

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده: فیزیک

گرایش: حالت جامد

ترابرد بارواسپین در اتصال ابررسانا - مولکول مغناطیسی - ابررسانا

دانشجو: علی آهنگری رستمی

استاد راهنما:

دکتر جهانفر ابویی

استاد مشاور:

دکتر بابک عبداللہی پور

پایان نامه کارشناسی ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ۱۳۹۰

به پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایشار و از خودگذشتگی
به پاس قلب های بزرگشان که فریادرس است و سرکردانی و ترس در پناہشان به شجاعت می گراید
به پاس عاطفه سرشار و کرمای امید بخش وجودشان که در این سردترین روزگار ان بهترین پشتیبان است
و به پاس محبت های بی دریغشان که هرگز فروکش نمی کند

این مجموعه را به خانواده عزیزم تقدیم می کنم

خدایا
سرنوشت مرا خیر بنویس
تقدیری مبارک
تا هر چه را که تو دیر می خواهی زود نخواهم،
و هر چه را تو زود می خواهی دیر نخواهم...
خدایا

به مصداق «من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق» بسی شایسته است

که با درود فراوان خدمت خانواده بسیار عزیز، دلسوز و فداکارم که پیوسته جرعه نوش جام تعلیم و تربیت، فضیلت و انسانیت آنها بوده‌ام و همواره چراغ وجودشان روشنگر راه من در سختی‌ها و مشکلات بوده است، از ایشان تقدیر و تشکر نمایم.

از زحمات بی‌دریغ اساتید فرهیخته و بزرگوارم در دانشگاه صنعتی شاهرود بخصوص اساتید ارجمندم جناب آقای دکتر ابویی و جناب آقای دکتر عبدالهی پور که با راهنمایی‌های دلسوزانه خود در پیشبرد این پروژه راهگشای اینجانب بودند و با مشاوره‌های خردمندانه یاری‌گر من در این راه بوده و همیشه با روی گشاده پاسخگوی سوالات بنده بودند کمال تشکر و سپاسگزاری را داشته باشم.

همچنین از تمامی دوستان، هم‌اتاقی‌های عزیزم، هم‌کلاسی‌های گرامیم و بچه‌های دانشکده فیزیک که لحظاتی سرشار از صفا و صمیمیت را در کنار خود برایم به یادگار گذاشتند و همیشه اینجانب را مورد لطف و محبت خود قرار داده و به من درس صداقت و مهرورزی آموختند بسیار سپاسگزار باشم.

تعهدنامه

اینجانب علی آهنگری رستمی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک حالت جامد دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه: **ترابرد بارواسپین در اتصال ابررسانا - مولکول مغناطیسی - ابررسانا تحت راهنمایی دکتر جهانفر ابویی** و مشاوره دکتر بابک عبدالهی پور متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تاثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجودات زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده :

پس از کشف ابررسانایی و ارائه نظریه جوزفسون شاهد افزایش روز افزون استفاده از مدارات ابررسانایی در علوم مختلف بوده ایم. از جمله این موارد می توان به علم اسپینترونیک و ظهور وسایل تداخلی کوانتومی در ابررسانایی اشاره نمود. شاخه ی اسپینترونیک مولکولی یکی از مباحث بسیار جدید و جالب در حوزه ی اسپینترونیک است که هم از دیدگاه تجربی و هم از دیدگاه نظری مورد توجه است. در این زمینه کنترل و جهت یابی اسپین تک مولکول به منظور انجام عملیات کوانتومی بنیادی و ذخیره ی اطلاعات کوانتومی بسیار حائز اهمیت است. تاکنون توانسته اند با استفاده از ابزارها و تکنیک های اپتیکی جهت اسپین تک اتم منگنز را در اتصال نیمرسانا کنترل کنند. لذا ساخت اتصال مولکولی برای آزمایشگرها بسیار مهم بوده، هر چند عملی بسیار پر زحمت و پر تنش است.

از اتصالات مولکولی، همچنین می توان برای شناسایی بیشتر یک مولکول استفاده کرد. به عنوان مثال، با اندازه گیری جریان عبوری از اتصال مولکول مغناطیسی با یک فلز، می توان بیشتر خواص تک مولکول را پیدا کرد. پدیده کوانتومی تونل زنی یکی از خصوصیات بارز مولکول مغناطیسی، مانند Fe_8 و Mn_{12} است. اخیراً آزمایشات زیادی برای اندازه گیری جریان عبوری از اتصال ابررسانا-مولکول مغناطیسی-ابررسانا ($S - SMM - S$)، انجام شده است. همچنین مطالعات نظری زیادی روی جریان بار و جریان اسپین و دینامیک مغناطش این اتصال انجام شده است. هدف ما در این کار، بررسی جریان عبوری از این اتصال، با در نظر گرفتن اثر رقص محوری تک مولکول مغناطیسی در جریان بار عبوری از اتصال $S - SMM - S$ ، است.

رقص محوری شامل نوسان ژيروسکوپی مولکول مغناطیسی در حرکت تقدیمی است که به دلیل وجود برهم کنش جریان عبوری از اتصال با مولکول مغناطیسی پدید می آید. به این حرکت ژيروسکوپی، رقص محوری جوزفسون (Josephson nutation) گفته می شود. در این رساله اثر

رقص محوری جوزفسون بر روی جریان بار عبوری از اتصال ابررسانا- مولکول مغناطیسی- ابررسانا مطالعه شده است. در این اتصال اسپین تک مولکول مغناطیسی به صورت یک بردار کلاسیکی $\vec{S}$ در نظر گرفته شده است. این بردار تحت تاثیر میدان مغناطیسی اعمالی یک حرکت تقدیمی با فرکانس Ω و در اثر اندرکنش متقابل با جریان جوزفسون، رقص محوری با فرکانس ω انجام می‌دهد. با استفاده از رهیافت توابع گرین جریان عبوری از این اتصال را در حد تونلی محاسبه کرده‌ایم. نتایج محاسبات نشان می‌دهد که رقص محوری اسپین باعث مدوله شدن جریان جوزفسون می‌شود. به ازای مقادیر معینی از فرکانس‌های Ω و ω حالت تشدید به وجود آمده و دامنه‌ی نوسان جریان جوزفسون واگرا می‌شود. همچنین در مقادیر معینی از فرکانس Ω دیده می‌شود که دامنه نوسان صفر بوده و رقص محوری در جریان جوزفسون تاثیری ندارد.

کلمات کلیدی: ابررسانایی، مولکول مغناطیسی، پیوندگاه جوزفسون، جریان تونل زنی، توابع

گرین، رقص محوری جوزفسون

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

علی آهنگری رستمی، بابک عبدالهی پور، جهانفر ابویی “اثر رقص محوری جوزفسون بر جریان

بار اتصال ابررسانا- تک مولکول مغناطیسی- ابررسانا” هفدهمین گردهمایی فیزیک ماده

چگال، ۵ و ۶ خرداد ۹۰، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

فهرست مطالب

۱	فصل اول	اتصال ابررساناها و جریان جوزفسون
۱-۱-۱	مقدمه	۲
۱-۲-۱	جفت‌های کوپر، برهم کنش الکترون-فونون:	۲
۱-۳-۱	کره فرمی و نظریه BCS	۵
۱-۴-۱	گاف ابررسانایی	۹
۱-۵-۱	اثرات ac و dc جوزفسون	۱۱
۱-۶-۱	جریان ابررسانایی در پیوندگاه جوزفسون	۱۲
۱-۷-۱	جریان جوزفسون بر اساس مدل هامیلتونی تونلی	۱۸
۱-۸-۱	محاسبه جریان جوزفسون در حضور دو ابررسانا:	۲۶
۲	فصل دوم	تک مولکول مغناطیسی
	تک مولکول مغناطیسی	۳۲
۲-۱-۱	مقدمه	۳۳
۲-۲-۱	معرفی تک مولکول مغناطیسی	۳۳
۲-۳-۱	تونل زنی کوانتومی در تک مولکول مغناطیسی	۳۴
۲-۳-۲	۱-۳-۲ هامیلتونی سیستم‌های اسپینی بزرگ‌را چگونه بنویسیم؟	۳۵
۲-۴-۱	انواع تک مولکول مغناطیسی	۴۰
۲-۵-۱	دلایل و ترجیحات استفاده از تک مولکول مغناطیسی	۴۲
۳	فصل سوم	مروری بر کارهای انجام شده
۳-۱-۱	مقدمه	۴۴
۳-۲-۱	جریان جوزفسون در حضور اسپین با حرکت تقدیمی (۲۰۰۳)	۴۴
۳-۳-۱	جریان جوزفسون در حضور اسپین با حرکت تقدیمی (۲۰۰۹)	۴۶
۳-۴-۱	ترابرد بار و دینامیک مغناطش در اتصال ابررسانا-تک مولکول-ابررسانا (۲۰۱۰)	۴۸
۴	فصل چهارم	جریان بار در اتصال ابررسانا-تک مولکول-ابررسانا
۴-۱-۱	مقدمه	۵۲
۴-۲-۱	مدل ارایه شده	۵۲
۴-۳-۱	جریان نرمال در حضور اختلاف پتانسیل:	۵۶
۴-۴-۱	جریان جوزفسون در حضور اختلاف پتانسیل در اتصال	۷۰
۴-۵-۱	نتیجه‌گیری	۸۲
5	پیوست	۸۷

- شکل ۱-۱- نمایش اعوجاج در اثر حرکت الکترون‌های آزاد در شبکه بلور ۳
- شکل ۲-۱- طرحواره تابع موج زوجهای کوپر ۴
- شکل ۳-۱- توزیع احتمال زوج کوپر در مختصات نسبی دو الکترون ۵
- شکل ۴-۱- طرح شماتیک برهمکنش‌های الکترون-فونون ۵
- شکل ۵-۱- کره فرمی در فضای تکانه و منطقه حضور زوجهای کوپر که پررنگ شده است ۶
- شکل ۶-۱- طرحواره فرضی ذراتی با تکانه‌های متناسب، در فضای تکانه ۷
- شکل ۷-۱- گاف نواری در صفر مطلق برای دو حالت نرمال و ابررسانا ۱۱
- شکل ۸-۱- نمایش انواع مختلف اتصال ضعیف: که شامل ابررسانا-نارسانا-ابررسانا(a) ۱۲
- شکل ۹-۱- طرحواره ای از تونل زنی جفتهای کوپر در اتصال جوزفسون ۱۳
- شکل ۱۰-۱- فروافت پارامتر نظم ابررساناها در ناحیه عایق ۱۴
- شکل ۱۱-۱- نمودار I-V مربوط به اتصال شکل ۱۸
- شکل ۱-۲- طرح تونل زنی کلاسیکی ۳۴
- شکل ۲-۲- نمایش تونل زنی کوانتومی، ترازها به اندازه Δ شکافته شده اند ۳۵
- شکل ۳-۲- شکافتگی ترازها برای تک مولکولی با اسپین کل S ۳۶
- شکل ۴-۲- اعمال میدان سبب تونل زنی از ترازهای ۳۷
- شکل ۵-۲- نمایش واهلش مغناطیسی و عواملی که منجر به آن می‌شوند ۳۸
- شکل ۶-۲- شکل سمت چپ در غیاب میدان اعمالی است ۳۹
- شکل ۷-۲- طرحواره‌ای از Mn_{12} ۴۰
- شکل ۸-۲- طرح تک مولکول مربوط به V_{15} که شامل ساختار مثلثی است که بین دو ساختار شش گوشه ساندویچ شده است ۴۱
- شکل ۱-۳- طرحواره‌ای از جفت شدگی اسپین کلاسیکی بزرگ با ابررساناها ۴۵
- شکل ۲-۳- نمودار چگالی جریان بر حسب فرکانس تقدیمی تک مولکول مغناطیسی ۴۷
- شکل ۳-۳- در حالت a در چارچوب مرجع آزمایشگاه اسپین کلاسیکی با فرکانس Ω در حال دوران است ۴۹
- شکل ۱-۴- تک مولکول مغناطیسی که تحت تاثیر میدان مغناطیسی در حرکت دورانی و نوسانی توام می‌باشد ۵۵
- شکل ۲-۴- تغییرات جریان مستقیم بر حسب تغییرات $eV/2\Delta$ ، مشاهده میشود که جریان در $eV = 2\Delta$ جهش ناپیوسته‌های را از مقدار صفر انجام داده و سپس با شیب ثابتی افزایش می‌یابد ۶۹
- شکل ۳-۴- نمایش تغییرات جملات جریان متناوب بر حسب تغییرات ولتاژ ۷۰
- شکل ۴-۴- تغییرات ضریب M بر حسب $\omega/2\Delta$ ، به ازای $\Omega/2\Delta = 0.5$ ۸۰
- شکل ۵-۴- تغییرات ضریب M بر حسب $\omega/2\Delta$ ، به ازای $\Omega/2\Delta = 1.5$ ۸۱
- شکل ۶-۴- تغییرات ضریب M بر حسب $\Omega/2\Delta$ و در به ازای $\omega/2\Delta = 7$ ۸۱
- شکل ۷-۴- انتگرالهای بیضوی کامل نوع اول و دوم ۹۷

پیشگفتار

از زمانی که کامرلینگ اونس^۱ به همراه شاگردش هولست^۲ در آزمایشگاهشان در لیدن هلند، به صورت کاملاً اتفاقی هنگام بررسی مقاومت dc جیوه شاهد افت سریع مقاومت به سمت صفر در دمای $4.2K$ بودند، یک قرن می گذرد [۱].

پس از کشف مایسنر^۳ در سال ۱۹۳۳ مبنی بر اینکه رفتار مغناطیسی ابررسانا ها مانند دیامغناطیس کامل است و متعاقباً معادلات برادران لاندن^۴ در سال ۱۹۳۵ برای توضیح اثر مایسنر ارایه شد. معادلات برادران لاندن منجر به معرفی عمق نفوذ^۵ لاندن شد [۲].

در سال ۱۹۵۰ گینزبورگ و لاندائو^۶ نظریه پدیده شناختی برای توضیح پدیده ابررسانایی و برطرف کردن نقایص نظریه لاندن بر پایه گذار فاز مرتبه دوم که توسط لاندائو توسعه یافته بود، ارایه کردند. این نظریه نقش بسیار مهمی در شناخت رفتار ابررساناهای متعارف^۷ و نامتعارف^۸ را در میدانهای مغناطیسی قوی داشته است. نظریه گینزبورگ و لاندائو کمیتی از جنس عمق نفوذ را با نام طول همدوسی^۹ معرفی کرده است [۲ و ۹].

در تمامی نظریات ابررسانایی مسئول ابررسانش را تک الکترونها می دانستند تا اینکه لئون کوپر در سال ۱۹۵۶ اعلام نمود که برهم کنشهای ضعیف الکترون-فونون در جامدات منجر به شکل گیری جفت الکترونها شده و این پدیده مسئول ابررسانش در ماده است [۹].

¹-Kamerlingh Onnes

²-Gilles Holst

³-Meissner

⁴-F. and H. London

⁵-penetration depth

⁶-Ginzburg&Landau

⁷-conventional

⁸-unconventional

⁹-coherence length

اولین نظریه میکروسکوپی ابررسانایی در فلزات در سال ۱۹۵۷ توسط باردین و کوپر و شرایفر^۱ ارائه شد که اکنون با نام نظریه BCS شناخته می شود. نظریه BCS در دماهای پایین اعتبار دارد و برای ابررساناهای دمای بالا کاربرد خود را از دست میدهد [۲].

در طی این صد سال یکی از مهمترین نظریات ارائه شده در حیطه ابررسانایی، نظریه ای بوده است که برایان جوزفسون^۲ در ۱۹۶۲ ارائه نموده است و مربوط به جریان در اتصال دو ابررسانا می باشد که ناشی از تونل زنی کوانتومی زوجهای کوپراز میان یک لایه نارساناست. بیشترین تحولات در زمینه استفاده از اتصالات ابررسانایی و همچنین طراحی ابزار اندازه گیری ابررسانایی پس از ارائه نظریه جوزفسون صورت گرفته است.

با ارائه نظریه جوزفسون و ورود مکانیک کوانتوم به قلمرو ابررسانایی، علاقه افراد به کار در زمینه بررسی پدیده های کوانتومی در ابررسانایی و همچنین به کارگیری لایه های گوناگون در پیوند گاههای جوزفسون روز به روز افزایش یافته است. از جمله این پیوندگاهها می توان به پیوندگاه فرومغناطیس- ابررسانا اشاره نمود.

بررسی پیوندگاههای جوزفسون با کشف یا بیان دقیقتر رونمایی از تک مولکول مغناطیسی شکل تازه ای به خود گرفت. تک مولکول مغناطیسی که در اوایل دهه ۹۰ سنتز آن توسط شیمیدانها اعلام گردید، در حقیقت از یک دهه قبل سنتز شده بود و در مصارف نظامی و استراتژیک علمی از آن استفاده می شد.

تک مولکول مغناطیسی ماده آلی است که توسط لوله های کربنی تعداد زیادی از اسپینهای با اندازه جهت گیری متفاوت را به هم متصل می نماید و دارای اسپین کل بزرگی است. این ماده از ایزوتوپ های مختلف فلزات تشکیل شده است که متداول ترین آنها آهن Fe و منگنز Mn می باشند. از همان زمان علاقه افراد به کنترل جهت گیری اسپین تک مولکول مغناطیسی و یا حتی یک تک اتم و یا تعداد کمی از اتمها، بر پایه اعمال عملگرهای کوانتومی، روبه افزایش بوده است [۱۰].

¹-Bardeen, Cooper and Schrieffer

²-B. D. Josephson

اخیراً در مورد جایگذاری تک مولکول مغناطیسی در پیوندگاه‌های جوزفسون و اندازه گیری جریان بار و اسپین در این پیوندگاه‌ها، برای بررسی بیشتر و دقیقتر خواص تک مولکول مغناطیسی صورت می گیرد. شاید گفت دلیل اصلی عدم استفاده از پیوندگاه نرمال در بررسی خواص تک مولکول مغناطیسی، مقاومت محسوس و تقریباً زیاد موثر بر اندازه گیری بوده است. کاری توسط جیان خین ژون^۱ و بالتسکی^۲ انجام شد نیز موعید همین نکته است [۱۶].

پس از آن نیز کارهایی در زمینه بررسی تاثیر میدان مغناطیسی خارجی بر جریان جوزفسون عبوری از اتصال جوزفسون شامل تک مولکول مغناطیسی توسط افراد فوق و همکارانشان انجام گرفته است. اعمال میدان مغناطیسی سبب حرکت تقدیمی تک مولکول مغناطیسی شده و جریان جوزفسون عبوری از اتصال را تحت تاثیر قرار می دهد. در بیشتر کارهای انجام شده در این زمینه از روش توابع گرین ماتسوبارا و در بعضی موارد (به خصوص در ترابرد فلزات نرمال) از توابع گرین زمانهای حقیقی استفاده شده است [۱۶و۴].

در این رساله اتصال جوزفسون متشکل از دو ابررسانای یگانه که از طریق یک تک مولکول مغناطیسی به هم متصل شده اند مورد بررسی قرار گرفته است. این سیستم تشکیل یک اتصال کوتاه (اتصال که طول آن کوتاه تر از طول همدوسی ابررساناها است) میدهد. با اعمال میدان مغناطیسی خارجی به اتصال، تک مولکول حرکت تقدیمی خواهد داشت. از طرفی اندرکنش شبه ذرات عبوری از اتصال با اسپین تک مولکول (که به صورت اسپین کلاسیکی بزرگ فرض شده است) نیز منجر به رقص محوری جوزفسون^۳ تک مولکول مغناطیسی می شود [۲۰]. بنابراین تک مولکول دو حرکت تقدیمی و نوسانی را به طور توأم انجام می دهد. برای ساده سازی بیشتر، از افت و خیزهای کوانتومی اسپین نیز صرف نظر کرده ایم.

¹-Xian-Xin Zhu

²- A.V. Balatsky

³ Josephson Nutation

ما جریان بار عبوری از اتصال جوزفسون توصیف شده در بالا را در حضور اختلاف پتانسیل اعمالی و در غیاب آن مطالعه کرده‌ایم. و تاثیر حرکت رقص محوری جوزفسون بر جریان عبوری از اتصال را بررسی کرده‌ایم.

برای محاسبه جریان از مدل هامیلتونی تونلی استفاده می‌کنیم. بدین ترتیب که هامیلتونی کل اتصال را به صورت مجموع هامیلتونی‌های ابررساناها و هامیلتونی تونل‌زنی می‌نویسیم. هامیلتونی تونل‌زنی بر حسب مولفه‌های ماتریس عبور توصیف می‌شود. جریان عبوری از اتصال شامل جریان نرمال و جریان جوزفسون است. با استفاده از روش توابع گرین ماتسوبارا، جریان‌های نرمال و جوزفسون را به صورت جملاتی که شامل توابع انتگرال بیضوی نوع اول و دوم هستند به دست می‌آوریم.

جریان نرمال در حضور اختلاف پتانسیل شامل مجموع یک جریان مستقیم و جریان متناوب است. قسمت ثابت جریان مستقل از دینامیک اسپین تک مولکول مغناطیسی است و این جمله در غیاب اختلاف پتانسیل اعمالی برابر صفر است. جمله متناوب جریان وابسته به فرکانس‌های حرکت تقدیمی و نوسانی است و در غیاب اختلاف پتانسیل اعمالی همچنان غیر صفر است. این موضوع به علت دینامیک اسپین تک مولکول مغناطیسی رخ می‌دهد. بنابراین ما نشان می‌دهیم که حرکت رقص محوری اسپین تک مولکول مغناطیسی می‌تواند سبب ایجاد جریان متناوب پمپی در سیستم مورد نظر ما گردد.

جریان جوزفسون در حضور اختلاف پتانسیل و در غیاب اختلاف پتانسیل نیز شامل دو جمله است. جمله اول جریان، مستقل از زمان بوده و فقط بر حسب فرکانس تقدیمی به دست می‌آید و مستقل از رقص محوری اسپین تک مولکول مغناطیسی است. اما جمله دوم بر خلاف جمله اول وابسته به زمان بوده و وابستگی زمانی آن در غیاب اختلاف پتانسیل صرفاً بر حسب فرکانس نوسانی مشخص می‌شود.

کار انجام شده در این رساله، شامل ساختار زیر می باشد:

فصل اول : که به مرور کلی بر ابررسانایی و تاریخچه آن می پردازد و سپس به معرفی اتصال

جوزفسون پرداخته و جریان جوزفسون با استفاده از رهیافت بس ذره‌ای محاسبه می‌شود.

فصل دوم: به معرفی و تاریخچه تک مولکول مغناطیسی اختصاص یافته است. در مورد سنتز این

ماده و اسپین بزرگ آن نیز توضیح داده می‌شود. خواص مغناطیسی این اسپین‌های کلاسیکی بزرگ

نیز بررسی خواهد شد.

فصل سوم: به توضیح درمورد کارهای قبلی که به بررسی جریان جوزفسون در حضور تک مولکول

مغناطیسی و ترابرد بار واسپین در این سیستم‌ها پرداخته‌است، اختصاص یافته است. .

فصل چهارم: کارهای انجام شده در این تحقیق است و در بخشهای مختلف، جریان بار حاصل از

دینامیک تک مولکول مغناطیسی را محاسبه نموده ایم.

تعاریف و محاسباتی نیز که آوردن آنها در متن مقدور نبود، در قالب پیوست آمده‌است.

فصل اول

اتصال ابررساناها و جریان جوزفسون

❖ مقدمه

❖ جفت‌های کوپر، برهم‌کنش الکترون-فونون

❖ کره فرمی و نظریه BCS

❖ گاف ابررسانایی

❖ اثرات ac و dc جوزفسون

❖ جریان ابررسانایی در پیوندگاه جوزفسون

❖ جریان جوزفسون بر اساس مدل هامیلتونی تونلی

❖ محاسبه جریان جوزفسون در حضور دو ابررسانا

۱-۱- مقدمه

یکی از جالبترین پدیده‌های فیزیکی شناخته شده پدیده ابررسانایی است. پدیده‌ای که در طبیعت یافت نمی‌شود. به عبارت دیگر، جهان پیرامون ما از تولید حالت ابررسانایی عاجز است. دلیل اصلی در تولید این حالت چه می‌تواند باشد؟ شاید منطقی‌ترین پاسخ این باشد که ابررسانایی از زمان ظهور تاکنون به عنوان حالتی در نظر گرفته شده که در آن اصطکاک وجود ندارد، اما می‌دانیم که در جهان واقعی ما در غیاب اصطکاک چیزی به شکل ماده وجود نخواهد داشت. حتی مواد زنده تشکیل دهنده جانداران نیز شکل نمی‌گیرند.

ابررسانایی حالت کوانتومی ماده است که در مقیاس ماکروسکوپی رخ می‌دهد. در واقع می‌توان گفت که ابررسانایی پلی است بین دنیای ماکرو و دنیای میکرو! این پلی به ما اجازه عبور از دنیای ماکرو به دنیای میکرو و مطالعه فیزیک دنیای میکرو را می‌دهد. و این مطالعه شاید منجر به پاسخ این سؤال شود که: چگونه این پدیده می‌تواند در غیاب هر گونه اصطکاکی رخ دهد؟ سؤالی که یک قرن در ذهن بسیاری از دانشمندان و فیزیکدانان نقش بسته است.

پدیده ابررسانایی در سال ۱۹۱۱ توسط فیزیکدان آلمانی کامرلینگ اونس^۱ و دستیارش ژیلز هولست^۲ در لیدن کشف شد. این دو نفر در حین بررسی مقاومت dc فلز جیوه، به طور تصادفی مشاهده کردند که در دمای پایین تر از $4.2K$ مقدار مقاومت dc ناگهان به مقدار صفر سقوط می‌کند [۱].

۱-۲- جفت‌های کوپر، برهم کنش الکترون - فونون:

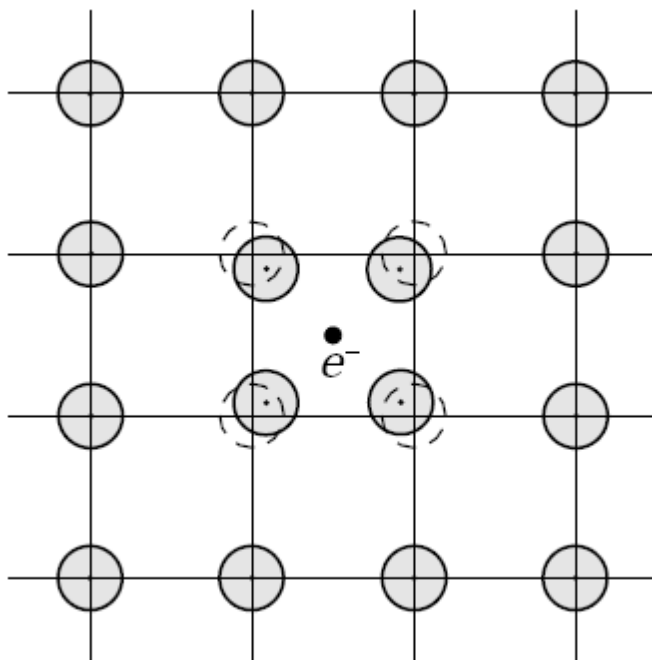
نظریه BCS ابررسانایی بر پایه جفت‌های کوپر قرار گرفته است. اساس تشکیل جفت‌های کوپر، برهم کنش الکترون - فونون^۳ در جامدات بلورین است. فونونها کوانتیده‌اند و در جامدات مختلف، با فرکانس‌های

^۱-H. KamerlinghOnnes

^۲-Gilles Holst

^۳-electron-phononinteraction

متفاوت منتشر می شوند. به دلیل تکراری بودن شبکه در جامدات، یک یاخته بسیط^۱ با یاخته بسیط همسایه خود فرقی ندارد و ارتعاشات شبکه می توانند بدون تغییر از سلولی به سلول دیگر منتقل شوند. به همین دلیل کافی است که یک یاخته بسیط را مطالعه کنیم. الکترونی را در نظر می گیریم که در شبکه ای به شکل (۱-۱) در حال حرکت است. به دلیل وجود نیروی جاذبه بین بار منفی الکترون و یون های مثبت شبکه، حضور الکترون منجر به خلق یک اعوجاج^۲ در شبکه بلوری کشسان^۳ می شود [۲].



