

بسم الله الرحمن الرحيم



دانشکده مهندسی عمران
گروه مهندسی آب و محیط زیست
پایان نامه کارشناسی ارشد

بررسی اندرکنش سیال - سازه با روش خطوط مشخصه ضمنی

سارا امیرگیلکی

اساتید راهنما:

دکتر احمد احمدی، دکتر علیرضا کرامت

شهریور ۱۳۹۴



باسمه تعالی

شماره :
تاریخ :
ویرایش :

فرم صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) نتیجه ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای سارا امیرگیلی رشته عمران گرایش سازه هیدرولیکی تحت عنوان بررسی اندرکنش سیال - سازه با روش خطوط مشخصه ضمنی که در تاریخ ۹۴/۰۶/۱۶ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه : امتیاز) ☐ دفاع مجدد ☐ مردود ☐

۲- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹)

۱- عالی (۱۹ - ۲۰)

۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)

۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	دکتر احمد احمدی	دانشیار	
	دکتر علیرضا کرامت	استادیار	
۲- استاد مشاور			
۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	دکتر مهدی گلی	استادیار	
۴- استاد ممتحن	دکتر رامین امینی	دانشیار	
۵- استاد ممتحن	دکتر مهدی عجمی	استادیار	

رئیس دانشکده : دکتر احمد احمدی

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

آنان که فروغ نگاهشان، گرمی کلامشان و روشنی
رویشان سرمایه های جاودانی من است.

و تقدیم به همه آنان که به من آموختند.

تشکر و قدردانی

هر نفسی که فرو می‌رود ممدّ حیات است و چون برون می‌آید مفرّح ذات، پس در هر نفس دو نعمت موجود است و بر هر نعمت شکری واجب.

اول سپاس خدای را که هر چه دارم از اوست به امید آنکه توفیق یابم جز خدمت به خلق او نکوشم.

بر خود لازم میدانم از تمام کسانی که به هر نحوی مرا در به ثمر رسیدن این تحقیق یاری نموده اند تشکر و قدردانی نمایم. نخست از جناب دکتر احمد احمدی که زحمات و مساعدت های ایشان همواره روشنگر نکات مبهم این پژوهش بوده است، کمال تشکر را دارم.

همچنین از همفکری و زحمات بی دریغ دکتر علیرضا کرامت که در تمامی مراحل همواره در کنارم بوده اند، قدردانی و تشکر می نمایم.

تعهد نامه

اینجانب **سارا امیرگیلکی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران - گرایش سازه‌های هیدرولیکی دانشکده عمران و معماری دانشگاه شاهرود نویسنده پایان نامه **بررسی اندرکنش - سیال سازه با روش خطوط مشخصه ضمنی** تحت راهنمایی دکتر احمد احمدی و دکتر علیرضا کرامت متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرکی یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام << دانشگاه شاهرود >> و یا << shahrood university >> به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افراد که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه تاثیر گذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

تاریخ و امضا دانشجو

مالکیت نتایج و حق و نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحوی مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه / رساله بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده:

هر نوع تغییر در سرعت سیال درون سیستم باعث ایجاد تغییرات فشار می شود. این پدیده یکی از مهم ترین موارد جریان گذرا با نام ضربه قوچ می باشد که از دیرباز تا کنون مورد توجه محققین بوده است. در حین ایجاد این پدیده نیروهای دینامیکی قابل ملاحظه ای به سازه لوله وارد می شود. چنانچه این نیروها باعث حرکت شبکه لوله ها شود، پدیده ای به نام تداخل سیال – سازه اتفاق خواهد افتاد. این پدیده عبارت از انتقال نیروها و اندازه حرکت ما بین سازه لوله و سیال درون آن است که توسط تغییرات شدید دبی جریان و فشار سیال و یا توسط عوامل مکانیکی در سیستم لوله، ایجاد می گردد. مدلسازی جریان گذرا برای تحلیل و طراحی و بهره برداری مطمئن در سیستم لوله مورد نیاز است. تا کنون روش های مدلسازی زیادی برای جریان های گذرا معرفی شده است، در میان این روش ها، روش خطوط مشخصه به دلیل سادگی و عملکرد بهتر نسبت به سایر روش ها کاربرد بیشتری دارد.

استفاده از روش خطوط مشخصه صریح به منظور شبیه سازی خطوط انتقال آب محدودیت ها و مشکلاتی را ایجاد می کند، به عنوان مثال در این روش فقط باید یکی از اجزای خطوط انتقال آب بین هر دو لوله قرار گیرد، در غیر این صورت بایستی شرایط مرزی جدیدی برای هر نوع ترکیبی از اجزای موجود در خط انتقال آب به دست آورده شود. روش خطوط مشخصه ضمنی به عنوان روشی که مشکلات ذکر شده در روش خطوط مشخصه صریح را تعدیل می کند، بیان می شود. در این روش کلیه اجزای موجود در خط انتقال مانند لوله به صورت دو گره ای تعریف شده و معادلات مستقل از محل قرارگیری اجزا و جهت جریان به دست آورده میشوند.

در این پایان نامه، شبیه سازی اندرکنش سیال – سازه در شبکه توزیع سیال با استفاده از روش خطوط مشخصه ضمنی مورد توجه قرار گرفته است. در نهایت برای صحت سنجی از یکی از مسائل مرجع آزمایشگاهی موجود در این زمینه استفاده شده و نتایج حاصل از روش ضمنی با نتایج روش خطوط

مشخصه صریح (MOC) مقایسه شده است. تطابق و دقت نتایج نشان می دهد که روش ضمنی می تواند روشی مناسب برای حل سیستم معادلات هذلولی باشد.

کلمات کلیدی: ضربه قوچ، اندرکنش سیال – سازه، روش خطوط مشخصه، روش خطوط مشخصه
ضمنی

عنوان	صفحه
.....	
فصل اول: مقدمه.....	۱.....
۱-۱- مقدمه.....	۲.....
۱-۲- هدف از تحقیق حاضر.....	۳.....
۱-۳- فصل بندی پایان نامه.....	۵.....
فصل دوم: پیشینه و کلیات.....	۷.....
۱-۲- مقدمه.....	۸.....
۲-۲- پدیده ضربه قوچ.....	۹.....
۲-۲-۱- تشریح پدیده ضربه قوچ.....	۹.....
۲-۲-۲- تاریخچه پدیده ضربه قوچ.....	۱۱.....
۲-۳- پدیده اندر کنش سیال - سازه.....	۱۴.....
۲-۳-۱- تاریخچه پدیده اندر کنش سیال - سازه.....	۱۵.....
۲-۳-۲- تشریح پدیده اندر کنش سیال - سازه.....	۱۷.....
۲-۴- انواع مدل سازی کوپله.....	۱۸.....
۲-۴-۱- مکانیزهای کوپله.....	۱۹.....
۲-۵- تفاوت اثر تداخلی اتصال و پواسون.....	۲۰.....
فصل سوم: روش های مدل سازی.....	۲۱.....
۱-۳- مقدمه.....	۲۲.....
۲-۳- تقسیم بندی معادلات دیفرانسیل در هیدرولیک محاسباتی.....	۲۲.....
۲-۳-۱- معادلات دیفرانسیل معمولی.....	۲۳.....
۲-۳-۲- معادلات دیفرانسیل نسبی.....	۲۳.....
۳-۳- روش های مدل سازی عددی.....	۲۴.....
۳-۳-۱- روش اجزاء محدود.....	۲۵.....
۳-۳-۲- روش احجام محدود.....	۲۶.....
۳-۳-۳- روش اجزا مرزی.....	۲۶.....
۳-۴- روش تفاضلهای محدود.....	۲۷.....
۳-۵- روش مشخصه.....	۳۰.....
۳-۴- نتیجه گیری.....	۳۲.....

فصل چهارم: روش عددی خطوط مشخصه ضمنی..... ۳۵

- ۳۶..... ۱-۴ مقدمه
- ۳۶..... ۲-۴ معرفی معادلات حاکم
- ۳۶..... ۱-۲-۴ بیان معادلات حاکم بر ضربه قوچ
- ۳۸..... ۲-۲-۴ بیان معادلات حاکم بر اندرکنش سیال - سازه
- ۳۹..... ۳-۴ حل معادلات ضربه قوچ با استفاده از روش خطوط مشخصه صریح (MOC)
- ۴۱..... ۴-۴ شرایط مرزی
- ۴۱..... ۱-۴-۴ مخزن
- ۴۲..... ۲-۴-۴ شیر
- ۴۳..... ۵-۴ روش حل معادلات ضربه قوچ با روش خطوط مشخصه ضمنی (IMOC)
- ۴۳..... ۱-۵-۴ لوله
- ۴۶..... ۲-۵-۴ مخزن
- ۴۷..... ۳-۵-۴ شیر
- ۴۸..... ۶-۴ روش حل معادلات اندرکنش سیال - سازه با روش خطوط مشخصه ضمنی (IMOC)
- ۵۶..... ۷-۴ اندازه گام زمانی و محدودیت پایداری
- ۵۷..... ۸-۴ جزئیات کد نویسی و تشریح الگوریتم حل معادلات حاکم

فصل پنجم: حل مسائل عددی و ارائه نتایج..... ۵۹

- ۶۰..... ۱-۵ مقدمه
- ۶۰..... ۲-۵ بررسی و حل مثال های عددی
- ۶۰..... ۱-۲-۵ مسأله مدل ضربه قوچ
- ۶۱..... ۱-۲-۵-۱ شرایط مرزی
- ۶۳..... ۳-۵ مسأله مدل اندر کنش سیال - سازه
- ۶۳..... ۱-۳-۵ شرایط مرزی
- ۶۴..... ۲-۳-۵ مسأله مرجع اول آزمایشگاه delft در حالت اثر کوپله اتصال
- ۶۹..... ۳-۳-۵ مسأله مرجع اول آزمایشگاه delft در حالت اثر کوپله پواسون
- ۷۰..... ۴-۳-۵ مسأله مرجع اول آزمایشگاه delft در حالت اثر همزمان کوپله اتصال و پواسون
- ۷۱..... ۵-۵ بحث و نتیجه گیری پیرامون نتایج

فصل ششم: خلاصه، نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات..... ۷۳

- ۷۴..... ۱-۶ خلاصه
- ۷۴..... ۲-۶ نتیجه گیری
- ۷۵..... ۳-۶ پیشنهادات

پیوست ها..... ۷۹

منابع..... ۸۷

فهرست اشکال

- شکل ۳-۱- نمونه ای از شبکه یکنواخت تفاضل محدود..... ۲۹
- شکل ۳-۲- شبکه خطوط مشخصه و نقطه مرزی در بالادست و پایین دست..... ۳۱
- شکل ۴-۱- مخزن در بالادست سیستم لوله..... ۴۲
- شکل ۴-۲- شیر در پایین دست سیستم لوله..... ۴۲
- شکل ۴-۳- نمادگذاری لوله در روش خطوط مشخصه ضمنی..... ۴۴
- شکل ۴-۴- نمادگذاری مخزن در روش خطوط مشخصه ضمنی..... ۴۶
- شکل ۴-۵- خطوط مشخصه گذرنده از نقطه P در صفحه Z-t..... ۵۱
- شکل ۴-۶- شبکه محاسباتی و خطوط مشخصه..... ۵۳
- شکل ۴-۷- شبکه محاسباتی و خطوط مشخصه بعد از تنظیم سرعت موج λ_i ۵۳
- شکل ۴-۸- نقاط محاسباتی بنا شده بر اساس سرعت موج فشاری..... ۵۳
- شکل ۴-۹- المان مرزی و نمایش خطوط مشخصه برای گره های نزدیک مرزها..... ۵۵
- شکل ۵-۱- مقایسه نمودار مربوط به هد در پشت شیر با صرفه نظر کردن از اصطکاک (گراف آبی رنگ مربوط به روش MOC و مشکی رنگ مربوط به روش گودونو می باشد)..... ۶۳
- شکل ۵-۲- مقایسه نتایج هد فشاری در پشت گره شیر در حالت کوپله اتصال با صرفه نظر کردن از اصطکاک (گراف آبی رنگ مربوط به روش MOC و مشکی رنگ مربوط به روش گودونو می باشد)..... ۶۸
- شکل ۵-۳- مقایسه نتایج هد فشاری در پشت گره شیر در حالت کوپله پواسون با صرفه نظر کردن از اصطکاک (گراف آبی رنگ مربوط به روش MOC و مشکی رنگ مربوط به روش گودونو می باشد)..... ۷۰
- شکل ۵-۴- نتایج هد فشاری در پشت گره شیر در حالت اثر همزمان کوپله پواسون و اتصال با صرفه نظر کردن از اصطکاک (گراف آبی رنگ مربوط به روش MOC می باشد)..... ۷۰

فهرست جداول

جدول ۵-۱- مشخصات مثال عددی ضربه قوچ..... ۶۲

جدول ۵-۲- مشخصات مثال عددی پدیده FSI در حالت کوپله اتصال..... ۶۴

فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

در بخش هایی از حوزه های علوم فیزیکی و شاخه های مهندسی، شاهد مسائل انتشار امواج هستیم. از جمله این مسائل، پدیده اندر کنش سیال - سازه^۱ می باشد که به علت اثرات مخربی که میتواند در سیستم های توزیع سیال ایجاد کند، بررسی دقیق و همه جانبه آن از اهمیت بالایی برخوردار است. از نظر فیزیکی تشکیل پدیده اندر کنش سیال - سازه در اثر ایجاد جریان گذرایی همچون پدیده ضربه قوچ در سیال درون سیستم است. در حین ایجاد این پدیده، نیروهای دینامیکی قابل توجهی به سازه لوله وارد می شود که باعث حرکت شبکه لوله ها می شوند. در مرحله بعد این نیروهای سازه ای هستند که با تأثیرگذاری متقابل بر امواج فشاری سیال مجدداً بر پارامترهای هیدرولیکی سیال تأثیر می گذارند. بنابراین بررسی رفتار لوله و یا سیال به تنهایی غیرممکن خواهد بود و به ناچار باید این دو به صورت همزمان مورد بررسی قرار داده شوند. پدیده FSI در حین شرایط وقوع جریان گذرا در سیستم های توزیع سیال، همواره مورد توجه دقیق محققین و پژوهشگران بوده است، تاریخچه مطالعاتی این پدیده دامنه وسیعی از تحقیقات و مطالعات را به خصوص در طی پنجاه سال اخیر، در برمی گیرد.

معادلات حاکم بر پدیده اندر کنش سیال - سازه از نوع دیفرانسیل پاره ای هذلولی می باشند لذا موضوع بحث این تحقیق معطوف به حل این معادلات می باشد.

تداخل سیال - سازه در شبکه لوله ها، اولین بار توسط اسکلاک در سال ۱۹۵۶ با ارائه معادلات تداخلی حاکم بر ضربه قوچ مطرح گردید [۲۸]. پس از آن این موضوع به طور پیوسته مورد بررسی قرار گرفت و روش های مختلفی اعم از کوپله، نیمه کوپله و الگوریتم های مختلفی جهت مدلسازی عددی آن ارائه گردید. از مهمترین آنها می توان به روش خطوط مشخصه اشاره نمود که به دلیل سادگی و عملکرد بهتر نسبت به سایر روش ها، کاربرد بیشتری دارد. در واقع این روش بصورت خاص برای

¹ Fluid Structure Interaction

تحلیل و آنالیز مدل‌های ریاضی خطی با ماتریس ضرایب ثابت جواب‌های با دقت مناسبی را به دست می‌دهند. در این مدل‌ها سرعت امواج موجود در مساله مقادیر ثابتی هستند و وابسته به متغیر نمی‌باشند.

این روش خود به دو روش خطوط مشخصه صریح^۱ و خطوط مشخصه ضمنی^۲ تقسیم بندی می‌شود. روش به کار برده شده در این پایان نامه روش خطوط مشخصه ضمنی می‌باشد که جایگزینی مناسب برای روش صریح می‌باشد.

۱-۲- هدف از تحقیق حاضر

با توجه به مزایای روش ضمنی نسبت به روش صریح، که در ادامه به آن اشاره خواهد شد، ارائه مدل ریاضی و حل عددی مساله تداخل سیال - سازه ناشی از ضربه قوچ در یک سیستم مخزن - لوله (مستقیم) - شیر، با روش عددی خطوط مشخصه ضمنی هدف اصلی این پایان نامه می‌باشد. در واقع هدف از این تحلیل، در درجه نخست بررسی میزان توانمندی روش عددی ضمنی در زمینه تحلیل مدل‌ها، مسائل خطی و یک بعدی و مقایسه آن با حالت صریح می‌باشد. در تحقیق حاضر ممکن است با سوالات زیر مواجه شویم که امید است بررسی آنها به روشن تر شدن موضوع کمک می‌کند:

۱- چرا برای مدلسازی از روش خطوط مشخصه ضمنی استفاده می‌شود؟

در این روش کلیه اجزای موجود در خط انتقال مانند لوله به صورت دو گره ای تعریف شده و به این ترتیب امکان قرارگیری هر دو عضوی در کنار یکدیگر، مستقل از محل قرارگیری آنها و جهت حرکت جریان وجود دارد، در نهایت دستگاه معادله کلی به صورت همزمان در هر گام زمانی حل

^۱ Method Of Characteristics(MOC)

^۲ Implicit Method Of Characteristics (IMOC)

می شود. در حالیکه در روش صریح به واسطه تعریف اجزا به صورت گره ای، باید حالات بسیار زیادی را از ترکیب قرارگیری اجزای مذکور در سیستم لوله در نظر گرفت و برای هر حالت معادلات مربوطه را نوشت، که این امر بسیار طولانی و زمان بر است.

۲- فرضیات مطالعه و ویژگی های مدل در این تحقیق به چه صورت در نظر گرفته شده است؟

مدل ارائه شده برای لوله با مقطع گرد که در معرض فشار جو هستند، معتبر است. لوله و شیر در جهت محوری کاملاً آزاد فرض شده به طوری که اثر تداخلی پواسون و اتصال بتواند ایجاد شود. مدل به صورت یک بعدی می باشد و تنها یک محور مختصات که در امتداد محور لوله است، همچنین از تغییرات قطر لوله در حین مدلسازی صرفه نظر شده است. در استخراج معادلات دیفرانسیلی حاکم، لوله به صورت جدار نازک فرض می شود که از مواد الاستیک تهیه شده است. سیال درون لوله نیز به صورت تراکم ناپذیر و نیوتنی والاستیک خطی فرض می شود.

۳- پایداری مسائل جریان های میرا در روش ضمنی چگونه است؟

در این روش قید و شرطی که برای پایداری در روش مشخصه ها تعریف می شود، صادق است. بدین ترتیب که باید شرط کورانت جهت پایداری و همگرایی معادلات برقرار باشد، در غیر این صورت جواب ها دقیق و همگرا نخواهند شد.

۴- چرا از در نظر گرفتن ترم اصطکاک در این پایان نامه صرفه نظر شده است؟

بر اساس تحقیقات پیشین، در بررسی پدیده اندرکنش سیال - سازه، رفتار خطی و غیرخطی تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند. از طرفی وجود ترم اصطکاک در معادلات باعث کاهش تنش ها و فشارها می شود. لذا در این تحقیق در جهت افزایش ضریب اطمینان از در نظر گرفتن آن صرفه نظر شده است.

۵- در صورت ایجاد حالت غیرخطی معادلات، روش ضمنی به چه شکل اعمال می شود؟

در صورتی که از روش های ضمنی برای حل معادلات دیفرانسیل غیر خطی استفاده شود در این صورت دستگاه معادلات حاصل غیر خطی بوده که آن را هم می توان با استفاده از روش هایی مانند تکرار ساده^۱ و یا نیوتن رافسون^۲ خطی نموده و سپس حل کرد. جهت روشن تر شدن این مطلب، به بررسی معادلات ضربه قوچ در حالت غیر خطی پرداخته شده است.

۶- با توجه به این که در پدیده اندر کنش سیال _ سازه دو ساختار متفاوت وجود دارد ، چگونه

این تفاوت در تحلیل عددی اعمال می شود؟

در پدیده اندر کنش سیال- سازه با دو دسته امواج (فشاری و تنشی) رو به رو هستیم. جهت جلوگیری از ایجاد دو مش متفاوت همانند بعضی روش ها مانند روش حجم محدود گودونو، شبکه مربوط به خطوط مشخصه بر اساس یکی از امواج تنظیم شده و گام زمانی بر اساس آن تعیین و سپس ادامه روند حل اعمال می شود.

۱-۳- فصل بندی پایان نامه

در این فصل، پس از بیان کلیاتی در مورد صورت مساله و اهمیت آن، در فصل دوم به بررسی تاریخچه دو پدیده ضربه قوچ و اندر کنش سیال- سازه و کارهای انجام شده توسط محققین قبلی اشاره شده، همچنین بررسی ماهیت و علل ایجاد این دو پدیده در این فصل شرح داده شده است. در فصل سوم، به بیان و شرح روش های مختلف مدلسازی پرداخته شده است.

¹ Simple Iteration

² Newton-Raphson

در فصل چهارم، به شرح کلیه مراحل و گام های متشکله روش عددی خطوط مشخصه ضمنی پرداخته و در فصل پنجم با اعمال الگوریتم این روش عددی به حل مسائل مورد نظر پرداخته و پس از آن نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از روش خطوط مشخصه صریح (MOC) مقایسه شده است. و در نهایت فصل ششم، نتیجه گیری و پیشنهاداتی برای ادامه کار را در بر می گیرد.

فصل دوم

پیشینه و کلیات

ضربه قوچ که در بعضی موتون فارسی از آن به عنوان چکش آبی^۱ نیز یاد شده، در خطوط لوله جریان تحت فشار و مجاری باز اتفاق می افتد و به وضوح بر قوانین فشار، تغییرات دبی یا تغییرات سرعت جریان و شرایط زمانی و مکانی حرکت سیال استوار است.

در بعضی از سیستم های هیدرولیکی تحت فشار، نظیر خطوط انتقال آب، نفت یا شبکه های توزیع و لوله های آب بر منتهی به توربین ها، تونل های آبی، سیستم های پمپاژ و جریان های ثقیلی، پدیده ضربه قوچ با ایجاد موج های سریع، زودگذر و میرا موجب خطرات گوناگونی می شود. گاهی اوقات قدرت تخریبی این موج های فشار به حدی است که نتایج وخیمی به بار می آورد. ترکیدن خطوط لوله در سیستم های انتقال و شبکه های توزیع، خرابی و شکسته شدن شیرها، دریچه های کنترل و پمپ ها از نمونه های بارز تأثیر این پدیده می باشد.

