

سُبْحَانَكَ يَا عَزِيزُ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی سازه

کاربرد بهینه سازی توپولوژی در پایش سلامت سازه های

دو بعدی پیوسته

نگارنده: سیده مریم اسلامی

استاد راهنما:

دکتر سید مهدی توکلی

شهریور ۱۳۹۷



دانشکده: عمران

گروه: سازه

پایان نامه کارشناسی ارشد خانم سیده مریم اسلامی به شماره دانشجویی: ۹۴۰۲۱۱۴

تحت عنوان:

کاربرد بهینه سازی توپولوژی در پایش سلامت سازه های دو بعدی پیوسته

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه
مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی: دکتر سید مهدی توکلی

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی:		نام و نام خانوادگی:
			نام و نام خانوادگی:

تقدیم به

پدر و مادر نازنینم که دعای خیرشان، همواره بدرقه راهم بوده...

تشکر و قدردانی

بر خود لازم می دانم از کلیه ی کسانی که من را در تدوین و نگارش این پایان نامه یاری نمودند، صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم.

از جناب آقای دکتر سید مهدی توکلی که حقیقتاً خیلی فراتر از یک استاد راهنما و کلیه ی مراحل انجام این پژوهش با خوشرویی، یاری و راهنمایی نمودند و وقت خود را بی منت در اختیار من گذاشتند نهایت سپاس را دارم.

از دوستان گرامی، آقایان فرهاد عبداللہی و جمشید شمسیری هم که در انجام این پایان نامه هم فکری و همکاری نموده اند، تشکر می نمایم.

هم چنین از تمامی اساتید گرامی و دوستانی که مراد به شکر رساندن این پایان نامه بهرایی کرده اند، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

تعهد نامه

اینجانب سیده مریم اسلامی دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی سازه دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه "کاربرد بهینه سازی توپولوژی در پایش سلامت سازه های دو بعدی پیوسته" تحت راهنمایی دکتر سید مهدی توکلی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه شاهرود» و یا «Shahrood University» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

پایش سلامت سازه به بررسی و ارزیابی صحت عملکرد سازه در طول عمر مفید آن می‌پردازد. دریافت پاسخ سازه در برابر بارهای دینامیکی، محاسبه مشخصات دینامیکی سازه و تشخیص آسیب احتمالی از جمله اهداف پایش سلامت سازه به‌شمار می‌روند. نظارت بر سلامت سازه‌های عمرانی و تشخیص آسیب‌های آن در مراحل اولیه از موضوعات مورد توجه می‌باشد. آسیب در سازه به کلیه عواملی اطلاق می‌گردد که باعث به وجود آمدن اثرات سوء در عملکرد مفید آن می‌شود. در این پایان نامه منظور از آسیب، کاهش سختی و جرم سازه می‌باشد. روش‌های شناسایی خرابی در سازه‌ها به‌منظور یافتن محل و شدت خرابی آن‌ها می‌باشد؛ لذا شناسایی خرابی، نخستین گام برای سیستم‌های کنترل سلامت سازه است. هدف این بخش، آن است که با در نظر گرفتن آسیب به صورت کاهش مصالح، که منجر به کاهش سختی می‌شود، سازه مدل شده و با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی، شناسایی محل و شدت آسیب صورت پذیرد. در مسئله بهینه‌سازی توابع هدف مختلفی مورد بررسی قرار گرفته است و در نهایت بهترین تابع هدف، به‌منظور کمینه‌کردن اختلاف شکل مودها بین سازه اصلی و مدل محاسباتی، به‌عنوان تابع پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفته است. در این پایان نامه از روش عددی اجزای محدود برای تحلیل و محاسبه پارامترهای مورد نیاز استفاده شده است. به‌این منظور، اختلاف مشخصات دینامیکی سازه واقعی و مدل محاسباتی کمینه می‌گردد. برای حل مسئله بهینه‌سازی از روش تندترین شیب نزولی استفاده شده است و تحلیل حساسیت تابع هدف نسبت به متغیرهای طراحی انجام شده است. در انتها شش مثال عددی برای صحت‌سنجی و کارایی روش پیشنهادی، ارائه شده است. در این مثال‌ها محل و شدت آسیب بررسی گردیده است.

کلمات کلیدی: بهینه‌سازی توپولوژی، پایش سلامت سازه، شناسایی آسیب، تندترین شیب نزولی، جستجوی طلایی

۱- شناسایی آسیب و پایش سلامت سازه با استفاده از روش بهینه سازی توپولوژی (یازدهمین

کنگره بین المللی مهندسی عمران)

2- Structural Damage Detection by Using Topology Optimization for Plane Stress Problems (International Journal of Optimization in Civil Engineering)

فهرست مطالب.....صفحه

فصل اول مقدمه و کلیات	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۲-۱- ساختار پایان نامه	۴
فصل دوم مروری بر پایش سلامت سازه	۷
۱-۲- مقدمه	۸
۲-۲- مبانی مسئله شناسایی آسیب و روش های مختلف آن	۹
۲-۲-۱- آزمایش های مخرب	۹
۲-۲-۲- آزمایش های غیر مخرب	۱۰
۲-۲-۳- آزمایش های غیر مستقیم و معکوس	۱۱
۳-۲- پایش سلامت سازه	۱۵
۱-۳-۲- مقدمه	۱۵
۲-۳-۲- مراحل پایش سلامت	۱۶
۳-۳-۲- پایش دینامیکی سلامت سازه	۱۸
۴-۲- شناسایی آسیب	۱۹
۱-۴-۲- مقدمه	۱۹
۲-۴-۲- شناسایی موضعی و عمومی خرابی در سازه ها	۲۱
۵-۲- شناسایی سیستم	۲۲
۲-۵-۱- الگوریتم تحقق سیستم ویژه	۲۳
۲-۵-۲- مشاهده پذیری	۲۴
۳-۵-۲- انتخاب سیستم مورد بررسی	۲۵
۶-۲- مسائل تنش مسطح سازه های گسسته	۲۶
۱-۶-۲- جابه جایی ها، کرنش ها و تنش ها	۲۷

۲۸.....	۲-۶-۲-شرایط مرزی
۲۸.....	۲-۶-۳-گسسته سازی المان محدود
۲۹.....	۲-۶-۴-درونیابی جابه جایی ها
۲۹.....	۲-۶-۵-انرژی المان
۳۱.....	۲-۶-۶-المان چهارگره‌ی Q4
۳۵.....	فصل سوم شناسایی آسیب با استفاده از بهینه سازی توپولوژی
۳۶.....	۳-۱-مقدمه
۳۷.....	۳-۲-فرم ریاضی عمومی برای یک مسئله بهینه سازی سازه‌ای
۳۹.....	۳-۳-انواع مسائل بهینه سازی سازه‌ای
۴۰.....	۳-۴-مسئله عمومی بهینه سازی توپولوژی
۴۱.....	۳-۵-مسئله بهینه سازی توپولوژی برای شناسایی آسیب
۴۲.....	۳-۶-انواع تابع هدف
۵۰.....	۳-۷-تابع هدف مورد استفاده در بهینه‌سازی
۵۰.....	۳-۷-۱-تغییرات فرکانس (مقادیر ویژه)
۵۱.....	۳-۷-۲-تغییرات شکل مودی (بردارهای ویژه)
۵۲.....	۳-۷-۳-ترکیب تغییرات فرکانس و شکل مودی
۵۲.....	۳-۸-روش مصالح مصنوعی همسانگرد با اعمال جریمه
۵۶.....	۳-۹-مسئله دینامیک
۵۷.....	۳-۱۰-تحلیل حساسیت
۵۸.....	۳-۱۰-۱-روش تفاضل محدود
۵۸.....	۳-۱۰-۲-مشتق گیری تحلیلی
۶۱.....	۳-۱۱-روش بهینه سازی تندترین شیب نزولی
۶۴.....	۳-۱۲-روش جستجوی طلایی برای پیدا کردن گام حرکت
۶۷.....	۳-۱۳-روش پیوسته سازی

۶۸	۳-۱۴-ساختار برنامه کامپیوتری تهیه شده.....
۷۱	فصل چهارم مثال های عددی.....
۷۲	۴-۱-مقدمه.....
۷۲	۴-۲-مدل ۱.....
۷۴	۴-۳-مدل ۲.....
۷۶	۴-۴-مدل ۳.....
۷۹	۴-۵-مدل ۴.....
۸۰	۴-۶-مدل ۵.....
۸۳	۴-۷-مدل ۶.....
۸۷	فصل پنجم نتایج و پیشنهادات.....
۸۸	۵-۱-مقدمه.....
۸۸	۵-۲-نتایج.....
۸۹	۵-۳-پیشنهاها:.....
۹۰	مراجع.....

فهرست اشکال.....صفحه

شکل ۱-۳ ریز سلول‌ها با حفره‌های مستطیلی.....	۵۳
شکل ۲-۳ سلول واحد مربعی با حفره مستطیلی در مرکز آن در مقیاس میکروسکوپی.....	۵۴
شکل ۳-۳ مقطعی از روش جستجوی طلایی.....	۶۶
شکل ۴-۳ تعیین اولین نقطه متوسط.....	۶۶
شکل ۵-۳ تعیین دومین نقطه متوسط.....	۶۶
شکل ۱-۴ تیر طره ۹۰۰ المانی.....	۷۳
شکل ۲-۴ نتیجه اجرای برنامه بهینه سازی پس از ۳۰۰ تکرار.....	۷۳
شکل ۳-۴ نتیجه پس از ۲۰۰ تکرار با در نظر گرفتن ۱۰ مود اولیه.....	۷۴
شکل ۴-۴ تیر طره با ۱۳۵۰ المان و خرابی مورب.....	۷۵
شکل ۵-۴ نتایج برنامه بهینه سازی برای تکرارهای مختلف.....	۷۵
شکل ۶-۴ نمودار بهینه سازی برای ۱۰۰ گام تکرار.....	۷۶
شکل ۷-۴ تیر طره ۹۰۰ المانی با دو خرابی با شدت‌های متفاوت.....	۷۷
شکل ۸-۴ نتایج برنامه بهینه سازی برای تکرارهای مختلف.....	۷۸
شکل ۹-۴ نمودار بهینه سازی برای ۱۰۰ گام تکرار.....	۷۹
شکل ۱۰-۴ تیر دو سر مفصل ۱۰۰۰ المانی با دو المان کاملاً آسیب دیده.....	۷۹
شکل ۱۱-۴ نتایج برنامه بهینه سازی برای تکرارهای مختلف.....	۸۰
شکل ۱۲-۴ نمودار بهینه سازی برای ۲۰۰ گام تکرار.....	۸۰
شکل ۱۳-۴ تیر L شکل ۱۲۰۰ المانی با خرابی به صورت ترک و شدت‌های مختلف.....	۸۱
شکل ۱۴-۴ نتایج برنامه بهینه سازی برای تکرارهای مختلف.....	۸۲
شکل ۱۵-۴ نمودار بهینه سازی برای ۲۰۰ گام تکرار.....	۸۳
شکل ۱۶-۴ مدل پل با ۱۰۲۴ المان و سه ناحیه آسیب‌دیده با شدت‌های متفاوت.....	۸۳
شکل ۱۷-۴ نتایج بهینه سازی برای تکرارهای مختلف.....	۸۴
شکل ۱۸-۴ نمودار بهینه سازی برای ۱۲۰ گام تکرار.....	۸۵

فهرست جدول صفحه

جدول ۱-۴ خطای شدت آسیب موجود در مدل ۵ ۸۲

جدول ۲-۴ خطای شدت آسیب موجود در مدل ۶ ۸۴

فصل اول

مقدمه و کلیات

۱-۱- مقدمه

تحقیقات زیادی به پایش سلامت سازه اختصاص یافته است که عبارتند از فرآیند پیاده‌سازی روش‌های شناسایی آسیب برای سازه‌ها. شناسایی ویژگی‌های کیفیتی یک سازه با استفاده از داده‌های ورودی-خروجی یا داده‌های خروجی تنها، از محبوب‌ترین رویکردهای شناسایی سیستم‌های سازه‌ای‌اند که برای شناسایی آسیب مورد استفاده قرار می‌گیرند [1]. پاسخ اندازه‌گیری شده سازه تحت نیروی کم دامنه یا ارتعاش محیطی به‌منظور استخراج ویژگی‌های کیفیتی یک سیستم دینامیکی میرای الاستیک خطی، استفاده می‌شود. هنگامی که یک سازه آسیب می‌بیند یا ویژگی‌های مصالح یا ویژگی‌های هندسی آن تغییر می‌کند، ویژگی‌های شناسایی شده سازه، متفاوت از ویژگی‌های آن در حالت بدون آسیب است. این تغییرات در پارامترهای شناسایی شده یا ویژگی‌های استخراج شده از آن‌ها، می‌توانند به‌منظور شناسایی آسیب در سازه مورد استفاده قرار بگیرند. با این حال، شناسایی آسیب در سازه‌ها، مبتنی بر شناسایی به دلایلی که در ادامه ذکر خواهند شد مورد نقد قرار گرفته است. ویژگی‌های کیفیتی کلاسیک (فرکانس‌های طبیعی، شکل‌های مودی و نسبت‌های میرایی) اطلاعاتی را درباره رفتار سرتاسر سازه فراهم می‌آورند و اغلب به آسیب‌های محلی در سیستم سازه‌ای حساس نیستند. علاوه بر این، شناسایی کیفیتی و روش‌های مرتبط برای شناسایی آسیب مبتنی بر این فرض اساسی هستند که رفتار سیستم سازه‌ای، الاستیک خطی است. اگرچه، مخصوصاً در مورد سازه‌های عمرانی، حتی در سطوح پایین از ارتعاش (محیطی)، غیرخطی بودن از ویژگی‌های بارز و رفتار خطی یک استثنا است. مهم‌تر از آن، این است که ارتعاشات کم دامنه که به‌منظور شناسایی کیفیتی استفاده می‌شوند، اطلاعاتی را درباره از دست رفتن سختی مؤثر فراهم می‌کنند ولی قادر به آشکار ساختن هیچ اطلاعاتی درباره از دست رفتن مقاومت (مهم‌ترین جلوه آسیب در سیستم‌های سازه‌ای) و تاریخچه‌ای از پاسخ‌های غیرخطی که توسط سازه تجربه شده است، نمی‌باشد.

سازه‌های آسیب‌دیده موجود در معرض خطرات عمده‌ای همچون افت کارایی سازه و خرابی می‌باشند. این مشکلات با خطرات طبیعی یا مصنوعی مانند زلزله و انفجار تشدید می‌شوند. امروز بهره‌برداری بی‌وقفه از سازه‌های عمرانی از جمله پل‌ها، مراکز کنترل، بیمارستان‌های بزرگ و سایر سازه‌های مهم، ضروری است. تاکنون روش‌های متعددی برای شناسایی آسیب در سیستم‌های سازه‌ای مختلف از قبیل ورق‌ها، تیرها، سازه‌های فضاکار، قاب‌ها، اسکله‌های نفتی، پل‌ها و ... ارائه شده است [2].

به‌طور کلی شناسایی آسیب در سازه‌ها در چهار مرحله طبقه‌بندی می‌شوند [3]:

۱- تشخیص وجود یا عدم وجود خرابی در سازه‌ها

۲- تعیین موقعیت هندسی آسیب

۳- کمیت شدت خرابی

۴- تخمین عمر باقیمانده

علی‌رغم پیشرفت فراوان در زمینه تشخیص خرابی در صفحات، هنوز جنبه‌های ناشناخته‌ای وجود دارند که جا برای بحث و تحقیق در این مسائل بسیار گسترده است. در این پژوهش سعی شده است از روش بهینه‌سازی توپولوژی برای یافتن موقعیت و کمیت آسیب استفاده شود [4].

بهینه‌سازی علمی است که در طیف وسیعی از مسائل مهندسی کاربرد دارد. در مهندسی سازه به دلیل اینکه هدف، طراحی سازه‌هایی است که از نظر اقتصادی و کارایی مقرون به صرفه باشند، بهینه‌سازی از اهمیت زیادی برخوردار است. بهینه‌سازی می‌تواند به عنوان پروسه‌ی یافتن بهترین سازه ممکن، به عنوان یک ابزار در دسترس شناخته شود. به بیانی دیگر بهینه‌سازی فرآیندی است که طی آن بهترین نتیجه تحت اثر شرایط خاص به دست می‌آید. برای انجام فرآیند بهینه‌سازی، الگوریتم‌های متعددی قابل استفاده می‌باشند که یکی از آن‌ها روش‌های مبتنی بر پایه‌ی برنامه‌ریزی ریاضی است. در این روش‌ها علاوه بر خود توابع به مشتقات آن‌ها نیز جهت انجام بهینه‌سازی نیاز می‌باشد. از میان این روش‌ها، روش تندترین شیب نزولی، از الگوریتم‌های برنامه‌ریزی ریاضی است که برای مسائل مربوط به انواع بهینه‌سازی، مناسب

و کارآمد است. این روش در پیدا کردن جواب بهینه مسئله بهینه سازی نامقید، با دقت بالا و به سادگی عمل می کند.

امروزه تشخیص آسیب دیدگی سازه ها در سریع ترین زمان ممکن، از اهمیت ویژه ای برخوردار است؛ زیرا با تشخیص زودهنگام آسیب در سازه ها می توان برای تعمیر و نگهداری آن ها برنامه ریزی کرد و از خرابی فاجعه بار به هنگام رسیدن خسارت به حالت بحرانی جلوگیری نمود. روش هایی که در گذشته جهت شناسایی خرابی در سازه ها مورد استفاده قرار می گرفتند را می توان به دو دسته مخرب و غیر مخرب تقسیم بندی نمود. این روش ها نیازمند هزینه گزاف برای بازرسی بوده و علاوه بر آن برخی از اعضای سازه ای به واسطه دور از دسترس بودن نمی توانند مورد بازرسی قرار گیرند؛ که این خود منجر به گسترش عیوب در سازه ها می شود. روش های غیرمستقیم که امروزه مورد استفاده قرار می گیرند عمدتاً مبتنی بر اطلاعات حاصل شده از سنسورها بوده و جهت انجام این روش ها از پاسخ های استاتیکی، دینامیکی یا ترکیب آن ها استفاده می شود.

۱-۲- ساختار پایان نامه

به طور کلی روشی که در این پژوهش مدنظر است، روش غیرمستقیم مبتنی بر استفاده از پاسخ های دینامیکی می باشد. هدف اصلی این پژوهش یافتن محل و شدت آسیب در سازه با استفاده از روش بهینه سازی توپولوژی است. در طی این تحقیق با بررسی توابع هدف متفاوت در حالت های مختلف هندسی و مشخصات سازه، قابلیت بالای توانایی این روش پیشنهادی در شناسایی آسیب مشخص می گردد. در ابتدای فصل دوم روش های مختلف عیب یابی در سازه ها بررسی خواهند شد. سپس به طور دقیق مبحث پایش سلامت سازه ها و جزییات آن بیان می شود. در بخش بعد از فصل دوم، موضوع شناسایی آسیب توضیح داده خواهد شد. سپس مبحث شناسایی سازه به طور مختصر بیان می شود که جزء تحقیقات صورت گرفته به منظور بسط موضوع است که به دلیل گستردگی و محدودیت های موجود، در

روش پیشنهاد شده در این پایان نامه آورده نشده است. در قسمت انتهایی این فصل فرمول بندی مسائل تنش مسطح در سازه های گسسته با استفاده از تحلیل اجزا محدود آورده شده است.

فصل سوم با عنوان شناسایی آسیب با استفاده از بهینه سازی آورده شده که در این فصل به طور مفصل به موضوع اصلی پایان نامه پرداخته می شود. در قسمت ابتدای این فصل انواع بهینه سازی و به طور اختصاصی بهینه سازی توپولوژی بررسی می شود. در قسمت بعد به بیان کاربردی که از بهینه سازی توپولوژی در شناسایی آسیب استفاده شده، پرداخته شده است. در بخش بعد توابع هدف پیشنهادی مورد استفاده در برنامه، همراه با پیشینه کاربرد آن ها در دیگر تحقیقات صورت گرفته در این زمینه، به تفصیل بررسی شده است. به منظور دستیابی به نحوه تعیین متغیرهای طراحی مسئله بهینه سازی، در بخش بعد از این فصل، روش مصالح مصنوعی همسانگرد با اعمال جریمه توضیح داده شده است. در ادامه فرمول بندی دینامیکی مسئله بیان شده است. قسمت بعد از این فصل به توضیحات در زمینه تحلیل حساسیت روش بهینه سازی اختصاص داده شده است. در ادامه روش بهینه سازی تندترین شیب نزولی و همچنین روش جست و جوی طلایی به منظور یافتن گام حرکت در بهینه سازی بیان شده اند. در قسمت بعد روش پیوسته سازی بررسی شده است. در قسمت پایانی این بخش الگوریتم برنامه کامپیوتری تهیه شده، آورده شده است.

در فصل چهارم، شش مثال عددی به منظور نشان دادن قابلیت روش پیشنهادی در حالات مختلف بررسی و نتایج جداگانه تحلیل شده اند. فصل آخر به شرح و بسط نتایج و بیان پیشنهادها به منظور ادامه این تحقیقات برای دانشجویان علاقه مند، اختصاص داده شده است.

فصل دوم

مروری بر پایش سلامت سازه

۲-۱- مقدمه

سازه‌ها در برابر حوادث طبیعی مانند زلزله به علت خرابی‌های سازه‌ای آسیب‌پذیر هستند. خرابی‌های ساختمانی باعث ضعیف شدن سازه‌ها می‌شود که این امر موافق عملکرد بعدی سیستم نمی‌باشد. در بیشتر مواقع نظارت بر رفتار سازه‌ای و کنترل یکپارچگی آن جهت حفظ ایمنی سازه‌ها امری دشوار است. بسیاری از تأسیسات مهندسی سازه مانند بزرگراه‌ها، پل‌ها، خطوط لوله، برج‌ها و ... در مدت طولانی عمر خود مقاومتشان از بین رفته و به دلیل عدم مطابقت با استانداردهای مدرن، استفاده نامطلوب، عدم تعمیرات، نگهداری نامناسب و در برخی موارد به علت طراحی نامناسب، این سازه‌ها رو به زوال رفته و فرسوده می‌شوند و این پارامترها می‌تواند باعث خرابی غیرقابل بازگشتی شود. گزارش سال ۲۰۰۱ برای زیرساخت‌های کشور آمریکا به این نکته اشاره دارد که نزدیک به یک‌سوم تا یک‌دوم ساختمان‌های ملی این کشور (جاده‌ها، پل‌ها، ساختمان‌های مدرسه و غیره) دچار نقص سازه‌ای می‌باشند و نیاز به تعمیر دارند [5].

به‌منظور جلوگیری از تلفات و تأثیرات منفی به علت خرابی در سازه‌ها، شناسایی آسیب سازه و پایش سلامت آن، امری ضروری است. حفاظت از سیستم سازه‌ای و بازبینی شرایط سلامت سازه‌ای در یک فاصله زمانی می‌تواند نتایج سودمندی از قبیل افزایش بهره‌وری، کاهش در هزینه‌های نگهداری و افزایش طول عمر مفید سازه را داشته باشند. بنابراین امروزه شناسایی آسیب سازه (SDD)¹ و پایش سلامت سازه (SHM)² از مسائل مهم در جوامع مهندسان عمران، مکانیک و هوافضا شده است.

مسئله موردبررسی بر شناسایی آسیب تمرکز دارد. در اثر ایجاد آسیب در سازه، مشخصات فیزیکی و به‌تبع آن مشخصات دینامیکی سازه دچار تغییرات می‌شود. با استفاده از تغییرات به وجود آمده در پاسخ سازه آسیب‌دیده و نیز اطلاعات اخذشده از سازه سالم، می‌توان به شناسایی آسیب پرداخت. در این راستا

¹ Structural Damage Detection

² Structural Health Monitoring

شاخصی تحت عنوان شاخص آسیب المان مورد بررسی قرار می‌گیرد، لذا می‌توان با بررسی پاسخ‌های دینامیکی سازه که وابسته به شاخص آسیب المان است، محل و شدت آسیب را تعیین نمود.

۲-۲ مبانی مسئله شناسایی آسیب و روش‌های مختلف آن

اصولاً روش‌های عیب‌یابی به سه بخش اصلی زیر تقسیم می‌شود [6,7]:

- آزمایش‌های مخرب^۱
- آزمایش‌های غیر مخرب^۲
- آزمایش‌های غیرمستقیم و معکوس^۳

۲-۲-۱-۲-۲ آزمایش‌های مخرب

روش‌های مخرب به آزمایش‌های ی گفته می‌شوند که پس از انجام آن‌ها نمونه آزمایش‌شده غیر قابل استفاده گردد. آزمایش‌های مخرب اغلب به منظور بررسی و تعیین خواص مکانیکی یا کنترل کیفیت مواد با استفاده از نمونه‌برداری از قطعه موردنظر به کار می‌روند. از معایب این روش می‌توان به سرعت پایین، پرهزینه‌بودن و ارائه اطلاعات فقط مربوط به نمونه‌های آزمایش‌شده اشاره کرد. آزمایش‌های مخرب عبارت‌اند از [8]:

- آزمایش کشش^۴
- آزمایش سختی^۵
- آزمایش ضربه^۶
- آزمایش سلامت^۱

¹ Destructive Testing

² Non-Destructive Testing

³ Indirect Methods

⁴ Tensile Testing

⁵ Stiffness Testing

⁶ Impact Testing

- آزمایش خستگی^۲
- آزمایش های مخرب جهت خواص شیمیایی
- آزمایش های متالوگرافی^۳

۲-۲-۲-آزمایش های غیر مخرب

در مقابل روش های مخرب، روش های غیر مخرب قرار دارند. آزمون های غیر مخرب روش هایی در تشخیص سلامت اجزای یک ماده یا سازه، یا اندازه گیری برخی کمیت های فیزیکی از عضو است. به عبارت دیگر روش های غیر مخرب به روش هایی اطلاق می شوند که در آن ها کارایی یک عضو، بدون ایجاد خرابی در آن و نیز بدون آسیب پوشش سطحی آن مورد بررسی قرار می گیرد. در ادامه به چند نمونه از روش های غیر مخرب اشاره می شود [9]:

- بازرسی چشمی (VT^۴)
- بازرسی به روش مایع نافذ (LPT^۵)
- بازرسی با ذرات مغناطیسی (MPT^۶)
- بازرسی آلتراسونیک (UT^۷)
- بازرسی رادیوگرافی با امواج (RT^۸)

با توجه به اهداف این تست، محدودیت ها و مزایای هر کدام از روش های فوق، یک یا چند مورد از این روش ها برای آزمودن انتخاب می گردند. از معایب این روش ها می توان به محدودیت های موجود در انجام آن ها و پرهزینه بودن اشاره کرد.

¹ Health Testing

² Fatigue Testing

³ Metallographic Testing

⁴ Visual Testing

⁵ Liquid Penetrant Testing

⁶ Magnetic Particle Testing

⁷ Ultrasonic Testing

⁸ Radiographic Testing

۲-۳-آزمایش های غیر مستقیم و معکوس

هریک از روش های غیر مخرب عیب یابی که در قسمت قبل اشاره شد، دارای محدودیت های خاص می باشند که باعث می شود هر یک از آن ها در حیطه مشخصی از شناسایی آسیب های سازه ای کاربرد داشته باشند. از طرفی برای شناسایی وضعیت کل سازه باید روش های ذکر شده به صورت مستقیم برای هر یک از اعضای سازه به کار گرفته شوند؛ که این کار مستلزم صرف هزینه و وقت بسیار زیاد بوده به طوری که در عمل نشدنی خواهد بود. در نتیجه با روش های مذکور فقط می توان تعداد محدودی از اعضا را مورد آزمایش و بررسی قرارداد.

