



دانشکده مهندسی عمران رشته مهندسی عمران گرایش سازه پایان نامه کارشناسی ارشد

# بررسي رفتار خمشي تيرهاي بتني هيبريدي مسلح به الياف فولادي

نگارنده: مجید برید رضایی

اساتيد راهنما :

فرشيد جندقي علايي

پويان برومند

شهريور ۱۳۹۵

ب

### تقديم اثر

سپاس بی کران پروردگار یکتا را که هستی مان بخشید و به طریق علم و دانش رهنمونمان شد و به همنشینی رهروان علم و دانش مفتخرمان نمود و خوشه چینی از علم و معرفت را روزی مان ساخت. ماحصل آموخته هایم را تقدیم می کنم به پدر و مادر عزیزم، با سپاس ازسه وجود مقدس:

آنان که ناتوان شدند تا ما به توانایی برسیم...

موهایشان سپید شد تا ماروسفید شویم...

و عاشقانه سوختند تا گرمابخش وجود ما و روشنگر راهمان باشند...

پدرانمان

مادرانمان

استادانمان

تشکر و قدردانی

به مصداق «من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق » بسی شایسته است از استاد فرهیخته و فرزانه جناب آقای دکتر فرشید جندقی علایی و همچنین جناب آقای دکتر پویان برومند که با نکته های دلاویز و گفته های بلند، صحیفه های سخن را علم پرور نمودند و همواره راهنما و راه گشای نگارنده در اتمام و اکمال پایان نامه بوده اند، تقدیر و تشکر نمایم. همچنین لازم است از آقایان دکتر کلات جاری و دکتر کیهانی که در طول دوران کارشناسی ارشد از محضر پر فیض تدریسشان، بهره ها برده ام تقدیر و تشکر نمایم. بتن مسلح هیبریدی<sup>۱</sup> بتنی است که در آن، علاوه بر میلگرد، از الیاف نیز برای مسلح کردن بتن استفاده میشود. در این تحقیق به بررسی رفتار تیرهای بتن مسلح هیبریدی تحت خمش، پرداخته شده است. برای مدل سازی بتن مسلح هیبریدی، از مدل فولاد و بتن تحت فشار به صورت الاستیک-پلاستیک کامل استفاده شده است. همچنین برای بتن تحت کشش، مدل سه خطی شامل ناحیه الاستیک، ناحیه انتقال و ناحیه مقاومت باقیمانده به کار برده شده است. روابط ارائه شده، برای بتن الیافی با رفتار سخت شدگی یا نرم شدگی کششی و خمشی کاربرد دارد. در این مقاله روابط تحلیلی برای تعیین عمق تار خنثی و منحنی لنگر−انحنا در هر مرحله از بارگذاری بدست آمده است. روابط بع دست آمده از این تحقیق، برای بتن الیافی، بتن الیافی مسلح به میلگرد فولادی و همچنین بتن معمولی، قابل استفاده هستند.

در ادامه اثر بار محوری نیز در نظر گرفته شد. بدین ترتیب مدل معرفی شده توانایی بررسی رفتار تیرستون هیبریدی را نیز خواهد داشت. روابط ارائه شده در بخش تیرستون، برای ستون های کوتاه کاربرد دارد.

تمامی برنامه ها و روابط ارائه شده در برنامه <sup>©</sup>MATLAB برنامه نویسی شده اند.

جهت اعتبار سنجی مدل پیشنهادی، نتایج مدل با نتایج مقالات معتبر مقایسه شد و مشاهده گردید که مدل می تواند با دقت خوبی رفتار بتن الیافی و هیبریدی را تحت خمش پیشبینی کند. مدل پیشنهادی، بار بیشینه تیرهای هیبریدی مورد بررسی را با دقتی بیش از ۹۳ درصد نسبت به نتایج آزمایشگاهی پیشبینی کرد. همچنین بخش تیرستون نیز با بررسی نتایج آزمایشگاهی از چندین نمونه تیرستون بتن مسلح انجام شد و ملاحظه گردید که مدل معرفی شده به خوبی نتایج آزمایشگاهی را پیشبینی می کند.

كلمات كليدى: بتن اليافى؛ بتن هيبريدى؛ خمش؛ منحنى لنگر-انحنا

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Hybrid Reinforced Concrete

### مقالات مستخرج از پایان نامه

- ۱- برید رضایی م، جندقی علایی ف، (۱۳۹۵)، "بررسی خمشی تیر های بتن مسلح دارای الیاف فولادی"، دومین همایش بین المللی و چهارمین همایش ملی معماری، عمران و محیط زیست شهری، همدان
- ۲- برید رضایی م، جندقی علایی ف، (۱۳۹۵)، "حل تحلیلی تیرهای بتن الیافی مسلح به میلگرد
   کششی و فشاری تحت خمش"، دومین همایش بین المللی و چهارمین همایش ملی معماری،
   عمران و محیط زیست شهری، همدان

ب	فهرست مطالد	

1	۱ مقدمه و تعریف۱
۲	۱.۱ تاریخچه
٣	۲.۱ انواع الياف
۶	۳.۱ انواع بتن اليافي
۱۰	۱.۳.۱ انواع بتن های الیافی با نسبت حجمی مختلف الیاف
١٢	۲.۳.۱ کاربردهای بتن الیافی
۱۵	۲ الیاف فولادی۲
١۶	۱.۲ تاریخچه
١٧	رت ۲.۲ انواع الیاف فولادی
. آنها	ری یہ کر تک ۳.۲ کاربردھای گوناگون بتن الیافی و روش ھای به کار بردن
١٨	۱.۳.۲ بتن الیافی فولادی مرسوم
۱۹	۲.۳.۲ بتن الیافی فولادی اسپری شده (شاتکریت)
۲۰	۳.۳.۲ سیفکان (SIFCON)
۲۰	۴.۲ مزایای استفاده از بتن الیافی فولادی
۲۱	۱.۴.۲ مقاومت کششی
۲۱	۲.۴.۲٪ مقاومت خمشی
۲۱	۳.۴.۲ مقاومت فشاری
۲۲	۴.۴.۲ مقاومت در برابر خستگی
۲۲	۵.۴.۲ مقاومت در برابر خزش و انقباض
۲۲	۶.۴.۲ دوام
۲۳	۲.۴.۲ سختی (Toughness)
۲۵	۳ مقالات و تحقیق های مرتبط
۲۶	۱.۳ مدل های تحلیلی
۳۰	۲.۳ آیین نامه های موجود برای طراحی بتن الیافی
۳۵	۴ مدل سازی و تحلیل۴
٣۶	۱.۴ مقدمه
۳۸	۲.۴ مواد و روش تحقیق
۴۶	۱.۲.۴ الگوریتم پیش بینی منحنی بار-تغییر شکل:
۴۷	۲.۲.۴ پاسخ لنگر-انحنا در حالت حدی
۴۸	۳.۲.۴ وضعیت مقطع در حالت متوازن
۴۹	۴.۲.۴ حداقل فولاد کششی
۵۱	۵.۲.۴ بررسی جاری شدن فولاد های فشاری بتن الیافی

۵۳	۳.۴ مطالعه پارامتری مواد
۵۶	۱.۳.۴ اثر ناحیه انتقال بر رفتار بتن $({f \xi})$
۶۱	۲.۳.۴ تار خنثی
۶۳	۳.۳.۴ انرژی شکست
۶۷	۴.۴ اعتبار سنجی:
۶۷	۱.۴.۴ الف:
۷۱	۲.۴.۴ ب:
٧۴	۳.۴.۴ چ:
ΥΥ	۴.۴.۴ تیر بتنی الیافی
٨٠	۵.۴.۴ بتن اليافي
۸۳	۵ بررسی تیرستون بتنی هیبریدی
٨۵	۱.۵ منحنی اثر متقابل بار محوری و لنگر خمشی.
λ۶	۲.۵ وضعیت متوازن
٨٨	۳.۵ حالت های محتمل شکست تیر-ستون
٨٨	۱.۳.۵ شکست ماده ای
٩٠	۲.۳.۵ شکست پایداری
۹۲	۴.۵ مطالعه پارامتری
۹۵	۵.۵ اعتبار سنجی
٩۶	۱.۵.۵ الف
٩٧	۲.۵.۵ ب:
٩٩	۳.۵.۵ چ:
۱۰۳	۶ نتیجه گیری و پیشنهادات آینده
۱۰۷	۷ پيوست

۳	شکل ۱–۱ حالت های مختلف قرار گیری میلگرد فولادی در بتن [3]
۴	شکل ۱-۲ مشخصات و حالت های مختلف بخش بندی الیاف
۷	شکل ۱- ۳ بخش بندی بتن الیافی بر اساس پاسخ کششی آن [8]
ىشى	شکل ۱- ۴ منحنی تنش-کرنش یا منحنی تنش-تغییر طول بتن در کشش تا لحظه جدایی نهایی. (A): رفتار کش
۸	B FRC) رفتار کششی BFRCE[5]
۹	شکل ۱- ۵ بخش بندی بتن های الیافی بر اساس پاسخ آنها تخت کشش و خمش [9]
۱۱	شكل ۱- ۶ مراحل مختلف معرفي رفتار بتن اليافي تحت خمش و كشش [13]
۱۳	شکل ۱– ۷ کاربرد های بتن های الیافی
۱۴	شکل ۱- ۸ ترکیب های مختلف بتن الیافی و بتن الیافی هیبریدی [8]
۱۶	شکل ۲- ۱ اولین تونل الیافی انگلیس در لندن سال ۱۹۹۵
ن نوع	شکل ۲- ۲ (A): حالت های مختلف الیاف فولادی در طول (شکل آخر که مربوط به الیاف پیچشی است جدیدتریر
۱۷	الیاف است.) (B): الیاف با حلقه های بسته که در بعضی مقالات بررسی شده است. [5]
[40] ۲۰۱	شکل ۳- ۱ مدل های رفتاری بتن SFRC: (a): لیم و همکاران سال ۱۹۸۷ [42, 41] و مباشر و همکاران ۱۵
و همکاران	(b): لوک و پی سال ۱۹۹۸ [44] (c): لوک و ژیا سال ۱۹۹۹ [46] (d) رایلم سال ۲۰۰۰ [47] (e): الاسیاق و
۲٩	سال ۲۰۰۴ [52]
۳۲	شکل ۳- ۲ نحوه انجام آزمایش و قرار گیری وسایل آزمایش توصیه شده توسط RILEM [49]
۳۲	شکل ۳- ۳ منحنی بار-عرض ترک معرفی شدہ توسط RILEM [50]
۳۳	شکل ۳- ۴ منحنی تنش کرنش بتن SFRC معرفی شده توسط RILEM [50]
۳۸	شکل ۴- ۱ مدل بتن تحت فشار؛ (۱۵.b) مدل بتن تحت کشش [39]
۳۹	شكل ۴- ۲ ( ۱۶.A) منحنى تنش كرنش فولاد ، ( ۱۶.B) سطح مقطع بتن [40]
۴۴	شکل ۴- ۳ نمودار کرنش در لحظه ترک خوردگی
۴۵	شکل ۴-۴ فلوچارت برنامه برای به دست آوردن منحنی لنگر-انحنا
۴۶	شکل ۴– ۵. روند به دست آوردن منحنی بار-تغییر شکل
49	شکل ۴- ۶ ظرفیت لنگر نهایی بر اساس میزان میلگرد کششی و رابطه آن با فولاد فشاری و مقاومت باقیمانده
۵۱	شکل ۴- ۷ روند تغییرات حداقل فولاد کششی بر حسب مقاومت باقیمانده
۵۲	شکل ۴- ۸ نمودار تنش مربوط به حالتی که فولاد فشاری در مرز تسلیم باشد
۵۴	شکل ۴- ۹ مطالعه پارامتری روی منحنی لنگر انحنا به ازای مقادیر مختلف مقاومت باقیمانده
۵۴	شکل ۴– ۱۰ مطالعه پارامتری روی منحنی لنگر انحنا به ازای مقادیر مختلف مقاومت باقیمانده
۵۵	شکل ۴- ۱۱ مطالعه پارامتری روی منحنی لنگر انحنا به ازای مقادیر مختلف فولاد کششی P

۵۶	شکل ۴- ۱۲ مطالعه پارامتری روی منحنی لنگر انحنا به ازای مقادیر مختلف فولاد فشاری P'
۵۶	شکل ۴– ۱۳ منحنی تنش-کرنش بتن تحت کشش
۵۷	شکل ۴− ۱۴ نمودار تنش-کرنش بتن به ازای مقادی مختلف ععلی ۲۰۰۰ مودار تنش-کرنش بین به ازای مقادی مختلف ع
۵۸	شكل ۴− ۱۵ اثر ٤ روى مقاومت بتن اليافي با رفتار نرم شدگي كششي
۵۸	شکل ۴− ۱۶ اثر ۶ روی بتن الیافی با رفتار سخت شدگی کششی
۶۰	شکل ۴− ۱۷ اثر <b>۶</b> روی بتن هیبریدی با رفتار نرم شدگی کششی
۶۰	شکل ۴− ۱۸ اثر ۶ روی بتن هیبریدی با رفتار سخت شدگی کششی
۶۲	شکل ۴- ۱۹ نمودار تغیرات تارخنثی بر حسب کرنش فشاری نرمال شده و مقادیر مختلف تنش باقیمانده (μ)
۶۲	شکل ۴- ۲۰ نمودار تغیرات تارخنثی بر حسب کرنش فشاری نرمال شده و مقادیر مختلف فولاد کششی (P)
۶۳	شکل ۴- ۲۱ نمودار تغیرات تارخنثی بر حسب کرنش فشاری نرمال شده و مقادیر مختلف فولاد فشاری ( <sup>-</sup> P)
۶۴	شکل ۴– ۲۲ بیانی تحلیلی از مقدار انرژی شکست [75]
99	شکل ۴- ۲۳ منحنی انرژی شکست بر حسب نسبت فولاد کششی و اثر مقاومت باقیمانده بر آن
۶۷	شکل ۴- ۲۴ منحنی انرژی شکست بر حسب نسبت فولاد کششی و اثر جنس فولاد مصرفی بر آن
۶۹	شکل ۴– ۲۵ منحنی های بار تغییر شکل مربوط به نمونه های با میلگرد آجدار
٧٠	شکل ۴- ۲۶ منحنی بار-تغییر شکل برای نمونه های با میلگرد صاف
۷۳	شکل ۴ - ۲۷ منحنی تنش کرنش مربوط به بتن الیافی با ۱۰٪ الیاف
۷۳	شکل ۴ - ۲۸ منحنی تنش کرنش مربوط به بتن الیافی با ۱۵٪ الیاف
۷۴	شکل ۴– ۲۹ مقایسه نتایج به دست آمده از مدل با نتایج آزمایشگاهی
٧۶	شکل ۴- ۳۰ منحنی تنش کرنش مربوط به بتن UHTCC
۷۷	شکل ۴- ۳۱ منحنی باز-تغییر مکان تیرهای RUHTCC و مقایسه نتایج مدل با نتایج آزمایشگاهی
۷۹	شکل ۴– ۳۲ منحنی تنش-کرنش بتن UHPFRC تحت کشش
۷۹	شکل ۴- ۳۳ منحنی بار-تغییر شکل بتن و مقایسه نتایج آزمایشگاهی با مدل مورد نظر
۸۱	شکل ۴- ۳۴ منحنی بار-تغییر شکل مربوط به بتن (40)75C
۸۱	شکل ۴- ۳۵ منحنی بار-تغییر شکل مربوط به بتن (40)1006
۸۲	شکل ۴– ۳۶ منحنی بار-تغییر شکل مربوط به بتن (80)75C
۸۲	شکل ۴- ۳۷ منحنی بار-تغییر شکل مربوط به بتن (80)100C
٨۴	شکل ۵– ۱ حالت های مختلف تشکیل تیرستون
٨۴	شکل ۵- ۲ سطح مقطع و منحنی اندر کنش تنش و کرنش موجود در تیرستون
٨۶	شکل ۵- ۳ منحنی اثر متقابل بار محوری و لنگر خمشی
۸۷	شکل ۵- ۴ سطح مقطع و نمودار اندر کنش تنش و کرنش در حالت نهایی نهایم مقطع و نمودار اندر کنش تنش
٩٠	ئىكل ۵– ۵ بخش بندى ستون هاى لاغر و كوتاه

۹١	شکل ۵- ۶ فلوچارت برنامه نویسی تیر-ستون
٩٣	شکل ۵- ۷ دیاگرام اندر کنش بارمحوری و لنگر خمشی برای بررسی پارامتر مقاومت باقیمانده
٩٣	شکل ۵− ۸ دیاگرام اندر کنش بارمحوری و لنگر خمشی برای بررسی پارامتر Ξ
٩۴	شکل ۵- ۹ دیاگرام اندر کنش بارمحوری و لنگر خمشی برای بررسی پارامتر نسبت فولاد
٩۵	شکل ۵- ۱۰ دیاگرام اندر کنش بارمحوری و لنگر خمشی برای بررسی جایگذاری فولاد ها
٩۶	شکل ۵- A ۱۱) سطح مقطع ستون B) نحوه بار گذاری C) شکل شماتیکی از صفحات انتهایی
٩٧	شکل ۵- ۱۲ منحنی اندر کنش بارمحوری و لنگر خمشی
٩٩	شکل ۵- ۱۳ دیاگرام اندر کنش بارمحوری و لنگر خمشی
۱۰	شکل ۵- ۱۴ نحوه نصب و بارگذاری
۱۰	شکل ۵– ۱۵ منحنی اندر کنش بارمحوری و لنگر خمشی

۵	جدول ۱–۱ انواع الیاف مورد استفاده در بتن الیافی و مشخصات مکانیکی آنها [7]
١٢	جدول ۱- ۲ انواع بتن های الیافی بر اساس نسبت حجمی الیاف
۱۹	جدول ۲- ۱ حدود مناسب برای طرح اختلاط بتن الیافی فولادی مرسوم [27]
۲۰	جدول ۲-۲ حدود مناسب برای طرح اختلاط بتن الیافی فولادی در شاتکریت [28]
۴۲	جدول ۴- ۱ مراحل بارگذاری و روند خرابی بتن در هر مرحله
۵۰	جدول ۴- ۲ مشخصات بتن الیافی برای بررسی رون تغییرات فولاد حداقل
۵۳	جدول ۴- ۳ مشخصات بتن مورد استفاده در مطالعه پارامتری
۵۷	جدول ۴-۴ مشخصات بتن مصرفی در مطالعه پارامتری ناحیه انتقال
۶۱	جدول ۴– ۵ اثر ناحیه انتقال روی فولاد متوازن
۶۴	جدول ۴- ۶ مشخصات بتن در مطالعه پارامتری روی انرژی شکست بتن
۶۵	جدول ۴- ۷ اثر ابعاد مختلف روی انرژی شکست بتن
۶۸	جدول ۴- ۸ میزان الیاف و فولاد مصرفی در بتن [64]
۶۹	جدول ۴- ۹ مشخصات نمونه های بتنی
۷۱	جدول ۴ - ۱۰ نتایج بار-تغییر شکل آزمایشگاهی و مدل، و مقایسه آنها با هم
۷۲	جدول ۴- ۱۱ مشخصات مواد استفاه شده در بتن [67]
۷۲	جدول ۴- ۱۲ مشخصات نمونه های بتنی با ۱ و ۱/۵ درصد الیاف
۷۵	جدول ۴- ۱۳ مشخصات هندسی تیرهای هیبریدی
٧۶	جدول ۴– ۱۴ مشخصات مکانیکی UHTCC استفاده شده در مدل
Υλ	جدول ۴- ۱۵ مشخصات مواد استفاده شده در بتن [86]

٨٠	جدول ۴- ۱۶ مشخصات نمونه های بتن الیافی تحت خمش
ی تیرستون۹۲	جدول ۵- ۱ مشخصات مواد استفاده شده در بخش مطالعه پارامتر
٩٧	جدول ۵ -۲ مشخصات نمونه های بتنی
٩٨	جدول ۵ -۳ مشخصات نمونه های بتنی
١٠٠	جدول ۵ -۴ مشخصات نمونه های بتنی

A <sub>s</sub>	مساحت فولاد كششى	β	کرنش کششی نرمال شده
A <sub>s,min</sub>	حداقل مساحت فولاد كششي مورد نياز	3	كرنش
$\overline{A}_{s,min}$	حداقل مسـاحت فولاد کشـشـی مورد نیاز	ε <sub>c</sub>	کرنش فشاری بتن
	برای جاری شدن فولاد فشاری	ε <sub>t</sub>	كرنش كششى بتن
$A'_{s}$	مساحت فولاد فشارى	ε <sub>trn</sub>	کرنش کششی بتن در نقطه انتقال
b	عرض تير	Ø	انحنا
C <sub>1-11</sub>	ضریب هایی مربوط به تار خنثی در جدول	Ø'	انحنای نرمال شده
	۱ پیوست	γ	مدول الاستسيته فشارى نرمال شده بتن
$C_{1-4}^{*}$	ضریب هایی مربوط به جاری شدن فولاد	$\gamma_s$	مدول الاستسيته نرمال شده فولاد
C <sub>C</sub>	مجموع نیروهای فشاری موجود در مقطع		$(E_s/E)$
C <sub>T</sub>	مجموع نیروهای کششی موجود در مقطع	δ	تغيير شكل
d	فاصله مرکز سطح فولاد کششی از	κ	كرنش نرمال شده تسليم فولاد
	دورترین تار فشاری		$(\epsilon_{\rm sy}/\epsilon_{\rm cr})$
ď'	فاصله مرکز سطح فولاد کششی از	η	مدول الاستسيته بتن در ناحيه انتقال
	دورترین تار کششی		نرمال شده
D <sub>1-31</sub>	ضــریب هایی مربوط به لنگر در جدول ۲	λ	کرنش فشاری نرمال شده (٤ <sub>c</sub> /٤ <sub>cr</sub> )
	پيوست		

e	برون محورى	$\lambda_{cu}$	کرنش فشاری ن
e <sub>nb</sub>	برون محوري متناظر با حالت متوازن		$(\epsilon_{cu}/\epsilon_{cr})$
E	مدول الاستسيته كششى بتن	μ	مقاومت كششى
Ec	مدول الاستسيته فشاري بتن	$\mu_{crit}$	مقاومت كششى
Ecr	مدول الاستسبته کششی بتن بعد از ترک	ρ	نسبت فولاد كش
CI	خوردگی	$\rho_{min}$	نسبت حداقل فر
E,	مدول الاستسبته فولاد		کل مقطع
f'		$\overline{\rho}_{s,min}$	نسبت حداقل فر
<sup>1</sup> c	مفاومت فشاری تهایی بین		جاری شدن فولا
h	ارتفاع مقطع	ρ'	نسبت فولاد فش
k	نسبت عمق تار خنثی	$ ho_b$	نسبت فولاد متو
М	لنگر	٥a	نسىت فولاد كش
$M_{cr}$	لنگر لحظه ترک خوردگی	' g	
$M_{i}'$	لنگر نرمال شده	$ ho_{g,b}$	نسبت فولاد متو
м		σ	تنش
<sup>Ivi</sup> u	لنخر ىھايى	$\sigma_{c}$	تنش فشاری بتر
M′∞	ظرفیت لنگر نهایی نرمال شده	$\sigma_{\mathrm{p}}$	مقاومت كششى
Р	نيرو	$\sigma_{t}$	تنش کششی بت
$P_{nb}$	نيروى متناظر با حالت متوازن	(1)	کند فدام
S	فاصله آزاد نيرو تا لبه تير	ω	درتش فشاری د
W			سال
	شطح رير تمودار بار-تعيير شكل	ξ	کرنش کششی ن
W <sub>1</sub>	ضريبى براى تعيين فولاد كششى حداقل	χ	كرنش فولاد كث
α	عمق نرمال شده فولاد کششی		$(\epsilon_s/\epsilon_{cr})$
α′	عمق نرمال شده فولاد فشارى	χ′	كرنش فولاد فش
			$(\epsilon'_{\rm s}/\epsilon_{\rm cr})$

$\lambda_{cu}$	کرنش فشاری نهایی نرمال شده
	$(\epsilon_{cu}/\epsilon_{cr})$
μ	مقاومت كششى باقيمانده
$\mu_{crit}$	مقاومت كششى باقيمانده بحراني
ρ	نسبت فولاد کششی موجود به کل مقطع
$\rho_{min}$	نسبت حداقل فولاد کششی مورد نیاز به
	کل مقطع
$\overline{\rho}_{s,min}$	نسبت حداقل فولاد کششی مورد نیاز برای جاری شدن فولاد فشاری به کل مقطع
,	<u> </u>
ρ΄	نسبت فولاد فشاری موجود به کل مقطع
$\rho_{b}$	نسبت فولاد متوازن به کل مقطع
$ ho_g$	نسبت فولاد کششی موجود به مقطع موثر
$\rho_{g,b}$	نسبت فولاد متوازن به مقطع موثر
σ	تنش
$\sigma_{c}$	تنش فشاری بتن
$\sigma_{p}$	مقاومت كششى باقيمانده بتن
$\sigma_{t}$	تنش کششی بتن
ω	کرنش فشاری نرمال شده در لحظه جاری
	شدن
ξ	کرنش کششی نرمال شده ناحیه انتقال
х	كرنش فولاد كششى نرمال شده
	$(\varepsilon_{\rm s}/\varepsilon_{\rm cr})$
x'	کرنش فولاد فشاری نرمال شده
	$(\varepsilon'_{s}/\varepsilon_{cr})$

۱ مقدمه و تعریف

### **۱.۱** تاریخچه

بیش از ۳۵۰۰ سال است که مسلح کردن مصالح ساختمانی یک معضل محسوب می شود. در راه حل های قدیمی، داخل آجرهایی که در آفتاب خشک می شدند کاه گل اضافه می کردند و یا داخل ملاتهای معمولی موی اسب می ریختند. این الیاف منقطع و پراکنده باعث افزایش مقاومت و دوام مواد شکننده می شدند. تاریخ شروع استفاده از الیاف در مصالح به درستی مشخص نیست. به عنوان مثال در کشور ما استفاده از کاه و مخصوصا از موی اسب و یا بز برای تقویت گل رس در مقابل پخش ترک های ناشی از آبرفتگی، در بناهای قدیمی ایران به خصوص گنبد ها سابقه طولانی و تاریخی دارد.

بتن ماده ای است که ترکیبات اصلی آن آب، سیمان و سنگ دانه است. بتن میتواند در قالب های مختلف ریخته شود و به شکل های مختلف و مورد نظر مهندسی تولید شود. هنگامی که بتن سخت میشود، به ماده ای با مقاومت و دوام بالا تبدیل میشود. بتن مقاومت فشاری بسیار بالا و قابل توجهی دارد. اما در کشش ضعیف عمل میکند و مقاومت کششی پایینی دارد. تقریبا میتوان گفت مقاومت کششی بتن حدود ۱۰٪ مقاومت فشاری آن است. از این رو استفاده های اولیه از بتن فقط در مواردی بود که بتن تحت فشار قرار میگرفت. از قبیل: دیوار های باربر و یا گنبد ها.

برای غلبه بر ضعف بتن در کشش، بتن باید با مادهای که در برابر کشش مقاوم است، ترکیب شود. بنابراین در اوایل قرن ۱۸ میلادی برای تقویت بتن از میلگرد فولادی استفاده کردند [1]. نحوه قرار گیری فولاد در بتن میتواند یک شکل باشد و یا برای افزایش مقاومت کششی بتن به چند حالت مختلف استفاده شود. بنابراین همانطور که در شکل ۱–۱ نشان داده شده است، میلگرد های فولادی میتوانند به صورت های مربعی، مستطیلی، دایره ای و یا ترکیبی از این شکل ها قرار گیرند.

استفاده از الیاف در بتن به منظور بهبود خواص مکانیکی آن برای اولین بار در سال ۱۹۶۳ میلادی توسط Romualdi and Batson پیشنهاد شد [2]. آنها بر آثار استفاده از الیاف فولادی روی کاهش شکنندگی بتن تحقیق کردند. این تحقیق در ادامه توسط محققین دیگر نیز ادامه یافت و آثار استفاده از الیاف مختلف (مثل: شیشه، کربن، الیاف مصنوعی و طبیعی) و همچنین به صورت شکلها و ابعاد مختلف روی بتن نیز بررسی شد.



شکل ۱-۱ حالت های مختلف قرار گیری میلگرد فولادی در بتن [3]

الیاف را می توان به روش های مختلفی بخش بندی کرد. یکی از این بخش بندی ها به جنس موادی که الیاف از آن ساخته شدهاند، مربوط می شود. الیاف می توانند طبیعی (مثل موی حیوانات)، معدنی و یا مصنوعی باشند. بخش بندی دیگر الیاف بر اساس ویژگی های آنها صورت می گیرد. به عنوان مثال: مقاومت آنها در برابر آتش، سختی و یا مقاومت کششی آنها و ...

در اوایل دهه ۱۹۸۰، تمایلات به سمت تولید بتن الیافی با شکل پذیری بالا رفت. در صورت استفاده از FRC دوام بتن افزایش می یابد اما تغیر زیادی در شکل پذیری بتن حاصل نمی شود. Krenchel and Stang نشان دادند که در صورت استفاده از شبکه الیاف بهم پیوسته می توان شکل پذیری بتن را چندصد برابر کرد [4].

## ٢.١ انواع الياف

الیاف را می توان براساس پارامتر های مختلفی بخش بندی کرد [5]:

- ۱. براساس جنس ماده سازنده آنها. شامل: الیاف طبیعی (مثل موی اسب، کنف، یا الیاف نار گیل)،
   الیاف معدنی (آزبست، شیشه یا کربن)، الیاف مصنوعی (مثل پلی پروپیلن)
- ۲. براساس ویژگی های فیزیکی یا شیمیایی آنها. مثل: چگالی، زبری سطحی، مقاومت شیمیایی، واکنش الیاف با سیمان، مقاومت در برابر آتش یا اشتعال پذیری و غیره.

- ۳. مشخصات مکانیکی الیاف. از قبیل: مقاومت کششی، مدول الاستسیته، سختی، شکل پذیری، تغییر طول الیاف تا لحظه گسیختگی، چسبندگی سطح آن و غیره.
- ۴. مشخصات هندسی الیاف. مثل: طول، قطر یا شعاع الیاف، شکل مقطع عرضی الیاف و پروفیل طولی آن

ویژگی های الیاف مختلف و روشهای بخش بندی آنها در شکل ۱-۲ آورده شده است.



شكل ۱-۲ مشخصات و حالت هاى مختلف بخش بندى الياف

هنگامی که تصمیم به انتخاب الیاف می گیریم (به عنوان مثال الیاف فولادی) ترکیبی نامحدود از از مشخصات هندسی آن مثل طول، عرض، قطر و شکل مقطع عرضی را میتوانیم انتخاب کنیم. در بعضی الیاف برای افزایش چسبندگی سطحی، در مقیاس های خیلی کوچک، سطح آن را با مواد دیگر آغشته می کنند. مثل آغشته کردن سطح الیاف فولادی به نانو اکسید آهن [6].

همانطور که قبلا ذکر شد، علاوه بر مشخصات هندسی، الیاف را می توان بر اسای معیارهای مختلفی سنجید. جدول ۱–۱ الیاف مختلف را بر اساس مشخصات مکانیکی آنها مقایسه کرده است. هنگامی که الیاف مقاومت کششی یکسانی داشته باشند، الیاف با مدول الاستسیته بیشتر، تاثیر پذیری بیشتری بر بتن های با وزن نرمال دارند [5].