در واقع امروزه در کلیه طرح های انتقال آب یا سیستم های انتقال سیالات دیگر، بررسی و مطالعه دقیق ضربه قوچ به عنوان یک امر لازم و ضروری می باشد تا با شناخت کامل اثر آن، برای کنترل اثرات سو، این فرآیند تمهیدات مناسب اتخاذ گردد و سیستم انتقال از خطرات این پدیده مصون بماند [۴۶].

¹ Water Hammer

۲-۲- پدیده ضربه قوچ

۲-۲-۱- تشریح پدیده ضربه قوچ

اگر از نقطه نظر زمان، یک جریان را بررسی کنیم، جریان دارای دو حالت دائمی (ماندگار) و یا غیردائمی (غیرماندگار) است. به این صورت که هرگاه مشخصات جریان (دبی، عمق، سرعت و...) در یک مقطع نسبت به زمان تغییر نکند، جریان دائم و در غیر اینصورت جریان غیر دائم خواهد بود. به عبارت دیگر اگر N یکی از مشخصات جریان (دبی، عمق، سرعت و...) باشد، می توان گفت [۴۷]:

$$\begin{cases} \frac{\partial N}{\partial t} = 0 \rightarrow \text{جریان دائمی} \\ \frac{\partial N}{\partial t} \neq 0 \rightarrow \text{جریان غیر دائمی} \end{cases} \quad (۱-۲)$$

اگر در حالت پایدار در برآورد پارامترهای مختلف از قبیل افت فشار ناشی از اصطکاک لوله و یا افت فشار فرعی مربوط به متعلقات لوله ها اشتباهی رخ دهد ممکن است سیستم نتواند آب مورد نیاز را با فشار مطلوب تأمین کند در حالی که این مسأله در حالت جریان غیرماندگار مشکلات جدی در خطوط انتقال و توزیع بوجود می آورد [۴۸].

جریان غیرماندگار را می توان به دو طبقه کلی دسته بندی کرد:

- جریان شبه پایدار^۱: به جریانی گفته می شود که رفتار سیال از اینرسی و آثار کشسانی تأثیر نمی پذیرد. در این نوع از جریان، تغییرات دبی و فشار در طول زمان آرام است و بعد از طی زمانی کوتاه جریان ماندگار برقرار می شود. مانند تخلیه یک مخزن بزرگ و یا پایین افتادن سطح آب یک دریاچه و ...
- جریان ناماندگار واقعی: در این نوع از جریان عامل اینرسی به تنهایی و یا همراه با اثر کشسانی نقش مؤثر ایفا می کنند. ترم های اینرسی به اجزای معادله اندازه حرکت حاکم

¹ Quasi-steady

اطلاق می شود که شامل تغییرات سرعت در زمان یا مکان باشند در حالی که اثر کشسانی خود را در معادله بقای جرم نشان می دهد.

هرگاه جریان از یک حالت ماندگار به حالت ماندگار دیگری تغییر شرایط دهد جریان غیرماندگار ما بین را جریان میرا یا گذرا می نامند، ضربه قوچ نیز نوعی جریان گذراست که در خطوط لوله ایجاد می گردد، در واقع اثر ضربه قوچ را می توان در سیستم های تحت فشار به موجهای الکتریکی و مکانیکی تشبیه نمود و از این رو گاهی اوقات از این واقعه به عنوان یک پدیده زودگذر یا میرا^۱ نام می برند. این حالت یا وضعیت یک نوع آشفتگی موقتی است که در بین دو حالت یا دو وضعیت پایدار جریان اتفاق می افتد . در واقع مکانیزم ضربه قوچ، حساسیت یک سیستم انتقال سیال را در مقابل هر نوع تغییر وضعیت دبی، سرعت و فشار جریان نشان می دهد و چون پدیده ضربه قوچ یک حالت زودگذر و موقتی است، لذا پس از آن که این موج مستهلک گردید، جریان دوباره به حالت پایدار و دائمی دیگری که متفاوت از حالت پایدار اولیه است می رسد .

به بیان دیگر، ضربه قوچ که در نتیجه تغییرات دبی یا سرعت رخ می دهد ، مقدار معینی نیرو ایجاد می کند که به صورت موج با سرعت ثابت در خط لوله جریان ، به طرف بالا دست یا پایین دست ، حرکت می نماید . این موج در مسیر حرکت خود به تدریج مستهلک می گردد و پس از مدتی که از رفت و برگشت موج سپری گشت ، این سیستم ناپایدار یا زودگذر به حالت پایدار دیگری میرسد که قابل پیش بینی می باشد .

انتشار انرژی حاصل از وقوع ضربه قوچ شبیه امواج صوت است که در فیزیک از آن به عنوان موجی که موجب تغییر شکل کشسانی^۲ محیط می گردد ، نام برده شده است . در واقع جریان های تحت فشار حاوی مومنتی است که از حاصلضرب سرعت در جرم سیال به دست می آید . حال با کاهش یا افزایش دبی که همراه با کاهش یا افزایش سرعت می باشد ، مومنت سیستم جریان نیز تغییر می یابد.

^۱ Transient Flow

^۲ Elastic

این تغییرت مومنتم به تغییرات فشار تبدیل می شود و به صورت موج فشار حرکت می کند و نام ضربه قوچ را به خود می گیرد .

از خصوصیات عمده ضربه قوچ، تغییرات فشار و حرکت موج فشار است که در اندک مدتی تمام سیستم انتقال جریان را تحت تاثیر قرار می دهد . این امر فقط با موجی که با سرعت زیاد حرکت می کند قابل توجیه می باشد. باید توجه داشت که فشار ناشی از ضربه قوچ در تحت شرایط مختلف "مکانی" و "زمانی" تفاوت می نماید. گاهی اوقات این فشار توسط سیستم انتقال تحمل می گردد و در پاره ای از اوقات موج ضربه قوچ باعث متلاشی شدن سیستم انتقال می گردد.

با توجه به مسائل گوناگونی که در نتیجه وقوع پدیده ضربه قوچ در سیستم های انتقال به وجود می آید جهت شناخت کامل و تجزیه و تحلیل این فرآیند بایستی در مطالعات ضربه قوچ موارد زیر را در نظر گرفت [۵۱]:

- بررسی نظریه های مختلف درباره پدیده ضربه قوچی و بررسی معادلات و فرمول های لازم برای حل این قبیل مسایل .
- تعیین شرایط مرزی و نوع تجهیزات و تاسیساتی که موجب افزایش یا کاهش سرعت جریان سیال می شود .
- شناخت خصوصیات سیال ، نوع و جنس لوله های انتقال .
- کنترل و کاهش خطرات ناشی از وقوع فرآیند ضربه قوچ ، با وسایل و تجهیزات لازم و یا دستورالعمل های مناسب در امر بهره برداری از سیستم انتقال سیال .

۲-۲-۲- تاریخچه پدیده ضربه قوچ

برای طراحی و بهره برداری از هر خط لوله نیاز به دسترسی داشتن به توزیع هد و دبی در شرایط مختلف بهره برداری است. به همین دلیل بسیاری از محققان به شبیه سازی جریان گذرا در خطوط

انتقال آب با استفاده از روش های گوناگون پرداخته اند. با نگاهی اجمالی به گذشته، چنین استنباط میشود که از ۹۰ سال پیش پدیده ضربه قوچ در طرحهای انتقال آب، پروژه های مربوط به نیروگاه های آبی و سیستم های انتقال تحت فشار سیالات دیگر، مورد توجه خاص قرار گرفته است و از سال ۱۹۵۰ به بعد مطالعات مربوط به ضربه قوچ ابعاد وسیعی پیدا نموده و بصورت گسترده ای در طرح ها مطرح گردیده است.

بر اساس اظهارنظر وود^۱ [۱۱]، ویلیام وبر^۲ در سال ۱۸۵۰ میلادی، اثر کشسانی دیواره یا جدار لوله ها را بر رو سرعت موج حاصل از ضربه قوچ مطالعه نمود. ماری طی بررسی های آزمایشگاهی چنین بیان داشت که " سرعت انتشار موج فشار ضربه قوچ تحت شرایط معین، ثابت می باشد ". ژوکوفسکی، در سال ۱۸۹۸ اولین شخصی بود که نشان داد علت بالا رفتن فشار در مسیر خطوط لوله انتقال در نتیجه تغییر سرعت و جرم مخصوص سیال است. ایشان فرمولی را برای تعیین و محاسبه سرعت انتشار موج فشار ناشی از ضربه قوچ ارائه نمود. با توجه به تلاش و کوشش پرثرم آقای ژوکوفسکی در بررسی پدیده ضربه قوچ و نتایج سودمند این تحقیقات، بدون شک عنوان بانی و پدر علم ضربه قوچ شایسته ایشان است. ادامه این تحقیقات در طول قرن بیستم ادامه یافت و در حدود سال های ۱۹۱۳ لورنزو و همکارانش^۳ به تجزیه و تحلیل جدیدی از فرآیند ضربه قوچ رسیدند و دامنه مطالعاتی قبلی را به صورت گستردهای بسط و توسعه دادند. ایشان روش ریاضی و ترسیمی را برای تعیین فشار ضربه قوچ ابداع و ارائه نمود و در مدت ۵۰ سال کار خود به نتایج مهمی در این زمینه دست یافت. با دستیابی به نتایج ارزنده پیشینیان، عده زیادی از محققین مطالعات و بررسی های همه جانبهی را در زمینه های مختلف پدیده ضربه قوچ دنبال نموده اند.

^۱ Wood

^۲ Wilhem Weber

^۳ Lorenzo Allievi et al.

آنتون برگانت^۱ [۵] در سال ۱۹۹۸ پدیده ضربه قوچ را بررسی نموده و دریافت که جدا شدن ستون آب در یک لوله پر باعث می شود فشار در نقطه هایی به فشار بخار آب رسیده و این نقاط باعث به وجود آمدن خلا گردیده و اگر دو ستون آب از دو طرف به سمت خلا حرکت کرده و برخورد کنند ناگهان باعث افزایش فشار در آن نقطه شده و این افزایش فشار توسعه یافته شروع به حرکت می کند و ممکن است به تجهیزات و یا تکیه گاه ها ضربه زده خط لوله را گسیخته نماید. چاودری^۲ [۱۵] معادلات ضربه قوچ را با روش های مک کورمک و لامبدا^۳ و روش تفاضل محدود^۴ (FD) حل کردند. آنها دریافتند که روش تفاضل محدود مرتبه دوم نتایج بهتری نسبت به روش کرکتریستیک مرتبه اول می دهد. ایگلسیا^۵ [۱۸] از یک برنامه کامپیوتری برای شبیه سازی هیدرولیکی یک خط انتقال ساده از طریق مدل ریاضی استفاده کردند. مدل آنها منجر به نتایج قابل قبولی شد. وی در ادامه کار، مدل خود را [۱۹] با استفاده از یک سیستم پمپاژ و شیر یک طرفه و محفظه هوا گسترش دادند. ژائو و جیدائو^۶ [۲۴] روش های مرتبه اول و دوم حجم محدود صریح گودونو^۷ را برای مسائل ضربه قوچ فرمول بندی و تحلیل کردند. آنها دو روش حجم محدود و کرکتریستیک را در مورد سه مثال در دو حالت با و بدون اصطکاک با هم مقایسه و دریافتند که روش حجم محدود گودونو به نتایج مشابهی با روش کرکتریستیک منجر می شود، همچنین آنها نشان دادند که روش مرتبه دوم گودونو نسبت به روش مرتبه اول به زمان اجرای کمتر و حجم کمتری از ذخیره سازی اطلاعات نیاز دارد. سایکا و سارما^۸ [۲۳] یک مدل عددی را با روش کرکتریستیک و مدل بار^۹ [۸] برای ضریب اصطکاک برای حل

¹ Bergant

² Chaudhry

³ MacCormak & Lambda

⁴ Finite Difference

⁵ Iglesia

⁶ Zhao & Ghidaoui

⁷ Godunov

⁸ Saikia & Sarma

⁹ Barr

مسایل ضربه قوچ ارائه دادند. صحت و دقت روش پیشنهادی آنها با مثال مربوط به بسته شدن سریع شیر در انتهای یک خط لوله و مقایسه نتایج حاصله با روش پخش لاکس، آزمایش شد. وود [۱۲، ۱۱] دو روش MOC^۱ و WCM^۲ را با هم مقایسه کرد و دریافت که با دقت مشابه ، WCM به صورت نرمال به محاسبات کمتر نیاز دارد و زمان اجرای آن سریع تر است. به اضافه اینکه تعداد محاسبات در هر گام زمانی برای WCM ، زمانی که دقت بیشتر مورد نیاز است ، افزایش نمی یابد در حالی که تعداد محاسبات در هر گام زمانی در روش MOC به شدت به میزان دقت بستگی دارد.

۲-۳- پدیده اندر کنش سیال - سازه^۳

در حین ایجاد جریان غیرماندگار نظیر ضربه قوچ، نیروهای دینامیکی قابل توجهی به سازه لوله وارد می شود. چنانچه این نیروها باعث حرکت شبکه لوله ها شود پدیده ای به نام تداخل سیال و سازه اتفاق خواهد افتاد. در سیستم های توزیع سیال این پدیده باعث تبادل انرژی بین سیال متحرک و سازه غیر قابل تغییر شکل می شود، این میزان تبادل انرژی به مقاومت سازه در برابر عدم تغییر شکل(سختی^۴) بستگی دارد.

بنابراین می توان گفت بررسی این پدیده به علت اثرات مخربی که می تواند در سیستم های توزیع سیال ایجاد کند، از اهمیت بالایی برخوردار است و همواره مورد توجه محققین و پژوهشگران بوده است.

^۱ Method of characteristic

^۲ Wave characteristic method

^۳ Fluid Structure Interaction

^۴ stiffness

۲-۳-۱- تاریخچه پدیده اندر کنش سیال - سازه

تداخل سیال و سازه در خطوط لوله، دارای ابعاد مختلف و خاصی است که بررسی هر کدام از این ابعاد نیازمند به کار بردن روش های متفاوت جهت مدلسازی و تحلیل خصوصیات این تداخل و تأثیرات متقابل می باشد.

نخستین بار اسکالاک^۱ [۲۸] به بررسی تداخل سیال- سازه پرداخت و برای این منظور از معادلات تداخلی حاکم بر ضربه قوچ استفاده نمود.

در طی سالهای پس از آن و انجام تحقیق و بررسی های فراوان، می توان گفت از مهم ترین مطالعات انجام گرفته، حل معادلات سازه ای با روش اجزای محدود و معادلات هیدرولیک با روش خطوط مشخصه، و هم چنین حل تحلیلی مسأله اندرکنش سیال سازه برای یک لوله می باشد [۴۸].

استریتر و وایلی^۲ [۴۲] در مطالعات خود تأثیر جابجایی های طولی و محیطی لوله در کاهش سرعت موج فشاری را مورد بررسی قرار دادند.

اسکالاک و تورلی^۳ [۳۰] و ویلیامز^۴ [۴۱] معادلات امواج طولی را برای سیال و لوله به صورت کوپله در نظر گرفتند تا بتوانند بدین وسیله امواج کششی ایجاد شده در بدنه لوله را محاسبه کنند.

آنالیز کوپله سیال - سازه باید حرکت موج تنش را در جداره لوله همانند حرکت موج فشاری در سیال، در نظر بگیرد. دیویدسون^۵ و اسمیت یک ماتریس انتقال مرکب از سیال و سازه را برای یک لوله خم دار توسعه دادند و نتایج آزمایشگاهی درستی کار آنها را ثابت کرد. در ادامه آنها سیستمی شامل سه زانو را مورد بررسی قرار دادند که نتایج حاصل بر نتایج آزمایشگاهی منطبق بود و درستی کار آنها را تأیید می کرد.

¹ Skalak

² Streeter & Wylie

³ Thorely

⁴ Williams

⁵ Davidson & Smith

ویلیکینسون^۱ [۴۰] روشی را برای تخمین پاسخ لرزه ای سیستم عمومی لوله ارائه کرد که در آن از یا ماتریس انتقال استفاده شده است. روابط شامل پنج خانواده کوپله بودند که شامل یک رابطه در سیال و چهار رابطه در سازه لوله می باشد.

بلیچکو، کارابین و لین^۲ [۴] پروسه ای دو گامی جهت تشابه امواج و تأثیر سازه ای آن در سیستم لوله پیشنهاد نمودند. آنان از روش ساده ای که می توانست با دقت کافی تراکم پذیر بودن سیال و سازه را در نظر بگیرد، استفاده کردند. در این روش لوله صلب در نظر گرفته می شود، سپس تحلیل هیدرودینامیکی انجام شده و توزیع فشار در خط لوله بدست می آید. با استفاده از این فشار، بارهای سازه ای جهت انجام تحلیل اجزا محدود به دست می آید. ویگرت و هتفیلد و استاکنبروک^۳ [۳۸] یک روش مشخصه برای سیال و سازه به صورت همزمان ارائه کردند. در این روش فشار سیال و تنش محوری، برش و خمش لوله، روی خطوط مشخصه تعریف می شوند.

از مقالات ارزشمند در سالهای اخیر، می توان به مقاله تایلینگ اشاره کرد. وی در این مقاله به حل چهار معادله دیفرانسیل حاکم بر پدیده تداخل سیال-سازه (شامل دو معادله هیدرولیکی و یک معادله ارتعاش محوری درجه دوم که خود به دو معادله دیفرانسیل درجه اول تبدیل می شود) در یک سیستم مخزن - لوله مستقیم و شیر پرداخت. در این مقاله برای مستقل ساختن معادلات دیفرانسیل از یکدیگر از یک سیستم مجازی استفاده شده و در ادامه به حل این معادلات با روش خطوط مشخصه پرداخته شده است. همچنین اثرات کوپله اتصال و پواسون در نظر گرفته شده و به لزوم به کارگیری المان های کوچک جهت ارائه حل دقیق تر و کاهش خطاهای روش عددی اشاره شده، این کار سبب می شود سرعت حل کاهش یافته و زمان محاسبات را به طرز قابل ملاحظه ای افزایش میدهد. تحلیل انجام گرفته در این مقاله از نوع فرکانسی می باشد بدین معنا که متغیرهای معادلات حاکم جداسازی شده و جهت تعیین تابعی مناسب برای بیان شرایط مرزی از سری های فوریه استفاده می شود.

² Wilkinson

³ Belytschko & Karabin & Lin

⁴ Wiggret & Hatfield & Stuckenbruck

یانگ و همکارانش^۱ [۴۳] روشی ماتریسی برای حل دستگاه متشکل از چهار معادله دیفرانسیل توصیف کننده پدیده تداخل سیال - سازه (که در مقاله تایلینگ نیز بدان پرداخته شده) ارائه کردند. نتایج حل آنها با روش خطوط مشخصه و نتایج آزمایشگاهی تطابق مناسبی دارد.

با توجه به مطالعات و بررسی های گسترده ای که محققین در زمینه تداخل سیال - سازه در سال های اخیر و پیش از آن انجام داده اند، باز هم این پدیده دارای نقاط مبهم زیادی می باشد و عملکرد آن از نظر فیزیکی در سیستم لوله کاملاً شناخته شده نیست . می توان گفت تا به امروز هیچ روش قطعی جهت بررسی این پدیده ارائه نشده و نیاز به تحقیق و بررسی های بیشتری دارد.

۲-۳-۲- تشریح پدیده اندر کنش سیال - سازه

در شبکه های توزیع سیال ایجاد جریان غیر ماندگار، نظیر ضربه قوچ، باعث تغییراتی در سرعت جریان و نوساناتی در فشار سیال درون لوله می شود. در اثر این نوسانات فشاری در یک سیستم، نیروهای دینامیکی قابل توجهی به سازه لوله وارد شده که باعث حرکت و جابجایی و تغییر شکل لوله می شود. این جابجایی ها در جهات طولی^۲ و عرضی^۳ می باشند که نیروهای قابل ملاحظه ای را به تکیه گاه ها وارد می کنند. همچنین تغییر شکل ها در زانوها شرایط مرزی سیال را تغییر می دهند. از آنجا که نمی توان به تحلیل سیال و سازه به صورت مجزا پرداخت باید معادلات حاکم بر حرکت سیال و حرکت دینامیکی سازه، بصورت همزمان یا کوپله بیان شده و با روش مناسبی حل گردد. از مهم ترین موارد در زمینه حل این معادلات می توان به طراحی تکیه گاه ها و همچنین تعیین نیروهای برشی و محوری در مقاطع مختلف لوله اشاره کرد.

¹ Yang, Ke et al.

¹ Longitudinal displacements

² Laterall displacements

در اینجا آنالیز تداخلی (کوپله) از دو دیدگاه مورد بررسی قرار می گیرد. دیدگاه اول تعداد معادلات دیفرانسیلی و دیدگاه دیگر بررسی انواع زمینه هایی است که در یک تحلیل کوپله ، برای شبکه های توزیع ، از نظر رفتار سیال و سازه می توان به آنها پرداخت .

۲-۴- انواع مدل سازی کوپله

تایسلینگ^۱ روش های کوپله حل مسائل اندرکنش سیال - سازه لوله ها را با توجه به معادلات دیفرانسیلی که برای هر روش استفاده می شود به صورت زیر طبقه بندی نمود[۳۱]:

۱- مدل دو معادله دیفرانسیلی : این مدل فقط شامل دو معادله دیفرانسیل هیدرولیکی (پیوستگی و مومنتوم) می باشد. پس از حل این معادلات فشارها و سرعت های به دست آمده از این حل ، برای تحلیل معادلات سازه ای استفاده می شود . این روش در اصل یک روش نیمه کوپله می باشد و به نام روش حل ضربه کوچ کلاسیک معروف می باشد .

۲- مدل چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول : این مدل شامل دو معادله پیوستگی و مومنتوم می باشد که معادلات هیدرولیکی نام دارند و معادله ارتعاش محوری سازه که چون یک معادله مرتبه دوم است، که خود به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل می شود . این مدل برای لوله های مستقیم با حرکت محوری مورد استفاده قرار می گیرد . مجهولات این مدل علاوه بر فشار و سرعت سیال شامل تنش محوری و سرعت محوری دیواره لوله نیز می باشد .

۳- مدل شش معادله دیفرانسیل مرتبه اول : این مدل تنها زمانی استفاده می شود که نیروهای اینرسی شعاعی هم بخواهند مورد استفاده قرار گیرند . در این مدل علاوه بر مجهولات ذکر شده در مدل قبلی تنش هوپ و سرعت شعاعی دیواره لوله نیز اضافه می شود .