شناسایی وضعیت سلامت سازه نیازمند روش هایی می باشد که علاوه بر کنترل وضعیت سازه، محدودیت های روش های غیر مخرب مستقیم را نداشته باشند. بررسی پاسخ های دینامیکی یا استاتیکی سازه، قبل و بعد از ایجاد خرابی از جمله راهکارهای مناسب به این منظور می باشد. روش های عیب یابی مبتنی بر پاسخ های سازه ای از جمله روش های غیر مستقیمی می باشند که در شناسایی آسیب های سازه مؤثر هستند. در این روش ها می توان با مقایسه رفتار سازه قبل و بعد از خرابی، آسیب های موجود در سازه را مورد بررسی قرار داد و حتی مکان و شدت خرابی را با دقت بالایی به دست آورد. روش های غیر مستقیم که امروزه استفاده می شوند را می توان به صورت زیر تقسیم کرد:

• روش های تغییرات فرکانس^۱

روش های تعیین خرابی که از تغییر فرکانس طبیعی به عنوان شاخص خرابی استفاده می کنند، به طور وسیعی به کار می روند. این موضوع به این علت است که فرکانس های طبیعی سازه، اساسی ترین فاکتورهای لرزه ای هستند که نسبتاً راحت و دقیق اندازه گیری می شوند. اخیراً استفاده از تغییرات فرکانس وقتی به طور دقیق در محیط کنترل شده اندازه گیری می شود، جهت تعیین خرابی کاربردهای عملی

^۱ Frequency Changing Methods

بیشتری دارد. تحقیقات نشان می‌دهد که تغییرات فرکانس طبیعی می‌تواند به‌عنوان یک شاخص مناسب جهت تعیین خرابی سازه استفاده شود، ولی این تلاش به جهت تعیین خرابی در سازه های پیچیده و غیرخطی موفق نیست. علاوه بر این حساسیت کم تغییرات فرکانس به خرابی، کاربرد این روش را محدود می‌کند [6].

• روش‌های تغییرات تابع پاسخ فرکانس^۱

روش‌های تغییر تابع پاسخ فرکانس به‌جای اینکه تنها بر رفتار سازه در نقاط تشدید تمرکز کند، پاسخ‌های یک سیستم را در بازه تغییرات محدود فرکانس در نظر می‌گیرد [10]؛ بنابراین رفتار سیستمی که توسط پارامترهای مودال نمایش داده‌نشده را نیز نشان می‌دهد. روش‌های تابع پاسخ فرکانس فواید زیر را دارا می‌باشند:

- در مودهایی که خارج از پهنای باند فرکانس هستند نیز توانایی اندازه‌گیری داده‌ها را دارد،
 - اطلاعات سازه‌ای فراوانی از اندازه‌گیری این داده‌ها به دست می‌آید،
 - از خطای تشخیص مود می‌تواند اجتناب شود،
 - این داده‌ها برای سازه‌هایی با میرایی بالا و موده‌های نزدیک به هم نیز می‌تواند به کار رود.
- در هر صورت اطلاعات ورودی سازه جهت تشخیص تابع پاسخ فرکانس مورد نیاز است که تهیه این اطلاعات برای سازه‌های بزرگ امری بسیار مشکل است. علاوه بر این هنوز روش مناسبی جهت انتخاب باند فرکانس مناسب وجود ندارد.

• روش‌های تغییر شکل مود^۲

یک روش دیگر جهت تعیین خرابی که به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد، تغییرات شکل مود است. بررسی‌ها از شاخص‌های مودال اساسی مثل شکل مود در جهت غلبه بر کمبودهای روش‌های تغییر

¹ Frequency Response Function Change Methods

² Mode Shape Changes Method

فرکانس استفاده می‌کنند. این روش‌ها هم زمان با تغییر شکل مودهای آزمایشگاهی، تغییر فرکانس‌های ویژه آزمایشگاهی را نیز جهت شناسایی خرابی، بررسی می‌کنند. شاخص خرابی بر اساس تغییرات شکل مودها می‌تواند اطلاعات کامل‌تری را بدهد ولی به دست آوردن شکل مودهای بالاتر که به محل خرابی سازه حساس هستند مشکل است [11].

• روش‌های انحنای شکل مود¹

با وجودی که جابجایی‌ها اغلب برای خرابی‌های واقعی به نسبت شکل مودهای اولیه سازه سالم تغییر می‌کند، مشتقات شکل مود مانند انحنای شکل مود نسبت به خرابی حساس‌تر هستند. کاهش سختی خمشی تیر موجب افزایش انحنای می‌شود. با وجودی که انحنای شکل مود، شاخص به‌مراتب حساس‌تری نسبت به شکل مود و فرکانس است، باید توجه کرد که دقت روش‌هایی که بر اساس متغیر انحنای شکل مود است، تحت تأثیر مشکلات عددی، گاهی کم باشد. این روش‌ها نسبت به خطا حساس هستند زیرا یک نویز کوچک در شکل مودها منجر به نتایج بسیار متفاوتی می‌شود. علاوه بر این بزرگ‌ترین چالش اصلی برای تعیین انحنای مودال از داده‌های آزمایش به‌طور دقیق باقی می‌ماند [12].

• روش‌های تغییر نرمی

ماتریس نرمی استاتیکی وسیله پرکاربردی جهت تعیین خرابی سازه است. ماتریس نرمی به‌عنوان معکوس ماتریس سختی استاتیکی تعریف می‌شود. هر ستون نرمی، فرم جابجایی سازه متناظر با نیروی واحد به کار رفته در درجه آزادی متناظر آن را نشان می‌دهد. ماتریس نرمی می‌تواند از شکل مودهای اندازه‌گیری شده و فرکانس‌های مودال، تخمین زده شود یا به‌طور مستقیم با استفاده از آزمایش تغییر شکل تحت بار استاتیکی اندازه‌گیری شود. باید توجه شود که آزمایش استاتیکی در مقایسه با آزمایش لرزه‌مایی مانند مسائل مربوط به شرایط مرزی و ابزار دقیق دارد. علاوه بر این روش‌های استاندارد و تجهیزات در دسترس برای استخراج اطلاعات مودال، استخراج ماتریس نرمی با استفاده از شکل مودها و فرکانس‌های اندازه‌گیری

¹ Curvature Mode Shape Changes Method

شده آسان است؛ بنابراین روش معمول مورد استفاده برای استخراج ماتریس نرمی تقریبی از اطلاعات مودال اندازه‌گیری‌شده، است [13].

• روش‌های مبتنی بر موجک^۱

بیشتر روش‌های ارزیابی خرابی بر اساس ارتعاش، به مشخصات مودال از سیگنال موقت که به وسیله تبدیل فوریه به دست می‌آیند، نیازمند می‌باشند. اخیراً در برخی تحقیقات از آنالیز موجک نیز به این منظور استفاده می‌شود. آنالیز موجک یکی از دستاوردهای نسبتاً جدید ریاضیات محض می‌باشد، که مبتنی بر چندین دهه پژوهش در آنالیز همساز است. این روش امروزه کاربردهای مهمی در بسیاری از رشته‌های علوم و مهندسی یافته و امکانات جدیدی برای درک جنبه‌های ریاضی و افزایش کاربردهای آن فراهم شده است. در آنالیز موجک هم مانند آنالیز فوریه با بسط توابع سروکار داریم ولی این بسط برحسب موجک‌ها انجام می‌شود [14].

• روش‌های شبکه‌های عصبی

شبکه‌های عصبی به‌عنوان ابزاری برای انجام دادن نگاشت بین الگوهای ورودی و خروجی متناظر با شرایط خرابی سازه به کار می‌رود. این روش می‌تواند یک یا چند المان خراب را در تعداد محدودی تشخیص دهد. شبکه‌های عصبی به علت چهار ویژگی مهم، برای عیب‌یابی استفاده می‌شوند: (۱) توانایی نگاشت کلی (۲) مقاومت در برابر اطلاعات نویزی (۳) توانایی یادگیری با آموزش نظارت‌شده (۴) قابلیت کار کردن با اطلاعات ناقص [15,16]

• روش‌های بهینه‌سازی^۲

در سال‌های اخیر تمایل به استفاده از بهینه‌سازی جهت تخمین میزان و محل خرابی در سازه‌های پیچیده افزایش یافته است. در این روش‌ها به علت در دسترس نبودن تمامی مقادیر ویژه سازه آسیب‌دیده

¹ Wavelet Transform Methods

² Optimization Methods

واقعی، از تعداد محدودی از آن استفاده می‌کنیم. به علت تأثیر خرابی بر روی ماتریس سختی المان و در نتیجه ماتریس سختی سازه، طبق فرمول، مقادیر ویژه و بردارهای ویژه تغییر می‌کنند. حالت‌های مختلف خرابی بر اساس محل و میزان خرابی، مدل شده و مقادیر ویژه سازه در هر حالت محاسبه می‌شود. بر اساس اختلاف فرکانس سازه خراب واقعی و مدل شده می‌توان خرابی سازه را مشخص کرد که هر چه این دو مقادیر به هم نزدیک‌تر باشند، خرابی مدل شده به خرابی واقعی نزدیک‌تر و پاسخ دقیق‌تر خواهد بود. این روش‌ها عموماً با استفاده از یک یا چند الگوریتم بهینه سازی قادر به تشخیص دقیق محل و شدت خرابی در سازه می‌باشند.

۲-۳- پایش سلامت سازه

۲-۳-۱- مقدمه

سیستم پایش سلامت سازه یک فناوری است که می‌تواند اطلاعات عملکرد یک سازه را چه به صورت مداوم و چه در فواصل دوره‌ای ارائه کند. در این زمینه تحقیقات و ابتکارات بسیار زیادی وجود دارد که در راستای تسهیل در ارزیابی سازه و نظارت بهتر بر تخریب آن انجام می‌گردد [4].

سیستم پایش سلامت سازه شامل مجموعه‌ای از سنسورها، انتقال داده‌ها، مدل محاسباتی و توانایی پردازش داخل سازه می‌باشد. فرآیند ذکر شده، امکان تغییر در طراحی سازه با هدف مدیریت طول عمر آن، فراهم می‌آورد. بنابراین سیستم پایش سلامت سازه یک فناوری چند رشته‌ای است که نیاز به درک عمیق از مواد، سنسورها، همراه با توانایی انجام مدلسازی پیچیده و پردازش سیگنال‌های عددی و تحلیلی، دارد. یک راه جایگزین برای دیدگاه پایش سلامت، چهار موضوع زیر است:

- پایش متکی بر شرایط
- فناوری‌های ارزیابی غیر مخرب (NDE)
- شیوه‌های نوین مدلسازی

۲-۳-۲- مراحل پایش سلامت

به طور کلی سیستم پایش سلامت سازه وظیفه تشخیص و پیش‌بینی امنیت سازه در طول عمر مفید آن را بر عهده دارد. این سیستم علاوه بر شناسایی آسیب در بیشترین مراحل ممکن برای جلوگیری از پیشرفت آسیب و بروز خسارت جدی، این قابلیت را خواهد داشت که پس از وقوع اتفاقات خطرناک مانند زلزله به صورت فوری ضمن ارزیابی وضعیت سازه، اطلاع‌رسانی لازم را در جهت تخلیه سازه به تصمیم‌گیرندگان در سطوح مختلف که از پیش تعریف شده‌اند، به انجام برساند. نتایج سیستم پایش سلامت سازه مهندسان را قادر خواهد ساخت تا در صورت بروز مشکل در مرحله تصمیم‌گیری، بهترین تصمیمات لازم را جهت جلوگیری از بروز خسارت‌های بیشتر اتخاذ نمایند. همچنین با استفاده از این نتایج می‌توان احتمال خرابی سازه را در یک پاسخ و مدت‌زمان مشخص، تعیین نمود.

همان‌طور که در بالا اشاره شد سیستم نظارتی پیشنهادی از شش مؤلفه اصلی زیر تشکیل شده است:

• سیستم حسگرها^۱

سیستم دستگاه‌های اندازه‌گیری شامل دو زیرسیستم اندازه‌گیری شرایط محیطی و زیرسیستم اندازه‌گیری پاسخ‌های سازه می‌باشد. زیرسیستم اندازه‌گیری شرایط محیطی با هدف اصلی نظارت بر شرایط خارجی و اندازه‌گیری بارهای خارجی دینامیکی می‌باشد. زیرسیستم اندازه‌گیری پاسخ سازه به منظور اندازه‌گیری ویژگی‌هایی همچون شتاب، جابجایی، میزان کج شدگی و ... می‌باشد. بدین منظور نوع، تعداد و محل حسگرهای لازم بایستی با مطالعه دقیق بر روی مدل سازه مشخص شوند. محل نصب شتاب سنج‌ها بایستی به گونه‌ای تعیین شوند که بتوان خصوصیات دینامیکی سازه واقعی نظیر فرکانس، شکل مودهای ارتعاشی و میرایی سازه را تعیین نمود.

¹ Sensory System

- سیستم جمع آوری و انتقال داده‌ها^۱

این سیستم را می‌توان به دو زیرسیستم تجهیزات واحد جمع‌آوری داده‌ها و شبکه انتقال داده‌ها به صورت سیمی یا بی‌سیم تقسیم‌بندی نمود. پردازش سیگنال‌ها، ذخیره‌سازی موقت اطلاعات و انتقال سیگنال‌ها از جمله وظایف این سیستم به شمار می‌روند.

- پردازش داده‌ها و سیستم کنترل^۲

این سیستم به یک کامپیوتر با قدرت پردازش بالا جهت برقراری سیستم کنترل، نمایش عملکرد سیستم پایش سلامت، نمایش عملکرد سازه و پردازش و تحلیل داده‌ها اطلاق می‌شود.

- سیستم مدیریت اطلاعات^۳

این سیستم نیز به کمک یک کامپیوتر با قدرت پردازش و کارایی بالا به‌عنوان یک سیستم مخزن اطلاعات، وظیفه مدیریت داده‌ها به‌منظور ذخیره‌سازی و بازیابی داده‌های پایش و نتایج تحلیل‌ها را بر عهده دارد.

- سیستم ارزیابی سلامت سازه^۴

این سیستم هسته مرکزی مجموعه نظارت بر سلامتی سازه محسوب می‌شود. به طور کلی می‌توان این بخش را به دو قسمت تشخیص و پیش‌بینی تقسیم کرد. در قسمت تشخیص سه هدف دنبال می‌شود که عبارت‌اند از: بررسی امکان وجود آسیب در سازه، تعیین محل آسیب در صورت وجود و در نهایت تخمین میزان و شدت خرابی در سازه. در قسمت پیش‌بینی نیز به این سوال پاسخ داده می‌شود که مدت زمان عمر سازه با وضع موجود چقدر است. به عبارت دیگر احتمال خرابی در مدت زمان و پاسخ معین در این

¹ Data Acquisition and Transmission System

² Data Processing and Control System

³ Data Management System

⁴ Structural Health Evaluation System

قسمت تعیین خواهد شد. در سیستم ارزیابی سلامت سازه از روش‌های اجزای محدود جهت مدلسازی عددی سازه، روش‌های به‌روزرسانی مدل و تحلیل‌های حساسیت پاسخ برای مشخص نمودن پارامترهای دینامیکی سازه نظیر فرکانس‌های طبیعی، شکل مودهای ارتعاشی و میرایی سازه استفاده می‌شود. از این پارامترها در قسمت‌های تشخیص و پیش‌بینی، برای بررسی امکان خرابی، محل و شدت آن استفاده می‌گردد.

- سیستم تصمیم‌گیری برای تعمیر، جایگزینی و ...^۱
- بازرسی و سیستم پایش^۲

با توجه به اهمیت و حساسیت پایش سلامت در سازه، این سیستم می‌بایست به‌صورت دائم و با استفاده از رویه‌های مشخص بازرسی و نگهداری شود. این رویه‌ها شامل بازرسی، نگهداری و کالیبراسیون تجهیزات واحد جمع‌آوری (حسگرها) و انتقال داده‌ها و همچنین نگهداری از سخت‌افزارهای سیستم مدیریت و تحلیل داده‌ها خواهد بود.

۲-۳-۳- پایش دینامیکی سلامت سازه

تکنیک‌های پایش سلامت مبتنی بر دینامیک سازه، وضعیت سلامت اجزای سازه را بر اساس تشخیص و تحلیل پاسخ دینامیکی آن، ارزیابی می‌کنند. این تکنیک‌ها را می‌توان بر اساس نوع پاسخ برای تحقیق موردنظر، در محدوده فرکانسی مسئله، و در ماهیت مؤثر در تغییرات اجزا در نظر گرفت. این تکنیک‌ها به صورت زیر دسته‌بندی می‌شوند:

- ۱- غیرفعال: اگر جزء نیاز به منبع تحریک خارجی مختص سیستم پایش سلامت نداشته باشد.
- ۲- فعال: تکنیک‌هایی که به‌وسیله آن سازه به‌گونه‌ای که با هدف تولید پاسخی که می‌تواند عموماً نشان‌دهنده وجود آسیب باشد، تحریک می‌شود.

^۱ Decision for Repair, Replacement, etc.

^۲ Inspection and Maintenance System

۲-۴- شناسایی آسیب

۲-۴-۱- مقدمه

آسیب بسته به نوع و شرایط خود در مشخصات مختلف استاتیکی و دینامیکی سازه تأثیر گذاشته که همین موضوع به کشف نوع و میزان آسیب، کمک شایانی می‌نماید. نحوه به وجود آمدن آسیب در سازه به این شکل است که ابتدا آسیب از محل خاصی شروع شده، سپس بر اساس مقدار و شرایط بارگذاری و مقاومت سازه، به تدریج گسترش می‌یابد. در اینجا منظور از آسیب، کاهش سختی و جرم سازه می‌باشد. روش‌های شناسایی خرابی در سازه‌ها به منظور یافتن محل و شدت خرابی آن‌ها می‌باشند. لذا شناسایی خرابی، نخستین گام برای سیستم‌های کنترل سلامت سازه می‌باشد. کنترل پیوسته سازه‌ها منجر به شناسایی سریع و ترمیم خرابی‌های موضعی شده و از شکست ناگهانی جلوگیری می‌کند. این اقدام موجب افزایش عمر مفید سازه می‌شود و درنهایت از خرابی کلی آن جلوگیری می‌نماید. تکنیک‌های شناسایی خرابی در سازه‌ها برای شناسایی و پیدا کردن محل و شدت خرابی به کار می‌روند. از این رو شناسایی خرابی، گام اول برای سیستم‌های کنترل سلامت سازه می‌باشد. کنترل سلامت سازه به عنوان فرآیند شناسایی خرابی در موضوعات مهندسی عمران و مکانیک شناخته شده است و یک فاکتور کلیدی برای پیش‌بینی خرابی و تعمیر و نگهداری سازه می‌باشد و در موضوعات زیربنایی بزرگ مثل ساختمان‌ها، پل‌ها و توربین‌های بادی به کار گرفته شده است.

اساس بسیاری از روش‌های عیب‌یابی در سازه‌ها مبتنی بر مشاهده ایجاد تغییرات در پاسخ‌های سازه‌ای است؛ زیرا بروز خرابی موجب کاهش سختی و گاهی جرم سازه و در نتیجه تغییر در پاسخ‌های سازه‌ای می‌شود که تحلیل این نتایج عددی و مقایسه آن‌ها با نتایج عددی حاصل از شاخص‌های موجود، مهندسين را به تشخیص محل و نیز شدت آسیب رهنمون خواهد ساخت. به طور کلی تکنیک‌های شناسایی غیر مخرب آسیب، به دو صورت استاتیکی و دینامیکی می‌باشند. در روش‌های استاتیکی از

نتایج حاصل از آزمایش‌های استاتیکی و از مشخصه‌های استاتیکی سازه مانند تغییر مکان‌های گرهی، شیب و انحنای جابجایی استفاده می‌شود.

در روش‌های دینامیکی از روش‌های تحلیل مودال و بررسی مشخصه‌های دینامیکی سازه مانند فرکانس-های طبیعی، شکل‌های مودی، انحنای شکل‌های مودی و... استفاده می‌گردد، که هریک از این روش‌ها دارای مزیت‌ها و محدودیت‌های مختص خود می‌باشند و کاربرد آن‌ها وابسته به شرایط خاص سازه و امکانات موجود می‌باشد. البته روش‌های دینامیکی در مقایسه با استاتیکی دقت بیشتری دارند، اما هزینه‌های بیشتری را تحمیل می‌نمایند. روش‌های استاتیکی به علت هزینه‌های کمتر مورد توجه می‌باشند. یک سازه ممکن است پس از گذشت زمان و در اثر نوع کاربری یا اعمال بارگذاری‌های بیش از مقادیر منظور شده در طراحی، دچار آسیب‌هایی شود. در صورت عدم اصلاح این آسیب‌ها، خرابی در سازه گسترش یافته و در نهایت ممکن است باعث از بین رفتن آن گردد. بنابراین لزوم شناسایی محل و مقدار خرابی در سازه‌ها بسیار حائز اهمیت است.

در صورتی که خرابی‌های سازه‌ای از همان ابتدا قابل شناسایی باشند، می‌توان با تعمیر اعضای آسیب‌دیده از به وجود آمدن خسارات کلی در سازه و ضررهای مالی و جانی ناشی از آن جلوگیری کرد. بنابراین آسیب‌های موضعی در صورت عدم شناسایی و بازسازی به‌موقع می‌توانند باعث کاهش عمر بهره‌برداری سازه و یا حتی خرابی کلی آن گردد. لذا نظارت بر سلامت سازه‌ها و شناسایی خرابی‌های رخ داده در مراحل اولیه، از موضوعات مورد توجه مهندسين می‌باشند. در این راستا روش‌های غیر مخرب به دلیل اقتصادی بودن، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده و ضرورت تحقیقات گسترده روی آن‌ها را بیش‌ازپیش آشکار می‌نمایند. علاوه بر این، می‌توان با پیش‌بینی مکان‌های ضعف سازه، عملیات بهینه‌ای جهت ترمیم و بهسازی آن در برابر حوادث احتمالی انجام داد. ضرورت انجام این پژوهش زمانی آشکارتر می‌شود که بدانیم با گسترش عیب‌یابی غیر مخرب در سازه‌ها از تخریب کامل آن‌ها جلوگیری می‌کنیم. همچنین با بررسی دقیق‌تر سازه می‌توانیم در مدت زمانی کوتاه‌تر هزینه‌ای کمتر جهت عیب‌یابی سازه صرف نماییم.

۲-۴-۲-شناسایی موضعی و عمومی خرابی در سازه ها

ازجمله روش‌هایی که برای بررسی سلامت سازه مورد توجه محققین قرار گرفته است، بررسی روش‌های موضعی و عمومی خرابی می‌باشد. در روش‌های موضعی، نقاط حساس سازه به کمک آزمایش‌هایی همچون آلتراسونیک، رادیوگرافی، مغناطیسی و مواد نافذ مورد بررسی قرار می‌گیرند. این روش‌ها بسیار زمان‌بر و پرهزینه می‌باشند. از طرف دیگر اطمینان لازم را از سلامت کامل سازه و عدم وجود آسیب-دیدگی در نقاط بازرسی نشده تأمین نمی‌کنند. برای رفع این معایب، روش‌های تشخیص خرابی عمومی توسعه یافته‌اند. این روش‌ها شامل روش‌های استاتیکی و دینامیکی می‌شوند. به وسیله این روش‌ها تغییر مکان‌های نقاط معینی از سازه، کرنش‌های اعضا، فرکانس مودهای ارتعاش، شکل مودهای ارتعاش و سایر مشخصات سازه‌ای اندازه‌گیری می‌شوند. از تحلیل نتایج حاصل، می‌توان وجود آسیب‌دیدگی، محل و میزان آن را مشخص نمود [17].

• متغیرهای استاتیکی

روش کار در آزمایش‌های استاتیکی بدین صورت می‌باشد که در نقاطی از سازه بارهای استاتیکی وارد می‌شود و تغییر مکان‌های ناشی از آن در نقاط دیگر ثبت می‌گردد. ازجمله مزایای روش استاتیکی اجرای آسان آن می‌باشد؛ چرا که به تجهیزات خاصی نیاز ندارد. البته باید توجه داشت اندازه‌گیری تغییر مکان‌های استاتیکی در بسیاری از سازه‌ها سخت می‌باشد. به‌عنوان مثال اگر قسمتی از سازه صلب باشد، امکان تشخیص خرابی را با مشکل مواجه خواهد کرد. با توجه به مطالب گفته‌شده برخی محققین استفاده از کرنش‌های اندازه‌گیری‌شده در المان‌ها را برای تعیین خرابی در آزمایش‌های استاتیکی پیشنهاد کرده‌اند.

• متغیرهای دینامیکی

روش‌های دینامیکی جهت شناسایی خرابی سازه از اطلاعات و پاسخ‌های دینامیکی استفاده می‌کنند. روش‌های دینامیکی از حیث دقت در مقایسه با روش‌های استاتیکی از کارایی بیشتری برخوردار هستند ولی دسترسی به اطلاعات دینامیکی به طور معمول سخت و پرهزینه‌تر می‌باشد. ازجمله پاسخ‌های دینامیکی که می‌تواند اطلاعات ارزشمندی را در اختیار محققان قرار دهند، فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی سازه می‌باشند. درواقع فرکانس‌های طبیعی رفتار سازه را در برابر تغییرات به وجود آمده، به‌خوبی نشان می‌دهند.

۲-۵- شناسایی سیستم^۱

حالت^۲ یک سیستم دینامیکی عبارت‌است از کوچک‌ترین مجموعه از متغیرهای حالت که داشتن این متغیرها در $t=t_0$ و داشتن ورودی برای $t \geq t_0$ که باهم می‌توانند رفتار سیستم را برای هر زمان $t \geq t_0$ مشخص و معین نمایند. باید توجه داشت که مفهوم حالت فقط برای سیستم‌های فیزیکی به کار گرفته نمی‌شود، بلکه برای هر سیستم مانند سیستم‌های اقتصادی، بیولوژیکی و اجتماعی نیز بکار برده می‌شود. متغیرهای حالت^۳ عبارت‌اند از کوچک‌ترین مجموعه‌ای از متغیرها که حالت یک سیستم دینامیکی را تشکیل می‌دهد.

اگر n متغیر حالت برای تعریف کامل رفتار یک سیستم موردنیاز باشد، آنگاه n متغیر حالت را می‌توان n جزء بردار $\underline{x}$ دانست که این بردار را بردار حالت^۴ می‌نامیم. فضای حالت^۵ به فضای n بعدی گفته می‌شود که محورهای مختصات آن عبارت‌اند از: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ هر حالت را می‌توان توسط یک نقطه در فضای

¹ System identification

² State

³ State variables

⁴ State vector

⁵ State space

حالت نمایش داد. در معادلات فضای حالت^۱ با سه متغیر برای مدل کردن یک سیستم روبرو هستیم: متغیرهای ورودی، متغیرهای خروجی و متغیرهای حالت.

سیستم تحقق^۲ در زمینه تئوری سیستم به یک مدل فضای حالت با به کارگیری یک رفتار ورودی و خروجی داده‌ها اشاره دارد. با توجه به رابطه ورودی و خروجی، سیستم تحقق متشکل از چهار ماتریس (متغیر با زمان) است $[A(t), B(t), C(t), D(t)]$ به طوری که:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (۱.۲)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t) \quad (۲.۲)$$

که $y(t), u(t)$ ورودی و خروجی سیستم در زمان t می‌باشند.

۲-۵-۱- الگوریتم تحقق سیستم ویژه^۳

الگوریتم تحقق سیستم ویژه یک تکنیک برای شناسایی سیستم، به ویژه در پایش سلامت سازه می‌باشد. این روش می‌تواند به عنوان یک روش تحلیل مودال استفاده شود و یک سیستم تحقق با استفاده از پاسخ حوزه زمان داده‌های چند ورودی-چند خروجی تولید کند. در مهندسی سازه، الگوریتم تحقق سیستم‌های ویژه برای تعریف فرکانس‌های طبیعی، شکل‌های مودی و نسبت میرایی استفاده می‌شود. الگوریتم تحقق سیستم‌های ویژه معمولاً در رابطه با تکنیک تحریک طبیعی برای شناسایی پارامترهای مودال از ارتعاشات محیطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش در ساختمان‌ها، پل‌ها و بسیاری دیگر از انواع سیستم‌های سازه‌ای به کار برده شده است. در حوزه پایش سلامت سازه، الگوریتم تحقق سیستم‌های ویژه و دیگر تکنیک‌های شناسایی مودی نقش مهمی در توسعه یک مدل سازه از داده‌های تجربی را بازی می‌کند. نمایندگی فضای حالت یا پارامترهای مودال برای بررسی بیشتر و شناسایی آسیب احتمالی در ساختمان استفاده می‌شود [18,19].