توضيحات	كرنش	مدول	مقاومت	وزن	قطر	جنس
	نهایی	یانگ	كششى	مخصوص	0.001 in	
	7.	GPa	MPa			
مدول الاستسيته فولاد تقريبا مستقل از						فولاد
مقاومت کششی آن است. تنش جاری شدن						
الیاف فولادی یا توجه به نجوه تولید و عمل	۳/۵	7	440-1066	٧/٨	۴/•_۴•/•	پرمقاومت
آوري آن مي تواند متفاوت باشد. الياف با	٣/٠	18.	۲۰۷۰	V/A	•/۴-۱۳/•	ضدزنگ
۔ مقاومت بالاتر، ظرفیت کرنش کمتری دارند.						
مدول الاستسينة شيشة مي والد بين ١١						شيشه
کیکاپاسکال برای A-Glass تا ۹۸	۴/۸	۷۲	340.	$r/\Delta$	•/۴	Ε
گیگاپاسکال برای S-Glass متفاوت باشد.	٣/۶	٨.	۲۸	<b>T</b> /V	•/^	مقامم قارار
مقاومت کششی تک الیاف حدود ۳۳۰۰ تا	177		ſω	171	-γω	مقاوم فليايي (AR)
۴۸۰۰ مگاپاسکال است، درحالی که مقاومت						(IIII)
یک دسته از الیاف در کنار هم مقاومت						
معادل خیلی کمتری خواهند داشت.						
مقاومت و مدول الاستسيته الياف به نحوه						مصنوعي
تولید آن بستگی دارد. در صورتی که در	٨/٠	بالاي	مالای ۵۵۰	•/٩•	۲·/·-۱۶·/·	ىلى دەپىل
هنگام تولید در گرما تحت کشش قرار گیرند،		۳/۵		, .	., ., ,	(PP)
زنجیره مولکولی طولانی ای میسازند.						
	۸۰-۳	۵-۱۷۰	۲ <b>۰۰</b> -۳۰۰	•/٩۶	\/•_ <b>*</b> •/•	پلی اتیلن
	۱۰-۵۰	١•-١٧	۵۵۰-۱۲۰۰	١/٣٨	•/۴_٣/•	پلی استر
	۲۸-۵۰	١٨	۲۰۰-۱۰۰۰	١/١٨	۲/۰-۷/۰	اكلريك
اسپکترا یک نام تجاری است. جنس ماده آن		117	2010	٠/٩٧		اسپكترا
پلیتیلن با وزن مولکولی خیلی زیاد است. به						(HPPE)
همین خاطر به آن پلیتیلن با ویژگی بالا						
(HPPE) نیز گفته می شود. نام تجاری دیگر						

جدول ۱-۱ انواع الیاف مورد استفاده در بتن الیافی و مشخصات مکانیکی آنها [7]

۵

آن Dyneema است.

الیافی با مدول الاستسیته و مقاومت کششی		۲۵ تا	۸۸۰ تا	۱ ۳ ۱		پلی وینیل
خیلی متفاوت و مختلف که برای کاربرد های		۴.	18			الكهل
مختلف از آنها استفاده می شود.						(PVA)
کولار نام تجاری Dupont است. منبع تولید						آراميد
این الیاف آرامید است.	٣/۶	87	78	1/44	•/۴٧	کولار ۲۹
	۲/۵	١١٧	86	1/44	•/4•	کولار ۴۹
						آزبست
	۲-۳	۱۹۵	۲۰۰-۱۸۰۰	۴/۴	•/••۴_•/ <b>\</b>	Crocidolite
	۲-۳	184	340.	۲/۶	•/•••A-1/Y	Chrysotile
بسته به رده و نحوه توليد، مثل Pitch						كربن
carbon یا PAN carbon، الیاف مشخصات مختلفی خواهند داشت.	•/&-•/Y	۳۸۰	۱۸۰۰	١/٩	• /٣ •	مدول بالا
	۱/•-۱/۵	۲۳۰	787.	١/٩	٠/٣۵	مقاومت بالا
امروزه استفاده زیادی از این الیاف در						طبيعي
کارهای سازه ای نمیشود.		14.	۳۰۰_۹۰۰	۱/۵	۰/۸-۴/۷	سلولز چوب
	۱۰/۲۵	19-78	112	۱/۱۵	4/•-18/•	الياف نارگيل
	۱/۵–۱/۹	۲۶-۳۰	۲۵۰-۳۵۰	١/٠٣	۴/۰-۸/۰	كنف

# ۳.۱ انواع بتن اليافي

بر اساس بحثی که در سال ۲۰۰۳ در چهارمین ورکشاپ بین المللی روی بتن الیافی با ویژگیهای زیاد (HPFRCC-4) انجام شد؛ پیشنهاد شد که بتنهای الیافی را آنطور که در شکل ۱-۳ مشخص شده است بخش بندی کنند [8]:



شکل ۱- ۳ بخش بندی بتن الیافی بر اساس پاسخ کششی آن [8]

شکل ۱–۴ تفاوت های اصلی بین بتن با سخت شدگی کششی<sup>۲</sup> و نرم شدگی کششی<sup>۳</sup> را نشان میدهد. این شکل روند تبدیل بتن شکننده به یک بتن نیمه شکننده (FRC) و یا یک بتن شکل پذیر (HPFRC) را نشان میدهد. تفاوت مهمی که بتن با رفتار سخت شدگی کششی با رفتار نرم شدگی کششی دارد این است که در بتن با رفتار نرم شدگی کششی یک ترک تشکیل میشود و رشد می کند. اما در رفتار سخت شدگی کششی چندین ریز ترک موازی تشکیل میشود. این تفاوت رفتار، بین بتنهای FRC و Spr وجود دارد که در نهایت باعث تفاوتهای ساختاری مهمی در دوام و ظرفیت باربری سازه میشود.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Strain hardening

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Strain softening



شکل ۱- ۴ منحنی تنش-کرنش یا منحنی تنش-تغییر طول بتن در کشش تا لحظه جدایی نهایی. (a): رفتار کششی b FRC) (فتار کششی HPFRCC]

مشابه رفتار متفاوتی که بتنهای مختلف در کشش از خود نشان میدهند؛ در خمش هم وجود دارد که به آن پاسخ نرم شدگی خمشی<sup>۴</sup> یا سخت شدگی خمشی<sup>۵</sup> می گویند. به طور کلی حالت های مختلف رفتارهای بتنهای الیافی در شکل ۱–۵ مشخص شده است. نکات مهمی که باید به آن توجه کرد:

<sup>4</sup> Deflection softening

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Deflection hardening

- ۱) در صورتی که مادهای از خود سخت شدگی کششی نشان دهد، حتما رفتار سخت شدگی خمشی خواهد داشت.
  - ۲) مادهای با رفتار نرم شدگی کششی دارای سخت شدگی خمشی یا نرم شدگی خمشی است.
- ۳) مادهای با رفتار سخت شدگی کششی ویژگی های مکانیکی بهتری را نسبت به حالت نرم شدگی کششی از خود نشان میدهد.



شکل ۱- ۵ بخش بندی بتن های الیافی بر اساس پاسخ آنها تخت کشش و خمش [9]

رفتار سخت شدگی خمشی برای سازه هایی که خمش بار اصلی آن است کاربردی اند در حالی که بتن های با رفتار نرم شدگی خمشی کاربرد های زیادی در سازه هایی که نیاز به کنترل انقباض دارند مثل روسازی ها یا دال ها استفاده میشوند [10]. البته در رفتار بتنی که در نمونههای آزمایشگاهی حاصل میشود باید به این نکته نیز توجه شود که پاسخ کششی نمونههای خیلی کوچک نمیتواند رفتار یک سازه در ابعاد واقعی را به خوبی شبیه سازی و مدل کند. در شکل ۱–۶ رفتار بتن الیافی بر اساس رفتار بتن تحت خمش و کشش، به بیانی دیگر نشان داده  $\sigma_{pc}$  و  $\sigma_{cc}$  و  $\sigma_{cc}$  و  $\sigma_{cc}$  به ترتیب تنش و کرنش ترک خوردگی،  $E_{cc}$  مدول الاستیک،  $\sigma_{pc}$  تنش مقاوم بعد از ترک خوردگی،  $\sigma_{f1}$  مدول گسیختگی و  $\sigma_{f2}$  تنش خمشی معادل است. در شکل ۱–۶، مقاوم بعد از ترک خوردگی،  $\sigma_{f1}$  مدول گسیختگی و  $\sigma_{f2}$  تنش خمشی معادل است. در شکل ۱–۶، مرحله صفر: بتن در مقابل کشش و خمش ضعیف و شکننده، مرحله ۱: حالت نرم شدگی خمشی یا حالت کنترل ترک در کشش و خمش ضعیف و شکننده، مرحله مدور ۲: سخت شدگی خمشی یا مرحله صفر: بتن در مقابل کشش و خمش ضعیف و شکننده، مرحله صفر، در حالت نرم شدگی خمشی یا مرحله مدول ۲: سخت شدگی خمشی یا مرحله مدور ۲: سخت شدگی خمشی یا در مدول ۳: منش با کمی محاودی نسبت به مرحله صفر، مرحله ۲: سخت شدگی خمشی، مرحله ۲: سخت شدگی خمشی معاد

لازم است اشاره شود که رابطه تنش-عرض ترک برای تیرهای با رفتار نرم شدگی خمشی مناسب است و در صورت استفاده از تیر بتنی با رفتار سخت شدگی خمشی باید از رابطه تنش-کرنش استفاده کرد [11, 12]. بنابراین در تیرهای با رفتار سخت شدگی خمشی، ناحیه ترک خورده<sup>6</sup> معرفی میشود و انرژی جذب شده را بر اساس این ناحیه می سنجند. برای درک بهتر بین مراحل ۳ و ۴ از پارامتر g یا انرژی جذب شده استفاده میشود. نتایج آزمایشگاهی مختلف نشان دادهاند که بتنهای با انرژی  $g > 50kj/m^3$ 

#### **۱.۳.۱** انواع بتن های الیافی با نسبت حجمی مختلف الیاف

یکی دیگر از روش های بخش بندی بتن های الیافی، مشخص کردن آنها بر اساس میزان الیاف داخل آنهاست. نسبت حجمی الیاف یعنی حجم الیاف استفاده شده در بتن به کل حجم ترکیب. جدول ۱–۲، حدود معمول الیاف برای بخش بندی به انواع مختلف بتن الیافی و کاربردهای آن را نشان داده است. به خاطر تفاوت در وزن مخصوص الیاف، بدیهی است که دو نوع الیاف مختلف با نسبت حجمی های یکسان لزوما نسبت جرمی یکسانی نخواهند داشت. الیاف بر اساس وزن تهیه و خریداری می شوند اما مشخصات مکانیکی ترکیب را براساس نسبت حجمی الیاف می سنجند. معمولا یک درصد حجمی الیاف فولادی در یک بتن معمولی حدود ۸۰ کیلوگرم بر متر مکعب الیاف را دربر می گیرد. در حالی که بتنی با یک درصد حجمی الیاف پلی پروپیلن تنها حدود ۹/۲ کیلوگرم بر متر مکعب الیاف دارد [12].

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> smeared crack



نام بتين الياف	نسبت حجم (۷)	تەخىجات
	سبت عبتها (ر)	
FRC: Fiber Reinforced	$V_f \leq 2\%$	الياف همزمان با توليد بتن با مخلوط تركيب
Concrete (Strain-softening in		میشوند. از سنگدانه هایی با قطر کمتر
FRC")		استفاده می شود.
HPFRCC: High Performance	$V_f \ge (V_f)_{cri-tension}$	ویژگی اصلی این بتن: سخت شدگی کششی
Fiber Reinforced Cement		و ایجاد ترک های متعدد در کشش. با طراحی
FRC in tension.)		های بهینه نسبت حجمی میتواند تا حدود
		یک درصد نیز برسد.
DHFRCC: Deflection-	$V_f \ge (V_f)_{cri-bending}$	ویژگی اصلی این بتن: سخت شدگی خمشی
Hardening Fiber Reinforced		و ایجاد ترک های متعدد در خمش. با طراحی
Cement Composites		های بهینه نسبت حجمی میتواند تا حدود
(for bending).		۸۰٪ نیز د.سد.
		۰. ر. ۱
Shotcrete (steel fibers)	$V_f \leq 3\%$	کاربرد آن استفاده در پوشش تونل ها و ترمیم
		است.
Spray Technique (glass fibers)	$4\% \leq V_f \leq 7\%$	کاربرد آنها در آب بندی و پوشش است.
SIMCON (Slurry Infiltrated Mat Concrete - steel mat)	$4\% \leq V_f \leq 6\%$	روى الياف فولادى دوغاب ريخته مىشود.
SIMCON (Slurry Infiltrated	$V_f \approx 1\%$	مع الياف PVA دوغاب ريخته م شود.
Mat Concrete - PVA mat)		روی ایک ۲۰۱۱ موجب ریافت می سود.
SIFCON (Slurry Infiltrated	$4\% \le V_f \le 15\%$	معمولا الياف فولادى استفاده مىشود. الياف
		را در قالب قرار میدهند و سپس دوغاب
		سیمانی را روی آن میریزند.

جدول ۱- ۲ انواع بتن های الیافی بر اساس نسبت حجمی الیاف

# ۲.۳.۱ کاربردهای بتن الیافی

بتن های الیافی در ساخت و ساز های زیادی استفاده می شوند. آنها را می توان به تنهایی به کار برد و یا به صورت ترکیبی از بتن الیافی و میلگرد که به آن بتن هیبریدی گفته می شود و مورد بحث این پایان نامه نیز هست، استفاده کرد. استفاده از الیاف باعث کاهش ضخامت مورد نیاز در دال ها، و همچنین باعث افزایش فاصله مجاز بین تکیه گاه میشود [14, 15, 16] . استفاده از الیاف باعث افزایش شکل پذیری در روزهای اول بتن ریزی و همچنین کاهش ترک های اولیه میشود [17]. همچنین به دلیل سطح مخصوص بالا، کاهش هزینه های کارگاه، کاهش پتانسیل خطای فردی در محل کار و بهینه بودن و ذخیره سازی زمان، الیاف از نظر اقتصادی هم در مقابل مشهای فولادی حرف زیادی برای گفتن دارند. از بتن الیافی میتوان به عنوان مادهای کمکی در ترمیم و مرمت سازه ها استفاده کرد. بتن الیافی در استفاده در سازه های نازک غشایی بهترین جایگزین میلگردهای فولادی است [7].

در شکل ۱–۷ کاربرد های بتن الیافی به صورت خلاصه و بخش بندی شده نشان داده شده اند. بتن های الیافی به تنهایی برای سازه های نازک و در مواردی که طاقت و مقاومت مهم است ولی تعیین کنده نیست؛ کاربرد بیشتری دارند. مثل قطعات پیش ساخته [18]، پوشش تونل ها [20,10]، شاتکریت [21,22]. به طور خاص از بتن های HPFRC میتوان در عرشه پل ها و سازه های مخصوص ساحلی و هیدرولیکی [17]، مخازن و پناهگاه ها استفاده کرد. اما در صورت ترکیب بتن الیافی و میلگرد های فولادی میتوان از ترکیب، استفاده های سازه ای زیادی کرد.

کاربرد های بتن الیافی

بتن الیافی به تنهایی سازه های کوچک و , استفاده میشود مثل: لوله ها، تیرهای تخته های سیمانی	هیبریدی به همراه ترکیبی از میلگرد مثال: سازه های مقاوم لرزه ای و مقاوم در برابر ضربه، ساختمان های بلند، سازه های ساحلی، پل های خیلی طولانی، سازه های مقاوم در	هیبریدی در مناطقی که نیاز به تقویت سازه دارند مثل: مفاصل تیر ستون ها، تیر های مزدوج، نقاط تحت برش پانچینگ و	ترمیم و مرمت مثل: پوشش تونل ها، پوشش اطراف ستون ها، محافظت در برابر آتش و
	برابر آتش و		

شکل ۱- ۷ کاربرد های بتن های الیافی

شکل ۱-۸ نحوه استفاده و ترکیب بتن های الیافی و بتن های هیبریدی را به صورت شماتیک نشان میدهد [8]. همانطور که مشاهده میشود بتن الیافی را میتوان به صورت هیبریدی (ترکیبی از میلگرد و الیاف در کنار هم)، به صورت قطعات پیشساخته که جداگانه به بتن متصل میشوند، و یا به صورت ژاکت های بتن الیافی برای مقاوم سازی تیرهای بتنی استفاده کرد.



Columns

شکل ۱- ۸ ترکیب های مختلف بتن الیافی و بتن الیافی هیبریدی [8]

# ۲ الیاف فولادی

### ۱.۲ تاريخچه

اولین تحقیقات در زمینه الیاف فولادی توسط Romualdi و Baston و Baston و Romualdi و Romualdi در اواخر دهه ۱۹۶۰ و اوایل ۱۹۶۰ انجام شد [2, 23]. بتن با الیاف فولادی<sup>۷</sup> در اواخر دهه ۱۹۶۰ برای اولین بار در شرکت های اروپایی تولید شد. در آن زمان SFRC کاربرد امروز را نداشت. این الیاف اغلب برای کاهش ترک و به عنوان یک ماده مسلح کننده ثانویه استفاده می شدند. از این رو این الیاف زیاد در ساخت و ساز های صنعتی محبوب نبودند. اما با گذشت زمان و صنعتی شدن دنیا، استفاده از الیاف فولادی فولادی مان رو این الیاف زیاد مان کاهش ترک و به عنوان یک ماده مسلح کننده ثانویه استفاده می شدند. از این رو این الیاف زیاد در ساخت و ساز های صنعتی محبوب نبودند. اما با گذشت زمان و صنعتی شدن دنیا، استفاده از الیاف فلزی رواج پیدا کرد و امروزه در بسیاری از پروژه ها استفاده می شود. از قبیل: دال های ساختمان ها، شاتکریت، بتن های پیشساخته، پی ها و همچنین به عنوان جایگزین کامل میلگردهای فولادی در قطعات بتنی تونل ها. به طور کلی کاربردهای اصلی بتن الیافی فولادی را می توان گفت:

۲ تونل ها، ساخت و ساز راه ها و پارکینگ های چند طبقه (شکل۲-۱)
 ۲ کف های بزرگ صنعتی مثل انبار ها
 ۲ محافظت از دیوار های پل ها
 ۲ بازسازی و ترمیم خرابی های سازه های دریایی



شکل ۲– ۱ اولین تونل الیافی انگلیس در لندن سال ۱۹۹۵

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> SFRC: Steel Fiber Reinforced Concrete

اضافه کردن الیاف فولادی در بتن باعث افزایش مقاومت آن در برابر گرم و سرد شدن دما، سایش و ضربه میشود. از طرف دیگر الیاف فولادی را می توان به شکل های مختلف تولید کرد. همچنین الیاف فولادی با مهار کردن ترک و جلوگیری از انتشار آن کمک زیادی به کنترل عرض ترک میکنند. الیاف فولادی اغلب برای افزایش دوام و مقاومت بتن بعد از ترک خوردگی استفاده میشوند.

### ۲.۲ انواع الياف فولادي

الیاف اولیه بصورت صاف و با سطح مقطع دایرهای بودند که توسط قطع کردن سیم های فولادی به دست میآمدند. اما با مرور زمان و تحقیق های مختلف حالت های گوناگون الیاف تولید شد. در مورد الیاف فولادی باید گفته شود که یکی از مزیت های مهم این الیاف تنوع در مقطع عرضی آنهاست. این الیاف میتوانند دایره ای، مستطیلی، لوزی، مربعی، مثلثی، صاف، چندضلعی و یا هر شکل دیگری تولید شوند. برای چسبندگی بیشتر الیاف و افزایش مقاومت در جلوگیری از بیرون آمدن از بتن، میتوان آنها را درطول هم تغییر حالت داد. به عنوان مثال میتوان آنهارا به صورت مارپیچ، دندانه دار و یا قلاب دار تولید کرد و یا انتهای الیاف گوی های کوچک یا صفحات صاف نازک قرار داد [5, 24]. حالت های مختلف شکل های هندسی الیاف فولادی در شکل ۲–۲ نشان داده شده است.



شکل ۲- ۲ (a): حالت های مختلف الیاف فولادی در طول (شکل آخر که مربوط به الیاف پیچشی است جدیدترین نوع الیاف است.) (b): الیاف با حلقه های بسته که در بعضی مقالات بررسی شده است. [5]

باید اشاره شود اغلب الیاف فولادی که با سطح مقطع دایره تولید می شوند؛ قطری بین ۲/۴ تا ۸/۱ میلیمتر دارند و طول آنها بین ۲۵ تا ۸۰ میلیمتر متفاوت است. نسبت طول به قطر این الیاف معمولا کمتر ۱۰۰ است که حد نرمال آن تقریبا بین ۴۰ تا ۸۰ را می توان درنظر گرفت. الیاف فولادی با قطر ۱/۱ میلیمتر نیز تولید شده اما نسبت به الیاف با قطر های بیشتر، پرهزینه تر هستند.

# ۳.۲ کاربردهای گوناگون بتن الیافی و روش های به کار بردن آنها

با توجه به میزان الیاف مورد استفاده در بتن و نحوه تولید بتن الیافی فولادی، بتن های مختلفی تولید خواهند شد. هریک از این بتن ها ویژگی های خاص خودشان را دارند که لازم است در مورد آن بیشتر بحث شود.

#### ۱.۳.۲ بتن اليافي فولادي مرسوم

بیشترین کاربرد الیاف فولادی در تولید بتن الیافی فولادی مرسوم است. عمل آوری این بتن مانند بتن معمولی است. نسبت حجمی الیاف در این مورد از ٪۵/۰ تا ٪۲/۰ متغیر است. هرچند در کارهای تحقیقاتی این موارد میتوانند متفاوت باشند. به عنوان مثال Shah و Shah این موارد میتوانند متفاوت باشند. به عنوان مثال ۸۸۸ و ۸۸۲ منفیر است. هرچند در کاربردن ٪۲۵/۰ حجمی الیاف، موفق به کاهش عرض ترک ناشی از انقباض شدند [25]. نسبت حجمی بهینه در بتن الیافی به شدت متاثر از ماتریسی است که الیاف با آن ترکیب میشوند. نسبت حجمی بیشتر از ٪۰/۰ باعث کاهش شدید کارایی بتن و ضعف در پراکندگی الیاف میشود [26].

بیشترین کاربرد بتن الیافی فولادی مرسوم، استفاده در روسازی فرودگاه ها است که به صورت اجرای لایه جدید و یا تعمیر لایه قبلی استفاده میشود [7]. همچنین این نوع بتن امروزه در کف های صنعتی استفاده فراوانی میشود. اکثر این کفهای صنعتی باید بارهای زیادی از قبیل چرخ باربرها یا وزن مخازن و همچنین نیروهای ناشی از افتادن مواد سنگین را تحمل کنند. از این بتن در سازه های هیدرولیکی هم استفاده زیادی میشود. تحقیقات آزمایشگاهی نشان داده اند که بتن الیافی فولادی ۳ برابر بیشتر از بتن معمولی در مقابل جریانهای آب با سرعت بالا مقاومت میکند [7].

جدول ۲-۱ یک نمونه طرح اختلاط پیشنهاد شده توسط کمیته ACI برای این نوع بتن را نشان میدهد:

مصالح	ملات	بتن با ۹/۵ mm ماکزیمم	بتن با ۱۹ mm ماکزیمم
		قطر سنگدانه	قطر سنگدانه
سیمان (kg/m <sup>3</sup> )	410-11.	۳۵۵-۵۹۰	۳۰۰-۵۳۵
نسبت آب به سیمان (٪)	•/٣-•/۴۵	•/٣۵-•/۴۵	•/۴-•/۵
نسبت ریزدانه به درشت دانه (٪)	۱	۴۵-۶۰	۴۵–۵۵
هوا زا (./)	۷−۱۰	۴-۷	۴-۶
نسبت حجمي الياف:			
الياف صاف (٪)	1-7	۰/۹–۱/۸	<ul> <li>· / λ− ۱ / ۶</li> </ul>
الياف تغيير شكل داده (٪)	•/ <b>\</b> \-\/•	۰/۴-۰/۹	۰/٣-۰/٨

جدول ۲- ۱ حدود مناسب برای طرح اختلاط بتن الیافی فولادی مرسوم [27]

۲.۳.۲ بتن الیافی فولادی اسپری شده (شاتکریت)

کاربرد بعدی بتن الیافی فولادی، شاتکریت است. شاتکریت به طور ویژه برای ایجاد لایه های نازک بتنی استفاده می شود. این بتن معمولا تا قبل از خارج شدن از نازل به صورت های الیاف، آب و ماتریس خشک است و قبل از خارج شدن از نازل با هم ترکیب می شوند. در صورت استفاده از ماتریس تر باید توجه کرد که الیاف به خوبی پراکنده شوند. در صورت بهبود عملکرد نازل و میکسر می توان بر مشکلات ناشی از ترکیب خیس، غلبه کرد [28].

در این نوع بتن می توان تا ۲٪ نسبت حجمی به بتن، الیاف اضافه کرد. از این نوع بتن می توان در ایجاد لایه محافظ سازه های زیر زمینی به خصوص پوشش تونل ها و یا ثبات سازی شیب های سنگی استفاده کرد [28]. ثبات سازی شیب های سنگی به این صورت است که ابتدا سطح شیب را از مواد اضافی پاک می کنند، سپس راک بولتها را نصب می کنند و روی آن ۲ تا ۳ اینچ بتن SFRC اسپری می کنند [28].

جدول ۲-۲ محدوده مناسب برای طرح اختلاط بتن الیافی فولادی برای شاتکریت را نشان میدهد.

بتن با ۹/۵ mm بیشترین قطر سنگدانه	بتن ریزدانه ( <i>kg/m</i> <sup>3</sup> )	مصالح
$(kg/m^3)$		
440	448-001	سيمان
۶۹۷-۸۸۰	۱۴۳۸-۱۶۷۹	ماسه با ۵٪ رطوبت
Υ· · -۸۷۵	-	سنگدانه ۹/۵ mm
۳۹-۱۵۰	۳۵-۱۵۲	الياف فولادى
متغير	متغير	زودگير کننده
•/ <b>F</b> •-•/FD	•/4·-•/40	نسبت آب به سیمان

جدول ۲-۲ حدود مناسب برای طرح اختلاط بتن الیافی فولادی در شاتکریت [28]

#### ۳.۳.۲ سیفکان (SIFCON)

سیفکان تقریبا یکی از کاربری های جدید الیاف در بتن محسوب می شود. در این حالت الیاف به جای این که با ماتریس ترکیب شوند، در قالب هایی جایگذاری می شوند و بعد دوغاب سیمان روی الیاف ریخته یا پمپ می شود و فضای خای بین الیاف را پر می کند. می توان برای کمک به پر شدن منافذ از ویبره نیز استفاده کرد [29].

مهم ترین مزیت سیفکان این است که می توان تا ۱۸٪ نسبت حجمی تر کیب، الیاف فولادی اضافه کرد. با این نسبت حجمی الیاف، تغییرات بسیار زیادی در مقاومت و شکل پذیری سیفکان نسبت به بتن الیافی مرسوم و یا اسپری شده خواهیم داشت. نتایج آزمایشگاهی نشان داده اند که مقاومت خمشی بتن سیفکان ۵ تا ۱۰ برابر نمونه بتن الیافی فولادی مرسوم است [29]. کاربرد سیفکان می تواند در زمینه مواد پیش ساخته و یا بتن ریزی در محل باشد. امروزه از این بتن برای مرمت روسازی ها و همچنین به عنوان مواد پیش ساخته در دال ها و دیگر کاربرد های سازه ای استفاده می شود [29].

# ۴.۲ مزایای استفاده از بتن الیافی فولادی

امروزه مثال های فراوانی از کاربرد بتن الیافی فولادی در روسازی فرودگاه ها و بزرگراه ها میتوان یافت. این کاربرد SFRC را میتوان بهترین راه حل مهندسی چه از نظر اقتصادی و یا طراحی دانست. بتن SFRC، علاوه بر اینکه مقاومت خمشی روسازی را بهبود میبخشد، باعث افزایش عمر سازه و کاهش ضخامت آن تا حدود ۳۰٪ تا ۵۰٪ میشود [30].

مقاومت بالای SFRC در مقابل ضربه یکی دیگر از مزایای استفاده از آن در روسازی و یا محل های ضربه گیر است. برخلاف بتن معمولی در SFRC چون ترک ها اجازه باز شدن ندارند، بتن بعد از ترک خوردگی نیز هنوز تحت خمش مقاومت میکند. این امر باعث افزایش مقاومت بتن در برابر خستگی تحت بارهای چرخه ای موجود در بزرگراه ها و فرودگاه ها میشود.

درصورت استفاده از بتن هیبریدی، درز بین ترک ها کاهش مییابد و در نتیجه میلگرد ها کمتر در معرض شرایط محیطی قرار میگیرند و در نتیجه آرماتورها کمتر دچار خوردگی میشوند. برای جلوگیری از زنگ زدگی الیاف نیز میتوان از الیاف فولادی ضد زنگ استفاده کرد.

#### ۱.۴.۲ مقاومت کششی

مطالعات انجام شده نشان داده اند که الیاف فولادی تاثیر قالب توجهی بر مقاومت کششی بتن می گذارند. تحقیقات نشان داده اند که اضافه کردن حدود ٪۱/۵ الیاف فولادی باعث می شود که مقاومت کششی ملات حدود ۴۰٪ افزایش یابد [31].

## ۲.۴.۲ مقاومت خمشی

اثری که الیاف فولادی روی مقاومت خمشی بتن می گذارند، به مراتب بیشتر از اثر آنها روی مقاومت کششی بتن است. دو نوع مقاومت خمشی گزارش شده است. اولی مربوط به مقاومت بتن قبل از ترک خوردن و دومی مربوط به مقاومت نهایی بتن تحت خمش است. به طور کلی اضافه کردن الیاف میتواند تا ۱۵۰٪ باعث افزایش مقاومت نهایی بتن شود [32].

#### ۳.۴.۲ مقاومت فشاري

در مورد مقاومت فشاری اطلاعات مختلفی گزارش شده است. از کاهش مقاومت، تا ۴۰٪ افزایش مقاومت فشاری [27]. به طور کلی می توان گفت اضافه کردن الیاف تاثیر زیادی روی مقاومت فشاری بتن نخواهد گذاشت. البته این گزارش برای حدود ٪۰/۵ تا ٪۲/۰ الیاف است و در صورتی که الیاف بیشتری استفاده شود شرایط متفاوت خواهد بود. به عنوان مثال در SIFCON که بیشتر از ٪۲/۰ الیاف استفاده می شود، تا ۵۰۰٪ افزایش مقاومت فشاری گزارش شده است [29].

#### ۴.۴.۲ مقاومت در برابر خستگی

مطالعات تجربی نشان دادهاند که افزایش الیاف سبب افزایش مقاومت خستگی بتن تحت خمش می شود. اضافه کردن الیاف فولادی به بتن مسلح باعث افزایش مقاومت بتن در مقابل خستگی و کاهش عرض ترک خواهد شد. همچنین اضافه کردن الیاف باعث کاهش انحنای ناشی از خستگی در تیرهای بتن مسلح خواهد شد [33].

#### ۵.۴.۲ مقاومت در برابر خزش و انقباض

با وجود اینکه اطلاعات در مورد مقاومت SFRC در برابر خزش اندک است اما آزمایشها نشان داده اند که الیاف تاثیر کمی روی خزش تحت فشار دارند. اما در تیرهای الیافی تحت خمش، انحنای تیرها در مواردی کاهش یافته است.

آزمایش ها نشان داده اند که اضافه کردن الیاف فولادی تاثیر قابل توجهی در کاهش تعداد و عرض ترک های ناشی از انقباض ایفا میکند. این مورد یکی از دلایل اصلی استفاده از الیاف فولادی در تیرهای هیبریدی برای کاهش خوردگی میلگردها و افزایش دوام بتن است.

#### ۶.۴.۲ دوام

در مبحث دوام تیرهای بتنی، پارامتر تعیین کننده به جای مقاومت در برابر یخ زدگی، بحث خوردگی الیاف است. مطالعات روی دوام SFRC نشان داده است که با یک طراحی مناسب و بتن ریزی درست، الیاف فولادی در یک مقطع ترک نخورده تقریبا دچار خوردگی نخواهند شد. تنها ممکن است سطح روی بتن دچار زنگ زدگی شود و فقط از نظر ظاهری مشکل ساز خواهد بود و نه سازه ای. اما در یک مقطع ترک خورده، خوردگی الیاف تاثیر مستقیم روی دوام SFRC خواهد گذاشت. مطالعات فراوان نشان دادهاند که کربناسیون ماتریس در یک مقطع ترک خورده، بسیار سریع تر از یک مقطع ترک نخورده انجام می گیرد [34]. هنگامی که کربناسیون انجام میشود، محیط قلیایی ماتریس اطراف الیاف از بین میرود و سپس در صورت وجود اکسیژن و رطوبت، الیاف در معرض خوردگی قرار می گیرند.
میزان خوردگی ایجاد شده در الیاف بستگی دارد به اندازه ترک، قطر الیاف و شرایط محیط (در دریا یا محیط اسیدی).

