





دانشکده عمران و معماری
گروه مهندسی عمران

بررسی جریان گذرا در شبکه ها بر اثر خاموش شدن پمپ های ترکیبی

دانشجو:

هادی طبسی

استاد راهنما:

دکتر احمد احمدی

پایان نامه جهت اخذ کارشناسی ارشد

شهریور ۹۲



دانشکده عمران و معماری
گروه مهندسی عمران
پایان نامه کارشناسی ارشد هادی طبسی

تحت عنوان

**بررسی جریان گذرا در شبکه ها
بر اثر خاموش شدن پمپ های ترکیبی**

در تاریخ ۱۳۹۲/۰۶/۲۵ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه **خوب** مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	-		دکتر احمد احمدی
	-		دکتر علیرضا کرامت

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	دکتر مهدی گلی		دکتر رامین امینی
			دکتر مهدی عجمی

تشکر و قدردانی

سپاس خدا را که همواره بیش از آنچه از او خواسته ام عطا فرموده است همچنین از تمامی کسانی که من را در تهیه این پایان نامه یاری کردند، بدینوسیله قدردانی می نمایم.

دکتر احمد احمدی و دکتر علیرضا کرامت، به خاطر آموزشها، رهنمودها، حمایتهای پیوسته و تشویقها و دلگرمیهایشان در تمام این دوران دارم.

همچنین از پدر و مادر، خواهران و برادرانم، به خاطر حمایتهای پیوسته و بی دریغشان صمیمانه تشکر می کنم.

تعهد نامه

اینجانب هادی طبسی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته عمران- سازه هیدرولیکی دانشکده عمران و معماری دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه بررسی عددی جریان گذرا در شبکه لوله ها بر اثر خاموش شدن پمپ تحت راهنمایی دکتر احمد احمدی متعهد می شوم .

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ ۱۳۹۲/۰۶/۲۵

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

هر گاه جریان از یک حالت ماندگار به حالت ماندگار دیگر تغییر شرایط دهد، جریان غیرماندگاری ما بین دو جریان ماندگار بوجود می آید که جریان ما بین را جریان میرا یا گذرا می نامند، بر این اساس ضربه قوچ نوعی جریان گذراست که در خطوط لوله ایجاد می گردد که یکی از عوامل بوجود آورنده ضربه قوچ خاموشی ناگهانی پمپ می باشد که این پدیده باعث تغییرات شدید دبی جریان و فشار سیال در سیستم لوله می گردد این پدیده نخستین بار توسط استریتز مورد بررسی قرار گرفت. در این پایان نامه به بررسی این اثر در دو سیستم سری و موازی پرداخته شده است. برای بررسی ضربه قوچ در اثر خاموشی پمپ با دو دسته معادله، معادلات هیدرولیکی جریان (معادله پیوستگی، معادله اندازه حرکت) و معادلات حاکم بر پمپ ها روبرو هستیم. نخست معادلات دیفرانسیل مشتقات جزئی حاکم بر ضربه قوچ در یک شبکه توزیع سیال با استفاده از روش حل عددی خطوط مشخصه (MOC) بر روی مسیریایی که به خطوط مشخصه موسوم است به معادلات دیفرانسیل کامل تبدیل گشته و با استفاده از روش عددی تفاضل محدود حل می شوند. معادلات هیدرولیکی جریان را با استفاده از روابط تعادل هد برای کل سیستم با معادلات حاکم بر پمپ ها ترکیب می کنیم که دو دسته معادلات غیر خطی حاصل می شود که با استفاده از روش نیوتن رافسون حل می شود.

در نهایت برای ارزیابی نتایج مدل، به بررسی هد قبل و بعد از هر پمپ و تحلیل آن ها می پردازیم که این اثر در سیستم سری نسبت به سیستم موازی از نوسانات بیشتری برخوردارست چون در سیستم سری تغییرات هد با هم جمع می شوند ولی در سیستم موازی تغییرات هد در کل سیستم ثابت می باشد.

کلمات کلیدی: ضربه قوچ، روش خطوط مشخصه (MOC)، روش نیوتن رافسون، خاموشی پمپ، منحنی مشخصه پمپ، پمپ سری، پمپ موازی

فهرست

فصل اول:	۱
۱-۱- صورت مسأله و اهمیت آن	۱
۲-۱- تاریخچه	۲
۱-۲- هیدرولیک جریانهای میرا	۲
۳-۱- هدف پایان نامه	۳
۴-۱- فصل بندی پایان نامه	۴
فصل دوم:	۵
۱-۲- مقدمه	۶
۲-۲- اثرات ناشی از ضربه قوچ	۶
۳-۲- مطالعات پیرامون ضربه قوچ	۶
فصل سوم:	۷
۱-۳- مقدمه	۸
۲-۳- تئوری کلاسیک ضربه قوچ	۸
۴-۳- مدول الاستیسیته بالک	۱۰
۵-۳- معادلات دیفرانسیلی حاکم بر جریان غیر ماندگار	۱۰
۱-۵-۳- معادله پیوستگی	۱۰
۲-۵-۳- معادله اندازه حرکت	۱۴
۶-۳- پمپ در حالت جریان غیر ماندگار	۱۵
۱-۶-۳- تعریف پمپ	۱۵
۲-۶-۳- ضربه قوچ در پمپ ها	۱۵
۳-۶-۳- توقف ناگهانی پمپ	۱۵
۴-۶-۳- فرضیات حاکم بر پمپ ها در حالت جریان غیر ماندگار	۱۶
۵-۶-۳- منحنی مشخصه پمپ در حالت غیر ماندگار	۱۶
۷-۳- منحنی دبی-هد	۱۸
۱-۷-۳- منحنی دبی-هد سیستم	۱۸
۲-۷-۳- منحنی دبی-هد پمپ	۱۹

۲۰	۸-۳- معادلات حاکم بر پمپ ها در حالت جریان ماندگار
۲۰	۸-۳-۱ معادله تعادل هد
۲۰	۸-۳-۱-۱ پمپ سری
۲۱	۸-۳-۱-۲ پمپ موازی
۲۱	۹-۳- معادلات حاکم بر پمپ ها در حالت جریان غیر ماندگار
۲۱	۹-۳-۱ معادلات گشتاور پمپ
۲۱	۹-۳-۱-۱ معادله تغییرات سرعت دورانی پمپ
۲۳	فصل چهارم
۲۴	۴-۱- حل معادلات حاکم بر ضربه قوچ با استفاده از روش مشخصه
۲۵	۴-۲- حل عددی معادلات تقریبی ضربه قوچ با روش MOC
۲۶	۴-۳- روش حل :
۳۳	۴-۴- استفاده از روش مشخصه در گره پمپ
۳۳	۴-۴-۱ پمپ سری
۳۴	۴-۴-۲ پمپ موازی
۳۴	۴-۵- معادله تعادل هد حالت جریان غیر ماندگار
۳۴	۴-۵-۱ پمپ سری
۳۵	۴-۶- روش عددی نیوتن رافسون
۳۵	۴-۶-۱ جریان ماندگار
۳۵	۴-۶-۱-۱ پمپ سری
۳۶	۴-۶-۲ پمپ موازی
۳۶	۴-۶-۲-۱ جریان غیر ماندگار
۳۶	۴-۶-۲-۱ پمپ سری
۳۸	۴-۶-۲-۲ پمپ موازی
۴۰	فصل پنجم
۴۱	۵-۱- مقدمه
۴۱	۵-۲- تشریح الگوریتم حل معادلات حاکم با استفاده از نرم افزار مت لب
۴۱	۵-۲-۱ گام های متشکله الگوریتم
۴۲	۵-۳- مدل پمپ سری
۴۲	۵-۳-۱ حالت جریان ماندگار

۴۳	 ۵-۳-۲- حالت جریان غير ماندگار
۴۶	 ۵-۴- مدل پمپ موازی
۴۷	 ۵-۴-۱- حالت جریان ماندگار
۴۷	 ۵-۴-۲- حالت جریان غير ماندگار
۵۰	 فصل ششم
۵۱	 ۶-۱- خلاصه
۵۱	 ۶-۲- نتیجه گیری
۵۲	 ۶-۳- پیشنهادات

فهرست جداول

جدول (۱-۵) مشخصات سیستم پمپاژ پمپ سری ۴۲

جدول ۲-۵ مشخصات سیستم پمپاژ پمپ موازی ۴۶

فهرست اشکال

- شکل (۱-۱) : پدیده چکش آبی در لوله ها ۱
- شکل (۱-۳) حجم کنترل متحرک ۸
- شکل (۳-۳) منحنیهای پمپ در تمام حالت‌های ممکن در یک پمپ با $Ns = 1270 \text{ rpm}$ به وضعیت عملکرد پمپ در ناحیه های توربینی، استهلاک، نرمال و معکوس نیز توجه شود. ۱۸
- شکل (۴-۳) منحنی دبی-هد سیستم ۱۹
- شکل (۵-۳) منحنی دبی-هد پمپ ۲۰
- شکل (۶-۳) نمایش پمپ سری ۲۰
- شکل (۷-۳) نمایش پمپ موازی ۲۱
- شکل (۱-۴) خطوط مشخصه در صفحه $x - t$ ۲۸
- شکل (۲-۴) وضعیت خطوط مشخصه برای گره ۳۲
- شکل (۳-۴) نمایش پمپ سری ۳۳
- شکل (۴-۴) نمایش پمپ موازی ۳۴
- شکل (۱-۵) شماتیک سیستم پمپاژ پمپ سری ۴۲
- شکل (۲-۵) حالت دایمی تراز هیدرولیکی جریان در حالت سری ۴۲
- شکل (۳-۵) نسبت پارامترهای بدون بعد پمپ و جریان به زمان ۴۳
- شکل (۴-۵) هد بلافاصله قبل پمپ اول ۴۴
- شکل (۵-۵) هد بلافاصله بعد پمپ اول ۴۴
- شکل (۶-۵) هد بلافاصله قبل پمپ دوم ۴۵
- شکل (۷-۵) هد بلافاصله بعد پمپ دوم ۴۵
- شکل (۸-۵) شماتیک سیستم پمپاژ پمپ موازی ۴۶
- شکل (۹-۵) حالت دایمی تراز هیدرولیکی جریان در حالت موازی ۴۷
- شکل (۱۰-۵) نسبت پارامترهای بدون بعد پمپ به زمان ۴۷
- شکل (۱۱-۵) نسبت پارامترهای بدون بعد جریان نسبت به زمان ۴۸
- شکل (۱۲-۵) هد قبل از پمپ ۴۸
- شکل (۱۳-۵) هد بعد از پمپ ۴۹

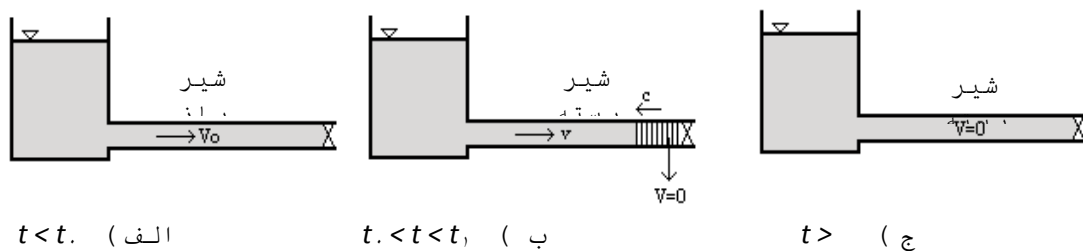
فصل اول

مقدمه

۱-۱- صورت مسأله و اهمیت آن

جریان غیرماندگار جریانی است که خصوصیات آن (دبی ، فشار و ...) در هر نقطه با زمان تغییر کند . زمانیکه جریان از یک حالت ماندگار به حالت ماندگار دیگری تغییر شرایط می دهد ، جریان غیر ماندگار مابین را جریان میرا (گذرا)^۱ می نامند . ضربه قوچ یا چکش آبی^۲ نوعی جریان میرا است که در خطوط لوله ، بطور عمده می تواند در اثر بسته شدن شیر ها یا توقف ناگهانی پمپ ایجاد شود .

مسأله زیر می تواند درک این پدیده را ساده تر کند . شکل (۱-۱) را در نظر بگیرید. فرض می شود که شیر پایین دست خط لوله در زمان $t = t_0$ کاملاً باز و آب با سرعت V_0 در حال حرکت باشد . در این لحظه شیر بطور ناگهانی بسته می شود ، در نتیجه بسته شدن شیر ، سرعت جریانی که از شیر عبور می کند ، بطور ناگهانی به صفر می رسد و بر اثر تبدیل انرژی جنبشی به انرژی فشاری ، فشار در پشت شیر افزایش می یابد . این افزایش فشار باعث می شود که یک موج فشاری به سمت بالا دست شروع به حرکت کند . موج فشاری در محل مخزن منعکس خواهد شد و مابین شیر و مخزن به حرکت رفت و برگشتی خود ادامه خواهد داد . ولی به علت تلفات ناشی از اصطکاک ، این موج در حین حرکت مستهلک می گردد و بالاخره در زمان $t = t_1$ فشار در تمامی خط لوله مساوی با ارتفاع نظیر فشار مخزن خواهد شد و جریان کاملاً متوقف می شود . بنابراین زمانیکه $t > t_0$ و $t > t_1$ باشد ، مشخصات جریان نسبت به زمان ثابت است و جریان ماندگار محسوب می گردد . ولی وقتی که $t_0 < t < t_1$ باشد شرایط در حال تغییر از وضعیت اولیه به وضعیت نهایی است و جریان میرا خواهد بود .



شکل (۱-۱) : پدیده چکش آبی در لوله ها

تغییرات فشار در یک سیستم خط لوله باعث ایجاد ضرباتی شدید به پره های پمپ و خرابی آن ها و از کار افتادن سیستم پمپاژ می شود.

برای انتقال سیال بین دو نقطه با اختلاف ارتفاع از پمپ که باعث افزایش انرژی جنبشی سیال شده استفاده می شود. که خاموشی ناگهانی پمپ باعث ایجاد ضربه قوچ در سیستم می شود که این پدیده باعث نوسانات

^۱ - Transient state flow

^۲ - Water hammer

شدید فشاری در خط لوله شده که ضربات شدیدی به پره ها و پوسته پمپ وارد می کند به همین دلیل اثرات این پدیده مورد توجه می باشد.

لذا در این تحقیق بر آن شدیم که به بررسی این پدیده و معادلات حاکم بر آن بپردازیم که با دو دسته معادله موج ایم معادلات هیدرولیکی جریان و معادلات پمپ که موضوع بحث به حل عددی این معادلات معطوف می باشد.

روش حل به کار برده شده در این پایان نامه روش عددی خطوط مشخصه می باشد نخست معادلات دیفرانسیل مشتقات جزئی حاکم بر ضربه قوچ در یک شبکه توزیع سیال با استفاده از روش حل عددی خطوط مشخصه بر روی مسیریایی که به خطوط مشخصه موسوم است به معادلات دیفرانسیل کامل تبدیل گشته و با استفاده از روش عددی تفاضل محدود حل می شوند. معادلات هیدرولیکی جریان را با استفاده از روابط تعادل هد برای کل سیستم با معادلات حاکم بر پمپ ها ترکیب می کنیم که دو دسته معادلات غیر خطی حاصل می شود که با استفاده از روش نیوتن رافسون حل می شود.

۱-۲- تاریخچه

۱-۲-۱- هیدرولیک جریانهای میرا

مطالعه هیدرولیک جریانهای میرا از قرن ۱۷ میلادی با تحقیق در باره نحوه انتشار امواج صوتی در هوا و انتشار امواج در آبهای کم عمق شروع شد. نیوتن^۱ و لاگرانژ^۲ نخستین کسانی بودند که در این زمینه به مطالعه پرداختند. مونژ^۳ در سال ۱۷۸۹ روشی ترسیمی برای انتگرال گیری از معادلات دیفرانسیل جزئی ارائه کرد و آنرا روش مشخصه (MOC) نامید. هلم هولتز^۴ اولین کسی بود که دریافت، سرعت امواج فشاری در آب داخل لوله کمتر از سرعت موج در آبهای آزاد است. او این اختلاف را ناشی از کشسان بودن جدار لوله دانست. وبر^۵ [۴] جریان سیال غیر قابل تراکم را در لوله های کشسان مورد مطالعه قرار داد و آزمایشاتی جهت تعیین سرعت امواج فشاری انجام داد. همچنین او معادلات پیوستگی و اندازه حرکت که اساس مطالعات جریانهای غیرماندگار هستند را ارائه نمود. ماری^۶ [۱۰] نیز آزمایشات متعددی جهت تعیین سرعت موج فشاری انجام داد و دریافت که اولاً سرعت موج مستقل از دامنه امواج فشاری است و ثانیاً سرعت موج با ضریب الاستیسیته جدار لوله متناسب است. کورت وگ^۷ [۸] نخستین کسی بود که سرعت موج را با

^۱ - Newton

^۲ - Lagrange

^۳ - Monge

^۴ - Helmholtz

^۵ - Weber

^۶ - Marey

^۷ - Korteweg

توجه به کشسان بودن جدار لوله و کشسانی سیال بدست آورد. گرومیکا^۱ [۶] برای اولین بار افتهای اصطکاکی را به هنگام تحلیل ضربه قوچ مد نظر قرار داد. او فرض کرد که سیال غیر قابل تراکم است و افتهای اصطکاکی با سرعت رابطه مستقیم دارند. در سال ۱۸۹۷ ژوکوفسکی^۲ [۷] بر اساس مطالعات نظری و آزمایشگاهی که انجام داد، گزارشی درمورد تئوری اساسی ضربه قوچ منتشر نمود. او رابطه ای جهت سرعت انتشار موج فشاری بدست آورد که در آن کشسان بودن سیال و جدار لوله در نظر گرفته شده بود. آلیوی^۳ [۱] در سال ۱۹۰۲ تئوری عمومی ضربه قوچ خود را منتشر کرد. معادله اندازه حرکتی که او بدست آورد از

آنچه کورت وگ بدست آورده بود، دقت بیشتری داشت. وود^۴ [۱۵] روشی ترسیمی - تحلیلی جهت تحلیل جریان ضربه قوچ ارائه داد. لووی^۵ [۹] هم در سال ۱۹۲۸ روش ترسیمی مشابهی ارائه نمود و مسأله تشدید حاصل از عملکرد تناوبی شیرها و همچنین کاهش فشار ناشی از باز شدن آهسته شیرها را مورد بررسی قرار داد. وی در تحلیل خود تلفات اصطکاکی را با اضافه کردن جمله مربوط به اصطکاک در معادلات دیفرانسیل جزئی در نظر گرفت.