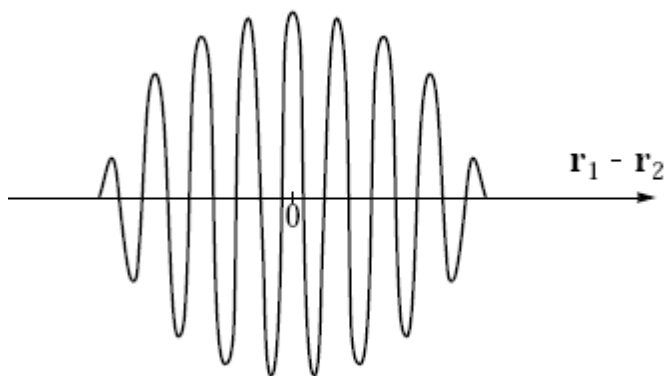
شکل ۱-۱- نمایش اعوجاج در اثر حرکت الکترون های آزاد در شبکه بلور [۲]

^۱-unit cell
^۲distortion.
^۳-elastic

حال اگر این اعوجاج ایجاد شده برای زمانی کوتاه باقی بماند، الکترون عبوری دوم، این اعوجاج را حس می‌کند. این تاثیر بر اعوجاج منجر به بروز برهم کنش جذبی ضعیف غیر مستقیمی بین دو الکترون می‌شود. سؤال اینجاست که الکترون‌هایی که تشکیل جفتهای کوپر را می‌دهند، چگونه عمل می‌کنند؟ در مکانیک کوانتومی به هر ذره یک تابع موج نسبت می‌دهیم، بنابراین زوج کوپر را نیز باید با یک تابع موج مشخص کنیم. اما ابتدا بایستی تابع موج هر الکترون را در نظر بگیریم. اگر $\psi(r_1)$ تابع موج الکترون اول و $\psi(r_2)$ تابع موج الکترون دوم باشد، آنگاه $\psi(r_2 - r_1)$ تابع موج زوج الکترون کوپر خواهد بود [۹].

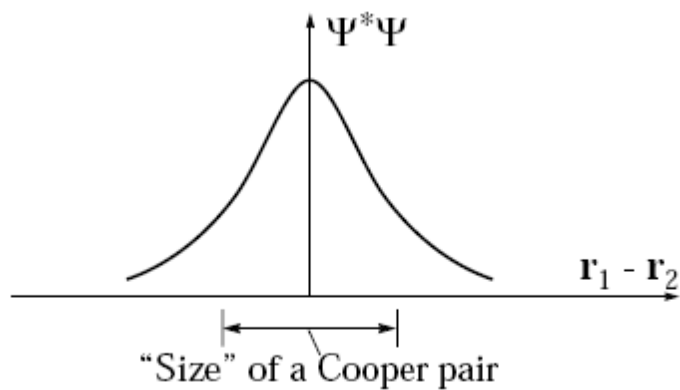
اسپین خالص زوجهای کوپر $S_1 + S_2 = 0$ است، همانگونه که تکانه خالص آن $\vec{K}_1 + \vec{K}_2 = 0$ است. شکل (۲-۱) طرح شماتیک تابع موج جفت کوپر است. تابع موج ψ یک عدد مختلط است که دامنه و فاز دارد.

$$\psi(r) = |\psi(r)|e^{i\theta(r)}$$

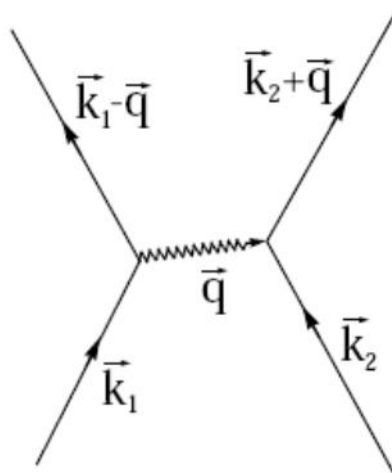


شکل ۲-۱- طرحواره تابع موج زوجهای کوپر [۹]

احتمال یافتن زوجهای کوپر در فضای حقیقی با $\psi^* \psi$ داده می‌شود که ψ^* همیوگ هرمیتی ψ است.



شکل ۱-۳- توزیع احتمال زوج کوپر در مختصات نسبی دو الکترون.

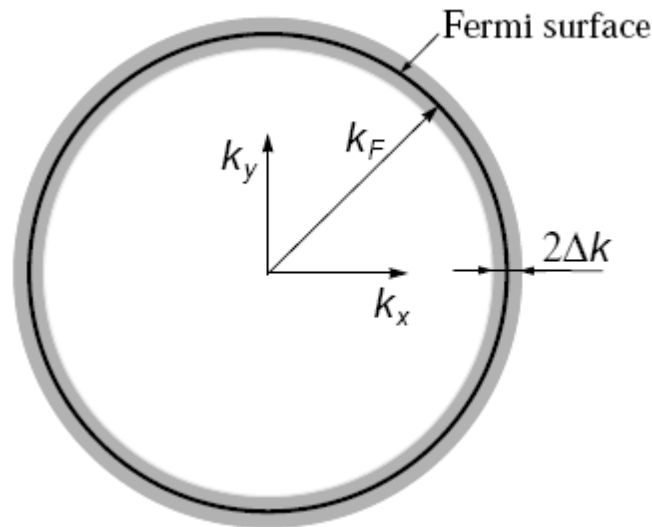


شکل ۱-۴- طرح شماتیک برهمکنش‌های الکترون-فونون

۱-۳- کره فرمی و نظریه BCS

شکل (۱-۱) طرح شماتیک برهمکنش دو الکترون از طریق جذب و دفع یک فونون را نشان می‌دهد. می‌توان نشان داد که این اتفاق تنها در اطراف سطح فرمی می‌افتد. سطح فرمی در فضای تکانه برای الکترون‌های آزاد با کره فرمی توصیف می‌شود، کره‌ای که شعاع آن k_F است. شکل (۱-۵) کره فرمی و

ناحیه مجاز برای برهم کنشهای الکترون - فونون را نشان می‌دهد، که در آن الکترون آزاد از حالتی به حالت دیگر می‌رود [۲۹].



شکل ۱-۵- کره فرمی در فضای تکانه و منطقه حضور زوجهای کوپر که پر رنگ شده است [۲].

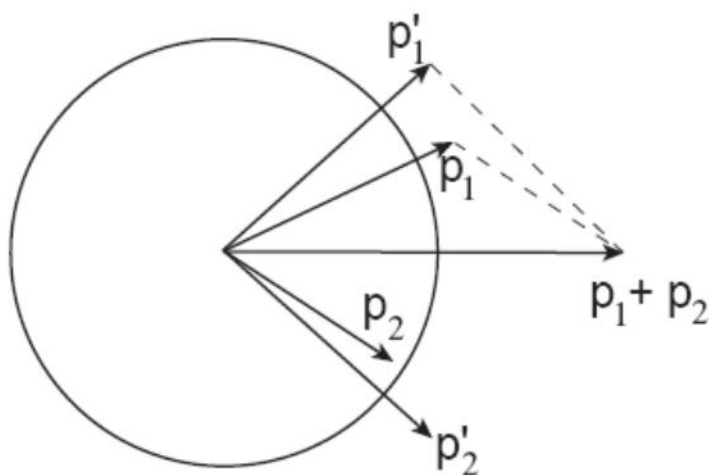
الکترونیهای یکدیگر را جذب می‌کنند که تفاوت انرژی آنها با سطح انرژی فرمی، در محدوده انرژی دبای^۱ $\hbar\omega_D$ باشد. در مدل دبای منطقه بریلوئن^۲ که با مقادیر مجاز $\vec{k}$ به هم پیوسته است، با یک کره به شعاع k در فضای تکانه جایگزین می‌گردد. دمای دبای Θ_D ، توسط رابطه $k_B\Theta_D = \hbar\omega_D$ تعریف می‌شود. ω_D فرکانس قطع یا فرکانس فونونی در لبه کره دبای است. بنابر این $k_B\Theta_D$ یا $\hbar\omega_D$ بیشترین انرژی فونون در کره دبای است [۱۲].

مطابق شکل (۱-۵) تنها الکترونیهای که حالت‌های نزدیک کره فرمی را اشغال کنند قادر به جذب یکدیگرند. ضخامت این لایه کروی برابر $2\Delta k$ است که با فرکانس دبای تعیین می‌گردد. به زبان ساده: الکترونها هنگامی در شبکه جامد تشکیل جفت کوپر را می‌دهند که در حضور فونون یکدیگر را جذب

^۱-Debye energy

^۲-Brillouin zone

کنند، ماکزیمم مقدار انرژی فونون $\hbar\omega_D$ است که در فضای تکانه لایه‌ای کروی به ضخامت $2\Delta k$ را در بر می‌گیرد. این جفتهای الکترونی همانطور که در بخش قبل گفته شد، دارای اسپین مخالف و تکانه مخالف هم هستند. پراکندگی دو الکترون را مطابق شکل (۶-۱) در نظر می‌گیریم [۹].



شکل ۶-۱- طرحواره فرضی ذراتی با تکانه های منتسب، در فضای تکانه

با استفاده از پایستگی تکانه باید رابطه زیر بین تکانه‌های اولیه و نهایی الکترون‌ها برقرار باشد

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$$

همچنین با توجه به شکل روابط زیر را داریم که در آن p_f تکانه فرمی است

$$p_1 > p_f \quad , \quad p'_1 > p_f$$

$$p_2 < p_f \quad , \quad p'_2 > p_f$$

با استفاده از روابط بالا داریم:

$$p'_2 > p_f, p'_1 = p_1 + p_2 - p'_2 < p_1 + p_2 - p_f \quad (7-1)$$

بنا براین:

$$0 < p'_1 - p_f < p_1 - p_f + p_2 - p_f \quad (۸-۱)$$

با جمع روابط (۷-۱) و (۸-۱) خواهیم داشت:

$$p_f - p_2 < p_1 - p'_2 < p_1 - p_f$$

در نتیجه به رابطه زیر می‌رسیم

$$0 < p_f - p_2 < p_1 - p_f$$

حال با محاسبه احتمال حضور دو الکترون در نزدیکی سطح فرمی و اختلاف فاصله آنها در فضای تکانه

خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} dp &\propto dp_2 dp'_1 \\ P &= \int_0^{p_1 - p_f} d(p_f - p_2) \int_0^{(p_1 - p_f) + (p_2 - p_f)} d(p'_1 - p_f) \\ &= \int_0^{p_1 - p_f} [(p_1 - p_f) - (p_2 - p_f)] d(p_f - p_2) \\ &= \frac{1}{2} (p_1 - p_f)^2 \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن عدم قطعیت در انرژی ذرات $\delta\epsilon \sim \hbar p$ با انرژی ϵ و این نکته که انرژی فرمی برابر

است با:

$$E_f = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m}$$

رابطه فوق تبدیل به رابطه زیر می‌شود.

$$P \sim \frac{v_f^2 (p_1 - p_f)^2}{\hbar E_f} = \frac{\epsilon^2}{\hbar E_f}$$

رابطه فوق تصدیق کننده این واقعیت است که، عدم قطعیت در انرژی ذرات $\delta\epsilon \sim \hbar p$ در مقایسه با

انرژی ϵ تنها هنگامی کوچک است که نزدیک سطح فرمی باشیم. به عبارت دیگر، حضور جفتهای کوپر

تنها نزدیک سطح فرمی توجیه پذیر است.

۱-۴- گاف ابرسانایی

اهمیت گاف نواری در ابرساناها نیز به اندازه اهمیت آن در نیمه رساناهاست. با این تفاوت که ابرسانایی خصوصیتی از ماده است که در مقیاس انرژی‌های پایین رخ می‌دهد و یکی از این انرژی‌ها انرژی گاف ابرسانایی است. در ابرساناها با دو نوع گاف انرژی^۱ مواجه ایم:

اول: گاف انرژی جفتیدگی^۲

دوم: گاف انرژی فاز همدوسی^۳

پارامتری که الکترون‌ها را در ابرسانایی، برای نزدیک شدن به هم توجیه می‌کند، انرژی بستگی^۴ است. میزان اندازه گیری شده این انرژی بستگی در جفتهای کوپر گاف جفتیدگی است. مقدار این گاف نواری وابسته به دماست. طبق دو مقدار در نظر گرفته شده برای گاف انرژی، حالت ابرسانایی نیازمند جفتیدگی الکترون‌ها و همچنین دارا بودن فاز همدوسی بلند برد می‌باشد. این دو پدیده معمولاً مستقل از یکدیگرند و در دماهای متفاوتی رخ می‌دهند. دمایی که در آن جفتهای الکترونی تشکیل می‌شوند را با T_{pair} و دمایی را که در آن همدوسی فاز ابرسانایی رخ می‌دهد را با T_c نمایش می‌دهند [۱۲]. معمولاً در ابرساناها $T_{pair} \geq T_c$.

گاف جفتیدگی مستقیماً با انرژی $K_B T_{pair}$ متناسب است. بنا براین $2\Delta_p \propto K_B T_{pair}$ است از طرفی به طور همزمان در ابرساناها گاف فاز همدوسی نیز با $K_B T_c$ متناسب است به این معنی که

^۱-energy gap

^۲-Pairing energy gap

^۳-Phase-coherence energy gap

^۴-binding energy

می‌باشد. انرژی $2\Delta_p$ میزان قدرت بستگی دو الکترون را در جفت های کوپر نشان

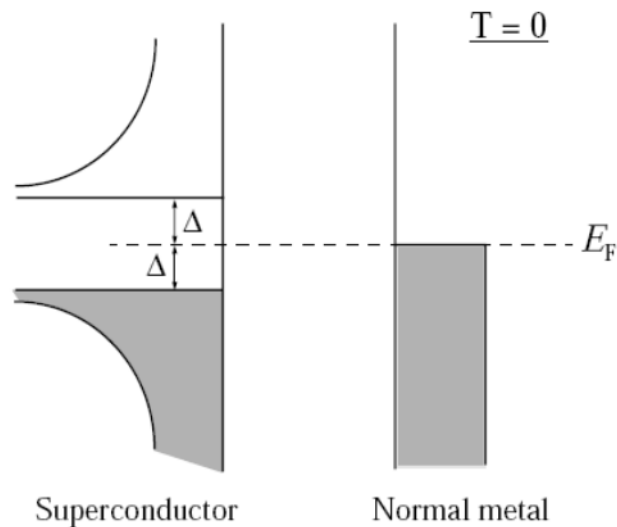
می‌دهد. و $2\Delta_c$ نیز انرژی چگالیده شدن^۱ جفت‌های کوپر را بیان می‌کند.

وقتی که فلزی به حالت ابررسانایی می‌رود، یک گاف انرژی کوچک در اطراف تراز فرمی ایجاد می‌شود که با مفهوم گاف نواری در نیمه رساناها متفاوت است. گاف در ابررساناها در دو طرف تراز فرمی تشکیل می‌گردد، که در شکل (۷-۱) نشان داده شده است. در $T = 0$ کمینه انرژی لازم برای تولید یک برانگیختگی در طول گاف برابر با $2\Delta_p(0)$ است.

در ابررساناها فاز همدوسی بوسیله همپوشانی توابع موج جفت‌های کوپر به وجود می‌آید. این فرآیند سبب پدید آمدن تابع موج جدیدی برای ابررسانا که پارامتر نظم نامیده می‌شود، می‌گردد. در ابررساناهای متعارف^۲ به دلیل منطبق بودن تقارن پارامتر نظم بر تقارن گاف جفتیدگی، فاز همدوسی و جفتیدگی الکترون در دمای یکسانی رخ می‌دهند $T_{pair} = T_c$. بنابراین گاف انرژی جفت شدگی Δ_p به اختصار با Δ نمایش داده می‌شود.

^۱-condensation energy

^۲-conventional superconductors



شکل ۱-۷- گاف نواری در صفر مطلق برای دو حالت نرمال و ابررسانا

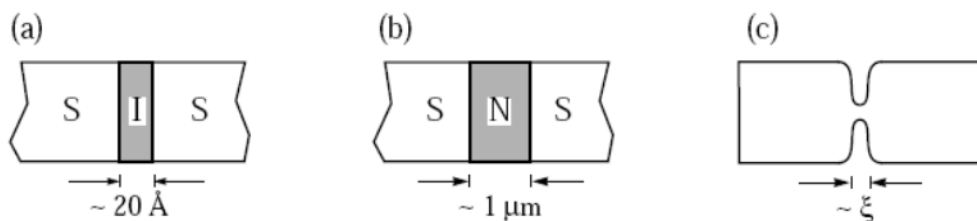
۱-۵- اثرات ac و dc جوزفسون

در سال ۱۹۶۲ برایان جوزفسون^۱، جریانی را که در اثر تونل زنی جفت‌های کوپر از یک سد نارسانای نازک (از مر تبه چند نانومتر) میان دو ابررسانا شارش می‌یابد، محاسبه نمود. او دریافت که جریانی از الکترونهای جفت شده می‌تواند در حالتی که هیچ اختلاف پتانسیلی به پیوندگاه تونلی اعمال نمی‌شود (بایاس صفر)، در اتصال شارش یابد. این شارش جریان در ولتاژ صفر، نتیجه‌ای از تونل زنی جفت‌های کوپر است، که به عنوان اثر dc جوزفسون شناخته می‌شود. اندک زمانی پس از ارائه این نظریه توسط جوزفسون، این اثر به صورت تجربی تایید شد [۲].

جوزفسون همچنین پیش بینی نمود که اگر ولتاژ غیر صفر ثابتی به دو سر این اتصال اعمال شود، یک جریان ابررسانایی متناوب در این سد شارش خواهد یافت. جریان نوسانی جفت‌های کوپر در حضور این اختلاف پتانسیل را اثر ac جوزفسون می‌نامند.

^۱-Brian D Josephson

در واقع اثرات جوزفسون تنها در اتصالات تونلی دیده نمی‌شوند، بلکه در سایر اتصالاتی که اتصال‌های ضعیف^۱ نامیده می‌شوند و در شکل (۸-۱) آمده است نیز وجود دارند. اتصالات ضعیف چه اتصالاتی هستند؟ دو ابررسانا را در نظر بگیرید که به یکی از روشهای مرسوم با هم در تماس قرار می‌گیرند، جریان بحرانی که در این اتصال برقرار می‌شود از مقدار جریان در هر یک از ابررساناها به تنهایی اندازه کوچکتري دارد. به این پیوندگاه اصطلاحاً اتصال ضعیف گویند.



شکل ۸-۱- نمایش انواع مختلف اتصال ضعیف: که شامل ابررسانا-نارسانا-ابررسانا (a)

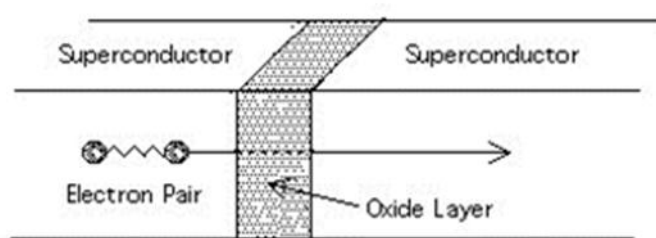
ابررسانا-فلزعادی-ابررسانا (b)، میکروساختار ابررسانایی که در ناحیه‌ای به اندازه طول هم‌دوسی منقبض شده است (c)

۱-۶- جریان ابررسانایی در پیوندگاه جوزفسون

اتصال ابررسانا-نارسانا-ابررسانا را در تعادل ترمودینامیکی در دمای $T \leq T_c$ در نظر می‌گیریم.

برای ساده سازی فرض می‌کنیم که ابررساناها در دو طرف اتصال همسانند.

¹-Weak links



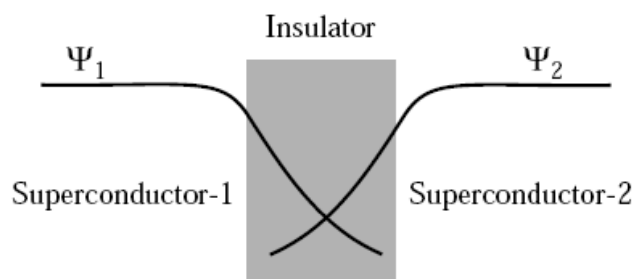
شکل ۱-۹- طرحواره ای از تونل زنی جفتهای کوپر در اتصال جوزفسون

ابرساناها را متعارف در نظر می‌گیریم (ابرسانا‌هایی که در نظریه BCS صدق می‌کنند)، بنابراین پارامترهای نظم دو ابرسانا را می‌توانیم به صورت زیر در نظر بگیریم:

عامل برقراری جریان ابرسانایی در اتصال ضعیف نیز اختلال در همدوسی^۱ توابع موج ابرسانایی است است، که سبب ایجاد اختلاف فاز در دو سمت سد نارسانا می‌شود. در حقیقت جریان ابرسانایی ناشی از اختلاف فاز این دو تابع موج است [۲۴].

در ناحیه نارسانا مانند شکل (۱-۱۰) توابع موج زوج های کوپر دچار فرو افت می‌شوند.

¹-coherence



شکل ۱۰-۱ - فرو افت پارامتر نظم ابررساناها در ناحیه عایق

جوزفسون برای به دست آوردن جریان ابررسانایی از مکانیک کوانتوم بهره گرفت و با در نظر گرفتن تابع موج به شکل زیر اقدام به حل هامیلتونی مساله نمود.

$$\Psi = \sum_{\alpha} C_{\alpha}(t) \psi_{\alpha} \quad (9-1)$$

در رابطه (۹-۱) توابع ψ_{α} همان حالت ابررسانا هست، هر یک از این حالت‌های ابررساناهای اول و دوم به طور جداگانه در معادله شرودینگر صدق می کنند.

$$i\hbar \frac{\partial \psi_{\alpha}}{\partial t} = E \psi_{\alpha} \quad (10-1)$$

فرض می کنیم که انرژی حالتها در ابررساناهای جفت نشده اول و دوم همسان باشند. وقتی که دو ابررسانا به هم متصل شوند، به جای اینکه حالت‌های ابررساناهای اول و دوم به طور مجزا در معادله شرودینگر صدق کنند، تابع موج Ψ در معادله شرودینگر وارد می شود.

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \mathbf{H} \Psi \quad (11-1)$$

که در رابطه بالا $\mathbf{H}$ هامیلتونی سیستم در حالت پایه است. رابطه (۱۱-۱) تبدیل به رابطه زیر می

شود:

$$i\hbar \left(\sum_{\alpha} \frac{\partial C_{\alpha}(t)}{\partial t} \psi_{\alpha} + \sum_{\alpha} \frac{\partial \psi_{\alpha}}{\partial t} C_{\alpha}(t) \right) = \mathbf{H} \sum_{\alpha} C_{\alpha}(t) \psi_{\alpha}$$

رابطه بالا با وارد کردن رابطه (۲-۱۰) تبدیل به رابطه زیر می‌شود:

$$i\hbar \sum_{\alpha} \frac{\partial C_{\alpha}(t)}{\partial t} \psi_{\alpha} + \sum_{\alpha} E \psi_{\alpha} C_{\alpha}(t) = \sum_{\alpha} C_{\alpha}(t) \mathbf{H} \psi_{\alpha} \quad (12-1)$$

حال دو طرف رابطه (۱۲-۱) را در ψ_{β}^* ضرب کرده و در فضا از آن انتگرال می‌گیریم.

$$i\hbar \int d^3r \sum_{\alpha} \frac{\partial C_{\alpha}(t)}{\partial t} \langle \psi_{\beta}^* | \psi_{\alpha} \rangle = \int d^3r \sum_{\alpha} \langle \psi_{\beta}^* | (\mathbf{H} - E \hat{I}) | \psi_{\alpha} \rangle C_{\alpha}(t)$$

رابطه بالا تبدیل به رابطه زیر می‌شود:

$$i\hbar \sum_{\alpha} \frac{\partial C_{\alpha}(t)}{\partial t} \delta_{\alpha\beta} = \sum_{\alpha} C_{\alpha}(t) \mathbf{H}_{\beta\alpha} \quad (13-1)$$

در اینجا روابط زیر را در نظر گرفته‌ایم:

$$\mathbf{H}_{\beta\alpha} = \int \langle \psi_{\beta}^* | (\mathbf{H} - E \hat{I}) | \psi_{\alpha} \rangle d^3r$$

$$\delta_{\alpha\beta} = \int d^3r \langle \psi_{\beta}^* | \psi_{\alpha} \rangle$$

بنابراین داریم:

$$i\hbar \frac{\partial C_{\beta}(t)}{\partial t} = \sum_{\alpha} C_{\alpha}(t) \mathbf{H}_{\beta\alpha} \quad (14-1)$$

رابطه (۱۴-۱) با در نظر گرفتن عناصر ماتریسی مربوط به هامیلتونی تبدیل به دستگاه معادلات زیر

می شود:

$$i\hbar \frac{\partial C_1(t)}{\partial t} = E_1 C_1(t) + k C_2(t) \quad (15-1)$$

$$i\hbar \frac{\partial C_2(t)}{\partial t} = E_2 C_2(t) + k C_1(t) \quad (16-1)$$

در توضیح روابط فوق، ذکر این نکته ضروری است که $|E_1|$ و $|E_2|$ حالت‌های پایه انرژیهای مختل نشده سیستم، زمانی که $k = 0$ ، می‌باشند. بنابراین طرف راست تساوی در معادلات فوق شامل دو قسمت است: قسمت اول که احتمال اینکه حالت سیستم بدون تغییر بماند را نشان می‌دهد و قسمت دوم احتمال اینکه حالت سیستم در اثر تبادل جفتهای کوپر تغییر کند را به دست می‌دهد. از طرفی این نکته نیز قابل یادآوری است که تفاوت بین E_1 و E_2 برابر با e^*V می‌باشد که در آن e^* بار ذرات تونل زننده (جفتهای کوپر) می‌باشد. در غیاب احتمال تبادل ذرات ($k = 0$) نیز $|E_1| = |E_2|$ برقرار است. بنابراین:

$$E_1 - E_2 = e^*V$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$E_1 = \frac{e^*V}{2}$$

$$E_2 = -\frac{e^*V}{2}$$

اکنون معادلات (۱۵-۱) و (۱۶-۱) تبدیل به معادلات زیر می شوند:

$$i\hbar \frac{\partial C_1(t)}{\partial t} = eV C_1(t) + k C_2(t) \quad (17-1)$$

$$i\hbar \frac{\partial C_2(t)}{\partial t} = -eV C_2(t) + k C_1(t) \quad (18-1)$$

در معادلات بالا با در نظر گرفتن ضرایب توابع موج به شکل زیر:

$$C_1 = (n_s)^{\frac{1}{2}} e^{i\theta_1}$$

$$C_2 = (n_s)^{\frac{1}{2}} e^{i\theta_2}$$

که در آنها ضرایب C_1 و C_2 به گونه ای بهنجار شده‌اند که

$$|C_2|^2 = |C_1|^2 = n_s$$

لازم به ذکر است که فاز ضرایب و چگالی تعداد ذرات، تابعی از زمان هستند. بنابراین روابط (۱۷-۱) و

(۱۸-۱) منجر به روابط زیر می شوند:

$$\hbar \frac{\partial n_s}{\partial t} = 2kn_s \sin(\theta_2 - \theta_1) \quad (۱۹-۱)$$

$$\hbar \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = -eV - k\cos(\theta_2 - \theta_1) \quad (۲۰-۱)$$

$$\hbar \frac{\partial \theta_2}{\partial t} = eV - k\cos(\theta_2 - \theta_1) \quad (۲۱-۱)$$

جریان ابررسانایی عبوری از سد به صورت $e^* \left(\frac{\partial n_s}{\partial t} \right)$ است که می توان آنرا به شکل زیر نوشت:

$$I_s = I_c \sin \theta \quad (۲۲-۱)$$

در رابطه بالا θ اختلاف فاز دو ابررسانا است و I_c جریان بحرانی شارش یافته است که به آن جریان

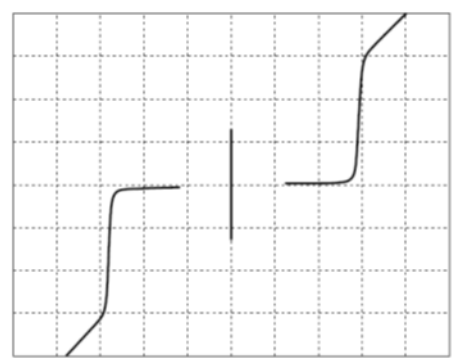
بحرانی^۱ جوزفسون گوییم و برابر است با:

$$I_c = 2 \frac{e^* k n_s}{\hbar}$$

معادله (۲۲-۱) به اثر dc جوزفسون موسوم است. شکل (۱۱-۱) نمودار جریان ابررسانایی شارش یافته

از سد میان دو ابررسانا را نشان می‌دهد.

