

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای

رساله دکتری فیزیک ذرات بنیادی

شکست تقارن کایرال در نظریه کوانتومی رنگ با استفاده از شامه‌ها در نظریه ریسمان

نگارنده: منصوره سادات غلامزاده

استاد راهنما

دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن

استاد مشاور

دکتر نیک ایوانس

مهر ۱۴۰۰

در این صفحه صورت جلسه دفاع را قرار دهید. لازم است پس از صحافی این صفحه مجدداً توسط دانشکده مهر گردد و استاد راهنما با امضای خود اصلاحات پایان نامه را تایید کند.

تقدیم به آنان که ناتوان شدند تا ما به توانایی برسیم...

مویشان سفید شد تا ما روسید شویم...

آنان که عاشقانه سوختند تا گرما بخش وجود ما و روشنگر راهمان باشند...

آنان که صبری کردند و در هر شرایطی از بودنمان دم نزدند...

پدر و مادر عزیزم

همسر صبور و مهربانم

مشکر و قدردانی

استاد ارجمندی بزرگوارم جناب آقای دکتر کاظم بی تقصیر فدافن دلسوزی، تلاش، صبر و کوشش حضرت عالی در تعلیم و تربیت و انتقال معلومات و تجربیات ارزشمند دکنار برقراری رابطه صمیمی و دوستانه با دانشجویان و ایجاد فضای امن و دلنشین برای کسب علم و دانش و درک شرایط دانشجویان حقیقتاً قابل ستایش است. وظیفه‌ی خود می‌دانم در کسوت ساگردی از زحمات بی‌دریغ شما نهایت مشکر و قدردانی را به جا آورم.

از جناب آقای دکتر علی حسینی منصوری که بار، نمود ایشان در به ثمر رسیدن این راه نقش بزرگی ایفا فرمودند و هیچ‌گاه از حضورشان بدون جواب باز نگشتم نهایت تقدیر و تشکر را می‌نمایم. از جناب آقای دکتر سرکرده‌ای که همواره مانند پدری دلسوز پشیمان و حامی بنده بودند و همواره درس زندگی آموختند نهایت تشکر را دارم و از خداوند متعال برایشان سلامتی، موفقیت و همواره یاد دادن را مسئلت دارم.

با تشکر از جناب آقای دکتر مهدی آتشی و سرکار خانم دکتر فریده کاظمیان که دوره تحصیل را برایم آسان ساختند و ر نمود ایشان روشمند و مسیرم بوده است.

تعهدنامه

اینجانب **منصوره سادات غلامزاده** دانشجوی دوره دکتری رشته فیزیک دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه شکست تقارن کایرال در نظریه کوانتومی رنگ با استفاده از شامه ها در نظریه ریسمان تحت راهنمایی دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود . استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

در نظریه کرومودینامیک کوانتومی، تقارن دستیده^۱ شکسته شده است و نمی‌توان به طور مستقیم جمله جرمی کوارک‌ها را در لاگرانژی وارد کرد. اساس این نظریه‌ی میدان بر پایه گروه $SU(N_c)$ استوار است که در آن N_c تعداد رنگ را نمایش می‌دهد. انواع مختلف کوارک‌ها با تعداد دلخواه N_f داده می‌شود. در این رساله نظریه پیمانه‌ای غیر آبلی با ویژگی بالا را در نظر گرفته و وابستگی تابع بتا نظریه به N_f را مورد بررسی قرار می‌دهیم. مشاهده شده است که تابع بتا نظریه به N_f وابسته است و در مقدار خاصی برای N_f نظریه دارای تقارن هم‌دیس می‌شود که به اصطلاح پنجره هم‌دیس^۲ نامیده می‌شود. در بخش بعدی رساله به بررسی این گذار فاز و مطالعه ویژگی‌ها و مرتبه‌ی گذار می‌پردازیم. روش مطالعه از طریق رهیافت هولوگرافی و نظریه ریسمان است. دوگانی AdS/CFT کمک می‌کند تا مساله‌ای که در آن ثابت جفت‌شدگی قوی است با نظریه کلاسیکی گرانش اینشتین بررسی شود. به این منظور ساختاری از شامه‌ها تحت عنوان مدل D_3/D_7 بررسی می‌شود. در ادامه به بررسی شکست تقارن دستیده و ارتباط آن به پارامترهایی چون N_c و N_f می‌پردازیم. یکی از هدف‌های دیگر رساله مطالعه مدل‌های فراتر از مدل استاندارد ذرات بنیادی است. با در نظر گرفتن برهم‌کنش میان کوارک‌ها با جمله اندرکنشی مرتبه بالاتر در مدل NJL^۳ شکست تقارن دستیده را در مسئله القا می‌کنیم. این مدل‌های کمکی NJL رنگی منجر به مثال‌هایی با دینامیک مختلف در پدیده‌ی راهروی^۴ رنگی می‌شوند که در این مدل‌ها می‌توان به وسیله‌ی تنظیم ظریف، یک ذره سبک هیگروگونه مثل مزون σ را تولید کرد. طیف مزون برداری ρ و مزون برداری محوری A در نظریه‌های راهروی در گذشته تحلیل شده است. ما با در نظر گرفتن کوارک‌های رنگی در نمایش بنیادی، در راستای بسط و گسترش فضای پارامتر قابل دسترس، به محاسبه این طیف می‌پردازیم. در بخش بعدی شکست تقارن دستیده را در نظریه پیمانه‌ای N_c بزرگ $N_c = 4$ با ماده کوارکی $N = 2$ در تقریب آزمون بررسی می‌کنیم. می‌دانیم در حضور یک میدان مغناطیسی، شکست تقارن دستیده در مسئله القا می‌شود و در این راستا، وابستگی پتانسیل شیمیایی و دمایی نظریه را با استفاده از دوگان گرانشی آن که بر اساس مدل

1 Chiral

2 Conformal

3 Nambu-Joana Lasinio

4 Walking

هولوگرافی D_3/D_7 است، مطالعه می‌کنیم. هم‌چنین مرتبه گذارها و نقاط بحرانی نمودار فاز بررسی می‌شوند. در ادامه از مشخصه میدان دیلاتون^۱ برای القای شکست تقارن دستیده استفاده می‌کنیم و تاثیر آن را بر گذار فاز مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

کلمات کلیدی: نظریه کرومودینامیک کوانتومی، شکست تقارن دستیده، تقارن همدیس، گذار فاز کوانتومی، مدل‌های کمکی NJL، هولوگرافی، راه‌روی و نظریه رنگارنگ.

¹ Dilaton profile

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

1- A. Belyaev, K. Bitaghsir Fadafan, Nick Evans, M. Gholamzadeh, “Any Room Left for Technicolor? Holographic Studies Of NJL Assisted Technicolour”, Phys.Rev.D 101, 086013 [arXiv:1910.10928[hep-ph]].

2- M. Gholamzadeh, K. Bitaghsir Fadafan, Nick Evans, “Generation of A Light Higgs Like Particle in Models Beyond the Standard Model of Fundamental Particles by Using Holography”, Journal Modern Research Physics, Accepted.

۳- کاظم بی تقصیرفدافن، منصوره غلامزاده، "مطالعه‌ی پنجره همدیس به وسیله‌ی هولوگرافی"
نهمین کنفرانس فیزیک ذرات و میدان‌ها، دانشگاه یزد، ۲۴ بهمن ۱۳۹۷

فهرست مطالب

فصل ۱: شکست تقارن دستیده در نظریه کوانتومی رنگ

۱

- ۱-۱-۱ دینامیک رنگ کوانتومی دستیده..... ۵
- ۱-۱-۲ شکست تقارن به وسیله جرم..... ۸
- ۲-۱-۱ شکست تقارن دستیده و چگالش دستیده..... ۹
- ۲-۱-۲ نظریه پیمانه‌ای مجانباً آزاد..... ۱۲
- ۱-۲-۱ بازبهنجارش..... ۱۲
- ۲-۲-۱ معرفی تابع بتا در نظریه پیمانه‌ای $SU(N_c)$ در نمایش R ۱۳
- ۳-۲-۱ راهروی و چارچوب همدیس..... ۲۰
- ۴-۲-۱ بعد ناهنجار..... ۲۲
- ۳-۱ شکست تقارن دستیده با استفاده از برهم‌کنش NJL ۲۳

فصل ۲: مقدمه‌ای بر نظریه دوگانی پیمانه-گرانیش

۲۷

- ۱-۲ نظریه ریسمان..... ۲۸
- ۲-۲ برهم‌کنش ریسمان‌ها..... ۲۹
- ۳-۲ معرفی اصل هولوگرافی..... ۳۰
- ۴-۲ تقریب گرانیش کلاسیک نظریه ریسمان‌ها..... ۳۴
- ۵-۲ توابع پارش..... ۳۵
- ۶-۲ مدل D_3/D_7 در نظریه ریسمان..... ۳۶
- ۷-۲ غوطه‌وری شامه‌ی D_7 در پس‌زمینه AdS ۳۸
- ۸-۲ محاسبه‌ی کنش DBI مربوط به شامه‌ی D_7 ۳۸
- ۱-۸-۲ به دست آوردن معادله حرکت..... ۳۹

۲-۸-۱-۱ معرفی جرم کوارک و چگالش کوارک پادکوارک..... ۴۰

۲-۸-۱-۲ تحلیل جواب‌های معادله‌ی حرکت..... ۴۰

فصل ۳: کاربرد مدل D_3/D_7 در مطالعه‌ی مدل‌های فراتر از مدل استاندارد ذرات بنیادی

۴۳

مقدمه..... ۴۴

۳-۱ محاسبه‌ی چگالش در مدل هولوگرافی..... ۴۷

۳-۲ معرفی پارامترهای مدل..... ۵۳

۳-۳ رقابت میان اثر برهم‌کنش چهارفرمیونی و بعد ناهنجار در چگالش کوارک-پادکوارک..... ۶۰

۴-۳ کشف ذره سبک هیگزگونه در طیف جرمی مدل..... ۶۱

فصل ۴: کاربرد مدل D_3/D_7 در مطالعه‌ی نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ

مقدمه..... ۷۲

۴-۱ شکست تقارن دستیده با استفاده از میدان مغناطیسی..... ۷۳

۴-۱-۱ نمودار فاز..... ۷۳

۴-۱-۲ مدل هولوگرافی..... ۷۶

۴-۱-۳ رسم نمودار فاز با استفاده از پارامترهای آزاد..... ۸۰

۴-۲ شکست تقارن دستیده با استفاده از مشخصه دیلاتون..... ۹۰

۴-۳ مطالعه‌ی فاز ابررسانایی رنگ و معادله‌ی حالت ستاره نوترونی..... ۹۲

۴-۳-۱ پتانسیل شیمیایی بالا و فاز ابررسانایی رنگ همراه با بازیابی تقارن دستیده..... ۹۴

فصل ۵: نتیجه‌گیری

مراجع

۱۰۱

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱. جدول تقسیم‌بندی لپتون‌ها ۳
- شکل ۲-۱. جدول تقسیم‌بندی کوارک‌ها ۳
- شکل ۳-۱. مدل استاندارد ذرات بنیادی ۴
- شکل ۴-۱. میدان کوارک چپ‌گرد و راست‌گرد مربوط به ذره و پادذره ۹
- شکل ۵-۱. نمودار تابع بتا و پویش ثابت جفت‌شدگی برای ضرایب $\beta_1 > 0$ و $\beta_0 > 0$ ۱۵
- شکل ۶-۱. نمودار تابع بتا و پویش ثابت جفت‌شدگی برای ضرایب $\beta_1 < 0$ و $\beta_0 > 0$ ۱۶
- شکل ۷-۱. نمودار تابع بتا و پویش ثابت جفت‌شدگی برای ضریب $\beta_0 < 0$ ۱۷
- شکل ۸-۱. تصدیق تجربی پدیده آزادی مجانبی در جفت‌شدگی قوی ۱۸
- شکل ۹-۱. نمایش فازهای مختلف نظریه پیمانه‌ای $SU(3)$ با طعم‌های بنیادی N_f ۲۰
- شکل ۱۰-۱. فضای فاز $N_f - N_c$ برای نمایش بنیادی مربوط به کوارک‌ها ۲۰
- شکل ۱۱-۱. نمودار پتانسیل بر حسب جرم کوارک در حضور برهم‌کنش NJL با شدت g ۲۴
- شکل ۱-۲. نوسانات ریسمان‌های باز و بسته ۲۹
- شکل ۲-۲. خطوط موج‌دار انتشارگر میدان پیمانه‌ای و راس‌های برهم‌کنشی مربوط به ریسمان باز ۳۱
- شکل ۳-۲. مثال‌هایی از نمودار تخت و غیر تخت ۳۲
- شکل ۴-۲. نمودارها و توپولوژی ۳۳
- شکل ۵-۲. معرفی کوارک‌ها به وسیله‌ی تناظر AdS/CFT در مدل $D3/D7$ ۳۷
- شکل ۱-۳. نمودار γ برای $N_c = 3$ و $N_f = 9$ با فرض جرم صفر در حد UV ۵۱
- شکل ۲-۳. نمودار میدان نرده‌ای بر حسب مقیاس انرژی ۵۳
- شکل ۳-۳. نمودار جرم مزون محوری بر حسب بعد ناهنجار γ و تعداد طعم N_f ۵۵
- شکل ۴-۳. نمودار جرم مزون برداری بر حسب بعد ناهنجار γ و تعداد طعم N_f ۵۶
- شکل ۵-۳. نمودار جرم مزون نرده‌ای بر حسب بعد ناهنجار γ و تعداد طعم N_f ۵۶
- شکل ۶-۳. نمودار تغییرات بعد ناهنجار γ و ثابت جفت‌شدگی ۵ بعدی بر حسب تعداد طعم N_f ۵۶
- شکل ۷-۳. جواب‌های به‌دست آمده در صفحه‌ی $\tilde{g} - M_A$ ، نقاط نازنجی برای پارامتر قطع $\Lambda = 20\chi_0$ و نقاط مشکی برای $\Lambda = 200\chi_0$ برای حالت $N_c = 3$ ، $N_f = 12$ می‌باشد ۶۰
- شکل ۸-۳. نمودار γ بر حسب مقیاس گروه بازبهنجارش ρ برای $N_c = 3$ و N_f ‌های مختلف با فرض جرم صفر در حد UV ۶۱
- شکل ۹-۳. پویش بعد ناهنجار به ازای مقادیر $N_c = 3$ و N_f ‌های مختلف ۶۲

شکل ۳-۱۰. دو ناحیه ی جواب بین دو خط عمودی برای به دست آوردن جرم هیگز درست به ازای	۶۴
..... $N_f = 11$ و $N_c = 3$	
شکل ۳-۱۱. نمودار جرم مربوط به مزون سیگما بر ثابت واپاشی f_π به ازای $N_c = 3$ و $N_f = 11$	۶۵
شکل ۳-۱۲. نمودار جرم مربوط به مزون سیگما بر ثابت واپاشی f_π به ازای $N_c = 3$ و N_f های مختلف	۶۵
شکل ۳-۱۳. نمودار $M_A - \tilde{g}$ برای حدود انرژی ۱۳ TeV	۶۶
شکل ۳-۱۴. آ. نمودار $M_A - \tilde{g}$ برای حدود انرژی ۱۴ TeV	۶۶
شکل ۳-۱۴. ب. نمودار $M_A - \tilde{g}$ برای حدود انرژی ۲۷ TeV	۶۷
شکل ۳-۱۴. ج. نمودار $M_A - \tilde{g}$ برای حدود انرژی ۱۰۰ TeV	۶۷
شکل ۴-۱. نمودار فاز مربوط به QCD	۷۵
شکل ۴-۲. نمودار فاز در حضور میدان مغناطیسی	۸۰
شکل ۴-۳. تعیین مرتبه ی گذار با استفاده از انرژی آزاد	۸۳
شکل ۴-۴. نمودار محاط شدگی برای جواب های تخت و مینکوفسکی و سیاه چاله به ازای مقادیر مختلف	
افق رویداد	۸۵
شکل ۴-۵. مقدار اولیه L بر حسب جرم به ازای مقادیر مختلف افق رویداد	۸۶
شکل ۴-۶. شرط اولیه افق رویداد بر حسب جرم به ازای مقادیر مختلف افق رویداد یا دما	۸۶
شکل ۴-۷. نمودار انرژی آزاد هلمهولتز بر حسب اندازه افق رویداد	۸۷
شکل ۴-۸. چگالش بر حسب افق رویداد	۸۷
شکل ۴-۹. آ. دمای صفر $\tilde{\omega}_H = 0$. گذار ذوب مزون مرتبه ی دوم و گذار بازیابی تقارن همدیس مرتبه ی	
دوم است	۸۸
شکل ۴-۹. ب. دمای پایین $\tilde{\omega}_H = 0.15$. ساختار دمای صفر هم چنان برقرار است	۸۸
شکل ۴-۹. پ. دمای بالاتر از نقطه ی بحرانی اول $\tilde{\omega}_H = 0.23$. گذار ذوب مزون هم چنان مرتبه ی دوم	
است ولی گذار بازیابی تقارن دستیده مرتبه ی اول است	۸۸
شکل ۴-۹. ج. بالاتر از نقطه ی بحرانی دوم $\tilde{\omega}_H = 0.24$. در این جا فقط یک گذار مرتبه ی اول برای	
فرآیند ذوب مزون و بازیابی تقارن دستیده وجود دارد	۸۹
شکل ۴-۹. د. دمای بالا $\tilde{\omega}_H = 0.2516$. حالت پایه شکست تقارن دستیده را برای همه ی مقادیر $\tilde{\mu}$	
حفظ می کند	۸۹
شکل ۴-۱۰. نمودار فاز در حضور میدان دیلاتون	۹۳
شکل ۴-۱۱. نمودار فاز به ازای مقادیر مختلف $q=2.3, 2, 0.9$	۹۳
شکل ۴-۱۲. نمودار میدان نرده ای ψ و میدان چگالش دستیده χ بر حسب پتانسیل شیمیایی μ	۹۶
شکل ۴-۱۳. نمودار $\psi(\rho)$ بر حسب ρ به ازای مقیاس انرژی مختلف	۹۶
شکل ۴-۱۴. نمودار میدان نرده ای ψ و میدان چگالش دستیده χ بر حسب پتانسیل شیمیایی μ به ازای	
مقادیر متفاوت برای $\tilde{g}$	۹۷

فصل ۱: شکست تقارن دستیده در نظریه کوانتومی رنگ

مقدمه: مدل استاندارد ذرات بنیادی

طبق مدل استاندارد ذرات بنیادی، ماده از سه نوع ذره‌ی بنیادی ساخته شده‌است: لپتون‌ها، کوارک‌ها و واسطه‌ها. شش لپتون وجود دارند که بر حسب بار خود (Q)، عدد الکترونی (L_e)، عدد میوانی (L_μ) و عدد تاو (L_τ) رده‌بندی می‌شوند. آن‌ها طبیعتاً به سه خانواده یا نسل تقسیم می‌شوند. همچنین شش پاد لپتون وجود دارد که تمام علامت آن‌ها برعکس است و از این‌رو، ۱۲ لپتون وجود دارد که در شکل (۱-۱) نشان داده شده‌اند. به همین ترتیب ۶ طعم کوارک وجود دارد که بسته به بار، شگفتی^۱ (S) افسون^۲ (C)، بالا^۳ (U)، پایین^۴ (D)، زیر^۵ (B) و رو^۶ (T) رده‌بندی شده‌اند. کوارک‌ها نیز سه نسل دارند. برای جدول پادکوارک‌ها نیز تمام نشانه‌ها به نشانه‌های مخالف خود تبدیل می‌شوند که تقسیم بندی کوارک‌ها نیز در شکل (۲-۱) نمایش داده شده است. در ضمن، هر کوارک و پادکوارک، به سه رنگ یافت می‌شوند. از این رو شمار آن‌ها ۳۶ عدد است [۳]. دو عدد کوانتومی در مدل $SU(3)$ مربوط به هادرون‌ها وجود دارد که شامل ابربار^۷ و ایزواسپین^۸ است. ایزواسپین مرتبط با کوارک‌های بالا و پایین در فیزیک ذرات است و به تنهایی برای دو طعم کوارک کافی است. دیاگرام‌های $SU(3)$ دو بعدی هستند و با مختصاتی که به دو عدد کوانتومی وابسته است تعیین می‌شوند که شامل مؤلفه‌ی Z ایزواسپین و Y مربوط به ابربار است. بنابراین دو بار برای معین کردن ذرات کافی است. ابربار به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Y = B + S + C + B' + T'$$

که B عدد باریونی است و $B = \frac{1}{3}(n_q - n_{\bar{q}})$ و n_q تعداد کوارک‌ها و تعداد پادکوارک‌ها را نشان می‌دهد.

¹ Strength

² Charm

³ Up

⁴ Down

⁵ Bottom

⁶ Top

⁷ Hypercharge

⁸ Isospin

دهد، $B' = -(n_b - n_{\bar{b}})$ و B' زیرین است و n_b تعداد کوارک‌های زیر را نمایش می‌دهد. S افسون است و $S = -(n_s - n_{\bar{s}})$ که n_s تعداد کوارک‌های افسون را نمایش می‌دهد، C شگفتی است و $C = -(n_c - n_{\bar{c}})$ که n_c تعداد کوارک‌های شگفت را نمایش می‌دهد و در نهایت T مؤلفه بالایی است و $T = -(n_T - n_{\bar{T}})$ که n_T تعداد کوارک‌های بالا را نمایش می‌دهد. در برهم‌کنش‌های قوی ابربار پایسته است ولی در برهم‌کنش‌های ضعیف نقض می‌شود.

تقسیم‌بندی لپتون‌ها

	l	Q	L_e	L_μ	L_τ
نسل اول	e	-1	1	0	0
	ν_e	0	1	0	0
نسل دوم	μ	-1	0	1	0
	ν_μ	0	0	1	0
نسل سوم	τ	-1	0	0	1
	ν_τ	0	0	0	1

شکل ۱-۱. جدول تقسیم‌بندی لپتون‌ها

جدول تقسیم‌بندی کوارک‌ها

	q	Q	D	U	S	C	B	T
نسل اول	d	-1/3	-1	0	0	0	0	0
	u	2/3	0	1	0	0	0	0
نسل دوم	s	-1/3	0	0	-1	0	0	0
	c	2/3	0	0	0	1	0	0
نسل سوم	b	-1/3	0	0	0	0	-1	0
	t	2/3	0	0	0	0	0	1

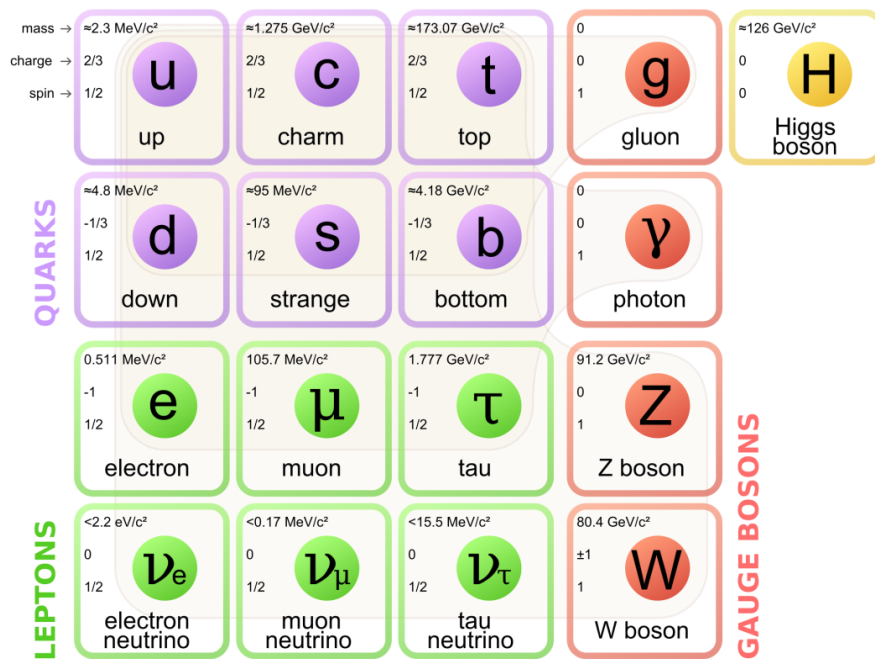
شکل ۲-۱. جدول تقسیم‌بندی کوارک‌ها

سرانجام همه‌ی نیروهای بنیادی دارای ذرات واسطه هستند. در مورد نیروی گرانش که دارای برد بی-نهایت می‌باشد، ذرات واسطه گراویتون‌ها می‌باشند که دارای جرم سکون صفر و بار الکتریکی صفر و اسپین دو می‌باشند و با یکدیگر برهم‌کنش دارند. نظریه ریسمان یکی از راه‌های مطالعه‌ی نظریه کوانتومی گرانش است. ذرات واسطه‌ی نیروی ضعیف بوزون‌های $\omega^\pm$ هستند که دارای بار ± 1 و اسپین یک و جرم $80.2 MeV$ هستند و بوزون Z که دارای بار صفر و اسپین یک و $91.2 MeV$ است. برد نیروی ضعیف کم‌تر از $0.001 MeV$ است و الکترودینامیک کوانتومی (QED)، نظریه میدان

کوانتومی نسبیتی مربوط به الکترودینامیک است و ذره واسطه‌ی آن فوتون می باشد که دارای بار الکتریکی صفر و اسپین یک و جرم سکون صفر است و فوتون‌ها با یکدیگر برهم کنش ندارند. ولی درباره‌ی نیروی قوی چه می‌توان گفت؟ در نظریه اولیه یوکاوا، واسطه‌ی نیروهای قوی، پایون‌ها بودند اما با کشف مزون‌های سنگین این پندار ساده دیگر برقرار نبود. پروتون‌ها و نوترون‌ها اکنون می‌توانستند p ، n ، K ، η ، ϕ را نیز مبادله کنند. مدل کوارک دیدها را عوض کرد زیرا اگر پروتون‌ها، نوترون‌ها و مزون‌ها ساختمان‌های ترکیبی پیچیده هستند، دلیلی ندارد که اندرکنش آن‌ها ساده باشد. برای بررسی نیروی قوی، باید به اندرکنش بین کوارک‌ها به صورت جداگانه توجه کرد. پرسشی که مطرح می‌شود این است: در یک فرآیند قوی، کدام ذره بین دو کوارک مبادله می‌شود؟ QCD یا کرومودینامیک کوانتومی، نظریه حاکم بر برهم‌کنش قوی است و ذره‌ی واسطه مربوط به آن را گلوئون^۱ می‌نامند که در مدل استاندارد ۸ عدد واسطه وجود دارد. همان‌گونه که خواهیم دید، خود گلوئون‌ها رنگ دارند و به صورت منفرد یافت نمی‌شوند. می‌توان امیدوار بود که گلوئون‌ها در هادرون‌ها یا ترکیب‌های بی‌رنگ یافت شوند. در واقع شواهد آزمایشگاهی نشان می‌دهد که تقریباً نیمی از اندازه‌ی حرکت یک پروتون به وسیله‌ی اجزای خنثی حمل می‌شود که احتمالاً گلوئون‌ها هستند. گلوئون‌ها مسئول جاذبه بین پروتون‌ها و نوترون‌ها در هسته اتم هستند. گلوئون‌ها بار الکتریکی صفر و اسپین یک و جرم سکون صفر دارند. گلوئون‌ها حاوی بار رنگ هستند و خودشان با یکدیگر برهم‌کنش دارند. بنابراین تعداد کل ذرات احتمالاً بنیادی عبارتند از:

۱۲ لپتون، ۳۶ کوارک، ۱۲ واسطه بدون در نظر گرفتن گراویتون زیرا این ذره در مدل استاندارد نیست. شکل (۱-۳) شامل مدل استاندارد تمام ذرات بنیادی و حامل‌های نیرو است.

¹ Gluons



شکل ۱-۳. مدل استاندارد ذرات بنیادی

۱-۱ دینامیک رنگ کوانتومی دستیده

ابتدا نظریه پیمانه‌ای $SU(N_C)$ را مطالعه می‌کنیم که در آن تعداد رنگ N_C و تعداد طعم N_f را نشان می‌دهد [۵،۴]. در QCD می‌دانیم که $N_C = 3$ و $N_f = 6$ است. لاگرانژی این نظریه پیمانه‌ای به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \text{tr}(F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}) + i\bar{q} \not{D} q, \quad (1-1)$$

با

$$F_{\mu\nu} = \frac{1}{g_s} [D_\mu, D_\nu], \quad D_\mu = \partial_\mu + i g_s \lambda^a A_\mu^a \quad (2-1)$$

و q مؤلفه‌ی چندگانه^۱ طعم N_f است:

$$q = \begin{pmatrix} u \\ d \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (۳-۱)$$

عبارت مربوط به انرژی جنبشی آن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{tr}(F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}) &= \text{tr}(F^{\mu\nu,a} t^a F_{\mu\nu}^b t^b) = F^{\mu\nu,a} F_{\mu\nu}^b \text{tr}(t^a t^b) = \frac{1}{2} F^{\mu\nu,a} F_{\mu\nu}^b \delta^{ab} \\ &= \frac{1}{2} F^{\mu\nu,a} F_{\mu\nu}^a \end{aligned} \quad (۴-۱)$$

که t^a مولدهای تقارن طعم $SU(N_f)$ است. و g_s ثابت جفت‌شدگی قوی را نشان می‌دهد. λ^a مولدهای گروه پیمانه‌ای $SU(N_c)$ هستند و تعداد آن‌ها از رابطه‌ی $N_c^2 - 1$ به دست می‌آید و عناصر q هریک، یک اسپینور دیراک ۴ مؤلفه‌ای هستند. هر اسپینور دیراک u ، می‌تواند بر حسب اسپینورهای دو مؤلفه‌ای وایل (دستیده) بیان شود $u = (u_L, u_R)^T$. هم‌چنین می‌توان اسپینورهای وایل چپ‌گرد و راست‌گرد را به صورت زیر نمایش دهیم:

$$u_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u \quad \& \quad u_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)u \quad (۵-۱)$$

می‌توان نشان داد لاگرانژی (۱-۱) دو تقارن کلی مستقل $U(N_f)$ را نمایش می‌دهد به صورتی که:

$$(U(N_f)_L \times U(N_f)_R)$$

زیرا کوارک‌های راست‌گرد و چپ‌گرد کاملاً غیر جفتیده هستند- این یک تقارن دستیده است [۶].

می‌توان تقارن دستیده را دوباره به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$U(N_f)_L \times U(N_f)_R = SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R \times U(1)_L \times U(1)_R \quad (۶-۱)$$

و بر روی کوارک‌های چندگانه به صورت زیر اثر می‌کنند:

$$q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \\ \vdots \end{pmatrix} \rightarrow u_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \\ \vdots \end{pmatrix} = e^{-i(l_a t^a + \theta_L)} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (۷-۱)$$

$$q_R = \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \\ \vdots \end{pmatrix} \rightarrow u_R = \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \\ \vdots \end{pmatrix} = e^{-i(r_a t^a + \theta_R)} \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (۸-۱)$$

^۱ Multiplet

که t^a مولدهای زیرگروه $SU(N_c)$ هستند با پارامترهای گروه مربوط به آنها $U_{L,R} \in U(N_f)_{L,R}$ و l^a و r^a به طور مجزا برای زیرگروههای چپ گرد و راست گردشان تعریف می شوند و پارامترهای θ_L و θ_R که به زیرگروههای چپ گرد و راست گرد $U(1)$ مربوط می شود. توجه داشته باشید که ما برای ماتریسهای گاما، پایه های دستیده را انتخاب کرده ایم:

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9-1)$$

جریان های پایسته $SU(N_f)$ راست گرد و چپ گرد به صورت زیر تعریف می شوند:

$$L^{\mu,a} = \bar{q}_L \gamma^\mu t^a q_L, \quad R^{\mu,a} = \bar{q}_R \gamma^\mu t^a q_R \quad (10-1)$$

و جریان پایسته ی منفرد¹ $U(1)$ به وسیله ی زیر داده می شود:

$$L^\mu = \bar{q}_L \gamma^\mu q_L, \quad R^\mu = \bar{q}_R \gamma^\mu q_R \quad (11-1)$$

با دوباره در نظر گرفتن تقارن کلی به عنوان یک تقارن محوری برداری² یعنی:

$$SU(N_f)_V \times SU(N_f)_A \times U(1)_V \times U(1)_A \quad (12-1)$$

ما بردار پایسته و جریان محوری $SU(N_f)$ را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$V^{\mu,a} = R^{\mu,a} + L^{\mu,a} = \bar{q} \gamma^\mu t^a q, \quad A^{\mu,a} = R^{\mu,a} - L^{\mu,a} = \bar{q} \gamma^\mu \gamma^5 t^a q \quad (13-1)$$

و جریان های یک تایی $U(1)$ محوری و برداری به صورت زیر هستند:

$$V^\mu = R^\mu + L^\mu = \bar{q} \gamma^\mu q, \quad A^\mu = R^\mu - L^\mu = \bar{q} \gamma^\mu \gamma^5 q \quad (14-1)$$

$U(1)_A$ یا جریان یک تایی محوری A^μ ، فقط در حد کلاسیکی پایسته است. در سطح کوانتومی، حالت

پایه تحت $U(1)_A$ باردار می شود-آن یک ناهنجاری محسوب می شود.

¹ Singlet

² Vector-axial symmetry

۱-۱-۱ شکست تقارن به وسیله‌ی جرم

اضافه کردن جرم به لاگرانژی (۱-۱) نتیجه‌ی شکستن تقارن دستیده را به دنبال دارد. زیرا در این صورت در اثر جفت‌شدگی دو دستوارگی^۱، کوارک‌های چپ‌گرد و راست‌گرد با یکدیگر ترکیب می‌شوند. با وجود m ، یک عبارت $\bar{q}Mq$ به لاگرانژی اضافه می‌شود که می‌توان آن را به صورت زیر بسط داد:

$$q^+ \gamma^0 M q = (q_L^+, q_R^+) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_L \\ q_R \end{pmatrix} = m(q_L^+ q_R + q_R^+ q_L) \quad (۱۵-۱)$$

یک ماتریس جرمی کوارک قطری را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$M = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{pmatrix} \quad (۱۶-۱)$$

اضافه کردن یک عبارت $\bar{q}Mq$ به لاگرانژی (۱-۱)، متناظر است با این که دیورژانس جریان برداری و محوری معادل باشند با [۱]:

$$\partial_\mu V^{\mu,a} = i\bar{q} \left[M, \frac{t^a}{2} \right] q, \quad (۱۷-۱)$$

$$\partial_\mu A^{\mu,a} = i\bar{q} \gamma^5 \left\{ M, \frac{t^a}{2} \right\} q, \quad (۱۸-۱)$$

$$\partial_\mu V^\mu = 0, \quad (۱۹-۱)$$

$$\partial_\mu A^\mu = 2i\bar{q} \gamma^5 M q - \frac{N_f T(R) g_s^2}{16\pi^2} \epsilon^{\alpha\nu\beta\lambda} F_{\alpha\nu}^b F_{\beta\lambda}^b, \quad (۲۰-۱)$$

که $T(R)$ بر اساس نظریه گروه مربوط به نمایش‌های گروه $SU(N_f)$ است. توجه کنید در (۲۰-۱) عبارت دوم همان ناهنجاری^۲ $U(1)_A$ است که در بالا ذکر گردید. اکنون می‌توانیم به صورت مستقیم نشان دهیم که جریان برداری منفرد حتی تحت اضافه کردن عبارت جرمی نیز پایسته است. بار پایسته‌ی مربوط به صورت زیر به دست می‌آید:

$$Q_V = \int d^3x \bar{q} \gamma^0 q = \int d^3x q^+ q = N, \quad (۲۱-۱)$$

^۱ Chiralities

^۲ Anomaly

که تفاضل تعداد کوارک‌ها و پادکوارک‌ها را نشان می‌دهد. می‌توان N را بر اساس طعم‌ها به صورت تفکیک شده نوشت:

$$N = (N_u - N_{\bar{u}}) + (N_d - N_{\bar{d}}) + \dots \quad (22-1)$$

هم‌چنین ویژه مقدار Q_V نشان‌دهنده‌ی تعداد باریون‌ها می‌باشد:

$$B = \frac{Q_V}{N_f} = \frac{N=(N_u-N_{\bar{u}})+(N_d-N_{\bar{d}})+\dots}{N_f} \quad (23-1)$$

و از این رو تقارن برداری گاهی اوقات به $U(1)_B$ نسبت داده می‌شود.

با توجه به رابطه‌ی (۱۷-۱)، واضح است که اگر ماتریس جرمی یک اتحاد چندگانه باشد، همه‌ی جریان‌های $SU(N_f)_V$ پایسته هستند و همه‌ی کوارک‌ها جرم یکسانی دارند. حتی در حد جرم‌های نابرابر، مولدهای $SU(N_f)$ وجود دارند که با ماتریس جرمی جابه‌جا می‌شوند و جریان‌هایی به وجود می‌آورند که پایسته باشد. در این امر این حقیقت که جریان‌های مربوط به مولدهای قطری همیشه پایسته هستند پایستگی طعم طبیعی این نظریه‌ها را نشان می‌دهد.