کیبلکا و فرانک^۶ [۳] و استریتر [۱۱] از این روش در تحلیل کامپیوتری سیستم های لوله کشی پیچیده بهره گرفتند. گری^۵ [۵] روش مشخصه را در تحلیل کامپیوتری ضربه قوچ بکار برد. لای و استریتر [۱۲] در مقاله ای مشترک، برای نخستین بار روش مشخصه را در تحلیل جریان میرا، با استفاده از کامپیوتر تعمیم دادند. بعدها استریتر مقالات متعددی درباره روش مشخصه ارائه نمود. همچنین کتابی [۱۶] در مورد جریانهای میرای هیدرولیکی منتشر کرد.

۱-۳- هدف پایان نامه

هدف ما در این پایان نامه بررسی اثر ضربه قوچ در اثر خاموشی پمپ در یک شبکه توزیع سیال می باشد. ارائه مدل ریاضی و حل عددی مساله ضربه قوچ ناشی از خاموشی پمپ در یک سیستم مخزن-لوله-پمپ که به صورت یک مساله غیر خطی و با روش عددی خطوط مشخصه می باشد هدف این پایان نامه می باشد. در این مدل با ترکیبی از پمپ ها به صورت سری و موازی پرداخته و مدل های ریاضی را برای آن ها تشریح و حل عددی این روش را بررسی می کنیم.

^۱ - Gromeka

^۲ - Joukowski

^۳ - Allievi

^۴ - Wood

^۵ - Lowy

^۶ - Cablece & France

۱-۴- فصل بندی پایان نامه

در این پایان نامه، پس از بیان کلیاتی در مورد اهمیت بررسی و مدلسازی ضربه قوچ ، در فصل دوم به بیان تاریخچه مدلسازی این پدیده و کارهای انجام شده توسط محققین پیشین پرداخته می شود.

در فصل سوم به معادلات حاکم بر هیدرولیک جریان و معادلات حاکم بر پمپ ها و نکات مربوط به معادلات دیفرانسیلی هیدرولیکی و معادلات پمپ ها بیان شده اند.

در فصل چهارم به حل عددی معادلات هیدرولیکی به روش خطوط مشخصه و تلفیق این روابط با معادلات پمپ ها و در انتها به حل عددی نیوتن رافسون پرداخته شده است.

در فصل پنجم برنامه کامپیوتری تهیه شده معرفی شده است و روند کار با برنامه و ساختار آن توضیح داده شده است. در پایان این فصل مثالهایی و نتایج حل آن ها با برنامه کامپیوتری مذکور، ارائه شده است.

در فصل ششم برخی نتایج از کار روی این موضوع ارائه شده و پیشنهاداتی برای ادامه کار عنوان شده است.

فصل دوم

مطالبات پیشین

ضربه قوچ یا همان چکش آبی در خطوط لوله جریان تحت فشار در اثر تغییرات در شرایط مرزی اتفاق می افتد و بر قوانین فشار، تغییرات دبی و شرایط مکانی و زمانی حرکت سیال استوار است. از جمله شرایط مرزی حاکم می توان خاموشی یا روش شدن ناگهانی پمپ، بستن شیر و غیره اشاره کرد. این پدیده باعث تبدیل سرعت جریان به فشار و ایجاد موج های فشاری رفت و برگشتی با سیکل سینوسی می شود که خسارات جبران ناپذیری به سیستم تحت فشار وارد می کند.

۲-۲- اثرات ناشی از ضربه قوچ

تغییرات فشار در یک سیستم خط لوله باعث ایجاد جابجایی های دینامیکی در سازه لوله می شود. این جابجایی ها در جهت طولی^۱ و جانبی هستند. این لرزه های سازه ای می توانند باعث ایجاد نیروهای قابل ملاحظه ای در تکیه گاه ها شوند.

ضربه قوچ همچنین می تواند باعث ایجاد فشارهای زیاد و یا کم در لوله شود. فشارهای اضافی می توانند خسارت هایی به پمپ ها، شیرها و دیگر متعلقات خطوط وارد کنند و باعث شکستگی خطوط لوله شوند. فشار کم باعث آزادسازی هوای محلول سیال می شود که اگر این فشار به فشار بخار سیال برسد به تبخیر شدید سیال منجر می شود. فشار کم داخل لوله می تواند به خرابی لوله بیانجامد.

۲-۳- مطالعات پیرامون ضربه قوچ

استریتز^۲ [۱۱] و چادری^۳ [۴] مدل های عددی توربو ماشین ها را در حالت های مختلف چیدمان پمپ بررسی کرده اند. تورلی^۴ [۱۳] در مورد ایمنی و راه اندازی توربو ماشین ها و مدل های عددی حاکم بر آن ها پرداخته است. برگانت^۵ [۲] به بررسی ضربه قوچ ناشی از خاموشی پمپ و ایجاد جدایی ستون مایع پرداخته است. برگانت رفتار هیدرولیکی پمپ ها را طی ضربه قوچ بررسی کرده است

^۱ - Longitudinal displacement

^۲ - Streeter

^۳ - Chaudhry

^۴ - Thorely

^۵ - Bergant

فصل سوم

بررسی معادلات هیدرولیکی و معادلات

پمپ حاکم بر جریان

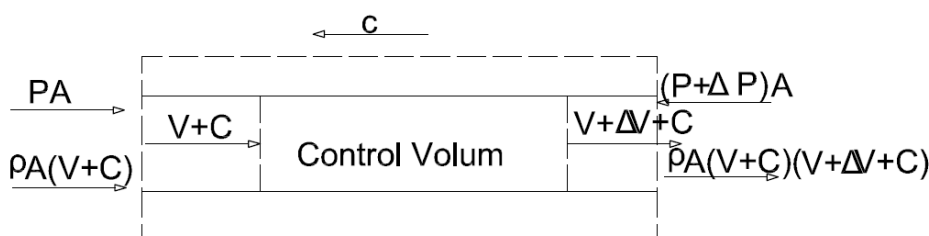
۳-۱- مقدمه

در این فصل ابتدا به تشریح معادلات هیدرولیکی حاکم بر ضربه قوچ بر حسب متغیرهای دبی و هد فشاری مورد بررسی قرار می گیرد. سپس به تشریح معادلات حاکم بر پمپ در حالت ماندگار و غیر ماندگار پرداخته می شود.

۳-۲- تئوری کلاسیک ضربه قوچ

فرضیات مورد استفاده : (۱) سیال در خط لوله، بصورت یک بعدی فرض می شود و توزیع سرعت در هر مقطع بصورت یکنواخت و با یک سرعت میانگین فرض می شود. (۲) افتهای اصطکاکی در حالت جریان غیرماندگار ، برابر با افتهای اصطکاکی در جریان ماندگار در نظر گرفته می شود. (۳) لوله پر فرض می شود و در خلال جریان غیر ماندگار پر باقی می ماند. (۴) در جریان غیرماندگار ، جدایی ستون آب رخ نمی دهد و فشار سیال همواره بزرگتر از فشار بخار سیال باقی می ماند. (۵) گازهای آزاد درون سیال آنقدر کوچک اند که سرعت موج را می توان بصورت ثابت در نظر گرفت. (۶) جدار لوله و سیال به صورت الاستیک ، خطی فرض می شوند.

۳-۳- محاسبه سرعت انتشار موج فشاری



شکل (۳-۱) حجم کنترل متحرک

$$P.A - (P. + \Delta P)A = \rho A(V. + C)[(V. + \Delta V + C) - (V. + C)] \rightarrow$$

$$\Delta P = -\rho(V. + C)\Delta V \quad (۳-۱)$$

$$C \geq V., \quad \Delta P = -\rho C \Delta V \quad (۳-۲)$$

$$P = \rho g H \quad (۳-۳)$$

$$\Delta H = -\frac{C}{g} \Delta V \quad (۳-۴)$$

در معادله (۴) علامت منفی نشان دهنده این است که کاهش سرعت، همراه با افزایش فشار خواهد بود و بالعکس. حال اگر سیال در پشت شیر کاملاً متوقف شود و یا به عبارت دیگر شیر کاملاً بسته شود، $\Delta V = -V_0$ خواهد بود و خواهیم داشت.

$$\Delta H = \frac{C}{g} V.$$

سرعت موج پارامتری است که باید دقیقاً برای هر سیستم مشخص شود. مقدار این سرعت به چگالی، مدول الاستیسیته حجمی سیال، مدول الاستیسیته مقطع لوله، قطر و ضخامت جدار لوله و همچنین حضور هوا در لوله بستگی دارد.

اگر فرض کنیم سیال داخل لوله تراکم پذیر و لوله الاستیک باشد، با افزایش فشار ΔP ، جرم مخصوص سیال به $\rho + \Delta\rho$ و سطح مقطع لوله به $A + \Delta A$ افزایش می یابد. اگر شیر انتهای لوله به طور ناگهانی بسته شود، لوله بسته به نوع تکیه گاهی که دارد، به اندازه ΔS افزایش طول پیدا می کند. اگر فرض کنیم که لوله این تغییر طول را در زمان $\frac{L}{C}$ ثانیه انجام دهد، یا سرعتی معادل $\Delta S \frac{C}{L}$ داشته باشد، تغییر سرعت سیال در محل شیر از رابطه

$$\Delta V = \Delta S \frac{C}{L} - V.$$

$$\Delta V = \Delta S \frac{C}{L} - V. \quad (3-6)$$

از طرفی در طول $\frac{L}{C}$ ثانیه پس از بسته شدن شیر، جرم سیالی که به لوله اضافه شده برابر $\rho A V_0 \frac{L}{C}$ است. و می توان رابطه سازگاری بین مقدار جرم ورودی به لوله و تغییر بعد طولی (ΔS) و مساحت (ΔA) را بصورت زیر نوشت.

$$\rho A V_0 \frac{L}{C} = \rho L \Delta A + \rho A \Delta S + L A \Delta \rho \quad (3-7)$$

$$-\frac{\Delta V}{C} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (3-8)$$

$$C^2 = \frac{g \Delta H}{\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho}} \quad (3-9)$$

۳-۴- مدول الاستیسیته بالک

$$K = \frac{\Delta P}{\frac{\Delta \rho}{\rho}} = - \frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}} \quad (۳-۱۰)$$

$$C_v = \frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \left(\frac{K}{A}\right) \left(\frac{\Delta A}{\Delta P}\right)} \quad (۳-۱۱)$$

$$C = \frac{\sqrt{\frac{k}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{k}{E^*} \frac{D}{e}}} \quad (۳-۱۲)$$

۳-۵- معادلات دیفرانسیلی حاکم بر جریان غیر ماندگار

تحلیل جریان های میرای هیدرولیکی بر اساس دو معادله ی پیوستگی و اندازه حرکت انجام می گیرد. مفروضات عبارتند از : (۱) جداره لوله و خود سیال بصورت الاستیک خطی در نظر گرفته می شوند. (۲) جریان سیال در مجرا بصورت یک بعدی در نظر گرفته شده و توزیع سرعت در مقطع لوله یکنواخت فرض می شود. (۳) روابط تعیین افتهای اصطکاکی می توانند هم برای حالت ماندگار و هم برای حالت غیر ماندگار مورد استفاده قرار گیرند.

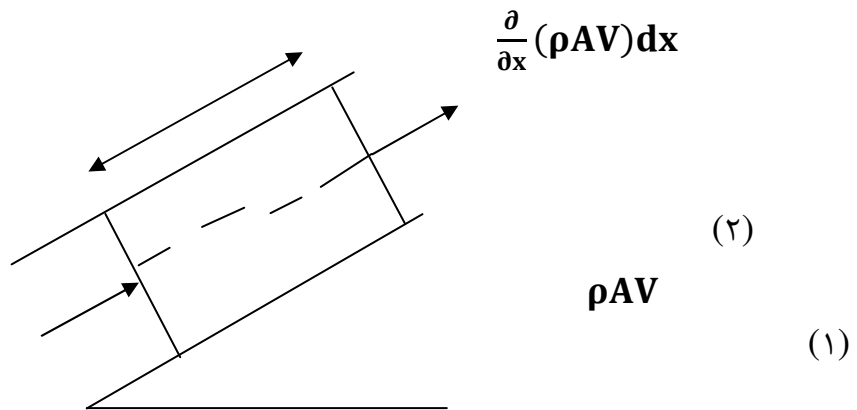
۳-۵-۱- معادله پیوستگی

که در آن V حجم کنترل و M جرم می باشد.

$$\frac{DM_{Syst}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{c.v} \rho dV + \oint_{c.s} \rho V dA \quad (۳-۳)$$

لوله ای مطابق شکل (۱) را در نظر بگیرید ، که سیال در آن جریان دارد. بر روی لوله حجم کنترلی در نظر گرفته شده است. که مقطع (۱) ورودی ، و مقطع (۲) خروجی آن است. اگر فرض کنیم که جرم داخل سیستم ثابت باشد ، $\frac{DM_{Syst}}{Dt} = 0$ خواهد بود.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{c.v} \rho dV + \oint_{c.s} \rho V dA = 0 \quad (۳-۴)$$



شکل (۲-۳) حجم کنترل برای معادله پیوستگی

اگر دبی جرمی ورودی به مقطع (۱) را ρAV در نظر بگیریم ، دبی جرمی خروجی از مقطع (۲) که در فاصله dx از مقطع (۱) قرار دارد، $\frac{\partial}{\partial x}(\rho AV) dx + \rho AV$ قرار دارد.

$$\int_{c.s} \rho(VdA) = (\rho VA)_{out} - (\rho VA)_{in} \quad (۱۷-۳)$$

$$\frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} + \rho AV + \frac{\partial}{\partial x}(\rho AV) dx - \rho AV = 0 \quad (۱۶-۳)$$

$$\frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho AV) dx = 0 \rightarrow \div dx \quad (۱۷-۳)$$

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho AV) = 0 \quad (۱۸-۳)$$

این معادله را می توان به صورت زیر بسط داد.

$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial \rho A}{\partial x} + \rho A \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial A}{\partial t} + AV \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho V \frac{\partial A}{\partial x} + \rho A \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (۱۹-۳)$$

با تقسیم رابطه بر ρV و مرتب کردن داریم

$$\frac{1}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (۲۰-۳)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} \right) = \frac{DA}{Dt} = A \cdot \\ \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) = \frac{D\rho}{Dt} = \rho \cdot \end{cases}$$

$$\frac{A \cdot}{A} + \frac{\rho \cdot}{\rho} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (21-3)$$

برای سیال تراکم پذیر و لوله انعطاف پذیر است.

$$\frac{\rho \cdot}{\rho} = \frac{P \cdot}{K} = \frac{1}{K} \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right) P \quad (22-3)$$

ζ تغییر مکان شعاعی جداره لوله و r شعاع لوله است.

$$\frac{A \cdot}{A} = \frac{r \pi r \zeta \cdot}{\pi r^2} = \frac{r \zeta \cdot}{r} \quad (23-3)$$

ξ تغییر مکان طولی است. E^* برای شرایط تکیه گاهی مختلف گفته شده را در زیر می آوریم. σ_θ با استفاده از روابط تنش - جابجایی خواهیم داشت.

$$\sigma_\theta = \frac{r}{e} P \quad (24-3)$$

$$\sigma_\theta = E^* \left(\mu \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\zeta}{r} \right) \quad (25-3)$$

با برابر قرار دادن دو رابطه (24-3) و (25-3) رابطه (26-3) بدست می آید.

$$\frac{r}{e} P = E^* \left(\mu \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\zeta}{r} \right) \rightarrow \zeta = \left(\frac{r^2}{e E^*} P - r \mu \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \quad (26-3)$$

$$\frac{A \cdot}{A} = \frac{r}{e E^*} \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right) P - r \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial x} \quad (27-3)$$

با جایگزین کردن مقادیر $\frac{r}{e}$ و $\frac{A}{A}$ در رابطه (21-3) خواهیم داشت.

$$\frac{1}{K} \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right) P + \frac{\gamma r}{e E^*} \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right) P - \gamma \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (28-3)$$

$$\left(1 + \frac{\gamma r K}{e E^*} \right) \frac{\partial P}{\partial t} + V \left(1 + \frac{\gamma r K}{e E^*} \right) \frac{\partial P}{\partial x} - \gamma K \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial x} + K \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (29-3)$$

$$C^r = \frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{K D}{E^* e}} \quad (30-3)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{V}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - \gamma C^r \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial x} + C^r \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (31-3)$$

$$\frac{P}{\gamma} = H - Z \quad (32-3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial x} \right) \quad (33-3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial Z}{\partial t} \right) \quad (34-3)$$

که Z رقوم محور لوله در هر مقطع است.

