقالی ناشی از ضربه قوچ، پس از طی مسافت رفت و برگشتی در لوله به تدریج به میرایی می‌رسد. نتایج مدلسازی‌ها نشان داد که در مقایسه بین سیال نیوتنی و سیال فوق همرفتی ماکسول، میرایی و یا دمپینگ جریان در حالتی که از سیال نیوتنی استفاده می‌شود، سریع‌تر اتفاق می‌افتد. علت این مساله به ویژگی ثابت زمانی رهایی از تنش در سیال فوق همرفتی ماکسول ارتباط داده می‌شود. این ویژگی باعث می‌شود که انرژی پتانسیل تحمیل شده به سیستم در سیال ذخیره گردد و تمایل به دمپینگ کاهش یابد.

۵-۲-۲- نتایج کلی مدلسازی ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول با در نظر گرفتن اثرات تداخلی

به‌منظور بررسی اثرات اندرکنش سیال-سازه در حین وقوع ضربه قوچ در لوله، پس از بازنویسی معادلات ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول و دخالت معادلات ارتعاش محوری سازه، کوپله‌های مختلف به همراه معادلات و شرایط مرزی هر یک تعریف گردید. در ادامه، مدل‌سازی عددی در مورد محلول پلیمری به عنوان یک سیال فوق همرفتی ماکسول که تحت کوپله‌های اتصال و پواسون قرار گرفته انجام گردید و رفتار آن با سیال ایده‌آل و سیال نیوتنی با ویسکوزیته مشابه مورد مقایسه قرار گرفت که نتایج کلی زیر را در بر داشت:

- در مورد کوپله اتصال که معمولاً مهم‌ترین نوع کوپله در بررسی اثر تداخلی سیال-سازه به‌شمار می‌رود، بررسی‌ها نشان داد که روند تغییرات رفتار موج فشاری با در نظر گرفتن اثر تداخلی این کوپله، در سه حالت سیال مورد مقایسه، تقریباً مشابه است. آنچه در محل پشت شیر، برای هر سه حالت سیال مشاهده می‌شود، کاهش جزئی فشار از میزان فشار متداول ژوکوفسکی در اثر بسته شدن ناگهانی شیر می‌باشد. به نظر می‌رسد این مساله به شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای کوپله اتصال، مرتبط است، با توجه به اینکه در این نوع کوپله، به شیر، اجازه ارتعاش داده می‌شود، افزایش فشار ایجاد شده ناشی از بسته شدن ناگهانی شیر، باعث می‌شود که شیر به سمت پایین دست کشیده شود، بنابراین، یک مخزن ذخیره اضافی برای مایع ایجاد می‌شود که منتج به ایجاد فشار اولیه پایین‌تر می‌شود. در واقع، این حرکت شیر، باعث می‌شود که سیال، به طور کامل، متوقف نشود و با سرعتی معادل سرعت شیر حرکت کند، بنابراین، انرژی

جنبشی در محل پشت شیر به طور کامل به ارتفاع فشاری تبدیل نمی‌شود و بنابراین ارتفاع فشار در محل پشت شیر از میزان فشار در حالت بدون اثرات تداخلی که در آن، سرعت سیال در پشت شیر کاملاً به صفر رسیده بود، کمتر خواهد بود. موج تنش محوری ناشی از حرکت شیر، در طول لوله، شیر را به عقب، هل می‌دهد و این عمل پمپی همچنان ادامه پیدا می‌کند تا جریان، به تدریج، میرا شود.

- در مورد کوپله پواسون، که به میزان جابجایی و تغییر شکل محوری ناشی از نسبت پواسون مصالح لوله نسبت داده می‌شود، بررسی‌ها نشان داد که کوپله پواسون، در ابتدای حرکت موج فشاری در محل پشت شیر، تاثیر کمی از خود نشان می‌دهد که آن هم، در مقایسه با تاثیر پذیری ضعیف در نقطه وسط لوله، حائز اهمیت است. در واقع، مکانیسم عملکرد این کوپله به این صورت است که پس از بسته شدن سریع شیر، فشار سیال در حال حرکت در محل پشت شیر افزایش می‌یابد و این مساله باعث انبساط شعاعی جداره لوله می‌شود. به طور همزمان با انبساط شعاعی در لوله یک انقباض محوری در لوله اتفاق می‌افتد که منجر به ارسال یک موج تنشی و نهایتاً تغییر در فشار سیال می‌شود. تاثیرات کوپله پواسون در ابتدا خیلی کوچک هستند و به تدریج در طول لوله زیاد می‌شوند.

- در مقایسه اثرات کوپله‌ها بر برهمکنش سیال فوق همرفتی ماکسول -سازه در طی رخداد ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول، کوپله اتصال بیشترین تاثیر و کوپله پواسون نیز کمترین تاثیر را بر ارتفاع موج فشاری نمایش می‌دهند. شرایط مرزی تعریف شده برای کوپله اتصال، به گونه‌ای است که به شیر اجازه ارتعاش در سیستم داده می‌شود و همین مساله باعث تاثیرگیری شدید سیستم از اثرات این کوپله می‌شود که معمولاً در محل‌های تغییر مومنتوم جریان، نظیر پشت شیرها، تقاطع‌ها، زانویی‌ها اتفاق می‌افتد. اما در کوپله پواسون، شرایط مرزی تحمیل شده به سیستم از تقید بالایی برخوردار است و با تحمیل شرط گیردار نمودن سازه در محل‌های ذکر شده، میزان تاثیرپذیری سیستم از این کوپله به حداقل می‌رسد.

