
بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده عمران

گروه مهندسی آب و محیط زیست

بررسی حساسیت مدل کلوین ویت به فرکانس اصلی ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک

دانشجو: آی صحرا آرنیازی

استاد راهنما:

دکتر احمد احمدی

استاد مشاور:

علیرضا کرامت

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ۹۷

شماره: ۹۷/۴۵۴/ت‌ح‌ع
تاریخ: ۹۷/۷/۱۵

باسمه‌تعالی

دانشگاه صنعتی شاهرود
مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم آی صحرا آرنیازی با شماره دانشجویی۹۴۰۱۷۹۴ رشته مهندسی عمران گرایش مهندسی آب و سازه های هیدرولیکی تحت عنوان بررسی حساسیت مدل کلوین ویت به فرکانس اصلی ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک که در تاریخ ۱۳۹۷/۶/۱۹ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه: بسیار خوب) ☑ مردود ☐

نوع تحقیق: نظری ☑ عملی ☐

عضو هیأت داوران	نام ونام خانوادگی	مرتبهٔ علمی	امضاء
۱ـ استاد راهنمای اول	دکتر احمد احمدی	دانشیار	
۲- استاد راهنمای دوم	-	-	
۳- استاد مشاور	دکتر علیرضا کرامت	-	
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر مهدی گلی	استادیار	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر مهدی عجمی	استادیار	
۶ـ استاد ممتحن دوم	دکتر سعید گلیان	استادیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: دکتر رضا نادری

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشکده مهندسی عمران

تبصره: در صورتی که کسی مردود شود حداکثر یکبار دیگر (در مدت مجاز تحصیل) می تواند از پایان نامه خود دفاع نماید (دفاع مجدد نباید زودتر از ۴ ماه برگزار شود).

تشکر و قدردانی

اول سپاس خداوند عزوجل را که همواره و در هرشرایطی کنارم بوده و کمک‌های خود را این بنده حقیر دریغ ننموده است.

سپس از استاد راهنمایم، جناب دکتر احمد احمدی و استاد مشاورم، جناب دکتر علیرضا کرامت به خاطر آموزش‌ها، رهنمودها، حمایت‌های پیوسته، تشویق‌ها و دلگرمیهایشان در تمام مدت انجام این پروژه قدردانی می‌نمایم.

همچنین از پدر و مادر عزیزم به خاطر حمایت‌های بی‌دریغشان تشکر می‌کنم.

تعهد نامه

این‌جانب **آی صحرا آرنیازی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد **رشته مهندسی عمران-مهندسی آب و سازه های هیدرولیکی** دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه بررسی حساسیت مدل کلوین ویت به فرکانس اصلی ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک تحت راهنمایی دکتر احمد احمدی متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط این‌جانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technolgy » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به‌دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- **کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.**
- **استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.**

چکیده

نظر به محاسن فراوان لوله‌های ویسکوالاستیک ، استفاده از این گونه لوله‌ها در سیستم‌های مختلف به سرعت رو به افزایش است. برای مدلسازی رفتار ویسکوالاستیک لوله از روش کلوین ویت استفاده می-شود. در این مدل فنر به همراه تعدادی از المان‌های مختلف متشکل از فنر و میراگر در ترکیب موازی با هم، به صورت سری قرار می‌گیرند. نتایج حاصل از این مدلسازی به صورت ترم اضافی در معادلات هیدرولیک جریان در لوله‌های الاستیک وارد می‌شود.

هدف از تحقیق حاضر بررسی اهمیت تعداد المان‌های مدل کلوین ویت و طول لوله است که می‌توانند در نتایج نمودار تابع خزش تطابقی و فشارها و سرعت‌های حاصله ناشی از ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک تاثیر قابل توجهی داشته باشند، همچنین تاثیر طول لوله در نتایج حاصل از کالیبراسیون پارامترهای ویسکوالاستیک با روش حل معکوس جریان گذرا است.

در این تحقیق، پارامترهای المان‌های مختلف مدل کلوین ویت با استفاده از تابع بهینه‌سازی fmincon که تابع هدف آن با روش مجموع مربعات باقی‌مانده‌ها بین مقادیر با المان دقیق و مقادیر با المان‌های مجهول است، کالیبره می‌شوند. این مقادیر در تابع هدف با استفاده ازدو تابع خزشی و فشار، تعریف می‌شوند. کالیبره پارامترها با استفاده از تابع خزشی برای اولین بار در این رساله مطرح می‌شود.

معادلات حاکم برای شبیه‌سازی جریان غیرماندگار، معادلات هیدرولیک جریان در لوله‌های ویسکوالاستیک هستند که برای حل آنها از روش خطوط مشخصه صریح استفاده می‌شود.

با کالیبراسیون پارامترها با استفاده از تابع خزشی، خطای تابع خزشی با افزایش تعداد المان‌ها کاهش می‌یابد و همچنین خطای فشار نیز با افزایش تعداد المان‌ها و افزایش طول لوله، کاهش می‌یابد. در کالیبراسیون پارامترها با استفاده از فشار، در طول‌های بزرگتر، خطای هد فشاری با افزایش تعداد المان‌ها کمتر می‌شود.

کلمات کلیدی: مدل کلوین ویت، ضربه قوچ، کالیبره، تابع خزشی، ویسکوالاستیک.

فهرست مطالب **شماره صفحه**

فهرست اشکال **شماره صفحه**

فهرست جداول **شماره صفحه**

فصل اول:

مقدمه

۱-۱-ضربه قوچ (چکش آبی):

جریان سیال می‌تواند ماندگار[1] یا غیـرمانـدگار[2]باشـد. در جریان ماندگار در یک نقطه هیچ گونه تغییری در شرایط جریان با گذشت زمان وجود ندارد. اما در جریان غیرماندگار، شرایط جریان در یک نقطه ممکن است با گذشت زمان تغییر کند. جریان ماندگار حالت خاصی از جریان غیر ماندگار است که معادلات جریان غیر ماندگار باید بر آن حاکم باشد.

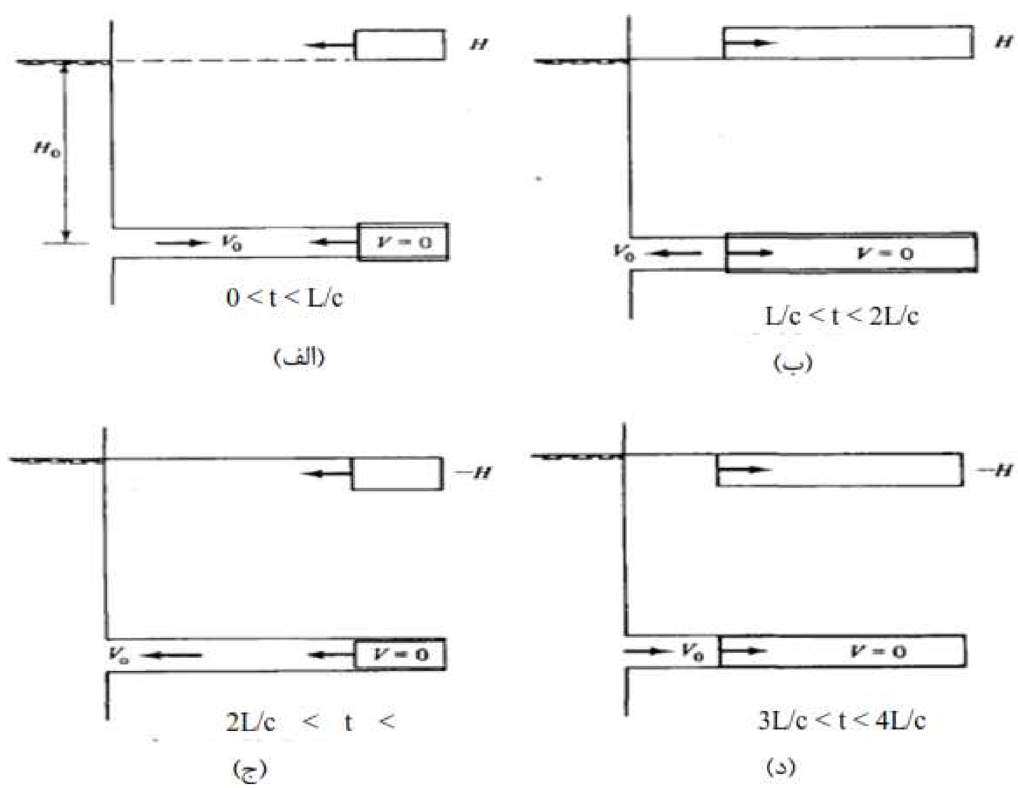
جریـان غیر ماندگاری که بین دو جریان ماندگار رخ می‌دهد، جریان میرا یا گذرا[3]نامیده می‌شود. ضـربه قـوچ نیـز جریان گذرایی است که در اثر تغییر ناگهانی در سرعت سیال مانند بستن سریع شیر یا توقف ناگهانی پمپ یا توربین رخ می‌دهد. توقف ناگهانی جریان، موجب افزایش قابل توجه فشار در سیستم لوله می‌شـود. لـذا ضربه قوچ شامل تغییرات زیاد وگذرای فشار می‌باشد که مـی‌توانـد بـه سیسـتم لولـه و اتصـالات جـانبی خسارت های زیادی را وارد نماید.

در این قسمت برای توضیح و درک بهتر پدیده ضربه قوچ سیکل کامل، یا پریود که پس از بسته شدن ناگهانی شیر به وقوع می‌پیوندد، در حالت بدون اصطکاک توصیف می‌گردد. در لحظه بسته شدن شیر (t=0) سیال مجاور شیر متراکم و متوقف می‌شود. در نتیجه جداره‌های لوله کشیده می‌شوند. به محض اینکه لایه اول متراکم شود، همین فرآیند برای لایه بعدی تکرار می‌شود. سیال در بالادست شیر به

[1] steady
[2] unsteady
[3] Transient fluid

حرکت خود به سمت پایین دست جریان با سرعتی که کم نشده است ادامه می‌دهد تا اینکه بقیه‌ی لایه ها یکی پس از دیگری متراکم شوند و این عمل تا منبع تامین جریان ادامه می‌یابد. فشار بالای ایجاد شده به صورت موج به بالادست جریان منتقل خواهد شد و سیال در حال جریان را متوقف و متراکم می‌سازد و سبب انبساط لوله می‌شود. زمانی که موج حاصله به انتهای بالادست جریان در لوله می‌رسد (s) $t=L/c$ تمام سیال تحت هد اضافی H قرار می‌گیرد (شکل ۱-۱-الف).

در انتهای بالادست جریان (مخزن) در لحظه رسیدن موج فشاری شرایط نامتعادلی وجود دارد، زیرا فشار مخزن تغییر نکرده است. در این صورت سیال شروع به برگشتن به طرف عقب می‌کند، (شکل ۱-۱-ب).



شکل ۱-۱ توالی وقایع در یک سیکل پس از بسته شدن ناگهانی شیر

این جریان سبب می‌شود فشار به مقدار نرمال قبل از بسته شدن شیر برگردد و در عین حال جداره‌های لوله به حالت عادی بر خواهد گشت و سیال دارای سرعتی برابر v_0 در جهت عکس می‌شود. این فرآیند تبدیل با سرعت صوت c در لوله منتقل و به پایین دست جریان (در محل شیر) می‌رسد. در لحظه $2L/c$ ، موج برگشتی به شیر خواهد رسید، فشار در طول لوله به حد طبیعی می‌رسد و سرعت در همه جا برابر v_0 در جهت مخالف است.

چون شیر بسته است، در این نقطه سیالی از شیر عبور نمی‌کند تا جریانی در شیر ایجاد شود و فشار کم خواهد شد (به مقدار $-H$) تا جریان را متوقف نماید. این موج فشار کم با سرعت c به سمت بالادست جریان حرکت می‌کند و در همه جا باعث سکون جریان می‌شود. در نتیجه باعث می‌شود به دلیل فشارکمتر، سیال منبسط و جداره‌های لوله منقبض شوند. (اگر فشار استاتیک در لوله به مقدار کافی بالا نباشد تا هد $-H$ بالاتر از فشار بخار بماند، مایع در آن قسمت تبخیر می‌شود و به حرکت خود به سمت عقب در یک مدت زمان طولانی‌تر ادامه خواهد داد) (شکل ۱-۱-ج).

در لحظه‌ای که موج فشار منفی به انتهای لوله در بالادست جریان می‌رسد ($3L/c$ ثانیه بعد از بسته شدن شیر) سیال در حال سکون است ولی دارای هد یکنواخت به اندازه $-H$ کمتر از فشار قبل از بسته شدن شیر است. این پدیده، باعث ایجاد شرایط نامتعادل در مخزن خواهد شد و سیال در درون لوله با سرعت v_0 به سمت جلو جاری می‌شود. در نتیجه همزمان با انتشار موج با سرعت c به سمت پایین‌دست جریان، لوله و جریان سیال به شرایط عادی برمی‌گردند. در زمانی که موج به شیر می‌رسد شرایط دقیقا

مشابه لحظه بسته شدن شیر ($4L/c$ ثانیه پیش‌تر) است (شکل۱-۱-د). سپس این فرآیند در هر $4L/c$ ثانیه تکرار می‌شود (Wylie, et al., 1993). اثر اصطکاک سیال و سایر عوامل، دامنه نوسان را کم می‌نماید و متعاقبا توقف دائمی سیال را به دنبال دارد.

۱-۲-رفتار مواد ویسکوالاستیک:

برخی مواد مانند پلیمرها در اثر بارگذاری خارجی وارد بر آنها، به تدریج آرایش مولکول‌هایشان نسبت به هم تغییر می‌کند. این امر باعث ایجاد یک تغییر شکل اضافی، علاوه بر تغییر شکل ایجاد شده بلافاصله پس از بارگذاری می‌گردد. مقدار این تغییر شکل اضافی با میزان و تاریخچه تنش وارده بر آن ماده رابطه دارد. جهت مدلسازی این نوع مواد باید با انجام آزمایش‌هایی، یک سری ثابت‌ها را برای آن ماده خاص مورد نظر تعیین نمود. هرچه تعداد ثابت‌های مورد نیاز جهت توصیف آن ماده کمتر باشد می‌توان گفت که مدل ریاضی توصیف کننده رفتار مکانیکی آن ماده کامل‌تر است .

تاکنون مدل‌های بسیار متنوعی به منظور توصیف ریاضی این مواد ارایه شده است. این مدل‌ها بر این اساس استوارند که با آرایش خاصی از تعدادی میراگر و فنر، می‌توان سیستمی تولید کرد که رفتارش معادل آن ماده ویسکوالاستیک مورد نظر باشد. از جمله این روش‌ها می‌توان به مدل جامع کلوین- ویت[۴] و ماکسول[۵]اشاره نمود. صرف‌نظر از اینکه این مدل‌ها تا چه اندازه قادرند رفتاری معادل یک ماده

[۴]Generalized Kelvin-Voigt Model

[۵]Maxwell Model

ویسکوالاستیک ارایه نمایند، موضوع اصلی این است که چگونه می‌توان رابطه دیفرانسیلی حاکم بر آن آرایش میراگر و فنر را به دست آورد. مطالعات انجام شده نشان داده‌اند که روابط حاکم بین تنش و کرنش در صورتی که مدل از تعداد نامحدودی المان فنر و میراگر تشکیل شده باشد شامل جملاتی از مشتقات زمانی تنش و کرنش از درجه صفر تا تعداد المان‌ها خواهد بود.

این روابط حاکم اگرچه از دقت خوبی از نظر ریاضی برخوردارند، به دلیل وجود مشتقات از درجات بالا در آنها، نمی‌توانند به منظور استفاده‌های مهندسی ابزار مناسبی باشند. برای رفع این مشکل، با استفاده از اصل روی هم گذاری بولتزمن و یا بکارگیری یک سری محاسبات طولانی شامل استفاده از تبدیل لاپلاس جهت حذف مشتقات زمانی از درجات بالا، یک فرم انتگرالی معادل برای ارایه رابطه حاکم بین تنش و کرنش استخراج گردیده است که به تدریج مبنای اصلی بسیاری از روش‌های عددی قرار گرفته است.

با این وجود، این مساله که آیا توصیف‌های ریاضی ارایه شده بر پایه مدل‌های کلوین- ویت و یا ماکسول قادرند تمام انواع مصالح ویسکوالاستیک را شبیه سازی نمایند یا خیر همچنان مورد بحث محققان مختلف است. تحقیقات اخیر در این زمینه منجر به آرایه مدل‌هایی مجازی (چون نمی توان ادعا کرد که معادل آرایش خاصی از فنرها و میراگرها هستند) گردیده است که شامل جملات با مشتقات کسری هستند. با استفاده از این مدل‌ها می‌توان با به کارگیری تعداد ثابت‌های کمتری نسبت به مدل‌های با درجات مشتق اعداد طبیعی، رفتار یک ماده ویسکوالاستیک را شبیه سازی نمود (کرامت، ۱۳۸۹).

در این تحقیق از فرم انتگرالی اشاره شده برای توصیف رابطه بین تنش و کرنش استفاده می‌شود. عامل ایجاد کننده تنش در مساله مورد بحث این رساله، همان فشار سیال است که وجود آن باعث ایجاد یک تغییر شکل تدریجی در سازه می‌گردد. انتگرال‌های توصیف کننده رفتار ویسکوالاستیک با استفاده از یک روش تقریبی سازگار با خطوط مشخصه حل می‌شوند. در فصل سوم توضیح جامعی از مدل کلوین ویت اشاره خواهد شد.

۱-۳-فرضیات مطالعه:

مدل توسعه داده شده برای لوله‌های با مقطع گرد که در فضای آزاد در معرض فشار هوای جو هستند معتبر است. لوله‌ها (و شیر) در جهت محوری کاملا مهار شده‌اند به طوری که اثر تداخلی پواسن (و اتصال) نتواند ایجاد شود. دمای محیط به صورت ثابت فرض می‌شود.

مدل به صورت یک بعدی می باشد، تنها یک محور مختصات که در امتداد محور لوله است در توصیف روابط دیفرانسیلی در نظر گرفته می‌شود. از اثرات سختی خمشی، اینرسی دورانی و تغییر شکل برشی عرضی صرف‌نظر می‌گردد. این فرضیات به عنوان فرضیات امواج با طول موج‌های بلند خوانده می‌شوند.

در استخراج معادلات دیفرانسیلی حاکم، لوله به صورت جدار نازک فرض می‌شود که از مواد الاستیک و یا ویسکوالاستیک خطی تهیه شده است. سیال درون لوله نیز به صورت تراکم ناپذیر و نیوتنی والاستیک خطی فرض می‌شود. کرنش‌های ایجاد شده در امتداد لوله صفر در نظر گرفته می‌شود.

کلیه معادلات دیفرانسیلی استخراج شده خطی می‌باشند بجز ترم نه چندان مهم اصطکاک بین سیال و دیواره لوله.

۱-۴-اهداف مطالعه:

هدف این پایان نامه بررسی حساسیت مدل کلوین ویت به فرکانس اصلی ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک است.

در فرکانس اصلی طول نقش مهمی را ایفا می‌کند به همین دلیل حساسیت مدل کلوین ویت به طول‌های مختلف در سیستم مخزن-لوله-شیر بررسی می‌شود. همچنین تاثیر غیر مستقیم اثر تعداد این المان‌ها بر پریود اصلی باعث حساسیت این مدل به تعداد المان‌ها می‌شود. پس به طور کلی اثر تعداد المان و طول‌های مختلف بر روی تابع خزش و سپس هد فشاری مورد بررسی قرار می‌گیرد.

معادلات حاکم بر سیال (پیوستگی و مومنتوم) در سیستم لوله از مصالح ویسکوالاستیک با استفاده از روش خطوط مشخصه (MOC) و به صورت صریح در هر گام زمانی حل می‌شوند.

۱-۵-فصل‌بندی پایان نامه:

در فصل اول مقدمه‌ای از پدیده ضربه قوچ و چگونگی ایجاد و توضیح کامل یک سیکل تکرار آن در سیستم مخزن_لوله_شیر تشریح شده است. همچنین مقدمه‌ای از رفتار مواد ویسکوالاستیک در اثر بارگزاری خارجی و توضیح مختصری از مدل ریاضی توصیف کننده رفتار مکانیکی آن ارائه شده است. سپس فرضیات مطالعه و خلاصه ای از اهداف این رساله بیان شده است.

در فصل دوم سعی شده تا خلاصه‌ای از آخرین کارهایی که محققین در زمینه پدیده ضربه قوچ در ارتباط با مدل کلوین ویت برای مدل سازی رفتار ویسکوالاستیک لوله و عوامل موثر بر این مدل انجام داده‌اند، ارائه شود.

در فصل سوم مدل ریاضی حاکم بر رفتارمواد ویسکوالاستیک در پدیده ضربه قوچ و معادلات حاکم بر هیدرولیک جریان (پیوستگی و مومنتوم) در این لوله‌ها، ارائه و نکات مربوط به هرکدام بیان شده است.

در فصل چهارم روش حل عددی معادلات حاکم تشریح می‌شود. روش حل عددی شامل روش خطوط مشخصه تشریح شده و الگوریتم آن به منظور حل معادلات مذکور توضیح داده شده است.

در فصل پنجم به ارائه نمودارهای مختلف برای تابع خزشی، هد فشاری و خطاهای هرکدام حاصل از مقایسه مدل عددی با یک مدل دقیق با اثر تعداد المان‌ها و طول‌های مختلف، می‌پردازیم.

در فصل ششم خلاصه‌ای از تحقیق حاضر، نتایج و پیشنهاد برای ادامه کار ارائه شده است.

فصل دوم:

مطالعات پیشین

۲-۱- مطالعهٔ هیدرولیک جریان‌های میــرا

مطالعهٔ هیدرولیک جریان‌های میــرا از قــرن ۱۷میلادی با تحقیق دربارهٔ نحــوهٔ انتشار امــواج صوتی در هوا و انتشار امواج در آب‌های کم عمق شروع شد. نیوتن[۱] و لاگرانــژ[۲]نخســتین کسـانی بودنــد کــه در ایــن زمینــه به مطالعــه پــرداختنــد. مونــژ[۳]در سال ۱۷۸۹ روشی ترسیمی بــرای انتگــرال‌گیــری از معـادلات دیفرانسیــل جزئی ارائه کرد و آن‌را روش مشخصــه (MOC)[۴] نامید.

هلم هولتز[۵]اولین کسی بود که دریافت، سرعت امواج فشاری در آب داخل لوله کمتر از سرعت موج در آب‌های آزاد است. او این اختــلاف را ناشــی از کشسان بودن جــدار لوله دانست.

وبر[۶]جریان سیال غیر قابل تراکم را در لوله‌های کشسان مورد مطالعه قرار داد و آزمایشاتی جهت تعیین سرعت امواج فشاری انجام داد. همچنین او معادلات پیوستگی و انــدازه حرکت که اساس مطالعات جریان‌های غیرماندگار هستند را ارائه نمود.

ماری[۷]نیز آزمایشات متعددی جهت تعیین سرعت موج فشاری انجام داد و دریافت که اولا، سرعت موج مستقل از دامنهٔ امواج فشــاری اســت و ثانیاً سرعت موج با ضریب الاستیسیته جدار لوله متناسب

---

[۱]Newton
[۲]Lagrange
[۳]Monge
[۴]Method Of Characteristics
[۵]Helmholtz
[۶]Weber
[۷]Marey

است کورت وگ[1]نخستین کسی بود که سرعت موج را با توجه به کشسان بودن جدار لوله و کشسانی سـیال بدسـت آورد.

در سال۱۸۹۷ ژوکوفسکی[2]بر اسـاس مطالعات نظری و آزمایشگاهی که انجام داد، گزارشی در مورد تئوری اساسی ضربه قـوچ منتشـر نمـود. او رابطه‌ای جهت سرعت انتشار موج فشاری بدست آورد که در آن کشسان بودن سیال و جدار لولـه درنظـر گرفته شده بود. همچنین او با استفاده از معادلات پیوستگی و اندازه حرکت، رابطـه‌ای مـا بـین کـاهش سرعت و افزایش فشار ناشی از آن بدست آورد. وی همچنین تحقیقاتی درباره اثرات سـرعت بسـته شـدن یک شیر انجام داد و دریافت که افزایش فشار در لوله به زمان بسته شدن شیر ارتباط دارد.

آلیوی[3]درسال ۱۹۰۲ تئوری عمومی ضربه قوچ خود را منتشرکرد. معادله اندازه حرکتی که او بدست آورد از آنچه کورت وگ بدست آورده بود، دقت بیشتری داشت. لووی[4]روشی ترسیمی‌ـتحلیلی جهت تحلیل جریان ضربه قوچ ارائه نمود.

وود[5]هـم در سال ۱۹۲۸ روش ترسیمی مشابهی ارائه نمـود و مسـألهٔ تشـدید حاصـل از عملکـرد تنـاوبی شـیرها و همچنین کاهش فشار ناشی از بازشدن آهسته شیرها را مورد بررسی قرار داد. وی در

---

[1]Korteweg
[2]Joukowsky
[3]Allievi
[4]Wood
[5] Lowy

تحلیل خود تلفـات اصطکاکی را با اضافه‌کردن جملهٔ مربوط بـه اصـطکاک در معـادلات دیفرانسـیل جزئـی در نظـرگرفـت.

در سال ۱۹۳۳ کنفرانس مشترکی توسط انجمن مهندسین راه و ساختمان آمریکا[1]و انجمن مهندسین مکانیک[2]آمریکا برگزار شد که در آن رساله‌های متعددی در مورد تحلیل ضربهٔ قوچ درخطوط لولهٔ انتقال ارائه‌گردید. رویس (Ruus, 1966)، اولین شخصی بود که روشی برای تعیین مراحل بسته شدن شیر ارائه کرد که روش بسته شدن بهینه شیر[3]نامیده شد.

کیبلکا و فرانک[4]و استریتر[5]از این روش در تحلیل کامپیوتری سیستم‌های لوله‌کشی پیچیده بهـــره گرفتند. گری (Gray,1953)، در بررسـی افت انرژی در پـدیده ضـربه قوچ، روش مشخصه را در تحلیل کامپیوتری بکار برد. لای و اسـتریتر(Streeter, et al., 1963)، در مقاله‌ای مشترک، برای نخستین بار روش مشخصه را در تحلیل جریان میرا ، با استفاده از کامپیوتر تعمیم دادند. بعدها استریتر مقالات متعـددی دربـاره روش مشخصـه ارائـه نمـود. همچنین کتابی (Wylie, et al., 1978) در مورد جریان-های میـرای هیدرولیکی منتشرکرد.

---

[1]ASCE

[2]ASME

[3]Optimum Valve Closure

[4]Cableca & Franc

[5]Streeter

۲-۲- مطالعه رفتار ویسکوالاستیک و روش های کالیبراسیون[۱]

کواس و همکاران (Covas, et al.,2005)، اثر کرنش‌های محیطی دیواره لوله را با استفاده از المان-های کلوین - ویت مدلسازی کردند. در این مدل، رفتار ویسکوالاستیک به وسیله مجموعه‌ای از فنرها و میراگرها شبیه سازی شده است. معادلات ارایه شده، دو معادله پیوستگی و مومنتم سیال هستند که اثر رفتار ویسکوالاستیک همانند یک ترم چشمه ای در معادله پیوستگی وارد می‌شود. البته ضعف عمده این روش این است که در آن، توابع خزش تطابقی باید با انجام یک آزمایش روی شبکه لوله، کالیبره می‌شدند، یعنی از اطلاعات آزمایشگاهی بدست آمده روی لوله پلی اتیلن[۲](PE) و با ثابت نگه داشتن تعدادی از پارامترها (خزش الاستیک لحظه‌ای J_0 و زمان‌های تاخیر τ_k با $k = 1,2,..., N_{kv}$ که N_{kv} تعداد پارامترهای کلوین ویت است) و تغییر پارامترهای دیگر (ضرایب خزش J_k) برای ایجاد مدل کلوین ویت استفاده شده‌اند. فرآیند کالیبره بر پایه مینیمم کردن مجموع مربعات باقیمانده‌ها[۳](RSS) بین هدهای اندازه‌گیری شده و محاسباتی با استفاده از الگوریتم لون برگ_مارکوارت[۴]انجام شده است. آنالیز حساسیت[۵]روی RSS بیان می‌کند که نتایج بهینه با ۵ المان کلوین ویت بدست می‌آیند. همچنین لزوم انتخاب گام زمانی مناسب در روش خطوط مشخصه بحث شده است.

---

[۱]Calibration

[۲]Poly ethylene

[۳]The sum of squares of the residuals

[۴]Levenberg_Marquardt

[۵]Sensitivity

سوارز و همکاران (Soares, et al., 2011) از الگوریتم ژنتیک[1]برای کالیبره مدل‌های مختلف کلوین ویت با استفاده از اطلاعات بدست آمده از آزمایش‌های انجام شده در مدار هیدرولیکی آزمایشگاهی با لوله‌های پلی وینیل کلراید(PVC)[2]، استفاده کرده‌اند. مدل عددی خطوط مشخصه به مدل‌های تغییر شکلی[3]مختلفی اعمال شده است، با یک تا سه المان کلوین ویت، که با مینیمم کردن RSS به وسیله هردو الگوریتم ژنتیک و لون برگ مارکوارت کالیبره شده‌اند. این الگوریتم‌ها به صورت مجموعه‌ای استفاده می‌شود چرا که الگوریتم ژنتیک ابزار مناسبی برای مینیمم‌های محلی[4]است اما از دقت خوبی برای تعیین مینیمم‌های کلی[5]برخوردار نیست. مقادیر بهینه به وسیله یک المان کلوین ویت و ثابت نگه داشتن تعدادی از پارامترها بدست آمده‌اند.

پزینگا و همکاران (Pezzinga, et al., 2016)، آزمایشاتی جهت نشان دادن رابطه بین دوره تکرار لوله و پارامترهای ویسکوالاستیک کلوین ویت در حل معکوس جریان گذرا(ITA)[6]در آزمایشگاه مهندسی آب دانشگاه پروجیا[7]، ایتالیا انجام دادند. پارامترهای مدل ویسکوالاستیک با استفاده از دو مدل یک بعدی و دو بعدی تخمین زده شدند. برای تست یک بعدی، از مخزن-لوله بصورت مستقیم- شیر و برای تست دو بعدی لوله بصورت چند ردیف بیضی‌وار استفاده کردند. آزمایش برای سه مقدار متفاوت

---

[1]Genetic
[2]Polyvinyl chloride
[3]Rheological
[4]Local minima
[5]Global minimum
[6]Inverse Transient Analysis
[7]Perugia

از طول لوله (۹۳,۵، ۱۲۸,۶ و۲۰۰ متر) که دوره نوسانات فشار متفاوتی را ایجاد می‌کنند و مقادیر مختلفی از دبی اولیه، بررسی شدند. فشارسنج‌هایی در محل مخزن و ۰,۶ متر بالاتر از شیر تخلیه قرار گرفته‌اند. همچنین برای اندازه‌گیری دبی جریان و دمای آب از جریان سنج مغناطیسی و دماسنج مقاوم دیجیتالی استفاده شدند. آزمایش‌های انجام شده جهت تایید صحت آزمایش معمولا چند بار و برای طول ۱۲۸,۶ متر تکرار شدند.

معادلات ارائه شده دو معادله پیوستگی و مومنتوم سیال هستند که اثر رفتار ویسکوالاستیک مانند ترم چشمه‌ای در معادله پیوستگی وارد می‌شود. تشریح روش مدلسازی رفتار ویسکوالاستیک دیواره لوله در معادلات ضربه قوچ با استفاده از روش خطوط مشخصه انجام می‌شود.

پارامترهای کلوین ویت به وسیله الگوریتم میکروژنتیک[1]با مینیمم کردن خطا بین نتایج عددی و تست‌های آزمایشگاهی برای تولید دوباره آزمایش‌های جریان غیرماندگار در لوله پلی اتیلن کالیبره شده‌اند. وی به وسیله کالیبره کردن مدل‌های کلوین ویت با ۵،۳،۲ و۷ پارامتر ، غیروابسته بودن مدول الاستیسیته و وابستگی زمان تاخیری را به پریود اصلی لوله (یعنی طول لوله) نشان داد. همچنین با بیشتر شدن تعداد پارامترهای کلوین ویت، مدل عددی به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر شده است.

فرانت و همکاران (Ferrante, et al., 2017) مقایسه‌ای بین مدل‌های ویسکوالاستیک (با تعداد متفاوت از پارامترها) برای شبیه سازی جریان غیرماندگار انجام دادند. آنها تست‌های آزمایشگاهی خود

---

[1] Microgenetic

را در آزمایشگاه مهندسی آب دانشگاه پروجیا، ایتالیا بر روی لوله با مشخصه HDPE DN110 PN10 در سیستم مخزن-لوله-شیر (RPV)[۱] انجام داده‌اند.

جریان سنج مغناطیسی برای اندازه‌گیری دبی اولیه با دقت ۰,۲٪ از مقدار اندازه‌گیری شده، استفاده شده و مبدل فشار پیزو رزیستیو[۲] برای اندازه‌گیری فشار بالادست شیر انجام شده است. در پایین دست انتهای لوله دریچه سوپاپ دستی[۳] با تخلیه رو به هوا و شیر پروانه‌ای کنترل از راه دور بلافاصله بالادست دریچه سوپاپ دستی برای ایجاد شرایط اولیه q_0 قرار داده شده است. برای حل مدل‌های عددی به جای دامنه زمانی از دامنه فرکانسی استفاده شده است. نسبت به دامنه زمانی انتگرال دامنه فرکانسی وقتی که تغییرات زمانی در یک بخش از سیستم مطلوب باشد، سریع‌تر و آسان‌تر است.

دراین مقاله نیز برای مدلسازی رفتار مواد ویسکوالاستیک از مدل کلوین ویت استفاده شده است. مقادیر پارامترهای مدل کلوین ویت با مینیمم کردن مجموع مربعات باقیمانده‌ها با استفاده از ترکیب الگوریتم ژنتیک و نلدرمید[۴] بین هدهای فشاری با مدل‌های از ۱ تا ۵ المان کلوین ویت و هدهای محاسباتی برای مدل ۳ المانی (مدل دقیق) برای دو جنس متفاوت از لوله کالیبره می‌شوند، سپس این فرآیند به هدهای آزمایشگاهی اعمال می‌شود و کالیبراسیون مدل عددی از ۱ تا ۶ المان با اطلاعات آزمایشگاهی انجام می‌شود. در این مقاله از معیاری مانند آکایک[۵] برای مقایسه مدل‌های با پارامترهای متفاوت استفاده

---

[۱] Reservoir-pipe-valve

[۲] Piezo resistive

[۳] Hand operated ball valve

[۴] Nelder-mead

[۵] Akaike

شده است، مقایسه‌ای بین کاهش جمع مربعات باقیمانده‌ها با افزایش تعداد پارامترها است. این معیار بر روی اطلاعات محاسباتی تست شده و برای تخمین بهترین مدل بر اطلاعات آزمایشگاهی اعمال می‌شود. آنها نشان داده‌اند که مدل ویسکوالاستیک با ۳ المان کلوین ویت بهترین برآورد در بین مجموعه مدل-های از یک تا شش المان است. بخش اصلی این مقاله به مسائل اورفیت[1]شدن مدل‌های ویسکوالاستیک در آنالیز غیرماندگار اشاره دارد.