چون خط لوله در حالت سکون است، $\frac{\partial Z}{\partial t} = 0$ و می دانیم $\frac{\partial Z}{\partial x} = \sin \theta$ می باشد.
معادله دیفرانسیل پیوستگی در حالت عمومی برای جریان غیر ماندگار در لوله است.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\gamma C^r}{g} \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial x} + \frac{C^r}{g} \frac{\partial V}{\partial x} - V \sin \theta = 0 \quad (35-3)$$

معادله (۳-۳۵) معادله پیوستگی در حالت کلی می باشد. از ترم دوم به علت کوچکی سرعت نسبت به سرعت موج فشاری صرفنظر می کنیم و از ترم سوم چون در مسئله حاضر تداخل سیال سازه را بررسی نمی کنیم نیز حذف می شود و نیز از ترم پنجم در صورت نداشتن شیب طولی صرفنظر می شود. و بجای سرعت در رابطه بالا $\frac{Q}{A}$ را جایگزین می کنیم.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^r}{g A} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (3-3)$$

$$\sum F = ma \quad (۳-۳۷)$$

$$PA - \left[PA + \frac{\partial(PA)}{\partial x} \delta x \right] + \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \frac{\partial A}{\partial x} \delta x - \tau \cdot \pi D \delta x - \gamma A \delta x \sin \theta = \rho A \delta x V \cdot \quad (۳-۳۸)$$

$$A \frac{\partial P}{\partial x} + \tau \cdot \pi D + \rho g A \sin \theta + \rho A V \cdot = 0 \quad (۳-۳۹)$$

$$\tau = \frac{f \rho V |V|}{\lambda} \quad (۳-۴۰)$$

$$V \cdot = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \quad (۳-۴۱)$$

با جایگذاری رابطه (۳-۴۱) و (۳-۴۰) در رابطه (۳-۳۹) داریم:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + g \sin \theta + \frac{f V |V|}{2D} = 0 \quad (۳-۴۲)$$

$$P = \rho g (H - Z) \quad (۳-۴۳)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial x} \right) \quad (۳-۴۴)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \sin \theta, \quad \frac{\partial P}{\partial x} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \sin \theta \right) \quad (۳-۴۵)$$

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{f V |V|}{2D} = 0 \quad (۳-۴۶)$$

معادله (۳-۴۶) شکل کامل معادله اندازه حرکت می باشد بدلیل کوچکی سرعت سیال نسبت به سرعت موج فشاری از آن صرف نظر می شود. و به جای سرعت در رابطه بالا از $\frac{Q}{A}$ استفاده می کنیم.

$$g A \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} + f \frac{Q |Q|}{2DA} = 0 \quad (۳-۴۷)$$

روابط دیفرانسیلی هیدرولیکی حاکم بر سیال را برای ضربه قوچ استخراج کردیم. که به صورت زیر می باشد.

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \end{cases}$$

۳-۶- پمپ در حالت جریان غیر ماندگار

۳-۶-۱ تعریف پمپ

به طور کلی پمپ به دستگاهی گفته می شود که انرژی مکانیکی را از یک منبع خارجی اخذ و به سیال مایعی که از آن عبور می کند، انتقال می دهد. در نتیجه تغییرات انرژی سیال همواره به صورت تغییر فشار سیال مشاهده می گردد.

۳-۶-۲ ضربه قوچ در پمپ ها

در موقع قطع برق موتور پمپ های دورانی یا سانتریفوژ (قطع ناگهانی برق یا خاموش کردن ناگهانی پمپ) نیروی محرکه دوران دهنده پروانه پمپ سریع قطع می گردد ، به همین دلیل سرعت جریان سیال بطور ناگهانی تغییر می یابد ، و انرژی سینتیک از حالت فشار به مکش در خروجی پمپ تبدیل می شود ، در این تغییر ، امواج فشاری شدیدی در امتداد لوله خروجی پمپ پیش می رود ، و این امواج در اثر برخورد با مانع (منبع آب) منعکس و برگشت می کند ، موج برگشتی جهت جریان سیال را در پمپ عوض کرده و دبی ماکزیمی در جهت عکس ، از پمپ جریان می یابد و پمپ به صورت توربین در جهت عکس چرخش اولیه خود شروع به چرخش می نماید و برای مدت کوتاهی پمپ همانند توربین آبی عمل می نماید.

۳-۶-۳ توقف ناگهانی پمپ

همانطور که گفته شد، شروع به کار و یا توقف پمپ می تواند در خط لوله جریان غیر ماندگار ایجاد کند. در عمل قبل از شروع به کار پمپ، شیر خروجی را می بندند و سپس پمپ را روشن می کنند. در هنگام توقف پمپ هم ابتدا شیر خروجی را به آهستگی می بندند و سپس منبع نیروی محرکه پمپ را قطع می کنند. در هر دوی این موارد جریان غیر ماندگار مشکل ساز نخواهد بود. چون سرعت پمپ در حالت غیر ماندگار تقریباً ثابت باقی می ماند. ولی زمانیکه پمپ بطور ناگهانی از کار بیفتد (مثلاً بر اثر قطع ناگهانی نیروی محرکه)، حالت غیر ماندگار معمولاً شدید و مخرب است و خط لوله باید بتواند در برابر فشارهای مثبت و منفی حاصله مقاومت کند.

پس از قطع نیروی محرکه، سرعت پمپ کم خواهد شد، دبی جریان و ارتفاع نظیر انرژی پمپاژ در محل پمپ کاهش می یابد و امواج فشار منفی به سمت پایین دست لوله خروجی انتشار می یابد. و امواج فشار مثبت در لوله مکش به سمت بالا دست منتشر خواهد شد، و چون معمولاً در بالادست و پایین دست خط لوله دو مخزن با هد ثابت موجود می باشند، امواج در خط لوله حرکت رفت و برگشتی پیدا می کنند. چنانچه پروفیل خط لوله به نحوی باشد که در حالت میرایی جریان، خط گرادیان هیدرولیکی در نقطه ای با خط لوله برخورد کند و خط گرادیان هیدرولیکی پایین تر از پروفیل طولی مسیر انتقال واقع شود، احتمال ایجاد خلاء نسبی در آن نقطه از خط انتقال وجود دارد که می تواند برای خط لوله بسیار مخرب باشد.

۳-۶-۴- فرضیات حاکم بر پمپ ها در حالت جریان غیر ماندگار

دو فرض اساسی جهت مدلسازی جریان غیر ماندگار ناشی از یک پمپ انجام می شود. اول اینکه مشخصه های پمپ در حالت جریان ماندگار برای جریان غیر ماندگار نیز معتبر می باشند و دیگر اینکه روابط همولوگ مربوط به پمپ همواره صادق هستند. با توجه به این دو فرض، مشخصه های پمپ خاص برداشت شده و برای آنالیز غیر ماندگار مورد استفاده قرار می گیرند. این مشخصه ها معمولاً به صورت نمودارهایی بر حسب چهار کمیت بی بعد زیر داده می شوند.

$$\vartheta = \frac{Q}{Q_R} \quad (۳ - ۴۸)$$

$$\alpha = \frac{N}{N_R} \quad (۳ - ۴۹)$$

$$\beta = \frac{T}{T_R} \quad (۳ - ۵۰)$$

$$h = \frac{H}{H_R} \quad (۳ - ۵۱)$$

۳-۶-۵- منحنی مشخصه پمپ در حالت غیر ماندگار

برای تعیین شرایط مرزی پمپ در حالت غیر ماندگار باید رابطه ای میان Q (ارتفاع نظیر انرژی فشاری پمپ و دبی پمپ) داشته باشیم. H, Q پمپاژ سانتریفوژ وابسته به N (سرعت دورانی) و H است و تغییرات سرعت به T (گشتاور شتاب دهنده) و اینرسی مجموع پمپ و سیال وابسته است.

بنابراین جهت نمایش ریاضی یک پمپ در حالت غیر ماندگار، باید چهار پارامتر Q, H, N, T در لحظه مشخص باشند. منحنی که نشان دهنده رابطه ای ما بین این متغیرها باشد، به منحنی مشخصه پمپ در حالت

غیر ماندگار موسوم است. این منحنی ها بر اساس روابط پمپ های هم خانواده و با استفاده از پارامترهای بی بعد ارائه گردیده اند که بتوان از آنها برای پمپ های مختلف بهره گرفت.

که در آنها T گشتاور محور پمپ، N سرعت دورانی و اندیس R نشانگر مقادیر نظیر شرایطی است که در آن، پمپ دارای بیشترین راندمان است (در حالت برقراری جریان ماندگار در پمپ) بنابراین در یک سیستم با کارایی بالا باید دبی، هد، گشتاور و سرعت دورانی پمپ در حالت جریان پایدار تا حد ممکن نزدیک به این مقادیر باشند.

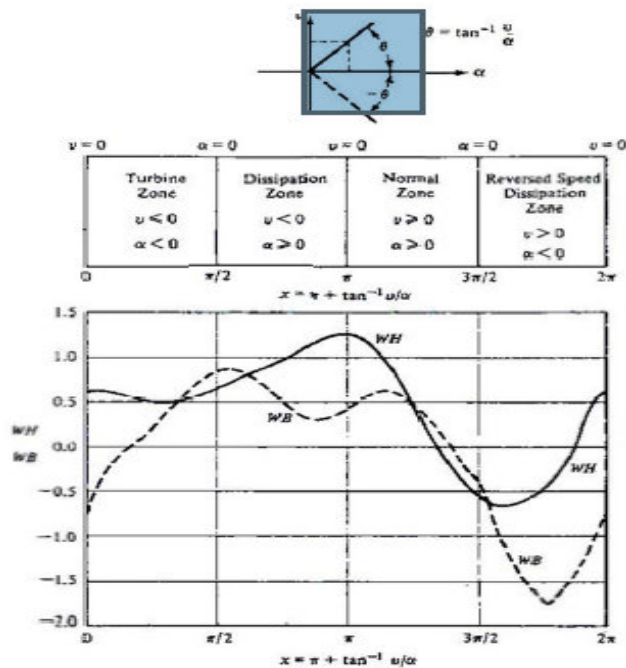
معمولاً منحنی های پمپ بسته به نوع آنها داده می شوند اما در بیشتر حالت ها، سرعت مخصوص پمپ دسته بندی آنها و ارائه منحنی های عملکرد پمپ در هر یک از چهار ناحیه استفاده می شود. این چهار ناحیه عبارتند از ناحیه های توربینی، استهلاک، نرمال و معکوس که در شکل (۳-۳) نشان داده شده اند.

معمولاً دو منحنی به عنوان منحنی های مشخصه پمپ داده می شوند که در آنها محور X بر حسب $\tan^{-1}\left(\frac{\vartheta}{\alpha}\right)$ و محور Y بر حسب $WH = \frac{h}{\alpha^2 + \vartheta^2}$ در یک منحنی و $WB = \frac{\beta}{(\alpha^2 + \vartheta^2)}$ در منحنی دیگر است که از آنها به ترتیب جهت تعیین هد و گشتاور استفاده می شود.

از رابطه زیر با استفاده از برون یابی خطی استخراج شده است می توان جهت تعیین هد با استفاده از منحنی های داده شده استفاده کرد.

$$\frac{h}{\alpha^2 + \vartheta^2} = A_0 + A_1 x, \quad x = \pi + \tan^{-1}\left(\frac{\vartheta}{\alpha}\right) \quad (3-52)$$

در این روابط A_0 و A_1 ثابت هایی هستند که در اولین تکرار درون گام زمانی، با استفاده از مقادیر بدست آمده برای α و ϑ در گام زمانی قبل و منحنی های مشخصه پمپ که به صورت دو بردار داده می شوند بدست می آیند.



شکل (۳-۳) منحنیهای پمپ در تمام حالت‌های ممکن در یک پمپ با $N_s = 1270 \text{ rpm}$ به وضعیت عملکرد پمپ در ناحیه های توربینی، استهلاک، نرمال و معکوس نیز توجه شود.

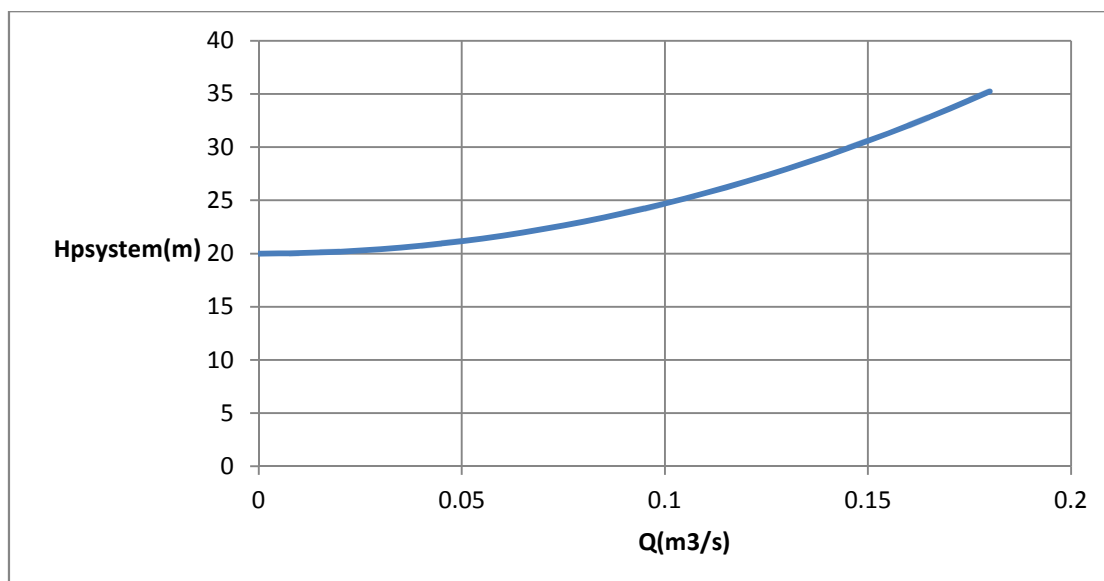
در اینجا چون تابع tg^{-1} مقادیر بین $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ به ما می دهد، لازم است از پارامترهای تصحیح شده ای بنام X استفاده کنیم. برای هر پمپ با سرعت مخصوص معین یک منحنی مشخصه به شکل فوق خواهیم داشت.

۳-۷- منحنی دبی-هد

۳-۷-۱- منحنی دبی-هد سیستم

$$H_{\text{Psystem}} = (H_{\text{Res2}} - H_{\text{Res1}}) + \frac{fL}{D} \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (3-53)$$

رابطه (۳-۵۳) نشان می دهد که با افزایش دبی در سیستم هد پمپ نیز افزایش می یابد. که با ترسیم منحنی بر حسب دبی و هد پمپ این نتیجه حاصل می شود که برای عبور دبی بیشتر در سیستم باید از پمپ با توان بزرگتر استفاده کرد.



شکل (۳-۴) منحنی دبی-هد سیستم

۳-۷-۲- منحنی دبی-هد پمپ

در حالت ماندگار چون پمپ با حداکثر ظرفیتش کار می کند ($\alpha=1$) می باشد.

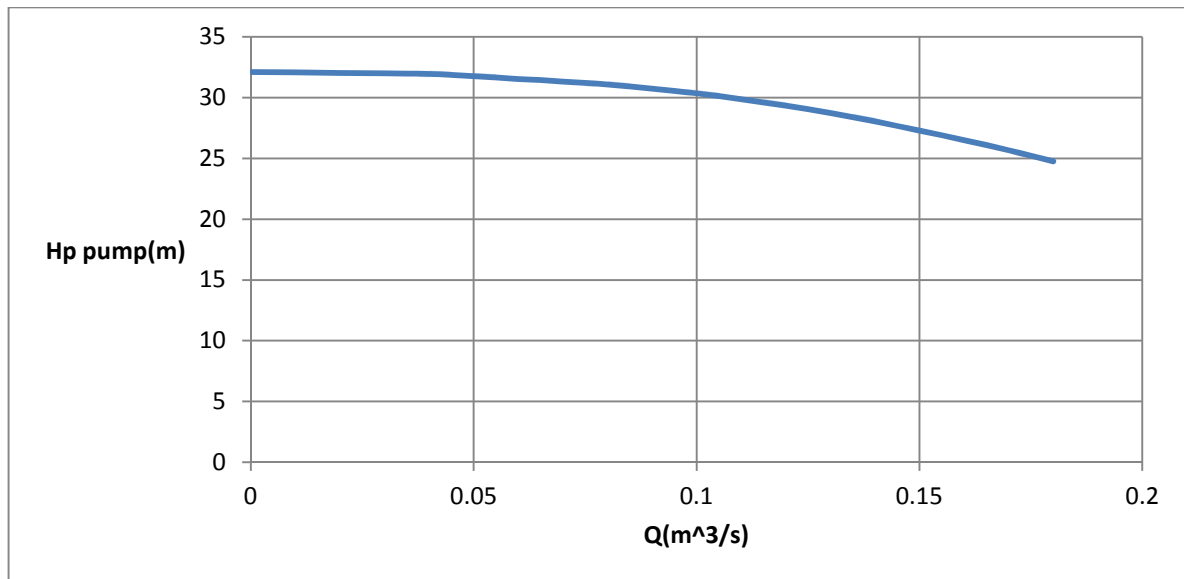
$$\vartheta = \frac{Q}{Q_R} \quad , \quad x = \pi + \tan^{-1} \left(\frac{Q}{Q_R} \right) \quad (۳-۵۴)$$

با داشتن x از رابطه (۳-۵۴) می توان $WH(x)$ را از شکل (۳-۳) بدست آورد.

$$H_{P pump} = H_R WH(x) \left(1 + \left(\frac{Q}{Q_R} \right)^2 \right) \quad (۳-۵۵)$$

رابطه (۳-۵۵) نشان می دهد که با افزایش دبی هد پمپ کاهش می یابد. که با ترسیم منحنی بر حسب دبی و هد پمپ این نتیجه حاصل می شود که استفاده از یک پمپ با توان ثابت هر چه دبی عبوری بخواهیم بیشتر شود سیال با ارتفاع کمتری پمپاژ می شود.

برای بدست آوردن بهترین راندمان در حالت ماندگار باید روابط (۳-۵۳) و (۳-۵۵) را با یکدیگر برابر قرار دهیم تا دبی بهینه بدست آید.