¹ State space equations

² Realization system

³ Eigensystem Realization Algorithm

۲-۵-۲-مشاهده پذیری^۱

در تئوری کنترل، به سیستمی **رؤیت پذیر** یا **مشاهده پذیر** گفته می شود که بتوان از روی متغیرهای خروجی آن سیستم، متغیرهای حالت را محاسبه کرد. به عبارت دیگر، از روی متغیرهای خروجی می توان رفتار کلی سیستم را به دست آورد، در صورتی که بتوان با استفاده از اطلاعات محدود اندازه گرفته شده، $x(t)$ را یافت. معادله دینامیکی زیر را برای سیستم n درجه آزادی گسسته در نظر بگیرید:

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + ky = f(t) \quad (3.2)$$

در این معادله M ماتریس جرم، C ماتریس میرایی و K ماتریس سختی می باشند. معادله حالت این سیستم به صورت زیر است:

$$\dot{X} = Ax + B \quad (4.2)$$

$$Y = Cx + D \quad (5.2)$$

یک سیستم کاملاً مشاهده پذیر است اگر ماتریس O مرتبه کامل^۲ باشد.

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

در تحقیقات صورت گرفته در این زمینه می توان به شناسایی آسیب در سد با استفاده از اندازه گیری های دینامیکی اشاره نمود که با استفاده از معادلات حالت، هر دو سیستم تک ورودی و سیستم چند ورودی - چند خروجی قابل شناسایی می باشد [20]. در این قسمت نحوه به دست آوردن معادلات حالت و در ادامه استفاده از رؤیت پذیری در این مسائل بیان شده است:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + kx = f(t) \xrightarrow{\text{StateSpace}} A\dot{y} + By = f'(t) \quad (7.2)$$

¹ Observability

² Full rank

معادله تعادل دینامیکی برای این سیستم می‌تواند به شکل زیر تقسیم گردد:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m} & \mathbf{m}_g \\ \mathbf{m}_g^T & \mathbf{m}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}' \\ \ddot{\mathbf{u}}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c} & \mathbf{c}_g \\ \mathbf{c}_g^T & \mathbf{c}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}' \\ \dot{\mathbf{u}}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k} & \mathbf{k}_g \\ \mathbf{k}_g^T & \mathbf{k}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}' \\ \mathbf{u}_g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{o} \\ \mathbf{P}_g \end{Bmatrix} \quad (۸.۲)$$

بردار جابجایی به دو بخش مجزا تقسیم می‌گردد، $\mathbf{u}_g$ که شامل جابجایی در درجات آزادی تکیه‌گاه‌ها می‌باشد و $\mathbf{u}'$ که مابقی جابجایی‌ها را شامل می‌شود. طبق تعاریف آورده شده در این تحقیق $\mathbf{P}_g$ نیروهای تکیه‌گاهی و $\mathbf{P}_{eff}$ نیروی موثر زلزله می‌باشد.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{P}_{eff} \rightarrow \mathbf{P}_{eff} = -(\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}^s + \mathbf{m}_g\ddot{\mathbf{u}}_g) - (\mathbf{c}\dot{\mathbf{u}}^s + \mathbf{c}_g\dot{\mathbf{u}}_g), \quad \mathbf{u}^s = \mathbf{u}' - \mathbf{u}_g \quad (۹.۲)$$

در این تحقیق، معادلات شناسایی ورودی-خروجی از معادلات فضای حالت با استفاده از معادلات حرکت به‌فرم زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_c \mathbf{x} + \mathbf{B}_c \ddot{\mathbf{u}}_g + \mathbf{w} \\ \ddot{\mathbf{u}}' &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{v} \end{aligned} \quad (۱۰.۲)$$

که $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \dot{\mathbf{u}} \end{bmatrix}$; $\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{m}^{-1}\mathbf{k} & -\mathbf{m}^{-1}\mathbf{c} \end{bmatrix}$; $\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} \end{bmatrix}$; $\mathbf{l} = -\mathbf{k}^{-1}\mathbf{k}_g$; $\mathbf{C} = [-\mathbf{m}^{-1}\mathbf{k} \quad -\mathbf{m}^{-1}\mathbf{c}]$ می‌باشند.

۲-۵-۳- انتخاب سیستم مورد بررسی

در علم کنترل، دو نگاه قطعی^۱ و تصادفی^۲ وجود دارد که با استفاده از پاسخ‌های سیستم، ماتریس‌های $\mathbf{A}$ و $\mathbf{C}$ تعیین می‌شوند. فرآیند ایجاد یک نمایش از فضای حالت با استفاده از داده‌های تجربی را تحقق سیستم می‌گویند. طی دهه‌های گذشته الگوریتم‌های متعددی برای نمایش فضای حالت سیستم‌های

^۱ Deterministic

^۲ Stochastic

خطی با معرفی اصول مهم تئوری تحقق و از نظر مفهوم کنترل پذیری و رؤیت پذیری، ارائه شده‌اند. برای به دست آوردن ماتریس‌های A و C از قضیه‌های اثبات شده در زمینه نظریه تحقق^۱ استفاده می‌نمایند.

در نگاه قطعی که نگاهی ساده‌تر است، نیروی وارده و پاسخ‌ها موجود است و از ارتعاشات محیطی صرف نظر می‌نمایند. سپس با استفاده از روابط موجود، ماتریس هنکل سیستم را به دست می‌آورند. در مدل‌های قطعی، خروجی مدل به طور کامل توسط مقادیر پارامتر و شرایط اولیه تعیین می‌شود. در این دیدگاه خواص مواد به خوبی شناخته شده و هیچ‌یک از آن‌ها به صورت تصادفی نیست. بارهای اعمال شده نیز قطعی هستند. در مدل‌های قطعی، خروجی مدل به طور کامل توسط مقادیر پارامتر و شرایط اولیه تعیین می‌شود.

در نگاه گسترده‌تر تصادفی با فرض وجود ارتعاشات محیطی تحقیقات را انجام می‌دهیم. نیروی وارده بایستی در این حالت به گونه‌ای باشد که دامنه آن بر نیروهای محیطی غالب گردد، بنابراین به بارگذاری خیلی زیادی نیاز است که گاهی ممکن است باعث تخریب سازه شود. بدین منظور بایستی به صورت تصادفی ارتعاشات محیطی بررسی شود. مدل‌های تصادفی دارای برخی از اتفاقات طبیعی می‌باشند. مجموعه‌ای از مقادیر پارامتر و شرایط اولیه، به مجموعه‌ای از خروجی‌های مختلف منجر خواهد شد که خواص تصادفی دارد. به عنوان مثال مدول یانگ یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت یا توزیع نرمال است. به عنوان مثالی دیگر بار اعمالی را میتوان به عنوان متغیر تصادفی نام برد که از جمله آن بار باد و زلزله می‌باشند [21].

۲-۶- مسائل تنش مسطح سازه های گسسته

در این قسمت به تحلیل ایستای جامدات دوبعدی، به خصوص در حالت تنش صفحه‌ای می‌پردازیم. تحلیل تنش صفحه‌ای مربوط به مسائلی است که در آن‌ها ضخامت در مقایسه با سایر ابعاد در صفحه $x-y$ بسیار کم است. بارها و شرایط مرزی بر روی صفحه میانی یا مرجع سازه اعمال می‌شوند. جابه جایی‌ها در

¹ Realization theory

صفحه مرجع محاسبه می‌شوند. تنش‌های مربوط به مختصات z به‌عنوان مقادیر خیلی کم در نظر گرفته شده و در فرمول‌بندی‌ها وارد نمی‌شوند. در این فصل تنها مواد ایزوتروپیک و همگن در نظر گرفته و از المان‌های چهارگوش چهار گره‌ای (Q4) استفاده شده است.

۲-۶-۱- جابه‌جایی‌ها، کرنش‌ها و تنش‌ها

مسئله تنش صفحه‌ای، به صورت زیر، دو جابه‌جایی کلی u و v را که به ترتیب در جهت‌های کلی x و y تعریف شده‌اند، را در نظر می‌گیرد [21].

$$u(x, y) = \begin{bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{bmatrix} \quad (۱۱.۲)$$

مقادیر کرنش‌ها با مشتق‌گیری از جابه‌جایی‌ها به دست می‌آیند.

$$\varepsilon(x, y) = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (۱۲.۲)$$

با فرض یک ماده الاستیک خطی، تنش‌ها به‌صورت زیر خواهند بود:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = C \varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu E}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & G = \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (۱۳.۲)$$

که در آن E مدول الاستیسیته و ν ضریب پواسون می‌باشد.

معادلات تعادل ایستا به‌صورت زیر هستند:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + b_x = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + b_y = 0 \quad (۱۴.۲)$$

که در آن b_x, b_y نیروهای حجمی^۱ هستند.

۲-۶-۲- شرایط مرزی

شرایط مرزی ضروری یا جابه‌جایی بر روی جزء جابه‌جایی در مرز Γ_u به این صورت اعمال می‌شوند:

$$u = \hat{u} \quad (۱۵.۲)$$

شرایط مرزی طبیعی یا نیرو نیز بر روی Γ_u اعمال می‌شوند:

$$\sigma_n = \hat{t} \quad (۱۶.۲)$$

که در آن $\hat{t}$ انقباض سطح بر واحد مساحت و σ_n بردار نرمال عمود به صفحه است. در صورت لزوم، σ_n می‌تواند در مختصات طبیعی به این صورت محاسبه شود:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y \\ \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & 0 & n_y \\ 0 & n_y & n_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (۱۷.۲)$$

۲-۶-۳- گسسته سازی المان محدود

با در نظر گرفتن دامنه یک المان به صورت Ω^e و مرز المان به صورت Γ^e ، بردار جابه‌جایی n گره‌ای المان محدود توسط $2n$ درجه آزادی تعریف می‌شود.

$$\mathbf{u}^e = [u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad \dots \quad u_n \quad v_n] \quad (۱۸.۲)$$

¹ Body forces

۲-۶-۴- درون یابی جابه جایی ها

بردار جابه جایی در هر المان توسط جابه جایی های گره ای به صورت زیر درون یابی می شود:

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^n N_i^e u_i \quad (۱۹.۲)$$

$$\mathbf{v} = \sum_{i=1}^n N_i^e v_i \quad (۲۰.۲)$$

که در آن N_i^e ها، توابع شکل المانی را مشخص می کنند. این کار همچنین می تواند به فرم ماتریسی زیر انجام شود:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} N_1^e & 0 & 0 & N_2^e & 0 & \dots & N_n^e & 0 \\ 0 & N_1^e & 0 & 0 & N_2^e & 0 & \dots & N_n^e \end{bmatrix} \mathbf{u}^e = \mathbf{N} \mathbf{u}^e \quad (۲۱.۲)$$

بردار کرنش نیز می تواند توسط مشتقات مقادیر جابه جایی به این صورت به دست آید:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2^e}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_n^e}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2^e}{\partial y} & 0 & \dots & \frac{\partial N_n^e}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & \frac{\partial N_2^e}{\partial y} & \frac{\partial N_2^e}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_n^e}{\partial y} & \frac{\partial N_n^e}{\partial x} \end{bmatrix} \mathbf{u}^e = \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (۲۲.۲)$$

که در آن $\mathbf{B}$ ماتریس کرنش جابه جایی است. این ماتریس برای محاسبه ماتریس سختی و بردار تنش در هر المان مورد نیاز است.

۲-۶-۵- انرژی المان

انرژی پتانسیل کلی می تواند در هر المان به صورت زیر تعریف شود [21]:

$$I^e(w) = \frac{1}{2} B^e(w, u) - l^e(w) \quad (۲۳.۲)$$

که قسمت سمت راست این معادله به فرم ماتریسی و گسترده زیر بیان می‌شود:

$$B^e(w, u) = \int_{\Omega^e} \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \\ w \end{matrix} \right\}^T \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{00} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ u \end{matrix} \right\} d\Omega^e \quad (24.2)$$

$$B^e(w, u) = \int_{\Omega^e} \left[\frac{\partial w}{\partial x} \left(a_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + a_{12} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial w}{\partial y} \left(a_{21} \frac{\partial u}{\partial x} + a_{22} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + a_{00} w u \right] dx dy \quad (25.2)$$

$$l^e(w) = \int_{\Omega^e} [w]^T [f] d\Omega^e + \int_{\Gamma^e} [w]^T [q_n] ds \quad (26.2)$$

$$l^e(w) = \int_{\Omega^e} f w dx dy + \int_{\Gamma^e} w q_n ds \quad (27.2)$$

که در این فرمول‌ها a مشخصات سازه به فرم $a = EA(x)$ و q_n متغیر ثانویه در فرمول‌بندی (نیروها در راستای بردار نرمال هر المان) می‌باشد. به منظور مینیمم کردن انرژی پتانسیل (استفاده از فرم ضعیف^۱ یا انتگرال‌های وزن‌دار^۲) از مساوی با صفر قرار دادن رابطه (۲۳.۲) رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$0 = \sum_{j=1}^n \left\{ \int_{\Omega^e} \left[\frac{\partial N_i^e}{\partial x} \left(a_{11} \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + a_{12} \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right) + \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \left(a_{21} \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + a_{22} \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right) + a_{00} N_i^e N_j^e \right] dx dy \right\} u_j - \int_{\Omega^e} f N_i^e dx dy - \int_{\Gamma^e} N_i^e q_n ds \quad (28.2)$$

این رابطه با جایگزینی توابع وزن به صورت توابع خطی وابسته $w = \delta u \approx \sum_{i=1}^n \delta u_i N_i$ حاصل شده است. در ادامه رابطه بالا را با تعاریف سختی المان به فرم زیر می‌توان نوشت:

$$\sum_{j=1}^n K_{ij}^e u_j^e = f_i^e + Q_i^e, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (29.2)$$

که در این معادله:

¹ Weak Form

² Weighted Integral Statement

$$K_{ij}^e = \int_{\Omega^e} \left[\frac{\partial N_i^e}{\partial x} \left(a_{11} \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + a_{12} \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right) + \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \left(a_{21} \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + a_{22} \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right) + a_{00} N_i^e N_j^e \right] dx dy \quad (30.2)$$

$$f_i^e = \int_{\Omega^e} f N_i^e dx dy, \quad Q_i^e = \int_{\Gamma^e} q_n N_i^e ds \quad (31.2)$$

که f_i^e مجموع نیروهای حجمی و Q_i^e مجموع نیروهای کششی^۱ می‌باشند و مجموع این دو، نیروهای خارجی را شامل می‌شود. معادله (۲۹.۲) را به فرم ماتریسی زیر می‌توان نوشت:

$$[k^e] \{u^e\} = \{f^e\} + \{Q^e\} \quad \text{or} \quad \mathbf{K}^e \mathbf{u}^e = \mathbf{f}^e + \mathbf{Q}^e \quad (32.2)$$

که اجزاء آن به فرم ماتریسی زیر می‌باشند:

$$\mathbf{K}^e = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dx dy, \quad \mathbf{f}^e = \int_{\Omega} \mathbf{N} \mathbf{f} dx, \quad \mathbf{Q}^e = \int_{\Gamma} \mathbf{N} \mathbf{q} ds \quad (33.2)$$

۲-۶-۶-المان چهارگرهی Q4

در اینجا یک المان چهارگوش در نظر می‌گیریم. این المان توسط چهار گره در مختصات طبیعی (ξ, η) تعریف شده است. مختصات به صورت زیر درونیابی می‌شوند:

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^4 N_i y_i \quad (34.2)$$

که در آن N_i توابع لاگرانژ و به صورت زیر هستند:

$$N_1(\xi, \eta) = l_1(\xi) l_1(\eta) = \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 - \eta) \quad (35.2)$$

$$N_2(\xi, \eta) = l_2(\xi) l_1(\eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 - \eta) \quad (36.2)$$

$$N_3(\xi, \eta) = l_2(\xi) l_2(\eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 + \eta) \quad (37.2)$$

$$N_4(\xi, \eta) = l_1(\xi) l_2(\eta) = \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 + \eta) \quad (38.2)$$

¹ Traction Forces

جابه‌جایی‌ها نیز به‌صورت زیر درونیابی می‌شوند:

$$u = \sum_{i=1}^4 N_i u_i, \quad v = \sum_{i=1}^4 N_i v_i \quad (39.2)$$

که در آن مقادیر u, v مقادیر جابه‌جایی در هر نقطه از المان و u_i, v_i برای $i = 1, 2, \dots, n$ جابه‌جایی‌های گره‌ای هستند. مشتقات به‌صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (40.2)$$

به فرم ماتریسی رابطه قبل را می‌توان به این صورت نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} = \mathbf{J} \frac{\partial}{\partial x} \quad (41.2)$$

که در آن $\mathbf{J}$ ماتریس ژاکوبی، ارتباط‌دهنده مختصات طبیعی و کلی است. مشتقات نسبت به مختصات کلی می‌توانند به‌صورت زیر به دست آیند:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \mathbf{J}^{-1} \frac{\partial}{\partial \xi} \quad (42.2)$$

در ادامه ماتریس سختی به این صورت خواهد بود:

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} d\Omega \quad (43.2)$$

دقت شود که $\mathbf{B}$ ماتریس کرنش-جابجایی است به مختصات طبیعی المان (ξ, η) وابسته می‌باشد. به این ترتیب، حجم المان به صورت زیر خواهد بود:

$$d\Omega = h \times \det \mathbf{J} \times d\xi d\eta \quad (44.2)$$

که در آن $\det J$ دترمینان ماتریس ژاکوبین و h ضخامت صفحه است. انتگرال در فرمول محاسبه ماتریس سختی به صورت عددی توسط روش تقریبی گوس به صورت دوبعدی، با در نظر گرفتن رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\mathbf{K} = h \int_{\Omega^e} \mathbf{F} d\xi d\eta \quad (45.2)$$

که در آن $\mathbf{F} = \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} \det J$. محاسبه عددی طبق رابطه زیر انجام می‌گیرد:

$$\mathbf{K} = \sum_{i,j} \mathbf{F}_{i,j} \mathbf{a}_{i,j} \quad (46.2)$$

در اینجا $\mathbf{F}_{i,j}$ ماتریسی وابسته به نقاط طبیعی (ξ_i, η_i) است. نقاط انتگرال‌گیری (ξ_i, η_i) و وزن‌های انتگرال‌گیری به نوع انتگرال‌گیری که توسط کاربر انجام می‌شود، وابسته است. در المان چهار گره‌ای می‌توان از یک انتگرال‌گیری عددی 2×2 برای انتگرال‌گیری دقیق استفاده نمود. روش توزیع گوسی در دو بعد، انتگرال‌گیری را با جمع بر روی نقاط گوسی به صورت زیر، جایگزین می‌کند:

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{F}(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 w_i w_j \mathbf{F}(\xi_i, \eta_j) \quad (47.2)$$

که در آن p, q به ترتیب تعداد نقاط انتگرال‌گیری در جهت‌های ξ, η هستند و $w_i w_j$ وزن‌های مرتبط مشابه شکل برای بعضی درجات انتگرال‌گیری می‌باشند. ماتریس سختی می‌تواند با نقاط گوسی 2×2 به این صورت محاسبه شود:

$$\mathbf{K}^e = \int_{\Omega^e} h \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} d\Omega^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 h \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} \det \mathbf{J} d\xi d\eta = h \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} \det \mathbf{J} w_i w_j \quad (48.2)$$

تمام نقاط گوسی دارای وزن واحد هستند.

فصل سوم

شناسایی آسیب با استفاده از بهینه

سازی توپولوژی

درواقع بهینه‌سازی، به دست آوردن بهترین راه‌حل برای یافتن مجموعه‌ای از متغیرهای طراحی است که منجر به یک مقدار بهینه برای یک یا چند تابع هدف گردد. هدف از بهینه‌سازی یافتن حداقل یا حداکثر تابعی است که شامل متغیرهای طراحی باشد. در بهینه‌سازی سازه‌ها به‌طور عمومی پارامترهای اقتصادی به‌عنوان پارامترهای اصلی طراحی در نظر گرفته می‌شوند؛ که در حالت کلی شامل وزن و مصالح مصرفی می‌باشند. در این قبیل مسائل عمومی بهینه‌سازی از یک سری قید برای محدود کردن بهینه‌سازی استفاده می‌شود. بهینه‌سازی در سازه‌ها به‌طور معمول احتیاج به روش‌های تکراری دارد.

تعداد تکرار در روش‌های بهینه‌سازی برای رسیدن به سمت شرایط بهتر، بستگی به تعداد درجات آزادی یا تعداد متغیرها دارد. با افزایش تعداد متغیرهای طراحی، زمان محاسبه به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. هر مرحله به دو گام تقسیم می‌شود: در گام اول سازه تحلیل می‌شود تا پاسخ آن نسبت به متغیرهای طراحی به دست آید. در گام دوم متغیرهای طرح بر اساس ضوابط بهینه‌سازی اصلاح می‌گردند. از مشکلات دیگر روش‌های کلاسیک حجم زیاد اطلاعات ایجاد شده است که بررسی و ذخیره نمودن آن دشوار می‌باشد. در مسئله مورد بررسی، هدف شناسایی آسیب در سازه است. لذا برای دستیابی به این منظور از روش مصالح مصنوعی همسانگرد استفاده می‌شود. در این روش با تعریف شاخصی برای هر المان به‌عنوان متغیر طراحی، توپولوژی سازه شامل شدت شاخص‌های المان‌ها را با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی، می‌توان یافت.

به‌طور کلی هر مسئله بهینه‌سازی از سه متغیر اصلی زیر تشکیل می‌شود:

- ۱- **متغیرهای طراحی^۱**: هر سیستم مهندسی را با مجموعه‌ای از کمیت‌ها می‌توان توصیف نمود. بعضی از این کمیت‌ها در طول عملیات بهینه‌سازی تغییر می‌کنند که متغیرهای بهینه‌سازی نامیده می‌شوند. از طرف دیگر مقادیری از سیستم که در طول فرایند بهینه‌سازی ثابت هستند را پارامترهای از

^۱ Design Variables

پیش تعیین شده می‌نامند. در حالت کلی در مهندسی عمران، متغیرهای طراحی بهینه سازی ممکن است مربوط به اندازه، هندسه و توپولوژی سازه باشد. ابعاد کلی سازه ها، مشخصات مقاطع سازه ها و ... می‌توانند به عنوان متغیرهای طراحی مربوط به اندازه سازه انتخاب شوند. متغیرهای طراحی هندسه متغیرهایی هستند که با تغییر آن‌ها، شکل و پیکربندی اولیه سازه تغییر می‌کند، مانند مختصات گره‌ها در یک خرپا یا قاب ساختمانی. اگر در طول فرایند بهینه‌سازی، هدف حذف المان‌های غیرضروری یا حذف قسمتی از مصالح در سازه باشد، در این حالت متغیرهای بهینه سازی بیانگر توپولوژی سازه می‌باشد.

۲- **تابع هدف^۱:** تابعی است برحسب متغیرهای طراحی که باید انعکاس دهنده هدف اصلی از مسئله طراحی باشد. به طور کلی، تابع هدف باید مهم‌ترین ویژگی یک طرح را بیان نماید. انتخاب تابع هدف مناسب یکی از تصمیمات مهم در بهینه سازی است.

۳- **قیدهای طراحی^۲:** به مجموعه‌ای از معیارها، ضوابط و دستورالعمل‌هایی که در مسئله طراحی بهینه باید لحاظ شوند، قیود یا محدودیت‌های طراحی گفته می‌شود. به عنوان مثال، برای طراحی ایمن یک سازه، تنش‌ها و تغییر مکان‌ها باید از مقادیر مجاز خود کوچک‌تر باشند. قیدها در حالت کلی ممکن است به صورت مساوی یا نامساوی باشند.

۳-۲- فرم ریاضی عمومی برای یک مسئله بهینه سازی سازه‌ای

منظور از سازه بهینه می‌تواند سازه‌ای با کم‌ترین وزن، بیش‌ترین سختی یا حتی پایدارترین رفتار در مقابل کماتش باشد. به منظور رسیدن به هر کدام از این اهداف، ممکن است قیدهایی نیز وجود داشته باشند. در

¹ Objective Function

² Design Constraints

مسائل بهینه سازی سازه‌ای، معمولاً کمیت‌هایی همچون حجم مصالح به کار گرفته‌شده، تنش‌ها، تغییر مکان‌ها و حتی هندسه سازه به‌عنوان قید در نظر گرفته می‌شوند [22].

به طور کلی می‌توان مسئله بهینه سازی عمومی را به فرم زیر بیان نمود:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f(\mathbf{x}) \\ & \text{subjected to} && h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n_h \\ & && g_k(\mathbf{x}) \leq 0 \quad k = 1, 2, \dots, n_g \\ & && x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1.3)$$

که در آن $f(\mathbf{x})$ تابع هدف، $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ برداری از متغیرهای طراحی، $h_j(\mathbf{x})$ قیدهای مساوی^۱ و

$g_k(\mathbf{x})$ قیدهای نامساوی^۲ هستند. همچنین n_g, n_h و n به ترتیب تعداد قیدهای مساوی، نامساوی و

متغیرهای طراحی هستند. مقادیر x_i^u و x_i^l نیز کران‌های پایین و بالای متغیرهای طراحی x_i محسوب

می‌شوند. مجموعه‌ای از متغیرهای طراحی که همه قیدها را اقیاناع کنند، یک فضای شدنی^۳ را تشکیل می‌-

دهند. از طرفی، فضای نشدنی^۴ مجموعه‌ای از همه نقاط طراحی است که حداقل یکی از قیدها را نقص

کرده باشند.

اگر تابع هدف و قیدهای مساوی و نامساوی توابعی خطی از متغیرهای طراحی باشند، آنگاه مسئله یک

مسئله بهینه سازی خطی^۵ خواهد بود. در یک مسئله بهینه سازی غیرخطی^۶، تابع هدف یا حداقل یکی از

قیدها یک تابع غیرخطی از متغیرهای طراحی است. به طور معمول مسائل بهینه سازی سازه‌ای جزء

مسائل بهینه سازی غیرخطی می‌باشند [23]

¹ Equality constraints

² Inequality constraints

³ Feasible domain

⁴ Infeasible domain

⁵ Linear optimization problem

⁶ Nonlinear optimization problem

۳-۳- انواع مسائل بهینه سازی سازه‌ای

طراحی مهندسی سازه را می‌توان به سه مرحله تقسیم کرد. در مرحله اول با توجه به فضای طراحی، فرم و سیستم سازه مشخص می‌شود. مرحله دوم به تعیین شکل سازه و مشخصات هندسی مرزهای آن اختصاص دارد. مرحله سوم، مرحله طراحی جزئیات سازه می‌باشد. این تقسیم‌بندی سبب پیدایش سه روش بهینه سازی سازه شده است. از منظر خصوصیات هندسی، می‌توان مسائل بهینه سازی سازه‌ای را در سه دسته زیر تقسیم‌بندی نمود:

بهینه‌سازی ابعادی^۱: پژوهش‌های اولیه در بهینه سازی سازه‌ای، تمرکز بر روی بهینه سازی ابعادی داشته‌اند. به‌عنوان مثال، پیدا کردن سطح مقطع اعضای یک خرپا یا قاب یا بهینه کردن ضخامت یک صفحه از جمله این مسائل هستند. در این قبیل مسائل، دامنه طراحی ثابت است و در طول پروسه بهینه سازی تغییر نمی‌کند.

بهینه‌سازی شکل^۲: به‌منظور توسعه‌های بعدی در بهینه‌سازی، زمینه پیدا کردن مرزهای بهینه یک سازه مطرح شده است. پیدا کردن تابع مناسب برای تعریف مرزهای یک سازه تنش مسطح و همین‌طور پیدا کردن محل اتصالات یک سازه اسکلتی جزء این دسته از مسائل بهینه سازی سازه‌ای هستند. در این گونه مسائل، دامنه طراحی ثابت نیست اما نحوه توزیع مصالح ثابت باقی می‌ماند و از طرفی مرزهای جدید نیز شکل نمی‌گیرند.

بهینه‌سازی توپولوژی^۳: در بهینه سازی توپولوژی مسائل گسترده مانند خرپاها، سطح مقطع اعضا به‌عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شود که مقدار آن‌ها می‌تواند صفر گردد، به این معنی که این اعضا قادر هستند از خرپا حذف شوند.

¹ Size optimization

² Shape optimization

³ Topology optimization

۳-۴- مسئله عمومی بهینه سازی توپولوژی

امروزه بهینه سازی توپولوژی به عنوان یک ابزار قدرتمند در بسیاری از زمینه های طراحی و به خصوص مسائل مهندسی و سازه ای در نظر گرفته می شوند. علم بهینه سازی توپولوژی همواره با این سوال روبرو است که بهترین وضعیت برای مصالح در دامنه ای معین، به منظور بهینه کردن یک تابع هدف معلوم تحت قیدهای خاص، چیست؟ به عبارت دیگر، هدف بهینه سازی توپولوژی تعیین تعداد، مکان و شکل حفره های سازه و نحوه ارتباط بین اعضاست. بنابراین در طراحی توپولوژی یک سازه، به دنبال تعیین جانمایی بهینه برای مصالح همسانگرد داده شده در دامنه مورد نظر می باشند؛ به این معنی که بهتر است تعیین شود کدام نقاط از دامنه دارای مصالح و کدام نقاط خالی از مصالح باشند (به صورت حفره باقی بمانند).