^۱ -critical current



شکل ۱۱-۱- نمودار $I - V$ مربوط به اتصال جوزفسون

روابط (۲۰-۱) و (۲۱-۱) منجر به رابطه زیر می‌شوند که اثر ac جوزفسون نامیده می‌شود. اگر اختلاف ولتاژ بین دو ابررسانا وجود داشته باشد، اختلاف فاز با زمان زیاد خواهد شد.

$$\hbar \frac{\partial \theta}{\partial t} = 2eV$$

اثرات ac و dc جوزفسون بروز طبیعت کوانتومی در ابررسانا هستند. وسایل زیادی وجود دارند که با به کارگیری اثرات جوزفسون برای مشاهدات و کاربردهای خواص کوانتومی ابررساناها مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این پایان‌نامه نیز ما با استفاده از تک مولکول مغناطیسی در اتصال جوزفسون به مطالعه جریان عبوری از این اتصال و تغییرات جریان به واسطه حضور تک مولکول مغناطیسی می‌پردازیم [۱ و ۲].

۷-۱- جریان جوزفسون بر اساس مدل هامیلتونی تونلی

جریان، حاصل حرکت ذرات باردار است. به عبارت دیگر جریان بار متناسب با آهنگ زمانی تغییر تعداد ذرات می‌باشد. از مکانیک کوانتومی می‌دانیم که تعداد ذرات در حالت α بر اساس عملگرهای خلق^۱ و فنا^۱ به صورت زیر است:

^۱-creation

$$N_{\alpha} = C_{\alpha}^{\dagger} C_{\alpha}$$

بنابراین عملگر تعداد ذرات در ابررسانای سمت چپ عبارت است از:

$$N_L = \sum_{p,\sigma} C_{p\sigma}^{\dagger} C_{p\sigma}$$

در این عبارت p و σ به ترتیب نشان دهنده تکانه و اسپین ذرات می‌باشند. واضح است که جریان هنگامی در پیوندگاه برقرار می‌شود که آهنگ زمانی ذرات تونل زننده از سمت چپ به سمت راست با آهنگ زمانی ذراتی که در جهت معکوس تونل می‌زنند متفاوت باشد.

هامیلتونی کل سیستم عبارت است از

$$H_{tot} = H_R + H_L + H_T = H' + H_T$$

در این عبارت H_R و H_L به ترتیب هامیلتونی‌های ذرات در ابررساناهای راست و چپ اتصال تونلی هستند و تمامی برهمکنش‌های بس ذره‌ای را شامل می‌شوند. فرض می‌شود که این دو هامیلتونی کاملاً از یکدیگر مستقل هستند و نه تنها با هم جابجا می‌شوند بلکه تمامی جملات آنها نیز با یکدیگر جابجا می‌شوند. در مورد اتصال‌های تونلی این فرض کاملاً معقول به نظر می‌رسد. تونل زنی ذرات از اتصال توسط جمله H_T توصیف می‌شود [۴].

$$H_T = \sum_{k,p} [T_{kp} C_{k\sigma}^{\dagger} C_{p\sigma} + h.c.] \quad (۲۳-۱)$$

در اینجا T_{kp} عناصر ماتریس تونل زنی^۲ ذرات از ابررسانای سمت چپ به ابررسانای سمت راست را نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم که این دامنه عبور^۳ صرفاً به تکانه ذرات در دو سمت اتصال وابسته بوده و از اسپین آنها مستقل باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\dot{N}_L = \frac{dN_L}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H, N_L] = i[H_T, N_L]$$

^۱-annihilation

^۲- Tunneling matrix element

^۳- Transmission amplitude

$$\begin{aligned}\dot{N}_L &= i \left[\sum_{k,p} [T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} + T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma}], \sum_{p'\sigma'} C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p'\sigma'} \right] \\ \dot{N}_L &= i \left(\sum_{k,p} T_{kp} \sum_{p'\sigma'} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p'\sigma'} - \sum_{kp} T_{kp} \sum_{p'\sigma'} C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p'\sigma'} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} \right) \\ &\quad + i \left(\sum_{k,p} T_{kp}^* \sum_{p'\sigma'} C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p'\sigma'} - \sum_{kp} T_{kp}^* \sum_{p'\sigma'} C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p'\sigma'} C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} \right) \\ &\quad C_\alpha C_\beta^\dagger = \delta_{\alpha\beta} - C_\beta^\dagger C_\alpha \quad : \text{ با دانستن اینکه برای عملگرهای فرمیونی فرضی } C_\alpha \text{ و } C_\beta^\dagger \text{ داریم :} \\ &\quad \text{آنگاه عبارت مربوط به آهنگ تغییرات به شکل زیر در خواهد آمد.}\end{aligned}$$

این نکته نیز لازم به ذکر است که در تمامی محاسبات بعدی مقدار $\hbar$ را برابر واحد فرض می کنیم. و منظور از e اندازه بار الکترون است.

$$\begin{aligned}\dot{N}_L &= i \left[\sum_{k,p} T_{kp} \sum_{p'\sigma'} C_{k\sigma}^\dagger (\delta_{\sigma\sigma'} \delta_{pp'} - C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p\sigma}) C_{p'\sigma'} - \sum_{kp} T_{kp} \sum_{p'\sigma'} C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p'\sigma'} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} \right. \\ &\quad + \sum_{k,p} T_{kp}^* \sum_{p'\sigma'} C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p'\sigma'} \\ &\quad \left. - \sum_{k,p} T_{kp}^* \sum_{p'\sigma'} C_{p'\sigma'}^\dagger (\delta_{\sigma\sigma'} \delta_{pp'} - C_{p\sigma}^\dagger C_{p'\sigma'}) C_{k\sigma} \right] \\ &\quad \text{بدر نظر گرفتن وجود دلتای کرونکر در عبارات بالا به رابطه زیر تبدیل می شود :}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{N}_L &= i \left[\sum_{k,p} T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} - \sum_{kp} T_{kp} \sum_{p'\sigma'} C_{k\sigma}^\dagger C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p\sigma} C_{p'\sigma'} - \sum_{kp} T_{kp} \sum_{p'\sigma'} C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p'\sigma'} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} \right. \\ &\quad + \sum_{k,p} T_{kp}^* \sum_{p'\sigma'} C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p'\sigma'} + \sum_{k,p} T_{kp}^* \sum_{p'\sigma'} C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p\sigma}^\dagger C_{p'\sigma'} C_{k\sigma} \\ &\quad \left. - \sum_{kp} T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} \right]\end{aligned}$$

مجموع جملات دوم و سوم عبارت فوق صفر می شود و به دلیل مشابهی مجموع جملات چهارم و پنجم

آن نیز صفر خواهد شد. به عنوان نمونه دلیل صفر شدن جملات دوم و سوم را در زیر می آوریم.

$$\begin{aligned} C_{k\sigma}^\dagger C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p\sigma} C_{p'\sigma'} &= -C_{p'\sigma'}^\dagger C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} C_{p'\sigma'} \\ &= C_{p'\sigma'}^\dagger C_{k\sigma}^\dagger C_{p'\sigma'} C_{p\sigma} = -C_{p'\sigma'}^\dagger C_{p'\sigma'} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} \end{aligned}$$

بنابراین، آهنگ تغییرات زمانی تعداد ذرات برابر می شود با :

$$\dot{N}_L = i \sum_{kp} [T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} - T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma}] \quad (24-1)$$

جریان کل عبوری از اتصال به صورت متوسط این عملگر تعریف می شود:

$$I = -e \langle \dot{N}_L \rangle$$

برای محاسبه این متوسط از بسط اختلالی بر حسب H_T در تصویر برهمکنش^۱ استفاده می کنیم [۴].

نتیجه به صورت زیر است

$$I(t) = -ie \int_{-\infty}^t dt' \langle [\dot{N}(t), H_T(t')] \rangle$$

در تصویر برهم کنش، وابستگی زمانی هامیلتونی تونلی و آهنگ تغییر تعداد ذرات با هامیلتونی H'

داده می شود:

$$H_T(t') = e^{iH't'} H_T e^{-iH't'}$$

$$\dot{N}_L(t) = e^{iH't} \dot{N}_L e^{-iH't}$$

برای اینکه انرژی را نسبت به پتانسیل های شیمیایی متفاوت در دو سمت اتصال بسنجیم، پارامترهای

زیر را تعریف می کنیم:

$$\begin{cases} k_R = H_R - \mu_R N_R \\ k_L = H_L - \mu_L N_L \end{cases}$$

که در رابطه فوق μ_L و μ_R پتانسیل های شیمیایی ابررساناهای راست و چپ می باشند. برای ابررسانای

سمت راست داریم:

^۱ - interaction representation

$$H_R = \sum_k \epsilon_k C_{k\sigma}^\dagger C_{k\sigma}$$

$$k_R = \sum_k \epsilon_k C_{k\sigma}^\dagger C_{k\sigma}$$

$$\epsilon_k = \epsilon_k - \mu_k$$

برای ابررسانا سمت چپ، با تعویض k با p همین عبارات صادق است [۴۵]. بنابراین داریم

$$\begin{aligned} H' &= (k_R + \mu_R N_R + K_L + \mu_L N_L) \\ &= (k' + \mu_R N_R + \mu_L N_L) \end{aligned}$$

که در آن $k' = k_R + k_L$ است. بنابراین:

$$\begin{aligned} H_T(t') &= e^{(k' + \mu_R N_R + \mu_L N_L)t'} H_T e^{-(k' + \mu_R N_R + \mu_L N_L)t'} \\ &= e^{k't'} e^{(\mu_R N_R + \mu_L N_L)t'} H_T e^{-k't'} e^{-(\mu_R N_R + \mu_L N_L)t'} \end{aligned} \quad (۲۵-۱)$$

با استفاده از قضیه بیکر-هاسدورف^۱ داریم:

$$\begin{aligned} e^{(\mu_R N_R + \mu_L N_L)t'} H_T e^{-(\mu_R N_R + \mu_L N_L)t'} &= \\ &= H_T + [(\mu_R N_R + \mu_L N_L)t', H_T] + \frac{1}{2} [(\mu_R N_R + \mu_L N_L)t', [(\mu_R N_R + \mu_L N_L)t', H_T]] + \dots \end{aligned}$$

هر یک از جابجاگرها را جداگانه محاسبه می‌نماییم:

$$\begin{aligned} [N_R, H_T] &= \sum_{kp} T_{kp} \sum_{k'\sigma'} C_{k'\sigma'}^\dagger C_{k'\sigma'} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} - \sum_{kp} T_{kp} \sum_{k'\sigma'} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} C_{k'\sigma'}^\dagger C_{k'\sigma'} \\ &+ \sum_{kp} T_{kp}^* \sum_{k'\sigma'} C_{k'\sigma'}^\dagger C_{k'\sigma'} C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} - \sum_{kp} T_{kp}^* \sum_{k'\sigma'} C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} C_{k'\sigma'}^\dagger C_{k'\sigma'} \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن روابط جابجایی بین عملگرهای فرمیونی و ظهور دلتای کرونکر خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} [N_R, H_T] &= \sum_{kp} T_{kp} \sum_{k'\sigma'} C_{k'\sigma'}^\dagger (\delta_{kk'} \delta_{\sigma\sigma'} - C_{k\sigma}^\dagger C_{k'\sigma'}) C_{p\sigma} - \sum_{kp} T_{kp} \sum_{k'\sigma'} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} C_{k'\sigma'}^\dagger C_{k'\sigma'} \\ &+ \sum_{kp} T_{kp}^* \sum_{k'\sigma'} C_{k'\sigma'}^\dagger C_{k'\sigma'} C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} - \sum_{kp} T_{kp}^* \sum_{k'\sigma'} C_{p\sigma}^\dagger (\delta_{kk'} \delta_{\sigma\sigma'} - C_{k\sigma}^\dagger C_{k'\sigma'}) C_{k'\sigma'} \end{aligned}$$

^۱-Baker-Hausdorf theorem

نهایتاً رابطه جابجایی فوق به شکل زیر در می آید:

$$[N_R, H_T] = \sum_{kp\sigma} (T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} - T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma})$$

بنابراین داریم:

$$[t' \mu_R N_R, H_T] = t' \mu_R \sum_{kp\sigma} T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} - T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} \quad (۲۶-۱)$$

از طرفی مشخص است که جابجاگر $[t' \mu_L N_L, H_T]$ فقط در یک رابطه منفی با عبارت بالا تفاوت دارد.

$$[t' \mu_L N_L, H_T] = -t' \mu_L \sum_{kp\sigma} T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} - T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} \quad (۲۷-۱)$$

حال جملات بعدی بسط بیکر-هازدورف را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} [t' \mu_R N_R, [t' \mu_R N_R, H_T]] &= (t' \mu_R)^2 [N_R, [N_R, H_T]] \\ &= (t' \mu_R)^2 \sum_{kp\sigma} T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} - T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} \end{aligned} \quad (۲۸-۱)$$

همچنین داریم

$$\begin{aligned} [t' \mu_L N_L, [t' \mu_L N_L, H_T]] &= -(t' \mu_L)^2 [N_L, [N_L, H_T]] \\ &= -(t' \mu_L)^2 \sum_{kp\sigma} T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} - T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} \end{aligned} \quad (۲۹-۱)$$

حال نوبت به مرتب کردن جملات به دست آمده می رسد. با جمع جملات (۲۶-۱) تا (۲۹-۱) می توان

جملات بسط را به شکل زیر به دست آورد:

$$e^{(\mu_R N_R + \mu_L N_L) t'} H_T e^{-(\mu_R N_R + \mu_L N_L) t'} =$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{kp\sigma} T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} \left(1 + (\mu_R - \mu_L)t' + \frac{((\mu_R - \mu_L)t')^2}{2} + \dots \right) \\
& - \sum_{kp\sigma} T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} \left(1 + (\mu_L - \mu_R)t' + \frac{((\mu_L - \mu_R)t')^2}{2} + \dots \right) \\
& = \sum_{kp\sigma} T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger C_{p\sigma} e^{(\mu_R - \mu_L)t'} - \sum_{kp\sigma} T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger C_{k\sigma} e^{(\mu_L - \mu_R)t'}
\end{aligned}$$

حال با وارد کردن جملات نمایی شامل انرژی جنبشی و در نظر گرفتن روابط زیر

$$C_{p\sigma}(t) = e^{ik_L t} C_{p\sigma} e^{-ik_L t}, C_{k\sigma}(t) = e^{ik_R t} C_{k\sigma} e^{-ik_R t}$$

$\dot{N}_L(t)$ و $H_T(t)$ به صورت زیر در می‌آیند:

$$\begin{aligned}
\dot{N}_L(t) &= \sum_{kp\sigma} T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger(t) C_{p\sigma}(t) e^{i(\mu_R - \mu_L)t} - \sum_{kp\sigma} T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger(t) C_{k\sigma}(t) e^{i(\mu_L - \mu_R)t} \\
H_T(t) &= \sum_{kp\sigma} T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger(t) C_{p\sigma}(t) e^{i(\mu_R - \mu_L)t} + \sum_{kp\sigma} T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger(t) C_{k\sigma}(t) e^{i(\mu_L - \mu_R)t}
\end{aligned}$$

بنابراین عبارت جریان به صورت زیر در می‌آید

$$\begin{aligned}
I(t) &= -e \int_{-\infty}^t dt' \langle [\sum_{kp\sigma} T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger(t) C_{p\sigma}(t) e^{i(\mu_R - \mu_L)t} - \sum_{kp\sigma} T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger(t) C_{k\sigma}(t) e^{i(\mu_L - \mu_R)t} , \\
& \quad \sum_{kp\sigma} T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger(t) C_{p\sigma}(t) e^{i(\mu_R - \mu_L)t} + \sum_{kp\sigma} T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger(t) C_{k\sigma}(t) e^{i(\mu_L - \mu_R)t}] \rangle
\end{aligned}$$

با در نظر گرفتن عملگر $A(t)$ به شکل زیر:

$$\begin{aligned}
A(t) &= \sum_{kp\sigma} T_{kp} C_{k\sigma}^\dagger(t) C_{p\sigma}(t) \\
A^\dagger(t) &= \sum_{kp\sigma} T_{kp}^* C_{p\sigma}^\dagger(t) C_{k\sigma}(t)
\end{aligned}$$

و با توجه به اینکه $\mu_L - \mu_R = eV$ ، برابر با اختلاف پتانسیل اعمالی است خواهیم داشت:

$$I(t) = -e \int_{-\infty}^t dt' \langle [A(t)e^{i(\mu_R - \mu_L)t} - A^\dagger(t)e^{i(\mu_L - \mu_R)t}, A(t')e^{i(\mu_R - \mu_L)t'} + A^\dagger(t')e^{i(\mu_L - \mu_R)t'}] \rangle \quad (30-1)$$

اگر رابطه بالا را باز نویسی کنیم، بدین صورت که با انتخاب بازه انتگرال گیری از $-\infty$ تا $+\infty$ و وارد نمودن تابع پله ای θ رابطه جریان به شکل زیر می شود:

$$I(t) = -e \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \theta(t - t') \langle [A(t)e^{-ieVt} - A^\dagger(t)e^{ieVt}, A(t')e^{-ieVt'} + A^\dagger(t')e^{ieVt'}] \rangle$$

که رابطه جابجاگر مربوط به جریان به صورت زیر است [4 و 5].

$$[A(t), A(t')]e^{-ieVt}e^{-ieVt'} + [A^\dagger(t'), A^\dagger(t)]e^{ieVt}e^{ieVt'} + [A(t), A^\dagger(t')]e^{-ieVt}e^{ieVt'} + [A(t'), A^\dagger(t)]e^{ieVt}e^{-ieVt'}$$

$$[A(t), A(t')]e^{-ieV(t+t')} + h.c. + [A(t), A^\dagger(t')]e^{-ieV(t-t')} + h.c.$$

با استفاده از این رابطه جریان کلی برابر است با:

$$I(t) = -e \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \theta(t - t') \langle [A(t), A(t')]e^{-ieV(t+t')} + h.c. \rangle - e \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \theta(t - t') \langle [A(t), A^\dagger(t')]e^{-ieV(t-t')} + h.c. \rangle \quad (31-1)$$

$$I(t) = I_J(t) + I_S(t)$$

$$I_J(t) = -e \int_{-\infty}^t dt' \{ e^{-ieV(t'+t)} \langle [A(t), A(t')] \rangle - e^{ieV(t+t')} \langle [A^\dagger(t), A^\dagger(t')] \rangle \} \quad (32-1)$$

$$I_S(t) = -e \int_{-\infty}^t dt' \{ e^{ieV(t'-t)} \langle [A(t), A^\dagger(t')] \rangle - e^{ieV(t-t')} \langle [A^\dagger(t), A(t')] \rangle \} \quad (33-1)$$

همانگونه که از رابطه فوق می بینیم جریان شامل دو بخش است. بخش نخست جریان ابرسانی (جوزفسون) است و بخش دوم نیز شامل جریان نرمال است. جمله I_S جریان مربوط به تونل زنی تک ذرات را نشان می دهد و در غیاب اختلاف پتانسیل اعمالی به اتصال برابر صفر است. جمله دیگر I_J جریان متناظر با تونل زنی جفت های کوپر یا جریان جوزفسون را توصیف می کند.

۸-۱- محاسبه جریان جوزفسون در حضور دو ابرسانا:

در این قسمت می خواهیم با استفاده از روابط فصل دوم، جریان جوزفسون عبوری از اتصال دو ابرسانا مورد نظر را به دست آوریم. با توجه به رابطه (۳۳-۱) داریم:

$$I_J(t) = -e \int_{-\infty}^t dt' \{ e^{-ieV(t'+t)} \langle [A(t), A(t')] \rangle - e^{ieV(t+t')} \langle [A^\dagger(t), A^\dagger(t')] \rangle \}$$

با تعریف عملگرهای A و $A^\dagger$ خواهیم داشت [۴]:

$$A(t) = \sum_{kp\sigma\sigma'} C_{k\sigma}^\dagger(t) T_{kp}^{\sigma\sigma'}(t) C_{p\sigma'}(t)$$

$$A^\dagger(t') = \sum_{k'p'\rho\rho'} C_{p'\rho'}^\dagger(t') T_{k'p'}^{*\rho'\rho}(t') C_{k'\rho}(t')$$

با تعریف پتانسیل تاخیری به فرم زیر:

$$\Phi_{ret}(t-t') = -i\theta(t-t') \langle [A(t), A(t')] \rangle \quad (۳۴-۱)$$

طبق تعریف:

$$\Phi_{ret}(eV) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{ret}(t-t') e^{-ieV(t'-t)} dt$$

بنابر این جریان به شکل زیر خواهد بود:

$$I_j(t) = -ie[e^{-2ieVt}\Phi_{ret}(eV) - e^{2ieVt}\Phi_{adv}(eV)]$$

$$I_j(t) = 2eIm[e^{-2ieVt}\Phi_{ret}(eV)] \quad (۳۵-۱)$$

حال به تصویر ماتسوبارا می‌رویم و رابطه جریان را محاسبه می‌نماییم:

$$\begin{aligned} \Phi(i\omega) &= - \int_0^\beta dt e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau A(\tau) A(0) \rangle \\ &= - \sum_{kp\sigma} \sum_{k'p'\sigma'} T_{kp} T_{k'p'} \int_0^\beta dt e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{p\sigma'}(\tau) C_{k'\rho}^\dagger(0) C_{p'\rho'}(0) \rangle \end{aligned}$$

با استفاده از قضیه ویک:

$$\begin{aligned} \Phi(i\omega) &= - \sum_{kp\sigma} \sum_{k'p'\sigma'} T_{kp} T_{k'p'} \int_0^\beta dt e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{p\sigma'}(\tau) \rangle \langle T_\tau C_{k'\rho}^\dagger(0) C_{p'\rho'}(0) \rangle \\ &\quad - \int_0^\beta dt e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{k'\rho}^\dagger(0) \rangle \langle T_\tau C_{p\sigma'}(\tau) C_{p'\rho'}(0) \rangle \\ &\quad - \int_0^\beta dt e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{p'\rho'}(0) \rangle \langle T_\tau C_{p\sigma'}(\tau) C_{k'\rho}^\dagger(0) \rangle \end{aligned}$$

با توجه به اینکه در سیستم تونل زنی، ابررساناها مستقل از یکدیگر می‌باشند، الکترونهای ابررساناهای

سمت راست و سمت چپ همبسته نیستند و بنابراین تشکیل توابع همبسته نمی‌دهند. از اینرو انتگرال-

های اول و سوم برابر صفر خواهند شد [۴و۵].

باتوضیحات فوق و همچنین تاثیر دلتاهای کرونکر ($\delta_{p,-p'}$ و $\delta_{\sigma,-\sigma'}$ و $\delta_{k,-k'}$) و با در نظر

گرفتن جهتگیری اسپین الکترونها به صورت بالا و یا پایین، فرم ماتسوبارای پتانسیل به شکل زیر خواهد

شد:

$$\Phi(i\omega) = \sum_{kp\sigma} T_{kp} T_{-k,-p} \int_0^\beta dt e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{-k,-\sigma}^\dagger(0) \rangle \langle T_\tau C_{-p,-\rho}(0) C_{p,\rho}(\tau) \rangle$$

$$\Phi(i\omega) = 2 \sum_{kp\sigma} T_{kp} T_{-k,-p} \int_0^\beta dt e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\uparrow}^\dagger(\tau) C_{-k,\downarrow}^\dagger(0) \rangle \langle T_\tau C_{-p,\downarrow}(0) C_{p,\uparrow}(\tau) \rangle$$

با توجه به تعریف توابع گرین ابررسانایی در پیوست ، فرم ماتسوبارای پتانسیل به شکل زیر در می‌آید:

$$\Phi(i\omega) = 2 \sum_{kp\sigma} T_{kp} T_{-k,-p} \int_0^\beta dt e^{i\omega_n \tau} \mathcal{F}_R^\dagger(k, \tau) \mathcal{F}_L(p, -\tau) dt \quad (۳۶-۱)$$

با استفاده از تبدیل فوری:

$$\Phi(i\omega) = 2 \sum_{kp\sigma} T_{kp} T_{-k,-p} \frac{1}{\beta} \sum_{iq} \mathcal{F}_R^\dagger(k, iq) \mathcal{F}_L(p, iq - i\omega) \quad (۳۷-۱)$$

با در نظر گرفتن روابط فصل دهم ماهان، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\beta} \sum_{iq} \mathcal{F}_R^\dagger(k, iq) \mathcal{F}_L(p, iq - i\omega) &= \\ &= \frac{1}{\beta} \sum_{iq} \left(\frac{-\Delta_R}{2E_k} \right) \left(\frac{1}{iq - E_k} - \frac{1}{iq + E_k} \right) \left(\frac{-\Delta_L}{2E_p} \right) \left(\frac{1}{iq - i\omega_n - E_p} - \frac{1}{iq - i\omega_n + E_p} \right) \\ &= \frac{1}{\beta} \sum_{iq} \left(\frac{\Delta_L \Delta_R}{4E_k} \right) \left\{ \left(\frac{1}{iq - E_k} \frac{1}{iq - i\omega_n - E_p} - \frac{1}{iq - E_k} \frac{1}{iq - i\omega_n + E_p} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{iq + E_k} \frac{1}{iq - i\omega_n + E_p} - \frac{1}{iq + E_k} \frac{1}{iq - i\omega_n - E_p} \right) \right\} \end{aligned}$$

هریک از جملات داخل کروشه را بر حسب اعداد اشغال می‌نویسیم. از روش انتگرال پریند برای هر

عبارت استفاده می‌کنیم [۴]. جملات چهار گانه برابر است با:

$$\frac{1}{\beta} \sum_{iq} \frac{1}{iq - E_k} \frac{1}{iq - i\omega_n - E_p} = \frac{n_f(E_k) - n_f(E_p)}{E_k - E_p - i\omega_n}$$

$$-\frac{1}{\beta} \sum_{iq} \frac{1}{iq - E_k} \frac{1}{iq - i\omega_n + E_p} = \frac{1 - n_f(E_k) - n_f(E_p)}{E_k + E_p - i\omega_n}$$

$$\frac{1}{\beta} \sum_{iq} \frac{1}{iq + E_k} \frac{1}{iq - i\omega_n + E_p} = \frac{n_f(E_k) - n_f(E_p)}{E_k - E_p + i\omega_n}$$

$$-\frac{1}{\beta} \sum_{iq} \frac{1}{iq + E_k} \frac{1}{iq - i\omega_n - E_p} = \frac{1 - n_f(E_k) - n_f(E_p)}{E_k + E_p + i\omega_n}$$

جملات چهار گانه فوق را مرتب می‌نماییم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\beta} \sum_{iq} \mathcal{F}_R^\dagger(k, iq) \mathcal{F}_L(p, iq - i\omega) = \\ = \left(\frac{\Delta_L \Delta_R}{4E_k} \right) [1 - n_f(E_k) - n_f(E_p)] \left(\frac{1}{E_k + E_p + i\omega_n} - \frac{1}{i\omega_n - E_k - E_p} \right) + \\ + \left(\frac{\Delta_L \Delta_R}{4E_k} \right) [n_f(E_p) - n_f(E_k)] \left(\frac{1}{E_p - E_k + i\omega_n} - \frac{1}{+E_k - E_p - i\omega_n} \right) \end{aligned}$$

پتانسیل ماتسوبارای فوق را باید به پتانسیل تاخیری تبدیل کنیم. ابررساناها را یکسان در نظر می-

گیریم وبا توجه به اینکه در دمای صفر مطلق عدد اشغال گرمایی برابر صفر می شود، پتانسیل تاخیری به

صورت زیر می‌شود:

$$\Phi_{ret}(eV) = \sum_{kp\sigma} T_{kp} T_{-k,-p} \frac{\Delta^2}{2E_k E_p} \left(\frac{1}{E_k + E_p + eV} - \frac{1}{eV - E_k - E_p} \right) \quad (38-1)$$

در اینجا $T_{-k,-p} T_{kp}$ حقیقی نیست. بنابر این می‌توان آن را به صورت حاصل ضرب یک دامنه به

شکل $|T|^2$ و جمله‌فازی به فرم $e^{i\varphi}$ نوشت.