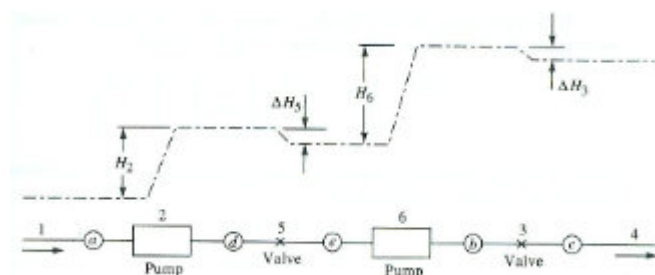
شکل (۳-۵) منحنی دبی-هد پمپ

۳-۸- معادلات حاکم بر پمپ ها در حالت جریان ماندگار

۳-۸-۱ معادله تعادل هد

۳-۸-۱-۱ پمپ سری

به سیستمی گفته می شود که پمپ ها پشت سر هم در یک خط لوله قرار بگیرند. دبی عبوری از پمپ های سری یکی می باشند ($Q = Q_1 = Q_2 = \dots$) ولی هد ایجاد شده در پمپ ها با یکدیگر جمع می شوند.



شکل (۳-۶) نمایش پمپ سری

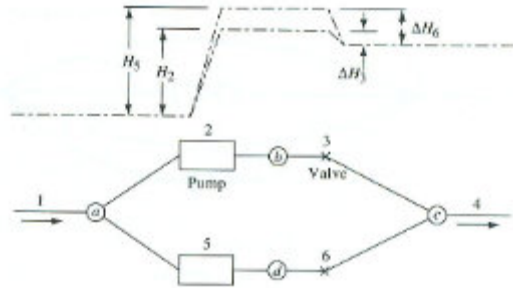
$$C_i = \frac{Q_{R1}}{Q_{Ri}} \quad (3-54)$$

$$F_H = H_{Res1} - \frac{fL}{D} \frac{\vartheta^2 Q_{R1}^2}{2gA^5} + \left(\sum_i^n H_{Ri} (1 + C_i^2 \vartheta^2) (A_{.i} + A_{.i} x_i) - \frac{\Delta H_i C_i^2 \vartheta |\vartheta|}{\tau_i} \right) - H_{Res2} \quad (3-55)$$

= .

۳-۸-۱-۲ پمپ موازی

در پمپ های موازی دبی ها به نسبت هد و گشتاور ایجاد شده در پمپ متفاوت می باشد. و مجموع هد و هد تلف شده در شیر در پمپ های موازی برابر می باشد.



شکل (۳-۷) نمایش پمپ موازی

$$F_{Hi} = H_{Res} - \frac{fL}{D} \frac{(\sum_j \vartheta_j Q_{Rj})^2}{2gA^2} + H_{Ri}(1 + \vartheta_i^2)(A_{.i} + A_{\backslash i}x_i) - \frac{\Delta H_i \vartheta_i |\vartheta_i|}{\tau_i^2} - H_{Res} = 0 \quad (3-56)$$

که در آنها ΔH افت هد در شیر در حالت جریان ماندگار (با دبی Q_R و $\tau = 1$) است.

۳-۹-۱-۹ معادلات حاکم بر پمپ ها در حالت جریان غیر ماندگار

۳-۹-۱-۱ معادلات گشتاور پمپ

۳-۹-۱-۱-۱ معادله تغییرات سرعت دورانی پمپ

گشتاور شتاب دهنده برای یک جسم در حال دوران برابر حاصلضرب شتاب زاویه ای و ممان اینرسی قطبی سیستم چرخنده است.

$$T = -I \frac{d\omega}{dt} \rightarrow \frac{WR_g^2}{g} \frac{d\omega}{dt}, \quad \omega = N_R \frac{\pi}{60} \alpha, \quad T = \beta \cdot T_R \quad (3-57)$$

ω سرعت زاویه ای است و W مجموع وزن قطعات چرخنده پمپ و سیال در حال گردش در پمپ است و R_g شعاع ژیراسیون جرم دوران کننده است. همچنین معادله دیفرانسیل زیر بین گشتاور اعمال شده T و سرعت دورانی پمپ ω رابطه برقرار می کند.

$$T = -I_{pump} \frac{d\omega}{dt}, \quad \omega = \frac{2\pi N}{60} \quad (58-3)$$

این رابطه باید به صورت انتگرال گیری عددی حل شود زیرا T تابعی از زمان است و بسته به دبی جریان تغییر می کند. چنانچه این رابطه با استفاده از قاعده دوزنقه در انتگرال گیری عددی از زمان t_0 الی t_1 نوشته شود خواهیم داشت.

$$\frac{1}{2} (T(t_0) + T(t_1)) (t_1 - t_0) = -I_{pump} \frac{2\pi}{60} (N(t_1) - N(t_0)) \quad (59-3)$$

چنانچه این رابطه بر اساس کمیت هایی بی بعد برای یک شبکه خطوط مشخصه یک در میان نوشته شود و چنانچه اندیس صفر نشانگر مقادیر حاصله از گام زمانی قبل باشند خواهیم داشت.

$$\beta_i + \beta_{i-1} - \frac{\pi N_{Ri} I_{pump}}{3 \cdot T_{Ri} \Delta t} (\alpha_i - \alpha_{i-1}) = 0 \quad (60-3)$$

$$\frac{\beta_i}{\alpha_i^2 + \vartheta_i^2} = B_{i-1} + B_{i-1} x, \quad x = \pi + \tan^{-1} \left(\frac{\vartheta_i}{\alpha_i} \right) \quad (61-3)$$

چنانچه از رابطه فوق β محاسبه و درون رابطه (56) جایگزین شود رابطه زیر حاصل می شود. در سیستم سری و موازی برای هر پمپ یک معادله ی گشتاور داریم.

$$F_{Ti} = (\alpha_i^2 + \vartheta_i^2) \left[B_{i-1} + B_{i-1} \left(\pi + \tan^{-1} \frac{\vartheta_i}{\alpha_i} \right) \right] + \beta_{i-1} - C_{Ti} (\alpha_{i-1} - \alpha_i) = 0$$

Transient state flow C_{Ti}

$$= I_i \frac{N_{Ri}}{T_{Ri}} \frac{\pi}{3 \cdot \Delta t} \quad (63-3)$$

$$I_i = \frac{W_i R_{gi}^2}{g} \quad i = 1, \dots, n \quad (64-3)$$

فصل چهارم

حل عددی معادلات هیدرولیکی حاکم بر ضربه قوچ
توسط روش مشخصه (MOC) و معادلات تعادل و
گشتاور پمپ با روش عددی نیوتن رافسون

۴-۱- حل معادلات حاکم بر ضربه قوچ با استفاده از روش مشخصه

برای حل معادلات هیدرولیکی روش های متعددی ارائه شده است. در روش مشخصه ها (MOC) با انجام ترکیب خطی، معادلات دیفرانسیل جزئی پیوستگی و اندازه حرکت به دو معادله ی دیفرانسیل کلی تبدیل می شوند. سپس این معادلات به صورت اختلاف متناهی نوشته شده توسط رایانه حل می شود. این روش به دلیل پایداری بالا، پیش بینی شرایط مرزی مختلف، در نظر گرفتن اثر افت هدری، قابلیت حل سیستم های پیچیده داشتن بیشترین دقت در بین روش های اختلاف متناهی دارای بیشترین کاربرد در حل مسائل ضربه ی قوچ است، به طوری که در اغلب نرم افزارهای تحلیل ضربه ی قوچ به کار گرفته شده است.

توسعه ی روش های حل عددی همچون اختلاف متناهی، المان های محدود احجام محدود سبب شده است تا محققان بسیاری به حل پدیده ی ضربه ی قوچ با استفاده از این روش ها روی آورند. در روش اختلاف متناهی با گسسته سازی و تبدیل مستقیم معادلات دیفرانسیل به معادله ی گسسته ی تفاضلی، معادلات به مجموعه ای از معادلات جبری قابل حل تبدیل می شوند. در روش المان های محدود این کار با انتگرال گیری روی المان ها و استفاده از توابع شکل خطی، درجه دوم و با مرتبه بالاتر انجام می شود. در روش احجام محدود نیز با انتگرال گیری روی وجوه و به کارگیری تابع شکل خطی معادلات گسسته سازی می شوند.

به کارگیری روش ها مبتنی بر احجام محدود در حل مسأله ی ضربه قوچ سابقه ی چندانی ندارد. نخستین بار گینو (۲۰۰۰) در پژوهشی حل گره های ریمان را برای حل مسأله ی ضربه ی قوچ به کار گرفت. مدلی که وی ایجاد کرد، اگر چه بسیار سریع بود، اما در چگالی های پایین و سرعت های کم دقت اندکی داشت و جواب های غیردقیق ارائه می کرد. گینو (۲۰۰۲) همچنین در پژوهش دیگری به تکمیل یافته های پیشین خود پرداخت. هوانگ و چوتک (۲۰۰۲) به معرفی روش حل مسأله ی ضربه ی قوچ با استفاده از رابطه گادانوف سریع مرتبه دوم پرداختند. نتایج ایشان اگر چه در برخی موارد تطابق خوبی با نتایج تحلیل داشت (به خصوص در نزدیکی جبهه ی موج که گرادیان زیادی وجود دارد)، اما در اغلب موارد دارای جابجایی (shift) زمانی بود. لازم به ذکر است که ایشان در حل خود از اثر اصطکاک صرف نظر کرده بودند. ژائو و گیدویی (۲۰۰۴) هم به حل معادلات ضربه ی قوچ با استفاده از روش های مرتبه اول و دوم گادانوف پرداختند. آن ها با مقایسه ی روش مشخصه ها با درون یابی روی خط مکانی در یافتند جواب های روش گادانوف مرتبه اول همانند جواب های روش مشخصه های با درون یابی مکانی است. از سوی دیگر آن ها روش گادانوف مرتبه دوم را بسیار سریع، دقیق و با پایداری بالا یافتند. آن چه در نتایج کار ژائو و گیدویی جالب توجه است این است که در مقایسه ی بین نتایج با عددهای کورانت مختلف، لازم است حل با عدد کورانتی در حدود یک انجام گیرد تا هدر فشاری حداکثر با نتایج حل دقیق برابری کند و حل ایشان در اعداد

کورانت کمتر، دقیق نیست. ضمن آن که آن ها نتایج مطالعه ی موردی خود را در شرایطی که اصطکاک وجود داشته باشد، در مقاله ذکر نکرده اند. همچنین، محققین دیگری روش گادانوف را برای تحلیل جریان ناماندگار در فاضلاب، جریان دو فازی و جریان کم عمق با سطح آزاد به کار برده اند. از دهه هفتاد تا به امروز روش مشخصه ها (characteristics method) با شبکه های ثابت، بطور موفقیت آمیزی برای تحلیل شرایط میرائی جریان در شبکه ها و خطوط انتقال آب بکار می رود.

تحلیل شرایط میرائی جریان در شبکه ها و خطوط انتقال آب بکار می رود. هنگام تحلیل میرائی جریان در شبکه ها و خطوط انتقال آب، به علت عدم ارضاء کامل شرط کورانت، استفاده از روش های درونیایی امری اجتناب ناپذیر می باشد. بنابراین روشهای درونیایی خطی و غیرخطی مختلفی توسط محققین ارائه شده است که در اکثر این روش های درونیایی ضمن آنکه در روابط کلاسیک ضربه قوچ بکار رفته اند. ضربه قوچ (water hammer) پدیده ای است که در خطوط انتقال سیالات، در اثر تغییرات ناگهانی اندازه حرکت جریان در مجاری باز و بسته روی می دهد. این تغییرات اندازه حرکت به تغییرات فشاری تبدیل شده و به صورت موج های فشاری مستهلک گشته و از بین بروند. بنابراین، می توان آنرا یک جریان ناماندگار میرا که بین دو جریان ماندگار روی می دهد، نامگذاری کرد. معمولاً حل مسائل ضربه قوچ با استفاده از نظریه الاستیک (Elastic theory) در حالت یک بعدی جریان می پذیرد

۴-۲- حل عددی معادلات تقریبی ضربه قوچ با روش MOC

به علت اینکه معمولاً سرعت سیال درون لوله (V) در مقایسه با سرعت موج (C) قابل صرفنظر کردن است می توان از صورت تقریبی معادلات هیدرولیک جریان، که با روش خطوط مشخصه به سادگی قابل حل می باشند استفاده کرد. در این قسمت می خواهیم آن معادلات تقریبی را که به صورت (۴-۱) و (۴-۲) می باشند، با روش خطوط مشخصه حل نماییم.

$$L_1 = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (4-1)$$

$$L_2 = g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + f \frac{V |V|}{2D} = 0 \quad (4-2)$$

در این روش ابتدا معادلات دیفرانسیل جزئی پیوستگی و اندازه حرکت، بر روی مسیرهایی به معادلات دیفرانسیل کامل تبدیل می شوند و سپس بوسیله روش تفاضل محدود صریح حل می شوند. چون در این روش هر قسمت از لوله به صورت جداگانه تحلیل می شود، برای حل مسائل پیچیده مناسب تر است. البته عیب این روش این است که بازه های زمانی و مکانی باید نسبت به هم دارای تناسب خاصی

باشند و به این دلیل بازه‌های زمانی باید وابسته به ابعاد مساله انتخاب شوند. در نهایت معادلات هذلولوی مذکور جهت حل به شرایط مرزی و شرایط اولیه نیاز دارند. شرایط اولیه برای جریان غیر ماندگار مذکور، مقادیر دبی و ارتفاع پیزو متریک در حالت ماندگار است. شرایط مرزی نیز با توجه به صورت مساله تعیین می‌شوند.

۴-۳- روش حل :

هدف این است که معادلات دیفرانسیل (۴-۱) و (۴-۲) را به دو یا چند معادله دیفرانسیل ساده‌تر که قابل حل به صورت تحلیلی باشند، تبدیل کنیم (منظور این است که به راحتی قابل انتگرالگیری باشند، به عبارت دیگر معادله دیفرانسیل کامل باشند). برای این کار پارامتر دلخواه λ را در نظر گرفته و یک ترکیب خطی از دو معادله L_1, L_2 با استفاده از آن می‌سازیم. سپس دو مقدار دلخواه به λ می‌دهیم تا دو معادله دیفرانسیل دیگر، که ترکیبی از L_1, L_2 هستند به دست آید. برای این کار به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$L_1 + \lambda L_2 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^r}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \lambda \left(g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + f \frac{V|V|}{2D} \right) = 0 \quad (4-3)$$

رابطه (۴-۳) را می‌توان به صورت (۴-۴) مرتب کرد.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \lambda g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{C^r}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \lambda \frac{\partial V}{\partial t} + f \lambda \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial H}{\partial t} + \lambda g \frac{\partial H}{\partial x} + \lambda \left(\frac{C^r}{g \lambda} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + f \lambda \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (4-4)$$

از توجه به رابطه بدست آمده در (۴-۴) می‌توان دید که اگر ضرایب $\frac{\partial V}{\partial x}$ ، $\frac{\partial H}{\partial x}$ عبارت $\frac{dx}{dt}$ باشد می‌توان آن را به صورت یک معادله دیفرانسیل کامل (که فقط شامل دیفرانسیل نسبت به یک متغیر است، معادله دیفرانسیل معمولی) تبدیل کرد. لکن فعلاً بدون توجه به این مطلب، سعی می‌کنیم دو معادله دیفرانسیل از (۴-۴) به دست آوریم. برای این ضرایب $\frac{\partial V}{\partial x}$ ، $\frac{\partial H}{\partial x}$ را مساوی هم قرار می‌دهیم تا دو مقدار برای λ بدست آید.

$$\lambda g = \frac{C^2}{\lambda g} \rightarrow \lambda^2 g^2 = C^2 \rightarrow \lambda = \mp \frac{C}{g} \quad (4-5)$$

به این ترتیب طبق رابطه (4-5) توانستیم دو مقدار برای λ پیدا کنیم، چون رابطه (4-5) به ازای تمام مقادیر دلخواه λ صادق بود از جایگذاری این دو مقدار در آن دو معادله دیفرانسیل به صورت (4-6) و (4-7) بدست می آید که بدون شک هم ارز دو معادله (4-1) و (4-2) می باشند.

$$\lambda = \frac{C}{g} \rightarrow \frac{\partial H}{\partial t} + C \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{C}{g} \left(C \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + \frac{fCV|V|}{2gD} = 0 \quad (4-6)$$

$$\lambda = -\frac{C}{g} \rightarrow \frac{\partial H}{\partial t} - C \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{C}{g} \left(-C \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + \frac{fCV|V|}{2gD} = 0 \quad (4-7)$$

بنابراین جواب دو معادله دیفرانسیل (4-6) و (4-7) همان جواب معادلات دیفرانسیل ضربه قوچ می باشند، ولی این معادلات هم به سادگی قابل انتگرال گیری نیستند. اما با یک نگاه به معادله (4-6) در می یابیم که اگر $C = \frac{dx}{dt}$ باشد، این معادله به یک معادله دیفرانسیل کامل (که به راحتی قابل انتگرال گیری و گسسته سازی است) تبدیل می شود. زیرا می دانیم که:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} &= \frac{dH}{dt} \\ \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} &= \frac{dV}{dt} \end{aligned} \quad (4-8)$$

همچنین در معادله (4-7) اگر $C = -\frac{dx}{dt}$ باشد این معادله نیز یک معادله کامل شد قابل توجه است، اینکه ما بجای C بگذاریم $\frac{dx}{dt}$ ، خللی در جواب ایجاد نمی کند زیرا x و t دو متغیر مستقل هستند و اگر ما خود را به این ملزم کنیم که گره هایمان روی این خط ($C = \frac{dx}{dt}$) باشند می توان بین گره ها هر رابطه ای را که با استفاده از $C = \frac{dx}{dt}$ حاصل می شود، استفاده کرد.