زمانی که از یک فرم گسسته استفاده می کنیم، دامنه طراحی در روش های مبتنی بر المان به پیکسل هایی تبدیل می شود که در نهایت نسبت به اینکه مصالح در آن ها قرار می گیرد یا نه، سیاه یا سفید خواهند شد. در واقع در فضای مرجع به دنبال زیرمجموعه بهینه ای هستیم که شامل مصالح باشد. بنابراین این تابع که به فرم گسسته صفر-یک نیز معروف است، بیانگر این است که در صورت وجود مصالح مقدار چگالی برابر با یک و در غیر این صورت مقدار چگالی برابر با صفر در نظر گرفته می شود. با این حال امروزه در مسائل بهینه سازی توپولوژی به جای استفاده از مقادیر صحیح و گسسته چگالی، می توان از مقادیر پیوسته تحت عنوان تابع چگالی مصنوعی استفاده نمود. در این صورت به منظور جلوگیری از شکل گیری نواحی متخلخل (نواحی با چگالی بین صفر و یک) از یک توان جریمه نیز مطابق با رویکرد مصالح مصنوعی همسانگرد با اعمال جریمه استفاده می شود [24].

بهینه سازی سازه ای با استفاده از تحلیل به روش اجزاء محدود برای اولین بار در سال ۱۹۶۰ توسط کلاف^۱ معرفی شد [25]. در سال ۱۹۶۴ هالمبرگ^۲ و همکاران از قیدهای تنش برای بهینه سازی خرپاها استفاده

¹ Clough

² Holmberg et al.

کردند [26]. در سال ۱۹۸۷ سونبرگ^۱ الگوریتم مجانب‌های پویا را به‌عنوان راه‌حلی نوین برای بهینه سازی ارائه داد [27]. در سال ۱۹۸۸ بندسو^۲ و کیکوچی^۳ برای اولین بار بهینه سازی توپولوژی را معرفی کردند و در سال ۱۹۸۹ بندسو برای اولین بار روش اعمال جریمه مواد همسانگرد را پیشنهاد داد [24]. در سال ۱۹۹۱ رزوانی^۴ و همکاران برای دستیابی به یک مدل سیاه و سفید با استفاده از اعمال جریمه بر متغیرهای طراحی متوسط تلاش کردند و نام جریمه مواد همسانگرد جامد را برای آن پیشنهاد دادند [28]. کاربرد عددی ایده توزیع ماده بر اساس مواد همگن‌شده برای اولین بار توسط بندسو و کیکوچی در سال ۱۹۸۸ انجام شد. در این روش، توپولوژی حاصل از بهینه کردن ابعاد حفره‌هایی که در مقیاس میکروسکوپی در نظر گرفته شده‌اند، به دست آمده است [24].

۳-۵- مسئله بهینه سازی توپولوژی برای شناسایی آسیب

با وجود اینکه مشکلات طراحی بهینه در چند دهه گذشته مورد بررسی گسترده قرار گرفته است، تعداد کمی از آثار در زمینه بهینه سازی دینامیک سازه وجود دارد [29,30]. به‌منظور بهینه سازی توپولوژی سازه‌ها می‌توان از دو رویکرد کلی نام برد. در رویکرد متداول‌تر هدف پیدا کردن سخت‌ترین سازه ممکن تحت قید حجمی است. درواقع در این رویکرد انرژی کرنشی تحت بارهای اعمال‌شده به سازه، بایستی حداقل گردد. از آنجا که در این حالت هیچ محدودیتی برای تنش‌ها و تغییرمکان‌های موجود در سازه در نظر گرفته نمی‌شود، نوع دیگری از مسائل بهینه سازی توپولوژی نیز مطرح شده است که هدف آن مینیمم کردن وزن سازه تحت قیدهای تنش می‌باشد [33]–[31]. در رویکرد دوم، که در سال‌های اخیر، بیشتر از قبل مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است، وزن سازه تحت قیدهای تنش مینیمم می‌گردد.

در روش اول، مسائل بهینه سازی توپولوژی با در نظر گرفتن روش تحلیل اجزا محدود، مقدار چگالی در هر المان به‌عنوان متغیر طراحی مسئله در نظر گرفته می‌شود. اگرچه در این شیوه از رویکرد جدید، تعداد

¹ Svanberg

² Bendsoe

³ Kikuchi

⁴ Rozvany et al.

قیدهای مسئله و به دنبال آن حجم محاسبات نسبت به فرمول‌بندی عمومی مسائل بهینه‌سازی توپولوژی خیلی بیشتر است، با این حال نتایج حاصل از این رویکرد از منظر کاربرد در مسائل مهندسی و سازه‌ای، واقعی و منطقی‌تر به نظر می‌رسند [34]. در این روش مقدار چگالی در هر المان به‌عنوان متغیرهای مسئله بهینه‌سازی مطرح می‌شوند.

آسیب در سازه‌ها، به‌ویژه آسیب محلی، به طور معمول به تغییرات پارامترهای فیزیکی سازه مرتبط است. سازه می‌تواند به‌عنوان یک سیستم دینامیکی با سختی، جرم و میرایی در نظر گرفته شود. هنگامی که برخی از آسیب‌ها در سازه ایجاد می‌شوند، پارامترهای سازه‌ای، توابع پاسخ فرکانس و پارامترهای مودال سیستم نیز تغییر خواهند کرد. رویکردی که در بهینه‌سازی به‌منظور شناسایی آسیب یا به‌روزرسانی مدل انجام می‌پذیرد، به‌روزرسانی مدل تحلیلی است تا تفاوت بین داده‌های تحلیلی پس از به‌روزرسانی مدل و داده‌های اندازه‌گیری‌شده به حداقل برسد.

بهینه‌سازی توپولوژی یک محدوده بسیار فعال تحقیقاتی را شامل می‌شود که به‌طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است. در کتاب بندسو کلیات روش بهینه‌سازی بررسی شده است [22,35]. بهینه‌سازی توپولوژی یک روش ریاضی است که طرح‌بندی مواد را در یک فضای طراحی مشخص برای مجموعه‌ای از بارها، شرایط مرزی و محدودیت‌ها، باهدف به حداکثر رساندن عملکرد سیستم، بهینه می‌کند [22,23].

۳-۶- انواع تابع هدف

تابع هدف را می‌توان یکی از مهم‌ترین بخش‌های یک مسئله بهینه‌سازی قلمداد نمود. تابع هدف معیاری است که به وسیله آن مقدار همگرایی الگوریتم محاسبه می‌شود و زمان توقف اجرای الگوریتم را مشخص می‌کند. انتخاب تابع هدف مناسب با توجه به شرایط خاص مسئله شناسایی خرابی بر عهده کاربر است. در ادامه خلاصه‌ای از برخی روش‌های مبتنی بر بهینه‌سازی به‌منظور شناسایی آسیب، ارائه شده است که به بررسی تابع هدف آن‌ها پرداخته می‌شود.

روش‌های تشخیص آسیب معمول، یک تابع هدف را به حداقل می‌رسانند، که این تابع هدف عموماً به صورت اختلاف بین داده‌های ارتعاشی به دست آمده توسط آزمایش‌های مودال و داده‌های محاسبه‌شده توسط مدل تحلیلی، تعریف می‌شود [38]–[36]. در عمل، از آنجا که فرکانس طبیعی پایین‌تر می‌تواند به راحتی به دست آید، این پارامتر اغلب به عنوان مقادیر مناسب برای تشخیص آسیب در تنظیم مسئله معکوس انتخاب می‌شود. از تحقیقات پیشین در این زمینه می‌توان به کالی^۱ و آدامز^۲ در سال ۱۹۷۹ [39] اشاره نمود، که در آن محل و مقدار خرابی در تیرهای یک‌بعدی با استفاده از داده‌های فرکانس‌های طبیعی، شناسایی می‌شوند. در سال ۱۹۸۵ فاکتور MAC که دو مود i و j را مقایسه می‌کند، توسط اوینس^۳ پیشنهاد شده که در این روش مقدار MAC بین صفر و یک تغییر می‌نماید. تابع MAC امکان استفاده از خصوصیات تعامد شکل مودها را برای مقایسه دو مود فراهم می‌کند. مقدار یک نشان می‌دهد که شکل مودهای دو گروه از داده‌ها یکسان هستند. اگر مودها متعامد و غیرمشابه باشند به این معنی است که یک مقدار صفر برای MAC محاسبه شده است. بنابراین مقدار پایین MAC را می‌توان به عنوان یک شاخص خرابی در سازه‌ها تفسیر کرد [40].

استابس^۴ و اوسگودا^۵ در سال ۱۹۸۷ روشی برای شناسایی آسیب بر اساس حساسیت فرکانس‌های طبیعی به آسیب ارائه نمودند. با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری‌شده یک تیر طره و ماتریس‌های حساسیت محاسبه‌شده، میزان و محل خرابی تعیین گردید. در این روش تابع حساسیت با استفاده از مدل اجزاء محدود سازه محاسبه شد. این امر باعث افزایش زمان محاسبات و همچنین اثرات نامطلوب خطای مدل‌سازی گردید [41]. اب^۶ در سال ۱۹۹۶ [42] از تبدیل سریع فوری برای شناسایی تغییرات فرکانس طبیعی استفاده کرده و مسئله معکوس را با استفاده از اطلاعات تحلیل حساسیت، با هدف یافتن

¹ Cowley

² Adams

³ Ewins

⁴ Stubbs

⁵ Osegueda

⁶ Abe

مکان و اندازه شدت آسیب در یک سازه حل کرد. در سال ۱۹۹۹ توسط هاوت^۱ و الاموس^۲ روش‌های شناسایی آسیب بر مبنای انرژی کرنشی مودال ارائه شده‌اند [43].

وانگ و همکارانش^۳ در سال ۲۰۰۱ الگوریتم شناسایی خرابی سازه‌ای را با استفاده از اطلاعات آزمایش استاتیکی و تغییرات در فرکانس‌های طبیعی معرفی کردند [44]. آن‌ها از روشی دومرحله‌ای، مرکب از تغییر شکل‌های استاتیکی سازه‌ای و چند فرکانس طبیعی اول سازه برای شناسایی خرابی استفاده کردند و از این طریق خرابی‌های سازه‌ها را شناسایی نمودند. در سال ۲۰۰۹ شیه^۴ [45] از عملکرد پاسخ فرکانس به‌عنوان ابزار شناسایی آسیب در یک سازه استفاده کردند. در همان سال شناسایی محل آسیب با استفاده از روش‌های انرژی کرنشی مودال توسط لی و همکارانش^۵ صورت گرفت [46]؛ در این کار اطلاعاتی که از تحلیل دامنه فرکانس در دو حالت سالم و آسیب‌دیده به دست آمده است، به‌عنوان داده‌های ورودی برای حل مسئله بهینه‌سازی معکوس مربوطه استفاده شده است. در سال ۲۰۰۲ هائو^۶ و شیا^۷ و انجمنی از MSCE [47] با استفاده از تحلیل حساسیت و الگوریتم ژنتیک به هدف کمینه‌سازی اختلافات بین داده‌های ارتعاش سنجش‌شده و داده‌های تحلیلی استفاده نمودند. سه معیار متفاوت برای تابع هدف در نظر گرفته شده‌اند که عبارت‌اند از: تغییرات فرکانس، تغییرات شکل مود و ترکیبی از این دو.

در سال ۲۰۰۵ بختیاری نژاد و همکاران، از یک روش مبتنی بر انرژی کرنشی ذخیره‌شده در المان‌ها جهت تعیین نقاط بارگذاری بهینه بهره بردند و روش حاصل را به صورت آزمایشگاهی با به کار گیری آن بر روی مدل یک قاب فلزی جهت تعیین محل شدت خرابی صحنه‌گذاری نمودند. نتایج نشان‌دهنده قابلیت این روش در شناسایی محل و شدت خرابی بدون در اختیار داشتن مدل دقیق سازه سالم است

¹ Haute

² Alamos

³ Wang et al

⁴ Shih et al

⁵ Li et al

⁶ Hao

⁷ Xia

[48]. چوی و همکاران^۱ در سال ۲۰۰۵، از شاخص نرمی به عنوان معیاری در جهت شناخت خرابی در سازه ها استفاده کردند. در این روش به کمک تغییرات ایجاد شده در ماتریس نرمی سازه به معرفی شاخص خرابی جدیدی پرداخته شده است. بر اساس نتایج این مطالعه، حساسیت روش ذکر شده به مودهای ارتعاشی پایین تر سازه بیشتر از مودهای بالاتر آن است. لازم به ذکر است که عملکرد این روش ها بر اساس یک مقایسه ساده میان انحنای المان ها و یا ماتریس نرمی آن هاست، لذا این روش نمی تواند شدت خرابی های موجود را تخمین بزند [49].

در سال ۲۰۰۷ توسط پیمانی و همکارانش، شناسایی ترک در سازه های شبیه به تیر مبتنی بر الگوریتم ژنتیک به همراه یک مدل از سازه ترک خورده پیشنهاد شده است. نتایج به دست آمده روی نقاط آزمایش شده نشان داد که این شیوه قادر به شناسایی عمق و محل ترک های کوچک با خطای کوچک می باشد [50]. در دهه های گذشته، در تحقیقات مشابه روش های مختلفی بر اساس داده های مودال برای شناسایی آسیب در سازه ها، که عمدتاً بر مبنای فرکانس طبیعی بودند، معرفی شد [51]–[53].

سو^۲ و اکسو^۳ در سال ۲۰۱۰ مسئله را به صورت کمینه سازی تفاضل بین نتایج آزمایشی و تحلیلی کیفیتی تعریف و مشابه با یک مسئله حداقل مربعات غیرخطی مقید کرانی بیان نمودند. تابع هدف استفاده شده حاوی معیار اطمینان کیفیتی (MAC) هریک از شکل مودهای تست شده است [54]. در سال ۲۰۱۰ ناصر علوی، سلاجقه و فدایی از الگوریتم ژنتیک پیوسته برای عیب یابی سازه ها استفاده کردند. روش ارائه شده دو مزیت مهم داشت: (۱) حذف متغیرهای طراحی حین حل مسئله بهینه سازی برای کاهش فضای جستجو (۲) بهبود حل مسئله خطی شده با استفاده از حل معکوس مور پنروز^۴ [55].

¹ Choi et al.

² Su

³ Xu

⁴ Moore-penrose inverse

سیدپور در سال ۲۰۱۱ به بررسی محلیابی آسیب‌های چندگانه سازه‌ای بر اساس الگوریتم بهینه سازی پرندگان^۱ پرداخت. به طور کلی تغییرات فرکانس‌های طبیعی در یک سیستم سازه‌ای، بروز آسیب در آن سیستم را نشان می‌دهد. از مزایای قابل توجه این روش می‌توان به کاهش حجم محاسبات، در مقایسه با سایر روش‌ها اشاره نمود [56]. در سال ۲۰۱۱ ضیایی، ناصر علوی و سلاجقه یک روش دومرحله‌ای برای عیب‌یابی سازه‌هایی مانند سازه‌های فضاکار تحت بار استاتیکی ارائه کردند. در مرحله اول توسط آنالیز حساسیت و بهینه سازی توسط الگوریتم مورچه‌ها در فضای گسسته و یک تابع هدف منحصربه‌فرد، فضای جستجو را کاهش داده و در مرحله دوم مکان دقیق و مقدار خرابی المان‌ها از بین المان‌های محدودشده در مرحله اول به دست می‌آید [57]. در سال ۲۰۱۱ زارع، ناصر علوی و سلاجقه به ارزیابی پاسخ‌های مختلف برای عیب‌یابی سازه‌ها مبتنی بر آنالیز حساسیت پرداختند. در نهایت پاسخ استاتیکی در روش‌های مبتنی بر تحلیل حساسیت مؤثرترین پاسخ بود [58].

در سال ۲۰۱۱ گریست، ناصر علوی و سلاجقه با استفاده از الگوریتم ژنتیک پیشرفته و تغییرات پاسخ‌های مودال سازه، به تعیین جزییات دقیق خرابی پرداختند و برای حل این مشکل که شدت خرابی می‌تواند در طول المان خراب، غیریکنواخت باشد و محدوده دقیق خرابی می‌تواند بر مش بندی اجزای محدود منطبق نباشد، از توابع شکل مناسب و در نظر گرفتن جای گره‌ها به‌عنوان متغیرهای طراحی استفاده کردند [59]. در سال ۲۰۱۱ توسط نوبهاری و سیدپور، عیب‌یابی سازه‌ها بر اساس الگوریتم ژنتیک اصلاح‌شده بررسی گردید [60]. در سال ۲۰۱۱ توسط مرادی و همکارانش، کاربرد الگوریتم زنبورعسل برای مسائل شناسایی ترک در تیرها معرفی شده است. نتایج نشان داد که به کمک این روش، اندازه و محل ترک به‌خوبی مشخص می‌شود [61].

در سال ۲۰۱۱ توسط مران و همکارانش^۲، عیب‌یابی سازه‌ها بر اساس الگوریتم ژنتیک ترکیبی با متغیرهای حقیقی را معرفی کردند. این تحقیق نشان داد که دقت این روش در مقایسه با سایر

¹ Multi Staged Particle Swarm Optimization(MSPSO)

² Meruane et al.

الگوریتم‌های بهینه سازی در حد بسیار مطلوبی بالاتر می‌باشد [62]. در سال ۲۰۱۲ توسط سیدپور، یک روش دومرحله‌ای برای تعیین محل و اندازه خرابی سازه‌ای با استفاده از انرژی کرنشی مودال مبتنی بر شاخص MSEBI و الگوریتم بهینه سازی PSO پیشنهاد شده است. نتایج عددی نشان دادند که ترکیب $MSEBI^1$ و PSO^2 می‌تواند یک ابزار قابل اطمینان برای شناسایی دقیق خرابی سازه‌ای چندگانه باشد [63].

فو و همکاران^۳ در سال ۲۰۱۲ طی تحقیق به منظور یافتن مکان و تعداد بهینه سنسورها، تابع هدفی بر اساس فاصله شبکه سنسورها از یکدیگر تعریف نمودند که هدف آن مینیمم ساختن میزان خطای شکل مودی و انرژی مصرف شده بر اساس تغییر ماتریس هنکل بوده است [64]. فاروق و همکاران در سال ۲۰۱۲ با استفاده از اطلاعات حاصل از کرنش سنج‌های نصب شده بر روی یک ورق کامپوزیتی، به مقایسه ماشین بردار پشتیبان و شبکه عصبی در عیب‌یابی ورق‌ها پرداختند و نتیجه گرفتند که پاسخ‌های SVM^4 در این زمینه بهتر است [65].

در سال‌های ۲۰۰۷، ۲۰۱۴ و ۲۰۱۶ تحقیقاتی بر مبنای تغییرات انحنای شکل مودی، در سه پژوهش مختلف، باهدف یافتن آسیب، صورت پذیرفت [68]–[66]. لو و همکارانش^۵، در سال ۲۰۱۳ یک روش دومرحله‌ای مبتنی بر انحنای شکل مودی و تحلیل حساسیت پاسخ برای شناسایی خرابی در تیرها بیان نمودند. شبیه‌سازی‌های عددی روی انواع مختلف تیر نشان داد که روش پیشنهادی برای شناسایی ترک، روشی دقیق و کارآمد می‌باشد [69].

فاطمه سروی در سال ۲۰۱۳ بر اساس پاسخ‌های دینامیکی با استفاده از به‌روزرسانی مدل اجزاء محدود به عیب‌یابی سازه‌ها پرداخت. در این تحقیق خرابی به صورت کاهش یکی از خصوصیات فیزیکی اعضای سازه

¹ Modal Strain Energy Based Index

² Particle Swarm Optimization

³ Fu et al

⁴ Support Vector Machine

⁵ Lu et al

مدلسازی شده است و محل و شدت خرابی با روندی معکوس با استفاده از به‌روزرسانی مدل سازه مشخص گردیده است. جهت تشخیص خرابی از دو روش استفاده شده که اولی با استفاده از الگوریتم‌های جستجوگر فرااکتشافی^۱ (رقابت استعماری و اجتماع ذرات) و دومی با استفاده از الگوریتم گرادیانی (لونبرگ-مارکوارت) مسئله خرابی را حل می‌کند. همچنین برای عملکرد مطلوب لونبرگ-مارکوارت در حل مسئله عیب‌یابی سازه‌های پر عضو گسسته استفاده شده‌اند و همین‌طور از روش‌های فرااکتشافی رقابت استعماری و اجتماع ذرات جهت عیب‌یابی سازه‌ها با کاربرد تابع هدف مؤثر بهره گرفته شده است و در نهایت مقایسه بین الگوریتم‌ها صورت گرفته است [70].

رامین قیاسی در سال ۲۰۱۳ به عیب‌یابی سازه‌ها با استفاده از روش‌های پیشرفته هوش مصنوعی پرداخت که در آن مسئله عیب‌یابی به‌صورت آموزش الگوریتم هوش مصنوعی بیان می‌شود و در آن پاسخ‌های سازه، ورودی الگوریتم و عیوب سازه، خروجی آن است. الگوریتم‌های مورد استفاده شامل ماشین بردار پشتیبان حداقل مربعات، شبکه عصبی تابع بنیادی شعاعی، سیستم استنتاج عصبی-فازی تطبیقی و نزدیک‌ترین همسایگی با بزرگ‌ترین مرز بود. بر اساس نتایج ماشین بردار پشتیبان حداقل مربعات دارای سرعت و دقت بیشتری نسبت به سایر الگوریتم‌های هوش مصنوعی درون‌یاب می‌باشد [71].

حسن پیروزی در سال ۲۰۱۴ به عیب‌یابی سازه‌ها با استفاده از دو روش الگوریتم بهینه‌سازی فاخته و روش اختلال هوموتروپی پرداخت. روش اول با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی فاخته طی یک فرآیند دومرحله‌ای با بهره‌گیری از پاسخ‌های مودال مدل سازه و در روش دوم با استفاده از روش اختلال هوموتروپی که برای حل دستگاه‌های غیرخطی است، سازه عیب‌یابی شده است. روش دوم که یک روش تک‌مرحله‌ای است، مبتنی بر آنالیز حساسیت بوده که طی فرآیندی تکراری، تابع هدف ارائه‌شده را حداقل می‌کند. اثر وجود نویز هم در پاسخ دینامیکی بررسی شده است. در این روش با استفاده از پاسخ‌های

¹ Metaheuristic algorithms

شتاب تحت تحریک دینامیکی عیب‌یابی سازه انجام می‌شود و همین‌طور با استفاده هم‌زمان دو پاسخ فرکانس و مود شکل در بردار پاسخ‌ها مدل سازه به‌روزرسانی می‌شود [72].

در سال ۲۰۱۴ توسط ناندا و همکارانش^۱ یک روش ارزیابی خسارت در اتصالات اعضای سازه‌ای با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) که به نام الگوریتم پرندگان نیز مشهور است، پیشنهاد شده است که می‌تواند برای تعیین مقدار خرابی اتصال در هر سازه قابی استفاده شود. در این روش خرابی اتصال به صورت یک کاهش در فاکتور سختی اتصال اندازه‌گیری می‌شود. به‌منظور صحت‌سنجی نتایج تئوری در این تحقیق چند نمونه مطالعات آزمایشگاهی نیز انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم حاضر قادر به تخمین مقدار خرابی در اتصال با دقت قابل قبول می‌باشد [73].

در سال ۲۰۱۵ سان^۲ و بویوک‌زتورک^۳ از ایده جایگذاری بهینه سنسورها بر اساس الگوریتم کلونی مورچه‌ها استفاده کردند. ایده پایه OSP^۴ در پایش سلامت سازه، یافتن چیدمان تعدادی سنسور است، به‌گونه‌ای که بتوان حداکثر اطلاعات را از سیستم دینامیکی به دست آورد. برای تحقق این هدف، OSP را می‌توان به صورت یک مسئله بهینه‌سازی فرمول‌بندی نمود که در آن تابع هدف تعریف‌شده توسط کاربر، که به مشخصه‌های دینامیکی یک سیستم سازه‌ای مرتبط است، کمینه (یا بیشینه) می‌شود. مکان سنسورها را می‌توان به‌عنوان متغیرهای بهینه‌سازی گسسته تعریف کرد و قید مسئله عموماً تعداد سنسور می‌باشد؛ که تابع هدف آن بر اساس ماتریس MAC بر طبق شکل‌های مودی موجود نوشته شده است [74].

در سال ۲۰۱۵ چاو^۵ انرژی کرنشی معادل را به‌عنوان یکی از شاخص‌های نظارت بر سلامت سازه‌ها مورد بررسی قرار داد. در این مطالعه، یک روش جدید جهت تشخیص آسیب‌ها با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ترکیبی چندهدفه بر پایه روش^۶ MSE ارائه شده است که با استفاده از آن می‌توان خسارت‌های

¹ Nanda et al.

² sun

³ Buyukozturk

⁴ Optimal Sensor Placement

⁵ Chao

⁶ Modal Strain Energy

زیادی را به صورت سه بعدی در سازه تشخیص داد. الگوریتم ژنتیک ترکیبی چندهدفه پیشنهادی، محل و ابعاد آسیب‌های سازه را تشخیص می‌دهد [75]. در سال‌های اخیر برخی تحقیقات بر اساس بردار نیروی باقی‌مانده در سازه انجام گرفته است [76,77]. همچنین از تبدیل موجک نیز برای شناسایی آسیب استفاده نموده‌اند [78,79]. در سال ۲۰۱۷ ژانگ، دو و سان^۱ [80] روش خطوط هم‌تراز برای شناسایی آسیب در سازه‌های پیوسته بر اساس پاسخ دینامیکی را پیشنهاد نمودند.

۳-۷- تابع هدف مورد استفاده در بهینه‌سازی

۳-۷-۱- تغییرات فرکانس (مقادیر ویژه)

تغییر در فرکانس‌های طبیعی رایج‌ترین پارامتر مورد استفاده به عنوان تابع هدف برای شناسایی آسیب است [81,82]. طی بررسی صورت گرفته توسط دابلینگ و همکارانش در زمینه شناسایی آسیب و پایش سلامت سیستم‌های سازه‌ای و مکانیکی، با استفاده از تغییرات ویژگی‌های ارتعاشی آن‌ها، ارتباط بین آسیب‌ها با کاهش سختی یا جرم سازه در شبیه‌سازی‌های عددی ثابت شده است [1]. در سال‌های ۲۰۱۰ و ۲۰۱۱ یک رویکرد جدید با به کارگیری این ایده، با استفاده از متغیرهای طراحی بهینه سازی توپولوژی برای شناسایی آسیب، توسط گروه تحقیقاتی Morlier توسعه یافته است [83,84]. اگر در فرآیند بهینه سازی فقط فرکانس به عنوان معیار سنجش هدف گذاشته شود، اولین تابع هدف برابر با مجموع وزن دار مربع اختلافات در فرکانس‌ها می‌باشد. تابع هدف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(\xi) = \sum_{i=1}^{NoM} w_i^{\lambda} \left(\frac{\lambda_i(\xi) - \lambda_i^*}{\lambda_i^*} \right)^2 \quad (2.3)$$

که در آن ξ بردار چگالی المان‌ها (متغیرهای طراحی) که مقادیر آن مابین صفر و یک می‌باشد. λ_i ، i امین مقدار ویژه (فرکانس طبیعی) در مدل عددی و λ_i^* ، i امین مقدار ویژه در مدل سازه اصلی آسیب دیده است که در طول روند بهینه سازی مقداری ثابت دارد. w_i^{λ} ، i امین عضو از بردار وزن مربوط به تابع

¹ Zhang, Du and Sun

فرکانس و NoM تعداد مودهای لحاظ شده است. وزن‌ها به طور معمول به صورت واحد در نظر گرفته می‌شوند، اگرچه می‌شود در صورت لزوم مقادیر متفاوت داشته باشند. از آنجا که فرکانس‌های طبیعی را می‌توان به راحتی و با دقت بالایی حتی در یک نقطه اندازه‌گیری نمود، در نظر گرفتن این پارامتر به عنوان معیار سنجش در پایش سلامت سازه، زمانی که اندازه‌گیری‌ها به صورت دوره‌ای انجام می‌شود، عملی است. ایرادات اولیه در استفاده از تغییرات فرکانس به تنهایی به عنوان تابع هدف، عدم توانایی در تشخیص آسیب در سازه های متقارن و حساس نبودن فرکانس‌ها به آسیب‌های جزئی محلی، می‌باشد. در چنین مواردی، شکل‌های مودی باید ترکیب شوند.