۱-۱-۲ شکست تقارن دستیده و چگالش^۱ دستیده

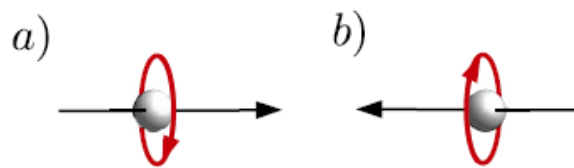
شواهدی از مقیاس هادرونی وجود دارد که تقارن به صورت خود به خودی می‌شکند (QCD) که یک نظریه پیمانه‌ای $SU(3)_C$ با تقارن دستیده $SU(2)_f \times SU(2)_f$ است. اگر کوارک‌های قوی بررسی شده در بالا دارای جرم اندکی باشند، تقارن حاضر، یک تقارن دستیده $SU(3)_f \times SU(3)_f$ می‌باشد. نخستین بخش از این شواهد از عدم وجود جفت پاریده در طیف ناشی می‌شود. برای مثال در QCD به ازای $N_f = 2$ ، به ازای کم‌ترین مقدار حالت‌های $J^\pi = 0^+, 1^+$ مزون‌های a_1 و سیگما به ترتیب دارای جرم $m_{a_1} = 1260 MeV$ و $m_\sigma = 500 MeV$ هستند [۱]. در حالی که نقاط مقابل آن‌ها، مزون‌های ρ ^۲ و پایون‌ها به صورت قابل توجهی کوچکتر هستند به صورتی که $m_\pi = 140 MeV$ و $m_\rho = 770 MeV$. جرم‌های به دست آمده بسیار بزرگ‌تر از این هستند که به عنوان نتیجه‌ی عبارت‌های

^۱ Condensate

^۲ Rho

جرمی دقیق و جزئی برای کوارک‌های بالا و پایین^۱ درک شوند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در حداقل مقیاس هادرونی، تقارن دستیده‌ی مربوط به QCD ، یا $SU(N_f)_V \times SU(N_f)_A$ به طور کامل تحقق نمی‌یابد.

بخش دوم شواهد به شکل میزان برهم‌کنش بین کوارک و پادکوارک ظاهر می‌شود که با دوری ذرات از یکدیگر افزایش می‌یابد و سپس به شدت برای حالت پایه‌ی QCD مطلوب می‌شود تا چگالش جفت کوارک-پاد کوارک را شامل شود. از آنجایی که هر تغییری در خلاء (حالت کوانتومی با کمترین انرژی ممکن)، نباید هیچ حرکتی و در نتیجه هیچ تکانه‌ای و هم‌چنین هیچ تکانه‌ی زاویه‌ای داشته باشد، جفت کوارک-پادکوارک باید شامل یک میدان کوارک چپ‌گرد و یک میدان کوارک راست‌گرد مربوط به پاد ذره باشد که در شکل (شکل ۴-۱) نشان داده شده است [۲].



شکل ۴-۱. میدان کوارک چپ‌گرد و راست‌گرد مربوط به ذره و پادذره

زمانی که جفت کوارک-پادکوارک در خارج از خلاء چگالیده می‌شوند، باید تکانه کلی آن‌ها صفر باشد و بنابراین دو میدان برای ما به جای می‌گذارند: میدان کوارک راست‌گرد (a) و میدان کوارک چپ‌گرد مربوط به پادذره یا بالعکس.

حالت پایه‌ی QCD برهم‌کنشی دقیق بین میدان‌های چپ‌گرد و راست‌گرد دارد که تقارن دستیده را می‌شکند [۱]. به این معنی که زمانی که به وسیله‌ی یک سری روش، شدت جفت‌دگی g_s در جهتی پیش رود که از مقدار بحرانی بیشتر شود $g_s > g_s^{\chi}$ ، تقارن به طور خود به خودی شکسته می‌شود به:

$$SU(N_f)_V \times SU(N_f)_A \rightarrow SU(N_f)_V \quad (۲۳-۱)$$

^۱ Up و down

این شکست تقارن خود به خودی دستیده ($S\chi SB$) است. در QCD دستیده $N_f = 2$ ، مدهای گلدستون^۱ محوری متناظر، سه پایون بدون جرم هستند و در QCD دستیده $N_f = 3$ این‌ها شامل سبک‌ترین مزون‌های شبه اسکالر، کائون‌ها و η هستند.

از طرفی تولید دینامیکی مقدار چشم‌داشتی غیر صفر مربوط به برخی عملگرهای نظریه میدان پاسخی برای حالت پایه است تا تحت یک تقارن لاگرانژی باردار شود و بنابراین شکست تقارن خود به خودی به این صورت تعریف می‌شود. در این مسیر، مقدار چشم‌داشتی^۲، یک پارامتر مرتبه‌ی گذار است. مقدار صفر به این معنی است که لاگرانژی تقارن یکسانی با حالت پایه دارد و مقدار غیر صفر یک شکست تقارن خود به خودی را نشان می‌دهد. در مورد نظریه‌های $S\chi SB$ مربوط به $SU(N_c)$ ، چنین پارامتر مرتبه‌ای در [۱] به دست آمده است.

$$\langle \bar{q}q \rangle \equiv \langle \Omega | \bar{q}q | \Omega \rangle \quad (۲۴-۱)$$

عبارت به دست آمده چگالش دستیده یا چگالش کوارک نامیده می‌شود و همان‌طور که در بالا توضیح داده شد می‌تواند به عنوان تجمع خلاء جفت کوارک-پادکوارک تفسیر شود. با در نظر گرفتن مقدار غیر صفر چگالش و مقدار چشم‌داشتی خلاء در هر دو طرف می‌توان به راحتی از روابط زیر استفاده کرد که نتیجه‌ی $Q_A^a | \Omega \rangle \neq 0$ را در بر خواهد داشت:

$$[Q_A^a, \bar{q}\gamma^5 t^a q] = -\delta^{ab} \bar{q}q \quad (۲۵-۱)$$

رابطه‌ی فوق را می‌توان با استفاده از روابط زیر به دست آورد:

$$Q_A^a = \int d^3x \bar{q}\gamma^0 \gamma^5 t^a q \quad , \quad [\gamma^0 \gamma^5 t^a, \gamma^5 t^a] = (t^a)^2 \gamma^0 \quad (۲۶-۱)$$

یک کوارک بدون جرم که در میان چنین خلاءی حرکت می‌کند، یک جرم دینامیکی از مرتبه‌ی $\langle \bar{q}q \rangle^{\frac{1}{3}}$ به دست می‌آورد. در واقع شکست تقارن دستیده موجب ایجاد عبارت‌های جرمی دینامیکی دیراک می‌شود که میدان‌های چپ‌گرد و راست‌گرد را ترکیب می‌کند. در QCD مربوط به $N_f = 2$

¹ Goldstone

² Vev

$$\langle \bar{q}q \rangle \simeq (250 \text{ MeV})^3 \quad \text{داریم:}$$

که در واقع مقدار مرزی چگالش است که گذار فاز الکتروضعیف در آن رخ می‌دهد که توضیح می‌دهد چرا جرم هادرون‌ها مانند پروتون بسیار سنگین‌تر از جرم کل کوارک‌های تشکیل‌دهنده‌ی آن است.

۱-۲ نظریه پیمانه‌ای مجانباً آزاد

در ابتدا با لاگرانژی برای یک نظریه پیمانه‌ای با کوارک‌های بدون جرم شروع می‌کنیم:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \text{tr}(F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}) + i\bar{q}\not{D}q \quad (1-27)$$

با

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_s \lambda^a A_\mu^a, \quad F_{\mu\nu} = \frac{1}{g_s} [D_\mu, D_\nu] \quad (1-28)$$

که λ^a مولدهای گروه پیمانه‌ای $SU(N_c)$ هستند. چنین نظریه‌ای شامل رأس‌های^۱ برهم‌کنشی در ۴

بعد با یک ثابت جفت‌شدگی بی‌بعد g_s می‌شود و بنابراین در ۴ بعد قابل بازبهنجارش است.

۱-۲-۱ باز بهنجارش^۲

پارامترهای مربوط به نظریه (جرم‌ها، جفت‌شدگی‌ها و غیره...) تصحیحات تابشی مربوط به مقادیر لخت^۳ (پارامترهایی که در لاگرانژی داده شده‌اند) را از عبارتهای مراتب بالاتر در بسط اختلالی به دست می‌دهند [۲]. چنین تصحیحاتی که با در نظرگیری حلقه‌ها^۴ در نمودار فاینمن به دست می‌آیند منجر به مقادیر نامحدود و واگرایی می‌شوند. بنابراین در بازبهنجارش، تعداد محدودی از عبارات^۵ تعریف می‌شوند که از لاگرانژی خالص کم شده‌اند، تا این واگرایی‌ها را حذف کنند و در نهایت یک لاگرانژی فیزیکی بر جای می‌گذارند. این روش به شرح زیر است:

¹ Vertices

² Renormalization

³ Bare

⁴ Loop

⁵ Counterterms

پارامترهای غیر مجاز به صورت $X_{bare} = Z_X X_{norm}$ بازنویسی می‌شوند که پارامتر بازبهنجار شده به وسیله X_{norm} داده می‌شود و ثابت بازبهنجارش نیز Z_X است که واگرایی‌ها را حذف خواهد کرد و به این صورت عبارات به صورت اختلالی محاسبه می‌شوند. اکنون می‌توان لاگرانژی حاوی پارامترهای خالص را به دو بخش بازنویسی کرد: یک بخش فیزیکی که فقط شامل پارامترهای بازبهنجار شده است و بخش دیگر، بخشی از لاگرانژی است که شامل واگرایی است و مربوط به این عبارات است:

$$\mathcal{L}(bare) = \mathcal{L}_{phys}(X_{renorm}) + \mathcal{L}_{CT}([Z_X - 1]X_{renorm}). \quad (29-1)$$

یک مقیاس بازبهنجارش μ در فرآیند تعریف می‌شود که در آن پارامترهای بازبهنجارش جدید داده می‌شوند. توجه کنید که پارامترهای خالص لاگرانژی ابتدایی مستقل از μ هستند ولی پارامترهای بازبهنجارش به این صورت نمی‌باشند. به این معنی که $X_{bare} = Z_X(\mu)X_{norm}$

۲-۲-۱ معرفی تابع بتا در نظریه پیمانه‌ای $SU(N_c)$ در نمایش R^1

در شرایط بازبهنجارش، مقیاس بازبهنجارش μ دلخواه هست و ما می‌توانیم به خوبی یک نظریه‌ی یکسان برای مقیاس متفاوت μ' داشته باشیم. وابستگی به μ زمانی ظاهر می‌شود که ما با مقیاس‌بندی دوباره میدان‌ها، وابستگی پارامتر قطع را از بین ببریم و به جای ثابت جفت‌شدگی λ_0 از λ استفاده کنیم که ثابت جفت‌شدگی بهنجار شده است. در نظریه بس ذره‌ای، عبارت تابع گرین که گاهی به عنوان تابع همبستگی^۲ نیز استفاده می‌شود، به طور خاص به همبستگی عملگرهای میدان یا عملگرهای خلق و نابودی مرتبط است و در حل معادلات دیفرانسیل ناهمگن به کار برده می‌شود. برای توابع گرین که به صورت زیر تعریف می‌شوند داریم:

$$< \Omega | T \phi_0(x_1) \phi_0(x_2) \dots \phi_0(x_n) | \Omega > \quad (30-1)$$

¹ Representation

² Correlation function

که کمیت‌ها لخت بوده و مستقل از μ می‌باشند و دارای ثابت جفت‌شدگی λ_0 و پارامتر قطع^۱ Λ هستند.

تابع گرین باز بهنجار شده با استفاده از رابطه‌ی زیر از تابع گرین لخت به‌دست می‌آید:

$$\langle \Omega | T \phi(x_1) \phi(x_2) \dots \phi(x_n) | \Omega \rangle = z^{-\frac{n}{2}} \langle \Omega | T \phi_0(x_1) \phi_0(x_2) \dots \phi_0(x_n) | \Omega \rangle \quad (31-1)$$

تابع گرین باز بهنجار شده به راحتی توسط یک مقیاس باز بهنجارش μ' تعریف می‌شود زیرا ما در ابتدا گفتیم که μ اختیاری است. بنابراین ما یک ثابت جفت‌شدگی باز بهنجار λ' و یک عامل مقیاس z' داریم. حال فرض کنید بخواهیم μ را اندکی انتقال دهیم. از طرفی:

$$G^{(n)}(x_1, \dots, x_n) = \langle \Omega | T \phi(x_1) \phi(x_2) \dots \phi(x_n) | \Omega \rangle$$

در صورتی که μ را انتقال دهیم، یک انتقال متناظر در کمیت‌های λ و ϕ نیز خواهیم داشت:

$$\mu \rightarrow \mu + \delta\mu$$

$$\lambda \rightarrow \lambda + \delta\lambda$$

$$\phi \rightarrow (1 + \delta\eta)\phi$$

بنابراین یک انتقال در تابع گرین خواهیم داشت که متأثر از اثرات انتقال میدان است:

$$G^{(n)} \rightarrow (1 + \delta\eta)^n G^{(n)}$$

$$G^{(n)} \rightarrow (1 + n\delta\eta) G^{(n)}$$

اگر $G^{(n)}$ تابعی از μ و λ باشد، در آن صورت داریم:

$$dG^{(n)} = \frac{\partial G^{(n)}}{\partial \mu} \delta\mu + \frac{\partial G^{(n)}}{\partial \lambda} \delta\lambda = \eta \delta\eta G^{(n)}$$

بنابراین می‌توان پارامتر بدون بعد تابع بتا β و بعد ناهنجار^۲ γ را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\gamma = -\mu \frac{\delta\eta}{\delta\mu}$$

$$\beta = \mu \frac{\delta\lambda}{\delta\mu}$$

با تعریف این پارامترها به‌دست می‌آوریم:

$$\left[\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta \frac{\partial}{\partial \lambda} + n\gamma \right] G^{(n)}(x_1, \dots, x_n, \mu, \lambda) = 0$$

¹ Cut off

² Anomalous dimension

کمیت‌های β و γ برای هر مرتبه‌ی n یکسان هستند و باید مستقل از x_i باشند. به دلیل این که تابع گرین $G^{(n)}$ بازبهنجار شده است، β و γ به پارامتر قطع بستگی ندارند و با استفاده از تحلیل عددی می‌توان نشان داد که این پارامترها مستقل از μ هستند.

$\beta(g_s) = \mu \frac{\partial g_s}{\partial \mu}$ تابع بتا نامیده می‌شود که در واقع نشان می‌دهد جفت‌شدگی قوی بازبهنجارش با مقیاس بازبهنجارش μ به چه میزان تغییر می‌کند. با این حال مهم است که در نظر داشته باشید تابع بتا فقط به صورت اختلالی محاسبه می‌شود.

با توجه به شکل کلی لاگرانژی $SU(N_c)$ داده شده در رابطه‌ی (۲۷-۱) با طعم‌های بدون جرم N_f که کوارک‌ها در نمایش دلخواه R تعریف می‌شوند، تابع بتای دو حلقه‌ای^۱ نظریه به صورت زیر بیان می‌شود [۲]:

$$\beta(\alpha_s) = \frac{\partial \alpha_s}{\partial \ln \alpha_s} = -\beta_0 \alpha_s^2 - \beta_1 \alpha_s^3 + \mathcal{O}(\alpha_s^4), \quad (۳۲-۱)$$

با

$$\beta_0 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{11}{3} C_2(G) - \frac{4}{3} N_f C_2(R) \frac{\dim(R)}{\dim(G)} \right) \quad (۳۳-۱)$$

و

$$\beta_1 = \frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{34}{3} [C_2(G)]^2 - \left[\frac{20}{3} C_2(G) C_2(R) + 4 [C_2(R)]^2 \right] N_f \frac{\dim(R)}{\dim(G)} \right) \quad (۳۴-۱)$$

توجه کنید که می‌توان تابع بتا را به طور مستقیم بر حسب g_s بیان کرد [۷]:

$$\beta(g_s) = -\beta_0 \frac{g_s^3}{(4\pi)^2} - \beta_1 \frac{g_s^5}{(4\pi)^4} + \mathcal{O}(g_s^7), \quad (۳۵-۱)$$

که $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$ است.

در رابطه فوق G نمایش الحاقی^۲ و $C_2(G) \equiv N_c$ کازیمیر^۳ مرتبه‌ی دو مربوط به آن را نشان می‌دهد که از خصوصیات گروه $SU(N_c)$ هستند و در نظریه ذرات بنیادی بررسی شده‌اند. در واقع نمایش

^۱ Two-loop

^۲ Adjoint representation

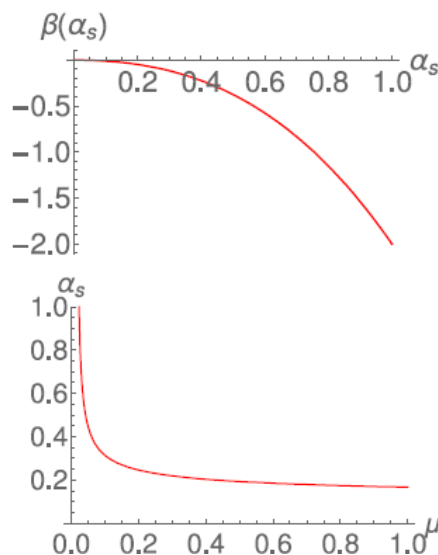
^۳ Casimir

الحاقی و بنیادی^۱ وجود دارد که نمایش الحاقی مربوط به مطالعه‌ی گلوئون‌ها می‌شود و نمایش بنیادی مربوط به مطالعه‌ی کوارک‌ها می‌باشد و ما در ادامه در نمایش بنیادی کار خواهیم کرد. در جدول زیر ضرایب در نمایش‌های مختلف نشان داده شده‌اند.

جدول ۱-۱. نمایش مختلف ذرات در بررسی تابع بتا

نمایش	$\dim(R)$	$C_2(R)$	N_f^{max}
بنیادی	N_c	$\frac{N_c^2 - 1}{2N_c}$	$\frac{11}{2} N_c$
الحاقی	$N_c^2 - 1$	N_c	$\frac{11}{4}$
تقارن/پادتقارن دو اندیشه ^۲	$\frac{N_c(N_c \pm 1)}{2}$	$\frac{(N_c \pm 1)(N_c \pm 2)}{N_c}$	$\frac{11}{2} \frac{N_c}{(N_c \pm 2)}$

با استفاده از رفتار β می‌توان به طور مستقیم اطلاعاتی راجع به پویش ثابت جفت‌شدگی^۳ کسب کرد. شکل (۵-۱) سه مشخصه از β در نظریه پیمانه‌ای و پویش جفت‌شدگی مربوط به هر یک را نشان می‌دهد. در واقع ما حدود مختلف β_0 و β_1 را در نظر گرفته‌ایم و به این صورت رفتار تابع β را در سه حالت مختلف بررسی کرده‌ایم [۵۱].



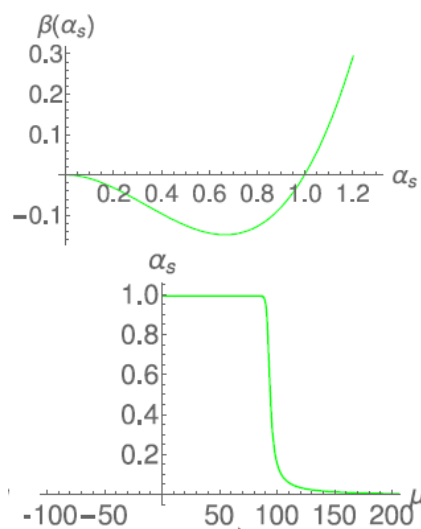
شکل ۵-۱. نمودار تابع بتا و پویش ثابت جفت‌شدگی بر حسب مقیاس انرژی برای ضرایب $\beta_0 > 0$ و $\beta_1 > 0$

¹ Fundamental

² Two index symmetry/anti-symmetry

³ Running coupling

در شکل (۵-۱) همان طور که می بینید به دلیل این که $\beta_0 > 0$ و $\beta_1 > 0$ در نظر گرفته ایم، به ازای α_s داریم $\beta \leq 0$. از طرفی صفر شدن تابع بتا این نتیجه را در بر دارد که نظریه هم دیس^۱ می باشد. $\beta(\alpha_s) = 0$ نواحی را نشان می دهد که پویش وجود ندارد و این نقاط، نقاط ثابت^۲ نامیده می شوند. در شکل (۵-۱) این اتفاق در $\alpha_s = 0$ رخ می دهد و این نقاط، نقاط ثابت بدیهی^۳ نامیده می شوند (در این حالت نقاط ثابت بدیهی ماوراء بنفش^۴ (UV) تلقی می شوند) و در شدت جفت شدگی به این صورت تفسیر می شود که در μ های بزرگ به صورت مجانبی α_s صفر می شود. این پدیده آزادی مجانبی^۵ نامیده می شود [۹،۸]. با توجه به این که μ نشان دهندهی مقیاس انرژی است، این پدیده مشابه نظریه پیمانه ای QCD مدل استاندارد است که تصدیق می کند با افزایش انرژی، ثابت جفت شدگی کوچک می شود. بنابراین به موجب آن، شدت برهم کنش بین کوارک ها در حد UV به صورت مجانبی صفر می شود و یک نظریه آزاد غیر برهم کنشی به دست می آید.



شکل ۵-۱. نمودار تابع بتا و پویش ثابت جفت شدگی بر حسب مقیاس انرژی برای ضرایب $\beta_0 > 0$ و $\beta_1 < 0$

¹ Conformal

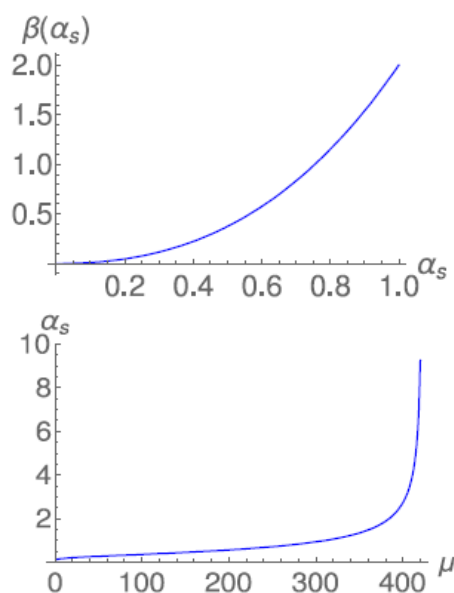
² Fixed points

³ Trivial

⁴ Ultraviolet

⁵ Asymptotic freedom

راهبرد نشان داده شده در شکل (۶-۱) زمانی اتفاق می افتد که $\beta_0 > 0$ و $\beta_1 < 0$ باشد. این وضعیت موجب می شود که دو نقطه ی معین داشته باشیم. یک بخش بدیهی که منجر به آزادی مجانبی می شود و یک بخش غیر بدیهی^۱ که یک نقطه ی معین فروسرخ در $\alpha_s = \alpha_s^*$ را شامل می شود. در مجاورت α_s^* ، گرادیان پویش ثابت جفت شدگی به اندازه ی کافی کوچک است که راهروی^۲ نامیده می شود. در این ناحیه انرژی افزایش پیدا می کند ولی در این بازه تغییرات جفت شدگی بسیار ناچیز خواهد بود. همان طور که $\beta_0 \rightarrow 0^+$ ، مقدار α_s^* بیشتر به سمت صفر نزدیک می شود. هنگامی که مقدار جفت شدگی در نقطه ی معین به اندازه ی کافی کوچک باشد تا به عنوان پارامتر اختلالی در نظر گرفته شود، $1 \ll \alpha_s^*$ که گفته می شود ما در رژیم نقطه ی معین بنک-زاکس^۳ قرار داریم [۱۱، ۱۰].



شکل ۷-۱. نمودار تابع بتا و پویش ثابت جفت شدگی بر حسب مقیاس انرژی برای ضرایب $\beta_0 < 0$

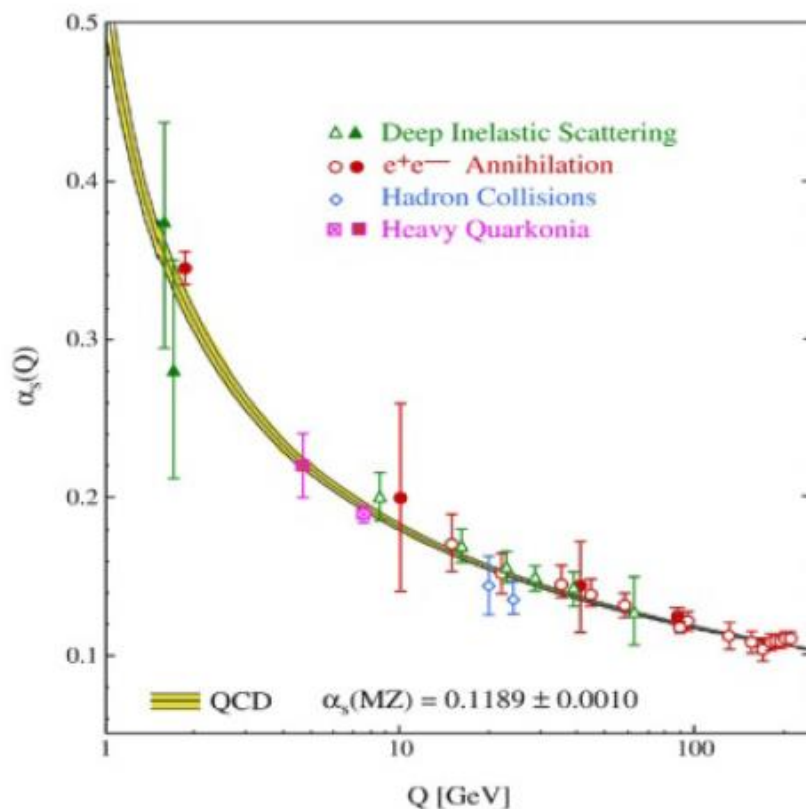
اگر $\beta_0 < 0$ ، تابع بتای کلی مثبت می شود (شکل (۷-۱) را ببینید). نقطه ی معین باقی مانده یک نقطه ی معین بدیهی IR است درست مانند آن چه در QED وجود دارد. رفتار کلیدی دیگر تابع بتا که آزادی مجانبی را نشان می دهد، افزایش جفت شدگی در حد IR است که در مورد شکل (۷-۱) منجر

¹ Non-trivial

² Walking

³ Banks-Zaks

به یک قطب IR می‌شود. این را می‌توان به عنوان شدت برهم‌کنش بین کوارک‌ها تفسیر کرد که همان‌طور که فاصله‌شان زیاد می‌شود، شدت برهم‌کنش بیشتر می‌شود. چنین رفتاری به عنوان دربندی^۱ مادون قرمز شناخته می‌شود و منجر به پدیده‌ی حبس‌شدگی^۲ می‌شود. به موجب این اثر میدان‌هایی که تحت گروه پیمانه‌ای $SU(N_c)$ باردار شده‌اند نمی‌توان جدا کرد و فقط می‌توان حالتی را یافت که حالت‌های مرزی "رنگ-خنثی" که هادرون نامیده می‌شوند بر جای می‌مانند. البته دوباره به موجب ماهیت اختلالی تابع بتا، کسی نمی‌تواند یک پیش‌فرض^۳ را برای β تعیین کند، اما آزمایشات نشان داده است که این نوع رفتار در بخش QCD درست است (شکل (۸-۱) را ببینید) [۱۲].



شکل ۸-۱. تصدیق تجربی پدیده آزادی مجانبی در جفت‌شدگی قوی [۶۵]

^۱ Infrared slavery

^۲ Confinement

^۳ Priori

مقیاسی که در آن این نظریه‌ها بررسی شده‌اند (مقیاس قطع) از این به بعد تحت عنوان Λ_{QCD} مطرح می‌شود و این مقدار همه‌ی پارامترهای غیر اختلالی مانند چگالش دستیده $\langle \bar{q}q \rangle$ را تنظیم می‌کند.

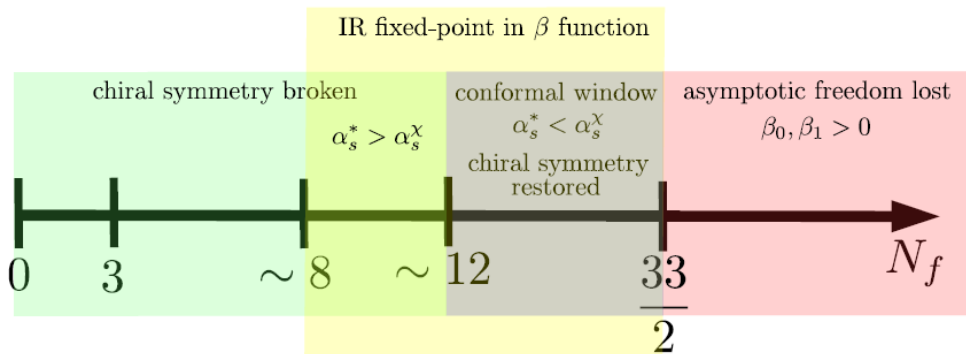
۱-۲-۳ راهروی و چارچوب همدیس

هم‌چنین می‌توانیم مقیاس دیگری تحت عنوان Λ_χ به وسیله‌ی $\alpha_s^\chi = \alpha_s(\Lambda_\chi)$ تعریف کنیم که در آن شکست تقارن خود به خودی مربوط به تقارن دستیده اتفاق می‌افتد. فرض می‌شود که این مقیاس شکست تقارن دستیده زمانی اتفاق می‌افتد که بعد ناهنجار نظریه به یک برسد. ما در ادامه در مورد نقش بعد ناهنجار بحث می‌کنیم. اگر پویش ثابت جفت‌شدگی مربوط به $\alpha_s(\mu)$ از مقدار بحرانی α_s^χ عبور کند، تقارن دستیده به طور خود به خود می‌شکند و کوارک‌های بدون جرم N_f یک جرم دینامیکی تقریباً برابر با Λ_χ به دست می‌آورند.

مقیاس Λ ممکن است به عنوان مقیاسی تعریف شود که به وسیله‌ی پویش مربوط به یک تک حلقه تولید شده باشد که تقریباً هم‌زمان با گذار بین اختلال حد UV و رفتار راهروی IR است. نظریه‌هایی با رژیم راهروی متوسط به طور محض غیر اختلالی هستند زیرا در چارچوب تابع بتای اختلالی، نقطه‌ی معین α_s^* همیشه حاصل می‌شود حتی اگر جفت‌شدگی از مقدار بحرانی عبور کند. اگر مقادیر β_0 و β_1 به گونه‌ای باشند که α_s هیچ‌گاه برابر با α_s^* نباشد و یک نقطه‌ی معین به این مقدار برسد $\alpha_s^* < \alpha_s^\chi$: این رژیمی است که چارچوب همدیس^۱ نامیده می‌شود [۱۳-۱۸]. پویش در چارچوب همدیس با توجه به نام‌گذاری آن دارای چنان شیب سطحی است که به طور مؤثر افزایش انرژی تغییری در ثابت جفت‌شدگی ایجاد نمی‌کند. مهم این است که در خاطر داشته باشیم رفتار رژیم راهروی و چارچوب همدیس صرفاً شرایط فرضی است که مبتنی بر تابع بتای اختلالی با دو حلقه است. البته نمی‌توانیم مطمئن باشیم که همه‌ی این ویژگی‌ها در واقع به طور کامل در یک نظریه مدل $SU(N_c)$ ظاهر شوند.

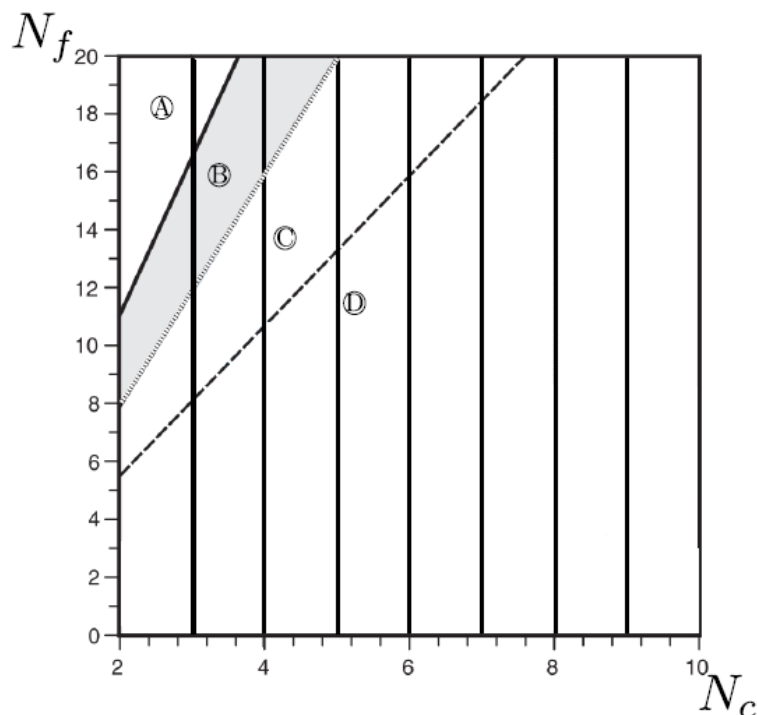
^۱ Conformal window

یک تصویر برای $SU(3)$ با کوارک‌های بنیادی N_f در شکل (۹-۱) نشان داده شده است تا نشان دهیم چگونه می‌توان بین فرضیه‌های مختلف برای این نظریه حرکت کرد.



شکل ۹-۱. نمایش فازهای مختلف نظریه پیمانه‌ای $SU(3)$ با طعم‌های بنیادی N_f

یک نمودار فاز $N_f - N_c$ برای نظریه مشابه در شکل (۱۰-۱) رسم شده است. همان‌طور که می‌بینید ناحیه‌ی A جایی است که آزادی مجانبی وجود ندارد. ناحیه‌ی B چارچوب همدیس است. ناحیه‌ی C جایی است که پدیده‌ی راهروی رخ می‌دهد زیرا تابع بتا یک نقطه‌ی ثابت را نشان می‌دهد اما تقارن دستیده در این جا شکسته می‌شود. ناحیه‌ی D فقط یک نقطه‌ی ثابت بدیهی را در بر دارد.



شکل ۱۰-۱. فضای فاز $N_c - N_f$ برای نمایش بنیادی مربوط به کوارک‌ها [۶۶]

۱-۲-۴ بعد ناهنجار^۱

در نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی عملگرها تعریف می‌شوند که دارای بعد مشخصی هستند. می‌دانیم که با تغییر مقیاس انرژی بعد مربوط به عملگرها تغییر می‌کند و در این بین یک سری بعد ناهنجار در مسئله به وجود می‌آید که تحت عنوان بعد ناهنجار شناخته می‌شود. برای درک مبداء آن باید دید چگونه آن عملگرها توسط مقیاس‌بندی دوباره مختصات $\lambda x^\mu \rightarrow x^\mu, \lambda \in R$ تحت تاثیر قرار می‌گیرند. بیا فرض کنیم عملگر $\mathcal{O}(x)$ دارای بعد جرمی کلاسیکی است. بنابراین تحت چنین مقیاسی داریم:

$$\mathcal{O}(x) \rightarrow \lambda^{-\Delta} \mathcal{O}(\lambda x) \quad (۱-۳۶)$$

در فرایند بازهنجارش نظریه‌های میدان کوانتومی، ما می‌بینیم که عملگرهای لاگرانژی خالص $\mathcal{O}$ به صورت $\mathcal{O} = Z_{\mathcal{O}}(\mu) \mathcal{O}_{renorm}$ بازنویسی می‌شوند که $Z_{\mathcal{O}}(\mu)$ دارای ابعاد ثابت بازهنجارش می‌باشد. با تعریف $Z_{\mathcal{O}}(\mu) = \mu^{-\gamma_{\mathcal{O}}}$ و با وجود عملگر بازهنجار شده $\mathcal{O}_{renorm}$ ، ابعاد مقیاس همان‌طور که برای ابعاد مقیاس کلاسیکی $\mathcal{O}$ بود، تعریف می‌شود. Δ ، عملگر لاگرانژی خالص $\mathcal{O}$ اکنون دارای ابعاد مقیاس کوانتومی $\Delta - \gamma_{\mathcal{O}}$ است. در نتیجه، $\mathcal{O}$ به عنوان بعد ناهنجار شناخته می‌شود. اگر ثابت بازهنجارش یک عملگر نزدیک به صفر باشد، بنابراین تاثیر بعد ناهنجار آن در مسئله قابل اغماض است.

با در نظر گرفتن رابطه‌ی $Z_{\mathcal{O}}(\mu) = \mu^{-\gamma_{\mathcal{O}}}$ و با وجود لگاریتم گرفتن از طرفین داریم:

$$\ln Z_{\mathcal{O}} = \gamma_{\mathcal{O}} \ln \mu \quad (۱-۳۷)$$

در نهایت به رابطه‌ی زیر می‌رسیم که به عنوان بخشی از معادله‌ی Callan-Symanzik تعریف می‌شود:

$$\gamma_{\mathcal{O}} = \frac{\partial}{\partial \ln \mu} \ln Z_{\mathcal{O}}. \quad (۱-۳۸)$$

که رابطه‌ی به‌دست آمده برای بعد ناهنجار است و با استفاده از تصحیح کوانتومی بعد مربوط به عملگر مورد نظر در نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی به‌دست آمده است.