کرامت و همکاران (Keramat, et al., 2014) یک تقریب ساده و مستقیم برای تعیین تابع خزش در لوله های ویسکوالاستیک در آنالیز جریان غیرماندگار تعریف کردند. معادلات حاکم بسط داده شده و به صورت آنالیزی برای نصف دوره تکرار اول حل شده‌اند. این حل، فرمول مستقیمی که هد فشاری جوکوفسکی ویسکوالاستیک نامیده می‌شود و تابعی از ضرایب تابع خزشی است، ارئه می‌دهد. روش ایجاد شده کاربرد آسان و مناسبی در مقایسه با تکنیک حل معکوس غیرماندگار سنتی دارد.

برای تحقیق در مورد محدودیت‌ها و مزیت‌های روش پیشنهادی دو آزمایش درنظر گرفته‌اند. مورد اول، استفاده از اطلاعات آزمایشگاهی کواس و همکاران (Covas, et al., 2004a,2005) برای سیستم مخزن_لوله_شیر بر روی لوله پلیمری با چگالی بالا و طول ۲۷۷ متر که با عنوان آزمایش ایمپریال کالج[2] شناخته می‌شود، استفاده شده است. مورد دوم اطلاعات آزمایشگاهی گونی (Guney, 1983) که

[1]Overfiting

[2]Imperial college

در آزمایشگاه مکانیک سیالات I.N.S.A در لیون[1] روی یک لوله پلیمری با چگالی کم و طول ۴۳,۱ متر انجام شده است، بکار گرفته‌اند. نتایج نشان می‌دهد که تطابق نمودار خزش حاصل از اطلاعات دقیق با اطلاعات شبیه‌سازی شده در مورد دوم به خوبی مورد اول نیست و آن به خاطر ضعف فرمول (هد فشاری جوکوفسکی ویسکوالاستیک) در لوله‌های کوتاه است که بزرگتر شدن زمان بیشترین خزش از زمان نصف دوره تکرار اول گواه آن است یعنی طول لوله به اندازه کافی بلند نیس تا لوله در این بازه به طور کامل خزش یافته و همه اثرات رفتار ویسکوالاستیک در نصف دوره تکرار اول را نشان دهد. بنابراین اگر طول لوله به اندازه کافی بلند باشد لوله در نصف دوره تکرار اول تماما خزش می‌کند و می‌توان همه ضرایب خزش مدل کلوین ویت را با فرمول هد فشاری جوکوفسکی فقط با استفاده ازاطلاعات در نصف دوره تکرار اول بطور مستقیم و بادقت خوبی بدست آورد.

وهبا (Wahba, 2017) مدل عددی دو بعدی برای مطالعه رفتار غیرماندگار جریان آرام لوله‌های ویسکوالاستیک ارائه داد. او از مدل تک المان کلوین ویت برای شبیه سازی رفتار ویسکوالاستیک دیواره لوله استفاده کرد.

مدل عددی برای شبیه سازی سیستم مخزن -لوله-شیر که توسط وردا (Warda, et al., 2001) در آزمایشگاه مکانیک جریان ودستگاه‌های هیدرولیکی[2] دانشگاه الکساندریا[3]ساخته شده، استفاده شده

[1] Lyon
[2] Fluid Mechanics and Hydraulic Machines Laboratory
[3] Alexandria

است. طول لوله ۲۵٫۶ متر و از جنس PVC است. مقادیر مدول الاستیسیته ونسبت پواسون لوله PVC ازداده‌های واترز (Watters, 1984) استفاده شده است. جریان غیرماندگار با بسته شدن شیر در مدت زمان ۰٫۰۸ ثانیه که ۱٫۶۲ برابر دوره تناوب لوله است ($T_C = 1.62L/a$)، ایجاد شده است.

در مطالعه حاضر روش خطوط (مشخصه) بکار رفته است که روش اختلاف مرکزی با دقت مرتبه دوم برای گسسته سازی عبارت‌های طولی و روش رانج کوتا[۱] با دقت مرتبه چهارم کلاسیک برای انتگرال-گیری معادلات گسسته سازی شده در زمان استفاده شده است.

او با استفاده از نتایج عددی و آنالیز ابعادی معادلات حاکم، پارامترهای بی بعد λ و β را مشخص کرده است. پارامتر β قبلا توسط وهبا (Wahba, 2008) بدست آمده است. این پارامتر تاثیر اصطکاک غیرماندگار را نشان می‌دهد و بیان می‌کند که این اثر در لوله های بلند با قطر و سرعت موج کمتر، بیشتر است. پارامتر λ نیز اثر ویسکوالاستیک دیواره لوله بر روی جریان غیرماندگار را نشان می‌دهد. این پارامتر مشخص می‌کند که این اثر در لوله‌های بلندتر با قطر و سرعت موج زیادتر، بیشتر معلوم می‌شود. علاوه بر این مطالعه به صورت پارامتری انجام شده است تا تاثیر این پارامتر بر روی ویژگی‌های مختلف جریان غیرماندگار همچون نسبت اتلاف، مولفه‌های تجمع خطی[۲] و تاثیرات حلقه ریچاردسون[۳] و روی مولفه‌های کرنش آنی و تاخیری لوله را نشان دهد.

---

[۱] Runge-Kutta

[۲] Line packing

[۳] Richardson annular effect

۲-۳- جمع بندی

در این تحقیق با توجه به مرور مطالعات گذشتگان در مطالب قبلی که کالیبراسیون ضرایب خزش را با مقایسه بین هدهای آزمایشگاهی و محاسباتی (با پارامترهای مجهول) انجام داده‌اند می‌توان کالیبراسیون را به صورت کاملا عددی و نه با اطلاعات آزمایشگاهی بدست آورد یعنی با مقایسه بین هدهای دقیق (که از پارامترهای حاصل از کمترین خطا در تحقیقات کواس و همکاران (Covas, et al.,2005) استفاده می‌کنیم) و هدهای محاسباتی بدست می‌آوریم. همچنین نظر به اینکه اکثر کالیبراسیون ضرایب خزش در این تحقیقات با استفاده از هدهای فشاری است، کالیبراسیون ضرایب را با استفاده از تابع خزش تطابقی و به صورت کاملا عددی بدست می‌آوریم یعنی با مقایسه بین تابع خزشی دقیق (با پارامترهای مشخص در تحقیقات کواس و همکاران (Covas, et al.,2005)) و تابع خزشی محاسباتی که این روش، روش جدیدی در این زمینه است.

فصل سوم:

مدل ریاضی

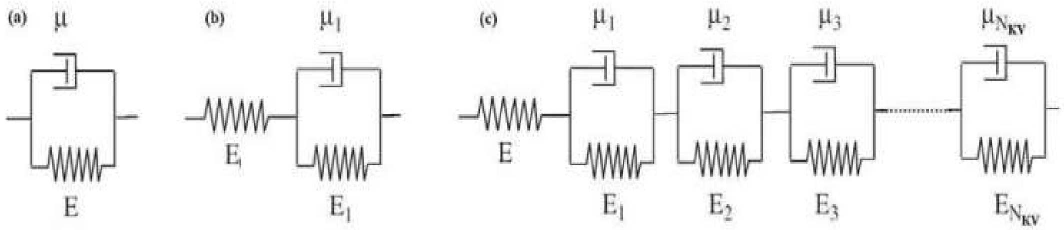
۳-۱-مدل ریاضی رفتار مکانیکی مواد ویسکوالاستیک

در مواد ویسکوالاستیک از موادی صحبت می‌شود که ویژگی‌های سیالات و جامدات را دارا می‌باشند. برای شبیه‌سازی رفتار مکانیکی یک ماده جامد الاستیک خطی، معمولاً از یک فنر استفاده می‌شود که در حالت یک بعدی با رابطه‌ای به صورت $F_S = K_1 u$، که در آن F نیرو و u جابجایی و اندیس S جهت نشان دادن فنر است مدلسازی می‌شود. برای شبیه سازی رفتار مکانیکی یک سیال ویسکوز خطی، معمولا از یک میراگر ویسکوز (لزج) استفاده می‌شود که در حالت یک بعدی با رابطه $F_D = K_2 \dot{u}$ مدلسازی می‌شود که در آن اندیس D نشان دهنده میراگر و نقطه در بالای u نشان دهنده مشتق جابجایی نسبت به زمان است.

جهت بیان پاسخ یک ماده ویسکوالاستیک خطی، یک روش در نظر گرفتن سیستمی متشکل از یک فنر و یک میراگر که به صورت موازی نسبت به هم قرار داده شده‌اند می‌باشد. در این صورت بدیهی است که کل نیروی وارده بر این سیستم $F = F_D + F_S$ و بنابراین $F = k_1 u + k_2 \dot{u}$ خواهد بود. برطبق این رابطه، که برای یک سیستم در معرض یک نیرو و متشکل از یک فنر و یک میراگر موازی صادق است یک مدل مکانیکی مطابق شکل(۱-۳-الف) تعریف می‌شود. در این مدل رابطه حاکم بین تنش σ و کرنش ε که براین سیستم (مجموعه فنر و میراگر) عمل می کنند عبارت است از:

$$p_0\sigma = q_0\varepsilon + q_1\dot{\varepsilon}, \quad p_0 = 1, \quad q_0 = E, \quad q_1 = \mu \text{ ،} \qquad (۱\text{-}۳)$$

که در آن E مدول الاستیسیته فنر و μ ویسکوزیته میراگر و $\dot{\varepsilon}$ آهنگ تغییر کرنش است.



شکل ۳-۱: نمایش مکانیکی یک ماده جامد ویسکوالاستیک. (a): یک المان کلوین-ویت (b):مدل سه پارامتری کلوین-ویت (c): مدل تعمیم یافته کلوین-ویت

شکل ۳-۱-a نشان دهنده مدل کلوین- ویت متشکل از یک المان است. معمولا این مدل نمی‌تواند به درستی پاسخ مواد ویسکوالاستیک را شبیه سازی کند. مدل کامل‌تری بنام مدل کلی (جامع) کلوین - ویت که در شکل۳-۱-c نشان داده شده است، ابزاری برتر برای این منظور است. در این مدل تعدادی المان کلوین- ویت به صورت سری به همراه یک فنر اضافی به هم متصل شده اند. با استفاده از آنالیز مشابهی که جهت بدست آوردن معادله (۳ -۱) انجام شد می‌توان ثابت کرد که رابطه حاکم برای مدل تعمیم یافته کلوین- ویت به شکل زیر می‌باشد (Wineman, et al., 2000) ،

$$p_0\sigma + \sum_{k=1}^{N_{KV}} P_K \frac{d^k\sigma}{dt^k} = q_0\varepsilon + \sum_{k=1}^{N_{KV}} q_k \frac{d^k\varepsilon}{dt^k} \quad \text{،} \qquad (۲-۳)$$

که در آن ضرایب p و q توابعی از مدول الاستیسیته فنر و ویسکوزیته میراگر مربوط به هر المان می‌باشند که با اندیس‌های 1 الی N_{kv} برای هر المان (مطابق شکل ۱-۳- c) نشان داده شده‌اند. در اینجا رابطه

فوق برای یک سیستم سه پارامتری کلوین - ویت (N_{kv} =1) نشان داده در شکل ۱-۳-b اثبات می‌شود .

روابط اصلی که برای یک مدل سه پارامتری کلوین- ویت صادق هستند عبارتند از:

$$\sigma = \sigma_0 = \sigma_1 \text{ ،} \tag{۳-۳}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \text{ ،} \tag{۴-۳}$$

که در آن اندیس 0 نشان دهنده خصوصیات یک فنر تنها و اندیس 1 نشان دهنده ویژگی‌های مربوط به یک المان کلوین - ویت است. متغیرهای بدون اندیس نشان دهنده خصوصیات کل سیستم متشکل از سه پارامتر می‌باشند. به این ترتیب σ_0 و σ_1 به صورت زیر قابل بیان هستند:

$$\sigma = \sigma_0 = E_0\varepsilon_0 \text{ ،} \tag{۳-۵}$$

$$\sigma = \sigma_1 = E_1\varepsilon_1 + \mu_1\dot{\varepsilon}_1 \text{ .} \tag{۶-۳}$$

برای بدست آوردن یک رابطه دیفرانسیلی بنیادی بین تنش و کرنش در سیستم مورد نظر، رابطه (۳-۴) که در آن ε_0 بر حسب σ با استفاده از رابطه (۳-۵) قابل بیان است را در E_1 ضرب می نماییم. از سوی دیگر، با توجه به رابطه (۳-۴)، از آن نسبت به زمان مشتق گیری نموده و در μ_1 ضرب می‌نماییم. در نهایت دو رابطه اخیر حاصله را با هم جمع می نماییم، رابطه زیر حاصل خواهد شد،

$$E_1\varepsilon + \mu_1\dot{\varepsilon} = \frac{E_1}{E_0}\sigma + \frac{\mu_1}{E_0}\dot{\sigma} + E_1\varepsilon_1 + \mu_1\dot{\varepsilon}_1 \text{ ،} \tag{۷-۳}$$

که با توجه به رابطه (۳ -۶) به صورت زیر قابل نوشتن است:

$$p_0\sigma+p_1\dot{\sigma}=q_0\varepsilon+q_1\dot{\varepsilon} \ \ , p_0=1 \quad p_1=\frac{\mu_1}{E_0+E_1} \ \ , q_0=\frac{E_0E_1}{E_0+E_1} \quad q_1=\frac{E_0\mu_1}{E_0+E_1} . \qquad (۸-۳)$$

این رابطه معادل رابطه (۳-۲) در حالت $N_{kv}=1$ است.

رابطه حاکم بین تنش و کرنش برای مواد ویسکوالاستیک خطی شامل جملاتی از مشتقات زمانی تنش و کرنش می‌باشد. با استفاده از تبدیل لاپلاس و سپس معکوس آن یک شکل جایگزین برای بیان رابطه تنش و کرنش به صورت زیر پیدا می‌شود (Wineman, et al., 2000) .

$$\varepsilon(t)=\sigma(t)J(0)+\int_0^t \sigma(t-s)\frac{dJ(s)}{ds}ds=(\sigma * dJ)(t)=(J * d\sigma)(t) . \qquad (۹-۳)$$

" * "نشان دهنده اپراتور کانولوشن و* " d " اپراتور استیلیس کانولوشن (این دو اپراتور و روابط اساسی مربوط به آنها، در قسمت های آتی همین بخش بررسی خواهند شد) می‌باشند. اپراتور استیلیس کانولوشن نسبت به اپراتور کانولوشن معمولی دارای یک ترم اضافی $\sigma(t)J(0)$ که نشانگر پاسخ آنی (الاستیک) سیستم است می‌باشد. در فرمول فوق تابع خزش تطابقی $J(t)$ مطابق با مدل تعمیم یافته کلوین- ویت به صورت زیر به دست خواهد آمد (Brinson, et al., 2008)،

$$J(t):=J_0+\sum_{k=1}^{N_{kv}} J_k\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_k}}\right) \text{،} \qquad (۱۰-۳)$$

که در آن $J_0 = 1/E$ نشان دهنده پاسخ آنی مصالح ویسکوالاستیک، $J_k = 1/E_k$ نشان دهنده خزش تطابقی فنر مربوط به المان k ام کلوین - ویت و E_k مدول الاستیسیته فنر k ام و τ_k زمان تاخیر میراگر k ام است. در اینجا $\tau_k := \mu_k / E_K$ که در آن μ_K ویسکوزیته میراگر k ام است (منظور از := تساوی تعریف شده است). معادلات (۳-۹) و (۳-۱۰) برای یک مدل سه پارامتری کلوین- ویت در ادامه اثبات می‌شوند.

شرط اولیه ضروری جهت معادله مربوط به مدل سه پارامتری کلوین ویت (۳-۸) به صورت زیر می‌باشد (Wineman, et al., 2000)،

$$p_1 \sigma(0) = q_1 \varepsilon(0). \tag{۱۱-۳}$$

معادله دیفرانسیل ارایه شده در (۳ -۸) به همراه شرط اولیه (۳-۱۱)، مدل سه پارامتری کلوین- ویت ارایه شده در شکل۳ -۱-b را به صورت کامل توصیف می‌کنند.

جهت بدست آمدن یک فرمولاسیون انتگرالی بین تنش و کرنش، اپراتور لاپلاس به صورت زیر تعریف می‌گردد،

$$L(f(t)) = \bar{f}(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt \ . \tag{۱۲-۳}$$

بر طبق این اپراتور و با استفاده از انتگرالگیری جزء به جزء میتوان ثابت کرد که تبدیل لاپلاس مشتق یک تابع به صورت زیر بدست می‌آید،

$$L\left(\frac{df(t)}{dt}\right) = sL(f(t)) - f(0) = s\bar{f}(s) - f(0). \tag{۱۳-۳}$$

در راستای این اپراتور، تابع f_3 که به عنوان انتگرال کانولوشن[۱](یا ریمان کانولوشن) دو تابع f_1 و

f_2 خوانده می‌شود و به صورت $f_1 * f_2$ نشان داده می‌شود به صورت زیر تعریف میگردد،

$$f_3(t)=\int_0^t f_1(t-s)f_2(s)ds\ . \tag{۱۴-۳}$$

در این حالت، این ویژگی مهم برقرار خواهد بود،

$$L(f_3(t))=\bar{f}_3(s)=L(f_1(t)*f_2(t))=L(f_1(t))L(f_2(t))=\bar{f}_1(s)*\bar{f}_2(s). \tag{۱۵-۳}$$

اکنون چنانچه از رابطه (۳-۱۴) لاپلاس‌گیری شود خواهیم داشت:

$$p_0\bar{\sigma}+p_1(s\bar{\sigma}-\sigma(0))=q_0\bar{\varepsilon}+q_1(s\bar{\varepsilon}-\varepsilon(0))، \tag{۱۶-۳}$$

که با توجه به شرط اولیه (۳-۱۱) رابطه زیر منجر خواهد شد،

$$\bar{\varepsilon}(s)=\left(\frac{p_0+p_1 s}{q_0+q_0 s}\right)\bar{\sigma}(s)\,. \tag{۱۷-۳}$$

از تعریف $\tau_1=\mu_1/E_1$ ،$J_0=1/E$ ،$J_1=1/E_1$، رابطه (۳-۱۷) به صورت زیر قابل نوشتن است،

$$,\ \ \bar{J}(s)=\left(\frac{J_0+J_1}{s}-\frac{J_1\tau_1}{s\tau_1+1}\right)\bar{\varepsilon}(s)=\bar{\sigma}(s)s\left(\frac{J_0+J_1}{s}-\frac{J_1\tau_1}{s\tau_1+1}\right):=\bar{\sigma}(s)s\bar{J}(s)\,. \tag{۱۸-۳}$$

اگر رابطه فوق به صورت زیر نوشته شود،

---

[۱] convolution integral

$$,\bar{\varepsilon}(s)=\bar{\sigma}(s)\big(s\bar{J}(s)-J(0)\big)+\bar{\sigma}(s)J(0) \qquad \bar{J}(s)=\left(\frac{J_0+J_1}{s}-\frac{J_1\tau_1}{s\tau_1+1}\right). \tag{۱۹-۳}$$

آنگاه با توجه به رابطه (۳-۱۳) به صورت زیر قابل تبدیل خواهد بود،

$$,\bar{\varepsilon}(s)=\bar{\sigma}(s)L\left(\frac{dJ(t)}{dt}\right)+\bar{\sigma}(s)J(0) \quad ,J(t)=J_0+J_1\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) \tag{۲۰-۳}$$

و با توجه به خاصیت رابطه (۱۵-۳) به فرم زیر در خواهد آمد،

$$,\bar{\varepsilon}(s)=L\left(\sigma(t)*\frac{dJ(t)}{dt}\right)+\bar{\sigma}(s)J(0) \quad ,J(t)=J_0+J_1\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) \tag{۲۱-۳}$$

که در حقیقت این رابطه، تبدیل لاپلاس گرفته شده از رابطه زیر است،

$$\varepsilon(t)=\sigma(t)J(0)+\int_0^t\sigma(t-s)\frac{dJ(s)}{ds}ds \qquad J(t)=J_0+J_1\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right). \tag{۲۲-۳}$$

در استفاده از رابطه انتگرالی بین تنش و کرنش ارائه شده در رابطه (۳-۲۲) برای سادگی، می‌توان یک اپراتور جدید و ساده کننده بنام استیلیس کانولوشن تعریف کرد (Wineman, et al., 2000). این اپراتور از دوتابع $Q(t)$ و $G(t)$(که باید برای کلیه $t<0$ مقدارشان صفر بوده و برای $t\geq 0$ تکه‌ای پیوسته باشند) تابع جدید استیلیس کانولوشن را به صورت زیر ارائه می‌نماید،

$$G*dQ(t):=G(t)Q(0)+\int_0^T G(t-s)\frac{dQ(s)}{ds}ds\,. \tag{۲۳-۳}$$

بنابراین، رابطه (۳-۲۲) به صورت ساده شده زیر قابل نوشتن است،

$$\varepsilon(t) = \sigma * dJ(t) \qquad J(t) = J_0 + J_1\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right). \tag{۲۴-۳}$$

قابل ذکر است به عنوان یک روش دیگر چنانچه ε_0، ε_1 در روابط (۳-۵) و (۳-۶) بر اساس σ نوشته شوند (باتوجه به شرط اولیه رابطه (۳ -۱۱)) و سپس روابط حاصله در رابطه (۳ -۴) جایگزین شوند، رابطه (۳ -۲۴) بدست خواهد آمد.

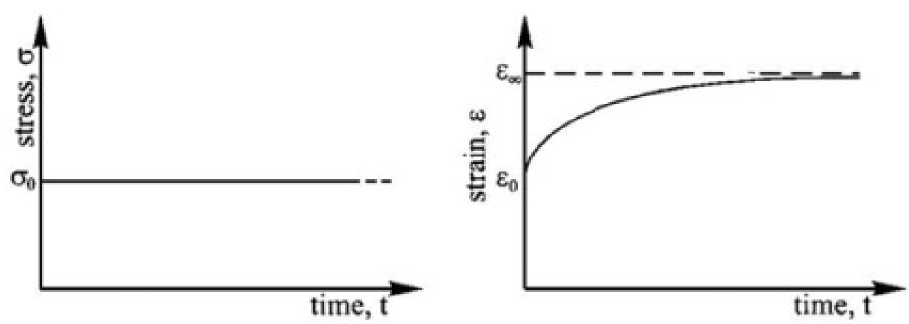
رابطه (۳-۲) که برای یک مدل تعمیم یافته کلوین- ویت ارایه گردید و برای یک مدل سه پارامتری کلوین- ویت در قسمت‌های قبل اثبات شد بیانگر این است که کل کرنش در یک سیستم با مصالح ویسکوالاستیک از دو جزء الاستیک و ویسکوالاستیک تشکیل شده است. بخش ویسکوالاستیک تابعی از کل تاریخچه بارگذاری وارده بر سیستم و توابع خزش تطابقی می‌باشد. پاسخ ویسکوالاستیک در حقیقت از روی هم انباشته شدن پاسخ‌های جزئی مربوط به هر جزء بارگذاری از ابتدا تا لحظه فعلی بدست می‌آید.

۳-۲-تست خزش و تعیین توابع تطابقی خزش

جهت درک عمیقتر ماهیت مواد ویسکوالاستیک، پاسخ یک نمونه به یک تست خزش در شکل(۳-۲) نشان داده شده است. در تست خزش، یک تنش تک محوری ثابت به نمونه وارد می‌گردد بدون اینکه در نمونه ارتعاشی ایجاد شود (بارگذاری شبه استاتیکی). برای یک تست خزش برطبق معادله (۳-۲۴) می‌توان نوشت:

$$\varepsilon = \sigma_0 * dJ = \sigma_0\left(J_0 + \sum_{k=1}^{N_{kv}} J_k\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_k}}\right)\right),$$

$$\lim_{t=\infty}\varepsilon = \sigma_0 J_0 + \sigma_0\sum_{k=1}^{N_{kv}} J_k = \varepsilon_0 + \sigma_0\sum_{k=1}^{N_{kv}} J_k = \sigma_0\sum_{k=0}^{N_{kv}} J_k = \varepsilon_\infty . \quad (۳-۲۵)$$



شکل ۳-۲ تست خزش در یک میله ویسکوالاستیک

این مثال تفاوت پاسخ‌های شبه استاتیکی الاستیک و ویسکوالاستیک را در زمانی که نمونه تحت یک تنش محوری ثابت قرار گرفته باشد ، نشان می‌دهد . همان طور که مشاهده می‌شود در یک پاسخ

ویسکوالاستیک علاوه بر یک پاسخ آنی که به عنوان کرنش الاستیک خوانده می‌شود و در شکل با ε_0 نشان داده شده است، بخش دیگری از کرنش در طول زمان اتفاق می‌افتد و با گذر زمان به سمت یک مقدار ثابت ε_0 همگرا می‌شود (فقط در مواد ویسکوالاستیک خطی اینگونه است). این کرنش اخیر که در طول زمان رخ می‌دهد به عنوان خزش خوانده می‌شود. مکانیزم این تغییر شکل به ساختار مولکولی زنجیره‌ای در پلیمرها مربوط می‌شود. بارگذاری پیوسته به تدریج منجر به جمع شدن جزء کرنش‌های ایجاد شده در اثر باز شدن و لغزش زنجیره‌های مولکول‌ها می‌شود به گونه‌ای که در نهایت ماده مورد نظر، متناسب با بار وارده بر آن به یک آرایش مولکول جدید دست می‌یابد (Brinson, et al., 2008) .

برای یافتن رفتار خزشی یک ماده ویسکوالاستیک راهی به جز انجام تست‌هایی که این ویژگی‌ها را به صورت کمی تعیین نماید وجود ندارد. زیرا این رفتار به طور مستقیم به ساختار مولکولی مواد، درجه حرارت محیط و تاریخچه بارگزاری وارده بر آن ماده مربوط می‌شود. برای اندازه‌گیری این ویژگی تابعی به نام تابع خزش تطابقی که به شکل فرمول (۳-۱۰) می‌باشد تعریف می‌گردد. علت نامگزاری "خزش تطابقی" ماهیت تغییر مکان تدریجی در زمان که از تطبیق آنها با مقادیر اندازه‌گیری شده آزمایشگاهی تعیین می‌شوند، می‌باشد.

در بحث آنالیز ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک به طور کلی دو راه حل جهت تعیین ضرایب توابع خزش تطابقی (J_K و τ_K در فرمول ۳-۱۰) وجود دارد که می‌توان آنها را به عنوان روش مستقیم و غیر مستقیم نامید. در روش اول یک آزمایش مشابه آنچه پیشتر توضیح داده شده (تست خزش) یا یک

آزمایش رهاسازی (که در آن پس از ایجاد یک کرنش ثابت در نمونه، کاهش تدریجی تنش در طول زمان اندازه گیری می‌شود) بر روی نمونه‌ای از جنس مواد تشکیل دهنده لوله انجام می‌گیرد و به این ترتیب بوسیله توابع خزش تطابقی خواص آن ماده ذخیره می‌گردد. در روش دیگر (روش غیر مستقیم) که بوسیله کواس و همکاران (Covas, et al., 2004a, 2004b, 2005) و سوارز و همکاران (Soares, et al., 2008) پیشنهاد گردید. ضرایب توابع خزش تطابقی به گونه‌ای تعیین می‌گردند که زمانی که این توابع جهت حل جریان ناپایدار در سیستم لوله به کار گرفته می‌شوند بتوانند فشارهایی تا حد ممکن نزدیک به مقادیر اندازه گیری شده آزمایشگاهی تولید نمایند. علت نامگذاری غیر مستقیم برای این روش این است که ویژگی‌های فیزیکی مصالح لوله بجای انجام تست‌های مستقیم بر روی مصالح، بوسیله انجام تست بر روی جریان سیال به طور غیر مستقیم تعیین می‌گردند. این روش که به عنوان کالیبراسیون توابع خزش به وسیله جریان گذرا خوانده می‌شود از دقت بیشتری در آنالیزهای ضربه قوچ برخوردار می‌باشد زیرا در این صورت اثرات تاریخچه بارگذاری‌های قبلی برروی سیستم لوله و همچنین اثرات حرارت و محیط و شکل سیستم لوله که در تست‌های مستقیم به درستی وارد نمی‌گردند هم در اینجا در تعیین ضرایب به کار گرفته می‌شوند.

۳-۳- معادلات حاکم بر ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک

معادلات حاکم بر ضربه قوچ، معادلات پیوستگی و مومنتم سیال است. برای بدست آوردن این معادلات برای یک سیستم لوله، معادلات ناویر- استوکس در حالت دو بعدی در دستگاه مختصات استوانهای r-z نوشته می‌شود. این معادلات شامل یک معادله پیوستگی و دو معادله مومنتم در جهت‌های محوری و شعاعی با متغیرهای سرعت محوری V_z ، سرعت شعاعی V_r، فشار سیال p و دانسیته سیال ρ_f می‌باشند. به علاوه، یک معادله حالت، فشار و دانسیته سیال را به هم مربوط می‌کند.

جهت رسیدن به یک فرمول بندی یک بعدی سازگار با معادلات کلاسیک چکش آبی، معادلات ناویر - استوکس مذکور در $2\pi r$ ضرب شده و سپس از 0 تا شعاع لوله R انتگرالگیری می‌شوند و سپس نتیجه بر πR^2 تقسیم می‌شود. با این کار تمام جملات موجود در معادلات ناویر - استوکس از حالت دو بعدی برحسب r,z,t به یک بعدی برحسب z,t تبدیل می‌شوند (Tijsseling, 1193,2007) لذا، معادله پیوستگی به صورت:

$$\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{1}{K}\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{2}{R}\dot{u}_r\,|_{r=R}=0 \qquad \dot{u}_r\,|_{r=R}=V_{r=R} \quad ، \tag{۳-۲۶}$$

و معادله مومنتم در جهت محوری به صورت:

$$\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial z}=-\frac{2}{\rho_f R}\tau_0+g\sin\theta \text{ ،} \tag{۳-۲۷}$$

خواهد بود. که در آن سرعت V و فشار P به صورت زیر می‌باشند،

$$V = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R 2\pi r v_z\, dr \quad ، \tag{۲۸-۳}$$

$$P = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R 2\pi r p\, dr \quad ، \tag{۲۹-۳}$$

که در آن v_z و P به ترتیب توابع توزیع سرعت و فشار در مقطع جریان می‌باشند. در این روابط z امتداد محور لوله، t زمان، g شتاب گرانش زمین، R شعاع داخلی لوله و ρ_f دانسیته سیال است.

کرنش محیطی در دستگاه مختصات استوانه‌ای به صورت $\varepsilon_\phi = \dfrac{u_r}{r}$ تعریف می‌شود که با توجه به محدود بودن امتداد شعاعی r به دیواره داخلی تا دیواره بیرونی لوله، می‌توان نوشت،

$$\varepsilon_\phi = \frac{u_r}{r} \;\rightarrow\; u_r = r\varepsilon_\phi \quad R \le r \le R+e \;\rightarrow\; r \approx R \;\rightarrow\; u_r = R\varepsilon_\phi\,. \tag{۳۰-۳}$$

در این صورت آخرین ترم در معادله پیوستگی (۳-۲۶)، به صورت زیر نوشته می‌شود،

$$\frac{2}{R}\dot{u}_r\,|_{r=R} = \frac{2}{R}\frac{\partial}{\partial t}\left(R\varepsilon_\phi\right)|_{r=R} = 2\frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial t}\,. \tag{۳۱-۳}$$

بنابراین معادله پیوستگی (۳-۲۶) با فرض $e << R$ به صورت زیر خواهد بود،

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{K}\frac{\partial P}{\partial t} + 2\frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial t} = 0\,. \tag{۳۲-۳}$$

با توجه به رابطه تنش - کرنش در مواد ویسکوالاستیک در جهتϕ و فرضیات لوله‌ها جدار نازک به

صورت $\sigma_\phi = \frac{D\widetilde{P}}{2e}$ ($\widetilde{P} = P - P_0$ فشار دینامیکی سیال می باشد که در آن P فشار کل و P_0 فشار

جریان ماندگار می‌باشد) می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{K}\frac{\partial P}{\partial t} + 2\frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial t} = 0 \qquad \varepsilon_\phi = \sigma_\phi * dJ$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{K}\frac{\partial P}{\partial t} + 2\frac{\partial(\sigma_\phi * dJ)}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{K}\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{D}{e}\frac{\partial(\widetilde{P} * dJ)}{\partial t} = 0\,. \qquad (۳۳\text{-}۳)$$

با استفاده از تعریف اپراتور استیلیس کانولوشن (رابطه (۳-۲۳)) به صورت زیر نوشته می‌شود،

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{K}\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{D}{e}\left(\frac{\partial P}{\partial t}J(0) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\int_0^t \widetilde{P}(t-s)\frac{dJ(s)}{ds}ds\right)\right) = 0\,. \qquad (۳۴\text{-}۳)$$

از جایگزینی $\widetilde{P} = \rho_f g\widetilde{H}$ (که در آن $\widetilde{H} = H - H_0$ هد دینامیکی سیال می‌باشد) و توجه به

$J(0) = J_0 = \frac{1}{E}$ و رابطه (۳-۳۵)، رابطه (۳-۳۶) برای معادله دیفرانسیل پیوستگی در لوله‌های

ویسکوالاستیک بدست خواهد آمد،

$$I_{\widetilde{H}} := \int_0^t \widetilde{H}(t-s)\frac{dJ(s)}{ds}ds = \sum_{k=1}^{N_{KV}}\left(\frac{J_k}{\tau_k}\int_0^t \widetilde{H}(t-s)e^{-\frac{s}{\tau_k}}ds\right) := \sum_{k=1}^{N_{kv}} I_{\widetilde{H}K}\,، \qquad (۳۵\text{-}۳)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{g}{c_f^2}\frac{\partial H}{\partial t} = \rho_f g\frac{D}{e}\frac{\partial I_{\widetilde{H}}}{\partial t}\,. \qquad (۳۶\text{-}۳)$$

در این رابطه D قطر داخلی لوله، ρ_f دانسیته سیال، e ضخامت دیواره لوله و $I_{\tilde{H}}$ عبارت کرنش محیطی تأخیری[۲] است که با رابطه (۳-۳۵) داده می‌شود. c_f نیز سرعت موج فشاری است که با رابطه زیر محاسبه می‌گردد،

$$c_f := \left(\rho_f \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{eE} \right) \right)^{-\frac{1}{2}}, \qquad (۳-۳۷)$$

که در آن E مدول الاستیک یانگ و K مدول بالک سیال می‌باشد.