³ Tijsseling

۴- مدل چهارده معادله دیفرانسیل مرتبه اول : این مدل شامل دو معادله هیدرولیکی، یک معادله ارتعاشی محوری که چون مرتبه دوم است به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل می شود . یک معادله ارتعاش پیچشی که این نیز چون مرتبه دو است به دو معادله مرتبه اول تبدیل می شود . دو معادله ارتعاش خمشی در دو صفحه XY و XZ که چون معادلات ارتعاشی خمشی مرتبه چهار می باشد این دو معادله جمعا به هشت معادله دیفرانسیلی مرتبه اول قابل تبدیل خواهند بود . این مدل این توانایی را دارد که ارتعاش محوری لوله و سیال را در صفحه ارتعاشی و در خارج از صفحه ارتعاشی و نیز ارتعاش پیچشی را در حالت سه بعدی برای لوله ها مدلسازی کند.

۲-۴-۱- مکانیزم های کوپله

امواج تنشی که در امتداد خط لوله حرکت می کنند و روی یکدیگر به صورت متقابل تاثیر میگذارند، عبارتند از: امواج تنش پیچشی، محوری، خمشی، چرخشی، شعاعی سازه و امواج تنش های فشاری در سیال. بر اساس نحوه تداخل بین این امواج، در بررسی های انجام گرفته تا کنون سه مکانیزم شناخته شده است که شامل مکانیزم کوپله پواسن^۱، کوپله اتصال^۲ و کوپله اصطکاک^۳ می باشد، که به شرح در ذیل آورده شده است:

۱- **مکانیزم اثر کوپله پواسن** : این مکانیزم در اثر وجود نسبت پواسن برای مصالح لوله می باشد و موجب تبدیل تنش های شعاعی به تنش های محوری می گردد، مقدار اثر این کوپله تا حدود زیادی بستگی به نسبت پواسن مصالحی که لوله از آن ساخته شده دارد. این اثر خود را در شکل معادلات دیفرانسیل ارائه شده به صورت جملات کوپله کننده سیال با سازه و بالعکس نشان می دهد. اگر این نسبت را در معادلات صفر در نظر بگیریم مقدار اثر این کوپله صفر خواهد شد. می توان گفت این

¹ Poisson coupling

² Junction coupling

³ Friction coupling

مکانیزم ناشی از کوپله شدن امواج فشاری سیال با امواج تنش های شعاعی و محوری در سازه می باشد که می تواند موجب تغییراتی در نمودارهای فشار سیال و تنش سازه گردد. زمانی که تمام اتصالات شبکه لوله (نظیر تقاطع ها، زانویی ها، شیرها و...) کاملاً صلب باشند می توان از این کوپله استفاده کرد.

۲- مکانیزم اثر کوپله اتصال : این مکانیزم زمانی اتفاق می افتد که برخی اتصالات نظیر زانویی ها، نقاط تغییر قطر (ونتوری ها)، تقاطع ها، اریفیس ها، شیرها و ... کاملاً به زمین مهار نشده یا به عبارتی غیر صلب باشند. اثر تداخلی اتصال، در شرایط مرزی که برای تحلیل سازه یا سیال مورد استفاده قرار میگیرد ظاهر می شود. این مکانیزم باعث عمده ترین تغییرات در تشدید تنش ها و در نهایت تضعیف سازه می گردد .

۳- مکانیزم اثر کوپله اصطکاک : این اثر همانند اثر تداخلی پواسون، در شکل معادلات دیفرانسیل هیدرولیکی و سازه ای ظاهر می شود و همانطور که از نام آن پیداست، ناشی از اصطکاک سیال با جدار داخلی لوله می باشد. عملکرد آن به نحوی است که باعث کاهش فشارها و تنش ها در لوله می گردد. از این رو عموماً محققین در جهت اطمینان، این اثر را در نظر نمی گیرند. در این پایان نامه، بررسی این مکانیزم کوپله در دستور کار قرار ندارد.

۲-۵- تفاوت اثر تداخلی اتصال و پواسون

همانطور که اشاره شد، منشا کوپله پواسون، وجود نسبت پواسون برای مصالح سازه ای لوله می باشد. به گونه ای که با صفر در نظر گرفتن این نسبت، این اثر از روابط دیفرانسیلی حذف خواهد شد. این در حالیست که منشا کوپله اتصال، تثبیت نبودن برخی اتصالات و به ارتعاش در آمدن آنها در هنگام ایجاد یک جریان غیر ماندگار در شبکه ها می باشد.

در فصول آتی به بررسی این دو کوپله به صورت مجزا و به صورت همزمان، برای حل سیستم معادلات حاکم بر پدیده اندر کنش سیال - سازه خواهیم پرداخت.

فصل سوم

روش های مدل سازی

۳-۱- مقدمه

روشهای عددی را در واقع باید بخشی از ریاضیات مهندسی دانست که در آن حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر پدیده های فیزیکی از طریق بکارگیری انواع مختلفی از تقریبهای ریاضی^۱ به حل دستگاه معادلاتی جبری تبدیل می شود. علیرغم اینکه مفاهیم اصلی و پایه های ریاضی روش های عددی قرن ها پیش ابداع شده است ولی کاربرد عملی و وسیع این روشها باید منتظر فراهم آمدن امکان حل سریع و کارایی دستگاه معادلات جبری حاصل از آنها باشد. از سوی دیگر روش های عددی به دلیل ساخت کامپیوترها و افزایش حافظه و کارایی آنها روز به روز در حال پیشرفت و توسعه می باشند. نتایج حاصل از روش های عددی پس از مقایسه با نتایج تجربی می توان مورد تایید قرار داد، به شرط آنکه مساله در محدوده فرض های به کار رفته در آن برنامه قرار داشته باشد. استفاده از روش های عددی علاوه بر افزایش سرعت و دقت محاسبات و کاهش هزینه ها، امکان تحلیل دقیق مسائل پیچیده ای که امکان تحلیل آنها از طریق روش های متداول، همچون روش های تحلیلی یا تجربی، امکان پذیر نبوده را فراهم آورده است.

قبل از پرداختن به روشهای عددی بهتر است معادلات را به صورت زیر دسته بندی کنیم:

۳-۲- تقسیم بندی معادلات دیفرانسیل در هیدرولیک محاسباتی

معادلات دیفرانسیل حاکم بر پدیده های فیزیکی را میتوان از جهات گوناگون تقسیم بندی کرد در یک تقسیم بندی که از نظر حل عددی مناسب تر است، معادلات دیفرانسیل برحسب تعداد متغیرهای مستقل موجود در آنها تقسیم بندی می شوند. بر این اساس دو دسته معادلات دیفرانسیل داریم:

- معادلات دیفرانسیل معمولی^۲ (ODE)، با یک متغیر مستقل

¹ Mathematical Approximation

² Ordinary differential equation

- معادلات دیفرانسیل نسبی^۱ (PDE)، با چند متغیر مستقل

متغیرهای مستقل معادلات دیفرانسیل حاکم بر پدیده های فیزیکی مختصات زمانی t و مختصات مکانی x, y, z می باشند. سایر تقسیم بندی ها همچون خطی^۲ و غیرخطی^۳، همگن^۴ و ناهمگن^۵ و غیر آن در زیر مجموعه ای از تقسیم بندی فوق قرار می گیرند.

۳-۲-۱- معادلات دیفرانسیل معمولی

معادله دیفرانسیل معمولی معادله ایست که تنها یک متغیر مستقل دارد و بیانگر رابطه بین مشتقات متغیر وابسته، تابع مجهول، بر حسب متغیر مستقل است. معادله دیفرانسیل زیر، نمونه ای از معادلات دیفرانسیل معمولی است.

$$\frac{dy}{dt} = u(y, t) \quad (۳-۱)$$

که در آن u هر تابع فرضی، y متغیر وابسته و t متغیر مستقل است.

۳-۲-۲- معادلات دیفرانسیل نسبی

معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار واقعی اکثر پدیده های فیزیکی در واقع از نوع معادلات دیفرانسیل نسبی است. در واقع معادلات دیفرانسیل معمولی همان معادلات دیفرانسیل نسبی می باشند که در صورت امکان از فرضیات ساده کننده ای برای جلوگیری از رفتار پیچیده پدیده ها، در آنها استفاده شده است، به این ترتیب میتوان از معادلات دیفرانسیل معمولی برای بیان رفتار پدیده های واقعی بهره جست. معادلات دیفرانسیل نسبی معادلاتی اند که رابطه بین تابعی از چند متغیر مستقل را با

^۲ Partial differential equation

^۳ Linear

^۴ Non- Linear

^۵ Homogenous

^۶ Non- Homogenous

مشتقات این تابع نشان می دهند. تابع مورد نظر بنام متغیر وابسته، یا تابع مجهول، شناخته می شود که هدف از حل معادله دیفرانسیل یافتن چگونگی تغییرات آن است.

مرتبه معادلات دیفرانسیل نسبی حاکم بر مسائل فیزیکی می توانند متفاوت باشند ولی اکثر مسائل مهندسی آب از طریق معادلات دیفرانسیل نسبی مرتبه اول و مرتبه دوم بیان می شوند.

در روابط (۲-۳) و (۳-۳) به ترتیب شکل عمومی معادلات دیفرانسیل نسبی مرتبه اول و مرتبه دوم نشان داده شده اند.

$$au_t + bu_x = c \quad (2-3)$$

$$\begin{cases} Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu = G \\ u = u(x, y) \end{cases} \quad (3-3)$$

که در آن ضرایب A تا G تابعی از x,y,u و مشتق های اول u می باشند. این ضرایب مستقل از مشتق های مرتبه دوم u می باشند.

۳-۳- روش های مدل سازی عددی

بررسی پدیده های فیزیکی با دو روش آزمایشگاهی و مدل سازی عددی قابل حل است. روشهای عددی متفاوتی تاکنون ابداع و مورد استفاده قرار گرفته اند. از مهمترین این روشها میتوان به روشهای: اجزاء محدود^۱، احجام محدود^۲، اجزاء مرزی^۳، تفاضل محدود^۴ و روش مشخصه^۵ اشاره کرد. هر یک از این روشها دارای مزایا و معایب ویژه ای است که کارایی آنها را به مسائل خاصی محدود می کند [۴۵]. با توجه به تعداد روش های تحلیلی و پیشرفت روز افزون علم، باز هم تاکنون روشی که در

¹ Finite Elements

² Finite volumes

³ Boundary Elements

⁴ finite difference

⁵ Metod of characteristic

تمامی زمینه های مسائل مهندسی و علوم برتری قاطعی نسبت به سایر روشها داشته باشد ابداع نشده است. علاوه بر این اکثر روشهای عددی کم و بیش با یکدیگر مرتبط اند و از تجربیات یکدیگر در زمینه حل مسائل حوزه مشترکشان استفاده می کنند. به همین دلیل می توان ادعا کرد که آشنایی حداقل اجمالی، با همه روش های عددی رایج، برای محققین و مهندسين و دانشجویان اجتناب ناپذیر است. در این فصل نگاهی اجمالی به مفاهیم اولیه سایر روش های مدل سازی خواهیم داشت.

۳-۳-۱- روش اجزاء محدود

عبارت اجزاء محدود اولین بار توسط کلاف^۱ در سال ۱۹۶۰ استفاده شد. بارزترین ویژگی این روش تقسیم دامنه ای مشخص به یک دسته زیر دامنه ساده، به نام اجزاء محدود می باشد. هر شکل هندسی که محاسبه حل یا تقریب آن امکان پذیر باشد، یا روابط لازم بین مقادیر جواب در نقاط منتخب به نام گره های زیر دامنه را فراهم آورد، به عنوان یک جزء محدود قابل توصیف است. دیگر ویژگی های این روش، شامل کنکاش برای یافتن حل تقریبی پیوسته، اغلب به صورت چند جمله ای، روی جزء بر حسب مقادیر گرهی و همبست معادلات اجزاء با اعمال پیوستگی حل و تعادل نیروها در بین اجزاء می باشد.

سه گام اصلی در روش اجزاء محدود به شرح زیر است [۲۶]:

- ۱- تقسیم کل مجموعه به قطعات کوچکتر
- ۲- یافتن حل تقریبی به صورت ترکیب خطی مقادیر گرهی و توابع تقریبی برای هر قسمت
- ۳- استخراج روابط جبری بین مقادیر گرهی حل روی هر قسمت و همبست آنها برای بدست آوردن حل مجموعه

³ Clough

با تقسیم دامنه به نواحی و یا همان قطعات کوچکتر به نام المان علاوه بر بررسی دقیق هندسه های پیچیده، بیان دقیق حل در محدوده هر جزء امکان پذیر می باشد. با توجه به هندسه و فیزیک مسأله، میتوان المان ها را به صورت یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی و همچنین به شکل منظم یا نامنظم در نظر گرفت.

۳-۳-۲- روش احجام محدود

روش حجم محدود جزو روش های عددی انتگرالی جهت حل معادلات می باشد، به طور کلی می توان معادلات حاکم بر محیط را به صورت یک رابطه انتگرالی بیان نمود. برای حل معادلات انتگرالی به روش حجم محدود، محیط مورد مطالعه به حجم های کوچک تقسیم می شود و در نهایت برای حل عددی این معادلات باید مجموع انتگرال معادلات در محیط محاسباتی را در نظر گرفت. لذا اولین قدم در روش حجم محدود، تقسیم کردن ناحیه به حجم کنترل های گسسته می باشد. روند کلی روش حجم محدود به صورت زیر می باشد:

۱- گسسته سازی دامنه

۲- گسسته سازی در راستای بعد زمانی

۳- محاسبه فلاکس های عددی

در این تحقیق از روش حجم محدود گودونو، برای بررسی و صحت سنجی روش خطوط مشخصه ضمنی استفاده شده است. بدین ترتیب که در فصل پنجم نمودارهای حاصل از روش ضمنی با روش گودونو مقایسه شده اند.

۳-۳-۳- روش اجزا مرزی

روش اجزاء مرزی را باید یکی از جدیدترین روشهای عددی برای حل معادلات دیفرانسیل بشمار آورد. این روش همانند روش اجزاء محدود از مفاهیم ریاضی عمیقی بهره می گیرد که درک آنها کمک

شایانی به فراگیری روش و جزئیات اجزایی آن می کند. فرمولبندی و ابداع این روش همانند روش اجزاء محدود بر اساس فرآیندها باقیمانده وزنی استوار است و از این نظر مشترکات زیادی با روش اجزاء محدود دارد. بر این اساس می توان پیش بینی کرد که استفاده از این روش برای فرمولبندی حل معادلات دیفرانسیل به معادلاتی از نوع انتگرالی آن منجر می شود. تفاوت اصلی روش اجزاء مرزی با روش اجزاء محدود در شکل این معادلات انتگرالی نهفته است. معادلات انتگرالی روش اجزاء محدود معادلاتی هستند که در آن مجهولات مسئله بصورت عمده تنها در انتگرال های حوزه ای ظاهر می شوند در حالی که معادلات نهایی مورد نظر در روش اجزاء مرزی، همانگونه که از نام روش بر می آید، اساساً معادلاتی هستند که در آن مجهولات مسئله تنها در انتگرال های مرزی موجود در رابطه باقیمانده وزنی ظاهر می شوند.

در این روش معادلات دیفرانسیل حاکم به اتحادهای انتگرالی تبدیل می شوند که بر روی سطح یا مرز اعمال می شوند. به این ترتیب که مرز به بخش های کوچک تقسیم شده و همانند سایر روش های عددی در نهایت یک دستگاه معادلات جبری خطی حاصل می گردد که یک جواب یکتا خواهد داشت. این روش به صورت هندسی و به سادگی برای هر شکل پیچیده مرزی قابل اعمال است و به راحتی بر آن منطبق خواهد بود.

۳-۴- روش تفاضل های محدود

روش تفاضلهای محدود بدلیل قدمت آن از یک طرف و انعطاف پذیری و سادگی بکارگیری آن از طرف دیگر بصورت گسترده ای در حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر مهندسی آب مورد استفاده قرار داده می شوند. در واقع برای حل یک معادله دیفرانسیلی به روش تفاضل های محدود، مشتقات معادلات با عبارت های جبری جایگزین می شوند که مقادیر حل در نقاط گسسته شبکه درون حوزه حل را شامل می شود. معادلات گسسته به دست آمده از این طریق، پس از اعمال شرایط مرزی برای

مقادیر متغیرهای موردنظر در نقاط گره ای شبکه حل می شوند. روش تفاضل محدود آسان ترین راه حل میان روش های پیشگفته می باشد که به راحتی قابل تبدیل به برنامه کامپیوتری است، امروزه این روش برای حل مسائل انتقال حرارت و جریان های سیال کاربرد فراوانی دارد. اشکال اساسی این روش در مسایل عملی مهندسی این است که این روش برای مسایلی که هندسه نامنظمی دارند کاربرد مناسبی ندارد.

روش تفاضل محدود برای حل انواع معادلات دیفرانسیل را می توان در چهار گام اساسی زیر خلاصه کرد[۴۵]:

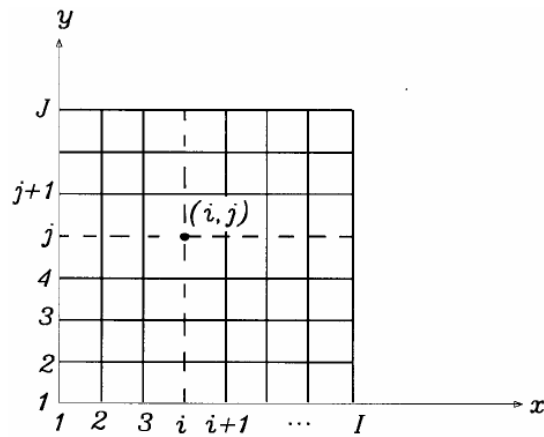
گام اول : گسسته سازی حوزه فیزیکی مسئله

در مرحله اول، حوزه مکانی و زمانی مسئله مورد نظر، از طریق گسسته سازی^۱ به یک حوزه گسسته تبدیل می شود. گسسته سازی حوزه مورد نظر با انتخاب نقاطی بر روی آن صورت می گیرد. مجموعه این نقاط بنام شبکه تفاضلهای محدود^۲ و هر یک از نقاط بنام نقطه شبکه^۳ خوانده می شود. در صورتی که فواصل نقاط چنین شبکه ای در جهات محورهای مختصات با یکدیگر برابر باشد شبکه حاصل از نوع یکنواخت و در غیر این صورت غیر یکنواخت خواهد بود. در شکل زیر یک نمونه شبکه یکنواخت نشان داده شده است.

¹ Discretization

² Finite Difference Grid

³ Grid Points



شکل (۳-۱) - نمونه ای از شبکه یکنواخت تفاضل محدود

گام دوم : گسسته سازی معادله دیفرانسیل و شرایط مرزی

در این مرحله پس از جایگزینی حوزه پیوسته مسئله مورد نظر بوسیله حوزه گسسته تفاضلهای محدود، معادله دیفرانسیل حاکم بر مسئله و شرایط مرزی آن نیز گسسته سازی می شود. گسسته سازی معادله دیفرانسیل و شرایط مرزی آن بسادگی و از طریق اعمال معادله دیفرانسیل حاکم در نقاط مرزی مناسب صورت می گیرد. این مرحله از محاسبات معمولاً به صورت نمادین و از طریق منظور کردن معادله دیفرانسیل در یک نقطه نمونه از شبکه انجام می گیرد.

گام سوم : تشکیل معادلات تفاضلهای محدود

در این مرحله مشتقات موجود در معادلات دیفرانسیل گسسته سازی شده و شرایط مرزی آن به وسیله روابط تفاضلهای محدود مناسبی تقریب زده می شود. جایگزینی این روابط در معادلات دیفرانسیل گسسته و شرایط مرزی آن به معادلاتی بر حسب مقادیر متغیر مجهول در نقاط شبکه تفاضلهای محدود موسوم به معادلات تفاضلهای محدود^۱ منجر می شود.

¹ Finite Difference Equations

گام چهارم : حل دستگاه معادلات تفاضلهای محدود

در این مرحله دستگاه معادلات تفاضلهای محدود بدست آمده در گام قبل به منزله دستگاه معادلاتی جبری از طریق روشهای مناسبی حل و مقادیر تابع مجهول در نقاط مختلف شبکه محاسبه می شوند. این روش را می توان به دو دسته تقسیم کرد:

- روش تفاضل محدود صریح^۱

- روش تفاضل محدود ضمنی^۲

در روش تفاضل محدود صریح، تفاضل های محدود به گونه ای جایگزین مشتقات جزئی می شوند که مجهولات در یک نقطه و در پایان گام زمانی Δt ، بر حسب شرایط معلوم ابتدای فاصله زمانی محاسبه می شود. اما در روش تفاضل محدود ضمنی، مقادیر نامعلوم در یک مقطع و در پایان گام زمانی Δt بر حسب مقادیر نامعلوم همین متغیرها در مقاطع مجاور بیان می شود. بنابراین معادلات مربوط به تمامی گره ها در سیستم باید همزمان حل شوند.

۳-۳-۵- روش مشخصه

یکی دیگر از روش های مدل سازی روش مشخصه می باشد. به دلیل اینکه در این تحقیق از روش مشخصه برای حل معادلات حاکم استفاده شده و از طرفی کاربرد بیشتری در زمینه حل مسائل هیدرولیک دارد ، لذا این روش مورد بررسی دقیق تری قرار می گیرد.

در روش مشخصه ها، معادلات دیفرانسیل حاکم به معادلات دیفرانسیل کامل تبدیل شده و سپس با استفاده از روشهای تفاضل محدود به حل آنها اقدام می شود. در واقع معادلات دیفرانسیل جزئی (PDE) را به معادلات دیفرانسیل معمولی (ODE) تبدیل می کند.