^۱ Anomaly dimension

۳-۱ شکست تقارن دستیده با استفاده از برهم کنش NJL

در این بخش مکانیزم متفاوتی برای چگالش کوارک-پادکوارک و شکست تقارن در نظر می‌گیریم. این مکانیزم یک برهم کنش چهار فرمیونی است. این نوع برهم کنش از NJL می‌آید که خلاصه‌نویسی از نام‌های دو دانشمند Nambu و Jona-Lasinio می‌باشد و به اختصار NJL خوانده می‌شود [۱۹]. در این برهم کنش چگالش فرمیون‌ها منجر به در نظر گرفتن یک جرم موثر بر این اساس می‌شود که شکست تقارن دستیده را در پی دارد. این برهم کنش در حد مقیاس انرژی‌های بالا تعریف می‌شود [۲۰، ۲۱].

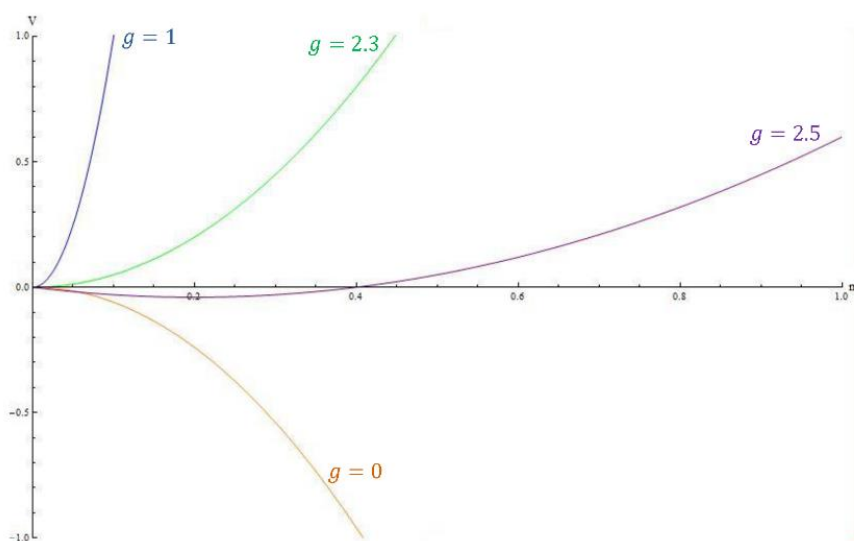
در مقیاس انرژی الکتروضعیف هنوز ثابت جفت‌شدگی مدل رنگارنگ به حد آستانه خود نرسیده است و تقارن دستیدگی شکسته نشده است، حال می‌توانیم یک برهم کنش چهار فرمیونی NJL میان تکنی کوارک‌ها در مقیاس چند TeV معرفی کنیم که باعث شکست تقارن دستیدگی در انرژی پایین شود. مدل رنگارنگ به همراه NJL در مرجع‌های [۲۲، ۲۳] مطالعه شده است. هدف ما در اینجا این است که برهم کنش چهار کوارک رنگی NJL را در مدل هولوگرافی وارد کنیم تا اینکه منجر به دینامیک شکست تقارن دستیده در مسئله شود.

کنش مربوط به مدل NJL به صورت زیر است [۲۱]:

$$L = \frac{1}{g_{YM}} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + i\bar{q}Dq + \frac{g^2}{\Lambda^2} (\bar{q}_L q_R \bar{q}_R q_L) \quad (۳۹-۱)$$

که در آن g_{YM} ثابت جفت‌شدگی نظریه غیر آبلی یانگ-میلز است و g شدت جفت‌شدگی برهم کنش NJL را نشان می‌دهد که در مقیاس انرژی Λ معرفی می‌شود. D نیز مشتق همورد است. ابتدا یک فرمیون آزاد را با یک برهم کنش چهار فرمیونی $\frac{g^2}{\Lambda^2} (\bar{q}_L q_R \bar{q}_R q_L)$ در نظر بگیرید. دو تا سهم برای پتانسیل مؤثر کوارک آزاد داریم و اولی عبارت است از:

$$V_{eff} = - \int_0^\Lambda \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} \log(p^2 + m^2) \quad (۴۰-۱)$$



شکل ۱-۱۱. نمودار پتانسیل بر حسب جرم کوآرک در حضور برهم کنش NJL با شدت g

که سهم تک حلقه پتانسیل کلن-واینبرگ^۱ است [۲۴] که جرم ثابت است و با افزایش آن، پتانسیل کاهش می‌یابد و هیچ قیدی روی آن نیست بنابراین نمی‌توان به دنبال کمینه کردن پتانسیل بود. زمانی که عبارت برهم‌کنشی چهار فرمیونی را اضافه می‌کنیم در واقع به m اجازه می‌دهیم تا دینامیک داشته باشد. وقتی جرم m برابر با $\langle q\bar{q} \rangle < \frac{g^2}{\Lambda^2}$ می‌شود یک عبارت اضافی برای پتانسیل ناشی از برهم-کنش چهار فرمیون به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta V_{eff} = \frac{\Lambda^2 m^2}{g^2} \quad (۴۱-۱)$$

که بایستی آن را به پتانسیل اضافه کرد. این عبارت باعث می‌شود که پتانسیل مقید شده و بتوان آن را کمینه کرد. برای جفت‌شدگی‌های g کوچک جمله مربوطه در (۴۱-۱) بزرگ می‌شود و کمینه پتانسیل در $m = 0$ رخ می‌دهد ولی وقتی g از 2π بزرگتر شود مقدار کمینه پتانسیل به ازای $m \neq 0$ اتفاق می‌افتد و یک گذار فاز داریم که از مرتبه دوم است. نهایتاً برهم‌کنش NJL به عنوان یک عبارت مرزی در حد انرژی بالا و در پارامتر قطع Λ به فیزیک مسئله اضافه می‌شود.

^۱ Coleman–Weinberg

در حد Λ های بزرگ $m \simeq \gamma$. اکنون از نسخه ویتن [۲۵] استفاده می‌کنیم و عبارت (۱-۳۹) را به عنوان جمله مرزی به کنش اضافه می‌کنیم. جمله‌ای که اضافه خواهد شد برابر است با:

$$\Delta S_{UV} = \frac{\Lambda^2 L^2}{g^2} \quad (۴۲-۱)$$

در شکل (۱۱-۱) پتانسیل مؤثر در توصیف هولوگرافی نظریه پیمانه‌ای $N_C = 3$ و $N_f = 2$ رسم شده

است که نشان می‌دهد بدون در نظر گرفتن NJL، پتانسیل کمینه ندارد. منظور پایین‌ترین نمودار در

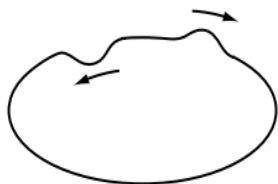
شکل (۱۱-۱) می‌باشد. پتانسیل‌های مؤثر با اضافه کردن عبارت $\frac{\Lambda^2 m^2}{g^2}$ با $g = 2.5, 2.3, 1$ به ترتیب از

پایین به بالا رسم شده‌اند. اضافه کردن عبارت NJL منجر به یک کمینه برای پتانسیل می‌شود.

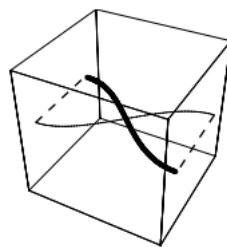
فصل ۲: مقدمه‌ای بر نظریه دوگانی پیمانہ - گرانس

۲-۱ نظریه ریسمان

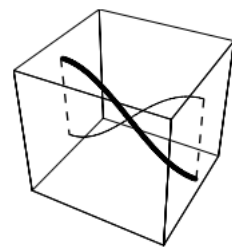
نظریه ریسمان به عنوان نظریه برهم‌کنش‌های قوی متولد شد. البته برهم‌کنش‌های قوی به وسیله‌ی QCD توصیف می‌شوند. مدل استاندارد اتحاد بین نیروهای الکترومغناطیسی - هسته‌ای قوی و ضعیف می‌باشد. در حالی که نظریه ریسمان همه‌ی نیروها را با گرانج متحد می‌کند [۲۶]. دوگانگی AdS/CFT یک نظریه پیمانه‌ای را با نظریه گرانشی مرتبط می‌کند. جزء بنیادی در نظریه ریسمان ریسمان‌های کوچکی هستند که ساده‌ترین نوسانات ریسمان‌ها با نظریه پیمانه‌ای همراه با گرانج معادل است و یک ریسمان شمار زیادی از نوسانات را دارد و معادل با آن نشان دهنده‌ی بی‌نهایت ذره‌ی متفاوت است. دو نوع ریسمان وجود دارد، ریسمان باز که دارای نقاط پایانی در طول خود هستند و دارای مرز است و ریسمان بسته که فاقد مرز و نقاط پایانی است. ریسمان فقط کشش T را به عنوان یک پارامتر دارای بعد به صورت $[T] = \frac{1}{l_s^2}$ شامل می‌شود. طول ریسمان‌ها از مرتبه‌ی $10^{-34}m$ است و آن را با l_s نشان می‌دهیم. درحالی‌که طول قابل مشاهده از نظر ما در حدود $10^{-17}m$ است. بنابراین از دید تجربی ریسمان یک ذره‌ی نقطه‌ای است. بین ریسمان و یک ذره‌ی بنیادی یک تفاوت بزرگ وجود دارد و آن نوسان ریسمان است. ریسمان‌ها می‌توانند در طول خود نوسان کنند [۲۷]. یک ریسمان باز می‌تواند در یک جهت نوسان کند و بنابراین یک درجه آزادی دارد. یک ریسمان بسته در دو جهت نوسان می‌کند و نشان دهنده‌ی اسپین دو است و می‌تواند نماینده گراویتون باشد که یک بوزون پیمانه‌ای با اسپین ۲ می‌باشد و میدان‌های پیمانه‌ای که دارای اسپین ۱ می‌باشند را با استفاده از ریسمان باز توصیف می‌کنند. در شکل (۱-۲) انواع ریسمان و مدهای نوسانی آن نشان داده شده است.



ریسمان بسته دارای دو حد نوسانی مستقل از یکدیگر است.



نوسانات ریسمان باز، به راحتی می‌توان ۲ حد را به یکدیگر تبدیل کرد بنابراین ۱ حد فقط وجود دارد.



شکل ۱-۲. نوسانات ریسمان‌های باز و بسته

ریسمان باز در حالت کلی به صورت آزاد وجود ندارد. بنابراین حتما باید شامه‌ای وجود داشته باشد که ریسمان باز روی آن قرار بگیرد. از طرفی هر مسئله مرزی باید در شرایط مرزی نیومن (در صورتی که دو سر ریسمان باز باشد و پایستگی تکانه عرضی نداشته باشیم) و دیریکله (در صورتی که دو سر ریسمان بسته باشد و پایستگی تکانه عرضی نداشته باشیم) صدق کند. به دلیل اینکه ریسمان باز در شرط مرزی دیریکله صدق کند شامه را تعریف می‌کنیم که ریسمان‌ها در آن‌ها خاتمه یابند و تقارن لورنتسی هم‌چنان برقرار باشد [۲۸]. یک ریسمان باز می‌تواند در هر انتهایش به یک شامه منتهی شود، ولی می‌توان حالت‌هایی را بررسی کرد که شامه‌ها با یکدیگر تلاقی داشته باشند. شامه‌های D یک نظریه پیمانه‌ای $U(N_C)$ را نشان می‌دهد. اما بخش $U(1)$ حرکت مرکز جرم شامه را توصیف می‌کند و از بخش $SU(N_C)$ مجزا است. ساده‌ترین حالت بررسی ریسمان‌ها، ریسمان‌های یک‌بعدی هستند. اما علاوه بر ریسمان‌های یک بعدی می‌توان ذراتی با ابعاد بیشتر از یک را نیز در نظر گرفت. مثلا موجودات ۲ بعدی یا ۳ بعدی یا غیره به صورتی که:

$P=0$ ذرات نقطه‌گونه

$P=1$ ریسمان‌گونه

$P=2$ لایه^۱ گونه

نکته‌ی مهم این است که یک D_p - لایه یک نظریه پیمانه‌ای $p+1$ بعدی را توصیف می‌کند در نتیجه برای توصیف یک نظریه میدان ۴ بعدی به یک D_3 - لایه نیاز داریم.

۲-۲ برهم‌کنش ریسمان‌ها

یک ذره با حرکت یک جهان خط را در فضا-زمان طی می‌کند. به صورت مشابه یک ریسمان یک سطح دو بعدی را جاروب می‌کند که به آن جهان-صفحه می‌گویند. برای بیان قدرت یا شدت یک برهم‌کنش، یک ثابت جفت‌شدگی ریسمان g_s را برای جذب یا گسیل یک ریسمان بسته به برهم-

¹ Membrane

کنش نسبت می‌دهیم [۲۹]. برهم‌کنش‌های ریسمان به‌وسیله‌ی توپولوژی‌های جهان صفحه طبقه‌بندی شده است. اگر تعداد حلقه‌ها را به صورت h نمایش دهیم، در آن صورت ثابت جفت‌شدگی را به صورت g_s^{2h} خواهیم داشت. بنابراین در حالت کلی می‌توان گفت اگر به تعداد حلقه‌ها در توپولوژی عدد h را نسبت دهیم، در نتیجه یک نمودار h -حلقه‌ای ثابت جفت‌شدگی g_s^{2h} را خواهد داشت. همچنین یک ریسمان باز تک حلقه‌ای با گسیل یا جذب یک ریسمان بسته معادل است و بنابراین ثابت جفت‌شدگی g_s^2 است.

۲-۳ معرفی اصل هولوگرافی^۱

QCD اختلالی یک توان حدی است و فقط در انرژی‌های بالا کاربرد دارد. از طرفی حل QCD غیر اختلالی بسیار دشوار است. یک روش تقریبی نظریه پیمانه‌ای N_C -بزرگ^۲ نامیده می‌شود که به‌وسیله‌ی توفت^۳ پیشنهاد شد و این روش بدون شک با نظریه ریسمان ارتباط دارد. در QCD، تعداد رنگ سه است ولی در نظریه پیمانه‌ای N_C -بزرگ تعداد بزرگی از رنگ‌ها را داریم. به عنوان مثال در نظریه پیمانه‌ای $U(N_C)$ ، میدان پیمانه‌ای به صورت یک ماتریس $N_C \times N_C$ ، $(A_\mu)_i^j$ نوشته می‌شود. نظریه پیمانه‌ای دو پارامتر دارد:

۱- ثابت جفت‌شدگی نظریه پیمانه‌ای g_{YM}

۲- تعداد رنگ N_C

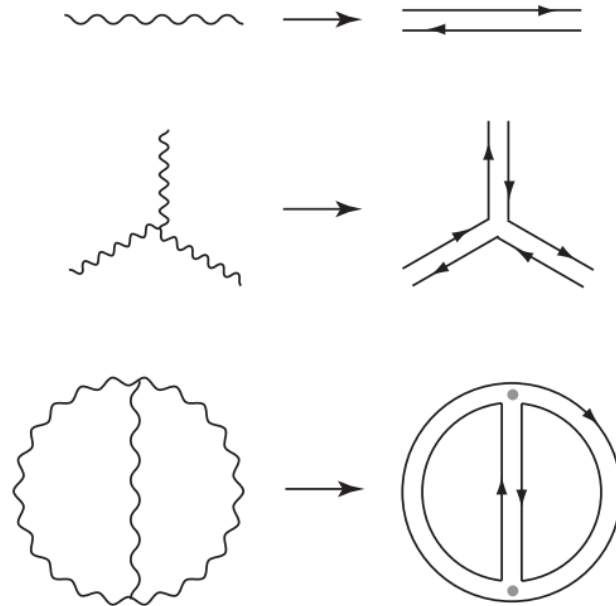
به جای استفاده از N_C و g_{YM} از جفت‌شدگی هوفت استفاده می‌کنیم به صورتی که $\lambda = g_{YM}^2 N_C$. بنابراین اگر λ یک کمیت ثابت و بزرگ باشد و $g_{YM} \rightarrow 0$ ، در آن صورت $N_C \rightarrow \infty$. جفت‌شدگی مؤثر توسط λ داده می‌شود، بنابراین $\lambda \gg 1$ یک حد جفت‌شدگی قوی است [۳۰]. در نمودار فاینمن، انتشارگر نظریه پیمانه‌ای به وسیله‌ی یک خط نشان داده می‌شود. اما در بحث رنگ‌ها از دو خط با جهت‌های مخالف استفاده می‌شود و نمودار به گونه‌ای رسم می‌شود که جهت مخالف در هر دو خط

¹ Holographic principle

² Large- N_C

³ t'Hooft

حفظ می‌شود. میدان پیمانه‌ای مانند یک جفت کوارک-پادکوارک رفتار می‌کند. بنابراین می‌توان این دو خط را به عنوان این جفت تعبیر کرد. در واقع یک خط نشان‌دهنده‌ی ردیف ماتریس $(A_\mu)^j_i$ است و خط دیگر نشان‌دهنده‌ی ستون است [۳۱].



شکل ۲-۲ خطوط موج‌دار انتشارگر میدان پیمانه‌ای و راس‌های برهم‌کنشی مربوط به ریسمان باز میدان‌های پیمانه‌ای مانند زوج‌های کوارک - پادکوارک رفتار می‌کنند. در واقع یکی از خطوط سطریهای ماتریس $(A_M)^i_j$ را نشان می‌دهد و خط دیگر نمایش دهنده‌ی ستون‌های آن است. یا به صورت مشابه در نظریه ریسمان یک زوج خط انتشارگر ریسمان بسته را نمایش می‌دهند. لاگرانژی یک میدان پیمانه‌ای به صورت زیر است:

$$f = \frac{1}{g^2_{YM}} \{ \partial A \partial A + A^2 \partial A + A^4 \} = \frac{N_C}{\lambda} \{ \dots \} \quad (۱-۲)$$

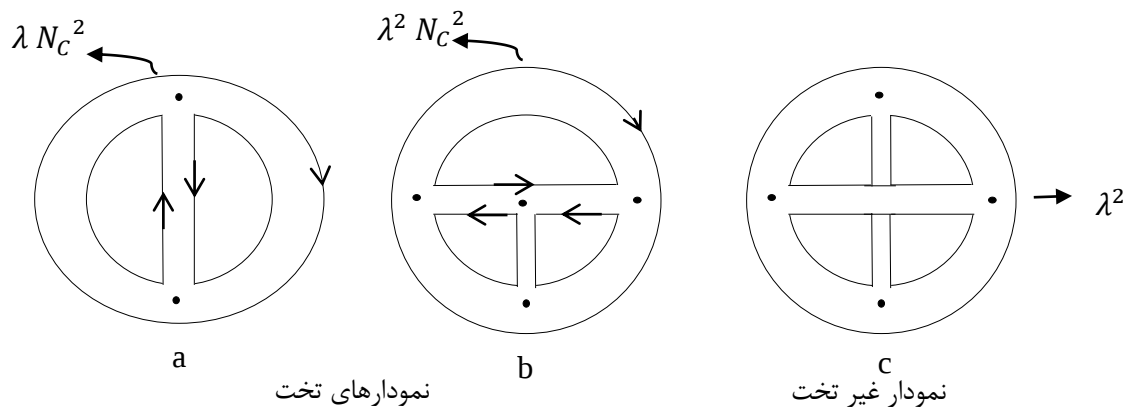
برای محاسبه‌ی دامنه، قوانین فاینمن را از لاگرانژی بدست می‌آوریم به این صورت که:

- برای هر انتشارگر $\frac{\lambda}{N_C}$ در نظر گرفته می‌شود.
- برای هر راس برهم‌کنشی $\frac{N_C}{\lambda}$
- برای هر حلقه (به خاطر جمع روی همه‌ی رنگ‌ها) N_C

بنابراین تعداد راس‌ها را با V تعداد انتشارگرها را E و تعداد حلقه‌ها را با F نمایش می‌دهیم. بنابراین با استفاده از قوانین فاینمن داریم:

$$\left(\frac{N_C}{\lambda}\right)^A \left(\frac{\lambda}{N_C}\right)^E N_C^F \quad (2-2)$$

به عنوان مثال نمودارهای زیر را در نظر بگیرید:

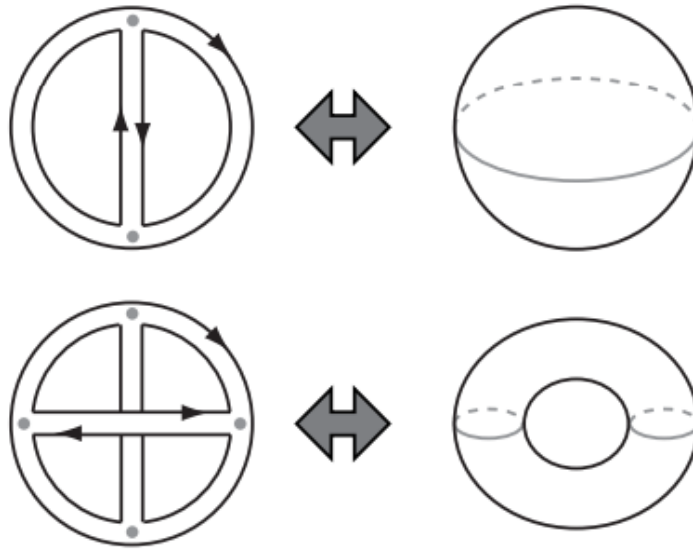


شکل ۲-۳. مثال‌هایی از نمودار تخت و غیر تخت

به طور کلی برای همه‌ی نمودارهای تخت و غیر تخت داریم:

$$f_0(\lambda)N_C^2 + f_1(\lambda)N_C^0 + f_2(\lambda)\frac{1}{N_C^2} + \dots \quad (3-2)$$

در حد N_C های بزرگ فقط عبارت اول بسط باقی می‌ماند که همان نمودار فاینمن تخت است. نمودارهای تخت را می‌توان بر روی یک سطح مثل کره تصویر کرد ولی نمودارهای غیر تخت را باید روی سطح یک چنبره یا دونات تصویر کرد و در حد N_C های بزرگ که همان حد کلاسیک است فقط توپولوژی کره باقی خواهد ماند که در شکل (۲-۴) نشان داده شده است.



شکل ۲-۴. نمودارهای فاینمن و توپولوژی مربوط به آنها

جمع تمام نمودارهای خلا یک تابع پارش است و بنابراین با استفاده از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\ln Z_{gauge} = \sum_{h=0}^{\infty} N_C^{\chi} f_h(\lambda) \quad (۲-۴)$$

χ عدد اوپلری است که برابر است با $\chi = 2 - 2h$ و h تعداد دسته‌ها در توپولوژی است. از طرفی بسط اختلالی نظریه ریسمان نیز به وسیله‌ی جمع روی توپولوژی‌های دو بعدی داده می‌شود. این تطابق باعث می‌شود حدس زد که دو نظریه‌ی پیمانه‌ای و نظریه ریسمان معادل یکدیگر هستند.

$$\Rightarrow Z_{gauge} = Z_{string}$$

تمام نمودارهای تخت بر روی یک سطح کروی نگاشت داده می‌شوند ولی نمودارهای غیر تخت بسته به این‌که در یک حلقه یا دو حلقه باشند، توپولوژی‌های متفاوتی دارند برای مثال تک حلقه‌ای با چنبره معادل است.

اصل هولوگرافی اولین نتیجه برای AdS/CFT است و نشان می‌دهد می‌توان اطلاعات حجم را به سطح منتقل کرد. نظریه تطابق میدان‌های همدیس که با نام‌های دوگانی مالدسنا یا دوگانی پیمانه – گرانش^۲ شناخته می‌شود، در واقع یک هم ارزی میان نظریه ریسمان با در نظر گرفتن گرانش در یک

^۱ Genus

^۲ AdS/CFT Correspondence

فضا - زمان M و یک نظریه میدان کوانتومی بدون حضور گرانش در مرز همدیس ∂M است که بعد آن (∂M) است بنابراین یک واحد کمتر است.

در ابتدا این دوگانی مالدسنا یا دوگانی پیمانه-گرانش برای نظریه ابر یانگ میلز^۱ $N=4$ پیشنهاد شد اما در ده سال گذشته به طور گسترده‌ای به نظریه‌های دیگر گسترش یافته است. از میان نظریه‌هایی که برای آن‌ها دوگانی گرانشی برقرار است، چندین نمونه از نظریه‌های پیمانه‌ای جفت‌شدگی قوی با میدان‌های کوارک بنیادی وجود دارند که به وسیله‌ی چگالش کوارک، تقارن‌های دستیده را می‌شکنند و به عنوان QCD^2 شناخته می‌شوند.

۴-۲ تقریب گرانش کلاسیک نظریه ریسمان‌ها

کنش ابرگرانشی از قوانین کلی تعیین می‌شود. به عنوان مثال می‌توان نشان داد که گرانش در نظریه ریسمان به صورت کلی و عمومی تعریف می‌شود و بخش کنش گرانش به صورت زیر در ۱۰ بعد به صورت زیر است (۱۰ بعد به خاطر این که نظریه ریسمان فقط در ۱۰ بعد کوانتس‌پذیر است):

$$S = \frac{1}{16\pi G_{10}} \int d^{10}x \sqrt{-g} R \quad (5-2)$$

در نظریه ریسمان ثابت جفت‌شدگی نظریه، ثابت جفت‌شدگی g_s می‌باشد. همچنین در نظریه ابر گرانش ثابت جفت‌شدگی G_{10} و در نظریه پیمانه‌ای ثابت جفت‌شدگی g_{YM} است. برای بیان روابط بین ثابت‌های جفت‌شدگی ریسمان‌ها با ابر گرانش و ریسمان‌ها با نظریه پیمانه‌ای، متریک را به صورت $g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} + h^{\mu\nu}$ در نظر می‌گیریم. کنش ابرگرانش به صورت زیر در می‌آید:

$$S = \frac{1}{16\pi G_{10}} \int d^{10}x \{ \partial h \partial h + h \partial h \partial h + h^2 \partial h \partial h + \dots \} \quad (6-2)$$

به طور مشابه کنش قسمت میدان‌های پیمانه‌ای به صورت زیر است:

$$S = \frac{1}{g_{YM}} \int d^{P+1}x \{ \partial A \partial A + A^2 \partial A + A^4 \} \quad (7-2)$$

از روابط فوق می‌توان نتیجه گرفت $\frac{1}{g_{YM}} \propto g_s \propto G_{10}^{\frac{1}{2}}$ و از آنالیز ابعادی به راحتی می‌توان نشان داد:

¹ Super Yang Mills

² Quantum chromodynamics

$$G_{10} = g_S^2 L_S^8 \quad g_{YM} \cong g_S L_S^{P-3} \quad (۸-۲)$$

اگر نتوان از l_S ها صرف نظر کرد، کنش گرانش به شکل زیر خواهد بود:

$$S = \frac{1}{16\pi G_{10}} \int d^{10}x \sqrt{-g} \{R + L_S^2 R^2 + \dots\} \quad (۹-۲)$$

این جمله تصحیحی زمانی قابل صرف نظر کردن است که طول ریسمان در مقایسه با خمیدگی فضا - زمان قابل چشم پوشی باشد یا $L_S^2 R \ll 1$ باشد. همان طور که از روابط (۵-۲) و (۹-۲) پیدا است برای l_S هایی که طول آن ها نسبت به خمیدگی فضا - زمان بسیار کوچکتر هستند این دو رابطه تقریباً هم ارز هستند [۳۲].

می توان نشان داد که کنش ابرگرانشی به صورت زیر است:

$$S = \frac{1}{16\pi G_{10}} \int d^{10}x \sqrt{-g} e^{-2\phi} (R + 4(\nabla\phi)^2) + \dots \quad (۱۰-۲)$$

که ϕ یک میدان اسکالر است که به آن دیلاتون می گویند. دقت کنید که ثابت جفت شدگی ابرگرانش و یا ریسمان به مقدار میدان اسکالر ϕ وابسته است.

۵-۲ توابع پارش

به طور کلی کره معادل گرانش کلاسیک و چنبره معادل با مرتبه ی اول اختلال تک حلقه است. لذا در حد N_C های بزرگ نظریه پیمانه ای با نظریه ریسمان قابل توصیف است. تابع پارش نظریه ی پیمانه ای به صورت زیر است:

$$\ln Z_{gauge} = \sum_{h=0}^{\infty} N_C^h f_h(\lambda) \quad (۱۱-۲)$$

و تابع پارش ریسمان از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$\ln Z_{string} = \sum_{h=0}^{\infty} \left(\frac{1}{g_S}\right)^h \tilde{f}_h(l_S) \quad (۱۲-۲)$$

از طرفی چون دو رابطه (۱۱-۲) و (۱۲-۲) ساختار مشابهی دارند، در نتیجه داریم:

$$Z_{gauge} = Z_{string}$$

و بنابراین عبارت‌های زیر با استفاده از این هم‌ارزی به صورت زیر با یکدیگر مرتبط می‌شوند:

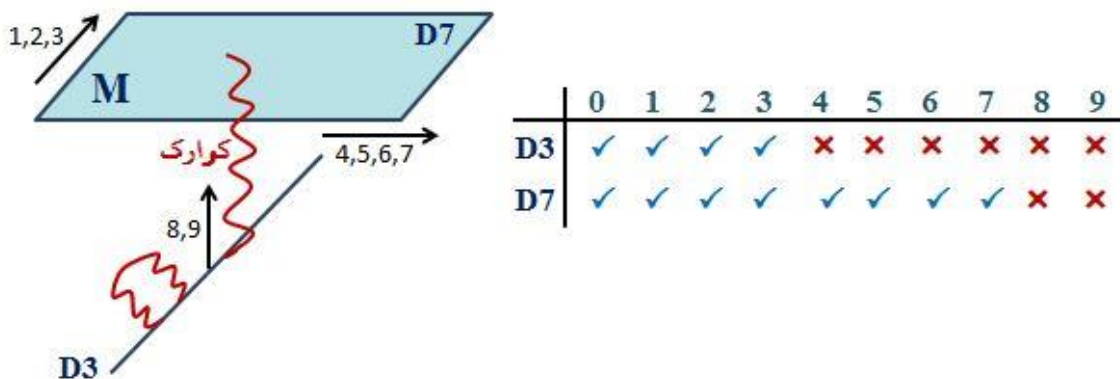
$$N_C^2 \propto \frac{1}{g_s^2} \propto \frac{1}{G} \quad \lambda \leftrightarrow l_s \quad (۱۳-۲)$$

۲-۶ مدل D_3/D_7 در نظریه ریسمان

اکنون به یک مدل پدیده‌شناختی برمی‌گردیم که در آن یک شامه‌ی D_7 را در یک هندسه AdS با یک دیلاتون قرار می‌دهیم. در واقع از تقریبی استفاده کردیم که ثابت جفت‌شدگی به آرامی تغییر کند و توافقی بین توصیف دوگان گرانشی و انتظارات معمولی که برای وابستگی جفت‌شدگی شکست تقارنی دستیده وجود دارد، پیدا کنیم. مدل مورد نظر به اندازه‌ای ساده است که می‌توانیم بفهمیم چگونه پویای جفت‌شدگی پیمانه‌ای، پتانسیل را برای مد هیگز مؤثر تحت تأثیر قرار می‌دهد.

همان‌طور که گفته شد، شامه‌های D موجودات ریسمان‌گونه با ابعاد بالاتر هستند و مربوط به ریسمان‌های باز هستند با فرض اینکه شرایط مرزی دیریلکه در نقطه‌ای پایان آنها برقرار باشد. معرفی لایه D_7 به عنوان لایه D طعم دهنده این امکان را فراهم می‌کند تا میدان‌های کوارک ابر تقارنی در بالای مدل لایه D_3 قرار گیرند. این امر موجب می‌شود تا بتوان انرژی کوارک از دست‌رفته را در پلاسمای کوارک گلوئون محاسبه کنیم. نظریه پیمانه‌ای $N = 4$ فقط وابسته به میدان‌های ماده است - ساختار اصلی به این صورت است که نظریه پیمانه‌ای با استفاده از مدهای ریسمان باز تعریف می‌شود. با فرض این که هر دو انتهای آن به یک شامه‌ی D_3 منتهی شود. برای تولید کوارک‌های بنیادی باید یک سر ریسمان به D_3 و سر دیگر آن به D_7 متصل باشد. حداقل طول ریسمان D_3-D_7 جرم کوارک را نشان می‌دهد^۱ شکل (۲-۵). این مدل هولوگرافی به‌طور کامل در مرجع [۳۳] مطالعه شده است.

^۱ $Length \times tension$



شکل ۲-۵. معرفی کوارک‌ها به وسیله‌ی تناظر AdS/CFT در مدل $D3/D7$

اگر شامه‌ی $D7$ در راستای محور p باشد، کوارک‌ها بدون جرم می‌شوند و یک تقارن $SO(2)$ در صفحه- $y_5 - y_6$ خواهیم داشت. اگر شامه $D7$ در جهت p نباشد یک کوارک جرم‌دار خواهیم داشت و تقارن $SO(2)$ شکسته می‌شود. این امر نشان می‌دهد که تقارن $SO(2)$ یک تحقق هندسی تقارن محوری $U(1)$ نظریه پیمانه‌ای است. (در مورد ابرتقارن، این تقارن بخشی از یک تقارن $U(1)_R$ است). توجه کنید که در N_C های بزرگ ما از ناهنجاری‌ها صرف نظر می‌کنیم. با استفاده از این روش‌ها ما می‌توانیم کوارک‌ها را در هندسه‌ی ناقص دیلاتون وارد کنیم. در تقریبی کار خواهیم کرد که شامه‌ی $D7$ به عنوان یک بار آزمون^۱ وارد می‌شود، بنابراین هیچ تأثیری بر روی هندسه ندارد. این در واقع حدی است که تعداد طعم‌ها $N_f \ll N_s$ است. در ادامه ویژگی‌های مدل $D3D7$ را بیان می‌کنیم که بر حسب نوع مسئله می‌توان از این مدل استفاده کرد :

می‌توان بخش شکست تقارن دستیده را در مدل $D3/D7$ مطالعه کرد. موقعیت شامه‌ی $D7$ تقارن را در نظریه‌ی یانگ‌میلز^۲ روی لایه $D3$ نشان می‌دهد. بنابراین اگر موقعیت لایه $D7$ متقارن باشد، ما این تقارن را در نظریه یانگ‌میلز داریم. با این وجود اگر این تقارن وجود نداشته باشد، شکست تقارن متناظر در نظریه یانگ‌میلز به وجود می‌آید.

¹ Probe

² Yang Mills

۷-۲ غوطه‌وری شامه‌ی D_7 در پس‌زمینه AdS

توصیف نظریه پیمانه‌ای با یک دوگان هولوگرافی توسط هندسه چارچوب انیشتن به صورت متریک زیر است:

$$ds^2 = G_{MN} dX^M dX^N = \frac{1}{g_{uv}} \left[\frac{r^2}{R^2} dx_4^2 + \frac{R^2}{r^2} (d\rho^2 + \rho^2 d\Omega_3^2 + d\omega_5^2 + d\omega_6^2) \right] \quad (۱۴-۲)$$

در رابطه‌ی بالا:

(۱) Ω_3 و ρ روی جهان صفحه‌ی شامه‌ی D_7 قرار دارند درحالی که ω_5 و ω_6 در دوجبهت متقاطع با D_7 قرار دارند .

(۲) مختصه‌ی شعاعی $r^2 = \rho^2 + \omega_5^2 + \omega_6^2$ معادل با مقیاس انرژی نظریه پیمانه‌ای است.

(۳) شعاع انحنای به صورت $R^4 = 4\pi g_{uv}^2 N_c \alpha'^2$ تعریف می شود (N_c = تعداد رنگ‌ها).

(۴) حد $r \rightarrow 0$ نشان دهنده‌ی پویش جفت‌شدگی نظریه پیمانه‌ای است .

(۵) حد $r \rightarrow \infty$ این نظریه با نظریه ابر یانگ میلز $N = 4$ دوگان است .