۵-۳- پیشنهادات

با توجه به این که مباحث مربوط به مدلسازی جریان میرای سیال فوق همرفتی ماکسول در لوله‌ها و بررسی اثرات تداخلی سیال-سازه در حین وقوع آن، تاکنون به‌طور جدی مورد مطالعه قرار نگرفته و تحقیقات صورت گرفته تاکنون، در زمینه سیال فوق همرفتی ماکسول به بررسی جنبه‌های دیگری از این سیالات محدود شده‌اند، زمینه‌های مورد بحث و تحلیل در مورد این موضوع، همچنان فراهم است. در واقع، این تحقیق، نخستین گام در این زمینه به شمار می‌رود که به‌همین دلیل، با محدودیت‌هایی در اعمال فرضیات در شکل سیستم و نیز معادلات کلی حاکم بر مساله همراه بود. بی‌شک، انجام تحقیقات گسترده‌تر در این زمینه در سیستم‌های پیچیده و کاهش فرضیات، می‌تواند به افزایش دقت نتایج به دست آمده از این تحقیق، کمک شایانی نماید. به‌همین منظور، پیشنهاداتی برای ادامه کار در این زمینه ارائه می‌گردد:

- جریان میرای سیال فوق همرفتی ماکسول مورد بحث در همه فصول تحقیق حاضر، از نوع آرام در نظر گرفته شد. به دلیل محدودیت‌هایی که با اعمال این فرض در معادلات، ایجاد می‌شود، ضروری است که برای کاربردهای بیشتر و تکمیل مطالعات، مدل‌های جریان آشفته به معادلات پایه اضافه گردد تا با استفاده از آن، محدوده‌ی کاربرد سیال فوق همرفتی ماکسول و به‌طور کل، سیالات غیرنیوتنی در جریانهای غیر دائمی افزایش یابد. از سوی دیگر، با این شیوه می‌توان از اطلاعات بیشتری برای نتایج آزمایشگاهی و صحت سنجی روش‌ها و مدل‌های عددی استفاده نمود.
- در تحقیق حاضر، از معادلات ساختاری مدل ماکسول در مدل‌سازی جریان غیردائمی سیال فوق همرفتی ماکسول که از دقت نسبتاً مطلوبی در تخمین رفتار این سیالات برخوردار است، استفاده گردید. پیشنهاد می‌شود در تکمیل مطالعات با این زمینه، از مدل‌های ویسکوالاستیک غیرخطی دیگر نظیر مدل سه ثابته گزیکس، مدل دامبل و... استفاده گردد.

- برای راستی‌آزمایی مدل‌های مختلف سیال فوق همرفتی ماکسول در جریان‌های غیردائمی آرام، پیشنهاد می‌شود که مجموعه آزمایشی کامل، با استفاده از سیال فوق همرفتی ماکسول متفاوت با مشخصات گوناگون، تحت شرایط مختلفی انجام گیرد.
- مدل‌سازی‌های انجام شده در تحقیق حاضر، به صورت یک بعدی انجام گرفت، جهت حصول به یک فرمولبندی یک بعدی، از تک تک عبارت‌ها در راستای شعاعی انتگرالگیری گردید و این مساله منجر به حذف عبارت‌های همرفتی گردید، پیشنهاد می‌شود در ادامه مطالعات در این زمینه، مدل‌سازی‌های دو-بعدی و سه بعدی جهت افزایش دقت محاسبات، مدنظر قرار گیرد.
- از آنجا که بسیاری از کاربردهای طبیعی و صنعتی جریان‌های غیردائمی سیال فوق همرفتی ماکسول، در لوله‌هایی با جداره‌های غیرالاستیک می‌باشد، مانند حرکت خون در رگ‌های خونی، پیشنهاد می‌شود که اثر غیرالاستیک جداره لوله در مدل‌های جریان غیردائمی و همچنین مدل‌های اندرکنش سیال سازه دیده شود.
- در تحقیق حاضر، سیستم مورد بررسی از نوع شیر، لوله و مخزن بود، با توجه به کاربردهای گسترده این سیالات در علوم مهندسی و صنایع غذایی، شیمیایی و داروسازی و... پیشنهاد می‌شود که مطالعه روی به‌کارگیری سیال فوق همرفتی ماکسول در سیستم لوله‌های پیچیده تر انجام گردد و از آنجا که برای بسط مدل‌سازی‌های مختلف لازم است تمامی اجزای آن به درستی مدل شوند، لذا توصیه می‌گردد شرایط مرزی مختلفی مانند مدل سازی پمپ، اتصالات، اثرات تغییر قطر لوله نیز در مطالعات مورد بررسی قرار گیرد.

