

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده عمران و معماری

گروه عمران

مدلسازی جریان آبهای کم عمق در تقاطع سه راهی کانالهای باز

دانشجو: مرجان فرزین

اساتید راهنما

دکتر رامین امینی

دکتر ابراهیم علامتیان

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

بهمن ۹۱

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده عمران و معماری

گروه عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد خانم مرجان فرزین

تحت عنوان: مدلسازی جریان آب‌های کم عمق در تقاطع سه راهی کانال‌های باز

در تاریخ ۱۳۹۱/۱۱/۳۰ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
			دکتر رامین امینی
			دکتر ابراهیم علامتیان

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	دکتر مهدی گلی		دکتر مهدی عجمی
			دکتر امیر عباس عابدینی

تقدیم به پدر بزرگوار و مادر مهربانم

آن دو فرشته‌ای که از خواسته‌هایشان
گذشتند، سختی‌ها را به جان خریدند و خود
را سپر بلای مشکلات و ناملایمات کردند تا
من به جایگاهی که اکنون در آن ایستاده‌ام
برسم.

تقدیر و تشکر

بدینوسیله از پدر و مادرم که همیشه پشتیبان من بوده اند سپاسگزارم و قدردان زحمات ایشان هستم. از زحمات جناب آقای دکتر علامتیان که با راهنمایی‌های خود مرا در انجام این پروژه یاری رساندند کمال تشکر را دارم. همچنین از جناب آقای دکتر امینی به خاطر حمایتشان سپاسگزارم. امید آنکه این رساله سزاوار دقت و محبت اساتید گرامی باشد.

تعهد نامه

اینجانب **مرجان فرزین** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **مهندسی عمران سازه‌های هیدرولیکی** دانشکده **عمران و معماری** دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **مدلسازی جریان آب‌های کم عمق در تقاطع سه راهی کانال‌های باز تحت راهنمایی دکتر رامین امینی و ابراهیم علامتیان** متعهد می‌شوم .

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ ۱۳۹۱/۱۱/۳۰

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

در این پایان‌نامه، نحوه تقسیم جریان در یک کانال T شکل بررسی می‌گردد. برای بررسی این مسئله، یک مدل عددی به زبان *Fortran* نوشته می‌شود. با توجه به اینکه مدل آزمایشگاهی تغییرات سطح آب زیادی را نشان می‌دهد، لازم است که مدل عددی قادر به مدلسازی سطح آب باشد. به همین منظور، از معادلات ناویر-استوکس انتگرال گرفته شده در عمق (معادلات آب‌های کم عمق) استفاده می‌گردد. همچنین با توجه به اینکه در حین تقسیم جریان امواج تیز و پرش هیدرولیکی در کانال جانبی و اصلی رخ می‌دهد، نیاز به مدلی است که قابلیت مدلسازی موج‌های شوک را داشته باشد. با توجه به اینکه مدلسازی موج‌های شوک در واقع حل مسئله ریمان می‌باشد، نیاز است که مدل شامل حل کننده ریمان نیز باشد. از اینرو از یک مدل عددی معادلات ناویر-استوکس انتگرال گرفته شده در عمق به صورت حجم‌های محدود همراه با حل کننده ریمان استفاده می‌گردد. حل کننده ریمان در این مدلسازی، الگوریتم *Roe* می‌باشد که به خوبی توانایی خود را در مسائل ریمان دوبعدی به اثبات رسانده است. پس از نوشتن کد عددی، نیاز به ارزیابی عملکرد این مدلسازی می‌باشد. برای اینکار ابتدا کد عددی نوشته شده برای مسئله شکست سد به کار رفت که جواب‌های آن مطابقت مطلوبی با حل تحلیلی آن داشت و سپس برای مسئله برخورد دو موج نیز به کار رفت که در اینجا نیز صحت جواب‌ها به خوبی به اثبات رسید. در نهایت این مدل برای نحوه تقسیم جریان در یک کانال T شکل به کار گرفته شد که نتایج آزمایشگاهی آن موجود بودند. مقایسه نتایج آزمایشگاهی و عددی تطابق قابل توجهی را به اثبات رساند و امواج تیز و پرش هیدرولیکی به خوبی مدلسازی گردیده بودند. مسئله برای تعداد مختلفی از مش‌های مثلثی بررسی گردید و به این ترتیب حداقل تعداد مش‌های مورد نیاز تعیین گردید. برای ایجاد مش از برنامه *Mike* و برای نمایش نتایج از برنامه *Tecplot* استفاده گردید. همچنین مسئله برای نحوه توزیع جریان مورد بررسی قرار گرفت و با نتایج آزمایشگاهی موجود مقایسه شد، و عملکرد مطلوب کد عددی در این زمینه به اثبات رسید. در پایان مسئله برای زبری‌های مختلف کانال مدلسازی گردید تا اثر زبری بر نتایج مدلسازی مشخص گردد؛ سپس نموداری برای تعیین طول گردابه در برابر مقدار ضریب زبری ارائه شد.

کلمات کلیدی : تقاطع کانال‌ها، تقسیم جریان، معادلات آب‌های کم عمق، روش حجم محدود

مقالات مستخرج از پایان نامه

فرزین م.، علامتیان ا. و امینی ا. (۱۳۹۱) "مدلسازی حجم محدود جریان در محل انشعاب کانال های باز"، هفتمین کنگره ملی عمران، زاهدان.

Farzin m., Alamatian A. and Amini R., (2013) "Finite volume modelings of flow in T-junction open channels", *7th SASTech*, Bandar abbas, Iran.

فهرست مطالب

ز.....	چکیده
ح.....	مقالات مستخرج از پایان نامه
ط.....	فهرست مطالب
م.....	فهرست شکل ها
س.....	فهرست جدول ها
ع.....	فهرست علائم
۱.....	مقدمه
۵.....	فصل اول : اهمیت مطالعه معادلات آب های کم عمق
۶.....	۱.۱ مقدمه
۷.....	۱.۱.۱ حل معادلات دوبعدی
۷.....	۲.۱.۱ حل معادلات سه بعدی
۷.....	۲.۱ جریان در رودخانه ها
۹.....	۳.۱ جریان در اطراف سازه ها
۱۱.....	۴.۱ شکست سد
۱۲.....	۵.۱ جمع بندی
۱۳.....	فصل دوم : معادلات حاکم بر آب های کم عمق
۱۴.....	۱.۲ مقدمه
۱۴.....	۲.۲ معادلات حاکم بر حرکت سیال در حالت کلی
۱۶.....	۳.۲ حل معادلات حاکم بر حرکت در جریان های آشفته (معادلات رینولدز)
۱۹.....	۴.۲ استخراج معادلات آب های کم عمق
۱۹.....	۱.۴.۲ معادلات سه بعدی آب های کم عمق
۲۱.....	۵.۲ انتگرال گیری در عمق و استخراج معادلات دوبعدی آب های کم عمق

۱.۵.۲	شرایط مرزی در کف و سطح آزاد جریان	۲۱
۲.۵.۲	معادلات آب‌های کم عمق در حالت متوسط‌گیری شده در عمق	۲۳
۳.۵.۲	نیروی اصطکاک بستر	۲۴
۴.۵.۲	فرم بقائی معادلات متوسط عمقی آب‌های کم عمق	۲۵
۶.۲	جمع بندی	۲۶
۲۷	فصل سوم : روش‌های عددی حل معادلات	
۱.۳	مقدمه	۲۸
۲.۳	روش اجزاء محدود	۲۹
۳.۳	روش اختلافات محدود	۲۹
۴.۳	روش حجم محدود	۳۰
۱.۴.۳	جدا سازی معادلات در روش حجم محدود با استفاده از شبکه بی‌سازمان مثلثی	۳۰
۵.۳	جدا سازی معادلات آب‌های کم عمق با روش حجم محدود	۳۲
۱.۵.۳	روش مرتبه اول متکی به بالادست Roe	۳۵
۲.۵.۳	تنظیم مقادیر ویژه	۳۵
۳.۵.۳	شرایط مرزی	۳۶
۱.۳.۵.۳	شرط مرزی دیوار	۳۶
۲.۳.۵.۳	شرط مرزی باز	۳۶
۶.۳	جمع بندی	۳۷
۳۸	فصل چهارم : سابقه تحقیقاتی جریان در تقاطع T شکل کانال‌های باز	
۱.۴	مقدمه	۳۹
۲.۴	مطالعات الکدی عبدرضاک و همکاران	۴۲
۱.۲.۴	تجهیزات و اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی	۴۲
۲.۲.۴	الگوهای جریان در نزدیکی محل اتصال	۴۳

۴۵	همبستگی تجربی توزیع دبی
۴۶	رابطه تجربی و مدل 2D
۴۸	جمع بندی
۴۹	فصل پنجم: مدل عددی و صحت سنجی آن
۵۰	مقدمه
۵۰	فلوچارت برنامه حل عددی
۵۳	صحت سنجی برنامه
۵۳	شکست سد
۵۶	برخورد دو موج
۶۱	جمع بندی
۶۲	فصل ششم: تحلیل عددی تقسیم جریان در تقاطع T شکل
۶۳	مقدمه
۶۳	داده‌های موجود
۶۴	مدلسازی عددی
۶۴	فضای حل
۶۶	تعیین تراکم سلول‌های محاسباتی
۶۹	نتایج عددی
۷۶	نسبت دبی
۷۷	بررسی تاثیر زبری
۷۸	نتیجه‌گیری
۸۰	فصل هفتم: خلاصه و نتیجه‌گیری
۸۱	مقدمه
۸۱	خلاصه

۳.۷	نتیجه‌گیری	۸۲
۴.۷	پژوهش‌های آیندگان	۸۳
۱.۴.۷	بررسی تاثیر شیب	۸۳
۲.۴.۷	لحاظ کردن رسوب	۸۴
۳.۴.۷	هندسه مساله	۸۴
	منابع	۸۵

فهرست شکل‌ها

- شکل (۱-۱) : جریان‌های ثانویه در کانال دارای پیچ و خم ۸
- شکل (۲-۱) : پیش‌بینی الگوی رسوب‌گذاری و آب‌شستگی در یک بازه رودخانه ۹
- شکل (۳-۱) : جریان در اطراف پایه دایره‌ای ۱۰
- شکل (۴-۱) : پروفیل تراز سطح آب و بردارهای سرعت در شکست سد در زمان‌های مختلف ۱۱
- شکل (۱-۳) : نمونه سلول حجم کنترل ۳۲
- شکل (۱-۴) : پلان شماتیک تجهیزات آزمایشگاهی و موقعیت اندازه‌گیری عمق‌های جریان ۴۳
- شکل (۲-۴) : حالت‌های مختلف الگوهای جریان در کانال اصلی و جانبی ۴۵
- شکل (۳-۴) : مقایسه بین نسبت دبی آزمایشگاهی و محاسباتی از معادله (۳-۴) ۴۶
- شکل (۴-۴) : مقایسه بین R_q اندازه‌گیری شده و محاسباتی ۴۷
- شکل (۵-۴) : اندازه‌گیری‌ها برای $Q_{yi} = 12l/s$ ۴۷
- شکل (۶-۴) : نتایج عددی برای $Q_{yi} = 12l/s$ ۴۸
- شکل (۱-۵) : فلوچارت حل عددی در نرم‌افزار ۵۱
- شکل (۲-۵) : نمونه فایل مش‌بندی ۵۲
- شکل (۳-۵) : مسئله استاندارد شکست سد ۵۳
- شکل (۴-۵) : مقایسه نتیجه روش عددی Roe با حل تحلیلی در زمان $t=2s$ ۵۴
- شکل (۵-۵) : نمای سه‌بعدی عمق جریان در $t=2s$ ۵۵
- شکل (۶-۵) : نتایج عددی روش Roe برای زمان‌های مختلف ۵۵
- شکل (۷-۵) : شرایط اولیه در برخورد دو موج تیز ۵۶
- شکل (۸-۵) : حل تحلیلی آزمون برخورد دو موج تیز در زمان‌های مختلف ۵۷
- شکل (۹-۵) : مقایسه روش عددی Roe با حل تحلیلی در زمان‌های مختلف ۵۸
- شکل (۱۰-۵) : نمای سه‌بعدی عمق جریان ۵۹
- شکل (۱۱-۵) : نمودار سرعت (u) در زمان‌های مختلف ۶۰

- شکل (۵-۱۲) : نتایج عددی روش Roe برای زمان‌های مختلف ۶۱
- شکل (۶-۱) : الگوی جریان در نزدیکی محل اتصال ۶۴
- شکل (۶-۲) : پلان شماتیک فضای حل ۶۵
- شکل (۶-۳) : نمایی از سلول‌بندی فضای حل ۶۵
- شکل (۶-۴) : نمودار تغییرات Res در برابر زمان محاسبات برای شبکه MTV2 ۶۷
- شکل (۶-۵) : تاثیر تراکم سلول‌های محاسباتی بر طول گردابه ۶۸
- شکل (۶-۶) : خطای طول گردابه محاسبه شده و آزمایشگاهی ۶۸
- شکل (۶-۷) : نمودار سه‌بعدی عمق جریان ۶۹
- شکل (۶-۸) : دیاگرام تغییرات عمق به همراه خطوط هم عمق جریان ۷۰
- شکل (۶-۹) : دیاگرام تغییرات عمق ۷۱
- شکل (۶-۱۰) : خطوط جریان ۷۲
- شکل (۶-۱۱) : دیاگرام توزیع سرعت در جهت x ۷۳
- شکل (۶-۱۲) : دیاگرام توزیع عدد فرود ۷۳
- شکل (۶-۱۳) : پروفیل طولی عمق جریان در کانال جانبی ۷۵
- شکل (۶-۱۴) : پروفیل طولی عمق جریان در کانال اصلی $x=-0.15m$ ۷۵
- شکل (۶-۱۵) : نیمرخ عرضی عمق جریان در کانال جانبی ۷۶
- شکل (۶-۱۶) : نیمرخ عرضی عمق جریان در کانال اصلی ۷۶
- شکل (۶-۱۷) : تاثیر زبری (n) بر طول گردابه ۷۸

فهرست جدول‌ها

جدول (۱-۶) : مشخصات تراکم‌های مختلف سلول محاسباتی ۶۶

جدول (۲-۶) : مقایسه مقادیر محاسبه شده و آزمایشگاهی ۷۷

فهرست علائم

C_f	ضریب اصطکاک بستر
f	ضریب دارسی وایسباخ
R	شعاع هیدرولیکی
f_c	شتاب کوریولیس
g	شتاب ثقل
h	عمق جریان
n	ضریب زبری مانینگ
τ_{ij}	تانسور تنش لزجی
P	فشار
p_a	فشار اتمسفر
t	زمان
w, v, u	مولفه‌های سرعت در راستای محوره‌های کارتیزین
w', v', u'	نوسانات مولفه‌های سرعت در راستای محوره‌های کارتیزین
$\bar{w}, \bar{v}, \bar{u}$	مقادیر متوسط زمانی مولفه‌های سرعت در راستای محوره‌های کارتیزین
x, y, z	محوره‌های مختصات کارتیزین
C	ضریب شزی، غلظت متوسط رسوب در عمق
T	مقیاس زمان، دما
T_{ij}	مجموع تنش‌های نیوتنی، رینولدزی و انحراف از سرعت میانگین در معادلات دوبعدی
$\overline{u'_i u'_j}$	تنش‌های رینولدز
$n = (n_x, n_y)$	بردار عمود بر سطح
$\tilde{n} = (\tilde{n}_x, \tilde{n}_y)$	بردار یکه واحد
$\vec{V}$	بردار سرعت

Z_b	تراز بستر کانال
$\vec{U}$	بردار سرعت
v	لزجت سینماتیک سیال
ρ	چگالی
ζ	تراز سطح آب
∇	گرادیان
c	سرعت موج
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	مقادیر ویژه
L_i	مرز سلول
K_i	تعداد وجوه سلول
$F(u;x,y)$	تابع شار
$G(x,w)$	جملات چشمه
w^n	مقدار متغیر بقائی در زمان n
$\emptyset$	شار عددی
Δt	گام زمانی
Δx	گام مکانی
F_x, F_y	شار فیزیکی در جهات x و y
G_1	جمله چشمه شیب بستر
G_2	جمله چشمه اصطکاک بستر
G_3	جمله آشفستگی
$ U $	اندازه بردار سرعت
Z	مجموع شار عمودی
A_i	مساحت سلول C_i

Q	دبی
w, b	عرض کانال
Γ	ضریب پخش
F_{xo}	عدد فرود در کانال جانبی
F_{yo}	عدد فرود در پایین دست تقاطع در کانال اصلی
F_{yi}	عدد فرود در بالادست تقاطع
h_{xo}	عمق جریان پایین دست تقاطع در کانال جانبی
h_{yo}	عمق جریان پایین دست تقاطع در کانال اصلی
h_{yi}	عمق جریان بالادست تقاطع
Q_{xo}	دبی خروجی از کانال جانبی
Q_{yi}	دبی ورودی به کانال اصلی
R_q	نسبت توزیع جریان
w_x	ارتفاع سرریز در کانال جانبی
w_y	ارتفاع سرریز در کانال اصلی
W_x, W_y	ارتفاع سرریز بدون بعد

مقدمه

با افزایش قدرت رایانه‌ها در عصر حاضر استفاده از مدل‌های عددی در حل مسائل پیچیده جریان سیال به شدت توسعه یافته است. در مهندسی هیدرولیک نیز استفاده از مدل‌های عددی در تحلیل جریان در رودخانه‌ها، سواحل و سازه‌های هیدرولیکی کاربرد بسیار زیادی پیدا کرده است. از مطالعات آزمایشگاهی میدان‌های جریان به علت محدودیت‌های تجهیزاتی، پرهزینه بودن، وقتگیر بودن و مشکلات ناشی از عدم تشابه کامل با میدان جریان واقعی کمتر استفاده می‌شود. در مدلسازی عددی شرایط جریان و ابعاد و اندازه‌های آن به راحتی و با هزینه کم قابل تغییرند و می‌توان نتایج طراحی مختلف را برآورده کرد.

جریان در طبیعت با تغییر مشخصه‌های آن در هر سه بعد همراه است. از طرف دیگر اغلب جریان‌ها مانند جریان در رودخانه‌ها غیردائمی بوده و مشخصه‌های آنها تابع زمان می‌باشد. جریان در طبیعت آشفته نیز می‌باشد و این بدان معنی است که برای محاسبه تنش بین لایه‌های سیال مخصوصاً در جریان‌های چرخشی و در جدائی جریان از مرزهای خود، نیاز به حل معادلات بیشتری می‌باشد. در بعضی مسائل مهندسی هیدرولیک، مرزهای جریان پیچیده بوده و دارای انحنای متعدد می‌باشد که حل عددی آن روش‌های خاصی را می‌طلبد. با توجه به این پیچیدگی‌ها تحلیل یک جریان طبیعی با در نظر گرفتن تمام عوامل درگیر حتی با رایانه‌های عصر ما نیز بسادگی ممکن نمی‌باشد. از اینرو لازم است در تحلیل یک جریان به فراخور وضعیت آن ساده‌سازی‌هایی صورت بگیرد و از تاثیر بعضی عوامل صرف نظر شود تا بتوان با صرف زمان کمتر برای محاسبات، به جواب مناسب دست یافت.

جریان در رودخانه‌ها و سواحل دارای عمقی کم در مقابل عرض و طول زیاد می‌باشد. در چنین شرایطی می‌توان نشان داد که شتاب جریان در جهت قائم در مقابل شتاب ثقل کوچک و در نتیجه توزیع فشار در عمق هیدرواستاتیک است. با این تقریب، ساده‌سازی زیادی در معادلات حاکم بوجود می‌آید که حاصل آن معادلاتی است که به معادلات آب‌های کم عمق معروف است. این معادلات در تحلیل جریان در رودخانه‌ها و سواحل کاربرد فراوانی دارند.

اهداف پایان نامه

هدف از انجام این پایان نامه، حل معادلات متوسط عمقی آبهای کم عمق (معادلات سنت و نانت) با استفاده از روش حجم محدود و شبکه بندی بی سازمان برای پیشگویی تقسیم جریان در یک کانال T شکل است. برای این منظور از روش عددی حجم محدود Roe استفاده می شود. همچنین برای کنترل و صحت سنجی نتایج از بعضی نتایج آزمایشگاهی و عددی سایر دانشمندان استفاده می گردد. این پایان نامه در هفت فصل تدوین شده است:

در فصل اول به معرفی مدل های آب های کم عمق و اهمیت آنها در مطالعه مسائل مهندسی هیدرولیک پرداخته می شود.

در فصل دوم استخراج معادلات حاکم بر جریان آب های کم عمق به همراه فرضیات و شرایط مرزی آمده است.

فصل سوم در مورد روش های عددی مختلف برای حل معادلات حاکم بر حرکت سیال است. در این بخش همچنین به تفصیل روش عددی حجم محدود توضیح داده می شود.

در فصل چهارم به بررسی سابقه تحقیقات انجام شده در زمینه مدلسازی جریان در تقاطع T شکل کانال های باز توسط سایر دانشمندان پرداخته می شود.

در فصل پنجم ساختار عددی نوشته شده ارائه می شود. برای اطمینان از صحت عملکرد این کد، از دو آزمون عددی استفاده می شود.

در فصل ششم به کاربرد مدل عددی برای مدلسازی جریان در تقاطع کانال T شکل پرداخته می شود. در این فصل برای بررسی نتایج از داده های آزمایشگاهی و عددی سایر محققین استفاده می شود.

این پایان نامه به بررسی جریان در تقاطع T شکل کانال های باز می پردازد. با وجود این، پاره ای از بخش ها نیاز به پژوهش بیشتر دارند. از این رو، شماری از عنوان های پژوهش های آیندگان در فصل هفتم معرفی می گردند.

فصل اول

اهمیت مطالعه معادلات

آب‌های کم عمق

۱.۱ مقدمه

شناخت و مطالعه مشخصات جریان در رودخانه‌ها و سواحل دریاها یکی از موضوعات مهم مهندسی عمران است که در طراحی انواع مختلف سازه‌های مرتبط با آنها و همچنین طرح‌های ساماندهی کاربرد اساسی دارد. هزینه‌های بالای ساخت مدل فیزیکی برای مطالعه این جریان‌ها و پیشرفت‌های قابل توجه در ساخت کامپیوترها باعث شده تا مدل‌های ریاضی به عنوان ابزاری انعطاف پذیر و اقتصادی در این زمینه، توجه محققان و متخصصان امر را به خود جلب کند.

باید توجه داشت که جریان در طبیعت به صورت سه بعدی است، ولی در شرایطی می‌توان با قبول تقریب‌هایی که از نظر مهندسی قابل قبول می‌باشند، از مدل‌های یک یا دو بعدی استفاده نمود. در مدل‌های یک بعدی از جریان‌های چرخشی در عمق و پلان صرف نظر می‌شود. هر چقدر جریان‌های چرخشی قوی‌تری در مسئله مورد بررسی وجود داشته باشد، تقریب مدل‌های یک بعدی نیز بیشتر می‌شود.

در آب‌های کم عمق^۱ می‌توان از اثر شتاب جریان در عمق بر کل الگوی جریان صرف نظر نموده، توزیع فشار در عمق را هیدرواستاتیک فرض نمود. با این فرض فقط نیاز به حل معادلات حاکم بر جریان در پلان بوده و مدل ریاضی ساده‌تری نسبت به مدل‌های سه بعدی با توزیع فشار غیرهیدرواستاتیک بدست می‌آید که تقریب آن در خیلی از مسائل مهندسی هیدرولیک قابل قبول می‌باشد. بدیهی است در شرایطی که جریان‌های چرخشی قوی در عمق وجود داشته باشد و یا با وجود گرادیان‌های شدید سطح آب (مثل جریان در نزدیک پایه‌های پل) فرض فشار هیدرواستاتیک در عمق غیر قابل قبول شده، تقریب مدل‌های آب‌های کم عمق زیاد می‌شود. حل معادلات آب‌های کم عمق به دو صورت امکان پذیر می‌باشد.

۱- Shallow Water

۱.۱.۱ حل معادلات دوبعدی

معادلات سه‌بعدی در عمق انتگرال‌گیری شده و سپس ساده می‌شود و به این ترتیب معادلات دوبعدی آب‌های کم عمق (میانگین عمقی^۱) حاصل می‌شود. در چنین مدلی می‌توان چنین تصور نمود که از اثر جریان‌های چرخشی در عمق صرف نظر شده است ولی جریان‌های چرخشی و تغییرات سرعت در پلان در نظر گرفته شده است. به هر میزان که در مسئله مورد مطالعه جریان‌های چرخشی و گرادیان-های سرعت در عمق شدیدتر باشد تقریب این مدل‌ها نیز بیشتر است.

۲.۱.۱ حل معادلات سه‌بعدی

حل معادلات آب‌های کم عمق به صورت سه‌بعدی، که در این مدل‌ها بجز فرض فشار هیدرواستاتیک، فرض دیگری نشده است و جریان‌های چرخشی در پلان و عمق و همچنین تغییرات سرعت در همه جهت‌ها در نظر گرفته شده و محاسبه می‌شود. در نتیجه اگر چنین مدلی برای محاسبه الگوی جریان در مسئله‌ای که توزیع فشار با فشار هیدرواستاتیک بسیار فرق می‌کند بکار رود (مثل جریان در نزدیکی نوک یک آبشکن و یا نزدیک پایه‌های پل)، سطح آب و توزیع سرعت بدست آمده با تقریب توأم خواهد بود.

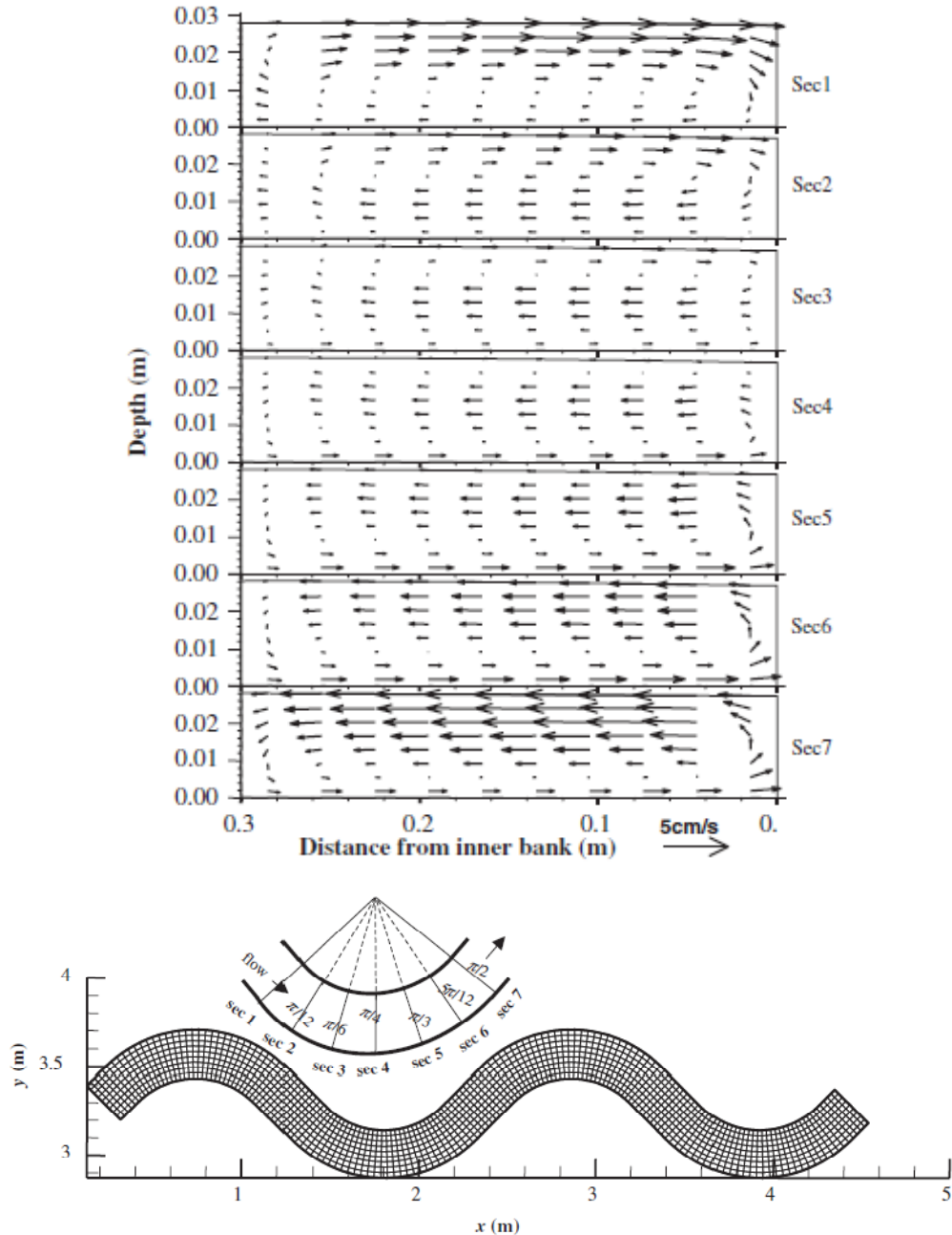
در ادامه این فصل به برخی کاربردهای معادلات آب‌های کم عمق و مسائلی که در آنها از این روش استفاده شده اشاره می‌گردد.