با در نظر گرفتن تبدیلات زیر:

$$\begin{aligned}
\sum_k &= N_R \int d\xi_R = N_R \int \rho(E_k) dE_k \\
\int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_p v_p^2 f(E_p) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_p \left(1 - \frac{\xi_p}{E_p}\right) f(E_p) \\
&= \int_0^{+\infty} d\xi_p f(E_p) \\
&= \int_{\Delta_L}^{+\infty} dE_p \rho(E_p) f(E_p)
\end{aligned}$$

که در آن $\rho(E_p)$ برابر است با: $\frac{d\xi_p}{dE_p}$

از طرفی:

$$\rho(E_p) = \frac{E_p}{\sqrt{E_p^2 - \Delta^2}}$$

برای اختلاف پتانسیل‌های کوچک فقط الکترون‌هایی که انرژی آنها نزدیک انرژی فرمی است در تونل زنی شرکت می‌کنند. در این بازه کوچک انرژی می‌توان چگالی حالت‌ها را ثابت فرض کرده و همچنین از وابستگی دامنه‌های عبور به انرژی صرف‌نظر کرد و تنها مقدار آنها در انرژی فرمی را در نظر گرفت. در نهایت پتانسیل تاخیری به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}
\Phi_{ret}(eV) &= \frac{1}{2} J_s(eV) e^{i\varphi} \\
J(eV) &= 4e\Delta^2 |T|^2 N_R N_L \int \frac{\rho(E')}{E'} dE' \int \frac{\rho(E)}{E} dE \left(\frac{1}{E_k + E_p + eV} - \frac{1}{eV - E_k - E_p} \right) \\
&= (4e\Delta^2 |T|^2 N_R N_L) K \left(\frac{eV}{2\Delta} \right) \quad (39-1)
\end{aligned}$$

البته رابطه فوق برای حالت $|eV| < 2\Delta$ صادق خواهد بود. حال با توجه به اینکه جریان را به صورت قسمت موهومی پتانسیل ماتسوبارا از رابطه (۳۵-۱) تعریف کرده‌ایم، بنابر این جریان به صورت کلی زیر در می‌آید.

$$I_f(t) = J(eV) \sin(2eVt + \varphi) \quad (40-1)$$

همان گونه که از رابطه (۱-۴۰) مشاهده می کنیم، جریان جوزفسون بر حسب زمان، نوسانی است و با فرکانس $2eV$ نوسان می کند. دامنه نوسان نیز با $J(eV)$ که تابعی از اختلاف پتانسیل است، مشخص می گردد. همان طور که می دانیم این جریان جوزفسون ، همان جریان تونلی جفت های کوپر است که از ابرسانی سمت چپ به ابرسانی سمت راست برقرار می گردد. در حضور اختلاف پتانسیل V که به عنوان سد پتانسیل در این اتصال عمل می کند، فرایند تونل زنی جفت های کوپر از نظر انرژی پایسته نیست و انرژی $2eV$ برای اینکار لازم است. این انرژی توسط اعمال تابش الکترومغناطیسی به اتصال می تواند فراهم شود.

فصل دوم

تک مولکول مغناطیسی

❖ مقدمه

❖ معرفی تک مولکول مغناطیسی

❖ تونل زنی کوانتومی در تک مولکول مغناطیسی

❖ انواع تک مولکول مغناطیسی

❖ دلایل و ترجیحات استفاده از تک مولکول مغناطیسی

۲-۱- مقدمه

مقدمه

در این فصل کوتاه به معرفی تک مولکول مغناطیسی و چگونگی سنتز این ماده آلی پرداخته می شود. انواع تک مولکول مغناطیسی بر حسب اسپین کل آنها دسته بندی شده و سپس خواص مغناطیسی هرگروه از این مواد را به اجمال بررسی می شود و کاربردهایی از تک مولکول نیز ارایه خواهد شد.

۲-۲- معرفی تک مولکول مغناطیسی

قبل از آغاز این مبحث، این نکته قابل ذکر است که فقط به معرفی و تشریح خواص تک مولکول مغناطیسی^۱ پرداخته می شود و از چگونگی و استخراج روابط حاکم بر این سیستم ها صرف نظر شده و یا نظری اجمالی بر این روابط خواهیم داشت.

امروزه تک مولکولهای مغناطیسی بیشترین توجهات را به سمت خود معطوف داشته اند. اسپین بزرگ آنها و رفتار کوانتومی در مقیاسهای ریز دلالت بر حاکم بودن فیزیکی توانا در بین این ساختارهای نامعمول دارد، که برای مقاصد کاربردی آینده به کار می روند. این ساختارها پلی بین دنیای کلاسیکی که در آن هستیم و جهان کوانتومی است. در این سیستمهای مقیاس ریز بسیاری از اثرات کوانتومی، مانند تداخل فاز کوانتومی^۲، همدوسی^۳ و..... قابل مشاهده اند [۱۵ و ۱۹].

اسپین بزرگ تک مولکول مغناطیسی کاربردهایی در زیست شناسی پزشکی مانند شکل تصویر در MRI یا تبادل یونی تصفیه پروتئین ها ارایه می دهد. اندازه کوچک تک مولکول مغناطیسی و اثر حافظه

¹-single molecule magnet

²-quantum phase interference

3-coherence

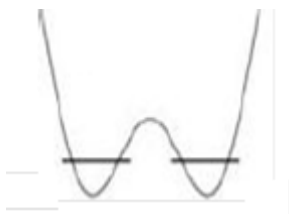
ذاتی آن، راههایی ممکن برای طراحی مدارات مجتمع الکتریکی در ابعاد خیلی کوچک است. علاوه بر اینها ، به سبب خواص متحیر کننده آنها در داشتن سیستم های درهم تنیده بس ذره ای، وقتی توانایی این مواد را در از سر گیری در هم تنیدگی بواسطه طراحی خودبخودی مشاهده می کنیم، این نکته به ذهن خطور می کند که می توان از این ساختارها در محاسبات کوانتومی بهره برد[۱۱].

علاق نظر مربوط به کار در این زمینه که رفتار کوانتومی تک مولکول مغناطیسی را در آنسوی جهان کوانتومی تشریح می نماید، عموماً معطوف به کاربرد مدل هایزنبرگ برای تمامی اسپینها در این ساختارها می باشد. اگر چه حل این مدل برای این سیستم های بس اسپینی، بسیار پیچیده است لیکن به کارگیری تقریب های ساده ساز، به بهبود حل مساله کمک می کند.

۲-۳- تونل زنی کوانتومی در تک مولکول مغناطیسی

همانطور که از مبحث قبل می دانیم، تک مولکول مغناطیسی نقطه ای است که جهان کوانتومی و جهان کلاسیک یکدیگر را ملاقات می کنند.

می دانیم که در مورد تونل زنی در سیستم ماکروسکوپی، به دلیل اینکه بر همکنش بین حالتها نداریم، تونل زنی هم نداریم شکل (۲-۱).



شکل ۲-۱- طرح تونل زنی کلاسیکی

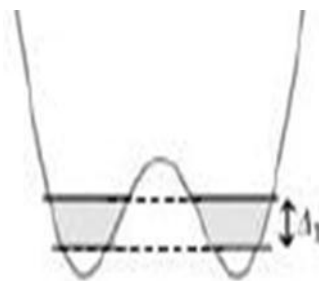
اما در مورد تونل زنی کوانتومی :

تابع موج در این مورد از یک دیوار به دیوار دیگر گسترش می‌یابد، تونل زنی رخ می‌دهد و در اثر همپوشانی توابع موج، تبهگنی از بین می‌رود و این پدیده منجر به شکافتگی تونلی می‌شود. احتمال تونل زنی به موارد زیر بستگی دارد:

۱- شکافتگی ترازها

۲- بلندی سد پتانسیل

هر چه نسبت ۱ به ۲ بزرگتر باشد احتمال مشاهده تونل زنی بیشتر است شکل (۲-۲).



شکل ۲-۲- نمایش تونل زنی کوانتومی، ترازها به اندازه Δ_1 شکافته شده اند

۲-۳-۱- هامیلتونی سیستمهای اسپینی بزرگرا چگونه بنویسیم؟

ابتدا این توضیح ضروری است که تک مولکول مغناطیسی دارای ساختار ناهمسانگرد^۱ می باشد بدین ترتیب که راستای یکی از محورهای سه گانه مختصات را (محور Z) به عنوان محور آسان^۲ (راستایی که

^۱-anisotropic

^۲-easy-axis

مغناطیدگی در آن راستا صورت گیرد.) در نظر می گیریم و دو محور دیگر را به عنوان محور سخت^۱ در نظر می گیریم [۱۵].

حال هامیلتونی برای چنین ساختار های ناهمسانگردی به شرح زیر است:

$$H = H_0 + H'$$

که در آن H_0 هامیلتونی مختل نشده است. و H' هامیلتونی اختلالی سیستم است که با S_z جابجا نمی شوند.

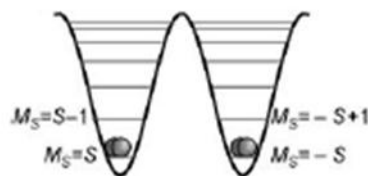
$$H_0 = -D[S_z^2 - \frac{S(S+1)}{3}] + g\mu_B \vec{S} \cdot \vec{B}$$

واضح است که هامیلتونی مختل نشده شامل دو قسمت است:

قسمت اول که ناشی از شکافتگی میدان کریستالی است و با پارامتر D که ناهمسانگردی محوری ساختار را در نظر می گیرد، نمایش داده می شود.

قسمت دوم نیز ناشی از حضور میدان مغناطیسی خارجی است.

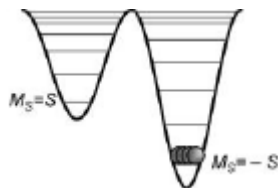
برای قسمت اول وقتی که سیستم دارای اسپین S باشد، از مکانیک کوانتوم می دانیم که مقادیر m_s از $-S$ تا S تغییر می کند. از طرفی همانطور که از تونل زنی کوانتومی می دانیم این حالات تبهگن به مانند شکل (۲-۳) آمده است، شکافته می شوند.



شکل ۲-۳- شکافتگی ترازها برای یک مولکولی با اسپین کل S [۱۵]

¹-hard-axis

اما برای قسمت دوم، میدان مغناطیسی خارجی سبب افزایش انرژی سیستم در جهت‌های خاص (محورهای آسان) شده و باعث می‌شود تا الکترون‌ها از حالت با انرژی بالاتر به حالت با انرژی پایین تر تونل بزنند (به نوعی سیستم را از حالت تعادل خارج می‌کنند. شکل (۴-۲)).



شکل ۴-۲- اعمال میدان سبب تونل زنی از ترازهای

بالاتر انرژی به ترازهای پایین تر شده و تعادل برهم می‌خورد [۱۵]

پس از اتفاقات ذکر شده در بالا، با پدیده بسیار جالبی روبرو خواهیم شد که همانا بازگشت سیستم به حالت تعادل است، که این پدیده را واهلش مغناطیسی^۱ می‌گوییم. سه راه برای رخداد واهلش مغناطیسی می‌تواند رخ دهد:

۱- واهلش گرمایی^۲

۲- تونل زنی کمکی گرمایی^۳ (فونونی)

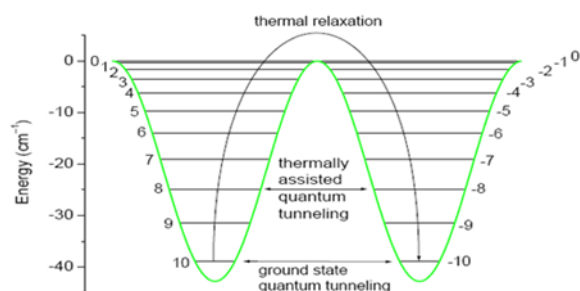
۳- تونل زنی کوانتومی حالت پایه

این سه فرآیند در شکل (۵-۲) نمایش داده شده است [۱۸].

^۱-magnetic relaxation

^۲-thermal relaxation

^۳-thermal assisted tunneling



شکل ۵-۲- نمایش واهلش مغناطیسی و عواملی که منجر به آن می شوند.

آنچه از شکل (۵-۲) واضح است، در میدان صفر و در غیاب اختلال، ویژه حالت‌های انرژی سیستم، حالت‌های خاص m_s هستند، پس تونل زنی ممکن نیست. برای تونل زنی پتانسیل اختلالی لازم است. از نقطه نظر فیزیکی، این اختلال ممکن است به اعوجاج^۱ در راستای صفحه (یعنی صفحه ای که شامل محور های سخت هستند.) منجر شود که ناهمسانگردی اریب^۲ نامیده می شود [۱۵ و ۱۹]. یک رابطه مناسب برای این اختلال رابطه زیر است:

$$H' = E(S_x^2 - S_y^2)$$

حال هامیلتونی کل شکل زیر را می‌گیرد:

$$H = -D[S_z^2 - \frac{S(S+1)}{3}] + g\mu_B \vec{S} \cdot \vec{B} + E(S_x^2 - S_y^2)$$

فرض می کنیم که H_0 بسیار کوچک باشد، وقتی که میدان خارجی m را محاسبه می‌کنیم می‌توانیم از آن صرف نظر کنیم. برای ساده سازی فرض می‌کنیم که میدان خارجی در جهت محورهای آسان اعمال شود، در انرژی که حالت $S_z = m$ آن با حالت $S_z = n + m$ همزمان باشد، آنگاه برای حالت n با استفاده از شکل (۵-۳) خواهیم داشت .

¹-distortion

²-transverse anisotropy

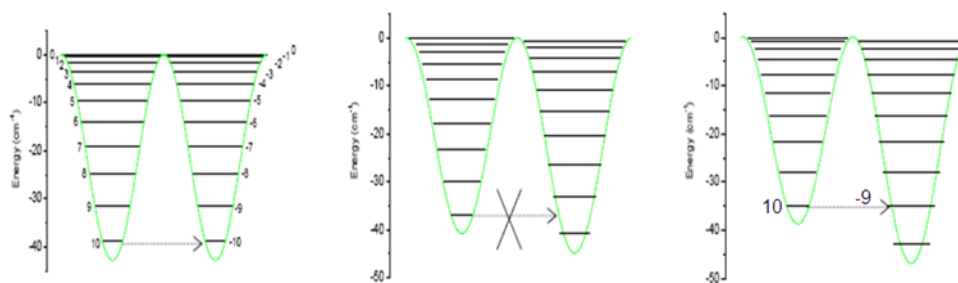
$$B = -\frac{nD}{g\mu_B}$$

وقتی میدان مغناطیسی اعمال می شود، ترازهای انرژی اسپینی میکرو حالتها تغییر می کند.

این منجر می شود به تغییرات در میدان مغناطیسی به اندازه $\frac{D}{g\mu_B}$ به ازای تغییرات در مغناطش به

اندازه واحد. به این معنی که واهلش مغناطیسی متناظر با شیب جزئی (پله) در حلقه هیستریزس است.

این تغییرات در مجموعه شکلهای (۲-۶) بعد آمده است.



شکل ۲-۶- شکل سمت چپ در غیاب میدان اعمالی است

در شکل سمت وسط میدان اعمال شده، اماتونل زنی مجاز نیست

در شکل سمت راست تونل زنی مجاز شکل گرفته است [۱۹]

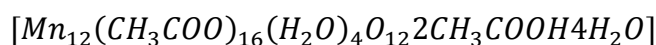
۲-۴- انواع تک مولکول مغناطیسی

تک مولکول های مغناطیسی با توجه به اینکه سیستم اسپینی اند عموماً به دو دسته تقسیم می شوند:

سیستمهای اسپینی با اسپین صحیح

۲- سیستمهای اسپینی با اسپین نیم- صحیح

اولین تک مولکول مغناطیسی با ترکیب شیمیایی زیر در سال ۱۹۸۳ سنتز شده است.



این تک مولکول مغناطیسی را به اختصار $Mn_{12} - ac$ یا Mn_{12} نامیده می شود. واهلش کوانتومی

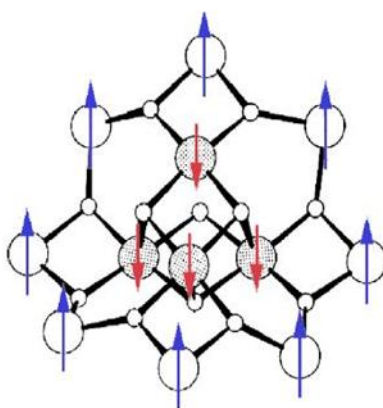
مغناطیسی با گرما برای اولین بار در اندازه گیری هیسترزیس این ساختار دیده شده است [۱۰].

از دیگر ساختارهای با اسپین صحیح تک مولکول مغناطیسی می توان از Fe_4 و Fe_8 نیز می توان نام

برد.

یک سؤال: این ساختارها آنتی فرو هستند یا فرو هستند؟

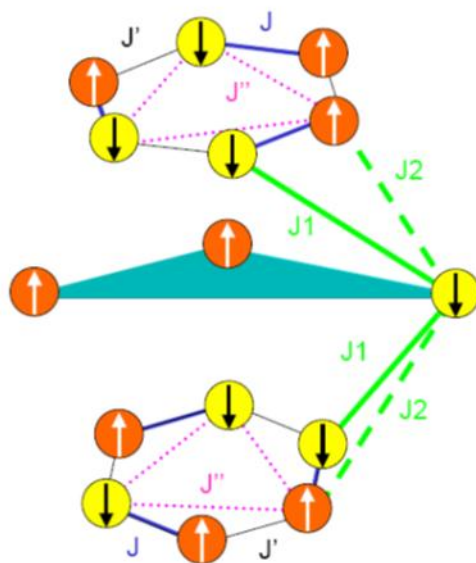
با توجه به شکل ها میتوان به سؤال فوق جواب داد.



شکل ۲-۷- طرحهای از Mn_{12}

در شکل (۷-۲) ایزوتوپهای $Mn(III)$ دارای اسپین رو به بالا با مقدار ۲ می باشند و ایزوتوپهای $Mn(IV)$ دارای اسپین رو به پایین با مقدار $3/2$ هستند. بنابراین اسپین کل سیستم برابر ۱۰ است که به اصطلاح می گوئیم که مرتبه آنتی فرو ۱۰ بودن آن ۱۰ است [۱۹].

تا کنون نتایج نظریات و آزمایشات فقط برای اسپینهای صحیح^۲ معرفی می شدند، اما خانواده بزرگ دیگری نیز وجود دارند که شامل سیستمهای با اسپین نیم- صحیح^۳ می باشند. از این جمله می توان به V_{15} اشاره نمود که در شکل (۸-۲) آمده است.



شکل ۸-۲- طرح تک مولکول مربوط به V_{15} که شامل ساختار مثلثی است که بین دو ساختار شش گوشه ساندویچ شده است.

¹-antiferro

²-integer-spin

³-1/2-spin

۲-۵- دلایل و ترجیحات استفاده از تک مولکول مغناطیسی

همانگونه که قبلاً هم اشاره کرده ایم: تک مولکول مغناطیسی دریچه‌ای جدید برای مطالعه پدیده های فیزیکی در سطح مشترک بین جهان کوانتوم و جهان کلاسیکی است. به عبارتی این ساختار تاییدی بر این فرض است که در سیستمهای ماکروسکوپی میتوان شاهد رفتار کوانتوم مکانیکی بود. با توجه به واهلش کوانتومی مغناطش که در مورد آن بحث شده است و خاصیت بازگشت به حالت در هم تنیدگی به صورت خود بخودی، میتوان از آنها در طراحی مدارات مجتمع با اهداف خاص نظامی و تحقیقات فضایی و... استفاده نمود. شایان ذکر است که شاید به دلیل همین اهمیت نظامی است که از زمان سنتز اولین تک مولکول مغناطیسی تا رونمایی علمی از آن نزدیک یک دهه وقفه افتاده است. همچنین، این ساختار ها قابلیت استفاده در عناصر حافظه ای و کامپیوتر های آینده را دارند.

به رغم تکنیک های موفقیت آمیز آزمایشگاهی، هنوز هم یک تئوری مرتب و بهبود یافته می تواند برای توجیه رفتار این ساختار ارایه شود.

فصل سوم

مروری بر کارهای انجام شده

❖ مقدمه

❖ جریان جوزفسون در حضور اسپین با حرکت تقدیمی (۲۰۰۳)

❖ جریان جوزفسون در حضور اسپین با حرکت تقدیمی (۲۰۰۹)

❖ ترابرد بار و دینامیک مغناطش در اتصال ابررسانا- تک مولکول- ابررسانا (۲۰۱۰)

۳-۱- مقدمه

توجهات به بررسی ساختار و خواص الکتریکی و مغناطیسی تک مولکول مغناطیسی از زمان سنتز این ماده آغاز شد. در بعضی کارها، با قراردادن تک مولکول در پیوندگاه جوزفسون به بررسی و محاسبه جریان جوزفسون پرداخته می شود.

در کارهایی نیز با به کار بردن دوگونه مختلف ابررسانا در پیوندگاه جوزفسون به بررسی رسانش الکتریکی و تغییرات آن به صورت تابعی از فاز ابررسانا پرداخته شد.

آنچه که در این کارها به دیده اهمیت نگریسته می شود، حضور تک مولکول در پیوندگاه جوزفسون است. این ماده به عنوان اسپین کلاسیکی بزرگ در نظر گرفته می شود. با اعمال میدان مغناطیسی در راستای خاص و تاثیر آن بر اسپین کلاسیکی به صورت حرکت تقدیمی در فضای بین دو ابررسانا، به محاسبه جریان و سایر کمیت های فیزیکی پرداخته می شود.

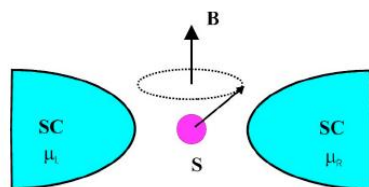
در این فصل به بررسی سه گزارش انجام گرفته در راستای کاری که قصد انجام آن را داریم، به اجمال می پردازیم. به دلیل تازگی و نو بودن موضوع که قدمت آن به کمتر از یک دهه می رسد و این نکته که بعضی از کارها در راستای کار انجام شده در این گزارش نیستند، به تعداد محدودی از کارها اشاره شده است.

۳-۲- جریان جوزفسون در حضور اسپین با حرکت تقدیمی (۲۰۰۳)

ژو -جیان- خی و بلاتسکی در این کار جریان جوزفسون در حضور تک مولکول مغناطیسی در حال دوران، بین دو ابررسانا با پتانسیلهای شیمیایی متفاوت را بررسی کرده اند [۱۳]. در این کار نشان داده شده است که جریان جوزفسون جاری بین دو ابررسانای حالت اسپین یگانه (حالتی که الکترونهای زوجهای کوپر دارای اسپین مخالف باشند) در حضور تک مولکول در حال دوران، مدوله نمی شود. اما هنگامی که دو

ابرسانا در حالت اسپین سه گانه (حالتی که الکترونهای زوجهای کوپر دارای اسپین همسان باشند) هستند، جریان جوزفسون مدوله می شود.

مدل در نظر گرفته شده به صورت شکل (۳-۱) است: که از دو ابرسانات تشکیل شده است که به وسیله تک مولکول مغناطیسی جفت شده اند. در حضور میدان مغناطیسی خارجی، تک مولکول مغناطیسی شروع به دوران حول جهت میدان اعمالی می نماید.



شکل ۳-۱- طرحواره ای از جفت شدگی اسپین کلاسیکی بزرگ با ابرساناها [۱۳]

از برهم کنش اسپین تک مولکول با ابرساناها صرف نظر کرده و هامیلتونی به شکل زیر در می آید.

$$H = H_R + H_L + H_T$$

که در آن H_{RL} هامیلتونی لبه های ابرسانا و H_T هامیلتونی تونل زنی است. با به کار گرفتن عملگرهای خلق و فنا در سیستم های بس ذره ای به محاسبه جریان جوزفسون پرداخته شد. که در دو حالت بررسی شده است:

حالتی که ابرساناهای اتصال در حالت اسپینی یگانه اند.

حالتی که ابرساناهای اتصال در حالت اسپینی سه گانه اند.

به طور خلاصه می توان گفت که: جریان جوزفسون در حضور برهم کنش تبدیلی مستقیم بین اسپین جایگزیده (تک مولکول مغناطیسی) و الکترونهای رسانش، برای ابرساناهایی که در حالت اسپینی یگانه

اند مدوله نمی‌شود . در صورتی که اگر یکی از ابرساناها در حالت اسپینی سه گانه با شد، جریان جوزفسون مدوله خواهد شد.

۳-۳- جریان جوزفسون در حضور اسپین با حرکت تقدیمی (۲۰۰۹)

در این کار ، مطالعه برروی جریان dc جوزفسون بین دو ابرسانا که یک اسپین کلاسیکی بزرگ بین آنها در حال حرکت تقدیمی است، توسط سسیلیا هولمکیویتس و همکارانش صورت گرفت [۱۴]. این حرکت تقدیمی منجر به ظهور پتانسیل تونلی وابسته به زمان می‌شود. این پتانسیل تونلی نه تنها سبب به وجود آمدن احتمالات تونل زنی مختلف برای اسپینهای بالا و پایین می‌شود، بلکه یک ترم اسپین فیلپ وابسته به زمان را معرفی می‌کند. در کار ذکر شده، فقط اثرات ترم اسپین- فیلپ برروی جریان جوزفسون بین دو ابرسانا بررسی می-شود. ابرسانا ها نیز در حالت یگانه اسپینی می باشند. سیستم را در حالتی پایا در نظر می‌گیریم و جریان به طور ذاتی تحت تاثیر فرکانس تقدیمی تک مولکول مغناطیسی است.

مدل ارایه شده برای این سیستم نیز به شکل زیر است:

$$H = H_R + H_L + H_T$$

که در آن

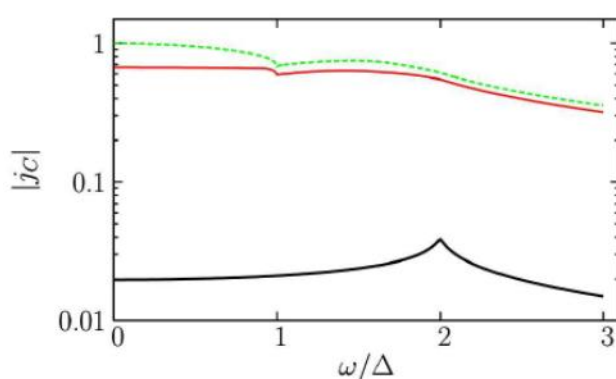
$$H_T = \hat{\psi}_L^\dagger \hat{V}_{LR}(t) \hat{\psi}_R + h.c.$$

$$\hat{V}_{LR}(t) = \hat{V}_S \begin{pmatrix} \sigma_x e^{-i\omega t \sigma_z} & 0 \\ 0 & \sigma_x e^{i\omega t \sigma_z} \end{pmatrix}$$

در رابطه فوق $\hat{V}_S$ دامنه تونل زنی است. $\hat{V}_{LR}(t)$ نیز، ماتریس تونل زنی است.

جریان بر حسب فرکانس به صورت شکل زیر است، که در آن چگالی جریان بحرانی بر حسب

فرکانس تقدیمی رسم می‌گردد.



شکل ۳-۲- نمودار چگالی جریان بر حسب فرکانس تقدیمی تک مولکول مغناطیسی [۱۴]

در این گزارش، تغییرات فاز که عامل اصلی ظهور جریان جوزفسون است، به صورت تابعی از فرکانس

حرکت تقدیمی است.

در شکل (۳-۲) جریان بحرانی بر حسب $\frac{\omega}{\Delta}$ در سه مقدار متفاوت برای $\mathcal{V}_s^2$ رسم شده است. دو نمودار

بالایی به ترتیب از بالا بازای $\mathcal{V}_s^2 = 1$ و $\mathcal{V}_s^2 = 0.5$ رسم شده‌اند، در $\omega = \Delta$ دارای پیک هستند. اما

نمودار سوم که بازای $\mathcal{V}_s^2 = 0.01$ رسم شده است. در $\omega = 2\Delta$ دارای پیک است. بدین معنی که در حالتی

که احتمال تونل زنی پایین باشد، جریان در $\omega = 2\Delta$ واگرا می‌شود. این واگرایی به دلیل ایجاد تشدید در اتصال جوزفسون رخ می‌دهد.

۳-۴- ترابرد بار و دینامیک مغناطش در اتصال ابررسانا- تک مولکول- ابررسانا (۲۰۱۰)

در این کار نیز که به وسیله سوفیان تبر و گروهش انجام شد، به مطالعه ترابرد dc و دینامیک مغناطش در یک اتصال جوزفسون در حضور تک مولکول پرداخته شده است [۱۶]. ابررساناها در این اتصال در حالت اسپینیگانه اند و تک مولکول مغناطیسی نیز، به صورت اسپین کلاسیکی بزرگ در نظر گرفته می‌شود که در فضا با فرکانس Ω حرکت تقدیمی می‌کند.