• منابع فارسی

- [۱] نوروزی ب، (۱۳۹۲) رساله دکتری: "مدلسازی اندرکنش سیال-سازه ناشی از ضربه قوچ با در نظر گرفتن لوله حاوی سیال ویسکوالاستیک" دانشکده عمران و معماری، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [۲] خلیقی ف، (۱۳۹۵)، پایان نامه ارشد: "بررسی عددی پدیده ضربه قوچ در شبکه لوله ها با استفاده از الگوریتم شمپاین"، دانشکده عمران و معماری، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [۳] شیخی نارانی م، (۱۳۷۱) "بررسی خواص، جریان، انتقال حرارت و اختلاط سیالات غیر نیوتنی"، چاپ اول، جهاد دانشگاهی صنعتی امیرکبیر، تهران.
- [۴] کرامت ع، (۱۳۸۹)، رساله دکتری: "بررسی اندرکنش سیال سازه در سیستمهای لوله ویسکوالاستیک با در نظر گرفتن جدایی ستون مایع"، دانشکده عمران و معماری، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [۵] مجد ع، (۱۳۹۴)، رساله دکتری: "مدل سازی جریان غیر ماندگار حاوی سیال غیر نیوتنی با در نظر گرفتن اندرکنش سیال سازه در سیستم لوله"، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود.

منابع انگلیسی

- [1] Ahmadi A. and Keramat A. (2010) "Investigation of fluid–structure interaction with various types of junction coupling" *Journal of Fluids and Structures*, 26, 7-8, pp. 1123.
- [2] Allievi L., (1913), "Teoria del colpo d'ariete," *Atti Collegio Ing. Arch.* (English translation by Halmos EE 1929), "The Theory of waterhammer," *Trans. ASME*.
- [3] Bergant A. and Tijsseling A.S., (2001) "Parameters Affecting Water Hammer Wave Attenuation, Shape Timing", *The 9th Int. Meeting of the IAHR Work Group on the Behaviour of Hydraulic Machinery under Steady Oscillatory Conditions*, P26, Trondheim, Norway.
- [4] Bergant A., Tijsseling A., Vítkovský J.P., Covas D., Simpson A.R. and Lambert M.F. (2008) "Parameters affecting water hammer wave attenuation", shape and timing. Part 2: Case studies, *Journal of Hydraulic Research, IAHR*, 46, 3, pp. 382.

- [5] Bird R.B., Armstrong R. C., and Hassager O. (1987), “Dynamics of polymeric liquids”, Vol.1, 3rd ed, John Willey&Sons.
- [6] Bird R.B., Stewart W.E. and Lightfoot E.N. (2002), “Transport Phenomena”, 2nd ed, John Willey&Sons.
- [7] Boger D.V. and Walters K. (1993), “Rheological phenomena in focus”, Elsevier, Amsterdam.
- [9] Chen Z. and Barbieri R. (2012), “Editorial: Engineering Approaches to Study Cardiovascular Physiology: Modeling, Estimation, and Signal Processing”, J. Frontiers in Physiology, pp. 1.
- [8] Chikitkin, A.V., Rogov, B.V., Utyuzhnikov, S.V., (2015), “High-order accurate monotone compact running scheme for multidimensional hyperbolic equations” Applied Numerical Mathematics, 93, pp. 150.
- [10] Ferràs D. (2015) “Fluid–structure interaction in pipe coils during hydraulic transients”, The 33rd IAHR World Congress 28 June – 3 July, The Hague, the Netherlands.
- [11] Gale J. and Tiselj I. (1996) “Godunov’s Method for Simulations of Fluid Structure Interaction in Piping Systems” Journal of Pressure Vessel Technology, 130, 3, pp. 120.
- [12] Gromeka I. S., (1883), PhD. Thesis, “Concerning the propagation Velocity of water hammer waves in Elastic Pipes,” Scientific Soc. Of Univ. of Kazan, Kazan, U.S.S.R.
- [13] Hoffmann, K.A., Chiang, S.T., (1989), “Computational Fluid Dynamics for Engineers”. Engineering Education Systems, Austin, Texas, USA.
- [14] Larson R. G. (1988), “Constitutive Equations for Polymer Melts and Solutions”, Butterworths, Boston.
- [15] Holmboe E.L., Rouleau W.T. (1967), “The effect of viscous shear on transients in liquid lines”, J. Basic Eng. Trans., 89, 1, pp. 174.
- [16] Huilgol R. R. and Phan-Thien N. (1997), “Fluid Mechanic of Viscoelasticity”, First Edition, Elsevier.
- [17] Joukowski, N. E., 1898, “Memoirs of the Imperial Academy Society of St. Petersburg,” 9, 5 (Russian translated by O Simin 1904), J. Amer. Water Works Assoc., 24, pp. 341–424.
- [18] Keramat A., Kolahi A.G., and Ahmadi A. (2013) “Waterhammer modelling of viscoelastic pipes with a time-dependent Poisson's ratio” Journal of Fluids and Structures, 43, 0, pp 164.