۲.۱ جریان در رودخانه‌ها

رودخانه‌ها یکی از موارد استفاده مدل‌های آب‌های کم عمق می‌باشند. در اغلب رودخانه‌ها حتی در زمان سیل، نسبت عمق جریان به ابعاد افقی و سایر شرایط بگونه‌ای است که می‌توان آنها را در رده

۱- Depth Averaged

آب‌های کم عمق قرار داد. لذا الگوی جریان در هندسه‌های پیچیده رودخانه‌ها توسط مدل‌های آب‌های کم عمق قابل پیش‌بینی می‌باشد.

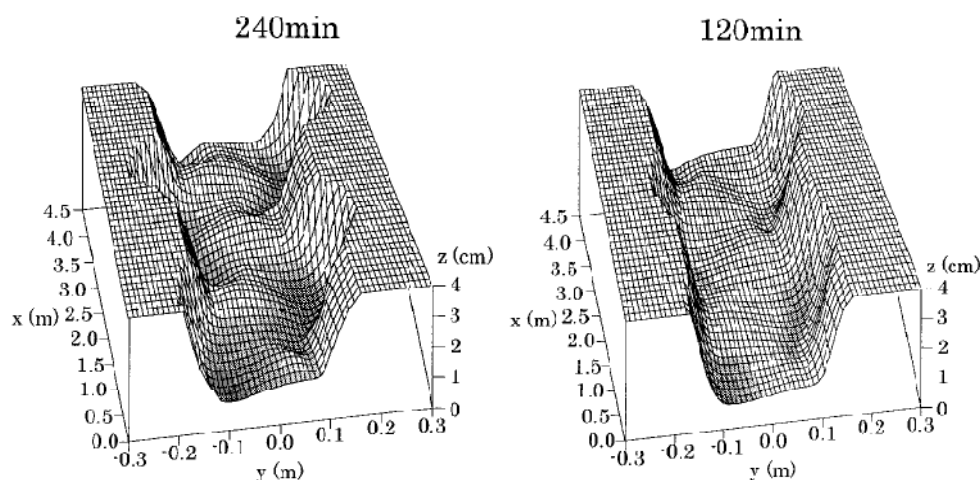


شکل (۱-۱): جریان‌های ثانویه در کانال دارای پیچ و خم [۱]

باید توجه داشت که در پیچ رودخانه‌ها بدلیل جریان‌های ثانویه عمقی بوجود آمده، پیش‌بینی مدل‌های دوبعدی با مقداری خطا توأم است که البته در این موارد می‌توان از مدل‌های سه‌بعدی آب‌های کم عمق استفاده کرد. از نمونه‌های استفاده از معادلات سه‌بعدی آب‌های کم عمق برای مدلسازی

جریان در مجاری دارای پیچ و خم می‌توان به مطالعات جین^۱ و همکاران اشاره نمود [۱]. در مدل این محققین جریان‌های ثانویه در کانال دارای پیچ و خم شبیه سازی شد. شکل (۱-۱) بخشی از نتایج مدل مورد استفاده در مطالعه این محققین را نشان می‌دهد.

ترکیب معادلات آب‌های کم عمق با معادلات انتقال رسوب می‌تواند برای پیش‌بینی فرسایش و رسوب گذاری رودخانه و تغییرات مورفولوژیک آن مورد استفاده قرار گیرد. ناگاتا و همکاران تغییرات مورفولوژیک یک بازه از رودخانه را با معادلات آب‌های کم عمق شبیه‌سازی نمودند [۲]. در شکل (۱-۲) وضعیت قسمتی از آبراهه مورد مطالعه آنها در دو زمان مختلف را نشان می‌دهد.

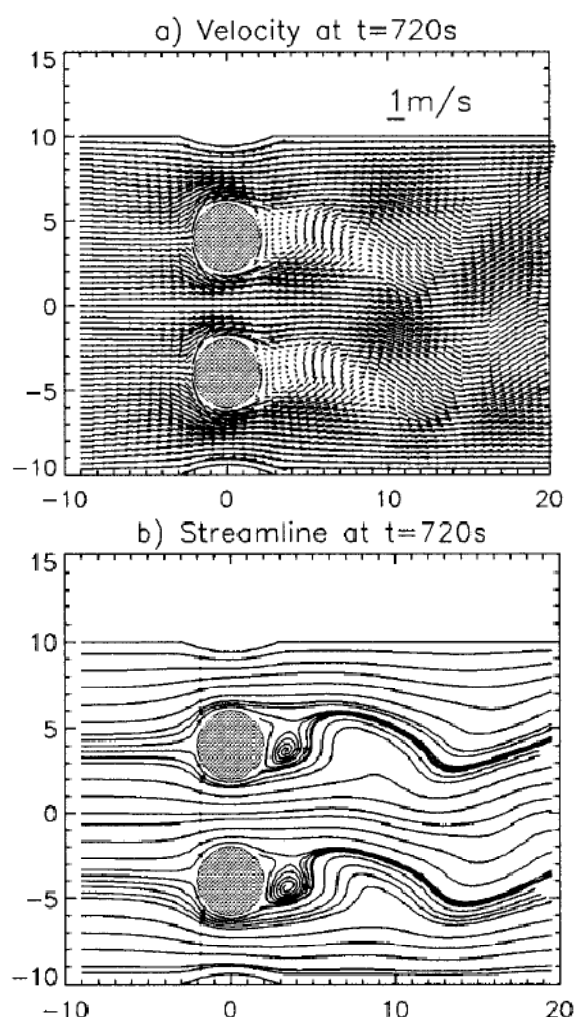


شکل (۱-۲): پیش‌بینی الگوی رسوب گذاری و آب شستگی در یک بازه رودخانه [۲]

۳.۱ جریان در اطراف سازه‌ها

یکی از مسائل مهم در طراحی سازه‌هایی که در مسیر جریان رودخانه قرار گرفته‌اند، الگوی جریان و توزیع سرعت و تنش در اطراف این سازه‌ها می‌باشد. پایه‌های پل نمونه‌ای از این سازه‌ها می‌باشند که الگوی حرکتی جریان در اطراف آنها با مدل‌های آب‌های کم عمق در عمق قابل پیش‌بینی است.

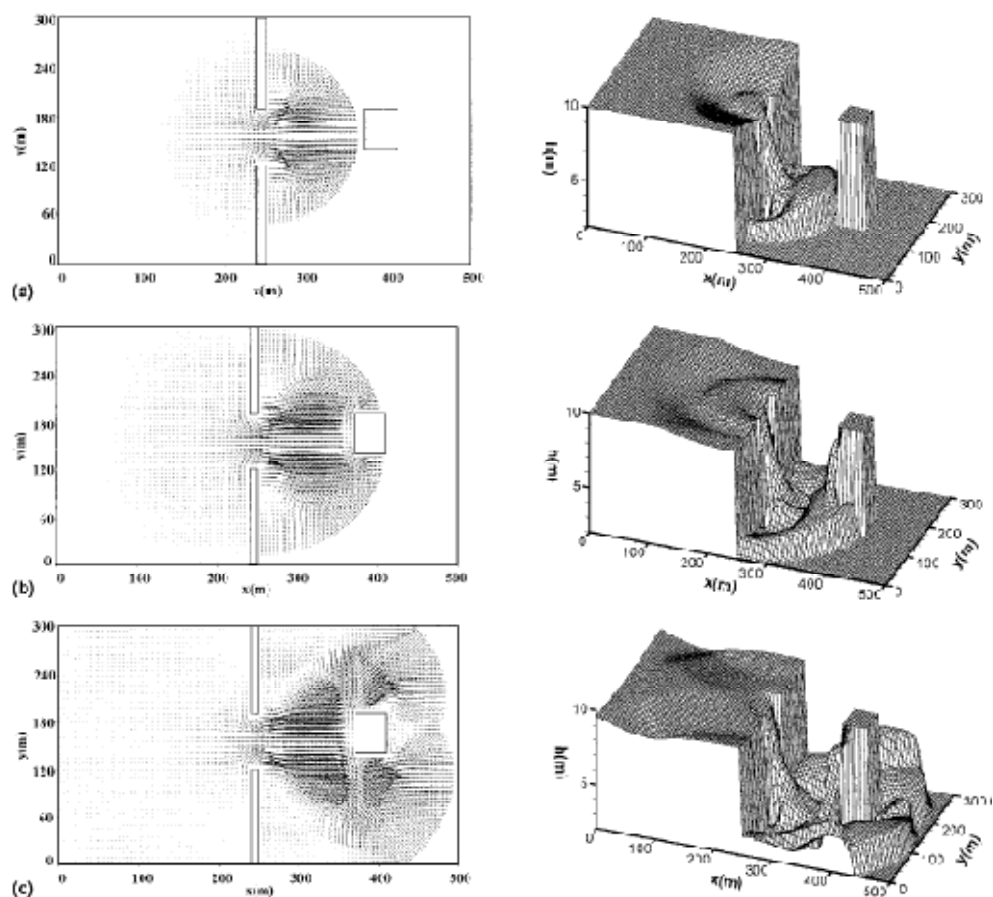
پل‌ها از سازه‌هایی هستند که در رودخانه احداث شده و وضعیت جریان و توزیع سرعت را در رودخانه تحت تأثیر قرار می‌دهند. الگوی جریان در محل پایه‌های پل و کوله‌های آن بسیار پیچیده بوده، جریان‌های چرخشی قوی در این محل‌ها بوجود می‌آید. بدیهی است ماهیت این جریان‌ها با آنچه که به عنوان جریان آب‌های کم عمق شناخته می‌شود، متفاوت است ولی با تقریب‌هایی می‌توان الگوی جریان را در اطراف این سازه‌های مهم بدست آورد. در شکل (۳-۱) بردارهای سرعت و خطوط جریان در اطراف دو پایه دایره‌ای که با مدل دوبعدی آب‌های کم عمق شبیه‌سازی شده ملاحظه می‌گردد [۳].



شکل (۳-۱): جریان در اطراف پایه دایره‌ای [۳].

۴.۱ شکست سد

از معادلات جریان آب‌های کم عمق در مسائلی که دارای ناپیوستگی شدید در سطح آب هستند نیز می‌توان استفاده نمود. پدیده شکست سد یکی از این مسائل است که امواج حاصله از آن را می‌توان با معادلات آب‌های کم عمق مدل نمود. نتایج این قبیل تحلیل‌ها می‌تواند برای پیش‌بینی خسارات ناشی از شکست احتمالی سد و ایجاد تمهیدات لازم برای کاهش خسارات، مورد استفاده قرار گیرد. شکل (۴-۱) نتایج یک مدل آب‌های کم‌عمق برای شکست سد که مانعی نیز در مسیر جریان قرار دارد را در سه زمان مختلف نشان می‌دهد [۴].



شکل (۴-۱): پروفیل تراز سطح آب و بردارهای سرعت در شکست سد در زمان‌های مختلف [۴].

۵.۱ جمع بندی

در این فصل به اهمیت مطالعه معادلات آب‌های کم عمق پرداختیم و سپس مواردی از کاربرد این معادلات بیان شد. علاوه بر مواردی که در بالا به آنها اشاره شد، جریان‌های دیگری نیز وجود دارند که برای شبیه‌سازی آنها از معادلات آب‌های کم عمق استفاده می‌شود. جریان‌های دریایی و جزر و مدی، جریان در مخزن سد و امواج ناشی از طوفان‌های بزرگ دریایی از جمله این موارد هستند. در فصل آینده به بررسی معادلات و فرضیات حاکم بر آب‌های کم عمق می‌پردازیم و با استفاده از معادله پیوستگی و ممنتوم این معادلات را استخراج می‌کنیم.

فصل دوم

معادلات حاکم بر آب‌های

کم عمق

۱.۲ مقدمه

معادلات آب‌های کم عمق عبارتند از معادله بقاء جرم و یک شکل از معادلات کلی ناویراستوکس^۱ که با فرض کوچک بودن شتاب جریان در جهت قائم در مقابل شتاب ثقل بدست می‌آیند. روابط حاکم بر آب‌های کم عمق در سیالات دیگر با شرایط مشابه مثل جریان‌های جوی نیز قابل استفاده می‌باشد.

مشخصه اصلی آب‌های کم عمق کوچک بودن عمق جریان (h) در مقایسه با مقیاس‌های افقی آن (L) می‌باشد و بسته به نوع جریان (جوی، دریایی یا رودخانه ای) و نیروهای موثر، معادلات آب‌های کم عمق بدست آمده و مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این فصل ابتدا معادلات عمومی بقاء جرم، ناویراستوکس و معادلات رینولدز^۲ بیان شده، شرایط مرزی آن برای آب کم عمق بیان می‌گردد و سپس به استخراج معادلات آب کم عمق می‌پردازیم. در انتها نیز شکل بقائی^۳ این معادلات ارائه می‌شود.

۲.۲ معادلات حاکم بر حرکت سیال در حالت کلی

در حالت کلی معادلات حاکم بر حرکت سیال شامل معادله بقاء جرم و معادلات بقاء ممنتوم یا معادلات ناویراستوکس می‌باشد که اگر سیال بصورت غیرقابل تراکم فرض شود، معادلات ساده‌تر می‌شوند. البته غیر قابل تراکم بودن سیال به معنای ثابت بودن چگالی آن (ρ) نیست و عواملی چون تغییرات درجه حرارت و یا شوری می‌توانند چگالی را تغییر دهند، اما تغییرات فشار باعث تغییر چگالی نمی‌شود.

معادله بقاء جرم برای یک المان سیال بصورت رابطه (۲-۱) می‌باشد[۵]:

۱ - Navier-Stokes

۲ - Reynolds

۳ - Conservative

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (۱-۲)$$

این رابطه را می‌توان بصورت فشرده زیر نوشت:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (۲-۲)$$

که در آن ∇ گرادیان است. در صورتیکه سیال را غیرقابل تراکم فرض کنیم، چگالی می‌تواند تنها تابعی از دما و غلظت ناخالصی‌های داخل سیال باشد و لذا داریم:

$$\rho = f(T, C) \quad (۳-۲)$$

که در آن T درجه حرارت و C غلظت ناخالصی‌ها می‌باشد. در صورتیکه در رابطه (۲-۲) نسبت $\frac{\rho^{-1}(D\rho/Dt)}{\nabla \cdot \vec{U}}$ خیلی کوچک باشد، می‌توان از تغییرات چگالی در معادله پیوستگی صرف‌نظر نمود. معمولاً غلظت ناخالصی‌ها در میدان جریان کم و در حدود ppm می‌باشد، بنابراین تغییرات چگالی بسیار کم بوده، از اثر آن در معادله پیوستگی می‌توان صرف‌نظر نمود. بنابراین رابطه پیوستگی را می‌توان بصورت ساده زیر بازنویسی نمود:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (۴-۲)$$

معادلات بقاء ممنتوم یا معادلات ناویراستوکس ارتباط بین تغییرات سرعت و تنش‌های نرمال (مثل فشار) و برشی را در سیال بیان می‌کنند. در سیستم مختصات کارتزین وقتی محورهای x و y در پلان افقی و محور z بصورت قائم و با جهت مثبت به سمت بالا قرار دارد، معادلات ناویراستوکس بصورت زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho uw) - \rho f_c v = \quad (۵-۲)$$

$$- \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho vu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho vw) + \rho f_c u = \quad (۶-۲)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho w) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho w u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho w v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w^2) = \quad (7-2)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}$$

در این روابط u ، v و w به ترتیب سرعت در جهت‌های x ، y و z بوده، p فشار، ρ دانسیته سیال، g شتاب گرانش، t زمان و f_c پارامتر کوریولیس^۱ می‌باشد که بیانگر اثر گردش زمین بوده و برابر با $f_c = 2 \Omega \sin \varphi$ است. (Ω سرعت زاویه‌ای گردش زمین و φ عرض جغرافیایی می‌باشد).

مجموعه معادلات (۲-۵) تا (۲-۷) و (۲-۴) به عنوان معادلات بقاء ممنتوم (یا ناویراستوکس) و معادله بقاء جرم (یا پیوستگی) نامیده می‌شوند. از حل سه معادله ممنتوم و یک معادله پیوستگی، چهار مجهول سرعت و فشار در تمام نقاط بدست می‌آید.

۳.۲ حل معادلات حاکم بر حرکت در جریان‌های آشفته (معادلات رینولدز)

از آنجا که معادلات ممنتوم دیفرانسیلی و غیرخطی هستند، راه حل تحلیلی برای آنها وجود نداشته و لازم است بصورت عددی حل شوند. در جریان‌های ورقه‌ای حل عددی معادلات فوق امکان پذیر است. ولی در جریان‌های آشفته، حل عددی معادلات حاکم بر حرکت به سادگی امکان پذیر نیست. در جریان ورقه‌ای، المان‌های سیال در راستای خطوط جریان حرکت می‌کنند ولی در جریان‌های آشفته به دلیل غلبه نیروی اینرسی بر نیروهای لزجت، المان‌ها دارای حرکت چرخشی نیز هستند [۶]. به عبارت دیگر در جریان‌های آشفته المان‌های سیال در قالب گردابه‌های^۲ کوچک و بزرگ حرکت می‌کنند. اندرکنش بین این گردابه‌ها و حرکت جانبی آنها حالت بسیار پیچیده‌ای را بوجود می‌آورد و

۱ - Coriolis

۲ - Eddy

تنش‌های بین لایه‌های سیال را به شدت افزایش می‌دهد. در نتیجه حرکت سیال به صورت گردابه‌های کوچک و بزرگ و حرکت جانبی آنها می‌باشد. جریان آشفته دارای ماهیتی سه بعدی و غیردائمی است و سرعت و همچنین فشار در زمان و در سه جهت مختصات مرتباً تغییر می‌کنند. به عبارت دیگر در هر نقطه از جریان، سرعت و فشار دارای نوسان می‌باشد. برای بدست آوردن این نوسانات باید در حل عددی، شبکه محاسباتی بسیار ریز باشد و ضمناً معادلات در گام‌های زمانی کوچک حل شوند، تا بتوان گردابه‌های کوچک و بزرگ و همچنین اندرکنش آنها را به درستی مدل کرد. این چنین شبکه محاسباتی، حجم محاسبات زیادی را می‌طلبد که در حال حاضر کامپیوترها قدرت انجام چنین محاسباتی در فضای محاسباتی مهندسی را ندارند، از طرفی بدست آوردن جزئیات جریان‌های آشفته و میزان نوسانات سرعت و فشار اهمیتی در مسائل مهندسی ندارد. بلکه تأثیر کلی این نوسانات بر متوسط سرعت و فشار باید محاسبه شود. برای رفع مشکل مدل کردن نوسانات سرعت و فشار، رینولدز پیشنهاد کرد از معادلات ناویراستوکس در زمان انتگرال‌گیری شود تا بتوان با سادگی بیشتر با مقادیر متوسط‌گیری شده سرعت و فشار در زمان کارکرد. زمان متوسط‌گیری باید آنقدر بزرگ باشد تا نوسانات حذف شوند و آنقدر کوچک باشد تا اگر جریان غیردائمی است، تغییرات متوسط سرعت در زمان دیده شود [۷]. به این ترتیب براساس پیشنهاد رینولدز می‌توان مقدار هر پارامتر را به دو قسمت متوسط و نوسانی به صورت زیر تجزیه نمود:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (۸-۲)$$

که ϕ مقدار لحظه‌ای، $\bar{\phi}$ مقدار متوسط زمانی و ϕ' مقدار نوسانات ϕ از مقدار متوسط در هر لحظه از زمان می‌باشد. طبق تعریف خواهیم داشت:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{t} \int_0^t \phi dt \quad (۹-۲)$$

با انتگرال‌گیری زمانی از معادله پیوستگی (معادله (۲-۴)) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (۱۰-۲)$$

رابطه پیوستگی برای مقادیر متوسط زمانی مشابه رابطه پیوستگی برای مقادیر لحظه‌ای سرعت می‌باشد. با مقایسه رابطه (۱۰-۲) با رابطه (۴-۲) می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (۱۱-۲)$$

که به این معنی است که رابطه پیوستگی بین نوسانات سرعت نیز برقرار می‌باشد و اینکه مولفه‌های نوسانی سرعت مستقل از یکدیگر نیستند.

از معادلات ممنتوم نیز بصورت فوق می‌توان انتگرال‌گیری زمانی نمود، که در انتگرال‌گیری از ترم‌های انتقالی معادلات ناویراستوکس $(\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j))$ جملاتی به صورت $\rho \overline{u'_i u'_j}$ باقی می‌ماند. از آنجا که جملات نوسانی سرعت از یکدیگر مستقل نیستند (رابطه (۱۱-۲))، متوسط حاصل ضرب نوسان‌های سرعت نیز صفر نبوده و در حقیقت اثر نوسان‌ها بر روی متوسط جریان می‌باشند. با دقت بیشتر روی جملات متوسط حاصل ضرب نوسان‌های سرعت، مشخص می‌شود که این جملات از جنس تنش هستند و به آنها تنش‌های آشفتگی یا تنش‌های رینولدزی می‌گویند. بنابراین مجموعه تنش‌ها در معادلات ممنتوم به صورت خلاصه‌نویسی به شکل زیر می‌باشد:

$$\frac{\tau_{ij}}{\rho} = \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \quad (۱۲-۲)$$

با توجه به آنکه پس از انتگرال‌گیری همواره با مقادیر متوسط پارامترها سروکار داریم، به جهت سادگی در نوشتن معادلات از نماد $(-)$ صرف نظر کرده پارامترها را به همان صورت ساده قبل می‌نویسیم. به این ترتیب با متوسط‌گیری در زمان از معادلات (۴-۲) و (۵-۲) تا (۷-۲) با تعریف از رابطه (۱۲-۲) معادلات زیر استخراج می‌شوند. روابط حاصله از انتگرال‌گیری معادلات ناویراستوکس در زمان به معادلات رینولدز معروف هستند.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (۱۳-۲)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho uw) - \rho f_c v =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho vu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho vw) + \rho f_c u =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho w) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho wu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho wv) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w^2) =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}$$

۴.۲ استخراج معادلات آب‌های کم عمق

همانگونه که در فصل اول ذکر شد، در بسیاری از مسائل مهندسی آب، بعد قائم جریان در مقابل ابعاد افقی آن ناچیز است. در این صورت می‌توان از شتاب در بعد قائم صرف‌نظر نمود. به این ترتیب معادله ممتموم در جهت قائم به معادله ساده فشار هیدرواستاتیک تبدیل شده و حجم محاسبات به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد. همچنین با انتگرال‌گیری از معادلات ممتموم در عمق می‌توان معادلات دو بعدی آب‌های کم عمق را بدست آورد که در این صورت حجم محاسبات نسبت به معادلات سه بعدی جریان بسیار کمتر می‌شود.

۱.۴.۲ معادلات سه‌بعدی آب‌های کم عمق

با توجه به اینکه ترم‌های اعداد فرود و رینولدز در آب‌های کم عمق در مقایسه با شتاب ثقل کوچک هستند [۸]، در رابطه (۱۶-۲) تنها دو ترم فشار و ثقل باقی می‌ماند که باید اثر یکدیگر را خنثی کنند. ملاحظه می‌شود که نتیجه بدست آمده همان توزیع فشار هیدرواستاتیک در عمق است:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (۱۷-۲)$$

نتیجه اخیر یکی از مشخصات مهم در آب‌های کم عمق می‌باشد که ساده‌سازی‌های زیادی را در این معادلات و روش‌های عددی حل آن ایجاد می‌کند. با انتگرال‌گیری از رابطه اخیر و با در نظر گرفتن فشار اتمسفر برای فشار سطح آزاد و صرف نظر از کشش سطحی، می‌توان فشار را در هر نقطه محاسبه نمود:

$$p = g \int_z^\zeta \rho dz + p_a \quad (۱۸-۲)$$

که p_a فشار اتمسفر است. اگر چگالی در تمام عمق ثابت باشد، آنگاه خواهیم داشت:

$$p = \rho g(\zeta - z) + p_a \quad (۱۹-۲)$$

که در آن ζ تراز سطح آب است. گرادیان فشار در معادلات (۱۴-۲) و (۱۵-۲) برابر است با:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + g(\zeta - z) \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial p_a}{\partial x} \quad (۲۰-۲)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + g(\zeta - z) \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\partial p_a}{\partial y} \quad (۲۱-۲)$$

با جایگذاری روابط فوق در (۱۴-۲) و (۱۵-۲) و تقسیم روابط بر ρ بدست می‌آید:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uu) + \frac{\partial}{\partial y}(uv) + \frac{\partial}{\partial z}(uw) - f_c v = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{g}{\rho}(\zeta - z) \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (۲۲-۲)$$

$$- \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(vu) + \frac{\partial}{\partial y}(vv) + \frac{\partial}{\partial z}(vw) + f_c u = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{g}{\rho}(\zeta - z) \frac{\partial \rho}{\partial y} \quad (۲۳-۲)$$

$$- \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right)$$

مجموعه معادلات (۲۲-۲)، (۲۳-۲) و (۱۳-۲) به عنوان معادلات سه بعدی آب‌های کم عمق شناخته

می‌شوند که برای حل آن می‌توان u و v را از (۲۲-۲) و (۲۳-۲) بدست آورد و از (۱۳-۲) برای تعیین

w استفاده نمود.

۵.۲ انتگرال‌گیری در عمق و استخراج معادلات دوبعدی آب‌های کم

عمق

برای استخراج معادلات دوبعدی آب‌های کم عمق، باید از معادلات ممنوم و پیوستگی (روابط ۲-۲) (۲۲)، (۲۳-۲) و (۱۳-۲) در عمق جریان $(\zeta - Z_b)$ انتگرال گرفته شود. در روند انتگرال‌گیری لازم است از قانون لایبنیتز^۱ استفاده نمائیم که در اینجا تنها به ذکر فرمول آن اکتفا می‌شود:

$$\int_{u_1}^{u_2} \frac{\partial f}{\partial k} dx = \frac{\partial}{\partial k} \int_{u_1}^{u_2} f dx + f(u_1) \frac{\partial u_1}{\partial k} - f(u_2) \frac{\partial u_2}{\partial k} \quad (2-24)$$

با توجه به اینکه در انتگرال‌گیری فوق باید شرایط جریان در مرزهای انتگرال‌گیری (سطح آزاد و بستر) مشخص بوده و در رابطه جایگذاری شود، ابتدا به بررسی شرایط مرزی جریان پرداخته و سپس به نحوه انتگرال‌گیری و استخراج معادلات می‌پردازیم.

۱.۵.۲ شرایط مرزی در کف و سطح آزاد جریان

برای حل معادلات ناویراستوکس و همچنین به منظور اعمال شرایط مرزی در روند انتگرال‌گیری معادلات و رسیدن به فرم دوبعدی معادلات آب‌های کم عمق، لازم است تا شرایط مرزی در مرزهای جریان مشخص باشد که تعداد و نوع شرایط مرزی بسته به نوع جریان متفاوت است. در اینجا تنها به شرایط مرزی در کف و سطح آزاد جریان که برای استخراج شکل دوبعدی معادلات آب‌های کم عمق مورد نیاز است، پرداخته می‌شود.

برای سیال در حال حرکت سرعت در امتداد عمود بر مرز جامد صفر است و لذا داریم:

$$\left[\frac{\partial Z_b}{\partial t} + u \frac{\partial Z_b}{\partial x} + v \frac{\partial Z_b}{\partial y} - w \right]_{z=Z_b} = 0 \quad (2-25)$$

^۱ – Leibniz'law

که در آن Z_b تراز کف می‌باشد و از یک تراز افقی مبنا اندازه‌گیری می‌شود. معادله اخیر برای حالت مرز صلب به شکل ساده زیر تبدیل می‌شود:

$$\left[u \frac{\partial Z_b}{\partial x} + v \frac{\partial Z_b}{\partial y} - w \right]_{z=Z_b} = 0 \quad (26-2)$$

یا

$$u_b \frac{\partial Z_b}{\partial x} + v_b \frac{\partial Z_b}{\partial y} - w_b = 0 \quad (27-2)$$

که در آن اندیس b نشان دهنده مقادیر روی کف آبراهه می‌باشد.

در سطح آزاد جریان نیز شرایط مشابهی برقرار است و سرعت در امتداد عمود بر سطح آزاد صفر است، یعنی:

$$\left[\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} - w \right]_{z=\zeta} = 0 \quad (28-2)$$

یا

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u_s \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v_s \frac{\partial \zeta}{\partial y} - w_s = 0 \quad (29-2)$$

که ζ تراز سطح آب بوده و از تراز مبنای افقی اندازه‌گیری می‌شود و اندیس s نیز نشان دهنده مقادیر در سطح جریان می‌باشد.