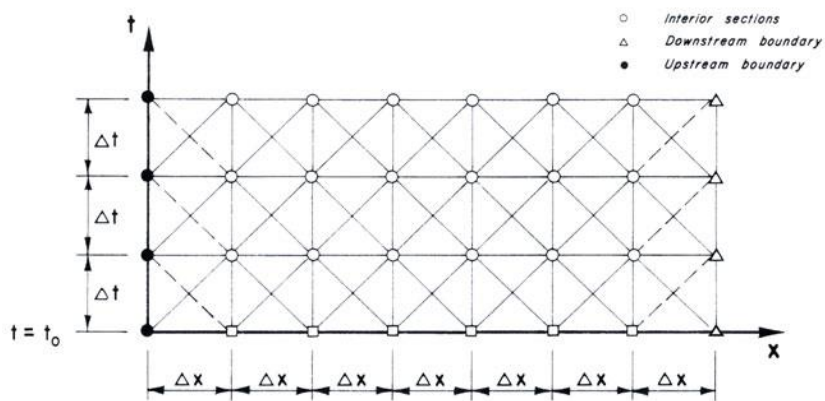
از مزایای این روش میتوان به موارد زیر اشاره نمود [۵۲]:

^۱ Explicit Finite Difference Method

^۲ Implicit Finite Difference Method

- دقت این روش در نتایج بدست آمده
- منظور نمودن اثر افت هد فرعی
- حل سیستم های پیچیده
- ارائه نمودن جزئیات محاسباتی به صورت جدول

در شکل زیر نمونه ای از خطوط مشخصه و شبکه مشخصه در مختصات (X,t) به صورت شماتیک نشان داده شده است:



شکل (۳-۲) - شبکه خطوط مشخصه و نقاط مرزی در بالادست و پایین دست

جهت حل معادلات FSI دو روش خطوط مشخصه وجود دارد:

۱- روش خطوط مشخصه صریح^۱

۲- روش خطوط مشخصه ضمنی^۲

در روش خطوط مشخصه صریح، در گام زمانی معین، هر گره میانی و یا مرزی به طور مجزا تحلیل می شوند. برای بدست آوردن مقادیری همچون فشار و سرعت در گام بعدی، لازم است تا مقادیر این کمیت ها در گام زمانی قبل مشخص باشند. برای این منظور استفاده از دو روش زیر امکان پذیر است:

^۱ MOC

^۲ IMOC

۱- شبکه کامل MOC

۲- شبکه ثابت و بکار بردن تکنیک های درونیایی

- درونیایی خطی

- درونیایی غیرخطی

استفاده از روش خطوط مشخصه صریح به منظور شبیه سازی خطوط انتقال آب محدودیت و مشکلاتی را ایجاد می کند، که از آن جمله میتوان به موارد زیر اشاره کرد: در این روش باید فقط یکی از اجزای خطوط انتقال آب بین هر دو لوله قرار بگیرد، در غیر این صورت بایستی شرایط مرزی جدیدی برای هر نوع ترکیبی از اجزای موجود در خط انتقال آب به دست آورده شود که این امر باعث ایجاد شرایط محدودکننده ای به خصوص زمانی که به منظور یافتن بهترین عملکرد سیستم، بایستی طراحی ها و بهره برداری های مختلفی را برای سیستم در نظر گرفت، می شود. از سوی دیگر شرایط مرزی اجزایی مانند شیر، پمپ و یا مخزن به محل قرارگیری آنها و اینکه درانتها یا در وسط و یا بالادست یا پایین دست سیستم قرار گرفته اند، بستگی دارد. به علاوه شرایط مرزی آنها با عوض شدن جهت جریان تغییر می کند.

روش خطوط مشخصه ضمنی به عنوان روشی که مشکلات ذکر شده در روش خطوط مشخصه صریح را تعدیل می کند، بیان می شود. در این روش کلیه اجزای موجود در خط انتقال مانند لوله به صورت دو گره ای تعریف شده و معادلات مربوطه در این حالت به دست آورده می شوند. این معادلات مستقل از محل قرارگیری اجزا و جهت جریان به دست آورده می شوند و در نهایت جمع بندی شده و تشکیل دستگاه معادله کلی را به منظور یافتن هدها و دبی های گره ای می دهند [۲].

۳-۴- نتیجه گیری

با توجه به سایر نکات ذکر شده و رویه حل معادلات حاکم بر مسأله باید یکی از روش های موجود برای گسسته سازی معادلات و حل آنها انتخاب گردد.

معادلات حاکم از نوع دیفرانسیل جزئی هذلولی^۱ می باشند و جهت آنالیز این معادلات با توجه به مزایا و قدمت روش مشخصه، از این روش استفاده میکنیم.

در این تحقیق روش به کار برده شده روش خطوط مشخصه ضمنی می باشد، که در فصل بعدی به توضیح و تشریح گام به گام مراحل آن می پردازیم.

¹ Hyperbolic Partial Differential Equations

فصل چهارم

روش عددی خطوط مشخصه ضمنی

۴-۱- مقدمه

همانطور که گفته شد یکی از روش های مرسوم برای حل مسائل هذلولی، روش خطوط مشخصه می باشد. در واقع روش مشخصه ها بهترین روشی است که برای حل این معادلات وجود دارد و بدون شک در بین تمام روش های عددی دیگری که میتوان استفاده کرد، جوابهای دقیق تر و سریعتری میدهد. علت دقت و سرعت بالای این روش این است که به نوعی می توان گفت این روش یک روش نیمه تحلیلی است و جواب معادله دیفرانسیل را با یک حل تحلیلی روی خطوط مشخصی، تقریباً به طور دقیق می دهد [۴۸]. در این فصل ابتدا در جهت یادآوری پس از نگاهی گذرا به روش صریح، به بررسی روش ضمنی و حل معادلات ضربه قوچ و اندر کنش سیال _ سازه به وسیله این روش می پردازیم.

۴-۲- معرفی معادلات حاکم

۴-۲-۱- بیان معادلات حاکم بر ضربه قوچ

معادلات حاکم بر پدیده ضربه قوچ با استفاده از اصول اساسی پایداری^۱ جرم و مقدار حرکت بدست آورده می شوند. این معادلات شامل دو معادله پیوستگی و مومنتوم می باشند که به کمک اصل انتگرال گیری از حجم کنترل برای جریان یک بعدی حاصل می شوند. این حجم کنترل می تواند جزئی از سیال در فاصله کوچک δZ بین دو صفحه موازی، که جریان از بین آن دو میگذرد، باشد. همچنین این فاصله به صورت عمود بر محور لوله در نظر گرفته می شود. شکل کلی این معادلات پس از انتگرالگیری و جایگزینی عبارات انتگرالی با جملات ساده شده، بر حسب متغیرهای دبی و هد فشاری به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + V \frac{\partial P}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (۴-۱)$$

^۱ Conservation

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + g \cdot \sin \theta + \frac{fV|V|}{4R} = 0 \quad (۲-۴)$$

چون مقدار عددی V از سرعت موج یا a کوچکتر می باشد، در معادلات از ترم های انتقال غیرخطی $V \frac{\partial P}{\partial x}$ و $V \frac{\partial V}{\partial x}$ صرفه نظر می شود. این بدان معناست که متغیر سرعت دارای تغییرات مکانی و زمانی است و می توان به دلیل ناچیز بودن تغییرات مکانی نسبت به تغییرات زمانی از آن صرفه نظر نمود. همچنین می توان برای سادگی و رسیدن به فرم تقریبی معادلات ضربه قوچ کلاسیک از جمله $g \cdot \sin \theta$ صرفه نظر کرد.

معادلات بالا بر اساس متغیرهای سرعت و فشار نوشته شده اند. برای تبدیل متغیر فشار به ارتفاع پیزومتری (هد) میتوان از روابط زیر استفاده نمود:

$$P = \rho g(H-Z) \quad (۳-۴)$$

$$\frac{dP}{dx} = \rho g \left(\frac{dH}{dx} - \frac{dZ}{dx} \right) \quad (۴-۴)$$

$$\frac{dP}{dt} = \rho g \left(\frac{dH}{dt} - \frac{dZ}{dt} \right) \quad (۵-۴)$$

اکنون روابط بالا را در معادلات (۱-۴) و (۲-۴) جایگزین کرده، Z تراز لوله می باشد و از تغییرات چگالی در برابر تغییرات ارتفاع پیزومتريک و تراز لوله صرفه نظر می شود.

معادلات ضربه قوچ کلاسیک پس از مرتب کردن روابط بر حسب متغیرهای دبی و ارتفاع پیزومتری به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \text{معادله پیوستگی (۶-۴)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + RQ|Q| = 0 \quad \text{معادله اندازه حرکت (۷-۴)}$$

$$R = \frac{f}{2gDA^2} \quad , \quad a^2 = \frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{KD}{Ee}} \quad (۸-۴)$$

در صورتی که ترم اصطکاک صفر در نظر گرفته شود، جمله $RQ|Q|$ از معادله (۷-۴) حذف می شود. در معادلات بالا a سرعت موج فشاری، g شتاب ثقل، ρ چگالی سیال، θ زاویه لوله نسبت به افق، V سرعت سیال و D قطر لوله می باشد.

۴-۲-۲- بیان معادلات حاکم بر اندرکنش سیال - سازه

مدلی که در این پایان نامه بررسی می شود، معادله چهار معادله دیفرانسیل می باشد. همانطور که در فصل دوم توضیح داده شد و مطابق با مسأله مرجع اول آزمایشگاه Delft، این مدل شامل چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول می باشد که شامل دو معادله پیوستگی و مومنتوم سیال و یک معادله درجه دوم ارتعاش محوری سازه که خود به دو معادله مرتبه اول تبدیل می شوند، می باشد.

معادله پیوستگی و مومنتوم سیال همانند آنچه در قسمت قبل بیان شد، می باشد. با این تفاوت که در معادله پیوستگی یک جمله اضافه می شود که سیال را با سازه کوپله می کند. این جمله، کوپله

پواسون $-2\nu \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z}$ نامیده می شود. [۴۹]

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{g}{c_f^2} \frac{\partial H}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = 0 \quad \text{معادله پیوستگی (۹-۴)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad \text{معادله مومنتوم (۱۰-۴)}$$

به علت صرفه نظر کردن از اثرات اصطکاک در این مسأله، ترم اصطکاک از معادله مومنتوم حذف می شود.

معادلات تفکیک شده مرتبه اول ارتعاش محوری، با صرفه نظر کردن از جمله اصطکاکی، در حالت

تقریبی به صورت زیر می باشد: [۵۳] و [۴۹]

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad (۱۱-۴)$$

$$\rho_f g \frac{\nu R}{Ee} \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t c_t^2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} + \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = 0 \quad (12-4)$$

در معادلات بالا علاوه بر سرعت و هد فشاری که مجهولات هیدرولیکی مسأله می باشند، دو پارامتر سرعت محوری $\dot{u}_z$ و تنش محوری لوله σ_z مجهولات سازه ای مسأله مورد نظر را تشکیل می دهند. همچنین پارامترهای ν ضریب پواسون، ρ_t جرم مخصوص مصالح لوله، ρ_f دانسیته سیال، D قطر داخلی لوله، e ضخامت دیواره لوله، c_f سرعت موج فشاری، c_t سرعت موج برشی می باشند، که دو پارامتر آخر توسط روابط زیر بدست می آیند:

$$c_t^2 = \frac{E}{\rho_t} \quad (13-4)$$

$$c_f = (\rho_f (\frac{1}{K} + (1-\nu^2) \frac{2R}{Ee}))^{-0.5} \quad (14-4)$$

۴-۳- حل معادلات ضربه قوچ با استفاده از روش خطوط مشخصه صریح (MOC)

در این قسمت جهت یادآوری و با توجه به اینکه نحوه به دست آوردن این معادلات در بسیاری منابع، از جمله تالیفات استریتر [۲۹] ذکر شده، نگاهی گذرا به روش صریح و حل معادلات توسط این روش خواهد شد.

معادلات هیدرولیکی حاکم پیوستگی (۴-۶) و اندازه حرکت (۴-۷) با استفاده از روش خطوط مشخصه (MOC) حل شده و دو مجهول این معادلات یعنی دبی (Q) و هد فشاری (H) سیال بدست می آیند. در این روش چنانچه معادله اندازه حرکت را با L_1 و معادله پیوستگی را با L_2 نمایش دهیم، می توان با ترکیب این دو معادله به صورت $L = L_1 + \lambda L_2$ ، معادله جدیدی تشکیل داد. با این کار به ازای هر زوج عدد حقیقی متمایز برای λ ، دو معادله برای H و Q بدست می آید که می توانند جانشین معادلات L_1 و L_2 شوند [۴۲]. چنانچه معادله L تشکیل و بر اساس مشتقات جزئی مجهولات Q و H مرتب شود، می

توان با در نظر گرفتن شروطی ($\frac{dx}{dt} = C$) و یافتن دو مقدار حقیقی برای λ ($\lambda = \pm \frac{C}{g}$)، این معادله را به دو معادله دیفرانسیل معمولی کامل تبدیل نمود.

$$C^+ : \quad \frac{dH}{dt} + \frac{C}{gA} \frac{dQ}{dt} + RQ|Q| = 0 \quad C = \frac{dx}{dt} \quad (15-4)$$

$$C^- : \quad \frac{dH}{dt} - \frac{C}{gA} \frac{dQ}{dt} + RQ|Q| = 0 \quad C = -\frac{dx}{dt} \quad (16-4)$$

این معادلات که بر حسب علامت، به صورت C^+ و C^- نمایش داده می شوند را می توان به فرم تفاضل محدود معمولی روی دو خط مشخصه، بر اساس مقادیر معلوم در گام زمانی قبل و مقادیر مجهول در گام زمان فعلی نوشت. بنابراین بر اساس آنچه که گفته شد فرم تفاضل محدود معمولی دو معادله حاکم بر روی دو خط مشخصه C^+ و C^- به صورت زیر خواهد بود:

$$C^+ : \quad H_p = C_p - BQ_p \quad (17-4)$$

$$C^- : \quad H_p = C_m + BQ_p \quad (18-4)$$

$B = \frac{C}{gA}$ ، C_m ، C_p و مقادیر معلوم می باشند و بر اساس مقادیر H, Q در گام زمانی n ، که معلوم فرض می شوند، به دست می آیند.

$$C_m = H_R - BQ_R - RQ_R|Q_R| \quad (19-4)$$

$$C_p = H_L + BQ_L - RQ_L|Q_L| \quad (20-4)$$

استریتور در معادلات (۱۹-۴) و (۲۰-۴) برای افزایش دقت محاسبه اثر اصطکاک، پیشنهاد کرد که بجای $Q_R|Q_R|$ از $Q_P|Q_R|$ و همچنین بجای $Q_L|Q_L|$ از $Q_P|Q_L|$ استفاده شود. بدیهی است که برای داشتن دقت بیشتر، بهتر است گسسته سازی این جمله به صورت غیر صریح^۱ (در زمان آینده) انجام

¹ Implicit

شود. یعنی بنویسیم $Q_P|Q_P|$ اما چون Q_P مجهول می باشد این کار باعث می شود که برای هر گره یک دستگاه دو معادله دو مجهولی غیرخطی داشته باشیم. همچنین استفاده از $Q_P|Q_R|$ در رابطه C^- و $Q_P|Q_L|$ در رابطه C^+ باعث می شود بدون اینکه دستگاهی غیرخطی از Q_P و H_P ایجاد شود، دقت نسبت به کاملاً صریح^۱ افزایش یابد.

۴-۴- شرایط مرزی

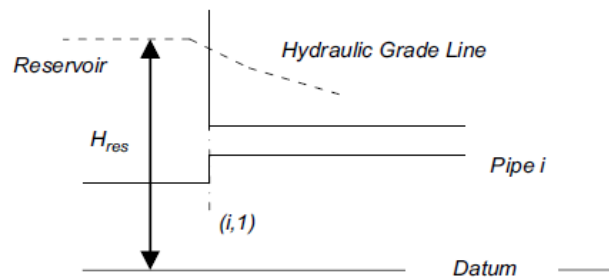
اجزا و ادوات مختلفی مانند شیرها، اتصالات، شیرهای کاهنده فشار، تانک های ضربه گیر، پمپ ها و... در سیستم شبکه لوله قرار می گیرند. در روش خطوط مشخصه این اجزا و ادوات به عنوان شرایط مرزی برای معادلات جریان گذرا استفاده می شوند. معادلات خطوط مشخصه با شرایط مرزی مناسب، برای رسیدن به شکل نهایی معادلات در نقاط مرزی، ترکیب می شوند. این بدان معناست که تنها یک وسیله می تواند به عنوان شرط مرزی بین لوله ها قرار گیرد و در صورتی که برای بهینه سازی سیستم نیاز به بررسی چند حالت داشته باشیم، این مسأله باعث محدودیت می شود. با توجه به اینکه مدل ارائه شده در این تحقیق مخزن - لوله - شیر می باشد، معادلات مربوط به شروط مرزی مخزن و شیر در ذیل به آن اشاره شده است:

۴-۴-۱- مخزن

مخزن یکی از اجزای مهم در سیستم شبکه لوله است، که معمولاً تراز آب در آن در طول دوره گذرا، ثابت فرض می شود. در شکل زیر مخزن در بالادست به همراه معادله مربوط به آن نشان داده شد است:

$$H_{P_{i,1}} = H_{res} - (1+k) \frac{Q_{P_{i,1}}^2}{2gA^2} \quad (۴-۲۱)$$

^۲ Fully Explicit



شکل (۴-۱) - مخزن در بالادست سیستم لوله

H_{res} ارتفاع آب از سطح مبنا، K ضریب افت ورودی، $H_{P_{i,1}}$ هد فشاری در اولین نقطه تماس بین لوله و مخزن می باشد. با حل معادلات بالا با خط مشخصه منفی، دبی جریان در نقطه $(i,1)$ بدست می آید:

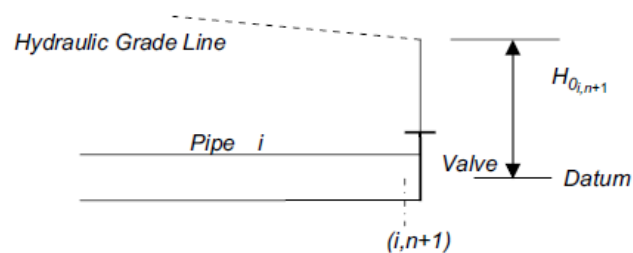
$$Q_{P_{i,1}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4K_1(C_n + C_a H_{res})}}{2K_1} \quad (۴-۲۲)$$

$$K_1 = \frac{C_a(1+K)}{2gA^2} \quad (۴-۲۳)$$

هد فشاری در اولین نقطه لوله که در پایین دست مخزن قرار دارد از رابطه (۴-۲۲) بدست می آید. با عملیات مشابه میتوان این روابط را برای مخزن در پایین دست لوله به دست آورد [۷].

۴-۴-۲ - شیر

معادلات شیر در انتهای سیستم لوله که در شکل (۴-۲) نشان داده شده است، به صورت زیر بدست می آیند:



شکل (۴-۲) - شیر در پایین دست سیستم لوله

$$Q_{P_{i,n+1}}^2 = \frac{(Q_{0_{i,n+1}} \tau)^2}{H_{0_{i,n+1}}} H_{P_{i,n+1}} \quad (24-4)$$

$$Q_{P_{i,n+1}} = 0.5(-C_V + \sqrt{C_V^2 + 4C_P C_V}) \quad , \quad C_V = \frac{(Q_{0_{i,n+1}} \tau)^2}{C_d H_{0_{i,n+1}}} \quad (25-4)$$

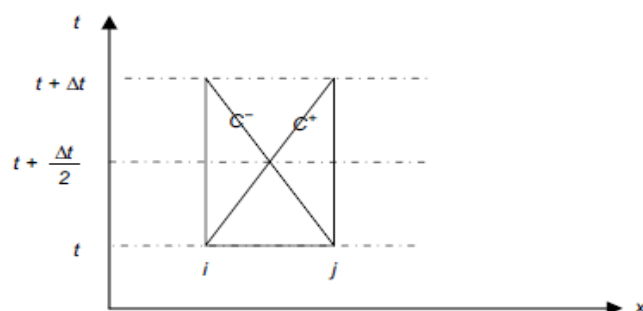
در معادلات بالا τ درصد بازشدگی شیر، و اندیس 0 مربوط به مقادیر در شرایط یکنواخت است. با استفاده از معادله (25-4) می توان هد را در نقطه $(i, n+1)$ بدست آورد. با عملیات مشابه می توان روابط را برای شیری که بین دو لوله قرار دارد بدست آورد [7].

4-5- حل معادلات ضربه قوچ با روش خطوط مشخصه ضمنی (IMOC)

همانطور که در فصل قبل اشاره شد استفاده از روش خطوط مشخصه صریح مشکلات و محدودیت هایی را ایجاد می کند، از طرفی استفاده از روش خطوط مشخصه ضمنی مشکلات ذکر شده در روش صریح را تعدیل می کند. در این قسمت به شرح کامل روش خطوط مشخصه ضمنی پرداخته می شود. در تحقیق حاضر، اثر اصطکاک در جهت اطمینان و اثر اندک این پدیده در معادلات FSI در نظر گرفته نشده است. اما برای نشان دادن توانایی روش خطوط مشخصه ضمنی به بررسی معادلات ضربه قوچ با در نظر گرفتن ترم اصطکاک پرداخته می شود.

4-5-1- لوله

همانطور که اشاره شد، در این روش تمام اجزا و ادوات انتقال آب به صورت دو گره ای تعریف می شود [2]. بخشی از یک لوله با نقاط ابتدایی و انتهایی i و j که در شکل (4-3) نشان داده شده است در نظر گرفته می شود. به منظور فرمول بندی روش پیشنهادی از معادلات (4-15) و (4-16)، زمانی که جمله $RQ|Q|$ به صورت غیر صریح $(Q_P|Q_P|)$ در نظر گرفته می شود، استفاده شده، سپس با استفاده از روش تفاضل های محدود معادلات مربوطه بدست می آیند.



شکل (۳-۴) - نمادگذاری لوله در روش خطوط مشخصه ضمنی

$$C^+ : \frac{dH}{dt} + \frac{C}{gA} \frac{dQ}{dt} + RQ|Q| = 0 \Big|^{n+\frac{1}{2}} \quad (۲۶-۴)$$

$$\text{قانون کلی :} \quad f^{n+\frac{1}{2}} = \frac{f^n + f^{n+1}}{2} \quad (۲۷-۴)$$

$$\frac{H_j^{n+\frac{1}{2}} - H_i^n}{\frac{\Delta t}{2}} + \frac{C}{gA} \frac{Q_j^{n+\frac{1}{2}} - Q_i^n}{\frac{\Delta t}{2}} + RQ^{n+\frac{1}{2}} \Big| Q^{n+\frac{1}{2}} \Big| = 0 \quad (۲۸-۴)$$

$$\frac{H_j^{n+1} + H_i^n}{2} - H_i^n + B \frac{Q_j^{n+1} + Q_i^n}{2} - Q_i^n + R \frac{Q_i^n + Q_j^{n+1}}{2} \Big| \frac{Q_i^n + Q_j^{n+1}}{2} \Big| = 0 \quad (۲۹-۴)$$

با توجه به $|f(x)| = f(x) \text{Sign}(f(x))$ و با مرتب کردن معادلات بالا، رابطه زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} & \left[B + \Delta t \frac{R}{2} Q_i^n \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^{n+1}) + \Delta t \frac{R}{4} Q_j^{n+1} \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^{n+1}) \right] Q_j^{n+1} + H_j^{n+1} \\ & = BQ_i^n - \Delta t \frac{R}{4} (Q_i^n)^2 \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^{n+1}) + H_i^n \end{aligned} \quad (۳۰-۴)$$

با عملیات مشابه بر روی خط C^- :

$$C^- : \frac{dH}{dt} - \frac{C}{gA} \frac{dQ}{dt} + RQ|Q| = 0 \Big|^{n+\frac{1}{2}} \quad (۳۱-۴)$$

$$\begin{aligned} & \left[-B + \Delta t \frac{R}{2} Q_j^n \text{Sign}(Q_i^{n+1} + Q_j^n) + \Delta t \frac{R}{4} Q_i^{n+1} \text{Sign}(Q_i^{n+1} + Q_j^n) \right] Q_i^{n+1} + H_i^{n+1} \\ & = -BQ_j^n - \Delta t \frac{R}{4} (Q_j^n)^2 \text{Sign}(Q_i^{n+1} + Q_j^n) + H_j^n \end{aligned} \quad (۳۲-۴)$$

معادلات فوق (۴-۳۰) و (۴-۳۲) بیان کننده رفتار هیدرولیکی بخش ذکر شده از لوله مفروض است که می توان آنها را به صورت ماتریسی به شکل زیر نوشت:

$$U_{pipe}^e X_{pipe}^e = b_{pipe}^e, \quad X^T = [H_i, Q_i, H_j, Q_j]^{n+1} \quad (۴-۳۳)$$

که در آن U_{pipe}^e ماتریس ضرایب غیرخطی، X_{pipe}^e بردار مجهولات (هدها و دبی های گره ای) و b_{pipe}^e بردار سمت راست می باشد.