۳-۷-۲- تغییرات شکل مودی (بردارهای ویژه)

اگر شکل‌های مودی در تعداد NoP نقطه اندازه‌گیری شوند، تابع هدف برای NoM مود، به صورت زیر است:

$$f(\xi) = \sum_{i=1}^{NoM} w_i^{\phi} \sum_{j=1}^{NoP} \left(\left| \phi_{ij}(\xi) \right| - \left| \phi_{ij}^* \right| \right) \quad (3.3)$$

که در آن ϕ_{ij} ، زامین عضو از i امین بردار ویژه نرمال شده در مدل بهینه سازی است، ϕ_{ij}^* ، زامین عضو از i امین بردار ویژه نرمال شده در مدل سازه اصلی آسیب دیده است که در طول روند بهینه سازی مقداری ثابت دارد. w_i^{ϕ} ، i امین عضو از بردار وزن مربوط به تابع شکل مودی است. برای اعمال معادله (۳-۳)، شکل‌های مودی بایستی نرمال باشند. در ابتدا تابع هدف برابر با مربع تفاضلات شکل‌های مودی قرار داده شد که در برخی حالات نتایج آن نامناسب بود. با بررسی بیشتر نتیجه‌گیری شد که با توجه به محاسبه‌ی مقادیر ویژه احتمال قرینه به دست آمدن مقادیر ویژه وجود دارد که می‌تواند در محاسبه‌ی تفاضل مودها اشتباه نتیجه دهد، بدین منظور قدر مطلق تفاضلات شکل‌های مودی مورد استفاده قرار گرفت تا مودهای مشابه تفاضلات معقولی را فارغ از علامت مود به دست آورند. شکل مود نسبت به آسیب در سازه حساس است، اما در عمل، شکل مودهای اندازه‌گیری شده به طور معمول خطاهای کوچکتری نسبت به

اندازه‌گیری فرکانس دارند. این روش گاهی ممکن است منجر به نتایج اشتباه در تشخیص آسیب شود [85]. برای غلبه بر این مشکل، راه‌حل پیشنهادی جایگزین کردن ترکیب تغییرات فرکانس و تغییرات شکل مود به‌عنوان تابع هدف است.

۳-۷-۳- ترکیب تغییرات فرکانس و شکل مودی

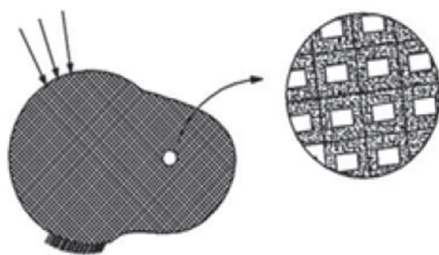
تابع هدف ترکیبی از تغییرات فرکانس و شکل مودی از مجموع دو تابع هدف نام‌برده به صورت زیر می‌باشد:

$$f(\xi) = \sum_{i=1}^{NoM} w_i^{\lambda} \left(\frac{\lambda_i(\xi) - \lambda_i^*}{\lambda_i^*} \right)^2 + \sum_{i=1}^{NoM} w_i^{\phi} \sum_{j=1}^{NoP} (|\phi_{ij}(\xi)| - |\phi_{ij}^*|) \quad (4.3)$$

وزن‌های مربوط به فرکانس‌ها و شکل‌های مودی مختلف باید با دقت انتخاب شود، زیرا نتایج نهایی شناسایی آسیب را به طور قابل توجهی تحت تأثیر قرار می‌دهد. از آنجا که شکل‌های مودی اندازه‌گیری شده دقیق‌تر از فرکانس‌های طبیعی هستند، مقادیر وزن اختصاص داده‌شده به آن‌ها معمولاً کوچک‌تر از وزن‌های تعیین‌شده برای فرکانس‌ها است [47].

۳-۸- روش مصالح مصنوعی همسانگرد با اِعمال جریمه

ایده اصلی در حل مسائل بهینه‌سازی توپولوژی معرفی تعداد نامحدودی از حفره‌های ریزمقیاس برای تشکیل یک ماده متخلخل است. مسئله بهینه‌سازی طوری تعریف می‌شود که ابعاد هندسی این حفره‌ها متغیرهای طراحی باشند. اگر بخشی از سازه تنها از حفره‌های ریزسازه‌ها تشکیل شده باشد، ماده در آن محدوده جایگزین نخواهد شد. از طرفی دیگر اگر هیچ حفره‌ای در قسمتی از سازه نباشد، ماده در آن قسمت جایگزین می‌شود. در شکل ۳-۱ بخشی از سازه به صورت میکروسکپی برای نشان دادن مفهوم ریزسازه‌ها آورده شده است.



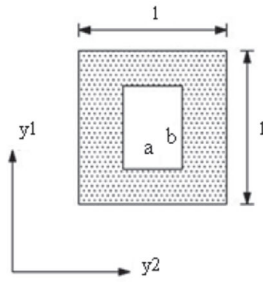
شکل ۳-۱ ریز سلول‌ها با حفره‌های مستطیلی

راه‌های زیادی برای معرفی ریزسازه‌ها وجود دارد که آن‌ها را می‌توان به دو دسته تقسیم نمود. دسته اول ریزسازه‌های مرکب لایه‌ای^۱ و دسته دوم میکروسلول‌ها با حفره‌های داخلی می‌باشند. تئوری همگن‌سازی^۲ برای محاسبه خواص مکانیکی ماکروسکپی این مواد به کار می‌رود که این خواص در روش بهینه‌سازی مورد استفاده به‌عنوان تابع هدف، نیاز است. اما راه ساده‌تری نیز وجود دارد که استفاده از تابع چگالی مصالح مصنوعی همسانگرد (SIMP)^۳ است. در این صورت می‌توان بدون استفاده از معادلات همگن‌سازی، خواص مکانیکی ماکروسکپی مواد را (با دقت کمتری نسبت به روش همگن‌سازی) به دست آورد. به این نوع مواد، مواد مصنوعی گفته می‌شود. در انتخاب ریزسازه‌ها، شکل آن‌ها یکی از مهم‌ترین مسائلی است که باید به آن توجه کرد. شکل انتخاب‌شده باید به‌گونه‌ای باشد که چگالی مواد در ریزسازه بتواند تمامی مقادیر بین ۰ تا ۱ را پوشش دهد. از طرف دیگر شکل حفره‌ها بایستی با کمترین تعداد پارامتر تعیین شود تا میزان متغیرهای طراحی در مسئله بهینه‌سازی به حداقل برسد. سلول‌های مربعی با حفره‌های مستطیل‌شکل در مرکز آن‌ها، ساده‌ترین شکل برای این منظور می‌باشند.

¹ Ranked layered material

² Homogenization Theory

³ Solid Isotropic Material with Penalization



شکل ۲-۳ سلول واحد مربعی با حفره مستطیلی در مرکز آن در مقیاس میکروسکوپی

شکل ۲-۳ سلول واحد را در دستگاه مختصات میکروسکوپی نشان می‌دهد. با استفاده از این مدل سطح اشغال شده توسط مواد جامد به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A_s = \int_A (1-ab) dA \quad (۵.۳)$$

که در این رابطه $0 \leq a \leq 1$ و $0 \leq b \leq 1$ و A فضای طراحی و A_s قسمت جامد فضای طراحی را نشان می‌دهد. در عمل این تابع به وسیله تابعی ثابت در هر المان از فضای طراحی گسسته، تقریب زده می‌شود و بنابراین ابعاد ریزسازه‌ها در هر المان ثابت فرض می‌شود.

$$\rho^e = (1-a^e b^e) \rho_0^e = \xi^e \rho_0^e \quad (۶.۳)$$

$$\xi(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{x} \in \Omega_s & \text{no damage} \\ 0 < \xi_{\min} \leq \xi(\mathbf{x}) < 1 & \mathbf{x} \in \Omega \setminus \Omega_s & \text{damage} \end{cases} \quad (۷.۳)$$

که در این فرمول ξ_s چگالی المان سالم (برابر با ۱) می‌باشد. ایده اصلی در این مسئله بهینه‌سازی، استفاده از پارامتر ξ به عنوان متغیر طراحی است. اگرچه این رابطه تقریبی سبب ساده‌تر شدن الگوریتم بهینه‌سازی می‌شود، اما در این حالت جواب سازه بهینه‌شده دارای نواحی خلل و فرج‌دار زیادی خواهد بود. از نقطه نظر مهندسی هرچه حل نزدیک‌تر شود به ایجاد حالتی از سازه که در آن فقط قسمت جامد یا فقط حفره باشد، حل مطلوب‌تری خواهد بود. از این رو بهتر است که نواحی خلل و فرج‌دار با استفاده از توان جریمه‌ای که به چگالی المان تعلق می‌گیرد، تا حد مقدور حذف شوند [86]. ایده اصلی در این

مسئله بهینه‌سازی، تعریف پارامتر ξ به‌عنوان متغیر طراحی است. با استناد بر این روابط، ماتریس الاستیسیته المان به‌صورت زیر است:

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}) = \xi^p(\mathbf{x})\mathbf{C}^0 \quad p \geq 1 \quad (۸.۳)$$

که در آن ξ_e چگالی المان و متغیر طراحی، $\xi_{\min}$ حد پایین چگالی، p توان جریمه (عموماً برابر ۳) و $\mathbf{C}_e^*$ ماتریس الاستیسیته المان سالم می‌باشند.

در مدل‌سازی المان‌های آسیب‌دیده، پارامتر متغیر طراحی در نظر گرفته شده، باعث کاهش چگالی المان می‌شود که در نتیجه آن ماتریس الاستیسیته المان مربوطه کاهش می‌یابد. با تغییر ماتریس الاستیسیته المان، ماتریس سختی المان و در نتیجه ماتریس سختی کل سازه نیز تغییر می‌یابد.

با جایگذاری موارد فوق در روابط گفته‌شده در بخش ۲-۶، ماتریس‌های سختی و جرم المان در مدل‌سازی SIMP به فرم زیر درمی‌آیند:

$$\mathbf{K}_e(\xi_e) = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{C}(\xi_e) \mathbf{B} d\Omega \quad (۹.۳)$$

$$\mathbf{M}_e(\xi_e) = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{C}(\xi_e) \mathbf{B} d\Omega \quad (۱۰.۳)$$

t معرف ضخامت صفحه و N تابع شکل است. بنابراین ماتریس‌های سختی و جرم کل سازه به صورت زیر محاسبه می‌گردند

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^{NoE} \xi_e \mathbf{K}_e^*, \quad \mathbf{M} = \sum_{e=1}^{NoE} \xi_e \mathbf{M}_e^* \quad (۱۱.۳)$$

که در آن NoE معرف تعداد المان‌های سازه است. طبق تحقیقات صورت‌گرفته در این زمینه توسط دو^۱ و اولهف^۲ احتمال بروز خطا و ایجاد موده‌های مصنوعی در برخی نواحی با چگالی‌های بسیار کم وجود دارد [87]. از این‌رو یکی از معادلات اصلاح‌شده زیر برای مدل SIMP بایستی استفاده گردد:

^۱ Du
^۲ Olhoff

$$\mathbf{M}_e(\xi_e) = \begin{cases} \xi_e \mathbf{M}_e^* & \xi_e > 0.1 \\ (c_1 \xi_e^6 + c_2 \xi_e^7) \mathbf{M}_e^* & \xi_e \leq 0.1 \end{cases} \quad (12.3)$$

$$\mathbf{M}_e(\xi_e) = \begin{cases} \xi_e \mathbf{M}_e^* & \xi_e > 0.1 \\ c_0 \xi_e^6 \mathbf{M}_e^* & \xi_e \leq 0.1 \end{cases} \quad (13.3)$$

که در آن ضرایب ثابت $c_0 = 10^5$ ، $c_1 = 6 \times 10^5$ و $c_2 = -5 \times 10^6$ تعیین شده‌اند. علامت * مورد استفاده در فرمول‌ها به معنی المان کامل با چگالی واحد است. با استفاده از این مدل اصلاح‌شده، همان‌طور که گفته شد مودهای مصنوعی حذف می‌گردند. این رویکرد در قسمت نوشتن کد مربوط به مسئله بهینه سازی نمود پیدا می‌کند و کاربرد دارد.

۳-۹- مسئله دینامیک

بر اساس فرمول‌بندی مسئله دینامیک به فرم زیر می‌باشد:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = 0 \quad (14.3)$$

که در آن $\mathbf{C}$ ماتریس میرایی می‌باشد. برحسب توزیع میرایی در سازه ماتریس مربعی میرایی می‌تواند قطری یا غیر قطری باشد. اگر این ماتریس به صورت قطری باشد رابطه بالا معادله دیفرانسیل غیرهمبسته را برای مختصه‌های مودی به دست می‌دهد و مدل‌های تحلیل کلاسیک برای حل این سیستم‌ها قابل استفاده هستند. مودهای ارتعاشی چنین سیستمی مشابه مودهای سیستم نامیراست. از طرفی اگر این ماتریس غیر قطری باشد، استفاده از تحلیل‌های کلاسیک برای حل این سیستم‌ها ممکن نیست و مودهای ارتعاشی طبیعی آن‌ها مشابه سیستم نامیرا محاسبه نمی‌شوند. بنابراین از میرایی صرف‌نظر می‌شود. برای حل معادله نیاز به فرض $\mathbf{u} = \mathbf{y}\varphi$ و جایگذاری آن در معادله است که به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}\varphi_n + \mathbf{K}\mathbf{y}\varphi_n = 0 \Rightarrow (\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y})\varphi_n = 0 \quad (15.3)$$

با جایگذاری $y = e^{i\omega t}$ معادله بالا به فرم زیر تغییر می‌یابد:

$$[-\omega_n^2 \mathbf{M} e^{i\omega t} + \mathbf{K} e^{i\omega t}] \boldsymbol{\varphi}_n = 0 \xrightarrow{y=e^{i\omega t}} [-\omega_n^2 \mathbf{M} y + \mathbf{K} y] \boldsymbol{\varphi}_n = 0 \quad (۱۶.۳)$$

حالتی که عبارت داخل گیومه مساوی با صفر است، منجر به معادله جبری زیر می‌شود:

$$\mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_n = \omega_n^2 \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_n \rightarrow \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_n = \lambda \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_n \quad (۱۷.۳)$$

این رابطه یک مسئله مقدار ویژه ماتریسی نامیده می‌شود که $\omega_n^2 = \lambda$ مقدار ویژه و $\boldsymbol{\varphi}_n$ بردار ویژه متناظر با آن است. با استفاده از ماتریس‌های سختی و جرم در این معادله، فرکانس‌های طبیعی سازه (ω_i) با حل معادله تعادل دینامیکی در ارتعاش آزاد یک مود ($\boldsymbol{\varphi}_i$) به صورت زیر، محاسبه می‌شوند:

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \boldsymbol{\varphi}_i = 0 \quad (۱۸.۳)$$

که در آن $\lambda_i = \omega_i^2$ است.

۳-۱۰- تحلیل حساسیت

به‌طور کلی روش‌های بهینه سازی را می‌توان به سه دسته تقسیم نمود:

- روش‌های برگرفته از پروسه‌های طبیعی
- روش‌های معیار بهینگی
- روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی

در روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی که در این پروژه مدنظر قرار داده شد، به‌طور مستقیم از روابط ریاضی برای کمینه کردن یک تابع برای محاسبه نقطه بهینه آن استفاده می‌شود. می‌توان مساوی صفر قرار دادن مشتق تابع را در فضای یک‌بعدی برای محاسبه نقاط اکسترمم تابع، به‌عنوان ساده‌ترین مثال معرفی نمود.

در بیشتر تحقیق‌ها پیدا کردن عوامل مهم تأثیرگذار از دغدغه‌های پژوهشگران می‌باشد. علت آن پیچیده‌تر شدن روابط بین متغیرها و پدیده‌های تحت بررسی است. در این خصوص متغیر وابسته فقط

تحت تأثیر یک متغیر مستقل قرار ندارد بلکه تعداد زیادی متغیرهای شناخته شده و شناخته نشده ای وجود دارند به طوری که متغیر وابسته را تحت تأثیر قرار می دهند که این متغیرها نیز ممکن است وابسته به تعدادی متغیر مستقل دیگر باشند. بنابراین تشخیص اینکه کدام متغیر می تواند تأثیر بیشتری بر متغیر وابسته اصلی بگذارد، چالش برانگیز است. تحلیل حساسیت به مطالعه تأثیرپذیری متغیرهای خروجی از متغیرهای ورودی یک مدل گفته می شود یا به عبارت دیگر روشی است برای آنکه بتوان تأثیر تغییرات در ورودی های مدل را در خروجی مدل پیش بینی کرد. درواقع در تحلیل حساسیت، هدف پاسخ به این سوال است که تغییر در متغیرهای مستقل در یک محدوده مشخص چگونه می تواند بر روی متغیرهای وابسته تأثیر بگذارد. به منظور تحلیل حساسیت توابع هدف گفته شده در بخش ۳-۷ نسبت به متغیرهای طراحی، دو روش مشتق گیری داریم.

۳-۱۰-۱- روش تفاضل محدود

یکی از روش های عددی برای یافتن مقدار تقریبی حساسیت موجود است. در این روش مشتق توابع با تفاضلات معادل آنها تقریب زده می شود. اساس این روش برای حل معادلات استفاده از تقریب تابع است. برای تقریب تابع f در نقطه x با استفاده از بسط تیلور می توان نوشت:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+dx) - f(x)}{dx} \quad (۱۹.۳)$$

با استفاده از روش فوق مشتق تابع به طور تقریبی تخمین زده می شود. برای توابع هدف چهارم و پنجم به دلیل پیچیدگی مشتق گیری از انحنای مود، با استفاده از این روش، حساسیت تابع به دست می آید.

۳-۱۰-۲- مشتق گیری تحلیلی

مشتق تحلیلی فرکانس طبیعی:

با استفاده از بازنویسی فرمول (۳-۱۸) مسئله اصلی دینامیک به فرم زیر در می آید:

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_i = \lambda_i \mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_i \quad (20.3)$$

بردار ویژه $\boldsymbol{\varphi}_i$ ، i امین شکل مودی و λ_i ، مجذور i امین فرکانس طبیعی است. بردار ویژه $\boldsymbol{\varphi}_i$ عموماً به صورت زیر نسبت به جرم نرمال می‌شود:

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_i = 1 \quad (21.3)$$

با استفاده از این رابطه برای به دست آوردن مشتق معادله مقادیر ویژه (۳-۲۵) نسبت به متغیرهای طراحی ξ از رابطه زیر استفاده می‌گردد:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \xi_e} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \xi_e}\right)\boldsymbol{\varphi}_i - \frac{\partial \lambda_i}{\partial \xi_e} \mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_i + (\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_i}{\partial \xi_e} = 0 \quad (22.3)$$

که شامل مشتق بردار ویژه و مقدار ویژه برای مود i ام نسبت به متغیر طراحی (چگالی المان) است. در این معادله قسمت سوم بر اساس فرمول (۳-۱۸) معادل با صفر می‌باشد. با ضرب $\boldsymbol{\varphi}_i^T$ در دو طرف معادله فوق و استفاده از بردارهای ویژه معادله (۳-۲۶) مشتق مقدار ویژه از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \xi_e} = \boldsymbol{\varphi}_i^T \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \xi_e} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \xi_e} \right) \boldsymbol{\varphi}_i \quad (23.3)$$

بنابراین مشتق تابع هدف اول که شامل فرکانس‌های طبیعی است، نسبت به متغیرهای طراحی از فرمول زیر بایستی محاسبه گردد:

$$\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi_e} = \sum_{i=1}^{NoM} 2w_i^{\lambda} \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial \xi_e} \right) \left(\frac{\lambda_i(\xi) - \lambda_i^*}{\lambda_i^{*2}} \right) \quad (24.3)$$

مشتق تحلیلی شکل مودی:

بر اساس تحقیقات صورت گرفته در زمینه محاسبه مشتقات بردارهای ویژه، دو نوع فرمول‌بندی را می‌توان استفاده نمود [88]. در این پایان نامه از روش زیر برای به دست آوردن مشتق بردارهای ویژه نسبت به متغیرهای طراحی استفاده می‌شود. به منظور سهولت در نوشتن فرمول‌ها ابتدا $\mathbf{F}$ به صورت زیر معادل با فرمول اصلی تعریف می‌شود:

$$\mathbf{F}_i = [\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}] \quad (25.3)$$

به منظور یافتن مشتق بردارهای ویژه نسبت به متغیرهای طراحی با استفاده از مشتق گیری از معادله (۱۸-۳) می توان نوشت:

$$\mathbf{F}_i \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_i}{\partial \xi_e} = - \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \xi_e} \boldsymbol{\varphi}_i \quad (26.3)$$

همچنین با استفاده از مشتق گیری از دو طرف معادله (۲۷-۳) رابطه زیر حاصل می گردد:

$$2\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_i}{\partial \xi_e} = - \boldsymbol{\varphi}_i^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \xi_e} \boldsymbol{\varphi}_i \quad (27.3)$$

از آن جا که $\mathbf{F}_i$ یک ماتریس منحصربه فرد است، معادلات مستقل خطی (۳۳-۳) نیز به معادله (۳۲-۳) اضافه می شود:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_i \\ 2\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \end{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_i}{\partial \xi_e} = - \begin{bmatrix} \partial \mathbf{F}_i / \partial \xi_e \\ \boldsymbol{\varphi}_i^T (\partial \mathbf{M} / \partial \xi_e) \end{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_i \quad (28.3)$$

با ضرب این معادله در عبارت $[\mathbf{F}_i / \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M}]$ می توان آن را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_i(\xi)}{\partial \xi_e} = - \left[\mathbf{F}_i \mathbf{F}_i + 2 \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \right]^{-1} \left[\mathbf{F}_i \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \xi_e} + \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i \boldsymbol{\varphi}_i^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \xi_e} \right] \boldsymbol{\varphi}_i \quad (29.3)$$

که در آن:

$$\frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \xi_e} = \left[\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \xi_e} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \xi_e} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial \xi_e} \mathbf{M} \right] \quad (30.3)$$

بنابراین مشتق تابع هدف دوم که بر مبنای اختلاف بردارهای ویژه در بخش ۳-۷-۲ تعریف گردید، با استفاده از فرمول زیر به دست می آید:

$$\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi_e} = \sum_{i=1}^{NoM} w_i^\varphi \sum_{j=1}^{NoP} 2 \frac{\partial \varphi(\xi)}{\partial \xi_e} \bigg|_{ij} \frac{\varphi_{ij}(\xi)}{|\varphi_{ij}(\xi)|} (|\varphi_{ij}(\xi)| - |\varphi_{ij}^*|) \quad (31.3)$$

۳-۱۱- روش بهینه سازی تندترین شیب نزولی

از آنجا که هدف اصلی به حداقل رساندن تابع هدف است، ایده تندترین شیب نزولی باعث تغییر در متغیرهای طراحی در هر مرحله از الگوریتم می‌شود که در نتیجه آن مقدار تابع هدف نیز کاهش می‌یابد. برای حل این مسئله بهینه سازی با چندین متغیر که بدون قید تعریف شده است، در گام اول ابتدا بایستی جهت‌یابی شود. سپس در حین جهت‌یابی بایستی اندازه گام برای یافتن حداقل مقدار تابع هدف، تعیین گردد. این فرآیند همواره یک مسئله یک‌بعدی در روند مینیمم سازی است، که با عنوان مسئله جستجوی خطی نامیده می‌شود.

در این روش‌های ریاضی فرض می‌شود ابعاد و تعداد متغیرهای سیستم آن‌قدر بزرگ است که حل غیرخطی دستگاه مزبور (روش‌های مبتنی بر قضیه گرادیان) بسیار سخت می‌باشد. با این حال، روش‌های مبتنی بر گرادیان موسوم به روش‌های غیرمستقیم نیز هستند، چراکه به نحوی از خاصیت گرادیان تابع استفاده می‌کنند. در اینجا علت تنوع و تکرر روش‌ها، اختلاف در جهت جستجو و گام جستجو می‌باشد. برای مسائل مینیمم‌سازی، یک جهت جستجوی مناسب باید مقدار تابع هدف را در هر تکرار کم کند. برای توضیح نحوه جستجوی خطی در مسائل چندبعدی، فرض می‌شود که جهت حرکت $\mathbf{d}^{(k)}$ محاسبه شده است. به طور کلی فرم تابعی $f(\alpha)$ بسیار ساده است و می‌توان از شرایط لازم و کافی بهینگی برای یافتن کمینه $f(\alpha)$ و محاسبه گام حرکت α_k به صورت تحلیلی استفاده نمود. اگرچه در بسیاری از مسائل یافتن فرم صریحی برای $f(\alpha)$ غیرممکن است. علاوه بر این، اگر حتی فرم تابعی $f(\alpha)$ معلوم باشد، ممکن است یافتن یک جواب تحلیلی بسیار پیچیده باشد. بنابراین، می‌بایست روش‌های عددی به‌منظور یافتن α_k با هدف کمینه‌سازی $f(\xi)$ در راستای معین $\mathbf{d}^{(k)}$ مورد استفاده قرار گیرند [89].

روش‌های مختلفی برای تعیین یک راستای مناسب برای روش‌های بهینه سازی نامقید وجود دارند. روش تندترین شیب نزولی ساده‌ترین و احتمالاً شناخته‌شده‌ترین روش عددی برای بهینه سازی نامقید می‌باشد. اساس این روش که توسط کوشی در سال ۱۸۴۷ معرفی شده است [90] بر یافتن یک جهت $\mathbf{d}$

در اثر تکرار است به گونه‌ای که تابع هدف $f(\xi)$ بیشترین کاهش را داشته باشد. به این دلیل این روش، تندترین شیب نزولی نامیده می‌شود. همچنین، خواص گرادیان تابع هدف در فرآیند تکراری مورد استفاده قرار می‌گیرند که دلیلی بر نام دیگر این رویکرد، روش گرادیان، است. رویه تندترین شیب نزولی یک روش مرتبه اول است، چراکه تنها گرادیان تابع هدف، به منظور ارزیابی راستای جستجو، محاسبه می‌شود. گرادیان یک تابع اسکالر را می‌توان به صورت بردار ستونی زیر تعریف کرد:

$$\mathbf{c} = \nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial \xi_1} \quad \frac{\partial f}{\partial \xi_2} \quad \dots \quad \frac{\partial f}{\partial \xi_n} \right] \quad (32.3)$$

برای ساده‌سازی این نشانه‌گذاری، از بردار $\mathbf{c}$ به منظور نشان دادن گرادیان تابع هدف $f(\xi)$ استفاده می‌شود که عبارت است از: $c_i = \partial f / \partial \xi_i$. به منظور مشخص کردن نقطه‌ای از بردار که در آن گرادیان محاسبه می‌شود، از اندیس استفاده شده است:

$$\mathbf{c}^{(k)} = \mathbf{c}(\xi^{(k)}) = \left[\frac{\partial f(\xi^{(k)})}{\partial \xi_i} \right]^T \quad (33.3)$$

بردار گرادیان دارای چندین ویژگی است که در روش تندترین شیب نزولی مورد استفاده قرار گرفته است. مهم‌ترین ویژگی این است که گرادیان در یک نقطه ξ^* به سوی راستایی که در آن بیشترین افزایش در راستای تابع هدف است، جهت‌گیری دارد. در این روش، ایده اصلی مبتنی بر مشتق اول تابع هدف است به این معنی که جهت جستجوی مناسب، عکس جهتی است که تابع بیشترین رشد را دارد، یعنی جهت $-\nabla f$ ، تندترین یا بیشترین کاهش در f را منجر می‌شود (به‌طور محلی)؛ یعنی $\underline{\mathbf{d}}^{(k)} = -\nabla f(\xi^{(k)})$. بنابراین راستای بیشترین کاهش در خلاف جهت آن می‌باشد، که عبارت است از منفی بردار گرادیان. هر جابجایی کوچک در راستای منفی گرادیان باعث بیشترین نرخ کاهش محلی در تابع هدف می‌شود. بنابراین بردار منفی گرادیان بیانگر جهتی از تندترین شیب نزولی برای تابع هدف است و می‌توان آن را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\mathbf{d} = -\mathbf{c} \quad \text{or} \quad d_i = c_i = \frac{\partial f}{\partial \xi_i} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (34.3)$$

می‌بایست توجه داشته که از آنجایی که $\mathbf{d} = -\mathbf{c}$ شرط $\mathbf{d}^{(k)} \cdot \mathbf{c}^{(k)} < 0$ همواره به صورت زیر ا قناع می‌شود:

$$(\mathbf{c}, \mathbf{d}) = -\|\mathbf{c}\|^2 < 0 \quad (35.3)$$

الگوریتم تندترین شیب نزولی رابطه (3-34) جهتی از کاهش در فضای طراحی را برای استفاده در $\xi^{(k+1)} = \xi^{(k)} + \alpha_k \mathbf{d}^{(k)}$ حاصل می‌کند. بر اساس مطالب گفته‌شده، این الگوریتم به صورت زیر بیان می‌شود:

گام ۱. مقداردهی به متغیرهای طراحی اولیه $\xi^{(0)}$ و در نظر گرفتن مقدار شمارشگر تکرار $k = 0$. در این گام می‌بایست یک پارامتر همگرایی $\varepsilon > 0$ نیز تعیین شود.