در صورتیکه جریان را لزج فرض نمائیم و شرط مرز بدون لغزش را برای کف بکار ببریم، کلیه مولفه‌های سرعت روی کف برابر صفر می‌باشند. یعنی:

$$u_b = v_b = w_b = 0 \quad (30-2)$$

در روی سطح آزاد فشار را برابر فشار اتمسفر در نظر گرفته، از نیروهای کشش سطحی صرف‌نظر می‌کنیم:

$$[p]_{z=\zeta} = p_a \quad (31-2)$$

۲.۵.۲ معادلات آب‌های کم عمق در حالت متوسط‌گیری شده در عمق

به منظور استخراج شکل دوبعدی معادلات آب‌های کم عمق، با استفاده از قانون لایبنیتز و شرایط مرزی ذکر شده در بخش قبل، از معادلات پیوستگی و ممنتوم انتگرال‌گیری می‌شود. با انتگرال‌گیری از رابطه پیوستگی (۲-۱۳) در عمق جریان، داریم:

$$\int_{z_b}^{\zeta} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] dz = \int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial v}{\partial y} dz + w \Big|_{z_b}^{\zeta} = \quad (32-2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{z_b}^{\zeta} u dz - u_s \frac{\partial \zeta}{\partial x} + u_b \frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_b}^{\zeta} v dz - v_s \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v_b \frac{\partial z_b}{\partial y} + w_s - w_b$$

اگر متوسط مقادیر u و v در عمق که با روابط زیر تعریف می‌شوند را با $\tilde{u}$ و $\tilde{v}$ نشان دهیم، داریم:

$$\tilde{u} = \frac{1}{h} \int_{z_b}^{\zeta} u dz \quad (33-2)$$

$$\tilde{v} = \frac{1}{h} \int_{z_b}^{\zeta} v dz \quad (34-2)$$

با جایگذاری روابط (۲-۳۳)، (۲-۳۴) و مقادیر w در سطح جریان و کف (روابط (۲-۲۷) و (۲-۲۹)) در (۲-۳۲)، فرم انتگرال‌گیری شده رابطه پیوستگی در عمق به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\tilde{u}h) + \frac{\partial}{\partial y} (\tilde{v}h) = 0 \quad (35-2)$$

به طریق مشابه برای معادلات ممنتوم نیز در جهت‌های x و y عمل می‌شود. با این تفاوت که در این روابط جملات غیرخطی نیز وجود دارند. برای انتگرال‌گیری از این جملات مقادیر سرعت‌ها را به صورت جمع یک مقدار متوسط‌گیری شده در عمق و انحراف از مقدار متوسط در نظر می‌گیریم. با فرض عدم تغییرات فشار اتمسفر در جهت‌های x و y فرم دوبعدی معادلات آب‌های کم عمق بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial t}(h\tilde{u}) + \frac{\partial}{\partial x}(h\tilde{u}\tilde{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(h\tilde{u}\tilde{v}) - f_c h\tilde{v} = -gh \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{gh^2}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} - \quad (36-2)$$

$$\frac{1}{\rho} \tau_{bx} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x}(hT_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(hT_{xy}) \right) + F_x$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(h\tilde{v}) + \frac{\partial}{\partial x}(h\tilde{u}\tilde{v}) + \frac{\partial}{\partial y}(h\tilde{v}\tilde{v}) + f_c h\tilde{u} = -gh \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{gh^2}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} - \quad (37-2)$$

$$\frac{1}{\rho} \tau_{by} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x}(hT_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(hT_{yy}) \right) + F_y$$

T_{ij} نیز بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$T_{ij} = \frac{1}{h} \int_{z_b}^{\zeta} \rho \left\{ v \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} + (u_i - \tilde{u}_i)(u_j - \tilde{u}_j) \right\} dz \quad (38-2)$$

که ترم اول آن مربوط به تنش‌های نیوتنی در اثر لزجت سیال، ترم دوم مربوط به تنش‌های رینولدزی در اثر آشفتگی و ترم سوم مربوط به تنش‌های حاصل از انحراف سرعت‌ها در عمق از مقادیر میانگین می‌باشد.

۳.۵.۲ نیروی اصطکاک بستر

تنش اصطکاکی که بستر بر جریان وارد می‌کند یکی از مواردی است که در جریان آب‌های کم عمق نامشخص بوده و باید برحسب سایر پارامترها تعیین شود. واضح است که مشخصات این تنش به خصوصیات آشفتگی جریان که بصورت سه‌بعدی می‌باشد، بستگی دارد. در معادلات سه‌بعدی آب‌های کم‌عمق ((۲۲-۲)، ((۲۳-۲) و ((۱۳-۲) با اعمال شرایط مرزی که شرح داده شد، مقدار تنش کف از معادلات محاسبه می‌شود ولی در معادلات دوبعدی متوسط‌گیری شده در عمق (معادلات ((۳۵-۲)، ((۳۶-۲) و ((۳۷-۲) این امر امکان پذیر نیست. معمولاً در آب‌های کم عمق تنش بستر را تابعی از توان دوم سرعت متوسط در عمق جریان در نظر می‌گیرند؛ و جهت تنش نیز در جهت بردار سرعت فرض می‌شود. بنابراین مولفه‌های تنش کف در جهت‌های x و y بدین صورت بیان می‌شود [۸]:

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho} = c_f \tilde{u} \sqrt{\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2} \quad (39-2)$$

$$\frac{\tau_{by}}{\rho} = c_f \tilde{v} \sqrt{\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2} \quad (۴۰-۲)$$

که در آن c_f ضریب مقاومت بستر می‌باشد. معمولاً از ضریب زبری مانینگ یا ضریب دارسی وایسباخ برای محاسبه تنش بستر استفاده می‌شود، بدین منظور می‌توان طبق رابطه زیر c_f را برحسب پارامتر زبری مورد نظر بدست آورد:

$$\frac{C^2}{g} = \frac{8}{f} = \frac{R^{\frac{1}{3}}}{n^2 g} = \frac{1}{C_f} \quad (۴۱-۲)$$

در این رابطه C ضریب شزی، f ضریب دارسی وایسباخ، R شعاع هیدرولیکی (که می‌توان آن را برابر با عمق در نظر گرفت) و n ضریب زبری مانینگ می‌باشد.

۴.۵.۲ فرم بقائی معادلات متوسط عمقی آب‌های کم عمق

معادلات بقائی آب‌های کم عمق برای یک آبراهه با بستر صلب و با صرف نظر کردن از نیروهای محرک، نیروی کوریولیس و تنش‌های نیوتنی، آشفتگی و انحراف از سرعت میانگین و تغییرات چگالی در پلان، بصورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\tilde{u}h) + \frac{\partial}{\partial y}(\tilde{v}h) = 0 \quad (۴۲-۲)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(h\tilde{u}) + \frac{\partial}{\partial x}(h\tilde{u}\tilde{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(h\tilde{u}\tilde{v}) + gh\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\tau_{bx} = 0 \quad (۴۳-۲)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(h\tilde{v}) + \frac{\partial}{\partial x}(h\tilde{u}\tilde{v}) + \frac{\partial}{\partial y}(h\tilde{v}\tilde{v}) + gh\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{1}{\rho}\tau_{by} = 0 \quad (۴۴-۲)$$

حذف نیروهای فوق علاوه بر اینکه باعث ساده‌سازی معادلات و صرف زمان کمتری برای حل آنها می‌شود، جواب‌های قابل قبولی را نیز بدست می‌آورند. از جمله محققینی که با حذف این نیروها، از معادلات آب‌های کم عمق برای مدلسازی استفاده کردند می‌توان گیلو و نگوین، وانگ و همکاران، چانگ و همکاران و بلوس و هریسانتو^۱ را نام برد [۹،۱۰،۴،۳]. علامتین و جعفرزاده نشان دادند که

۱ – Bellos and Hrisanthou

حذف جملات آشفتگی تاثیر چندانی بر نتایج نمی‌گذارد [۱۱]. روابط فوق را می‌توان با توجه به صلب بودن کف آبراهه به فرم برداری زیر نمایش داد:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} = G \quad (۴۵-۲)$$

که در آن:

$$W = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix} \quad (۴۶-۲)$$

$$F_x = \begin{bmatrix} hu \\ u^2 h + \frac{gh^2}{2} \\ huv \end{bmatrix} \quad (۴۷-۲)$$

$$F_y = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ v^2 h + \frac{gh^2}{2} \end{bmatrix} \quad (۴۸-۲)$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ gh \frac{\partial Z_b}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} \\ gh \frac{\partial Z_b}{\partial y} + \frac{\tau_{by}}{\rho} \end{bmatrix} \quad (۴۹-۲)$$

۶.۲ جمع بندی

در این فصل ابتدا به بیان معادلات حاکم بر حرکت سیال و سپس به حل معادلات رینولدز پرداختیم. در ادامه با در نظر گرفتن فرضیاتی و انتگرال‌گیری از معادلات پیوستگی و ممنوم معادلات سه‌بعدی آب‌های کم عمق را استخراج کردیم سپس با توجه به شرایط مرزی و انتگرال‌گیری در عمق و صرف نظر از بعضی نیروها، معادلات دوبعدی آب‌های کم را بدست آوردیم. در فصل آینده به بررسی روش‌های عددی برای گسسته‌سازی این معادلات می‌پردازیم. در ادامه گسسته‌سازی این معادلات به روش حجم محدود *Roe* انجام می‌گیرد.

فصل سوم

روش‌های عددی حل معادلات

۱.۳ مقدمه

از آنجا که معادلات حاکم بر حرکت سیال بصورت دستگاه معادلات غیرخطی می‌باشد، حل تحلیلی آنها جز در حالت‌های بسیار ساده، ممکن نیست. لذا باید این معادلات را بصورت عددی حل نمود. روش‌های متفاوتی برای حل عددی این معادلات وجود دارد که عبارتند از: روش اختلاف محدود^۱، روش اجزاء محدود^۲، روش حجم محدود^۳، روش اجزاء مرزی^۴ و روش طیفی^۵.

برای حل عددی معادلات لازم است تا میدان جریان به المان‌های کوچک تقسیم شده و معادلات دیفرانسیل حاکم به نحوی بصورت معادلات جبری بین مقادیر متغیرهای مورد نظر در المان‌های مختلف نوشته شده و سپس این معادلات جبری حل شوند. به عبارت دیگر باید یک شبکه محاسباتی^۶ در میدان جریان تولید گردد. برای تولید شبکه محاسباتی روش‌های مختلفی وجود دارد که با توجه به پیچیدگی میدان حل و روش عددی مورد استفاده نوع آن انتخاب می‌گردد.

پس از تولید شبکه محاسباتی باید معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله به مجموعه‌ای از معادلات جبری تبدیل شود. در این معادلات جبری مقادیر متغیر یا متغیرهای مورد نظر در المان‌ها به عنوان مجهولات بوده و با حل این معادلات جبری مقادیر مجهول در میدان حل بدست می‌آیند. از دیرباز محققین روش‌های مختلفی را برای تبدیل معادلات دیفرانسیل به روابط جبری ابداع نموده‌اند که به آنها روش‌های منفصل‌سازی یا گسسته‌سازی^۷ معادلات گفته می‌شود. از میان روش‌های مختلفی که برای منفصل‌سازی معادلات به کار می‌رود، روش‌های اجزاء محدود، اختلاف محدود و خصوصاً حجم

۱- Finite Difference

۲- Finite Element

۳- Finite Volume

۴- Boundary Element

۵- Spectral

۶- Computational Mesh (Grids)

۷- Discretization

محدود، بیشتر از سایر روش‌ها در حل معادلات مربوط به حرکت سیالات مورد استفاده قرار گرفته است. در این فصل بطور خلاصه به مبانی این روش‌ها پرداخته می‌شود و سپس معادلات آب‌های کم عمق با استفاده از روش حجم محدود با شبکه بی‌سازمان منفصل‌سازی می‌شود.

۲.۳ روش اجزاء محدود

روش اجزاء محدود یکی از روش‌های کارآمد در حل معادلات دیفرانسیل می‌باشد که خصوصاً برای حل معادلات در هندسه‌های پیچیده توانایی بسیار زیادی دارد. در این روش میدان حل به المان‌های کوچکی تقسیم می‌شود و سپس به کمک روش تغییرات^۱ یا باقیمانده‌ی وزنی^۲ برای هر المان یک معادله نوشته می‌شود. بدین ترتیب برای مجموعه المان‌ها یک دستگاه معادلات جبری بوجود می‌آید که با حل آن متغیرهای مورد نظر محاسبه می‌شوند. توسعه روش اجزاء محدود و تکنیک‌های عددی آن، نتیجه تحقیقات زیاد در زمینه حل مسائل استاتیکی و الاستیسیته بوده که در حل سازه‌های پیچیده لازم بود آنها را به قطعات و المان‌های ساده‌تری تبدیل کنند. به تدریج و با ابداع روش باقیمانده‌ی وزنی و گالرکین^۳، روش اجزاء محدود در سایر رشته‌ها و برای حل انواع معادلات دیفرانسیل بکار گرفته شد و اکنون به عنوان یکی از روش‌های مهم در حل معادلات دیفرانسیل شناخته می‌شود.

۳.۳ روش اختلافات محدود

مبنای کار روش اختلافات محدود سری تیلور است. بر اساس سری تیلور مقدار تابع f در نقطه $x_0 - \Delta x$ بر اساس تابع f و مشتقات آن در نقطه x_0 بصورت زیر نوشته می‌شود [۱۲].

۱- Variable method

۲- Weighted Residual method

۳- Galerkin method

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta x \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} + \frac{\Delta x^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x_0} + \dots + \frac{\Delta x^n}{n!} \left. \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \right|_{x_0} + O(\Delta x^{n+1}) \quad (۱-۳)$$

در این روش، میدان جریان به مجموعه نقاط شبکه‌ای تجزیه می‌شود و تابع‌های پیوسته (سرعت، فشار و ...) با مقادیر گسسته این تابع‌ها در نقاط شبکه تقریب زده می‌شود. مشتق این تابع‌ها با استفاده از اختلاف بین مقدار آنها در نقاط شبکه‌ای مجاور که با فاصله بین شبکه‌ها (Δx) جدا می‌شود، تقریب زده می‌شود. از جمله محققینی که از این روش استفاده کردند می‌توان ووانگ و همکاران، هسو و همکاران و لی و زنگ را نام برد [۱۴، ۱۳، ۴].

۴.۳ روش حجم محدود

روش حجم محدود، یکی از قدیمی‌ترین و معمول‌ترین روش‌های حل معادلات حرکت سیالات است. در این روش با نگرش اولری بر حرکت سیال، معادلات سیال در داخل یک حجم کنترل انتگرال‌گیری شده و با منفصل‌سازی معادلات، روابط جبری جایگزین معادلات دیفرانسیل می‌گردد. با حل دستگاه معادلات جبری حاصله، پارامترهای موردنظر در محل‌های مشخص شده، بدست می‌آید. معادله کلی حمل بصورت زیر است:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \vec{V} \cdot (w \vec{V}) = \vec{V} \cdot (\Gamma \text{grad} w) + G_w \quad (۲-۳)$$

که در آن w پارامتر مجهول، $\vec{V}$ بردار سرعت جریان، Γ ضریب پخش و G_w کل عبارات چشمه و چاه مربوط به w می‌باشد.

۱.۴.۳ جداسازی معادلات در روش حجم محدود با استفاده از شبکه بی-

سازمان مثلثی

یکی از روش‌های معمول در برخورد با هندسه‌های پیچیده استفاده از شبکه بی‌سازمان می‌باشد. بدلیل طبیعت بی‌سازمان، در این نوع شبکه می‌توان المان‌ها را با شکل‌های متفاوتی در میدان با هر

پیچیدگی هندسی تولید نمود. برای حل معادلات در این نوع شبکه باید از روش‌های متناسب با آن استفاده کرد. یکی از روش‌های حل معادلات در هندسه‌های پیچیده استفاده از روش حجم محدود با شبکه بی‌سازمان مثلثی می‌باشد. در روش حجم محدود، همانگونه که قبلاً گفته شد از معادلات در داخل حجم کنترل انتگرال‌گیری می‌شود. فرم کلی معادله حمل در حالت دوبعدی برای متغیر w بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial w}{\partial y} \right) + G(x, w) \quad (3-3)$$

در این رابطه F_x و F_y شار انتقالی در جهت x و y و ν ضریب پخش می‌باشد. با جداسازی زمانی معادله فوق داریم:

$$\frac{w^{n+1} - w^n}{\Delta t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial w}{\partial y} \right) + G \quad (4-3)$$

در این معادله w^n مقدار متغیر بقائی در زمان t^n و Δt گام زمانی می‌باشد. با استفاده از روش جداسازی متکی به بالادست و انتگرال‌گیری از معادله (4-3) بر روی سلول C_i داریم:

$$\int_{C_i} \frac{w^{n+1} - w^n}{\Delta t} dA + \int_{C_i} \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} \right) dA = \int_{C_i} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right) dA + \int_{C_i} G dA \quad (5-3)$$

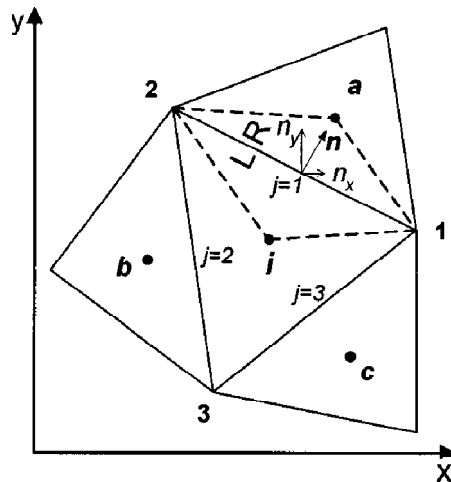
با اعمال قضیه دیورژانس گوس برای تبدیل انتگرال سطح به خط در ترم‌های انتقال و پخش در معادله (5-3) داریم:

$$A_i \frac{w^{n+1} - w^n}{\Delta t} + \int_{L_i} (F_x \tilde{n}_x + F_y \tilde{n}_y) dL = \int_{L_i} \left(\left(\nu \frac{\partial w}{\partial x} \right) \tilde{n}_x + \left(\nu \frac{\partial w}{\partial y} \right) \tilde{n}_y \right) dL + \int_{C_i} G dA \quad (6-3)$$

که در آن A_i و L_i به ترتیب مساحت و مرز سلول C_i و $\tilde{n}_x$ و $\tilde{n}_y$ بردار یکه در جهت‌های x و y بر مرز L_i می‌باشند که به سمت خارج مرز اشاره می‌کند (شکل (3-1)). برای محاسبه جمله دوم در معادله (6-3) انتگرال شار بر روی مرز سلول بصورت مجموع انتگرال بر روی وجوه L_{ij} نوشته می‌شود:

$$\int_{L_i} (F_x \tilde{n}_x + F_y \tilde{n}_y) dL = \sum_{j=1}^{K_i} \int_{L_{ij}} (F_x \tilde{n}_x + F_y \tilde{n}_y) dL \quad (7-3)$$

که در این رابطه L_{ij} طول مشترک بین سلول‌های G_i و G_j و K_i نشان دهنده تعداد سلول‌هایی است که با سلول G_i مرز مشترک دارند (که با توجه به شبکه مثلثی ۳ است).



شکل (۱-۳) : نمونه سلول حجم کنترل

۵.۳ جداسازی معادلات آب‌های کم عمق با روش حجم محدود

در این پایان‌نامه از روش حجم محدود با استفاده از جداسازی متکی به بالادست در مکان برای حل معادله (۴۵-۲) استفاده می‌شود. روش مرتبه اول صریح برای جداسازی معادله (۴۵-۲) در زمان به صورت زیر می‌باشد [۱۵]:

$$\frac{W^{n+1} - W^n}{\Delta t} + \left. \frac{\partial F_x}{\partial x} \right|^n + \left. \frac{\partial F_y}{\partial y} \right|^n = \sum_{k=1}^3 G_k^n \quad (8-3)$$

در این رابطه شار پخش و جملات چشمه در زمان t^n محاسبه می‌شوند. برای حفظ پایداری روش، گام زمانی بوسیله شرط پایداری CFL^1 به صورت زیر محدود می‌شود:

$$CFL < 1$$

۱ - Courant-Friedrich-Levy Condition

با در نظر گرفتن عددی کوچکتر از یک برای CFL، آنگاه می‌توان Δt مناسب را بصورت زیر تعیین نمود:

$$\Delta t_i = CFL \frac{d_i}{|U|_i + \sqrt{gh_i}} \quad (9-3)$$

در این رابطه $d_i = \frac{A_i}{P_i}$ نسبت مساحت به محیط هر سلول و $|U|_i$ اندازه بردار سرعت در نقطه N_i می‌باشد. در مسائل غیر دائمی شرط (9-3) برای تمامی مسئله به صورت کلی اعمال می‌گردد. به این معنی که برای همه سلول‌ها گام زمانی یکسان می‌باشد. در این حالت برای اینکه پایداری در تمام سلول‌ها حفظ شود گام زمانی برابر کمینه گام‌های زمانی فضای حل در نظر گرفته می‌شود:

$$\Delta t_{unsteady} = \min(\Delta t_i) \quad (10-3)$$

برای جداسازی در فضای فیزیکی، با انتگرال‌گیری از معادله (8-3) بر روی سلول C_i داریم:

$$\int_{C_i} \frac{W^{n+1} - W^n}{\Delta t} dA + \int_{C_i} \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} \right) dA = \sum_{k=1}^3 \int_{C_i} G_k dA \quad (11-3)$$

در این رابطه جمله شار و چشمه در زمان t^n با توجه به دقت روش عددی مورد استفاده در زمان محاسبه می‌شوند. با اعمال قضیه دیورژانس گوس بر انتگرال شار جابجایی در رابطه (11-3) داریم:

$$A_i \frac{W_i^{n+1} - W_i^n}{\Delta t} + \int_{L_i} (F_x \tilde{n}_x + F_y \tilde{n}_y) dL = \sum_{k=1}^3 \int_{C_i} G_k dA \quad (12-3)$$

در این رابطه W_i^n مقدار میانگین متغیر W در سلول C_i در زمان t^n ، L_i مرز سلول و $\tilde{n} = (\tilde{n}_x, \tilde{n}_y)$ بردار یکه عمود بر سطح L_i می‌باشد. برای محاسبه جمله دوم در رابطه (12-3) انتگرال شار روی مرز سلول به صورت مجموع انتگرال بر روی سطوح L_{ij} نوشته می‌شود:

$$\int_{L_i} (F_x \tilde{n}_x + F_y \tilde{n}_y) dL = \sum_{j=1}^{K_i} \int_{L_{ij}} (F_x \tilde{n}_x + F_y \tilde{n}_y) dL \quad (13-3)$$

برای تخمین مقادیر واقعی شار F در مرزهای سلول C_i ، شار عددی $\emptyset$ تعریف می‌شود و رابطه (13-3) بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\int_{L_i} (F_x \tilde{n}_x + F_y \tilde{n}_y) dL = \sum_{j=1}^{K_i} \phi_{ij}(W_i, W_j, n_{ij}) \quad (۱۴-۳)$$

که در آن ϕ_{ij} مقدار شار عددی در وجه سلول ij است. در روش متکی به بالادست این شار با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۱]:

$$\phi_{ij}(W_i, W_j, n_{ij}) = \frac{z(W_i, n_{ij}) + z(W_j, n_{ij})}{2} - \frac{1}{2} |Q(W_i, W_j, n_{ij})| (W_j - W_i) \quad (۱۵-۳)$$

در این رابطه Z مجموع شار عمودی عبوری از مرز مشترک دو سلول می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Z = F_x n_x + F_y n_y \quad (۱۶-۳)$$

توجه شود که تعریف شار عمودی Z شامل طول وجه سلول می‌باشد؛ که برابر با اندازه بردار عمود بر وجه است، $(|n_{ij}|)$. ماتریس $|Q|$ در معادله (۱۵-۳) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$|Q| = X|D|X^{-1} \quad (۱۷-۳)$$

در این رابطه $|D|$ ماتریسی قطری می‌باشد که درایه‌های آن قدر مطلق مقادیر ویژه ماتریس Q می‌باشد. ماتریس‌های X و $|D|$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$|D| = \begin{bmatrix} |\tilde{\lambda}_1| & 0 & 0 \\ 0 & |\tilde{\lambda}_2| & 0 \\ 0 & 0 & |\tilde{\lambda}_3| \end{bmatrix} ; \quad X = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -\tilde{n}_y & \tilde{U}_x + \tilde{c}\tilde{n}_x & \tilde{U}_x - \tilde{c}\tilde{n}_x \\ \tilde{n}_x & \tilde{U}_y + \tilde{c}\tilde{n}_y & \tilde{U}_y - \tilde{c}\tilde{n}_y \end{bmatrix}$$

$$\tilde{U}_x = \frac{\tilde{q}_x}{\tilde{h}} ; \quad \tilde{U}_y = \frac{\tilde{q}_y}{\tilde{h}} \quad (۱۸-۳)$$

در این رابطه متغیرها میانگین‌گیری شده و به صورت $(\tilde{h}, \tilde{q}_x, \tilde{q}_y, \tilde{c})$ نشان داده شده‌اند. مقادیر ویژه ماتریس Q به صورت زیر می‌باشند:

$$\tilde{\lambda}_1 = n_x \tilde{U}_x + n_y \tilde{U}_y ; \quad \tilde{\lambda}_2 = \tilde{\lambda}_1 + \tilde{c}L_{ij} ; \quad \tilde{\lambda}_3 = \tilde{\lambda}_1 - \tilde{c}L_{ij} \quad (۱۹-۳)$$

۱.۵.۳ روش مرتبه اول متکی به بالادست Roe

روش Roe حالت خطی مسئله ریمان را بصورت دقیق در سطح تماس دو سلول حل می‌کند [۱۶]. در این کار مقادیر میانگین Roe بصورتی انتخاب می‌شوند که در رابطه زیر صدق کنند:

$$F_j - F_i = A(\tilde{W}_{Roe})(W_j - W_i) \quad (۲۰-۳)$$

در این رابطه $\tilde{W}_{Roe}$ میانگین متغیر بقای به روش Roe می‌باشد. برای برقراری رابطه (۲۰-۳) میانگین متغیرها در روش Roe بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tilde{U}_x = \frac{\sqrt{h_i}U_{x,i} + \sqrt{h_j}U_{x,j}}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_j}} ; \quad \tilde{U}_y = \frac{\sqrt{h_i}U_{y,i} + \sqrt{h_j}U_{y,j}}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_j}} ; \quad \tilde{h} = \sqrt{h_i h_j} ; \quad \tilde{c} = \sqrt{g \frac{h_i + h_j}{2}} \quad (۲۱-۳)$$

که در آن $U_{x,i}$ و $U_{y,i}$ سرعت‌های جریان در سلول i به ترتیب در جهت x و y هستند. همچنین h_i عمق آب در سلول i و $\tilde{c}$ میانگین سرعت موج می‌باشد.

۲.۵.۳ تنظیم مقادیر ویژه

روش عددی Roe در نواحی که یکی از مقادیر ویژه صفر باشد، نتایج مناسبی برای شار عددی در هر وجه سلول بدست نمی‌دهد. هارتن پیشنهاد کرده است در این نواحی قدر مطلق مقادیر ویژه بصورت زیر اصلاح شود [۱۷]:

$$|\lambda|_r = \begin{cases} |\lambda| & \text{if } |\lambda| > \varepsilon \\ \frac{\lambda^2 + \varepsilon^2}{2\varepsilon} & \text{if } |\lambda| < \varepsilon \end{cases} \quad (۲۲-۳)$$

در این رابطه ε یک مقدار کوچک می‌باشد. همچنین روش‌های دیگری نیز برای تنظیم مقادیر ویژه وجود دارد. اما روش هارتن بصورت گسترده‌ای بکار برده شده است و در بسیاری از حل‌کننده‌های عددی نتایج مناسبی را نشان داده است. مقدار ε در هر سلول بصورت رابطه (۲۳-۳) محاسبه می‌شود [۱۸]:

$$\varepsilon_{ij} = 0.1\sqrt{gh_{ij}}|n_{ij}| \quad (3-23)$$

توجه شود که تنها مقدار قدر مطلق مقادیر ویژه در روش عددی اصلاح می‌شود و بنابراین این کار فقط بر روی بخش متکی به بالادست شار عددی (رابطه (3-15)) تأثیر می‌گذارد.

۳.۵.۳ شرایط مرزی

در معادلات آب‌های کم عمق دو نوع شرط مرزی وجود دارد: الف- شرط مرزی دیوار ب- شرط مرزی باز

۱.۳.۵.۳ شرط مرزی دیوار

در اینجا از شرط مرزی لغزشی استفاده می‌شود که هزینه محاسباتی را کاهش می‌دهد. در این حالت، سرعت عمود بر دیواره صفر در نظر گرفته می‌شود و بر مولفه دیگر سرعت شرطی اعمال نمی‌شود.