واضح است که معادلات بالا غیر خطی می باشند و برای حل آنها نیاز به یک روش خطی سازی می باشد، بدین ترتیب به منظور خطی کردن و افزایش سرعت همگرایی در حل معادلات فوق، از روش تکراری نیوتن رافسون^۱ استفاده می شود. در این روش باید از تمام جملات ماتریس ضرایب غیر خطی، نسبت به متغیر مجهول مشتق گیری شود بدین ترتیب دستگاه معادلات بالا به صورت زیر نوشته می شود:

$$(K_{pipe}^e \Delta X_{pipe}^e = b_{pipe}^e) \quad (۴-۳۴)$$

که در آن K_{pipe}^e ماتریس ضرایب خطی، $\Delta X^T = [\Delta H_i, \Delta Q_i, \Delta H_j, \Delta Q_j]^{n+1}$ و $\Delta H = H^{m+1} - H^m$ می باشد. $\Delta H = Q^{m+1} - Q^m$ در اینجا تکرار غیر خطی می باشد.

$$K_{pipe}^e = \begin{pmatrix} 1 & D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & C \end{pmatrix} \quad (۴-۳۵)$$

$$(۴-۳۶)$$

$$b_{pipe}^e = \begin{pmatrix} BQ_i^m - \frac{1}{4} R \Delta t ((Q_i^m)^2 + (Q_j^n)^2) \text{sign}(Q_i^m + Q_j^n) - \frac{1}{2} R \Delta t Q_j^n Q_i^m \text{sign}(Q_i^m + Q_j^n) - H_i^m - BQ_j^n + H_j^n \\ -BQ_j^m - \frac{1}{4} R \Delta t ((Q_i^n)^2 + (Q_j^m)^2) \text{sign}(Q_j^m + Q_i^n) - \frac{1}{2} R \Delta t Q_j^m Q_i^n \text{sign}(Q_j^m + Q_i^n) - H_j^m + BQ_i^n + H_i^n \end{pmatrix}$$

$$D = -B + \frac{1}{2} R \Delta t Q_i^m \text{Sign}(Q_i^m + Q_j^n) + \frac{1}{2} R \Delta t Q_j^n \text{Sign}(Q_i^m + Q_j^n)$$

$$C = B + \frac{1}{2} R \Delta t Q_j^m \text{Sign}(Q_j^m + Q_i^n) + \frac{1}{2} R \Delta t Q_i^n \text{Sign}(Q_j^m + Q_i^n) \quad (۴-۳۷)$$

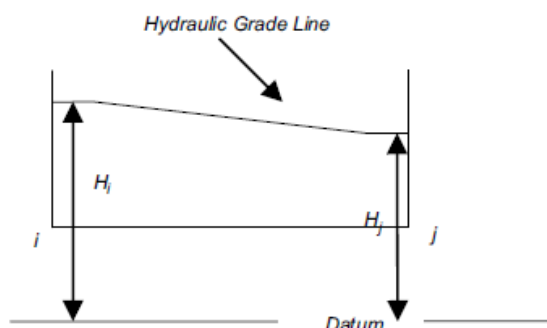
¹ Newton-Raphson

۴-۵-۲- مخزن

همانطور که اشاره شد معمولاً تراز آب در طول دوره گذرا، ثابت فرض می شود. رفتار هیدرولیکی مخزن نشان داده شده در شکل (۴-۴) با استفاده از معادلات پیوستگی و افت هد به صورت زیر بیان می شود:

$$Q_i^{n+1} = Q_j^{n+1} \quad (۳۸-۴)$$

$$H_i^{n+1} - H_j^{n+1} = \frac{(1+K)}{8gA^2} (Q_i^{n+1} + Q_j^{n+1})^2 \text{Sign}(Q_i^{n+1} + Q_j^{n+1}) \quad (۳۹-۴)$$



شکل (۴-۴) - نمادگذاری مخزن در روش خطوط مشخصه ضمنی

در معادلات بالا K ضریب افت ورودی مخزن و اندیس i و j به ترتیب مربوط به گره های ابتدایی و انتهایی مخزن هستند. با حل معادلات فوق به وسیله روش نیوتن رافسون، ماتریس ضرایب و بردار سمت راست معادلات بالا به صورت زیر به دست می آید:

$$K_{res}^e \Delta X_{res}^e = b_{res}^e \quad (۴۰-۴)$$

$$K_{res}^e = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{-2(1+K)}{8gA^2} (Q_i^m + Q_j^m) \text{Sign}(Q_i^m + Q_j^m) & -1 & \frac{-2(1+K)}{8gA^2} (Q_i^m + Q_j^m) \text{Sign}(Q_i^m + Q_j^m) \end{pmatrix} \quad (۴۱-۴)$$

$$b_{res}^e = - \begin{pmatrix} Q_i^m - Q_j^m \\ H_i^m - H_j^m - \frac{(1+K)}{8gA^2} (Q_i^m + Q_j^m)^2 \text{Sign}(Q_i^m + Q_j^m) \end{pmatrix} \quad (۴۲-۴)$$

۴-۵-۳- شیر

معادلات بیان کننده رفتار هیدرولیکی شیری که در انتهای یک خط لوله قرار گرفته به صورت زیر بیان می شود:

$$Q_i^{n+1} = Q_j^{n+1} \quad (۴۳-۴)$$

$$H_i^{n+1} \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} = Q_i^{n+1} |Q_i^{n+1}| \quad (۴۴-۴)$$

$$H_j^{n+1} \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} = Q_j^{n+1} |Q_j^{n+1}| \quad (۴۵-۴)$$

در معادلات بالا τ درصد بازشدگی شیر، اندیس i و j به ترتیب مربوط به گره ابتدایی و انتهایی شیر و اندیس 0 مربوط به مقادیر شرایط یکنواخت است. دستگاه معادلات فوق پس از حل با روش نیوتن رافسون به صورت زیر در می آید:

$$K_{valve}^e = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} & -2Q_i^m \text{Sign}(Q_i^m) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} & -2Q_j^m \text{Sign}(Q_j^m) \end{pmatrix} \quad (۴۶-۴)$$

$$b_{valve}^e = - \begin{bmatrix} Q_i^m - Q_j^m \\ H_i^m \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} - (Q_i^m)^2 \text{Sign}(Q_i^m) \\ H_j^m \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} - (Q_j^m)^2 \text{Sign}(Q_j^m) \end{bmatrix} \quad (۴۷-۴)$$

در معادلات بالا K ضریب افت هد شیر است که بر اساس درصد باز شدگی شیر بیان می شود [۲].

۴-۶- حل معادلات اندرکنش سیال - سازه با روش خطوط مشخصه ضمنی (IMOC)

همانطور که در قسمت های قبل اشاره شد چهار معادله دیفرانسیل جزئی (۴-۹) تا (۴-۱۲)، معادلات حاکم بر اندرکنش سیال - سازه می باشند. این معادلات را می توان به صورت ماتریسی زیر نوشت:

$$A \frac{\partial y}{\partial t} + B \frac{\partial y}{\partial z} = r \quad (48-4)$$

که در آن y و r بردار مجهولات و بردار سمت راست و ماتریس های A و B ماتریس هایی با ضرایب ثابت می باشند. با توجه به معادلات حاکم هر یک از بردارها و ماتریس ها به صورت زیر تعریف می شود:

$$y = \begin{bmatrix} V \\ H \\ \dot{u}_z \\ \sigma_z \end{bmatrix}, \quad r = [0] \quad (49-4)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{g}{c_f^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \rho_f g \frac{\nu D}{2Ee} & 0 & \frac{-1}{\rho_t c_t^2} \end{pmatrix} \quad (50-4)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & g & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\rho_t} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (51-4)$$

در صورت وجود ترم اصطکاک بردار r دیگر صفر نخواهد بود و سیستم معادلات بالا به صورت غیرخطی تبدیل می شود. در این تحقیق چون بررسی ترم اصطکاک در دستور کار قرار ندارد، معادلات همانند بالا برای زمانی که $r = 0$ است در نظر گرفته می شوند.

با توجه به رابطه (۴-۴۸) مقادیر ویژه نظیر این رابطه λ_i را می توان از $|B - \lambda A| = 0$ به صورت زیر

بدست آورد (طریقه بدست آوردن فرمول های زیر در پیوست الف شرح داده شده است):

$$\lambda_1 = +c_f, \quad \lambda_2 = -c_f, \quad \lambda_3 = +c_t, \quad \lambda_4 = -c_t \quad (۴-۵۲)$$

$$c_f = \lambda_1 = -\lambda_2 = \sqrt{\frac{1}{2}(q^2 - \sqrt{q^4 - 4c_f^2 c_t^2})} \quad (۴-۵۳)$$

$$c_t = \lambda_3 = -\lambda_4 = \sqrt{\frac{1}{2}(q^2 + \sqrt{q^4 - 4c_f^2 c_t^2})} \quad (۴-۵۴)$$

در روابط بالا $q = c_f^2 + c_t^2 + 2v^2 \frac{\rho_f}{\rho_t} \frac{R}{e} c_f^2$ می باشد. همانطور که مشاهده می شود مقادیر ویژه

بدست آمده همان سرعت امواج در مسأله می باشند.

چون λ_i عدد حقیقی می باشد بنابراین سیستم معادلات (۴-۴۸) به فرم هذلولی می باشد. اکنون

جهت جداسازی این معادلات به چهارم معادله دیفرانسیل معمولی مستقل از هم، آن را در T ضرب

می کنیم:

$$TA \frac{\partial y}{\partial t} + TB \frac{\partial y}{\partial z} = Tr \quad (۴-۵۵)$$

با توجه به $r = 0$:

$$TA \frac{\partial y}{\partial t} + TB \frac{\partial y}{\partial z} = 0 \quad (۴-۵۶)$$

در معادله بالا $T = S^{-1}A^{-1}$ می باشد که در آن S ماتریسی است که ستون هایش، بردارهای ویژه نظیر

هر یک از مقادیر ویژه بدست آمده λ_i می باشند. در نتیجه ماتریس قطری مقادیر ویژه که با Λ

نشان داده می شود، در رابطه زیر صدق خواهد کرد:

$$S^{-1}(A^{-1}B)S = \Lambda \quad (۴-۵۷)$$

که در آن Λ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{pmatrix} \quad (58-4)$$

از ضرب رابطه (57-4) در S^{-1} خواهیم داشت:

$$TB = \Lambda TA \quad (59-4)$$

حال میتوان رابطه (48-4) را به شکل زیر باز نویسی کرد:

$$TA \frac{\partial y}{\partial t} + \Lambda TA \frac{\partial y}{\partial z} = 0 \quad (60-4)$$

با در نظر گرفتن $v = TAy$ ، رابطه (60-4) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (61-4)$$

زمانی که TA مستقل از Z و t باشد، سیستم معادلات (61-4) را میتوان به صورت چهار معادله مستقل از هم همانند زیر نوشت:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \lambda_i \frac{\partial v_i}{\partial z} = 0, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (62-4)$$

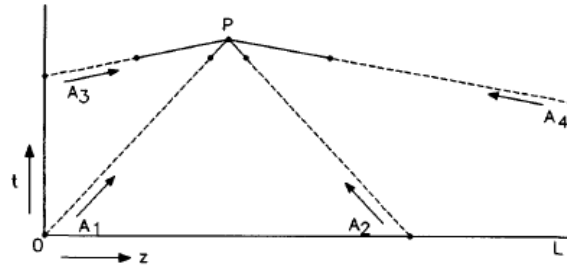
اکنون می توان خطوط مشخصه را به گونه ای بیان کرد که رابطه $\lambda_i = \frac{dz}{dt}$ را ارضا نماید. در این صورت در امتداد هر یک از خطوط مشخصه می توان نوشت:

$$\frac{dv_i}{dt} = 0 \quad (63-4)$$

معادلات (62-4) به عنوان معادلات سازگاری در طول خطوط مشخصه با شیب λ_i^{-1} در صفحه $z-t$ می باشند. با استفاده از $v = S^{-1}y = TAy$ ، روابط سازگاری فوق را می توان بر حسب مجهولات y نوشت.

$$(TA)_{i1} \frac{dy_1}{dt} + (TA)_{i2} \frac{dy_2}{dt} + (TA)_{i3} \frac{dy_3}{dt} + (TA)_{i4} \frac{dy_4}{dt} = 0 \quad (64-4)$$

رابطه (۴-۶۴) را می توان به صورت عددی انتگرال گیری نمود. همانند شکل (۴-۵) اگر انتگرال گیری روی خطوط متصل کننده نقطه P به نقاط A_1, A_2 باشد مقادیر ویژه مطابق با $\tilde{C}_f, -\tilde{C}_f$ و در صورتی که انتگرال گیری بر روی خطوط متصل کننده P به نقاط A_3, A_4 باشد، مقادیر ویژه مطابق با $\tilde{C}_t, -\tilde{C}_t$ می باشند. بدین ترتیب روابط سازگاری به صورت زیر حاصل می شود:



شکل (۴-۵) - خطوط مشخصه گذرنده از نقطه P در صفحه Z-T

$$(TA)_{11}(V_P - V_{A_1}) + (TA)_{12}(H_P - H_{A_1}) + (TA)_{13}(\dot{u}_{zP} - \dot{u}_{zA_1}) + (TA)_{14}(\sigma_{zP} - \sigma_{zA_1}) = 0 \quad (۴-۶۵)$$

$$(TA)_{21}(V_P - V_{A_2}) + (TA)_{22}(H_P - H_{A_2}) + (TA)_{23}(\dot{u}_{zP} - \dot{u}_{zA_2}) + (TA)_{24}(\sigma_{zP} - \sigma_{zA_2}) = 0 \quad (۴-۶۶)$$

$$(TA)_{31}(V_P - V_{A_3}) + (TA)_{32}(H_P - H_{A_3}) + (TA)_{33}(\dot{u}_{zP} - \dot{u}_{zA_3}) + (TA)_{34}(\sigma_{zP} - \sigma_{zA_3}) = 0 \quad (۴-۶۷)$$

$$(TA)_{41}(V_P - V_{A_4}) + (TA)_{42}(H_P - H_{A_4}) + (TA)_{43}(\dot{u}_{zP} - \dot{u}_{zA_4}) + (TA)_{44}(\sigma_{zP} - \sigma_{zA_4}) = 0 \quad (۴-۶۸)$$

اندیس P نشان دهنده مجهولات در گام زمانی فعلی (مجهول) و اندیس های A_1, A_2, A_3, A_4 مربوط به مقادیر محاسبه شده در گام زمانی قبل (معلوم) می باشند. شیب هر یک از خطوط مشخصه برابر با معکوس مقدار ویژه نظیر آن $(\frac{1}{\lambda_i})$ می باشد.

درایه های ماتریس T در معادلات (۴-۶۵) الی (۴-۶۸) به صورت زیر می باشد. (نحوه بدست آوردن این درایه ها در پیوست ب آورده شده است) :

$$T_{11} = T_{21} = \alpha_f = 1, \quad T_{12} = -T_{22} = \beta_f = c_f, \quad T_{13} = T_{23} = \nu \gamma_f = 2\nu \left[\frac{c_f}{c_t} \right]^2 \left[1 - \left[\frac{c_f}{c_t} \right]^2 \right]^{-1},$$

$$T_{14} = -T_{24} = \nu \delta_f = 2\nu c_f \left[1 - \left[\frac{c_f}{c_t} \right]^2 \right]^{-1},$$

$$T_{32} = -T_{42} = \nu\beta_t = \frac{-\rho_f \nu D c_f^2 c_t}{2Ee} \left[1 - \left[\frac{c_f}{c_t} \right]^2 \right]^{-1}, \quad (69-4)$$

$$T_{31} = T_{41} = \nu\alpha_t = \frac{-\rho_f \nu D c_f^2}{2Ee} \left[1 - \left[\frac{c_f}{c_t} \right]^2 \right]^{-1},$$

$$T_{33} = T_{43} = \gamma_t = 1 + \frac{2\rho_f \nu^2 D c_f^2}{2Ee} \left[1 - \left[\frac{c_f}{c_t} \right]^2 \right]^{-1}, \quad T_{33} = -T_{44} = \delta_t = c_t,$$

حال معادلات (۶۵-۴) الی (۶۸-۴) را مرتب و ضرایب معلوم و مجهول را از یکدیگر جدا کرده، سپس به صورت زیر مرتب می کنیم:

$$\alpha_f V_p + \beta_f H_p + \nu\gamma_f \dot{u}_{z_p} + \nu\delta_f \sigma_{z_p} = \alpha_f V_{A_1} + \beta_f H_{A_1} + \nu\gamma_f \dot{u}_{z_{A_1}} + \nu\delta_f \sigma_{z_{A_1}} \quad (70-4)$$

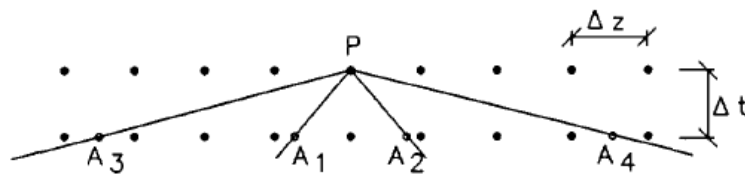
$$\alpha_f V_p - \beta_f H_p + \nu\gamma_f \dot{u}_{z_p} - \nu\delta_f \sigma_{z_p} = \alpha_f V_{A_2} - \beta_f H_{A_2} + \nu\gamma_f \dot{u}_{z_{A_2}} - \nu\delta_f \sigma_{z_{A_2}} \quad (71-4)$$

$$\nu\alpha_t V_p + \nu\beta_t H_p + \gamma_t \dot{u}_{z_p} + \delta_t \sigma_{z_p} = \nu\alpha_t V_{A_3} + \nu\beta_t H_{A_3} + \gamma_t \dot{u}_{z_{A_3}} + \delta_t \sigma_{z_{A_3}} \quad (72-4)$$

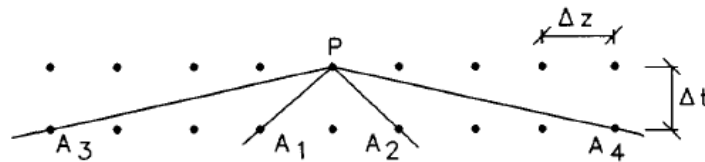
$$\nu\alpha_t V_p - \nu\beta_t H_p + \gamma_t \dot{u}_{z_p} - \delta_t \sigma_{z_p} = \nu\alpha_t V_{A_4} - \nu\beta_t H_{A_4} + \gamma_t \dot{u}_{z_{A_4}} - \delta_t \sigma_{z_{A_4}} \quad (73-4)$$

در تحقیق حاضر شبکه مربوط به خطوط مشخصه به گونه ای به کار رفته است که گام زمانی در محاسبات عددی بر اساس سرعت موج فشاری (و نه تنشی) تعیین می گردد.

در شکل (۶-۴) نقاط A_i با توجه به نقطه P ، یک گام زمانی عقب تر در نظر گرفته می شود. اگر مختصات نقطه P به صورت (Z_p, t_p) باشد و مجهولات در آن $V, H, \dot{u}_z, \sigma_z$ باشند سپس می توان مختصات نقاط A_i را بصورت $(Z_p - \lambda_i \Delta t, t_p - \Delta t)$ تعریف کرد. همانطور که در شکل مشاهده می شود مقادیر در نقاط گره ای شبکه معلوم می باشند در حالی که خطوط مشخصه در نقاط A_i شبکه را قطع می نمایند، لذا این امر باعث ایجاد خطا در محاسبات می شود. در صورتیکه شبکه بر اساس سرعت موج λ_i تنظیم شود، همانند شکل (۷-۴) نقاط بر روی گره های شبکه قرار خواهند گرفت.



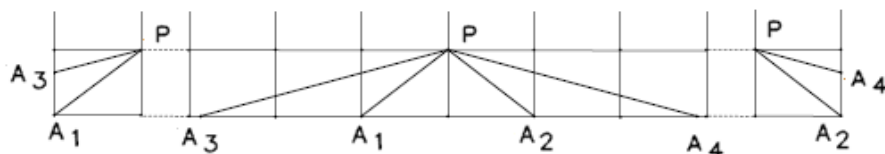
شکل (۴-۶) - شبکه محاسباتی و خطوط مشخصه



شکل (۴-۷) - شبکه محاسباتی و خطوط مشخصه بعد از تنظیم سرعت موج λ_i

همانطور که اشاره شد شبکه بر اساس سرعت موج فشاری تنظیم می شود، همانطور که در شکل (۴-۸) نشان داده شده، خطوط مشخصه نظیر موج فشار (یعنی نقاط A_1, A_2) نقاط شبکه در گام زمانی قبل را قطع کرده و نیاز به میانبایی برای این نقاط وجود ندارد. در صورتی که خطوط مشخصه نظیر موج تنش (یعنی نقاط A_3, A_4) نقاط شبکه را در گام زمانی قبلی قطع نمی کنند. برای رفع این مشکل باید از میانبایی خطی با استفاده از مقادیر محاسبه شده در نزدیکترین گره در گام زمانی قبل استفاده نمود. برای نقاطی که در مجاورت مرزها قرار دارند، خطوط مشخصه نظیر آنها خط زمانی در گام زمانی قبل را قطع نمی کند که باید میانبایی با استفاده از مقادیر گام زمانی فعلی و گام زمانی قبلی در مرزها انجام شود.