در معادله مونتم سیال (۳-۲۷)، تنش برشی τ_0 معادل رابطه حاکم در حالت جریان پایدار فرض می‌گردد که به عنوان مدل اصطکاک شبه ماندگار[۳] خوانده می‌شود در این صورت خواهیم داشت:

$$\tau_0 = \rho_f f \frac{V\,|V\,|}{8}, \qquad (۳-۳۸)$$

که در آن V سرعت سیال، f ضریب افت دارسی ویسباخ می‌باشد. چنانچه P در رابطه مومنتم با $P = \gamma H - Z$، (H هد فشار سیال و γ وزن حجمی سیال و Z رقوم نقطه مورد بررسی) و جمله اصطکاک با رابطه (۳-۳۸) جایگزین گردد، رابطه مومنتم (۳-۲۷) به صورت زیر قابل نوشتن خواهد بود،

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{-fV\,|V\,|}{2D}. \qquad (۳-۳۹)$$

---

[۲] Retarded circumferential strain

[۳] Qusi-steady friction model

فصل چهارم :

روش‌های حل عددی

۴-۱-مقدمه

در این قسمت می‌خواهیم روش حل عددی معادلات هیدرولیکی را بیان کنیم. روش مشخصه‌ها بهترین روشی است که برای حل این معادلات وجود دارد و بدون شک در بین تمام روش‌های عددی دیگری که می‌توان استفاده کرد، جواب‌های دقیقتر و سریعتری می‌دهد. علت دقت و سرعت بالای این روش این است که به نوعی می‌توان گفت این روش یک روش نیمه تحلیلی است و جواب معادله دیفرانسیل را با یک حل تحلیلی روی خطوط مشخصی، تقریبا به طور دقیق می‌دهد.

با این همه از روش‌های عددی متنوع شناخته شده دیگر نیز می‌توان برای بررسی این معادلات استفاده کرد. به عنوان مثال یک روش تفاضل محدود توسط مک کرمک[۴]معرفی شده است که می‌توان از آن جواب‌های قابل قبولی به دست آورد. در روش دیگری، دو معادله پیوستگی و مومنتوم را با هم ترکیب کرده و یک معادله دیفرانسیل مرتبه دو نسبت به زمان و مکان به دست می‌آورند (شبیه معادله موج). البته برای استفاده از این روش مشکلاتی در اعمال شرایط مرزی برای سرعت و فشار وجود خواهد داشت ولی حل معادله موج حاصله به سادگی با روش اجزای محدود یا تفاضل محدود امکان پذیر خواهد بود.

در روش‌های دیگری می‌توان معادلات پیوستگی و مومنتوم را در بعد مکان گسسته سازی کرد (مثلا با روش اجزای محدود) و یک دستگاه از معادلات دیفرانسیل معمولی[۵] نسبت به زمان بدست آورد. این

---

[۴]MacCormak Method

[۵]Ordinary differential equation

دستگاه معادلات که در حقیقت هر یک از آنها مربوط به یک گره می‌باشد را می‌توان با روش‌های استاندارد حل دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی، مثل روش رانج کوتا و ... حل نمود و جواب هر گره را در زمان بدست آورد.

اما با همه این روش‌ها همچنان از روش خطوط مشخصه به دلیل سرعت بالا و جواب دقیقترش استفاده می‌شود و به همین دلیل مطالعات زیادی برای بهبود و تکامل روش خطوط مشخصه و گرفتن جواب‌های دقیقتر از آن (هرچند اندک) صورت گرفته است.

فرایند حل عددی برای حالتی که اثرات ویسکوالاستیک در نظر گرفته می‌شود شبیه به حالت الاستیک است که پیشتر توسط محققان مختلف، تایسلینگ، ویگرت، هاینسبروک، جزایری و کرامت بررسی شده است. تنها تفاوت در نحوه محاسبه ترم‌های شامل انتگرال کانولوشن است که برای مدلسازی تغییر شکل الاستیک (تاخیری) به معادلات حاکم اضافه شده‌اند.

۴-۲ –تقریب عددی عبارت انتگرال کانولوشن

در سمت راست معادله (۳-۳۶) عبارتی متشکل از فرم خاصی از مجهولات وجود دارد. جهت انجام آنالیز در حوزه زمان، این عبارت بایستی به صورت عبارت‌های مستقیمی از مجهولات نوشته شوند. در غیر اینصورت با یک سری معادلات انتگرال روبرو خواهیم بود که حل عددی آنها بسیار هزینه بر خواهند بود. جهت نوشتن عبارات مذکور بر حسب مجهولات، ساده‌ترین راه نوشتن آنها به صورت عبارت‌هایی از مجهولات در گام زمانی فعلی و مقادیر محاسبه شده در گام‌های زمانی قبل می‌باشد. این امر با استفاده از دو فرمول انجام می‌گیرد. در فرمول اول، چنانچه داشته باشیم $f_k(t)=\frac{J_k}{\tau_k}\int_0^t g(t-s)e^{\frac{-s}{\tau_k}}ds$ آنگاه با استفاده از یک سری از عملیات جبری می‌توان ثابت کرد که،

$$\frac{df_k(t)}{dt}=-\frac{f_k(t)}{\tau_k}+\frac{J_k}{\tau_k}g(t) \tag{۴-۱}$$

فرمول دوم، تقریب بسیار خوبی برای انتگرال کانولوشن ظاهر شده در روابط ارائه می‌نماید که با استفاده از یک رابطه برگشتی پیاده‌سازی می‌شود،

$$f_k(t)\approx g(t)\left(J_k+\frac{J_k\tau_k}{\Delta t}\left(e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}-1\right)\right)+g(t-\Delta t)\left(-J_ke^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}-\frac{J_k\tau_k}{\Delta t}\left(e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}-1\right)\right)+e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}f_k(t-\Delta t). \tag{۴-۲}$$

قابل ذکر است که تقریب بکار رفته در استخراج رابطه تقریبی (۴-۲) از درجه اول می‌باشد زیرا طبق مراحل نشان داده شده، تابع $g(t)$ در زمان $t\text{-}\Delta t$ الی t به صورت ثابت فرض شده است.

جهت ارائه مشتق نسبت به t از فرم جاری انتگرال کانولوشن که در معادلات حاکم وجود دارد، $f_k(t)$ از معادله (۴-۲) را می‌توان در معادله (۴-۱) جایگزین نمود. در این صورت خواهیم داشت:

$$\frac{df_k(t)}{dt} \approx g(t)\left(\frac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}\right)\right)+g(t-\Delta t)\left(\frac{J_k}{\tau_k}e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}-\frac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}\right)\right)-\frac{e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}}{\tau_k}f_k(t-\Delta t). \qquad (۴\text{-}۳)$$

سپس با استفاده از این فرمول، جملات شامل انتگرال کانولوشن در فرمول (۳-۳۶) را تقریب می‌زنیم به این صورت که به جای $f_k(t)$، فرمول (۳-۳۵) و بجای $g(t)$، $\widetilde{H}(t)$ را در فرمول (۴-۳) قرار می‌دهیم و نیز با استفاده از $\widetilde{H}=H-H_0$ ، داریم:

$$\frac{dI_{\widetilde{H}}}{dt} \approx (H(t)-H_0)\sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\frac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}\right)\right)+(H(t-\Delta t)-H_0)\sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\frac{J_k}{\tau_k}e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}-\frac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}\right)\right)-\frac{e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}}{\tau_k}I_{Hk}(t-\Delta t) \quad (۴\text{-}۴)$$

$$+-H_0\sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\frac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}\right)+\frac{J_k}{\tau_k}e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}}-\frac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}}\right)\right)\ \frac{dI_{\widetilde{H}}}{dt} \approx H(t)_0\sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\frac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}\right)\right)$$

$$H(t-\Delta t)\sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\frac{J_k}{\tau_k}e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}-\frac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}\right)\right)-\frac{e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}}{\tau_k}I_{Hk}(t-\Delta t) \qquad (۴\text{-}۵)$$

$$\frac{dI_{\widetilde{H}}}{dt} \approx H(t)_0\sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\frac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}\right)\right)-H_0\sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\frac{J_k}{\tau_k}e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}}\right)$$

$$+H(t-\Delta t)\sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\frac{J_k}{\tau_k}e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}-\frac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}\right)\right)-\frac{e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}}{\tau_k}I_{Hk}(t-\Delta t) \qquad (۴\text{-}۶)$$

$$\frac{dI_{\tilde{H}}}{dt} \approx H(t)_0 \sum_{k=1}^{N_{kv}} \left(\frac{J_k}{\Delta t} \left(1 - e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}} \right) \right) + (H(t-\Delta t) - H_0) \sum_{k=1}^{N_{kv}} \left(\frac{J_k}{\tau_k} e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}} \right)$$

$$- H(t-\Delta t) \sum_{k=1}^{N_{kv}} \left(\frac{J_k}{\tau_k} e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}} \right) - \frac{e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}}{\tau_k} I_{Hk}(t-\Delta t) \qquad (۷-۴)$$

با فرض ،

$$a_1 = \sum_{k=1}^{N_{kv}} \left(\frac{J_k}{\Delta t} \left(1 - e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}} \right) \right) ،$$

$$a_2 = (H(t-\Delta t) - H_0) \sum_{k=1}^{N_{kv}} \left(\frac{J_k}{\tau_k} e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}} \right) - H(t-\Delta t) \sum_{k=1}^{N_{kv}} \left(\frac{J_k}{\tau_k} e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}} \right) - \frac{e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}}{\tau_k} I_{Hk}(t-\Delta t)$$

داریم:

$$\frac{dI_{\tilde{H}}}{dt} = a_1 H(t) + a_2 \qquad (۸-۴)$$

۴-۳- حل عددی با روش MOC

در این قسمت می‌خواهیم معادلات هیدرولیکی را که به صورت روابط (۴-۹) و (۴-۱۰) می‌باشند، با روش خطوط مشخصه حل نماییم. داریم:

$$L_1 : \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{g}{{c_f}^2} \frac{\partial H}{\partial t} - \rho_f g \frac{D}{e} \frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t} = 0 \qquad (۹-۴)$$

$$L_2 : \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 . \qquad (۱۰-۴)$$

در این روش ابتدا معادلات دیفرانسیل جزئی پیوستگی و اندازه حرکت، بر روی مسیرهایی به معادلات دیفرانسیل کامل تبدیل می‌شوند و سپس بوسیله روش تفاضل محدود صریح حل می‌شوند. چون در این روش هر قسمت از لوله به صورت جداگانه تحلیل می‌شود، برای حل مسائل پیچیده مناسب‌تر است. البته عیب این روش این است که بازه‌های زمانی و مکانی باید نسبت به هم دارای تناسب خاصی باشند و به این دلیل بازه‌های زمانی باید وابسته به ابعاد مساله انتخاب شوند. در نهایت معادلات هذلولوی مذکور جهت حل به شرایط مرزی و شرایط اولیه نیاز دارند. شرایط اولیه برای جریان غیرماندگار مذکور ، مقادیر دبی و ارتفاع پیزومتریک در حالت ماندگار است. شرایط مرزی نیز با توجه به صورت مساله تعیین می‌شوند.

هدف این است که معادلات دیفرانسیل (۴-۹) و (۴-۱۰) را به دو یا چند معادله دیفرانسیل ساده‌تر که قابل حل به صورت تحلیلی باشند، تبدیل کنیم (منظور این است که به راحتی قابل انتگرالگیری باشند، به عبارت دیگر معادله دیفرانسیل کامل باشند). برای این کار پارامتر دلخواه λ را در نظر گرفته و یک ترکیب خطی از دو معادله L_1 و L_2 با استفاده از آن می‌سازیم. سپس دو مقدار دلخواه به λ می‌دهیم تا دو معادله دیفرانسیل دیگر، که ترکیبی از L_1 و L_2 هستند به دست آیند. برای این کار به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$L_1+\lambda L_2=0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial V}{\partial z}+\frac{g}{{c_f}^2}\frac{\partial H}{\partial t}-\rho_f g\frac{D}{e}\frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t}+\lambda\left(\frac{\partial V}{\partial t}+g\frac{\partial H}{\partial z}+\frac{fV\,|\,V\,|}{2D}\right)=0\,. \quad (۴-۱۱)$$

رابطه (۴-۱۱) را می‌توان به صورت (۴-۱۲) مرتب کرد،

$$\frac{g}{{c_f}^2}\frac{\partial H}{\partial t}+\lambda g\frac{\partial H}{\partial z}+\lambda\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{\lambda f V\,|\,V\,|}{2D}+\rho_f\, g\,\frac{D}{e}\frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t}=0 \qquad \Rightarrow$$

$$\frac{g}{{c_f}^2}\left(\frac{\partial H}{\partial t}+\lambda {c_f}^2\frac{\partial H}{\partial z}\right)+\lambda\left(\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{\lambda}\frac{\partial V}{\partial z}\right)+\frac{\lambda f V\,|\,V\,|}{2D}+\rho_f\, g\,\frac{D}{e}\frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t}=0\,. \qquad (۱۲-۴)$$

با توجه به رابطه بدست آمده در (۴-۱۱) می‌توان دید که اگر ضرایب $\frac{\partial H}{\partial z}$، $\frac{\partial V}{\partial z}$ عبـارت $\frac{\partial z}{\partial t}$ باشـد می‌توان آن را به صورت یک معادله دیفرانسیل کامل (که فقط شامل دیفرانسیل نسبت به یک متغیر است، معادله دیفرانسیلی معمولی) تبدیل کرد. لکن فعلا بدون توجه به این مطلب، سـعی مـی‌کنـیم دو معادلـه دیفرانسیل از (۴-۱۱) به دست آوریم . برای این کار ضرایب $\frac{\partial H}{\partial z}$ ، $\frac{\partial V}{\partial z}$ را مساوی هم قرارمی‌دهـیم تـا دو مقدار برای λ به دست آید،

$$\lambda {c_f}^2=\frac{1}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda=\pm\frac{1}{c_f}\ . \qquad (۱۳-۴)$$

به این ترتیب طبق رابطه (۴-۱۳) توانستیم دو مقدار برای λ بدست آوریم، چون رابطه (۴-۱۲) به ازای تمام مقادیر دلخواه λ صادق است از جایگذاری این دو مقدار در آن، دو معادله دیفرانسیل به صورت زیر بدست می‌آیند که بدون شک هم‌ارز دو معادله (۴-۹) و (۴-۱۰) می باشند،

$$\lambda=\frac{1}{c_f}\ \rightarrow\ \frac{g}{{c_f}^2}\left(\frac{\partial H}{\partial t}+c_f\frac{\partial H}{\partial z}\right)+\frac{1}{c_f}\left(\frac{\partial H}{\partial t}+c_f\frac{\partial V}{\partial z}\right)+\frac{f V\,|\,V\,|}{2Dc_f}+\rho_f\, g\,\frac{D}{e}\frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t}=0$$

$$\lambda=-\frac{1}{c_f} \longrightarrow \frac{g}{{c_f}^2}\left(\frac{\partial H}{\partial t}-c_f\,\frac{\partial H}{\partial z}\right)-\frac{1}{c_f}\left(\frac{\partial H}{\partial t}-c_f\,\frac{\partial V}{\partial z}\right)-\frac{fV\,|\,V\,|}{2Dc_f}+\rho_f g\,\frac{D}{e}\frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t}=0\,. \quad (۱۴-۴)$$

بنابراین جواب دو معادله دیفرانسیل (۴-۱۴) همان جواب معادلات دیفرانسیل ضربه قوچ می‌باشند. ولی این معادلات هم به سادگی قابل انتگرالگیری نیستند اما با یک نگاه به معادله اول (۴-۱۴) در می‌یابیم که اگر $c_f=\frac{dz}{dt}$ باشد، این معادله به یک معادله دیفرانسیل کامل (که به راحتی قابل انتگرال‌گیری و گسسته سازی است) تبدیل می‌شود. زیرا می‌دانیم که،

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial H}{\partial z}\frac{dz}{dt}=\frac{dH}{dt} \qquad ، \qquad \frac{\partial V}{\partial t}+\frac{\partial V}{\partial z}\frac{dz}{dt}=\frac{dV}{dt}\;. \qquad (۱۵-۴)$$

همچنین در معادله دوم (۴-۱۴) اگر $c_f=-\frac{dz}{dt}$ باشد این معادله نیز یک معادله کامل خواهد شد. قابل توجه است اینکه ما بجای c_f بگذاریم $\frac{dz}{dt}$ خللی در جواب ایجاد نمی‌کند زیرا z و t دو متغیر مستقل هستند و اگر ما خود را به این ملزم کنیم که گره‌هایمان روی این خط $\left(c_f=\frac{dz}{dt}\right)$ باشند می‌توان بین گره‌ها هر رابطه‌ای را که با استفاده از $c_f=\frac{dz}{dt}$ حاصل می‌شود، استفاده کرد.

می‌دانیم که در روش تفاضل محدود ابتدا باید یک شبکه بنا کنیم تا مقادیر مجهولات را بتوانیم روی گره‌های شبکه به صورت گسسته شده در آوریم. شبکه‌ای که در آنجا بنا می‌کردیم یک شبکه کاملا دلخواه بود و تنها در صفحه گره‌هایی ایجاد می‌کردیم که بتوانیم معادلات را گسسته‌سازی کنیم. اما در اینجا باید گره‌ها (مجهولات) را روی شبکه‌ای در نظر بگیریم که بین Δz، Δt اش رابطه $\frac{dz}{dt}=\frac{\Delta z}{\Delta t}=c_f$

حاکم باشد. بنابراین در اینجا دیگر نمی‌توان نقاط را در یک فضای z-t دلخواه پخش کرد و بینشان رابطه برقرار کرد. بلکه باید حتما نقاط را روی دسته خطوطی که عبارت دیفرانسیلی $c_f = \frac{dz}{dt}$ را تولید می‌کند، گسترش داد. همچنین در معادله دوم (۴-۱۴) مشاهده می‌شود که اگر $c_f = -\frac{dz}{dt}$ باشد، این معادله نیز یک معادله کامل خواهد شد و به این ترتیب با رعایت در نظر گرفتن گره‌ها روی $\frac{\Delta z}{\Delta t} = c_f$، می‌توان گسسته‌سازی را برای معادله دیفرانسیلی کاملی که حاصل می‌شود انجام داد. با توجه به مطالب گفته شده می‌توان نوشت:

$$\text{If} \quad c_f = \frac{dz}{dt} \;\rightarrow\; \frac{g}{{c_f}^2}\frac{dH}{dt} + \frac{1}{c_f}\frac{dV}{dt} + \frac{fV\,|V\,|}{2Dc_f} + \rho_f g\frac{D}{e}\frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t} = 0 \qquad (۴-۱۶)$$

$$\text{If} \quad c_f = -\frac{dz}{dt} \;\rightarrow\; \frac{g}{{c_f}^2}\frac{dH}{dt} - \frac{1}{c_f}\frac{dV}{dt} - \frac{fV\,|V\,|}{2Dc_f} + \rho_f g\frac{D}{e}\frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t} = 0\,. \qquad (۴-۱۷)$$

قبل از اقدام به گسسته‌سازی معادلات (۴-۱۶) و (۴-۱۷) ابتدا آن را بر حسب Q می‌نویسیم $\left(Q = \frac{V}{A}\right)$ این کار را به این دلیل انجام می‌دهیم تا در نقاط تغییر قطر (گره‌هایی که بین دو لوله با قطر متفاوت قرار دارند) یک دبی داشته باشیم (اگر رابطه سازی بر حسب سرعت باشد در گره تغییر قطر دو سرعت می‌شود در نظر گرفت).

به این ترتیب روابط (۴-۱۶) و (۴-۱۷) بر حسب Q به صورت (۴-۱۸) و(۴-۱۹) تبدیل می‌شوند،

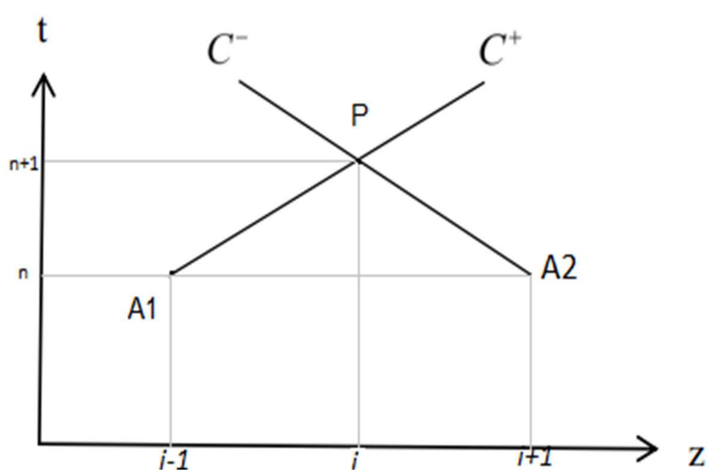
$$\rightarrow \frac{g}{{c_f}^2}\frac{dH}{dt}+\frac{1}{c_f A}\frac{dQ}{dt}+\frac{fQ\,|\,Q\,|}{2DA^2c_f}+\rho_f g\frac{D}{e}\frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t}=0 \;\; C=\frac{dz}{dt} \qquad (۱۸\text{-}۴)$$

$$C=-\frac{dz}{dt} \;\rightarrow\; \frac{g}{{c_f}^2}\frac{dH}{dt}-\frac{1}{c_f A}\frac{dQ}{dt}-\frac{fQ\,|\,Q\,|}{2DA^2c_f}+\rho_f g\frac{D}{e}\frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t}=0\,. \qquad (۱۹\text{-}۴)$$

حال معادله (۴-۱۸) را روی خط C^+ ، $\left(\frac{dz}{dt}=\frac{\Delta z}{\Delta t}=C\right)$ گسسته‌سازی می‌کنیم (شکل ۴-۱)، با توجه به فرمول (۴-۸) داریم:

$$\frac{g}{{c_f}^2}\frac{H_P-H_{A1}}{\Delta t}+\frac{1}{c_f A}\frac{Q_P-Q_{A1}}{\Delta t}+\frac{fQ_{A1}\,|\,Q_{A1}\,|}{2DA^2c_f}+\rho_f g\frac{D}{e}\left(a_1H_P+a_2\right)=0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{gA}{c_f}\frac{H_P-H_{A1}}{\Delta t}+\frac{Q_P-Q_{A1}}{\Delta t}+\frac{fQ_{A1}\,|\,Q_{A1}\,|}{2DA}+\rho_f g\frac{D}{e}c_f A\left(a_1H_P+a_2\right)=0\,. \qquad (۲۰\text{-}۴)$$



شکل۴-۱ خطوط مشخصه در صفحه z-t

با معرفی ثابت‌های $B=\dfrac{gA}{c_f}$، $R=\dfrac{f}{2DA}$، $a_0=\rho g c_f A\Delta t\dfrac{D}{e}$ معادله (۴-۱۵) را می‌توان به صورت رابطه (۴-۲۱) نوشت:

$$Q_P=-(B+a_0a_1)H_P+BH_{A1}-R\Delta tQ_{A1}\,|Q_{A1}|-a_0a_2+Q_{A1}\ . \qquad (۴\text{-}۲۱)$$

به همین ترتیب از گسسته‌سازی معادله (۴-۱۹) روی خط C^-، $\left(\dfrac{dz}{dt}=\dfrac{\Delta z}{\Delta t}=-C\right)$ و با توجه به فرمول (۴-۸)، رابطه زیر بدست خواهد آمد،

$$Q_P=(B+a_0a_1)H_P-BH_{A2}-R\Delta tQ_{A2}\,|Q_{A2}|+a_0a_2+Q_{A2}\ . \qquad (۴\text{-}۲۲)$$

برای سادگی در استفاده از این فرمول‌ها در نرم افزار متلب، آن‌ها را به صورت روابط زیر مرتب‌سازی می‌کنیم:

$$Q_P=-C_{a^+}H_P+C_P \qquad (۴\text{-}۲۳)$$

$$Q_P=C_{a-}H_P+C_n \qquad (۴\text{-}۲۴)$$

$$C_P=\frac{Q_{A1}+BH_{A1}+C'_{P1}+C''_{P1}+C'''_{P1}}{1+C'_{P2}+C''_{P2}} \qquad (۴\text{-}۲۵)$$

$$C_n=\frac{Q_{A2}+BH_{A2}+C'_{n1}+C''_{n1}+C'''_{n1}}{1+C'_{n2}+C''_{n2}} \qquad (۴\text{-}۲۶)$$

$$C_{a^+}=\frac{B+C'''_{P2}}{1+C'_{P2}+C''_{P2}} \qquad (۴\text{-}۲۷)$$

$$C_{a^-} = \frac{B + C'''_{n2}}{1 + C'_{n2} + C''_{n2}} \tag{۴-۲۸}$$

ضرایب مختلف در روابط (۴-۲۳) تا (۴-۲۸) به صورت‌های زیر تعریف می‌شوند:

-با توجه به رابطه (۴-۲۱) می‌توان آن را به صورت رابطه (۴-۲۹) مرتب کرد،

$$C_P = BH_{A1} - R\Delta t Q_{A1}|Q_{A1}| - a_0 a_2 + Q_{A1} \qquad C_{a^+} = B + a_0 a_1 \tag{۴-۲۹}$$

همچنین ضرایب زیر از رابطه (۴-۲۹) بدست می‌آیند:

$C'_{P1} = -R\Delta t|Q_{A1}|Q_{A1}$ $\quad C'''_{P2} = a_0 a_1$ ،$C'_{P2} = 0$ ،$C'''_{P1} = -a_0 a_2$ ،

-با توجه به رابطه (۴-۲۲) می‌توان آن را به صورت رابطه (۴-۳۰) مرتب کرد،

$$C_n = -BH_{A2} - R\Delta t Q_{A2}|Q_{A2}| + a_0 a_2 + Q_{A2} \qquad (۴\text{-}۳۰)\ C_{a^-} = B + a_0 a_1 \quad ،$$

همچنین ضرایب زیر از رابطه (۴-۳۰) بدست می‌آیند:

$C'_{n1} = -R\Delta t|Q_{A2}|Q_{A2}$ $\quad C'''_{n2} = -a_0 a_1$ ، $C'_{n2} = 0$ ، $C'''_{n1} = a_0 a_2$ ،

استریتر برای افزایش دقت اثر اصطکاک، پیشنهاد کرده است که به جای $|Q_{A2}|Q_{A2}$ از $|Q_{A2}|Q_P$ و به جای $|Q_{A1}|Q_{A1}$ از $|Q_{A1}|Q_P$ استفاده شود. بدیهی است که برای داشتن یک دقت بیشتر بهتر بود گسسته سازی این جمله به صورت غیر صریح[1](در زمان آینده) انجام شود یعنی بنویسیم $|Q_P|Q_P$ اما

[1]Implicit

چون Q_P مجهول می‌باشد این کار باعث می‌شود که برای هر گره یک دستگاه دو معادله دو مجهولی غیر خطی داشته باشیم اما استفاده از $Q_P|Q_{A2}|$ در رابطه C^- و $Q_P|Q_{A1}|$ در رابطه C^+ باعث می‌شود که بدون اینکه دستگاهی غیر خطی از Q_P و H_P ایجاد شود، دقت نسبت به حالت کاملا صریح[1] افزایش یابد و تقریب با درجه دوم اثر اصطکاک گفته می‌شود. در این حالت معادله (۴-۲۰) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{gA}{c_f}\frac{H_P - H_{A1}}{\Delta t} + \frac{Q_P - Q_{A1}}{\Delta t} + \frac{fQ_P\,|\,Q_{A1}\,|}{2DA} + \rho_f g\frac{D}{e}c_f A\left(a_1 H_P + a_2\right) = 0 \qquad (۴\text{-}۲۹)$$

با معرفی ثابت‌های $B = \frac{gA}{c_f}$، $R = \frac{f}{2DA}$، $a_0 = \rho g c_f A\Delta t\frac{D}{e}$ معادله (۴-۲۹) را می‌توان به صورت (۴-۳۰) و سپس (۴-۳۱) نوشت:

$$Q_P = \frac{-\left(B + a_0 a_1\right)H_P + BH_{A1} + Q_{A1} - a_0 a_2}{1 + R\Delta t\left|Q_{A1}\right|} \qquad (۴\text{-}۳۰)$$

$$C_P = \frac{Q_{A1} + BH_{A1} - a_0 a_2}{1 + R\Delta t\left|Q_{A1}\right|} \qquad C_{a^+} = \frac{B + a_0 a_1}{1 + R\Delta t\left|Q_{A1}\right|} \qquad \Rightarrow \qquad Q_P = -C_{a^+}H_P + C_P \qquad (۴\text{-}۳۱)$$

به همین ترتیب از گسسته‌سازی معادله (۴-۱۹) روی خط C^-، $\left(\frac{dz}{dt} = \frac{\Delta z}{\Delta t} = -C\right)$ رابطه (۴-۳۲) و سپس (۴-۳۳) بدست خواهد آمد،

---
[1] fully Explicit

$$Q_P = \frac{(B + a_0 a_1)H_P - BH_{A1} + Q_{A1} + a_0 a_2}{1 + R\Delta t|Q_{A1}|} \tag{۴-۳۲}$$

$$C_n = \frac{Q_{A1} - BH_{A1} + a_0 a_2}{1 + R\Delta t|Q_{A1}|} \quad C_{a^-} = \frac{B + a_0 a_1}{1 + R\Delta t|Q_{A1}|} \quad \Rightarrow \quad Q_P = C_{a^-} H_P + C_n \tag{۴-۳۳}$$

در رابطه (۴-۲۵) و (۴-۳۱) و تقریب از درجه دوم مدل اصطکاک، ضرایب زیر قابل تعریف هستند:

$C'_{p1} = 0 \quad C'''_{P1} = -a_0 a_2$ ، $.C'''_{P2} = a_0 a_1$ ، $C'_{P2} = -R\Delta t|Q_{A1}|$ ،

در رابطه (۴-۲۶) و (۴-۳۲) و تقریب از درجه دوم مدل اصطکاک، ضرایب زیر تعریف می‌شوند:

$C'_{n1} = 0$. $C'''_{n2} = -a_0 a_1$ ، $C'_{n2} = -R\Delta t|Q_{A2}|$ ، $C'''_{n1} = a_0 a_2$ ،

در صورت عدم استفاده از اصطکاک در مدل مورد نظر ضرایب مربوط به آن با علامت ($'$)، صفر در نظر گرفته می‌شود. همچنین به خاطر عدم استفاده از اصطکاک غیر ماندگار ضرایب مربوط به آن با علامت ($''$)، صفر در نظر می‌گیریم.

در این روابط اندیس‌های p و n بکار رفته شده نشان‌دهنده خطوط مشخصه "مثبت" و " منفی" می باشند. مجهولات دارای اندیس *A1(A2)* مربوط به نقاط متناظر روی خطوط C^+ (C^-) در گام زمانی قبل می‌باشند. $'$، $''$، $'''$ نشان‌دهنده ترم‌های مربوط به مدل اصطکاک شبه استاتیکی، اصطکاک غیرماندگار، رفتار مکانیکی دیواره لوله می‌باشند.

تمام روابط یاد شده را می‌توان در جدول (۴-۱) به صورت خلاصه شده در آورد:

جدول ۴-۱- تعریف ضرایب استفاده شده در معادلات (۴-۲۵) تا (۴-۲۸)

مدل اصطکاک شبه استاتیکی			
بدون اصطکاک		$C'_{n1}=C'_{n2}=0$	$C'_{P1}=C'_{P2}=0$
تقریب درجه اول		$C'_{n1}=-R\Delta t\left\|Q_{A2}\right\|Q_{A2}$	$C'_{P1}=-R\Delta t\left\|Q_{A1}\right\|Q_{A1}$
		$C'_{n2}=0$	$C'_{P2}=0$
تقریب درجه دوم		$C'_{n1}=0$	$C'_{P1}=0$
		$C'_{n2}=-R\Delta t\left\|Q_{A2}\right\|$	$C'_{P2}=-R\Delta t\left\|Q_{A1}\right\|$
اصطکاک غیرماندگار		$C''_{n1}=C''_{n2}=0$	$C''_{P1}=C''_{P2}=0$
رفتار ویسکوالاستیک دیواره لوله			
بدون اثر ویسکوالاستیک		$C'''_{n1}=C'''_{n2}=0$	$C'''_{P1}=C'''_{P2}=0$
ویسکوالاستیک خطی	$a_0=\rho g c_f A\Delta t\dfrac{D}{e}$	$C'''_{P2}=-C'''_{n2}=a_0a_1$	$C'''_{P1}=-C'''_{n1}=-a_0a_2$
$a_2=(H(t-\Delta t)-H_0)\sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\dfrac{J_k}{\tau_k}e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}\right)-H(t-\Delta t)\sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\dfrac{J_k}{\tau_k}e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}\right)-\dfrac{e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}}{\tau_k}I_{Hk}(t-\Delta t)$			$a_1=\sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\dfrac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{\frac{-\Delta t}{\tau_k}}\right)\right)$

فصل پنجم :

یافته‌های پژوهش

۵-۱- مقدمه

پس از تعاریف کلی در مورد موضوع تحقیق، مطالعات گذشتگان، ارائه مدل ریاضی و روش عددی حل آن‌ها به ارائه نتایج حاصله می‌پردازیم. در این فصل هدف، بررسی اهمیت تعداد المان‌های مدل کلوین ویت و طول لوله است که می‌توانند در نتایج نمودار تابع خزش تطابقی و فشارها و سرعت‌های حاصله ناشی از ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک تاثیر قابل توجهی داشته باشند، همچنین تاثیر طول لوله در نتایج حاصل از کالیبراسیون پارامترهای ویسکوالاستیک با روش حل معکوس جریان گذرا است. پارامترهای ویسکوالاستیک با استفاده از تابع بهینه‌سازی fmincon که تابع هدف آن با روش مجموع مربعات باقی‌مانده‌ها بین مقادیر با المان دقیق و مقادیر با المان‌های مجهول است، کالیبره می‌شوند.

برای کالیبراسیون ضرایب خزش از کدهایی استفاده می‌شود که صحت‌سنجی آنها توسط کرامت (کرامت، ۱۳۸۹) بررسی شده است. به این صورت که مشخصات مدل مرجع (مشخصات سیستم لوله و سیال) در تحقیقات کواس و همکاران (Covas, et al., 2004a, 2004b,2005) در مدل ریاضی ارائه شده، در این رساله و رساله دکتر کرامت (کرامت، ۱۳۸۹) جایگذاری و حل شده‌اند و نتایج با نتایج کواس و همکاران (Covas, et al., 2004a, 2004b,2005)، مقایسه شده اند. بررسی مقایسه‌ها نشان دهنده جواب‌هایی کاملا یکسان و بدون خطا است که درستی مدل ریاضی ارائه شده را رسانده است.

۵-۲- معرفی سیستم لوله

داده‌های ورودی برای مدل‌سازی سیستم لوله از مدل آزمایشگاهی کواس و همکاران (Covas, et al., 2004a, 2005) که به آزمایش ایمپریال کالج معروف است، گرفته شده است. این آزمایش در یک سیستم مخزن-لوله پلی اتیلن-شیر انجام شده است. مشخصات این سیستم در جدول ۵-۱ و ۵-۲ ارائه شده است.