۲.۳.۵.۳ شرط مرزی باز

در معادلات آب‌های کم عمق، نحوه انتقال اطلاعات به علامت مقادیر ویژه جاکوبین ماتریس شار عمودی که بوسیله رابطه (3-19) بدست می‌آیند، بستگی دارد. با توجه به علامت مقادیر ویژه، چهار نوع شرط مرزی مختلف می‌تواند ایجاد شود: الف- شرط فوق‌بحرانی ورودی ب- شرط زیربحرانی ورودی ج- شرط زیربحرانی خروجی د- شرط فوق‌بحرانی خروجی.

الف- شرط فوق‌بحرانی ورودی : این حالت زمانی ایجاد می‌شود که جریان به فضای حل وارد شود ($\lambda_1 < 0$) و سرعت موج کمتر از سرعت عمودی سیال در مرز باز باشد ($\lambda_2, \lambda_3 < 0$). در این حالت همه مقادیر ویژه منفی هستند و هر سه خط مشخصه به داخل فضای حل وارد می‌شوند و بنابراین سه شرط مرزی باید ایجاد شود.

ب- شرط زیربحرانی ورودی : این حالت زمانی ایجاد می‌شود که جریان به فضای حل وارد شود ولی سرعت موج بزرگتر از سرعت سیال باشد؛ در نتیجه دو مقدار ویژه منفی ($\lambda_1, \lambda_3 < 0$) و یکی از مقادیر ویژه مثبت می‌باشد ($\lambda_2 > 0$). در این حالت دو خط مشخصه به داخل فضای حل وارد می‌شوند و بنابراین فقط دو شرط مرزی باید اعمال شود.

ج- شرط زیربحرانی خروجی : این حالت زمانی ایجاد می‌شود که جریان از مرز خارج شود و سرعت موج بزرگتر از سرعت سیال باشد؛ در نتیجه دو مقدار ویژه مثبت ($\lambda_1, \lambda_2 > 0$) و فقط یکی از مقادیر ویژه منفی است ($\lambda_3 < 0$). در این حالت فقط یک خط مشخصه به داخل فضای حل وارد می‌شود و بنابراین تنها یک شرط مرزی مورد نیاز است؛ که در این حالت معمولاً عمق جریان به عنوان شرط مرزی در نظر گرفته می‌شود.

د- شرط فوق‌بحرانی خروجی : در این حالت همه مقادیر ویژه مثبت می‌باشند؛ در نتیجه همه اطلاعات به خارج از فضای حل می‌روند و نیازی به اعمال شرط مرزی نیست.

۶.۳ جمع بندی

در این فصل روش‌های عددی حل معادلات آب‌های کم عمق بیان شد. سپس جداسازی این معادلات با استفاده از مدل عددی حجم محدود به روش متکی به بالادست *Roe* انجام شد. در فصل آینده لزوم مطالعه تقسیم جریان در کانال‌های باز بیان می‌شود و در ادامه به بررسی مطالعات انجام شده در این زمینه می‌پردازیم.

فصل چهارم

سابقه تحقیقاتی جریان در تقاطع T شکل کانال‌های باز

۱.۴ مقدمه

عبور طوفان‌های شدید از مناطق شهری می‌تواند منجر به جاری شدن سیل در خیابان‌ها شود. در طی سیلاب‌های شهری جریان در محل تقاطع کانال‌ها ترکیب یا تقسیم می‌شود و این فرایند منجر به وجود آمدن خصوصیات پیچیده دو یا سه‌بعدی جریان مانند پرش، موج و منطقه‌های چرخشی^۱ و بازگشتی^۲ می‌شود. تعیین خصوصیات جریان در این نواحی به دلیل معلوم نبودن مقدار دبی در شاخه-ها پیچیده است. بسته به شرایط مرزی پایین دست، جریان در محل تقاطع ممکن است فوق‌بحرانی، زیربحرانی یا گذر از بحرانی^۳ باشد.

با توجه به تاثیر مهم فرآیندهای هیدرولیکی جریان بر روی نحوه طراحی و عملکرد سازه‌ها، باید بطور موثری این فرآیندها شناسایی و ارزیابی شوند. این توانایی باید از درک ماهیت فرآیندها و شناخت روش‌ها جهت پیشگویی کمی آنها حاصل شود. با این کارشناسی می‌توان شرایط جریان را بطور قابل اعتمادی پیشگویی کرد و از عملکرد صحیح سازه‌های مورد نظر اطمینان حاصل کرد. پیشگویی مناسب شرایط جریان باعث جلوگیری از خسارات مادی و کاهش خطرپذیری احداث سازه‌های مرتبط با جریان سیال می‌گردد. از اینرو مطالعه مشخصات جریان در محل تقاطع کانال‌ها و نحوه توزیع جریان، در طراحی شبکه‌های جمع‌آوری آب‌های سطحی و حفاظت از سیل بسیار مهم است. این مطالعات کاربردی مستقیم در طراحی سیستم جمع‌آوری آب‌های سطحی، شبکه آبیاری کانال‌های باز و سیستم زهکشی دارد.

تیلور در سال ۱۹۴۴ اولین فردی بود که مساله تقسیم جریان را با استفاده از تحلیل داده‌های آزمایشگاهی مطالعه کرد [۱۹]. او از تجزیه و تحلیل حرکت سیال معادله‌ای برای پیش‌بینی نسبت عمق بدست آورد. مطالعات او به دلیل نبود کنترل برروی جریان ورودی به انشعاب کاربرد محدودی

۱- Recirculation Zone

۲- Reflection Zone

۳ - Transcritical

دارد. یکی از اولین مطالعات انجام شده بر روی تقاطع T شکل در حالت جریان فوق بحرانی بوسیله باورز در سال ۱۹۵۰ انجام شده است [۲۰]. او نشان داد که شکل گیری پرش هیدرولیکی در کانال ورودی تقاطع به مشخصات هندسی تقاطع و مشخصات جریان کانال بالادست بستگی دارد و در صورت عدم ایجاد پرش هیدرولیکی، امواجی در محل تقاطع ایجاد می گردد. همچنین باورز نشان داد که کاهش دبی جریان در کانال اصلی ورودی، باعث می شود که پرش هیدرولیکی در کانال منقطع به سمت بالادست و در کانال ممتد به سمت پایین دست حرکت کند. لا و رینولدز در سال ۱۹۶۶ هر دو مدل آزمایشگاهی و تحلیلی را برای مطالعه تقسیم جریان ها استفاده کردند [۲۱]. آنها با استفاده از معادله ممنتوم و انرژی به توصیف خصوصیات جریان بصورت یک بعدی پرداختند. رامامورتی و همکاران در سال ۱۹۸۸ دریافتند که اگر در کانالی با انشعاب کوتاه، عدد فرود پایین دست بیش از یک مقدار حدی باشد، منطقه چرخشی غیر غوطه وری^۱ در جریان انشعاب دیده می شود [۲۲]. آنها با فرض جریان بحرانی در مقطع با حداکثر انقباض عرضی در منطقه چرخشی، رابطه ای برای نرخ عمق پایین دست به بالادست، نرخ دبی پایین دست به بالادست و عدد فرود بالادست بدست آوردند. هاگر در سال ۱۹۸۹ مطالعات گسترده ای در تقسیم جریان در تقاطع T شکل انجام داد و روش هایی برای پیش بینی افزایش عمق در محل تقاطع جریان ارائه داد [۲۳]. هاگر نشان داد که هر دو جریان ورودی به تقاطع با رسیدن به اولین لبه موج تیز ایستا منحرف می شوند و با استفاده از این موضوع توصیف دقیقی از مشخصات جریان در محل تقاطع T شکل ارائه داد. رامامورتی و همکاران در سال ۱۹۹۰ با فرض عدم از دست دادن انرژی در امتداد خط جریان در تقسیم جریان، بیانی برای نرخ انتقال ممنتوم از کانال اصلی به جانبی بدست آوردند [۲۴]. برای اعداد فرود بین ۰ و ۰.۷۵ مدل آنها با داده های آزمایشگاهی تطابق دارد. هاگر و همکارش در سال ۱۹۹۲ ضریب کاهش انرژی در تقسیم جریان را بدست آورد [۲۵]. آنها با فرض جریان بحرانی در مقطع حداکثر انقباض عرضی، نتیجه گرفت که ضریب دبی انشعاب تابعی ساده از عدد فرود بالادست و نرخ دبی پایین دست به بالادست است.

۱- Unsubmerged

تقسیم جریان به صورت سه بعدی نیز توسط نیری و همکاران در سال ۱۹۹۳ مورد مطالعه قرار گرفت [۲۶]. آنها اثر زبری بستر در تقسیم جریان را بررسی کردند و به شباهت جریان مورد مطالعه و جریان در خم اشاره کردند. هسو مطالعات گسترده ای در زمینه تقسیم جریان در کانال های باز انجام داده است. او و همکارانش در سال ۱۹۹۸ روشی ترکیبی حرکت/ممنتوم را برای بدست آوردن نسبت عمق تشریح کردند [۲۷]. آنها علاوه بر تخمین نسبت عمق بالادست/پایین دست، منطقه جدایی و انقباض جریان در گذر از منطقه جداسازی را در جریان یک بعدی بررسی کردند. همچنین در همان سال بررسی زاویه اتصال 45° ، 30° و 60° را به مطالعات خود اضافه کردند [۲۸]. آنها با توسعه مدل یک بعدی خود به پیش بینی عمق آب در بالادست محل اتصال جریان زیر بحرانی در کانال های باز پرداختند، همچنین ضریب تصحیح انرژی و ممنتوم را در انتهای پایین دست منطقه جدایی محاسبه کردند. هسو و همکاران در سال ۲۰۰۲ به بررسی جریان زیر بحرانی در تقاطع T شکل کانال های باز با عرض برابر پرداختند و رابطه ای برای عمق تخلیه و ضریب کاهش انرژی در تقسیم جریان پیشنهاد کردند [۲۹]. وبر و همکاران (۲۰۰۱) ترکیب جریان در کانال باز 90° درجه را بصورت تجربی بررسی کردند [۳۰]. آنها اطلاعات خود را در سه بعد متشکل از مجموعه ای از سه مولفه سرعت، تنش آشفتگی و تغییرات سطح آب ارائه دادند. رامامورتی و همکاران (۲۰۰۷) تقسیم جریان در کانال های باز را بصورت سه بعدی بطور تجربی و عددی بررسی کردند [۳۱]. میگنات و همکاران در سال ۲۰۰۸ جریان در تقاطع دو کانال را بصورت آزمایشگاهی و عددی بررسی کردند [۳۲]. آنها چهار الگو برای جریان زیر بحرانی در تقاطع دو کانال ارائه دادند. در سال ۲۰۱۱ الکدی عبد رضاک و همکاران به صورت آزمایشگاهی به تشریح الگوهای جریان در تقاطع سه کانال پرداختند [۳۳]. آنها چهار الگوی جریان را بسته به طول و موقعیت امواج و پرش های هیدرولیکی که در عرض کانال جانبی و اصلی توسعه یافته اند، معرفی کردند.

۲.۴ مطالعات الکدی عبدرضاک و همکاران

در این بخش مطالعات الکدی عبدرضاک و همکاران [۳۳] را به صورت موردی بررسی می‌کنیم. هدف از مطالعه آنها را می‌توان در دو مورد ذکر کرد:

- i. تشریح الگوی تقسیم جریان.
- ii. مقایسه توزیع دبی اندازه‌گیری شده با مقادیر محاسبه شده از یک مدل عددی دوبعدی.

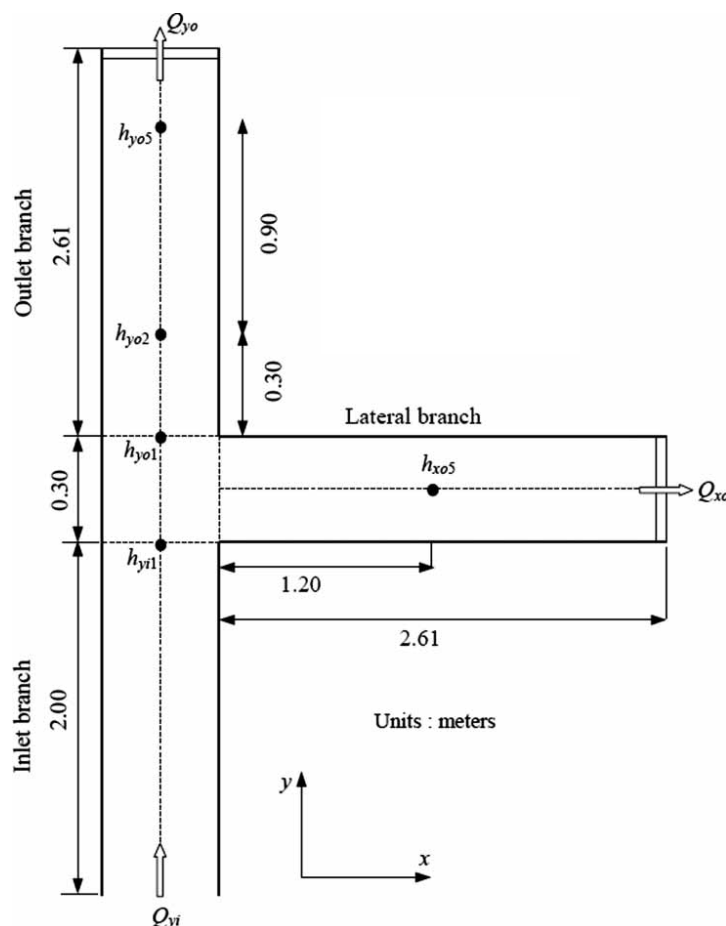
۱.۲.۴ تجهیزات و اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی

تجهیزات آزمایشگاهی شامل یک کانال اصلی مستقیم و یک کانال جانبی عمود بر آن می‌باشد. کانال اصلی و جانبی با عرض $b=0.3\text{m}$ ، مستطیلی، افقی و از جنس شیشه ساخته شده است (شکل ۳-۱). دبی ورودی Q_{yi} از ۲ تا ۲۰ لیتر بر ثانیه تغییر می‌کند (محورهای x و y به ترتیب در راستای کانال-های جانبی و اصلی هستند). دبی با دقت $\pm 0.05 \text{ l/s}$ با اشل-جریان الکترومغناطیسی و عمق جریان با دقت $\pm 0.3\text{mm}$ اندازه‌گیری می‌شود. پارامترهای این آزمایش دبی ورودی Q_{yi} و بلندی تاج سرریز w_x و w_y به ترتیب در کانال جانبی و اصلی است. اندیس i مربوط به جریان ورودی و اندیس o مربوط به جریان خروجی از کانال‌ها است. عمق‌های جریان h_{xo} و h_{yo} در انتهای پایین‌دست هر کانال، توسط معادله تجربی زیر با ارتفاع سرریز w مرتبط می‌شوند:

$$h_{no} = w_n + \left(\frac{Q_{no}^2}{gb^2} \right)^{1/3} \left[1 + 0.793 \left(\frac{w_n}{b} \right)^{0.731} \right] \quad (۱-۴)$$

که در آن $x = n$ و y به ترتیب کانال‌های جانبی و اصلی را نشان می‌دهد. Q_o دبی خروجی از کانال، b عرض کانال و g شتاب گرانش زمین است. این آزمایش برای دبی‌های ورودی (Q_{yi}) 4، 6، 8، 10 و 12 لیتر بر ثانیه و w_x و w_y متغیر از صفر تا ۳۵ میلی‌متر انجام شده است. اندازه‌گیری‌ها شامل موارد زیر می‌باشد:

- دبی های خروجی Q_{xo} و Q_{yo} در کانال جانبی و خروجی
- عمق محوری جریان $h_{yo1}, h_{yo2}, h_{yo5}$ و h_{xi1}, h_{xi5} (شکل (۱-۴))
- پرش نرمال و مایل و منطقه های بازگشتی و چرخشی در محل اتصال



شکل (۱-۴): پلان شماتیک تجهیزات آزمایشگاهی و موقعیت اندازه گیری عمق های جریان [۳۳]

۲.۲.۴ الگوهای جریان در نزدیکی محل اتصال

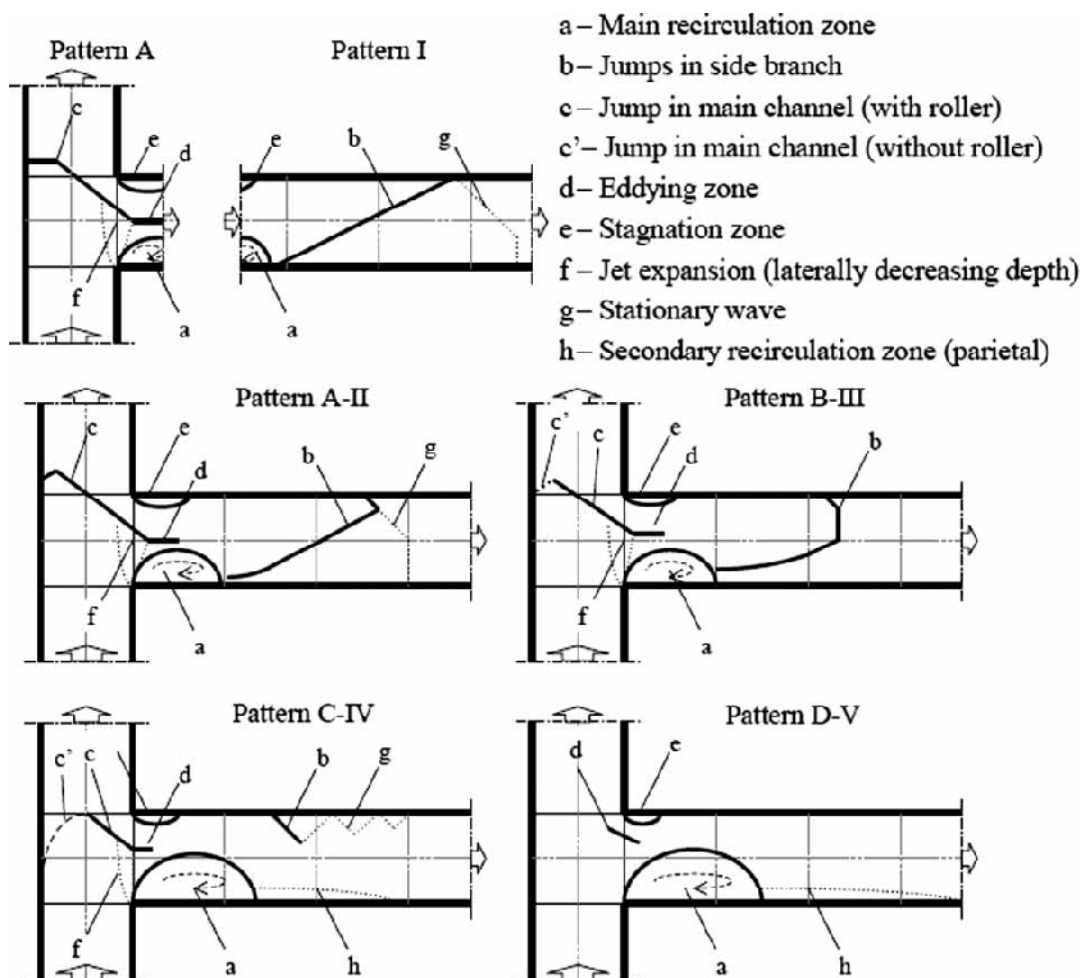
شکل (۲-۴) یک نمونه ساختار جریان را در نزدیکی محل اتصال نشان می دهد. به دلیل اینکه W_x و W_y بر الگوهای جریان اثر می کنند، علامت گذاری های زیر اعمال شده است: I, II, III, IV و V برای الگوهای کانال جانبی و A, B, C و D برای الگوهای کانال اصلی. اگر کانال جانبی خروجی آزاد داشته باشد ($W_x = 0$)، یک پرش (موج تیز) مایل تا پایین دست منطقه چرخشی توسعه می یابد و موج های متوالی را بر دیوارها برمی گرداند (الگوی I). با افزایش W_x ، یک پرش نرمال بین پرش مایل و سرریز

پدیدار می شود (الگوی II). با افزایش بیشتر W_x ، پرش های نرمال و مایل به هم می پیوندند (الگوی III) و عمق جریان در منطقه چرخشی به دلیل پدیده استغراق^۱ به شدت افزایش می یابد. به دلیل اینکه جریان اندکی فوق بحرانی باقی می ماند، زمانی که پرش به محل تقاطع نزدیک می شود، به تدریج کوتاه تر می گردد (الگوی IV). با ناپدید شدن پرش، منطقه ای باریک شده و کم عرض از جریان بازگشتی در پایین دست منطقه چرخشی اصلی شکل می گیرد. بازچرخش اصلی به خوبی در طول افزایش می یابد و بالاخره جریان در کانال جانبی زیر بحرانی می شود (الگوی V).

اگر کانال اصلی خروجی آزاد داشته باشد ($W_y = 0$)، یک پرش هیدرولیکی تمام عرض را اشغال می کند (الگوی A). با افزایش W_y ، این پرش به سمت محل اتصال در بالادست حرکت می کند (الگوی B). با کاهش عدد فروود در خروجی کانال زمانی که پرش به بالادست حرکت می کند، یک قسمت از پرش شکل لوله ای^۲ ندارد (الگوی C). با افزایش بیشتر W_y یک رژیم زیر بحرانی کامل پدیدار می شود (الگوی D).

۱- Drowning Phenomenon

۲- Roller



شکل (۲-۴): حالت های مختلف الگوهای جریان در کانال اصلی و جانبی [۳۳]

۳.۲.۴ همبستگی تجربی توزیع دبی

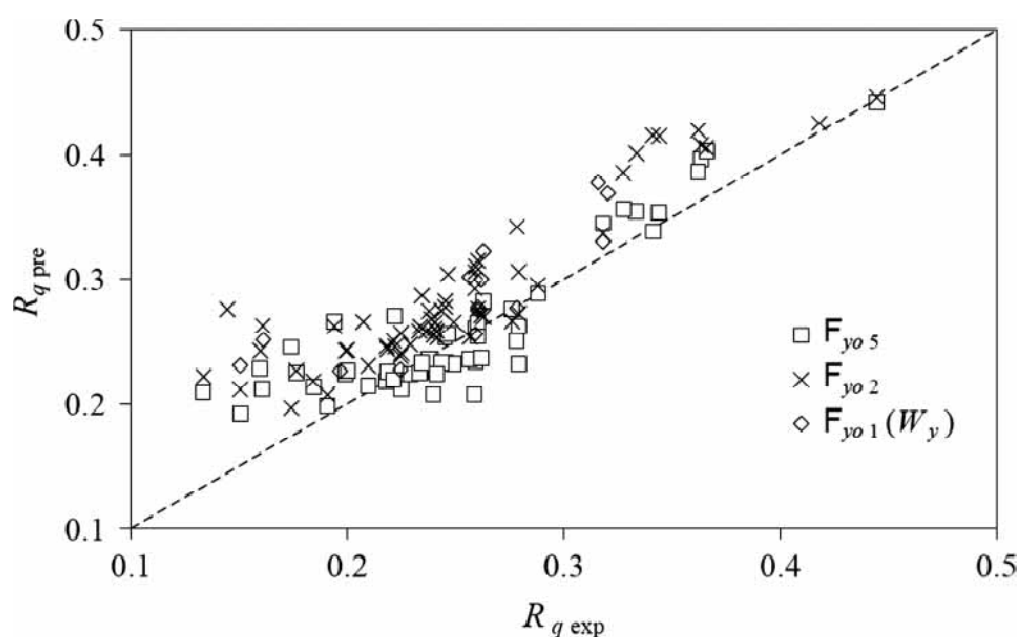
سه ارتباط برای نسبت دبی ($R_q = Q_{xo}/Q_{yi}$) در رابطه با تقسیم جریان در محل اتصال 90° کانال به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$R_q = f(Q_{yi}^*, F_{yo}, F_{xo}) \quad (۲-۴)$$

که در آن F_{yo} و F_{xo} به ترتیب عدد فرود خروجی در کانال جانبی و اصلی و $Q_{yi}^* = Q_{yi}/(g^{1/2}b^{5/2})$ به عنوان دبی ورودی بی بعد است. ریویر و همکاران با استفاده از F_{yo2} معادله (۳-۴) را پیشنهاد کردند [۳۴]:

$$\log_{10}(R_q) + 0.925F_{yo2}^{0.98} = 0 \quad (۳-۴)$$

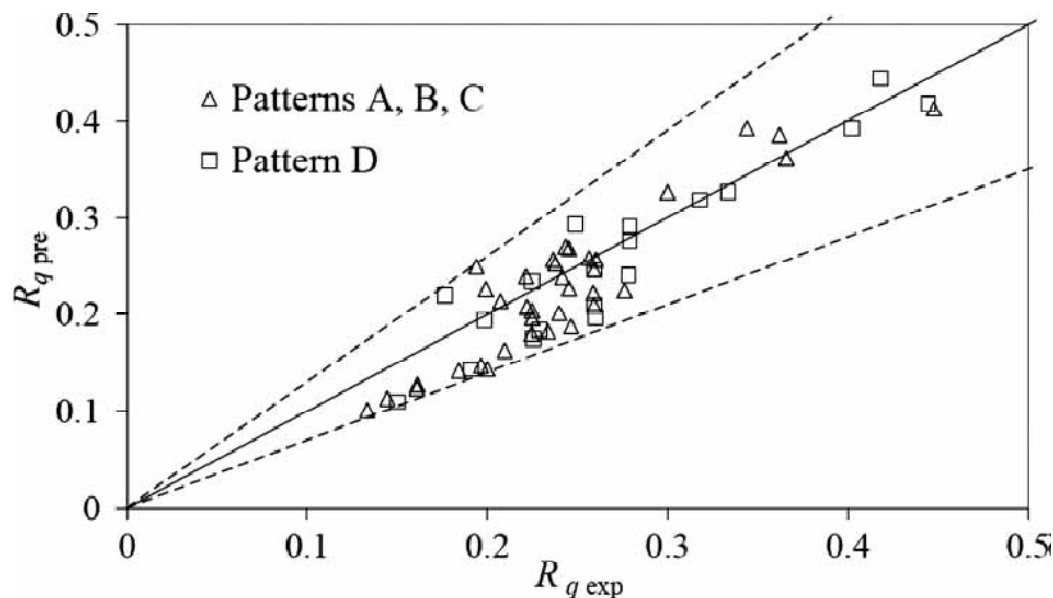
مقایسه ۵۴ اندازه گیری با معادله (۳-۴) با عدد فرود خروجی در کانال اصلی در موقعیت های مختلف (شکل (۴-۱)) در شکل (۳-۴) نشان داده شده است. استفاده از F_{y02} در تخمین R_q منجر به افزایش مقدار آن می شود، در حالیکه وقتی از F_{y05} استفاده می شود همبستگی بیشتری بین R_q اندازه گیری شده و محاسبه شده از رابطه (۳-۴) دیده می شود. زیرا امواج ایجاد شده در محل اتصال برروی سطح آب در پایین دست محل اتصال تأثیر می گذارند، ولی در پایین دست، با ناپدید شدن این امواج جریان یک بعدی می شود.



شکل (۳-۴): مقایسه بین نسبت دبی آزمایشگاهی و محاسباتی از معادله (۳-۴) [۳۳]

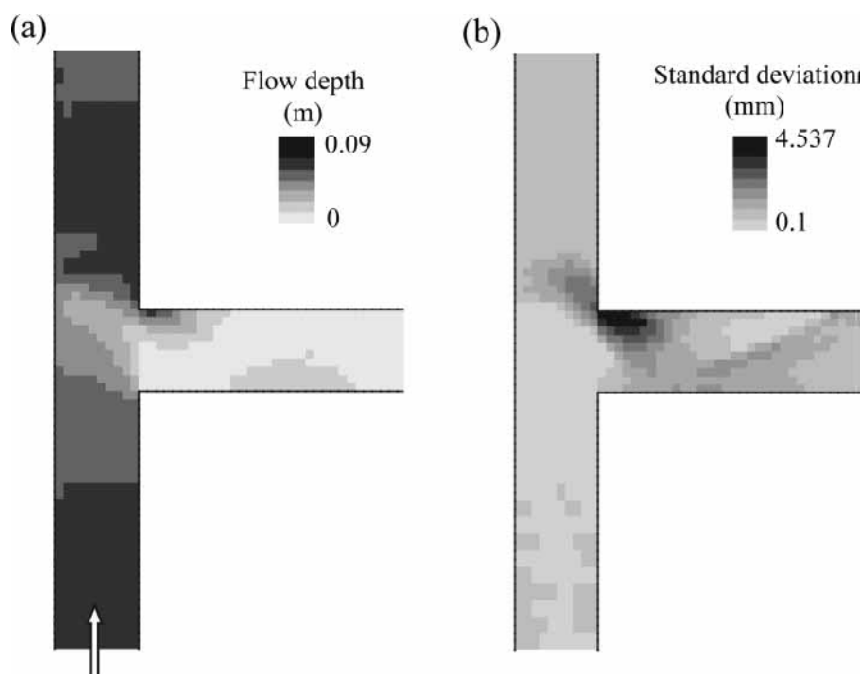
۴.۲.۴ رابطه تجربی و مدل 2D

در این بخش داده های اندازه گیری شده با مدل میانگین عمقی دو بعدی ارائه شده توسط میگنات و همکاران مقایسه می شود [۳۲]. میگنات از کد *Rubar20* برای محاسبات خود استفاده کرد. نتایج این مقایسه در شکل (۴-۴) آمده است.