در روش صریح (MOC) ابتدا باید گره های مرزی محاسبه شوند و سپس گره های داخلی. زیرا مقادیر محاسبه شده در مرزها جهت انجام میانبایی که بین مقادیر مرزی در گام فعلی و قبلی انجام می شود مورد استفاده قرار می گیرند. ولی در روش ضمنی (IMOC) تمامی نقاط مرزی و داخلی به طور همزمان در هر گام زمانی میانبایی می شوند.



شکل (۴-۸) - نقاط محاسباتی بنا شده بر اساس سرعت موج فشاری

همانطور که در بخش بالا توضیح داده شد، سمت راست معادلات بالا یعنی ضرایب $H_{A_i}, V_{A_i}, \dot{u}_{z_{A_i}}, \sigma_{z_{A_i}}$ نیاز به میانمایی دارند. طبق توضیحات این مقادیر در گره های نزدیک مرزها با میانمایی زمانی و در گره های داخلی با میانمایی مکانی بدست می آیند. این امر باعث می شود که درایه های ماتریس ضرایب (k) و بردار سمت راست (b) در گره های نزدیک مرزها و گره های داخلی با یکدیگر متفاوت شوند.

- در صورتی که معادلات (۴-۷۰) الی (۴-۷۳) برای گره های داخلی با میانمایی مکانی در نظر بگیریم، فرم نهایی معادلات بر روی خطوط مشخصه، ماتریس ضرایب و بردار سمت راست به شکل زیر نوشته می شوند:

$$C^- \begin{cases} \alpha_f V_{p_i} - \beta_f H_{p_i} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{p_i}} - \nu \delta_f \sigma_{z_{p_i}} = \alpha_f V_{A_{2j}} - \beta_f H_{A_{2j}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{2j}}} - \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{2j}}} \\ \nu \alpha_t V_{p_i} - \nu \beta_t H_{p_i} + \gamma_t \dot{u}_{z_{p_i}} - \delta_t \sigma_{z_{p_i}} = \nu \alpha_t V_{A_{4j}} - \nu \beta_t H_{A_{4j}} + \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{4j}}} - \delta_t \sigma_{z_{A_{4j}}} \end{cases} \quad (۴-۷۴)$$

$$C^+ \begin{cases} \alpha_f V_{p_j} + \beta_f H_{p_j} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{p_j}} + \nu \delta_f \sigma_{z_{p_j}} = \alpha_f V_{A_{1i}} + \beta_f H_{A_{1i}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{1i}}} + \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{1i}}} \\ \nu \alpha_t V_{p_j} + \nu \beta_t H_{p_j} + \gamma_t \dot{u}_{z_{p_j}} + \delta_t \sigma_{z_{p_j}} = \nu \alpha_t V_{A_{3i}} + \nu \beta_t H_{A_{3i}} + \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{3i}}} + \delta_t \sigma_{z_{A_{3i}}} \end{cases} \quad (۴-۷۵)$$

$$K^e \Delta X^e = b^e \quad (۴-۷۶)$$

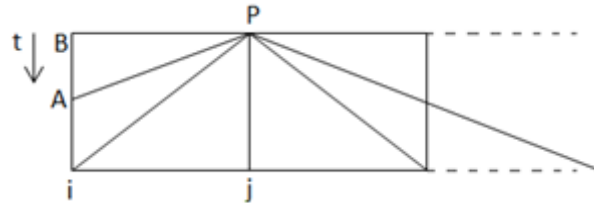
$$K^e = \begin{pmatrix} \alpha_f & -\beta_f & \nu \gamma_f & -\nu \delta_f & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nu \alpha_t & -\nu \beta_t & \gamma_t & -\delta_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_f & \beta_f & \nu \gamma_f & \nu \delta_f \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \nu \alpha_t & \nu \beta_t & \gamma_t & \delta_t \end{pmatrix} \quad (۴-۷۷)$$

$$b^e = \begin{bmatrix} \alpha_f V_{A_{2j}} - \beta_f H_{A_{2j}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{2j}}} - \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{2j}}} \\ \nu \alpha_t V_{A_{4j}} - \nu \beta_t H_{A_{4j}} + \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{4j}}} - \delta_t \sigma_{z_{A_{4j}}} \\ \alpha_f V_{A_{1i}} + \beta_f H_{A_{1i}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{1i}}} + \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{1i}}} \\ \nu \alpha_t V_{A_{3i}} + \nu \beta_t H_{A_{3i}} + \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{3i}}} + \delta_t \sigma_{z_{A_{3i}}} \end{bmatrix} \quad (۴-۷۸)$$

- همان طور که در بخش قبل اشاره شد، برای گره های نزدیک مرزها میانمایی به صورت زمانی انجام می شود. بدین ترتیب که باید بین گام زمانی فعلی (مجهول) و گام زمانی قبلی (معلوم)

میانمایی صورت پذیرد. در شکل (۹-۴) یک نمونه المان مرزی و خطوط مشخصه مربوط به

آن رسم شده است:



شکل (۹-۴)- المان مرزی و نمایش خطوط مشخصه برای گره های نزدیک مرزها

$$t_{AB} = \frac{\Delta x}{C_t} = \alpha \Delta t \rightarrow \alpha = \frac{t_{AB}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{C_t \Delta t} = \frac{C_f}{C_t} \quad (۷۹-۴)$$

اگر مقادیر در نقطه A $(H_A, V_A, \dot{u}_{z_A}, \sigma_{z_A})$ را u در نظر بگیریم، داریم:

$$N_1 = 1 - \frac{t}{\Delta t}, \quad N_2 = \frac{t}{\Delta t} \quad (۸۰-۴)$$

$$u_{A_i} = N_1 u_i^{n+1} + N_2 u_i^n = (1 - \frac{t}{\Delta t}) u_i^{n+1} + \frac{t}{\Delta t} u_i^n = (1 - \alpha) u_i^{n+1} + \alpha u_i^n \quad (۸۱-۴)$$

بدین ترتیب مقادیر مجهول در میانمایی وارد می شوند و ماتریس ضرایب و بردار سمت راست

نسبت به حالت قبلی تغییر می کند :

$$(۸۲-۴)$$

$$K^e = \begin{pmatrix} \alpha_f & -\beta_f & v\gamma_f & -v\delta_f & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v\alpha_t & -v\beta_t & \gamma_t & -\delta_t & -v\alpha_t(1-\alpha) & v\beta_t(1-\alpha) & -\gamma_t(1-\alpha) & \delta_t(1-\alpha) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_f & \beta_f & v\gamma_f & v\delta_f \\ -v\alpha_t(1-\alpha) & -v\beta_t(1-\alpha) & -\gamma_t(1-\alpha) & -\delta_t(1-\alpha) & v\alpha_t & v\beta_t & \gamma_t & \delta_t \end{pmatrix}$$

$$b^e = \begin{bmatrix} \alpha_f V_{A_{2j}} - \beta_f H_{A_{2j}} + v\gamma_f \dot{u}_{z_{A_{2j}}} - v\delta_f \sigma_{z_{A_{2j}}} \\ \alpha v\alpha_t V_{A_{4j}} - \alpha v\beta_t H_{A_{4j}} + \alpha\gamma_t \dot{u}_{z_{A_{4j}}} - \alpha\delta_t \sigma_{z_{A_{4j}}} \\ \alpha_f V_{A_{1i}} + \beta_f H_{A_{1i}} + v\gamma_f \dot{u}_{z_{A_{1i}}} + v\delta_f \sigma_{z_{A_{1i}}} \\ \alpha v\alpha_t V_{A_{3i}} + \alpha v\beta_t H_{A_{3i}} + \alpha\gamma_t \dot{u}_{z_{A_{3i}}} + \alpha\delta_t \sigma_{z_{A_{3i}}} \end{bmatrix} \quad (۸۳-۴)$$

در نهایت، ماتریس ضرایب و بردار سمت راست در هر المان با یکدیگر جمع بندی شده و تشکیل

دستگاه معادله کلی را به منظور یافتن مجهولات در هر گره می دهند.

۷-۴- اندازه گام زمانی و محدودیت پایداری

نتایج حاصل از بکارگیری روش های عددی، برای حل معادلات دیفرانسیل در صورتی قابل اطمینان است که روش مورد استفاده از خاصیت مهم پایداری برخوردار باشد. بنابراین قبل از بکارگیری هر طرح عددی باید از تأمین این شرط اطمینان حاصل کرد.

خطوط مشخصه دارای شیب $\pm \frac{1}{C}$ می باشند. بنابراین قدر مطلق نسبت Δt به Δx برابر $\frac{1}{C}$ خواهد بود.

$$\left| \frac{\Delta t}{\Delta x} \right| = \frac{1}{C} \quad (۸۴-۴)$$

رابطه (۸۴-۴) یک شرط محدود کننده می باشد و انتخاب اندازه گام زمانی Δt ، بر اساس شرایط مسأله و تقسیم بندی مکانی محدود و تعیین می شود. در روش خطوط مشخصه باید شرط عدد کورانت جهت پایداری و همگرایی معادلات، برقرار باشد. می توان عدد کورانت ماکزیمم را در گام زمانی Δt به صورت زیر تعریف کرد:

$$Cr_{\max} = \frac{\Delta t \lambda_{\max}^n}{\Delta x} \quad (۸۵-۴)$$

در فرمول (۸۵-۴)، $\lambda_{\max}^n$ سرعت موج ماکزیمم و Δt اندازه گام زمانی می باشد. با استفاده از روش ون- نیومن به محدوده زیر برای عدد کورانت میرسیم، که باید گام زمانی بر این اساس تعیین گردد:

$$0 < Cr_{\max} \leq 1 \quad (۸۶-۴)$$

معمولاً به ازای $Cr \approx 0.9-1$ دقیق ترین جواب ها حاصل می شود.

۴-۸- جزئیات کد نویسی و تشریح الگوریتم حل معادلات حاکم

در این تحقیق جهت کدنویسی و حل مسائل عددی از محیط نرم افزار **MATLAB** کمک گرفته شده است. مراحل و عملیات مربوط به کدنویسی و گام های طی شده، به شرح زیر می باشد:

- وارد کردن اطلاعات ورودی

این بخش شامل اطلاعات و مقادیر عددی ثابت مسأله و مشخصات فیزیکی آن مانند: قطر، ضخامت و دانسیته لوله، چگالی سیال و... می باشد. به گونه ای که در گام های بعدی امکان فراخوانی و استفاده از این اطلاعات فراهم باشد.

- تعریف مش بندی مسأله

تعریف ابعاد مش در بعد مکانی و زمانی به گونه ایست که ابتدا سرعت موج فشاری و تنشی را بدست آورده، سپس شبکه مربوط به خطوط مشخصه بر اساس سرعت موج فشاری تنظیم می شود.

- تعریف شرایط اولیه

شرایط اولیه مسأله شامل دبی و سرعت جریان پایدار می باشد. این شرایط در واقع ناشی از مشخصات جریان در حالت ماندگار می باشند و برای حل مسأله دانستن شرایط اولیه ضروریست.

- تعریف سیستم معادلات $[K][X]=[b]$ و وارد کردن شرایط مرزی

در این قسمت ماتریس همبست سیستم (K) و بردار سمت راست (b) و درایه های مربوط به آنها را تعریف کرده و شرایط مرزی را مطابق آنچه در متن بدان اشاره شده وارد می نماییم.

- تحلیل و بدست آوردن مجهولات مسأله

در این قسمت پس از تشکیل دستگاه معادلات سیستم، به تحلیل مسأله و محاسبه مجهولات آن، در هر گام زمانی پرداخته می شود. در واقع برای هر گام زمانی به صورت همزمان، یک بردار جواب بدست می آید که مقادیر مجهولات مسأله را در خود جای داده است

- مشاهده نتایج

در انتها دستور نمایش و چاپ نتایج نهایی مسأله و مقایسه آن با سایر روش های عددی.

مطابق روش و الگوریتم معرفی شده در بالا، برای هر یک از مسائل حل شده در این پایان نامه، کدی مجزا نوشته شده و سپس مورد مقایسه با روش های MOC و حجم محدود گودونو قرار گرفته است.

فصل پنجم

حل مسائل عددی و ارائه نتایج

۵-۱- مقدمه

پس از توضیحات مربوط به روش خطوط مشخصه ضمنی در فصل قبل، باید درستی این روش مورد ارزیابی قرار گیرد. برای این منظور روش های گوناگونی وجود دارد از جمله می توان از نتایج آزمایشگاهی و یا نتایج روش های عددی دیگر برای اثبات درستی یک روش بهره جست.

در این فصل، به حل دو مسأله طرح شده با روش خطوط مشخصه ضمنی پرداخته می شود. ابتدا به وسیله این روش معادلات پدیده ضربه قوچ را با حذف ترم اصطکاک حل می کنیم و سپس نتایج حاصل از آن را با روش MOC مقایسه می کنیم.

در قسمت دوم پدیده اندر کنش سیال - سازه موضوع بحث می باشد. در این قسمت جهت صحت سنجی، به حل مسأله مرجع اول آزمایشگاه Delft که توسط محققان این آزمایشگاه بر روی سیستم مخزن - لوله - شیر انجام شده است، توسط روش خطوط مشخصه ضمنی پرداخته می شود.

۵-۲- بررسی و حل مثال های عددی

۵-۲-۱- مسأله مدل ضربه قوچ

همانطور که در فصل قبل اشاره شد معادلات حاکم بر ضربه قوچ شامل دو معادله پیوستگی و مومنوم می باشند. با حذف جمله اصطکاک، معادلات به صورت خطی بررسی شده و با ترم منبع رو به رو نیستیم. بنابراین در دستگاه معادلات $K_{pipe}^e X_{pipe}^e = b_{pipe}^e$ بردار مجهولات، ماتریس ضرایب و بردار سمت راست پس از اعمال این تغییر به شکل زیر نوشته می شوند:

$$X^T = [H_i, Q_i, H_j, Q_j]^{n+1} \quad (۱-۵)$$

$$K^e = \begin{pmatrix} 1 & -B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & B \end{pmatrix} \quad (۲-۵)$$

$$b_{pipe}^e = \begin{pmatrix} H_j^n - BQ_j^n \\ H_i^n + BQ_i^n \end{pmatrix} \quad (3-5)$$

حال جهت یافتن هد و دبی در هر گره باید دستگاه معادله کلی سیستم را تشکیل داد. بدین منظور باید پس از تقسیم طول لوله به قطعات کوچکتر (المان)، ماتریس ضرایب هر المان را با المان مجاور ترکیب نمود، سپس شرایط مرزی را به ماتریس ضرایب سیستم اضافه کرد.

۵-۲-۱-۱- شرایط مرزی

در سمت چپ لوله، مخزن قرار دارد و هد مخزن برابر با H_0 می باشد. در مرز سمت راست، شیر قرار دارد و با توجه به بسته شدن ناگهانی آن در زمان وقوع ضربه قوچ، و همچنین اگر از تغییرات تدریجی بسته شدن شیر صرفه نظر شود، میزان دبی و سرعت صفر در نظر گرفته می شود.

حال با مشخص شدن شرایط مرزی و با تقسیم طول لوله به Π المان، ماتریس ضرایب سیستم و بردارهای سمت راست و مجهولات به شکل زیر نوشته می شوند:

(۴-۵)

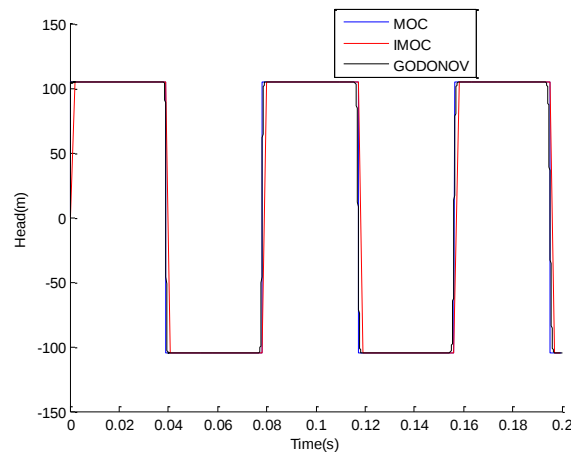
$$\begin{pmatrix} 1 & & & & & & & & & & \\ 1 & -B & & & & & & & & & \\ & & 1 & B & & & & & & & 0 \\ & & 1 & -B & & & & & & & \\ & & & & 1 & B & & \dots & & & \\ & & & & & \ddots & & & & & \\ & & & & & \vdots & & \ddots & & & \\ & & & & & & & & 1 & -B & \\ & & 0 & & & & & & & & 1 & B \\ & & & & & & & & & & 1 & -B \\ & & & & & & & & & & & 1 & B \\ & & & & & & & & & & & & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ Q_1 \\ H_2 \\ Q_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ H_i \\ Q_i \\ H_j \\ Q_j \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} H_0 \\ H_2^n - BQ_2^n \\ H_1^n + BQ_1^n \\ H_3^n - BQ_3^n \\ H_2^n + BQ_2^n \\ \vdots \\ \vdots \\ H_j^n - BQ_j^n \\ H_i^n + BQ_i^n \\ 0 \end{bmatrix}$$

در دستگاه معادله (۴-۵) سطر اول ماتریس ضرایب و بردار سمت راست، نشان دهنده شرط مرزی سمت چپ (مخزن) و سطر آخر آن ها نشان دهنده شرط مرزی سمت راست (شیر) می باشد. با حل دستگاه معادلات بالا مقدار هد و دبی های گره ای در هر گام زمانی و به طور همزمان به دست می آیند.

دستگاه معادلات بالا را برای مشخصات و مقادیری که در جدول (۱-۵) نشان داده شده، حل می نماییم. سپس نتایج نمودار فشار در پشت شیر، حاصل از حل این مثال توسط روش ضمنی با نمودار حاصل از روش MOC مقایسه می نماییم.

جدول (۱-۵) - مشخصات مثال عددی ضربه قوچ

مقادیر	مشخصات مسأله
50(m)	طول لوله (L)
10(m)	هد مخزن (H_0)
0.4(m)	سرعت جریان پایدار (V_0)
1195.2(m/s)	سرعت موج (a)
210(GPa)	مدول یانگ (E)
0.2(m)	قطر داخلی لوله (D)
0	ضریب اصطکاک (f)



شکل (۵-۱) - مقایسه نمودار مربوط به هد در پشت شیر با صرفه نظر کردن از اصطکاک (گراف آبی رنگ مربوط به روش MOC و مشکی رنگ مربوط به روش گودونو می باشد).

۵-۳- مسأله مدل اندر کنش سیال - سازه

در این قسمت پدیده اندر کنش سیال - سازه را در دو حالت کوپله اتصال و پواسون مورد بررسی قرار می دهیم. قبل از بررسی و حل مثال های مربوطه، شرایط مرزی حاکم بر این پدیده را ذکر می نماییم.

۵-۳-۱- شرایط مرزی

در محل شیر (مرز پایین دست) از روابط زیر جهت بیان شرایط مرزی استفاده می شود:

$$V_M = \dot{u}_{z_M} \quad (۵-۵)$$

$$\sigma_{z_M} A_t = \rho_f g A_f H_M \quad (۶-۵)$$

رابطه (۶-۵) با صرفه نظر کردن از بازشدگی شیر و جزئی از فرضیات مسأله است. اندیس M در روابط بالا نشان دهنده مجهولات مسأله در محل شیر می باشد.

در محل مخزن (مرز بالا دست) میزان هد برابر H_0 انتخاب می شود، همچنین مقدار سرعت محوری لوله نیز برابر با صفر می باشد. ($\dot{u}_z = 0$)

۵-۳-۲- مسأله مرجع اول آزمایشگاه delft در حالت اثر کوپله اتصال

در این قسمت به بررسی و حل مثال که مشخصات آن مطابق جدول (۵-۲) می باشد، می پردازیم. ابتدا این مثال را در حالت کوپله اتصال و با حذف اثر پواسون حل می کنیم و در قسمت بعدی به بررسی اثر پواسون به تنهایی خواهیم پرداخت.

برای حذف اثر پواسون کافی است که مقدار ضریب پواسون را برابر صفر قرار دهیم. این کار باعث می شود تمام جملات شامل این عبارت از معادلات حذف شود و تنها عامل که موجب کوپله شدن معادلات سیال و سازه می شود، در شرایط مرزی ظاهر شود و نه در خود معادلات.

در واقع با لحاظ کردن اثر کوپله اتصال و طبق شرط مرزی (۵-۶)، تمام نیروی هیدرولیکی اثر کننده در محل شیر، باعث بروز یک موج تنشی در سازه میگردد و اثرات تنشی سازه را تشدید می کند.

باید توجه شود که در نظر گرفتن کوپله اتصال به تنهایی مستلزم بکارگیری تکیه گاه های مناسب به تعداد بسیار زیاد در طول لوله است تا از حرکات گره های لوله در جهت محوری جلوگیری نماید که ممکن است این کار در عمل امکان پذیر نباشد.