تحقیقات [34] نشان داده اند که پروسه خوردگی با سرعت کمی انجام می گیرد و حدود ۵ سال طول می کشد تا ۲۰٪ از ظرفیت باربری خمشی یک تیر ترک خورده کم شود. البته لازم به ذکر است که در صورت استفاده از الیاف مقاوم در برابر خوردگی، این عدد به میزان زیادی کاهش مییابد.

#### (Toughness) سختی (۷.۴.۲

یکی از بهترین مزایای استفاده از الیاف، افزایش سختی است. سختی به عنوان انرژی کلی جذب شده در یک مقطع ترک خورده تعریف میشود و با محاسبه سطح زیر نمودار بار-تغییر شکل به دست میآید. مقاومت در برابر ضربه به بحث سختی مربوط است. افزایش الیاف فولادی به بتن باعث افزایش چشم گیری در مقاومت بتن در برابر ضربه میشود. نه تنها الیاف فولادی باعث افزایش مقاومت بتن در برابر ضربه میشوند، بلکه از پرتاب تکه های جدا شده از بتن نیز جلوگیری میکنند. مقاومت بتن مسلح رایج در برابر بارهای دینامیکی (ضربه یا انفجار) با اضافه کردن ٪۵/۰ تا ٪۲/۰ درصد الیاف، حدود ۵ تا ۱۰ بار بیشتر خواهد شد [27].

## ۳ مقالات و تحقیق های مرتبط

محققان زیادی هستند که به اهمیت FRC پی برده اند و به دنبال مدل سازی آن هستند. به خاطر تعدد مدل های FRC و انواع مختلف الیاف، زمینه های مختلف زیادی برای تحقیق و مدل سازی وجود دارد. در این فصل لازم است به بررسی مدل های تحلیلی معرفی شده توسط محققین دیگر پرداخته شود و به طور کلی روند پیشرفت مدل های تحلیلی بررسی شود.

### ۱.۳ مدل های تحلیلی

مدل های تحلیلی یکی از عقلانی ترین و مناسب ترین روش ها برای بیان پاسخ فیزیکی رفتار بتن های الیافی است. رابطه بین تنش و الگو های کرنش و ترک خوردگی معمولا به عنوان اطلاعات پایه برای مدل سازی تحلیلی استفاده میشوند. مدل های تحلیلی زیادی تا الان برای شبیه سازی رفتار بتن ارائه شده اند.

Somayaji و Shah در سال ۱۹۸۱ با استفاده از تابعی نمایی، تنش چسبندگی را مدل کردند [35]. Maestrini و Gupta در سال ۱۹۹۰ برای پیشبینی نرم شدگی کششی یک عضو بتن مسلح ترک خورده، رابطه ای دوخطی بین تنش چسبندگی و لغزش میلگرد ارائه کردند [36].

Kwak و Song در سال ۲۰۰۲ به جای استفاده از فرضیات تنش چسبندگی و یا رسیدن به مدل نرم شدگی کششی از روی روابط لغزش و چسبندگی که محقیق قبل از آن استفاده کرده بودند، توزیع تنش بتن را به صورت تابعی n جمله ای تعریف کردند [37]. درجه n بر اساس روابط تکراری صحیح و خطا تا رسیدن به انرژی متعادل قبل و بعد از ترک خوردگی به دست میآید. هنگامی که درجه n مشخص شد، محاسبه کرنش بتن، کرنش فولاد، لغزش فولاد و نیرو در بتن و فولاد به صورت مستقیم قابل محاسبه است.

Soranakom و Mobasher در سال ۲۰۰۷ راه حل جدیدی برای مدل سازی بتن الیافی ارائه کردند [38]. آنها به جای استفاده از روابط تنش-عرض ترک که قبلا رایج بود، برای مدل سازی تیرهای بتنی الیافی از روابط تنش-کرنش استفاده کردند. آنها یک سال بعد یعنی در سال ۲۰۰۸ روابطی برای رسیدن به پاسخ لنگر انحنای تیرهای بتنی الیافی مستطیلی ارائه کردند [39]. روابط ارائه شده میتوانستند در قوانین ترک موضعی برای پیشبینی پاسخ یک تیر بتنی تحت بار خمش چهار نقطه ای نیز استفاده شوند. مطالعات پارامتری میتوانستند دو مدل از تیر های بتنی الیافی را شبیه سازی کنند: سخت شدگی کششی و نرم شدگی کششی.

با توجه به اینکه مدل های بتن الیافی با الیاف فولادی (SFRC) مورد بحث این پایان نامه است مروری بر کارهای انجام شده روی این بتن میکنیم. مدل های مختلفی برای بیان رفتار SFRC ارائه شده است که در شکل ۳-۱ تعدادی از آنها نشان داده شده است.

شکل ۳–۵.۱ مدل بتن با درصد کم الیاف را نشان میدهد که ابتدا توسط لیم و همکاران معرفی شد و درنهایت هم مباشر و همکاران آن را کامل کردند [40, 41, 42]. برای بیان مدل فشاری پاسخی به صورت الاستیک پلاستیک کامل بیان شد. قوانین طرح اختلاط، جهت گیری الیاف و همچنین طول الیاف پارامترهایی بودند که قسمت الاستیک محنی بتن تحت فشار را مشخص میکردند. تنش جاری شدن بتن میتواند حدود ۴۵/۰ تا یک برابر مقاومت فشاری استوانه بتن انتخاب شود که مباشر و همکاران این عدد را در اکثر موارد ۸۵/۰ انتخاب میکردند. همچنین کرنش نهایی بتن را هم میتوان بین ۲۰۰۴ و ۴۰۰/۰ درنظر گرفت. برای بتن تحت کشش مدلی به صورت الاستیک، مقاومت باقیمانده در نظر گرفته شد. رفتار بتن قبل از ترک خوردن بر اساس قوانین طرح اختلاط و جنس ماتریس مصرفی مشخص میشود. در حالی که رفتار بتن بعد از ترک خوردگی بر اساس مقاومت باقیمانده در نظر گرفته میشود. در حالی که رفتار بتن بعد از ترک خوردگی بر اساس مقاومت باقیان ای میتوان بین ۹۰۰/۰

Soroushian و Bayasi در سال ۱۹۹۱ برای پیشبینی رفتار بتن قبل از ترک خوردگی درصد های حجمی مختلفی را آزمایش کردند و متوجه شدند که در این مرحله از بارگذاری حضور الیاف تاثیر کمی در مقاومت خواهد داشت [43]. لیم و همکاران از نتایج تجربی، مدل های تنش-کرنش را به دست آوردند. آنها از این روابط برای رسیدن به منحنی لنگر انحنا استفاده کردند. لوک و پی در سال ۱۹۹۸ مدلی واقع بینانه تر از رفتار تنش کرنش بتن الیافی فولادی بیان کردند [44].

همانطور که در شکل ۳–۱.۱ نشان داده شده است، مدل بتن تحت فشار از ابتدا تا تنش ماکزیمم به صورت سهمی رفتار می کند و بعد از آن تا لحظه کرنش نهایی که ۰/۰۰۳۵ در نظر گرفته شده است؛ تنش فشاری ثابت خواهد بود. فرض می شود که مدول الاستسیته فشاری و کششی بتن با هم برابر باشند. مدل بتن تحت کشش به سه قسمت تقسیم می شود: ابتدا یک سهمی که از آغاز بار گذاری تا قبل از ترک خوردگی ادامه دارد، بعد از آن پاسخ خطی خواهد بود و از نقطه متناظر با ترک خوردگی تا نقطه انتقال ( $\mathcal{E}_2^*, \sigma_2^*$ ) ادامه خواهد داشت. در این نقطه الیاف تقریبا pullout شده اند و به تدریج در کرنش نهایی تنش صفر میشود. مشابه تحقیقات لیم و همکاران منحنی لنگر-انحنا بر اساس کرنش فشاری محاسبه میشوند. اما روابط لوک و پی با توجه به پیچیدگی بیشتر، نیاز به حل معادلات از درجه بالاتری هستند. راه های مختلف برای محاسبه  $\mathcal{E}_2^*$  توسط پی بحث شده است [45].

همانطور که در شکل ۳–۵.۱ نشان داده شده است، لوک یک سال بعد مدل قبلی را ارتقا داد و مدل لوک و پی را ساده تر بیان کردند [46]. بتن تحت فشار همان مدل قبلی است اما برای بتن تحت کشش رابطه سه خطی ساده تری بیان شد. در واقع بخش سوم بتن تحت کشش با تنش ثابت نیرو را تحمل خواهد کرد. همچنین به وسیله روابط ارائه شده، منحنی لنگر -انحنا بعد از ترک خوردگی نیز به صراحت به دست می آید.

Vandewalle در سالهای ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۳ کارهای آزمایشگاهی فراوانی برای رسیدن به منحنی تنش-کرنش بتن الیافی فولادی انجام داد که نتیجه آن در شکل ۳–۵.1 نشان داده شده است ,48, 47] (49, 50 او آزمایش ها را روی تیرهای دارای شکاف، تحت خمش سه نقطهای انجام داد. در این مدل برای رسیدن به ظرفیت نهایی لنگر، باید ایجاد سازگاری بین لایه های مختلف مقطع تیر انجام شود.

Elsaigh و همکاران در سال ۲۰۰۴ مدلی جامع برای شبیه سازی رفتار SFRC بیان کردند که در شکل ۳–۹.۱ نشان داده شده است. برای بتن تحت فشار مدل به صورت الاستیک-پلاستیک کامل و برای بتن تحت کشش نیز به صورت سه خطی خواهد بود. الگوریتمی عددی برای تولید منحنی لنگر-انحنا و همچنین پیشبینی بار-تغییر شکل نیز با نرم افزار <sup>©</sup>7 Matcad تهیه شد. تنش-کرنش بعضی از ترکیب ها می تواند توسط آنالیز معکوس از منحنی بار-تغییر شکل نمونه ها به دست آید.

علاوه بر روابط تنش-کرنشی که صحبت شد؛ بتن های الیافی را میتوان بر اساس منحنی تنش-عرض ترک نیز بیان کرد. Zhang و Stang در سال ۱۹۹۸ رابطه ای بین تنش-عرض ترک و بار-تغییر شکل بیان کردند [51]. این مدل به دلیل اینکه محل دقیق ترک و نحوه انتشار آن باید مشخص باشد، کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. این روش برای آزمایش هایی مثل تست خمش سه نقطه ای تیر شکاف خورده که روند انتشار ترک مشخص است مناسب هستند.



شکل ۳- ۱ مدل های رفتاری بتن SFRC: (a): لیم و همکاران سال ۱۹۸۷ **[42, 41]** و مباشر و همکاران ۲۰۱۵ **[40]** (b) (b): لوک و پی سال ۱۹۹۸ **[44]** (c): لوک و ژیا سال ۱۹۹۹ **[46]** (d) رایلم سال ۲۰۰۰ **[47]** (e): الاسیاق و (b) همکاران سال ۲۰۰۴ **[52]** 

از مباحث بالا میتوان این نتیجه را گرفت که برای پیشبینی رفتار بتن الیافی هنوز نیاز زیادی به گسترش یک روش جامع برای پیشبینی رفتار بتن حس میشود. بنابراین هدف این پایان نامه رسیدن به راه مناسبی برای پیشبینی رفتار بتن الیافی در تمام حالات در کنار بتن مسلح معمولی و بتن هیبریدی خواهد بود. نیاز زیادی احساس میشود تا مدلی جامع که توانایی پیشبینی منحنی لنگر-انحنا و بار-تغییر شکل تیر های بتنی مختلف را داشته باشد به وجود آید که این پایان نامه هدفش را تحقق این امر قرار داده است.

## ۲.۳ آیین نامه های موجود برای طراحی بتن الیافی

بتن SFRC سالهاست که در ساخت و ساز ها استفاده می شود اما هنوز به دلیل فقدان آیین نامه های طراحی معتبر، فراگیر نشده است. اما در کشور های مختلف تلاش هایی برای تهیه یک مرجع مناسب برای طراحی بتن های الیافی شده است.

در آمریکا راهنمای طراحی موجود بر اساس کارهای Swamy و همکاران که در سال ۱۹۷۴ انجام دادهاند، بنا شده است [53]. آنها از درون یابی خطی روی نتایج آزمایشگاهی، برای رسیدن به تنش ترک خوردگی  $\sigma_{cr}$  و مقاومت خمشی نهایی  $\sigma_{c,max}$  استفاده کردند.

$$\sigma_{cr} = 0.843\sigma_{m,cr}V_m + 425V_f \frac{l_f}{d_f} \tag{1-7}$$

$$\sigma_{c,max} = 0.97\sigma_{m,cr}V_m + 474V_f \frac{l_f}{d_f} \tag{Y-Y}$$

که در آنها  $\sigma_{m,cr}$  مقاومت خمشی بتن غیر مسلح،  $V_m$  نسبت حجمی ماتریس،  $V_f$  نسبت حجمی الیاف و  $f_f$  و  $f_f$  و  $f_f$  به ترتیب طول و قطر الیاف هستند. در این مدل جنس خاصی از الیاف مشخص نشده است. این معادلات پاسخ خمشی بتن را چیزی حدود ۵۰ درصد دست بالا محاسبه می کردند. هنگامی که بتن SFRC در کنار میلگرد فولادی استفاده می شود Henager و Doherty در سال ۱۹۷۶ ؛ مدل بتن تحت کشش را همانند مدل تحت فشار بصورت بلوک تنش معرفی کردند. رابطه زیر نتایج آنها را بیان می کند:

$$M_n = A_s f_{sy} \left( d - \frac{a}{2} \right) + \sigma_t b \left( h - e \right) \left( \frac{h}{2} + \frac{e}{2} + \frac{a}{2} \right) \tag{(7-7)}$$

$$\sigma_t = 1.12V_f \frac{g}{d_f} F_{be} \tag{(f-1)}$$

که در آن  $M_n$  ظرفیت لنگر اسمی،  $A_s$  سطح مقطع میلگرد،  $f_{sy}$  تنش جاری شدن فولاد، b عمق موثر، a ارتفاع بلوک تنش،  $\sigma_t$  تنش کششی در بلوک کششی تنش، b و h به ترتیب عرض و ارتفاع تیر،

e ارتفاع بلوک تنش کششی بتن و F<sub>be</sub> ضریب چسبندگی که بین یک و ۱/۲ است. در نهایت با ارتقاء این روش ها، راهنمای طراحی بتن الیافی نوین در قالب ACI 544 ارائه شد [54].

در کشورهای متحد اروپایی، کمیته RILEM TC162-TDF در آپریل سال ۱۹۹۵ برای تنظیم آیین نامه ای برای طراحی SFRC تشکیل شد [50, 49]. کمیته برای انجام آزمایش های خمش، همان طور که در شکل  $\pi$ -۲ نشان داده شده است؛ آزمایش خمش سه نقطه ای بر روی تیر شکاف خورده را در نظر گرفت. منحنی تنش-کرنش بتن تحت کششی که این کمیته بیان کرد به این صورت بود که ابتدا بتن بار را تا لحظه ترک خوردن به صورت خطی تحمل می کند و بعد از آن دو تنش مقاوم را معرفی کردند:  $f_{R,1}$  در MOD = 0.5 mm یا می در پایین ترین مقطه ترک ورده برا

شکل ۳-۳ و شکل ۳-۴ به ترتیب منحنی بار-عرض ترک و منحنی تنش-کرنش ارائه شده توسط RILEM برای بتن الیافی تحت کشش را نشان میدهند.

در نهایت منحنی تنش کرنش، مدول الاستسیته و ضریب وابسته به ابعاد (k<sub>h</sub>) به صورت زیر تعیین می شود:

$$\sigma_1 = 0.7 f_{fctm_f l} \frac{1600 - d}{1000}$$
(\Delta-\mathbf{v})

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_c} \sigma_2 = 0.45 f_{R,1} \kappa_h; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1 + 0.001 \sigma_3 = 0.37 f_{R,4} \kappa_h; \quad \varepsilon_3 = 0.025 \quad (9-7)$$

$$E = 9500(f_{cm})^{\frac{1}{3}}; \quad \kappa_h = 1 - 0.6 \frac{h - 125}{475}$$
(Y-\vec{v})

در صورتی که آزمایش خمش باشد:  $f_{fctm,fl} = f_{tct,L}$ . در غیر این صورت  $f_{fctm,fl}$  میتواند بر اساس نسبتی از مقاومت فشاری بیان شود.  $f_{cm}$  مقاومت فشاری نمونه استوانه ای و h ارتفاع نمونه است. پاسخ بتن تحت فشار نیز توسط سهمی-مستطیل بیان شده است که در قسمت سهمی منحنی، در تنش 0.85f<sub>fcd</sub> و کرنش ۲۰۰۲ تمام میشود و تنش تا کرنش ۲۰۰۳۵ ثابت میماند. شکل ۳-۴ منحنی تنش کرنشی که RILEM بیان میکند را نشان داده است.





شکل ۳-۳ منحنی بار-عرض ترک معرفی شده توسط RILEM [50]



شكل ٣- ۴ منحنى تنش كرنش بتن SFRC معرفي شده توسط RILEM [50]

علاوه بر RILEM در کشور های دیگر نیز برای طراحی بتن های الیافی پیشنهادات مختلفی بیان شد. مثل پیشنهادات موجود در فرانسه [55]، سوئد [56]، آلمان [57]، استرالیا [58]، ایتالیا [59]، ژاپن [60] و اسپانیا [61].

# ۴ مدل سازی و تحلیل

#### ۱.۴ مقدمه

بتن غیر مسلح ماده ای شکننده با مقاومت کششی کم است. اما در صورت استفاده از الیاف، ویژگی های کششی ماده مرکب، مخصوصا بعد از ترک خوردگی بهبود مییابند. استفاده از الیاف باعث کنترل انتشار ترک، کاهش عرض ترک، افزایش مقاومت خمشی نهایی و مقاومت در برابر ضربه، افزایش دوام و سختی و کاهش انحنای تیر های بتنی میشود [1, 33, 54, 62, 63].

در سالهای اخیر بتن الیافی در سازه های حساس به ترک خوردگی به وفور مورد استفاده قرار میگیرد. از جمله: دال ها، بخش های پیش ساخته در تونل و معدن، در روسازی، مقاوم سازی سازه های دریایی، پوشش های محافظ آتش و یا در تیرهایی که در آنها از آرماتور برشی استفاده زیادی نشده است [66, 66, 66, 1]. در بسیاری از این کاربرد های سازه ای، مقدار کل تقویت بتن، شامل ترکیبی از میلگردهای معمولی و الیاف است. افزودن الیاف به بتن به میزان قابل توجهی خواص مکانیکی آن از جمله طاقت، مقاومت خمشی، مقاومت کششی و مقاومت در برابر ضربه را بهبود می بخشد [1]. به طور کلی هدف از کاربرد الیاف در بتن، افزایش میزان جذب انرژی بتن وکنترل گسترش ترک است. بدین ترتیب، قطعه بتنی در یک مقطع ترک خورده، میتواند در مقابل بارهای وارده تغییر شکلهای بیشتری را پس از ایجاد اولین ترک تحمل نماید [32, 38].

بتن مسلح به الیاف فولادی یکی از مناسب ترین روش ها برای کاهش شکنندگی و افزایش شکل پذیری بتن است. این بهبود عملکرد، اکثرا بعد از ترک خوردن بتن شکل می گیرد. زمانی که بتن ترک خورده است، الیاف در محل ترک، نیرو را تحمل می کنند و باعث جذب انرژی می شوند [31].

مزیت های مهم الیاف در کمیته هایی همچون ACI 544 [50] و RILEM TC 162 و [50] به صورت اساسی مطرح شده است. حدود ٪۷۵/۰ نسبت حجمی الیاف در یک تیر بتنی بدون خاموت، میتواند به اندازه یک تیر بتن مسلح معمولی با خاموت، مقاومت نهایی داشته باشد [13]. اما در تیر هایی تحت برش زیاد، الیاف نمیتوانند به طور کامل جایگزین خاموت شوند. استفاده از الیاف و میلگرد فولادی در کنار هم باعث افزایش مقاومت خمشی بتن میشود، که این ترکیب بتن الیافی هیبریدی یا ACI 40 نام دارد. [40].

<sup>8</sup> Hybrid Reinforced Concrete

در شبیه سازی عددی و تحلیلی، رفتار بتن بعد از ترک توسط رابطه تنش-کرنش و یا رابطه تنش-عرض ترک بررسی میشود [67]. روشهای موجود برای مدل سازی رفتار بتن بعد از ترک خوردگی، بر پایه تعادل نیروها در مقطع ترک خورده به دست میآیند. در سطح ترک خورده نیروی کششی توسط الیاف تحمل میشود. برآورد مقاومت کششی ایجاد شده در این سطوح ترک خورده چالش اصلی تمام روش هاست [7]. کمیتههایی همچون RILEM TC 162 [68] و CEB-FIP Model Code 2010 [68] روابطی برای تعیین عرض ترک و همچنین ارتباط بین تنش و عرض ترک بیان کردند.

سوراناکوم و مباشر در سال ۲۰۰۷ روشی نوین برای بررسی رفتار بتن الیافی به کمک رابطه تنش-کرنش ارائه کردند [38]. در تیرهای بتنی دارای میلگرد یا دارای نسبت الیاف زیاد، ترک در محدوده مشخصی پخش میشود؛ بنابراین برای بررسی رفتار این نمونه ها میتوان از روابط تنش-کرنش استفاده کرد. اما در بتن های غیر مسلح و یا بتن های الیافی با نسبت الیاف خیلی کم، نمونه های بتنی توانایی پخش ترک را نداشته و فقط یک ترک شکل می گیرد، در نتیجه دیگر روابط تنش-کرنش کارایی نداشته و باید از روابط تنش-عرض ترک استفاده کرد [17]. محققین بر این باورند که در تیر های بتنی هیبریدی به دلیل حضور میلگرد، استفاده از رابطه تنش-کرنش مناسبتر است [40, 11, 12].

هدف اصلی این پایان نامه رسیدن به راه حلی برای پیشبینی رفتار بتن مسلح هیبریدی، بتن الیافی و یا بتن غیر مسلح، تحت خمش است.

با توجه به رابطه تنش-کرنش و به منظور ایجاد ارتباط بین پارامترهای کششی و خمشی بتن، راه حلی فراگیر برای تولید پاسخ لنگر-انحنا و همچنین بار-تغییر مکان ارائه شده است. در ادامه اثر پارامتر های مختلف روی رفتار بتن تحت خمش و همچنین مقادیر فولاد متوازن و نیز فولاد حداقل به منظور کمک به پارامترهای طراحی ارائه شده است. به علاوه پاسخ لنگر-انحنای تولید شده توسط این الگوریتم، می تواند به عنوان مشخصات، در بخش ورودی یک المان تیر، در آنالیز اجزا محدود غیر خطی، برای پیشبینی رفتار خمشی تیر استفاده شود. در نهایت به کمک چندین مورد نتایج آزمایشگاهی محققین مختلف، بر روی بتن های مسلح هیبریدی و الیافی، مدل اعتبار سنجی شده است.

### ۲.۴ مواد و روش تحقیق

مدل بتن الیافی استفاده شده در این پایان نامه بر اساس مدل پیشنهادی توسط مباشر<sup>6</sup> و همکاران انتخاب شده است [39].

شکل ۴–۱ مدل های پیشنهادی برای بتن الیافی و شکل ۴–۲ مدل استفاده شده برای فولاد را نشان میدهد. بر اساس شکل ۴–۵.۱، بتن تحت فشار، ابتدا بار را به صورت خطی تا نقطه  $\sigma_y$  تحمل میکند و بعد از جاری شدن تا لحظه ای که کرنش فشاری بتن به کرنش نهایی برسد، در همین حد باقی میماند.



شکل ۴- ۱ مدل بتن تحت فشار؛ (۱۵.b) مدل بتن تحت کشش [39]

با توجه به شکل ۴–۵.۱ ، مدل بتن تحت کشش، به صورت سه خطی با شیب های E و E<sub>cr</sub> و E<sub>cr</sub> شیب صفر درانتهای مدل بیان می شود. از ابتدای بارگذاری تا لحظه ترک خوردگی، بتن با شیب E تنش را تحمل می کند. بعد از ترک خوردگی، با توجه به مقدار و جنس الیاف استفاده شده، بتن می تواند پاسخی به صورت سخت شدگی کششی ( $E_{cr} > 0$ ) داشته باشد. در پاسخی به صورت سخت شدگی کششی ( $E_{cr} > 0$ ) داشته باشد. در تاحیه سوم، بتن تا لحظه کرنش نهایی، با یک تنش ثابت (تنش باقی مانده)، نیرو را تحمل می کند. مقدار تنش باقی مانده )، نیرو را تحمل می کند. مقدار تنش باقی مانده)، نیرو را تحمل می کند. مقدار تنش باقی مانده )، نیرو را تحمل می کند. مقدار تنش باقی مانده )، نیرو را تحمل می کند. مقدار تنش باقی مانده )، نیرو را تحمل می کند. مقدار تنش باقی مانده )، نیرو را تحمل می کند. مقدار تنش باقی مانده )، نیرو را تحمل می کند. مقدار تنش باقی مانده )، نیرو را تحمل می کند. مقدار تا کن با یک تنش باقی مانده )، نیرو را تحمل می کند. مقدار تا کنش باقی مانده )، نیرو را تحمل می کند. مقدار تا کنش باقی مانده )، نیرو از به صورت کرد مورت کرد مورت مورد به می کند. مقدار مدرد به صورت از مانده )، نیرو را تحمل می کند. مقدار تا کنش باقی مانده )، نیرو را تحمل می کند. مقدار تا کنش باقی مانده )، نیرو از کر کند (ولاد به صورت کنش باقی مانده )، نیرو از کنتار فولاد به صورت کنش از م

<sup>9</sup> Mobasher

الاستیک-پلاستیک کامل درنظر گرفته شده است. فولاد تا قبل از جاری شدن، بار را به صورت الاستیک با شیب  $E_s$  تحمل می کند و سپس به تنش ثابت  $f_{sy} = \kappa \gamma_s \epsilon_{cr} E$  میرسد. شکل ۴-b.۲ سطح مقطع بتن را نشان میدهد.



شكل ۴- ۲ ( ۱۶.a ) منحنى تنش كرنش فولاد ، ( ۱۶.b ) سطح مقطع بتن [40]

رابطه تنش کرنش برای بتن تحت فشار و کشش، و همچنین فولاد، به صورت زیر بیان می شود:

$$\sigma_{c} = \begin{cases} \varepsilon_{c}E_{c} & 0 \leq \varepsilon_{c} \leq \varepsilon_{cy} \\ \varepsilon_{cy}E_{c} & \varepsilon_{cy} \leq \varepsilon_{c} \leq \varepsilon_{cu} \\ 0 & \varepsilon_{cu} \leq \varepsilon_{c} \end{cases}$$

$$\sigma_{t} = \begin{cases} \varepsilon_{t}E & 0 \leq \varepsilon_{t} \leq \varepsilon_{cr} \\ \varepsilon_{cr}E + E_{cr}(\varepsilon_{trn} - \varepsilon_{cr}) & \varepsilon_{cr} < \varepsilon_{t} \leq \varepsilon_{trn} \\ \mu E \varepsilon_{cr} & \varepsilon_{trn} < \varepsilon_{t} \leq \varepsilon_{tu} \\ 0 & \varepsilon_{t} > \varepsilon_{tu} \end{cases}$$

$$f_{s} = \begin{cases} \varepsilon_{s}E_{s} \\ \varepsilon_{sy}E_{s} & 0 \leq \varepsilon_{s} \leq \varepsilon_{sy} \\ \varepsilon_{sy}E_{s} & \varepsilon_{sy} < \varepsilon_{s} \end{cases}$$

$$(1-f)$$

$$\omega = \frac{\varepsilon_{cy}}{\varepsilon_{cr}}; \quad \beta_{tu} = \frac{\varepsilon_{tu}}{\varepsilon_{cr}}; \quad \lambda_{cu} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cr}}; \quad \kappa = \frac{\varepsilon_{sy}}{\varepsilon_{cr}}; \quad \xi = \frac{\varepsilon_{trn}}{\varepsilon_{cr}}$$
(f-f)

که در آن:  $\varepsilon_{cy}$  کرنش فشاری بتن در لحظه جاری شدن،  $\varepsilon_{cr}$  کرنش کششی بتن در لحظه ترک خوردگی،  $\varepsilon_{cy}$  کرنش کششی نهایی بتن،  $\varepsilon_{cu}$  کرنش فولاد در لحظه جاری شدن و  $\varepsilon_{tu}$  کرنش کششی بتن در پایان ناحیه انتقال است.  $\varepsilon_{sy}$  کرنش کششی بتن در پایان ناحیه انتقال است.

$$\gamma = \frac{E_c}{E}; \quad \gamma_s = \frac{E_s}{E}; \quad \eta = \frac{E_{cr}}{E}$$
 (۵-۴)  
که در آن: E مدول الاستسیته کششی بتن،  $E_c$  مدول الاستسیته فشاری بتن،  $E_s$  مدول الاستسیته فولاد  
و  $E_{cr}$  شیب ناحیه انتقال در منحنی تنش کرنش بتن تحت کشش است.

$$\beta = \frac{\varepsilon_{t,bot}}{\varepsilon_{cr}}; \ \lambda = \frac{\varepsilon_{c,top}}{\varepsilon_{cr}}; \ \chi = \frac{\varepsilon_{s,bot}}{\varepsilon_{cr}}; \ \chi' = \frac{\varepsilon'_{s,top}}{\varepsilon_{cr}}$$
(%-%)

که در آن: <sub>Et,bot</sub> و <sub>Et,bot</sub> به ترتیب حداکثر کرنش کششی و فشاری موجود در بتن و E<sub>s,bot</sub> و <sup>ε</sup>s,top به ترتیب کرنش در فولاد کششی و فشاری بتن هستند.

با جایگذاری پارامتر های نرمال شده در روابط (۴–۱) تا (۴–۳) داریم:

$$\frac{\sigma_{c}}{E\varepsilon_{cr}} = \begin{cases} \lambda\gamma & 0 \le \lambda \le \omega \\ \omega\gamma & \omega < \lambda \le \lambda_{cu} \\ 0 & \lambda_{cu} \le \lambda \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_{t}}{\varepsilon_{t}} = \begin{cases} \beta & 0 \le \beta \le 1 \\ 1 + \eta(\beta - 1) & 1 < \beta \le \xi \end{cases}$$

$$(\lambda - \xi)$$

$$\begin{array}{ccc} E \epsilon_{cr} & \begin{pmatrix} \mu & & \xi < \beta \leq \beta_{tu} \\ 0 & & \beta_{tu} < \beta \\ \\ \frac{f_s}{E \epsilon_{cr}} = \begin{cases} \gamma_s \chi & & 0 \leq \chi \leq \kappa \\ \gamma_s \kappa & & \kappa < \chi \end{cases}$$

برای به دست آوردن دیاگرام لنگر-انحنا از تئوری اویلر-برنولی برای تیرهای لاغر استفاده می شود. در این تئوری، فرض مهم این است که صفحه هر مقطع بعد از تغییر شکل، صفحه باقی می ماند. به عبارت دیگر از هر گونه تغییر شکل ناشی از تنش برشی، در طول مقطع صرف نظر شده و کرنش محوری در ارتفاع مقطع به صورت خطی تغییر می کند.