- [19] Korteweg D.J. (1878), “Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Elastischen Röhren,” J. Ann. Phys. Chemie, 241, 12, pp. 525.
- [20] Khalighi F., Ahmadi A. and Keramat A. (2016) “Investigation of Fluid-structure Interaction by Explicit Central Finite Difference Methods” International Journal of Engineering, 29, 5, pp. ۵۹۰.
- [21] Liu, G.R.2002. Mesh Free Methods: Moving Beyond the Finite Element Method. Vol. 1 (1st edition), CRC Press: Boca Raton, USA.
- [22] Li Q., Yang K. and Zhang L. (2003) “Analytical Solution for Fluid-Structure Interaction in Liquid-Filled Pipes Subjected to Impact-Induced Water Hammer” Journal of Engineering Mechanics, 129, 12, pp. 1408.
- [23] Laavooij C.S., Tijsseling A. S., (1990), “Fluid Structure Interaction in Compliant Piping Systems”, 6th Int. Conference. On Pressure Surges, BHRA, P85, Cambridge , United Kingdom.
- [24] Malkin A. Y. (1994), “Rheology Fundamentals”, First Edition, Chem. Tech. Publishing, Toronto.
- [25] Mandani S, Norouzi M. and Shahmardan M.M. (2018) “An experimental investigation on impact process of Boger drops onto solid surfaces” Korea-Australia Rheology J, 30, pp. 99.
- [26] Morrison F.A. (2001), “Understanding Rheology”, New York Oxford University.
- [27] Oldroyd J. G. (1958), “Non-Newtonian effects in steady motion of some idealized elastic-viscous fluids”, J. Roy.Soc., London Ser 245, pp. 278.
- [28] Phan-Thien N. (2002), “Understanding Viscoelasticity”, First Edition, Springer, Berlin.
- [29] Recktenwald G.W., (2011), “Finite difference approximations to the heat equation”.
- [30] Ruus E. (1966) “Optimum Rate of closure of Hydraulic Turbine Gates”, presented at Amer. Soc. Mech. Engrs. Engineering Inst. Of Canada conference, P80, Denver, Colorado.
- [31] Shampine L.F. (2004), “Two-step Lax-Friedrichs method” Applied Mathematics Letters, 18, pp. 1134.
- [32] Shampine L.F., (2005), “Solving hyperbolic PDEs in MATLAB” Applied Numerical Analysis & Computational Mathematics, 2, pp. 346.

- [33] Sławomir H. (2018) “Numerical modeling of water hammer with fluid–structure interaction in a pipeline with viscoelastic supports” *Journal of Fluids and Structures*, 76, pp. 469.
- [34] Streeter V. L., and Lai C. (1963), “Waterhammer Analysis Including Fluid Friction,” *J. Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, 128, 1, pp. 1491.
- [35] Tijsseling A.S. (1996) “Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: a review” *Journal of Fluids and Structures*, 10, pp. 109.
- [36] Tijsseling A.S. (2003) “Exact Solution of Linear Hyperbolic Four-Equation System in Axial Liquid-Pipe Vibration” *Journal of Fluids & Structures*, 18, pp. 179.
- [37] Tijsseling A.S., Vardy A.E., (2008), “Time scales and FSI in oscillatory liquid-filled pipe flow”. BHR Group, *Proc. of the 10th Int. Conf. on Pressure Surges* (Editor S Hunt), P553, Edinburgh, United Kingdom.
- [38] Wahba E.M (2006) Runge–Kutta time-stepping schemes with TVD central differencing for the water hammer equations. *Int J Numer Method Fluids* 52:571-590.
- [39] Wahba E.M (2008) Modelling the attenuation of laminar fluid transients in piping systems. *J Appl Math Model* 32: 2863-2871.
- [40] Wahba E.M. (2013) “Non Newtonian fluid hammer in elastic circular pipes: shear-thinning and shear- thickening effects” *J. Non Newtonian Fluid Mech.*, 1980, 0, pp. 24.
- [41] Wiggert D.C., Tijsseling, A.S. (2001) “Fluid transients and fluid-structure interaction in flexible liquid-filled piping” *J. ASME Applied Mechanics Reviews*, 54, pp. 455.
- [42] Wylie E. B., Streeter V.L. (1993), “Fluid Transients in systems”, First Edition, Pearson.
- [43] Yang K., Li Q.S., Zhang, L. (2004), “Longitudinal Vibration Analysis of Multi-Span Liquid-Filled Pipelines with Rigid Constraints” *Journal of Sound and Vibration*, 273, pp. 125.
- [44] Zielke W. (1968) “Frequency- Dependent Friction in Transient Pipe flow” *J. Basic Eng.*, 90, 1, pp 109.

پیوست

گسسته سازی معادلات ضربه قوچ به روش LXF

۱-ضربه قوچ نیوتنی

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}(\phi_{i+1}^n + \phi_i^n)}{0.5\Delta t} \rightarrow \begin{cases} \phi_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \phi_{half} \\ \frac{1}{2}(\phi_{i+1}^n + \phi_i^n) = \phi_{mid} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi_{half} - \phi_{mid}}{0.5\Delta t}}$$

$$\boxed{\boxed{\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi_{i+1}^n - \phi_i^n}{\Delta x} \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial x} = \phi_{xmid}}}$$

الف- معادله پیوستگی

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c_f^2}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H_{half} - H_{mid}}{0.5\Delta t} \\ \frac{\partial V}{\partial z} = V_{xmid} \end{cases} \Rightarrow \frac{H_{half} - H_{mid}}{0.5\Delta t} + \frac{c_f^2}{g} V_{xmid} = 0 \Rightarrow \boxed{H_{half} = -\frac{c_f^2}{g} V_{xmid} \cdot 0.5\Delta t + H_{mid}}$$