جدول ۵-۱ داده‌های ورودی در آزمایش امپریال کالج (اطلاعات از کواس و همکاران(Covas, et al., 2004a,2005

داده ورودی	اندازه	واحد
طول لوله	277	m
قطر داخلی	50.6	mm
ضخامت دیواره لوله	6.3	mm
مدول یانگ	1.43	Gpa
ویسکوزیته سینماتیکی	10^{-6}	m^2/s
ضریب دارسی ویسباخ	0.022	-
چگالی جریان	1000	kg/m^3
نسبت پواسون	0.46	-
دبی جریان	1.008	l/s
هد مخزن	45	m
سرعت موج فشاری	404.9	m/s
زمان بستن شیر	آنی	-

جدول ۵-۲ ضرایب تابع خزش تطابقی آزمایش امپریال کالج (اطلاعات از کواس و همکاران(Covas, et al., 2004a,2005

زمان تاخیر(s)	اندازه	ضریب خزش (10^{-10} 1/pa)	اندازه
τ_1	0.05	J_1	1.057
τ_2	0.5	J_2	1.054
τ_3	1.5	J_3	0.9051
τ_4	5	J_4	0.2617
τ_5	10	J_5	0.7456

رفتار ویسکوالاستیک نسبت به عواملی مانند دما، شرایط تکیه گاهی و یکنواخت نبودن مواد اولیه بسیار حساس است بهمین منظور مطمئن ترین راه برای بدست آوردن توابع خزش تطابقی استفاده از انجام آزمایش ضربه قوچ و کالیبره نمودن آنها است که کواس و همکاران (Covas, et al., 2005) ضرایب توابع خزش تطابقی را با انجام تست‌های ضربه قوچ و نه تست‌های خزشی بدست آوردند.

۵-۳- کالیبراسیون ضرایب خزش

برای بدست آوردن ضرایب خزشی مدل‌های از ۱ تا ۴ المان کلوین ویت از تابع بهینه سازی fmincon با تابع هدف بر پایه جمع مربعات باقی مانده‌ها بین تابع با ضرایب دقیق و تابع با ضرایب مجهول استفاده می‌شود. این کالیبراسیون به دو روش و بر اساس تابع هدف انجام می‌شود که یکی کالیبراسیون تابع هدف با استفاده از تابع خزشی اشاره شده در فرمول (۵-۱) و دیگری تابع هدف با استفاده از هد فشاری اشاره شده در فرمول (۵-۲) است.

از آنجایی که اطلاعات آزمایشگاهی برای تعیین ضرایب خزشی در اختیار نداریم، مدلی با ۵ المان کلوین ویت حاصل تحقیقات کواس و همکاران (Covas, et al., 2004a,2005) که از دقت بیشتر و نتایج نزدیکتری با نتایج آزمایشگاهی برخوردارند را به عنوان مدل دقیق در نظر می‌گیریم و سپس ضرایب خزشی مدل‌های با المان‌های مختلف (مدل ۱، ۲، ۳ و ۴ المانی) را با آن کالیبره می‌نماییم. مدل دقیق

۵ المانی شامل ۵ پارامتر زمان تاخیر τ و ۵ پارامتر ضریب خزش J است که درجدول (۵-۲) به آنها اشاره شده است.

$$RSS = \sum_{n=1}^{Nt} (J_t(n) - J_{fit}(n))^2 \qquad (۵-۱)$$

[1]

J_t تابع خزش تطابقی با استفاده از مقادیر دقیق پارامترهای تابع خزشی و J_{fit} تابع خزش تطابقی با مقادیر مجهول (کالیبره شونده) پارامترها و Nt تعداد کل گام‌های زمانی است.

$$RSS = \sum_{n=1}^{Nt} (H_{exact}(n) - H_{nx}(n))^2 \qquad (۵-۲)$$

H_{exact} هد فشاری مربوط به مقادیر دقیق ضرایب تابع خزشی و H_{nx} هد فشاری مربوط به مقادیر کالیبره شونده ضرایب تابع خزشی و Nt تعداد کل گام‌های زمانی است.

۵-۳-۱- کالیبراسیون با استفاده از تابع خزشی

برای بررسی اثر تعداد المان‌های مدل کلوین ویت بر روی تابع خزشی و همچنین هد فشاری ، τ و J های توابع خزش تطابقی مجهول از ۱تا ۴ المان با تابع خزشی دقیق، کالیبره می‌شوند و در ادامه نیز تاثیر طول‌های مختلف از لوله با بازه ۲۰ تا ۸۲۰ متر به ازای هر مدل کلوین ویت بر روی هد فشاری بررسی می‌شوند.

[1] The sum of squares of the residuals

کد تهیه شده برای این قسمت در پیوست (الف) ارائه شده است. در این کد پارامترهای مختلف در نرم افزار MATLAB با دستور fmincon کالیبره می‌شوند. این دستور با مینیمم کردن تابع هدف در فرمول (۵-۱)، پارامترهای مورد نظر را بدست می‌آورد. چارت زیر مراحل بدست آمدن ضرایب مجهول با استفاده از کد پیوست (الف) را نشان می‌دهد:

شکل ۵-۱ فلوچارت مراحل کالیبراسیون ضرایب خزش با تابع هدف خزش تطابقی

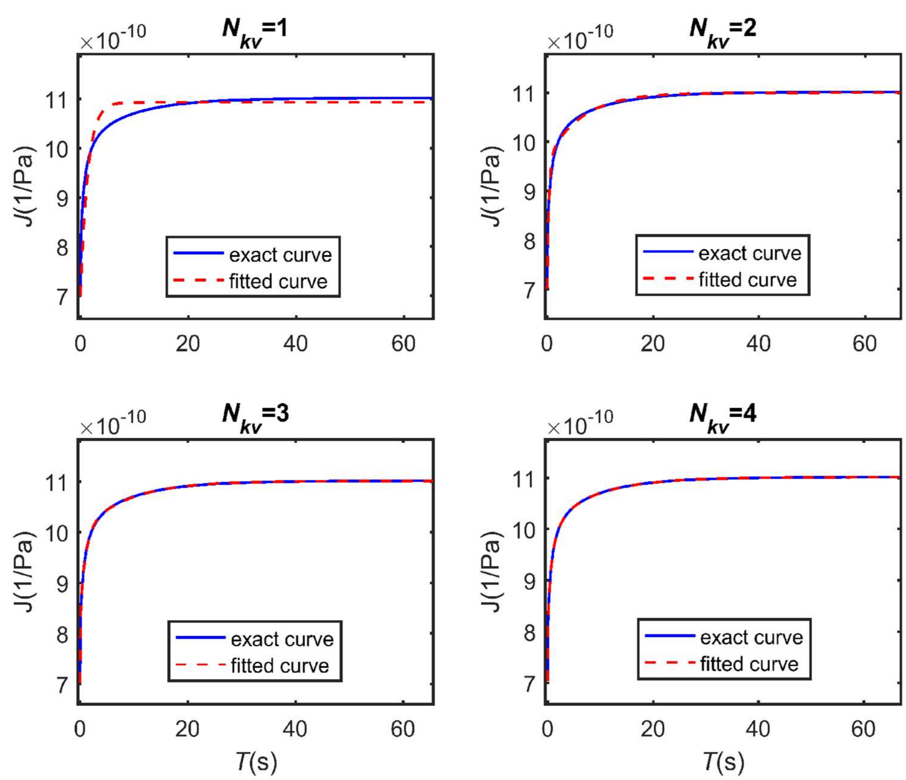
همچنین در این کد نمودار تابع خزش با استفاده از مقادیر دقیق پارامترها و پارامترهای کالیبره شده، برای هر یک از مدل‌ها (مدل ۴ المانی، مدل ۳ المانی، مدل۲ المانی ومدل ۱ المانی)، برای مقایسه بین آنها رسم می‌شود. همچنین خطا برای هریک از مدل‌های ۱ تا ۴ المان بین مقادیر تابع خزشی دقیق و محاسبه شده بدست می‌آید تا تعداد بهینه المان کلوین ویت برای مدل سازی را که نتایج نزدیکی به مدل با ضرایب دقیق و خطای کمتری دارد را تعیین کنیم. رابطه محاسبه خطا به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$[۲]\ RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{Nt} \left(J_t(n) - J_{fit}(n)\right)^2}{Nt}}, \qquad (۳-۵)$$

[۲]Root Mean Square Error

۵-۳-۱-۱- نمودارهای تابع خزشی و خطا

شکل (۵-۲) نمودارهای خزش تطابقی با خط ممتد آبی برای پارامترهای خزشی دقیق وخط‌چین‌های قرمز برای پارامترهای خزشی بدست آمده از کالیبراسیون را نشان می‌دهد. در این نمودارها باید توجه داشت که زمان کل و همچنین تعداد کل گام‌های زمانی را برای حالتی که نمودارها کاملا مجانب شده باشد فرض کنیم یعنی نمودار خزش به ازای زمان بیشتر از آن تغییر نکند و نشان‌دهنده این است که در این حالت مواد لوله به طور کامل خزش می‌یابند و به این ترتیب می‌تواند تمام ضربات فشارهای وارده از طرف سیال را مستهلک نمایند.

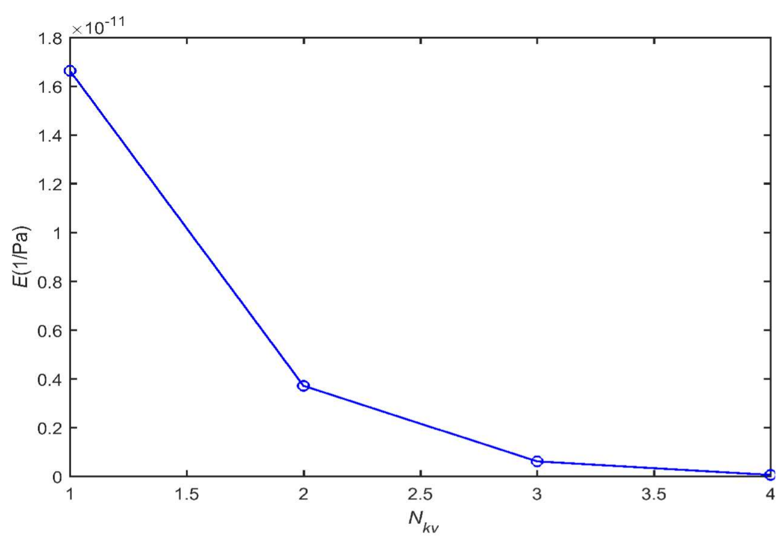


شکل ۵-۲ نمودار تابع خزش تطابقی دقیق و کالیبره شده برای یک، دو، سه، چهار المان کلوین ویت

نکته حائز اهمیت اینکه در ظاهر، نمودار برای زمان کم مجانب می‌شود اما با نگاهی دقیقتر زمان بدست آمده برای مجانب کمی بیشتر از آنچه می‌بینیم است یعنی اختلاف مقادیر تابع خزشی با قسمت اعشاری ادامه دارد (عدد مورد نظر جدای ازضریب e-9 کنار آن) که تا ۳ رقم اعشار بسنده می‌کنیم و کوچکترین زمانی را در نظر می‌گیریم که مقادیر تابع خزشی با ۳ رقم اعشار، به ازای بیشتر از آن زمان، تغییر نکند.

نمودارها نشان می‌دهند که با افزایش تعداد المان‌ها نمودار تابع خزش کالیبره شده به نمودارحاصل ازاطلاعات دقیق، نزدیک‌تر می‌شوند. نتایج شکل با ۳ و ۴ المان کلوین ویت نزدیک به هم هستند و بیشترین تقریب را نمایش می‌دهند.

برای ایجاد یک مقایسه بین مدل‌های با المان‌های مختلف، خطاها بین توابع خزشی دقیق و محاسبه شده بررسی می‌شوند. شکل (۵-۳) نشان می‌دهد با افزایش تعداد المان‌ها (N) مقادیر خطا (E) که با فرمول (۵-۳) ارائه شد، کاهش می‌یابد.



شکل ۵-۳ نمودار خطای تابع خزشی در مقابل تعداد مختلف از المان‌های کلوین ویت

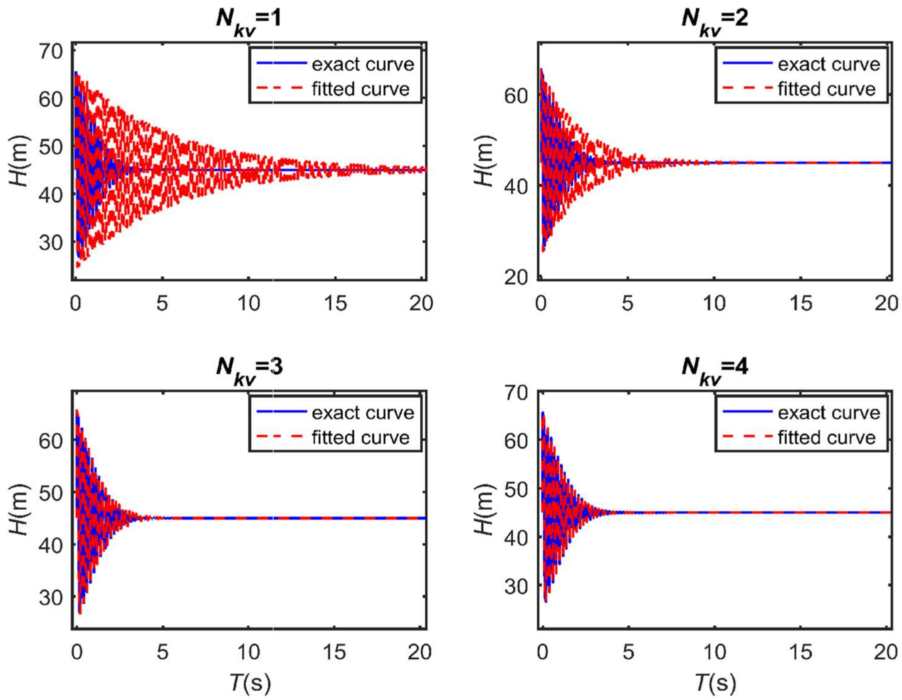
شیب نمودارها رفته رفته کم می‌شود یعنی با افزایش تعداد المان‌های مدل کلوین ویت، تغییرات خطا کمتر است. مقادیرخطا در شکل با ۳ و ۴ المان فیت شده، نزدیک به هم هستند.

نکته قابل توجه این است که این نمودار برای بدترین حالت از توابع خزشی است و اگر تابع خزش در اصل ۳ المان باشد بدیهی است که خطای مدل با ۲ المان خیلی کمتر می‌شود.

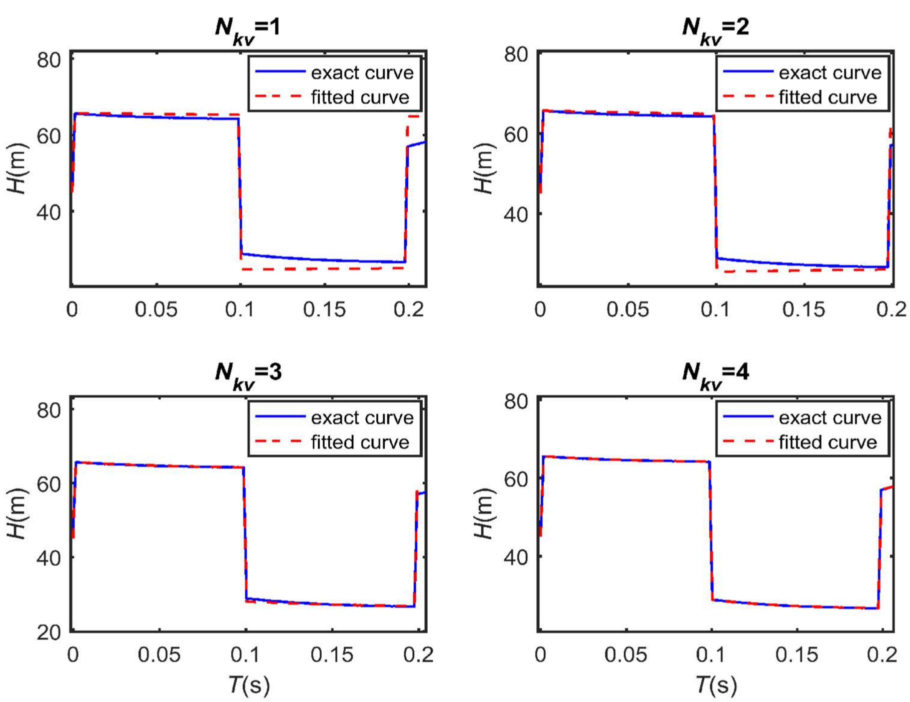
۵-۳-۱-۲- نمودارهای هد فشاری و خطا

در این قسمت با توجه به پارامترهای تابع خزشی بدست آمده برای مدل‌های از ۱ تا ۴ المان کلوین ویت از فیت نمودار تابع خزشی بخش قبل، و جایگذاری این پارامترها و پارامترهای دقیق در فرمول ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک، رفتار نوسانات هدهای فشاری دقیق و کالیبره شده و مقادیر خطا بین این هدها و همچنین اثر طول‌های متفاوت برای آنها را مورد بررسی قرار می‌دهیم. کد تهیه شده برای این قسمت در پیوست (ب) و (پ) ارائه شده است. پیوست (ب) نمودارهای هد فشاری و پیوست (پ) نمودارهای خطا را نشان می‌دهند.

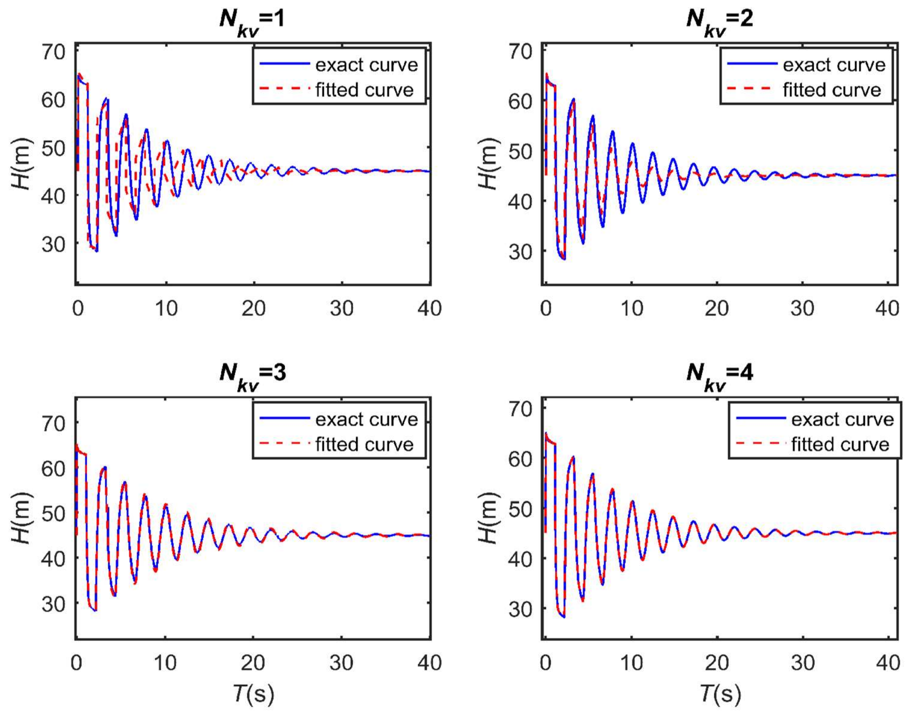
درشکل (۵-۴)، (۵-۶)، (۵-۸)، (۵-۱۰) نوسانات هدهای فشاری عددی و دقیق به ازای داده های ورودی جدول (۵-۱) و برای طول‌ها و تعداد المان‌های مختلف مدل کلوین ویت، مقایسه می‌شوند. مقایسه چشمی از نمودارها، جزئیات دقیق آنالیز عملکردی مدل‌های مختلف را ارائه نمی‌دهد. برای این منظور بزرگنمایی از آنها در دوره تناوب اول نیز نشان داده می‌شوند.



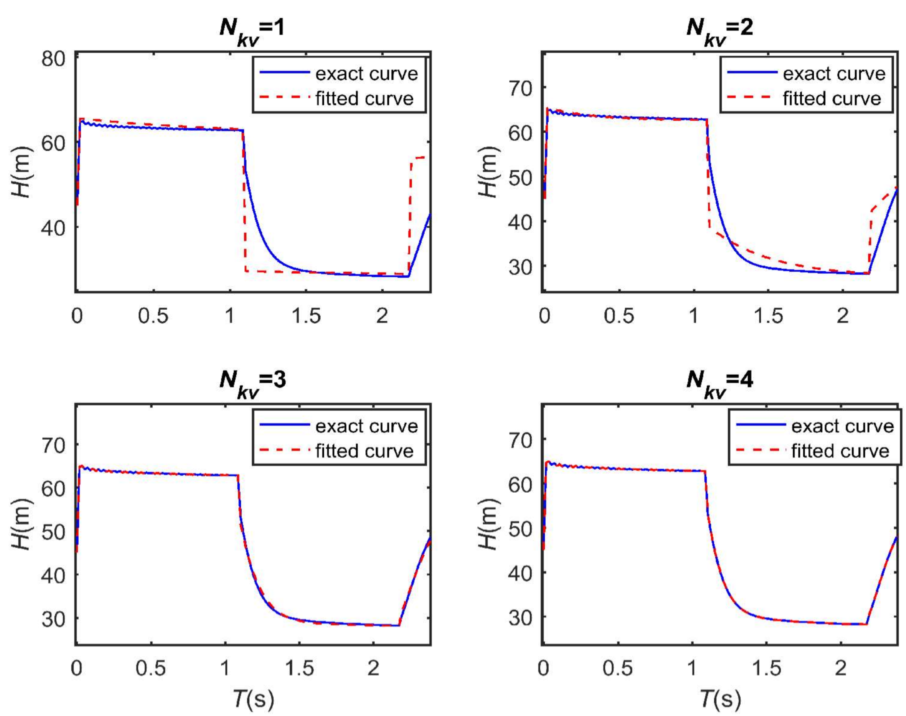
شکل ۴-۵ هدهای فشاری غیرماندگار در انتهای لوله با طول ۲۰ متر



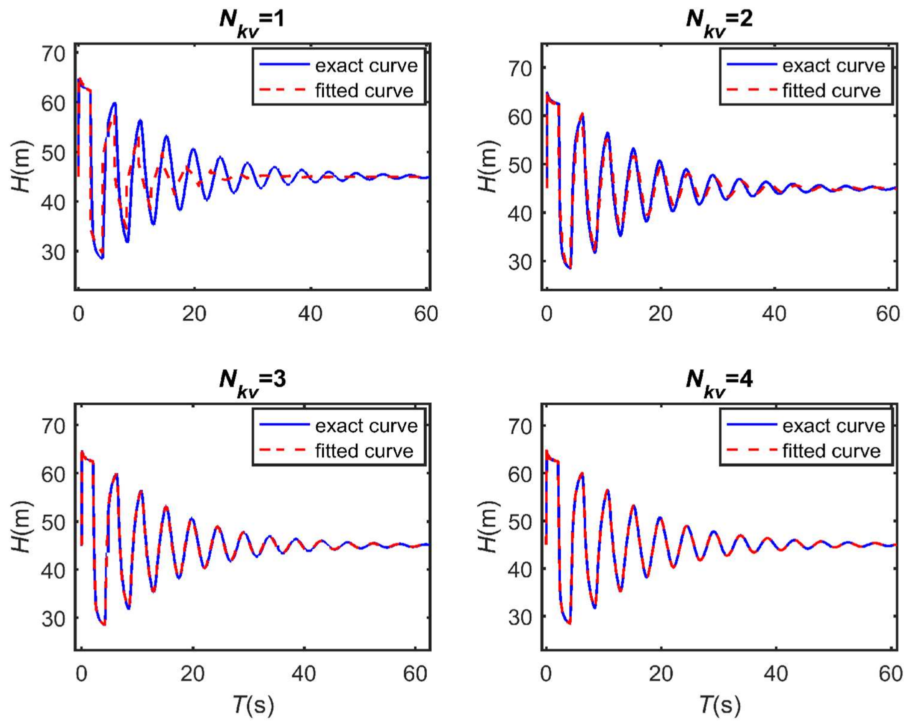
شکل ۵-۵ هدهای فشاری غیرماندگار در انتهای لوله ۲۰ متر در دوره تناوب اول



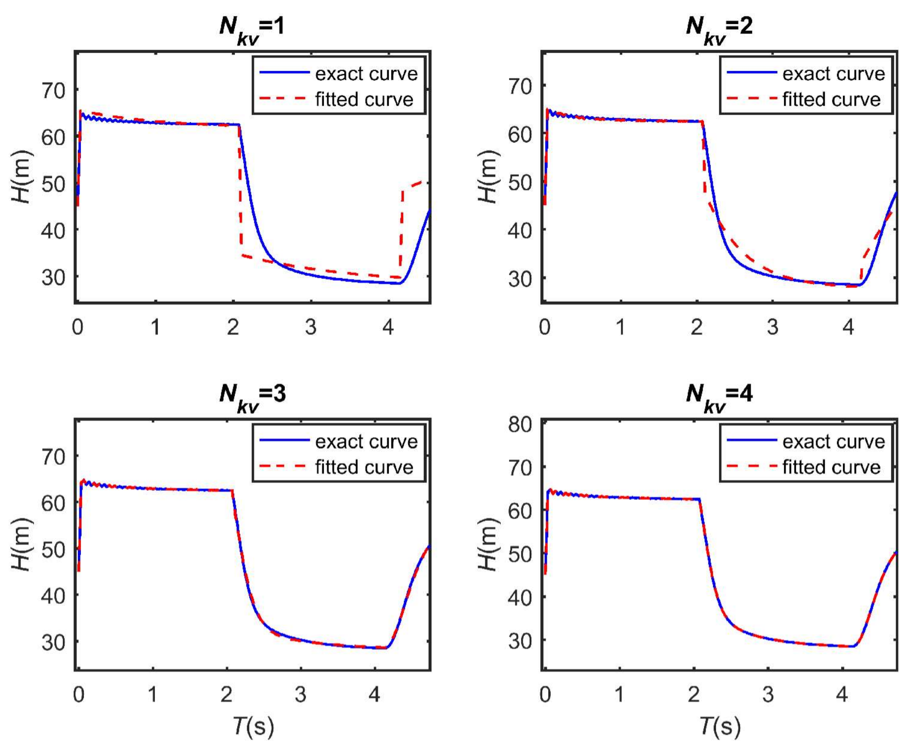
شکل ۵-۶ هدهای فشاری غیرماندگار در انتهای لوله با طول ۲۲۰ متر



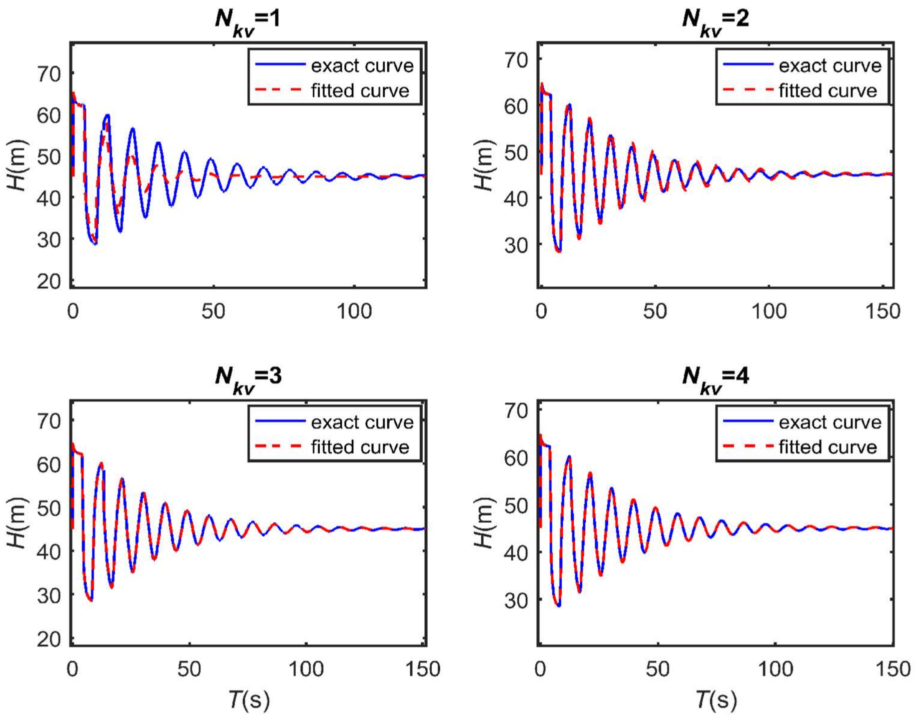
شکل ۵-۷ هدهای فشاری غیرماندگار در انتهای لوله با طول ۲۲۰ متر در دوره تناوب اول



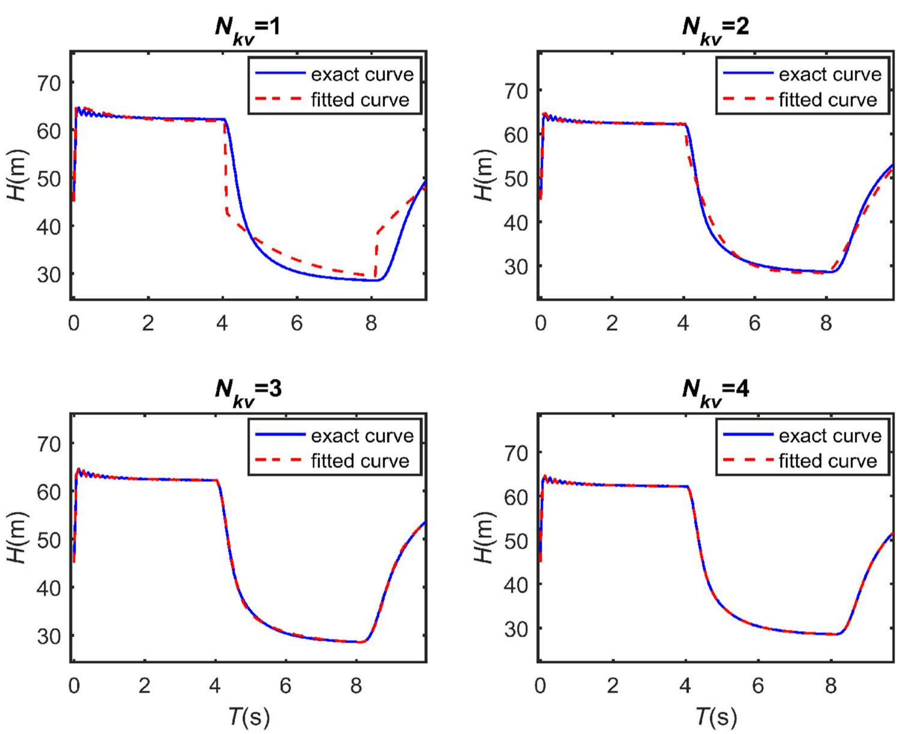
شکل ۵-۸ هدهای غیرماندگار در انتهای لوله با طول ۴۲۰ متر



شکل ۵-۹ هدهای فشاری غیرماندگار در انتهای لوله ۴۲۰ متر در دوره تناوب اول



شکل ۵-۱۰ هدهای فشاری غیرماندگار در انتهای لوله با طول ۸۲۰ متر



شکل ۵-۱۱ هدهای فشاری غیرماندگار در انتهای لوله با طول ۸۲۰ متر در دوره تناوب اول

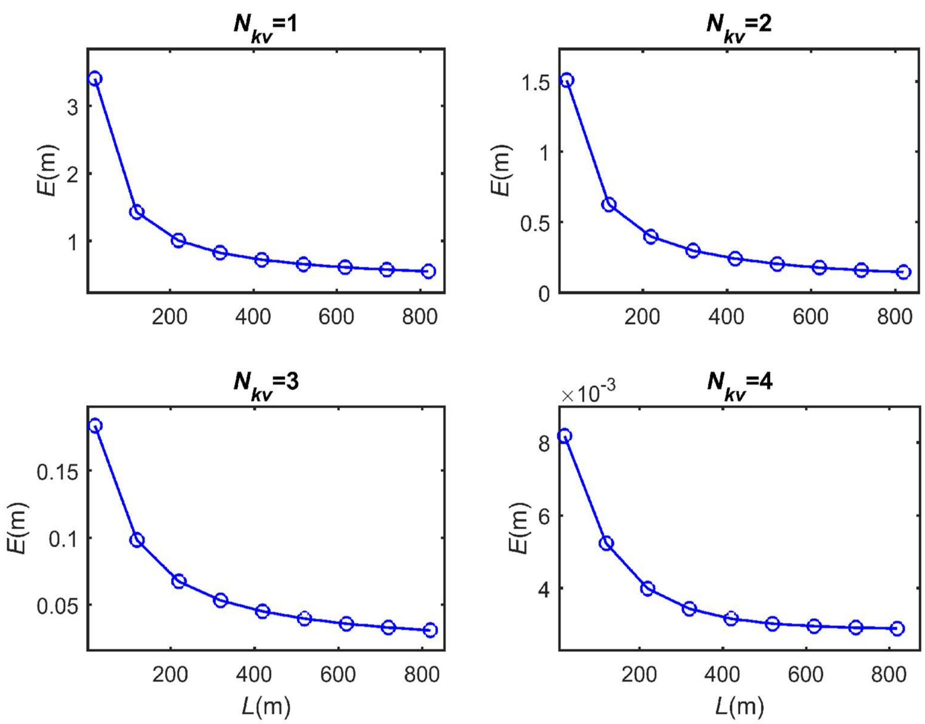
این نمودارها نشان می‌دهند که مدل‌های با ۱ و ۲ المان کلوین ویت در طول‌های کم به طور مناسب نتوانسته‌اند اثر هد دقیق را شبیه سازی کنند و مدل عددی تفاوت عمده‌ای با نتایج دقیق دارد. با افزایش طول لوله، هدهای بدست آمده با مدل‌های ۱ و ۲ المان کلوین ویت به هد دقیق، نزدیکتر می‌شوند. نتایج هدهای فشاری مدل‌های با ۳ و ۴ المان بسیار نزدیک به هم هستند و نتایج خوبی را در شبیه سازی هد دقیق ارائه می‌کنند.