جدول (۵-۲) - مشخصات مثال عددی پدیده FSI در حالت کوپله اتصال

مشخصات مسأله	مقادیر
طول لوله (L)	20(m)
قطر داخلی لوله (D)	0.797(m)
ضخامت دیواره لوله (e)	0.008(m)
هد مخزن (H_0)	0(m)
سرعت جریان پایدار (V_0)	1(m/s)
سرعت موج (a)	1024.7(m/s)
مدول یانگ (E)	210(GPa)

جرم مخصوص لوله (ρ_t)	$7900(Kg/m^3)$
نسبت پواسون (ν)	0

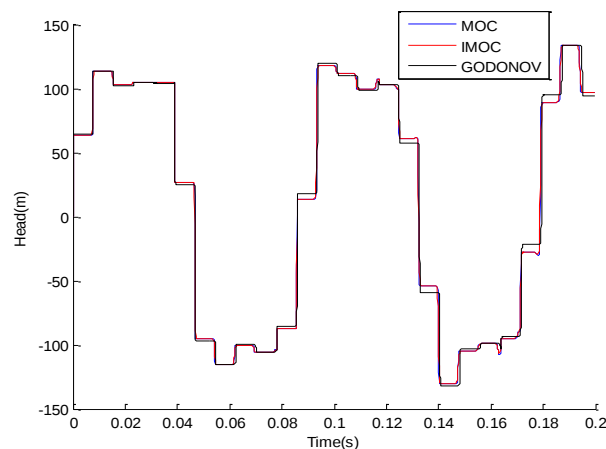
در فصل قبل مراحل تشکیل ماتریس ضرایب مربوط به گره های نزدیک مرز و گره های داخلی بطور کامل توضیح داده شد. برای بدست آوردن مجهولات در هر گره باید ماتریس ضرایب کلی سیستم تشکیل شود.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ H_1 \\ \dot{u}_{z_1} \\ \sigma_{z_1} \\ V_2 \\ H_2 \\ \dot{u}_{z_2} \\ \sigma_{z_2} \\ V_3 \\ H_3 \\ \dot{u}_{z_3} \\ \sigma_{z_3} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_k \\ H_k \\ \dot{u}_{z_k} \\ \sigma_{z_k} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_i \\ H_i \\ \dot{u}_{z_i} \\ \sigma_{z_i} \\ V_j \\ H_j \\ \dot{u}_{z_j} \\ \sigma_{z_j} \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} H_{res} \\ 0 \\ \alpha_f V_{A_{22}} - \beta_f H_{A_{22}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{22}}} - \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{22}}} \\ \alpha \nu \alpha_t V_{A_{42}} - \alpha \nu \beta_t H_{A_{42}} + \alpha \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{42}}} - \alpha \delta_t \sigma_{z_{A_{42}}} \\ \alpha_f V_{A_{11}} + \beta_f H_{A_{11}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{11}}} + \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{11}}} \\ \alpha \nu \alpha_t V_{A_{31}} + \alpha \nu \beta_t H_{A_{31}} + \alpha \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{31}}} + \alpha \delta_t \sigma_{z_{A_{31}}} \\ \alpha_f V_{A_{23}} - \beta_f H_{A_{23}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{23}}} - \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{23}}} \\ \alpha \nu \alpha_t V_{A_{43}} - \alpha \nu \beta_t H_{A_{43}} + \alpha \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{43}}} - \alpha \delta_t \sigma_{z_{A_{43}}} \\ \alpha_f V_{A_{12}} + \beta_f H_{A_{12}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{12}}} + \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{12}}} \\ \alpha \nu \alpha_t V_{A_{32}} + \alpha \nu \beta_t H_{A_{32}} + \alpha \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{32}}} + \alpha \delta_t \sigma_{z_{A_{32}}} \\ \vdots \\ \vdots \\ \alpha_f V_{A_{2k}} - \beta_f H_{A_{2k}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{2k}}} - \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{2k}}} \\ \alpha \nu \alpha_t V_{A_{4k}} - \alpha \nu \beta_t H_{A_{4k}} + \alpha \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{4k}}} - \alpha \delta_t \sigma_{z_{A_{4k}}} \\ \alpha_f V_{A_{1(k-1)}} + \beta_f H_{A_{1(k-1)}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{1(k-1)}}} + \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{1(k-1)}}} \\ \alpha \nu \alpha_t V_{A_{3(k-1)}} + \alpha \nu \beta_t H_{A_{3(k-1)}} + \alpha \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{3(k-1)}}} + \alpha \delta_t \sigma_{z_{A_{3(k-1)}}} \\ \vdots \\ \vdots \\ \alpha_f V_{A_{2(j-1)}} - \beta_f H_{A_{2(j-1)}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{2(j-1)}}} - \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{2(j-1)}}} \\ \alpha \nu \alpha_t V_{A_{4(j-1)}} - \alpha \nu \beta_t H_{A_{4(j-1)}} + \alpha \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{4(j-1)}}} - \alpha \delta_t \sigma_{z_{A_{4(j-1)}}} \\ \alpha_f V_{A_{1(i-1)}} + \beta_f H_{A_{1(i-1)}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{1(i-1)}}} + \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{1(i-1)}}} \\ \alpha \nu \alpha_t V_{A_{3(i-1)}} + \alpha \nu \beta_t H_{A_{3(i-1)}} + \alpha \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{3(i-1)}}} + \alpha \delta_t \sigma_{z_{A_{3(i-1)}}} \\ \alpha_f V_{A_{2j}} - \beta_f H_{A_{2j}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{2j}}} - \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{2j}}} \\ \alpha \nu \alpha_t V_{A_{4j}} - \alpha \nu \beta_t H_{A_{4j}} + \alpha \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{4j}}} - \alpha \delta_t \sigma_{z_{A_{4j}}} \\ \alpha_f V_{A_{1i}} + \beta_f H_{A_{1i}} + \nu \gamma_f \dot{u}_{z_{A_{1i}}} + \nu \delta_f \sigma_{z_{A_{1i}}} \\ \alpha \nu \alpha_t V_{A_{3i}} + \alpha \nu \beta_t H_{A_{3i}} + \alpha \gamma_t \dot{u}_{z_{A_{3i}}} + \alpha \delta_t \sigma_{z_{A_{3i}}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (V-\Delta)$$

همانطور که مشاهده می شود دو سطر ابتدایی و انتهایی ماتریس ضرایب (K) و بردار سمت راست (b)، نشان دهنده شرایط مرزی می باشند.

نکته مهم و تفاوت عمده این روش با روش اجزا محدود این است که، در تشکیل ماتریس همبست سیستم، در روش اجزا محدود باید دارایی های ماتریس هر المان و المان مجاور با یکدیگر جمع شوند، در حالیکه در این روش برای ترکیب المان های مجاور کفایت نقاط مشترک هر المان در ستون های زیر هم نوشته شود. این مزیت به سادگی روش، در عین دقیق بودن آن افزوده می شود.

حال دستگاه معادلات صفحه قبل را برای مشخصات و مقادیری که در جدول (۵-۲) نشان داده شده، حل می نماییم. نتایج به دست آمده برای این مثال، با ارائه نمودار مربوط به هد فشاری در محل شیر، در شکل (۵-۲) ترسیم شده و با نتایج حل به روش MOC، مقایسه شده است.



شکل (۵-۲) - مقایسه نتایج هد فشاری در پشت گره شیر در حالت کوپله اتصال با صرفه نظر کردن از اصطکاک (گراف آبی رنگ مربوط به روش MOC و مشکی رنگ مربوط به روش گودونو می باشد).

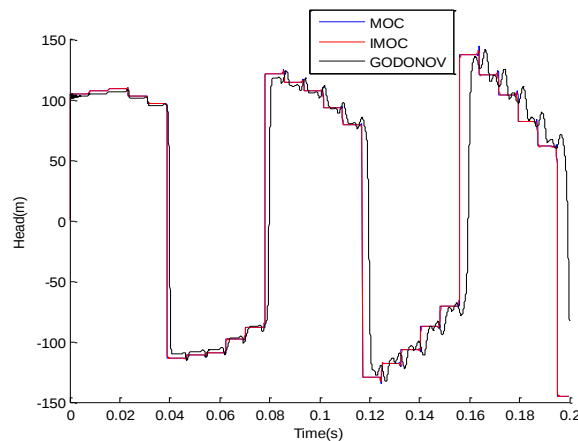
۵-۳-۳- مسأله مرجع اول آزمایشگاه delft در حالت اثر کوپله پواسون

برای اعمال کوپله پواسون باید به ضریب پواسون یک مقدار عددی نسبت داد. در این مثال این مقدار برابر $\nu = 0.3$ اختیار می شود. سایر مقادیر عددی برای حل این مثال، مانند جدول (۵-۲) می باشد. از آنجا که در این مثال فقط بررسی اثر پواسون مد نظر است، لذا باید اثر کوپله اتصال حذف گردد. برای این منظور باید گره های مرز را به صورت کاملاً صلب و ثابت در نظر گرفت. بنابراین در این حالت باید جابجایی گره شیر برابر صفر باشد. این بدان معناست که برای حذف اثر کوپله اتصال، باید در رابطه (۵-۵)، $\dot{u}_{z_M} = 0$ در نظر گرفته شود.

با مقدار دادن به ضریب پواسون، جملاتی در معادلات ظاهر می شود که باعث کوپله معادلات هیدرولیکی و سازه ای با هم می شود. به عبارتی اثر پواسون از طریق کوپله شدن معادلات سازه و سیال با یک سری جملات شامل ضریب پواسون خود را نشان می دهد.

به علت تشابه مراحل تشکیل دستگاه معادلات سیستم که در قسمت قبل به آن اشاره شد، از تشریح مجدد آن در این قسمت صرفه نظر می شود. ذکر این نکته ضروریست که دو سطر انتهایی ماتریس ضرایب در کوپله پواسون، که مربوط به شرایط مرزی شیر است، به علت تغییر در شرایط مرزی تغییر میکند.

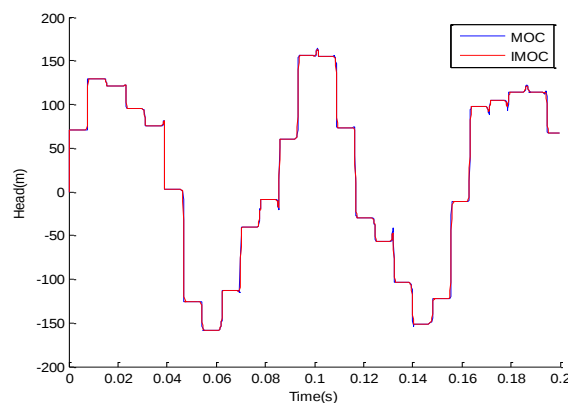
حال برای صحت سنجی از مقادیر و مشخصات جدول ذکر شده در بخش کوپله اتصال استفاده می گردد با این تفاوت که مقدار ضریب پواسون را برابر 0.3 قرار می دهیم. در شکل (۵-۴) نتایج حاصل از دو روش خطوط مشخصه ضمنی و MOC در حالت کوپله پواسون، نشان شده است.



شکل (۳-۵) - مقایسه نتایج هد فشاری در پشت گره شیر در حالت کوپله پواسون با صرفه نظر کردن از اصطکاک (گراف آبی رنگ مربوط به روش MOC و مشکی رنگ مربوط به روش گودونو می باشد).

۵-۳-۴ - مسأله مرجع اول آزمایشگاه delft در حالت اثر همزمان کوپله اتصال و پواسون

زمانیکه اثر کوپله پواسن به تنهایی در نظر گرفته می شود، در محل شیر جهت جلوگیری از حرکت محوری شیر تکیه‌گاه گیردار قرار داده می شود، اما حرکت سایر المانهای لوله ما بین مخزن و شیر در جهت محوری آزاد است. در حالیکه در حالت اثر توام کوپله پواسن و اتصال، حرکت محوری شیر و سایر المانهای لوله در جهت محوری کاملاً آزاد است. در این حالت ماتریس ضرایب سیستم (k) و بردار سمت راست نسبت به حالات قبلی تغییر خواهد کرد. در شکل (۴-۵) نتایج حاصل از دو روش خطوط مشخصه ضمنی و MOC در حالت اثر همزمان کوپله اتصال و پواسون، نشان شده و نتایج حاصل از آن با نتایج ضربه قوچ کلاسیک (بدون FSI) مقایسه شده است.



شکل (۴-۵) - نتایج هد فشاری در پشت گره شیر در حالت اثر همزمان کوپله پواسون و اتصال با صرفه نظر کردن از اصطکاک (گراف آبی رنگ مربوط به روش MOC می باشد).

۵-۵- بحث و نتیجه گیری پیرامون نتایج

- مثال های حل شده مربوط به پدیده اندر کنش سیال - سازه در سه حالت جداگانه، مطابق با مسأله مرجع انتخابی حل شد، در این مثال ها شبکه بر اساس موج فشاری تنظیم شده است. با توجه به این که سرعت موج تنشی حدوداً پنج برابر موج فشاری می باشد لذا خطوط مشخصه مربوط به موج تنش، در نزدیکی مرزها بر روی خط زمانی قرار گرفته و برای بدست آوردن مقادیر باید از میانمایی زمانی استفاده شود.
- نتایج فوق، مربوط به مثال هایی هستند که همگی خطی می باشند. دقت روش عددی ضمنی در حل این مسائل و تطابق بسیار مناسب جواب ها با روش MOC از یک سو و از سوی دیگر تکنیک جدیدی که برای حل مسائل به کار برده می شود، نشان دهنده این مطلب است که روش خطوط مشخصه ضمنی در عین سادگی نسبت به مابقی روش ها، از دقت بالایی برخوردار می باشد.
- در این پایان نامه مثال های مورد بررسی همگی یک بعدی بودند، و با بررسی آنها توسط روش خطوط مشخصه ضمنی و نتایج قابل قبول بدست آمده، میزان توانمندی این روش را در بررسی این گونه مثال ها اثبات نمودیم. اما چنانچه بررسی مثال های چند بعدی با روش ضمنی مورد نظر باشد، دستگاه معادلاتی با ابعاد نسبتاً بزرگ تشکیل شده و در نتیجه نیاز به صرف وقت و محاسبات زیادی می باشد.
- همانطور که ملاحظه می شود در نظر گرفتن اثر توام کوپله اتصال و پواسون سبب افزایش فشار نسبت به حالت ضربه قوچ کلاسیک می شود. که این افزایش فشار در مقایسه نسبت به زمانی که اثر پواسون به تنهایی در نظر گرفته می شود، بیشتر است.
- لزوم به کارگیری المان های کوچک جهت ارائه حل دقیق تر و کاهش خطاهای روش عددی توصیه می شود، با این کار سرعت حل کاهش یافته و زمان محاسبات را به طرز قابل ملاحظه ای افزایش میدهد.

فصل ششم

جمع بندی، نتیجه گیری

و ارائه پیشنهادات

۶-۱- خلاصه

در این پایان نامه همانطور که آورده شد، ابتدا به بیان اصول و نکات یکی از روش های عددی تفاضل محدود به نام روش عددی خطوط مشخصه ضمنی پرداخته شد. روش عددی خطوط مشخصه ضمنی را می توان به عنوان یک جایگزین با روش خطوط مشخصه صریح (MOC) معرفی کرد که می تواند محدودیت و کاستی های این روش را جبران کند، خصوصا زمانی که مسائل غیر خطی شده و یا ترم های پیچیده در معادلات وارد می شوند، روش ضمنی با تکنیکی ساده می تواند با روش MOC در این زمینه رقابت کند. این مطلب بر اساس نتایج تحقیقات پژوهشگرانی می باشد که در زمینه نوشتن این پایان نامه از مطالب آنها استفاده شده است. بدین ترتیب پس از تشریح معادلات حاکم بر ضربه قوچ و پدیده اندر کنش سیال - سازه تصمیم گرفته شد تا با این روش عددی خطوط مشخصه ضمنی به حل موارد خطی و یک بعدی از معادلات هذلولی با ارائه مثال هایی از این دو پدیده بپردازیم. یعنی برای اولین بار حل معادلات پدیده اندر کنش سیال - سازه با روش خطوط مشخصه ضمنی مورد توجه قرار گرفت که مزیت آن نسبت به روش MOC، به کار گرفتن تکنیکی جدید و رفع برخی مشکلات و محدودیت های مربوط به این روش می باشد. در انتها نتایج بدست آمده از حل مثال های عددی از این پدیده توسط روش ضمنی با نتایج مشابه بدست آمده با روش MOC مقایسه شدند.

۶-۲- نتیجه گیری

- مقایسه نتایج بدست آمده از روش خطوط مشخصه ضمنی با روش های MOC و گودونو به خوبی نشان می دهد که روش ضمنی توانایی بالایی در حل مسائل خطی دارد و می تواند در بررسی پدیده اندر کنش سیال - سازه با روش های دیگر رقابت کند.
- از آنجا که تمام اجزای موجود در خط انتقال مانند لوله، مخزن و... به صورت دو گره ای تعریف شده و معادلات در این حالت به دست آورده می شوند، لذا معادلات مستقل از محل

قرار گیری و جهت جریان می باشند. این در حالیست که در روش MOC اجزایی مانند شیر، پمپ و مخزن به محل قرارگیری آنها و اینکه در انتها یا در وسط و یا در بالادست یا پایین دست سیستم قرار گرفته اند بستگی دارد.

- مقدار عددی کورانت نقش مهمی در نتایج دارد. در روش خطوط مشخصه ضمنی انتخاب سائز گام زمانی Δt ، وابسته به عدد کورانت می باشد. در صورتی که گام زمانی Δt بر اساس $Cr \approx 1$ تنظیم شود، دقیق ترین جوابها به دست می آید.
- در روش خطوط مشخصه ضمنی برای حل معادلات با توجه به سرعت موج (فشاری و یا تنشی) تنها یک مش محاسباتی تشکیل می شود. این در حالیست که در روش گودونو نیاز به تشکیل جداگانه دو مش محاسباتی برای سازه و سیال وجود دارد. مزیت روش ضمنی در این حالت زمانی مشخص می شود که در مسئله با امواج گوناگونی مواجه باشیم و نیاز به استفاده از مش های متفاوت باشد.
- استفاده از روش های ضمنی در تحلیل مسائل چند بعدی مستلزم حل دستگاه معادلاتی با ابعاد نسبتاً بزرگ و در نتیجه صرف وقت و محاسبات زیاد می باشد.

۳-۶- پیشنهادات

- مطابق آنچه در فصل پنجم بیان شد، یکی از مزیت های عمده روش ضمنی قابلیت اعمال این روش به سیستم های غیر خطی می باشد. بنابراین تحلیل مسائل غیرخطی از سیستم معادلات هذلولی با روش عددی خطوط مشخصه ضمنی خود می تواند موضوع تحقیق جداگانه ای قرار گیرد.
- در این تحقیق با فرض الاستیک بودن لوله به بررسی معادلات پرداختیم. می توان در تحقیقات بعدی با فرض ویسکوالاستیک بودن لوله، به بررسی معادلات پرداخت.

- وجود ترم اصطکاک در معادلات باعث کاهش تنش ها و فشارها می شود و تاثیر ناچیزی در نتایج دارد و می توان در جهت اطمینان از آن صرفه نظر نمود. با توجه به دلایل ذکر شده و اینکه مدل مرجع انتخابی فاقد این ترم است لذا در این تحقیق از بررسی ترم اصطکاک صرفه نظر شد. موضوع دیگری که می تواند مورد تحقیق جداگانه قرار گیرد، افزودن ترم اصطکاک به معادلات و در نظر گرفتن اثرات کوپله اصطکاک و حالت همزمانی تمام مکانیزم های تداخلی در پدیده اندر کنش سیال - سازه با روش خطوط مشخصه ضمنی می باشد. همچنین می توان به بررسی اثرات همزمان هر سه حالت کوپله اتصال، پواسون و اصطکاک با روش عددی ضمنی پرداخت و نتایج را با روش MOC مقایسه نمود.
- در این تحقیق مدلسازی با فرض جریان تک فازی و بدون در نظر گرفتن پدیده کاویتاسیون انجام شد. در صورتی که فشار درون سیستم از فشار بخار سیال کمتر شود سبب تبخیر سیال در دمایی پایین تر از نقطه جوش آن شده و کاویتاسیون رخ می دهد و جریان سیال از تک فازی به دو فازی تبدیل می شود. می توان مدل حاضر را با اعمال پدیده کاویتاسیون مورد بررسی قرار داد.
- به طور کلی هدف از بررسی روش های عددی گوناگون جهت تحلیل معادلات هذلولی حاکم بر مسائل فیزیکی، یافتن مناسب ترین روش ها از نظر سادگی و عملکرد بهتر، سرعت و دقت در جوابها می باشد. جهت تحقیقات بعدی می توان بررسی و حل معادلات FSI را با سایر روش های عددی نظیر روش احجام محدود ، اجزا محدود و... انجام داد و جوابهای بدست آمده را با روش خطوط مشخصه ضمنی و MOC مقایسه نمود. این مسأله می تواند با توجه به جوابهای قابل قبول بدست آمده در این تحقیق، از مهم ترین اهداف در زمینه مدلسازی اندرکنش سیال- سازه باشد.

- بررسی مدل های چند بعدی و وارد کردن شرایط مرزی گوناگون، جهت بررسی توانمندی روش خطوط مشخصه ضمنی در این زمینه و مقایسه با سایر روش ها، خود می تواند موضوع دیگری در جهت گسترش این تحقیق باشد.

پیوست ها

پیوست الف: حل معادله مشخصه مربوط به فرمول (۴۸-۴)

معادله مشخصه مربوطه به سیستم (۴۸-۴) به صورت زیر نوشته می شود:

$$|B - \lambda A| = 0 \quad (A.1)$$

ماتریس های A, B ماتریس ضرایب ثابت می باشند و مطابق روابط (۴۰-۵) و (۴۱-۵) تعریف می

شوند. بنابراین عبارت A.1 به صورت زیر نوشته می شود:

$$B - \lambda A = \begin{bmatrix} -\lambda & g & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda g / c_F^2 & -2v & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & -1/\rho_t \\ 0 & -\lambda \rho_f g \frac{v}{E} \frac{R}{e} & 1 & \frac{\lambda}{\rho_t c_t^2} \end{bmatrix} \quad (A.2)$$

$$|B - \lambda A| = -\frac{g}{\rho_t} \left\{ 1 - \left(\frac{\lambda}{c_F} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \left(\frac{\lambda}{c_t} \right)^2 \right\} + 2\lambda^2 \frac{\rho_f g}{\rho_t} \frac{v^2}{E} \frac{R}{e} \quad (A.3)$$

$$= -\frac{g}{\rho_t c_F^2 c_t^2} \left\{ \lambda^4 - (c_F^2 + c_t^2 + 2\rho_f \frac{v^2}{E} \frac{R}{e} c_F^2 c_t^2) \lambda^2 + c_F^2 c_t^2 \right\}$$

برای $v=0$ حل معادله مشخصه A.1 به صورت زیر می باشد:

$$\lambda_1 = -\tilde{c}_t, \quad \lambda_2 = -c_F = -c_f, \quad \lambda_3 = c_t, \quad \lambda_4 = -c_t \quad (A.4)$$

اگر مقدار $v \neq 0$ باشد مقادیر ویژه به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= + \left[\frac{1}{2} \left\{ q^2 - (q^4 - 4c_F^2 c_t^2)^{\frac{1}{2}} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \lambda_2 &= - \left[\frac{1}{2} \left\{ q^2 - (q^4 - 4c_F^2 c_t^2)^{\frac{1}{2}} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \lambda_3 &= + \left[\frac{1}{2} \left\{ q^2 + (q^4 - 4c_F^2 c_t^2)^{\frac{1}{2}} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \lambda_4 &= - \left[\frac{1}{2} \left\{ q^2 + (q^4 - 4c_F^2 c_t^2)^{\frac{1}{2}} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (A.5)$$

که در آن $q^2 = c_F^2 + c_t^2 + 2v^2 \frac{\rho_f}{\rho_t} \frac{R}{e} c_F^2$ می باشد.