۸-۲ محاسبه‌ی کنش DBI مربوط به شامه‌ی D_7

فضا - زمانی که بر شامه ی D_7 دلالت داشته باشد توسط کنش DBI داده می شود که در دیلاتون

ثابت (در جفت شدگی ریسمان مشخص) به صورت زیر داده می‌شود [۳۳]:

$$S_{D7} = \frac{-1}{(2\pi)^7 \alpha'^4} \int d^8 \xi e^{\phi} \sqrt{-\det (p[G]_{ab} + 2\pi \alpha' F_{ab})} \quad (۱۵-۲)$$

که تانسور شدت میدان^۱ در اینجا برابر صفر است زیرا روی شامه‌ها میدان روشن نکردیم ولی در ادامه وقتی میدان را روشن می کنیم این جمله وجود دارد. $p[G]_{ab}$ تانسور عقب کشنده^۲ ی متریک است و

^۱ Field Strength tensor

^۲ Pull back

به صورت $P[G]_{ab} = \partial_{\xi a} X^M \partial_{\xi b} X^N G_{MN}$ تعریف می شود که $a, b = 0 - 7$ و $M, N = 9 - 16$

9-0 و می‌توانیم آن را به صورت زیر به دست آوریم:

$dw_5^2 + dw_6^2 \rightarrow dl^2 + l^2 d\phi^2 \Rightarrow r^2 = \rho^2 + l^2 \Rightarrow$ هر دو یک صفحه را جابجایی می کنند

$$P[G]_{ab} = \begin{bmatrix} -r^2 & & & & & & & \\ & r^2 & & & & & & \\ & & r^2 & & & & & \\ & & & r^2 & & & & \\ & & & & \frac{1}{r^2}(1 + (\partial_\rho l)^2) & & & \\ & & & & & \frac{\rho^2}{r^2} & & \\ & & & & & & \frac{\rho^2}{r^2} & \\ & 0 & & & & & & \frac{\rho^2}{r^2} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \det p[G]_{ab} = \frac{-r^8 \rho^6}{r^2 \times r^6} (1 + (\partial_\rho l)^2) = -\rho^6 (1 + (\partial_\rho l)^2) \quad (16-2)$$

$$\Rightarrow s_{D7}\alpha \int d^4x d\rho \rho^3 \sqrt{\left(1 + (\partial_\rho l)^2\right)} \quad \& \quad l \rightarrow l(\rho)$$

اگر ضرایب را نیز در نظر بگیریم به دست می آوریم

$$s_{D7} = -\tilde{T}_7 \int d^4x d\rho \rho^3 \beta \sqrt{(1 + (\partial_\rho l)^2)} \quad (17-2)$$

۲-۸-۱ به دست آوردن معادله‌ی حرکت

برای بدست آوردن معادله ی حرکت باید از معادله ی اوپلر - لاگرانژ استفاده کرد و از طرفی می دانیم

که $B \propto \frac{1}{r^2}$ بنابراین داریم :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l} - \partial_\rho \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\rho l)} \right) = 0 \quad \& \quad \mathcal{L} = \rho^3 \beta \sqrt{(1 + (\partial_\rho l)^2)} = \rho^3 \beta \left((1 + (\partial_\rho l)^2) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (18-2)$$

$$\rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l} = \rho^3 \sqrt{(1 + (\partial_\rho l)^2)} \quad \frac{\partial \beta}{\partial l} = \rho^3 \sqrt{(1 + (\partial_\rho l)^2)} \quad \frac{\partial \beta}{\partial r^2} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial l} \rightarrow r^2 = \rho^2 + l^2$$

$$\rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l} = 2l\rho^3 \sqrt{(1 + (\partial_\rho l)^2)} \quad \frac{\partial \beta}{\partial r^2}$$

$$(\rho^3 \beta \frac{1}{2} \frac{2\partial_\rho l}{\sqrt{(1 + (\partial_\rho l)^2)}}) = \partial_\rho \left[\frac{\rho^3 \beta \partial_\rho l}{\sqrt{(1 + (\partial_\rho l)^2)}} \right] \text{ از طرفی } \rightarrow \partial_\rho \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\rho l)} \right) = \partial_\rho$$

$$\text{معادله حرکت} \rightarrow \partial_\rho \left[\frac{\rho^3 \beta \partial_\rho l}{\sqrt{(1 + (\partial_\rho l)^2)}} \right] - 2l\rho^3 \sqrt{(1 + (\partial_\rho l)^2)} \frac{\partial \beta}{\partial r^2} = 0 \quad (19-2)$$

$$\rho \rightarrow \infty \ \& \ \partial_\rho l \rightarrow 0 \text{ در حد } \Rightarrow \partial_\rho (\rho^3 \beta \partial_\rho l) - 2l\rho^3 \frac{\partial \beta}{\partial r^2} = 0 \quad (20-2)$$

معادله حرکت به شکل بالا معادله ی محاطی نامیده می شود و به عنوان تقریب UV شناخته می شود و متناظر با نظریه N=4 SYM است .

۲-۱-۸-۱ معرفی جرم کوارک و چگالش کوارک پادکوارک

حل معادله ی محاطی با استفاده از توابع بسل امکان پذیر است و جواب کلی به صورت زیر به دست می آید :

$$l(\rho) = \frac{2c_2 I_1(\frac{1}{\rho})}{\rho} + \frac{c_1 I_2(\frac{1}{\rho})}{2\sqrt{\pi}\rho} \quad I_2, I_1 \text{ توابع بسل نوع اول و دوم هستند}$$

$$\rho \rightarrow \infty \text{ اگر } \rightarrow l(\rho) = C_1 + \frac{c_2}{\rho^2} - C_3 \frac{\ln \rho}{\rho^2} + (...) \rightarrow l = m + \frac{c}{\rho^2} \quad (21-2)$$

که می توان m را جرم کوارک در نظر گرفت و c را متناسب با چگالش کوارک در نظر می گیریم.

۲-۱-۸-۲ تحلیل جواب های معادله ی حرکت

با توجه به معادله محاطی (۷-۳)، زمانی که g_{YM}^2 مستقل از r باشد رابطه ی زیر برقرار است:

$$g_{YM}^2(r^2) = g_{uv}^2 \beta(r^2) \quad (2-22)$$

بنابراین B نیز مستقل از r خواهد بود و جواب معادله ی محاطی به صورت $L = m$ خواهد بود که محاطشدگی تخت نظریه $N = 2$ است. به صورت مشابه اگر $\frac{\partial \beta(r^2)}{\partial r^2}$ یک مقدار قابل توجه باشد، برای یک محاطشدگی تخت این جمله حذف نمی شود. دقت کنید که همیشه یک جواب $L = 0$ وجود دارد که معادل با یک کوارک بدون جرم با چگالش صفر ($C = 0$) است .

فصل ۳: کاربرد مدل D_3/D_7 در مطالعه ی مدل های

فرا ترازمی استاندارد ذات بنیادی

مقدمه

همان‌طور که در فصل یک گفته شد، مدل استاندارد ذرات بنیادی به توصیف جزئیات برهم‌کنش میان ذرات بنیادی می‌پردازد و با دقت بسیار خوبی با داده‌های آزمایشگاهی نیز هم‌خوانی دارد. در این مدل، ذره‌ی هیگز یک بوزون اسکالر است که جرم آن تقریباً 125 GeV می‌باشد و باعث جرم‌دار شدن ذرات بنیادی دیگر می‌گردد. اما هنوز نمی‌دانیم که این ذره بنیادی است یا خیر. از طرفی تاکنون ابربرخورد دهنده‌ی LHC^1 نتوانسته است تا انرژی 1 TeV فیزیک تازه‌ای پیدا کند. اگر بخواهیم مدلی فراتر از مدل استاندارد معرفی کنیم، این مدل بایستی بتواند ذره‌ی سبک نرده‌ای تولید کند که نقش هیگز را داشته باشد. البته این کار اصلاً آسان نیست و بایستی مدل هم‌خوانی مناسبی با فیزیک قابل انتظار در انرژی‌های پایین تولید کند.

در این فصل با استفاده از هولوگرافی که کاربردهایی از آن را می‌توان در مرجع‌های فارسی [۲۰۱] یافت، به مطالعه فیزیک فراتر از مدل استاندارد ذرات بنیادی می‌پردازیم. هدف بررسی چگونگی شکست تقارن الکتروضعیف است. یکی از مدل‌هایی که این مسأله را پاسخ می‌دهد مدل رنگارنگ می-باشد [۲۶-۲۸]. علت نامگذاری آن‌ها به خاطر برهم‌کنش‌های شبه QCD است و اینکه مسئله‌ی سلسله مراتبی در این مدل حل می‌شود. در این مدل جرم دار شدن بوزونهای W و Z توضیح فیزیکی دارند و یک تقارن پیمانه‌ای بزرگتر مسئول این کار است؛ دیگر نیازی به یک ذره اسپین صفر بنیادی نیست و مکانیسم جرم‌دار شدن متفاوت است. هرچند با کشف هیگز این مدل‌ها کنار رفته اند ولی با فرض اینکه هیگز بنیادی نیست و یک ذره مرکب است می‌توان دوباره به این نظریه‌ها برگشت و آن-ها را با دقت بیشتری مطالعه کرد. به همین دلیل تعمیم‌هایی به این نظریه وارد می‌شوند که به عنوان مثال می‌توان نظریه رنگارنگ وسعت یافته^۲ یا نظریه رنگارنگ راهروی^۱ را نام برد که در انرژی پایین

¹ Large Hadron Collider

² Extended

یک نقطه ثابت مادون قرمز^۲ (IR) دارد که تقریباً همدیس است. نظریه رنگارنگ راهروی در انرژی های فرابنفش^۳ (UV) آزادی مجانبی دارد ولی تابع بتا دو حلقه ای مربوط به آن رفتار مورد نظر را برای ثابت جفت‌شدگی^۴ نظریه رنگارنگ به وجود می‌آورد و به صورتی که در فصل یک بیان شد، در مقیاس‌های مورد نظر این نظریه، مقدار ثابت جفت‌شدگی به کندی تغییر می‌کند که باعث می‌شود نام راهروی به آن داده شود [۲۹].

این مدل‌ها شکست تقارن الکتروضعیف^۵ را در مرتبه‌ی پلانک توصیف می‌کنند و یک نظریه با ثابت جفت‌شدگی قوی را در مقیاس انرژی TeV ارائه می‌دهند. از طرفی در این مدل‌های رنگارنگ، تولید میدان هیگز دلیل فیزیکی دارد و به یک‌باره تعریف نمی‌شود و به جای آن از یک سری برهم‌کنش‌های قوی شبه QCD استفاده می‌شود. به همین دلیل است که هیچ تاثیری بر روی جرم ذرات مدل استاندارد نخواهد داشت و به این ترتیب مسئله سلسله مراتبی^۶ حل می‌شود، چرا که هیگز دیگر بنیادی نخواهد بود و به عنوان یک ذره مرکب تلقی می‌شود.

در بررسی و شناخت این مدل‌ها چگالش جفت کوارک-پادکوارک است که باعث شکست تقارن دستیده می‌شود، آن را با عملگر $q\bar{q}$ نشان می‌دهیم که با جفت تکنی‌کوارک-تکنی‌پادکوارک مترادف است که تحت گروه $SU(N_{TC})$ تبدیل می‌شوند ولی از این پس در پایان‌نامه آن را تحت عنوان کوارک-پادکوارک بیان می‌کنیم. با تغییر مقیاس انرژی بعد مربوط به این عملگر ناهنجاری پیدا می‌کند که آن را بعد ناهنجار می‌نامیم و با γ نمایش می‌دهیم. این کمیت را می‌توان با استفاده از روش‌های شبکه^۷ در QCD مطالعه کرد ولی فقط در انرژی‌های بالا به خاطر آزادی مجانبی^۸، QCD اختلالی است و محاسبات را می‌توان با استفاده از روش شبکه یا توسط شبیه سازی مونت-کارلو^۹

¹ Walking Technicolor

² Infrared

³ Ultraviolet

⁴ Coupling Constant

⁵ Electroweak

⁶ Hierarchy

⁷ Lattice

⁸ Asymptotic Freedom

⁹ Monte-Carlo

انجام داد [۳۰]. خواننده مروری بر محاسبات روش شبکه برای مطالعه مدل‌های فراتر از مدل استاندارد ذرات بنیادی را در مرجع [۳۱] می‌یابد.

برای محاسبات غیر اختلالی بایستی به سراغ روش‌های دیگری مانند هولوگرافی رفت که بتواند این محاسبه را انجام دهد. در ابتدا این روش شامل درجه آزادی کوارک‌ها نمی‌شد ولی با معرفی آن‌ها به فیزیک مدل استاندارد ذرات بنیادی نزدیک‌تر می‌شویم و اگر به حدی برویم که در نمودارهای فاینمن مرتبه حلقه‌های کوارکی قابل صرف‌نظر باشند، طیف جرمی سیستم فقط با بعد ناهنجار داده می‌شود. این نکته بسیار مهمی است که با کمک آن محاسبه تابع بتا و پدیده راهروی در [۳۲] انجام شده است. همچنین گذار فازها در [۳۴] آمده است و شکست تقارن دستیده نیز در [۳۵] مطالعه شده است. مطالعه طیف جرمی در این مدل‌ها و مقایسه با QCD توافق بسیار خوبی را با هم نشان می‌دهند [۳۶].

با هدف بررسی مجدد مدل رنگارنگ و پاسخی به این پرسش که آیا می‌توان هنوز به این مدل‌ها امیدوار بود یا باید آنها را کنار گذاشت، مرجع [۳۷] طیف و جفت‌شدگی‌های مزون‌های ρ و A مربوط به نظریه‌های پیمانه‌ای با دینامیک راهروی را با استفاده از همین مدل هولوگرافی مطالعه کرده‌است. ایده‌ی ظهور مزون سبک σ زمانی که γ در مقیاس شکست تقارن دستیده به آرامی تغییر می‌کند، نیز بررسی شده است. نشان داده شده‌است که اگر پویش نظریه پیمانه‌ای به اندازه کافی کند باشد، ذره هیگزگونه سبکی را می‌توان در این مدل‌ها یافت. پیش‌تر این مدل‌ها، مدل‌های راهروی ایده‌آل یا (NJL-ATC)^۱ نامیده شده‌اند. در نتیجه‌ی این مطالعه می‌توان به این مدل‌ها امیدوار بود و آن‌ها را با دقت بیشتری مطالعه کرد.

در این فصل دینامیک شکست تقارن در مدل رنگارنگ با یک برهم‌کنش چهار فرمیونی NJL در مقیاس انرژی از مرتبه ده TeV داده می‌شود. قبلاً این سوال پاسخ داده شده‌است که چطور بایستی این برهم‌کنش را با استفاده از هولوگرافی مطالعه کرد [۳۹، ۳۸]. پس ابزار لازم را در اختیار داریم و

¹NJL assisted Technicolor

دوباره بررسی می‌کنیم که آیا مدلی که در [۲۸] مطالعه شده است می‌تواند در حضور برهم‌کنش چهارفرمیونی ذره سبکی شبیه هیگز را تولید کند؟ خواننده نتایج بیشتری را در مرجع [۳۳] می‌یابد. در بخش‌های دوم و سوم فصل، فضای پارامتر مدل و رقابت میان برهم‌کنش چهار فرمیونی و بعد ناهنجار را با جزییات کاوش کرده‌ایم [۴۰]. هدف ما این است که بتوانیم پارامترهای نظریه را به دقت انتخاب کنیم تا امکان تولید ذره سبکی شبیه هیگز را در انرژی‌های پایین داشته باشیم. متغیر بودن تعداد طعم یک نتیجه از این رهیافت می‌باشد و ما از این نکته بهره می‌بریم تا به سهولت از آن در چارچوب هولوگرافی استفاده کنیم. برای مقایسه با تجربه جرم مزون‌های برداری (ρ) و شبه برداری (A) را محاسبه می‌کنیم چرا که در پیش‌بینی‌های آزمایشگاهی بیشتر گزارش می‌شوند. کمیتی که می‌تواند با آزمایش مقایسه شود به نام پارامتر S شناخته می‌شود که به لحاظ عددی بایستی نزدیک به ۰.۱ باشد.

این فصل را به این ترتیب بخش‌بندی کرده‌ایم. در بخش اول مدل هولوگرافی و سیستم D_3/D_7 را معرفی می‌کنیم و چگالش کوارک-پادکوارک را محاسبه می‌کنیم. اعمال برهم‌کنش چهار فرمیون NJL در بخش دوم بررسی شده است. پارامترهای مدل و رفتار آن‌ها را در بخش سوم ذکر می‌کنیم. در بخش چهارم اثر رقابت میان بعد ناهنجار و برهم‌کنش NJL در میزان چگالش می‌آوریم و سپس در بخش پنجم ذره سبک هیگزگونه را مطالعه کرده و نتیجه‌گیری و جمع‌بندی در بخش ششم انجام می‌شود.

۳-۱ محاسبه‌ی چگالش در مدل هولوگرافی

در این بخش مدل هولوگرافی را معرفی می‌کنیم و روش محاسبه چگالش کوارک-پادکوارک را شرح می‌دهیم.

مدلی که در نظر می‌گیریم از شامه‌های D^1 ساخته شده‌است. این شامه‌ها جواب‌های غیر اختلالی در نظریه ریسمان هستند و نقش اساسی در فهم AdS/CFT دارند. از آنجا که در نظریه ریسمان دو نوع ریسمان باز و بسته را داریم شامه‌های D را به عنوان ابرصفحه‌هایی در نظر می‌گیریم که ریسمان‌های باز روی آن حرکت می‌کنند. این ریسمان‌های باز منجر به توصیف میدان‌های پیمانه‌ای غیر بدیهی می‌شوند که دینامیک شامه‌ها با آن‌ها توصیف می‌شوند. همچنین می‌توان شامه‌های D را به عنوان موجودات بسیار سنگین و جرم‌داری در نظر گرفت که باعث انحنای فضا-زمان اطرافشان می‌شوند. آن‌ها نه تنها شرایط مرزی را به روش هندسی تغییر می‌دهند، بلکه به عنوان یک موجود دینامیکی نیز در نظر گرفته می‌شوند.

مدل هولوگرافی که استفاده می‌کنیم قبلاً در فصل دو به طور مفصل توضیح داده شده‌است و اساس آن شامه‌های D_3/D_7 می‌باشد. ابعادی که این شامه‌ها در آن قرار می‌گیرند در شکل (۲-۵) به دقت معرفی شده‌اند.

ریسمان‌هایی که بین دو شامه هستند توصیف همان میدان‌های تکنی کوارک می‌باشند. از نوسان‌های شامه در جهت عمود و یا در جهت موازی، میدان‌های نرده‌ای و برداری ساخته می‌شوند. طول ریسمان میان شامه‌های D_3 و D_7 ، y می‌باشد که جرم کوارک را نشان می‌دهد و در تصویر دوگان همان میدان $q\bar{q}$ را نمایش می‌دهد. در نهایت یک نظریه پیمانه‌ای با یک دوگان هولوگرافی خواهیم داشت که به وسیله‌ی هندسه‌ی زیر در چارچوب اینشتین $AdS_5 \times S^5$ توصیف می‌شود:

$$ds^2 = \frac{r^2}{R^2} dx_4^2 + \frac{R^2}{r^2} (d\rho^2 + \rho^2 d\Omega_3^2 + d\omega_5^2 + d\omega_6^2)$$

که مختصات $\mathcal{X}_{3+1}$ مربوط به مرز می‌باشد که نظریه پیمانه‌ای در آنجا توصیف می‌شود. ρ و Ω_3 روی جهان حجم شامه‌ی D_7 واقع است و دو مختصه‌ی ω_5 و ω_6 عمود بر شامه‌ی D_7 هستند. هم‌چنین مختصه‌ی شعاعی $r^2 = \rho^2 + \omega_5^2 + \omega_6^2$ و شعاع انحنای R را در مسئله خواهیم داشت. مطابق

¹D-branes

هولوگرافی شعاع R به ثابت جفت‌شدگی نظریه میدان مربوط است و بعد r نیز مقیاس انرژی نظریه میدان را به دست می‌دهد.

کنش مؤثر این میدان‌ها به صورت زیر است [۳۶]:

$$S = - \int d^4x d\rho \text{Tr} \rho^3 \left[\frac{1}{r^2} |DX|^2 + \frac{\Delta m^2(r)}{\rho^2} |X|^2 + \frac{1}{2\kappa^2} (F_V^2 + F_A^2) \right] \quad (۱-۳)$$

X میدان نرده‌ای^۱ است که با چگالش $\bar{q}q$ دوگان است و DX مشتق هموردای آن است. میدان‌های برداری^۲ و محوری^۳ عملگرهای $\bar{q}\gamma^\mu q$ و $\bar{q}\gamma^\mu \gamma_5 q$ را توصیف می‌کنند و شدت آن‌ها با F_V و F_A نمایش داده می‌شود. هم‌چنین نوسانات آن‌ها جفت‌شدگی و طیف مربوط به مزون‌های ρ و A را به دست می‌دهند. در اینجا ρ مربوط به مختصه هولوگرافی دوگان با مقیاس انرژی است. γ^μ ماتریس‌های دیراک هستند و μ اندیس روی فضا-زمان است و هم‌چنین انتگرال‌گیری روی متغیر ρ است که رابطه‌ی آن به صورت

$$\rho^2 = r^2 - |X|^2 = r^2 - \omega_5^2 - \omega_6^2$$
 می‌باشد. متریک فضا زمان نیز عبارتست از:

$$ds^2 = r^2 dx_{3+1}^2 + \frac{1}{r^2} d\rho^2 \quad (۲-۳)$$

جرم X با تحول انرژی تغییر خواهد کرد که مقدار آن را با $\Delta m^2(r)$ نشان می‌دهیم که یک مقیاس وابسته به جرم برگرفته از گروه بازبهنجارش است. اگر Δm^2 را فقط تابعی از مقیاس انرژی ρ در نظر بگیریم به ازای ρ ‌های کوچک یک سری ناپایداری در مسئله به وجود می‌آید [۳۵]. ولی اگر $|X| = y$ در نظر بگیریم و ρ را با r جایگزین کنیم در y ‌های به اندازه‌ی کافی بزرگ، ناپایداری در مسئله از بین می‌رود و یک جواب کامل برای y وجود خواهد داشت.

با استفاده از نتایج هولوگرافی برای ارتباط بین مربع جرم نرده‌ای و بعد عملگر نظریه میدان داریم $m^2 = \Delta(\Delta - 4)$ و بنابراین می‌توانیم رابطه‌ای میان بعد ناهنجار $\bar{q}q$ و تغییر جرم آن یعنی Δm^2 یافت:

¹Scalar field

²Vector field

³Axial field

$$\Delta m^2 = -2\gamma = -\frac{3(N_C^2-1)}{2N_C\pi} \alpha \quad (3-3)$$

که در رابطه‌ی بالا $\alpha = \frac{4\pi N_C}{3(N_C^2-1)}$ و به صورت اختلاالی و با استفاده از AdS نتیجه گرفته شده‌است. رابطه Δm^2 را با استفاده از تابع بتا در مرتبه‌ی دو حلقه‌ای با جفت‌شدگی پیمانه‌ای در QCD می‌نویسیم. البته N_f تا طعم هم در نظریه هستند که در نمایش بنیادی^۱ هستند به طوری که:

$$\mu \frac{d\alpha}{d\mu} = -b_0\alpha - b_1\alpha^3 \quad (4-3)$$

$$b_0 = \frac{1}{6\pi} (11N_C - 2N_f) ,$$

$$b_1 = \frac{1}{24\pi^2} \left(34N_C^2 - 10N_C N_f - 3 \frac{N_C^2 - 1}{N_C} N_f \right)$$

بنابراین می‌توان Δm^2 را به عنوان تابعی از N_C و N_f در نظر گرفت. این رابطه نقش اساسی را در مدل دارد چرا که ارتباط میان سه کمیت ثابت جفت‌شدگی α ، ناهنجاری بعد γ و تغییر جرم Δm^2 را بیان می‌کند.

اکنون برای مطالعه‌ی چگالش کوارک-پادکوارک با استفاده از معادله‌ی اوپلر-لاگرانژ برای y به دست می‌آوریم:

$$\partial_\rho [\rho^3 \partial_\rho y] - \rho \Delta m^2 y = 0 \quad (5-3)$$

در معادله دیفرانسیل (۵-۳) کمیت Δm^2 وابسته به $r = \sqrt{\rho^2 + y^2}$ می‌باشد، بنابراین نمی‌توان جواب تحلیلی یافت و باید از روش عددی کمک گرفت. چنان‌که قبلاً بیان شد، فاصله‌ی میان D3 و D7 را با y نشان می‌دهیم که تعبیر آن در هولوگرافی همان جرم کوارک می‌باشد. بنابراین با مطالعه رفتار آن می‌توان تقارن دستیده را بررسی کرد.

^۱Fundamental

برای به دست آوردن حل عددی مسئله، نیاز به اعمال شرایط مرزی در انرژی‌های پایین یا همان IR داریم.

در مدل‌های بالا-پایین، $y'(0) = 0$ یک شرط مرزی است و به دلیل این که ما از نقطه‌ی m_{IR}

شروع می‌کنیم، به عنوان شرایط مرزی داریم $y(m_{IR}) = m_{IR}$ و $y'(m_{IR}) = 0$.

حال بایستی معادله دیفرانسیل (۵-۳) را حل کنیم. ابتدا در رابطه (۴-۳) پارامتر $N_C = 3$ را در نظر

می‌گیریم تا Δm^2 محاسبه شود و با جایگذاری آن در (۵-۳) معادله دیفرانسیل را با شرایط مرزی که

بیان شد، حل می‌کنیم و رابطه y بر حسب ρ را به روش عددی پیدا می‌کنیم. برای حل از نرم‌افزار

متمتیکا استفاده کردیم و رفتار y در شکل (۲-۳) نشان داده شده است.

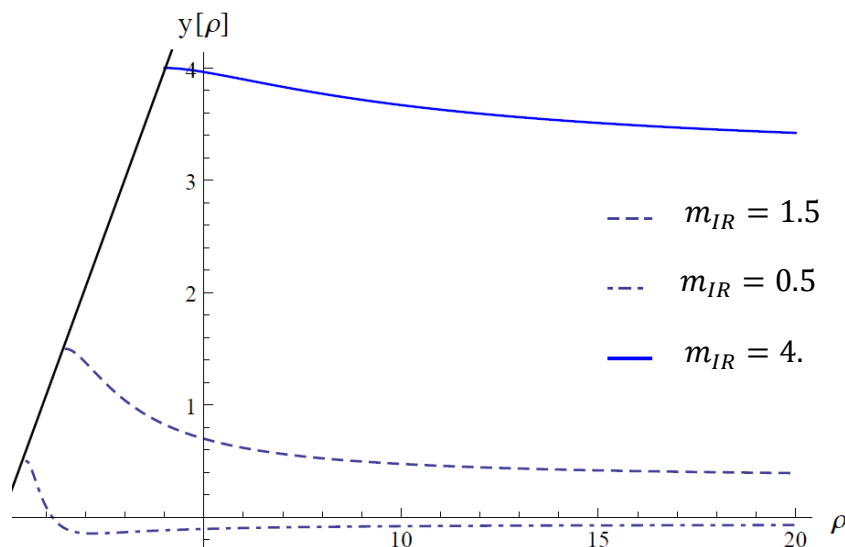
مطابق هولوگرافی در حد UV داریم:

$$y = m + \frac{c}{\rho^2} \quad (۶-۳)$$

که در مرز، m به عنوان جرم کوآرک و c به عنوان چگالش کوآرک تفسیر می‌شود که در واقع مقدار

چشم‌داشتی $\langle q\bar{q} \rangle$ است. در حد UV یا در پارامتر قطع Λ که نظریه فراتر از مدل استاندارد در آنجا

وجود دارد، جواب $y = m$ را خواهیم داشت که یک تکنی‌کوآرک با جرم لخت m را توصیف می‌کند.



شکل ۳-۱. نمودار y برای $N_C = 3$ و $N_f = 9$ با فرض جرم صفر در حد UV

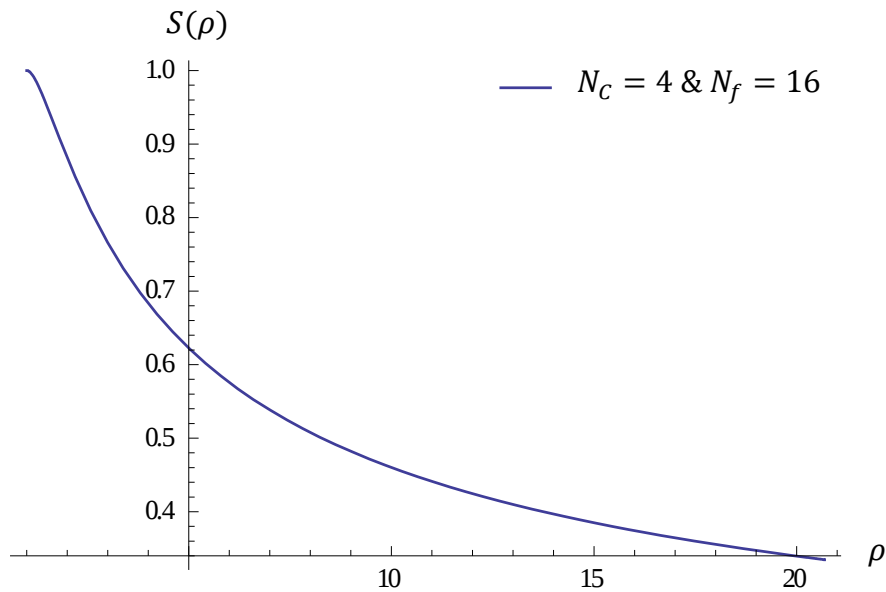
در شکل (۱-۳) سه مقدار مختلف برای m_{IR} انتخاب شده‌اند. در این شکل حد UV مقدار $\Lambda = 20$ در نظر گرفته شده‌است. برای بدست آوردن جرم و چگالش کوارک از روی شکل (۱-۳) کافی است منحنی به طور مجانبی به جواب رابطه (۳-۶) برازش گردد تا m و c پیدا شوند. در شکل (۱-۳) در نظر میگیریم که در حد UV جرم برابر با صفر باشد. یعنی مقدار مشتق در m_{IR} را آنقدر تغییر می‌دهیم تا این شرط برآورده شود.

در قدم بعدی بایستی طیف جرمی نظریه را مطالعه کنیم که به وسیله‌ی بررسی نوسانات خطی میدان‌ها در خلاء به دست می‌آید و با بسط فوریه به صورت $f(\rho)e^{iP.x}$ و $P^2 = -M^2$ در نظر گرفته می‌شوند که M همان طیف جرمی است. با جایگذاری معادله‌ی موج در کنش و انتگرال‌گیری نسبت به ρ ، ثابت واپاشی نیز قابل محاسبه است.

برای میدان نرده‌ای به دست می‌آوریم:

$$\partial_\rho(\rho^3 S') - \Delta m^2 \rho S - \rho y_0 S \frac{\partial \Delta m^2}{\partial y} + M^2 \frac{\rho^3}{(y_0^2 + \rho^2)^2} S = 0 \quad (۷-۳)$$

که S در اینجا میدان اسکالر، y_0 جواب‌های پس‌زمینه و M جرم مربوط به نرده‌ای است. اکنون می‌توان با استفاده از شرایط مرزی $S(\Lambda_{UV}) = \frac{1}{\rho^2}$ و $S'(m_{IR}) = 0$ ، جواب معادله‌ی بالا را به دست آورد. شکل (۲-۳) نمودار میدان نرده‌ای را برحسب مقیاس انرژی نشان می‌دهد.



شکل ۳-۲. نمودار میدان نرده‌ای بر حسب مقیاس انرژی

جواب‌ها فقط برای مقادیر گسسته‌ای از M وجود خواهند داشت که با طیف مزون نرده‌ای σ , σ^* , σ^{**} , ... معادل هستند. معادله‌ی مربوط به ثابت واپاشی پایون f_π که به منظور بازبهنجارش نتایج به کار می‌رود به صورت زیر داده می‌شود:

$$f_\pi^2 = \frac{1}{\kappa^2} \int \partial_\rho [\rho^3 \partial_\rho K_A(p^2 = 0)] K_A(p^2 = 0) \quad (۸-۳)$$

که $p^2 = -M$ و $K_A(p^2 = 0)$ یک منبع خارجی محسوب می‌شود و یک میدان محوری بدون جرم است. جزئیات کامل این روابط را در مرجع [۳۷] می‌توانید ببینید.

۳-۲ معرفی پارامترهای مدل

ابتدا برهم‌کنش NJL را به منظور القای شکست تقارن دستیده در نظر می‌گیریم و سپس طیف جرمی را مطالعه می‌کنیم. بنابراین به روشی دیگر هم می‌توانیم نسخه ویتن را بفهمیم. کنش (۱-۳) را در نظر می‌گیریم و آن را وردش می‌دهیم [۲۵]:

$$\delta S = 0 = - \int d\rho \left(\partial_\rho \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y'} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} \right) \delta y + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y'} \delta y|_{UV, IR} \quad (۹-۳)$$

اما دیگر در مرز قید $\delta y = 0$ را اعمال نمی‌کنیم بلکه اجازه می‌دهیم تا y تغییر کند و به جای آن شرط زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y'} + \frac{2y \Lambda_{UV}^2}{g^2} = 0 \quad (۱۰-۳)$$

از طرفی برای کنش داریم $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = \rho^3 \partial_\rho L$. با اعمال رابطه‌ی (۳-۶) به شرط زیر می‌رسیم:

$$m \simeq \frac{g^2}{\Lambda^2} C \quad (۱۱-۳)$$

بنابراین با توجه به چگالش تکنی کوارک‌ها جرم m در مقیاس قطع Λ به دست می‌آید.

در مدل هولوگرافی چهار پارامتر آزاد وجود دارد که شامل تعداد رنگ N_C و تعداد طعم N_f و بعد ناهنجار γ و ضریب ثابت κ است که عامل جدایی جرم‌های مربوط به مزون برداری و محوری است و در محاسبه ثابت واپاشی پایون وارد می‌شود.

می‌توان رفتار این پارامترها را نسبت به یکدیگر و همچنین پویای مربوط به آن‌ها را بررسی کرد. دقت داشته باشید که گرچه با توجه به لاگرانژی در رابطه (۳-۱)، جرم‌های محوری و برداری با وزن $\frac{1}{\kappa^2}$ ظاهر می‌شوند، ولی معادله‌ی حرکت بدست آمده برای آن‌ها با یکدیگر یکی نیستند. جزئیات بیشتر در مرجع [۴۰] آمده است. در اینجا برای N_C و N_f مقدارهای پیوسته‌ای در نظر می‌گیریم و رفتار α را از تابع بتای دو حلقه‌ای در رابطه (۳-۵) می‌خوانیم. توجه کنید که درست است که پارامتر N_f فقط مقادیر صحیح را می‌پذیرد ولی در حد N_f ‌های بزرگ، می‌توان از فاصله‌ی بین دو عدد صحیح متوالی چشم‌پوشی کرد مجموعه مقادیر N_f را به صورت یک طیف پیوسته در نظر گرفت و به این وسیله رفتار مدل را مورد مطالعه قرار داد.

در ادامه در شکل‌های (۳-۳) و (۴-۳) و (۵-۳) رفتار جرم‌های مزون‌های سیگما و برداری و محوری که با استفاده از تنظیم پارامترها به دست آمده‌اند را نمایش می‌دهیم. در هر یک از شکل‌ها از $N_f = 2$ شروع کرده و تا $N_f = 10.6$ را بررسی می‌کنیم. شکل (۳-۵) نشان می‌دهد که جرم محوری با زیاد شدن γ کم می‌شود. ولی وقتی آن را بر حسب N_f رسم می‌کنیم درمی‌یابیم که به ازای دو مقدار مختلف N_f می‌توان جرم‌های محوری مناسبی در مدل یافت. دقت داشته باشید که در همه‌ی این

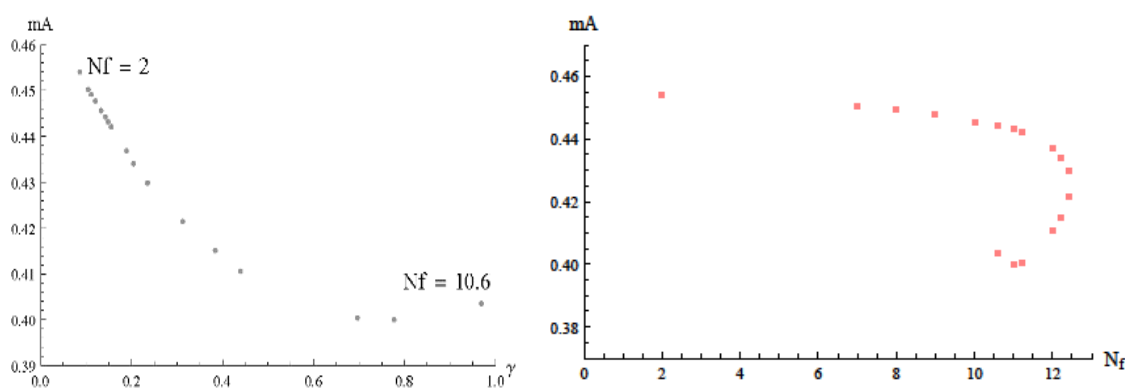
شکل‌ها پارامترها را آنقدر عوض می‌کنیم تا شرط $\frac{f_\pi}{m_\sigma} = \frac{1}{2}$ و شرط $S = 0.1$ هر دو هم‌زمان برآورده شوند. این کار زمان‌بر است و بخش مهمی از حل مساله در این مدل می‌باشد و به همین دلیل شکل-های (۳-۴) تا (۳-۶) رسم شده‌اند تا بهتر فضای پارامترها را بشناسیم. از طرف دیگر شکل (۳-۷) کمک می‌کند تا رفتار خود پارامترها بر حسب یکدیگر را هم ببینیم.

قیدهایی که در گذشته به عنوان یک محدودکننده گزارش شده بودند شامل حذف بالای ۳Tev برای جرم m_A و برای $\tilde{g}$ تا ۸ در جرم‌های پایین بود. آن‌چه که تحلیل هولوگرافی ما نشان داد، این بود که حداقل برای دینامیک در مدل هولوگرافی، طیف پیش‌بینی شده در رویکرد بالا-پایین^۱ در حدود $\tilde{g} \sim 8.5$ و m_A بزرگ ۴Tev را نشان داد. بنابراین هنوز باید قیدهایی بر روی این مدل اعمال شود. چون این بخش‌های فضای پارامتر با مدل‌های بالا-پایین مرتبط هستند، مسیرهای اضافی در LHC باید در نظر گرفته شوند تا یک سری قیدها اضافه شوند.