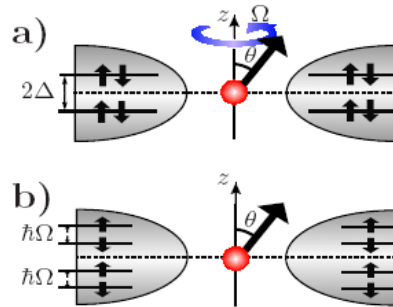
حضور اسپین کلاسیکی بزرگ منجر به تفاوت در دامنه های تراگیسل اسپینهای بالا و پایین می‌شود. همچنین پدیده اسپین فلیپ وابسته زمانی نیز خواهیم داشت.

در این کار، علاوه بر جریان بار، به بررسی جریان اسپینی نیز پرداخته شده است که در این رساله به آن پرداخته نمی‌شود.

جریان بار و اسپین را در حالت های مختلف در حضور فرکانس تقدیمی محاسبه شده و اختلاف این جریان نسبت به جریان جوزفسون dc معمولی بررسی گردید.

در این کار نیز مانند کارهای قبلی، عامل دوران تقدیمی در فضا، میدان مغناطیسی خارجی در نظر گرفته شده است.

تاثیر میدان بر تک مولکول مغناطیسی به صورت شکل زیر نمایش داده می‌شود.



شکل ۳-۳- در حالت a در چارچوب مرجع آزمایشگاه اسپین کلاسیکی با فرکانس Ω در حال دوران است.

در حالت b در چارچوب مرجع چرخان، ناظر واقع بر تک مولکول شاهد شکافتگی ترازها در ابررساناها

به میزان $\frac{\Omega}{2}$ ، که ناشی از حضور میدان $\hbar\Omega$ است، مشاهده می‌کند [۱۶].

در شکل (۳-۳) فرض بر این است که تاثیر فرکانس تقدیمی بر ترازهای انرژی ابررساناها به صورت شکافتگی در ترازهای انرژی ابررساناها ظاهر می‌گردد. شکافتگی در ترازها سبب می‌شود که هر الکترون در تراز که به اندازه $\frac{\Omega\hbar}{2}$ صعود یا نزول کرده است، جای بگیرد. الکترون‌های تونل زننده در اتصال، یا به صورت تک الکترون اند یا به صورت جفت‌های کوپری می‌باشند. بنابراین جریان شامل مجموع جریان نرمال و جریان جوزفسون است. اندرکنش این الکترون‌ها یا جفت‌های کوپر در مواجهه با تک مولکول (که به صورت اسپین کلاسیکی بزرگ در نظر گرفته شده است) با ماتریس عبور زیرتعریف می‌شود.

$$T(t) = T_0 I_2 + T_1 \vec{S}(t) \cdot \vec{\sigma}$$

که در آن I_2 ماتریس یکانی است و $\vec{S}(t)$ بردار اسپین تک مولکول است و $\vec{\sigma}$ بردار ماتریس‌های پائولی است. از رابطه فوق مشخص است که ذره ممکن است بدون اندرکنش با اسپین تک مولکول که با دامنه

عبور T_0 مشخص شده است، در اتصال تونل بزند. و یا اینکه ذره در اندرکنش با اسپین تک مولکول که با دامنه T_1 مشخص شده است در اتصال تونل می زند.

با استفاده از توابع گرین ابرسانایی و همچنین در نظر گرفتن این نکته که در غیاب اختلاف پتانسیل جریان نرمال برابر صفر است، جریان جوزفسون در این کار به صورت زیر حاصل شده است:

$$I_G^c = 4e((T_0^2 - T_{\parallel}^2)Re\mathcal{D}^R(0) - T_{\perp}^2 Re\mathcal{D}^R(\Omega))\sin\varphi$$

$\mathcal{D}$ انتشارگر ابرسانایی است و به صورت زیر تعریف می شود.

$$\mathcal{D}(i\omega) = \sum_{k,p} \frac{1}{\beta} \sum_{i \in} \mathcal{F}_R^{\dagger}(k, i \in) \mathcal{F}_L(p, i \in -i\omega)$$

که $\mathcal{F}$ تابع گرین ابرسانایی است که در پیوست (الف) تعریف شد.

و همچنین برای قسمت حقیقی انتشارگر، طبق تعریف زیر داریم:

$$Re\mathcal{D}^R(x) = \pi\Delta v_N^2 \begin{cases} K(x) & x < 1 \\ \frac{1}{x} K\left(\frac{1}{x}\right) & x > 1 \end{cases}$$

K انتگرال بیضوی نوع اول است و x نیز برابر با $\frac{\omega}{2\Delta}$ است.

مانند کار قبلی در این کار نیز واگرایی لگاریتمی در $2\Delta = \Omega$ رخ می دهد، یعنی در حالتی که گاف ابرسانایی برابر با فرکانس تقدیمی است. و این واگرایی به دلیل خصوصیت تابع انتگرال بیضوی نوع اول است که در مقدار یک، واگرا می شود.

فصل چهارم

جریان بار در اتصال ابررسانا- تک مولکول مغناطیسی- ابررسانا

❖ مقدمه

❖ مدل اریه شده

❖ جریان نرمال در حضور اختلاف پتانسیل در اتصال ابررسانا- تک مولکول- ابررسانا

❖ جریان جوزفسون در حضور اختلاف پتانسیل در اتصال ابررسانا- تک مولکول-

ابررسانا

۴-۱- مقدمه

با معرفی خواص ابررساناها و همچنین تک مولکول مغناطیسی در فصل های گذشته و آگاهی از روابط حاکم بر اتصال جوزفسون، در این فصل جریان عبوری از اتصال جوزفسون شامل تک مولکول مغناطیسی را محاسبه می نماییم.

ما جریان عبوری از اتصال ابررسانا-تک مولکول مغناطیسی- ابررسانا را به دلیل اهمیت ساختار تک مولکول مغناطیسی و موارد استفاده بسیار آن مورد مطالعه قرار می دهیم. جریان نرمال و همچنین جریان جوزفسون عبوری از اتصال را در حالتی که اختلاف پتانسیل جزئی V به اتصال اعمال می گردد و نیز در غیاب آن محاسبه می نماییم.

شایان ذکر است که برای ساده سازی، از افت و خیزهای کوانتومی صرف نظر کرده ایم و تک مولکول مغناطیسی را به صورت یک بردار اسپین کلاسیکی بزرگ در نظر گرفته ایم. این بردار تحت تاثیر میدان مغناطیسی اعمالی، دو حرکت تقدیمی و نوسانی انجام می دهد که به آن رقص محوری جوزفسون^۱ می گویند.

۴-۲- مدل ارایه شده

همانطور که در فصل های قبل بیان شد، هامیلتونی یک اتصال جوزفسون به صورت زیر است:

$$H = H_R + H_L + H_T \quad (۴-۱)$$

که در آن H_R و H_L هامیلتونی ابررساناهای راست و چپ می باشند که به صورت زیر نوشته می شوند.

^۱-Josephson nutation

$$H_0 = H_R + H_L = \sum_{k,\sigma} E_k C_{k\sigma}^\dagger C_{k\sigma} + \sum_{p,\sigma} E_p C_{p\sigma}^\dagger C_{p\sigma} + \sum_k [\Delta_k C_{k,\uparrow}^\dagger C_{k,\downarrow}^\dagger + h.c.] + \sum_p [\Delta_p C_{p,\uparrow}^\dagger C_{p,\downarrow}^\dagger + h.c.] \quad (2-4)$$

در رابطه فوق، جمله اول انرژی شبه ذرات ابررسانا بر حسب عملگرهای خلق و فنا می‌باشد. در جمله دوم نیز Δ_k گاف انرژی ابررسانایی است که وابسته به دماست. $C_{k\sigma}^\dagger (C_{k\sigma})$ عملگرهای خلق (فنا) ذره ای با اندازه حرکت k و اسپین σ در ابررسانای سمت راست و $C_{p\sigma}^\dagger (C_{p\sigma})$ عملگرهای خلق (فنا) ذره ای با اندازه حرکت p و اسپین σ در ابررسانای سمت چپ می‌باشند [۱۶و۴].

برای اتصال ابررسانا- تک مولکول مغناطیسی- ابررسانا، هامیلتونی تونل زنی به فرم زیر است:

$$H_T = \sum_{k,p,\sigma,\sigma'} [C_{k,\sigma}^\dagger T_{\sigma,\sigma'} C_{p\sigma'} + h.c.] \quad (3-4)$$

که $T_{\sigma,\sigma'}$ آرایه های ماتریس دامنه عبور می‌باشند و وابستگی زمانی آن به شکل زیر است:

$$T(t) = T_0 I_2 + T_1 \vec{S}(t) \cdot \vec{\sigma} \quad (4-4)$$

I_2 ماتریس یکانی، $\vec{S}$ بردار اسپین تک مولکول مغناطیسی و $\vec{\sigma}$ بردار ماتریسهای پائولی است.

همانگونه که از هامیلتونی تونل زنی واضح است: با توجه به دامنه عبور T ممکن است ذره ای در ابررسانای سمت راست، با تکانه k و اسپین σ خلق و در ابررسانای سمت چپ، با تکانه p و اسپین σ' فنا شود. جمله اول رابطه (۴-۴) مربوط به تونل زنی مستقیم جفتهای کوپر بدون برهمکنش با اسپین تک مولکول مغناطیسی است. در صورتی که جمله دوم برهمکنش اسپین الکترونها عبوری با بردار اسپین موضعی تک مولکول مغناطیسی را نشان می‌دهد.

وابستگی زمانی اسپین تک مولکول مغناطیسی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{S}(t) = S(\sin\theta(t)\cos\varphi(t), \sin\theta(t)\sin\varphi(t), \cos\theta(t)) \quad (5-4)$$

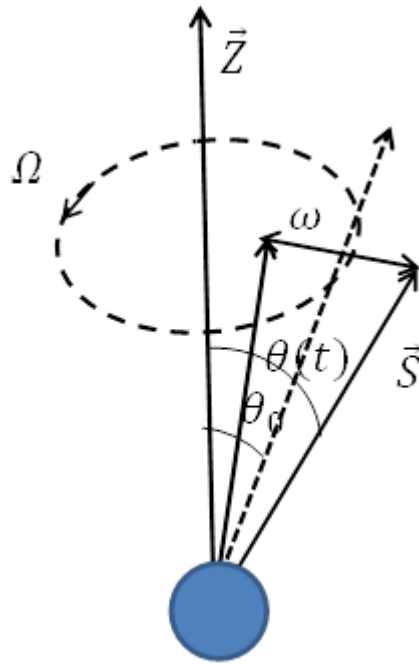
که $\varphi(t)$ و $\theta(t)$ به ترتیب زوایای سمتی و قطبی هستند. اینکه وابستگی $\varphi(t)$ و $\theta(t)$ به زمان چگونه است، به برهم کنش اسپین با میدان‌های مغناطیسی موجود از طرف محیط و از طرف الکترونهای عبوری از آن بستگی دارد [۱۶].

در مقاله [۱۶] نویسندگان اثرات جریان الکترون را بر روی دینامیک تک مولکول مغناطیسی مطالعه کرده‌اند. در این رساله هدف ما بررسی تاثیر دینامیک اسپین روی جریان عبوری است که به عمل متقابل^۱ معروف است.

بدین منظور فرض می‌کنیم که اسپین تک مولکول مغناطیسی همزمان حرکت تقدیمی و حرکت نوسانی داشته باشد. شکل (۴-۱) طرحواره ای از تلفیق این دو حرکت را نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۴-۱)، فرض بر اینست که بردار اسپین کلاسیکی در اتصال بین دو ابررسانا، حرکت تقدیمی^۲ و حرکت نوسانی را تواما در فضا انجام می‌دهد.

^۱-back action

^۲-precession



شکل ۴-۱- تک مولکول مغناطیسی که تحت تاثیر میدان مغناطیسی در حرکت دورانی و نوسانی توام می باشد.

به منظور در نظر گرفتن حرکت‌های چرخشی و نوسانی، زاویه $\theta(t)$ را که بردار اسپین تک مولکول مغناطیسی در هر لحظه با میدان مغناطیسی اعمالی بر سیستم می‌سازد، به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\theta(t) = \theta_0 + R \cos \omega t$$

$$\theta(t) = \theta_0 \left(1 + \frac{R}{\theta_0} \cos \omega t \right)$$

فرض می‌کنیم که در رابطه بالا $\frac{R}{\theta_0} \ll 1$ باشد.

۴-۳- جریان نرمال در حضور اختلاف پتانسیل:

برای محاسبه جریان نرمال مجدداً باید عملگرهای $A(t)$ و $A^\dagger(t')$ را بر حسب عملگرهای خلق و

فنا بنویسیم

$$A(t) = \sum_{kp\sigma\sigma'} c_{k\sigma}^\dagger(t) T_{kp}^{\sigma\sigma'}(t) c_{p\sigma'}(t) = \sum_{kp\sigma\sigma'} T_{kp}^{\sigma\sigma'}(t) a_{kp}^{\sigma\sigma'}(t) \quad (۴-۶)$$

$$\begin{aligned} A^\dagger(t') &= \sum_{k'p'\rho\rho'} c_{p'\rho'}^\dagger(t') (T_{k'p'}^{\rho'\rho})^*(t') c_{k'\rho}(t') \\ &= \sum_{kp\sigma\sigma'} (T_{k'p'}^{\rho'\rho})^*(t') a_{k'p'}^{\rho\rho'}(t') \end{aligned} \quad (۴-۷)$$

بنابراین رابطه جریان به صورت زیر در می‌آید:

$$I_s(t) = -e \sum_{kp\sigma\sigma'} \sum_{k'p'\rho\rho'} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \theta(t-t') \{ T_{kp}^{\sigma\sigma'}(t) (T_{k'p'}^{\rho'\rho})^*(t') \langle [a_{kp}^{\sigma\sigma'}(t), a_{k'p'}^{\rho\rho'}(t')] \rangle e^{-ieV(t-t')} + h.c \}$$

برای محاسبه جریان، پتانسیل تاخیری زیر را تعریف می‌کنیم:

$$u_{kp k'p'}^{\sigma\sigma' \rho\rho'}(t-t') = -i\theta(t-t') \langle [a_{kp}^{\sigma\sigma'}(t), a_{k'p'}^{\rho\rho'}(t')] \rangle \quad (۴-۸)$$

با جایگذاری در رابطه جریان داریم:

$$I_s(t) = ie \sum_{kp\sigma\sigma'} \sum_{k'p'\rho\rho'} \int_{-\infty}^{\infty} dt' T_{kp}^{\sigma\sigma'}(t) (T_{k'p'}^{\rho'\rho})^*(t') e^{-ieV(t-t')} u_{kp k'p'}^{\sigma\sigma' \rho\rho'}(t-t') \delta_{kk'} \delta_{pp'} \delta_{\sigma\rho} \delta_{\sigma'\rho'}$$

$$I_s(t) = ie \sum_{kp} \sum_{\sigma\sigma'} \int_{-\infty}^{\infty} dt' T_{kp}^{\sigma\sigma'}(t) (T_{k'p'}^{\rho'\rho})^*(t') e^{-ieV(t-t')} u_{kp}^{\sigma\sigma'}(t-t') + h.c. \quad (۴-۹)$$

به دلیل وجود دلتای کرونکر در رابطه صفحه قبل از حاصل ضرب $(T_{k'p'}^{\rho'\rho})^*(t')$ که شامل

۱۶ جمله است، تنها جملات شامل $(T_{k'p'}^{\rho'\rho})^*(t')$ باقی خواهند ماند.

حال می‌خواهیم $T_{kp}^{\sigma\sigma'}(t) \left(T_{k'p'}^{\rho'\rho}\right)^*(t')$ را محاسبه کنیم. با توجه به اینکه R کوچک فرض شده است می‌توان از توانهای دوم و بالاتر آن صرف نظر کرد، لذا:

$$\begin{aligned}\sin\theta(t) &= \sin\theta_0 + R\cos\omega t\cos\theta_0 \\ \cos\theta(t) &= \cos\theta_0 - R\cos\omega t\sin\theta_0\end{aligned}$$

در این صورت ضرایب $T_{kp}^{\sigma\sigma'}(t) \left(T_{k'p'}^{\rho'\rho}\right)^*(t')$ تا مرتبه اول بر حسب R به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}T_{kp}^{11}(t)(T_{kp}^{11})^*(t') &= (T_0 + T_s\cos\theta_0)^2 - (T_0T_s + T_s^2\cos\theta_0)R\sin\theta_0\cos\omega t \\ &\quad - \frac{1}{2}(T_0T_s + T_s^2\cos\theta_0)R\sin\theta_0(e^{i\omega t'} + e^{-i\omega t'})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T_{kp}^{22}(t)(T_{kp}^{22})^*(t') &= (T_0 - T_s\cos\theta_0)^2 + (T_0T_s - T_s^2\cos\theta_0)R\sin\theta_0\cos\omega t \\ &\quad + \frac{1}{2}(T_0T_s - T_s^2\cos\theta_0)R\sin\theta_0(e^{i\omega t'} + e^{-i\omega t'})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T_{kp}^{12}(t)(T_{kp}^{21})^*(t') &= T_s^2[\sin^2\theta_0 + R\cos\theta_0\sin\theta_0\cos\omega t]e^{-i2\Omega t}e^{i\Omega(t-t')} \\ &\quad + \frac{1}{2}T_s^2R\cos\theta_0\sin\theta_0e^{i(\omega-2\Omega)t}e^{-i(\omega-\Omega)(t-t')} \\ &\quad + \frac{1}{2}T_s^2R\cos\theta_0\sin\theta_0e^{-i(\omega+2\Omega)t}e^{i(\omega+\Omega)(t-t')}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T_{kp}^{21}(t)(T_{kp}^{12})^*(t') &= T_s^2[\sin^2\theta_0 + R\cos\theta_0\sin\theta_0\cos\omega t]e^{i2\Omega t}e^{-i\Omega(t-t')} \\ &\quad + \frac{1}{2}T_s^2R\cos\theta_0\sin\theta_0e^{-i(\omega-2\Omega)t}e^{i(\omega-\Omega)(t-t')} \\ &\quad + \frac{1}{2}T_s^2R\cos\theta_0\sin\theta_0e^{i(\omega+2\Omega)t}e^{-i(\omega+\Omega)(t-t')}\end{aligned}$$

با استفاده از ضرایب فوق و تبدیل فوریه زیر

$$u(\varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t-t') e^{i\varphi(t-t')} dt \quad (۱۰-۴)$$

جریان نرمال به شکل زیر در می آید:

$$\begin{aligned}
I_s(t) = & -ie \sum_{kp} [(T_0 + T_s \cos \theta_0)^2 + (-T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t] \mathcal{U}_{kp}^{11}(-eV) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} (-T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 e^{i\omega t} \mathcal{U}_{kp}^{11}(-eV - \omega) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} (-T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 e^{-i\omega t} \mathcal{U}_{kp}^{11}(-eV + \omega) \\
& -ie \sum_{kp} T_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] e^{-i2\Omega t} \mathcal{U}_{kp}^{12}(-eV + \Omega) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 e^{i(\omega-2\Omega)t} \mathcal{U}_{kp}^{12}(-eV - \omega + \Omega) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 e^{-i(\omega+2\Omega)t} \mathcal{U}_{kp}^{12}(-eV + \omega + \Omega) \\
& -ie \sum_{kp} T_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] e^{i2\Omega t} \mathcal{U}_{kp}^{21}(-eV - \Omega) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 e^{-i(\omega-2\Omega)t} \mathcal{U}_{kp}^{21}(-eV + \omega - \Omega) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 e^{i(\omega+2\Omega)t} \mathcal{U}_{kp}^{21}(-eV - \omega - \Omega) \\
& -ie \sum_{kp} [(T_0 - T_s \cos \theta_0)^2 + (T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t] \mathcal{U}_{kp}^{22}(-eV) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} (T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 e^{i\omega t} \mathcal{U}_{kp}^{22}(-eV - \omega) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} (T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 e^{-i\omega t} \mathcal{U}_{kp}^{22}(-eV + \omega) \\
& + h.c.
\end{aligned}$$

نتیجه نهایی برای جریان نرمال عبارت است از:

$$\begin{aligned}
I_S = & 2e \sum_{kp} [(T_0 + T_s \cos \theta_0)^2 + (-T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t] \operatorname{Im} \mathcal{U}_{kp}^{11}(-eV) \\
& + e \sum_{kp} (-T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{i\omega t} \mathcal{U}_{kp}^{11}(-eV - \omega)) \\
& + e \sum_{kp} (-T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{-i\omega t} \mathcal{U}_{kp}^{11}(-eV + \omega)) \\
& + 2e \sum_{kp} T_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] \operatorname{Im}(e^{-i2\Omega t} \mathcal{U}_{kp}^{12}(-eV + \Omega)) \\
& + e \sum_{kp} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{i(\omega-2\Omega)t} \mathcal{U}_{kp}^{12}(-eV - \omega + \Omega)) \\
& + e \sum_{kp} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{-i(\omega+2\Omega)t} \mathcal{U}_{kp}^{12}(-eV + \omega + \Omega)) \\
& + 2e \sum_{kp} T_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] \operatorname{Im}(e^{i2\Omega t} \mathcal{U}_{kp}^{21}(-eV - \Omega)) \\
& + e \sum_{kp} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{-i(\omega-2\Omega)t} \mathcal{U}_{kp}^{21}(-eV + \omega - \Omega)) \\
& + e \sum_{kp} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{i(\omega+2\Omega)t} \mathcal{U}_{kp}^{21}(-eV - \omega - \Omega)) \\
& + 2e \sum_{kp} [(T_0 - T_s \cos \theta_0)^2 + (T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t] \operatorname{Im}(\mathcal{U}_{kp}^{22}(-eV)) \\
& + e \sum_{kp} (T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{i\omega t} \mathcal{U}_{kp}^{22}(-eV - \omega)) \\
& + e \sum_{kp} \frac{1}{2} (T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{-i\omega t} \mathcal{U}_{kp}^{22}(-eV + \omega)) \quad (11-4)
\end{aligned}$$

همانطور که به وضوح از این رابطه دیده می‌شود، جریان به شکل‌های مختلفی به فرکانس‌های

حرکت‌های تقدیمی و نوسانی وابسته است.

پتانسیل تاخیری را چگونه محاسبه کنیم؟ برای این کار به سراغ پتانسیل ماتسوبارا می‌رویم. از ارتباط

بین پتانسیل تاخیری و پتانسیل ماتسوبارا استفاده می‌کنیم و سعی می‌کنیم که جوابی برای پتانسیل

تاخیری بیابیم [۴]. پتانسیل ماتسوبارا متناظر با پتانسیل تاخیری که توسط رابطه (۴-۱۰) معرفی شد، به شکل زیر است:

$$U_{kp k' p'}^{\sigma \sigma' \rho \rho'}(i\omega_n) = - \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau a_{kp}^{\sigma \sigma'}(\tau) a_{k' p'}^{\dagger \rho \rho'}(0) \rangle$$

$$= - \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{p\sigma'}(\tau) C_{p' \rho'}^\dagger(0) C_{k' \rho}(0) \rangle$$

در روابط فوق T عملگر پارامتر مرتب است که در پیوست (الف) تعریف شده و موارد استفاده آن ذکر گردیده است. τ زمان موهومی می باشد که پتانسیل ماتسوبارا در این زمان تعریف می شود در محدوده $-\beta \leq \tau \leq \beta$ تعریف می شود. با استفاده از قضیه ویک^۱ داریم:

$$U_{kp k' p'}^{\sigma \sigma' \rho \rho'}(i\omega_n) = - \int_0^\beta dt e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{p\sigma'}(\tau) \rangle \langle T_\tau C_{p' \rho'}^\dagger(0) C_{k' \rho}(0) \rangle$$

$$- \int_0^\beta dt e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{p' \rho'}^\dagger(0) \rangle \langle T_\tau C_{p\sigma'}(\tau) C_{k' \rho}(0) \rangle$$

$$+ \int_0^\beta dt e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k' \rho}(0) C_{k\sigma}^\dagger(\tau) \rangle \langle T_\tau C_{p\sigma'}(\tau) C_{p' \rho'}^\dagger(0) \rangle$$

به دلیل وجود اتصال تونلی، ابررساناها مستقل از هم هستند و لذا الکترونها در دو ابررسانا همبسته نیستند. بنابراین در رابطه بالا انتگرال اول برابر صفر می شوند. و انتگرال دوم نیز به دلیل اینکه در اینجا فقط جریان الکترون های مستقل مورد نظر است صفر خواهد شد.

پتانسیل ماتسوبارا به صورت زیر می شود:

$$U_{kp k' p'}^{\sigma \sigma' \rho \rho'}(i\omega_n) = \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k' \rho}(0) C_{k\sigma}^\dagger(\tau) \rangle \langle T_\tau C_{p\sigma'}(\tau) C_{p' \rho'}^\dagger(0) \rangle$$

$$= \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}(0) C_{k\sigma}^\dagger(\tau) \rangle \langle T_\tau C_{p\sigma'}(\tau) C_{p\sigma'}^\dagger(0) \rangle \delta_{kk'} \delta_{pp'} \delta_{\sigma\rho} \delta_{\rho'\sigma'}$$

بنابراین صرفاً پتانسیل ماتسوبارا به شکل زیر غیر صفر خواهد بود.

¹-Wick's theorem

$$\begin{aligned}
U_{kp}^{\sigma\sigma'\sigma\sigma'}(i\omega_n) &= U_{kp}^{\sigma\sigma'}(i\omega_n) \\
&= \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n\tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}(0) C_{k\sigma}^\dagger(\tau) \rangle \langle T_\tau C_{p\sigma'}(\tau) C_{p\sigma'}^\dagger(0) \rangle \\
&= \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n\tau} G_R^\sigma(k, -\tau) G_L^{\sigma'}(p, \tau)
\end{aligned} \tag{۱۲-۴}$$

که در رابطه (۱۲-۵) تابع گرین نرمال ماتسوبارا بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\langle T_\tau C_{k\sigma}(\tau) C_{k\sigma}^\dagger(0) \rangle = -G^\sigma(k, \tau)$$

با انجام تبدیل فوریه که در پیوست (الف) آمده است، پتانسیل ماتسوبارا به شکل زیر در می‌آید:

$$U_{kp}^{\sigma\sigma'}(i\omega_n) = \frac{1}{\beta} \sum_{iq} G_R^\sigma(k, iq - i\omega) G_L^{\sigma'}(p, iq) \tag{۱۳-۴}$$

با استفاده از نمایش لهن^۱ پتانسیل ماتسوبارا را به شکل زیر می‌نویسیم [۵ و ۴].

$$U_{kp}^{\sigma\sigma'}(i\omega_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon_L}{2\pi} A_L^{\sigma'}(p, \varepsilon_L) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon_R}{2\pi} A_R^\sigma(k, \varepsilon_R) S^{\sigma\sigma'} \tag{۱۴-۴}$$

$$S^{\sigma\sigma'} = \frac{n_f^\sigma(\varepsilon_R) - n_f^{\sigma'}(\varepsilon_L)}{i\omega_n + \varepsilon_R - \varepsilon_L} \tag{۱۵-۴}$$

در روابط بالا $A_L^{\sigma'}(p, \varepsilon_L)$ و $A_R^\sigma(k, \varepsilon_R)$ تابع طیفی^۲ الکترونهای سمت چپ و راست هستند. این توابع

شرط بهنجارش زیر را برآورده می‌کنند:

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon_L}{2\pi} A_L^{\sigma'}(p, \varepsilon_L) &= 1 \\
\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon_R}{2\pi} A_R^\sigma(k, \varepsilon_R) &= 1
\end{aligned}$$

در رابطه (۱۵-۴)، n_f^σ عدد اشغال گرمایی الکترونهای با اسپین σ است که از آمار فرمی-دیراک

پیروی می‌کند. با توجه به اینکه هیچ نوع برهمکنش وابسته به اسپین در ابررساناها موجود نیست، می‌توان

^۱Lehmann representation

^۲spectral function

نتیجه گرفت که اعداد اشغال و همینطور توابع طیفی مستقل از اسپین ذرات هستند. بنابراین پتانسیل ماتسوبارا مستقل از اسپین ذرات خواهد بود.