- در روش ارائه شده، کرنش در دورترین تار فشاری ( $\lambda$ ) به عنوان پارامتر مستقل برای تعیین لنگر انحنا استفاده می شود. به این ترتیب که بارگذاری از  $\lambda = 0$  شروع شده و تا  $\lambda = \lambda_{cu}$  ادامه می یابد.  $\lambda$  براساس شرایط مقطع، چهار مرحله بارگذاری وجود دارد. با توجه به اینکه تمامی روابط برحسب  $\lambda$  تنظیم شده اند، میتوان پس از بدست آوردن تار خنثی، کرنش در دورترین تار کششی (β) را تعیین کرد. در مرحله اول بارگذاری، هنوز کرنش زیاد نیست و بتن ترک نخورده است:

$$0 < \lambda \le \omega , 0 < \beta \le 1$$

با افزایش کرنش، پاسخ الاستیک در مرحله اول تمام شده، بتن ترک خورده و وارد مرحله دوم می شود. در این مرحله، بتن در ناحیه کششی ترک خورده، اما هنوز در ناحیه فشاری جاری نشده است: (۱۱-۴)  $\lambda \leq \omega; \quad 1 < \beta \leq \xi$ 

همانطور که قبلا ذکر شد، مدل پیشنهادی توانایی شبیه سازی رفتار بتن الیافی با قابلیت سخت شدگی کششی را دارد. با توجه به نوع بتن مصرفی، امکان دارد بتن در ناحیه فشاری به حد تنش ثابت رسیده باشد؛ در حالی که بتن در ناحیه کششی هنوز در ناحیه انتقال قرار داشته باشد. بنابراین با افزایش کرنش در مرحله سوم، دو حالت مختلف امکان دار:

- ۲. بتن هنوز در ناحیه فشاری خورد نشده اما در ناحیه کششی به تنش ثابت میرسد (مرحله ۳ در جدول ۴–۱):
- $0 < \lambda \le \omega; \quad \xi < \beta \tag{17-6}$
- ۲. بتن در ناحیه فشاری خرد شده اما در ناحیه کششی هنوز به تنش ثابت نرسیده است (مرحله ۳۳ در جدول ۴–۱):
- $\omega < \lambda \le \lambda_{cu}; \quad 1 < \beta \le \xi \tag{17-f}$

نکته مهمی که باید توجه شود؛ در مرحله سوم، بر اساس مشخصات بتن الیافی فقط یکی از حالت های بالا امکان وقوع دارد. در نهایت با افزایش بار بتن وارد مرحله چهارم میشود:

 $\omega < \lambda \le \lambda_{cu}; \quad \xi < \beta \tag{14-4}$ 

در مرحله اول، کرنش خیلی کم است و فولاد کششی و فشاری جاری نشده اند. اما از مرحله دوم به بعد، برای هر مرحله چهار حالت مختلف امکان وقوع دارد: فولاد کششی و فشاری در حد الاستیک باقی بمانند؛ فولاد کششی در حد الاستیک و فولاد فشاری جاری شده باشد؛ فولاد فشاری در حد الاستیک و فولاد کششی جاری شده باشد و یا هر دو فولاد کششی و فشاری جاری شده باشند.

در مجموع، همان طور که در جدول ۴–۱ نشان داده شده است؛ هفده حالت بارگذاری به وجود میآید.

		بتن	فولاد			
مرحله	كشش	فشار	كششى	فشارى		
١	$0 < \beta \le 1$	$0 < \lambda < \omega$	$0 \le \chi \le \kappa$	$0 \le \chi' \le \kappa$		
۲-۱	$1 < \beta \le \xi$	$0 < \lambda < \omega$	$0 \le \chi \le \kappa$	$0 \leq \chi' \leq \kappa$		
۲-۲	$1 < \beta \leq \xi$	$0 < \lambda < \omega$	$0 \le \chi \le \kappa$	$\kappa < \chi'$		
۲-۳	$1 < \beta \leq \xi$	$0 < \lambda < \omega$	<b>κ</b> < χ	$0 \leq \chi' \leq \kappa$		
۲-۴	$1 < \beta \leq \xi$	$0 < \lambda < \omega$	<b>κ</b> < χ	$\kappa < \chi'$		
۳-۱	ξ < β	$0 < \lambda < \omega$	$0 \le \chi \le \kappa$	$0\leq\chi'\leq\kappa$		
۳-۲	ξ < β	$0 < \lambda < \omega$	$0 \le \chi \le \kappa$	$\kappa < \chi'$		
۳-۳	ξ < β	$0 < \lambda < \omega$	<b>κ</b> < χ	$0\leq\chi'\leq\kappa$		
۳-۴	ξ < β	$0 < \lambda < \omega$	<b>κ</b> < χ	$\kappa < \chi'$		
۳۳-۱	$1 < \beta \leq \xi$	$\omega < \lambda \leq \lambda_{cu}$	$0 \le \chi \le \kappa$	$0 \leq \chi' \leq \kappa$		
۳۳-۲	$1 < \beta \leq \xi$	$\omega < \lambda \leq \lambda_{cu}$	$0 \le \chi \le \kappa$	$\kappa < \chi'$		
٣٣-٣	$1 < \beta \leq \xi$	$\omega < \lambda \leq \lambda_{cu}$	<b>κ</b> < χ	$0 \leq \chi' \leq \kappa$		
۳۳-۴	$1 < \beta \leq \xi$	$\omega < \lambda \leq \lambda_{cu}$	<b>κ</b> < χ	$\kappa < \chi'$		
4-1	ξ < β	$\omega < \lambda \leq \lambda_{cu}$	$0 \le \chi \le \kappa$	$0 \leq \chi' \leq \kappa$		
4-1	ξ < β	$\omega < \lambda \leq \lambda_{cu}$	$0 \le \chi \le \kappa$	$\kappa < \chi'$		
۴-۳	$\xi < \beta$	$\omega < \lambda \leq \lambda_{cu}$	<b>κ</b> < χ	$0 \leq \chi' \leq \kappa$		
<b>F</b> _F	$\xi < \beta$	$\omega < \lambda \leq \lambda_{cu}$	<b>κ</b> < χ	$\kappa < \chi'$		

جدول ۴- ۱ مراحل بارگذاری و روند خرابی بتن در هر مرحله

برای هر حالت، با استفاده از روابط تنش-کرنش، مقادیر تنش موجود در مقطع و به کمک آن نیروی معادل محاسبه می شوند. همچنین فاصله محل اثر این نیرو ها تا محل تار خنثی که به عنوان طول بازوی لنگر معرفی میشود، به دست میآید. تمامی روابط مربوط به ارتفاع تنش و کرنش در نمودارهای توزیع تنش و کرنش، تنش، نیروی معادل و طول بازوی لنگر به ترتیب در جداول ۱ تا ۴ پیوست آورده شدهاند. برای به دست آوردن ارتفاع تارخنثی (k)، اختلاف نیروی کششی و فشاری در مقطع برابر صفر در نظر گرفته میشود. در مراحل دو، سه و چهار، برای k روابط درجه دوم به وجود میآیند و در نتیجه دو جواب برای k به دست میآید. با استفاده از آزمایشهای عددی مختلف، مشخص شد که فقط یکی از مقادیر k باعث جواب مثبت میشود و قابل قبول است. در جدول ۵ پیوست، روابط به دست آمده مربوط به تار خنثی در هر مرحله از بارگذاری مشخص شده است.

لنگر به صورت حاصل ضرب نیرو در طول بازوی لنگر بیان می شود. انحنا در هر مرحله از بارگذاری برابر است با کرنش در دورترین تار فشاری بخش بر ارتفاع تار خنثی. مقادیر لنگر و انحنا، برای نرمال و بی بعد شدن، به ترتیب بر مقادیر لنگر ترک خوردگی (M<sub>cr</sub>) و انحنای ترک خوردگی (Ø<sub>cr</sub>) تقسیم می شوند:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}' * \mathbf{M}_{cr}; \quad \mathbf{\emptyset} = \mathbf{\emptyset}' * \mathbf{\emptyset}_{cr} \tag{12-F}$$

$$M_{\rm cr} = \frac{1}{\epsilon} bh^2 E \varepsilon_{\rm cr} \tag{19-4}$$

$$\phi_{\rm cr} = \frac{2\varepsilon_{\rm cr}}{h} \tag{17-F}$$

که در این روابط: M لنگر موجود، 'M لنگر نرمال شده، Ø انحنای موجود، 'Ø انحنای نرمال شده و h و b به ترتیب ارتفاع و عرض تیر هستند.

خلاصه روابط برای مقادیر لنگر و انحنا در جدول ۶ پیوست آورده شده است.

بایستی توجه داشت که الگوریتم بر اساس افزایش کرنش فشاری عمل می کند. بنابراین برای کسب اطمینان از دقت کافی، الگوریم باید رفتار بتن را قبل از ترک خوردگی، به چند قسمت تقسیم کند تا  $\lambda_{cr}$  قابل بررسی باشد. در این تحقیق پاسخ به ده قسمت تقسیم شده است. برای این کار از پارامتر  $\lambda_{cr}$  استفاده می شود.  $\lambda_{cr}$  برابر است با کرنش فشاری متناظر با لحظه ترک خوردن بتن، یعنی لحظه ای که  $\beta = 1$  می شود.

با توجه به نمودار کرنش در لحظه ترک خوردگی که در شکل ۴-۳ نشان داده شده است داریم:



شکل ۴- ۳ نمودار کرنش در لحظه ترک خوردگی

$$\frac{\lambda_{cr}\varepsilon_{cr}}{k_1h} = \frac{\varepsilon_{cr}}{(1-k_1)h} \tag{1}{1-k_1}$$

با جایگذاری  $k_1$  که از جدول ۵ پیوست به دست میآید در معادله ۴–۱۸، میتوان  $\lambda_{cr}$  را بدست آورد:

$$if \gamma = 1: \lambda_{cr} = \frac{C_1}{2C_2 - C_1} \tag{19-F}$$

$$if \ \gamma \neq 1: \lambda_{cr} = \frac{\sqrt{(2C_2)^2 + 4(\gamma - 1)C_1 - 2C_2}}{2(\gamma - 1) + 2C_2 - \sqrt{(2C_2)^2 + 4(\gamma - 1)C_1}}$$
(Y - F)

مقادیر C<sub>1</sub> و C<sub>2</sub> در جدول ۵ پیوست مشخص شده است.

به طور کلی فلوچارت برنامه نویسی برای به دست آوردن منحنی لنگر انحنا تیر بتنی هیبریدی به صورت شکل ۴-۴ است.



شکل ۴-۴ فلوچارت برنامه برای به دست آوردن منحنی لنگر-انحنا

۱.۲.۴ الگوریتم پیشبینی منحنی بار-تغییر شکل:

- ۱. با توجه به مراحل جداول ۱ و ۲ پیوست، مقادیر تار خنثی، لنگر و انحنای مربوط به هر مرحله بارگذاری، با افزایش تدریجی کرنش فشاری (λ) محاسبه می شوند.
  - ۲. مقادیر لنگر و انحنای واقعی توسط رابطه ۴–۱۵ بدست میآید.
- S. بار معادل روی نمونه های بتنی در هر لحظه از بارگذاری از رابطه  $\frac{2M_i}{S} = \frac{2M_i}{S}$  تعیین میشود. در این معادله برای حالت خمش سه نقطه ای برابر است با نصف طول آزاد دهانه و برای حالت خمش چهار نقطه ای برابر است با فاصله آزاد هر کدام از بارها تا لبه تیر.
- ۴. برای به دست آوردن تغییرات انحنا در طول، تیر به اجزای مختلفی تقسیم میشود. تغییرات لنگر مطابق شکل ۴–۵.ب به صورت خطی در نظر گرفته شده و در هر لحظه از بارگذاری لنگر مربوط به هر قطعه از تیر محاسبه میشود.
- ۵. با توجه به منحنی لنگر انحنا، انحنای متناظر با لنگر هر قطعه به دست میآید. (شکل ۴-۵.ج)
- ۶. با لنگر گرفتن از سطح زیر منحنی نشان داده شده در شکل ۴–۵. حول تکیه گاه A تغییر شکل به دست میآید.



۷. تکرار مراحل ۳ تا ۶ تا پایان منحنی بار تغییر شکل.

#### ۲.۲.۴ پاسخ لنگر –انحنا در حالت حدی

منظور از پاسخ لنگر-انحنا در حالت حدی، همان ظرفیت لنگر نهایی است. ظرفیت لنگر نهایی، لنگری است که از روابط ارائه شده در جدول ۲ پیوست، در مرحله ۴-۴ به دست میآید. اما با توجه به این که ظرفیت نهایی لنگر در بیشترین کرنش فشاری حاصل میشود؛ میتوان فرض کرد :  $\infty \to \Lambda_u$  و  $M_u = M_\infty$ 

با جایگذاری 
$$\infty = 3\mu + 6\kappa\gamma_s(\alpha\rho - \alpha'\rho') - \frac{3(\mu + \kappa\gamma_s(\rho - \rho'))^2}{\mu + \gamma_s(\rho)}$$
 (۲۱-۴)  
 $M'_{\infty} = 3\mu + 6\kappa\gamma_s(\alpha\rho - \alpha'\rho') - \frac{3(\mu + \kappa\gamma_s(\rho - \rho'))^2}{\mu + \gamma_s(\rho)}$ 

برای یک ماده الاستیک-پلاستیک کامل با مقاومت کششی و فشاری یکسان و همچنین مدول الاستسیته کششی و فشاری یکسان و بدون درنظر گرفتن حضور میلگرد، معادله بالا نظریهای که بیان میکند "ظرفیت لنگر پلاستیک یک مقطع مستطیلی ۱/۵ برابر حد پلاستیک آن است." [70] را تایید میکند.

$$\mu_{crit} = \frac{3\kappa^2 \gamma_s^2 (\rho - \rho')^2 - 6\gamma \omega \kappa \gamma_s (\alpha \rho - \alpha' \rho') + \gamma \omega}{3\gamma \omega - 6\kappa \gamma_s (\rho - \rho') + 6\kappa \gamma_s (\alpha \rho - \alpha' \rho') - 1}$$
(177-4)

مقاومت باقیمانده بحرانی، حدی است که رفتار نرم شدگی و سخت شدگی بتن الیافی را در خمش مشخص می کند. یعنی در صورتی که  $\mu = \mu_{crit}$  باشد، بتن الیافی رفتار نرم شدگی خمشی و در صورتی که مشخص می کند. یعنی در صورتی که  $\mu_{crit} = \mu_{crit}$  باشد، بتن الیافی رفتار نرم شدگی خمشی و در صورت مشخص، که متی و در صورت استفاده از میلگرد، که منه می دهد. در صورت استفاده از میلگرد، ا $\mu_{crit} = \mu_{crit}$  به شدت کاهش یافته و حتی منفی می شود و بدیهی است که حتی در صورت استفاده از میلگرد، اینان می دهد. در صورت استفاده از میلگرد، می به شدت کاهش یافته و حتی منفی می شود و بدیهی است که حتی در صورت استفاده نکردن از الیاف ولی با حضور میلگرد حداقل، که در ادامه به آن نیز پرداخته می شود، تیر بتنی رفتار سخت شدگی خمشی از خود نشان می دهد. برای بتن الیافی معمولی 2.05 می  $\mu_{crit}$  به دست می آید که این موضوع خمشی از خود نشان می دهد. برای بتن الیافی معمولی 2.05 می  $\mu_{crit}$  به دست می آید که این موضوع توسط محققین دیگر نیز بیان شده است [21, 38, 68].

#### ۳.۲.۴ وضعیت مقطع در حالت متوازن

برای به دست آوردن میزان فولاد متوازن در یک مقطع بتن هیبریدی، فرض می شود درست در زمانی که بتن در ناحیه فشاری دچار گسیختگی می شود، فولاد کششی نیز جاری می شود. معمولا در طراحی بهینه، هنگام گسیختگی، فولاد فشاری هم در مقطع جاری می شود. بنابراین می توان برای به دست آوردن ρ<sub>b</sub> از روابط ناحیه ۴-۴ استفاده کرد.

باتوجه به نمودار توزیع کرنش داریم:  
$$\frac{\lambda_{cu}\epsilon_{cr}}{k_{4.4}h} = \frac{\kappa\epsilon_{cr}}{(\alpha - k_{4.4})h}$$
با جایگذاری مقدار  $k_{4.4}$  در رابطه فوق و حل آن برای  $ho_b$  خواهیم داشت:

$$2\alpha\xi(-1+\eta+\mu)-2\mu(\lambda+\kappa-\alpha\lambda)+\alpha\gamma\omega(2\lambda-\omega)+2\kappa\rho'\gamma_{s}(\kappa+\lambda)-\alpha(\eta+\eta\xi^{2}-1)$$
(Y<sup>*k*</sup>-<sup>*k*</sup>)

$$\rho_{\rm b} = \frac{2\alpha\varsigma(-1+\eta+\mu)-2\mu(\lambda+\kappa-\alpha\lambda)+\alpha\gamma\omega(2\lambda-\omega)+2\kappa\rho\gamma_{\rm s}(\kappa+\lambda)-\alpha(\eta+\eta\varsigma-1)}{2\kappa\gamma_{\rm s}(\kappa+\lambda)} \tag{6}$$

شکل ۴–۶ تغییرات لنگر نهایی را بر حسب نسبت فولاد کششی نشان میدهد. ملاحظه میشود که تا قبل از رسیدن فولاد کششی به نسبت فولاد متوازن، لنگر نهایی با افزایش نسبت فولاد، با شیب زیادی افزایش می ابد. اما بعد از رسیدن نسبت فولاد موجود به نسبت فولاد متوازن، شکست ترد می شود و افزایش میلگرد، تاثیر کمتری در افزایش لنگر نهایی خواهد گذاشت. همچنین ملاحظه می شود که اضافه کردن فولاد فشاری به مقطع، باعث می شود که نسبت فولاد متوازن در مقطع افزایش یابد. در نتیجه، شکست ترد با فولاد کششی بیشتری اتفاق خواهد افتاد و از ظرفیت مقطع استفاده بیشتری خواهد شد. همچنین مشاهده می شود که مقاومت باقی مانده باعث افزایش لنگر مقاوم نهایی می شود. اما در صورتی که نسبت فولاد موجود، از نسبت فولاد متوازن بیشتر شود؛ مقاومت باقیمانده تاثیری در افزایش لنگر مقاوم نهایی نخواهد گذاشت.



شکل ۴- ۶ ظرفیت لنگر نهایی بر اساس میزان میلگرد کششی و رابطه آن با فولاد فشاری و مقاومت باقیمانده

### ۴.۲.۴ حداقل فولاد کششی

در صورتی که در یک تیر بتن مسلح، مقاومت نهایی مقطع از لنگر ترک خوردگی آن کمتر باشد، تیر بتنی بلافاصله بعد از ترک خوردگی گسیخته میشود. این شکست، شکستی ترد و ناگهانی محسوب شده و باید از وقوع آن جلوگیری کرد. در تیر های بتنی الیافی با رفتار نرم شدگی خمشی نیز این شکست محتمل است. بنابراین برای جلوگیری از این نوع شکست باید یا درصد الیاف موجود و مقاومت باقیمانده بتن زیاد شود تا بتن رفتار سخت شدگی خمشی از خود نشان دهد و یا میزان میلگرد داخل بتن از نسبتی که فولاد حداقل نامیده شده است کمتر نباشد.

ACI 318 حداقل فولاد كششى براى بتن مسلح ساده را به صورت زير بيان مى كند [72]:

$$\rho_{min} = \frac{\sqrt{f_c'}}{4f_y} \ge \frac{1.4}{f_y} \tag{Y\Delta-F}$$

در صورتی که در بتن از الیاف نیز استفاده شود، مقاومت کششی بتن نیز درنظر گرفته می شود و میزان فولاد حداقل کمتر از حالت بدون الیاف خواهد بود. برای بدست آوردن حداقل فولاد کششی بتن میزان فولاد حداقل کمتر از حالت بدون الیاف خواهد بود. برای بدست آوردن حداقل فولاد کششی بتن هیبریدی، کافی است لنگر مقاوم نهایی با لنگر ترک خوردگی برابر فرض شود. بنابراین کافی است M' = 1 هیبریدی، کافی است لنگر مقاوم نهایی با لنگر ترک خوردگی برابر فرض شود. بنابراین کافی است M' = 1 هیبریدی، کافی است لنگر مقاوم نهایی با لنگر ترک خوردگی برابر فرض شود. بنابراین کافی است از حواب ها مناز معادله درجه دو حاصل می شود و دو جواب برای M' = 1 برای  $P_{min}$  به دست خواهد آمد. تنها یکی از جواب ها منجر به  $\rho_b > 0$  خواهد شد که در روابط -7

$$W_1 = \sqrt{\frac{3\mu(1-2\alpha)+3\alpha^2(\mu+\gamma\omega)+6\kappa\gamma_S\rho'(\alpha-\alpha')-1}{\mu+\gamma\omega}}$$
(19-1)

$$\rho_{min} = \frac{\alpha \mu - \mu + \alpha \gamma \omega + \kappa \gamma_s \rho' - \sqrt{3}/3W_1(\mu + \gamma \omega)}{\kappa \gamma_s} \tag{(Y-F)}$$

باید توجه کرد که نسبت فولاد ارائه شده به صورت  $rac{As}{bh}$ است. بنابراین برای تبدیل آن به نسبت فولاد مرسوم باید عدد بدست آمده را بر lpha=d/h تقسیم کنیم.

همان گونه که قبلا ذکر شد، در صورتی که مقاومت باقیمانده بتن الیافی از مقاومت باقیمانده بحرانی بیشتر شود، بتن رفتار سخت شدگی خمشی از خود نشان میدهد. یعنی شکست شکل پذیر خواهد بود و فولاد حداقل دیگر معنی پیدا نمی کند. شکل ۴–۷روند تغییرات فولاد حداقل برحسب افزایش مقاومت باقیمانده را مشخص می کند. بدیهی است در صورتی که  $\mu = \mu_{crit}$  شود، نسبت فولاد حداقل صفر خواهد شد.

مشخصات هندسی (mm)			بتن تحت کشش						
b	h	L	Ε	ε <sub>cr</sub>	μ ξ			$\beta_{tu}$	
200	200	1000	28000	0.00013	[0-0.346]	1.01		150	
بتن تحت فشار			مشخصات فولاد						
γ	ω	$\lambda_{cu}$	α	α'	$A_s (mm^2)$	$A_s'(mm^2)$	κ	$\gamma_s$	
1	10	30	-	-	-	0	15.38	7.14	

جدول ۴- ۲ مشخصات بتن الیافی برای بررسی رون تغییرات فولاد حداقل



شکل ۴-۷ روند تغییرات حداقل فولاد کششی بر حسب مقاومت باقیمانده

## ۵.۲.۴ بررسی جاری شدن فولاد های فشاری بتن الیافی

در یک مقطع بتن مسلح با فولاد فشاری مشخص، عامل تعیین کننده در جاری شدن یا جاری نشدن فولاد های فشاری، مقدار فولاد های کششی موجود در مقطع است. به طوری که اگر میزان فولادهای کششی از یک حد مرزی بیشتر باشد، نیروی مقاوم ایجاد شده به اندازه ای است که میتواند فولادهای فشاری را به حد تسلیم برساند [73]. اما در مورد بتن های الیافی این موضوع کمی متفاوت است. در محاسبات مهندسی بتن مسلح ساده، مقاومت کششی بتن در نظر گرفته نمیشود. اما در بتن های هیبریدی با توجه به مقاومت کششی قابل توجه بتن الیافی، علاوه بر میلگرد کششی، مقاومت کششی بتن نیز در تعیین جاری شدن فولاد های فشاری موثراند.

در بتن هیبریدی، نسبت فولاد کششی که باعث جاری شدن فولاد فشاری می شود با  $\bar{A}_{s,min}$  بیان می شود. برای یک طراحی بهینه، بهتر است در لحظه نهایی، فولاد کششی و فشاری هردو با هم جاری شوند. قابل توجه است که در بسیاری از مسائل عملی و با در نظر گرفتن ابعاد موجود، در لحظه جاری شدن فولاد فشاری، فولاد کششی این از روابط

مربوط به مرحله ۴-۴ استفاده شود. با توجه به نمودار توزیع کرنش نشان داده شده در شکل ۴-۸ و نوشتن معالات تعادل و سازگاری خواهیم داشت:

$$\frac{kh}{(k-\alpha')h} = \frac{\lambda_{cu}}{\kappa} \to k = \frac{\lambda_{cu}\alpha'}{\lambda_{cu}-\kappa}$$
(YA-F)

$$T = C_c + C_t \tag{(Y9-F)}$$

که T مجموع نیروهای کششی و فشاری مقطع، C<sub>c</sub> مجموع نیروهای فشاری و C<sub>t</sub> مجموع نیروهای کششی موجود هستند.



شکل ۴- ۸ نمودار تنش مربوط به حالتی که فولاد فشاری در مرز تسلیم باشد

ēs,min با ترکیب روابط ۴−۲۸ و ۴−۲۹ به دست میآید:

$$\bar{\rho}_{s,min} = \frac{\left(\alpha'(-2\gamma\lambda\omega+\gamma\omega^2-2\lambda\mu-2\xi(\eta+\mu-1)+\xi^2\eta+\eta-1)+2(\kappa-\lambda)*(\kappa\rho'\gamma_s-\mu)\right)}{2\kappa\gamma_s(\kappa-\lambda)} \tag{(\%-f)}$$

توجه شود که در محاسبات، شرط جاری شدن فولاد کششی حتما بررسی شود. برای بررسی جاری شدن فولاد کششی با توجه به شکل ۴–۸ باید از یک معادله سازگاری دیگر به صورت زیر استفاده کرد:

$$\frac{kh}{(\alpha-k)h} = \frac{\lambda_{cu}}{\chi} \to \chi = \lambda_{cu} \left(\frac{\alpha}{k} - 1\right) \tag{(1-f)}$$

$$\chi = \frac{\alpha}{\alpha'} (\lambda_{cu} - \kappa) - \lambda_{cu} \ge \kappa \tag{(mt-f)}$$

در صورتی که شرط رابطه ۴-۳۲ رعایت شود به این معنی است که فولاد کششی جاری شده است.

#### ۳.۴ مطالعه پارامتری مواد

مطالعه پارامتری، حساسیت مدل نسبت به پارامترهای مختلف را بیان میکند. ابتدا میزان فولاد کششی(ho)، فولاد فشاری (ho) و مقاومت کششی باقیمانده ( $\mu$ ) را بررسی میکنیم. در این مقایسه تمامی پارامترهای دیگر ثابت فرض شدند. ویژگی های بتن مورد مطالعه مطابق جدول ۴–۳ است.

ی (mm)	ت ھندس	مشخصاد	بتن تحت کشش						
b	h	L	Е	ε <sub>cr</sub>	μ		ξ		$\beta_{tu}$
۲۰۰	۲۰۰	١٠٠٠	۲۸۰۰۰	•/•••1٣ 1 ••/۶۶ ••/٢		۳۳ ،۰	١٠		۱۵۰
بتن تحت فشار					ت فولاد	مشخصاد			
γ	ω	$\lambda_{cu}$	α	α′	ρ	ρ′		κ	$\gamma_{s}$
١	١٠	٣٠	•/٨	•/٢	•/•	•/•٣ ،•/•٢ ،•/•	۱.۰	۱۵/۳۸	٧/١۴

جدول ۴- ۳ مشخصات بتن مورد استفاده در مطالعه پارامتری

ابتدا مقایسه برای بتن الیافی غیر مسلح مطرح شد. یعنی  $\rho = \rho' = 0$  همانطور که در شکل ۴-۹ نشان داده شده است، با افزایش µ در بتن، لنگر نهایی افزایش زیادی پیدا می کند. اما انحنای نهایی کاهش مییابد. تغییرات µ تاثیر ناچیزی در مقاومت بتن، قبل از ترک خوردگی دارد. می توان در منحنی ها اثر اضافه کردن الیاف و ایجاد سخت شدگی خمشی را به خوبی مشاهده کرد.

در مقایسه بعدی (شکل ۴–۱۰) به بتن الیافی، میلگرد کششی و فشاری اضافه شد (2, p) (شکل ۴–۱۰) به بتن الیافی، میلگرد کششی و فشاری اضافه شد (2, p) ( $\rho = 0.02, \rho' = 0.01$ ) ( $\rho = 0.02, \rho' = 0.01$ ) ترک خوردگی می گذارد. اما تاثیر اصلی پارامتر باقیمانده بعد از جاری شدن فولاد است. مشاهده می شود که هنگامی که فولاد کششی جاری می شود هرچه مقاومت باقیمانده بیشتر باشد، مقطع لنگر نهایی بیشتری تحمل می کند.



شکل ۴- ۹ مطالعه پارامتری روی منحنی لنگر انحنا به ازای مقادیر مختلف مقاومت باقیمانده



شکل ۴- ۱۰ مطالعه پارامتری روی منحنی لنگر انحنا به ازای مقادیر مختلف مقاومت باقیمانده

برای بررسی میزان تاثیر میلگرد کششی در مقاومت خمشی بتن هیبریدی، بتنی با  $(\rho' = 0.01, \mu = 0.35)$  ( $\rho' = 0.01, \mu = 0.35$ ) در نظر گرفته شد. همانطور که در شکل ۴–۱۱ نشان داده شده است؛ با مقایسه بین نسبت های مختلف  $\rho$ ، مشخص شد که افزایش میلگرد کششی، تاثیر بسیار زیادی در افزایش مقاومت خمشی بتن دارد. همچنین افزایش میلگرد کششی باعث کاهش انحنای نهایی می شود. افزایش یا کاهش میلگرد نیز مانند تغییرات  $\mu$  تاثیر زیادی روی بتن، تا قبل از ترک خوردگی نمی گذارد.

درنهایت اثر فولاد فشاری روی بتن بررسی شد. در این حالت درصد فولاد کششی ۰/۰۳ و مقاومت باقیمانده ۰/۳۵ درنظر گرفته شدند (شکل ۴–۱۲). نتایج بیانگر این مطلباند که افزایش فولاد فشاری تاثیر ناچیزی در افزایش لنگر نهایی دارد؛ اما باعث افزایش قابل توجهی در انحنای نهایی تیر بتنی می شود. فولاد فشاری هم تا قبل از ترک خوردگی تاثیر ناچیزی روی افزایش مقاومت خمشی بتن دارد.



ho شکل ۴- ۱۱ مطالعه پارامتری روی منحنی لنگر انحنا به ازای مقادیر مختلف فولاد کششی ho



ho' شکل ۴- ۱۲ مطالعه پارامتری روی منحنی لنگر انحنا به ازای مقادیر مختلف فولاد فشاری

۱.۳.۴ اثر ناحیه انتقال بر رفتار بتن (٤)

همانطور که در منحنی تنش-کرنش بتن تحت کشش (شکل ۴–۱۳) مشخص است، ناحیه انتقال  $(\xi)$  در رفتار بتن تحت کشش تعریف می شود. از آنجایی که  $\xi$  مربوط به پاسخ بتن بعد از ترک خوردگی است بررسی اثر آن بر رفتار بتن اهمیت زیادی دارد.



مشخصات بتن هیبریدی برای مطالعه پارامتری ناحیه انتقال، طبق جدول ۴-۴ است و شکل ۴-۱۴ حالت های مختلف مورد بررسی نمودار تنش کرنش بتن تحت کشش را نشان میدهد.

مشخصات هندسی (mm)			بتن تحت کشش						
b	h	L	Ε	$E$ $\varepsilon_{cr}$ $\mu$ $\xi$				$\beta_{tu}$	
۲۰۰	۲۰۰	1	۲۸۰۰۰	/•••١٣	۵/۰، ۱/۵	، ۵۰، ۱۵۰	10.		
ر	، تحت فشار	بتن			مصات فولاد	مشخ			
γ	ω	$\lambda_{cu}$	α	α'	$A_s (mm^2)$	$A_s'(mm^2)$	κ	$\gamma_s$	
١	١.	٣٠	•/٨۵	•/10	<i>۶</i>	۱۰۰ ٬۰	۱۵/۳۸	٧/١۴	

جدول ۴-۴ مشخصات بتن مصرفی در مطالعه پارامتری ناحیه انتقال



 $\pmb{\xi}$  شکل ۴– ۱۴ نمودار تنش-کرنش بتن به ازای مقادی مختلف

ابتدا کے اثر بر رفتار بتن الیافی درنظر گرفته میشود. همانطور که در شکل ۴–۱۵ و شکل ۴–۱۶ نشان داده شده است، کے فقط در رفتار بتن بعد از ترک خوردگی اثر میگذارد و تاثیر چندانی در مقاومت و تغییر شکل نهایی نخواهد داشت. در شکل ۴–۱۵ مشاهده میشود در صورتی که  $\mu > 1$  باشد، با افزایش کے، رفتار بتن بعد از ترک خوردگی بهبود میابد و نیروی بیشتری را تحمل میکند. اما در شکل

۲-۴ مشاهده می شود در صورتی که  $1 < \mu$  افزایش کمتری عکس در رفتار بتن خواهد گذاشت. به این ترتیب که با افزایش کمتری را تحمل خواهد کرد.