اگر توان دوم ضریب پواسون در q^2 و C_F حذف شود. معادلات (A.4), (A.5) با یکدیگر برابر می شوند. از نظر فیزیکی مقادیر λ_1, λ_2 نشان دهنده سرعت موج فشاری در سیال و مقادیر λ_3, λ_4 نشان دهنده سرعت موج تنشی در دیواره لوله می باشند. می توان گفت در بیشتر مسائل کاربردی سرعت

موج فشار از موج تنش کوچکتر است: $0 < \lambda_1 < \lambda_3$

برای سهولت در نوشتن می توان مقادیر ویژه بدست آمده در بخش A.5 را به صورت زیر نمایش داد:

$$\lambda_1 = \tilde{C}_F, \lambda_2 = -\tilde{C}_F, \lambda_3 = \tilde{C}_t, \lambda_4 = -\tilde{C}_t \quad (A.6)$$

پیوست ب: طریقه بدست آوردن ماتریس T بر اساس فرمول (۴-۵۹)

در این پیوست طریقه به دست آوردن ماتریس انتقال T توضیح داده شده است، که در آن ماتریس

T شرط زیر صدق می کند:

$$TB = ATA \quad (B.1)$$

ماتریس های A, B و ماتریس قطری مقادیر ویژه Λ به ترتیب توسط روابط (۴-۵۰)، (۴-۵۱) و (۴-۴)

(۵۸) داده شده اند. اگر معادله B.1 را به صورت کامل بنویسیم، داریم:

$$\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & g & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/\rho_t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g/c_F^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_f g \frac{\nu R}{E e} & 0 & \frac{-1}{\rho_t c_t^2} \end{bmatrix} \quad (B.2)$$

که معادل با تساوی زیر می باشد:

$$(B.3)$$

$$\begin{bmatrix} t_{12} g t_{11} & -2\nu t_{12} + t_{14} & -t_{13} / \rho_t \\ t_{22} g t_{21} & -2\nu t_{22} + t_{24} & -t_{23} / \rho_t \\ t_{32} g t_{31} & -2\nu t_{32} + t_{34} & -t_{33} / \rho_t \\ t_{42} g t_{41} & -2\nu t_{42} + t_{44} & -t_{43} / \rho_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 t_{11} & \lambda_1 (\frac{g}{c_F^2} t_{12} + \rho_f g \frac{\nu R}{E e} t_{14}) & \lambda_1 t_{13} & \frac{-\lambda_1}{\rho_t c_t^2} t_{14} \\ \lambda_2 t_{21} & \lambda_2 (\frac{g}{c_F^2} t_{22} + \rho_f g \frac{\nu R}{E e} t_{24}) & \lambda_2 t_{23} & \frac{-\lambda_2}{\rho_t c_t^2} t_{24} \\ \lambda_3 t_{31} & \lambda_3 (\frac{g}{c_F^2} t_{32} + \rho_f g \frac{\nu R}{E e} t_{34}) & \lambda_3 t_{33} & \frac{-\lambda_3}{\rho_t c_t^2} t_{34} \\ \lambda_4 t_{41} & \lambda_4 (\frac{g}{c_F^2} t_{42} + \rho_f g \frac{\nu R}{E e} t_{44}) & \lambda_4 t_{43} & \frac{-\lambda_4}{\rho_t c_t^2} t_{44} \end{bmatrix}$$

بنابراین شانزده معادله برای شانزده مجهول t_{ij} خواهیم داشت. اگر سطر i را در نظر بگیریم، روابط به

صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{aligned}
t_{i2} &= \lambda_i t_{i1} \\
gt_{i1} &= \lambda_i \frac{g}{c_F^2} t_{i2} + \lambda_i \rho_f g \frac{\nu}{E} \frac{R}{e} t_{i4} \\
-2\nu t_{i2} + t_{i4} &= \lambda_i t_{i3} \\
-\frac{1}{\rho_t} t_{i3} &= -\lambda_i \frac{1}{\rho_t c_t^2} t_{i4}
\end{aligned} \tag{B.4}$$

یا میتوان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} -\lambda_i & 1 & 0 & 0 \\ g & -\lambda_i \frac{g}{c_F^2} & 0 & -\lambda_i \rho_f g \frac{\nu}{E} \frac{R}{e} \\ 0 & -2\nu & -\lambda_i & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_t} & \frac{\lambda_i}{\rho_t c_t^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{i1} \\ t_{i2} \\ t_{i3} \\ t_{i4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{B.10}$$

با در نظر گرفتن $t_i = (t_{i1}, t_{i2}, t_{i3}, t_{i4})^T$ سیستم معادلات (B.5) می تواند به فرم ماتریسی زیر نوشته شود:

$$(B - \lambda_i A)^T t_i = 0 \tag{B.6}$$

اگر ماتریس $(B - \lambda_i A)^T$ منظم باشد، $t_i = 0$ به عنوان تنها راه حل معادله (B.6) خواهد بود. که باعث می شود ماتریس T به صورت مفرد تبدیل شود. برای بدست آوردن ماتریس منظم T ، $(B - \lambda_i A)^T$ باید مفرد باشد، بنابراین خواهیم داشت:

$$|B - \lambda_i A| = 0 \tag{B.7}$$

در حالیکه $|M| = |M^T|$ برای هر ماتریس مربعی مانند M برقرار است.

حال برای $i=1, i=2$ مطابق روابط (B.4), (B.5) بردار (ویژه) t_i مانند زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned}
-\lambda_i t_{i1} + t_{i2} &= 0 \\
-2\nu t_{i2} - \lambda_i t_{i3} + t_{i4} &= 0 \\
-\frac{1}{\rho_t} t_{i3} + \lambda_i \frac{1}{\rho_t c_t^2} t_{i4} &= 0
\end{aligned} \tag{B.8}$$

که معادل با رابطه زیر است:

$$\begin{aligned}
 t_{i1} &= \frac{1}{\lambda_i} t_{i2} \\
 (1 - \frac{\lambda_i^2}{c_t^2}) t_{i4} &= 2\upsilon t_{i2} \\
 t_{i3} &= \lambda_i \frac{1}{c_t^2} t_{i4}
 \end{aligned} \tag{B.9}$$

اگر $t_{i2} = \lambda_i$ باشد، داریم:

$$\begin{aligned}
 t_{i1} &= 1 \\
 t_{i2} &= \lambda_i \\
 t_{i3} &= 2\upsilon \lambda_i^2 / (c_t^2 - \lambda_i^2) \\
 t_{i4} &= 2\upsilon \lambda_i c_t^2 / (c_t^2 - \lambda_i^2)
 \end{aligned} \tag{B.10}$$

برای $i = 3, i = 4$ مطابق روابط (B.4), (B.5) بردار (ویژه) t_i مانند زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned}
 -\lambda_i t_{i1} + t_{i2} &= 0 \\
 g t_{i1} - \lambda_i \frac{g}{C_F^2} t_{i2} - \lambda_i \rho_f g \frac{\upsilon}{E} \frac{R}{e} t_{i4} &= 0 \\
 -2\upsilon t_{i2} - \lambda_i t_{i3} + t_{i4} &= 0
 \end{aligned} \tag{B.11}$$

که معادل با رابطه زیر است:

$$\begin{aligned}
 t_{i1} &= \frac{1}{\lambda_i} t_{i2} \\
 (\frac{1}{\lambda_i^2} - \frac{1}{C_F^2}) t_{i2} &= \rho_f \frac{\upsilon}{E} \frac{R}{e} t_{i4} \\
 t_{i3} &= \frac{1}{\lambda_i} (t_{i4} - 2\upsilon t_{i2})
 \end{aligned} \tag{B.12}$$

اگر $t_{i4} = \lambda_i$ را در نظر بگیریم خواهیم، داشت:

$$\begin{aligned}
t_{i1} &= \rho_f \frac{\nu}{E} \frac{R}{e} \lambda_i^2 C_F^2 \Big/ (C_F^2 - \lambda_i^2) \\
t_{i2} &= \rho_f \frac{\nu}{E} \frac{R}{e} \lambda_i^3 C_F^2 \Big/ (C_F^2 - \lambda_i^2) \\
t_{i3} &= 1 - 2\rho_f \frac{\nu^2}{E} \frac{R}{e} \lambda_i^2 C_F^2 \Big/ (C_F^2 - \lambda_i^2) \\
t_{i4} &= \lambda_i
\end{aligned} \tag{B.13}$$

با جایگزینی مقادیر λ_i که از معادله (۴-۵۲) حاصل می شود، در معادله B.10 برای $i=1,2$ و در

معادله B.13 برای $i=3,4$ ، روابط زیر بدست می آیند:

$$\begin{aligned}
t_{11} &= t_{21} = 1 \\
t_{12} &= -t_{22} = \tilde{C}_F \\
t_{13} &= t_{23} = 2\nu \left(\frac{\tilde{C}_F}{C_t} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{\tilde{C}_F}{C_t} \right)^2 \right\}^{-1} \\
t_{14} &= -t_{24} = 2\nu \tilde{C}_F \left\{ 1 - \left(\frac{\tilde{C}_F}{C_t} \right)^2 \right\}^{-1} \\
t_{31} &= t_{41} = -\rho_f \frac{\nu}{E} \frac{R}{e} C_F^2 \left\{ 1 - \left(\frac{C_F}{\tilde{C}_t} \right)^2 \right\}^{-1} \\
t_{32} &= -t_{42} = -\rho_f \frac{\nu}{E} \frac{R}{e} C_F^2 \tilde{C}_t \left\{ 1 - \left(\frac{C_F}{\tilde{C}_t} \right)^2 \right\}^{-1} \\
t_{33} &= t_{43} = 1 + 2\rho_f \frac{\nu^2}{E} \frac{R}{e} C_F^2 \left\{ 1 - \left(\frac{C_F}{\tilde{C}_t} \right)^2 \right\}^{-1} \\
t_{34} &= -t_{44} = \tilde{C}_t
\end{aligned} \tag{B.14}$$

معادله B.14 درایه های ماتریس T می باشند که شرایط B.1 را ارضا می کند. بنابراین با توجه به

معادلات B.14 ماتریس T می تواند مانند زیر نوشته شود:

$$|T| = \begin{vmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{11} & -t_{12} & t_{13} & -t_{14} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{31} & -t_{32} & t_{33} & -t_{34} \end{vmatrix} \tag{B.15}$$

از جمع و تفاضل سطرها ماتریس زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned}
 |T| &= \begin{vmatrix} t_{11} & 0 & t_{13} & 0 \\ 0 & t_{12} & 0 & t_{14} \\ t_{31} & 0 & t_{33} & 0 \\ 0 & t_{32} & 0 & t_{34} \end{vmatrix} \\
 &= t_{11}(t_{12}t_{33}t_{34} - t_{32}t_{33}t_{14}) + t_{31}(-t_{12}t_{13}t_{34} + t_{32}t_{13}t_{14}) \\
 &= (t_{11}t_{33} - t_{13}t_{31})(t_{12}t_{34} - t_{14}t_{32})
 \end{aligned} \tag{B.16}$$

به دلیل سادگی $\tilde{C}_F < C_t$ و $C_F < \tilde{C}_t$ در نظر گرفته می شود. با این فرض ها می توان نشان داد که با جایگزینی C.14 در C.16، $|T| > 0$. از این رو T ماتریس منظم می باشد.

منابع

1. Adamkowski A. Lewandowski M. (2006) "Experimental examination of unsteady friction models for transient pipe flow simulation" **Journal of Fluids Engineering.**, Vol. 128, pp 1351-1363.
2. Afshar M.H and Rohani M. (2008) "**Waterhammer Simulation by Implicit Method of Characteristic**" International Journal of Pressure Vessels and Piping 85 (2008) 851-859.
3. Afshar M.H, Rohani M., Taheri, R., 2010. "**Simulation of transient flow in pipeline system due to load rejection and load acceptance by hydroelectric power plants**". Int. J. Mech.Sci. 52 (1), 103-115.
4. Belytchko T. Karabin M. Lin J.I. (1986) "**Fluid Structure Interaction in Waterhammer Respose of Flexible Piping**" PVP, ASME, Vol. 108, pp. 249-255.
5. Bergant A., Tijsseling, A., Vítkovský, J.P., Covas, D., Simpson, A., and Lambert, M. (2008), "**Parameters affecting water-hammer wave attenuation, shape and timing. Part 1: mathematical tools**", IAHR Journal of Hydraulic Research, 46(3):373-381.
6. Bong S. J, Karney. B, Boulos P, Don J. Wood (2007). "**The need for comprehensive transient analysis of distribution systems**". Journal AWWA
7. Chadhry, M.H., (1979), "**Applied Hydraulic Transients**". VanNostrand Reinhold Co., New York, USA.
8. D.I.H Barr, (1980), "**The transition from laminar to turbulent flow**", Proc.Instrn Civ. Engrs,Part 2, Vol. 69, pp 555-562.
9. David Kaffer (1999). "**Advanced Numerical Techniques for the Solution od Single Nonlinear Algebraic Equations and Systems of Nonlinear Algebraic Equations**". University of Tennessee, Knoxville.
10. De Jong, C. A. F., Ph.D. thesis (1994) "**Analysis of Pulsations and Vibrations in Fluid-Filled Pipe Systems**", Eindhoven University of Technology, Eindhoven, The Netherlands.
11. Don J. Wood and Jones . S.E (2005). 1973, "**Water Hammer Charts for Various Types of Valves**", J.Hydraulics Dir. , ASCE, 99 (HY1) , 167 .
12. Don J. Wood, S.Lindireddy, P.F.Boulos,B.Karney and D.L.Mcpherson, (2005), "**Numerical methods for modeling transient flow**",Journal of American Water Works Association (AWWA), Vol.97, No.7, pp.104-115.
13. Don J.Wood. (2005) "**Waterhammer Analysis—Essential and Easy and Efficient**". Journal of environmental Engineering, Vol. 131, No. 8, August 1, 2005.
14. Gale J., Tiselj, I. (2008), "**Godunov's Method for Simulations of Fluid-Structure Interaction in Piping Systems**" Journal of Pressure Vessel Technology, Trans.ASME, Vol. 130, No. 031304.
15. H.M. Chaudhry, and M.Y.Hussaini, (1985), "**Second-order accurate explicit finite-difference schemes for water hammer analysis**", Journals of fluid Eng, Vol.107, pp 523-529.
16. Hirsh c. (1990) "**Numerical computation of internal and external flow** ", Vol. 2, Wiley.

17. Hu C. K. and Phillips J. W. (1981) "**Pluse Propagation in Fluid-Filled Elastic Curved Tubes**" ASME J. Pressure Vessel Technol., 103, pp. 43-49.
18. J.Izquierdo and P.L.Iglesias, (2002), "**Mathematical modeling of hydraulic transients in simple systems**", Math. Comput. Modeling, Vol. 35, No. 7, pp. 801-812.
19. J.Izquierdo and P.L.Iglesias, (2004), "**Mathematical modeling of hydraulic transients in complex systems**", Math. Comput. Modeling, Vol. 39, No. 4, pp. 529-540.
20. Klaus A. Hoffmann, Steve T. Chiang "**Computational Fluid Dynamics For Engineers**" [c1993]
21. Lavooij C. S. W., and Tijseeling A. S., (1991) "**Fluid-Structure Interaction in Liquid-Filled Piping System**" J. Fluids Struct., 5, pp. 573-595.
22. Li, Q.S., Yang, K, Zhang, L., (2003), "**Analytical Solution for Fluid-Structure Interaction in Liquid-Filled Pipes Subjected to Impact-Induced water hammer**", ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 129, pp. 1408-1417.
23. M.D.Saikia and A.K.Sarma, (2006), "**Numerical modeling of water hammer with variable friction factor**", Journal of Engineering and applied sciences, Vol. 1, No. 4, pp. 35-40.
24. M.Zhao and M.Ghidaoui, (2004), "**Godunov-type solutions for water hammer flows**", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.130, No.4, pp. 341-348.
25. Menabrea L. F., "**Note sur les effets de choc de l'eau dans les conduits**", (Note on effects of water shock in conduits.) Comptes Rendus Hebdomadaires des se'ances de l'Academic des Sciences (Paris) Vol. 47, p 221-224, 1858
26. Reddy J. N., "An Introduction to the Finite Element Method" Vol1.
27. Singiresu S. RAO. "**The Finite Element Method in Engineering**" . fifth edition. University of Miami, coral Gables, Florida, USA.
28. Skalak R., (1956), "**An Extention of the Theory of Waterhammer**" Trans.ASME, 78, pp. 105-116
29. Streeter V.L. Wylie E.B, (1993) "**Fluid Transients in Systems**", Prentice Hall.
30. Thoreley, A.R.D., (1969), "**pressure Transients in Hydraulic pipeline**", ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 91, pp.453-461.
31. Tijseeling A.S. (1996) "**Fluid-Structure Interaction in Liquid-Filled Pipe Systems : a review**" Journal of Fluids and Structures, Vol 10, pp. 109-146.
32. Tijsseling A. S. (1993), PhD Thesis "**Fluid-structure interaction in case of water hammer with cavitation**" Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
33. Tijsseling A.S. and Vardy AE, (2008), "**Time scales and FSI in oscillatory liquid-filled pipe flow**", BHR Group, Proc. of the 10th Int. Conf. on Pressure Surges (Editor S Hunt), Edinburgh, United Kingdom, pp. 553-568.
34. Tijsseling, A.S. (2007), "**Water hammer with fluid-structure interaction in thick-walled pipes**", Journal of Computers & Structures, 85: 844-851.
35. Valentin, R. A., Phillips, J. W., and Walker, J. S. (1979) "**Reflection and Transmission of Fluid Transients at an Elbow**" Transaction of SMiRT5, Paper No. B 2-6.

36. Walker J. S., and Phillips J. W., (1977) **"Pulse Propagation in Fluid-Filled Tubes"** ASME J. Appl. Mech., 44, pp. 31-55.
37. Wichowski Roman (2006). **"Hydraulic Transients Analysis in pipe Networks by the Method of Characteristics (MOC)"**. Archive of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics Vol. 53(2006), No. 3, pp 267-291.
38. Wiggert, D. C., Hatfield, F. J., and Stuckenbruck, S., (1987) **"Analysis of Liquid and Structural Transients in Piping by the Method of Characteristics"** ASME J. Fluids Eng., 109, pp 161-165.
39. Wiggert, D.C., Hatfield, F.J., Stuckenbrock, S., (1987), **"Analysis of Liquid and Structural Transients in Piping by Method of Characteristics"**, Journal of Fluid Engineering, Trans. ASME, Vol. 109, No.2, pp. 161-165.
40. Wilkinson, D. H., (1978), **"Acoustic and Mechanical Vibrations in Liquid-Filled Pipework Systems,"** Proceeding of the BNES Vibration in Nuclear Plant Conference, Paper No. 8:5, Keswick, England.
41. Williams, D.J., (1977), **"Waterhammer in Non-Rigid Pipes: Precursor Waves and Mechanical Damping,"** Journal of Mechanical Engineering Science, Institute of Mechanical Engineers, Vol. 19, No.6, pp. 237-242.
42. Wylie, E.B. & Streeter, V.L., 1993. **"Fluid Transients in System"**. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
43. Yang, K., Li, Q.S., Zhang, L., (2004), **"Longitudinal Vibration Analysis of Multi-Span Liquid-Filled Pipelines with Rigid Constraints"**, Journal of Sound and Vibration, Vol. 273, pp. 125-147.

الف) منابع فارسی

۴۴. استریتروال وایلی ب، (۱۳۸۵)، " مکانیک سیالات " [ترجمه] ملک زاده غ، کاشانی حصار م، چاپ هجدهم، انتشارات جهان فردا، مشهد.
۴۵. افشار، روش های عددی در مهندسی آب
۴۶. تائبی ا، چمنی م، (۱۳۷۹)، " شبکه های توزیع آب شهری " انتشارات صنعتی اصفهان.
۴۷. حسینی م، ابریشمی ج، (۱۳۸۹) "هیدرولیک کانال های باز" چاپ بیست و سوم، انتشارات آستان قدس رضوی، مشهد.
۴۸. کرامت ع، (۱۳۸۴)، پایان نامه کارشناسی ارشد : " تحلیل دینامیکی شبکه های لوله توزیع سیال با روش اجزای محدود"، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز.
۴۹. کرامت ع، (۱۳۸۹)، رساله دکترا: " بررسی اندرکنش سیال – سازه در سیستم های لوله ویسکوالاستیک با در نظر گرفتن جدایی ستون مایع"، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود.
۵۰. مجد ع و احمدی ا. (۱۳۹۱)، "مقایسه اثر اصطکاک ناماندگار در حالت های مختلف جریان غیرماندگار"، نهمین کنگره بین المللی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان.
۵۱. محمد نجمایی، "ضربه قوچ"، انتشارات هما ۱۳۷۴
۵۲. معصومی نیا م، (1391)، " بررسی پدیده اندر کنش سیال – سازه با استفاده از روش عددی گودونو غیرخطی"، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود.
۵۳. نجاران طوسی ع، (۱۳۹۰)، پایان نامه کارشناسی ارشد: " بررسی پدیده اندرکنش سیال – سازه با روش عددی گودونو"، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود.

Abstract

Any change of water velocity in the pipeline systems induces a change in pressure. This phenomenon is one of the important cases of transient flows, known as water hammer, and has been observed for many years by researchers. This creates considerable dynamic forces to pipeline's structure. If these forces can cause movement of the pipe network phenomenon called fluid structure interaction will occur. This phenomenon involves transmission of energy and momentum between the pipeline's structure and the fluid and is normally produced by intensive change of flow rate and fluid pressure or mechanical factors in pipeline systems.

Transient flow models are required for design, analysis and safe operation of the pipeline systems. Several numerical approaches have been proposed for modeling of transient flows, such as: Method of characteristics (MOC), finite volume (FV), finite difference (FD). Among these methods, MOC is the mostly used method for its simplicity and superior performance over other methods.

Using MOC faces some serious shortcomings. For example, application of this method requires that only one device is located between any two pipes. Otherwise, a new boundary condition has to be derived for each combination of the devices that may be used in the pipeline system. An Implicit Method of Characteristics (IMOC) is proposed in this section as a remedy for the above-mentioned shortcomings of the conventional MOC. For this, an element-wise definition is used for all of the devices that may be used in a pipeline system and the corresponding equations are derived in an element-wise manner. These equations are derived independent of the location of the devices and flow direction.

So Implicit method of characteristic is proposed in this study as a good method for simulation of fluid–structure interaction. In the end, for evaluating method results we solved one of the famous laboratories reference problems with Implicit method of characteristic and then compared with previous results of MOC. Obtained results showed that implicit method of characteristic can be an appropriate method for solving hyperbolic system of differential equations.

Key words: water hammer, fluid structure interaction, method of characteristic, implicit method of characteristic.



University of Shahrood

Civil Engineering Department

**Simulation of Fluid-Structure Interaction using
Implicit Method of Characteristic**

Sara amirgilaki

Supervisors:

Dr. Ahmad Ahmadi

Dr. Alireza Keramat

September 2015