برای به دست آوردن پتانسیل های تاخیری از پتانسیل های ماتسوبارای متناظر باید به جای $i\omega$ مقدار $\alpha + i\eta$ را قرار دهیم [۴]. در این صورت پتانسیل تاخیری به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_{kp}^{\sigma\sigma'}(\alpha) &= \mathcal{U}_{kp}(\alpha) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon_L}{2\pi} A_L(p, \varepsilon_L) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon_R}{2\pi} A_R(k, \varepsilon_R) \frac{n_f(\varepsilon_R) - n_f(\varepsilon_L)}{\alpha + \varepsilon_R - \varepsilon_L + i\eta} \end{aligned} \quad (۱۶-۴)$$

برای محاسبه انتگرال از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A + iB} &= \mathcal{P}\left(\frac{1}{A}\right) - i\pi\delta(A) \\ B &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

که در آن $\mathcal{P}$ مقدار اصلی کوشی و δ دلتای دیراک می باشد.

$$\begin{aligned} \text{Im}\mathcal{U}_{kp}(\alpha) &= -\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon_L}{2\pi} A_L(p, \varepsilon_L) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon_R}{2\pi} A_R(k, \varepsilon_R) [n_f(\varepsilon_R) - n_f(\varepsilon_L)] \delta(\alpha + \varepsilon_R - \varepsilon_L) \\ &= -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon_R}{2\pi} A_L(p, \varepsilon_R + \alpha) A_R(k, \varepsilon_R) [n_f(\varepsilon_R) - n_f(\varepsilon_R + \alpha)] \end{aligned} \quad (۱۷-۴)$$

توابع طیفی الکترونها به صورت زیر داده می شود [۳ و ۴]:

$$A_L(p, \varepsilon_L) = 2\pi[u_p^2 \delta(\varepsilon_L - E_p) + v_p^2 \delta(\varepsilon_L + E_p)] \quad (۱۸-۴)$$

$$A_R(k, \varepsilon_R) = 2\pi[u_k^2 \delta(\varepsilon_R - E_k) + v_k^2 \delta(\varepsilon_R + E_k)] \quad (۱۹-۴)$$

که در رابطه های فوق v_k^2 و u_k^2 ضرایب همدوسی^۱ ابررسانا هستند و با روابط زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} u_p^2 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\xi_p}{E_p}\right) \\ v_p^2 &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi_p}{E_p}\right) \end{aligned}$$

^۱Coherence factors

چون احتمال اشغال زوجهای کوپر به اسپین الکترونها بستگی ندارد، پس توابع طیفی الکترونهامستقل از اسپین آنهاست. لذا می توان در رابطه جریان اندیس های مربوط به اسپین را حذف کرد.

با استفاده از تعاریف مربوط به $A_{L,R}$ و مقداری عملیات جبری و جایگذاری حاصل ضرب این توابع،

جواب نهایی $Im\mathcal{U}_{kp}^{\sigma\sigma'}(\alpha)$ به صورت زیر در می آید.

$$Im\mathcal{U}_{kp}^{\sigma\sigma'}(\alpha) = -2\pi e[n_f(E_k) - n_f(E_p)][u_k^2 u_p^2 \delta(E_k + \alpha - E_p) - v_k^2 v_p^2 \delta(-E_k + \alpha + E_p)] \\ + [1 - n_f(E_k) - n_f(E_p)][u_p^2 v_k^2 \delta(-E_k + \alpha - E_p) - u_k^2 v_p^2 \delta(E_k + \alpha + E_p)]$$

با توجه به اینکه $n_f(E)$ در دمای صفر مطلق برابر صفر می شود، رابطه نهایی $Im\mathcal{U}_{kp}^{\sigma\sigma'}(\omega)$ برابر می

شود با:

$$Im\mathcal{U}_{kp}^{\sigma\sigma'}(\alpha) = -2\pi e[u_p^2 v_k^2 \delta(-E_k + \alpha - E_p) - u_k^2 v_p^2 \delta(E_k + \alpha + E_p)] \quad (۲۰-۴)$$

برای اختلاف پتانسیل های کوچک فقط الکترون هایی که انرژی آنها نزدیک انرژی فرمی است در تونل زنی شرکت می کنند. در این بازه کوچک انرژی می توان چگالی حالت ها را ثابت فرض کرده و همچنین از وابستگی دامنه های عبور به انرژی صرف نظر کرد و تنها مقدار آنها در انرژی فرمی را در نظر گرفت. اکنون می توان جملات جریان را محاسبه کرده و به عنوان مثال جمله اول را به صورت زیر نوشت:

با جایگذاری α با $-eV$ خواهیم داشت:

$$I_S^1(t) = -2\pi e N_R N_L \Lambda \int_{\Delta_R}^{+\infty} dE_k \rho(E_k) \int_{\Delta_L}^{+\infty} dE_p \rho(E_p) [\delta(-E_k - eV - E_p) - \delta(E_k - eV + E_p)] \quad (۲۱-۴)$$

که در آن:

$$\Lambda = [(T_0^2 + T_s^2 \cos^2 \theta_0) + (-T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t]$$

در به دست آوردن رابطه بالا، از انتگرال زیر استفاده شده است:

$$\sum_k = N_R \int d\xi_R = N_R \int \rho(E_k) dE_k$$

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_p v_p^2 f(E_p) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_p \left(1 - \frac{\xi_p}{E_p}\right) f(E_p) \\
&= \int_0^{+\infty} d\xi_p f(E_p) \\
&= \int_{\Delta_L}^{+\infty} dE_p \rho(E_p) f(E_p)
\end{aligned}$$

که در آن $\rho(E_p)$ برابر است با: $\frac{d\xi_p}{dE_p}$

ابرساناها را یکسان فرض میکنیم، یعنی $\Delta = \Delta_R = \Delta_L$. از طرفی:

$$\rho(E_p) = \frac{E_p}{\sqrt{E_p^2 - \Delta^2}}$$

با وارد کردن تابع پلهای و تغییر حدود بالای انتگرال به $eV - \Delta$ رابطه (۲۱-۴) تبدیل به انتگرال

زیر می شود.

$$I_S^1(t) = -2\pi e N_R N_L \Lambda \theta(eV - 2\Delta) \int_{\Delta}^{eV-\Delta} dE \frac{E(eV - E)}{\sqrt{E^2 - \Delta^2} \sqrt{(eV - E)^2 - \Delta^2}} \quad (22-4)$$

باتغییر متغیر زیر:

$$2E = eV + x(eV - 2\Delta)$$

انتگرال (۲۲-۴) تبدیل به انتگرال های بیضوی نوع اول و نوع دوم می شود:

$$I_S^1(t) = -2\pi e N_R N_L \Lambda \frac{\theta(eV - 2\Delta)}{(eV + 2\Delta)} \int_{-1}^1 dx \frac{(eV)^2 - x^2(eV - 2\Delta)^2}{[(1 - x^2)(1 - x^2\gamma^2)]}$$

$$\gamma = \frac{eV - 2\Delta}{eV + 2\Delta}$$

در نهایت جمله اول جریان نرمال برابر است با:

$$I_S^1(t) = -2\pi e N_R N_L \Lambda \theta(eV - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV)^2}{eV + 2\Delta} K(\gamma) - (eV + 2\Delta)[K(\gamma) - E(\gamma)] \right\} \quad (23-4)$$

که K و E انتگرالهای بیضوی نوع اول و نوع دوم می باشند.

با محاسبه سایر جملات، جریان برابر است با:

$$\begin{aligned}
I_s(t) = & -2\pi e N_R N_L [(T_0 - T_s \cos \theta_0)^2 + (-T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t] \\
& \times \Theta(eV - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV)^2}{eV + 2\Delta} K(\gamma_1) - (eV + 2\Delta) [K(\gamma_1) - E(\gamma_1)] \right\} \\
& - \pi e N_R N_L (-T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t \\
& \times \Theta(eV + \omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \omega)^2}{eV + \omega + 2\Delta} K(\gamma_2) - (eV + \omega + 2\Delta) [K(\gamma_2) - E(\gamma_2)] \right\} \\
& - \pi e N_R N_L (-T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t \\
& \times \Theta(eV - \omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \omega)^2}{eV - \omega + 2\Delta} K(\gamma_3) - (eV - \omega + 2\Delta) [K(\gamma_3) - E(\gamma_3)] \right\} \\
& - 2\pi e N_R N_L T_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] \cos(2\Omega t) \\
& \times \Theta(eV - \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \Omega)^2}{eV - \Omega + 2\Delta} K(\gamma_4) - (eV - \Omega + 2\Delta) [K(\gamma_4) - E(\gamma_4)] \right\} \\
& - \pi e N_R N_L T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos((\omega - 2\Omega)t) \\
& \times \Theta(eV + \omega - \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \omega - \Omega)^2}{eV + \omega - \Omega + 2\Delta} K(\gamma_5) - (eV + \omega - \Omega + 2\Delta) [K(\gamma_5) - E(\gamma_5)] \right\} \\
& - \pi e N_R N_L T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos((\omega + 2\Omega)t) \\
& \times \Theta(eV - \omega - \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \omega - \Omega)^2}{eV - \omega - \Omega + 2\Delta} K(\gamma_6) - (eV - \omega - \Omega + 2\Delta) [K(\gamma_6) - E(\gamma_6)] \right\} \\
& - 2\pi e N_R N_L T_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] \cos(2\Omega t) \\
& \times \Theta(eV + \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \Omega)^2}{eV + \Omega + 2\Delta} K(\gamma_7) - (eV + \Omega + 2\Delta) [K(\gamma_7) - E(\gamma_7)] \right\} \\
& - \pi e N_R N_L T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos((\omega - 2\Omega)t) \\
& \times \Theta(eV - \omega + \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \omega + \Omega)^2}{eV - \omega + \Omega + 2\Delta} K(\gamma_8) - (eV - \omega + \Omega + 2\Delta) [K(\gamma_8) - E(\gamma_8)] \right\} \\
& - \pi e N_R N_L T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos((\omega + 2\Omega)t) \\
& \times \Theta(eV + \omega + \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \omega + \Omega)^2}{eV + \omega + \Omega + 2\Delta} K(\gamma_9) - (eV + \omega + \Omega + 2\Delta) [K(\gamma_9) - E(\gamma_9)] \right\} \\
& - 2\pi e N_R N_L [(T_0 - T_s \cos \theta_0)^2 + (T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t] \\
& \times \Theta(eV - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV)^2}{eV + 2\Delta} K(\gamma_1) - (eV + 2\Delta) [K(\gamma_1) - E(\gamma_1)] \right\} \\
& - \pi e N_R N_L (T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \theta(eV + \omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \omega)^2}{eV + \omega + 2\Delta} K(\gamma_2) - (eV + \omega + 2\Delta)[K(\gamma_2) - E(\gamma_2)] \right\} \\
& - \pi e N_R N_L (T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t \\
& \times \theta(eV - \omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \omega)^2}{eV - \omega + 2\Delta} K(\gamma_3) - (eV - \omega + 2\Delta)[K(\gamma_3) - E(\gamma_3)] \right\} \quad (۲۴-۴)
\end{aligned}$$

در جملات جریان قسمت موهومی محاسبه شده است و در نظر گرفته می شود [۷۱ و ۷۰].

مقادیر γ_1 تا γ_9 به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\gamma_1 = \frac{(eV - 2\Delta)}{(eV + 2\Delta)} \gamma_2 = \frac{(eV + \omega - 2\Delta)}{(eV + \omega + 2\Delta)} \gamma_3 = \frac{(eV - \omega - 2\Delta)}{(eV - \omega + 2\Delta)}$$

$$\gamma_4 = \frac{(eV - \Omega - 2\Delta)}{(eV - \Omega + 2\Delta)} \gamma_5 = \frac{(eV + \omega - \Omega - 2\Delta)}{(eV + \omega - \Omega + 2\Delta)} \gamma_6 = \frac{(eV - \omega - \Omega - 2\Delta)}{(eV - \omega - \Omega + 2\Delta)}$$

$$\gamma_7 = \frac{(eV + \Omega - 2\Delta)}{(eV + \Omega + 2\Delta)} \gamma_8 = \frac{(eV - \omega + \Omega - 2\Delta)}{(eV - \omega + \Omega + 2\Delta)} \gamma_9 = \frac{(eV + \omega + \Omega - 2\Delta)}{(eV + \omega + \Omega + 2\Delta)}$$

حال عبارت جریان را با تعریف روابط زیر ساده تر می کنیم.

$$T_{\parallel} = T_s \cos \theta_0$$

$$T_{\perp} = T_s \sin \theta_0$$

$$\begin{aligned}
I_s(t) = & -8\pi e N_R N_L [(T_0^2 + T_{\parallel}^2)] \\
& \times \theta(eV - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV)^2}{eV + 2\Delta} K(\gamma_1) - (eV + 2\Delta)[K(\gamma_1) - E(\gamma_1)] \right\} \\
& - 4\pi e N_R N_L [T_{\perp}^2 \cos(2\Omega t)] \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\theta(eV - \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \Omega)^2}{eV - \Omega + 2\Delta} K(\gamma_4) - (eV - \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_4) - E(\gamma_4)] \right\} \right. \\
& \left. + \theta(eV + \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \Omega)^2}{eV + \Omega + 2\Delta} K(\gamma_7) - (eV + \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_7) - E(\gamma_7)] \right\} \right) \\
& - 4\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \cos \omega t \times \\
& \quad \left(\theta(eV - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV)^2}{eV + 2\Delta} K(\gamma_1) - (eV + 2\Delta)[K(\gamma_1) - E(\gamma_1)] \right\} \right. \\
& \quad - 2\theta(eV + \omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \omega)^2}{eV + \omega + 2\Delta} K(\gamma_2) - (eV + \omega + 2\Delta)[K(\gamma_2) - E(\gamma_2)] \right\} \\
& \quad \left. - 2\theta(eV - \omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \omega)^2}{eV - \omega + 2\Delta} K(\gamma_3) - (eV - \omega + 2\Delta)[K(\gamma_3) - E(\gamma_3)] \right\} \right) \\
& - 2\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \cos \omega t \cos(2\Omega t) \times \\
& \quad \left(\theta(eV - \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \Omega)^2}{eV - \Omega + 2\Delta} K(\gamma_4) - (eV - \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_4) - E(\gamma_4)] \right\} \right. \\
& \quad \left. + \theta(eV + \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \Omega)^2}{eV + \Omega + 2\Delta} K(\gamma_7) - (eV + \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_7) - E(\gamma_7)] \right\} \right) \\
& - \pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \cos \omega t \cos(\omega - 2\Omega t) \times \\
& \quad \left(\theta(eV + \omega - \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \omega - \Omega)^2}{eV + \omega - \Omega + 2\Delta} K(\gamma_5) - (eV + \omega - \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_5) - E(\gamma_5)] \right\} \right. \\
& \quad \left. + \theta(eV - \omega + \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \omega + \Omega)^2}{eV - \omega + \Omega + 2\Delta} K(\gamma_8) - (eV - \omega + \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_8) - E(\gamma_8)] \right\} \right) \\
& - \pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \cos \omega t \cos(\omega t + 2\Omega t) \times \\
& \quad \left(\theta(eV - \omega - \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \omega - \Omega)^2}{eV - \omega - \Omega + 2\Delta} K(\gamma_6) - (eV - \omega - \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_6) - E(\gamma_6)] \right\} \right. \\
& \quad \left. + \theta(eV + \omega + \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \omega + \Omega)^2}{eV + \omega + \Omega + 2\Delta} K(\gamma_9) - (eV + \omega + \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_9) - E(\gamma_9)] \right\} \right)
\end{aligned}$$

جریان نرمال را می‌توان به صورت ساده تر زیر نوشت:

$$\begin{aligned}
I_s(t) = & I_0 - 4\pi e N_R N_L T_{\perp}^2 (M_4 + M_7) \cos(2\Omega t) \\
& - 4\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R (M_1 - 2M_2 - 2M_3) \cos \omega t \\
& - 2\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R (M_4 + M_7) \cos(2\Omega t) \cos \omega t \\
& - \pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R (M_5 + M_8) \cos(\omega - 2\Omega)t
\end{aligned}$$

$$-\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R (M_6 + M_9) \cos(\omega + 2\Omega) t \quad (25-4)$$

در رابطه بالا I_0 برابر است با:

$$I_0 = -8\pi e N_R N_L [(T_0^2 + T_{\parallel}^2)] M_1$$

در رابطه (25-5) با در نظر گرفتن مقادیر زیر برای M_i ها حاصل شده است، که مقادیر آنها در زیر آمده

است.

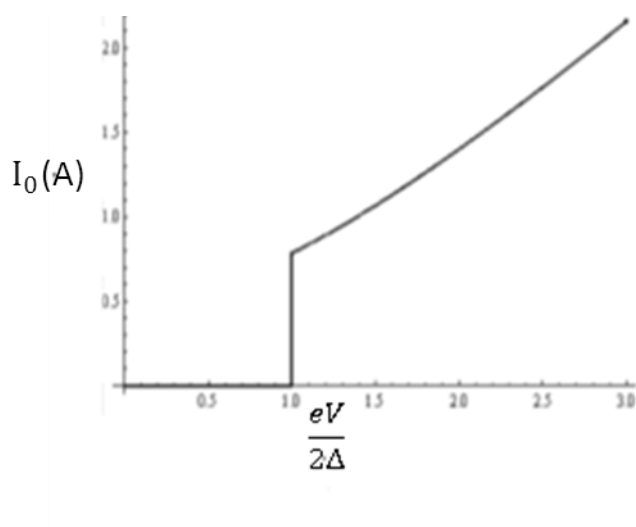
$$\begin{aligned} M_1 &= \theta(eV - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV)^2}{eV + 2\Delta} K(\gamma_1) - (eV + 2\Delta)[K(\gamma_1) - E(\gamma_1)] \right\} \\ M_2 &= \theta(eV + \omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \omega)^2}{eV + \omega + 2\Delta} K(\gamma_2) - (eV + \omega + 2\Delta)[K(\gamma_2) - E(\gamma_2)] \right\} \\ M_3 &= \theta(eV - \omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \omega)^2}{eV - \omega + 2\Delta} K(\gamma_3) - (eV - \omega + 2\Delta)[K(\gamma_3) - E(\gamma_3)] \right\} \\ M_4 &= \theta(eV - \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \Omega)^2}{eV - \Omega + 2\Delta} K(\gamma_4) - (eV - \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_4) - E(\gamma_4)] \right\} \\ M_5 &= \theta(eV + \omega - \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \omega - \Omega)^2}{eV + \omega - \Omega + 2\Delta} K(\gamma_5) - (eV + \omega - \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_5) - E(\gamma_5)] \right\} \\ M_6 &= \theta(eV - \omega - \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \omega - \Omega)^2}{eV - \omega - \Omega + 2\Delta} K(\gamma_6) - (eV - \omega - \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_6) - E(\gamma_6)] \right\} \\ M_7 &= \theta(eV + \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \Omega)^2}{eV + \Omega + 2\Delta} K(\gamma_7) - (eV + \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_7) - E(\gamma_7)] \right\} \\ M_8 &= \theta(eV - \omega + \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV - \omega + \Omega)^2}{eV - \omega + \Omega + 2\Delta} K(\gamma_8) - (eV - \omega + \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_8) - E(\gamma_8)] \right\} \\ M_9 &= \theta(eV + \omega + \Omega - 2\Delta) \left\{ \frac{(eV + \omega + \Omega)^2}{eV + \omega + \Omega + 2\Delta} K(\gamma_9) - (eV + \omega + \Omega + 2\Delta)[K(\gamma_9) - E(\gamma_9)] \right\} \end{aligned}$$

عبارتی که برای جریان نرمال به دست آورده‌ایم نشان می‌دهد که دینامیک اسپین تک مولکول مغناطیسی باعث ایجاد یک جریان متناوب در سیستم می‌شود. جمله اول I_0 جریان مستقیم است که دقیقاً همان عبارتی است که در صورت ثابت بودن اسپین تک مولکول مغناطیسی به دست می‌آید. با توجه به عبارت I_0 واضح است که به ازای $eV < 2\Delta$ جریان I_0 صفر است. اما به ازای $eV = 2\Delta$ ، با توجه به ویژگی تابع پله‌ای جریان برابر با مقدار زیر می‌شود:

$$I_0 = -4\pi e^2 \Delta N_R N_L [(T_0^2 + T_{\parallel}^2)] \quad (26-4)$$

همانگونه که از رابطه (۲۶-۵) مشاهده می‌کنیم مقدار I_0 یک جهش ناپیوسته در $eV = 2\Delta$ خواهد داشت. و به ازای مقادیر $eV > 2\Delta$ نیز، جریان با شیب ثابتی بر حسب افزایش ولتاژ تغییر خواهد کرد.

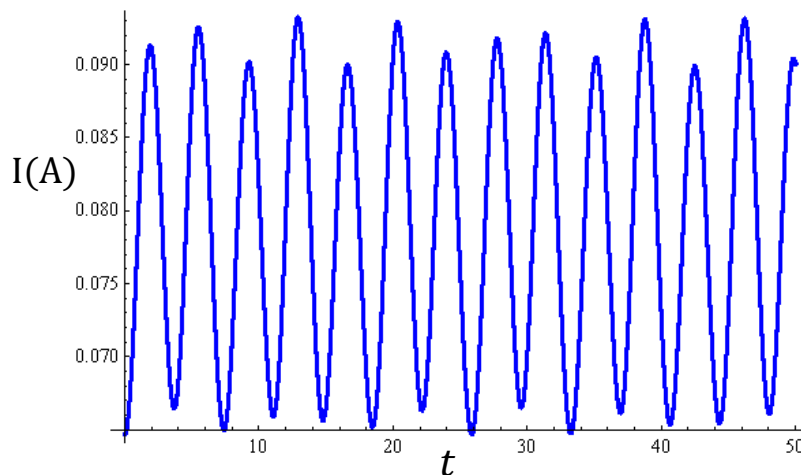
شکل (۲-۴) تغییرات I_0 بر حسب $\frac{eV}{2\Delta}$ را نشان می‌دهد.



شکل ۲-۴- تغییرات جریان مستقیم بر حسب تغییرات $\frac{eV}{2\Delta}$ ، مشاهده می‌شود که جریان در $eV = 2\Delta$ جهش

ناپیوسته‌ای را از مقدار صفر انجام داده و سپس افزایش می‌یابد

می‌خواهیم جریان مستقیم را با جریان متناوبی که به دلیل دینامیک اسپین به وجود آمده‌است، مقایسه کنیم. برای ارزیابی رابطه به دست آمده برای جریان (۴-۲)، در شکل (۴-۳) جریان نرمال کل را بر حسب زمان را رسم می‌کنیم.



شکل ۴-۳- نمایش تغییرات جملات جریان متناوب بر حسب زمان

در شکل فوق‌تر مقادیر زیر استفاده کرده‌ایم:

$$\frac{eV}{2\Delta} = 1.001, \quad \frac{\omega}{2\Delta} = 4, \quad \frac{\Omega}{2\Delta} = 1.5$$

$$T_0 = 0.1, \quad T_{\perp} = 0.05, \quad T_{\parallel} = 0.05$$

$$R = 0.078 \text{ rad}$$

از شکل (۴-۳) مشاهده می‌کنیم که جریان نوسانی است، اما این نوسان دارای دامنه ثابتی نیست. ثابت نبودن دامنه به دلیل وجود R (دامنه نوسانات اسپین تک مولکول) در جملات جریان است. هر چه مقدار R بزرگتر شود، جریان از حالت سینوسی انحراف بیشتری خواهد داشت. با مقایسه شکل‌های (۴-۲) و (۴-۳)، در می‌یابیم که مقادیر جریان متناوب قابل قیاس با جریان مستقیم هستند.

نتیجه جالبی که می‌توان به دست آورد وقتی است که جریان نرمال را در غیاب اختلاف پتانسیل به

دست آوریم. مقادیر M_i به ازای $eV = 0$ را با M_i' نشان می‌دهیم. نتیجه به صورت زیر است.

$$\begin{aligned}
I_s(t) = & -4\pi e N_R N_L T_{\perp}^2 M'_7 \cos(2\Omega t) \\
& -8\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R M'_2 \cos \omega t \\
& -2\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R M'_7 \cos(2\Omega t) \cos \omega t \\
& -\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R (M'_5 + M'_8) \cos(\omega - 2\Omega)t \\
& -\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R M'_9 \cos(\omega + 2\Omega)t
\end{aligned} \tag{۲۷-۴}$$

با توجه به عبارت به دست آمده می‌توان دید که به ازای $|\omega - \Omega| > 2\Delta$ ، حتماً جریان نرمال در غیاب اختلاف پتانسیل غیر صفر است. یعنی رقص محوری اسپین تک مولکول مغناطیسی می‌تواند یک جریان متناوب در سیستم پمپ کند.

۴-۴- جریان جوزفسون در حضور اختلاف پتانسیل در اتصال

ابرسانا- تک مولکول- ابرسانا

رابطه (۳۲-۱) را در نظر می‌گیریم که در آن اختلاف پتانسیل جزیی V را به سیستم در نظر گرفته شده اعمال می‌کنیم. آنگاه رابطه جریان به فرم زیر خواهد شد:

$$I_J(t) = -e \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \theta(t - t') e^{-ieV(t+t')} \langle [A(t), A(t')] \rangle + h.c.$$

$$I_J(t) = -e \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2ieVt} \theta(t - t') e^{ieV(t-t')} \langle [A(t), A(t')] \rangle dt' + h.c.$$

همانند محاسبات قبل، عملگرهای $A(t)$ و $A(t')$ را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$A(t) = \sum_{kp\sigma\sigma'} C_{k\sigma}^{\dagger}(t) T_{kp}^{\sigma\sigma'}(t) C_{p\sigma'}(t) = \sum_{kp\sigma\sigma'} T_{kp}^{\sigma\sigma'}(t) a_{kp}^{\sigma\sigma'}(t)$$

$$A(t') = \sum_{k'p'\rho\rho'} C_{k'\rho}^{\dagger}(t') T_{k'p'}^{\rho\rho'}(t') C_{p'\rho'}(t') = \sum_{k'p'\rho\rho'} T_{k'p'}^{\rho\rho'}(t') a_{k'p'}^{\rho\rho'}(t')$$

پتانسیل تاخیری را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\chi_{kpk'p'}^{\sigma\sigma'\rho\rho'}(t-t') = -i\theta(t-t') \langle [a_{kp}^{\sigma\sigma'}(t), a_{k'p'}^{\rho\rho'}(t')] \rangle \quad (28-4)$$

در محاسبه پتانسیل ماتسوبارای متناظر با پتانسیل تاخیری بالا نشان خواهیم داد که این پتانسیل را

می‌توان به شکل زیر نوشت

$$\chi_{kpk'p'}^{\sigma\sigma'\rho\rho'}(t-t') = \delta_{k,-p} \delta_{k',-p'} \delta_{\sigma,-\rho} \delta_{\sigma',-\rho'} \delta_{\sigma,-\rho} \chi_{kp}^{\sigma\sigma'}(t-t')$$

ضرایب پتانسیل تاخیری در رابطه (۲۵-۴) به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} T_{kp}^{11}(t)T_{kp}^{22}(t') &= (T_0^2 - T_s^2 \cos^2 \theta_0) - (T_0 T_s - T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t \\ &\quad + \frac{1}{2} (T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 e^{i\omega t} e^{-i\omega(t-t')} \\ &\quad + \frac{1}{2} (T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 e^{-i\omega t} e^{i\omega(t-t')} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{kp}^{12}(t)T_{kp}^{21}(t') &= T_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] e^{-i\Omega(t-t')} \\ &\quad + \frac{1}{2} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 e^{i\omega t} e^{-i(\omega+\Omega)(t-t')} \\ &\quad + \frac{1}{2} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 e^{-i\omega t} e^{i(\omega-\Omega)(t-t')} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{kp}^{21}(t)T_{kp}^{12}(t') &= T_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] e^{i\Omega(t-t')} \\ &\quad + \frac{1}{2} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 e^{i\omega t} e^{i(-\omega+\Omega)(t-t')} \\ &\quad + \frac{1}{2} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 e^{-i\omega t} e^{i(\omega+\Omega)(t-t')} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{kp}^{22}(t)T_{kp}^{11}(t') &= (T_0 - T_s \cos \theta(t))(T_0 + T_s \cos \theta(t')) \\ &\quad + (T_0^2 - T_s^2 \cos^2 \theta_0) + (T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t \\ &\quad + \frac{1}{2} (-T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 e^{i\omega t} e^{-i\omega(t-t')} \\ &\quad + \frac{1}{2} (-T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 e^{-i\omega t} e^{i\omega(t-t')} \end{aligned}$$

با تبدیلات فوریه ای که در پیوست (الف) آمده است، رابطه جریان به شکل زیر در می آید.