شکل ۴- ۱۵ اثر 3 روی مقاومت بتن الیافی با رفتار نرم شدگی کششی

شکل ۴- ۱۶ اثر 🕇 روی بتن الیافی با رفتار سخت شدگی کششی
برای در نظر گرفتن پاسخ بتن هیبریدی به تغییرات <sup>3</sup>، به نمونه بتنی قبل  $2mm^0$  فولاد کششی و  $2mm^0$  فولاد فشاری اضافه میشود. همانطور که در شکل ۴–۱۷ و شکل ۴–۱۸ مشاهده میشود تغییرات <sup>3</sup> تا قبل از جاری شدن فولاد کششی تاثیر زیادی در پاسخ بتن نخواهد گذاشت. در شکل ۴– ۲ مشاهده میشود ۱۷ مشاهده می شود در صورتی که 1 >  $\mu$  باشد، افزایش <sup>3</sup> باعث افزایش مقاومت تیر هیبریدی درست بعد از جاری شدن فولاد میشود و در صورتی که 10 =  $\xi$  یا کمتر در نظر گرفته شود؛ <sup>3</sup> تاثیر زیادی در سام بعد از جاری شدن فولاد میشود و در صورتی که 10 –  $\mu$  باشد، افزایش <sup>3</sup> باعث افزایش مقاومت تیر هیبریدی درست بعد از جاری شدن فولاد میشود و در صورتی که 50 =  $\xi$  یا کمتر در نظر گرفته شود؛ <sup>3</sup> تاثیر زیادی در تغییرات بار نهایی و تغییر شکل نهایی نخواهد گذاشت. همانند بخش بتن الیافی، در شکل ۴–۱۸ مشاهده میشود در صورتی که 11 –  $\mu$  باشد، افزایش <sup>3</sup> تاثیر منفی روی پاسخ تیر بتنی خواهد داشت. مشاهده میشود در صورتی که 10 –  $\mu$  باشد، افزایش <sup>3</sup> ماعث افزایش مقاومت تیر هیبریدی درست بعد از جاری شدن فولاد میشود و در صورتی که 50 –  $\xi$  یا کمتر در نظر گرفته شود؛ <sup>3</sup> تاثیر زیادی در تغییرات بار نهایی و تغییر شکل نهایی نخواهد گذاشت. همانند بخش بتن الیافی، در شکل ۴–۱۸ مشاهده می شود در صورتی که 10 –  $\xi$  تاثیر منفی روی پاسخ تیر بتنی خواهد داشت. مشاهده می شود در صورتی که 10 مرفاد می می روی پاسخ تیر بتنی خواهد داشت. مشاهده می شود در صورتی که 10 –  $\mu$  باشد، افزایش <sup>3</sup> تاثیر منفی روی پاسخ تیر بتنی خواهد داشت. مشاهده می شود در صورتی که 10 –  $\mu$  باشد، افزایش <sup>3</sup> تاثیر منفی روی پاسخ تیر بتنی فواهد داشت.

مشاهده شد که کم تاثیر زیادی در بار و تغییر شکل نهایی ندارد، اما اثر کم در شرایط سطح سرویس قالب توجه است. یوروکد سطح سرویس یک تیر بتنی را به صورت زیر بیان میکند [74]:

$$\delta_{SLS} = \frac{L_s}{250} \tag{477-4}$$

در رابطه بالا  $L_s$  طول آزاد دهانه است که در اینجا ۱۰۰۰ میلیمتر فرض شده است، پس  $L_s$  می رابطه بالا  $\delta = 4 \ mm$  می شود. در اشکال ۴–۱۵ تا ۴–۱۸ مشاهده می شود که  $\xi$  در  $\delta_{SLS} = 4 \ mm$  سطح سرویس است؛ بیشترین تاثیر را می گذارد.

با توجه به اینکه نسبت فولاد متوازن در بتن هیبریدی پارامتری بسیار مهم است؛ لازم است به اثر  $\mu < \mu < 0$  مشاهده میشود در صورتی که  $1 > \mu$  تغییرات  $\xi$  روی  $\rho_b$  پرداخته شود. همانطور که در جدول ۴–۵ مشاهده میشود در صورتی که  $1 > \mu$  باشد، با افزایش  $\xi$  ناحیه کششی بتن تقویت پیدا می کند، با افزایش  $\xi$  ناحیه کششی بتن تقویت پیدا می کند، در نتیجه بار بیشتری را تحمل می کند. این امر باعث میشود که برای ایجاد تعادل به ناحیه فشاری بار بیشتری وارد شود. در نتیجه ناحیه فشاری زودتر گسیخته میشود که برای ایجاد تعادل به ناحیه فشاری بار بیشتری وارد شود. در نتیجه ناحیه فشاری زودتر گسیخته میشود. قبلا بحث شد که موشاری بار بیشتری وارد شود. در نتیجه ناحیه فشاری زودتر گسیخته میشود. قبلا بحث شد که ما می کند، در نتیجه میشود. قبلا بحث شد که ما اماری بار بیشتری وارد شود. در نتیجه ناحیه فشاری زودتر گسیخته میشود. قبلا بحث شد که ما مواری بار میشود. قبلا بحث شد که ما مواری بار میشری را تحمل می کند. این امر باعث میشود که برای ایجاد تعادل به ناحیه فشاری بار بیشتری وارد شود. در نتیجه ناحیه فشاری زودتر گسیخته میشود. قبلا بحث شد که ما مالی در مورد و می مواد و نتیجه ناحیه کند، یواری وارد شود. در نتیجه ناحیه که به ازای 1 >  $\mu$  با افزایش  $\xi$ ، a کاهش یابد. اما در مورد 1 <  $\mu$  شرایط متفاوت است. یعنی با افزایش  $\xi$ ، ناحیه کششی ضعیف تر میشود. در نتیجه اما در مورد 1 <  $\mu$  شرایط متفاوت است. یعنی با افزایش  $\xi$ ، ناحیه کششی ضعیف تر میشود. در نتیجه می شود. همانطور که در جدول مشاهده میشود، در صورتی که 1 <  $\mu$  باشد، با افزایش  $\xi$ ، a میز افزایش.



شکل ۴- ۱۷ اثر **ک**روی بتن هیبریدی با رفتار نرم شدگی کششی



شکل ۴- ۱۸ اثر  ${oldsymbol{\xi}}$  روی بتن هیبریدی با رفتار سخت شدگی کششی

		$A_s = 600 \ mm^2$ ; $A_s' = 100 \ mm^2$								
		$\mu = 0.5$ $\mu = 1.5$								
ξ	۱/• ۱	۵۰	10.	۱/• ۱	۵۰	10.				
$\rho_b$	•/•۴۳	·/·FT ·/·FI ·/·TS ·/·T9 ·/·FI ·/·FD								

جدول ۴-۵ اثر ناحیه انتقال روی فولاد متوازن

#### ۲.۳.۴ تار خنثی

در حالی که با نتایج آزمایشگاهی به سختی میتوان محل دقیق تار خنثی، روند تغییرات آن و تاثیر عوامل مختلف روی آن را تعیین کرد، مدل ارائه شده توانایی بررسی پارامتر های مختلف روی تار خنثی و روند تغییرات آن را دارد.

مشخصات بتن استفاده شده، همان مشخصات بخش مطالعه پارامتری است با این تفاوت که  $0.9 = \gamma$  فرض شده است. شکل های ۴–۱۹ تا ۴–۲۱ تغییرات تار خنثی را به ازای افزایش کرنش فشاری نرمال شده نشان میدهند. ابتدا میلگرد فشاری و کششی ثابت فرض شدند. در شکل۴–۱۹ مشاهده میشود که در مراحل اولیه بارگذاری، افزایش مقاومت باقیمانده تاثیر زیادی روی تار خنثی ندارد. اما با افزایش کرنش فشاری، مقاومت باقیمانده تاثیر زیادی روی تار خنثی خواهد میداد. اما با افزایش کرنش مقاومت باقیمانده تاثیر زیادی موی تار خنثی خواهد میشود که در مراحل اولیه بارگذاری، افزایش مقاومت باقیمانده تاثیر زیادی روی تار خنثی خواهد میدارد. اما با افزایش کرنش فشاری، مقاومت باقیمانده تاثیر بیشتری روی تغییرات تار خنثی خواهد گذاشت. نقاطی که با دایره مشخص شدهاند؛ لحظهای است که فولاد کششی جاری میشود. قبل از جاری شدن فولاد کششی، تار خنثی برای لحظاتی ثابت میماند و بعد از جاری شدن فولاد، تار خنثی با شیب بیشتری کاهش مییابد. توجه شود که در تمامی مدل ها تارخنثی تا کرنش متناظر با لحظه با شیب بیشتری کاهش مییابد. توجه شود که در تمامی مدل ها تارخنثی تا کرنش متناظر با لحظه با شده می خواه می با شیب بیشتری کاهش می می کند.

در شکل ۴–۲۰، مقاومت باقیمانده و فولاد فشاری ثابت فرض شدند. مشاهده می شود که با افزایش فولاد کششی، تار خنثی در مراحل اولیه بارگذاری بعد از ترک خوردگی پایین می ود که منطقی است. اما نکته ای که جلب توجه می کند این است که به ازای بعضی مقادیر فولاد کششی، بعد از جاری شدن بتن در ناحیه فشاری؛ تار خنثی دوباره پایین می ود. همچنین با افزایش کرنش، بعد از جاری شدن فولاد کششی که با دایره نشان داده شده است دوباره تار خنثی با شیب بیشتری نسبت به قبل کم می شود. در بتن مسلح در حالتی که فولاد کششی و فشاری برابر است، انتظار می ود که تار خنثی قبل از بارگذاری دقیقا در وسط باشد. اما در بتن هیبریدی چون مدول الاستسیته کششی و فشاری برابر نیست تار خنثی لزوما وسط نخواهد بود.



شکل ۴- ۱۹ نمودار تغیرات تارخنثی بر حسب کرنش فشاری نرمال شده و مقادیر مختلف تنش باقیمانده (µ)



(
ho) شکل ۴- ۲۰ نمودار تغیرات تارخنثی بر حسب کرنش فشاری نرمال شده و مقادیر مختلف فولاد کششی

در شکل ۴–۲۱، مقاومت باقیمانده و فولاد کششی ثابت فرض شدهاند. این شکل اثر فولاد فشاری روی تغییرات تار خنثی را نشان میدهد. با توجه به اینکه در مقطع فولاد کششی هم وجود دارد؛ مشاهده میشود که قبل از بارگذاری با افزایش فولاد فشاری تار خنثی کاهش مییابد. همچنین دوباره با افزایش کرنش، میزان کاهش تار خنثی کم میشود و بعد از جاری شدن فولاد کششی، دوباره تار خنثی با شیب بیشتری کاهش مییابد.



شکل ۴- ۲۱ نمودار تغیرات تارخنثی بر حسب کرنش فشاری نرمال شده و مقادیر مختلف فولاد فشاری ('p)

## ۳.۳.۴ انرژی شکست

انرژی شکست برابر است با مقدار انرژی مورد نیاز برای ایجاد یک واحد سطح ترک. برای به دست آوردن انرژی شکست بتن، معمولا از تیرهای بتنی تحت خمش یا نمونه های تحت کشش تک محوری استفاده میکنند [75, 76, 77]. همچنین میدانیم، برای به دست آوردن انرژی شکست، بایستی در نمونه بتنی گسیختگی کامل روی دهد [75]. یعنی در مراحل بحث شده در جداول ۱ تا ۶ پیوست، تحلیل تا پایان مرحله چهارم پیش برود. انرژی شکست برابر است با سطح زیر نمودار بار-تغییر شکل بخش بر سطح مقطع نمونه بتنی.

$$G_f = \frac{W}{B.H} \tag{(TF-F)}$$

که W برابر است با سطح زیر نمودار بار-تغییر شکل و B و H به ترتیب عرض و ارتفاع تیر هستند (شکل ۴-۲۲).



DEFLECTION δ [mm]

شکل ۴- ۲۲ بیانی تحلیلی از مقدار انرژی شکست [75]

# ۱.۳.۳.۴ بررسی اثر پارامتر های مختلف روی انرژی شکست بتن

مشخصات بتن مورد نظر برای بررسی اثر پارامتر های مختلف طبق جدول ۴-۶ است:

(mm)	ن هندسی	مشخصان				ن تحت کشش	بتر	
b	h	L	Ε	Е	- cr	μ	ξ	$\beta_{tu}$
۲۰۰	۲۰۰	۶	۳۰۰۰۰	•/•	••10	17 18 17	1.	10.
ىار	، تحت فش	بتن				شخصات فولاد	م	
γ	ω	$\lambda_{cu}$	α	$\alpha'$	ρ	ho'	К	$\gamma_s$
١	٨	۲۳	٠/٩	-	[•/•4٣_	•] •	18/88 .18/81	8/8V

جدول ۴- ۶ مشخصات بتن در مطالعه پارامتری روی انرژی شکست بتن

برای بررسی اثر پارامتر های مختلف روی انرژی شکست بتن، ابتدا اثر تغییرات سطح مقطع بتن را بر روی انرژی شکست بتن در نظر می گیریم. همان طور که در جدول ۴–۷ مشاهده می شود؛ ابعاد نمونه بتنی الیافی در مقدار انرژی شکست نقشی ندارند. در واقع این موضوع، ویژ گی دیگری از انرژی شکست را بیان می کند: انرژی شکست تابع جنس ماده است و به ابعاد نمونه آزمایش ارتباطی ندارد [75]. البته نتایج بالا برای بتن الیافی که میلگردی ندارد صادق است. زیرا در صورت وجود میلگرد تغییر ارتفاع منجر به تغییر ارتفاع موثر مقطع و درنتیجه تغییر در رفتار بتن می شود.

	0,,	• 2	07	•
	نمونه	نمونه	نمونه	نمونه
	اول	دوم	سوم	چهارم
عرض (mm)	۲.	۲۰۰	۳۰۰	۵۰
ارتفاع (mm)	۲.	۲۰۰	۵۰	۲۰۰
انرژی شکست (N/mm)	17/98	١٢/٩٨	۱۲/۹۸	۱۲/۹۸

جدول ۴- ۷ اثر ابعاد مختلف روی انرژی شکست بتن

سپس اثر تغییرات میلگرد کششی و مقاومت باقیمانده، روی انرژی شکست بتن در نظر گفته شد. همانطور که در شکل ۴–۳۳ نشان داده شده است، با افزایش مقاومت باقیمانده، درصد مشارکت میلگرد کششی در تغییرات انرژی شکست، کمتر شده و افزایش میلگرد، تاثیر کمتری روی روند تغییرات انرژی شکست میگذارد. همچنین ملاحظه میشود، که به جز مقادیر خیلی کم از میلگرد کششی، افزایش مقاومت باقیمانده باعث کاهش انرژی شکست میشود. اما در حالتی که نسبت میلگرد کششی صفر است، یعنی بتن الیافی معمولی، افزایش مقاومت باقیمانده باعث افزایش انرژی شکست میشود. ولی در مورت حضور میلگرد، افزایش مقاومت باقیمانده باعث افزایش انرژی شکست میشود. ولی در مورت حضور میلگرد، افزایش مقاومت باقیمانده باعث افزایش انرژی شکست میشود. ولی در فولاد کششی تا حدود 2005 – 0.005 – م باعث افزایش انرژی شکست میشود. اما با افزایش فولاد نسبت فولاد متوازن، دیگر با افزایش نسبت فولاد، میزان انرژی شکست میشود. اما با افزایش به نسبت فولاد متوازن، دیگر با افزایش نسبت فولاد، میزان انرژی شکست تعییر چندانی نخواهد کرد. این موضوع بار دیگر تصدیق می کند که فولاد کششی زیاد باعت ترد شدن شکست بتن میشود اما نبود آن

نقش مقاومت باقیمانده در روند تغییرات انرژی شکست کمتر میشود و درصورتی که نسبت فولاد از میزان فولاد متوازن بیشتر شود، دیگر افزایش مقاومت باقیمانده تاثیری روی انرژی شکست ندارد.



شکل ۴- ۲۳ منحنی انرژی شکست بر حسب نسبت فولاد کششی و اثر مقاومت باقیمانده بر آن

برای جلوگیری از نامفهوم بودن و شلوغ شدن نمودار، اثر جنس فولاد مصرفی در شکل ۴-۲۴ نشان داده شده است. در نمودار، فولاد های با  $f_s = 500$  MPa ,  $f_s = 400$  MPa استفاده شده است. همچنین دو حالت  $f_s = 500$  MPa ,  $f_s = 400$  MPa در نظر گرفته شده است. مشاهده میشود که بیشترین مقدار انرژی شکست در نسبت فولاد بین  $\mu = 0 = \mu$  و  $0 = \mu$  درنظر *گ*رفته شده است. مشاهده میشود که بیشترین مقدار انرژی شکست در نسبت فولاد بین 50.00 – 0.005 – 0.005 بایند که نسبت تقریبا کمی است. قبل از رسیدن به این نقطه یعنی به ازای نسبت فولاد خیلی کم، مقاومت فولاد مصرفی، تاثیر زیادی روی انرژی شکست نمی گذارد؛ اما بعد از گذشتن از این نقطه مشاهده میشود که هرچه مقاومت فولاد مصرفی کمتر باشد، انرژی شکست افزایش می یابد و یا به عبارتی شکست نرمتری اتفاق می افتد. بار دیگر مشاهده می شود، در صورتی که میزان فولاد مصرفی از نسبت فولاد متوازن بیشتر شود، مقدار فولاد و یا جنس آن تاثیر زیادی روی مقدار انرژی شکست نمی گذارد.



شکل ۴- ۲۴ منحنی انرژی شکست بر حسب نسبت فولاد کششی و اثر جنس فولاد مصرفی بر آن

# ۴.۴ اعتبار سنجی:

## 1.۴.۴ الف:

برای صحت سنجی مدل و بررسی میزان دقت آن در شبیه سازی تیر بتنی، نتایج آزمایشهایی که توسط Meda و همکاران [64] انجام شده است؛ به کار گرفته شد.

تمامی نمونه ها ۴ متر طول (با طول دهانه ۳/۶ متر)، ارتفاع ۳۰۰ میلیمتر (عمق موثر ۲۶۰ میلیمتر) و عرض ۲۰۰ میلیمتر هستند. در تمامی نمونه ها نسبت آب به سیمان ۰/۴۸ و بیشترین قطر سنگدانه ۲۰ میلیمتر است.

در بتن از الیاف فولادی قلاب دار با طول ۵۰ و قطر ۱ میلیمتر استفاده شده است. بر اساس میزان الیاف موجود در بتن، ۳ نوع نمونه انتخاب شد: بتن بدون الیاف، بتن با ۳۰ kg/m<sup>3</sup> الیاف و بتنی با  $\mu = 0.15$  الیاف، برای بتن بدون الیاف،  $\mu = 0$  و برای بتن با  $kg/m^3$  ۳۰ الیاف، 20.5  $\mu = 0.25$  بتن با  $kg/m^3$  ۶۰  $kg/m^3$  ۱۰۰ بتن با  $kg/m^3$  ۶۰ الیاف، 20.5  $\mu = 0.25$  درنظر گرفته شد. در تمامی نمونه ها 20.1  $= \xi$  فرض شده است. جنس فولاد مصرفی در آرماتور ها S500 است. دو ردیف خاموت با قطر ۸ میلیمتر و با فاصله ۱۰۰ میلیمتر در محدوده خارجی دوبار نقطهای، برای جلوگیری از شکست برشی قرار گرفته اند. همچنین برای مهار بهتر خاموت ها از ۲ عدد میلگرد فشاری با قطر ۱۰ میلیمتر است. دو مدل میلیمتر در محدوده خارجی دوبار نقطهای، برای جلوگیری از شکست برشی قرار گرفته اند. همچنین میلیمتر در محدوده خارجی دوبار نقطهای، برای میلوگیری از شکست برشی قرار گرفته اند. همچنین میلیمتر در محدوده خارجی دوبار نقطهای است. دو مدل میلیمتر استفاده شده است. دو مدل میلیمتر استفاده شده است. دو مدل میلیمتر استفاده شده است. دو مدل میلیمتر میلوث میل

نام نمونه	الياف	Bond
2ф16-В-РС	-	Bond
2ø16-B-30	$30 \ kg/m^3 \ (V_f = 0.38\%)$	Bond
2ø16-B-60	$60 \ kg/m^3 \ (V_f = 0.76\%)$	Bond
4 <i>ф16-B-PC</i>	-	Bond
4ø16-B-30	$30 \ kg/m^3 \ (V_f = 0.38\%)$	Bond
2 <i>ø</i> 16-UB-PC	-	No Bond
2ø16-UB-30	$30 \ kg/m^3 \ (V_f = 0.38\%)$	No Bond

جدول ۴- ۸ میزان الیاف و فولاد مصرفی در بتن [64]

ACI 318 [73] برای تعیین مقاومت کششی و مدول الاستسیته تیر های تحت خمش روابط زیر را پیشنهاد می کند:

- $f_{\rm r} = 0.7\sqrt{f_{\rm c}'} \tag{$\Upsilon \Delta-$$}$
- $\mathbf{E} = 4700\sqrt{\mathbf{f}_{\rm c}'} \tag{(\%-f)}$

می توان با استفاده از روابط ۴–۳۵ و ۴–۳۶ از روی مشخصات بتن، ویژگی های دیگر آن را تعیین کرد. که در جدول ۴–۹ بیان شده اند.

نتایج منحنی های بار-تغییر شکل برای بتن های با میلگرد آجدار مطابق شکل ۴-۲۵ است. مشاهده می شود که مدل به خوبی رفتار بتن هیبریدی را پیشبینی کرده است.

نام نمونه	f <sub>c</sub> ' (Mpa)	E (Mpa)	γ	٤ <sub>cr</sub>	ω	$\lambda_{cu}$	ζ	μ	A <sub>s</sub> (mm <sup>2</sup> )	A's (mm <sup>2</sup> )
2ф16-В-РС	۴٩/٧	84184/2	1/117	•/•••149	V/89	۲۰/۱۳	۱/• ۱	•	4.7	١۵٢
2ф16-В-30	40	31227/8	1/176	•/•••149	۶/۹۴	۲۳/۵	۱/• ۱	•/1۵	4.7	١۵٧
2ф16-В-60	43/7	۳۰۸۹۱/۶	١/١٩٨	•/•••149	8 88	۲۳/۵	۱/• ۱	٠/٢۵	4.7	107
4¢16-B-PC	۴٩/٧	۳۳۱۳۴/۲	1/117	•/•••149	V/89	۲۰/۱۳	۱/• ۱	•	٨٠۴	١۵٧
4ф16-В-30	40	81227/8	1/178	•/•••149	۶/۹۴	۲۳/۵	۱/• ۱	•/10	٨٠۴	١۵٧
2¢16-UB-PC	۴٩/٧	۳۳۱۳۴/۲	1/117	•/•••149	۷/۶۶	۲۰/۱۳	۱/• ۱	•	4.7	104
2¢16-UB-30	۴۵	81227/8	1/178	•/•••149	۶/9۴	۲۳/۵	۱/•۱	•/1۵	4.7	107

جدول ۴- ۹ مشخصات نمونه های بتنی



شکل ۴- ۲۵ منحنی های بار تغییر شکل مربوط به نمونه های با میلگرد آجدار

اما در مورد بتن 30-B-B-6 میزان تغییر شکل نهایی فقط ۶۱ درصد به درستی پیشبینی شده است. در مورد بتن 40/B-B-30 بعد از نقطه متناظر با ۸۵ درصد بار بیشینه، پاسخ نمونه بتنی ناپایدار میشود و بیشترین جابجایی را براساس این نقطه درنظر می گیریم [64].

بعد از رسم منحنی لنگر-انحنا برای بتن های 2¢16-UB-PC و 30-406 مشاهده می شود که نتایج حاصل از مدل به نتایج آزمایشگاهی بسیار نزدیک هستند (شکل ۴-۲۶).



شکل ۴- ۲۶ منحنی بار-تغییر شکل برای نمونه های با میلگرد صاف

به طور کلی نتایج حاصل از اعتبار سنجی مدل و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی در جدول ۴–۱۰ آورده شده است. مشاهده می شود که مدل نیروی بیشینه را با دقتی بیش از ۹۳ درصد پیش بینی کرده است. همچنین مدل، به جز مورد 30-B-B-6 تغییر مکان نهایی را بیشتر از نتایج آزمایشگاهی پیش-بینی کرده و تغییر مکان بتن در لحظه جاری شدن را در تمامی حالت ها با دقت بین ۸۰ تا ۱۰۰ درصد پیش بینی کرده است.

			_		-	-			
 نمونه	(kN,mn	شگاهی (n	نتايج آزماي	(kN,r	دل (nm	نتايج م		دقت ٪	
	P <sub>max</sub>	$\delta_y$	$\delta_{max}$	P <sub>max</sub>	$\delta_y$	$\delta_{max}$	P <sub>max</sub>	$\delta_y$	$\delta_{max}$
2¢16-B-PC	٩٠	٢١	11.	٨۴	١٧	١١٨	٩٣	٨١	١٠٧
2ф16-В-30	٩۶	۲۰	١٨٠	۹١	١٨	171	٩۵	٩٠	٩٧
2¢16-B-60	٩۶	١٨	114	٩٧	١٨	۱۱۵	١٠١	1	1 • 1
4¢16-B-PC	188	74	۶۷	۱۵۸	۲.	۷۲	٩۴	۸۳	١٠٧
4¢16-B-30	١٧۵	۲۵	۷۶	784	۲.	۷۷	٩۴	٨٠	1 • 1
2¢16-UB-PC	٨٧	١٨	٩۴	٨۴	١٧	١١٨	٩٧	٩۴	178
2¢16-UB-30	٩۴	۲۰	٩۴	۹١	١٨	١٢١	٩٧	٩٠	١٢٩

جدول ۴ -۱۰ نتایج بار-تغییر شکل آزمایشگاهی و مدل، و مقایسه آنها با هم

#### ۲.۴.۴ ب:

این بار برای صحت سنجی مدل در زمینه تیر بتنی هیبریدی، از نتایج تحقیقات Gribniak و همکاران [67] استفاده شد. تیرهای هیبریدی به ارتفاع ۳۰۰ میلیمتر، عرض ۲۸۵ میلیمتر، طول ۳ متر تحت بار چهار نقطه ای قرار گرفتند. عمق موثر برای میلگرد کششی (d)، ۲۷۵ میلیمتر و برای میلگرد فشاری (d)، ۲۵ میلیمتر است.

مشخصات مواد استفاده شده در بتن، در جدول ۴–۱۱ آورده شده است. الیاف از جنس فولادی قلاب دار با مدول الاستسیته ۱۰۲۰ مگاپاسکال، به طول ۵۳ میلیمتر و قطر ۱ میلیمتر استفاده شده اند. دو نوع بتن الیافی با درصد الیاف ۱٪ و ۱/۵ درصد درنظر گرفته شده است. مقاومت فشاری بتن با ۱٪ الیاف، ۴۸ مگاپاسکال و مقاومت فشاری بتن با ۱/۵ درصد الیاف، ۵۲/۲ مگاپاسکال اندازه گیری شده است.

در بتن هیبریدی از ۲۳۵ میلیمتر مربع میلگرد کششی و ۵۶ میلیمتر مربع میلگرد فشاری استفاده شده است. مدول الاستسیته و مقاومت فولاد به ترتیب ۲۰۲/۸ گیگاپاسکال و ۵۶۰ مگاپاسکال درنظر گرفته شده است.

$(kg/m^3)$ طرح اختلاط	مادہ
$\mathbf{9.\Delta} \pm 7.7$	ماسه ۴/۴ میلیمتر
$\gamma \wedge \gamma \pm \gamma $	سنگدانه گرانیت خرد شده ۵/۸ میلیمتر
$\circ$ $\xi$ $\lambda$ $\pm$ $7.1$	سنگدانه گرانیت خرد شده ۱۱/۱۶ میلیمتر
$\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{\cdot} \pm \boldsymbol{\cdot} / \boldsymbol{\Delta}' / \boldsymbol{\cdot}$	سيمان ( <i>CEM I 42.5</i> )
$1$ Y T/A $\pm$ 7.0	آب
۲٪ ± ۲	روان کننده بتن Muraplast FK 63.30

جدول ۴- ۱۱ مشخصات مواد استفاه شده در بتن [67]

در شکل های ۴–۲۷ و ۴–۲۸ به ترتیب نتایج تطبیق مدل با نتایج آزمایشگاهی مربوط به منحنی تنش-کرنش بتن الیافی تحت کشش، با ۱٪ و ۱/۵ ٪ الیاف، نشان داده است. مدول الاستسیته بتن از رابطه ۴–۳۶ به دست میآید و بقیه اطلاعات مربوط به کشش از قبیل کرنش ترک خوردگی ( $\varepsilon_{cr}$ ) مقاومت باقیمانده و  $\xi$  از طریق انطباق به دست میآیند. اطلاعات مربوط به مشخصات به دست آمده در جدول ۴–۱۲ ذکر شده است.

	F 10	F 15
$f_c'(MPa)$	۴۸	۵۲/۲
E (MPa)	82082/8	۳۳۹۵۷/۳
ω	17/41	۱۴/۶۸
€ <sub>cr</sub>	•/•••١•١	•/••••٩
ξ	٨	٨
μ	•/84	•/٩

جدول ۴- ۱۲ مشخصات نمونه های بتنی با ۱ و ۱/۵ درصد الیاف





شکل ۴ - ۲۷ منحنی تنش کرنش مربوط به بتن الیافی با ۱۰٪ الیاف

شکل ۴ - ۲۸ منحنی تنش کرنش مربوط به بتن الیافی با ۱۵٪ الیاف

همانطور که در شکل ۴–۲۹ مشاهده می شود، مدل به خوبی توانسته منحنی لنگر انحنای دو نمونه بتنی را پیش بینی کند. دقت شود که منحنی لنگر انحنای داده شده در اشکال فقط مربوط به رفتار بتن هیبریدی تا قبل از جاری شدن میلگردها است و بعد از آن اطلاعاتی در اختیار نیست.



شکل ۴– ۲۹ مقایسه نتایج به دست آمده از مدل با نتایج آزمایشگاهی

#### ۳.۴.۴ ج:

برای بررسی و صحت سنجی، تمام حالت های ممکن باید درنظر گرفته شوند. بنابراین برای صحت سنجی پاسخ مدل نسبت به تیرهای هیبریدی با بتن دارای رفتار سخت شدگی کششی؛ از UltraHigh سنجی پاسخ مدل نسبت به تیرهای هیبریدی با بتن دارای رفتار سخت شدگی کششی؛ از مخار سخت تمدگی کششی است و هنگامی که تحت کشش قرار می گیرد دچار ترک های متعدد می شود [79]. این بتن ظرفیت کرنش کششی حدود ۳٪ دارد که نسبت به بتن های دیگر بسیار بالا است در حالی که نسبت الیاف استفاده شده در حدود مقداری کمتر از ۲٪ است [80]. این بتن تحت کشش دچار ترک های ریز متعدد با عرض ترک کمتر از ۰/۱ میلیمتر می شود و می تواند تغییر شکل های خمشی زیادی را تحمل کند [81].