نتیجه کلی از نمودارها این است که برای یک طول مشخص، هرچه تعداد المان‌ها افزایش یابد نمودار هد فشاری مدل‌های با پارامترهای کالیبره شده به هد فشاری با مدل دقیق، نزدیک‌تر است. همچنین برای یک المان مشخص هرچه طول لوله افزایش یابد، نمودار هد فشاری فیت شده به هد فشاری دقیق نزدیک می‌شود. بنابراین نتیجه مهمی که می‌توان گرفت این است که طول لوله باید به اندازه کافی بلند باشد تا ضرایب تابع خزشی خطای کمتری ایجاد کنند که با رفتار بهتر مدل ۲ المانی در لوله با طول ۸۲۰ متر در شکل (۵-۱۱) نسبت به طول‌های کمتر، این نتیجه بیشتر قابل مشاهده است. این نتایج در نمودار خطا در شکل (۵-۱۲) و (۵-۱۳) کاملا مشخص می‌شوند

برای مقایسه اثر هدها از نظر میزان دقت به ازای پارامترهای مختلف نمودار خطا در نظر گرفته می‌شود. شکل (۵-۱۲) نمودار خطای هدهای فشاری با پارامترهای کالیبره شده و دقیق را در اثر طول‌ها و تعداد المان‌های مختلف نشان می‌دهد. طول لوله بین بازه ۲۰ تا ۸۲۰ متر و به دلخواه انتخاب شده است. رابطه محاسبه خطا به صورت زیر تعریف می‌شود،

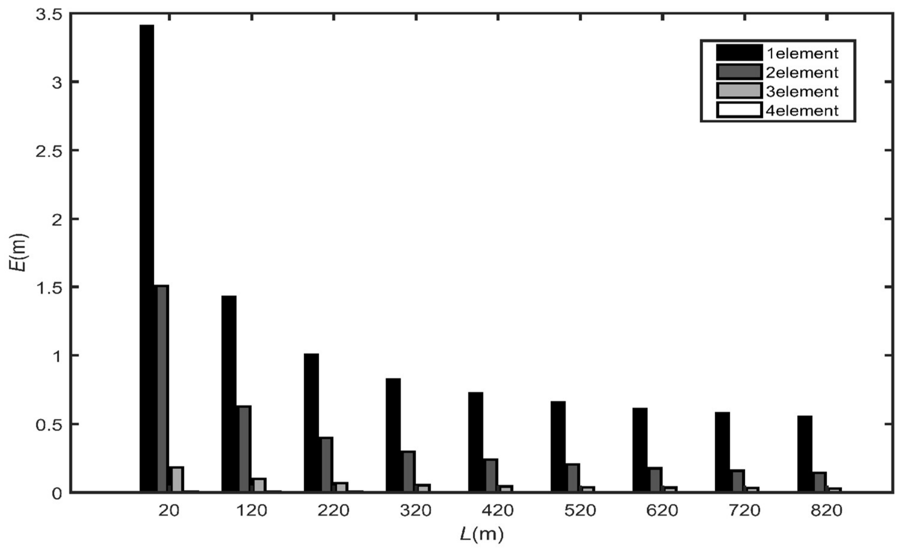
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{Nt}\left(H_{exact}(n) - H_{nx}(n)\right)^2}{Nt}} \ . \qquad (۴-۵)$$

در شکل (۵-۱۲) با یک نگاه کلی می‌بینیم که برای هرنمودار با یک المان مشخص خطا با افزایش طول لوله کاهش می‌یابد. همچنین در طول‌های به نسبت زیاد برای هر المان، شیب نمودار به حالت افقی متمایل می‌شود یعنی تغییرات خطا خیلی کمتر می‌شود.



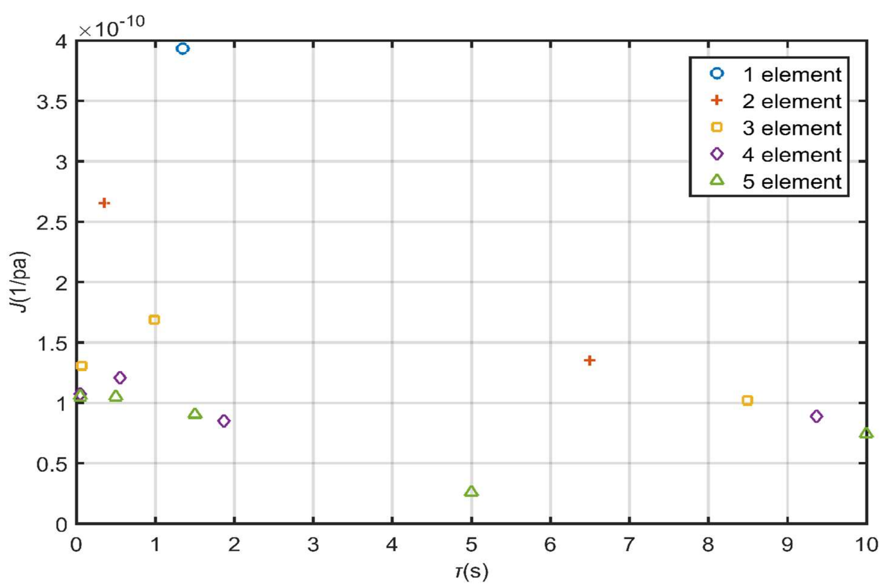
شکل ۵-۱۲ خطا در برابر طول لوله به ازای المان‌های مختلف کلوین ویت

شکل دیگری از خطا در شکل (۵-۱۲) را در شکل (۵-۱۳) می‌بینیم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که برای یک طول مشخص با افزایش تعداد المان‌های مدل کلوین ویت میزان خطا کاهش می‌یابد. همچنین مقدار خطا برای مدل‌های ۳ و ۴ المانی بسیار کم و نزدیک به صفر است به طوری که خطای مدل ۴ المانی در شکل دیده نمی‌شود.



شکل ۵-۱۳ نمودار میله‌ای خطای هد فشاری به ازای طول‌ها و المان‌های مختلف

شکل (۵-۱۴) پراکندگی پارامترهای تابع خزش کالیبره شده و دقیق را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، مدل‌های با ۱ و ۲ المان فاصله زیادی با ضرایب دقیق دارند در حالی که ضرایب مدل‌های با ۳ و ۴ المان و ضرایب مدل دقیق تقریبا نزدیک یکدیگر هستند.



شکل ۵-۱۴ پراکندگی مقادیر τو J

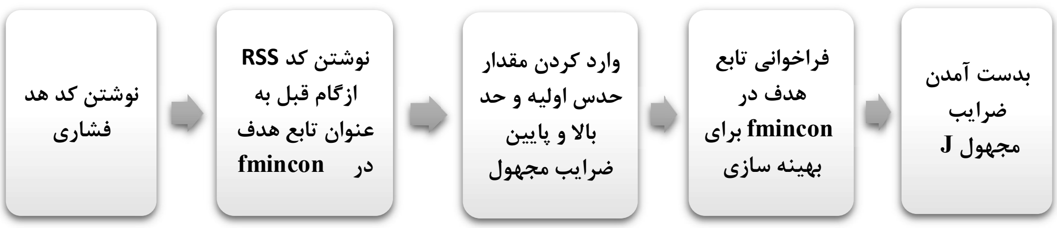
برای کاهش تعداد پارامترها، تعدادی از نویسندگان (Covas et al. 2005, Soares et al. 2011, Ferrante et al. 2017) ترجیح می‌دهند تا مقادیر τ را ثابت نگه داشته و مقادیر دیگر را کالیبره نمایند. در این قسمت سعی شده است تا تمام پارامترهای تابع خزشی کالیبره شوند و این روش در قسمت بعدی مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

۵-۳-۲- کالیبراسیون با استفاده از هدهای فشاری

در این قسمت مقادیر ضرایب تابع خزشی مدل‌های از ۱ تا ۴ المان با استفاده از مقایسه بین هدهای دقیق و هدهای محاسباتی (با ضرایب مجهول) کالیبره می‌شوند. همان طور که در بخش پیشین اشاره شد در این قسمت با کاهش تعداد پارامترها، مقادیر زمان‌های تاخیر ثابت نگه داشته شده و مقادیر J ها به عنوان مجهول در نظر گرفته می‌شوند. مقادیر زمان های تاخیر از مقادیر زمان‌های تاخیر مدل ۵ المانی (مدل دقیق) در جدول (۵-۲) استفاده می‌شود.

در این بخش برای بررسی اثر طول لوله در نتایج کالیبراسیون ضرایب خزش (J ها) دو حالت برای طول مدل دقیق و مدل محاسباتی در نظر می‌گیریم. در حالت اول طول مدل دقیق ۲۵۰۰ متر در نظر گرفته می‌شود که ثابت است و طول‌های دیگر بین بازه ۲۰ تا ۸۲۰ متر متغیر است. در حالت دوم طول مدل دقیق و مدل محاسباتی یکسان است به طوری که هر دو طول بین بازه ۲۰ تا ۸۲۰ متر تغییر می‌کنند.

کد تهیه شده برای این قسمت در پیوست (ت) ارائه شده است. در این کد پارامترها، همانند بخش ۵-۱-۳ با دستور fmincon کالیبره می‌شوند. ضرایب J برای یک طول و المان مشخص بدست آمده است که با تغییرات آنها می‌توان سایر J ها را بدست آورد. چارت زیر مراحل بدست آمدن ضرایب مجهول با استفاده از کد پیوست (ت) را نشان می‌دهد:



شکل ۵-۱۵ فلوچارت مراحل کالیبراسیون ضرایب خزش با تابع هدف هد فشاری

۵-۳-۲-۱- حالت اول کالیبراسیون ضرایب خزش با استفاده از فشار

در این قسمت طول برای المان دقیق ۲۵۰۰متر در نظر گرفته شده است با توجه به تحقیق کرامت و همکاران (Keramat, et al., 2014) برای کالیبره کردن ضرایب مجهول بهتر است تا زمان نیم پریود اول از بزرگترین زمان تاخیر که با توجه به جدول (۵-۲)، ۱۰ است، بزرگتر باشد تا طول لوله به اندازه کافی بلند بوده و زمان کافی برای خزش کامل داشته باشد یعنی لوله تمام اثرات ویسکوالاستیک را نشان دهد. رابطه زیر حداقل طول لازم را نشان می‌دهد،

$$T \rangle \tau_{\max} \quad \rightarrow \quad \frac{2\,L}{c} \rangle 10 \quad \rightarrow \quad L \rangle \frac{10\ *\ c}{2} \quad , \qquad (۵-۵)$$

T زمان نیم پریود اول و $\tau_{\max}$ بزرگترین زمان تاخیر مدل ۵ المانی کلوین ویت و c سرعت موج فشاری است.

پزینگا و همکاران نیز نتیجه گرفتند که زمان تاخیر به طول بستگی دارد و رابطه خطی زیر بین زمان تاخیر و پریود آن را تایید می‌کند (Pezzinga, 2014).

$$\tau_1 = c * T_p ، \tag{۵-۶}$$

c ثابت تجربی، T_p پریود نوسان است.

نتایج حاصل از این کد برای J های مجهول مدل‌های ۴ المانی، ۳المانی، ۲ المانی و ۱ المانی در جداول زیر نشان داده می‌شوند.

جدول ۵-۳- ضرایب J*E-10 (1/pa) برای مدل ۴ المان کلوین ویت در حالت اول از کالیبراسیون ضرایب با استفاده از فشار

L(m)	τ=0.05(s)	τ=0.5(s)	τ=1.5(s)	τ=5(s)
20	6.1120	0.0001	0.0001	0.0001
120	3.3291	0.0001	0.0001	2.4126
220	2.8241	0.9688	0.0001	0.0001
320	2.5101	1.1509	0.0001	0.3251
420	2.3107	1.2022	0.0001	0.7882
520	2.1497	1.2587	0.0001	1.0068
620	2.0116	1.3187	0.0001	1.1069
720	1.8888	1.3792	0.0001	1.1493
820	1.7771	1.4387	0.0001	1.1631

جدول ۵-۴- ضرایب J*E-10 (1/pa) برای مدل ۳ المان کلوین ویت در حالت اول از کالیبراسیون ضرایب با استفاده از فشار

L(m)	τ=0.05(s)	τ=0.5(s)	τ=1.5(s)
20	6.1120	0.0001	0.0001
120	3.3170	0.0001	0.7564
220	2.8241	0.9688	0.0001
320	2.5109	1.1217	0.1531

420	2.3086	1.1134	0.3922
520	2.1499	1.0970	0.5572
620	2.0186	1.0743	0.6861
720	1.9069	1.0433	0.7989
820	1.8104	1.0034	0.9052

جدول ۵-۵- ضرایب J*E-10 (1/pa) برای مدل ۲ المان کلوین ویت در حالت اول از کالیبراسیون ضرایب با استفاده از فشار

L(m)	τ=0.05 (s)	τ=0.5(s)
20	6.1120	0.0001
120	3.2786	0.3174
220	2.8241	0.9689
320	2.4652	1.2355
420	2.1279	1.4883
520	1.7991	1.7527
620	1.4732	2.0297
720	1.1470	2.3178
820	0.8187	2.6159

جدول ۵-۶- ضرایب J*E-10 (1/pa) برای مدل۱ المان کلوین ویت در حالت اول از کالیبراسیون ضرایب با استفاده از فشار

L(m)	τ=0.05 (s)
20	6.1120
120	3.3595
220	3.3147
320	3.3217
420	3.3376
520	3.3556
620	3.3739
720	3.3915
820	3.4083

یک نکته مهم این است که علاوه بر مقدار ۰،۰۵ ثانیه برای زمان تاخیر در مدل یک المانی از مقدار ۱،۵ثانیه نیز استفاده و در جدول (۵-۷) آورده شده است. از آنجایی که با توجه به تحقیق کرامت و همکاران خطاها با افزایش طول لوله کاهش می‌یابند، نمودار خطای فشار مدل یک المانی با زمان تاخیر ۰،۰۵ ثانیه در شکل (۵-۱۶) در قسمتی نزولی و در بیشتر طول‌ها صعودی است اما در مدل یک المانی

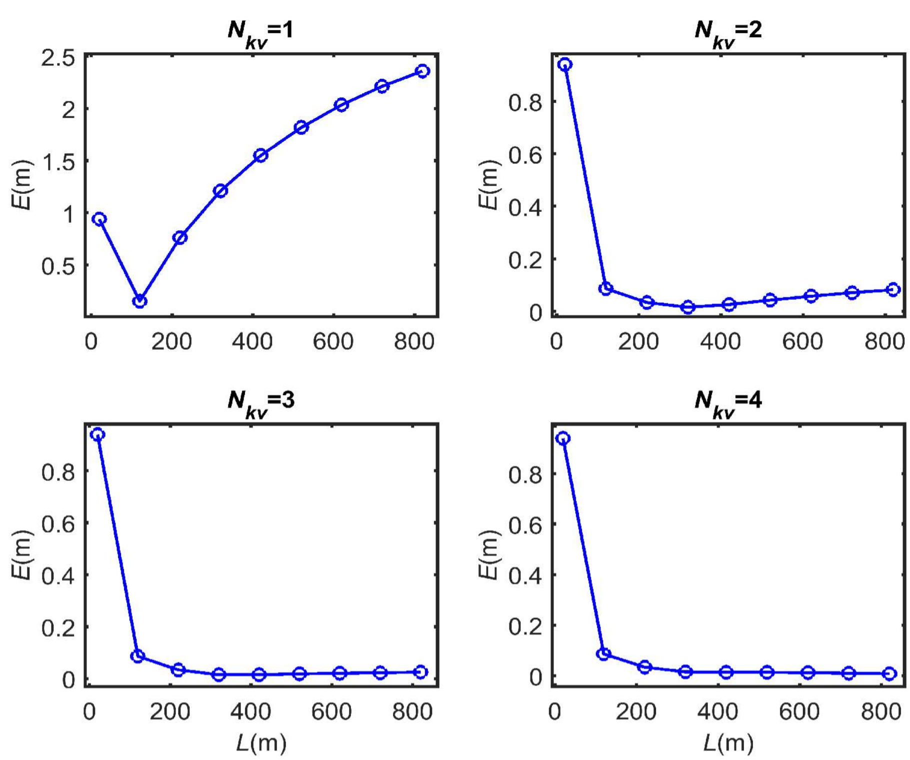
با زمان تاخیر ۱,۵ ثانیه با افزایش طول، نزولی می‌شود (شکل ۵-۱۹)، علت این امر ضعف مدل کلوین ویت با ۱ المان در شبیه سازی رفتار ویسکوالاستیک لوله است و دلیل دوم نیز به خاطر مقدار کم زمان تاخیر لوله (۰,۰۵ ثانیه) است که اجازه خزش کامل به لوله را نمی‌دهد تا لوله تمام رفتار ویسکوالاستیک را آشکار سازد و اعداد دقیق‌تری بدست آید از این رو برآن شدیم تا از زمان تاخیر ۱,۵ ثانیه نیز استفاده کنیم (Keramat, et al., 2014).

جدول ۵-۷- ضرایب J*E-10 (1/pa) برای مدل ۱ المان کلوین ویت با زمان تاخیر ۱,۵ ثانیه در حالت اول از کالیبراسیون ضرایب خزش با استفاده از هد فشاری

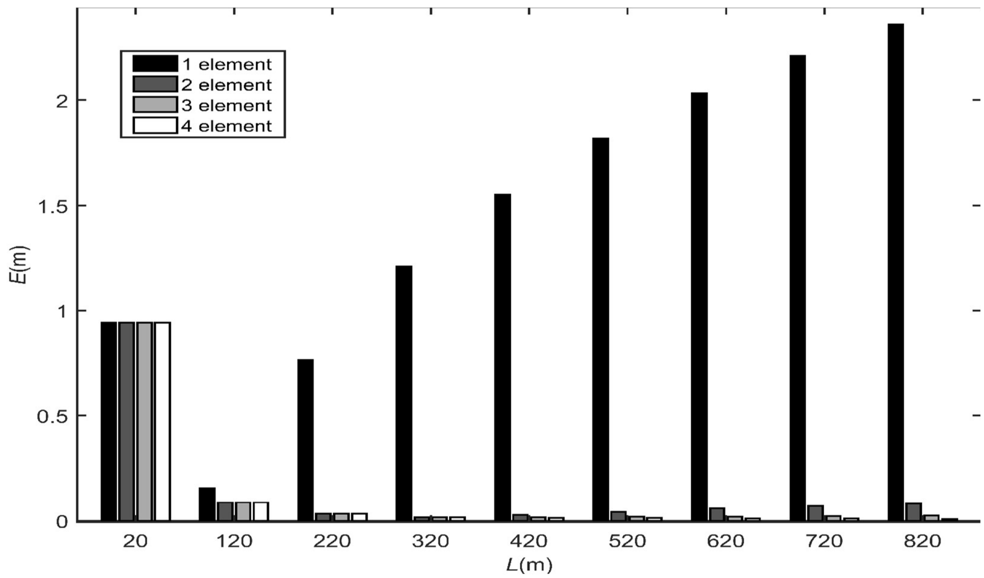
L(m)	τ=1.5 (s)
20	99.9996
120	30.7623
220	16.1428
320	10.9228
420	8.3539
520	6.8815
620	5.9571
720	5.3395
820	4.9076

شکل ۵-۱۶ نمودار خطا بین هدهای دقیق و کالیبره شد مدل‌های از ۱ تا ۴ المان در طول‌های مختلف را نشان می‌دهد. در این شکل در مدل‌های ۳،۴ و ۲ المان، خطای فشار در لوله با طول ۲۰ متر از لوله با طول ۱۲۰ متر و طول‌های دیگر، خیلی بیشتر است و علت آن به خاطر طول کم لوله است که در فرمول (۵-۵) طول لوله در رابطه آخر (با جایگذاری بیشترین زمان تاخیر برای هر مدل) خیلی کمتر از طرف راست رابطه است.

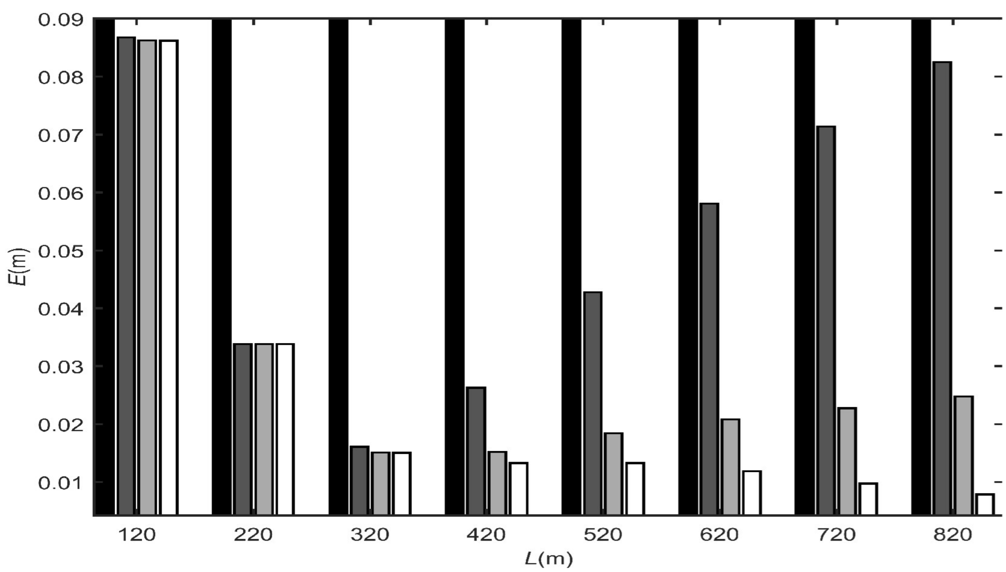
شکل ۵-۱۷ صورت دیگری از نمودار ۵-۱۶ و شکل ۵-۱۸ بزرگنمایی از شکل ۵-۱۷ را نشان می‌دهد. در این دو شکل خطای مدل ۲ و ۳ و ۴ المانی نزدیک بهم هستند تا جایی که نمودار خطا برای این ۳ مدل تا طول ۲۲۰ متر تقریبا یکسان بوده و از آن طول به بعد تفاوت ها آشکار می‌شود که نتیجه آن این است که با افزایش تعداد المان‌ها، خطا کاهش می‌یابد (مدل ۱ المانی با زمان تاخیر ۰٫۰۵ ثانیه است). در مدل ۴ المان نیز خطا با افزایش طول لوله کاهش می‌یابد. همچنین علت مساوی شدن خطای فشار در طول ۲۰ متر برای هر۴ المان، طول کم لوله است مخصوصا طول کم برای مدل‌های ۴، ۳ و ۲ المانی با توجه به فرمول (۵-۵)، که فرصت کافی برای نشان دادن تمام اثرات ویسکوالاستیک را نداشته و اعداد بدست آمده از دقت کافی برخوردار نخواهند بود.



شکل۵-۱۶- نمودار خطا بین هدهای دقیق و کالیبره شده مدل‌های از ۱ تا ۴ المان در طول‌های مختلف

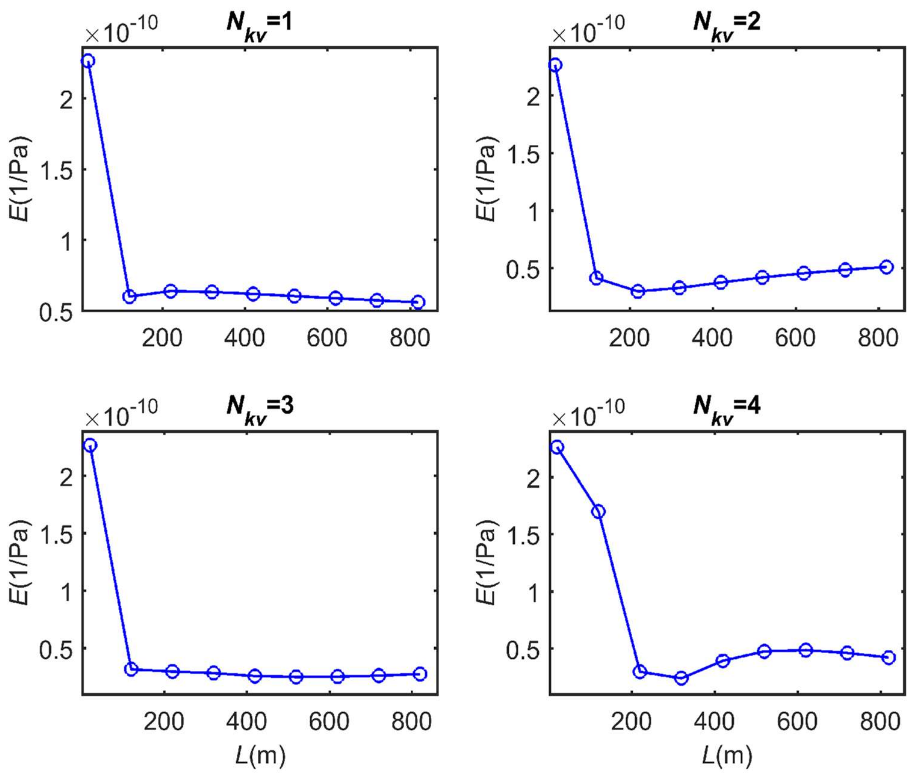


شکل ۵-۱۷- نمودار میله ای خطای هدهای فشاری طول‌ها و المان‌های مختلف



شکل ۵-۱۸ بزرگنمایی از نمودار خطا در شکل قبل

شکل ۵-۱۹ نمودار خطای تابع خزشی بین مقادیر تابع خزشی مدل دقیق و تابع خزشی با مدل محاسباتی برای ۱ تا ۴ المان کلوین ویت و به ازای طول‌های مختلف را نشان می‌دهد. در این نمودار نیز خطای طول ۲۰ متر خیلی بیشتر از طول‌های دیگر است.

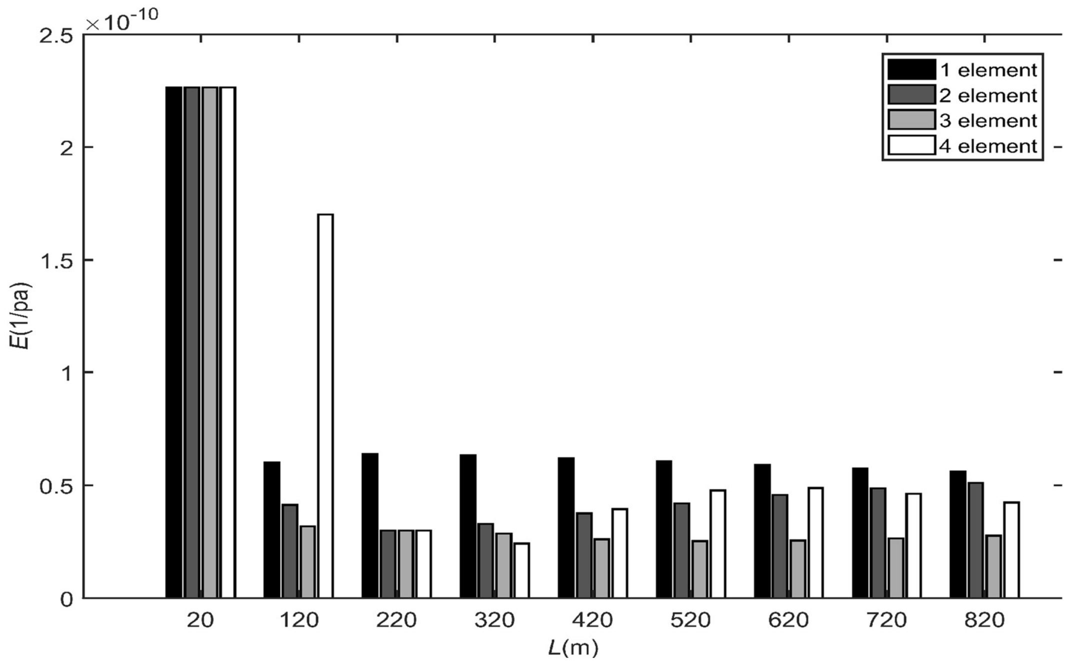


شکل ۵-۱۹- نمودار خطای تابع خزشی با ۱ تا ۴ المان کلوین ویت در برابر طول‌های مختلف

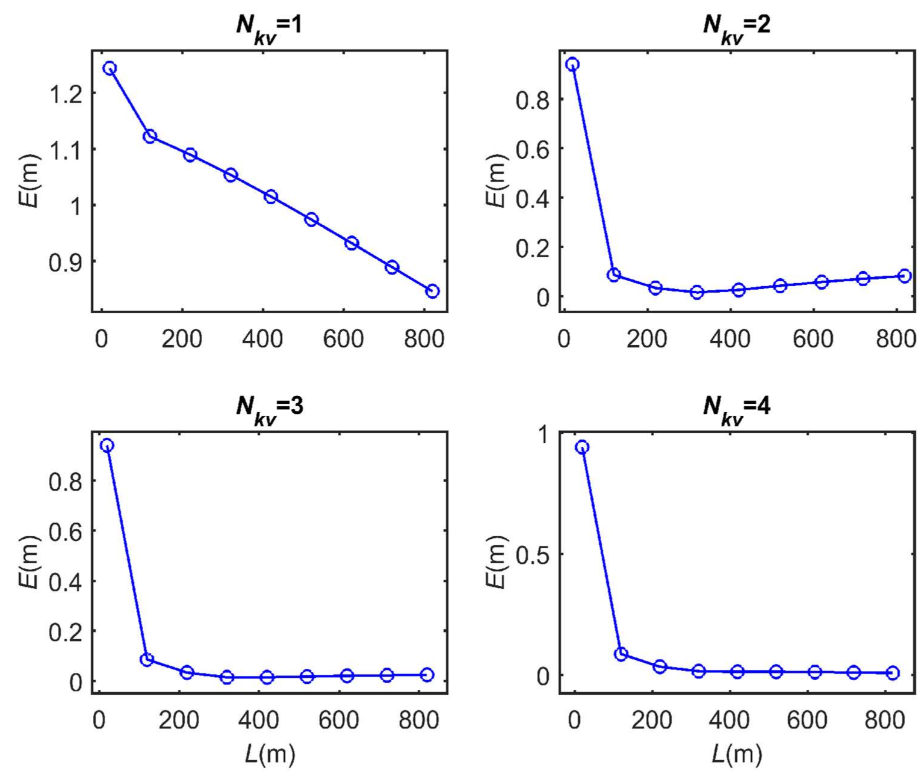
شکل ۵-۲۰ نمودار میله‌ای خطای شکل ۵-۱۹ را نشان می‌دهد. در اکثر طول‌ها خطای تابع خزشی در مدل‌های ۱، ۲ و ۳ المانی با افزایش تعداد المان‌ها کاهش می‌یابد.

شکل ۵-۲۱ همانند شکل ۵-۱۶ است با این تفاوت که از زمان تاخیر ۱,۵ ثانیه برای مدل یک المانی استفاده شده است و باعث بهبود رفتار مدل یک المانی شده است یعنی با افزایش طول لوله مقدار خطا کم می‌شود.

شکل ۵-۲۲ نمودار میله ای خطای شکل ۵-۲۱ را که برای مدل ۱ المان زمان تاخیر ۱,۵ ثانیه استفاده شده است را نشان می‌دهد که در آن خطای مدل ۱ المان، از المان‌های دیگر بیشتر است. مقدار خطا



شکل ۵-۲۰- نمودار میله ای خطای تابع خزشی به ازای طول‌ها و المان‌های مختلف

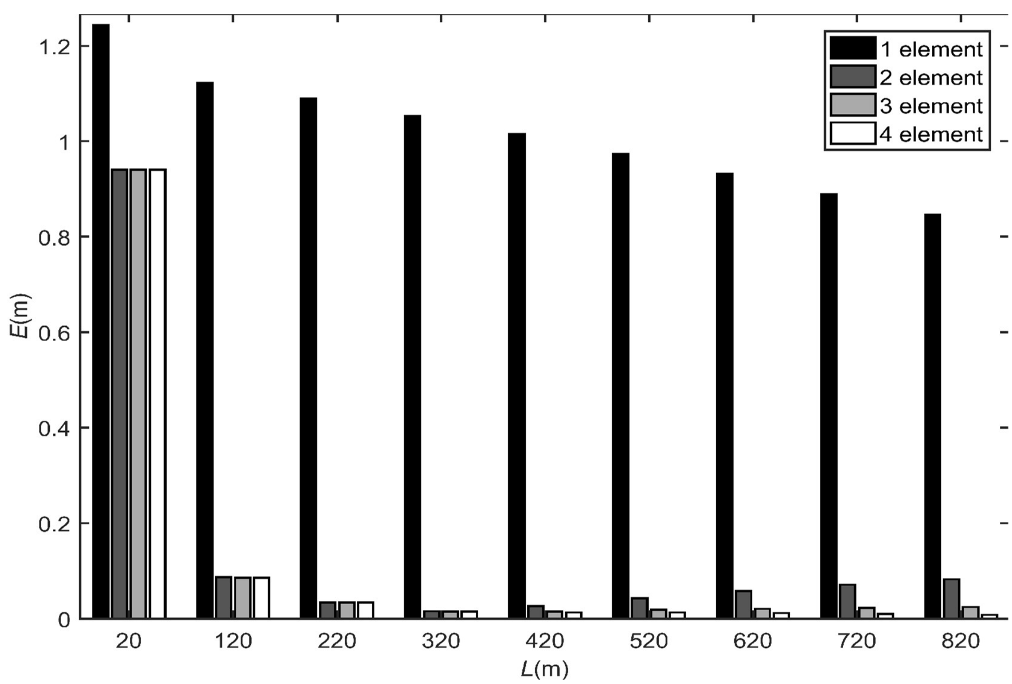


شکل ۵-۲۱ نمودار خطای هد فشاری نسبت به طول‌های مختلف لوله برای مدل‌های ۱ تا ۴ المان (به ازای زمان تاخیر ۱,۵ ثانیه برای مدل یک المانی)

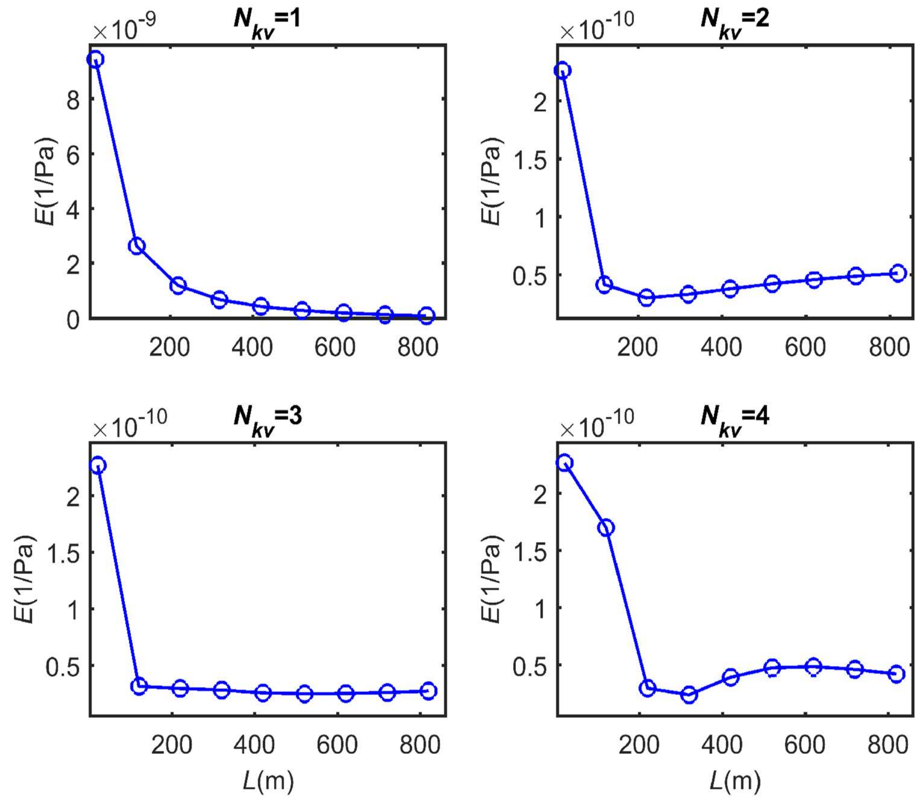
در مدل‌های ۴، ۳ و ۲ المانی در طول‌های کمتر و تا طول۳۲۰ متر تقریبا یکسان بوده و تفاوت خطای المان‌ها بعد از آن طول آشکار می‌شود که با افزایش تعداد المان‌ها از میزان خطا کاسته می‌شود.