ب-۱-۱ معادله مومنوم برای حالت f

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{V_{half} - V_{mid}}{0.5\Delta t} \\ \frac{\partial H}{\partial z} = H_{xmid} \\ V = V_{half} \\ |V| = absV \end{array} \right. \Rightarrow \frac{V_{half} - V_{mid}}{0.5\Delta t} + gH_{xmid} + \frac{fV_{half}absV}{2D} = 0$$

$$\frac{V_{half} - V_{mid}}{0.5\Delta t} + \frac{fV_{half}absV}{2D} = -gH_{xmid} \rightarrow V_{half} - V_{mid} + 0.5\Delta t \left(\frac{fV_{half}absV}{2D} \right) + 0.5\Delta tgH_{xmid} = 0$$

$$V_{half} \left(1 + 0.5\Delta t \left(\frac{f \cdot absV}{2D} \right) \right) = -0.5\Delta tgH_{xmid} + V_{mid} \Rightarrow V_{half} = \frac{-0.5\Delta tgH_{xmid} + V_{mid}}{\left(1 + 0.5\Delta t \left(\frac{f \cdot absV}{2D} \right) \right)}$$

ب-۱-۲ معادله مومنوم نیوتنی برای حالت با ویسکوزیته

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} - \frac{2}{\rho R} \tau_{rz} \Big|_{r=R} = 0 \xrightarrow{\tau_{rz} \Big|_{r=R} = -\eta \cdot \frac{4V}{R}} \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} + \frac{8\eta}{\rho R^2} V = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} + \frac{8\eta}{\rho R^2} V = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{V_{half} - V_{mid}}{0.5\Delta t} \\ \frac{\partial H}{\partial z} = H_{xmid} \\ V = V_{half} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{V_{half} - V_{mid}}{0.5\Delta t} + gH_{xmid} + \frac{8\eta}{\rho R^2} V_{half} = 0$$

$$\frac{V_{half} - V_{mid}}{0.5\Delta t} + \frac{8\eta}{\rho R^2} V_{half} = -gH_{xmid} \rightarrow V_{half} - V_{mid} + 0.5\Delta t \left(\frac{8\eta}{\rho R^2} V_{half} \right) + 0.5\Delta tgH_{xmid} = 0$$

$$V_{half} = V_{mid} - 0.5\Delta t \left(\frac{8\eta}{\rho R^2} V_{half} \right) - 0.5\Delta tgH_{xmid}$$

$$V_{half} \left(1 + 0.5\Delta t \left(\frac{8\eta}{\rho R^2} \right) \right) = -0.5\Delta tgH_{xmid} + V_{mid} \Rightarrow V_{half} = \frac{-0.5\Delta tgH_{xmid} + V_{mid}}{\left(1 + 0.5\Delta t \left(\frac{8\eta}{\rho R^2} \right) \right)}$$

۲- ضربه قوچ سیال فوق همرفتی ماکسول

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} - \frac{2}{\rho R} \tau_{rz} = 0 \\ \tau_{rz} + \lambda \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = -\eta \frac{4V}{R} \end{cases}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}(\phi_{i+1}^n + \phi_i^n)}{0.5\Delta t} \rightarrow \begin{cases} \phi_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \phi_{half} \\ \frac{1}{2}(\phi_{i+1}^n + \phi_i^n) = \phi_{mid} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi_{half} - \phi_{mid}}{0.5\Delta t}}$$

$$\boxed{\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi_{i+1}^n - \phi_i^n}{\Delta x} \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial x} = \phi_{xmid}}$$

ب-۲- معادله پیوستگی

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c_f^2}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H_{half} - H_{mid}}{0.5\Delta t} \\ \frac{\partial V}{\partial z} = V_{xmid} \end{cases} \Rightarrow \frac{H_{half} - H_{mid}}{0.5\Delta t} + \frac{c_f^2}{g} V_{xmid} = 0 \Rightarrow \boxed{H_{half} = -\frac{c_f^2}{g} V_{xmid} \cdot 0.5\Delta t + H_{mid}}$$

ب-۲-۲- ابتدا باید ترم تنش جهت جایگزینی در معادله مومنتوم، گسسته سازی شود.

$$\tau_{rz} + \lambda \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = -\eta \frac{4V}{R} \Rightarrow \lambda \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = -\eta \frac{4V}{R} - \tau_{rz}$$

$$\lambda \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = -\eta \frac{4V}{R} - \tau_{rz} \begin{cases} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = \frac{\tau_{rz \text{ half}} - \tau_{rz \text{ mid}}}{0.5\Delta t} \\ V = V_{\text{half}} \\ \tau_{rz} = \tau_{rz \text{ half}} \end{cases} \Rightarrow \lambda \frac{\tau_{rz \text{ half}} - \tau_{rz \text{ mid}}}{0.5\Delta t} = -\eta \frac{4V_{\text{half}}}{R} - \tau_{rz \text{ half}}$$

$$\lambda \frac{\tau_{rz \text{ half}} - \tau_{rz \text{ mid}}}{0.5\Delta t} + \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R} + \tau_{rz \text{ half}} = 0 \rightarrow \begin{cases} \lambda(\tau_{rz \text{ half}} - \tau_{rz \text{ mid}}) + 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R} + 0.5\Delta t \cdot \tau_{rz \text{ half}} = 0 \\ \lambda \tau_{rz \text{ half}} = -0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R} - 0.5\Delta t \cdot \tau_{rz \text{ half}} + \lambda \tau_{rz \text{ mid}} \end{cases}$$