در هر دوی مدل‌های هولوگرافی و توصیف مؤثر انرژی پایین یک پارامتر سومی وجود دارد:

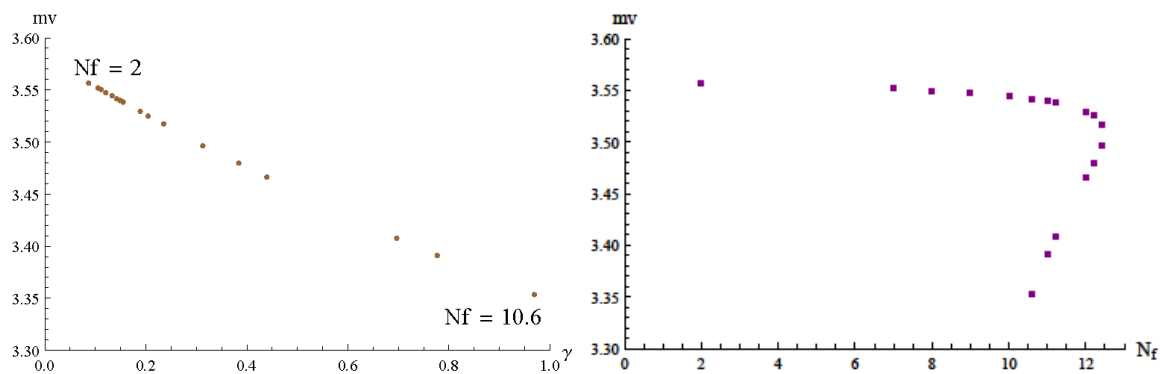
$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{F_\pi^2 + F_A^2}{F_v^2} - 1 \right) \quad (۳-۱۲)$$

از نقطه نظر قیدهایی LHC ما به این پارامتر علاقه‌مند هستیم. این پارامتر اگر $|\omega| < 0.3$ باشد، اهمیتی ندارد. بنابراین ما به دنبال تنظیم آن در مدل هولوگرافی نیستیم (که آن معمولاً در حدود ۰.۰۵ است).

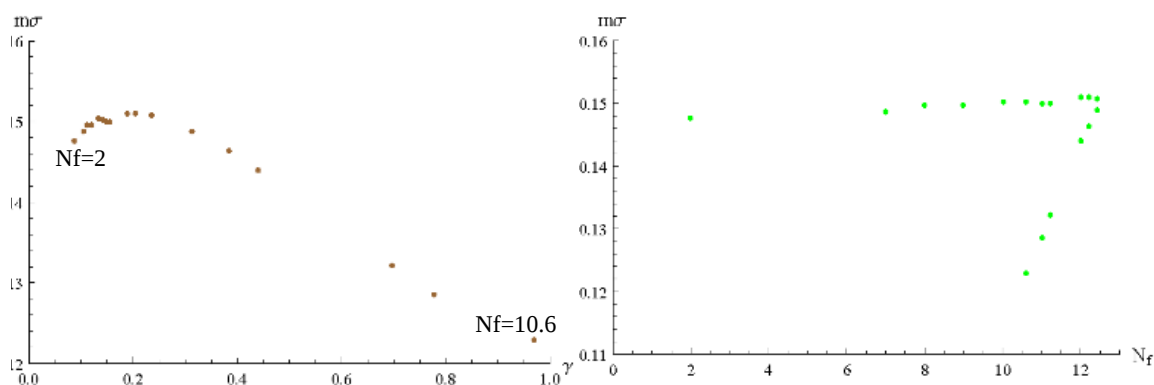


شکل ۳-۳. نمودار جرم مزون محوری بر حسب بعد ناهنجار γ و تعداد طعم N_f

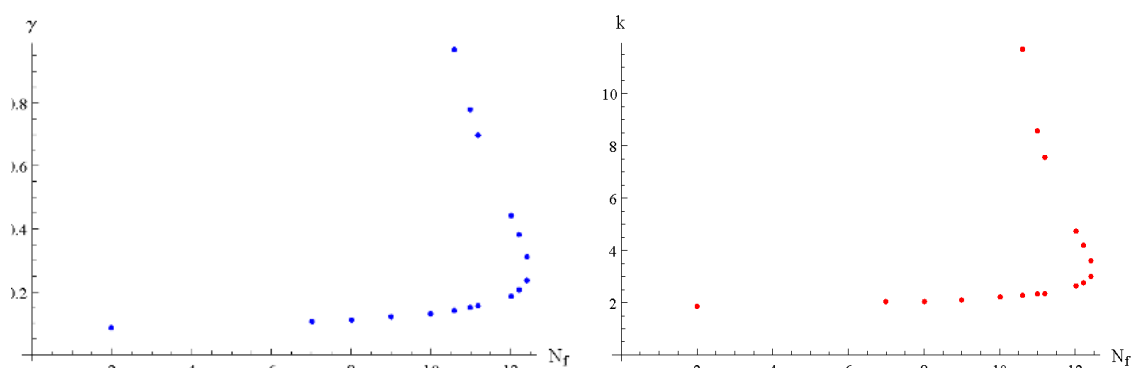
¹ Top-down



شکل ۳-۴. نمودار جرم مزون برداری بر حسب بعد ناهنجار γ و تعداد طعم N_f



شکل ۳-۵. نمودار جرم مزون نرده‌ای بر حسب بعد ناهنجار γ و تعداد طعم N_f



شکل ۳-۶. نمودار تغییرات بعد ناهنجار γ و ثابت جفت‌شدگی k بعدی بر حسب تعداد طعم N_f

همان‌طور که در شکل‌های بالا می‌بینیم، با تغییر بعد ناهنجار γ و تغییر تعداد طعم می‌توان دو دسته جواب برای طیف جرمی مزون‌ها به دست آوریم. اگر N_f را کاهش دهیم، نقطه‌ی معین IR افزایش می‌یابد و پویش در مقیاسی که شکست تقارن اتفاق می‌افتد بسیار قوی است و γ_{IR} در اینجا بسیار به یک نزدیک است و به زودی نظریه پیمان‌های قادر به شکست تقارن دستیده می‌شود. هیچ‌کس در این رژیم بسیار سنگین است و همان‌طور که جواب‌ها از ناحیه‌ی پویش قوی دور می‌شوند، جواب‌های NJL را

مشاهده می‌کنیم و دینامیک NJL، شکست تقارن دستیده را غالب می‌کند. در حالی که برای جواب‌های جفت‌شدگی قوی‌تر، نظریه پیمانه‌ای نقش بسیار بزرگتری را ایفا می‌کند. به ازای N_f های بزرگ دو جواب وجود دارد. جواب جفت‌شدگی ضعیف‌تر همچنان ادامه دارد و برای همه‌ی N_f ها وجود خواهد داشت. قسمت کاسه‌ای این نمودارها به جایی مربوط می‌شود که دو جواب در یکدیگر ادغام می‌شوند. شاخه‌ای که به سمت بیشترین M_A می‌رود جواب‌های جفت‌شدگی قوی است در حالی که شاخه M_A های کوچک‌تر جفت‌شدگی ضعیف است و برای همه‌ی N_f ها وجود دارد. همان‌طور که در شکل‌ها مشخص است، تاثیر بعد ناهنجار و ثابت جفت‌شدگی K در طیف جرمی مزون‌ها مشابه است. در واقع با تنظیم بعد ناهنجار، جرم صحیح را برای مزون σ خواهیم داشت و با تنظیم K می‌توان پارامتر S درستی را به دست آوریم.

نتایج عددی دقیق برای این مورد در جدول (۳-۱) فراهم شده است که مقدار M_A و $g_t = \frac{\sqrt{2}M_V}{F_V}$ برای مقدار مشخص N_C و مقادیر مختلف N_f نشان می‌دهد. همچنین به منظور مقایسه برای سایر مقادیر N_C و تعداد دوتایی بالاتر نیز بررسی شده است.

همچنین می‌توان وابستگی این تئوری را به مقدار پارامتر قطع UV نیز مطالعه کرد. برای مثال افزایش Λ را از نظر بزرگی از مرتبه‌ی ۲۰ به ۲۰۰ برابر مقیاس IR برای حالت $N_C = 3$ ، $N_f = 12$ در نظر بگیرید. ما نتایج این مقایسه را در صفحه‌ی $M_A - \bar{g}$ در شکل (۳-۷) نشان دادیم. دقت کنید که نتایج همچنان دو تا شاخه دارند که در قسمت کاسه به یکدیگر می‌رسند. اما در اینجا برای $\Lambda = 200X_0$ دو شاخه در قسمت انتهایی با انحنای بسیار کمی به یکدیگر می‌رسند که در مقایسه با مورد $\Lambda = 20X_0$ قابل رویت نمی‌باشد. ما می‌بینیم که جرم‌های مزون ρ ، A برای جواب‌های جفت‌شدگی ضعیف تمایل دارند تا کوچکتر شوند به اندازه‌ی 500 GeV ، اگرچه تاثیر آن روی جواب‌های جفت‌شدگی قوی‌تر کمتر است (که به صورت شدید با مقیاس قطع بزرگتر مرتبط هستند). ما همچنین پارامترهای قطع بزرگتر را نیز بررسی کردیم ولی نتایج خیلی دستخوش تغییر نشدند.

جدول ۳-۱. آ

N_C	N_f	M_A	g_t
3.	2.	3173.84	9.48985
3.	7.	3155.96	9.55277
3.	8.	3157.07	9.57466
3.	9.	3151.88	9.60021
3.	10.	3145.25	9.63716
3.	10.6	3146.26	9.66491
3.	11.	3145.02	9.68823
3.	11.2	3146.69	9.70334
3.	12.	3148.39	9.7985
3.	12.2	3146.36	9.84262
3.	12.4	3162.9	9.92767
3.	12.4	3239.04	10.1171
3.	12.2	3323.12	10.2644
3.	12.	3405.94	10.3749
3.	11.2	3844.55	10.7299
3.	11.	3989.50	10.8029
3.	10.6	4322.82	10.9215

جدول ۳-۱. ث

N_C	N_f	M_A	g_t
3.	8.	2429.57	4.82693
3.	9.	2387.25	4.84825
3.	10.6	2304.46	4.90318
3.	11.	2275.79	4.92974
3.	11.8	2202.82	5.03582
3.	11.8	2186.3	5.15059

جدول ۳-۱. ب

N_C	N_f	M_A	g_t
3.	2.	2450.08	9.33511
3.	4.	2461.13	9.37285
3.	9.	2552.5	9.44938
3.	10.6	2642.26	9.52481
3.	11.	2669.57	9.5557
3.	12.	2825.51	9.70417
3.	12.1	2872.57	9.74188
3.	12.1	3155.4	9.96588
3.	12.	3257.74	10.0358
3.	11.8	3416.16	10.1432
3.	11.4	3701.95	10.3208
3.	11.	3988.24	10.4732
3.	10.6	4296.59	10.5911

جدول ۳-۱. ج

N_C	N_f	M_A	g_t
3.	10.6	3255.20	7.72081
3.	11.	3095.51	7.63437
3.	12.	2795.26	7.30371
3.	12.2	2757.75	7.19161
3.	12.2	2756.47	7.05298
3.	12.	2766.36	6.98571
3.	11.	2816.19	6.86352
3.	10.6	2829.65	6.85821
3.	9.	2871.05	6.80515
3.	7.	2903.80	6.76636

جدول ۳-۱. د

N_C	N_f	M_A	g_t
3.	7.	2661.76	5.54162
3.	9.	2613.	5.5766
3.	10.6	2541.91	5.62969
3.	11.	2519.49	5.65212
3.	12.	2435.46	5.79584
3.	12.	2424.33	5.90026
3.	11.	2635.85	6.22799
3.	10.6	2751.28	6.30215

جدول ۳-۱. م

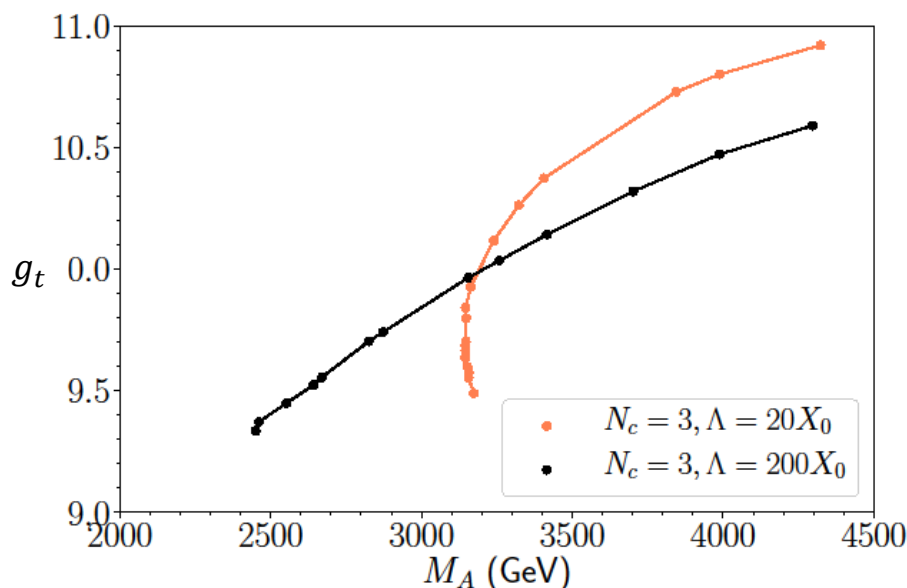
N_C	N_f	M_A	g_t
4.	8.	2738.32	5.869
4.	10.	2724.87	5.88569
4.	12.	2684.93	5.91411
4.	14.3	2621.76	5.97608
4.	15.	2593.19	6.01003
4.	16.	2535.26	6.12375
4.	16.	2522.23	6.29143
4.	15.	2695.60	6.55105
4.	14.3	2856.95	6.66686

جدول ۳-۱. ت

N_C	N_f	M_A	g_t
4.	2.	2404.21	8.08207
4.	5.	2417.11	8.10387
4.	8.	2434.57	8.13643
4.	10.	2456.21	8.16325
4.	12.	2488.50	8.2019
4.	14.3	2554.93	8.27927
4.	15.	2596.87	8.32111
4.	16.	2726.15	8.44347
4.	16.	2766.69	8.48204

جدول ۳-۱. ح

N_C	N_f	M_A	g_t
5.	10.	2994.81	7.40201
5.	12.	2980.77	7.41937
5.	14.	2962.05	7.4432
5.	16.	2949.85	7.4742
5.	17.7	2911.46	7.521
5.	19.	2900.96	7.57054
5.	20.	2888.02	7.64511
5.	20.5	2880.70	7.77428
5.	20.	2942.86	8.0188
5.	19.	3133.44	8.25156
5.	17.7	3497.38	8.45762



شکل ۳-۷. جواب‌های به دست آمده در صفحه‌ی $M_A - \tilde{g}$ ، نقاط نارنجی برای پارامتر قطع $\Lambda = 20\chi_0$ و نقاط مشکی برای $\Lambda = 200\chi_0$ برای حالت $N_c = 3, N_f = 12$ می‌باشد.

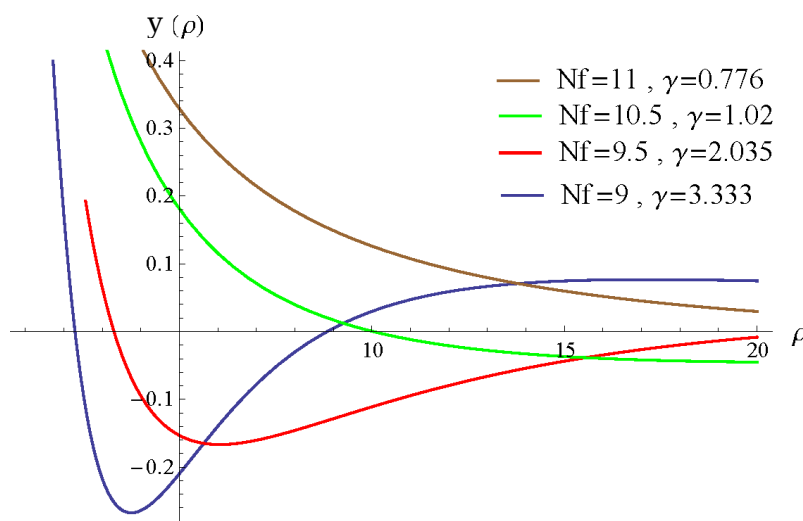
۳-۳ رقابت میان اثر برهم‌کنش چهار فرمیونی و بعد ناهنجار در

چگالش کوارک-پادکوارک

ضمن مطالعه رفتار تابع y متوجه شدیم که با زیاد کردن گاما رفتار این تابع نیز فرق می‌کند به طوریکه وقتی گاما از یک بزرگتر می‌شود تابع محور افقی را قطع می‌کند. شکل (۳-۸) دسته‌ای از این جواب‌ها بدون در نظر گرفتن عبارت مؤثر NJL است که به ازای مقادیر مختلف عدد طعم نشان داده شده است. فقط در حالتی که تابع منحنی را قطع نمی‌کند، محاسبه‌ها را تا کنون انجام داده ایم که به لحاظ فیزیکی تعبیر آن در نظر گرفتن حالت پایه سیستم است. سایر حالتها را می‌توان تعبیر به حالت‌های برانگیخته کرد که برای آنها تقارن دستیده شکسته شده است. رابطه (۳-۶) برای همه این جوابها برقرار است و از روی آن چگالش و جرم محاسبه می‌شوند. در مرجع [۲۱] رفتار چگالش برحسب جرم به دقت مطالعه شده است و خواننده می‌تواند چندین حالت را بیابد که به ازای جرم صفر چگالش صفر را نتیجه بدهد. با محاسبه انرژی آزاد این حالتها متوجه می‌شویم که پایدارترین حالت

مربوط به اولین جوابی است که هنوز محور افقی را قطع نکرده باشد. به همین دلیل آن را حالت پایه می‌نامیم.

این پایان‌نامه فقط در مورد تابع حالت پایه است که شکست تقارن دستیده را با استفاده از برهم کنش چهار فرمیونی NJL انجام داده‌ایم. بنابراین نکته جالبی است که در مورد حالت‌های برانگیخته نیز این برهم کنش اضافه شود و طیف جرمی حاصل مطالعه شود. در این جا این مساله را بررسی نکرده‌ایم و می‌توان در آینده آن را مطالعه کرد.



شکل ۳-۸. نمودار Y بر حسب مقیاس گروه بازبهنجارش ρ برای $N_c = 3$ و N_f های مختلف با فرض جرم صفر در حد UV

۳-۴ کشف ذره سبک هیگزگونه در طیف جرمی مدل

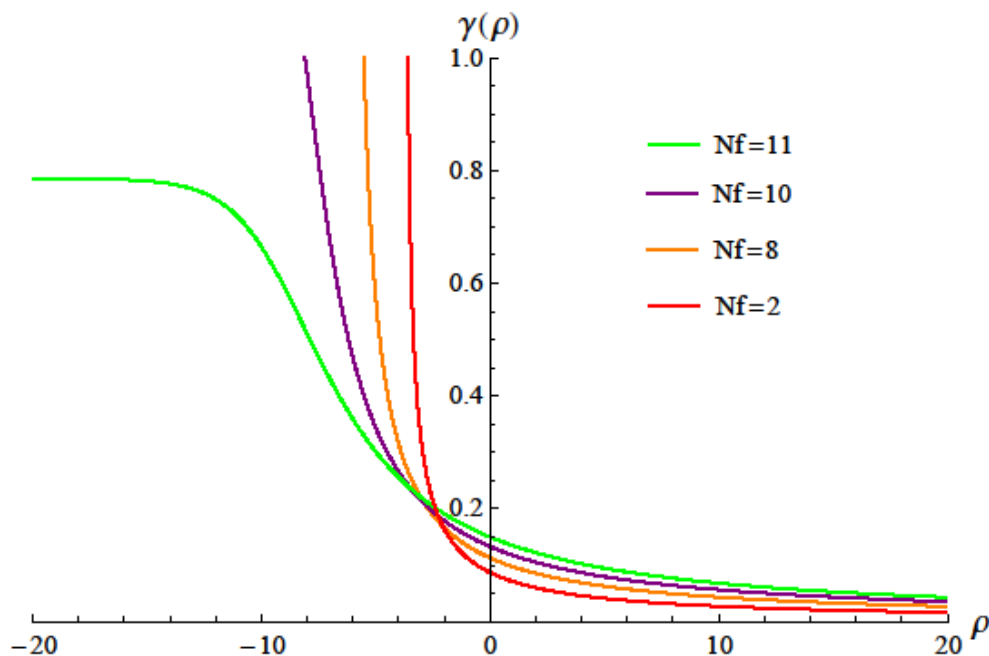
در این جا ما مدل‌هایی را مورد بررسی قرار می‌دهیم که شامل یک نظریه پیمانه‌ای $SU(N_c)$ و کوارک‌های رنگی^۱ در نمایش بنیادی باشند. ما در ابتدا روی مدل‌هایی تمرکز می‌کنیم که در آن یک دوتایی الکتروضعیف^۲ حضور داشته باشد (که به طور مستقیم در قیدهایی که ما استفاده خواهیم کرد، اعمال می‌شوند). می‌توان نشان داد زمانی که بیشتر از یک دوتایی برای تعیین مقیاس الکتروضعیف F_π شرکت کند، کل مقیاس نظریه رنگارنگ کاهش می‌یابد و این حالت‌ها را در دسترس‌تر می‌سازد. با

¹ Techni quarks

² Single electroweak doublet

تغییر تعداد این دوتایی ها و تغییر تعداد طعم N_f ، پویش در نظریه نیز از این رو تغییر می کند. با این حال اگر فقط یک دوتایی در نظریه وجود داشته باشد، بنابراین فقط یک 3 تایی^۱ از ذرات با اسپین ۱ وجود خواهد داشت (هر کدام از مزون های ρ و A) که به لحاظ آزمایشی در دسترس ترین هستند. زیرا آن ها با مزون های W و Z ترکیب شده اند و می توانند به تنهایی در فرآیندهای الکتروضعیف تولید شوند. بنابراین اگر قیدها را روی نظریه تک دوتایی اعمال کنیم، مدل رنگارنگ بیشترین شانس را برای تعیین طیف ذرات خواهد داشت و ما روی این مورد تمرکز خواهیم کرد. با این وجود برای مقایسه ی بیشتر این نظریه را با دوتایی های بیشتری نیز مورد بررسی قرار دادیم.

حالا به جستجوی ذره ای سبک در مدل می پردازیم. ابتدا یک N_C و N_f مشخص را در نظر می گیریم و آن را با مدلی که بیان کردیم و بر پایه ی پویش دو حلقه ای ثابت جفت شدگی پیمانه ای هست، توصیف می کنیم. در شکل (۳-۹) نمودار γ بر حسب انرژی به ازای مقدار $N_C = 3$ و مقادیر مختلف N_f رسم شده است.



شکل ۳-۹. پویش بعد ناهنجار به ازای مقدار $N_C = 3$ و مقادیر مختلف N_f

¹ Triplet

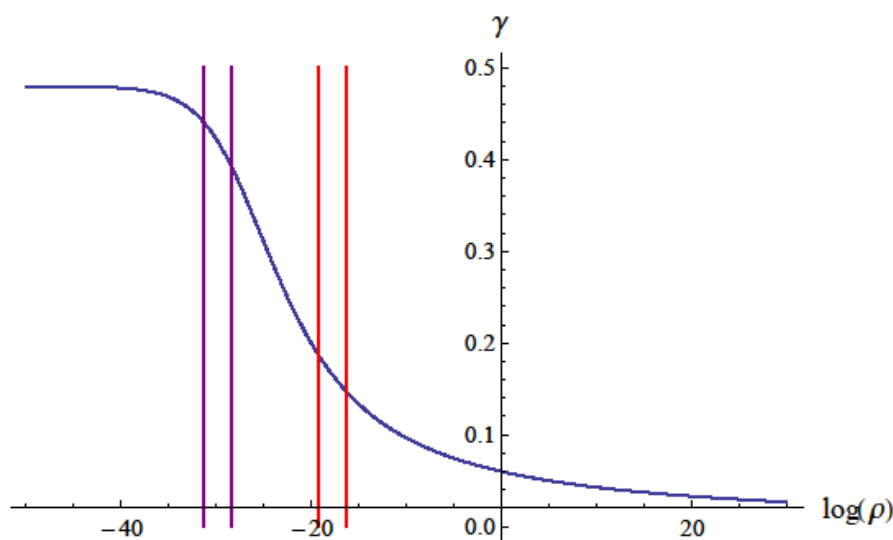
چون این نظریه در ناحیه‌ی پنجره همدیس قرار می‌گیرد و هیچ‌گاه به اندازه کافی قوی نیست که تقارن دستیده را به خودی خود بشکند، می‌توان نظریه را با وجود عبارت NJL در مقیاس قطع Λ به گونه‌ای ساخت که شکست تقارن دستیده در مسئله القا شود [۲۱]. در مرحله‌ی بعدی دو تا مقیاس انتخاب می‌کنیم که یکی χ_0 است و مقدار IR میدان هولوگرافی X را نشان می‌دهد که می‌توان از آن به عنوان مقیاس جرمی IR تعبیر کرد که با استفاده از شکست تقارن دستیده القا شده است. همچنین مقیاس دومی به عنوان مقیاس قطع Λ تعریف می‌کنیم (برای مثال $\chi_0 \cdot 2$). اکنون می‌توان $X(\rho)$ را بین دو مقیاس χ_0 و Λ تعریف کرد و آن را محاسبه کرد.

در مرحله‌ی بعدی یک مقدار برای κ تعیین می‌کنیم. مقدار κ بسیار مهم است زیرا این مقدار باید به صورتی تعیین شود که برای بسط میدان X در حد UV شرط $X = m + \frac{c}{\rho^2}$ را داشت. با توجه به اینکه نوسانات X مزون σ را تعبیر می‌کند، باید نسبت $\frac{m}{c}$ با نسبت جرم به چگالش σ برابر باشد. در واقع این نسبت باید با $\frac{g^2}{\Lambda^2}$ برابر باشد.

گام بعدی این است که γ را آن‌قدر تغییر دهیم که بتوانیم نظریه‌ای به دست آوریم که جرم σ با جرم مشاهداتی برای هیگز یکسان باشد. بنابراین تلاش ما در جهت یافتن بازه‌ای از پوشش‌ها است که در نهایت منجر به بازتولید جرم درست هیگز شود.

در شکل (۳-۱۰) به ازای $N_f = 12$ و $N_c = 3$ ، می‌بینیم که دو ناحیه برای پوشش به عنوان جواب بین X_0 و $20X_0$ نشان داده شده است (در نواحی بین دو خط عمودی). نکته کلیدی برای به دست آوردن جرم درست هیگز در مدل این است که پوشش نه خیلی شیب‌دار باشد نه خیلی ملایم. ما اکنون می‌توانیم به رفتار مدل همان‌طور که N_f تغییر می‌کند، نگاه کنیم. پوشش دو حلقه‌ای به عنوان یک تابع از N_c ، N_f فرض‌هایی را برای پوشش غیر اختلالی فراهم می‌کند. البته آن‌ها خیلی قابل اعتماد نیستند چون آن‌ها بر اساس نظریه اختلالی بنا شده‌اند اما آن‌ها نشان‌دهنده‌ی رفتارهایی هستند که ما انتظار داریم ببینیم بنابراین ارزشمند هستند.

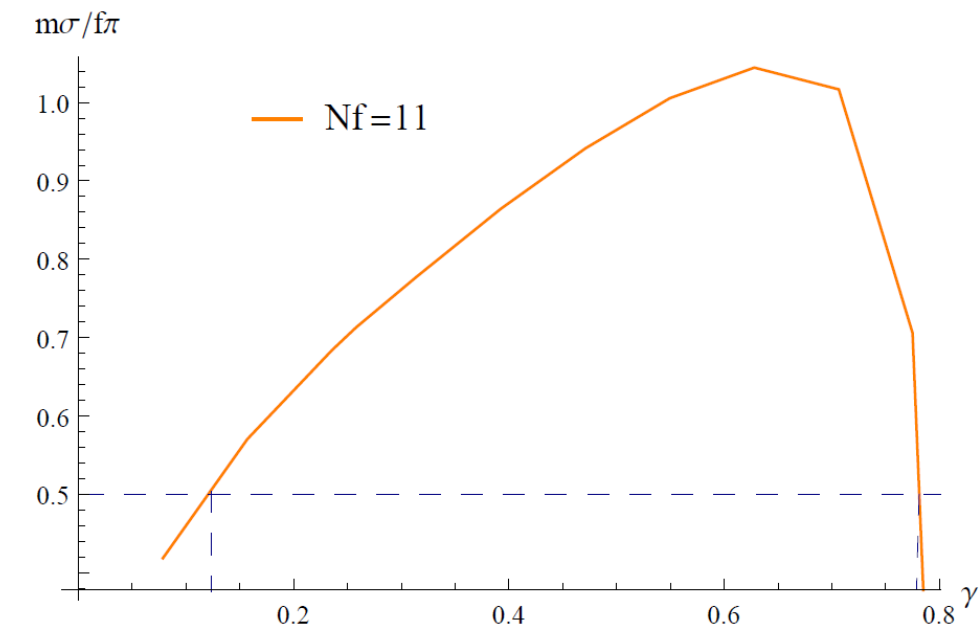
با توجه به این امر، ما از مقادیر N_f های کسری استفاده خواهیم کرد تا رفتارهای ممکن را که به عنوان یک پارامتر پیوسته در پویش تغییر می‌کند، کشف کنیم (در N_c های بزرگ و N_c/N_f بزرگ شکسته می‌شود). بنابراین با وجود این که N_f مقادیر گسسته را می‌پذیرد، وقتی حدود تعداد طعم را خیلی زیاد در نظر می‌گیریم مقادیر گسسته مانند یک طیف پیوسته عمل میکنند. برای درک بیشتر برای مثال در حدود اعداد طبیعی که تا بی‌نهایت ادامه دارد از فاصله‌ی بین دو عدد متوالی می‌توان صرف نظر کرد.



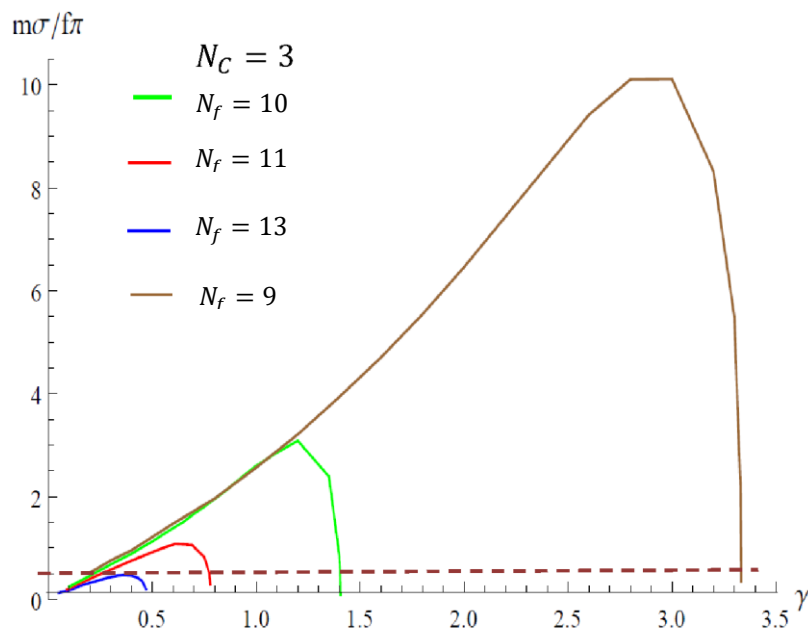
شکل ۳-۱۰. دو ناحیه جواب بین دو خط عمودی برای به دست آمدن جرم هیگز درست
به ازای $N_f = 12$, $N_c = 3$

در ادامه نمودار جرم مربوط به مزون سیگما بر ثابت واپاشی f_π را به ازای مقادیر گاما متفاوت در شکل (۳-۱۱) به دست آوردیم. می‌توان نشان داد که زمانی جرم σ با جرم مشاهداتی هیگز برابر است که شرط $\frac{m_\sigma}{f_\pi} = \frac{1}{2}$ برقرار باشد. در شکل (۳-۱۲)، رفتار مدل را به ازای تغییرات N_f مورد بررسی قرار دادیم. با افزایش N_f وقتی به حدود $N_f > 12$ می‌رسیم، پویش کندتر می‌شود و به ازای هر N_f دو جوابی که جرم نرده‌ای درست را به دست می‌دهند به سمت یکدیگر و در واقع به سمت قوی‌ترین نقطه‌ی پویش حرکت می‌کنند و قبل از این که به $N_f = 13$ برسند در یک نقطه که همان قوی‌ترین

پویش است در یکدیگر ادغام می‌شوند و بعد از آن نقطه پویش بسیار کند می‌شود به صورتی که دیگر نمی‌تواند جرم کافی را برای جرم ذره هیگزگونه بدست دهد.



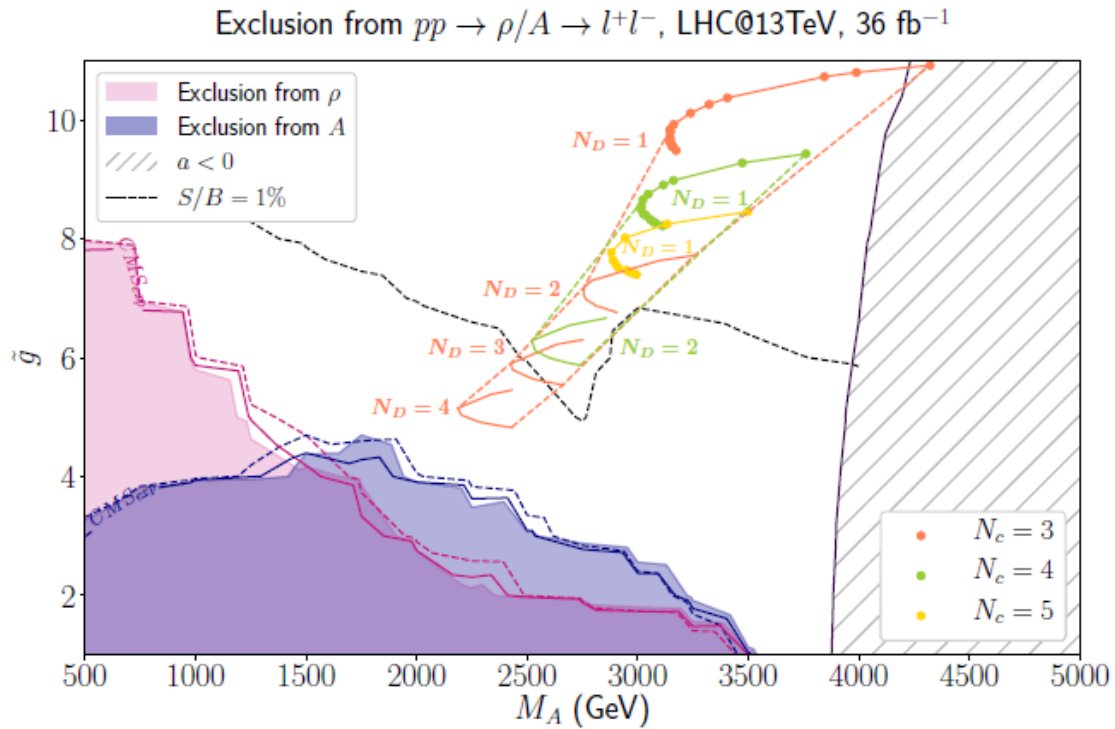
شکل ۳-۱۱. نمودار جرم مربوط به مزون سیگما بر ثابت واپاشی f_π به ازای $N_c = 3$ و $N_f = 11$



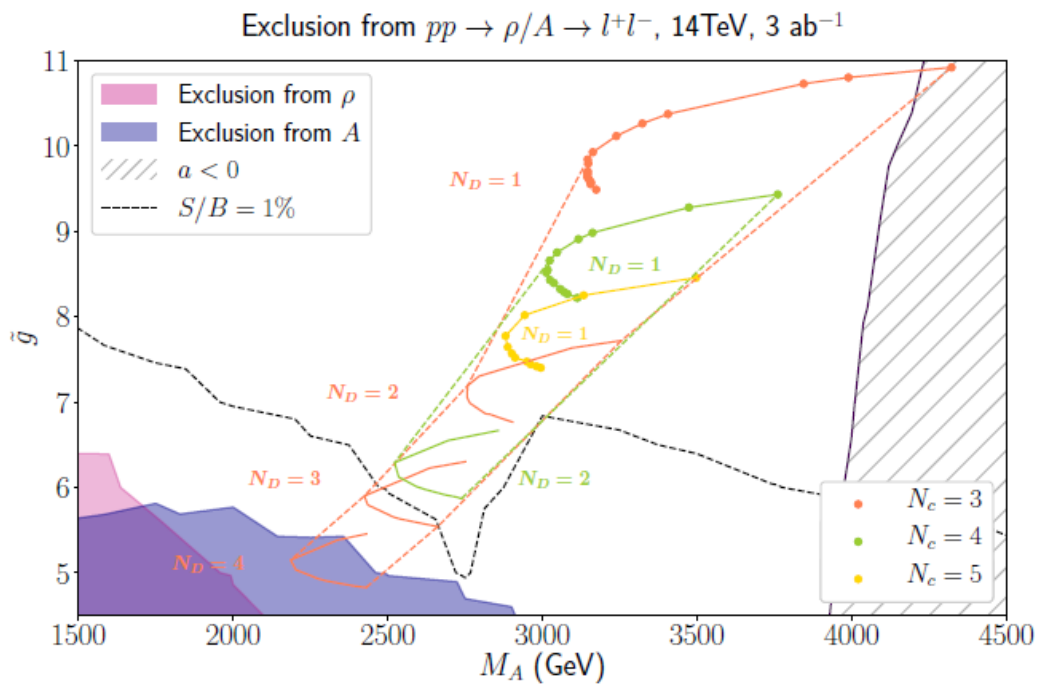
شکل ۳-۱۲. نمودار جرم مربوط به مزون سیگما بر ثابت واپاشی f_π به ازای $N_c = 3$ و N_f های مختلف

در شکل (۳-۱۳) تحقیقات به روز LHC برای فضای پارامتر نشان داده شده است. محور افقی جرم مزون شبه برداری و محور عمودی ثابت جفت‌دهی مدل موثری است که ما نناج هولوگرافی را با آن

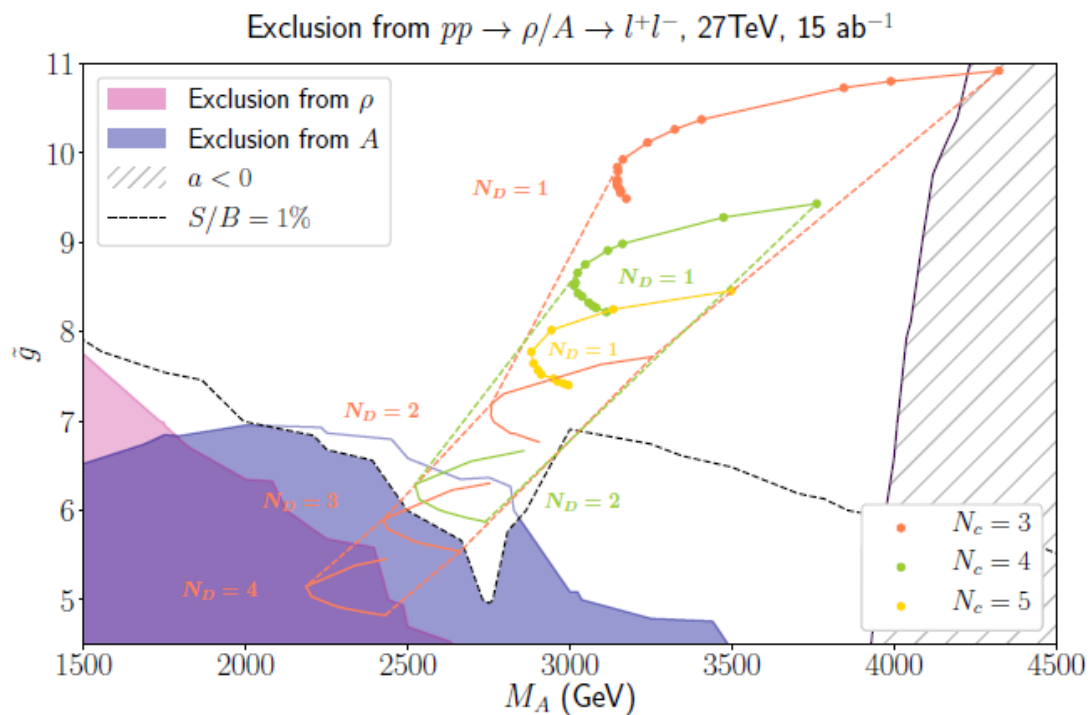
مقایسه کرده‌ایم. هدف ما این است که با استفاده از هولوگرافی حدودی را ببینیم که توسط LHC بررسی شده‌است.