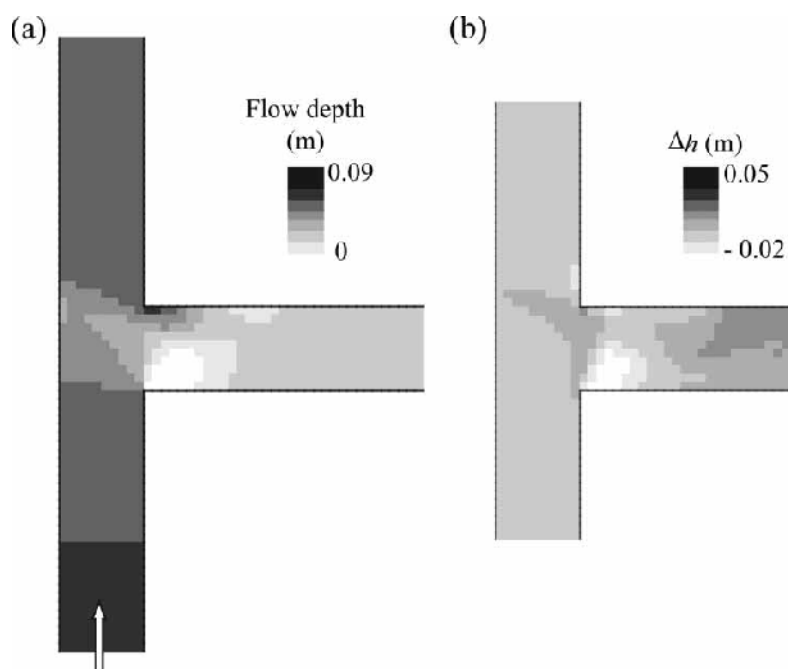


شکل (۴-۴): مقایسه بین اندازه گیری شده و محاسباتی [۳۳]

مقایسه عمق های جریان اندازه گیری شده (شکل (۴-۵) a) و محاسبه شده (شکل (۴-۶) a) نتایج مشابهی را نشان می دهند، ولی با انحراف میانگین 1.26mm و خطای 6.11mm (شکل (۴-۶) b). بزرگترین خطا در طول پرش مایل در کانال اصلی اتفاق می افتد (شکل (۴-۶) b).



شکل (۴-۵): اندازه گیری ها برای $Q_{yi} = 12 l/s$ (a) عمق جریان، (b) انحراف استاندارد



شکل (۴-۶): نتایج عددی برای $Q_{yi} = 12l/s$ (a) عمق جریان، (b) انحراف بین عمق های محاسباتی و اندازه گیری شده $\Delta h = h_{pre} - h_{exp}$

۳.۴ جمع بندی

در این فصل به بررسی مطالعات انجام شده در زمینه تقسیم جریان در کانال های باز پرداختیم و یک مورد را بطور کامل تر شرح دادیم. در فصل آینده برای تحلیل عددی جریان آب های کم عمق، کد عددی نوشته و برای صحت سنجی آن با نتایج تحلیلی مقایسه می شود.

فصل پنجم

مدل عددی و صحت

سنجی آن

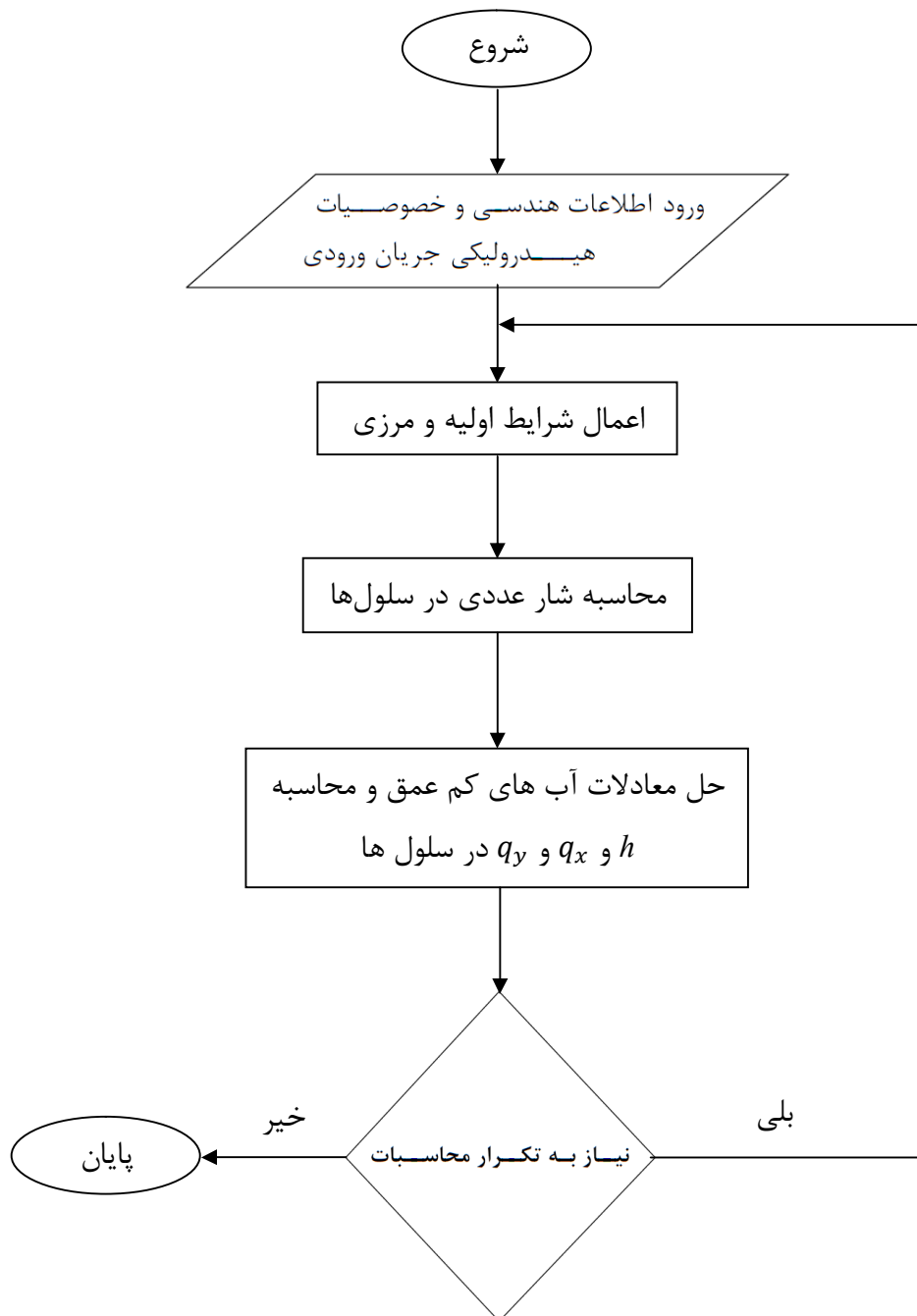
۱.۵ مقدمه

در فصل سوم معادلات آب‌های کم عمق با استفاده از روش حجم محدود گسسته‌سازی شد. در این فصل ابتدا نمودار گردش برنامه نوشته شده در محیط برنامه نویسی *Compaq Visual Fortran* ارائه می‌شود. سپس برای اطمینان از عملکرد صحیح آن، چند آزمون انجام می‌شود و با حل تحلیلی آنها مقایسه می‌شود.

۲.۵ فلوچارت برنامه حل عددی

حل عددی در نرم‌افزار، مطابق نمودار گردش نشان داده شده در شکل (۵-۱) می‌باشد. فضای حل توسط نرم‌افزار مایک^۱ مش‌بندی و اطلاعات در فایلی با پسوند mesh ذخیره می‌شود. در خط اول این فایل نقاط استفاده شده برای مش‌بندی فضای حل آورده شده و در خطوط بعد شماره نقطه، مختصات آن و موقعیت مرزی نقطه در یک خط جداگانه برای هر نقطه آورده شده است. برای تعیین مکان ورودی و خروجی، در نرم‌افزار مایک به هر نقطه یک عدد اختصاص داده می‌شود. این عدد برای ورودی ۱، خروجی ۲، مرز جامد ۳ و برای سایر نقاط عدد صفر در نظر گرفته شده است. پس از مشخصات نقاط، سلول‌ها و شماره نقاط سلول‌ها در خطوط بعدی درج شده است. شکل (۵-۲) نمونه ساده‌ای از فایل مش تولید شده توسط نرم‌افزار مایک را نشان می‌دهد.

۱ – Mike



شکل (۵-۱): فلوچارت حل عددی در نرم افزار

```

mesh.mesh - Notepad
File Edit Format View Help
19 LONG/LAT
1 1.087999999999999 0.71057142857142852 0 3
2 0.6752380952380953 0.76714285714285713 0 3
3 0.4824761904761905 0.50104761904761907 0 3
4 0.92038095238095241 0.47590476190476189 0 3
5 0.55580794660072841 0.60227732587170946 0 1
6 0.73206512805923607 0.4867171537318461 0 3
7 0.8262230402200943 0.48131095781830402 0 3
8 0.60727065926771329 0.49388238638973259 0 3
9 0.88161904761904752 0.73885714285714288 0 3
10 0.78720646140278716 0.62443379310778424 0 0
11 0.67357354858989227 0.59177499505819875 0 0
12 1.0153452257851128 0.60885474467058653 0 2
13 0.6155230209194118 0.68471009150728324 0 1
14 0.77842857142857147 0.753 0 3
15 0.70998544808829733 0.67912608156225107 0 0
16 0.96415773379136072 0.7275447340924095 0 3
17 0.9092195014167942 0.63346867218526737 0 0
18 0.85291391508367342 0.56546668531217115 0 0
19 0.96786308908303265 0.54237975328767418 0 2
22 3 21
1 6 10 11
2 8 11 5
3 18 19 17
4 12 16 17
5 5 3 8
6 18 6 7
7 15 14 2
8 10 9 14
9 6 11 8
10 15 11 10
11 15 2 13
12 12 1 16
13 13 5 11
14 11 15 13
15 14 15 10
16 9 10 17
17 17 16 9
18 17 10 18
19 6 18 10
20 4 18 7
21 19 18 4
22 19 12 17
Ln 1, Col 1

```

شکل (۵-۲) : نمونه فایل مش بندی

۳.۵ صحت سنجی برنامه

برای اطمینان از عملکرد برنامه و صحت سنجی آن، دو حالت شرایط اولیه برای مسئله شکست سد در نظر گرفته شده است. در اولین آزمون، شکست یک سد معمولی تحلیل می‌شود و در آزمون دیگر شرایط اولیه بگونه‌ای در نظر گرفته شده است که برخورد دو موج در طی حل ایجاد گردد. با توجه به اینکه برنامه نوشته شده بصورت دو بعدی می‌باشد، مسائل در نظر گرفته شده نیز بصورت دوبعدی با عرض واحد حل می‌شوند و برای بررسی نتایج، از اطلاعات در وسط عرض کانال استفاده می‌شود.

۱.۳.۵ شکست سد

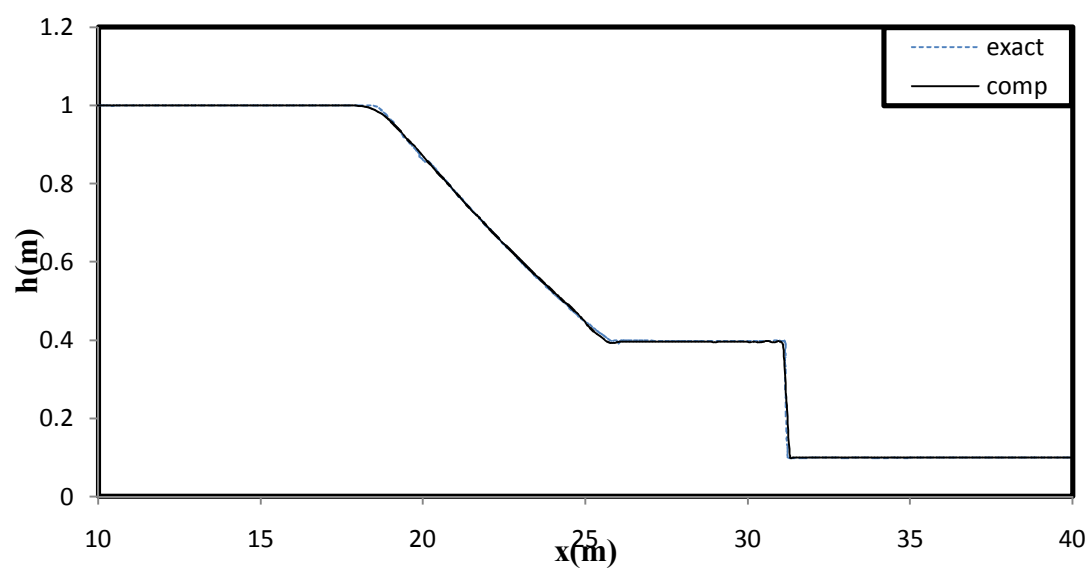
در مسئله شکست سد معمولی، یک موج تیز به سمت پایین‌دست و یک موج انبساطی به سمت بالادست ایجاد می‌گردد. حل تحلیلی این مسئله برای کانال افقی و بدون اصطکاک در شرایط اولیه مطابق شکل (۳-۵) توسط استوکر در سال ۱۹۵۷ انجام شده است [۳۵].



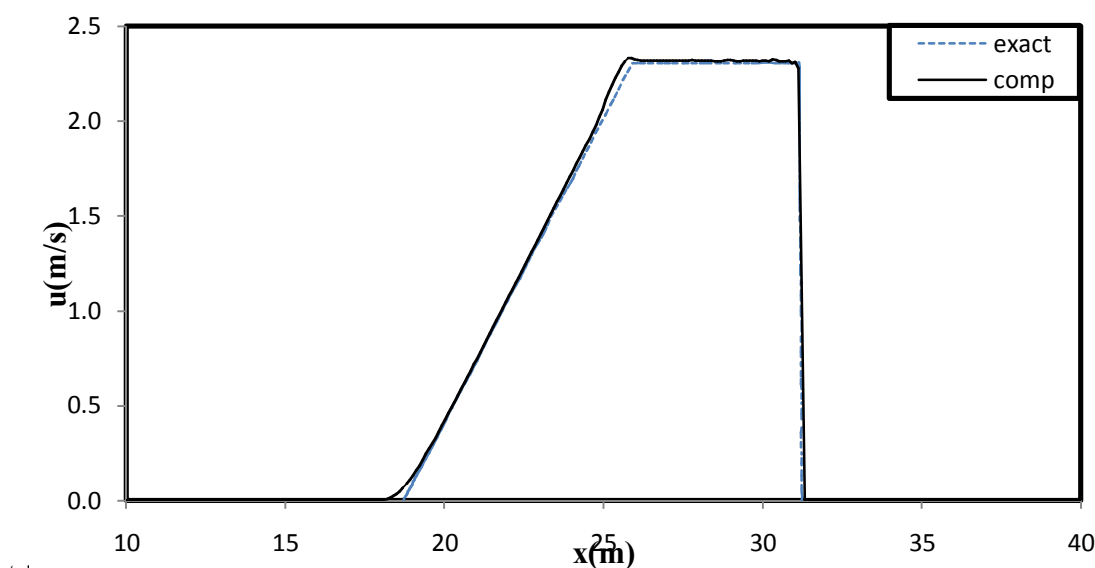
شکل (۳-۵): مسئله استاندارد شکست سد

در وسط کانالی افقی به طول ۵۰ متر یک دریچه فرض می‌شود که عمق آب در بالادست آن یک متر ($h_u = 1m$) و در پایین‌دست آن ۰/۱ متر ($h_d = 0.1m$) است (شکل (۳-۵)). پس از باز شدن ناگهانی دریچه، موجی مثبت به سمت پایین‌دست ایجاد شده و یک موج منفی به سمت بالادست حرکت می‌-

کند. برای تحلیل مساله، از سلول بندی شامل ۷۷۷۹ سلول مثلثی استفاده می شود. همچنین ضریب پایداری (CFL) برابر ۰/۹ در نظر گرفته شد. در شکل (۴-۵) نتایج حاصل از مدل عددی در زمان $t=2s$ با حل تحلیلی [۹] مقایسه شده است. مشاهده می شود که این مدل عددی بخوبی پیشانی موج را پیش بینی می کند. در شکل (۵-۵) نمای سه بعدی عمق جریان رسم شده است. شکل (۶-۵) نتایج روش عددی Roe در زمان های مختلف، پیشرفت موج مثبت به سمت پایین دست و موج منفی به سمت بالادست را نشان می دهد.

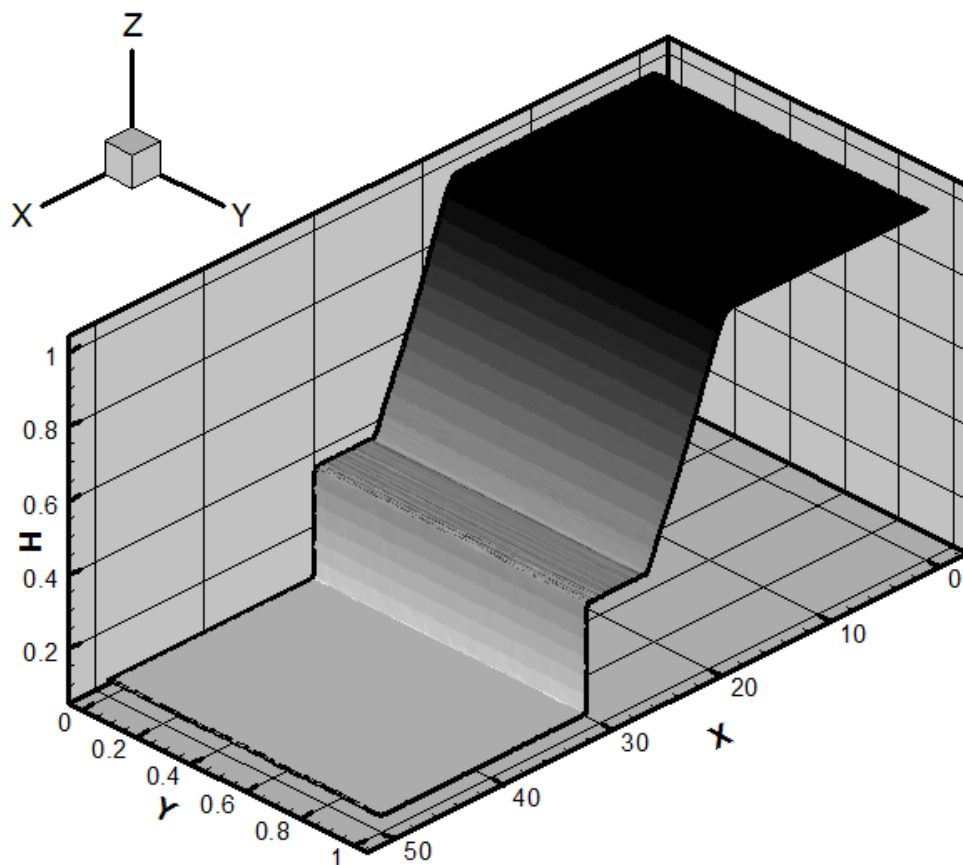


الف

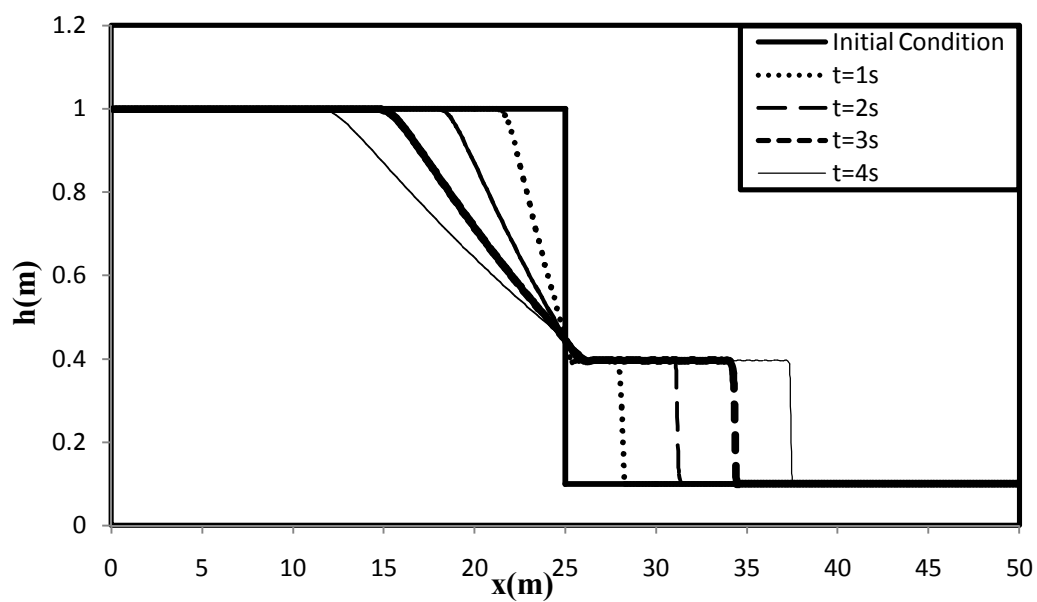


ب

شکل (۴-۵): مقایسه نتیجه روش عددی Roe با حل تحلیلی در زمان $t=2s$: الف: عمق جریان ب: سرعت



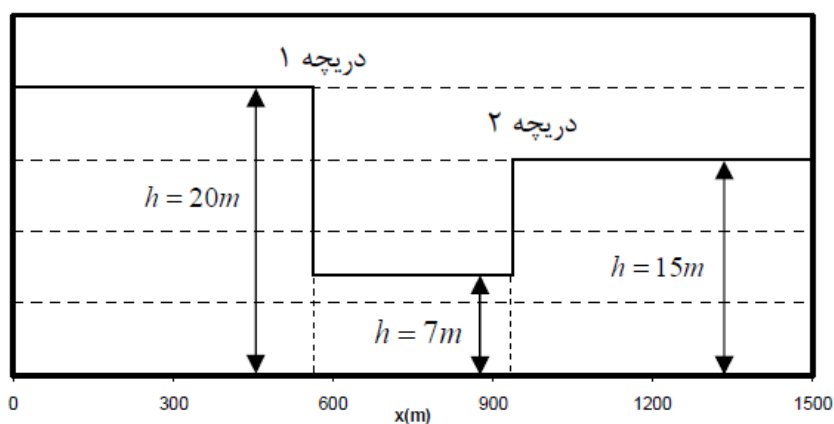
شکل (۵-۵): نمای سه‌بعدی عمق جریان در $t=2s$



شکل (۵-۶): نتایج عددی روش Roe برای زمان‌های مختلف

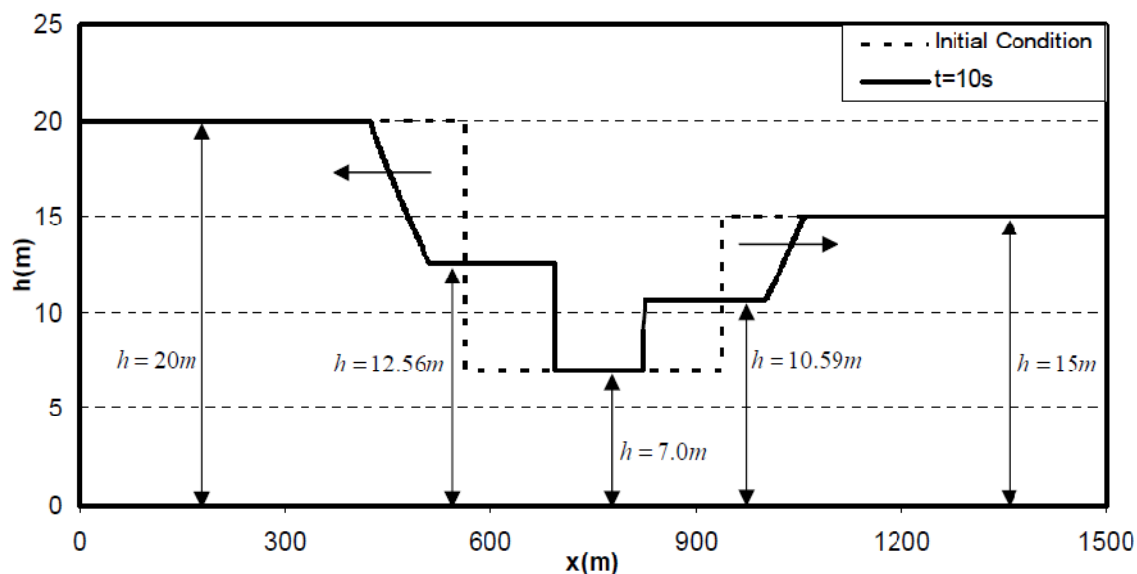
۲.۳.۵ برخورد دو موج

در کانالی افقی با طول ۱۵۰۰ متر دو دریچه کاملاً بسته در نظر گرفته می‌شود. پیش از برداشتن شدن دریچه‌ها عمق آب در کانال بصورت شکل (۷-۵) می‌باشد.

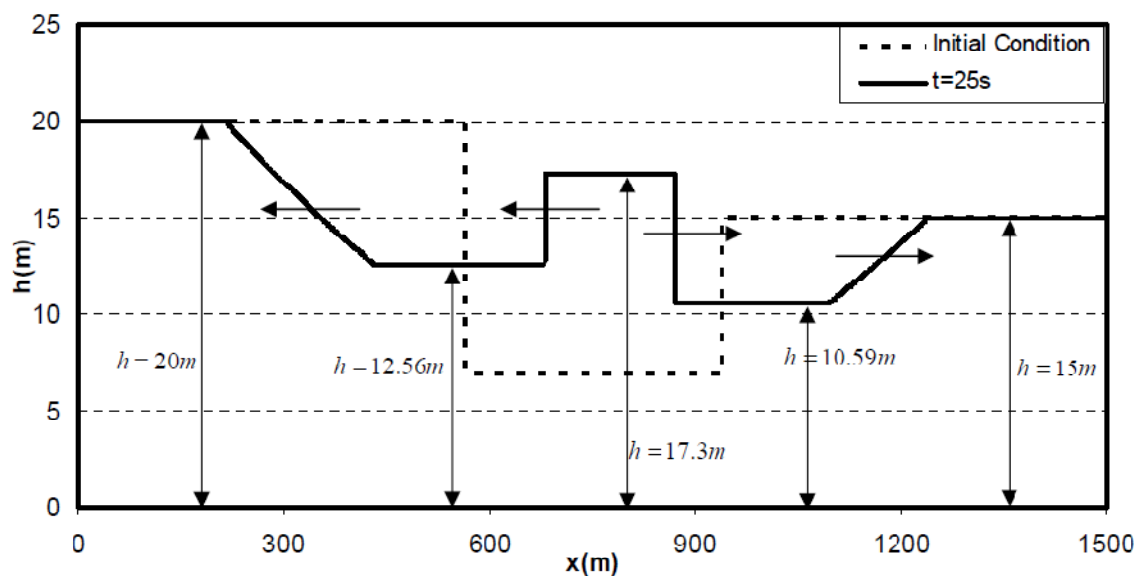


شکل (۷-۵): شرایط اولیه در برخورد دو موج تیز [۳۶]

با برداشته شدن ناگهانی دریچه‌ها یک موج تیز از سمت دریچه اول به سمت دریچه دوم و موج تیز دیگری از سمت دریچه دوم به سمت دریچه اول حرکت می‌کند. همزمان دو موج انبساطی نیز به سمت دو انتهای کانال ایجاد می‌شود. حل تحلیلی این مسئله در زمان‌های $t=10\text{s}$ و $t=25\text{s}$ در شکل (۸-۵) نشان داده شده است [۳۶]. مشاهده می‌شود که در زمان $t=10\text{s}$ هنوز دو موج به یکدیگر برخورد نکرده‌اند. ولی در زمان $t=25\text{s}$ دو موج به یکدیگر برخورد کرده و دو موج جدید به سمت دو انتهای کانال ایجاد می‌کند.