گام ۲. محاسبه گرادیان $f(\xi)$ نسبت به متغیرهای طراحی در این مرحله $\xi^{(k)}$. این گرادیان به فرم $\mathbf{c}^{(k)} = \nabla f(\xi^{(k)})$ می‌باشد.

گام ۳. محاسبه اندازه $\mathbf{c}^{(k)}$ را به صورت $\|\mathbf{c}^{(k)}\|$. اگر $\|\mathbf{c}^{(k)}\| < \varepsilon$ باشد، از آنجایی که $\xi^* = \xi^{(k)}$ یک نقطه کمینه محلی است، رویه تکراری را بایستی متوقف کرد، در غیر این صورت ادامه داده شود.

گام ۴. فرض می‌شود جهت حرکت در نقطه فعلی $\xi^{(k)}$ خلاف جهت گرادیان، به صورت $\mathbf{d}^{(k)} = -\mathbf{c}^{(k)}$ است.

گام ۵. یک گام حرکت α_k که فرمول $f(\alpha) = f(\xi^{(k)} + \alpha \mathbf{d}^{(k)})$ را در راستای $\mathbf{d}^{(k)}$ کمینه کند، محاسبه می‌گردد. در راستای تعیین مقدار گام حرکت هر الگوریتم جستجوی تک‌بعدی برای تعیین α_k قابل استفاده است.

گام ۶. متغیرهای طراحی با استفاده از $\xi^{(k+1)} = \xi^{(k)} + \alpha_k \mathbf{d}^{(k)}$ به‌روزرسانی می‌شود. سپس در این مرحله $k = k + 1$ قرار داده می‌شود و تکرار از مرحله اول شروع می‌شود.

ایده پایه روش تندترین نزول بسیار ساده است. از یک تخمین اولیه برای طراحی کمینه شروع می‌شود. راستای تندترین نزول در آن نقطه محاسبه شده است. اگر راستا غیر صفر باشد، تا جایی که بتوان در راستای آن به‌منظور کمینه‌سازی تابع هدف، تکرار می‌شود. در نقطه جدید طراحی مجدداً راستای تندترین نزول محاسبه شده و کل این فرایند مجدداً تکرار می‌گردد [89].

۳-۱۲- روش جستجوی طلایی^۱ برای پیدا کردن گام حرکت

در یک تقسیم‌بندی کلی می‌توان ایده‌های نشأت‌گرفته را به سه دسته تقسیم کرد؛ جستجو بر اساس حذف بازه‌ها مثل فیبوناچی^۲ و جستجوی طلایی، جستجو بر اساس محاصره و جستجو بر اساس برازش منحنی^۳. لازم به ذکر است که روش‌های مدرن مثل الگوریتم ژنتیک^۴ در زمره این روش‌ها محسوب نمی‌شوند.

جستجوی طلایی یکی از روش‌های برتر در بین روش‌های کاهش فاصله است. ایده اصلی در این روش‌ها یکسان است، مقدار تابع در نقاط از پیش تعیین‌شده ارزیابی می‌شود؛ که در فاز اول به حداقل رسانیده می‌شوند و سپس همگرایی در نقطه مینیمم در فاز دوم، به‌طور سیستماتیک با کاهش فاصله ایجاد می‌گردد. این روش از تابع ارزیابی کمتری برای رسیدن به نقطه مینیمم در مقایسه با سایر روش‌های مشابه استفاده می‌کند. تعداد تابع ارزیابی در هر دو مرحله، فاز اولیه و همچنین فاز دوم با کاهش فواصل کاهش می‌یابد.

روش جستجوی طلایی به‌عنوان یکی از بهترین روش‌ها در میان روش‌های کاهش بازه می‌باشد. ایده پایه این روش به‌طور کامل مشابه سایر روش‌هاست: ۱- ارزیابی مقدار تابع در نقاط از پیش تعیین‌شده و مقایسه آن‌ها ۲- مقایسه برای محصور نمودن مقدار کمینه در گام قبل ۳- سپس همگرایی به نقطه کمینه در مرحله دوم با استفاده از روند کاهشی بازه عدم قطعیت. این روش در مقایسه با سایر روش‌ها از

¹ Golden Search

² Fibonacci

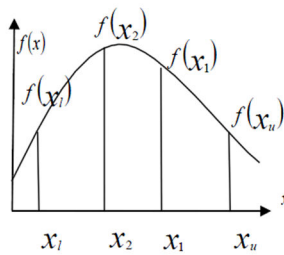
³ Curve Fitting

⁴ Genetic Algorithms

ارزیابی کمتری به منظور رسیدن به نقطه کمینه استفاده می‌کند. تعداد ارزیابی‌های تابع در خلال هر دو مرحله، هم در مرحله محصورسازی اولیه و همچنین در مرحله کاهش بازه، کاهش می‌یابد. جستجوی طلایی یک تکنیک برای پیدا کردن اکسترمم (حداقل یا حداکثر) یک تابع کاملاً یکپارچه است که به طور پیوسته، بازه‌ای را که در آن اکسترمم شناخته شده است، محدود می‌کند. این تکنیک نام خود را از این واقعیت دریافت می‌کند که الگوریتم آن، تابع را برای نقاطی سه‌گانه که فاصله آن‌ها یک نسبت طلایی است، حفظ می‌کند.

روش جستجوی طلایی در این بخش برای پیدا کردن حداکثر یا حداقل یک تابع تک‌حالتی استفاده می‌شود. (یک تابع تک‌حالتی حاوی تنها یک حداقل یا حداکثر در فاصله $[a,b]$ است.) برای ساده‌تر شدن روش مورد بررسی، فرض کنید ما سعی می‌کنیم حداکثر یک تابع را پیدا کنیم. روش پیشنهادی جستجوی فاصله‌های مساوی تا حدودی ناکارآمد است زیرا اگر فاصله یک عدد کوچک باشد، ممکن است نیاز به صرف زمان زیادی برای یافتن حداکثر یک تابع باشد. برای بهبود این کارایی، روش جستجوی طلایی پیشنهاد شده است.

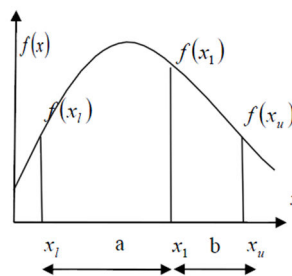
همان‌طور که در شکل ۳-۳ مشاهده می‌شود سه نقطه x_l, x_1, x_u در محور x ($x_l < x_1 < x_u$) متناظر با مقادیر $f(x_l), f(x_1), f(x_u)$ از تابع هدف می‌باشند. از آنجایی که $f(x_l) < f(x_1)$ و $f(x_1) < f(x_u)$ ، مقدار ماکزیمم بایستی بین x_l و x_u باشد. نقطه چهارم x_2 ، برابر با بزرگ‌ترین مقدار از بین دو فاصله $[x_l, x_1]$ و $[x_1, x_u]$ در نظر گرفته می‌شود. با فرض اینکه فاصله $[x_l, x_1]$ بزرگ‌تر از $[x_1, x_u]$ باشد، بازه $[x_l, x_1]$ برای انتخاب x_2 انتخاب می‌شود. اگر $f(x_2) > f(x_1)$ باشد، سه نقطه به ترتیب $x_l < x_2 < x_1$ ، و در غیر این صورت اگر $f(x_2) < f(x_1)$ باشد سه نقطه به ترتیب $x_2 < x_l < x_u$ خواهند بود. این روند تا زمانی که فاصله بین نقاط به اندازه کافی کوچک شود، ادامه پیدا می‌کند.



شکل ۳-۳ مقطعی از روش جستجوی طلایی

اولین نقطه متوسط x_1 به گونه‌ای انتخاب می‌شود که نسبت طول‌ها در معادله ۳-۴ برابر گردد. a و b همان‌طور که در شکل ۳-۴ نشان داده شده، معرف فاصله‌اند. انتخاب این فواصل به گونه‌ای است که مقدار $a+b$ برابر با حدفاصل بین نقاط x_l و x_u باشد.

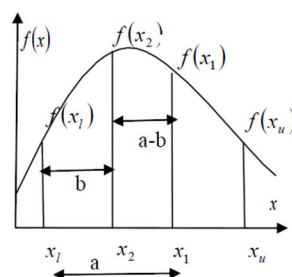
$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a} \quad (۳۶.۳)$$



شکل ۳-۴ تعیین اولین نقطه متوسط

نقطه متوسط دوم x_2 به‌طور مشابه به گونه‌ای انتخاب شده است که نسبت در معادله زیر را تضمین کند. فواصل a و b در شکل ۳-۵ نشان داده شده‌اند.

$$\frac{b}{a} = \frac{a-b}{b} \quad (۳۷.۳)$$



شکل ۳-۵ تعیین دومین نقطه متوسط

در گام بعدی یک فاصله جدید و کوچکتر تعیین می‌شود که بیشترین مقدار تابع در آن بازه وجود دارد. قابل توجه است که بازه جدید $[x_l, x_2, x_1]$ یا $[x_2, x_1, x_u]$ است. برای تعیین اینکه کدام یک از این دو بازه در تکرار بعدی در نظر گرفته می‌شود، تابع در نقاط متوسط x_1 و x_2 مورد بررسی قرار می‌گیرد. در شکل ۵-۳ اگر $f(x_2) > f(x_1)$ باشد ناحیه جدید مورد بررسی $[x_l, x_2, x_1]$ است و در غیر این صورت اگر $f(x_2) < f(x_1)$ باشد ناحیه کوچکتر جدید مورد بررسی $[x_2, x_1, x_u]$ است. در حالت اول مرزهای بازه توسط x_1 و x_2 تعیین می‌شوند و نقطه x_2 در مرحله قبل به گونه‌ای که نسبت به مرزهای بازه در وسط آن مشخص گردیده است. این روند تعیین بازه کوچک‌تر و یک نقطه متوسط جدید تا زمانی که فاصله بین نقاط مرزی به اندازه کافی کوچک شود، ادامه خواهد داشت.

۳-۱۳- روش پیوسته سازی^۱

اساس روش پیوسته سازی این است که به تدریج، در چند مرحله، مسئله بهینه سازی از یک مسئله مصنوعی به مسئله طراحی اصلی تبدیل گردد. این روش در بسیاری از مسائل مفید است. به عنوان مثال، کاربردی از روش پیوسته سازی، سازه‌ای است که ابتدا با نواحی کامپوزیتی بهینه شده و سپس، پس از همگرایی، یک رویه جریمه به تدریج برای یافتن یک طراحی 0-1، وارد عمل می‌شود. به طور مشابه، برای روش SIMP بهتر است تا در فرمول (۸-۳) با $p = 3$ آغاز گردد و سپس مقدار آن را در خلال محاسبات کاهش یابد تا متغیرهای طراحی نهایی در $p = 1$ حاصل شود. برای قید محیطی نیز بهتر است تا کاهشی تدریجی از مقدار قید انجام شود. برای این فیلتر مستقل از شبکه توصیه می‌شود که با مقادیر بزرگی از اندازه فیلتر شروع کرده و سپس برای رسیدن به یک طراحی 0-1، به صورت تدریجی کاهش داده شود. در نهایت، توجه به این نکته بسیار حائز اهمیت است که نتایج حاصل شده از بهینه سازی توپولوژی، به داده‌هایی که قبل از اعمال رویه بهینه سازی مورد استفاده قرار گرفته‌اند، بستگی دارد. بنابراین تغییر در هندسه دامنه طراحی یا انتخاب بارگذاری و شرایط مرزی می‌تواند منجر به تغییرات بزرگی در طراحی

¹ Continuation method

بهینه‌ای که یک الگوریتم تولید می‌کند، شود. این روش در مسئله بهینه سازی موجود به گونه‌ای تعریف شده است که توان جریمه در فرمول (۳-۸) از ۳ به ۱ کاهش یابد. با اعمال این تغییر بازه تفاضلات مقادیر تابع هدف در ابتدا زیاد بوده و با گذشت زمان و کاهش توان جریمه، این بازه کمتر می‌شود. روند ایجاد شده کمک شایان توجهی به بهبود نمودارهای بهینه سازی می‌نماید.

۳-۱۴- ساختار برنامه کامپیوتری تهیه شده

برنامه تهیه شده به منظور حل مسئله بهینه سازی در این پژوهش با استفاده از برنامه MATLAB نوشته شده است. این برنامه را می‌توان در گام‌های زیر خلاصه نمود:

گام ۱. مش بندی سازه و اختصاص مقدار اولیه ξ به هر المان مطابق با روش SIMP

گام ۲. محاسبه ماتریس‌های جرم و سختی هر المان و سپس اسمبل کردن در ماتریس جرم و سختی کل برای سازه اصلی با مقدار شاخص مفروض برای المان‌ها.

گام ۳. محاسبه مقادیر و بردارهای ویژه (فرکانس‌ها و شکل‌مودها) سازه اصلی و نرمال کردن بردارهای ویژه.

گام ۴. به منظور شروع حلقه بهینه سازی با فرض نبودن آسیب، ξ شاخص خرابی برای تمامی المان‌ها در مدل بهینه سازی که به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته شده‌اند، برابر با ۱ مقداردهی می‌شود. همچنین معیار همگرایی $\varepsilon > 0$ در نظر گرفته می‌شود.

گام ۵. محاسبه ماتریس‌های جرم، سختی، مقدار ویژه و بردارهای ویژه نرمالایز شده برای مدل بهینه سازی و همچنین ارزیابی مقدار تابع هدف با توجه به بخش ۳-۷.

گام ۶. تحلیل حساسیت تابع هدف نسبت به متغیرهای طراحی با توجه به بخش ۳-۹.

گام ۷. تعیین گام حرکت در روش تندترین شیب نزولی که بر طبق آن، گام حرکت با فرمول

$$\mathbf{d}^k = -\nabla f(\xi^k) \text{ محاسبه می‌شود.}$$

گام ۸. در صورتی که $\|\nabla f(\xi^k)\| < \varepsilon$ روند برنامه‌نویسی متوقف می‌شود.

گام ۹. محاسبه گام حرکت α^k بر اساس به حداقل رساندن $f(\alpha) = f(\xi^k + \alpha \mathbf{d}^k)$ در جهت $\mathbf{d}^k$.

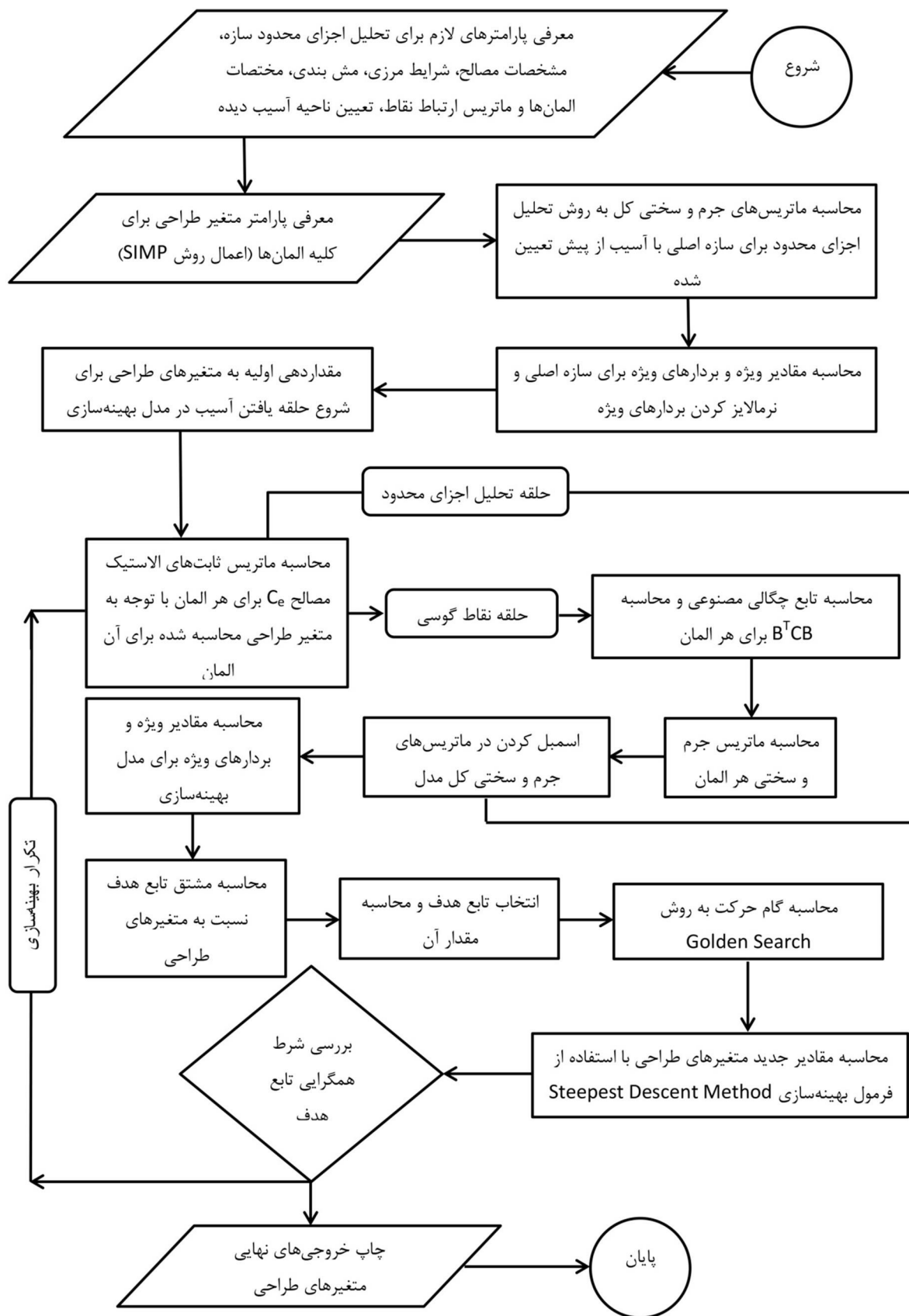
گام ۱۰. با استفاده از معادله $\xi^{k+1} = \xi^k + \alpha^k \mathbf{d}^k$ متغیرهای طراحی به‌روزرسانی می‌شوند و سپس

محدودیت‌های طراحی $0 \leq \xi_e \leq 1$ اعمال می‌گردند. این روند تکرار از مرحله ۲ ادامه می‌یابد تا در مرحله ۶

متوقف شود یا پس از تعداد مشخصی تکرار متوقف شود.

نمایش این مراحل به صورت الگوریتم و فلوچارت برنامه کامپیوتری تهیه‌شده در شکل (۳-۶) در ادامه

آورده شده است.



فصل چهارم

مثال های عددی

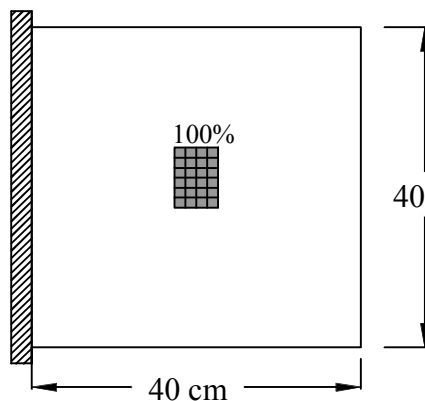
۴-۱-مقدمه

در این بخش، به منظور نشان دادن قابلیت رویه بهینه سازی پیاده شده، چندین مثال عددی ارائه شده است. در این پایان نامه از دو تابع هدف که در بخش ۳-۷-۱ و ۳-۷-۲ بیان گردید، استفاده شده است. تابع هدف اول بر مبنای کمینه کردن اختلاف فرکانس‌های طبیعی و تابع هدف دوم بر مبنای کمینه کردن اختلاف شکل مودها می‌باشد. در تمامی مثال‌ها، ضریب الاستیسیته و نرخ پواسون به ترتیب ۲ PA و ۰.۳ در نظر گرفته شده است. چگالی و ضخامت همچنین به ترتیب $0.00785 \frac{kg}{cm^3}$ و $1cm$ فرض شده است. توان جریمه μ با استفاده از روش پیوسته سازی اعمال شده است بدین صورت که مقدار آن برای تکرار اول ۳ در نظر گرفته شده و در خلال تکرارهای بعدی به تدریج به مقدار نهایی ۱ می‌رسد. مثال اول با در نظر گرفتن تابع هدف اول به بهینه سازی فرکانس طبیعی اختصاص یافته و تابع هدف دوم که شامل شکل مودها است، برای مثال های دیگر مورد توجه قرار گرفته است.

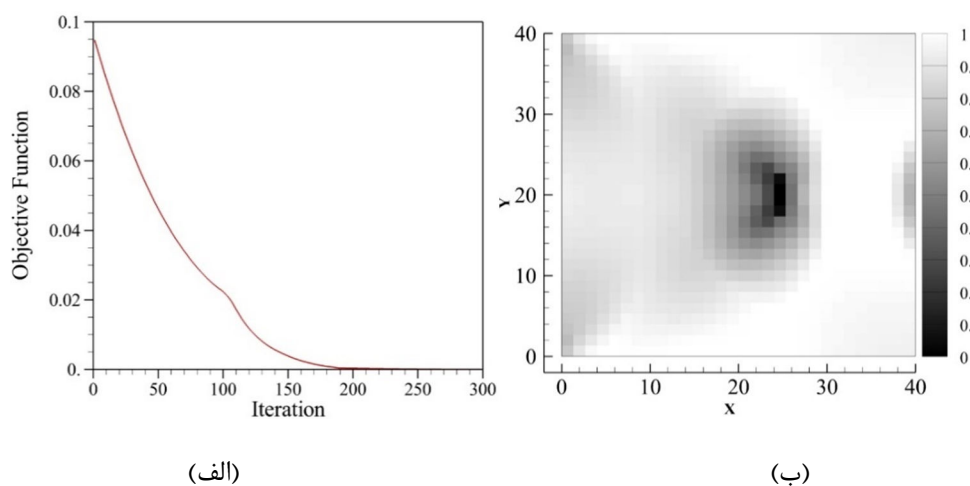
۴-۲-مدل ۱

تیر طره‌ای با خرابی معینی در وسط تیر، در شکل ۴-۱ نشان داده شده است. به منظور حل این مسئله، تیر به صورت یک شبکه 30×30 از المان‌های چهارگره‌ای مش‌بندی شده است. آسیب به صورت یک ناحیه متشکل از ۲۴ المان با ۱۰۰ درصد شدت خرابی فرض شده است. شناسایی آسیب با به‌روزرسانی مدل به منظور به حداقل رسانیدن تابع هدف اختلاف فرکانس‌های طبیعی با در نظر گرفتن ۵ مود اولیه سازه است. پاسخ نهایی در حین و بعد از ۳۰۰ مرحله تکرار نشان داده شده است. محل آسیب همان‌طور که مشاهده می‌شود به صورت تقریبی مشخص شده و برخی آسیب‌های ساختگی نیز در اطراف پدیدار شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۴-۲ الف نشان داده شده، نتیجه روند برنامه بهینه سازی پس از ۳۰۰ تکرار می‌باشد. طی مدلسازی‌های انجام شده، همان‌گونه که از این شکل مشهود است، اختلاف فرکانس‌ها عموماً باعث ایجاد خرابی‌های مصنوعی در سطح بدون آسیب از صفحه نیز می‌گردد. از علل آن می‌توان به

ایجاد مودهای مصنوعی اشاره نمود [86]. در شکل ۴-۲ ب نمودار مقادیر تابع هدف بر حسب شمارنده تکرار حلقه بهینه‌سازی، آورده شده است. بر اساس نتایج به دست آمده، نمودار بهینه‌سازی به سمت همگرایی و پس از ۳۰۰ تکرار با تقریب خوبی به نزدیک صفر همگرا شده است.

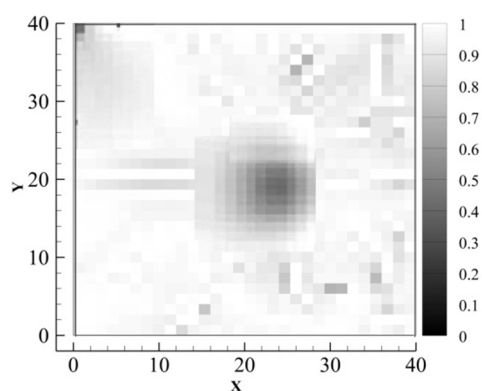


شکل ۴-۱ تیر طره ۹۰۰ المانی



شکل ۴-۲ نتیجه اجرای برنامه بهینه‌سازی پس از ۳۰۰ تکرار

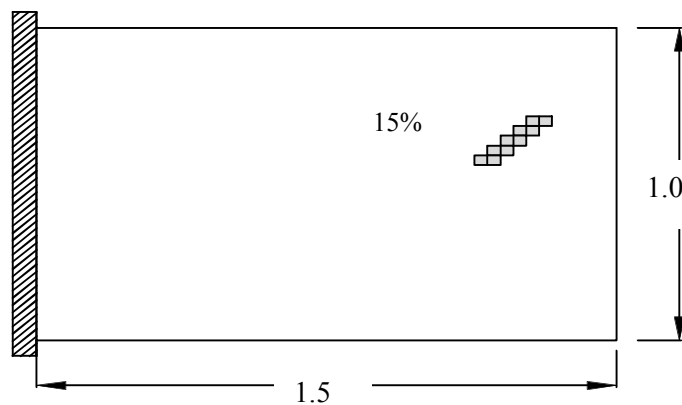
در شکل ۴-۳ با استفاده از ۱۰ مود اولیه نتیجه بدست آمده بررسی شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود افزایش تعداد مودها لزوماً به معنای افزایش دقت در محاسبات نمی‌باشد. این نتیجه با در نظر گرفتن تابع هدف اختلاف فرکانس‌ها بدست آمده است.