$$\begin{aligned}
I_J(t) = & -ie \sum_{kp} [(T_0^2 - T_s^2 \cos^2 \theta_0) + (-T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t] e^{-2ieVt} \chi_{kp}^{11}(eV) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} (T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 e^{i(\omega - 2eV)t} \chi_{kp}^{11}(-\omega + eV) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} (T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 e^{-i(\omega - 2eV)t} \chi_{kp}^{11}(+\omega + eV) \\
& -ie \sum_{kp} T_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] e^{-2ieVt} \chi_{kp}^{12}(-\Omega + eV) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 e^{i(\omega - 2eV)t} \chi_{kp}^{12}(-\omega - \Omega + eV) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 e^{-i(\omega - 2eV)t} \chi_{kp}^{12}(+\omega - \Omega + eV) \\
& -ie \sum_{kp} T_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] e^{-2ieVt} \chi_{kp}^{21}(-\Omega + eV) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 e^{i(\omega - 2eV)t} \chi_{kp}^{21}(+\omega - \Omega + eV) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 e^{-i(\omega - 2eV)t} \chi_{kp}^{21}(-\omega - \Omega + eV) \\
& -ie \sum_{kp} [(T_0^2 - T_s^2 \cos^2 \theta_0) + (T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t] e^{-2ieVt} \chi_{kp}^{22}(eV) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} (-T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 e^{i(\omega - 2eV)t} \chi_{kp}^{22}(-\omega + eV) \\
& -ie \sum_{kp} \frac{1}{2} (-T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 e^{-i(\omega - 2eV)t} \chi_{kp}^{22}(+\omega + eV) + h.c.
\end{aligned}$$

با محاسبه $h.c.$ و جایگذاری در رابطه جریان، می توانیم رابطه را به شکل زیر بنویسیم.

$$\begin{aligned}
I_J(t) = & 2e \sum_{kp} [(T_0^2 - T_s^2 \cos^2 \theta_0) + (-T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t] \text{Im}(e^{-2ieVt} \chi_{kp}^{11}(eV)) \\
& + e \sum_{kp} (T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \text{Im}(e^{i(\omega - 2eV)t} \chi_{kp}^{11}(-\omega + eV))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +e \sum_{kp} (T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{i(-\omega-2eV)t} \chi_{kp}^{11} (+\omega + eV)) \\
& +2e \sum_{kp} T_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] \operatorname{Im}(e^{-2ieVt} \chi_{kp}^{12} (-\Omega + eV)) \\
& +e \sum_{kp} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{i(\omega-2eV)t} \chi_{kp}^{12} (-\omega - \Omega + eV)) \\
& +e \sum_{kp} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{i(-\omega-2eV)t} \chi_{kp}^{12} (+\omega - \Omega + eV)) \\
& +2e \sum_{kp} T_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] \operatorname{Im}(e^{-2ieVt} \chi_{kp}^{21} (-\Omega + eV)) \\
& +e \sum_{kp} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{i(\omega-2eV)t} \chi_{kp}^{21} (+\omega - \Omega + eV)) \\
& +e \sum_{kp} T_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{i(-\omega-2eV)t} \chi_{kp}^{21} (-\omega - \Omega + eV)) \\
& +2e \sum_{kp} [(T_0^2 - T_s^2 \cos^2 \theta_0) + (T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t] \operatorname{Im}(e^{-2ieVt} \chi_{kp}^{22} (eV)) \\
& +e \sum_{kp} (-T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{i(\omega-2eV)t} \chi_{kp}^{22} (-\omega + eV)) \\
& +e \sum_{kp} (-T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \operatorname{Im}(e^{i(-\omega-2eV)t} \chi_{kp}^{22} (+\omega + eV))
\end{aligned}$$

برای محاسبه پتانسیل تاخیری که در رابطه (۲۸-۵) تعریف کرده‌ایم به سراغ پتانسیل ماتسوبارای

متناظر آن می‌رویم.

$$\begin{aligned}
X_{kpk'\rho\rho'}^{\sigma\sigma'}(i\omega) &= - \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n\tau} \langle T_\tau a_{kp}^{\sigma\sigma'}(\tau) a_{k'\rho'}^{\rho\rho'}(0) \rangle \\
&= - \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n\tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{p\sigma'}(\tau) C_{k'\rho}^\dagger(0) C_{p'\rho'}(0) \rangle
\end{aligned} \tag{۲۹-۴}$$

با استفاده از قضیه ویک:

$$\begin{aligned}
X_{kpk'\rho\rho'}^{\sigma\sigma'}(i\omega) &= - \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n\tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{p\sigma'}(\tau) \rangle \langle T_\tau C_{k'\rho}^\dagger(0) C_{p'\rho'}(0) \rangle \\
&\quad - \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n\tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{k'\rho}^\dagger(0) \rangle \langle T_\tau C_{p\sigma'}(\tau) C_{p'\rho'}(0) \rangle
\end{aligned}$$

$$- \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{p'\rho'}(0) \rangle \langle T_\tau C_{p\sigma'}(\tau) C_{k'\rho}^\dagger(0) \rangle$$

در رابطه بالا به دلیل اینکه در سیستم تونل زنی ابررساناها مستقل از هم هستند و الکترونهاى ابررساناها تشکیل توابع هم بسته نمى دهند، و لذا انتگرال اول وسوم برابر صفر مى شوند.

$$\begin{aligned} X_{kp k' p'}^{\sigma \sigma' \rho \rho'}(i\omega) &= - \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{k'\rho}^\dagger(0) \rangle \langle T_\tau C_{p\sigma'}(\tau) C_{p'\rho'}(0) \rangle \\ &= \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k\sigma}^\dagger(\tau) C_{k'\rho}^\dagger(0) \rangle \langle T_\tau C_{p'\rho'}(0) C_{p\sigma'}(\tau) \rangle \delta_{k, -k'} \delta_{p, -p'} \delta_{\sigma, -\rho} \delta_{\rho', -\sigma'} \end{aligned}$$

$$X_{kp k' p'}^{\sigma \sigma' \rho \rho'}(i\omega) = X_{kp}^{\sigma \sigma'}(i\omega) = \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{k,\uparrow}^\dagger(\tau) C_{-k,\downarrow}^\dagger(0) \rangle \langle T_\tau C_{-p,\downarrow}(0) C_{p,\uparrow}(\tau) \rangle \quad (30-4)$$

چون هیچ نوع برهمکنش اسپینی در ابررساناها موجود نیست بنابراین پتانسیل ماتسوبارا مستقل از اسپین خواهد بود. با استفاده از تبدیلات فوریه برای توابع گرین ماتسوبارادرپیوست (الف)، رابطه فوق را مى توان به صورت زیر نوشت

$$X_{kp}(i\omega) = \sum_{iq} \mathcal{F}_R^\dagger(k, iq) \mathcal{F}_L(p, iq - i\omega)$$

بنابراین پتانسیل های ماتسوبارای متناظر را مى توان به صورت زیر نوشت

$$\sum_{kp} X_{kp}(i\omega) = \sum_{kp} \sum_{iq} \mathcal{F}_R^\dagger(k, iq) \mathcal{F}_L(p, iq - i\omega) \quad (31-4)$$

با در نظر گرفتن روابط زیر:

$$\begin{aligned} \sum_k &= N_R \int d\xi_R \\ \sum_p &= N_L \int d\xi_L \end{aligned}$$

خواهیم داشت:

$$\sum_k \mathcal{F}_R^\dagger(k, iq) = N_R \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta_R}{\xi_R^2 + \Delta_R^2 + p_n^2} d\xi_R = \frac{\pi \Delta_R}{\sqrt{\Delta_R^2 + p_n^2}}$$

$$\sum_p \mathcal{F}_L(p, iq - i\omega) = \frac{\pi \Delta_L}{\sqrt{\Delta_L^2 + (p_n - \omega)^2}}$$

بنابراین رابطه (۳۱-۴) تبدیل به رابطه زیر می‌شود:

$$\sum_{kp} X(i\omega) = \pi^2 N_R N_L \frac{1}{\beta} \sum_{iq} \frac{\Delta_R \Delta_L}{\sqrt{\Delta_R^2 + p_n^2} \sqrt{\Delta_L^2 + (p_n - \omega)^2}} \quad (۳۲-۴)$$

با در نظر گرفتن $\omega \rightarrow i\omega$ ، شکل تاخیری تابع ماتسوبارا به صورت زیر است:

$$\sum_{kp} X_{ret}(\omega) = \pi^2 N_R N_L \frac{1}{\beta} \sum_{iq} \frac{\Delta_R \Delta_L}{\sqrt{\Delta_R^2 + p_n^2} \sqrt{\Delta_L^2 + (p_n - \omega)^2}} \quad (۳۳-۴)$$

با فرض اینکه ابرسانها یکسان می‌باشند، رابطه (۳۲-۴) تبدیل به رابطه زیر می‌شود [۱۵]:

$$Re[\sum_{kp} X_{ret}(x)] = \begin{cases} \pi N_R N_L \Delta K(x) & x < 1 \\ \pi N_R N_L \frac{\Delta}{x} K\left(\frac{\Delta}{x}\right) & x > 1 \end{cases}$$

در رابطه فوق $\mathcal{X} = \frac{\omega}{2\Delta}$ است، که دلیل ظهور آن، دربخش محاسبه جریان نرمال در همین فصل آمده-

است. جریان جوزفسون به فرم زیر در می‌آید:

$$I_J(t) = (-\pi \Delta^2 N_R N_L) \times$$

$$\times \{2e[(T_0^2 - T_s^2 \cos^2 \theta_0) + (-T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \cos \omega t] \sin(2eVt + \varphi) K\left(\frac{eV}{2\Delta}\right)$$

$$+ e(T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \sin(\omega - 2eVt + \varphi) K\left(\frac{-\omega + eV}{2\Delta}\right)$$

$$+ e(T_0 T_s + T_s^2 \cos \theta_0) R \sin \theta_0 \sin(\omega + 2eVt + \varphi) K\left(\frac{\omega + eV}{2\Delta}\right)$$

$$+ 2eT_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \cos \omega t] \sin(2eVt + \varphi) K\left(\frac{-\Omega + eV}{2\Delta}\right)$$

$$+ eT_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \sin(\omega - 2eVt + \varphi) K\left(\frac{-\omega - \Omega + eV}{2\Delta}\right)$$

$$+ eT_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \sin(\omega + 2eVt + \varphi) K\left(\frac{+\omega - \Omega + eV}{2\Delta}\right)$$

$$\begin{aligned}
& +2eT_s^2[\sin^2\theta_0 + R\cos\theta_0\sin\theta_0\cos\omega t]\sin(2eVt + \varphi)K\left(\frac{\Omega + eV}{2\Delta}\right) \\
& +eT_s^2R\cos\theta_0\sin\theta_0\sin(\omega + 2eVt + \varphi)K\left(\frac{+\omega - \Omega + eV}{2\Delta}\right) \\
& +eT_s^2R\cos\theta_0\sin\theta_0\sin(\omega - 2eVt + \varphi)K\left(\frac{-\omega - \Omega + eV}{2\Delta}\right) \\
& +2e[(T_0^2 - T_s^2\cos^2\theta_0) + (T_0T_s + T_s^2\cos\theta_0)R\sin\theta_0\cos\omega t]\sin(2eVt + \varphi)K\left(\frac{eV}{2\Delta}\right) \\
& +e(-T_0T_s + T_s^2\cos\theta_0)R\sin\theta_0\sin(\omega - 2eVt + \varphi)K\left(\frac{-\omega + eV}{2\Delta}\right) \\
& +e(-T_0T_s + T_s^2\cos\theta_0)R\sin\theta_0\sin(\omega + 2eVt + \varphi)K\left(\frac{+\omega + eV}{2\Delta}\right)\}
\end{aligned}$$

اکنون با در نظر گرفتن تقارن توابع انتگرال بیضوی نوع اول، رابطه جریان به شکل زیر در می آید. در مورد توابع انتگرال بیضوی نوع اول در پیوست توضیح خواهیم داد. در اینجا فقط به دو خاصیت این توابع اشاره می کنیم [۸۶].

$$K(-x) = K(x) \quad (۳۴-۴)$$

$$K(0) = \frac{\pi}{2} \quad (۳۵-۴)$$

با معرفی پارامترهای زیر، جریان به فرم نهایی خود خواهد رسید.

$$T_{\parallel} = T_s \cos\theta_0$$

$$T_{\perp} = T_s \sin\theta_0$$

$$\begin{aligned}
I_j(t) = & -4e\pi\Delta^2 N_R N_L \left[(T_0^2 - T_{\parallel}^2) K\left(\frac{eV}{2\Delta}\right) + \frac{1}{2} T_{\perp}^2 \left(K\left(\frac{-\Omega + eV}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{\Omega + eV}{2\Delta}\right) \right) \right] \sin(2eVt + \varphi) \\
& -4e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[K\left(\frac{eV}{2\Delta}\right) + \frac{1}{2} \left(K\left(\frac{-\Omega + eV}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{\Omega + eV}{2\Delta}\right) \right) \right] \cos\omega t \sin(2eVt + \varphi) \\
& -2e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[K\left(\frac{-\omega + eV}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{-\omega - \Omega + eV}{2\Delta}\right) \right] \sin(\omega t - 2eVt + \varphi) \\
& -2e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[K\left(\frac{\omega + eV}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{\omega - \Omega + eV}{2\Delta}\right) \right] \sin(\omega t + 2eVt + \varphi) \quad (۳۶-۴)
\end{aligned}$$

جریان جوزفسون را می توان به شکل زیر نوشت:

$$I_J(t) = I_0 - 2e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[K\left(\frac{-\omega + eV}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{-\omega - \Omega + eV}{2\Delta}\right) \right] \sin(\omega t - 2eVt + \varphi) \\ - 2e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[K\left(\frac{\omega + eV}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{\omega - \Omega + eV}{2\Delta}\right) \right] \sin(\omega t + 2eVt + \varphi) \quad (37-4)$$

که I_0 برابر است با:

$$I_0 = -4e\pi\Delta^2 N_R N_L \left[(T_0^2 - T_{\parallel}^2) K\left(\frac{eV}{2\Delta}\right) + \frac{1}{2} T_{\perp}^2 \left(K\left(\frac{-\Omega + eV}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{\Omega + eV}{2\Delta}\right) \right) \right] \sin(2eVt + \varphi) \\ - 4e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[K\left(\frac{eV}{2\Delta}\right) + \frac{1}{2} \left(K\left(\frac{-\Omega + eV}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{\Omega + eV}{2\Delta}\right) \right) \right] \cos\omega t \sin(2eVt + \varphi)$$

جریان جوزفسون در حضور اختلاف پتانسیل را محاسبه نموده‌ایم.

همان گونه که از رابطه مربوط به I_0 مشاهده می‌کنیم، این جریان در جملات توابع انتگرال بیضوی به فرکانس نوسانی ω هیچ وابستگی ندارد و بنابراین رقص محوری هیچ نقشی در جمله ضرایب جریان I_0 ندارد. و این جملات ضرایب جریان بر حسب فرکانس حرکت تقدیمی Ω به دست آمده‌است. با در نظر گرفتن رابطه (36-4) مشاهده می‌کنیم که فرکانس نوسانی ω در این جملات حضور دارد و ω در متناوب شدن جریان نقش مهمی را بازی می‌کند.

برای حالتی که $|eV| > 2\Delta$ جریان جوزفسون به شکل زیر خواهد شد:

$$I_J(t) = -4e\pi\Delta^2 N_R N_L \left[(T_0^2 - T_{\parallel}^2) \frac{2\Delta}{eV} K\left(\frac{2\Delta}{eV}\right) \right] \sin(2eVt + \varphi) \\ - 2e\pi\Delta^2 N_R N_L \left[T_{\perp}^2 \left(\left(\frac{2\Delta}{-\Omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{-\Omega + eV}\right) + \left(\frac{2\Delta}{\Omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{\Omega + eV}\right) \right) \right] \sin(2eVt + \varphi) \\ - 4e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[\frac{2\Delta}{eV} K\left(\frac{2\Delta}{eV}\right) \right] \cos\omega t \sin(2eVt + \varphi) \\ - 2e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[\left(\left(\frac{2\Delta}{-\Omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{-\Omega + eV}\right) + \left(\frac{2\Delta}{\Omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{\Omega + eV}\right) \right) \right] \cos\omega t \sin(2eVt + \varphi) \\ - 2e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[\left(\frac{2\Delta}{-\omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{-\omega + eV}\right) + \left(\frac{2\Delta}{\omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{\omega + eV}\right) \right] \sin(\omega t - 2eVt + \varphi)$$

$$-2e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[\left(\frac{2\Delta}{-\omega - \Omega + eV} \right) K \left(\frac{2\Delta}{-\omega - \Omega + eV} \right) + \left(\frac{2\Delta}{+\omega - \Omega + eV} \right) K \left(\frac{2\Delta}{+\omega - \Omega + eV} \right) \right] \sin(\omega t + 2eVt + \varphi)$$

حال اگر اختلاف پتانسیل را برابر صفر بگیریم، جریان جوزفسون در غیاب اختلاف پتانسیل حاصل خواهد شد:

$$\begin{aligned} I_J(t) = & (-\pi\Delta^2 N_R N_L) \times \\ & \times \{ 4e[(T_0^2 - T_s^2 \cos^2 \theta_0) + T_s^2 \cos \theta_0 R \sin \theta_0 \sin(\omega t + \varphi)] K(0) \\ & + 4eT_s^2 \cos \theta_0 R \sin \theta_0 \sin(\omega t + \varphi) K\left(\frac{\omega}{2\Delta}\right) \\ & + 4eT_s^2 [\sin^2 \theta_0 + R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \sin(\omega t + \varphi)] K\left(\frac{\Omega}{2\Delta}\right) \\ & + 4eT_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \sin(\omega t + \varphi) K\left(\frac{\omega + \Omega}{2\Delta}\right) \\ & + 4eT_s^2 R \cos \theta_0 \sin \theta_0 \sin(\omega t + \varphi) K\left(\frac{+\omega - \Omega}{2\Delta}\right) \} \end{aligned}$$

جریان جوزفسون در غیاب اختلاف پتانسیل به شکل زیر در می آید:

$$\begin{aligned} I_J(t) = & (-4e\pi\Delta^2 N_R N_L) \\ & \times \{ (T_0^2 - T_{\parallel}^2) K(0) + T_{\perp}^2 K\left(\frac{\Omega}{2\Delta}\right) + \\ & + T_{\perp} T_{\parallel} R \sin(\omega t + \varphi) \left[K(0) + K\left(\frac{\omega}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{\omega + \Omega}{2\Delta}\right) \right. \\ & \left. + K\left(\frac{+\omega - \Omega}{2\Delta}\right) \right] \} \end{aligned} \quad (38-4)$$

که جریان را می توان به شکل زیر نوشت:

$$I_J(t) = I_0 + I_1(t)$$

با توجه به رابطه بالا جریان جوزفسون در غیاب اختلاف پتانسیل نیز شامل دو قسمت است. قسمت

اول که فقط به فرکانس تقدیمی Ω بستگی دارد. و آنرا با I_0 نمایش می دهیم:

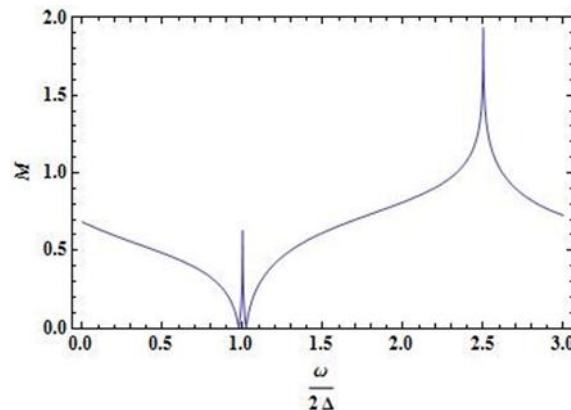
$$I_0 = -4e\pi\Delta^2 N_R N_L \left[(T_0^2 - T_{\parallel}^2) K(0) + T_{\perp}^2 K\left(\frac{\Omega}{2\Delta}\right) \right]$$

قسمت دوم که به فرکانس‌های تقدیمی و نوسانی به طور همزمان وابسته است و با $I_1(t)$ نمایش داده شده است.

$$I_1(t) = -4e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\perp} T_{\parallel} R \sin(\omega t + \varphi) \left[K(0) + K\left(\frac{\omega}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{\omega + \Omega}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{+\omega - \Omega}{2\Delta}\right) \right]$$

$$M = \left[K(0) + K\left(\frac{\omega}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{\omega + \Omega}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{+\omega - \Omega}{2\Delta}\right) \right]$$

تغییرات ضریب M در عبارت جریان $I_1(t)$ را که وابسته به تغییرات توابع انتگرال بیضوی نوع اول بر حسب مقادیر مختلف فرکانس‌های نوسانی و تقدیمی را در شکل‌های زیر رسم نموده‌ایم.

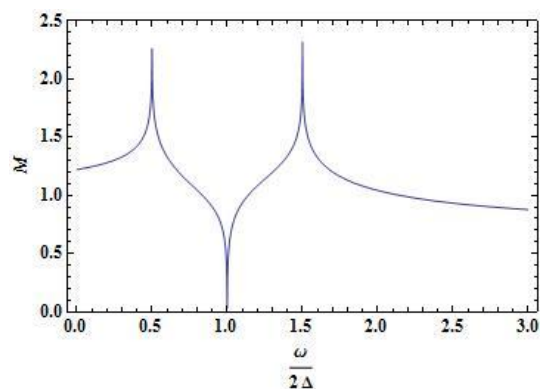


شکل ۴-۴- تغییرات ضریب M بر حسب $\frac{\omega}{2\Delta}$ ، به ازای $\frac{\Omega}{2\Delta} = 0.5$

در شکل (۴-۴) که تغییرات ضریب M در حالتی که $\frac{\Omega}{2\Delta} = 0.5$ فرض شده است رسم گردید. همانگونه

که مشاهده می‌شود در مقادیر $\frac{\omega}{2\Delta} = 1$ و $\frac{\omega}{2\Delta} = 2.5$ تشدید روی می‌دهد.

واگرایی دامنه نوسان در شکل (۵-۴) برای $\frac{\Omega}{2\Delta} = 0.5$ نیز رخ می‌دهد.

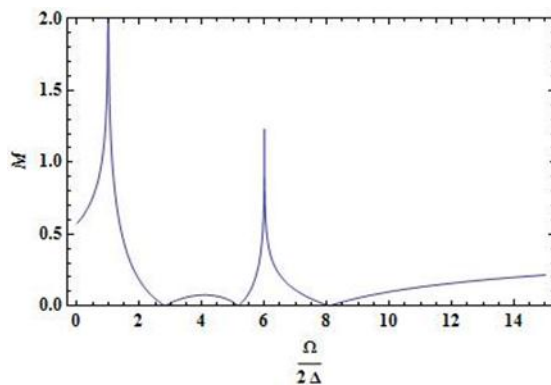


شکل ۴-۵- تغییرات ضریب M بر حسب $\frac{\omega}{2\Delta}$ ، به ازای $\frac{\Omega}{2\Delta} = 1.5$

تا کنون تغییرات ضریب M را بر حسب $\frac{\omega}{2\Delta}$ و با فرض مقادیری برای $\frac{\Omega}{2\Delta}$ رسم کرده‌ایم.

حال تغییرات M را بر حسب $\frac{\Omega}{2\Delta}$ و با فرض مقادیری برای $\frac{\omega}{2\Delta}$ رسم می‌کنیم. و بررسی می‌کنیم که آیا در

این فرکانس‌های نوسانی، رقص محوری جوزفسون تاثیری بر جریان عبوری دارد؟



شکل ۴-۶- تغییرات ضریب M بر حسب $\frac{\Omega}{2\Delta}$ و در به ازای $\frac{\omega}{2\Delta} = 7$

در شکل (۴-۶) که تغییرات ضریب M بر حسب $\frac{\Omega}{2\Delta}$ و در $\frac{\omega}{2\Delta} = 7.0$ رسم شده است مشاهده می شود علاوه بر اینکه در $\frac{\Omega}{2\Delta} = 1$ و $\frac{\Omega}{2\Delta} = 6$ ، ضریب M دارای واگرایی است، به ازای بعضی مقادیر $\frac{\Omega}{2\Delta}$ نیز، این ضریب M برابر صفر می شود و عملاً رقص محوری اسپین تک مولکول مغناطیسی تاثیری بر جریان عبوری ندارد.

۴-۵- نتیجه گیری:

در این فصل روابط مربوط به جریان با در نظر گرفتن مدل پیشنهادی و رقص محوری اسپین تک مولکول مغناطیسی محاسبه شده است.

جریان عبوری از اتصال را به صورت مجموع دو جمله به دست آورده ایم. این دو جمله شامل جریان ابرسانی و جریان نرمال هستند. برای هر ترم از جریان به صورت جداگانه اعمال اختلاف پتانسیل و یا عدم اعمال اختلاف پتانسیل به اتصال، در نظر گرفته شده و سپس جملات جریان حاصل شده است.

جریان نرمال در حضور اختلاف پتانسیل:

هنگامی که اسپین تک مولکول، حرکت رقص محوری جوزفسون را در اتصال ابرسانا- تک مولکول مغناطیسی- ابرسانا انجام میدهد، معادله جریان نرمال به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{aligned} I_s(t) = & I_0 - 4\pi e N_R N_L T_{\perp}^2 (M_4 + M_7) \cos(2\Omega t) \\ & - 4\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R (M_1 - 2M_2 - 2M_3) \cos \omega t \\ & - 2\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R (M_4 + M_7) \cos(2\Omega t) \cos \omega t \\ & - \pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R (M_5 + M_8) \cos(\omega - 2\Omega) t \\ & - \pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R (M_6 + M_9) \cos(\omega + 2\Omega) t \end{aligned}$$

$$I_0 = -8\pi e N_R N_L [(T_0^2 + T_{\parallel}^2)] M_1$$

همانگونه که از رابطه بالا مشاهده می‌شود، جریان نرمال شامل جمله‌ای ثابت و جمله‌های نوسانی بر حسب فرکانس حرکت تقدیمی و فرکانس حرکت نوسانی می‌باشد. مقادیر M نیز در همین فصل تعریف شده‌اند. مقادیر M بر حسب توابع انتگرال بیضوی نوع اول و نوع دوم نوشته می‌شوند.

جریان نرمال را بر حسب اختلاف پتانسیل اعمالی به اتصال رسم کرده‌ایم.

مشاهده کردیم که قسمت ثابت جریان نرمال، تا مقدار $\frac{eV}{2\Delta} = 1$ دارای مقدار صفر است. اما در $\frac{eV}{2\Delta}$

1 دارای جهش ناگهانی می‌شود و برای مقادیر بزرگتر $\frac{eV}{2\Delta}$ به صورت شیب دار تغییر می‌کند.

جریان نرمال را بر حسب زمان رسم کرده‌ایم، که تغییرات جریان نرمال به صورت نوسانی می‌باشد.

جریان کل نوسانی است اما دامنه نوسان یکسان نیست که این پدیده به علت وجود دامنه نوسان R است.

جریان نرمال در غیاب اختلاف پتانسیل:

با توجه به گزارشات و کارهای قبلی در زمینه ترابرد بار واسپین در اتصال ابررسانا- تک مولکول

مغناطیسی- ابررسانا، مشاهده می‌شود که مقدار جریان نرمال در غیاب اختلاف پتانسیل برابر صفر خواهد شد.

اما در مدل در نظر گرفته شده در این رساله، هنگامیکه تک مولکول حرکت رقص محوری جوزفسون

دارد، در غیاب اختلاف پتانسیل، جریان نرمال برابر است با:

$$\begin{aligned} I_s(t) = & -4\pi e N_R N_L T_{\perp}^2 M'_7 \cos(2\Omega t) \\ & -8\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R M'_2 \cos \omega t \\ & -2\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R M'_7 \cos(2\Omega t) \cos \omega t \\ & -\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R (M'_5 + M'_8) \cos(\omega - 2\Omega)t \\ & -\pi e N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R M'_9 \cos(\omega + 2\Omega)t \end{aligned}$$

مقادیر M' نیز مقادیر M به ازای اختلاف پتانسیل صفر می‌باشند.

مشاهده می‌شود که جریان نرمال برابر صفر نمی‌شود، بلکه به ازای $|\omega - \Omega| > 2\Delta$ حتماً جریان نرمال غیر صفر در اتصال برقرار خواهد شد.