برای صحت سنجی، از نتایج آزمایشگاهی انجام شده توسط HOU HOU و همکاران [28] و همچنین Shilang Xu و همکاران [81] استفاده شد. طرح اختلات استفاده شده در هر دو مقاله کمی با هم متفاوت است اما با توجه به اینکه نویسندگان مشترک در هر دو مقاله وجود دارند؛ پاسخ بتن تحت کشش در هر دو مقاله یکی انتخاب شده است و به عبارتی در هر دو مقاله یک UHTCC استفاده شده است. مصالح اصلی ملات UHTCC، سیمان پرتلند تیپ ۱، آب، ماسه ریز، خاکستر بادی، فوق روان کننده و الیاف PVA هستند. ۲ درصد الیاف PVA به قطر ۲۰/۰ میلیمتر، طول ۱۲ میلیمتر، مقاومت کششی ۱۶۰۰ مگاپاسکال و مدول الاستیک ۴۰ گیگاپاسکال انتخاب شده است. مشخصات هندسی تیرهای هیبریدی در جدول ۴–۱۳ ذکر شده است.

جدول ۴- ۱۳ مشخصات هندسی تیرهای هیبریدی

تير	منبع	طول	عرض	ار تفاع	عمق موثر	میلگردکششی	میلگردفشاری	f <sub>cu</sub>
		(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	( <i>mm</i> <sup>2</sup> )	( <i>mm</i> <sup>2</sup> )	(MPa)
RUHTCC1	[81]	٩٠٠	17.	۱۲۰	14.	117/08	•	43/20
RUHTCC2	[82]	17	17.	۱۸۰	148	689/4	۱۰۰/۵۳	40/12

فولادهای استفاده شده با مدول الاستسیته ۲۰۰ گیگاپاسکال و مقاومت ۳۶۰ مگاپاسکال درنظر گرفته شدند. مدول الاستسیته UHTCC تحت فشار و کشش برابر فرض شده و مقدار آن براساس تحقیقات مختلف به صورت 4012( $f_{cu}$ ) عد دست میآید [81]. مشخصات UHTCC تحت کشش به کمک آزمایش کشش مستقیم به دست آمده است که در شکل ۴–۳۰ مشاهده میشود. به کمک نتایج آزمایش کشش مستقیم و انطباق نتایج آزمایشگاهی با مدل، در منحنی نتش کرنش بتن تحت کشش، مشخصات دیگر بتن به دست میآیند.

کرنش فشاری نهایی UHTCC، ۱٬۰۱۰ درنظر گرفته شده است. مشخصات مکانیکی UHTCC به طور کامل در جدول ۴–۱۴ ذکر شده اند.



شکل ۴- ۳۰ منحنی تنش کرنش مربوط به بتن UHTCC

	0,		6		• • •	•	
بتن	Ε	€ <sub>cr</sub>	γ	ξ	μ	ω	$\lambda_{cu}$
RUHTCC1	١٨١٠٣/٢	•/•••188	١	۲۵۰	1/4	14/4	۶۰/۲
RUHTCC2	۱۸۵۱۱/۵	•/•••187	١	۲۵.	1/4	$\Delta/T$	۶۱/V

جدول ۴- ۱۴ مشخصات مکانیکی UHTCC استفاده شده در مدل

نتایج منحنی بار-تغییر مکان در شکل ۴-۳۱ آورده شده است. همانطور که مشاهده می شود مدل توانسته است رفتار دو تیر RUHTCC را به خوبی پیش بینی کند.



شکل ۴- ۳۱ منحنی باز-تغییر مکان تیرهای RUHTCC و مقایسه نتایج مدل با نتایج آزمایشگاهی

# ۴.۴.۴ تیر بتنی الیافی

همانطور که قبلا ذکر شد؛ مدل معرفی شده قابلیت پیشبینی تمامی حالت های رفتار بتن ساده، بتن الیافی با رفتار سخت شدگی یا نرم شدگی و همینطور بتن هیبریدی را داراست. بنابراین علاوه بر اعتبار سنجی رفتار بتن هیبریدی، دو نمونه بتن الیافی نیز اعتبار سنجی شد.

#### UHPFRC بتن 1.۴.۴.۴

بتن UHPFRC یا (Ultra High Performance Fiber Reinforced Concrete) ماده ای است که دارای مقاومت کششی و فشاری بالا است. این ماده همچنین بعد از ترک خوردگی توانایی جذب انرژی فوقالعاده زیادی را دارد [1, 83]. برای اعتبار سنجی مدل از نتایج آزمایش روی بتن UHPFRC که توسط Lampropules و همکاران [84] انجام شده، استفاده شد. برای مسلح کردن بتن از ۳درصد الیاف فولادی با طول ۱۳ میلیمتر و قطر ۱/۱۶ میلیمتر استفاده شد. سایر مشخصات مواد به کار گرفته شده در بتن در جدول ۴–۱۵ آورده شده است.

$(kg/m^3)$ طرح اختلاط	مادہ
۶۵۷	سیمان (S2.5 N)
417	GGBS
١١٩	فوم سيليكا
1.01	ماسه سیلیکا
۵۹	فوق روان کننده
١٨۵	آب
۲۳۶	۳درصد الياف فولادى
	(طول ۱۳ میلیمتر و قطر ۰.۱۶ میلیمتر)

جدول ۴- ۱۵ مشخصات مواد استفاده شده در بتن [84]

بتن دارای مقاومت فشاری ۱۶۴ مگاپاسکال و مدول الاستسیته ۵۷/۵ گیگا پاسکال است. همچنین مقاومت کششی متوسط بتن که از آزمایش کشش مستقیم به دست آمده ۱۲ مگاپاسکال درنظر گرفته شده است. برای تعیین مشخصات کششی دیگر بتن، با استفاده از یک روش برگشتی و انطباق منحنی تنش-کرنش بتن از روی نتایج آزمایشگاهی و مدل، مقدار مقاومت باقیمانده ۲/۰ و ξ، ۱۲۲ به دست میآید. نتایج انطباق در شکل ۴–۳۲ آورده شده است. برای بدست آوردن مشخصات فشاری بتن مراحل زیر انجام شدند:

$$\sigma_{cv} = 0.85 f_c' = 0.85 * 164 = 139.4 MPa \tag{(74-4)}$$

$$\varepsilon_{cy} = \frac{f_c'}{E} = \frac{139.4}{57500} = 0.00242 \tag{(\%-\%)}$$

نمونه ها با عرض ۱۰۰ میلیمتر، ارتفاع ۵۰ میلیمتر و طول دهانه ۳۰۰ میلیمتر، تحت آزمایش خمش چهار نقطه ای قرار گرفتند. فاصله بین دوبار ۱۰۰ میلیمتر درنظر گرفته شد. مقایسه نتایج آزمایشگاهی با مدل مشخص می کند که مدل میتواند به خوبی رفتار خمشی تیر UHPFRC را پیشبینی کند. شکل ۴–۳۳ نتایج آزمایشگاهی و پاسخ مدل را نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود مدل مورد نظر به خوبی توانسته حد میانگینی از نتایج آزمایشگاهی را شبیه سازی کند.



شکل ۴- ۳۲ منحنی تنش-کرنش بتن UHPFRC تحت کشش



شکل ۴- ۳۳ منحنی بار-تغییر شکل بتن و مقایسه نتایج آزمایشگاهی با مدل مورد نظر

# ۵.۴.۴ بتن اليافي

این بار برای صحت سنجی از آزمایشهای انجام شده توسط Jones و همکاران [85] استفاده شده است.

در آزمایش های انجام شده نمونه های تیرهای بتنی الیافی فولادی با سطح مقطع مختلف و طول دهانه ۴۵۰ میلیمتر هستند.

در بتن الیافی از سیمان پرتلند کلاس 42.5N طبق BS12 ، فوم سیلیکا فشرده شده، ماسه رودخانه با حداکثر قطر ۶ میلیمتر، فوق روان کننده Melamine-formaldehyde و الیاف فولادی قلاب دار به طول ۳۰ میلیمتر و قطر ۵/۰ میلیمتر استفاده شده است. پایه طرح اختلاط بتن بر اساس آب:سیمان:سنگدانه به نسبت ۲.۸:۱۰:۰۰.۴۵ است. همچنین فوم سیلیکا جایگزین حدود ۱۰٪ از وزن سیمان شده است. دو نوع بتن الیافی بر اساس میزان الیاف موجود در آن تولید شده است. بتن هایی با سیمان شده است. دو نوع بتن الیافی بر اساس میزان الیاف موجود در آن تولید شده است. بتن هایی با معمی ۴۰ kg/m<sup>3</sup> و kg/m<sup>3</sup> الیاف فولادی درنظر گرفته شده اند. که به ترتیب می شود: ۵.۰٪ و ۱.٪ نسبت حجمی. نتایج آزمایش ها مقاومت فشاری نشان دادند که نمونه های بتنی دارای مقاومت فشاری تحت کشش عبا ۱۹۰ اعلام شده است. مدول الاستسیته بتن تحت کشش از رابطه ارائه شده توسط ACI به دست می آید:

$$E = 4700\sqrt{f_c'} = 4700 * \sqrt{65} = 37892.61 \, MPa \tag{(19-4)}$$

<b>جدول ۴</b> – ۱۶ مشخصات نمونه های بتن الیافی تحت خمش										
بتن	طول	عرض	ارتفاع	الياف	μ	ξ				
	(mm)	(mm)	(mm)	$(kg/m^3)$						
75C(40)	۵۰۰	۱۰۰	۷۵	4.	۰ /٣	١/۵				
100C(40)	۵۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۴.	۰ /٣	۱/۵				
75C(80)	۵۰۰	۱۰۰	۷۵	٨٠	٠/۴٨	٢				
100C(80)	۵۰۰	١٠٠	۱۰۰	٨٠	۰/۴۸	٢				

سایر مشخصات نمونه های بتنی در جدول ۴–۱۶ مشخص شده اند:

همانطور که در اشکال ۴–۳۴ تا ۴–۳۷ نشان داده شده است مدل بار دیگر توانسته به خوبی رفتار بتن الیافی تحت خمش را شبیه سازی کند.

٨٠



شکل ۴- ۳۴ منحنی بار-تغییر شکل مربوط به بتن (40)75C



شکل ۴- ۳۵ منحنی بار-تغییر شکل مربوط به بتن (40)100C



شکل ۴- ۳۶ منحنی بار-تغییر شکل مربوط به بتن (80)75C



شکل ۴- ۳۷ منحنی بار-تغییر شکل مربوط به بتن (80) 100C

# ۵ بررسی تیرستون بتنی هیبریدی

آنچه در اکثر مسائل عملی برای یک عضو بتن آرمه پیش می آید، حضور همزمان بار محوری و لنگر خمشی است. تیرهای دارای بار محوری و یا ستون های دارای بار جانبی یا بار محوری خارج از مرکز، تیر-ستون محسوب میشوند. تیر ستون ها اعضایی هستند که تحت اثر خمش و فشار محوری قرار دارند. خمش امکان دارد ناشی از لنگر های وارد به انتهای عضو به وجود آید و یا در اثر بارهای قائمی که مستقیما روی عضو عمل میکنند (شکل ۵–۱). بنابراین اعضای قائم در قابهای صلب که هم خم و هم فشرده میشوند، تیرستون محسوب میشوند.



شکل ۵-۱ حالت های مختلف تشکیل تیرستون

بنابراین با توجه به نیاز اکثر موارد عملی لازم است در این پایان نامه به بررسی اثر بار محوری روی تیرهای بتنی هیبریدی نیز پرداخته شود.

برای مدل سازی تیرستون هیبریدی، همان مدل رفتاری استفاده شده در بخش تیر هیبریدی به کار برده شده است. همانطور که در شکل ۵–۲ نشان داده شده، فرض می شود بار محوری P با خروج از محوری e به مقطع مستطیلی وارد شود. شکل ۵–۲ حالت نهایی باربری یعنی حالت ۴–۴ بارگذاری را نشان می دهد.



شکل ۵-۲ سطح مقطع و منحنی اندرکنش تنش و کرنش موجود در تیرستون

برخلاف تیرهای معمولی که تنها در معرض خمش قرار دارند، تیرستون در معرض لنگر خمشی و بار محوری قرار دارد. بنابراین طریقه محاسبه لنگر نهایی که تیرستون تحمل میکند، با لنگر تیرهای معمولی متفاوت است. در صورتی که طول تیرستون کم باشد، بیشترین تغییر مکان به وجود آمده در تیرستون تاثیر زیادی روی لنگر نهایی نخواهد گذاشت. اما در تیرستونهای لاغر در اثر تغییر شکل جانبی تیرستون، لنگر ثانویهای معادل P.Δ ایجاد میشود. این لنگر را میتوان با لنگر اولیه موجود در تیرستون جمع کرد، و لنگر حداکثر حاصل جمع را به عنوان لنگر تشدید شده ای از لنگر اولیه در نظر گرفت. بدیهی است که در این حالت تیرستون بار نهایی کمتری را تحمل خواهد کرد. همچنین در تیر، تارخنثی در ارتفاع مقطع وجود دارد به نحوی که بخشی از ارتفاع در کشش قرار میگیرد و بخشی در فشار. اما در تیرستون در صورتی که برون محوری موجود کم باشد تار خنثی حتی تا بی نهایت نیز امکان

# ۱.۵ منحنی اثر متقابل بار محوری و لنگر خمشی

اگر در یک تیر ستون بتن آرمه کوتاه، مقادیر مختلفی از ترکیبات بار محوری و لنگر خمشی که ستون را در آستانه شکست نهایی قرار میدهند، به دست آورده و این مقادیر را با رسم منحنی Pn در مقابل Mn نمایش دهیم، منحنی اثر متقابل بار محوری و لنگر خمشی تیرستون به دست میآید.

همانطور که در شکل ۵–۳ ملاحظه می شود در منحنی اثر متقابل سه نقطه مشخص وجود دارد؛ یکی نقطه متناظر با بار محوری خالص با  $P_n = P_0$  و  $P_n = 0$ ، دومی نقطه معرف وضعیت متوازن مقطع rade p و  $P_n = P_n$  و  $M_n = M_n$  و سومی نقطه متناظر با لنگر خمشی خالص با  $P_n = 0$  و  $M_n = M_0$ .

با دقت در شکل ۵–۳ مشخص می شود که معکوس شیب هرخطی که یک نقطه از منحنی اثر متقابل تیر-ستون را به مبدا وصل کند، مقداری معادل M/P = ۵ داشته و بنابراین می توان چنین خطی را متناظر با خروج از مرکزیت مربوط به مشخصات بارگذاری آن نقطه درنظر گرفت. در همین ارتباط محور قائم معرف 0 = 9 (بار محوری خالص) و محور افقی معرف  $\infty = 9$  (لنگر خمشی خالص) است. همچنین خط  $e = e_b$  منحنی اثر متقابل تیر-ستون را در مختصات متناظر با وضعیت متوازن رفتاری تیرستون قطع می کند. که در ادامه به وضعیت متوازن رفتاری است.



شکل ۵- ۳ منحنی اثر متقابل بار محوری و لنگر خمشی

# ۲.۵ وضعیت متوازن

در وضعیت متوازن ترکیب بار محوری و لنگر خشی به گونهای است که درست در همان لحظهای که بتن در قسمت فشاری به حد نهایی λ<sub>cu</sub> میرسد، فولادهای کششی نیز به کرنش تسلیم ε<sub>y</sub> میرسند.

این حالت یک حد مرزی بین شکست فشاری و شکست کششی محسوب می شود و مقادیر بار محوری اسمی و لنگر خمشی اسمی متناظر با شکست مقطع تیرستون در این حالت، با P<sub>nb</sub> و M<sub>nb</sub> نشان داده می شوند [73].

درحالت متوازن فولاد کششی جاری شده است و همچنین بتن در ناحیه فشاری به حد نهایی خود رسیده است. بنابراین برای نوشتن روابط در وضعیت متوازن، باید از روابط ارائه شده در مرحله ۴-۴ بارگذاری استفاده شود. با توجه به شکل ۵-۴ اگر فاصله محور تار خنثی از دورترین تار فشاری با kh نشان داده شود، با برقراری رابطه سازگاری خواهیم داشت:

$$\frac{kh}{\alpha h} = \frac{\lambda_{cu}}{\kappa + \lambda_{cu}} \quad \Rightarrow \quad k_{4-4} = \frac{\alpha \lambda_{cu}}{\kappa + \lambda_{cu}} \tag{1-a}$$



شکل ۵- ۴ سطح مقطع و نمودار اندر کنش تنش و کرنش در حالت نهایی

برای به دست آوردن نیروی متناظر با وضعیت متوازن کافی است در مقطع رابطه تعادل نوشته شود. روابط مربوط به نیروهای موجود در مقطع در هر مرحله از بارگذاری در جدول ۳ پیوست نشان داده شده اند. بنابراین در حالت ۴-۴ بارگذاری داریم:

$$C_t = \rho \gamma_s \kappa + \frac{k}{2\lambda} + \frac{k(\xi - 1)(\xi \eta - \eta + 2)}{2\lambda} + \frac{\mu(\lambda - k\lambda - \xi k)}{\lambda}$$
(7- $\Delta$ )

$$C_c = \rho' \gamma_s \kappa + \frac{\omega^2 k \gamma}{2\lambda} + \frac{\gamma \omega k (\lambda - \omega)}{\lambda}$$
(7- $\Delta$ )

با نوشتن معادلات تعادل و جایگذاری مقدار  $k_{4-4}$  از رابطه ۵–۱ در روابط بالا خواهیم داشت:

$$\sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad P_{nb} = C_c - C_t \tag{(f-\Delta)}$$

$$P_{nb} = \kappa \gamma_s (\rho' - \rho) - \mu + \frac{\alpha \left( 2\gamma \lambda_{cu} \omega - \gamma \omega^2 + 2\lambda_{cu} \mu - \eta + 1 + \xi (2\eta + 2\mu - \xi\eta - 2) \right)}{2(\lambda_{cu} + \kappa)}$$
(\Delta - \Delta)

همچنین لنگر موجود، برابر بار اعمالی P در برون محوری e است. یعنی M = P.e. پس برای به دست آوردن برون محوری معادل در وضعیت متوازن میتوان نوشت:

$$\sum M = 0 \quad \Rightarrow \quad P_{nb}.e_{nb} = F_c y_c + F'_s (kh - d') + F_t y_t + F_s (d - kh) \tag{(7-\Delta)}$$

با جایگذاری  $k_{4-4}$  از رابطه ۱-۵ به جای k در معادله بالا مقدار  $e_{nb}$  به دست میآید:

$$\begin{split} e_{nb} &= [6\kappa\lambda_{cu}\gamma_{s}(\alpha\kappa\rho'-\alpha'\lambda_{cu}\rho'+\alpha\lambda_{cu}\rho'+\alpha\kappa\rho-2\alpha'\kappa\rho')+\alpha^{2}(\eta-1+3\xi^{2}-3\xi^{2}\eta+2\xi^{3}\eta-3\xi^{2}\mu-\gamma\omega^{3}+3\lambda_{cu}^{2}\mu+3\gamma\lambda_{cu}^{2}\omega)+6\kappa^{3}\gamma_{s}(\alpha\rho-\alpha'\rho')+6\kappa\lambda_{cu}\mu(1-\alpha)+3\lambda_{cu}^{2}\mu(1-2\alpha)+3\kappa^{2}\mu]/(6P_{nb}(\lambda_{cu}+\kappa)^{2}) \end{split}$$
(Y- $\Delta$ )

## ۳.۵ حالت های محتمل شکست تیر-ستون

#### ۱.۳.۵ شکست ماده ای

در محاسبات معمول برای به دست آوردن لنگر و بار نهایی ابتدا مقداری برای تار خنثی حدس زده می شود و محاسبات با صحیح خطا تا رسیدن دقت محاسبات به دقت مورد نیاز انجام می شود. اما در این برنامه با توجه به اینکه تمامی روابط مربوط به تیر در متلب نوشته شده اند ترجیح داده شد که ادامه محاسبات تیرستون در متلب نوشته شوند. بنابراین در متلب ارتفاع تیر ستون به صورت لایه لایه بخش بندی شده و شرایط حضور تار خنثی در آن لایه بررسی می شود. در صورت برون محوریهای کم تار خنثی ممکن است در ارتفاع مقطع قرار نداشته باشد. بنابراین شرایط حضور تار خنثی درلایه های بعد از ارتفاع مقطع نیز بررسی می شود. در هر لایه به کمک تعادل، بار نهایی و با لنگر گرفتن حول تار خنثی، برون محوری به دست می آید. در نهایت لایه ای که در آن اختلاف برون محوری به دست آمده از برون محوری به دست می آید. در نهایت لایه ای که در آن اختلاف برون محوری به دست آمده از برون محوری به دست می آید. در نهایت لایه ای که در آن اختلاف برون محوری به دست آمده از برون محوری موری موجود، کمتر از خطای حداقل باشد به عنوان تار خنثی معرفی می شود.

$$\sum F = 0 \implies P_{nb} = F_{c1} + F_{c2} + F'_{s} - (F_{t1} + F_{t2} + F_{t3} + F_{s})$$

$$\sum M = 0 \implies e_{nb} = [F_{c}y_{c} + F'_{s}(kh - d') + F_{t}y_{t} + F_{s}(d - kh)]/P_{n}$$

$$(\Lambda - \Delta)$$

$$(\Lambda - \Delta)$$

می توان از رابطه ۵-۷ نیز برون محوری حالت متوازن را جداگانه و با دقت بیشتری محاسبه کرد.

 $\Delta$ - برون محوری موجود با برون محوری متناظر با حالت متوازن مقایسه میشود. در صورتی که  $e > e_{nb}$ برای کاهش شکست کششی محسوب شده و فولاد کششی باید جاری شده باشد. بنابراین برای کاهش حجم محاسبات فقط تارخنثی هایی که باعث جاری شدن فولاد کششی میشوند به عنوان تارخنثی اصلی پذیرفته میشوند و ادامه محاسبات روی آنها انجام میشود. ج- به کمک روابط تعادل و سازگاری، کرنش، ارتفاع تنش و تنش در هر مرحله مشخص میشود. سپس به کمک روابط زیر برون محوری متناظر با تارخنثی موجود به دست میآید.

$$\sum F = 0 \implies P_{nb} = F_{c1} + F_{c2} + F'_{s} - (F_{t1} + F_{t2} + F_{t3} + F_{s})$$

$$\sum M = 0 \implies e_{nb} = [F_{c}y_{c} + F'_{s}(kh - d') + F_{t}y_{t} + F_{s}(d - kh)]/P_{n}$$
(1)- $\Delta$ )

برون محوریهای به دست آمده از روابط با برون محوری موجود مقایسه میشوند. برون محوری که کمترین اختلاف را با برون محوری موجود داشته باشد به عنوان برون محوری اصلی و بار محوری و لنگر منتاظر با آن، به عنوان بار محوری نهایی و لنگر نهایی انتخاب میشوند.

## ۲.۳.۵ شکست پایداری

در این حالت اثر توام بار محوری و لنگر خمشی (شامل لنگر اولیه و لنگر ثانویه) سبب ایجاد تغییر شکل  $\Delta$  زیاد تیرستون و نهایتا ناپایداری تیرستون میشود. در حقیقت تیرستون ممکن است به تغییر شکل  $\Delta$  برسد که در آن  $\partial D / \partial P$  به بینهایت نزدیک میشود و یا منفی میشود. در این وضعیت تیر ستون ناپایدار شده و با تغییر شکل بیشتر، ظرفیت باربری تیر ستون افت میکند [86].

همانطور که در شکل ۵–۵ مشخص شده است در بحث ناپایداری ستونها بر اساس لاغری و مصالح موجود دو حالت ممکن است به وجود آید [87]:

کمانش ارتجاعی ۲. کمانش غیر ارتجاعی



شکل ۵-۵ بخش بندی ستون های لاغر و کوتاه

با توجه به اینکه در این پایان نامه فقط به بررسی تیرستونهای کوتاه پرداخته میشود، این نوع شکست در تیرستون اتفاق نخواهد افتاد پس بیشتر به این موضوع پرداخته نمیشود. فلوچارت طراحی برای به دست آوردن بار و لنگر نهایی در شکل ۵-۶ آورده شده است.



# ۴.۵ مطالعه پارامتری

در هر برنامه مدل سازی لازم است که حساسیت مدل نسبت به پارامتر های مختلف بررسی شود. با توجه به اینکه در رفتار تیرستون بتن هیبریدی پارامترهای مختلفی دخیل هستند، لازم است تا با دقت بیشتری مطالعه پارامتری انجام شود.

مشخصات مواد استفاده در مطالعه پارامتری در جدول ۵-۱ آورده شده است:

(mm	ت ھندسی (	مشخصاه	بتن تحت کشش					
b	h	L	Ε	€ <sub>cr</sub>	μ	ξ		$\beta_{tu}$
۲۰۰	۲۰۰	۱۰۰۰	٣٣٢٣۴	۰/۰۰۰۱۵	۱،۰/۵،۰	۱۵۰ ، ۵۰	،۱۰	۱۵۰
	ل تحت فشار	بتز	مشخصات فولاد					
γ	ω	$\lambda_{cu}$	α		ρ		κ	$\gamma_s$
١	$\Lambda/\Delta\Lambda$	۲۰/۱۳	۰/۷ ، ۰/۸ ، ۰/۹		•/•۶ . •/•۴ . •/•۲		13/47	۶/•۲

جدول ۵- ۱ مشخصات مواد استفاده شده در بخش مطالعه پارامتری تیرستون

با توجه به اهمیت مقاومت باقیمانده (μ) در بتن هیبریدی و به طور کلی بتن الیافی ابتدا به بررسی این پارامتر می پردازیم. سه نوع مقاومت باقیمانده با مقادیر ۰، ۵/۰ و ۱ در نظر گرفته شده است. در شکل ۵-۷ مشاهده می شود که با افزایش μ، رفتار بتن تحت شکست کششی تغییر زیادی می کند. در واقع افزایش مقاومت باقیمانده بتن باعث افزایش مقاومت کششی و در نهایت بهبود رفتار تیر ستون تحت شکست کششی و یا به طورکلی بهبود رفتار تیرستون تحت بارگذاری با خمش زیاد خواهد شد. اما همانطور که در بخش شکست فشاری مشاهده می شود افزایش μ تاثیری در رفتار تیرستون ندارد.

پارامتر دومی که در مدل معرفی شده برای بتن الیافی، اهمیت زیادی دارد کرنش ناحیه انتقال (٤) است. ۳ نوع ٤ انتخاب شده برای مطالعه پارامتری شامل ۱۰، ۵۰ و ۱۵۰ است. در شکل ۵–۸ مشاهده میشود که با افزایش ٤ منحنی اندرکنش در ناحیه مربوط به شکست متوازن که ترکیبی از بار محوری و لنگر حداکثر است به صورت قابل توجهی بهبود مییابد. اما در سایر ناحیه ها از جمله منطقه شکست فشاری و یا بار محوری کششی، منحنی تغییر زیادی نمی کند. نکته ای که باید به آن توجه داشت تغییر  $\xi$  از ۱۰ به ۵۰ منجر به تغییر  $\xi$  از ۵۰ به ۱۵۰ تدرکنش می شود ولی تغییر  $\xi$  از ۵۰ به ۱۵۰ تغییرات کمی را درپی خواهد داشت. و می توان نتیجه گرفت که افزایش  $\xi$  بعد از یک حدی دیگر توجیهی ندارد.



شکل ۵- ۷ دیاگرام اندر کنش بارمحوری و لنگر خمشی برای بررسی پارامتر مقاومت باقیمانده



شکل ۵- ۸ دیاگرام اندرکنش بارمحوری و لنگر خمشی برای بررسی پارامتر ξ

پارامتر مهم بعدی که در محاسبات تیرستون به آن توجه زیادی میشود میزان فولاد موجود در مقطع است. در این بخش فرض بر این است که فولاد کششی و فشاری موجود در مقطع با هم برابراند. سه نوع نسبت فولاد با مقادیر ۲۰/۰۲، ۲۰/۰۴ و ۲/۰۶ انتخاب شده است. همانطور که انتظار میرفت و در شکل ۵–۹ مشاهده میشود، افزایش فولاد موجود در مقطع به طرز قابل توجهی مقاومت فشاری و کششی مقطع را افزایش میدهد و باعث افزایش مقاومت مقطع تحت شکست کششی یا فشاری میشود. البته توجه شود که افزایش فولاد موجود بیشترین تاثیر را در ناحیه شکست متوازن دارد که لنگر نهایی را به میزان قابل توجهی افزیش داده است.



شکل ۵- ۹ دیاگرام اندر کنش بارمحوری و لنگر خمشی برای بررسی پارامتر نسبت فولاد

درنهایت لازم است روی پارامتر مهمی که در طراحی ها و دیاگرام های اندرکنش توجه زیادی روی آن است، مطالعات لازمه انجام شود. جایگذاری فولادها نقش مهمی در تعیین مقاومت مقطع دارند. برای این منظور سه نوع نسبت ارتفاع موثر به ارتفاع مقطع با مقادیر ۲/۹، ۸/۰ و ۲/۷ انتخاب شده است. در شکل ۵–۱۰ مشاهده میشود که تغییر  $\alpha$  تاثیری در ابتدا و انتهای منحنی اندرکنش که بیانگر بار محوری خالص است؛ ندارد. این امر به این دلیل است که در بارمحوری خالص، جایگذاری فولاد ها تاثیری در باربری مقطع ندارند. اما در واقعیت بار محوی خالص خیلی کم به وجود میآید و معمولا لنگر خمشی نیز وجود دارد. بیشترین تاثیر  $\alpha$  در ناحیه شکست متوازن شکل میگیرد. به نحوی که کاهش  $\alpha$  و درنتیجه نزدیک شدن فولادها به مرکز مقطع باعث کاهش چشم گیر لنگر مقاوم درناحیه متوازن میشود.


شکل ۵- ۱۰ دیاگرام اندر کنش بارمحوری و لنگر خمشی برای بررسی جایگذاری فولاد ها

### ۵.۵ اعتبار سنجی

برای اعتبار سنجی مدل معرفی شده برای تیرستون از نتایج آزمایشگاهی انجام شده توسط سایر محققین استفاده شده است. با توجه به اینکه نتایج آزمایشگاهی مربوط به تیرستون هیبریدی در دسترس نیستند و هنوز زیاد کار نشده است، اعتبار سنجی تنها برای تیرستون بتن مسلح معمولی انجام میشود. اما نمونه های زیادی با مقاومتهای مختلف، نسبت فولاد مختلف و برون محوری های مختلف درنظر گرفته شده اند تا دقت مدل معرفی شده به صورت کامل بررسی شود.

در تمامی نمونه های مورد بررسی  $\varepsilon_{cu} = 0.003$  و  $\varepsilon_{cr} = 0.000149$  در نظر گرفته شده است. همچنین مدول الاستسیته بتن و کرنش فشاری نهایی بتن براساس روابط معرفی شده توسط ACI به صورت زیر به دست میآیند:

 $E = 4700\sqrt{f_c'}$ (17- $\Delta$ )  $\omega = 0.85f_c'/E\varepsilon_{cr}$ (17- $\Delta$ )

#### 1.0.۵ الف

برای صحت سنجی، ابتدا از نتایج آزمایشگاهی انجام شده توسط Kim و Yang [88] استفاده شد. ۴ نمونه بتن پرمقاومت مسلح با نسبت فولاد ۲٪ و میلگرد طولی شماره ۲ در نظر گرفته شد. برای خاموت ها از میلگرد ساده 43 استفاده شده است. فاصله بین خاموت ها ۶ سانتی متر انتخاب شده که نزدیک تکیه گاه این فاصله به ۳ سانتی متر میرسد. شکل ۵–۱۱ نحوه نصب و اعمال بارگذاری نمونه ها را نشان میدهد. سایر مشخصات نمونه های بتنی در جدول ۵–۲ آورده شده اند.

همانطور که در جدول ۵–۲ مشاهده می شود مدل به خوبی بار متناظر با برون محوری موجود را پیش بینی کرده است. همچنین در شکل ۵–۱۲ مشاهده می شود که نتایج آزمایشگاهی به دیاگرام اندر کنش به دست آمده از مدل بسیار نزدیک اند.