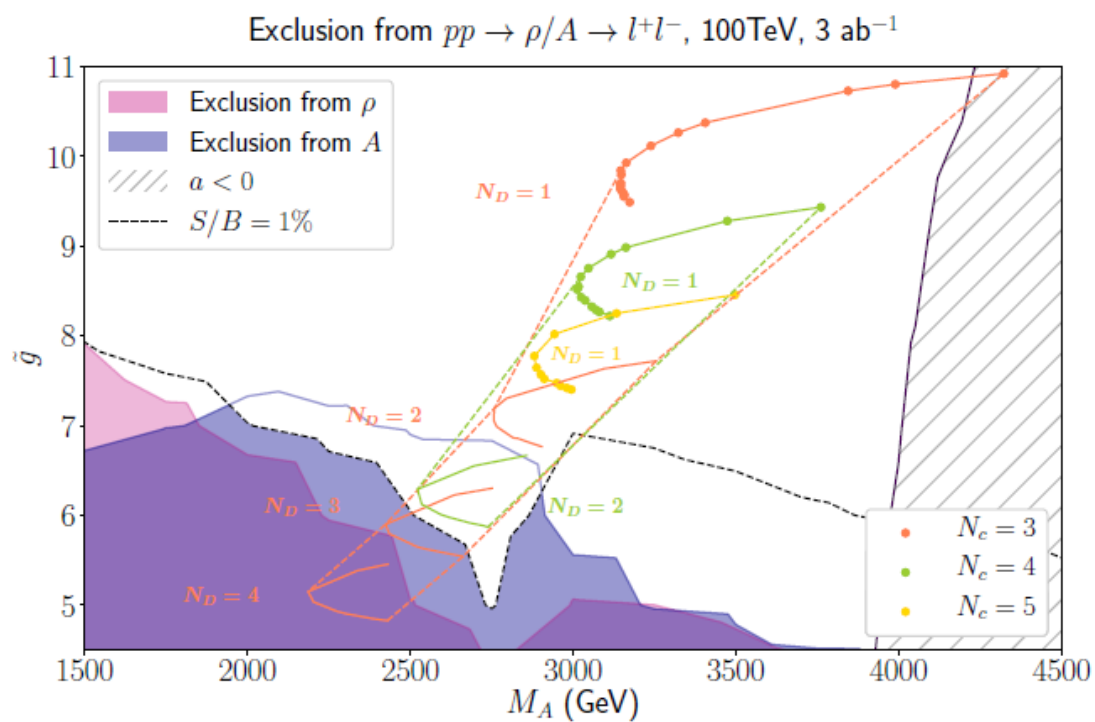
شکل ۳-۱۳. نمودار $M_A - \tilde{g}$ برای حدود انرژی ۱۳TeV



شکل ۳-۱۴. آ نمودار $M_A - \tilde{g}$ برای حدود انرژی ۱۴TeV



شکل ۳-۱۴. ب نمودار $M_A - \tilde{g}$ برای حدود انرژی ۲۷TeV



شکل ۳-۱۴. ج نمودار $M_A - \tilde{g}$ برای حدود انرژی ۱۰۰TeV

نواحی رنگی نواحی را نشان می‌دهند که توسط LHC کشف شده‌اند. ترکیب نواحی سایه‌دار (صورتی و آبی تیره) ۹۵٪ از فضای ممنوعه‌ی $M_g - \tilde{g}$ را نشان می‌دهد که در این نواحی ذره‌ای یافت نمی‌شود. نواحی خط‌چین در مرز این نواحی سایه‌دار نشان‌دهنده‌ی حد انتظاری CMC است که انتظار می‌رود تا این نواحی ذره‌ای دیده نشود. نقاط مرجانی رنگ برای $N_C = 3$ و نقاط سبز و زرد به ترتیب برای $N_C = 4$ و $N_C = 5$ هستند. نقاطی که نشان دادیم برای تعداد دوتایی‌های^۱ متفاوت است. پارامتر a از مدل پدیدارشناختی، مربوط به تبهگنی $\rho - A$ است و نقاط هولوگرافی که در نزدیکی خط $a = 0$ هستند به عنوان نتیجه‌ی تنظیم ظریف با یک پارامتر S کوچک هستند. همچنین یک خط تیره مشکی دیده می‌شود که در ناحیه $\tilde{g}$ بزرگ است و نشانگر ۱٪ نسبت $\frac{S}{B} = \frac{\text{سیگنال}}{\text{زمینه}}$ است. این خط حدود پتانسیل علامت $dilepton$ را به ما می‌دهد تا فضای پارامتر مدل پدیدارشناختی را به تصویر بکشیم. انتظار نمی‌رود این خط تیره با افزایش انرژی برخورد دهنده تغییر کند. زیرا پس زمینه‌ی $dilepton$ و سیگنال به‌طور برگشت ناپذیری با افزایش انرژی به‌طور یکسان تغییر می‌کنند. همان‌طور که در شکل (۳-۱۴.آ-ج) می‌بینید، در حال حاضر LHC نمی‌تواند نتایج ما را تصدیق کند و برای این که بتواند نتایج ما را ببیند باید حدود انرژی را بالا ببریم. می‌توان بهبود تدریجی پتانسیل برخورد دهنده را زمانی که از ۱۴ TeV به ۱۰۰ TeV می‌رویم، مورد بررسی قرار دهیم. می‌توان دید LHC در ۱۴ TeV قادر است تا ناحیه‌ی $N_D = 4$ فضای پارامتر $NJL - aTC$ را پوشش دهد که در مقایسه با پیش‌بینی-های هولوگرافی برای نظریه‌های راهروی برای N_D های بزرگ نه‌تنها به سمت $\tilde{g}$ های کوچک انتقال پیدا کرده است، بلکه به سمت M_A های کوچکتر سوق پیدا کرده است. علاوه بر این، می‌توان دید که برخورد دهنده‌های ۲۷ TeV و ۱۰۰ TeV قادر خواهند بود تا فضای پارامتر $NJL - aTC$ را برای $N_C = 3$ با $N_D \geq 3$ و $N_C = 4$ با $N_D \geq 2$ پوشش دهند. از طرفی می‌توان دریافت که همه‌ی مدل‌ها با

¹ Doublet

$N_D = 1$ در ناحیه‌ی $M_A > 3$ و $\tilde{g} > 7$ قرار می‌گیرند، حتی اگر یک برخورد دهنده‌ی 100 TeV را

در نظر بگیریم.

فصل ۴: کاربرد مدل D_3/D_7 در مطالعه می نمودار فاز نظریه کوآتومی رنگ

مقدمه

در این فصل شکست تقارن دستیده را در نظریه پیمانه‌ای N_C بزرگ $N = 4$ با ماده کوارکی $N = 2$ در حد آزمون^۱ بررسی می‌کنیم. در این حد که اغلب در نظریه پیمانه‌ای شبکه کاربرد دارد و برای ساده‌سازی محاسبات به کار می‌رود، در نمودارهای فاینمن از حلقه‌های مربوط به فرمیون صرف نظر می‌شود. با توجه به این که نظریه $N = 2$ در حضور یک میدان مغناطیسی، با تولید چگالش کوارک-پادکوارک، نقش شکست تقارن دستیده را در مسئله به عهده می‌گیرد، در این فصل وابستگی پتانسیل شیمیایی و دمایی نظریه را با استفاده از دوگان گرانشی آن که بر اساس مدل هولوگرافی D_3/D_7 است، مطالعه می‌کنیم. با در نظر گرفتن کوارک‌های بدون جرم در پتانسیل شیمیایی صفر، نظریه یک گذار فاز مرتبه‌ی اول را تجربه می‌کند که تقارن دستیده طی این گذار بازیابی می‌شود و مزون‌ها طی این گذار ذوب می‌شوند. در دمای صفر، این گذارها از مرتبه‌ی دوم هستند و به ازای مقادیر مختلف پتانسیل شیمیایی مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۴۶]. در طی این گذارها دو نقطه‌ی بحرانی وجود دارند که آن‌ها را مطالعه می‌کنیم. به ازای جرم معین کوارک گذار فاز مرتبه‌ی دوم برای تقارن دستیده تبدیل به یک عبور^۲ می‌شود و یک نقطه‌ی بحرانی در پایان گذار فاز مرتبه‌ی اول خواهیم داشت. در اشکال این فصل به توضیح کامل این نقاط می‌پردازیم. در ادامه فصل از میدان دیلاتون^۳ برای القای شکست تقارن دستیده استفاده می‌کنیم و آن را به صورت یک عبارت مؤثر $(1 + \frac{1}{r}q)$ در کنش وارد می‌کنیم. در این عبارت q به بعد عملگر چگالش مربوط می‌شود. به این صورت تغییرات نقاط بحرانی و گذارها را بر اساس جرم کوارک و ضریب ثابت q در مشخصات میدان دیلاتون مطالعه و بررسی می‌کنیم. در ادامه سعی می‌کنیم فاز ابررسانایی رنگ^۴ را نیز بررسی کنیم و در این راستا به مطالعه‌ی ستاره نوترونی^۵ بپردازیم.

¹ Quenched

² Cross over

³ Dilaton profile

⁴ Color superconducting phase

⁵ Neutron star

۴-۱ شکست تقارن دستیده با استفاده از میدان مغناطیسی

در QCD، بر این باوریم که یک گذار از فاز حبس‌شدگی با شکست تقارن دستیده در دما و چگالی پایین به یک فاز غیر حبس‌شده با برقراری تقارن کایرال در دمای بالا وجود دارد. نظریه پیمانهای $N = 4$ با N_C بزرگ با ماده کوارکی در حضور یک میدان مغناطیسی، نقش شکست تقارن کایرال را ایفا می‌کند [۴۲-۴۸]. در این بخش وابستگی دمایی و پتانسیل شیمیایی این نظریه را با استفاده از دوگان گرانشی آن بررسی خواهیم کرد که بر اساس سیستم مدل شامه D_3/D_7 صورت می‌گیرد. همان‌طور که در فصل دوم گفته شد، شامه‌های D موجوداتی غیر اختلالی و یک ابزار مهم نظری در درک نظریه ابر ریسمان و جفت‌شدگی قوی می‌باشند و می‌توان بسیاری از جنبه‌های هندسی فضا-زمان را با استفاده از شامه‌ها تفسیر کرد. شامه‌های D گاه‌ها به عنوان موجودات سنگینی در نظر گرفته می‌شوند که باعث انحنای فضا-زمان اطراف می‌شوند. بنابراین نه تنها شرایط مرزی را به روش هندسی تغییر می‌دهند بلکه به عنوان یک موجود دینامیکی نیز در نظر گرفته می‌شوند.

۴-۱-۱ نمودار فاز

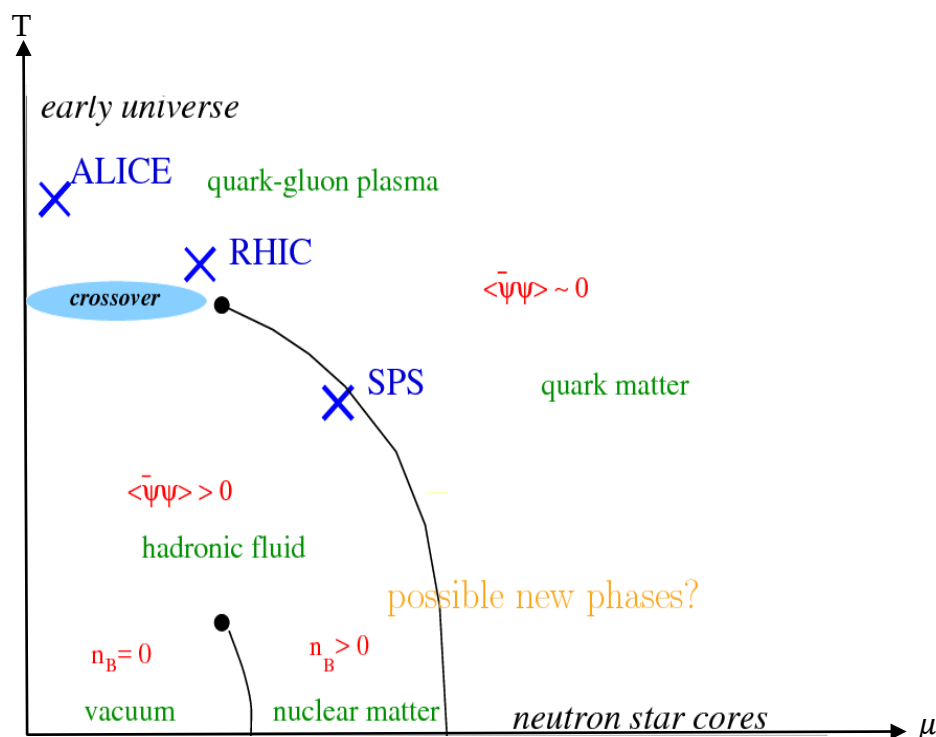
اطلاعات ترمودینامیکی سیستم با استفاده از نمودار فاز مشخص می‌شوند که نواحی مختلف مربوط به فازهای متفاوت می‌باشد. محورها بر اساس تاثیرگذاری که روی فازها دارند انتخاب می‌شوند. برای مثال در نمودار فاز آب، پارامترهای مؤثر فشار و دما هستند و فازها آب و یخ و بخار آب هستند. در نقطه سه‌گانه هر سه فاز وجود دارند و نقطه‌ی بحرانی جایی است که دو فاز غیر قابل تشخیص می‌شوند. به طور مشابه می‌توانیم چنین نموداری را برای QCD داشته باشیم.

در این مورد پارامترهای مؤثر پتانسیل شیمیایی و دما هستند [۴۹، ۵۰]. مطابق شکل (۴-۱)، برای دمای صفر و پتانسیل شیمیایی صفر در مبدا حالتی است که هیچ ذره‌ای وجود ندارد و بنابراین خلاء را داریم. در واقع QCD حالت خلاء کرومودینامیک کوانتومی است که تنها مثال یک حالت خلاء غیر اختلالی است که توسط کوارک و گلوئون مشخص می‌شوند. با افزایش μ به مقداری می‌رسیم که از

تفاضل جرم سکون نوکلئون و انرژی بستگی آن عبور کند و به ماده هسته‌ای می‌رسیم. در این نقطه هر دو حالت خلاء و ماده‌ی باریونی وجود دارد و این ناپیوستگی دلیلی بر گذار فاز مرتبه‌ی اول است. این نقطه، تنها نقطه‌ای است که فشار صفر است و ماده هسته‌ای در این نقطه پایدار و مقید است. برای رسیدن به چگالی‌های بالاتر یعنی ماده‌ی کوارکی یک فشار خارجی مثل وجود ستاره‌های نوترونی لازم است. در دماهای زیاد و یا پتانسیل شیمیایی زیاد به خاطر آزادی مجانبی QCD اختلالی است و به صورت تحلیلی قابل بیان است. در نمودار فاز اگر دما افزایش یابد، شبیه‌سازی نظریه پیمانه‌ای به این صورت است که فضا-زمان به صورت ۴ بعدی پیوسته نمی‌باشد و مثل شبکه بلورها است. در این مدل کوارک‌ها نقاط شبکه و گلوئون‌ها اتصالات شبکه را اشغال می‌کنند. محاسبات مربوط به کرومودینامیک کوانتومی در مدل شبکه^۱ با استفاده از شبیه‌سازی مونت-کارلو صورت می‌گیرد که برای محور دما بسیار مفیدند ولی برای $\mu \neq 0$ غیر کاربردی و غیر مؤثر است [۴۶-۴۸].

ماهیت ذراتی که در آزمایشگاه‌های *LHC* و *RHIC* مشخص می‌شود در این نمودار فاز در ناحیه‌ی دماهای بالا و μ کوچک می‌باشد. به عنوان مثال می‌توان آزمایش برخورد یون‌های سنگین را نام برد که تولید کننده پلاسمای کوارک-گلوئون است. دقت کنید که وقتی جرم کوارک صفر است مبدأ نمودار فاز به عنوان جایی که حبس‌شدگی داریم شناخته می‌شود. به محض این‌که از مبدأ در جهت دما یا پتانسیل شیمیایی حرکت کنیم، از آن فاز خارج می‌شویم و به یک فاز غیر حبس‌شدگی به صورت یک گذار فاز مرتبه‌ی اول می‌رویم. عنصر اساسی که ما به نظریه اضافه می‌کنیم، شکست تقارن همدیس است که نظریه را به QCD نزدیک‌تر می‌کند. اگر کوارک‌ها جرم‌دار باشند گذار فاز مرتبه‌ی دوم تبدیل به یک عبور می‌شود و در پایان گذار فاز مرتبه‌ی اول، ما یک نقطه‌ی بحرانی خواهیم داشت ولی گذار ذوب مزون مشابه مورد کوارک بدون جرم است.

¹ Lattice



شکل ۴-۱. نمودار فاز مربوط به QCD [۴۱]

از طرفی همان‌طور که در فصل دوم نیز بیان کردیم، استفاده از هولوگرافی ابزار مناسبی را برای حل مسائل میدان همدیس با جفت‌شدگی قوی را ارائه می‌دهد. حال در ادامه می‌خواهیم با استفاده از هولوگرافی نمودار فاز را رسم کنیم.

در QCD، دو ویژگی بارز وجود دارد که یکی از آن‌ها شکست تقارن دستیده^۱ و دیگری بحث حبس-شدگی^۲ است. در ابتدا از میدان مغناطیسی استفاده می‌کنیم که باعث شکست تقارن دستیده در نظریه است و می‌توان نشان داد که در حضور میدان مغناطیسی شکست تقارن دستیده از طریق تولید چگالش کوارک-پاد کوارک وارد مسئله می‌شود. در گذشته به ازای میدان مغناطیسی متغیر و دمای ثابت نمودار فاز و تغییرات آن را بررسی کرده بودند [۴۳-۴۴]. در مرجع [۵۱]، مسئله در دمای مخالف صفر بررسی شده است. در مدل‌های هولوگرافی برای توصیف حبس‌شدگی یا دستیدگی میدان‌های مناسب را به توده^۳ زمینه اضافه می‌کنند تا بتوانند روی مرز خواص QCD را توضیح دهند.

^۱ Chiral symmetry breaking

^۲ Confinement

^۳ Bulk

برای مثال در این جا برای بیان دما از سیاه‌چاله^۱ استفاده می‌کنند و یا برای نشان دادن کوارک-پاد کوارک روی مرز از یک ریسمان U شکل استفاده می‌کنند و این ریسمان که در واقع کوارک و پاد کوارک را بهم متصل می‌کند حبس‌شدگی را نشان می‌دهد. برای همدیسی نیز در توده، یک میدان اسکالر در نظر می‌گیریم که جرم این میدان اسکالر باعث ایجاد چگالش^۲ می‌شود و تقارن همدیسی شکسته می‌شود. حال در ادامه مراحل رسم نمودار فاز و پیدا کردن نقاط بحرانی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۴-۱-۲ مدل هولوگرافی

نظریه پیمانه‌ای $\mathcal{N} = 4$ در دمای معین یک توصیف هولوگرافی بر حسب هندسه یک سیاه‌چاله‌ی AdS_5 دارد که هندسه به صورت زیر است [۵۲-۵۴]:

$$dS^2 = \frac{r^2}{R^2}(-f dt^2 + d\vec{x}^2) + \frac{R^2}{r^2 f} dr^2 + R^2 d\Omega_3^2, \quad (۱-۴)$$

که $R^4 = 4\pi g_s N \alpha'^2$ و N تعداد N_c تا شامه‌ی D_3 را نشان می‌دهد.

$$f := 1 - \frac{r_H^4}{r^4}, \quad r_H := \pi R^2 T \quad (۲-۴)$$

در اینجا r_H موقعیت افق رویداد سیاه‌چاله است و وابسته به دما است. در واقع با اضافه شدن سیاه‌چاله، یک سر ریسمان داخل سیاه‌چاله می‌افتد و بنابراین حبس‌شدگی از بین می‌رود. می‌توان با استفاده از تغییر مختصات:

$$\frac{dr^2}{r^2 f} \equiv \frac{d\omega^2}{\omega^2} \Rightarrow \omega := \sqrt{r^2 + \sqrt{r^4 - r_H^4}} \quad (۳-۴)$$

با $\omega_H = r_H$. این تغییر مختصات باعث حضور یک شش صفحه‌ای عمودی در موقعیت افق رویداد می‌شود. می‌توان مختصات را روی صفحه‌ای که شامل ρ و L است به صورت زیر نوشت:

$$\omega = \sqrt{\rho^2 + L^2}, \quad \rho := \omega \sin\theta, \quad L := \omega \cos\theta \quad (۴-۴)$$

^۱ Black hole

^۲ Condensation

با تغییر مختصات به صورت بالا می‌توان متریک را به صورت زیر نوشت:

$$dS^2 = \frac{\omega^2}{R^2} (-g_t dt^2 + g_x d\vec{x}^2) + \frac{R^2}{\omega^2} (d\rho^2 + \rho^2 d\Omega_3^2 + dL^2 + L^2 d\Omega_1^2) \quad (5-4)$$

که

$$g_t := \frac{(\omega^4 - \omega_H^4)^2}{2\omega^4(\omega^4 + \omega_H^4)}, \quad g_x := \frac{\omega^4 + \omega_H^4}{2\omega^4} \quad (6-4)$$

توجه کنید که در این فصل محاطشدگی را با پارامتر L نمایش داده‌ایم. از طرفی در مدل D_3/D_7 ریسمانی که از D_3 به D_7 کشیده شده نشان دهنده کوارک و ریسمانی که از D_3 به D_7 کشیده می‌شود نشان دهنده عملگرهای مزونی و منشأ آن‌هاست. همان‌طور که در فصل دو گفته شد، شامه D_7 با استفاده از کنش DBI به صورت زیر تعریف می‌شود [55-58]:

$$S_{DBI} = -T_{D7} \int d^8\xi \sqrt{-\det(P[G]_{ab} + 2\pi\alpha' F_{ab})} \quad (7-4)$$

می‌توان نشان داد چون کنش مستقل از A_t است، یک کمیت پایسته مانند $d = \frac{\delta S}{\delta F_{\rho t}}$ تحت عنوان چگالی وجود دارد و می‌توان از کنش تحت تبدیل لژاندر استفاده کرد:

$$\tilde{S} = S - \int d\xi^8 F_{\rho t} \frac{\delta S}{\delta F_{\rho t}} = \left(\int_{S^3} \epsilon_3 \int dt d\vec{x} \right) \int d\rho \tilde{\mathcal{L}}(\rho), \quad (8-4)$$

داریم:

$$d = \frac{2\omega^4((\omega^4 + \omega_H^4)(1 - \frac{\omega_H^4}{\omega^4})(1 + \frac{\omega_H^4}{\omega^4})\rho^3 h(\rho) A_t')}{(\omega^4 - \omega_H^4)^2 \sqrt{1 - \frac{2\omega^4(\omega^4 + \omega_H^4)A_t'^2}{(\omega^4 - \omega_H^4)^2} + L'^2}} \quad (9-4)$$

بنابراین برای پتانسیل شیمیایی به دست می‌آوریم:

$$d^2(\omega^4 - \omega_H^4)^4 \left(1 - \frac{2\omega^4(\omega^4 + \omega_H^4)A_t'^2}{(\omega^4 - \omega_H^4)^2} + L'^2 \right) = 4\omega^8((\omega^4 + \omega_H^4)^2(1 - \frac{\omega_H^4}{\omega^4})^2(1 + \frac{\omega_H^4}{\omega^4})^2 \rho^6 h(\rho)^2 A_t'^2 \quad (10-4)$$

$$A_t'^2 = \frac{d^2(\omega^4 - \omega_H^4)^4(1 + L'^2)}{4\omega^8((\omega^4 + \omega_H^4)^2 \left(1 - \frac{\omega_H^4}{\omega^4}\right)^2 \left(1 + \frac{\omega_H^4}{\omega^4}\right)^2 \rho^6 h(\rho)^2 - d^2(\omega^4 - \omega_H^4)^2 2\omega^4(\omega^4 + \omega_H^4)} \quad (11-4)$$

با جایگذاری رابطه بالا و حذف پتانسیل شیمیایی در لاگرانژی داریم:

$$\mathcal{L} = -N_f T_{D7} \rho^3 \times \sqrt{\left(\frac{(\omega^4 - \omega_H^4)^2}{\omega^4(\omega^4 + \omega_H^4)}\right) \left(\frac{(\omega^4 + \omega_H^4)}{\omega^4}\right)} \times \left(\sqrt{\left(\frac{(\omega^4 + \omega_H^4)}{\omega^4}\right)^2 h^2 + \frac{d^2}{\left(\frac{(\omega^4 + \omega_H^4)}{\omega^4}\right) \rho^6}}\right) \times \sqrt{(1 + (\partial_\rho L)^2)} \quad (۱۲-۴)$$

بنابراین برای کنش تحت تبدیل لژاندر داریم:

$$\tilde{S} = -N_f T_{D7} \rho^3 \sqrt{(1 + (\partial_\rho L)^2)} \sqrt{\left(\frac{(\omega^4 - \omega_H^4)^2}{\omega^4(\omega^4 + \omega_H^4)}\right) \left(\frac{(\omega^4 + \omega_H^4)}{\omega^4}\right)} \times \sqrt{\left(\frac{(\omega^4 + \omega_H^4)}{\omega^4}\right)^2 h^2 + \frac{d^2}{\left(\frac{(\omega^4 + \omega_H^4)}{\omega^4}\right) \rho^6}} + \frac{N_f T_{D7} \rho^3}{(\omega^4 - \omega_H^4)^2} \times \quad (۱۳-۴)$$

$$\frac{2w^4((\omega^4 + \omega_H^4)(1 - \frac{\omega_H^4}{\omega^4})(1 + \frac{\omega_H^4}{\omega^4})h(\rho))}{\sqrt{1 - \frac{2w^4(\omega^4 + \omega_H^4) \left(\frac{d^2(\omega^4 - \omega_H^4)^4(1 + L'^2)}{4w^8((\omega^4 + \omega_H^4)^2 \left(1 - \frac{\omega_H^4}{\omega^4}\right)^2 \left(1 + \frac{\omega_H^4}{\omega^4}\right)^2 \rho^6 h(\rho)^2 - d^2(\omega^4 - \omega_H^4)^2 2w^4(\omega^4 + \omega_H^4))} \right)}{(\omega^4 - \omega_H^4)^2}} + L'^2}} \times \sqrt{\left(\frac{d^2(\omega^4 - \omega_H^4)^4(1 + L'^2)}{4w^8((\omega^4 + \omega_H^4)^2 \left(1 - \frac{\omega_H^4}{\omega^4}\right)^2 \left(1 + \frac{\omega_H^4}{\omega^4}\right)^2 \rho^6 h(\rho)^2 - d^2(\omega^4 - \omega_H^4)^2 2w^4(\omega^4 + \omega_H^4))} \right)} \frac{2w^4(\omega^4 + \omega_H^4) \left(\frac{d^2(\omega^4 - \omega_H^4)^4(1 + L'^2)}{4w^8((\omega^4 + \omega_H^4)^2 \left(1 - \frac{\omega_H^4}{\omega^4}\right)^2 \left(1 + \frac{\omega_H^4}{\omega^4}\right)^2 \rho^6 h(\rho)^2 - d^2(\omega^4 - \omega_H^4)^2 2w^4(\omega^4 + \omega_H^4))} \right)}{\sqrt{1 - \frac{2w^4(\omega^4 + \omega_H^4) \left(\frac{d^2(\omega^4 - \omega_H^4)^4(1 + L'^2)}{4w^8((\omega^4 + \omega_H^4)^2 \left(1 - \frac{\omega_H^4}{\omega^4}\right)^2 \left(1 + \frac{\omega_H^4}{\omega^4}\right)^2 \rho^6 h(\rho)^2 - d^2(\omega^4 - \omega_H^4)^2 2w^4(\omega^4 + \omega_H^4))} \right)}{(\omega^4 - \omega_H^4)^2}} + L'^2}} \quad (۱۴-۴)$$

می‌توان رابطه زیر را برای $\tilde{\mathcal{L}}$ به‌دست آورد به صورتی که:

$$\tilde{\mathcal{L}} := -N_f T_{D7} \frac{(\omega^4 - \omega_H^4)}{4\omega^4} \sqrt{K(1 + (\partial_\rho L)^2)} \quad (۱۴-۴)$$

$$K := \left(\frac{\omega^4 + \omega_H^4}{\omega^4} \right)^2 \rho^6 + \frac{4R^4 B^2}{\omega^4} \rho^6 + \frac{8\omega^4}{(\omega^4 + \omega_H^4)} \frac{d^2}{(N_f T_{D7} 2\pi\alpha')^2} \quad (۱۵-۴)$$

در نهایت معادله‌ی محاطی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{L}(\tilde{\rho}) \sim \tilde{m} + \frac{\tilde{c}}{\tilde{\rho}^2}, \quad \tilde{m} = \frac{2\pi\alpha' m_q}{R\sqrt{2B}}, \quad \tilde{c} = \langle \bar{q}q \rangle \frac{(2\pi\alpha')^3}{(R\sqrt{2B})^3} \quad (۱۶-۴)$$

معادلات هامیلتونی با استفاده از رابطه (۱۴-۴) به صورت $\partial_\rho d = \frac{\delta \tilde{S}}{\delta A_t}$ و $\partial_\rho A_t = -\frac{\delta \tilde{S}}{\delta d}$ به دست می‌آید.

معادله اول نشان می‌دهد که d یک کمیت پایسته است. معادله‌ی دوم نتیجه‌ی زیر را برای پتانسیل شیمیایی به دست می‌دهد:

$$\partial_{\tilde{\rho}} \tilde{A}_t = \tilde{d} \frac{\tilde{\omega}^4 - \tilde{\omega}_H^4}{\tilde{\omega}^4 + \tilde{\omega}_H^4} \sqrt{\frac{1 + (\tilde{L}')^2}{\tilde{K}}}, \quad (۱۷-۴)$$

که $\tilde{A}_t := \frac{\sqrt{2} 2\pi\alpha' A_t}{R\sqrt{2B}}$ برای چنین محاط‌شدگی، پتانسیل شیمیایی $(\tilde{\mu})$ به صورت زیر تعریف می‌شود [۵۹-۶۱]:

$$\tilde{\mu} = \lim_{\tilde{\rho} \rightarrow \infty} \tilde{A}_t(\tilde{\rho}) = \int_{\tilde{\rho}_H}^{\infty} d\tilde{\rho} \tilde{d} \frac{\tilde{\omega}^4 - \tilde{\omega}_H^4}{\tilde{\omega}^4 + \tilde{\omega}_H^4} \sqrt{\frac{1 + (\tilde{L}')^2}{\tilde{K}}} \quad (۱۸-۴)$$

از طرفی پتانسیل بزرگ $\tilde{\Omega}$ با کنش S مرتبط است و انرژی آزاد هلمهولتز $\tilde{F}$ با کنش تحت تبدیل لژاندر $\tilde{S}$ مرتبط است:

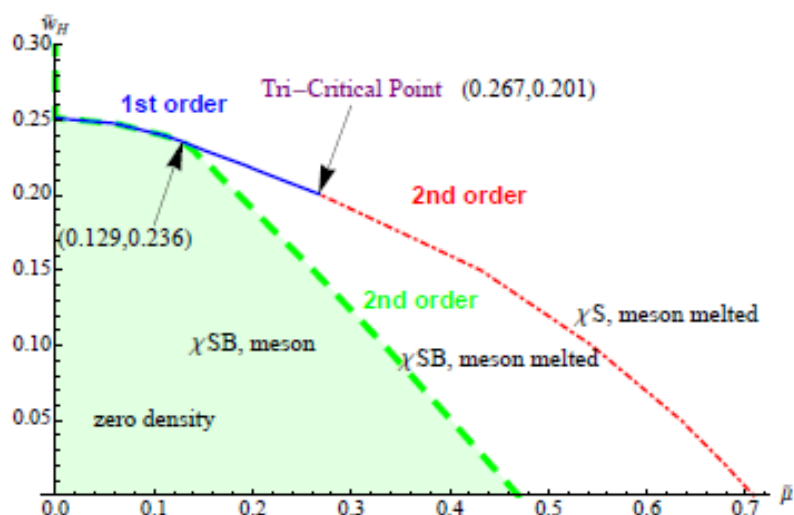
$$\tilde{F}(\tilde{\omega}_H, \tilde{d}) := \frac{-\tilde{S}}{N_f T_{D7} (R\sqrt{B})^4 Vol} = \int_{\tilde{\rho}_H}^{\infty} d\tilde{\rho} \frac{\tilde{\omega}^4 - \tilde{\omega}_H^4}{\tilde{\omega}^4} \sqrt{\tilde{K}(1 + (\tilde{L}')^2)} \quad (۱۹-۴)$$

$$\tilde{\Omega}(\tilde{\omega}_H, \tilde{\mu}) := \frac{-S}{N_f T_{D7} (R\sqrt{B})^4 Vol} = \int_{\tilde{\rho}_H}^{\infty} d\tilde{\rho} \frac{\tilde{\omega}^4 - \tilde{\omega}_H^4}{\tilde{\omega}^4} \sqrt{\frac{1 + (\tilde{L}')^2}{\tilde{K}}} \times \left(\left(\frac{\tilde{\omega}^4 + \tilde{\omega}_H^4}{\tilde{\omega}^4} \right)^2 \tilde{\rho}^6 + \frac{1}{\tilde{\omega}^4} \tilde{\rho}^6 \right) \quad (۱۵-۴)$$

توجه کنید که Vol انتگرال حجمی γ بعدی بدیهی را نشان می‌دهد. حال با استفاده از این روابط می‌توان نمودار فاز را به صورت شکل (۲-۴) رسم کرد. در اینجا رفتار QCD را بر اساس پتانسیل شیمیایی μ در نظر می‌گیریم. در شکل (۲-۴) گذار فازها را ببینید. همان‌طور که می‌بینید یک گذار فاز مرتبه‌ی اول از یک فاز شکست تقارن دستیده با حالت‌های پایه‌ی مزونی به یک فاز تقارن دستیده با مزون‌های ذوب‌شده در نظریه بدون جرم در حضور میدان مغناطیسی با افزایش دما شناسایی شده

¹ Grand potential

است. در صورتی که در راستای محور چگالی معین، گذار ذوب مزون مرتبه‌ی دوم است و دقیقاً در این ناحیه از سایر گذار فازهای تقارن دستیده مرتبه‌ی دوم جدا می‌شود. در پتانسیل شیمیایی صفر نقطه-ی گذار را در $\omega_H = 0.2516$ داریم. در دمای صفر ما گذار فاز را در $\mu = 0.708$ داریم که در یک چگالی مشخص $d = 0.3197$ اتفاق می‌افتد. نقطه‌ی $\mu = 0.47$ را هم به عنوان موقعیتی که گذار فاز مرتبه‌ی دوم به یک فاز ذوب مزون اتفاق می‌افتد که در این جا چگالی صفر است به این معنا که این گذار، گذار از یک محاطشدگی مینکوفسکی به یک محاطشدگی سیاه‌چاله است. دقت کنید که تمام پارامترها بدون بعد هستند و با مقیاس $L(\rho)$ به صورت $\mu \rightarrow \frac{\mu}{\rho^3}$ ، $d \rightarrow \frac{d}{\rho}$ و $\Omega \rightarrow \frac{\Omega}{\rho^4}$ بهنجار شده‌اند.