$$\lambda \tau_{rz \text{ half}} - \lambda \tau_{rz \text{ mid}} + 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R} + 0.5\Delta t \cdot \tau_{rz \text{ half}} = 0 \Rightarrow \tau_{rz \text{ half}} (\lambda + 0.5\Delta t) = \lambda \tau_{rz \text{ mid}} - 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R}$$

$$\tau_{rz \text{ half}} = \frac{(\lambda \tau_{rz \text{ mid}} - 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R})}{(\lambda + 0.5\Delta t)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} - \frac{2}{\rho R} \tau_{rz} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{V_{half} - V_{mid}}{0.5\Delta t} \\ \frac{\partial H}{\partial z} = H_{xmid} \\ V = V_{half} \\ \tau_{rz} = \tau_{rz\ half} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{V_{half} - V_{mid}}{0.5\Delta t} + gH_{xmid} - \frac{2}{\rho R} \tau_{rz\ half} = 0$$

$$\frac{V_{half} - V_{mid}}{0.5\Delta t} + gH_{xmid} - \frac{2}{\rho R} \frac{(\lambda \tau_{rz\ mid} - 0.5\Delta t \eta \frac{4V_{half}}{R})}{(\lambda + 0.5\Delta t)} = 0$$

$$(V_{half} - V_{mid}) + 0.5\Delta t (gH_{xmid} - \frac{2}{\rho R} \frac{(\lambda \tau_{rz\ mid} - 0.5\Delta t \eta \frac{4V_{half}}{R})}{(\lambda + 0.5\Delta t)}) = 0$$

$$(\lambda + 0.5\Delta t)(V_{half} - V_{mid}) + (\lambda + 0.5\Delta t)(0.5\Delta t)gH_{xmid} - 0.5\Delta t \cdot \frac{2}{\rho R} (\lambda \tau_{rz\ mid} - 0.5\Delta t \eta \frac{4V_{half}}{R}) = 0$$

$$(\lambda + 0.5\Delta t)[(V_{half} - V_{mid}) + (0.5\Delta t)gH_{xmid}] - 0.5\Delta t \cdot \frac{2}{\rho R} (\lambda \tau_{rz\ mid} - 0.5\Delta t \eta \frac{4V_{half}}{R}) = 0$$

$$(\lambda + 0.5\Delta t)(V_{half}) - 0.5\Delta t \cdot \frac{2}{\rho R} (-0.5\Delta t \eta \frac{4V_{half}}{R}) + (\lambda + 0.5\Delta t)(-V_{mid} + (0.5\Delta t)gH_{xmid}) - 0.5\Delta t \cdot \frac{2}{\rho R} (\lambda \tau_{rz\ mid}) = 0$$

$$V_{half} \left[(\lambda + 0.5\Delta t) + \Delta t \cdot \frac{0.5}{\rho R} \Delta t \eta \frac{4}{R} \right] + (\lambda + 0.5\Delta t)(-V_{mid} + (0.5\Delta t)gH_{xmid}) - 0.5\Delta t \cdot \frac{2}{\rho R} (\lambda \tau_{rz\ mid}) = 0$$

$$V_{half} = \frac{-(\lambda + 0.5\Delta t)(-V_{mid} + (0.5\Delta t)gH_{xmid}) + \frac{\Delta t}{\rho R} (\lambda \tau_{rz\ mid})}{\left[(\lambda + 0.5\Delta t) + \Delta t \cdot \frac{0.5}{\rho R} \Delta t \eta \frac{4}{R} \right]} \xrightarrow{\lambda=0} V_{half} = \frac{V_{mid} - (0.5\Delta t)gH_{xmid}}{\left[1 + \frac{\Delta t}{\rho R} \eta \frac{4}{R} \right]}$$

$$\xrightarrow{\eta=0} V_{half} = V_{mid} - 0.5\Delta t gH_{xmid}$$

فرمولهای اندرکنش سیال - سازه

معادلات سیال

الف- معادله پیوستگی

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c_f^2}{g} \frac{\partial V}{\partial z} - 2v_p \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} \frac{c_f^2}{g} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c_f^2}{g} \frac{\partial V}{\partial z} - 2v_p \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} \frac{c_f^2}{g} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H_{half} - H_{mid}}{0.5\Delta t} \\ \frac{\partial V}{\partial z} = V_{xmid} \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = \dot{u}_{zxmid} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{H_{half} - H_{mid}}{0.5\Delta t} + \frac{c_f^2}{g} V_{xmid} - 2v_p \frac{c_f^2}{g} \dot{u}_{zxmid} = 0 \Rightarrow H_{half} = -\frac{c_f^2}{g} V_{xmid} \cdot 0.5\Delta t + H_{mid} + \Delta t \cdot v_p \frac{c_f^2}{g} \dot{u}_{zxmid}$$