شکل ۵- ۱۱ a) سطح مقطع ستون b) نحوه بارگذاری c) شکل شماتیکی از صفحات انتهایی

نام	مرجع	b (mm)	h (mm)	d/h	100ρ	<i>fc'</i> (Mpa)	f <sub>y</sub> (Mpa)	e/h	l/h	P <sub>exp</sub> (kN)	P <sub>model</sub> (kN)
1-1	[88]	٨٠	٨٠	•/٨	۲/۰	88/V	۳۸۷/۰	۰/٣	٣/٠	١٧٩/٠	۱۸۰/۳
1-1	[88]	٨٠	٨٠	•/٨	۲/۰	88/V	۳۸۷/۰	۰/٣	٣/٠	۱۸۲/۸	
۲-۳	[88]	٨٠	٨٠	•/٨	۲/۰	٩٠/۵	۳۸۷/۰	۰/٣	٣/٠	۲۳۵/۳	221/2
۲-۳	[88]	٨٠	٨٠	•/٨	۲/۰	٩ • /۵	۳۸۷/۰	۰/٣	٣/٠	74.14	

جدول ۵ - ۲ مشخصات نمونه های بتنی



شکل ۵- ۱۲ منحنی اندر کنش بارمحوری و لنگر خمشی

### ۲.۵.۵ ب:

بخش دوم مربوط به نتایج آزمایشگاهی معرفی شده در [89] است. در این گزارش ۱۲ نمونه تیرستون بتن مسلح با نسبت فولاد یک درصد و برون محوری های مختلف انجام شده است. تمامی مشخصات مورد نیاز در مورد آزمایش و نتایج آن درجدول ۵–۳ آورده شده است. همانطور که مشاهده می شود در نمونه های مورد بررسی مقاومتهای فشاری، کمی با هم متفاوت هستند که برای مدل سازی حد میانگینی از این مقادیر به عنوان مقاومت فشاری مدل درنظر گرفته شده است. در جدول ۵–۳ مشاهده می شود که به ازای برون محوری های داده شده مدل نیروی نهایی را به خوبی پیشبینی کرده است. همچنین در شکل ۵–۱۳ مشاهده می شود که مقادیر نهایی نیرو و لنگر برای نمونه های بتنی به منحنی اندر کنش معرفی شده توسط مدل بسیار نزدیک اند. و دیاگرام اندر کنش به خوبی نتایج آزمایشگاهی را پوشش داده است.

نام	مرجع	b (mm)	h (mm)	d/h	100ρ	<i>f</i> <sup>'</sup> <sub>c</sub> (Mpa)	f <sub>y</sub> (Mpa)	e/h	l/h	P <sub>exp</sub> (kN)	P <sub>model</sub> (kN)
۲-۱	[89]	١٨٢	144	• / ٨	۱/•	۲۸/۶	K9K/S	•/•	٨/٩	۸۵۹/۳	٧٢٠/٠
۲-۱	[89]	١٨١	141	•/٨	١/•	۲۵/۵	K9K/8	•/•	٩/١	۶۳۸/۳	
۲-۲	[89]	١٨١	147	•/٨	١/•	۲۶/۵	<b>۲9۴/۶</b>	• / ١	٩/٠	۶۸۷/۴	587/V
۲-۲	[89]	١٨١	171	•/٨	١/•	۲ ۱/۲	<b>۲9۴/۶</b>	• / ١	٩/١	۵۸۹/۲	
۲-۳	[89]	١٨١	147	•/٨	١/•	۲۷/۸	<b>۲9۴/۶</b>	٠/٢	٩/٠	۵۱۰/۶	443/8
۲-۳	[89]	١٨١	144	•/٨	١/•	۲۵/۱	<b>۲9۴/۶</b>	٠/٢	٩/٠	۵۳۰/۳	
۲-۴	[89]	١٨١	140	•/٨	۱/۰	۲٣/٧	K9K/8	۰/٣	٨/٨	۳۳۸/۸	۳۳۲/۹
۲-۴	[89]	١٨١	144	•/٨	١/•	۲۵/۴	<b>۲9۴/۶</b>	۰/٣	٨/٩	<b>۲۹۴/۶</b>	
۲-۵	[89]	١٨١	147	•/٨	١/•	۲۳/۴	K9K/8	• /Y	٩/٠	۱۱۷/۸	۱۳۳/۹
۲-۵	[89]	١٨١	144	•/٨	۱/۰	۲۵/۵	K9K/8	•/٧	٨/٩	۱ <i>۰۶</i> /۱	
۲-۶	[89]	١٨١	141	•/٨	١/•	۲۵/۸	<b>۲9۴/۶</b>	•/٨	٩/١	۷۸/۶	٧١/۶
۲-۶	[89]	١٨١	141	•/٨	١/٠	۲۱/۶	K9K/8	•/٨	٩/١	۷۸/۶	

جدول ۵ - ۳ مشخصات نمونه های بتنی



شکل ۵- ۱۳ دیاگرام اندر کنش بارمحوری و لنگر خمشی

### ۳.۵.۵ ب:

بخش سوم که مهمترین بخش اعتبار سنجی محسوب میشود به بررسی نتایج آزمایشگاهی انجام شده توسط Forster و Atrad میپردازد [90]. ۲۷ نمونه تیرستون بتنی با مقاومت فشاری و برون محوری های مختلف انجام شده است. بنابراین میتوان برنامه نوشته شده را از جهات مختلف مورد بررسی قرار داد. در تمامی نمونه های بتنی ابعاد نمونه ۱۵۰\*۱۵۰ میلیمتر انتخاب شده و مطابق شکل ۵–۱۴ درمحل تکیهگاه ماهیچههایی برای ایجاد برون محوری لحاظ شده است. نسبت فولاد طولی ۲درصد انتخاب شده و فاصله خاموت ها از هم از ۳۰ تا ۱۲۰ میلیمتر است. همچنین برای هر حالت، ۳ نمونه تحت آزمایش قرار گرفته اند تا دقت نتایج بیشتر شود. سایر مشخصات نمونه های بتنی در جدول ۵– آورده شده اند.



شکل ۵- ۱۴ نحوه نصب و بارگذاری

در جدول ۵–۴ مشاهده می شود که مدل به خوبی بار نهایی به ازای هر برون محوری را پیش بینی کرده است. در شکل ۵–۱۵ نقاط معرف نتایج آزمایشگاهی و خطوط معرف منحنی های اندر کنش به دست آمده از مدل هستند. همانطور که مشاهده می شود به ازای تمامی نمونه های بتنی، منحنی های اندر کنش به دست آمده از مدل به خوبی نتایج آزمایشگاهی را پوشش دادهاند.

شماره	مرجع	b (mm)	h (mm)	d/h	100ρ	<i>fc'</i> (Mpa)	f <sub>y</sub> (Mpa)	e/h	l/h	P <sub>exp</sub> (kN)	P <sub>model</sub> (kN)
۳-۱-۱	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	۴۳/۰	۴۸۰/۰	•/•۵۳	٩/٧	٩۶٠/٠	9 • 1/4
۳-۱-۱	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	۴۳/۰	۴۸۰/۰	•/•۵۳	٩/٧	۸۵۷/۰	
۳-۱-۱	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	۴۳/۰	47.1.	•/•۵۳	٩/٧	٩١٢/٠	
۳-۱-۲	[90]	10.	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	۴۰/۰	47.1.	•/١٣	٩/٧	۲۵۰/۰	VD7/7
<b>W-1-T</b>	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	۴۳/۰	۴۸۰/۰	•/١٣	٩/٧	۷۰۰/۰	
۳-۱-۲	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	۴۳/۰	47.1.	•/١٣	٩/٧	۷۸۲/۰	

جدول ۵ - ۴ مشخصات نمونه های بتنی

شماره	مرجع	b (mm)	h (mm)	d/h	100ρ	<i>fc'</i> (Mpa)	f <sub>y</sub> (Mpa)	e/h	l/h	P <sub>exp</sub> (kN)	P <sub>model</sub> (kN)
۳-۱-۳	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	۴۰/۰	۴۸۰/۰	•/٣٣	٩/٧	<b>**</b> •/•	497/3
۳-۱-۳	[90]	10.	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	۴۳/۰	47.1.	•/٣٣	٩/٧	411/.	
۳-۱-۳	[90]	10.	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	۴۰/۰	۴۸۰/۰	• /٣٣	٩/٧	44.1.	
۳-۲-۱	[90]	۱۵۰	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	۷۵/۰	47.1.	•/•۵۳	٩/٧	۱۳۴۸/۰	143/2
۳-۲-۱	[90]	۱۵۰	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	۷۵/۰	47.1.	•/•۵۳	٩/٧	1427/.	
۳-۲-۱	[90]	۱۵۰	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	٧۴/٠	۴۲۰/۰	•/•۵۳	٩/٧	١٣٣٩/٠	
۳-۲-۲	[90]	۱۵۰	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	٧۴/٠	۴۲۰/۰	•/١٣	٩/٧	118./.	1177/4
۳-۲-۲	[90]	۱۵۰	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	٧۴/٠	۴۲۰/۰	•/١٣	٩/٧	1221/.	
۳-۲-۲	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	٧۴/٠	۴۲۰/۰	•/١٣	٩/٧	۱ • ۶۷/ •	
۳-۲-۳	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	٧۴/٠	۴۲۰/۰	•/٣٣	٩/٧	۶۳۰/۰	<b>४</b>
٣-٢-٣	[90]	۱۵۰	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	٧۴/٠	۴۲۰/۰	•/٣٣	٩/٧	٧۴٧/٠	
۳-۲-۳	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	٧۴/٠	۴۲۰/۰	•/٣٣	٩/٧	۶۵۲/۰	
۳-۳-۱	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	٩٣/٠	۴۲۰/۰	•/•۵۳	٩/٧	1078/.	1729/4
۳-۳-۱	[90]	۱۵۰	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	٩٣/٠	۴۲۰/۰	•/•۵۳	٩/٧	1841/.	
۳-۳-۱	[90]	۱۵۰	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	٩٣/٠	۴۲۰/۰	•/•۵۳	٩/٧	۱۸・۶/۰	
۳-۳-۲	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	٩٢/٠	۴۲۰/۰	•/١٣	٩/٧	۱۲ • V/ •	14.7/0
۳-۳-۲	[90]	۱۵۰	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	१४/•	۴۲۰/۰	•/١٣	٩/٧	1240/.	
۳-۳-۲	[90]	۱۵۰	10.	٠/٩	۲/۰	٩٢/٠	۴۸۰/۰	•/١٣	٩/٧	1414/.	
۳-۳-۳	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	٩٢/٠	۴۸۰/۰	• /٣٣	۹/۷	४۴९/•	۸۴۱/۸
۳-۳-۳	[90]	10.	10.	٠/٩	۲/۰	٩٢/٠	۴۸۰/۰	• /٣٣	۹/۷	۶۸۵/۰	
۳-۳-۳	[90]	۱۵۰	۱۵۰	٠/٩	۲/۰	१४/•	۴۸۰/۰	•/٣٣	٩/٧	۸۵۱/۰	



شکل ۵- ۱۵ منحنی اندرکنش بارمحوری و لنگر خمشی

# ۶ نتیجه گیری و پیشنهادات آینده

به طور کلی نتایج به دست آمده از پایان نامه عبارت اند از:

- ✓ مقایسه پارامترها نشان داد که با افزایش مقاومت باقیمانده از صفر تا یک، لنگر نهایی ۲۰٪ افزایش می یابد. در حالی که با افزایش فولاد کششی در بتن از ۱٪ تا ۴٪، مقاومت خمشی حدود ۳ برابر می شود.
- ✓ هرچه میزان فولاد کششی بیشتر باشد میزان تاثیر گذاری الیاف بر رفتار بتن کمتر خواهد بود
   به طوری که وقتی فولاد کششی از نسبت فولاد متوازن بیشتر باشد، مقاومت باقیمانده تاثیری
   در لنگر نهایی نخواهد گذاشت.
- ✓ حضور میلگرد فشاری باعث می شود که از ظرفیت مقطع بتن هیبریدی استفاده بیشتری شود.
   به طوری که در نمونه های مورد بررسی با افزایش ۲٪ فولاد فشاری میزان فولاد متوازن ۶۰٪
   افزایش یافت.
- ✓ در صورتی که مقاومت باقیمانده بتن از حد مقاومت باقیمانده بحرانی بیشتر باشد حتی در صورتی که در بتن میلگرد هم نباشد شکست ترد اتفاق نمی افتد.
- ✓ ناحیه انتقال در منحنی تنش کرنش بتن تحت کشش تاثیر مستقیم بر رفتار بتن در شرایط سرویس پذیری می گذارد.
  - ✓ افزایش میلگرد فشاری باعث افزایش قابل توجهی در انحنای نهایی بتن هیبریدی می شود.
- ✓ مقاومت باقیمانده در مراحل اولیه بارگذاری تاثیری روی محل تار خنثی ندارد، اما فولاد کششی
   و فشاری از همان مراحل اولیه در تغیرات تار خنثی موثر اند.
- ✓ هرچه میزان مقاومت باقیمانده و میلگرد کششی بیشتر باشد، تغییرات تار خنثی کمتر می شود.
   به طوری که افزایش مقاومت باقیمانده از صفر تا یک باعث ۲۰٪ کاهش تغییرات تار خنثی خواهد شد.
- ✓ در بتن الیافی افزایش مقاومت باقیمانده باعث افزایش انرژی شکست می شود اما در بتن هیبریدی هرچه مقاومت باقیمانده بیشتر باشد انرژی شکست کاهش می یابد.
- ✓ هرچه مقاومت باقیمانده بیشتر باشد تاثیر پذیری انرژی شکست از میزان میلگرد موجود کمتر می شود.
- ✓ پنج مورد اعتبار سنجی برای حالت های مختلف تیر بتن الیافی و هیبریدی انجام شد. نتایج حاصل از اعتبار سنجی نمایانگر این مطلب بودند که مدل بیشینه بار قابل تحمل بتن هیبریدی مورد بررسی را با دقتی بیش از ۹۳ درصد شبیه سازی کرد.
- ✓ مطالعه پارامتری تیرستون نشان داد که مقاومت باقیمانده نقش مهمی در رفتار تیرستون تحت شکست کششی دارد به طوری که افزایش مقاومت باقیمانده از صفر تا یک باعث افزایش ۶۰٪ بار نهایی تیرستون خواهد شد. اما در شکست فشاری، تاثیر زیادی نخواهد داشت.
- ✓ ناحیه انتقال و محل قرارگیری میلگردها پارامترهایی هستند که بیشترین تاثیر را در بخش شکست در ناحیه متوازن (حالتی که لنگر حداکثر است) میگذارند.

 ✓ برای تیر ستون بتنی نیز سه مورد اعتبار سنجی با نتایج آزمایشگاهی محققین دیگر انجام شد و مشاهده گردید که مدل به خوبی رفتار تمامی ستون های مورد بررسی را با دقتی بیش از ۹۰٪ پیشبینی کرده است.

همانطور که در مقدمه ذکر شد، باتوجه به اینکه در جامعه مهندسی به خوبی به مزایای بتن الیافی پی برده اند حضور یک مرجع مناسب برای طراحی و مدل سازی به شدت احساس میشود. از این رو به محققین مشتاق برای ادامه کار این پایان نامه موارد زیر پیشنهاد میشود:

- در این پایان نامه مدل رفتاری برای فولاد و بتن تحت فشار به صورت الاستیک پلاستیک
   کامل استفاده شده است. همچنین برای بتن تحت کشش مدل سه خطی شامل حالت
   الاستیک، ناحیه انتقال و مقاومت باقیمانده ارائه شده. پیشنهاد می شود برای بررسی رفتار
   بتن هیبریدی مدل های دیگر نیز آزمایش و دقت آنها باهم مقایسه شود.
- مروزه نه تنها الیاف فولادی بلکه الیاف شیشه، پلی استر ها و ... در حال پیشرفت اند.
   بنابراین لازم است که مدل رفتاری الیاف دیگر نیز بررسی شود.
  - میتوان اثر بار دینامیکی نظیر ضربه را نیز بر محاسبات لحاظ کرد.
- روابط ارائه شده برای تیرستون تنها برای تیرستون های کوتاه کاربردی اند. لازم است که
   در ادامه اثر لاغری نیز بر رفتار تیرستون ها محاسبه و اعمال شود.
- مدل ارائه شده برای برنامه های اجزا محدودی نیز مناسب است. بنابراین می توان علاوه بر
   کار تحلیلی، مدل را در برنامه های اجزامحدودی نیز مدلسازی و تحلیل کرد.
- در برنامه مورد بررسی تنها لنگر خمشی و بار محوری و اثر آنها بر بتن هیبریدی در نظر
   گرفته شده است. بنابراین می توان در ادامه کار اثر نیروهای برشی، پیچشی و ... نیز در مدل
   سازی لحاظ شود.

۷ پيوست

در جداول پیوست روابط مربوط به محاسبه ارتفاع نواحی کششی و فشاری، تنش، نیرو و طول بازوی لنگر به ازای تمامی مراحل بارگذاری به صورت نرمال شده و بی بعد آورده شده اند.

منطقه	ارتفاع	مرحله ۱		۲۹	مرحا		مرحله ۳				
	نرمال	$0 < \lambda < \lambda_{cr}$	0 <	λ < ω	; 1<	$B \leq \xi$	0 <	λ < ω	; 8	; < β	
	شده		۲-۱	۲-۲	۲-۳	۲-۴	۳-۱	۳-۲	۳-۳	۳-۴	
			$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	
			$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$	
فشارى	$h_{c1}/h$	k			k			i	k		
	$h_{c2}/h$	-			-		-				
کششی	$h_{t1}/h$	1-k		k	/λ		k/λ				
	h <sub>t2</sub> /h	-		$(\lambda - k\lambda)$	$(1-k)/\lambda$		$(\xi - 1)k/\lambda$				
	h <sub>t3</sub> /h	-			-		$(\lambda - k\lambda - k\xi)/\lambda$				

جدول پ-۱. ارتفاع نرمال شده ناحیه های کششی و فشاری بتن در هر مرحله از بارگذاری

منطقه	ارتفاع		۳۳ ۵	مرحلا		مرحله ۴				
	نرمال	ω < 2	$\lambda \leq \lambda_{cu}$	; 1 <	$\beta \leq \xi$	ω < 2	$\lambda \leq \lambda_{cu}$	;	ξ < β	
	شده	۳۳-۱	۳۳-۲	۳۳–۳	88-6	4-1	4-4	4-4	4-4	
		$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	
		$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{'} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$	
فشارى	$h_{c1}/h$		ωk	α/λ			ωk	:/λ		
	$h_{c2}/h$		$k(\lambda -$	$(\omega)/\lambda$			$k(\lambda -$	$\omega)/\lambda$		
کششی	$h_{t1}/h$		k	/λ			k	/λ		
	$h_{t2}/h$		$(\lambda - k\lambda)$	$(k-k)/\lambda$		$(\xi - 1)k/\lambda$				
	h <sub>t3</sub> /h			_		$(\lambda - k\lambda - k\xi)/\lambda$				

ادامه جدول پ-۱. ارتفاع نرمال شده ناحیه های کششی و فشاری بتن در هر مرحله از بارگذاری

منطقه	تنش نرمال	مرحله ۱	مرحله ۲					۳ م	مرحا		
	شده	$0 < \lambda < \lambda_{cr}$	0 <	$\lambda < \omega$	; 1 < β	≤ <b>ξ</b>	0 <	$\lambda < \omega$	; ξ	< β	
			۲-۱	۲-۲	۲-۳	۲-۴	۳-۱	۳-۲	۳-۳	۳-۴	
			$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	
			$\varepsilon_{s}^{'} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{'} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$	
فشارى	$\frac{f_{c1}}{E\varepsilon_{cr}}$	γλ		γ	λ			γ	·λ		
	$\frac{f_{c2}}{E\varepsilon_{cr}}$	-		-					-		
	$\frac{f'_s}{E\varepsilon_{cr}}$	$\frac{\gamma_s \lambda(k-\alpha')}{k}$	$\frac{\gamma_s \lambda(k-\alpha \prime)}{k}$	γ <sub>s</sub> κ	$\frac{\gamma_s \lambda(k-\alpha \prime)}{k}$	γ <sub>s</sub> κ	$\frac{\gamma_s \lambda(k-\alpha \prime)}{k}$	γ <sub>s</sub> κ	$\frac{\gamma_s \lambda(k-\alpha \prime)}{k}$	γ <sub>s</sub> κ	
کششی	$\frac{f_{t1}}{E\varepsilon_{cr}}$	$\frac{\lambda(1-k)}{k}$			1				1		
	$\frac{f_{t2}}{E\varepsilon_{cr}}$	-	$1 + \frac{\eta(\lambda - k\lambda - k)}{k}$				$1 + \eta(\xi - 1)$				
	$\frac{f_{t3}}{E\varepsilon_{cr}}$	-	-					ŀ	u		
	$\frac{f_s}{E\varepsilon_{cr}}$	$\frac{\gamma_s \lambda(\alpha-k)}{k}$	$\frac{\gamma_s \lambda(\alpha - k)}{k}$	$\frac{\gamma_s \lambda(\alpha-k)}{k}  \frac{\gamma_s \lambda(\alpha-k)}{k}  \gamma_s \kappa \qquad \gamma_s \kappa$				$\frac{\gamma_s \lambda(\alpha - k)}{k}$	γ <sub>s</sub> κ	γ <sub>s</sub> κ	

جدول پ-۲. تنش های نرمال شده کششی و فشاری در دیاگرام تنش در هر مرحله از بارگذاری

منطقه	تنش نرمال		88 a	مرحل			له ۴	مرحا			
	شده	ω <	$\lambda \leq \lambda_{cu}$	; 1 < β	$\leq \xi$	ω < 2	$\lambda \leq \lambda_{cu}$	; 8	; < β		
		37-1	47-T	۳۳-۳	88-6	4-1	4-4	۴-۳	4-4		
		$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$		
		$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$		
فشاری	$\frac{f_{c1}}{E\varepsilon_{cr}}$		γα	ω		γω					
	$\frac{f_{c2}}{E\varepsilon_{cr}}$		ω	γ		ωγ					
	$\frac{f'_s}{E\varepsilon_{cr}}$	$\frac{\gamma_s\lambda(k-\alpha')}{k}$	γ <sub>s</sub> κ	$\frac{\gamma_s\lambda(k-\alpha')}{k}$	γ <sub>s</sub> κ	$\frac{\gamma_s\lambda(k-\alpha')}{k}$	γ <sub>s</sub> κ	$\frac{\gamma_s\lambda(k-\alpha')}{k}$	γ <sub>s</sub> κ		
کششی	$\frac{f_{t1}}{E\varepsilon_{cr}}$		1			1					
	$\frac{f_{t2}}{E\varepsilon_{cr}}$		$1 + \frac{\eta(\lambda - \lambda)}{\lambda}$	$\frac{k\lambda - k}{k}$			$1 + \eta$	$(\xi - 1)$			
	$\frac{f_{t3}}{E\varepsilon_{cr}}$		-				ŀ	u			
	$\frac{f_s}{E\varepsilon_{cr}}$	$\frac{\gamma_s \lambda(\alpha - k)}{k}$	$\frac{\gamma_s \lambda(\alpha - k)}{k}$	γ <sub>s</sub> κ	γ <sub>s</sub> κ	$\frac{\gamma_s \lambda(\alpha - k)}{k}$	$\frac{\gamma_s \lambda(\alpha - k)}{k}$	γ <sub>s</sub> κ	γ <sub>s</sub> κ		

ادامه جدول پ-۲. تنش های نرمال شده کششی و فشاری در دیاگرام تنش در هر مرحله از بارگذاری

منطقه	مولفه های	مرحله ۱		له ۲	مرحا			۳ م	مرحا			
	نيروى	$0 < \lambda < \lambda_{cr}$	0 <	λ < ω	; 1 < β	≤ <b>ξ</b>	0 <	λ < ω	; ξ	< β		
	نرمال شده		۲-۱	۲-۲	۲-۳	2-4	۳-۱	۳-۲	۳-۳	۳-۴		
			$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$		
			$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{'} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$		
فشاری	$\frac{F_{c1}}{bhE\varepsilon_{cr}}$	$0.5\gamma\lambda k$		$0.5\gamma\lambda k$				$0.5\gamma\lambda k$				
	F <sub>c2</sub> bhΕε <sub>cr</sub>	-		-				-				
	<u>F's</u> bhΕε <sub>cr</sub>	$\frac{\rho' \gamma_{s} \lambda(k-\alpha')}{k}$	$\frac{\rho' \gamma_{s} \lambda(k-\alpha')}{k}$	$ρ' γ_s κ$	$\frac{\rho' \gamma_{s} \lambda(k-\alpha')}{k}$	$ρ' γ_s κ$	$\frac{\rho' \gamma_{s} \lambda(k-\alpha')}{k}$	$ρ' γ_s κ$	$\frac{\rho' \gamma_s \lambda(k-\alpha')}{k}$	$ρ' γ_s κ$		
کششی	$\frac{F_{t1}}{bhE\varepsilon_{cr}}$	$\frac{\lambda(1-k)^2}{2k}$		1	$\frac{k}{\lambda}$			2	$\frac{k}{2\lambda}$			
	F <sub>t2</sub> bhΕε <sub>cr</sub>	-		$\frac{(k\lambda+k-\lambda)(k\lambda\eta+k\eta-2k-\lambda\eta)}{2k\lambda}$				$\frac{k(\xi-1)(2)}{2}$	$\frac{\xi\eta-\eta+2)}{2\lambda}$			
	$\frac{F_{t3}}{bhE\varepsilon_{cr}}$	-	-							$\frac{\mu(\lambda-k\lambda-\xi k)}{\lambda}$		
	$\frac{F_s}{bhE\varepsilon_{cr}}$	$\frac{\rho \gamma_s \lambda(\alpha - k)}{k}$	$\frac{\rho \gamma_s \lambda(\alpha - k)}{k}$	$\frac{\rho \overline{\gamma_s \lambda(\alpha-k)}}{k}$	ργ <sub>s</sub> κ	ργ <sub>s</sub> κ	$\frac{\rho \gamma_s \lambda(\alpha - k)}{k}$	$\frac{\rho \gamma_s \lambda(\alpha - 1)}{k}$	ργ <sub>s</sub> κ	ργ <sub>s</sub> κ		

جدول پ-۳. مولفه های نیروی نرمال شده ناحیه های کششی و فشاری مربوط به هر مرحله از بارگذاری

منطقه	مولفه های		۳۳ ۵	مرحلا			له ۴	مرحا			
	نيروى	ω < 2	$\lambda \leq \lambda_{cu}$	; 1 < ß	$B \leq \xi$	ω < 2	$\lambda \leq \lambda_{cu}$	; ξ	< β		
	نرمال شده	37-1	۳۳-۲	۳۳-۳	۳۳-۴	4-1	4-4	4-4	4-4		
		$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$		
		$\varepsilon_{s}^{'} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{'} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{'} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{'} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{'} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{'} \leq \varepsilon_{sy}$		
فشارى	F <sub>c1</sub> bhΕε <sub>cr</sub>		$\frac{\omega^2}{2}$	$\frac{k\gamma}{\lambda}$		$\frac{\omega^2 k \gamma}{2\lambda}$					
	F <sub>c2</sub> bhΕε <sub>cr</sub>		<u>γωk(</u>	$\frac{\lambda-\omega)}{\lambda}$			<u>γωk(</u>	$\frac{\lambda-\omega)}{\lambda}$			
	$\frac{F'_s}{bhE\varepsilon_{cr}}$	$\frac{\rho'\gamma_s\lambda(k-\alpha')}{k}$	$ρ' γ_s κ$	$\frac{\rho' \gamma_s \lambda(k-\alpha')}{k}$	$ρ' γ_s κ$	$\frac{\rho' \gamma_{s} \lambda(k-\alpha')}{k}$	$ρ' γ_s κ$	$\frac{\rho'\gamma_s\lambda(k-\alpha')}{k}$	$ρ' γ_s κ$		
کششی	$\frac{F_{t1}}{bhE\varepsilon_{cr}}$		1	$\frac{k}{\lambda}$			1	$\frac{k}{\lambda}$			
	F <sub>t2</sub> bhΕε <sub>cr</sub>		$\frac{(k\lambda+k-\lambda)(k\lambda r)}{2k}$	$\eta + k\eta - 2k - \lambda\eta$			$k(\xi-1)(\xi-1)(\xi-1)(\xi-1)(\xi-1)(\xi-1)(\xi-1)(\xi-1)$	$\frac{\xi\eta-\eta+2)}{\lambda}$			
	F <sub>t3</sub> bhΕε <sub>cr</sub>		-	-		$\frac{\mu(\lambda-k\lambda-\xi k)}{\lambda}$					
	$\frac{F_s}{bhE\varepsilon_{cr}}$	$\frac{\rho \gamma_s \lambda(\alpha - k)}{k}$	$\frac{\rho\gamma_s\lambda(\alpha-k)}{k}$	ργ <sub>s</sub> κ	ργ <sub>s</sub> κ	$\frac{\rho \gamma_s \lambda(\alpha - k)}{k}$	$\frac{\rho\gamma_s\lambda(\alpha-k)}{k}$	$ ho \gamma_s \kappa$	$ ho \gamma_s \kappa$		

ادامه جدول پ-۳. مولفه های نیروی نرمال شده ناحیه های کششی و فشاری مربوط به هر مرحله از بارگذاری

منطقه	ارتفاع	مرحله ۱		له ۲	مرحا			له ۳	مرحا	
	نرمال	$0 < \lambda < \lambda_{cr}$		$0 < \lambda < \omega$	; $1 < \beta \leq \xi$		0 <	λ < ω	; 8	5 < β
	شده		۲-۱	۲-۲	۲-۳	7-4	۳-۱	۳-۲	۳-۳	۳-۴
			$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$
			$\varepsilon'_{s} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$
فشاری	$\frac{y_{c1}}{h}$	$\frac{2k}{3}$		2	$\frac{k}{3}$			<u>2</u>	$\frac{k}{3}$	
	$\frac{y_{c2}}{h}$	-			-				-	
	$\frac{y'_s}{h}$	k-lpha'		k -	- α'			<i>k</i> –	- α'	
کششی	$\frac{y_{t1}}{h}$	$\frac{2(1-k)}{3}$		2	$\frac{k}{\lambda}$		$\frac{2k}{3\lambda}$			
	$\frac{y_{t2}}{h}$	-	$\frac{k^2(2\lambda^2\eta+\lambda}{2}$	$\frac{1}{3\lambda(\lambda\eta-k)}$	$\frac{-\lambda^2\eta(4k-2)}{\lambda\eta-\eta+2)}$	$-k\lambda n+3k\lambda$	<u>k</u>	$\frac{(2\xi^2\eta-\xi\eta)}{3\lambda(\xi\eta)}$	$-\eta + 3\xi + \eta + 2$	3)
	$\frac{y_{t3}}{h}$	-				$\frac{\lambda - k\lambda + k\xi}{2\lambda}$				
	$\frac{y_s}{h}$	$\alpha - k$		α -	- k		$\alpha - k$			

جدول پ-۴. بازوی لنگر نرمال شده ناحیه های کششی و فشاری مربوط به هر مرحله از بارگذاری

منطقه	ارتفاع نرمال		۳۳ ۵	مرحلا			له ۴	مرحا			
	شده	ΰ	$\omega < \lambda \leq \lambda_{cu}$	; 1 < β ≤	ξ	ω < 2	$\lambda \leq \lambda_{cu}$	;	ξ < β		
		۳۳-۱	۳۳-۲	۳۳–۳	۳۳-۴	4-1	4-4	۴-۳	4-4		
		$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$		
		$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{'} \leq \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon_{s}^{\prime} > \varepsilon_{sy}$	$\varepsilon'_{s} \leq \varepsilon_{sy}$		
فشاری	$\frac{y_{c1}}{h}$		$\frac{2a}{3}$	<u>υk</u> 3			$\frac{2a}{3}$	$\frac{\omega k}{3}$			
	$\frac{y_{c2}}{h}$		$\frac{k\lambda}{2}$	$\frac{-\omega k}{\lambda}$			$\frac{k\lambda + \omega k}{2\lambda}$				
	$\frac{y'_{s}}{h}$		<i>k</i> -	- α'		k-lpha'					
کششی	$\frac{y_{t1}}{h}$		2 3	$\frac{k}{\lambda}$		$\frac{2k}{3\lambda}$					
	$\frac{y_{t2}}{h}$	$\frac{k^2(2\lambda^2\eta+\lambda}{2}$	$\frac{\eta - 3\lambda - \eta + 3)}{3\lambda(\lambda\eta - k\lambda)}$	$\frac{-\lambda^2\eta(4k-2)}{\lambda\eta-\eta+2)}$	$-k\lambda n+3k\lambda$	$\frac{k(2\xi^2\eta - \xi\eta - \eta + 3\xi + 3)}{3\lambda(\xi\eta - \eta + 2)}$					
	$\frac{y_{t3}}{h}$			-			$\frac{\lambda-k\lambda}{2}$	$\frac{\lambda + k\xi}{\lambda}$			
	$\frac{y_s}{h}$		α -	- k			α -	- k			