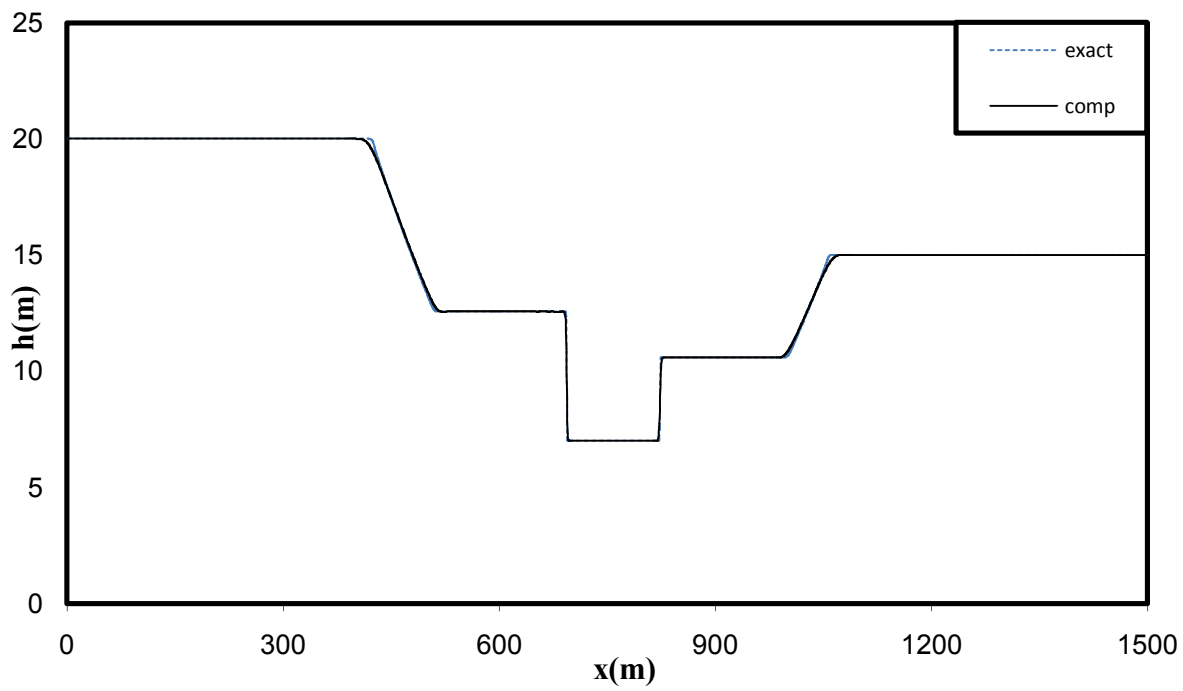
الف - $t = 10s$



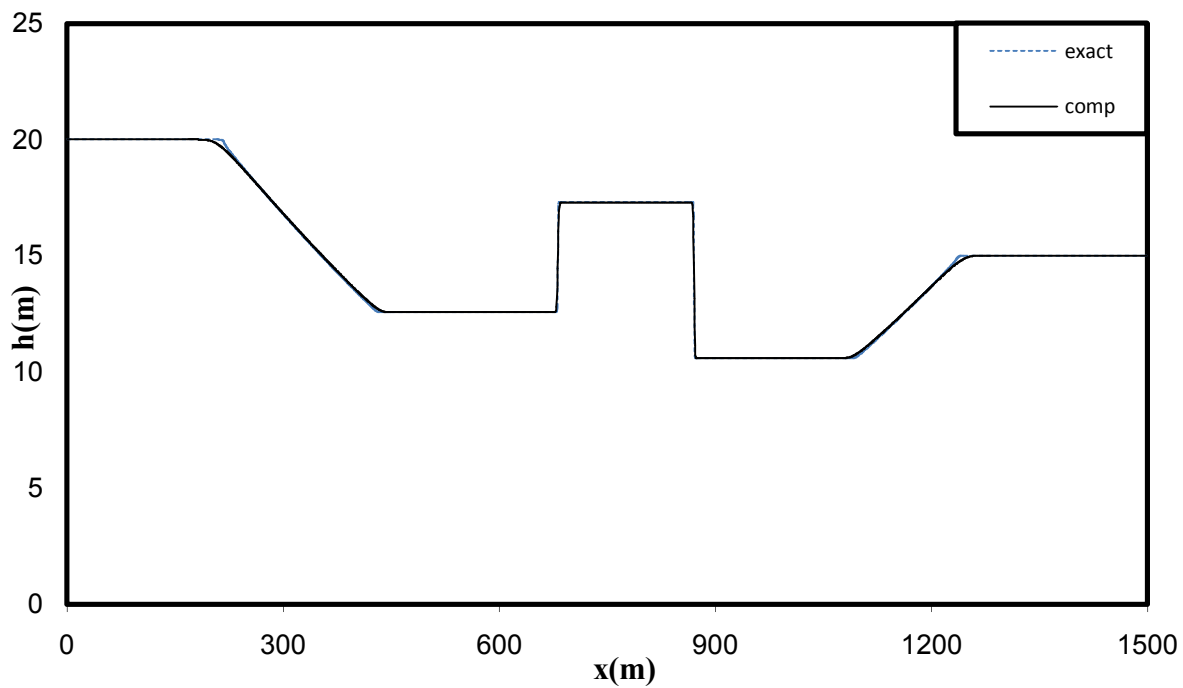
ب - $t = 25s$

شکل (۵-۸): حل تحلیلی آزمون برخورد دو موج تیز در زمان‌های مختلف [۳۶]

برای تحلیل مساله، از سلول‌بندی شامل ۱۱۱۰۱ سلول مثلثی استفاده می‌شود. همچنین ضریب پایداری (CFL) برابر ۰/۹ در نظر گرفته شد. در شکل (۵-۹) الف و ب نتایج روش عددی Roe با نتایج تحلیلی به ترتیب در $t=10s$ و $t=25s$ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که روش عددی بکار رفته بخوبی توانسته است امواج انبساطی و پیشانی‌های تیز موج را پیشگویی کند. در شکل (۵-۱۰) نمای سه‌بعدی عمق جریان در $t=10s$ و $t=25s$ مشاهده می‌کنید.

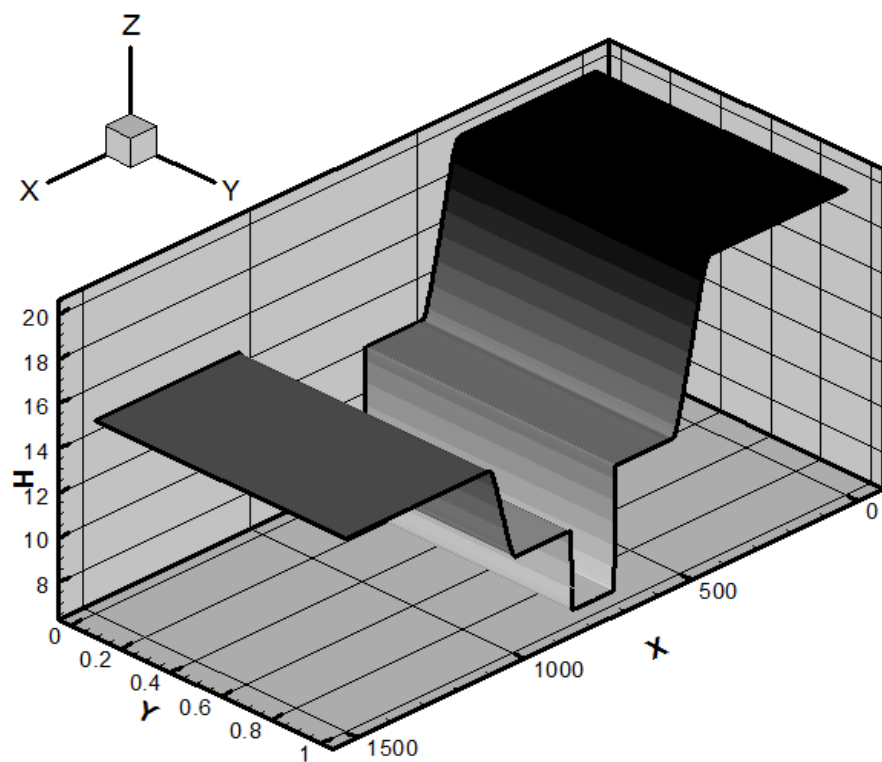


الف - $t=10s$

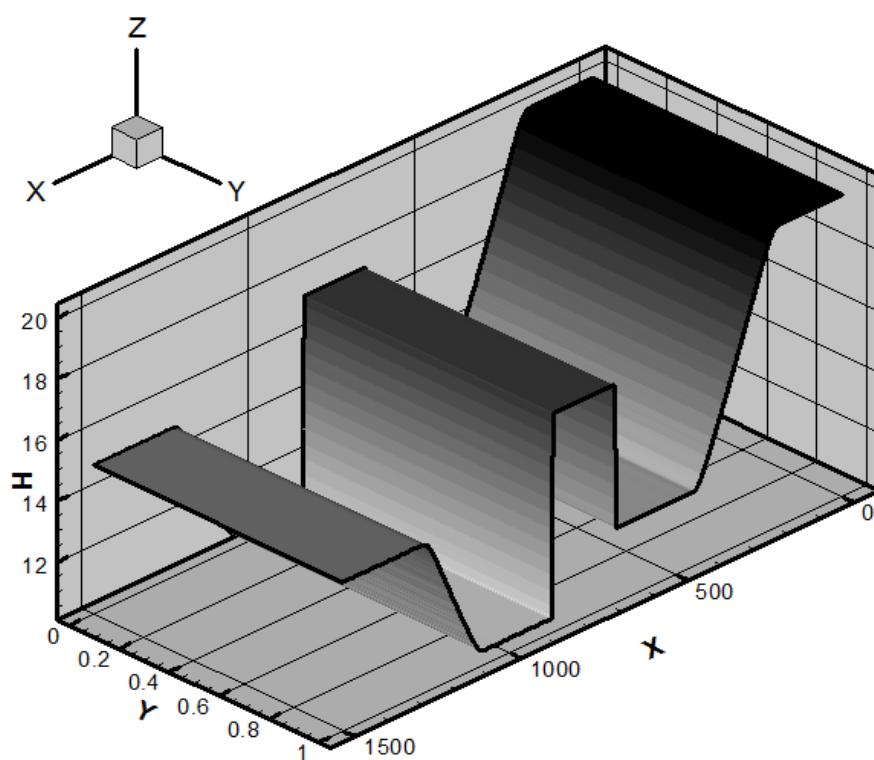


ب - $t=25s$

شکل (۵-۹): مقایسه روش عددی Roe با حل تحلیلی در زمان‌های مختلف



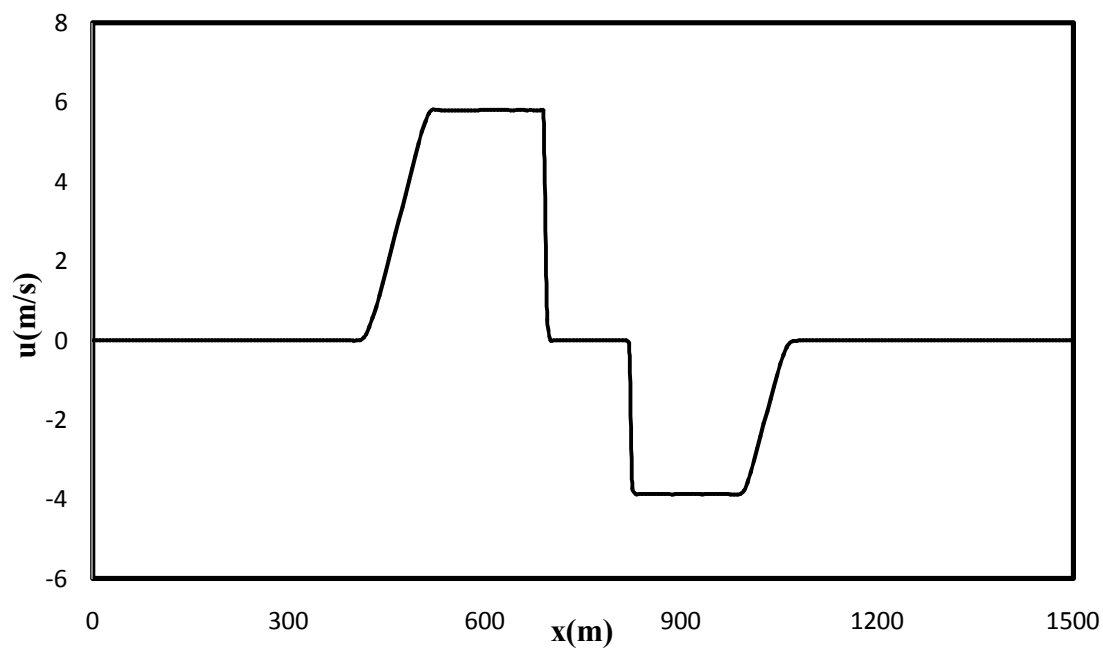
الف - $t=10s$



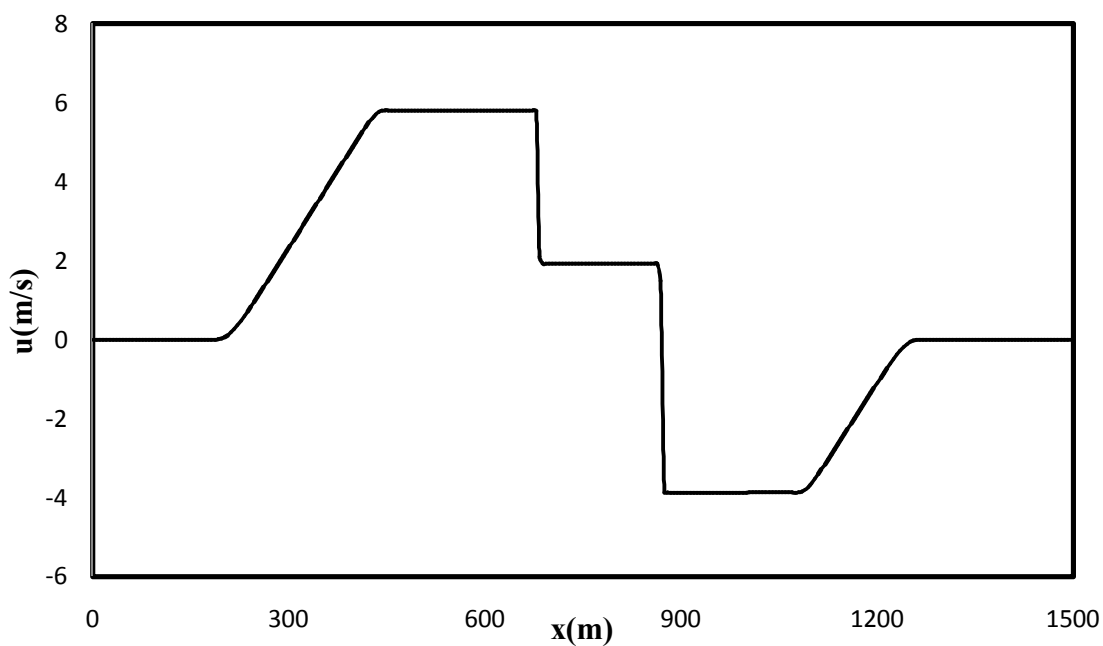
ب - $t=25s$

شکل (۵-۱۰): نمای سه بعدی عمق جریان

شکل (۱۱-۵) نمودار سرعت را نشان می‌دهد. در شکل الف سرعت ابتدا صفر است و سپس زیاد شده که نشان دهنده پیشرفت موج به سمت پایین دست می‌باشد. پیشرفت موج به دوم به سمت بالادست با سرعت‌های منفی نشان داده شده است.



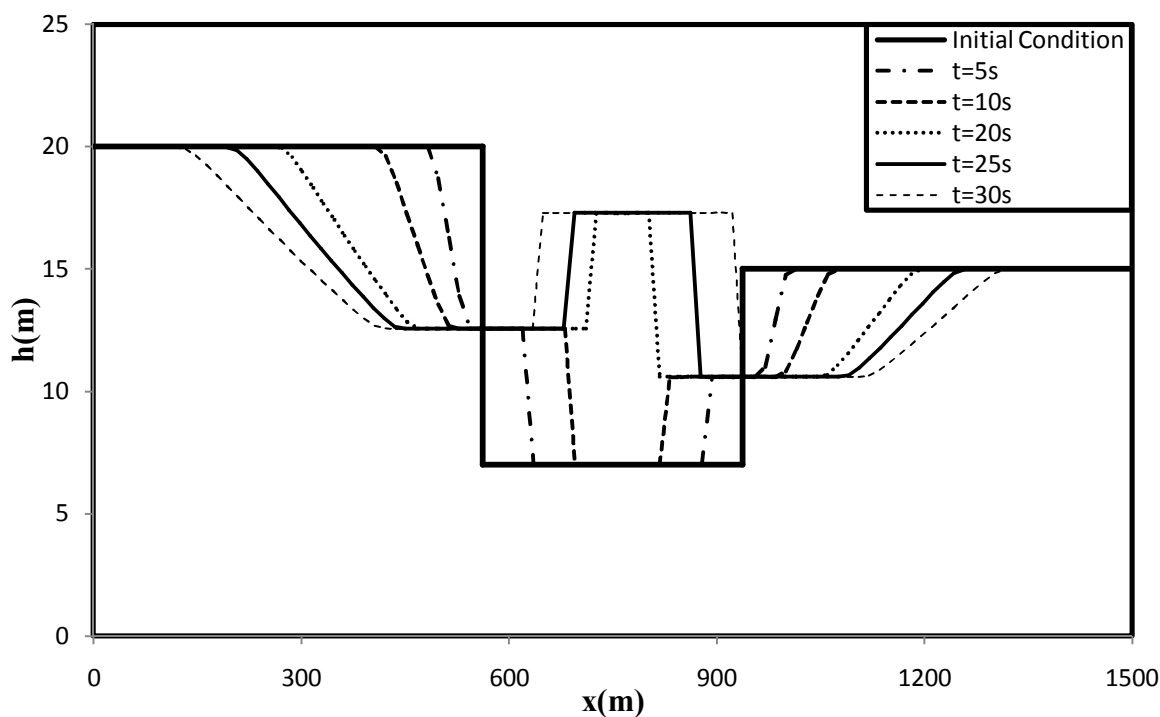
الف - $t=10s$



ب - $t=25s$

شکل (۱۱-۵) : نمودار سرعت (u) در زمان‌های مختلف

در شکل (۵-۱۲) نتایج عددی Roe برای زمان‌های مختلف ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود در شکل بخوبی برخورد دو موج به یکدیگر و ایجاد دو موج مثبت به سمت بالادست و پایین دست کانال نشان داده شده است.



شکل (۵-۱۲): نتایج عددی روش Roe برای زمان‌های مختلف

۴.۵ جمع بندی

در این فصل کد عددی نوشته شده برای حل معادلات آب‌های کم عمق صحت‌سنجی شد. نتایج این مدلسازی‌ها با جواب‌های تحلیلی مقایسه و عملکرد مناسب کد عددی تایید شد. در فصل آینده از کد عددی نوشته شده برای تحلیل جریان در تقاطع T شکل کانال‌ها استفاده می‌کنیم.

فصل ششم

تحلیل عددی تقسیم جریان در تقاطع T شکل

۱.۶ مقدمه

عبور طوفان‌های شدید از مناطق شهری می‌تواند منجر به جاری شدن سیل در خیابان‌ها شود. پیشگویی مناسب شرایط جریان باعث جلوگیری از خسارات مادی و کاهش خطرپذیری احداث سازه‌های مرتبط با جریان سیال می‌گردد. از اینرو مطالعه مشخصات جریان در محل تقاطع کانال‌ها و نحوه توزیع جریان در طراحی شبکه‌های جمع‌آوری آبهای سطحی و حفاظت از سیل بسیار مهم است. در این فصل جریان در تقاطع کانال‌ها بصورت عددی بررسی می‌شود. برای کنترل محاسبات از نتایج آزمایشگاهی ارائه شده توسط سایر محققین استفاده می‌شود.

۲.۶ داده‌های موجود

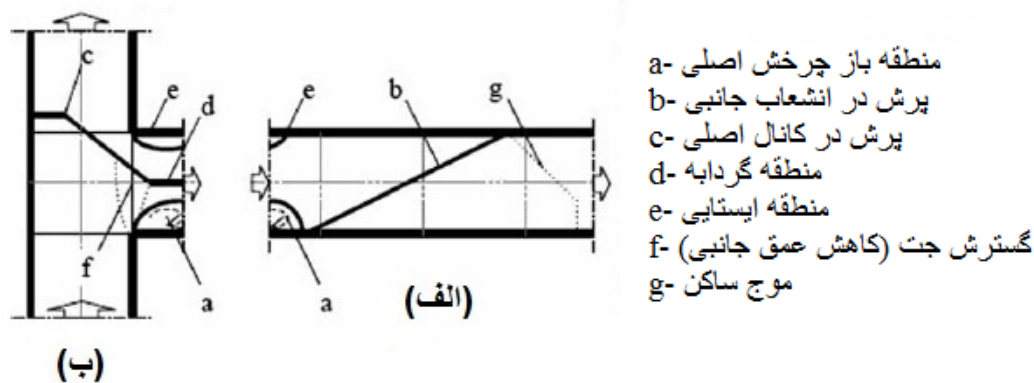
الکدی و همکاران [۳۳] الگوی جریان در نزدیکی محل اتصال، زمانی که خروجی از کانال جانبی و اصلی آزاد است، ارائه دادند (به بخش ۲.۴ مراجعه کنید). همانطور که در شکل (۱-۶) الف مشاهده می‌شود در کانال جانبی، یک موج تیز^۱ مایل تا پایین دست منطقه چرخشی ادامه دارد. همچنین در کانال اصلی یک پرش هیدرولیکی مایل در محل اتصال مشاهده می‌کنیم (شکل (۱-۶) ب).

ریویر و همکاران [۳۴] با استفاده از عدد فرود در خروجی کانال اصلی معادله زیر را برای تقسیم جریان زیر بحرانی در محل اتصال ۹۰ درجه کانال باز با وارد کردن جریان بحرانی به کانال جانبی، ارائه دادند:

$$\log_{10}(R_q) + 0.925F_d^{0.98} = 0 \quad (۱-۶)$$

در این رابطه F_d عدد فرود در خروجی کانال اصلی و $R_q = Q_L/Q_u$ نسبت دبی در کانال جانبی به دبی در کانال اصلی ورودی است. در ادامه برای بررسی دقت روش عددی از این رابطه استفاده می‌گردد.

۱ – Shock Wave



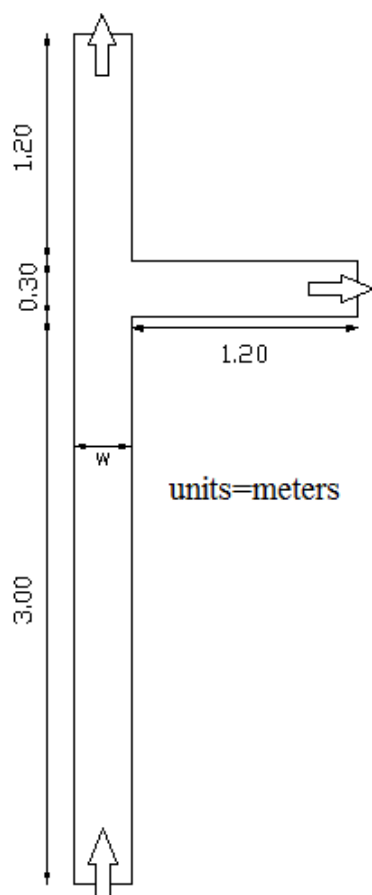
شکل (۶-۱) : الگوی جریان در نزدیکی محل اتصال [۳۳]

۳.۶ مدلسازی عددی

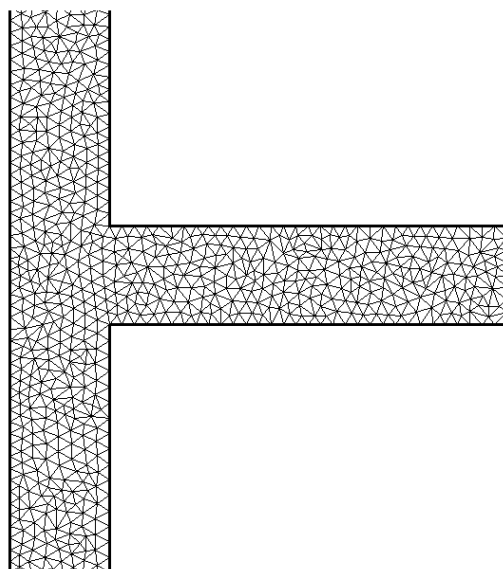
۱.۳.۶ فضای حل

به منظور ارزیابی جریان در تقاطع کانال، از شبیه‌سازی عددی استفاده می‌شود. فضای حل شامل سه کانال با عرض یکسان $W=300\text{mm}$ که با زاویه 90° درجه با یکدیگر تقاطع دارند، می‌باشد. طول کانال اصلی 4.5m و طول کانال جانبی برابر 1.2m در نظر گرفته شد. کانال‌ها بصورت افقی هستند و جریان از یک کانال وارد و از دو کانال دیگر خارج می‌شود. در شکل (۶-۲) پلان شماتیک تقاطع کانال‌ها و جهت حرکت جریان نشان داده شده است.

برای حل عددی مسئله مورد نظر ابتدا فضای حل را به سلول‌های کوچکی تقسیم می‌کنیم. این کار همانطور که در فصل قبل گفته شد توسط نرم‌افزار *Mike* انجام می‌شود. معیار مورد نظر برای اینکار حداکثر مساحت سلول‌های محاسباتی است. در اینجا از سلول‌های مثلثی بی‌سازمان استفاده می‌کنیم. شکل (۶-۳) قسمتی از سلول‌بندی فضای حل را نشان می‌دهد.



شکل (۶-۲): پلان شماتیک فضای حل



شکل (۶-۳): نمایی از سلول بندی فضای حل

برای شروع تحلیل، شرایط اولیه با فرض وجود عمق ثابت $h=0.7\text{m}$ ، دبی یکسان برابر نصف دبی ورودی در جهت y در کانال اصلی و همین دبی در جهت x در کانال جانبی در نظر گرفته شد. شرط

مرزی در بالادست زیر بحرانی در نظر گرفته شده، در نتیجه فقط دو شرط مرزی (q_x, q_y) اعمال و مقدار h بدست می‌آید. در خروجی کانال‌ها (پایین‌دست) شرطی اعمال نمی‌شود و تمام متغیرها (h, q_x, q_y) در مرز بیرونی مشابه متغیرهای داخلی است. ضریب زبری مانینگ $n=0.0083$ فرض گردید [۳۳].

۲.۳.۶ تعیین تراکم سلول‌های محاسباتی

برای مدل‌سازی عددی مسئله فوق از سلول‌های مثلثی استفاده می‌شود. با توجه به اینکه صحت نتایج عددی به تراکم شبکه محاسباتی بستگی دارد، برای تعیین تعداد سلول‌های مناسب برای مدل عددی از چهار تراکم مختلف شبکه مثلثی مطابق جدول (۱-۶) استفاده می‌شود. در این جدول تعداد سلول‌های مثلثی و حداکثر مساحت سلول نمایش داده شده است.

جدول (۱-۶): مشخصات تراکم‌های مختلف سلول محاسباتی

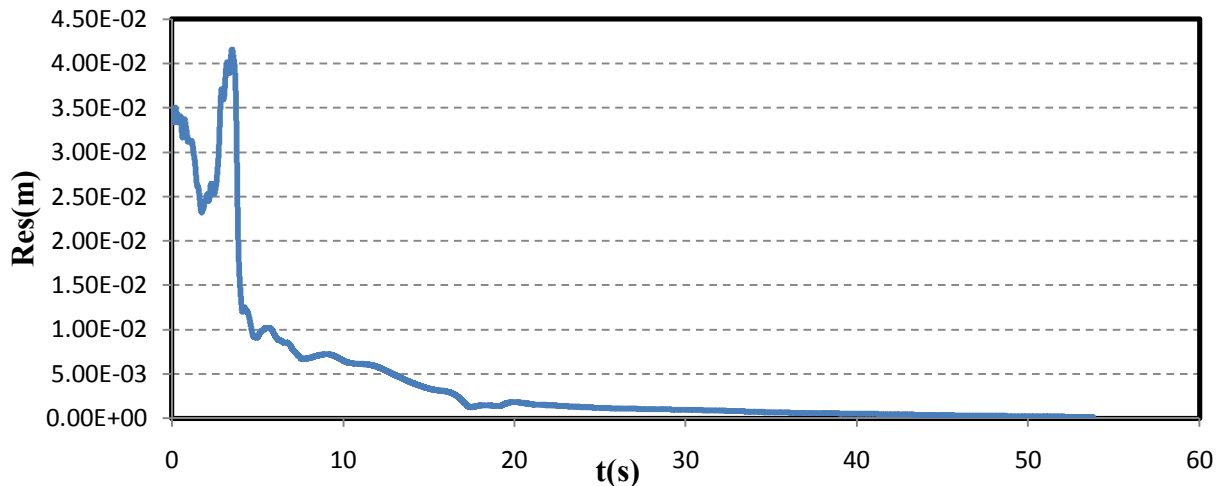
نام شبکه	تعداد سلول مثلثی	حداکثر مساحت سلول (m^2)
MTV1	۱۳۶۳	۰/۰۰۲
MTV2	۲۵۷۵	۰/۰۰۱
MTV3	۵۳۸۸	۰/۰۰۰۵
MTV4	۸۸۴۴	۰/۰۰۰۳

پس از شروع حل، در هر گام زمانی مقادیر متغیرهای بقایای تعیین می‌گردند. حل تا رسیدن به شرایط دائمی جریان ادامه پیدا می‌کند. ضریب پایداری CFL برابر $۰/۸$ در نظر گرفته شد. برای تعیین معیار توقف حل (همگرایی روش) پارامتر Res بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$Res = \sum_{i=1}^{nc} |h_i^{n+1} - h_i^n| \quad (۲-۶)$$

در این رابطه h_i^n عمق جریان در سلول i ام در گام زمانی n ام بر حسب متر و nc تعداد سلول‌های محاسباتی می‌باشد. در هر گام زمانی Res محاسبه می‌گردد. بدیهی است همگرایی زمانی حاصل می‌-

شود که Res به سمت صفر میل کند. در شکل (۴-۶) نمودار تغییرات Res در برابر زمان محاسبات برای شبکه MTV2 رسم شده است. همانگونه که ملاحظه می‌شود مدتی پس از شروع حل یکباره پارامتر Res افزایش پیدا می‌کند، علت این امر فرض شرایط اولیه جریان بصورت یکنواخت در کانال‌ها می‌باشد. با ادامه تکرارهای محاسباتی Res بصورت تقریباً یکنواخت کاهش پیدا می‌کند.