شکل ۴-۲. نمودار فاز QCD در حضور میدان مغناطیسی [۵۱]

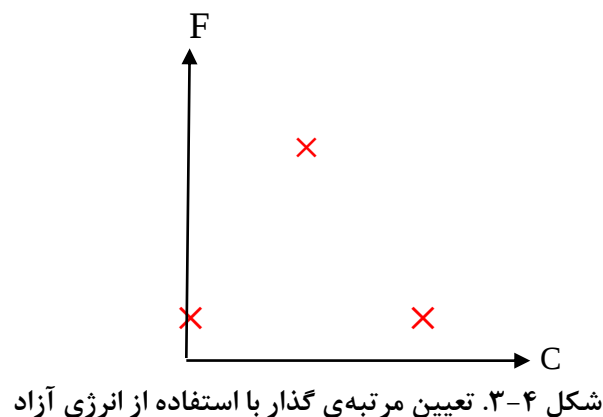
۴-۱-۳ رسم نمودار فاز با استفاده از پارامترهای آزاد

اگر نمودار محاطشدگی را بر حسب انرژی یا ρ رسم کنیم، سه دسته جواب می‌یابیم که دسته اول محاطشدگی مینکوفسکی است که چگالی در آن صفر است ($d = 0$) و چگالی کوارک‌های آزاد صفر است و فقط فاز مزونی داریم. دسته‌ی دوم محاطشدگی سیاه‌چاله است که در آن ($d \neq 0$) و در اینجا

کوارک‌های جرم‌دار که حاصل ذوب مزون‌ها هستند را می‌یابیم. دسته‌ی آخر جواب‌های تخت هستند

که در این جا کوارک‌های بدون جرم را داریم و $L = 0$.

برای تشخیص گذار فازهای مرتبه‌ی اول و دوم باید نمودار انرژی آزاد را رسم کنیم. به این صورت که اگر جواب‌ها (زمانی که جرم بدست آمده از محاط‌شدگی در حد انرژی بالا صفر باشد) در انرژی تبه‌گن باشند در صورتی که چگالش متفاوتی را دارا باشند، گذار فاز مرتبه اول رخ می‌دهد. بنابراین اگر در دمای معین سه جواب برای $m = 0$ داشته باشیم. یکی از جواب‌ها برای چگالش صفر ($c = 0$) است و جواب دیگر برای نقطه‌ای است که تقارن دستیده شکسته می‌شود. در صورتی که جواب سوم وجود داشته باشد که مقدار بیشینه پتانسیل بین این دو جواب باشد، یعنی وقتی نمودار انرژی آزاد را رسم می‌کنید به صورت شکل زیر دیده می‌شوند.



در این صورت شاهد یک پرش یا گسستگی بین دو خلاء یا جواب می‌شویم و این شرطی برای گذار فاز مرتبه‌ی اول خواهد بود. در مورد گذار فاز مرتبه‌ی دوم در چگالی d ، مقدار c کاهش می‌یابد تا به آرامی به صفر برسد و جواب سوم وجود ندارد که به ازای آن پرشی در نمودار انرژی آزاد داشته باشیم. بنابراین گذار فاز مرتبه‌ی دوم یک گذار فاز پیوسته است.

فرض کنید در مسئله دما و پتانسیل شیمیایی را صفر در نظر بگیریم و میدان مغناطیسی را در مسئله روشن کنیم. اگر میدان مغناطیسی را در مسئله روشن کنیم، در آن صورت منجر به جواب‌های بدون جرم می‌شود. بنابراین یک میدان مغناطیسی بدون بعد به صورت $F_{12/xy} = \frac{B}{2\pi\alpha}$ اضافه می‌کنیم. هم-

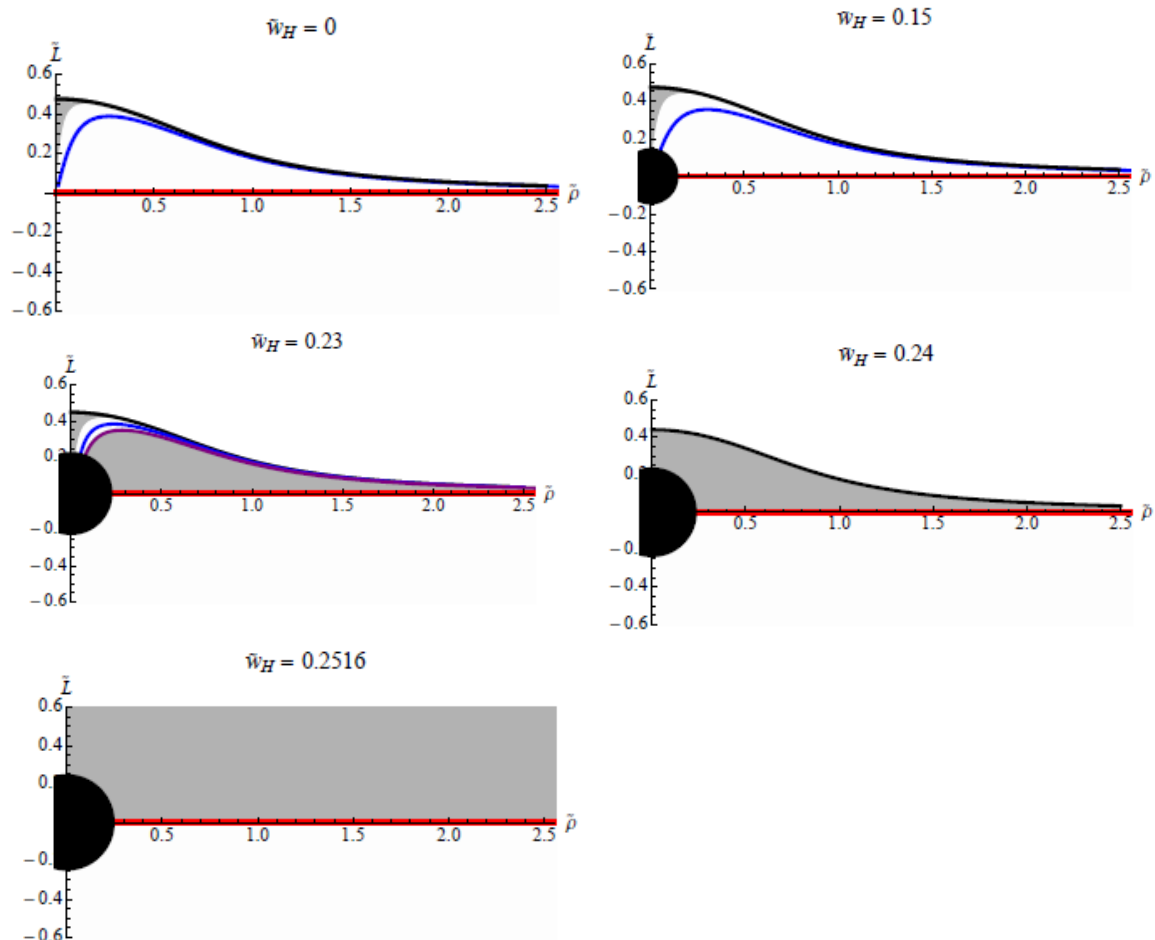
چنین می‌توانیم آن را به صورت یک عبارت مربوط به دیلاتون در نظر بگیریم $B = \sqrt{1 + \frac{B^2 R^4}{g_x^2 (\rho^2 + L^2)^2}}$

که به راحتی در رابطه‌ی کنش DBI وارد می‌شود:

$$S_{DBI} = -N_f T_{D7} V_{S_3} V_z \int d^3x d\rho \rho^3 \left(1 - \frac{\omega_0^8}{\omega^8}\right) \sqrt{1 + \frac{B^2 R^4}{g_x^2 (\rho^2 + L^2)^2}} \sqrt{1 + L'^2} \quad (۲۰-۴)$$

دقت داشته باشید که اگر ما جواب‌ها را بدون در نظر گرفتن افق رویداد در نظر بگیریم به این معناست که ω_H را بسیار کوچک در نظر بگیریم و بنابراین وجود سیاه‌چاله‌ای منتفی است. همان‌طور که دما را زیاد می‌کنیم، جواب‌های مینکوفسکی به سیاه‌چاله نزدیک می‌شود تا اینکه در یک نقطه دیگر جوابی برای مینکوفسکی وجود ندارد. نمودار محاط‌شدگی برای این جواب‌ها در شکل (۴-۴) به طور مجزا در دماهای مختلف نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل می‌بینید سه گونه مختلف از محاط-شدگی شامه‌ی D_7 برای هر مقدار پتانسیل شیمیایی در دماهای مختلف نشان داده شده است. منحنی سیاه رنگ نشان‌دهنده‌ی جواب‌های مینکوفسکی برای چگالی ثابت صفر است و معرف کوارک‌های جرم‌دار است. نمودار آبی رنگ نشان‌دهنده‌ی جواب‌های سیاه‌چاله برای مقادیر $d \neq 0$ است و نشان-دهنده‌ی فاز مزونی است. منحنی قرمز رنگ جواب‌های $d \neq 0$ تخت را نمایش می‌دهد و معرف کوارک‌های بدون جرم است و به همین دلیل نمودار محاط‌شدگی آن نسبت به تغییر انرژی پویشی^۱ ندارد.

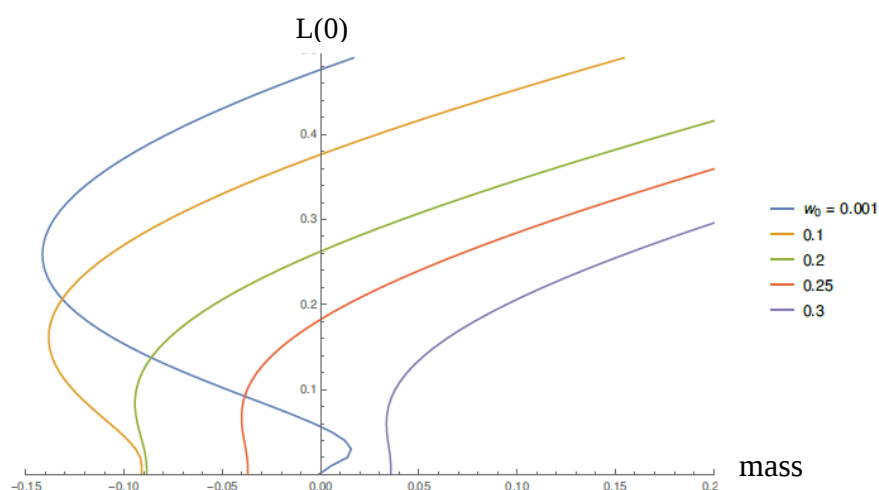
¹ Running



شکل ۴-۴. نمودار محاطشدگی برای جوابهای تخت و مینکوفسکی و سیاهچاله به ازای مقادیر مختلف

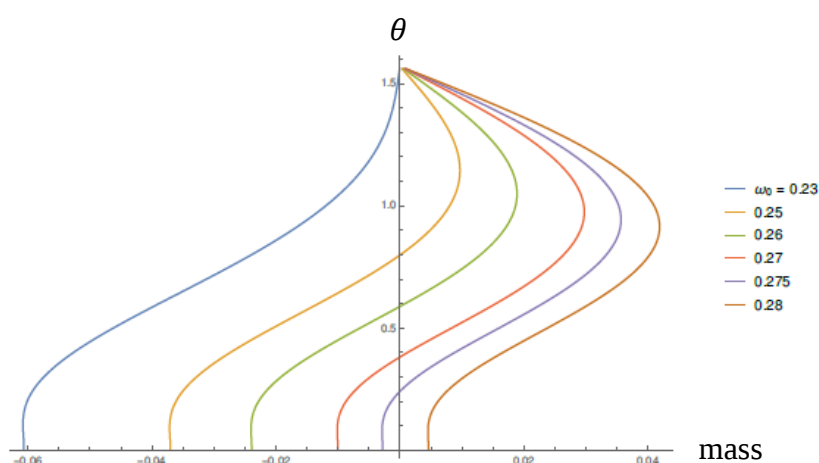
افق رویداد

یک نکته جالب توجه این است که برای w_H های خیلی کوچک، محاطشدگی برای جوابهای مینکوفسکی که منجر به جرم UV صفر باشد بیشتر از یک نقطه یا حتی می تواند سه نقطه‌ای مجزا باشد که در شکل (۴-۵) می توانید این نقاط را ببینید:



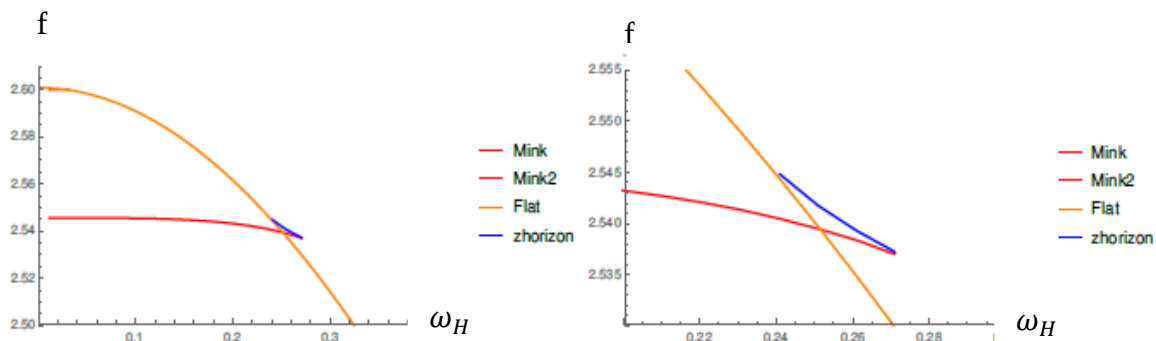
شکل ۴-۵. مقدار اولیه L بر حسب جرم به ازای مقادیر مختلف افق رویداد

بنابراین هرچه قدر افق رویداد بزرگ تر شود، تعداد جواب‌های مینکوفسکی برای L_0 کم تر می شود تا جایی که یک جواب هم باقی نمی ماند. حال سوال پیش می آید که اگر دیگر جواب مینکوفسکی برای کوارک‌های بدون جرم در UV وجود نداشته باشد، باید به دنبال جواب‌های سیاه چاله یا تخت برویم؟ جواب به این صورت است که جواب‌های بدون جرم تخت همیشه وجود دارند که در شکل (۴-۶) به ازای مقادیر مختلف ω_H نشان داده شده است. مقادیر مختلف ω_H به معنای سائزهای مختلف افق رویداد می باشد.



شکل ۴-۶. شرط اولیه افق رویداد بر حسب جرم به ازای مقادیر مختلف افق رویداد یا دما

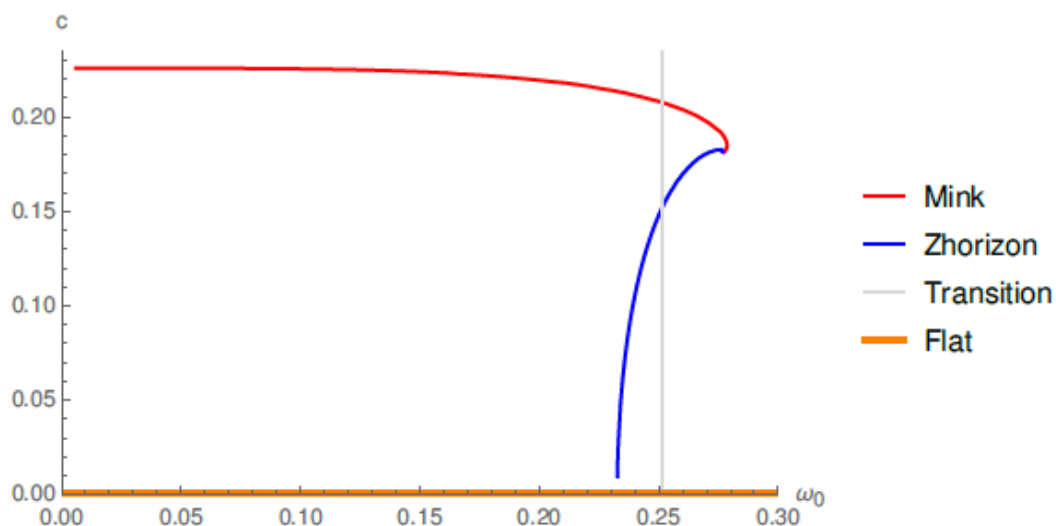
برای اینکه بررسی کنیم که جواب‌های تخت و سیاه‌چاله چطور در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند باید نمودار انرژی آزاد را مورد بررسی قرار دهیم. در شکل (۷-۴) نمودار انرژی آزاد بر حسب ω_H رسم شده است.



شکل ۷-۴. نمودار انرژی آزاد هلمهولتز بر حسب اندازه افق رویداد

جواب‌های مینکوفسکی دوم تأثیری و نقشی در نمودارهای انرژی آزاد ندارد و از بین می‌روند. گذار از جواب‌های مینکوفسکی به تخت مرتبه‌ی اول خواهد بود و شاهد یک نقطه‌ی تیز یا به اصطلاح دم ماهی^۱ برای گذار فاز مرتبه‌ی اول هستیم. همان‌طور که می‌بینید گذار فاز از مینکوفسکی به سیاه‌چاله و از سیاه‌چاله به تخت پیوسته است. در نهایت رفتار چگالش در شکل (۸-۴) بررسی شده است:

$$L = m + \frac{c}{\rho^2}$$

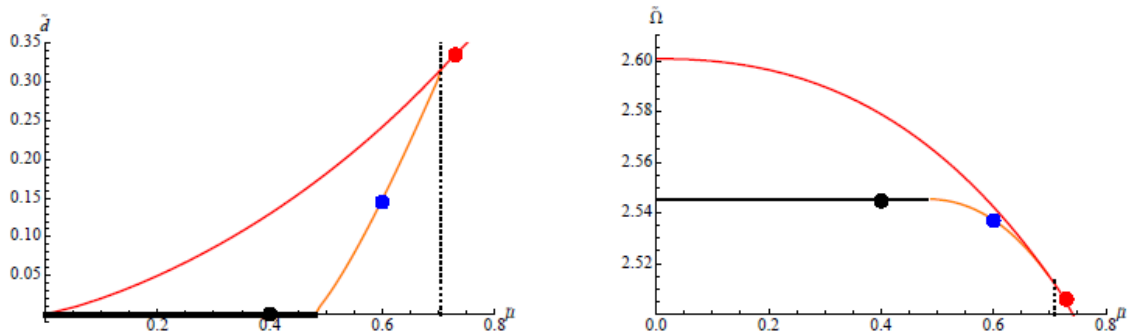


شکل ۸-۴. چگالش بر حسب افق رویداد

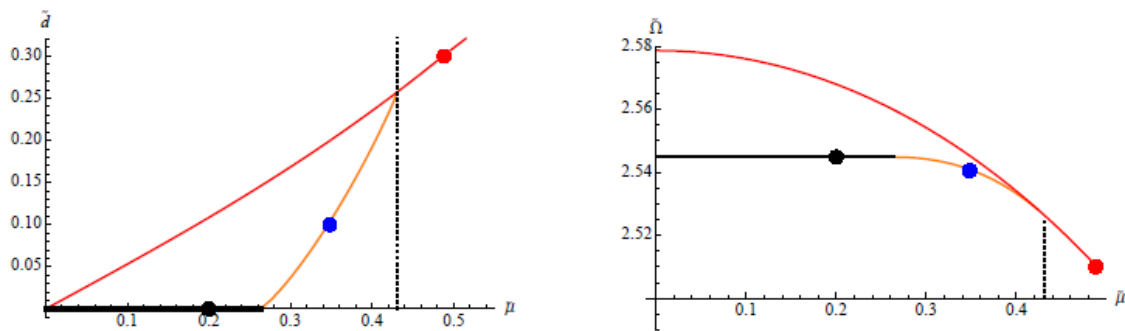
^۱ Fish-tail

با استفاده از این اطلاعات می‌توان نقاط بحرانی و مورد نیاز را برای رسم نمودار فاز به دست آورد.

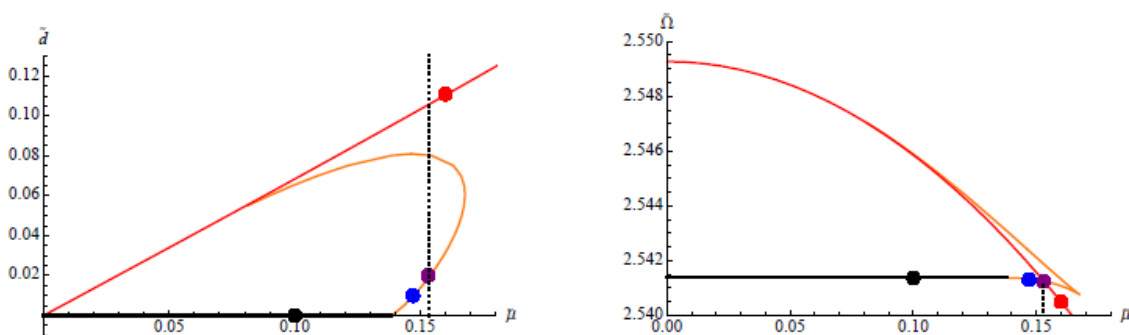
نمودارهای زیر در شکل (۴-۹-آ) به ازای مقادیر مختلف دما رسم شده‌اند.



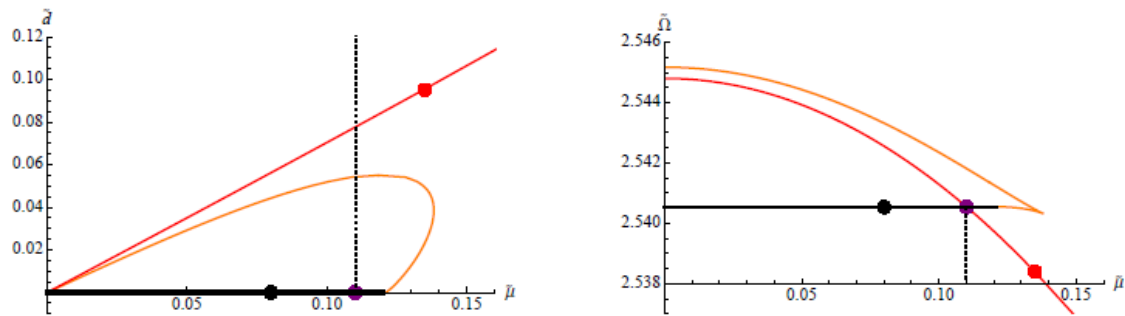
شکل ۴-۹-آ. دمای صفر - $\tilde{\omega}_H = 0$. گذار ذوب مزون مرتبه‌ی دوم و گذار بازیابی تقارن دستیده مرتبه‌ی دوم است.



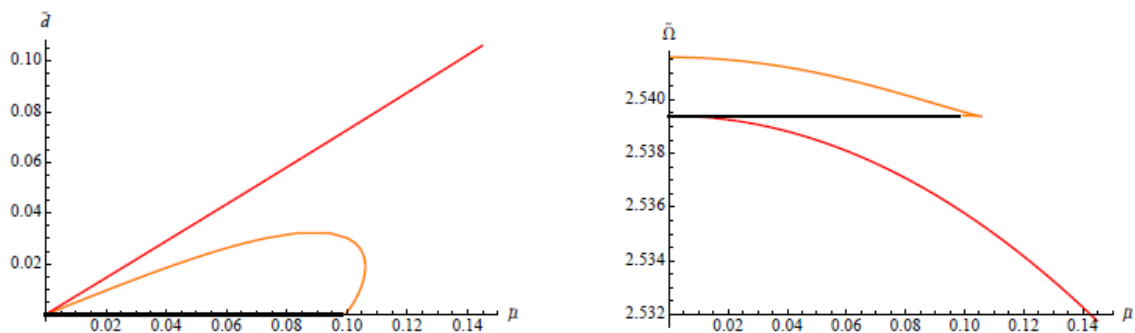
شکل ۴-۹-ب. دمای پایین - $\tilde{\omega}_H = 0.15$. ساختار دمای صفر هم‌چنان برقرار است.



شکل ۴-۹-پ. دمای بالاتر از نقطه‌ی بحرانی اول - $\tilde{\omega}_H = 0.23$. گذار ذوب مزون هم‌چنان مرتبه‌ی دوم است ولی گذار بازیابی تقارن دستیده مرتبه‌ی اول است.



شکل ۹-۴ ج. بالاتر از نقطه‌ی بحرانی دوم $\bar{\omega}_H = 0.24$. در این جا فقط یک گذار مرتبه‌ی اول برای فرآیند ذوب مزون و بازیابی تقارن دستیده وجود دارد.



شکل ۹-۴ د. دمای بالا $\bar{\omega}_H = 0.2516$. حالت پایه شکست تقارن دستیده را برای تمامی مقادیر $\bar{\mu}$ حفظ می‌کند.

در شکل (۹-۴-آ)، نمودار سمت چپی در هر شکل نشان‌دهنده‌ی تغییرات چگالی به ازای پتانسیل شیمیایی است. نمودار سمت راستی نیز نمودار انرژی آزاد است و با استفاده از نمودار سمت چپ و انرژی آزاد می‌توان مرتبه‌ی گذار را در هر دمای مشخصی تعیین کرد.

مسئله را در اینجا با توصیف مزون‌ها آغاز می‌کنیم که در نمودار سمت چپ با رنگ نارنجی نشان داده شده است. با اضافه شدن انرژی، از خلاء مانند حباب‌های آب تولید می‌شوند. با تولید این مزون‌ها به مرور تعداد آن‌ها افزایش می‌یابد و بنابراین نمودار یک افزایش چگالی را با افزایش پتانسیل شیمیایی نشان می‌دهد که در واقع مقدار انرژی است که صرف می‌شود تا ذره مورد نظر را تولید کند. دما را در سیستم روشن می‌کنیم که در شکل (۹-۴-ب) نشان داده شده است. مزون‌ها با افزایش دما به حالتی می‌رسند که می‌توانند یکدیگر را ببینند. بنابراین با افزایش دما، چگالی شروع به زیاد شدن می‌کند تا

این که پتانسیل شیمیایی به یک حد بحرانی می‌رسد. به عنوان مثال یک قوطی را در نظر بگیرید که داخل آن را با یک سری مهره پر کردیم که نقش کوارک، پادکوارک و باریون‌ها را بازی می‌کنند. حال تعداد آن‌ها آن قدر زیاد شده است که تحت فشار قرار می‌گیرند و به طور ناگهانی شروع به ترکیب شدن می‌کنند و یک سری حالت مرزی^۱ جدید تولید می‌کنند و بنابراین به طور آبی μ شروع به کم شدن می‌کند. کاهش μ با افزایش انرژی را می‌توان به وضوح در شکل (۴-۹-پ) مشاهده کرد. این حد آستانه‌ای که μ شروع به کم شدن می‌کند، در یک دما و در یک چگالی مشخص رخ می‌دهد که آن دما یا ω_H معین نقطه‌ی بحرانی اول را در نمودار فاز به دست می‌دهد. در اینجا آن مقدار بحرانی برابر $\mu = 0.201$ است. اگر نمودار انرژی آزاد مربوط به آن را در شکل (۴-۹-پ) ببینیم، در این نقطه برای جواب‌های سیاه‌چاله یک تغییر ناگهانی و تیز^۲ اتفاق می‌افتد، بنابراین با تحلیل هر دو نمودار قابل بررسی است. در واقع انرژی تا حدی افزایش می‌یابد که این ذرات می‌توانند با یکدیگر جفت شوند و μ کاهش می‌یابد. برای فهم بهتر یک سری الکترون و پروتون آزاد داریم که بعد از اینکه به مقدار مشخصی رسیدند، به طور ناگهانی باهم جفت می‌شوند بنابراین پتانسیل کاهش می‌یابد. زیرا پتانسیل شیمیایی انرژی آزاد همان کوارک‌های آزاد هستند. یعنی انرژی که صرف می‌کنیم تا آن کوارک‌های آزاد را خلق کنیم و در یک نقطه از فضا بگذاریم. بنابراین با افزایش دما و انرژی، این کوارک‌های آزاد به هم مقید می‌شوند و هادرون‌های جدید و سنگین‌تر تولید می‌شوند. برای مثال به کوارک‌های بالا و پایین، کوارک شگفت نیز اضافه می‌شود و می‌توانیم باریون‌هایی را به دست آوریم که کوارک‌های شگفت در آن‌ها نقش داشته باشند. بنابراین از یک حد برای انرژی به بعد کوارک‌های آزاد در مسئله کم می‌شوند و در نتیجه چگالی که مربوط به کوارک‌های آزاد است و μ کاهش می‌یابند.

با افزایش زیاد دما در شکل (۴-۹-ج) به حدی می‌رسیم که انرژی آزاد مربوط به کوارک‌های بدون جرم با انرژی آزاد کوارک‌های جرم‌دار که حاصل ذوب مزون‌ها هستند، برابر است. سپس با افزایش μ

¹ Bound state

² Cusp

این دو جواب از یکدیگر جدا می‌شوند. با افزایش دما و انرژی، کوارک‌های آزاد در مسئله زیاد می‌شوند و بنابراین پتانسیل شیمیایی هم زیاد می‌شود و انرژی آزاد کاهش پیدا می‌کند و به همین ترتیب پتانسیل شیمیایی به یک مقدار بیشینه می‌رسد. از این نقطه به بعد کوارک‌های آزاد جفت می‌شوند و پتانسیل شیمیایی شروع به کم شدن می‌کند. بنابراین با توجه به نمودار سمت راستی شکل (۴-۹-ج) به ازای یک قسمتی از این فرآیند به ازای یک μ مشخص دو مقدار برای انرژی آزاد وجود دارد.

در بحث پیدا کردن نقاط بحرانی، نقطه‌ی بحرانی اول، جایی است که سه جواب به یکدیگر می‌رسند، در واقع در یک نقطه فازها با یکدیگر همسایه می‌شوند. بنابراین در یک نقطه ما هم کوارک‌های حاصل از ذوب شدن مزون‌ها را داریم و هم کوارک‌های آزاد را داریم و هم مزون‌ها حضور دارند. دقت داشته باشید که این نقطه به این معنا نیست که انرژی آزاد پایدار یا مینیمم است و پایداری را باید با استفاده از مشتق انرژی آزاد بررسی کنیم. در پیدا کردن دومین نقطه‌ی بحرانی که گذار فاز مرتبه‌ی اول به دوم را شامل می‌شود، به این صورت است که ما دما یا ω_H را از صفر افزایش می‌دهیم تا جایی که هیچ نقطه‌ی بازگشتی در نمودار چگالی-پتانسیل وجود نداشته باشد یا به طور معادل هیچ نقطه‌ی تیزی در نمودار انرژی آزاد نداشته باشیم در حالی که نقطه‌ی بحرانی اول جایی است که سه تا جواب یکدیگر را می‌بینند. دقت داشته باشید که گذار فاز نتیجه‌ی یک شکست تقارن است و این که چه تقارنی شکسته شود نتیجه منحصر به فرد خودش را دارد. به عنوان نمونه شکست تقارن همدیس نتیجه تولید پایون‌ها را در پی دارد و هنگامی در مسئله وجود دارد که محاط‌شدگی متقارن $L = 0$ ناپایدار شود. لازم به ذکر است گذار فاز مرتبه‌ی اول به دوم زمانی رخ می‌دهد که از جواب‌های مینکوفسکی به جواب‌های سیاه‌چاله برویم. در نهایت نمودار (۴-۹-د) را داریم که به ازای بیشترین دمای ممکن در نمودار فاز ارزیابی می‌شود. به این معنا که در صورت افزایش دما بیشتر از این مقدار، تقارن دستیده در مسئله بازیابی می‌شود. اگر به نمودار انرژی آزاد مربوط به آن توجه کنید، انرژی آزاد مربوط به جواب‌های تخت و مینکوفسکی برابرند.

۲-۴ شکست تقارن دستیده با استفاده از مشخصه دیلاتون

کار جدیدی که ما انجام دادیم این است که از میدان دیلاتون استفاده کردیم. در واقع ما سعی داریم با استفاده از شامه‌ها مسئله را حل کنیم. در این روش یک سری میدان نرده‌ای وجود دارد که میدان دیلاتون است و انتخابش بستگی به نوع جفت‌شدگی‌ها دارد. وارد کردن عبارت مؤثر دیلاتون به صورت تابع $h(r)$ یک عنصر کلیدی است:

$$S_{DBI} = -T_{D7} h(r) \int d^8 \xi \sqrt{-\det(P[G]_{ab} + 2\pi\alpha' F_{ab})} \quad , \quad (۲۱-۴)$$

$$h(r) = 1 + \frac{1}{r^q}$$

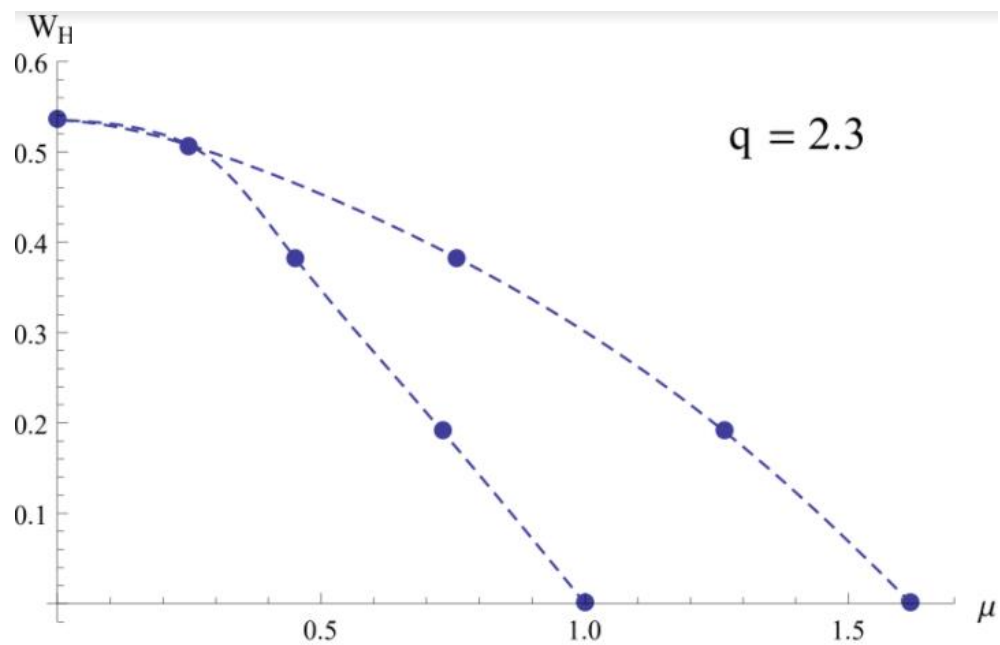
که در آن $r^2 = \rho^2 + L^2$ است.

در رویکرد بالا-پایین^۱، دیلاتون ثابت است. در این جا ما از رویکرد رو-زیر^۲ استفاده می‌کنیم که اجازه می‌دهد تا $h(r)$ غیر بدیهی باشد. هر واکنش برگشتی^۳ در متریک نادیده گرفته می‌شود و شکست تقارن دستیده در مسئله به این وسیله القا می‌شود. قبلاً وابستگی چگالی و q در تابع $h(r)$ را بررسی کرده بودند و حال ما در این بخش وابستگی آن به دما را بررسی می‌کنیم و هدف این است که بررسی کنیم نمودار فاز دستخوش چه تغییراتی می‌شود. نتیجه را در شکل (۴-۱۰) برای نمودار فاز نشان دادیم. هم‌چنین به منظور مقایسه در شکل (۴-۱۱) نمودار فاز به ازای مقادیر مختلف q رسم شده است.