شکل ۵-۲۳ نمودار خطای تابع خزشی را نشان می‌دهد (که در آن از زمان ۱٫۵ ثانیه برای مدل یک المان استفاده شده است). نمودار خطا در مدل یک المانی با افزایش طول لوله کاهش می‌یابد و همچنین شیب نمودار خطا نیز با افزایش طول لوله کاهش می‌یابد که نشان دهنده تغییرات کم خطا در طول‌های بیشتر است.

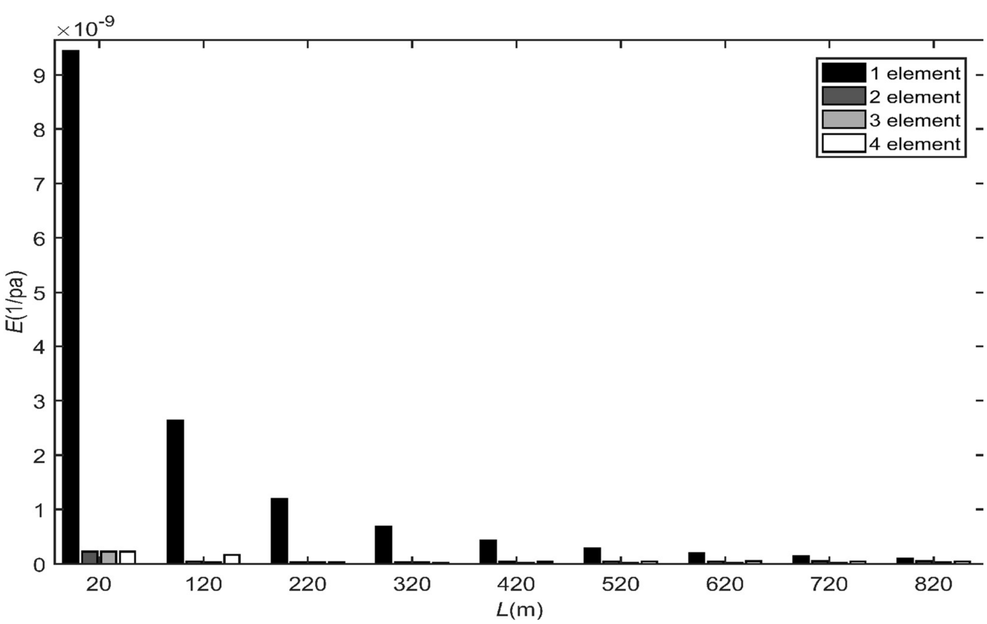
شکل‌های ۵-۲۴ و ۵-۲۵ نمودار میله‌ای خطای شکل ۵-۲۳ را نشان می‌دهد. در این نمودارها نیز در مدل‌های ۱، ۲ و ۳ المانی و در طول‌های بیشتر، با افزایش تعداد المان‌ها، خطا کاهش می‌یابد.



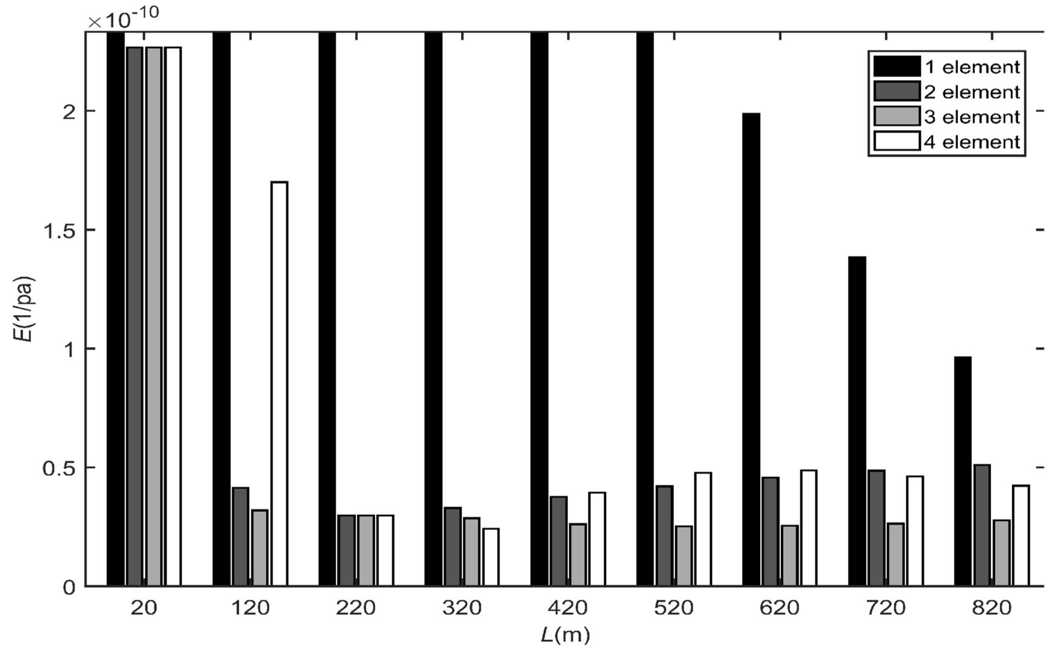
شکل ۵-۲۲- نمودار میله ای خطای فشار در برابر طول المان (به ازای زمان تاخیر ۱٫۵ ثانیه برای مدل ۱ المانی کلوین ویت)



شکل ۵-۲۳- نمودار خطای تابع خزشی با ۱ تا ۴ المان کلوین ویت در برابر طول‌های مختلف (با زمان تاخیر ۱٫۵ ثانیه در مدل یک المانی)

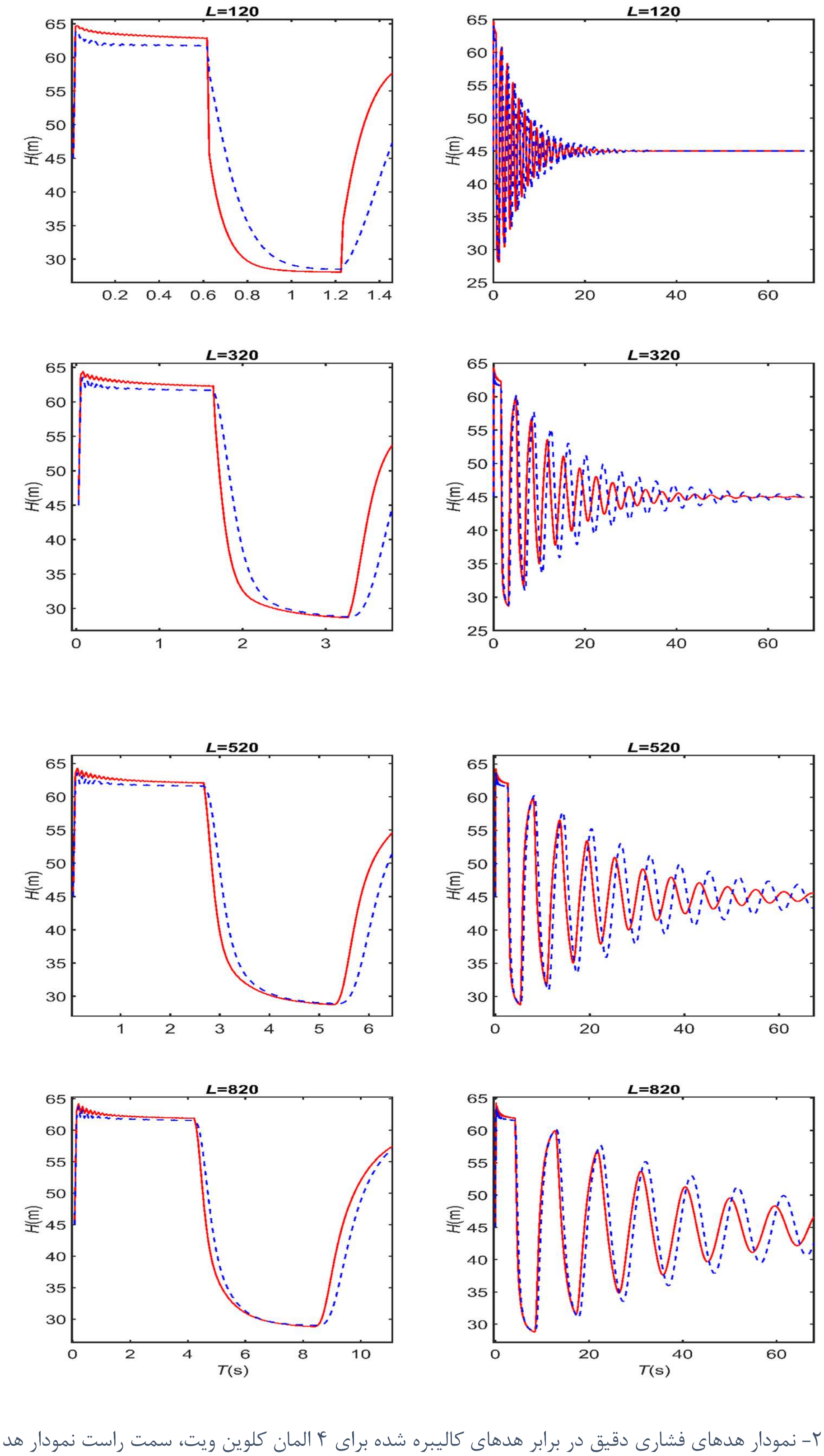


شکل ۵-۲۴- نمودار میله ای خطای تابع خزشی



شکل ۵-۲۵- بزرگنمایی از نمودار میله‌ای خطا در شکل (۵-۲۲)

در شکل ۵-۲۶ نمودار هدهای فشاری دقیق با خط ممتد قرمز در برابر هدهای کالیبره شده با خط چین آبی نشان داده می‌شوند. سمت راست در شکل، نمودار هد را در ۶۸ ثانیه و سمت چپ بزرگنمایی از آنها در دوره تناوب اول برای ۴ طول نمونه، ۱۲۰، ۳۲۰، ۵۲۰ و ۸۲۰، نشان می‌دهد. با توجه به شکل کاهش تفاوت هد کالیبره شده با هد دقیق را با افزایش طول لوله می‌توان به وضوح مشاهده کرد.



شکل ۵-۲۶- نمودار هدهای فشاری دقیق در برابر هدهای کالیبره شده برای ۴ المان کلوین ویت، سمت راست نمودار هد در ۶۸ ثانیه، سمت چپ بزرگنمایی از آنها در دوره تناوب اول

۲-۲-۳-۵- حالت دوم کالیبراسیون ضرایب خزش با استفاده از فشار

در قسمت قبل پارامترهای مجهول را با استفاده از یک طول کلی (۲۵۰۰ متر) برای لوله با مدل دقیق و طول‌های ۲۰ تا ۸۲۰ متر برای مدل محاسباتی، بدست آوردیم. در این قسمت هم برای مدل دقیق و هم مدل کالیبره شده از طول یکسان استفاده می‌کنیم که بازه آن از طول ۲۰ تا ۸۲۰ متر تغییر می‌کند. نتایج حاصل از این کد برای J های مجهول مدل‌های ۴ المانی، ۳المانی، ۲ المانی و ۱ المانی در جداول زیر نشان داده می‌شوند.

جدول ۵-۸- ضرایب (1/pa) J*E-10 برای مدل ۴ المان کلوین ویت در حالت دوم کالیبراسیون ضرایب خزش با استفاده از هد فشاری

L(m)	τ=0.05(s)	τ=0.5(s)	τ=1.5(s)	τ=5(s)
20	1.0570	1.0713	0.6941	1.1658
120	1.0570	1.0552	0.8688	0.7435
220	1.0570	1.0557	0.8670	0.7452
320	1.0569	1.0566	0.8639	0.7481
420	1.0567	1.0581	0.8596	0.7522
520	1.0563	1.0600	0.8541	0.7573
620	1.0557	1.0627	0.8472	0.7636
720	1.0548	1.0663	0.8389	0.7711
820	1.0535	1.0707	0.8292	0.7797

جدول ۵-۹- ضرایب (1/pa) J*E-10 برای مدل ۳ المان کلوین ویت در حالت دوم کالیبراسیون ضرایب خزش با استفاده از هد فشاری

L(m)	τ=0.05(s)	τ=0.5(s)	τ=1.5(s)
20	1.0570	1.0261	1.1782
120	1.0573	1.0218	1.1827
220	1.0581	1.0104	1.1947
320	1.0595	0.9919	1.2142
420	1.0616	0.9661	1.2412
520	1.0645	0.9330	1.2755
620	1.0681	0.8929	1.3167
720	1.0724	0.8463	1.3645
820	1.0773	0.7936	1.4184

جدول ۵-۱۰- ضرایب J*E-10 (1/pa) برای مدل ۲ المان کلوین ویت در حالت دوم کالیبراسیون ضرایب خزش با استفاده از هد فشاری

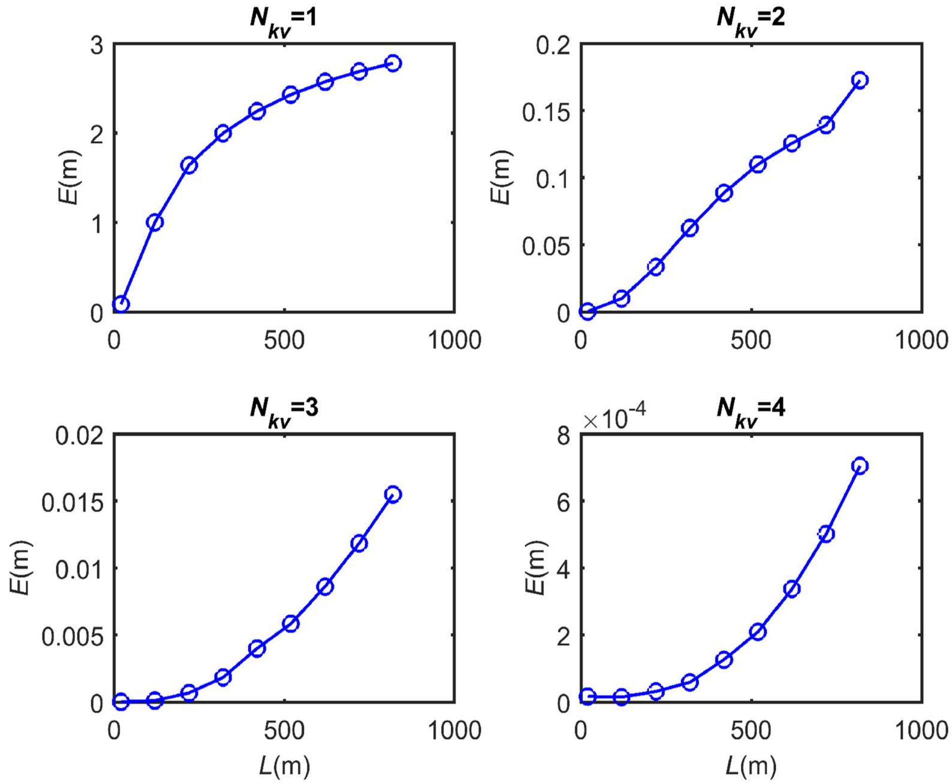
L(m)	τ=0.05 (s)	τ=0.5(s)
20	1.0530	1.4494
120	1.0093	1.5041
220	0.9125	1.6277
320	0.7748	1.8058
420	0.6006	2.0289
520	0.3971	2.2851
620	0.1750	2.5597
720	0.0001	2.7839
820	0.0001	2.8283

جدول ۵-۱۱- ضرایب (1/pa) J*E-10 برای مدل ۱ المان کلوین ویت در حالت دوم کالیبراسیون ضرایب خزش با استفاده از هد فشاری

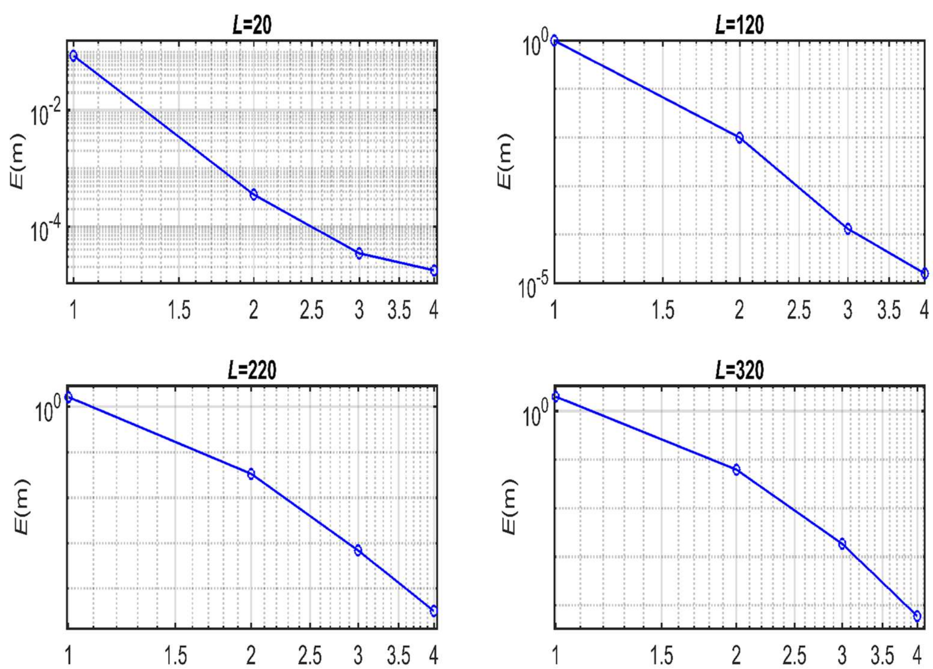
L(m)	τ=0.05 (s)
20	1.2066
120	1.4825
220	1.9256
320	2.3108
420	2.6072
520	2.8407
620	3.0307
720	3.1854
820	3.3035

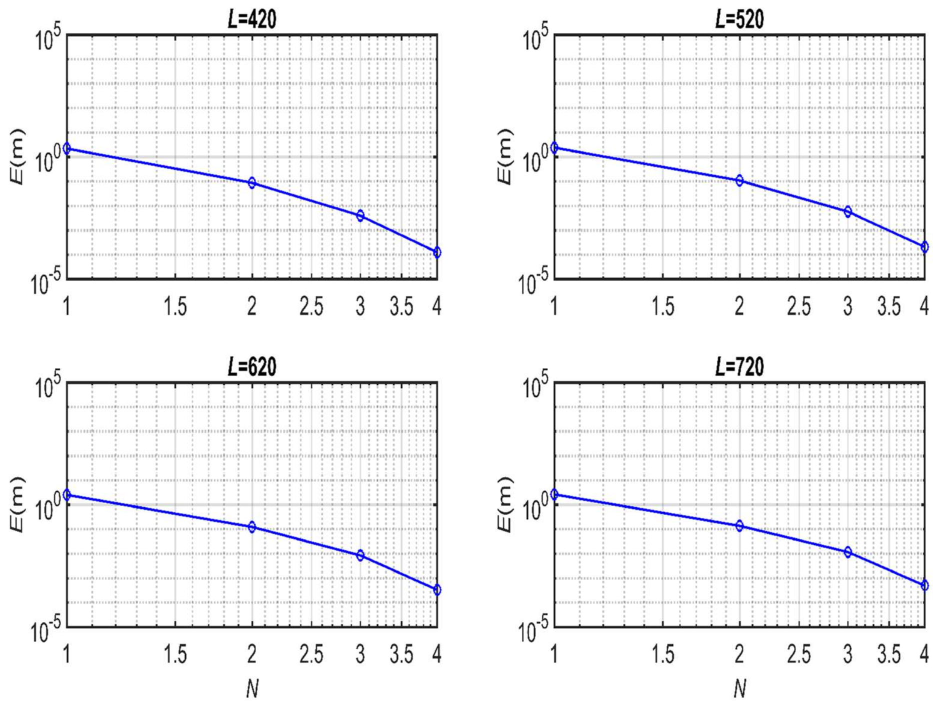
شکل ۵-۲۷ خطای هد فشاری مدل‌های دقیق و کالیبره شده به ازای المان‌های مختلف را نشان می‌دهد. در این نمودارها خطا با افزایش طول لوله، افزایش می‌یابد. از آنجایی که با افزایش طول لوله، لوله زمان کافی برای خزش کامل را دارد و انتظار می‌رود که خطا با افزایش طول لوله کاهش یابد، ضعف در مدل کالیبره کردن پارامترهای خزشی آشکار می‌شود.

شکل ۵-۲۸ نمودار لگاریتمی خطای هد فشاری دقیق و کالیبره شده در برابر تعداد المان‌ها را نشان می‌دهد. مقادیر خطا در این نمودارها با افزایش تعداد المان‌ها کاهش می‌یابد.



شکل ۵-۲۷- خطای هد فشاری مدل دقیق و کالیبره شده با طول یکسان برای هردو مدل به ازای تعداد المان‌های مختلف



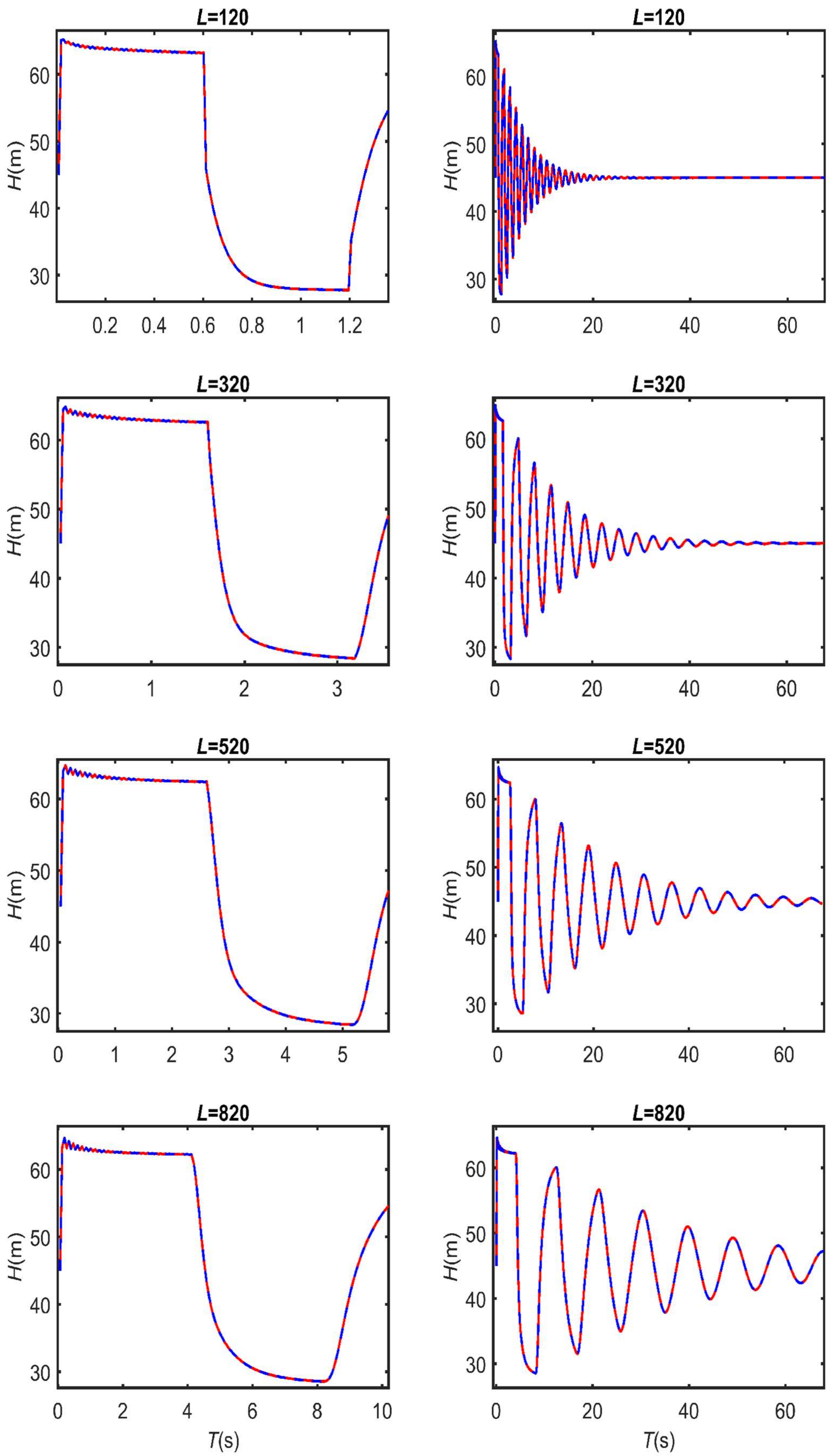


شکل ۵-۲۸- نمودار خطای هد فشاری دقیق و کالیبره شده به ازای المان‌های مختلف

نمودار ۵-۲۹ نمودار هد فشاری دقیق در برابر هد فشاری محاسبه شده با پارامترهای کالیبره شده را نشان می‌دهد. این نمودارها نتایج خیلی نزدیک هد فشاری کالیبره شده به هد فشاری دقیق را نشان می‌دهد. نتایج نزدیک این دو نمودار حتی خیلی بهتر از نمودارهای هد فشاری قسمت قبل با طول کلی ۲۵۰۰ متر است.

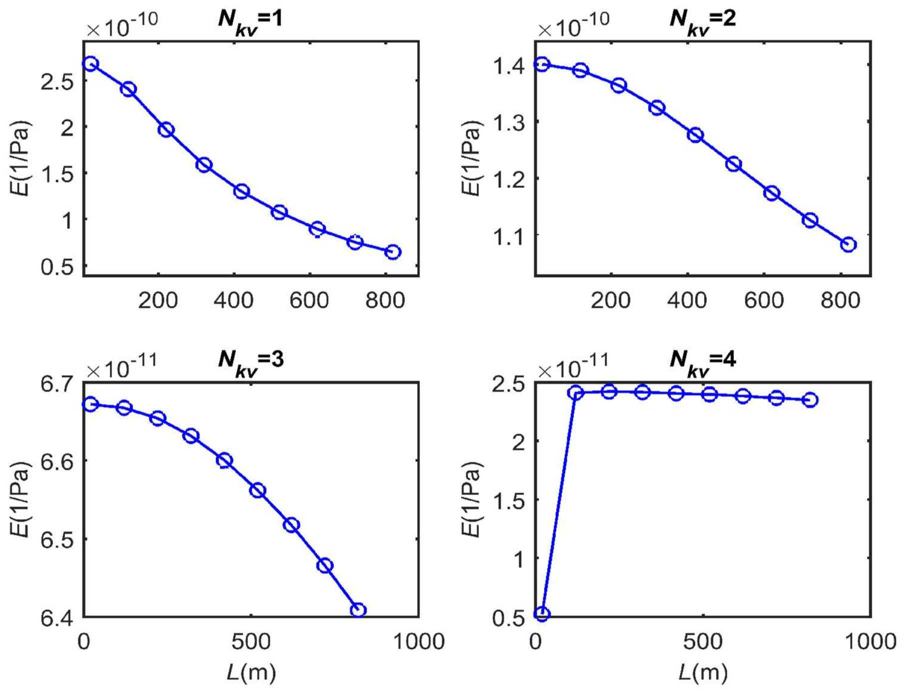
شکل ۵-۳۰ نمودار خطای تابع خزش مدل دقیق و مدل کالیبره شده، به ازای طول‌های مختلف را نشان می‌دهد. در این نمودارها اکثرا خطا با افزایش طول لوله کاهش می‌یابد.

شکل ۵-۳۱ نمودار میله‌ای خطای تابع خزشی را نشان می‌دهد. در این نمودار در لوله‌های تا ۴۲۰ متر با افزایش تعداد المان‌ها، خطا کاهش می‌یابد و به ازای طول‌های بیشتر از آن کاهش منظم فقط در

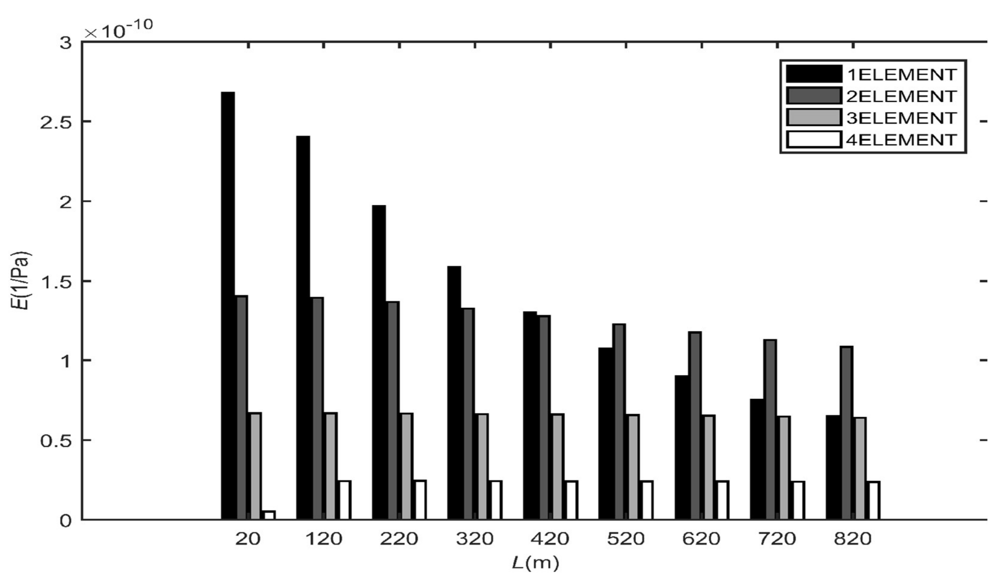


شکل ۵-۲۹- نمودار هد فشاری دقیق در برابر هد فشاری کالیبره شده

مدل‌های ۲، ۳ و ۴ المان دیده می‌شود و خطای مدل ۱ المانی از خطای مدل‌های ۳ و ۴ المان بیشتر و در طول‌های بزرگتر از ۴۲۰ متر از مدل ۲ المانی کمتر است.



شکل ۵-۳۰- نمودار خطای تابع خزشی دقیق و کالیبره شده به ازای طول‌های متفاوت

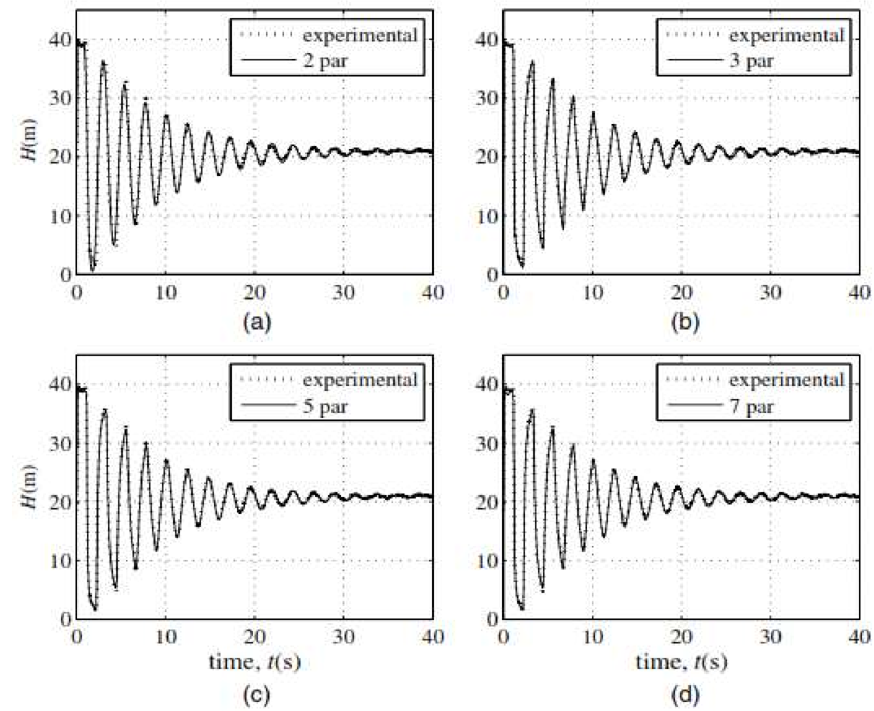


شکل ۵-۳۱- نمودار خطای تابع خزشی دقیق و کالیبره شده با طول‌های یکسان برای هردو

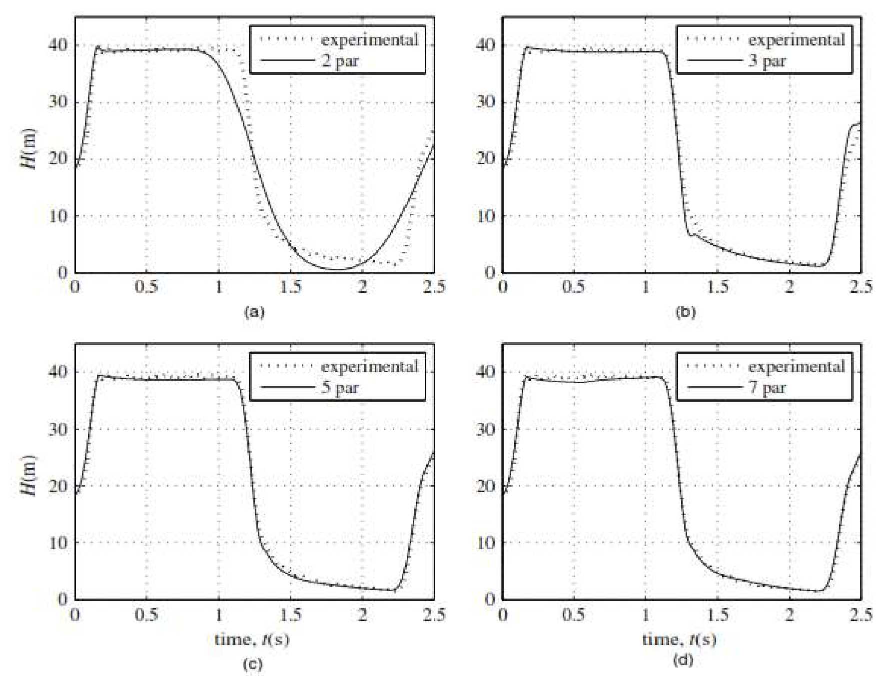
۵-۴- تفسیر نتایج مقالات مشابه

پزینگا و همکاران (Pezzinga, et al., 2016)، پارامترهای ویسکوالاستیک (در اینجا زمان‌های تاخیر و مدول‌های الاستیک که مساوی با عکس ضریب خزش J است) را با استفاده از فرآیند بهینه‌سازی بر پایه الگوریتم میکروژنتیک (RSS معکوس) بین هدهای آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده و هدهای محاسبه شده در ۳ طول مختلف، کالیبره می‌نمایند. فرآیند کالیبره مدل‌های کلوین ویت با ۲ (بدون فنر سری با مجموعه موازی فنر و میراگر برای یک المان کلوین ویت)، ۳ (۱ المان)، ۵ (۲ المان) و ۷ (۳ المان) پارامتر اجرا می‌شوند.