ب- معادله تنش

$$\tau_{rz} + \lambda \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = -\eta \frac{4V}{R}$$

$$\lambda \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = -\eta \frac{4V}{R} \Rightarrow \lambda \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = -\eta \frac{4V}{R}$$

$$\lambda \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = -\eta \frac{4V}{R} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = \frac{\tau_{rz\ half} - \tau_{rz\ mid}}{0.5\Delta t} \\ V = V_{half} \end{cases} \Rightarrow \lambda \frac{\tau_{rz\ half} - \tau_{rz\ mid}}{0.5\Delta t} = -\eta \frac{4V_{half}}{R}$$

$$\lambda \frac{\tau_{rz\ half} - \tau_{rz\ mid}}{0.5\Delta t} + \eta \frac{4V_{half}}{R} = 0 \rightarrow \lambda(\tau_{rz\ half} - \tau_{rz\ mid}) + 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{half}}{R} = 0$$

$$\lambda \tau_{rz\ half} - \lambda \tau_{rz\ mid} + 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{half}}{R} = 0 \Rightarrow \lambda \tau_{rz\ half} = \lambda \tau_{rz\ mid} - 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{half}}{R}$$

$$\lambda \tau_{rz\ half} = \lambda \tau_{rz\ half} - 0.5\Delta t \cdot \tau_{rz\ half}$$

ج - معادله مومنتوم

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} - \frac{2}{\rho R} \tau_{rz} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{V_{half} - V_{mid}}{0.5\Delta t} \\ \frac{\partial H}{\partial z} = H_{xmid} \\ V = V_{half} \\ \tau_{rz} = \tau_{rzhalf} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{V_{half} - V_{mid}}{0.5\Delta t} + gH_{xmid} - \frac{2}{\rho R} \tau_{rzhalf} = 0$$

$$\frac{V_{half} - V_{mid}}{0.5\Delta t} + gH_{xmid} - \frac{2}{\rho R} \frac{(\lambda \tau_{rzmid} - 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{half}}{R})}{(\lambda + 0.5\Delta t)} = 0$$

$$(V_{half} - V_{mid}) + 0.5\Delta t (gH_{xmid} - \frac{2}{\rho R} \frac{(\lambda \tau_{rzmid} - 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{half}}{R})}{(\lambda + 0.5\Delta t)}) = 0$$

$$V_{half} = V_{mid} - 0.5\Delta t \cdot gH_{xmid} + \frac{\Delta t}{\rho R} \frac{(\lambda \tau_{rzmid} - 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{half}}{R})}{(\lambda + 0.5\Delta t)}$$

معادلات سازه

۱: سرعت محوری

الف - حالت کلاسیک

$$\frac{\partial \bar{\dot{u}}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial z} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{\dot{u}}_z}{\partial t} = \frac{\bar{\dot{u}}_{zhalf} - \bar{\dot{u}}_{zmid}}{0.5\Delta t} \\ \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial z} = \sigma_{zxmid} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\bar{\dot{u}}_{zhalf} - \bar{\dot{u}}_{zmid}}{0.5\Delta t} - \frac{1}{\rho_t} \sigma_{zxmid} = 0$$

$$\bar{\dot{u}}_{zhalf} - \bar{\dot{u}}_{zmid} = \frac{0.5\Delta t}{\rho_t} \sigma_{zxmid} \Rightarrow \boxed{\bar{\dot{u}}_{zhalf} = \bar{\dot{u}}_{zmid} + \frac{0.5\Delta t}{\rho_t} \sigma_{zxmid}}$$

ب- حالت سیال فوق همرفتی ماکسول

$$\frac{\partial \overline{\dot{u}}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \overline{\sigma}_z}{\partial z} + \frac{1}{\rho_t} \frac{R}{(R + \frac{e}{2})e} \tau_{rz} \Big|_{r=R} = 0$$

$$\tau_{rz} \Big|_{r=R} + \lambda \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = -\eta \frac{4V}{R}$$

از قبل:

$$\tau_{rz \text{ half}} = \frac{(\lambda \tau_{rz \text{ mid}} - 0.5 \Delta t \cdot \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R})}{(\lambda + 0.5 \Delta t)}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial z} + \frac{1}{\rho_t} \frac{R}{(R + \frac{e}{2})e} \tau_{rz} \Big|_{r=R} = 0 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial t} = \frac{\bar{u}_{z \text{ half}} - \bar{u}_{z \text{ mid}}}{0.5\Delta t} \\ \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial z} = \sigma_{z \text{ xmid}} \\ V = V_{\text{half}} \\ \tau_{rz} \Big|_{r=R} = \tau_{rz} \Big|_{r=R \text{ half}} \end{array} \right.$$

$$\tau_{rz \text{ half}} = \frac{(\lambda \tau_{rz \text{ mid}} - 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R})}{(\lambda + 0.5\Delta t)}$$

$$\frac{\bar{u}_{z \text{ half}} - \bar{u}_{z \text{ mid}}}{0.5\Delta t} - \frac{1}{\rho_t} \sigma_{z \text{ xmid}} + \frac{1}{\rho_t} \frac{R}{(R + \frac{e}{2})e} \left(\frac{(\lambda \tau_{rz \text{ mid}} - 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R})}{(\lambda + 0.5\Delta t)} \right) = 0$$