می‌توان گفت که رقص محوری تک مولکول مغناطیسی یک جریان غیر صفر در اتصال پمپ می‌کند. لازم به توضیح است که سازو کار این پمپ شدن جریان در اتصال و همچنین اثبات غیر صفر بودن جریان نرمال از نظر آزمایشگاهی، می‌تواند مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

جریان جوزفسون در حضور اختلاف پتانسیل:

جریان جوزفسون در اتصال ابررسانا- تک مولکول مغناطیسی- ابررسانا و در حضور اختلاف پتانسیل به

شکل زیر به دست می‌آید:

اگر $\frac{eV}{2\Delta} < 1$ آنگاه جریان جوزفسون برابر است با:

$$I_J(t) = I_0 - 2e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[K \left(\frac{-\omega + eV}{2\Delta} \right) + K \left(\frac{-\omega - \Omega + eV}{2\Delta} \right) \right] \sin(\omega t - 2eVt + \varphi) \\ - 2e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[K \left(\frac{\omega + eV}{2\Delta} \right) + K \left(\frac{\omega - \Omega + eV}{2\Delta} \right) \right] \sin(\omega t + 2eVt + \varphi)$$

و

$$I_0 = -4e\pi\Delta^2 N_R N_L \left[(T_0^2 - T_{\parallel}^2) K \left(\frac{eV}{2\Delta} \right) + \frac{1}{2} T_{\perp}^2 \left(K \left(\frac{-\Omega + eV}{2\Delta} \right) + K \left(\frac{\Omega + eV}{2\Delta} \right) \right) \right] \sin(2eVt + \varphi) \\ - 4e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[K \left(\frac{eV}{2\Delta} \right) + \frac{1}{2} \left(K \left(\frac{-\Omega + eV}{2\Delta} \right) + K \left(\frac{\Omega + eV}{2\Delta} \right) \right) \right] \cos\omega t \sin(2eVt + \varphi)$$

از جملات جریان بر می‌آید که جریان جوزفسون تابع انتگرال بیضوی نوع اول است. جملات سینوسی

جریان جوزفسون علاوه بر اینکه تابعی از اختلاف فاز دو ابررسانا هستند، تابعی از اختلاف پتانسیل و

فرکانس نوسانی نیز می‌باشد.

توابع انتگرال بیضوی نوع اول نیز توابعی از فرکانس‌های تقدیمی و نوسانی و مجموع و تفاضل این فرکانس‌ها در حضور اختلاف پتانسیل می‌باشند.

اگر $\frac{eV}{2\Delta} > 1$ آنگاه جریان جوزفسون به فرم زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}
 I_J(t) = & -4e\pi\Delta^2 N_R N_L \left[(T_0^2 - T_{\parallel}^2) \frac{2\Delta}{eV} K\left(\frac{2\Delta}{eV}\right) \right] \sin(2eVt + \varphi) \\
 & -2e\pi\Delta^2 N_R N_L \left[T_{\perp}^2 \left(\left(\frac{2\Delta}{-\Omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{-\Omega + eV}\right) + \left(\frac{2\Delta}{\Omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{\Omega + eV}\right) \right) \right] \sin(2eVt + \varphi) \\
 & -4e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[\frac{2\Delta}{eV} K\left(\frac{2\Delta}{eV}\right) \right] \cos\omega t \sin(2eVt + \varphi) \\
 & -2e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[\left(\left(\frac{2\Delta}{-\Omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{-\Omega + eV}\right) + \left(\frac{2\Delta}{\Omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{\Omega + eV}\right) \right) \right] \cos\omega t \sin(2eVt + \varphi) \\
 & -2e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[\left(\frac{2\Delta}{-\omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{-\omega + eV}\right) + \left(\frac{2\Delta}{\omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{\omega + eV}\right) \right] \sin(\omega t - 2eVt + \varphi) \\
 & -2e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\parallel} T_{\perp} R \left[\left(\frac{2\Delta}{-\omega - \Omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{-\omega - \Omega + eV}\right) + \left(\frac{2\Delta}{+\omega - \Omega + eV} \right) K\left(\frac{2\Delta}{+\omega - \Omega + eV}\right) \right] \sin(\omega t + 2eVt + \varphi)
 \end{aligned}$$

جریان بر حسب معکوس توابع انتگرال بیضوی نوع اول به دست می‌آید.

جریان جوزفسون در غیاب اختلاف پتانسیل:

اگر در رابطه مربوط به جریان جوزفسون در حضور اختلاف پتانسیل، مقدار eV را برابر صفر قرار

دهیم، رابطه جریان به شکل زیر می‌شود:

$$I_J(t) = I_0 + I_1(t)$$

که در رابطه جریان جوزفسون:

$$\begin{aligned}
 I_0 = & -4e\pi\Delta^2 N_R N_L \left[(T_0^2 - T_{\parallel}^2) K(0) + T_{\perp}^2 K\left(\frac{\Omega}{2\Delta}\right) \right] \\
 I_1(t) = & -4e\pi\Delta^2 N_R N_L T_{\perp} T_{\parallel} R \sin(\omega t + \varphi) \left[K(0) + K\left(\frac{\omega}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{\omega + \Omega}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{+\omega - \Omega}{2\Delta}\right) \right]
 \end{aligned}$$

با تعریف ضریب M به شکل زیر :

$$M = \left[K(0) + K\left(\frac{\omega}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{\omega + \Omega}{2\Delta}\right) + K\left(\frac{+\omega - \Omega}{2\Delta}\right) \right]$$

همانگونه که مشاهده شده است، ضریب M بر حسب توابع انتگرال بیضوی نوشته می شود. تغییرات

ضرایب M را بر حسب فرکانس های حرکت تقدیمی و نوسانی رسم نموده ایم.

در این شکلها مشاهده شده است که جریان در نقاط مختلف به علت تشدید واگرا می شود. و یا اینکه

در بعضی نقاط نیز جریان جوزفسون برابر صفر می شود.

پیوست

پیوست الف: توابع گرین و توابع گرین ابررسانایی

الف - ۱- معرفیتوابع گرین:

روش توابع گرین^۱، روشی بسیار مفید در تئوری معادلات دیفرانسیل جزئی^۲ و حتی در معادلات دیفرانسیل معمولی است. این روش با بیشینه ای بسیار زیاد و کاربردهای فراوان می‌باشد. این روش هم در حوزه فیزیک کلاسیک و هم در حوزه مکانیک کوانتومی بسیار مورد استفاده قرار گرفته است. در این قسمت مختصراً به معرفی توابع گرین در حل مسائل بس ذره ای می‌پردازیم.

الف - ۲- توابع گرین ماتسوبارا:

گاهی ممکن است که در محاسبات با توابعی برحسب زمان مختلط و یا توابعی بر حسب فرکانسهای مختلط مواجه شویم، که بالطبع محاسبات در چنین حالاتی بسیار مشکل می‌نماید. بدین منظور، برای سهولت در محاسبات، ماتسوبارا^۳ توابع گرین خاصی را معرفی نمود که از این توابع و تبدیلات فوریه آنها در محاسبات بس ذره ای سود می‌جوییم [۴].

¹-Green's function

²-partial differential equation

³-Matsubara Green's function

$$U_{AB}(\tau, \tau') = -\langle T_{\tau} A(\tau) B(\tau') \rangle \quad (\text{الف-۱})$$

τ در رابطه فوق زمان مختلط است.

در رابطه (منظور از عبارت $\langle \dots \rangle$ مقدار چشم داشتی گرمایی است [۱۲]).

$$\langle a \rangle = \frac{1}{Z} \text{Tr}(e^{-\beta H} a)$$

تبدیل فوری به تابع گرین ماتسوبارا به شکل زیر است:

$$U_{AB}(i\omega) = - \int_0^{\beta} e^{i\omega(\tau-\tau')} U_{AB}(\tau, \tau') \quad (\text{الف-۲})$$

$$U_{AB}(\tau, \tau') = - \frac{1}{\beta} \sum_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega(\tau-\tau')} U_{AB}(i\omega) \quad (\text{الف-۳})$$

از تبدیلات فوق در محاسبه جریان در حالت‌های مختلف، در بخش‌های آتی استفاده خواهیم کرد.

الف-۳- توابع گرین تاخیری و پیشرفته:

توابع گرین تاخیری^۱ و پیشرفته^۲ نقش بسیار مهمی را در نظریه دمای غیر صفر بازی می‌کنند.

اهمیت این توابع بیشتر از این حقیقت ناشی می‌شود که تمامی پارامترهای قابل اندازه‌گیری، مانند

رسانش الکتریکی در سیستم‌های بر همکنشی الکترونی، در واقع توابع همبسته^۳ تاخیری می-

باشند [۱۲و۱۴].

هدف بسیاری از محاسبات تعیین توابع تاخیری است. این کار به دو روش عمده صورت می‌گیرد:

۱. توابع گرین تاخیری را از راه مستقیم و در زمان حقیقی و در دمای غیر صفر محاسبه کنیم که بسیار

دشوار است.

^۱-retarded Green's function

^۲-advanced

^۳-correlation function

۲. توابع گرین را در فرکانس مختلط محاسبه نماییم و سپس با تبدیل $i\omega \rightarrow \omega + i\delta$ که در آن δ

مقدار بسیار جزیی است، به محاسبه این توابع اقدام کنیم [۱۲].

تابع گرین تاخیری و پیشرفته به صورت زیر تعریف می شود:

$$G_{AB}^{ret}(t, t') = -\frac{i}{\hbar} \theta(t - t') \langle [A(t), B(t')]_{\pm} \rangle \quad (\text{الف-۴})$$

$$G_{AB}^{adv}(t, t') = (G_{AB}^{ret})^{\dagger}(t', t)$$

که در آن $\langle \dots \rangle$ مقدار متوسط گرمایی است و:

$$[A(t), B(t')]_{\pm} = A(t)B(t') \pm B(t')A(t)$$

علامتهای $+$ ($-$) مربوط به عملگرهای فرمیونی (بوزونی) است [۱۲].

الف-۴- ارتباط توابع گرین تاخیری و توابع گرین ماتسوبارا:

همانگونه که در بخشهای بالا گفتیم، توابع ماتسوبارا به دلیل اینکه در زمان و فرکانس مختلط تعریف

می شوند، صرفاً مفاهیمی ریاضی اند و از نظر فیزیکی قادر به توجیه پدیده ها نمی باشند. از طرفی توابع

گرین تاخیری و پیشرفته ، کاملاً مفاهیم فیزیکی را توجیه می کنند.

به دنبال راهی هستیم تا از طریق سهولت توابع گرین ماتسوبارا به توجیه فیزیکی پدیده هادر توابع

گرین تاخیری برسیم.

برای نیل به این هدف در تبدیل توابع ماتسوبارا به توابع تاخیری از تبدیل $i\omega \rightarrow \omega + i\eta$ و در تبدیل

به توابع پیشرفته از تبدیل $i\omega \rightarrow \omega - i\eta$ استفاده می کنیم.

الف-۵- توابع گرین ابررسانایی:

در این بخش به معرفی توابع گرین ابرسانی می پردازیم.

همانطور که در فصل دوم اشاره شد ، اساس کار نظریه BCS بر پایه جفت شدگی الکترونها با اسپین و تکانه مخالف در کنار هم است. بدین گونه که یک الکترون در حالت $(k, \uparrow)$ با الکترون دیگری در حالت $(-k, \downarrow)$ جفت می شوند (جفت کوپر)، که عامل ابرسانی اند. جفت شدگی الکترونها در جفت های کوپر منجر به بروز همبستگی در حرکت آنها می شود. برای بیان همبستگی و اثرات آن در تعیین جریان نیازمندیم که یک سری از توابع هم بسته جدید، برای ذرات با اسپین مخالف مانند توابع گرین معرفی کنیم [۴و۵].

این توابع برای اولین بار توسط ابریکسوف^۱ در (۱۹۶۳) معرفی شدند [۴] :

$$\mathcal{F}_L^\dagger(p, \tau - \tau') = \langle T C_{L,p,\uparrow}^\dagger(\tau) C_{L,-p,\downarrow}^\dagger(\tau') \rangle \quad (\text{الف-۵})$$

$$\mathcal{F}_R(k, \tau - \tau') = \langle T C_{R,-k,\downarrow}(\tau) C_{R,k,\uparrow}(\tau') \rangle \quad (\text{الف-۶})$$

اندیسهای R و L معرف سمت چپ و راست هستند.

اما در تونل زنی علاوه بر تونل زنی جفتهای کوپر از سیستم ابرسانا - تک مولکول مغناطیسی - ابرسانا با تونل زنی تک ذره (الکترون) در حالت عادی نیز مواجه ایم. بدین منظور توابع گرین عادی را به صورت زیر تعریف می نماییم:

$$\mathcal{G}_L(p, \tau' - \tau) = -\langle T C_{L,p,\downarrow}(\tau') C_{L,p,\downarrow}^\dagger(\tau) \rangle = -\langle T C_{L,p,\uparrow}(\tau') C_{L,p,\uparrow}^\dagger(\tau) \rangle \quad (\text{الف-۷})$$

$$\mathcal{G}_R(k, \tau - \tau') = -\langle T C_{R,k,\downarrow}(\tau) C_{R,k,\downarrow}^\dagger(\tau') \rangle = -\langle T C_{R,k,\uparrow}(\tau) C_{R,k,\uparrow}^\dagger(\tau') \rangle \quad (\text{الف-۸})$$

^۱-A.A.Abrikoso

این نکته قابل ذکر است که در حالت ابرسانایی توابع گرین عادی صفر می‌شوند و در حالت نرمال

توابع گرین ابرسانایی صفر می‌شوند.

در ضمن همانگونه که در دمای بالا نظریه BCS اعتبار ندارد، توابع $\mathcal{F}$ و $\mathcal{F}^\dagger$ نیز صفر می‌شوند.

در روابط بالا T پارامتر زمان مرتب است که به شکل زیر تعریف می‌شود:

برای هر عملگر دلخواه:

$$T[V(t)V(t')] = \Theta(t - t')V(t)V(t') + \Theta(t' - t)V(t')V(t)$$

برای عملگر های فرمیونی:

$$TC^\dagger(t)C^\dagger(t') = \Theta(t - t')C^\dagger(t)C^\dagger(t') - \Theta(t' - t)C^\dagger(t')C^\dagger(t)$$

که در این روابط $\Theta(t - t')$ تابع پله ای است و به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\Theta(t - t') = \begin{cases} 1 & t > t' \\ 0 & t < t' \\ \frac{1}{2} & t = t' \end{cases}$$

در این روابط زمانهای حقیقی اند. t و t'

بنابراین توابع گرین به شکل زیر در می‌آیند:

$$\mathcal{F}_L^\dagger(p, \tau - \tau') = \Theta(\tau - \tau')\langle C_{L,p,\uparrow}^\dagger(\tau)C_{L,-p,\downarrow}^\dagger(\tau') \rangle - \Theta(\tau' - \tau)\langle C_{L,-p,\downarrow}^\dagger(\tau')C_{L,p,\uparrow}^\dagger(\tau) \rangle$$

$$\mathcal{F}_R(k, \tau - \tau') = \Theta(\tau - \tau')\langle C_{R,-k,\downarrow}(\tau)C_{R,k,\uparrow}(\tau') \rangle - \Theta(\tau' - \tau)\langle C_{R,k,\uparrow}(\tau')C_{R,-k,\downarrow}(\tau) \rangle$$

الف-۶- تبدیل فوریه توابع گرین:

در این بخش تبدیلات فوریه توابع گرین ابررسانایی را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mathcal{F}(k, \tau - \tau') = \frac{1}{\beta} \sum_{i\varphi_n} e^{-i\varphi_n(\tau - \tau')} \mathcal{F}(k, i\varphi_n) \quad (\text{الف-۹})$$

$$\mathcal{F}(k, i\varphi_n) = \int_0^\beta \mathcal{F}(k, \tau - \tau') e^{i\varphi_n(\tau - \tau')} dt \quad (\text{الف-۱۰})$$

برای توابع عادی (نرمال) نیز:

$$\mathcal{G}(k, \tau - \tau') = \frac{1}{\beta} \sum_{i\varphi_n} e^{-i\varphi_n(\tau - \tau')} \mathcal{G}(k, i\varphi_n) \quad (\text{الف-۱۱})$$

$$\mathcal{G}(k, i\varphi_n) = \int_0^\beta \mathcal{G}(k, \tau - \tau') e^{i\varphi_n(\tau - \tau')} dt \quad (\text{الف-۱۲})$$

روابط بالا نقش بسیار مهمی در تعریف انتشاگر^۱ ذرات در جریان تونل زنی دارند. انتشارگرها معمولاً به

شکل حاصل ضرب توابع گرین تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_L^\dagger(p, \tau - \tau') \mathcal{F}_R(k, \tau - \tau') &= \Theta(\tau - \tau') \langle C_{L,p,\uparrow}^\dagger(\tau) C_{L,-p,\downarrow}^\dagger(\tau') \rangle \langle C_{R,-k,\downarrow}(\tau) C_{R,k,\uparrow}(\tau') \rangle \\ &+ \Theta(\tau' - \tau) \langle C_{L,-p,\downarrow}^\dagger(\tau') C_{L,p,\uparrow}^\dagger(\tau) \rangle \langle C_{R,k,\uparrow}(\tau') C_{R,-k,\downarrow}(\tau) \rangle \end{aligned} \quad (\text{الف-۱۳})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_R(k, \tau' - \tau) \mathcal{G}_L(p, \tau - \tau') &= -\Theta(\tau - \tau') \langle C_{R,k,\uparrow}^\dagger(\tau) C_{R,k,\uparrow}(\tau') \rangle \langle C_{L,p,\uparrow}(\tau) C_{L,p,\uparrow}^\dagger(\tau') \rangle \\ &- \Theta(\tau - \tau') \langle C_{R,k,\uparrow}(\tau') C_{R,k,\uparrow}^\dagger(\tau) \rangle \langle C_{L,p,\uparrow}^\dagger(\tau') C_{L,p,\uparrow}(\tau) \rangle \end{aligned} \quad (\text{الف-۱۴})$$

^۱-propagator

الف-۷- توزیع تابع گرین ماتسوبارا بر حسب عدد اشغال:

پتانسیل در تصویر ماتسوبارا به شکل زیر است:

$$u_{kp k' p'}^{\sigma \sigma' \rho \rho'}(i\omega_n) = \int_0^\beta dt e^{i\omega_n(t-t')} G_R^\sigma(k, t-t') G_L^{\sigma'}(p, t'-t) \quad (\text{الف-۱۵})$$

با آشنایی که از قبل با تبدیلات فوریه این توابع داریم، پتانسیل ماتسوبارا به شکل زیر در می آید:

$$u_{kp k' p'}^{\sigma \sigma' \rho \rho'}(i\omega_n) = \frac{1}{\beta} \sum_{iq} G_R^\sigma(k, iq - i\omega) G_L^{\sigma'}(p, iq) \quad (\text{الف-۱۶})$$

می خواهیم ببینیم که این توابع بر حسب انرژی ذرات و عدد اشغال^۱ گرمایی چه می شوند؟

توابع گرین ابریکوسوف را می توان بر حسب انرژی ذرات به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{\beta} \sum_{iq} G_R^\sigma(k, iq - i\omega) G_L^{\sigma'}(p, iq) = \frac{n_f^\sigma(\xi_k) - n_f^{\sigma'}(\xi_p)}{i\omega + \xi_k - \xi_p} \quad (\text{الف-۱۷})$$

در رابطه فوق n_f عدد اشغال گرمایی الکترونی است که از آمار فرمی- دیراک پیروی می کند. ξ نیز

ویژه مقدار انرژی در سیستمهای بر همکنشی برای الکترونها است [۳ و ۴ و ۵].

برای به دست آوردن رابطه فوق از رابطه زیر شروع می کنیم:

$$G_L^{\sigma'}(p, iq) = -\frac{1}{iq - \xi_p}$$

روش به دست آوردن این رابطه به تفصیل در کتاب ماهان آمده است. و به همین دلیل از آوردن

جزئیات بیشتر صرف نظر کرده ایم.

$$\frac{1}{\beta} \sum_{iq} G_R^\sigma(k, iq - i\omega) G_L^{\sigma'}(p, iq) = \sum_{iq} F(iq)$$

جمع فوق را می توان به صورت انتگرال پربند زیر نوشت:

¹-number occupation

$$I = \oint \frac{dz}{2\pi i} n(z) F(z)$$

پربند را به صورت دایره ای به شعاع R در نظر می گیریم که: $R \rightarrow \infty$

$n(z)$ تابعی است که می تواند قطبها را در iq ها تولید کند.

از آنجا که فرمیونها و بوزونها به صورت آماری در قطبها قرار می گیرند، بنابراین $n(z)$ تابع توزیع فرمی-

دیراک برای فرمیونها و تابع توزیع بوز-اینشتین برای بوزونها است.

مقدار انتگرال پر بند فوق برابر است با مجموع مقادیر باقیمانده در قطبها:

$$I = \lim_{z \rightarrow z_0} R[F(z)n(z)]$$

که z_0 همان قطبها هستند.

$$\frac{1}{\beta} \sum_{iq} G_R^\sigma(k, iq - i\omega) G_L^{\sigma'}(p, iq) = \frac{1}{\beta} \sum_{iq} \frac{1}{iq - i\omega - \xi_k} \frac{1}{iq - \xi_p}$$

ابتدا خود $n(z)$ نیز در فرکانسهای $i(2n+1)\pi k_B T$ دارای قطب است و باقیمانده آن برابر است با

:

$$R_n = -\frac{1}{\beta} \sum_{iq} F(iq)$$

قطبها و باقیمانده های دیگر به ترتیب برابر با مقادیر زیر می باشند:

$$z_1 = \xi_p \rightarrow R_1 = \frac{n_f^{\sigma'}(\xi_p)}{\xi_p - i\omega - \xi_k}$$

$$z_2 = \xi_k + i\omega \rightarrow R_2 = \frac{n_f^\sigma(\xi_k)}{\xi_k + i\omega - \xi_p}$$

حال مجموع باقیمانده ها برابر انتگرال پربند است:

$$I = R_n + R_1 + R_2$$

از طرفی انتگرال در پربندی به شعاع R در نظر گرفته ایم. برای $R \rightarrow 0$ مقدار انتگرال برابر صفر خواهد شد.

$$-\frac{1}{\beta} \sum_{iq} F(iq) + \frac{n_f^{\sigma'}(\xi_p)}{\xi_p - i\omega - \xi_k} + \frac{n_f^{\sigma}(\xi_k)}{\xi_k + i\omega - \xi_p} = 0$$

$$\frac{1}{\beta} \sum_{iq} F(iq) = \frac{n_f^{\sigma}(\xi_k) - n_f^{\sigma'}(\xi_p)}{\xi_k + i\omega - \xi_p}$$

در نتیجه:

$$\frac{1}{\beta} \sum_{iq} \mathcal{G}_R^{\sigma}(k, iq - i\omega) \mathcal{G}_L^{\sigma'}(p, iq) = \frac{n_f^{\sigma}(\xi_k) - n_f^{\sigma'}(\xi_p)}{\xi_k + i\omega - \xi_p}$$

پیوست ب: انتگرال های بیضوی:

در این بخش به معرفی انتگرال های بیضوی، انواع آنها و نحوه رفتار و تغییرات آنها خواهیم پرداخت.

اگر $R(x, y)$ تابعی گویا از x و y باشد، به طوریکه y^2 چند جمله ای بر حسب توانهای دوم و یا

حتی سوم متغیر x باشد. آنگاه انتگرال $\int R(x, y) dx$ ، انتگرال بیضوی کامل نامیده می شود [۷ و ۸].

انتگرال بیضوی به سه نوع اتگرال تقسیم می شود:

۱. انتگرال بیضوی نوع اول که به فرم زیر است:

$$\begin{aligned} K(k) &= \int_0^1 [(1-x^2)(1-k^2x^2)]^{-\frac{1}{2}} dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-k^2 \sin^2 \varphi)^{-\frac{1}{2}} d\varphi \end{aligned}$$

۲. انتگرال بیضوی نوع دوم:

$$E(k) = \int_0^1 (1-x^2)^{\frac{1}{2}} (1-k^2x^2)^{-\frac{1}{2}} dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^2 \sin^2 \varphi) d\varphi$$

۳. انتگرال بیضوی نوع سوم:

$$\begin{aligned} K(k) &= \int_0^1 (1 - nx^2)^{-1} [(1 - x^2)(1 - k^2 x^2)]^{-\frac{1}{2}} dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - n \sin^2 \varphi)^{-1} (1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{-\frac{1}{2}} d\varphi \end{aligned}$$

در این رساله توابع انتگرال بیضوی نوع اول و دوم از اهمیت بیشتری برخوردارند. بسط این توابع به

شکل زیر است:

$$K(k) = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k^4 + \dots \right\} \quad (\text{ب-۱})$$

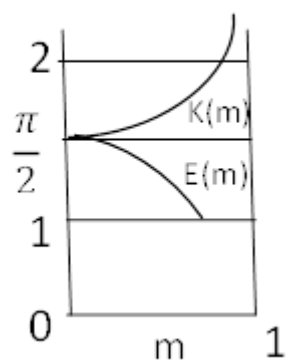
$$E(k) = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 - \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k^4 - \dots \right\} \quad (\text{ب-۲})$$

از شکل توابع انتگرال بیضوی نوع اول و نوع دوم در روابط قبل واضح است که:

$$K(-k) = K(k)$$

$$E(-k) = E(k)$$

در انتها نیز طرحواره‌ای از تغییرات این توابع را نشان خواهیم داد:



شکل ۵-۱- انتگرال‌های بیضوی کامل نوع اول و دوم

مراجع و منابع

- [1] R.Simon and A.Smith, Superconductors (Plenum New York, 1988).
- [2] Andrei Mourachkine, Room Temperature Superconductivity (Cambridge, 2004).
- [3] Henrik Bruus and Karsten Flensberg, Introduction to Many-Body Quantum Theory In Condensed Matter Physics (2002).
- [4] Gerarld D.Mahan, Many Particle Physics (Plenum, New York 2000).
- [5] Alexander L.Fetter and John Drik Walecka, Quantum Theory of Many- Particle Systems (McGraw-Hill).
- [6] Milton Abramowitz and Irene A.Stegun, Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables (1972).
- [7] I.S.Gradshiteyn and I.M.Ryzhik, Table Of Integrals, Series, and Products (Elsevier 2007).
- [8] J.V. Armitage, Elliptic Functions (Cambridge, 2007).
- [9] N.B. Kopnin, Theory of Superconductivity (2004).
- [10] C.Wang and C.Bai, Single Molecule Chemistry and Physics (Springer 2006).
- [11] D.M.P.Mingos and R.Winpenny Single Molecule Magnets Related Phenomena (Springer 2006).
- [12] U. Rosler, Solid State Theory: An Introduction (Springer 2009).
- [13] J-X-Zhu and A.V.Balatsky, Phys.Rev.**B 67**174505 (2003).
- [14] C.Holmqvist, S.Teber, M.Houzet,D.Feinberg and M.Fogelstrom, J. Phys. Con.Ser.**150022027**(2009).
- [15] D.Gatteschi and R.Sessoli, Angew, Chem.Int.E.D.**42** 268 (2003).
- [16] S.Teber, C.Holmqvist and Fogelstrom, Phys.Rev.B **81**,174503 (2010).
- [17]V. Ambegaokar, and A.Baratoff,Phys.Rev.Lett.**10**, 486 (1962); (E) **11**, 104 (1963).
- [18]J. V. Slageren. Introduction to Molecular Magnetism.Retrieved March 4, (2010).
- [19]Barbara et al., J. Magn. Magn.Mater.**200**, 167(1999).
- [20]J.-X. Zhu, Z. Nussinov, A. Shnirman and A. V. Balatsky, Phys. Rev. Lett. **92** 107001 (2004).

Abstract:

In this thesis the charge and spin transport has been investigated in a Superconductor-Single Molecule Magnet-Superconductor (S-SMM-S) junction. The transport theory is a beneficial approach to study the physical properties of a single molecule. In this work, we have obtained the charge current in a S-SMM-S junction. By considering the SMM as a classical vector, we can eliminate the quantum effects of it. We have considered a Josephson nutation for the spin of SMM. The Josephson nutation is a precession of spin because of its interaction with the transparent electron. In the precession the spin has a rotation around the magnetic field (with frequency Ω) and an oscillation with frequency ω . Working in the tunnelling limit and making use of Green's functions we have calculated the current flows in this junction in the presence and absence of a bias voltage. The current flows have been obtained in terms of elliptic integrals. As an interesting result, we found that the oscillations ω modulate the current and the modulations disappear when ω is zero. Indeed in particular values of ω and Ω , a resonance occurs in the current and consequently the amplitude of the current will diverge.

Keywords: Superconductivity, Single molecule magnet, Josephson junction, Tunnelling current, Green's function, Josephson nutation.



Shahrood University of Technology

Faculty of Physics

Master of Science Thesis

Charge and spin Transport in Superconductor - Single MoleculeMagnet -Superconductor Junction

Ali Ahangari Rostami

Supervisor:

Dr. Jahanfar Abouie

Advisor:

Dr. Babak Abdollahipour

September – 2011