آنها در شکل ۵-۳۲ و ۵-۳۳ مانند نمودارهای شکل ۵-۴ تا ۵-۱۱، ۵-۲۶ و۵-۲۹ هدهای فشاری در انتهای لوله ۲۰۰ متر را نمایش می‌دهند و بیان می‌کنند که نمودار هد فشاری با ۲ پارامتر نمی‌تواند اثر هد را به خوبی شبیه سازی کند و برای مدل با ۳ پارامتر (مدل ۲ المانی) نیز در انتهای نیم پریود اول تفاوت عمده‌ای با نتایج آزمایشگاهی وجود دارد. در مدل با ۳ المان نیز اگرچه که کمترین خطا را دارد در شبیه سازی اثر هد در انتهای نیم پریود اول دارای عملکرد ضعیفی است (وجود یک نوسان)، درحالی که نوسان در سیگنال آزمایشگاهی وجود ندارد. این نتایج نشان دهنده این است که مانند نتایج این تحقیق خطا با افزایش تعداد المان‌ها کم می‌شود.



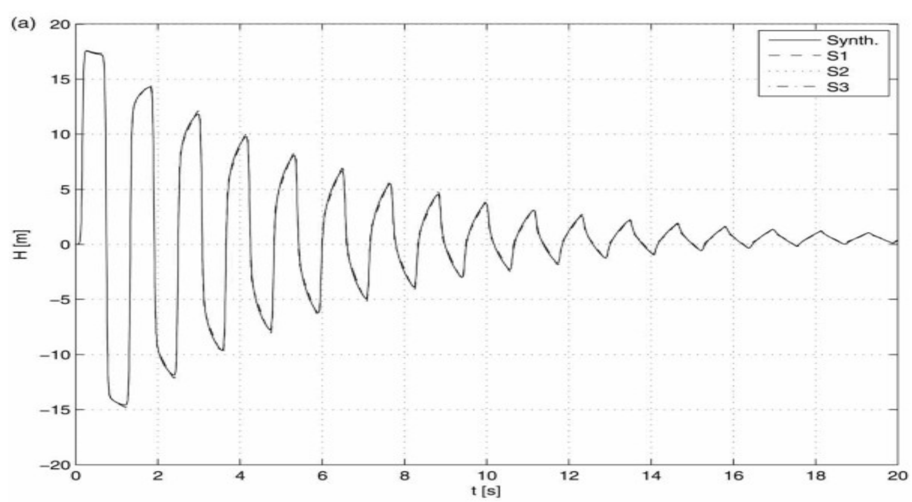
شکل ۵-۳۲ هدهای فشاری در انتهای لوله ۲۰۰ متر برای مدل‌های با پارامترهای کالیبره شده در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی در تحقیق پزینگا و همکاران (pezzinga, et al, 2016)

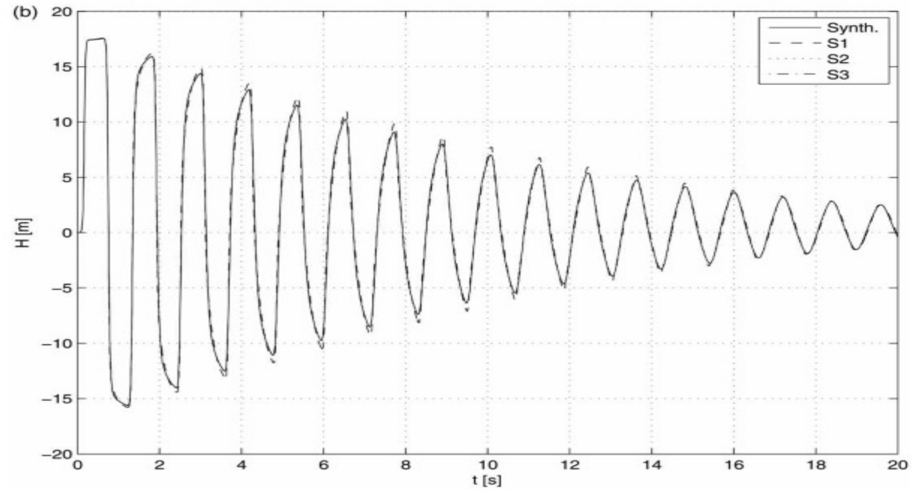


شکل ۵-۳۳ هدهای فشاری دوره تناوب اول در انتهای لوله ۲۰۰ متر برای مدل‌های با پارامترهای کالیبره شده در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی در تحقیق پزینگا و همکاران (pezzinga, et al, 2016)

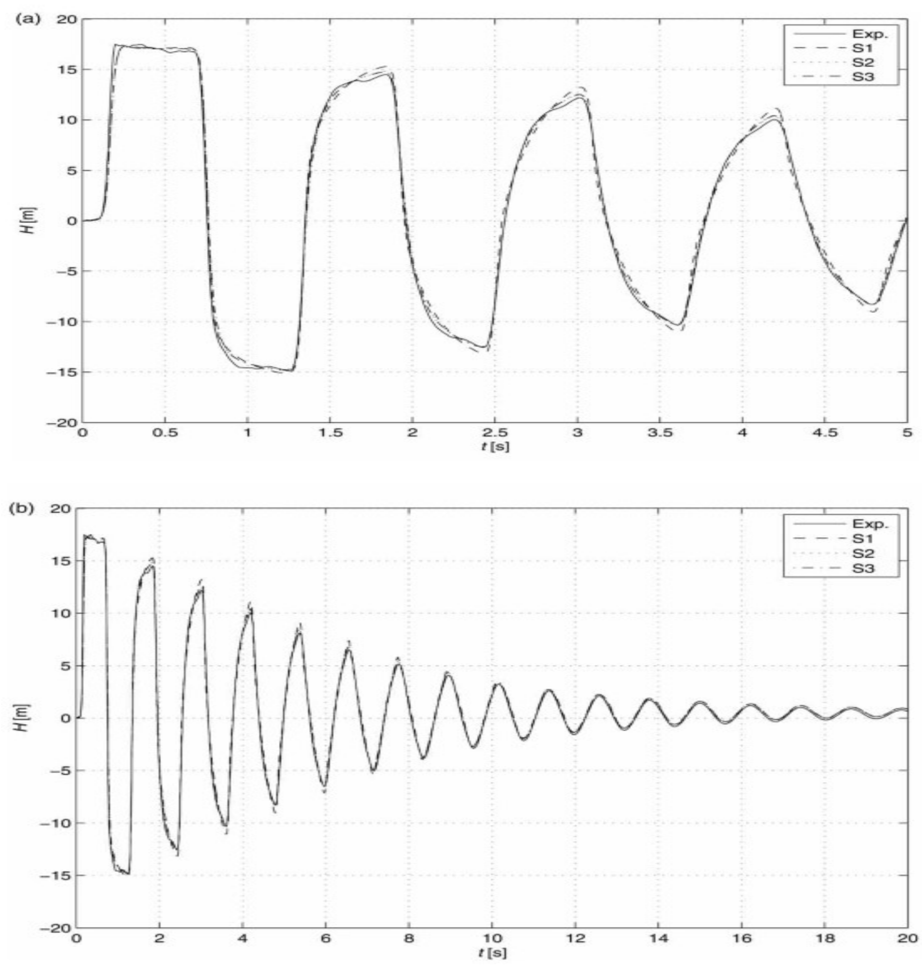
فرانت و همکاران (Ferrante, et al., 2017) در جریان غیرماندگار و حل عددی با دامنه فرکانسی، مقادیر پارامترهای مدل کلوین ویت (پارامترهای مجهول) را با استفاده از تابع بهینه سازی بر پایه RSS هدهای فشاری با مدل‌های از ۱ تا ۵ المان کلوین ویت را با هدهای محاسباتی برای مدل ۳ المانی (مدل دقیق یا مدل آزمایشگاهی) برای دو جنس متفاوت از لوله کالیبره می‌نمایید ، سپس این فرآیند به هدهای آزمایشگاهی اعمال می‌شود و کالیبراسیون مدل عددی از ۱ تا ۶ المان با اطلاعات آزمایشگاهی انجام می‌شود.

آنها نیز در نمودارهایی، هدهای فشاری به زمان را نمایش می‌دهند (شکل‌های ۵-۳۴و ۵-۳۵) و بیان می‌کنند که فقط تفاوت اندکی بین نوسانات اطلاعات محاسباتی و آنهایی که با ۱ و ۲ المان شبیه سازی شده، وجود دارد و باقی نوسانات شبیه سازی شده روی هم افتاده‌اند. همچنین آنها با مقایسه هدهای فشاری اطلاعات شبیه‌سازی شده و آزمایشگاهی، نتایج بدست آمده برای کالیبراسیون اطلاعات محاسباتی را تایید می‌کنند. در آنجا نیز نتایج نشان دهنده کاهش خطا با افزایش تعداد المان‌ها است.



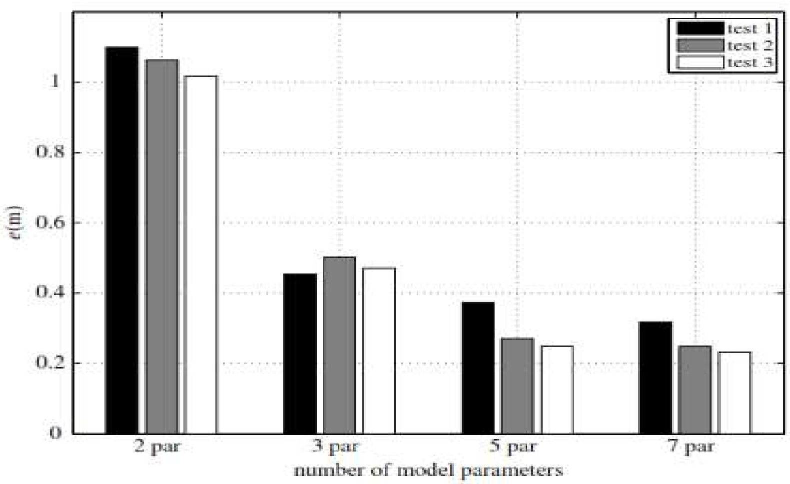


شکل ۵-۳۴ هدهای فشاری محاسبه شده در شیر برای مواد A (a) و B (b) که با نتایج مدل‌های فیت شده مقایسه می‌شوند. نتایج مدل ۴ و ۵ المانی به خاطر قابل تمییز نبودن از نتایج محاسباتی رسم نشده اند.(Ferrante, et al., 2017)



شکل ۵-۳۵ هدهای فشاری آزمایشگاهی در شیر در مقایسه با سیگنال‌های عددی بدست آمده به وسیله کالیبره مدل‌های از ۱ تا ۳ المان. اولین ۵ ثانیه از (b) در (a) نشان داده شده است. (Ferrante, et al., 2017)

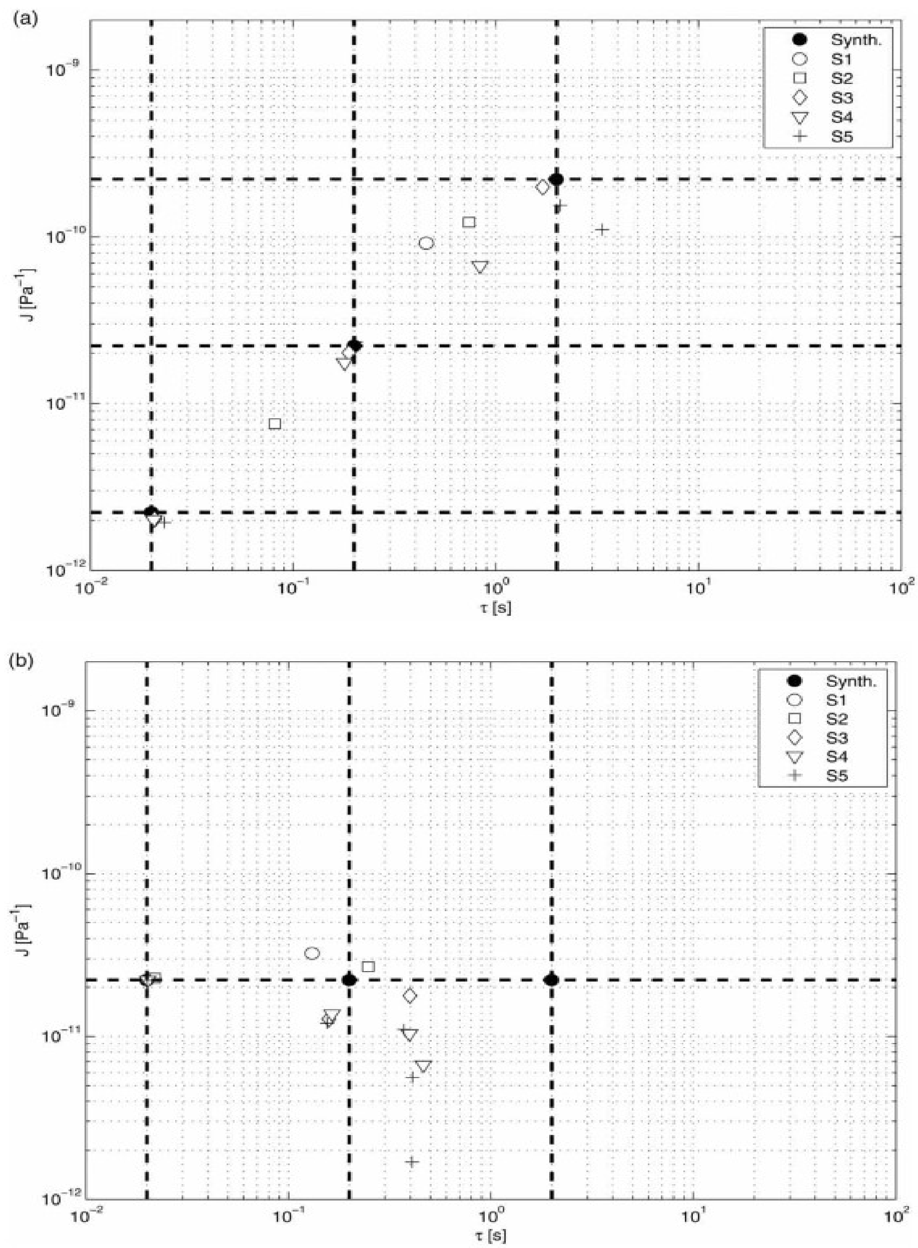
پزینگا و همکاران (Pezzinga, et al., 2016)، درشکل (۵-۳۶)، خطای هد فشاری را برای طول‌های ۲۰۰ متر (آزمایش۳) ، ۱۲۸٫۶ متر (آزمایش ۲) و ۹۵٫۳ متر (آزمایش ۱) بدست می‌آورند و به این نتیجه می‌رسند که خطا برای یک طول مشخص با افزایش تعداد پارامترها کاهش می‌یابد. همچنین در این شکل مشخص می‌شود که در مدل ۳ پارامتری خطا با افزایش طول، کاهش نمی‌یابد که این ۲ نتیجه در تحقیق حاضر نیز دیده می‌شود. همچنین بیان می‌کنند تفاوت بین خطای مدل‌های با ۷ (مدل ۳ المانی) و ۵ پارامتر (مدل ۲ المانی) بسیار کم است.



شکل ۵-۳۶- خطاهای مدل‌های ۷، ۵، ۳ و ۲ پارامتری در تحقیق پزینگا و همکاران (Pezzinga, et al, 2016)

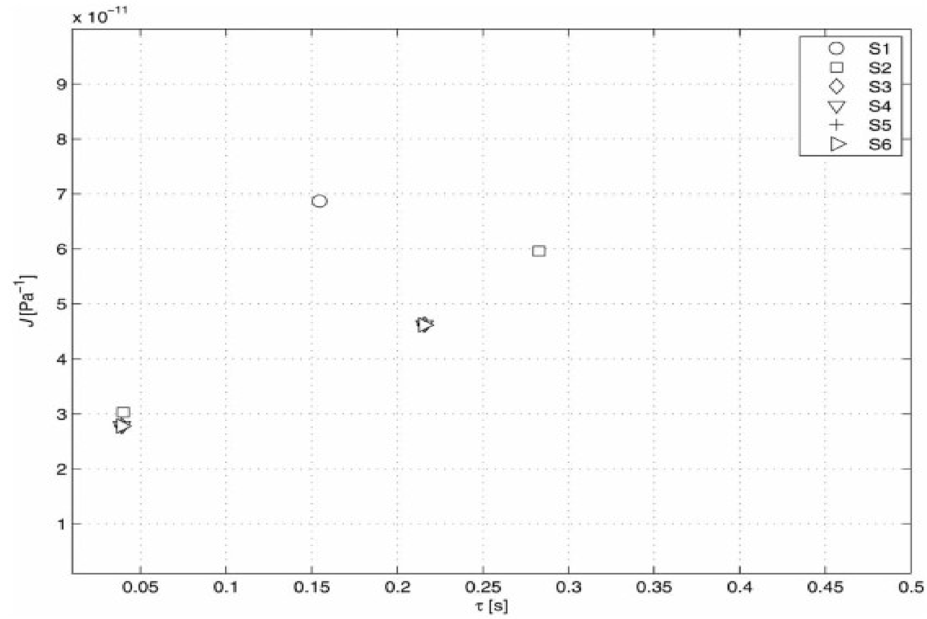
فرانت و همکاران (Ferrante, et al., 2017)، نیز درشکل (۵-۳۷) و (۵-۳۸) برای کالیبراسیون اطلاعات محاسباتی، بیان می‌کنند که در لوله از جنس A (با E های متفاوت) زمان‌های تاخیر با المان‌های کمتر از مقدار دقیق (مقدار دقیق یعنی ۳ المان) در بازه مقادیر درست قرار می‌گیرد و برای مدل ۳ المان محاسبه شده مقادیر پارامترها بسیار نزدیک به مقادیر پارامترهای دقیق ۳ المانی است. در مواد B (با E

های یکسان) مقادیر τ_2 و τ_3 از بازه مقادیر دقیق خیلی دور می‌شوند و برای مدل‌های با المان های بیشتر در هر دو لوله این مقادیر یا روی هم افتادگی با مقدارهای دیگر دارند یا خارج از محدوده مقادیر درست قرار می‌گیرند.



شکل ۵-۳۷ مقادیر τ و J بدست آمده به وسیله کالیبره مدل‌های عددی برای مواد لوله A (a) و B (b) در تحقیق فرانت و همکاران (Ferrante, et al., 2017)

در این تحقیق نتایج بدست آمده از نمودار شکل (۵-۱۴) مشابه با نتایج مواد B است زیرا مدل‌های با المان‌های کمتر از مدل با ۵ المان (به عنوان مدل دقیق) اکثرا در محدوده مقادیر دقیق قرار نمی‌گیرند.



شکل ۵-۳۸ مقادیر τ و J بدست آمده از کالیبراسیون مدل‌های ۱ تا ۶ المانی بر روی اطلاعات آزمایشگاهی در تحقیق فرانت و همکاران (Ferrante, et al., 2017)

فصل ششم :

خلاصه، نتیجه گیری و

ارائه پیشنهادات

۶-۱- خلاصه

ضربه قوچ نوعی جریان میرا است که در خطوط لوله می‌تواند در اثر بسته شدن شیر یا توقف ناگهانی پمپ ایجاد شود همچنین با توجه به ورود لوله‌های پلی اتیلن به صنعت و استفاده گسترده از آنها در سیستم‌های لوله و مزیت فراوان آنها، رفتار پدیده ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار می‌گیرد.

برای مدل‌سازی رفتار ویسکوالاستیک لوله از مدل کلوین ویت استفاده می‌شود. با توجه به اهمیت پارامترهای ورودی برای مدلسازی همچون طول لوله و المان‌های کلوین ویت بر روی پدیده ضربه قوچ در لوله ویسکوالاستیک، رفتار این پدیده در اثر طول‌ها و تعداد المان‌های مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور پارامترهای المان‌های مختلف، ۱ تا ۴ المان کلوین ویت، با استفاده از تابع بهینه سازی fmincon کالیبره می‌شوند. همچنین اثر طول‌های مختلف نیز بر روی کالیبراسیون این پارامترها بررسی می‌شوند.

در مواردی مشابه فرانت و همکاران (Ferrante, et al., 2017) اثر تعداد المان‌ها و همچنین پزینگا و همکاران (Pezzinga, et al., 2016) نیز اثر هر دوی تعداد المان‌ها و طول لوله را بر روی ضربه قوچ در لوله ویسکوالاستیک بررسی کرده‌اند.

۶-۲- نتیجه گیری

با مطالعه رفتار ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک در اثر پارامترهای مختلف می‌توان به نتایجی که در زیر ارائه شده‌اند رسید:

- خطای تابع خزشی بین تابع خزش با مدل دقیق و مدل کالیبره شده در کالیبراسیون با توابع خزشی، با افزایش تعداد المان‌های کلوین ویت، کاهش می‌یابد.
- خطای فشار بین فشار مدل دقیق و مدل کالیبره شده در کالیبراسیون با توابع خزشی، با افزایش تعداد المان‌ها و افزایش طول لوله، کاهش می‌یابد.
- در کالیبراسیون ضرایب خزش با هد فشاری، خطای هد فشاری در طول ۲۰ متر، اختلاف زیادی نسبت به خطای سایر طول‌ها دارد و علت آن این است که لوله فرصت کافی برای نشان دادن تمام اثرات ویسکوالاستیک را نداشته و اعداد بدست آمده از دقت کافی برخوردار نخواهند بود.
- همچنین در این کالیبراسیون در طول‌های بزرگتر از ۴۲۰ متر، خطای هد فشاری با افزایش تعداد المان‌ها کمتر می‌شود.
- همچنین خطای فشار در مدل ۱ المانی خیلی بیشتر از المان‌های دیگر است و علت آن کم بودن تعداد المان‌ها در مدلسازی رفتار ویسکوالاستیک است.

۶-۳- پیشنهادات برای ادامه کار

۱- روش خطوط مشخصه برای تحلیل جریان غیرماندگار روش بسیار دقیقی است ولی محدودیت‌هایی دارد. یکی از این محدودیت‌ها نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ است که باید همواره برابر با سرعت موج در لوله باشد. در یک خط لوله تنها، می‌توان Δx را طوری انتخاب کرد که کل لوله به قطعات مساوی تقسیم شود و مقدار Δt را بر طبق آن تعیین نمود. ولی یک شبکه لوله که از لوله‌های با جنس و قطر متفاوت تشکیل شده است، مقدار سرعت موج فشاری در هر کدام از لوله‌ها می‌تواند متفاوت باشد. از طرفی چون کل شبکه در یک پروسه‌ی حل واحد تحلیل می‌گردد، طول بازه زمانی برای کل مساله باید مقداری ثابت باشد. بنابراین مقدار Δx در هر لوله با توجه به سرعت موج در آن تعیین می‌شود. بنابراین ممکن است طول لوله به گونه‌ای باشد که در تقسیم بندی لوله به بازه‌های Δx، قطعه‌ای از لوله مقدار کمتری پیدا کند. در این حالت استفاده از اینترپولاسیون می‌تواند خطای بسیار زیادی وارد محاسبات کند. لذا ارائه روش‌های مختلف برای رفع مشکل ذکر شده، می‌تواند به عنوان یک کار تکمیلی قلمداد شود.

۲- در این تحقیق جریان غیرماندگار در حوزه زمان مورد بررسی قرار گرفت. می‌توان ضربه قوچ را در حوزه فرکانس و مقایسه نتایج با این تحقیق مورد بررسی قرار داد.

۳- می‌توان معادلات حاکم را به فرم بی بعد شده ارائه داد. این کار امکان توصیف ترم‌های موثر و بررسی اثر هر کدام را فراهم می‌آورد.

۴- استفاده از مدل‌های ویسکوالاستیک بر اساس مشتقات کسری. با استفاده از این مدل‌ها می‌توان با بکارگیری تعداد ثابت‌های کمتری مشخصات رفتاری ماده ویسکوالاستیک را توصیف نمود.

۵- تحلیل غیرماندگار سیال با در نظر گرفتن افت. در این صورت می‌توان از یک مدل اصطکاک غیرماندگار که در فرآیند ضربه قوچ و از آنجا در تعیین مقادیر ضرایب مدل کلوین ویت اثر دارد، استفاده کرد.

۶- در بکارگیری تابع fmincon می‌توان برای بهینه‌سازی مجهولات از تابع‌های دو هدف یا چند هدف با قابلیت حل همزمان استفاده کرد.