می دانیم که در روش تفاضل محدود ابتدا باید یک شبکه بنا کنیم تا مقادیر مجهولات را بتوانیم روی گره های شبکه به صورت گسسته شده در آوریم. شبکه ای که در آنجا بنا می کردیم یک شبکه کاملاً دلخواه بود و تنها در صفحه گره هایی ایجاد می کردیم که بتوانیم معادلات را گسسته سازی کنیم. اما در اینجا باید گره ها (مجهولات) را روی شبکه ای در نظر بگیریم که بین $\Delta t, \Delta x$ اش رابطه $C = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$ حاکم

باشد. بنابراین در اینجا دیگر نمی توان نقاط را در یک فضای $x - t$ دلخواه پخش کرد و بینشان رابطه برقرار کرد. بلکه باید حتماً نقاط را روی دسته خطوطی که عبارت دیفرانسیلی کاملی که حاصل می شود انجام داد. با توجه به مطالب گفته شده می توان نوشت:

$$\text{if } C = \frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dH}{dt} + \frac{C}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{fCV|V|}{2gD} = . \quad (9-4)$$

$$\text{if } C = -\frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dH}{dt} - \frac{C}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{fCV|V|}{2gD} = . \quad (10-4)$$

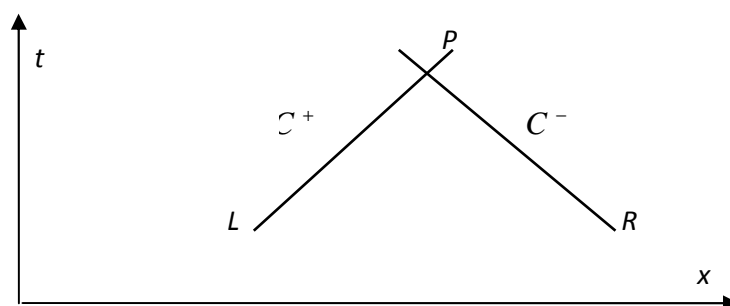
قبل از اقدام به گسسته سازی معادله (۹-۴) و (۱۰-۴) ابتدا آن را بر حسب Q می نویسیم ($Q = \frac{V}{A}$). این کار را به این دلیل انجام می دهیم تا در نقاط تغییر قطر (گره هایی که بین دو لوله با قطر متفاوت قرار دارند) یک دبی داشته باشیم (اگر رابطه سازی بر حسب سرعت باشد در گره تغییر قطر دو سرعت باید در نظر گرفته شود).

به این ترتیب روابط (۹-۴) و (۱۰-۴) بر حسب Q (دبی) به صورت (۱۱-۴) و (۱۲-۴) تبدیل می شوند.

$$C = \frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dH}{dt} + \frac{C}{gA} \frac{dQ}{dt} + \frac{fCQ|Q|}{2gDA^2} = . \quad (11-4)$$

$$C = -\frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dH}{dt} - \frac{C}{gA} \frac{dQ}{dt} + \frac{fCQ|Q|}{2gDA^2} = . \quad (12-4)$$

حال معادله (۱۱-۴) را روی خط C^+ ($\frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = C$) گسسته سازی می کنیم. به شکل (۱-۴) توجه شود



شکل (۱-۴) خطوط مشخصه در صفحه $x - t$

$$\frac{H_P - H_L}{\Delta t} + \frac{C}{gA} \frac{Q_P - Q_L}{\Delta t} + \frac{fCQ_L|Q_L|}{2gDA^2} = 0 \rightarrow$$

$$H_P = H_L - \frac{C}{gA} (Q_P - Q_L) - \frac{fC\Delta t Q_L|Q_L|}{2gDA^2} \quad (13-4)$$

با معرفی ثابت های $B = \frac{C}{gA}$ و $R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2}$ معادله (13-4) را می توان به صورت (14-4) نوشت.
(همانطور که گفته شد، $\Delta x = C\Delta t$ خواهد بود).

$$B = \frac{C}{gA}, \quad R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2} \rightarrow$$

$$H_P = H_L - B(Q_P - Q_L) - RQ_L|Q_L| \quad (14-4)$$

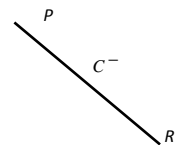
برای سادگی در استفاده از این فرمول، آن را به صورت رابطه (15-4) می نویسند.

$$H_P = C_P - BQ_P$$

$$C_P = H_L + BQ_L - RQ_L|Q_L| \quad (15-4)$$

$$B = \frac{C}{gA}, \quad R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2}$$

به همین ترتیب از گسسته سازی معادله (12-4) روی خط C^- C $-C$ $(16-4)$ روابط $\frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -C$ (18) به دست خواهد آمد.



$$\frac{H_P - H_R}{\Delta t} - \frac{C}{gA} \frac{Q_P - Q_R}{\Delta t} + \frac{fCQ_R|Q_R|}{2gDA^2} = 0$$

$$H_P = H_R + \frac{C}{gA} (Q_P - Q_R) - \frac{f\Delta x Q_R|Q_R|}{2gDA^2} \quad (16-4)$$

$$B = \frac{C}{gA}, \quad R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2} \rightarrow$$

$$H_P = H_R + B(Q_P - Q_R) - RQ_R|Q_R| + \frac{\Delta t}{g} \quad (17-4)$$

$$H_P = C_m - BQ_P$$

$$C_m = H_R - BQ_R - RQ_R|Q_R| \quad (18-4)$$

معادلات بدست آمده در (۴-۱۵) و (۴-۱۸) که به ترتیب مربوط به گسسته سازی روی خطوط C^+ و C^- می باشند را می توان به صورت همزمان حل کرد. در این صورت همزمان حل کرد. در این دو معادله مجهولات H_P و Q_P می باشند که پس از حل همزمان معادلات مذکور، بر حسب Q_R, Q_L, H_R, H_L بدست خواهند آمد.

$$\begin{cases} H_P = C_P - BQ_P \\ H_P = C_m + BQ_P \end{cases} \rightarrow H_P = \frac{C_P + C_m}{2}, \quad Q_P = \frac{C_P - C_m}{2B}$$

$$C_P = H_L + BQ_L - RQ_L|Q_L|$$

$$C_m = H_R - BQ_R - RQ_R|Q_R| \quad (4-19)$$

استریتتر برای افزایش دقت محاسبه اثر اصطکاک پیشنهاد کرده که بجای $Q_R|Q_R|$ از $Q_P|Q_R|$ استفاده شود همچنین بجای $Q_L|Q_L|$ از $Q_P|Q_L|$ استفاده شود. بدیهی است که برای داشتن یک دقت بیشتر، بهتر بود گسسته سازی این جمله به صورت غیر صریح (در زمان آینده) انجام شود یعنی بنویسیم $Q_P|Q_P|$ اما چون Q_P مجهول می باشد این کار باعث می شود که برای هر گره یک دستگاه دو معادله دو مجهول غیر خطی داشته باشیم اما استفاده از $Q_P|Q_R|$ در رابطه C^- و $Q_P|Q_L|$ در رابطه C^+ باعث می شود که بدون اینکه دستگاهی غیرخطی از Q_P و H_P ایجاد شود، دقت نسبت به حالت کاملاً صریح افزایشی پیدا کند.

اکنون با اعمال این تغییر حل معادلات (۴-۱۱) و (۴-۱۲) را دوباره به صورت زیر دنبال می کنیم. برای گسسته سازی معادله (۱۱)، روی خط C^+ داریم.

$$\frac{H_P - H_L}{\Delta t} + \frac{C}{gA} \frac{Q_P - Q_L}{\Delta t} + \frac{fCQ_P|Q_L|}{2gDA^2} = 0 \rightarrow$$

$$H_P = H_L - \frac{C}{gA} (Q_P - Q_L) - \frac{f\Delta x Q_P|Q_L|}{2gDA^2} \quad (4-20)$$

$$B = \frac{C}{gA}, \quad R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2} \rightarrow$$

$$H_P = H_L - B(Q_P - Q_L) - RQ_P|Q_L| \quad (4-21)$$

$$H_P = C_P - B_P Q_P$$

$$C_P = H_L + BQ_L, \quad B_P = B + R|Q_L| \quad (4-22)$$

همچنین برای گسسته سازی معادله (۴-۱۲) روی خط C^- خواهیم داشت:

$$\frac{H_P - H_R}{\Delta t} - \frac{C}{gA} \frac{Q_P - Q_R}{\Delta t} + \frac{fCQ_P|Q_R|}{2gDA^2} = 0 \rightarrow$$

$$H_P = H_R + \frac{C}{gA} (Q_P - Q_R) - \frac{f\Delta x Q_P|Q_R|}{2gDA^2} \quad (۴-۲۳)$$

$$B = \frac{C}{gA}, \quad R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2} \rightarrow$$

$$H_P = H_R + B(Q_P - Q_R) - RQ_P|Q_R| \quad (۴-۲۴)$$

$$H_P = C_m + B_m Q_P$$

$$C_m = H_R - BQ_R, \quad B_m = B + R|Q_R| \quad (۴-۲۵)$$

$$B = \frac{C}{gA}, \quad R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2}$$

به این ترتیب مشاهده می شود که در معادلات (۴-۲۲) و (۴-۲۵) در معادله که شامل دو مجهول H_P, Q_P می باشند بدست آمده است. در اینجا نیز با حل همزمان این دو معادله، مجهولات H_P, Q_P بر حسب H_L ، Q_R, H_R, Q_L بدست خواهند آمد.

$$\begin{cases} H_P = C_P - B_P Q_P \\ H_P = C_m - B_m Q_P \end{cases}$$

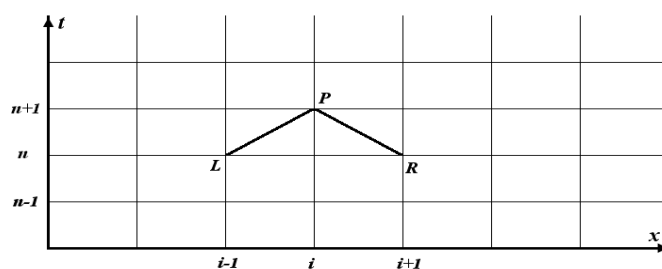
$$H_P = \frac{\frac{C_P}{B_P} + \frac{C_m}{B_m}}{\frac{1}{B_P} + \frac{1}{B_m}}, \quad Q_P = \frac{C_P - C_m}{B_P + B_m}$$

$$C_P = H_L + BQ_L, \quad B_P = B + R|Q_L| \quad (۴-۲۶)$$

$$C_m = H_R - BQ_R, \quad B_m = B + R|Q_R|$$

$$B = \frac{C}{gA}, \quad R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2}$$

رای اینکه بتوان از فرمول های بدست آمده برای برنامه نویسی کامپیوتری استفاده شود مطابق شکل (۴-۲) بجای اندیس های R و L و P از اندیس های i, n استفاده می شود. به طوری که i نشان دهنده شماره گرهی است که مجهول می باشد و رابطه برای آن نوشته می شود (اندیس مکانی)؛ و n اندیس مربوط به گام زمانی می باشد، (اندیس زمانی). اندیس n مربوط به زمان حال، $n+1$ مربوط به زمان آینده و $n-1$ مربوط به گام زمانی گذشته است.



شکل (۴-۲) وضعیت خطوط مشخصه برای گره

با توجه به اندیس های معرفی شده می توان رابطه (۳-۲۶) را به صورت زیر برای برنامه نویسی مورد استفاده قرار داد. (بجای اندیس P مربوط به دبی و هد از اندیس های i و $n+1$ استفاده می شود. همچنین بجای L از اندیس های $i-1$ و n و بجای R از اندیس های $i+1$ و n استفاده خواهد شد).

$$\begin{cases} H_i^{n+1} = C_P - B_P Q_i^{n+1} \\ H_i^{n+1} = C_m - B_m Q_i^{n+1} \end{cases}$$

$$H_i^{n+1} = \frac{\frac{C_P}{B_P} + \frac{C_m}{B_m}}{\frac{1}{B_P} + \frac{1}{B_m}}, \quad Q_i^{n+1} = \frac{C_P - C_m}{B_P + B_m}$$

$$C_P = H_{i-1}^n + B Q_{i-1}^n, \quad B_P = B + R |Q_{i-1}^n| \quad (۴-۲۷)$$

$$C_m = H_{i+1}^n - B Q_{i+1}^n, \quad B_m = B + R |Q_{i+1}^n|$$

$$B = \frac{C}{gA}, \quad R = \frac{f \Delta x}{2gDA^2}$$

در استفاده از این روش، توجه به نکات زیر مفید خواهد بود.

باید توجه داشت که روابط ارائه شده (۴-۲۷) را تنها برای گره های میانی یک لوله می توان نوشت. برای سایر نقاط، با توجه به شرایط مرزی، معادلات را به صورت دیگری می نویسیم که در ادامه، بحث خواهد شد.

خطوط مشخصه دارای شیب $\pm \frac{1}{c}$ هستند. بنابراین قدر مطلق نسبت Δt به Δx است بدین معنی که با توجه به شرایط مساله و تقسیم بندی های مکانی، مقدار Δt تعیین می شود و طول گام زمانی با توجه به این رابطه، محدود می شود.

همانطور که ملاحظه شد، روش مشخصه، یک روش تفاضل محدود صریح است. در روش تفاضل محدود صریح باید شرط کورانت، جهت پایداری و همگرایی معادلات، برقرار باشد که عبارتست از:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{C}$$

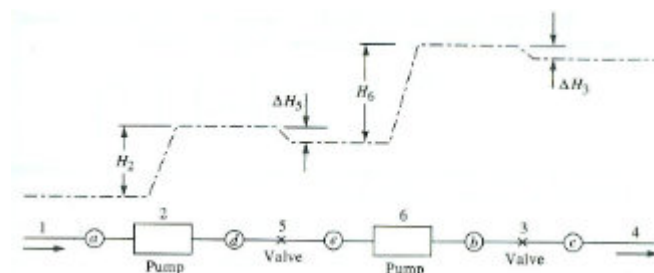
(۴ - ۲۸)

(۴) برای شروع روش باید مقادیر H و Q در اولین گام زمانی (زمان حال) معلوم باشند. این مقادیر که همان شرایط اولیه معادلات دیفرانسیل هیدرولیکی می باشند، از حل ماندگار شبکه توزیع سیال به دست می آیند. برای این کار می توان ابتدا شبکه را با استفاده از نرم افزارهای متنوعی که برای تحلیل شبکه ها در حالت ماندگار وجود دارد حل نمود و سپس فایل خروجی این نرم افزارها را به عنوان یک فایل ورودی جهت تحلیل غیر ماندگار شبکه ها، مورد استفاده قرار داد.

(۵) چون معادله دیفرانسیل کاملی که با شرط $\frac{dx}{dt} = C$ بدست آمده است روی تمام دسته خطوطی که شیبشان $\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{C}$ است صادق می باشد، بنابراین می توان به عنوان مثال رابطه گسسته شده را بین گره ههای با اندیس $(i-2, n-1)$ و $(i, n+1)$ که متوالی نیستند نیز نوشت. با استفاده از این مطلب به سادگی اثبات می شود که برای حالتی که از اصطکاک صرف نظر کرده باشیم کوچکتر کردن گام های زمانی و مکانی هیچگونه اثری در افزایش دقت جواب های بدست آمده نخواهد داشت. این موضوع باعث شده که بعضی ها روش خطوط مشخصه را به عنوان یک روش نیمه تحلیلی بدانند.

۴-۴- استفاده از روش مشخصه در گره پمپ

۴-۴-۱- پمپ سری

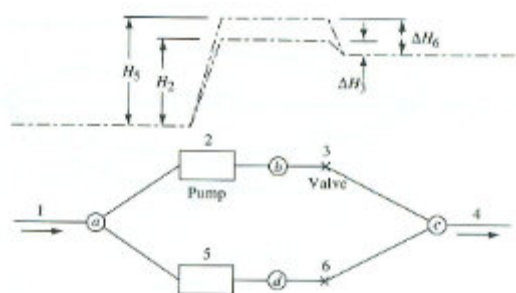


شکل (۴-۳) نمایش پمپ سری

$$F_a = H_a - C_p + B_p \vartheta Q_{R1} = 0 \quad \text{رابطه مشخصه } C^+ \quad (۴ - ۲۹)$$

$$F_c = H_c - C_m + B_m \vartheta Q_{R1} = 0 \quad \text{رابطه مشخصه } C^- \quad (۴ - ۳۰)$$

۴-۴-۲- پمپ موازی



شکل (۴-۴) نمایش پمپ موازی

$$F_a = H_a - C_P + B_P \left(\sum_i^n \vartheta_i Q_{Ri} \right) \quad \text{رابطه مشخصه } C^+ \quad (۴-۳۱)$$

$$F_c = H_c - C_M - B_M \left(\sum_i^n \vartheta_i Q_{Ri} \right) \quad \text{رابطه مشخصه } C^- \quad (۴-۳۲)$$

i شماره پمپ که از $i=1, \dots, n$ تغییر می کند.

۴-۵- معادله تعادل هد حالت جریان غیر ماندگار

۴-۵-۱- پمپ سری

$$F_H = H_a + \left(\sum_i^n H_i - \frac{\Delta H_i \vartheta_i |\vartheta_i|}{\tau_i^\gamma} \right) - H_c = . \quad (۴-۳۳)$$

معادلات (۴-۲۹) و (۴-۳۰) را در معادله (۴-۳۳) جاگذاری می کنیم.

$$F_H = C_P - C_M - (B_P + B_M) \vartheta Q_{R1} + \left(\sum_i^n H_{Ri} (\alpha_i^\gamma + C_i^\gamma \vartheta^\gamma) (A_{\cdot i} + A_{\setminus i} x_i) - \frac{\Delta H_i C_i^\gamma \vartheta |\vartheta|}{\tau_i^\gamma} \right) = . \quad (۴-۳۴)$$

$$F_{H_i} = H_a + H_i - \frac{\Delta H_i \vartheta_i |\vartheta_i|}{\tau_i^\gamma} - H_c = 0 \quad (4-35)$$

$$F_{H_i} = C_P - C_M - (B_P + B_M) \left(\sum_j^n \vartheta_j Q_{Rj} \right) + H_{Ri} (\alpha_i^\gamma + \vartheta_i^\gamma) (A_{\cdot i} + A_{\setminus i} x_i) - \frac{\Delta H_i \vartheta_i |\vartheta_i|}{\tau_i^\gamma} = 0 \quad i, j = 1, \dots, n \quad (4-36)$$

۴-۶- روش عددی نیوتن رافسون

روش عددی نیوتن رافسون یک روش برای حل معادلات غیر خطی که حل تحلیلی پیچیده ای دارند می باشد. و روش حل بدین صورت است که از معادلات تعادل و گشتاور پمپ نسبت به مجهولات که ϑ و α می باشند مشتق گرفته و در ماتریس ضرایب جایگزین می کنیم.