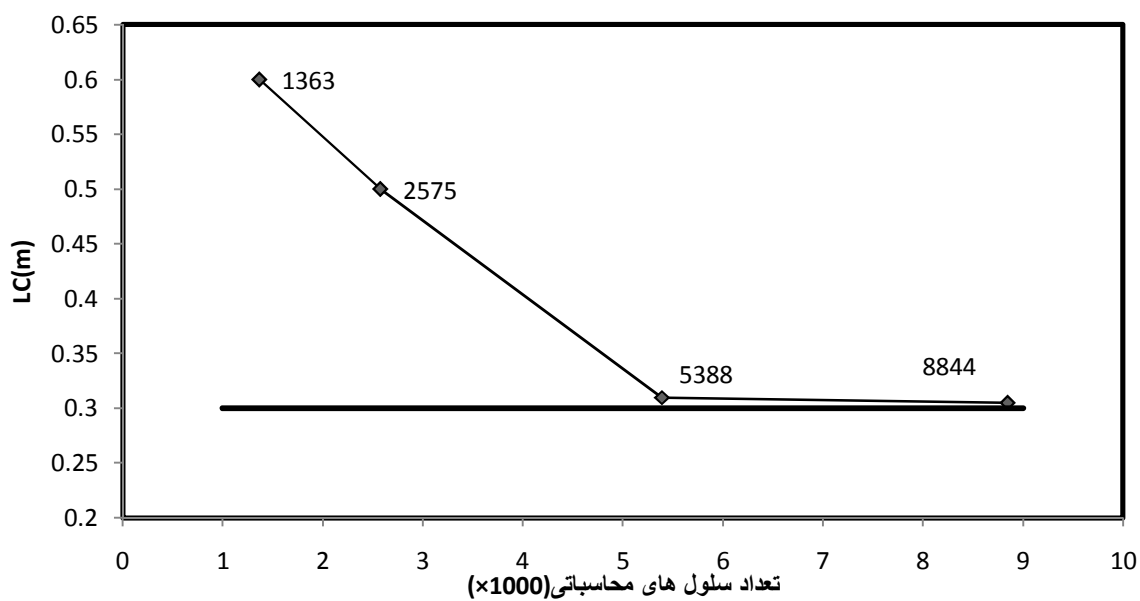


شکل (۴-۶): نمودار تغییرات Res در برابر زمان محاسبات برای شبکه MTV2

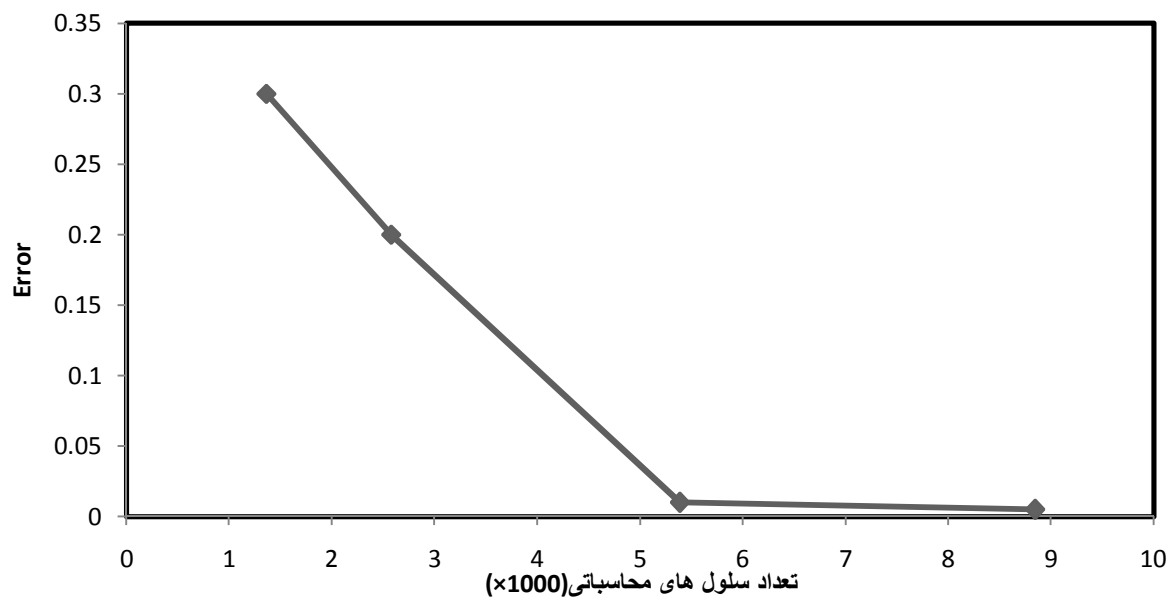
برای بررسی تاثیر تراکم سلول‌ها بر نتایج عددی، طول گردابه ایجاد شده در کانال جانبی (LC) بررسی می‌شود. برای اینکار از نرم‌افزار *Tecplot* استفاده می‌شود، بدین منظور نتایج در این نرم‌افزار مورد بررسی قرار می‌گیرد و با توجه به خطوط جریان طول گردابه اندازه‌گیری می‌شود. در شکل (۵-۶) نتایج بدست آمده برای تراکم‌های مختلف ارائه شده است. ملاحظه می‌شود با افزایش تعداد سلول‌های محاسباتی نتایج عددی به نتایج آزمایشگاهی [۳۳] نزدیکتر می‌شوند. ارزیابی کمی این مقادیر را می‌توان از طریق محاسبه خطا، شامل اختلاف نسبت تخمین زده شده از نسبت مرجع بدست آورد.

$$Error = LC(reference) - LC(computed) \quad (۳-۶)$$

شکل (۶-۶) قدرمطلق خطای طول گردابه محاسبه شده و آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. با توجه به نتایج فوق تراکم ۵۳۸۸ سلول (MTV3) از نظر دقت نتایج به عنوان شبکه مناسب در نظر گرفته شد و نتایج ارائه شده در ادامه براساس این شبکه می‌باشد.



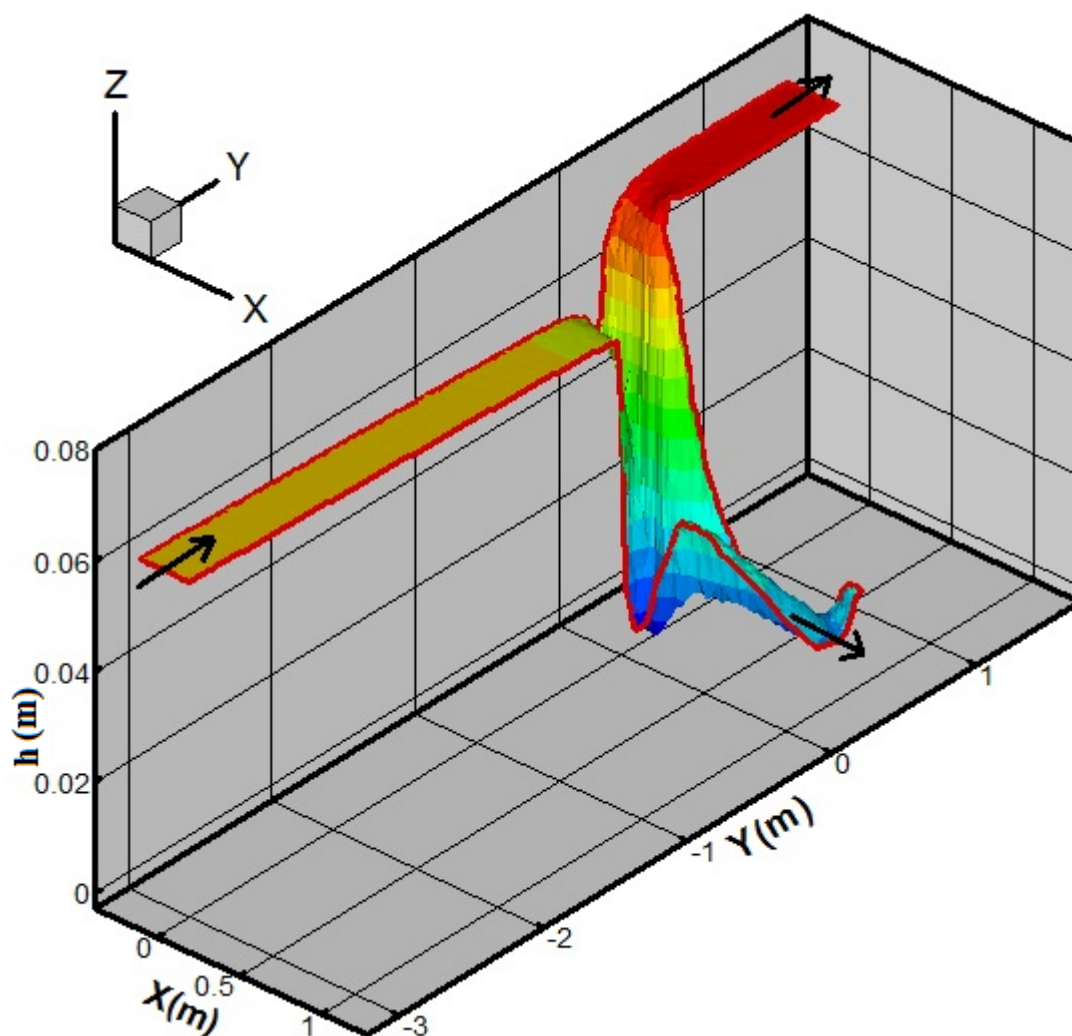
شکل (۵-۶): تاثیر تراکم سلول های محاسباتی بر طول گردابه



شکل (۶-۶): خطای طول گردابه محاسبه شده و آزمایشگاهی

۴.۶ نتایج عددی

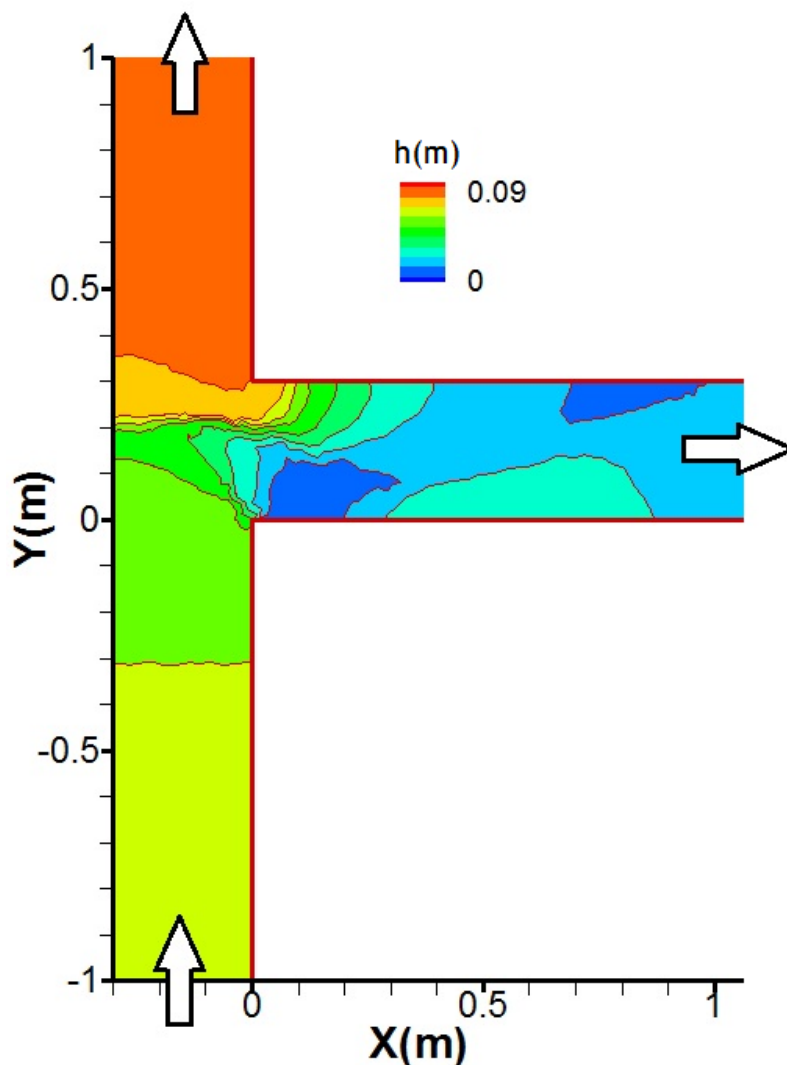
تحلیل عددی جریان برای دبی ورودی 12lit/s صورت گرفت. معیار توقف محاسبات رسیدن به شرط $Res \leq 0.0003m$ بود. در شکل (۷-۶) نمودار سه بعدی عمق جریان رسم شده است. امواج تیز ایجاد شده در کانال جانبی و پرش هیدرولیکی در کانال اصلی کاملاً مشخص می‌باشد.



شکل (۷-۶): نمودار سه بعدی عمق جریان

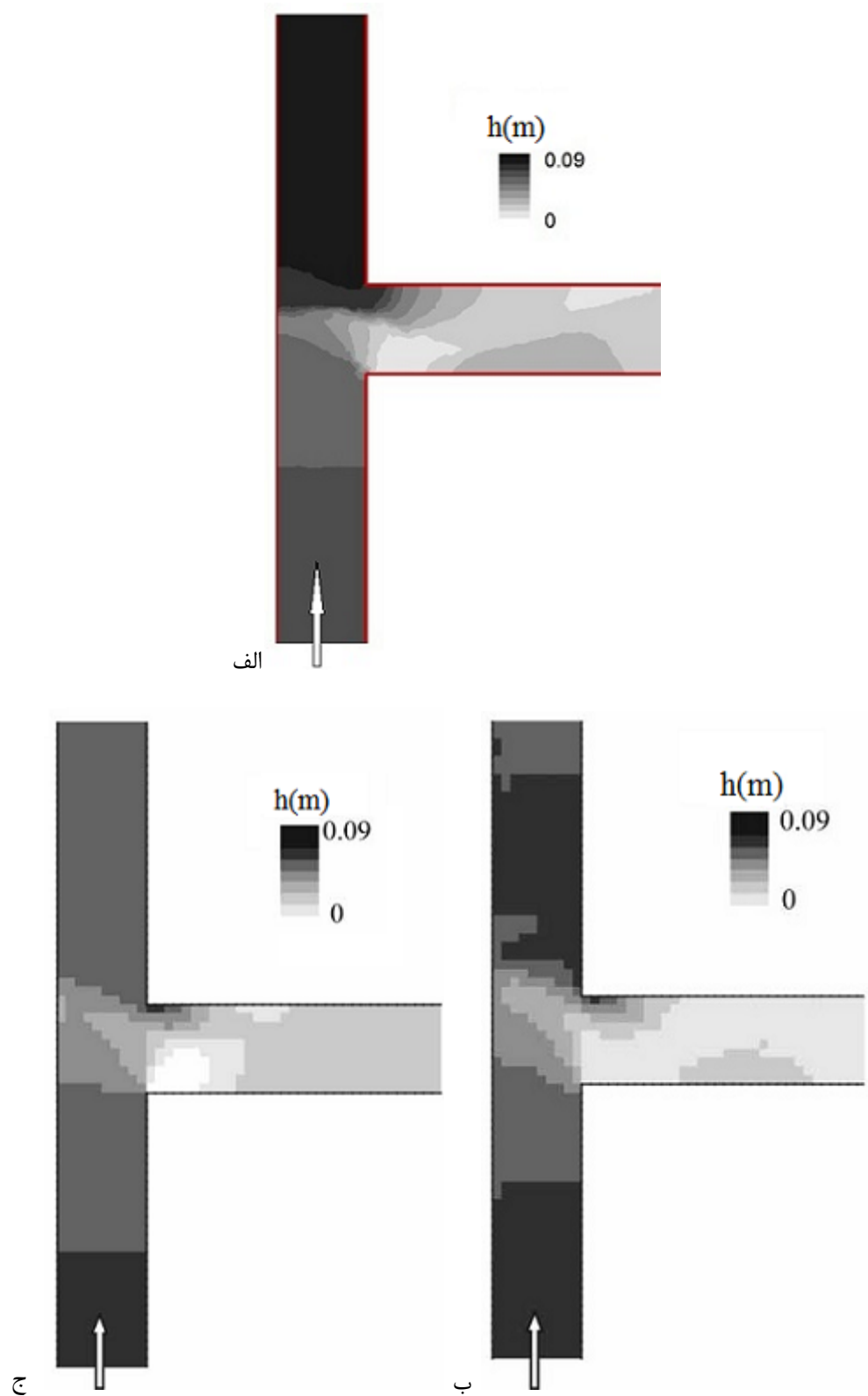
در شکل (۸-۶) دیاگرام تغییرات عمق به همراه خطوط هم عمق جریان ترسیم شده است. با مقایسه شکل با الگوی جریان ارائه شده توسط الکدی و همکاران [۳۳] در شکل (۱-۶) ملاحظه می‌شود که حل

عددی انجام شده بخوبی گردابه و امواج در کانال جانبی و همچنین پرش در کانال اصلی را نشان می- دهد و با الگوی ارائه شده مطابق است.



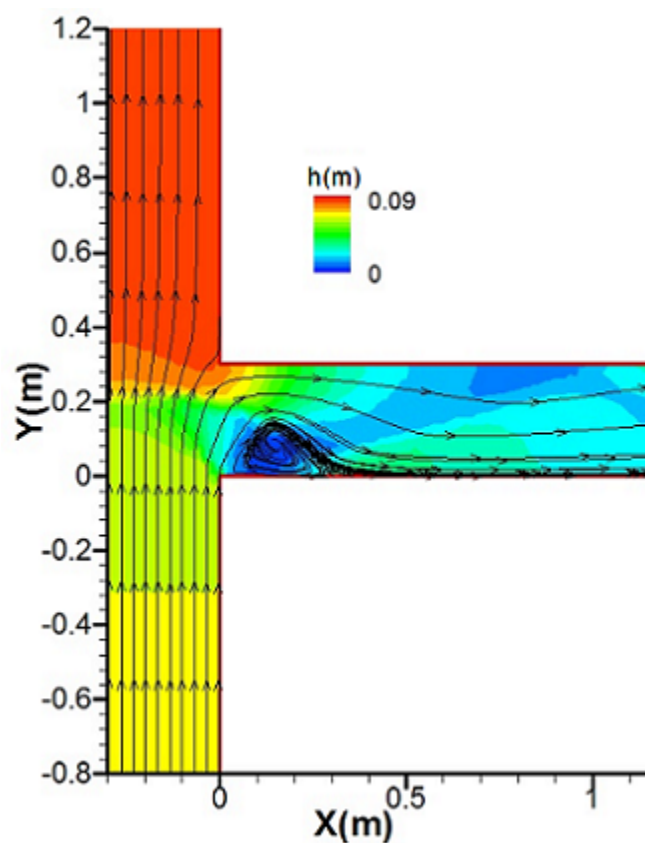
شکل (۶-۸): دیاگرام تغییرات عمق به همراه خطوط هم عمق جریان

در شکل (۶-۹) الف تا ج دیاگرام تغییرات عمق جریان با مدل آزمایشگاهی الکدی و همکاران [۳۳] و مدل عددی دوبعدی میگنات [۳۲] مقایسه شده است. میگنات از کد *Rubar20* برای محاسبات خود استفاده کرد. همانطور که ملاحظه می شود نتایج مدل عددی نوشته شده نسبت به نتایج میگنات نزدیکی بیشتری را به نتایج آزمایشگاهی دارد. در کد عددی نوشته شده، امواج تیز در کانال جانبی همانند مدل آزمایشگاهی است در حالیکه مدل دوبعدی میگنات این امواج را نشان نمی دهد.

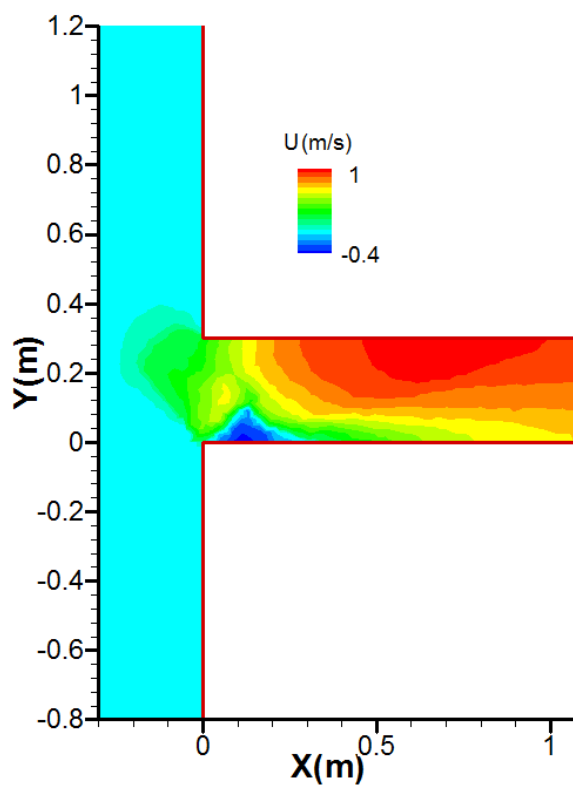


شکل (۶-۹): دیاگرام تغییرات عمق الف- مدل عددی حاضر ب- مدل آزمایشگاهی الکدی و همکاران [۳۳] ج- مدل عددی دوبعدی میگنات [۳۲]

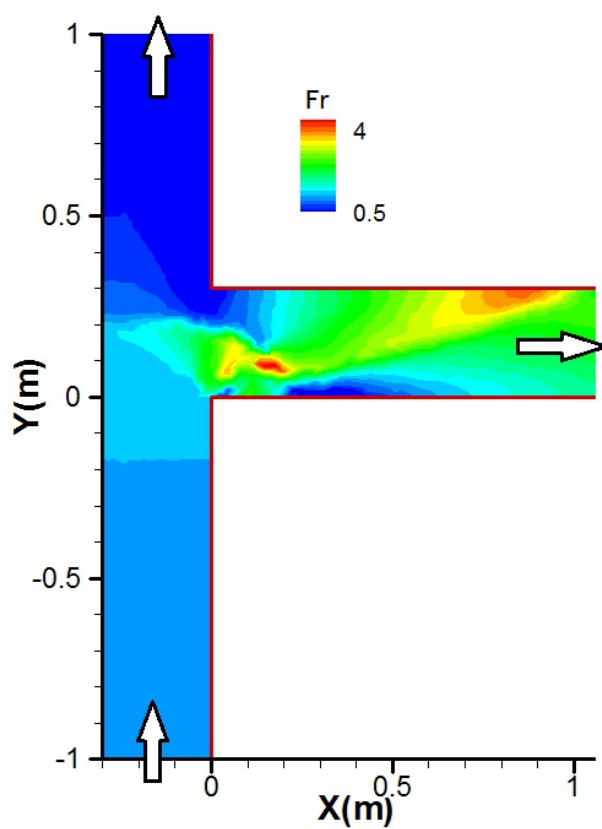
در شکل (۶-۱۰) منحنی‌های خطوط جریان رسم شده است. ضمناً در پس زمینه همین شکل دیاگرام تغییرات عمق جریان نشان داده شده است. همچنین در شکل (۶-۱۱) دیاگرام توزیع سرعت در جهت x ارائه شده است. مشاهده می‌کنید که سرعت در ابتدای کانال جانبی منفی است، که نشان دهنده منطقه چرخشی در آن ناحیه می‌باشد. شکل (۶-۱۲) دیاگرام توزیع عدد فرود را نشان می‌دهد؛ موقعیت پرش هیدرولیکی در محل اتصال بخوبی نمایان است.