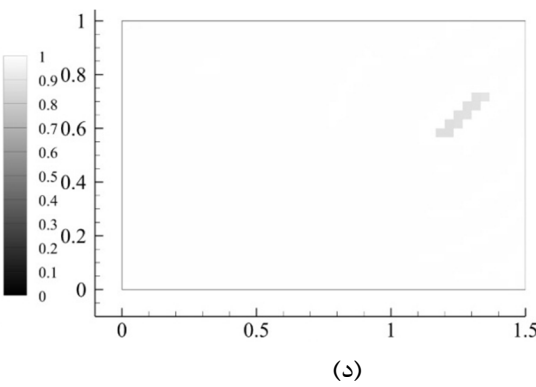
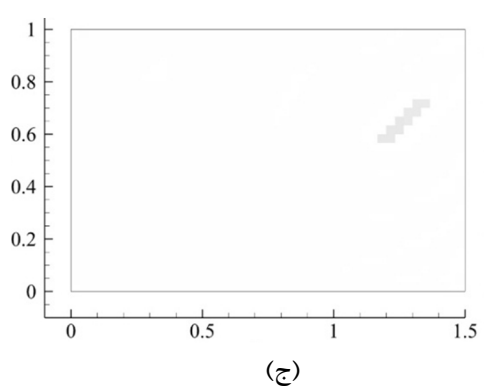
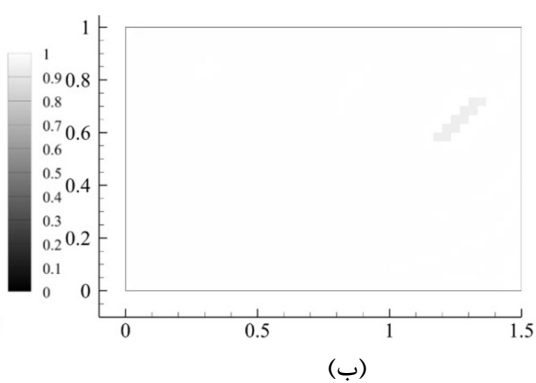
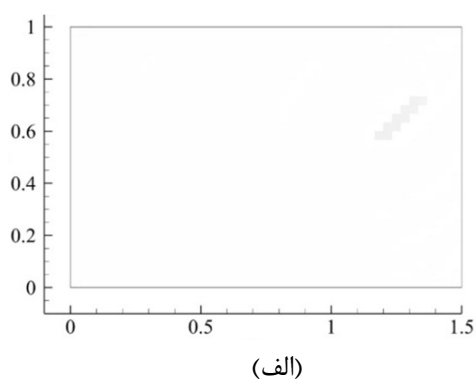
شکل ۴-۳ نتیجه پس از ۲۰۰ تکرار با در نظر گرفتن ۱۰ مود اولیه

۴-۳-مدل ۲

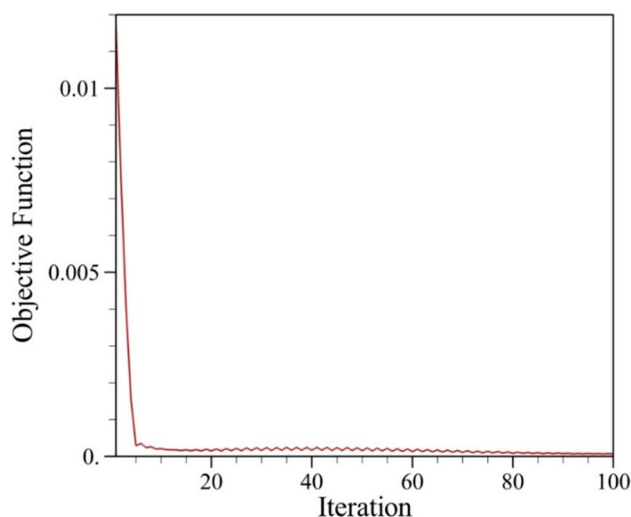
تیر طره‌ای دیگر با نسبت ابعاد مختلف و آسیب پیچیده‌تری مطابق شکل ۴-۴ مورد بررسی قرار گرفته است. طبق تعریف تابع هدف دوم، اختلاف شکل مودها مدنظر قرار گرفته است. این تیر به 45×30 المان تقسیم شده و در گوشه‌ای از تیر خرابی مورب با شدت 15% فرض شده است. همان‌طور که در شکل ۴-۵ مشاهده می‌شود نتایج شناسایی آسیب به‌دست‌آمده در تصاویر الف، ب، ج و د، به ترتیب پس از ۲۵، ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ تکرار، ترسیم شده است. این نتایج حاکی از آن است که محل خرابی با تابع هدف دوم، به طور کاملاً دقیق شناسایی شده است. همان‌طور که گفته شد خرابی موجود در صورت مسئله ۱۵٪ در نظر گرفته شده، که متوسط خرابی پس از ۱۰۰ مرحله تکرار ۱۲.۰۱٪ به‌دست‌آمده است. این خرابی نتیجه گرفته شده از تحلیل بهینه سازی مسئله به معنی وجود حدود ۲۰٪ خطا در تعیین شدت خرابی است. در ادامه در شکل ۴-۶ نمودار مقادیر تابع هدف بر حسب شمارنده تکرار حلقه بهینه سازی آورده شده که نمودار پس از طی ۱۰۰ گام با تقریب بسیار بالایی به نزدیک صفر همگرا شده است. همان‌طور که در شکل‌ها مشاهده می‌شود، از مقایسه نتایج این مدل‌سازی که با تابع هدف دوم (شکل مودها) انجام پذیرفت و نتایج مدل‌سازی مثال ۱ که با تابع هدف اول صورت گرفته، به دلیل برتری این روش از نظر سرعت و دقت در شناسایی آسیب، می‌توان تابع هدف دوم را که به حداقل رسانیدن اختلاف شکل مودها می‌باشد، مبنای دیگر تحلیل‌ها در مدل‌سازی‌های دیگر قرار داد.



شکل ۴-۴ تیر طره با ۱۳۵۰ المان و خرابی مورب



شکل ۴-۵ نتایج برنامه بهینه سازی برای تکرارهای مختلف



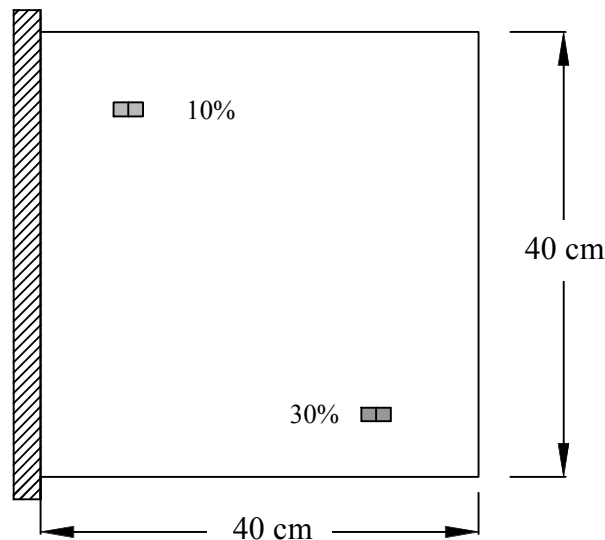
شکل ۴-۶ نمودار بهینه سازی برای ۱۰۰ گام تکرار

۴-۴-۳ مدل ۳

یک تیر طره در شکل ۴-۷ نشان داده شده است. فرض بر این است که نواحی آسیب، در گوشه‌های تیر می‌باشد. آسیب فرضی به صورت نامتقارن و با شدت‌های مختلف در این مثال مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور حل این مسئله، ساختار تیر با یک مش‌بندی 30×30 المان، گسسته سازی شده است. فرکانس‌های طبیعی از سه مود اول و شکل مودهای سازه آسیب‌دیده، محاسبه شده و سپس به عنوان داده ورودی برای شناسایی آسیب مورد استفاده قرار گرفته است. در ابتدا دو آسیب متفاوت در نظر گرفته شده است؛ دو المان با خرابی ۱۰ درصد در گوشه بالای چپ و دو المان با خرابی ۳۰ درصد در گوشه پایین راست. با شروع از سازه بدون آسیب (شاخص خرابی تمام المان‌ها برابر ۱) به عنوان مقدار اولیه برای برنامه بهینه‌سازی، مسئله با استفاده از الگوریتم عددی تندترین شیب نزولی بررسی شده است.

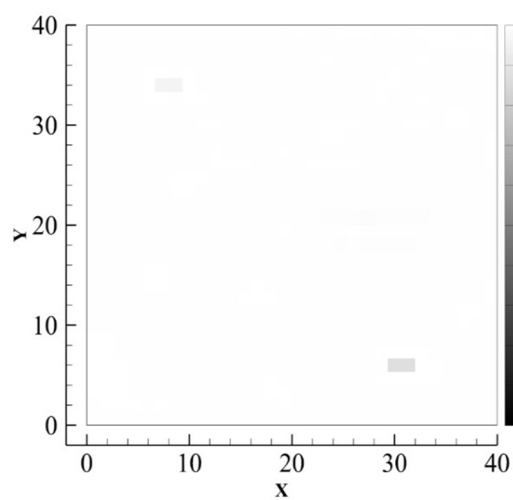
فاکتور جریمه μ طبق روش پیوسته سازی که در بخش ۳-۱۲ گفته شد، در بازه ۳ تا ۱ تغییر می‌کند و به منظور جریمه تابع چگالی مورد استفاده قرار گرفته است. شکل ۴-۸-د نواحی نهایی شناسایی شده از آسیب را که با تقریب بالایی مشابه نواحی واقعی است، نشان می‌دهد. نتایج نشان‌دهنده این است که روش پیشنهادی مکان و مقدار ناحیه آسیب‌دیده را به دقت می‌تواند شناسایی کند.

به منظور درک چگونگی تغییرات، نتایج برای تکرارهای مختلف نشان داده شده‌اند. در شکل ۴-۸ (الف، ب، ج و د) نتایج به ترتیب برای ۲۵، ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ تکرار آورده شده است. شکل ۴-۹ همچنین چگونگی تغییر مقدار تابع هدف در خلال تکرارهای مختلف را نشان می‌دهد. این تصویر بیانگر آن است که پس از ۱۰۰ مرحله تکرار، تابع هدف به طور نسبی به همگرایی رسیده است.

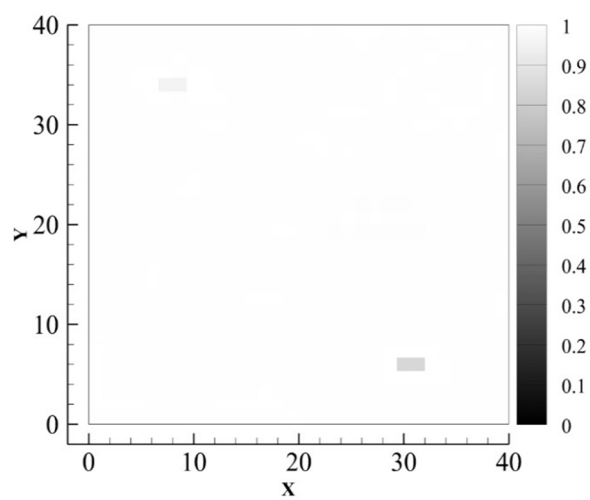


شکل ۴-۷ تیر طره ۹۰۰ المانی با دو خرابی با شدت‌های متفاوت

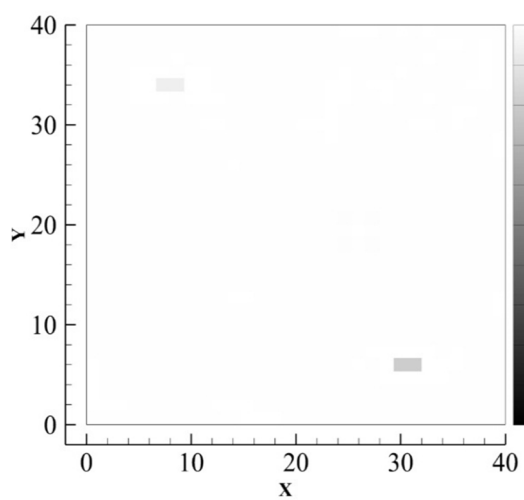
بر اساس شکل ۴-۸ مکان آسیب از همان تکرارهای اولیه و مقدار آن پس از چند تکرار، شناسایی و تخمین زده شده‌اند. شدت آسیب اول ۱۰ درصد و شدت آسیب دوم ۳۰ درصد بوده است و طبق نتایج به دست آمده، میزان شدت آسیب در این دو ناحیه، به ترتیب ۹.۳ درصد و ۲۸ درصد می‌باشند. درصد خطا برای خرابی با شدت کمتر ۷ و برای خرابی با شدت بیشتر، ۶/۷ درصد به دست آمده است. شکل ۴-۹ نشان‌دهنده تغییرات در تابع هدف در خلال تکرارهای مختلف می‌باشد. واضح است که پس از حدود ۱۰۰ تکرار، مقدار تابع هدف (تفاضل بین شکل مودها) با تقریب بالایی به صفر همگرا شده است. مقدار اولیه تابع هدف نشان‌دهنده این است که آسیب فرضی، ناچیز بوده است و بنابراین می‌توان گفت الگوریتم پیشنهادی برای آسیب‌های جزئی نیز با دقت بالایی عمل می‌نماید.



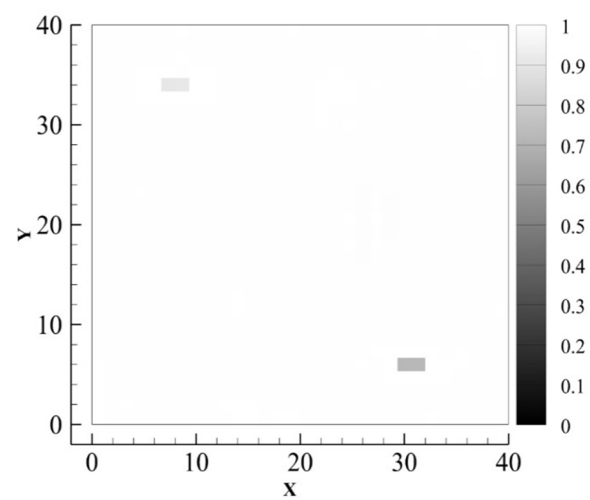
(الف)



(ب)

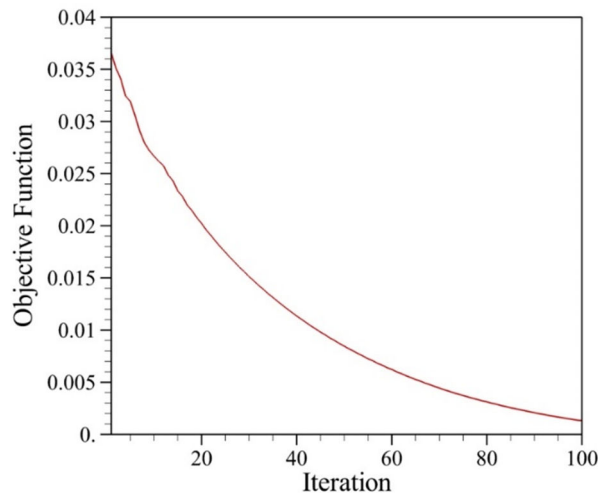


(ج)



(د)

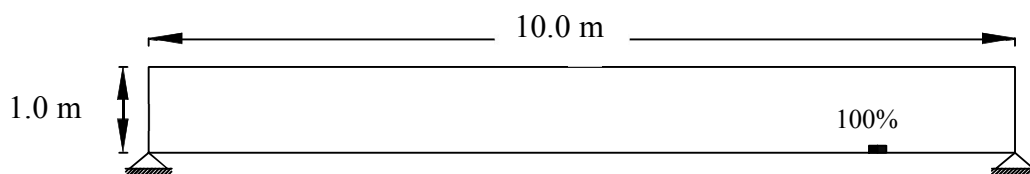
شکل ۴-۸ نتایج برنامه بهینه سازی برای تکرارهای مختلف



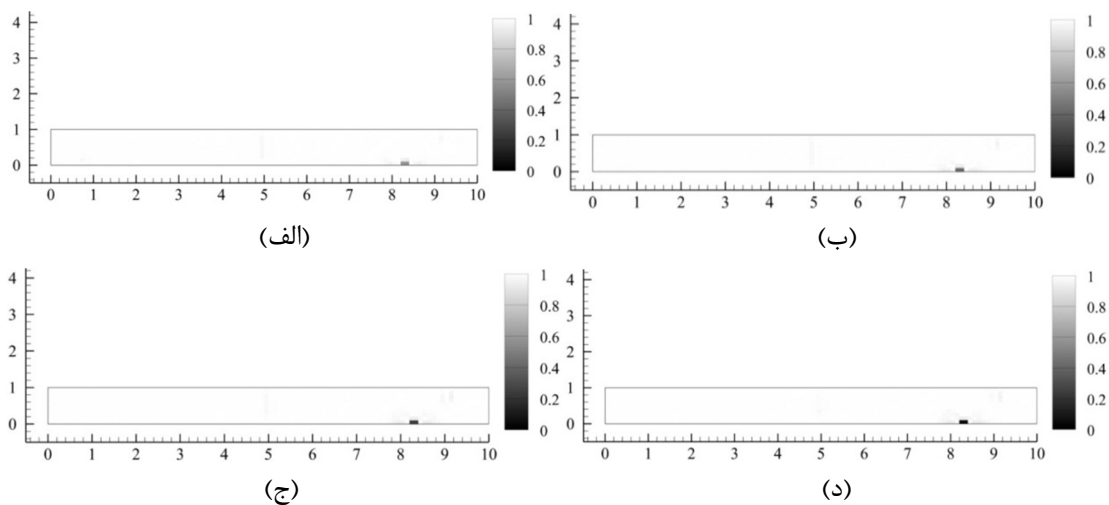
شکل ۴-۹ نمودار بهینه سازی برای ۱۰۰ گام تکرار

۴-۵-مدل ۴

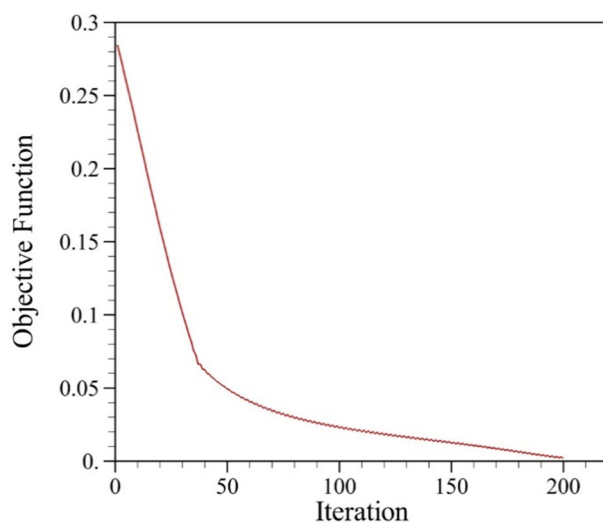
یک تیر دو سر ساده مطابق شکل ۴-۱۰ به طول ۱۰ و ارتفاع ۱ متر، با 10×10 المان در نظر گرفته شده است. تابع هدف به صورت اختلاف بردارهای ویژه برای سه مود اولیه در نظر گرفته شده است. در فرض این مثال، دو المان به صورت کامل تخریب شده‌اند. با توجه به نتایج همان گونه در شکل ۴-۱۱-د نشان داده شده است، شدت آسیب با افزایش تکرار الگوریتم بیشتر می‌شود. نتایج به دست آمده برای تکرارهای ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ بهینه سازی در شکل ۴-۱۱ نشان داده شده است. تاریخچه بهینه سازی نیز در شکل ۴-۱۲ آورده شده است. محل آسیب در تکرارهای اولیه تخمین زده شده و متوسط شدت آسیب پس از ۲۰۰ مرحله در المان‌های آسیب دیده ۹۵ درصد به دست آمده است. آسیب‌هایی جزئی نیز در اطراف محل دقیق خرابی، با شدت بسیار کم مشاهده می‌شوند که از جمله علل آن می‌توان به طولیل بودن تیر اشاره نمود.



شکل ۴-۱۰ تیر دو سر مفصل ۱۰۰۰ المانی با دو المان کاملاً آسیب دیده



شکل ۴-۱۱ نتایج برنامه بهینه سازی برای تکرارهای مختلف

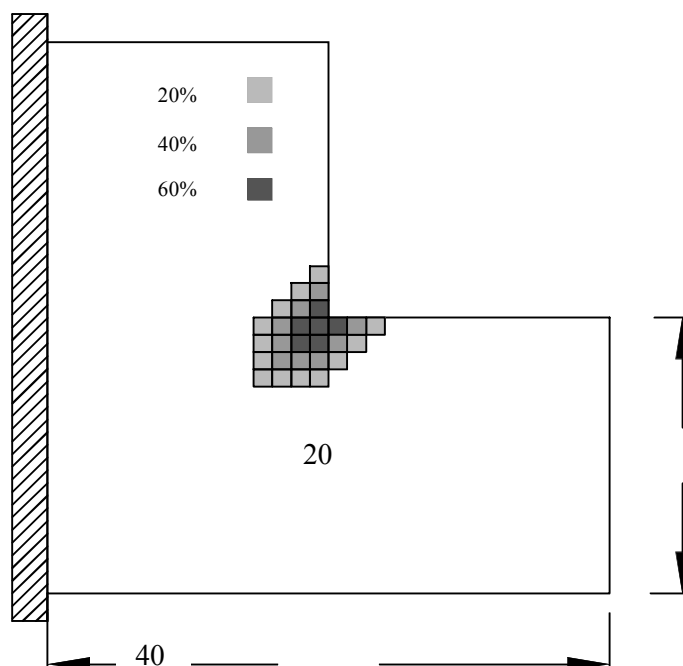


شکل ۴-۱۲ نمودار بهینه سازی برای ۲۰۰ گام تکرار

۴-۶-مدل ۵

در این مثال یک تیر L شکل همان طور که در شکل ۴-۱۳ نشان داده شده است، دارای خرابی با شدت های مختلف می باشد. این تیر طره به ۱۲۰۰ المان تقسیم شده است. هدف از طرح این مثال بررسی توانایی برنامه ارائه شده در تشخیص و شناسایی آسیب با شدت های مختلف است. این آسیب به صورت

ترک فرض شده و شدت‌های آن ۲۰، ۴۰ و ۶۰ درصد است که در داخل ترک بیشترین میزان آسیب قابل مشاهده می‌باشد. در شکل ۴-۱۴ (الف، ب، ج و د) به ترتیب نتایج خروجی‌ها پس از ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ تکرار بررسی و ثبت شده است.

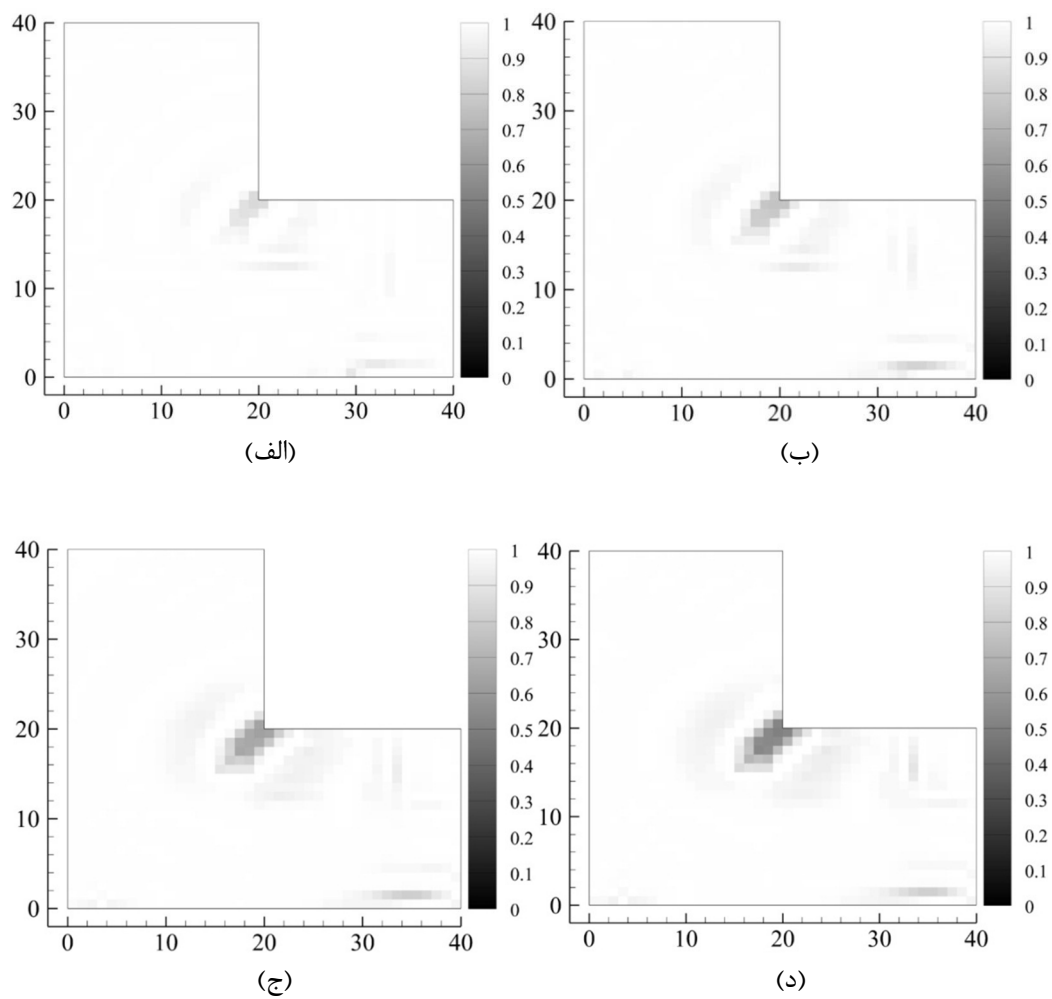


شکل ۴-۱۳ تیر L شکل ۱۲۰۰ المانی با خرابی به صورت ترک و شدت‌های مختلف

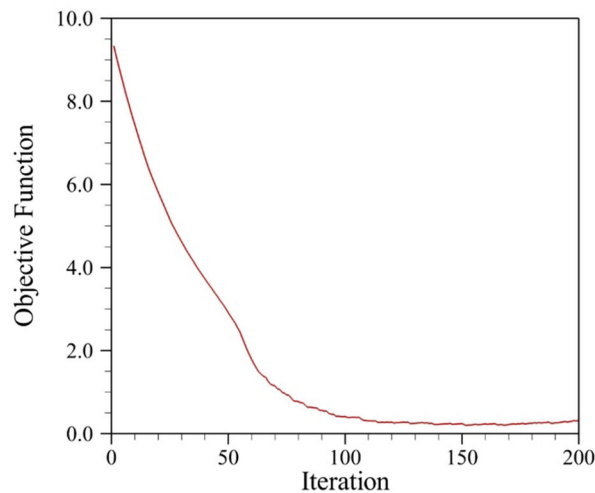
همان‌طور که در شکل ۴-۱۴ د مشاهده می‌شود، روش بهینه سازی اعمال شده به طور دقیق آسیب را شناسایی نموده است اما برخی آسیب‌های اضافه بر خرابی اصلی تشخیص داده شده‌اند که می‌توان علت آن‌ها را پیچیدگی در هندسه سازه و آسیب مفروض و همچنین گستردگی سطح آسیب دانست. در مرحله نهایی متوسط آسیب برای هر قسمت به صورت جداگانه ۱۳.۵، ۳۲.۷ و ۵۳.۲ درصد محاسبه شده که در جدول ۴-۱ با آسیب‌های اصلی مقایسه شده است. لازم به ذکر است که میزان آسیب محاسبه شده کمتر از خرابی موجود است که منجر به درصد خطای بالاتری برای مناطق آسیب دیده می‌شود. تابع هدف همان‌طور که در شکل ۴-۱۵ مشاهده می‌شود پس از ۲۰۰ مرحله تکرار، به صفر همگرا شده است.

جدول ۴-۱ شدت آسیب موجود در مدل ۵

درصد خطا	درصد شدت آسیب محاسبه شده	درصد شدت آسیب در مدل
32.5%	13.5	20
18.25%	32.7	40
6.4%	53.2	50



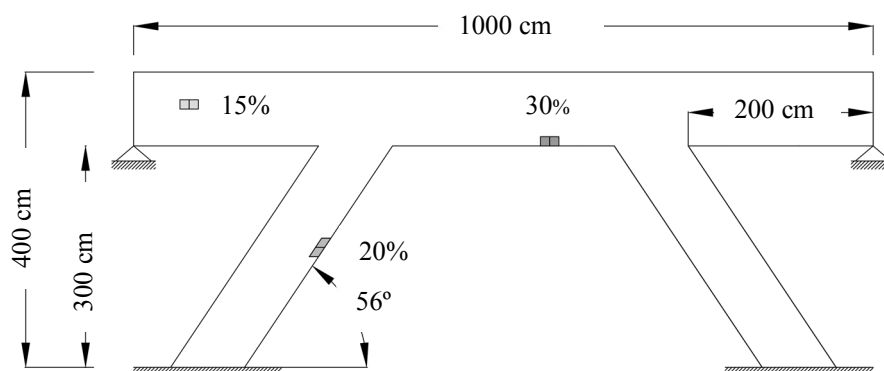
شکل ۴-۱۴ نتایج برنامه بهینه سازی برای تکرارهای مختلف



شکل ۴-۱۵ نمودار بهینه سازی برای ۲۰۰ گام تکرار

۴-۷-مدل ۶

به منظور بررسی کارایی روش پیشنهادی، دامنه طراحی پیچیده تری در این مثال آورده شده است. برای رسیدن به این هدف یک قاب به شکل پل با دو ستون مورب با تکیه گاه های ثابت و مفصلی در شکل ۴-۱۶ نشان داده شده است. این قاب به ۱۰۲۴ المان تقسیم شده است. آسیب در سه ناحیه مختلف در نظر گرفته شده است. آسیب در ستون سمت چپ شامل دو المان با شدت ۲۰ درصد می باشد. آسیب دوم در قسمت وسط عرشه شامل دو المان با شدت خرابی ۳۰ درصد و آسیب سوم شامل دو المان با شدت ۱۵ درصد در سمت چپ عرشه است. سه شکل مود اولیه برای تابع هدف در نظر گرفته شده است.