۴-۶-۱- جریان ماندگار

۴-۶-۱-۱- پمپ سری

در حالت جریان ماندگار چون پمپ با بیشترین راندمان کار می کند ($\alpha=1$) می باشد پس معادله گشتاور پمپ نسبت به α مشتقش صفر می شود. از معادله تعادل هد نسبت به ϑ مشتق می گیریم که معادله زیر بدست می آید.

$$F_{H\vartheta} = \left(\sum_i^n \gamma C_i^\gamma \vartheta H_{Ri} (A_{\cdot i} + A_{\setminus i} x_i) + H_{Ri} A_{\setminus i} - \frac{\gamma \Delta H_i C_i^\gamma \vartheta}{\tau_i^\gamma} \right) - \frac{fL}{D} \frac{\gamma \vartheta Q_{Ri}^\gamma}{\gamma g A^\gamma} = 0 \quad (4-37)$$

$$\Delta \vartheta = \frac{F_H}{F_{H\vartheta}} \quad (4-38)$$

$$\vartheta = \vartheta + \Delta \vartheta \quad (4-39)$$

$$F_{Hj_{\vartheta i}} = -\frac{fL}{D} \frac{\vartheta_i Q_{Ri}}{\vartheta g A^{\vartheta}} + \vartheta_i H_{Ri} (A_{.i} + A_{\setminus i} x_i) + H_{Ri} A_{\setminus i} - \frac{\vartheta \Delta H_i \vartheta_i}{\tau_i^{\vartheta}} \quad \text{اگر } i = j \quad (۴-۴۰-الف)$$

$$F_{Hj_{\vartheta i}} = -\frac{fL}{D} \frac{\vartheta_i Q_{Ri}}{\vartheta g A^{\vartheta}} \quad \text{اگر } i \neq j \quad (۴-۴۰-ب)$$

$$\begin{bmatrix} F_{H\setminus \vartheta \setminus} & \dots & F_{H\setminus \vartheta i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{Hj_{\vartheta \setminus}} & \dots & F_{Hj_{\vartheta i}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \vartheta_{\setminus} \\ \vdots \\ \Delta \vartheta_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{H\setminus} \\ \vdots \\ F_{Hi} \end{pmatrix} \quad (۴-۴۱)$$

$$\vartheta_{\setminus} = \vartheta_{\setminus} + \Delta \vartheta_{\setminus} \quad \dots \quad \vartheta_i = \vartheta_i + \Delta \vartheta_i \quad (۴-۴۲)$$

از معادلات تعادل هد و گشتاور پمپ نسبت به مجهولات $\alpha_1, \alpha_2, \vartheta$ مشتق می گیریم و ماتریس ضرایب را تشکیل می دهیم.

$$F_H = C_p - C_m - (B_p + B_m) \vartheta Q_{R\setminus} + \left(\sum_i^n H_{Ri} (\alpha_i^{\vartheta} + C_i^{\vartheta} \vartheta^{\vartheta}) (A_{.i} + A_{\setminus i} x_i) - \frac{\Delta H_i C_i^{\vartheta} \vartheta |\vartheta|}{\tau_i^{\vartheta}} \right) = . \quad (۴-۳۴)$$

$$F_{Ti} = (\alpha_i^{\vartheta} + C_i^{\vartheta} \vartheta) \left[B_{.i} + B_{\setminus i} \left(\pi + \tan^{-1} \frac{C_i^{\vartheta} \vartheta}{\alpha_i} \right) \right] + \beta_{.i} - C_{Ti} (\alpha_{.i} - \alpha_i) = .$$

$$F_{H\vartheta} = -(B_p + B_m) Q_{R\setminus} + \left(\sum_i^n \vartheta C_i^{\vartheta} \vartheta H_{Ri} (A_{.i} + A_{\setminus i} x_i) + H_{Ri} A_{\setminus i} \alpha_i - \frac{\vartheta \Delta H_i C_i^{\vartheta} \vartheta}{\tau_i^{\vartheta}} \right) = . \quad (۴-۴۳)$$

$$F_{H\alpha_i} = (\vartheta \alpha_i H_{Ri} (A_{.i} + A_{\setminus i} x_i) + H_{Ri} A_{\setminus i} C_i^{\vartheta} \vartheta) = . \quad (۴-۴۴)$$

$$F_{Tj\vartheta} = (\gamma C_i^\gamma \vartheta (B_{\cdot i} + B_{\setminus i} x_i) + B_{\setminus i} \alpha_i) = \cdot \quad (45-4)$$

$$F_{Tj\alpha_i} = (\gamma \alpha_i (B_{\cdot i} + B_{\setminus i} x_i) + B_{\setminus i} C_i^\gamma \vartheta) + C_{Ti} = \cdot \quad \text{اگر } i = j \quad (46-4 \text{ الف})$$

$$F_{Tj\alpha_i} = \cdot \quad \text{اگر } i \neq j \quad (47-4 \text{ ب})$$

$$F_{H\vartheta} \Delta \vartheta + F_{H\alpha_1} \Delta \alpha_1 + \dots + F_{H\alpha_i} \Delta \alpha_i = -F_H \quad (48-4)$$

$$F_{Tj\vartheta} \Delta \vartheta + F_{Tj\alpha_1} \Delta \alpha_1 + \dots + F_{Tj\alpha_i} \Delta \alpha_i = -F_{Tj} \quad i, j = 1, \dots, n \quad (49-4)$$

$$\begin{bmatrix} F_{H\vartheta} & F_{H\alpha_1} & \dots & F_{H\alpha_i} \\ F_{T1\vartheta} & F_{T1\alpha_1} & \dots & F_{T1\alpha_i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{Tj\vartheta} & F_{Tj\alpha_1} & \dots & F_{Tj\alpha_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \vartheta \\ \Delta \alpha_1 \\ \vdots \\ \Delta \alpha_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_H \\ F_{T1} \\ \vdots \\ F_{Ti} \end{bmatrix} \quad (50-4)$$

$$\begin{bmatrix} F_{H\vartheta} & F_{H\alpha_1} & F_{H\alpha_2} \\ F_{T1\vartheta} & F_{T1\alpha_1} & F_{T1\alpha_2} \\ F_{T2\vartheta} & F_{T2\alpha_1} & F_{T2\alpha_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \vartheta \\ \Delta \alpha_1 \\ \Delta \alpha_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_H \\ F_{T1} \\ F_{T2} \end{Bmatrix} \quad (51-4)$$

$$\vartheta = \vartheta + \Delta \vartheta \quad \alpha_1 = \alpha_1 + \Delta \alpha_1 \quad \alpha_2 = \alpha_2 + \Delta \alpha_2 \quad (52-4)$$

برای دو پمپ سری ماتریس ضرایب به صورت فوق در می آید که با حل آن مجهولات $\Delta \alpha_2, \Delta \alpha_1, \Delta \vartheta$ بدست می آیند.

اگر مقدار بزرگترین تغییرات از ۰.۰۰۲ کمتر باشد وارد گام بعدی می شویم در غیر اینصورت $\alpha_1, \alpha_2, \vartheta$ جدید را در معادلات ماتریس ضرایب و جواب جایگزین می کنیم و دوباره تغییرات $\Delta \vartheta, \Delta \alpha_2, \Delta \alpha_1$ را بدست آوریم این روند تکراری را تا برقراری شرط انجام می دهیم.

$$F_{H_i} = C_P - C_M - (B_P + B_M) \left(\sum_j^n \vartheta_j Q_{Rj} \right) + h_i H_{Ri} - \frac{\Delta H_i \vartheta_i |\vartheta_i|}{\tau_i^\gamma} = . \quad (۳۶-۴)$$

$$F_{Ti} = (\alpha_i^\gamma + \vartheta_i^\gamma) \left[B_{.i} + B_{\setminus i} \left(\pi + \tan^{-1} \frac{\vartheta_i}{\alpha_i} \right) \right] + \beta_{.i} - C_{Ti} (\alpha_{.i} - \alpha_i) = .$$

$$F_{Hj\vartheta i} = -(B_P + B_M) Q_{Ri} + \gamma \vartheta_i H_{Ri} (A_{.i} + A_{\setminus i} x_i) + H_{Ri} A_{\setminus i} \alpha_i - \frac{\gamma \Delta H_i \vartheta_i}{\tau_i^\gamma} \quad \text{اگر } i = j \quad (۴-۵۳-الف)$$

$$F_{Hj\vartheta i} = -(B_P + B_M) Q_{Ri} \quad \text{اگر } i \neq j \quad (۴-۵۳-ب)$$

$$F_{Hj\alpha i} = (\gamma \alpha_i H_{Ri} (A_{.i} + A_{\setminus i} x_i) + H_{Ri} A_{\setminus i} \vartheta_i) = . \quad \text{اگر } i = j \quad (۴-۵۴-الف)$$

$$F_{Hj\vartheta i} = . \quad \text{اگر } i \neq j \quad (۴-۵۴-ب)$$

$$F_{Tj\vartheta i} = (\gamma \vartheta_i (B_{.i} + B_{\setminus i} x_i) + B_{\setminus i} \alpha_i) = . \quad \text{اگر } i = j \quad (۴-۵۵-الف)$$

$$F_{Tj\vartheta i} = . \quad \text{اگر } i \neq j \quad (۴-۵۵-ب)$$

$$F_{Tj\alpha i} = (\gamma \alpha_i (B_{.i} + B_{\setminus i} x_i) + B_{\setminus i} \vartheta_i) + C_{Ti} = . \quad \text{اگر } i = j \quad (۴-۵۶-الف)$$

$$F_{Tj\alpha i} = . \quad \text{اگر } i \neq j \quad (۴-۵۶-ب)$$

$$F_{Hj\vartheta \setminus} \Delta \vartheta_{\setminus} + \dots + F_{Hj\vartheta i} \Delta \vartheta_i + F_{Tj\alpha \setminus} \Delta \alpha_{\setminus} + \dots + F_{Tj\alpha i} \Delta \alpha_i = -F_{Hj} \quad (۴-۵۷)$$

$$F_{Tj\vartheta \setminus} \Delta \vartheta_{\setminus} + \dots + F_{Tj\vartheta i} \Delta \vartheta_i + F_{Tj\alpha \setminus} \Delta \alpha_{\setminus} + \dots + F_{Tj\alpha i} \Delta \alpha_i = -F_{Tj} \quad i, j = \setminus, \dots, n \quad (۴-۵۸)$$

ماتریس معادلات بالا را تشکیل می دهیم و با حل مجهولات در گام اول آن ، با شرط اینکه باید بزرگترین تغییرات از ۰.۰۰۲. کوچکتر باشد به گام بعد می رویم در غیر این صورت روند تکرار را تا همگرایی و برقراری شرط انجام می دهیم.

$$\begin{bmatrix} F_{H\backslash\vartheta\backslash} & \dots & F_{H\backslash\vartheta i} & F_{H\backslash\alpha\backslash} & \dots & F_{H\backslash\alpha i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{Hj\vartheta\backslash} & \dots & F_{Hj\vartheta i} & F_{Hj\alpha\backslash} & \dots & F_{Hj\alpha i} \\ F_{T\backslash\vartheta\backslash} & \dots & F_{T\backslash\vartheta i} & F_{T\backslash\alpha\backslash} & \dots & F_{T\backslash\alpha i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{Tj\vartheta\backslash} & \dots & F_{Tj\vartheta i} & F_{Tj\alpha\backslash} & \dots & F_{Tj\alpha i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\vartheta\backslash \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta\vartheta_i \\ \Delta\alpha\backslash \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta\alpha_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{H\backslash} \\ \vdots \\ \vdots \\ F_{Hi} \\ F_{T\backslash} \\ \vdots \\ \vdots \\ F_{Ti} \end{Bmatrix} \quad (4 - 59)$$

فصل پنجم

معرفی برنامه کامپیوتری و

حل مثال

در این فصل ابتدا معادلات حاکم بر ضربه قوچ در اثر خاموشی پمپ که در فصل قبل بطور مفصل بحث شده است وارد برنامه می شوند. و با چند مثال نمودارهای بدست آمده تجزیه و تحلیل می شود.

۵-۲- تشریح الگوریتم حل معادلات حاکم با استفاده از نرم افزار مت لب

به طور کلی این عملیات شامل: ورودی های مسئله، اعمال شرایط مرزی، شرایط اولیه و تحلیل مسئله می باشد.

۵-۲-۱- گام های متشکله الگوریتم

مشخص نمودن سیستم واحدها و ثابت ها

در این گام باید کلیه مقادیر ثابت عددی معرفی شده و پارامترهای مورد نیاز باید معرفی گردد. که این پارامترها که مقادیر ثابت شامل ثقل و عدد پی می باشد.

۱- وارد نمودن مقادیر ورودی شامل خصوصیات فیزیکی سیال و پمپ

در این گام اطلاعات ورودی مسئله برای یک سیستم شبکه ای پمپ-لوله- مخزن داده می شود.

۲- تعریف ابعاد مش در دو بعد مکان و زمان

که این مهم بر اساس شرط پایداری عدد کورانت پایین تر از واحد لحاظ می شود.

۳- تعیین شرایط اولیه

شرایط اولیه به شرایطی جریان در زمان برقراری جریان ماندگار در تمام گره های شبکه اطلاق می شود.

اعمال شرایط مرزی

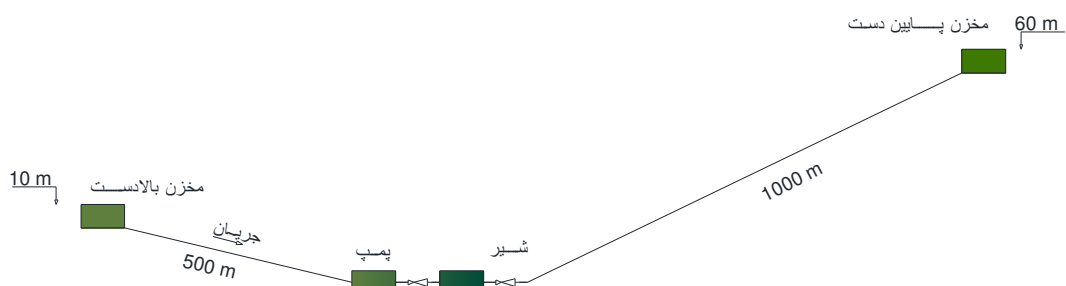
شرایط مرزی شامل سطح مخزن بالادست و پایین دست جریان می باشد که در گره اول و آخر مکانی و در تمام زمان ها ثابت می باشد.

۱- تحلیل مسئله شامل به دست آوردن نسبت های بدون بعد و هد قبل و بعد از پمپ

۲- مشاهده نتایج

پس از طی مسیرهای فوق مقادیر متغیرها در انتهای برنامه چاپ و نمودارها ترسیم می شوند.

۵-۳- مدل پمپ سری



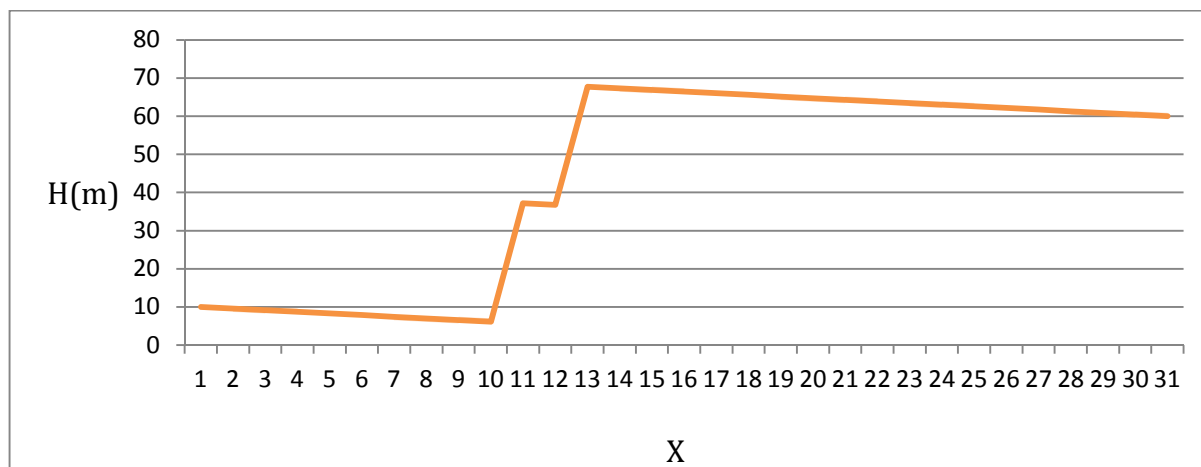
شکل (۵-۱) شماتیک سیستم پمپاژ پمپ سری

جدول (۵-۱) مشخصات سیستم پمپاژ پمپ سری

زمان حل مساله (s)	بازه زمانی حل (s)	ضریب اصطکاک داریسی - ویسباخ	سرعت موج ($\frac{m}{s}$)	قطر لوله
۲۰	۰.۴۵۵	۰.۱	۱۰۹۸	۰.۳۰۵

$H_R(m)$	$N_R(rpm)$	$T_R(kg.m)$	$Q_R(\frac{m^3}{s})$	W_{RR}
۲۴,۹۱	۱۷۶۰	۱۰۱,۰۸	۰.۱۷۸۷	۷,۹