ادامه جدول پ-۴. بازوی لنگر نرمال شده ناحیه های کششی و فشاری مربوط به هر مرحله از بارگذاری

مرحله	k		
١	if $\gamma = 1 : \frac{C_1}{2C_2}$ ; if $\gamma \neq 1 : \frac{\sqrt{(c_2)^2 + (\gamma - 1)C_1} - C_2}{(\gamma - 1)}$	2	
7-1	$\frac{\lambda}{C_3} \left( -\lambda \eta + C_4 + \sqrt{C_3 C_5 + C_4 + \gamma \lambda^2 \eta + C_1^*} \right)$	$(2\eta - 1 + 2\lambda\eta) + C_1^{*2} \bigg)$	
۲-۲	$\frac{\lambda}{C_3} \bigg( -\lambda \eta + C_6 + \sqrt{2\alpha \rho \gamma_s C_3 + C_6 + \gamma \lambda^2 \eta} + $	$C_2^*(2\eta - 1 + 2\lambda\eta) + C_2^{*2}$	
۲-۳	$\frac{\lambda}{C_3} \bigg( -\lambda \eta + C_7 + \sqrt{2\alpha' \rho' \gamma_s C_3 + C_7 + \gamma \lambda^2 \eta} + \frac{\lambda}{2\alpha' \rho' \gamma_s C_3 + C_7 + \gamma \lambda^2 \eta} \bigg) \bigg)$	$+C_{3}^{*}(2\eta - 1 + 2\lambda\eta) + C_{3}^{*2}$	
7- <b>f</b>	$\frac{\lambda}{C_3} \bigg( -\lambda \eta + C_8 + \sqrt{C_8 + \gamma \lambda^2 \eta + C_4^* (2\eta - 1)} \bigg)$	$+2\lambda\eta)+C_4^{*2}$	
۳۳-۱	$\frac{\lambda}{C_{11}} \bigg( -\lambda \eta + C_4 + \sqrt{C_{11}C_5 + C_4 - \gamma \eta \omega (\omega - \omega)} \bigg) \bigg) = 0$	$-2\lambda$ ) + C <sub>1</sub> <sup>*</sup> (2η - 1 + 2λη) + C <sub>1</sub> <sup>*2</sup> )	
۳۳-۲	$\frac{\lambda}{C_{11}} \left( -\lambda \eta + C_6 + \sqrt{2\alpha \rho \gamma_s C_{11} + C_6 - \gamma \eta \omega (\omega - 2\lambda) + C_2^* (2\eta - 1 + 2\lambda \eta) + C_2^{*2}} \right)$		
۳۳-۳	$\frac{\lambda}{C_{11}} \left( -\lambda \eta + C_7 + \sqrt{2\alpha' \rho' \gamma_s C_{11} + C_7 - \gamma \eta \omega (\omega - 2\lambda) + C_3^* (2\eta - 1 + 2\lambda \eta) + C_3^{*2}} \right)$		
۳۳-۴	$\frac{\lambda}{C_{11}} \left( -\lambda \eta + C_8 + \sqrt{C_8 - \gamma \eta \omega (\omega - 2\lambda) + C_8} \right)$	$C_{4}^{*}(2\eta - 1 + 2\lambda\eta) + C_{4}^{*2}$	
۳-۱	$\frac{\lambda}{C_9} \left( \mu - C_1^* + \sqrt{C_9 C_5 + (C_1^* - \mu)^2} \right)$	$C_{1} = 2\alpha\gamma_{s}\rho + 2\alpha'\gamma_{s}\rho' + 1$ $C_{2} = \gamma_{s}(\rho + \rho') + 1$	
۳-۲	$\frac{\lambda}{C_9} \left( \mu - C_2^* + \sqrt{2\alpha\rho\gamma_s C_9 + (C_2^* - \mu)^2} \right)$	$C_{3} = \lambda^{2}(\gamma - \eta) + (2\lambda + 1)(1 - \eta)$ $C_{4} = -\eta + 1 - C_{1}^{*}$ $C_{4} = 2\gamma (\alpha \rho + \alpha' \rho')$	
۳-۳	$\frac{\lambda}{C_9} \big( \mu - C_3^* + \sqrt{2\alpha'\rho'\gamma_sC_9 + (C_3^* - \mu)^2} \big)$	$C_5 = 2\gamma_s(up + up)$ $C_6 = -\eta + 1 - C_2^*$	
۳-۴	$(2\lambda/C_9)(\mu - C_4^*)$	$C_7 = -\eta + 1 - C_3^*$ $C_8 = -\eta + 1 - C_4^*$	
4-1	$\frac{\lambda}{C_{10}} \big( \mu - C_1^* + \sqrt{C_{10}C_5 + (C_1^* - \mu)^2} \big)$	$C_9 = 2\xi(\eta + \mu - 1) + 2\lambda\mu + \gamma\lambda^2 - \xi^2\eta + 1$ $C_{10} = C_9 - \gamma\lambda^2 + 2\gamma\lambda\omega - \gamma\omega^2$	
4-1	$\frac{\lambda}{C_{10}} \left( \mu - C_2^* + \sqrt{2\alpha\rho\gamma_s C_{10} + (C_2^* - \mu)^2} \right)$	$C_{11} = 2\gamma\lambda\omega - \gamma\omega^2 - \lambda^2\eta + (2\lambda + 1)(1 - \eta)$ $C_1^* = \gamma_s\lambda(\rho + \rho')$	
۴-۳	$\frac{\lambda}{C_{10}} \left( \mu - C_3^* + \sqrt{2\alpha'\rho'\gamma_sC_{10} + (C_3^* - \mu)^2} \right)$	$C_{2}^{*} = \gamma_{s}(\lambda \rho + \kappa \rho')$ $C_{3}^{*} = \gamma_{s}(\lambda \rho' - \kappa \rho)$	
¥-¥	$(2\lambda/C_{10})(\mu - C_4^*)$	$C_4^* = \gamma_s \kappa(\rho' - \rho)$	

مرحله	Μ′	Ø'	$D_1 = \gamma - 1$
١	$\frac{2\lambda}{k}(D_1k^3 + D_2k^2 + D_3k + D_4)$	$\frac{\lambda}{2k_1}$	$D_2 = 3\gamma_s(\rho + \rho') + 3$ $D_3 = -6\gamma_s(\alpha\rho + \alpha'\rho') - 3$ $D_4 = 3\gamma_s(\rho\alpha^2 + \rho'\alpha'^2) + 1$
۲-۱	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_5k^3 + D_6k^2 + D_7k + D_8)$	$\frac{\lambda}{2k_{2.1}}$	$D_5 = 2\gamma\lambda^3 - \lambda^2(2\lambda\eta + 3\eta - 3) + \eta - 1$ $D_6 = 6\lambda^2C_1^* + 6\lambda^2(\lambda\eta + \eta - 1)$ $D_7 = -12\lambda^3v_6(\alpha\rho + \alpha'\rho') - 3\lambda^2(2\lambda\eta + \eta - 1)$
۲-۲	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_5k^3 + D_9k^2 + D_{10}k + D_{11})$	$\frac{\lambda}{2k_{2.2}}$	$D_8 = 6\lambda^3 \gamma_s (\alpha^2 \rho + \alpha'^2 \rho') + 2\lambda^3 \eta$ $D_9 = 6\lambda^2 C_2^* + 6\lambda^2 (\lambda \eta + \eta - 1)$
۲-۳	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_5k^3 + D_{12}k^2 + D_{13}k + D_{14})$	$\frac{\lambda}{2k_{2.3}}$	$D_{10} = -6\lambda^2 \gamma_s (2\lambda\alpha\rho + \kappa\alpha'\rho') - 3\lambda^2 (2\lambda\eta + \eta - 1)$ $D_{11} = 6\alpha^2 \lambda^3 \rho \gamma_s + 2\lambda^3 \eta$ $D_{12} = 6\lambda^2 C_2^* + 6\lambda^2 (\lambda\eta + \eta - 1)$
۲-۴	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_5k^3 + D_{15}k^2 + D_{16}k + D_{17})$	$\frac{\lambda}{2k_{2.4}}$	$D_{13} = 6\lambda^2 \gamma_s (-2\lambda \alpha' \rho' + \kappa \alpha \rho) - 3\lambda^2 (2\lambda \eta + \eta - 1)$ $D_{14} = 6\alpha'^2 \lambda^3 \rho' \gamma_s + 2\lambda^3 \eta$
۳-۱	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_{18}k^3 + D_{19}k^2 + D_{20}k + D_{21})$	$\frac{\lambda}{2k_{3.1}}$	$D_{15} = 6\lambda^2 C_4^* + 6\lambda^2 (\lambda \eta + \eta - 1)$ $D_{16} = 6\kappa \lambda^2 \gamma_s (\alpha \rho - \alpha' \rho') - 3\lambda^2 (2\lambda \eta + \eta - 1)$ $D_{17} = 2\lambda^3 n$
۳-۲	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_{18}k^3 + D_{22}k^2 + D_{23}k + D_{24})$	$\frac{\lambda}{2k_{3.2}}$	$D_{18} = 2\gamma\lambda^3 + 3\lambda^2\mu + 2\xi^3\eta - 3\xi^2(\eta + \mu - 1) + \eta - 1$ $D_{19} = 6\lambda^2C_1^* - 6\lambda^2\mu$
۳-۳	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_{18}k^3 + D_{25}k^2 + D_{26}k + D_{27})$	$\frac{\lambda}{2k_{3.3}}$	$D_{20} - 12\lambda^{3}\gamma_{s}(\alpha\rho + \alpha'\rho') + 3\lambda^{2}\mu$ $D_{21} = 6\lambda^{3}\gamma_{s}(\alpha^{2}\rho + \alpha'^{2}\rho')$ $D_{22} = 6\lambda^{2}C_{2}^{*} - 6\lambda^{2}\mu$
۳-۴	$\frac{1}{\lambda^2} (D_{18}k^2 + D_{28}k + D_{29})$	$\frac{\lambda}{2k_{3.4}}$	$D_{23} = -6\lambda^2 \gamma_s (\kappa \alpha' \rho' + 2\lambda \alpha \rho) + 3\lambda^2 \mu$ $D_{24} = 6\lambda^3 \gamma_s \alpha^2 \rho$ $D_{24} = 6\lambda^2 \gamma_s (\lambda^2 \rho)^2$
۳۳-۱	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_{31}k^3 + D_6k^2 + D_7k + D_8)$	$\frac{\lambda}{2k_{33.1}}$	$D_{25} = 6\lambda^2 \zeta_3 - 6\lambda^2 \mu$ $D_{26} = 6\lambda^2 \gamma_s (\kappa \alpha \rho - 2\lambda \alpha' \rho') + 3\lambda^2 \mu$ $D_{27} = 6\lambda^3 \gamma_s \alpha'^2 \rho'$
۳۳-۲	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_{31}k^3 + D_9k^2 + D_{10}k + D_{11})$	$\frac{\lambda}{2k_{33.2}}$	$D_{28} = 6\lambda^2 C_4^* - 6\lambda^2 \mu$ $D_{29} = 6\lambda^2 \gamma_s \kappa (\alpha \rho - \alpha' \rho') + 3\lambda^2 \mu$ $D_{29} = D_{20} - 2\lambda^2 \lambda^3 + 2\lambda^2 \mu + 2\lambda^2 \mu$
٣٣-٣	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_{31}k^3 + D_{12}k^2 + D_{13}k + D_{14})$	$\frac{\lambda}{2k_{333}}$	$D_{30} = D_{18} - 2\gamma\lambda^{2} + 3\gamma\lambda^{2}\omega - \gamma\omega^{3}$ $D_{31} = 3\gamma\lambda^{2}\omega - \gamma\omega^{3} + \lambda^{2}(-2\lambda\eta - 3\eta + 3) + \eta - 1$
۳۳-۴	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_{31}k^3 + D_{15}k^2 + D_{16}k + D_{17})$	$\frac{\lambda}{2k_{33.4}}$	
۴-۱	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_{30}k^3 + D_{19}k^2 + D_{20}k + D_{21})$	$\frac{\lambda}{2k_{4.1}}$	
۴-۲	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_{30}k^3 + D_{22}k^2 + D_{23}k + D_{24})$	$\frac{\lambda}{2k_{4.2}}$	
۴-۳	$\frac{1}{k\lambda^2}(D_{30}k^3 + D_{25}k^2 + D_{26}k + D_{27})$	$\frac{\lambda}{2k_{4.3}}$	
۴-۴	$\frac{1}{\lambda^2}(D_{30}k^2 + D_{28}k + D_{29})$	$\frac{\lambda}{2k_{4.4}}$	

جدول پ-۶. روابط لنگر و انحنا مربوط به هر مرحله از بارگذاری

## ۸ مراجع

- [1] C. Barsby, "Post Peak Characterization and Modeling of Fiber Cement Composites," Master of Science dissertation, ARIZONA STATE UNIVERSITY, 2011.
- [2] J. Romualdi and G. Batson, "Behaviour of Reinforced Concrete Beams with Closely Spaced Reinforcement," *Journal of the American Concrete Institute*, vol. 60, pp. 775-789, 1963.
- [3] M. Vafaei shalmani, "Finite Element Analysis of Steel Fiber Reinforced Concrete," in *MSc Thesis*, City University London, 2014.
- [4] H. Krenchel and H. Stang, "Stable microcracking in cementitious materials," *Brittle Matrix Composites 2*, pp. 20-33, 1989.
- [5] A. Naaman, "Fiber Reinforcement for Concrete: Looking Back, Looking Ahead,," in Proceedings of Fifth RILEM Symposium on Fiber Reinforced Concretes (FRC), BEFIB', Edited by P. Rossi and G. Chanvillard, September 2000, Rilem Publications, S.A.R.L., Cachan, France,, pp. 65-86.
- [6] H. Qinyue, L. Chuangwei and Y. Xun, "Improving steel fiber reinforced concrete pull-out strength with nanoscale iron oxide coating," *Construction and Building Materials*, vol. 79, pp. 311-317, 2015.
- [7] PORTLAND CEMENT ASSOCIATION, Fiber Reinforced Concrete, United States of America, 1998.
- [8] A. Naaman and H. Reinhardt, "High Performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC-4): International RILEM Report," *Materials and Structures*, vol. 36, pp. 710-712, 2003.
- [9] A. E. Naaman and H. W. Reinhardt, "Proposed classification of HPFRC composites based on their tensile response," *Mater. Struct.*, vol. 39, p. 547–555, 2006.
- [10] H. Stang and V. Li, "Scale Effects in FRC and HPFRCC Structural Elements," 4th International Workshop on HPFRCC, pp. 245-259, 2003.
- [11] N. Buratti, B. Ferracuti and M. Savoia, "Concrete crack reduction in tunnel linings by steel fibre-reinforced concretes," *Construction and Building Materials*, pp. 249-259, 2013.
- [12] C. Soranakom, "MULTI SCALE MODELING OF FIBER AND FABRIC REINFORCED CEMENT," in *PHD Dissertation*, ARIZONA STATE UNIVERSITY, 2008.
- [13] K. Wille, S. El-Tawil and A. Naaman, "Properties of Strain Hardening Ultra High Performance Fiber Reinforced Concrete (UHP-FRC) under Direct Tensile Loading," *Cement & Concrete Composites*, 2013.

- [14] B. Belletti, R. Cerioni, A. Meda and G. Plizzari, "Design aspects on steel fiberreinforced concrete pavements," J Mater Civ Eng, vol. 20, p. 599–607, 2008.
- [15] L. Sorelli, A. Meda and G. Plizzari, "Steel fiber concrete slabs on ground: a structural matter.," *ACI Struct J*, vol. 103, pp. 551-558, 2006.
- [16] F. Pelisser, A. Santos Neto, H. La Rovere and R. Pinto, "Effect of the addition of synthetic fibers to concrete thin slabs on plastic shrinkage cracking.," *Construction and Building Materials*, vol. 24, pp. 2171-2176, 2010.
- [17] B. Mobasher, Mechanics of fiber and textile reinforced cement composites. 1st ed, Boca Raton, FL.: CRC Press, 2011.
- [18] L. Ferrara and A. Meda, "Relationships between fibre distribution, workability and the mechanical properties of SFRC applied to precast roof elements.," *Mater Struct/Mat et Constr*, vol. 39, pp. 411-420, 2006.
- [19] R. Gettu, B. Barragán, T. Garcia, J. Ortiz and R. Justa, "Fiber concrete tunnel lining," *Concr Int*, vol. 28, pp. 63-69, 2006.
- [20] E. Bernard, "Correlations in the behaviour of fibre reinforced shotcrete beam and panel specimens.," *Mater Struct*, vol. 35, pp. 156-164, 2002.
- [21] V. M. Malhotra, A. Carette and A. Bilodeau, "Mechanical Properties and durability of polypropylene fiber reinforced high-volume fly ash concrete for shotcrete applications.," *ACI Materials Journal*, vol. 91, pp. 478-486.
- [22] ACI 506, State of the art report on fiber reinforced shotcrete, 506.1R-98, Detroit, MI.: American Concrete Institute,, 1998.
- [23] J. Romualdi and J. A. Mandel, "Tensile Strength of Concrete Affected by Uniformly Distributed Closely Spaced Short Lengths ofWire Reinforcement," *Journal of the American Concrete Institute, Vol. 61, No.6,*, vol. 61, pp. 657-671, June 1964.
- [24] A. Naaman, "Engineered Steel Fibers with Optimal Properties for Reinforcement of Cement Composites," " Journal of Advanced Concrete Technology, Japan Concrete Institute,, vol. 1, pp. 241-252, 2003.
- [25] M. Grzybowski and S. Shah, "Shrinkage Cracking of Fiber Reinforced Concrete," *ACI Materials Journal, American Concrete Institute*, vol. 87, pp. 138-148, 1990.
- [26] E. Schrader, "Mix Design and Construction Using SFRC,," Steel Fiber Reinforced Concrete-A Review of the State of the Art, Paper No. 3, Battelle Development Corporation, Columbus,, 1982.

- [27] ACI 554 IR, State of the art report in fibre reinforced concrete 82, Detroit Mechigan, 1982.
- [28] C. Henager, Steel fibrous shotcrete. A summary of the State of the art.
- [29] D. R. Lankard, "SLURRY INFILTRATED FIBER CCNCRETE (SIFCON): PROPERTIES AND APPLICATIONS," *Materials Research Society*, vol. 42, 1985.
- [30] C. D. Johnston, "Steel Fibre Reinforced Concrete Pavement. Fibre Reinforced Cement and Concrete, RILEM Symposium,," *Construction Press Ltd.*, vol. I, pp. 409-418, 1975.
- [31] W. Lin, T. Yoda and N. Taniguchi, "Application of SFRC in steel-concrete composite beams subjected to hogging moment," *Journal of Constructional Steel Research*, no. 101, pp. 175-183, 2014.
- [32] D. Yoo, Y. Yoon and N. Banthia, "Predicting the post-cracking behavior of normaland high-strength steel-fiber-reinforced concrete beams," *Construction and Building Materials*, no. 93, pp. 477-485, 2015.
- [33] N. Xiliang, D. Yining, Z. Fasheng and Z. Yulin, "Experimental study and prediction model for flexural behavior of reinforced SCC beam containing steel fibers," *Construction and Building Materials*, vol. 93, pp. 644-653, 2015.
- [34] D. J. Hannant and J. Edgington, "Durability of SteelFibre Concrete," *Fibre Reinforced Cement and Concrete, RILEM Symposium*, vol. I, pp. 159-169, 1975.
- [35] S. Somayaji and S. P. Shah, "Bond stress versus slip relationship and cracking response of tension members," *J. Am. Concr. Inst.*, vol. 78, pp. 217-225, 1981.
- [36] A. K. Gupta and S. R. Maestrini, "Tension-stiffness model for reinforced concrete bars.," J. Struct. Eng., vol. 116, pp. 769-790, 1990.
- [37] H. Kwak and J. Y. Song, "Cracking analysis of RC members using polynomial strain distribution function.," *Eng. Struct*, vol. 24, pp. 455-468, 2002.
- [38] C. Soranakom and B. Mobasher, "Closed-Form Solutions for Flexural Response of Fiber-Reinforced Concrete Beams," *JOURNAL OF ENGINEERING MECHANICS*, pp. 933-941, 2007.
- [39] C. Soranakom and B. Mobasher, "Correlation of tensile and flexural responses of strain softening and strain hardening cement composites," *Cement & Concrete Composites*, no. 30, p. 465–477, 2008.

- [40] B. Mobasher, Y. Yao and C. Soranakom, "Analytical solutions for flexural design of hybrid steel fiber reinforced concrete beams," *Engineering Structures*, pp. 167-177, 2015.
- [41] T. Y. Lim, P. Paramasivam and S. L. Lee, "Bending behavior of steel-fiber concrete beams," ACI Struct. J., vol. 84, p. 524–536., 1987b.
- [42] T. Y. Lim, P. Paramasivam and S. L. Lee, "Analytical model for tensile," ACI Mater. J., vol. 84, pp. 286-298, 1987a.
- [43] P. Soroushian and Z. Bayasi, "Fiber-type effects on the performance of steel fiber reinforced concrete.," ACI Mater. J., vol. 88, pp. 129-134, 1991.
- [44] T. S. Lok and J. S. Pei, "Flexural behavior of steel fiber reinforced concrete.," *J.Mater. Civ.Eng.*, vol. 10, pp. 86-97, 1998.
- [45] J. S. Pei, "Behavior of steel fibre reinforced concrete slabs," in *MS thesis*, Singapore., Nanyang Technological Univ., 1996.
- [46] T. S. Lok and J. R. Xiao, "Flexural strength assessment of steel fiber reinforced," J. Mater. Civ. Eng., vol. 11, pp. 188-196, 1999.
- [47] RILEM TC 162-TDF, "Test and design methods for steel fibre reinforced concrete.," *Mater. Struct.*, vol. 33, pp. 75-81, 2000.
- [48] Vandewalle, "Design of steel fibre reinforced concrete using the σ-w method: Principles and applications," *Mater. Struct.*, vol. 34, pp. 262-278, 2002b.
- [49] Vandewalle, "Test and design methods for steel fibre reinforced concrete Final Recommendation.," *Mater. Struct.*, vol. 35, pp. 579-582, 2002a.
- [50] Vandewalle, "RILEM TC 162-TDF: test and design methods for steel fibre reinforced concrete-sigma-epsilon design method (final recommendation).," *Mater Struct*, vol. 36, no. 262, pp. 560-7, 2003.
- [51] J. Zhang and H. Stang, "Applications of stress crack width relationship in predicting the flexural behavior of fibre-reinforced concrete.," *Cem. Concr. Res.*, vol. 28, pp. 439-452, 1998.
- [52] W. Elsaigh, J. Robberts and E. Kearsley, "Modelling non-linear behavior of steel fiber reinforced concrete.," in 6th RILEM Symp. on Fibre-Reinforced Concretes (FRC), Varenna, Italy, 2004, pp. 837-846.
- [53] R. Swamy, P. Mangat and C. Rao, "The mechanics of fiber reinforced cement matrices.," in *Fiber Reinforced Concrete*, ACI Spec. Publ. No. -44, 1974, pp. 1-28.

- [54] ACI Committee 544, Design Considerations for Steel Fiber Reinforced Concrete, ACI Struct J, 1996.
- [55] AFGC-SETRA: Ultra High Performance Fibre-Reinforced, Interim Recommendations., France: AFGC Publication, 2002.
- [56] Stälfiberbetong, rekommendationer för konstruction, utförande och provning Betongrapport n, Svenska Betongföreningen,, 1995.
- [57] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb): Guidelines for steel fiber reinforced concrete 23rd draft, richtlinie Stahlfaserbeton: DIN 1045 annex, parts 1–4, 2007.
- [58] Richtlinie Faserbeton, Osterreichische Vereinigung für Beton- und Bautechnik,, 2002.
- [59] CNR-DT 204, Guidelines for design, construction and production control of fiber reinforced concrete structures., National Research Council of Italy, 2006.
- [60] JSCE: Recommendations for Design and Construction of High Performance Fiber Reinforced Cement Composites with Multiple Fine Cracks (HPFRCC),, Rokugo, K. (ed.), Concrete Engng. Series, 82,, 2008.
- [61] AENOR. UNE 83515, Hormigones con fibras. Determinciónde la resistencia a fisuración, tenacidad y resistencia residual a tracción. Metodo Barcelona. Asociación Española de Normalización y Certificación, Madrid, 2010.
- [62] Y. Chi, L. Xu and Y. Zhang, "Experimental study on hybrid fiber-reinforced concrete subjected to uniaxial compression," *J Mater Civ Eng*, vol. 26, p. 211–218, 2014.
- [63] F. Bencardino, L. Rizzuti, G. Spadea and R. Swamy, "Experimental evaluation of fiber reinforced concrete fracture properties.," *Compos Part B: Eng*, vol. 41, pp. 17-24, 2010.
- [64] A. Meda, F. Minelli and G. A. Plizzari, "Flexural behaviour of RC beams in fibre reinforced concrete," *Composites: Part B*, no. 43, pp. 2930-2937, 2012.
- [65] R. Ahmadi, P. Ghoddousi and M. Sharifi, "A simple solution for prediction of steel fiber reinforcd concrete behavior under flexure," *International Journal of Civil Engineering*, vol. 40, pp. 274-279, 2012.
- [66] D. Mehmet, A. Özcan, A. Bayraktar, T. Sahin, Haktanir and T. Temel, "Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior," *Construction and Building Materials*, vol. 23, pp. 1064-1077, 2009.
- [67] v. Gribniak, G. Kaklauskas, A. K. H. Kwan, D. Bacinskas and D. Ulbinas, "Deriving stress-strain relationships for steel fibre concrete in tension from tests of

beams with ordinary reinforcement," *Engineering Structures*, no. 42, pp. 387-395, 2012.

- [68] Vandewalle, "RILEM TC 162-TDF: test and design methods for steel fibre reinforced concrete-sigma-epsilon design method (final recommendation).," *Mater Struct*, vol. 36, no. 262, pp. 560-7, 2003.
- [69] fib Model Code 2010, Final draft: CEB and FIP, 2011.
- [70] J. Salmon, Steel structures: Design and behavior, 3rd Ed., New York: Harper and Row, 1990.
- [71] J. A. Barros, V. M. Cunha, A. Ribero and J. Antunes, "Postcracking behavior of steel fibre reinforced concrete.," *Mater. Struct.*, pp. 57-56, 2005.
- [72] ACI 318-14, Building Code Requirements for Structural Concrete, Farmington Hills, MI, USA: American Concrete Institute, 2014.
- د. مستوفی نژاد, سازه های بتن آرمه, انتشارات ارکان دانش, ۱۳۹۲. [۷۳]
- [74] EN 1992-1-1 (2004) (English): Eurocode 2: Design of concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings.
- [75] M. Kovar and M. Foglar, "An analytical description of the force-deflection diagram of FRC," *Composites: Part B*, vol. 69, pp. 550-561, 2015.
- [76] RILEM TC 50-FMC., "Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bending tests on notched beams.," *Mater Struct*, vol. 18, pp. 285-290, 1985.
- [77] A. Nour, B. Massicotte, R. d. Montaignac and J.-P. Charron, "Development of an inverse analysis procedure for the characterisation of softening diagrams for FRC beams and panels," *Construction and Building Materials*, vol. 94, pp. 35-44, 2015.
- [78] J. K. WIGHT and J. G. MACGREGOR, REINFORCED CONCRETE Mechanics and Design, SIXTH EDITION.
- [79] X. Shilang and L. Wen, "Investigation on crack propagation law of ultra-high toughness cementitious composites under fatigue flexure," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 93, pp. 1-12, 2012.
- [80] C. XiangRong, X. ShiLang and F. BaiQuan, "A statistical micromechanical model of multiple cracking for ultra high toughness cementitious composites," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 78, pp. 1091-1100, 2011.

- [81] X. Shilang, H. Lijun and Z. Xiufang, "Flexural and shear behaviors of reinforced ultrahigh toughness cementitious composite beams without web reinforcement under concentrated load," *Engineering Structures*, vol. 39, pp. 176-186, 2012.
- [82] H. Lijun, L. Zhiyong, C. Da and X. Shi-lang, "Experimental study of the shear properties of reinforced ultra-high toughness cementitious composite beams," *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A (Applied Physics & Engineering)*, vol. 16, pp. 251-264, 2015.
- [83] D. Nicolaides and G. Markou, "Modelling the flexural behaviour of fibre reinforced concrete beams with FEM," *Engineering Structures*, vol. 99, pp. 653-665, 2015.
- [84] P. Lampropoulos, S. Paschalis, O. Tsioulou and S. Dritsos, "Strengthening of reinforced concrete beams using ultra high performance fibre reinforced concrete (UHPFRC)," *Engineering Structures*, vol. 106, pp. 370-384, 2016.
- [85] P. Jones, S. Austin and P. Robins, "Predicting the flexural load-deflection response of steel fibre reinforced concrete from strain, crack-width, fibre pull-out and distribution data," *Materials and Structures*, vol. 41, pp. 449-463, 2008.
- ترجمه: على كاوه، محمد على برخوردارى، بهروز حكيما, "اصول نظريه پايدارى سازه ها," در [۸۹]. Alexander Chajes, "principles of Structural Stability Theory", ۹
- [87] J. C. Mc Cormac, Design of Reinforced Concrete, Fifth Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001.
- [88] J. K. KIM and J. K. YANG, "Buckling behaviour of slender high-strength concrete columns," *Engng Struct*, vol. 17, 1993.
- [89] T. Gudmand-Høyer and L. Zenke Hansen, "Stability of Concrete Columns. Volume 1," Department of Structural Engineering and Materials, Technical University of Denmark, 2005.
- [90] S. J. FORSTER and M. M. ATTRAD, "Experimental Tests on Eccentrically Loaded High-Strength Concrete Columns," *ACI Structural Journal*, vol. 94, 1997.

### Abstract

Hybrid Reinforced Concrete (HRC) is a composite material with a combination of rebars and fibers to reinforce concrete. In this study, the behavior of HRC beams under flexure is studied. To model HRC, steel and concrete under compression were assumed to be elastic-perfectly plastic. For concrete under tension, a three-linear model including elastic zone, transition zone, and residual tensile strength zone were used. Analytical relations to determine the depth of neutral axis and moment-curvature diagram at each level of loading were studied. In order to verify the model, the results obtained from the model were compared with those of published papers. It was realized that the relations obtained from this study, can predict the behavior of Fiber Reinforced Concrete (without rebar reinforcement), HRC, and traditional Reinforced Concrete under flexure with good accuracy. Taking into account the mentioned assumptions and proposed procedure it was found that the model is capable of predicting the behavior of all types of cement based composites: materials with strain-hardening, strain-softening, deflection-hardening and deflection-softening behavior

The effects of axial load was also considered. thus the model can predict the behaviour of hybrid beam columns. Provided formulas for the beam-column can only be used for short columns.

The proposed model, could predict the maximum load carrying capacity of HRC beams with an accuracy of more than 93% compared to experimental results. Verifying for beam-column showed a good agreement with experimental results.

**Keywords:** Fiber Reinforced Concrete, Hybrid Reinforced Concrete, Flexure, Momentcurvature diagram, Beam column, Axial load



Shahrood University of Technology Faculty of Civil Engineering

MSc Thesis of Structural Engineering

## Flexural evaluation of hybrid reinforced concrete beams

By: Majid Barid Rezaee

Supervisors: Farshid Jandaghi Alaee Pooyan Broumand

September 2016