پیوست‌ها

```
global k t n nt J_t
clc
L_p=20;     %pipe's length
NE=30;      %number of element
c=404.9;    %pressure wave speed
nperiod=340;
TT=nperiod*4*L_p/c;    %total time of simulation
dx=L_p/NE; dt=dx/c; nt=floor(TT/dt); E_p=1.43*1E9;
N=5;   % number of Kelvin-Voigt elements
To=[0.05 0.5 1.5 5 10];
J=[1.057E-10 1.054E-10 9.051E-11 2.617E-11 7.456E-11];

for n=1:nt-1
    t=n*dt;
    Jr=0;
    for k=1:N
        Jr=Jr+J(k)*(1-exp(-t/To(k)));
    end
    J_t(n)=Jr;
end
Jt10=J_t*1e10;
t=(1:nt-1)*dt;

pp=@(x)sum((Jt10-(x(1)*(1-exp(-t/x(2))))).^2);
options=optimset('TolFun',1e-24,'TolX',1e-13);
lb=[0.0001;0.0001];     % lower bound
ub=[50;50];             % upper bound
[x,fval,exitflag]=fmincon(pp,[1 0.01],[],[],[],[],lb,ub,[],options)
J_fit=1e-10*(x(1)*(1-exp(-t./x(2))));
E1=sqrt(sum((J_t-J_fit).^2)/nt)     % Error Function

mm=@(y)sum((Jt10-(y(1)*(1-exp(-t/y(2)))+y(3)*(1-exp(-t/y(4))))).^2);
options=optimset('TolFun',1e-24,'TolX',1e-13);
lb=[0.0001;0.0001;0.0001;0.0001];ub=[50;50;50;50];
[y,fval,exitflag]=fmincon(mm,[1 0.01 1
0.01],[],[],[],[],lb,ub,[],options)
J_fit1=1e-10*(y(1)*(1-exp(-t./y(2)))+y(3)*(1-exp(-t/y(4))));
E2=sqrt(sum((J_t-J_fit1).^2)/nt)

ww=@(z)sum((Jt10-(z(1)*(1-exp(-t/z(2)))+z(3)*(1-exp(-t/z(4)))+z(5)*(1-
exp(-t/z(6))))).^2);
options=optimset('TolFun',1e-24,'TolX',1e-13);
lb=[0.0001;0.0001;0.0001;0.0001;0.0001;0.0001];ub=[50;50;50;50;50;50];
[z,fval,exitflag]=fmincon(ww,[1 0.01 1 0.01 1
0.01],[],[],[],[],lb,ub,[],options)
J_fit2=1e-10*(z(1)*(1-exp(-t./z(2)))+z(3)*(1-exp(-t/z(4)))+z(5)*(1-
exp(-t/z(6))));
E3=sqrt(sum((J_t-J_fit2).^2)/nt)

ee=@(r)sum((Jt10-(r(1)*(1-exp(-t/r(2)))+r(3)*(1-exp(-t/r(4)))+r(5)*(1-
exp(-t/r(6)))+r(7)*(1-exp(-t/r(8))))).^2);
options=optimset('TolFun',1e-24,'TolX',1e-13);
lb=[0.01;0.0001;0.01;0.0001;0.01;0.0001;0.01;0.0001];
ub=[10;10;10;10;10;10;10;10];
[r,fval,exitflag]=fmincon(ee,[1 0.01 1 0.01 1 0.01 1
0.01],[],[],[],[],lb,ub,[],options)
```

```
J_fit3=1e-10*(r(1)*(1-exp(-t./r(2)))+r(3)*(1-exp(-t/r(4)))+r(5)*(1-
exp(-t/r(6)))++r(7)*(1-exp(-t/r(8))));
E4=sqrt(sum((J_t-J_fit3).^2)/nt)

subplot(2,2,1);plot(t,1/E_p+J_t,'b-',t,1/E_p+J_fit,'r--
');ylabel('{\itJ}(1/Pa)');
legend('exact curve','fitted curve');title('{\itN_k_v}=1');
subplot(2,2,2);plot(t,1/E_p+J_t,'b-',t,1/E_p+J_fit1,'r--');
ylabel('{\itJ}(1/Pa)');legend('exact curve','fitted
curve');title('{\itN_k_v}=2');
subplot(2,2,3);plot(t,1/E_p+J_t,'b-',t,1/E_p+J_fit2,'r--');
xlabel('{\itT}(s)');ylabel('J(1/Pa)');legend('exact curve','fitted
curve');title('{\itN_k_v}=3');
subplot(2,2,4);plot(t,1/E_p+J_t,'b-',t,1/E_p+J_fit3,'r--
');xlabel('{\itT}(s)');
ylabel('J(1/Pa)');legend('exact curve','fitted
curve');title('{\itN_k_v}=4');

figure (2)
plot([1 2 3 4],[E1 E2 E3 E4],'bo-')
```

```
function test_VE_model
clc
clear var all
input
global L_p  NE dx c dt nx TT nt Hini Qini N To J H_plot x y r z

NE=30; nx=NE+1;Qini(1:nx)=1.008e-3; Hini(1:nx)=45;nperiod=340;
N=5;            % number of Kelvin-Voigt elements
To=[0.05 0.5 1.5 5 10];
J=[1.057E-10 1.054E-10 9.051E-11 2.617E-11 7.456E-11];
L_p=20; TT=nperiod*4*L_p/c; dx=L_p/NE; dt=dx/c; nt=round(TT/dt);
h_exact=WH_visc(N,To,J,L_p);

calibre()
       %x=calibrated parameters of one element of kelvin_voit model
N=1; To=x(2); J=x(1)*1E-10;
Hnx=WH_visc(N,To,J,L_p);
       %y=calibrated parameters of two element of kelvin_voit models
N=2; To=[y(2) y(4)]; J=[y(1)*1E-10 y(3)*1E-10];
Hnx1=WH_visc(N,To,J,L_p);
       %z=calibrated parameters of three element of kelvin_voit models
N=3; To=[z(2) z(4) z(6)]; J=[z(1)*1E-10 z(3)*1E-10 z(5)*1E-10];
Hnx2=WH_visc(N,To,J,L_p);
       %r=calibrated parameters of four element of kelvin_voit models
N=4; To=[r(2) r(4) r(6) r(8)]; J=[r(1)*1E-10 r(3)*1E-10 r(5)*1E-10
r(7)*1E-10];
Hnx3=WH_visc(N,To,J,L_p);

hold on
nn=1:nt;
t=(nn-1)*dt;
subplot(2,2,1);plot(t,h_exact,'b-',t,Hnx,'r--');ylabel('{\itH}(m)');
legend('exact curve','fitted curve');title('{\itN_k_v}=1');
subplot(2,2,2);plot(t,h_exact,'b-',t,Hnx1,'r--');ylabel('{\itH}(m)');
legend('exact curve','fitted curve');title('{\itN_k_v}=2');
subplot(2,2,3);plot(t,h_exact,'b-',t,Hnx2,'r--');xlabel('{\itT}(s)');
legend('exact curve','fitted
curve');ylabel('{\itH}(m)');title('{\itN_k_v}=3');
subplot(2,2,4);plot(t,h_exact,'b-',t,Hnx3,'r--');xlabel('{\itT}(s)');
legend('exact curve','fitted
curve');ylabel('{\itH}(m)');title('{\itN_k_v}=4');

function calibre
global k t n nt J_t x y z r
L_p=20; NE=30; dx=L_p/NE; c=404.9;dt=dx/c;nperiod=340;
TT=nperiod*4*L_p/c;
nt=floor(TT/dt);
N=5;
To=[0.05 0.5 1.5 5 10];
J=[1.057E-10 1.054E-10 9.051E-11 2.617E-11 7.456E-11];

for n=1:nt-1
    t=n*dt;
    Jr=0;
    for k=1:N
        Jr=Jr+J(k)*(1-exp(-t/To(k)));
```

```
    end
    J_t(n)=Jr;   %creep function
end
Jt10=J_t*1e10;
t=(1:nt-1)*dt;

pp=@(x)sum((Jt10-(x(1)*(1-exp(-t/x(2))))).^2);
options=optimset('TolFun',1e-24,'TolX',1e-13);
lb=[0.0001;0.0001];
ub=[50;50];
[x,fval,exitflag]=fmincon(pp,[1 0.01],[],[],[],[],lb,ub,[],options)

mm=@(y)sum((Jt10-(y(1)*(1-exp(-t/y(2)))+y(3)*(1-exp(-t/y(4))))).^2);
options=optimset('TolFun',1e-24,'TolX',1e-13);
lb=[0.0001;0.0001;0.0001;0.0001];
ub=[50;50;50;50];
[y,fval,exitflag]=fmincon(mm,[1 0.01 1
0.01],[],[],[],[],lb,ub,[],options)

ww=@(z)sum((Jt10-(z(1)*(1-exp(-t/z(2)))+z(3)*(1-exp(-t/z(4)))+z(5)*(1-
exp(-t/z(6))))).^2);
options=optimset('TolFun',1e-24,'TolX',1e-13);
lb=[0.0001;0.0001;0.0001;0.0001;0.0001;0.0001];
ub=[50;50;50;50;50;50];
[z,fval,exitflag]=fmincon(ww,[1 0.01 1 0.01 1
0.01],[],[],[],[],lb,ub,[],options)

ee=@(r)sum((Jt10-(r(1)*(1-exp(-t/r(2)))+r(3)*(1-exp(-t/r(4)))+r(5)*(1-
exp(-t/r(6)))+r(7)*(1-exp(-t/r(8))))).^2);
options=optimset('TolFun',1e-24,'TolX',1e-13);
lb=[0.01;0.0001;0.01;0.0001;0.01;0.0001;0.01;0.0001];
ub=[10;10;10;10;10;10;10;10];
[r,fval,exitflag]=fmincon(ee,[1 0.01 1 0.01 1 0.01 1
0.01],[],[],[],[],lb,ub,[],options)

function [Hnx]=WH_visc(N,To,J,L_p)
global c dt nx nt ro_f nu Di_p e Hini Qini g
global A Q H B n  Ezfy d2 a1_Z1 Z2 Z3 alfa

A=pi*0.25*Di_p^2; Q=zeros(nx,nt); H=zeros(nx,nt); Ezfy=zeros(N,nx,nt);
%initial & boundary conditions
Q(:,1)=Qini; H(:,1)=Hini; H(1,:)=Hini(1);

[a1_Z1 Z2 Z3]=Zigma_once;
d2=c*A*dt*(1-nu*nu)*Di_p/e*ro_f*g*alfa*a1_Z1;

global f co_p R d3vec
co_p=2*c*A*dt*nu; B=g*A/c; R=f/(2*Di_p*A);

for n=1:nt-1
    d3vec=Zigma_incre;
    reservoir_node()
    valve_node()
    normal_nodes()
end
Hnx=H(nx,:);

%node 1 is reservoir and node nx is valve
```

```
function valve_node()
global nx Q H B n dt i d2 d3vec R ...
    steady_friction unsteady_friction Reological_behavior_of_pipe_wall
...
 %Capital P: Positive   Capital N: Negative
i=nx; Q_A1=Q(i-1,n); H_A1=H(i-1,n);
switch steady_friction
 case 'frictionless'
  CpP1=0; CpP2=0;
 case 'first_order'
  CpP1=-R*dt*abs(Q(i-1,n))*Q(i-1,n);  CpP2=0;
 case 'second_order'
  CpP1=0;  CpP2=R*dt*abs(Q(i-1,n));
end

switch unsteady_friction
  case 'no_unsteady_friction'
  CppP1=0; CppP2=0;
  case 'Trikha_Vardy'
  case 'Vitkovsky'
end

switch Reological_behavior_of_pipe_wall
  case 'elastic'
    CpppP1=0; CpppP2=0;
  case 'viscoelastic'
    d3=d3vec(i); CpppP1=d3; CpppP2=d2;
end

CP=(Q_A1+B*H_A1+CpP1+CppP1+CpppP1)/(1+CpP2+CppP2);
Cap=(B+CpppP2)/(1+CpP2+CppP2);
H(i,n+1)=(CP-Q(i,n+1))/Cap;

function reservoir_node
global Q H B n dt i d2 d3vec R ...
    steady_friction unsteady_friction Reological_behavior_of_pipe_wall
...

i=1; Q_A2=Q(i+1,n); H_A2=H(i+1,n);
switch steady_friction
   case 'frictionless'
     CpN1=0; CpN2=0;
   case 'first_order'
     CpN1=-R*dt*abs(Q(i+1,n))*Q(i+1,n);  CpN2=0;
   case 'second_order'
     CpN1=0; CpN2=R*dt*abs(Q(i+1,n));
end

switch unsteady_friction
   case 'no_unsteady_friction'
     CppN1=0; CppN2=0;
   case 'Trikha_Vardy'
   case 'Vitkovsky'
end

switch Reological_behavior_of_pipe_wall
  case 'elastic'
    CpppN1=0; CpppN2=0;
  case 'viscoelastic'
```

```
    d3=d3vec(i); CpppN1=-d3; CpppN2=d2;
end

CN=(Q_A2-B*H_A2+CpN1+CppN1+CpppN1)/(1+CpN2+CppN2);
Can=(B+CpppN2)/(1+CpN2+CppN2);
Q(i,n+1)=CN+Can*H(i,n+1);

function normal_nodes()
global nx Q H B n dt steady_friction unsteady_friction
Reological_behavior_of_pipe_wall i d2 d3vec R

for i=2:nx-1
    Q_A1=Q(i-1,n); Q_A2=Q(i+1,n); H_A1=H(i-1,n); H_A2=H(i+1,n);

switch steady_friction
  case 'frictionless'
     CpP1=0; CpP2=0; CpN1=0; CpN2=0;
  case 'first_order'
    CpP1=-R*dt*abs(Q(i-1,n))*Q(i-1,n); CpP2=0;
    CpN1=-R*dt*abs(Q(i+1,n))*Q(i+1,n); CpN2=0;
  case 'second_order'
    CpP1=0; CpP2=R*dt*abs(Q(i-1,n));
    CpN1=0; CpN2=R*dt*abs(Q(i+1,n));
end

switch unsteady_friction
   case 'no_unsteady_friction'
     CppP1=0; CppP2=0; CppN1=0; CppN2=0;
   case 'Trikha_Vardy'
   case 'Vitkovsky'
end

switch Reological_behavior_of_pipe_wall
  case 'elastic'
     CpppP1=0; CpppP2=0; CpppN1=0; CpppN2=0;
  case 'viscoelastic'
    d3=d3vec(i);
    CpppP1=d3; CpppN1=-CpppP1; CpppP2=d2; CpppN2=CpppP2;
end

CP=(Q_A1+B*H_A1+CpP1+CppP1+CpppP1)/(1+CpP2+CppP2);
CN=(Q_A2-B*H_A2+CpN1+CppN1+CpppN1)/(1+CpN2+CppN2);
Cap=(B+CpppP2)/(1+CpP2+CppP2);  Can=(B+CpppN2)/(1+CpN2+CppN2);
H(i,n+1) =-(CN-CP)/(Cap+Can);
Q(i,n+1)=CN+Can*H(i,n+1);
end

function [a1_Z1 Z2 Z3]=Zigma_once
global J To N H dt

a1_Z1=0; Z2=0;
Z3_no_coef=0;
for k=1:N
    a1_Z1=a1_Z1+J(k)/dt*(1-exp(-dt/To(k)));
    Z2=Z2+J(k)/To(k)*exp(-dt/To(k))-J(k)/dt*(1-exp(-dt/To(k)));
    Z3_no_coef=Z3_no_coef+J(k)/To(k)*exp(-dt/To(k));
end
Z3=-H(:,1)*Z3_no_coef;
```

```
function d3vec=Zigma_incre
global Ezfy H alfa ro_f g J To dt N n Z2 Z3 Di_p e A c nu

Z4=0;
for k=1:N
  if n-1<=0
     Ezfy(k,:,n)=0;
  else
Ezfy(k,:,n)=(H(:,n)-H(:,1))*(J(k)+J(k)*To(k)/dt*exp(-dt/To(k))-...
J(k)*To(k)/dt)+(H(:,n-1)-H(:,1))*(-J(k)*exp(-dt/To(k))-J(k)*To(k)/...
dt*exp(-dt/To(k))+J(k)*To(k)/dt)+exp(-dt/To(k))*Ezfy(k,:,n-1)';
  end

Z4=Z4-exp(-dt/To(k))/To(k)*Ezfy(k,:,n);
a2=H(:,n)*Z2+Z3+Z4';
d3vec=Di_p/e*A*ro_f*g*(nu*nu-1)*c*dt*alfa*(a2);
end

function input
global  c ro_f nu Di_p E_p e g f Tclose alfa...
    steady_friction unsteady_friction
Reological_behavior_of_pipe_wall...

steady_friction='frictionless';
% steady_friction='first_order';
% steady_friction='second_order';
unsteady_friction='no_unsteady_friction';
% unsteady_friction='Trikha_Vardy';
% Reological_behavior_of_pipe_wall='elastic';
Reological_behavior_of_pipe_wall='viscoelastic';

nu=0; f=0.00; %Darci Beiba. coef.

g=9.806;Di_p=50.6e-3; Do_p=63.2e-3; e=(Do_p-Di_p)/2;
E_p=(1/0.7)*1E9;ro_f=1000; alfa=1;c=404.9; %pressure wave speed
Tclose=0.00;
```

```
function test_VE_model
clc
clear var all
input
global L_p  NE dx c dt nx TT nt Hini Qini N To J

NE=30; nx=NE+1; Qini(1:nx)=1.008e-3; Hini(1:nx)=45;
nperiod=340; Lpipe=20:100:900;

calibre()
Err=zeros(1,length(Lpipe)); %Errores
for i=1:length(Lpipe)
L_p=Lpipe(i); dx=L_p/NE; dt=dx/c; TT=nperiod*4*(L_p/c);
nt=round(TT/dt);
N=5; To=[0.05 0.5 1.5 5 10];
J=[1.057E-10 1.054E-10 9.051E-11 2.617E-11 7.456E-11];
h_exact=WH_visc(N,To,J,L_p);
       %x=calibrated parameters of one element of kelvin_voit model
N=1; To=x(2); J=x(1)*1E-10;
Hnx=WH_visc(N,To,J,L_p);
Err(i)=norm(h_exact-Hnx)/sqrt(nt);
end

Err1=zeros(1,length(Lpipe));
for i=1:length(Lpipe)
L_p=Lpipe(i); dx=L_p/NE; dt=dx/c; TT=nperiod*4*(L_p/c);
nt=round(TT/dt);
N=5; To=[0.05 0.5 1.5 5 10];
J=[1.057E-10 1.054E-10 9.051E-11 2.617E-11 7.456E-11];
h_exact=WH_visc(N,To,J,L_p);
       %y=calibrated parameters of two element of kelvin_voit models
N=2; To=[y(2) y(4)]; J=[y(1)*1E-10 y(3)*1E-10];
Hnx1=WH_visc(N,To,J,L_p);
Err1(i)=norm(h_exact-Hnx1)/sqrt(nt);
end

Err2=zeros(1,length(Lpipe));
for i=1:length(Lpipe)
L_p=Lpipe(i); dx=L_p/NE; dt=dx/c; TT=nperiod*4*(L_p/c);
nt=round(TT/dt);
N=5; To=[0.05 0.5 1.5 5 10];
J=[1.057E-10 1.054E-10 9.051E-11 2.617E-11 7.456E-11];
h_exact=WH_visc(N,To,J,L_p);
       %z=calibrated parameters of three element of kelvin_voit models
N=3; To=[z(2) z(4) z(6)]; J=[z(1)*1E-10 z(3)*1E-10 z(5)*1E-10];
Hnx2=WH_visc(N,To,J,L_p);
Err2(i)=norm(h_exact-Hnx2)/sqrt(nt);
end

Err3=zeros(1,length(Lpipe));
for i=1:length(Lpipe)
L_p=Lpipe(i); dx=L_p/NE; dt=dx/c; TT=nperiod*4*(L_p/c);
nt=round(TT/dt);
N=5; To=[0.05 0.5 1.5 5 10];
J=[1.057E-10 1.054E-10 9.051E-11 2.617E-11 7.456E-11];
h_exact=WH_visc(N,To,J,L_p);
       %r=calibrated parameters of four element of kelvin_voit models
```

```
N=4; To=[r(2) r(4) r(6) r(8)];
J=[r(1)*1E-10 r(3)*1E-10 r(5)*1E-10 r(7)*1E-10];
Hnx3=WH_visc(N,To,J,L_p);
Err3(i)=norm(h_exact-Hnx3)/sqrt(nt);
end

subplot(2,2,1);plot(Lpipe,Err,'bo-');ylabel('{\itE}(m)');
title('{\itN_k_v}=1');
subplot(2,2,2);plot(Lpipe,Err1,'bo-');ylabel('{\itE}(m)');
title('{\itN_k_v}=2');
subplot(2,2,3);plot(Lpipe,Err2,'bo-');xlabel('{\itL}(m)');
ylabel('{\itE}(m)');title('{\itN_k_v}=3');
subplot(2,2,4);plot(Lpipe,Err3,'bo-');xlabel('{\itL}(m)');
ylabel('{\itE}(m)');title('{\itN_k_v}=4');

function calibre
global k t n nt J_t x y z r
L_p=20; NE=30; dx=L_p/NE; c=404.9;dt=dx/c;nperiod=340;
TT=nperiod*4*L_p/c;
nt=floor(TT/dt);
N=5;
To=[0.05 0.5 1.5 5 10];
J=[1.057E-10 1.054E-10 9.051E-11 2.617E-11 7.456E-11];

for n=1:nt-1
    t=n*dt;
    Jr=0;
    for k=1:N
        Jr=Jr+J(k)*(1-exp(-t/To(k)));
    end
    J_t(n)=Jr;   %creep function
end
Jt10=J_t*1e10;
t=(1:nt-1)*dt;

pp=@(x)sum((Jt10-(x(1)*(1-exp(-t/x(2))))).^2);
options=optimset('TolFun',1e-24,'TolX',1e-13);
lb=[0.0001;0.0001];
ub=[50;50];
[x,fval,exitflag]=fmincon(pp,[1 0.01],[],[],[],[],lb,ub,[],options)

mm=@(y)sum((Jt10-(y(1)*(1-exp(-t/y(2)))+y(3)*(1-exp(-t/y(4))))).^2);
options=optimset('TolFun',1e-24,'TolX',1e-13);
lb=[0.0001;0.0001;0.0001;0.0001];
ub=[50;50;50;50];
[y,fval,exitflag]=fmincon(mm,[1 0.01 1
0.01],[],[],[],[],lb,ub,[],options)

ww=@(z)sum((Jt10-(z(1)*(1-exp(-t/z(2)))+z(3)*(1-exp(-t/z(4)))+z(5)*...
(1-exp(-t/z(6))))).^2);
options=optimset('TolFun',1e-24,'TolX',1e-13);
lb=[0.0001;0.0001;0.0001;0.0001;0.0001;0.0001];
ub=[50;50;50;50;50;50];
[z,fval,exitflag]=fmincon(ww,[1 0.01 1 0.01 1
0.01],[],[],[],[],lb,ub,...
[],options)

ee=@(r)sum((Jt10-(r(1)*(1-exp(-t/r(2)))+r(3)*(1-exp(-t/r(4)))+r(5)*...
(1-exp(-t/r(6)))+r(7)*(1-exp(-t/r(8))))).^2);
```

```
options=optimset('TolFun',1e-24,'TolX',1e-13);
lb=[0.01;0.0001;0.01;0.0001;0.01;0.0001;0.01;0.0001];
ub=[10;10;10;10;10;10;10;10];
[r,fval,exitflag]=fmincon(ee,[1 0.01 1 0.01 1 0.01 1
0.01],[],[],[],[],...
lb,ub,[],options)

function [Hnx]=WH_visc(N,To,J,L_p)
global c dt nx nt ro_f nu Di_p e Hini Qini g
global A Q H B n  Ezfy d2 a1_Z1 Z2 Z3 alfa

A=pi*0.25*Di_p^2; Q=zeros(nx,nt); H=zeros(nx,nt); Ezfy=zeros(N,nx,nt);

%initial & boundary conditions
Q(:,1)=Qini; H(:,1)=Hini; H(1,:)=Hini(1);

[a1_Z1 Z2 Z3]=Zigma_once;
d2=c*A*dt*(1-nu*nu)*Di_p/e*ro_f*g*alfa*a1_Z1;

global f co_p R d3vec
co_p=2*c*A*dt*nu; B=g*A/c; R=f/(2*Di_p*A);
for n=1:nt-1
    d3vec=Zigma_incre;
    reservoir_node()
    valve_node()
    normal_nodes()
end
Hnx=H(nx,:);

function valve_node()
global nx Q H B n dt i d2 d3vec R ...
steady_friction unsteady_friction Reological_behavior_of_pipe_wall ...

i=nx; Q_A1=Q(i-1,n); H_A1=H(i-1,n);
switch steady_friction
 case 'frictionless'
  CpP1=0; CpP2=0;
 case 'first_order'
  CpP1=-R*dt*abs(Q(i-1,n))*Q(i-1,n);  CpP2=0;
 case 'second_order'
  CpP1=0;  CpP2=R*dt*abs(Q(i-1,n));
end

switch unsteady_friction
  case 'no_unsteady_friction'
  CppP1=0; CppP2=0;
  case 'Trikha_Vardy'
  case 'Vitkovsky'
end

switch Reological_behavior_of_pipe_wall
  case 'elastic'
    CpppP1=0; CpppP2=0;
  case 'viscoelastic'
    d3=d3vec(i); CpppP1=d3; CpppP2=d2;
end

CP=(Q_A1+B*H_A1+CpP1+CppP1+CpppP1)/(1+CpP2+CppP2);
```

```
Cap=(B+CpppP2)/(1+CpP2+CppP2);
H(i,n+1)=(CP-Q(i,n+1))/Cap;

function reservoir_node
global Q H B n dt i d2 d3vec R ...
    steady_friction unsteady_friction Reological_behavior_of_pipe_wall

i=1; Q_A2=Q(i+1,n); H_A2=H(i+1,n);
switch steady_friction
   case 'frictionless'
     CpN1=0; CpN2=0;
   case 'first_order'
     CpN1=-R*dt*abs(Q(i+1,n))*Q(i+1,n);  CpN2=0;
   case 'second_order'
     CpN1=0; CpN2=R*dt*abs(Q(i+1,n));
end

switch unsteady_friction
   case 'no_unsteady_friction'
     CppN1=0; CppN2=0;
   case 'Trikha_Vardy'
   case 'Vitkovsky'
end

switch Reological_behavior_of_pipe_wall
  case 'elastic'
    CpppN1=0; CpppN2=0;
  case 'viscoelastic'
    d3=d3vec(i); CpppN1=-d3; CpppN2=d2;
end

CN=(Q_A2-B*H_A2+CpN1+CppN1+CpppN1)/(1+CpN2+CppN2);
Can=(B+CpppN2)/(1+CpN2+CppN2);
Q(i,n+1)=CN+Can*H(i,n+1);

function normal_nodes()
global nx Q H B n dt i d2 d3vec R ...
    steady_friction unsteady_friction Reological_behavior_of_pipe_wall

for i=2:nx-1
    Q_A1=Q(i-1,n); Q_A2=Q(i+1,n); H_A1=H(i-1,n); H_A2=H(i+1,n);

switch steady_friction
  case 'frictionless'
    CpP1=0; CpP2=0; CpN1=0; CpN2=0;
  case 'first_order'
    CpP1=-R*dt*abs(Q(i-1,n))*Q(i-1,n); CpP2=0;
    CpN1=-R*dt*abs(Q(i+1,n))*Q(i+1,n); CpN2=0;
  case 'second_order'
    CpP1=0; CpP2=R*dt*abs(Q(i-1,n)); CpN1=0; CpN2=R*dt*abs(Q(i+1,n));
end

switch unsteady_friction
   case 'no_unsteady_friction'
     CppP1=0; CppP2=0; CppN1=0; CppN2=0;
   case 'Trikha_Vardy'
   case 'Vitkovsky'
end
```

```
switch Reological_behavior_of_pipe_wall
  case 'elastic'
     CpppP1=0; CpppP2=0; CpppN1=0; CpppN2=0;
  case 'viscoelastic'
    d3=d3vec(i); CpppP1=d3; CpppN1=-CpppP1; CpppP2=d2; CpppN2=CpppP2;
end

CP=(Q_A1+B*H_A1+CpP1+CppP1+CpppP1)/(1+CpP2+CppP2);
CN=(Q_A2-B*H_A2+CpN1+CppN1+CpppN1)/(1+CpN2+CppN2);
Cap=(B+CpppP2)/(1+CpP2+CppP2);  Can=(B+CpppN2)/(1+CpN2+CppN2);
H(i,n+1) =-(CN-CP)/(Cap+Can);      Q(i,n+1)=CN+Can*H(i,n+1);
end

function [a1_Z1 Z2 Z3]=Zigma_once
global J To N H dt

a1_Z1=0; Z2=0; Z3_no_coef=0;
for k=1:N
    a1_Z1=a1_Z1+J(k)/dt*(1-exp(-dt/To(k)));
    Z2=Z2+J(k)/To(k)*exp(-dt/To(k))-J(k)/dt*(1-exp(-dt/To(k)));
    Z3_no_coef=Z3_no_coef+J(k)/To(k)*exp(-dt/To(k));
end
Z3=-H(:,1)*Z3_no_coef;

function d3vec=Zigma_incre
global Ezfy H alfa ro_f g J To dt N n Z2 Z3 Di_p e A c nu

Z4=0;
for k=1:N
  if n-1<=0
     Ezfy(k,:,n)=0;
  else
Ezfy(k,:,n)=(H(:,n)-H(:,1))*(J(k)+J(k)*To(k)/dt*exp(-dt/To(k))-...
J(k)*To(k)/dt)+(H(:,n-1)-H(:,1))*(-J(k)*exp(-dt/To(k))-J(k)*To(k)/...
dt*exp(-dt/To(k))+J(k)*To(k)/dt)+exp(-dt/To(k))*Ezfy(k,:,n-1)';
  end
Z4=Z4-exp(-dt/To(k))/To(k)*Ezfy(k,:,n);
a2=H(:,n)*Z2+Z3+Z4';
d3vec=Di_p/e*A*ro_f*g*(nu*nu-1)*c*dt*alfa*(a2);
end

function input
global  c ro_f nu Di_p E_p e g f Tclose alfa...
    steady_friction unsteady_friction
Reological_behavior_of_pipe_wall...

steady_friction='frictionless';
% steady_friction='first_order';
% steady_friction='second_order';
unsteady_friction='no_unsteady_friction';
% unsteady_friction='Trikha_Vardy';
% Reological_behavior_of_pipe_wall='elastic';
Reological_behavior_of_pipe_wall='viscoelastic';

nu=0; f=0.00; g=9.806; Di_p=50.6e-3; Do_p=63.2e-3; e=(Do_p-Di_p)/2;
ro_f=1000; alfa=1;c=404.9; %E_p=(1/0.7)*1E9; %Tclose=0.00;
```

```
function test_VE_model
clc
clear var all
input
global  x0 L_p  NE dx c dt nx TT nt Hini Qini N To J h_exact nperiod

NE=30; nx=NE+1;Qini(1:nx)=1.008e-3; Hini(1:nx)=45; nperiod=340;
L_p=2500; TT=4*nperiod*(L_p/c); dx=L_p/NE; dt=dx/c; nt=round(TT/dt);

N=5; To=[0.05 0.5 1.5 5 10];
J=[1.057E-10 1.054E-10 9.051E-11 2.617E-11 7.456E-11];
h_exact=WH_visc(N,To,J,L_p);

x0=[1 1 1 1];
options=optimset('TolFun',1e-6,'TolX',1e-6);
lb=[0.001;0.001;0.001;0.001];
ub=[50;50;50;50];
x =fmincon(@FUN,x0,[],[],[],[],lb,ub,[],options)

function RSS= FUN(x)
global L_p  NE dx c dt nx TT nt Hini Qini N To J h_exact Hnx

NE=30; nx=NE+1;Qini(1:nx)=1.008e-3; Hini(1:nx)=45; nperiod=340;
L_p=20;TT=4*nperiod*(L_p/c); dx=L_p/NE; dt=dx/c; nt=round(TT/dt);

N=4; To=[0.05 0.5 1.5 5]; J=1E-10*x;
Hnx=WH_visc(N,To,J,L_p);
RSS=sum((h_exact-Hnx).^2);

function y=WH_visc(N,To,J,L_p)
global c dt nx nt ro_f nu Di_p e Hini Qini g
global A Q H B n  Ezfy d2 a1_Z1 Z2 Z3 alfa

A=pi*0.25*Di_p^2; Q=zeros(nx,nt); H=zeros(nx,nt); Ezfy=zeros(N,nx,nt);
%initial & boundary conditions
Q(:,1)=Qini; H(:,1)=Hini; H(1,:)=Hini(1);

[a1_Z1 Z2 Z3]=Zigma_once;
d2=c*A*dt*(1-nu*nu)*Di_p/e*ro_f*g*alfa*a1_Z1;

global f co_p R d3vec
co_p=2*c*A*dt*nu; B=g*A/c; R=f/(2*Di_p*A);

for n=1:nt-1
    d3vec=Zigma_incre;
    reservoir_node()
    valve_node()
    normal_nodes()
end
y=H(nx,:);

function valve_node()
global nx Q H B n dt i d2 d3vec R ...
    steady_friction unsteady_friction Reological_behavior_of_pipe_wall
```

```
i=nx; Q_A1=Q(i-1,n); H_A1=H(i-1,n);
switch steady_friction
 case 'frictionless'
  CpP1=0; CpP2=0;
 case 'first_order'
  CpP1=-R*dt*abs(Q(i-1,n))*Q(i-1,n);  CpP2=0;
 case 'second_order'
  CpP1=0;  CpP2=R*dt*abs(Q(i-1,n));
end

switch unsteady_friction
  case 'no_unsteady_friction'
  CppP1=0; CppP2=0;
  case 'Trikha_Vardy'
  case 'Vitkovsky'
end

switch Reological_behavior_of_pipe_wall
  case 'elastic'
    CpppP1=0; CpppP2=0;
  case 'viscoelastic'
    d3=d3vec(i); CpppP1=d3; CpppP2=d2;
end

CP=(Q_A1+B*H_A1+CpP1+CppP1+CpppP1)/(1+CpP2+CppP2);
Cap=(B+CpppP2)/(1+CpP2+CppP2);
H(i,n+1)=(CP-Q(i,n+1))/Cap;

function reservoir_node
global Q H B n dt i d2 d3vec R ...
    steady_friction unsteady_friction Reological_behavior_of_pipe_wall
...

i=1; Q_A2=Q(i+1,n); H_A2=H(i+1,n);
switch steady_friction
   case 'frictionless'
     CpN1=0; CpN2=0;
   case 'first_order'
     CpN1=-R*dt*abs(Q(i+1,n))*Q(i+1,n);  CpN2=0;
   case 'second_order'
     CpN1=0; CpN2=R*dt*abs(Q(i+1,n));
end

switch unsteady_friction
   case 'no_unsteady_friction'
     CppN1=0; CppN2=0;
   case 'Trikha_Vardy'
   case 'Vitkovsky'
end

switch Reological_behavior_of_pipe_wall
  case 'elastic'
    CpppN1=0; CpppN2=0;
  case 'viscoelastic'
    d3=d3vec(i); CpppN1=-d3; CpppN2=d2;
end

CN=(Q_A2-B*H_A2+CpN1+CppN1+CpppN1)/(1+CpN2+CppN2);
```

```
Can=(B+CpppN2)/(1+CpN2+CppN2);
Q(i,n+1)=CN+Can*H(i,n+1);

function normal_nodes()
global nx Q H B n dt steady_friction unsteady_friction ...
       Reological_behavior_of_pipe_wall i d2 d3vec R

for i=2:nx-1
    Q_A1=Q(i-1,n); Q_A2=Q(i+1,n); H_A1=H(i-1,n); H_A2=H(i+1,n);

switch steady_friction
  case 'frictionless'
     CpP1=0; CpP2=0; CpN1=0; CpN2=0;
  case 'first_order'
    CpP1=-R*dt*abs(Q(i-1,n))*Q(i-1,n); CpP2=0;
    CpN1=-R*dt*abs(Q(i+1,n))*Q(i+1,n); CpN2=0;
  case 'second_order'
    CpP1=0; CpP2=R*dt*abs(Q(i-1,n));
    CpN1=0; CpN2=R*dt*abs(Q(i+1,n));
end

switch unsteady_friction
   case 'no_unsteady_friction'
     CppP1=0; CppP2=0; CppN1=0; CppN2=0;
   case 'Trikha_Vardy'
   case 'Vitkovsky'
end

switch Reological_behavior_of_pipe_wall
  case 'elastic'
     CpppP1=0; CpppP2=0; CpppN1=0; CpppN2=0;
  case 'viscoelastic'
    d3=d3vec(i);
    CpppP1=d3; CpppN1=-CpppP1; CpppP2=d2; CpppN2=CpppP2;
end

CP=(Q_A1+B*H_A1+CpP1+CppP1+CpppP1)/(1+CpP2+CppP2);
CN=(Q_A2-B*H_A2+CpN1+CppN1+CpppN1)/(1+CpN2+CppN2);
Cap=(B+CpppP2)/(1+CpP2+CppP2);  Can=(B+CpppN2)/(1+CpN2+CppN2);
H(i,n+1) =-(CN-CP)/(Cap+Can);
Q(i,n+1)=CN+Can*H(i,n+1);
end

function [a1_Z1 Z2 Z3]=Zigma_once
global J To N H dt

a1_Z1=0; Z2=0;
Z3_no_coef=0;
for k=1:N
    a1_Z1=a1_Z1+J(k)/dt*(1-exp(-dt/To(k)));
    Z2=Z2+J(k)/To(k)*exp(-dt/To(k))-J(k)/dt*(1-exp(-dt/To(k)));
    Z3_no_coef=Z3_no_coef+J(k)/To(k)*exp(-dt/To(k));
end
Z3=-H(:,1)*Z3_no_coef;

function d3vec=Zigma_incre
global Ezfy H alfa ro_f g J To dt N n Z2 Z3 Di_p e A c nu
```

```
Z4=0;
for k=1:N
  if n-1<=0
     Ezfy(k,:,n)=0;
  else
Ezfy(k,:,n)=(H(:,n)-H(:,1))*(J(k)+J(k)*To(k)/dt*exp(-dt/To(k))-...
J(k)*To(k)/dt)+(H(:,n-1)-H(:,1))*(-J(k)*exp(-dt/To(k))-J(k)*To(k)/...
dt*exp(-dt/To(k))+J(k)*To(k)/dt)+exp(-dt/To(k))*Ezfy(k,:,n-1)';
  end

Z4=Z4-exp(-dt/To(k))/To(k)*Ezfy(k,:,n);
a2=H(:,n)*Z2+Z3+Z4';
d3vec=Di_p/e*A*ro_f*g*(nu*nu-1)*c*dt*alfa*(a2);
end

function input
global  c ro_f nu Di_p E_p e g f Tclose alfa...
    steady_friction unsteady_friction
Reological_behavior_of_pipe_wall...

steady_friction='frictionless';
% steady_friction='first_order';
% steady_friction='second_order';
unsteady_friction='no_unsteady_friction';
% unsteady_friction='Trikha_Vardy';
% Reological_behavior_of_pipe_wall='elastic';
Reological_behavior_of_pipe_wall='viscoelastic';

nu=0; f=0.00; g=9.806;
Di_p=50.6e-3; Do_p=63.2e-3; e=(Do_p-Di_p)/2;
E_p=(1/0.7)*1E9;
ro_f=1000; alfa=1;c=404.9;
Tclose=0.00;
```

منابع

منابع فارسی:

۱- کرامت، آ، ۱۳۸۹، رساله دکتری، " بررسی اندرکنش سیال_سازه در سیستم های ویسکوالاستیک با در نظر گرفتن جدایی ستون مایع"، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود.

منابع انگلیسی:

1- Brinson, H.F., Brinson, L.C.,(**2008**), "**Polymer engineering science and viscoelasticity, an introduction**", Springer.

2- Covas, D., Stoianov, I., Mano, J., Ramos, H., Graham, N., and Maksimovic, C., (**2004a**) "The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients. Part I—Experimental analysis and creep characterization." **IAHR Journal of Hydraulic Research**, **42(5)**, **516–530**.

3- Covas, D., Stoianov, I., Mano, J., Ramos, H., Graham, N., and Maksimovic, C., (**2005**) "The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients. Part II—Model development, calibration and verification." **IAHR Journal of Hydraulic Research**, **43(1)**, **56–70**.

4- Covas, D., Stoianov, I., Ramos, H., Graham, N., and Maksimovic, C., Butler, D. , (**2004b**) "Water hammer in pressurized polyethylene pipes: conceptual model and experimental analysis"., **Urban Water Journal**, **1(2)**, **177-197**.

5- Ferrante,M., Capponi, C., (**2017**) "comparison of viscoelastic models with a different number of parameters for transient simulations" ,**journal of Hydroinformatics**.

6- Gray, C. A. (**1953**). "The Analysis of the Dissipation of Energy in water hammer". **119**, **1176- 1194**.

7- Güney, M. S. (**1983**). "**Waterhammer in viscoelastic pipes where crosssection parameters are time dependent**." Proc., 4th Int. Conf. on Pressure Surges, BHRA, Bath, U.K., **189–209**.

8- Keramat, A., Haghighi, A., (**2014**) "Staight forward transient based approach for the creep function determination in viscoelastic pipes" **J.Hydraul.Eng**., **140(12)**, **04014058**.

9- Pezzinga, G., Brunone, B., M.ASCE, Meniconi, S., (**2016**) "Relevance of pipe period on kelvin voight viscoelastic parameters: 1D and 2D inverse transient analysis" **J. Hydraul. Eng**, **142(12)**, **04016063**

10- Pezzinga, G. (2014). "Evaluation of time evolution of mechanical parameters of polymeric pipes by unsteady flow runs." **J. Hydraul. Eng., 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000925, 04014057.**

11- Ruus, E. (**1966**). "Optimum Rate of closure of Hydraulic Turbine Gates". presented at Amer. Soc. Mech. Engrs. Engineering Inst. Of Canada conference, Denver, Colorado.

12- Soares, A.K., Covas, D.I.C., Reis, L.F., (**2008**), "Analysis of PVC pipe-wall viscoelasticity during water hammer", **ASCE Journal of Hydraulic Engineering**, **134(9)**, **1389-1394**.

13- Soares, A. K., Covas, D. I. C. & Reis, L. F. R. (**2011**), "Leak detection by inverse transient analysis in an experimental PVC pipe system". **Journal of Hydroinformatics** ,**13 (2)**, pp**153–166**.

14- Streeter, V. L., & Lai, C. (**1963**). "waterhammer Analysis Including Fluid 664 Friction. 128, 1491-1524 .

15- Tijsseling, A.S.(**1993**), “Fluid-structure interaction in case of water hammer with cavitation”, PhD Thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands,.

16- Tijsseling, A.S. (**2007**), “Water hammer with fluid-structure interaction in thick-walled pipes”, **Journal of Computers & Structures, 85, 844-851.**

17- Wahba, E.M., (**2008**). “Modelling the attenuation of laminar fluid transients in piping systems”. **Appl. Math. Model. 32 (12), 2863–2871**.

18- Wahba, E.M., (**2017**) “on the two_dimentional characteristics of laminar fluid transient in viscoelastic pipes” **jornal of fluids and structures, 68, pp 113-124**.

19- Warda, H.A., Kandil, H.A., Elmiligui, A.A., Wahba, E.M., (**2001**). “Modeling pressure transients in viscoelastic pipes”. **Alex. Eng. J. 40 (6), 797–809**

20- Watters, G.Z., (**1984)**. “Analysis and Control of Unsteady Flow in Pipelines”. **Butterworths, Boston**.

21- Wineman, A.S., Rajagopal, K.R., (**2000**), “Mechanical response of polymers: an introduction”, Cambridge University Press.

22- Wylie, E. Benjamin, Streeter, Victor L., Suo Lisheng, , (**1993**) “Fluid Transients in Systems”, Prentice Hall.

Abstract

Due to the great benefits of viscoelastic pipes, the use of these pipes in various systems is rapidly increasing. The Kelvin–Voigt method is used to model the viscoelastic behavior of the pipe. In this model, the spring, along with a number of different elements of the spring and dashpot in a parallel composition, are in series. The results of this modeling are presented in the form of an additional term in the hydraulic equations of flow in the elastic pipes. The purpose of this study was to investigate the importance of the number of Kelvin–Voigt model elements and pipe lengths that can have a significant effect on the results of the curve of the creep response function and the pressures and velocities resulting from the impact of the water hammer in viscoelastic tubes, as well as the effect of pipe length on the results of the calibration of the viscoelastic parameters are investigated by the inverse transient-flow dissipation method. In this research, the parameters of different elements of the Kelvin–Voigt model are calibrated using the fmincon optimization function whose objective function is calibrated using the sum of squares of residues between values with precise elements and values with unknown elements. These values are defined in the objective function using two creeping functions and pressure. The calibration of parameters using the creep function is first introduced in this thesis. The governing equations for the simulation of unsteady flow are the hydraulic equations of flow in viscoelastic pipes, which are used to solve explicit characteristics method. By calibrating the parameters using the creeping function, the creep function error decreases with increasing number of elements. The pressure error is also reduced by increasing the number of elements and increasing the length of the pipe. In the calibration of parameters using pressure, in larger lengths, the pressure head error decreases with increasing number of elements.

key words: Kelvin–Voigt model, water hammer, Calibration, Creep function, viscoelastic

Shahrood University of Technology

Civil Engineering Department

Investigation of the Sensitivity of the Kelvin-voigt Model on the Main Frequency of Water Hammer in Viscoelastic Pipes

Aysahra Arniazi

Supervisor:

Dr. Ahmadi

Advisor:

Dr. Alireza Keramat

August 2018