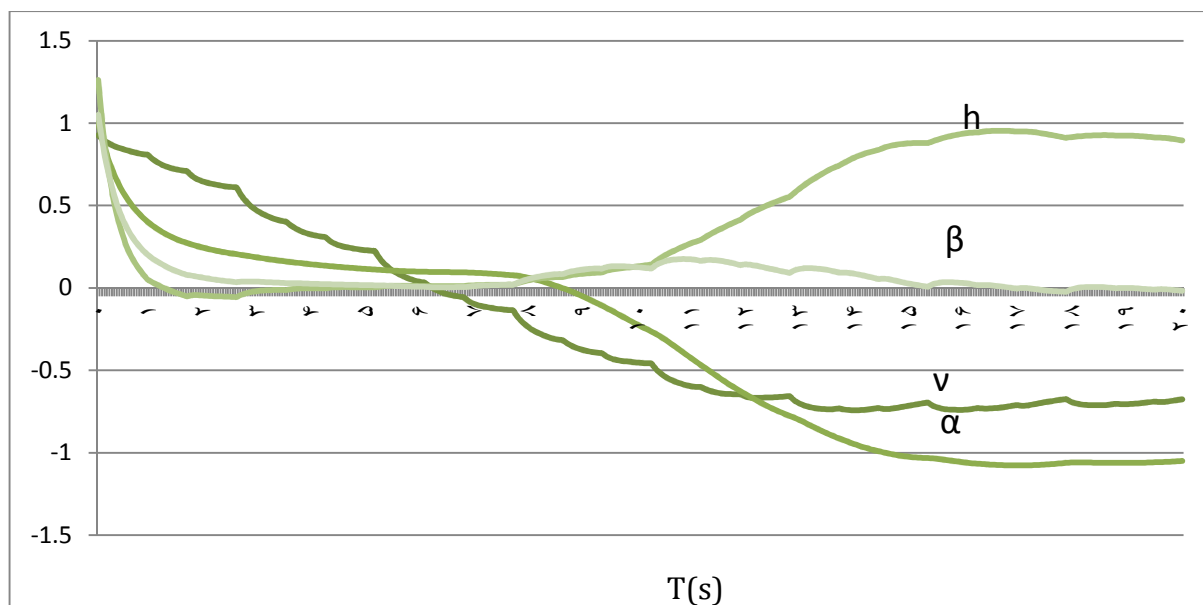
۵-۳-۱- حالت جریان ماندگار



شکل (۵-۲) حالت دایمی تراز هیدرولیکی جریان در حالت سری

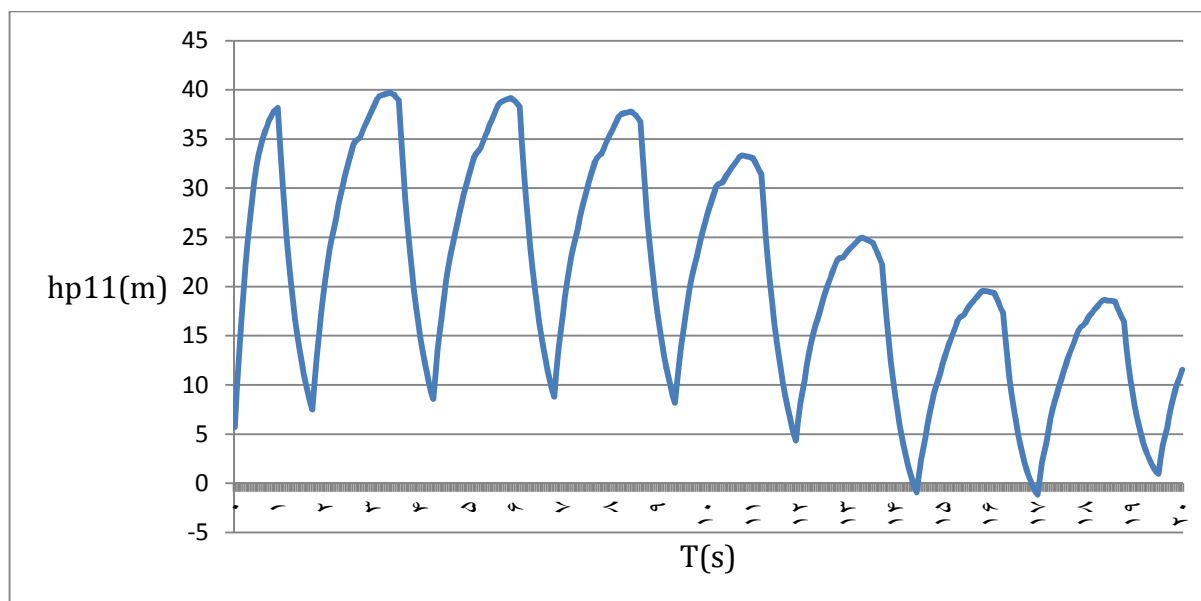
شکل (۲-۵) در گره اول مخزن بالادست را که تراز هیدرولیکی آن در طول زمان ثابت است نشان می دهد و با پیشروی جریان در طول خط لوله در حالت ماندگار تراز هیدرولیکی سیال به تدریج کاهش می یابد و در گره پمپ افزایش یافته تا به پمپ بعدی برسد و در گره پمپ بعدی نیز با افزایش دیگری مواجه هستیم و بعد از این گره هد به تدریج کاهش یافته تا به گره آخر که مخزن پایین دست که یکی دیگر از شرایط مرزی است برسد.

۵-۳-۲- حالت جریان غیر ماندگار



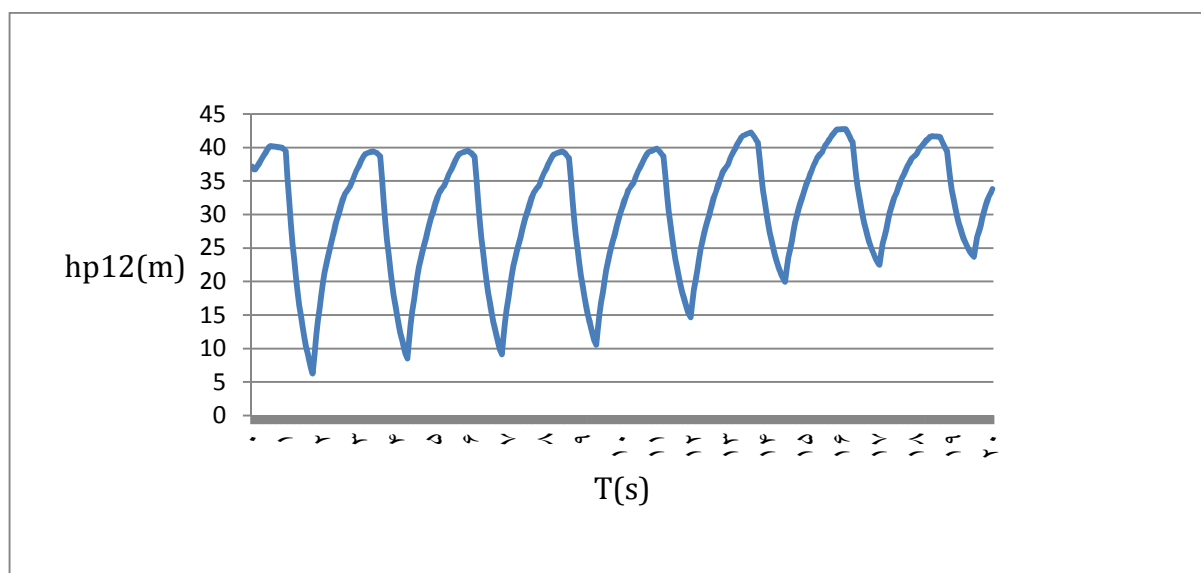
شکل (۳-۵) نسبت پارامترهای بدون بعد پمپ و جریان به زمان

شکل (۳-۵) پارامترهای بدون بعد مربوط به پمپ و جریان را نشان می دهد که (α) چون به سرعت دورانی پمپ بستگی دارد و با شروع جریان غیر ماندگار به علت خاموشی ناگهانی پمپ سرعت کاهش یافته این پارامتر نیز کاهش می یابد. با گذشت زمان این پارامتر منفی می شود که نشان دهنده برگشت جریان سیال و چرخش پره های پمپ به صورت عکس می باشد. پارامتر بدون بعد (v) رابطه مستقیمی با سرعت دورانی دارد چون کاهش سرعت باعث عبور دبی کمتر می شود و این پارامتر نیز این روند را با شیب ملایم تری تکرار می کند.



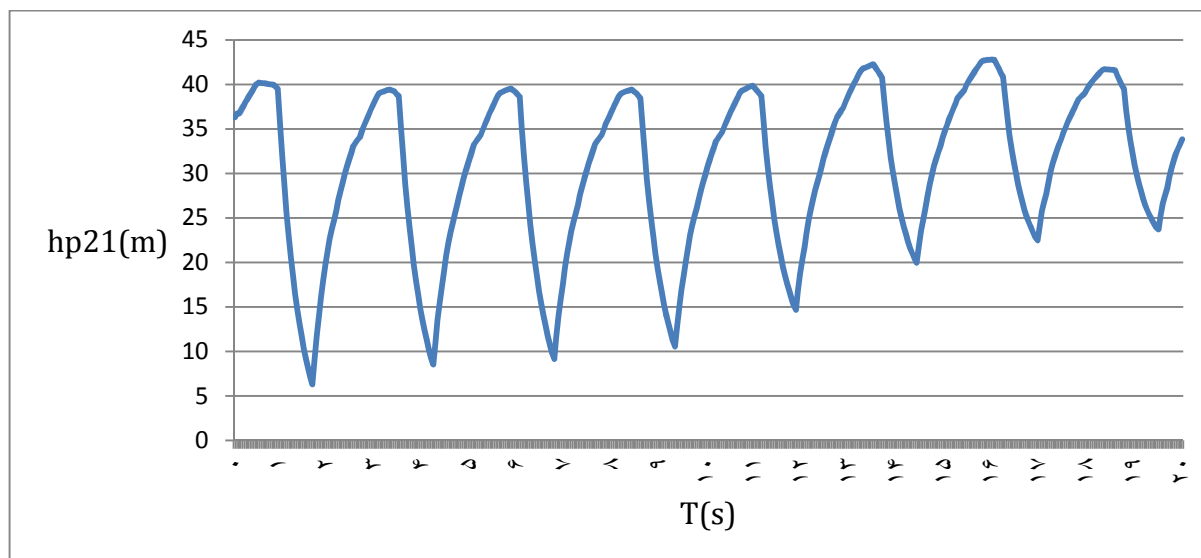
شکل (۴-۵) هد بلافاصله قبل پمپ اول

h_{pij} نشان دهنده هد پمپ می باشد، i نشان دهنده شماره پمپ و از $i = 1, \dots, n$ تغییر می کند. $j = 1, 2$ نشان دهنده مکان بلافاصله قبل پمپ و ۲ نشان دهنده مکان بلافاصله بعد از پمپ می باشد. شکل (۴-۵) هد قبل از پمپ در حالت سری را نشان می دهد که بلافاصله بعد از ضربه قوچ هد به میزان قابل توجهی افزایش می یابد که به علت تبدیل سرعت به موج فشاری می باشد. این روند سینوسی تا ثانیه نهم پایدار مانده که از این ثانیه به بعد روند کاهشی دارد. و در کل با گذشت زمان هد نیز کاهش می یابد.



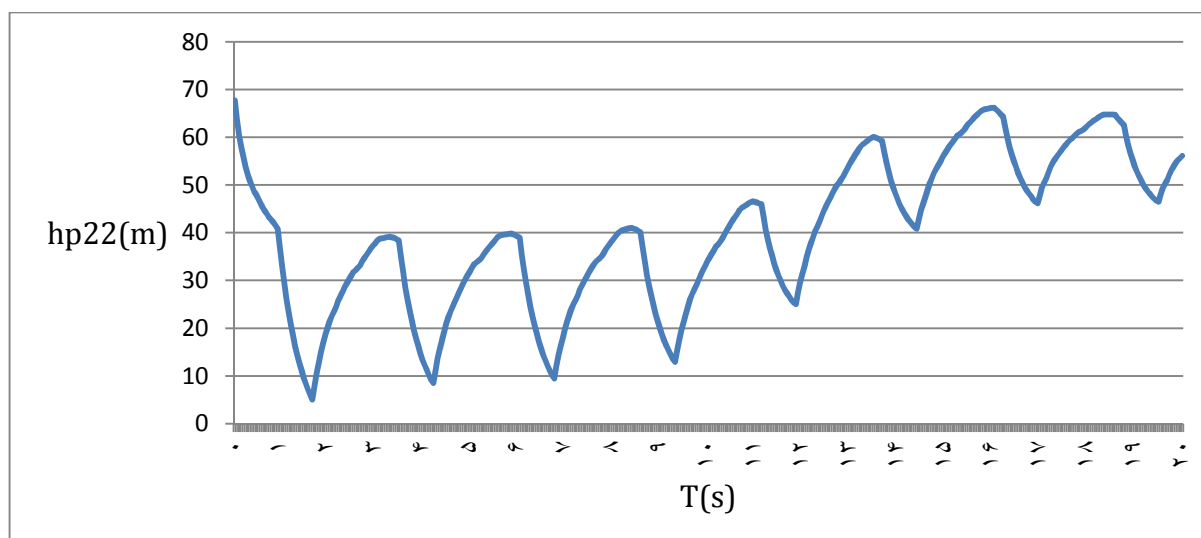
شکل (۵-۵) هد بلافاصله بعد پمپ اول

شکل (۵-۵) هد بعد از پمپ اول را نشان می دهد که بلافاصله بعد از ضربه قوچ افزایشی محسوس را به نسبت زمان مشابه در حالت قبل از پمپ دارد که به علت وجود هد پمپ می باشد. با گذشت زمان هد تقریباً ثابت می باشد این به علت مشابه بودن شرایط گره قبل و بعد این گره می باشد. که باعث تعدیل آن می شود.



شکل (۵-۶) هد بلافاصله قبل پمپ دوم

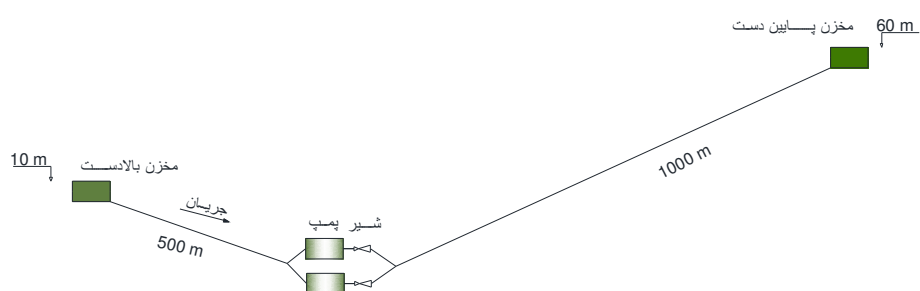
شکل (۵-۶) هد قبل از پمپ دوم را نشان می دهد که شرایطی مشابه به شکل (۵-۵) را دارد. که علت آن نوسانات کم این دو گره نسبت به هم می باشد.



شکل (۵-۷) هد بلافاصله بعد پمپ دوم

شکل (۷-۵) هد بعد از پمپ دوم را نشان می دهد که بلافاصله بعد از ضربه قوچ هد به مقدار قابل توجهی کاهش می یابد و تا ثانیه نهم سیکل سینوسی ثابتی دارد و بعد از این مدت هد با گذشت زمان افزایش می یابد.

۵-۴- مدل پمپ موازی

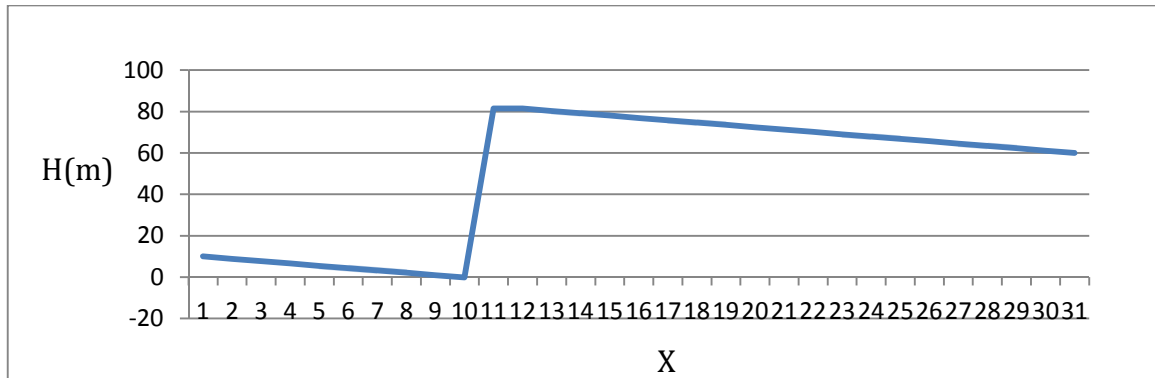


شکل (۸-۵) شماتیک سیستم پمپاژ پمپ موازی

جدول ۵-۲ مشخصات سیستم پمپاژ پمپ موازی

زمان حل	بازه زمانی حل (S)	ضریب اصطکاک داریسی - ویسباخ	سرعت موج ($\frac{m}{s}$)	قطر لوله
۲۰	۰.۴۵۵	۰.۱	۱۰۹۸	۳۰.۵
W_{RR}	$Q_R(\frac{m^3}{s})$	$T_R(kg.m)$	$N_R(rpm)$	$H_R(m)$
۷,۹	۱۷۸۷	۱۰۱,۰۸	۱۷۶۰	۲۴,۹۱