$$\bar{u}_{z \text{ half}} - \bar{u}_{z \text{ mid}} + 0.5\Delta t \left[-\frac{1}{\rho_t} \sigma_{z \text{ xmid}} + \frac{1}{\rho_t} \frac{R}{(R + \frac{e}{2})e} \left(\frac{(\lambda \tau_{rz \text{ mid}} - 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R})}{(\lambda + 0.5\Delta t)} \right) \right] = 0$$

$$\bar{u}_{z \text{ half}} = \bar{u}_{z \text{ mid}} - 0.5\Delta t \left[-\frac{1}{\rho_t} \sigma_{z \text{ xmid}} + \frac{1}{\rho_t} \frac{R}{(R + \frac{e}{2})e} \left(\frac{(\lambda \tau_{rz \text{ mid}} - 0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R})}{(\lambda + 0.5\Delta t)} \right) \right]$$

$$\bar{u}_{z \text{ half}} = \bar{u}_{z \text{ mid}} - 0.5\Delta t \left[-\frac{1}{\rho_t} \sigma_{z \text{ xmid}} + \frac{1}{\rho_t} \frac{R}{(R + \frac{e}{2})e} \left(\frac{\lambda \tau_{rz \text{ mid}}}{(\lambda + 0.5\Delta t)} - \frac{0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R}}{(\lambda + 0.5\Delta t)} \right) \right]$$

$$\bar{u}_{z \text{ half}} = \bar{u}_{z \text{ mid}} - 0.5\Delta t \left[-\frac{1}{\rho_t} \sigma_{z \text{ xmid}} + \frac{1}{\rho_t} \frac{R}{(R + \frac{e}{2})e} \left(\frac{\lambda \tau_{prz \text{ mid}}}{(\lambda + 0.5\Delta t)} \right) - \frac{1}{\rho_t} \frac{R}{(R + \frac{e}{2})e} \frac{0.5\Delta t \cdot \eta \frac{4V_{\text{half}}}{R}}{(\lambda + 0.5\Delta t)} \right]$$

$$\begin{aligned}
\overline{\dot{u}}_{z \text{ half}} &= \overline{\dot{u}}_{z \text{ mid}} + \frac{0.5\Delta t}{\rho_t} \sigma_{z \times mid} \\
\overline{\dot{u}}_{z \text{ half}} &= \overline{\dot{u}}_{z \text{ half}} - \frac{0.5\Delta t}{\rho_t} \frac{R}{(R + \frac{e}{2})e} \left(\frac{\lambda \tau_{prz \text{ mid}}}{(\lambda + 0.5\Delta t)} \right) \\
\overline{\dot{u}}_{z \text{ half}} &= \overline{\dot{u}}_{z \text{ half}} + \frac{0.5\Delta t}{\rho_t} \frac{R}{(R + \frac{e}{2})e} \frac{0.5\Delta t . \eta \frac{4V_{half}}{R}}{(\lambda + 0.5\Delta t)}
\end{aligned}$$

Abstract

Upper Convected Maxwell Fluids are an important and widely used model of viscoelastic fluids that are classified in the group of non-Newtonian fluids. In this study, the behavior of These fluids is modeled in conditions such that the fluid hammer phenomenon occurs in a pipe. Here, this phenomenon is called “Upper Convected Maxwell fluid hammer”. The main purpose of this study is to establish the governing equations for viscoelastic transient flow in the pipe. The system studied in this thesis consists of the valve, pipe and reservoir. Maxwell equations are used as constitutive equations for the relationship of stresses, and the two-step variant of the Lax-Friedrichs (LxF) finite difference numerical method is used for discretization of the equations. Subsequently, the governing non-dimensional groups are computed. These groups are the Deborah, Reynolds and Mach numbers. The results of viscoelastic fluid hammer modeling showed that the transient flow damping in a viscoelastic fluid is lower than in a Newtonian fluid, and so attenuation time is longer compared to a Newtonian fluid. It was argued that this is mainly related to the elastic properties of the viscoelastic fluid, such as the relaxation time constant. The elastic properties play an important role in storing the potential energy imposed on the fluid, whereas the viscous properties result in wasting of the imposed energy. These opposing actions in a viscoelastic fluid cause the damping time of the transient flow to become longer compared to a Newtonian fluid. As for the effects of viscoelasticity on the fluid-structure interaction during the fluid hammer phenomenon, results showed that the compound coupling and junction coupling have the greatest effect on the pressure head, and Poisson coupling has the least effect. In the definition of the boundary conditions for junction coupling, the valve is allowed to vibrate; this causes the effect of junction coupling on the pressure head to be more prominent, But in Poisson's case, the boundary conditions imposed on the system are largely dependent on the structure; this means the coupling effect on the system is minimal. On the other hand, coupling effects in a viscoelastic fluid do not significantly impact the shear stresses in the fluid hammer phenomenon. In a detailed comparison, the Poisson coupling and junction coupling exhibit the lowest and maximum shear stresses, respectively.

Key Words: Viscoelastic Fluid, Upper Convected Maxwell fluid hammer, Viscoelastic Fluid, two-step variant of the Lax-Friedrichs (LxF), Poisson coupling



Shahrood University of Technology
Faculty of Civil Engineering Department

**Modeling of an Upper-Convected-Maxwell fluid hammer phenomenon with
considering fluid structure interaction**

By: Maliheh Hajiabadi

Supervisor:

Dr. Ahmad Ahmadi

Dr. Banafsheh Norouzi

Feb 2020