شکل (۶-۱۰): خطوط جریان

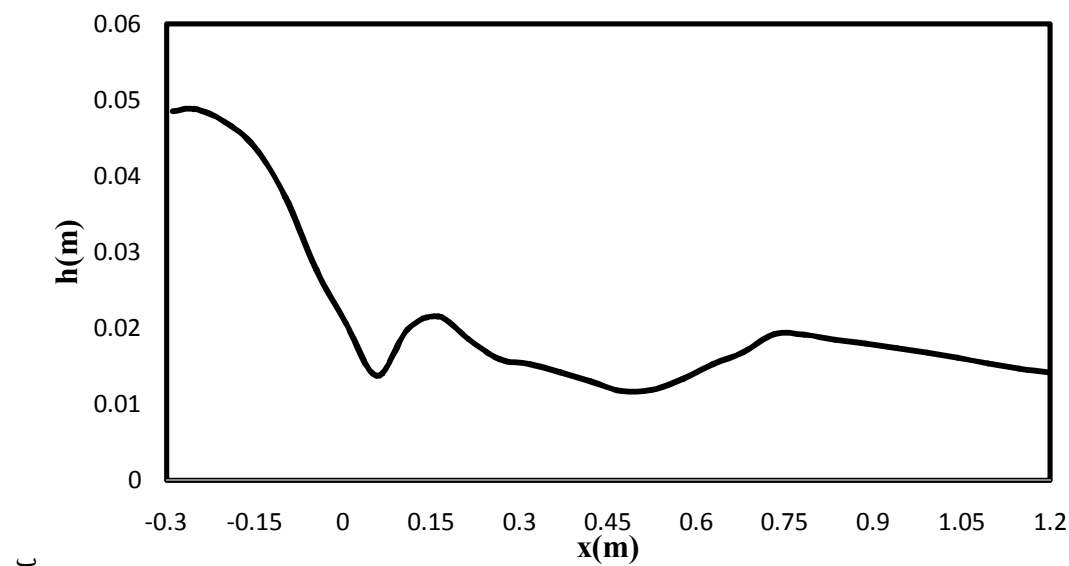
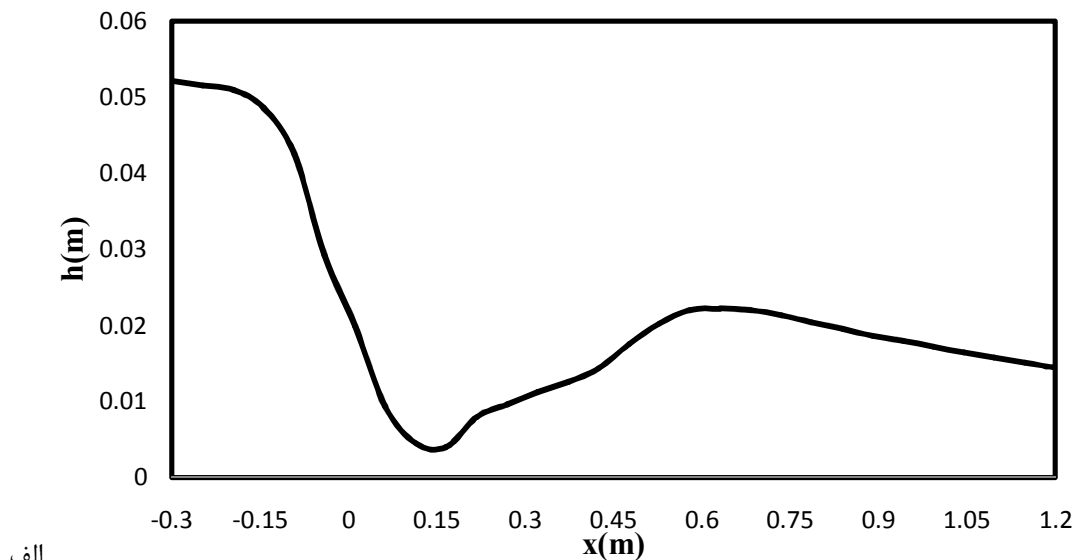


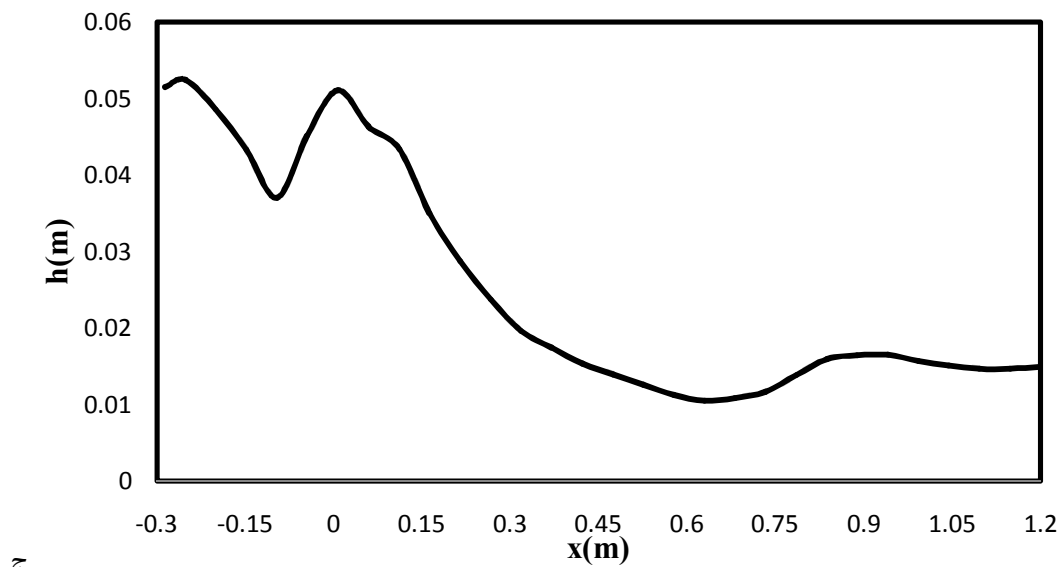
شکل (۶-۱۱): دیاگرام توزیع سرعت در جهت x



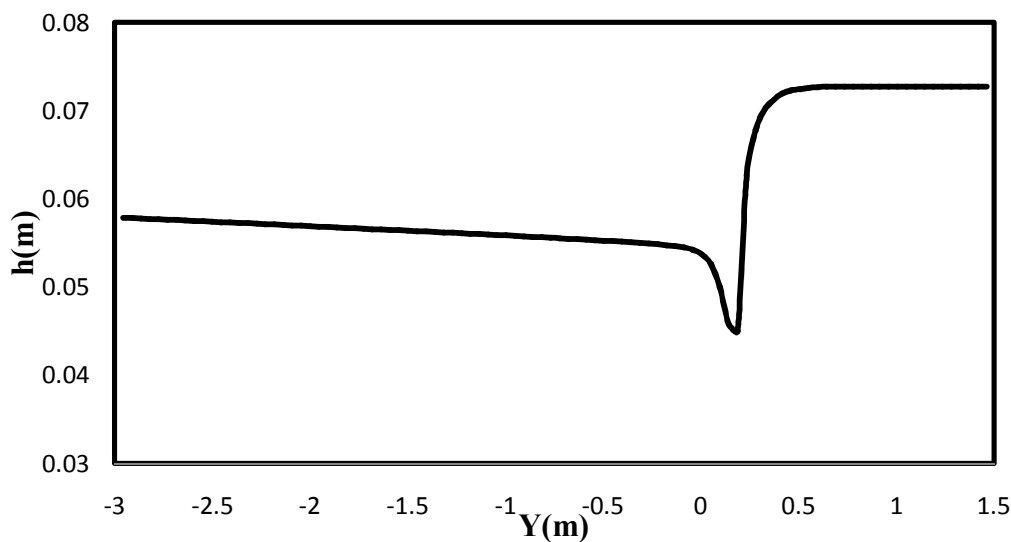
شکل (۶-۱۲): دیاگرام توزیع عدد فرود

در شکل (۶-۱۳) پروفیل طولی عمق در راستای کانال جانبی در سه مقطع نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که در کانال جانبی امواج تیز ایستا ایجاد شده است و در انتهای کانال جانبی ارتفاع امواج تقریباً ناچیز است. در شکل (۶-۱۴) پروفیل طولی در راستای کانال اصلی نشان داده شده است. در این شکل کاهش عمق جریان به دلیل وجود کانال جانبی رخ داده که باعث تبدیل جریان زیربحرانی به جریان فوق‌بحرانی شده است. سپس با ایجاد یک پرش هیدرولیکی جریان در پایین‌دست محل اتصال در کانال اصلی، تبدیل به جریان زیربحرانی می‌شود.



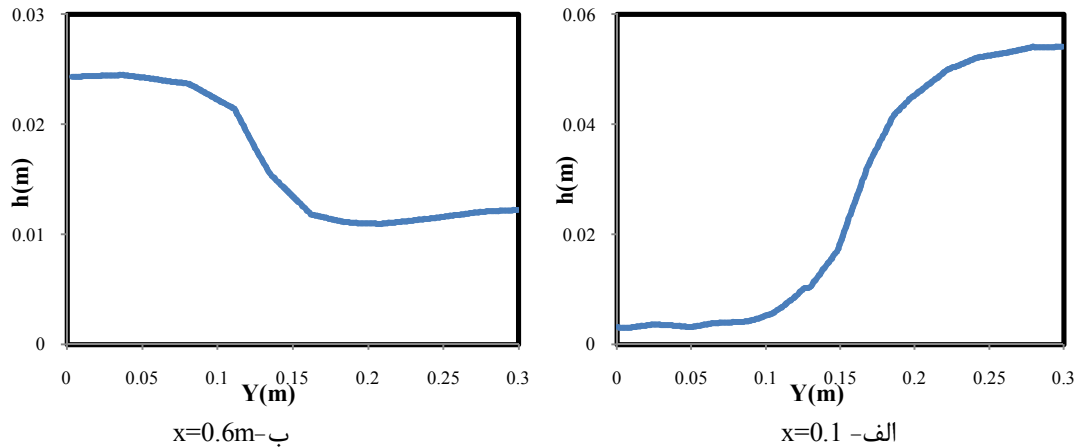


شکل (۶-۱۳): پروفیل طولی عمق جریان در کانال جانبی الف) $y=0.1m$ ب) $y=0.15m$ ج) $y=0.2m$

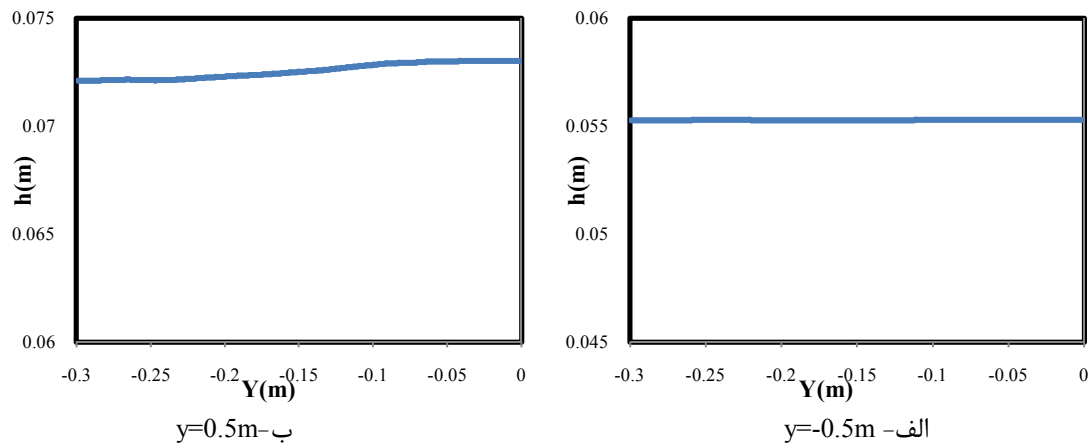


شکل (۶-۱۴): پروفیل طولی عمق جریان در کانال اصلی $x=-0.15m$

در شکل‌های (۶-۱۵) و (۶-۱۶) نیمرخ‌های عرضی عمق جریان در مقاطع مختلف، به ترتیب در کانال جانبی و اصلی ارائه شده است. در شکل (۶-۱۵) به علت وجود امواج تیز ایستای تغییرات عمق در عرض کانال زیاد است. شکل (۶-۱۶) نیمرخ عرضی جریان قبل و بعد از محل اتصال را نشان می‌دهد؛ با توجه به وقوع پرش هیدرولیکی مشاهده می‌شود که عمق جریان پس از محل اتصال بیشتر شده است ولی در هر دو مقطع تغییرات عمق در عرض کانال ناچیز است.



شکل (۶-۱۵): نیمرخ عرضی عمق جریان در کانال جانبی



شکل (۶-۱۶): نیمرخ عرضی عمق جریان در کانال اصلی

۱.۴.۶ نسبت دبی

در مدل حاضر، نسبت دبی R_q در کانال جانبی (Q_L) به دبی در کانال اصلی (Q_u) برابر با ۳۳ درصد بدست آمد. با داشتن عدد فرود در خروجی کانال اصلی برابر ۰/۵۰ و استفاده از رابطه (۶-۱) که توسط ریویر ارائه شده (رابطه (۶-۱)) مقدار R_q برابر با ۲۹/۴ درصد بدست آمد. ارزیابی کمی این مقادیر را می‌توان از طریق محاسبه خطا، شامل اختلاف نسبت تخمین زده شده از نسبت مرجع بدست آورد.

$$Error = (R_q(reference) - R_q(computed)) / R_q(reference) \quad (۴-۶)$$

مقایسه R_q محاسبه شده با رابطه (۶-۱) و R_q بدست آمده از مدل عددی حاضر نشان دهنده اختلافی برابر ۳/۶ درصد است (رابطه (۴-۶)).

مقادیر R_q برای جریان زیربحرانی با ۵ دبی مختلف در جدول (۲-۶) آورده شده است. برای ارزیابی مقادیر محاسبه شده از نتایج آزمایشگاهی هسو [۲۹] استفاده می‌شود. مشاهده می‌شود که اغلب مقادیر محاسبه شده از مقادیر آزمایشگاهی کمتر است. مقادیر خطا (رابطه (۴-۶)) بین ۲۰٪- تا ۲.۳٪+ با میانگین خطای ۸.۸۴٪- می‌باشد. که نشان دهنده نزدیکی پیش‌بینی عددی با نتایج آزمایشگاهی است.

جدول (۲-۶) : مقایسه مقادیر R_q محاسبه شده و آزمایشگاهی [۲۹]

(lit/s)	(cm)	(cm)	$R_q(\text{exp})$ (%)	$R_q(\text{comp})$ (%)	Error (%)
3.02	4.58	4.91	12.9	14.2	-10.0
3.05	4.24	4.79	17.4	19.2	-10.3
3.54	4.57	5.14	16.7	16.3	+2.3
3.92	5.33	5.77	12.5	15.0	-20
5.06	8.20	8.90	38.7	41.1	-6.2

۲.۴.۶ بررسی تاثیر زبری

برای بررسی تاثیر زبری، ۴ زبری متفاوت با حالت بدون در نظر گرفتن زبری مقایسه شد. زبری‌های در نظر گرفته شده بصورت زیر است [۳۷]:

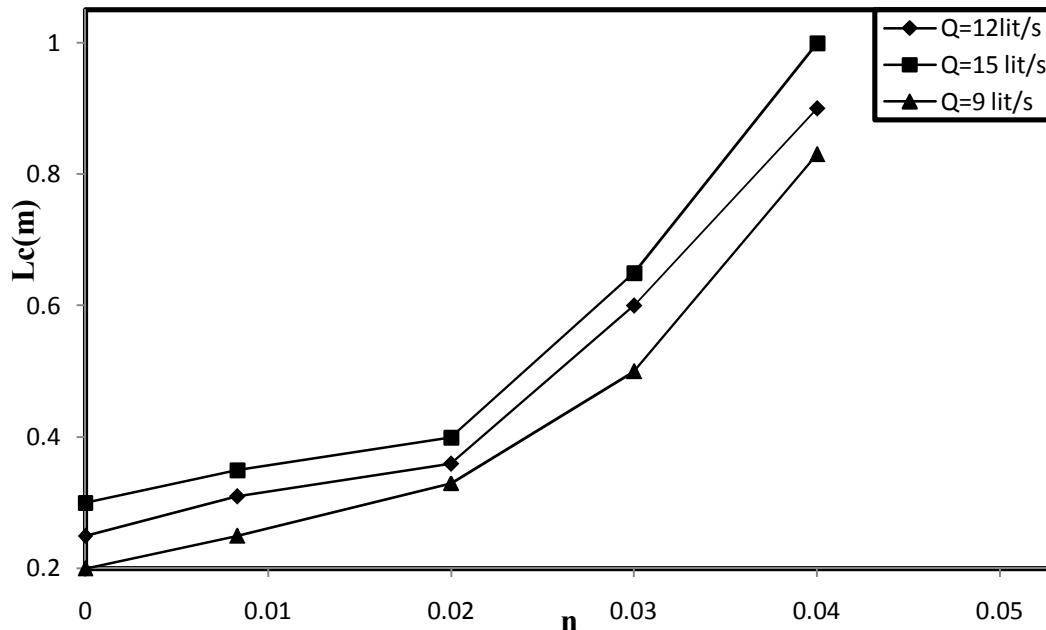
– 0.0083 : سطوح فوق العاده صاف مانند شیشه و چوب پولیش شده برای مدلسازی آزمایشگاهی.

– 0.02 : کانال‌های با کف شنی و صافی متوسط که خوب اجرا شده باشد. کانال‌های خاکی طبیعی صاف و بدون رستنی‌ها

– 0.03 : کانال با رویش ضخیم خزه، کف پوشیده با قلوه سنگ‌های درشت

– 0.04 : کانال‌هایی که با خزه انبوه پوشیده شده باشد. کانال حفاری شده با مواد منفجره در بستر سنگی.

برای بررسی نتایج، طول گردابه در کانال جانبی اندازه‌گیری و نتایج در شکل (۶-۱۷) درج شد. همانطور که ملاحظه می‌شود با افزایش زبری، طول گردابه نیز افزایش پیدا می‌کند. شایان ذکر است که تغییر زبری تاثیر قابل توجهی بر نسبت دبی خروجی از کانال جانبی ندارد.



شکل (۶-۱۷): تاثیر زبری (n) بر طول گردابه

۵.۶ نتیجه‌گیری

در این فصل جریان سیلابی در محل تقاطع کانال‌ها با استفاده از معادلات متوسط گرفته شده در عمق (معادلات آب‌های کم عمق) حل شد. برای این کار از روش حجم محدود Roe در شبکه بی‌سازمان مثلثی استفاده گردید. مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی نشان داد که روش عددی Roe بخوبی قادر به شبیه سازی امواج ایجاد شده در کانال جانبی و پرش هیدرولیکی در محل تقاطع می‌باشد و نسبت به روش عددی دوبعدی میگنات [۳۲] نتایج مطلوبتری بدست می‌دهد. در ادامه مقادیر نسبت دبی ورودی در کانال اصلی به دبی خروجی در کانال جانبی برای دبی‌های مختلف محاسبه و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد. این مقایسه نزدیکی بین مقادیر محاسبه شده و نتایج آزمایشگاهی و عملکرد مطلوب کد عددی نوشته شده را نشان می‌دهد. سپس، تاثیر زبری کانال بر روی طول گردابه در کانال

جانبی بررسی و با توجه به نتایج بدست آمده نموداری برای تعیین طول گردابه در برابر مقدار ضریب زبری ارائه شد. نتایج عددی نشان داد تغییر زبری تاثیر قابل توجهی بر دبی خروجی از کانال جانبی ندارد.

فصل هفتم

خلاصه و نتیجه گیری

۱.۷ مقدمه

در این فصل نخست خلاصه‌ای از کارهای انجام شده در پایان‌نامه می‌آید. سپس، نتیجه‌ها به نظر خوانندگان می‌رسند. سرانجام، پاره‌ای طرح‌های پژوهشی معرفی می‌شوند. اینکار راه را برای پژوهش‌های بیشتر آیندگان هموار می‌سازد.

۲.۷ خلاصه

در این پایان‌نامه، روش عددی حجم محدود Roe برای حل معادلات متوسط عمقی آب‌های کم عمق بکار رفت. سپس نتایج حاصل از مدل عددی با نتایج آزمایشگاهی سایر محققین مقایسه شد. در زیر، خلاصه‌ای از کارهای انجام شده بیان می‌شود.

در فصل اول، اهمیت مطالعه آب‌های کم عمق بیان شد. در این فصل نمونه‌هایی از کاربرد معادلات آب‌های کم عمق ذکر گردید.

استخراج معادلات دوبعدی آب‌های کم عمق از معادلات سه‌بعدی ناویر استوکس در فصل دوم ارائه شد.

در فصل سوم، ضمن بررسی اجمالی روش‌های مختلف حل عددی معادلات آب‌های کم عمق، جزئیات روش عددی حجم محدود Roe ارائه شد. در این فصل، جداسازی معادلات آب‌های کم عمق با استفاده از روش متکی به بالادست Roe انجام شد. علاوه براین در انتهای این فصل نحوه اعمال شرایط مرزی ارائه گردید.

سابقه تحقیقاتی جریان در تقاطع T شکل کانال‌های باز در فصل چهارم ارائه شد. سپس جزئیات یک نمونه بصورت مبسوط بررسی گردید.

فصل پنجم به معرفی کد عددی نوشته شده برای حل معادلات آب‌های کم عمق و صحت سنجی آن اختصاص یافت. در این فصل، الگوریتم مورد استفاده در کد عددی، ارائه شد. سپس با استفاده از دو آزمون عددی صحت عملکرد برنامه کنترل شد.

در فصل ششم، کاربرد مدل عددی بررسی شد. در این فصل، جریان در تقاطع T شکل کانال‌های باز مدلسازی گردید؛ و نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی سایر محققین مقایسه شد. سپس نموداری برای تعیین طول گردابه در برابر مقدار ضریب زبری ارائه شد.

۳.۷ نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه، روش عددی حجم محدود برای حل معادلات آب‌های کم عمق بکار رفت. در ادامه خلاصه‌ای از نتایج بدست آمده ارائه می‌گردد.

در فصل ششم، روش عددی *Roe* برای شبیه‌سازی جریان در تقاطع T شکل بکار رفت و با نتایج آزمایشگاهی الکدی و همکاران و مدل عددی دوبعدی میگنات و همکاران مقایسه شد. بررسی‌ها نزدیکی بیشتر نتایج عددی روش *Roe* به نتایج آزمایشگاهی، نسبت به مدل عددی میگنات را نشان می‌دهند.

مدل عددی ارائه شده بخوبی قادر به مدلسازی مسئله شکست سد می‌باشد و نتایج حل عددی و تحلیلی بسیار مشابه می‌باشند. همچنین این مدل به خوبی قادر به مدلسازی مسئله برخورد دو موج می‌باشد و مقایسه نتایج حل عددی و تحلیلی تشابه بسیار قابل قبولی را نشان می‌دهند.

برای مدل کردن جریان در کانال T شکل از شبکه مثلثی بی‌سازمان با تراکم سلول‌های مختلف استفاده شد. در نهایت، با تلاش‌های عددی انجام شده تراکم با حداکثر مساحت سلول 0.0005 مترمربع، به عنوان شبکه مناسب در نظر گرفته شد.

در تقسیم جریان در کانال T شکل گردابه ای در کانال جانبی ایجاد می شود. بررسی انجام شده در رابطه با مشخصات این گردابه نشان داد که مدل عددی گردابه ایجاد شده در کانال جانبی را بخوبی شبیه سازی می کند و با مدل آزمایشگاهی مطابق است.

در فصل ششم مقایسه نتایج مدل عددی حاضر و نتایج آزمایشگاهی هسو و همکاران برای نسبت دبی در جریان زیر بحرانی ارائه شد. این نتایج همبستگی نزدیک بین نتایج عددی و آزمایشگاهی را نشان دادند.

بررسی تاثیر ضریب زبری مانینگ نشان داد که با افزایش این ضریب طول گردابه در کانال جانبی، افزایش می یابد و نموداری برای تعیین طول گردابه در برابر مقدار ضریب زبری ارائه شد. همچنین نتایج عددی نشان داد تغییر زبری تاثیر قابل توجهی بر دبی خروجی از کانال جانبی ندارد.

۴.۷ پژوهش های آیندگان

با توجه به کارهای انجام شده در این پایان نامه، می توان زمینه هایی را برای پژوهش های بیشتر معرفی کرد. این طرح ها توانایی روش های عددی موجود را افزایش می دهند و سبب بهبود کارایی آنها می گردند. بر این اساس، طرح های پژوهشی زیر پیشنهاد می شوند.

۱.۴.۷ بررسی تاثیر شیب

در این پایان نامه، اثرات زبری های مختلف مطالعه شد. برای بررسی دقیق تر جملات چشمه، می توان اثر شیب کانال بر تقسیم دبی جریان و سایر مشخصات را در نظر گرفت.

۲.۴.۷ لحاظ کردن رسوب

با توجه به توانایی فرسایشی جریان، در نظر گرفتن رسوب در جریان شرایط مدلسازی را به شرایط طبیعی جریان بیشتر می کند و نتایج دقیق تری از مشخصات جریان به ما ارائه می دهد.

۳.۴.۷ هندسه مساله

در این پایان نامه جریان در تقاطع T شکل کانال های مستطیلی با عرض یکسان مطالعه شد. برای مطالعات بیشتر در زمینه تقسیم جریان می توان از زوایای اتصال دیگر مانند ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه استفاده کرد. همچنین بررسی جریان در کانال هایی با عرض های متفاوت کانال جانبی به کانال اصلی می تواند اطلاعات بیشتری از نحوه توزیع جریان در تقاطع کانال ها ارائه دهد.

با توجه به اینکه یکی از کارایی های این مدل در زمان سیلاب است، می توان با در نظر گرفتن بستر مرکب، جریان را در زمان سیلاب دقیق تر بررسی کرد.

منابع

1. Jin Y.C. and Zarrati A.R. (2004), "Development of a Generalized Multi-Layer Model for 3-D Simulation of Free Surface Flows", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 46, 1049–1067.
2. Nagata N., Hosoda T. and Muramoto Y. (2000), "Numerical Analysis of River Channel Processes with Bank Erosion", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 126(4), 243–252.
3. Guillou S. and Nguyen K.D. (1999), "An Improved Technique for Solving Two-Dimensional Shallow Water Problems", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 29, 465–483.
4. Wang J.S., Ni H.G. and He Y.S. (2000), "Finite-Difference TVD Scheme for Computation of Dam-Break Problems", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 126(4), 253–262.
5. Daily J.W. and Harleman D.R.F. (1996), "*Fluid Dynamics*", Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
6. Nezu I. and Nakagawa H. (1993), "*Turbulence in Open-Channel Flows*", A.A.BALKEMA.
7. Reynolds O. (1894), "On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion", *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 186, 123–161.
8. Vreugdenhil C.B. (1994), "*Numerical Methods for Shallow-Water Flows*", Kluwer Academic Publishers.
9. Chang T.J., Kao H.M., Chang K.H. and Hsu M.H. (2011), "Numerical Simulation of Shallow-Water Dam Break Flows in Open Channels Using Smoothed Particle Hydrodynamics", *Journal of Hydrology*, 408, 78–90.
10. Bellos V. and Hrisanthou V. (2011), "Numerical Simulation of a Dam Break Flood Wave", *European Water*, 33, 45–53.
11. Alamatian E. and Jaefarzadeh M. R. (2012), "Evaluation of Turbulence Models in the Simulation of Oblique Standing Shock Waves in Supercritical Channel Flows", *International Journal of Civil Engineering*, 10(1), 61–71.
12. Hoffmann K.A. and Chiang S.T. (1993), "*Computational Fluid Dynamics for Engineers*", Vol. 1, Engineering Education System.
13. Hsu C.C., Lee W.J. and Chang C.H. (1998), "Subcritical Open-Channel Junction Flow", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 124(8), 847–855.
14. Li C. and Zeng C. (2010), "Flow Division at a Channel Crossing With Subcritical or Supercritical Flow", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 62, 56–73.
15. Versteeg H.K. and Malalasekera W. (1995), "*An Introduction to Computational Fluid Dynamics: the Finite Volume Method*", Addison-Wesley.
16. Roe P.L. (1986), "Discrete Models for the Numerical Analysis of Time-Dependent Multidimensional Gas Dynamics", *Journal of Computational Physics*, 63(2), 458–476.

17. Harten A., Lax P.D. and Van Leer B. (1983), "On Upstream Differencing and Godunov-Type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws", *SIAM Rev.*, 25(1), 35–61.
18. Cea L. (2005), PhD. Thesis, "An Unstructured Finite Volume Model for Unsteady Turbulent Shallow Water Flow with Wet-Dry Fronts, Numerical Solver and Experimental Validation", Departamento de Métodos Matemáticos y de Representación, Universidad de A Coruña, Spain.
19. Taylor E. (1944), "Flow Characteristics at Rectangular Open-Channel Junctions", *Transactions of the ASCE*, 109, 893–902.
20. Bowers C.E. (1950), "Hydraulic Model Studies for Whiting Field Naval Air Station, Part V: Studies of Open-Channel Junctions", *Technical Papers, Series B*, St Anthony Falls Laboratory, Univ. of Minnesota, Minneapolis, Minn.
21. Law S.W. and Reynolds A.J. (1966), "Dividing Flow in Open Channel", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 92(HY2), 207–231.
22. Ramamurthy A.S. and Satish M.G. (1988). "Division of Flow in Short Open Channel Branches", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 114(4), 428–438.
23. Hager W. H., (1989), "Supercritical Flow in Channel Junction", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 115(5), 595–616.
24. Ramamurthy A.S., Tran D.M. and Carballada L.B. (1990), "Dividing Flows in Open Channels", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 116(3), 449–455.
25. Hager W.H. and Schwalt M. (1995), "Experiments to Supercritical Junction Flow", *Experiments in Fluids*, 18(6), 429–437.
26. Neary V.S. and Odgaard A.J. (1993), "Three-Dimensional Flow Structure at Open-Channel Diversions", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 119(11), 1223–1230.
27. Hsu C.C., Wu F.S. and Lee W.J. (1998a), "Flow at 90° Equal-Width Open-Channel Junction", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 124(2), 186–191.
28. Hsu C.C., Lee W.J. and Chang C.H. (1998b), "Subcritical Open-Channel Junction Flow", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 124(8), 847–855.
29. Hsu C.C., Tang C.J., Lee W.L. and Shieh M.Y. (2002), "Subcritical 90° Equal-Width Open-Channel Dividing Flow", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 128(7), 716–720.
30. Weber L.J., Schumate E.D. and Mawer N. (2001), "Experiments on Flow at a 90° Open-Channel Junction", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 127(5), 340–350.
31. Ramamurthy A.S., Qu J. and Vo D. (2007), "Numerical and Experimental Study of Dividing Open-Channel Flows", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 133(10), 1135–1144.
32. Mignot E., Paquier A. and Rivière N. (2008a), "Experimental and Numerical Modeling of Symmetrical Four-Branch Supercritical Cross Junction Flow", *Journal of Hydraulic Research*, 46(6), 723–738.

33. El Kadi Abderrezzak K., Lewicki L., Paquier A., Rivière N. and Travin G. (2011), "Division of Critical Flow at Three-Branch Open-Channel Intersection", *Journal of Hydraulic Research*, 49(2), 231–238.
34. Rivière N., Travin G. and Perkins R.J. (2007), "Transcritical Flows in Open Channel Intersections", Proc. 32nd IAHR Congress, Venice, Italy, Paper SS05-11 (CD-Rom).
35. Stoker J.J. (1957), "*Water Wave : The Mathematical Theory with Applications*", Institute of Mathematical Sciences, New York University, New York.
۳۶. جمعه زاده م. و جعفرزاده م.ر. (۱۳۸۸)، "حل تحلیلی و عددی برخورد امواج شک و انبساطی"، هشتمین کنگره بین المللی عمران، دانشگاه شیراز، شیراز.
۳۷. حسینی س.م. و ابریشمی ج. (۱۳۷۹)، "هیدرولیک کانال‌های باز"، ویرایش دوم، چاپ بیستم، انتشارات دانشگاه امام رضا (ع)، مشهد.

Abstract

In this thesis, the Roe finite volume method is used to solve the two dimensional depth averaged shallow water equations. First, the extraction of the equations from three-dimensional Navier-Stokes equations is expressed. Then these equations are discretized using Roe finite volume scheme. Next, a computer code is written for solving these equations and for getting assured of the proper operation of the numerical model. Two numerical examples are performed and compared with analytical results. Finally flow in T-junction on open channels is simulated numerically; the results are compared with other researcher's numerical and experimental results. The effect of different roughness on vortex length in branch channel and flow distribution in channels based on inflow Froude number is also considered.

Keywords: Channel intersection, Flow division, Shallow water equations, Finite volume method



Shahrood University of Technology

Faculty of Civil & Architectural Engineering

Modeling of shallow water flow at three-branch open-channel intersection

Marjan Farzin

Supervisors:

Dr Ramin Amini

Dr Ebrahim Alamatian

Feb 2013