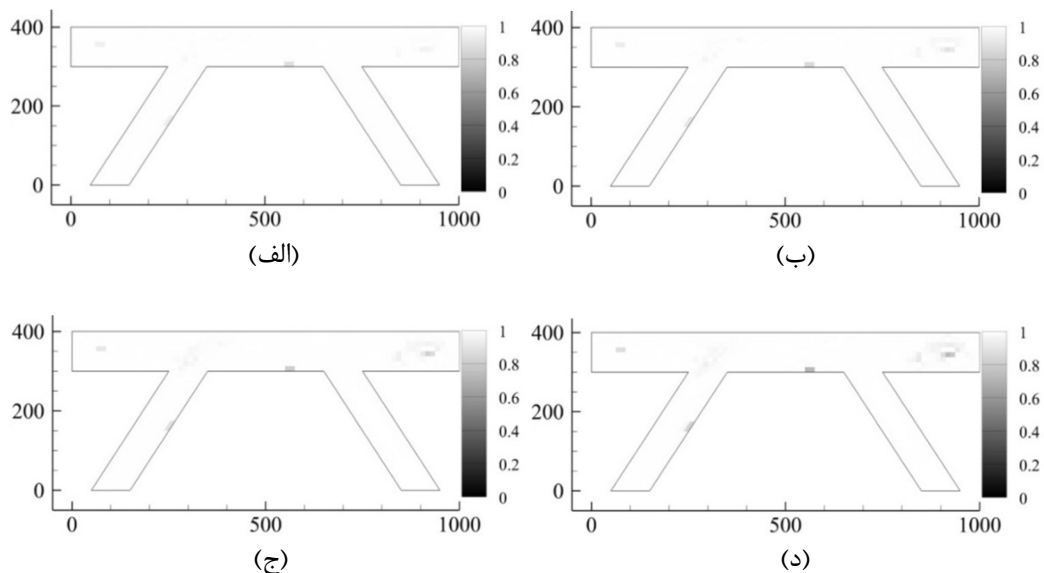


شکل ۴-۱۶ مدل پل با ۱۰۲۴ المان و سه ناحیه آسیب دیده با شدت های متفاوت

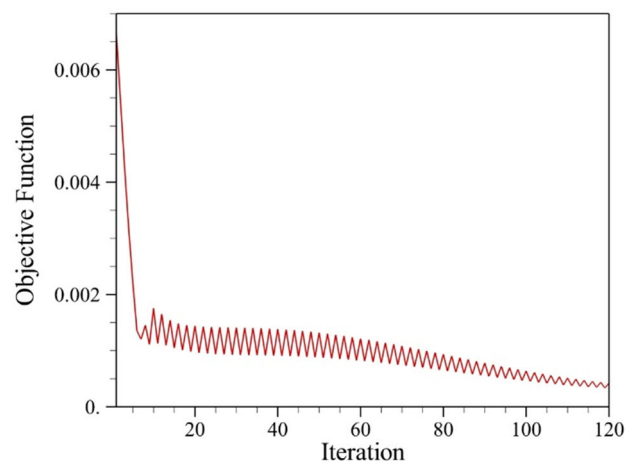
شکل ۴-۱۷ (الف، ب، ج و د) نتیجه روند شناسایی آسیب را برای این مثال، به ترتیب برای تکرارهای ۳۰، ۶۰، ۹۰ و ۱۲۰ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود مکان و شدت آسیب به‌درستی شناسایی شده است. همچنین آسیبی علاوه بر خرابی اصلی طی روند بهینه سازی در نتیجه مشاهده می‌شود که از علت‌های پیدایش این آسیب مصنوعی می‌توان به پیچیدگی هندسه و کوچک بودن خطاهای مفروض، اشاره نمود. شدت آسیب متوسط به دست آمده ۱۳، ۱۶.۵ و ۲۷.۵ درصد برای شدت خرابی‌های ۱۵، ۲۰ و ۳۰ درصد می‌باشد که مقایسه این آسیب‌ها در جدول ۴-۲ آورده شده است. شکل ۴-۱۸ بیانگر مینیمم شدن تابع هدف همراه با نوساناتی طی روند بهینه سازی می‌باشد. با این حال نوسانات نمودار در قسمت انتهایی کاهش می‌یابد و تابع هدف به‌طور تقریبی همگرا شده است.

جدول ۴-۲ خطای شدت آسیب موجود در مدل ۶

خطا	شدت آسیب محاسبه شده	شدت آسیب در مدل
13.34%	13	15
17.5%	16.5	20
8.33%	27.5	30



شکل ۴-۱۷ نتایج بهینه سازی برای تکرارهای مختلف



شکل ۴-۱۸ نمودار بهینه سازی برای ۱۲۰ گام تکرار

مقایسه شکل‌ها در مثال‌های بیان‌شده حاکی از آن است که برنامه کامپیوتری تهیه‌شده در شناسایی محل و شدت آسیب با تقریب خوبی به‌درستی عمل می‌کند. در مثال‌هایی که هندسه و مشخصات آسیب به‌طور پیچیده‌تری طراحی شده است، برخی آسیب‌های جزئی در نقاط دیگری از سازه تشخیص داده شده که از علل آن می‌توان به احتمال وجود مودهای مصنوعی اشاره کرد.

فصل پنجم

نتایج و پیشنهادها

۵-۱- مقدمه

در فصل‌های قبلی این پایان نامه به بررسی کامل روند تحلیل اجزاء محدود صفحه‌های دوبعدی پیوسته، با شبیه‌سازی آسیب به صورت کاهش چگالی مصالح پرداختیم. مدلسازی مبتنی بر روش SIMP انجام پذیرفت. سپس بهینه‌سازی توپولوژی مسائل تنش مسطح را با در نظر گرفتن توابع هدف مختلف و آنالیز حساسیت‌های لازم برای هر مسئله، مورد بررسی قرار دادیم. بر اساس نتایج به دست آمده از مثال‌های بررسی‌شده، بسته به پیچیدگی در هندسه سازه و همچنین محل و میزان آسیب، دقت‌های مختلفی به دست می‌آید. محل خرابی اغلب به طور دقیق مشخص می‌شود، اما در طی فرایند بهینه‌سازی در مسائل پیچیده‌تر، آسیب‌های غیرواقعی نیز پدید می‌آیند. در این فصل نتایج حاصل از این مطالعات را به‌صورت خلاصه بیان خواهیم کرد. در پایان نیز پیشنهادهایی جهت توسعه برنامه نوشته‌شده برای دانشجویان علاقه‌مند در این زمینه ارائه خواهد شد.

۵-۲- نتایج

نتایج نهایی حاصل از مطالعات این پایان نامه را می‌توان به‌طور خلاصه به‌صورت زیر بیان نمود:

- انتخاب اختلاف شکل‌مدهای سازه به‌عنوان تابع هدف می‌تواند به مراتب گزینه مناسب‌تری نسبت به اختلاف فرکانس‌های سازه، به‌منظور شناسایی آسیب در مسائل تنش مسطح باشد.
- بهینه‌سازی توپولوژی با استفاده از کمینه کردن اختلاف بردارهای ویژه سازه و مدل، برای شناسایی آسیب مورد پیشنهاد واقع شد که نتایج نشان می‌دهد این روش برای یافتن محل آسیب در سازه از دقت قابل قبولی برخوردار است.
- با به‌کارگیری این روش، شدت آسیب عموماً با درصدی خطا کمتر از میزان واقعی آن در سازه به دست می‌آید.

- افزایش تعداد مودهای استفاده شده در برنامه لزوماً به معنای کمک به شناسایی بهتر آسیب نیست؛ بلکه افزایش تعداد مودها عموماً در توابع هدف مختلف باعث افزایش پیچیدگی بهینه سازی و کاهش توانایی در شناسایی آسیب می گردد.
- روش پیوسته سازی کمک شایانی به سرعت عمل برنامه و همچنین بهبود شکل نمودار بهینه سازی می نماید، اگرچه طی مدلسازی هایی که انجام شد به این نتیجه دست یافتیم که گاهاً افزایش خیلی زیاد تعداد تکرارهای بهینه سازی، باعث انحراف در انتهای خط نمودار از حالت همگرا می شود.
- به منظور سرعت بخشی به روند بهینه سازی و افزایش دقت پاسخ، مناسب است که مقدار اولیه برای کلیه متغیرهای مسئله برابر با ۱ در نظر گرفته شود. این امر به منظور ایجاد نشدن فضای خاکستری در طی روند بهینه سازی و سرعت بخشی به یافتن حدودی محل خرابی است، زیرا اکثر فضای موجود در سازه، عموماً سالم است و پارامتر متغیر طراحی در آن ها، یک می باشد.

۵-۳- پیشنهادها:

- به منظور توسعه مطالعات پایان نامه حاضر، می توان پیشنهادهایی را برای دانشجویان علاقه مند در این زمینه ارائه داد:
- توسعه مدل مورد برای سازه های صفحه پوسته و سه بعدی در محیط پیوسته
 - استفاده از روش های دیگر بهینه سازی نظیر روش مجانب های پویا به عنوان الگوریتم حل و مقید نمودن مسئله بهینه سازی
 - استفاده از توابع هدف مختلف به منظور مقایسه نتایج در حالات مختلف
 - استفاده از صفحات بزرگتر با تعدا المان بالا به منظور افزایش دقت در محاسبات
 - استفاده از اختلاف تابع پاسخ فرکانسی به جای استفاده از روش های شناسایی سیستم و داشتن فرکانس ها و مودهای ارتعاش طبیعی

- [1] S. W. S. Doebling, C. R. C. Farrar, M. B. M. Prime, and D. W. D. Shevitz, "Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review," *Los Alamos Natl. Lab.*, p. 133p, 1996.
- [2] S. W. Doebling, C. R. Farrar, and M. B. Prime, "A Summary Review of Vibration-based Damage Identification Methods," *Shock Vib. Dig.*, pp. 1–34, 1997.
- [3] A. Rytter, "Vibrational Based Inspection of Civil Engineering Structures," Aalborg University, 1993.
- [4] S. Gopalakrishnan, M. Ruzzene, and S. Hanagud, *Computational Techniques for Structural Health Monitoring*. 2011.
- [5] W. Conference and E. Engineering, "13 th World Conference on Earthquake Engineering Earthquake-resistant Performance of Peruvian School Buildings," no. 2447, 2004.
- [6] O. S. Salawu, "Detection of structural damage through changes in frequency : a review," vol. 19, no. 9, pp. 718–723, 1997.
- [7] W. Swiderski, "Nondestructive Testing of Composite Materials for Military Applications by IR Thermography Methods," *Mil. Inst. ARMAMENT Technol.*, no. Zielonka, Poland.
- [8] I. A. Collell, J. Zatloukal, J. Ramon, and C. Rius, "Tesi de màster," 2014.
- [9] D. H. Herring, "Materials Characterization and Testing Failure Analysis : Nondestructive Testing Methods," *Herring Gr. Inc.*, vol. Elmhurst,

no. April, pp. 55–61, 2007.

[10] M. P. Limongelli, “Frequency response function interpolation for damage detection under changing environment Frequency response function interpolation for damage detection under changing environment,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 24, no. 8, pp. 2898–2913, 2016.

[11] N. M. M. Maia, J. M. M. Silva, and E. A. M. Almas, “Damage Detection in Structures : From Mode Shape to Frequency Response Function Methods,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 17, pp. 489–498, 2003.

[12] A. K. Pandey, M. Biswas, and M. M. Samman, “Damage Detection From Mode Changes in Curvature,” *J. Sound Vib.*, vol. 145, pp. 321–332, 1991.

[13] G. Falzone *et al.*, “The influences of soft and stiff inclusions on the mechanical properties of cementitious composites,” *Cem. Concr. Compos.*, vol. 71, pp. 153–165, 2016.

[14] G. Jin, S. Lee, J. Carletta, and T. Nagayama, “Decentralized damage identification using wavelet signal analysis embedded on wireless smart sensors,” *Eng. Struct.*, vol. 33, no. 7, pp. 2162–2172, 2011.

[15] J. Rhim and S. W. Lee, “A neural network approach for damage detection and identification of structures,” *Comput. Mech.*, vol. 16, no. 6, pp. 437–443, Nov. 1995.

[16] D. Shyam, G. B. L. Chowdary, and D. R. Mahapatra, “Structural Damage Identification Using Artificial Neural Network and Synthetic data.”

[17] S.-S. Law and X.-Q. Zhu, *Damage Models and Algorithms for Assessment of Structures under Operating Conditions*. 2009.

[18] M. D. Hill, “An Experimental Verification of the Eigensystem

Identification,” pp. 29–37.

[19] M. Gul, F. N. Catbas, and C. Florida, “Evaluation of a System Identification Method for Structural Health Monitoring : Theory and Examples Evaluation of a System Identification Method for Structural Health Monitoring : Theory and Examples,” no. January 2005, 2014.

[20] J. H. Weng and C. H. Loh, “Structural Health Monitoring of Arch Dam from Dynamic Measurements,” *Earth Sp. 2010 Eng. Sci. Constr. Oper. Challenging Environ.*, no. 1, pp. 2518–2534, 2010.

[21] J. N. Reddy, *An Introduction to The Finite Element Method Department of Mechanical Engineering*. 2005.

[22] M. P. Bendsøe and O. Sigmund, *Topology optimization: theory, methods, and applications*, vol. 2nd Editio, no. 724. 2003.

[23] B. Hassani and E. Hinton, *Homogenization and Structural Topology Optimization*. .

[24] M. P. Bendsøe and N. Kikuchi, “Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 71, no. 2, pp. 197–224, 1988.

[25] R. W. Clough, *The finite element in plane stress analysis*. 1960.

[26] E. Holmberg *et al.*, “Stress constrained topology optimization Stress constrained topology optimization,” no. 48, pp. 33–47, 2013.

[27] K. Svanberg, “The Method of Moving Asymptotes -A new Method for Structural Optimization,” vol. 24, no. June 1986, pp. 359–373, 1987.

[28] M. Zhou and G. I. N. Rozvany, “The COC algorithm, Part II: Topological, geometrical and generalized shape optimization,” *Comput.*

Methods Appl. Mech. Eng., vol. 89, no. 1–3, pp. 309–336, 1991.

[29] V.B.Venkayya, “Structural Optimization: A review and some recommendations,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 13, pp. 203–228, 1978.

[30] N. Olhoff and J. Taylor, “On structural optimization,” *J. Appl. Mech.*, vol. 50, no. December 1983, pp. 1139–1151, 1983.

[31] P. Duysinx, “Topology Optimization of Continuum Structures with Local Stress Constraints,” vol. 1478, no. March, pp. 1453–1478, 1998.

[32] P. Duysinx and O. Sigmund, “Constraints in Optimal Material Distribution,” no. June 2015, 1998.

[33] P. Duysinx, “Topology Optimization with Different Stress Limits in Tension and Compression,” pp. 0–5.

[34] I. Colominas, M. Casteleiro, F. Navarrina, and I. Muin, “Topology optimization of structures: A minimum weight approach with stress constraints,” vol. 36, pp. 599–606, 2005.

[35] M. P. Bendsoe, “Structural Optimization,” vol. 202, pp. 193–202, 1989.

[36] P. Hajela and F. J. Soeiro, “Structural damage detection based on static and modal analysis,” *AIAA J.*, vol. 28, no. 6, pp. 1110–1115, 1990.

[37] S. Hassiotis and G. D. Jeong, “Identification of Stiffness Reductions Using Natural Frequencies,” *J. Eng. Mech.*, vol. 121, no. 10, pp. 1106–1113, 1995.

[38] A. Morassi N, “Localization A Notch in A Steel Frame From Frequency Measurements By A. Morassi 1 and N. Rovere,” vol. 123, no. May, pp. 422–432, 1997.

[39] P. Cawley and R. D. Adams, “A Vibration Technique for Non-

Destructive Testing of Fibre Composite Structures,” *J. Compos. Mater.*, vol. 13, no. 2, pp. 161–175, 1979.

[40] D. J. Ewins, “Modal Testing : Theory and Practice.”

[41] N. Stubbs and R. Osegueda, “Global nondestructive damage evaluation of offshore platforms using modal analysis,” *Proceeding 6th Annu. offshore Technol. Conf.*, vol. pp.517-524, 1987.

[42] M. Abe, “Structural damage detection by natural frequencies,” *37th Struct. Struct. Dyn. Mater. Conf.*, pp. 1064–1069, 1996.

[43] T. Haute and L. Alamos, “Application of the Strain Energy Damage Detection Method To Plate- Like Structures,” *J. Sound Vib.*, vol. 224, no. 2, pp. 359–374, 1999.

[44] C. Xiao-zhen, Z. H. U. Hong-ping, and C. Chuan-yao, “Structural damage identification using test static data based on grey system theory *,” no. 8, pp. 790–796, 2005.

[45] H. W. Shih, D. P. Thambiratnam, and T. H. T. Ñ. Chan, “Article in press Vibration based structural damage detection in flexural members using multi-criteria approach,” 2009.

[46] Y. Y. Li, L. Cheng, L. H. Yam, and W. O. Wong, “Identification of damage locations for plate-like structures using damage sensitive indices: Strain modal approach,” *Comput. Struct.*, vol. 80, no. 25, pp. 1881–1894, 2002.

[47] H. Hao and Y. Xia, “Vibration-based Damage Detection of Structures by Genetic Algorithm,” *J. Comput. Civ. Eng.*, vol. 16, no. 3, pp. 222–229, 2002.

[48] F. Bakhtiari-nejad, A. Rahai, and A. Esfandiari, “A structural damage

detection method using static noisy data,” vol. 202, pp. 193–202, no. October, 2005.

[49] S. Choi, S. Park, S. Yoon, and N. Stubbs, “Nondestructive damage identification in plate structures using changes in modal compliance,” vol. 38, pp. 529–540, 2005.

[50] M. Vakil-baghmisheh and M. Peimani, “Crack detection in beam-like structures using genetic algorithms,” vol. 8, pp. 1150–1160, 2008.

[51] A. Paolozzi and I. Peroni, “Detection of Debonding Damage in a Composite Plate through Natural Frequency Variations,” *J. Reinf. Plast. Compos.*, vol. 9, no. 4, pp. 369–389, 1990.

[52] K. Dems and Z. Mróz, “Identification of damage in beam and plate structures using parameter-dependent frequency changes,” *Eng. Comput.*, vol. 18, no. 1/2, pp. 96–120, 2001.

[53] Z. Yang, X. Chen, J. Yu, R. Liu, Z. Liu, and Z. He, “A damage identification approach for plate structures based on frequency measurements,” *Nondestruct. Test. Eval.*, vol. 28, no. 4, pp. 321–341, 2013.

[54] L. Yu and P. Xu, “An ACO-based algorithm for structural health monitoring,” *2010 Progn. Syst. Heal. Manag. Conf. PHM '10*, 2010.

[55] S. S. Naserlavi, M. J. Fadaee, and J. Salajegheh, “Subset solving algorithm: A novel sensitivity-based method for damage detection of structures,” vol. 35, no. 2011, pp. 2232–2252, 2010.

[56] S. M. Seyedpoor, “Structural Damage Detection Using a Multi-Stage Particle Swarm Optimization,” no. June 2011, 2014.

[۵۷] ض. م. ن. ص. and ع. س. “شناسایی خرابی توسط الگوریتم اصلاح شده جامعه مورچگان با استفاده از پاسخ استاتیکی,” کنفرانس زلزله، سازه و روش های محاسباتی، ۱۳۹۰.

[۵۸] ز. ر.، ن. ص.، س. ع. and پ. ت.، “ارزیابی انواع پاسخ ها در عیب یابی سازه ها در روش های مبتنی بر تحلیل حساسیت،” کنفرانس زلزله، سازه و روش های محاسباتی، ۱۳۹۰.

[۵۹] گ. ص.، ن. ص.، س. ع. and ج.، “تشخیص خرابی در سازه ها با استفاده از الگوریتم ژنتیک پیشرفته و آنالیز حساسیت،” کنفرانس زلزله، سازه و روش های محاسباتی، ۱۳۹۰.

[60] M. Nobahari, N. Branch, and S. M. Seyedpoor, “Structural damage detection using an efficient correlation-based index and a modified genetic algorithm,” vol. 202, pp. 193–202, no. November 2017, 2011.

[61] S. Moradi, P. Razi, and L. Fatahi, “On the application of bees algorithm to the problem of crack detection of beam-type structures,” vol. 89, no. 2011, pp. 2169–2175.

[62] V. Meruane and W. Heylen, “Author ’ s Accepted Manuscript An Hybrid Real Genetic Algorithm to Detect,” *Mech. Syst. Signal Process.*, 2010.

[63] S. M. Seyedpoor, “A two stage method for structural damage detection using a modal strain energy based index and particle swarm optimization,” *Int. J. Non. Linear. Mech.*, vol. 47, pp. 1–8, 2012.

[64] T. Fu and a Ghosh, “Energy efficient deployment strategies in structural health monitoring using wireless sensor networks,” *Struct. Control Heal. Heal. Monit.*, vol. 20, no. 6, pp. 971–986, 2012.

[65] M. Farooq *et al.*, “Damage Detection and Identification in Smart Structures using SVM and ANN,” *Int. Soc. Opt. Photonics*, pp. 830–834, 2012.

[66] P. Qiao, K. Lu, W. Lestari, and J. Wang, “Curvature mode shape-based damage detection in composite laminated plates,” *Compos. Struct.*, vol. 80, no. 3, pp. 409–428, 2007.

[67] P. Moreno-García, J. V. Araújo dos Santos, and H. Lopes, “A new

technique to optimize the use of mode shape derivatives to localize damage in laminated composite plates,” *Compos. Struct.*, vol. 108, no. 1, pp. 548–554, 2014.

[68] N. Navabian, M. Bozorgnasab, R. Taghipour, and O. Yazdanpanah, “Damage identification in plate-like structure using mode shape derivatives,” *Arch. Appl. Mech.*, vol. 86, no. 5, pp. 819–830, 2016.

[69] X. B. Lu, J. K. Liu, and Z. R. Lu, “A two-step approach for crack identification in beam,” vol. 332, no. 2013, pp. 282–293, 2012.

[۷۰] س. ف. ر. “عیب یابی سازه ها بر اساس پاسخ های دینامیکی با استفاده از به روز رسانی مدل اجزاء محدود,” پایان نامه کارشناسی ارشد عمران, ۱۳۹۰.

[۷۱] ق. ر. and ت. ز. پ. “مقایسه روش ماشین بردار پشتیبان و شبکه عصبی تابع بنیادی شعاعی در عیب یابی سازه ها,” هفتمین کنفرانس بین المللی مهندسی عمران, ۱۳۹۲.

[۷۲] پ. ج. ت. پ. and ش. س. “عیب یابی سازه ها با استفاده از روش دو مرحله ای مبتنی بر الگوریتم بهینه سازی فاخته,” کنفرانس بین المللی عمران، معماری و توسعه پایدار شهری, ۱۳۹۲.

[73] B. Nanda, D. Maity, and D. K. Maiti, “Modal parameter based inverse approach for structural joint damage assessment using unified particle swarm optimization,” vol. 242, pp. 407–422, 2014.

[74] H. Sun and O. Buyukozturk, “Optimal sensor placement in structural health monitoring using discrete optimization,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 24, no. 12, 2015.

[75] Y.-J. Cha and O. Buyukozturk, “Structural Damage Detection Using Modal Strain Energy and Hybrid Multiobjective Optimization,” *Comput. Civ. Infrastruct. Eng.*, vol. 30, no. 5, pp. 347–358, 2015.

[76] S. Beskhyroun, L. D. Wegner, and B. F. Sparling, “New methodology for the application of vibration-based damage detection techniques,” *Struct.*

Control Heal. Monit., vol. 19, no. 1, pp. 88–106, 2011.

[77] A. Eraky, A. Saad, A. M. Anwar, and A. Abdo, “Damage detection of plate-like structures based on residual force vector,” *HBRC J.*, vol. 12, no. 3, pp. 255–262, 2016.

[78] A. Katunin, “Vibration-based damage identification in composite circular plates using polar discrete wavelet transform,” *J. Vibroengineering*, vol. 15, no. 1, pp. 355–363, 2013.

[79] M. S. Cao, H. Xu, R. B. Bai, W. Ostachowicz, M. Radziński, and L. Chen, “Damage characterization in plates using singularity of scale mode shapes,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 106, no. 12, 2015.

[80] W. Zhang, Z. Du, G. Sun, and X. Guo, “A level set approach for damage identification of continuum structures based on dynamic responses,” *J. Sound Vib.*, vol. 386, no. November, pp. 100–115, 2017.

[81] A. Shahdin, J. Morlier, and Y. Gourinat, “Correlating low-energy impact damage with changes in modal parameters: A preliminary study on composite beams,” *Struct. Heal. Monit.*, vol. 8, no. 6, pp. 523–536, 2009.

[82] M. H. Richardson and M. A. Mannan, “Correlating minute structural faults with changes in modal parameters,” *Proc. SPIE - Int. Soc. Opt. Eng.*, vol. 1923, no. pt 2, pp. 893–898, 1993.

[83] H. Niemann, J. Morlier, A. Shahdin, and Y. Gourinat, “Damage localization using experimental modal parameters and topology optimization,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 24, no. 3, pp. 636–652, 2010.

[84] A. Shahdin, J. Morlier, H. Niemann, and Y. Gourinat, *Correlating low energy impact damage with changes in modal parameters: Diagnosis tools and FE validation*, vol. 10, no. 2. 2011.

- [85] S. Sharma, “Application of Support Vector Machines for Damage Detection in Structures,” 2008.
- [86] N. Yaghoobi and B. Hassani, “Topological Optimization of Vibrating Continuum Structures for Optimal Natural Eigenfrequency,” *Int. J. Optim. Civ. Eng. Int. J. Optim. Civ. Eng*, vol. 7, no. 1, pp. 1–12, 2017.
- [87] J. Du and N. Olhoff, “Topological design of freely vibrating continuum structures for maximum values of simple and multiple eigenfrequencies and frequency gaps,” *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 34, no. 2, pp. 91–110, 2007.
- [88] R. L. Fox and M. P. Kapoor, “Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors,” *Aiaa J.*, vol. 6, no. 12, pp. 2426–2429, 1968.
- [89] J. Arora, *Introduction to Optimum Design, Solution Manual*. 2011.
- [90] C. R. H. S, “Méthode générale pour la résolution des systèmes d’équations simultanées,” no. 2, pp. 2–4, 2010.

Abstract

Structural health monitoring examines and evaluates the performance of the structure during its useful life. Structural response to dynamic loads, calculation of structural dynamic characteristics and detection of potential damage are among the goals of structural health monitoring. Monitoring of health of a structure and detection of damages are important to assess and extend the life time of the structure. Damage refers to all factors that cause adverse effects in useful operation of structure. In this thesis, the meaning of damage is assumed to be reduction of stiffness and mass of the structure. The damage detection methods in the structures are in order to find the location and intensity of damages; therefore, identification of damage is the first step for the structural health control systems. In this research, the aim is to model the structure with consideration of the damage, which leads to reduction of stiffness, and then by using topology optimization, location and intensity of damage will be identified. In the optimization problem, various objective functions have been studied. Minimizing the difference between structural natural frequencies and mode shape functions of the main structure and the model, has been considered for this purpose. Design variables of the problem are defined by using the well-known artificial material model in topology optimization context, called, Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP). The finite element method is used to analyze and calculate the required parameters. In order to solve the optimization problem, the steepest descent method has been used and the sensitivity analysis is achieved. Finally, several numerical examples are presented for verification and effectiveness of the proposed method.

Key word: Topology optimization, health monitoring, damage detection, steepest descent method, golden search



Shahrood University of Technology

Faculty of Civil Engineering

M.Sc. Thesis in Structural Engineering

**Structural Health Monitoring of Plane Elasticity Problems
Using Topology Optimization**

By:

Seyedeh Maryam Eslami

Supervisor:

Dr. Seyed Mehdi Tavakkoli

September 2018