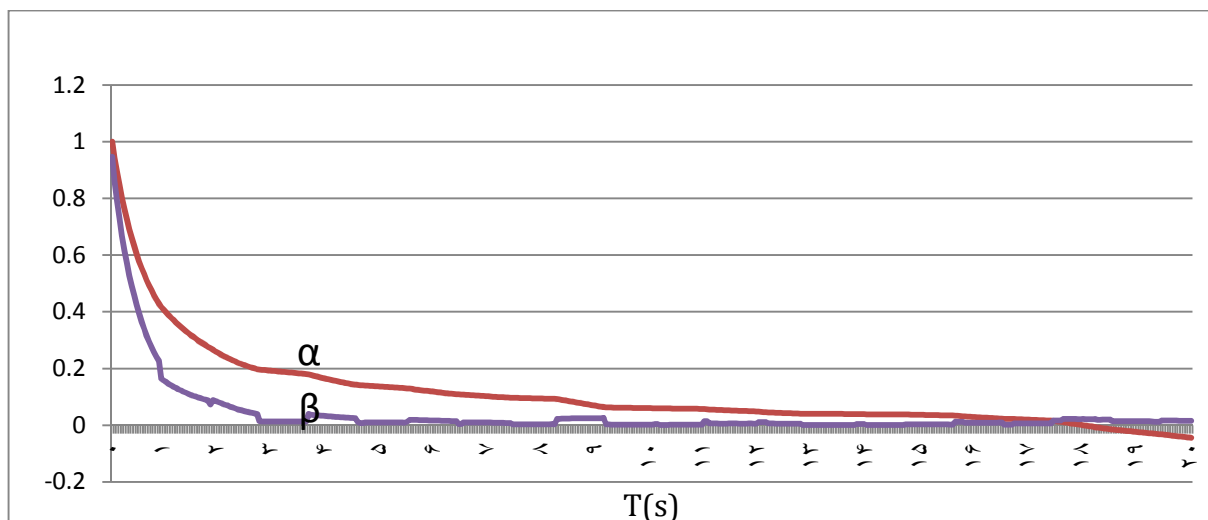
۵-۴-۱- حالت جریان ماندگار



شکل (۵-۹) حالت دایمی تراز هیدرولیکی جریان در حالت موازی

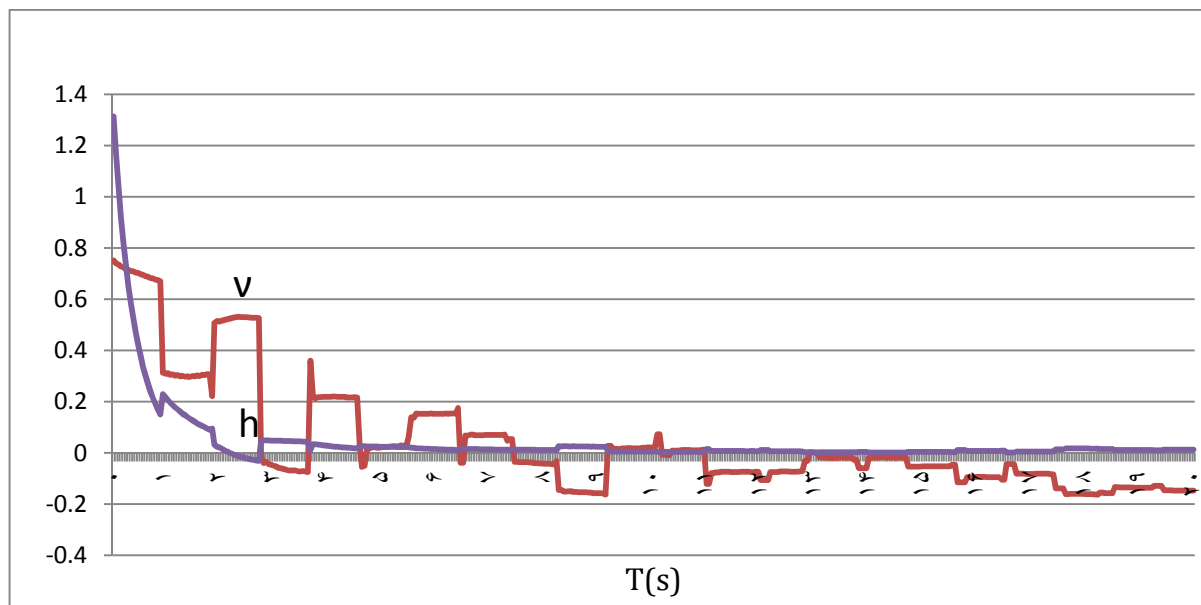
همان گونه که در شکل (۵-۹) دیده می شود به علت اصطکاک جداره داخلی لوله تا رسیدن به گره پمپ با یک کاهش افقی روبرو هستیم و در گره (۱۱) شاهد افزایش یکباره هد به خاطر وجود پمپ هستیم و بعد از پمپ دوباره شاهد کاهش تدریجی هد را تا رسیدن به مخزن هستیم در حالت جریان ماندگار این سیکل در تمام زمان ها تکرار می شود.

۵-۴-۲- حالت جریان غیر ماندگار



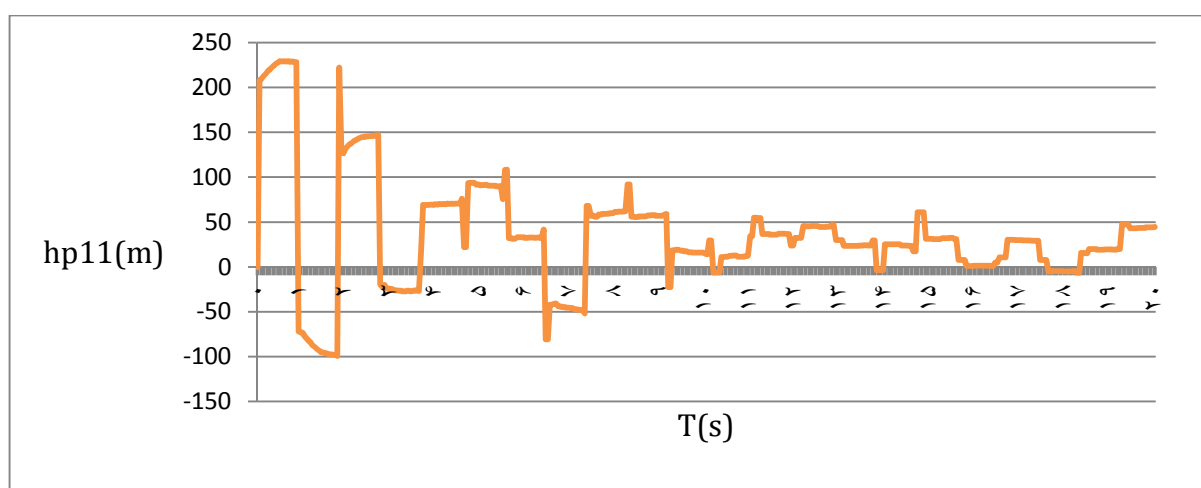
شکل (۵-۱۰) نسبت پارامترهای بدون بعد پمپ به زمان

در شکل (۵-۱۰) نسبت پارامترهای بدون بعد α که با گذشت زمان به علت کم شدن سرعت دورانی پمپ کاهش می یابد و در ثانیه هجدهم صفر شده و به علت برگشت سیال و چرخش بر عکس پره های پمپ به صورت منفی در می آید. پارامتر بی بعد β نیز با شیب نزولی تری این روند کاهشی را انجام می دهد. از این پارامترها برای بدست آوردن مشخصات جریان در طی جریان غیر ماندگار استفاده می شود.



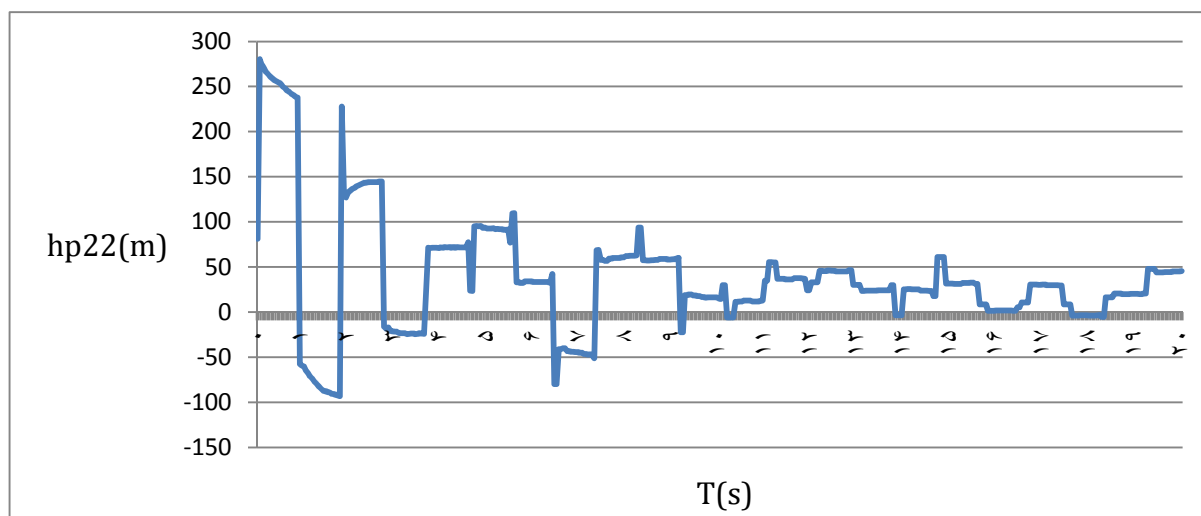
شکل (۵-۱۱) نسبت پارامترهای بدون بعد جریان نسبت به زمان

در شکل (۵-۱۱) پارامتر بی بعد (v) با گذشت زمان یک سیکل کاهشی افزایشی را دنبال می کند و این روند نیز بخاطر کاهش سرعت پره های پمپ روندی منطقی می باشد.



شکل (۵-۱۲) هد قبل از پمپ

شکل (۵-۱۲) هد قبل از پمپ را در سیستم موازی نشان می دهد همانگونه که مشاهده می شود در ثانیه های اول مدل سازی به علت سرعت بالا و مستهلک نشدن سرعت و تبدیل آن به موج فشاری با فشار بالایی همراه هستیم و با گذشت زمان نوسانات هد کاهش می یابد.



شکل (۵-۱۳) هد بعد از پمپ

شکل (۵-۱۳) هد بعد از پمپ را در سیستم موازی نشان می دهد که در ثانیه اول مدل سازی یک جهش قابل ملاحظه به علت وجود پمپ و هد ی که پمپ به جریان می دهد مشاهده می شود و با گذشت زمان به علت کاهش انرژی جنبشی به علت استهلاک هد کاهش می یابد.

با توجه به شکل (۵-۱۲) و (۵-۱۳) می توان نتیجه گیری کرد به علت تقسیم شدن دبی سیستم بین پمپ ها و اینکه اختلاف هد کل یکی می باشد روند قبل و بعد از پمپ به غیر از ثانیه اول تقریباً از یک روال تبعیت می کند و هر دو با گذشت زمان کاهش پیدا می کنند.

فصل نهم

خلاصه نتیجه گیری پیشنهادات

مطالب ارایه شده در این پایان نامه، روش تحلیل هیدرولیک شبکه های توزیع سیال از یک طرف و معادلات حاکم بر پمپ ها از طرف دیگر، در هر گره با استفاده از روش عددی خطوط مشخصه با استفاده از الگوریتم حل مناسب به زبان برنامه تبدیل شده است که با استفاده از داده های ورودی شرایط مرزی معلوم و شرایط اولیه که از حل در حالت ماندگار حاصل می شود به حل پرداخته و نتایج مربوطه حاصل می شود.

۶-۲- نتیجه گیری

از مطالعه در زمینه ضربه قوچ در اثر خاموشی پمپ و بررسی هد قبل و بعد از پمپ سری و موازی نتایج کلی زیر ارایه شده است.

در پمپ سری هد قبل از پمپ بلافاصله بعد از ضربه قوچ افزایش می یابد و با گذشت زمان به علت تأثیر از بالادست جریان کاهش می یابد.

در پمپ سری هد بین پمپ ها (بعد از پمپ اول و قبل از پمپ دوم) به علت نوسانات کم هد گره های مجاور در گام قبل یک سیر یکنواختی در طول ضربه قوچ دارد.

در پمپ سری هد بعد از پمپ دوم بلافاصله بعد از ضربه قوچ با شیب خیلی زیاد کاهش می یابد که در ادامه با گذشت زمان هد افزایش می یابد که به علت تأثیر از پایین دست جریان می باشد.

در پمپ موازی هد قبل از پمپ بلافاصله بعد از ضربه قوچ افزایش می یابد که به علت تبدیل سرعت به موج فشاری و تأثیر این ترم روی هد می باشد.

در پمپ موازی هد بعد از پمپ بلافاصله بعد از ضربه قوچ به مقدار قابل توجهی نسبت به زمان مشابه قبل از پمپ به علت هد پمپ افزایش می یابد و در کل هد قبل و بعد از پمپ بجز در ثانیه اول با گذشت زمان از یک الگو پیروی می کند.

۶-۳- پیشنهادات

بدیهی است که مباحث مربوط به تحقیق پیرامون ضربه قوچ در اثر خاموشی پمپ، هنوز زمینه های زیادی برای تکمیل کردن و بهبود روش ها و در نظر گرفتن شرایط واقعی مدل دارد که این پایان نامه ، تنها قدم کوچکی برای آغاز پژوهش در این زمینه در کشور ما به شمار می رود. برخی از این زمینه های تحقیق و بررسی را به طور خلاصه، در قالب موارد زیر ذکر خواهیم کرد.

در نظر گرفتن اثرات سازه ای خطوط لوله و تلفیق آن ها با معادلات حاضر به مرور زمان با استفاده از شبکه زبری سطح داخلی شبکه جریان باعث تغییر ضریب اصطکاک می شود. که این پارامتر مهم باید در معادلات لحاظ شود.

با شناخت دقیق این نوسانات فشاری و کار کردن در جهت کاهش خسارات که می تواند ایمنی سیستم شبکه پمپ را به همراه داشته باشد.

Allievi, L. "Theoria generale del moto perturbato dell'acqua nei tubi in pressione," ann. Soc. Ing. Arch. Italiana ١٩٠٣ (French translation by Allievi, Revue de Mecanique, ١٩٠٤)

Bergant, A. , Tijsseling, A.S. , Parameters Affecting Water Hammer Wave Attenuation, Shape and Timing, Proceedings of the ٩th Int. Meeting of the IAHR Work Group on the Behaviour of Hydraulic Machinery under Steady Oscillatory Conditions, June ٢٤.-٢٨. ٢٠٠١ , Trondheim, Norway.

Cabelka, J., and Franc, I., " Closure characteristics of a Valve with Respect to water hammer, " Proc., Eighth congress, International Assoc. for Hydraulic research, Montreal, Canada, Aug. ١٩٥٩. pp. ٤-A-١ to ٤-A- ٢٣.

Chaudhry, M. H., Applied Hydraulic Transients. ١٩٧٩, VanNostrand Reinhold Co. , New York, USA.

Gray, C.A.M. " The Analysis of the Dissipation of Energy in water hammer, " Proc ASCE, Vol. ١١٩, ١٩٥٣, pp. ١١٧٤- ١١٩٤.

Gromeka, I. S., " Concerning the propagation Velocity of Water hammer waves in Elastic Pipes," Scientific Soc. Of Univ. of Kazan, kazan, U.S.S.R., May ١٨٨٣.

Joukowski, N.E., Mem. Imperial Academy Soc. Of St. Petersburg, Vol. ٩, no.٥, ١٨٩٨, ١٩٠٠ (in Russian, translated by O. simin, proc. Amer. Water works Assoc., Vol. ٢٤, ١٩٠٤, pp. ٣٤١-٤٢٤).

Korteweg, D. J-, "Ueber die fortpflanzungsgeschwindigkeit des schalles in elastischen Rohren." Anualen der Physik and chemie, Wiedeman ed-, wiedemann, ed., New Series, Vol. ٥, no. ١٢, ١٨٧٨, pp. ٥٢٥-٥٤٢.

Lowy, R., Druckschwankungen in Druckrohrleitung er, Springer, ١٩٢٨.

Marey, M., "Mouvement des Ondes Liquides Pour servir a la theorie du poulx," Travaux du laboratoire de M. Marey, ١٨٧٥.

Streeter, V.L., "Valve stroking to control waterhammer," Jour., Hyd. Div., Amer. Soc. Civil Engrs., Vol. ٨٩. March ١٩٤٣, pp. ٣٩-٤٤.

Streeter, V.L., and Lai, C., " waterhammer Analysis Including Fluid Friction," Trans Amer. Soc. Civ. Engrs, Vol. ١٢٨, ١٩٤٣, pp. ١٤٩١-١٥٢٤ (see also discussions by Gray. C.A.M., pp.١٥٣٠-١٥٣٣, and by painter, H.M., pp. ١٥٣٣-١٥٣٨).

Thorley, A. R. D., "Pressure Transients in Hydraulic Pipelines," ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 91, Sept, 1969, pp. 453- 461.

Weber ,W. " Theoric der durch wasser oder andere incompressible flussigkeiten in elastischen Rohren fortgepflanzten wellen," Berichte uber die Verhandlungen der Koniglichen sachsichen Gesselschaft der Wissenschaften zu Leipzig, Leipzig, Germany, Mathematisch – Physische klasse, 1866, pp. 353-357.

Wood, F.M., discussion of Rej. 34, Trans. Amer.Soc. Mech. Engrs., Vol. 48, 1926.

Wylie, E. B., and Streeter, V. L., Fluid Transients, McGraw-Hill, Inc., 1978.

Abstract

Whenever the conditions change from one steady state to another steady state, the flow unsteady between two steady-state flow occurs when the flow of current between a mortal or a quick call, based on hammer the kind of temporary flow to create a pipelines It is one of the causes of sudden blackouts pump water hammer phenomenon that causes extreme changes in fluid flow and pressure pipe systems is the first time this phenomenon was studied by Streeter. This thesis examines the effects of both series and parallel systems are discussed.

To evaluate the silencing effect of water hammer in pump with two equations , the hydraulic equations (continuity equation , momentum equation) and the equations are facing pumps . First partial differential equations governing fluid hammer in a distribution network using the numerical solution of the characteristic lines (MOC) on routes which are called characteristic lines become the full differential equations are solved using a finite difference numerical method be.

Finally, to evaluate the model results to examine the head before and after each pump and its analysis explains this effect in Gets more volatile than the series system, parallel system, because the system changes the series heads together to But the parallel system changes the whole head is fixed.

Keywords: Water hammer, Methode of characteristic lines (MOC), Newton Raphson method, Shut down pump, curve pump, series pump, parallel pump