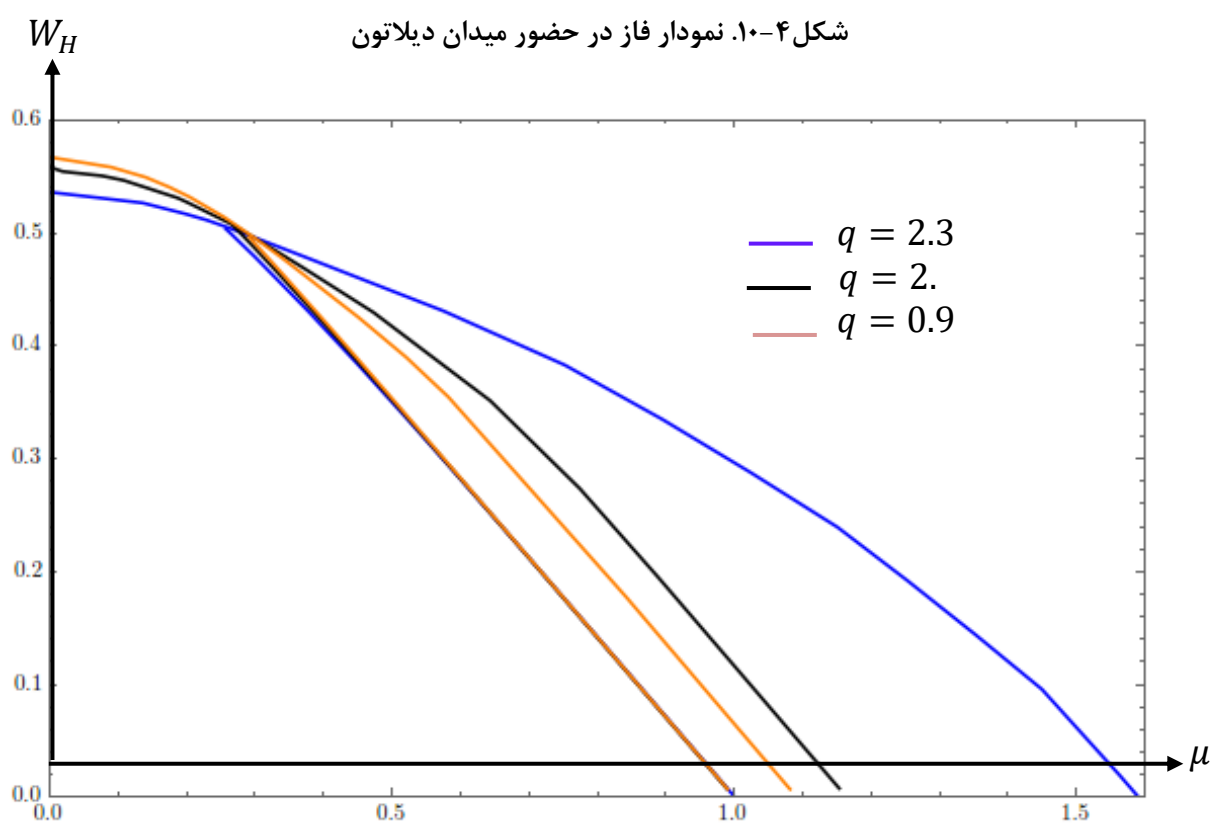
¹ Top-down

² Bottom-up

³ Back reaction



شکل ۴-۱۰. نمودار فاز در حضور میدان دیلاتون



شکل ۴-۱۱. نمودار فاز به ازای مقادیر مختلف $q=2.3, 2., 0.9$

۳-۴ مطالعه فاز ابررسانایی رنگ و معادله حالت ستاره نوترونی

به لحاظ نظری، یک فاز ابررسانایی رنگی، فازی از QCD است که در آن کوارک‌ها نزدیک سطح فرمی در جفت‌های کوپر همبسته و متراکم می‌شوند. از نظر پدیدار شناختی، فاز ابررسانایی رنگی برخی از تقارن‌های نظریه را می‌شکند و دارای طیف بسیار متفاوتی از نوسانات و ویژگی‌های گذار متفاوتی از فاز معمولی را دارا می‌باشد.

از نظر هولوگرافی این مسئله در مرجع [۶۲] بررسی شده است که حضور یک پتانسیل شیمیایی به صورت میدان پیمانه‌ای A_t ، سبب می‌شود که نرده‌ای باردار دارای جرم باشد و بنابراین چگالش داشته باشیم. بنابراین انتظار داریم عملگرهای باردار عدد باریونی^۱ مانند qq چگال شوند. بنابراین ما هر عملگر qq چگال شده را به وسیله‌ی یک میدان نرده‌ای ψ_i در مدل هولوگرافی توصیف می‌کنیم و یک میدان چگالش دستیده χ تعریف می‌کنیم. در واقع میدان نرده‌ای χ که شکست تقارن دستیده را نشان می‌دهد، زمانی تعریف می‌شود که یک کوارک در کنار یک پادکوارک^۲ به صورت $q\bar{q}$ بنشینند. میدان اسکالر ψ زمانی تعریف می‌شود که یک کوارک رنگی در کنار کوارک با رنگ متفاوتی بنشینند. بنابراین دو کوارک در عدد کوانتومی رنگ با یکدیگر تفاوت داشته باشند و به صورت qq در کنار هم قرار بگیرند و از این طریق ابررسانایی رنگی یا درجه رنگ کوارکی را بررسی کنیم (در این بین هر دو میدان از بعد سه هستند).

کنش را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mathcal{L} = -\rho^3 h(\rho) \sqrt{1 + (\partial_\rho \chi)^2 - (\partial_\rho A_t)^2} - \rho^3 g_{\rho\rho} \sum_i (D\psi_i)^2 - \rho \Delta m^2 \chi^2 \quad (۲۲-۴)$$

که

^۱ Baryon number

^۲ Anti quark

$$h(\rho) = 1 + \frac{1}{(\rho^2 + \chi(\rho)^2)^{\frac{q}{2}}} \quad \& \quad D_\mu = \partial_\mu - iG[\rho]QA_\mu \quad (23-4)$$

که G نشان‌دهنده شدت پویش جفت‌شدگی و Q بار عددی کوارکی^۱ خطی qq است. می‌توان کنش را به صورت زیر نوشت:

$$\mathcal{L} = -\rho^3 h(\rho) \left[\sqrt{1 + (\partial_\rho \chi)^2 - (\partial_\rho A_t)^2} + \frac{\partial_\rho \psi^2}{2} - \frac{4G^2 \psi^2 A_t^2}{\rho^4} + \frac{\zeta \chi^2 \psi^2}{\rho^3} \right] \quad (24-4)$$

و با استفاده از این کنش معادلات حرکت را به صورت زیر بدست می‌آوریم:

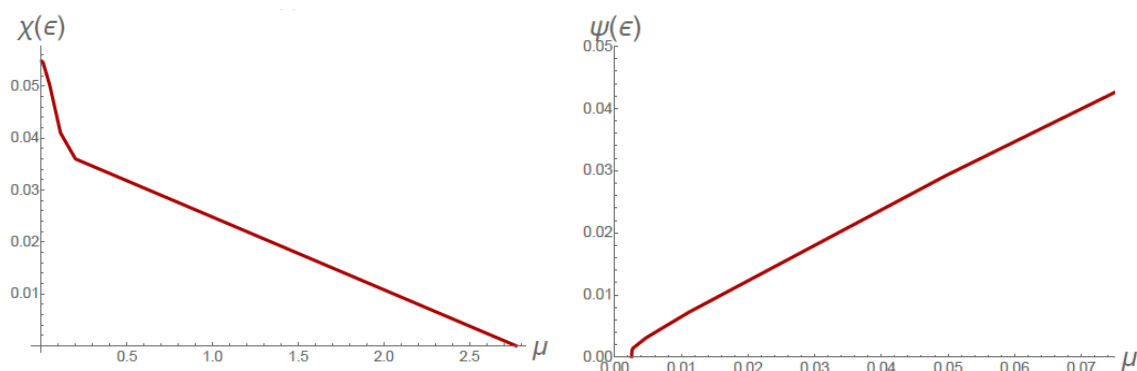
$$\partial_\rho (h(\rho) \rho^3 \partial_\rho \psi) + \frac{8}{\rho} G^2 h(\rho) \psi A_t^2 + 2h(\rho) \zeta \chi^2 \psi = 0 \quad (25-4)$$

$$\partial_\rho \frac{(h(\rho) \rho^3 \partial_\rho A_t)}{\sqrt{1 + (\partial_\rho \psi)^2 - (\partial_\rho A_t)^2}} - \frac{8}{\rho} G^2 h(\rho) A_t \psi^2 = 0 \quad (26-4)$$

$$\partial_\rho \frac{(h(\rho) \rho^3 \partial_\rho \chi)}{\sqrt{1 + (\partial_\rho \chi)^2 - (\partial_\rho A_t)^2}} - 2h(\rho) \zeta \chi \psi^2 - (\partial_{\chi(\rho)} h(\rho)) \left(\zeta \chi^2 \psi^2 + \rho^3 \sqrt{1 + (\partial_\rho \chi)^2 - (\partial_\rho A_t)^2} \right) \quad (27-4)$$

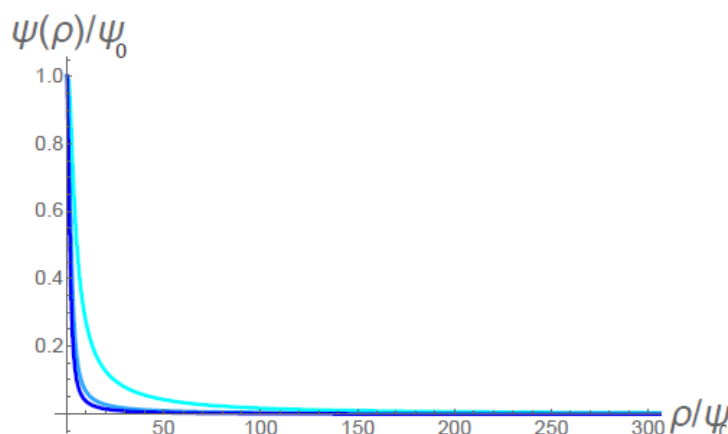
در اینجا، یک برهم‌کنش بین ψ و χ به وسیله پارامتر ζ وجود دارد. حال باید شرایط مرزی بین پارامترهای آزاد ψ ، χ و A_t در حد انرژی پایین و مشتقات اول آن‌ها تعریف و تعیین شود. برای مورد $G = q = 1$ و $\zeta = 0$ مشاهده می‌کنیم که برای پتانسیل شیمیایی بزرگ، $\chi(\rho)$ کاهش می‌یابد تا به صفر برسد. این فازی است که تقارن دستیده بازایی می‌شود و همان‌طور که پتانسیل شیمیایی کوچکتر می‌شود، $\psi(\rho)$ صفر می‌شود. در شکل (۱۲-۴) نمودارهای مربوطه رسم شده‌اند.

¹ Quark number charge



شکل ۴-۱۲. نمودار میدان اسکالر ψ و میدان چگالش کایرال χ بر حسب پتانسیل شیمیایی μ

برای حالتی که $\zeta \neq 0$ ، پیدا کردن شرایط مرزی برای $\psi(0)$ و $\chi(0)$ بسیار دشوارتر است. به صورتی- که باید در حد پارامتر قطع Λ ، صفر شوند. اگرچه برای مقدار مشخص $A_t'(0)$ ، ما مشاهده می‌کنیم که مقدار معین ζ ، چگالش ψ را کند می‌کند. نمودار $\psi(\rho)$ بر حسب ρ به ازای مقیاس انرژی مختلف به منظور مقایسه در شکل (۴-۱۳) رسم شده است.



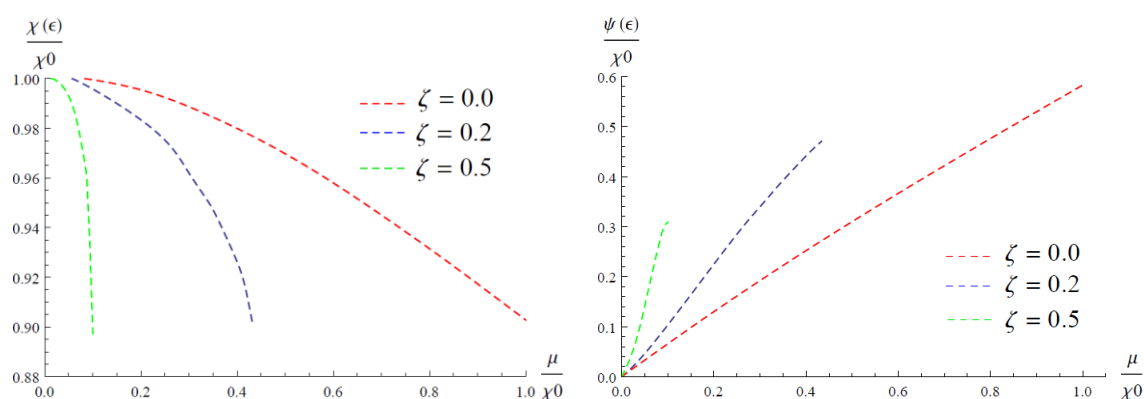
شکل ۴-۱۳. نمودار $\psi(\rho)$ بر حسب ρ به ازای مقیاس انرژی مختلف

۴-۳-۱ پتانسیل شیمیایی بالا و فاز ابررسانایی رنگ همراه با بازیابی تقارن

همدیس

در پتانسیل شیمیایی بالا، میدان χ صفر می‌شود و بنابراین فقط یک فاز با ψ باقی می‌ماند. ما از لاگرانژی رابطه (۴-۳) استفاده می‌کنیم. یک مقدار معین برای G و ζ و q در نظر می‌گیریم. شرایط

مرزی را به صورتی تعیین می‌کنیم که $A_t(0) = \psi'(0) = \chi'(0) = 0$. سپس یک مقدار مشخص برای $A_t'(0)$ در نظر می‌گیریم و به ازای هر مقدار، مقدار $\psi(0)$ و $\chi(0)$ را به صورتی به دست می‌آوریم که به ازای آن‌ها مقادیر $\psi(\Lambda)$ و $\chi(\Lambda)$ صفر شوند. سپس مقدار پتانسیل شیمیایی را با استفاده از معادلات به دست می‌آوریم. نتایج را در شکل (۴-۱۴) به ازای مقادیر متفاوت برای ζ و مقدار $q = 1$ نشان دادیم.



شکل ۴-۱۴. نمودار میدان اسکالر ψ و میدان چگالش دستیده χ بر حسب پتانسیل شیمیایی μ به ازای مقادیر متفاوت برای ζ

دقت داشته باشید که مقادیر را بر اساس مقدار χ_0 مقیاس‌بندی کرده‌ایم که مقدار مرزی برای $\chi(0)$ است زمانی که کم‌ترین مقدار ممکن را برای پتانسیل شیمیایی یا μ داشته باشیم. همان‌طور که نمودارها نشان می‌دهند، هر چه میزان جفت‌شدگی میدان‌های ψ و χ بیشتر باشد، پویش مربوط به محاط‌شدگی و میدان ابررسانایی رنگ بیشتر می‌شود و با تغییر انرژی، دستخوش تغییرات بیشتری می‌شوند.

فصل پنجم: نتیجه گیری

در این رساله، به مطالعه‌ی شکست تقارن دستیده در نظریه کوانتومی رنگ پرداختیم و در رسیدن به این هدف از رهیافت هولوگرافی و دوگانی پیمانه-گرانش استفاده کردیم. در فصل اول به توصیف نظریه کوانتومی رنگ و شکست تقارن دستیده و چگالش دستیده پرداختیم. در ادامه با معرفی تابع بتای اختلالی دو حلقه‌ای در نظریه پیمانه‌ای $SU(N_C)$ ، به توصیف پدیده‌ی راهروی و چارچوب همدیس پرداختیم. در فصل دوم مدل هولوگرافی D_3/D_7 را به‌طور جامع و شامل مورد بررسی قرار دادیم. در فصل سوم، به بررسی مدل‌های فراتر از مدل استاندارد پرداختیم و مدل هولوگرافی بر پایه نظریه رنگارنگ ساختیم که اساس آن ساختار D_3/D_7 می‌باشد. در ادامه با تاکید بر مدل‌های رنگارنگ که در آن پارامترهای N_C و N_f به عنوان پارامتر آزاد در نظر گرفته شده‌اند و با در نظر گرفتن اثر برهم‌کنشی NJL با هدف شکست تقارن دستیده، به محاسبه‌ی طیف جرمی ذرات پرداختیم. از محاسبات دو حلقه‌ای مربوط به پویش جفت‌شدگی پیمانه‌ای برای $N_C = 3$ و N_f های متغیر استفاده کردیم و این پویش‌ها را از آزادی مجانبی تا نقاط معین IR مختلف مورد مطالعه قرار دادیم. برای $4N_C < N_f < \frac{11}{2}N_C$ نظریه پیمانه‌ای در ناحیه رژیم چارچوب همدیس قرار می‌گیرد که γ مقداری غیر صفر دارد و تقارن دستیده در مسئله برقرار است. با اعمال برهم‌کنش NJL، شکست تقارن دستیده در نظریه تصدیق می‌شود و از این رو چگالش کوآرک-پادکوآرک در UV افزایش می‌یابد و همان‌طور که نشان دادیم، اگر نسبت $m_\sigma \sim \frac{f_\pi}{2}$ برقرار باشد، می‌تواند یک ذره‌ی سبک هیگزگونه را توصیف کند.

دینامیک پیمانه‌ای مدل رنگارنگ که در این فصل مطالعه کردیم هنوز به جفت‌شدگی بحرانی مورد نیاز برای شکست تقارن دستیده در مقیاس الکتروضعیف نرسیده‌است و عامل شکست تقارن دستیده به خاطر وجود اعمال برهم‌کنشی چهار فرمیونی NJL در مقیاس انرژی قطع 20 TeV با جفت‌شدگی مشخص اتفاق می‌افتد. نشان دادیم که پویش جفت‌شدگی نظریه پیمانه‌ای در محدوده انرژی پایین تا مقیاس قطع بالا می‌بایستی به کندی تغییر کند تا منجر به تولید ذره‌ای سبک در طیف جرمی گردد.

پرسش مهم این است که آیا می‌توان این نتیجه‌ها را با آزمایش مقایسه کرد؟ این رساله نشان می‌دهد که هنوز جای امیدواری هست و می‌توان به مدل رنگارنگ امید داشت. ولی طیف جرمی که ما برای تکی مزون‌ها پیدا کردیم، فراتر از حدی است که تحقیقات LHC نشان می‌دهند. اما همچنان پنجره کوچکی برای مشاهدات آزمایشگاهی باز است که مرجع [۴۰] مقایسه‌های دقیقی به این منظور انجام داده است.

با این حال این مدل‌ها انگیزه‌ی یافتن نتیجه‌های جدید را فراهم می‌کنند و می‌بایست در جهت رفع نواقص آن تلاش کرد. مثلاً در نظر گرفتن پدیده حبس شدگی در انرژی پایین و ارتباط آن با شکست تقارن دستیده را بایستی اضافه کرد. به این منظور مدل ساکایی-سوگیموتو کارآمدتر است [۲۲]. مقایسه با سایر مطالعات در این زمینه با هندسه‌های گرانشی متفاوت نیز جالب توجه است [۲۳].

گرچه در این رساله فقط تابع حالت پایه شکست تقارن دستیده را با اعمال برهم کنش چهار فرمیونی NJL مطالعه کردیم ولی جالب است که در مورد حالت‌های برانگیخته نیز این برهم کنش اضافه شود و طیف جرمی حاصل مطالعه شود.

در فصل چهارم، نمودار فاز را برای نظریه پیمانه‌ای مشخص با استفاده از روش‌های هولوگرافی محاسبه کردیم. بین مدل هولوگرافی ما و QCD تفاوت و شباهت‌هایی وجود دارد. تفاوت در نظریه مربوط به فرآیند گذار ذوب مزونی است. اما با وجود این تمایز، نمودار فاز برای چگالش دستیده، بسیاری از جنبه‌های نمودار فاز QCD را پوشش می‌دهد که به توضیح آن پرداختیم. مثلاً نمودار فاز QCD، از آنجایی که اطلاعات روش شبکه اخیراً محاسبات را برای نشان دادن چگالی‌های دقیق به دست داده است، کاملاً دقیق نمی‌باشد [۴۸]. از طرفی ساختار فاز به جرم‌های نسبی کوارک‌های بالا، پایین و شگفت بستگی دارد. تصاویر نظری استاندارد به دست آمده در [۴۹-۵۰] برای QCD نشان می‌دهند که در پتانسیل شیمیایی صفر، گذار با حضور دما از مرتبه‌ی دوم است (یا در صورتی که کوارک‌های جرم-دار را در نظر بگیریم تبدیل به یک عبور^۱ می‌شود). در دمای صفر با افزایش پتانسیل شیمیایی شاهد

¹ Cross over

یک گذار فاز مرتبه‌ی اول خواهیم بود (قابل ذکر است که در این جا از فاز ابررسانایی رنگ صرف نظر کردیم). این گذارها توسط نقاط بحرانی به یکدیگر می‌پیوندند. با مقایسه با نمودارهای فاز نظریه ما در شکل (۷-۴) و (۹-۴) می‌بینیم که مراتب گذارها برعکس است و نمودار فاز متفاوتی داریم. دلیل این مغایرت را می‌توان به در نظر گرفتن جرم فیزیکی برای کوارک نسبت داد. در واقع تبدیل گذار فاز مرتبه‌ی اول به دوم در گذار فاز دمایی معین، به شدت به جرم فیزیکی کوارک بستگی دارد. به طور مشابه تعیین مرتبه‌ی گذار در گذار چگالی معین بستگی زیادی به تعیین دقیق نقاط فیزیکی $m_{u,d}$ ، m_s و μ و T دارد. از همین استدلال می‌توان استفاده کرد و نشان داد که گذار فاز شکست تقارن دستیده به فاز تقارن بازایی شده با مدل ما مطابقت دارد و می‌توان گفت برای به دست آوردن جواب درست در QCD باید منتظر تحولات جواب‌های روش شبکه باشیم. بنابراین به طور واضح نمودار فاز مدل به‌طور نقطه به نقطه با نمودار فاز QCD مطابقت ندارد اما محیطی را فراهم می‌سازد که در آن محاسبات دقیق را برای ساختارهای مشابه می‌توان انجام داد و رفتار سیستم را بررسی کرد. در ادامه فاز ابررسانایی رنگ را هم در مسئله وارد کردیم و تغییرات میدان اسکالر دوگان با قرار گرفتن دو کوارک با رنگ کوانتومی مختلف و میدان چگالش دستیده مرتبط با قرار گرفتن کوارک در کنار پاد کوارک را بر حسب تغییرات پتانسیل شیمیایی، به ازای مقادیر مختلف μ در کنش (۱۹-۴) مورد بررسی قرار داریم. در مرجع [۶۴،۶۳] نمودار فاز QCD در حضور تصحیحات گاوس-بونت مطالعه شده است و کاربرد آن در مطالعه‌ی ستاره‌های نوترونی آمده است. بسیار مناسب است که مطالعه‌ی انجام شده در این رساله را در حضور این تصحیحات نیز انجام داده و معادله حالت ستاره فشرده را یافت. سپس نتیجه را با داده‌های امواج گرانشی مقایسه نمود.

مراجع

[۱] الهام بیگلر؛ فرهنگ لران؛ یادداشتی بر دوگانی AdS/CFT ؛ مجله پژوهش فیزیک ایران؛ جلد ۵ ؛ شماره ۴ ؛ زمستان ۱۳۸۴.

[۲] کاظم بی تقصیر فدافن؛ نیروی پسا در فضای مجانبی لیفشیتز ؛ مجله پژوهش فیزیک ایران؛ جلد نوزدهم؛ شماره ۳؛ پاییز ۱۳۹۸.

[3] T. Morii, C. S. Lim, S. N. Mukherjee. (2002) “The Physics of the Standard Model and Beyond”. **World Scientific Publishing Company**, 312 pages, ISBN10: 9810245718.

[4] M. Teper. (1999) “ $SU(N_c)$ gauge theories for all N_c ”. **Nuclear Physics B - Proceedings Supplements, Volume 53, Issues 1–3, Pages 715-718.**

[5] K. A. Olive et al. (2014) “Review of Particle Physics” **Chin. Phys., C38:090001.**

[6] Stefan Scherer and Matthias R. Schindler. (2005) “A Chiral perturbation theory primer”. [arXiv:hep-ph/0505265].

[7] M. E. Peskin and D. V. Schroeder. (1995) “An Introduction to quantum field theory” **New York: Westview Press.**

[8] Curtis G. Callan. (1970) “Broken scale invariance in scalar field theory”, **Phys. Rev. D, 2:1541–1547.**

[9] K. Symanzik. (1970) “Small distance behaviour in field theory and power counting” **Communications in Mathematical Physics, 18(3):227–246.**

[10] D. D. Dietrich and Francesco Sannino. (2007) “Conformal window of $SU(N)$ gauge theories with fermions in higher dimensional representations” **Phys. Rev., D75:085018**, [arXiv:hep-ph/0611341].

- [11] D. J. Gross and Frank Wilczek. (1973) “Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories” **Phys. Rev. Lett.**, **30:1343–1346**.
- [12] H. D. Politzer. (1973) “Reliable perturbative results for strong interactions?” **Phys. Rev. Lett.**, **30:1346–1349**.
- [13] W. E. Caswell. (1974) “Asymptotic behavior of non-abelian gauge theories to two loop Order” **Phys. Rev. Lett.**, **33:244–246**.
- [14] T. Banks and A. Zaks. (1982) “On the Phase Structure of Vector-Like Gauge Theories with Massless Fermions”. **Nucl. Phys.**, **B196:189–204**.
- [15] S. Bethke. (2007) “Experimental tests of asymptotic freedom”. **Prog. Part. Nucl. Phys.**, **58:351–386**.
- [16] T. Appelquist, J. Terning, and L. C. R. Wijewardhana. (1996) “Zero temperature chiral phase transition in $SU(N)$ gauge theories”. **Phys. Rev. Lett.**, **77:1214–1217**.
- [17] T. Appelquist, A. Ratnaweera, J. Terning, and L. C. R. Wijewardhana. (1998) “Phase structure of an $SU(N)$ gauge theory with N_f flavors”. **Phys. Rev. D**, **58:105017**.
- [18] T. A. Ryttov and F. Sannino. (2008) “Supersymmetry inspired QCD beta function”. **Phys. Rev. D**, **78:065001**.
- [19] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio. (1961) “Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity”, **Phys. Rev.** **122, 345**.
- [20] W. Clemens and N. Evans. (2017) “A Holographic Study of the Gauged NJL Model”, **Phys. Lett. B** **771, 1**, [arXiv:1702.08693 [hep-th]].
- [21] K. Bitaghsir Fadafan, W. Clemens and N. Evans. (2018) “Holographic Gauged NJL Model: The Conformal Window and Ideal Walking”, **Phys. Rev. D** **98, no.6, 066015** doi:10.1103/PhysRevD.98.066015 [arXiv:1807.04548 [hep-ph]].

- [22] O. Mintakevich and J. Sonnenschein. (2009) “Holographic technicolor models and their S-parameter”, **JHEP** **\textbf {07}**, 032, [arXiv:0905.3284 [hep-th]].
- [23] D. Elander and M. Piai. (2017) “Calculable mass hierarchies and a light dilaton from gravity duals”, **Phys. Lett. B** **\textbf {772}**, 110-114, [arXiv:1703.09205 [hep-th]].
- [24] S. R. Coleman and E. J. Weinberg. (1973) “Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking”, **Phys. Rev. D** **7**, 1888.
- [25] E. Witten. (2001) “Multi-Trace Operators, Boundary Conditions, And AdS/CFT Correspondence”, **hep-th/0112258**.
- [26] S. Weinberg. (1976) “Implications of dynamical symmetry breaking”, **Phys. Rev. D** **13**, 974.
- [27] L. Susskind. (1979) “Dynamics of spontaneous symmetry breaking in the Weinberg-Salam theory”, **Phys. Rev. D** **20**, 2619.
- [28] E. Farhi and L. Susskind. (1981) “Technicolour”, **Phys. Rept.** **74**, 277.
- [29] B. Holdom. (1981) “Phenomenological Lagrangian for hypercolor”, **Phys. Rev. D** **24**, 1441.
- [30] T. DeGrand. (2016) “Lattice tests of beyond standard model dynamics”, **Rev. Mod. Phys.** **88**, 015001, [arXiv:1510.05018].
- [31] T. DeGrand and E. T. Neil. (2020) “Repurposing lattice QCD results for composite phenomenology”, **Phys. Rev. D** **101**, no.3, 034504, [arXiv:1910.08561 [hep-ph]].
- [32] M. Jarvinen and E. Kiritsis. (2012) “Holographic Models for QCD in the Veneziano Limit”, **JHEP** **1203**, 002, [arXiv:1112.1261 [hep-ph]].
- [33] K. Ghoroku, M. Ishihara and A. Nakamura. (2007) “D3/D7 holographic Gauge theory and Chemical potential”. **Phys.Rev.D****76:124006**, [arXiv:0708.3706].

- [34] D. Kutasov, J. Lin and A. Parnachev. (2012) “Conformal Phase Transitions at Weak and Strong Coupling”, **Nucl. Phys. B** **858**, 155 [arXiv:1107.2324 [hep-th]].
- [35] R. Alvares, N. Evans and K. - Y. Kim. (2012) “Holography of the Conformal Window”, **Phys. Rev. D** **86**, 026008 [arXiv:1204.2474 [hep-ph]].
- [36] J. Erdmenger, N. Evans and M. Scott. (2015) “Meson spectra of asymptotically free gauge theories from holography” **Phys. Rev. D** **91**, no.8, 085004 [arXiv:1412.3165 [hep-ph]].
- [37] A. Belyaev, A. Coupe, N. Evans, D. Locke and M. Scott. (2019) “Any Room Left for Technicolor? Dilepton Searches at the LHC and Beyond”, **Physical Review D**, **99** (9), 1-9, [095006]. (doi:10.1103/PhysRevD.99.095006). [arXiv:1812.09052 [hep-ph]].
- [38] M. Jarvinen. (2015) “Massive holographic QCD in the Veneziano limit”, **JHEP** **1507**, 033 [arXiv:1501.07272 [hep-ph]].
- [39] N. Evans and K. Y. Kim. (2016) “Holographic Nambu Jona-Lasinio Interactions”, **Phys. Rev. D** **93**, no.6, 066002 [arXiv:1601.02824 [hep-th]].
- [40] A. Belyaev, K. Bitaghsir Fadafan N. Evans, and M. Gholamzadeh. (2020) “Any Room Left for Technicolor? Holographic Studies of NJL Assisted Technicolour”, **Phys. Rev. D** **101**, 086013, [arXiv:1910.10928].
- [41] K. Rajagopal and F. Wilczek. (2000) “The Condensed Matter Physics of QCD”, [arXiv:hep-ph/0011333].
- [42] V. G. Filev, C. V. Johnson, R. C. Rashkov and K. S. Viswanathan. (2007) “”, **JHEP** **0710**, 019 [arXiv:hep-th/ 0701001].
- [43] V. G. Filev. (2008) “Criticality, Scaling and Chiral Symmetry Breaking in External Magnetic Field”, **JHEP** **0804**, 088, [arXiv:0706.3811 [hep-th]].
- [44] T. Albash, V. G. Filev, C. V. Johnson and A. Kundu. (2008) “Finite Temperature Large N Gauge Theory with Quarks in an External Magnetic Field”, **JHEP** **0807**, 080 [arXiv:0709.1547 [hep-th]].

- [45] J. Erdmenger, R. Meyer and J. P. Shock. (2007) “AdS/CFT with Flavour in Electric and Magnetic Kalb-Ramond Fields”, **JHEP** **0712**, **091** [arXiv:0709.1551 [hep-th]].
- [46] A. V. Zayakin. (2008) “QCD Vacuum Properties in a Magnetic Field from AdS/CFT: Chiral Condensate and Goldstone Mass”, **JHEP** **0807**, **116**, [arXiv:0807.2917 [hep-th]].
- [47] V. G. Filev, C. V. Johnson and J. P. Shock. (2009) “Universal Holographic Chiral Dynamics in an External Magnetic Field”, **JHEP** **0908**, **013**, [arXiv:0903.5345 [hep-th]].
- [48] V. G. Filev. (2009) “Hot Defect Superconformal Field Theory in an External Magnetic Field”, **JHEP** **0911**, **123**, [arXiv:0910.0554].
- [49] M. A. Stephanov. (2006) “QCD phase diagram: an overview”, **PoS LAT2006**, **024** [arXiv:heplat/ 0701002].
- [50] O. Philipsen. (2009) “Towards a determination of the chiral critical surface of QCD”, **PoS CPOD**, **026,2009**, [arXiv:0910.0785 [hep-ph]].
- [51] N. Evans, A. Gebauer, K. Y. Kim and M. Magou. (2010) “Holographic Description of the Phase Diagram of a Chiral Symmetry Breaking Gauge Theory”, **JHEP** **1003**:132, [arXiv:1002.1885].
- [52] J. M. Maldacena. (1998) “The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity” **Adv. Theor. Math. Phys.** **2**: 231-252, [arXiv:hep-th/9711200].
- [53] E. Witten. (1998) “Anti De Sitter Space and Holography” **Adv. Theor. Math. Phys.** **2**, 253, [arXiv:hep-th/9802150].
- [54] S. S. Gubser, I. R. Klebanov and A. M. Polyakov. (1998) “Gauge Theory Correlators from Non-Critical String Theory”, **Phys. Lett. B** **428**, **105** [arXiv:hep-th/9802109].
- [55] A. Karch and E. Katz. (2002) “Adding flavor to AdS/CFT”, **JHEP** **0206**, **043** [arXiv:hep-th/0205236].
- [56] M. Grana and J. Polchinski. (2002) “Gauge/Gravity Duals with Holomorphic Dilaton”, **Phys. Rev. D****65**, **126005**, [arXiv: hep th/0106014].

- [57] M. Bertolini, P. Di Vecchia, M. Frau, A. Lerda and R. Marotta. **(2002)** “N=2 Gauge theories on systems of fractional D3/D7 branes”, **Nucl. Phys. B** **621**, 157 [arXiv:hep-th/0107057].
- [58] M. Kruczenski, D. Mateos, R. C. Myers and D. J. Winters. **(2003)** “Meson Spectroscopy in AdS/CFT with Flavour” **JHEP** **0307** **049**, [arXiv:hep-th/0304032].
- [59] S. Kobayashi, D. Mateos, S. Matsuura, R. C. Myers and R. M. Thomson. **(2007)** “Holographic phase transitions at finite baryon density”, **JHEP** **0702**, **016**, [arXiv:hep-th/0611099].
- [60] K. Y. Kim, S. J. Sin and I. Zahed. **(2006)** “Dense Hadronic Matter in Holographic QCD”, [arXiv:hep-th/0608046].
- [61] K. Y. Kim, S. J. Sin and I. Zahed. **(2008)** “The Chiral Model of Sakai-Sugimoto at Finite Baryon Density”, **JHEP** **0801**, **002**, [arXiv:0708.1469 [hep-th]].
- [62] K. Bitaghsir Fadafan, J. C. Rojas, N. Evans. **(2020)** “Holographic quark matter with colour superconductivity and a stiff equation of state for compact stars” **Phys. Rev D** **103**.026012. [arXiv:2009.14079].
- [63] K. Bitaghsir Fadafan, J. C. Rojas. **(2020)** “Holographic Colour Superconductors at Finite Coupling with NJL Interactions” [arXiv:2107.04299].
- [64] K. Bitaghsir Fadafan, J. C. Rojas, N. Evans. **(2020)** “Deconfined, Massive Quark Phase at High Density and Compact Stars: A Holographic Study” **Phys. Rev D** **101**.126005. [arXiv:1911.12705].
- [65] Siegfried Bethke. **(2007)** “Experimental tests of asymptotic freedom. Prog”. **Part. Nucl. Phys.**, **58**:351-386.
- [66] Dennis D. Dietrich and Francesco Sannino. **(2007)** “Conformal window of SU(N) gauge theories with fermions in higher dimensional representations”. **Phys. Rev.**, **D75**:085018, hep-ph/0611341.
-

Abstract

In chromodynamic theory chiral symmetry is also broken and it is not directly possible to enter the quark mass term in lagrangian. This chromodynamic theory based on $SU(N_c)$ group in which N_c represents the number of colors. Different types of quarks are given with the number of N_f . In this thesis we will investigate the non-abelian gauge theory with properties mentioned above. It has been observed that the beta function of the theory depends on N_f and in a certain value the theory contains conformal symmetry which is referred as the conformal window. One of the aims of this thesis is to consider this phase transition.

In trying to study these cases we can use holography approach and string theory. AdS/CFT duality helps to study the problems which are strongly coupled with the classical theory of Einstein gravity. For this purpose, a structure of branes is considered as D_3/D_7 model. We study the chiral symmetry breaking property and its relation to parameters such as N and N_f . One of the other aims of the thesis is to study the models beyond the standard particle model. We use the strong four fermion interaction to trigger the chiral symmetry breaking in the theory in Nambu-Jona-Lasinio (NJL) assisted technicolor models. These NJL models provide examples of different dynamics from walking technicolor which can, by tuning, generate a light higgs like σ meson. We compute the vector meson (ρ) and axial vector meson (A) spectrum for a variety of models with techni-quarks in the fundamental representation, enlarging the available parameter space over a previous analysis of walking theories. The large N $\mathcal{N} = 4$ gauge theory with quenched $N=2$ quark matter in the presence of a magnetic field displays chiral symmetry breaking. We study the temperature and chemical potential dependence of this theory using its gravity dual (based on the D3/D7 brane system) and find the orders of transitions and critical points. Finally we use dilaton profile to trigger the chiral symmetry breaking and consider the effects of that on the structure of phase diagram.

Keywords: Quantum chromodynamic, Chiral symmetry breaking, Technicolour Models, NJL assistant model.



Shahrood University of
Technology

Faculty of physics

(Ph.D.) Thesis in Physics of Elementary Particles

chiral symmetry breaking in quantum chromodynamics theory by using branes in string theory

By: Mansoureh Gholamzadeh

Supervisor:

Dr. Kazem Bitaghsir Fadafan

Advisor:

Dr. Nick Evans

October 2021